T.C.

BALIKESİR ÜNİVERSİTESİ

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

ORTAÖĞRETİM FEN VE MATEMATİK ALANLAR EĞİTİMİ ANABİLİM DALI

MATEMATİK EĞİTİMİ

9. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN ÖRÜNTÜ GENELLEME PROBLEMLERİNİ ÇÖZME BAŞARILARININ VE KULLANDIKLARI GENELLEME STRATEJİLERİNİN BELİRLENMESİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

MELİKE YAKUT ÇAYİR

BALIKESİR, OCAK - 2013

T.C.

BALIKESİR ÜNİVERSİTESİ

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

ORTAÖĞRETİM FEN VE MATEMATİK ALANLAR EĞİTİMİ ANABİLİM DALI

MATEMATİK EĞİTİMİ

9. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN ÖRÜNTÜ GENELLEME PROBLEMLERİNİ ÇÖZME BAŞARILARININ VE KULLANDIKLARI GENELLEME STRATEJİLERİNİN BELİRLENMESİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

MELİKE YAKUT ÇAYİR

BALIKESİR, OCAK - 2013

KABUL VE ONAY SAYFASI

Melike YAKUT ÇAYİR tarafından hazırlanan "**9. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN ÖRÜNTÜ GENELLEME PROBLEMLERİNİ ÇÖZME BAŞARILARININ VE KULLANDIKLARI STRATEJİLERİN BELİRLENMESİ**" adlı tez çalışmasının savunma sınavı 11.01.2013 tarihinde yapılmış olup aşağıda verilen jüri tarafından oy birliği / oy çokluğu ile Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanlar Eğitimi Anabilim DalıMatematik EğitimiYüksek Lisans Tezi olarak kabul edilmiştir.

Jüri Üyeleri	İmza
Danışman Yrd. Doç. Dr. Gözde Akyüz	G. Ak ....
Üye Doç. Dr. Hülya Gür	H. Gür ....
Üye Doç. Dr. Erdoğan Tezci	....

Jüri üyeleri tarafından kabul edilmiş olan bu tez BAÜ Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulunca onanmıştır.

Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

Prof. Dr. Hilmi NAMLI ....

ÖZET

9. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN ÖRÜNTÜ GENELLEME PROBLEMLERİNİ ÇÖZME BAŞARILARININ VE KULLANDIKLARI STRATEJİLERİN BELİRLENMESİ
YÜKSEK LİSANS TEZİ
MELİKE YAKUT ÇAYİR
BALIKESİR ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
ORTAÖĞRETİM FEN VE MATEMATİK ALANLAR EĞİTİMİ ANABİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ
(TEZ DANIŞMANI: YRD. DOÇ. DR. GÖZDE AKYÜZ)

BALIKESİR, OCAK - 2013

Araştırmada Balıkesir ili merkezinde öğrenim gören, temel eğitimini tamamlamış olan 9. sınıf öğrencilerinin cebirsel genelleme problemlerini çözme başarıları cinsiyet ve okul türü değişkenleri açısından incelenmiş ve bu öğrencilerin hangi genelleme stratejilerini kullandıkları belirlenmiştir.

Araştırmada nitel ve nicel araştırma yöntemleri kullanılmıştır. 9. sınıf öğrencilerinin örüntü genelleme problemlerini çözme başarılarının cinsiyet ve okul türü değişkeni açısından incelenmesini betimlemek amacıyla tarama yöntemi kullanılmıştır. 9. sınıf öğrencilerinin örüntü genelleme problemlerini çözerken kullandıkları genelleme stratejilerinin belirlenmesi amacıyla verilerin toplanması, çözümlenmesi ve yorumlanmasında nitel araştırma yöntemlerinden içerik analizi tekniği benimsenmiştir. Araştırmada farklı okullarda okuyan 425 9. sınıf öğrencilerinin genelleme problemlerini çözme başarıları Cebirsel Problem Çözme Testi ile belirlenmiştir.

Elde edilen bulgular sonucunda öğrencilerin cebirsel genelleme problemlerini çözme başarıları arasında cinsiyet değişkenine göre anlamlı bir fark yokken okul türü değişkeni bakımından anlamlı bir fark gözlenmiştir. Tüm problemlerde öğrenci başarı düzeyleri, kuralı bulma ve örüntüyü yakın ve sonlu bir adıma devam ettirme strateji seçimlerinde etkili bir rol oynamıştır. Ortalamanın üstünde matematiksel yeteneklere sahip olan öğrenciler problemleri çözerken çeşitli yaklaşımlar sergileyebilmişlerdir. Ayrıca öğrenciler, yakın ve uzak terimleri ya artarda sayıları yazarak ya da terimler arasındaki farkı bulup bir önceki terime ekleyerek elde etmeye çalıştığından, bu öğrenciler yakın terimi bulmada uzak terimi bulmaya göre daha başarılı olmuşlardır. Araştırma verileri öğrencilerin uzak terimleri bulma problemlerinde yetersiz olduğunu göstermiştir. Araştırmada ayrıca öğrencilerin çoklu temsil biçimlerini (grafik, tablo, sembol) kullanmayı tercih etmedikleri ve bu temsil biçimlerini etkin bir şekilde kullanamadıkları görülmüştür.

ANAHTAR KELİMELER: genelleme stratejileri, içerik analizi, örüntü genelleme problemleri, problem çözme.

ABSTRACT

DETERMINING ACHIEVEMENT AND GENERALIZATION STRATEGIES OF 9TH GRADE STUDENTS IN PATTERN GENERALIZATION PROBLEM SOLVING
MSC THESIS
MELİKE YAKUT ÇAYİR
BALIKESIR UNIVERSITY INSTITUTE OF SCIENCE
SECONDARY SCIENCE AND MATHEMATICS EDUCATION
MATHEMATICS EDUCATION
(SUPERVISOR: ASSIST. PROF. DR. GÖZDE AKYÜZ)

BALIKESİR, JANUARY 2013

In this study, the algebraic generalization problem solving achievement of 9^{th} grade students in Balıkesir, who completed basic education, was analyzed in terms of gender and type of school. The generalization strategies that these students used were also determined.

In this study, both qualitative and quantitative research methods were used. Survey method was used to describe 9^{th} grade students' pattern generalization problem solving achievement in terms of gender and school type variables. To determine the generalization strategies of 9^{th} grade students in solving problems of pattern generalization, content analysis technique was used in data collection, analysis and interpretation. In the study, pattern generalization problem solving achievement of 425 9^{th} grade students, who were studying in different schools, was determined by Algebraic Problem Solving Test.

The findings of the study showed that while there was not a significant difference between students' achievements in solving the problems of pattern generalization according to gender, there was a significant difference in terms of school type variable. The results of the study showed that student achievement levels for all the problems had played an effective role on strategy selection for finding the rule and continuing pattern to a near and finite step. Students with above-average mathematical skills exhibited various approaches to solving problems. In addition, students were more successful in finding the nearest term than finding further terms, since they were using either writing consecutive terms or adding the difference to the previous term. The research data showed that students were insufficient in finding the further terms problems. Another result of the study is that the students do not prefer to use multiple representations (graphs, tables, symbols) and they cannot use these different types of representations effectively.

KEYWORDS: generalization strategies, content analysis, pattern generalization problems, problem solving

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

TABLO LİSTESİ

Sayfa

KISALTMALAR LİSTESİ

EML: Merkez Anadolu Teknik Lisesi Teknik Lise ve Endüstri Meslek Lisesi

FL: T.C. Ziraat Bankası Fen Lisesi

RKAL: Rahmi Kula Anadolu Lisesi

AML: Adnan Menderes Lisesi

AÖL: İstanbulluoğlu Anadolu Öğretmen Lisesi

BL: Balıkesir Lisesi

KML: Merkez Kız Teknik ve Meslek Lisesi

SBS: MEB'in 6, 7 ve 8. sınıflar için uyguladığı Seviye Belirleme Sınavı

ÖNSÖZ

Aritmetikten cebire geçiş sürecinde farklı problem çeşitlerinin çözümü ile ilgili farklı çözüm stratejilerini kullanma becerilerinin öğrencilere kazandırılmasının, öğrencilerin aritmetikten cebire geçişlerine ve cebirsel düşünmelerine katkı sağlamaktadır. Bu durum, yeni ilköğretim matematik programına göre öğrenim görmüş farklı seviyelerdeki öğrencilerin cebirsel genelleme problemlerini çözme stratejileri açısından incelenmesini ve durumun tespit edilip önerilerde bulunulmasını gerektirmiştir.

Bu araştırma, pek çok kişinin destek ve katkılarıyla gerçekleştirilmiştir. Öncelikle araştırmanın her aşamasında akademik ve manevi desteğini esirgemeyen, görüş ve düşünceleriyle bana yol gösteren hocam ve tez danışmanım Sayın Yrd. Doç. Dr. Gözde Akyüz'e sonsuz teşekkür ederim.

Araştırmanın uygulamasının yapıldığı Merkez Anadolu Teknik Lisesi Teknik Lise ve Endüstri Meslek Lisesi (EML), T.C. Ziraat Bankası Fen Lisesi (FL), Rahmi Kula Anadolu Lisesi (RKAL), Adnan Menderes Lisesi (AML), İstanbulluoğlu Anadolu Öğretmen Lisesi (AÖL), Balıkesir Lisesi (BL) ve Merkez Kız Teknik Ve Meslek Lisesi (KML), yönetimine, öğretmenlerine ve öğrencilerine yardımlarından ve anlayışlarından dolayı teşekkür ederim.

Araştırma boyunca her türlü desteği ile her zaman yanımda olan anneme ve babama, onunla geçireceğim vakitten çaldığım kızım Rüya'ya, ayrıca her zaman yanımda olarak beni destekleyen sevgili eşim Kerem'e sonsuz teşekkür ederim.

1. GİRİŞ

1.1 Problem

Doğadaki her olay değişimin bir göstergesidir ve çevremizde gelişen olaylar arasında geçici ve sürekli ilişkiler gözlenir. Buna örnek olarak, mevsimlerin döngüsü, büyüdükçe değişen organizmalar, hava değişiklikleri, borsadaki düşüş ve yükselişler verilebilir. Elemanlar birbirlerini etkiledikleri zaman birbiriyle ilişkili nesne veya olaylar sisteminde değişim ortaya çıkar. Bu değişimlerin bazıları doğrusal, kuadratik (ikinci dereceden), üstel ya da logaritmik fonksiyonlarla tarif edilebilir ya da modellenebilir. Değişim ve ilişki, sembol, tablo, grafik, örüntü gibi çeşitli şekillerde temsil edilebilir (Organisation for Economic Co-operation and Development (OECD), 2009).

Tüm olaylar zaman içinde değişebilir. Gerçek yaşamda nesnelerin çok sayıda yoldan birbiriyle ilişkili olduğu konularda birçok örnek vardır. Örneğin:

Bir banka hesabına para yatırdığımızda, biliyoruz ki hesap bakiyesi, hesabın büyüklüğüne, para yatırma ve çekme sayısına ve faiz oranlarına bağlı olacaktır.

Bulunduğumuz yerden başka bir yere göndermek üzere bir paketi kargoya verdiğimizde ödeyeceğimiz ücret, paketin ağırlığına, paketin gideceği yere ve gönderinin türüne bağlı olacaktır.

Saf maddelerin kendilerine göre çözeltilerinin, çözülmüş katı madde miktarı arttıkça donma noktaları düşer, kaynama noktaları yükselir. O halde çözeltilerin donma ve kaynama noktaları, çözeltideki katı madde miktarına bağlı olacaktır.

Oksijenli solunum yapan (aerobe) bakteriler, yeterli besinin bulunduğu bir ortamda ve uygun sıcaklıkta 20 dakikada bir bölünerek çoğalırlar. Ancak bu bakteriler çoğalırken bulundukları ortama karbondioksit bırakırlar ve bu da ortamın asit miktarının artmasına neden olur. Bakteriler ise asidik ortamda yaşayamazlar.

Dolayısıyla bakterilerin çoğalması besin miktarına ve sıcaklığa bağlı olduğu kadar ortamın asit düzeyine de bağlı olacaktır.

Matematiğin söz konusu değişim ve ilişkileri inceleyen bir alanı olarak cebiri tanımlayabiliriz. Cebir, çevremizdeki dünyada gerçekleşen değişimleri ve nesneler ya da olaylar arasındaki ilişkileri ifade etmemiz için bir araçtır (OECD, 2009).

Cebirsel semboller ve onlarla çalışma prosedürleri matematiksel çalışma için kritik önemdedir. Cebir, nicel ilişkilerin temsiline bağlı kavram ve tekniklerin bir kümesi olarak ve örüntüleri formüle etme, fonksiyonlar ve genellemeler için matematiksel bir düşünce tarzı olarak öğrenilir. Birçok yetişkin matematiğin bir alanı olarak cebirin ortaokul veya lise öğrencileri için uygun olduğunu düşünmelerine rağmen daha küçük yaştaki öğrenciler de sayılar ve işlemlerle çalışmak ve sayı kümeleri arasındaki ilişkileri ve örüntüleri araştırmak gibi cebirsel akıl yürütme kullanmaya teşvik edilebilir (NCTM, 2000).

Cebir, matematik dersi öğretim programlarında geniş yer tutan matematiğin en önemli konu alanlarından biridir. Son 30 yılda, okulda öğretilen cebirin anlamı/içeriği, cebir öğrenimi ve teknolojinin cebir öğrenimine etkileri gibi konularda çok sayıda araştırma yapılmış, bu araştırmaların sonuçları birçok ülkede cebir öğretim programlarının yeniden düzenlenmesine ışık tutmuştur. Ancak cebir öğretiminin iyileştirilmesine yönelik çabalara ve öğretim programlarında yapılan düzenlemelere rağmen, Üçüncü Uluslararası Matematik ve Fen Bilgisi Çalışması (TIMSS) ve Uluslar Arası Öğrenci Değerlendirme Programı (PISA) gibi uluslararası değerlendirme programlarında ortaya çıkan sonuçlar, öğrencilerin cebir konusundaki zorluklarının devam ettiğini gözler önüne sermektedir (Kieran, 2007). Ülkemizde yapılan çalışmalarda benzer sonuçlara işaret etmektedir (örneğin; Dede ve Argün, 2003; Ersoy ve Erbaş, 2002; Erbaş, Çetinkaya ve Ersoy, 2009; Toluk, 2003).

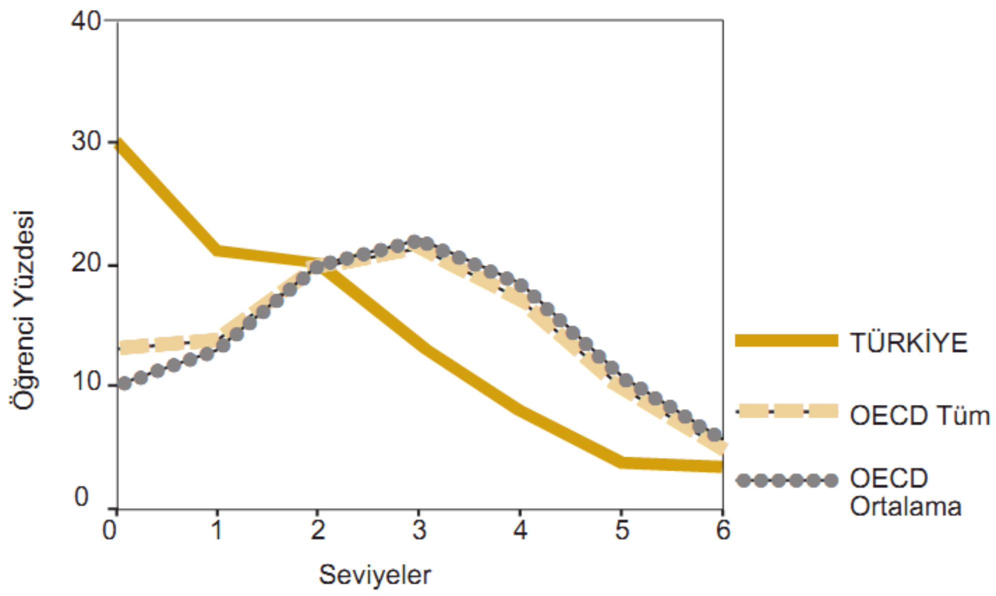
Cebir öğrenimi ile ilgili çok sayıda araştırma olmasına rağmen temel eğitimini tamamlamış öğrencilerin cebirsel örüntüleri genelleme düzeyleri ile ilgili çok az sayıda araştırma vardır. PISA, Türkiye'deki 15 yaş grubu öğrencilerinin cebir alanındaki durumunu en iyi şekilde ortaya koymaktadır.

PISA'da matematiğe ilişkin test materyallerinden toplanan verileri özetlemek için altı düzeyden oluşan bir yeterlik ölçeği oluşturulmuştur. Bu ölçek, öğrencilerin matematik alanındaki yeterliklerinin altı düzeyde tanımlanıp sınıflandırılmasına ve böylece uluslararası karşılaştırmalar yapılmasına olanak sağlamaktadır. Yeterlik düzeyleri ölçeğinin üst kısımlarında, öğrencinin yerine getirmesi gereken görevler zorlaşmakta ve daha üst düzeydeki becerilere ihtiyaç duyulmaktadır. Bu tip görevler karmaşık gerçek yaşam durumlarında matematiksel modelleme süreçlerini kullanarak matematiksel yapılandırmalara ulaşma gibi becerileri içermektedir. Orta düzeydeki maddeler genellikle öğrenciye tanıdık gelmeyen ve yorum gerektiren maddelerdir. Öğrencilerden anlamak ve analiz etmek üzere bir durumu diğer sorulara göre daha fazla formal matematiksel temsiller içeren bir şekilde yapılandırmaları istenmektedir. Bu tip maddeler, bir grup grafiğin ya da metnin içeriğindeki bilgilerin yorumlanması, gerekli bilgileri elde ederek bir dizi hesaplamaların yapılması, uzamsal düşünmenin ve geometri bilgisinin kullanılması gibi etkinlikler içerir. Düşük düzeydeki maddeler sınırlı yorum gerektiren ve daha bilindik bağlamlar içeren sorulardır. Bu tip maddeler herhangi bir grafik ya da tabloda açıkça verilen bir bilginin okunması, basit aritmetik hesaplamaların yapılması gibi etkinlikleri içerir. (Eğitimi Araştırma ve Geliştirme Dairesi Başkanlığı (EARGED), 2010).

PISA 2003 Projesi Ulusal Nihai Raporu'na göre Türkiye'deki on beş yaş grubu öğrencilerinin %70'i aşkın bir kısmı matematiğin değişme ve ilişkiler (cebir) alanında ikinci düzey ve altında bir performansa sahiptir. Bu sonuçlara ilişkin veriler ve ortalamalar Tablo1.1 de verilmektedir.

Tablo 1.1: Türkiye'deki 15 yaş grubu öğrencilerinin matematiğin değişme ve ilişkiler (cebir) alanındaki performansları açısından değişik düzeylere dağılışını gösteren yüzdeler (PISA 2003 Projesi Ulusal Nihai Raporu)

PISA 2003	**Ort**	**1.düzey altı**	**1.düzey**	**2.düzey**	**3.düzey**	**4.düzey**	**5.düzey**	**6.düzey**
TÜRKİYE	23	30.0	21.1	20.1	13.9	7.9	3.8	3.2
OECD tüm	89	12.8	13.8	19.8	21.3	17.3	10.2	4.7
OECD ort	99	10.2	13.0	19.8	22.0	18.5	11.1	5.3



Şekil 1.1: Türkiye'deki 15 yaş grubu öğrencilerinin değişme ve ilişkiler (cebir) alanındaki yeterliliği (PISA 2003 Projesi Ulusal Nihai Raporu)

Bu sonuçlara göre öğrenciler;

- Basit algoritma, formül ve problem çözme işlemleriyle çalışabilmekte,
- Başlangıç düzeyinde akıl yürütme ve yorumlama yapabilmekte,
- Basit tablo ve grafik içerisine ilgili bilgileri yerleştirebilmektedirler (Milli Eğitim Bakanlığı (MEB), 2005).

Cebir, hayatın her alanında ve her aşamasında çok önemli bir konuma sahiptir. Günlük olaylarda karşılaşabileceğimiz problemlerin çözümlerinden, başka bilimlerdeki problemlerin çözümlerine kadar her yerde cebir ve cebirsel düşünce kullanılmaktadır. Cebirsel düşünme somut ve kolayca görselleştirilemeyen bilgiyle çalışmayı gerektirir (Hawker and Cowley, 1997. akt., Akgün, 2007). Cebirsel düşünme; sembolleri ve cebirsel ilişkileri kullanma, çoklu gösterimlerden (sembolik, grafik, tablo gibi) yararlanma, genellemeleri formüle etme gibi üç ana beceriden oluşmaktadır (Çelik, 2007).

2006–2007 eğitim öğretim yılında, ilköğretim 6.sınıflarda matematik derslerinde yapılandırmacılığı hedef alan bir öğretim programı uygulanmaya başlanmıştır. Milli Eğitim Bakanlığı Talim Terbiye Kurulu tarafından hazırlanmış olan İlköğretim 6–8.sınıflar matematik dersi öğretim programında, öğrencilerdeki problem çözme becerilerinin geliştirmesinde önemle durulan nokta probleme algoritmik ve kural temelli yaklaşılmamasıdır. Programa göre matematik derslerinde öğrenciler, rutin problemlerin yanında, rutin olmayan problemlerle de karşı karşıya bırakılmalıdır. Problem çözme sadece toplama, çıkarma, çarpma, bölme işlemlerinin yapıldığı bir durum olarak düşünülmemelidir. Öğrencinin karşılaştığı duruma ilişkin benzer bir problem üretebilmesi, probleme özgün bir çözüm bulabilmesi, problemde eksik bırakılan yeri tamamlaması, karşılaştığı problemi çözerken şekil, resim, tablolardan, örüntülerden yararlanabilmesi gerekmektedir.

Öte yandan, National Council of Teacher of Mathematics (NCTM)'de (2000) matematik öğretiminde çoklu temsil kullanımının önemi vurgulanmakta ve tüm öğrencilerin aşağıdaki becerilere sahip olması gerektiği belirtilmektedir:

- Matematiksel düşüncelerin yazımını ve iletişimini organize etmek için temsiller meydana getirmek ve kullanmak;
- Problemleri çözmek için matematiksel temsiller arasından uygun olanları seçmek, uygulamak ve aralarında dönüşümler yapmak;
- Matematiksel, fiziksel, toplumsal olayları yorumlamak ve modellemek için temsiller kullanmak.

İlköğretim Matematik Dersi 6-8. Sınıflar Öğretim Programı'na göre öğrencilerin örüntüdeki kuralı genellemesi ve harfle ifade etmesi, temel beceri olarak ele alınmaktadır. İlköğretim Matematik Dersi 6-8. Sınıflar Öğretim Programı'nda vurgulanan diğer unsurlar ise *değişken* kavramı ve *çoklu temsil'* dir. Çalışmada yeni öğretim programına göre temel eğitimini tamamlamış, ortaöğretim 9. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme tanımının içerdiği becerilere sahip olup olmadığı örüntü genelleme problemleri ile belirlenmesi amaçlanmıştır. 9. sınıf öğrencilerinin örüntü genelleme problemlerini çözme başarıları cinsiyet ve okul türü değişkeni açısından incelenmiştir. Bunun yanı sıra çalışmada 9. sınıf öğrencilerinin örüntü genelleme problemlerini çözerken kullandıkları genelleme stratejileri araştırılmıştır. Çalışmanın bundan sonraki kısmında cebirsel düşünme, örüntü, örüntü türleri, örüntülerin genellenmesi, genelleme problemleri ve genelleme stratejileri başlıkları altında ilgili literatüre yer verilmiştir.

1.2 Problem Cümlesi

Balıkesir ili merkezinde öğrenim gören ortaöğretim 9. sınıf öğrencilerinin cebirsel genelleme problemlerini çözme başarıları okul türü ve cinsiyetlerine göre değişmekte midir ve bu öğrenciler hangi genelleme stratejilerini kullanmaktadır?

1.2.1 Alt Problemler

Yukarıda belirtilen araştırma problemine göre araştırmanın alt problemleri aşağıdaki gibi belirlenmiştir:

1. Balıkesir ili merkezinde öğrenim gören 9. sınıf öğrencilerinin okul türü değişkenine göre cebirsel genelleme problemleri çözme başarı puanları arasında anlamlı bir fark var mıdır?
2. Balıkesir ili merkezinde öğrenim gören 9. sınıf öğrencilerinin cinsiyet değişkenine göre cebirsel genelleme problemleri çözme başarı puanları arasında anlamlı bir fark var mıdır?
3. Balıkesir ili merkezinde öğrenim gören 9. sınıf öğrencileri cebirsel genelleme problemlerini çözmek için hangi stratejileri kullanmaktadır?

1.3 Araştırmanın Amacı

Araştırmanın amacı Balıkesir ili merkezinde öğrenim gören, temel eğitimini tamamlamış olan 9. sınıf öğrencilerinin cebirsel genelleme problemlerini çözme başarılarını ve bu öğrencilerin hangi genelleme stratejilerini kullandıklarını belirlemektir. Araştırmada 9. sınıf öğrencilerinin cebirsel genelleme problemleri çözme başarılarının cinsiyet ve okul türü değişkenleri açısından incelenmesi amaçlanmıştır. Bunun yanı sıra öğrencilerin örüntü genelleme problemlerini çözerken kullandıkları genelleme stratejilerini belirlemek de araştırmanın diğer amacıdır.

Öğrenciler, gerçek yaşam bağlamında sunulmuş problem durumlarıyla karşı karşıya getirilerek, öğrencilerden böyle problem durumlarında matematiksel inceleme ve araştırmaya konu olabilecek yönleri, özellikleri belirlemeleri ve ilgili matematiksel yeterliliklerini problemin çözümü doğrultusunda kullanmaları istenmiştir. Öğrencilerin matematiksel düşüncelerini sembol, grafik, tablo, günlük yaşam durumları ve somut modellerle ifade etmeleri beklenmektedir.

1.4 Araştırmanın Önemi

Toluk (2003), araştırmasında TIMSS 1999'da sorulan bir desen arama sorusuna Türk öğrencilerinin göstermiş olduğu performanstan yola çıkarak ülkemizde matematiğe bakış açısını tartışmıştır. Desen arama sorusunu Türk öğrencilerinin yalnız % 11 doğru yanıtlayabilmiştir. Uluslararası ortalama ise % 30 dur. Araştırmacıya göre bunun nedeni desen arama etkinliklerine programda yer verilmemesidir.

2006–2007 eğitim öğretim yılında, ilköğretim 6.sınıflarda matematik derslerinde yapılandırmacılığı hedef alan bir öğretim programı uygulanmaya başlanmıştır. Yapılan değişikliklerden sonra örüntü kavramı ilk kez matematik dersi öğretim programına girmiştir.

İlköğretimin 6-8. sınıflarında öğrencilerin örüntüdeki kuralı genellemesi ve harfle ifade etmesi, temel beceri olarak ele alınmaktadır. Öğretim programında örüntü kuralının genellenmesine yönelik olarak sunulan etkinliklerde örüntüler çeşitli materyallerle ya da şekillerle modellenmekte ve sıra sayısı ile örüntünün elemanları arasındaki ilişki tablo kullanılarak keşfettirilmektedir. Bu genellemeler, daha sonra bir değişkenin diğer bir değişkene bağlı olarak değiştiği iki bilinmeyenli denklemlerle ilişkilendirilmekte ve kavramların daha anlamlı öğrenilmesine yardımcı olmaktadır. Ayrıca daha ileriki düzeylerde işlenecek olan fonksiyon kavramının alt yapısını hazırlayacak becerilerin gelişmesi sağlanmaktadır (MEB, 2009).

Bir örüntüdeki ilişkileri gözlemleyip bu ilişkilere ait bir genellemeye varma ve bu genellemeyi sembolik bir kuralla ifade etme becerisi cebirsel düşünme ile gerçekleşebilir.

Örüntü genelleme problemleri ile ilgili yapılan çalışmalar genelleme ve sembolize etme yeteneğini ortaya çıkarması ve özellikle cebirsel düşünmeyi teşvik etmesi açısından çok etkili olduğunu göstermiştir. Bu çalışmalar farklı örüntü türleriyle (sayısal, şekil ve tekrarlayan örüntüler) ve her sınıf düzeyindeki öğrencilerden hizmet öncesi öğretmenlere kadar farklı katılımcılarla yapılmıştır. (Amit ve Neria 2008; Becker ve Rivera 2004; English ve Warren 1998; Radford 2006; Rivera 2007; Rivera ve Becker 2005; Stacey 1989; Zazkis ve Liljedahl 2002).

Örüntü kavramı öğretim programına girdikten sonra, temel eğitimini tamamlamış öğrencilerin bir örüntü belirleme, yakın ve uzak genelleme yapmak için örüntüyü genişletme ve sembolleri kullanarak örüntünün temelindeki fonksiyonel ilişkiyi ifade etme ve problemin çözümünde çoklu temsillerden yararlanma gibi özellikleri içeren örüntü genelleme problemlerini çözme başarılarının belirlenmesi önemlidir. Ayrıca araştırmanın sonucunda belirlenecek olan öğrencilerin örüntü genelleme problemlerini çözme başarıları aynı zamanda öğrencilerin cebirsel düşünme başarılarının da bir göstergesi olacaktır.

1.5 Sayıltılar

Katılımcıların veri toplama araçlarına samimi ve istekli yanıtlar verdikleri varsayılmaktadır.

1.6 Sınırlılıklar

1. Araştırma Balıkesir ili merkezi ile sınırlıdır.
2. Cebirsel Problem Çözme Testi ile ölçülen beceriler sadece ilköğretim 6-8. sınıf cebir öğrenme alanının alt öğrenme alanları ve kazanımlarında yer alan “örüntüler ve ilişkiler” ve “denklemler” ile sınırlıdır.

1.7 Tanımlar

Örüntü: Olay veya nesnelerin düzenli bir biçimde birbirini takip ederek gelişmesidir.

Genelleme: Örüntüde yer alan ilişkisel yapının fark edilmesi sonucu her terim için geçerli olacak bir ifadenin yazılmasıdır.

Örüntü genelleme stratejileri: Öğrencilerin örüntünün resmedildiği problemlerin altında yatan fonksiyonel kuralı oluşturmak için kullandığı çeşitli stratejilerdir. Araştırmada öğrencilerin kullandıkları genelleme stratejileri; Parçaları sayma veya modelleme (Counting), Yinelemeli veya Eklemeli (Recursive or Additive), Fark ile çarpma (Multipliying with difference), Orantı (Whole-Object or Proportion), Tahmin ve Kontrol (Guess and Check), Fonksiyonel veya kesin (Explicit) stratejidir.

Cebirsel örüntü genelleme problemi: Sayısal bir örüntü belirleme, yakın ve uzak genelleme yapmak için örüntüyü genişletme ve sembolleri kullanarak örüntünün temelindeki fonksiyonel ilişkiyi ifade etme gibi özellikler içeren problemlerdir.

2. İLGİLİ LİTERATÜR VE KURAMSAL ÇERÇEVE

Bu bölümde çalışmanın amacından yola çıkılarak ve birbiriyle bağlantılı olarak cebirsel düşünme ve örüntü kavramlarına ilişkin tanımlara yer verilmiştir. Örüntü türleri açıklandıktan sonra örüntülerin genellenmesi başlığı altında genelleme ile ilgili çeşitli araştırmalar sunulmuştur. Örüntüler genellemenin, genelleme ise cebirin yapı taşlarından birisi olarak görülebilir (Tanışlı ve Özdaş, 2009). Öğrencileri genelleme yapmaya teşvik eden genelleme problemlerine ait örnekler ve genelleme problemlerinin özellikleri, genelleme problemleri başlığı altında sunulmuştur. Literatürde yer alan genelleme problemlerinin çözümünde kullanılan çeşitli stratejilere, genelleme stratejileri başlığı altında yer verilmiştir. Son olarak çalışma ile ilgili araştırmalar sunulmuştur.

2.1.1 Cebirsel Düşünme

Steele (2005) çalışmasında cebirsel düşünme tanımının örüntüleri analiz etme ve tanıma, örüntüler arasındaki nicel ilişkileri temsil etme ve bu nicel ilişkileri genelleme yeteneğini içerdiğini yazmıştır.

Herbert ve Brown'a (1997) göre ise cebirsel düşünme, verilen durumdan gerekli bilgileri seçerek, sözel olarak ifade edilmiş matematiksel bilgiyi, şekil, tablo, grafik ve denklemlerle temsil etme, elde edilen matematiksel bulguları (bilinmeyeni bulmak, varsayımları test etmek ve fonksiyonel ilişkileri tanımlamak gibi) yorumlama ve farklı durumları analiz etmek için matematik sembol ve araçların kullanılmasıdır. Herbert ve Brown'un (1997) cebirsel düşünme tanımı bir matematiksel bilginin farklı gösterim şekilleriyle ifade edilmesi ve yorumlanabilmesine odaklanmıştır. Bu süreçte birey cebirsel sembollerden doğru bir şekilde yararlanmalıdır.

Cebirsel düşünme, matematiksel düşünmenin özel bir biçimidir ve yalnızca cebir çalışmalarıyla sınırlı değildir. Dolayısıyla matematiksel düşünmenin kullandığı problem çözme, çoklu gösterimlerden yararlanma ve akıl yürütme (tümdengelimli ve tümevarımlı) gibi becerileri içermektedir. Bunun yanı sıra bir bireyin cebirsel olarak düşünebilmesi cebirsel ifade ve ilişkileri zihninde anlamlarını oluşturarak kullanmasını, gerçek yaşam durumlarıyla ilgili ilişki ve kuralları araştırıp genelleme yapmasını gerektirmektedir.

Yapılan bu tanımdan anlaşılacağı gibi cebirsel düşünme;

1. Sembolleri ve cebirsel ilişkileri kullanma

2. Çoklu gösterimlerden (sembolik, grafik, tablo gibi) yararlanma

3. Genellemeleri formüle etme gibi üç ana beceriden oluşmaktadır (Çelik, 2007).

NCTM'ye (2000) göre ise cebirsel olarak düşünme, fonksiyonları anlamayı, cebirsel sembolleri kullanarak matematiksel yapı ve durumları farklı şekillerde temsil ve analiz etmeyi, nicel ilişkileri temsil etmek ve anlamak için matematiksel modeller kullanmayı, gerçek yaşamda karşılaşılan farklı durumlardaki değişimi analiz etmeyi gerektirir.

2.1.2 Örüntüler

Türk Dil Kurumu'nun güncel sözlüğüne göre örüntü olay veya nesnelerin düzenli bir biçimde birbirini takip ederek gelişmesidir.

Genel olarak örüntüler, matematiksel düşüncelerin ve ilişkilerin soyutlanmasında, ilişkilerin genellemesinde, matematiksel akıl yürütme becerilerinin gelişiminde (Papic ve Mulligan, 2005), matematiksel kavramları ve bu kavramları yansıtan temsillerin daha iyi anlaşılabilmesinde etkili bir kavram olmakla birlikte cebirsel ve fonksiyonel düşünmeye dayalı kavramların gelişimine de yol açarlar.

Okul öncesinden itibaren ilköğretim birinci basamakta gerçekleştirilen örüntü etkinlikleri cebirin temelini oluşturmada önemli bir role sahiptir (Herbert ve Brown, 1997). Çünkü örüntüler sembolleri yorumlamayı öğrenmede bir araç olup ileride cebirde karşılaşılan sayılar ve şekillerle ilgili genel ifadeleri oluşturmayı ve tanımayı sağlarlar (Threlfall, 1999). Kısacası örüntüler cebir için bir yaklaşımdır ve öğrencilerin aritmetikten cebire geçişini sağlarlar (Orton ve Orton, 1999; Zazkis ve Liljedahl, 2002).

İlköğretimin 1-5. sınıflarındaki öğrenciler, ilk olarak tekrarlı örüntüler ile deneyim kazanmakta, daha sonra genişleyen örüntülerle çalışmalarını sürdürmektedir. Bu bağlamda;

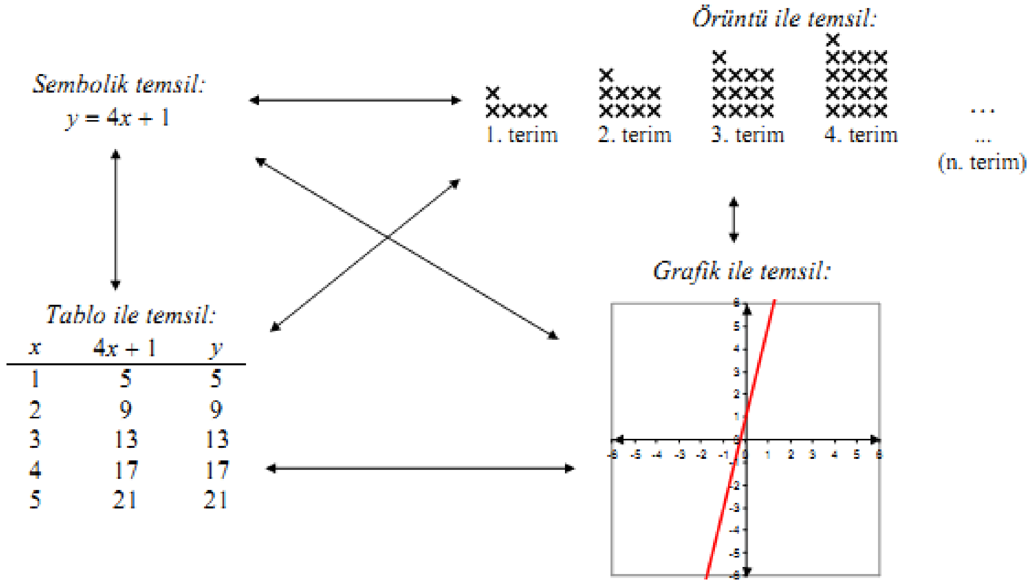
• Eksik bırakılan bir örüntünün tamamlanması, devam ettirilmesi ve yeni bir örüntü oluşturulması,

• Bir örüntünün farklı biçimlerde temsil edilmesi, örüntüdeki ilişkilerin keşfedilmesi ve örüntüdeki kuralın bulunmasıyla ilgili çalışmalar yapılmaktadır.

İlköğretimin 6-8. sınıflarında ise öğrencilerin örüntüdeki kuralı genellemesi ve harfle ifade etmesi, temel beceri olarak ele alınmaktadır. Bu genellemeler, daha sonra bir değişkenin diğer bir değişkene bağlı olarak değiştiği iki bilinmeyenli denklemlerle ilişkilendirilmekte ve kavramların daha anlamlı öğrenilmesine yardımcı olmaktadır. Ayrıca daha ileriki düzeylerde işlenecek olan fonksiyon kavramının alt yapısını hazırlayacak becerilerin gelişmesi sağlanmaktadır (MEB, 2009).

İlköğretim Matematik Dersi 6-8. Sınıflar Öğretim Programı'nda vurgulanan diğer unsurlar ise *değişken* kavramı ve *çoklu temsil'* dir. Değişkenlerin kullanılmaya başlamasıyla öğrenciler yapacakları genellemelerde ve bazı matematiksel durumların ifadesinde yeni bir dil kullanmaya başlamış olacaklardır. Çoklu temsil yaklaşımı ise, bir durumun veya kavramın farklı biçimlerde ifade edilmesine dayanır. Öğretim sırasında öğrencilerin matematiksel düşüncelerini sembol, grafik, tablo, günlük yaşam durumlar ve somut modellerle ifade etmeleri daha nitelikli öğrenmeye olanak sağlayacaktır.

En genel anlamıyla, matematiğin dili olarak ifade edilen temsiller, soyut kavram veya sembollerin gerçek dünya içinde somut biçimde modellenmesi sürecidir (Kaput, 1998).



Şekil 2.1: Öğretimde kullanılabilecek bazı temsil biçimleri (MEB,2009)

2.1.2.1 Örüntü Türleri

Örüntüler, yapılarına ve sunuluş biçimlerine göre çeşitlilik göstermektedirler. Genelde örüntüler tekrarlanan ve değişen olmak üzere iki grupta toplanabilir. Örüntüler ister tekrarlanan, isterse de değişen olsun sayılarla ve şekillerle temsil edilebilirler (Tanışlı, 2008).

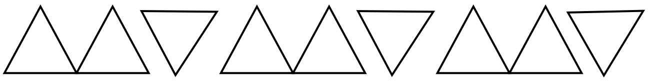
2.1.2.1.1 Tekrarlanan Örüntüler

Tekrarlanan örüntüler; terimler arası ilişkinin sabit bir dizilimin ötelenmesi şeklinde oluşturulduğu örüntülerdir (Olkun ve Yeşildere, 2007).

Tekrarlanan örüntüler "tekrar birimi" olarak adlandırılan elemanların tekrarlanan döngüsü ile tanınabilirler. Örneğin ABCABCABCABC... 3 nitelikli tekrarlanan örüntü ve bir tekrarlama döngüsü veya uzunluğu 3 olan bir tekrar birimi; ABCabABCabABCab... 3 nitelikli tekrarlanan daha karmaşık bir döngü ve uzunluğu 5 olan bir döngü sadece harfin değil durumun da çeşitlendiği tekrarlanan bir örüntü olarak görülebilir. Diğer nitelikleri sabit tutarak elemanların bazı nitelikleri (boyut, renk, yön vb. gibi) çeşitlendirilerek tekrarlanan örüntüde karmaşıklık yaratabilir (Threlfall, 1999).

Liljedahl (2004) tekrar birimini, örüntünün en küçük alt kümesinin öğeleri olarak tanımlamıştır. Örneğin XYZXYZXYZXYZ... tekrar birimi XYZ olan bir tekrarlanan örüntüdür. Aşağıda, tekrarlanan örüntülerden şekil ve sayı örüntü örnekleri gösterilmiştir.

Tekrarlanan şekil örüntüsü örneği:



...

Bu örüntünün tekrar biriminin uzunluğu 3 tür.

Tekrarlanan sayı örüntüsü örneği:

2 4 2 4 2 4...

Bu örüntünün tekrar biriminin uzunluğu 2 dir.

Öğrencilerin tekrarlanan bir örüntüyü açıklayabilmeleri, diğer örüntülerle benzerliklerini ve farklılıklarını ifade edebilmeleri önemlidir. Bunun için çocuklarla tekrarlanan örüntülere ilişkin; örüntüyü kopyalama, tekrar birimini tanımlama, örüntüyü devam ettirme, örüntüyü tamamlama, bir örüntü oluşturma gibi etkinliklerin gerçekleştirilmesi gerekir. Bu etkinlikler her sınıf seviyesindeki matematik için önemli olup, özellikle küçük çocuklara çeşitli temsiller arasında bağlantı kurmayı geliştirmede ve temsiller arasındaki benzerlikleri ve farklılıkları aramada yardımcı olur (Warren ve Cooper, 2006).

