ERZİNCAN ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN "PIRIE VE KIEREN MODELİ" NE GÖRE MATEMATİKSEL ANLAMA SEVİYELERİNİN BELİRLENMESİ

Erol ARSLAN

İLKÖĞRETİM BÖLÜMÜ MATEMATİK EĞİTİMİ ANABİLİM DALI

ERZİNCAN
2013

Yrd. Doç. Dr. İbrahim BUDAK danışmanlığında, Erol ARSLAN tarafından hazırlanan bu çalışma 13.09.2013 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından İlköğretim Anabilim Dalı Matematik Eğitimi Bilim Dalı'nda Yüksek Lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

Başkan	: Yrd. Doç. Dr. Arif DANE	*İmza:*
Üye	: Yrd. Doç. Dr. İbrahim BUDAK	*İmza:*
Üye	: Yrd. Doç. Dr. Yavuz SELİM	*İmza:*

Yukarıdaki sonucu onaylarım.

Prof. Dr. Recep POLAT
Enstitü Müdürü

ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN "PIRIE VE KIEREN MODELİ" NE GÖRE MATEMATİKSEL ANLAMA SEVİYELERİNİN BELİRLENMESİ

Erol Arslan

Erzincan Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü

İlköğretim Matematik Eğitimi Anabilim Dalı

Danışman: Yrd. Doç. Dr. İbrahim Budak

Bu araştırmanın amacı; ortaokul öğrencilerinin kesirlerle ilgili matematik problemleri çözerken *Pirie ve Kieren Modeli*'ne göre matematiksel anlama seviyelerini belirlemektir. Ayrıca çalışmada öğrencilerin matematiksel anlama seviyelerindeki değişikliğin nelere (cinsiyet, başarı durumu, bulundukları sınıf) bağlı olduğu belirlenmeye çalışılmıştır. Katılımcılar, Artvin ilindeki iki devlet okulunun 6. ve 7. sınıflarından seçilen 55 öğrenciden oluşmaktadır. Amaçsal örneklemenin kullanıldığı bu çalışmada, öğrencilerin seçiminde matematik başarı notları ve öğretmen görüşleri etkili olmuştur. Öğrenciler, öğretmenleri tarafından başarı durumlarına göre düşük, orta ve yüksek başarılı olmak üzere üç grup halinde seçilmiştir. Araştırmanın modeli, nitel araştırma desenlerinden durum çalışmasıdır. Araştırmaya katılan her bir öğrenci ayrı bir "durum" olarak incelenmiştir. Veriler, görüşmeler ve öğrencilerin yazılı dokümanlarından elde edilmiştir. Öğrencilere kesirler konusu ile alakalı iki açık uçlu problem yöneltilmiştir. Öğrencilerin matematiksel anlama seviyelerini belirlemek için "Pirie ve Kieren Matematiksel Anlamanın Gelişimi Modeli" kullanılmıştır. Elde edilen verilerin analizinde SPSS 15.0 kullanılmıştır. Araştırma sonucunda öğrencilerin matematiksel anlama seviyeleri belirlenmiş ve anlama seviyelerindeki değişikliğin nedeni ile ilgili bilgiler verilmiştir.

Araştırmada ayrıca bulgular çerçevesinde, bu konularda çalışma yapmak isteyen araştırmacılara ve eğitimcilere yönelik önerilerde bulunulmuştur.

2013, 91 sayfa

Anahtar Kelimeler: Matematiksel Anlama, Pirie ve Kieren, Problem Çözme, Kesirler

ABSTRACT

Master Thesis

IDENTIFYING SECONDARY SCHOOL STUDENTS' DEVELOPMENT OF MATHEMATICAL UNDERSTANDING LEVELS BASED ON THE PIRIE AND KIEREN MODEL

Erol Arslan

Erzincan University

Graduate School of Natural and Applied Sciences

Department of Elementary Mathematics Education

Supervisor: Asst. Prof. Dr. İbrahim Budak

The purpose of this study; to determine the problems of secondary school students' level of comprehension solving math problems on fraction according to Pirie and Kieren Model. We also study changes and affects in the levels of students' mathematical understanding like (gender, achievement level, in which class) . Participants are selected among 55 students who are in two state schools' 6th and 7th classes- in the province of Artvin-. Purposeful sampling used in this study, the opinions of students and teachers in the selection of mathematics achievement scores have been effective. Students are selected by teachers according to their success in low, medium and high-into three groups. The research design is a case study which is one of qualitative research technics. Each student participating in the study is investigated as a separate "state" .Data were obtained from interviews and documentation of students' writing. Students are asked two open-ended problems on fractions. To determine the level of students' mathematical understanding "Pirie and Kieren Development of Mathematical Model of Understanding" is used. The data was analyzed using SPSS 15.0. Levels of students' mathematical understanding and comprehension levels are determined as a result of research . And the cause of the change has been given.

Also within the framework of the research findings, recommendations for researchers and educators who want to study such kinds of subjects .

2013, 91 pages

Keywords: Mathematıcal Understandıng, Pırıe And Kıeren, Problem Solvıng, Fractions

TEŞEKKÜR

Çalışmalarım boyunca değerli yardım ve katkılarıyla beni yönlendiren ve tecrübelerinden faydalandığım saygıdeğer hocalarım Yrd. Doç. Dr. Ayfer Budak ve Yrd. Doç. Dr. İbrahim Budak' a teşekkürü bir borç bilirim. Ayrıca maddi katkılarından dolayı TÜBİTAK'a içten teşekkürlerimi sunuyorum.

Hayatımın her aşamasında olduğu gibi, bu çalışmamda da maddi ve manevi desteğini, sevgisini veren sevgili aileme gönülden, sınırsız teşekkürlerimi sunarım.

Erol Arslan

Eylül, 2013

İÇİNDEKİLER

SİMGELER ve KISALTMALAR

Simgeler

f : frekans

% : yüzde

p : anlamlılık seviyesi

N : birey sayısı

Kısaltmalar

MEB : Milli Eğitim Bakanlığı

NCTM : National Council of Teachers of Mathematics

TIMSS : (Trends in International Mathematics and Science Study (Uluslararası Matematik ve Fen Eğilimleri Araştırması))

PISA : (Programme For International Student Assessment (Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı))

SPSS : Statistical Package for Social Sciences

Vb. : ve benzeri

TABLOLAR LİSTESİ

ŞEKİLLERİN LİSTESİ

1. GİRİŞ

Bu bölümde araştırmanın problem durumu ve alt problemler, araştırmanın amacı ve önemi, varsayımları ve sınırlılıkları ile ilgili bilgi verilecektir.

1.1. Problem Durumu

1.1.1. Matematik ve matematik eğitimi

Bilim ve teknoloji alanındaki hızlı gelişmelerin yaşandığı günümüzde bu gelişmelere ayak uydurabilecek bireylerin yetiştirilmesi çok büyük öneme sahiptir. Bu yetiştirme işinin de eğitimle olacağı açıkça görülmektedir. Dolayısıyla bilimsel ve teknolojik gelişmelerin yanında eğitim alanında da gelişmelerin olması kaçınılmaz bir hal almıştır.

Günlük yaşamda, matematiği kullanabilme ve anlayabilme gereksinimi önem kazanmakta ve sürekli artmaktadır. Değişen dünyamızda, matematiği anlayan ve matematik yapanlar, geleceğini şekillendirmede daha fazla seçeneğe sahip olmaktadır. Değişimlerle birlikte matematiğin ve matematik eğitiminin belirlenen ihtiyaçlar doğrultusunda yeniden tanımlanması ve gözden geçirilmesi gerekmektedir (Milli Eğitim Bakanlığı (MEB), 2009). Ülkemizde ve dünyadaki yeni eğitim anlayışı içinde matematik eğitimi ayrıcalıklı bir yere ve öneme sahip olmaya başlamıştır. Bunu 2000 yılının Birleşmiş Milletler tarafından "Matematik Yılı" ilan edilmesinden de anlayabiliriz (Aladağ, 2009).

Antik Yunan'dan günümüze kadar birçok bilim adamı tarafından matematiğin tanımı yapılmış ve ne olduğu araştırılmıştır (Halmos, 1994).

Türk Dil Kurumu sözlüğünde matematik "biçim sayı ve çoklukların yapılarını, özelliklerini ve aralarındaki ilişkilerini us bilim yoluyla inceleyen ve sayı bilgisi, cebir ve uzam bilgisi gibi dallara ayrılan bilim" olarak tanımlanmaktadır.

Yıldızlar (2001)' e göre matematik genel olarak, insanın doğasında olmayan, kendi kendine geliştirdiği, zihinsel olarak oluşturduğu dil, mantıklı düşünmeyi geliştiren ve çevresini anlamasında yardımcı bir sistemdir.

Toluk (2003)' e göre matematiğin genel olarak sayı ve şekil bilgisi, işlemler ve kurallar topluluğu, desenler ve düzenler bilimi gibi değişik tanımları mevcuttur.

Görüldüğü gibi matematikle ilgili ortak bir tanım yapılamamıştır. Fakat matematiğin ve onun eğitiminin önemli olduğu herkesin ortak kabulüdür.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM)' in 2000 yılındaki açıklamasına göre değişen dünyada matematiği anlayabilen ve kullanabilen insanlar önemli yerlere gelme ve geleceklerini biçimlendirme imkânına sahip olabileceklerdir. Matematiksel yetenek, parlak ve üretici bir geleceğin kapılarını açarken bu yeteneğin eksikliği aynı kapıları kapatacaktır.

Matematik, birçok bilim dalının kullandığı bir araç olup, ayrıca modern insanın objektif ve özgür düşünmesine, özgüveninin artmasına, karşılaştığı problemlerdeki sebep-sonuç ilişkilerini açıklamasına yardımcı olacak yetenek ve becerilerinin gelişmesine katkı sağlamaktadır. Çağımızda bilim ve teknolojideki hızlı ilerleme, her alanda yeni bilgi, beceri, teknik ve teknolojik araçları gündeme getirmektedir. Bu nedenle matematiği bilen, anlayan ve yorumlayan insanlara gereksinim duyulmaktadır (Alkan ve Altun, 1998).

Ersoy ve Erbaş (2005)' e göre ise matematik, yalnız bilim insanlarının veya mühendislerin gereksinim duyduğu ortak iletişim dili ve etkin bir araç değildir. Matematik, pek çok yetişkin ve iş gören için edinilmesi gereken temel ve zorunlu bilgiler, bir takım beceriler içerir; ayrıca, bireylerin günlük yaşamlarını sürdürmede çok önemli işlevleri vardır. Özellikle zorunlu eğitimin ilk basamağı olan ilköğretim okullarındaki matematik derslerinde yer alan kavramlar, kurallar ve işlem bilgileri, demokratik ülkelerde her yurttaş için gerekli olduğundan bu konularda herkesin okuryazar olması; matematikte güçlenmesi gerekmektedir.

Yukarıdaki tanım ve açıklamalardan da anlaşılacağı üzere matematik eğitimi bireylerin ve ulusların kalkınması açısından çok büyük bir öneme sahiptir ve ülkemizde de matematiği anlayan ve kullanabilen öğrencilerin eğitimi ile özel olarak ilgilenilmelidir. Türkiye'nin de içinde bulunduğu TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study (Uluslararası Matematik ve Fen Eğilimleri Araştırması)) ve PISA (Programme For International Student Assessment (Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı)) gibi araştırma raporlarında, matematik alanında öğrencilerimizin başarı düzeylerinin istenilen seviyede olmadığı görülmektedir (Toptaş ve diğerleri, 2012).

Matematik bu kadar önemli bir bilim dalı olmasına rağmen öğrencilerimizin uluslararası yarışmalarda başarı düzeylerindeki düşüklük üzüntü vericidir. Matematik eğitimine farklı bir bakış açısı sunabilmek ve öğrencilerin matematiksel anlamalarını daha iyi kavrayabilmek için çalışmanın matematik eğitimi alanında yapılması uygun görülmüştür.

1.1.2. Matematik ve anlama

"Yaşamda korkulacak bir şey yoktur: Yeter ki anlaşılsın."
Madame CURIE

Birçok insana göre matematik, hayatını zehir eden derslerden, içine korku salan sınavlardan ve okulu bitirir bitirmez kurtulacağı bir kâbustur. Bazıları içinse matematik, hayatı anlamanın ve sevmenin bir yolu olabilmiştir. Çünkü sevmenin yolu, her şeyde olduğu gibi burada da anlamaktan geçer. Ancak anlayabildiğimiz şeyleri severiz. Anlamadıklarımıza karşı ise olumsuz bir tutum sergileriz. İnsanlar matematiği tam olarak anlayamadıklarından dolayı bu alana karşı olumsuz tutum sergilemektedirler (Soylu ve Soylu, 2006).

Göğüş (1978)' e göre anlama yazının ya da konuşmanın ne demek istediğini algılamaktır.

Güneş (2000)' e göre anlama; inceleme ve seçim yapma, bir karara varma, çevirme, yorumlama, öteleme, analiz-sentez yapma ve değerlendirme gibi zihin faaliyetlerini içermektedir.

1.1.3. Problem çözme

Olkun ve Toluk (2003)' e göre problem, kişide çözme arzusu uyandıran, çözüm prosedürü hazırda olmayan fakat kişinin bilgi ve deneyimlerini kullanarak çözebileceği durumlardır.

Umay'a (2007) göre ise problem, çözümün açıkça görülmediği, çözenin zihnini yoklamasını, kendinden bir şeyler katarak bir çözüm düşünmesini gerektiren bir durumdur.

John Dewey problemi, insan zihnini karıştıran, ona meydan okuyan ve inancı belirsizleştiren her şey olarak tanımlamaktadır (Baykul, 2006).

Problem için verilen tanımlar analiz edildiğinde bir durumun problem olabilmesi için insan zihnini karıştırması gerektiği sonucuna varılabilir. O nedenle karşılaşılan durumun yeni olması ve bireyin durumla daha önce hiç karşılaşmamış olması gerekmektedir. Bu nedenle bir birey için problem olan bir durum başka bir birey için problem olmayabilir (Gür ve Korkmaz, 2003).

Talim ve Terbiye Kurulu tarafından yayınlanan İlköğretim Matematik Dersi 6-8. Sınıflar Öğretim Programı ve Kılavuzu (2009) da problem çözme yaklaşımı ile ilgili şu ifadeler yer almaktadır:

Problem çözme matematik dersinin ayrılmaz bir parçasıdır. Problem, çözüm yolu önceden bilinen alıştırma ve soru olarak algılanmamalıdır. Bir matematiksel durumun problem olabilmesi için farklı birkaç bilgi becerilerin birlikte kullanılmasına ihtiyaç duyulmalı ve alışagelmiş çözüm yolu olmamalıdır. Problem, öğrenci yaşantısıyla ilgili olmalı, ilgi çekmeli ve ihtiyaç hissettirmelidir. Bu durumda öğrencilerin, kazandıkları matematiksel bilgi ve beceriler daha anlamlı olacak ve bu bilgiyi farklı durumlara uygulamaları kolaylaşacaktır. Matematik dersinde açık uçlu problemlere de yer verilmelidir. Bu problemler birden fazla strateji kullanarak çözülebilen veya farklı sonuçlar elde edilen türde problemlerdir.

Problem çözme yaklaşımında öğrencilere problem üzerinde uğraşmaları için fırsat tanınmalı ve yaratıcı olmaları için ortam düzenlenmelidir. Problem çözme, başlı başına konu değil bir süreçtir. Bu süreçte, problem çözme becerilerinin kazandırılması ve kullanılması hedeflenmiştir ve büyük önem taşımaktadır. Problem çözme kapsamlı bir şekilde ele alınmalıdır. Öğrencilerin problemleri farklı yollardan çözebileceği ve problem çözme ile ilgili düşüncelerini akran ve öğretmenleriyle rahatlıkla paylaşabileceği sınıf ortamları oluşturulmalıdır. Ayrıca öğrenciler, problem çözme sürecinde farklı çözüm yollarına değer vermeyi öğrenmelidir. Öğrencinin problemi nasıl çözdüğü, problemdeki hangi bilgilerin bu çözüme katkıda bulunduğu, problemi nasıl temsil ettiği (tablo, şekil vb.), seçtiği stratejinin ve temsil biçiminin çözümü nasıl kolaylaştırdığı üzerinde durulmalıdır.

Mestre (1991)' e göre problem çözme yaklaşımının eğitimindeki temel amacı "ileri düzeyde düşünmeyi geliştirmek" tir.

Öğrenciler, problem çözme sürecinde başarı kazandıkça, kendi çözüm yollarına değer verildiğini hissettikçe, kendilerinin de matematiği yapabileceklerine ilişkin güvenleri artar. Böylece öğrenciler problem çözerken daha sabırlı ve yaratıcı bir tutum içine girerler.

Matematiği kullanarak iletişim kurmayı öğrenirler ve üst düzey düşünme becerilerini geliştirirler (MEB, 2009).

Problem çözmede başarı, okul matematiğinin amaçları arasında önemli bir yer işgal etmektedir. Bu nedenle problem ve problem çözmenin yapısı ile problem çözmede başarının artırılması, pek çok eğitimci ve psikolog tarafından üzerinde çalışılan bir konudur (Soylu ve Soylu, 2006).

1.2. Araştırma Problemi

Araştırmanın ana problemi "Ortaokul öğrencileri matematik problemleri çözerken *Pirie ve Kieren Matematiksel Anlamanın Gelişimi Modeli'* nde hangi seviyelere kadar çıkabilmektedir?" sorusunun araştırılmasıdır.

1.3. Alt Problemler

Araştırmanın alt problemleri olarak aşağıdaki problemler seçilmiştir.

Ortaokul 6. ve 7. sınıf öğrencilerinin kesirler konusunda;

1. *Bulundukları sınıfa* göre matematiksel anlamaları ve anlama haritaları nasıldır?
2. *Sınıflarındaki başarı durumlarına* göre matematiksel anlamaları ve anlama haritaları nasıldır?
3. *Bulundukları sınıfa* göre matematiksel anlama düzeyleri arasında bir fark var mıdır?
4. *Sınıflarındaki başarı durumlarına* göre matematiksel anlama düzeyleri arasında bir fark var mıdır?
5. *Cinsiyete* göre matematiksel anlama düzeyleri arasında bir fark var mıdır?

1.4. Araştırmanın Amacı

Çalışmanın amacı ortaokul öğrencilerinin kesirlerle ilgili matematik problemleri çözerken *Pirie ve Kieren Modeli*'ne göre matematiksel anlama seviyelerini belirlemektir.

1.5. Araştırmanın Önemi

Pirie ve Kieren (1994)' te öğrencilerin matematiksel anlama seviyelerindeki değişikliğin nelere (kişi, konu, sınıf vb.) bağlı olduğunun henüz tespit edilemediğini belirtilmektedir. Bu çalışma değişikliğin nelere bağlı olduğu hakkında bilgi verebilecek bir çalışma olması bakımından önemlidir.

Ülkemizde yapılan çalışmalar içerisinde okuduğunu anlama ile ilgili çalışmaların bulunduğu (Ocak, 2004; Sallabaş, 2008 vb.) fakat öğrencilerin matematiksel anlamaları ile ilgili yeterli sayıda çalışmanın bulunmadığı görülmüştür. Bu çalışma matematiksel anlama ile ilgili yapılan az sayıdaki çalışmadan biri olması ve ileride bu alanda yapılacak çalışmalara öncülük edebilmesi açısından önemlidir.

1.6. Varsayımlar

1. Görüşme yapılan öğrencilerin sorulan soruları içtenlikle yanıtladıkları; problemleri samimiyetle ve ciddiyetle çözdükleri varsayılmıştır.
2. Araştırmada kullanılan ölçme araçlarının ölçülmek istenen davranışları doğru olarak ölçtüğü varsayılmıştır.

1.7. Sınırlılıklar

1. Bu araştırma başarı seviyesi bakımından orta seviyede bulunan iki devlet okulundan seçilen 6. ve 7. sınıf öğrencileri ile sınırlıdır.
2. Bu araştırma da elde edilen veriler görüşme, yazılı doküman ve kamera kayıtları ile sınırlıdır.

1.8. Tanımlar

<u>Problem:</u> Kişide çözme arzusu uyandıran, insan zihnini karıştıran her şeydir.

<u>Problem Çözme:</u> Ne yapılacağının bilinemediği durumlarda yapılacak olanı bilebilme becerisidir.

<u>Matematiksel Anlama (Mathematical Understanding):</u> Bireyin beyninde ya da hafızasında organize edilmiş bilgidir. Bu bilgi diğer bilgiler ile ilişkilendirildiğinde ya da bağ kurulduğunda matematiksel anlamadan söz edilebilir.

2. KAYNAK ÖZETLERİ

2.1. Matematik Öğretimi ve Problem Çözme

2.1.1. Matematik öğretimi

Matematiğin insan hayatındaki önemi ve bilimsel hayatın gelişmesine olan katkısından ötürü, matematik öğretimi önem kazanmaktadır. Matematik öğretimine okul öncesinden başlayarak, ilköğretim ve sonrasında geniş bir zaman ayrılmaktadır. Matematik öğretiminin amacı genel olarak şu şekilde ifade edilebilir. Kişiye günlük hayatın gerektirdiği matematik bilgi ve becerileri kazandırmak, ona problem çözmeyi öğretmek ve olayları problem çözme atmosferi içinde ele alan bir düşünme biçimi kazandırmaktır (Alkan ve Altun, 1998).

2009 yılında yayınlanan ilköğretim matematik dersi öğretim programında ise ilköğretim matematiğinin genel amaçları şu şekilde ifade edilmiştir:

1. Matematiksel kavramları ve sistemleri anlayabilecek, bunlar arasında ilişkiler kurabilecek, bu kavram ve sistemleri günlük hayatta ve diğer öğrenme alanlarında kullanabileceklerdir.

2. Matematikte veya diğer alanlarda ileri bir eğitim alabilmek için gerekli matematiksel bilgi ve becerileri kazanabilecektir.

3. Mantıksal tüme varım ve tümden gelimle ilgili çıkarımlar yapabilecektir.

4. Matematiksel problemleri çözme süreci içinde kendi matematiksel düşünce ve akıl yürütmelerini ifade edebilecektir.

5. Matematiksel düşüncelerini mantıklı bir şekilde açıklamak ve paylaşmak için matematiksel terminoloji ve dili doğru kullanabilecektir.

6. Tahmin etme ve zihinden işlem yapma becerilerini etkin kullanabilecektir.

7. Problem çözme stratejileri geliştirebilecek ve bunları günlük hayattaki problemlerin çözümünde kullanabilecektir.

8. Model kurabilecek, modelleri sözel ve matematiksel ifadelerle ilişkilendirebilecektir.

9. Matematiğe yönelik olumlu tutum geliştirebilecek, öz güven duyabilecektir.

10. Matematiğin gücünü ve ilişkiler ağı içeren yapısını takdir edebilecektir.

11. Entelektüel merakı ilerletecek ve geliştirebilecektir.

12. Matematiğin tarihî gelişimi ve buna paralel olarak insan düşüncesinin gelişmesindeki rolünü ve değerini, diğer alanlardaki kullanımının önemini kavrayabilecektir.

13. Sistemli, dikkatli, sabırlı ve sorumlu olma özelliklerini geliştirebilecektir.

14. Araştırma yapma, bilgi üretme ve kullanma gücünü geliştirebilecektir.

15. Matematik ve sanat ilişkisini kurabilecek, estetik duygular geliştirebilecektir (MEB, 2009).

Bu amaçların başarılı bir şekilde hayata geçirilmesi birtakım öğretim stratejilerinin dikkate alınmasına bağlıdır. Bunlar şu şekilde özetlenebilir: Öğrenci, öğrenme sürecinde etkin katılımcı olmalıdır. Öğrencinin sahip olduğu bilgi, beceri ve düşünceler, yeni deneyim ve durumlara anlam yüklemek için kullanılmalıdır. Öğrencilerin kazandıkları yeni bilgileri, eski bilgilerle ilişkilendirerek yorumlaması esas alınmalıdır. Bir başka ifadeyle, öğrencilerin bireysel anlamalarını sağlayabilecek ortamlar oluşturulmalıdır. Sınıf içi tartışmalar, ortak matematiksel doğruları ve anlamları oluşturmak için kullanılmalıdır. Bu nedenle öğretmen, sınıfa iyi yapılandırılmış etkinlikler planlayarak gelmelidir (MEB, 2009).

Matematik öğretimini etkileyen bazı öğrenme kuramları vardır. Bu kuramlara kuramcılar esas alınarak yer verilecektir. Bu öğrenme kuramcılarının başında Piaget, Bruner, Vygotsky, Van Hiele ve Freudenthal gelmektedir (Alkan ve Altun, 1998).

Piaget çocuk zihin gelişimini incelemiş, zihinsel gelişimi belli safhalara ayırmış ve öğrenmenin, zihinsel gelişme düzeyi ile çok yakından ilgili olduğunu ortaya koymuştur. Öğrenmede çevre ve çevre ile etkileşimin önemine de değinmiş ve öğrenmeyi çevre ile uyum içinde olma olayı olarak açıklamıştır.

Bruner, öğrenmede buluş yolunun üzerinde durmuş ve öğrencilerin kavram ve bilgileri kendilerinin bulması halinde daha kolay transfer edebildiğini ortaya koymuştur.

Vygotsky, çocuğun öğrenmesinde çevre ile olan iletişimin önemine değinmiş ve bu iletişim kurma isteğinin çocuktan gelmesi halinde öğrenmenin çok çabuk ve tam olduğunu ileri sürmüştür.

Van Hiele, çocukta geometrik düşünmenin nasıl geliştiği üzerinde çalışmış ve geometrik düşünmenin gelişiminin beş ana basamağa ayrılabileceğini ortaya koymuştur. İlköğretim çağındaki çocukların geometri etkinliklerinde, şekilleri ve cisimleri tanıyıp bunların özelliklerini kavrayabileceklerini, bunları özelliklerine göre sınıflayabileceklerini, ancak aksiyomatik yapıyı kullanamayacaklarını ileri sürmüştür.

