ERZİNCAN ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

BİR DİNAMİK GEOMETRİ YAZILIMININ İLKÖĞRETİM ÖĞRENCİLERİNİN GEROMETRİDE İSPAT BECERİLERİNE ETKİSİ

Furkan DEMİR

İLKÖĞRETİM BÖLÜMÜ MATEMATİK EĞİTİMİ
ANABİLİM DALI

ERZİNCAN
2011

Yrd. Doç. Dr. İbrahim BUDAK danışmanlığında, Furkan DEMİR tarafından hazırlanan bu çalışma 01.07.2011 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından İlköğretim Anabilim Dalı Matematik Eğitimi Bilim Dalı'nda Yüksek Lisans Tezi olarak kabul edilmiştir.

Başkan : Doç. Dr. Engin ÖZKAN *İmza:*

Üye : Yrd. Doç. Dr. İbrahim BUDAK *İmza:*

Üye : Yrd. Doç. Dr. Ayfer BUDAK *İmza:*

Yukarıdaki sonucu onaylarım.

Doç Dr. Recep POLAT
Enstitü Müdürü

ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

BİR DİNAMİK GEOMETRİ YAZILIMININ İLKÖĞRETİM ÖĞRENCİLERİNİN GEOMETRİDE İSPAT BECERİLERİNE ETKİSİ

Furkan DEMİR

Erzincan Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
İlköğretim Matematik Eğitimi Anabilim Dalı

Danışman: Yrd. Doç Dr. İbrahim BUDAK

Bu çalışmada dinamik geometri yazılımı Cabri' de koşturulmak üzere hazırlanan ve öğrencilerin matematiksel ispat becerilerini geliştirmeye yönelik olan bilgisayar destekli geometri materyallerinin sınıf ortamında uygulanması sonucu adım adım ortaya çıkan öğrenme ürünlerinin matematiksel ispatın aşamalarına uygunluğu değerlendirildi. Materyallerin tasarımı, çalışmanın ilk safhasını oluşturmaktadır. Tasarlanan materyallerin, yapılan pilot çalışmadan elde edilen verilerden yola çıkılarak geliştirilmesi sağlandı. Pilot çalışmada geometride iyi, orta ve zayıf düzeyde seçilen üç tane 8. sınıf öğrencisiyle 7 hafta çalışıldı. Geliştirilen materyaller Kütahya ilinde özel bir ilköğretim okulunda deney grubu olarak belirlenen 10 tane 8. sınıf öğrencisine Cabri'nin tanıtılmasının ardından 4 haftalık bir süreç içerisinde uygulandı. Çalışmanın kontrol grubu aynı ilde başka bir özel ilköğretim okulundan seçilen 13 öğrenciden oluşmaktadır. Deney ve kontrol gruplarına yapılan ön testten elde edilen veriler, gruplar arasında başlangıçta ispat becerileri açısından anlamlı bir fark olmadığını gösterdi. Çalışmadan elde edilen sonuçlara nitel ve nicel verilerden yararlanılarak ulaşıldı. Öğrencilerin tamamladığı çalışma yapraklarındaki çözümlemelerin, matematiksel ispatın aşamalarına paralel olması, oluşturulan bilgisayar destekli geometri materyallerinin öğrencilerin matematiksel ispat becerilerini geliştirdiğini gösterdi. Deney grubu öğrencilerinin ön ve son test puanlarının karşılaştırıldığında son test puanları lehine anlamlı bir fark çıkması, nicel verilerin de aynı sonucu desteklediğini gösterdi. Araştırmanın problemlerine paralel olarak yapılan diğer bir analizde deney ve kontrol grubu öğrencilerinin son test puanları karşılaştırıldı. Dinamik geometri yazılımı kullanılan deney grubu son test puanları lehine anlamlı bir fark olduğu görüldü.

Çalışma sonucunda geliştirilen bilgisayar destekli materyallerde, çokgenlere ve dairede alana ait formüllerin kavramsal alt yapılarının öğrencilere keşfettirilmesi sağlandı. Benzer çalışmalarla öğrencilerin bulunduğu düzey göz önünde bulundurularak farklı örneklemlere, çeşitli kazanımları keşfederek elde etme fırsatı ve öğrencilere matematiksel ispat sürecindeki mantıksal örgüyü kurabilecekleri mikrodünyalar sunulmalıdır.

2011, 97 sayfa

Anahtar Kelimeler: Matematiksel İspat Becerisi, Bilgisayar Destekli Geometri Öğretimi, Cabri, Dinamik Geometri Yazılımı

ABSTRACT

Master Thesis

THE IMPACT OF A DYNAMIC GEOMETRY SOFTWARE ON ELEMENTARY STUDENTS' PROOF SKILLS IN GEOMETRY

Furkan DEMİR

Erzincan University
Graduate School of Sciences
Division of Elementary Mathematics Education

Supervisor : Asst. Prof. Dr. İbrahim BUDAK

In the present study, the suitability of learning outcomes appeared step by step as a result of in class application of computer-assisted geometry materials prepared to develop students' mathematical proving skills and will be exercised in Cabri, which is a dynamic geometry software, for the steps of mathematical prooving was evaluated. The first phase of the study was the material design. Materials designed were developed based on the data obtained from the pilot studies. The researcher studied with seven 8-graders with good, moderate and bad geometrical knowledge. The materials developed were applied to ten 8-graders from a private elementary school in Kütahya after the introduction of Cabri. The control group of the study constituted 13 students chosen from another private elementary school in the same city. The pre-test results obtained from the experimental and control groups revealed that at the beginning there was no meaningful difference between the groups in terms of prooving skills. Both the qualitative and quantitative data were made use of for the study. That the solutions in the students' worksheets were in line with the phases of mathematical proving showed that the computer-assisted geometry materials developed the students' mathematical proving skills. Getting a meaningful difference in favor of the post-test scores when pre and post-test scores were compared, showed that the quantitative data supported the same result. In another analysis conducted depending on the problem statements of the study, the post-test scores of the experimental and control groups were compared and it was found out that there was a meaningful difference in favor of the experimental group in which dynamic geometry software was used.

With the computer-assisted materials developed as a result of the study, it is aimed that students explore the theoretical basics of the formulas related with polygons and circle. With further studies, different samples must be given the opportunity to reach various objectives by exploring and must be provided with microworlds that they get the insight of the mathematical proving process.

2011, 97 pages

Key Words: Mathematical Proving Skill, Computer-Assisted Geometry Teaching, Cabri, Dynamic Geometry Software

TEŞEKKÜR

Hayatımın her anında olduğu gibi yüksek lisans eğitimimde de yanımda olan değerli aileme, çalışmalarımda bana yol gösteren ve engin bilgilerinden faydalandığım Sayın Yrd. Doç. Dr. İbrahim Budak'a, ders döneminde gösterdiği ilgi ve desteklerinden dolayı Sayın Yrd. Doç. Dr. Ayfer Budak'a, uygulamalarım için gerekli imkanları sağlayan Özel Yıldız ve Özel Başaran ilköğretim okulu yönetici ve öğretmenlerine, tez dönemi boyunca hiç bir konuda yardımlarını esirgemeyen Arş. Gör. Fatih Demir, Arş. Gör. Mustafa Köse ve Okt. H. Özge Bahar'a teşekkürlerimi sunarım.

Furkan Demir

Temmuz, 2011

İÇİNDEKİLER

Sayfa

KISALTMALAR

DGY	Dinamik Geometri Yazılımı
BDÖ	Bilgisayar Destekli Öğretim
ÇY	Çalışma Yaprağı
DP	Doğru Parçası
İDÖ	İşbirliğine Dayalı Öğrenme
SBS	Seviye Belirleme Sınavı
CAS	Computer Algebra System
CSCL	Computer Supported Collaborative Learning

TABLOLAR LİSTESİ

Sayfa

ŞEKİLLERİN LİSTESİ

Sayfa

1. GİRİŞ

Geometri, şekiller ve cisimlerin sayılarla koordinasyonu sonucu ortaya çıkan ve bu yönüyle, düzlem ve uzaydaki şekillerin boyut ve yer bakımından nicel olarak ifade edilebilmesini sağlayan, matematiğin önemli bir parçasıdır. Astronomi, mimari, fizik, coğrafya gibi birçok disiplin içinde önemli bir yere sahiptir (Özdemir & Ubuz, 2005). Herhangi bir gök cisminin uzaydaki geometrik yerinden, dünya üzerindeki herhangi bir nesnenin koordinatlarına kadar birçok nicel verinin kaynağı, bu bilim dalıdır. Teknolojik gelişmelerin de etkisiyle, görülebilen uzay genişlemekte, mimari artık sıradan binalar ve köprülerden uzaklaşmaktadır. Bu şekilde insanlar, sahip olduğu geometrik düşünme becerisindeki gelişimin somut örneklerini sergilemektedir.

Geometride bu gün gelinen noktaya bir anda ulaşılmadığı, tarihsel süreç içerisinde bir başlangıcı olduğu ve hiyerarşik bir yapılanmayla gösterdiği gelişmeler sonucu bu günkü halini aldığı açıktır. Milattan önce, Mısırlıların Nil kıyısındaki toprakları paylaşmak için kullandıkları geometri, bu gün her hangi bir insanın hükmedebileceği boyutların çok çok ötesindedir (Ülger, 2005). Aynı şekilde bireyde de, geometrik düşünmenin bir başlangıcı ve gelişim süreci vardır. İnsanın geometrik düşünme adına attığı ilk adım, etrafında gördüğü birbirinden farklı şekilleri tanımaya başlaması olarak gösterilebilir. Daha sonra öğrenim hayatı boyunca alacağı geometri eğitimiyle orantılı olarak bu alandaki düşünce düzeyi de yükselecektir. Bu yüzden bireyin alacağı geometri eğitimi bu alandaki düşünme düzeyinin yükselmesinde önemli bir yere sahiptir. Başlangıç itibariyle bakıldığında ilköğretim için geometri konularının öğretimi matematiğin diğer konularının öğretimi kadar önemlidir (Turgut & Yılmaz, 2007). İlköğretim matematik müfredatında geometri konularına da yer verilmesinin bazı sebepleri şu şekilde sıralanabilir (Baykul, 2005).

- Matematik çalışmaları arasında eleştirel düşünme ve problem çözme önemli bir yer tutar. Geometri çalışmaları, öğrencilerin eleştirel düşünme ve problem çözme becerilerini geliştirmede önemli katkı sağlar.

- Geometri konuları, matematiğin diğer konularının öğretimine yardımcı olur. Örneğin kesir sayıları ve ondalık sayılarla ilgili kazanımların elde edilmesinde ve işlem tekniklerinin öğretiminde dikdörtgen, kare, ve daireye ait özelliklerden yararlanılır.
- Geometri, matematiğin günlük hayatta görülen önemli yansımalarından biridir. Geometriyi; kara, hava, deniz taşıtlarının yol güzergahlarının belirlenmesi (navigasyon), güneş ve ay tutulması gibi açıkça görülebilen olayların zamanının tahmin edilebilmesi şeklinde bir çok uygulama alanında fark etmek mümkündür.
- Geometri, bilim ve sanatta da kullanılan bir araçtır. Örneğin mimarların, mühendislerin geometrik şekilleri kullandıkları; fizikte, kimyada ve diğer bilim dallarında geometrik özelliklerin kullanıldığı bilinmektedir.
- Geometri öğrencilerin yaşadıkları dünyayı daha yakından tanımalarına ve değerini takdir etmelerine yardımcı olur. Örneğin kristallerin, gök cisimlerinin şekil ve yörüngeleri birer geometrik şekildir.
- Geometri, öğrencilerin hoş vakit geçirmelerine hatta matematiği sevmelerine yardımcı olacak bir aracıdır. Örneğin çocuklar geometrik şekillerle, yırtma yapıştırma, döndürme, öteleme ve simetri yardımıyla eğlenceli oyunlar oynayabilirler.

Bireyin belirtilen bu nedenler doğrultusunda aldığı geometri eğitimiyle, geometrik düşünme becerisinde nasıl bir değişme yaşandığına dair araştırmalar yapılmaktadır. Bunlardan biri Pierre Van Hiele ve Dina Van Hiele-Gedolf adlı iki Danimarkalı eğitimci tarafından yapılan ve bireyin bu gelişimindeki basamaklarını beş farklı geometrik düşünme düzeyi olarak sınıflandıran çalışmadır. Bu sınıflandırma üzerine yapılandırılan araştırmalarda ise düzeylerin hiyerarşik bir yapıya sahip olduğu, kişinin bir düzeye ait tüm becerileri kazanmadığı takdirde bir üst düzeye geçemediği (Crowley, 1987), düzeyler arası geçişte en önemli etkenin tecrübe olduğu, bunun öğrenciye kazandırılmasının öğretim yöntemi ve niteliğiyle doğrudan ilgili olduğu belirtilmektedir (Baykul, 2000).

Geometri öğretiminin geçmişine bakılacak olursa, Euclid Geometrisi 19. yüzyılda İngilterede'de Oxford ve Cambridge üniversitelerine girmek için hazırlanan öğrencilere anlatılırdı. Bu anlatımda öğrencilere teoremler verilir, onlar da herhangi bir sorgulama yapmaksızın teoremleri aynı şekliyle ezberlemeye çalışırlardı. Öğrencilere yöneltilen sorularda teoremde isimlendirme için kullanılan harfler bile değiştirildiğinde yanlış cevapları işaretliyorlardı. Bu durumun değiştirilebilmesi için çaba sarf edilse de işin temeline inilmediğinden 1960 lara kadar geometri eğitimi benzer şekilde süregeldi. Modern matematik değişimleri ile Euclid Geometrisindeki ispat ve teoremlerin yerini dönüşüm geometrisi aldı. Ancak bunun da sezgisel yönünün ağır bastığı ve başarıya ulaştırmayacağı düşünülerek ihmal edildi (Güven, 2002). Bu tarihsel sürecin bu güne yansıması; Bu gün İngiltere'de öğrenciler okul yıllarında çok az miktarda geometri görmektedirler (Hazzan & Goldenbeg, 1997). Amerika'daki durum da bundan farklı değildi. Öğrenciler ve öğretenler geometriyi, teoremler ve onların bir yığın ispatından farklı bir şey olarak görmüyorlardı. Öğrencilerin amacı kendilerine soru yöneltildiğinde bunu doğru cevaplayabilmek için anlatılanları ezberlemek ve bir üst sınıfa geçmekti (Hoffer, 1989). Bu teoremlere nereden ve nasıl ulaşıldığının ve gerçek hayatta ne işe yarayacağının öğretenler ve öğrenenler için önemli olmadığı fark ediliyordu. Sonuçta aynı bilgiler, bir bilgisayardan diğerine aktarılan veriler gibi herhangi bir yorum süzgecinden geçirilmeden devrediliyordu ve öğrenenlerin geometrik düşünme becerisini değil belki hafızada tutabilme kaygısını geliştiriyordu.

Türkiye'de geometri eğitimi, belli zaman periyotlarında yapılan liselere ve üniversiteye giriş sınavlarında bulunabilecek geometri sorularını doğru yanıtlayabilmek üzerine kurulu bir sistemdir. Teoremler, kavramsal alt yapılarına çok da değinilmeden hazır halde öğrencilere verilir. Ardından bunları hangi problemlerde nasıl kullanmaları gerektiği birkaç örnekle gösterilir. Böylece öğrenciler, yüzlerce soru çözerek henüz kavramsal alt yapısını bilmedikleri bilgi birikimini, problemlerde uygulamalarını istemeğe dönük olan öğretim tabanıyla karşı karşıya kalırlar. Bu, öğretmenin sahip olduğu bilgi ve becerileri öğrencinin zihnine nakletmeye çalışması olarak gösterilebilir. Bu durumda bilgi, öğretmenin zihninden öğrencinin zihnine transfer edilmeye çalışılan verilere benzetilebilir. Öğrenci de bu verileri pasif alıcı konumunda zihnine kaydetmeye çalışır. Geleneksel matematik öğretimi yaklaşımının belirgin bir şekilde kendisini gösterdiği bu programdan, yapılandırmacı yaklaşıma geçebilmek için yeni öğretim programları hazırlanırken bu durumun dikkate alınması büyük önem taşımaktadır. Olaya genel boyutlarıyla yaklaşan merkezi program geliştirme çalışmalarının istenen etkiyi gösteremeyişi, çeşitli program geliştirme modellerinin ortaya çıkmasını kaçınılmaz hale getirdi (Tutak, 2008). Bu modellerde, eğitim-öğretim süresince; sınıf ortamında yapılan çalışmalara dayanarak, ders bazında geliştirilen programlardan daha çok, konu bazında program geliştirmeye yönelik araştırmalar yapıldı. (Özmen, 2002; Brecht, 2000; Varış, 1996; Demircioğlu, 2003). Türkiye'de program geliştirme çalışmaları, merkezi olmasının doğurduğu etkiyle, makro düzeyde yapıldığından yeni konular ekleme, çıkarma veya diğer ülkelerde geliştirilmiş modellerin çeviri yoluyla uyarlanması yönündeydi. Ancak son yıllarda konu bazında programların geliştirilmesi, ülkemizin de bu değişimden etkilendiğini göstermektedir. Bu doğrultuda ilköğretim müfredatındaki önemi, yıl sonu (SBS) sınavlarındaki soruların yüzdesi ve bilgisayar destekli keşfederek öğrenmeye adapte edilebilmesi şeklindeki nedenlerden dolayı araştırma çokgenler konusu üzerine yapılandırıldı. Konu bazında program geliştirme çalıştırmaları İngiltere ve Yeni Zelanda 'da birçok projenin içeriğinde bulunmaktadır (Osborne & Freyberg, 1985). Bu programlarda görülen bir diğer özellik de öğretmen ve ders kitabını öğrenmenin sınırlarını belirleyen birer unsur olmaktan çok bir rehber konumuna taşımasıdır. Program, bu yönüyle yapılandırmacı (constructivist) yaklaşımın da özelliklerini taşımaktadır.

Yapılandırmacı öğrenme yaklaşımında, bilgi pasif olarak alınmaz, aktif olarak birey tarafından kurulur. Etkileşim sonucu oluşturulur, kullanılan dil ve mevcut sosyal yapı bu etkileşimde önemli rol oynar. Anlama, adaptasyon sonucu ortaya çıkar, birey kendi tecrübeleri ve bilgi birikimiyle tartışılan konu arasında ilişki kurarak, ele alınan konuyu anlar (Durmuş, 2000). Bilginin kurulmasında ve kazanılmasında etkin olan taraf öğrenen bireydir (Baki & Bell, 1997). Geleneksel öğretimde birey, verilen bilgiyi emen bir sünger olarak konumlandırılırken; yapısalcı yaklaşımda büyüyen bir fidan olarak görülür (Wheatley, 1991).

Yapılandırmacı yaklaşımın bir öğretme yöntemi olarak düşünülmesi yanlış bir yorum olur ve bu bakış açısı onun verimini sınırlayabilir (Clement, 1997). Bu yaklaşımda amaç, bireyin zihinsel yapısının öğrenmeye örgütlenmesidir. Geometrinin mantıksal yapısı göz önüne alındığında, geometri eğitimi için constructivism, bireyin zihninde bir mikro dünya oluşmasını ve zincirleme mantıksal reaksiyonlarla sonuca kendisinin ulaşabilmesini sağlamaktır. Bunu gerçekleştirmenin de en iyi yolu, "constructivist öğrenme teorisine en uygun öğrenme ortamları olan açık uçlu öğrenme ortamlarını" (Hannafin v.d., 2001) kullanmaktır. Öğrencilere, zengin ve gerçek deneyimleri yaşayabilecekleri ortamlar sağlamak öğrenmenin etkili bir süreç izlemesini olanaklı kılacaktır (Güven, 2002). Böyle öğrenme ortamlarının oluşturulmasında teknoloji etkin bir role sahiptir (Hannafin v.d., 2001). Bu rolün etkinliğini artırmak, bilgisayarın hangi felsefeye dayandırılarak eğitime adapte edildiğine bağlıdır. Yapılan araştırmalarda bilimsel bilgi ve teknolojinin karşılıklı olarak birbirlerinin gelişimine katkı sağladığı belirtilmektedir. (Ünal 1995; Habermas 2001). Matematik eğitimi ve bilimsel bilgi arasındaki güçlü bağ düşünüldüğünde, teknolojinin bu alan için ne kadar değerli olduğu fark edilebilir.

1.1.Dinamik Geometri Yazılımları

Öğrencilere çeşitli geometrik şekilleri sanal ortamda oluşturma, bu şekiller arasında ilişkiler kurma, bu ilişkilerle bir teoremi ispatlayabilecek bir iskele kurma ve bu iskeleyi ulaşmak istediği verilere göre değiştirebilme olanağı sağlayan bilgisayar programlarına Dinamik Geometri Yazılımları (DGY) denir (Bintaş & Akıllı, 2008). DGY ler, sahip olduğu değişken değiştirme, varsayımda bulunma ve varsayımı test ederek doğru ya da yanlış olduğunu keşfettirme özellikleri açısından uygun öğrenme ortamının meydana getirilmesinde kullanılabilecek materyallerdir. DGY' nin geometri eğitimine kazandırdığı deneyimleri destekleme ve geometriyi, araştırma yoluyla öğretme özellikleri yıllardır doğrudan anlatım yöntemiyle öğretilen geometri için daha uygun alternatif ortamlar sunmaktadır (Edward, 1997). Birey, böyle ortamlarda keşfederek öğrenme sürecinde, kitaplardan ve öğretmenden bağımsız kendi deneyimlerinden yararlanarak, ortaya çıkan durumu anlamaya ve yorumlamaya çalışır. Bilginin birey tarafından bizzat ortamın içine girerek kazanılması, yani kurulması söz konusudur ve anlamak, bilmekten daha önemlidir. Keşfederek öğrenmeye, taşıdığı bu özellikler açısından bakıldığında yapılandırmacı (constructivist) yaklaşımla ne kadar uyumlu bir süreç olduğu fark edilebilir (Güven, 2002).

Geometri eğitiminde, şekiller ve bunları oluşturan temel geometrik elemanların (nokta, doğru, doğru parçası gibi) birbirleriyle hangi ilişkilerle bağımlı olduğunun fark edilmesi önemli bir yere sahiptir. Goldenberg ve Cuoco (1998) okul geometrisinin içeriğinin şekillerin parçaları arasında sabit olan ilişkileri bulmak üzerine kurulu olduğunu belirtmiştir. Parçalar arasında sabit olan ilişkilerin doğru çizilmiş bir şekil üzerinde ortaya çıkarılmasının kabataslak çizilmiş bir şekilde ortaya çıkarılmasından daha kolay olduğu geometri öğreten ve öğrenen herkes tarafından bilinir (Güven, 2002). DGY'ler, sağladığı bu olanağın yanı sıra "Acaba bu şekli oluşturan parçaların ebat, konum gibi özelliklerinin değiştirilmesi sabit olan ilişkileri nasıl etkiler?" sorusunun da yanıtını bulma imkanını kullanıcıya sunar. Bu durum şöyle bir örnekle açıklanabilir.

> "Kenarlarının orta noktaları belli bir dörtgen düşünün ve bunun içerisine dörtgenin kenarlarının orta noktalarını köşe kabul eden başka bir dörtgen çizin. Şimdi oluşturmuş olduğunuz bu dörtgen için aşağıdaki soruları düşünün:
>
> - Acaba içteki dörtgenin bir özelliği var mı? Bu konuda bir varsayımda bulunabilir misiniz?
> - Eğer içteki dörtgenin bir özelliği varsa ve siz dıştaki dörtgenin köşelerinin yerlerini değiştirirseniz ya da dıştaki dörtgeni bir lastik gibi genişletirseniz içteki dörtgenin bu özelliği sürecek midir? Varsayımınız değişik durumlarda geçerli midir?" (Schaer, 2000).

Herhangi bir dörtgenin içine, onun kenarlarının orta noktaları birleştirilerek yeni bir dörtgen çizilebilir. Adından içteki ve dıştaki dörtgenin çevre, alan gibi temel özellikleri karşılaştırılabilir. Örneğin alan karşılaştırılması yapıldığında, büyük dörtgenin, küçüğün alanına oranının 2 olduğu fark edilebilir. Ancak "Bu ilişki sadece o an ekranda görünen şekle mi aittir yoksa aynı şartlarda çizilen tüm dörtgenler için geçerli midir?" sorusunun yanıtlanmasında şeklin dinamik özelliği ön plana çıkmaktadır. Dıştaki dörtgenin bir köşesi sürüklenerek kenarların ebatları değiştirilebilir. Bu değişime rağmen içteki dörtgenin köşeleri her zaman dıştaki dörtgenin kenarlarının orta noktalarında olacak şekilde kendisini konumlandırır. DGY, içinde bulundurduğu tablo özelliğiyle şeklin farklı ebatları için alanlar arasındaki oranı her defasında hesaplayıp kullanıcıya sunabilir (Bkz. Şekil 9). Bu şekilde elde edilen ilişkinin tüm özel durumlar için test edilmesi sağlanmış olur. Schaer (2000) tarafından örnek olarak sunulan iki problem bu şekilde öğrencilerle DGY kullanılarak çözümlenebilir. Çözüm sürecine bakıldığında aslında öğrencinin sonuca ulaşırken matematiksel ispat sürecinde bulunan aşamaları geçtiği görülebilir. Başka bir deyişle DGY lerin, öğrencilerin bir matematikçi gibi düşünmesinin sağlanabilmesi için önemli fırsatlar sunduğu anlaşılmaktadır. Bu fırsatların geçerliliğinin kanıtlanabilmesi adına DGY lerle ilgili bir araştırma sonucunda bu yazılımların öğrencilerin ispat becerilerindeki başarısını ortaya koyacak çalışmalar yapılması gerektiği ifade edilmektedir (Güven, 2002).

Sınıflarda, model olması için herhangi bir düzlem üzerine el yordamıyla yapılan çizimlerde öğrencilerin var olan ilişkileri görmesi beklenmemelidir. Şeklin hangi sınıfa ait olduğu ve taşıması gereken özellikler, büyük bir olasılıkla bu özelliklerin birçoğunu taşımayan bir şekil üzerinde anlatılmaya çalışılır. Hazırda çizilmiş olan şekilde bulunmayan fakat bulunması gereken özellikler öğrencilere anlatılır. Bu durumda öğrencilerin bilgiye ulaşmak için herhangi bir çaba sarf etmelerine yani ilişkileri görme, keşfetme, genelleme gibi zihinsel aktivitelerde bulunmalarına gerek yoktur. Öğrenciye düşen görev çizilen şeklin özelliklerini hafızada tutmak ve sorulduğunda cevaplayabilmektir. Euclid geometrisinin içeriğindeki konuların genişliği göz önünde bulundurulduğunda, tüm bu bilgileri öğrencinin hafızasında tutmasını istemek, onların bu derse karşı ilgisiz davranmalarına neden olacaktır (Hoffer,1989). Bu durumda hedef öğrenmek değil, bir daha bu dersle karşılaşmamak için sadece dersi geçecek kadar bilgiyi, dersi geçinceye kadar hafızada tutmaktır. Bu yönüyle bakıldığında Euclid geometrisini tarihe gömülmekten, teknolojinin eğitimin hizmetine sunduğu Cabri, Geogebra, Geometer's Skatchpad gibi programlar kurtarmıştır (Villiars, 1996). Çizimlerde pergel, cetvel gibi araçlar kullanmak ilk etapta şeklin özelliklerinin fark ettirilmesinde yardımcı olur. Ancak şeklin düzlemde sabit oluşu fark ettirilen özelliklerin "Aynı yapıdaki tüm şekillere genellenebilir mi?" sorusuna karşı cevapsız kalabilir. Tüm bu nedenler DGY fikrinin ortaya çıkmasını ve ihtiyaçlara paralel olarak zamanla gelişmesini sağlamıştır. DGY ler, Kullanıcıya çeşitli geometrik şekilleri sanal ortamda oluşturma, bu şekiller arasında ilişki kurma, bu ilişkiler ile bir teoremi kanıtlayabilecek bir iskele kurma ve bu iskeleyi manipüle etme olanakları sunan (Bintaş & Akıllı, 2008) ve aslında Euclid Geometrisinin öğrencilere, anlamlandırılabilir mantıksal yargılar bütünü olduğunun gösterilmesinde kullanılabilecek etkili materyallerdir. Cabri Geometry, Geogebra, Geometer's Sketchpad, Cinderella yaygın olarak kullanılan dinamik Geometri programlarıdır. Tanımında da bahseldildiği gibi DGY'lerin özellikleri şu şekilde sıralanabilir (Baki, 2001).

- Doğru, ışın, doğru parçası, çokgen gibi geometrik şekiller kolayca oluşturulabilir.
- Çizilen şekiller üzerinde açı, uzunluk alan gibi ölçümler yapılabilir.
- Elde edilen geometrik yapıların konumları, büyüklükleri değiştirilebilir. Bu, DGY'lerin en önemli özelliğidir.
- Yapı hareket ettirilirken hangi özeliklerinin değişip değişmediği ve yapıyı oluşturan temel elemanlar arasında ilişkiler gözlenebilir. Bu özellik sayesinde kullanıcılar varsayımlarını test edebilir ve genellemeler yapabilir.
- Konu bağımlılığı olmayan programlardır. Dönüşüm Geometrisinin tüm konuları için kullanılabilir.
- Hazır bilgi ya da konu içermezler. Kullanıcı, çalışmak istediği konuya yönelik istediği yapıyı oluşturduktan sonra elde etmek istediği verilere ulaşabilir.

1.2. Dinamik Geometri Yazılımı Cabri Geometry

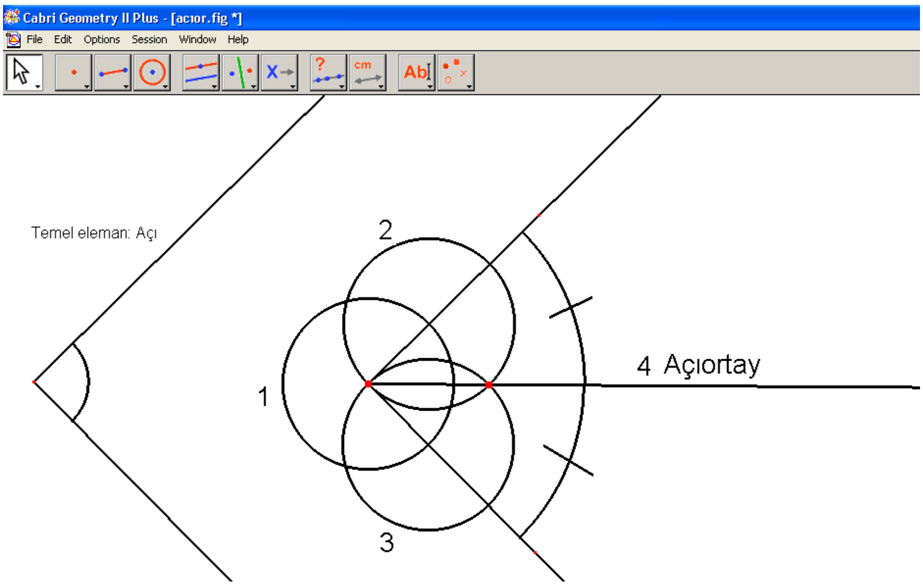
Geometrinin içerdiği temel elemanların (nokta, doğru parçası, ışın, doğru, çokgen, açı, çember gibi) oluşturulabildiği ve bu yapıların manipüle edilebildiği bir yazılımdır (Baki, 2001). Karmaşık bir geometrik yapı oluşturulurken, temel elemanlar kullanılarak adım adım ilerlenir. Daha sonra bu yapıda sabit ya da değişken olması istenen nesneler ya da özellikler tanımlanabilir ve bunlar arasında ilişkiler kurulabilir. Bu yüzden Cabri'de oluşturulan bir şekil, kitap ya da defter yaprağı üzerinde oluşturulmuş bir şekilden daha fazlasını ifade eder. Sanal ortamda oluşturulan bu yapı, çizilmesi amaçlanan nesnenin tüm özelliklerini taşır ve kullanıcının bu özellikleri test etmesine imkan tanır. Kullanıcı ilk aşamada çizdiği nesnenin özelliklerini keşfederek öğrenebilir. Ardından Cabri'nin dinamik yapısından faydalanarak varsayımlarda bulunur, çizimini bu varsayımını test edecek şekilde manipüle edebilir. Burada da "Oluşturduğum nesneye ait özellikleri genelleyebilir miyim?" sorusunun cevabını kendisi keşfedebilir. O halde ilk adım olarak programda temel nesnelerin nasıl oluşturulabildiğinin ve ardından test etme, keşfetme ve genelleme basamakları için programın sunduğu olanakların nasıl kullanılabileceğinin örneklerle açıklanması yararlı olacaktır (Baki, 2002). Pratt ve Ainley (1997) Cabri Geometri' nin 4 temel bileşenden oluştuğunu açıklamaktadır.

1.2.1 Cabri'nin temel bileşenleri

<u>Temel elemanlar</u> Euclid Geometrisi'nin temel elemanlarını oluşturan nokta, doğru parçası, ışın, doğru, çokgen, çember gibi elemanlardır. Cabri' de bunlar kullanılarak adım adım karmaşık geometrik yapıların oluşturulması mümkündür.

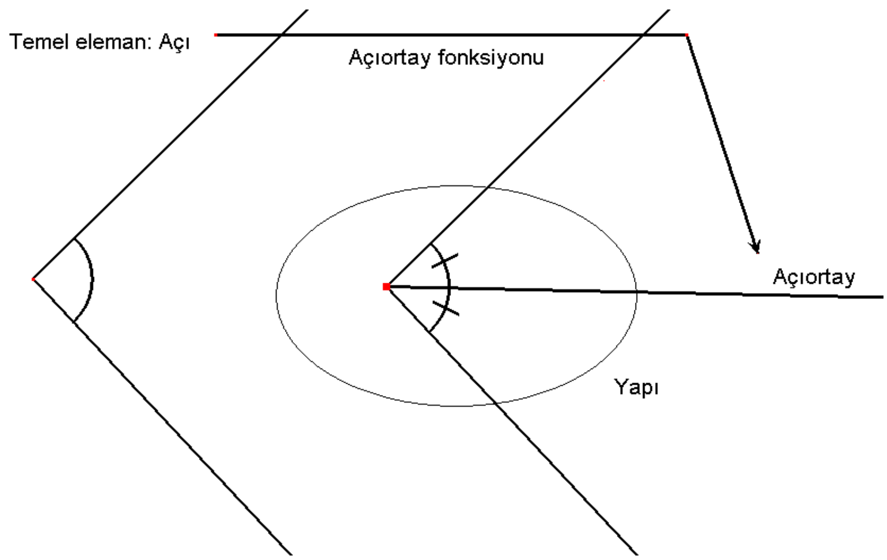
<u>Fonksiyon</u> Aslında temel elemanlar kullanılarak bir ya da birkaç hamlede ortaya çıkarılabilecek bir çizimin, programda bulunan linkler sayesinde tek seferde yapılabilmesini sağlayan işlemlerdir. Matematikteki fonksiyon kavramıyla benzer niteliktedir. Örneğin; $f(x)=5^x+2^x+4x$ fonksiyonunun hesaplanabilmesi için beş tane işlem yapılması gerekir. Her bir üslü ifadenin kendi içinde hesaplanması (3 işlem) ve bulunan bu üç sonucun birbirleriyle toplanması (2 işlem) yapılması gereken işlemler olarak gösterilebilir. Ancak bu fonksiyonun, Excel programında "A1" hücresindeki

sayının x olduğu düşünüldüğünde, herhangi bir hücreye "=5^A1+2^A1+4*A1" şeklinde yazılıp formülize edilmesiyle, sonuca ulaşmak için kullanıcının yapması gereken işlem sayısını azaltmak mümkündür. Cabri'de ise aynı mantıkla hareket edilerek, programı hazırlayan kişiler tarafından eklenmiş fonksiyon linkleriyle kullanıcının sonuca ulaşması için yapması gereken işlem sayısının azaltılması amaçlanmıştır. Şekil 1.1' de görüldüğü gibi bir açıortaya, Cabri'de bulunan ışın ve çember temel elemanları kullanılarak dört çizim sonucunda ulaşmak mümkündür. Ancak programda yer alan "Açıortay" komutunun kullanılmasıyla, tek işlemde sonuca ulaşılması mümkün kılınmıştır (Şekil 1.2). Aynı şekilde öteleme yoluyla paralel doğrular elde edilmesi de mümkündür. Ancak "Paralel Doğru" fonksiyonu kullanılarak bu işlemin tek hamlede yapılabilmesi mümkündür. Bu örnekler çoğaltılabilir. Program yapısında orta dikme, orta nokta, dik doğru, paralel doğru, simetri gibi fonksiyon linkleri bulunmaktadır.



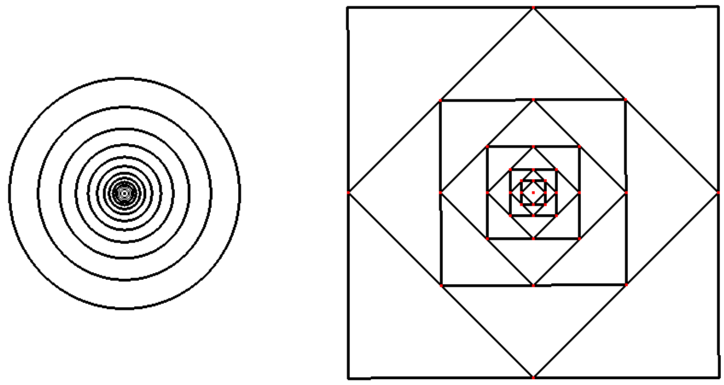
Şekil 1.1. Fonksiyon linki kullanılmadan elde edilen açıortay yapısı

<u>Yapı</u> Temel elemana, herhangi bir fonksiyonun uygulanmasıyla oluşturulan iskelete yapı denir. Temel eleman, fonksiyon ve yapı arasındaki ilişki ise Şekil 1.2' de gösterilmiştir.



Şekil 1.2. Fonksiyon linki kullanılarak elde edilen açıortay yapısı

Şekil 1.1'de birden fazla işlem yapılarak ulaşılan yapıya Şekil 1.2'de sadece açıortay fonksiyonu kullanılarak ulaşılabilir. Şekil 1.2'de ışınlar hareket ettirilse de açılar arasındaki eşitlik korunacaktır. Yapıların, makrolardan faydalanılarak temel eleman olarak programa tanıtılması mümkündür. Böylece fonksiyonun birkaç kez kullanılmasıyla elde edilen bir geometrik yapıya bir kez ulaşıldığında, ilk ve son nesneler makro yardımıyla programa tanıtılır. Aynı yapının tekrar oluşturulması gerektiğinde artık tanımlanan makro ile tek hamlede yapıya ulaşmak mümkündür. Makro oluşturma, ilköğretim müfredatında özellikle örüntü, süslemeler ve fraktal gibi konularda kullanılabilecek bir özelliktir. Örneğin her defasında yarıçapı ¼ oranında küçülen iç içe çemberler, kenarlarının orta noktaları birleştirilerek oluşturulan iç içe düzgün çokgenler makrolar yardımıyla kolay bir şekilde oluşturulabilir (Bkz. Şekil 1.3).



Şekil 1.3. Makro yardımıyla oluşturulan iç içe çemberler ve iç içe düzgün çokgenler

Fonksiyonel bağımlılık Temel elemana herhangi bir fonksiyonun uygulanmasıyla ortaya çıkan yapıdaki yeni değişkenin, temel elemanla arasındaki ilişkiye fonksiyonel bağımlılık denir. Şekil 1.2'ye bakıldığında açıyı oluşturan ışınlar bağımsız değişkenler, açıortay ise bağımlı değişkendir. Açının ölçüsü değiştirebilmek için ışınlardan herhangi biri hareket ettirilebilir. Açıortay ise bu harekete bağımlı olarak ortaya çıkan yeni açının yine açıortayı olacak şekilde konumunu değiştirir. Açıda herhangi bir değişiklik yapılmadığı sürece açıortay tek başına hareket ettirilemez. Fonksiyonel bağımlılık kavramı Cabri'de yapı ve çizim arasındaki farkı oluşturan etkendir.

1.2.2. Yapı ve çizim arasındaki fark

Temel elemanların Cabri'de yer alan fonksiyonlarla birbirine bağlanması sonucu bir yapı oluşturulabileceği gibi, yine temel elemanlar kullanılarak ancak bu kez fonksiyonel bağımlılık kurulmadan, gerekli ölçüm linklerinin kullanılması ve istenilen şartların sağlandığı konumlara temel elemanların yerleştirilmesiyle de şekil itibariyle yapıyla aynı görünümde olan bir çizim yapmak mümkündür. Cabri' yi sınıf ortamında kullanmak isteyen öğretmenler programın bu özelliğini dikkate almalıdırlar. Yapı ile çizim arasındaki fark ilk kullanımlarda görülemeyebilir. Ancak kullanıcılar program üzerinde çalıştıkça bu farkı zamanla ayırt edebilirler. Yazılımın "Dinamik" özelliğinden yararlanılabilmesi için çizimlerden ziyade, yapıların oluşturulması gereklidir.

Cabri' de bir eşkenar üçgenin oluşturulmasında ve manipülasyonunda, yapı ve çizim arasında ne gibi farklar olduğunu görebilmek için ilk olarak, eşkenar üçgene, temel elemanlar arasında herhangi bir fonksiyonel bağımlılık kurmadan ulaşılmaya çalışılacaktır. Eşkenar üçgen şekline ulaşmak için kullanılabilecek birçok yoldan iki tanesi örnek olarak gösterilmiştir.

I. Yol

- "Üçgen" komutu seçilerek herhangi bir üçgen çizilir.
- "Uzunluk" ve "Açı" komutlarını kullanarak kenar uzunlukları ve iç açılar hesaplanır.

- Tüm kenar uzunlukları eşit veya tüm iç açılar 60˚ olan şekle ulaşana kadar köşe noktaların konumları değiştirilir.

II. Yol

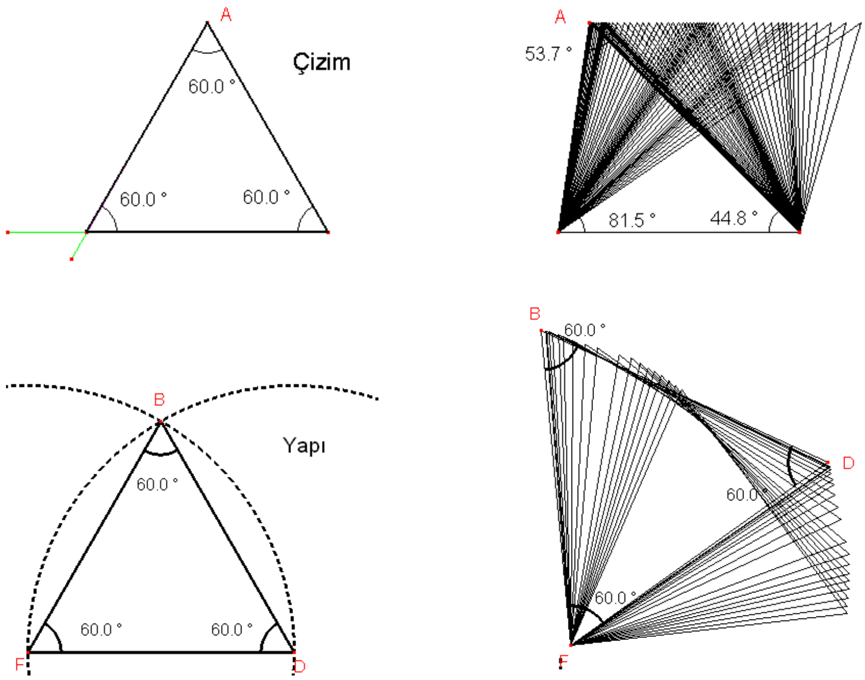
- "Doğru Parçası" komutu seçilerek uç uca eklenecek şekilde üç doğru parçası çizilir.
- Doğru parçaları üçgen olacak şekilde konumlandırılır.
- "Uzunluk" ve "Açı" komutlarını kullanarak kenar uzunlukları ve iç açılar hesaplanır.
- Tüm kenar uzunlukları eşit veya tüm iç açılar 60˚ olan şekle ulaşana kadar köşe noktaların konumları değiştirilir.
- Eşkenar üçgen şekline ulaşıldığında "üçgen" komutu seçilerek köşe noktalar belirlenir.

Her iki çizimde de amaç eşkenar üçgen yapısı oluşturmak değil, ekranda bir eşkenar üçgen şekli görmek için temel elemanları doğru şekilde konumlandırmaya çalışmaktır.

Eşkenar üçgen yapısına ulaşmak içinse şu yol takip edilebilir.

- "Doğru Parçası" komutu kullanılarak bir FD doğru parçası çizilir.
- "Çember" komutu seçilerek merkezi F noktası olan ve D noktasından geçen bir çember çizilir.
- Yine "Çember" komutu seçilerek bu kez merkezi D noktası olan ve F noktasından geçen bir çember çizilir.
- Çizilen iki çember iki noktada kesişir. Bu noktalardan herhangi biri işaretlenir.
- "Üçgen" komutu seçilerek köşe noktaları F, D ve işaretlenen nokta olan üçgen çizilir.
- "Gizle/Göster" komutu kullanılarak çemberler gizlenir.