2.1.2.1.2 Değişen Örüntüler

Değişen örüntülerde sayılar ya da şekiller belirli bir kurala göre sıralanır. Bu örüntülerde terimler arası ilişki, genişleyen ya da daralan bir seyir izler. Değişen örüntüler üç farklı şekilde gruplandırılabilir (Olkun ve Yeşildere, 2007):

- *Doğrusal (Lineer) Örüntüler:* Devam eden her bir terimin bir öncekine sabit bir sayı eklenerek ya da çıkarılarak elde edildiği örüntülere denir.
- *İkinci dereceden (Kuadratik) Örüntüler:* Devam eden terimler arası farkların arttığı örüntülere denir. Bu örüntülerde her şekil ve sayı arasındaki farklılık ardışık sayılardan oluşur.
- *Diğer Örüntüler:* Sabit ya da artarak değişen olmayan, ancak bir düzen içerisinde değişen örüntülere denir.

Orton ve Orton (1999), lineer örüntülerin diğer sayı dizilerine genişletilmesini araştırmışlardır ve öğrencilerin dizideki ardışık terimler arasındaki farkı kullanma eğiliminin öğrenciler tarafından tercih edilen bir yöntem olduğunu bildirmişlerdir.

Lineer diziler sabit fark üretme özelliği kullanarak inşa edilebilir:

1		4		7		10		13		16
	3		3		3		3		3	

Bu kurala göre bir sonraki sayı 16+3=19 dur.

Kuadratik diziler, kare sayılar gibi, daha karmaşıktır ve ikinci farklara kadar sabit fark üretmezler:

1	4	9	16	25	36	
3	5	7	9	11		Birinci fark
	2	2	2	2	2	İkinci fark

Diğer bir kuadratik örüntü örneği de üçgen sayılardır:

1	3	6	10	15	21	
2	3	4	5	6		Birinci fark
	1	1	1	1	1	İkinci fark

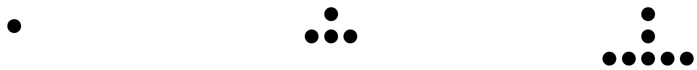
Bu yöntem ikinci farkları alarak kuadratik örüntülere başarılı olarak genişletilir ancak bu tür, Fibonacci dizisi gibi diğer örüntülerde çıkmaza neden olur.

Orton ve Orton (1999) başarılı bir genelleme yapmanın engelleri arasında öğrencilerin aritmetik yetersizliğinden ve yinelemeli (recursive) yaklaşıma sabitlenmeden bahsetmişlerdir. Dizinin bir önceki elemanına dayanarak bir sonrakini oluşturmasına izin verse de sabit fark yaklaşım öğrencinin tüm elemanların genel yapısını görmesini engellemektedir.

Sonuç olarak, lineer sayı örüntülerinde ulaşılan kuralların genel formu; a ve b birer sabiti, n örüntüdeki terim sırasını ve f(n) n. sıradaki terimi belirtmek üzere, $f(n) = an + b$ dir. Kuadratik sayı örüntülerinde ise ulaşılan kuralların genel formu; a, b, c birer sabit olup, n örüntüdeki terim sırasını, f(n) ise örüntünün n. sıradaki terimini göstermek üzere; $f(n) = an^2 + bn + c$ biçimindedir (Orton ve Orton, 1999).

Yukarıda tanımları verilen değişen örüntü çeşitleri kısaca şekil ve sayı örüntüleri şeklinde iki grupta toplanabilir. Aşağıda lineer ve kuadratik örüntülerden şekil ve sayı örüntü örnekleri gösterilmiştir:

Lineer şekil örüntüsü örneği:



Örüntü bir nokta ile başlar, sonra her bir önceki şeklin sağına, soluna ve üstüne bir tane daha eklenir.

Lineer sayı örüntüsü örneği:

2 6 10 14 18...

Örüntü 2 ile başlar, daha sonra her terim bir önceki terime 4 eklenerek bulunur.

Kuadratik şekil örüntüsü örneği:

Örüntü bir nokta ile başlar, daha sonra her adımdaki şekil, önceki şekle, şeklin her satırına ve sütununa bir nokta eklenmesiyle elde edilir.

Kuadratik sayı örüntüsü örneği:

1 3 6 10 15...

Örüntü 1 ile başlar, daha sonra her terim sırasıyla öncekine 2 den başlayarak ardışık sayılar eklenerek bulunur.

Örüntülerde sayı ya da matematiksel şekiller arasındaki ilişkiler genel olarak yinelemeli (recursive) ve belirgin (explicit) olmak üzere iki başlık altında ele alınır. Bir önceki adımdan bir sonraki adımın elde edilmesi yani sonraki adımın bulunabilmesi için, önceki adımın kullanılması yinelemeli ilişki olarak tanımlanır (Ley, 2005; Van De Walle, 2004; Orton ve Orton, 1999; Hangreaves, Shorrocks ve Threlfall, 1998; 1999; akt. Kabael ve Tanışlı, 2010).

Örneğin;

2 6 10 14 18 …

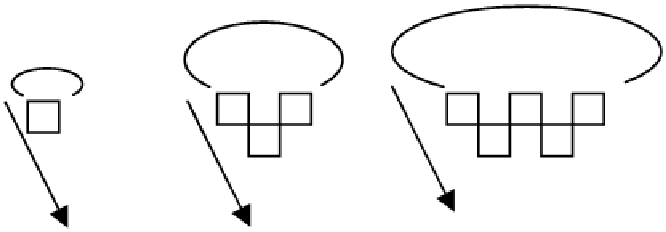
şeklinde verilen sayı dizisinde, önceki adımda yer alan sayıya 4 eklenerek bir sonraki adım elde edilmektedir. Bu sayı dizisi,

2	6	10	14	18…
1. adım	2. adım	3. adım	4. adım	5. Adım

şeklinde verildiğinde ise adım sayısı ve o adımda yer alan terimlerin sayısının belirlenmesi belirgin ilişkidir. Belirgin ilişki, genel kuralı oluşturmada ve dolayısıyla örüntünün herhangi bir terimini (n. terimi) bulmada yardım edicidir (Ley, 2005). Yukarıdaki sayı örüntüsü için genel kural, aşağıdaki biçimde hesaplanarak 4n-2 olarak elde edilebilir.

1. adım	2 = 2 + 4.0
2. adım	2 + 4 = 2 + 4.1
3. adım	2 + 4 + 4 = 2 + 4.2
4. adım	2 + 4 + 4 + 4 = 2 + 4.3
………	……….. …….
n. adım	$2+\underbrace{4+\cdots+4}_{n-1\ tane}$ = 2 + 4(n-1) = 4n-2

Bir şekil örüntüsü üzerinde yinelemeli ve belirgin ilişkiyi görebilmek için Şekil 2.2’ deki örüntü örneğini inceleyelim.



1. Adım **2. Adım** **3. Adım**

Şekil 2.2: Şekil örüntüsünde genel kural arama

Şekil örüntüsünü adım sayısını göz önüne almaksızın düşündüğümüzde, yinelemeli bir ilişki elde edilir ve bu yinelemeli ilişkide terimler, ardışık şekillerin yapısı dikkate alınarak önceki adımda yer alan kare sayısına şeklin yapısal özelliğine göre iki kare eklenerek bulunur. Şekil örüntüsü adım sayıları ile birlikte dikkate alındığında ise belirgin bir ilişki elde edilir ve bu belirgin ilişkide alt ve üst sırada yer alan kare sayıları, adım sayısı ile ilişkilendirilerek karelerin toplam sayısına yani genel kurala ulaşılır. Örneğin 2. adımda üst sırada iki (adım sayısı kadar) tane, alt sırada ise bir (adım sayısının bir eksiği) tane kare bulunmaktadır. Böylece şekil örüntüsünün n. adımı için üst sırada n tane kare ve alt sırada (n-1) tane kare bulunacağından genel kural [n+(n-1)]=2n-1 şeklinde ifade edilebilir (Sasman, Olivier ve Linchevski, 1999). Örüntülerde nesneler ya da sayılar arasında yinelemeli ve belirgin ilişki arama dışında bazen örüntüdeki sayılar ya da nesnelerin özelliklerine odaklanılabilir.

Örneğin;

3 8 13 18 23

Şeklinde verilen sayı örüntüsünde terimlerin tek, çift, tek, çift şeklinde devam ettiğinin ifade edilmesi, bu ilişkiye ilişkin bir örnektir.

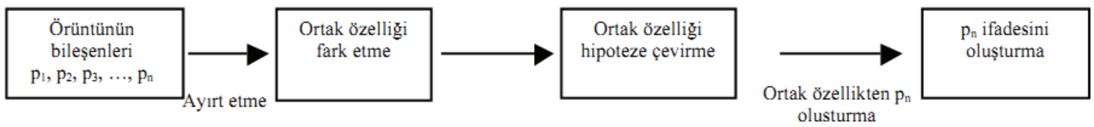
2.1.2.2 Örüntülerin Genellenmesi

Matematik başarısı ve öğrenme konusunda genellemenin rolü küçümsenemez. Genelleme Mason'nun (1996) deyimiyle "matematiğin kalbi" ve NCTM standartlarında (NCTM, 2000), matematik öğretiminin temel amaçlarından biri olarak adlandırılır. Krutetski (1976) genellemeyi matematik öğrencilerinin gösterdiği yüksek bilişsel yeteneklerden biri olarak sınıflandırır. Çünkü soyutlama, bütünsel düşünme, görselleştirme, esneklik ve akıl yürütme gibi genelleme yeteneği, yetenekli öğrencileri karakterize eder ve onları diğerlerinden ayırır (Greenes 1981; Sriraman 2003; Sternberg1979; akt. Amit ve Neria, 2008).

Örüntü genelleme ile ilgili araştırmalar son on yılda artmıştır. Bu ilgi, matematiğin yapısı örüntü ve ilişkiler arayarak gözlenebilir, fikrinden ortaya çıkmaktadır (Hargreaves, Threlfall, Frobisher ve Shorrocks-Taylor, 1999). Örüntüleri öğrenme, sözel ve sembolik genellemeler yapma gerekliliğinden beri aritmetikten cebire geçişte çok önemlidir (English ve Warren, 1998). Öğrencilerin sayı örüntülerinde kural bulma stratejilerini inceleyen çeşitli araştırmalar yapılmıştır (örn. Hargreaves ve diğerleri, 1999; Stacey, 1989).

Radford (2006) genelleme sürecini aritmetik genelleme ve cebirsel genelleme olarak iki ayrı bağlamda ele almaktadır. Buna göre tüm terimler için geçerli olacak bir ifade yazmaksızın örüntüye ilişkin birtakım ortak yönlerin fark edilmesi ve bazı ilişkilerin belirtilmesi aritmetik genelleme, örüntüde yer alan ilişkisel yapının fark edilmesi sonucu her terim için geçerli olacak bir ifadenin yazılması cebirsel genellemeyi belirtmektedir.

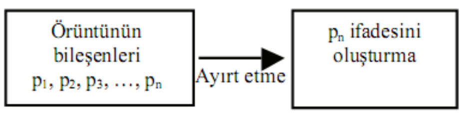
Ancak Radford (2008) notasyonların kullanımını cebirsel düşünmenin ortaya çıkışını anlamak için en iyi yol olarak görmemektedir. Radford'a göre cebirsel düşünme harfleri kullanma ile ilgili değildir ama belli koşullarda ayırt edici düşünme ile ilgilidir. Radford (2008, s.84) şu soruyu sorar: "eğer cebirsel düşünmenin göstergesi notasyon kullanımı değilse cebirsel genellemeyi aritmetik genellemeden ayıran nedir?". Radford (2006) gerçekleştirdiği uzun süreli araştırmalar sonucunda cebirsel genelleme sürecinin aşamasında geçirilen zihinsel sürece işaret etmektedir. " örüntüdeki terimlerin sahip olduğu ortak özelliği fark etme yeteneğine, bu ortak özelliğin örüntüdeki tüm terimler için geçerli olduğuna ilişkin farkındalığa ve örüntünün herhangi bir terimini bulmayı sağlayacak bir ifadeyi yazabilme yeteneğine dayandığını" belirtmektedir. Bu süreç ayrıntılı olarak açıklanacak olursa, cebirsel örüntü genelleme süreci örüntüdeki birkaç terime ait ortak özelliğin fark edilmesi ile başlamaktadır. Bu ilk adımda örüntüdeki terimlere ait neyin benzer neyin farklı olduğu seçimi yapılmaktadır. İkinci olarak ortak özellik ayırt edilerek örüntüdeki tüm terimlere genellenmekte ve bir hipotez oluşturulmaktadır. Son olarak da belirlenen ortak özellikten tüm terimler için geçerli olacak bir genel terim yazılmaktadır. Bu süreç Şekil 2.3'deki gibi özetlenmektedir:



Şekil 2.3: Cebirsel örüntü genellemenin yapısı (Radford, 2008, s.85)

Radford (2008), Şekil 2.3'deki süreçte son okla gösterilen aşama çıkarıldığında yapılan genellemenin aritmetik genelleme olduğunu belirtmektedir.

Radford'un (2006) kuramsal çerçevesinde ön plana çıkan detaylardan biri de genelleme yapma ve tümevarım arasında ayırım olduğuna dair yaptığı vurgudur. Radford bu iki eylem arasındaki farkın gözden kaçırıldığına değinerek, tümevarım yoluyla genel terimin örüntü terimlerinin sahip olduğu ortak özellikten hareketle değil, deneme yanılma yoluyla bulunduğunu belirtmektedir. Bu bağlamda tümevarımda tahmin etme yoluyla ilerlendiğinden cebirsel düşünmenin varlığına rastlanmadığına dikkat çekmektedir. Araştırmacı bu tümevarımı farklı tümevarım çeşitlerinden ayırt etmek için olgunlaşmamış tümevarım ifadesini kullanmaktadır. Olgunlaşmamış tümevarım süreci Şekil 2.4'de belirtilmektedir:



Şekil 2.4: Olgunlaşmamış tümevarımın yapısı (Radford, 2008, s.86)

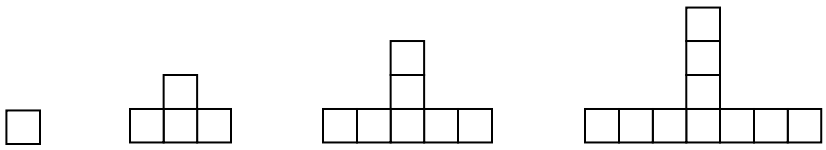
2.1.2.3 Genelleme Problemleri

Örüntü bulma ve kullanma matematiksel problem çözme için önemli bir stratejidir (Stacey, 1989). Lee ve Wheeler (1987) bu tip, özel durumların incelenerek, sonuçları sistematik olarak düzenlenerek, bir örüntü bulunup cevap için kullanılarak çözülebilen problemleri genelleme problemleri olarak adlandırmışlardır.

Tipik bir genelleme problemi, sayısal bir örüntü belirleme, yakın ve uzak genelleme yapmak için örüntüyü genişletme ve sembolleri kullanarak örüntünün temelindeki fonksiyonel ilişkiyi ifade etme gibi özellikler içerir (Chua ve Hoyles, 2010).

Birçok ülkede okul matematiğinin üzerinde durduğu örüntü genelleme problemlerinin ortak bir özelliği vardır. Genellikle bu tür problemler sayısal ve şekil olmak üzere iki kategoride sınıflandırılmaktadır. Sayısal genelleme problemleri bir sayı dizisi olarak örüntüyü listeler, şekil genelleme problemleri ise resimsel bir bağlamda örüntüyü ifade eder (Chua, 2009). Aşağıda sayısal ve şekil genelleme problemlerine ait örnekler verilmiştir:

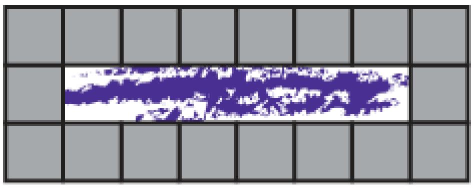
Örnek 1: Kerem kare fayanslardan bir dizi şekil oluşturur. Kerem bir fayans ile başlar, sonra her bir önceki şeklin sağına, soluna ve üstüne bir tane daha ekler.



Kerem'e n. şekli oluşturması için gerekli fayans sayısını bulmasında yardımcı olabilir misiniz?

1. örnek iki boyutlu lineer bir şekil örüntüsü genelleme problemidir.

Örnek 2: Kerem, 6 birime 1 birim boyutlarında dikdörtgen şeklindeki çiçek tarhını kare fayanslarla çevirir.



Kerem'in bir satır genişliğindeki herhangi bir uzunluktaki çiçek tarhını çevrelemesi için gerekli fayans sayısını bulmasına yardımcı olabilir misiniz?

2. örnek iki boyutlu lineer bir şekil örüntüsü genelleme problemidir.

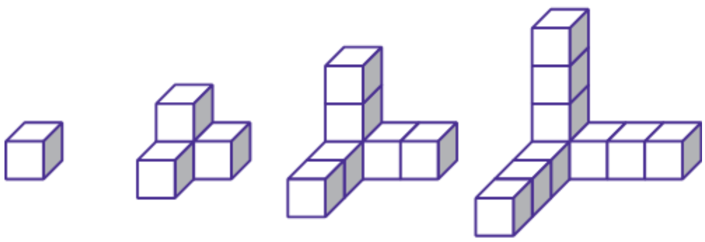
Örnek 3: Bir dizinin ilk beş terimi aşağıdaki gibidir:

1, 4, 7, 10, 13, ...

Dizinin n. terimini bulmak için bir kural yazabilir misiniz? Yanıtınızı nasıl bulduğunuzu gösteriniz.

3. örnek lineer bir sayısal genelleme problemidir.

Örnek 4: Kerem küpleri kullanarak kulelerden bir dizi oluşturur. Bir küp ile başlar sonra her kulenin önüne, yanına ve tepesine bir küp daha ekler.

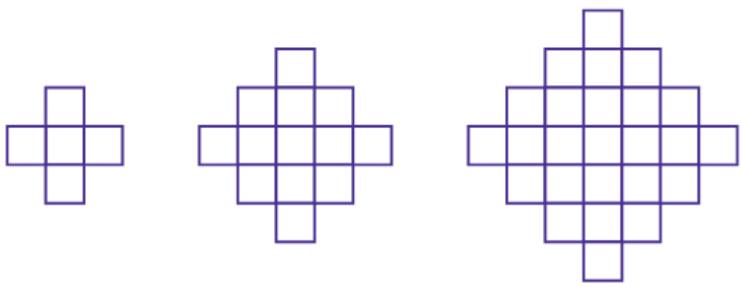


Kule 1 Kule 2 Kule 3 Kule 4

Kerem'in n'inci kuleyi oluşturması için gerekli küp sayısını bulmasına yardımcı olacak bir kural oluşturabilir misiniz? Cevabınızı nasıl bulduğunuzu gösteriniz.

4. örnek üç boyutlu lineer bir şekil örüntüsü genelleme problemidir.

Örnek 5: Kerem çinilerle bir şekil dizisi oluşturur.



Şekil 1 Şekil 2 Şekil 3

Kerem'in n'inci şekli oluşturması için gerekli çini sayısını bulmasına yardımcı olacak bir kural oluşturabilir misiniz? Cevabınızı nasıl bulduğunuzu gösteriniz.

5. örnek iki boyutlu kuadratik bir şekil örüntüsü genelleme problemidir.

Örnek 6: Aşağıdaki matematiksel ifadeleri dikkatlice inceleyin

1. Satır 1=1
2. Satır 1+3=4
3. Satır 1+3+5=9
4. Satır 1+3+5+7=16

Bazı öğretmenler sayısal genelleme problemlerinde üreticinin terimlerle bağlantılı olmadığını düşünebilir. 6. örnek bu sorunu ortadan kaldırmaya yönelik bir problemdir. Bu örnek satır sayısı ve her bir eşitlikteki ardışık tek tam sayılar arasında bir bağlantı göstermektedir. Görüldüğü gibi eşitliğin sağ tarafı kare sayılardır. Örneğin 1+3+5+7 ardışık tamsayılarının bulunduğu satırın sayısı 4 ve satır sayısının karesi 16 bu ardışık tek tam sayıların toplamına eşittir. Açıkça görülüyor ki bu problem üreticinin eşitliğin içine yerleştirildiği sayısal bir genelleme problemidir (Chua, 2009).

Chua (2009) , genelleme problemlerinin temel özelliklerini aşağıdaki tabloda özetlemiştir:

Tablo 2.1: Genelleme problemlerinin temel özellikleri (Chua, 2009)

Özellikler	Örüntü Genelleme Problemleri	
	Sayısal	Şekil
Örüntü görüntü formatı	• Sayı dizisi • Kimliklerin dizisi	• Diyagramlar dizisi • Tek diyagram
Fonksiyon tipi	• Lineer • Lineer olmayan (örn. Kuadratik)	• Lineer • Lineer olmayan (örn. Kuadratik)
Değişken sayısı	• Bir • İki ya da daha fazla	• Bir • İki ya da daha fazla
Üretici referans	• Dışarıdan bir sayı • İçeriden bir sayı	• Dışarıdan bir diyagram • İçeriden bir diyagram
Diyagramın görsel temsili		• 2D • 3D

Genelleme problemlerinin altında yatan fikir, öğrencinin örüntüyü belirlemesi, tanıması, genişletmesi ve ifade etmesinin bekleniyor olmasıdır. Bu beceriler aritmetikten cebire başarılı bir geçiş için çok önemli bir rol oynamaktadır. Bu geçişin kritik önemi cebirsel düşünmenin iki temel yönüdür. Bunlar:

1) Girdiler ve çıktılar gibi nicelikler arasındaki ilişkiler üzerine yapılan vurgu (Radford, 2008).
2) Çıktıların sayısal değerlerini harfleri kullanarak temsil eden açıkça bir kural ifade etme (Kaput, 2008).

Öğrencilerin çoğu için örüntüyü tanımak hiç sorun değildir ancak cebirsel notasyon veya kelimelerle açık kuralı ifade ve temsil etme zorlayıcı olmaya devam etmektedir (English ve Warren, 1995).

Örüntü genelleme problemleri, nicelikler arasındaki ilişkileri keşfetme, genellemeyi ifade ve aynı ilişkiyi farklı şekillerde temsil etme için çok zengin bir içerik sunar.

Örüntü genelleme problemlerinin önemi bunların kapsamlı matematiksel potansiyelinde yatmaktadır. Örüntü genelleme problemleriyle ilgili yapılan çalışmalar bu problemlerin genelleme ve sembolize etme yeteneğini ortaya çıkarması ve özellikle cebirsel düşünmeyi teşvik etmesi açısından çok etkili olduğunu göstermiştir. Bu çalışmalar farklı örüntü türleriyle (sayısal, şekil ve tekrarlayan örüntüler) ve her sınıf düzeyindeki öğrencilerden hizmet öncesi öğretmenlere kadar farklı katılımcılarla yapılmıştır. (Amit ve Neria 2008; Becker ve Rivera 2004; English ve Warren 1998; Radford 2006; Rivera 2007; Rivera ve Becker 2005; Stacey 1989; Zazkis ve Lijendahl 2002).

2.1.2.4 Genelleme Stratejileri

Öğrencilerin örüntü genelleme problemleriyle uğraşırken akıl yürütmelerini ve genelleme stratejilerini inceleyen birçok araştırma vardır (Rivera ve Becker, 2008; Chua ve Hoyles, 2010; Hargreaves, Threlfall, Frobisher ve Shorrocks-Taylor, 1999; Stacey, 1989; Lanin, Barker ve Townsend, 2006; Zazkis ve Liljedahl, 2002; Amit ve Neria, 2008; Sasman, Olivier ve Linchevski, 1999). Öğrencilerin örüntünün resmedildiği problemlerin altında yatan fonksiyonel kuralı oluşturmak için çeşitli stratejiler kullandığı bulunmuştur. Örneğin Rivera ve Becker (2008), öğrencilerin kullandığı stratejileri üç başlık altında ele almıştır:

1. *Sayısal Strateji:* Sadece bir sayı dizisi olarak listelenen veya kuralı elde etmek için bir tabloda tablolaştıran herhangi bir örüntüden kurulan ipuçlarını kullanır.
2. *Şekilsel Strateji:* Sadece diyagramları kullanarak örüntüyü resmeden genelleme görevleri ve kuralı elde etmek için şekillerin yapısından doğruca kurulan tamamen görsel ipuçlarına dayanır.
3. Sayısal ve şekilsel yaklaşımların her ikisini bir arada kullanır.

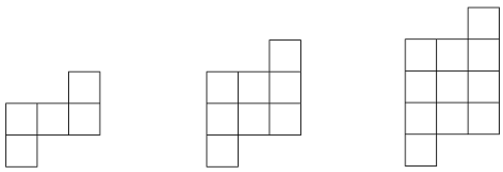
Şekilsel çözümler Rivera ve Becker (2008) tarafından iki farklı kategoriye ayrılmıştır:

1. *Yapıcı Genelleme (Constructive Generalisation):* Bir genelleme görevinde diyagram verildiği zaman birbiriyle örtüşmeyen bileşenlerden oluşan bileşik diyagram olarak görüntülenen ve kuralı doğrudan çeşitli alt bileşenlerin toplamı olarak ifade eden durumlarda ortaya çıkar.
2. *Parçalayıcı Genelleme (Deconstructive Generalisation):* Diyagramı örtüşen bileşenlerden yapılmış olarak görselleştiren ve kuralı diyagramın her bileşeni ayrı ayrı sayılarak ve daha sonra örtüşen herhangi bir parça çıkarılarak ifade edilen durumlarda ortaya çıkar.

Bu iki türlü şekil stratejisinin yanı sıra Chua ve Hoyles (2010), Rivera ve Becker (2008) tarafından geliştirilen mevcut sınıflandırma şemasının içine yeniden yapıcı genelleme (reconstructive generalisation) olarak adlandırılan yeni bir strateji ekledi. Bu strateji orjinal diyagramın bir ya da daha fazla bileşenini daha tanıdık bir şekilde yeniden düzenleyerek oluşur. Şekil yeniden yapılandırıldığında örüntü yapısı açıklığa kavuşur ve fonksiyonel kuralın inşası kolaylaşır.

Bu stratejileri daha iyi açıklamak için Chua ve Hoyles'un (2010) çalışmalarında yer alan problemi ve bu problemin çözümünde kullanılabilecek olası stratejileri aktarmak yerinde olacaktır. Chua ve Hoyles (2010) çalışmalarında aşağıda yer alan doğum günü partisi süslemesi problemini kullanmışlardır. Yine aynı çalışmada doğum günü partisi süslemesi problemi ile birlikte olası dört öğrenci çözümünü içeren bir anket her bir öğretmene dağıtılmıştır. Ankette yer alan çözümlerden 1. yöntem yapıcı (constructive), 2. yöntem sayısal (numerical), 3. yöntem parçalayıcı (deconstructive) ve 4. yöntem yeniden yapıcı(reconstructive) olarak tanımlanmıştır.

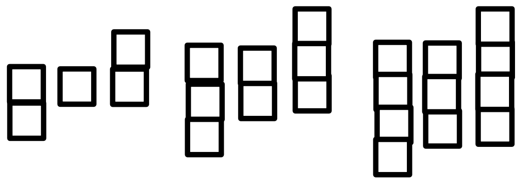
Mary farklı boyutlarda doğum günü partisi süslemeleri yapmak için eş kare kartlar kullanacaktır. Aşağıdaki şekiller Mary'nin yaptığı üç farklı parti süslemesidir.



Şekil1 Şekil 2 Şekil 3

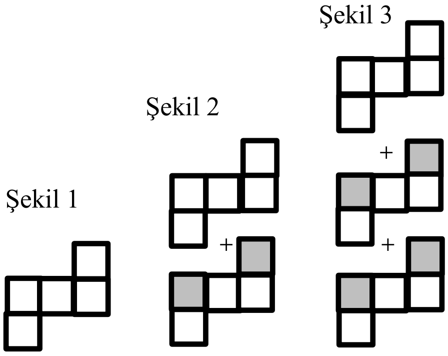
Şekil sayısı arttıkça Mary daha fazla kare karta ihtiyaç duyacaktır. Mary herhangi bir şekli yapmak için kullanması gereken kare kartların sayısını bulmayı istemektedir. Bu sayıyı bulmak için nasıl bir kural kullanmalıdır?

Yöntem 1

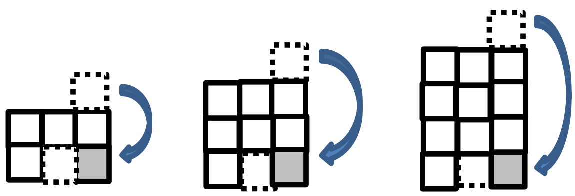


Yöntem 2

Şekil sayısı	Kullanılan kare kart sayısı	
1	5	5
2	8	8=5+3
3	11	11=5+3+3
:	:	:



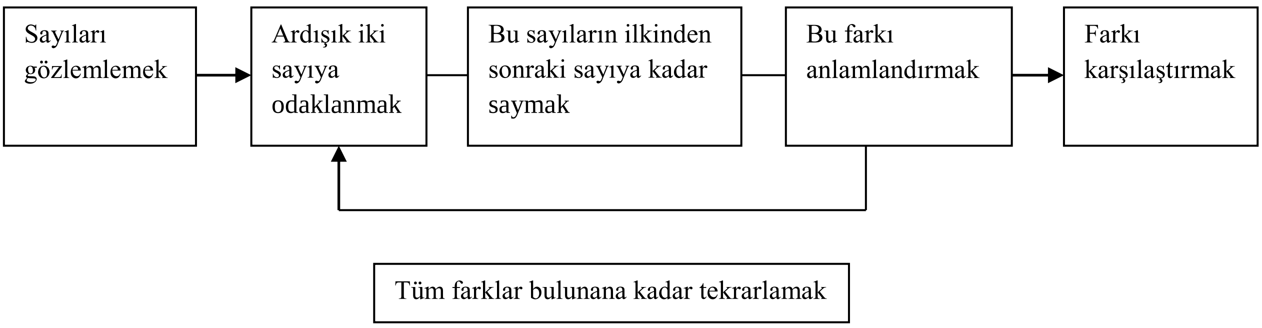
Yöntem 3



Yöntem4

Lineer ya da kuadratik sayı ve şekil örüntülerinde kullanılan stratejiler, yinelemeli stratejiler (Recursive Strategies) ve değişkenler arası ilişki bulma stratejileri (Explicit Strategies) olmak üzere iki başlık altında ele alınmaktadır

Hargreaves, Threlfall, Frobisher ve Shorrocks-Taylor (1999), çocukların sayı örüntülerini genellemek gibi bir amaca ulaşmak için kullandığı stratejideki birçok süreci aşağıdaki şekilde açıklamıştır.



Şekil 2.5: Diziler hakkında genelleme için olası strateji (Hargreaves, M., Shorrocks-Taylor, D. ve Threlfall, J. ;1999).

Şekil 2.5'de görüldüğü gibi, verilen bir örüntüde işlem yapılırken, bütün terimler gözlemlenir, sonra birinci ve ikinci terime odaklanılır. Daha sonra terimler arasındaki farklılık bulunur. Bu işlemler diğer terimler için de tekrar edilebilir. En sonunda bu farklılıklar, farklılıklar arasında bir örüntü varsa, bunu bulmak için birbiriyle karşılaştırılır ve örüntünün kuralı ortaya konulur (Hangreaves, Shorrocks ve Threlfall, 1999).

Stacey'nin (1989) çalışmasında üç temel genelleme stratejisi tanımlanmıştır:

1. Ardışık (recursive) yaklaşım (toplama stratejisi): sayma, bir şekil çizme veya tablo yapma.
2. Fonksiyonel ilişki arama: bir figürden matematiksel bir ifade geliştirme.
3. Yanlış orantılı muhakeme yapma: ilişki $f(x) = ax + b,\ b \neq 0$ olduğunda $f(x) = nx$ oranını kullanma.

Lanin, Barker ve Townsend (2006), genelleme stratejileri üzerine önceki araştırmalarını bir araya getirdi ve genelleme stratejileri çerçevesini geliştirdi. Bu çerçevede belirgin (explicit), tüm nesne (whole object), parçalama (chunking) ve yinelemeli (recursive) olarak tanımlanan dört strateji aşağıda tanımlanmıştır:

- Belirgin (Explicit): Verilen bir girdi değeri için herhangi bir çıkış değerinin anında hesaplanması için izin veren bir kural oluşturulmaktadır.
- Tüm nesne (Whole- object): Bu strateji örüntü problemlerini çözmede orantılı akıl yürütmenin kullanımını içerir. Birimlerin katlarını kullanarak daha geniş bir birim yapılandırmak için bir birim olarak bir parçayı kullanmaktır. Örneğin; 3 elma 9 TL ise 9 elma 27 TL' dir.
- Parçalama (Chunking): İstenen özelliğin bilinen değerleri üzerine bir birim kurarak yinelemeli örüntü inşa edilmektedir.
- Yinelemeli (Recursive): Gelecek terimleri veya terimi bulmak için örüntüdeki önceki terimin kullanımını içerir.

Literatürde, öğrencilerin genelleme problemlerinde yaygın bir şekilde kullandığı ifade edilen diğer yöntemlerden bazıları da aşağıda özetlenmiştir (Zaskis ve Liljedahl, 2002; Lannin, Barker ve Townsend, 2006; Stacey,1989; Chua ve Hoyles ,2010).

1. Oran stratejisi; yalnızca tek bir adımdan yola çıkarak genellemeye varılmasıdır. Mesela 4, 7, 10, 13, … şeklinde ilerleyen bir dizide, öğrencinin 3. terim 10 ise 30. terimin 100 olduğunun ifade edilmesi.

2. Yinelemeli strateji; öğrenci bir terimden diğer terime nasıl gidileceğini fark eder. Bu şekilde önceki veya bir sonraki terimi bulabilir, ancak terimlerin genel yapısını göremez.

3. Fark ile çarpma stratejisi; Özellikle doğrusal ilişkilerin genellemesinde ortaya çıkan bu durumda, öğrenci terimler arasındaki sabit farkın farkındadır. n. terimi farkla n'nin çarpılması şeklinde ifade eder. Bu yaklaşım 3, 6, 9, … şeklindeki bir dizi için geçerli (3n) iken, 3, 7, 11, … şeklindeki bir dizi için geçersiz(4n) olacaktır.

4. Tahmin Etme Stratejisi: Problem durumunu temsilen bir cebirsel ilişki (kural) ortaya konulur. Bu süreçte ortaya konulan kuralın neden geçerli olacağını

düşünme şeklinde bir çaba yoktur. Oluşturulan cebirsel yapı genellikle problem durumu ile ilgili sayıları ve işlemleri içerir.

5. İlişkileri arama stratejisi; Problemde verilen duruma dayalı olarak genelleme yapılmaya çalışılır.

Bu yaklaşımlardan yalnızca sonuncusu problem durumu ile ilgili doğru genellemeye ulaşmak açısından geçerli bir yaklaşımdır. Araştırmalar birçok öğrencinin genellemelerde doğru olmayan akıl yürütme ve yaklaşımları (oran, fark ile çarpma veya tahmin etme) kullandığını göstermektedir (Stacey, 1989; Zazkis ve Liljedahl, 2002; Lannin, Barker ve Townsend, 2006; Amit ve Neria, 2008; Sasman, Olivier ve Linchevski, 1999).

2.1.3 İlgili Araştırmalar

Cebir, örüntü ve genelleme arasındaki ilişki çok sayıda araştırmacı tarafından not edilmiştir. Aşağıda bu konu ile ilgili araştırmalara yer verilmiştir.

Threlfall (1999), ilköğretimin ilk yıllarında tek boyutlu tekrarlanan örüntüler üzerinde durmuştur. Tekrarlanan örüntüler "tekrar birimi " olarak adlandırılan elemanların tekrarlanan döngüsü ile tanınabilir örüntülerdir. Örneğin ABCABCABCABC... 3 nitelikli tekrarlanan örüntü ve bir tekrarlama döngüsü veya uzunluğu 3 olan bir tekrar birimi; ABCabABCabABCab... 3 nitelikle tekrarlanan daha karmaşık bir döngü ve uzunluğu 5 olan bir döngü sadece harfin değil durumun da çeşitlendiği tekrarlanan bir örüntü olarak görülebilir. Diğer nitelikleri sabit tutarak elemanların bazı nitelikleri (boyut, renk, yön vb. gibi) çeşitlendirilerek tekrarlanan örüntüde karmaşıklık yaratabilir (Threlfall, 1999).

Threlfall (1999), tekrarlanan örüntüler ile çalışmanın, sıralama ve düzen fikirleri vermek ve öğrencilerin dikkatini çekmek için öğretmenlere fırsatlar tanıdığını belirtmektedir. Ayrıca, Threlfall sembollerle çalışmak için bir araç, cebir için kavramsal bir basamak ve genelleme için bir içerik olarak tekrarlanan örüntülerin kullanımını savunur. Küçük yaştaki çocuklar prosedür veya ritmik bir yaklaşım kullanarak tekrarlayan örüntüler üretme ve sürdürmede başarılı olabilir.

Ancak cebir ve genellemeye yönelik bir basamak olarak tekrarlanan örüntüdeki tekrar birimini algılamak, belli kalıpları görmek esastır. Henüz öğrenciler gelişimsel olarak tekrar birim algısı sağlayamamışsa bu hedef elde edilemez.

Stacey (1989), lineer örüntülere odaklandığı araştırmasında merdiven veya ağaçların imgesel genişletilmesini sunmuştur. Lineer örüntüler ile ilgili olarak; Stacey (1989) yakın genelleme görevleri ile uzak genelleme görevleri arasında ayrım yapar. Yakın genelleme görevleri, sayarak, çizerek veya bir tablo oluşturarak ulaşılabilen sonraki örüntü veya elemanı bulma; uzak genelleme görevleri ise genel kuralı anlayarak örüntüyü bulmadır. Katılımcılara 20 veya 1000 basamaklı bir merdiven yapmak için veya belirli bir boyuttaki Noel ağacının ışıklarının sayısı için gerekli eşleşme sayısı sorulmuştur. Bu örüntüler lineer örüntülerdir çünkü n. eleman an+b olarak ifade edilebilir. Stacey bu problemleri 9-13 yaş öğrencileri için zorlu bulmuştur. Araştırma sonunda, tüm yaş grubundaki öğrencilerin, genel olarak sayma stratejisi (counting method), farkın çarpım stratejisi (difference method), bütüne genişletme stratejisi (whole-object method) ve lineer yöntem (linear method) olmak üzere dört strateji kullandıkları görülmüştür. Bütün yaş gruplarında genel olarak aynı stratejilerin ve her iki grupta da en çok sayma stratejisinin kullanıldığı belirlenmiştir. Örüntülerde sabit farklılık özelliğinin, genel olarak öğrenciler tarafından fark edildiği ve özellikle 12-13 yaş grubunda yer alan, ilköğretim ikinci basamak öğrencilerinin büyük çoğunluğunun doğru bir şekilde kullandığı görülmüştür. Sabit fark özelliği büyük ölçüde kabul görmüş ve f(x)'den f(x+1)'i geçmek için öğrencilerin büyük bir çoğunluğu tarafından doğru olarak kullanılabilmiştir. Ancak, genelleme çabası içinde, öğrencilerin önemli bir kısmı farkın n. katları olarak n. elemanı belirlemek için hatalı bir orantı yöntemi kullanmıştır. Bazı sorularda ise, öğrencilerin birden fazla strateji kullandıkları da belirlenmiştir. Ayrıca ilköğretim birinci basamak öğrencilerinin genelleme yapmada isteksiz oldukları, onların genelleme yaparken lineer yöntem yerine daha çok doğru orantı yöntemini kullandıkları görülmüştür. Bunların dışında kimi öğrencilerin lineer yöntem olarak tanımlanan "örüntünün son teriminden sonra sonlu terime kadar toplam farkı bulup son terime ekleme" stratejisini kullanarak, örüntülerin 100. ve 1000. adımındaki terimleri buldukları belirlenmiştir. Öğrenciler sayma yöntemini kullanmanın mümkün olmadığına karar verdiklerinde tam bir lineer yöntem kullanmakta veya doğru orantılı durumlarda geçerli, basit ilişkilerin birini genelleme için kullanmayı seçtikleri gözlenmiştir.

Genelleme stratejisi seçimindeki tutarsızlık üç doğrusal genelleme probleminde de büyük ölçüde görülmüştür. Öğrenciler basit kuralın çekiciliğine kapılarak, sorunun zorlayıcı bölümünde lineer yöntem yerine doğru orantı yöntemini seçmişlerdir.

Chua ve Hoyles'un (2010) çalışmalarının amacı öğretmen ve öğrencilerin örüntü genelleme konusunda seçtiği stratejileri karşılaştırmaktır. Çalışmada bir genelleme problemini çözmek için çeşitli yaklaşımlar göz önüne alındığında öğretmenler sınıfta öğrencilere göstermek için hangi stratejileri kullanır, hangi strateji öğrencilerin çalışmasında en iyi yardımcıdır, strateji seçiminin altında yatan gerekçeler nelerdir gibi sorulara cevap aranmaktadır. Çalışmada veriler bir çalışma yaprağı ve bir anket aracılığıyla 16 ortaöğretim matematik öğretmeni ve 13 yaşındaki 47 ortaöğretim birinci sınıf öğrencisinden toplanmıştır. Bir şekilsel genelleme probleminin çözümü için farklı stratejiler tartışılmadan önce her öğretmene doğum günü partisi dekorasyonu probleminin bulunduğu çalışma yaprakları dağıtılmıştır. Öğretmenlere sınıflarında kullanacakları strateji, aynı zamanda bunu nasıl gerekçelendirdikleri sorulmuştur. Daha sonra doğum günü partisi dekorasyonu problemi ile birlikte olası dört öğrenci çözümünü içeren bir anket her bir öğretmene dağıtılmıştır. Öğretmenler öğrencilere fonksiyonel bir kural oluşturmada en çok yardımcı olacağını düşündükleri yöntemi seçmeli ve benzer şekilde en iyi yardımcı yöntem seçimi için gerekçeler sunmalıdır. 47 öğrencinin 28 i akademik açıdan daha başarılıdır. Bu öğrencilere de doğum günü partisi dekorasyonu probleminin bulunduğu çalışma yaprakları ve doğum günü partisi dekorasyonu problemi ile birlikte olası dört öğrenci çözümünü içeren anket dağıtılmıştır. Sonuç olarak en iyi yardımcı genelleme stratejisine ilişkin öğretmen ve öğrencilerin yargılarında farklılıklar saptanmıştır. Öğretmenler örüntünün altında yatan fonksiyonel kuralı bulmada sayısal yöntemin öğrencilere daha çok yardımcı olacağını düşünürken öğrenciler biçimsel yöntemlerin kuralı daha hızlı bulmalarını sağladığını belirtmişlerdir.