Freudenthal, matematiğin bir insan aktivitesi olduğunu ve matematik öğrenmenin problem çözme yaklaşımı ile matematik yapmak şeklinde olması gerektiğini ortaya koymuştur.

Bloom bilgileri bir sınıflamaya tabi tutmuş ve bilişsel alanla ilgili bilgilerin kazanılmasında aşamalı altı ana basamak önermiştir. Bu basamaklardan üç tanesi olan bilgi, kavrama, uygulama ilköğretim çağı için uygundur (Alkan ve Altun, 1998).

2.1.2. Problem çözme

Giriş kısmında problemin genel tanımı üzerinde durulmuştu. Bu kısımda ise problemlerin sınıflandırılması, problem çözmenin öğretiminin amaçları ve problem çözmenin basamakları üzerinde durulacaktır.

<u>Problemlerin sınıflandırılması</u>

Problemler öğretimdeki sınıflamalar esas alınarak "Sıradan (Rutin) Problemler" ve "Sıra Dışı (Rutin Olmayan) Problemler" olmak üzere 2 kısma ayrılabilir.

Sıradan (rutin) problemler

Bu problemler matematik ders kitaplarında sıkça karşılaşılan ve dört işlem problemleri olarak da isimlendirilen problemlerdir. Sıradan problemlerin öğretimi günlük hayatta çok gerekli olan işlem becerilerini geliştirmesi, çocukların problem hikâyesinde geçen bilgileri matematiksel eşitliklere aktarmayı öğrenmeleri, düşüncelerini şekillerle anlatmaları ve problem çözmenin gerektirdiği diğer becerileri kazanmaları bakımından önemli görülmektedir. Bu tip problemler bir ya da daha çok işlemli olabilirler ve dört işlem becerileri ile çözülebilirler (Altun, 2005).

Sıra dışı (rutin olmayan) problemler

Souviney (1989), sıra dışı problemlerin bir veya birkaç işlemin doğru seçilmesiyle hemen çözülememeleri bakımından sıradan problemlerden farklı olduğunu belirtmiştir. Çözümleri işlem becerilerinin ötesinde verileri organize etme, sınıflandırma, ilişkileri görme gibi becerilere sahip olmayı ve bir takım aktiviteleri arka arkaya yapmayı gerektirir (Akt: Altun, 2005).

Artut ve Tarım (2009) sıra dışı problemleri, bilinen bir yöntem veya formül ile çözülemeyen, çözümü öğrencinin verileri dikkatli bir şekilde analiz etmesini ve yaratıcı bir girişimde bulunmasını, bir veya daha fazla strateji kullanmasını gerektiren problemler olarak ifade etmektedirler.

Polya (1985), problem çözme yeteneğinin geliştirilmesi için rutin problemlerin çözümünün öğretiminin önemli olduğunu, fakat bunlarla yetinilmemesi gerektiğini, kritik düşünme ve yaratıcılığın geliştirilmesi için öğretimde rutin olmayan problemlere mutlaka yer verilmesi gerektiğini belirtmiştir (Akt: Artut ve Tarım, 2009).

Problem çözme öğretiminin amaçları

Problem çözme öğretiminin amaçları "Özel Amaçlar" ve "Genel Amaçlar" olmak üzere iki alt ana başlık halinde toplanabilir:

Özel amaçlar

Problem çözmede özel amaçlar; işlem becerisini geliştirme, sayı ve şekillerle uğraşmaya alışma, veri toplama ve tasnif etme, problem metnine uygun şekil ve şema çizme, düşünceleri matematik diliyle anlatma, yazılı ve görsel yayınlarda kullanılan matematik ifadelerini anlama gibi becerileri kapsar. Özellikle sözel problemlerin nasıl çözüldüğünün öğrenilmesi özel amaçlara hizmet eder (Aladağ, 2009).

Genel amaçlar

Problem çözme öğretiminin genel amacı, problem çözme yeteneğini geliştirmektedir. Problem çözme yeteneği, bir problemle karşılaşıldığında onu kavrama ve problemi anlama, çözümü için uygun stratejiyi seçme, bu stratejiyi kullanma ve sonuçları yorumlama yeteneklerini kapsar. Problem çözme yeteneği gelişen insan çevresindeki olayları açıklamak için problem çözme yaklaşımı ile davranmayı alışkanlık haline getirir (Aladağ, 2009).

Problem çözme basamakları

Problem çözme ile ilgili olarak kullanılan modeller, John Dewey'in 1910'dan beri kullanılan modelinin az çok değiştirilmiş biçimleridir. Ancak problem çözmenin oldukça karmaşık bir süreç olmasından dolayı araştırmacılar problem çözme adımları ve bu adımların önem sırası hakkında ortak bir fikre sahip değildirler (Töre, 2007).

Tüm problemlerin çözümünde kullanılan belirli bir yol ya da yöntem yoktur. Problem çözmenin süreci ile ilgili en çok kabul gören süreç George Polya tarafından verilen problemin anlaşılması, problemin çözümü için bir plan yapılması, çözüm planının uygulanması ve sonucun doğruluğunun kontrol edilmesi basamaklarını içeren süreçtir. Bu basamaklar:

1) Problemin anlaşılması: Bu süreç problemde nelerin var olduğunun, nelerin istendiğinin açık bir şekilde görülmesi, eksik ya da fazla bilgi varsa bunların tayin edilmesini kapsamaktadır. Ayrıca problemden ne tür bilgilerin elde edileceğinin saptanması, problemdeki olaylar ve ilişkilere ait uygun şekil ya da diyagram çizip çizemeyeceği, problemi parçalarına (alt problemlerine) ayırıp ayıramayacağı gibi bir süreci de kapsamaktadır.

2) Çözüm için bir plan ya da yaklaşım belirlenmesi: Bu aşamada problemin çözümünde kullanılacak plan seçilir. Bu seçimde geçmiş deneyimler, önceden edinilmiş bilgiler, önceden çözülmüş benzer problemler etkili olur. Bazen de problemin yeniden yazılması veya problemde bazı şartların değiştirilmesi çözüme ilişkin plan yapılmasında yardımcı olabilir. Problem anlaşıldıktan sonra sıra çözümde kullanılacak yöntemin seçilmesine gelir, öğretmen öğrencilere bazı sorular yönelterek uygun stratejinin seçilmesine yardım edebilir.

Bu aşamadaki stratejilerden bazıları; sistematik liste yapma, geriye doğru çalışma, diyagram çizme, tahmin etme, bağıntı kurma, eleme, tablo yapma, eşitlik yazmadır.

3) Planın gerçekleştirilmesi: Çözüm için gerçekleştirilen planın eksiksiz ve hatasız olarak uygulanmasıdır. Eğer problem çözülemiyor ise problemin birinci veya ikinci adımında ya da anlamada bir eksiklik olup olmadığına bakılır. Yine çözülemiyor ise strateji değiştirilir. Gerekli aritmetik işlemlerin yapılması da bu safhada yer alır.

4) Sonucun doğruluğunun kontrol edilmesi: Çözüm bittikten sonra çözüm şeklinin ve sonucun kontrol edilmesi ve problemin bize kattıkları bu aşamada gözden geçirilir. Elde edilen sonuç tahmin edilenle karşılaştırılır veya işlemlerin sağlamaları yapılır. Sonuçların anlamlı olup olmadığı ise çıkan cevabın gerçek hayata uygunluğunun kontrol edilmesiyle anlaşılır. Benzer bir problemle karşılaşırsa onun nasıl çözüleceği tartışılır. Başka bir çözüm yolunun olup olmadığı araştırılır. Kullanılan stratejinin neden seçildiği açıklanır. Problemin çözümüne uygun bir başka strateji var ise, bu stratejilerinden hangisinin daha iyi olduğu tartışılır (Aladağ, 2009).

2.2. Matematiksel Anlama

Matematiksel anlama ile alakalı çeşitli teoriler vardır. Son yıllarda matematiksel anlama ile ilgili dört temel teori önerilmiştir. Teorilerin her biri farklı bir bakış açısı geliştirmiş ve anlamayı farklı bir şekilde tanımlamıştır. Fakat bu teorilerde anlayışı tanımlamak için kullanılan ortak unsurlarda vardır (Kastberg, 2002).

Bun teoriler:

- Hiebert ve Carpenter (1992) ın teorisi
- Pirie ve Kieren (1992) ın teorisi
- Sierpinska (1994) nın teorisi
- Skemp (1987) in teorisi

Sierpinska (1994) ve Skemp (1987) anlamanın bireysel olduğunu ve bireyin kendi anlayışını kontrol edebileceğini belirtiştir. Hiebert ve Carpenter (1992) a göre anlama bağlantıların sayısı ve gücüyle belirlenir.

Bu teorilerin anlaştığı ortak nokta anlayışın bireyin zihninde olduğudur. Bir öğrencinin matematiksel kavramı anlaması demek, kavram hakkında özel olarak düzenlemiş olduğu inançların koleksiyonu demektir (Kastberg, 2002).

2.2.1. Pirie ve Kieren matematiksel anlamanın gelişimi dinamik modeli

Matematiksel anlamanın özünü kavramak için çok çeşitli yaklaşımlar ortaya konulmuştur. Bu yaklaşımlar; ilişkisel yada enstrumental; somut ve sembolik; ve sezgisel ve formal olarak gruplara ayrılmıştır (Skemp, 1976; Hercovics ve Bergeron, 1988; Shoreder, 1987).

Ancak Pirie; anlamanın gelişimini karakterize etmede bu türden kategoriler sergilemeye karşı çıkmıştır (Pirie, 1988). Pirie, sınıflardaki çocukları gözlemlediğinde, öğrencilerin bir tür matematiksel anlama sergilediklerini fark etmiştir. Anlamanın gelişimini karakterize etmede, bir gözlemcinin de görebileceği kategoriler kullanabilir miyiz? Pirie 1988'de bu soruyu ortaya atmıştır. Pirie ve Kieren' in teorisinin; bütüncül, dinamik, seviyelerden oluşan ama lineer olmayan ve kendi kendini tekrarlayan bir süreci vardır (Prie ve Kieren, 1991).

Pirie ve Kieren (1994b) teorisine göre "matematiksel anlayış; belirli bir ortamda, bir konu ile ilgili insanın içindeki bir süreçtir". Pirie (1988) matematiksel kavramları anlamada Skemp' in teorisini yetersiz gördüğü için bir yanıt olarak bu teoriyi ortaya koymuştur. Pirie ve Kieren 1989' da "A Recursive Theory of Mathematical Understanding" başlıklı çalışmalarını yayındılar. Bu makale ile anlayış teorilerini açıkladı ve bir öğrencinin matematiksel bir kavramı anlayışının nasıl açıklandığını ve teorinin nasıl kullanılacağını gösterdiler. Pirie (1988) teorisi kendi kendini yineleyen bir teoridir (Kastberg, 2002).

Pirie ve Kieren teorisinde bir seviyedeki anlayış yapısı başka bir seviyedekine benzer, bir önceki seviyedeki bir anlayış çağırılabilir, kendi kendini yineleyebilir. Matematiksel anlayış lineer olmayan bir şekilde karakterize edilebilir (Kastberg, 2002).

Von Glaserfeld (1987)'in tanımına göre anlama; bilgi dağarcığını, sürekli bir şekilde organize etme sürecidir. Pirie ve Kieren teorisi bu süreci, tüm ayrıntıları ile inşa eden bir tanımlama yapmayı amaçlamaktadır.

Pirie ve Kieren teorisinin bir modeli ve oluşum süreci

İlkel Bilgi (*Primitive Knowing*)

İmaj Oluşturma (*İmage Making*)

İmajı İçselleştirme (*İmage Having*)

Özellik Farketme (*Property Noticing*)

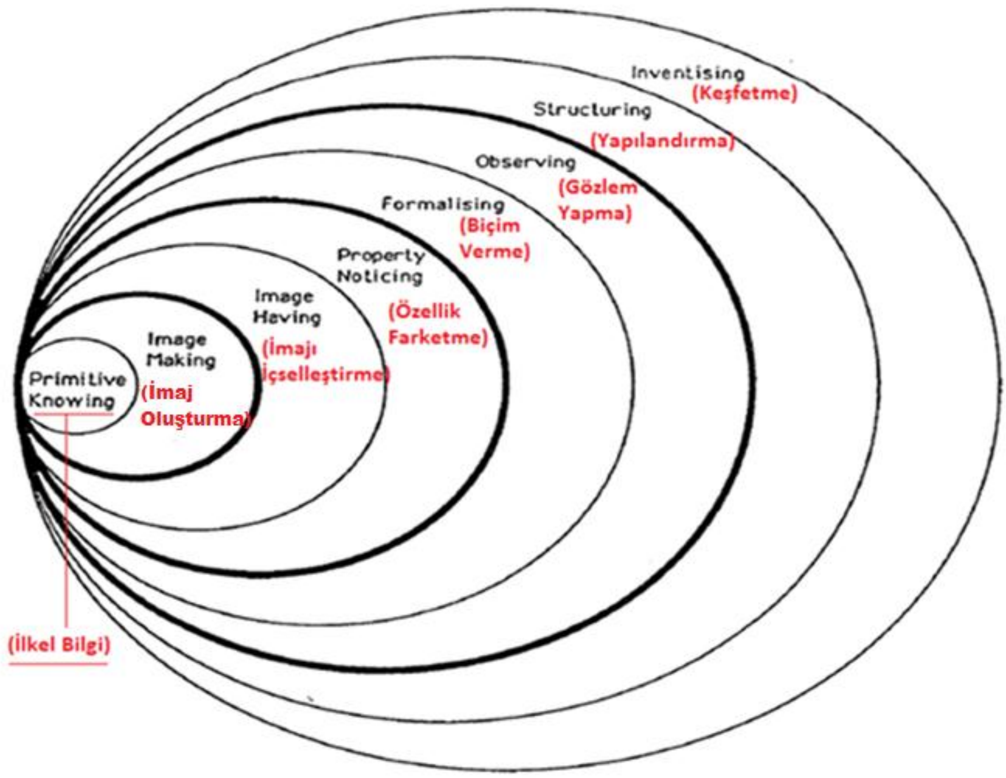
Biçim Verme (*Formalising*)

Gözlem Yapma (*Observing)*

Yapılandırma (*Structuring*)

Keşfetme (*İnventising*)

Şekil 2.1. Pirie ve Kieren' ın matematiksel anlamanın gelişimi modeli



Teorinin ilk tanımlanması 1989' da yayınlanmıştır. O zamandan beri teorinin temel yapısı değişmemekle birlikte katmanları etiketlemede (isimlendirme) bazı değişiklikler yapılmıştır.

"Yeni kavramları etiketlendirmede şu ikilemle karşılaşıldığı görülmektedir: Ya hâlihazırda bulunan kelimelerin kastedilen manayı içermesi umulur ya da yeni bir terminoloji oluşturulur ve bunların yepyeni çağrışımlarla okuyucuyu yepyeni fikirlere taşıması amaçlanır" (Kieren ve Pirie, 1994).

Örneğin iki tabakayı etiketlemek için "imaj" kelimesi seçilmiştir. Çünkü bu tabakalardaki katmanlar genellikle resimli tasvirlere dayanmaktadır. Pirie ve Kieren (1994)' te öğrencilerin diğer tabakalarda da "keşfetme" yaptıkları söylenmekte fakat keşfetme sözüyle yeni ve özel bir aktiviteye dikkat çekilmek istendiği için son tabakanın bu şekilde etiketlendirildiği belirtmektedir.

Pirie ve Kieren (1994)’ te anlatılan bir örnek olay ile modelin basamaklarını inceleyeceğiz. Örnek olayımızda kesirlerin toplanabilir nicelikler olduğunu öğrenen Teresa’nın bilgi inşası ve anlama aktiviteleri anlatılmaktadır. Bu örnek olayda Teresa’nın kesirleri öğrenme sürecinin, nasıl gözlem yapma ve yapılandırma seviyelerine ilerlediği görülmektedir.

Teresa önceki yıllarında kesirlerin eşitliği ve kesirleri toplama kavramlarıyla tanışmıştı. Ona eşdeğer kesirler üretmesi ve bunları toplayabilmesi için kurallar verilmiş ve bunları uygulamıştı. Teresa, sınıfın çoğu gibi, 2/3’e eşdeğer kesirler üretebilmiş ama bunları doğru olarak toplayamamıştı. “Galiba sadece altlarla üstleri topluyoruz” diyen Teresa ikiden fazla kesir toplaması istendiğinde “Nasıl yapılacağını bilmiyorum” dedi.

Test edildiğinde, Teresa herhangi bir paydası olan bütün kesirleri tanıyabildiğini ve bunların modellerini yapabildiğini gösterdi{1}. Kâğıtları katlayarak yaptığı bu modellerden sonra Teresa’ya, dikdörtgenlerden oluşan, bir kit verildi. İçinde tam, yarım, 1/3, 1/4, 1/6, 1/8, 1/12, 1/24’ lük parçalar vardı. Teresa’ya şu ödev verildi;

“Kitinize baktığınızda göreceksiniz ki 1 adet 1/4’lük, 3 adet 1/8’lik ve 2 adet 1/16’lık parçanın kapladığı toplam alanı 3 adet 1/4’lük tek başına kaplıyor. Bunu 1/4 +3/8+2/16=3/4 şeklinde yazabiliriz. Kitinizi kullanarak, 3 tane 1/4 ‘ün kapladığı alanı başka hangi parçalarla doldurabileceğini bulun. Sonuçlarınızın diyagramını çizin ve bunu bizim yaptığımız gibi rakamsal olarak ifade edin.”

Teresa arkadaşıyla kiti üzerinde çalışmaya başladı{2}. Kısa sürede olayı içselleştiren Teresa, artık kesirleri rakamlar olarak düşünüyordu{3}. Gördü ki, değişik bir sürü kesirler ya da kombinasyonları aynı miktara eşit. Bir gözlemci; Teresa’nın, kesirlerden ve toplamları konusundan anladığını “Toplananı, bilinen niteliklere uydurma” olarak tanımlayabilirdi. Böylece Teresa artık 1/3 + 1/6 + 6/12’yi toplayabiliyordu. Teresa kesirsel miktarları, parçaların uyduğu miktarları ve uymayanları da uydurmayı öğrendi. Daha sonra gözlemlendiğinde{4}, Teresa karmaşık toplama ya da çıkarma durumlarıyla karşılaştığında bile kullanabildiği tutarlı ve güçlü bir strateji oluşturmuştu.

Teresa’nın toplamadan anladığı, tabii ki her duruma uymuyordu. 1/2 + 1/3 + 1/4’ün 1’den fazla olduğunu bildiği halde bunu kitine ‘uyduramadı’. Öğretmeni, 2 veya 3 kesir parçasının kapladığı alanı başka hangi kesir parçasının tek başına kapladığını bulmasını istedi. Teresa ilk başta bu parçayı tahmin edemese de kısa zamanda bu konuda ustalaştı. Bu onun toplamadan anladığını dönüştürmesine yol açtı. Artık Teresa “2/3 +5/6’ yı toplayabilirim, çünkü 1/12’ler ikisine de uyuyor” diyordu. Çok çabuk bir şekilde, kesirlerin eşitliği konusundaki eski bilgilerini kullanarak bunları yeni toplama anlayışıyla birleştirdi {5}.

“Eğer elinizde hayali bir kesir kiti olsa ve içinde 1/2, 1/4, 1/5, 1/10, 1/20’ ler olsa; 1/2+3/4+2/5+7/10=?” sorusuyla karşılaşan Teresa “1/20’ler hepsine uyuyor” diyerek problemi çözdü. Bir kere nasıl yapılacağının öğrenen sınıfın büyük bir çoğunluğu, artık, kesir setlerini toplayabiliyordu. Teresa bu anlayışın da ötesine geçerek “Toplama çok kolay. Paydaları çarparak doğru türde kesirler oluşturursun ve doğru miktarlarla da payları çarparsın. Mesela 1/6, 1/3, 1/7’lerin varsa; 1/6 ve 1/3’ler zaten uyumlular, 1/42’de hepsine uyar çünkü 6 kere 7= 42 eder. Bu da payda olur {6}.

Şekil 2.2. Terasa’ nın ödevini yaparken kullandığı şema

$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{24}$
1	0	1	0	0
1	0	0	2	0
1	0	0	1	2
1	0	0	0	4
0	2	0	0	0
0	1	2	0	0
0	1	1	2	0
0	1	1	1	2
0	1	1	0	4
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.

Çıkarma ile ilgili bir problemle karşılaştığında Teresa toplama stratejisini kolayca dönüştürerek çıkarma için bir metot oluşturdu {7}.

Daha sonra Teresa sınıf arkadaşlarıyla şu ödev üzerinde çalıştı; “1/2, 1/3, 1/6, 1/12 ve 1/24’leri kullanarak, yapabildiğiniz kadar, 2/30’lar üretin. Yukarıdaki şemayı (Şekil 2.2) kullanabilirsiniz”. İlk başta Teresa kesir setiyle çalışmaya başladıysa da daha sonra seti bir tarafa bıraktı ve şemayı sistematik olarak doldurmaya başladı {8}. Bu noktada Teresa 2/30’lar ya da herhangi bir başka kesir için kesin ve tahmin edilebilir kombinasyonlar olması gerektiğini bildirdi {9}. 1/6 ve 1/3’leri denedi ve olasılıkların sayısını tahmin etmek için bir formül oluşturdu. Bunu 4/3, 5/6 ve 5/3'lük şemalar yaparak test etti. Sonra Teresa ve iki arkadaşı istenen miktarı bulmak için verilen kesirleri ve kombinasyonlarını kullanarak nasıl çözüm yolları üretebilecekleri ve bunları çeşitlendirebilecekleri üzerine çalıştılar {10}. Artık sırada bölünme teorisi üzerine çalışmak vardı.

Şimdi bu hikâye üzerinde teoriyi oluşturan elementleri ve bunların özelliklerini tarif edeceğiz. Herhangi biri ya da konu için, anlamanın gelişiminde, sekiz olası aşama vardır. Teresa'nın kesirleri toplama anlayışının gelişimine göndermeler yaparak bu aşamaları tasvir edeceğiz.

Anlamaya başlama süreci ilkel bilme denilen seviyede başlar. Buradaki 'ilkel', düşük bir düzeyde matematik bilgisini ifade etmekten çok matematiksel anlamanın gelişmesinin başlaması için bir başlangıç noktasını ifade eder. İlkel bilginin düzeyini, bir öğretmen, araştırmacı ya da gözlemci kolayca tahmin edebilir. Kesirleri toplama konusundaki temel bilgi düzeyinin gelişmesi için öğretmen, kesirlerin ne olduğunu ve kesir oluşturabilmeyi, öğrencilerin bildiklerini ummuştur. Hikâyede {1},öğretmen bu beklentilerini, Teresa'nın temel kesir bilgi ve becerilerinde test etmiş ve incelemiştir.

İkinci seviyede, öğrenciden, eski bilgisinden bir fark yaratması ve bunu yeni yollarda kullanması istenmiştir. Teresa {2} önceden bildiği adım-adım bütüne ulaşma mantığıyla kesirsel nicelikleri diğer niceliklerle bütünleştirmiştir. Bu aktivitenin amacı kesirleri toplamak için kullanması, bunu kaydetmesi ve yorumlamasıdır. Anlamanın bu düzeyine imaj oluşturma denilmiştir.

{3}'de Teresa'nın objelerini kullanmadan kesirleri toplayabildiği görülmektedir. Buna imajı içselleştirme denilmiştir. Şuna dikkat etmek gerekir ki öğretmenin ilk incelemesi Teresa'nın temel bilgi düzeyinde, kesirleri toplama hususunda, yanlışta olsa, zaten bir imajı olduğunu ortaya koymuştu. Öğretmenin önerdiği imaj oluşturma aktiviteleri sonucunda bu yanlış bilgi yeni bir imajla aşılmıştır. İmajı içselleştirme aşamasında, kişi ona yardımcı olan enstrümanları kullanmadan, konu hakkında zihinsel bir yapılandırma yapabilmektedir. Teresa artık kitini kullanmadan kesir problemlerini çözebilmektedir. Teresa kesirleri toplama becerisini içselleştirmiş, geliştirmiştir.

Anlamanın dördüncü düzeyinde kişi içselleştirdiği imajları, amaçları doğrultusunda kullanarak ve birleştirerek, karşılaştığı özel durumla tutarlı kavramlar üretebilmektedir. {5}'de Teresa'nın uyumlu küçük parçaları bularak kullandığı toplama imajı ve eşit kesirler hakkındaki bilgilerini kullanarak ürettiği toplama anlayışı tasvir edilmişti. Teresa toplama imajının nasıl çalıştığını fark etmiş, onun farklı yönlerini nasıl birleştirebileceğini anlamış, onu yapılandırmış ve bu yapıyı açıklayabilmiştir. Böyle bir özellik fark etme, aynı zamanda Teresa'nın 'uyan kesirler' imajına dayanan, kullanılabilir bir toplama yöntemi geliştirdiğini kanıtlar.

Sıradaki düzey biçim vermedir. Kişi önceki imajına bağımlı olarak, pratik yaparak fark ettiği ve kişiselleştirdiği 'özellikleri' bir metot olarak soyutlar. {6}'da Teresa'nın toplamayı, sadece kesirlerle alakalı sayı ve semboller kullanarak yapılabilen bir şey olduğunu gördüğü gözlemlenir. Bu noktada Teresa, ya da biçim verme yapan herhangi biri, matematiksel bir tanım ya da algoritma yapmaya (örnekte bu toplama oluyor) hazırdır. Bu tür bir anlayış {7}'de çıkarma yaparken ve {8}'de Teresa şemayı doldururken görülür.