"Bu çizim sonucunda elde edilen eşkenar üçgen yapısı ile I ve II. Yol olarak adlandırılan çizimler sonucunda elde edilen eşkenar üçgen şekli arasında ne fark vardır?" diye sorulduğunda, "Sadece ekranda oluşan görüntüler birbiriyle karşılaştırıldığında aradaki fark görülemeyebilir. Ancak ekrandaki temel elemanlar hareket ettirildiğinde yapı ile çizim arasındaki fark anlaşılabilir.” (Şekil 1.4).



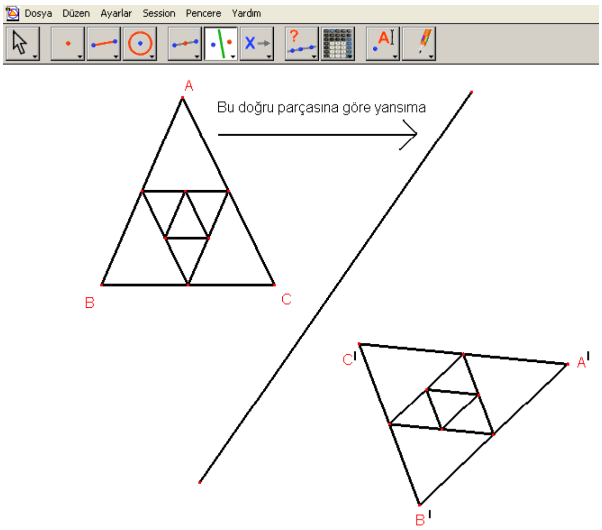
Şekil 1.4. Çizim ile yapının hareket ettirilmesi durumunda oluşan şekiller

Çizimde kullanılan temel elemanlardan herhangi biri sürüklendiğinde açılar ve kenarlar arasındaki ilişkinin bozulduğu görülmektedir. Ancak yapıyı oluşturmak için kullanılan temel elemanlardan biri hareket ettirildiğinde ise açılar ve kenarlar arasındaki ilişkinin değişmediği gözlenmektedir. Yapıda elemanlar arasında kurulan fonksiyonel bağımlılık, eşkenar üçgenin tüm özelliklerinin korunmasını sağlamıştır. Cabri’nin dinamik özelliğinden daha iyi faydalanabilmek için yapıların kullanılmasıyla, öğrencilerin “genelleme” yapabilmesi için eşsiz fırsatlar ortaya çıkarılabilir.

1.2.3. Cabri’de dönüşümler

Yansıma, simetri, öteleme, dönme seçeneklerinin bulunduğu dönüşüm araç kutusu aracılığıyla bu işlemlerin tümü Cabri’de yapılabilir. Öteleme seçeneği programın bazı sürümlerinde “dönüşüm” olarak da geçmektedir.

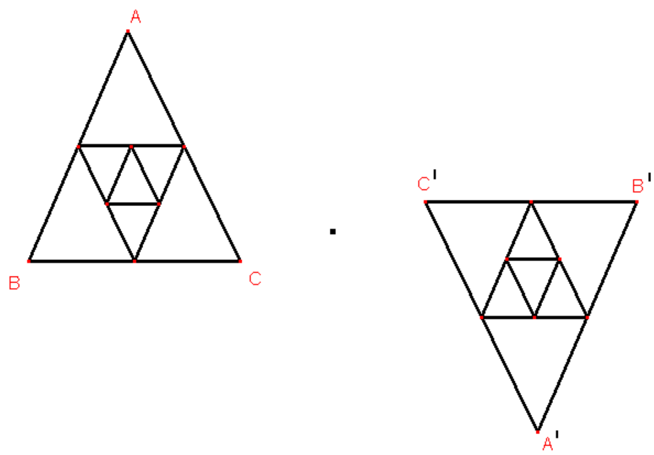
Yansıma Herhangi bir nesnenin bir doğru parçası, doğru, ışın, vektör veya çokgene göre yansıması oluşturulabilir.



Şekil 1.5. İç içe üçgenlerin doğru parçasına göre yansıtılması

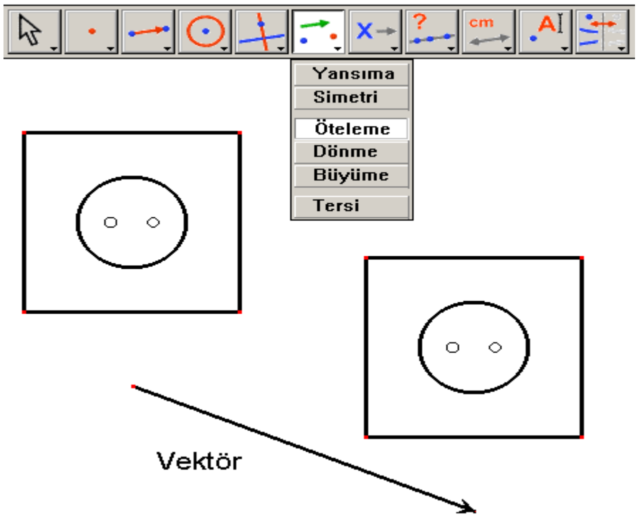
Şekil 1.5 'te verilen örnekte iç içe oluşturulmuş üç tane üçgenin her birinin doğru parçasına göre yansımaları oluşturulmuştur. Önce yansıtılmak istenen nesne seçilir. Ardından yansımanın hangi elemana göre yapılacağı seçilir ve yapı oluşturulur. Bu yapıda, ABC üçgeni sürüklendiğinde, yansıma işlemi sonucunda oluşturulan $A^lB^lC^l$ üçgeni de ona bağımlı olarak hareket edecektir. Ancak $A^lB^lC^l$ üçgeni tek başına hareket ettirilemez.

Simetri Oluşturulan herhangi bir nesnenin noktaya göre simetrisi oluşturulabilir. Nesnenin noktaya göre yansıması olarak da düşünülebilir (Şekil 1.6).



Şekil 1.6. İç içe üçgenlerin noktaya göre simetrisi

Öteleme Herhangi bir nesnenin belirlenen yönde ve miktarda ötelenmiş hali oluşturulabilir. Bunun için nesne belirlendikten sonra onun ne kadar ve hangi yönde öteleneceğini belirlemek amacıyla bir vektör oluşturulur. Ardından nesne seçilerek, “öteleme” seçeneği kullanılır ve nesne vektörün yönünde, vektörün şiddeti kadar ötelenir.



Şekil 1.7. Geometrik şekillerin vektör yönü ve şiddetinde ötelenmesi

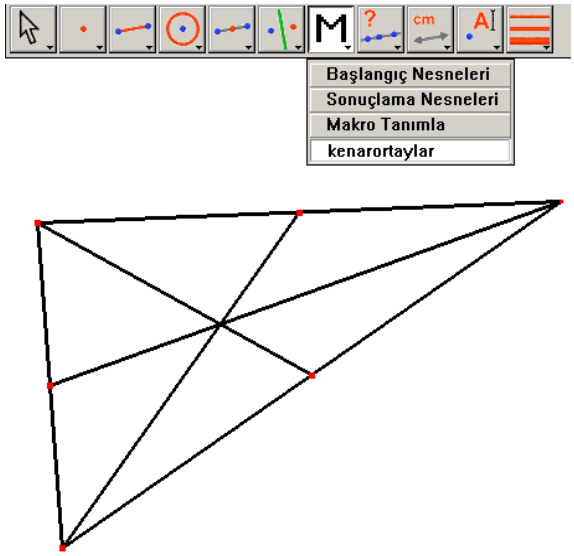
Şekil 1.7’ de bir priz şekli örnek olarak ötelenmiştir. Bu şekli oluşturmak için kullanılan dörtgen ve çemberler tek tek seçilerek dönüşüm araç kutusundaki öteleme seçeneği işaretlenir ve ardından vektörün yönü ve şiddetine bağlı olarak ötelenir.

<u>Döndürme</u> Bu fonksiyon kullanılarak herhangi bir nesnenin belirtilen açı kadar döndürülmesi sağlanabilir. Nesne belirlendikten sonra araç menüsünden “Sayısal Düzen” 

linki seçilir. Ardından ekranda herhangi bir yere nesnenin kaç derece dönmesi isteniyorsa yazılır. Dönüşüm araç kutusundaki “Dönme” seçeneği işaretlenir, önce nesne, ardından açı son olarak da nesnenin hangi nokta etrafında döndürüleceği belirlenir. Böylece ekranda nesnenin istenen açıda döndürülmüş hali elde edilir.

1.2.4. Cabri’de makro oluşturma

Elde edilen bir geometrik yapının çizimindeki ilk ve son nesnelerin tanımlanması yoluyla makrolar oluşturulabilir. Aynı yapıya tekrar ihtiyaç duyulduğunda, yeniden tüm fonksiyonları kullanarak yapıyı elde etmek yerine, yapıyı oluşturan ilk ve son nesneler arasındaki fonksiyonel bağımlılık makro yardımıyla tanımlanır ve yapı bu makro yardımıyla tek hamlede elde edilebilir.



Şekil 1.8. Makro yardımıyla tek işlemde elde edilen üç kenarortay

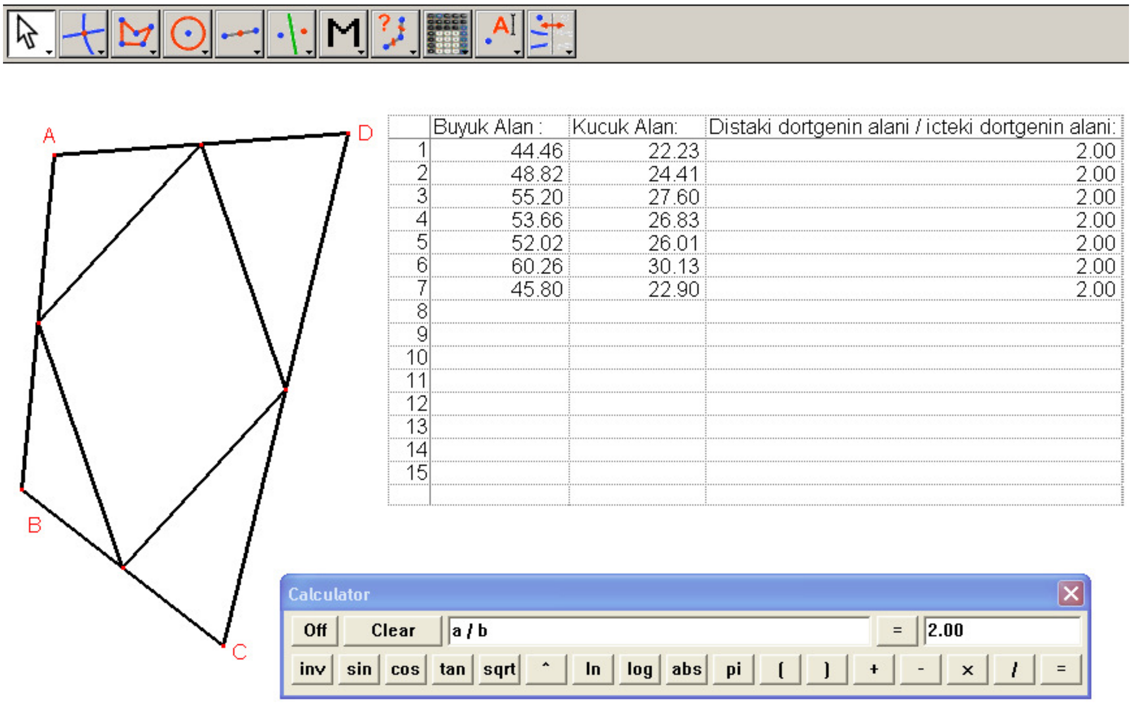
Şekil 1.8' de verilen örnekte bir üçgenin kenarortaylarının makro olarak tanımlanmış olduğu görülmektedir. Herhangi bir üçgen çizilerek kenarlarının orta noktaları "Orta Nokta" fonksiyonu kullanılarak işaretlenir ve kenarortaylar çizilir. Başlangıç nesnesi olarak üçgen, sonuçlama nesneleri olarak da kenarortaylar seçilir. Ardından "Makro Tanımla" seçeneği kullanılarak makroya "kenarortaylar" ismi verilebilir. Bu işlemleri yaptıktan sonra herhangi bir üçgenin kenarortaylarını çizmek için, üçgenin oluşturmak ve Makro araç çubuğundan "kenarortaylar" ı seçerek üçgenin üzerine bir kez tıklamak yeterlidir. Ayrıca şekil 3'teki gibi yapılar da yine makrolar yardımıyla kolayca oluşturulabilir.

1.2.5. Sınama araç çubuğu

Kullanıcı Cabri'de oluşturduğu geometrik yapılar üzerinde varsayımlarını farklı yollarla test edebilir. Ancak en çok test edileceği düşünülen beş kavram, kullanıcıların tek hamlede sorgulama yapabilmesini sağlamak amacıyla araç kutusu olarak yerleştirilmiştir. Araç kutusunda bulunan "Doğrusal" seçeneği kullanılarak seçilen herhangi üç noktanın doğrusal olup olmadığı test edilebilir. Oluşturulan nesnelerin paralelliği, dikliği yine ilgili linklerin kullanılmasıyla test edilebilir. "Eşit uzaklık" seçeneği kullanılarak seçilen üç noktanın birbirine uzaklığının eşitliği test edilebilir. “Eleman” seçeneği ile de seçilen herhangi bir nesnenin, başka bir nesnenin elemanı olup olmadığı (üzerin de mi?) test edilebilir.

1.2.6. Tablo oluşturma ve kullanma

Şekil9’da verilen tablo örneğinde, bir ABCD dörtgeninin alanı ile kenarlarının orta noktalarının birleştirilmesiyle oluşturulan dörtgenin alanının karşılaştırıldığı görülmektedir. ABCD dörtgeninin alanı “Buyuk Alan” olarak, içteki dörtgenin alanı ise “Kucuk Alan” olarak tabloya taşındı. Alanların birbirine oranı hesap makinesi kullanılarak bulunmuş ve üçüncü sütuna taşınmıştır. A, B, C, D noktalarından herhangi biri sürüklenip bırakıldığında ortaya çıkan yeni şekle ait alanlar ve bunlar arasındaki oranın tabloda görünmesi için “Tab” tuşu kullanıldı. Bu işlem tekrarlanırken her defasında “Tab” tuşuna basıldığında yeni veriler tabloya taşınır. Bu yolla alanlar arasındaki ilişki kolayca fark ettirilebilir (Şekil 1.9). Benzer şekilde bir çok ilişkinin tablolar yardımıyla keşfedilmesi, Cabri’nin sunduğu önemli imkanlardan biridir.



	Buyuk Alan :	Kucuk Alan:	Distaki dortgenin alani / icteki dortgenin alani:
1	44.46	22.23	2.00
2	48.82	24.41	2.00
3	55.20	27.60	2.00
4	53.66	26.83	2.00
5	52.02	26.01	2.00
6	60.26	30.13	2.00
7	45.80	22.90	2.00
8			
9			
10			
11			
12			
13			
14			
15			

Şekil 1.9. Şeklin hareket ettirilmesi sonucu verilerdeki değişimin izlenmesi

1.2.7. Cabri'de analitik düzlem

"Ekseni Göster" seçeneği işaretlendiğinde ekranda x ve y eksenleri oluşur. "Izgaraları Göster" seçeneği işaretlenip ardından eksenlerden birinin üzerine tıklandığında koordinatları tam sayı ikililerinden oluşan noktalar ekranda belirecektir. Bu noktaların koordinatları "Denklem ve Koordinatlar" seçeneğini kullanarak ekranda görülebilir. Bu seçenek işaretledikten sonra noktanın üzerine tıklandığında koordinatlar görülebilir. Analitik düzlemde doğru, parabol grafikleri oluşturulabilir ve aynı şekilde bu grafiklerin denklemleri de görülebilir.

1.2.8. Önceden oluşturulmuş bir yapının aşamalarının gösterilmesi

Kaydedilen bir Cabri dosyasının açılarak "Düzen" menüsünden "Yeniden Oluştur" seçeneği işaretlendiğinde, önceden oluşturulmuş bu yapının çizim aşamaları adım adım izlenebilir. Bu özellik, basit veya karmaşık bir geometrik yapının oluşturulmasında kullanılan temel elemanlar ve bunlar arasında kurulan ilişkileri gözlemleyebilme imkanı sağlar.

1.3. Araştırmanın Problemi

Öğrencinin karşılıklı iletişim yoluyla eksiklerini ve performansını tanımasını, dönütler aracılığıyla kendi öğrenmesini kontrol altına almasını; grafik, ses, şekiller yardımıyla derse karşı daha istekli olmasını sağlamak amacıyla eğitim-öğretim sürecinde, bilgisayardan yararlanma yöntemine Bilgisayar destekli öğretim (BDÖ) denebilir (Baki, 2001). BDÖ 'nün bu günkü konumuna nasıl ulaştığını anlayabilmek için, birçok alanda insanların hizmetine sunulan teknolojinin ve dolayısıyla bilgisayarın, eğitime adaptasyon sürecine göz atmakta yarar vardır.

Teknolojinin eğitimdeki ilk kullanımı tepegöz, video, slayt gibi materyallerin sınıf ortamına taşınması olarak gösterilebilir. Öğretmenler tarafından, birkaç yıl önce ders anında şekil çizilerek ya da yazılarak anlatılan konular, artık bu materyallere uygun önceden hazırlanmış veriler kullanılarak anlatılmaya başlandı. Ancak öğrenci açısından bakıldığında bu durumda değişen çok az şey vardı. Bu, onlar için önceden beyaz yazı tahtasında gördükleri yazı ya da şekillerin, beyaz bir perdeye aktarılmasından başka bir şey değildi. Bilgisayar destekli öğretimin (BDÖ) bu şekilde geleneksel yaklaşıma uyarlanmasıyla bir süre beklenen etkiyi gösteremediği söylenebilir. Bu durumun sebebi olarak da bilgisayarın öğretimde, bir sunum aracı ya da ekranındaki test soruları doğru cevaplandığında pekiştireç veren dijital bir soru bankası olarak kullanılması gösterilebilir. Çünkü bu kullanım şekli öğrencilerde bilgi ve anlama düzeyindeki bilişsel öğrenmeleri sağlar (Baki, 2002). Yapılan bir araştırmada bilgisayarın hep düşük düzey beceriler için kullanılmasının öğrencilerde zararlı etkilere yol açtığı ortaya çıkarılmıştır (Wiest, 2001). Bloom taksonomisinde, bilgi ve anlama düzeyindeki öğrenmeler, bilişsel öğrenmenin ilk basamaklarını oluşturur. Üst düzey bilişsel öğrenmeler için analiz, sentez ve değerlendirme düzeylerinin de kazanılması gerekir. Bilgisayarın sunduğu imkanları kullanarak öğrencilerin üst düzey bilişsel öğrenme düzeylerine taşınabilmesi için öncelikle geleneksel yaklaşımın etkilerinden arındırılması gerekliydi.

Öğrenci merkezli BDÖ ile, öğrencinin neler yapabileceğini görmek için öncelikle bilgisayar ve öğrencinin etkileşimini, yapılandırmacı yaklaşıma taşıyabilecek doğru yazılımlara ve öğrencinin zihninde bir mikrodünya oluşturabilecek arayüzlere ihtiyaç vardır. Yapılandırmacı bilgi kuramına göre geliştirilecek olan bilgisayar destekli öğrenme ortamlarında problem çözme etkinlikleri ve bilginin sosyal etkileşim içerisinde kurulmasını sağlayan grup çalışmaları önemli bir yere sahiptir (Baki, 2001).

Geometri öğretimi için yapılandırmacı yaklaşımla öğrencileri daha üst düzeydeki analiz, sentez ve değerlendirme basamaklarına ulaştıracak dinamik geometri yazılımları (DGY) bulunmaktadır. Ancak DGY ler de öğrencilerin zihninde mikrodünyalar oluşturacak şekilde kullanılmazsa geleneksel yaklaşımın etkisi altında kalarak öğrencileri istenen düzeye ulaştırmayabilir. Çizimleri kalemle değil de bilgisayar ekranında yapmaktan daha farklı bir anlam ifade etmeyebilir. Bu durumun önüne geçebilmek için öğretmenin, DGY yi kullanacak olan öğrenciyi düşünmeye, keşfetmeye sevk edecek şekilde yönlendirmesi gerekir. Bunun için öğretmenin hazırladığı ya da araştırmacılar tarafından hazırlanmış ve etkinliği kanıtlanmış çalışma yaprakları kullanarak öğrenciye yön verilmesi en doğru seçim olur. Çalışma yaprakları, yönergelerle öğrencinin DGY ortamında programı yürütmesini yönlendirir. İçindeki yönergeler öğrenciye bilgiyi hazır olarak sunacak şekilde değil, öğrenciyi aşama aşama bilgiye yaklaştıracak şekilde dizayn edilmelidir. Bu durumda öğrencinin keşfederek öğrenmesini olanaklı kılan şartlar sağlanmış olur.

DGY lerin doğru kullanımı öğrencilerin geometriyi, ezberlenmesi gereken bir yığın aksiyom, teorem ve ispatlar dizisi olarak değil (Baki v.d., 2001), bunların kavramsal alt yapılarının basamak basamak öğrencinin zihninde kurulmasıyla, birbirini tamamlayan ve anlamlandıran bilgi örüntüsü olarak görmesi sağlanabilir. DGY' lerin sunduğu bu avantajların ülkemizde, geometri eğitimine gerektiği kadar yansıtılmadığı görülmektedir (Güven, 2002). Matematik öğretmenlerinin DGY' ler hakkında bilgilendirilmesi, araştırmacılar ya da öğretmenler tarafından müfredata paralel çalışma yaprakları oluşturulması ve bunların paylaşılması, bu yazılımların eğitim yararına verimli bir şekilde kullanılabilmesi için atılması gereken en önemli adımlardır. Bundan hareketle çalışmanın ana problemi "DGY kullanımına dayalı öğretim materyalinin ilköğretim düzeyinde çokgenler konusuyla ilgili ispat becerilerini nasıl etkilemektedir?" olarak belirlenmiştir. Daha geçerli sonuçlar elde edilebilmesi amacıyla ana problem şu şekilde iki alt probleme ayrıştırılmıştır.

1. Çokgenler konusunda Cabri yazılımı ile oluşturulan öğretim materyalleri öğrencilerin ispat becerilerini geliştirici nitelikte midir?
1.1. Cabri ile eğitim yapılan grubun öntest-sontest sonuçları arasında fark var mıdır?
1.2. Öğrenci ürünleri ispat becerilerini yansıtmakta mıdır?
2. DGY kullanılarak öğretim yapılan grup ile DGY kullanılmadan öğretim yapılan grubun arasında ispat becerileri açısından fark var mıdır?

1.4. Araştırmanın Amacı

Çocuğa öğrenim hayatı süresince süresince özgür düşünce ortamları hazırlamak, eğitim-öğretim adına kazanılmış her türlü olanağı onun hizmetine sunmak, eğitimcilerin önemli bir sorumluluğudur. Bu sorumluluğun göz ardı edildiği durumlarda, yani çocuğun özgürce düşünmesi için fırsat bırakmadan ona aktarılacak her bilgi, görüş ve düşünce onun kendi adına düşünme becerisini ve isteğini azaltacaktır (Develi ve Orbay, 2003). Bu yüzden DGY'lerin sunduğu, öğrencilerin bilgiyi kendilerinin bizzat keşfederek ortaya çıkarması ve öğrenmesi şeklindeki avantajların öğrencilere sunulması gereklidir.

Geometri eğitiminin geçmişine bakıldığında öğrenenlerin yaşadığı en büyük problem, karşılarında gördükleri sabit şekillerin, çizimlerin, harflerin, sayıların hazır birer bilgi olarak sunulmasıdır. Çizimlerin sabit olmasından dolayı, hangi değişkenlerin önemli olduğu öğrenciler tarafından fark edilememekte ve dolayısıyla birbiriyle ilişkilendirememektedir. Bu durumda öğrencinin yapacağı; var olan bu bilgileri aklında tutarak, problemlerde hangisini kullanacağını ezberlemek ve bir üst sınıfa geçmeğe çalışmaktır (Hoffer, 1989). Ancak bilgilerin hazır olarak sunulması yerine öğrenciyi onları keşfetmeye yönlendirmek ve ardından keşfettiği bilgiler arasında birbirini destekleyecek nitelikte ilişkiler olduğunu fark ettirmek, öğrencilerin geometriye bakış açısını değiştirebilir. . DGY'lerde yapılan çizimlerin dinamik yapısı ve kullanıcılar için sunduğu tablo, hesaplama, doğruluğunu test etme ara yüzleri sayesinde, öğrenciye yaptığı çizimde hangi değişkenlerin önemli olduğunun fark ettirilmesi kolaylaşır. Çünkü bu durumda öğrenci yeni fark ettiği bir bilgiyi, önceki bilgileriyle karşılaştırır eğer ortaya bir çelişki çıkmıyorsa ilişkilendirme ve öğrenme tamamlanır. Ancak tecrübeler ve yeni bilgi arasında bir çelişki varsa birey yeni durumun varlığını kabul ederek uzlaşma noktaları aramaya başlar (Piaget, 1954). Bu sırada öğrenci mevcut bilgilerini yenilemeye ve çelişkileri aşmaya çalışır (Baki, 2001). Bu sürecin yaşanabilmesi için ön şart öğrencinin bilgiyi harf, şekil ya da rakamlar bütünü olarak görüp aklında tutmaya çalışması değil, onu anlamlandırmaya, ilişkilendirmeye çalışmasıdır. Matematiksel ispat ve problem çözme süreçleri bu duruma verilebilecek en iyi örneklerdir. Çünkü bir matematikçi, yeni bir problemi çözerken onu daha önce çözülmüş bir probleme kadar indirgemekle mevcut bilgileri ile yeni bilgi arasında ilişki kurar ve problem çözümünü tamamlayabilir. Aynı şekilde matematiksel ispatta yeni bir teoreme ulaşırken, onu daha önce ispatlanmış bir teoreme, ya da doğruluğu kabul edilmiş bir aksiyoma dayandırması keşfedilen her bilginin birbiriyle ilişkili oluşunun açık örnekleridir. Bu doğrultuda çalışmada öğrencilere matematiksel ispat süreci içerisindeki mantıksal örgü yaşatılmaya çalışıldı. Mantıksal örgü denmesinin sebebi ise gerek çalışma yaprakları içerisindeki her bir yönergenin sonraki yönergelere mantıksal açıdan zemin hazırlaması gerekse bazı çalışma yapraklarının bir sonraki yaprak için zemin hazırlamasıdır. Bu şekilde öğrencilerin elde ettikleri bilgileri ardı ardına birbiriyle ilişkilendirmeleri sağlanmaya çalışıldı.

Bu çalışmada dinamik Geometri yazılımlarından biri olan Cabri'nin sahip olduğu ara yüzlere paralel olarak hazırlanmış bilgisayar destekli öğretim materyallerinin sınıf ortamında uygulanmasıyla, çalışma yapraklarının içerisinde saklı olan mantıksal örüntünün öğrencinin zihinsel yapısına ve keşfederek öğrenmesine uygunluğu test edilmektedir. DGY kullanımı ile keşfederek öğrenmenin, öğrencilerin ispat becerileri üzerindeki etkisini araştırmak amaçlandı. Bu bağlamda literatürde belirlenmiş olan matematiksel ispatlarda geçilmesi gereken aşamalarla, öğrencilerin izledikleri yol karşılaştırıldı ve aradaki ilişki nitel olarak analiz edildi.

1.5. Araştırmanın Önemi

Doğrudan anlatım yöntemi, kavramı anlamadan ziyade hatırlama üzerine yoğunlaşırken, keşfederek öğrenme ortamları bilgiyi kurma fikrini esas alır. Bilişsel süreci öğrenme ürünlerinden daha fazla önemser (Güven, 2002). Bu süreç geometri eğitimi için dizayn edilirse, her basamağı belli hiyerarşik düzene sahip, mantıksal bir örüntünün bireyin zihninde kurulmasını sağlayacak şekilde olmalıdır. Basitten karmaşığa doğru örülmeye çalışılan zihinsel bağların her birinin eksiksiz olarak bireyin mikro dünyasında kurulmasını sağlamak gerekir. Bireyin kurgusundaki herhangi bir basamakta anlamlandıramadığı bilgi olması halinde üst basamaklara geçmekte zorlanır. Doğrudan anlatım yönteminde öğrencinin üst basamaklarla ilgili verilen bilgileri, anlamlandıramasa da hafızasına alarak istendiğinde hatırlayabilmesi durumunda öğretmen örüntüdeki bu eksik noktayı fark edemeyebilir. Bu durumda öğretime devam edilir ve öğrencinin daha yüksek düzeyde bilişsel becerileri kullanma gereksinimi duyan konularla karşılaşması durumunda, verilen bilgiyi hatırlamak artık yeterli olmayabilir. Zihinsel kurgudaki anlamlandırılamayan bilgiler, konuların ilerlemesiyle belirginleşmeye başlar. Artık öğrenci için geometri, anlaşılmaz ve korkulan bir ders olarak anımsanır. Bu durumun, başarısızlığı kaçınılmaz kılan etkenler arasında önemli bir yeri olduğu düşünülmektedir. Türkiye'de öğrencilerin geometri dersiyle ilgili korku ve kaygılarının olduğunu ortaya çıkaran araştırmalar da mevcuttur (Tutak ve Birgin, 2007). Ancak yapılandırmacı yaklaşımın içerisinde keşfederek öğrenme yaklaşımının gerekliliğine vurgu yaptığı özellikler esas alınarak hazırlanan çalışma yapraklarındaki yönergeleri, DGY' de devam ettirmesi (yürütmesi) istendiğinde ise öğrencinin, anlamlandıramadığı bilgi olması durumunda bir sonraki yönergeye geçemediği açıkça fark edilebilir. Böylece anlamlandıramadığı basamağın hangisi olduğu hakkında öğretmenin daha net bir sonuca varması kolaylaşır. Problemin kaynağını fark eden öğretmenin, öğrenciye rehberlik etmesiyle kurgunun eksiksiz devam etmesi sağlanabilir. Bu yüzden, eğitim araştırmalarının çoğunda, öğrenme süreçlerinde meydana gelen değişimleri tanımlamak ve öğrencilerin daha üst düzey öğrenme gerçekleştirebilmelerini sağlayabilmek amacıyla, yapılandırmacı öğrenme modeli kullanılmaktadır. (Güven, 2002; Jonassen,1991; Julyan & Duckworth, 1996; Matthews, 1992; Scott, 2001; Taylor ve diğ, 1997; Tutak, 2008; Wheatley,1991).

Yapılandırmacı öğrenmenin temelinde, öğrencilerin öğrenme sürecinde sürekli aktif katılımlarını ve bilimsel davranışlar içinde olmalarını sağlamak bulunur (Baki, 1994; Cobb, 1994; Cobb, 1996; Diettrich, 1994; Magoon, 1977; Riegler, 1994; Yeşilyurt, 2003; Zevenbergen, 1995). Bu çalışmada öğrencilerin DGY ortamında bilgiye kendi keşifleriyle ulaşması için hazırlanan bilgisayar destekli öğretim (BDÖ) materyalleriyle, öğrenim süreci boyunca aktif katılımları sağlandı. Araştırma sonucunda elde edilen teorik bilgilerin yanı sıra geliştirilen BDÖ materyallerinin sınıf ortamında uygulanmış olmasıyla da, öğretmenlerin bu materyallerin kullanılabilirliği konusundaki endişelerini gidereceği düşünülmektedir.

1.6. Araştırmanın Sınırlılıkları

Araştırmanın örneklemi Kütahya ilinde bulunan iki özel ilköğretim okulunun 8. sınıflarında öğretim gören öğrencilerle sınırlıdır. Örneklemin 8. sınıf öğrencilerinden oluşması ve bundan dolayı yılsonunda yapılacak ortaöğretime geçiş sınavına hazırlık yapıyor olmaları araştırma için ayrılan sürenin kısıtlı olmasına sebep olmuştur. Bu yüzden Cabri'nin kullanımının öğrencilere öğretilmesi için 2 ders saati ayrılabilmiştir. Bu durum öğrencilerin Cabri'nin tüm özelliklerini kullanabilme becerisini azaltmış olabilir.

1.7. Araştırmanın Varsayımları

Öğrencilerin başarı testini çözümlerken gerçek bilgilerini yansıttıkları varsayıldı. Öğrencilerin etkinlikler içerisinde çalışma yapraklarını doldururken gerçek bilgilerini yansıttıkları varsayıldı.

2. ÇALIŞMANIN KURAMSAL TEMELLERİ

Bu bölümde araştırma sonucunda geliştirilen bilgisayar destekli geometri öğretimi materyallerinin hangi yaklaşımlar paralelinde tasarlandığına ve öğrenci ürünlerinin nitel analizinde kullanılan matematiksel ispat becerisi aşamalarına yer verildi.

2.1. Keşfederek Öğrenme

Keşfederek öğrenme stratejisinnin temelinde, öğrenilmesi istenen konuya karşı merak uyandırmak ve öğrencinin zihninde aşabileceği düzeyde bir belirsizlik oluşturmak bulunur. Öğrenci, tecrübelerinden ve matematiksel muhakeme yeteneğinden faydalanarak yeni durumu anlamlaştırmaya çalışır. Bu bağlamda, matematikte gerçeklere deney ve gözlemlerden daha çok akıl yürütmeyle ulaşılır. Matematikteki tüm kuralların ve işlemlerin temelinde akıl yürütme vardır. Akıl yürütme; bütün değişkenleri dikkate alarak düşünüp mantıksal bir sonuca ulaşma sürecidir. Bir konuda akıl yürütebilen biri,

- O konu hakkında yeterli düzeyde bilgiye sahiptir.
- Yeni karşılaştığı durumu farklı bakış açılarını kullanarak tüm boyutlarıyla inceler, değişkenler arasındaki ilişkileri keşfeder, bunlardan yola çıkarak mantıklı tahminlerde ve varsayımlarda bulunur.
- Düşüncelerinin gerekçelerini açıklayabilir, mantıksal çıkarımlarla bazı sonuçlara ulaşır, ulaştığı sonuçları açıklayabilir ve savunabilir (Umay, 2003).

Akıl yürütme becerisinin kullandırılması ve matematiksel muhakeme yeteneğinin geliştirebilmesi için öğrenciye gerekli ortamların hazırlanması öğretmenin elindedir. Bunun için keşfederek öğrenme sürecinin öğrencilere sunduğu imkanların bilinmesi ve sürecin nasıl yönetileceği hakkında bilgi sahibi olunması gereklidir. Bu bağlamda keşfederek öğrenme;

- Öğrencilerin bir bilim adamı gibi düşünmelerini sağlamayı amaçlar (Bruner, 1971). Bu amaç özelde matematiğe adapte edilirse, öğrencilere bir matematikçinin sonuca ulaşırken yaptığı muhakeme sürecini kendi zihinlerinde yaşamalarını sağlamak gerektiği sonucu ortaya çıkar.

- Öğrencileri bu sürece katmanın yolu onlara gerçek ve zengin deneyimleri yaşama imkanı sağlamaktır. Bu imkanların öğrencilere sunulmasında da teknoloji önemli bir yere sahiptir (Hannafin v.d., 2001).
- Öğrencilerin tümevarım yöntemiyle genelleme yapabilmelerinin sağlanması için sezgisel düşünebilmelerine olanak sağlanmalıdır.
- Öğrencilerin varsayımlarda bulunabileceği ve bunların doğruluğunu test edebileceği ortamlarda çalışabilmesi için DGY'ler önemli fırsatlar sunar.
- DGY'lerin öğrenci tarafından etkin bir şekilde kullanılabilmesi için öncelikle öğretmenin ilgili konu hakkında ilgi uyandırabilecek şekilde çalışma yaprakları hazırlaması gerekir.
- Hazırlanan çalışma yaprakları bilgiyi doğrudan öğrenciye sunmaktan ziyade, öğrencinin zihninde aşılabilecek düzeyde bir belirsizlik oluşturmalıdır.
- Öğrencinin bu belirsizliği aşamama riskinin olabildiğince azaltılması önemlidir. Aksi takdirde zihinsel karmaşaya sürüklenmesi olasılığı oldukça yüksektir.
- Problemi aşmak için yeterli ipuçlarına erişemeyen öğrenci bir süre sonra ilgisiz davranmaya başlar.
- Öğrencinin bilişsel gelişimi göz önünde bulundurularak dizayn edilmiş belirsizlikleri aşma olasılığı yüksektir ve böyle bir durumda konuya olan ilgi düzeyi de artar.
- Öğrenci, deneyimlerinden ve verilen ipuçlarından faydalanır ve DGY'nin sunmuş olduğu imkanları kullanarak yeni bilgiye kendi matematiksel muhakeme becerisiyle ulaşmış olur.

Matematiksel akıl yürütme kalıcı ve gelişime açık bir matematiğin oluşmasını sağlar (Umay & Kaf, 2005). Doğrudan anlatım yönteminde ise bilginin hazır halde öğrenciye sunulmasıyla kavramların önceden bir şekilde bulunmuş ve ispat edilmiş olduğu düşüncesi öğrencide, bu bilgileri hafızasında tutmaktan başka hiçbir sorumluluğa sahip olmadığı kanaati oluşmaktadır. Bu durumda herhangi bir sorgulama yapılmasına ihtiyaç duyulmadığından matematiğin gelişime açık olabildiği düşüncesi öğrencinin zihninde oluşmamakta ve böylece bilgilerin kalıcılığı da azalmaktadır. Bu yüzden keşfederek öğrenmeyi, doğrudan anlatım yönteminin zıttı olarak düşünmek ve aynı zamanda yapılandırmacı yaklaşımla arasındaki uyumu fark etmek mümkündür. Bu bağlamda keşfederek öğrenmenin vurgulandığı araştırmalarda da doğrudan anlatım yöntemiyle karşılaştırıldığı görülmektedir. Okul Matematiği Komitesi (Committee on School Mathematics) ve Illinois Üniversitesi Aritmetik Projesi kapsamında yapılan çalışmalarda keşfederek öğrenmenin etkisinin araştırılması amacıyla;

- Öğrencinin, belli bir matematik işleminin altında yatan genellemeyi kendisinin keşfetmesini sağlayacak metotlar geliştirilmesi
- Genellemenin hazır bir şekilde öğretmen tarafından yapıldığı grupla, öğrencinin deneme yoluyla işleme devam ettiği "varsayım ve test etme metodu" nun kullanıldığı grubun karşılaştırılması işlemleri yapılmıştır (Bruner, 2003).

2.2. İşbirliğine Dayalı Öğrenme

Sınıfta oluşturulmaya çalışılan öğrenme ortamlarının nasıl çeşitlendiğiyle ilgili yapılan araştırmalarda sınıfın "amaç yapısı" (goal structure) kavramı ortaya çıkarılmıştır (Senemoğlu, 2000). Bu çalışmalar sonucunda üç tür amaç yapısından söz edilmektedir (Johnson & Johnson, 1974). Bunlar, işbirliğine dayalı amaç yapısı, yarışmaya dayalı amaç yapısı, bireyselleştirilmiş amaç yapısıdır. Sınıfın amaç yapısı, bir yönüyle öğrencilerin birbirleriyle yarışma, işbirliği yapma veya bireysel çaba gösterme düzeyine işaret etmektedir (Slavin, 1988). Örneğin yarışmaya dayalı amaç yapısında öğretmen, sınıfta bulunan öğrencilerden en iyi beşte birlik dilimin sadece "A" alabileceğini söyler. Bu sınırlandırmada, bir öğrencinin en yüksek notu alması, bir başka öğrencinin bu notu alamamasına neden olacaktır (Senemoğlu, 2000). Çünkü sınıfın 4/5'i kesinlikle bu notu alamayacaktır. Böylece aradaki rekabet yardımlaşmayı engelleyecek düzeylere çıkabilmektedir.

Bireyselleştirilmiş amaç yapısında bir öğrencinin başarı ya da başarısızlığı diğer öğrencileri etkilemez. Örneğin "85" ve üzeri not alan herkesin "A" alabileceği söylendiğinde her öğrenci kendi aldığı notla değerlendirilir. Yarışmaya dayalı amaç yapısı ile bireyselleştirilmiş amaç yapısındaki akademik başarıların karşılaştırılması bağıl ve mutlak değerlendirmenin karşılaştırılmasına benzetilebilir.

İşbirliğine dayalı amaç yapısında, oluşturulan öğrenci gruplarının her birinin başarısı bir bireyin değil grubun başarısı olarak değerlendirilir. Başarısızlık da aynı şekilde değerlendirilecektir. Bu yüzden grup çalışmalarında tüm elemanların maksimum oranda verim alabilmesini sağlayabilmek için sorumluluğun eşit şekilde paylaştırılması gerekmektedir. Grupta bulunan öğrencilerin biri ya da bir kısmı sorumluluğu alır, diğerleri pasif ya da dinleyici konumunda kalırsa ortaya çıkan başarıyı grubun başarısı olarak değerlendirmek yanıltıcı olur.

İşbirliğine Dayalı Öğrenme (İDÖ) yöntemi üzerine ilk çalışmalar Amerika Birleşik Devletleri'nde başlatılmış, ardından Kanada Japonya, Almanya, İngiltere, Avusturalya, Norveç, Holanda gibi ülkelerde araştırma ve uygulamalara geçilmiştir (Bilgin, 2004). Yapılan araştırmaların çoğu matematik alanında İDÖ yönteminin diğer yöntemlerden daha etkili olduğunu ortaya çıkarmıştır (Açıkgöz 1992, Bowen 2000, Cottle-Hart 1996, Erçelebi 1995, Norwood 1995, Yıldız 1998). İDÖ tekniklerinin etkinliğini araştıran bazı çalışmaların sonuçlarına bakıldığında da özellikle düşük yetenekli öğrencilerin problem çözme ve üst düzey öğrenme becerilerini yarışmacı ortamlara göre daha çok geliştirdiği ortaya çıkarılmıştır (Webb, 1982; Johnson & Johnson, 1985; Slavin 1990). Bunun yanı sıra İDÖ öğrencilerin psiko-sosyal gelişimlerine ve duyuşsal özelliklerini olumlu yönde etkilemektedir. Yapılan çalışmalarda ortaya çıkan olumlu etkileri şöyle sıralanabilir.

- Bireyin olaylara diğer insanlar açısından da bakabilme becerisini kazandırabilir. Bunun sonucunda öğrenciler özel eğitime muhtaç çocukları daha kolay kabullenerek onların da gelişimi için rehberlik etmektedirler (Slavin, 1990)
- Öğrencilere fikir alışverişinde bulunmayı, tartışmayı, hoşgörüyü kısaca demokratik yaşamın gerekliliklerini yaşayarak öğrenme ve uygulama fırsatı sağlar.

- Öğrenme sürecinde akranlarıyla iletişim kurması öğrenciye zevk vermekte ve öğretme öğrenme ortamını daha eğlenceli hale getirmektedir (Slavin, 1990; Oktar, 1995; Yeşilyaprak 1995).
- Öğrencilerin hata yapma korkusunu ve kaygı düzeyini en aza indirgeyerek öğretme-öğrenme sürecine etkin katılımlarını sağlamaktadır.
- Yapılandırmacı yaklaşım ve keşfederek öğrenmenin sosyal etkileşime biçtiği rol göz önüne alındığında işbirliğine dayalı öğrenmeyle ne kadar uyumlu oldukları fark edilebilir.

2.3. İspat Becerisi

Matematikte tüm ispatların amacı iddianın doğruluğunu ya da yanlışlığını ortaya çıkarabilmektir. Bu, her durumda ve her koşulda iddianın doğru olduğunun kanıtlanması şeklinde olur. Başka bir anlatımla, iddia; bütün şartlarda örüntünün genellenebilirliği kanıtlandığında ispatlanmış olur (Baki, 2008). İddianın ortaya atılmasından doğru ya da yanlışlığının kesinleştirilmesine kadar olan sürece ispat, bu sürecin başlaması, devam ettirilmesi ve sonuçlandırılması sırasında yapılan bir yığın zihinsel aktiviteye de muhakeme denebilir. Yapılan araştırmalarda Hoyles (1998), bu sürecin sonuçlandırılabilmesi için deneyimlerden, Edward (1997) beş basamaktan geçilmesi gerektiğinden bahsetmektedir.

<u>İlişkinin farkına varma ve kurma</u> Matematiksel bir yapı içerisindeki sabit ilişkilerin ortaya çıkarılması sürecidir. Bu yüzden araştırma gerektirir. Keşfetme süreci içerisinde oluşturulabileceği gibi problem çözme süreci içerisinde de oluşturulabilir. Cabri'de oluşturulan bir yapının hareket ettirilmesi, sabit olan ilişkilerin fark edilmesi konusunda önemli fırsatlar sunar. Cabri, kullanıcının onlarca farklı durumda bile ilişkinin değişip değişmediği konusunda kesin fikirlere sahip olmasını sağlayabilecek ara yüzlere (fonksiyonel bağımlılık, tablo, hesap makinesi) sahiptir.

