T.C.

GAZİOSMANPAŞA ÜNİVERSİTESİ

SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ

BULANIK DOĞRUSAL PROGRAMLAMA

VE BİR UYGULAMA

Hazırlayan

Yasemin YILDIRIM

İşletme Ana Bilim Dalı

Sayısal Yöntemler Bilim Dalı

Yüksek Lisans Tezi

Danışman

Doç. Dr. Osman ÇEVİK

TOKAT – 2009

BULANIK DOĞRUSAL PROGRAMLAMA
VE BİR UYGULAMA

Tezin Kabul Ediliş Tarihi: 15 / 7 / 2009

Jüri Üyeleri (Unvanı, Adı Soyadı) İmzası

Başkan : Doç. Dr. Osman ÇEVİK ....

Üye : Doç. Dr. Birol ÇETİN ....

Üye : Doç. Dr. Kadir ARDIÇ ....

Üye : ....

Üye : ....

Bu tez, Gaziosmanpaşa Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Yönetim Kurulunun 06/07/2009 tarih ve 22-05 sayılı oturumunda belirlenen jüri tarafından kabul edilmiştir.

Enstitü Müdürü: ....
Prof.Dr. Yaşar AKÇAY
Enstitü Müdürü

Mühür
İmza

T.C. GAZİOSMANPAŞA ÜNİVERSİTESİ SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜ 1923

TC

GAZİOSMANPAŞA ÜNİVERSİTESİ

SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜ'NE

Bu belge ile, bu tezdeki bütün bilgilerin akademik kurallara ve etik ilkelere uygun olarak toplanıp sunulduğunu, bu kural ve ilkelerin gereği olarak, çalışmada bana ait olmayan tüm veri, düşünce ve sonuçlara atıf yaptığımı ve kaynağını gösterdiğimi beyan ederim.

(15.07/2003.)

Tezi Hazırlayan Öğrencinin

Adı ve Soyadı

Yasemin YILDIRIM

İmza

TEŞEKKÜR

Çalışmamın bundan sonra yapılacak çalışmalara faydalı olacağını temenni ediyorum. Öncelikle tez konusunun seçiminde ve çalışmanın hazırlanması sürecinde yardımını benden esirgemeyen değerli hocam Doç Dr. Osman Çevik' e teşekkür ederim. Ayrıca çalışma süresi boyunca bana her zaman destek olan AİLEME ve bu çalışmada emeği geçen sevdiklerime teşekkür ederim.

Temmuz 2009, Tokat **Yasemin YILDIRIM**

ÖZET

Güncel hayattaki karmaşıklıklar, belirsizlik ve bilgi eksikliklerini beraberinde getirmektedir. Bu durum insan yaşamında olduğu kadar organizasyonlar için de böyledir. Karar alma süreçlerinde var olan bu belirsizlik durumları, klasik mantıkla çözümlenmek istendiğinde objektif bir sonuç elde edilememektedir. 1965 yılında Zadeh tarafından ortaya atılan bulanık küme teorisi ile bu belirsizlik ve bilgi eksikliklerinin yol açtığı karmaşıklığa çözüm getirilmiştir. Buna bağlı olarak, amaç ve kısıtların bir takım ihlaller içerebilecek şekilde tasarlanan bulanık doğrusal programlama geliştirilmiştir. Klasik mantıkta uygulanan doğrusal programlama yaklaşımının genişletilmiş hali olan bulanık doğrusal programlama modeli, bilgi eksikliği ve belirsizliklerin olduğu durumlarda en iyi kararın verilmesini sağlayan karar verme yöntemidir. Burada amaç, belirsizliklerin ve bilgi eksikliklerinin olduğu durumlarda, daha hızlı ve esnek çözümler üreterek en doğru kararın verilmesini sağlamaktır.

Bu çalışmada, süt ürünleri imalatı yapan bir işletmenin verileri kullanılarak bulanık doğrusal programlama modeli oluşturulmuştur. Modelin çözümü, bulanık doğrusal programlama yaklaşımlarından biri olan Werners yaklaşımı ile gerçekleştirilmiştir.

Çözüm sonucunda, işletmenin günlük karını maksimum kılabilmesi için, bulanık üretim kapasitesi, bulanık hammadde miktarı ve bulanık toplam iş gücü miktarlarına göre günde 1.500 gramlık vakumlu yoğurttan 657 adet, 15.000 gramlık köy tipi peynirden 59 adet, 200 gramlık ayrandan 30 adet üretmesi gerektiği, bunun sonucunda da firmanın günlük maksimum karının 836,3066 TL olacağı belirlenmiştir.

Anahtar Kelimeler: Bulanık Mantık, Bulanık Kümeler, Bulanık Sayılar, Bulanık Doğrusal Programlama

ABSTRACT

Complicacy of daily life leads to some ambiguities and lack of knowledges. These situations, in human life is the same as in an organization. When the situation that exists at the decision-making process is wanted to be solved with classical logic can not be achived an objective result. In 1965, fuzzy sets theory was suggested by Zadeh so caused by lack of knowledges complexisties solved. Depending on that, fuzzy linear programming is developed in a way that objectives and constraints had some violations. Fuzzy linear programming is the expanded model of classical linear programming approach which is the best decision for the decision making method where there is lack of information and uncertainty. The purpose is that to produce faster and more flexible solutions to ensure the right decision to give in the situation of lack of information and uncertainty.

In this study, a milk product business datas were analiysed and fuzzy linear programming modeling had been formed. Solving of the modeling had been becomed a reality by using warners approch in fuzzy linear programming approaches.

The result of the solution, according to product capasity ,fuzzy raw material and total fuzzy task force quantity ,daily 657 units from 1.500 g vacuum yogurt,59 units from 15.000 g village cheese,30 units 200 g ayran must be producted because of making maximum daily profit of the business.Result of this ,maximum daily profit of businees which has been defined 836,3066 TL.

Key Words: Fuzzy Logic, Fuzzy Sets, Fuzzy Numbers, Fuzz Linear Programming

İÇİNDEKİLER

BÖLÜM II

TABLOLAR LİSTESİ

ŞEKİLLER LİSTESİ

KISALTMALAR VE SİMGELER

E	Evrensel Küme
A	Evrensel Kümenin Alt Kümesi
$\forall$	Her / Herbir
$\in$	Elemanı/ Elemanıdır
$\mu_A(x)$	A Klasik Kümesindeki x Elemanının Üyelik Fonksiyonu
$\notin$	Elemanı değildir
$\sum$	Toplam
$\subset$	Alt Küme
$\subseteq$	Kapsama/ Kapsar
$\cup$	Birleşim
$\cap$	Kesişim
$\wedge$	Minimum İşlemcisi
$\vee$	Maksimum İşlemcisi
~	Bulanıklık İşareti
α	Üyelik Derecesi
$\neq$	Eşit Değildir
$\tilde{\leq}$	Bulanık Küçük Eşit
Sup_*	Supremum(En Büyük Değer)
$\tilde{G}$	Bulanık Hedef
$\tilde{C}$	Bulanık Kısıtlayıcı
$\tilde{D}$	Bulanık Karar Kümesi
Z^0	Amaç Fonksiyonu Z nin en düşük değeri
Z^1	Amaç Fonksiyonu Z nin en büyük değeri

Z*	Amaç Fonksyonu Z nin optimal değeri
θ	Üye Olmama Derecesi
R^n	Öklitsel Uzay

GİRİŞ

Gelişen teknoloji ile karmaşıklaşan güncel hayat, belirsizliklerin artmasına ve bu konudaki bilgi eksikliklerinin daha da belirgin bir hale gelmesine yol açmıştır. Belirsizlik ve bilgi eksikliği karar alma sürecinde bilinçsiz ve /veya subjektif kararlar alınmasına neden olmaktadır. Karar verme süreçlerindeki esnek olmayan görüşlerin temelinde ise “klasik mantık” kavramı yatmaktadır.

Klasik mantıkta belirsizliklere yer yoktur. Bir şey “ var” ya da “yok” tur. Ortada bir tanımlama söz konusu değildir. Bilgi kesin sınırlar dahilinde değerlendirilir. Modern mantıkta ise belirsizlik kaçınılmaz bir olgudur.

Belirsizlik kavramının bilimsel açıdan gözle görebilecek büyüklüğe ulaşması ile klasik mantık yerini modern mantığa bırakmıştır. 1965 yılında Zadeh tarafından ortaya atılan bulanık küme kuramında, istatistiksel olmayan belirsizlikler içeren bilgileri kullanmak amaçlanmıştır. Böylece katı matematik düzeninin dışına çıkılarak, belirsizlik kavramı karar süreçlerinde yer almıştır.

Karar verme kavramı sadece bireylerin değil, insanın var olduğu her ortamda gerçekleşen bir eylemdir. Hemen her alanda faaliyet gösteren birçok işletmede problemlerin çözümünde karar verme işlemi gerçekleşmektedir. Bu karar verme yaklaşımlarından birisi de bulanık doğrusal programlama yaklaşımıdır.

Bulanık doğrusal programlama yaklaşımı, klasik mantıkta uygulanan doğrusal programlama yaklaşımının genişletilmiş bir halidir. Amaç ve kısıtların bir takım ihlaller içerebileceği bu yaklaşımla, daha hızlı ve esnek çözümler üretilmektedir.

Bu çalışma üç bölümden oluşmaktadır. Birinci bölümde; bulanık mantık, bulanık mantığın temel elemanları, bulanık küme, bulanık kümelerde üyelik fonksiyonları ve bulanık sayı kavramları açıklanmıştır.

İkinci bölümde; bulanık doğrusal programlama yaklaşımı, bulanık doğrusal programlama modelinin formülasyonu, bulanık doğrusal programlama yaklaşımının uygulandığı alanlar, bulanık doğrusal programlamanın klasik doğrusal programlama ile benzerlikleri ve farklılıkları, bulanık ortamda karar verme konularına değinilmiştir. Ayrıca etkileşimli bulanık doğrusal programlama, parametrik programlama, üyelik fonksiyonu biçimleri ve bulanık doğrusal programlama modelleri ve bulanık doğrusal programlama problemlerinin çözümü için önerilen varsayımlar anlatılmıştır.

Üçüncü bölümde ise, bulanık doğrusal programlama modeli Tokat' ta faaliyet gösteren bir süt ürünleri fabrikasının üretim planlama problemine uygulanmıştır. Üretim planlama problemine uygulanan bulanık doğrusal programlama modelinin kurulması adım adım anlatılmış, problemin çözümü gerçekleştirilmiştir.

Sonuç bölümünde ise problemin çözümünden elde edilen sonuçlar değerlendirilmiştir.

BÖLÜM I

1.1. BULANIK MANTIĞIN TEMEL ELEMANLARI VE KAVRAMLARI

1.1.1. BULANIK MANTIĞIN TANIMI

Bulanık Mantık İngilizcede Fuzzy Logic şeklinde ifade edilmektedir. İngilizce fuzzy kelimesinin sözlük anlamı “bulanık, hayal meyal” demektir.[1]

Bulanık mantık iki anlamda kullanılmaktadır. Dar anlamda bulanık mantık, klasik iki değerli mantığın genelleştirilmiş halidir. Geniş anlamda ise bulanık kümeleri kullanan bütün teorileri ve teknolojileri ifade etmektedir.[2]

Bulanık mantık (Fuzzy Logic), geleneksel mantığın da ötesinde, bir önermenin tamamen doğru veya tamamen yanlış olması durumlarından ziyade, doğruluk ya da kısmi doğruluk değerlerini inceleyen bir mantık türüdür.[3]

Bulanık mantık, bulanıklığı açıklayan mantıktır. Daha geniş bir ifadeyle, bulanık mantık, üyelik dereceleri temel almış, ikili mantık’ın aksine çok değerli, matematiksel bir disiplindir. Bulanık mantık, yanlış veya doğru olma durumlarından ziyade, doğru olma durumunun olasılıklarına dayanır. Ayrıca, bulanık mantık uygulanışı, matematiksel modele ihtiyaç duymamaktadır.[4]

Bulanık mantık, klasik mantığın katı kalıplarından sıyrılmış daha gerçekçi bir matematik sunmuştur. Farklı algılar farklı deneyimler kazandırmıştır. Bulanık mantık yaklaşımı geliştirilen farklı durumların neticeye etkililiğini amaçlamaktadır.

---

[1] Özkan, C.G.(1999). *Fuzzy Lineer Programlamanın Bir Üretim Problemine Uygulanması*, Basılmamış yüksek lisans tezi, Marmara Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, s.1.

[2] Tuş, A.(2006). *Bulanık doğrusal programlama ve üretim planlamasında bir uygulama örneği*, Basılmamış yüksek lisans tezi, Uludağ Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, s.5.

[3] Ural, G.F. (2006). *Bulanık Doğrusal Programlama Yöntemi Kullanılarak Bir Sanayi Kuruluşunda Üretim Planlama Çalışmasının Gerçekleştirilmesi*, Basılmamış yüksek lisans tezi, Kocaeli Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, s.4.

[4] Kahya, E.(2003). *İnsangücü Seçiminde Bulanık Uzman Sistemler Yardımı İle İş Başvuru Formlarının Değerlendirilmesi*, Basılmamış yüksek lisans tezi, Erciyes Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, s.15.

Klasik mantık ile bulanık mantık kavramları şöyle açıklanabilir:

Bir öğrencinin sınav sonucunu klasik mantık yaklaşımına göre değerlendirildiğinde "başarılı" veya "başarısız" ifadeleri kullanılabilir. Sınavın sonucu "iyi" ya da " kötü" dür. Klasik mantık bize doğruyu böyle kesin çizgilerle buldurmuştur. Burada öğrencinin ne kadar "başarılı" veya "başarısız" olduğu hususu göz ardı edilmiştir. Halbuki önemli olan, öğrencinin "başarılı" veya "başarısız" olması değil, ne kadar "başarılı" olduğu ihtimalidir. İşte bulanık mantık bu noktada devreye girer. Başarılı olmak ile başarısız olmak arasında yer alan ihtimaller derecelendirilerek veriler esnekleştirilir ve daha gerçekçi sonuçlar elde edilir.

1.1.2. BULANIK MANTIĞIN ORTAYA ÇIKIŞI VE GELİŞİMİ

Bulanık mantığın tarihi çok eski zamanlara dayanmaktadır. Aristoteles'in "var ya da yok" yasalarına karşın Heraclitus, bir şeyin hem doğru hem yanlış olabileceği fikrini ortaya sürmüştür. Platon ise bu durumu daha da ileriye götürerek; "doğru" ve "yanlış" olmanın dışında, doğru ve yanlışın iç içe olduğu üçüncü bir durumdan bahseder. Ancak ilk kez Lukasiewicz 1900'lerin başında "olası" kavramını ortaya atmıştır. Bu kavram bulanık mantığın temelini oluşturmuştur. Lukasiewicz, doğru ile yanlış arasında sonsuz farklı değer olduğundan bahsetmiştir. Ancak, bu yaklaşım, o dönemlerde uygulamalarda çok fazla başarı elde edememiştir.[5]

Bulanık mantık (Fuzzy Logic) kavramı ilk kez 1965 yılında California Berkeley Üniversitesinden Prof. Lotfi A. Zadeh'in bu konu üzerinde ilk makalelerini yayınlamasıyla duyulmuştur. O tarihten sonra önemi gittikçe artarak günümüze kadar

[5] Ural,a.g.e., s.5.

gelen bulanık mantık, belirsizliklerin anlatımı ve belirsizliklerle çalışılabilmesi için kurulmuş katı bir matematik düzen olarak tanımlanabilir.[6] Zadeh'in 1965 yılında "Information and Control" adlı dergide yayınlanan "Bulanık Kümeler" adlı makalesi aslında iki yıl önce yazılmıştır fakat hiçbir dergi yayınlamayı istememiştir. Zadeh daha sonra yayınlamış olduğu makalelerde Bulanık Algoritması'nı ileri sürmüştür.

İlk çıktığı zamanlarda, bulanık sistemlerin doğrudan uygulaması olmadığı için, yapılan tartışmalar daha ziyade felsefi seviyede kalmış ve bunun sonucunda kuvvetli ve teorik temelleri olan ihtimaller teorisi ve istatistik yöntemleri ağır basmıştır. Ancak burada gözden kaçırılan basit bir nokta, sözel bilgilerin bulunması halinde istatistiğin fazlaca işe yaramadığıdır. Her ne kadar Bayesian teorisi gibi istatistik yöntem ile sözel bazı ifadelerin hesaplamalarda kullanılması mümkün ise de, bu yöntemlerin işleyişlerinde bazı temel kabuller (normal olarak dağılmış olmak, doğrusal olmak gibi) pratikte gerçekleşmemektedir. Bu sebeplerden, bulanık (fuzzy) sistemler dünyadaki hemen her araştırma merkezinde fazlaca rağbet görmemiştir. Özellikle de, Batı'da bu kavramlar nerede ise tamamen ihmal edilmiş, hoş karşılanmamıştır.[7]

1972 yılında Michio Sugeno bulanık ölçüm ve integral kavramlarıyla bulanık konusuna yeni bakış açıları getirmiştir. 1974 yılında, Ebrahan Mamdani, bulanık mantığı ilk kez bir buhar makinesinin kontrol aşamasında kullanmıştır.[8]

1978 yılında Zimmerman bulanık optimizasyonun temellerini oluşturmuştur. Böylelikle çok amaçlı ve doğrusal üyelik fonksiyonlu bir bulanık optimizasyonun

---

[6] http://www.odevsel.com/bilim/1870/bulanik-mantik-ve-kontroldeki-uygulamalari-fuzzy-lojik.html .(09.10.2008).

[7] Şen, Z.(2004). *Mühendislikte Bulanık (Fuzzy) Mantık İle Modelleme Prensipleri*, İstanbul: Su Vakfı Yayınları, s.8-9.

[8] Kahya,a.g.e., s.16.

geleneksel bir optimizasyona indirgeneceğini göstermiştir.[9] Yine 1978 yılında Homblad ve Ostergaard çimento fırını için ilk bulanık kontrolörü geliştirmiştir.[10]

1980 yılında F.H. Smitdth Japon Fuji Elektrik firmasında su arıtma sistemlerinin kontrolünde bulanık mantığı kullanmıştır. 1987 yılında bir Japon Firması olan Hitachi otomatik tren bulanık kontrol sistemini geliştirmiştir. Böylelikle 1990 yıllarda Japonya' daki ilk bulanık mantık öncüleri olmuşlardır.[11]

1989 yılında bulanık mantığa olan ilginin artması ile SGS-Thomson, Omron, Hitachi, Toshiba, IBM gibi dünya devlerinin yer aldığı 51 firma tarafından LIFE(Laboratory for interchange Fuzzy Engineering) laboratuarları kurulmuştur.[12]

1.1.3. BULANIK MANTIKTA BELİRSİZLİK KAVRAMI

İnsanoğlu bilgiye ihtiyaç duyduğu anda belirsizlik kavramı ile yüzleşmiştir. 20. yüzyılın ilk çeyreğine kadar belirsizlik kavramının en genel yaklaşımları Bayes ve Aristo tarafından ortaya atılmıştır. Bayes 17. yüzyılda yaşayan bir kilise papazı olup "tanrının varlığını" ispatlamak amacı ile var olan belirsizliğin bütün toplum içindeki üyelerin varlığına göre şartlı olduğunu ileri sürmüştür. Literatürde bunu ispat edip etmediğine dair kesin bir bilgi bulunmamaktadır. Aristo'nun ileri sürdüğü klasik mantık, ikili bir mantık düzenidir. Klasik mantıkta bilgi kıyas halindedir. Daha sonraları modern-ihtimal teorisi Kolmogrof tarafından geliştirilip bugünkü anlamdaki değerine kavuşmuştur. Belirsizlikle ilgili, bilinen en sistematik çalışma filozof Charles Sanders

---

[9]Karadayı, T.(2007). *Bulanık doğrusal programlama kullanılarak yapısal sistemlerin boyutlandırılması*, Basılmamış yüksek lisans tezi, Fırat Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, s.23.
[10]Tür, R., Kazaz,A., Yardımcı, A. "Antalya'da Faaliyet Gösteren İnşaat Firmalarına Yönelik Ekonomik Durum Analizi:Bulanık Mantık Yaklaşımı". 04.03.2009, http://www.e-kutuphane.imo.org.tr.
[11]Kahya,a.g.e., s.15.
[12] Uzun, O. (2006). Bulanık Karar Verme Sistemleri, Gaziosmanpaşa Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Matematik Anabilimdalı Semineri, s.2.

Peirce (1939-1904) tarafından yapılmıştır. Peirce göre "var olan her şey sürekli olduğundan, bilgiyi ancak, sürekli olanlar meydana getirir" yaklaşımından hareketle "belirsizliğin, hatalı bir düşünme veya ölçüm hatası sonucu değil, aksine her yerde mevcut olması gerektiğini" ileri sürmüştür.

Belirsizlik kaynaklarına göre üç grup altında toplanabilir. Bunlar,

i. Hatalı ölçümler

ii. Rastgele oluşum veya organize olamayan oluşumlar

iii. Muğlak tanımlamalar

şeklinde sıralanabilir.[13]

Aşağıda belirsizlik kavramının nereden geldiğine ve kaynaklarının neler olduğuna kısaca değinilmiştir. Aslında bu kavram tıpkı mantık kavramı gibi insanoğlunun zihnini meşgul eden çok ayrıntılı bir konudur. Bulanık mantıkta belirsizliğin yeri üzerinde daha ayrıntılı olarak durulacaktır.

Bulanık mantık, doğada istatistiksel olarak kesin olmayan ve belirsiz kaynaklar ile uğraşan bir tekniktir.[14] Belirsizlik bulanıklığı ifade eder. Kesin olmayan ve belirsiz kaynaklar bulanık kümeleri oluşturur.

Belirsizlik türleri aşağıda kısaca izah edilmiştir.

---

[13] Tatlı, H.(1997). *Bulanık Kümeler ve Meteroloji Uygulamaları*, Basılmamış yüksek Lisans Tezi, İstanbul Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, s.6.
[14] Zhang, H.C., Huang,S.H., (1994). "A Fuzzy Approach to Process Plan Selection", *I.J. of Prod. Res*., 32(6)., 1265-1279,s. 1265.

Stokastik belirsizlik

Bilgi eksikliğinden dolayı, sistemin gelecekteki durumları tam olarak bilinmeyebilir. Bu tür belirsizlik stokastik belirsizlik olarak adlandırılır.[15] Stokastik belirsizlik belirli bir olayın meydana gelişi hakkında içerilen belirsizliktir. Mesela; "Bu işi alma olasılığı %90'dır." ifadesi stokastik bir belirsizliktir.

Sözel belirsizlik

İnsanların kavramları değerlendirmede ve sonuçlar çıkarmada kullandıkları sözcüklerin yol açtığı belirsizliktir.[16] Örneğin, "şişman adam" "güzel kadın" gibi ifadelerin kesin bir tanımı yapılamaz. Güzellik kavramı, her insanın farklı tanımlamalar yapabileceği bir olgudur.

Bir stokastik olayın neticesi, ya doğrudur ya da yanlıştır. Ancak olayın kendisinden kaynaklanan kötü-tanımlı özelliğinden dolayı neticeleri doğru veya yanlış gibi kesin ifadelerle verilmeyebilir. Neticenin ne kadar yanlış ne kadar doğru olduğunun bir derecesi olmalıdır. Bulanık kümelere dayalı modelleme bunu gerektirir.[17]

Bulanık mantık teorisi, belirsizlik ifade eden neticeleri matematiksel ifadelere dönüştürür. "Şişman adam" ifadesi tek başına yetersizdir. Her insanın şişman tanımı farklıdır. 1,70 m boyundaki bir erkekle 1,90 m boyundaki bir erkeğin 100 kilo olduğunu düşünelim. Her ikisi içinde şişman ifadesini kullanmamız doğru olmaz. Burada tam anlamıyla bir belirsizlik durumu söz konusudur. Bulanık mantık bu belirsizlik durumunu şöyle açıklar: "1,70 m boyundaki bir erkek 90 kilonun üzerinde ise

---

[15] Tatlı, a.g.e., s.6.
[16] Ural, a.g.e., s.11.
[17] Tatlı, a.g.e., s.6.

şişmandır. 1,90 m boyundaki bir erkek 110 kilonun üzerinde ise şişmandır. Böylelikle 1,70 m boyundaki bir erkekle 1,90 m boyundaki bir erkeğin şişmanlık sınırları belirlenmiştir. Diğer bir ifadeyle şişmanlık kümeleri belirlenmiştir.

Bulanık mantık yaklaşımı, böylesine belirsizlik halinde olan durumlarda karar süreçlerinde çok daha doğru ve kesin sonuçlar elde edilmesini sağlar.

1.1.4. BULANIK DİLSEL DEĞİŞKENLER

Dilsel değişkenler bulanık mantık sistemlerinin temel elemanlarıdır. Bulanık mantıkta bir takım ifadeler sayısal değerlere dönüştürüldüğü için bulanık mantık sisteminde dilsel değişkenler kullanılmaktadır.

Bulanık mantığı diğer mantık sistemlerinden ayıran en önemli özeliklerden biri de dilsel değişkenlerin kullanımına izin vermesidir. Değişken değeri olarak bir dildeki kelimeleri alabilen değişkene dilsel değişken(sözel), bir diğer adıyla linguistik değişken denir. Burada sözü edilen kelimeler, geleneksel küme teorisinde sınır koşulunu net olarak ifade edemeyen kelimelerdir. Bazı kelimelerin anlamı, karmaşıklık, subjektiflik veya belirsizlik gösterebildiği için, sözel değişkenin bulanık kümelere dayanarak tanımlanması gerekir. Sözel değişkenler, net olarak ifade edilemeyen kavramların yaklaşık olarak nitelenebilmesini sağlar. Böylece sözel değişkenler, sözel ifadeleri matematiksel olarak ifade edebilmesi için bulanık kümelerin kullanımını gerektiren bir araç haline gelirler.[18]

Dilsel değişkenler, “sıcak” veya “soğuk” gibi kelimeler ve ifadelerle tanımlanabilen değişkenlerdir. Bir dilsel değişkenin değerleri bulanık kümeleri ifade

[18] Özkan, M.M.(2003).*Bulanık Hedef Programlama*. Bursa: Ekin Kitabevi, s.126.

edebilmektedir. Örneğin oda sıcaklığı dilsel değişken için "sıcak", "soğuk", veya "çok soğuk" ifadelerini alabilmelidir.[19]

Günlük hayatta nümerik olmayan ve tam olarak tanımlanamayan dilsel niteleyicilerle problemler çözülür. Örneğin, bir evin bulunacağı yerleşim yerini seçerken, ucuz, kolay ulaşılabilir, trafik sorunu olmayan vb. gibi bir çok kriter göz önüne alınır. Ya da bir araba alırken konforlu, sağlam, yakıt tasarrufu olan ve en önemlisi fiyatı uygun olanı tercih edilir. İşte göz önünde bulundurulan bu dilsel değişkenlerin hepsi bulanıklık arz eder. Çünkü, ne fiyatların ucuzluğunda ne de konforda bir sınır yoktur.[20]

Bir dilsel değişkenin değeri birbirine bağlı anatomik terimlerden oluşan birleşik bir terimdir. Bu terimleri dört ayrı grupta incelenebilir;

i. Birincil terimler; Tanım uzayının bulanık alt kümelerini tanımlayan etiketlerdir. Mesela; "sıcak", "soğuk" gibi.

ii. Geleneksel mantıkta kullanılan bağlaçlar: Mesela; "ve, veya, değil, ise, ancak ve ancak" gibi.

iii. Pekiştirmeler yani uyarlayıcılar: Mesela; "hemen hemen, çok, az, daha, oldukça" gibi.

iv. İşaretler, yani parantezlerdir.[21]

Literatürde sıkça kullanılan uyarlayıcılar; yoğunlaşma, açılma ve güçlendirme tanımlarına göre oluşturulur. Yoğunlaşma, bulanık kümedeki elemanların üyelik derecelerini sıfıra doğru yaklaştırmanın amaçlandığı uyarlayıcıdır. Açılma ile bulanık

---

[19]Kahya, a.g.e., s.31.
[20]Ural, a.g.e., s.13.
[21]Kahya, a.g.e., s.31.

bir kümedeki elemanların üyelik derecelerinin 1'e doğru yaklaştırılması hedeflenir. Güçlendirme ile üyelik derecesi 0,50'den küçük olan elemanların üyelik dereceleri sıfıra, üyelik derecesi 0,50'den büyük olan elemanların üyelik derecesi 1'e yaklaştırmaya çalışılır.

Dilsel değişken, yapısal olarak;

<x,T(x),U,G,M> ile gösterilen beş bileşenden oluşur.[22]

x: Dilsel değişkenin ismidir.

T(x): Dilsel değişkenlerle ilişkilendirilen kavramlardan oluşan bir terimler kümesidir.

U: Dilsel değişkenin tanımlı olduğu evrensel kümedir.

G: Dilsel değişkenin terimler kümesini oluştururken kullanılan, söz dizimsel ve gramere dayalı bir kuraldır.

M: Terimler kümesini evrensel küme U da tanımlı olan bulanık kümelerle ilişkilendiren, anlama dayalı bir kuraldır.

Hava sıcaklığının incelenmesi halinde, sözel değişken x=Isı olarak kabul edilir. Buna göre ısı değişkeni ile ilgili terimler kümesi, T(Isı):[Soğuk, Ilık, Sıcak] şeklinde ifade edilebilir. Gramere dayalı kural G, terimler kümesindeki her bir elemanın evrensel kümeyi göz önünde bulundurarak sıralanması anlamına gelir. Anlama dayalı kural M,T(Isı) ile ifade edilen terimler kümesindeki her bir elemanın evrensel küme U da tanımlı olan bir üyelik fonksiyonu ile eşleştirilmesi anlamına gelir. Evrensel küme U, ısı değişkeninin Santigrat °C gibi nicel bir ölçüte göre belirlenmesidir.[23]

[22] Özkan, M.M. (2003). a.g.e.s.127.
[23] Özkan, M.M.(2003). a.g.e., s.127.

1.1.5. BULANIK TEORİ İLE OLASILIK TEORİSİ ARASINDAKİ FARKLAR

Bulanık mantık, çoklu değer (multivalued) mantığı, olasılık teorisi, yapay zeka ve yapay sinir ağları alanları üzerine oturtulmuş, olayların oluşum olasılığından ziyade oluşum dereceleriyle ilgilenen bir kavramdır.[24]

Bulanık mantık olgun, başarılı olarak kaydedilen olasılık teorisine karşılık can sıkıcı bir icat diye nitelendirilmiştir. Bu nedenle bulanık mantık teorisi uzunca bir süre kabul görmemiştir. Olası belirsizlikle, bulanık belirsizlik arasındaki ayrım üzerinde Bellman ve Zadeh'te(1970) çalışmışlardır. Jain'de(1976) olasılık ve bulanıklığı, belirsizliğin farklı formları olduğunu ileri sürmüştür. Jain'e göre; tesadüfsel, muhtemel belirsizlik şüphelilik ve bulanık belirsizlik ise kesinsizliktir.[25]

Olasılık ile bulanıklık arasındaki en önemli fark, bulanıklığın "deterministik-belirsizlik" olmasıdır.[26] Olasılık, olayın oluşundaki kesin olmayışlığı ifade eder. Yani olay olabilir de olmayabilir de. Bulanıklık ise olaydaki belirsizliği ifade eder. Bir olayın olup olmadığını değil, hangi dereceye kadar olduğunu ölçer. Bulanık, genel olarak "gerekirlik"(deterministik) olmasına rağmen, olasılık "tahminsel"(stokastik)tir.[27]

Bu durum bir örnekle şöyle açıklanabilir; Bir çölde kaybolduğumuzu farz edelim. Suyumuz yok. İçerisinde 100 adet şişenin bulunduğu 2 paket bulduk. Bu paketlerde hileli bir oyun var. Paketlerden birinde bir etiket var ve üzerindeki yazıda şöyle diyor: "UYARI: Sadece tatları ve görünüşleri su gibi olan bu şişelerden biri

---

[24] Türkbey, O.(2003). Çok Amaçlı Makine Sıralama Problemi İçin Bir Bulanık Güçlü Metod, *DEÜ Mühendislik Fakültesi Dergisi*, 5.Cilt, Sayı 3, s.84.

[25] Ural, a.g.e., s.17.

[26] Ural, a.g.e., s.17;Meier, W., Weber, R., Zimmermann, H.J.(1994). "Fuzzy Data Analysis, Methods And Industrial Applications", *Fuzzy Sets and Systems*, 61,19-28.

[27] Bmd giriş,27 Şubat 2009. www.omerfarukbay.com/yntc/uploaded/file/EBE-563/bmd_giris.pdf.