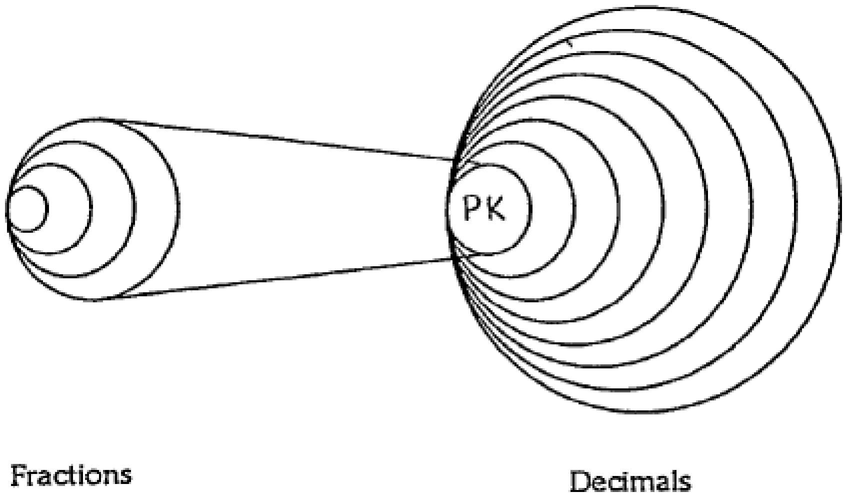
Biçim verme yapan biri aynı zamanda bu aktiviteyi yansıtma ve koordine etme pozisyonundadır ve bu koordinasyonları teoremler olarak dışa vurur. Bu anlama aktivitesine gözlem yapma denilmiştir. {9}'da Teresa şemalarında paternler ya da birleşen kesirlere biçim vermeler ararken gözlem yapıyordu.

Yapılandırma, parçalar hakkında bir yorumda bulunmak fiziksel ya da hatta algoritmasal aksiyonlardan bağımsız bir matematiksel yapıdan bahsetmek demektir.

Daha öncede belirtildiği üzere sekiz parçadan oluşan modelin en dış tabakasına keşfetme denilmiştir. Bu seviyede bir insan tamamen yapılandırılmış bir anlayışa sahiptir. Böylece önceden edinmiş olduğu izlenimlerin ötesine geçebilir ve tamamıyla yeni bir anlayışa ulaşabilecek yepyeni sorular üretebilir. Yapılandırmada kişi kesirleri a/b formunda rakamlar seti olarak görebilir. Kişi keşfetme yaparken "rakamların formu a/b değil de a/b/c/d olsaydı nasıl olurdu?" diye sorabilir. Bu soru quarternions (dörtlü) u bulan Hamilton un aklına gelen soruydu. Bu kompleks sayılar hakkında yapılandırılmış bir anlayışı olan birinin sorabileceği bir sorudur.

Daha önce belirtildiği üzere ilkel bilgi belli bir kavram hakkında anlayış geliştirebilmek için gerekli olan bir alt yapıdır. Bu demektir ki tam ya da kısmen bir konu hakkındaki anlama yeni bir matematiksel anlama için ilkel bilgi haline dönüşebilir (Şekil 2.3).

Şekil 2.3. Yeni bir anlamanın başlangıcı



Teorinin özellikleri

Folding back (geri dönme)

Teorinin çok önemli bir parçası geri dönmedir. Bu aktivite, anlamanın gelişimi için olmazsa olmazdır ve matematiksel anlayışın tek yönlü olmayan doğasını açığa çıkarır.

Herhangi bir düzeyde bir soru veya problemle karşılaşıldığında ve bu problem çözülemediğinde kişi daha iç düzeylere geri dönmek zorundadır ki hâlihazırdaki yetersiz anlayışını geliştirebilsin.

Bu geri dönme aktivitesi geri dönülen düzeyin orijinal aktivitesiyle aynı değildir. Diyebiliriz ki geri döndüğünde oradaki ilk seviyesinden çok daha gelişmiş bir düzeyde anlayışa sahiptir. Bu iç seviyelere geri dönme aktivitesi bilginin sürekli kendini yenileyen yeniden inşasıdır ve daha dış düzeylerde bir bilgi inşası için gereklidir. Değişik öğrenciler değişik şekillerde ve değişik hızlarda seviye kazanır (Pirie ve Kieren, 1994).

Martin (2008), geri dönmeye sebep olacak müdahaleler üzerinde durmakta ve bunları ‘kaynak’ olarak isimlendirmektedir. Bu müdahaleler:

- Öğretmen müdahalesi,
- Başka bir öğrenci müdahalesi,
- Müfredat malzemeleri müdahalesi,
- Öğrencinin kendine müdahalesi, şeklinde dörde ayrılmıştır.

Bu özelliğin daha iyi anlaşılması için Pirie ve Kieren' ın 1994 yılında yayınlanan çalışmadaki Katia isimli bir öğrencinin örnek olayından bahsedilecektir.

Katia dikdörtgen şeklindeki kâğıt parçalarını katlıyor ve pizza dilimlerine benzer resimlerini çiziyordu (imaj oluşturma). Sonra kesirler için bir imajı gelişti (imajı içselleştirme). Sonra eşitlik özelliğini fark etti ve 1/2=2/4=4/8=8/16…gibi öncekini ikiye katlayan kesir zinciri oluşturdu (özellik farketme). Aynı zamanda kesirlerin birleştirilebileceğini de fark etti. Renklendirme aktiviteleri sonrasında 3/8 ve 2/8 lerle 5/8 i oluşturma gibi.

Tartışılan soru ise ' 1/2 ve 1/3 ler gibi birbirine eş olmayan kesirler nasıl eşleştirilir?' oldu.

Çözüme ulaşmak için öğretmen bir kural önerebilirdi. " Ortak bir payda bulun ve payları içler dışlar çarpımı yapın sonra payları ekleyin". Bu Katia ya yardımcı olabilirdi ama yeni bir anlayış vermezdi. Aslında öğretmen "Bu kesir dediğimiz şeyler nedir?" diye sordu. Katia ise "Pizza gibi şeyleri kestiğimizde olan şeyden türetiriz" dedi ve daha sonra Şekil 2.4 te görüldüğü üzere pizzalar çizmeye geri döndü (imaj oluşturma). 1/2 ve 1/3 ler için imajını yeniledi, artık eşdeğer kesirler üretebilecek özellikleri keşfetmişti. Burada toplama problemini kesin bir şekilde aydınlığa kavuşturdu.

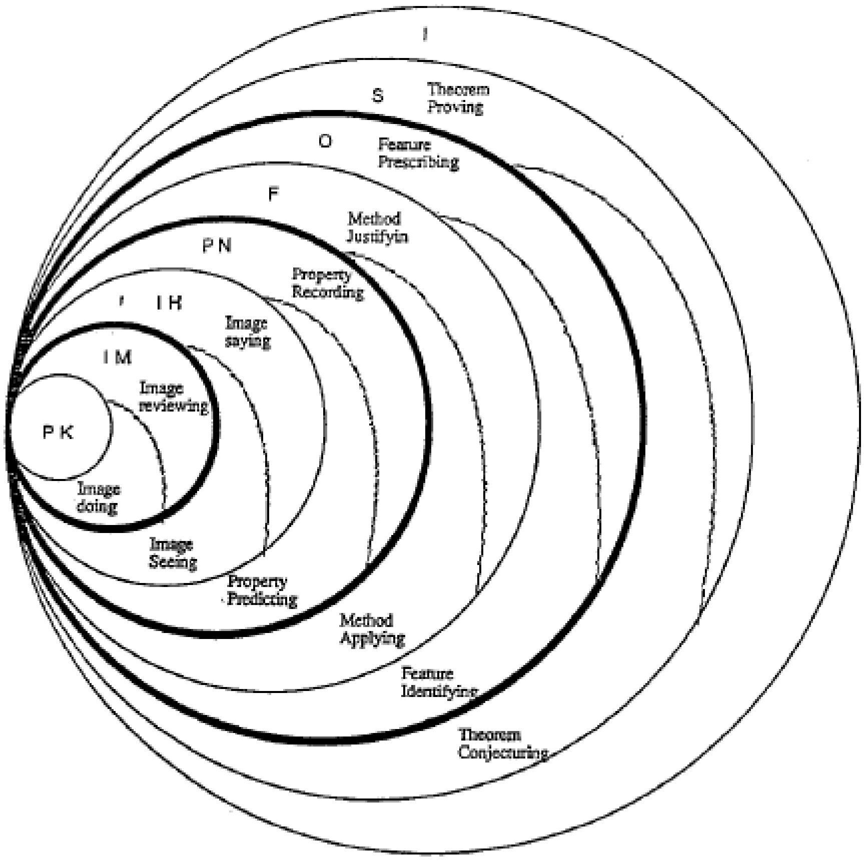
Şekil 2.4. Katia' nın pizza çizimleri

<u>*İşe koyulma ve dışa vurma tamamlayıcıları*</u>

Bu teorinin ikinci özelliği seviyelerin kendi içlerindeki yapıyla alakalıdır. İlkel bilmeden sonraki tüm seviyeler 'işe koyulma' ve 'dışa vurma' tamamlayıcıları ile oluşmaktadır. Pirie ve Kieren teorisine göre bu tamamlayıcılar (işe koyulma ve dışa vurma) olmasaydı anlayışın gelişiminde bir sonraki seviyeye geçmek mümkün olmazdı. Dahası gelişme için önce 'işe koyulma' sonra da 'dışa vurma' yapmak gerekir.

'İşe koyulma' zihinsel ve fiziksel aktiviteleri içerir. 'Dışa vurma' ise bu aktivitelerin doğasını başkalarına ya da kendisine açıkça ortaya koymaktır. Dışa vurma ile alakalı unutulmamalıdır ki gözlemcinin öğrencinin bir fikir inşasında olduğu anlamını çıkarabilmesi için öğrencinin bunu belirtmesi gerekir.

Şekil 2.5. İşe koyulma ve dışa vurma tamamlayıcıları



Şimdi 'imaj yapma', 'imajı içselleştirme' ve 'özellikleri fark etme' seviyelerindeki tamamlayıcılara bir bakalım. Her seviye için biri işe koyulma diğeri dışa vurma olmak üzere ikişer tane fiil seçilmiştir.

İmaj yapma seviyesinde yapmak (işe koyulma) ve tekrar gözden geçirmek (dışa vurma), imajı içselleştirme seviyesinde görmek (işe koyulma) ve söylemek (dışa vurma), özellikleri fark etme seviyesinde tahmin etmek (işe koyulma) ve kaydetmek (dışa vurma) şeklindedir.

Pirie ve Kieren' ın 1994 yılında yapmış oldukları çalışmada görülmüştür ki; hem imajı içselleştirme hem de özellik fark etme seviyelerinde 'işe koyulma' aktiviteleri 'dışa vurma' tamamlayıcısı olmadan anlama geçici oluyor ve bir sonraki derse kadar öğrenci bunu unutuyor. Ayrıca dışa vurma aktivitesi olmadan öğrencilerin önceki imajlarından öteye ilerlemelerinin mümkün olmadığı da görülmüştür.

İhtiyaç olmayan sınırlar

Matematiğin güçlü yanlarından biri de temel kavramlara gönderme yapmadan sembolik bir düzeyde işleyebilme yeteneğidir. Bu özellik teorinin çok önemli bir parçasını oluşturur, modelde görülebilir ve halkalarla gösterilmiştir. Tüm bu sınırların ötesinde öğrenen, eski anlayış formlarına bağlı kalmadan çalışabilir. Ama bu eski anlayış formları gerektiğinde kullanılabilecek durumdadır. Bu halkalara ihtiyaç olmayan sınırlar denilmiştir. Yani biri daha dışsal bir anlayış geliştirecek belirli bir içsel anlayışa ihtiyaç duymaz. Kişi fiziksel ve zihinsel belirli imajlara atıfta bulunmadan soyutlama yaparak çalışabilir. Söylenilmek istenen özetle şudur ki; kişi sürekli iç anlama seviyelerinin farkında olmak zorunda değildir (Pirie ve Kieren, 1994).

İlk ihtiyaç olmayan sınır imaj oluşturma ile imajı içselleştirme arasında ortaya çıkar. Kişinin imaj hakkında matematiksel bir fikri olduğunda imaj yapma aktivitelerine ihtiyaç duymaz. Teresa kesirleri toplama konusundaki imajı oluştuğunda kiti ile çalışmayı bıraktı. Buna zıt olarak özellik fark etme tanımı gereği genel özellikleri fark etmek için hâlihazırdaki imajlarla çalışmanın bir sonucudur. Yani imajı içselleştirme ve özellik fark etme arasındaki sınırlar gereklidir.

Diğer ihtiyaç olmayan sınır, özellik fark etme ve biçim verme arasında açığa çıkar. Biçim verilmiş bir matematiksel fikri olan kişi artık imaja ihtiyaç duymaz. Kesirleri a/b formunda düşünebilme seviyesine ulaşan Teresa artık parçalara bölme ve kiti ile doldurma ihtiyacını hissetmiyordu.

Üçüncü ihtiyaç olmayan sınır gözlem yapma ve yapılandırma arasında ortaya çıkar. Matematiksel bir yapıya sahip olan bir kimse bunu iç seviyelerle anlamlandırma çabasına girmez. Örneğin; Teresa toplama ve bölme ile alakalı terimleri ispatlarken kesirlerin ne anlama geldiğine atıfta bulunmuyordu (Pirie ve Kieren, 1994).

2.2.2. Diğer anlama teorileri

Bu bölümde çalışmanın asıl dayanak noktası olan Pirie ve Kieren' in teorisinin dışındaki temel anlama teorileri üzerinde kısaca durulacaktır.

1.Skemp' in teorisi

1976 yılında Richard Skemp, matematik eğitiminde anlama çalışmalarının başlangıcı oldu. "Relational and Instrumental Understanding" başlıklı makalesinde anlamayı tanımladı ve açıkladı. Matematik öğretimde Skemp (1976) in makalesinin yayınlanmasından sonra açıklanan anlayış Skemp' in teorileri ve tanımları hakkında tartışmaları da beraberinde getirdi. Bu tartışmalar Skemp' in tanımlarını revize etmede ve yeni türler eklenmesinde faydalı oldu (Kastberg, 2002).

Enstrümantal anlayış bir sorunun çözümü için hatırladığı bir kuralın nasıl çalıştığını bilmeden uygulama yeteneğidir.

İlişkisel anlayış ise daha genel matematiksel ilişkileri, belirli kuralları ve prosedürleri anlama yeteneğidir.

Skemp (1976) "Bilme" ile ilgili orijinal çalışmalarda bulundu. Skemp (1987) de mantıksal bir anlama oluşturulması gerektiğini vurgulamıştır.

2. Sierpinska' anlama teorisi

Sierpinska (1994) teorisinin temeli "kavranan eylemin anlamı" na dayanmaktadır. Epistemolojik engeller olarak adlandırılan "zihinsel çerçevedeki değişik engeller" anlayış eylemi için bir fırsat olabilir (Sierpinska, 1994)

Sierpinska (1994) e göre öğrenci anlayış sürecinin kolaylaşması için öğretimin tasarlanması gerekmektedir. Sierpinska' nın anlayış modeli 4 eylemden oluşmaktadır: Konu, nesne (anlayış), anlayış temeli, temel ile nesneyi bağlayan zihinsel işlemler…

Sierpinska (1994) teorisinin 2,3 ve 4. bileşenleri (nesne, temel ve zihinsel işlemler) öğrenci girişimlerinden anlam oluşturmaya yardımcı olur. Bu üç bileşen anlayış eylemi üretmek için birlikte çalışır. Anlayış eylemlerindeki ana operasyon ile arka planda olan bazı nesneler ön plana gelir ve böylece bilinçsel alanda bir re-organizasyon oluşur. Sierpinska tarafından belirlenen diğer zihinsel işlemler ayrım yapma (ayırt etme), genelleme ve sentezdir.

Ayırt etme; nesneler arasındaki farkları belirlemektir. Genelleme; özel bir durumu genele yaymadır. Sentez; genellemeler arasında ortak bir bağlantı aramadır.

Nesneler zihinsel işlemler aracılığıyla bağlanır. Varalon bir nesne yeni bir nesnenin anlaşılması için temeldir.

3. Hiebert ve Carpenter' ın anlama teorisi

Hiebert ve Carpenter (1992) matematiğin öğrenciler tarafından anlaşılmasında bilişsel bilim perspektifini önermektedir. Temsiller arasında bağlantıların "sayısı ve gücü" anlayış derecesinin bir ölçüsüdür. Bu nedenle örneğin işlev tanımına ve fonksiyon grafiğine bağlı logaritmik fonksiyon için bir dâhili gösterimi olan öğrenci sadece işlev tanımı olan öğrenciye göre daha güçlü bir anlayışa sahiptir. Bilgi, dâhili temsil ve bu içsel temsillerin yapısal konusudur. İç ve dış temsiller arasında bir ilişki vardır ve iç temsillere bağlanır (Kastberg, 2002).

Hiebert ve Carpenter içsel temsilleri ve bağlantıları olan bir öğrencinin dış temsilleri ve bağlantıları analiz edebilmesini açıklamaktadır. İç ve dış temsiller arasındaki bağlantıların bir örneği Lawyer (1981) tarafından ifade edilmiştir.

Öğrencinin dış temsilleri; malzemeler, problem içindeki resim, simge vs. iken zihinsel (iç) temsilleri ise matematiksel fikirleri hakkında düşünmekten ibarettir.

Hiebert ve Carpenter (1992) temsiller arasındaki ağlar için iki metafor önermektedir. İlk olarak ağlar dikey ve hiyerarşik bir yapıdadır. Hiebert ve Carpenter (1992) e göre bağlantı iki yöntemden biriyle oluşur: benzerlikleri ve farklılıkları işaret ederek ve dâhil edilmesiyle.

Yeni bir fikir zihinsel diğer temsillerle karşılaştırılır. Hiebert ve Carpenter (1992) e göre mevcut ağlar bitişik ve anlayışın büyümesini açıklayacak şekilde yeniden düzenlenebilir. Bir öğrenci yansıttığı düşünceler tutarsız olduğunda reorganizasyon oluşabilir ve yansıttığı düşüncelerini düzenleyebilir. Okul ve toplumda matematiksel anlayışa önem veren Hiebert ve Carpenter (1992), yazılı sembollerin öğrenciler tarafından anlaşılabilir olmasının önemini açıklar.

2.3. Kesirler Konusu

Kesirler konusu, ilköğretim matematik dersi öğretim programının önemli bir parçasını oluşturmakta ve sayılar öğrenme alanının alt öğrenme alanı olarak öğretilmektedir.

Öğrencilerin kesirlerle ilgili hesaplamaları yapabilmeleri için kesirleri anlayabilmesi ve yorumlayabilmeleri gerekmektedir.

Kesirler sayma sayılarından oldukça farklıdır. Çevremizdeki çoklukları sayarak belirleyebilmekte ve bir doğal sayı ile gösterebilmekteyiz. Fakat sayma yaparak kesirleri üretemeyiz. Kesirleri üretmek için bölme ve ölçme yapmamız gerekmektedir. Doğal sayılar '*kaç tane?*' sorusunun cevabı iken kesirler ise '*ne kadar?*' sorusunun cevabıdır. (Olkun ve Toluk, 2004).

Kesirler, öğrencilere, ilköğretim matematiğinde yer alan çoğu konudan daha zor ve karmaşık gelmektedir. Olkun ve Toluk (2007) a göre bunun nedeni öğrencilerin kesirleri sayı olarak algılamalarının ve dolayısıyla bu sayılarla işlemleri anlamalarının oldukça zor olmasıdır. Albayrak (2000) e göre bunun nedeni ise öğrencilerin günlük yaşantısında kesirlerin fazlaca yerinin olmamasıdır. Öğrenilen bilgilerin kalıcılığı günlük hayatta kullanımı ile doğru orantılıdır. Kesirler konusunda öğrenilen bilgiler, öğrencilerce günlük yaşantılarında çok fazla kullanılmadığından kısa sürede unutulmaktadır.

Öğrencilerin değişik durumlarda bir kesri anlayabilmeleri, yani kesrin değişik anlatımlarını kavrayabilmeleri için değişik problem durumlarıyla karşılaşmaları; kişisel deneyim kazanmaları etkili ve yararlı görülmektedir (Ersoy ve Ardahan, 2003). Kesir kavramının sağlam temelleri, kesrin değişik anlamlarının öğrencide somutlaşması ile gerçekleşir. Öğrencilerin cisimlerin eşit paylaşımına dair hem deneyimden gelen hem de sezgisel bilgileri vardır. Bu temel üzerine kesir kavramı inşa edilebilir. Kesir öğretiminde izlenilecek sıra paylaşımla oluşacak tam, yarım çeyrek gibi parça bütün ilişkileri, denklik, karşılaştırma, sıralama, kesirlerle aritmetik işlemler şeklinde olmalıdır (Olkun ve Toluk, 2004).

Kesirlerle ilgili olarak yapılacak olan öğretimde öğrencilerin sıklıkla yaşadıkları zorluklar ve kavram yanılgıları iyi bilinmelidir. Ersoy ve Ardahan (2003) kesirlerde görülen en yaygın kavram yanılgılarını şöyle özetlemektedirler:

- Öğrenciler kesrin sembolik gösterimi a/b'yi bir tek sayı olarak algılamakta güçlük çekip farklı anlamları ve değerleri olan iki sayı olarak kavramaktadırlar.
- Öğrenciler, paydaları farklı kesirleri toplarken, kesirlerin pay ve paydalarını ayrı ayrı toplayıp sıra ile pay ve payda olarak ifade etmektedirler.

- Öğrenciler, kesirleri sıralarken, doğal sayıları sıraladıkları gibi davranmaktadırlar. Örneğin, paydaları farklı birim kesirleri sıralarken, bir kesrin büyüklüğü ile paydasının büyüklüğü arasında ters bir ilişki olduğunu kavramadıkları için yanlış yapmaktadırlar.
- Sayı doğrusu üzerinde verilen basit veya tam sayılı bir kesre denk gelen noktayı gösterememektedirler.

Doğal sayılarla ilgili işlemlerin ve problemlerin çözümünde modellerden yararlanıldığı kadar kesirlerle ilgili işlemlerin çözümünde de modellerden ve şekillerden yararlanılmalıdır. Soruya ilişkin çizilmiş şekiller ve kullanılan modeller, soruyu somutlaştırır, anlamayı kolaylaştırarak doğru çözümün yapılmasına kolaylık sağlar (Kocaoğlu ve Yenilmez, 2010).

Acar (2010) a göre kesirleri anlatmada kullanılabilecek modelleri dört grupta toplayabiliriz:

1. Uzunluk özelliğini esas alan modeller: Sayı doğrusu gibi,

2. Alan taraması özelliğini esas alan modeller: Geometriksel bir şeklin alanının belli bölümünün taranması ile elde edilen modeller ve geometriksel modeller,

3. Hacim özelliğini esas alan modeller: Ekmek, portakal ya da karpuz gibi somut maddelerin belli oranlarda bölünmesi,

4. Sayılabilme özelliğini esas alan modeller: Abaküsün ya da bir kümenin elemanlarının kullanıldığı modeller.

2.4. İlgili Araştırmalar

2.4.1. Problem çözme ile ilgili araştırmalar

Altun (1995) tarafından yapılan "İlkokul 3,4 ve 5. Sınıf Öğrencilerinin Problem Çözme Davranışları Üzerine Bir Çalışma" başlıklı araştırmada, ilkokul 3,4 ve 5. sınıf öğrencilerinin matematik problemlerini çözerken gösterdikleri davranışların neler olduğunun belirlenmesi amaçlamıştır. Bu davranışları gösterme bakımından problem çözmede başarılı olan öğrenciler ile başarısız olanlar arasında ne gibi farklılıkların olduğunun belirlenmesine çalışılmıştır. Çalışmanın sonucunda öğrencilerin problem çözmedeki davranışlardan olan "verilenleri ve istenenleri yazma", "probleme uygun şekil ve şema çizme", "yapılacak işlemleri sırasıyla yazma", "işlemleri yapma ve problemi çözme" davranışlarının yüksek olduğunu saptamıştır. Ayrıca "problemin sonucunu tahmin etme", "çözümün doğruluğunu kontrol etme", "benzer bir problemi yazma" davranışlarının düşük; "problemi özet olarak yazma", "problemi bir başka yolla çözme" davranışlarının çok düşük düzeyde gösterdikleri saptanmıştır. Ortaya çıkan bu veriler sonucunda yapılan deneysel çalışma ile birlikte yukarıda verilen davranışlardan "problemi bir başka yolla çözme" hariç diğer hepsinin öğrenciler tarafından öğrenilebildiği ortaya konulmuştur.

Higgins' in 1997 yılında yaptığı "The Effect of Long Instruction In Mathematical Problem Solving on Middle School Students Attitudes, Beliefs and Abilities" başlıklı çalışmada bir yıllık sistematik eğitimin ortaokul öğrencilerinin problem çözme ile ilgili tutumları, inanışları ve problem çözme yetenekleri üzerindeki etkilerini araştırmıştır. Bu çalışmaya iki altıncı sınıf ve dört yedinci sınıf öğretmeni ve onların öğrencileri katılmıştır. Verilen eğitimde tahmin ve kontrol, bağıntı arama, sistematik liste yapma, resim çizme veya model oluşturma ve olasılıkları eleme stratejileri öğretilmiştir. Çalışmadaki veriler, yarı yapılandırılmış görüşme ve Likert tipi sorulardan oluşan bir anket yoluyla toplanmıştır. Görüşmelere dokuzu eğitim alan gruptan, dokuzu ise diğer gruptan olmak üzere 18 öğrenci katılmıştır. Bu öğrencilere matematik ve problem çözme ile ilgili algılarını yoklayan sorular ve dört tane rutin olmayan problem yöneltilmiştir. Sonuç olarak, eğitim alan öğrenciler problem çözme derslerini beyinlerini kullanmak ve düşünmek için bir fırsat olarak düşündüklerini belirtmişlerdir.