<u>İlişkiyi tanımlama</u> Öğrencinin ilişkiyi günlük hayatta kullandığı sözcüklerle, resimlerle ya da matematiksel simgelerle açıklamaya çalıştığı aşamadır. Öğrencinin sahip olduğu matematiksel yetenekle orantılı olarak çok özel durumlar için

yapabileceği gibi genel durumlar için de yapabilir. Bir önceki adımda yapılan gözlemlerden elde edilen verilerden yola çıkılarak bir ara sonuca varılan basamaktır. Bu ara sonuç fark edilen soyut ilişkinin somutlaştırılmış ve anlaşılabilir bir şekilde ifade edilmiş halidir.

Varsayımda bulunma İlişkinin genellenebilirliğinin birçok örnekle test edildiği aşamadır. Gerek duyulursa ilişki yeniden düzenlenebilir. Cabri'de oluşturulan yapıya ait ebat, konum gibi özelliklerin sürükleme, döndürme, öteleme, yansıtma fonksiyonları kullanılarak değiştirilmesiyle sabit olduğu ara sonucuna varılan ilişkilerin birçok örnekle test edildiği aşamadır. Aslında önceki iki aşamada fark edilen ve tanımlanan ilişkiden yola çıkılarak bireyin zihninde oluşması beklenen soyut bir genellemenin test edildiği aşamadır.

Tümevarımsal muhakeme Tüm özel durumlar göz önünde bulundurularak ilişkinin bu durumlara da genellenebilirliğinin test edildiği aşamadır. Örneğin verilen doğru parçalarının uç uca eklenmesiyle elde edilebilecek maksimum bölge sayılarını ele alalım. Bir bölge (kapalı alan) oluşturulabilmesi için en az 3 doğru parçasına ihtiyaç vardır ve 3 doğru parçası uç uca eklenerek maksimum 1 bölge oluşturulabilir. Aynı problem 4 doğru parçası (DP) için çözüldüğünde maksimum 3 bölge, 5 DP için maksimum 6 bölge, 6 DP için maksimum 10 bölge, 7 DP için maksimum 15 bölge elde edilebildiği görülür. Maksimum bölge sayılarının artış miktarı her defasında "1" artmaktadır. Bu varsayım 8, 9, 10 ve daha birçok DP için test edildiğinde doğrulananabilir. Ancak "Elde edilen örüntüde, 1 ve 2 doğru parçasıyla bölge oluşturulamaması; 3, 4, 5, 6, 7 ve daha fazla doğru parçası için doğrulanan bu örüntü için özel bir durum teşkil etmektedir. Bu örnekte bir ve iki DP için örüntünün test edilmesi tümevarımsal muhakemedir. 1 doğru parçasıyla bölge oluşturulamaz ya da sıfır bölge oluşturulabilir. Aynı durum 2 DP için de geçerlidir. Bu durumda 1 doğru parçasından 2 doğru parçasına geçerken oluşturulabilen bölge sayıları arasındaki artış sıfırdır. 2 DP'ndan 3 DP'na geçerken bölge sayısındaki artış miktarı 1'dir. Bu durumda oluşturulabilecek maksimum bölge sayılarındaki artış miktarındaki aritmetik değişimin sıfır ve bir doğru parçası için de değişmediği görülebilir. Bu şekilde özel durum test edilebilir, varsayımın bu durum için de geçerli olduğu kanıtlanabilir ve tümevarımsal muhakeme başarıyla tamamlanabilir.

Formal ispat Elde edilen sonuçlardan yola çıkılarak varsayımın niçin doğru olduğu matematiksel ilişkiler kullanılarak gösterilir. Bu aşama kişinin elde ettiği verileri matematik diline dönüştürmesidir. Kişinin sahip olduğu muhakeme yeteneği kadar, cebirsel işlemleri yürütebilme yeteneğinin de yüksek düzeyde olması formal ispat aşamasının tamamlanması için gerekli en önemli beceridir. Çünkü önceki aşamalarda sabit ve değişken olarak belirlenen, tanımlanan ve doğruluğu her durum için kanıtlanan ilişkilerin formülize edildiği aşamadır.

İlişkiyi tanımlama sürecindeki "öğrencinin sahip olduğu matematiksel yetenekle orantılı" ifadesi farklı yaş grupları için yorumlandığında, okul öncesi eğitiminden lisansüstü eğitimine kadar olan zaman diliminde farklı düzeylerde etkinliklerle öğrencinin muhakeme yapmasının sağlanabileceği anlaşılmaktadır. Bu bağlamda araştırmanın örneklemi göz önüne alınırsa ilköğretimin ikinci kademesindeki bir öğrenciden beklenebilecek ispat ve muhakeme becerisinin göstergeleri şöyle sıralanabilir (Altıparmak & Öziş, 2005).

- Genellemeler hakkında varsayım oluşturabilmeleri
- Varsayımları ve iddiaları değerlendirebilmeleri
- Matematiksel iddiaları formüle ederek tümdengelimli ve tümevarımsal muhakemeyi kullanabilmeleri
- Muhakeme becerilerini geliştirmeleri ve sürdürmeleri beklenir.

İspatın müfredattaki durumu 1980' lerden sonra öğrencilerin kendi iddialarını ortaya çıkarabilecek ve bunları test edebilecek öğrenme ortamlarına sahip olmalarını sağlayabilecek doğrultuda değişikliğe uğramıştır. Bu yaklaşım İngiltere ve Galler'de milli müfredat kapsamında açıklamıştır. Bu müfredatın uygulanması bu ülkelerde bir zorunluluktur. Yapılan araştırmalarda müfredatta ispat ve kesinliğe yeteri kadar yer verilmediğinden bahsedilmektedir (Healy & Hoyles, 2000). Schoenfeld'e (1994) göre ise ispat, matematikten ayrı tutulabilecek bir şey değil, aksine matematiğin ayrılmaz bir parçasıdır.

İspat yapmanın, gerek ilk, orta öğretim, gerekse yükseköğretim aşamasında olsun, yer aldığı eğitimin her aşamasında, öğrencilerin sıkıntı çektikleri, başaramadıkları, başarılı olamayacaklarına inandıkları, korktukları, genellikle sevilmeyen bir süreç olduğu araştırmaların sonucunda sorun olarak ortaya çıkmıştır (Almeida, 2003; De Villiers, 1990; Jones, 2000; Özer & Arıkan, 2002; Raman, 2003). Öğrencilerin ispat becerisini kazanma yolunda atmaları gereken ilk ve en önemli adım, ispatlamayı amaçladıkları kavram için hangi varsayımla yola çıkmaları gerektiğini saptamalarıdır. Genelde matematikte özelde ise geometride doğru varsayıma ulaşmada sezgi önemlidir. Bu yüzden öğrencilerin matematiksel ispat ve muhakeme becerilerinin geliştirilmesinde onların doğru sezgilerle amaçlarına uygun varsayımlara ulaşmalarını sağlayabilmek önemlidir. Öğrenci varsayımını kurduktan sonra işlemleri devam ettirir ve eğer sonuca ulaşabilirse varsayımının bu genelleme için kullanılabilir olduğunu keşfeder. Aksi durumda ise varsayımının geçersiz olduğunu anlar ve probleme farklı varsayımlar kullanarak yaklaşmaya çalışır. Sonunda doğru varsayımı oluşturabilmesi, önceki denemelerinde yaptığı varsayımlardaki açıkları fark edebilmesiyle mümkündür. Bu yüzden öğrencilerin matematiksel muhakeme ve ispat becerilerinin gelişiminde onlara varsayımlarını test edebilecekleri ortamlar sağlamanın önemli olduğu düşünülmektedir. Bu doğrultuda DGY’ lerin geometri için sağladığı test etme, doğrulama, yanlışlama gibi birçok özelliğiyle etkili materyaller olduğu bilinmektedir.

3.YÖNTEM

Hazırlanan bilgisayar destekli öğretim materyallerinin öğrencilerin ispat becerileri üzerine etkisinin incelendiği bu araştırmada hem yapılan testlerden elde edilen istatistiksel verilerden hem de öğrencileri bilgisayar ortamında sonucu keşfetmeye doğru yönlendiren çalışma yapraklarındaki çözümlerin nitel değerlendirmeye tabi tutulmasıyla elde edilen verilerden yararlanıldı. Yapılandırmacı yaklaşımın temelinde yer alan bilginin kurulması sürecinin incelenebilmesi için nitel değerlendirmelerden yararlanılması gerekmektedir (Nodding, 1990). Bu durum çalışmada yapılandırmacı yaklaşımın bilgiyi kurma felsefesine paralel olarak hazırlanan çalışma yapraklarından elde edilen öğrenci çözümlerinden ispat becerisindeki gelişimin gözlenebilmesi için de nitel verilerden yararlanılması gerektiği düşüncesini doğurdu. Bunun yanı sıra öğrencilerin açık uçlu testlerden aldığı puanlar istatistiksel verilerin kaynağı oldu. Bu bölümde, materyallerin hazırlanmasına, pilot çalışmaya, araştırma sürecine, veri toplama araçlarına, verilerin analizine ve materyallerin içerikleri hakkında bilgilere yer verildi.

Çalışmada kullanılan bilgisayar destekli materyallerin hazırlanması ve bunları kullanmada öğrenciyi yönlendirecek, doğru basamakta gerekli ipuçlarını onlara sağlayacak çalışma yapraklarının oluşturulması çalışmanın ilk safhasıdır. Materyaller ilköğretim müfredatı kapsamında çokgenler konusu dahilinde öğrenilmesi gerekenlerin daha çok kavramsal alt yapılarının öğrenciler tarafından fark edilmesinin sağlanması amacına yönelik olarak hazırlandı. Cabri'nin dinamik yapısının sunduğu avantajları kullanabilecek şekilde bazı çalışma yapraklarında hazır yapılar oluşturuldu ve öğrencilerden bu yapıları kullanması istendi, bazılarında ise öğrencilerin hem yapıyı kendisi oluşturması hem de manipüle etmesi istendi.

Araştırmada deneysel çalışma yöntemi kullanıldı. İki özel okulda bulunan 8. Sınıf öğrencileri ile birlikte yapılan uygulamalar ve elde edilen verilerin karşılaştırılmasıyla bulgulara ulaşıldı. Özel okulların tercih edilmesinin en önemli nedeni uygulamalar için gerekli ders saatlerinin sağlanmasında devlet okullarına göre daha esnek davranabiliyor olmalarıdır. Etkinliklerin bir kısmı hafta sonları Seviye

Belirleme Sınavı için düzenlenen kursun ders saatlerinde yapıldı. Bunun yanı sıra araştırmaya paralel olarak yeterli teknik donanıma sahip olmaları da özel okulların tercih edilmesinde rol oynayan bir başka etkendir. DGY ortamında hazırlanan materyaller deney grubuna uygulandı. Uygulamalar araştırmacı öğretmen yönteminde "öğretmen olarak araştırmacı" yaklaşımıyla yapıldı.

3.1.Pilot Çalışma

İlköğretim çokgenler konusunda elde edilmesi gereken kazanımlar göz önünde bulundurularak bilgisayar ortamında koşturulmak üzere hazırlanan materyaller ve çalışma yapraklarının öğrencilerin keşfederek öğrenmelerine uygunluğunun test edilebilmesi amacıyla gerçek çalışmanın öncesinde yapıldı.

Pilot çalışma için bir özel okulda matematik öğretmenlerinin görüşleri alınarak geometride iyi, orta ve zayıf olarak nitelendirilen üç öğrenciyle çalışıldı. İlk olarak öğrencilerin ispat becerilerinin ölçülmesi amacıyla 11 adet açık uçlu sorudan oluşan ön test uygulandı. Ardından iki ders saati süresince Cabri programının temel bileşenleri, çizim, yapı, yardımcı elemanlar (hesap makinesi, tablo) gibi kavramlar tanıtıldı ve programı öğrenmeleri amacıyla yazılı bir metin şeklinde kendilerine verilen geometri probleminde bahsedilen yapıları oluşturmaları ve çözüme ulaşmak için programın dinamik özelliğini kullanmaları sağlandı. Daha sonra dört haftalık bir süreç içerisinde 8 ders saatinde tüm çalışma yapraklarının uygulamaları yapıldı. "Teknoloji Tasarım" ders saatleri içerisinde yapılan uygulamaların ardından son testle pilot çalışma tamamlandı. Uygulama süreci ve çalışma yapraklarının içerikleri Tablo 3.1' de verildi.

Tablo 3.1. Pilot Uygulama Süreci

Hafta	**Uygulama**	**Süre (ders saati)**
1	Ön test	2
2	Cabri Tanıtımı	2
3	Üçgen Eşitsizliği	1
3	Bölge sayıları	1
4	Çokgende İç Açılar	1
4	Çokgende Dış Açılar	1
5	Düzgün çokgende Çevre, Alan ve πr^2	2
6	Açıortay Çizimi	1
6	Açıortay Teoremi	1
7	Son test	2

Pilot çalışmanın amaçları ve çözümlediği sorular şöyle sıralanabilir.

- Hazırlanan bilgisayar destekli materyallerin uygulanması sırasında ortaya çıkabilecek problemleri tespit etmek,
- Çalışma yapraklarında verilen yönergelerin, öğrencileri yapının içerisinde gizlenen kavramı keşfetmeye yönlendirip yönlendirmediğini ortaya çıkarmak,
- Çalışma yapraklarında bazı yönergeler arasında ipuçları verilmesi gereklidir. Verilen ipuçlarının yeterli olup olmadığını tespit etmek,
- Gereksiz verilen ipucu olup olmadığını ortaya çıkarmak,
- İpuçlarının hangi yönergeler arasına yerleştirilmesi gerektiğini tespit etmek,
- Hazırlanan materyallerin ve çalışma yapraklarının öğrencilerin ispat becerilerini geliştirip geliştirmediğini ortaya çıkarmaktır.

Pilot çalışma tamamlandıktan sonra,

- Uygulama süreci içerisinde öğrencilerin duraksadığı noktalar göz önünde bulundurularak yönergelerde ve verilen ipuçlarında gerekli düzeltme, ekleme çıkarmalar yapıldı.

- İki çalışma yaprağı uygulamadan çıkarıldı ve çalışma yapraklarından biri iki çalışma yaprağına bölündü (Tablo 3.3)
- Uygulamadan çıkarılan çalışma yapraklarına paralel olarak on bir sorudan oluşan ön test ve son testten iki soru çıkarıldı ve bir yeni soru eklendi.
- Çalışma yapraklarına görsellik niteliği kazandırılarak şekil yönünden daha dikkat çekici olmasını sağlayacak değişiklikler yapıldı.
- Öğrencilere hazır olarak sunulan Cabri uygulamalarında yapısal düzenlemeler yapıldı.

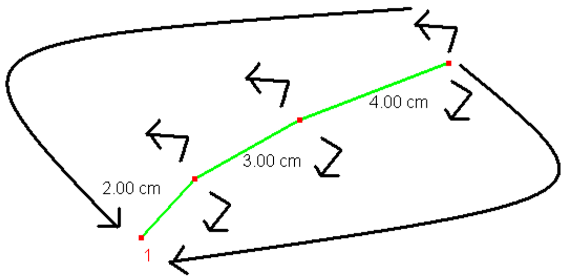
3.2.Evren ve Örneklem

Araştırma, Kütahya ilinde Özel Yıldız ve Özel Başaran İlköğretim Okullarında yapıldı. Örneklem okulların sekizinci sınıf öğrencilerinden oluşmaktadır. Deneysel bir araştırma olması sebebiyle okullardan biri deney diğeri kontrol grubu olarak belirlendi. Deney grubu olarak seçilen okul bilgisayar donanımı bakımından yeterlidir. Örneklem seçiminde oransız eleman örnekleme yöntemi kullanıldı. Bu yöntemin özelliği evrendeki tüm elemanların eşit seçilme hakkına sahip olmasıdır (Karasar,2009). Deney grubunda 10 öğrenci, kontrol grubunda ise 13 öğrenci bulunmaktadır. Öğrencilerin Cabri ile keşfederek öğrenme süreci üzerine yapılan bir araştırmada (Güven, 2002) 40 öğrenciyle çalışılmış ve bilgi kurma süreçlerini daha ayrıntılı bir şekilde ortaya koyabilmek için araştırmanın daha az öğrenciyle yapılması gerektiği sonucuna varılmıştır. Bu doğrultuda örneklemdeki öğrenci sayısının yeterli ve ispat sürecinin aşamalarının izlenebilmesi açısından gerekli olduğu düşüncesine varıldı. Deney grubu öğrencileri okulun bilgisayar öğretmeninin rehberliğinde, bilgisayar okuryazarlığı olan bireylerden seçildi.

3.3.Çalışma Yapraklarının İçeriği

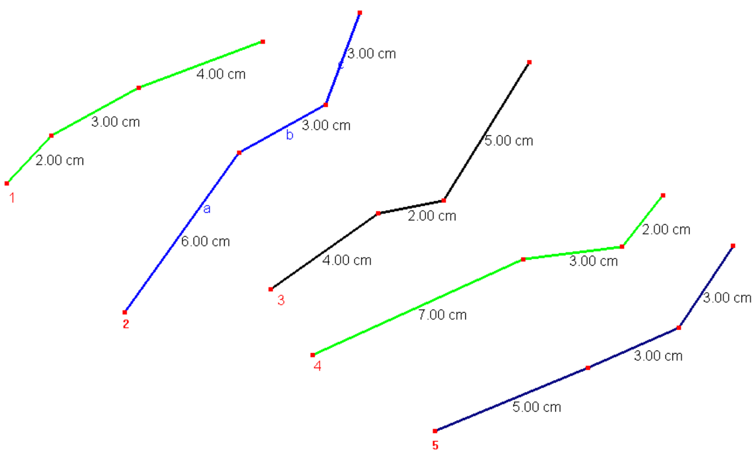
3.3.1.Çalışma yaprağı 1 (Üçgen eşitsizliği)

Çalışma yaprağı 1 ile üçgenlerin kenarları arasındaki ilişkinin öğrenci tarafından keşfedilmesi amaçlandı. Bu etkinliğin içeriği, öğrencilerin matematiksel ispat sürecinde aşılması gereken basamakları yaşayarak "üçgen eşitsizliği" kavramına ulaşmalarını sağlamak üzerine yapılandırıldı. Bu doğrultuda ilk olarak Cabri ekranında hazırlanmış hareketli yapıları öğrencilerin manipüle etmesi istenmektedir. Ekrandaki yapılarda doğru parçaları Şekil 3.1' de görülen okların yönünde hareket ettirilebilmektedir. Öğrencilerden doğru parçalarını hareket ettirerek üçgen oluşup oluşmadığını bulmaları istenmektedir.



Şekil 3.1. Doğru parçalarının hareket yönleri

"Üçgen oluşturalım" adlı Cabri dosyası açıldığında öğrencilerin karşısına Şekil 3.1'de görülen yapıya benzer beş farklı yapı çıkmaktadır. Bu yapılar Şekil 3.2' de verildi.



Şekil 3.2. Üçgen oluşturalım tüm yapılar

Ardından bu yapılardan, üçgen oluşan ve oluşmayan durumlarda kenarların uzunluklarının toplamları ve farkları arasındaki ilişkiyi görebilecekleri şekilde dizayn edilen tablolarda “>” ve “<” sembollerini kullanarak karşılaştırma yapmaları istenmektedir (Bkz. Ek-1.1). Öğrencilerin verilen yönerge çerçevesinde tabloları Şekil 3.3’ te verildiği gibi doldurmaları beklenmektedir.

Her üçlü grupta en büyük doğru parçası a, en küçük doğru parçası c, diğer doğru parçası ise b olarak adlandırılmıştır.

Şimdi sizden, verilen doğru parçası gruplarının hangilerinden üçgen oluşup oluşmayacağını bulmanız isteniyor. Bunu yaparken aşağıdaki tabloyu da verilen örnekteki gibi doldurmanız gerekiyor. Yani uzunluklar arasında karşılaştırma yapmanız isteniyor.

	a	**b+c**	**b**	**a+c**	**c**	**a+b**	Üçgen oluştu mu?
1	a < b+c		b < a+c		c < a+b		Oluştu
2	**a = b+c**		b < a+c		c < a+b		Oluşmadı
3	a < b+c		b < a+c		c < a+b		Oluştu
4	**a > b+c**		b < a+c		c < a+b		Oluşmadı
5	a < b+c		b < a+c		c < a+b		Oluştu

	a	**$\lvert$b-c$\rvert$**	**b**	**$\lvert$a-c$\rvert$**	**c**	**$\lvert$a-b$\rvert$**	Üçgen oluştu mu?
1	a > $\lvert$b-c$\rvert$		b > $\lvert$a-c$\rvert$		c > $\lvert$a-b$\rvert$		Oluştu
2	a > $\lvert$b-c$\rvert$		**b = $\lvert$a-c$\rvert$**		**c = $\lvert$a-b$\rvert$**		Oluşmadı
3	a > $\lvert$b-c$\rvert$		b > $\lvert$a-c$\rvert$		c > $\lvert$a-b$\rvert$		Oluştu
4	a > $\lvert$b-c$\rvert$		**b < $\lvert$a-c$\rvert$**		c > $\lvert$a-b$\rvert$		Oluşmadı
5	a > $\lvert$b-c$\rvert$		b > $\lvert$a-c$\rvert$		c > $\lvert$a-b$\rvert$		Oluştu

Şekil 3.3. Öğrencilerin vermesi beklenen doğru cevaplar

Öğrencilerden tabloları Şekil 3.3’ te verildiği gibi doldurmalarının istenmesindeki amaç onlara üçgen oluşan ve oluşmayan durumlarda kenarlar arasındaki ilişkinin farkına varmalarını sağlamaktır. Bu şekilde ispat sürecinin ilk basamağı olan “ilişkinin farkına varma” basamağı adına ilk adımı atmaları beklenmektedir.

Ardından üçgen oluşmayan durumlarda kenar uzunluklarında kendilerinin gerekli değişiklikleri yaparak üçgen oluşabilecek şekilde yeni kenar uzunluklarını yazmaları istenmektedir. Bunun için çalışma yaprağında bulunan sorular Şekil 3.4’ te verildi.

2. durumda üçgen oluşabilmesi için kenar uzunluklarından **sadece birinde** değişiklik yapmanız gerekiyor. Bu durumda üçgen oluşabilmesi için hangi kenarın kaç cm yapılması gerekir?

....

....

4. durumda üçgen oluşabilmesi için kenar uzunluklarından **sadece birinde** değişiklik yapmanız gerekiyor. Bu durumda üçgen oluşabilmesi için hangi kenarın kaç cm yapılması gerekir?

....

....

Şekil 3.4. Çalışma yaprağındaki ilgili sorular

Öğrencilerin ikinci ve dördüncü durumun her ikisi için de a < b+c, b < a+c, c < a+b, a > lb-cl, b > la-cl, c > la-bl şartlarını sağlayacak şekilde yeni kenar uzunluklarını yazmaları istenmektedir. Bu şekilde öğrencilerin kenar uzunlukları arasındaki ilişkinin farkına varıp varmadıkları gözlenmeye çalışılmaktadır. Şekil 3.3' te verilen tablolar ve bu iki soru aracılığıyla öğrencilerin hem ilişkiyi fark etmeleri hem de bu ilişkiyi matematiksel simgelerle tanımlamalarını sağlamak amaçlanmaktadır.

Ardından öğrencilerin ikinci ve dördüncü durumda üçgen oluşması için kenar uzunluklarında yaptıkları değişikler sonucunda elde ettikleri verileri karşılaştırmaları istenmektedir. Bunun için çalışma yaprağında bulunan yönerge ve tablo Ek-1.1'de verildi. Öğrencilerin tabloyu Şekil 3.5' te verildiği gibi doldurmaları beklenmektedir.

2. ve 4. durumda, kenarların uzunluklarında yaptığınız değişikliklere göre şimdi aşağıdaki tabloyu doldurunuz. (yukarıdaki tablolarda yaptığınız gibi uzunlukları karşılaştırmanız isteniyor.)

	c	a+b	b	a+c	a	b+c	c	la-bl	b	la-cl	a	lb-cl
2	c < a+b		b < a+c		a < b+c		c > |a-b|		b > |a-c|		a > |b-c|	
4	c < a+b		b < a+c		a < b+c		c > |a-b|		b > |a-c|		a > |b-c|	

Şekil 3.5. Öğrencilerin vermesi beklenen doğru cevaplar

Öğrencilerin üçgen oluşan durumlarda fark ettikleri ilişkileri; kenar uzunlukları "a, b ve c birim olan tüm üçgenlerde a < b+c, b < a+c, c < a+b, a > lb-cl, b > la-cl, c > la-bl şartları sağlanır." şeklinde bir varsayım olarak ileri sürmeleri beklenmektedir. Şekil 3.5' te verilen tabloda öğrencilerin bu varsayım doğrultusunda ikinci ve dördüncü üçgenlerin kenar uzunluklarında değişiklik yapmaları beklenmektedir. Yapılan bu değişik sonucunda ortaya çıkan yeni kenar uzunluklarını Şekil 3.5' te verilen tabloda karşılaştırmaları ve varsayımlarını doğrulamalarını sağlamak amaçlanmaktadır

Tüm bunlardan yola çıkarak,

Bir üçgenin iki kenarının uzunlukları toplamı diğer kenardan ……….…**büyük**……….……….. olmalıdır.

Bir üçgenin iki kenarının farkının mutlak değeri diğer kenardan ………**küçük**……………….. olmalıdır.

Şekil 3.6. Öğrencilerin vermesi beklenen doğru cevaplar

Son olarak öğrencilerden beş farklı yapıdan (Şekil 3.2) elde ettikleri verileri tümevarımsal muhakemeyle mantıksal bir sonuca dönüştürmeleri istenmektedir. Bu doğrultuda çalışma yaprağının sonunda iki soru öğrencilere yöneltildi ve Şekil 3.6' da verildiği gibi yanıtlamaları beklendi.

Çalışma yaprağı 1'de matematiksel ispat süreci aşamalarına paralel olarak sıralanan soru ve yönergelerle,

- İlk olarak üçgenlerin kenar uzunlukları arasındaki ilişkinin fark edilmesini ve yeni yapılar için kurulmasını,

- Üzerinde çalışılan beş farklı yapıdan (Şekil 3.2) elde edilen veriler sonucunda fark edilen ilişkinin genellenebilirliğinin varsayılarak, bu varsayımın test edilmesini

- Doğrulanan varsayım sonucunda tümevarımsal muhakemeyle mantıksal bir sonuç çıkarılmasını sağlamak amaçlanmaktadır.

3.3.2.Çalışma yaprağı 2 (Maksimum bölge sayısı)

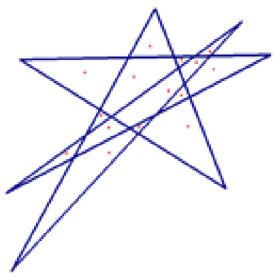
Çalışma yaprağı 2'de amaç öğrencilerin, doğru parçalarının uç uca eklenmesi yoluyla elde edilebilecek maksimum bölge sayılarını (Doğrar, 2010) keşfetmelerini sağlamaktır. Yönergeler ilerledikçe kullanılması istenen doğru parçası sayısı da aritmetik olarak artırılmaktadır. İpuçları kullanılarak öğrencilerin maksimum bölge sayısına ulaşabilmeleri teşvik edilmektedir. Burada amaç öğrencilerin her doğru parçası, ne kadar çok doğru parçasıyla kesiştirilirse ortaya o kadar çok bölge çıkacağını keşfetmelerini sağlamaktır. Artan doğru parçası sayısı ile her defasında oluşturulabilecek maksimum bölge sayılarının karşılaştırılabildiği bir tabloyu (Şekil 3.7) yönergeye göre doldurmaları istenmektedir. Öğrencilerin tablonun ikinci satırını Şekil 3.7' de görülen tabloda verildiği gibi doldurmaları beklenmektedir.

Yönerge. Aşağıdaki tablonun I. satırına, kullandığınız ve kullanacağınız doğru parçası sayıları yazılmıştır. II. satıra, bu doğru parçalarını uç uca ekleyerek oluşturulabilecek maksimum bölge sayılarını yazınız.

1	2	3	4	5	6	7	8
0	► 0	1	3	6	10	15	21

Şekil 3.7. Öğrencilerin vermesi beklenen cevaplar

Çalışma yaprağında öğrencilerin bölge sayıları arasındaki örüntüyü fark edip etmediklerini ortaya çıkaracak açık uçlu sorular bulunmaktadır (Ek 1.2). Son olarak "Kullanılması gereken doğru parçası sayısı 11 olsaydı maksimum kaç bölge oluşurdu? " sorusu öğrencilere yöneltilerek ve örüntüyü devam ettirerek sonuca ulaşmaları istenmektedir. Öğrencilerin oluşan maksimum bölge sayıları arasındaki örüntüyü fark etmiş olması durumunda Şekil 3.8' de verilen ilişkiyi keşfederek doğru sonuca ulaşmaları beklenmektedir.

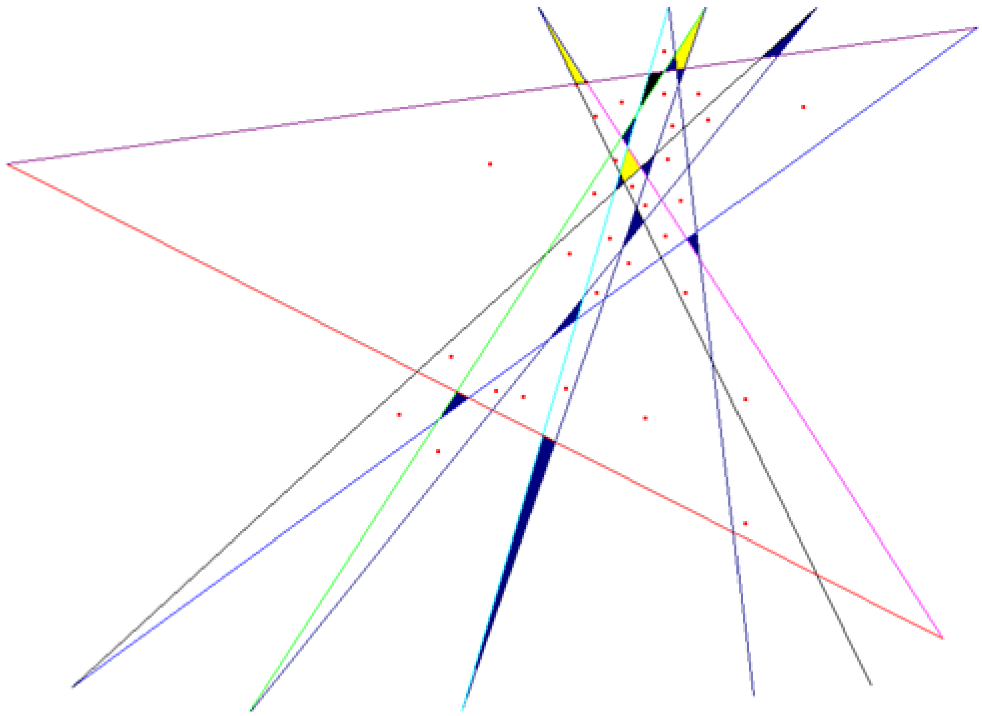


1 doğru parçasıyla maksimum 0 bölge
2 doğru parçasıyla maksimum ***0*** bölge
3 doğru parçasıyla maksimum ***1*** bölge
4 doğru parçasıyla maksimum ***3*** bölge
5 doğru parçasıyla maksimum ***6*** bölge
6 doğru parçasıyla maksimum ***10*** bölge
7 doğru parçasıyla maksimum ***15*** bölge
6. veya 7. doğru parçasını çizildiğinde örüntü fark edilebilir.

Artık çizim yapmadan,
8 doğru parçasıyla maksimum ***15+ 6=21*** bölge
9 doğru parçasıyla maksimum ***21+ 7=28*** bölge
10 doğru parçasıyla maksimum ***28+8=36*** bölge
11 doğru parçasıyla maksimum ***36+9=45*** bölge oluşacağı görülür.

Şekil 3.8. Öğrencilerin keşfetmesi beklenen ilişkiyi oluşturan sayı dizisi

Bunun yanı sıra öğrenciler çalışma yaprağında verilen "Çizdiğin her bir doğru parçasını, daha fazla doğru parçasıyla kesiştirmeye ne dersin? Denemelisin!" şeklindeki ipucunu kullanabilir. Böyle bir yol tercih etmesi durumunda öğrencinin on bir doğru parçasına ulaşırken, çizdiği her bir doğru parçasını, önceden çizdiği tüm doğru parçalarıyla kesiştirmesi gerekmektedir. Çünkü sadece bu durumda doğru çizimi yaparak 45 tane bölge olduğunu görebilir (Şekil 3.9).



Şekil 3.9. Doğru sonuca ulaşan öğrencilerin elde etmesi beklenen çizim

Çalışma yaprağı 2'de matematiksel ispat süreci aşamalarına paralel olarak sıralanan soru ve yönergelerle,

- Uç uca eklenmesi gereken doğru parçası sayıları 3, 4, 5, 6 şeklinde artırılırken öğrencilerin doğru verilere (maksimum bölge sayılarına) ulaşmalarını sağlamak amacıyla ip uçları kullanıldı. Bu şekilde ilişkinin farkına varma ve kurma sürecine girmeden önce örüntüyü içinde barındıran doğru sayı dizisinin (0, 1, 3, 6, 10, 15…) elde dilmesini,

- Elde edilen sayı dizisinin Şekil 3.7' de görülen tabloya taşınmasıyla ilişkinin (örüntünün) fark edilmesini,

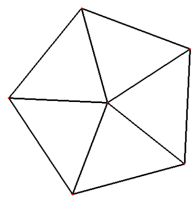
- Maksimum bölge sayıları arasındaki artış miktarının aritmetik olarak değiştiğinin görülmesiyle ilişkinin tanımlanmasını,

- Tanımlanan ilişkinin (artış miktarı) varsayım olarak kabul edilmesi ve bu varsayımın “8” doğru parçası olması durumunda doğruluğunun test edilmesiyle tümevarımsal muhakemenin yapılmasını,

- Son olarak “11” doğru parçası kullanılarak elde edilecek maksimum bölge sayısının sorulmasıyla “artış miktarındaki aritmetik değişim” genellemesinin kazanılıp kazanılmadığının test edilmesini sağlamak amaçlanmaktadır.

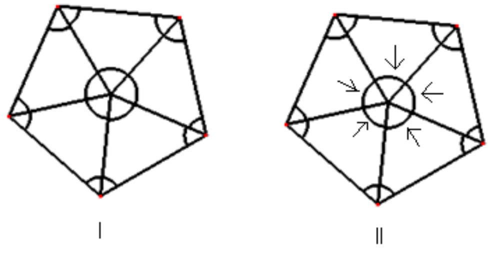
3.3.3.Çalışma yaprağı 3 (Çokgende iç açılar)

Etkinliğin amacı “n” kenarlı bir çokgenin iç açılarının toplamının neden (n-2).180 derece olduğunun kavramsal alt yapısının öğrenciler tarafından keşfedilmesini sağlamaktır. Bu doğrultuda belirlenen bir ispat yönteminin aşamalarını öğrencilerin kendi çabalarıyla geçmeleri için hazırlanan yönergelerle sonuca ulaşmaları sağlanmaya çalışıldı. İlk olarak bir düzgün beşgen çizmeleri ve bu çokgenin iç bölgesinde yönergede belirtildiği gibi üçgenler oluşturmaları istenmektedir. Bu doğrultuda öğrencilerin Şekil 3.10. da görülen şekli çizmeleri beklendi.



Şekil.3.10. İlgili yönerge doğrultusunda öğrencilerin elde etmesi beklenen yapı

Oluşturulan tüm üçgenlerin iç açıları toplamı ile, içinde bulundukları çokgenin iç açıları toplamı arasındaki ilişkiyi fark etmelerini sağlayacak açık uçlu soruları cevaplamaları istenmektedir (Bkz. Ek-1.3). Ardından öğrencilerin keşfettiği açılar toplamı arasındaki farkı ortaya çıkaran açıları şekil üzerinde göstermeleri istenmektedir.



Şekil 3.11. Öğrencilerin işaretlemesi beklenen açılar

Şekil 3.11. de I numaralı çokgen öğrencilere verilerek onlardan çokgenin iç açıları toplamı ile, içinde oluşan üçgenlerin iç açıları toplamı arasındaki farkı ortaya çıkaran açıları işaretlemeleri istenmektedir. Bu durumda Şekil 3.11. de II numaralı çokgende oklarla gösterilen açıları işaretlemeleri beklenmektedir. Bu şekilde hem açık uçlu sorularla hem de şekil üzerinde öğrencinin ilişkiyi fark etmesi sağlanmaktadır.

Ardından öğrencilere çokgenin kenar sayısı ile içinde oluşan üçgen sayısı arasında nasıl bir ilişki olduğu sorulmaktadır (Bkz. Ek-1.3). Öğrencilerin bu soruya çokgenin kenar sayısı ile içinde oluşan üçgen sayısının eşit olduğunu belirten cevaplar vermesi yani ilişkiyi kendi cümleleriyle tanımlaması beklenmektedir. Böylece "n" kenarlı bir çokgenin iç açıları toplamını veren formül "n.180-360" olarak düşünüldüğünde tek değişkenin kenar sayısı olduğunun öğrencilere fark ettirilmesi amaçlanmaktadır.

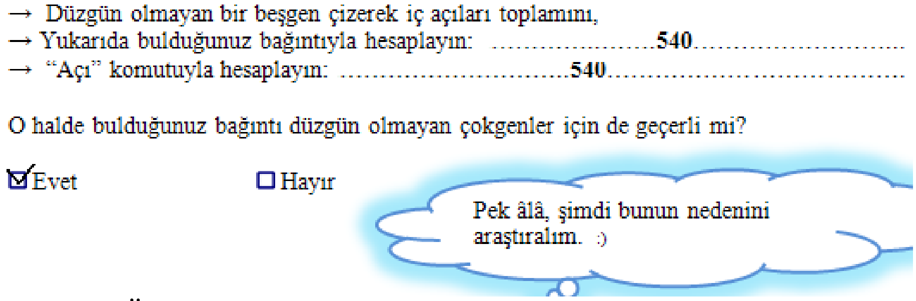
Bir sonraki adımda ise formülde değişkenden etkilenmeyen kısım olan "-360" nereden geldiği öğrencilere fark ettirilmeye çalışılmaktadır. Buna paralel olarak öğrencilerin, çokgenin kenar sayısı değişse de Şekil 3.11' de görülen 360° lik farkın değişmeyeceğini keşfedebilmeleri amacıyla;
"Şimdi gerekli çizim ve hesaplamaları yaparak test edin. Eğer söz konusu şekil bir düzgün sekizgen olsaydı, içine çizilen tüm üçgenlerin iç açıları toplamı ile sekizgenin iç açıları toplamı arasındaki fark beşgende bulduğunuz farkla aynı olur muydu? Deneyin!" sorusu öğrencilere yöneltilmektedir (Bkz. Ek-1.3). Öğrencilerin soruya sekizgende de bu farkın 360° olduğunu belirten cevaplar vermesi beklenmektedir. Bu durumda öğrencilerin Şekil 3.11' de verilen beşgen üzerinde keşfettikleri ilişkinin beşten farklı kenar sayısına sahip çokgenlerde geçerli olup olmadığını test etme imkanı verilmektedir.

Çalışma yaprağının buraya kadar olan kısmında öğrencilerin çokgenin iç açılarının bulunmasında değişken ve sabit olan verilerin belirlenmesi amaçlanmaktadır. Artık öğrencilerin genelleme yapabilmeleri için gerekli mantıksal alt yapının kurulabildiği düşünülmektedir. Bunun test edilebilmesi amacıyla;

"Şimdi, kenar sayısı "n" olan bir düzgün çokgenin iç açıları toplamını yazınız." sorusu öğrencilere yöneltilmektedir (Bkz. Ek-1.3). Bu soruya verilmesi gereken doğru cevapların şu doğrultuda olması beklenmektedir:

"n kenarlı bir düzgün çokgenin içerisinde n tane üçgen oluşturulabilir (yönergelere göre yapılan çizimlerde). Bu üçgenlerin tepe açıları toplamı 360° dir. 360° derece ise 2 tane üçgenin iç açıları toplamına eşittir. Bu yüzden düzgün bir çokgenin iç açıları toplamı (n-2).180 olur." Bu ve eşdeğer cevaplarla öğrencilerin çokgenin iç açıları toplamını veren formülün kavramsal alt yapısını elde ettiği sonucuna varılabilir.

Çalışma yaprağının buraya kadar olan kısmında tamamen düzgün çokgenlerden bahsedildiği ve genellemenin de düzgün çokgenler için yapıldığı görülmektedir (Bkz. Ek-1.3). İlk olarak düzgün çokgenlerin seçilmesindeki amaç öğrencilerin Cabri'de çizim yaparken aynı verileri elde etmelerini sağlamaktır. Düzgün çokgen ifadesi kullanılmasaydı, çokgenin içindeki herhangi bir noktadan köşelere doğru parçaları çizmeleri istenecekti. Öğrencilerin bu noktayı seçecekleri yer eğer köşe noktalarına çok yakın bir yerse Cabri'de açı ölçüsünü belirlerken yanlış noktalara tıklayarak yanlış sonuçlar elde edilebildikleri fark edildi. Çünkü bu durumda noktalar birbirine çok yakın olduğundan öğrenci hangi noktayı seçtiğini (tıkladığını) tam olarak bilememektedir. Etkinlikteki bu durum pilot çalışmada fark edildi, bu yüzden düzgün çokgen ifadesi kullanıldı ve çokgenin köşe noktalarına uzak olmasından dolayı merkez noktadan çizilen doğru parçalarıyla üçgenlerin oluşturulması istendi. Etkinliğin bundan sonraki kısmında da öğrencilerin düzgün çokgenler için yaptıkları genellemeyi tüm çokgenler için de yapabilmelerini sağlamak amaçlandı. Bu doğrultuda çalışma yaprağına yerleştirilen sorular, yönergeler ve öğrencilerden beklenen cevaplar Şekil 3.12' de verildi.


→ Düzgün olmayan bir beşgen çizerek iç açıları toplamını,
→ Yukarıda bulduğunuz bağıntıyla hesaplayın: ....540..........................
→ "Açı" komutuyla hesaplayın: ....540.......................................

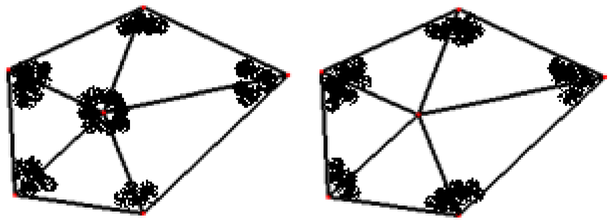
O halde bulduğunuz bağıntı düzgün olmayan çokgenler için de geçerli mi?

☑ Evet ☐ Hayır

Şekil 3.12. Öğrencilerin ilgili ve sorulara vermesi beklenen doğru cevaplar

Ardından çalışma yaprağı üzerinde bulunan iki beşgen üzerinde yönergede belirtildiği gibi istenen açıları işaretlemeleri istenmektedir (Bkz. Ek.-1.3) Öğrencilerin işaretlemesi beklenen açılar Şekil 3.13' te verildi.

Aşağıdaki düzgün olmayan çokgenlerden, I. çokgende, içinde oluşan üçgenlerin iç açılarını şekil üzerinde işaretleyin. Ardından II. çokgende sadece çokgenin iç açılarını işaretleyin.



I II

Şekil 3.13. Öğrencilerin ilgili yönerge doğrultusunda işaretlemesi beklenen açılar

Çalışma yaprağının son bölümünde verilen yönerge ve sorularla Şekil üzerinde işaretlenen açılardan yaralanarak öğrencilerin genelleme yapmasını sağlamak amaçlanmaktadır (Bkz. Ek-1.3). Sorulara verilmesi beklenen doğru cevaplar Şekil 3.14' te verildi.

I. şekilde işaretleyip II. şekilde işaretlemediğiniz açıların toplamı kaç derecedir?

.................**360**..

Bu fark kaç tane üçgenin iç açıları toplamına eşittir? ....**2**...................................

Yukarıda çizilen şekle göre "n" tane kenarı olan bir çokgenin içinde ......**n**....... tane üçgen oluşur ve bu üçgenlerin tepe açıları toplamı ....**2**..... tane üçgenin iç açıları toplamına eşittir.

O halde "n" tane kenarı olan bir çokgenin iç açıları toplamı ....**(n-2).180**...........dir.