ölümcül bir zehir içermektedir." İkinci pakette ise şu uyarı vardır: "Bu paketteki şişelerin içindeki sular zehir ile bir miktar karıştırılmıştır." Yani bir miktar içilebilir. İki paket tamamen bir şans uygulamasına örnektir. Zehirli şişeden içip ölme olasılığı 1/100 oranındadır. İkinci paket bir bulanıklık örneğidir. Bu paketteki şişelerden fazla içmedikçe içindeki zehir öldürücü değildir. Öldürücülük şişeden çok su içmeye bağlıdır. Yani zehrin öldürücülüğü ne kadar içildiğine bağlıdır. Tamamen bir kesinlik söz konusu değildir. Tamamen bir kesinlik yoktur. Fakat birinci paketteki durum böyle değildir. İçen kişi zehirli şişeye denk gelmişse ölecektir.[28]

Sonuç olarak olasılık teorisi kesinliklerle çalışır. Bir olay olabilir de olmayabilir de. Ama bulanık teori belirsizliklerin anlatımı ve belirsizliklerle çalışılan bir teoridir. Bu nedenle daha akla mantığa yakın neticeler verir.

1.1.6. BULANIK MANTIK NE ZAMAN KULLANILIR?

Bulanık mantığın en güçlü uygulamaları, doğrusal olmayan veya girdilerinde veya tanımlamalarında belirsizlikler bulunan karmaşık sistemlerin gerçekleştirilmesindedir.[29] Matematikçilerin elinde bir sistemin girdilerine yanıt verecek özel algoritmalar olmadığı zaman, bulanık mantık belirsiz niceliklere başvuran "sağduyulu kurallar kullanarak sistemi denetleyebilir ve betimleyebilir. Örneğin, hiçbir matematiksel model bir kamyonun yükleme yerinden park yerine gidişini, kamyonun hareket noktası rastgele seçilebiliyorsa yönetemez. Hâlbuki bir insan veya bir bulanık mantık sistemine göre "Kamyon biraz sola dönerse sende biraz sağa çevir" gibi pratik,

[28] Fuzzy Sistemler. 1 Mart 2009.,http://www.odevarsivi.com .
[29] Özkan, C-G.(1999). a.g.e, s.25;Pamir,B., Bulanık Mantık Konusunda Bilmek İstedikleriniz, *Byte dergisi*, Şubat 1994,s.152.

ancak kesinlik taşımayan kurallar kullanılarak bu doğrusal olmayan kılavuzluk görevini yerine getirebilir.[30]

Zadeh doğal veya insan yapısı, sistemlerin modellenmesi ve kontrolü için bulanık mantığın en iyi olduğunu savunmuştur. Kontrol sistemlerinin geliştirilmesinde bu yöntemin kullanılması onu şaşırtmıştır.[31] Bulanık mantık birçok alanda matematiksel modellerden daha iyi sonuç vermektedir. Bulanık Mantığın Kullanıldığı Alanlar başlığı altında uygulama alanlarından ayrıntılı olarak bahsedilecektir.

1.1.7. BULANIK MANTIĞIN KULLANILDIĞI ALANLAR

Bulanık mantığın uygulama alanları olarak; Proses Kontrolü, Uzman Sistemler, Robotik, İz Tanıma, Otomatik Kontrol, Karar Verme, Üretim Planlama, Yöneylem Araştırması, Optimizasyon, Görüntü Tanımlama, Bilgi Sistemlerini sayabiliriz. Günümüzde Fizik, İşletme, Biyoloji, Mühendislik gibi birçok alanda kullanılmaktadır.

Bulanık mantık ilk olarak bir çimento fabrikasında uygulanmıştır. Çimento fırını, içinde kireç taşı ve kilin 1000-1400 °C de reaksiyona girdiği dönen bir odadan oluşur. Kimyasal reaksiyonların kompleksliği ve fırının içinin durumu hakkında çok az ölçüm yapabilme olanağı olduğu için proses kontrolü çok zordur. Fakat usta bir operatörü oldukça yüksek bir verimle çıktının istenen limitler arasında olmasını sağlayabilmektedir. Operatör bunu 40-50 pratik kuralı uygulayıp girdileri kontrol ederek başarmaktadır. İşlemleri otomatikleştirirken herhangi bir zamanda birçok kuralın belli oranda etkili olması ve bunun da karışıklığa yol açması esas problemdir. Operatör pratik bir biçimde kuralların etkinliğini ve nasıl uygulanacağını dengeleyip doğru hale

[30] Bulanık Mantık ve Kontroldeki Uygulamaları.07.09.2008.www.veribaz.com/viewdoc.html.
[31]Özkan,C.G.(1999). a.g.e., s.25.

getirinceye kadar uğraşarak kontrolü sağlamaya çalışmaktadır. Bu kurallar "nispeten yükselt", "biraz azalt" gibi bulanık terimlerle ifade edilmektedir. Operasyon esnasında her kuralın uygulanma miktarı, kuralda belirtilen şartları sağlayan fırının o anki duruma göre mikrokontrolör tarafından belirlenmektedir. Sonuç hareketi her kuralın o kuraldaki şartların hangi derecede sağlandığına bağlı olan ağırlıklı ortalamasıyla belirlenmektedir. Bu uygulamalar sonucunda hem yakıt hem de sabit ürün kalitesi sağlanmıştır.[32]

1977 yılında buhar makinesinin kontrolünün bulanık sistem ile modellenmesi yapılmıştır. Bulanık mantık kavramı özellikle Japonya, Singapur, Kore ve Malezya'da kendisini göstermiştir.

Bulanık mantık konusunda yapılan araştırmalar Japonya'da oldukça fazladır. Özellikle fuzzy process controller olarak isimlendirilen özel amaçlı bulanık mantık mikroişlemci çipinin üretilmesine çalışılmaktadır. 1980 yılından sonra Japonya'da bulanık sistem elektrikli süpürgeler, asansörler, metro, şirket işletimi ve veri tabanlarının özelleştirilmesi gibi konularda yaygın bir biçimde kullanılmaya başlanmıştır.[33]

1990 yılında bulanık mantık fotoğraf makinelerinden ev aletlerine ve hatta ekonomide özellikle borsada bunun gibi birçok değişik alanda kullanılmıştır. Günümüzde bulanık mantık uygulamalarına yönelik yazılımlar ve donanımlar piyasada hazır olarak bulunmaktadır. Panasonic firması elle tutulması durumunda çekim sırasındaki sarsıntıları ortadan kaldıran video kayıt cihazı üretmiştir. Subaru ve Nissan firmaları otomobil vites sisteminde, araba kullanış stilinin ve motor yükünün sezilerek uygun dişli oranının seçimi, yine Nissan ABS fren sistemlerinin olduğu otomobiller

---

[32] Kızıltuğ,M.H.(1999). *Vergileme'de Bulanık Modeller ve Bir Optimizasyon Modeli Uygulaması*, Basılmamış yüksek lisans tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, s.49-50.

[33] http://www.odevsel.com/bilim/1870/bulanik-mantik-ve-kontroldeki-uygulamalari-fuzzy-lojik.html.

üretmişlerdir. Fujitsu, Toshiba, Hiatchi ve Mitsubishi büyük asansör denetim sistemlerini gerçekleştirmişlerdir.[34]

Bulanık mantık insani aktivitelerin modellenmesinde de kullanılmıştır. Çinli metorolojistler en iyi kauçuk ağacı yetişebilecek alanları belirlemek için bulanık modeller kullanmışlardır.[35] Bundan başka uzay araştırmaları ve havacılık endüstrisinde de kullanılmaktadır. Nasa'da bir grup araştırmacı uzay mekiğinin yakıt tüketimini üç katına kadar azaltmayı ve sistem güvenilirliğinin artmasını sağlamışlardır.

Görülüyor ki bulanık mantık günümüze kadar en fazla denetim sistemlerinde kullanılmıştır. Bu nedenle denetim sistemlerindeki uygulama alanlarını somut bir şekilde gösteren aşağıdaki tablo düzenlenmiştir.

[34] Özkan, C.G.(1999). a.g.e., s..26;Başbuğ,A., "Bulanık Teknoloji",*Byte Dergisi*,Şubat 1994, s.161.
[35] Kızıltuğ,a.g.e, s.52.

Tablo:1.1. Bulanık Denetim Uygulamaları

ÜRÜN	FİRMA	BULANIK MANTIĞIN İŞLEVİ
Asansör Denetimi	Fujitec –Toshiba Mitsubishi Hitachi	Yolcu trafiğini değerlendirir. Böylece bekleme zamanı azalır.
SLR Fotoğraf Makinesi	Sanyo –Fisher Canon-Minolta	Ekranda birkaç obje olması durumunda en iyi fokusu ve aydınlatmayı belirler
Çamaşır Makinesi	Matsushita	Çamaşırın kirliliğini, ağırlığını, kumaş cinsini sezer, ona göre yıkama programını seçer.
Elektrik Süpürgesi	Matsushita	Yerin durumunu ve kirliliğini sezer ve motor gücünü uygun ayarlar.
Su Isıtıcısı	Matsushita	Isıtmayı, kullanılan suyun miktar ve sıcaklığına göre ayarlar.
Klima	Mitsubishi	Ortam koşullarını değerlendirerek en iyi çalışma durumunu algılar, odaya birisi girerse soğutmayı arttırır.
ABS Fren Sistemi	Nissan	Tekerleklerin kilitlenmeden frenlenmesini sağlar.
Çelik Endüstrisi	Nippon Steel	Geleneksel denetleyicilerin yerini alır.
Sendai Metro Sistemi	Hitachi	Hızlanma ve yavaşlamayı ayarlayarak rahat bir yolculuk sağlanmasının yanı sıra durma konumunu iyi ayarlar, güçten tasarruf sağlar.
Çimento Sanayi	Mitsubishi Chem	Değirmende ısı ve oksijen oranı denetimi yapar.
Televizyon	Sony	Ekran kontrastını, parlaklığını ve rengini ayarlar
El Bilgisayarı	Sony	El yazısı ile veri ve komut girişineolanak tanır.
Hisse Senedi Alım Satım Programı	Yamaichi Securities	Hisse senedi portfolyosunu idare eder
Hata Diyagnozu	Guangzhou	Bir süreçte hatanın nereden kaynaklandığını bulur.
Üretim Planlaması	Turksen	Üretim planlamasında bulanık mantık kullanır.

1.1.8. BULANIK MANTIĞIN AVANTAJLARI VE DEZAVANTAJLARI

Bulanık mantığın avantajlarından başlıcaları şunlardır:

i. Günlük hayatta belirsiz, karmaşık, doğrusal olmayan sistemlerin denetimine basit çözümler geliştirir.

ii. Sistem basit bir modelle tanımlanabiliyorsa geleneksel bir denetim yeterlidir. Karmaşık bir sisteme geleneksel bir mantık uygulamak hem çok zor hem de çok maliyetli olacağı için bulanık mantık denetimi tercih edilmelidir. Bulanık mantık denetimi geleneksel mantığa göre sistemi daha iyi analiz eder ve daha ekonomiktir.

iii. Bulanık mantıkta daha küçük bir yazılımla hızlı sonuçlar elde edilir. Çünkü işaretler bir ön işleme tabi tutulur ve çok geniş bir alana yayılan değerler az sayıda üyelik fonksiyonlarına indirgenir.

iv. Az sayıda değer olduğu için üzerinde uygulanacak kural sayısı da azdır. Böylelikle sonuca ulaşmak daha hızlı bir şekilde gerçekleşir.

v. Özel gelişmiş bir donanım söz konusu olduğunda sonuca daha hızlı ulaşılır. Bulanık denetim yazılım boyutlarının daha küçük olmasını sağladığından, dış bellek kullanımına gerek kalmaz.

vi. Doğrudan kullanıcı girişlerine ve kullanıcının deneyimlerinden yararlanabilmesine olanak sağlar.

Bulanık mantık yaklaşımına bu avantajlarının yanı sıra bir takım eleştiriler de getirilmiştir. Bunlardan birkaçı aşağıdaki gibidir:

i. Bulanık mantık denetleyicilerinin süreç hakkında daha fazla bilgi ve algılayıcıya ihtiyaç duyması, böylelikle daha pahalı ve daha az güvenilir olduğu düşünülmektedir. Oysa bu her zaman doğru değildir.

ii. Bulanık mantık denetleyicilerinin geleneksel denetleyiciden daha iyi sonuçlar elde ettiği fakat aynı iyi performansın doğrusal olmayan denetleyici aracılığı ile de sağlanabileceği savunuluyor. Savunulan düşünce doğrudur ama doğrusal olmayan denetleyici, bulanık denetleyicide olduğu gibi daha küçük kapasiteli bir işlemci ile gerçekleşemeyecektir.

Bulanık mantık sisteminin bazı dezavantajları da vardır. Bunlardan birkaçı aşağıdaki gibidir:

i. Bulanık denetimde kurallar deneyime bağlıdır. Dolayısıyla uygulamada kullanılan kuralların oluşturulması uzmana bağlıdır.

ii. Üyelik fonksiyonlarının seçiminde belirli bir yöntem yoktur. Deneme ile bulunur. Bazen çok uzun zaman alabilir.

iii. Denetlenen sistemin kararlılık analizi yapılamaz. Sistemin önceden nasıl bir cevap vereceği tahmin edilemez. Burada benzetim çalışmasından faydalanılır.

iv. Bulanık mantık sisteminin öğrenemez ya da öğretilemez olması.

1.2. BULANIK KÜME TEORİSİ

1.2.1. BULANIK KÜME TANIMI VE BULANIK KÜMELERİ ÖZELLİKLERİ

Küme kavramı, nesneler hakkında bilgiyi düzenlemek, özetlemek ve genelleştirmek için kullandığımız bir kavram olup konuya ilişkin bilginin sistematik olarak bir arada toplanmasını sağlar. İyi tanımlanmış nesneler topluluğuna küme, bir kümeyi oluşturan nesnelerin her birine kümenin elemanları ve üzerinde çalıştığımız kümelerin her birini alt küme olarak kabul eden en geniş kümeye evrensel küme denir.[36]

Geleneksel(klasik) küme teorisinde evrensel kümede yer alan küme elemanları ortak özelliklerine göre oluşan alt kümelerdir. Geleneksel kümenin elemanları "var" ya da "yok" tur. [37] Başka bir deyişle, klasik küme kavramında bir kümeyi oluşturan elemanların o kümeye ait olup olmadıkları kesin olarak bilinir. Geleneksel bir kümenin matematiksel ifadesi sonlu bir küme ise,

$E=\{a_1, a_2, \ldots , a_n\}$

Sonsuz bir küme ise,

$E=\{a_1,\ldots , a_n,\ldots\}$

şeklinde ifade edilir. E, evrensel küme, a_i ise, evrensel küme elemanıdır.

A evrensel kümenin bir alt kümesi olsun. x de bu kümenin elemanı olsun. Bu durum matematiksel olarak:

$\forall x\in: \mu_A(x) \in\{0,1\}$

---

[36] Özkan,M.M.(2003).a.g.e., s.2.

[37] Elmas, Ç.(2003). *Bulanık Mantık Denetleyicileri(Kuram, Uygulama, Sinirsel Bulanık Mantık)*, Ankara: Seçkin Kitabevi, s.53.

şeklinde ifade edilir.

$\mu_A(x)$ A elemanlarını {0,1} kapalı aralığına eşleyen bir üyelik fonksiyonudur.[38] Başka bir ifade ile "karakteristik fonksiyon" olarak da adlandırılır.[39] $A \subset E$ ise;

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1, & x \in A \\ 0, & x \notin A \end{cases}$$

şeklindedir.[40] Burada $x \in A$ ifadesinde x, A kümesinin elemanıdır. $x \notin A$ ifadesinde x, A kümesinin elemanı değildir. A nın karakteristik fonksiyonu, x A nın elemanı olduğunda 1, diğer durumda 0'dır.

Bulanık küme kavramı, klasik küme kavramının genel bir halidir. Yani, bulanık küme kavramının tanımları, teoremleri ve ispatları bulanık olmayan kümeler için de geçerlidir.[41]

Zadeh Ã bulanık kümesini X sonlu bir küme ise $X=\{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$

$$\tilde{A}= \mu_{\tilde{A}}(x_1)/ x_1 + \mu_{\tilde{A}}(x_2)/ x_2+ \ldots + \mu_{\tilde{A}}(x_n)/ x_n = \sum_{i=1}^{n} \mu_{\tilde{A}} (x_n)/ x_n$$

X sonlu bir küme değilse $X=\{x_1,x_2,\ldots\}$

$$\tilde{A}=\int_{x} \mu_{\tilde{A}}(x)/xdx$$

Her iki eşitlikte yer alan ayrım işareti "/" x elemanının Ã bulanık kümesine aitlik (üyelik) derecesini göstermektedir. "+" işareti ise Bole cebri anlamında birleşme işaretidir.[42]

---

[38] Özkan,M.M.(2003).a.g.e., s.2.
[39] Tuş, a.g.e., s.9-10.
[40] Bojadziev,G., Bojadziev,M.(1995. *Fuzzy Sets, Fuzzy Logic, Applications*, London: World Scientific, p.104.
[41] Tuş, a.g.e.,s.11.

Bulanık küme, üyeleri kesin olarak belirli olmayan ama aday elemanların bu kümeye ait olma üyelik derecelerinin bilindiği bir kümedir. Bulanık kümelerde üyelik derecesi 0' dan 1' e herhangi bir değeri alabilir ve geleneksel kümelerden bu noktada ayrılır. $A \subseteq X$ kümesinin üyelik derecesi [0,1] gerçel sayılar aralığı kabul edilir ise, Ã kümesi "bulanık küme" olarak adlandırılır ve geleneksel bir A kümesinden farklı olarak üzerine "~" simgesi alarak Ã ile gösterilir. Burada "0" sayısı, ilgili nesnenin kümenin elemanı olmadığını, "1" sayısı ise ilgili nesnenin kümenin elemanı olduğunu gösterir. Bu iki değer (0 ve 1) arasında yer alan değerler ise, nesnenin kümeye aitlik derecesini başka bir ifadeyle kısmi üyeliğini belirtir. Nitekim bulanık bir kümede, kümenin elemanı olmayan nesnelerden, kümenin elemanı olan nesnelere doğru esnek ve dereceli bir geçişe izin verilir.[43]

Ã, X in bulanık alt kümesi olmak üzere,

$\mu_{\tilde{A}}(x): X \rightarrow [0,1]$

Ã bulanık kümesinin üyelik fonksiyonudur.[44]

Bulanık bir kümenin matematiksel olarak farklı gösterim şekilleri vardır. Bulanık küme teorisini ortaya atan Zadeh 1965 yılında bulanık kümeyi,

$\tilde{A}=\{(x, \mu_{\tilde{A}}(x)) \mid x \in X\}$

biçiminde tanımlamıştır.

Kaufman ve Gup 1988 yılında,

---

[42] Yalçın-Seçme, N.(2005). *Klasik Doğrusal Programlama ve Bulanık Doğrusal Programlamanın Karşılaştırılmalı Bir Analizi: Üretim Planlama Örneği*, Basılmamış yüksek lisans tezi, Erciyes Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, s.8.

[43] Özkan, M.M.(2002). *Bulanık Doğrusal Programlama ve Bir Tekstil İşletmesinde Uygulama Denemesi*, Basılmamış Doktora Tezi, Uludağ Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, s.10.

[44] Nguyen,H.T., Walker,E.A.(2006). *A First Course in Fuzzy Logic Third Edition*, Chapman& Hall /CRC, p.4.

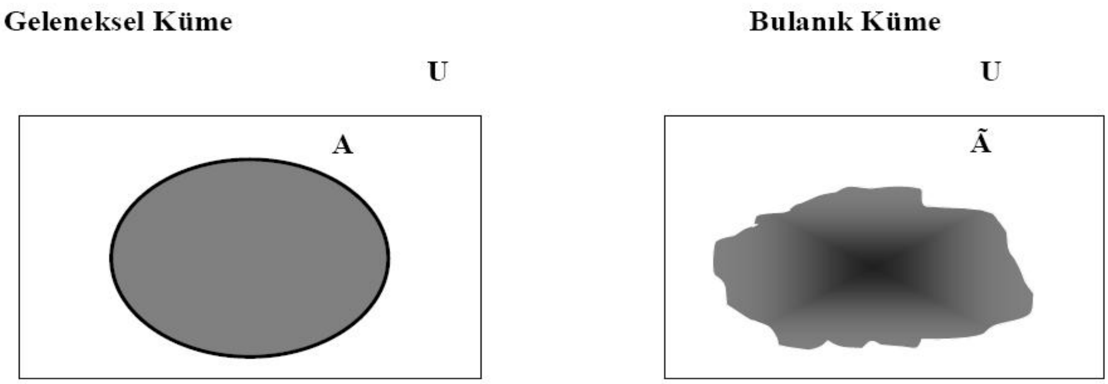
$\forall$xE: $\mu_{\tilde{A}}(x) \in [0,1]$

Lai ve Hwang ise 1992 yılında,

$\tilde{A}=\{x, \mu_{\tilde{A}}(x) \mid x \in E\}$

biçiminde tanımlamışlardır. Yapılan tanımlamalarda “X” ve “E” evrensel kümeyi ifade etmektedir.

Bulanık bir kümeyle geleneksel bir kümenin farklılığı aşağıdaki şekiller yardımı ile daha iyi anlaşılabilmektedir.



Şekil: 1.1. Bulanık Küme ve Geleneksel Küme Gösterimi

Şekillerde de görüldüğü gibi, geleneksel kümeler kesin sınırlara sahiptir. Bulanık kümeler ise, kesin sınırlara sahip değildir. Sınırların kesin olmayışı durumunu, bulanık kümelerdeki farklı üyelik derecelerine sahip elemanlar ortaya çıkarır. Bilindiği üzere geleneksel kümede üyelik derecesi kavramında sadece iki değer mevcuttur. Bunlar tam üyelik derecesinin söz konusu olduğu durumda “1”, üyelik söz konusu olmadığında “0” dır.[45]

[45] Ural, a.g.e., s.20.

Bulanık kümelerin, klasik kümelerle benzer özellikleri vardır. Bunları başlıklar halinde aşağıda açıklanmıştır[46]

i. Birleşme Özelliği

$\tilde{A} \cup \tilde{B}$ kümesinin üyelik fonksiyonu $\mu_{\tilde{A} \cup \tilde{B}}(x)$, $x \in X$ in her değeri için aşağıdaki gibi ifade edilir.[47]

$\mu_{\tilde{A} \cup \tilde{B}}(x) = \text{Max}\ \{\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(x)\}$

Örneğin, "uzun boylular" kümesine 0,5 üyelik derecesiyle, "şişmanlar" kümesine de 0,3 üyelik derecesiyle üye olan bir kişi, bu kümelerin birleşimi olan "uzun boylular VEYA şişmanlar" kümesine 0,5 üyelik derecesiyle üyedir.

ii. Kesişme Özelliği

$\tilde{A} \cap \tilde{B}$ kümesinin üyelik fonksiyonu $\mu_{\tilde{A} \cap \tilde{B}}(x)$, $x \in X$ in her değeri için aşağıdaki gibi ifade edilir.

$\mu_{\tilde{A} \cap \tilde{B}}(x) = \text{Min}\ \{\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(x)\}$

Birleşme özelliğindeki örnekten yola çıkarsak; "uzun boylular" kümesine 0,5 üyelik derecesiyle, "şişmanlar" kümesine 0,3 üyelik derecesiyle üye olan bir kişi, bu kümelerin kesişimi olan "uzun boylular VE şişmanlar" kümesine 0,3 üyelik derecesiyle üyedir.

---

[46] Aydın, N.(2007). *Katı Atık Yönetiminde Optimal Planlama İçin Bulanık Doğrusal Programlama Yaklaşımı*, Basılmamış yüksek lisans tezi, Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, s. 64.

[47] Bellman, R.E, Zadeh, L.A. (1970). *Decision- Making In A Fuzzy Environment*, University Of California, Nasa Contractor Report, Berkeley, p.9.

iii. Evrik Olma Özelliği

Bulanık Ã kümesinin evriği $x \in X$ in her değeri için $\mu_{\tilde{A}}(x)$ üyelik fonksiyonu türünden aşağıdaki gibi gösterilir.

$\mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_{A}(x)$

Örneğin; "şişmanlar" kümesine 0,3 üyelik derecesiyle üye olan bir kişi, bu kümenin evriği olan "şişman olmayanlar" kümesine 0,7 üyelik derecesiyle üyedir.

Bulanık kümelerde cebirsel işlemler ise aşağıdaki gibidir:

i. Cebirsel Toplam

Ã ve B̃ nin x lerden oluşan bulanık kümeler olduğu varsayılmıştır . Ã ve B̃ nin cebirsel toplamları:

$\mu_{\tilde{A}+\tilde{B}}(x) = \mu_{\tilde{A}}(x) + \mu_{\tilde{B}}(x) - \mu_{\tilde{A}}(x) * \mu_{\tilde{B}}(x) \quad x \in X$

olarak ifade edilir.[48]

ii. Cebirsel Çarpım

Ã ve B̃ nin x lerden oluşan bulanık kümeler olduğu varsayılmıştır . Ã ve B̃ nin cebirsel çarpımları:

$\mu_{\tilde{A}\tilde{B}}(x) = \mu_{\tilde{A}}(x) * \mu_{\tilde{B}}(x) \quad x \in X$

olarak ifade edilir.[49]

[48] Uzun,a.g.e., s.8.
[49] Uzun,a.g.e., s.8.

iii. Cebirsel Fark

Ã ve B̃ nin x lerden oluşan bulanık kümele r olduğu varsayılmıştır . Ã ve B̃ nin cebirsel farkları:

$\mu_{\tilde{A}\cap\tilde{B}}(x)=\min\{\mu_{\tilde{A}}(x),\mu_{\tilde{B}}(x)\} \qquad x\in X$

$\mu_{\tilde{A}\cap\tilde{B}}(x)=\min\{\mu_{\tilde{A}}(x)\wedge\mu_{\tilde{B}}(x)\} \qquad x\in X$

olarak ifade edilir.[50]

1.2.2. TEMEL BULANIK KÜME KAVRAMLARI

Bu bölümde bulanık kümelere ait temel kavramlardan bahsedilecektir. Bunlar; destek kümesi, kernel kümesi, sınır kümesi, alfa kesim kavramı, eşitlik kavramı, kapsama, bulanık kümelerde üs alma, Kartezyen çarpım kümesi, yükseklik, normallik, konvekslik ve konkavlık, kardinalite, merkez kavramı, bileşenlere ayırma ve betimleme teoremi ile genişleme kuralıdır.

1.2.2.1. Destek Kümesi

Bulanık bir kümenin üyelik fonksiyonunda, üyelik derecesi sıfırdan büyük olan elemanların bir araya getirildiği kümeye destek kümesi denir. Destek kümesi, bulanık olmayan veya geleneksel bir kümedir.[51]

---

[50] Kahya, a.g.e., s.27;Idri, A.&Abran,A. "A Fuzzy Logic Based Set Of Measures For Software Project Similarity: Validation and Possible Improvements", 7th IEEE *International Software Metrics Symposium*, 2001 - doi.ieeecomputersociety.org Mortreali Quebec, Canada,p.3.

[51] Özkan, M.M. (2003). a.g.e., s.40.

E evrensel kümesindeki $\mu_{\tilde{A}}(x)$ noktalarının oluşturduğu kümeye Ã nın desteği denir.[52] Diğer bir deyişle , Ã bulanık kümesinin desteği , E evrensel kümesinin kesin alt kümesi olarak tanımlanır.[53]

Destek kümesi matematiksel olarak aşağıda verildiği gibi tanımlanır.[54]

$$\text{Destek}(\tilde{A})=\{x \in U \mid \mu_{\tilde{A}}(x) > 0\}$$

1.2.2.2. Kernel Kümesi

Kernel kümesi, Ã bulanık kümesine tamamıyla üye olan ya da üyelik derecesi 1 olan elemanların oluşturduğu kesin bir kümedir.[55] Bu küme matematiksel olarak aşağıda verildiği gibi tanımlanır.[56]

$$\text{Kernel}(\tilde{A})=\{x \in U \mid \mu_{\tilde{A}}(x)=1\}$$

Eğer Ã bulanık boş kümesi, boş olmayan bir kernel kümesine sahipse; Ã bulanık kümesine normal bulanık küme denir.[57]

1.2.2.3. Sınır Kümesi

Sınır kümesi, Ã bulanık kümesine sadece kısmi üyeliği olan elemanların yer aldığı kesin bir kümedir. Matematiksel olarak aşağıdaki gibi ifade edilir.[58]

---

[52] Tuş, a.g.e., s.17.
[53] Zimmerman, H.J.(1991).*Fuzzy Set Theory and Its Applications*, Norwell, Massachusetts: Kluwer Academic Publishers,p14.
[54] Didier,D.&Prade,H.(1980). *Fuzzy Sets and Systems:Theory and Applications*, Boston:Academic Press, p.10.
[55] Özkan, M.M.(2002). a.g.e., s.24.
[56] Özkan, M.M.(2003). a.g.e., s.40.
[57] Champion,M.J.,Candeal, J.C., Indurain. E.(2006).“Represantability of Binary Relations Through Fuzzy Numbers”, *Fuzzy Sets and Systems*, 157,1-19.p.7.
[58] Ross,T.J.(2005).*Fuzzy Logic with Engineering Applications*, New York: Mc Graw-Hill, p.92.

$Sınır(\tilde{A})=\{x \in U \mid 0<\mu_{\tilde{A}}(x)<1\}$

1.2.2.4. Alfa(α) Kesim Kavramı

Bulanık bir küme olan Ã kümesinin α-kesim kümesi, geleneksel küme gösterimiyle "$\tilde{A}_\alpha$" olarak ifade edilir. $\tilde{A}_\alpha$ kümesi, $\alpha \in (0,1]$ aralığında, evrensel küme U içinde bulunan Ã bulanık kümesi içinde yer alan; üyelik derecesi α derecesinden büyük veya eşit olan elemanlardan oluşan bir kümedir. Matematiksel olarak aşağıdaki gibi ifade edilir.[59]

$\tilde{A}_\alpha = \{x \in U \mid \mu_{\tilde{A}}(x) \geq \alpha \text{ ve } \alpha \in (0,1]\}$

Eşitlikte ≥ yerine > kullanılırsa, yani kesit kümesi α ya eşit veya daha büyük üyelik derecesine sahip olan elemanlar değil de sadece büyük olan elemanlardan oluşturuluyorsa bu kesite güçlü α kesit kümesi denir. [60] Seçilen her bir α değeri ile farklı bir α-kesim kümesi oluşturulur. α değeri, $\alpha \in (0,1]$ koşuluyla tanımlanan gerçel bir sayıdır. Her bir α düzeyi ile üyelik fonksiyonunun farklı bir dilimi belirlenir. $\alpha_1<\alpha_2$ olduğunda, $\tilde{A}_{\alpha_1} \subseteq \tilde{A}_{\alpha_2}$ şeklindeki kapsama ilişkisi geçerli hale gelir. Diğer bir ifadeyle α değeri arttıkça, α-kesimiyle oluşturulan geleneksel kümedeki eleman sayısı azalır.[61]

Alfa (α) kesim kümesi içinde yer alan x elemanının üyelik fonksiyonu da $\mu_{\tilde{A}_\alpha}$ (x) olarak ifade edilir.[62] x elemanının $\tilde{A}_\alpha$ kümesi içindeki üyelik fonksiyonunun alacağı değerler, matematiksel olarak aşağıdaki gibi ifade edilir[63]

---

[59]Rocacher, D&Bose, P. (2005). "The Set Of Fuzzy Rational Numbers and Flexiable Querying", *Fuzzy Sets and Systems* 155(3),317-339, p.319.
[60]Görgülü, Ö.(2007). Bulanık Mantık(Fuzzy Logic) Teorisi ve Tarımda Kullanım Olanakları Üzerine Bir Araştırma, Basılmamış doktora tezi, Mustafa Kemal Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, s.21.
[61]Özkan.M. (2003). a.g.e., s.42.
[62] Rocacher, D&Bose, P. A.g.e., p.319.

$$\mu_{\tilde{A}_\alpha} = \begin{cases} 1; \text{ eğer } \mu_{\tilde{A}}(x) \geq \alpha \\ 0; \text{ eğer } \mu_{\tilde{A}}(x) < \alpha \end{cases}$$

Alfa(α) kesim kümesi, $\alpha=0$ iken evrensel kümeye, $\alpha=1$ iken kernel kümesine denktir. Bu durum matematiksel olarak sırasıyla; $\tilde{A}_0=U$ ve $\tilde{A}_1=kernel(\tilde{A})$ şeklinde ifade edilir. α-kesim kümeleri aşağıda verilen özelliklere sahiptir[64]

$$\left.\begin{array}{l} (A \cup B)_\alpha = A_\alpha \cup B_\alpha \\ (A \cap B)_\alpha = A_\alpha \cap B_\alpha \end{array}\right\}$$

$(\tilde{A})_\alpha \neq (\tilde{A}_\alpha)$; eğer $\alpha \neq 0,5$

1.2.2.5. Eşitlik Kavramı

Ã ve B̃ gibi bulanık iki kümenin eşitliğinden söz edebilmek için , ilk olarak bu kümelerin aynı evrensel kümelerde tanımlı olması gerekir . Böyle bir durumda Ã ve B̃ kümelerinin üyelik fonksiyonları, evrensel kümede yer alan her bir eleman için aynı üyelik derecesini alıyorsa, söz konusu iki küme birbirine eşittir. İki bulanık kümenin eşitliği, matematiksel olarak aşağıdaki gibi ifade edilebilir.[65]

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \mu_{\tilde{B}}(x) \rightarrow x \in U \leftrightarrow \tilde{A} \equiv \tilde{B}$$

İki bulanık küme arasındaki eşitlik ilişkisi incelenirken, evrensel kümede yer alan her bir elemanın söz konusu kümelere olan üyelik dereceleri birbiriyle

---

[63] Bodjanova, S.(2003). "Alpha- Bounds of Fuzzy Numbers", *Information Sciences* ,152(1),237-266, p.239.
[64]Özkan, M.M.(2003). a.g.e., s.43.
[65]Özkan, M.M.(2003). a.g.e., s.36;Bandemir, H.&Gottwald,S. *Fuzzy Sets, Fuzzy Logic, Fuzzy Methods with Applications*, Chichester: John Wiley&Sons,1996, p.9.

karşılaştırılır. İki bulanık küme sadece ve sadece üyelik dereceleri anlamında birbirine eşit olabilir.[66]

1.2.2.6. Kapsama

A ve B nin x lerden oluşan bulanık kümeler olduğu varsayılmıştır. B nin A yı kapsama şartı matematiksel olarak aşağıdaki şekilde ifade edilir.[67]

$\mu_{\tilde{A}}(x) \leq \mu_{\tilde{B}} \quad x \in X$

1.2.2.7. Bulanık Kümelerde Üs Alma

Bulanık bir kümenin β ile gösterilen herhangi bir üssü alınabilir. Burada β nın pozitif bir gerçel sayı olması gerekir. Bulanık küme Ã nın β kuvveti, yeni bir bulanık kümeyle sonuçlanır.[68]

$\mu_{\tilde{A}}{}^{\beta}(x) = (\mu_{\tilde{A}}(x))^{\beta} \qquad \forall\, x \in U$

1.2.2.8. Kartezyen Çarpım Kümesi

Ã, B̃ ve C̃ bulanık kümeleri sırasıyla U ,V ve W evrensel kümelerinde tanımlı olsun. Bu kümelerde yer alan her bir eleman sırasıyla x , y, z ile niteleyelim . Bu durumda Ã, B̃ ve C̃ kümelerinin Kartezyen çarpımı UxVxW çarpım uzayında aşağıda verilen üyelik fonksiyonu ile nitelenen bulanık bir kümedir.[69]

---

66 Özkan, M.M.(2003). a.g.e., s.36

67 Kahya, a.g.e., s.25

68 Özkan, M.M.(2003). a.g.e., s.37.