Baki, Karataş ve Güven (2002) tarafından yapılan "Klinik Mülakat Yöntemi ile Problem Çözme Becerilerinin Değerlendirilmesi" başlıklı çalışmada problem çözme becerisinin öğrencilere kazandırılmasının öneminden bahsedilmektedir ve bazı yöntemlerin problem çözme becerilerini değerlendirmedeki potansiyeli tartışılmıştır. Araştırmada problem çözme sırasında öğrencilerin yaptıkları hataların ve yanılgıların, onların matematiksel bilgi ve becerileri hakkında ipuçları verebileceği belirtilmiştir. Bu çalışmada klinik mülakat yöntemiyle, öğrencilerin hatalarının derinlemesine incelenebileceği ve saklı matematiksel düşüncelerinin ortaya çıkarılabileceği savunulmaktadır.

Artut, Tarım ve Bal (2004), "İlköğretim Öğrencilerinin Ordinal (Sıra) Sayılar İçeren Problemleri Çözme Becerileri" başlıklı çalışmada ilköğretim öğrencilerinin sıra sayılarını içeren problemleri çözme becerilerini incelemişlerdir. Araştırmaya 5. ve 6. sınıflardan toplam 240 öğrenci katılmıştır. Tarama modelindeki bu araştırmada öğrencilere toplam 26 sözel problemden oluşan üç tip problem verilmiştir. Bu araştırmanın sonunda öğrencilerin küçük sayılarla çözülen problemlerde daha başarılı oldukları ve problemlerin yapısının gerektirdiği durumları göz önüne almaksızın sadece iki sayıyı toplama veya çıkarma işlemlerini yaparak cevapladıkları gibi sonuçlara ulaşılmıştır. Sonuç olarak öğrencilerin ordinal sayı içeren rutin olmayan problemlerde başarılı olamadıkları belirtilmiştir.

Özsoy (2005), "Problem Çözme Becerisi ile Matematik Başarısı Arasındaki İlişki" başlıklı çalışmasında; ilköğretim 5. sınıfta problem çözme becerisi ile matematik dersi başarısı arasındaki ilişkiyi incelemiştir. Çalışmaya, ilköğretim 5. sınıfta öğrenim gören 107 öğrenci katılmıştır. Çalışmada ele alınan problem ve alt problemlere ilişkin verileri elde etmek amacıyla çoktan seçmeli test maddelerinden oluşan; "Matematik Başarı Testi" ve "Problem Çözme Beceri Testi" kullanılmıştır. Çalışma sonunda; ilköğretim 5. sınıf öğrencilerinin matematik başarısı ile problem çözme becerisi arasında anlamlı ve pozitif yönde bir ilişki bulunduğu görülmüştür.

Soylu ve Soylu (2006) tarafından yapılan "Matematik Derslerinde Başarıya Giden Yolda Problem Çözmenin Rolü" başlıklı çalışmanın amacı; öğrencilerin problem çözmedeki güçlüklerinin ve hatalarının tespit edilmesidir. Çalışmanın örneklemi; Erzurum ili Oltu ilçesi merkezinde bulunan Oltu İlköğretim Okulu' ndaki 13 ikinci sınıf öğrencisinden oluşmaktadır. Örnekleme katılan öğrencilere 10 alıştırma testi ve aynı işlemi gerektiren 10 sözel problemlik test uygulanmıştır. Ayrıca bu 13 öğrenci 6 hafta boyunca takip edilmiştir. Öğrencilerin bu süre zarfında; testlerde sorulan sorulara vermiş oldukları cevaplardan ve öğrencilerin derste izlenmesi esnasında öğrencilerle yapılan mülakatlardan veriler toplanmıştır. Öğrencilerin test sınav kâğıtlarının incelenmesinden ve yapılan mülakatlardan elde edilen sonuçlara göre, toplama, çıkarma ve çarpma ile ilgili işlemsel bilgileri gerektiren alıştırmalarda öğrencilerin zorluk yaşamadıkları buna rağmen kavramsal ve işlemsel bilgileri gerektiren problemlerde zorluk yaşadıkları görülmüştür.

Arslan ve Altun (2007) tarafından yapılan "Rutin Olmayan Matematiksel Problemlerin Çözümünü" başlıklı çalışmanın amacı, 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin rutin olmayan matematiksel problemleri çözme stratejilerinden hangilerini öğrenebildiklerinin ve bunları hangi düzeyde kullanabildiklerinin belirlenmesidir. Çalışmaya yedinci sınıftan 15, sekizinci sınıftan 13 olmak üzere toplam 28 öğrenci katılmış, ölçme aracı olarak 15 soruluk bir başarı testi uygulanmıştır. Ön testten ele edilen verilere göre yedinci ve sekizinci sınıftaki öğrencilerin informal olarak bazı stratejiler kullanılabildikleri, ancak geriye doğru çalışma ve örüntü arama stratejilerini kullanamadıkları belirtilmiştir. Son testten elde edilen verilere göre ise, eğitim sonrasında stratejilerin oldukça yüksek yüzdelik değerlere ulaştığı ve problem çözmede kullanılabildiği ifade edilmektedir. Sonuç olarak problem çözme stratejilerine öğretim programlarında yer verilmesinin öğrencilerin problem çözme becerilerini geliştirmesine katkısının olacağı vurgulanmıştır.

Özsoy (2007), "İlköğretim Beşinci Sınıfta Üstbiliş Stratejileri Öğretiminin Problem Çözme Başarısına Etkisi" başlıklı çalışmada ilköğretim beşinci sınıf düzeyinde üstbiliş stratejileri öğretiminin, problem çözme başarısına etkisini araştırmıştır. Araştırmada ayrıca, üstbiliş stratejileri öğretiminin, problem çözmenin Polya (1981) tarafından önerilen aşamalarındaki (problemi anlama, plan yapma, planı uygulama, kontrol) başarıya etkisi de incelenmiştir. Bu doğrultuda araştırma, ön test-son test kontrol gruplu deneysel desen üzerine modellenmiştir. Verilerin analiz edilmesiyle elde edilen sonuçlarda, deney grubundaki öğrencilerin uygulama süreci sonunda hem üstbiliş hem de problem çözme başarı düzeylerinde artış olduğu görülmüş; ayrıca bu artışın kontrol grubuna oranla daha yüksek olduğu gözlenmiştir. Kontrol grubunda ise herhangi bir anlamlı artış gözlenememiştir. Elde edilen sonuçlar, üst bilişsel problem çözme etkinlikleri yoluyla üstbiliş stratejileri öğretiminin, problem çözme başarısında artışa sebep olduğunu göstermektedir.

Ulu (2008) tarafından yapılan "Sınıf Öğretmeni, Sınıf Öğretmeni Adayı ve 5. Sınıf Öğrencilerinin Dört İşlem Problemlerini Çözmede Kullandıkları Stratejilerin Karşılaştırılması" başlıklı çalışmada sınıf öğretmeni, sınıf öğretmeni adayı ve 5. sınıf öğrencilerinin dört işlem problemlerini çözmede kullandıkları stratejiler karşılaştırılmıştır. Araştırmada betimsel tarama yöntemi kullanılmıştır. Araştırmanın çalışma grubunu Kütahya il merkezinde öğrenim görmekte olan 264 ilköğretim 5. sınıf öğrencisi, matematik öğretimi dersini almış üç farklı üniversiteden 216 sınıf öğretmeni adayı ve Kütahya il merkezinde sınıf öğretmenliği yapmakta olan 149 öğretmen oluşturmaktadır. Veri toplama amacıyla araştırmacı tarafından geçerlik ve güvenirlik çalışması yapılmış 10 sorudan oluşan problem çözme testi kullanılmıştır. Araştırmada elde edilen sonuçlara göre; dört işlem problemlerini çözmede kullanılan stratejiler birey statüsüne (5. sınıf öğrencisi, sınıf öğretmeni adayı, sınıf öğretmeni) göre anlamlı farklılık göstermektedir. Dört işlem problemlerini çözmede 5. sınıf öğrencilerinin genelde tercih ettikleri strateji matematik cümlesi yazma stratejisi iken, sınıf öğretmeni adaylarının genelde tercih ettikleri strateji değişken kullanma (denklem kurma) stratejisi, sınıf öğretmenlerinin genelde tercih ettikleri strateji ise diyagram (şekil) çizme stratejisidir.

Karaoğlan (2009) tarafından yapılan “6. Sınıf Öğrencilerinin Problem Çözmeye Dayalı Etkinlikler Sonrası Problem Çözme Başarıları İle Matematik Başarıları Arasındaki İlişki” başlıklı çalışmanın amacı, 6. sınıf öğrencilerinin EBOB-EKOK, kümeler ve doğal sayılar konularında problem çözmeye dayalı etkinlikler sonrası problem çözme başarıları ile matematik başarıları arasındaki ilişkinin araştırılmasıdır. Bu çalışmada ayrıca öğrencilerin problem çözme başarı puanları ile Seviye Belirleme Sınavındaki (SBS) matematik netleri arasındaki ilişki de incelenmiştir. Çalışma İstanbul’da özel bir okulda öğrenim gören 170 altıncı sınıf öğrencisi ile gerçekleştirilmiştir. Araştırma sorularının incelenmesinde nicel yöntemlerden faydalanılmış ve ilişkisel model kullanılmıştır. İstatistiksel analiz sonuçları, 6. Sınıf öğrencilerinin EBOB-EKOK, kümeler ve doğal sayılar konularında problem çözmeye dayalı etkinlikler sonrası aldıkları problem çözme başarı puanları ile ortalama matematik başarı puanları arasında anlamlı pozitif bir ilişki olduğunu göstermiştir. Ayrıca, öğrencilerin SBS sınavındaki matematik netleri ile problem çözmeye dayalı etkinlikler sonrası aldıkları problem çözme başarı puanları arasında da anlamlı pozitif bir ilişki bulunmuştur.

Çelik ve Güler (2012) tarafından yapılan “İlköğretim 6. Sınıf Öğrencilerinin Gerçek Yaşam Problemlerini Çözme Becerilerinin İncelenmesi” başlıklı çalışmada 6. sınıf öğrencilerinin rutin ve gerçek yaşam problemlerini çözme becerilerinin incelenmesi amaçlanmıştır. Araştırma Trabzon ilindeki bir ilköğretim okulunda 6. sınıfta öğrenim görmekte olan 80 öğrenci ile yürütülmüştür. Veri toplamak amacıyla 10 sıradan problem ve bu problemlere paralel nitelikte 10 gerçek yaşam probleminden oluşan ve Verschaffel, De Corte ve Lasure (1994) tarafından geliştirilen bir test kullanılmıştır. Çalışma sonunda öğrencilerin rutin problemlere verdikleri doğru cevap oranlarının (%67), gerçek yaşam problemlerine verdikleri doğru cevap oranlarından (%7) çok belirgin şekilde farklılaştığı görülmüştür. Öğrencilerin büyük bir kısmının (%42) gerçek yaşam problemlerini, içerdiği gerçek yaşam durumunu dikkate almaksızın tıpkı rutin problemler gibi çözdükleri sonucuna ulaşılmıştır. Problemde verilen sayıların tümünü kullanarak probleme cevap verme eğilimi ve yanlış işlem seçimi gerçek yaşam problemlerinin çözümünde karşılaşılan diğer yanlışlar olarak ortaya çıkmıştır ki bunlara rutin problemlerin çözümünde de rastlanılmıştır.

2.4.2. Matematiksel anlama ile ilgili araştırmalar

Pirie ve Schwarzenberger (1988) tarafından yapılan "Mathematical Discussion and Mathematical Understanding" başlıklı çalışmanın amacı, matematik sınıfında yapılan tartışmaların matematiksel anlayışa bir katkısı olup olmadığını araştırmaktır. Bu çalışmada işbirlikli çalışma grupları ve bireysel çalışma grupları kıyaslanmıştır. Fakat bu çalışmaları uzun bir çalışmanın sadece ilk aşaması olduğu için matematiksel anlayış ve matematiksel tartışma arasında bir sebep sonuç ilişkisi olup olmadığı hakkında kesin bir bilgi vermemişlerdir.

Pirie ve Kieren (1989), "A Recursive Theory of Mathematical Understanding" başlıklı çalışmalarında matematiksel anlayışın gelişimi teorilerinden faydalanmışlardır. Öğrencilerin matematiksel davranışlarının dökümünü ve genişletilmiş quadratik örneklerin bulgularından faydalanmışlardır. Matematiksel anlayışı yinelenen bir fenomen olarak düşünmek ise, matematiksel anlayışın nasıl büyüdüğünün ve bir bütün haline nasıl ulaştığını doğru bir şekilde anlamak ile mümkün olacaktır.

Pirie ve Kieren (1994a), "Beyond Metaphor: Formalising in Mathematical Understanding within Constructivist Environments" başlıklı çalışmalarında matematiksel anlayış ile ilgili bir teori geliştirmişlerdir. Kendi teorileri çerçevesinde somut anlayışın doğasını düşünmek, bu somutlaştırmayı örneklendirmek ve daha formal olan yapılandırmacı bir çevrede öğrenilen matematiksel anlayış ile kıyaslamak çalışmanın amaçlarındandır. Araştırma sonunda ise somutlaştırarak öğrenmenin küçük yaştaki öğrenciler için daha uygun olduğunu fark etmişlerdir.

Pirie ve Kieren (1994b), "Growth in Mathematical Understanding: How Can We Characterise It and How Can We Represent It?" isimli çalışmayı ortaya koymuşlardır. Çalışmada kesir kavramından faydalanılmıştır ve matematiksel anlayıştaki büyüme teorilerini benimsenmiştir.

Sonuç olarak ise bu teori, hareket edebilen dinamik bir yapıya sahip olmakla birlikte, bilmenin basamakları arasında ileri geri hareketler yapma potansiyelindedir. Bu teori hatırlama ve yeniden inşa etmeyi de içerdiği için doğrusal bir fenomen değildir. Pirie ve Kieren bu çalışmalarında öğrencilerin matematiksel anlama seviyelerindeki değişikliğin nelere (kişi, konu vb.) bağlı olduğunu henüz belirleyemediklerini söylemektedirler.

Akdeniz (2011) tarafından yapılan "Öğretmen Adaylarının Eğim Kavramı İle İlgili Sahip Oldukları Kavram İmajlarının Ve Matematiksel Anlayışlarının İncelenmesi Üzerine Bir Durum Çalışması" başlıklı araştırmanın amacı; eğim kavramı ile ilgili öğretmen adaylarının sahip oldukları kavram imajlarını ve matematiksel anlayışlarını incelemektir. Ayrıca öğretmen adaylarının eğim kavramının farklı temsilleri arasındaki ilişkileri kurup kuramadıkları da araştırılmıştır. Katılımcılar, bir devlet üniversitesinin Orta Öğretim Fen ve Matematik Alanları Eğitimi Bölümü Matematik Öğretmenliği Anabilim Dalı'nda lisans eğitimi alan beş öğretmen adayıdır. Beş öğretmen adayı amaçlı örneklem tekniğine göre seçilmiş ve çalışmaya gönüllü olarak katılmışlardır. Veriler, görüşmeler ve öğrencilerin yazılı dokümanlarından elde edilmiştir. Araştırmanın modeli, nitel araştırma desenlerinden durum çalışmasıdır. Araştırmaya katılan her bir öğretmen adayı ayrı bir "durum" olarak incelenmiştir. Veriler içerik analizi yöntemi ile analiz edilmiştir. Yapılan analizde, katılımcıların sahip oldukları kavram imajlarını ve matematiksel anlayışlarını teşhis etmek üzere, görüşme sorularına odaklanılmıştır. Elde edilen veriler, Tall ve Vinner (1981) tarafından geliştirilen kavram imajı ve kavram tanımı yapısı esas alınarak analiz edilmiştir. Görüşme sorularının bir kısmında, eğim kavramının farklı temsilleri arasındaki ilişkileri kurup kuramadıklarının incelenmesi ise dolaylı olarak öğretmen adaylarının matematiksel anlayışları hakkında bilgi vermiştir.

Argat (2012) tarafından yapılan "Pirie-Kieren Dinamik Modeli İle Öğrencilerde Matematiksel Anlamanın Gelişiminin İncelenmesi" adlı araştırmada, akademik başarısı yüksek ve düşük olan 7. sınıf öğrencilerinin permütasyon ve faktöriyel kavramlarını anlamlandırma süreçlerinin nasıl bir gelişim gösterdiği Pirie-Kieren Teorisine göre incelenmiştir. Ayrıca akademik başarı düzeyleri farklı olan öğrencilerin anlamayı hangi katmanlarda gerçekleştirdiklerini birbiriyle karşılaştırmak amaçlanmıştır. Bu araştırma, yapılandırmacı bir öğrenme ortamında akademik başarı düzeyleri düşük ve yüksek olarak gruplanmış her biri özel bir durum olan dört öğrenci ile gerçekleştirildiğinden çoklu durum desenine uygun olarak düzenlenmiştir. Araştırmanın örneklemi, 2010-2011 eğitim öğretim yılında Bursa ili İnegöl ilçesindeki bir ilköğretim okulunun 7. sınıfında eğitim gören iki şubedeki toplam 50 öğrenciden oluşmaktadır. Araştırmada, öğrencilerin kavramları anlamlandırmaları için gereken ön bilişsel bilgilerini ölçmek için başarı testi ve öğrencilerin kavramları anlamlandırma süreçlerini inceleyebilmek için tasarlanan etkinlikler veri toplama aracı olarak kullanılmıştır. Araştırmada çalışma grubundaki her bir öğrenci için yarı yapılandırılmış görüşme, katılımlı gözlem ve doküman incelemesi yoluyla elde edilen veriler betimsel analiz yöntemiyle analiz edilmiştir. Araştırmada aşağıdaki veriler elde edilmiştir:

• Akademik başarı düzeyi yüksek olan öğrencilerin etkinlikleri yorumlayarak kavramları rahat bir şekilde anlamlandırabildikleri ve bu sayede bilgiyi yapılandırma sürecini tamamlayarak Pirie-Kieren teorisine göre soyutlama katmanına ulaştıkları görülmüştür. Buna rağmen akademik başarı düzeyi düşük olan öğrencilerin kavramları anlamlandırma sürecinde süreklilik sağlayamadıkları ve bu nedenle bu öğrencilerin bilgiyi yapılandırma sürecinde uzun uğraşlar sonunda Pirie-Kieren Teorisine göre soyutlama katmanına ulaştıkları görülmüştür.

• Akademik başarı düzeyi yüksek olan öğrenciler kısa sürede bir iç katmandan bir dış katmana geçerlerken, akademik başarısı düşük olan öğrencilerin katmanlar arasında geçiş sürelerinin oldukça uzun olduğu görülmüştür.

• Araştırmadaki tüm öğrenciler Pirie-Kieren dinamik modelindeki katmanlardan daha çok "görüntü oluşturma" katmanına geri katlama yapmışlardır. Bu nedenle öğrencilerin kavramın ne hakkında olduğu ile ilgili bir fikir edinmek için etkinliklerle meşgul oldukları görüntü oluşturma katmanının, daha çok geri katlamaya yönelik olduğu söylenebilir.

• Araştırmadaki tüm öğrencilerin daha çok odaklanılmış-kasıtlı öğretmen müdahalelerine yanıt verdikleri görülmüştür. Bu nedenle ilköğretim öğrencilerinin kendi kendilerini geri katlamaya yönlendiremedikleri söylenebilir.

2.4.3. Kesirler konusu ile ilgili araştırmalar

J.Sowell (1989), "Matematik Öğretiminde Somut Materyallerin Etkisi (Effects Of Manipulative Materials In Mathematics Instruction)" başlıklı çalışmasında somut öğretimsel materyallerin matematik öğretimindeki etkilerini belirlemek için birçok çalısmanın sonuçlarını birleştirmiştir. Sonuçlar somut öğretimsel materyallerin uzun süre kullanılması ile matematik başarısının arttığını, öğrencilerin matematiğe olan tutumlarının geliştiğini göstermektedir.

Mack (1990), “Kesirleri Anlayarak Öğrenme: İnformal Bilgi Üzerine İnşa Etme (Learning Fractions With Understanding: Building On İnformal Knowledge)” başlıklı çalışmasında altıncı sınıf öğrencilerine kesirlerde toplama ve çıkarma ile ilgili verilen öğretim sırasında öğrencilerin kavrayışlarının gelişimini şu iki açıdan incelemiştir:

a) öğrencilerin kesirlerle ilgili sembol ve yöntemlere anlam vermek için informal bilgilerini kullanıp kullanmadıkları,

b) ezberlenmiş yöntemlerin informal bilgileri kullanmayı etkileyip etkilemediği.

Bu amaçla 8 öğrenci ile çalışılmış, öğretimden önce bu öğrencilerin sembol ve algoritmalarla ilgili kavrayışlarının çok az olduğu gözlenmiştir. Öğretim her öğrenci ile 11 defa yapılan 30 dakikalık (klinik) görüşmeler sırasında birebir olarak verilmiş; geleneksel öğretimden farklı olarak, öğrencilerin kesirlerle ilgili informal bilgileri esas alınmış ve tahmin becerileri vurgulanmıştır. Öğretim sonrasında, öğrencilerin sembolik olarak sunulan problemler ile gerçek yaşam durumları arasında bağlantı kurulduğunda informal bilgilerini kullanabildikleri, önceden öğrenilen algoritma ve kuralların bunu zorlaştırdığı ve bundan dolayı bilgi transferinin sınırlı olduğu gözlenmiştir.

Aksu (1997), ilköğretim altıncı sınıf öğrencileri ile yaptığı “Kesirler ile Öğrenci Performansı Arasındaki İlişki (Student Performance in Dealing with Fractions)” başlıklı çalışmada; kesirlerin anlamını kavrama, kesirlerle işlemler ve kesir içeren problemleri çözme bağlamları sunulduğunda öğrencilerin performanslarında oluşan farklılıkları incelemiştir. Altıncı sınıf öğrencilerine kesirlerle ilgili kavramsal bilgi, işlemsel bilgi ve problem çözme becerisini içeren üç ayrı test uygulamıştır ve araştırma sonucunda, öğrenci performansının işlem testinde en yüksek ve problem çözme testinde en düşük olduğu ortaya çıkmıştır. Üç testten elde edilen anlamlı ve pozitif korelasyon katsayıları, kesir kavramını anlama, kesirlerle işlemleri gerçekleştirme ve kesirleri içeren problemleri çözme arasında olası bir karşılıklı ilişkiyi göstermektedir. Cinsiyet ve üç testteki başarı arasındaki ilişki anlamlı bulunmamış; bununla birlikte, üç testteki başarı ve öğrencilerin önceki dönemdeki matematik dersi notları arasında anlamlı bir ilişki bulunmuştur.

Ardahan ve Ersoy (2000), "İlköğretimde Materyal Destekli Kesir Ve Ondalık Kesirlerin Materyal Tabanlı Öğretimi" başlıklı çalışmasında ilköğretim öğrencilerinin kesirler ve ondalık kesirlerde kavram yanılgıları ve işlem hatalarını ortadan kaldırmak amacıyla bu iki üniteye ait etkileşimli öğretim materyalleri geliştirmiş ve 51 öğrenciye geliştirilen materyallerle ünitelerin öğretimi yapılmıştır. Araştırma sonucunda; ilköğretim öğrencilerinin % 53'ünün gerçek hayattaki bir durumu ifade etmede başarısız olduğu, %71'nin kesirlerin toplanması ve çıkarılmasını sayı doğrusunda gösteremediği, %50 sinin ise kesirleri somut olarak göstermede zorluk çektiği belirlenmiştir. Hazırlanan etkileşimli öğretim materyallerinin belirlenen güçlükleri ortadan kaldırmada başarılı olduğu ve öğrencilerin etkileşimli materyallerle yapılan öğretim sonunda kesirler ve ondalık kesirler ünitelerine karsı olumlu tutum geliştirdiği belirlenmiştir.

Haser ve Ubuz (2003), "Öğrencilerin Kesirleri Anlaması: 5. Sınıf Öğrencileri Üzerine Bir Çalışma" başlıklı araştırmada öğrencilerin kesirlerle ilgili sözel problemleri çözerken gösterdikleri kavramsal anlamayı incelemiş; sonuçlar, öğrencilerin problem çözmek için farklı yollar kullandığını göstermiştir. Doğru ve yanlış cevaplar, öğrencilerin kesirleri nasıl algıladıkları hakkında özellikle parça-bütün anlamı hakkında ve problemleri çözmek için kesir kavramını nasıl kullandıkları hakkında bilgi vermiştir. Doğru olmayan çözümlerin, parça-bütün anlamının yanlış inşasından ve kesir işlemlerinde yanlış kavramlardan ve problemi anlamamaktan kaynaklandığını göstermiştir.

Soylu ve Soylu (2005), "İlköğretim Beşinci Sınıf Öğrencilerinin Kesirler Konusundaki Öğrenme Güçlükleri: Kesirlerde Sıralama, Toplama, Çıkarma, Çarpma Ve Kesirlerle İlgili Problemler" başlıklı araştırmada kesirlerde sıralama, toplama, çıkarma, çarpma ve kesir problemlerinde ki öğrencilerin öğrenme güçlüklerinin tespit edilmesini amaçlamaktadır. Elde edilen sonuçlara göre, kesirlerde sıralama, toplama, çıkarma, çarpma ve kesir problemleri ile ilgili kavramların, tanımlarının ve formüllerinin öğrenilmesinde ve işlemsel bilgilerde öğrencilerin zorluk yaşamadıkları buna karşın ezberledikleri tanımların ve kavramların uygulamalarında zorluk yaşadıkları görülmüştür.