Şekil 3.14. Öğrencilerin ilgili sorulara vermesi beklenen doğru cevaplar

Çalışma yaprağı 3'te matematiksel ispat süreci aşamalarına paralel olarak sıralanan soru ve yönergelerle öğrencilerin,

- İlk olarak düzgün beşgen üzerinde çalışarak yönergeler dahilinde yaptıkları çizimlere göre çokgenin içinde oluşan üçgenlerin iç açıları toplamı ile çokgenin iç açıları toplamı arasındaki ilişkiyi fark etmesi,

- Düzgün çokgenin içine çizilen üçgen sayısıyla, çokgenin kenar sayısı arasındaki ilişkinin tanımlayabilmesi ve bu yolla iç açıları toplamını veren formülde ((n-2).180) tek değişkenin kenar sayısı olduğunu fark etmesi,

- Düzgün çokgenin iç bölgesinde bulunan üçgenlerin tepe açıları (çokgenin merkezinde bulunan açılar) toplamının, üçgenlerin tüm iç açıları toplamından çıkarılmasıyla geriye çokgenin iç açıları toplamının kaldığını fark etmesini,

- Düzgün çokgende kenar sayısı değişse de içindeki üçgenlerin tepe açılarının toplamının değişmeyeceği varsayımıyla yola çıkılarak bunu bir düzgün sekizgen üzerinde test etmesi,

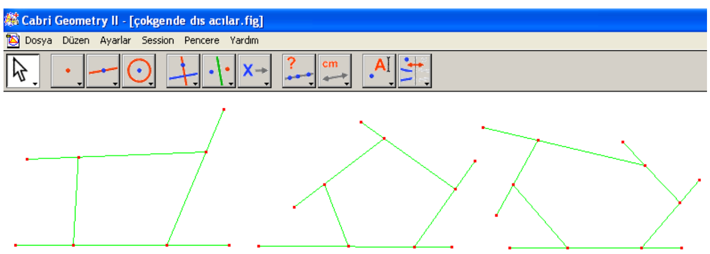
- Böylece formülde değişkenden etkilenmeyen kısım olan "2.180" ifadesinin nereden geldiğini fark etmesi ve aynı zamanda varsayımın doğrulanmış olmasıyla tümevarımsal muhakemeyi yapabilmesi,

- Düzgün çokgenler üzerinde elde edilen verileri tüm çokgenlere genelleyebilmesi,

- Son olarak elde edilen tüm verilerin formülize etmesi ve formal ispat sürecinin tamamlamasını sağlamak amaçlanmaktadır.

3.3.4.Çalışma yaprağı 4 (Çokgende dış açılar)

Etkinliğin amacı Çalışma Yaprağı 3'te keşfedilen çokgende iç açılar toplamının genel formülü üzerine tüm çokgenlerde dış açılar toplamının neden 360 derece olduğunun keşfedilmesidir. Bu keşfi yaparken daha önce öğrencilerin ortaya çıkardığı bilginin üzerine bu yeni bilgiyi kurmaları amaçlanmaktadır. Çünkü Çalışma Yaprağı 4 yeni sonuca ulaşırken bir önceki sonuçtan yaralanacakları şekilde oluşturuldu. Bu doğrultuda ilk olarak öğrencilerden faklı kenar sayılarına sahip çokgenler içeren "çokgende dış açılar" adlı Cabri dosyasını açmaları istenmektedir. Çizimler, öğrencilerin çokgenlerin dış açıları üzerinde işlem yapabilecekleri şekilde hazırlandı (Şekil 3.15).



Şekil 3.15. Çokgen dış açılar adlı Cabri dosyasının içeriğindeki yapılar

Öğrencilerin şekil 3.15' te bulunan çokgenlerin dış açılarını işaretlemeleri ve ardından Cabri'nin özelliklerini (açı, hesap makinesi) kullanarak bunların değerlerini bulmaları istenmektedir. Bir tablo verilerek her çokgenin dış açıları toplamını yazmaları istenmektedir (Bkz. Ek-1.4).

	Dış Açılar Toplamı	İç Açılar Toplamı (bir önceki çalışma yaprağında bulduğun bağıntıyı kullan)
Dörtgen	**360**	360 (4-2).180
Beşgen	**360**	540 (5-2)180
Altıgen	**360**	720 (6-2)180

Şekil 3.16. Öğrencilerin vermesi beklenen doğru cevaplar

Öğrencilerin tabloyu Şekil 3.16' da görüldüğü gibi doldurmaları beklenmektedir. Bu şekilde öğrencilerin çokgende dış açıların kenar sayısından bağımsız ve her defasında 360° ye eşit olduğunu fark ettirmek amaçlanmaktadır. Verilen üç çokgene ait değerleri tabloya aktardıktan sonra ortaya çıkan durumu tanımlayabilmelerini sağlamak amacıyla çalışma yaprağına üç soru yerleştirildi (Bkz. Ek-1.4). Öğrencilerin bu üç soruyu Şekil 3.17' de verildiği gibi cevaplamaları beklenmektedir.

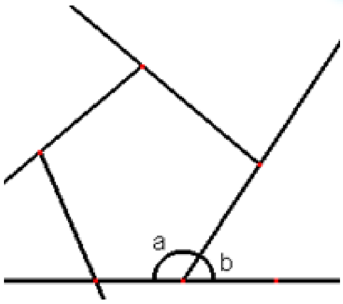
→ Çokgenlerde kenar sayısı arttıkça iç açılar toplamı ....**artar**.........................

→ Çokgenlerde kenar sayısı arttıkça dış açılar toplamı ....**değişmez**.................

→ O halde tüm çokgenlerin dış açıları toplamı ....**360**......... derecedir; diyebiliriz.

Şekil 3.17. Öğrencilerin vermesi beklenen doğru cevaplar

Bu sorulardan biri çokgende iç açılar toplamıyla ilgilidir. Öğrencilerden çalışma yaprağının ilerleyen bölümlerinde iç açılarla ilişkilendirerek sonuca ulaşmaları istenmektedir. Bu ilişkiyi fark ettirmek amacıyla sorunun buraya yerleştirilmesi uygun görüldü. Şekil 3.17'de son soruda öğrencilerin tabloda elde ettikleri verilerden yola çıkarak bir varsayımda bulunmaları sağlanmaktadır. Ardından bu varsayımlarının tüm durumlarda geçerli olup olmadığını test etmelerini sağlamak gereklidir. Bu doğrultuda çalışma (Şekil 3.18) üzerinde işaretlenen açıların toplamının kaç derece olduğu sorusu öğrencilere yöneltilmektedir (Bkz. Ek 1.4). Amaç, "n" kenarlı bir çokgende tüm iç ve dış açıların toplamının n.180 olduğunu öğrencilere fark ettirmektir. Öğrencilerin soruyu Cabri'de ölçüm yaparak ya da doğru açı olduğunu fark ederek Şekil 3.18' de verildiği gibi cevaplamaları beklenmektedir.



→ Çizdiğiniz çokgenlerden herhangi birinde, aynı kenara ait iç ve dış açıların toplamı kaç derecedir?

a+b=?....**180**........

Şekil 3.18. Öğrencilerin ilgili yönerge doğrultusunda vermesi beklenen doğru cevap

Ardından bu veriyi tüm iç ve dış açılar toplamını bulurken kullanmalarını sağlamak amacıyla bir soru yöneltilmiştir (Bkz. Ek-1.4). Öğrencilerin kenar sayışı kadar 180° lik açı bulunduğunu fark etmeleri ve bu soruyu "n.180" olarak yanıtlamaları beklenmektedir. Çalışma yaprağının sonunda ise öğrencilerin tüm iç ve dış açıların toplamından, iç açılar toplamını çıkararak dış açılar toplamını elde etmelerini sağlamak amacıyla iki soru ve bir tablo verildi (Bkz. Ek-1.4). Tablo, öğrencilerin yapmaları gereken işlemi kolaylıkla fark edebilecekleri şekilde oluşturuldu. Öğrencilerin soruları ve tabloyu Şekil 3.19' da verildiği gibi cevaplamaları ve doldurmaları beklenmektedir.

→ "n" tane kenarı olan bir çokgenin tüm iç ve dış açılarının toplamını yazınız.
....................**n.180**..

→ "n" tane kenarı olan bir çokgenin iç açıları toplamını (bir önceki çalışma yaprağından hatırlamalısınız.) yazınız.
....................**(n-2).180**...

→ "n" kenarlı bir çokgenin,

İç Açılar + Dış Açılar Toplamı	İç Açılar Toplamı	Dış Açılar Toplamı:
.........**n.180**....................	............**(n-2).180**......	**n.180-(n-2).180=360**

Şekil 3.19. Öğrencilerin ilgili sorulara vermesi beklenen doğru cevaplar

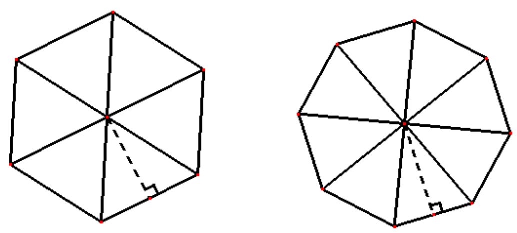
Şekil 3.19' da görüldüğü gibi öğrencilerin çokgende dış açılar toplamına ulaşırken daha önce keşfettikleri bilgilerden de faydalanması sağlanmaya çalışılmaktadır. Yani bir bilginin diğerinin üzerine inşa edilmesi amaçlanmaktadır.

Çalışma yaprağı 4'te matematiksel ispat süreci aşamalarına paralel olarak sıralanan soru ve yönergelerle,

- İlk olarak çokgende dış açılar ve kenar sayısı arasında bir ilişki olmadığının fark edilmesini,
- Çokgende kenar sayısı değişse de dış açılar toplamının her defasında 360° kaldığının keşfedilmesiyle dış açılar toplamının "değişmez" olarak tanımlanmasını
- Üç çokgenden elde edilen verilerle dış açılar toplamının tüm çokgenlerde sabit ve 360° olduğu varsayımından yola çıkılarak bunun test edilmesini,
- Çokgende tüm iç ve dış açılar toplamının n.180 olduğunun fark edilmesini ve bundan yola çıkılarak dış açılar toplamının her defasında 360° olması gerektiğini, böylece doğrulanan varsayımla tümevarımsal muhakeme aşamasının geçilmesini ve formal ispatın tamamlanmasını
- Çalışma yaprağının genel örgüsünde ise çokgende dış açılar toplamının neden sabit ve 360° olduğunun kavramsal altyapısının öğrenciler tarafından keşfedilmesini sağlamak amaçlanmaktadır.

3.3.5.Çalışma yaprağı 5 (Düzgün çokgende çevre ve alan ilişkisi)

Etkinliğin amacı düzgün çokgende çevre ve alan arasındaki ilişkinin keşfedilmesidir. Çalışma yaprağı 5, bir sonraki çalışma yaprağında işlenecek olan "neden πr^2" sorusunun yanıtlanmasına mantıksal olarak alt yapı hazırlamak amacıyla geliştirildi. Bu doğrultuda ilk olarak öğrencilerden düzgün altıgen ve sekizgen çizmeleri ve ardından yönergede belirtilen özellikleri taşıyan üçgenleri çokgenlerin iç bölgesinde oluşturmaları istenmektedir. Üçüncü yönergede ise belirtilen özellikler doğrultusunda yükseklikleri çizmeleri istenmektedir. Bu üç yönerge sonucunda öğrencilerin Cabri ekranında elde etmesi beklenen çizim Şekil 3.20' de verildi.



Şekil 3.20. İlgili yönergeler doğrultusunda öğrencilerin elde etmesi beklenen çizim

Ardından "Altıgenin içindeki tüm üçgenlerin yükseklikleri eşit midir?" sorusu öğrencilere yöneltilmektedir. Ölçümler sonucunda öğrencilerin aynı çokgen içerisindeki tüm yüksekliklerin birbirine eşit olduğunu fark etmesi beklenmektedir. Burada amaç bir üçgenin alanından yola çıkılarak çokgenin alanına ulaşmalarını ve alana ulaşırken özellikle yüksekliği kullanmalarını sağlamaktır. Bu doğrultuda öğrencilerden çokgenin alanına ulaşırken kullanılan tüm değişkenleri yazacakları tablolar hazırlandı (Bkz. Ek-1.5). Öğrencilerin değişkenleri Cabri'de bulunan "uzunluk" özelliğini kullanarak ölçmeleri ve tabloları Şekil 3.21' de verildiği gibi doldurmaları beklenmektedir.

Tablo 1

	Bir kenarın uzunluğu	Kenar sayısı	Çevre
Altıgen	**2**	**6**	**12**
Sekizgen	**3**	**8**	**24**

Tablo 2

	Bir kenarın uzunluğu	Yükseklik	Kenar sayısı	Çokgenin Alanı
Altıgen	**2**	**3**	**6**	**18**
Sekizgen	**3**	**4**	**8**	**48**

Şekil 3.21. Öğrencilerin vermesi beklenen doğru cevaplar

Bu yönergedeki amaç öğrencilerin alana ulaşırken kullanılan tüm değişkenlerin neler olduğunu fark etmelerini sağlamaktır. Daha sonra verilen yönergeler ve tablolarla bu değişkenlerden ikisinin aslında çevreyi (kenar uzunluğu ve kenar sayısı) oluşturan değişkenler olduğu fark ettirilmeye çalışıldı (Bkz. Ek-1.4). Öğrencilerin soru ve tabloları Şekil 3.22' de görüldüğü gibi cevaplaması ve doldurması beklenmektedir. Böylece öğrencilerin çevreden alan nasıl ulaşabileceklerine dair mantıksal altyapı oluşturulmaya çalışıldı.

Yukarıda verilen her iki tabloda da ortak olan değişkenler çokgenin hem çevresini, hem de alanını bulurken kullanılıyor. Bunları yazınız.

Kenar uzunluğu ve kenar sayısı…………………………………………………

Tablo 2 de çevreyi oluşturan değişkenleri artık tek sütunda çevre olarak birleştirebilirsin. O halde yeni bir tablo oluşturmalısın.

Tablo 2

	Bir kenarın uzunluğu	Yükseklik	Kenar sayısı	Çokgenin Alanı
Altıgen	2	3	6	18
Sekizgen	3	4	8	48

	Çevre	Yükseklik	Çokgenin Alanı
Altıgen	12	3	18
Sekizgen	24	4	48

Şekil 3.22. Öğrencilerin vermesi beklenen doğru cevaplar

Şekil 3.22' de öğrencilerin çevreyi oluşturan değişkenlerin alanda nasıl etkili olduğunu görebilecekleri şekilde hazırlanan tablo görülmektedir. Etkinlikte son olarak öğrencilerden tüm bu verilerden yararlanarak düzgün çokgenlerde çevreden alana nasıl ulaşabileceklerini yazmaları istenmektedir (Bkz. Ek-1.5). Bu soruya verilen doğru cevabın "düzgün çokgende alan, çevre ve yüksekliğin çarpımının yarısıdır" şeklinde olması beklenmektedir.

Şekil 3.21' de ve Şekil 3.22' deki tablolarda verilen sayılar örnek niteliğindedir. Bu sayılar öğrencinin yaptığı çizime bağlı olarak değişiklik göstermektedir. Bu yüzden öğrencilerin doldurduğu çalışma yaprakları değerlendirilirken bu durum göz önünde bulundurulmalı yani doğru değişkenleri gerekli işlemlerde kullanarak çevre ve alana ulaşıp ulaşmadığına bakılmalı ve buna göre değerlendirme yapılmalıdır.

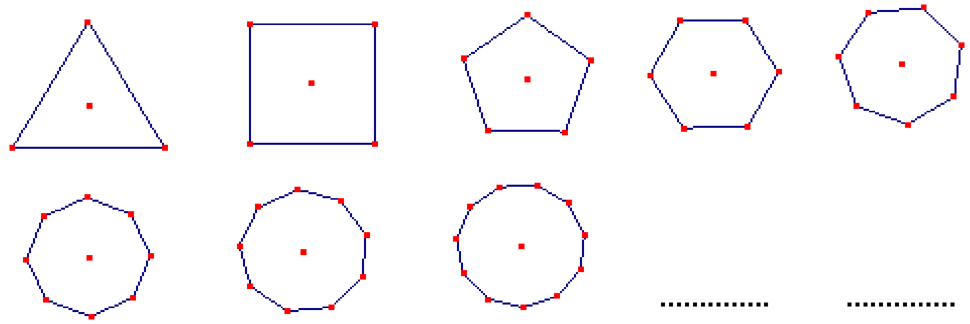
Çalışma yaprağı 5'te matematiksel ispat süreci aşamalarına paralel olarak sıralanan soru ve yönergelerle,

- İlk olarak çokgenin temel elemanlarıyla (değişkenler), çokgenin çevre ve alanı arasında nasıl bir ilişki olduğunun fark edilmesini,
- Çevre ve alanda ortak olarak kullanılan değişkenlerin fark edilmesini,
- Son olarak düzgün çokgende çevreden alana nasıl ulaşılacağını keşfettirerek ilişkinin (çevre-alan) tanımlanmasını sağlamak amaçlanmaktadır.

- Bu etkinlik Çalışma yaprağı 6'ya hazırlık niteliğinde olduğundan, ispat sürecinin tüm aşamalarını içermemektedir. İlerleyen aşamalar yani varsayımda bulunma, tümevarımsal muhakeme ve formal ispat süreçleri Çalışma yaprağı 6'nın içeriğine yerleştirildi.

3.3.6.Çalışma yaprağı 6 (πr^2)

Etkinliğin amacı öğrencilerin dairenin alanının neden πr^2 olduğunu keşfedebilmelerini sağlamaktır. Bu doğrultuda öğrencilerden Çalışma Yaprağı 5' te keşfettikleri ilişkiyi kullanarak πr^2' ye ulaşmaları sağlanmaya çalışılmaktadır. İlk olarak öğrencilere dairenin çevresi ve yarıçapı arasındaki ilişki fark ettirilmeye çalışılmaktadır. Bunun için öğrencilerden bir çember oluşturmaları ve Cabri'de bulunan "uzunluk" ve "hesap makinesi" özelliklerini kullanarak verilen tabloya yarıçap, çevre ve çevre/yarıçap uzunluklarını yazmaları istenmektedir. Ardından çemberi büyüterek ya da küçülterek oluşan yeni uzunlukları ve oranı tabloya yazmaları istenmektedir (Bkz. Ek-1.6). Burada amaç çevre/yarıçap oranının sabit olduğunun ve bu yolla yarıçaptan çevreye ulaşırken yapılması gereken işlemin ne olduğunun fark edilmesini sağlamaktır. Ardından öğrencilere bu oranın 2π ye eşit olduğunun fark ettirilmesi amacıyla bir soru yöneltilmektedir (Bkz. Ek-1.6). Daha sonra öğrencilerden, "Örüntü" (Şekil 3.23) adlı Cabri dosyasını açmaları istenmektedir.



Şekil 3.23. Örüntü adlı cabri dosyasında bulunan çokgenler

Cabri ekranında örüntünün yanı sıra şu yönergeler bulunmaktadır:

- Örüntüde akışı bozan bir şekil bulunmaktadır. Bu şekli bulup siliniz ve yerine gelmesi gerektiğini düşündüğünüz şekli çiziniz.

- Örüntüde boş bırakılan yerlere gelmesini gerektiğini düşündüğünüz şekilleri çiziniz.
- Örüntünün sonsuza kadar devam etmesi durumunda ulaşacağınız son şekil ne olurdu? Çiziniz.
- Örüntüdeki şekiller ilerledikçe, çokgenlerin içindeki üçgenleri oluşturan ikizkenarlar arasındaki açı ………………… Yani kenarlar birbirin ………………

İlk yönergede öğrencilerin sekizinci şeklin örüntüyü bozduğunu ve ikinci yönergede yerine bir düzgün ongen çizilmesi gerektiğini fark etmeleri beklenmektedir. Son iki yönergede amaç öğrencilerin örüntünün devam etmesi durumunda şeklin gittikçe çembere yaklaşacağını fark ettirebilmektir. Aynı şekilde çokgenlerin içindeki üçgenlerin ikizkenarları arasındaki açının azaldığı ve kenarların birbirine yaklaştığı da fark ettirilmeye çalışılmaktadır. Son olarak da öğrencilerden Çalışma Yaprağı 5'te düzgün çokgenler de çevre ve alan arasında keşfettikleri ilişkiyi ve bu etkinlikte elde ettikleri düzgün çokgen-daire arasındaki ilişkiyi kullanarak dairenin alanına ulaşmaları istenmektedir.

Çalışma yaprağı 6'da matematiksel ispat süreci aşamalarına paralel olarak sıralanan soru ve yönergelerle,

- İlk olarak çemberde çevre ve yarıçap arasındaki ilişkinin fark edilmesini,
- Fark edilen ilişkinin π sayısı ile bağdaştığını görmesini ve bu yolla ilişkinin 2π olarak tanımlanmasını,
- Örüntü (Şekil 3.23) ve yönergelerle Çalışma yaprağı 5'te elde edilen bağıntıyı daire ile nasıl ilişkilendirebileceklerini keşfetmelerini,
- Çalışma yaprağı 5'te elde edilen çevre-alan arasındaki ilişkinin daire için de geçerli olabileceği varsayımında bulunmalarını ve bu varsayımı test etmelerini,

- Düzgün çokgende çevre-alan ve düzgün çokgen-çember arasında kurulan ve tanımlanan ilişkileri kullanarak dairenin alanına ulaşmalarını,
- Öğrencilerin çemberdeki özel durum için de varsayımlarını test ederek tümevarımsal muhakemeyi tamamlayabilmelerini,
- Varsayımlarının her durum için doğru olduğunu keşfetmelerini ve böylece formal ispat sürecini tamamlamalarını sağlamak amaçlanmaktadır.

3.4.Verilerin Toplanması

Çalışmanın verileri çalışma yapraklarından ve 10 adet açık uçlu sorudan oluşan başarı testinden elde edildi. Çalışma yapraklarındaki uygulamalar sadece deney grubunda bulunan öğrenciler tarafından yapıldı. Açık uçlu sorulardan oluşan ve öğrencilerin matematiksel ispat becerilerini ölçmeye yönelik olan test ise deney ve kontrol grubu öğrencilerine ön ve son test olarak uygulandı. Deney ve kontrol grubuna ön test yapıldıktan 6 hafta sonra son testin yine iki gruba da uygulanmasıyla çalışmanın nicel verilerine ulaşıldı. Testin maddelerinde çokgen ve daireye ait bazı özelliklerin ispatlaması istenmektedir. Yine bu maddeler içerisinde bazı cebirsel ifadelerin de şekiller üzerinde ispatlanması istenmektedir (Bkz. Ek-2). Maddeler oluşturulurken bir sekizinci sınıf öğrencisinin sahip olabileceği cebirsel işlemleri yürütebilme seviyesi de göz önünde bulunduruldu.

3.4.1.Başarı testi

Toplam 10 açık uçlu sorudan oluşmaktadır. Araştırmacı tarafından derlenen sorular, çalışma yapraklarında keşfedilmesi beklenen bilgilerin kavramsal alt yapılarının öğrenci tarafından kazanılıp kazanılmadığını test etme amacını taşımaktadır. Öğrencilerin yaptığı çözümler hazırlanan çözüm anahtarına (Bkz. Ek-3) göre puanlandırıldı. Hazırlanan testin geçerliliğinin sınanması amacıyla "kapsam geçerliliği uzman görüşü rubriği" (Ek-4) hazırlanarak üç matematik eğitimi uzmanı tarafından değerlendirilmesi sağlandı. İki uzmanın tüm soruların ilgili kazanımlara uygun oluğunu, bir uzmanın ise yedi sorununun uygun, üç sorunun ise kısmen uygun olduğunu işaretlediği görüldü. Yapılan değerlendirmeler sonucunda başarı testinin kapsam geçerliliği bakımından yeterli olduğu görüldü.

Öğrencilerin yaptığı çözümlerin puanlandırılması için hazırlanan rubriğin güvenilirliğinin sağlanması amacıyla, son testler araştırmacı dışında 3 uzman matematik eğitimcisi tarafından puanlandırıldı. Ardından araştırmacı tarafından verilen puanlarla üç uzmanın verdiği puanlar arasındaki ilişkiye testin tamamına verilen puan bazında bakıldı. Yapılan Spearman korelasyon testi sonucunda ortaya çıkan katsayılar Tablo 3.2' de verildi.

Tablo 3.2. Öğrencilere uygulanan ispat becerileri değerlendirme testine uzmanlar tarafından verilen puanların karşılaştırılması

		Araştırmacı	**Uz 1****	**Uz 2**	**Uz 3**
	r	1,000	,905	,924	,948
Araştırmacı	p	.	,000	,000	,000
	r	,905	1,000	,827	,942
Uz 1	p	,000	.	,003	,000
	r	,924	,827	1,000	,952
Uz 2	p	,000	,003	.	,000
	r	,948	,942	,952	1,000
Uz 3	p	,000	,000	,000	.

*Korelasyon Katsayısı (r)

**Uzman1

Tüm ikili karşılaştırmalarda korelasyonun yüksek olduğu görüldü ($r>.7$, $p<.01$). Başarı testi deney ve kontrol grubuna ön ve son test olarak uygulandı. Test öğrencilerin ispat becerilerindeki değişimin gözlenebilmesi amacıyla hazırlandı. Bu yüzden açık uçlu sorulardan oluşturuldu. Öğrencilerin çözümleri, puanlandırma yoluyla istatistiksel verilerin kaynağı oldu.

3.4.2.Çalışma yaprakları

Öğrencilerin keşfederek öğrenmelerine zemin hazırlayacak şekilde düzenlenen çalışma yapraklarında yönergeler ve açık uçlu sorular bulunmaktadır. Her bir yönerge kendisinden sonraki yönergeye veya soruya verilecek cevaba öğrencinin zihinsel olarak hazırlanmasını sağlayacak niteliktedir. Bu şekilde öğrencinin son bilgiyi keşfedene kadar gerekli olan alt yapıyı kurarak ilerlemesini sağlamak amaçlanmaktadır. Çalışma yapraklarının sonunda ise öğrencilerin ulaşması gereken bilgiyi elde edip edemediğini test eden açık uçlu sorular bulunmaktadır. Bilgisayar destekli etkinliklerin genelindeki amaç öğrencinin, yaprağın içinde gizlenen yapıyı keşfetmesini sağlamaktır. Çalışma yapraklarından elde edilen veriler, öğrencilerin açık uçlu sorulara verdiği cevaplardan ve yaptığı çizimlerden oluşmaktadır. Bu bağlamda matematiksel ispatlarda geçilmesi gereken aşamalarla, öğrencilerin izledikleri yol karşılaştırıldı ve aradaki ilişki nitel olarak değerlendirildi.

Pilot çalışma sonrasında yeniden düzenlenen çalışma yaprakları toplam 6 tanedir. Gerçek uygulamada kullanılan çalışma yaprakları Ek-1' de verildi. Gerçek çalışmada, çalışma yapraklarının tamamının uygulama süreci 4 haftadır. Uygulama süreci Tablo 3.3' te belirtildiği gibidir.

Tablo 3.3. Gerçek uygulama süreci

Hafta	**Uygulama**	**Süre (ders saati)**
1	Ön test	2
2	Cabri tanıtımı	2
3	Üçgen Eşitsizliği	1
3	Maksimum Bölge Sayısı	1
4	Çokgende İç Açılar Toplamı	1
4	Çokgende Dış Açılar Toplamı	1
5	Düzgün Çokgende Çevre ve Alan	2
6	Dairenin Alanı	2
7	Son test	2

3.5.Verilerin Analizi

Çalışma yapraklarında öğrencilerin formal ispata ulaşırken izledikleri yolla, matematiksel ispatta izlenmesi gereken (Edward, 1997) aşamalar nitel olarak değerlendirildi. Buradan elde edilen nitel verilerin yanı sıra uygulama öncesinde ve sonrasında deney ve kontrol gruplarına yapılan ispat becerileri değerlendirme testinden (Ek-2) ise istatistiksel veriler elde edildi.

3.5.1.Başarı testi veri analizi

Deney ve kontrol grubu öğrencilerine ön ve son test olarak uygulandı. Öğrencilerin testte bulunan sorulara yaptığı çözümlerin puanlandırılmasıyla ön ve son test verileri analiz edildi. İlk olarak deney ve kontrol gruplarının denkliğinin araştırılması amacıyla ön test sonuçları Mann Whitney-U testi ile karşılaştırıldı. Ardından araştırmanın birinci alt problemi olan "oluşturulan çalışma yaprakları öğrencilerin ispat becerilerini geliştirici nitelikte midir?" sorusunu cevaplayabilmek amacıyla deney grubunun ön ve son test sonuçları Wilcoxon testi ile karşılaştırıldı. Diğer alt problem olan "DGY kullanılan deney grubu ile kontrol grubu arasında ispat becerileri açısından fark var mıdır?" sorusunu cevaplandırmak amacıyla deney ve kontrol gruplarının son testleri arasında Mann Whitney-U testi kullanılarak karşılaştırma yapıldı. Bu test, normallik varsayımının karşılanmadığı durumlarda iki ilişkisiz örneklemden elde edilen puanların birbirinden anlamlı bir şekilde farklı olup olmadığını test eder (Büyüköztürk, 2011).

3.5.2.Çalışma yaprakları veri analizi

Öğrencinin bilgisayar destekli etkinlik içerisinde gizlenmiş olan bilgiyi keşfederken izlediği yolun ve süreç içerisindeki düşünce yansımalarının görülebilmesi için çalışma yapraklarından elde edilen veriler önemli bir yere sahiptir. Her etkinlik sonrasında tamamlanan çalışma yaprakları toplandı. Öğrencilerin keşif sürecinde yaptığı işlemler ve mantıksal çıkarımlar çalışma yapraklarının nitel olarak değerlendirilmesiyle ortaya çıkarılmaya çalışıldı. Araştırma problemlerinin paralelinde öğrenci cevaplarından ya da Cabri'de elde ettiği çizimlerden kesitler alınarak aynı tip cevapları farklı kişilere ait gruplama şeklinde istatistiksel yol kullanıldı.

4.BULGULAR

Araştırmanın bulguları, Cabri'nin öğrencilere tanıtımı, ön test ve son test uygulamalarıyla birlikte toplam 14 ders saati sonunda elde edildi. Pilot çalışma sonunda elde edilen veriler doğrultusunda çalışma yapraklarında ve sanal materyaller üzerinde yapılan değişikliklerden sonra deney grubu öğrencilerine Cabri tanıtımı yapıldı. Ardından çalışma yaprakları 8 saatlik bir süreç içerisinde deney grubu öğrencilerine uygulandı. Etkinliklerden elde edilen bulgulara, deney grubu öğrencilerin tamamladığı çalışma yapraklarından ulaşıldı. Çalışma yapraklarından alınan kesitlerdeki isimler öğrencilerin gerçek adları değildir. İstatistiksel bulgulara ise gerçek çalışma öncesinde ve sonrasında deney ve kontrol grubu öğrencilerine uygulanan ispat becerileri değerlendirme testinden elde edilen cevapların, çözüm anahtarına (Bkz. Ek-3) göre puanlandırılmasıyla ulaşıldı.

4.1.Başarı Testinden Elde Edilen Bulgular

4.1.1.Deney ve kontrol gruplarının denkliği

Uygulama öncesinde deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin ispat becerileri bakımından denkliklerinin incelenmesi amacıyla Mann Whitney U Testi kullanıldı. Bu doğrultuda deney ve kontrol grubu öğrencilerinin ön testlerden aldığı puanlar karşılaştırıldı. Sonuçlar Tablo 4.1'de verildi.

Tablo 4.1. Uygulama öncesi ispat becerileri bakımından grupların karşılaştırılması

Grup	n	Sıra Ortalaması	Sıra Toplamı	U	P
Deney	10	12,80	128	57.00	.618
Kontrol	13	11,38	148		

* p>.05

Başlangıç itibariyle deney ve kontrol gruplarının ispat becerileri açısından anlamlı bir fark olmadığı saptandı, $p>.05, U=57.00$.

4.1.2.Çalışma yapraklarının ispat becerisine etkisi

Geliştirilen çalışma yapraklarının öğrencilerin ispat becerilerini geliştirici nitelikte olup olmadığının incelenmesi amacıyla deney grubu öğrencilerinin ön test ve son test sonuçları karşılaştırıldı. Buna göre DGY Cabri'nin tanıtımıyla birlikte toplam beş haftalık bir uygulama sonunda öğrencilerin ispat becerileri arasında fark olup olmadığının incelenmesi amacıyla deney grubunun ön ve son test sonuçları Wilcoxon işaretli sıralar testi (Wilcoxon Signed Rank Test for Paired Samples) ile karşılaştırıldı. Sonuçlar Tablo 4.2' de verildi.

Tablo 4.2. Deney grubu ispat becerileri ön ve son test puanlarının analizi

Sontest-Öntest	n	Sıra Ortalaması	Sıra Toplamı	z	P
Negatif Sıra	0	.00	.00	2.80*	.005
Pozitif Sıra	10	5.50	55.00		
Eşit	0	-	-		

*Negatif sıralar temeline dayalı

Analiz sonuçları öğrencilerin uygulama öncesinde ve sonrasındaki ispat becerileri arasında anlamlı fark olduğu görülmektedir, $z = 2.80$, $p<.05$. Fark puanlarının sıra ortalaması ve toplamları dikkate alındığında, gözlenen bu farkın pozitif sıralar, yani son test puanı lehinde olduğu görülmektedir.

4.1.3.DGY kullanımının ispat becerilerine etkisi

Ön test puanlarının karşılaştırılmasıyla ispat becerileri arasında anlamlı bir fark olmadığı belirlenen deney ve kontrol grubu öğrencilerinin uygulama sonrasında yapılan ispat becerileri testinden aldığı sonuçlar Mann Whitney U testi kullanılarak karşılaştırıldı. İstatistik verileri tablo 4.3' te görülmektedir.

Tablo 4.3. İspat becerilerinin gruplara göre son test karşılaştırması

Grup	n	Sıra Ortalaması	Sıra Toplamı	U	P
Deney	10	16.75	167.50	17.50	.003
Kontrol	13	8.35	108.50		

Tablo verilerine bakıldığında beş haftalık bir deneysel çalışma sonunda, DGY kullanımına katılan öğrencilerle, böyle bir programa katılmayan öğrencilerin başarı testine göre ispat becerileri açısından anlamlı bir fark olduğu görülmektedir, $U=17.50$, $p<.05$. Sıra ortalamaları dikkate alındığında, DGY kullanan öğrencilerin kontrol grubundaki öğrencilere göre ispat becerilerinin daha yüksek olduğu anlaşılmaktadır. Bu bulgu DGY ile keşfederek öğrenmenin öğrencilerin ispat yeteneklerinin gelişmesinde, doğrudan anlatım yöntemine göre daha etkili olduğunu gösterir.

4.2.Çalışma Yapraklarından İspat Becerisi Bulguları

4.2.1.Çalışma yaprağı 1 (Üçgen eşitsizliği)

Etkinliğin içerisine gizlenen ve keşfedilmesi istenen bilgi “üçgen eşitsizliği” dir. Bu amaçla öğrencilerin “üçgen oluşturalım adlı Cabri dosyasını (Şekil 3.2) açmaları ve hareketli doğu parçalarını kullanarak üçgene ulaşmaları istenmektedir. Kenar uzunluklarından elde ettikleri verileri çalışma yaprağındaki tablolara aktarmaları ve gerekli karşılaştırmaları yapmaları istenmektedir. Çalışmaya katılan 10 öğrenciden 8’inde etkinliğin amacına ulaştığı görüldü.

Her üçlü grupta en büyük doğru parçası a, en küçük doğru parçası c, diğer doğru parçası ise b olarak adlandırılmıştır.

Şimdi sizden, verilen doğru parçası gruplarının hangilerinden üçgen oluşup oluşmayacağını bulmanız isteniyor. Bunu yaparken aşağıdaki tabloyu da verilen örnekteki gibi doldurmanız gerekiyor. Yani uzunluklar arasında karşılaştırma yapmanız isteniyor.

	a	b+c	b	a+c	c	a+b	Üçgen oluştu mu?
1	a<b+c		b < a+c		c < a+b		oluştu.
2	c+b = a		a+c > b		a+b > c		oluşmadı
3	a < b+c		b < a+c		c < a+b		oluştu
4	a > b+c		b < a+c		c < a+b		oluşmadı
5	a > b+c		b < a+c		c < a+b		oluştu

	a	lb-cl	b	la-cl	c	la-bl	Üçgen oluştu mu?
1	a> $\lvert b-c \rvert$		b > $\lvert a-c \rvert$		c > $\lvert a-b \rvert$		oluştu
2	a > $\lvert b-c \rvert$		b = $\lvert a-c \rvert$		c = $\lvert a-b \rvert$		oluşmadı
3	a > $\lvert b-c \rvert$		b > $\lvert a-c \rvert$		c > $\lvert a-b \rvert$		oluştu
4	a > $\lvert b-c \rvert$		b < $\lvert a-c \rvert$		c < $\lvert a-b \rvert$		oluşmadı
5	a > $\lvert b-c \rvert$		b > $\lvert a-c \rvert$		c > $\lvert a-b \rvert$		oluştu

Şekil 4.1. Sevinç’in tamamladığı tablolar

	a	b+c	b	a+c	c	a+b	Üçgen oluştu mu?
1	a<b+c		b<a+c		c<a+b		evet
2	a=b+c		b<a+c		c<a+b		hayır
3	a<b+c		b<a+c		c<a+b		evet
4	a>b+c		b<a+c		c<a+b		hayır
5	a<b+c		b<a+c		c<a+b		evet

	a	$\lvert b-c \rvert$	b	$\lvert a-c \rvert$	c	$\lvert a-b \rvert$	Üçgen oluştu mu?
1	a> $\lvert b-c \rvert$		b>$\lvert a-c \rvert$		c>$\lvert a-b \rvert$		evet
2	a>$\lvert b-c \rvert$		b=$\lvert a-c \rvert$		c=$\lvert a-b \rvert$		hayır
3	a>$\lvert b-c \rvert$		b>$\lvert a-c \rvert$		c>$\lvert a-b \rvert$		evet
4	a>$\lvert b-c \rvert$		b<$\lvert a-c \rvert$		c<$\lvert a-b \rvert$		hayır
5	a>$\lvert b-c \rvert$		b>$\lvert a-c \rvert$		c>$\lvert a-b \rvert$		evet

Şekil 4.2. Ali’nin tamamladığı tablolar

Sevinç ve Ali’nin Şekil 4.1 ve Şekil 4.2’ de verildiği gibi önce verileri tabloya taşıdığı ardından her bir yapıda üçgen oluşturup oluşturamadığını yazdığı görülmektedir. 8 öğrenci tabloları doğru olarak tamamladı. Tabloları Sevinç ve Serap Şekil 4.1’ de görüldüğü gibi, Murat, Ali, Faruk, Ece, Fulya ve Buket Şekil 4.2’ de görüldüğü gibi tamamladı. Ardından üçgen oluşmayan yapılarda öğrencilerin bu durumu düzeltmeleri istendi. Öğrencilerin kenar uzunluklarında yaptığı düzeltmeler Şekil 4.3, 4.4, 4.5 ve 4.6’ da verildi.

2. durumda üçgen oluşabilmesi için kenar uzunluklarındansadece birinde değişiklik yapmanız gerekiyor. Bu durumda [redacted] üçgen oluşabilmesi için hangi kenarın kaç cm yapılması gerekir?

a kenarını 5 cm yapmalıyız.

4. durumda üçgen oluşabilmesi için kenar uzunluklarından **sadece birinde** değişiklik yapmanız gerekiyor. Bu durumda [redacted] üçgen oluşabilmesi için hangi kenarın kaç cm yapılması gerekir?

a kenarını 4 cm yapmalıyız.

Şekil 4.3. Sevinç’in ilgili sorulara verdiği cevaplar

Sevinç’in kenar uzunluklarında yaptığı değişiklikler Şekil 4.3’ te verildi. Serap’ın üçgen oluşabilmesi için Sevinç’le aynı değişiklikleri yaptığı, 2. durumda a kenarının 5, 4. durumda ise a kenarının 4 cm olmasını önerdiği görüldü.

2. durumda üçgen oluşabilmesi için kenar uzunluklarındansadece birinde değişiklik yapmanız gerekiyor. Bu durumda [redacted] üçgen oluşabilmesi için hangi kenarın kaç cm yapılması gerekir?

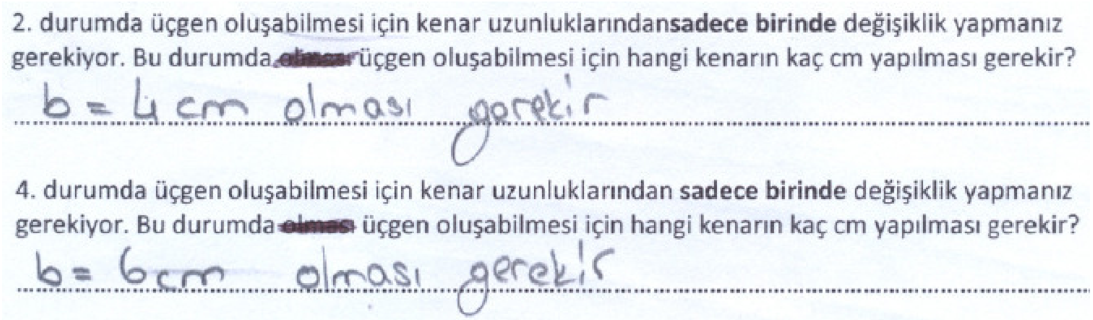
a=5 olmalıdır.

4. durumda üçgen oluşabilmesi için kenar uzunluklarından **sadece birinde** değişiklik yapmanız gerekiyor. Bu durumda [redacted] üçgen oluşabilmesi için hangi kenarın kaç cm yapılması gerekir?

b=6 olmalıdır

Şekil 4.4. Ali’nin ilgili sorulara verdiği cevaplar

Ali’nin kenar uzunluklarında yaptığı değişiklikler Şekil 4.4’ te verildi. Fulya ve Ece’nin üçgen oluşabilmesi için Ali’yle aynı değişiklikleri yaptığı, 2. durumda a kenarının 5, 4. durumda ise b kenarının 6 cm olmasını önerdikleri görüldü.


2. durumda üçgen oluşabilmesi için kenar uzunluklarındansadece birinde değişiklik yapmanız gerekiyor. Bu durumda [redacted] üçgen oluşabilmesi için hangi kenarın kaç cm yapılması gerekir?

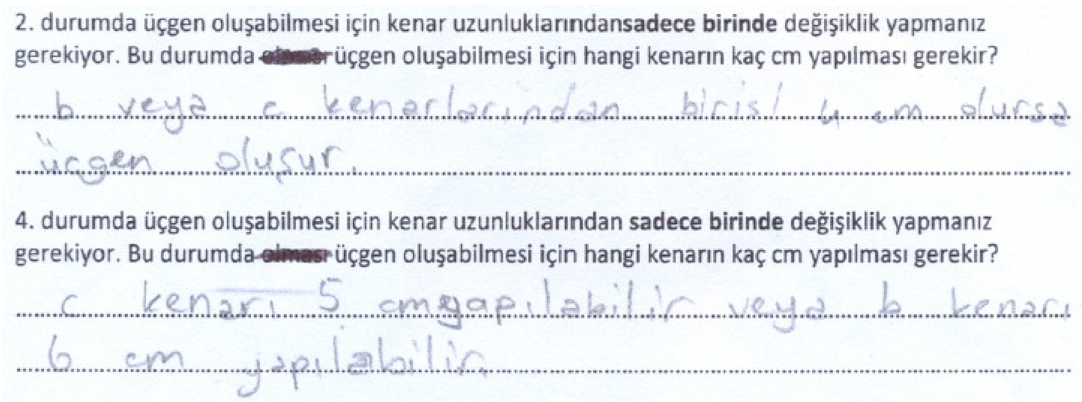
b = 4 cm olması gerekir

4. durumda üçgen oluşabilmesi için kenar uzunluklarından **sadece birinde** değişiklik yapmanız gerekiyor. Bu durumda [redacted] üçgen oluşabilmesi için hangi kenarın kaç cm yapılması gerekir?

b = 6cm olması gerekir

Şekil 4.5. Buket’ in ilgili sorulara verdiği cevaplar

Buket’in kenar uzunluklarında yaptığı değişiklikler Şekil 4.5’te verildi. Buna göre Buket 2. durumda b kenarının 4 cm, 4. durumda ise b kenarının 6 cm olmasını önermektedir.


2. durumda üçgen oluşabilmesi için kenar uzunluklarındansadece birinde değişiklik yapmanız gerekiyor. Bu durumda [redacted] üçgen oluşabilmesi için hangi kenarın kaç cm yapılması gerekir?

b veya c kenarlarından birisi 4 cm olursa üçgen oluşur.

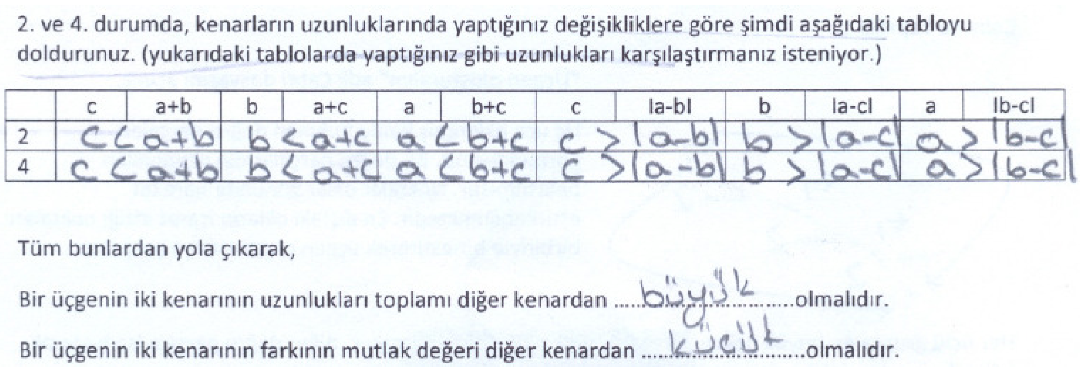
4. durumda üçgen oluşabilmesi için kenar uzunluklarından **sadece birinde değişiklik** yapmanız gerekiyor. Bu durumda [redacted] üçgen oluşabilmesi için hangi kenarın kaç cm yapılması gerekir?

c kenarı 5 cm yapılabilir veya b kenarı 6 cm yapılabilir

Şekil 4.6. Faruk’un ilgili sorulara verdiği cevaplar

Faruk’un kenar uzunluklarında yaptığı değişiklikler Şekil 4.6’ da verildi. Murat’ın da üçgen oluşabilmesi için aynı değişiklikleri yaptığı görüldü. Faruk ve Murat 2. durumda b veya c kenarlarından birini 4 cm, 4. durumda ise c kenarının 5 cm veya b kenarının 6 cm olması gerektiğini önermektedir.