Lin ve Yang (2004) araştırmalarında, ilköğretim öğrencilerinin, sabit ve artarak değişen şekil örüntülerine ilişkin düşünme süreçlerini belirlemeyi amaçlamışlardır. Araştırma 1181 ilköğretim yedinci sınıf, 1105 ilköğretim sekizinci sınıf öğrencisi üzerinde gerçekleştirilmiştir. Verilerin toplanmasında sabit ve artarak değişen şekil örüntülerinden oluşan bir ölçme aracı hazırlanmış, verilerin analizinde ise, altı maddeden oluşan bir kodlama anahtarı kullanılmıştır. Araştırma sonunda, yedinci ve sekizinci sınıf öğrencilerinin artarak değişen şekil örüntülerini, sabit değişen şekil örüntülerine göre daha iyi genelledikleri görülmüştür. Sabit değişen şekil örüntüsünü, yedinci sınıf öğrencilerinin % 35,4'ü, sekizinci sınıf öğrencilerinin % 52,7'si doğru yanıtlamıştır. Yanlış yanıtlarda ise, orantısal akıl yürütme stratejisi kullanılmıştır. Artarak değişen şekil örüntüsünü ise, yedinci sınıf öğrencilerinin % 36,3'ü, sekizinci sınıf öğrencilerinin % 64,3'ü doğru yanıtlamıştır.

Sekiz tane yedinci sınıf öğrencisinin cebirsel düşünmelerinin gelişimi Steele (2008) tarafından, artış ve değişim tarzındaki örüntüler içeren problemlerle incelemiştir. Bu gelişim izlenirken öğrencilerden; şekilli büyüme ve değişim problemlerinde miktarlar arasındaki ilişkilerin örüntülerini bulmaları ve genellemeleri, bu genellemeleri sözel ve sembolik olarak ifade edebilmeleri ve örüntü bulmaya ait içsel ve dışsal gösterimleri arasında etkili ilişkiler kurmaları beklenmiştir. Çalışmadaki öğrenciler, öğretmenleri tarafından problemleri çözerken çeşitli yaklaşımlar seçebilecekleri düşünülerek ve ortalamanın üzerinde matematiksel yetenekleri olduğu için seçilmiştir. Problem çözme dışında bireysel yazma ve grup tartışması yöntemleri de kullanılmıştır. Araştırma bulgularına göre, öğrencilerin hepsi örüntü bulma ve genellemede uygulanan öğretim esnasında gözle görülür derecede ilerleme kaydetmişlerdir. Bütün öğrenciler örüntü ve ilişkileri ifade etmek için birden fazla dışsal gösterim kullanmışlardır. Genelde diyagram çizerek başlamışlar, gözlemledikleri örüntüleri sayılara ve sayısal süreçlere çevirmişler, gözlemledikleri örüntüler için sözlü tanımlamalar yapmışlar ve son olarak da sembolik gösterim kullanmışlardır. Bir öğrenci ise bütün problemlerde tablo gösterimini kullanmıştır. Araştırmacı sonuçlardan yola çıkarak öğrencilere genellemeyi öğretebilmek için dizi problemlerinin kullanılmasının yararlı olabileceğini, öğrencileri çoklu gösterimleri kullanmak ve bunları birbirleriyle ilişkilendirmek için teşvik etmek gerektiğini belirtmiştir. Ayrıca araştırmacı sayısal verileri, diyagramların fiziksel yapısıyla ilişkilendirmenin açık ve net genellemeler yapabilmek için çok önemli olduğunu da araştırma sonuçlarına dayanarak ifade etmiştir.

Amit ve Neria (2008), çalışmalarında lineer ve lineer olmayan (kuadratik) örüntü problemlerinin çözümünde yetenekli ön cebir öğrencileri tarafından kullanılan genelleme yöntemleri üzerinde durmuştur. Araştırmada kullanılan üç problemin çözümünün nitel analizi, genelleme için, yinelemeli (recursive) – yerel ve fonksiyonel – genel olmak üzere iki yaklaşım ortaya koymuştur. Araştırmanın katılımcısı olan 139 öğrenci, 11-13 yaş arası Kidumatica adı verilen okul sonrası matematik kulübünün üyeleri arasından seçilmiştir. Bu öğrenciler kendi sınıflarının en başarılı öğrencileridir. Araştırmada kullanılan problemler; resimsel bir lineer genelleme problemi, resimsel bir lineer olmayan genelleme problemi ve sözel olarak sunulan bir lineer olmayan günlük yaşam genelleme problemi olmak üzere üç tanedir. Seçilen problemler rutin olmayan, öğrencileri hazır bir çözüm stratejisinden yoksunken bir strateji geliştirmeye zorlayan görevlerdir. Elbette hiçbir benzer soru okul kitaplarında bulunmamaktadır. Araştırmada Stacey (1989) ve Warren (1998) ‘nın çalışmalarına dayanarak genelleme süreci 3-4 adımda izlenmiştir.

1. Adım: yakın genelleme, örüntüyü araştırmak ve incelemek için etkin olduğu ısınma adımı.
2. Adım: uzak genelleme, doğru cevabı, sayıları veya çizimleri kullanarak örüntüyü basitçe genişletme veya geçici genelleme ile elde etme adımı.
3. Adım: sezgisel genelleme. Bu adım öğrencilerin genellemeleri sözel olarak ifade etmeleri bunu sembolik olarak daha kolay yazacakları gerçeğine dayanmaktadır (English andWarren, 1998).
4. Adım: formal genelleme, sembolleri kullanarak örüntünün temelindeki fonksiyonel ilişkiyi ifade etme.

Araştırmada öğrenciler resimsel, sözel ve sayısal temsiller arasında sorunsuz geçişler ve daha etkili çarpımsal stratejiler lehine toplamsal çözüm yaklaşımlarını terk ederek zihinsel esneklik göstermiştir. Bu çalışma, yetenekli öğrencilerin genellemeyi çağrıştıran örüntü görevleri ile karşı karşıya kaldıklarında yüksek matematiksel yetenekler sergilediklerini göstermiştir. Öğrenciler karmaşık örüntüleri genellemede ve yerel genellemeler için yinelemeli yöntem ve genel genellemeler için fonksiyonel yöntem bulmada yetkin görünmüştür.

Sasman, Olivier ve Linchevski (1999) araştırmalarında, öğrencilerin düşünme süreçlerini genellerken farklı temsillerin etkisini belirlemeyi amaçlamışlardır. Araştırma ilköğretim sekizinci sınıfa giden toplam 10 öğrenci üzerinde, görüşme yapılarak gerçekleştirilmiştir. Görüşmelerde öğrencilere doğrusal ve kuadratik sekiz örüntü etkinliği, dördü fonksiyon tablosu, dördü ise şekil kullanılarak sunulmuştur. Örüntü sorularında bir sayının katı olarak ifade edilebilen ve çekici (seductive) sayılar adı verilen (5., 20. ve 100. adım gibi) ve bir sayının katı olmayan (non-seductive) (19., 59. adım gibi) adım sayıların bulunması istenmiştir. Araştırma sonunda, öğrencilerin çoğunluğunun, herhangi bir etkinlikte örüntüyü yakın bir adıma devam ettirirken zorlanmadıkları, fonksiyon kuralını buldukları ve doğru bir şekilde kullandıkları, kimi öğrencilerin ise, örüntüyü yakın bir adıma devam ettirirken sadece çıktı değerlerine odaklandıkları görülmüştür. Ayrıca örüntüleri sonlu bir adıma devam ettirirken, kimi öğrencilerin doğru kimilerinin de yanlış stratejiler kullandığı belirlenmiştir. Şekil ve fonksiyon tablosu ile verilen kuadratik örüntülerde kimi öğrencilerin fonksiyon kuralını kolayca bulduğu, buna karşın doğrusal şekil ve sayı örüntülerinde daha az sayıda öğrencinin fonksiyon kuralına ulaşabildiği görülmüştür. Fonksiyon tablosunda çıktı değerlerine odaklanan öğrencilerin, doğrusal örüntülerde terimler arası farklılığı, kuadratik örüntülere nazaran daha kolay buldukları belirlenmiştir. En fazla kullanılan yanlış stratejinin ise, çekici sayılarda bütüne genişletme (whole object) stratejisi olduğu görülmüştür. Yanlış stratejilerden bir diğerinin ise, hem çekici ve hem de çekici olmayan sayılarda uygulanan farkın çarpımı stratejisi olduğu belirlenmiştir. Diğer taraftan, tüm etkinliklerde öğrencilerin çoğunluğunun bir fonksiyonun kuralını, sembol yerine daha çok sözel olarak ifade ettikleri sonucuna da ulaşılmıştır.

Öğretmen adayları üzerine en kapsamlı araştırma Zazkis ve Liljedahl (2002) tarafından yapılmış, bir grup ilköğretim öğretmen adayının sayı örüntülerini genelleme yapma yolları incelenmiştir. Çalışmada bir grup ilköğretim öğretmen adayının tekrarlanan bir görsel sayı örüntüsünü genelleme süreçleri ve görsel modelleri bu süreçte nasıl kullandıkları incelenmektedir. Öğretmen adaylarını aritmetik veya cebirsel genellemeye götüren süreç derinlemesine analiz edilmektedir. Öğretmen adaylarından bir çözüme ulaşıncaya kadar geçirdikleri düşünme süreçlerini ve yaptıklarını kaydetmeleri istenmiştir. Öğretmen adayları çözümlerini sunduktan sonra 4 öğretmen adayı ile de klinik mülakat yapılmıştır. Çalışmada öğretmen adaylarının şekil örüntüleri genelleme sürecinde ortak özelliği nasıl belirlediklerini ortaya koymak, belirledikleri ortak yönün genelleme sürecine ne ölçüde yardımcı olduğunu belirlemek ve nasıl genelleme yaptıklarını tespit etmek amaçlanmaktadır. Araştırmanın sonuçları öğrencilerin sözlü olarak genellemeyi ifade yeteneklerinin cebirsel gösterime eşlik etmediğini ve bağlı olmadığını göstermiştir. Bununla birlikte katılımcıların çoğu tam ve doğru çözümlerinde yetersiz olarak cebirsel semboller kullanmıştır.

Lannin, Barker ve Townsend'in (2006) araştırmalarında öğrencilerin yinelemeli (recursive) ve açık (explicit) kuralları kullanımı hakkında farklı bakış açıları sunulmaktadır. Bunlardan birincisi, öğrencilerin yinelemeli kurallar yerine açık kuralları kullanmalarının teşvik edilmesi; ikincisi, yinelemeli ve açık kuralların birlikte kullanımının teşvik edilmesidir. Araştırma 25 altıncı sınıf öğrencisi ile gerçekleştirilmiştir. Öğrencilere dört problem sorulmuştur. Öğrenciler genellemeler geliştirmek için bir öğretim aracı olarak bilgisayar tabloları kullanmışlardır. Araştırmanın bulguları bu öğrenciler arasından seçilen dört öğrenciyle yapılan mülakatlara dayanmaktadır. Sonuçlar öğrencilerin yinelemeli kuralların başarılı kullanımının açık kuralların kullanımına doğru zorlandığını göstermektedir.

Yukarıda sunulan ve özetlenen araştırmaların dışında, uluslararası alan-yazında örüntülere ilişkin pek çok araştırmaya rastlanmıştır (Warren ve Cooper, 2008; Rivera ve Becker, 2008; Liljedahl ve Zaskis, 2008; Carraher, 2008; Papic ve Mulligan, 2005; Lannin, 2005; Ley, 2005; Garcia-Cruz ve Martinon, 1997; Barbosa, Palhares ve Vale, 2007). Türkiye'de ise, özellikle de son yıllarda öğrencilerin örüntüleri genelleme stratejilerini inceleyen araştırmalar artmıştır.

Tanışlı (2008) araştırmasında ilköğretim beşinci sınıf öğrencilerinin örüntülere ilişkin anlama ve kavrama biçimlerini belirlemeyi amaçlamıştır. Araştırmada verilerin toplanması, çözümlenmesi ve yorumlanmasında nitel araştırma yöntemi benimsenmiştir. Araştırmanın uygulaması, toplam 12 öğrenci üzerinde gerçekleştirilmiştir. Araştırma sonucunda tekrarlanan örüntülerde tekrar biriminin belirlenmesinin, örüntünün sonlu bir adıma devam ettirilebilmesinde, tekrar biriminde yer alan şekiller arası sayısal ilişkinin bulunmasında ve tekrarlanan bir örüntü oluşturulmasında etkili olduğu saptanmıştır. Sayı örüntülerinde tüm etkinliklerde, genel olarak örüntüye ilişkin bir terimin bir önceki terimle ilişkilendirildiği ya da örüntüdeki terimlerin doğasına odaklanıldığı (örn. çift sayı), ancak sayı örüntüsü fonksiyon tablosu biçiminde verilmişse, bunlara ilaveten terim ve terim sırası ilişkisinin kurulabildiği şekil örüntülerinde ise, görsel ve cebirsel yaklaşımın benimsendiği belirlenmiştir. İstenilen örüntünün oluşturulması ya da oluşturulamamasının, sırasıyla örüntünün özelliklerinin dikkate alınmasına bağlı olduğu saptanmıştır. Kullanılan örüntü çeşitlerinde tüm etkinliklerde, en çok “sözlü”, “sembol” ve “matematiksel cümle” ifade biçimlerinin kullanıldığı görülmüştür.

Örüntülerde gerçekleştirilen tüm etkinliklerde strateji seçimlerinde öğrenci başarı düzeylerinin etkili olmadığı, buna karşın örüntülerin sunuluş biçiminin (sayı dizisi, fonksiyon tablosu, şekil) etkili olduğu belirlenmiştir. Tekrarlanan, sabit ve artarak değişen örüntülerde aynı amaca yönelik kullanılan stratejilerin ortak bir yapı gösterdiği sadece örüntünün yapısına bağlı farklılaşmaların olduğu saptanmıştır.

Tanışlı ve Yavuzsoy Köse (2011), "Lineer Şekil Örüntülerine İlişkin Genelleme Stratejileri: Görsel ve Sayısal İpuçlarının Etkisi" başlıklı araştırmalarında sınıf öğretmeni adaylarının lineer şekil örüntülerini genelleme stratejilerini araştırmışlardır. Araştırmanın uygulaması toplam 16 sınıf öğretmeni adayı ile gerçekleştirilmiştir. Araştırma verilerinin toplanmasında, nitel araştırma yöntemlerinden biri olan klinik görüşme tekniği kullanılmış ve görüşmeler video kameraya çekilmiştir. Veriler nitel olarak analiz edilmiştir. Araştırma sonucunda, kimi öğretmen adayları lineer şekil örüntüsünü yakın/uzak bir adıma devam ettirmede ve örüntünün kuralını belirlemede sadece şeklin yapısına odaklanılan görsel ve şekil örüntüsünün sayı örüntüsüne dönüştürüldüğü sayısal yaklaşımı benimsemişler, bu yaklaşımlar altında da toplam 26 strateji kullanmışlardır. Örüntüleri genellerken adaylar sayısal yaklaşım altında sadece terimler arası ilişkinin araştırıldığı yinelemeli, görsel yaklaşım altında ise hem yinelemeli hem de değişkenler arası ilişkinin araştırıldığı fonksiyonel stratejileri kullanmışlardır.

Baş, Erbaş ve Çetinkaya’nın (2011) çalışmalarının amacı, lise matematik öğretmenlerinin, öğrencilerinin cebirsel düşünme yapıları hakkındaki bilgi ve düşüncelerini ortaya çıkarmak ve bu bilginin gerçekte öğrencilerin düşünme yapılarını ne ölçüde yansıttığını belirlemektir. Araştırmanın katılımcıları, 49 dokuzuncu sınıf öğrencisi ve 3 matematik öğretmenidir. Çalışmada ilk olarak öğrencilerin, bir genelleme etkinliği üzerinden cebirsel düşünme yapıları belirlenmiş, daha sonra öğretmenlerin bu düşünme yapısı üzerine bilgileri ve beklentileri araştırılmıştır. Veriler, öğretmenlerle yapılan görüşmeler ve öğrencilerin çözüm kâğıtlarından oluşmaktadır. Verilerin nitel analizi sonucunda, öğretmenlerin öğrencilerin cebirsel düşünme yapılarına ilişkin beklentileri ile öğrencilerin gerçek performansları arasında önemli farklar olduğu, ancak çözüm kâğıtlarını sistemli bir şekilde incelediklerinde, öğretmenlerin öğrencilerin düşünme yapılarını daha iyi anladıkları bulunmuştur. Öğrencilerin cebirsel düşünme yapılarıyla ilgili bulgular genel olarak incelendiğinde göze çarpan sonuçlardan bir tanesi öğrencilerin farklı sorulara farklı çözüm stratejileriyle yaklaşmalarıdır. Örneğin, yakın adımdaki bir şekle ulaşmalarının istendiği soruda öğrenciler genel olarak listeleme stratejisini kullanırken, uzak adımdaki bir şekle ulaşmalarının istendiği soruda bir genelleme yapmaları gerektiğini düşünüp farklı bir strateji kullanmışlardır. Öğrencilerin geneli, örüntüyü oluşturan şekillerin yapısal özelliklerinden çok, şekilden elde ettikleri sayısal verileri kullanarak sonuca ulaşmaya çalışmışlardır. Araştırmanın sonucuna göre öğrenciler aritmetik düşünme eğilimindedirler.

Yeşildere ve Akkoç (2010) tarafından yapılan, "Matematik Öğretmen Adaylarının Sayı Örüntülerine İlişkin Pedagojik Alan Bilgilerinin Konuya Özel Stratejiler Bağlamında İncelenmesi " başlıklı araştırmada altı öğretmen adayının mikro-öğretim etkinlikleri gerçekleştirme sürecinde sayı örüntülerinin kuralını bulmayı öğretmede kullandıkları stratejiler incelenmektedir. İncelemede Shulman (1986) tarafından ortaya konan pedagojik alan bilgisi ve pedagojik alan bilgisinin Magnusson ve diğerleri (1999) tarafından tanımlanan konuya özel stratejiler bileşeni olguları kuramsal çerçeve olarak kullanılmıştır. Çalışmanın bulguları öğretmen adaylarının derslerinde kullandıkları dört farklı stratejiyi ortaya çıkarmıştır: ardışık sayılar arasındaki ilişkiyi inceleme, tablo yapma, modelleme yapma, deneme-yanılma yöntemini kullanma. Ardışık sayılar arasındaki ilişkiyi incelemenin literatürde yer alan öğrenci güçlüklerinden biri olması nedeniyle uygun bir strateji olmadığı söylenebilir. Ardışık terimlerin farkının alınması ve buradan hareketle diğer terimlerin oluşturulması örüntünün genel yapısını görmeye engel olabilmektedir. Öğretmen adaylarının kullandıkları tablo yapma ve modelleme yapma stratejileri, kullanımları öğretim programı tarafından da önerilen stratejilerdir. Ancak bu stratejiler deneme-yanılma stratejisinin fazla ön plana çıkması nedeniyle uygun şekilde kullanılmamıştır. Tablo yapma, sayı örüntüsünün terimlerinin düzenli şekilde kaydedilmesinin ötesine geçmemiş, terimler ile terim sayısı arasındaki ilişkiye vurgu yapılmamıştır. Model kullanma sürecinde de öğretmen adaylarının modelleri sadece görsel bir unsur olarak kullandıkları belirlenmiştir. Öğretmen adaylarının örüntülerle ilgili literatürde rapor edilen güçlüklere sahip olduğu görülmüştür.

Akkan ve Çakıroğlu'nun (2012), 'Doğrusal ve İkinci Dereceden Örüntüleri Genelleştirme Stratejileri: 6-8. Sınıf Öğrencilerinin Karşılaştırılması' başlıklı araştırmalarının amacı 6-8. sınıf öğrencilerinin doğrusal ve ikinci dereceden örüntülerle ilgili genelleştirme stratejilerini belirlemek ve karşılaştırmaktır. Araştırma 6, 7 ve 8. sınıfta öğrenim gören toplam 18 öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Dört sorudan oluşan veri toplama aracından elde edilen veriler, daha önce yapılan araştırmalardaki genelleştirme stratejileri dikkate alınarak sınıflandırılmıştır. Bu problemlerin ilk ikisi doğrusal örüntü problemi iken, diğer ikisi ikinci dereceden örüntü problemidir. Ayrıca her problem; takip eden ilk terimi bulma, 10. terimi bulma, 40. terimi bulma ve n. terim için bir harfli ifade yazma, olmak üzere kendi içinde dörde ayrılmıştır. Sonuç olarak doğrusal ve ikinci dereceden örüntülerin tümünde, 6-8. sınıf öğrencilerinin öğrenim seviyesi arttıkça örüntü genelleştirme stratejilerindeki çeşitlilik ve doğru genellemeye ulaşma yeterliliklerinin arttığı görülmüştür. Öğrenciler genel olarak yinelemeli veya eklemeli stratejiyi kullanırken, fonksiyonel stratejiyi kullanan öğrencilerin sayısı oldukça azdır.

İpek ve Okumuş (2012) çalışmalarında, ilköğretim matematik öğretmen adaylarının problem çözme süreçlerinde ne tür temsil kullandıklarını ve bu temsillerle ilgili yaşadıkları sorunları araştırmışlardır. Toplam 48 aday ile yürütülen bu çalışma kapsamındaki veriler problem çözmede çoklu temsilleri kullanma testi ve klinik mülakat ile toplanmıştır. Elde edilen verilere göre, adayların problemlerin çözüm sürecinde özellikle konuşma dili temsilini diğer temsil türlerine göre (cebirsel, grafiksel ve sayısal) daha yoğun kullandıkları belirlenmiştir. Bununla birlikte, özellikle problemi anlama aşamasında önemli işleve sahip olduğunu düşündükleri temsillerin kullanımında adayların probleme uygun temsil oluşturamama ve temsiller arasında geçiş yapamama gibi sorunlar yaşadıkları tespit edilmiştir. 1'i sayılar (örüntü), 1'i olasılık ve 2'si cebir öğrenme alanı ile ilgili olmak üzere toplam 4 problemden oluşan testin uygulama süresi 45 dakikadır. Bu çalışmada verilerin kodlanmasında kullanılmak üzere Janvier (1987) ve Lesh, Behr ve Post (1987) tarafından geliştirilen temsil sınıflamaları temel alınarak, adayların problem çözümlerinde kullandıkları temsiller konuşma dili, cebirsel, grafiksel ve sayısal olmak üzere dört grupta toplanmıştır.

Çalışma kapsamındaki temsiller aşağıdaki biçimde açıklanmıştır:

1. Konuşma dili temsili (KD); problem çözme sürecinde, problemin ve problemin çözümünün ifade edilmesi ve problemle ilgili akıl yürütülmesi.
2. Cebirsel temsil (C); problem çözme sürecinde matematiksel sembol ya da değişkenler kullanılması
3. Grafiksel temsil (G); problem çözme sürecinde, sayı doğrusu, resim, şema veya diyagram kullanılması
4. Sayısal temsil (S); problem çözme sürecinde tablo ya da matris kullanılması

İlköğretim matematik öğretmen adayları matematiksel problemlerin çözümü sürecinde çoklu temsillerin farklı türlerini kullanmışlardır. Bununla birlikte; adayların özellikle konuşma dili temsilini cebirsel, grafiksel ve sayısal temsillere göre daha yoğun bir şekilde kullandıkları tespit edilmiştir.

PISA 2003'ün ana konusu matematiktir. PISA 2003 sonuçları da göz önünde bulundurularak 2005 yılında yeni İlköğretim Matematik Dersi Öğretim Programı uygulamaya konulmuştur. Örüntü kavramı ilk kez bu programda yer almıştır. Ayrıca programa göre matematik dersinde, öğrencinin karşılaştığı duruma ilişkin benzer bir problem üretebilmesi, probleme özgün bir çözüm bulabilmesi, problemde eksik bırakılan yeri tamamlaması, karşılaştığı problemi çözerken şekil, resim, tablolardan, örüntülerden yararlanabilmesi gerekmektedir. Aritmetikten cebire geçiş sürecinde farklı problem çeşitlerinin çözümü ile ilgili farklı çözüm stratejilerini kullanma becerilerinin öğrencilere kazandırılmasının, öğrencilerin aritmetikten cebire geçişlerine ve cebirsel düşünmelerine katkı sağlamaktadır. Bu durum, yeni ilköğretim matematik programına göre öğrenim görmüş farklı seviyelerdeki öğrencilerin cebirsel genelleme problemlerini çözme stratejileri açısından incelenmesini ve durumun tespit edilip önerilerde bulunulmasını gerektirmiştir. Literatüre baktığımızda yenilenen ilköğretim matematik dersi öğretim programının etkilerini örüntü genelleme problemlerini kullanarak belirlemeyi amaçlayan bir tarama araştırmasına rastlanmamıştır.

Öğrencinin örüntüyü belirlemesi, tanıması, genişletmesi ve ifade etmesi aritmetikten cebire başarılı bir geçişte önemli rol oynamaktadır. Genelleme ise matematik öğrencilerinin gösterdiği yüksek bilişsel yeteneklerden biridir. Örüntü genelleme problemleri, nicelikler arasındaki ilişkileri keşfetme, genelliği ifade ve aynı ilişkiyi farklı şekillerde temsil etme için çok zengin bir içerik sunar. Yapılan araştırmalar öğrencilere genellemeyi öğretebilmek için örüntü genelleme problemlerinin kullanılmasının yararlı olabileceğini, öğrencileri çoklu gösterimleri kullanmak ve bunları birbirleriyle ilişkilendirmek için teşvik etmek gerektiğini belirtmiştir. Bu çalışmanın 9. sınıf öğrencilerinin örüntü genelleme problemlerini çözme başarılarını çeşitli değişkenler açısından incelemeyi ve bu öğrencilerin problemlerin çözümünde kullandıkları genelleme yaklaşımlarını belirlemeyi hedefleyerek cebir öğretiminin düzenlenmesi ile ilgili literatüre katkı sağlayacağı düşünülmektedir. Türkiye'de ilköğretim öğrencileri ve öğretmen adayları ile ilgili çalışmalar ağırlıktadır. İlköğretimden gelen öğrencilerin ortaöğretimdeki başarıları ile ilgili çalışmalara ihtiyaç vardır.

Öğrencilerin örüntüleri genellemede kullandıkları stratejiler ve özellikleri aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 2.2: Öğrencilerin kullandıkları genelleme stratejileri

Stratejiler	Özellikleri
Parçaları sayma veya modelleme (Counting)	Bir şekli oluşturan parçaların sayısını hesaplamayı ya da arzu edilen niteliği hesaplamak için durumu resmeden bir model yapılandırmayı veya bir şekil çizmeyi içerir
Yinelemeli veya Eklemeli (Recursive orAdditive)	Gelecek terimleri veya terimi bulmak için örüntüdeki önceki terimin kullanımını içerir. Öğrenciler genellikle iki terim arasındaki farkı bulmaya çalışır ve gelecek terimi bulmak için elde ettikleri farkı son terime eklerler. Bu işlem yinelemeli ve eklemeli olarak devam ettiğinden eklemeli strateji olarak da adlandırılır.
Fark ile çarpma (Multipliying with difference)	Dizideki ardışık iki terim arasındaki fark ile çarpmayı içerir. Özellikle doğrusal ilişkilerin genellemesinde ortaya çıkan bu durumda, öğrenci terimler arasındaki sabit farkın farkındadır. n. terimi farkla n'nin çarpılması şeklinde ifade eder. Bu yaklaşım 3, 6, 9, … şeklindeki bir dizi için geçerli (3n) iken, 3, 7, 11, … şeklindeki bir dizi için geçersiz (4n) olacaktır.
Orantı (Whole-Object or Proportion)	Bu strateji örüntü problemlerini çözmede orantılı akıl yürütmenin kullanımını içerir. Lannin (2003) bu stratejiyi "birimlerin katlarını kullanarak daha geniş bir birim yapılandırmak için bir birim olarak bir parçayı kullanma" olarak tanımlar. Örneğin; 3 elma 9 TL ise 9 elma 27 TL' dir.
Tahmin ve Kontrol (Guess and Check)	Kuralın işleyip işlemediğine bakmaksızın, bir kural tahminini içerir. Problem durumunu temsilen bir cebirsel ilişki (kural) ortaya koyulur. Öğrenci ortaya koyduğu kuralın süreç boyunca geçerliliğini düşünmez. Oluşturduğu cebirsel yapı genellikle problem durumu ile ilgili sayıları ve işlemleri içerir.
Fonksiyonel veya kesin (Explicit)	Bu strateji herhangi bir değeri belirleyebilmek için iki değişken arasındaki ilişkiyi genelleştirmeyi içerir. Bu strateji denklemleri ve formülleri kullanarak fonksiyonları belirlemeye doğru aşamalı bir ilerlemenin ilk adımıdır. Bu strateji kullanıldığında hem uzak hem de yakın terimler için değişmeyen ve uygulanabilir olur. Bundan dolayı bu strateji n.terimi bulmaya ve genel bir kural yazmaya imkân verir.

3. YÖNTEM

Bu bölümde araştırmanın yöntemi ele alınmaktadır. Araştırma deseni, evren ve örneklem, veri toplama araçlarının geliştirilme süreci, araştırmanın geçerlik ve güvenirliği ve veri çözümleme teknikleri ayrıntıları ile belirtilmektedir.

3.1 Araştırma Modeli

Bu araştırmada nitel ve nicel araştırma yöntemleri, araştırma sorularına ve araştırmanın odak noktasına uygun olacak şekilde birlikte kullanılmıştır.

Balıkesir evreninde ortaöğretim 9. sınıf öğrencilerinin örüntü genelleme problemlerini çözme başarılarının cinsiyet ve okul türü değişkeni açısından incelenmesi araştırmanın problemlerinden biridir. Tarama modelleri, geçmişte ya da halen var olan bir durumu var olduğu şekliyle betimlemeyi amaçlayan araştırma yaklaşımlarıdır. Araştırmaya konu olan olay, birey ya da nesne, kendi koşulları içinde ve olduğu gibi tanımlanmaya çalışılır (Karasar, 2007). Bu nedenle ortaöğretim 9. sınıf öğrencilerinin örüntü genelleme problemlerini çözme başarılarının cinsiyet ve okul türü değişkeni açısından incelenmesini betimleme amacıyla tarama yöntemi kullanılmıştır.

Araştırmanın diğer problemi ise ortaöğretim 9. sınıf öğrencilerinin örüntü genelleme problemlerini çözerken kullandıkları genelleme stratejilerinin belirlenmesidir. Bu probleme yanıt ararken öğrencilerin açık uçlu problemleri çözerken kullandıkları genelleme stratejileri ile ilgilenildiğinden verilerin toplanması, çözümlenmesi ve yorumlanmasında nitel araştırma yöntemlerinden içerik analizi tekniği benimsenmiştir.

İçerik analizinde temel amaç, toplanan verileri açıklayabilecek kavramlara ve ilişkilere ulaşmaktır. Betimsel analizde özetlenen ve yorumlanan veriler, içerik analizinde daha derin bir işleme tabi tutulur ve betimsel bir yaklaşımla fark edilmeyen kavram ve temalar bu analiz sonucu keşfedilebilir (Yıldırım ve Şimşek, 2006).

3.2 Evren ve Örneklem

Araştırmanın evrenini Balıkesir ili merkezinde bulunan 18'i anadolu ve 9'u meslek lisesi olmak üzere toplam 27 lisede okuyan ortaöğretim 9. sınıf öğrencileri oluşturmaktadır. 2006-2007 yılında, gerçekleştirilen reform sonrasında, uygulamaya konulan İlköğretim Matematik Öğretim Programı "örüntüler" konusunu 1. sınıftan 8. sınıfa kadar her sınıf düzeyinde içermektedir. Araştırmada temel eğitimini tamamlamış öğrencilerin örüntüler konusundaki başarıları belirleneceğinden katılımcılar 9. sınıf öğrencilerinden seçilmiştir. Örneklem seçiminde olasılık tabanlı örnekleme yöntemlerinden tabakalı örnekleme ile toplam 7 okul seçilmiştir. Seçilen okullardan 2'si meslek lisesi, 5'i anadolu lisesidir. Tabakalı örnekleme sınırları saptanmış bir evrende alt tabakalar veya alt birim gruplarının var olduğu durumlarda kullanılır (Yıldırım ve Şimşek, 2006).

Araştırmanın evren büyüklüğü N=6876'dır. 9. sınıf öğrencilerinin örüntü genelleme problemlerini çözme başarıları sürekli bir değişken olarak ölçülmüştür. Madde bazında verilen cevaplar temelinde ortalamanın tahmini için sapma miktarı d=0.05 puan ve standart sapma 0.5 puan olarak tahmin edilmiş, güven düzeyi (1-α)=0.95 alınmıştır. Güven düzeyine karşılık gelen t değeri 1.96'dır. Örneklem büyüklüğü aşağıdaki formül ile hesaplanmıştır.

$$n_0 = [(t \times S)/d]^2$$

$$n = \frac{n_0}{1 + \frac{n_0}{N}}$$

Bu seçim sonrasında örneklem toplam 425 öğrenciden oluşmaktadır. Aşağıdaki tabloda okullara ve cinsiyete göre öğrencilerin dağılımı verilmiştir.

Tablo 3.1: Okullara ve cinsiyete göre öğrencilerin dağılımı

Okul Adı	**Cinsiyet**		**Öğrenci Sayısı**
	Kız	**Erkek**	
Merkez Anadolu Teknik Lisesi, Teknik Lise Ve Endüstri Meslek Lisesi (EML)	9	57	66
T.C. Ziraat Bankası Fen Lisesi (FL)	46	31	77
Rahmi Kula Anadolu Lisesi (RKAL)	25	31	56
Adnan Menderes Lisesi (AML)	41	14	55
İstanbulluoğlu Anadolu Öğretmen Lisesi (AÖL)	34	25	59
Balıkesir Lisesi (BL)	25	32	57
Merkez Kız Teknik Ve Meslek Lisesi (KML)	55	0	55
Toplam Öğrenci Sayısı	**235**	**190**	**425**

3.2.1 Veri Toplama Araçları ve Geliştirilmesi

Bu araştırmada öğrencilerin cebirsel genelleme problemlerini çözme başarılarını ve öğrencilerin problemlerin çözümünde kullandıkları genelleme stratejilerini belirlemek için Cebirsel Problem Çözme Testi (CPÇT) kullanılacaktır.

3.2.2 Cebirsel Problem Çözme Testi'nde kullanılan problemlerin hazırlanması

Cebirsel problem çözme testi, İlköğretim Matematik Dersi 6-8. Sınıflar Öğretim Programı öğrenme-alt öğrenme alanları ve kazanımları dikkate alınarak araştırmacı tarafından hazırlanmıştır. Araştırma konusuna uygun olarak, ilköğretim 6-8. sınıf cebir öğrenme alanının alt öğrenme alanları ve kazanımlarında yer alan "örüntüler ve ilişkiler" ve "denklemler" le ilgili problem çözme becerisini ölçmeye dönük bir test hazırlanmıştır.

Bu çalışma kapsamında cebirsel düşünmenin sembolleri ve cebirsel ilişkileri kullanma, çoklu gösterimlerden yararlanma ve genellemeleri formüle etme becerilerini irdelemek amacıyla literatür desteğinde problemler hazırlanmıştır (Rivera, 2006; NCTM, 2000; Lannin, Barker ve Townsend, 2006; Akkuş, 2004; PISA, 2006; TIMSS, 2007; SBS, 2010). Öğrencilerin örüntü genelleme problemlerini çözme başarılarını belirleme açısından bir değerlendirme yapmak için hazırlanacak problemler belli özelliklere sahip olmalıdır. Testte yer alan problemler belirlenirken aşağıdaki kriterler göz önünde bulundurulmuştur:

1. Standart (rutin) olmayan problemlere yer verilmiştir. Bunun en önemli sebeplerinden biri öğrencilerin ezbere işlem ve algoritmaları kullanmasının önüne geçmektir. Bir diğer sebep ise bu şekilde öğrencilerin düşüncelerinin sınırlarını daha açık bir şekilde ortaya çıkacağının düşünülmesidir.
2. Problemler çoklu yaklaşımlar kullanmaya izin vermelidir. Böylece öğrenci kendi istediği cevaplama yöntemini seçmede özgür olacaktır.
3. Problemlerde öğrencilerden sembolleri kullanarak örüntünün temelindeki fonksiyonel ilişkiyi ifade etmeleri istenmiştir.
4. Problemler yakın ve uzak genelleme yapmak için örüntüyü genişletme görevleri içermektedir.

Problemler öğrencilerin gündelik yaşamlarında gerçekleştirmeleri beklenebilir bazı tür düşünceler, görevler ve aktiviteleri yansıtmak üzere tasarlanmıştır.

Testin geçerliliği, kapsam geçerliliği araştırılarak belirlenmiştir. Kapsam geçerliliği, bir bütün olarak testin ve testteki her bir maddenin amaca ne derece hizmet ettiğidir. Bu amaçla öncelikle testte yer alan her maddeye ilişkin kazanımlar belirlenmiştir. Daha sonra testte yer alan maddelerin kazanımları ölçme yönünden uygunluğu için, "Cebirsel Problem Çözme Testi Uzman Değerlendirme Formu" hazırlanmış ve test kitapçığı ile birlikte Balıkesir Üniversitesi Necatibey Eğitim Fakültesi'nde görevli Matematik Eğitimi alanında uzman üç öğretim üyesinin görüşlerine başvurulmuştur. Uzman görüşü alındıktan sonra testin pilot uygulaması yapılmıştır. Uzmanlar, her test sorusunun ölçmek istediği kazanımlara uygunluğunu uzman değerlendirme formundaki "Uygun" ve "Uygun değil" seçeneklerinden birini işaretleyerek belirlemişlerdir. Alınan görüşler sonucunda 70 maddeden oluşan cebirsel problem çözme testinde gerekli düzenlemeler yapılarak bazı sorular çıkarılmış, bazı soruların ifadeleri değiştirilmiştir. Böylece test alt maddeleriyle birlikte 30 madde olarak yeniden düzenlenmiştir. Testin uygulama süresi 40 dakika olarak belirlenmiştir.

3.2.2.1 Pilot Uygulamanın Yapılması

Hazırlanan testin pilot uygulaması, 2011-2012 öğretim yılı güz yarıyılında Balıkesir ili merkezinde 9. sınıfta okuyan 30 kişilik bir öğrenci grubuyla yapılmıştır.

Araştırmacı tarafından geliştirilen Cebirsel Problem Çözme Testi (CPÇT), çalışmada 9. sınıf öğrencilerinin cebirsel genelleme problemlerini çözme düzeylerini belirlemek için kullanılmıştır. Test açık uçlu 10 problemden oluşmaktadır. Testte toplam 10 soru vardır ancak soruların bazıları alt maddelerden oluştuğundan testte toplamda 30 madde bulunmaktadır. Testin yanıtlama süresi 40 dakikadır. Testin puanlamasında her bir soru için en yüksek puan 3, en düşük puan ise 0'dır. Tüm testten alınabilecek maksimum puan 90 dır.

Verilerin analizinde, SPSS 17.0 programı kullanılmıştır. Ölçeğin güvenilirliğini saptamak amacıyla Cronbach Alpha Katsayısı hesaplanmış ve ölçeğin iki yarı test güvenirliğine de bakılmıştır. Gerçekleştirilen işlemlerin ayrıntılı açıklamaları aşağıda verilmiştir.

Ölçeğin Güvenirliği: Cebirsel Problem Çözme Testi'nin Cronbach Alpha güvenirlik katsayısı .79 olarak bulunmuştur. Cebirsel Problem Çözme Testi'nin test yarılama yöntemiyle bulunan güvenirlik katsayısı ise .70 şeklinde bulunmuştur. Test için hesaplanan güvenirlik katsayısının .70 ve daha yüksek olması test puanlarının güvenirliği için genel olarak yeterli görülmektedir (Büyüköztürk, 2009).

Cebirsel Problem Çözme Testi için ekler bölümünde EK B'ye bakınız. Pilot uygulama ve uzman görüşü alındıktan sonra testte yer alan maddeler ve açıklamaları aşağıda verilmiştir:

Problem 1

1x1=1
11x11=121
111x111=12321
1111x1111=1234321

Yukarıdaki örüntüye göre, 11111111x 11111111 işleminin sonucu kaç basamaklı bir sayıdır?

Metni yukarıda verilen soru, Cebirsel Problem Çözme Testi'nin birinci problemidir ve 2010 8. Sınıf Seviye Belirleme Sınavında (SBS) sorulmuştur. Çalışmanın amacına uygun olarak soru bir örüntü bulma sorusudur. Öğrencilerden her basamağında 1 bulunan bir sayının kendisiyle çarpımı sonunda elde edilen sonucun kaç basamaklı olduğunu bulması istenmiştir. Öğrenciden, her basamağında 1 bulunan n basamaklı bir sayının kendisiyle çarpımının sonucunun 2n-1 basamaklı bir sayı olduğunu genelleme yaparak bulması beklenmektedir.

Problem 2

Aşağıdaki çizelge x ve y arasındaki ilişkiyi göstermektedir.

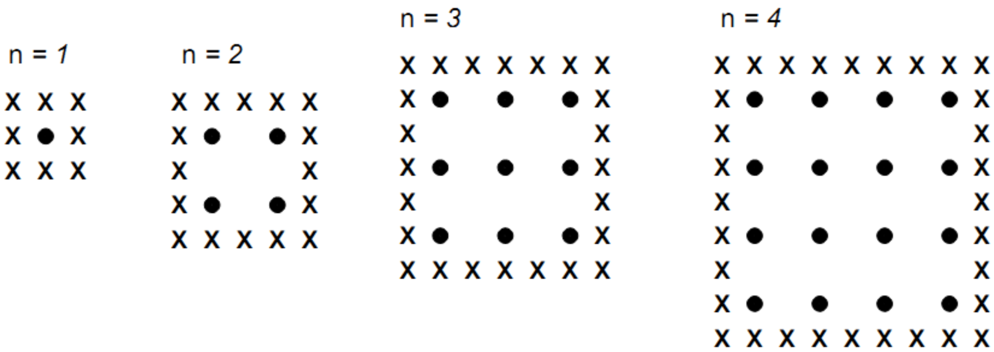
x	1	2	3	4	5
y	1	3	5	7	9

X ile y arasındaki bu ilişkiyi gösteren denklemi yazınız. Tablodaki verinin grafiğini çizerek verileri üzerinde gösteriniz.

Metni yukarıda verilen soru, Cebirsel Problem Çözme Testi'nin ikinci problemidir ve TIMSS 2007 8. Sınıf açıklanan matematik sorularındandır. Çalışmanın amacına uygun olarak doğrusal fonksiyonlardaki örüntülere odaklanılmıştır. Öğrenciler fonksiyonu analiz etmek ve değişimlerdeki örüntüleri göstermek için tablo ve grafik kullanmalıdırlar.