69 Özkan, M.M.(2003). a.g.e., s.38.

$\mu_{U \times V \times W}(x,y,z) = \min(\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(y), \mu_{\tilde{C}}(z))$; $x \in U$, $y \in V$, $z \in W$

1.2.2.9. Yükseklik

Bulanık bir kümenin üyelik fonksiyonunun en büyük üyelik derecesi, bu kümenin yüksekliğini belirler. Yükseklik, matematiksel olarak aşağıdaki gibi ifade edilir.[70]

Yükseklik($\tilde{A}$) = $\sup[\mu_{\tilde{A}}(x)]$; $\forall x \in U$

Burada sup(supremum) terimi yerine maksimum terimi de kullanılır. A bulanık kümesi sonlu bir evrensel kümede tanımlı ise en küçük üst sınırı gösterir.

1.2.2.10. Normallik

Bir üyelik derecesinin alacağı en küçük değerler 0'dır. Eğer bulanık A kümesinin aldığı en büyük üyelik derecesinin değeri 1 ise A bulanık küme normallik özelliğine sahiptir.[71] Normal bir bulanık küme, aşağıda verilen ifadeyle tanımlanır.

Yükseklik($\tilde{A}$)=$\sup[\mu_{\tilde{A}}(x)] = 1$; $\forall x \in U$

Yüksekliği 1' den küçük olan bulanık kümelere ise normalaltı(subnormal) bulanık kümeler denir. Diğer bir ifadeyle, normalaltı bulanık kümelerde evrensel kümenin her elemanı, ilgili bulanık kümeye tam olarak üye değildir veya ilgili bulanık

[70] Özkan M.M.(2003). a.g.e., s.39.
[71] Hacısalihoğlu-Çelik, S.(2000). *Bulanık Rasgele Doğrusal Programlama*, Basılmamış yüksek lisans tezi, Ankara Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, s.12.

kümeye kısmen üyedir.[72] Boş olmayan her normalaltı bulanık bir küme, üyelik derecelerinin her birini en büyük üyelik derecesine bölerek normalleştirebilir.[73]

$$NORM(\tilde{A}) = \mu_{\tilde{A}}(x) / Yükseklik(\tilde{A}) \quad ; \forall x \in E$$

1.2.2.11. Konvekslik ve Konkavlık

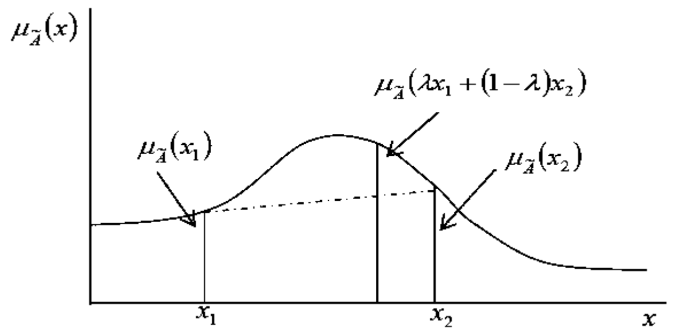
Dışbükeylik kavramı, klasik kümelerde taşıdığı özelliklerin birçoğunu koruyacak şekilde bulanık kümelere genişletilebilir. Bunun için, evrensel kümenin boyutu öklitsel uzay R^n de tanımlı olması gerekir. Bulanık kümelerde dışbükeylik kavramı, özellikle optimizasyon ile ilgili uygulamalarda oldukça faydalı olup α-kesimlerine veya üyelik fonksiyonlarına göre tanımlanabilir. Konvekslik (dışbükeylik) kavramı α-kesimlerine göre şöyle tanımlanır: Eğer, α-kesim kümelerinin her biri dışbükey kümeler ise, bulanık küme Ã da dışbükey bir kümedir. Üyelik fonksiyonlarına göre dışbükeylik kavramı; x_1, x_2, $\in U$ ve $\lambda \in [0,1]$ için $A \subset R$ kümesi aşağıdaki eşitsizliği sağlıyorsa dışbükeydir.[74]

$$\mu_{\tilde{A}}[\lambda x_1 + [1-\lambda]x_2] \geq \min [\mu_{\tilde{A}}(x_1), \mu_{\tilde{A}}(x_2)]$$

Yukarıda verilen dışbükeylik tanımı, aşağıdaki Şekil1.2 de gösterilmiştir.

---

72 Özkan M.M.(2003). a.g.e., s.39.
73 Bojadziev, G., Bojadziev, M.(1995).*Fuzzy Sets,Fuzzy Logic, Applications,* London: World Scientific, p.114.
74 Zimmerman, H.J.(1991). a.g.e., p.15.



Şekil:1.2. Konveks Bulanık Küme

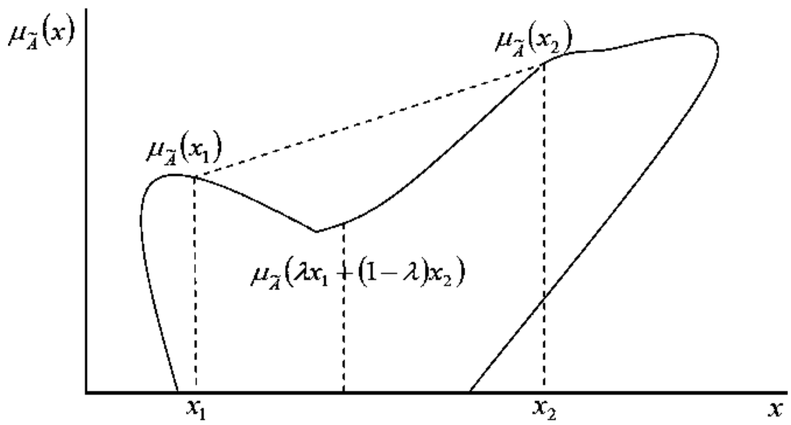
Yukarıdaki şekle göre,$\mu_{\tilde{A}}(\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2)$, $\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2$ noktasının üyelik fonksiyonu değerini verirken; $\lambda \mu_{\tilde{A}}(x_1) + (1-\lambda)\mu_{\tilde{A}}(x_2)$, $\mu_{\tilde{A}}(x_1)$ ve $\mu_{\tilde{A}}(x_2)$ değerlerinin ağırlıklı ortalamasını verir. Dolayısıyla bir konveks üyelik fonksiyonu için $\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2$ doğru parçası üzerinde yer alan noktalardaki $\mu_{\tilde{A}}(x)$ değeri, $[x_1, \mu_{\tilde{A}}(x_1)]$ ve $[x_2, \mu_{\tilde{A}}(x_2)]$ noktalarını birleştiren eğrinin yüksekliğinden küçük ya da eşit olur. Konkav bir fonksiyon için ise, eğrinin yüksekliğinden büyük ya da eşit olur.[75]

Evrensel küme öklitsel uzay R^n de tanımlı olarak kabul edilirse; eğer evrensel kümede tanımlı olan Ã bulanık kümesinin üyelik fonksiyonu evrensel kümede yarı içbükey halde bulunuyorsa; Ã kümesi de yarı içbükeydir. Eğer, Ã kümesinin üyelik fonksiyonu (0,1) aralığında, tam içbükeylik özelliği gösteriyorsa; Ã kümesi de tam içbükey bir kümedir.[76] Üyelik fonksiyonlarına göre bulanık bir kümenin içbükeyliği(konkavlığı) $x_1, x_2 \in U$ ve $\lambda \in [0,1]$ koşulları ile aşağıda verilen ifadeyle tanımlanır.

[75] Yalçın-Seçme, a.g.e., s.13.
[76] Inuiguchi,vd.(2003). "Satisficing Solutions and Duality in Interval Fuzzy Linear Programming", *Fuzzy Sets and Systems*, 135,151-177, p.152.

$\mu_{\tilde{A}}[\lambda x_1 + [1-\lambda] x_2] \leq \max [\mu_{\tilde{A}}(x_1), \mu_{\tilde{A}}(x_2)]$

Yukarıda verilen içbükeylik tanımı, aşağıdaki şekil 1.3' te gösterilmiştir.



Şekil:1.3. Konkav Bulanık Küme

$\forall \lambda \in [0,1]$ için ayrıca α-kesimlerinin tümü dışbükey ise bulanık küme de dışbükeydir. Ã bulanık kümesi dışbükey ise bu kümenin tümleyeni olan bulanık küme içbükey (konkav) dir. Dışbükey bulanık kümelerin kesişimi dışbükeydir. İçbükey bulanık kümelerin birleşimi de içbükeydir.[77]

1.2.2.12. Kardinalite

Kardinalite kavramı, bulanıklıktan arındırma, alt küme olma derecesi gibi diğer bazı özellik ve kuralları tanımlamak için gerekli olan bir kavramdır. Bu kavram, kümelerde normalaltı bulanık kümeler için bir normalizasyon faktörü olarak da kullanılır. Sonlu bir evrensel kümede tanımlı olan bulanık bir kümenin kardinalitesi, Card(Ã) ile gösterilir ve Ã kümesindeki her bir elemanın üyelik derecelerinin

[77] Özkan M.M.(2003). a.g.e., s.45.

toplanması ile bulunur. Kardinalite kavramı matematiksel olarak aşağıda verilen ifade ile tanımlanır.[78]

$$\text{Card}(\tilde{A}) = \sum_{i=1}^{n} \mu_{\tilde{A}} (x_i)$$

1.2.2.13. Merkez Kavramı

Bulanık bir kümeye ilişkin üyelik fonksiyonunun maksimum değeri sonlu bir sayı olduğunda, bulanık bir kümede yer alan üyelik derecelerinin ortalama değeri, bulanık kümelerin merkezini verir. Ortalama değer negatif(veya pozitif) sonsuza eşitse, üyelik fonksiyonunun maksimum değerine ulaştığı noktalar arasından en büyük ve en küçük olan noktaya merkez denir.[79]

1.2.2.14. Bileşenlerine Ayırma ve Betimleme Teoremi

Bulanık bir küme, α-kesim kümelerinin bir dizisi olarak kısımlara ayrıştırılabilir. Evrensel küme U da tanımlı olan bulanık bir kümenin α-kesimlere göre açıklamasını sağlayan kurala, bileşenlere ayırma kuralı denir. Matematiksel olarak aşağıda verilen ifade ile tanımlanır. [80]

$$\mu_{\tilde{A}} (x) = \max_{\alpha\in(0,1]} [\min(\alpha, \mu_{\tilde{A}_\alpha})] \; ; x \in U$$

Burada α-kesim kümesi $\tilde{A}_\alpha$ nın üyelik fonksiyonu aşağıda verildiği gibidir.

---

[78] Özkan M.M.(2003). a.g.e., s.41.
[79] Özkan,M.M.(2003). a.g.e., s.40.
[80] Özkan,M.M.(2003). a.g.e., s.45-46-47.

$$\mu_{\tilde{A}_\alpha}(x) = \begin{cases} 1 & ;\text{eğer } x \in \tilde{A}_\alpha \text{ ise} \\ 0 & ;\text{eğer } x \notin \tilde{A}_\alpha \text{ ise} \end{cases}$$

Betimleme teoremi, bulanık bir kümenin α-kesim kümelerine ayrıştırılması ve $\alpha x \tilde{A}_\alpha$ kümelerinin birleşimi olarak düzenlenebilmesini sağlayan bir teoremdir. Bazı uygulamalarda üyelik fonksiyonu tam olarak bilinemez. Bu belirsizliği gidermek için betimleme teoremi, üyelik fonksiyonuna yaklaşmayı olası kılan bir çözüm aracı sağlar.

Ã kümesinin üyelik fonksiyonu $\mu_{\tilde{A}}(x)$ ile, α- kesim kümeleri de Ãα ile gösterildiğinde, α değerini $\tilde{A}_\alpha$ kesim kümesi ile çarparak, bulanık bir küme olan $\alpha x \tilde{A}_\alpha$ kümesi oluşturulur. $Ax\tilde{A}_\alpha$ kümesinin;

$$\mu_{\alpha x \tilde{A}\alpha}(x) = \min \alpha, \mu_{\tilde{A}\alpha} \; ;x \in U$$

üyelik fonksiyonu ile nitelenmesi halinde, Ã kümesi betimleme teoremine göre aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = U_{\alpha \in (0,1]} \, \mu_{\alpha x \tilde{A}\alpha}(x)$$

Burada U terimi birleşim işlemini göstermektedir.

1.2.2.15. Genişleme Kuralı

Genişleme kuralı, bulanık bağıntı ve bulanık aritmetiğin temelini oluşturur . x ve y değişkenleri sırasıyla Ã ve B̃ bulanık kümelerindeki elemanları göstersin . Ayrıca Ã ve B̃ kümelerinin sırasıyla U ve V evrenlerinde tanımlı olduğunu kabul edelim. Yani, $x \in \tilde{A}$, $y \in \tilde{B}$, Ã, U nun alt kümesi, B̃, V nin alt kümesi olsun. Ã kümesinin,

$$\tilde{A} = \frac{\mu_{\tilde{A}}(x_1)}{x_1} + \frac{\mu_{\tilde{A}}(x_2)}{x_2} + \ldots + \frac{\mu_{\tilde{A}}(x_n)}{x_n}$$

üyelik fonksiyonu ile nitelendiği bir durumda, x ve y değişkenleri arasında y=f(x) şeklinde fonksiyonel bir ilişki varsa veya bu değişkenlerin tanımlı olduğu evrensel kümeler arasında f:U→V şeklinde bir eşleşme söz konusu ise, B kümesinin üyelik fonksiyonu genişleme kuralı aşağıdaki gibi bulunur:

$$\tilde{B} = f(\tilde{A}) = f\left(\frac{\mu_{\tilde{A}}(x_1)}{x_1} + \frac{\mu_{\tilde{A}}(x_2)}{x_2} + \ldots + \frac{\mu_{\tilde{A}}(x_n)}{x_n} \right)$$

$$= \frac{\mu_{\tilde{A}}(x_1)}{x_1} + \frac{\mu_{\tilde{A}}(x_2)}{x_2} + \ldots + \frac{\mu_{\tilde{A}}(x_n)}{x_n}$$

Burada y=f(x) fonksiyonunun bire bir özellikte olması gerekir. Diğer bir ifadeyle, x değişkeninin alabileceği değerleri gösteren evrensel kümeden, y değişkeninin alabileceği değerleri gösteren evrensel kümeye doğru birebir nitelikte fonksiyonel bir eşleşme olabilir.[81]

1.3. BULANIK ÜYELİK FONKSİYONLARI

1.3.1. Sinir Ağları

Sinir ağları insan beynindeki sinirlerin çalışma sistemini simüle eden modelleri kullanarak akıllı bir program inşa etmeyi hedefleyen bir tekniktir.[82] Bir sinir dendirit

[81] Özkan, M.M.(2003). a.g.e., s.45.
[82] Ross, T. J., a.g.e., p.92.

denilen birçok çıktıdan ve axon denilen bir daldan oluşur. Bir sinir diğer sinirlerle dendiritler vasıtasıyla bağlanır. Farklı sinirlerin dendiritleri bir araya gelerek, mesajların geçtiği "synapses" leri meydana getirir. Sinirler inpulsları synapsesler yoluyla alır. Kısaca bir sinir bir takım girdi inpulsları alır ve daha sonra bu inputlara bağlı olarak yine diğer bir elektirik akımı üretir.[83]

Yapay sinir ağları, insan beyninin özelliklerinden olan öğrenme yolu ile yeni bilgiler türetebilme, yeni bilgiler oluşturabilme ve keşfedebilme gibi yetenekleri herhangi bir yardım almadan otomatik olarak gerçekleştirmek amacı ile geliştirilen bilgisayar sistemleridir. Yapay sinir ağların daha geniş bir biçimde tanımlayacak olursak; insanlar tarafından gerçekleştirilmiş örnekleri(gerçek beyin fonksiyonlarının ürünü olan örnekleri) kullanarak olayları öğrenebilen, çevreden gelen olaylara karşı nasıl tepkiler üretileceğini belirleyebilen bilgisayar sistemleridir.[84]

1.3.2. Genetik Algoritmalar

Genetik algoritmalarda Darwin'in evrim teorisi kullanılmaktadır. Darwin yaşayan şeylerin yeni cinslerinin veya sınıflarının reprodüksiyon işlemi, çaprazlama ve var olan organizmalar arasındaki mutasyon ile oluştuğunu ifade etmiştir.[85]

Genetik algoritma, yönlendirilmiş rastgele araştırma algoritmalarının bir türüdür. Doğal seçme(selection) ile canlılarda bulunan genetik gelişimin benzetişimini gerçekleştirmektedir. Algoritma diğer evrimsel algoritmalar gibi araştırma uzayında bulunan çözümlerin bazılarının oluşturduğu bir başlangıç popülasyonunu(initial population) kullanmaktadır. Başlangıç popülasyonu her jenerasyonda (generation), tabii

---

[83] Özkan,C.G.(1999) . a.g.e., s.17.
[84] Öztemel, E.(2003).*Yapay Sinir Ağları,* İstanbul: Papatya Yayıncılık,s.29.
[85] Özkan,C.G.(1999). a.g.e., s.17.

seçme(natural selection) ve tekrar üreme(reproduction) işlemleri vasıtası ile art arda geliştirilir. En son kuşağın en uygun yani en kaliteli bireyi, problem için optimal çözüm olmaktadır. Bu çözüm her zaman optimum olmayabilir ama kesinlikle optimuma yakın bir optimal çözümdür.[86]

1.4. BULANIK SAYILAR

1.4.1. BULANIK SAYI TANIMI

Bulanık sayılar; dışbükey, normalleştirilmiş, sınırlı-sürekli üyelik fonksiyonu olan ve gerçel sayılarda tanımlanmış bir bulanık küme olarak ifade edilir. Bulanık sayı normal ve dışbükey olmalıdır. Burada normalleştirme maksimum üyelik değerinin 1 olmasını vurgulamaktadır. Bulanık kümeler üyelik fonksiyonlarıyla tanımlandıkları için bulanık sayılar da kendi üyelik fonksiyonları ile aynı kavramdırlar. Bu nedenle üyelik fonksiyonu türü kadar bulanık sayı türü vardır. Bulanık sayılar kümesi F olarak gösterilir.[87]

Bulanık sayılar, bulanık kümelerin özel bir alt kümesidir. Bulanık kümelerde geçerli olan birleşim, kesişim, α-kesimi, genişleme kuralı gibi küme teorik işlemler bulanık sayılara da kolayca uygulanabilir.[88]

Bulanık sayılar kümesinin eleman sayısı sonsuzdur. Çeşitli bulanık sayı biçimleri arasında en önemli grubu üçgensel ve yamuksal bulanık sayılar oluşturur.

---

[86] Karaboğa, D. (2004).*Yapay Zeka Optimizasyon Algoritmaları*, İstanbul: Atlas Yayın Dağıtım, s.78.
[87] Baykal,N., Beyan,T.(2004). *Bulanık Mantık İlke ve Temelleri*, Ankara: Bıçaklar Kitabevi , s.223.
[88] Özkan, M.M.(2003). a.g.e., s.59.

Özellikle olabilirlik matematiksel programlama problemlerini çözmede bu tip bulanık sayılar çok sık kullanılır.[89]

1.4.2. BULANIK SAYILARLA İLGİLİ TEMEL KAVRAMLAR

Bu bölümde bulanık sayılarla ilgili temel kavramlardan söz edilecektir. Bunlar; Yamuksal(Trapezodial) Bulanık Sayı, Üçgensel(Triangular) Bulanık Sayı, Gauss Bulanık Sayı, Bulanık Sayılarda Aralık Analizi, Alfa(α) Kesim Yöntemi, Genişleme Yöntemi ve Bulanık Sayılarda Maksimum ve Minimumdur.

1.4.2.1. Yamuksal (Trapezodial) Bulanık Sayı

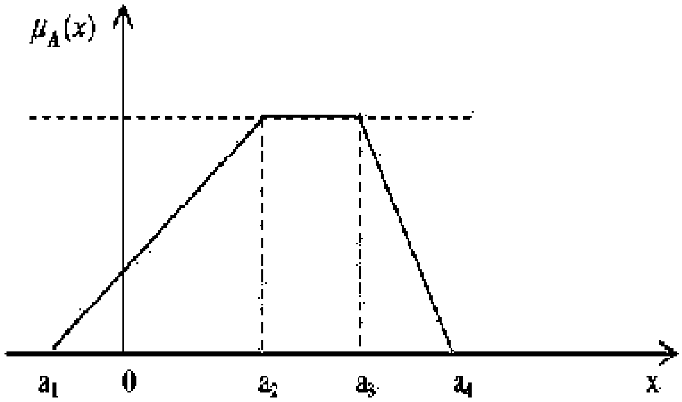
Yamuk bulanık sayı en sık kullanılan bulanık sayı çeşididir. Yamuk bulanık sayıların daha sık kullanılma sebebi üçgen bulanık sayıların yamuk bulanık sayıların özel bir şekli olması ve sözel değişkenlerle kolay kavranabilir olmasıdır.[90]

Yamuksal bulanık bir sayı(a_1, a_2, a_3, a_4) gibi dörtlüyle tanımlanabilir.

$$\mu_{\tilde{A}}(x)=\mu_{\tilde{A}}(x;a_1,a_2,a_3,a_4)=\begin{cases} 0 & , x< a_1 \\ \dfrac{x-a_1}{a_0-a_1} & , a_1\leq x \leq a_2 \\ 1 & , a_2\leq x \leq a_3 \\ \dfrac{a_3-x}{a_3-a_2} & , a_3\leq x \leq a_1 \\ 0 & , x>a_4 \end{cases}$$

[89] Hacısalihoğlu-Çelik, a.g.e., s.60.
[90] Baykal,Beyan,a.g.e., s.239

Üyelik fonksiyonu ise yukarıdaki gibi tanımlanmıştır.[91]



Şekil:1.4.Yamuksal Bulanık Sayı

Burada a_1 ve a_4 parametreleri yamuksal bir bulanık sayının kanat açıklıklarını veya üyelik derecesinin 0 olduğu elemanları göstermektedir. a_2 ve a_3 parametreleri ise, üyelik derecesi 1 olan elemanları yani bu sayının kernel kümesini ifade etmektedir.

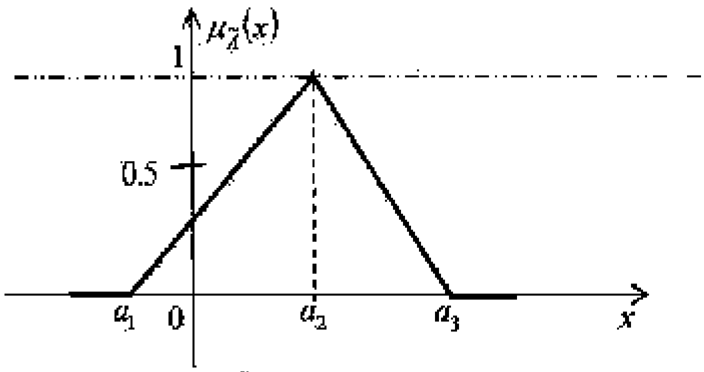
1.4.2.2. Üçgensel(Triangular) Bulanık Sayı

Gerçel sayı doğrultusunda tanımlı olan üçgensel bir bulanık sayı, aşağıda belirtilen üyelik fonksiyonu ile parametrik olarak ifade edilir.[92]

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \mu_{\tilde{A}}(x;a_1,a_2,a_3) = \begin{cases} 0 & x < a_1 \\ \dfrac{x-a_1}{a_2-a_1} & a_1 \leq x \leq a_2 \\ \dfrac{a_3-x}{a_3-a_2} & a_2 \leq x \leq a_3 \end{cases}$$

[91] Tuş, a.g.e., s.33
[92] Tuş, a.g.e., s.34

Burada a_2 parametresi üyelik derecesinin 1'e eşit olduğu noktayı verir.a_1 ve a_3 parametreleri ise, üçgensel bulanık sayının üyelik derecesinin 0 olduğu değerleri veya kanat açıklıklarını göstermektedir.[93]



Şekil:1.5. Üçgensel Bulanık Sayı

Üçgensel bulanık sayıların bazı önemli cebirsel özellikleri şöyledir:

i. İki üçgensel bulanık sayının toplanması ya da çıkarılması işlemleri sonucunda yine üçgensel bulanık bir sayı elde edilir.

ii. Üçgensel bulanık sayıların çarpılması, bölünmesi ya da tersinin alınması işlemleri sonucunda her zaman üçgensel bulanık bir sayı elde edilmeyebilir.

iii. Üçgensel bulanık sayıların maksimum ya da minimum işlemleri sonucunda her zaman üçgensel bulanık bir sayı elde edilmeyebilir.

Üçgensel bulanık sayılar bulanık kontrolörler, yönetsel karar problemleri, sosyal bilimler gibi birçok alanda uygulamalarda sıkça kullanılmaktadır. Üçgensel bulanık sayılar, iki doğrusal segmentin bir uç noktada birleştiği; üyelik fonksiyonuna sahiptir.

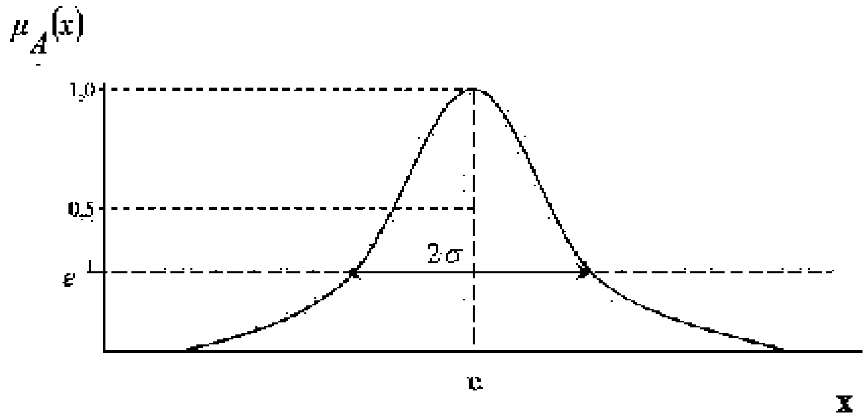
[93] Yalçın-Seçme, a.g.e., s.17

Bu durum, üçgensel bulanık sayıların grafiksel gösterimlerini ve kendileriyle işlem yapılmasını kolaylaştıran bir unsurdur. Ayrıca, az sayıda bileşene sahip olduklarından ötürü az bir bilgi temeline dayanarak kolaylıkla oluşturulabilirler.[94]

1.4.2.3. Gauss Bulanık Sayı

Gaussal bir bulanık sayı, aşağıda verilen üyelik fonksiyonu ile parametrik olarak ifade edilebilir.[95]

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \mu_{\tilde{A}}(x;\sigma,c) = e^{-\left[\left(\frac{x-c}{\sigma}\right)\right]^2}$$



Şekil:1.6. Gaussal Bulanık Sayı

Burada σ dağılışın şeklini e de dağılışın merkezini gösterir. Eğer σ küçük olursa dağılış daha sivri olur. Bu değer büyüdükçe dağılış yayvanlaşacaktır.

---

[94]Bojadziev,G&Bojadziev,M., a.g.e.,s.36-37

[95]Kaya, Ö.(2007). *Bulanık Doğrusal Programlama ve Üretim Planlama Üzerine Bir Uygulama*, Basılmamış yüksek lisans tezi, Yıldız Teknik Üniversitesi, s.17-18

1.4.2.4. Bulanık Sayılarda Aralık Analizi

Bulanık sayıların tanımlı olduğu evrensel küme, gerçel sayılar kümesi ve doğal sayılar kümesidir. Kesin olarak belirlenemeyen sayısal bir değerin gerçel sayı doğrusu üzerinde kapalı bir aralıkta gösterilmesi bulanık sayılarda aralık analizini bir diğer ifadeyle güven aralığını belirtir. Bulanık sayılarda hesaplama işlemlerinin yapılabilmesi için aralık analizine ihtiyaç duyulur. Aralık analizi, bulanık sayılarda bir tölerans ya da güven aralığı olarak görülebilir.[96]

Örneğin, "Ayşe'nin yaşı yaklaşık 25'tir." ifadesi kesinlik arz etmemektedir. Bunun yerine ; "Ayşe'nin yaşı 20-30 arasındadır." demek daha düzgün bir tanımlama olacaktır.

1.4.2.5. Alfa (α) Kesim Yöntemi

$\tilde{A}$ ve $\tilde{B}$ bulanık sayılarının α-kesimleri $\tilde{A}_\alpha$ = [$a_1^{(\alpha)}$, $a_2^{(\alpha)}$] ve $\tilde{B}_\alpha$ = [$b_1^{(\alpha)}$, $b_2^{(\alpha)}$] olarak belirlensin.[97] $\tilde{A}$ ve $\tilde{B}$ sayılarının α-kesimlerine sırasıyla toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemlerinin uygulanması ile elde edilen $\tilde{C}$, $\tilde{D}$ ve $\tilde{E}$ sayılarının α-kesimleri, aşağıda verildiği gibi ifade edilir.[98]

$$(A+B)_\alpha = C_\alpha = \left[a_1^\alpha + b_1^\alpha, a_2^\alpha + b_2^\alpha\right] = \left[c_1^\alpha, c_2^\alpha\right]$$

$$(A-B)_\alpha = D_\alpha = \left[a_1^\alpha - b_1^\alpha, a_2^\alpha - b_2^\alpha\right] = \left[d_1^\alpha, d_2^\alpha\right]$$

$$(A\times B)_\alpha = E_\alpha = \left[a_1^\alpha \times b_1^\alpha, a_2^\alpha \times b_2^\alpha\right] = \left[e_1^\alpha, e_2^\alpha\right]$$

$$(A\div B)_\alpha = F_\alpha = \left[a_1^\alpha \div b_1^\alpha, a_2^\alpha \div b_2^\alpha\right] = \left[f_1^\alpha, f_2^\alpha\right]$$

---

[96] Özkan,M.M.(2002, a.g.e., s.34.
[97] Kaya,a.g.e., .s.18.
[98] Özkan, M.M.(2003). a.g.e., s.67.