Sekiz öğrencinin üçgen oluşmasını önleyen kenar uzunluklarında gerekli değişiklikleri yaparak doğru sonuca ulaştığı görüldü (Şekil 4.3, 4.4, 4.5 ve 4.6). Ardından öğrencilerin kendi oluşturdukları yeni kenar uzunluklarını yeni bir tabloda toplamaları ve Şekil 4.1 ve Şekil 4.2’ deki tablolarda yaptıkları karşılaştırmaların aynısını yeni sistem için de yapmaları istendi.


2. ve 4. durumda, kenarların uzunluklarında yaptığınız değişikliklere göre şimdi aşağıdaki tabloyu doldurunuz. (yukarıdaki tablolarda yaptığınız gibi uzunlukları karşılaştırmanız isteniyor.)

	c	a+b	b	a+c	a	b+c	c	$\lvert a-b \rvert$	b	$\lvert a-c \rvert$	a	$\lvert b-c \rvert$
2	$c<a+b$		$b<a+c$		$a<b+c$		$c>\lvert a-b \rvert$		$b>\lvert a-c \rvert$		$a>\lvert b-c \rvert$	
4	$c<a+b$		$b<a+c$		$a<b+c$		$c>\lvert a-b \rvert$		$b>\lvert a-c \rvert$		$a>\lvert b-c \rvert$	

Tüm bunlardan yola çıkarak,

Bir üçgenin iki kenarının uzunlukları toplamı diğer kenardan ....büyük.....olmalıdır.

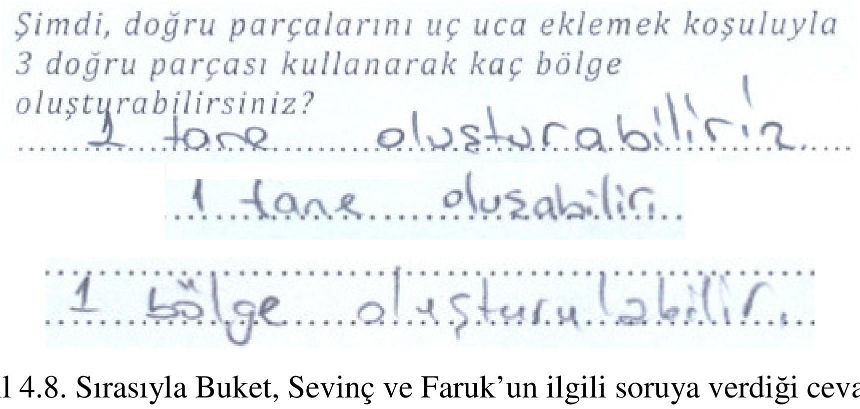
Bir üçgenin iki kenarının farkının mutlak değeri diğer kenardan ....küçük.....olmalıdır.

Şekil 4.7. Buket'in tamamladığı tablo

Buket'in tamamladığı tablo, Şekil 4.7' de verildi. Sevinç, Ali, Fulya, Ece, Faruk ve Murat'ın tablolarında Buket'le aynı eşitsizlikleri elde ettiği görüldü. Yedi öğrenci tabloyu Şekil 4.7' de görüldüğü gibi tamamladı. Ardından öğrencilerin elde ettikleri tüm bu verilerden yararlanarak üçgen eşitsizliği kavramına ulaşıp ulaşamadıklarının test edilmesi amacıyla Şekil 4.7' nin sonunda görülen iki soru öğrencilere yöneltildi. Tabloyu doğru tamamlayan 7 kişinin Şekil 4.7'nin sonunda görülen cevapları verdiği ve bu soruları doğru yanıtladığı görüldü.

4.2.2.Çalışma yaprağı 2 (Maksimum bölge sayısı)

Etkinlik içerisine gizlenen yapıda, kapalı bir şekil (bölge) oluşturulabilmesi için en az kaç doğru parçası gerektiği ve doğru parçalarının uç uca eklenmesiyle oluşacak maksimum bölge sayıları arasındaki örüntünün keşfedilmesi amaçlanmaktadır. Bu doğrultuda öğrencilerin yönergede belirtilen şarta uygun olarak 3 doğru parçasıyla kaç bölge oluşturabileceği sorusu yöneltildi.


Şimdi, doğru parçalarını uç uca eklemek koşuluyla 3 doğru parçası kullanarak kaç bölge oluşturabilirsiniz?

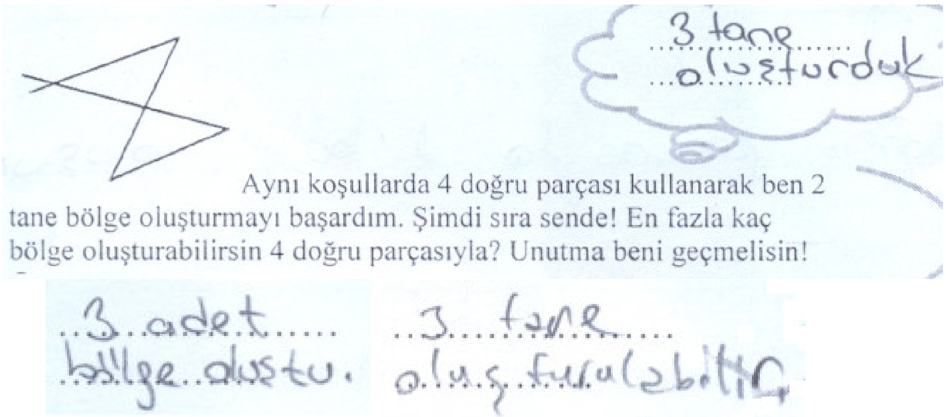
.....1 tane.......oluşturabiliriz.....

1 tane.....oluşabilir..

1 bölge....oluşturulabilir...

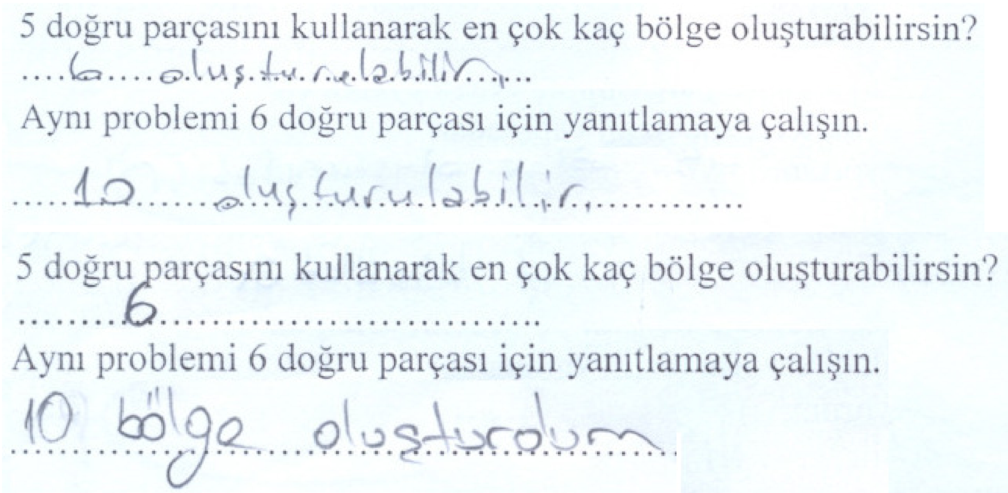
Şekil 4.8. Sırasıyla Buket, Sevinç ve Faruk'un ilgili soruya verdiği cevaplar

Buket, Sevinç ve Faruk'un yönerge doğrultusunda yaptıkları çizimlerden ulaştıkları sonuçlar Şekil 4.8' de verildi. Fulya, Ece, Serap, Murat ve Ali'nin üç cevaptan birini verdiği görüldü. Ardından 4 doğru parçası için aynı soruyu cevaplamaları istendi.



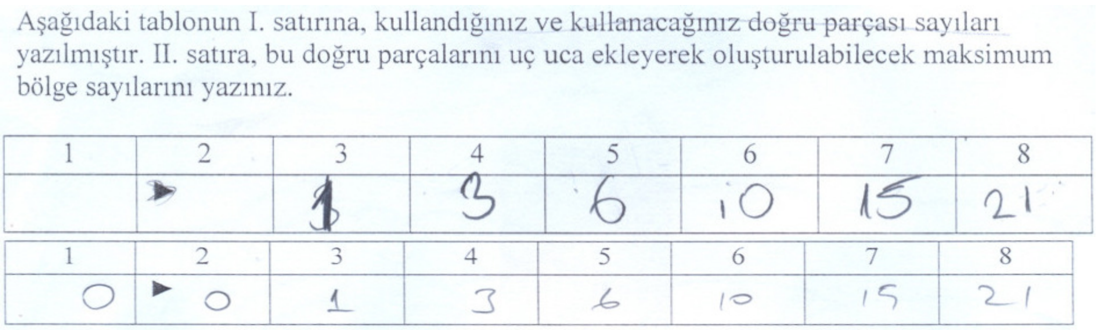
Şekil 4.9. Sırasıyla Buket, Sevinç ve Faruk'un ilgili sorulara verdiği cevaplar

Şekil 4.9' da Buket, Sevinç Faruk'un cevapları verildi. Fulya, Ece, Serap, Murat ve Ali'nin de bu üç cevaptan birini verdiği görüldü. Örüntüyü ortaya çıkarabilmek için öğrencilerin devam etmelerini sağlamak amacıyla 5 ve 6 doğru parçası için de aynı problemi çözmeleri istendi.



Şekil 4.10. Sırasıyla Faruk ve Buket'in ilgili sorulara verdiği cevaplar

Şekil 4.10' da Faruk ve Buket'in cevapları verildi. Ece, Ali ve Fulya'nın da bu iki cevaptan birini vererek doğru sonuçları elde ettiği görüldü. Ardından öğrencilerin verilen sayıdaki doğru parçalarını kullanarak elde ettiği maksimum bölge sayılarını bir tabloya yazmaları istendi.



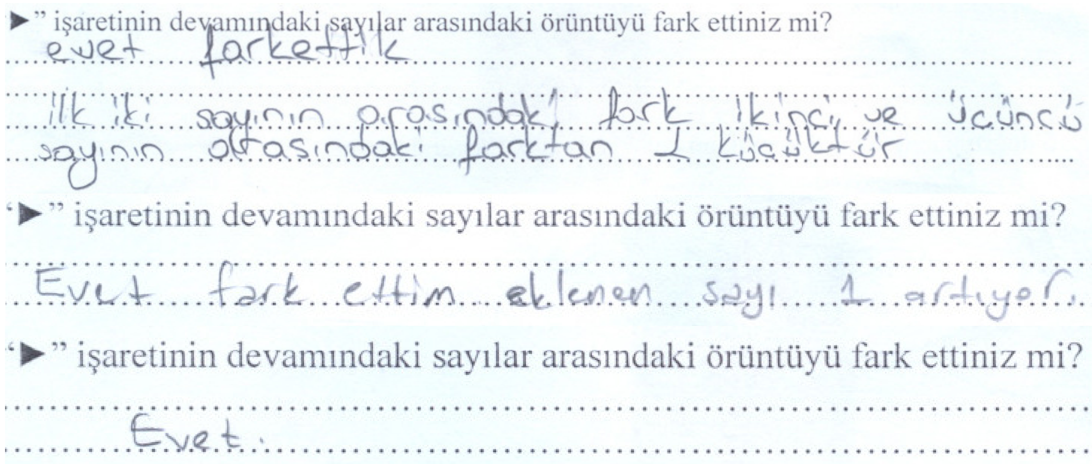
Aşağıdaki tablonun I. satırına, kullandığınız ve kullanacağınız doğru parçası sayıları yazılmıştır. II. satıra, bu doğru parçalarını uç uca ekleyerek oluşturulabilecek maksimum bölge sayılarını yazınız.

1	2	3	4	5	6	7	8
	►	1	3	6	10	15	21

1	2	3	4	5	6	7	8
0	► 0	1	3	6	10	15	21

Şekil 4.11. Sırasıyla Faruk ve Buket'in tamamladığı tablolar

Faruk ve Buket'in ilk olarak 3, 4, 5 ve 6 doğru parçası için bulduğu verileri Şekil 4.11' deki tabloya aktardığı görüldü. Ali, Ece ve Fulya'nın Şekil 4.11' de verilenlerle aynı sonuçlara ulaştığı görüldü. Bu sonuçlara ulaşan 5 öğrencinin ilk olarak 6 doğru parçasına kadar olan kısmı tamamladığı fark edildi. Öğrencilerin maksimum bölge sayıları arasındaki örüntüyü fark edip etmediklerini sınamak amacıyla öğrencilerde Şekil 4.12'de verilen soruyu yanıtlamaları istendi.



►" işaretinin devamındaki sayılar arasındaki örüntüyü fark ettiniz mi?

ewet farkettik

ilk iki sayının arasındaki fark ikinci ve üçüncü sayının arasındaki farktan 1 küçüktür

'►" işaretinin devamındaki sayılar arasındaki örüntüyü fark ettiniz mi?

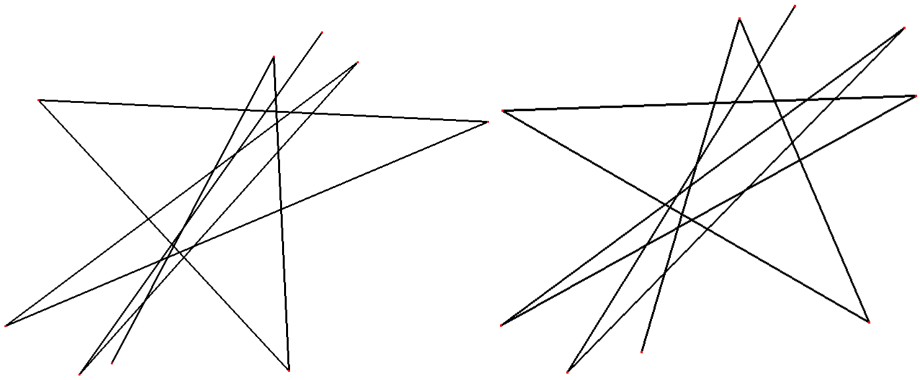
Evet fark ettim eklenen sayı 1 artıyor.

'►" işaretinin devamındaki sayılar arasındaki örüntüyü fark ettiniz mi?

Evet.

Şekil 4.12. Sırasıyla Buket, Faruk ve Ece'nin ilgili soruya verdikleri cevaplar

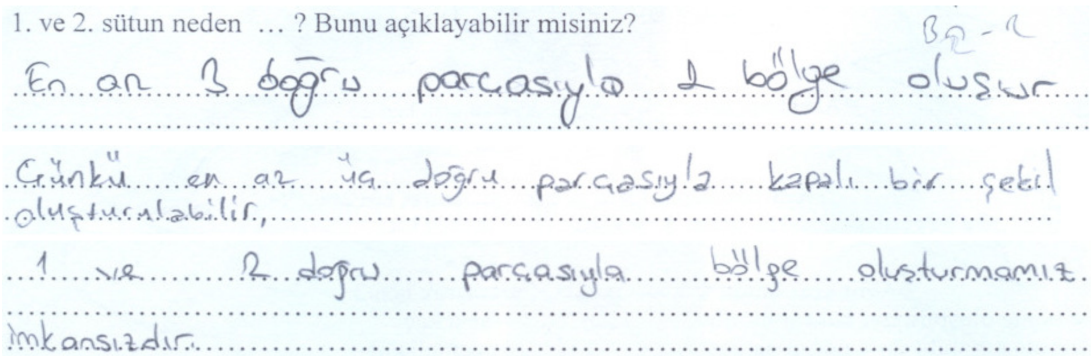
Şekil 4.12' de sırasıyla Buket, Faruk ve Ece'nin cevapları verildi. Ali ve Fulya'nın ise Ece ile aynı cevabı verdikleri görüldü. Böylece beş öğrencinin maksimum bölge sayıları arasındaki örüntüyü fark ettiği görülmektedir. Öğrencilerin örüntünün bu şekilde devam edeceğini varsaydıklarında 8 doğru parçasıyla en fazla 21 bölge oluşturulabileceğini yazdıkları da görülmektedir (Şekil 4.11). "Örüntü böyle devam ediyor mu?" sorusunun yanıtlanabilmesi için bu varsayımlarını doğrulamaları gerekir. Bu doğrultuda verilen ipucundan (Ek-1.2) yararlanarak 8 doğru parçasıyla 21 bölge oluşturmaları istendi.



Şekil 4.13. Sırasıyla Faruk ve Sevinç'in 8 doğru parçasıyla yaptığı çizimler

Şekil 4.13' te Faruk ve Sevinç'in 8 doğru parçasını uç uca ekleyerek 21 bölgeyi elde etmek için yaptıkları çizimler verildi. Faruk ve Sevinç'in 21 bölge oluşturabildiği görüldü. Bu şekilde keşfettikleri örüntünün 8 doğru parçası için de geçerli olduğunu gösterdiler. Örüntünün farklı sayılar için doğruluğunun gösterilmesi tümevarımsal muhakeme basamağının gerekliliğidir.

Ardından çalışma yaprağının birinci kazanımı "kapalı bir şekil (bölge) oluşturulabilmesi için en az kaç doğru parçası gerektiği" nin öğrenciler tarafından elde edilip edilmediğinin test edilmesi amacıyla; Şekil 4.11' de görülen tabloda 1. ve 2. sütuna yazdıkları sayıların neden "0" olduğu sorusunu cevaplamaları istendi.



1. ve 2. sütun neden … ? Bunu açıklayabilir misiniz?

En az 3 doğru parçasıyla 1 bölge oluşur

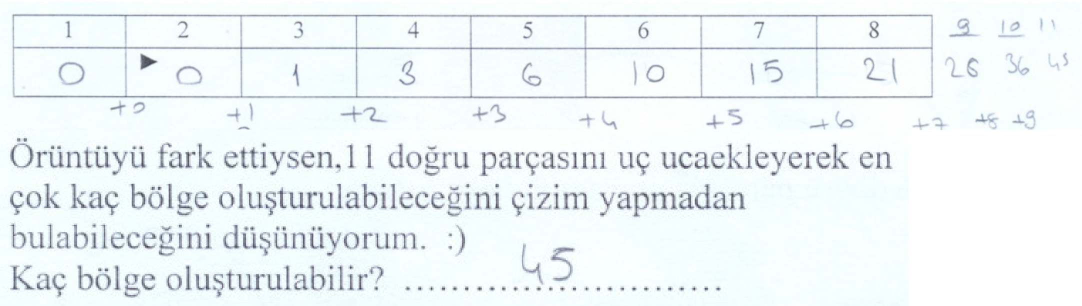
Çünkü en az üç doğru parçasıyla kapalı bir şekil oluşturulabilir,

1 ve 2 doğru parçasıyla bölge oluşturmamız imkansızdır.

Şekil 4.14. Sırasıyla Buket, Faruk ve Sevinç'in ilgili soruya verdiği cevaplar

Öğrenciler yaptıkları çizimlerden elde ettikleri tecrübelere dayanarak Şekil 4.14' te görülen üç cevaptan birini verdiler. Burada öğrencilerin informal olarak bu durumun farkına vardıkları görülmektedir. Uygulamaya katılan öğrencilerin tümünün çalışma yaprağının bu kısmını doğru olarak tamamlayabildiği görüldü. Bu durumda etkinliğin birinci kazanımının tüm öğrenciler tarafından elde edildiği söylenebilir.

Öğrencilerin Şekil 4.11' de görülen tabloda yazdıkları sayılar arasındaki örüntüyü devam ettirebileceklerinin test edilmesi amacıyla da son olarak öğrencilere 11 doğru parçasıyla en fazla kaç bölge oluşturabilecekleri sorusu yöneltildi (Şekil 4.15).



1	2	3	4	5	6	7	8
0	0	1	3	6	10	15	21

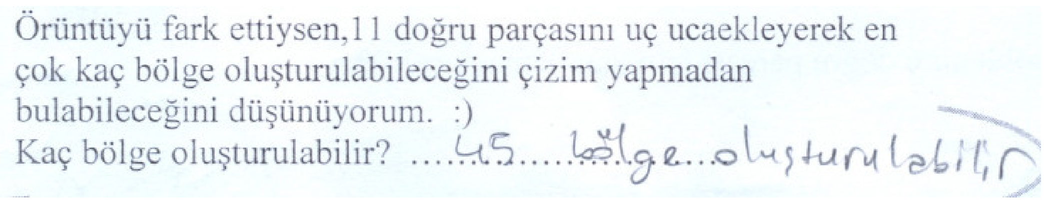
9 10 11
28 36 45

+0 +1 +2 +3 +4 +5 +6 +7 +8 +9

Örüntüyü fark ettiysen,11 doğru parçasını uç ucaekleyerek en çok kaç bölge oluşturulabileceğini çizim yapmadan bulabileceğini düşünüyorum. :)
Kaç bölge oluşturulabilir? ....45..........

Şekil 4.15. Sevinç'in tamamladığı tablo ve verdiği cevap

Sevinç'in 8 doğru parçasıyla sınırlı olan tabloyu kendisinin 9, 10, 11 için devam ettirdiği, artış miktarlarını tablonun altına yazdığı ve 9 doğru parçası için 28, 10 doğru parçası için 36, 11 doğru parçası için 45 maksimum bölge sayılarına ulaştığı görüldü (Şekil 4.15).



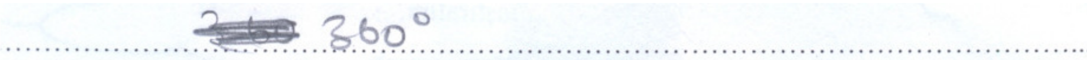
Örüntüyü fark ettiysen,11 doğru parçasını uç ucaekleyerek en çok kaç bölge oluşturulabileceğini çizim yapmadan bulabileceğini düşünüyorum. :)
Kaç bölge oluşturulabilir? ....45.....bölge...oluşturulabilir

Şekil 4.16. Faruk'un ilgili soruya verdiği cevap

Faruk verdiği cevapta 11 doğru parçasıyla en fazla 45 bölge oluşturulabildiğini belirtmektedir (Şekil 4.16). Dört öğrencinin soruyu Faruk'la aynı şekilde cevapladıkları görüldü. Bu soru altı öğrenci tarafından doğru yanıtlandı. Çalışma yaprağının ikinci kazanımının 6 öğrenci tarafından elde edildiği görüldü.

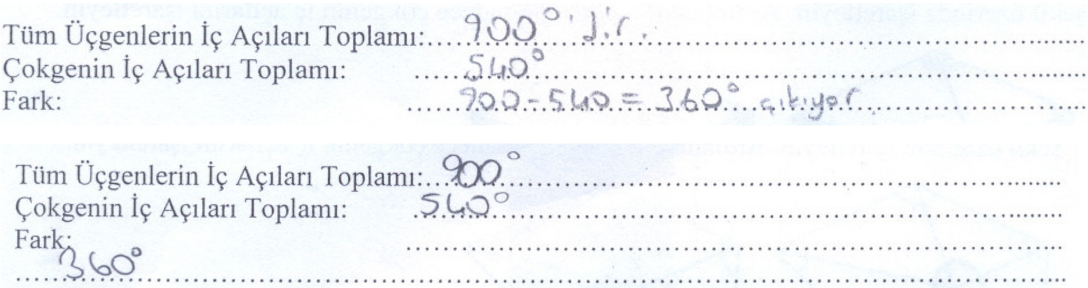
4.2.3.Çalışma yaprağı 3 (Çokgende iç açılar toplamı)

Etkinliğin içine gizlenen yapının amacı, araştırmacı tarafından seçilen bir ispat yönteminin öğrencilere fark ettirilerek n tane kenarı olan bir çokgenin iç açılar toplamının neden (n-2).180 olduğunun keşfedilmesini sağlamaktır. Bu amaçla öğrencilerin yönergede belirtilen şekli çizdikten sonra "Bu durumda, çokgenin merkez noktasını, içindeki tüm üçgenlerin tepe noktası olarak kabul edersek, bu üçgenlerin tepe açılarının toplamı kaç derecedir?” sorusuna verdiği yanıtlar Şekil 4.17‘ de verildi.


~~2...~~ 360°

Şekil 4.17. Murat’ın ilgili soruya verdiği cevap

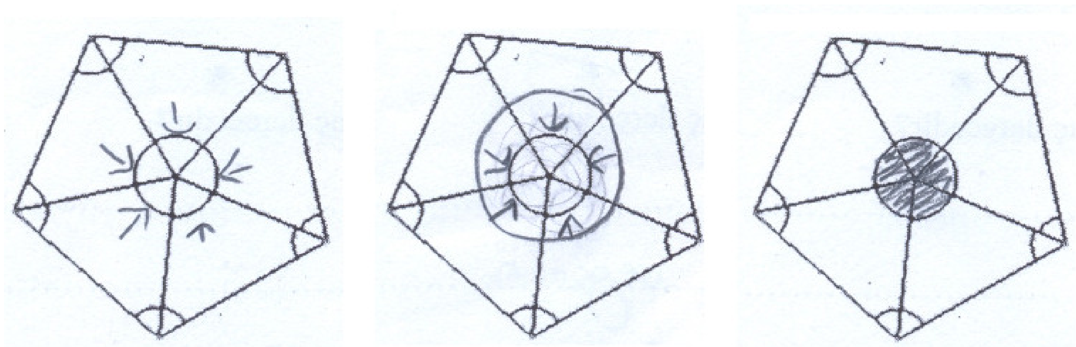
Murat‘ın cevabı Şekil 4.17’ de verildi. Uygulamaya katılan tüm öğrencilerin bu soruyu doğru yanıtladıkları görüldü. Ardından öğrencilerin “Çokgenin içinde bulunan **<u>tüm üçgenlerin iç açıları toplamı</u>** ile, **<u>çokgenin iç açıları toplamı</u>** arasındaki fark kaçtır?” sorusuna verdiği cevaplar Şekil 4.18 ‘de verildi.


Tüm Üçgenlerin İç Açıları Toplamı: 900°'dir.
Çokgenin İç Açıları Toplamı: 540°
Fark: 900-540=360° çıkıyor

Tüm Üçgenlerin İç Açıları Toplamı: 900°
Çokgenin İç Açıları Toplamı: 540°
Fark: 360°

Şekil 4.18. Sırasıyla Faruk ve Buket’in ilgili sorulara verdiği cevaplar

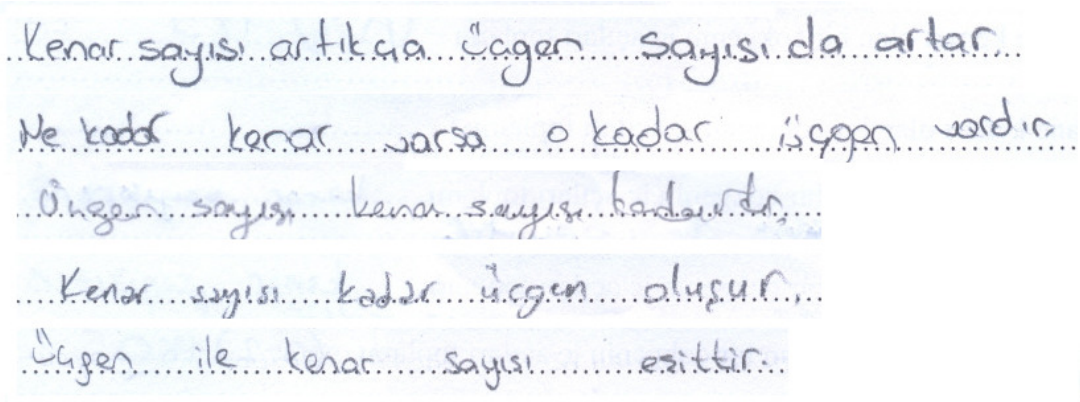
Şekil 4.18’ de sırasıyla Faruk ve Buket’in verdiği cevaplar görülmektedir. Soruyu Ali, Fatih, Ece, Sevinç ve Fulya’nın Buket’le aynı şekilde cevapladıkları görüldü. Öğrencilerin bir sonraki “360° bu farkı ortaya çıkaran açıları aşağıdaki şekil üzerinde işaretleyiniz” yönergesine göre yaptığı çizimler Şekil 4.19‘da verildi.



Şekil 4.19. Sırasıyla Fulya, Buket ve Murat’ın işaretledikleri açılar

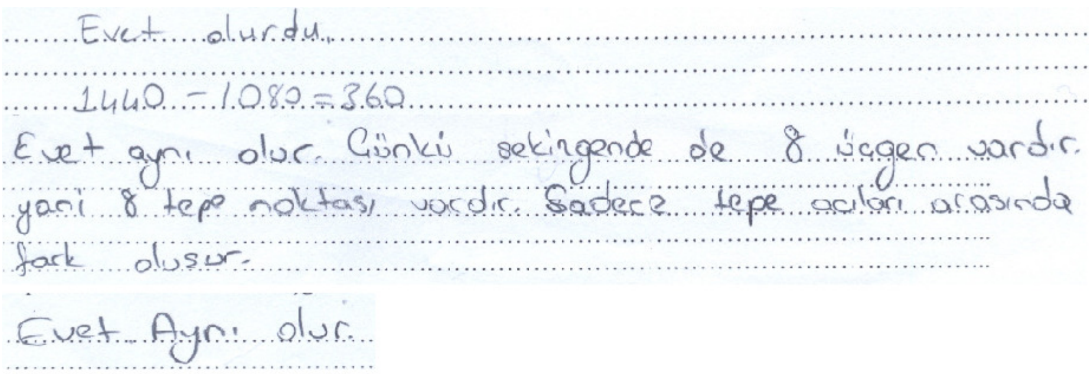
Şekil 4.19’da Fulya, Buket ve Murat’ın işaretledikleri açılar görülmektedir. Faruk, Ece, Ali ve Sevinç’in de bu üç şekilden birini çizerek 360° lik farkı ortaya çıkaran açıları doğru olarak işaretledikleri görüldü. Bu şekilde öğrenciler çokgenin içindeki üçgenlerin iç açıları toplamı ile, çokgenin iç açıları arasında ilişki kurdular.

Öğrencilerin bu bilgiyi tüm düzgün çokgenlere genellemeye yönelik ilk “Çokgenin içinde oluşan üçgen sayısıyla kenar sayısı arasında nasıl bir ilişki var?” sorusuna verdikleri cevaplar Şekil 4.20’de verildi.


Kenar sayısı artıkça üçgen sayısı da artar.
Ne kadar kenar varsa o kadar üçgen vardır
Üçgen sayısı kenar sayısı kadardır
Kenar sayısı kadar üçgen oluşur.
Üçgen ile kenar sayısı eşittir.

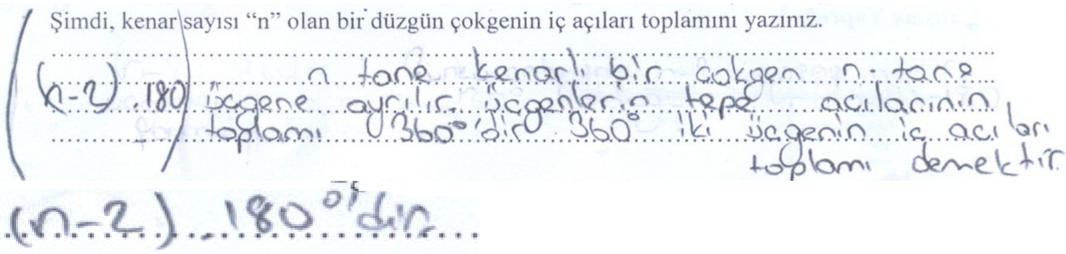
Şekil 4.20. Sırasıyla Buket, Fulya, Sevinç, Faruk ve Murat’ın verdiği cevaplar

Şekil 20’de sırasıyla Buket, Fulya, Sevinç, Faruk ve Murat’ın sorulara verdiği cevaplar görülmektedir. Ali ve Fatih soruyu Buket’le aynı şekilde cevapladı. Öğrenciler bu şekilde kenar sayısı ve çokgenin içinde oluşan üçgen sayısı arasındaki ilişkiyi tanımladılar. Formül “n.180-360” olarak düşünüldüğünde değişkenden (kenar sayısından) etkilenmeyen kısım olan “-360” ın nereden geldiğinin de fark ettirilmesi gereklidir. Buna paralel olarak öğrencilerin, çokgenin kenar sayısı değişse de Şekil 19’da bulunan 360° lik farkın değişmeyeceğini keşfedebilmelerine yönelik olan “Şimdi gerekli çizim ve hesaplamaları yaparak test edin. Eğer söz konusu şekil bir düzgün sekizgen olsaydı, içine çizilen tüm üçgenlerin iç açıları toplamı ile sekizgenin iç açıları toplamı arasındaki fark beşgende bulduğunuz farkla aynı olur muydu? Deneyin!” sorusuna verdikleri cevaplar Şekil 4.21’de verildi.


Evet olurdu.
1440 − 1080 = 360
Evet aynı olur. Çünkü sekizgende de 8 üçgen vardır yani 8 tepe noktası vardır. Sadece tepe açıları arasında fark oluşur.
Evet Aynı olur.

Şekil 4.21. Sırasıyla Faruk, Buket ve Ece’nin ilgili soruya verdikleri cevaplar

Faruk, Cabri ekranında bir sekizgen çizerek içinde beşgende yaptığı gibi üçgenleri oluşturdu ve ardından Şekil 4.21'de görülen "1440-1080" işlemini yaparak farkın 360 olduğunu yani değişmediğini gördü. Buket ise beşgen ve sekizgen farklı sayıda tepe açılarına sahip olsa da tepe açılar toplamının aynı kaldığını fark etti (Şekil 4.21). Ece Şekil 4.21'de en altta görülen cevabı verdi. Ali, Murat, Sevinç, Fulya'nın soruyu Ece ile aynı şekilde cevapladıkları görüldü. Böylece çokgenin iç açıları toplamının bulunmasında değişken ve sabit olan verilerin belirlendiği görüldü. Bu yüzden artık öğrencilerden bir genelleme yapmalarını istemek için gerekli mantıksal alt yapının oluşturulduğu düşünülerek öğrencilere yöneltilen "Şimdi, kenar sayısı "n" olan bir düzgün çokgenin iç açılar toplamını yazınız." sorusuna verilen cevaplar Şekil 4.22'de verildi.


Şimdi, kenar sayısı "n" olan bir düzgün çokgenin iç açıları toplamını yazınız.

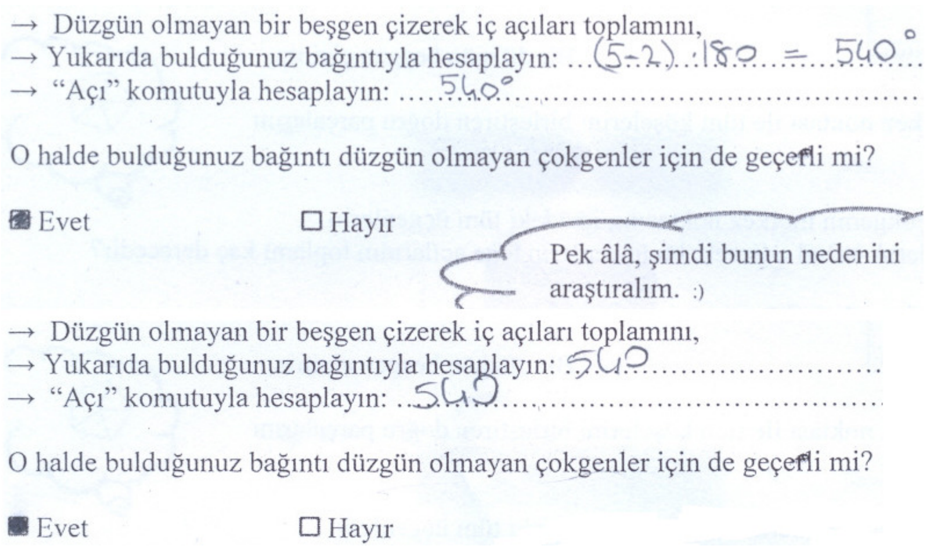
(n-2).180 n tane kenarlı bir çokgen n tane üçgene ayrılır. üçgenlerin tepe açılarının toplamı 360°'dir 360° iki üçgenin iç açıları toplamı demektir.

(n-2).180°'dir.

Şekil 4.22. Sırasıyla Buket ve Murat'ın ilgili soruya verdikleri cevaplar

Şekil 4.22'de Buket ve Murat'ın yanıtları verildi. Buket'in yaptığı genellemeye bakıldığında kenar sayısının değişken olduğunu ve üçgenlerin tepe açılarının iki üçgenin iç açıları toplamına eşit olduğunu fark ettiği görülmektedir. Faruk, Sevinç, Fulya ve Ali'nin soruyu Murat'la aynı şekilde cevapladıkları görüldü.

Çalışma yaprağının buraya kadar olan kısmında tamamen düzgün çokgenlerden bahsedildiği ve genellemenin de düzgün çokgenler için yapıldığı Şekil 4.22'deki soruda görülmektedir. Etkinliğin bundan sonraki kısmında da öğrencilerin düzgün çokgenler için yaptıkları genellemeyi tüm çokgenler için de yapabilmelerini sağlamak amacıyla verilen yönerge ve sorulara ait öğrenci cevapları Şekil 4.23'te verildi.



→ Düzgün olmayan bir beşgen çizerek iç açıları toplamını,
→ Yukarıda bulduğunuz bağıntıyla hesaplayın: ...(5-2).180....=....540°...
→ "Açı" komutuyla hesaplayın: ....540°...

O halde bulduğunuz bağıntı düzgün olmayan çokgenler için de geçerli mi?

■ Evet ☐ Hayır

Pek âlâ, şimdi bunun nedenini araştıralım. :)

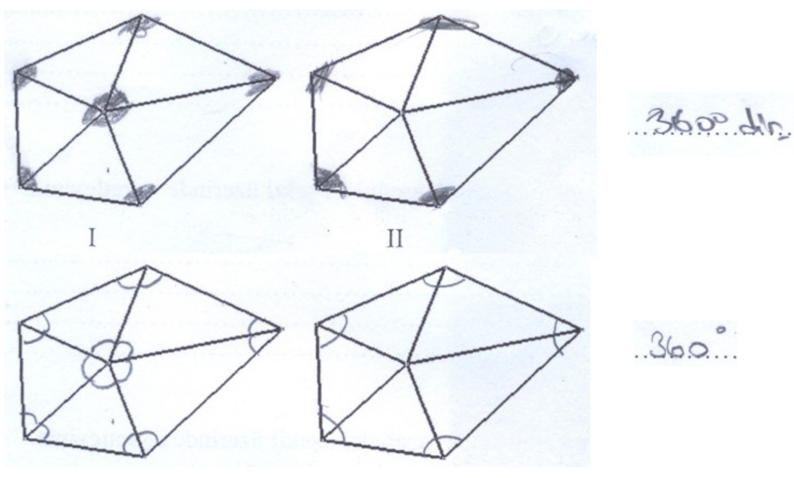
→ Düzgün olmayan bir beşgen çizerek iç açıları toplamını,
→ Yukarıda bulduğunuz bağıntıyla hesaplayın: 540...........................
→ "Açı" komutuyla hesaplayın: ..540...

O halde bulduğunuz bağıntı düzgün olmayan çokgenler için de geçerli mi?

■ Evet ☐ Hayır

Şekil 4.23. Sırasıyla Sevinç ve Fulya'nın ilgili sorulara verdiği cevaplar

Sevinç ve Fulya'nın cevapları Şekil 4.23'te verildi. Sevinç'in ilk olarak Şekil 4.22'de elde ettiği bağıntıyla sonuca ulaştığı ve ardından Cabri'de çizdiği düzgün olmayan beşgen üzerinde sonucunu test ettiği görüldü. Faruk, Ali, Buket ve Murat'ın soruyu Fulya'yla aynı şekilde cevapladığı görüldü. Öğrenciler buldukları bağıntının düzgün olmayan çokgenlerde de geçerliliğini test ettiler. Sırada öğrencilerin bir çokgen için fark ettikleri bu durumu genelleyebilmeleri için gerekli "Aşağıdaki düzgün olmayan çokgenlerden, I. çokgende, içinde oluşan üçgenlerin iç açılarını şekil üzerinde işaretleyin. Ardından II. çokgende sadece çokgenin iç açılarını işaretleyin." ve "**I. şekilde işaretleyip II. şekilde işaretlemediğiniz** açıların toplamı kaç derecedir?" yönerge ve sorularına verdiği cevaplar bulunmaktadır (Şekil 4.24).



Şekil 4.24 Sırasıyla Murat ve Sevinç'in işaretlediği açılar

Murat ve Sevinç'in verdiği cevaplar Şekil 4.24'te görülmektedir. Faruk'un Murat'la; Buket, Ece, Fulya, Serap ve Ali'nin ise Sevinç'le aynı cevapları verdiği görüldü. Öğrenciler ilk olarak tüm üçgenlerin iç açılarını, ardından çokgenin iç açılarını doğru olarak işaretledi ve karşılaştırma sonucu 360° lik fark olduğunu belirtti. Sekiz öğrenci bu şekilde sonuca ulaştıktan sonra bir çokgen için doğruladıkları bu durumu genelleyebilmeleri amacıyla yöneltilen sorulara verdikleri cevaplar Şekil 4.25'te verildi.

Bu fark kaç tane üçgenin iç açıları toplamına eşittir? 2...tane...üçgenin...............

Yukarıda çizilen şekle göre "n" tane kenarı olan bir çokgenin içinde ....~~n~~..n... tane üçgen oluşur ve bu üçgenlerin tepe açıları toplamı ...2......... tane üçgenin iç açıları toplamına eşittir.

O halde "n" tane kenarı olan bir çokgenin iç açıları toplamı ...kenar....sayısının.....
..2 eksiğinin..........180°....ile...çarpımıdır.......................................
.... dir.

Bu fark kaç tane üçgenin iç açıları toplamına eşittir? .....2 tane.............................

Yukarıda çizilen şekle göre "n" tane kenarı olan bir çokgenin içinde .....n........ tane üçgen oluşur ve bu üçgenlerin tepe açıları toplamı ..2......... tane üçgenin iç açıları toplamına eşittir.

O halde "n" tane kenarı olan bir çokgenin iç açıları toplamı (n-2).....180...............

Şekil 4.25. Sırasıyla Murat ve Fulya'nın ilgili sorulara verdiği cevaplar

Murat ve Fulya'nın verdiği cevaplar Şekil 4.25'te görülmektedir. Faruk'un Murat'la; Buket, Ece, Sevinç, Serap ve Ali'nin ise Fulya'yla aynı cevapları verdiği görüldü. Öğrencilerin açıların toplamları arasındaki farkın iki üçgenin iç açıları toplamına eşit olduğunu ardından kenar sayısı ile çokgenin içinde oluşan üçgen sayısının eşit olduğunu ve üçgenlerin tepe açıları toplamının da iki üçgenin iç açıları toplamına eşit olduğunu belirttiği görülmektedir. Öğrencilerin tüm bunlardan yola çıkarak son cümlede kullandıkları "(n-2).180" ifadesine ulaştıkları görülmektedir. Sekiz öğrenci çalışma yaprağını bu şekilde tamamladı.

4.2.4.Çalışma yaprağı 4 (Çokgende dış açılar toplamı)

Etkinliğin içine gizlenen yapının amacı, araştırmacı tarafından seçilen bir ispat yönteminin öğrencilere fark ettirilerek tüm çokgenlerde dış açılar toplamının 360° olduğunun keşfedilmesini sağlamaktır. Bu doğrultuda öğrencilerin ilk olarak "çokgende dış açılar" (Şekil 3.15) adlı Cabri dosyasının içeriğindeki çizimler üzerinde ölçümler yaptıktan sonra doldurdukları tablo Şekil 4.26' da verildi.