Problem 3

Bir çiftçi kare bir alan içinde elma ağaçları dikmiştir. Elma ağaçlarını rüzgâra karşı korumak amacıyla etrafına kozalaklı ağaçlar diker.
Burada elma ağaçlarının sırasının herhangi bir sayı (n) değeri için, elma ağaçlarının ve kozalaklı ağaçların nereye dikildiğinin bir diyagram durumunu görebilirsiniz:



X= Kozalaklı ağaçlar
●= Elma ağaçları

1. Tabloyu tamamlayınız.

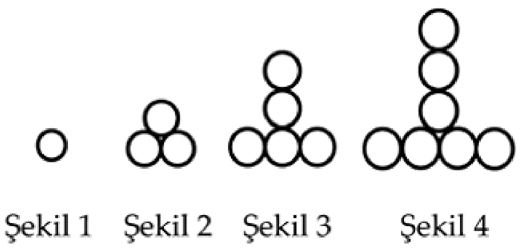
n	Elma ağaçlarının sayısı	Kozalaklı ağaçların sayısı
1	**1**	**8**
2	**4**	
3		
4		
5		

2. Yukarıda açıklanan kalıp için elma ağaçlarının sayısını ve kozalaklı ağaçların sayısını hesaplamakta kullanabileceğiniz iki formül vardır:

Elma ağaçlarının sayısı=n^2
Kozalaklı ağaçların sayısı=8n
Burada n elma ağaçlarının satır sayısıdır.
Hangi n değeri için elma ağaçlarının sayısı kozalaklı ağaçların sayısına eşit olur? n değerini bulun ve bunu nasıl hesapladığınızı gösterin.

Metni yukarıda verilen soru, Cebirsel Problem Çözme Testi'nin üçüncü problemidir ve PISA (2006) açıklanan matematik sorularındandır. İlk soruda öğrenciden örüntüdeki ilişkiyi keşfederek tabloyu doldurması beklenmektedir. İkinci soru ile öğrencinin denklem çözme becerisi ölçülmektedir.

Problem 4



1. 10. Şekilde kaç tane çember olmalıdır? Açıklayınız.
2. 100. Şekilde kaç tane çember olmalıdır? Açıklayınız.
3. Hayali bir 6. Sınıf öğrencisine, yukarıdaki şekiller dizisinde herhangi bir şekildeki çember sayılarını nasıl bulması gerektiğini açıklayan bir mesaj yazınız.
4. "n." Şekildeki çember sayısını bulmak için bir formül bulunuz.

Metni yukarıda verilen soru, Cebirsel Problem Çözme Testi'nin dördüncü problemidir. Becker ve Rivera (2006) tarafından geliştirilen etkinlik, Baş, Erbaş ve Çetinkaya (2011) tarafından Türkçeye çevrilmiştir. Soru çalışmanın amacına uygun olarak, öğrencilerin farklı çözüm yaklaşımları, bu yaklaşımların altında yatan düşünme yapısı ve değişken kavramını algılama biçimleri ile ilgili önemli göstergeler sunacağına inanılarak seçilmiştir. İlk soru, öğrencilerin örüntüyü incelemeleri amacıyla konulmuş bir ısınma sorusudur. İkinci soru, öğrencilerin fonksiyonel düşünme yapısıyla, genelleme yapabilme becerilerini ölçerken, üçüncü soru yaptıkları bu genellemeyi sözel olarak ifade etme becerisini ölçen bir sorudur. Son soru ise, yapılan genellemelerin sembolik olarak yani değişken kavramı kullanarak ifadesini gerektirmektedir.

Problem 5

Ayşe gazetede iki popüler telefon firmasının ilanını görmüştür. A firması, aylık sabit 20 TL ve dakikası 10 kuruşa telefon servisi önermektedir. B firmasının aylık sabit ücreti yoktur ama dakikası 45 kuruştur.

1. 20 dakika için her iki firma aracılığıyla yapılan konuşmalar ne kadar tutar?
2. 100 dakika için her iki firma aracılığıyla yapılan konuşmalar ne kadar tutar?
3. A ve B firmalarının dakika başına konuşma ücretlerini nasıl bulabilirsiniz? Cevabınızı tablo ve grafik çizerek açıklayınız.
4. Eğer telefonu çok sık kullanmayacaksa, Ayşe hangi şirketi tercih etmelidir? Cevabınızı açıklayınız.

Metni yukarıda verilen soru, Cebirsel Problem Çözme Testi'nin beşinci problemidir. NCTM (2000) den uyarlanan problem çalışmanın amacına uygun olarak doğrusal fonksiyonlardaki örüntülere odaklanılmıştır. Öğrenciler fonksiyonu analiz etmek ve değişimlerdeki örüntüleri göstermek için tablo ve grafik kullanmalıdırlar.

Problem 6

Aşağıda belirli sayıda tişört için fiyat gösteren bir tablo verilmiştir.

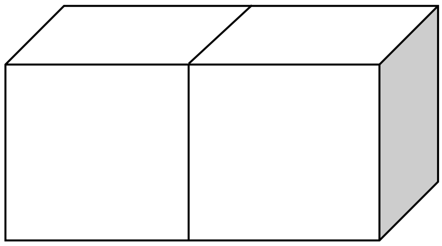
Tişört sayısı	fiyat
3	9
5	15
9	27
21	63

1. 30 tişört için fiyatın ne olmasını beklersiniz? Bunu nasıl belirlediğinizi açıklayınız.
2. Eğer tişört sayısını söylediyseniz tişörtlerin fiyatını nasıl bulduğunuzu sözel olarak ifade ediniz.
3. Tişört sayısı ve tişört fiyatı arasındaki bağıntıyı gösteren bir kural yazınız. Kuralınızı açıklayınız.

Metni yukarıda verilen soru, Cebirsel Problem Çözme Testi'nin altıncı problemidir. Bu problem Lannin, Barker ve Townsend (2006)'in, makalesinde örnek olarak verilmiştir. İlk soru, öğrencilerin örüntüyü incelemeleri amacıyla konulmuş bir ısınma sorusudur. İkinci soru, yaptıkları bu genellemeyi sözel olarak ifade etme becerisini ölçen bir sorudur. Son soru ise, yapılan genellemelerin sembolik olarak yani değişken kavramı kullanarak ifadesini gerektirmektedir.

Problem 7

Bir şirket, küpleri bir sırada birleştirerek çubuklar üretiyor ve bir sıra halindeki çubuğu etiket makinesi ile etiketliyor. Makine, küplerin tüm yüzeyini kaplamak için görünen her bir yüzüne birer tane etiket yerleştiriyor. Çubuğun dışında kalan küp yüzeyleri tamamen etiketlenmek zorundadır. Örneğin uzunluğu 2 olan çubuğun yüzeyini kaplamak için 10 etiket gereklidir.

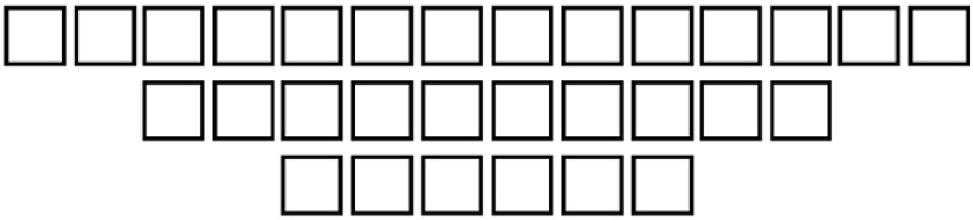


1. Uzunluğu 7 olan çubuk için kaç tane etikete ihtiyaç vardır? Cevabınızı açıklayınız.
2. Uzunluğu 10 olan çubuk için kaç tane etikete ihtiyaç vardır? Cevabınızı açıklayınız.
3. Uzunluğu 49 olan çubuk için kaç tane etikete ihtiyaç vardır? Cevabınızı açıklayınız.
4. Herhangi bir uzunluktaki bir çubuk için gerekli etiket sayısını nasıl bulabiliriz? Açıklayınız.

Metni yukarıda verilen soru, Cebirsel Problem Çözme Testi'nin yedinci problemidir. Bu problem Lannin, Barker ve Townsend (2006)'in, makalesinde yer alan 4 problemden biridir. Lannin, Barker ve Townsend (2006) tek tek artırarak sonuca ulaşma yöntemine "yinelemeli kural (recursive rule)" demişlerdir. Bu problemin çözümü için önerilen en kolay yöntem cebirsel düşünmeyi işe koşup apaçık ve genel-geçer bir kural ortaya koymaktır. Problem 7 için bu kural, n eklenen küp sayısını göstermek üzere "4n+2" ifadesidir ve bu etiket sayısını verir. Örneğin n=1 için yani tek küpten oluşan bir çubuk için etiket sayısı 6, n=2 için 10 ve n=3 için 14'tür. Problemin çözümü için bu ifadede n yerine istenilen değeri yazmak yeterlidir.

Problem 8

Bir tiyatroda ilk sırada 6 koltuk vardır. İlk sıradan sonra her sırada koltuk sayısı 4 artmaktadır. Aşağıdaki diyagramda tiyatronun ilk üç sırası gösterilmiştir.



1. Tiyatroda 7. sırada kaç koltuk vardır? Cevabınızı açıklayınız.
2. Tiyatroda 12. sırada kaç koltuk vardır? Cevabınızı açıklayınız.
3. Tiyatroda 104. sırada kaç koltuk vardır? Cevabınızı açıklayınız.
4. Hangi sırada 378 koltuk bulunur? Cevabınızı açıklayınız.
5. Herhangi bir sıradaki koltuk sayısını nasıl belirleyeceğinizi açıklayınız. Herhangi bir sıradaki koltuk sayısını hesaplamanızı sağlayacak bir formül yazınız. Formülünüzü açıklayınız.

Metni yukarıda verilen soru, "Cebirsel Problem Çözme Testi"nin sekizinci problemidir. Bu problem Lannin, Barker ve Townsend (2006)'in, makalesinde yer alan 4 problemden biridir. Öğrenci açık bir kural oluşturmak için ilk sıraya kaç kez 4 koltuk ekleneceğini incelemelidir. Öğrenci, bu sayının sıra sayısının bir eksiği olup olmadığını belirlemek için dikkatli bir değerlendirme yapmalıdır. n sıra sayısını göstermek üzere $(n-1).4+6=4n+2$, her sıradaki koltuk sayısını veren kuraldır.

Problem 9

Large Foot Pizza şirketi, 36 parça içeren büyük bir pizza satıyor. Sınıf, yaklaşan bir sınıf partisi için bu pizzalardan 2 tane satın aldı. Herkes, her bir kişinin aynı miktarda pizza alacağını kabul etti.

1. Sadece 4 öğrencinin sınıf partisine katılacağını düşünelim, her öğrenci kaç parça pizza alırdı? 9 öğrenci katılsaydı her biri kaçar parça pizza alırdı? Cevabınızı açıklayınız.
2. 30 öğrencinin sınıf partisine katılacağını düşünelim, her öğrenci kaç parça pizza alırdı? Cevabınızı açıklayınız.
3. Partide tüm öğrenciler bir buçuk parça pizza almışlardır. Partiye kaç öğrenci katılmıştır? Cevabınızı açıklayınız.
4. Herhangi bir öğrenci sayısı için pizza parça sayısını bulmamızı sağlayacak bir denklem yazınız. Denkleminizi açıklayınız.

Metni yukarıda verilen soru, "Cebirsel Problem Çözme Testi"nin dokuzuncu problemidir. Bu problem Lannin, Barker ve Townsend (2006)'in, makalesinde yer alan 4 problemden biridir. Bu problem eşit paylaşım durumları için bir bütünü bölme anlayışını gerektirir.

Problem 10

İki farklı DVD kiralama şirketi müşteri kazanmak için fiyatlarına yeni bir uygulama getirmişlerdir. İlk firma, yıllık 5 TL DVD kiralama ücreti alıp, her DVD başına 1 TL almaktadır. İkinci şirket yıllık kira ücreti almayıp, her DVD başına 2 TL kira almaktadır.

1. İkinci şirketten 11 DVD kiralayan bir kişi ne kadar para öder? Cevabınızı açıklayınız.
2. Kiralanan kaçıncı DVD'de iki şirkete de aynı para ödenir? Cevabınızı tablo veya grafik çizerek açıklayınız.

Metni yukarıda verilen soru, "Cebirsel Problem Çözme Testi"nin dokuzuncu problemidir. Bu problem Akkuş (2004)'ün "Çoklu Temsil Temelli Öğretimin Yedinci Sınıf Öğrencilerinin Cebir Performansına, Matematiğe Karşı Tutumuna Ve Temsil Tercihlerine Etkisi" başlıklı doktora tezinden alınmıştır. Çoklu temsil yaklaşımı, bir durumun veya kavramın farklı biçimlerde ifade edilmesine dayanır. Öğrencilerin problemin çözümünü tablo, grafik ve sembollerden yararlanarak yapmaları istenmektedir.

3.3 Araştırmanın İç ve Dış Geçerliği

Araştırmanın iç geçerliği testin uygulanması sürecinde araştırmacının bizzat rol alması ile sağlanmıştır. Araştırmacı alanında uzman 3 kişinin görüşlerini alarak testte yer alacak maddeleri belirlemiş, uygulama esnasında öğrencilerden gelebilecek sorulara karşılık verebilmek için testi dersin öğretmeni ile birlikte uygulamış ve testin değerlendirme aşamasında araştırmacının ve bir alan uzmanının belirledikleri kodlar için "görüş birliği" ve "görüş ayrılığı" sayıları belirlenmiş ve yapılan hesaplama sonucunda uyuşum yüzdesi %94 olarak bulunmuştur. Bu araştırmada veri toplama ve analizi ile ilgili tüm aşamalar ayrıntılı bir şekilde açıklanmış ve öğrencilerin cevaplarına dair örneklere araştırmada yer verilmiştir.

Dış geçerlik araştırma sonuçlarının genellenebilirliğine ilişkindir. Araştırmanın örneklemi göz önünde bulundurulduğunda örneklem sayısının fazla olması ve örneklem seçiminin evreni yansıtabilecek şekilde tabakalı örnekleme yöntemi ile belirlenmesi, araştırmanın dış geçerliğinin olduğunun göstergesidir.

3.4 Verilerin Toplanması

Veriler, Cebirsel Problem Çözme Testi'nin 2011–2012 öğretim yılı güz yarıyılında 12 Aralık ve 17 Aralık tarihleri arasında Balıkesir ili merkezinde bulunan Merkez Anadolu Teknik Lisesi Teknik Lise Ve Endüstri Meslek Lisesi (EML), T.C. Ziraat Bankası Fen Lisesi (FL), Rahmi Kula Anadolu Lisesi (RKAL), Adnan Menderes Lisesi (AML), İstanbulluoğlu Anadolu Öğretmen Lisesi (AÖL), Balıkesir Lisesi (BL) ve Merkez Kız Teknik Ve Meslek Lisesi'nde (KML) bizzat araştırmacı tarafından uygulanmasıyla elde edilmiştir. Milli Eğitim Bakanlığı Araştırma İzin Belgesi için ekler bölümünde EK A'ya bakınız. Uygulamada öğrencilerden, araştırma sonuçlarının geçerliği için samimi ve istekli olmaları rica edilmiştir.

3.5 Veri Analizi

9. sınıf öğrencilerinin cebirsel genelleme problemlerini çözme başarılarını ve bu öğrencilerin hangi genelleme stratejilerini kullandıklarını belirlemek amacıyla araştırma sorularından toplanan verilerin analizinde nicel ve nitel veri analizi birlikte kullanılmıştır.

3.5.1 Nicel Veri Analizi

Nicel verilerin analizi betimsel (descriptive) istatiksel yöntemler kullanılarak yapılmıştır. Verilerin analizinde SPSS 17.0 paket programı kullanılmıştır.

Araştırmanın nicel kısmında, veri toplama araçları ile toplanan veriler bilgisayar ortamına girildikten sonra değişkenler arasındaki ilişkiyi ortaya koymak amacıyla, bağımsız gruplar için t testi ve tek yönlü varyans analizi (ANOVA) kullanılmıştır. Araştırmanın bağımlı değişkeni olan öğrencilerin cebirsel genelleme problemleri çözme başarılarının cinsiyete göre farklılaşma durumunu ortaya koymak amacıyla bağımsız gruplar için t testi kullanılmıştır. Öğrencilerin cebirsel genelleme problemleri çözme başarılarının okul türü değişkeni açısından farklılaşma durumunu ortaya koymak amacıyla tek yönlü varyans analizi tekniği kullanılmıştır.

3.5.1.1 Testin Güvenirliği

Ölçeğin Cronbach Alpha güvenirlik katsayısı .94 olarak bulunmuştur. Buna göre ölçeğin güvenirliğinin oldukça yüksek olduğu söylenebilir (Büyüköztürk, 2009).

Verilerin analiz edilmesi aşamasında yapılacak güvenirlilik çalışmalarından biri de kodlama güvenirliğidir. Bu araştırmada kodlama güvenilirlik hesaplaması için, Miles ve Huberman'ın (1994) önerdiği aşağıdaki uyuşum yüzdesi kullanılmıştır. Bunun için, araştırmacının ve bir alan uzmanının belirledikleri kodlar için "görüş birliği" ve "görüş ayrılığı" sayıları belirlenmiş ve yapılan hesaplama sonucunda uyuşum yüzdesi %94 olarak bulunmuştur.

Güvenirlik = (Görüş Birliği) / [(Görüş Birliği) + (Görüş Ayrılığı)]

3.5.2 Nitel Veri Analizi

Çalışmanın kavramsal çerçevesi öğrencilerin teste verdikleri yanıtlardan elde edilen verilerin nitel analizine rehberlik etmiştir. Katılımcılardan gelen yanıtlar kodlanmıştır. Analizlerin odak noktası katılımcıların genelleme problemlerini çözerken kullandıkları genelleme yaklaşımlarıdır. Testten elde edilen veriler içerik analizi yoluyla değerlendirilmiştir.

Çalışmada cebirsel genelleme problemleri çözme düzeylerine ilişkin test materyallerinden toplanan verileri özetlemek için üç düzeyden oluşan bir yeterlik ölçeği oluşturulmuştur. Bu ölçek, öğrencilerin cebirsel genelleme problemleri çözme alanındaki yeterliklerinin üç düzeyde tanımlanıp sınıflandırılmasına ve böylece karşılaştırmalar yapılmasına olanak sağlamaktadır. Aşağıda "Cebirsel Problem Çözme Testi Dereceli Puanlama Anahtarı" başlığıyla verilen ölçek Akkuş'un (2004) doktora tezinden ve PISA (2009) matematik okuryazarlığı yeterlik düzeylerinden yararlanarak oluşturulmuştur.

Tablo 3.2: Cebirsel problem çözme testi dereceli puanlama anahtarı

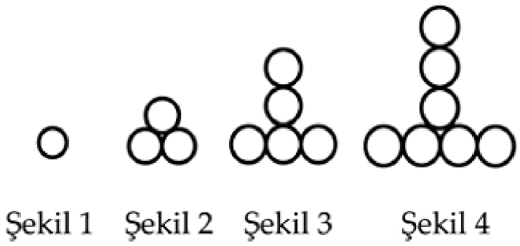
Tema	Puan düzeyi	Açıklama
Tam puan	3 puan	• Problemin matematiksel kavram ve ilkelerinin tam olarak anlaşıldığını gösterir. • Kendi araştırmaları ve modelleme çalışmalarından elde ettikleri bilgilere dayalı olarak karmaşık problem durumlarıyla ilgili kavramlar oluşturabilir, genellemeler yapabilir ve bunları kullanabilirler. • İlk kez karşılaştıkları durumlarda yeni strateji ve yaklaşımlar geliştirebilirler. • Problemin çözümü için uygun ve sistematik bir strateji yansıtır. • Tam ve sistematik çözüm süreci için açık kanıtlar sunar. • Kendi buluşları, yorumları ve görüşleri ile bunların verilen durumlara uygunluğuna ilişkin düşüncelerini formüle edebilir ve başkalarına tam olarak anlatabilirler. • Neyin neden yapıldığını açıklayan çözüm sürecinin tam bir açıklamasını sunar. • Bir açıklamanın tüm unsurlarıyla bir diyagram içerebilir.
Kısmi puan	2 puan	• Sınırlılıkları olabilen ya da varsayımlarda bulunulmasını gerektirebilen karmaşık somut durumlarla ilgili belirgin modellerle etkili bir şekilde çalışabilirler. • Sembolik durumlar da dâhil olmak üzere farklı gösterimleri seçip birleştirebilir ve bunları gerçek dünyada karşılaşılabilecek durumların çeşitli yönleriyle ilişkilendirebilirler. • Basit problem çözme stratejilerini seçip kullanabilirler. • Yorumlarını, sonuçlarını ve muhakemelerini anlatan kısa raporlar oluşturabilirler.
	1 puan	• Doğrudan çıkarım yapmaktan başka bir beceriye gerek olmayan durumları tanıyabilir ve yorumlayabilirler. • Temel algoritmaları, formülleri, alışılageldik işlem yollarını kullanabilirler. • Doğrudan ispat gibi basit akıl yürütmeleri yapabilirler ve sonuçlar üzerinde görülenin ötesine geçmeyen yorumlar yapabilirler.
0 puan	0 puan	• Yanıt tamamen yanlış • Yanıt yok

3.5.2.1 İçerik Analizi

İçerik analizinde temel amaç, toplanan verileri açıklayabilecek kavramlara ve ilişkilere ulaşmaktır. Betimsel analizde özetlenen ve yorumlanan veriler, içerik analizinde daha derin bir işleme tabi tutulur ve betimsel bir yaklaşımla fark edilemeyen kavram (kod) ve temalar bu analiz sonucu keşfedilebilir. Bu amaçla toplanan verilerin önce kavramsallaştırılması, daha sonra da ortaya çıkan kavramlara göre mantıklı bir biçimde düzenlenmesi ve buna göre verileri açıklayan temaların tespit edilmesi gerekmektedir. Bu çerçevede, içerik analizi yoluyla veriler tanımlanmaya, verilerin içinde saklı olabilecek gerçekler ortaya çıkarılmaya çalışılır. İçerik analizinde temelde yapılan işlem, birbirine benzeyen verileri belirli kavramlar ve temalar çerçevesinde bir araya getirmek ve bunları okuyucunun anlayabileceği bir biçimde düzenleyerek yorumlayabilmektir (Yıldırım ve Şimşek 2006).

Analiz şu şekilde gerçekleştirilmiştir: Yazılı veriler üç kez okunmuştur. Araştırma problemi açısından anlamlı olan veriler tespit edilmiştir. Verilerin neleri içerdiği incelenmiştir. Üç taslak tema (teste verilen yanıtlara ait bulgulardaki ana başlıklar) oluşturulmuştur. Temalara (kategori) ait kodlar (tablolardaki maddeler) belirlenmiştir. Temalar ve kodlar kesinleştirildikten sonra, her temanın kodlarına ait frekans ve yüzde değerleri, sayısal olarak tablo halinde sunulmuştur. Her temanın kodlarına ait yanıtlar olduğu gibi aktarılmıştır. Teste verilen yanıtlara ait temalar ve kodlara ait bir örnek aşağıda verilmiştir. Testte yer alan diğer maddelere ait temalar ve kodlar için ekler bölümünde EK C'ye bakınız.

Problem 4



1. 10. Şekilde kaç tane çember olmalıdır? Açıklayınız.

Puanlama:

Tam puan: (cebirsel yöntem açıkça gösterilerek 19 doğru cevabını veren kodlar)
Kod31: açık cebirsel ifade kullanarak
n şekil sayısı olmak üzere çember sayısını veren formül 2n-1 dir.
n=10 için 2x10-1=19

Kod 32: n şekil sayısı olmak üzere n+(n-1) çember sayısını verir.
n=10 için 10+9=19

Kod 33: n şekil sayısı olmak üzere $2(n_{son} - n_{ilk}) + 1$ çember sayısını verir.

$n_{son} = 10$ ve $n_{ilk} = 1$ için 2(10-1)+1=19

Kod 34: n şekil sayısı olmak üzere 2(n-1)+1 çember sayısını verir.

n=10 için 2(10-1)+1=19

Kısmi puan: (cebirsel yöntem açık ancak yanlış yanıt veren kodlar)

Kod 21:
n şekil sayısı olmak üzere çember sayısını veren formül 2n-1 dir.
n=10 için yanıt yanlış

(farklı çözüm yolları kullanarak 19 doğru cevabını veren kodlar)

Kod 11: yinelemeli kural ile

Şekil sayısı	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Çember sayısı	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19

Kod 12: cebirsel gösterim açık değil
2x10-1=19

0 puan: (yanıt tamamen yanlış)
Kod 99: boş

Veri analizinin sonuçları dördüncü bölümde sunulmuştur.

4. BULGULAR VE YORUM

Bu bölümde toplanan verilerin analizi sonucunda elde edilen bulgular ve bunların yorumları alt problemler bazında sunulmuştur.

4.1 Birinci Alt Probleme Ait Bulgular

Araştırmanın birinci alt problemi, "Balıkesir ili merkezinde yaşayan 9. Sınıf öğrencilerinin okul türü değişkenine göre cebirsel genelleme problemleri çözme başarılarında anlamlı bir fark var mıdır?" şeklinde kurulmuştur. Bu alt probleme ilişkin veriler Tablo 4.1 ve Tablo 4.2' de verilmiştir.

Tablo 4.1: Okul türü ve CPÇT puanlarına göre n, $\bar{X}$ ve SS değerleri

Okul türü	n	$\bar{X}$	SS
1-EML	66	18,63	10,72
2-AML	55	24,69	13,35
3-BL	57	26,26	13,82
4-KML	55	26,30	13,14
5-AÖL	59	55,47	16,61
6-RKAL	56	57,64	12,42
7-FL	77	67,16	14,76

Tablo 4.1 incelendiğinde öğrencilerin cebirsel problem çözme testinden aldıkları puan ortalamaları incelendiğinde en yüksek ortalamanın $\bar{X}$ =67,16 ile T.C. Ziraat Bankası Fen Lisesi'nde okuyan öğrencilere ait olduğu görülmektedir. Bunları sırasıyla $\bar{X}$ =57,64 ortalamayla Rahmi Kula Anadolu Lisesi öğrencileri, $\bar{X}$ =55,47 ortalamayla İstanbulluoğlu Anadolu Öğretmen Lisesi, $\bar{X}$ =26,30 ortalamayla Merkez Kız Teknik Ve Meslek Lisesi, $\bar{X}$ =26,26 ortalamayla Balıkesir Lisesi, $\bar{X}$ =24,69 ortalamayla Adnan Menderes Lisesi ve $\bar{X}$ =18,63 ortalamayla Merkez Anadolu Teknik Lisesi Teknik Lise Ve Endüstri Meslek Lisesi izlemektedir. Cebirsel problem çözme testinden öğrencilerin aldıkları toplam puanların okul türüne göre ortalamaları

arasındaki farklılığın anlamlılığını test etmek amacıyla yapılan F testi sonuçlarına ilişkin bulgular Tablo 4.2'de verilmiştir.

Tablo 4.2: Okul türü değişkenine göre CPÇT puanlarının ANOVA sonuçları

Varyansın Kaynağı	Kareler Toplamı	sd	Kareler Ortalaması	F	p	Anlamlı Fark
Gruplar arası	152375.927	6	25395.988	135.73	.000	7-1, 7-2, 7-3, 7-4, 7-5, 7-6, 6-1, 6-2, 6-3,6-4,5-1, 5-2, 5-3, 5-4, 4-1, 3-1
Gruplar içi	78210.190	418	187.106			
Toplam	230586.118	424				

Analiz sonuçları, öğrencilerin cebirsel genelleme problemlerini çözme başarıları arasında okul türü bakımından anlamlı bir fark olduğunu göstermektedir, $F(6, 418)=135.73$, $p<.01$. Başka bir deyişle öğrencilerin genelleme problemlerini çözme düzeyleri okul türüne bağlı olarak anlamlı bir şekilde değişmektedir. Okul türleri arasındaki farkların hangi gruplar arasında olduğunu bulmak amacıyla yapılan Dunnett C testinin sonuçlarına göre, FL de okuyan öğrencilerin diğer okullarda okuyan öğrencilerden daha başarılı olduğu belirlenmiştir. RKAL de okuyan öğrenciler EML, BL, KML ve AML' de okuyan öğrencilerden daha başarılıdır, AÖL de okuyan öğrencilerle aralarında anlamlı bir fark yoktur ve FL de okuyan öğrencilerden daha az başarılıdır. AML' de okuyan öğrencilerin FL, RKAL, AÖL, BL ve KML'de okuyan öğrencilerden daha az başarılı olduğu, EML de okuyan öğrencilerle aralarında anlamlı fark olmadığı belirlenmiştir. AÖL de okuyan öğrencilerin EML, BL, KML ve AML' de okuyan öğrencilerden daha başarılı olduğu ancak FL ve RKAL' de okuyan öğrencilerden daha az başarılı olduğu belirlenmiştir. BL' de okuyan öğrencilerin FL, RKAL, AÖL ve KML' de okuyan öğrencilerden daha az başarılı olduğu, AML ve EML' de okuyan öğrencilerden daha başarılı olduğu belirlenmiştir. KML' de okuyan öğrencilerin FL, RKAL ve AÖL' de okuyan öğrencilerden daha az başarılı olduğu, EML' de okuyan öğrencilerden daha başarılı olduğu ve BL ve AML' de okuyan öğrencilerle aralarında anlamlı fark olmadığı belirlenmiştir. EML' de okuyan öğrencilerin ise diğer okullarda okuyan öğrencilerden daha az başarılı olduğu belirlenmiştir.

4.2 İkinci Alt Probleme Ait Bulgular

Araştırmanın ikinci alt problemi, "Balıkesir ili merkezinde yaşayan 9. sınıf öğrencilerinin cinsiyet değişkenine göre cebirsel genelleme problemleri çözme başarılarında anlamlı bir fark var mıdır?" şeklinde kurulmuştur. Bu alt probleme ilişkin veriler Tablo 4.3'de verilmiştir.

Tablo 4.3: CPÇT puanlarının cinsiyete göre t-testi sonuçları

Cinsiyet	N	$\bar{X}$	SS	sd	t	p
Kız	235	40.93	23.59	423	.442	.659
Erkek	190	39.92	23.02			

Tablo 4.3 incelendiğinde cebirsel problem çözme testinden alınan puanlardan kız öğrencilerin ortalamasının $\bar{X}$ =40,93, erkek öğrencilerin ortalamasının ise $\bar{X}$ =39,92 olduğu görülmektedir. İki grup arasındaki farkın anlamlılığını test etmek amacıyla hesaplanan t değeri ise t(423)= .442, p= .659 olarak bulunmuştur. Bu değer iki grup arasındaki farkın .05 düzeyinde anlamlı olmadığını göstermektedir. Diğer bir ifadeyle Balıkesir ili merkezinde yaşayan 9. sınıf öğrencilerinin cinsiyet değişkenine göre cebirsel genelleme problemleri çözme puanları arasında anlamlı bir fark gözlenmemiştir.

4.3 Üçüncü Alt Probleme Ait Bulgular

Araştırmanın üçüncü alt problemi, "Balıkesir ili merkezinde yaşayan 9. Sınıf öğrencileri hangi genelleme stratejilerini kullanmaktadır?" şeklinde kurulmuştur. Bu alt probleme ilişkin veriler içerik analizi ile değerlendirilmiştir. Testte yer alan her maddeye verilen yanıtlara ait frekans ve yüzde değerleri aşağıda tek tek ele alınmıştır.

4.3.1 Testte Yer Alan Birinci Probleme (P1) Ait Yanıtların Frekans ve Yüzde Değerleri

Birinci problemde araştırmanın amacına uygun olarak öğrencilerden örüntüyü incelemeleri ve kuralı bulmaları istenmiştir. Ayrıca öğrencilerin örüntüdeki ilişkileri nasıl ifade (yazılı ya da sözel ifade, sayısal ifade, sembol, şekil, tablo, grafik vb.) ettikleri de incelenmiştir. Öğrencilerden elde edilen verilere göre birinci probleme ait frekans ve yüzde değerleri aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 4.4: Birinci probleme ait frekans ve yüzde değerleri

Kodlar	f	%
0 puan veren kodlar		
0	43	10,1
9	29	6,8
1 puan veren kodlar		
11	225	52,9
2 puan veren kodlar		
21	6	1,4
3 puan veren kodlar		
31	82	19,3
32	18	4,2
33	1	0,2
4	14	3,3
8	7	1,6

Tablo 4.4'e göre birinci probleme öğrencilerin % 10,1'i tamamen yanlış yanıt vermiştir. Öğrencilerin % 6,8'i ise bu soruyu boş bırakmıştır. Öğrencilerin % 52,9'u sorunun doğru yanıtını bulmuşlardır ancak sonucu bulmak için kullanılacak kuralı yazmamışlardır. Öğrencilerin % 1,4'ü her ne kadar kuralı doğru bulmuşlarsa da işlem hatası yaparak 15 doğru yanıtını bulamamışlardır. Öğrencilerin % 23,7'si cebirsel yöntemi açıkça kullanarak 15 doğru yanıtını bulmuştur. 4 ile kodlanan yanıtlar toplam yanıtların % 3,3'ünü oluşturmaktadır ve bu öğrenciler kuralı sembol kullanarak değil sözcüklerle yazmışlardır. 8 ile kodlanan ve toplam yanıtların %1,6'sını oluşturan yanıtlar da ise öğrenci sorunun çözümünü sözel olarak ifade etmiş ancak kuralı yazmamıştır.

Öğrencilerin % 52,9'u parçaları sayma stratejisini kullanmışlardır. Örneğin;

Sonuç = 123456787654321 — 1 — Sonucu ortadaki sayı sağa doğ(ru) 1 artarken, sola doğru 1 eksilir.

1	basamaklı	= 1	5	basamaklı	= 9
2	"	= 3	6	"	= 11
3	"	= 5	7	"	= 13
4	"	= 7	8	"	= 15

Şekil 4.1: Sayma stratejisini kullanan öğrenci örnekleri

Öğrencilerin % 23,7'si fonksiyonel ilişki arama stratejisi kullanarak soruyu çözmek için gereken kuralı bulmuşlardır. Örneğin;

15 basamaklıdır.

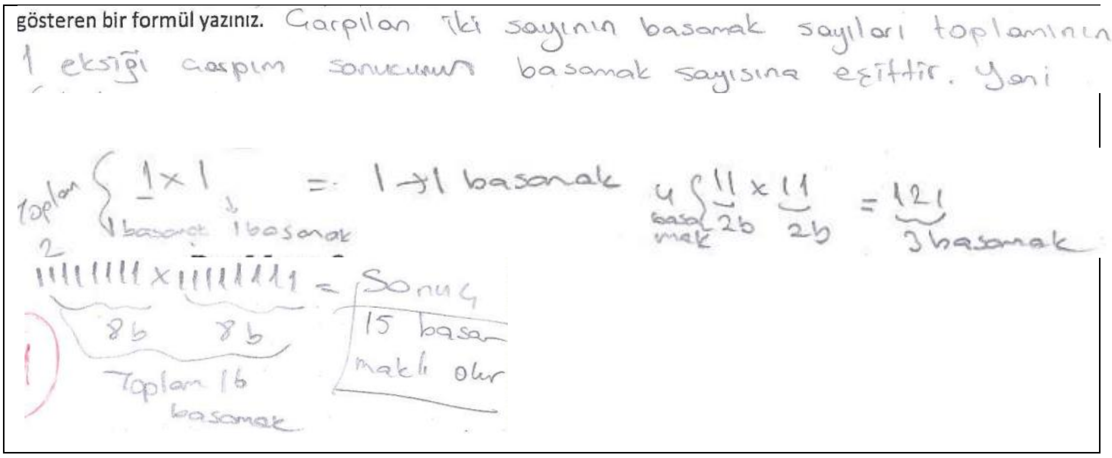
$1 = 1$
$2 = 3$
$3 = 5$
$4 = 7$
$n = 2n-1$

Şekil 4.2: Fonksiyonel ilişki arama stratejisini kullanan öğrenci örneği

Öğrencilerin % 3,3'ü terimler arası sabit farkı ve terimler arası buldukları bağıntıları "sözel yazma" ile ifade etmişlerdir. Örneğin;

= 123456787654321 — 15 basamaklı bir sayıdır. — 1

Çarpımın başına ve sonuna 1 yazılır. baştan itibaren 1'den sonraki sayılar yazılır. Çarpanların toplam basamak sayısından 1 eksik kadar basamak 1 den sonra yazılır. Aynı sayılar geriye doğru yazılır. Sonda yine 1 kalır.



Şekil 4.3: Sonucu sözel yazma ile ifade eden öğrenci örnekleri

Elde edilen bulgular sonucunda yinelemeli strateji kullanan öğrencilerin sayısı fonksiyonel ilişki arama stratejisini kullanan öğrencilerin sayısının iki katından fazladır. Öğrencilerin büyük bir çoğunluğu (% 83,1) örüntüyü doğru analiz ederek doğru sonuca ulaşmıştır ancak öğrencilerin yalnızca % 23,7'si fonksiyonel ilişkiyi sembol kullanarak ifade etmiştir.

4.3.2 Testte Yer Alan İkinci Probleme (P2) Ait Yanıtların Frekans ve Yüzde Değerleri

Araştırmanın ikinci probleminde öğrencilerden fonksiyon tablosu ile verilmiş veriyi sembolle ve grafik çizerek ifade etmeleri istenmiştir. Öğrencilerden elde edilen verilere göre ikinci probleme ait frekans ve yüzde değerleri aşağıdaki tabloda verilmiştir.

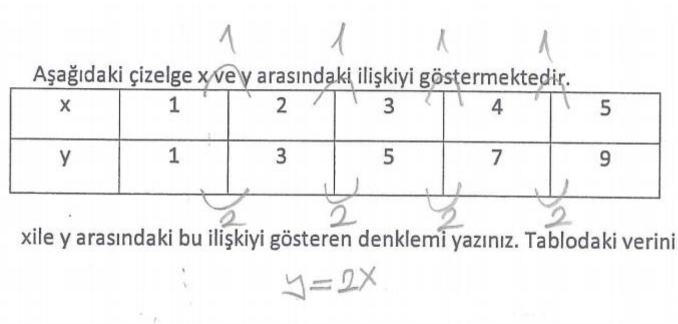
Tablo 4.5: İkinci probleme ait frekans ve yüzde değerleri

Kodlar	f	%
0 puan veren kodlar		
0	150	35,3
9	68	16,0
1 puan veren kodlar		
11	55	12,9
12	38	8,9
13	1	0,2
2 puan veren kodlar		
21	35	8,2
23	1	0,2
3 puan veren kodlar		
31	77	18,1

Tablo 4.5'e göre ikinci probleme öğrencilerin % 35,3'ü tamamen yanlış yanıt vermiştir. Öğrencilerin % 16'sı ise bu soruyu boş bırakmıştır. Öğrencilerin % 22'si sadece grafiği doğru olarak çizmişlerdir ancak denklemi yazmamışlardır. Öğrencilerin % 8,4'ü ise denklemi doğru yazmışlarsa da grafiği çizmemişler veya yanlış çizmişlerdir. Öğrencilerin % 18,1'i denklemi ve grafiği doğru olarak göstermiştir.

Bu soruda öğrencilerin kullandıkları stratejilere ait örnekler aşağıda verilmiştir.

Öğrenciler yinelemeli stratejiler içinde yer alan, terimler arası "farklılığı arama" stratejisini kullanmışlardır. Bu öğrenciler sadece çıktı değerlerini dikkate alarak, her çıktı değerinin bir önceki çıktı değerinden iki fazla olduğunu belirtmişlerdir. Örneğin;


Aşağıdaki çizelge x ve y arasındaki ilişkiyi göstermektedir.

x	1	2	3	4	5
y	1	3	5	7	9

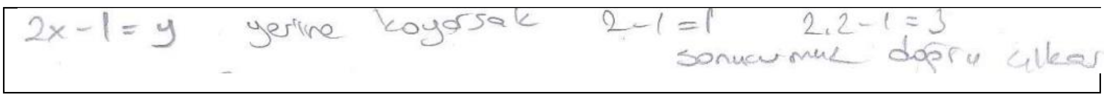
2 2 2 2

xile y arasındaki bu ilişkiyi gösteren denklemi yazınız. Tablodaki verini

y=2X

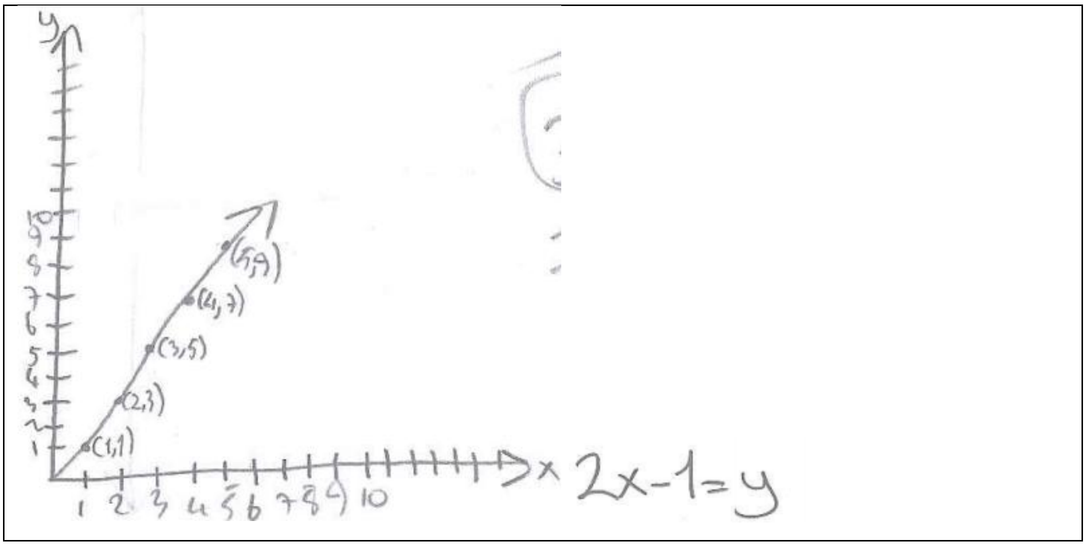
Şekil 4.4: Farklılığı arama stratejisini kullanan öğrenci örneği

Öğrencilerin % 26,5'i fonksiyonel ilişki arama stratejisi kullanarak soruda istenen denklemi ifade etmişlerdir. Örneğin;


2x-1=y yerine koyarsak 2-1=1 2.2-1=3 sonucumuz doğru çıkar

Şekil 4.5: Fonksiyonel ilişki arama stratejisini kullanan öğrenci örneği

Sadece 77 öğrenci fonksiyon tablosundaki verileri grafiğe dökebilmiş ve denklemi doğru yazabilmiştir. Örneğin;



Şekil 4.6: Grafiği çizerek ve sembolle ifade eden öğrenci örneği

Elde edilen bulgular sonucunda öğrencilerin yarısı bu soruyu boş bırakmış veya yanlış yanıtlamıştır. Sadece grafiği çizenlerin sayısı sadece denklemi yazanların sayısından iki kat fazladır.