1.4.2.6. Genişleme Yöntemi

İki bulanık sayıya uygulanan toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemleri genişleme kuralı ile aşağıda verildiği gibi bulunur.[99]

$$\mu_{\tilde{C}}(z) = \max_{z=x+y} \min\left(\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{A}}(y)\right)$$

$$\mu_{\tilde{D}}(z) = \max_{z=x-y} \min\left(\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{A}}(y)\right)$$

$$\mu_{\tilde{E}}(z) = \max_{z=x*y} \min\left(\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{A}}(y)\right)$$

$$\mu_{\tilde{F}}(z) = \max_{z=x\div y} \min\left(\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{A}}(y)\right)$$

1.4.2.7. Bulanık Sayılarda Maksimum ve Minimum

Alfa kesimlerine göre iki bulanık sayının maksimumu veya minimumu aşağıda gösterildiği gibidir.[100]

Minimum:

$$\tilde{A}_\alpha (\wedge) \tilde{B}_\alpha = \left[\left\{\min(a_1^\alpha, b_1^\alpha)\right\}, \left\{\min(a_2^\alpha, b_2^\alpha)\right\}\right]$$

Maximum:

$$\tilde{A}_\alpha (\vee) \tilde{B}_\alpha = \left[\left\{\max(a_1^\alpha, b_1^\alpha)\right\}, \left\{\max(a_2^\alpha, b_2^\alpha)\right\}\right]$$

---

[99] Özkan, M.M.(2003). a.g.e., s.67.
[100] Özkan, M.M.(2003). a.g.e., s.81-82

BÖLÜM II

2.1. BULANIK DOĞRUSAL PROGRAMLAMA

Bulanık doğrusal programlama bulanık matematiksel programlama yöntemlerinden biri olup, bulanık ortamda karar vermeyi sağlamaktadır.

Klasik matematiksel programlama problemlerinde, belli varsayımlar altında konulan kısıtlar doğrultusunda amaç fonksiyonu için en iyi çözüm ya da çözümler aranmaktadır. Klasik doğrusal programlama problemi, eşit veya eşitsizlik kısıtları altında doğrusal fonksiyonun minimum veya maksimum değerlerini bulur. Fakat gerçek hayatta kısıtlar ve amaç fonksiyonları bu kadar kesin değildir. Esnektir ve daha çok belirsizlik taşımaktadır. [101]

Gerçek yaşam karar verme problemlerinin çoğu, amaç ve kısıt fonksiyonlarının bazı katsayılarının tam olarak belirlenemediği, belirsiz olduğu bir ortamda yer alır. Verilen kesin bir karar modelinin kullanımı, gerçek dışı çözümlere neden olabilir. Bu koşullarda bulanık mantık teorisi, bu belirsizlikle baş etmek için kavramsal ve teorik bir çatıya izin verir.[102]

Bulanık doğrusal programlama modelinde amaç fonksiyonu, kısıtlar ya da her ikisi için de belirsizlik söz konusu olabilir. Böyle durumlara amaç fonksiyonu veya kısıtlar için kesin değerler yerine sınırları kesin olarak belirlenmemiş tercihlerin söz konusu olduğu ‘civarında’, ‘etrafında’ terimleri kullanılabilir. Bu ifadelerin yer aldığı bulanık amaçlar ve kısıtlar, bulanık kümeler kullanılarak, tercihler arasından kesin

---

[101]Koyuncugil, A.S.(1999). *Stokastik Hedef Programlamaya Bulanık Algoritma Yaklaşımı ve Yatırım Problemine Uygulanması*, Basılmamış yüksek lisans tezi, Ankara Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, s.33-34.
[102]Stanciulescu, C. et al (2003). “Multiobjective Fuzzy Linear Programming Problems with Fuzzy Decision Variables”, *Europen Journal of Operational Research,*149,.654-675, p.655.

olarak tanımlanabilir. Bu durum göz önüne alındığında, bulanık bir karar, üzerinde çalışılan problemin amaçları ve kısıtlarının kesişimi olarak ifade edilebilir. [103]

Özetle bulanık doğrusal programlama, bulanık mantık ve doğrusal programlamanın birleşimidir.[104] Aynı zamanda klasik doğrusal programlamanın genişletilmiş hali demekte mümkündür. Bulanık doğrusal programlama, doğrusal programlama yöntemi kullanılarak çözümlenebilen problemlere karar süreçlerinde görülen belirsizlik dahil edildiğinde kullanılan bir yöntemdir.

2.2. BULANIK DOĞRUSAL PROGRAMLAMA İLE İLGİLİ YAPILAN ÇALIŞMALAR

Bulanık küme teorisinin temelleri Zadeh tarafından 1965 yılında "Fuzzy Sets" adlı makale ile atılmıştır. Bulanık doğrusal programlama konusunda ilk çalışma 1970 yılında "Decision Making in a Fuzzy Environment" adlı makale ile yapılmıştır. Bu makalenin yayınlanması ile bulanık ortamda karar verme doğrusal programlama problemlerine uygulanmaya başlamıştır. [105]

İlk olarak Zimmerman 1974 yılında klasik doğrusal programlama problemlerine bulanık küme teorisini sunmuştur. Bu çalışmada, bulanık amaç ve bulanık kısıtlarda doğrusal programlama problemi düşünülmüştür. Ardından Tanaka, Okuda ve Asai 1974 yılında bulanık kısıtlarda bulanık doğrusal programlamanın bir formülasyonunu öne sürmüş ve bulanık sayılar arasındaki eşitsizlik ilişkilerine dayalı çözümüne ilişkin bir

---

[103] Bellman, Zadeh.(1970). Decision Making in A Fuzzy Environment, *Management Science*, 17(4), 141-164.
[104]Hansen, B.K. (1996). *Fuzzy Logic and Linear Programming Find Optimal Solutions for Meteorological Problems*, Term Paper for Fuzzy Coursa at Technical University of Nova Scotia,p32.
[105] Tuş, a.g.e., s.53.

yöntem sunmuştur.[106] Negoita ve Sularia' nın 1976 yılında yaptıkları çalışmada ise, bulanık amaç fonksiyonunun maksimize edildiği bir karar probleminin klasik bir matematiksel programlama problemine indirgenebileceği gösterilmiştir.[107]

Zimmerman 1978 yılında bulanık optimizasyonun temellerini oluşturarak çok amaçlı ve doğrusal üyelik fonksiyonlu bir bulanık optimizasyon problemine indirgenebileceğini kanıtlamıştır.[108] Orlovsky(1978), Yager(1979), Freeling(1980), Dubois ve Prade(1980) bulanık doğrusal programlama konusunda çalışmalar yapmışlardır.[109] Negotia 1981 yılında bulanık katsayılarda doğrusal programlama problemini formüle etmiş ve robust programlama olarak adlandırmıştır.[110] 1981 yılında Hannan, 1984 yılında Nakamura parçalı üyelik fonksiyonlu bulanık doğrusal programlama problemlerini incelemişlerdir.[111] Chanas 1983 yılında bulanık doğrusal programlamada parametrik programlamayı kullanmıştır. Tanaka ve Asai 1984 yılında teknoloji matrisi ve amaç fonksiyonu katsayılarını, sağ taraf sabitlerini bulanık sayılar olarak alıp, kısıtları bulanık fonksiyon olarak düşünmüşlerdir. Yine Tanaka ve Asai 1984 yılında amaç fonksiyonuna bir tatmin düzeyi vererek onuda bir kısıt gibi düşünen bir yöntem önermiştir.[112] Tanaka, Ichihashi ve Asai 1985 yılında bulanık parametreler ve bulanık değişkenlerle doğrusal kısıtları araştırmışlardır.[113] Carlsson ve Korhonen tarafından 1986 yılında doğrusal programlamadaki tüm katsayıları bulanık olarak ele alan ve parametrik bir çözüm sunan bir yaklaşım önermiştir. Werners 1987 yılında

---

[106] Tuş, a.g.e., s.53-54.
[107] Yalçın-Seçme, a.g.e., s.19.
[108]Karadayı, a.g.e., s.15.
[109] Dubois, Prade, a.g.e..
[110] Tuş, a.g.e., s., s.54; Vasant,P. "Fuzzy Optimization in Forecasting and Management of Industrial Production Engineering", p.191-200(Open University Malaysia) (www.f.waseda.jp/watada/TJS2004/TJS2004PDF/contents&program.pdf).
[111] Yalçın-Seçme, a.g.e,, s.20.
[112] Paksoy, T. (2002), "Bulanık Küme Teorisi ve Doğrusal Programlamada Kullanımı: Karşılaştırmalı Bir Analiz, Selçuk Üniversitesi", *Mühendislik ve Mimarlık Fakültesi Dergisi*, Cilt:17,No:1,s.1.
[113] Vasant.P,. a.g.e.

etkileşimli bir model üzerinde çalışmıştır.[114] Yazenin 1987 yılında, bulanık ve stokastik programlamayı karşılaştırmıştır. 1989 yılında Werners tarafından, amaç ve sınırların bulanık olduğu modellerin çözümünde etkileşimli bir matematiksel model öne sürülmüştür.1989 yılında Delgado, Vergeday ve Vila tarafından bulanık doğrusal programlama problemlerinin çözümü için genel bir model geliştirilmiştir.[115] Luhandjura 1989 yılında bulanık parametrelerle matematiksel programlama problemleri üzerinde çalışmıştır. [116] Rommelfanger, Hanuscheck ve Wolf 1989 yılında amaç fonksiyonunda bulanık parametrelerle doğrusal programlama problemlerini çözmek için yeni bir yöntem sunmuştur. [117] Inuiguchi, Ichihashi ve Kume 1990 yılında parçalı doğrusal üyelik fonksiyonlu bulanık doğrusal programlama problemi için geliştirdikleri çözüm algoritması ile literatüre katkıda bulunmuşlardır.[118] Zimmerman 1991 yılında "Bulanık Küme Teorisi ve Uygulamaları" isimli kitabında temel kavramlardan, bulanık ortamda karar verme problemlerinden ve Bulanık doğrusal programlama modellerinden söz etmiştir.[119] Tanaka 1991 yılında parametrik bir doğrusal programlama problemi olarak bulanık doğrusal programlama problemini formüle etmiştir.[120] 1992 yılında Zhao, Govind ve Fan tarafından simetrik bulanık doğrusal programlama konusu incelenmiştir.[121] Lai ve Hwang' da 1992 yılında "Bulanık Matematiksel Programlama" isimli kitaplarında bulanık kümeler, bulanık sayılar, bulanık matematiksel programlama

---

[114] Paksoy, a.g.e., s.1.
[115] Yalçın-Seçme, a.g.e., s.20.
[116] Hacısalihoğlu- Çelik, a.g.e., s:3.
[117] Rommelfanger, H. et al (1989), "Linear Programming with Fuzzy Objectives", *Fuzzy Sets and Systems* ,29, 31-48.
[118] Yalçın-Seçme, a.g.e., s.20.
[119] Tuş, a.g.e., s.55; Zimmerman. (1991). a.g.e.
[120] Zhang, G. et al (2003). "Formulation of Fuzzy Linear Programming Problems as Four- Objective Constarined Optimization Problems", *Applied Mathematics and Computation*,139, 383-399, p.384.
[121] Yalçın-Seçme, a.g.e., s.20.

ve bulanık sayılarla bulanık doğrusal programlama modellerini incelemişlerdir.[122] Julien 1994 yılında olabilirlikçi doğrusal programlama yönteminin, doğrusal programlama probleminde duyarlılık analizine alternatif bir yöntem olduğunu belirtmiş ve bulanık sayı parametreleri ile olabilirlikçi doğrusal programlama problemlerinin çözümünü geliştirmiştir. Bununla birlikte bulanık doğrusal programlama problemini farklı α-kesim seviyelerinde en iyi ve en kötü doğrusal programlama problemine dönüştürmüştür. Shaocheng 1994 yılında aralık sayılar ve bulanık sayılarla bulanık doğrusal programlama üzerinde çalışmış ve bulanık kısıtlı doğrusal programlama problemlerini öncelikle amaç fonksiyonu için bir üst sınır belirleyerek bulanıklıktan kurtarmış, sonra da elde ettiği problemi Sakawa ve Yana tarafından önerilen bulanık karar kümesi yöntemi ile çözmüştür.[123] Inuiguchi ve Sakawa 1994 yılında olabilirlikçi doğrusal programlama problemi için en iyi çözümü test eden bir yöntem sunmuştur. Yöntemde gereklilik ve olabilirlik ölçümleri kullanılarak olabilir ve gerekli optimallikleri tanımlamış ve olabilirlikçi amaç fonksiyonu ile doğrusal programlama problemini açıklamıştır.[124] Wang 1997 yılında pratik üretim planlama problemlerine uygun matematiksel model için tek bir optimal çözüm bulmak yerine, kabul edilebilir üyelik derecesi ile farklı çözümleri, ağırlıklı eğim yönünde değişim gösteren bir genetik algoritmayla bulmuştur. Bu çözümler bulanık optimal çözümün dışbükey kesim kümesini oluşturur.[125] Inuiguchi ve Sakawa 1998 yılında bulanık amaç fonksiyonu ile doğrusal programlama problemlerini yerleştirmede optimalliğin esnekliği ve

[122] Lai, Y.J., Hwang, C.L. (1994). *Fuzzy Multi Objective Decision Making Method and Applications*, Springer- Verlag Berlin Heidelberg.
[123]Tuş, a.g.e., s.55.
[124] Hacısalihoğlu-Çelik, a.g.e., s.4.
[125]Wang, D.(1997). "An Inexact Approach for Linear Programming Problems with Fuzzy Oblective and Resources", *Fuzzy Sets and Systems*,89(1), 61-68.

güçlülüğünü ele almıştır.[126] Guu ve Wu tarafından 1999 yılında bulanık doğrusal programlama problemlerinin çözümü ile ilgili önerilen iki aşamalı yaklaşım, karar verici max-min işlemcisini gerçekleştirebilecek etkin bir çözüm araştırıyorsa, karar vericinin bu isteğini gerçekleştirmek için uygun bir ortam olması halinde otomatik olarak yerine getirilir.[127]

Son zamanlarda da 2000 yılında Tanaka vd. tarafından bulanık doğrusal programlama ile ilgili çalışmalar yapılmıştır.[128] Chanas ve Zielinski tarafından 2000 yılında amaç fonksiyonu bulanık olan bulanık doğrusal problemlerin çözümü ile ilgili çalışma yapılmıştır.[129] Buckley ve Feuring 2000 yılında problemi çok amaçlı doğrusal programlama şekline dönüştürerek problemin baskın olmayan çözümlerinin kümesini incelemek için bulanık esnek programlamadan yararlanmıştır.[130] Jamison ve Lodwick 2001 yılında, Chiang 2001 yılında, Liu 2001 yılında bulanık doğrusal programlama ile ilgili çalışma yapmışlardır. Liu, bulanık sayılar için yeni bir sıralama yöntemi önermiştir. Chiang 2001 yılında bulanık doğrusal programlamayı formule etmek için istatistiksel veri ile istatistiksel güven aralığı kavramını kullanmıştır.[131] Bector ve Chandra 2002 yılında yaptıkları çalışma ile bulanık doğrusal programlamanın teori ve metodolojisine katkıda bulunmuşlardır.[132]

---

[126]Inuiguchi., M., Sakawa, M.(1998). “Robust Optimization under Softness in a Fuzzy Linear Programming Problem”, *International Journal of Appraximate Reasoning*,18, 21-34.

[127]Guu, S. M.,Wuu, Y.K.(1999). “Two Phase Approach for Solving the Fuzzy Linear Programming Problems”, *Fuzzy Sets and Systems*,107(29), 191-195.

[128] Paksoy, a.g.e., s.1.

[129]Chanas, S., Zielinski, P.(2000). “On the Equivalance of Two Optimization Methods for the Fuzzy Linear Programming Problems”, *Europan Journal of Operational Research*,121(1),56-63.

[130]Buckley,J.J.,Feuring,T.(2000). “Evolutionary Algorithm Solution to Fuzzy Problems: Fuzzy Limear Programming”, *Fuzzy Sets and Systems*,109(1),35-53.

[131] Chiang, J..(2001). “Fuzzy Linear Programming Based on Statistical Confidence Intervial and Intervial-Valued Fuzzy Set”, *European Journal Operational Research*,129,65-86.

[132] Paksoy, a.g.e. , s.1.

2.3. BULANIK DOĞRUSAL PROGRAMLAMA MODELİNİN FORMÜLASYONU

Bulanık doğrusal programlama modelinin en genel hali şöyle formüle edilebilir:

$$\text{Max } Z = \sum_{J=1}^{n} \tilde{c}_j \, \tilde{x}_j$$

$$\sum_{j=1}^{n} \tilde{a}_{ij} \, x_j \ (\leq, =, \geq) \ \tilde{b}_i \qquad i=1,2,\ldots,m$$

$$x_j \geq 0 \qquad j=1,2,\ldots n$$

Doğrusal programlama modelinden farklı olarak bulanık doğrusal programlama modelinde bulanıklık simgesi (~) konulur. [133]

Burada $\tilde{a}_{ij}$, $\tilde{b}_i$, $\tilde{c}_j$ bulanık sayılardır ve x_j değerleri bulanık sayılarının ($i \in N_m$, $j \in N_n$) halleridir.

2.4. BULANIK DOĞRUSAL PROGRAMLAMANIN UYGULAMA ALANLARI

Bulanık doğrusal programlama 1978 yılında Zimmerman tarafından ortaya atıldıktan sonra, problemlerin modellenmesi ve çözümünde yaygın olarak kullanılmaya başlanmıştır. Bulanık doğrusal programlama klasik doğrusal programlamanın kullanıldığı her alanda kullanılabilmektedir.[134]

Bulanık doğrusal programlama tarımsal ekonomiler, atama problemleri, bankacılık ve finans, çevre yönetimi, personel yönetimi, üretim gibi birçok alanda

[133] Yalçın-Seçme, a.g.e., s.27.
[134]Karadayı, a.g.e., s.14.

uygulanmıştır. Tarımsal ekonomilerde; su arz planı (Slowinski, 1986, 1987), bölgesel kaynak dağılımı (Mjelde, 1986; Leung, 1988), tarımda su kullanımı analizi (Owsinski, Zadrozny ve Kacprzyk,1987) ve karması (Lai ve Hwang, 1992), tarım yapısı optimizasyon problemi (Czyzak, 1990) uygulamaları yapılmıştır. Atama problemleri olarak; şebeke yerleşim problemleri (Darzentas, 1987) uygulaması yapılmıştır. Bankacılık ve finans alanında; proje yatırımı (Hanuscheck, 1986; Wolf, 1988; Lai ve Hwang, 1992), kar paylaşımı (Ostermark, 1988), sermaye varlık fiyatlama modeli (Ostermark, 1989) ve bankaların kur riskini azaltmaya yönelik vadeli işlem kararı(Lai ve Hwang, 1992) uygulamaları yapılmıştır. Çevre yönetiminde; hava kirliliğini düzenleme problemi (Sommer ve Polatschek, 1978) ve enerji emisyon modelleri (Oder ve Rentz, 1993) uygulamaları yapılmıştır. Personel yönetiminde; personel ihtiyacı ve personel seçme koordinasyonu (Spengler, 1992) uygulaması yapılmıştır. Ulaştırma alanında; kamyon filosu (Zimmerman, 1976) ve ulaştırma problemi (Vergeday, 1984) uygulamaları yapılmıştır. Üretim alanında; optimal sistem dizaynı (Zeleny, 1986), üretim programlama (Carlsson ve Korhonen, 1986), bütünleşik üretim planlama problemi (Vergeday, 1987), manyetik bant üretimi (Wagenknecht ve Hartmann, 1987), petrol üretiminin optimal dağılımı (Ramik ve Rimanek, 1987), ham yağ üretimi (Wagenknecht ve Hartmann, 1987), ürün karması seçme problemi (Vergeday, 1987) ve makine optimizasyon problemi (Trappey, Liu ve Chang, 1988) uygulamaları yapılmıştır.[135]

Özetle, bulanık doğrusal programlama kaynakların etkin kullanımı ile daha etkin çözümler üreten bir yöntem olmasından ötürü her alanda klasik doğrusal programlamadan daha fazla ilgi görmeye başlamıştır.

[135] Tuş, a.g.e., s.61.

2.5. BULANIK ORTAMDA KARAR VERME

Günlük yaşantımızda bir konu ile ilgili karar alırken birçok zıt durumlarla ve ölçütlerle karşılaşılır. Böyle durumlarda karşılaşılan zorluklar çözülmeye çalışılır.

Karar verme, çok faktörlü karar verme ve çok yansız karar verme olarak iki kategoride incelenebilir. Çok faktörlü karar verme probleminde karar vermeyi etkileyen birden çok faktör mevcuttur. Bunların içinden öncelikli olanlar belirlenir. Birden çok faktör amaç ve ölçütleri belirlemek için kullanılır. Çok faktörlü karar verme problemlerinin çözümünde kullanılan yöntemler elde edilen bilgiye, amacın doğrultusuna, bilginin türüne göre sınıflandırılır. Amacın veya bilginin belirsiz olması halinde bulanık karar verme durumu söz konusu olur.

Klasik bir karar verme problemi altı bileşenden oluşur. Bu bileşenler sırasıyla karar verici, amaç, karar ölçütü, seçenekler, olaylar ve sonuç olarak ifade edilebilir. Burada amaç bir maksimizasyon veya minimizasyon işlemi olarak yorumlanabilir. Fayda, kar, gelir ve maliyet fonksiyonları ise karar ölçütlerini oluşturur. Evrensel bir küme, seçenekler kümesi olarak kabul edilir. Evrensel kümenin hangi elemanlarının karar probleminin çözümü olarak kabul edilip edilmeyeceğini belirleyen kısıtlayıcı koşulları ise olayları belirler. Bu bakış açısından, mevcut durumu veya kısıtlayıcı koşullarını dikkate alarak, karar vericinin belirlediği amaç veya amaç doğrultusunda ilerleme çabası, karar problemlerinin özünü oluşturur.

Bulanık bir ortamda karar verme problemi de yukarıda ele alınan altı bileşenle açıklanabilir. Burada söz konusu bileşenlerden karar verici ve seçenekler kümesinde herhangi bir bulanıklık olmadığı kabul edilmiştir. Amaç ve karar ölçütü bileşenleri ise aşağıda açıklanan anlamda bulanıklık içerebilir. Karar verici, amaç fonksiyonu için ulaşmak istediği erişim düzeyini bulanık olarak belirleyebilir. Ayrıca karar ölçütünü gösteren kar veya maliyet fonksiyonuna ilişkin parametre değerleri bulanık sayılarla tanımlanabilir. Söz konusu iki bileşen (amaç ve karar ölçütü bileşeni) bulanık bir hedef olarak ele alınacaktır. Diğer taraftan, olayları niteleyen kısıtlayıcıların parametre değerleri ve/veya sağ taraf sabitleri bulanık olabilir. Ayrıca kısıtlayıcılardaki ≤, =, ≥ ilişkilerinde bazı töleranslara yer verilebilir. Bu bileşen ise kısıtlayıcı olarak ele alınacaktır.[136]

2.5.1. Bulanık Karar ve Optimal Karar

Bulanık bir karar, verilen hedefler ve/veya kısıtlayıcıların uzlaştırılmasından belirlenen bulanık bir küme olarak tanımlanır.[137] Bulanık hedef ve bulanık kısıtlayıcıların bir alt kümesidir. Bulanık karar kümesi, bulanık kısıtlayıcı doyumunun ve bulanık hedef başarımının eşanlı olarak karşılanma derecesini gösterir.

Bulanık karar kümesi "$\tilde{G}$ hedefine ulaşmak ve $\tilde{C}$ kısıtlayıcısını doyurmak" şeklinde ifade edilen bir kurala göre belirlenir. Bu kural, bulanık karar kümesinin, hedef kısıtlayıcıların bir kesişim kümesi olarak tanımlanmasını gerektirir. Bulanık karar kümesi matematiksel olarak aşağıdaki gibi tanımlanır:[138]

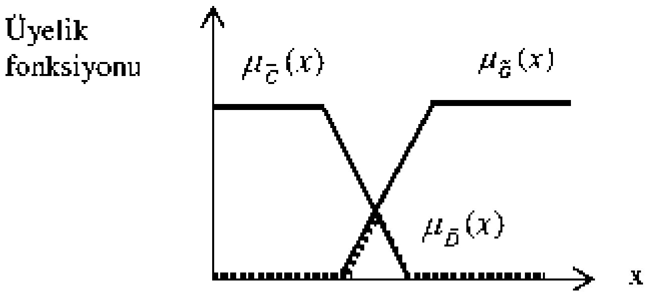
$$\tilde{D} = \tilde{G} \cap \tilde{C}$$

Her bir bulanık kümenin üyelik fonksiyonu $\mu_{\tilde{G}}(x)$, $\mu_{\tilde{C}}(x)$ ve $\mu_{\tilde{D}}(x)$ ile gösterildiğinde üyelik fonksiyonuna göre sembolik olarak,

[136] Özkan,M.M. (Fall 2002-2003). Bulanık Hedef Programlama Modeli ve Bir Uygulama Denemesi, *Review of Social, Economic and Business Studies*, 2, 265-301,p.266-267.
[137] Bellman, Zadeh;(1970). Decision Making In a Fuzzy Environment, *Management Science*, 17(4),141-164.
[138] Özkan.M.M.(2003). a.g.e.,s.157.

$\mu_{\tilde{D}}(x) = \mu_{\tilde{G}}(x) \cap \mu_{\tilde{C}}(x) = \min[\mu_{\tilde{G}}(x) \cap \mu_{\tilde{C}}(x)]$

şeklinde ifade edilebilir . G̃, C̃ ve D̃ bulanık kümeleri arasındaki ilişki Şekil:2.1 de gösterilmiştir.[139]



Şekil:2.1.Bulanık Karar

Bulanık karar tanımı n adet hedef ($\tilde{G}_1, \ldots\ldots \tilde{G}_n$) ve m adet kısıtlayıcı ($\tilde{C}_1, \ldots\ldots \tilde{C}_n$) olduğunda aşağıdaki gibi ifade edilebilir.[140]

$\tilde{D} = \tilde{G}_1 \cap \tilde{G}_2 \cap \ldots\ldots\ldots \cap \tilde{G}_n \cap \tilde{C}_1 \cap \tilde{C}_2 \cap \ldots\ldots\ldots \cap \tilde{C}_m$

veya,

$\mu_{\tilde{D}}(x) = \min \{ \mu_{\tilde{G}_1}, \mu_{\tilde{G}_2}, \ldots\ldots, \mu_{\tilde{G}_n}, \mu_{\tilde{C}_1}, \mu_{\tilde{C}_2}, \ldots\ldots \mu_{\tilde{C}_n} \}$

$= \min\{ \mu_{\tilde{G}_1}, \mu_{\tilde{C}_1} \} = \min\{\mu_i\}$

Karar vericiler, bulanık karar kümesinin bulanıklıktan arındırılmasını ve klasik bir karar verilmesini isteyebilirler. Böyle bir durum, bulanık karar kümesinin en yüksek

---

[139] Bojadziev, G.,Bojadziev,M., a.g.e., p.211.
[140] Tuş, a.g.e., s.70

üyelik dereceli elemanının belirlenmesi anlamına gelir. Bu ise matematiksel olarak aşağıdaki gibi ifade edilir.[141]

$$\mu_{\tilde{D}}(x^*) = \max_{x \in U} \mu_{\tilde{D}}(x)$$

veya

$$\mu_{\tilde{D}}(x^*) = \max_{x \in U} \{\min[\mu_{\tilde{G}}(x), \mu_{\tilde{C}}(x)]\}$$

Burada, x* en iyileme yönündeki bir kararı ifade eder. Bulanık amaç ve/veya kısıtlayıcıların kesişim kümesinde en yüksek üyelik dereceli tek bir eleman olması için, bulanık karar kümesinin aşağıda verilen dış bükeylik tanımını karşılaması gerekir.[142]

$$\mu_{\tilde{D}}[\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2] \geq \min[\mu_{\tilde{D}}(x_1), \mu_{\tilde{D}}(x_2)];\ \forall \lambda \in [0,1]$$

Optimal karar, bulanık kararlar arasında en büyük üyelik derecesi değerine sahip bulanık karardır. Matematiksel olarak aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$\mu_{\tilde{D}}(x) = \begin{cases} \text{Max } \mu_{\tilde{D}},\ x \in X \text{ ise} \\ 0, \text{ diğer durumlarda} \end{cases}$$

Burada bir optimal karar, X alternatifler kümesinde $\mu_{\tilde{D}}(x)$ i en iyileyen bir alternatiftir.[143]

[141] Bojadziev, G., Bojadziev,M. a.g.e., p.210.
[142] Hacısalihoğlu- Çelik, a.g.e., s.13.
[143] Tuş, a.g.e, s.71.

2.5.2. Bulanık Doğrusal Programlamada Max(Min) İşlemcisi

Max(min) işlemcisi, hedef ve kısıtların eşanlı olarak doyurulması esnasında verilecek kararda her iki bulanık kümeyi sağlayacak alternatif üyelik dereceli elemanlardan en yüksek elemanın seçiminin sağlanmasıdır.[144]

Herhangi bir bulanık doğrusal programlama problemi için optimal karar saptanırken genelde max(min) işlemcisi kullanılmaktadır. Optimal bir karar;

$$\mu_{\tilde{D}}(x^*)=\max \mu_{\tilde{D}}(x)= \max (\mu_{\tilde{G}} (x) \wedge \mu_{\tilde{C}} (x))= \max[\min (\mu_{\tilde{G}}(x), \mu_{\tilde{C}}(x))]$$

koşulunu sağlayan x* kararıdır.[145]

Bulanık kararın üyelik fonksiyonu $\mu_{\tilde{D}}(x)$ in herhangi bir x kararı için aldığı değer, ilgili kararın kısıt ve amaçları aynı anda tatmin etme derecesini veya bulanık bir küme olan bulanık karar D̃ ye ait olma derecesini verir . Aynı anda tatmin derecesini hesaplamak için kullanılan minimum işlemcisi en kötü durumu ifade etmekte, kısıtlar ve amaçlar arasında herhangi bir etkileşim ve karşılıklı bağımlılığa izin vermemektedir. Birçok karar probleminde etkileşimin olmayışı uygun olmayabilir. Mantıktaki "veya" bağlacına karşılık gelen birleşim işlemi(maksimum işlemcisi) ile sunulan tam etkileşim de uygun olmayabilir. Bu nedenle alternatif bir küme kesişimi, amaçlar ve kısıtlar arasında bir derece pozitif etkileşimin var olduğu bir durumu ifade etmek için kullanılabilir.[146]

---

[144] Yalçın-Seçme, a.g.e., s.31.

[145] Chanda,R.S.,Bhattacherjee,P.K..(2004). "Transmission Expansion Plannig: A Fuzzy Linear Programming Based Approach", *IE(I) Journal- EL*,84,114-119, p.117.

[146] Tuş, a.g.e., s.72.

2.6. KLASİK DOĞRUSAL PROGRAMLAMA VE BULANIK DOĞRUSAL PROGRAMLAMA ARASINDAKİ BENZERLİKLER VE FARKLILIKLAR

Gerçek dünya ile ilgili karar problemlerinin çözümünü sağlayan doğrusal programlama modeli, bu karar problemlerine uygulama alanını belirli ölçüde daraltan bir takım varsayımlar içermektedir. Bu varsayımlar; doğrusallık, toplanabilirlik, bölünebilirlik ve belirliliktir.[147] Bulanık doğrusal programlama modeli için de belirlilik varsayımı hariç aynı varsayımlar geçerlidir. Belirlilik varsayımına göre tek bir üyelik fonksiyonu vardır. Kesin olan her şeyin üyelik değeri 1 iken, kesin olmayanların üyelik değeri ise 0 dır. Bulanık doğrusal programlamada üyelik fonksiyonları 0 ile 1 arasında değerler alabilir. Daha önce de belirtildiği gibi bulanık doğrusal programlamanın belirsizlik varsayımı altında gerçek olaylara daha esnek yaklaşımı, doğrusal programlama modeline göre daha üstün olduğunu göstermektedir.

Klasik doğrusal programlamada amaç optimal çözüme ulaşmaktır. Bulanık doğrusal programlamada amaç ise, en yüksel üyelik derecesine sahip bulanık karar olarak ifade edilen optimal karara ulaşmaktır.[148] Klasik doğrusal programlama modelinde amaç fonksiyonunun baştan tanımlanması gerekir. Bulanık doğrusal programlama modelinde ise amaç fonksiyonun olma zorunluluğu yoktur. Eğer bir amaç fonksiyonu var ise, çözüm aşamasında sınır haline dönüştürülecek karar verici için tatmin derecesi elde edilmeye çalışılır.[149]

Modelin formülasyonunda yer alan temel kavramların(karar değişkeni, amaç fonksiyonu kısıtlar) tanımları her iki model için de aynıdır. Bulanık doğrusal

---

[147] Özgüven, C.(2003). *Doğrusal Programlama ve Uzantıları*, Ankara: Detay Yayıncılık, s.6-9.
[148] Karadayı, a.g.e., s.15.
[149] Yalçın-Seçme, a.g.e., s.80-81.

programlama modelinde kavramların bulanıklığını ifade etmek için "~" simgesi kullanılır.