	Dış Açılar Toplamı	İç Açılar Toplamı (bir önceki çalışma yaprağında bulduğun bağıntıyı kullan)
Dörtgen	360	(n-2).180 = 2.180 = 360°
Beşgen	360	(n-2) . 180 = 3.180 = 540°
Altıgen	360	(n-2) . 180 = 4.180 = 720°

	Dış Açılar Toplamı	İç Açılar Toplamı (bir önceki çalışma yaprağında bulduğun bağıntıyı kullan)
Dörtgen	360°	360°
Beşgen	360°	540°
Altıgen	360°	720°

Şekil 4.26. Sırasıyla Sevinç ve Buket'in tamamladığı tablolar

Sevinç ve Buket'in doldurduğu tablolar Şekil 4.26'da verildi. Tabloyu, Serap'ın Sevinç'le; Fatih, Fulya, Murat, Ali, Ece ve Faruk'un Buket'le aynı şekilde doldurduğu görüldü. Dokuz öğrencinin verilen üç çokgene ait değerleri tabloya aktardıktan sonra ortaya çıkan durumu tanımlayabilmelerini sağlayabilmek amacıyla yöneltilen üç soruya verdikleri cevaplar Şekil 4.27' de verildi. Bu sorulardan biri çokgende iç açılar toplamıyla ilgilidir. Öğrencilerden çalışma yaprağının ilerleyen bölümlerinde iç açılarla ilişkilendirerek sonuca ulaşmaları istendi. Bu ilişkiyi fark ettirmek amacıyla sorunun buraya yerleştirilmesi uygun görüldü.

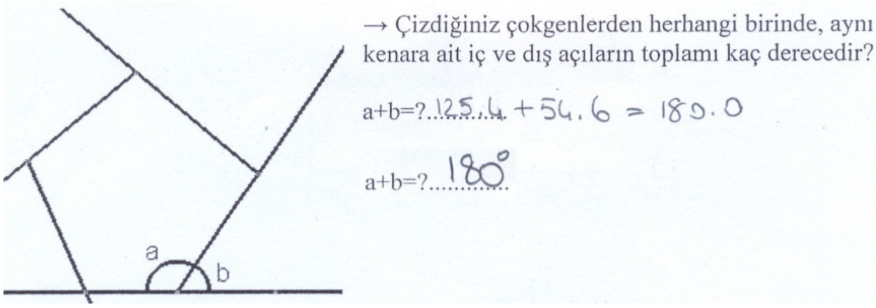
→ Çokgenlerde kenar sayısı arttıkça iç açılar toplamı ......artar..................

→ Çokgenlerde kenar sayısı arttıkça dış açılar toplamı ....değişmez........

→ O halde tüm çokgenlerin dış açıları toplamı ......360°...... derecedir; diyebiliriz.

Şekil 4.27. Buket'in ilgili sorulara verdiği cevaplar

Buket'in sorulara verdiği cevaplar Şekil 4.27' de görülmektedir. Bir önceki tabloyu doğru olarak tamamlayan dokuz öğrenci bu üç soruyu da Buket'le aynı şekilde doğru olarak yanıtladı. Öğrenciler, tamamladıkları tabloda (Şekil 4.26) dış açıların çokgenin kenar sayısıyla herhangi bir ilişkisinin bulunmadığını ver her defasında 360° olduğunu fark ettiler. Cevapladıkları sorularda (şekil 4.27) ise bu durumu sözcüklerle tanımladılar. Bundan sonra öğrencilerin, çalışma yaprağı 3'te buldukları (n-2).180 bağıntısından yararlanarak dış açılar toplamının neden her defasında 360° çıktığını keşfetmeleri sağlanmaya çalışıldı. Şekil 4.27'de bulunan son yönergede ise öğrencilerin tabloda elde ettikleri verilerden yola çıkarak varsayımda bulundukları görülmektedir. Varsayımı genelleyebilme doğrultusunda öğrencilerden ilk olarak çokgene ait tüm iç ve dış açıların toplamının n.180'e eşit olduğu fark ettirilmeye çalışıldı. Bu doğrultuda ilk olarak öğrencilere yöneltilen "bir çokgende aynı köşedeki iç ve dış açının toplamı kaç derecedir?" sorusuna verilen cevaplar Şekil 4.28'de görülmektedir.



Şekil 4.28. Sırasıyla Sevinç ve Buket'in ilgili soruya vediği cevaplar

Şekil 4.28'de Sevinç ve Buket'in cevapları görülmektedir. Uygulamaya katılan öğrencilerin tamamı bu soruyu doğru olarak yanıtladı. Bu soruyla tüm köşelerdeki iç ve dış açılar toplamının n.180 olduğunun fark edilmesi sağlanmaya çalışıldı ve ardından verilen bir tablodaki öğrenci cevaplarıyla bu durumun farkına varıp varmadıkları test edildi (Şekil 4.29).

→ "n" kenarlı bir çokgenin,

İç Açılar + Dış Açılar Toplamı	İç Açılar Toplamı	Dış Açılar Toplamı:
..........n.180................	...(n-2).180..........	.........360....................

Şekil 4.29. Buket'in ilgili soruya verdiği cevaplar

Öğrencilerin, tüm açıların içerisinden iç açılar toplamını çıkarmak suretiyle geriye dış açılar toplamının kalacağını fark etmeleri amacıyla hazırlanan tabloya Buket'in verdiği cevaplar Şekil 4.29'daki gibidir. Burada Buket "(n-2)" ifadesindeki "2" yuvarlak içerisine alarak çıkarma işlemi sonunda kalanın 2.180 olduğunu gösterdi. Ece, Fulya, Fatih ve Ali'nin Şekil 4.29'da görüldüğü gibi n.180 den yola çıkarak 360° ye ulaştığı görüldü.

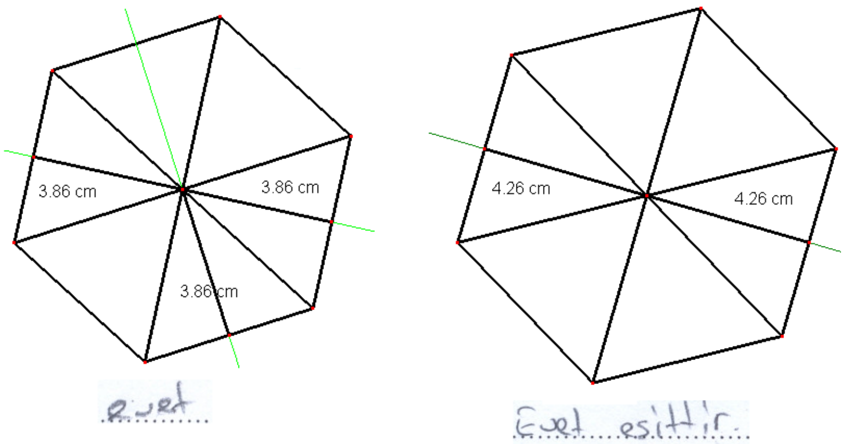
İç Açılar + Dış Açılar Toplamı	İç Açılar Toplamı	Dış Açılar Toplamı:
.... (n-2).180°+360	.... (n-2).180°	.... 360°

Şekil 4.30. Berat'ın ilgili soruya verdiği cevaplar

Beş öğrenci ise iç açılar toplamının (n-2).180 olduğunu bir önceki çalışma yaprağından bildikleri için Şekil 4.30'da verilen tablodaki ilk sütuna direk olarak "(n-2).180+360" yazdılar. Böylece 2. ve 3. sütunu herhangi bir işlem yapmadan önceki bilgilerini aktararak dolduklarına karar verildi. Yani tabloyu şekil 4.30'da görüldüğü gibi dolduran öğrencilerin sonuca ulaşamadığına karar verildi.

4.2.5.Çalışma yaprağı 5 (Düzgün çokgende çevre-alan ilişkisi)

Etkinlik içerisine gizlenen yapıda düzgün çokgenlerde çevre ve alan arasındaki ilişkinin keşfedilmesi yatmaktadır. Buradaki amaç öğrencilerin mantıksal alt yapısını Çalışma Yaprağı 6'da işlenecek olan "neden πr^2" sorusunun çözümüne hazırlamaktır. Çalışma Yaprağı 5'te ilk olarak öğrencilere düzgün çokgenin çevresini oluşturan değişkenlerin neler olduğunu fark ettirilmeye çalışıldı. Ardından düzgün çokgenin alanını oluşturan değişkenler fark ettirilmeye çalışıldı. Bu doğrultuda yönergelere göre yaptıkları çizimlerden sonra "Altıgenin içindeki tüm üçgenlerin yükseklikleri birbirine eşit midir?" sorusuna verilen yanıtlar şekil 4.31' de verildi.



Şekil 4.31. Sırasıyla Ali ve Buket'in elde ettiği çizimler

Şekil 4.31' de Ali ve Buket'in çizimleri ve cevapları verildi. Uygulamaya katılan tüm öğrenciler altıgenin içindeki tüm yüksekliklerin eşit olduğunu fark etti. Ali sonuca ulaşmak için 3 tane yüksekliği çizdi ve bunların hepsinin uzunluğunun 3,86 cm olduğunu fark etti. Buradan tüm yüksekliklerin eşit olduğu sonucuna vardı. Buket ise aynı işlemi iki yükseklik için yaptı ve uzunluklarının 4,26 cm olduğunu gördü. Buradan eşit olduğu sonucuna vardı. Ardından öğrenciler, çizdikleri altıgen ve sekizgene ait çevreyi ve çevreyi oluşturan değişkenleri, sonra da alanı ve alanı oluşturan değişkenleri yazmaları için verilen tabloları Şekil 4.32' de görüldüğü gibi doldurdu.

Δ Çizdiğiniz düzgün çokgenlerin alan ve çevrelerini oluşturan değişkenleri aşağıdaki tabloya yazınız.

Tablo 1

	Bir kenarın uzunluğu	Kenar sayısı	Çevre
Altıgen	4.92	6	29.52
Sekizgen	3.61	8	28.88

Tablo 2

	Bir kenarın uzunluğu	Yükseklik	Kenar sayısı	Çokgenin Alanı
Altıgen	4.92	4.26	6	62.88
Sekizgen	3.61	4.36	8	62.96

Şekil 4.32. Buket'in tamamladığı tablo

Buket'in kendi oluşturduğu düzgün çokgenlere ait verileri girdiği tablo Şekil 4.32' de verildi. Uygulamaya katılan tüm öğrenciler etkinliğin bu kısmını doğru olarak tamamladı. İlerleyen yönergelerde amaç öğrencilere çevre ve alanda ortak olarak kullanılan değişkenleri fark ettirmektir. Aynı zamanda düzgün çokgende alanı oluşturan değişkenlerin çevreyi oluşturan değişkenleri kapsadığını fark etmeleri amaçlandı. Bu doğrultuda öğrencilerin "Yukarıda verilen her iki tabloda da ortak olan değişkenler çokgenin hem çevresini, hem de alanını bulurken kullanılıyor. Bunları yazınız." sorusuna verdiği yanıtlar Şekil 4.33' te verildi.

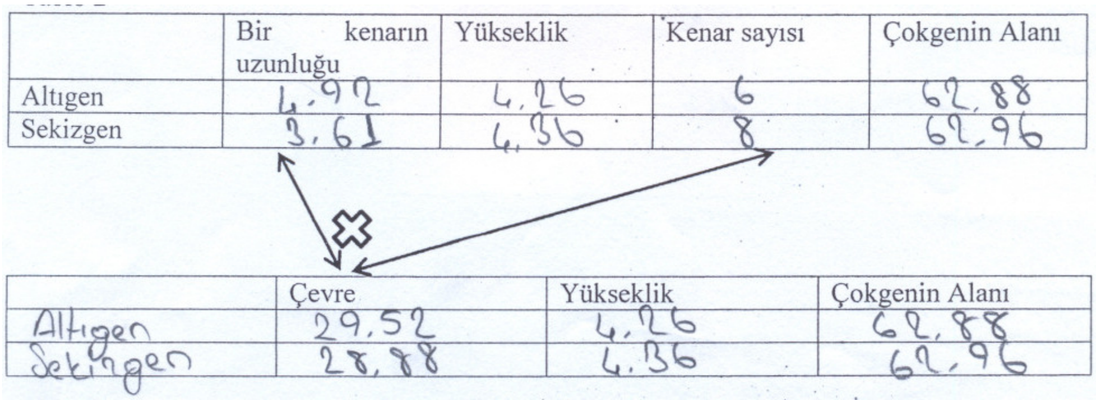
Kenar uzunluğu ve kenar sayısı

Çokgenin kenar uzunluğu ve kenar sayısı

Kenar sayısı, bir kenar uzunluğu

Şekil 4.33. Sırasıyla Buket, Serap ve Fulya'nın ilgili soruya verdiği cevaplar

Şekil 4.33' te Buket, Serap ve Fulya'nın verdiği cevaplar görülmektedir. On öğrencinin bu üç cevaptan birini verdiği görüldü. Uygulamaya katılan tüm öğrenciler çalışma yaprağının buraya kadar olan kısmını doğru olarak tamamladı. Ardından bu ortak değişkenlerin "çevre" olarak birleştirilmesini sağlamak amacıyla oluşturulan tabloyu öğrenciler Şekil 4.34' te verildiği gibi doldurdu.

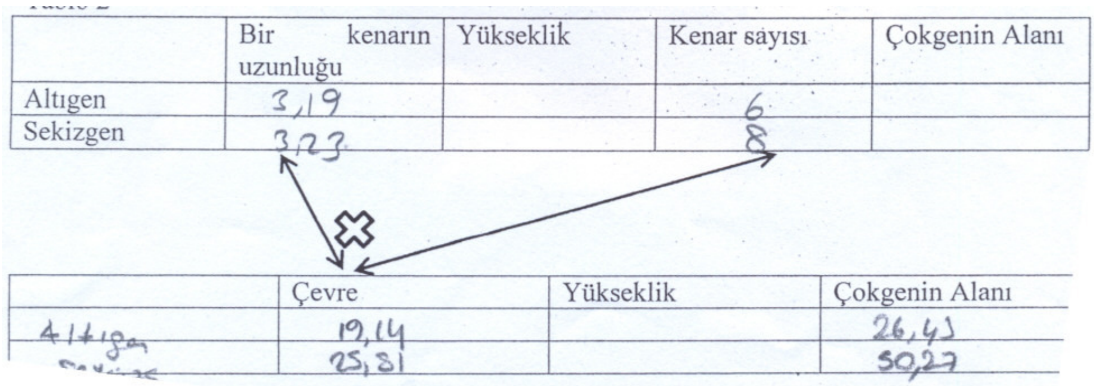


	Bir kenarın uzunluğu	Yükseklik	Kenar sayısı	Çokgenin Alanı
Altıgen	4.92	4,26	6	62,88
Sekizgen	3,61	4,36	8	62,96

	Çevre	Yükseklik	Çokgenin Alanı
Altıgen	29,52	4,26	62,88
Sekizgen	28,88	4,36	62,96

Şekil 4.34. Buket'in tamamladığı tablo

Buket'in tabloya aktardığı veriler Şekil 4.34' te verildi. Bir kenarın uzunluğu ve kenar sayısını 2. tabloya "Çevre" olarak aktardığı görüldü. Ece, Ali ve Fulya'nın aynı şekilde kendi elde ettiği verileri tabloya aktardığı görüldü. Bu öğrencilerin Şekil 4.34' te verilen ilk tablodaki tüm boşlukları doldurduktan sonra 2. Tabloyu doldurdukları görüldü.

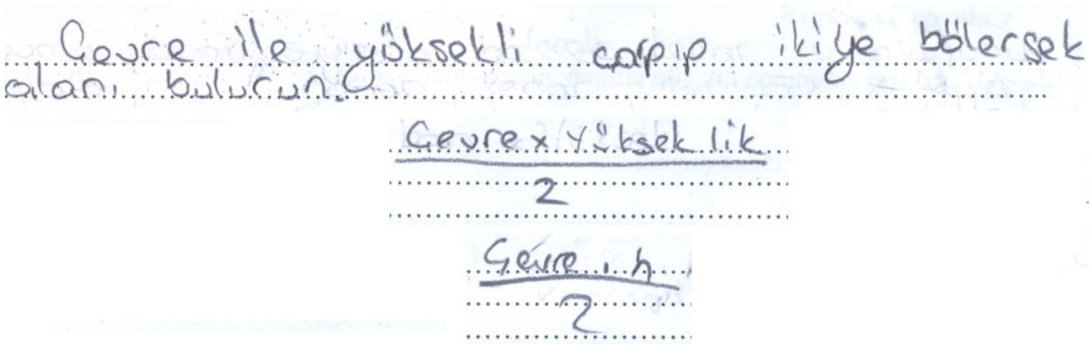


	Bir kenarın uzunluğu	Yükseklik	Kenar sayısı	Çokgenin Alanı
Altıgen	3,19		6	
Sekizgen	3,23		8	

	Çevre	Yükseklik	Çokgenin Alanı
Altıgen	19,14		26,41
[illegible]	25,81		50,27

Şekil 4.35. Faruk'un tamamladığı tablo

Faruk'un doldurduğu tablolar Şekil 4.35' te verildi. Faruk Şekil 4.35' te birinci tabloda kullandığı verilerin ikisinin (bir kenar uzunluğu ve kenar sayısı) çevreyi oluşturan veriler olduğunu ve bunu Şekil 4.35' te bulunan ikinci tabloda tek hücreye yazabileceğini fark etti. Murat, Sevinç, Serap'ın Faruk'la aynı şekilde birinci tabloda sadece çevreyi oluşturan değişkenleri yazdıkları ve bunu ikinci tabloya aktardıkları görüldü. Sekiz öğrencinin tabloları Şekil 4.34 ve Şekil 4.35' te verildiği gibi doğru olarak tamamladığı görüldü. Bir sonraki adımda ise öğrencilerin düzgün çokgen için çevreden alana ulaşırken ne yapmaları gerektiği sorusuna verdiği yanıtlar görülmektedir (Şekil 4.36). Yani iki düzgün çokgen için buldukları verilerden faydalanarak ortaya çıkardıkları durumu genellemeleri istenmektedir.



Şekil 4.36. Sırasıyla Buket, Fulya ve Murat'ın ilgili soruya verdiği cevaplar

Buket, Fulya ve Murat'ın cevapları Şekil 4.36' da verildi. Ece, Ali, Sevinç, Serap'ın Fulya'yla aynı cevabı verdikleri görüldü. Bu yedi öğrenci verdikleri cevaplarla iki düzgün çokgenden elde ettikleri verileri genelledi. Yedi öğrencinin bu üç cevaptan birini verdiği, üç öğrencinin ise tabloları doldurmasına rağmen genelleme düzeyine ulaşamadıkları görüldü. Genellemeyi yapan öğrenciler ilişkiyi matematiksel simgelerle ya da sözcüklerle açıklayabildi (Şekil 4.36) ve dolayısıyla ilişkiyi tanımladı.

4.2.6.Çalışma Yaprağı 6 (πr^2)

Öğrenciler etkinliğin içerisine gömülü olan yapıyı keşfettiklerinde dairenin alanının neden πr^2 olduğu konusunda fikir yürütebilecek düzeye ulaştıkları görüldü. Çalışma yaprağı 5'te de bahsedildiği gibi 5. Etkinlik bu etkinliğe mantıksal olarak zemin hazırlamak amacıyla uygulandı. Bu doğrultuda Çalışma yaprağı 6'da ilk olarak öğrencilerin çemberde "çevre/yarıçap" oranını keşfetmeleri amaçlandı. Bunun için öğrencilerin kendi çizdikleri çembere ait verileri yönergede belirtildiği gibi Şekil 34'teki tabloya aktardıkları görüldü.

	Çevre (Ç)	Yarıçap (r)	Ç / r
I. durum	40.92	6.51	6.28
II. durum	20,13	3.20	6,28
III. durum	9.05	1,44	6.28

	Çevre (Ç)	Yarıçap (r)	Ç / r
I. durum	29,04	4,62	6,28
II. durum	15,68	2,50	6,28
III. durum	35,43	5,64	6,28

Şekil 4.37. Sırasıyla Buket ve Berat'ın tamamladığı tablolar

Buket ve Berat'ın çizdikleri çemberi büyüterek ya da küçülterek I. durumda yazdıkları verileri yeniledikleri ve alt satırlara yazdıkları Şekil 4.37' de görülmektedir. Sekiz öğrencinin tabloyu, farklı veriler kullansalar da Ç/r değerini Şekil 4.37' deki gibi 6,28 bulduğu görüldü. Bu şekilde öğrenciler bu oranın sabit olduğunu fark etti. Ancak bu fark edişin π sayısı ile ilişkilendirilmediği sürece yararlı olamayacağı düşünüldü. Buna paralel olarak öğrencilere art arda yöneltilen "Bu durumda herhangi bir çemberin çevre uzunluğu ile yarıçap uzunluğu arasında nasıl bir bağıntı buldunuz?" ve "Bulduğunuz bu bağıntının π sayısı ile ilişkisi var mı?" sorularına verilen cevaplar Şekil 4.38' de verildi.

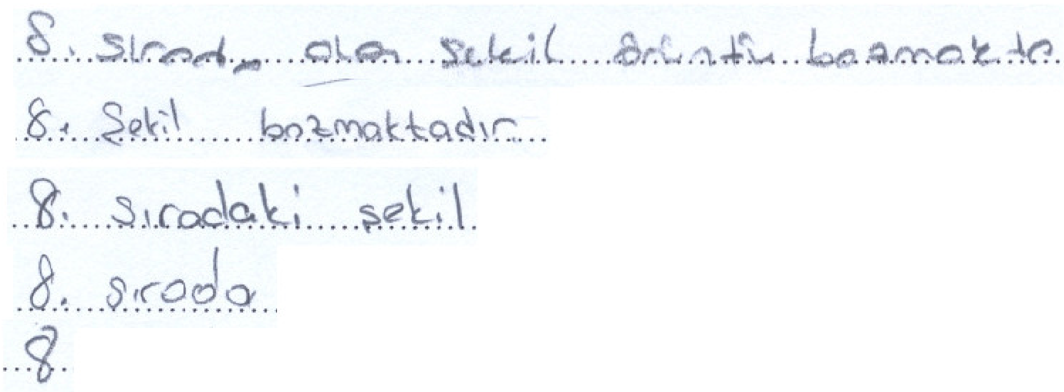
$\frac{Ç}{r} = 6{,}28$ Var pi'nin 2 katı $2\pi = 6{,}28$

Çevrenin yarıçapa bölümü 2π'dir

$\frac{Ç}{r} = 6{,}28$ $2\pi = 6{,}28$

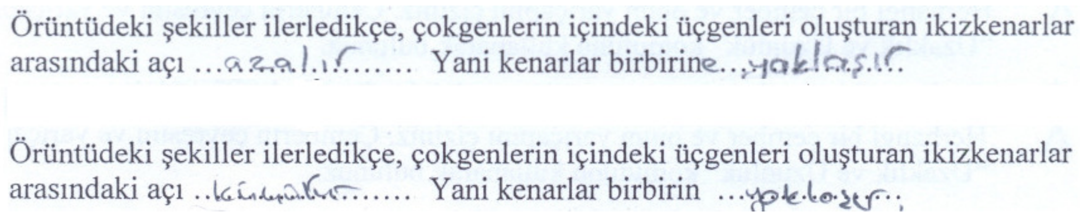
Şekil 4.38. Sırasıyla Buket, Ece ve Fulya'nın ilgili soruya verdiği cevaplar

Buket, Ece ve Fulya'nın ilgili sorulara verdiği cevaplar Şekil 4.38' de verildi. Sekiz öğrencinin Şekil 4.38' de görülen üç cevaptan birini verdiği görüldü. Öğrencilerin, oranın hem sabit olduğunu hem de 2π'ye eşit olduğunu fark ettiği görülmektedir. Sekiz öğrencinin bu durumu fark ettiği ve π sayısı ile ilişkilendirerek tanımlayabildiği görüldü. Çalışma yaprağının buraya kadar olan kısmı çemberde çevrenin nasıl hesaplandığının fark ettirilmesi amacını taşımaktadır. Bundan sonraki kısmında da öğrencilerin Çalışma yaprağı 5'te buldukları bağıntıyı daire ile nasıl ilişkilendirebileceklerini keşfetmeleri amacını taşımaktadır. Bu doğrultuda öğrenciler, “Örüntü” (Şekil 3.23) adlı Cabri dosyasını açtıktan sonra örüntüde akışı bozan şekli buldukları görülmektedir (Bkz. Şekil 4.39).


8. sırada olan şekil örüntü bozmakta
8. şekil bozmaktadır
8. sıradaki şekil
8. sırada
8

Şekil 4.39. Sırasıyla Berat, Sevinç, Fulya, Buket ve Ali’nin verdiği cevaplar

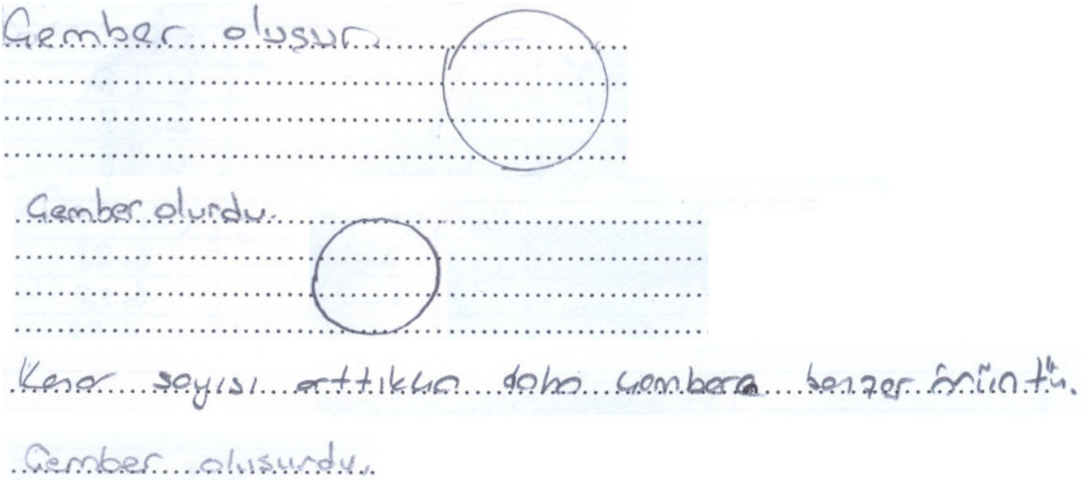
Berat, Sevinç, Fulya, Buket ve Ali’nin verdiği cevaplar Şekil 4.39’ da görülmektedir. Akışı bozan şekli bulan 8 öğrencinin bu cevaplardan birini verdiği görüldü. Böylece öğrenciler örüntünün nasıl ilerlediğini fark ettiler. Öğrencilerin, örüntü ilerledikçe şekillerde nasıl bir değişme olduğunu fark ettirilmesi amacıyla yöneltilen soruya verdikleri cevaplar Şekil 4.40’ ta verildi.


Örüntüdeki şekiller ilerledikçe, çokgenlerin içindeki üçgenleri oluşturan ikizkenarlar arasındaki açı …azalır…… Yani kenarlar birbirine…yaklaşır

Örüntüdeki şekiller ilerledikçe, çokgenlerin içindeki üçgenleri oluşturan ikizkenarlar arasındaki açı ..küçülür…… Yani kenarlar birbirin …yaklaşır.

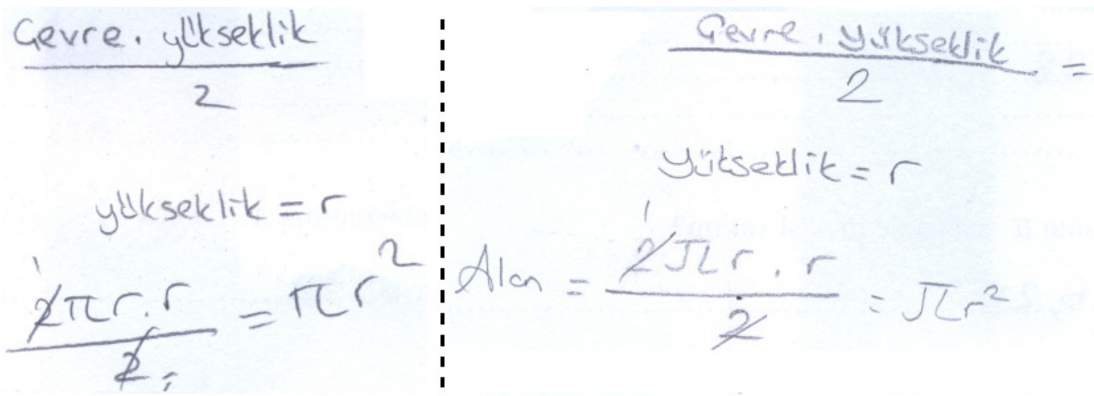
Şekil 4.40. Sırasıyla Faruk ve Berat’ın ilgili soruya verdiği cevaplar

Örüntü ilerledikçe düzgün çokgenlerin kenar sayısı artmaktadır. Faruk ve Berat’ın cevaplarına bakıldığında (Şekil 4.40) örüntü ilerledikçe düzgün çokgenlerin içindeki üçgenleri oluşturan ikizkenarlar arasındaki açının küçüldüğünü yani kenarların birbirine yaklaştığını fark ettikleri görülmektedir. Sekiz öğrencinin bu iki cevaptan birini verdiği, dolayısıyla nasıl bir değişim olduğunu fark ettiği görüldü. Şekil 4.41’ de örüntünün çemberle nasıl ilişkilendirildiğine dair öğrencilere yöneltilen “Örüntünün sonsuza kadar devam etmesi durumunda ulaşacağınız son şekil ne olurdu?” sorusuna verilen cevaplar görülmektedir.



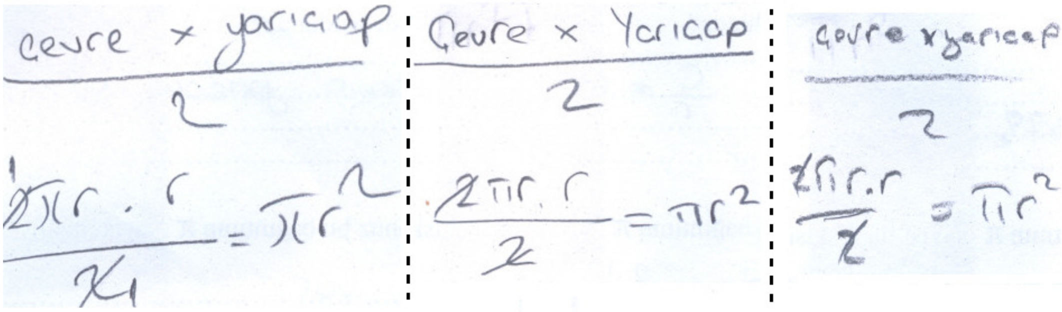
Şekil 4.41 Sırasıyla Buket, Ece, Berat ve Serap’ın verdiği cevaplar

Şekil 4.41’ de sırasıyla Buket, Ece, Berat ve Serap’ın verdiği cevaplar görülmektedir. Berat verdiği cevapta örüntü ilerledikçe şeklin çembere benzeyeceğini belirtmektedir. Toplam sekiz öğrencinin bu 4 cevaptan birini verdiği görüldü. Uygulamanın buraya kadar olan kısmında sekiz öğrenci, düzgün çokgenlerle çember arasındaki ilişkiyi keşfetti. Ardından, öğrencilerin düzgün çokgende çevre-alan ve düzgün çokgen-çember arasında kurduğu ve tanımladığı ilişkileri kullanarak dairenin alanına ulaşmalarını sağlamak amaçlandı. Bu doğrultuda etkinliğin tüm bu bilgileri kullanarak çevre ve yükseklikten πr^2’ye geçip geçemeyeceklerini test etme amacını taşıyan son sorusuna verilen cevaplar Şekil 4.42 ve Şekil 4.43’ te görülmektedir.



Şekil 4.42. Sırasıyla Serap ve Sevinç’in ilgili soruya verdiği cevaplar

Şekil 4.42’ de Serap ve Sevinç’in çözümleri görülmektedir. Serap ve Sevinç’in, düzgün çokgendeki yüksekliğin yerine, dairede yarıçapı koyabileceğini fark ettikleri görülmektedir. Bu şekilde πr^2ye ulaşabildikleri görülmektedir (Şekil 4.42).



Şekil 4.43. Sırasıyla Buket, Ali ve Fulya’nın ilgili soruya verdiği cevaplar

Şekil 4.43’ te Buket, Ali ve Fulya’nın çözümleri görülmektedir. Öğrencilerin yükseklik yerine “yarıçap” yazarak işlemlerini devam ettirdikleri görülmektedir. Ece’nin de bu yolla πr^2’yi elde ettiği görüldü. Öğrencilerden, yönergede ipucu olarak bir önceki çalışma yaprağından elde ettikleri çevre-alan ilişkisini, çalışma yaprağı 6’da keşfettikleri ilişkilerle birlikte düşünüp dairenin alanına ulaşmaları istendi. Verdikleri cevaplarda önceki çalışma yaprağında elde ettikleri bilgileri burada kullanabildikleri görülmektedir. Çalışma yaprağının son kısmını ipucu verilmeden dört öğrenci doğru olarak tamamlayabildi. Ardından yazı tahtasına çembere teğet geçen bir doğru çizilerek bu doğrunun teğet noktasında yarıçapa dik olduğu belirtildi. Bu ipucundan sonra 2 öğrencinin daha çalışma yaprağını doğru olarak tamamlayabildiği görüldü. Ek-1.6’da verilen çalışma yaprağında bu ipucu bulunmaktadır.

5.SONUÇLAR ve TARTIŞMA

Çokgenler Konusunda Cabri Yazılımı ile Oluşturulan Öğretim Materyalleri Öğrencilerin İspat Becerilerini Geliştirici Niteliktedir.

Uygulama sürecinde öğrencilerden, Cabri'de bulunan özelliklere paralel olarak hazırlanan çalışma yapraklarını tamamlamaları istendi. Öğrencilerden, çalışma yapraklarının içinde barındırdığı mantıksal örgüyü takip ederek, her defasında sonuç için gerekli zihinsel alt yapıyı elde etmeleri beklendi. Çalışma yapraklarında sıralanan yönergeler arasında bulunan bu ilişki çalışma yaprakları arasında da kuruldu. Bu doğrultuda üçüncü etkinliğin dördüncüye, beşinci etkinliğin de altıncıya mantıksal alt yapı hazırlaması beklendi. Öğrencilerin her etkinliği tamamlamak için izlediği yol, ispat sürecinin aşamaları (Edward, 1997) göz önünde bulundurularak analiz edildi.

Üçgen eşitsizliği kavramı ile ilgili olan etkinlikte doldurulan tablolarda öğrencilerin üçgen oluşturdukları ve oluşturamadıkları durumlarda kenarların toplamları ve farkları arasında yaptıkları karşılaştırmalarda ispat sürecinin ilk basamağı olan "ilişkinin farkına varma" adına attıkları adımlar görülmektedir. Bunun hemen ardından sekiz öğrencinin kenar uzunluklarını $a < b+c$, $b < a+c$, $c < a+b$, $a > |b-c|$, $b > |a-c|$, $c > |a-b|$ şartlarını sağlayacak şekilde yeniden düzenlemeleri, ilişkinin farkına varma sürecini başarıyla tamamladıklarını göstermektedir. Oluşturulan ilk tablolarda yedi öğrencinin, fark ettiği ilişkiyi (üçgen eşitsizliği) matematiksel simgelerle tanımlayabildiği ve yeni bir sistemde (2. ve 4. durum) uygulayabildiği görülmektedir. Aynı yönergeyle öğrencilerin üçgen oluşan durumlarda sağlanan şartları göz önünde bulundurarak 2. ve 4. durumlarda neden üçgen oluşmadığına dair varsayımda bulundukları ve bu varsayımlarını yeni sisteme (üçgen oluşmayan durumlara) taşıdıkları görülmektedir. Yeni kurdukları yapıda üçgen oluşup oluşmadığını denemeleri ise varsayımlarını sınadıklarını ve geçerli olduğu sonucuna vardıklarını gösterdi. Ardından öğrencilerin etkinliğin sonundaki iki soruya verdikleri cevaplara bakılarak, son aşama olan tümevarımsal muhakemeyle "üçgen eşitsizliği" kavramına ulaştığı görülmektedir. Uygulama katılan on öğrenciden sekizinin, çalışma yaprağındaki tüm soruları doğru olarak yanıtladığı yani tümevarımsal muhakeme aşamasına ulaştığı görülmektedir. Çalışma yaprağında elde edilen "üçgen eşitsizliği" nin nedeni sorgulanmamaktadır. Etkinliğin, sekiz öğrencinin formal ispat sürecinin ilk dört aşamasını başarıyla geçmesini sağladığı sonucuna varıldı.

Verilen sayıda doğru parçalarını kullanarak elde edilebilecek maksimum bölge sayıları ile ilgili etkinlikte ilk olarak üç doğru parçası kullanıldığı daha sonra doğru parçası sayısının aritmetik olarak artırıldığı ve her defasında ortaya çıkabilecek maksimum bölge sayısına öğrencilerin kendi çizimleriyle ulaştığı görülmektedir. Öğrencilerin doğru sayı dizisini elde etmelerini sağlamak amacıyla, ipucu olarak çalışma yaprağına "Maksimum bölge sayılarına ulaşabilmeleri için her doğru parçasını kendinden önce çizilen tüm doğru parçalarıyla kesiştirmeleri gerektiği" yazıldı. Bu şekilde, öğrencilerin ilişkinin farkına varma ve kurma sürecine girmeden önce doğru verileri elde etmeleri sağlandı. Çünkü yanlış veriler arasında örüntü (ilişki) bulunmayabileceği gibi yanlış bir örüntünün de ortaya çıkma olasılığı vardır. Bu doğrultuda, beş öğrencinin maksimum bölge sayıları arasındaki ilişkiyi (örüntü) fark ettiği ve tanımladığı görülmektedir. Öğrencilerin 1, 2, 3, 4, 5 ve 6 doğru parçası kullanarak elde ettiği verilerle örüntüyü fark ettikten sonra, 8 doğru parçası için de örüntünün devam edip etmeyeceğini çizim yaparak test ettikleri görülmektedir. Öğrencilerin bu durumu test etmesi, keşfettikleri örüntünün, doğru parçası sayısı artsa da devam edeceği varsayımıyla yola çıktıklarını göstermektedir. Bu da 5 öğrencinin varsayımda bulunma aşamasına geldiklerini ortaya çıkarmaktadır. Faruk ve Sevinç'in ise çizimlerinde 21 bölgeyi elde etmesi, varsayımlarının doğruluğunu kanıtlayabildiklerini göstermektedir. Bu iki öğrencinin ise varsayımlarını doğrulayarak tümevarımsal muhakemenin gerekliliğini yerine getirdikleri görülmektedir. Çalışma yaprağında ortaya çıkarılan örüntünün nedeni sorgulanmamaktadır. Etkinliğin 5 öğrencinin formal ispat sürecinin ilk üç aşamasını, 2 öğrencininse ilk dört aşamasını başarıyla geçmesini sağladığı sonucuna varıldı.

Çokgende iç açılarla ilgili etkinlikte, yedi öğrencinin çokgenin iç açıları ile, içinde oluşturulan üçgenlerin iç açıları toplamı arasında 360° lik fark olduğunu hem işlemler hem de şekil üzerinde fark ettiği görülmektedir. Bu, yedi öğrencinin ilişkinin farkına varma ve kurma basamağını geçtiklerini göstermektedir. Bir sonraki adımda aynı yedi öğrencinin çokgenin içinde oluşan üçgen sayısı ile çokgenin kenar sayısı arasındaki ilişkiyi tanımladığı görülmektedir. Kenar sayısı değişse de 360° lik farkın sabit olduğu varsayımı, öğrencilerin zihninde oluşması beklenen bir sonuçtur. Bu varsayımın yedi öğrenci tarafından test edildiği ve doğruluğunun ortaya çıkarıldığı görülmektedir. Varsayımın doğruluğunun kanıtlamaları, öğrencilerin tümevarımsal muhakeme basamağını geçtiklerini göstermektedir. Altı öğrencinin ise elde ettiği tüm bu verilerden yola çıkarak çokgende iç açılar toplamını formülize edebildiği görülmektedir. Etkinliğin devamında (II. Kısım), düzgün çokgenler için elde edilen bu formülün tüm çokgenlere genellenmesi için öğrencilerin yönerge ve sorulara verdiği cevaplara bakıldığında yine formal ispat sürecinin tüm basamaklarının bu kez düzgün olmayan çokgenler için aşılmasının sağlandığı görülmektedir. Ancak bu kez öğrencilerin çalışma yaprağında verilen hazır şekiller üzerinde işlem yapmaları istendi. Düzgün çokgenler üzerinde çalışarak "(n-2).180" i elde eden öğrencilerin dışında iki öğrencinin de bu şekilde düzgün olmayan çokgenler üzerinde aynı formülü elde ettikleri görüldü. Etkinliğin II. kısmının formal ispat sürecinin tüm aşamalarını içermesi, bu iki öğrencinin de çalışma yaprağında elde edilmesi istenen sonuca, ispat sürecinin tüm aşamalarını geçerek ulaştığı sonucuna varılmasına neden oldu. Böylece uygulamaya katılan on öğrenciden sekizinin (n-2).180'in kavramsal alt yapısını, gerekli tüm basamakları kullanarak doğru bir şekilde elde ettiği sonucuna varıldı.

Çokgende dış açılarla ilgili etkinlikte dokuz öğrencinin, çokgende dış açılar toplamının kenar sayısından bağımsız olduğunu fark ettiği ve dış açılar toplamını kendi kelimeleriyle "değişmez" olarak tanımladığı görülmektedir. Bu, öğrencilerin ilişkinin farkına varma ve ilişkiyi tanımlama aşamalarını geçtiklerini göstermektedir. Bir sonraki adımda öğrencilerin yaptıkları tanıma bakıldığında üç çokgen üzerinden elde ettikleri verilerden dış açılar toplamının tüm çokgenlerde aynı ve 360° olduğunu varsaydıkları sonucu çıkarılmaktadır. Bu etkinlikte varsayım, bir ya da birkaç şekil üzerinde değil; bir önceki çalışma yaprağından elde edilen formülden yararlanılarak matematiksel ilişkiler aracılığıyla test edildi. Uygulamaya katılan tüm öğrenciler çokgenin bir kenarına ait iç ve dış açının toplamının 180° olduğunu, ardından beş öğrenci bir kenara ait bulduğu bu veriyi kenar sayısıyla ilişkilendirerek çokgende tüm iç ve dış açılar toplamının "n.180°" olduğunu keşfetti. Bir sonraki adıma ait soruları Şekil 4.30'da görüldüğü gibi cevaplayan beş öğrencinin 2. ve 3. sütunu herhangi bir işlem yapmadan önceki bilgilerini aktararak doldurduklarına karar verildi. Bu, onların çokgende dış açılar toplamının 360° olduğunu bildiğine ancak nedenini açıklayabilecek düzeye ulaşamadıklarına işaret olarak değerlendirildi. Ancak Şekil 4.29' daki cevabı veren diğer beş öğrenci bir önceki etkinlikte elde ettiği çokgende iç açılar toplamını (n-2).180, bu etkinlikte elde ettiği n.180'den çıkararak hem varsayımlarının doğruluğunu, hem genellenebilirliğini, hem de 360° lik farkın neden sabit olduğunu gösterdi. Uygulamaya katılan on öğrenciden beşinin varsayımlarını test etmeleri ve doğrulamaları tümevarımsal muhakeme aşamasını geçtiklerini, 360° yi ve sabit oluşunun nedenini matematiksel ilişkiler kullanarak göstermeleri ise formal ispat aşamasını başarıyla geçtiklerini göstermektedir.

Düzgün çokgende çevre-alan ilişkisi ile ilgili etkinlikte uygulamaya katılan tüm öğrenciler, çokgenin içine çizilen üçgenlerin yüksekliklerinin eşit olduğu, yani bu üçgenlerin eş üçgenler olduğu sonucuna vardıkları görülmektedir. Çokgende çevre ve alanı oluşturan değişkenlerin neler olduğunu tüm öğrencilerin fark ettiği görülmektedir. Çevre ve alana ulaşırken hangi değişkenlerin ortak olarak kullanıldığını fark ettikleri görülmektedir. Sekiz öğrencinin tüm bu verilerden yararlanarak tablolarda alanı bulurken "bir kenarın uzunluğu" ve "kenar sayısı" nı tek bir hücrede "çevre" olarak birleştirdiği görülmektedir. Böylece sekiz öğrencinin düzgün çokgende çevre-alan arasındaki ilişkiyi fark ettiği görüldü. Buradan sekiz öğrencinin ilişkinin farkına varma ve kurma aşamasını başarıyla geçtiği sonucuna varıldı. Bir sonraki adımda yedi öğrencinin keşfedilen bu ilişkiyi sözcüklerle ya da matematiksel ifadelerle tanımladığı görülmektedir. Bu, yedi öğrencinin ilişkiyi tanımlama aşamasını başarıyla geçtiklerini göstermektedir. Bu etkinlik, öğrencilerin mantıksal alt yapısını bir sonraki etkinliğe hazırlamak amacıyla geliştirildiğinden ispat sürecinin sadece ilk iki aşamasını içeriğinde barındırmaktadır. Burada fark edilen ve tanımlanan ilişki, bir sonraki etkinlikte fark edilen ve tanımlanan ilişkiyle (düzgün çokgen-daire) birlikte kullanılarak öğrencilerin πr^2'yi keşfetmesinde kullanıldı.