4.3.3 Testte Yer Alan Üçüncü Probleme (P31 ve P32) Ait Yanıtların Frekans ve Yüzde Değerleri

Araştırmanın üçüncü probleminde bir şekil örüntüsü verilmiş ve öğrencilerden bu örüntüyü incelemeleri, keşfetmeleri ve örüntünün kuralını kullanmaları istenmiştir. Öğrencilerden elde edilen verilere göre üçüncü probleme ait frekans ve yüzde değerleri aşağıdaki tablolarda verilmiştir.

Tablo 4.6: Üçüncü problemin birinci sorusuna ait frekans ve yüzde değerleri

Kodlar	f	%
0 puan veren kodlar		
0	37	8,7
9	7	1,6
1 puan veren kodlar		
11	25	5,9
2 puan veren kodlar		
21	55	12,9
3 puan veren kodlar		
31	301	70,8

Tablo 4.6'ya göre üçüncü problemin birinci sorusuna öğrencilerin % 8,7'si tamamen yanlış yanıt vermiştir. Öğrencilerin % 1,6'sı ise bu soruyu boş bırakmıştır.

Öğrencilerin % 5,9’unun yanıtında n=5 için girdi doğru ancak n=2 veya n=3 veya n=4 girdilerinden biri yanlış veya kayıptır. Öğrencilerin % 12,9’unun yanıtında ise n=2, 3, 4 için girdi doğru ancak n=5 için girdi yanlış veya kayıptır. Öğrencilerin % 70,8’inin yanıtında 7 girdi de doğrudur.

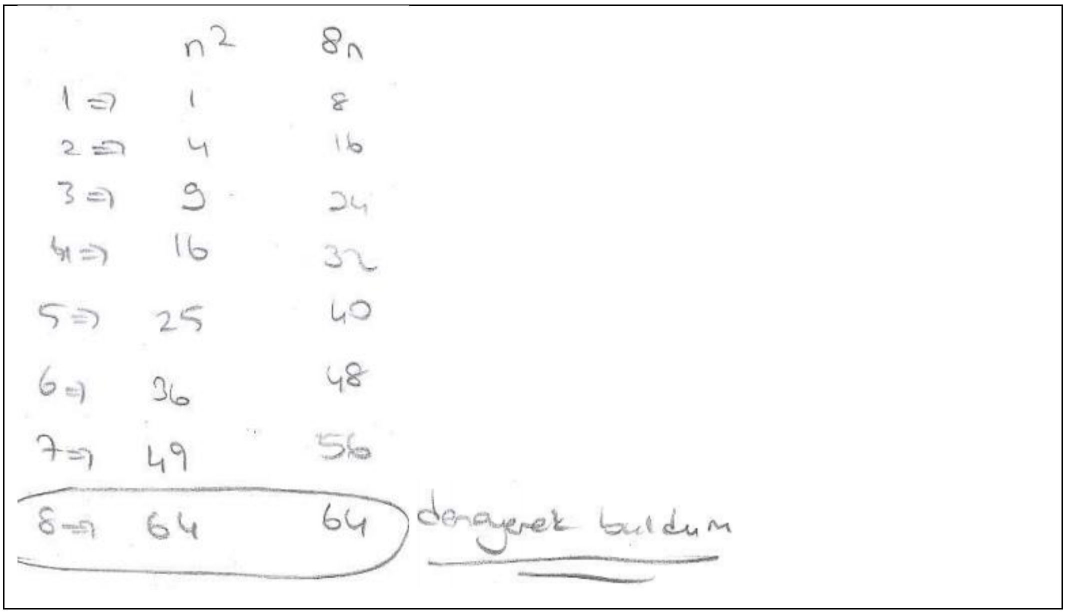
Elde edilen bulgular sonucunda öğrencilerin çoğu (% 70,8) bu soruya doğru yanıt vermişlerdir. Öğrenciler örüntüyü incelediklerinde zaten n= 1, 2, 3, 4 girdileri için yanıtın şekillerde olduğunu fark edecektir. n=5 için ise sonucu kuralı elde ederek hesaplamak zorundadır.

Tablo 4.7: Üçüncü problemin ikinci sorusuna ait frekans ve yüzde değerleri

Kodlar	**f**	**%**
0 puan veren kodlar		
0	58	13,6
5	8	1,9
9	172	40,5
1 puan veren kodlar		
11	100	23,5
2 puan veren kodlar		
21	1	0,2
3 puan veren kodlar		
31	86	20,2

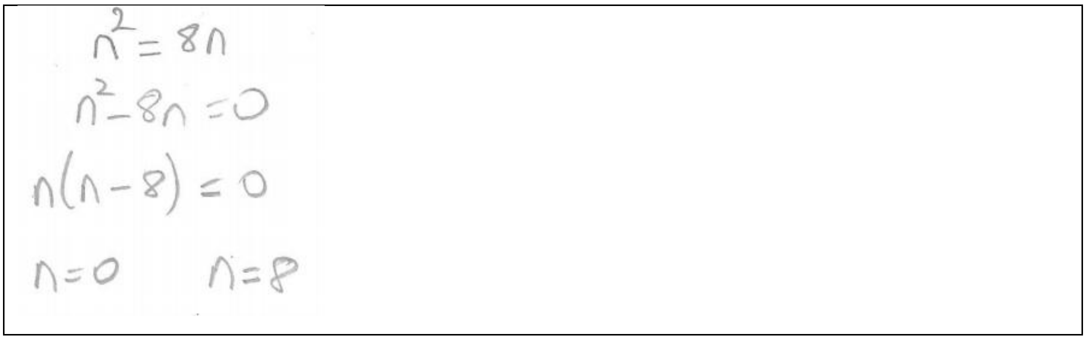
Tablo 4.7’ye göre üçüncü problemin ikinci sorusuna öğrencilerin % 13,6’sı tamamen yanlış yanıt vermiştir. Öğrencilerin % 40,5’i ise bu soruyu boş bırakmıştır. Öğrencilerin % 1,9’u yanıtı n=0 olarak bulmuştur. Öğrencilerin % 23,5’i deneme yanılma yöntemiyle n=8 doğru yanıtını bulmuşlardır. Öğrencilerin % 0,2’si her ne kadar cebirsel yöntemi açıkça göstermişlerse de işlem hatası yaparak n=8 doğru yanıtını bulamamışlardır. Öğrencilerin % 20,2’si cebirsel yöntemi açıkça göstererek n=8 doğru yanıtını bulmuşlardır.

Bu soruda öğrencilerin % 23,5’i tahmin ve kontrol stratejisini kullanmıştır. Örneğin;



Şekil 4.7: Tahmin ve kontrol stratejisini kullanan öğrenci örneği

Cebirsel yöntemi açıkça kullanarak sonuca ulaşan bir öğrenciye ait örnek aşağıda verilmiştir:



Şekil 4.8: Cebirsel yöntemi kullanan öğrenci stratejisi

4.3.4 Testte Yer Alan Dördüncü Probleme (p41, p42, p43 ve p44) Ait Yanıtların Frekans ve Yüzde Değerleri

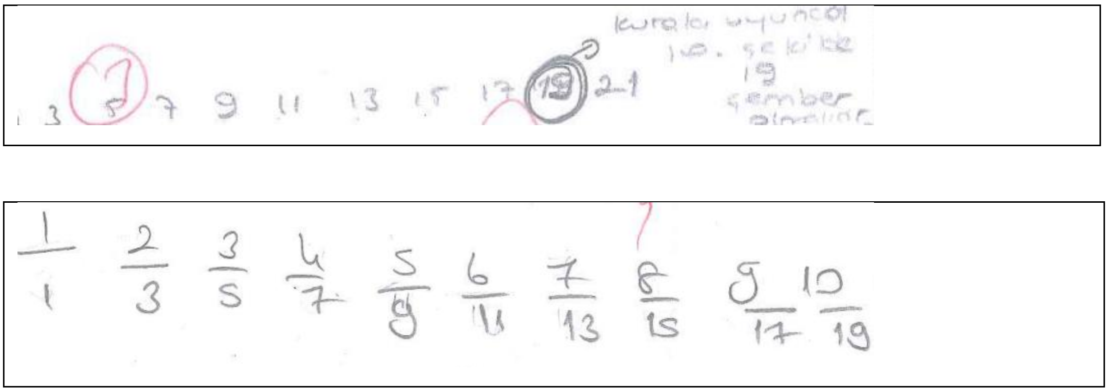
Araştırmanın dördüncü probleminde bir şekil örüntüsü verilmiş ve öğrencilerden bu örüntüyü incelemeleri, örüntünün kuralını bulmaları ve örüntüyü yakın ve uzak adıma genişletmeleri istenmiştir. Ayrıca öğrencilerin örüntüdeki ilişkileri nasıl ifade (yazılı ya da sözel ifade, sayısal ifade, sembol, şekil, tablo, grafik vb.) ettikleri de incelenmiştir. Öğrencilerden elde edilen verilere göre dördüncü probleme ait frekans ve yüzde değerleri aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 4.8: Dördüncü problemin birinci sorusuna ait frekans ve yüzde değerleri

Kodlar	f	%
0 puan veren kodlar		
0	35	8,2
9	6	1,4
1 puan veren kodlar		
11	149	35,1
12	3	0,7
2 puan veren kodlar		
21	4	0,9
3 puan veren kodlar		
31	217	51,1
32	9	2,1
33	1	0,2
34	1	0,2

Tablo 4.8'e göre dördüncü problemin birinci sorusuna öğrencilerin % 8,2'si tamamen yanlış yanıt vermiştir. Öğrencilerin %1,4'ü ise bu soruyu boş bırakmıştır. Öğrencilerin % 35,1'i yinelemeli strateji kullanarak 19 doğru yanıtını bulmuştur. Öğrencilerin % 0,7'si farklı çözüm yolları kullanarak 19 doğru yanıtını bulmuştur. Öğrencilerin % 0,9'u her ne kadar cebirsel yöntemi açıkça göstermişlerse de işlem hatası yaparak 19 doğru yanıtını bulamamışlardır. Öğrencilerin % 53,6'sı cebirsel yöntemi açıkça göstererek 19 doğru yanıtını bulmuştur.

Tablo 4.8'e göre öğrencilerin % 35,1'i yinelemeli strateji ve parçaları sayma veya modelleme stratejisini kullanmışlardır. Buna göre öğrenci bir terimden diğer terime nasıl gidileceğini fark eder. Bu şekilde önceki veya bir sonraki terimi bulabilir, ancak terimlerin genel yapısını göremez. Örneğin;



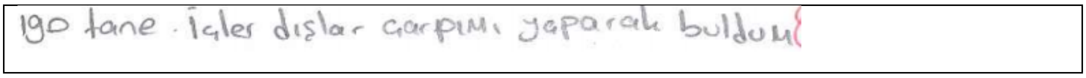
Şekil 4.9: Yinelemeli stratejiyi kullanan öğrenci örnekleri

Tablo 4.9: Dördüncü problemin ikinci sorusuna ait frekans ve yüzde değerleri

Kodlar	f	%
0 puan veren kodlar		
0	97	22,8
9	56	13,2
1 puan veren kodlar		
11	41	9,6
2 puan veren kodlar		
21	7	1,6
22	1	0,2
3 puan veren kodlar		
31	213	50,1
32	7	1,6
33	2	0,5
34	1	0,2

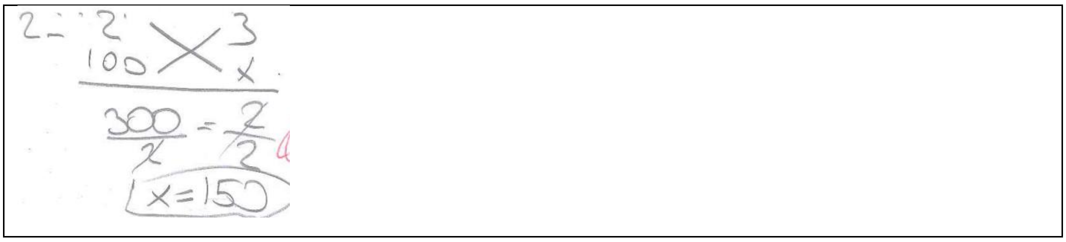
Tablo 4.9'a göre dördüncü problemin ikinci sorusuna öğrencilerin % 22,8'i tamamen yanlış yanıt vermiştir. Öğrencilerin % 13,2'si ise bu soruyu boş bırakmıştır. Öğrencilerin % 9,6'sı farklı çözüm yolları kullanarak 199 doğru yanıtını bulmuştur. Öğrencilerin % 1,8'i her ne kadar cebirsel yöntemi açıkça göstermişlerse de işlem hatası yaparak 199 doğru yanıtını bulamamışlardır. Öğrencilerin % 52,4'ü cebirsel yöntemi açıkça göstererek 199 doğru yanıtını bulmuştur.

Dördüncü problemin ikinci sorusuna yanlış yanıt veren öğrencilerin çoğu orantı stratejisi kullanmışlardır. Buna göre öğrenciler 10. Şekil için gerekli çember sayısını 19 olarak bulduktan sonra 100. Şekil için gerekli çember sayısını 10×19=190 olarak hesaplamışlar ve yanlış sonuç elde etmişlerdir. Örneğin;



Şekil 4.10: Orantı stratejisini kullanan öğrenci örneği

2. şekil için 3 çembere ihtiyaç olduğunu bu nedenle 100. şekil için 150 tane çembere ihtiyaç olduğunu yine orantı stratejisiyle yanlış olarak hesaplamışlardır.



Şekil 4.11: Orantı stratejisini kullanan öğrenci örneği

Tablo 4.10: Dördüncü problemin üçüncü sorusuna ait frekans ve yüzde değerleri

Kodlar	f	%
0 puan veren kodlar		
0	58	13,6
9	85	20,0
3 puan veren kodlar		
31	282	65,2

Tablo 4.10'a göre dördüncü problemin üçüncü sorusuna öğrencilerin % 13,6'sı tamamen yanlış yanıt vermiştir. Öğrencilerin % 20'si ise bu soruyu boş bırakmıştır. Öğrencilerin % 65,2'si ise kendi yorumlarına, görüşlerine ve hareketlerine dayalı açıklama ve görüşler yazmışlardır.

Tablo 4.11: Dördüncü problemin dördüncü sorusuna ait frekans ve yüzde değerleri

Kodlar	f	%
0 puan veren kodlar		
0	94	22,1
9	88	20,7
3 puan veren kodlar		
31	217	51,1
32	18	4,2
33	2	0,5
34	1	0,2
4	5	1,2

Tablo 4.11'e göre dördüncü problemin dördüncü sorusuna öğrencilerin % 22,1'i tamamen yanlış yanıt vermiştir. Öğrencilerin % 20,7'si ise bu soruyu boş bırakmıştır. Öğrencilerin % 56'sı cebirsel yöntemi açıkça göstererek çember sayısını veren formülü bulmuştur. 4 ile kodlanan yanıtlar toplam yanıtların % 1,2'sini oluşturmaktadır ve bu öğrenciler kuralı sembol kullanarak değil sözcüklerle yazmışlardır.

Formülü sembol kullanarak ifade eden öğrencilere ait örnekler aşağıda sunulmuştur:

Şekil 4.12: Öğrencilerin elde ettikleri formüller

Elde edilen bulguların sonucunda öğrenciler yakın adıma (10. Şekil için gerekli çember sayısını bulma) ve uzak adıma (100.şekil için gerekli çember sayısını bulma) genişletme işlemlerinde farklı stratejiler kullanmışlardır. 10.şekil için gerekli çember sayısını bulmak için öğrencilerin % 35,1'i yinelemeli stratejileri kullanırken 100. şekil için gerekli çember sayısını bulmak için öğrenciler oran stratejisini kullanmıştır. Öğrencilerin yarıdan fazlası (% 56) problemin çözümünde istenen formülü bulmuşlardır.

4.3.5 Testte Yer Alan Beşinci Probleme (p51, p52, p53 ve p54) Ait Yanıtların Frekans ve Yüzde Değerleri

Araştırmanın beşinci problemi bir genelleme problemidir. Öğrencilerden fonksiyonu analiz etmeleri ve değişimlerdeki örüntüleri göstermek için tablo ve grafik kullanmaları istenmiştir. Öğrencilerin örüntüdeki ilişkileri nasıl ifade (yazılı ya da sözel ifade, sayısal ifade, sembol, şekil, tablo, grafik vb.) ettikleri de incelenmiştir. Ayrıca öğrenciler elde ettikleri sonuçlara göre tercihlerini gerekçelendirmelidir. Öğrencilerden elde edilen verilere göre beşinci probleme ait frekans ve yüzde değerleri aşağıdaki tablolarda verilmiştir.

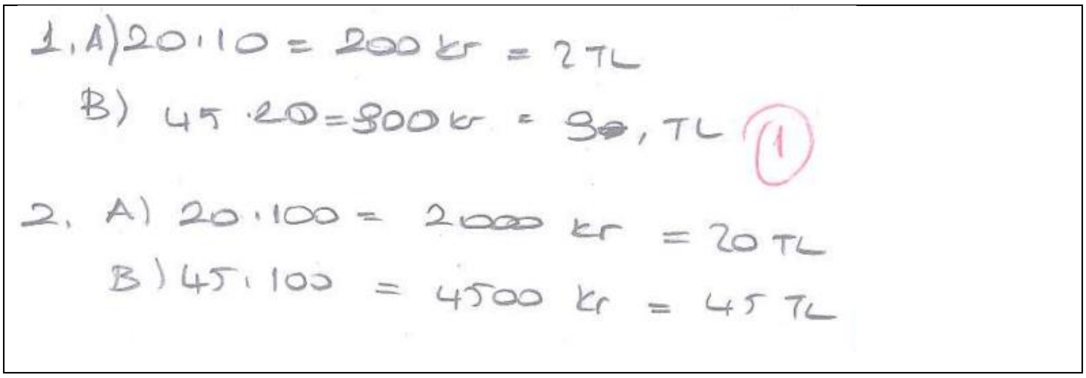
Tablo 4.12: Beşinci problemin birinci sorusuna ait frekans ve yüzde değerleri

Kodlar	f	%
0 puan veren kodlar		
0	66	15,5
9	69	16,2
1 puan veren kodlar		
11	195	45,9
2 puan veren kodlar		
21	3	0,7
3 puan veren kodlar		
31	59	13,9
32	33	7,8

Tablo 4.12'ye göre beşinci problemin birinci sorusuna öğrencilerin % 15,5'i tamamen yanlış yanıt vermiştir. Öğrencilerin % 16,2'si ise bu soruyu boş bırakmıştır. Öğrencilerin % 45,9'u bu soruyu B firması için doğru ancak A firması için yanlış yanıtlamıştır. Öğrencilerin % 0,7'si her iki firma için doğru formülü bulmuşsa da

işlem hatası yaparak sonucu yanlış hesaplamıştır. Öğrencilerin % 21,7’si her iki firma için yapılan konuşmaların tutarını formülden yararlanarak doğru hesaplamıştır.

Öğrenciler A firması aracılığıyla yapılan konuşmaların tutarını hesaplamakta zorlandıkları görülmektedir. Bunun nedeni ise öğrencilerin A firması aracılığıyla yapılan konuşmaların tutarını hesaplarken aylık sabit ücreti göz önünde bulundurmamalarıdır. Örneğin;



Şekil 4.13: A firması aracılığıyla yapılan konuşmaların tutarını yanlış hesaplayan öğrenci örneği

Tablo 4.13: Beşinci problemin ikinci sorusuna ait frekans ve yüzde değerleri

Kodlar	f	%
0 puan veren kodlar		
0	56	13,2
9	94	22,1
1 puan veren kodlar		
11	182	42,8
12	2	0,5
2 puan veren kodlar		
21	3	0,7
3 puan veren kodlar		
31	59	13,9
32	29	6,8

Tablo 4.13’e göre beşinci problemin ikinci sorusuna öğrencilerin % 13,2’si tamamen yanlış yanıt vermiştir. Öğrencilerin % 22,1’i ise bu soruyu boş bırakmıştır. Öğrencilerin % 42,8’i bu soruyu B firması için doğru ancak A firması için yanlış yanıtlamıştır. Öğrencilerin % 0,5’i ise bu soruyu A firması için doğru ancak B firması için yanlış yanıtlamıştır. Öğrencilerin % 0,7’si her iki firma için doğru formülü bulmuşsa da işlem hatası yaparak sonucu yanlış hesaplamıştır. Öğrencilerin % 20,7’si her iki firma için yapılan konuşmaların tutarını formülden yararlanarak doğru hesaplamıştır. Problemin birinci sorusu için geçerli olan durum ikinci soru için

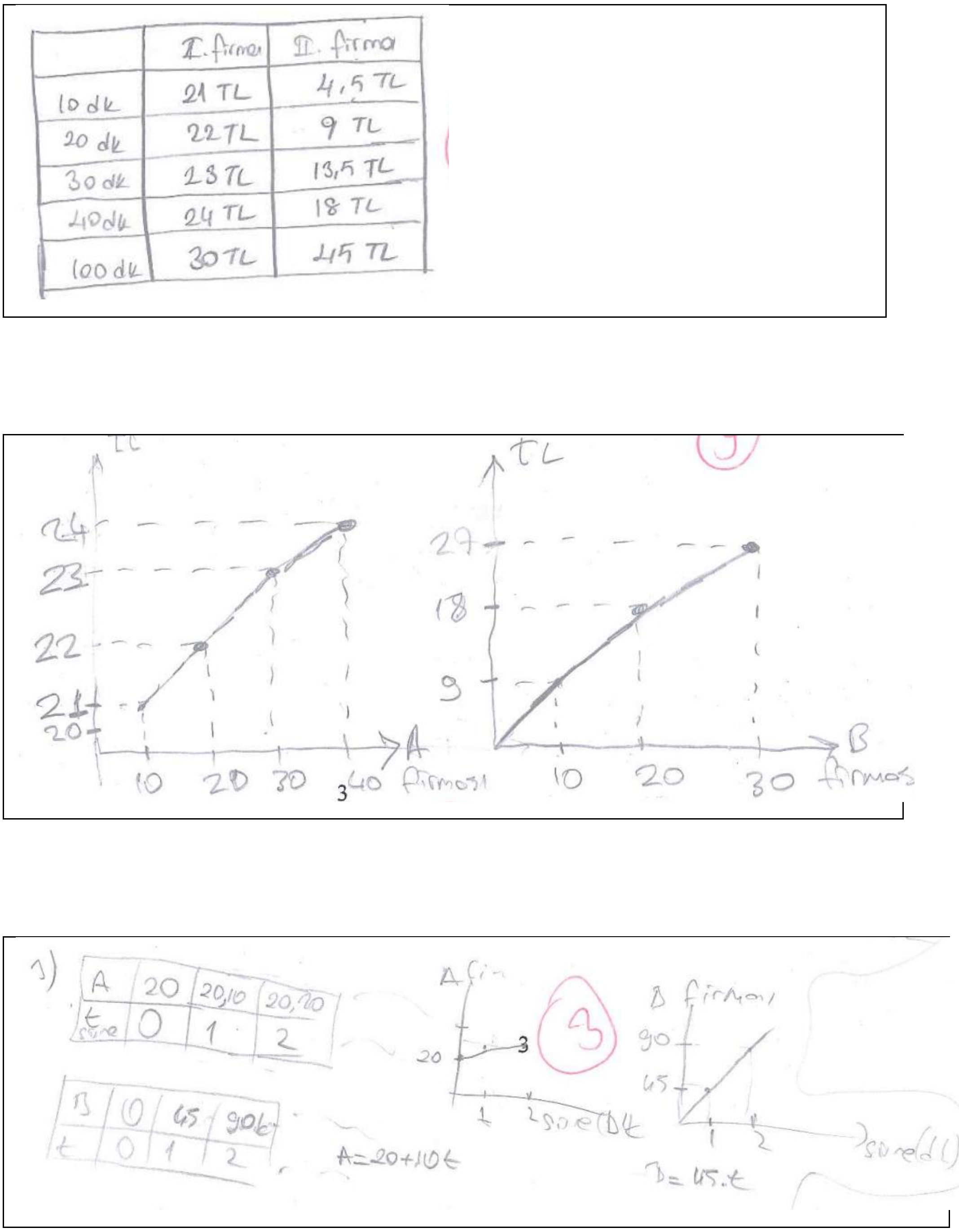
de geçerlidir. Yine öğrencilerin % 42, 8’i bu soruyu B firması için doğru ancak A firması için yanlış yanıtlamıştır.

Tablo 4.14: Beşinci problemin üçüncü sorusuna ait frekans ve yüzde değerleri

Kodlar	**f**	**%**
0 puan veren kodlar		
0	87	20,5
9	253	59,5
1 puan veren kodlar		
11	2	0,5
12	25	5,9
14	16	3,8
2 puan veren kodlar		
21	9	2,1
22	9	2,1
24	14	3,3
3 puan veren kodlar		
31	10	2,4

Tablo 4.14’e göre beşinci problemin üçüncü sorusuna öğrencilerin % 20,5’si tamamen yanlış yanıt vermiştir. Öğrencilerin % 59,5’i ise bu soruyu boş bırakmıştır. Öğrencilerin % 0,5’i A firmasının grafiğini doğru ancak B firmasının grafiğini yanlış göstermiştir. Öğrencilerin % 5,9’u B firmasının grafiğini doğru ancak A firmasının grafiğini yanlış göstermiştir. Öğrencilerin % 3,8’i B firmasının tablosunu doğru ancak A firmasının tablosunu yanlış göstermiştir. Öğrencilerin % 2,1’i tabloyu doğru ancak grafiği yanlış göstermiştir. Öğrencilerin % 2,1’i grafiği doğru ancak tabloyu yanlış göstermiştir. Öğrencilerin % 3,3’ü B firmasının tablo ve grafiğini doğru ancak A firmasının tablo ve grafiğini yanlış göstermiştir. Öğrencilerin sadece % 2,4’ü tablo ve grafiği doğru olarak göstermiştir.

Öğrenciler problemdeki verileri farklı şekillerde ifade etmekte zorlanmaktadır. Öğrencilerin % 80 i bu soruyu ya yanlış yanıtlamış ya da boş bırakmıştır. Sadece 10 öğrenci bu soruyu tam olarak yanıtlayabilmiştir. Örneğin;



Şekil 4.14: Soruyu tam olarak doğru yanıtlayan öğrenci örnekleri

Tablo 4.15: Beşinci problemin dördüncü sorusuna ait frekans ve yüzde değerleri

Kodlar	f	%
0 puan veren kodlar		
0	78	18,4
9	112	26,4
1 puan veren kodlar		
11	48	11,3
3 puan veren kodlar		
31	12	2,8
32	175	41,2

Tablo 4.15’e göre beşinci problemin dördüncü sorusuna öğrencilerin % 18,4’ü tamamen yanlış yanıt vermiştir. Öğrencilerin % 26,4’ü ise bu soruyu boş bırakmıştır. Öğrencilerin % 11,3’ü ‘B firmasını seçmelidir’ demiş ancak açıklama yapmamışlardır. Öğrencilerin sadece % 2,8’i tablo ve grafikten elde ettikleri sonuçlara göre yanıtlarını gerekçelendirmişlerdir. Öğrencilerin % 41,2’si ise ‘B firmasını seçmelidir çünkü sabit ücret ödemesine gerek yoktur, konuştuğu kadar ödeyecektir.’ cevabını vermişlerdir.

Elde edilen bulgular sonucunda öğrencilerin farklı temsil biçimlerinden (grafik, tablo, sembol) yararlanamadıkları ve bu temsil biçimlerini etkin bir şekilde kullanamadıkları görülmektedir. Öğrenciler problemi anlamışlardır ancak anladıklarını matematiksel dili kullanarak anlatamamaktadırlar. Nitekim son soruda öğrenciler doğru bir mantık yürüterek B firmasını tercih etmişlerdir ancak bu tercihlerini gerekçelendirememişlerdir.

4.3.6 Testte Yer Alan Altıncı Probleme (p61, p62 ve p63) Ait Yanıtların Frekans ve Yüzde Değerleri

Araştırmanın altıncı probleminde öğrencilerden tablo ile verilmiş veriyi kullanarak bir kural elde etmeleri istenmiştir. Öğrencilerden elde edilen verilere göre altıncı probleme ait frekans ve yüzde değerleri aşağıdaki tablolarda verilmiştir.

Tablo 4.16: Altıncı problemin birinci sorusuna ait frekans ve yüzde değerleri

Kodlar	f	%
0 puan veren kodlar		
0	17	4,0
9	30	7,1
1 puan veren kodlar		
11	13	3,1
2 puan veren kodlar		
21	4	0,9
3 puan veren kodlar		
31	284	66,8
32	77	18,1

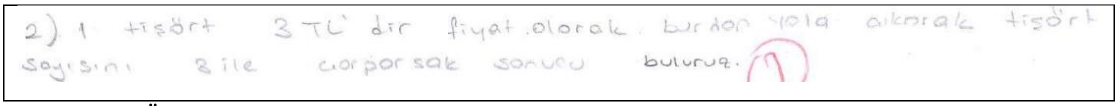
Tablo 4.16’ya göre altıncı problemin birinci sorusuna öğrencilerin % 4’ü tamamen yanlış yanıt vermiştir. Öğrencilerin % 7,1’i ise bu soruyu boş bırakmıştır.

Öğrencilerin % 3,1'i sadece sorunun doğru yanıtını yazmış ancak hiçbir açıklama yapmamıştır. Öğrencilerin % 0,9'u kuralı yazmış ancak işlem hatası yaparak doğru yanıtı bulamamışlardır. Öğrencilerin % 66,8'i kuralı uygulayarak doğru yanıtı bulmuştur, % 18,1'i ise doğru yanıtı bulmuştur ancak cebirsel gösterim açık değildir.

Tablo 4.17: Altıncı problemin ikinci sorusuna ait frekans ve yüzde değerleri

Kodlar	f	%
0 puan veren kodlar		
0	19	4,5
9	47	11,1
3 puan veren kodlar		
31	359	84,5

Tablo 4.17'ye göre altıncı problemin ikinci sorusuna öğrencilerin % 4,5'i tamamen yanlış yanıt vermiştir. Öğrencilerin % 11,1'i ise bu soruyu boş bırakmıştır. Öğrencilerin % 84,5'i ise kendi yorumlarına, görüşlerine ve hareketlerine dayalı açıklama ve görüşler yazmışlardır. Örneğin;

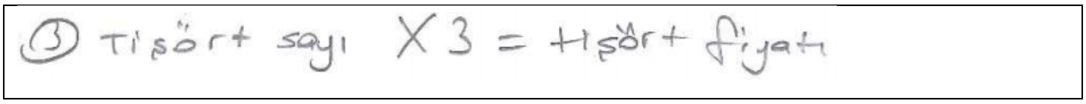

2) 1 tişört 3 TL' dir fiyat olarak. burdan yola çıkarak tişört sayısını 3 ile çarparsak sonucu buluruz.

Şekil 4.15: Öğrencilerin açıklamalarına ilişkin bir örnek

Tablo 4.18: Altıncı problemin üçüncü sorusuna ait frekans ve yüzde değerleri

Kodlar	f	%
0 puan veren kodlar		
0	40	9,4
9	75	17,6
3 puan veren kodlar		
31	278	65,4
4	32	7,5

Tablo 4.18'e göre altıncı problemin üçüncü sorusuna öğrencilerin % 9,4'ü tamamen yanlış yanıt vermiştir. Öğrencilerin % 17,6'sı ise bu soruyu boş bırakmıştır. Öğrencilerin % 65,4'ü problemde istenen kuralı sembollerle ifade etmiştir. 4 ile kodlanan yanıtlar toplam yanıtların % 7,5'ini oluşturmaktadır ve bu öğrenciler kuralı sembol kullanarak değil sözcüklerle yazmışlardır. Örneğin;



Şekil 4.16: Kuralı sözcüklerle ifade eden öğrenci örneği

Elde edilen bulgular sonucunda öğrencilerin çoğu bu soruyu doğru yanıtlamıştır. Öğrenciler yanıtı sözel olarak açıklayabilmekte (%84)ancak bunu sembollerle ifade etmekte (%65,4)zorlanmaktadır.

4.3.7 Testte Yer Alan Yedinci Probleme (p71, p72, p73 ve p74) Ait Yanıtların Frekans ve Yüzde Değerleri

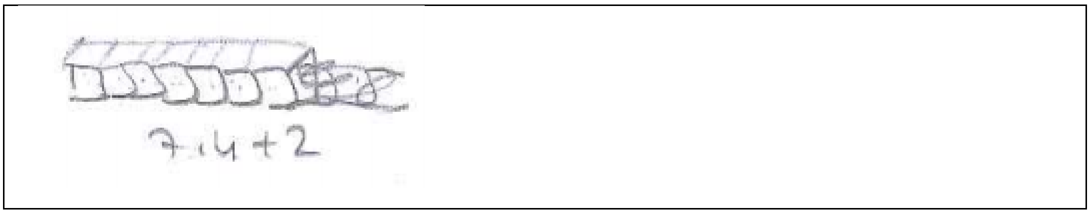
Araştırmanın yedinci probleminde bir şekil örüntüsü verilmiş ve öğrencilerden bu örüntüyü incelemeleri, örüntünün kuralını bulmaları ve örüntüyü yakın ve uzak adıma genişletmeleri istenmiştir. Öğrencilerden elde edilen verilere göre yedinci probleme ait frekans ve yüzde değerleri aşağıdaki tablolarda verilmiştir.

Tablo 4.19: Yedinci problemin birinci sorusuna ait frekans ve yüzde değerleri

Kodlar	f	%
0 puan veren kodlar		
0	265	62,4
9	72	16,9
1 puan veren kodlar		
11	17	4,0
3 puan veren kodlar		
31	66	15,5
32	3	0,7
33	2	0,5

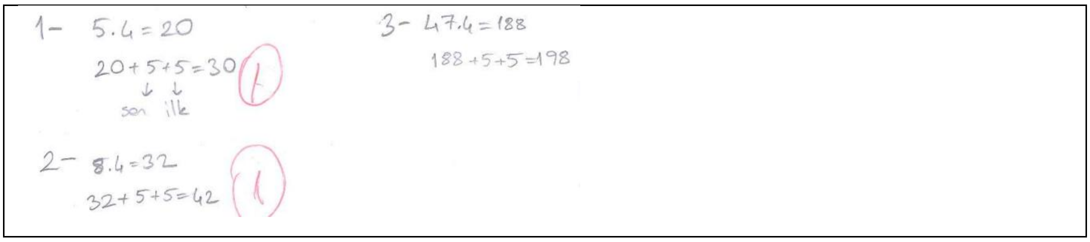
Tablo 4.19'a göre yedinci problemin birinci sorusuna öğrencilerin % 62,4'ü tamamen yanlış yanıt vermiştir. Öğrencilerin % 16,9'u ise bu soruyu boş bırakmıştır. Öğrencilerin % 4'ü yinelemeli stratejiler kullanarak doğru yanıtı bulmuşlardır. Öğrencilerin % 16,7'si ise formülü uygulayarak doğru yanıtı bulmuşlardır.

Öğrencilerin % 1,6'sı parçaları sayma veya modelleme stratejisini kullanmıştır. Bu öğrenciler 7 küpten oluşan bir çubuk çizerek gerekli etiket sayısını hesaplamıştır. Örneğin;



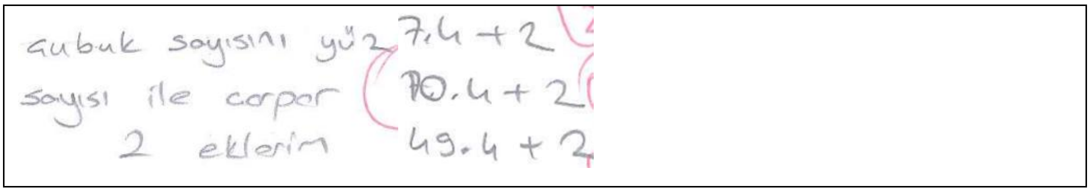
Şekil 4.17: Parçaları sayma veya modelleme stratejisini kullanan öğrenci örneği

Öğrencilerin % 1,1'i yinelemeli veya eklemeli strateji kullanmıştır. Bu öğrenciler arada kalan 5 küp için 5×4=20 etiket gerektiğini, uçlardaki iki küp için de 2×5=10 etiket gerektiğini bulup toplamda 30 etikete ihtiyaç olduğunu hesaplamışlardır. Ancak işlemlerini formüle dökememişlerdir. Örneğin;



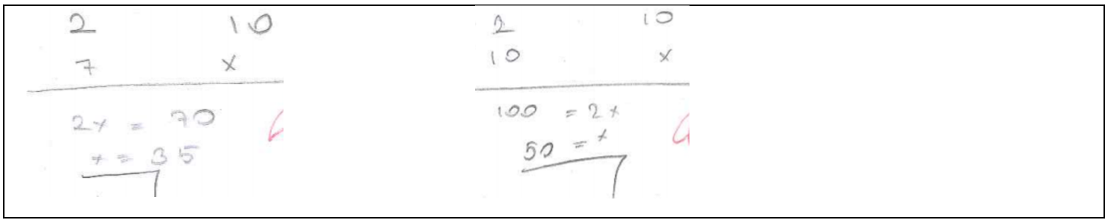
Şekil 4.18: Yinelemeli stratejiyi kullanan öğrenci örneği

Geri kalan öğrenciler ise sonucu bulmak için gereken işlemi (7×4+2=30) yapmışlar ancak bunu formüle dökmemişlerdir. Örneğin;



Şekil 4.19: Formülü elde edememiş öğrenci örneği

Öğrencilerin büyük bir çoğunluğu bu soruya yanlış yanıt vermiştir. Eldeki veriler incelendiğinde bunun öğrencilerin seçtiği genelleme stratejisinden kaynaklandığı anlaşılmaktadır. Öğrenciler yanlış orantı stratejisiyle sonucu yanlış bulmuştur bu öğrenciler 2 küp için 10 etikete ihtiyaç olduğunu görüp böylece orantı kurarak 7 küp için 35 etikete ihtiyaç olacağını hesaplamıştır ve sonucu yanlış bulmuştur. Örneğin;



Şekil 4.20: Orantı stratejisini kullanan öğrenci örneği

Tablo 4.20: Yedinci problemin ikinci sorusuna ait frekans ve yüzde değerleri

Kodlar	f	%
0 puan veren kodlar		
0	258	60,7
9	80	18,8
1 puan veren kodlar		
11	16	3,8
2 puan veren kodlar		
21	2	0,5
3 puan veren kodlar		
31	64	15,1
32	3	0,7
33	2	0,5

Tablo 4.20'ye göre yedinci problemin ikinci sorusuna öğrencilerin % 60,7'si tamamen yanlış yanıt vermiştir. Öğrencilerin % 18,8'i ise bu soruyu boş bırakmıştır. Öğrencilerin % 3,8'i yinelemeli stratejiler kullanarak doğru yanıtı bulmuşlardır. Öğrencilerin % 0,5'i ise formülü uygulamış ancak işlem hatası yaparak sonucu yanlış bulmuştur. Öğrencilerin % 16,7'si ise formülü uygulayarak doğru yanıtı bulmuşlardır.

Birinci soruda elde edilen bulgularla ikinci soruda elde edilen bulgular birbiriyle paralellik göstermektedir. Bu soruda da öğrencilerin kullandıkları stratejiler değişmemiştir.

Tablo 4.21: Yedinci problemin üçüncü sorusuna ait frekans ve yüzde değerleri

Kodlar	f	%
0 puan veren kodlar		
0	254	59,8
9	87	20,5
1 puan veren kodlar		
11	13	3,1
2 puan veren kodlar		
21	12	2,8
22	1	0,2
3 puan veren kodlar		
31	54	12,7
32	2	0,5
33	2	0,5

Tablo 4.21'e göre yedinci problemin üçüncü sorusuna öğrencilerin % 59,8'i tamamen yanlış yanıt vermiştir. Öğrencilerin % 20,5'i ise bu soruyu boş bırakmıştır. Öğrencilerin % 3,1'i yinelemeli stratejiler kullanarak doğru yanıtı bulmuşlardır. Öğrencilerin % 3'ü ise formülü uygulamış ancak işlem hatası yaparak sonucu yanlış bulmuştur. Öğrencilerin % 13,7'si ise formülü uygulayarak doğru yanıtı bulmuşlardır.

Tablo 4.22: Yedinci problemin dördüncü sorusuna ait frekans ve yüzde değerleri

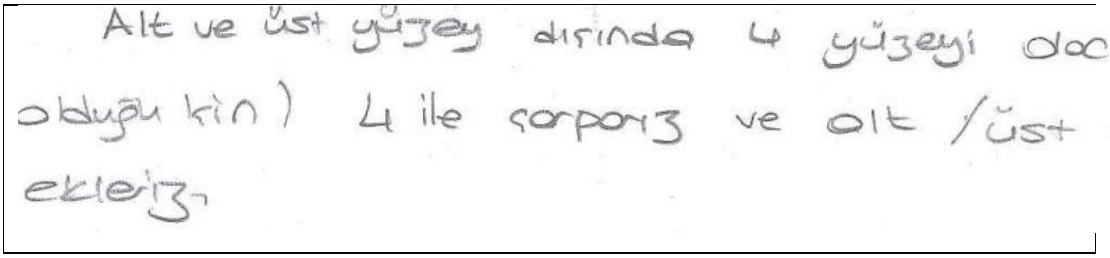
Kodlar	**f**	**%**
0 puan veren kodlar		
0	223	52,5
9	129	30,4
3 puan veren kodlar		
4	8	1,9
8	2	0,5
31	46	10,8
32	10	2,4
33	7	1,6

Tablo 4.22'ye göre yedinci problemin dördüncü sorusuna öğrencilerin % 52,5'i tamamen yanlış yanıt vermiştir. Öğrencilerin % 30,4'ü ise bu soruyu boş bırakmıştır. Etiket sayısını hesaplamak için gerekli formülü yazanlar öğrencilerin sadece % 14,8'idir. 4 ile kodlanan yanıtlar toplam yanıtların % 1,9'unu oluşturmaktadır ve bu öğrenciler formülü sembol kullanarak değil sözcüklerle yazmışlardır. 8 ile kodlanan ve toplam yanıtların % 0,5'ini oluşturan yanıtlar da ise öğrenci sorunun çözümünü sözel olarak ifade etmiş ancak formülü yazmamıştır.