Lett (2007), ilköğretim besinci sınıf öğrencileriyle yapmış olduğu "Matematikte Öğrenci Başarısını Artırmak İçin Somut Materyal Kullanımı (Using Manipulative Materials To Increase Achievement In Mathematics)" başlıklı araştırmasında matematik öğretiminde somut materyal kullanımının öğrenci başarısında bir artış meydana getirip getirmeyeceği test edilmiştir. Kesirlerde toplama ve çıkarma işlemleri; elma, portakal gibi çeşitli meyveler kullanılarak öğretilmiştir. Sonuçlara bakıldığında somut materyal kullanımının dikkate değer şekilde öğrenci başarısını artırdığı gözlenmiştir.

Kocaoğlu ve Yenilmez (2010), “Beşinci Sınıf Öğrencilerinin Kesir Problemlerinde Yaptıkları Hatalar Ve Kavram Yanılgıları” başlıklı çalışmada ilköğretim beşinci sınıfta okuyan öğrencilerin kesir problemlerinde yaptıkları hatalar ve kavram yanılgılarını belirlemeyi amaçlamışlardır. Araştırmanın örneklemini Eskişehir ilindeki bir ilköğretim okulunda beşinci sınıfta okuyan 6 öğrenci oluşturmaktadır. Bu öğrenciler başarı düzeylerine göre ve her başarı düzeyinde bir kız ve bir erkek öğrenci olacak şekilde seçilmiştir. Verilerin toplanması aşamasında, öğrencilerin kesir problemlerinde yaptıkları hatalar ve kavram yanılgılarını belirlemek için yarı yapılandırılmış görüşme tekniği uygulanmıştır. Her bir öğrenciyle bire bir olarak görüşülmüştür. Elde edilen verilerin çözümlenmesinde içerik analizinden yararlanılmıştır. Araştırma sonucunda; öğrencilerin kesir problemleri ile ilgili bazı hata ve kavram yanılgılarına sahip oldukları görülmüştür. Ayrıca öğrencilerin kesirlerle ilgili problemlerde verilenleri ve istenenleri göz ardı ettikleri yani problemi anlamada ve dolayısıyla işlemlerin sırasının belirlenmesinde güçlük yaşadıkları görülmüştür.

3. MATERYAL ve YÖNTEM

Bu bölüm de araştırmanın modeline, örnekleme yöntemine, veri toplama araçlarına, sürecine ve analizine yer verilmiştir.

3.1. Araştırmanın Modeli

Bir grup, olay veya olgunun derinlemesine incelenerek anlaşılmaya çalışıldığı çalışmalarda genel olarak kullanılan araştırma yöntemi durum çalışmasıdır. Bu çalışmada da araştırma modeli olarak nitel araştırma metotlarından *durum çalışması* kullanılmıştır.

Durum çalışmaları, bilimsel sorulara cevap aramak için kullanılan ayırt edici bir yaklaşım olarak görülmektedir (Büyüköztürk ve diğerleri, 2012). McMillan (2000), durum çalışmalarını bir ya da daha fazla olayın, ortamın, programın, sosyal grubun ya da birbirine bağlı diğer sistemlerin derinlemesine incelendiği bir metot olarak tanımlamaktadır (Akt. Büyüköztürk ve diğerleri, 2012).

Yin (1984)' e göre durum çalışması, güncel bir olguyu kendi gerçek yaşam çerçevesi (içeriği) içinde çalışan, olgu ve içinde bulunduğu içerik arasındaki sınırların keskin hatlarıyla belirgin olmadığı, birden fazla kanıt veya veri kaynağının olduğu durumlarda kullanılan, bir araştırma yöntemidir. Bu tanımı daha iyi anlayabilmek için, yukarıda sözü edilen boyutların diğer araştırma türlerinde nasıl gerçekleştiğini incelemekte yarar vardır. Örneğin deneysel bir çalışma olguyu, amaçlı bir biçimde gerçek yaşamdan ayırarak, yani olguyu laboratuvar koşullarında kendi doğal ortamından ayırarak çalışır. Ancak bu yolla, araştırmacının ilgisi sınırlı sayıda değişken ve bunlar arasındaki ilişkiye odaklanabilir. Öte yandan tarihsel bir çalışma, olgu ve içinde oluştuğu içeriği dikkate alır; ancak çalıştığı olaylar güncel değildir. Son olarak, anketler yine olgu ve içerik konusuyla ilgilenir, ancak olgunun içinde oluştuğu içeriği derinlemesine araştırmak anketlerle mümkün olamaz. Diğer araştırma türlerinden ayrılan yönlerinden yola çıkarak, durum çalışmasının 'nasıl' ve 'niçin' sorularını temel alan, araştırmacının kontrol edemediği bir olgu ya da olayı derinliğine incelemesine imkân veren bir araştırma yöntemi olduğunu söylemek mümkündür (Yıldırım ve Şimşek, 2008).

Yıldırım ve Şimşek (2008)' e göre durum çalışması sekiz aşamadan oluşmaktadır;

1-Araştırma sorularının geliştirilmesi,

2-Araştırmanın alt problemlerinin geliştirilmesi,

3-Analiz biriminin saptanması,

4-Çalışılacak durumun belirlenmesi,

5-Araştırmaya katılacak bireylerin seçimi,

6-Verinin toplanması ve verinin önermelerle ya da alt problemlerle ilişkilendirilmesi,

7-Verinin analiz edilmesi ve yorumlanması,

8-Durum çalışmasının raporlaştırılması.

3.2. Örneklem

Çalışma Artvin ilindeki iki devlet okulunun 6. ve 7. sınıflarından seçilen 55 öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Örnekleme yöntemi olarak '*seçkisiz olmayan örnekleme yöntemleri*' nden '*amaçsal (amaçlı) örnekleme yöntemi*' kullanılmıştır.

Amaçsal örnekleme, olasılıklı ve seçkisiz olmayan bir örnekleme yöntemidir. Amaçsal örnekleme, çalışmanın amacına bağlı olarak bilgi açısından zengin durumların seçilerek derinlemesine araştırma yapılmasına imkân verir. Belli ölçütleri karşılayan veya belli özelliklere sahip olan bir veya daha fazla özel durumlarda çalışılmak istenildiğinde tercih edilir (Büyüköztürk ve diğerleri, 2012).

Amaçsal örnekleme yöntemi; nicel araştırma geleneği içinde gelişen, nitel araştırmacılar tarafından sınırlı biçimde kullanılan olasılık temelli örnekleme yöntemlerinin tersine tam anlamıyla nitel araştırma geleneği içinde ortaya çıkmıştır ve olgu ve olayların keşfedilmesinde, açıklanmasında yararlı olmaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2008).

Patton (1987)' a göre başlıca amaçsal örnekleme yöntemleri şu şekilde sıralanabilir: aşırı veya aykırı durum örneklemesi, maksimum çeşitlilik örneklemesi, benzeşik örnekleme, tipik durum örneklemesi, kritik durum örneklemesi, kartopu veya zincir örnekleme, ölçüt örnekleme, doğrulayıcı veya yanlışlayıcı örnekleme ve kolay ulaşılabilir durum örneklemesi (Akt. Yıldırım ve Şimşek, 2008).

Amaçsal örneklemenin kullanıldığı bu çalışmada, öğrencilerin seçiminde matematik başarı notları ve öğretmen görüşleri etkili olmuştur. Öğrenciler, öğretmenleri tarafından başarı durumlarına göre düşük, orta ve yüksek başarılı olmak üzere üç grup halinde seçilmiştir.

Aşağıdaki tablolarda çalışma grubuna dair betimleyici istatistikler verilmiştir.

Tablo 3.1. Öğrencilerin cinsiyet değişkenine göre frekans ve yüzdeleri

		f	%
Cinsiyet	Erkek	23	41,8
	Kız	32	58,2
Toplam		55	100

Öğrencilerin cinsiyete göre frekans ve yüzdeleri Tablo 3.1' de gösterilmiştir. Çalışma grubundaki 55 öğrenciden 23'ünün erkek, 32' sinin kız olduğu görülmektedir. Yüzdelik olarak bakıldığında ise öğrencilerin % 41,8' i erkek, % 58,2'sinin kız olduğu görülmüştür.

Tablo 3.2. Öğrencilerin bulundukları sınıfa göre frekans ve yüzdeleri

		F	%
Sınıf düzeyleri	7. sınıf	25	45,5
	6. sınıf	30	54,5
Toplam		55	100

Öğrencilerin bulundukları sınıfa göre frekans ve yüzdeleri Tablo 3.2' de gösterilmiştir. Çalışmaya katılan 55 öğrenciden 25' inin 7. sınıf, 30' unun ise 6. sınıf olduğu görülmektedir. Yüzdelik olarak bakıldığında ise öğrencilerin % 45,5 inin 7. sınıfta, % 54,5 inin 6. sınıfta bulunduğu görülmüştür.

Tablo 3.3. Öğrencilerin başarı durumlarına göre frekans ve yüzdeleri

		F	%
Başarı durumları	Düşük	15	27,3
	Orta	22	40,0
	İyi	18	32,7
Toplam		55	100

Öğrencilerin bulundukları sınıfa göre frekans ve yüzdeleri Tablo 3.3’ de verilmiştir. Çalışmaya katılan 55 öğrenciden 15 (% 27,3) inin başarı durumunun düşük seviyede, 22 (% 40) sinin orta seviyede ve 18 (% 32,7) inin ise iyi seviyede olduğu görülmektedir.

Tablo 3.4. Öğrencilerin bulundukları okullara göre frekans ve yüzdeleri

		F	%
Okullar	1. okul	35	64
	2. okul	20	36
Toplam		55	100

Öğrencilerin bulundukları sınıfa göre frekans ve yüzdeleri Tablo 3.4’ de verilmiştir. Çalışmaya katılan 55 öğrenciden 35 (% 64) inin 1. Okuldan, 20 (% 36) sinin ise 2. okuldan seçildiği görülmektedir.

3.3. Verilerin Toplanması

Bu bölümde araştırmada yer alan soruların seçilme ve kullanılma amaçlarına, soruların muhtemel çözümlerine, veri toplama tekniklerine, veri toplanma sürecine ve geçerlilik çalışmalarına yer verilecektir.

3.3.1. Araştırmada yer alan soruların kullanılma amaçları

Araştırmaya başlamadan önce, ortaokul öğrencilerinin kesirler konusundaki matematiksel anlama seviyelerini belirleyebilecek açık uçlu sorular hazırlanmıştır. Bu sorular hazırlanırken yerli ve yabancı yüksek lisans ve doktora tezleri, literatür taraması ve uzman görüşleri esas alınmıştır. Çalışmanın matematiksel anlayışı belirlemek amaçlı birinci sorusu olan ‘tarla problemi’ isimli soru Bunar (2011)’ in ‘Altıncı Sınıf Öğrencilerinin Kümeler, Kesirler ve Dört İşlem Konularında Problem Kurma ve Çözme Becerileri’ isimli yüksek lisans tezinden uyarlanmıştır.

Tezin ikinci sorusu olan ‘portakal problemi’ isimli soru ve muhtemel çözümleri ise NCTM (National Council of Teachers of Mathematics)’ in internet sitesindeki “orta sınıflar için klasik problemler” isimli çalışmadan derlenmiştir. Çalışmada yer alan soruların hangi amaçla kullanıldığını özetleyen tablo aşağıdaki gibidir.

Tablo 3.5. Araştırmada yer alan soruların kullanılma amaçları

1. Soru	Öğrencilerin kesirler konusundaki matematiksel anlama seviyelerini belirlemek (kesirlerde karşılaştırma, dört işlem, problem tamamlama ve çözme)
2. Soru	Öğrencilerin kesirler konusundaki matematiksel anlama seviyelerini belirlemek (kesirlerde dört işlem, problem çözme)

Aşağıda ise kullanılan sorular (EK-1) ve kullanılma amaçları verilmiştir.

1.Soru: (Tarla Problemi)

“1/2, 3/8, 1/16”

Yukarıda verilen kesirleri kullanarak aşağıdaki problemi tamamlayınız, çözümünü yapınız. “160 dönümlük arazisinin 1/2’ sine buğday eken Bilal Bey kalan yerlerden büyük olan …… lik kısmına nohut ve diğer …… lik kısma pancar ekecektir. Haşhaş ekebilmesi için geriye kaç dönümlük arazisi kalmıştır?”

Bu sorunun sorulmasındaki amaç öğrencilerin kesirlerle ilgili zihinlerindeki kavram ve tanımları belirlemekti. Ayrıca öğrencilerin bu soruyu çözerken ‘nasıl’ bir yöntem sergilediklerini ve matematiksel anlama seviyelerinden hangi seviyeye kadar ulaşabileceklerini belirleyebilmek, öğrencilerin ‘anlama haritaları’ nı çıkarabilmektir.

2.Soru: Portakal Problemi

Bir gece Kral uyuyamaz ve mutfağa gider, orada bir kasa dolusu portakal bulur. Aç olduğunu hisseder ve portakalların 1/6 sını yer.

Daha sonra aynı gece Kraliçe uyuyamaz ve o da Kral dan kalan portakalların 1/5 ini yer.

Daha sonra birinci Prens uyanır ve mutfağa gider ve kalan portakalların 1/4 ünü yer.

Sonrasında onun kardeşi ikinci Prens ondan kalanların 1/3 ünü yer.

En sonunda üçüncü Prens kalan portakalların 1/2 sini yer ve sadece üç tane portakal kalır.

İlk olarak kasada kaç tane portakal vardı?

İkinci sorunun sorulma amacı ise öğrencilerin kesirlerle ilgili dört işlem becerilerini incelemek, bir kesrin ifade ettiği anlamı görmekti. Ayrıca öğrencilerin soruyu çözerken matematiksel anlama seviyelerinden hangi seviyeye kadar ulaşabileceklerini belirleyebilmek ve öğrencilerin 'anlama haritaları' nı çıkarabilmektir.

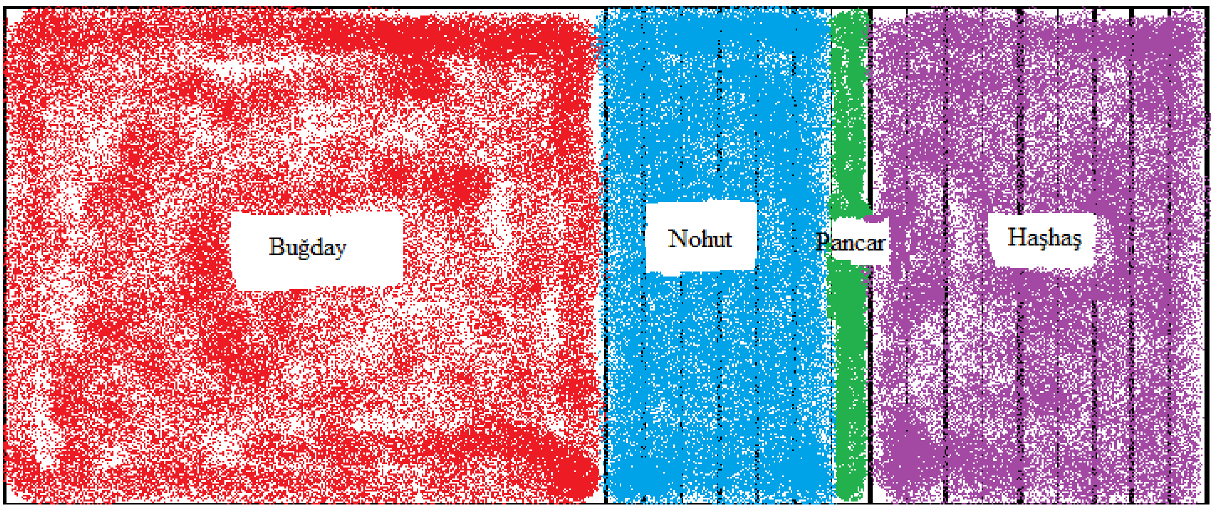
3.3.2. Soruların muhtemel bazı çözümleri

(Tarla Problemi)' nin muhtemel çözümleri: Bu soru için kullanılabilecek olası çözümler şunlardır:

- Bir şekil çizmek
- Kesirlerde dört işlemden yararlanmak

Bir şekil çizmek: Başlangıçta toplam araziyi temsil etmesi için bir dikdörtgen çizerek başlanır. Daha sonra buğday ekilen 1/2' lik kısmı göstermek için dikdörtgenin yarısı boyanır. Daha sonra verilen kesirlerden 3/8' in mi yoksa 1/16' nın mı daha büyük olduğunu belirlemek gerekiyor. Bunun içinde payda eşitleme yöntemi kullanılabilir. Kesirlerden 3/8' in daha büyük olduğu görülür. Kalan dikdörtgen 16 eş parçaya bölünür ve nohut ekilen 3/8 yani 6/16' lık yeri temsil edecek şekilde altı parçası boyanır. Daha sonra pancar ekilen 1/16' lık yeri temsil etmesi için bir parçası daha boyanır. Sonuç olarak; arazinin yarısı 16 eş parçaya bölünmüş ve yedi parçası boyanmıştır. Geriye dokuz parça kalmıştır. Bu dokuz parça haşhaş ekilen yerdir ve 45 dönümdür.

Şekil 3.1. 'Tarla problemi' nin şekil çizme stratejisi ile çözülmesi



Kesirlerde dört işlemden yararlanmak: Toplam arazi 160 dönümdür. Bunun 1/2' sine buğday ekiliyor.

Buğday: $160 \times 1/2 = 80$

Geriye $160 - 80 = 80$ dönüm arazi kalır. Kalan arazinin büyük olan 3/8' lik kısmına nohut, küçük olan 1/16' lık kısmına pancar ekiliyor. Geriye kalan da haşhaş için kullanılacak araziyi verir.

Nohut: $80 \times 3/8 = 30$ dönüm

Pancar: $80 \times 1/16 = 5$ dönüm

Haşhaş: $80 - (30 + 5) = 45$ dönüm.

(Portakal Problemi)'nin muhtemel çözümleri: Bu soruda kullanılabilecek olası çözüm yolları şunlardır:

- Tahmin ve kontrol etmek
- Bir şekil çizmek
- Çözüme sondan başlamak
- Bir denklem yazmak (bir değişken kullanmak).

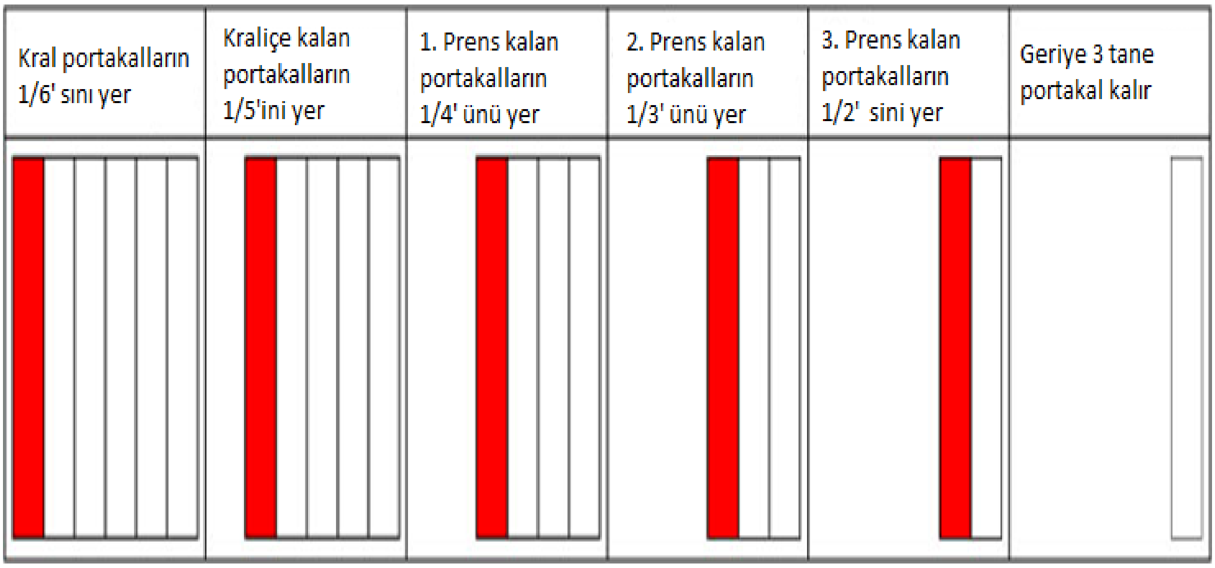
Tahmin ve kontrol etmek: Tahmin ve kontrol stratejisi öncesinde 'Kral mutfağa girdiğinde kasada kaç portakal vardı?' gibi orijinal bir tahmin ile başlanır. Öğrenci daha sonra ilk tahminin doğru sonuca ulaştırılıp ulaştırmayacağını çalıştığını sorunun yapısını kullanarak görür. Öğrencinin ilk tahmini başarısız olursa, başka bir tahmin yapar ve bunun "daha iyi" bir tahmin olup olmadığını görmek için kontroller yapar. Öğrenci doğru bir tahmin yapana kadar bu işleme devam eder. Bazı öğrenciler mantıksız tahminler yapabilir.

Öğrenciler, başlangıç tahmininden sonra Kral portakalların altıda birini yer demek ki ilk baştaki portakalların sayısının 6 ile bölünebilir olması gerektiğini fark eder. Örneğin, bir öğrenci ilk olarak kasada 24 tane portakal olduğunu tahmin edebilir. Bu tahmini kontrol ederken, öğrenci en son kalanı 4 olarak bulacaktır. Ancak soruda en son 3 tane portakal kaldığını hatırlayacak ve tahminini tekrar kontrol edecektir. Kalan portakal sayısını 3' den çok bulduğu için, öğrenci bu defa tahmini küçültecek ve 6' nın 24'den bir önceki katı olan 18' i seçecektir. Bu doğru bir tahmindir.

Bir şekil çizmek: Bu sorunun en kolay çözüm yöntemi olarak gösterilebilir. Başlangıçta kasadaki portakalların tamamını temsil etmek bir dikdörtgen çizerek başlanır. Kral kasadaki portakalların altıda birini yediğinden dolayı dikdörtgen şeritler halinde altı eşit parçaya bölünür ve dikdörtgen şeritlerden biri çıkarılır. Beş şeritler beşte biri çıkarılmış kraliçe kalan portakalların beşte birini yediğinden kalan şeritlerden biri daha çıkarılır. Burada ‘kalan’ ifadesi önemlidir. Bu beşte bir şeritin aynı zamanda orijinal şeritlerden biri tarafından temsil edildiğine dikkat edin. Birinci Prens kalan portakalların dörtte birini yediğinden kalan şeritlerden dörtte biri çıkarılır. Burudaki dörtte bir şerit başlangıçtaki şeritlerden biri tarafından temsil edilmektedir. Benzer şekilde işlem devam ettirildiğinde kalan 3 portakalın bir şerit ile temsil edildiği görülmektedir. 3 portakal bir şerite eşit ve başlangıçta altı şerit olduğuna göre, başlangıçtaki portakal sayısı 6 × 3 = 18 olmalı.

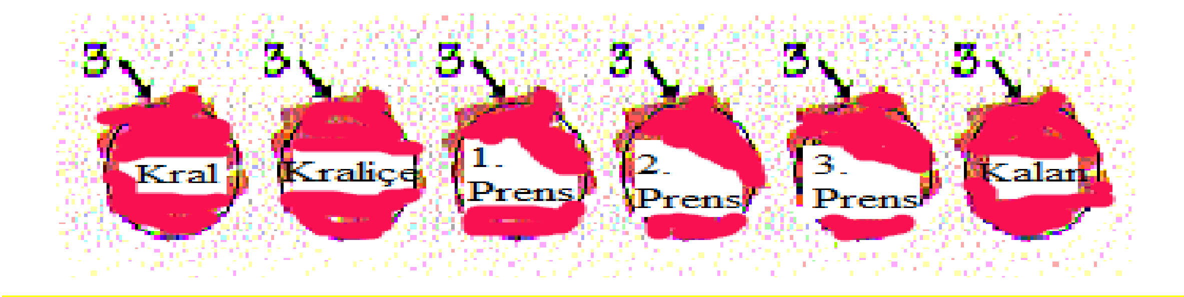
Aşağıdaki şekil, çözümün somut ve görsel bir temsilini göstermektedir.

Şekil 3.2. ‘Portakal problemi’ nin şekil çizme stratejisi ile çözülmesi-1



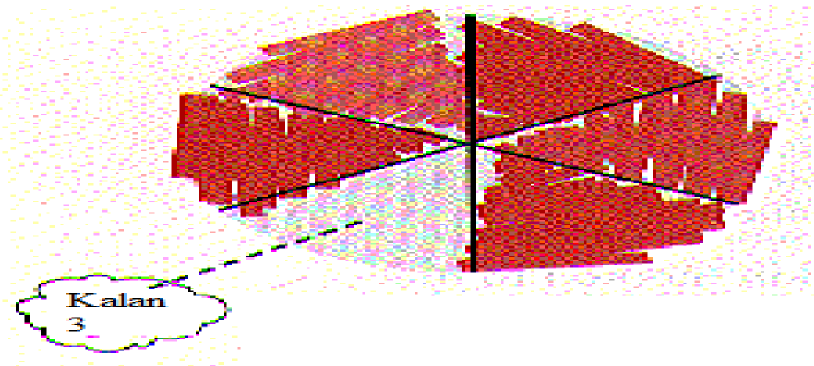
Şekil çizme stratejisi ile problemi çözmenin bir yolu da şöyledir. Öğrenci ilk olarak altı daire çizer ve altıda birini Kral’ ın yediği portakalları temsil etmesi için boyar. Daha sonra Kraliçe kalanların beşte birini yediğinden dolayı kalan beş daireden birini Kraliçe’ nin yediği portakalları temsil etmesi için boyar. Öğrenci çizdiği altı daireyi boyamaya devam eder ve son olarak bir tane daire kalır. Son daire üç portakalı temsil ettiğinden, diğer daireler de üç portakalı temsil eder ve sonuç 3+3+3+3+3+3=18 bulunur.