Dairede alanla ilgili etkinlikte sekiz öğrencinin çemberde çevre ve yarıçap arasındaki ilişkiyi fark ettiği görülmektedir. Bir sonraki adımda aynı sekiz öğrencinin fark ettiği bu oranı π sayısı ile ilişkilendirerek tanımladıkları görülmektedir. Böylece sekiz öğrencinin ilişkiyi fark etme ve tanımlama aşamalarını başarıyla geçtikleri sonucuna varıldı. Öğrencilerin bir önceki etkinlikte düzgün çokgen için elde ettikleri çevre-alan arasındaki ilişkiyi daireye uyarlamalarını sağlamak amacıyla, düzgün çokgen-daire arasında ilişki kuran "örüntü" adlı dosyada verilen yönergeleri ve soruları sekiz öğrencinin doğru olarak cevapladığı görülmektedir. Aynı sekiz öğrencinin örüntünün sonsuza kadar devam etmesi durumunda şeklin çember olacağını ya da çembere benzeyeceğini belirtmesi, düzgün çokgen ve çember arasında ilişki kurabildiklerini göstermektedir. Bunun, düzgün çokgen için elde ettikleri çevre-alan ilişkisini daire için de kullanabilecekleri varsayımının zihinlerinde oluşmasını sağladığı sonucuna varıldı. Altı öğrencinin bu varsayımlarını yani dairede çevreden alana ulaşırken, düzgün çokgen için elde ettikleri "çevre x yükseklik / 2" ilişkisini uygulamaya geçirdikleri görülmektedir. Tüm bu aşamalara bakılarak bu etkinliğin katılan on öğrenciden, altısını formal ispat düzeyine ulaştırdığı sonucuna varıldı. Ancak öğrencilerin bir önceki etkinlikte elde ettikleri düzgün çokgende çevre-alan ilişkisinin, dairede de uygulanabilirliği varsayımını test etmeleri gerekirdi. Bunun için dairenin alanının Cabri'de hesaplatılarak yarıçapla alan arasındaki ilişkinin öğrenciler tarafından görülmesini sağlamak yani varsayımlarının doğruluğunu gördükten sonra dairenin alanını formülize etmelerini sağlamak gerekirdi. Bu durum, tümevarımsal muhakeme için gerekli olan "varsayımın doğrulanması" şartının bu etkinlikteki yönergelerde bulunmadığını ortaya çıkardı. Ancak Ek-1.6' da verilen ÇY 6'da bu durum düzeltilerek gerekli yönergeler örgü içerisinde doğru yere yerleştirildi. Öğrencilerin bu doğrultuda eklenen tabloyu doldurduktan sonra eklenen boşluk doldurma şeklinde verilen iki soruyu (Ek-1.6) “1/2” olarak cevaplaması beklenir. Bu şekilde varsayımın test edilmesi ve doğrulanması aşamasının da etkinliğin içeriğine yerleştirilmesi sağlandı. Çalışma yaprağını doğru olarak tamamlayan öğrencilerin Şekil 4.42 ve Şekil 4.43’te görüldüğü gibi πr^2’yi gerekli işlemleri yaparak elde etmiş olması bu etkinlikten elde edilen “altı öğrencinin formal ispat düzeyine ulaştığı” sonucunun bu eksiklikten etkilenmediği düşüncesini doğurdu.

Öğrencilerin özel bir ya da birkaç şekil üzerinde fark ettikleri ve tanımladıkları ilişkileri, tümevarımsal muhakemeyle genelleyebildikleri sonucuna varıldı. Öğrenciler, ilk olarak keşfettikleri ilişkilerin aynı türdeki tüm şekillerde doğru olabileceğini varsaydı, ardından bu varsayımlarını şekilleri hareket ettirerek ya da yeni şekil üzerinde araştırma yaparak test etti. Öğrenciler, bu keşif sürecinde değişen ve değişmeyen ilişkileri görmek için programın dinamik özelliğinin yanı sıra “açı, uzunluk, alan, tablo” gibi özelliklerden de yararlandı ve varsayımlarının doğruluğu ya da yanlışlığı hakkında net sonuçlara ulaştı. Tümevarımsal muhakemede özel ya da genel tüm durumların göz önünde bulundurulması büyük önem taşımaktadır. Cabri, taşıdığı bu özellikler bakımından öğrencilerin tümevarımsal muhakeme becerisini dışarıdan yardım almadan kazanabilmelerini sağladı.

Cabri’nin, ispat sürecinin beş basamağından ilk dördünde, yani ilişkinin farkına varma, ilişkiyi tanımlama, varsayımda bulunma ve tümevarımsal muhakeme basamaklarında öğrencilere eşsiz fırsatlar sunarak ilerlemelerini sağladığı görüldü. Ancak beşinci ve son basamakta artık öğrencilerin sadece kendi zihinsel becerileri ile formal ispata ulaştıkları görüldü. Cabri’nin, ispat sürecinin ilk dört basamağında yani tümevarımsal muhakeme basamağına kadar öğrencilerin ilerlemesinde etkili olduğu sonucuna varıldı. Öğrencileri formal ispata ulaştırmada ise çalışma yapraklarının son kısımlarında verilen yönergelerin etkili olduğu görüldü. Öğrencilerin bu son yönerge ve soruları çözümlerken Cabri’den bağımsız hareket ettikleri görüldü. Bu durum, “Formal ispat basamağında varsayımın niçin doğru olduğu matematiksel ilişkiler kullanılarak gösterilir.” (Edward, 1997) ifadesini doğrulamaktadır. Bu basamakta öğrencilerin Cabri yardımıyla elde ettikleri ve genelledikleri verileri artık matematik diline dönüştürmeleri istenmektedir. Öğrencilerin etkinliklerin sonunda formal ispat aşamasını geçmeleri ise geliştirilen çalışma yapraklarının hem Cabri ile kullanılabilirliğini hem de içerdiği Cabri'den bağımsız yönergelerin öğrencilerin keşfederek ilerlemelerine uygun olduğunu gösterdi. Çalışma yapraklarının bu iki etkeni birleştirmesi, öğrencilerin ispat sürecinin tüm aşamalarını geçmesini sağladığı göstermektedir.

Cabri ile Eğitim Yapılan Grubun Ön Test-Son Test Sonuçları Arasında Anlamlı Bir Fark Vardır.

Çalışma yapraklarından elde edilen nitel bulguların yanı sıra DGY kullanılan gruba ön ve son test olarak uygulanan ispat becerileri değerlendirme testinden elde edilen istatistiksel veriler, çalışma yapraklarının uygulanmasının öncesinde ve sonrasında öğrencilerin ispat becerileri arasında son test puanları lehine anlamlı bir fark olduğu görüldü. Bu, uygulanan çalışma yapraklarının öğrencilerin ispat becerilerini geliştirdiği sonucunu ortaya çıkardı.

Araştırmada geliştirilmeye çalışılan ispat becerisinin, yüksek düzey zihinsel beceriler arasında olduğu bilinmektedir. Bir alanda ispat becerisine sahip olan birey, bilgi bütününü, onu oluşturan elemanlara, elemanlar arasındaki ilişkilere ve bütünü oluşturan örgütleme ilkelerine ayrıştırabilir (Senemoğlu, 2000). Öğrencilerin, bir formülü oluşturan sabit ve değişkenleri, kurduğu geometrik yapı üzerinde araştırma yaparak fark etmesi, formal ispata ulaşırken bunların nasıl örgütlenmesi (işleme alınması) gerektiğini ortaya çıkarması ispat becerisinin gereksinimlerini yerine getirdiğini göstermektedir. Yapılan araştırmalarda, Matematik eğitiminde bilgisayar kullanımının; araştırma, muhakeme etme, varsayımda bulunma ve genelleme gibi yüksek düzey zihinsel beceriler üzerine odaklandığında matematiksel anlamayı derinleştirdiği görülmektedir. (Wiest, 2000). Ancak araştırmacıların en çok üzerinde durduğu kavram ise teknolojinin uygun biçimlerde kullanıldığında bu etkiyi göstereceğidir. Çalışma sonucunda öğrencilerin analiz düzeyine ait gereksinimleri elde etmesi, hazırlanan bilgisayar destekli materyallerin öğrencilerde matematiksel anlamayı derinleştirdiğini göstermektedir.

Yapılan literatür taramasında önceki araştırmalarda bilgisayar destekli matematik eğitiminin, öğrencilerin kavramsal gelişimine (Erdoğan, 2000; Gürbüz, 2007), , bilişsel öğrenmelerine, geometrik düşünme düzeylerine, tutumlarına, akademik başarılarına (Baki ve diğ., 2007; Tutak, 2008; Birgin ve diğ., 2008), keşfederek öğrenmelerine (Güven, 2002), uzamsal görselleştirmelerine (Baki ve diğ., 2009) etkilerinin incelendiği görüldü. Matematiksel ispat ve matematiksel muhakeme alanında yapılan literatür taramasında ise öğrencilerin bu süreç içerisindeki zihinsel aktivitelerinden yansımaların ortaya koyulduğu (Altıparmak & Öziş, 2005; Arslan & Yıldız, 2010), kusurlu akıl yürütmelerin üzerinde durulduğu (Umay & Kaf, 2005), ispatın matematik müfredatı içerisindeki eksikliğine değinildiği, ispat yapabilme düzeylerinin incelendiği (Özer & Arıkan, 2000) çalışmalara rastlandı. Bu araştırmada ise bilgisayar destekli matematik eğitiminin keşfederek öğrenme felsefesine adapte edilerek, öğrencilerin ispat becerilerini geliştirmeye yönelik materyaller hazırlandı. DGY lerin bu felsefe doğrultusunda hazırlanan materyallerle öğrencilerin ispat becerilerini geliştirdiği sonucuna varıldı. Bilgisayar destekli matematik eğitiminin öğrencilerin ispat becerisine etkisini incelemeye yönelik bir araştırmaya rastlanmadı. Ancak Öner (2002) matematiksel ispat becerilerinin gelişiminde, bilgisayar destekli işbirlikçi öğrenme (CSCL) araçlarından daha iyi nasıl faydalanılabileceği üzerine çalışmıştır.

DGY Kullanan Öğrencilerle Kullanmayan Öğrencilerin İspat Becerileri Arasında Anlamlı Bir Fark Vardır.

Çalışma sonunda DGY kullanan ve kullanmayan öğrencilere uygulanan ispat becerileri değerlendirme testi puanları arasında DGY kullanan öğrenciler lehine anlamlı bir fark olduğu görüldü. Yapılandırmacı yaklaşım ve keşfederek öğrenme ilkeleri doğrultusunda geliştirilen bilgisayar destekli materyallerin DGY ortamında uygulanmasının öğrencilerin ispat becerilerini geliştirmede doğrudan anlatım yöntemine göre daha etkili olduğu sonucuna varıldı.

DGY kullanmayan öğrencilerin sıra ortalamalarının son testte azaldığı, yani puanlarının düştüğü görülmektedir. Müfredat incelendiğinde, öğrencilerinin uygulamadan öğrencilerin tamamının üçgen, çokgen, daire konularını işlediği fark edilebilir. Bu bulgular göz önüne alınırsa; ön test yapılırken kontrol grubu öğrencilerinin bilgilerinin canlı olduğu ancak ezbere dayandığı için son teste kadar unutulduğu söylenebilir. Deney grubu öğrencilerinin ise keşfederek ispat becerilerini kendileri kazandıklarından, unutsalar bile biraz düşünmekle yeniden hatırlama imkanı bulabildikleri sonucuna varılabilir. Bu durumun keşfederek öğrenmenin doğasında bulunduğunu; akademik başarıya ve kalıcılığa katkısını ortaya çıkaran çalışmalar mevcuttur (Akar, 2006; Kutluca & Birgin, 2007; Tankut, 2008).

Yapılan bir çok araştırmada bilgisayar destekli öğretimin öğrenci başarısını artırmada geleneksel öğretime oranla daha etkili olduğu sonucuna varılmıştır (Liao, 2007; Tjaden & Martin, 1995). Özdemir ve Tabuk'un (2004) çember, daire, silindir, Bedir ve arkadaşlarının açı ve üçgenler (2005), Aktümen ve Kaçar'ın (2003) harfli ifadelerle işlem yapabilme, Genel'in (1999) ikinci dereceden fonksiyonların grafiği, Gürbüz'ün olasılık konularının öğretiminde BDÖ kullandıkları ve öğrenci başarısını geleneksel öğretime göre daha fazla artırdığı sonucuna vardıkları görülmektedir. Bu çalışmada ise çokgenlerle ilgili bazı formüllerin kavramsal alt yapıları öğrencilere keşfettirilerek bu durumun onların matematiksel ispat becerilerini, geleneksel öğretime oranla daha çok geliştirdiği sonucuna varıldı.

Literatürde "Teknolojinin uygun biçimlerde kullanılmasının öğrencileri üst düzey bilişsel becerileri kazanmaya yöneltecektir." ifadesindeki "uygun biçimde" sözcükleriyle anlatılmak istenen, bilgisayar destekli eğitimden öğrencinin kendi kendine öğrenmeye örgütlenmesini sağlayacak şekilde faydalanmaya çalışılmasıdır. Yani keşfederek öğrenme temeline dayandırılması gerektiğidir. Öğrencilere mikrodünyalar kuran programların bu yönde etkili araçlar olduğunu gösteren araştırmalar mevcuttur (Baki, 2001; Güven, 2002). Bu araştırma sonucunda da keşfederek öğrenme ilkelerine uygun olarak hazırlanan ve öğrencilere mikrodünyalar kurmada etkili olduğu belirtilen (Baki, 2001) Cabri'de uygulanan çalışma yapraklarının, doğrudan anlatım yöntemine göre daha etkili olduğu sonucuna varıldı. Yapılan literatür taramasında bu çalışmanın paralelinde, keşfederek öğrenmenin, doğrudan anlatım yöntemine göre daha etkili öğrenmeleri ortaya çıkardığını gösteren çalışmalara rastlanmaktadır.

6.ÖNERİLER

Oluşturulan bilgisayar destekli materyallerin öğrencilerin ispat becerilerini geliştirici nitelikte olduğu sonucuna varıldı. Etkinliklerin her biri farklı bir genellemenin kavramsal alt yapısını öğrencilere keşfettirdi. Çalışma yaprakları, bilgisayar destekli eğitimin sunduğu avantajlardan yararlanarak öğrencilerin araştırmada seçilen konulara yönelik ispat becerilerini geliştirmede kullanılmalıdır.

Öğretmen ve öğretmen adayları bilgisayar destekli eğitimden keşfederek öğrenme felsefesine uygun olarak nasıl yararlanabilecekleri konusunda bilgilendirilmelidir. DGY'lerin öğrencilerin araştırarak, sorgulayarak, keşfederek öğrenmeleri için sunduğu fırsatlar öğretmen ve öğretmen adaylarına fark ettirilmelidir. DGY'lerin kullanımı, programda dinamik yapılar oluşturulması ve çalışma yapraklarının geliştirilmesi konularında öğretmenlerin bilgilendirilmeleri amacıyla çeşitli organizasyonlar (çalıştay, hizmet içi eğitim seminerleri v.b.) düzenlenmelidir. Öğretmen adayları için ise lisans eğitiminde Bilgisayar Destekli Matematik Öğretimi dersinde bilgisayar cebir sistemleri (CAS) çatısı altında toplanan Excel, Derive gibi programların yanı sıra dinamik geometri yazılımlarının da nasıl ve hangi felsefeye dönük olarak kullanılması gerektiği üzerinde durulmalıdır.

Dinamik geometri yazılımları konu bağımsız programlar olduğundan farklı konular üzerine çalışılıp yeni materyaller geliştirilmelidir. Doğrudan anlatım yöntemiyle çok kısa sürede öğrencilere hazır olarak sunulabilecek formüllerin, DGY'ler aracılığıyla keşfettirilmesi daha fazla zaman alabilmektedir. Aynı şekilde materyallerin hazırlanması da çaba gerektiren bir uğraştır. Bu yüzden araştırmacılar ve öğretmenler tarafından geliştirilen ve uygulanan yeni materyallerin paylaşımı sağlanmalıdır.

Okullarda, programlarda yapılan kısıtlamalardan dolayı bazı zorluklar yaşandığı belirlenmiştir (Almeida, 2000). Gerek öğrencilerin yılsonunda yapılacak ulusal sınavlara hazırlanıyor olması gerekse öğretmenlerin müfredatta bulunan tüm konuları yetiştirmek zorunda olması bilgisayar destekli eğitim için gerekli zaman ve çabayı kısıtlayan önemli etkenlerdir. Bunların aşılması için ise büyük değişiklilere ihtiyaç vardır.

Araştırmadan elde edilen nicel verilerden yola çıkılarak bir genelleme yapılabilmesi için örneklemde bulunan öğrenci sayısının daha fazla olması sağlanabilirdi. Çalışmanın sonucunda elde edilen nitel bulgular öğrencilerin ispat becerisindeki gelişimin detaylı bir şekilde ortaya çıkarılmasını sağladı. Ancak uygulamalar daha fazla öğrenciyle yapılmalı ve elde edilen sonuçlardan bir genellemeye varılması sağlanmalıdır.

Öğrencilerin bir etkinlikten elde ettiği bilgileri bir başka etkinlikte kullanabildiği görülmektedir. Buradan öğrencilerin keşfettiği bir bilginin üzerine yeni bilgiler inşa edebildiği ve yeni sonuçlara ulaşabildiği ortaya çıkmaktadır. Matematiksel bilginin yapısında bulunan mantıksal örgü düşünüldüğünde birçok kavramın bir diğeriyle ilişkilendirilerek zincirleme bir bilgi birikimi halkası olduğu görülebilir. BDÖ materyallerinin geliştirilmesinde matematiksel bilginin bu yönü dikkate alınmalı birbiri üzerine inşa edilecek bilgilerin sıralaması doğru bir şekilde yapılmalıdır. Geliştirilen materyalin sonraki etkinliklere mantıksal olarak alt yapı hazırlaması ya da orada kullanılacak bilgileri keşfettirmesi gereklidir. Bu şekilde matematiksel bilginin sahip olduğu mantık zincirinden yararlanmak gerekir. Öğrencinin matematiği birbirinden bağımsız formüller bütünü olarak değil; her bir bilginin diğerinin doğruluğunu kanıtlayan halkalardan oluşan bir örüntü bütünü olarak görmesi sağlanmalıdır.

Öğrencilerin ispat becerilerini geliştirmeye yönelik yapılacak çalışmalarda öğrencilerin bulundukları düzey göz önünde bulundurulmalıdır. İlköğretim birinci kademede ya da altıncı sınıfta bulunan bir öğrenciyi formal ispata ulaştıracak materyaller hazırlamak anlamsız bir uğraş olacaktır. Müfredat incelendiğinde, bir altıncı sınıf öğrencisinin genelleme sonucu elde ettiği verileri cebirsel ifadeye dönüştürebilmek için gerekli alt yapıya sahip olmadığı görülür. Buna göre, geliştirilecek materyallerin sonuçta öğrenciyi formal ya da informal ispattan hangisine ulaştıracağına, öğrencinin bulunduğu düzey göz önünde bulundurularak karar verilmelidir. Ortaöğretim ve lisans düzeyindeki öğrencilerde ise soyut düşünme, bilgisayar programlarını daha işlevsel kullanabilme, cebirsel işlemleri yürütebilmeye yönelik alt yapıya sahip olma özellikleri göz önünde bulundurulduğunda hazırlanacak materyallerden daha etkili sonuçlar elde edilebileceği göz önünde bulundurulmalı ve bu örneklemin ispat becerisini geliştirmeye yönelik yapılacak çalışmalarla bu varsayım test edilmelidir.

Eğitim ve öğretimin doğasında olan insanlara olayları, nedenleriyle açıklayabilme ve muhakeme yapısının gelişimini sağlama her alanda ortaktır (Altıparmak & Öziş, 2005). Uygulamalı derslerde, bir laboratuarda deney yapılırken izlenen aşamalar ve her aşamada elde edilen bulguların birbiriyle ilişkilendirilmesi ve sonuca varılmasıyla, öğrencilerin sonucu ortaya çıkaran bütün etkenleri her aşamada fark etmesinin ve keşfetmesinin öğrenmedeki kalıcılığa olumlu yöndeki etkisi tartışılmazdır. Aynı süreç, zihinsel aktiviteler sonucu ortaya çıkan matematiksel bilgi için dizayn edilirse, matematiksel muhakeme sürecinde de öğrencilerin sonucu keşfedene kadar izlediği her aşamadan elde ettiği veriler arasında ilişki kurması, ilişkiyi tanımlaması ve bu ilişkinin farklı kümeler, şekiller, düzlemler, uzaylar ya da sayı grupları içerisinde de geçerli olabileceği varsayımında bulunması, varsayımını test ederek doğruluğunu kanıtlarsa genelleyebilmesi; yani formal ispat sürecinin aşamalarını geçerek bilgiye ulaşması sağlanmalıdır.

Öğrenciler, bir önermenin doğruluğunun nedenlerini öğrenmek isterler (Altıparmak & Öziş, 2005). Öğrencilerin yapısında olan bu özelliğe karşılık öğretmenler, onlara bu nedenleri ya doğrudan anlatmayı ya da öğrencilerin bir yığın zihinsel aktivite sonucu keşfetmesini sağlayacak ortamlar sunmayı tercih edebilirler. Ancak gerek yapılan araştırmalarda gerekse bu araştırmada elde edilen sonuçlara bakıldığında öğrencilere keşif ortamları sağlamanın, direk olarak bilgiyi aktarmadan daha etkili olduğu görülmektedir. Bu da öğretmenlerin tercihinin ne yönde olması gerektiğini ortaya çıkarmaktadır.

KAYNAKLAR

1. Açıkgöz, K. (1992). *İşbirlikli öğrenme, kuram, araştırma, uygulama.* Malatya: Uğurel

2. Akar, F. (2006). Buluş yoluyla öğrenmenin ilköğretim ikinci kademe matematik dersinde öğrencilerin akademik başarılarına etkisi (Yüksek lisans tezi, Çukurova Üniversitesi)

3. Aktümen, M., Kaçar, A. (2003). İlköğretim sekizinci sınıflarda harfli ifadelerle işlemlerin öğretiminde bilgisayar destekli öğretimin rolü ve bilgisayar destekli öğretim üzerinde öğrenci görüşlerinin değerlendilirmesi. *Kastamonu Eğitim dergisi, 11*(2).

4. Almeida, D. (2003). Engendering proof attitudes: can the genesis of mathematical knowledge teach us anything?, *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *34*(4), 479-488.

5. Altıparmak K. & Öziş, T. (2005). Matematiksel ispat ve matematiksel muhakemenin gelişimi üzerine bir inceleme. *Ege Eğitim Dergisi, 1*(6), 25-37.

6. Arslan, S., Yıldız, C. (). 11. Sınıf öğrencilerinin matematiksel düşünmenin aşamalarındaki yaşantılarından yansımalar. *Eğitim ve Bilim, 35*(156), 17-31.

7. Baki, A., 1994. *Breaking with tradition: A study of Turkish student teachers' experineces within a Logo-Based mathematical environment*. Yayınlanmamış doktora tezi, University of London, Londra.

8. Baki, A., Bell, A. (1997) Ortaöğretim matematik öğretimi, Yök/Dünya Bankası Milli Eğitimi Geliştirme Projesi, Ankara.

9. Baki, A., Güven, B., Karataş, İ. (2001). Dinamik geometri yazılımı Cabri ile yapısalcı öğrenme ortamlarının tasarımı. *I. Uluslararası Öğretim Teknolojileri Sempozyumu.* Sakarya: Sakarya Üniversitesi.

10. Baki, A. (2002). *Bilgisayar destekli matematik*. İstanbul: Ceren.

11. Baki, A., Kösa T., Berigel, M. (2007). Bilgisayar destekli materyal kullanımının öğrencilerin matematik tutumlarına etkisi. The proceedings of 7th international educational Technology Conference, 3-5 May 2007, Near East University, North Cyprus.

12. Baki, A. (2008). *Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi* (4. Bsk). Ankara: Harf.

13. Baki, A., Kösa, T., Güven, B. (2009). A comparative study of the effects of using dynamic geometry software and physical manipulatives on the spatial visualisation skills of pre-service mathematics teachers, *British Journal of Educational Technology, 42*(2), 291-310.

14. Baykul, Y., (2000), *İlköğretimde matematik öğretimi* (8. bsk). Ankara: Pegema.

15. Baykul, Y.(2005). *İlköğretimde Matematik Öğretimi*, Ankara: Pegema.

16. Bedir, D., Yılmaz, S., Keşan, C. (2005). Bilgisayar destekli matematik öğretiminin ilköğretimde öğrenci başarısına etkisi. XIV. Eğitim Bilimleri Kongresi, Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi, 28-30 Eylül 2005, Denizli, 372-376.

17. Bilgin, T. (2004). İlköğretim yedinci sınıf matematik dersinde (çokgenler konusunda) öğrenci takımları başarı bölümleri tekniğinin kullanımı ve uygulama sonuçları. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *17*(1), 19-28.

18. Birgin, O. Kutluca, T., Gürbüz, R. (2008). Yedinci sınıf matematik dersinde bilgisayar destekli öğretimin öğrenci başarısına etkisi. [Bilgisayar yazılımı ve kullanım kılavuzu]. http://ietc2008.home.anadolu.edu.tr/ietc2008/170.doc adresinden 2 Haziran 2011 tarihinde edinilmiştir.

19. Bintaş J. & Akıllı B., (2008). *Bilgisayar destekli geometri*, Ankara: Öğreti.

20. Bowen, C.W. (2000). A quantitative literature reviw of cooperative learning effects on high school and college chemistry achievement. *Journal of Chemical Education*, *77*(1), 116-19.

21. Brecht, L.J. (2000). *The relative effects of cooperative learning, manipulatives, and the combination of cooperative learning and manipulatives on fourth graders' conceptual knowledge, computation knowledge, and problem solving skills in multiplication*. Yayınlanmamış doktora tezi, Indiana University, Pennsylvania.

22. Bruner, J. S. (2003). *Eğitim Süreci* (T. Öztürk, çev.). Pegem: Ankara. (Orijinal baskı 1971).

23. Büyüköztürk, Ş. (2011). *Veri analizi el kitabı* (13. bsk). Ankara: Pegem

24. Clement, D. H. (1997). Construvting constuctivism. *Teaching Children Mathematics*, *4*(4), 198-201.

25. Cobb, P. (1994). Where is the mind? Constructivist and sociocultural perspectives on mathematical development. *Educational Researcher*, *23*, 13-20.

26. Cobb, P. (1996). Where is the mind? A coordination of sociocultural and cognitive constructivist perspectives. C.T. Fosnot (Ed.), *Constructivism: Theory, perspectives and practice içinde*, (ss. 34-52). Teachers College Press: New York.

27. Cottle, P.D., Hart, G.E. (1996). Cooperative learning in the tutorials of a large lecture physics class. *Research in Science Education*, *26*(2), 219-231.

28. Crowley, M. L. (1987). The Van Hiele Model of the development of geometric thought. M. Lindquist and P. S. Albert (Ed.), *Learning Teaching Geometry içinde* (s. 1-16). Reston: NTCM.

29. De Villiers, M. (1990). The role and function of proof with sketchpad, *Pythagoras*, *24*, 17-24.

30. Demircioğlu, G. (2003). *Lise II asitler ve bazlar ünitesi ile ilgili rehber materyal geliştirilmesi ve uygulanması*. Yayınlanmamış doktora tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.

31. Develi H.M., Orbay, K. (2003). İlköğretimde niçin ve nasıl bir Geometri öğretimi, *Milli Eğitim Dergisi Kış*, *157*.

32. Diettrich, O. (1994). Heisenberg and Gödel in the light of constructivist evolutionary Epistemology, *Ludus Vitalis*, *2*(2), 119-130.

33. Doğrar, O. (2010). Nokta ve doğrularla basit ama ilginç sorular. *Matematik Dünyası*, 2010-II, 81-82.

34. Duatepe, A. (2000). *An investigation on the relationship between Van Hiele geometric level of thinking and demographic variables for preservice elemantary school teachers.* Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Ankara.

35. Durmuş, S. (2001). Matematik eğitimine oluşturmacı yaklaşımlar. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri* (s. 92-107). Ankara.

36. Edwards, L.D. (1997). Exploring the territory before proof: Students' Ggneralizations in a computer microworld for transformation Geometry. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, *2*, 187-215.

37. Erçelebi, E. (1995). *Geleneksel öğretim yöntemleri ile işbirlikli öğrenme yöntemininMatematik öğretimi üzerindeki etkileri*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, DokuzEylül Üniversitesi, İzmir.

38. Erdoğan, Y. (2000). *Bilgisayar destekli kavram haritalarının matematik öğretiminde kullanılması.* Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Marmara Üniversitesi, İstanbul.

39. Genel, T. (1999). Ortaöğretimde ikinci dereceden fonksiyonların grafiği konusunun öğretiminde bilgisayar desteğinin rolü, Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 15, 189-196.

40. Goldenberg, E. P., Cuoco, A. (1998). What is dynamic Geometry?, Lehrer R. ve Chazan D. (Ed.), *Designing learning environments for developing understanding of Geometry and space içinde* (s. 351-367). USA: Lawrence Erlbaum Associares.

41. Gürbüz, R. (2007). Bilgisayar destekli öğretimin öğrencilerin kavramsal gelişimine etkisi, *28*, *Eğitim araştırmaları Dergisi*, 75-87.

42. Güven, B. (2002). Cabri ile keşfederek öğrenme (Yüksek lisans tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi).

43. Hannafin, R. D., Burrus J. D., Little, C. (2001). Learning with dynamic geometry programs: Perpectives of teachers and learners, *The Journal of Educational Research*, *94*(3), 132-144.

44. Habermas, J. (2001). *İdeoloji Olarak Teknik ve Bilim* (4. Bsk, M. Tüzel, çev.). Yapı Kredi: İstanbul.

45. Hazzan, O., Goldenberg, E. P. (1997). Students' understanding of the notion of function in dynamic geometry environments, *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, *1*, 263-291.

46. Healy, L., Hoyles, C. (2000). A study od proof conceptions in Algebra. *Journal for Research in Mathematics Education, (31)*4, 396-428.

47. Hoffer, A. (1989). Geometry is more than Proof, *Mathematics Teacher*, January 1989, 11-18

48. Hoyles, C. (1998). *A culture of proving in school*. III. Fen Bilimleri Eğitimi Sempozyumu. Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.

49. Johnson, D. W., Johnson, R. T. (1974). Instructional goal structure: Cooperative, competitive or individualistic, *Review of Educational Research*, *44*, 213-240.

50. Johnson, D. W., Johnson, R. T. (1985). Motivational processes in cooperative, competitive, and individualistic learning situations. C. Ames ve R. Ames (Ed.), *Research on Motivation in Education The Classroom Milieu içinde.* New York: Academic Press.

51. Jonassen, D. H. (1991). Evaluating constructivistic learning, *Educational Technology*, *39*, 28-33.

52. Jones, K. (2000). The student experience of mathematical proof at university level, *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *31*(1), 53-60.

53. Julyan, C. ve Duckworth, E. (1996). A constructivist perspective on teaching and learning science. C. T. Fosnot (Ed.), *Constructivism: Theory, perspectives and practice içinde*, New York: Teachers College Press.

54. Karasar, N. (2009). *Bilimsel Araştırma Yöntemi* (20.bsk). Ankara: Nobel

55. Kısakürek, M. A. (1983). Eğitim programlarının hazırlanması ve geliştirilmesi, *Eğitim Bilimleri Dergisi*, *16*(1), 217–243.

56. Kutluca, T & Birgin, O. (2007). Doğru Denklemi konusunda geliştirilen bilgisayar destekli öğretim materyali hakkında matematik öğretmeni adaylarının görüşlerinin değerlendirilmesi, *Gazi eğitim Fakültesi Dergisi 27*, 2, 81-97.

57. Lee, J. K. (2002). " Philosophical perspectives on proof in mathematics education", *Philosophy of Mathematics Education*, 16.

58. Liao, Y. C. (2007). Effects of computer assisted instruction on student achievement in Taiwan: *A meta analysis, Computer and Education, 48*(2), 216-233

59. Magoon, J. A. (1977). Constructivist approaches in educational research, *Review of Educational Research*, *47*, 651-693.

60. Matthews, M. R. (1992). Old wine in new bottles: A problem with constructivist epistemology. *Annual Meeting of the National Association for Research in Science Teaching*.

61. Nodding, N. (1990). Constructivism in Mathematics Education, (Davis, R.B., Mater C.A., Nodding, N. (Ed.), *Constructivist Views on the Teaching and Learning of Mathematics içinde* (s. 7-18), Virginia: Reston.

62. Norwood, K.S. (1995). The effects of the use of problem solving and cooperative learning on the mathematics achievement of underprepared college freshmen, *Primus, 5*(3), 229-252.

63. Oktar, İ. (1995). *Geleneksel, işbirliği ve ödüllü değişim ekonomisine dayalı öğrenmenin öğrenci erişisine etkisi*. Yayınlanmamış doktora tezi, Hacettepe Üniversitesi, Ankara.

64. Osborne, R., Freyberg, P. (1985). *Learning in science: The implication of children's science*. London: Heinemann.

65. Öner, D. (2008). Supporting students' participation in authentic proof activities in computer supported collaborative learning (CSCL) environments. [Bilgisayar yazılımı ve kullanım kılavuzu]. http://www.springerlink.com 3, 343-359 September.

66. Özdemir, A. Ş., Tabuk, M. (2004). Matematik dersinde bilgisayar destekli öğretimin öğrenci başarı ve tutumlarına etkisi. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi eğitim Fakültesi Dergisi, 3*(5), 142-152.

67. Özdemir, E., Ubuz, B. (2005). Proje tabanlı öğrenme: 7. sınıf öğrencilerin Geometriye yönelik tutumlarına etkisi. [Bilgisayar yazılımı ve kullanım kılavuzu]. http://oc.eab.org.tr/egtconf/ pdfkitap/pdf/680.pdf adresinden 16 Mayıs 2011 tarihinde edinilmiştir.

68. Özer, Ö., Arıkan, A. (2002). Lise matematik derslerinde öğrencilerin ispat yapabilme düzeyleri. *V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi* içinde (s. 1083-1089),Ankara: Ankara Üniversitesi.

69. Özmen, H. (2002. *Kimyasal reaksiyonlar ünitesindeki kavramların öğretimine yönelik rehber materyal geliştirilmesi ve uygulanması*. Yayınlanmamış doktora tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.

70. Piaget, J. (1954). *The construction of reality in the child*. New York:Basic Boks.

71. Pratt, D., Ainley, J. E. (1997). The construction meanings for geometric construction: Two constructing cases. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, *1*, 293-322.

72. Raman, M. (2003). What are they and how can they help us understand how people view proof?, *Educational Studies in Mathematics*, *52*, 319-325.

73. Riegler, A. (1994). Constructivist Artificial Life: The Constructivist-Anticipatory Principle and Functional Coupling, Hopf J. (Ed.), *Genetic Algorithms with the Framework of Evolutionary Computation içinde* (s. 73-83), Saarbrücken: Max-Planck-Institute for Informatic.

74. Schaer, D. (2000). Lifting the curtain: The Evolution of the Geometer's Sketchpad. *The Mathematics Educator, 10*(1), 42-48.

75. Schoenfeld, A. (1994). *What do we know about mathematics curricula. Journal of Mathematical Behaviour, 13*, 55-80.

76. Scott, B. (2001). Gordon Pask's conversation theory: A domain independent constructivist model of human knowing. *Foundations of Science, Special Issue on "The Impact of Radical Constructivism on Science", 6*(4), 343–360.

77. Senemoğlu, N. (2000). *Gelişim Öğrenme ve Öğretim*. Ankara: Gazi Kitabevi

78. Slavin, R. E. (1988). Cooperative learning and student achivement. *Educational Leadership*, *46*, 31-33.

79. Slavin, R. E. (1990). Achivement effects of ability grouping in secondary schools: A best evidence synthesis. *Review of Educational Research*, *60*, 471-500.

80. Tankut, Ü. S. (2008). İlköğretim 7. sınıf sosyal bilgiler dersinde bilgisayar destekli öğretimin akademik başarıya ve kalıcılığa etkisi (Yüksek lisans tezi, Çukurova Üniversitesi).

81. Taylor, P.C. (1997). Constructivism: Value added. B.J. Fraser ve K.G Tobin (Eds.), *The International Handbook of Science Education*. Dordrecht: Kluwer Academic Press.

82. Tjaden, B. J., Martin C. D., (1995). Learning effects of CAI on college students, *Computer and Education, 24*(2), 271-277.

83. Turgut, M., Yılmaz, S. (2007). "Geometri derslerine nasıl giriş yapardık?" *İlköğretim matematik öğretmen adaylarının görüşleri. Bilim, Eğitim ve Düşünce Dergisi, 4*(7), 26-36.

84. Tutak, T. (2008). Somut nesneler ve dinamik geometri yazılımı kullanımının öğrencilerin bilişsel öğrenmelerine, tutumlarına ve Van Hiele geometri anlama düzeylerine etkisi. (Doktora tezi Karadeniz Teknik Üniversitesi).

85. Tutak, T., Birgin, O. (2008) Dinamik geometri yazılımı ile geometri öğretiminin öğrencilerin Van Hiele geometri anlama düzeylerine etkisi.[Bilgisayar yazılımı ve kullanım kılavuzu]. http://ietc2008.home.anadolu.edu.tr/ietc2008/207.DOC adresinden 24 Aralık 2009 tarihinde edinilmiştir.

86. Usiskin, Z., (1982), Van Hiele levels and achievement in secondary school Geometry, *University of Chicago, Department of Education,* 220-288. Retrieved December 24, 2009, from ERIC Document Reproduction Service.

87. Umay, A. (2003). Matematiksel muhakeme yeteneği. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 24*, 234-243.

88. Umay, A., Kaf, Y. (2005). Matematikte kusurlu akıl yürütme üzerine bir çalışma. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 28*, 188-195.

89. Ülger A. (2005). Matematiğin kısa bir tarihi. *Bilim, Eğitim ve Düşünce Dergisi,5*(1), 8-30

90. Ünal, L. I. (1995). Yükseköğretimde nitelik, istihdam finansman üçgeni. *Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi Dergisi, 1*(27), 309-327.

91. Van Hiele, P. (1986). *Structure and Insight: A Theory of Mathematics Education*, New York: Academi Press.

92. Varış, F. (1996). *Eğitimde program geliştirme*, Ankara: Alkım.

93. Villiars, D. V. (1996). *The future of secondary school Geometry*, Sosi Geometry Imperfect Conference, Pretoria.

94. Webb, N. M. (1982). Student interaction and learning in small groups. *Review of Educational Research*, *52*, 421-445.

95. Wheatley, G. H. (1991). Constructivist persperctives on science and mathematics learning, *Science Education*, *75*(1), 9-21.

96. Wiest, L.R. (2001). The role of computers in Mathematics teaching and learning. Took, J.ve Handerson N. (Ed.), *Using Information Technology in Mathematics Education içinde*. USA: The Howarth Press.

97. Yeşilyaprak, B. (1995). *İşbirliğiyle öğrenme yönteminin bazı öğrenci niteliklerine etkisi*. Yayınlanmamış araştırma raporu, Gazi Üniversitesi, Ankara.

98. Yeşilyurt, M. (2003). *Yükseköğretim temel Fizik laboratuar uygulamalarında bütünleştirici yaklaşım*. Yayınlanmamış doktora tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.

100. Yıldız, V. (1998). *İşbirlikli öğrenme ve geleneksel öğretimin okulöncesi çocukların temel matematik başarıları üzerindeki etkileri ve mevcut uygulamalarla ilgili öğretmen görüşleri*. Yayınlanmamış doktora tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.

101. Zevenbergen, R. (1995). Constructivist Approaches in Mathematics Education. *Unicorn, Journal of the Australian College of Education, 21*, 3.

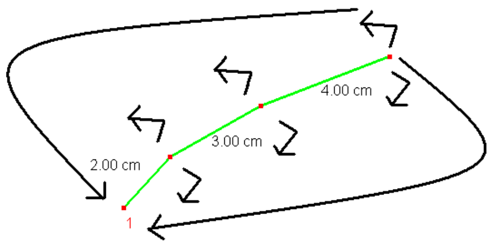
EKLER

8.1.Ek-1 Geliştirilen Çalışma Yaprakları

8.1.1.Çalışma yaprağı 1

Çalışma Yaprağı 1

"Üçgen oluşturalım" adlı Cabri dosyasını açınız.



Uç uca eklenmiş halde bulunan doğru parçaları görmektesiniz. Bu doğru parçalarının uzunlukları belirtilmiştir. Noktalar oklar yönünde hareket ettirilebilmektedir. En dıştaki okların işaret ettiği noktaları birbiriyle birleştirerek üçgen oluşturmaya çalışalım.

Her üçlü grupta en büyük doğru parçası a, en küçük doğru parçası c, diğer doğru parçası ise b olarak adlandırılmıştır.

Şimdi sizden, verilen doğru parçası gruplarının hangilerinden üçgen oluşup oluşmayacağını bulmanız isteniyor. Bunu yaparken aşağıdaki tabloyu da verilen örnekteki gibi doldurmanız gerekiyor. Yani uzunluklar arasında karşılaştırma yapmanız isteniyor.

	A	B+c	b	a+c	c	a+b	Üçgen oluştu mu?
1	a<b+c						
2							
3							
4							
5							

	A	Ib-cI	b	Ia-cI	c	Ia-bI	Üçgen oluştu mu?
1	a> |b-c|						
2							
3							
4							
5							

2. ve 4. durumlarda üçgen oluşturamadıysanız doğru yoldasınız.
2. durumda üçgen oluşabilmesi için kenar uzunluklarından **sadece birinde** değişiklik yapmanız gerekiyor. Bu durumda üçgen oluşabilmesi için hangi kenarın kaç cm yapılması gerekir?

....

....

Devamı arka sayfada!

4. durumda üçgen oluşabilmesi için kenar uzunluklarından **sadece birinde** değişiklik yapmanız gerekiyor. Bu durumda üçgen oluşabilmesi için hangi kenarın kaç cm yapılması gerekir?
………
………

2. ve 4. durumda, kenarların uzunluklarında yaptığınız değişikliklere göre şimdi aşağıdaki tabloyu doldurunuz. (yukarıdaki tablolarda yaptığınız gibi uzunlukları karşılaştırmanız isteniyor.)

	C	a+b	b	a+c	A	b+c	c	Ia-bI	b	Ia-cI	a	Ib-cI
2												
4												

Tüm bunlardan yola çıkarak,
Bir üçgenin iki kenarının uzunlukları toplamı diğer kenardan …………………………..olmalıdır.

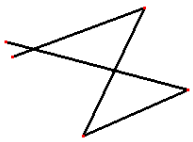
Bir üçgenin iki kenarının farkının mutlak değeri diğer kenardan ………………………..olmalıdır.

8.1.2.Çalışma yaprağı 2

Çalışma Yaprağı 2

Çalışma yaprağınızdaki yönergeleri uygularken, Cabri ekranınızda yaptığınız çizimlerin hiçbirini silmemelisiniz. Çiziminizin, eksik ya da yanlış olduğunu fark ettiğinizde onu silmeden yeni çiziminize geçmelisiniz.

Şimdi, doğru parçalarını uç uca eklemek koşuluyla 3 doğru parçası kullanarak kaç bölge oluşturabilirsiniz?
………………………………………………………………
…………………………………………………………

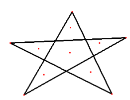


…………………
……………

Aynı koşullarda 4 doğru parçası kullanarak ben 2 tane bölge oluşturmayı başardım. Şimdi sıra sende! En fazla kaç bölge oluşturabilirsin 4 doğru parçasıyla? Unutma beni geçmelisin!

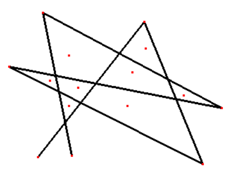
5 doğru parçasını kullanarak en çok kaç bölge oluşturabilirsin?
……………………………………..

Eğer …ise doğru yoldasın. :)



Aynı problemi 6 doğru parçası için yanıtlamaya çalışın.

……………………………………………………….



Ben 8 tane bölge buldum. Daha fazlası için sıra sende! ☺

Eğer 8'i geçemediysen sana yardımcı olmalıyım. Çizdiğin her bir doğru parçasını, daha fazla doğru parçasıyla kesiştirmeye ne dersin? Denemelisin!

Sonucunuzda bir değişikli var mı? Varsa, yeni bulduğunuz sayı kaç? ………………………

Şimdi, bu yolu kullanarak, 8 doğru parçasını ucuca eklemek koşuluyla en çok kaç bölge oluşturabilirsiniz?

21, ama çizmelisin. :))

Aşağıdaki tablonun I. satırına, kullandığınız ve kullanacağınız doğru parçası sayıları yazılmıştır. II. satıra, bu doğru parçalarını uç uca ekleyerek oluşturulabilecek maksimum bölge sayılarını yazınız.

1	2	3	4	5	6	7	8
	►						

1. ve 2. sütun neden … ? Bunu açıklayabilir misiniz?

…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………....
………………………………………………………………………………………………....