Etiket sayısını hesaplamak için öğrencilerin kullandıkları formüllere ait örnekler aşağıda verilmiştir:

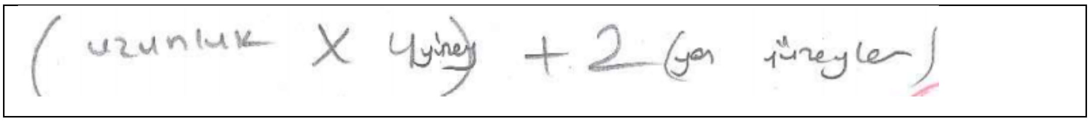
Şekil 4.21: Öğrencilerin elde ettikleri formüllere ilişkin örnekler

8 ile kodlanan bir öğrencinin yanıtı aşağıda verilmiştir:



Şekil 4.22: Çözümü sözel olarak ifade eden öğrenci örneği

4 ile kodlanan bir öğrencinin yanıtı aşağıda verilmiştir:



Şekil 4.23: Formülü sözcüklerle ifade eden öğrenci örneği

Elde edilen bulgular sonucunda öğrencilerin büyük çoğunluğunun yanlış orantı stratejisi kullanarak yanlış sonuçlar bulduğu görülmüştür. Fonksiyonel ilişki arama stratejisini kullanan öğrenciler sadece % 14,8’dir.

Ayrıca öğrencilerin yedinci problemin 2. ve 3. sorularını yanıtlama oranlarında da gözle görülür bir fark vardır. Bu farkın sayıların doğasından kaynaklandığı düşünülmektedir. 2. soruda uzunluğu 10 olan çubuk için gereken etiket sayısı istenirken 3. soruda uzunluğu 49 olan çubuk için gereken etiket sayısı istenmektedir. 10 çekici bir sayı iken 49 asal sayıdır. Bu nedenle 3. soruda işlem hatası yapan öğrenciler çok daha fazladır.

4.3.8 Testte Yer Alan Sekizinci Probleme (p81, p82, p83, p84 ve p85) Ait Yanıtların Frekans ve Yüzde Değerleri

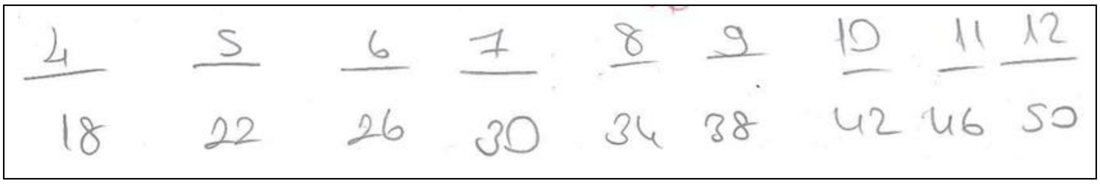
Araştırmanın sekizinci probleminde bir şekil örüntüsü verilmiş ve öğrencilerden bu örüntüyü incelemeleri, örüntünün kuralını bulmaları ve örüntüyü yakın ve uzak adıma genişletmeleri istenmiştir. Öğrencilerden elde edilen verilere göre sekizinci probleme ait frekans ve yüzde değerleri aşağıdaki tablolarda verilmiştir.

Tablo 4.23: Sekizinci problemin birinci sorusuna ait frekans ve yüzde değerleri

Kodlar	f	%
0 puan veren kodlar		
0	66	15,5
9	53	12,5
1 puan veren kodlar		
11	143	33,6
2 puan veren kodlar		
21	3	0,7
3 puan veren kodlar		
31	139	32,7
32	20	4,7
33	1	0,2

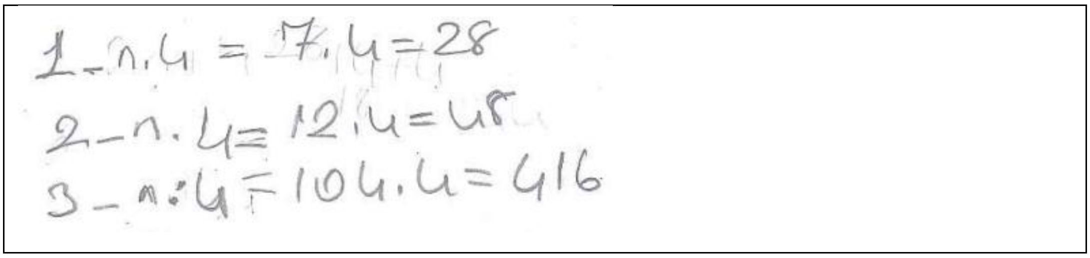
Tablo 4.23'e göre sekizinci problemin birinci sorusuna öğrencilerin % 15,5'i tamamen yanlış yanıt vermiştir. Öğrencilerin % 12,5'i ise bu soruyu boş bırakmıştır. Öğrencilerin % 33,6'sı yinelemeli stratejiler kullanarak doğru yanıtı bulmuşlardır. Öğrencilerin % 0,7'si ise formülü uygulamış ancak işlem hatası yaparak sonucu yanlış bulmuştur. Öğrencilerin % 37,6'sı ise formülü uygulayarak doğru yanıtı bulmuşlardır.

Öğrenciler bu soruda parçaları sayma stratejisini kullanmışlardır. Örneğin;



Şekil 4.24: Yinelemeli stratejiyi kullanan öğrenci örneği

Bazı öğrenciler ise terimler arası farkın 4 olmasından yola çıkarak fark ile çarpma stratejisini uygulamıştır. Örneğin;



Şekil 4.25: Fark ile çarpma stratejisini kullanan öğrenci örneği

Tablo 4.24: Sekizinci problemin ikinci sorusuna ait frekans ve yüzde değerleri

Kodlar	f	%
0 puan veren kodlar		
0	87	20,5
9	70	16,5
1 puan veren kodlar		
11	105	24,7
2 puan veren kodlar		
21	4	0,9
3 puan veren kodlar		
31	138	32,5
32	20	4,7
33	1	0,2

Tablo 4.24'e göre sekizinci problemin ikinci sorusuna öğrencilerin % 20,5'i tamamen yanlış yanıt vermiştir. Öğrencilerin % 16,5'i ise bu soruyu boş bırakmıştır. Öğrencilerin % 24,7'si yinelemeli stratejiler kullanarak doğru yanıtı bulmuşlardır. Öğrencilerin % 0,9'u ise formülü uygulamış ancak işlem hatası yaparak sonucu yanlış bulmuştur. Öğrencilerin % 37,4'ü ise formülü uygulayarak doğru yanıtı bulmuşlardır.

Birinci soruda elde edilen bulgularla ikinci soruda elde edilen bulgular birbiriyle paralellik göstermektedir. Bu soruda da öğrencilerin kullandıkları stratejiler değişmemiştir.

Tablo 4.25: Sekizinci problemin üçüncü sorusuna ait frekans ve yüzde değerleri

Kodlar	f	%
0 puan veren kodlar		
0	94	22,1
9	159	37,4
1 puan veren kodlar		
11	10	2,4
2 puan veren kodlar		
21	16	3,8
22	5	1,2
3 puan veren kodlar		
31	125	29,4
32	15	3,5
33	1	0,2

Tablo 4.25'e göre sekizinci problemin üçüncü sorusuna öğrencilerin % 22,1'i tamamen yanlış yanıt vermiştir. Öğrencilerin % 37,4'ü ise bu soruyu boş bırakmıştır. Öğrencilerin % 2,4'ü yinelemeli stratejiler kullanarak doğru yanıtı bulmuşlardır. Öğrencilerin % 5'i ise formülü uygulamış ancak işlem hatası yaparak sonucu yanlış bulmuştur. Öğrencilerin % 33,1'i ise formülü uygulayarak doğru yanıtı bulmuşlardır.

Bu soruya öğrencilerin % 37,4'ü yanıt vermemiştir. Bunun nedeni bu soruda 104. sıradaki koltuk sayısının sorulmuş olmasıdır. Formülü elde etmemiş olan öğrencilerin sayma stratejisini kullanarak bu soruyu yanıtlamaları zaman alacağından öğrenciler bu soruyu boş bırakmayı tercih etmiştir.

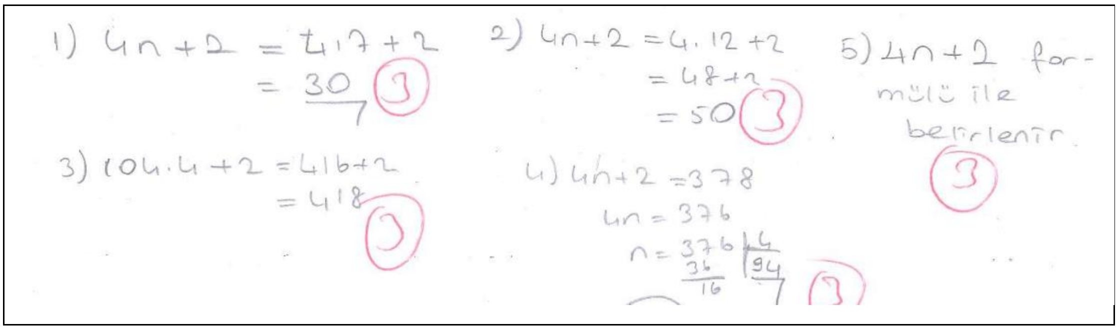
Tablo 4.26: Sekizinci problemin dördüncü sorusuna ait frekans ve yüzde değerleri

Kodlar	f	%
0 puan veren kodlar		
0	84	19,8
9	191	44,9
1 puan veren kodlar		
11	6	1,4
2 puan veren kodlar		
21	14	3,3
22	3	0,7
3 puan veren kodlar		
31	111	26,1
32	15	3,5
33	1	0,2

Tablo 4.26'ya göre sekizinci problemin dördüncü sorusuna öğrencilerin % 19,8'i tamamen yanlış yanıt vermiştir. Öğrencilerin % 44,9'u ise bu soruyu boş bırakmıştır. Öğrencilerin % 1,4'ü yinelemeli stratejiler kullanarak doğru yanıtı bulmuşlardır. Öğrencilerin % 4'ü ise formülü uygulamış ancak işlem hatası yaparak sonucu yanlış bulmuştur. Öğrencilerin % 29,8'i ise formülü uygulayarak doğru yanıtı bulmuşlardır.

Öğrencilerin % 1,4'ü tahmin ve kontrol stratejisi kullanarak doğru yanıtı bulmuştur. Buna göre öğrenci problem durumunu temsilen bir cebirsel ilişki(kural) ortaya koyar. Bu süreçte ortaya koyduğu kuralın neden geçerli olacağını düşünme şeklinde bir gayreti yoktur. Oluşturduğu cebirsel yapı genellikle problem durumu ile ilgili sayıları ve işlemleri içerir.

Bu soruyu öğrencilerin yaklaşık yarısı (%44,9) boş bırakmıştır. Soruda öğrencilerin elde ettikleri formülü kullanarak denklemi çözmeleri gerekmektedir. Fonksiyonel ilişki arama stratejisini kullanarak bu soruyu doğru yanıtlayan bir öğrenciye ait örnek aşağıda verilmiştir:



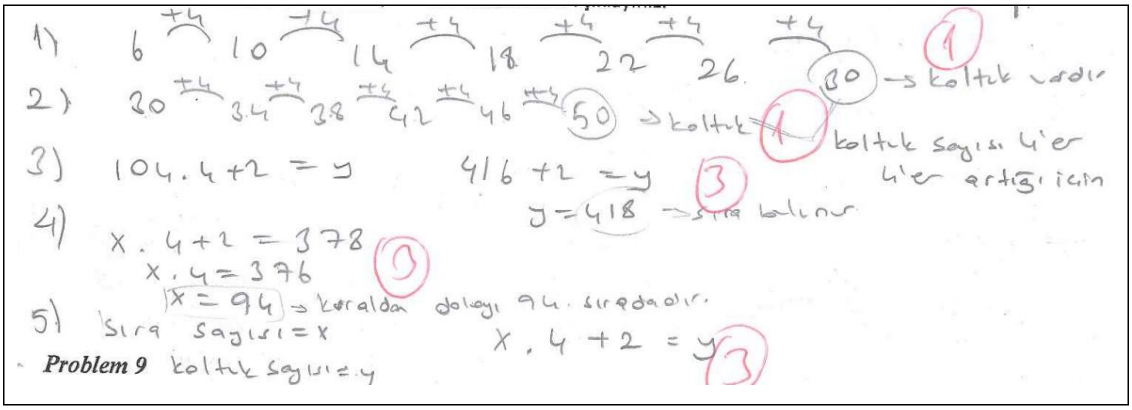
Şekil 4.26: Fonksiyonel ilişki arama stratejisini kullanan öğrenci örneği

Tablo 4.27: Sekizinci problemin beşinci sorusuna ait frekans ve yüzde değerleri

Kodlar	f	%
0 puan veren kodlar		
0	82	19,3
9	171	40,2
3 puan veren kodlar		
31	131	30,8
32	27	6,4
33	1	0,2
34	1	0,2
4	11	2,6
8	1	0,2

Tablo 4.27'ye göre yedinci problemin dördüncü sorusuna öğrencilerin % 19,3'ü tamamen yanlış yanıt vermiştir. Öğrencilerin % 40,2'si ise bu soruyu boş bırakmıştır. Koltuk sayısını hesaplamak için gerekli formülü yazanlar öğrencilerin % 37,6'sıdır. 4 ile kodlanan yanıtlar toplam yanıtların % 2,6'sını oluşturmaktadır ve bu öğrenciler formülü sembol kullanarak değil sözcüklerle yazmışlardır. 8 ile kodlanan ve toplam yanıtların % 0,2'sini oluşturan yanıtlar da ise öğrenci sorunun çözümünü sözel olarak ifade etmiş ancak formülü yazmamıştır.

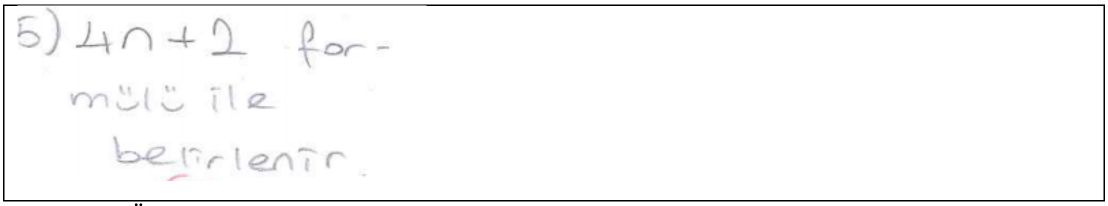
Elde edilen bulgular sonucunda öğrencilerin yaklaşık yarısı sekizinci problemin 3, 4 ve 5. sorularını boş bırakmıştır. Bunun nedeni öğrencilerin bu soruları çözmek için formülü bulmalarının gerekmesidir. 1 ve 2. sorular için ise öğrenciler sayma stratejisini kullanmışlardır. Aşağıda verilen örnekte ise öğrenci 1. ve 2. sorular için yinelemeli veya eklemeli stratejiyi kullanırken diğer soruların çözümünde fonksiyonel stratejiyi kullanmaktadır.



1) 6 +4 10 +4 14 +4 18 +4 22 +4 26 (1)
30 → koltuk vardır
2) 30 +4 34 +4 38 +4 42 +4 46 +4 50 → koltuk (1) koltuk sayısı 4'er 4'er arttığı için
3) 104.4+2 = y   416+2 = y   y=418 → sıra bulunur (3)
4) x.4+2=378
x.4=376
x=94 → kuraldan dolayı 94. sıradadır. (3)
5) sıra sayısı=x   x.4+2=y (3)
Problem 9 koltuk sayısı=y

Şekil 4.27: Aynı problemin farklı sorularında farklı stratejiler kullanan öğrenci örneği

Öğrencilerin % 30,8'i aşağıda örneği verilen formülü elde etmişlerdir:



5) 4n+2 formülü ile belirlenir.

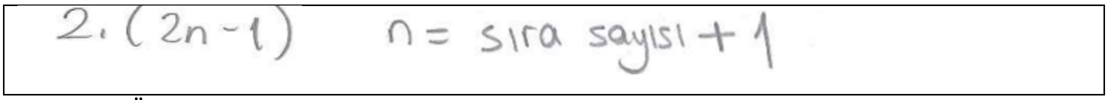
Şekil 4.28: Öğrenciye ait bir formül örneği

Öğrencilerin % 6,4'ü aşağıda örneği verilen formülü elde etmişlerdir:

$(n-1).4+6$

Şekil 4.29: Öğrenciye ait bir formül örneği

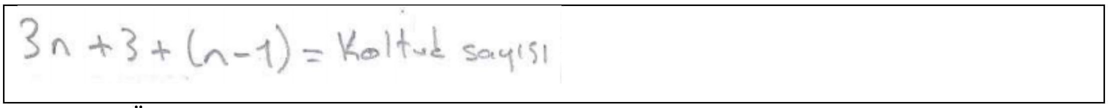
Öğrencilerin % 0,2'si aşağıda örneği verilen formülü elde etmişlerdir:



$2.(2n-1)$ n= sıra sayısı + 1

Şekil 4.30: Öğrenciye ait bir formül örneği

Öğrencilerin % 0,2'si aşağıda örneği verilen formülü elde etmişlerdir:



3n+3+(n-1)= Koltuk sayısı

Şekil 4.31: Öğrenciye ait bir formül örneği

4 ile kodlanan bir öğrencinin yanıtı aşağıda verilmiştir:

Koltuk sayısı = Sıra sayısı . 4 + 2

Şekil 4.32: Formülü sözcüklerle ifade eden öğrenci örneği

4.3.9 Testte Yer Alan Dokuzuncu Probleme (p91, p92, p93 ve p94) Ait Yanıtların Frekans ve Yüzde Değerleri

Araştırmanın dokuzuncu problemi bir genelleme problemidir. Soruda verilen bilgilere göre öğrencinin bir denklem elde etmesi gerekmektedir. Öğrencilerden elde edilen verilere göre dokuzuncu probleme ait frekans ve yüzde değerleri aşağıdaki tablolarda verilmiştir.

Tablo 4.28: Dokuzuncu problemin birinci sorusuna ait frekans ve yüzde değerleri

Kodlar	f	%
0 puan veren kodlar		
0	56	13,2
9	108	25,4
1 puan veren kodlar		
11	19	4,5
2 puan veren kodlar		
21	6	1,4
3 puan veren kodlar		
31	136	32,0
32	100	23,5

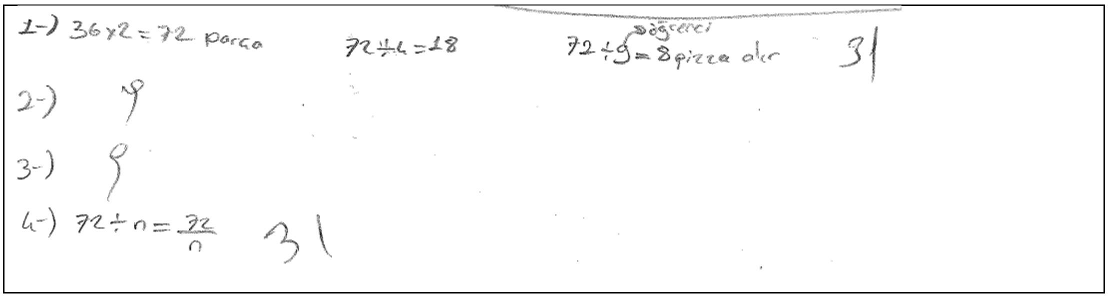
Tablo 4.28'e göre dokuzuncu problemin birinci sorusuna öğrencilerin % 13,2'si tamamen yanlış yanıt vermiştir. Öğrencilerin % 25,4'ü ise bu soruyu boş bırakmıştır. Öğrencilerin % 4,5'i soruyu bir değer için doğru yanıtlamıştır ancak cebirsel gösterim açık değildir. Öğrencilerin % 1,4'ü soruyu çözerken denklemi kurmuştur ancak işlem hatası yaparak sonucu yanlış bulmuştur. Öğrencilerin % 23,5'i soruyu her iki değer değer için doğru yanıtlamıştır ancak cebirsel gösterim açık değildir. Öğrencilerin sadece % 32'si denklemi kurarak bu soruyu doğru yanıtlamıştır.

Tablo 4.29: Dokuzuncu problemin ikinci sorusuna ait frekans ve yüzde değerleri

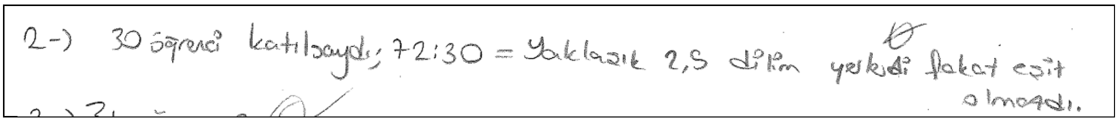
Kodlar	f	%
0 puan veren kodlar		
0	56	13,2
9	159	37,4
1 puan veren kodlar		
11	8	1,9
3 puan veren kodlar		
31	144	33,9
32	58	13,6

Tablo 4.29'a göre dokuzuncu problemin ikinci sorusuna öğrencilerin % 13,2'si tamamen yanlış yanıt vermiştir. Öğrencilerin % 37,4'ü ise bu soruyu boş bırakmıştır. Öğrencilerin % 13,6'sı soruyu doğru yanıtlamıştır ancak cebirsel gösterim açık değildir. Öğrencilerin % 1,9'u soruyu çözerken denklemi kurmuştur ancak işlem hatası yaparak sonucu yanlış bulmuştur. Öğrencilerin sadece % 33,9'u denklemi kurarak bu soruyu doğru yanıtlamıştır.

Öğrenciler bu sorunun yanıtının ondalık sayı çıkmasından dolayı kafa karışıklığı yaşamıştır. Bu nedenle soruyu boş bırakanların ve soruda işlem hatası yapanların sayısı artmıştır.



Şekil 4.33: Denklemi kuran ancak soruyu boş bırakan öğrenci örneği



Şekil 4.34: Denklemi kuran ancak işlem hatası yapan öğrenci örneği

Tablo 4.30: Dokuzuncu problemin üçüncü sorusuna ait frekans ve yüzde değerleri

Kodlar	f	%
0 puan veren kodlar		
0	57	13,4
9	193	45,4
1 puan veren kodlar		
11	21	4,9
3 puan veren kodlar		
31	120	28,2
32	34	8,0

Tablo 4.30'a göre dokuzuncu problemin üçüncü sorusuna öğrencilerin % 13,4'ü tamamen yanlış yanıt vermiştir. Öğrencilerin % 45,4'ü ise bu soruyu boş bırakmıştır. Öğrencilerin % 8'i soruyu doğru yanıtlamıştır ancak cebirsel gösterim açık değildir. Öğrencilerin % 4,9'u soruyu çözerken denklemi kurmuştur ancak işlem hatası yaparak sonucu yanlış bulmuştur. Öğrencilerin sadece % 28,2'si denklemi kurarak bu soruyu doğru yanıtlamıştır.

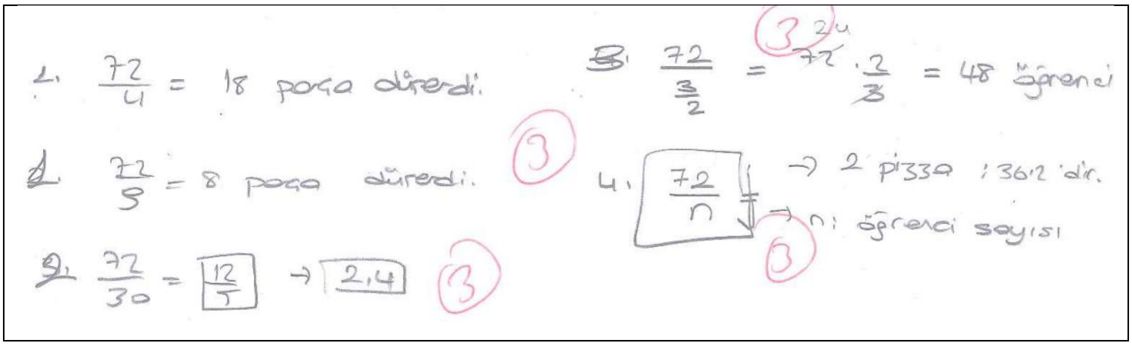
Bu soruda da yine öğrenciler ondalık sayıyla işlem yapmakta zorlanmıştır. Soruyu boş bırakanların ve soruda işlem hatası yapanların sayısı artmıştır.

Tablo 4.31: Dokuzuncu problemin dördüncü sorusuna ait frekans ve yüzde değerleri

Kodlar	f	%
0 puan veren kodlar		
0	34	8,0
9	241	56,7
3 puan veren kodlar		
31	129	30,4
33	2	0,5
4	16	3,8
8	3	0,7

Tablo 4.31'e göre dokuzuncu problemin dördüncü sorusuna öğrencilerin % 8'i tamamen yanlış yanıt vermiştir. Öğrencilerin % 56,7'si ise bu soruyu boş bırakmıştır. Pizza parça sayısını hesaplamak için gerekli formülü yazanlar öğrencilerin % 30,9'udur. 4 ile kodlanan yanıtlar toplam yanıtların % 3,8'ini oluşturmaktadır ve bu öğrenciler formülü sembol kullanarak değil sözcüklerle yazmışlardır. 8 ile kodlanan ve toplam yanıtların % 0,7'sini oluşturan yanıtlar da ise öğrenci sorunun çözümünü sözel olarak ifade etmiş ancak formülü yazmamıştır.

Aşağıda dokuzuncu problemde öğrenci yanıtlarına ait bir örnek sunulmuştur.



Şekil 4.35: Dokuzuncu problemin çözümüne ilişkin bir öğrenci örneği

Elde edilen bulgular sonucunda öğrenciler soruya ait formülü elde etseler bile aritmetik işlemlerdeki hatalarından dolayı sonuca ulaşamamaktadırlar. Öğrenciler ondalık sayılarla çarpma ve bölme işlemlerinde zorlanmaktadır.

4.3.10 Testte Yer Alan Onuncu Probleme (p101 ve p102) Ait Yanıtların Frekans ve Yüzde Değerleri

Araştırmanın onuncu problemi bir genelleme problemidir. Öğrencilerin problemin çözümünü tablo, grafik ve sembollerden yararlanarak yapmaları istenmektedir. Öğrencilerden elde edilen verilere göre onuncu probleme ait frekans ve yüzde değerleri aşağıdaki tablolarda verilmiştir.

Tablo 4.32: Onuncu problemin birinci sorusuna ait frekans ve yüzde değerleri

Kodlar	f	%
0 puan veren kodlar		
0	27	6,4
9	108	25,4
1 puan veren kodlar		
11	54	12,7
3 puan veren kodlar		
31	126	29,6
32	110	25,9

Tablo 4.32’ye göre onuncu problemin birinci sorusuna öğrencilerin % 6,4’ü tamamen yanlış yanıt vermiştir. Öğrencilerin % 25,4’ü ise bu soruyu boş bırakmıştır. Öğrencilerin % 25,9’u soruyu doğru yanıtlamıştır ancak cebirsel gösterim açık değildir. Öğrencilerin % 12,7’si soruyu çözerken denklemi kurmuştur ancak işlem

hatası yaparak sonucu yanlış bulmuştur. Öğrencilerin sadece % 29,6'sı denklemi kurarak bu soruyu doğru yanıtlamıştır.

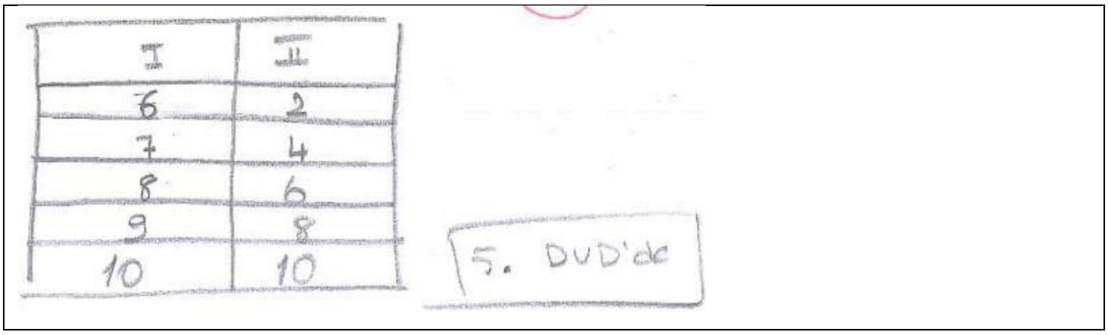
Bu soru aslında bir 9. sınıf öğrencisi için oldukça kolay bir sorudur. Ancak öğrencilerin sadece yarısı bu soruyu doğru yanıtlamıştır. Bunun nedeni öğrencilerin problemi dikkatlice okumamış olmaları olabilir.

Tablo 4.33: Onuncu problemin ikinci sorusuna ait frekans ve yüzde değerleri

Kodlar	f	%
0 puan veren kodlar		
0	55	12,9
9	234	55,1
1 puan veren kodlar		
11	16	3,8
2 puan veren kodlar		
21	40	9,4
3 puan veren kodlar		
31	38	8,9
32	42	9,9

Tablo 4.33'e göre onuncu problemin ikinci sorusuna öğrencilerin % 12,9'u tamamen yanlış yanıt vermiştir. Öğrencilerin % 55,1'i ise bu soruyu boş bırakmıştır. Öğrencilerin % 3,8'i yanıtı doğru bulmuştur ancak tablo veya grafik yoktur, cebirsel çözüm yoktur. Öğrencilerin % 9,4'ünün yanıtında tablo ve grafik yoktur ancak cebirsel çözüm vardır. Öğrencilerin % 9,9'u tablo ve grafiği çizmişlerdir ancak cebirsel çözüm yoktur. Öğrencilerin sadece % 8,9'u tablo ve grafikten elde ettikleri sonuçlara göre yanıtlarını gerekçelendirmişlerdir ve yanıtlarında cebirsel çözüm vardır.

Bu sorunun da yanıtlanma oranı oldukça düşüktür. Öğrencilerin yarıdan fazlası bu soruyu boş bırakmıştır. Bunun nedeni olarak öğrenciler soruyu kavrasalar da sorunun çözümünde çoklu gösterimlerden yararlanamadıkları düşünülmektedir. Aşağıdaki örneklerde öğrencilerin kullandıkları genelleme stratejilerine yer verilmiştir:

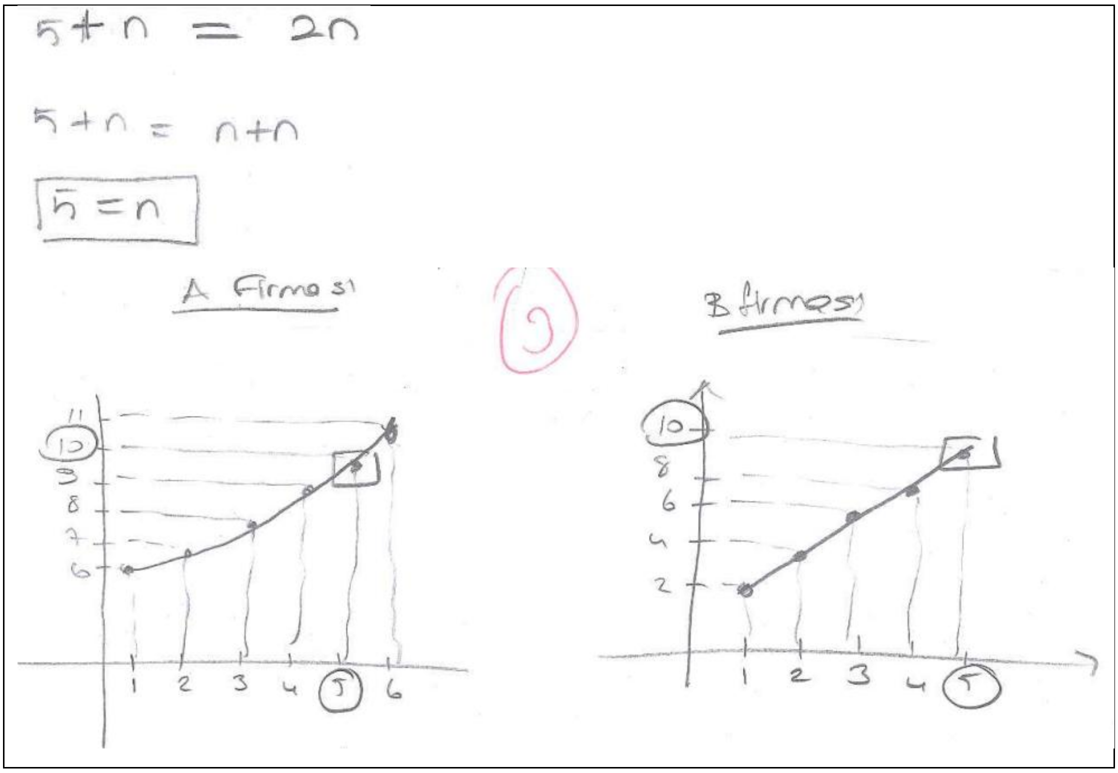


I	II
6	2
7	4
8	6
9	8
10	10

Şekil 4.36: Tablo çözerek sonuca ulaşan bir öğrencinin yanıtı

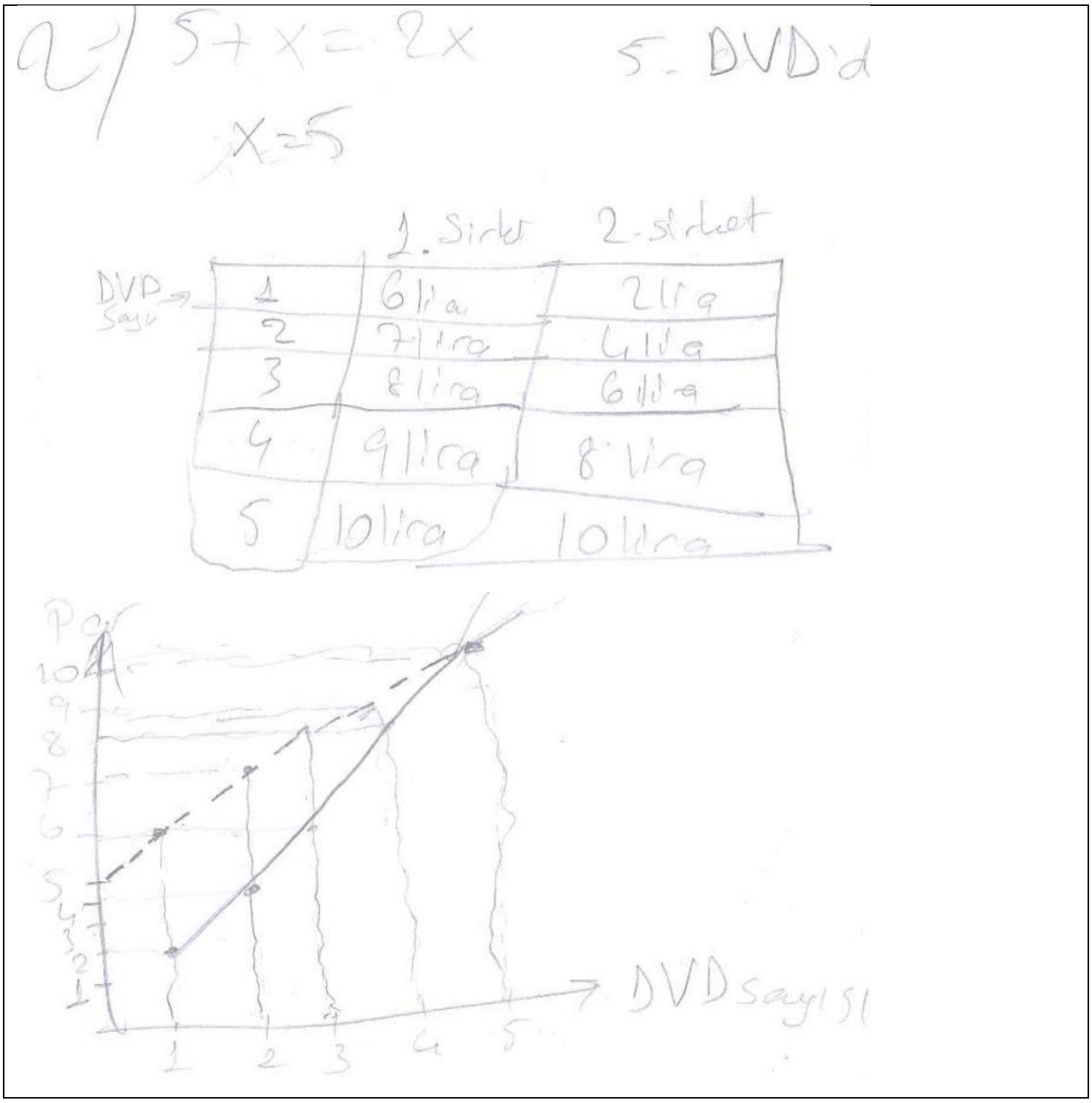
Yukarıdaki örnekte öğrenci sonuca tablo çizerek ulaşmıştır.

Aşağıda verilen örnekte ise denklem kurarak ve grafik çizerek soru yanıtlanmıştır.



Şekil 4.37: Denklem kurarak ve grafik çizerek soruyu çözen bir öğrencinin yanıtı

Aşağıda verilen örnekte öğrenci denklem kurarak, tablo çizerek ve grafik çizerek sonucu yanıtlamıştır.



Şekil 4.38: Denklem kurarak, grafik ve tablo çizerek soruyu çözen bir öğrencinin yanıtı

Elde edilen bulgular sonucunda öğrencilerin farklı temsil biçimlerinden (grafik, tablo, sembol) yararlanamadıkları ve bu temsil biçimlerini etkin bir şekilde kullanamadıkları görülmektedir. Öğrenciler problemi anlamışlardır ancak anladıklarını matematiksel dili kullanarak anlatamamaktadırlar.

5. TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu bölümde; araştırma kapsamında elde edilen bulguların literatürdeki örüntü genelleme problemleri ile ilgili araştırma bulgularıyla karşılaştırılarak tartışılmasına, çıkarılan sonuçlara ve ayrıca gerçekleştirilen araştırmaya ve ileride yapılabilecek benzer nitelikteki araştırmalara yönelik önerilere yer verilmiştir.

5.1 Tartışma

Araştırmada, okul türü değişkenine göre cebirsel genelleme problemleri çözme başarılarına yönelik ulaşılan bulgular ele alındığında, öğrencilerin MEB'in 8. sınıflarda ortaöğretime geçiş sistemi içerisinde uyguladığı Seviye Belirleme Sınavı (SBS) puanlarının etkili olduğu görülmektedir. Öğrenciler çalışmanın yürütüldüğü liselere SBS puanlarına göre yerleşmişlerdir. Bu nedenle SBS de başarılı olan öğrenciler Cebirsel Problem Çözme Testi'nde de başarılı olmuşlardır. En yüksek ortalama T.C. Ziraat Bankası Fen Lisesi'nde okuyan öğrencilere aittir. Bunu sırasıyla Rahmi Kula Anadolu Lisesi, İstanbulluoğlu Anadolu Öğretmen Lisesi, Merkez Kız Teknik Ve Meslek Lisesi, Balıkesir Lisesi, Adnan Menderes Lisesi ve Merkez Anadolu Teknik Lisesi Teknik Lise Ve Endüstri Meslek Lisesi izlemektedir. Araştırmada elde edilen bulgular Amit ve Neria (2008) tarafından gerçekleştirilen araştırma ile paralellik göstermektedir. Araştırma, yetenekli öğrencilerin genellemeyi çağrıştıran örüntü görevleri ile karşı karşıya kaldıklarında yüksek matematiksel yetenekler sergilediklerini göstermiştir.

Benzer sonuçlar, PISA 2009 Ulusal Ön Raporu'na göre Türkiye'deki öğrencilerin matematik okuryazarlığı ortalama puanlarının okul türlerine göre dağılımı incelendiğinde de görülmektedir. Bu rapora göre en yüksek performans gösteren öğrenciler fen liselerine (ortalama puanları 614) ve Anadolu öğretmen liselerine (613), en düşük performans gösteren öğrenciler ilköğretim okullarına (ortalama puanları 322) devam etmektedir (EARGED, 2010).

Araştırmada, cinsiyet değişkenine göre cebirsel genelleme problemleri çözme başarılarına yönelik ulaşılan bulgular ele alındığında, cinsiyet değişkenine göre cebirsel genelleme problemleri çözme başarı puanları arasında anlamlı bir fark gözlenmemiştir. Buna göre kız ve erkek öğrencilerin cebirsel genelleme problemlerini çözme başarı puanlarında anlamlı bir fark yoktur. Benzer olarak Ersoy ve Erbaş'ın (2005) Türkiye'de pilot uygulaması yapılan Kassel Projesi Cebir Testi'nin öğrenci başarılarıyla ilgili derlenen verileri analiz ettiği ve yorumlandığı çalışmalarında, aynı okulda kız ve erkek öğrencilerin başarı puanları arasında belirgin bir fark olmadığını rapor etmişlerdir.

Araştırmada, öğrencilerin cebirsel genelleme problemlerini çözmek için kullandıkları stratejiler belirlenirken testte yer alan problemler ortak özelliklerine göre gruplandırılarak elde edilen bulgular aşağıda incelenmiştir.

Testte, birinci problemin yanıtına yönelik ulaşılan bulgular ele alındığında örüntüyü inceleme ve kuralı bulma aşamasında öğrenciler, genel olarak sayma ve fonksiyonel stratejiler başlıkları altında yer alan stratejileri kullanmışlardır (Hangreaves, Shorrocks ve Threlfall, 1999; Stacey, 1989). Sayma stratejisi birçok araştırma bulgularında da görüldüğü gibi, öğrencilerin en çok kullandığı ve öncelikle odaklandığı strateji olmuştur (Stacey, 1989; Hangreaves, Shorrocks ve Threlfall, 1999; Orton ve Orton, 1999).

Tüm bu sonuçlar göz önüne alındığında öğrenciler doğrusal sayı örüntülerinde kuralı bulurken, Hangreaves, Shorrocks ve Threlfall'un (1999) araştırma bulgularında da olduğu gibi, terim ve o terimin karşılığı olan adım sayısı arasındaki ilişkiden ziyade, örüntüdeki terimler arasındaki ilişkiye ve terimlerin oluşturduğu sayı kümesinin bir özelliğine odaklanmışlardır. Bu nedenle öğrenciler verilen bir sayı dizisinde fonksiyonel bir ilişkiyi bulamamışlar, dolayısıyla sadece verilen sayı kümesini genelleyebilmişlerdir.