Şekil 3.3. ‘Portakal problemi’ nin şekil çizme stratejisi ile çözülmesi-2



Şekil çizme stratejisi ile çözüm yaparken öğrencilerin kullanabileceği bir başka yöntem bir pasta şekli çizmektir. Daha sonra pastayı altıya böler ve kral için bir parça, kraliçe için bir parça olacak şekilde boyayarak devam eder. En son olarak bir parçası kalır. Kalan parça 3 portakalı temsil ettiğinden dolayı cevap $6 \times 3 = 18$ bulunur.

Şekil 3.4. ‘Portakal problemi’ nin şekil çizme stratejisi ile çözülmesi-3



Çözüme sondan başlamak: Problemin sonundan başlanarak çözülmeye çalışılır. İşlemler dikkatli yapılır.

1. Sonunda 3 portakal kalmıştı. Üçüncü Prens yemeden önce kaç tane portakalın olduğunu bulmak gerekir. Üçüncü Prens yarısını yediğine göre yemeden önce 6 portakal vardı.
2. İkinci Prens üçte birini yemeden önce kaç portakal olduğunu belirlemek için, yedikten sonra kalan 6 portakala göre çözüm yapılmalıdır. Üçte birini yedikten sonra üçte ikisi kaldığına göre $6 \times 3/2 = 9$, ikinci prens yemeden önceki portakal sayısı olarak bulunur.
3. Böylece ilk Prens yemeden önce kasada $9 \times 4/3 = 12$ tane portakal vardı.

4. Benzer şekilde, Kraliçe yemeden önce $12 \times 5/4=15$ idi ve Kral yemeden önce $15 \times 6/5=18$ tane portakal vardı, bu da sorunun cevabıdır.

Bir denklem yazmak (bir değişken kullanmak): Bu strateji cebirsel düşünebilen bazı öğrenciler tarafından kullanılabilmektedir. Hiç kimse portakalları yemeden önceki kasadaki portakal sayısı x olsun.

1. Kral kasadaki portakalların altıda birini yedi yani $(1/6)\,x$, o zaman $x - (1/6)\,x$ Kral yedikten sonraki portakalın sayısını temsil eder. Bu nedenle, $(5/6)\,x$ portakal kalmıştır.
2. Kraliçe $(5/6)\,x$ portakalın beşte birini yemiş. Bu yüzden, $(5/6)\,x\,.(1/5) = (1/6)\,x$ kadar portakalı yemiş geriye ise $(4/6)\,x$, portakal kalmıştır.
3. Birinci Prens $(4/6)\,x$ portakalın dörtte birini yemiş, yani geriye $(4/6)\,x - (1/4).(4/6)\,x$, ya da $(3/6)\,x$ portakal kalmıştır.
4. İkinci Prens $(3/6)\,x$ portakalın üçte birini yemiş yani, yani geriye $(3/6)\,x - (1/3).(3/6)\,x$, ya da $(2/6)\,x$ portakal kalmıştır.
5. Son olarak, üçüncü Prens $(2/6)\,x$ portakalın yarısını yemiş, geriye $(2/6)\,x - (1/2).(2/6)\,x = 1/6\,x$ portakal kalmıştır. En son olarak kasada 3 portakal kaldığına göre $1/6\,x = 3$ ve $x = 18$ bulunur.

3.3.3. Veri toplama teknikleri ve süreci

Araştırmada başlıca iki veri toplama tekniğinden yararlanılmıştır. Bunlar; yazılı veriler ve görüşmelerdir.

Yazılı veriler: Araştırmanın yazılı verileri, kesirler konusu ile alakalı iki adet probleme (tarla ve portakal problemleri) verilen yazılı dokümanlardan oluşmaktadır. Öğrenciler bu problemleri yazılı olarak cevaplamış, verdikleri cevapları gerekli yerlerde çizimleri ile de desteklemişlerdir.

Görüşme (Mülakat): Görüşme, en az kişi arasında sözlü olarak sürdürülen bir iletişim sürecidir. Görüşme, araştırmada cevabı aranan soru veya sorular çerçevesinde ilgili kişilerden veri toplama şeklinde tanımlanabilir. Görüşme belirli bir araştırma konusu veya bir soru hakkında derinlemesine bilgi sağlar. Görüşme oldukça esnek bir araştırma aracı olup araştırma sürecinin her basamağında kullanılabilir (Büyüköztürk ve diğerleri, 2012).

Araştırmada öğrencilerin kesirler konusu ile alakalı iki adet problemi (tarla ve portakal problemleri) çözmeleri esnasında çözüm stratejilerine göre onların matematiksel anlama seviyelerini belirleyebilecek şekilde sorular sorularak öğrencilerle görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Çalışmanın etik olması açısından her bir öğrenciye rumuzlar verilmiş ve çalışmanın sonuna kadar bu rumuzlar kullanılmıştır.

Yapılan görüşmelerde, *yarı yapılandırılmış görüşme* tekniği kullanılmıştır. Bu görüşme biçiminde görüşmeci ana hatlarıyla bir yol haritasına sahiptir ancak, cevaplayıcının ilgi ve bilgisine göre bu genel çerçeve içinde farklı sorular sorarak konunun değişik boyutlarını ortaya çıkarmaya çalışır (Altunışık ve diğerleri, 2010). Bu amaçla öğrencilerin problemlere vermiş oldukları cevaplar doğrultusunda konunun değişik boyutlarını görebilmek ve matematiksel anlamalarını ortaya çıkarabilmek için daha detaylı cevap isteyen sorular sorulmuştur. Bu teknik ayrıca ilgili alanlarda derinlemesine gidebilmeyi sağlar (Büyüköztürk ve diğerleri, 2012).

Öğrencilerle yapılan görüşmeler serbest etkinlik, beden eğitimi ve okul dışı saatlerde yapılmıştır. Görüşmeler rahatsız edilmeyecek şekilde ayarlanmış sınıf dışı mekânlarda yapılmıştır. Görüşmeye başlamadan önce öğrencileri rahatlatmak için dersler ve günlük yaşamları hakkında sohbet edilmiş, araştırmanın amacı ve verilerin gizliliği esası konusunda açıklamalar yapılmıştır. Görüşmeye başlamadan öğrenciye verilen problemleri sonuna kadar çözmesi gerekmediği, istediği yerde bırakabileceği ve sorulan soruları cevaplamak istemediğinde bu soruları geçebileceği hatırlatılmıştır. Öğrencilerin ilk defa böyle bir deneyim yaşayacaklarından dolayı heyecanlı oldukları gözlenmiştir. Görüşme süresi içerisinde de gerekli görüldüğü yerlerde problemlere kesinlikle doğru cevap vermelerinin gerekmediği ve istemedikleri soruları cevapsız bırakabilecekleri hatırlatılmıştır. Görüşmeler ortalama olarak 10-15 dakika arası sürmüştür.

Öğrencilerin problemleri çözme davranışlarını daha iyi belirleyebilmek amacıyla her bir öğrenciden problemleri A4 kâğıtlara tahta kalemi ile çözmeleri istenmiştir. Çözümleri sırasında görüşmeler yapılmış ve tüm bunlar kamera ile kaydedilmiştir. Kamera kaydı yapılırken kameralar öğrencilerin sadece çizimlerini çekecek şekilde ayarlanmıştır. Kamera kaydı için her bir öğrencinin velisinden izin alınmıştır. İzinlerin bir nüshası EK-2’ de verilmiştir.

3.3.4. Geçerlilik çalışmaları

Geçerlilik kavramı hem nicel hem de nitel araştırmalarda önemlidir. Nitel araştırma da, araştırmacıların yaptıkları görüşme sorularına karşılık olarak aldıkları yanıtlarla ilgili olarak kullanılır. Nitel araştırma ile ilgili başlıca sorun, araştırmacıların gördüklerine ya da duyduklarına ne derece güvenebilecekleri ile ilgilidir (Büyüköztürk ve diğerleri, 2012).

Nitel araştırmada geçerlilik, araştırmacının araştırdığı olguyu ya da durumu, olduğu biçimiyle ve yansız gözlemesi anlamına gelmektedir. Araştırılan olgu ve olay hakkında bütün resmi görebilmek için araştırmacının elde ettiği verileri ve ulaştığı sonuçları doğrulamasına yardımcı olacak bazı ek yöntemler (çeşitleme, katılımcı teyidi, meslektaş teyidi, vb.) kullanması gerekmektedir (Kirk ve Miller, 1986; akt. Yıldırım ve Şimşek, 2005).

Kesirler konusu ile alakalı problemler ve görüşme soruları hazırlandıktan sonra, deneyimli araştırmacıların tecrübeleri dikkate alınmıştır. Uzman görüşleri (bölümde görev yapan bir öğretim elemanı, matematik eğitiminde çalışan bir araştırmacı ve iki matematik öğretmeni) doğrultusunda düzeltme ve değişikliklerin tamamlanmasından sonra 6. sınıftan 10 öğrenci ve 7. sınıftan 10 öğrenci olmak üzere toplam 20 öğrenci ile pilot görüşme yapılmıştır. Pilot görüşmeler sonrasında, görüşme sorularında küçük düzeltmelere gidilmiştir.

Ayrıca araştırmanın geçerliliğini sağlamak için, farklı veri toplama teknikleri (birebir görüşmeler ve yazılı dokümanlar) kullanılmıştır. Bu tekniklerin uygulanması sonucu elde edilen veriler de, bulguların yorumlanmasında birbirini desteklemek için kullanılmıştır.

3.4. Verilerin Analizi

Veri toplama işlemi esnasında çeşitli metotlar yardımıyla elde edilen veriler “ham veri” olarak adlandırılmaktadır. Veri analizi ham veriye anlam kazandırma işlemi olarak tanımlanabilir. Daha basit bir ifade ile veri analizi yardımıyla toplanan verilerin araştırma sorusu bağlamında ne ifade ettiği belirlenmeye çalışılmaktadır (Altunışık ve diğerleri, 2010).

Nitel araştırmada veri analizi çeşitlilik, yaratıcılık ve esneklik demektir. Her nitel araştırma, farklı bir takım özelliklere sahiptir ve veri analizinde bir takım yeni yaklaşımlar gerektirir. Bu nedenle, nitel araştırma yapmayı tercih eden bir araştırmacıdan bilinen veri analiz yöntemlerini geliştirerek araştırma verilerinin analizini bir plan çerçevesinde yapması beklenmektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2005).

Araştırmada elde edilen verilerin analizinde kullanılacak olan yöntem belirlenmeden önce, son yıllarda nitel araştırma tekniğini kullanılarak yapılan araştırmalar incelenmiştir, araştırma kapsamında tüm veriler toplandıktan sonra konu ile ilgili uzman görüşleri alınmıştır. Bu görüşlerin ışığında araştırma sonunda elde edilen verilerin aşağıdaki şekilde analiz edilmesine karar verilmiştir.

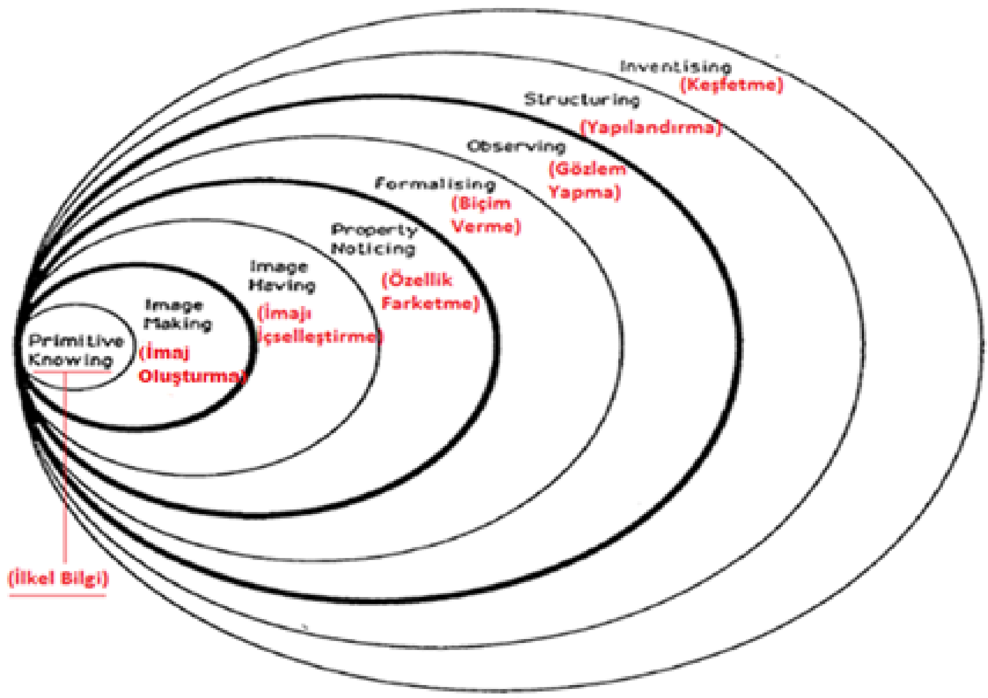
İlk olarak her bir öğrencinin matematiksel anlama seviyelerinin belirlenmesi gerekmektedir. Öğrencilerin matematiksel anlama seviyelerini belirlemek için "Pirie ve Kieren Matematiksel Anlamanın Gelişimi Modeli" kullanılmıştır. Öğrencilerin modelin hangi basamağında olduklarını belirlemek için kesirlerle alakalı açık uçlu problemleri çözerken sergilemiş oldukları davranışlar göz önünde bulundurulmuştur ve aşağıdaki tablo hazırlanmıştır.

Tablo 3.6. Problem çözme davranışlarına göre matematiksel anlama seviyesi belirleme

		Seviyeler	Davranışlar
Pirie ve Kieren Matematiksel Anlamanın Gelişimi Modeli Seviyeleri	1. Seviye	İlkel Bilme	Kesirleri tanıma, kesirlerin ne olduğunu bilme, kesir oluşturma
	2. Seviye	İmaj Oluşturma	Kesirleri kesir sayısı ile eşleştirme, bir bütünde kesri gösterebilme, enstrüman kullanarak toplama yapabilme
	3. Seviye	İmajı İçselleştirme	Yardımcı enstrümanları kullanmadan (resim, şekil, obje) kesirleri toplayabilme
	4. Seviye	Özellik Farketme	Özel durumlar için toplama imajını kullanması
	5. Seviye	Biçim Verme	Payda eşitleyerek (pay ve paydayı doğru sayılarla çarparak) toplamayı kolay bir şekilde yapabilmesi, çıkarmayı da aynı şekilde yapabilmesi
	6. Seviye	Gözlem Yapma	Teoremler olarak dışa vurma, formüller oluşturma
	7. Seviye	Yapılandırma	Kişinin teorisi üzerinde düşünmesi, teorinin kendi arasındaki ilişkisinin farkına varması
	8. Seviye	Keşfetme	Önceden edinmiş olduğu izlenimlerin ötesine geçebilme ve tamamiyle yeni bir anlayışa ulaşarak yeni birşeyler ortaya koyma

Pirie ve Kieren (1994)' e göre matematiksel anlama süreci ilkel bilme ile başlar. Buradaki ilkel bilme düşük seviyede matematiği değil matematiksel anlamanın büyümeye başladığı aşamayı göstermektedir. İkinci aşama ise öğrenene önceki bilgisinin fark ettirildiği ve bunu yeni durumlara nasıl uyarlayacağının sorulduğu aşamadır. Bu aşama imaj oluşturma aşaması olarak adlandırılır. Üçüncü aşama ise öğrenenin imajı içselleştirdiği olduğu aşamadır. Bu aşamadaki imaj sahibi belirli aktiviteleri yapmadan zihinsel inşalar yapar duruma gelmiştir. Öğrenen, belirli özelliklere sahip içerik oluşturabilmek için farklı imajları birleştirebilme yeteneğini elde ettiğinde ise dördüncü aşamayı tamamlamış olur. Bu aşama da özellik fark etme olarak adlandırılır. Beşinci aşama biçimlendirme aşamasıdır ki bu aşamada öğrenen önceki sahip olduğu imaja bağlı olarak yeni bir metod oluşturur. Öğrenen, formal bir aktiviteyi koordine etme ya da yansıtma ve bu durumları teorem olarak ifade etme aşamasına gelirse bu aşama gözlem yapma aşaması olarak adlandırılır. Yapılandırma aşaması ise formal gözlemlerin bir teori olarak düşünülmesine teşebbüs edildiği aşamadır. Son aşama ise keşfetme aşamasıdır. Bu aşamada öğrenen, verilen bir konu hakkında tam bir matematiksel anlayışa sahiptir ve hatta yeni bir kavram oluşturma adına da özgün sorular oluşturma potansiyelindedir.

Şekil 3.5. Pirie ve Kieren matematiksel anlamanın gelişimi modeli



Araştırma probleminin alt problemlerinden üçüncü ve beşinci alt problemde bağımsız iki grup, dördüncü alt problemde ise bağımsız üç grup arasındaki fark incelenmektedir.

Birbirinden bağımsız iki grup arasındaki farkların incelenmesine yönelik olarak bağımsız iki grup t-testi (independent samples t-test) analiz tekniği kullanılmaktadır. Eğer gruplar ikiden fazla ise farkların incelenmesine yönelik olarak yapılacak olan analiz tekniği ANOVA ve One-way ANOVA tekniğidir (Altunışık ve diğerleri, 2010).

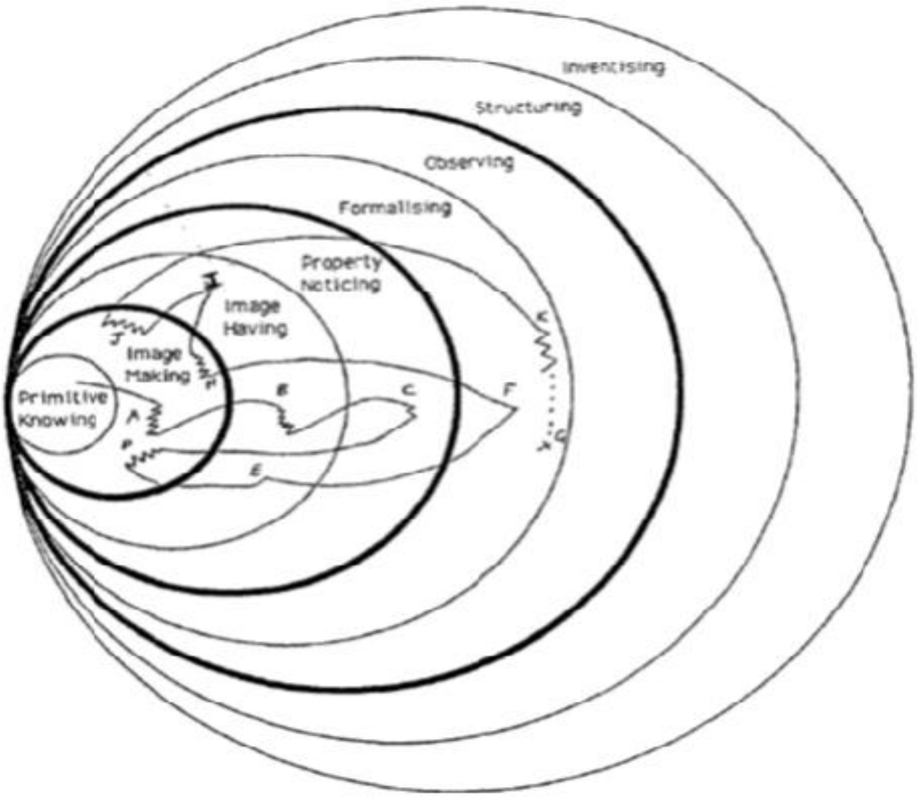
Yukarıdaki parametrik testlerin uygulanabilmesi için bazı şartların (normal dağılım gösterme vb.) sağlanması gerekmektedir. Parametrik testler için gerekli şartların sağlanmadığı ve örnek boyutunun küçük olduğu durumlarda, veri dağılımı ön şartı bulunmayan parametrik olmayan analiz tekniklerine ihtiyaç duyulur (Altunışık ve diğerleri, 2010). Çalışmamızda parametrik testlerin kullanılmadığı durumlarda t-testinin parametrik olmayan eşdeğeri olan Mann Whitney U testi ve ANOVA' nın parametrik olmayan eşdeğeri olan Kruskal-Wallis testi kullanılmıştır.

3.5. Haritalama

Bir kişinin matematiksel anlama gelişiminin kaydedilmesine haritalama (mapping) denmektedir. Modelin şemasını kullanarak öğrencilerin 'gözlenen' gelişimini şemasal olarak haritalayabilir ve bunu seviyeli (katmanlı) bir resimsel sunumla gösterebiliriz. Bu son cümledeki 'gözlenen' ifadesi önemlidir. Çünkü analizler sadece öğretmenlerin gözlemleri üzerine kurulmuştur.

Pirie ve Kieren (1992) e göre harita öğrencinin anlayış sürecini temsil edebilir. Pirie ve Kieren (1994)' te Katia isimli öğrencinin örnek olayından "geri dönme" konusunda bahsedilmişti. Şimdi ise Katia' nın anlamasının gelişimi haritası incelenecektir.

Şekil 3.6. Katia' nın matematiksel anlamasının gelişimi haritası



Katia' nın anlamasının gelişimini haritalandığında Şekil 3.6' daki gibi bir desen izlediği görülmektedir. İmaj oluşturma aktiviteleriyle birçok derste vakit geçirmiş, daha sonra kesirler konusunda zengin bir imaj inşa edebilmiştir. Bu da birbirini ikiye katlayan kesir zincirlerinin eşitliği konusundaki anlayışını kurabilmesine olanak vermiştir. Herhangi bir düzeyde yoğun çalışma testere şeklindeki çizgilerle gösterilmiştir (Şekil 3.6' daki A, B ve C noktalarında olduğu gibi). Daha sonra çizme ve renklendirme aktivitelerine geri dönmüştür (D noktası). Bu Katia' ya kesirlerin parçaların toplam sayısı adedince birleştirilebileceği konusunda ek bir imaj vermiştir (E noktası) ve cebirsel ve matematiksel olarak ifade edemese de kesirleri tanımlayan genel bir ifade ile anlayışını biçim verme seviyesine çıkardığını dillendirmiştir (F noktası). Sınıfın karşılaştığı bundan sonraki zorluk ortak paydası olmayan kesirleri toplamak için bir yol bulmaktı. Burada Katia' nın hiçbir imajı işe yaramadı. Öğretmen ona kuralı öğretseydi bir şekilde biçim verme seviyesinde işini görürdü. Ama anlayışında bu konuda kökleşmiş hiçbir imajı olmazdı ve ileride Katia buraya geri dönemezdi. Bu anlayış öğrenci kendi inşa ettiği bilgisine eklemlenmemiş hazır bilgiyle çalıştığında ortaya çıkar. Buna var olan anlayıştan ayrık bilgi denilmiştir. Pirie ve Kieren'in hipotezi şudur ki; öğrenci ayrık bilgiler üzerine daha ileri bir anlayış yapısı kuramaz, eğer ki bu ayrık bilgiyi kendi yapısına eklemlendiremezse. Bu bağlantısızlık çarpı ile ifade edilmiştir (G). Amaç bu noktadaki anlayışın öğrencinin o andaki anlayışına ilintilenmemiş ya da kendi anlayışından üretilmemiş olduğunu göstermek idi. Zaten Katia da tekrar imaj oluşturma aktivitelerine dönerek (H, I ve J de olduğu gibi) bu defa ilave edilmiş imajlar ve özelliklerle hâlihazırda inşa edilmiş olan anlayış yapısını zenginleştirerek tekrar biçim verme seviyesine geri dönmeden toplama sürecine dışa vurma girişiminde bulundu (K). Daha önce de belirtildiği üzere Katia' nın açıklaması tam olarak doğru olmasa da bu yaptığı işin biçim verme olmadığını göstermez. Daha sonra sürecin geçerli bir tanımı yapıldığında Katia bunu kendi anlayışına eklemlendirme de zorluk çekmeyecek ve anlayarak bunu kullanacaktır.

4. ARAŞTIRMA BULGULARI ve TARTIŞMA

Bu bölümde, araştırma sonucunda ortaya çıkan verilerin üçüncü bölümde belirtilen yöntem ve teknikler kullanılarak yapılan analizleri sonucunda, araştırmanın problemine göre elde edilen bulgulara, bunlara ilişkin yorumlara ve tartışmalara yer verilmiştir. Yorumlar, öğrencilerle yapılan görüşmeler esnasında elde edilen verilerin analizi sonucu ortaya çıkan bulgular temel alınarak yapılmıştır. Araştırmanın yorumlanmasında, öğrencilerin görüşmeler esnasında yazılı dokümanlara yapmış oldukları çizimleri de sunulmuştur. Öğrencilerin kesirler konusu ile ilgili hazırlanan sorulara verdikleri cevaplardan elde edilen veriler; öğrenciler anlama düzeylerine göre gruplanarak incelenecektir.

Öğrencilerin problem çözme davranışları Tablo 3.6' ya göre incelenmiş ve Pirie ve Kieren matematiksel anlamanın gelişimi modelindeki seviyeleri belirlenerek Tablo 4.1 ve Tablo 4.2' de ki veriler elde edilmiştir.

Tablo 4.1 de öğrencilerin Pirie ve Kieren matematiksel anlamanın gelişimi modelindeki seviyelerinin *bulundukları sınıfa göre* dağılımlarının frekans ve yüzdeleri verilmiştir.