Özetle; bulanık doğrusal programlama klasik doğrusal programlamanın genişletilmiş halidir. Bulanık doğrusal programlamayı klasik doğrusal programlamadan farklı kılan en önemli özelliği gerçek hayattaki belirsizliklerin varsayımına dayanmasıdır.

2.7. ETKİLEŞİMLİ BULANIK DOĞRUSAL PROGRAMLAMA

Etkileşimli bulanık doğrusal programlama, kullanıcıya- bağlı (etkileşimli) ve problem odaklı bir yaklaşım olup, gerçek dünyanın bulanık olan yapısını modelleyebilen ve kullanıcı ile etkileşimli olarak çalışan, çözüm aşamasında bu etkileşimi sürdürerek en iyi çözüme ulaşmayı amaç edinen, sisteme daha gerçekçi bir yaklaşım ile bulanıklığı içeren bir yöntemdir.

Etkileşimli bulanık doğrusal programlama problemi, gösterilen doğrusal programlama problemini çözmek için etkili ve sistematik bir yaklaşım sunar ve karar vericiye çözümler ve kullanılan kaynakları gösterir. Karar verici çözümden tatmin olursa, problem çözülür. Tatmin olmazsa, etkileşimli bir süreç işler. Karar verici tatmin oluncaya kadar problemin çözüm süreci devam eder. Etkileşimli doğrusal programlama ile minimum malzeme ve zarar ile maksimum verim amaçlı bir sistem elde edilmesi sağlanır. Etkileşimli bulanık doğrusal programlamada " EGER-O HALDE" mantığından yola çıkılarak tüm olasılıklar incelenir.[150]

[150] Tuş, a.g.e., s.109.

Etkileşimli bulanık doğrusal programlama algoritması 13 aşamada açıklanmaktadır. Birinci aşamada; simplex yöntemi kullanılarak klasik doğrusal programlama problemi çözülür. Tek optimal çözüme bağlı ve kullanılan kaynakları ile karar vericiye sunulur.

İkinci aşamada, bu çözümün karar vericiyi tatmin edip etmeme durumu gözden geçirilir. Eğer sonuçlar tatmin edici ise, çözüm işlemi tamamlanır. Eğer kaynak i, bazı i ler için atıl ise mümkün olan bir azaltılır ve birinci aşamaya gidilir. Mümkün olan kaynaklar kesin değil ise ve bazı toleranslar mümkün ise, bununla parametrik analizler yapılır ve bir sonraki aşamaya geçilir.

Üçüncü aşamada, parametrik doğrusal programlama problemi çözülür. Aynı zamanda $Z^0 = Z^*(\theta = 0)$ ve $Z^1 = Z^*(\theta = 1)$ değerleri tanımlanır.

Dördüncü aşamada, çözümlerden herhangi birinin karar vericiyi tatmin etme durumu gözden geçirilir. Eğer sonuçlar tatmin ediyorsa, çözüm işlemi tamamlanır. Eğer kaynak i, bazı i ler için boş ise b_i düşürülür (ve p_i değiştirilir) ve birinci aşamaya gidilir. Eğer tolerans i, bazı i ler için kabul edilmezse p_i isteğe göre değiştirilir ve üçüncü aşamaya gidilir. Eğer amaç belirsiz olarak değerlendirilir ise bir sonraki aşamadan devam edilir.

Beşinci aşamada karar vericinin subjektif amacı b_0 ve onun toleransı p_0, simetrik bulanık doğrusal programlama probleminin çözümü için sorulur. Eğer karar verici, bulanık amaç için b_0 amacını vermek istemezse, bir sonraki aşamaya geçilir. Eğer b_0 verilirse, sekizinci aşamaya gidilir.

Altıncı aşamada Z^0 ve Z^1 ile elde edilen değerler ile oluşturulan model çözülür. Buradan Werners' in çözümü elde edilir.

Yedinci aşamada elde edilen çözümün karar vericiyi tatmin etme durumu gözden geçirilir. Eğer sonuç tatmin edici ise, çözüm işlemi tamamlanır. Eğer kullanıcı kendi amacını belirlerse, amaç b_0 verilir ve bir sonraki adıma geçilir. Eğer kaynak i, bazı i ler için atıl ise, b_i düşürülür (ve p_i değiştirilir) ve daha sonra birinci aşamaya gidilir. Eğer tolerans i, bazı i' ler için kabul edilir değil ise, p_i isteğe göre değiştirilir ve üçüncü aşamaya gidilir.

Sekizinci aşamada, karar verici p_0 ı belirlemeyi isterse üçüncü aşamada elde edilen çözüm karar vericiye yardım amaçlı sunulur ve bir sonraki aşamaya geçilir. Eğer p_0 verilmemiş ise on birinci aşamaya geçilir.

Dokuzuncu aşamada, Zimmerman'ın yaklaşımı olan model çözülür ve buradan tek optimal çözüm elde edilir.

Onuncu aşamada, elde edilen çözüm tatmin edici ise çözüm sona erdirilir. Eğer kullanıcı kendi amacını ve onun toleransını daha iyi görürse, b_0 (ve p_0) verilir ve sekizinci aşamaya gidilir. Eğer kaynak i, bazı i ler için atıl ise, b_i düşürülür (ve p_i değiştirilir) ve daha sonra birinci aşamaya gidilir. Eğer tolerans i, bazı i ler için kabul edilir değil ise, p_i isteğe göre değiştirilir ve üçüncü aşamaya gidilir.

On birinci aşamada, en son oluşturulan problem modeli tekrar bu değerler için çözülür. Buradan p_0 lar kümesi elde edilir. Bu değerler ile bir önceki problemi çözebilmek için dokuzuncu aşamaya gidilir.

On ikinci aşamada, çıkan sonuçlar karar vericiyi tatmin ediyorsa çözüm tamamlanır, tatmin etmiyorsa bir sonraki aşamaya geçilir.

On üçüncü aşamada, ileri analiz için karar vericiden p_0 değerini belirlemesi istenir ve dokuzuncu aşamaya gidilir.[151]

2.8. BULANIK DOĞRUSAL PROGRAMLAMADA PARAMETRİK PROGRAMLAMA

Parametrik doğrusal programlama istenen ekonomik olayların oluşumunda etkili olan elemanların, belli kısıtlamalar altındaki değişimin parametrik değerler ile belirlenmesidir. Bir bakıma parametrik programlama seçilen parametrelerdeki sürekli değişimlerin, optimal doğrusal programlama çözümünü nasıl etkilediğini inceler.[152]

Parametrik programlama amaç fonksiyonu katsayılarındaki ve kısıtların sağ taraflarındaki önceden belirlenmiş sürekli değişimden dolayı optimum çözümde meydana gelen değişiklikleri inceler.[153]

Bir bulanık doğrusal programlama probleminin parametrik programlama yöntemi ile çözülebilmesi için üyelik fonksiyonları üzerinde bazı işlemler yapılması gerekir. Bulanık amaçların ve kısıtların üyelik fonksiyonlarının biçimleri ile ilgili bazı varsayımlar kabul edildiğinde, bulanık doğrusal programlama problemleri kesin parametrik programlama problemlerine eşdeğer olmaktadır.

Bir bulanık doğrusal programlama problemi, parametrik programlama yöntemi kullanılarak çözüldüğünde amaç fonksiyonunu analitik olarak $\theta=1-\lambda$ parametresine bağlı olarak eniyileyen çözümler kümesi elde edilir. Her θ değeri için eğer varsa

---

[151] Tuş, a.g.e., s.111;Paksoy, T.,Atak,M (2003). Etkileşimli Bulanık Çok Amaçlı Doğrusal Programlama ile Bütünleşik Üretim Planlama: Hidrolik Pompa İmalatçısı Firma Örnek Olayı, Gazi Üniversitesi, *Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, Cilt:15, No:2,s.457-466.
[152] Öztürk, A.(2007).*Yöneylem Araştırması*, Ekin Kitabevi,11. Baskı, s.274.
[153] Taha, A.H.(2000). *Yöneylem Araştırması*, Çev. Baray, Ş.A., Esnaf,Ş. İstanbul: Literatür Yayınları,s.324.

kısıtların hepsini 1-θ derecesi ile sağlayan ve aynı zamanda amaca olası en büyük üyelik derecesini veren bir çözüm elde edilir. Problemin amaç fonksiyonunun en iyi değeri analitik olarak θ parametresine bağlı olarak ifade edilebilir. Bu değer θ ya bağlı sürekli parçalı doğrusal bir fonksiyondur.[154]

2.9. BULANIK DOĞRUSAL PROGRAMLAMADA ÜYELİK FONKSİYONU BİÇİMLERİ

Bulanık doğrusal programlamada üyelik fonksiyonunun biçiminin doğruluğu ve problemin yapısına uygunluğu problemin çözümünde etkilidir. Bu nedenle üyelik fonksiyonunun biçimi bir bulanık doğrusal programlama probleminde dikkat edilmesi gereken noktalardan biridir.

Bulanık doğrusal programlama problemlerinin çözümünde kullanılan üyelik fonksiyonu biçimleri doğrusal, içbükey ve s-biçimli olarak sınıflandırılabilir.

Zimmerman 1987 yılında yayınlanan çalışmasında çok amaçlı bir bulanık doğrusal programlama problemini çözmek için max ya da min işlemcisi kullanıldığında ve tüm üyelik fonksiyonu biçimleri doğrusal olduğunda, problemin kolaylıkla tek amaçlı bir kesin doğrusal programlama problemine indirgenebileceğini göstermiştir.[155] Ayrıca bu tür problemler için doğrusal olmayan üyelik fonksiyonu biçimlerinin daha uygun olabileceği düşünülmektedir. Leberling 1981 yılında tüm üyelik fonksiyonu biçimleri hiperbolik olduğunda aynı indirgemenin yapılabileceğini iddia etmiştir.[156] 1981 yılında Hannan ve 1984 yılında Nakamura bulanık doğrusal programlama

---

[154] Tuş, a.g.e., s.74.

[155] Zimmermann,H.J.(1978). "Fuzzy Programming and Linear Programming with Several Objective Functions", *Fuzzy Sets and Systems*, 1,45-55.

[156] Leberling, H. (1981). "On Finding Compromise Solutions in Multicriteria Problems Using the Fuzzy Min-Operator", *Fuzzy Sets ans Systems*, 6,105-118.

problemlerinin çözümünde max(min) işlemcisi ile birlikte parçalı doğrusal üyelik fonksiyonlarını kullanmıştır. Hannan'ın yöntemi tüm üyelik fonksiyonları (0,1) aralığında içbükey ise uygulanabilir. Nakamura'nın yöntem ise doğrusal programlama yöntemini tekrarlayarak kullanmayı gerektirir.[157] Rommelfanger 1984 yılında, parçalı doğrusal içbükey üyelik fonksiyonlarını ve bir etkileşimli süreçle vektör optimizasyon probleminin çözümü üzerinde durmuştur. Carlsson ve Korhonen 1986 yılında, bulanık doğrusal programlama problemlerinin çözümünde doğrusal biçim kadar sınırlayıcı olmayan fakat parametre değerlerindeki belirsizlik miktarını ifade etmek için yeterince esnek olan üstel biçimli üyelik fonksiyonlarını kullanmışlardır.[158]

Inuiguchi ve arkadaşları 1990 yılında, amaç fonksiyonu parametreleri bulanık olan doğrusal programlama problemlerinin çözümünde max(min) işlemcisi kullanıldığında ve tüm amaçlar sürekli parçalı doğrusal üyelik fonksiyonlu güçlü dışbükey bulanık kümelerle tanımlandığında, söz konusu problemlerin kesin doğrusal programlama problemlerine indirgenebileceğini göstermiştir.[159]

Yang vd. 1991 yılındaki içbükey üyelik fonksiyonları, Maleki vd. 2000 yılında tüm parametreleri yamuk şeklindeki üyelik fonksiyonlarını çalışma konusu yapmışlardır. Ayrıca 1992 yılında Dhingra,1992 yılında Rao ve1994 yılında Lai-Hwang doğrusal olmayan üyelik fonksiyonlarının kullanımını çalışmışlardır.1997 yılında Junzo Watada, bulanık karar verme problemini çözmede lojistik üyelik fonksiyon şeklini önermiştir.

[157]Inuiguchi,M. et al.,(1990). "A.Solution Algorithm for Fuzzy Linear Programming with Piecewise Linear Membership Functions", *Fuzzy Sets and Systems*,34, 15-31,s.16.
[158] Tuş, a.g.e., s.76.
[159] Tuş, A., a.g.e., s.76; Inuiguchi,M.et al. (1990). a.g.e.

Yapılan bütün çalışmalar göz önüne alındığında en sık kullanılan doğrusal ve parçalı doğrusal üyelik fonksiyonu biçimleridir. Bu çalışmada da doğrusal ve parçalı doğrusal üyelik fonksiyonu biçimleri kullanılacaktır.

2.10. BULANIK DOĞRUSAL PROGRAMLAMA MODELLERİ

Bulanık doğrusal programlama problemleri bulanıklık kavramının ele alınış şekline göre birçok sınıfa ayrılmıştır. Bu sınıflamalardan ilki Zimmermann tarafından yapılmıştır. Zimmermann, bulanık doğrusal programlama problemlerini simetrik modeller ve simetrik olmayan modeller olarak ikiye ayırmıştır. Zimmermann a göre amaç ve kısıtları bulanık olması halinde simetrik bir model söz konusudur.[160] Simetrik modeller, 1970 yılında Bellman ve Zadeh tarafından yapılan bulanık karar tanımına dayanır. Bellman ve Zadeh, belirsizlik durumunda amaç ve kısıtların bulanık kümelerle gösterilebileceğini varsaymıştır. Dolayısıyla bulanık bir karar, bulanık amaç ve bulanık kısıtların bir araya gelmesi olarak tanımlanabilir ve en iyi karar max(min) işlemcisi ile saptanabilir. Simetrik olmayan modellerin temelini ise aşağıdaki iki yaklaşım oluşturur:

i. Bulanık karar kümesinin belirlenmesi
ii. Uygun dönüştürmeler yapıldıktan sonra amaç fonksiyonu ile kısıtları bir araya toplayarak kesin optimal kararın saptanmasıdır.

Simetrik olmayan modellerin çözümünde genellikle parametrik doğrusal programlama yöntemi kullanılmaktadır.[161]

Lai-Hwang bulanık doğrusal programlama modellerini üyelik fonksiyonlarına dayanarak bulanık doğrusal programlama ve olabilirlik doğrusal programlama modelleri

[160] Özkan, M. M.(2003). a.g.e., s.162.
[161] Tuş, a.g.e., s.81.

şeklinde iki sınıfta incelemiştir. Lai-Hwang'a göre, bulanık doğrusal programlama modellerinde subjektif tercihe dayalı üyelik fonksiyonlarıyla nitelenen bulanık girdilerle ilgilenilirken, olabilirlik doğrusal programlama modellerinde olabilirlik dağılımları ile nitelendirilmesi gereken kesin olmayan verilerle ilgilenilir.[162]

Bulanık doğrusal programlama modellerini sınıflandırmanın birçok yolu olmasına rağmen, bu modeller genellikle esnek programlama, olabilirlikçi programlama ve robust programlama olarak üç sınıfta ele alınır.[163]

Esnek programlama modelleri, Bellman ve Zadeh'in bulanık karar kümesi tanımına dayanarak Tanaka ve Zimmermann tarafından geliştirilmiştir. Esnek programlamada temel olarak, bulanık amaç ve bulanık kısıtlayıcılar altında karar verme problemi ele alınmıştır. Burada, bulanık amaç ve bulanık kısıtlayıcılar sırasıyla amaç fonksiyonu ve kısıtlayıcıların esnekliğini gösterir.

Olabilirlikçi programlama modellerinde, amaç fonksiyonu ve kıstlayıcılarına ilişkin parametrelerin kesin olmaması durumu incelenir. Ayrıca, bu modellerde bulanık katsayılar, katsayı değerlerindeki olabilirlik dağılımları olarak görülür. Esnek programlamanın aksine, bu modellerde bulanık amaçlar ve bulanık kısıtlayıcılar durumu ele alınmaz. Olabilirlikçi programlama modellerinde Dubois-Prade, Tanaka, Orlovski ve Ramik-Rimanek tarafından geliştirilen modeller ön plana çıkmıştır. Dubois-Prade, belirsiz katsayılarla doğrusal eşitlik sistemlerini incelemiştir. Tanaka, Orlovski ve Ramik-Rimanek ise birbirinden bağımsız olarak bulanık katsayılı doğrusal programlama problemlerini sunmuşlardır.

---

[162] Özkan, M.M.(2003). a.g.e., s.163.
[163]Inuiguchi,M., Ramik,J.(2000). "Possibilistic Linear Programming Problems: A Brief of Mathemaical Programming and A Comparison with Stochastic Programming in Portfolio Selection Problem", *Fuzzy :Sets and Systems,* 111,3-28, p.4-5.

Robust programlama modelleri ise hem belirsiz katsayıları hem de karar verici tercihinin belirsiz olduğu durumları ele alır. Negoita, karar verici tercihinin belirsiz olmasını bulanık bir başarım bölgesi ile göstermiş ve bulanık bir fonksiyon değerinin önceden belirlenen bulanık başarım bölgesi içinde olması gerektiği üzerinde durmuştur. Orlovski, bulanık tercih bağlantısıyla kendisinin geliştirdiği karar yöntemine dayanan bulanık katsayılı bir modeli formüle etmiştir. Luhandjula ise bulanık katsayılı amaç fonksiyonunda iç içe geçmiş amaç değerleri ile bulanık katsayılı kısıtlayıcıların sol ve sağ tarafı arasındaki farklılıkları incelemiştir.

Olabilirlikçi programlama modelleri ve robust programlama modelleri ayrı bir çalışma konusudur. Söz konusu modeller ve bu modellerin çözümü için geliştirilen yaklaşımlara bu çalışmada yer verilmemiştir.

Açıklamalardan da anlaşılacağı üzere bulanık doğrusal programlama problemlerinin, bulanıklığın ilgili modele nasıl ve nerede girileceği bilgisine göre oluşturulan birçok türü vardır. Literatürde yaygın olarak kullanılan sınıflandırma ise şöyledir:[164]

i. Bulanık kısıtlayıcılı doğrusal programlama problemi
ii. Bulanık amaç fonksiyonlu ve bulanık kısıtlayıcılı doğrusal programlama problemi
iii. Bulanık amaç katsayılı doğrusal programlama problemi
iv. Bulanık parametreli doğrusal programlama problemi

Şimdi yukarıda sözü edilen bulanık doğrusal programlama modelleri ayrı ayrı ele alınacaktır.

---

[164] Özkan, M.M.(2003).a.g.e., s164.

2.10.1. Bulanık Kısıtlayıcılı Doğrusal Programlama Problemi

Bulanık kısıtlayıcılı bir doğrusal programlama problemi,

$\mathrm{Max}(\ Z = c^T x)$

Kısıtlayıcılar

$(Ax)_i \tilde{\leq} b_i \qquad i=1,2,\ldots,m$

$x \geq 0$

şeklinde ifade edilir. Bu modellerde amaç fonksiyonunu bulanıklık içermez.[165]

Bazı durumlarda karar verici kısıtların sağlamasında bazı ihlalleri hoş görebilir. Kısıt kümesindeki her kısıt için bu varsayım,

$(Ax)_i \{\tilde{\leq}, \tilde{\geq}\}\ b_i \qquad i=1,2,\ldots m$

ile temsil edilir.

"$\tilde{\leq}$" şeklindeki bulanık kısıtlar

$$\mu_i(x) = \begin{cases} 0 & : \text{eğer } (Ax)_i < b_i - p_i \text{ ise} \\ f_i(Ax)_i & : \text{eğer } b_i \leq (Ax)_i \leq b_i + p_i \text{ ise} \\ 1 & : \text{eğer } (Ax)_i > b_i \text{ ise} \end{cases}$$

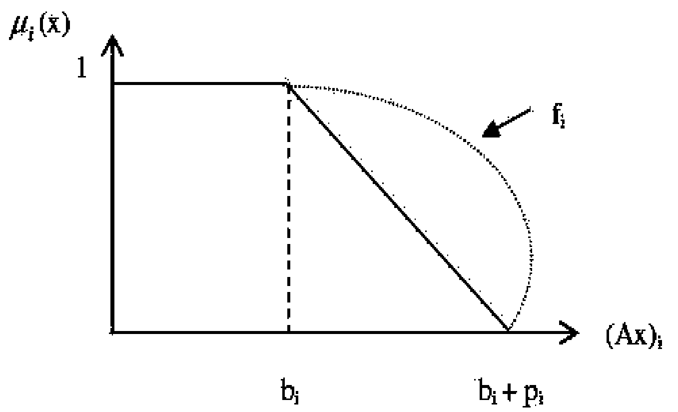
"$\tilde{\geq}$" şeklindeki bulanık kısıtlar;

$$\mu_i(x) = \begin{cases} 0 & : \text{eğer } (Ax)_i < b_i - p_i \text{ ise} \\ f_i(Ax)_i & : \text{eğer } b_i - p_i \leq (Ax)_i \leq b_i \text{ ise} \\ 1 & : \text{eğer } (Ax)_i > b_i \text{ ise} \end{cases}$$

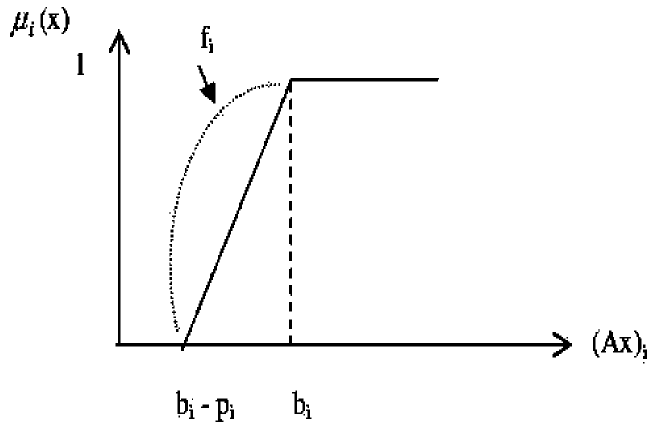
165 Özkan, M.M.(2003). a.g.e., s164.

biçimindeki üyelik fonksiyonlarıyla modellenir. f_i fonksiyonları "$\tilde{\leq}$" şeklindeki bulanık kısıtlar sürekli ve monoton azalan , "$\tilde{\geq}$" şeklindeki bulanık kısıtlar ise sürekli ve monoton artan olarak tanımlanmıştır.[166]

Bulanık eşitsizlik kısıtlarının üyelik fonksiyonları, Şekil:2.2 ve Şekil:2.3'te gösterilmiştir.



Şekil: 2.2. Sürekli ve Monoton Azalan Üyelik Fonksiyonu



Şekil:2.3.Sürekli ve Monoton Artan Üyelik Fonksiyonu

[166]Özkan, M.M.(2002). a.g.e., s:54

Bulanık doğrusal programlama modelinde maksimum kaynak miktarını gösteren sağ taraf parametrelerinin açıkça tanımlanmadığı yani bulanık olduğu durumda oluşturulan kısıtlara "bulanık kaynak kısıtları" denir.[167] Sağ taraf parametrelerinin bulanık olması halinde bulanık kısıtlayıcılı doğrusal programlama problemi,

Max $(Z=c^{T}x)$

Kısıtlayıcılar

$(Ax)_i \leq \tilde{b}_i \qquad i=1,2,\ldots..m$

$x \geq 0$

şeklinde ifade edilir.

2.10.2. Bulanık Amaç Fonksiyonlu ve Bulanık Kısıtlayıcılı Doğrusal Programlama Problemi

Bulanık amaç fonksiyonlu ve bulanık kısıtlayıcılı doğrusal programlama problemi,

$\widetilde{\text{Max}}(Z=c^{T}x)$

Kısıtlayıcılar

$(Ax)_i \tilde{\leq} b_i \qquad i=1,2,\ldots.m$

$x \geq 0$

Bu modelde, amaç fonksiyonundaki bulanıklık, karar vericinin ulaşmak istediği erişim düzeyinin bulanık olması ile ifade edilir. Ayrıca, bu modellerde amaç fonksiyonu

[167] Guu, S.M., Wu, Y.K.(1999). "Two-phase approach for solving the fuzzy linear programming problems", *Fuzzy Sets and Sysems*,107,191-195.

parametreleri ve teknoloji katsayıları da bulanık olmayan bir şekilde belirlenir. Bulanık amaç ve bulanık kısıtlayıcılı doğrusal programlama problemlerinin çözülebilmesi için bulanık amaç ve bulanık kısıtlayıcılara ilişkin erişim düzeyleri ile maksimum toleransların belirlenmesi gerekir.[168]

2.10.3. Bulanık Amaç Katsayılı Doğrusal Programlama Problemi

Bulanık amaç katsayılı doğrusal programlama problemi,

Max $Z=\tilde{c}^T x$

Kısıtlayıcılar

$(Ax) \leq b_i \qquad i=1,2,\ldots,m$

$x \geq 0$

şeklinde ifade edilir. Bu modelde amaç fonksiyonu katsayıları bulanık sayılarla ve bulanıklığı niteleyen tolerans aralıklarıyla tanımlanır.[169]

2.10.4. Bulanık Parametreli Doğrusal Programlama Problemi

Bulanık parametreli doğrusal programlama problemi,

Max $Z=\sum_{j=1}^{n} \tilde{c}_j x_j$

Kısıtlayıcılar

[168] Özkan, M. M. (2003). a.g.e., s.165.
[169] Cadenas,J.M., Vergeday,J.L.(2000). "Using Ranking Functions in Multiobjective Fuzzy Linear Programming", *Fuzzy Sets and System,* 111,47-53.

$$\sum_{j=1}^{n} \tilde{a}_{ij} x_j \leq \tilde{b}_i \quad i=1,2,\ldots.m$$

$$x \geq 0$$

şeklinde ifade edilir. Bu model için parametrik programlama temeline dayanan ve parametrelerdeki bulanıklığın karar verici ile etkileşime girerek tanımlandığı bir çözüm yaklaşımı Carlsson ve Korhonen tarafından önerilmiştir.[170]

2.11. BULANIK DOĞRUSAL PROGRAMLAMA PROBLEMLERİNİN ÇÖZÜM YAKLAŞIMLARI

2.11.1. Zimmermann Yaklaşımı

Bulanık doğrusal programlama bir karar modeli olarak ilk kez Zimmerman tarafından kullanılmıştır. Halk seçimleri ve güç sistemlerinin planlanması uygulamalarını yapmıştır.[171]

Zimmerman, bulanık doğrusal programlamada, simetrik ve simetrik olmayan modeller üzerinde incelemeler yaparak, bulanık amaç ve bulanık kısıtlayıcılı doğrusal programlama problemleri için simetrik bir yaklaşım önermiştir. Bulanık amaç ve bulanık kısıtlayıcılı doğrusal programlama modellerinde, karar vericinin amaç fonksiyonu için hedeflediği seviyeyi ve tolerans miktarını çözüm öncesinde belirleyebildiğini öne sürmüştür.[172]

Zimmerman tarafından belirlenen model aşağıdaki gibidir:

---

[170] Özkan, M.M.(2003). a.g.e., s.166
[171] Darby- Dowman,K., Lucas,C., Mitra,G., Yadegar,J.(1986). "Linear, Integer, Eperable and Fuzzy Programming Problems: A Unified Approach Towards Reformulation", *The Journal of Operation Research Society,* 39(2),p.17
[172] Ural, a.g.e., s.77

$c^T x \tilde{\geq} b_0$

$(Ax)_i \tilde{\leq} b_i$, $\forall$ i için

$x \geq 0$

Burada $\tilde{\leq}$ işareti bulanık bir eşitsizliği ifade eder . Yani $\leq$ işaretinin bulanıklaştırılmış halidir . "Ax in b civarında veya daha az olduğunu gösterir . Aynı şekilde $\tilde{\geq}$ işareti de $c^T x$ in b_0 civarında veya daha fazla olduğunu gösterir. Bulanık doğrusal programlama probleminde amaç fonksiyonunun her iki tarafının da (-1) ile çarpılması ile bulanık doğrusal programlama problemi tamamen simetrik olarak aşağıdaki gibi ifade edilecektir.[173]

$-c^T x \tilde{\leq} -b_0$

$(Ax)_i \tilde{\leq} b_i$, $\forall$ i için

$x \geq 0$

Burada, $B=\begin{bmatrix} -c^T \\ A_i \end{bmatrix}$ ve $d=\begin{bmatrix} -b_0 \\ b_i \end{bmatrix}$ sütun vektörleri tanımlanırsa, bulanık doğrusal programlama problemi aşağıdaki gibi olacaktır.

$Bx \tilde{\leq} d$

$x \geq 0$

Bulanık amaç ve bulanık kısıtlayıcılar için üyelik fonksiyonlarının belirlenmesi gerekir. Yukarıdaki modelin i inci satırı için, üyelik fonksiyonunun tek düze olarak artmayan bir yapıda olması gerekir. Yani, i inci bulanık eşitsizlik tamamen doyuruluyorsa, üyelik derecesi 1, tamamen doyurulmadığında ise 0 olmalıdır. $[d_i, d_i+p_i]$

[173]Özkan, M.M.(2003). a.g.e., s.167

aralığında da üyelik fonksiyonu sürekli olarak azalma göstermelidir. Yukarıdaki eşitlikte $d_i=b_i$ ($\forall i$ için) terimi i inci bulanık eşitsizlik için karar vericinin ulaşmak istediği erişim düzeyini ifade etmektedir. p_i terimi ise i inci erişim düzeyi için karar vericinin belirlediği maksimum toleransı ifade etmektedir. Bu durumda i inci bulanık eşitsizlik için üyelik fonksiyonu aşağıdaki gibi olacaktır.[174]

$$\mu_i[(Bx)_i]= \begin{cases} 1, & (Bx)_i < b_i \\ 1-\dfrac{[(Bx)_i - d_i]}{p_i} & d_i \leq (Bx)_i \leq d_i + p_i \\ 0 & (Bx)_i > d_i + p_i \end{cases}$$

Buradan hareketle, bulanık amaç fonksiyon ve bulanık kısıtlayıcıların parçalı doğrusal üyelik fonksiyonları sırasıyla aşağıda verildiği gibidir.[175]

$$\mu_0(x)= \begin{cases} 0 & ;\text{ eğer } c^T x \leq b_0-d_0 \text{ ise} \\ 1-\dfrac{b_0 - c^T x}{d_0} & ;\text{ eğer } b_0-d_0 \leq c^T x \leq b_0 \text{ ise} \\ 1 & ;\text{ eğer } c^T x \geq b_0 \text{ ise} \end{cases}$$

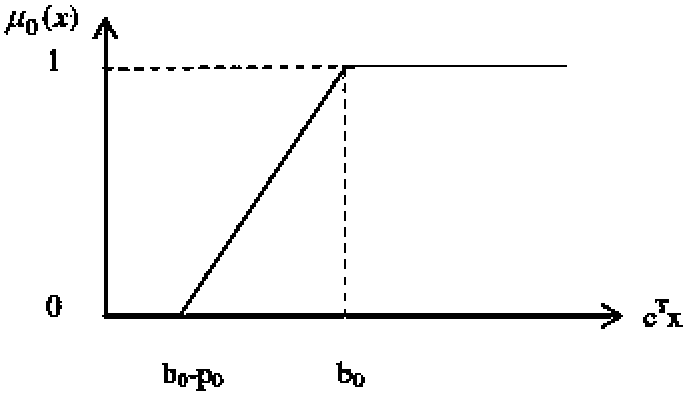
$$\mu_i(x)= \begin{cases} 0 & ;\text{ eğer } (Ax)_i \geq b_i+d_i \text{ ise} \\ 1-\dfrac{(Ax)_i - b_i}{d_i} & ;\text{ eğer } b_i \leq (Ax)_i \leq b_i+d_i \text{ ise} \\ 1 & ;\text{ eğer } (Ax)_i \leq b_i \text{ ise} \end{cases}$$

---

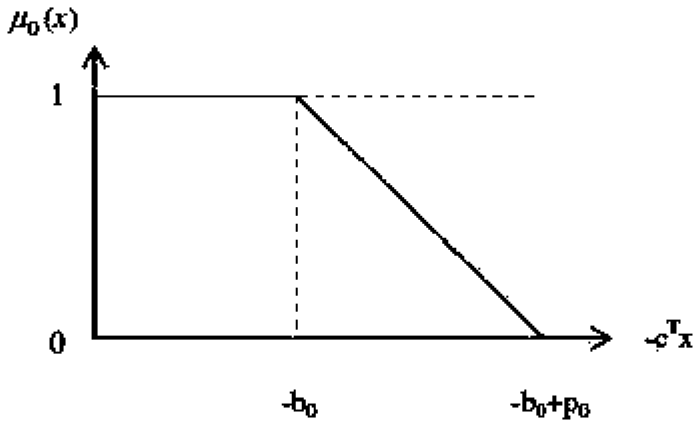
[174] Yalçın-Seçme, a.g.e., s.56.