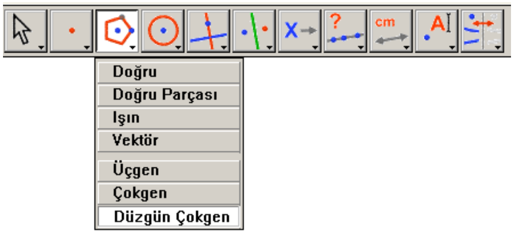
"►" işaretinin devamındaki sayılar arasındaki örüntüyü fark ettiniz mi?
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………....

Örüntüyü fark ettiysen, 11 doğru parçasını uç uca ekleyerek en çok kaç bölge oluşturulabileceğini çizim yapmadan bulabileceğini düşünüyorum. :)
Kaç bölge oluşturulabilir? ………………………

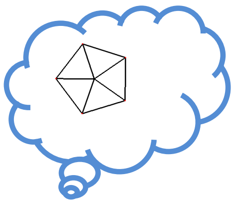
Çizimlerinizi silmeden Cabri sayfanızı kaydetmeyi unutmayın! Bir sonraki çalışma yaprağında görüşmek üzere. :)

8.1.3.Çalışma yaprağı 3

Çalışma Yaprağı 3



Bir düzgün beşgen çiziniz.



Çokgenin merkez noktası ile tüm köşelerini birleştiren doğru parçalarını çiziniz.

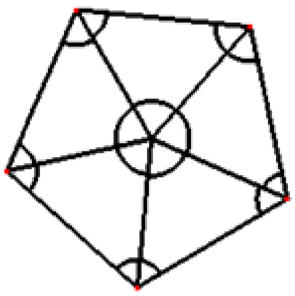
Bu durumda, çokgenin merkez noktasını, içindeki tüm üçgenlerin tepe noktası olarak kabul edersek, bu üçgenlerin tepe açılarının toplamı kaç derecedir?

…………………………………………………………………………………………..

Çokgenin içinde bulunan **tüm üçgenlerin iç açıları toplamı**ile,**çokgenin iç açıları toplamı** arasındaki fark kaçtır?

Tüm Üçgenlerin İç Açıları Toplamı:……………………………………………………........
Çokgenin İç Açıları Toplamı: ……..………………………………………………….........
Fark: ……………………………………………………………...
…………………………………………………………………………………………...

……………derecelik bu farkı ortaya çıkaran açıları aşağıdaki şekil üzerinde işaretleyiniz.



Çokgenin içinde oluşan üçgen sayısıyla kenar sayısı arasında nasıl bir ilişki var?

………………………………………………………………………………………………

Şimdi gerekli çizim ve hesaplamaları yaparak test edin. Eğer söz konusu şekil bir düzgün sekizgen olsaydı, içine çizilen tüm üçgenlerin iç açıları toplamı ile sekizgenin iç açıları toplamı arasındaki fark beşgende bulduğunuz farkla aynı olur muydu? Deneyin!

…………………………………………………………………………………………...
…………………………………………………………………………………………...
…………………………………………………………………………………………...
…………………………………………………………………………………………...

Şimdi, kenar sayısı “n” olan bir düzgün çokgenin iç açıları toplamını yazınız.

…………………………………………………………………………………………...
…………………………………………………………………………………………...
…………………………………………………………………………………………...

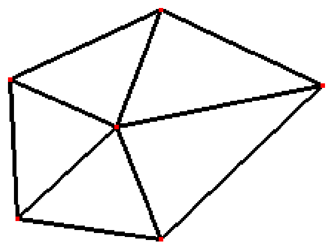
→ Düzgün olmayan bir beşgen çizerek iç açıları toplamını,
→ Yukarıda bulduğunuz bağıntıyla hesaplayın: ……………………………………………
→ “Açı” komutuyla hesaplayın: ……………………………………………………….

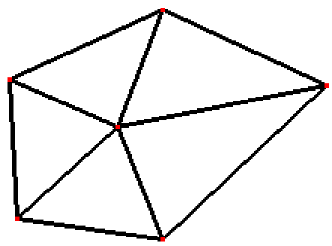
O halde bulduğunuz bağıntı düzgün olmayan çokgenler için de geçerli mi?

☐ Evet ☐ Hayır

Pek âlâ, şimdi bunun nedenini araştıralım.:)

Aşağıdaki düzgün olmayan çokgenlerden, I. çokgende, içinde oluşan üçgenlerin iç açılarını şekil üzerinde işaretleyin. Ardından II. çokgende sadece çokgenin iç açılarını işaretleyin.


I


II

I. şekilde işaretleyip II. şekilde işaretlemediğiniz açıların toplamı kaç derecedir?

…………………………………………………………………………………………...

Bu fark kaç tane üçgenin iç açıları toplamına eşittir? ……………………………………….

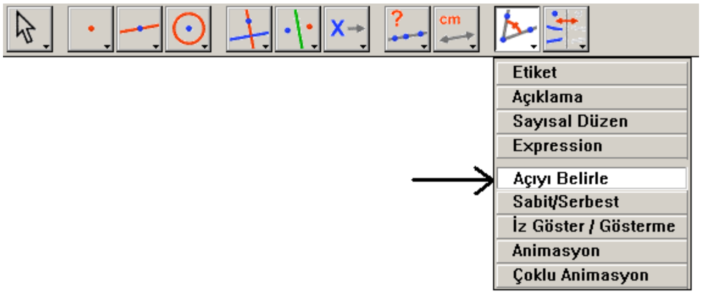
Yukarıda çizilen şekle göre “n” tane kenarı olan bir çokgenin içinde ……………. tane üçgen oluşur ve bu üçgenlerin tepe açıları toplamı …............tane üçgenin iç açıları toplamına eşittir.

O halde “n” tane kenarı olan bir çokgenin iç açıları toplamı
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………

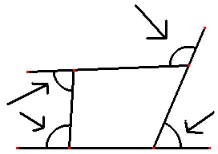
8.1.4.Çalışma yaprağı 4

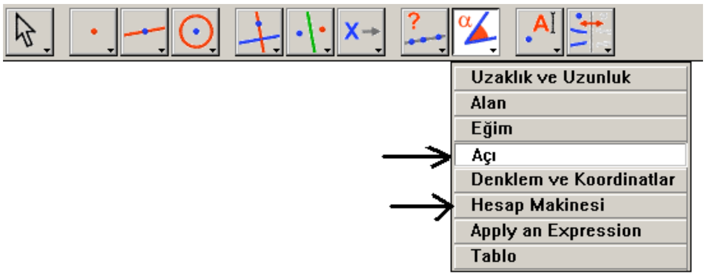
Çalışma Yaprağı 4

"Çokgenlerde Dış Açılar" adlı Cabri dosyasını açınız.



Ekranınızda bulunan çokgenlerin her birinin dış açılarını "Açıyı Belirle" komutunu kullanarak işaretleyin.





Çokgenlerin her birinin dış açıları toplamlarını "Açı" ve "Hesap Makinesi" komutlarını kullanarak bulunuz.

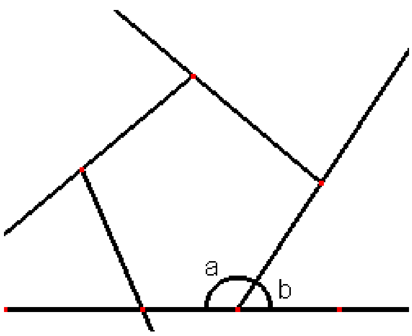
	Dış Açılar Toplamı	İç Açılar Toplamı (bir önceki çalışma yaprağında bulduğun bağıntıyı kullan)
Dörtgen		
Beşgen		
Altıgen		

→ Çokgenlerde kenar sayısı arttıkça iç açılar toplamı …………………………………

→ Çokgenlerde kenar sayısı arttıkça dış açılar toplamı ……………………………………….

→ O halde tüm çokgenlerin dış açıları toplamı ……………derecedir; diyebiliriz.

Şimdi, neden tüm çokgenlerde dış açılar toplamının ………derece olduğunu keşfedelim. Okları takip et! ☺



→ Çizdiğiniz çokgenlerden herhangi birinde, aynı kenara ait iç ve dış açıların toplamı kaç derecedir?

a+b=?............

→ Çokgene ait tüm iç ve dış açıların toplamı kaçtır?
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………

→ "n" tane kenarı olan bir çokgenin tüm iç ve dış açılarının toplamını yazınız.
……………………………………………………………………………………………...

→ "n" tane kenarı olan bir çokgenin iç açıları toplamını (bir önceki çalışma yaprağından hatırlamalısınız.) yazınız.
……………………………………………………………………………………………...

→ "n" kenarlı bir çokgenin,

İç Açılar + Dış Açılar Toplamı	İç Açılar Toplamı	Dış Açılar Toplamı:
………………………………..	……………………………	………………………………

8.1.5.Çalışma yaprağı 5

Çalışma Yaprağı 5

- Cabri ekranında düzgün altıgen ve sekizgen çiziniz.

- Çokgenlerin köşe noktalarını, merkez noktası ile birleştiren doğru parçalarını çiziniz.

- Düzgün çokgenlerin iç bölgesinde oluşan üçgenlerden herhangi birinin yüksekliğini (h) çiziniz. Her çokgenin içinde bir üçgen seçerek bu işlemi yapınız.

- Altıgenin içindeki tüm üçgenlerin yükseklikleri birbirine eşit midir?

…………………………………………………………………………………………...

- Çizdiğiniz düzgün çokgenlerin alan ve çevrelerini oluşturan değişkenleri aşağıdaki tabloya yazınız.

Tablo 1

	Bir kenarın uzunluğu	Kenar sayısı	Çevre
Altıgen			
Sekizgen			

Tablo 2

	Bir kenarın uzunluğu	Yükseklik	Kenar sayısı	Çokgenin Alanı
Altıgen				
Sekizgen				

- Her bir çokgende çevreden faydalanarak alana ulaşabilirsiniz. Bunun için **çevre ve yüksekliği** kullanmalısın. Nasıl mı?

- Yukarıda verilen her iki tabloda da ortak olan değişkenler çokgenin hem çevresini, hem de alanını bulurken kullanılıyor. Bunları yazınız.

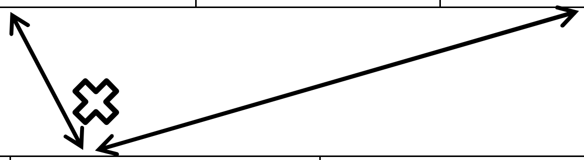
…………………………………………………………………………………………...

…………………………………………………………………………………………...

Tablo 2 de çevreyi oluşturan değişkenleri artık tek sütunda çevre olarak birleştirebilirsiniz.O halde yeni bir tablo oluşturmalısın.

Tablo 2

	Bir kenarın uzunluğu	Yükseklik	Kenar sayısı	Çokgenin Alanı
Altıgen				
Sekizgen				



	Çevre	Yükseklik	Çokgenin Alanı

Devamı arka sayfada!

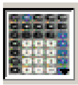
Şimdi tüm bunlardan yola çıkarak çevreden alana ulaşan formülü bulman gerekiyor. Bir sonraki çalışma yaprağında buna ihtiyacın olacak.

…………………………………………………………………………………………...
…………………………………………………………………………………………...
…………………………………………………………………………………………...
…………………………………………………………………………………………...
…………………………………………………………………………………………...

8.1.5.Çalışma yaprağı 6

Çalışma Yaprağı 6

- Herhangi bir çember ve onun yarıçapını çiziniz. Çemberin çevresini ve yarıçapını “Uzaklık ve Uzunluk” komutunu kullanarak bulunuz.

- Ardından “Hesap Makinesi”  özelliğini kullanarak çevrenin yarıçapa oranını hesaplayınız ve aşağıdaki tabloda I. durum satırına yazınız.

	Çevre (Ç)	Yarıçap (r)	Ç / r
I. durum			
II. durum			
III. durum			

- Çemberin üzerinde herhangi bir noktadan tutarak çemberi büyütün. Ekranınızdaki verileri yeniden tablodaki II. durum sütununa yazınız.

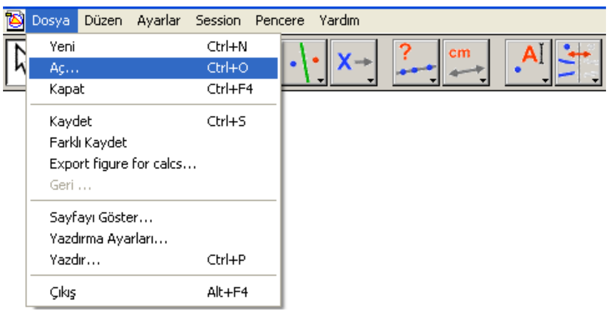
- Aynı şekilde çemberi biraz daha büyüterek ya da küçülterek son durumda yine ekranınızdaki verileri tablonun III. durum sütununa yazınız.

- Bu durumda herhangi bir çemberin çevre uzunluğu ile yarıçap uzunluğu arasında nasıl bir bağıntı buldunuz?

…………………………………………………………………………………………...
…………………………………………………………………………………………...
…………………………………………………………………………………………...
…………………………………………………………………………………………...

- Bulduğunuz bu bağıntının πsayısı ile ilişkisi var mı?

…………………………………………………………………………………………...



→ Ardından “Dosya” ve “Aç” komutlarını kullanarak “Örüntü” adlı dosyayı açınız.

.

Örüntüde akışı bozan bir şekil bulunmaktadır. Bu şeklin kaçıncı sırada olduğunu yazınız.

…………………………………………………………………………………………………...

Ekranınızda örüntüyü bozan şekli silerek, yerine doğru şekli çiziniz.

Örüntüde boş bırakılan yerlere gelmesi gerektiğini düşündüğünüz şekilleri çiziniz.

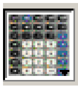
Örüntüdeki şekiller ilerledikçe, çokgenlerin içindeki üçgenleri oluşturan ikizkenarlar arasındaki açı ………………… Yani kenarlar birbirin………………

Örüntünün sonsuza kadar devam etmesi durumunda ulaşacağınız son şekil ne olurdu? Hem ekranınıza hem elinizdeki çalışma yaprağınıza çiziniz.

…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………....

Ardından "File" ve "Save" komutlarını kullanarak değişikliklerinizi kaydediniz.

Herhangi bir çember ve onun yarıçapını çiziniz. Çemberin alanını, çevresini ve yarıçapını "Alan &Uzaklık ve Uzunluk" komutlarını kullanarak bulunuz.

Ardından "Hesap Makinesi"  özelliğini kullanarak aşağıdaki tabloda I. durum satırına yazınız.

Çemberin üzerinde herhangi bir noktadan tutarak çemberi büyütün. Ekranınızdaki verileri yeniden tablodaki II. durum sütununa yazınız.

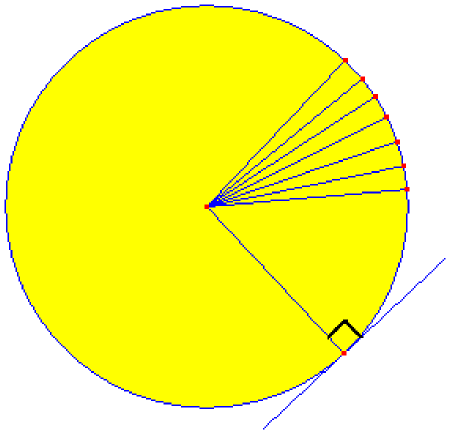
Aynı şekilde çemberi biraz daha büyüterek ya da küçülterek son durumda yine ekranınızdaki verileri tablonun III. durum sütununa yazınız.

	R	Çevre	Alan	Çevre/Alan
I. Durum				
II. Durum				
III. Durum				

Tüm durumlarda Alan/Çevre, r'nin …….. katıdır.

Düzgün çokgende Alan/ Çevre h'nin ……katıdır. (bir önceki çalışma yaprağından hatırla!☺)

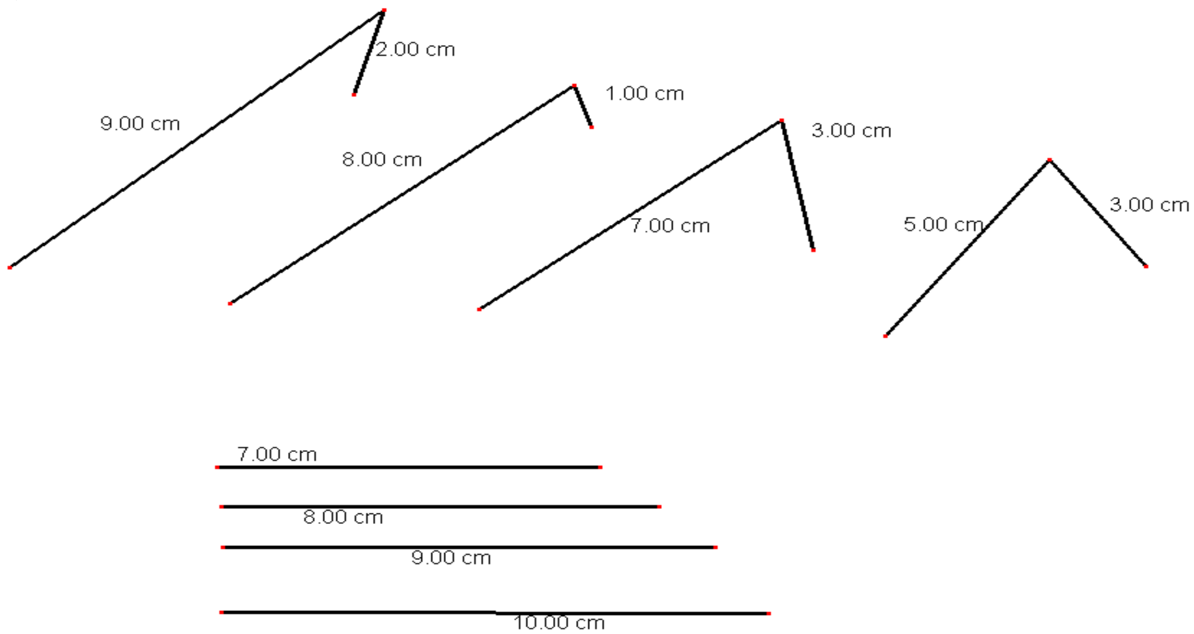
İpucu
Pekala, r'nin çembere dik olduğunu nasıl göstereceğiz? Aşağıdaki şekle bakmalısın! ☺



Tüm bu verilerden yola çıkarak çemberin alanını veren genel formülü çıkarınız. (İp ucu: 5. Çalışma yaprağının sonunda ulaştığın formülü kullanabilirsin. Çevreden alana geçiş ☺)

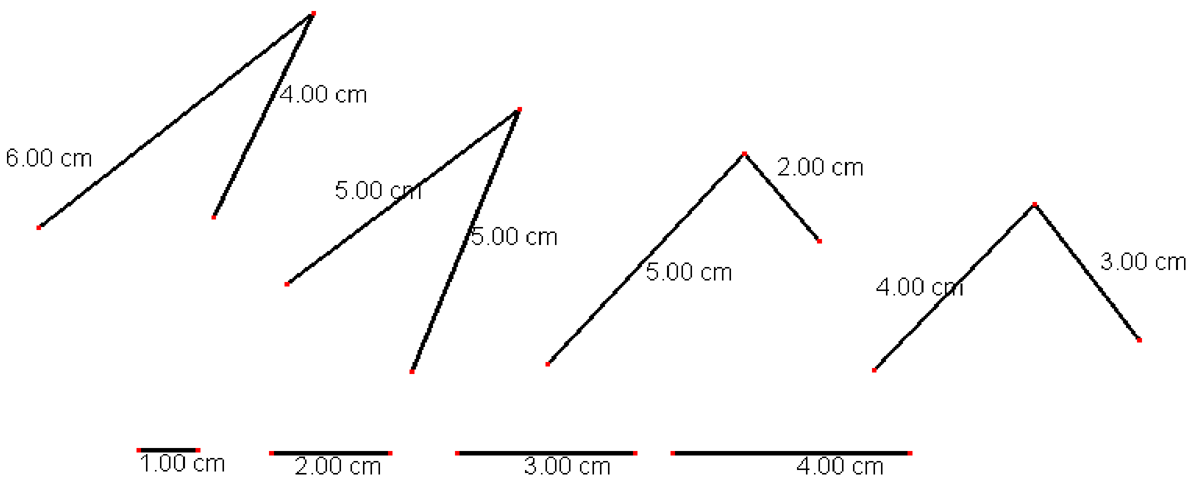
8.2. Ek-2 İspat Becerileri Değerlendirme Testi

1)



Yukarıda tamamlanması gereken 4 tane üçgen bulunmaktadır. Bunları tamamlayabilmek için 7, 8, 9, 10 cm lik dört adet kibrit çöpü var. Ancak sizden her üçgenin çevresinin bu çöpleri kullanarak oluşturulabilecek en büyük çevre uzunluğuna sahip olması isteniyor. Bir çöpü sadece bir yere yerleştirebilirsiniz. Oklarla hangi doğru parçasının nereye yerleştirilmesi gerektiğini gösteriniz.

2)



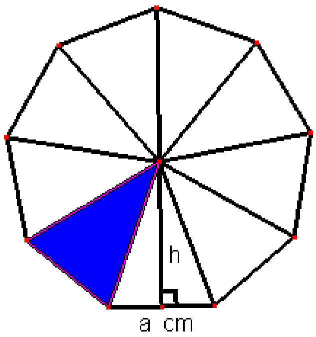
Yukarıda tamamlanması gereken 4 tane üçgen bulunmaktadır. Bunları tamamlayabilmek için 1, 2, 3, 4 cmlik dört adet kibrit çöpü var. Ancak sizden her üçgenin çevresinin bu çöpleri kullanarak oluşturulabilecek en küçük çevre uzunluğuna sahip olması isteniyor. Bir çöpü sadece bir yere yerleştirebilirsiniz. Oklarla hangi doğru parçasının nereye yerleştirilmesi gerektiğini gösteriniz.

3) Elinizi kâğıttan kaldırmadan 11 tane doğru parçasıyla en çok kaç bölge oluşturabilirsiniz? Bu sayıya ulaşmak için daha az sayıda doğu parçaları çizip oluşan bölge sayıları arasında örüntü kurabilir ya da hemen 11 doğru parçasıyla sonuca ulaşmaya çalışabilirsiniz.

4) "n" tane kenarı olan bir çokgenin iç açıları toplamı neden (n-2).180° dir?

5)Tüm çokgenlerde dış açılar toplamı neden 360 ° dir?

6)



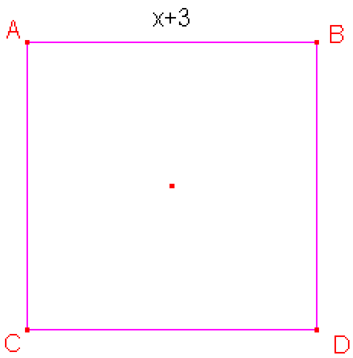
Yandaki şekil bir düzgün dokuzgendir. Bir kenarının uzunluğu a cm dir. İçinde oluşturulan üçgenlerin her birinin yüksekliği h cm dir. Bu durumda,

Çokgenin çevresini a cinsinden yazınız.
İçindeki üçgenlerden birinin alanını a ve h cinsinden bulunuz.
Çokgenin alanını a ve h cinsinden yazınız.
$\dfrac{\text{Çokgenin alanı}}{\text{Çokgenin çevresi}}$ bölümünü h cinsinden yazınız.

7) Dairenin alanı neden $\pi.r^2$dir?

8) Üçgenin alanının neden $\dfrac{\text{taban x yükseklik}}{2}$dir?

9) ABCD bir karedir. Bu kareyi parçalara ayırarak $(x+3)^2=x^2+6x+3^2$ olduğunu gösteriniz.



Bu durumda $(a+b)^2$ ifadesinin genel açılımını siz de bir kareyi parçalara ayırarak gösteriniz.

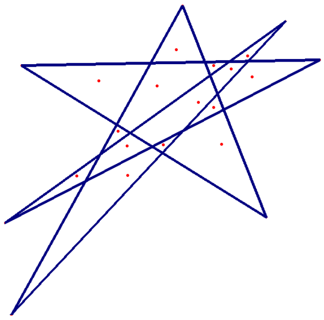
10) Üçgenin iç açıları toplamı neden 180°dir?

8.3. Ek-3 İspat Becerileri Değerlendirme Testi Puanlama Anahtarı (Rubric)

1)Çözümün toplam değeri 10 puandır.
Her bir üçgenin doğru şekilde tamamlanması 2,5 puan değerindedir.

2) Çözümün toplam değeri 10 puandır.
Her bir üçgenin doğru şekilde tamamlanması 2,5 puan değerindedir.

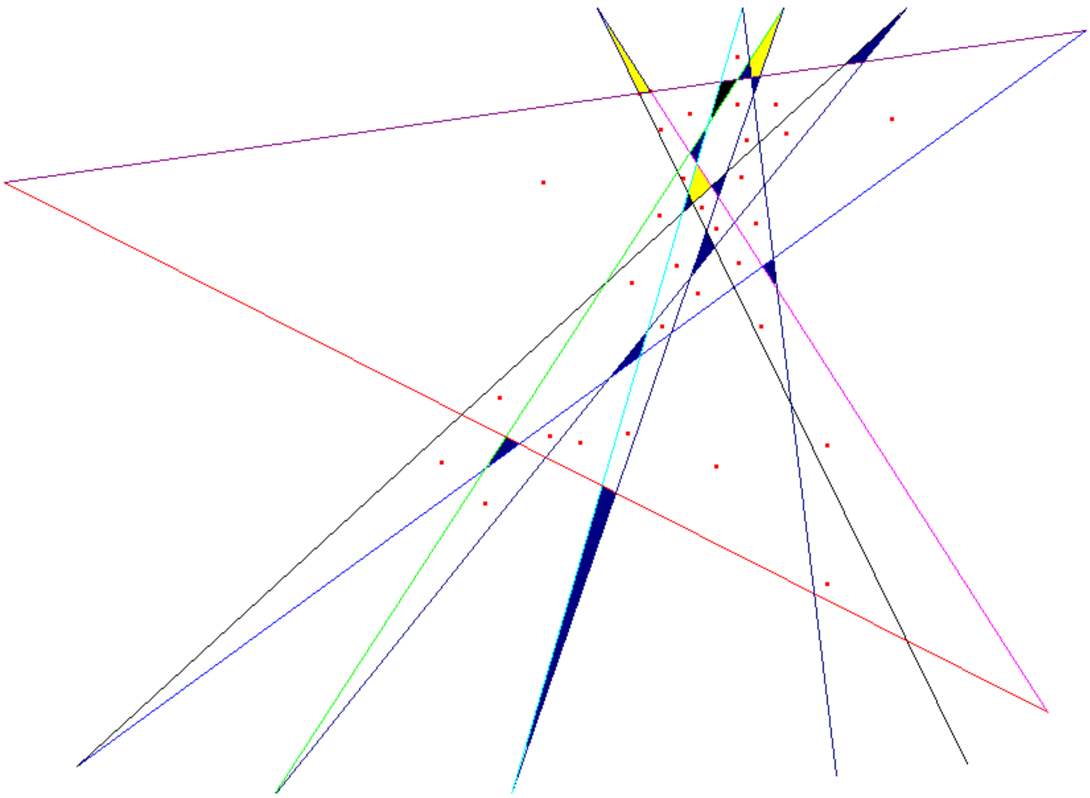
3) Çözümün toplam değeri 15 puandır.



1 doğru parçasıyla maksimum 0 bölge
2 doğru parçasıyla maksimum ***0*** bölge
3 doğru parçasıyla maksimum ***1*** bölge (1 puan)
4 doğru parçasıyla maksimum ***3***bölge
5 doğru parçasıyla maksimum ***6*** bölge (2 puan)
6 doğru parçasıyla maksimum ***10*** bölge
7 doğru parçasıyla maksimum ***15*** bölge (4 puan)
6. veya 7. doğru parçasını çizildiğinde örüntü fark edilebilir. (4 puan)

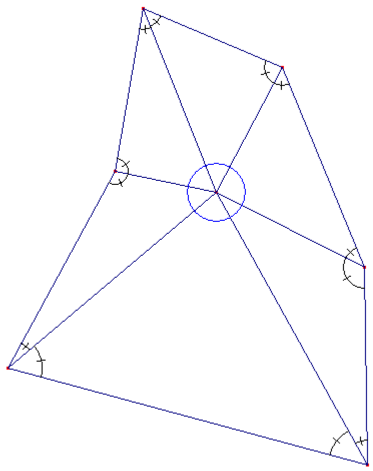
Artık çizim yapmadan,
8 doğru parçasıyla maksimum ***15+6=21*** bölge (1 puan)
9 doğru parçasıyla maksimum ***21+7=28*** bölge (1 puan)
10 doğru parçasıyla maksimum ***28+8=36*** bölge (1 puan)
11 doğru parçasıyla maksimum ***36+9=45*** bölge oluşacağı görülür. (1 puan)

Veya 11 tane doğru parçasını ucuca ekleyerek çizim yapılır ve bölge sayısı yine elde edilebilir.



2. doğru parçasından itibaren her doğru çizilen doğru parçası için 1 puan verilecektir.

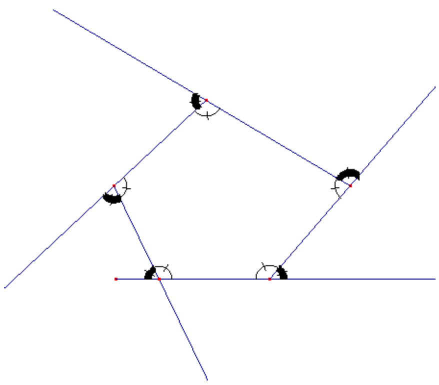
4) Çözümün toplam değeri 11 puandır.



Herhangi bir çokgen çizilir.
Çokgenin içinde herhangi bir nokta seçilir. (2 puan)
Bu nokta ile çokgenin her bir köşesini birleştiren doğru parçaları çizilir. (2 puan)
Bu nokta tüm üçgenlerin tepe noktası olarak kabul edilir.
Üçgenlerin iç açıları toplamından tepe açıların toplamı çıkarıldığında geriye sadece çokgenin iç açıları toplamı kalır.
n = kenar sayısı

Çokgeniniç açıların toplamı = Tüm üçgenlerin iç açıları toplamı - Tepe açıların toplamı
= n .180 - 360
(5 puan)
= n.180-2.180
= (n-2).180 (2 puan)

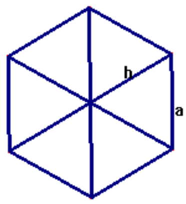
5) Çözümün toplam değeri 8 puandır.



Şeklin çizimi, iç ve dış açıların gösterimi (1 puan)
Her bir iç açının kendi dış açısıyla toplamı 180º dir.
O halde şekilde bulunan tüm açıların toplamı n .180ºdir.
İç açıların toplamının (n-2).180 olduğu bilinmektedir.
Tüm açılar – İç açılar = Dış açılar (4 puan)
n .180 - (n-2) =
= (n-n+2).180 (2 puan)
= 2 .180
= 360º (1 puan)

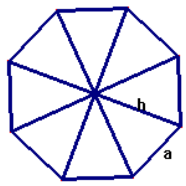
6) Çözümün toplam değeri 8 puandır.
Çevrenin 9.a olarak bulunması (1 puan)
Üçgenlerden herhangi birinin alanının a.h / 2 olarak bulunması (2 puan)
Çokgenin alanının 9.a.h/2 olarak bulunması (2 puan)
Çokgenin alanı/çokgenin çevresi h/2 olarak bulunması (3 puan)

7) Çözümün toplam değeri 13 puandır.



Çemberin sonsuz tane köşesi olan bir düzgün çokgen olduğu fark edilir. (6 puan)
Bir yada iki tane düzgün çokgen çizilir.
Çokgenlerin alanları ile çevreleri arasındaki ilişki fark edilir.

Alan(Altıgen) = 6.a.h/2 = 3.a.h = Çevre (Altıgen).h/2
Alan (Sekizgen) = 8.a.h/2 = 4.a.h = Çevre (Sekizgen).h/2 (4 puan)

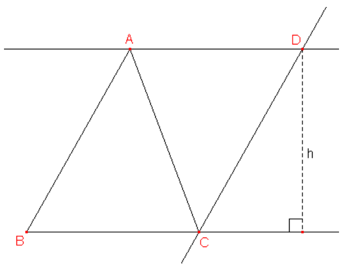


Bir düzgün sonsuzgen olduğu düşünülen çember için aynı uygulama yapılırsa,

Alan (Çember) = Çevre (Çember).h/2 (1 puan)
Çevre = 2.π.r ve h = r ise
Alan (Çember) = Çevre (Çember).r/2 (1 puan)
Alan (Çember) = 2.π.r.r/2

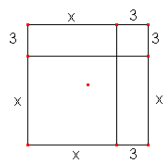
Alan (Çember) = π.r^2 olduğu görülür. (1 puan)

8) Çözümün toplam değeri, 6 puandır.

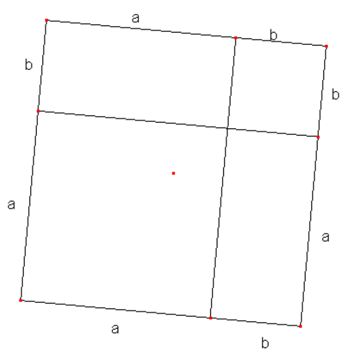


Herhangi bir ABC üçgeninde [BA] ya C noktasından, [BC] ye A noktasından paralel doğrular çizilir. (2 puan)
Yeni oluşan ACD üçgeninin BAC üçgeni ile eş üçgen olduğu fark edilir. (2 puan)
Paralelkenarın alanı [BC].h ve üçgenler de eş olduğundan
Alan (ABC) = [BC].h/2 olduğu görülür. (2 puan)

9) Çözümün toplam değeri 10 puandır.

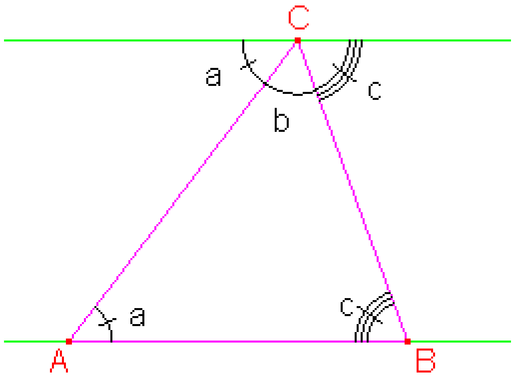


Kare şekildeki gibi parçalandığında, (4 puan)
$(x+3)^2 = x^2+3x+3x+3^2 = x^2+6x+9$ olur. (2 puan)



a+bnin genel açılımını yapabilmek için bir kenarının uzunluğu a+b olan kare çizilir ve şekildeki gibi parçalanır. (2 puan)
Bu durumda,
$(a+b)^2 = a^2+ab+ab+b^2 = a^2+2ab+b^2$ olduğu görülür. (2 puan)

10) Çözümün toplam değeri 9 puandır.



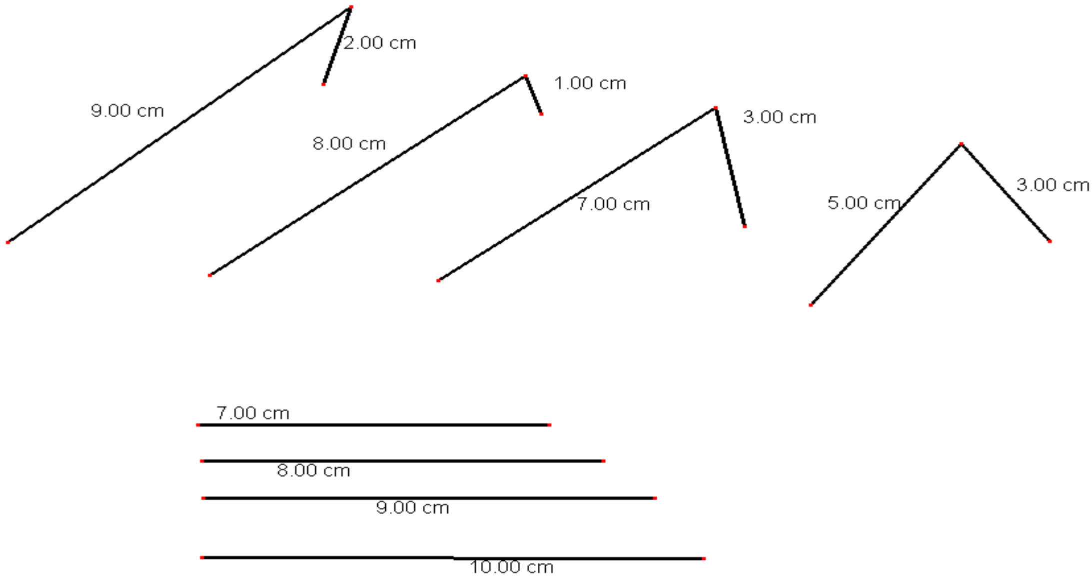
Birbirine paralel iki doğru çizilir. (4 puan)
Doğrulardan birinin üzerinde A ve B gibi iki farklı nokta seçilir.
Tabanı [AB] doğru parçası ve tepe noktası ise diğer doğru üzerinde olan bir üçgen çizilir. Üçgenin tepe noktası C noktası olsun. (2 puan)
Bu durumda eşit açılar göz önünde bulundurulursa a+b+c=180° olduğu görülür. (3 puan)

Soru	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Toplam
Puan değeri	10	10	15	11	8	8	13	6	10	9	100

8.4. Ek-4 Kapsam Geçerliliği Uzman Görüşü Rubriği

Yönerge: Her bir soruya ait kazanımlar soruların altında verilmiştir. Öğrencilerin bu kazanımları elde edip etmediğini ölçmek için kullanılan soruların, kazanımlara uygunluk derecesini verilen kutuları işaretleyerek değerlendirmeniz istenmektedir.

1)



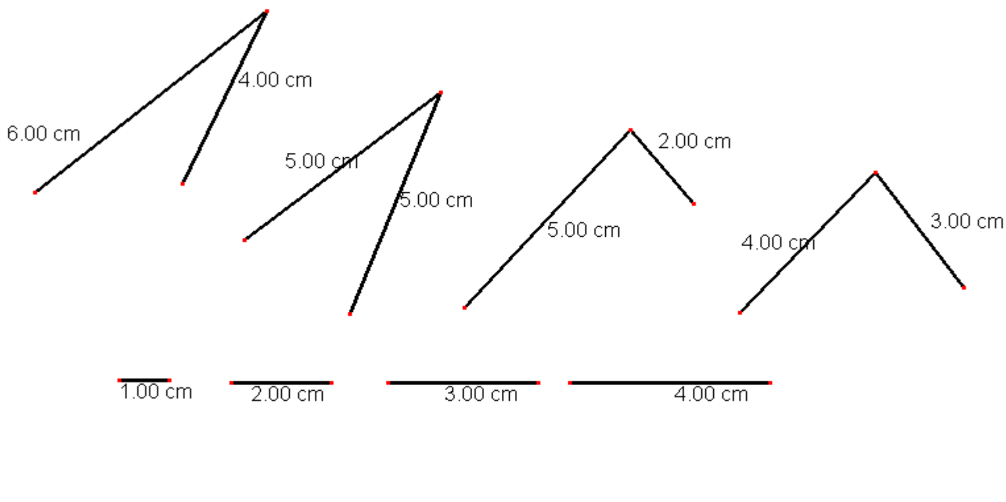
Yukarıda tamamlanması gereken 4 tane üçgen bulunmaktadır. Bunları tamamlayabilmek için 7, 8, 9, 10 cm lik dört adet kibrit çöpü var. Ancak sizden her üçgenin çevresinin bu çöpleri kullanarak oluşturulabilecek en büyük çevre uzunluğuna sahip olması isteniyor. Bir çöpü sadece bir yere yerleştirebilirsiniz. Oklarla hangi doğru parçasının nereye yerleştirilmesi gerektiğini gösteriniz.

Kazanım: Üçgen eşitsizliğinde iki kenarın toplamının diğer kenarla ilişkisini fark edebilir.

☐ Uygun ☐ Kısmen Uygun ☐ Uygun Değil

---

2)



Yukarıda tamamlanması gereken 4 tane üçgen bulunmaktadır. Bunları tamamlayabilmek için 1, 2, 3, 4 cmlik dört adet kibrit çöpü var. Ancak sizden her üçgenin çevresinin bu çöpleri kullanarak oluşturulabilecek en küçük çevre uzunluğuna sahip olması isteniyor. Bir çöpü sadece bir yere yerleştirebilirsiniz. Oklarla hangi doğru parçasının nereye yerleştirilmesi gerektiğini gösteriniz.

Kazanım: Üçgen eşitsizliğinde iki kenarın farkının diğer kenarla ilişkisini fark edebilir.

☐ Uygun ☐ Kısmen Uygun ☐ Uygun Değil

---

3) Elinizi kâğıttan kaldırmadan 11 tane doğru parçasıyla en çok kaç bölge oluşturabilirsiniz? Bu sayıya ulaşmak için daha az sayıda doğu parçaları çizip oluşan bölge sayıları arasında örüntü kurabilir ya da hemen 11 doğru parçasıyla sonuca ulaşmaya çalışabilirsiniz.

Kazanım: Maksimum bölge sayısını elde edebilmek için her bir doğru parçasının kendinden önce çizilen tüm doğru parçalarıyla kesiştirilmesi gerektiğini fark edebilir.

☐ Uygun ☐ Kısmen Uygun ☐ Uygun Değil

---

4) "n" tane kenarı olan bir çokgenin iç açıları toplamı neden (n-2).180° dir?

Kazanım: Çokgende iç açılar toplamının neden (n-2).180° olduğunu ispatlayabilir.

☐ Uygun ☐ Kısmen Uygun ☐ Uygun Değil

---

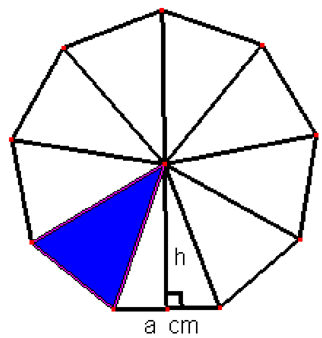
5)Tüm çokgenlerde dış açılar toplamı neden 360 ° dir?

Kazanım: Çokgende dış açılar toplamının neden 360° olduğunu ispatlayabilir.

☐ Uygun ☐ Kısmen Uygun ☐ Uygun Değil

---

6)



Yandaki şekil bir düzgün dokuzgendir. Bir kenarının uzunluğu a cm dir. İçinde oluşturulan üçgenlerin her birinin yüksekliği h cm dir. Bu durumda,

\# Çokgenin çevresini a cinsinden yazınız.
\# İçindeki üçgenlerden birinin alanını a ve h cinsinden bulunuz.
\# Çokgenin alanını a ve h cinsinden yazınız.
\# $\dfrac{\text{Çokgenin alanı}}{\text{Çokgenin çevresi}}$ bölümünü h cinsinden yazınız.

Kazanım: Düzgün çokgende çevre ve alan arasındaki bağıntıyı gösterebilir.

☐ Uygun ☐ Kısmen Uygun ☐ Uygun Değil

---

7) Dairenin alanı neden $\pi.r^2$dir?

Kazanım: Dairenin alanının neden $\pi.r^2$ olduğunu ispatlayabilir.

☐ Uygun ☐ Kısmen Uygun ☐ Uygun Değil

---

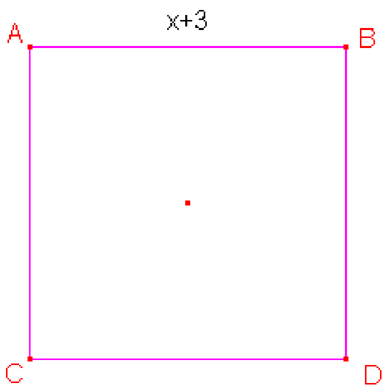
8) Üçgenin alanının neden $\frac{\text{taban x yükseklik}}{2}$ dir?

Kazanım: Üçgenini alanının neden taban ve yüksekliğin çarpımının yarısı olduğunu ispatlayabilir.

☐ Uygun ☐ Kısmen Uygun ☐ Uygun Değil

---

9) ABCD bir karedir. Bu kareyi parçalara ayırarak $(x+3)^2=x^2+6x+3^2$ olduğunu



göstereniz.
Bu durumda $(a+b)^2$ ifadesinin genel açılımını siz de bir kareyi parçalara ayırarak gösteriniz.

Kazanım: Tam kare ifadelerin geometrik şekiller üzerinde açılımlarına eşit olduğunu gösterebilir.

☐ Uygun ☐ Kısmen Uygun ☐ Uygun Değil

---

10) Üçgenin iç açıları toplamı neden 180°dir?

Kazanım: Üçgenin iç açıları toplamının neden 180° olduğunu ispatlayabilir.

☐ Uygun ☐ Kısmen Uygun ☐ Uygun Değil

ÖZGEÇMİŞ

1988 yılında Erzincan'da doğdu. İlk ve orta öğrenimini Göktürk İlköğretim Okulu ve Nevzat Ayaz Fen Lisesi'nde tamamladı. 2009 yılında Atatürk Üniversitesi Erzincan Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği Bölümü'nden mezun oldu. 2010 yılında Dumlupınar Üniversitesi Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Eğitimi Anabilim Dalı'na araştırma görevlisi olarak atandı ve halen bu görevine devam etmektedir.