Tablo 4.1. Öğrencilerin Pirie ve Kieren seviyelerinin *bulundukları sınıfa göre* dağılımlarının frekans ve yüzdeleri

		f	%
İlkel Bilme	7. sınıf	3	5,5
	6. sınıf	1	1,8
İmaj Oluşturma	7. sınıf	10	18,2
	6. sınıf	7	12,7
İmajı İçselleştirme	7. sınıf	0	0
	6. sınıf	2	3,6
Özellik Farketme	7. sınıf	0	0
	6. sınıf	3	5,5
Biçim Verme	7. sınıf	6	10,9
	6. sınıf	10	18,2
Gözlem Yapma	7. sınıf	6	10,9
	6. sınıf	6	10,9
Yapılandırma	7. sınıf	0	0
	6. sınıf	1	1,8
Keşfetme	7. sınıf	0	0
	6. sınıf	0	0
Toplam		55	100

Tablo 4.2 de ise öğrencilerin Pirie ve Kieren matematiksel anlamanın gelişimi modelindeki seviyelerinin *sınıflarındaki başarı durumuna göre* dağılımlarının frekans ve yüzdeleri verilmiştir.

Tablo 4.2. Öğrencilerin Pirie ve Kieren seviyelerinin *sınıflarındaki başarı durumlarına göre* dağılımlarının frekans ve yüzdeleri

		f	%
İlkel Bilme	Düşük	3	5,5
	Orta	1	1,8
	İyi	0	0
İmaj Oluşturma	Düşük	8	14,5
	Orta	9	16,4
	İyi	0	0
İmajı İçselleştirme	Düşük	0	0
	Orta	1	1,8
	İyi	1	1,8
Özellik Farketme	Düşük	1	1,8
	Orta	0	0
	İyi	2	3,6
Biçim Verme	Düşük	2	3,6
	Orta	6	10,9
	İyi	8	14,5
Gözlem Yapma	Düşük	0	0
	Orta	5	9,1
	İyi	7	12,7
Yapılandırma	Düşük	1	1,8
	Orta	0	0
	İyi	0	0
Keşfetme	Düşük	0	0
	Orta	0	0
	İyi	0	0
Toplam		55	100

Tablo 4.1 ve Tablo 4.2 incelendiğinde çalışma grubundaki toplam 55 öğrenciden 4 öğrencinin 1. seviyeye, 17 öğrencinin 2. seviyeye, 2 öğrencinin 3. seviyeye, 3 öğrencinin 4. seviyeye, 16 öğrencinin 5. seviyeye, 12 öğrencinin 6. seviyeye ve 1 öğrencinin ise 7. seviyeye kadar çıkabildiği görülmektedir. Tabloda da görüldüğü gibi öğrenciler daha çok 2. seviye (% 30,9) ve 5. seviyeye (% 29,0) çıkabilmişlerdir.

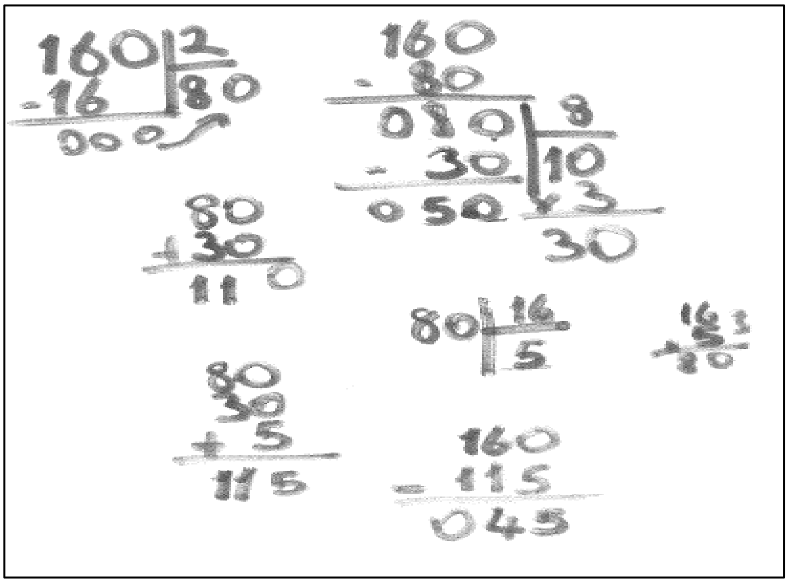
4.1 Birinci Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorumlar

Birinci alt problem; ortaokul 6. ve 7. sınıf öğrencilerinin kesirler konusunda *bulundukları sınıfa* göre matematiksel anlamaları ve anlama haritaları nasıldır?

Bu bölümde 6. ve 7. sınıf öğrencilerinin kesir problemlerini çözerken göstermiş oldukları davranışlara göre matematiksel anlama haritaları çizilmiş, gerekli açıklama ve yorumlar yapılmıştır.

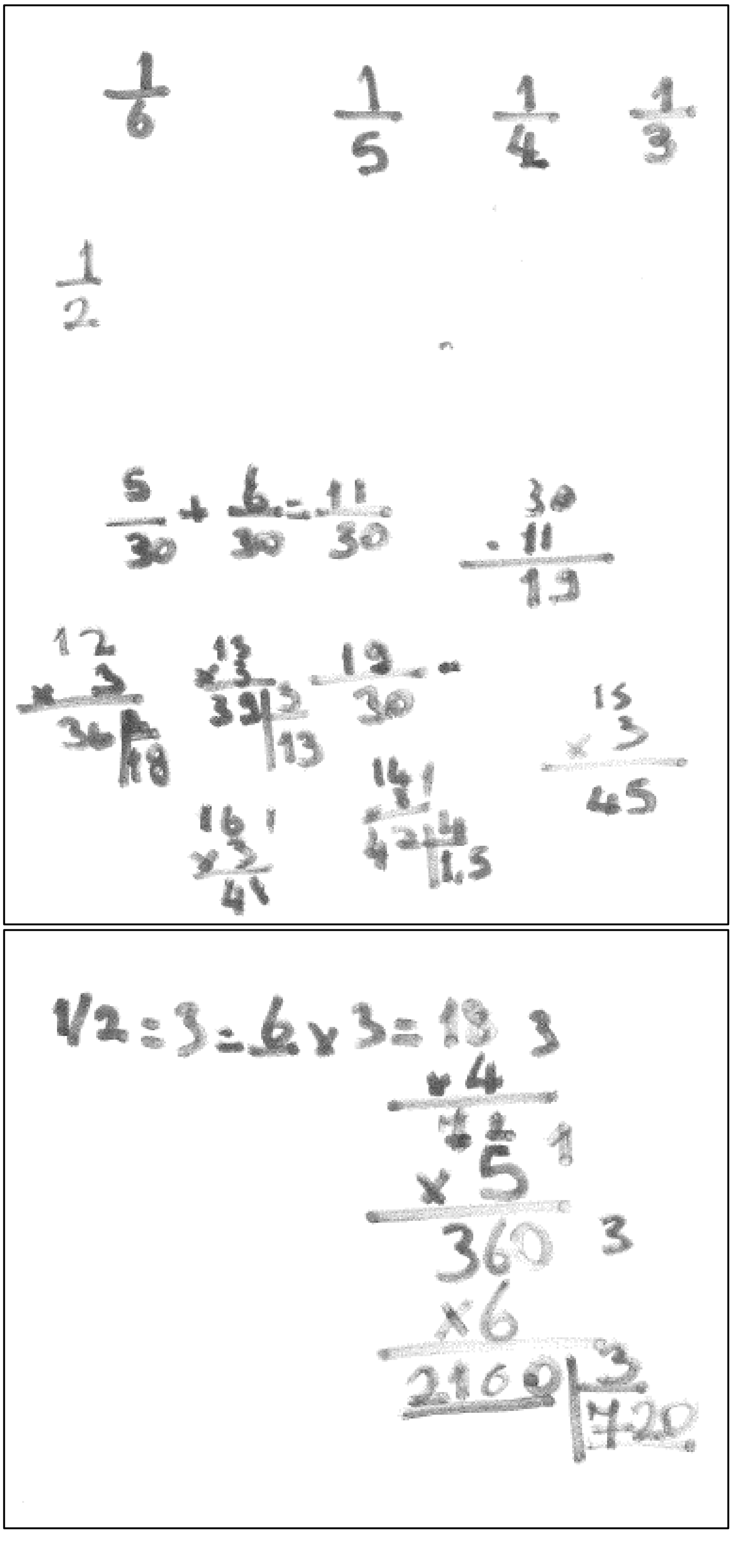
4.1.1. Ortaokul 6. sınıf öğrencilerinin matematiksel anlamaları ve anlama haritaları

Şekil 4.1. Zuhal' in tarla problemine ait çözümü



Zuhal tarla problemini doğru bir şekilde çözmüş, kesirleri tanıdığını göstermiş ve bir bütünde kesri gösterebilmiştir.

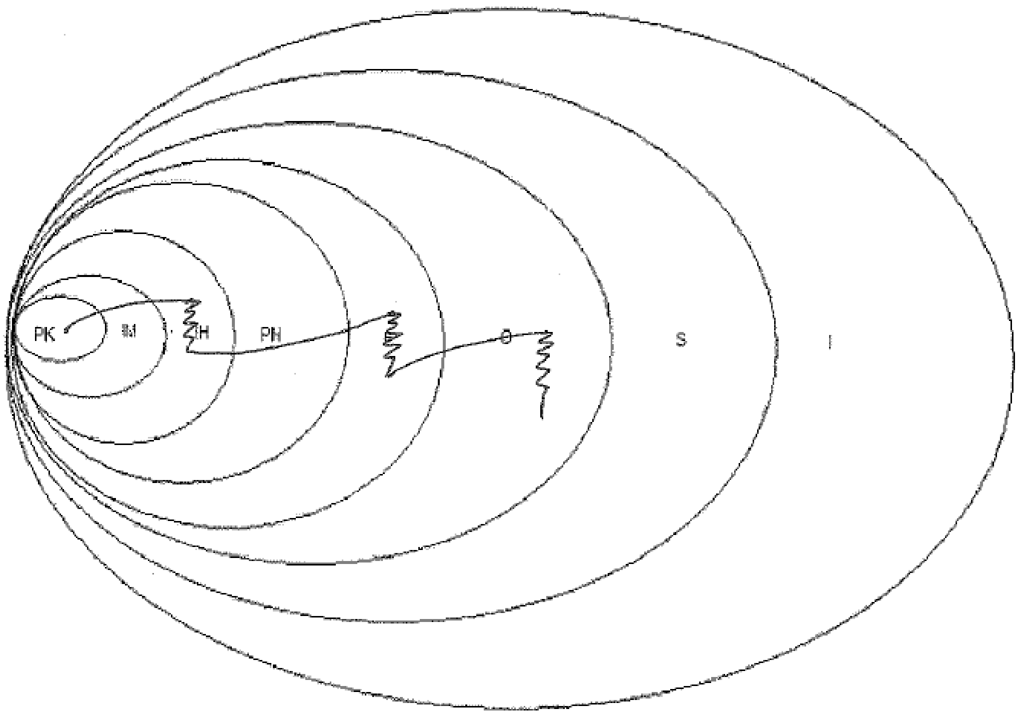
Şekil 4.2. Zuhal’ in portakal problemine ait çözümü



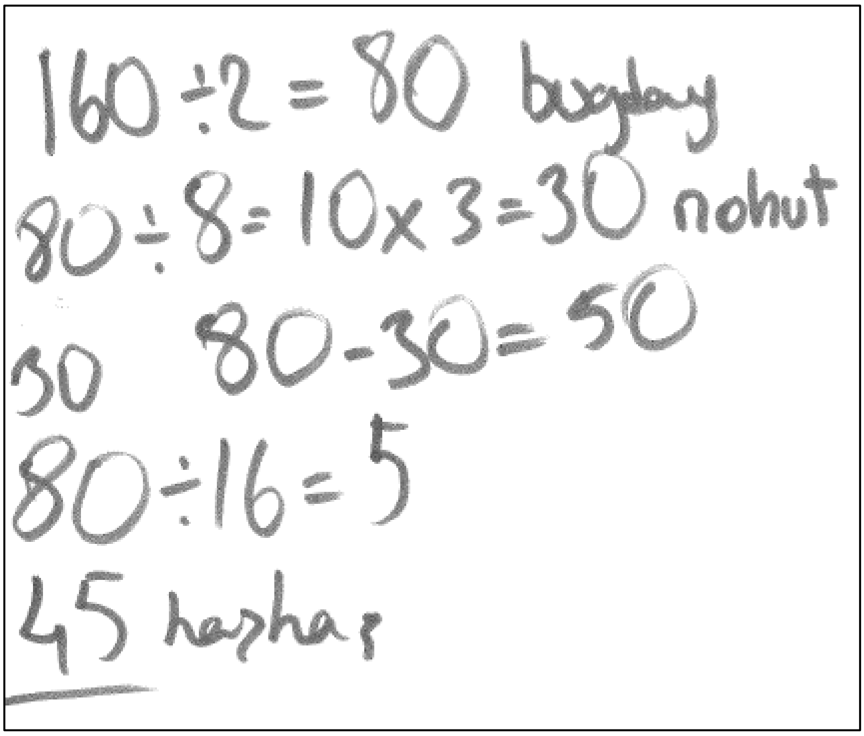
Zuhal portakal probleminin çözümünde enstrüman kullanmadan kesirleri toplayabilmiş, özel durumlar için toplamayı yapabilmiş ve payda eşitleyerek toplama yapabilmiştir. Sonucu doğru olarak bulamamış fakat problemi tersten çözmeyi deneyerek özel bir çözüm yöntemi kullanmıştır.

Tarla ve portakal problemlerini çözerken göstermiş olduğu davranışlar Tablo 3.4. (Problem Çözme Davranışlarına Göre Matematiksel Anlama Seviyesi Belirleme) e göre incelendiğinde matematiksel anlamanın 6. seviyesine kadar çıkabildiği görülmüş ve aşağıdaki anlama haritası çizilmiştir. Anlama haritasındaki testere ağzı gibi olan yerler o seviyelerde fazla vakit harcadığını göstermektedir.

Şekil 4.3. Zuhal' in anlama haritası

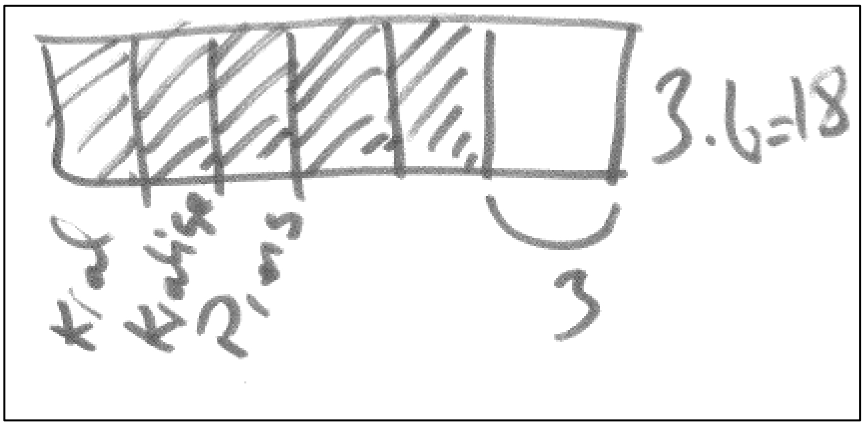


Şekil 4.4. Berna’ nın tarla problemine ait çözümü



Berna tarla problemini doğru bir şekilde çözmüş, kesirleri tanıdığını göstermiş ve bir bütünde kesri gösterebilmiştir.

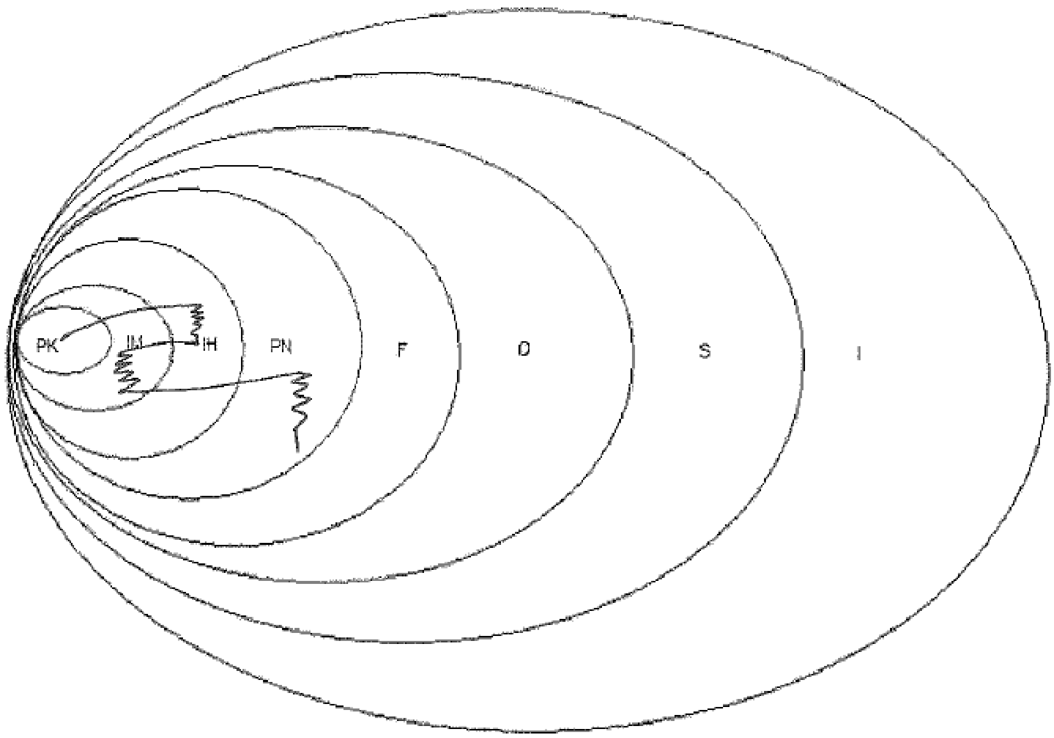
Şekil 4.5. Berna’ nın portakal problemine ait çözümü



Berna portakal problemini çözerken bir bütünde kesri gösterebilmiş ve özel bir durum için toplama yapabildiğini göstermiştir. Sonucu doğru bulmasına rağmen parça ile bütün ilişkisini tam olarak kuramamış, verilen kesirleri tam olarak kullanmadan bütünü direkt olarak 6 parçaya bölmüş ve “Son olarak kalan portakal 3 tane ise toplam portakal 18 dir” demiştir.

Yukarıdaki çözümlere göre çizilen matematiksel anlama haritası aşağıdaki gibidir. 3. seviyeden 2. seviyeye bir geri dönme yaşadığı görülmektedir. Burada toplama yaparken parça ile bütün ilişkisini kuramamış ve bütünde kesri gösterememiştir. Daha sonra 2. seviyeye dönerek bu davranışını kontrol etmiş, pekiştirmiş ve toplamayı yapabilmiştir. Buradaki geri dönmeye sebep olan müdahale şekli Martin (2008) de belirtilen öğretmen (araştırmacı) müdahalesidir.

Şekil 4.6. Berna' nın anlama haritası

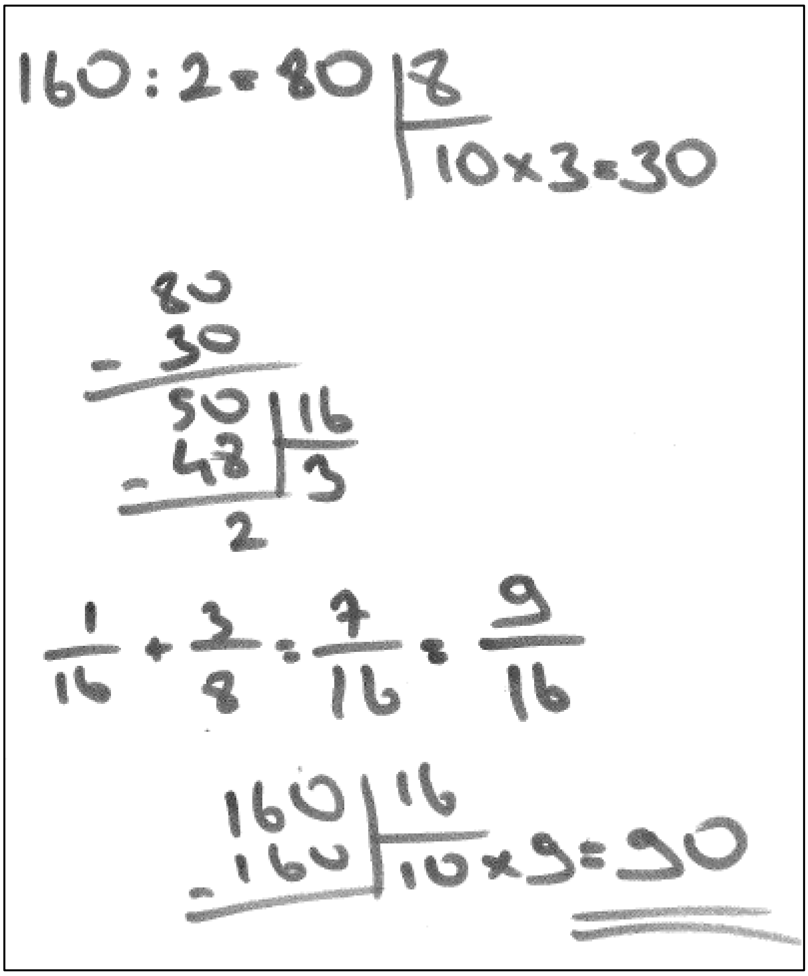


4.1.2. Ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin matematiksel anlamaları ve anlama haritaları

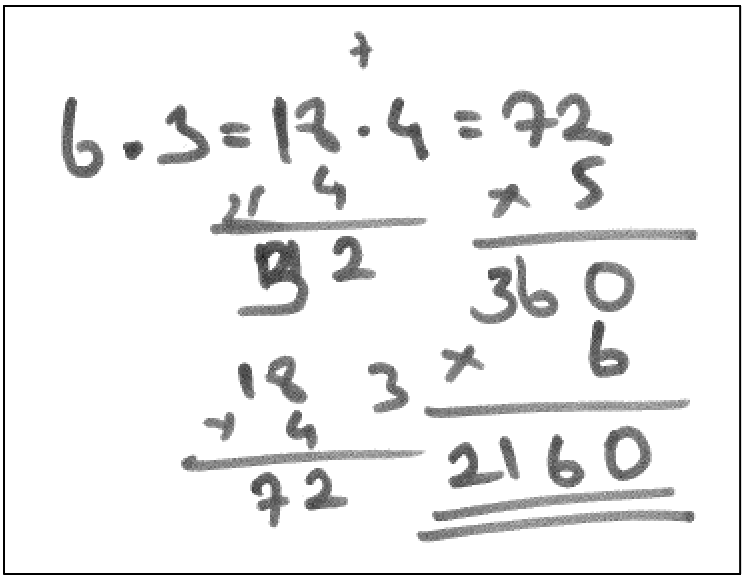
Neslihan tarla problemini çözerken kesirleri tanıma, bütünde kesri gösterme, özel durum için toplama yapabilme ve en son olarak da paydaları eşitleyerek toplama yapabilme davranışlarını sergilemiştir.

Portakal problemini çözerken ise problemi tersten çözmeyi deneyerek özel bir çözüm yöntemi kullanmıştır.