[175] Özkan, M.M.(2003). a.g.e., s.168-169; Dyson;R.G.(1980). "Maximin Programming, Fuzzy Linear Programming and Multi- Criteria Decision Making", *Journal of Operation Research Society*,31,263-267, p.264.

Burada örneğin $\mu_0(x)$ üyelik fonksiyonu, çözüm vektörü x in bulanık eşitsizlik $c^T x \tilde{\geq} b_0$ eşitsizliğini sağlama derecesi olarak yorumlanır. Bulanık amaç ve bulanık kısıtlayıcıların üyelik fonksiyonları Şekil:2.4, Şekil:2.5 ve Şekil:2.6'da gösterilmiştir. Bu şekillerde, bulanık amaç ve bulanık kısıtlayıcılara ilişkin üyelik fonksiyonlarının sırasıyla monoton olarak artmayan ve monoton olarak azalmayan fonksiyonlar olduğu görülebilmektedir.[176]



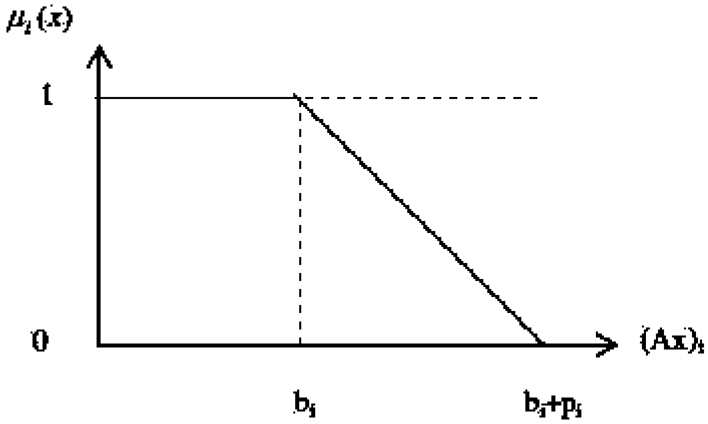
Şekil:2.4. $c^T x \tilde{\geq} b_0$ Eşitsizliğinin Üyelik Fonksiyonu



Şekil:2.5. $-c^T x \tilde{\leq} b_0$ Eşitsizliğinin Üyelik Fonksiyonu

---

[176] Özkan, M.M.(2003). a.g.e., s.168-169



Şekil:2.6. $(Ax)_i \,\tilde{\lesssim}\, b_i$ Eşitsizliğinin Üyelik Fonksiyonu

Zimmermann yaklaşımına göre karar kümesinin en yüksek üyelik dereceli elemanı matematiksel olarak aşağıdaki gibi ifade edilebilir.[177]

$$\mu_{\tilde{D}}(x^*) = \max_{x\geq 0} (\min[\mu_0(x), \mu_i(x)]) \quad i=1,2,\ldots.m$$

Bulanık amaç fonksiyonlu ve bulanık kısıtlayıcılı doğrusal programlama modelleri, üyelik fonksiyonları belirlendikten sonra matematiksel teknikler kullanılarak geleneksel doğrusal programlama problemi olarak çözülebilmektedir. Simetrik bulanık doğrusal programlama problemleri ek bir değişken olan λ nın kullanılması ile aşağıdaki gibi ifade edilebilir.[178]

Max λ

Kısıtlayıcılar

$\mu_0(x) \geq \lambda$

$\mu_i(x) \geq \lambda$

$\lambda \in [0,1]$

[177] Özkan, M.M.(2003).a.g.e., s.168-169.

[178] Gasimov, R.N.,Yenilmez, K..(2002). "Solving Fuzzy Linear Programming Problems with Linear Membership Function", Turk J. Math. 26, TUBİTAK,s.378.

Burada λ değişkeni, amaç fonksiyonu ve bulanık kısıtlayıcıların doyurulma derecesini göstermektedir. Bulanık amaç ve kısıtlayıcıların üyelik fonksiyonlarını modelde yerine koyduğumuzda modelin son hali aşağıdaki gibi olur.

Max λ

Kısıtlayıcılar

$c^T x \geq b_0 - (1-\lambda)p_0$

$(Ax)_i \leq b_i + (1-\lambda)p_i$

$(Ex)_i \leq b_i$; $i=1,2,\ldots m$

$\lambda \in [0,1]$

$x \geq 0$

Bu modelde Ex, bulanık olmayan kısıtlayıcıları ifade eder. Buradan bir bulanık doğrusal programlama modelinde bulanık olmayan kısıtlayıcıların da olabileceği sonucu ortaya çıkıyor.

Zimmerman yaklaşımı konunun daha iyi anlaşılması için bir örnek yardımıyla açıklanmıştır.

Örnek 1:

Amaç Fonksiyonu

Max $z = 6x_1 + 8x_2$

Kısıtlar

$2x_1 + 4x_2 \leq \tilde{20}$

$x \geq 0$

Modelin klasik doğrusal programlama ile çözümünde optimal çözüm değerleri aşağıdaki gibidir.

Max z=60

x_1=10 ve x_2=0

Yukarıda verilen doğrusal programlama problemde hem amaç fonksiyonu hem de kısıtın bulanık olduğu varsayılacaktır. Buna göre;

Karar vericinin amaç fonksiyonu için tanımladığı bulanık erişim düzeyi b_0= 100

Maksimum kabul edilebilir tolerans p_0=20

Tolerans miktarı p_i=10

olarak verilmiştir.

Zimmerman Yaklaşımında yapılan işlemler neticesinde modelin aldığı son hali,

Max λ

Kısıtlayıcılar

$c^T x \geq b_0 - (1-\lambda)p_0$

$(Ax)_i \leq b_i + (1-\lambda)p_i$

$(Ex)_i \leq b_i$; i=1,2,…m

$\lambda \in [0,1]$

$x \geq 0$

şeklinde yazılır. Veriler modele uygun olarak aşağıdaki gibi yerleştirilebilir.

Max λ

$6x_1+8x_2 \geq 100-(1-\lambda)20$

$2x_1+4x_2 \leq 20+(1-\lambda)10$

$\lambda \in [0,1]$

$x \geq 0$

Modelin optimal çözüm değerleri:

Bulanık amaç ve kısıtın ortak doyum derecesi $\lambda=0{,}2$

$z=84$

$x_1= 14$ ve $x_2= 0$

olarak bulunur.

Optimal sonuca göre; birlikte iki amaca ulaşımın %20 sinin gerçekleştiği söylenebilir.

2.11.2. Chanas Yaklaşımı

Chanas, bulanık amaç ve bulanık kısıtlayıcılı doğrusal programlama modellerine yeni bir bakış açısı getirmiştir. Karar vericinin hedef seviyesini, herhangi bir bilgi elde etmeden belirlemesinin gerçekçi olmadığını belirtmiştir.[179] Chanas, simetrik bulanık doğrusal programlama problemlerinin çözümünde parametrik programlamayı temel almıştır. Zimmermann'dan farklı olarak bulanık sınırlar tarafından belirlenen uygun çözüm alanı hakkındaki bilgi eksikliğinden dolayı, karar vericinin başlangıçta amaç fonksiyonu için bulanık erişim düzeyi(b_0) ve erişim düzeyinin maksimum toleransının(p_0) bilinmeyeceğini öne sürmüştür. Chanas yaklaşımında karar vericinin b_0

[179] Ural, a.g.e., s.86.

ve p_0 değerlerinin belirlenmesine yardım edebilmek için aşağıda verilen bulanık kısıtlayıcılı doğrusal programlama probleminin çözülmesi gerekir.[180]

$$\text{Mãx } Z=c^T x$$

$$(Ax)_i \tilde{\leq} b_i \qquad i,=1,2,\ldots m$$

$$x \geq 0$$

Chanas ilk olarak bu problemi çözer ve sonuçları karar vericiye iletir. Her b_i için p_i hoşgörü miktarı verilmiştir. Buna göre bulanık kısıtların üyelik fonksiyonları aşağıdaki gibi parçalı doğrusal üyelik fonksiyonları olarak nitelenir.

$$\mu_i(x)=\begin{cases} 0 & ;\text{ eğer } (Ax)_i > b_i + p_i \text{ ise} \\ 1-\dfrac{(Ax)_i - b_i}{p_i} & ;\text{ eğer } bi \leq (Ax)_i \leq b_i + p_i \text{ ise} \\ 1 & ;\text{ eğer } (Ax)_i < b_i \text{ ise} \end{cases}$$

Bulanık kısıtlayıcılara ilişkin üyelik fonksiyonlarının en azından λ düzeyine kadar sağlanması gerektiği için model aşağıdaki hali alır

$$\text{Mãx} Z= c^T x$$

$$(Ax)_i \leq b_i + (1-\lambda)\, p_i \qquad i=1,2,\ldots m$$

$$\lambda \in [\,0,1\,]$$

$$x \geq 0$$

Burada kısıtlayıcılardaki tolerans derecesini gösteren θ parametresi ,$\theta=1-\lambda$ olarak tanımlandığı zaman,

$$\text{Max} Z= c^T x$$

[180] Kaya,a. g.e, s.28.

$(Ax)_i \leq b_i + \theta p_i \quad i=1,2,\ldots.m$

$\theta \in [0,1]$

$x \geq 0$

şeklindeki parametrik programlama problemine ulaşılır. Buradan $\mu_i(Ax^*) \geq 1-\theta$ şeklinde düzenlenebilir. Chanas'a göre θ parametresinin her bir değeri için yukarıdaki eşitliğin kabul edilebilir çözümlerini gösteren $x^*(\theta)$ de

$\mu_i(Ax^*) = 1-\theta$

ifadesi doyurulmaya çalışılır. Burada her bir Ax^* çözümü için, bazı kısıtlayıcıların (1-θ) dan büyük olabileceği, en az bir adet kısıtlayıcının da (1-θ) ya eşit olduğu düşüncesinden hareketle, bulanık kısıtlayıcıların ortak doyum derecesi aşağıdaki gibi ifade edilir.[181]

$\mu(Ax^*(\theta)) = \min\{\mu(Ax^*(\theta))\} = 1-\theta$

Buradan, θ parametresinin her bir değeri için, bulanık kısıtlayıcıları 1-θ düzeyinde sağlayan bir çözüm belirlenir. Bu durumda $x^*(\theta)$ ve $Z^*(\theta)$ ile temsil edilen parametrik optimal çözüm değerleri, b_0 ve p_0 değerlerinin belirlenmesi için karar vericiye sunulur. Karar vericiden sağlanan b_0 ve p_0 değerlerine göre bulanık amacın üyelik fonksiyonu aşağıdaki gibidir:

$$\mu_0(x) = \begin{cases} 0 & ;\text{ Eğer } \quad c^T x < b_0 - p_0 \text{ ise} \\ 1 - \dfrac{b_0 - c^T x}{p_0} & ;\text{ Eğer } \quad b_0 - p_0 \leq c^T x \leq b_0 \text{ ise} \\ 1 & ;\text{ Eğer } \quad c^T x > b_0 \text{ ise} \end{cases}$$

181 Yalçın-Seçme, a.g.e., s.57-58.

Optimal parametrik çözüm olan x* (θ)' da aşağıda verildiği gibi tanımlanır:

$$
\mu_0[x^*(\theta)] = \begin{cases} 0 & ;\text{ Eğer } c^T x^*(\theta) < b_0 - p_0 \text{ ise} \\ 1 - \dfrac{b_0 - c^T x^*(\theta)}{p_0} & ;\text{ Eğer } b_0 - p_0 \le c^T x^*(\theta) \le b_0 \text{ ise} \\ 1 & ;\text{ Eğer } c^T x^*(\theta) > b_0 \text{ ise} \end{cases}
$$

Amaç fonksiyonunun parametrik üyelik fonksiyonu, θ parametresine göre parçalı doğrusalı sürekli ve iç bükey bir fonksiyondur. Bulanık karar kümesi de $\mu_{\tilde{D}}(x^*)$ θ nın bir fonksiyonu olarak aşağıdaki gibi ifade edilebilir.[182]

$$\mu_{\tilde{D}}(\theta) = \min\{\mu_0[x^*(\theta)], \mu_{\tilde{C}}(\theta_x)\}$$

2.11.3. Werners Yaklaşımı

Werners'e göre bulanık kısıtlayıcılı doğrusal programlama problemleri ile bulanık amaç ve bulanık kısıtlayıcılı doğrusal programlama modelleri aynı şekilde çözülebilmektedir. Bulanık kısıtlayıcılı doğrusal programlama problemlerinde kısıtlayıcıların bulanık olması amaç fonksiyonunun da bulanık olmasını gerektirir.

Werners yaklaşımında kısıtlayıcıların üyelik fonksiyonları karar verici tarafından belirlenebilmesine rağmen, kısıtlayıcıların bulanık olmasından ötürü, bulanık olarak algılanan amaç fonksiyonuna ilişkin üyelik fonksiyonu, karar verici tarafından önceden belirlenemez. Werners, amaç fonksiyonuna ilişkin üyelik fonksiyonunu belirleyebilmek için Orlovski'nin önerdiği bulanık karar kümesini baz almıştır. Orlovski, bulanık kısıtlayıcıların oluşturduğu tanım kümesinin her bir α-kesim kümesi için, amaç fonksiyonunun optimal değerlerini belirlemeyi ve bu optimal değerlerle eşit üyelik

[182] Tuş, a.g.e., s.105.

dereceli olan çözüm uzayının α-kesim kümesinin, bulanık karar kümesi olarak ele almayı önermiştir.[183]

Werners'ın bulanık doğrusal programlama yaklaşımı aşağıdaki gibi modellenir.[184]

$\tilde{M}ax\ Z = c^T x$

Kısıtlayıcılar

$(Ax)_i \tilde{\leq} b_i \quad i=1,2,\ldots m$

$x \geq 0$

Dolayısıyla model,

$\tilde{M}ax\ Z = c^T x$

Kısıtlayıcılar

$(Ax)_i \tilde{\leq} b_i + \theta p_i \quad i=1,2,\ldots m$

$\theta \in [0,1],\ x \geq 0$

halini alır. Burada c, A, b_i ve p_i verilmiş fakat bulanık amacın hedefi verilmemiştir. Problemin çözümü için Z^0 ve Z^1 değerlerini belirlemek gerekir. Z^0, toleransın 0 olduğu yani kullanılmadığı minimum amaç, Z^1 ise toleransın tam olarak kullanıldığı maksimum amacı ifade eder.

Bulanık olan sağ taraf sabiti kullanılarak oluşacak optimal çözümler arasından minimum amaç fonksiyon değeri (Z^0) ile maksimum amaç fonksiyon değeri (Z^1) arasında bir değer aranmaya çalışılır. Optimal değer Z^0 ve Z^1 arasında değer

[183] Tuş,a.g.e. ,s.97.
[184] Özkan, M.M.(2003). a.g.e.

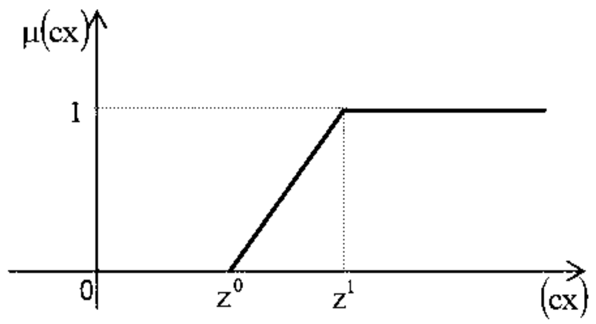
alacağından, bu aralıkta amaç fonksiyonu için yazılacak üyelik fonksiyonu da sürekli artan doğrusal bir üyelik fonksiyonudur. [185]

Amaç fonksiyonu ve bulanık kısıtların üyelik fonksiyonu aşağıdaki gibi gösterilmiştir.

$$\mu_0(x) = \begin{cases} 1 & ;\ \text{eğer} \quad c^T x > Z^1 \text{ ise} \\ 1-\dfrac{Z^1 - c^T x}{Z^1 - Z^0} & ;\ \text{eğer} \quad Z^0 \leq c^T x \leq Z^1 \text{ ise} \\ 0 & ;\ \text{eğer} \quad c^T x < Z^0 \text{ ise} \end{cases}$$

$$\mu_i(x) = \begin{cases} 1 & ;\text{eğer} \quad (Ax)_i < b_i \text{ ise} \\ 1-\dfrac{(Ax)_i - b_i}{p_i} & ;\text{eğer} \quad b_i \leq (Ax)_i \leq b_i + p_i \text{ ise} \\ 0 & ;\text{eğer} \quad (Ax)_i > b_i + p_i \text{ ise} \end{cases}$$

Üyelik fonksiyonu yazılan amaç fonksiyonunun şekil olarak gösterimi de Şekil:2.7.'deki gibi olur:



Şekil:2.7. Amaç Fonksiyonu İçin Üyelik Fonksiyonu

[185] Yalçın- Seçme, a.g.e., s.47.

Optimal kararın belirlenmesinde max(min) işlemcisi kullanıldığından Werners'in yöntemi simetrik bir yöntemdir. Hem amaç fonksiyonun hem de kısıtların birlikte doyumunu sağlayan bir bulanık doğrusal programlama modelidir. Optimal karara ulaşmak için Bellman ve Zadeh tarafından önerilen min işlemcisi kullanılarak μ_D üyelik fonksiyonu ile belirlenen D karar alanı elde edilebilir:

$\mu_D = \min (\mu_0, \mu_1, \ldots \mu_m)$

Werners modelini klasik doğrusal programlama modeline dönüştürmek için, yine λ değişkeni kullanılır. μ_D eşitliğin optimal çözümünün maksimum olduğu kararının seçilmesi halinde eşitlik aşağıdaki hali alır.

Max λ

$\mu_0 \geq \lambda$

$\mu_i \geq \lambda$

λ, μ_0 ve $\mu_i \in [0,1]$, $\forall$ i için

$x \geq 0$

Yine $\lambda = 1 - \theta$ olması halinde problem şuna eşit olacaktır.

Min θ

$c^T x \geq Z^1 - \theta (Z^{1-} Z^0)$

$(Ax)_i \leq b_i + \theta\, p_i, \forall i$

$\theta \in [0,1]$

$x \geq 0$

şeklinde ifade edilir

Werners yaklaşımı konunun daha iyi anlaşılması için bir örnek yardımıyla açıklanmıştır.

Örnek 2: Örnek 1 deki verileri bu model için de kullanarak optimal çözümü bulunuz

Amaç Fonksiyonu

Max $z= 6x_1+8x_2$

Kısıtlar

$2x_1+4x_2 \leq \tilde{20}$

$x \geq 0$

Tolerans miktarı $p_i=10$ olarak verilmiştir.

Werners Yaklaşımında yapılan işlemler neticesinde modelin aldığı son hali,

Min θ

$c^T x \geq Z^1 - \theta\ (Z^{1-} Z^0)$

$(Ax)_i \leq b_i + \theta\ p_i,\ \forall i$

$\theta \in [0,1\ ]$

$x \geq 0$

şeklinde ifade edilir. Burada Z^0 ve Z^1 değerleri aşağıda verildiği gibidir

Max $Z^0 = 6x_1+8x_2$

$2x_1+4x_2 \leq 20$

Max $Z^1 = 6x_1+8x_2$

$2x_1+4x_2 \leq 30$

Z^0 ve Z^1 optimal çözüm değerleri aşağıdaki gibidir.

Max $Z^0=60$

x1=10 ve x2=0

Max $Z^1 = 90$

$x_1=15$ ve $x_2=0$

Bu durumda modelin son hali aşağıdaki gibidir.

Min θ

$6x_1+8x_2 \geq 90-(90-60)\theta$

$2x_1+4x_2 \leq 20+10(1-\theta)$

$\theta \in [0,1]$

$x \geq 0$

Sadeleştirildiğinde;

$6x_1+8x_2 \geq 90-30\theta$

$2x_1+4x_2 \leq 30-10\theta$

$\theta \in [0,1]$

$x \geq 0$

elde edilir. Buradan optimal çözüm değerleri:

$\theta = 0,5$

$\lambda = 0,5$

$z=75$

$x_1 = 12{,}5$ ve $x_2 = 0$

olarak bulunur. Optimal sonuca göre; birlikte iki amaca ulaşımın %50 sinin gerçekleştiği söylenebilir.

Problemde amaçlanan, istenen toleransın minimum düzeyde tutularak karın maksimizasyonudur.

2.11.4. Vergeday Yaklaşımı

Vergeday yaklaşımında, betimleme teoremi ve parametrik programlamadan yararlanarak; bulanık kısıtlayıcılı doğrusal programlama modellerinin çözümü gerçekleştirilmiştir.[186]Betimleme teoremi, bulanık bir kümenin α-kesim kümelerine göre ifade edilebilmesine olanak tanır.

Vergeday, bulanık kısıtlayıcılı bir doğrusal programlama modelinin bulanık çözümünün bulunması için, bulanık kısıtlayıcıların α-kesim kümelerine ayrılması gerektiğini belirtmiştir. Bu durumda α-kesim kümeleri aşağıdaki gibi ifade edilebilir:[187]

$\tilde{X}_\alpha = \{ x \mid \mu_i (x) \geq \alpha, \forall i \text{ için}, x \geq 0 \}; \forall \alpha \in [0,1]$

Buradan hareketle doğrusal programlama problemi şu şekilde ifade edilir:

$\text{Max} (Z) = c^T X$

Kısıtlayıcılar

$\mu_i(x) \geq \alpha$

---

[186] Ural, a.g.e., s.85.
[187] Ural, a.g.e., s.85.

$\alpha \in [\,0,1\,]$

$x \geq 0$

Bulanık kısıtlayıcıların üyelik fonksiyonları aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$\mu_i(x) = \begin{cases} 1 & ;\text{eğer} \quad (Ax)_i < b_i \text{ ise} \\ 1-\dfrac{(Ax)_i - b_i}{p_i} & ;\text{eğer} \quad b_i \leq (Ax)_i \leq b_i + p_i \text{ ise} \\ 0 & ;\text{eğer} \quad (Ax)_i > b_i + p_i \text{ ise} \end{cases}$$

Buna göre model aşağıdaki gibi düzenlenebilir:

$\text{Max } (Z) = c^T x$

$(Ax)_i \leq b_i + (1-\alpha)$

$\alpha \in [\,0,1\,]$

$x \geq 0$

Yine $\theta = 1 - \alpha$ olarak kabul edildiğinde $\theta = 0$ için $\alpha = 1$ eşitliği sağlanır. $\theta = 1$ iken en yüksek toleransı gösterir ve problem aşağıdaki hali alır.

$\text{Max } Z = c^T x$

$(Ax)_i \leq b_i + \theta p_i$

$\theta \in [\,0,1]$

$x \geq 0$

Vergeday yaklaşımında parametrik programlama yardımıyla hesaplanan çözümlerden hangisinin bulanık doğrusal programlama probleminin çözümü kabul edileceği, tamamen karar vericiye aittir.[188]

Vergeday yaklaşımı konunun daha iyi anlaşılması için bir örnek yardımıyla açıklanmıştır.

Örnek 3: Örnek 1 deki verileri bu model için de kullanarak optimal çözümü bulunuz?

Amaç Fonksiyonu

Max $z= 6x_1+8x_2$

Kısıtlar

$2x_1+4x_2 \leq 2\tilde{0}$

$x \geq 0$

Tolerans miktarı $p_i=10$ olarak verilmiştir.

Vergeday yaklaşımında yapılan işlemler neticesinde modelin aldığı son hali,

Max $Z = c^T x$

$(Ax)i \leq b_i + \theta p_i$

$\theta \in [0,1]$

$x \geq 0$

şeklinde ifade edilir. Veriler modele uygun olarak yerleştirildiğinde,

---

188 Özkan,M.M.(2002). Bulanık Doğrusal Programlama ve Bir Tekstil İşletmesinde Uygulama Denemesi, Doktora Tezi, Uludağ Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, s:77.

$\text{Max } Z = 6x_1 + 8x_2$

$2x_1 + 4x_2 \leq 20 + 10\theta$

olur.

Modelin klasik doğrusal programlama optimal çözüm değerleri aşağıdaki gibidir.

$Z=60$

$x_1=10$ ve $x_2=0$

Bulanık doğrusal programlamada her θ değeri için farklı bir çözüm yer almaktadır. Farklı θ değerleri verildiğinde olası çözüm değerleri aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo: 2.1. Bulanık Çözüm Değerleri

θ	Z	x_1	x_2
0	60	10	0
0,1	63	10,5	0
0,2	66	11	0
0,3	69	11,5	0
0,4	72	12	0
0,5	75	12,5	0
0,6	78	13	0
0,7	81	13,5	0
0,8	84	14	0
0,9	87	14,5	0
1,0	90	15	0

Farklı θ değerleri için elde edilen çözümlerden en yüksek amaç değeri z=90 olanın tercih edilmesi beklenir. Fakat daha önce de belirtildiği gibi hangi değerlerin optimal çözüm kabul edileceği tamamen karar vericiye aittir. Karar verici kendisi için en uygun olan çözümü optimal çözüm kabul edecektir.

2.11.5. Carllson&Korhonen Yaklaşımı

Carllson&Korhonen, bulanık parametreli doğrusal programlama modelleri üzerinde durmuştur. Carllson&Korhonen'e göre; amaç fonksiyonundaki ve kısıtlayıcılardaki değişimler, parametrik programlama ile analiz edilirler.[189]

Bazen doğrusal programlama problemindeki tüm katsayılar belirsizdir. Bu problem şöyle formule edilebilir:

Max $Z=\tilde{c}^T x$

Kısıtlayıcılar

$(\tilde{A}x)_i \leq \tilde{b}_i, \ \forall$ i için

$x \geq 0$

Yukarıdaki eşitlik için Carllson&Korhonen(1986), Chanas'ın yaklaşımının kısıt ihlal dereceleri arasındaki ödünleşmeyi göz önüne almadığını eleştirmiş ve tam bir ödünleşme yaklaşımı önermişlerdir. Parametrelerde sürekli artan bir ilişki olduğunu öne sürmüşlerdir. Parametrelerde alt ve üst sınırlar söz konusudur ve alt sınırlar çözümün uygulanabilir olduğu risksiz bölgeleri, üst sınırlar ise gerçek üstü ve mümkün olmayan parametre değerlerini temsil etmektedir. Çözümün güvenilirliği üst sınırlara gidildikçe azalır.[190]

---

[189] Tirantis, K., Olivier,G. (1998). A Mathematical Programming Approach for Measuring Technical Efficiency in A Fuzzy Enviroment, Journal of Productivity Analysis 10. Kluwer Academic Publishers,85-102. p.87.

[190] Paksoy, a.g.e., s.14.

Carllson&Korhonen yaklaşımında kullanılan üyelik fonksiyonu üssel ve parçalı doğrusal üyelik fonksiyonudur.

Carllson&Korhonen yaklaşımında Vergeday yaklaşımında olduğu gibi, bulunan çözüm değerlerinden hangisinin bulanık katsayılı doğrusal programlama probleminin çözümü olarak kabul edileceği, tamamen karar vericinin tercihine bırakılmıştır.[191]

2.11.6. Wang Liang Yaklaşımı

Wang Liang da 2004 yılında yayınladıkları makalelerinde amaç, kısıtlar ve tüm katsayıların bulanıklaştırılarak doğrusal programlama problemlerinin çözüleceği yaklaşımını savunmuşlardır. Buna göre kurulan model şu şekildedir:[192]

$$\text{Max } Z = \sum_{J=1}^{n} \tilde{c}_j \tilde{x}_j$$

Kısıtlayıcılar

$$\sum_{J=1}^{n} a_{ij} x_j \leq b_i \qquad i = 1,2,\ldots\ldots,m$$

$$x \geq 0$$

[191] Özkan, M.M. (2003). a.g.e., s.87.
[192] Wang,R.C. ,Liang, T.F. (2004). "Application of Fuzzy Multi- Objective Linear Programmin to Aggregate Production Planning", *Computers & Industrial Engineering*,46,17-41.

BÖLÜM III

3. BİR SÜT ÜRÜNLERİ FABRİKASINDA BULANIK DOĞRUSAL PROGRAMLAMA UYGULAMASI

Bu bölümde öncelikle çalışmanın uygulamasının gerçekleştirildiği işletme ve işletmenin genel üretim süreci hakkında ayrıntılı bilgi verilmiştir. Daha sonra işletmenin üretim girdileri doğrultusunda bulanık doğrusal programlama modeli aşamalı olarak anlatılmıştır. Son olarak, problemin farklı yaklaşımlarla çözümleri gerçekleştirilmiştir.

3.1. Araştırmanın Amacı ve Önemi

Araştırmada, bulanık doğrusal programlama modeli ile süt ürünleri üzerine faaliyet gösteren bir fabrikanın günlük ortalama karını maksimum kılacak ürün ve miktarlarını belirlemek amaçlanmaktadır.

Yoğun rekabet ortamında, işletmenin ayakta kalabilmesi için maksimum karı sağlayan üretim planını belirlemenin önemi inkar edilemez. Belirsizliklerin olduğu ortamda bu plan, en iyi bulanık doğrusal programlama modeli ile gerçekleştirilebilir.

3.2. Araştırmanın Sınırlılıkları ve Veri Toplama Süreci

Uygulamada kullanılan tüm veriler işletmenin üretim ve muhasebe-finans birimleri tarafından belirtilen rakamlardır. Problemin çözümünde kullanılan veriler işletmenin günlük ortalama kapasiteleri ile sınırlıdır. Karar verici tarafından günlük ortalama kara ilişkin bir hedef belirtilmemiş olup sadece kısıtlara ilişkin tolerans aralıkları verilmiştir.

3.3. Uygulama Yapılan İşletme Hakkında Bilgi

İşletme Profili

Uygulamanın gerçekleştirildiği işletme, 2001 yılından itibaren ağırlıklı olarak süt ürünleri alanında faaliyet gösteren, 16 yıllık geçmişe sahip bir kuruluştur. 5'i beyaz yakalı 12'si mavi yakalı olmak üzere toplam 17 çalışanı bulunmaktadır. Üretim biriminde 1 üretim müdürü,1 mühendis, 1 üretim şefi ve 10 vasıfsız işçi olmak üzere toplam 13 kişi çalışmaktadır.

İşletmenin süt ürünlerine tahsis edilen ve kullanımda olan kapalı alanı 3.600 m^2 dir. Kapalı alanın 2.200 m^2 sinde fermantatif ürünler(yoğurt ve ayran) üretilmekte, 1.400 m^2 sinde ise köy tipi peynir üretimi yapılmaktadır. Toplamda ise 10.000 m^2 lik kapalı alanda faaliyet gösteren işletme tamamlamak üzere olduğu yatırımı ile bu alanı iki katına çıkarmayı amaçlamaktadır.

Ulusal pazara hitap eden firma, pazarın %5'ine hakim olup talebi karşılayabilecek üretim kapasitesine sahiptir. Ancak firma pazardaki payını iki katına çıkarmak için üretim kapasitesini arttırma yönünde gerekli yatırımlar yapmaktadır. İşletmenin yıllık cirosu 2.000.000 TL civarındadır.

3.4. Genel Üretim Süreci

Ürünlerin üretim sürecinden bahsetmeden önce, aşağıda kısaca süreçlerin gerçekleştirildiği makineler hakkında genel bilgiler verilmiştir.

3.4.1. Vakum

Vakumun çalışma prensibi yüksek buhar basıncı ve düşük atmosfer basıncı ile sütteki suyu buharlaştırma yöntemi ile uzaklaştırmaktır. Bunun faydası, yoğurttaki kuru maddeyi artırmaktır. Yani yoğurdun daha katı ve yüksek kıvamda olmasını sağlamaktır.

3.4.1.1. Vakumun Parçaları

Vakumun parçaları maddeler halinde,

i. Isıtıcı kazan
ii. Taşıma kazanı
iii. Vakumlama motoru
iv. Soğutma silindiri
v. Soğutma kulesi
vi. Boşaltma motoru
vii. Buhar vanası
viii. Buhar göstergesi
ix. Basınç göstergesi

olarak sıralanabilir.

3.4.1.2. Vakumun Çalışması

Öncelikle evaperatör (vakum) elektrik panosundan açılır ve vakumlama motoruna start verilir ve vakumlama başlatılır. Vakumun içindeki atmosfer basıncı(P_0) -600'e gelinceye kadar bekletilir. Sonra ısıtıcı kazana süt girişine izin verilir. Taşıma tankının içi süt ile dolunca yani tabanı kaybolunca buhar vanası açılır ve yaklaşık 2,5 ile 3 bar arasında buhar basıncı verilir. İzleme camından sütün akışkanlığı izlenir. Süt miktarının azaldığı görülünce boşaltma motoru açılır.