Testin ikinci ve altıncı problemlerinde öğrencilerden tablo ile verilmiş bilgiyi kullanarak genellemeye ulaşmaları beklenmektedir. Testin ikinci probleminde öğrencilerden fonksiyon tablosu ile verilmiş veriyi sembolle ve grafik çizerek ifade etmeleri istenmiştir. İkinci problemin yanıtına yönelik ulaşılan bulgular ele alındığında örüntüyü inceleme ve kuralı bulma aşamasında öğrenciler yinelemeli stratejiler içinde yer alan, terimler arası “farklılığı arama” stratejisini kullanmışlardır. Bu öğrenciler sadece çıktı değerlerini dikkate alarak, her çıktı değerinin bir önceki çıktı değerinden iki fazla olduğunu belirtmişlerdir. Ancak öğrenciler başarılı genellemeye ulaşamamışlardır. Sasman, Olivier ve Linchevski’nin (1999) araştırmalarında da fonksiyon tablolarının kullanıldığı problemlerde öğrenciler farklılığı arama, fark ile çarpma ve yanlış orantı stratejilerini kullanmışlardır. Değişkenler arası ilişki bulma stratejileri kapsamında ise, öğrencilerin %26 sı, girdi ve çıktı değerleri arasında fonksiyonel bir ilişki bulmuşlardır. Benzer bir bulguya Sasman, Olivier ve Linchevski (1999) tarafından gerçekleştirilen araştırmada da rastlanmıştır. Araştırmada elde edilen diğer bir bulgu da dikkat çekicidir. Sadece grafik ile temsili tercih eden öğrencilerin sayısı sadece sembol ile temsili tercih eden öğrencilerin sayısının iki katıdır. Bu durum Baştürk’ün (2010) çalışması ile çelişmektedir. 9. sınıf öğrencilerinin fonksiyon kavramının farklı temsillerindeki performanslarının ortaya konulmaya çalışıldığı bu araştırmada, öğrencilere yazılı bir anket uygulanmış ve bu anketteki üç soruya verilen cevaplar analiz edilerek sonuçları değerlendirilmiştir. Araştırma sonuçları göstermektedir ki, öğrenciler cebirsel alanda gösterdikleri başarıyı fonksiyon kavramının diğer temsillerinde (sözel ve grafik) tekrarlayamamaktadırlar.

Testin altıncı problemi Lannin, Barker ve Townsend’in (2006) çalışmasında öğrencilerin yinelemeli kuralı kullanmak yerine belirgin bir kural oluşturmalarını teşvik etmek amacıyla kullanılacak bir örnek olarak verilmiştir. Gerçekten de öğrencilerin büyük bir çoğunluğu bu problemde belirgin bir kural elde etmişlerdir.

Testte, şekil örüntüsü içeren 4, 7 ve 8. problemlerin incelenmesi sonucu ulaşılan bulgular ele alındığında, öğrenciler birçok araştırma bulgularında da görüldüğü gibi, yinelemeli veya eklemeli, parçaları sayma veya modelleme, fark ile çarpma, tahmin ve kontrol, orantı ve fonksiyonel stratejileri kullanmışlardır (Stacey, 1989; Sasman, Linchevski ve Olivier, 1999; Lin ve Yang, 2004; Akkan ve Çakıroğlu, 2012) .

Ancak sunulan şekil örüntülerine bakıldığında, şeklin yapısına bağlı fonksiyonel bir ilişkiyi bulan öğrenci sayılarının değiştiği görülmektedir. Dolayısıyla bu durum, verilen şekil örüntüsünün yapısının fonksiyonel bir ilişki bulmada etkili olduğunu göstermektedir. Benzer bulgulara, Sasman, Olivier ve Linchevski (1999) tarafından gerçekleştirilen araştırmada da rastlanmıştır. 4. problemde öğrencilerin % 56'sı formülü sembol ile ifade ederken bu durum 7. problemde % 14,8, 8. problemde ise % 37,6'dır. Bu farkın 4. problemdeki örüntünün adım sayıları ile verilmesinden kaynaklandığı düşünülmüştür. Öğrencilerin adım sayısı ile şekil sayısı arasındaki ilişkiyi keşfetmeleri başarılı genellemeye ulaşmalarını sağlamıştır.

Yapılan benzer çalışmalarda da vurgulandığı gibi bu çalışmada da genelleme etkinliği cebire yeni giriş yapan 9. sınıf öğrencilerinin farklı düşünme yapılarını ve çözüm stratejilerini ortaya çıkarmıştır (Amit ve Neria, 2008; Rivera ve Becker, 2008; Baş, Erbaş ve Çetinkaya; 2011). Hatta aynı öğrencilerin aynı problemin farklı sorularına farklı çözüm stratejileri ile de yaklaşabildiği görülmüştür. Örneğin, 4. problemde yakın pozisyondaki bir şekle ulaşmalarının istendiği birinci soruda öğrenciler genel olarak yinelemeli veya eklemeli stratejiyi kullanırken, uzak pozisyondaki bir şekle ulaşmalarının istendiği ikinci soruda bir genelleme yapmaları gerektiğini düşünüp farklı bir stratejiyle yaklaşmışlardır. 7. ve 8. problemlerde de öğrenciler yakın pozisyondaki bir şekle ulaşmalarının istendiği birinci ve ikinci sorularda genel olarak yinelemeli stratejileri kullanırken uzak pozisyondaki bir şekle ulaşmalarının istendiği diğer soruyu boş bırakmışlardır. Lannin, Barker ve Townsend'in (2006) çalışmasında da benzer bir sonuca ulaşılmıştır. Öğrenciler problemin ilk sorusunun çözümünü yaparken, yakın bir adıma genişletme görevinde, yinelemeli (recursive) kuralı kullanmışlar ancak uzak adıma genişletme görevinde yinelemeli kuralın çok zaman kaybettirici olduğunu düşünüp belirgin (explicit) kuralı kullanmayı tercih etmişlerdir. Lannin, Barker ve Townsend'in (2006) çalışmasında öğrenciler yinelemeli kuralı ve belirgin kuralı oluşturmanın gücünü ve zorluklarını hızla fark etmiştir. Genellikle öğrenciler yinelemeli kuralı hızla keşfetmiş ama kullanımı zaman kaybettirici bulmuşlardır. Belirgin kural ise özel değerlerin hızlı hesaplamalarına izin vermektedir ancak oluşturulması zordur.

7. problemin çözümünde dikkat çeken bir durum ise öğrencilerin büyük çoğunlukla yanlış orantı stratejisini kullanmış olmalarıdır. Benzer bulgulara, Sasman, Olivier ve Linchevski (1999) tarafından gerçekleştirilen araştırmada da rastlanmıştır. Sasman, Olivier ve Linchevski (1999) araştırmalarında bu durumun çekici sayılarla ilgili olduğunu rapor etmişlerdir. 7. problemin ikinci sorusunda uzunluğu 10 olan çubuk için gereken etiket sayısının hesaplanması istenmektedir. 10 çekici bir sayı

olduğundan dolayı öğrenciler yanlış orantı stratejisini kullanmaya daha eğilimlidirler. 7. ve 8. problemler incelendiğinde iki problemde öğrencileri genelleme yapmaya teşvik etmek amacıyla hazırlanmış ve aynı kuralı kullanarak çözülecek problemler olduğu görülmektedir. Lannin, Barker ve Townsend'in (2006) çalışmasından alınarak Türkçe' ye uyarlanan bu problemlerin çözümlerine bakıldığında öğrencilerin 8. problemde genellemeye ulaşma yüzdeleri 7. probleme göre daha yüksektir. Aynı durum Lannin, Barker ve Townsend'in (2006) çalışmasında da rapor edilmiştir. Sasman, Olivier ve Linchevski'nin (1999) araştırmalarının sonucuna göre çekici olmayan sayıların kullanıldığı sorularda öğrenciler daha farklı stratejiler kullanmışlardır. 8. problemde yakın ve uzak adımlarla ilgili sorularda çekici olmayan sayılar (7. sıra, 12. sıra ve 104. sıra) kullanılmıştır. Bu nedenle de öğrenciler bu soruda yanlış orantı stratejisini kullanmak yerine fonksiyonel ilişki arama stratejisi üzerine yoğunlaşmışlardır. Sasman, Olivier ve Linchevski (1999) genelleme problemlerinde öğrencileri genelleme yapmaya teşvik etmek amacıyla çekici olmayan sayıların kullanılmasını önermektedirler. Lin ve Yang'in (2004) araştırmalarında da yanlış yanıtlarda, orantısal akıl yürütme stratejisi kullanılmıştır. 8. problemde ise genellemeye ulaşamayan öğrenciler soruyu boş bırakmayı tercih etmişlerdir.

Araştırmada öğrenciler lineer şekil örüntüsünü genelleme sürecinde temelde görsel ve sayısal olmak üzere iki yaklaşım benimsemişlerdir. Öğrencilerin geneli, örüntüyü oluşturan şekillerin yapısal özelliklerinden çok, şekilden elde ettikleri sayısal verileri kullanarak sonuca ulaşmaya çalışmışlardır. Bu sonuç benzer çalışmaların sonuçlarını destekler niteliktedir (Rivera ve Becker, 2008; Rivera, 2007). Rivera'nın (2007) çalışması, görsel stratejileri kullanan öğrencilerin cebirsel örüntülerdeki fonksiyonel ilişkileri daha iyi görebildiklerini ve dolayısıyla daha iyi genelleme yapabildiklerini ortaya çıkarmıştır. Bu çalışmada da benzer sonuçlara ulaşılmıştır. Genel olarak boş bırakan ya da yanlış sonuca ulaşan öğrencilerin çözümleri incelendiğinde bu öğrencilerin sayısal stratejileri kullanmayı tercih ettikleri görülmüştür. Chua ve Hoyles'un (2010) çalışmasında öğretmenler örüntünün altında yatan fonksiyonel kuralı bulmada sayısal yöntemin öğrencilere daha çok yardımcı olacağını düşünürken öğrenciler biçimsel yöntemlerin kuralı daha hızlı bulmalarını sağladığını belirtmişlerdir. Öğretmenler sayısal yöntemi tercih etmelerini sınıf içinde diyagramları çizmeye gerek kalmadan öğrencilere anlatmanın daha kolay ve sade olmasına bağlamışlardır. Öğrenciler ise genellikle sayısal yöntemi sıkıcı bulmuşlardır. Biçimsel yöntemi tercih eden öğrenciler şekil numarası ile kullanılan kartların sayısı arasında kesin bir ilişki keşfetmişlerdir.

Ayrıca öğrenciler, yakın ve uzak terimleri ya art arda sayıları yazarak ya da terimler arasındaki farkı bulup bir önceki terime ekleyerek elde etmeye çalıştığından, bu öğrenciler yakın terimi bulmada uzak terimi bulmaya göre daha başarılı olmuşlardır. NCTM (2000) "ilköğretim öğrencileri uzak örüntülerin uzak terimlerini cebirsel düşünmeye temel oluşturduğundan bulabilmeli" önerisi göz önüne alındığında, araştırma verileri öğrencilerin uzak terimlerde yetersiz olduğunu göstermiştir. Bu sonuç Stacey (1989) ve Zazkis ve Liljedahl'ın (2002) çalışmalarıyla da paralellik göstermektedir.

Üçüncü problemde lineer bir şekil örüntüsü genelleme problemidir. Ancak araştırmada kullanılan diğer şekil örüntüsü içeren problemlerden farklı olarak bu problemde öğrencilerden bu örüntüyü incelemeleri, keşfetmeleri ve örüntünün kuralını kullanmaları istenmiştir. Problemin birinci sorusunda örüntüyü yakın bir adıma genişletmeleri ve buna göre tablodaki boşlukları doldurmaları istenmiştir. Öğrencilerin %70 i soruyu doğru yanıtlamıştır. Öğrencilerin çoğu için örüntüyü tanımak hiç sorun değildir ancak cebirsel notasyon veya kelimelerle açık kuralı ifade ve temsil etme zorlayıcı olmaya devam etmektedir (English ve Warren, 1995). Problemin ikinci sorusuna doğru yanıt verenlerin sayısı ilk soruya göre oldukça azdır (%20).

9. problemden elde edilen bulgular incelendiğinde öğrenciler soruya ait formülü elde etseler bile aritmetik işlemlerdeki hatalarından dolayı sonuca ulaşamamaktadırlar. Öğrenciler ondalık sayılarla çarpma ve bölme işlemlerinde zorlanmaktadır. Orton ve Orton (1999) başarılı bir genelleme yapmanın engelleri arasında öğrencilerin aritmetik yetersizliğinden bahsetmişlerdir. Öğrencilerin aritmetikten getirdikleri işlem ve kavram yetersizlikleri cebir konularının anlaşılamamasına neden olmaktadır (Ersoy ve Erbaş, 2003).

Testin 5. ve 10. problemleri öğrencilerin farklı temsil biçimlerini kullanabilme düzeylerini belirlemek amacıyla hazırlanmıştır. Bu problemlerden elde edilen bulgular incelendiğinde ise öğrencilerin soruyu kavrasalar da sorunun çözümünde çoklu gösterimlerden yararlanamadıkları gözlenmiştir. Bunun nedeni olarak öğrencilerin ilköğretimde çoklu temsil temelli eğitimle karşılaşmamış olmasıdır. Kavramların öğretiminde çoklu temsil ortamlarının kullanımının matematik eğitimi literatüründe uzun yıllardır destekleniyor olmasına karşın, programda bulunan örüntü konusunun öğretim etkinliklerinde, temsil kullanımının yetersiz olduğu gözlenmektedir (Kabael ve Tanışlı, 2010). Örneğin örüntünün tablo ile temsiline yalnızca 6. sınıf etkinliğinde yer verilmiştir. Ayrıca kullanılan tabloların fonksiyon tablosu (t-tablosu) biçiminde olmadığı ve fonksiyon makinesinin ise hiç kullanılmadığı görülmektedir. Türkiye'de 2005-2006 öğretim yılında yenilenen ortaöğretim programında, son yirmi yılda matematik eğitimcilerinin ortak savunusu haline gelmiş çoklu temsillerin ve özellikle aralarındaki ilişkilerin vurgulanmasına yönelik kazanımların ve öğretim etkinliklerinin oldukça yetersiz olduğu göze çarpmaktadır. Programda fonksiyonların yalnızca Venn şeması ve grafik temsillerine ve bir öğretim etkinliğinde fonksiyon makinesi ve tablo temsillerine rastlanmaktadır (Kabael ve Tanışlı, 2010). Akkuş'un (2004) çoklu temsil temelli öğretimi, geleneksel öğretim yöntemiyle karşılaştırdığı araştırmasında, öğrencilerle yapılan görüşmeler sonucunda, deney grubu öğrencilerinin verilen cebir problemleri için farklı temsil biçimlerini kullanabildiklerini ve bunlardan verilen duruma en uygun olanını seçebildiklerini ortaya çıkarmıştır.

Öğrencilerden bazılarının sorunun kuralını sembollerle değil de sözcüklerle ifade etmesi (örn. koltuk sayısı=sıra sayısı.4+2) araştırmada dikkat çeken bir bulgudur. Bazı öğrenciler ise sorunun çözümünü sözel olarak ifade etmiş (örn. alt ve üst yüzey dışında 4 yüzeyi olacağından 4 ile çarparız ve alt ve üst yüzey sayısını ekleriz) ancak formülü yazmamıştır. Radford (2008) genelleme sürecine ilişkin önemli bir noktaya dikkat çekmekte; notasyonların kullanımının cebirsel düşüncenin oluşumunun başlı başına göstergesi olmadığına hatta harfler kullanılmadan da cebirsel düşünmenin gerçekleşebileceğine işaret etmektedir. Radford (2006) gerçekleştirdiği uzun süreli araştırmalar sonucunda cebirsel genelleme sürecinin "örüntüdeki terimlerin sahip olduğu ortak özelliği fark etme yeteneğine, bu ortak özelliğin örüntüdeki tüm terimler için geçerli olduğuna ilişkin farkındalığa ve örüntünün herhangi bir terimini bulmayı sağlayacak bir ifadeyi yazabilme yeteneğine dayandığını " belirtmektedir. Yukarıda yer alan örnekler incelendiğinde öğrencilerin örüntüdeki ortak özelliği ve bu ortak özelliğin örüntüdeki tüm terimler için geçerli olduğunu fark ettiği ve örüntünün herhangi bir terimini bulmayı sağlayacak bir ifadeyi yazabildiği görülmektedir. Sonuç olarak öğrenciler Radford'un (2008) da dediği gibi cebirsel notasyonları kullanmadan cebirsel düşüncenin gerçekleşebileceğini göstermişlerdir.

Balıkesir ili merkezinde yaşayan, temel eğitimini tamamlamış olan 9. sınıf öğrencilerinin cebirsel genelleme problemlerini çözme başarılarını ve bu öğrencilerin hangi genelleme stratejilerini kullandıklarını belirlemeyi amaçlayan bu çalışmanın sonuçları ve sonuçlar doğrultusunda yapılan öneriler aşağıdaki bölümlerde sunulmuştur.

5.2 Sonuç

Sonuç olarak tüm problemlerde öğrenci başarı düzeyleri, kuralı bulma ve örüntüyü yakın ve sonlu bir adıma devam ettirme strateji seçimlerinde etkili bir rol oynamıştır. Ortalamanın üstünde matematiksel yeteneklere sahip olan öğrenciler problemleri çözerken çeşitli yaklaşımlar sergileyebilmişlerdir. Bu sonuç Amit ve Neria (2008) ve Steele (2008) gibi araştırmacıların çalışmalarıyla da paralellik göstermektedir.

Ayrıca öğrenciler, yakın ve uzak terimleri ya art arda sayıları yazarak ya da terimler arasındaki farkı bulup bir önceki terime ekleyerek elde etmeye çalıştığından, bu öğrenciler yakın terimi bulmada uzak terimi bulmaya göre daha başarılı olmuşlardır. Araştırma verileri öğrencilerin uzak terimlerde yetersiz olduğunu göstermiştir. Bu sonuç Stacey (1989) ve Zazkis ve Liljedahl (2002) çalışmalarıyla da paralellik göstermektedir.

Araştırmanın bir başka sonucu da öğrencilerin farklı temsil biçimlerinden (grafik, tablo, sembol) yararlanamadıklarını ve bu temsil biçimlerini etkin bir şekilde kullanamadıklarını göstermektedir. Öğrenciler problemi anlamışlardır ancak anladıklarını matematiksel dili kullanarak anlatamamaktadırlar.

Öğrenciler şekil örüntüleri içeren problemlere fonksiyon tablosu ve grafik kullanarak çözmelerinin istendiği problemlere göre daha fazla ilgi göstermişlerdir. Bu sonuç Chua ve Hoyles'un (2010) çalışmalarıyla da paralellik göstermektedir.

Bu araştırmanın önemli bir sonucu da öğrencilerin problem durumunu temsil eden denklemi kurabilmesi fakat bu denklemi çözememesidir. Özellikle 9. problemde ondalık sayı ile işlem yapmakta zorlanmıştır. Yine aynı soruda sonucun ondalık sayı ya da kesir olması öğrencinin hata yapmasına neden olmuştur. Öğrencilerin aritmetikten getirdikleri işlem yetersizlikleri cebir konularının öğreniminde sorunlara neden olmaktadır.

Türkiye'de örüntüler konusu, ilk kez birçok ülkenin öğretim programları ve NCTM'nin de çalışmaları dikkate alınarak yenilenen ve 2005 yılında uygulamaya konulan İlköğretim Matematik Dersi Öğretim Programına dâhil edilmiştir. Ancak örüntü kavramı öğretim programına girdikten sonra, temel eğitimini tamamlamış öğrencilerin bir örüntü belirleme, yakın ve uzak genelleme yapmak için örüntüyü genişletme ve sembolleri kullanarak örüntünün temelindeki fonksiyonel ilişkiyi ifade etme ve problemin çözümünde çoklu temsillerden yararlanma becerileri, PISA 2003 sonuçları ile karşılaştırıldığında gözle görülür bir gelişme gözlenmemiştir. Bu sonuç yenilenen programın okullarda tam olarak hayata geçirilemediğinin bir göstergesi olarak yorumlanabilir.

5.3 Öneriler

- Son yıllarda ilköğretim matematik öğretim programlarında, örüntüleri tanımlama ve genellemenin önemi gittikçe artmaktadır. Bu kadar önemli olan örüntü genelleme, sadece aritmetikten cebir'e geçişin değil, aynı zamanda cebirsel düşünmenin de önemli göstergelerinden biridir. Çalışma sonucunda öğrencilerin çoğunluğunun doğru genellemelere ulaşmada yetersiz oldukları tespit edilmiştir. O halde öğretmenlerin farklı örüntü genelleme stratejilerine önem vermesi, özellikle de değişkenler arasındaki ilişkiyi ifade eden fonksiyonel stratejinin mantığını öğrencilere kavratması gerekmektedir. Çünkü örüntüleri genelleme, erken yaşlardaki öğrencilerin cebirsel düşünme yeteneklerini geliştirmektedir.

- İlköğretimin erken basamaklarından itibaren örüntü kavramına ilişkin öğretim etkinlikleri düzenlenirken etkinliklerde düzeye uygun bir biçimde temsil kullanımı ve temsillerin ilişkilendirilmesi göz önünde bulundurulmalıdır. Bunun için mutlaka aynı örüntünün farklı temsil biçimleri üzerinde durulmalıdır ve özellikle fonksiyonel ilişkiyi vurgulayan tablo ve grafik temsilleri ve aralarındaki ilişkiler vurgulanmalıdır.
- Öğrencilere genellemeyi öğretebilmek için örüntü genelleme problemleri kullanılmalı, öğrenciler çoklu gösterimleri kullanmak ve bunları birbirleriyle ilişkilendirmek için teşvik edilmelidir. Sayısal verileri, diyagramların fiziksel yapısıyla ilişkilendirmek açık ve net genellemeler yapabilmek için çok önemlidir.
- İlköğretim ve Ortaöğretim Matematik Dersi Programlarında örüntü kavramına ilişkin kazanım ve öğretim etkinliklerinin yeniden düzenlenmesi gerekmektedir. Ayrıca, matematik öğretmenleri tarafından uygulanabilmesi için matematik öğretmenlerine yönelik bir hizmet içi eğitim programına gereksinim vardır.

5.3.1 Gelecekte Yapılacak Araştırmalara Yönelik Öneriler

- Ortaöğretim 9. sınıf öğrencileri ile yapılan bu araştırma, her sınıf düzeyindeki öğrencilerden hizmet öncesi öğretmenlere kadar farklı katılımcılarla yapılabilir.
- Örüntü genelleme problemleri, nicelikler arasındaki ilişkileri keşfetme, genelliği ifade ve aynı ilişkiyi farklı şekillerde temsil etme için zengin bir içerik sunar. Araştırmada doğrusal örüntü genelleme problemleri kullanılmıştır. Benzer çalışmalar farklı örüntü türleriyle (sayısal, şekil ve tekrarlayan örüntüler) yapılabilir.
- Öğrencilerin kullandıkları genelleme stratejilerinin incelendiği araştırmalarda nitel araştırma yöntemlerinden görüşme tekniğine yer

verilerek öğrencilerde var olan kavramsal yanılgılar ve öğrenme güçlükleri belirlenebilir.

6. KAYNAKLAR

Akgün, L. (2007). Cebir ve Değişken Kavramı Üzerine [online]. (22.02.2011), http://journal.qu.edu.az/article_pdf/1012_140.pdf

Akkuş, O. (2004). The effects of multiple representations-based instruction on seventh grade students' algebra performance, attitude toward mathematics, and representation preference. Ph. D. Thesis, *Middle East Techinal University*, Ankara.

Akkan, Y. ve Çakıroğlu, Ü. (2012). Doğrusal ve İkinci Dereceden Örüntüleri Genelleştirme Stratejileri: 6-8. Sınıf Öğrencilerinin Karşılaştırılması. *Eğitim ve Bilim,* 37 (165), 104-120.

Amit, M., and Neria, D. (2008). "Rising to the challenge": using generalization in pattern problems to unearth the algebraic skills of talented pre-algebra students. *ZDM: International Journal in Mathematics Education*, 40, 111-129.

Baş, S., Erbaş, A. K. ve Çetinkaya, B. (2011). Öğretmenlerin Dokuzuncu Sınıf Öğrencilerinin Cebirsel Düşünme Yapılarıyla İlgili Bilgileri. *Eğitim ve Bilim*, 36(159), 41-55.

Becker, J. R. and Rivera, F. (2006). Sixth graders‟ figural and numerical strategies for generalizing patterns in algebra (1). (ed: Alatorre, S., Cortina, J. L., Saiz, M. Ve Mendez, A.), *Proceeding of The 28th Annual Meeting of The North American Chapter of The international Group for the Psychology of Mathematics Education*, 2, Merida, Mexico: Universidad Pedagogica Nacional, 95-101.

Büyüköztürk, Ş. (2009). *Sosyal Bilimler İçin Veri Analizi El Kitabı.* Ankara: Pegem Akademi.

Chua, B. L., ve Hoyles, C. (2010). Teacher And Student Choices Of Generalising Strategies: A Tale Of Two Views? *5th East Asia Regional Conference on Mathematics Education*, Tokyo.

Chua, B. L. (2009). Features Of Generalising Tasks: Help Or Hurdle To Expressing Generality. *Australian Mathematics Teacher*, 65 (2), 18-24

Çelik, D. (2007). Öğretmen Adaylarının Cebirsel Düşünme Becerilerinin Analitik İncelenmesi. Doktora Tezi, *Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ortaöğretim Fen Ve Matematik Alanları Eğitimi Anabilim Dalı*, Trabzon.

Dede, Y. ve Argün, Z. (2003). Cebir, öğrencilere niçin zor gelmektedir? *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi,* 24, 180-18

EARGED, (2010). PISA 2009 Ulusal Ön Raporu. http://earged.meb.gov.tr/dosyalar/pisa/pisa2009rapor.pdf (Erişim tarihi: 22.02.2011)

English, L. D. and Warren, E. A. (1995). General reasoning processes and elementary algebraic understanding: Implications for initial instruction. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 17(4), 1–19.

English, L. D. and Warren, E. A. (1998). Introducing the variable through pattern exploration. *The Mathematics teacher*, 91, 166–170.

Erbaş, A. K., Çetinkaya, B. ve Ersoy, Y. (2009). Öğrencilerin Basit Doğrusal Denklemlerin Çözümünde Karşılaştıkları Güçlükler ve Kavram Yanılgıları. *Eğitim ve Bilim*, 34 (152), 44-59.

Erbaş, A. K. ve Ersoy, Y. (2002). Dokuzuncu Sınıf Öğrencilerinin Eşitliklerin Çözümündeki Başarıları ve Olası Kavram Yanılgıları. *V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi Bildiri Özetleri Kitabı* (s:988). Ankara: ODTÜ.

Hargreaves, M., Shorrocks-Taylor, D. and Threlfall, J. (1999). Children‟s strategies with number patterns. (ed: A. Orton), *Pattern in the teaching and learning of mathematics*, London and New York: Cassell, 67-83.

Herbert, K. and Brown, R. H. (1997). Patterns as tools for algebraic reasoning. *Teaching Children Mathematics*, 3, 123-128.

İpek, A.S. ve Okumuş, S. (2012). İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Matematiksel Problem Çözmede Kullandıkları Temsiller. *Gaziantep Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 11 (3), 681 -700

Kabael, T. ve Tanışlı, D. (2010). Cebirsel Düşünme Sürecinde Örüntüden Fonksiyona Öğretim. *İlköğretim Online,* 9 (1), 213-228.

Kaput, J. J. (2008). What is algebra? What is algebraic reasoning? (eds: J. J. Kaput, D. W.Carraher and M. L. Blanton), *Algebra in the early grades*, New York:Lawrence Erlbaum Associates, 5-17.

Karasar, N. (2008). *Bilimsel Araştırma Yöntemi*. İstanbul: Nobel Yayın Dağıtım.

Kieran, C. (2007). Learning and teaching algebra at the middle school through college levels. (ed: F. K. Lester), *Second handbook of research on mathematicsteaching and learning,* Charlotte, NC: Information Age Publishing, 707-762.

Krutetskii, V. A. (1976). *The psychology of mathematical abilities in schoolchildren.* Chicago: University of Chicago Press.

Lannin, J. K., Barker, D. D. and Townsend, B. E. (2006). Recurcive and expicit rules: How can we build student algebraic understanding? *Journal of Mathematical Behavior,* 25, 299-317.

Lannin, J. K. (2005). Generalization and justification: The chalenge of introducing algebraic reasoning through patterning activities. *Mathematical Thinking and Learning*, 7 (3), 231-258.

Lee, L. and Wheeler, D. (1987). *Algebraic Thinking in High School Students: Their Conceptions of Generalisation and Justification*. Concordia University, Montreal.

Liljedahl, P. (2004). Repeating pattern or number pattern: The distinction is blurred. *Focus on Learning Problems in Mathematics,* 26 (3), 24-42.

Lin, F. L. and Yang, K. L. (2004). Differentiation of students‟ reasoning on linear and quadratic geometric number patterns. In M. J. Hoines ve A. Fuglestad (Ed.), Proceedings of The 28th Conference of The International Group for The Psychology of Mathematics Education. 4, 457-464. Bergen Norway: International Group For The Psychology of Mathematics Education.

Mason, J. (1996). Expressing generality and roots of algebra. (eds: N. Bednarz, C. Kieran and L. Lee), *Approaches to algebra: Perspectives for research and teaching*. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer, 65-86.

MEB, (2005). PISA 2003 Projesi Ulusal Nihai Rapor http://egitek.meb.gov.tr/dosyalar/pisa/PISA_2003_Ulusal_Nihai.pdf (Erişim tarihi: 22.02.2011)

MEB, (2007). TIMSS 2007 Açıklanan Matematik Soruları. http://egitek.meb.gov.tr/dosyalar/timss/TIMSS2007_8.Sinif_Mat_Soru.pdf (Erişim tarihi: 22.02.2011)

MEB, (2010). Ortaöğretim Kurumlarına Geçiş Sistemi 8. Sınıf Seviye Belirleme Sınavı Soru Kitapçığı. http://oges.meb.gov.tr/arsiv/2010/2010_SBS_8_SINIF_A.pdf (Erişim tarihi: 22.02.2011)

Miles M. and Huberman, M. (1994). *An expanded sourcebook qualitative data analysis*. Second Edition. California: Sage Publications.

Milli Eğitim Bakanlığı (MEB). (2009). *İlköğretim Matematik Dersi 6-8. Sınıflar Öğretim Programı ve Kılavuzu.* Ankara: MEB.

NCTM, (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA:NCTM.

OECD, (2006). PISA Released Items – Mathematics. http://www.oecd.org/pisa/38709418.pdf (Erişim tarihi: 22.02.2011)

OECD, (2009). PISA 2009 Assessment Framework. http://www.oecd.org/pisa/pisaproducts/44455820.pdf (Erişim tarihi: 22.02.2011)

Olkun, S. ve Yeşildere, S. (2007). *"Sınıf Öğretmeni Adayları İçin" Temel Matematik 1*. Ankara: Maya Akademi.

Orton, A. & Orton, J. (1999). Pattern and the Approach to Algebra. (ed: A. Orton), *Pattern in the Teaching and Learning of Mathematics*, Cassell, London, 104-120.

Radford, L. (2006). Algebraic thinking and the generalization of patterns: a semiotic perspective. (eds: J. L. C. S. Alatorre, M. Sa´iz and A. Me´ndez), *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, North American Chapter (Vol. 1),* Mexico: Me´rida, 2-21.

Radford, L. (2008). Iconicity and contraction: A semiotic investigation of forms of algebraic generalizations of patterns in different contexts. *ZDM: International Journal in Mathematics Education* , 40, 83–96.

Rivera, F. D. ve Becker, J. R. (2005). Figural and numerical modes of generalizing in algebra. *Mathematics Teaching in The Middle School*, 11 (4), 198-203.

Rivera, F. (2007). Visualizing as a mathematical way of knowing: understanding figural generalization. *Mathematics Teacher,* 101 (1), 69-75.

Rivera, F. D. ve Becker J. R. (2008). Middle school children's cognitive perceptions of constructive and deconstructive generalizations involving linear figural patterns. *ZDM: International Journal in Mathematics Education,* 40, 65–82.

Samsan, M. C., Linchevski, L. and Olivier, A. (1999). The influence of different representations on children‟s generalisation thinking processes. *Proceedings of the Seventh Annual Conference of the Southern African Association for research in Mathematics and Science Education*, Harare, Zimbabwe, 406-415.

Stacey, K. (1989). Finding and using patterns in linear generalising problems. *Educational Studies in Mathematics,* 20, 147-164.

Steele, D. (2005). Using writing to access students‟ schemata knowledge for algebraic thinking. *School Science and Mathematics,* 103 (3), 142-154.

Steele, D. (2008). Seventh-grade students' representations for pictorial growth and change problems. *ZDM: International Journal in Mathematics Education,* 40, 97–110.

Tanışlı, D. (2008). İlköğretim Beşinci Sınıf Öğrencilerinin Örüntülere ilişkin Anlama ve Kavrama Biçimlerinin Belirlenmesi. Doktora Tezi, *Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü*, Eskişehir.

Tanışlı, D. ve Özdaş, A. (2009). İlköğretim Beşinci Sınıf Öğrencilerinin Örüntüleri Genellemede Kullandıkları Stratejiler. *Educational Sciences: Theory & Practice,* 9 (3), 1453-1497.

Tanışlı, D. ve Yavuzsoy Köse, N. (2011). Lineer Şekil Örüntülerine İlişkin Genelleme Stratejileri: Görsel ve Sayısal İpuçlarının Etkisi. *Eğitim ve Bilim,* 36 (160), 184-198.

Threlfall, J. (1999). Repeating patterns in the early primary years. (ed: A. Orton). *Pattern in the teaching and learning of mathematics,* London and New York: Cassell, 18-30.

Toluk, Z. (2003). Üçüncü Uluslararası Matematik Ve Fen Araştırması (TIMSS): Matematik Nedir? *İlköğretim Online,* 2 (1), 36-41

Türnüklü, E. ve Yeşildere, S. (2005). Problem, Problem Çözme ve Eleştirel Düşünme. *Gazi üniversitesi, Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi,* 25 (3), 107-123.

Warren, E. and Cooper, T. (2006). Using repeating patterns to explore functional thinking. *Australian Primary Mathematics Classroom,* 11 (1), 9-14.

Yeşildere, S. ve Akkoç, H. (2010). Matematik Öğretmen Adaylarının Şekil Örüntülerini Genelleme Süreçleri. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi,* 30 (2), 141-153.

Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2006). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri*. Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Zaskis, R. & Liljedahil, P. (2002). Generalization of patterns: The tension between algebraic thinking and algebraic notation. *Educational Studies in Mathematics*, 49, 379-402.

EKLER

7. EKLER

EK A. Milli Eğitim Bakanlığı Araştırma İzin Belgesi

T.C.
BALIKESİR VALİLİĞİ
İl Milli Eğitim Müdürlüğü

Sayı : B.08.4.MEM.0.10.20.02-605.99- 030899 .../11/2011
Konu : Araştırma İzni

VALİLİK MAKAMINA
BALIKESİR

İlgi :Balıkesir Ünv. Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğünün 31/10/2011 tarih ve 3090 sayılı yazısı.

Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanlar Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Eğitimi Yüksek Lisans Öğrencisi Melike YAKUT ÇAYIR'ın "Problem Çözme ve Kurma Etkinliklerinin 9. Sınıf Öğrencilerinin Başarıları ve Tutumlarına Etkisi" konulu Yüksek Lisans tez çalışması kapsamında, İlimiz Merkez Kız Teknik ve Meslek Lisesi, Rahmi Kula Anadolu Lisesi, Adnan Menderes Anadolu Lisesi, Balıkesir Anadolu Lisesi, Merkez Anadolu Teknik Lisesi,Teknik Lise ve Endüstri Meslek Lisesi, İstanbulluoğlu Anadolu Öğretmen Lisesi, T.C. Ziraat Bankası Fen Lisesi Okullarında ilişikte sunulan çalışma takvimi doğrultusunda, Araştırma Çalışması yapması ile ilgili yazı ve ekleri ilişikte sunulmuş olup; Araştırma Çalışması uygulamasının yapılması Müdürlüğümüzce uygun görülmektedir.

Makamlarınızca da uygun görüldüğü takdirde, Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanlar Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Eğitimi Yüksek Lisans Öğrencisi Melike YAKUT ÇAYIR'ın "Problem Çözme ve Kurma Etkinliklerinin 9. Sınıf Öğrencilerinin Başarıları ve Tutumlarına Etkisi" konulu Yüksek Lisans tez çalışması kapsamında, ekte bulunan çalışma planında belirtilen İlimiz Merkez Kız Teknik ve Meslek Lisesi, Rahmi Kula Anadolu Lisesi, Adnan Menderes Anadolu Lisesi, Balıkesir Anadolu Lisesi, Merkez Anadolu Teknik Lisesi,Teknik Lise ve Endüstri Meslek Lisesi, İstanbulluoğlu Anadolu Öğretmen Lisesi, T.C. Ziraat Bankası Fen Lisesi Okullarında, ilişikte sunulan çalışma takvimi doğrultusunda, Araştırma Çalışması uygulamasının yapılabilmesi hususunu;

Olur'larınıza arz ederim.

Zeki ÇABUK
İl Milli Eğitim Müdür V.

O L U R
14/11/2011

Selda DURAL
Vali a.
Vali Yardımcısı

Kasaplar Mah. Eski Sındırgı
Cad.No:1-10100 BALIKESİR
Tel :0 266 239 62 73
Fax :0 266 239 62 74
e-posta :balikesirmem@meb.gov.tr
Int. Adr. :http://balikesir.meb.gov.tr

DANIŞMA 444 0 632 HATTI

EĞİTİME %100 DESTEK

FORM: 2

T.C.
BALIKESİR VALİLİĞİ
MİLLİ EĞİTİM MÜDÜRLÜĞÜ

ARAŞTIRMA DEĞERLENDİRME FORMU

ARAŞTIRMA SAHİBİNİN	
Adı Soyadı	Melike YAKUT ÇAYIR
Kurumu / Üniversitesi	Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü
Araştırma yapılacak iller	Balıkesir
Araştırma yapılacak eğitim kurumu ve kademesi	Merkez Kız Teknik ve Meslek Lisesi, Rahmi Kula Anadolu Lisesi, Adnan Menderes Anadolu Lisesi, Balıkesir Anadolu Lisesi, Merkez Teknik ve Endüstri Meslek Lisesi, İstanbulluoğlu Anadolu Öğretmen Lisesi, T.C. Ziraat Bankası Fen Lisesi
Araştırmanın konusu	Problem Çözme ve Kurma Etkinliklerinin 9. Sınıf Öğrencilerinin Başarıları ve Tutumlarına Etkisi
Üniversite / Kurum onayı	Var
Araştırma/proje/ödev/tez önerisi	Yüksek Lisans Tezi
Veri toplama araçları	Cebirsel Problem Çözme Testi
Görüş istenilecek Birim/Birimler	

KOMİSYON GÖRÜŞÜ

03/11/2011 Tarihli Araştırma İzni Başvurusu Milli Eğitim Bakanlığına Bağlı Okul ve Kurumlarda Yapılacak Araştırma ve Araştırma Desteğine Yönelik İzin ve Uygulama Yönergesi kapsamında değerlendirilmiştir. Buna göre; Araştırma Önerisinin ve veri toplama araçlarının içerik ve kapsam yönünden Türk Milli Eğitiminin genel amaçlarına uygun olduğu, milli ve manevi değerlere aykırı ve kişilik haklarını zedeleyecek herhangi bir unsur taşımadığı görülmüştür.

Veri toplama süresince bilim etiği ilkelerinin göz önünde bulundurulması, insan sağlığı ve ekolojik dengeye zarar verecek davranışlardan uzak durulması, araştırmaya katılmama özgürlüğünün unutulmaması, anket uygulama süresinin bir ders saatini geçmemesi, yapılacak çalışmalarda, kişi ve kurumlardan temin edilen veri ve bilgilerin gizliliğine, korunmasına, nihayet bu verilerin ve bilgilerin, izin verildiği ölçüde ve şekilde kullanımına özen gösterilmesi gerekir.

Komisyon kararı	Oybirliği ile alınmıştır.

KOMİSYON

Ahmet İNAN Öğrt.(Eğt.Yönt.Uzm.)	Eray YILMAZ Bilişim Teknolojileri Öğretmeni	A. Yeliz ALDEMİR İngilizce Öğretmeni

11./11/2011
Komisyon Başkanı
Mürsel SABANCI

EK B. Cebirsel Problem Çözme Testi

Cebirsel Problem Çözme Testi (CPÇT)

Değerli katılımcı,
Bu test cebirsel problem çözme becerisini ölçmek amacıyla tasarlanmış 10 sorudan oluşmaktadır. Lütfen her soruyu dikkatle okuyup altlarındaki ya da yanlarındaki boşluklara cevaplayınız. Soruları cevaplarken yapacağınız açıklamalar araştırmanın temelini oluşturmaktadır. Bu nedenle soruların cevaplarını açıklamanız gerekmektedir.
Bu testin sonuçları tamamen gizlilikle ele alınacak ve okul değerlendirmelerinizi etkilemeyecektir. Test sonuçları sadece araştırma amacıyla kullanılacaktır. Test sonuçlarını öğrenmek isteyenler, araştırmacıyla iletişim kurabilirler.
Lütfen isminizi yazınız. Teşekkürler.

Melike YAKUT ÇAYIR

KİŞİSEL BİLGİLER

AD-SOYAD:
OKUL ADI:
CİNSİYET:
SBS SONUCU:

CEBİRSEL PROBLEM ÇÖZME TESTİ

Problem 1

1x1=1

11x11=121

111x111=12321

1111x1111=1234321

Yukarıdaki örüntüye göre, 11111111x 11111111 işleminin sonucu kaç basamaklı bir sayıdır? Bunu nasıl belirlediğinizi gösteren bir formül yazınız.

Problem 2

Aşağıdaki çizelge x ve y arasındaki ilişkiyi göstermektedir.

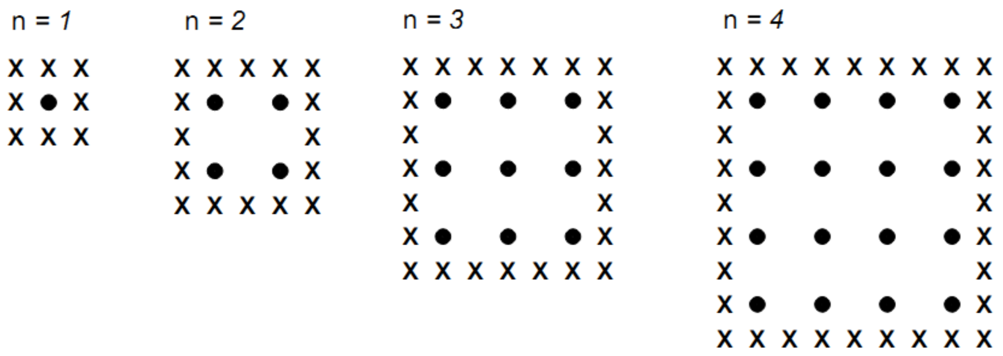
x	1	2	3	4	5
y	1	3	5	7	9

xile y arasındaki bu ilişkiyi gösteren denklemi yazınız. Tablodaki verinin grafiğini yaparak bilgileri üzerinde gösteriniz.