Refraktometre yardımıyla akan sütün brixsine (kuru maddesine) bakılır. Eğer kuru madde miktarı 17'den yüksek ise süt girişi hafifçe açılır. Eğer 17'den düşükse süt girişi kısılır ve 17'ye çıkması beklenir.

Süt girişi açıldıktan sonra akan brixse göre çıkış takip edilir. Akan brix 17'nin altına düştüğü zaman süt girişi azaltılır. Eğer 17'den fazla ise süt girişi çoğaltılır. Tabi bu esnada buhar basıncı ve atmosfer basıncı sabit kalmalıdır. Bütün süt 17 brixse ulaştığı zaman vakum kapatılır ve içindeki bütün süt boşaltılır.

3.4.2. Seperatör

Seperatörün asıl yaptığı işlemin adı klerifikasyondur. Birçok işletmede klerifikasyon işlemi mikropları temizlemek için kullanılır. Klerifikasyon işlemi ise merkezkaç kuvveti ile süte bulaşmış olan yabancı artıkları ayırmaktır.

3.4.2.1.Seperatörün Parçaları

Seperatörün parçaları,

i. 99 adet plaka

ii. adet taşıyıcı tas

iii. adet dengeleyici plaka ve kapak

şeklinde sıralanabilir.

3.4.2.2. Seperatörün Çalışması

Merkezkaç kuvveti ile seperatöre giren süt, bu plakalar arasından geçerek süt kreması ve yağsız süt olarak ikiye ayrılır ve seperatörden bu şekilde iki ayrı bloktan çıkarlar. Sütteki artıklar ise seperatörün artık çıkış haznesinden dışarı çıkar. Temizlemesi ise yine aynı şekilde merkezkaç kuvveti kullanılarak önce sıcak su, ardından kostik soda, ardından da nitrik asit ve son olarak da sıcak suyla durulanarak yapılır.

3.4.3. Çift Cidarlı Kazan Tipi Pastörizatör

Bu tür kazanlar çift cidarlıdır. Çift cidarlı kazanlarda, içerisindeki buhar ve ısı korunur. Bu kazanın bir buhar girişi, bir de buhar tahliyesi olmak üzere bir çift giriş-çıkışı vardır. Bu giriş ve çıkıştan soğuk su da geçirilebilir.

Kısacası bu tip kazanlar sütü 100C^0 ye kadar ısıtabilir, yaklaşık 10C^{0}ye kadarda soğutabilir

3.4.4. Plakalı Soğutucular

İşletmede bulanan plakalı soğutucu, küçük hazneye sahip bir soğutucudur. Yaklaşık 40 kadar plaka ile sütün soğutma işlemi yapılır. Bir adet süt girişi, bir adet süt çıkışı olmak üzere iki çift giriş çıkışı vardır.

Bu plakalı soğutucularda her iki plakanın arasından süt geçerken bu plakaların diğer tarafından da soğuk su geçmekte ve ısı alış verişi olmaktadır. Bu plakalı soğutucularda asla su ve süt birbirine karışmaz.

Temizlemesi ise sırası ile kostik, ara su, nitrik asit ardında da sıcak su ile durulama yapılır. İçinde su kalmaması için pompa yöntemi ile hava verilerek içindeki su alınır.

3.4.5. Homojenizatör

Kaymaksız yoğurt üretiminde kullanılır. Süt yağının parçalanmasını sağlayarak yoğurt üzerinde yağ tabakası yani kaymak oluşumunu engelleyerek yoğurdun daha sıkı ve daha homojen bir yapı almasını sağlar.

3.5. Temizleme programı

Pastörizasyon üniteleri ve diğer alet ve ekipmanlar genellikle paslanmaz çelikten yapılmışlardır. Kir olarak çoğunlukla organik bileşikleri içerirler. İşletmede tekrar donanımlı CIP sistemi kullanılmaktadır.

Pastörizasyon işlemi bittikten sonra ünitedeki ısıtma soğutma bölümündeki plakalar, pompalar ve borular temiz soğuk suyla iyice yıkandıktan sonra su boşaltılır ve sistem kapatılır. Daha sonra 100 lt suya 300-500 gram sodyum hidroksit ilave edilerek hazırlanan alkali temizleme özetlisi 75°C de yaklaşık 20 dakika ünitede dolaştırılır. Kostik soda üniteyi dolaştıktan sonra kendi kazanına aktarılır. Kostik sodanın arkasından sistem temiz soğuk sudan geçirilerek alkali kalıntılar uzaklaştırılır. 100 lt su içerisine 0,5-1 lt (%62) lik nitrik asit ilave edilerek hazırlanan asit çözeltisi 60°C de yaklaşık 20 dakika sistemde dolaştırılır. Asitte sistemi dolaştıktan sonra kendi tankına geri döner. Asitin ardından sistem 80-90°C de sıcak sudan geçirilir. Böylece sistem durulanarak sterilize edilir.

3.6. Çiğ Süt Kabulü İle İlgili Esaslar

İşletmenin ürettiği ürünlerden de anlaşılacağı üzere temel hammaddesi çiğ süttür. Çiğ sütün işletmeye kabulüne ilişkin bir takım kıstaslar yer almaktadır. Toplama merkezlerinden uygun şartlarda toplanan çiğ sütler günlük olarak işletmeye teslim edilmesi gerekmektedir. Çiğ sütte ph tayini, sıcaklık kontrolü, gerber yöntemi ile yağ tayini, refraktometre ile kuru madde tayini, alkali madde tayini, antibiyotik tayini ve sh (titrasyon asitliği) tayinine ilişkin gerekli analizler yapılır. Hammadde uygun kriterleri taşıyorsa işletmeye kabul edilir ve soğutucu çift cidarlı kazanlarda 12 saat muhafaza edilir. Bu süre içerisinde üretim planlaması için diğer analizler yapılır.

Yapılan analizler neticesinde çiğ süt kabul edilebilmesi için gerekli kriterler Tablo:3.1 de verilmiştir.

Tablo: 3.1. Sütte Aranan Özellikler

ÖZELLİKLER	KABUL KRİTERLERİ
Renk	Beyaz
Koku	Tipik, aromatik
Görünüş	Sıvı
Brix (kuru madde)	En az 9.3
Asitlik	6.2-6.8
Ph asitliği	6.40-6.60
Yağ	En az 3.4
Sıcaklık	+4°C
KATKI MADDELERİ	KABUL KRİTERLERİ
Antibiyotik	Bulunmamalı
Antibiyotik	Bulunmamalı
Soda	Bulunmamalı
Diğer ve taklit edici mad.	Bulunmamalı
Ambalaj	Paslanmaz çelik çift cidarlı tanklar içerisinde

3.7. Üretilen Ürünler

İşletmenin ana üretim kalemleri vakumlu yoğurt, köy tipi peynir ve ayrandır. Çalışmada bu üç temel ürün esas alınacaktır. Aşağıda sırasıyla bu ürünlerin üretim süreci açıklanmıştır.

3.7.1. Yoğurt Üretim Süreci

Yoğurt, sütün en az 90 santigrat °C de ısıtılıp sonra da mayalanma derecesine kadar soğutulup yoğurt mayası katılarak laktik asit mayalanmasına tabi tutulmasıyla elde edilen özel kıvamdaki süt ürünüdür.

İşletmenin kabul kriterlerine uygun olarak temin ettiği çiğ süt muhafaza edildiği çift cidarlı soğutucu kazanlardan alınarak 15 dakika ön ısıtma işlemi gerçekleştirilir. Ardından 15 dakika seperatörde klerifikasyon(sütün temizlenmesi) işlemi gerçekleştirilir. Yabancı maddelerden arınan süt gerekli standardizasyonun sağlanması aşamasından sonra 1 saat vakum makinelerinde buharlaştırma yöntemi ile kuru madde oranı arttırılır. Kuru madde oranı yoğurt üretimi için 16 dır. Bu aşamada çiğ sütten %40 oranında bir fire gerçekleşmektedir. Bu işlem yoğurdun daha katı ve kıvamlı olması için yapılmaktadır. Bir sonraki aşamada süt 20 dakika homojenizatörlerde kaymağından arındırılır. Bu işlem sırasında sütteki yağ parçaları ayrışır ve yoğurdun üzerinde yağ tabakasının oluşması önlenmiş olur. Ayrıca yoğurdun daha pürüzsüz ve homojen bir görünüm kazanmasını sağlar. Yağından arındırılmış sütün 30 dakika çift cidarlı kazan tipi pastorizatörlerde pastorizasyonu yapılır. Pastorizasyon işleminin ardından sütün mayalanma derecesine kadar 30-45 dakika soğutma işlemi yapılır. Sütün mayalanması için eklenen starter kültür ilavesinin ardından dolumları yapılır. Dolum ve paketleme işlemi 30-45 dakika sürmektedir. Paketleme işleminin ardından süt inkübasyon odalarında 3-3,5 saat mayalanmak üzere bırakılır. İnkübasyon işlemi tamamlanan yoğurtlar 2 saatlik bir soğutma işleminin ardından soğuk hava depolarına alınır. Yoğurt üretim süreci aşağıdaki şekil yardımıyla daha iyi açıklanabilmektedir.

ÇİĞ SÜT

↓

ÖN ISITMA

↓

KLERİFİKASYON(SÜTÜN TEMİZLENMESİ)

↓

STANDARDİZASYON

↓

KURU MADDENİN ARITILMASI

↓

HOMOJENİZASYON

↓

PASTÖRİZASYON

↓

SOĞUTMA

↓

STARTER KÜLTÜR İLAVESİ

↓

PAKETLEME

↓

İNKÜBASYON

↓

SOĞUTMA

↓

DEPOLAMA (SOĞUKTA)

Şekil: 3.1. Yoğurt Üretim Süreci

3.5.2. Köy Tipi Peynir Üretim Süreci

Köy tipi peynir, süt proteini kazeinin peynir mayası ve/veya peynir kültürü ile pıhtılaştırılması ve bu pıhtıdan peynir suyunun ayrılmasıyla elde edilen bir çeşit fermente süt ürünüdür.

Köy tipi peynir üretiminde öncelikle sütün 30 dakika çift cidarlı kazan tipi pastorizatörlerde pastorizasyonu yapılır. Pastorizasyon işlemi gerçekleştirilen sütün 15 dakika seperatörde klerifikasyon(sütün temizlenmesi) işlemi gerçekleştirilir. Ardından süt teknelere aktarılır. Sütün mayalanma derecesine kadar 40 dakika kadar soğutma işlemi yapılır. Soğutma işleminin ardından kalsiyum klorür ve peynir mayası ilave edilir. Peynir üretiminde fire oranı %82 civarındadır. Bir müddet dinlendirilen sütün, 90 dakika pıhtı kırımı işlemi yapılır. Bu işlemin ardından 20 dakika dinlenmeye alınır. Daha sonra 20 dakika içerisinde baskıya konulur. Baskıda en az 1 saat en fazla 2 saat bekletilir. Baskılama işlemi tamamlanan kesilen peynirlere, suya tuz ilavesi ile elde edilen salamura suyu ilave edilir.15 dakikalık bir sürede paketlenir ve soğuk hava depolarında depolanır. Peynir üretim süreci aşağıdaki şekil yardımıyla daha iyi açıklanabilmektedir.

PASTÖRİZASYON

⇩

SEPERATÖR

⇩

TEKNEYE AKTARIM

⇩

SOĞUTMA

⇩

CALSİYUM KLORÜR
PEYNİR MAYASI
KATIMI

⇩

DİNLENDİRME.

⇩

PIHTI KIRIMI

⇩

<u>DİNLENDİRME</u>

⇩

BASKILAMA

⇩

PAKETLEME

⇩

SOĞUKTA DEPOLAMA

Şekil: 3.2. Köy Tipi Peynir Üretim Süreci

3.7.3. Ayran Üretim Süreci

Ayran, sıvı içecek şeklindeki fermantatif süt ürünüdür. Ayran üretiminde öncelikle sütteki kuru madde oranı ayarlanmaktadır. Kuru madde oranının azaltılması için su ilavesi yapılır. Ayran üretimi için sütteki kuru madde oranı % 6,5 olmalıdır.

Sütteki kuru madde oranı belirtilen kriterlere indirildikten sonra 30 dakika çift cidarlı kazan tipi pastorizatörlerde pastorizasyonu yapılır. Pastorizasyon işlemi tamamlanan ürün 20 dakika homojenizatörlerde yağından arındırılır ve pürüzsüz homojen bir görünüm kazanır. homojenizasyon işleminin ardından sütün mayalanma derecesine kadar 30 dakika soğutma işlemi yapılır. Sütün mayalanması için eklenen starter kültür ilavesinin ardından süt inkübasyon odalarında 3-3,5 saat mayalanmak üzere bırakılır. İnkübasyon işlemi tamamlanan karışım pıhtı kırımı işleminin ardından soğutulur. Soğutulan karışıma %6-7 oranında tuz ilavesi yapılır. Dolum işleminin de tamamlanması ile ayranlar soğuk hava depolarına alınır. Ayran üretim süreci aşağıdaki şekil yardımıyla daha iyi açıklanabilmektedir.

KURU MADDENİN ARITILMASI

⇩

PASTÖRİZASYON

⇩

HOMOJENİZASYON

⇩

SOĞUTMA

⇩

STARTER KÜLTÜR İLAVESİ

⇩

İNKÜBASYON

⇩

PIHTI KIRIMI

⇩

SOĞUTMA

⇩

TUZ İLAVESİ

⇩

DOLUM

⇩

SOĞUKTA DEPOLAMA

Şekil: 3.3. Ayran Üretim Süreci

3.8.Bulanık Doğrusal Programlama Modelinin Kurulması

3.8.1.Problemin tanımı

İncelemeye konu olan süt ürünleri işletmesinden alınan veriler ve kısıtlar değerlendirilerek işletmenin verilen kısıtlar doğrultusunda ürettiği ürünleri için maksimum karı hesaplamak ve üretilen ürün miktarlarını bulmaktır.

Problemde öncelikli olarak birim kar oranları ile maksimum karı hedefleyen amaç fonksiyonu kurulmuştur. Daha sonra problemin kısıtları belirtilmiş, kısıtlar matematiksel olarak gösterilmiştir.

Modelde kullanılan ve ürünleri tanımlayan değişkenler aşağıdaki gibidir.

VY1: 1.500 gramlık vakumlu yoğurt

VY2: 2.500 gramlık vakumlu yoğurt

VY3: 4.500 gramlık vakumlu yoğurt

VY4: 10.000 gramlık vakumlu yoğurt

KTP1: 5.000 gramlık köy tipi peynir

KTP2: 15.000 gramlık köy tipi peynir

A1: 200 gramlık ayran

İşletmenin 2008 yılına ait bir günlük üretim verileri aşağıdaki tablodaki gibidir.

Ürün Adı	Üretim Miktarları (adet)
VY1	12
VY2	35
VY3	145
VY4	36
KTP1	5
KTP2	15
A1	266

Ürünlerin birim satış fiyatı, birim maliyet ve birim karı aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Ürün Adı	Birim Fiyat(TL)	Birim Maliyet(TL)	Birim Kar (TL)
VY1	3,30	2,97	0,33
VY2	5,10	4,59	0,51
VY3	8,75	7,88	0,87
VY4	18,85	16,97	1,88
KTP1	35	31,5	3,5
KTP2	105	94,5	10,5
A1	0,350	0,315	0,035

Kısıtlarla ilgili veriler ise şu şekildedir

Hammadde kısıtlarına ilişkin veriler:

Vakumlu yoğurt, köy tipi peynir ve ayran üretiminde temel hammadde süttür. Probleme konu olan ürünlerin üretimi için gerekli birim süt miktarları aşağıdaki tabloda verilmiştir.

	VY1	VY2	VY3	VY4	KTP1	KTP2	A1
Birim Ürün Başına Süt İhtiyaç Miktarı (Gr)	2.564	4.274	7.692	17.094	27.778	83.333	140

İşletmenin bir aylık vakumlu yoğurt üretimi verisinde hammadde olarak alınan süt miktarında kuru madde oranının ayarlanması sonucunda %41,5 oranında fire oluşmaktadır. Köy tipi peynir üretiminde kuru madde oranının ayarlanması sonucunda %82 oranında fire oluşmaktadır. Ayran üretiminde ise fire kaybı olmamaktadır.

Vakumlu yoğurt ve ayran üretiminde kullanılan starter kültür mayası miktarları aşağıdaki tablodaki gibidir.

	VY1	VY2	VY3	VY4	A1
Birim Ürün Başına Starter Kültür Mayası İhtiyaç Miktarı (Gr)	37,5	62,5	112,5	250	5

Normalde starter kültür mayası ilave oranları %2-%5 arasında olmalıdır. İşletmenin bir aylık verileri incelendiğinde, vakumlu yoğurt ve ayran üretiminde kullanılan starter kültür mayası ilavesi %2,5 oranında gerçekleşmiştir. Köy tipi peynir üretiminde kullanılan peynir mayası miktarları aşağıdaki tablodaki gibidir.

	KTP1	KTP2
Birim Ürün Başına Peynir Mayası İhtiyaç Miktarı (Gr)	10	30

Normalde peynir mayası ilave oranı %0,2 olmalıdır. İşletmenin bir aylık verileri incelendiğinde, köy tipi peynir üretiminde kullanılan peynir mayası ilavesi %0,2 oranında gerçekleşmiştir.

Köy tipi peynir üretiminde kullanılan kalsiyum miktarları aşağıdaki tablodaki gibidir.

	KTP1	KTP2
Birim Ürün Başına Kalsiyum İhtiyaç Miktarı (Gr)	12,5	37,5

Normalde kalsiyum ilave oranı %0,25 olmalıdır. İşletmenin bir aylık verileri incelendiğinde, köy tipi peynir üretiminde kullanılan kalsiyum ilavesi %0,25 oranında gerçekleşmiştir.

Köy tipi peynir üretimi ve ayran üretiminde kullanılan tuz miktarları aşağıdaki tablodaki gibidir.

	KTP1	KTP2	A1
Birim Ürün Başına Tuz İhtiyaç Miktarı (Gram)	250	750	1,2

Normalde tuz ilave oranı köy tipi peynir için %5-%5,5 arasında, ayran için %0,6-%0,7 arasında olmalıdır. İşletmenin bir aylık verileri incelendiğinde, köy tipi peynir üretiminde kullanılan tuz ilavesi %5 oranında, ayran üretiminde kullanılan tuz ilavesi % 0,6 oranında gerçekleşmiştir.

Zaman kısıtına ilişkin veriler:

Vakumlu yoğurt birim üretim süreleri aşağıdaki tablodaki gibidir.

Üretim Aşamaları	VY1 (Gr/ Dk)	VY2 (Gr/Dk)	VY3 (Gr/Dk)	VY4 (Gr/Dk)
Ön ısıtma	0,04	0,06	0,11	0,25
Seperatör	0,04	0,06	0,11	0,25
Vakum	0,15	0,25	0,45	1,00
Pastorizasyon	0,08	0,13	0,23	0,50
Mayalanma derecesine soğutma	0,08	0,13	0,23	0,50
Mayalanma ve dolum	0,08	0,13	0,23	0,50
İnkübasyon	0,45	0,75	1,35	3,00
Soğutma	0,45	0,75	1,35	3,00
Toplam Süre	1,37	2,26	4,06	9,00

Vakumlu yoğurt üretiminde her üretim için 1 ton süt çekilmekte, bundan yaklaşık 600 kg yoğurt elde edilmektedir. Bu üretim aşamaları yoğurt üretim sürecinde ayrıntılı olarak anlatılmıştır. Yukarıdaki tabloda 1 adet 1.500 gramlık vakumlu yoğurdun üretim safhaları için gerekli süreler belirtilmiştir. 1,37 dakikada 1 adet 1.500 gramlık vakumlu yoğurt üretilebilmektedir. Aynı şekilde 2,26 dakikada 1 adet 2.500 gramlık vakumlu yoğurt, 4,06 dakikada 1 adet 4.500 gramlık vakumlu yoğurt, 9 dakikada 1 adet 10.000 gramlık vakumlu yoğurt üretilebilmektedir.

Köy tipi peynir birim üretim süreleri aşağıdaki tablodaki gibidir.

Üretim Aşamaları	KTP1 (Gr/Dk)	KTP2 (Gr/Dk)
Pastorizasyon	0,56	1,67
Mayalanma derecesine soğutma	0,74	2,23
Pıhtı kırımı	1,67	5,00
Dinlendirme	0,37	1,11
Baskıya alma	0,37	1,11
Baskıda kalma	1,11	3,33
Ambalajlama	0,28	0,83
Toplam süre	5,10	15,28

Köy tipi peynir üretiminde her bir üretim için teknelere 1,5 ton süt çekilmekte ve 270 kg peynir elde edilmektedir. Bu üretim aşamaları köy tipi peynir sürecinde ayrıntılı olarak anlatılmıştır. Yukarıdaki tabloda 1 adet 5.000 gramlık köy tipi peynirin üretim safhaları için gerekli süreler belirtilmiştir. 5,10 dakikada 1 adet 5.000 gramlık köy tipi peynir üretilebilmektedir. Aynı şekilde 15,28 dakikada 1 adet 15.000 gramlık köy tipi peynir üretilebilmektedir.

Ayran birim üretim süreleri aşağıdaki tablodaki gibidir.

Üretim Aşamaları	A1 (Gr/Dk)
Kuru madde ayarlanması	0,0007
Pastorizasyon	0,004
Homojenizasyon	0,002
Soğutma	0,004
İnkübasyon	0,024
Pıhtı kırımı, soğutma ve dolum	0,0013
Toplam süre	0,036

Ayran üretiminde her bir üretim için 1 ton süt çekilmekte ve 1,5 ton ayran elde edilmektedir. Bu üretim aşamaları ayran üretim sürecinde ayrıntılı olarak anlatılmıştır. Yukarıdaki tabloda 1 adet 200 gramlık ayranın üretim safhaları için gerekli olan süreler belirtilmiştir. 0,036 dakikada 1 adet 200 gramlık ayran üretilebilmektedir.

Temizleme programı için gerekli süre 120 dakikadır.

Kısıtlardaki sınırlar ise şöyledir:

İşletmenin üç ana ürün birlikte üretilmesi halinde günlük üretim kapasitesi;

Vakumlu yoğurt üretiminde normal şartlarda ortalama 1,5 ton (1.500.000 gram) dur. Talep olması halinde 3 tona (3.000.000 gram) kadar çıkılabilmektedir.

Köy tipi peynir üretiminde normal şartlarda ortalama 600.000 gramdır. Talep olması halinde 900.000 grama kadar çıkılabilmektedir.

Ayran üretiminde normal şartlarda ortalama 1,5 ton(1.500.000 gram) dur. Talep olması halinde 3 tona (3.000.000 gram) kadar çıkılabilmektedir.

İşletmenin vardiya usülü çalışmaktadır. Günlük üretim için gerekli olan süre tek vardiya için 10 saat(600 dakika) tir. Günlük üretimde artış olması halinde çift vardiya çalışılarak hem çalışılan süre hem de üretim iki katına çıkarılmaktadır.

İşletme hammaddesi olan çiğ süt işleme kapasitesi 7 ton (7.000.000 gram) dur. Maksimum kapasitede çalışıldığında 15 tona (15.000.000) kadar çıkılabilmektedir.

İşletmenin günlük ortalama vakumlu yoğurt ve ayran üretimi için kullandığı starter kültür (yoğurt mayası) 50.000 gramdır. Yoğurt ve ayran üretiminin maksimum kapasitede üretilmesi halinde bu miktar 100.000 gramdır.

İşletmenin günlük ortalama köy tipi peynir üretimi için kullandığı peynir mayası 1.200 gramdır. Köy tipi peynir üretiminin maksimum kapasitede üretilmesi halinde bu miktar 1.800 gram olacaktır.

İşletmenin günlük ortalama köy tipi peynir üretimi için kullandığı kalsiyum miktarı 1.500 gramdır. Köy tipi peynir üretiminin maksimum kapasitede üretilmesi halinde bu miktar 2.250 gram olacaktır.

İşletmenin günlük ortalama köy tipi peynir ve ayran üretimi için kullandığı tuz miktarı 39.000 gramdır. Köy tipi peynir ve ayran üretiminin maksimum kapasitede üretilmesi halinde bu miktar 73.000 gram olacaktır.

3.9. BDP Modeli Çözümlemesi

Uygulamadaki değişken sayısı 7 olup, değişkenler aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

X_1: 1.500 gramlık vakumlu yoğurt

X_2: 2.500 gramlık vakumlu yoğurt

X_3: 4.500 gramlık vakumlu yoğurt

X_4: 10.000 gramlık vakumlu yoğurt

X_5: 5.000 gramlık köy tipi peynir

X_6: 15.000 gramlık köy tipi peynir

X_7: 200 gramlık ayran

Amaç fonksiyonu:

İşletmenin toplam karını maksimize etmek hedeflendiği için amaç fonksiyonu maksimizasyondur. Amaç fonksiyonunda değişkenlerin katsayılarını ürünlerin birim kar miktarları oluşturmaktadır. Buna göre amaç fonksiyonumuz aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

$$\text{Max } Z = 0{,}33x_1+0{,}51x_2+0{,}87x_3+1{,}88x_4+3{,}5x_5+10{,}5x_6+0{,}035x_7$$

Kısıtlar:

1. Vakumlu yoğurt toplam üretim miktarı

$$x_1+x_2+x_3+x_4 \leq B_1$$

2. Köy tipi peynir toplam üretim miktarı

$$x_5+x_6 \leq B_2$$

3. Ayran toplam üretim miktarı

$$x_7 \leq B_3$$

4. Vakumlu yoğurt toplam iş süresi

$$1{,}37x_1+2{,}26x_2+4{,}06x_3+9x4 \leq B_4$$

5. Köy tipi peynir toplam iş süresi

$$5{,}10x_5+15{,}28x_6 \leq B_5$$

6. Ayran toplam iş süresi

$0,036x_7 \leq B_6$

7. Süt miktarı

$2564x_1+4274x_2+7692x_3+17094x_4+27778x_5+83333x_6+140x_7 \leq B_7$

8. Starter kültür mayası miktarı

$37,5x_1+62,5x_2+112,5x_3+250x_4+5x_7 \leq B_8$

9. Peynir mayası miktarı

$10x_5+30x_6 \leq B_9$

10. Kalsiyum miktarı

$12,5x_5+37,5x_6 \leq B_{10}$

11. Tuz miktarı

$250\ x_5+750x_6+1,2\ x_7 \leq$ B11

ve

x1, x2, x3, x4, x5, x6, x7≥0

Problemin çözümünde Werners yaklaşımından yararlanılmıştır. Werners yaklaşımında kısıtlayıcıların üyelik fonksiyonları karar verici tarafından belirlenebilmesine rağmen, kısıtlayıcıların bulanık olmasından ötürü, bulanık olarak algılanan amaç fonksiyonuna ilişkin üyelik fonksiyonu, karar verici tarafından önceden belirlenemez. Uygulamada da amaç fonksiyonuna ilişkin üyelik fonksiyonu karar verici tarafından belirlenmemiştir.

B_i bulanık sayılarının gösterimi için aşağıdaki matematiksel ifadeden yararlanılmaktadır.

$$
\mu_i(x) = \begin{cases} 1 & ;\text{eğer} \quad (Bx)_i \leq b_i \text{ ise} \\ 1-\dfrac{(Bx)_i - b_i}{p_i} & ;\text{eğer} \quad b_i \leq (Bx)_i \leq b_i + p_i \text{ ise} \\ 0 & ;\text{eğer} \quad (Bx)_i \geq b_i + p_i \text{ ise} \end{cases}
$$

Yukarıdaki ifade sadeleştirilir ve aşağıdaki hali alır.

$$
B_i(x) = \begin{cases} 1 & ;\ x \leq b_i \\ \dfrac{b_i + p_i - x}{p_i} & ;\ b_i \leq x \leq b_i + p_i \\ 0 & ;\ x \geq b_i + p_i \end{cases}
$$

Buna göre B_i bulanık sayıları sırasıyla aşağıdaki gibi ifade edilir.

Vakumlu yoğurt toplam üretim miktarı:

Günlük vakumlu yoğurt üretim miktarı 1.500.000 gram (1,5 ton) olup, talep olması halinde bu miktar 3.000.000 grama (3 ton) kadar çıkmaktadır. 1.500.000 gramlık (1,5 ton) bir tolerans bulunmaktadır. Bu ifade matematiksel olarak şu şekilde gösterilir

$$
B_1(x) = \begin{cases} 1 & ;\ x \leq 1.500.000 \\ \dfrac{3.000.000 - x}{1.500.000} & ;\ 1.500.000 \leq x \leq 3.000.000 \\ 0 & ;\ x \geq 3.000.000 \end{cases}
$$

Köy tipi peynir toplam üretim miktarı:

Günlük köy tipi peynir üretim miktarı 600.000 gram olup, talep olması halinde bu miktar 900.000 grama kadar çıkmaktadır. 300.000 gramlık bir tolerans bulunmaktadır. Bu ifade matematiksel olarak şu şekilde gösterilir.

$$B_2(x) = \begin{cases} 1 & ; x \leq 600.000 \\ \dfrac{900.000 - x}{300.000} & ; 600.000 \leq x \leq 900.000 \\ 0 & ; x \geq 900.000 \end{cases}$$

Ayran toplam üretim miktarı:

Günlük ayran üretim miktarı 1.500.000 gram (1,5 ton) olup, talep olması halinde bu miktar 3.000.000 grama (3 ton) kadar çıkmaktadır. 1.500.000 gramlık (1,5 ton) bir tolerans bulunmaktadır. Bu ifade matematiksel olarak şu şekilde gösterilir.

$$B_3(x) = \begin{cases} 1 & ; x \leq 1.500.000 \\ \dfrac{3.000.000 - x}{1.500.000} & ; 1.500.000 \leq x \leq 3.000.000 \\ 0 & ; x \geq 3.000.000 \end{cases}$$

Vakumlu yoğurt toplam iş süresi:

Günlük vakumlu yoğurt üretimi için toplam iş süresi 600 dakika (10 saat) olup, talep olması halinde bu iki katına çıkarılmaktadır. 600 dakikalık bir tolerans bulunmaktadır. Bu ifade matematiksel olarak şu şekilde gösterilir.

$$B_4(x)=\begin{cases} 1 & ; x \leq 600 \\ \dfrac{1.200-x}{600} & ; 600 \leq x \leq 1.200 \\ 0 & ; x \geq 1.200 \end{cases}$$

Köy tipi peynir toplam iş süresi:

Günlük köy tipi peynir üretimi için toplam iş süresi 600 dakika (10 saat) olup, talep olması halinde bu iki katına çıkarılmaktadır. 600 dakikalık bir tolerans bulunmaktadır. Bu ifade matematiksel olarak şu şekilde gösterilir.

$$B_5(x) = \begin{cases} 1 & ; x \leq 600 \\ \dfrac{1.200-x}{600} & ; 600 \leq x \leq 1.200 \\ 0 & ; x \geq 1.200 \end{cases}$$

Ayran toplam iş süresi:

Günlük ayran üretimi için toplam iş süresi 600 dakika (10 saat) olup, talep olması halinde bu iki katına çıkarılmaktadır. 600 dakikalık bir tolerans bulunmaktadır. Bu ifade matematiksel olarak şu şekilde gösterilir.

$$B_6(x)=\begin{cases} 1 & ; x \leq 600 \\ \dfrac{1.200-x}{600} & ; 600 \leq x \leq 1.200 \\ 0 & ; x \geq 1.200 \end{cases}$$

Süt miktarı:

Günlük vakumlu yoğurt, köy tipi peynir ve ayran üretimi için ihtiyaç duyulan süt miktarı 7.000.000 gram(7 ton) olup, talep olması halinde 15.000.000 grama(15 ton) kadar çıkmaktadır. 8.000.000 gramlık(8 ton) bir tolerans bulunmaktadır. Bu ifade matematiksel olarak şu şekilde gösterilir.

$$B_7(x) = \begin{cases} 1 & ; x \leq 7.000.000 \\ \dfrac{15.000.000-x}{8.000.000} & ; 7.000.000 \leq x \leq 15.000.000 \\ 0 & ; x \geq 15.000.000 \end{cases}$$

Starter kültür mayası miktarı:

Günlük vakumlu yoğurt ve ayran üretimi için ihtiyaç duyulan starter kültür mayası miktarı 50.000 gram olup, talep olması halinde 100.000 grama kadar çıkmaktadır. 50.000 gramlık bir tolerans bulunmaktadır. Bu ifade matematiksel olarak şu şekilde gösterilir.

$$B_8(x) = \begin{cases} 1 & ; x \leq 50.000 \\ \dfrac{100.000 - x}{50.000} & ; 50.000 \leq x \leq 100.000 \\ 0 & ; x \geq 100.000 \end{cases}$$

Peynir mayası miktarı:

Günlük köy tipi peynir üretimi için ihtiyaç duyulan peynir mayası miktarı 1.200 gram olup, talep olması halinde 1.800 grama kadar çıkmaktadır. 600 gramlık bir tolerans bulunmaktadır. Bu ifade matematiksel olarak şu şekilde gösterilir.

$$B_9(x) = \begin{cases} 1 & ; x \leq 1.200 \\ \dfrac{1.800 - x}{600} & ; 1.200 \leq x \leq 1.800 \\ 0 & ; x \geq 1.800 \end{cases}$$

Kalsiyum miktarı:

Günlük köy tipi peynir üretimi için ihtiyaç duyulan starter kültür mayası miktarı 1.500 gram olup, talep olması halinde 2.250 grama kadar çıkmaktadır. 750 gramlık bir tolerans bulunmaktadır. Bu ifade matematiksel olarak şu şekilde gösterilir.

$$B_{10}(x) = \begin{cases} 1 & ; x \leq 1.500 \\ \dfrac{2.250 - x}{750} & ; 1.500 \leq x \leq 2.250 \\ 0 & ; x \geq 2.250 \end{cases}$$

Tuz miktarı:

Günlük köy tipi peynir ve ayran üretimi için ihtiyaç duyulan tuz miktarı 39.000 gram olup, talep olması halinde 73.000 grama kadar çıkmaktadır. 34.000 gramlık bir tolerans bulunmaktadır. Bu ifade matematiksel olarak şu şekilde gösterilir.

$$B_{11}(x) = \begin{cases} 1 & ; x \leq 39.000 \\ \dfrac{73.000 - x}{34.000} & ; 39.000 \leq x \leq 73.000 \\ 0 & ; x \geq 73.000 \end{cases}$$

Uygulamada karar verici tarafından bulanık amacın hedefine yönelik bir bilgi verilmemiştir. Çözüm için öncelikle Z^0 ve Z^1 değerlerini belirlemek gerekmektedir. Z^0, toleransın 0 olduğu yani kullanılmadığı minimum amaç, Z^1 ise toleransın tam olarak kullanıldığı maksimum amacı ifade eder. Z^0 ve Z^1 değerleri amaç fonksiyonunun alt ve üst sınırları şeklinde de ifade edilebilir.

Alt sınırlar aşağıdaki gibi ifade edilir.

Amaç fonksiyonu:

Max $Z^0 = 0,33x_1+0,51x_2+0,87x_3+1,88x_4+3,5x_5+10,5x_6+0,035x_7$

Kısıtlar :

1. Vakumlu yoğurt toplam üretim miktarı

   $x_1+x_2+x_3+x_4 \leq 1.500.000$

2. Köy tipi peynir toplam üretim miktarı

   $x_5+x_6 \leq 600.000$

3. Ayran toplam üretim miktarı

   $x_7 \leq 1.500.000$

4. Vakumlu yoğurt toplam iş süresi

   $1,37x_1+2,26x_2+4,06x_3+9x4 \leq 600$

5. Köy tipi peynir toplam iş süresi

   $5,10x_5+15,28x_6 \leq 600$

6. Ayran toplam iş süresi

   $0,036x_7 \leq 600$

7. Süt miktarı

   $2.564x_1+4.274x_2+7.692x_3+17.094x_4+27.778x_5+83.333x_6+140x_7 \leq 7.000.000$

8. Starter kültür mayası miktarı

$37{,}5x_1+62{,}5x_2+112{,}5x_3+250x_4+5x_7 \leq 50.000$

9. Peynir mayası miktarı

$10x_5+30x_6 \leq 1.200$

10. Kalsiyum miktarı

$12{,}5x_5+37{,}5x_6 \leq 1.500$

11. Tuz miktarı

$250\,x_5+750x_6+1{,}2\,x_7 \leq 39.000$

ve

$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7 \geq 0$

WinQSB paket programı yardımı ile elde edilen çözüm değerleri Ek:1’ de verilmiştir. Buna göre Z^0 değeri aşağıdaki gibidir.

$Z^0= 557{,}7711$

Üst sınırlar aşağıdaki gibi ifade edilir:

Max $Z^1= 0{,}33x_1+0{,}51x_2+0{,}87x_3+1{,}88x_4+3{,}5x_5+10{,}5x_6+0{,}035x_7$

Kısıtlar:

1. Vakumlu yoğurt toplam üretim miktarı

$x_1+x_2+x_3+x_4 \leq 3.000.000$

2. Köy tipi peynir toplam üretim miktarı

$x_5+x_6 \leq 900.000$

3. Ayran toplam üretim miktarı

$x_7 \leq 3.000.000$

4. Vakumlu yoğurt toplam iş süresi

$1,37x_1+2,26x_2+4,06x_3+9x_4 \leq 1.200$

5. Köy tipi peynir toplam iş süresi

$5,10x_5+15,28x_6 \leq 1.200$

6. Ayran toplam iş süresi

$0,036x_7 \leq 1.200$

7. Süt miktarı

$2.564x_1+4.274x_2+7.692x_3+17.094x_4+27.778x_5+83.333x_6+140x_7 \leq 15.000.000$

8. Starter kültür mayası miktarı

$37,5x_1+62,5x_2+112,5x_3+250x_4+5x_7 \leq 100.000$

9. Peynir mayası miktarı

$10x_5+30x_6 \leq 1.800$

10. Kalsiyum miktarı

$12,5x_5+37,5x_6 \leq 2.250$

11. Tuz miktarı

$250\ x_5+750x_6+1,2\ x_7 \leq 73.000$

ve

$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7 \geq 0$

WinQSB paket programı yardımı ile elde edilen çözüm değerleri Ek:2' de verilmiştir. Buna göre Z^1 değeri aşağıdaki gibidir.

$Z^1=1114,8420$

Amaç fonksiyonunun üyelik fonksiyonu aşağıdaki gibi ifade edilmektedir.

$$\mu_0(x) = \begin{cases} 1 & ;\ \text{eğer} \quad c^T x > Z^1 \text{ ise} \\ 1-\dfrac{Z^1 - c^T x}{Z^1 - Z^0} & ;\ \text{eğer} \quad Z^0 \leq c^T x \leq Z^1 \text{ ise} \\ 0 & ;\ \text{eğer} \quad c^T x > Z^0 \text{ ise} \end{cases}$$

Buna göre uygulamanın amaç fonksiyonunun üyelik fonksiyonunu aşağıdaki gibi yazmak mümkündür.

$$\mu_0(x) = \begin{cases} 1 & ;\ \text{eğer} \quad c^T x > 1114{,}8420 \text{ ise} \\ 1-\dfrac{1114{,}8420 - c^T x}{557{,}0709} & ;\ \text{eğer} \quad 557{,}7711 \leq c^T x \leq 1114{,}8420 \text{ ise} \\ 0 & ;\ \text{eğer} \quad c^T x > Z^0 \text{ ise} \end{cases}$$

Burada bulanık doğrusal programlama probleminin klasik doğrusal programlama modeli gibi çözülebilmesi için sağ taraf sabitleri yalnız bırakılır. Son olarak aşağıdaki gibi düzenlenebilir.

$(Bx)_i + \lambda p_i \leq b_i + p_i$

Max λ

$0{,}33x_1+0{,}51x_2+0{,}87x_3+1{,}88x_4+3{,}5x_5+10{,}5x_6+0{,}035x_7-557{,}0709\lambda \geq 557{,}7711$

Kısıtlar:

$x_1+x_2+x_3+x_4+ 1.500.000\ \lambda \leq 3.000.000$

$x_5+x6+300.000\lambda \leq 900.000$

$x7+1.500.000\lambda \leq 3.000.000$

$1,37x_1+2,26x_2+4,06x_3+9x_4+600\lambda \leq\ 1.200$

$5,10x_5+15,28x_6+600\lambda \leq 1.200$

$0,036x_7+600\lambda \leq 1.200$

$2.564x_1+4.274x_2+7.692x_3+17.094x_4+27.778x_5+83.333x_6+140x_7+8.000.000\lambda \leq$ $15.000.000$

$37,5x_1+62,5x_2+112,5x_3+250x_4+5x7+ 50.000\lambda \leq 100.000$

$10x_5+30x_6+600\lambda \leq 1.800$

$12,5x_5+37,5x_6+750\lambda \leq 2.250$

$250\ x_5+750x_6+1,2\ x7+34.000\lambda \leq 73.000$

ve

$x_1,\ x_2,\ x_3,\ x_4,\ x_5,\ x_6,\ x_7 \geq 0$

$\lambda \in [0,1]$

Werners yaklaşımına göre optimal sonuca ulaşmak için eşit üyelik dereceli olan çözüm uzayının α-kesim kümesinin, bulanık karar kümesi olarak ele alınması gerekmektedir. Burada $\alpha=\lambda$ dır. Eşit üyelik dereceli çözüm uzayında $\lambda=0,5$ değerinde olur. Buna göre model aşağıdaki hali alır.

Max λ

$0,33x_1+0,51x_2+0,87x_3+1,88x_4+3,5x_5+10,5x_6+0,035x_7 \geq 536,3066$

Kısıtlar:

$x_1+x_2+x_3+x_4 \leq 2.250.000$

$x_5+x_6 \leq 750.000$

$x_7 \leq 2.250.000$

$1,37x_1+2,26x_2+4,06x_3+9x_4 \leq 900$

$5,10x_5+15,28x_6 \leq 900$

$0,036x_7 \leq 900$

$2.564x_1+4.274x_2+7.692x_3+17.094x_4+27.778x_5+83.333x_6+140x_7 \leq 11.000.000$

$37,5x_1+62,5x_2+112,5x_3+250x_4+5x_7 \leq 75.000$

$10x_5+30x_6 \leq 1.500$

$12,5x_5+37,5x_6 \leq 1.875$

$250\,x_5+750x_6+1,2\,x_7 \leq 56.000$

ve

$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7 \geq 0$

$\lambda \in [0,1]$

WinQSB paket programı yardımı ile elde edilen çözüm değerleri Ek:3' te verilmiştir Buna göre optimal çözüm değerleri aşağıdaki gibidir.

$\lambda = 0.5$

$x_1 = 656,9343$

$x_2 = 0$

$x_3 = 0$

$x_4 = 0$

$x_5 = 0$

$x_6 = 58{,}9005$

$x_7 = 30{,}3665$

Buna göre Max $Z^* = 0{,}33x_1 + 0{,}51x_2 + 0{,}87x_3 + 1{,}88x_4 + 3{,}5x_5 + 10{,}5x_6 + 0{,}035x_7$

$= 0{,}33*(656{,}9343) + 0{,}51*(0) + 0{,}87*(0) + 1{,}88*(0) + 3{,}5*(0) + 10{,}5*(58{,}9005) +$

$0{,}035*(30{,}3665)$

Max $Z^* = 836{,}3066$ olarak bulunur.

Nitekim bu sonuca aşağıdaki formülden de ulaşabiliriz

$\mu_0(x) = \lambda$ ise

$$1 - \frac{1114{,}8420 - c^T x}{557{,}0709} = 0{,}5$$

$c^T x = 836{,}3665$ olarak bulunur.

SONUÇ ve ÖNERİ

Bulanık doğrusal programlama modeli, kısıtların kesin olarak belirlenemediği, amaç ve kısıtların bir takım ihlaller içerdiği durumlarda optimal çözümü bulmada hızlı, esnek ve etkili bir yöntemdir.

Bu çalışma teorik ve uygulama olmak üzere iki kısımdan oluşmaktadır. Çalışmanın teorik kısmında, öncelikle bulanık mantık ve temel kavramları tanıtılmış, sonra da bulanık doğrusal programlama modeli ve modelin çözümünde kullanılan yaklaşımlar ayrıntılı olarak incelenmiştir.

Çalışmanın uygulama kısmında ise, süt ürünleri imalatı yapan bir firmadan elde edilen veriler yardımı ile oluşturulan bulanık doğrusal programlama modeli çözümlenerek sonuçları değerlendirilmiştir.

Uygulamaya ilişkin olarak, söz konusu işletme, amaç fonksiyonuna yönelik bir tolerans vermemiş, sadece kısıtlarla ilgili tolerans değerleri vermiştir. Bu nedenle işletme verilerinden hareketle oluşturulan modelin çözümünde, bulanık doğrusal programlama çözüm yaklaşımlarından Wernes Yaklaşımı kullanılmıştır. Werners yaklaşımına göre, optimal sonuca ulaşmak için eşit üyelik dereceli olan çözüm uzayının α-kesim kümesinin, bulanık karar kümesi olarak ele alınması gerekmektedir. Buna göre optimal çözüm değerleri α nın 0,5 olduğu noktadadır. Bu durum göz önüne alınarak amaç fonksiyonunun alt ve üst sınırları yani minimum ve maksimum değerleri elde edilmiş ve amaç fonksiyonu toleransı belirlenmiştir.

İşletme 2008 yılında bir günde 1.500 gramlık vakumlu yoğurttan 12 adet, 2.500 gramlık vakumlu yoğurttan 35 adet, 4.500 gramlık vakumlu yoğurttan 145 adet, 10.000 gramlık vakumlu yoğurttan 36 adet, 5.000 gramlık köy tipi peynirden 5 adet, 15.000

gramlık köy tipi peynirden 15 adet, 200 gramlık ayrandan ise 266 adet üreterek günlük yaklaşık 400 TL kar elde etmiştir.

Çözüm sonucunda ise, söz konusu firmanın aylık ortalama verilerinden yola çıkarak günlük karını maksimum kılacak ürünlerin hangileri olduğu ve bunlardan ne kadar üretilmesi gerektiği belirlenmiştir. Buna göre, firmanın karını maksimum yapabilmesi için günde, 1.500 gramlık vakumlu yoğurttan 657 adet, 15.000 gramlık köy tipi peynirden 59 adet, 200 gramlık ayrandan 30 adet üretmelidir. Böylelikle firmanın günlük maksimum karı 836,3066 TL olacaktır.

Bu sonuca göre, firma günlük üretim kapasitesini, hammadde miktarını ve toplam iş süresini en iyi şekilde kullandığı taktirde günlük karını bu günkü durumun yaklaşık iki katına çıkarabilme imkanı vardır. Bunun için de işletmenin yukarıda çözüm sonucu belirlenen ürün tiplerini ve miktarlarını dikkate alarak üretimine devam etmesi daha uygun olacaktır.

KAYNAKLAR

Aydın, N.(2007). Katı Atık Yönetiminde Optimal Planlama İçin Bulanık Doğrusal Programlama Yaklaşımı, Basılmamış yüksek lisans tezi, Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.

Bandemir, H.&Gottwald, S. (1996). *Fuzzy Sets, Fuzzy Logic, Fuzzy Methods with Applications*, Chichester: John Wiley&Sons.

Başbuğ, A. "Bulanık Teknoloji", *Byte Dergisi*, Şubat 1994.

Baykal, N. ve T. Beyan(2004). *Bulanık Mantık İlke ve Temelleri*, Ankara: Bıçaklar Kitabevi.

Bellman, Zadeh.(1970). "Decision Making in A Fuzzy Environment", *Management Science*, 17(4), 141-164.

Bellman, R.E, and L.A. Zadeh(1970). *Decision-Making In A Fuzzy Environment*, University Of California, Nasa Contractor Report, Berkeley.

Bodjanova, S.(2003). "Alpha-Bounds of Fuzzy Numbers", *Information Sciences*, 152(1), 237-266.

Bojadziev, G. And M. Bojadziev(1995). *Fuzzy Sets,Fuzzy Logic, Applications*, London: World Scientific.

Buckley, J. J. and T. Feuring(2000). "Evolutionary Algorithm Solution to Fuzzy Problems: Fuzzy Linear Programming", *Fuzzy Sets and Systems*, 109(1), 35-53.

Cadenas, J. M. and J. L. Vergeday(2000). "Using Ranking Functions in Multiobjective Fuzzy Linear Programming", *Fuzzy Sets and System*, 111,47-53.

Chanas, S. and P. Zielinski(2000). "On the Equivalance of Two Optimization Methods for the Fuzzy Linear Programming Problems", *Europan Journal of Operational Research,* 121(1), 56-63.

Chanda, R. S. and P. K. Bhattacherjee(2004). Transmission Expansion Plannig: A Fuzzy Linear Programming Based Approach", *IE(I) Journal- EL*, 84, 114-119.

Champion, M. J., J. C. Candeal and E. Indurain(2006). "Represantability of Binary Relations Through Fuzzy Numbers", *Fuzzy Sets and Systems*, 157,1-19.

Chiang, J.(2001). "Fuzzy Linear Programming Based on Statistical Confidence Intervial and Intervial-Valued Fuzzy Set", *European Journal Operational Research,* 129,65-86.

Bojadziev, G. and M. Bojadziev(1995. *Fuzzy Sets, Fuzzy Logic, Applications*, London: World Scientific.

Darby-Dowman, K., C. Lucas, G. Mitra and J. Yadegar(1986) "Linear, Integer, Eperable and Fuzzy Programming Problems: A Unified Approach Towards Reformulation", *The Journal of Operation Research Society*, 39(2).

Didier, D.&Prade, H.(1980). *Fuzzy Sets and Systems:Theory and Applications*, Boston: Academic Press.

Dyson, R. G.(1980). "Maximin Programming, Fuzzy Linear Programming and Multi-Criteria Decision Making", *Journal of Operation Research Society*, 31, 263-267.

Elmas, Ç.(2003). *Bulanık Mantık Denetleyicileri (Kuram, Uygulama, Sinirsel Bulanık Mantık*), Ankara: Seçkin Kitabevi.

Gasimov, R. N. and K. Yenilmez(2002). Solving Fuzzy Linear Programming Problems with Linear Membership Function, Turk J. Math. 26, TUBİTAK.

Görgülü, Ö.(2007). *Bulanık Mantık (Fuzzy Logic) Teorisi ve Tarımda Kullanım Olanakları Üzerine Bir Araştırma*, Basılmamış doktora tezi, Mustafa Kemal Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.

Guu, S. M. and Y. K. Wuu(1999). "Two Phase Approach for Solving the Fuzzy Linear Programming Problems", *Fuzzy Sets and Systems*, 107(29), 191-195.

Hacısalihoğlu-Çelik, S.(2000). *Bulanık Rasgele Doğrusal Programlama*, Basılmamış Yüksek Lisans Tezi, Ankara Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.

Hansen, B. K.(1996). *Fuzzy Logic and Linear Programming Find Optimal Solutions for Meteorological Problems*, Term Paper for Fuzzy Coursa at Technical University of Nova Scotia.

Idri, A.&Abran, A.(2001). "A Fuzzy Logic Based Set Of Measures For Software Project Similarity: Validation and Possible Improvements", *7th IEEE International Software Metrics Symposium, 2001* - doi.ieeecomputersociety.org Mortreali Quebec, Canada.

Inuiguchi, M. et al.(1990). "A Solution Algorithm for Fuzzy Linear Programming with Piecewise Linear Membership Functions", *Fuzzy Sets and Systems*, 34, 15-31.

Inuiguchi., M., Sakawa, M.(1998). "Robust Optimization under Softness in a Fuzzy Linear Programming Problem", *International Journal of Appraximate Reasoning*, 18, 21-34.

Inuiguchi, M. and J. Ramik(2000). “Possibilistic Linear Programming Problems: A Brief of Mathematical Programming and A Comparison with Stochastic Programming in Portfolio Selection Problem”, *Fuzzy Sets and Systems,* 111,3-28.

Inuiguchi, vd.(2003). “Satisficing Solutions and Duality in Interval Fuzzy Linear Programming”, *Fuzzy Sets and Systems,* 135, 151-177.

Kahya, E.(2003). *İnsangücü Seçiminde Bulanık Uzman Sistemler Yardımı İle İş Başvuru Formlarının Değerlendirilmesi*, Basılmamış yüksek lisans tezi, Erciyes Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü .

Karaboğa, D.(2004).*Yapay Zeka Optimizasyon Algoritmaları*, İstanbul: Atlas Yayın Dağıtım.

Karadayı, T.(2007). *Bulanık doğrusal programlama kullanılarak yapısal sistemlerin boyutlandırılması*, Basılmamış yüksek lisans tezi, Fırat Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.

Kaya, Ö.(2007). *Bulanık Doğrusal Programlama ve Üretim Planlama Üzerine Bir Uygulama*, Basılmamış yüksek lisans tezi, Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.

Kızıltuğ, M. H.(1999). *Vergileme’de Bulanık Modeller ve Bir Optimizasyon Modeli Uygulaması*, Basılmamış yüksek lisans tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü.

Koyuncugil, A. S.(1999). *Stokastik Hedef Programlamaya Bulanık Algoritma Yaklaşımı ve Yatırım Problemine Uygulanması*, Basılmamış yüksek lisans tezi, Ankara Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.

Lai, Y. J. and C. L. Hwang(1994). *Fuzzy Multi Objective Decision Making Method and Applications*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg.

Leberling, H. (1981). “On Finding Compromise Solutions in Multicriteria Problems Using the Fuzzy Min-Operator”, *Fuzzy Sets ans Systems,* 6, 105-118.

Meier, W., R. Weber and H. J. Zimmermann(1994). “Fuzzy Data Analysis, Methods And Industrial Applications”, *Fuzzy Sets and Systems*, 61, 19-28.

Nguyen, H. T. and E. A. Walker(2006). *A First Course in Fuzzy Logic Third Edition,* Chapman& Hall /CRC.

Özgüven, C.(2003). *Doğrusal Programlama ve Uzantıları*, Ankara: Detay Yayıncılık.

Özkan, C. G.(1999). *Fuzzy Lineer Programlamanın Bir Üretim Problemine Uygulanması*, Basılmamış Yüksek Lisans Tezi, Marmara Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü.

Özkan, M. M.(2002). *Bulanık Doğrusal Programlama ve Bir Tekstil İşletmesinde Uygulama Denemesi*, Basılmamış Doktora Tezi, Uludağ Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü.

Özkan, M.M. (Fall 2002-2003). “Bulanık Hedef Programlama Modeli ve Bir Uygulama Denemesi”, *Review of Social, Economic and Business Studies, 2*, 265-301.

Özkan, M. M.(2003). *Bulanık Hedef Programlama*. Bursa: Ekin Kitabevi.

Öztemel, E.(2003).*Yapay Sinir Ağları*, İstanbul: Papatya Yayıncılık.

Paksoy, T. ve M. Atak (2003). “Etkileşimli Bulanık Çok Amaçlı Doğrusal Programlama ile Bütünleşik Üretim Planlama: Hidrolik Pompa İmalatçısı Firma Örnek

Olayı", *Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, Cilt:15, No: 2, 457-466.

Paksoy, T.(2002), "Bulanık Küme Teorisi ve Doğrusal Programlamada Kullanımı: Karşılaştırmalı Bir Analiz", *Selçuk Üniversitesi Mühendislik ve Mimarlık Fakültesi Dergisi*, Cilt: 17, No:1.

Pamir, B.(1994). "Bulanık Mantık Konusunda Bilmek İstedikleriniz", *Byte dergisi*, Şubat 1994.

Rocacher, D&Bose, P. (2005). "The Set Of Fuzzy Rational Numbers and Flexiable Querying", *Fuzzy Sets and Systems* 155(3), 317-339.

Rommelfanger, H. et al(1989). "Linear Programming with Fuzzy Objectives", *Fuzzy Sets and Systems*, 29, 31-48.

Ross, T. J.(2005). *Fuzzy Logic with Engineering Applications*, New York: Mc Graw-Hill.

Stanciulescu, C. et al(2003). "Multiobjective Fuzzy Linear Programming Problems with Fuzzy Decision Variables", *Europen Journal of Operational Research,149*, 654-675.

Ural, G. F.(2006). *Bulanık Doğrusal Programlama Yöntemi Kullanılarak Bir Sanayi Kuruluşunda Üretim Planlama Çalışmasının Gerçekleştirilmesi*, Basılmamış yüksek lisans tezi, Kocaeli Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü.

Uzun, O.(2006). "Bulanık Karar Verme Sistemleri", *Gaziosmanpaşa Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Matematik Anabilim Dalı Semineri*.

Taha, A. H.(2000). *Yöneylem Araştırması*, Çev. Baray, Ş.A., Esnaf,Ş. İstanbul: Literatür Yayınları.

Tatlı, H.(1997). *Bulanık Kümeler ve Meteroloji Uygulamaları*, Basılmamış yüksek Lisans Tezi, İstanbul Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.

Tirantis, K. and Olivier, G.(1998). "A Mathematical Programming Approach for Measuring Technical Efficiency in A Fuzzy Enviroment", *Journal of Productivity Analysis 10. Kluwer Academic Publishers,* 85-102.

Tuş, A.(2006). *Bulanık doğrusal programlama ve üretim planlamasında bir uygulama örneği*, Basılmamış Yüksek Lisans Tezi, Uludağ Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü.

Tür, R., A. Kazaz ve A. Yardımcı(2009). "Antalya'da Faaliyet Gösteren İnşaat Firmalarına Yönelik Ekonomik Durum Analizi: Bulanık Mantık Yaklaşımı", http://www.e-kutuphane.imo.org.tr. (04.03.2009)

Türkbey, O.(2003). Çok Amaçlı Makine Sıralama Problemi İçin Bir Bulanık Güçlü Metod*, DEÜ Mühendislik Fakültesi Dergisi*, 5. Cilt, Sayı 3.

Şen, Z.(2004). *Mühendislikte Bulanık (Fuzzy) Mantık İle Modelleme Prensipleri*, İstanbul: SuVakfı Yayınları.

Wang, D.(1997). "An Inexact Approach for Linear Programming Problems with Fuzzy Objective and Resources", *Fuzzy Sets and Systems*, 89(1), 61-68.

Wang, R.C. ,Liang, T. F.(2004). "Application of Fuzzy Multi- Objective Linear Programming to Aggregate Production Planning", *Computers & Industrial Engineering*, 46, 17-41.

Vasant, P. "Fuzzy Optimization in Forecasting and Management of Industrial Production Engineering", 191-200 (Open University Malaysia) (www.f.waseda.jp/watada/TJS2004/TJS2004PDF/contents&program.pdf).

Yalçın-Seçme, N.(2005). *Klasik Doğrusal Programlama ve Bulanık Doğrusal Programlamanın Karşılaştırılmalı Bir Analizi: Üretim Planlama Örneği*, Basılmamış Yüksek Lisans Tezi, Erciyes Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü.

Zhang, H. C. and S. H. Huang(1994). "A Fuzzy Approach to Process Plan Selection", *I.J. of Prod. Res.*, 32(6), 1265-1279.

Zhang, G. et al(2003). "Formulation of Fuzzy Linear Programming Problems as Four-Objective Constarined Optimization Problems", *Applied Mathematics and Computation*, 139, 383-399.

Zimmermann, H. J.(1978). "Fuzzy Programming and Linear Programming with Several Objective Functions", *Fuzzy Sets and Systems*, 1,45-55.

Zimmerman, H. J.(1991). *Fuzzy Set Theory and Its Applications*, Norwell, Massachusetts: Kluwer Academic Publishers.

İNTERNET KAYNAKLARI

"Bmd Giriş", www.omerfarukbay.com/yntc/uploaded/file/EBE-563/bmd_giris.pdf, (27 Şubat 2009).

"Fuzzy Sistemler", http://www.odevarsivi.com, (1 Mart 2009).

"Bulanık Mantık ve Kontroldeki Uygulamaları", www.veribaz.com/viewdoc.html; http://www.odevsel.com/bilim/1870/bulanik-mantik-ve-kontroldeki-uygulamalari- fuzzy-lojik.html .(09.10.2008).

EKLER

Ek:1. Werners Modelinin α=0 için Optimal Çözüm Değerleri

	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	X1	437,9562	0,3300	144,5256	0	basic	0,3092	M
2	X2	0	0,5100	0	-0,0344	at bound	-M	0,5444
3	X3	0	0,8700	0	-0,1080	at bound	-M	0,9780
4	X4	0	1,8800	0	-0,2879	at bound	-M	2,1679
5	X5	0	3,5000	0	-0,0007	at bound	-M	3,5007
6	X6	39,2670	10,5000	412,3037	0	basic	10,4979	M
7	X7	26,9110	0,0350	0,9419	0	basic	0	0,0412
	Objective	Function	(Max.) =	557,7711				
	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1	C1	437,9562	<=	1.500.000,0000	1.499.562,0000	0	438,0000	M
2	C2	39,2670	<=	600.000,0000	599.960,8000	0	39,2500	M
3	C3	26,9110	<=	1.500.000,0000	1.499.973,0000	0	26,8750	M
4	C4	600,0000	<=	600,0000	0	0,2409	0	1.826,6670
5	C5	600,0000	<=	600,0000	0	0,6864	0	794,0056
6	C6	0,9688	<=	600,0000	599,0312	0	0,9688	M
7	C7	4.398.926,0000	<=	7.000.000,0000	2.601.075,0000	0	4.398.926,0000	M
8	C8	16.423,3600	<=	50.000,0000	33.576,6400	0	16.423,3600	M
9	C9	1.200,0000	<=	1.200,0000	0	0,0012	392,6702	1.200,0000
10	C10	1.500,0000	<=	1.500,0000	0	0	1.500,0000	M
11	C11	29.482,5600	<=	39.000,0000	9.517,4440	0	29.482,5500	M

Ek:2. Werners Modelinin α=1 için Optimal Çözüm Değerleri

	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	X1	875,9124	0,3300	289,0511	0	basic	0,3092	M
2	X2	0	0,5100	0	-0,0344	at bound	-M	0,5444
3	X3	0	0,8700	0	-0,1080	at bound	-M	0,9780
4	X4	0	1,8800	0	-0,2879	at bound	-M	2,1679
5	X5	0	3,5000	0	-0,0007	at bound	-M	3,5007
6	X6	78,5340	10,5000	824,6074	0	basic	10,4979	M
7	X7	33,8220	0,0350	1,1838	0	basic	0	0,0412
	Objective	Function	(Max.) =	1.114,8420				
	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1	C1	875,9124	<=	3.000.000,0000	2.999.124,0000	0	876,0000	M
2	C2	78,5340	<=	900.000,0000	899.921,4000	0	78,5625	M
3	C3	33,8220	<=	3.000.000,0000	2.999.966,0000	0	33,7500	M
4	C4	1.200,0000	<=	1.200,0000	0	0,2409	0	3.653,3330
5	C5	1.200,0000	<=	1.200,0000	0	0,6864	0	1.486,5790
6	C6	1,2176	<=	1.200,0000	1.198,7820	0	1,2177	M
7	C7	8.795.051,0000	<=	15.000.000,0000	6.204.949,0000	0	8.795.051,0000	M
8	C8	32.846,7100	<=	100.000,0000	67.153,2800	0	32.846,7200	M
9	C9	1.800,0000	<=	1.800,0000	0	0,0012	785,3403	1.800,0000
10	C10	2.250,0000	<=	2.250,0000	0	0	2.250,0000	M
11	C11	58.941,1100	<=	73.000,0000	14.058,8900	0	58.941,1100	M

Ek:3. Werners Modelinin α=0,5 için Optimal Çözüm Değerleri

	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	X1	656,9343	0,3300	216,7883	0	basic	0,3092	M
2	X2	0	0,5100	0	-0,0344	at bound	-M	0,5444
3	X3	0	0,8700	0	-0,1080	at bound	-M	0,9780
4	X4	0	1,8800	0	-0,2879	at bound	-M	2,1679
5	X5	0	3,5000	0	-0,0007	at bound	-M	3,5007
6	X6	58,9005	10,5000	618,4555	0	basic	10,4979	M
7	X7	30,3665	0,0350	1,0628	0	basic	0	0,0412
	Objective	Function	(Max.) =	836,3066				
	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1	C1	656,9343	<=	2.250.000,0000	2.249.343,0000	0	657,0000	M
2	C2	58,9005	<=	750.000,0000	749.941,1000	0	58,8750	M
3	C3	30,3665	<=	2.250.000,0000	2.249.970,0000	0	30,2500	M
4	C4	900,0000	<=	900,0000	0	0,2409	0	2.740,0000
5	C5	900,0000	<=	900,0000	0	0,6864	0	1.140,2920
6	C6	1,0932	<=	900,0000	898,9068	0	1,0932	M
7	C7	6.596.989,0000	<=	11.000.000,0000	4.403.012,0000	0	6.596.989,0000	M
8	C8	24.635,0400	<=	75.000,0000	50.364,9600	0	24.635,0400	M
9	C9	1.500,0000	<=	1.500,0000	0	0,0012	589,0052	1.500,0000
10	C10	1.875,0000	<=	1.875,0000	0	0	1.875,0000	M
11	C11	44.211,8400	<=	56.000,0000	11.788,1700	0	44.211,8300	M

ÖZGEÇMİŞ

Yasemin Yıldırım, 1982 yılında Tokat'ın Reşadiye ilçesinde doğdu. 2000 yılında Tokat Mehmet Akif Ersoy YDA Lisesi'ni bitirdikten sonra 2001 yılında Gaziosmanpaşa Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi İşletme Bölümü'nü kazandı. 2005 yılında lisans eğitimini tamamladı. 2006 yılında Gaziosmanpaşa Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü İşletme Anabilim dalında yüksek lisans eğitimine başladı ve halen yüksek lisans eğitimine devam etmektedir.