Problem 3

Bir çiftçi kare bir alan içinde elma ağaçları dikmiştir. Elma ağaçlarını rüzgara karşı korumak amacıyla etrafına kozalaklı ağaçlar diker.

Burada elma ağaçlarının sırasının herhangi bir sayı (n) değeri için, elma ağaçlarının ve kozalaklı ağaçların nereye dikildiğinin bir diagram durumunu görebilirsiniz:



X= Kozalaklı ağaçlar

●= Elma ağaçları

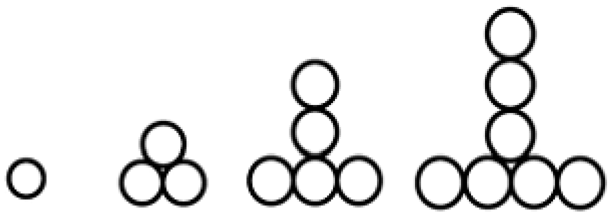
1. Tabloyu tamamlayınız.

n	Elma ağaçlarının sayısı	Kozalaklı ağaçların sayısı
1	**1**	**8**
2	**4**	
3		
4		
5		

2. Yukarıda açıklanan kalıp için elma ağaçlarının sayısını ve kozalaklı ağaçların sayısını hesaplamakta kullanabileceğiniz iki formül vardır:

   Elma ağaçlarının sayısı=n^2
   Kozalaklı ağaçların sayısı=8n
   Burada n elma ağaçlarının satır sayısıdır.
   Hangi n değeri için elma ağaçlarının sayısı kozalaklı ağaçların sayısına eşit olur? n değerini bulun ve bunu nasıl hesapladığınızı gösterin.

Problem 4



Şekil 1 Şekil 2 Şekil 3 Şekil 4

1. 10. Şekilde kaç tane çember olmalıdır? Açıklayınız.
2. 100. Şekilde kaç tane çember olmalıdır? Açıklayınız.
3. Hayali bir 6. Sınıf öğrencisine, yukarıdaki şekiller dizisinde herhangi bir şekildeki çember sayılarını nasıl bulması gerektiğini açıklayan bir mesaj yazınız.
4. "n." Şekildeki çember sayısını bulmak için bir formül bulunuz.

Problem 5

Ayşe gazetede iki popüler telefon firmasının ilanını görmüştür. A firması, aylık sabit 20 TL ve dakikası 10 kuruşa telefon servisi önermektedir. B firmasının aylık sabit ücreti yoktur ama dakikası 45 kuruştur.

1. 20 dakika için her iki firma aracılığıyla yapılan konuşmalar ne kadar tutar?
2. 100 dakika için her iki firma aracılığıyla yapılan konuşmalar ne kadar tutar?
3. A ve B firmalarının dakika başına konuşma ücretlerini nasıl bulabilirsiniz? Cevabınızı tablo ve grafik çizerek açıklayınız.
4. Eğer telefonu çok sık kullanmayacaksa, Ayşe hangi şirketi tercih etmelidir? Cevabınızı açıklayınız.

Problem 6

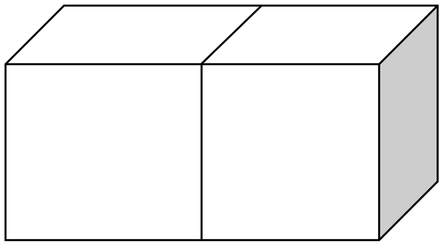
Aşağıda belirli sayıda tişört için fiyat gösteren bir tablo verilmiştir.

Tişört sayısı	fiyat
3	9
5	15
9	27
21	63

1. 30 tişört için fiyatın ne olmasını beklersiniz? Bunu nasıl belirlediğinizi açıklayınız.
2. Eğer tişört sayısını söylediyseniz tişörtlerin fiyatını nasıl bulduğunuzu sözel olarak ifade ediniz.
3. Tişört sayısı ve tişört fiyatı arasındaki bağıntıyı gösteren bir kural yazınız. Kuralınızı açıklayınız.

Problem 7

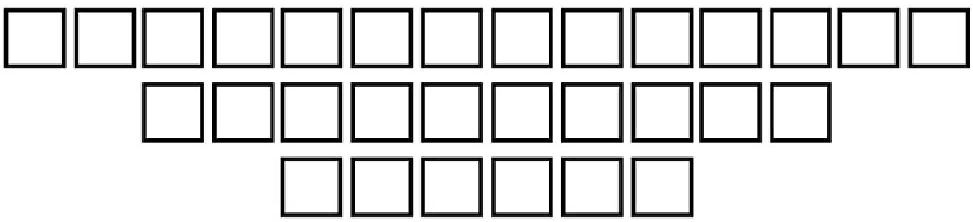
Bir şirket, küpleri bir sırada birleştirerek çubuklar üretiyor ve bir sıra halindeki çubuğu etiket makinesi ile etiketliyor. Makine, küplerin tüm yüzeyini kaplamak için görünen her bir yüzüne birer tane etiket yerleştiriyor. Çubuğun dışında kalan küp yüzeyleri tamamen etiketlenmek zorundadır. Örneğin uzunluğu 2 olan çubuğun yüzeyini kaplamak için 10 etiket gereklidir.



1. Uzunluğu 7 olan çubuk için kaç tane etikete ihtiyaç vardır? Cevabınızı açıklayınız.
2. Uzunluğu 10 olan çubuk için kaç tane etikete ihtiyaç vardır? Cevabınızı açıklayınız.
3. Uzunluğu 49 olan çubuk için kaç tane etikete ihtiyaç vardır? Cevabınızı açıklayınız.
4. Herhangi bir uzunluktaki bir çubuk için gerekli etiket sayısını nasıl bulabiliriz? Açıklayınız.

Problem 8

Bir tiyatroda ilk sırada 6 koltuk vardır. İlk sıradan sonra her sırada koltuk sayısı 4 artmaktadır. Aşağıdaki diyagramda tiyatronun ilk üç sırası gösterilmiştir.



1. Tiyatroda 7. Sırada kaç koltuk vardır? Cevabınızı açıklayınız.
2. Tiyatroda 12. Sırada kaç koltuk vardır? Cevabınızı açıklayınız.
3. Tiyatroda 104. Sırada kaç koltuk vardır? Cevabınızı açıklayınız.
4. Hangi sırada 378 koltuk bulunur? Cevabınızı açıklayınız.
5. Herhangi bir sıradaki koltuk sayısını nasıl belirleyeceğinizi açıklayınız. Herhangi bir sıradaki koltuk sayısını hesaplamanızı sağlayacak bir formül yazınız. Formülünüzü açıklayınız.

Problem 9

Large Foot Pizza şirketi, 36 parça içeren büyük bir pizza satıyor. Sınıf, yaklaşan bir sınıf partisi için bu pizzalardan 2 tane satın aldı. Herkes, her bir kişinin aynı miktarda pizza alacağını kabul etti.

1. Sadece 4 öğrencinin sınıf partisine katılacağını düşünelim, her öğrenci kaç parça pizza alırdı? 9 öğrenci katılsaydı her biri kaçar parça pizza alırdı? Cevabınızı açıklayınız.
2. 30 öğrencinin sınıf partisine katılacağını düşünelim, her öğrenci kaç parça pizza alırdı? Cevabınızı açıklayınız.
3. Partide tüm öğrenciler bir buçuk parça pizza almışlardır. Partiye kaç öğrenci katılmıştır? Cevabınızı açıklayınız.
4. Herhangi bir öğrenci sayısı için pizza parça sayısını bulmamızı sağlayacak bir denklem yazınız. Denkleminizi açıklayınız.

Problem 10

İki farklı DVD kiralama şirketi müşteri kazanmak için fiyatlarına yeni bir uygulama getirmişlerdir. İlk firma, yıllık 5 TL DVD kiralama ücreti alıp, her DVD başına 1 TL almaktadır. İkinci şirket yıllık kira ücreti almayıp, her DVD başına 2 TL kira almaktadır.

1. İkinci şirketten 11 DVD kiralayan bir kişi ne kadar para öder? Cevabınızı açıklayınız.
2. Kiralanan kaçıncı DVD’de iki şirkete de aynı para ödenir? Cevabınızı tablo veya grafik çizerek açıklayınız.

EK C. Cebirsel Problem Çözme Testi Cevap Anahtarı

Cebirsel Problem Çözme Testi Cevap Anahtarı'nda Yer Alan Kodların Açıklamaları

Her problemin tam olarak doğru yanıtı 3 puan değerindedir. Problemin tam ve doğru yanıtlarına ait farklı çözümler Kod 31, Kod 32, Kod 33, … olarak kodlanmıştır.

Problemin çözümünde cebirsel yöntem açıkça gösterilmiş fakat yanlış yanıt bulunmuşsa bu yanıt 2 puan değerindedir. Problemin kısmen doğru yanıtlarına ait farklı çözümler Kod 21, Kod 22, … olarak kodlanmıştır. Eğer yanıt cebirsel yöntem kullanılmadan bulunmuşsa bu yanıt 1 puan değerindedir ve Kod 11, Kod 12, … olarak kodlanmıştır.

Problemin tamamen yanlış yanıtları Kod 01, Kod 02, … olarak kodlanmıştır. Boş bırakılan yanıtlar ise Kod 99 ile kodlanmıştır. Bu şekilde kodlanmış yanıtlar 0 puan değerindedir.

CEBİRSEL PROBLEM ÇÖZME TESTİ CEVAP ANAHTARI

Problem 1

1x1=1
11x11=121
111x111=12321
1111x1111=1234321

Yukarıdaki örüntüye göre, 11111111x 11111111 işleminin sonucu kaç basamaklı bir sayıdır?

Puanlama:

Tam puan: (cebirsel yöntem açıkça gösterilerek 15 doğru yanıtını veren kodlar)

Kod 31: n basamak sayısı olmak üzere $\underbrace{11 \ldots 1}_{n\ tane}\ x\ \underbrace{11 \ldots 1}_{n\ tane}$ işleminin sonucu 2n-1 basamaklı bir sayıdır.
n=8 için 2x8-1=15

Kod 32: n toplam basamak sayısı olmak üzere $\underbrace{11 \ldots 1x11 \ldots 1}_{n\ tane}$ işleminin sonucu n-1 basamaklı bir sayıdır.
n=16 için 16-1=15

Kod 33: x ve y basamak sayıları olmak üzere $\underbrace{11 \ldots 1}_{x\ tane}\ x\ \underbrace{11 \ldots 1}_{y\ tane}$ işleminin sonucu x+y-1 basamaklı bir sayıdır.
x=8 ve y =8 için 8+8-1=15

Kısmi puan:
(cebirsel yöntem açık ancak yanlış yanıt veren kodlar)

Kod 21: n basamak sayısı olmak üzere $\underbrace{11 \ldots 1}_{n\ tane}\ x\ \underbrace{11 \ldots 1}_{n\ tane}$ işleminin sonucu 2n-1 basamaklı bir sayıdır.
n=8 için sonuç 15 ten farklı

(farklı çözüm yolları kullanarak 15 doğru yanıtını veren kodlar)

Kod 11: 8x8=16, 16-1=15 basamaklı bir sayıdır.

Kod 11: $\underbrace{123456787654321}_{15\ basamaklı}$

0 puan: (yanıt tamamen yanlış)

Kod 99: boş

Problem 2

Aşağıdaki çizelge x ve y arasındaki ilişkiyi göstermektedir.

x	1	2	3	4	5
y	1	3	5	7	9

x ile y arasındaki bu ilişkiyi gösteren denklemi yazınız. Tablodaki verinin grafiğini yaparak bilgileri üzerinde gösteriniz.

Puanlama:

Tam puan: (denklem ve grafik doğru olarak gösterilmiştir)
Kod 31: y=2x-1

Kısmi puan: (denklem doğru ancak grafik yanlış veya grafik çizilmemiş)
Kod 21: y=2x-1

Kod 11: Denklem yok ancak grafik doğru olarak gösterilmiştir.

Kod 12: x=n, y=2n-1

0 puan: (yanıt tamamen yanlış)

Kod 99: boş

Problem 3

Bir çiftçi kare bir alan içinde elma ağaçları dikmiştir. Elma ağaçlarını rüzgâra karşı korumak amacıyla etrafına kozalaklı ağaçlar diker.
Burada elma ağaçlarının sırasının herhangi bir sayı (n) değeri için, elma ağaçlarının ve kozalaklı ağaçların nereye dikildiğinin bir diyagram durumunu görebilirsiniz:

```
n = 1

X X X
X ● X
X X X

n = 2

X X X X X
X ●   ● X
X       X
X ●   ● X
X X X X X

n = 3

X X X X X X X
X ●   ●   ● X
X           X
X ●   ●   ● X
X           X
X ●   ●   ● X
X X X X X X X

n = 4

X X X X X X X X X
X ●   ●   ●   ● X
X               X
X ●   ●   ●   ● X
X               X
X ●   ●   ●   ● X
X               X
X ●   ●   ●   ● X
X X X X X X X X X
```

X= Kozalaklı ağaçlar
●= Elma ağaçları

1. Tabloyu tamamlayınız.

n	Elma ağaçlarının sayısı	Kozalaklı ağaçların sayısı
1	**1**	**8**
2	**4**	
3		
4		
5		

Puanlama:

n	Elma ağaçlarının sayısı	Kozalaklı ağaçların sayısı
1	**1**	**8**
2	**4**	16
3	9	24
4	16	32
5	25	40

Tam puan:
Kod 31: 7 girdi de doğru.

Kısmi puan:(tablodaki bir yanlış veya boş için kodlar)
Kod 21: n=2,3,4 için girdi doğru ancak n=5 için girdi yanlış veya kayıp

- Son girdi "40" yanlış; diğerleri doğru

- "25" yanlış; diğerleri doğru

Kod 11: n=5 için girdi doğru ancak n=2 veya n=3 veya n=4 girdilerinden biri yanlış veya kayıp

0 puan:(iki veya daha fazla yanlış için kodlar)
Kod 01: n=2,3,4 için girdiler doğru ancak n=5 için her iki satırda yanlış veya kayıp
Kod 02: diğer seçenekler
Kod 99: boş

2.Yukarıda açıklanan kalıp için elma ağaçlarının sayısını ve kozalaklı ağaçların sayısını hesaplamakta kullanabileceğiniz iki formül vardır:

Elma ağaçlarının sayısı=n^2
Kozalaklı ağaçların sayısı=8n
Burada n elma ağaçlarının satır sayısıdır.
Hangi n değeri için elma ağaçlarının sayısı kozalaklı ağaçların sayısına eşit olur? n değerini bulun ve bunu nasıl hesapladığınızı gösterin.

Puanlama:

Tam puan: (cebirsel yöntem açıkça gösterilerek n=8 ve n=0 doğru yanıtını veren kodlar)

Kod 31: n=8, cebirsel yöntem açıkça gösterilmiştir.

- $n^2 = 8n, n^2 - 8n = 0, n(n-8) = 0, n = 0$ & $n = 8, n = 8$

Kısmi puan:

(cebirsel yöntem açık ancak yanlış yanıt veren kodlar)

Kod 21: n=8, cebirsel yöntem açıkça gösterilmiştir.

- $n^2 = 8n, n^2 - 8n = 0, n(n-8) = 0$

n, 8 den farklı

(farklı çözüm yolları kullanarak n=8 ve n=0 doğru cevabını veren kodlar)

Kod 11: n=8, cebirsel gösterim açık değil

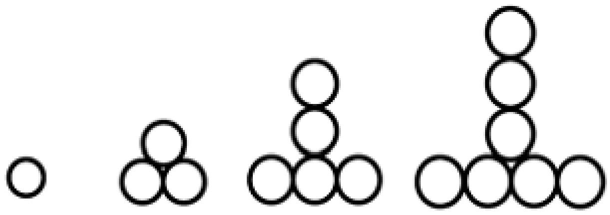
- $n^2 = 8^2 = 64, 8n = 8.8 = 64$
- $n^2 = 8n, n = 8.$
- $8x8 = 64, n = 8$
- n=8
- $8x8 = 8^2$

Kod 12: n=8, diğer yöntemler kullanılarak bulunmuş.

0 puan: (yanıt tamamen yanlış)

Kod 99: boş
Kod 5: n=0

Problem 4



1)10. Şekilde kaç tane çember olmalıdır? Açıklayınız.

Puanlama:

Tam puan: (cebirsel yöntem açıkça gösterilerek 19 doğru yanıtını veren kodlar)
Kod31: açık cebirsel ifade kullanarak
n şekil sayısı olmak üzere çember sayısını veren formül 2n-1 dir.
n=10 için 2x10-1=19

Kod 32: n şekil sayısı olmak üzere n+(n-1) çember sayısını verir.
n=10 için 10+9=19

Kod 33: n şekil sayısı olmak üzere $2(n_{son} - n_{ilk}) + 1$ çember sayısını verir.

$n_{son} = 10$ ve $n_{ilk} = 1$ için 2(10-1)+1=19

Kod 34: n şekil sayısı olmak üzere 2(n-1)+1 çember sayısını verir.

n=10 için 2(10-1)+1=19

Kısmi puan: (cebirsel yöntem açık ancak yanlış yanıt veren kodlar)

Kod 21:
n şekil sayısı olmak üzere çember sayısını veren formül 2n-1 dir.
n=10 için yanıt yanlış

(farklı çözüm yolları kullanarak 19 doğru cevabını veren kodlar)

Kod 11: yinelemeli kural ile

Şekil sayısı	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Çember sayısı	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19

Kod 12: cebirsel gösterim açık değil
2x10-1=19

0 puan: (yanıt tamamen yanlış)
Kod 99: boş

2. 100. Şekilde kaç tane çember olmalıdır? Açıklayınız.

Puanlama:

Tam puan: (cebirsel yöntem açıkça gösterilerek 199 doğru cevabını veren kodlar)

Kod31: açık cebirsel ifade kullanarak
n şekil sayısı olmak üzere çember sayısını veren formül 2n-1 dir.
n=100 için 2x100-1=199
Kod 32: n şekil sayısı olmak üzere n+(n-1) çember sayısını verir.
n=100 için 100+99=199
Kod 33: n şekil sayısı olmak üzere $2(n_{son} - n_{ilk}) + 1$ çember sayısını verir.

$n_{son} = 100$ ve $n_{ilk} = 1$ için 2(100-1)+1=199

Kod 34: n şekil sayısı olmak üzere 2(n-1)+1 çember sayısını verir.

n=100 için 2(100-1)+1=199

Kısmi puan: (cebirsel yöntem açık ancak yanlış yanıt veren kodlar)
Kod 21:
n şekil sayısı olmak üzere çember sayısını veren formül 2n-1 dir.
n=100 için yanıt yanlış

(farklı çözüm yolları kullanarak 199 doğru cevabını veren kodlar)
Kod 11: cebirsel gösterim açık değil
2x100-1=199

0 puan: (yanıt tamamen yanlış)
Kod 99: boş

3. Hayali bir 6. Sınıf öğrencisine, yukarıdaki şekiller dizisinde herhangi bir şekildeki çember sayılarını nasıl bulması gerektiğini açıklayan bir mesaj yazınız.

Puanlama:

Tam puan:
Kod 31: öğrenciler, kendi yorumlarına, görüşlerine ve hareketlerine dayalı açıklama ve görüşler kurgulayabilir ve bunları başkalarına anlatabilirler.

0 puan: (yanıt tamamen yanlış)
Kod 99: boş

4. "n." Şekildeki çember sayısını bulmak için bir formül bulunuz.

Puanlama:

Tam puan: (cebirsel yöntemi açıkça veren kodlar)

Kod 31:n şekil sayısı olmak üzere çember sayısını veren formül 2n-1 dir.
Kod 32: n şekil sayısı olmak üzere çember sayısını veren formül n+(n-1) dir.
Kod 33: n şekil sayısı olmak üzere $2(n_{son} - n_{ilk}) + 1$ çember sayısını verir.
Kod 34: n şekil sayısı olmak üzere 2(n-1)+1 çember sayısını verir.

0 puan: (yanıt tamamen yanlış)
Kod 99: boş

Problem 5

Ayşe gazetede iki popüler telefon firmasının ilanını görmüştür. A firması, aylık sabit 20 TL ve dakikası 10 kuruşa telefon servisi önermektedir. B firmasının aylık sabit ücreti yoktur ama dakikası 45 kuruştur.

1.20 dakika için her iki firma aracılığıyla yapılan konuşmalar ne kadar tutar?

Puanlama:

Tam puan: (cebirsel yöntem açıkça gösterilerek doğru cevabı veren kodlar)
Kod 31: y, yapılan konuşmanın tutarı ve x, dakika olmak üzere

- A firması için, y=20TL+10.x

x=20 için y=20TL+10.20⟹y=22 TL

- B firması için, y=45.x

x=20 için y=45.20⟹y=9 TL

Kod 32: cebirsel gösterim açık değil

- A firması: 20 TL+10x20=22TL
- B firması:45x20=9TL

Kısmi puan: (cebirsel yöntem açık ancak yanlış yanıt veren kodlar)
Kod 21: y, yapılan konuşmanın tutarı ve x, dakika olmak üzere

- A firması için, y=20TL+10.x

x=20 için yanıt yanlış

- B firması için, y=45.x

x=20 için yanıt yanlış

Kod 11:

- A firması için yanıt yanlış
- B firması için yanıt doğru

Kod 12:

- A firması için yanıt doğru
- B firması için yanıt yanlış

0 puan: (yanıt tamamen yanlış)

Kod 99: boş

2. 100 dakika için her iki firma aracılığıyla yapılan konuşmalar ne kadar tutar?

Puanlama:

Tam puan: (cebirsel yöntem açıkça gösterilerek doğru cevabı veren kodlar)
Kod 31: y, yapılan konuşmanın tutarı ve x, dakika olmak üzere

- A firması için, y=20TL+10.x

x=100 için y=20TL+10.100⟹y=30 TL

- B firması için, y=45.x

x=100 için y=45.100⟹y=45TL

Kod 32: cebirsel gösterim açık değil

- A firması: 20 TL+10x100=30TL
- B firması:45x100=45TL

Kısmi puan: (cebirsel yöntem açık ancak yanlış yanıt veren kodlar)
Kod 21: y, yapılan konuşmanın tutarı ve x, dakika olmak üzere

- A firması için, y=20TL+10.x

x=100 için yanıt yanlış

- B firması için, y=45.x

x=100 için yanıt yanlış

Kod 11:

- A firması için yanıt yanlış
- B firması için yanıt doğru

Kod 12:

- A firması için yanıt doğru
- B firması için yanıt yanlış

0 puan: (yanıt tamamen yanlış)
Kod 99: boş

3.A ve B firmalarının dakika başına konuşma ücretlerini nasıl bulabilirsiniz? Cevabınızı tablo ve grafik çizerek açıklayınız.

Puanlama:

Tam puan:
Kod 31: tablo ve grafik doğru olarak gösterilmiştir.

Kısmi puan:
Kod 21: tablo doğru ancak grafik yanlış gösterilmiştir.
Kod 22: grafik doğru ancak tablo yanlış gösterilmiştir.
Kod 23: A firmasının tablo ve grafiği doğru ancak B firmasının tablo ve grafiği yanlış
Kod 24: B firmasının tablo ve grafiği doğru ancak A firmasının tablo ve grafiği yanlış
Kod 11: A firmasının grafiği doğru ancak B firmasının grafiği yanlış
Kod 12: B firmasının grafiği doğru ancak A firmasının grafiği yanlış

Kod 13: A firmasının tablosu doğru ancak B firmasının tablosu yanlış
Kod 14: B firmasının tablosu doğru ancak A firmasının tablosu yanlış

0 puan: (yanıt tamamen yanlış)
Kod 99: boş

4.Eğer telefonu çok sık kullanmayacaksa, Ayşe hangi şirketi tercih etmelidir? Cevabınızı açıklayınız.

Puanlama:

Tam puan:
Kod 31: öğrenciler tablo ve grafikten elde ettikleri sonuçlara göre yanıtlarını gerekçelendirmişlerdir.
Kod 32: "B firmasını seçmelidir çünkü sabit ücret ödemesine gerek yoktur, konuştuğu kadar ödeyecektir." Cevabını verenler.
Kısmi puan:
Kod 11: "B firmasını seçmelidir" diyenler ancak açıklama yapmayanlar.
0 puan: (yanıt tamamen yanlış)
Kod 99: boş

Problem 6

Aşağıda belirli sayıda tişört için fiyat gösteren bir tablo verilmiştir.

Tişört sayısı	fiyat
3	9
5	15
9	27
21	63

1.30 tişört için fiyatın ne olmasını beklersiniz? Bunu nasıl belirlediğinizi açıklayınız.

Puanlama:

Tam puan: (cebirsel yöntem açıkça gösterilerek 90 doğru cevabını veren kodlar)

Kod 31: n tişört sayısı olmak üzere n sayıda tişört için fiyat veren formül 3n dir.
N=30 için 3.30=90

Kod 32: cebirsel gösterim açık değil
30x3=90

Kısmi puan: (cebirsel yöntem açık ancak yanlış yanıt veren kodlar)
Kod 21: n tişört sayısı olmak üzere n sayıda tişört için fiyat veren formül 3n dir.
N=30 için yanıt yanlış.

(farklı çözüm yolları kullanarak 90 doğru cevabını veren kodlar)
Kod 11: 90

0 puan: (yanıt tamamen yanlış)
Kod 99: boş

2.Eğer tişört sayısını söylediyseniz tişörtlerin fiyatını nasıl bulduğunuzu sözel olarak ifade ediniz.

Puanlama:

Tam puan:

Kod 31: öğrenciler, kendi yorumlarına, görüşlerine ve hareketlerine dayalı açıklama ve görüşler kurgulayabilir ve bunları başkalarına anlatabilirler.

0 puan: (yanıt tamamen yanlış)

Kod 99: boş

3.Tişört sayısı ve tişört fiyatı arasındaki bağıntıyı gösteren bir kural yazınız. Kuralınızı açıklayınız.

Puanlama:

Tam puan: (cebirsel yöntem açıkça gösterilerek doğru cevabı veren kodlar)

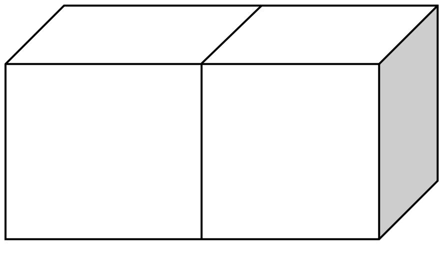
Kod 31: n tişört sayısı olmak üzere n sayıda tişört için fiyat veren formül 3n dir.

0 puan: (yanıt tamamen yanlış)

Kod 99: boş

Problem 7

Bir şirket, küpleri bir sırada birleştirerek çubuklar üretiyor ve bir sıra halindeki çubuğu etiket makinesi ile etiketliyor. Makine, küplerin tüm yüzeyini kaplamak için görünen her bir yüzüne birer tane etiket yerleştiriyor. Çubuğun dışında kalan küp yüzeyleri tamamen etiketlenmek zorundadır. Örneğin uzunluğu 2 olan çubuğun yüzeyini kaplamak için 10 etiket gereklidir.



1.Uzunluğu 7 olan çubuk için kaç tane etikete ihtiyaç vardır? Cevabınızı açıklayınız.

Puanlama:

Tam puan: (cebirsel yöntem açıkça gösterilerek 30 doğru cevabını veren kodlar)

Kod 31: n çubuk sayısı olmak üzere etiket sayısını veren formül 4n+2 dir.
n=7 için etiket sayısı=4x7+2=30

Kısmi puan: (cebirsel yöntem açık ancak yanlış yanıt veren kodlar)
Kod 21: n çubuk sayısı olmak üzere etiket sayısını veren formül 4n+2 dir.
n=7 için yanıt yanlış

(farklı çözüm yolları kullanarak 30 doğru cevabını veren kodlar)
Kod 11: cebirsel gösterim açık değil
4.7+2=30

0 puan: (yanıt tamamen yanlış)
Kod 99: boş

2.Uzunluğu 10 olan çubuk için kaç tane etikete ihtiyaç vardır? Cevabınızı açıklayınız.

Puanlama:

Tam puan: (cebirsel yöntem açıkça gösterilerek 42 doğru cevabını veren kodlar)
Kod 31: n çubuk sayısı olmak üzere etiket sayısını veren formül 4n+2 dir.
n=10 için etiket sayısı=4x10+2=42

Kısmi puan: (cebirsel yöntem açık ancak yanlış yanıt veren kodlar)
Kod 21: n çubuk sayısı olmak üzere etiket sayısını veren formül 4n+2 dir.
n=10 için yanıt yanlış

(farklı çözüm yolları kullanarak 42 doğru cevabını veren kodlar)
Kod 11: cebirsel gösterim açık değil
4.10+2=42

0 puan: (yanıt tamamen yanlış)
Kod 99: boş

3.Uzunluğu 49 olan çubuk için kaç tane etikete ihtiyaç vardır? Cevabınızı açıklayınız.

Puanlama:

Tam puan: (cebirsel yöntem açıkça gösterilerek 198 doğru cevabını veren kodlar)
Kod 31: n çubuk sayısı olmak üzere etiket sayısını veren formül 4n+2 dir.
n=49 için etiket sayısı=4x49+2=198

Kısmi puan: (cebirsel yöntem açık ancak yanlış yanıt veren kodlar)
Kod 21: n çubuk sayısı olmak üzere etiket sayısını veren formül 4n+2 dir.
n=49 için yanıt yanlış

(farklı çözüm yolları kullanarak 198 doğru cevabını veren kodlar)
Kod 11: cebirsel gösterim açık değil
4.49+2=198

0 puan: (yanıt tamamen yanlış)
Kod 99: boş

4.Herhangi bir uzunluktaki bir çubuk için gerekli etiket sayısını nasıl bulabiliriz? Açıklayınız.

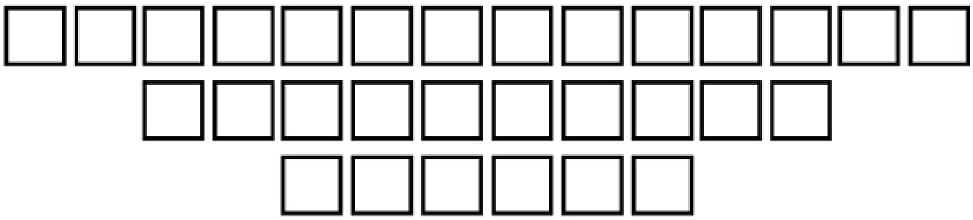
Puanlama:

Tam puan: (cebirsel yöntem açıkça gösterilerek doğru cevabı veren kodlar)
Kod 31: n çubuk sayısı olmak üzere etiket sayısını veren formül 4n+2 dir.
Kod 32: n çubuk sayısı olmak üzere etiket sayısını veren formül 4(n-2)+10 dur.
Kod 33: n çubuk sayısı olmak üzere etiket sayısını veren formül 6n-2(n-1) dir.
Kod 34: n çubuk sayısı olmak üzere etiket sayısını veren formül 5n-(n-2) dir.

0 puan: (yanıt tamamen yanlış)
Kod 99: boş

Problem 8

Bir tiyatroda ilk sırada 6 koltuk vardır. İlk sıradan sonra her sırada koltuk sayısı 4 artmaktadır. Aşağıdaki diyagramda tiyatronun ilk üç sırası gösterilmiştir.



1.Tiyatroda 7. Sırada kaç koltuk vardır? Cevabınızı açıklayınız.

Puanlama:

Tam puan: (cebirsel yöntem açıkça gösterilerek 30 doğru cevabını veren kodlar)
Kod 31: n sıra sayısı olmak üzere koltuk sayısını veren formül 4n+2 dir.
n=7 için koltuk sayısı⟹4.7+2=30
Kod 32: n sıra sayısı olmak üzere koltuk sayısını veren formül 4(n-1)+6 dır.
n=7 için koltuk sayısı⟹4(7-1)+6=30

Kısmi puan: (cebirsel yöntem açık ancak yanlış yanıt veren kodlar)
Kod 21: n sıra sayısı olmak üzere koltuk sayısını veren formül 4n+2 dir.
n=7 için yanıt yanlış
Kod 22: n sıra sayısı olmak üzere koltuk sayısını veren formül 4(n-1)+6 dır.
n=7 için yanıt yanlış

(farklı çözüm yolları kullanarak 30 doğru cevabını veren kodlar)
Kod 11: cebirsel gösterim açık değil
4.7+2=30

0 puan: (yanıt tamamen yanlış)
Kod 99: boş

2.Tiyatroda 12. Sırada kaç koltuk vardır? Cevabınızı açıklayınız.

Puanlama:

Tam puan: (cebirsel yöntem açıkça gösterilerek 50 doğru cevabını veren kodlar)

Kod 31: n sıra sayısı olmak üzere koltuk sayısını veren formül 4n+2 dir.
n=12 için koltuk sayısı⟹4.12+2=50
Kod 32: n sıra sayısı olmak üzere koltuk sayısını veren formül 4(n-1)+6 dır.
n=12 için koltuk sayısı⟹4(12-1)+6=50

Kısmi puan: (cebirsel yöntem açık ancak yanlış yanıt veren kodlar)

Kod 21: n sıra sayısı olmak üzere koltuk sayısını veren formül 4n+2 dir.
n=12 için yanıt yanlış
Kod 22: n sıra sayısı olmak üzere koltuk sayısını veren formül 4(n-1)+6 dır.
n=12 için yanıt yanlış

(farklı çözüm yolları kullanarak 50 doğru cevabını veren kodlar)
Kod 11: cebirsel gösterim açık değil
4.12+2=50

0 puan: (yanıt tamamen yanlış)
Kod 99: boş

3.Tiyatroda 104. Sırada kaç koltuk vardır? Cevabınızı açıklayınız.

Puanlama:

Tam puan: (cebirsel yöntem açıkça gösterilerek 418 doğru cevabını veren kodlar)

Kod 31: n sıra sayısı olmak üzere koltuk sayısını veren formül 4n+2 dir.
n=104 için koltuk sayısı⟹4.104+2=418
Kod 32: n sıra sayısı olmak üzere koltuk sayısını veren formül 4(n-1)+6 dır.
n=12 için koltuk sayısı⟹4(104-1)+6=418

Kısmi puan: (cebirsel yöntem açık ancak yanlış yanıt veren kodlar)

Kod 21: n sıra sayısı olmak üzere koltuk sayısını veren formül 4n+2 dir.
n=104 için yanıt yanlış
Kod 22: n sıra sayısı olmak üzere koltuk sayısını veren formül 4(n-1)+6 dır.
n=104 için yanıt yanlış

(farklı çözüm yolları kullanarak 418 doğru cevabını veren kodlar)
Kod 11: cebirsel gösterim açık değil
4.104+2=418

0 puan: (yanıt tamamen yanlış)
Kod 99: boş

4.Hangi sırada 378 koltuk bulunur? Cevabınızı açıklayınız.

Puanlama:

Tam puan: (cebirsel yöntem açıkça gösterilerek 94 doğru cevabını veren kodlar)
Kod 31: n sıra sayısı olmak üzere koltuk sayısını veren formül 4n+2 dir.
$4n+2=378 \Rightarrow 4n=376 \Rightarrow n=94$
Kısmi puan: (cebirsel yöntem açık ancak yanlış yanıt veren kodlar)
Kod 21: n sıra sayısı olmak üzere koltuk sayısını veren formül 4n+2 dir.
4n+2=378 eşitliğinde n yanlış bulunmuş.

(farklı çözüm yolları kullanarak 94 doğru cevabını veren kodlar)
Kod 11: cebirsel gösterim açık değil
4.94+2=378

0 puan: (yanıt tamamen yanlış)
Kod 99: boş

5.Herhangi bir sıradaki koltuk sayısını nasıl belirleyeceğinizi açıklayınız. Herhangi bir sıradaki koltuk sayısını hesaplamanızı sağlayacak bir formül yazınız. Formülünüzü açıklayınız.

Puanlama:
Tam puan: (cebirsel yöntem açıkça gösterilerek doğru cevabı veren kodlar)

Kod 31: n sıra sayısı olmak üzere koltuk sayısını veren formül 4n+2 dir.
Kod 32: n sıra sayısı olmak üzere koltuk sayısını veren formül 4(n-1)+6 dır.
Kod 33: n= sıra sayısı +1 olmak üzere koltuk sayısını veren formül 2(2n-1) dir.
Kod 34: n sıra sayısı olmak üzere koltuk sayısını veren formül 3n+3+(n-1) dir.

0 puan: (yanıt tamamen yanlış)
Kod 99: boş

Problem 9

Large Foot Pizza şirketi, 36 parça içeren büyük bir pizza satıyor. Sınıf, yaklaşan bir sınıf partisi için bu pizzalardan 2 tane satın aldı. Herkes, her bir kişinin aynı miktarda pizza alacağını kabul etti.

1.Sadece 4 öğrencinin sınıf partisine katılacağını düşünelim, her öğrenci kaç parça pizza alırdı? 9 öğrenci katılsaydı her biri kaçar parça pizza alırdı? Cevabınızı açıklayınız.

Puanlama:

Tam puan: (cebirsel yöntem açıkça gösterilerek doğru cevabı veren kodlar)

Kod 31: 2x36=72 parça pizza n tane öğrenciye paylaştırılırsa kişi başına 72/n tane parça pizza düşer.

- n=4 için pizza sayısı 72/4=18
- n=4 için pizza sayısı 72/9=8

Kod 32: cebirsel gösterim açık değil

- 72/4=18
- 72/9=8

Kısmi puan: (cebirsel yöntem açık ancak yanlış yanıt veren kodlar)

Kod 21: 2x36=72 parça pizza n tane öğrenciye paylaştırılırsa kişi başına 72/n tane parça pizza düşer.

- n=4 için yanıt yanlış
- n=9 için yanıt yanlış

Kod 11: cebirsel gösterim açık değil

- n=4 için yanıt yanlış
- n=9 için yanıt yanlış

0 puan: (yanıt tamamen yanlış)
Kod 99: boş

2.30 öğrencinin sınıf partisine katılacağını düşünelim, her öğrenci kaç parça pizza alırdı? Cevabınızı açıklayınız.

Puanlama:

Tam puan: (cebirsel yöntem açıkça gösterilerek 2,4 doğru cevabını veren kodlar)

Kod 31: 2x36=72 parça pizza n tane öğrenciye paylaştırılırsa kişi başına 72/n tane parça pizza düşer.

- n=30 için pizza sayısı 72/30=2,4

Kod 32: cebirsel gösterim açık değil

- 72/30=2,4

Kısmi puan: (cebirsel yöntem açık ancak yanlış yanıt veren kodlar)
Kod 11: 2x36=72 parça pizza n tane öğrenciye paylaştırılırsa kişi başına 72/n tane parça pizza düşer.

- n=30 için yanıt yanlış

0 puan: (yanıt tamamen yanlış)
Kod 99: boş

3.Partide tüm öğrenciler bir buçuk parça pizza almışlardır. Partiye kaç öğrenci katılmıştır? Cevabınızı açıklayınız.

Puanlama:

Tam puan: (cebirsel yöntem açıkça gösterilerek 48 doğru cevabını veren kodlar)

Kod 31: 2x36=72 parça pizza n tane öğrenciye paylaştırılırsa kişi başına 72/n tane parça pizza düşer.
72/n=1,5$\Longrightarrow$ n=48
Kod 32: cebirsel gösterim açık değil
72/1,5=48

Kısmi puan: (cebirsel yöntem açık ancak yanlış yanıt veren kodlar)

Kod 11: 2x36=72 parça pizza n tane öğrenciye paylaştırılırsa kişi başına 72/n tane parça pizza düşer.
72/n=1,5 eşitliği için yanıt yanlış

0 puan: (yanıt tamamen yanlış)
Kod 99: boş

4.Herhangi bir öğrenci sayısı için pizza parça sayısını bulmamızı sağlayacak bir denklem yazınız. Denkleminizi açıklayınız.

Puanlama:

Tam puan: (cebirsel yöntem açıkça gösterilerek doğru cevabı veren kodlar)
Kod 31: 2x36=72 parça pizza n tane öğrenciye paylaştırılırsa kişi başına 72/n tane parça pizza düşer.
Kod 33: 2x36=72 parça pizza n tane öğrenciye paylaştırılırsa kişi başına x tane parça pizza düşer. Bu durumda formül n.x=72 şeklindedir.

0 puan: (yanıt tamamen yanlış)
Kod 99: boş

Problem 10

İki farklı DVD kiralama şirketi müşteri kazanmak için fiyatlarına yeni bir uygulama getirmişlerdir. İlk firma, yıllık 5 TL DVD kiralama ücreti alıp, her DVD başına 1 TL almaktadır. İkinci şirket yıllık kira ücreti almayıp, her DVD başına 2 TL kira almaktadır.

1.İkinci şirketten 11 DVD kiralayan bir kişi ne kadar para öder? Cevabınızı açıklayınız.

Puanlama:

Tam puan: (cebirsel yöntem açıkça gösterilerek 22 doğru cevabını veren kodlar)

Kod 31: n DVD sayısı olmak üzere ikinci şirket için 2n kira ücretini veren formüldür.
n=11 için 2.11=22 TL kira ücreti

Kod 32: cebirsel gösterim açık değil
2x11=22 TL

Kısmi puan: (cebirsel yöntem açık ancak yanlış yanıt veren kodlar)

Kod 11: n DVD sayısı olmak üzere ikinci şirket için 2n kira ücretini veren formüldür.
n=11 için yanıt yanlış

0 puan: (yanıt tamamen yanlış)
Kod 99: boş

2.Kiralanan kaçıncı DVD'de iki şirkete de aynı para ödenir? Cevabınızı tablo veya grafik çizerek açıklayınız.

Puanlama:

Tam puan: öğrenciler tablo ve grafikten elde ettikleri sonuçlara göre yanıtlarını gerekçelendirmişlerdir.

Kod 31:cebirsel çözüm var

x DVD sayısı olmak üzere 5+x=2x , x=5

Kod 32: tablo veya grafik var cebirsel çözüm yok.

Kısmi puan:

Kod 21: tablo veya grafik yok cebirsel çözüm var.

x DVD sayısı olmak üzere 5+x=2x , x=5

Kod 11: cevap doğru ancak tablo veya grafik yok, cebirsel çözüm yok.

0 puan: (yanıt tamamen yanlış)

Kod 99: boş