Şekil 4.7. Neslihan’ nın tarla problemine ait çözümü

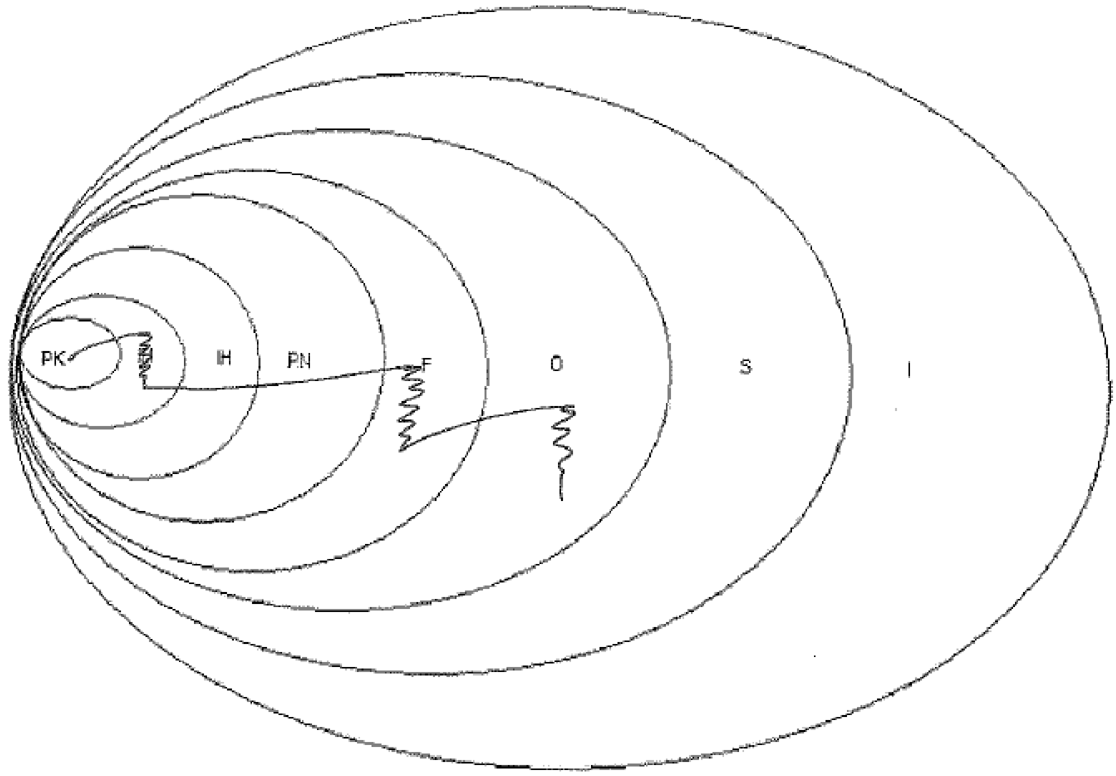


Şekil 4.8. Neslihan’ nın portakal problemine ait çözümü



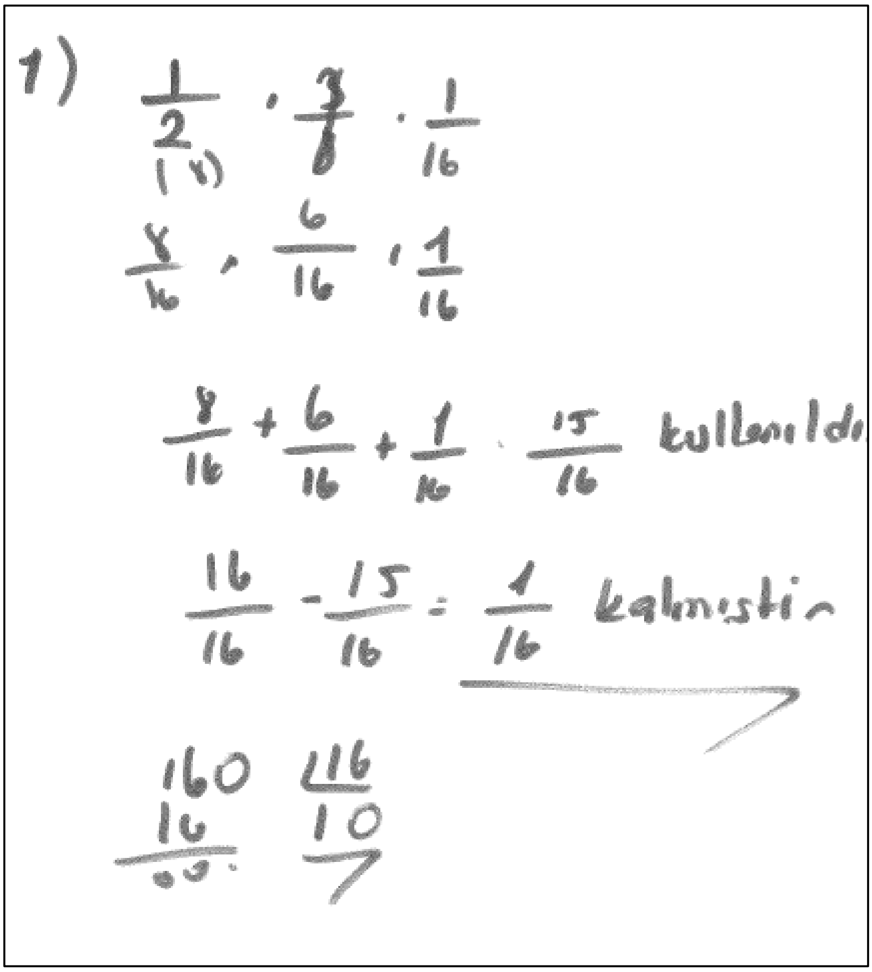
Neslihan tarla ve portakal problemlerini doğru olarak çözememiş fakat bu problemleri çözerken 6. seviyeye ulaşabilmesi için gerekli olan davranışları sergilemiştir ve anlama haritası aşağıdaki gibi çizilmiştir.

Şekil 4.9. Neslihan' nın anlama haritası

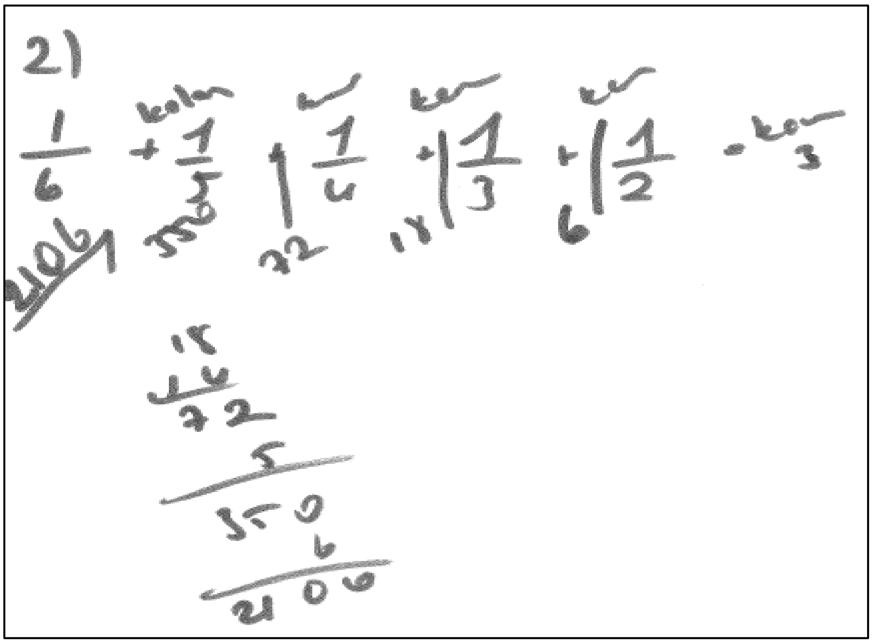


Duygu tarla problemini çözerken kesirlerde payda eşitlemeye kadar olan davranışları göstermiş aynı zamanda çıkarma işlemini da paydaları eşitleyerek yapabilmiştir. Parça bütün ilişkisini tam olarak kavrayamadığından dolayı hatalı bir şekilde tarlanın 15/16 inin kullanıldığını geriye 1/16 sının kaldığını belirtmiştir. Fakat geriye kalan 1/16 lık kısmın kaç dönüme denk geldiğini bulumamış ve iç seviyelerden birisi olan 2. Seviyeye geri dönme yaparak yani kesri bütünde gösterme davranışını tekrardan kontrol ederek çözümüne devam etmiştir.

Şekil 4.10. Duygu' nın tarla problemine ait çözümü



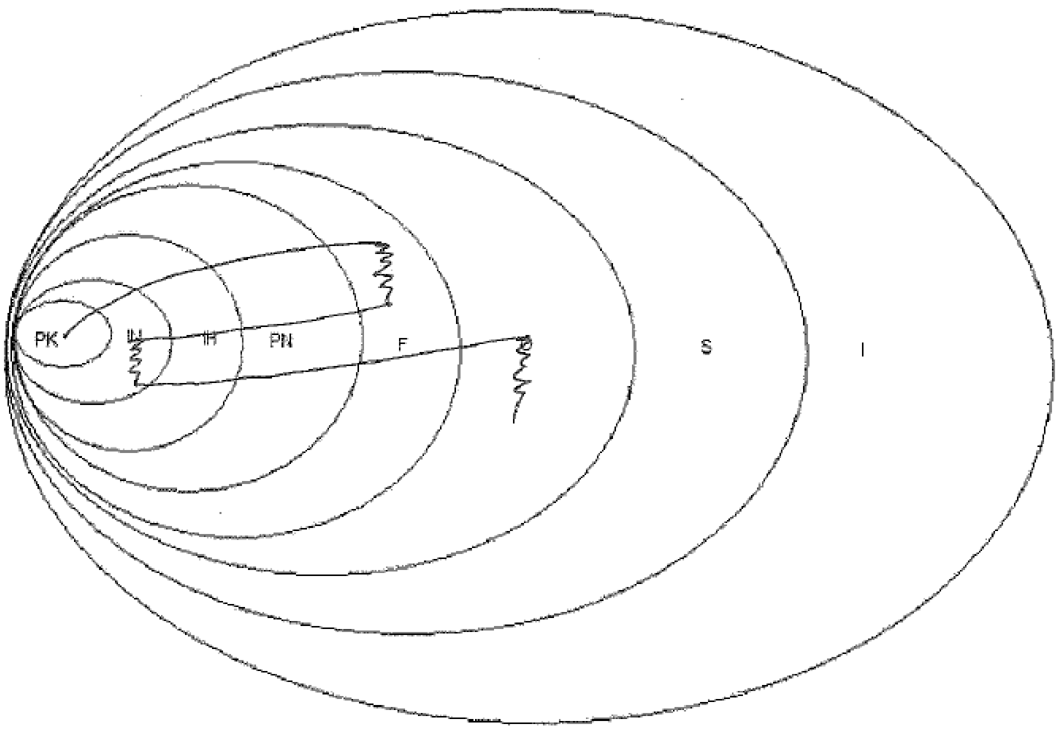
Şekil 4.11. Duygu’ nın portakal problemine ait çözümü



Duygu portakal problemini çözerken ise problemi tersten çözmeyi deneyerek özel bir çözüm yöntemi kullanmıştır.

Bu iki problemi çözerken göstermiş olduğu davranışlar incelenmiş ve anlama haritası aşağıdaki gibi çizilmiştir.

Şekil 4.12. Duygu' nın anlama haritası

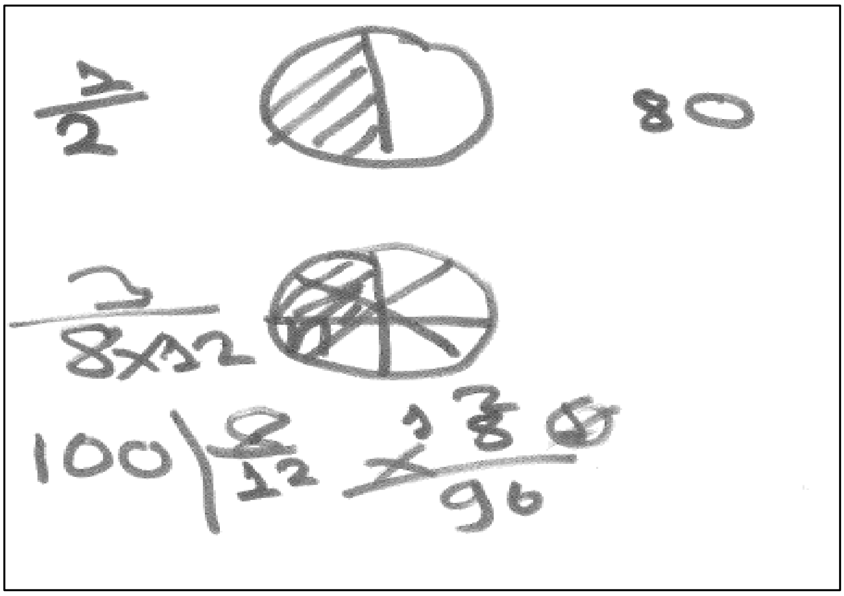


4.2 İkinci Alt Probleme İlişkin Bulgular Ve Yorumlar

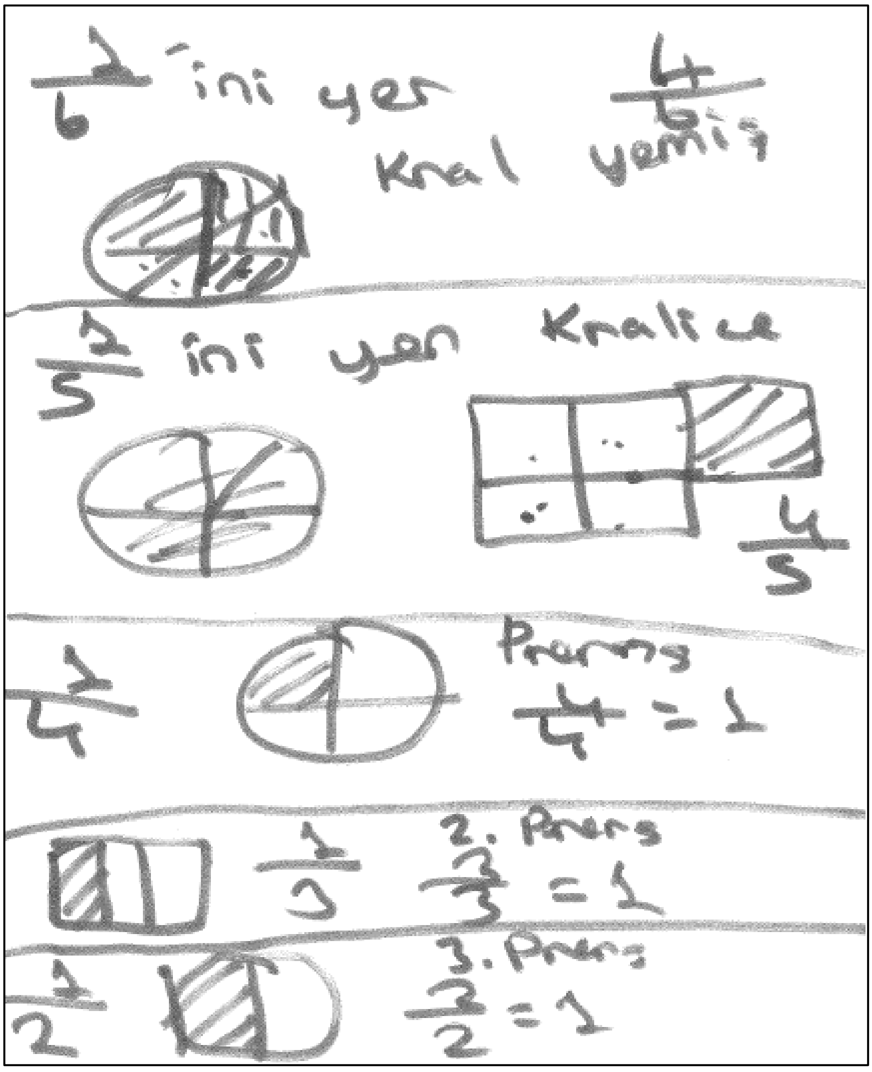
İkinci alt problem; ortaokul 6. ve 7. sınıf öğrencilerinin kesirler konusunda *sınıflarındaki matematik başarı durumlarına* göre matematiksel anlamaları ve anlama haritaları nasıldır?

4.2.1. Matematik başarısı düşük seviyede olan öğrencilerin matematiksel anlamaları ve anlama haritaları

Şekil 4.13. Lütfiye' ın tarla problemine ait çözümü

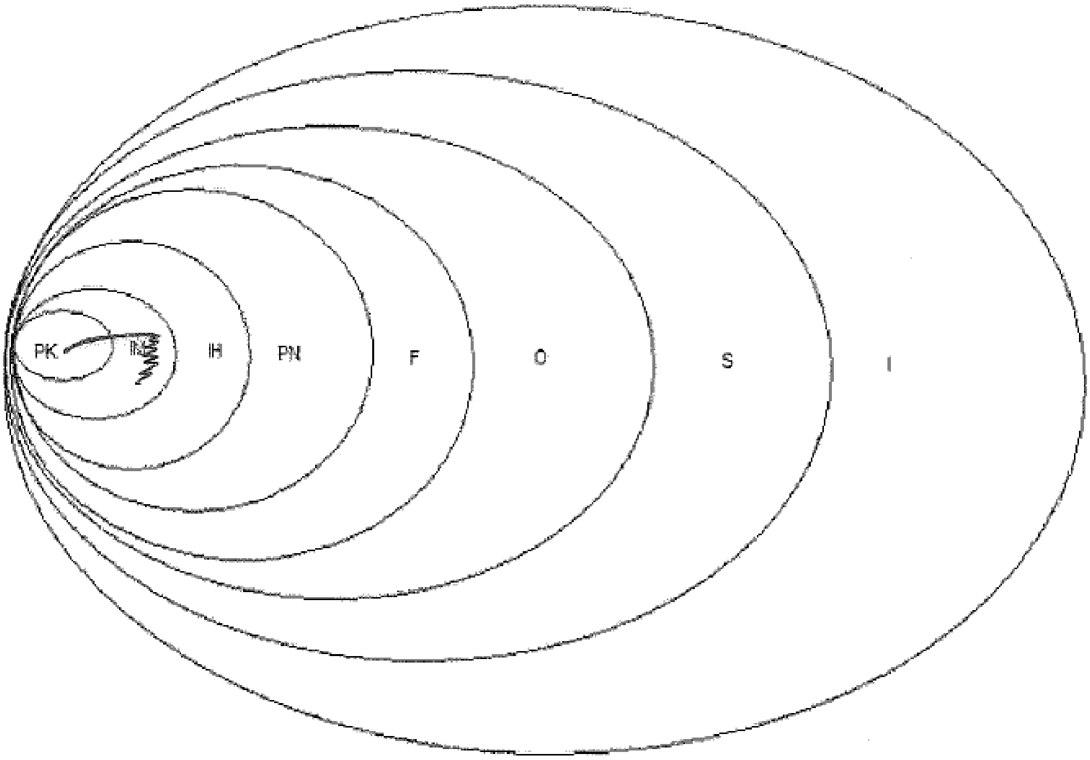


Şekil 4.14. Lütfiye’ ın portakal problemine ait çözümü

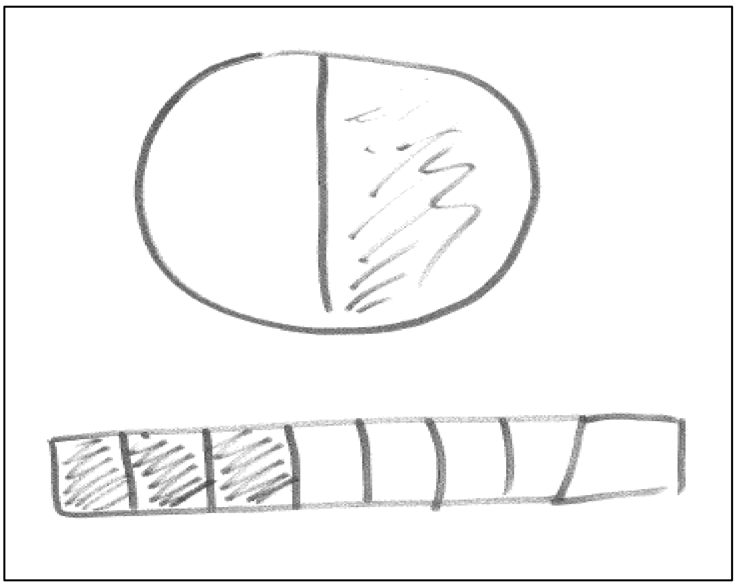


Lütfiye tarla ve portakal problemlerini çözerken kesirleri tanıma, bütünde gösterebilme davranışlarını sergilemiş ve aşağıdaki gibi bir anlama haritası çizilebilmiştir.

Şekil 4.15. Lütfiye’ ın anlama haritası



Şekil 4.16. Emel’ nın tarla problemine ait çözümü

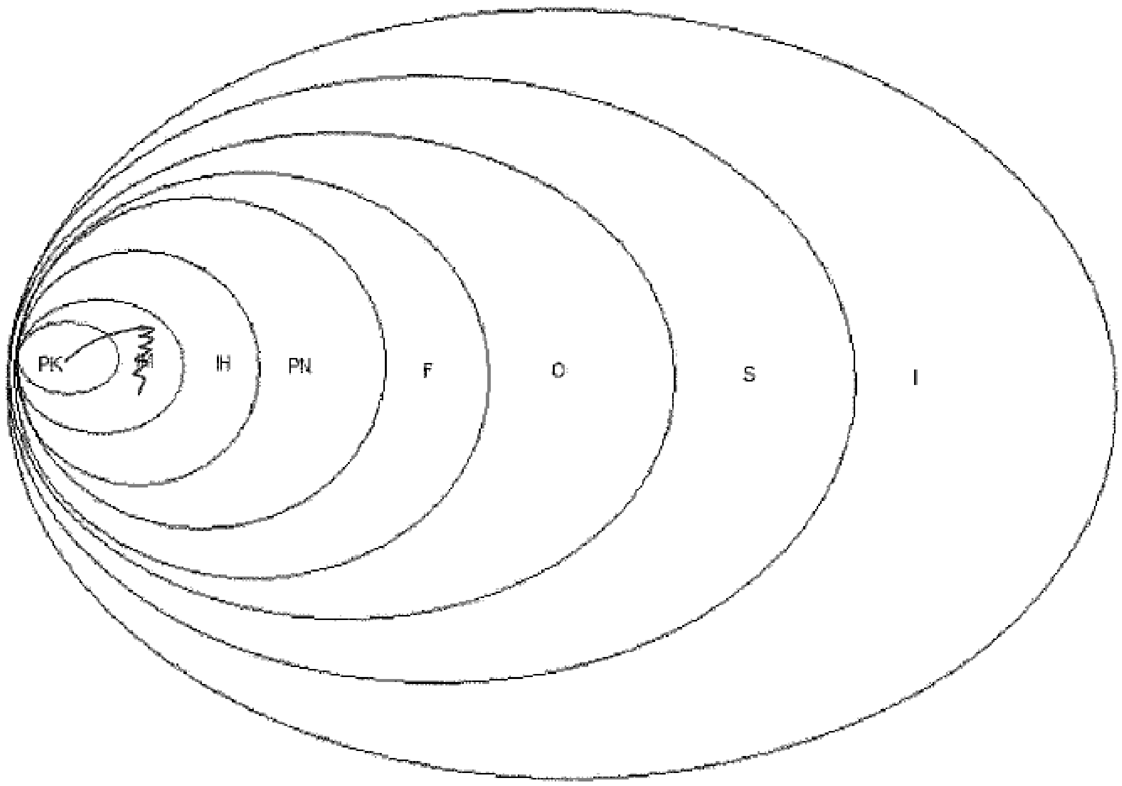


Şekil 4.17. Emel’ nın portakal problemine ait çözümü

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{1}{5}$$

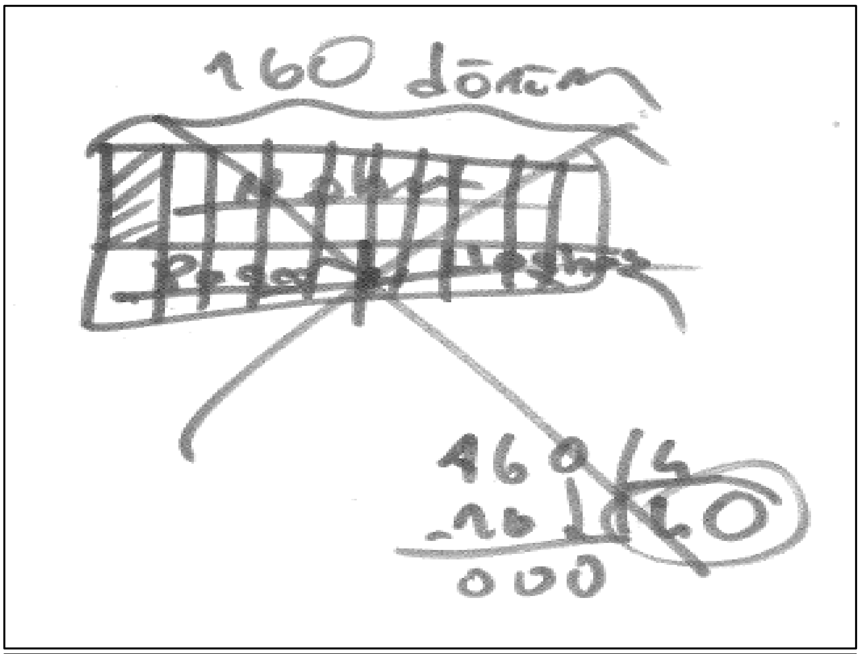
Emel tarla ve portakal problemlerini çözerken kesirleri tanıma, bütünde gösterebilme davranışlarını sergilemiş, toplamayı doğru bir şekilde yapamamış ve aşağıdaki gibi bir anlama haritası çizilebilmiştir.

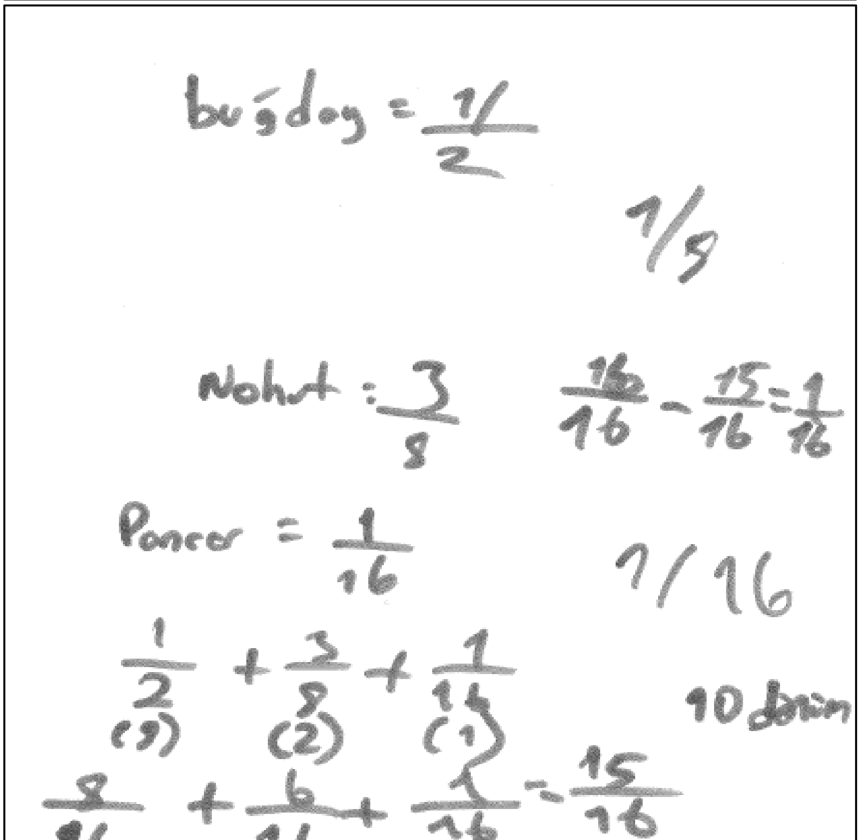
Şekil 4.18. Emel’ nın anlama haritası

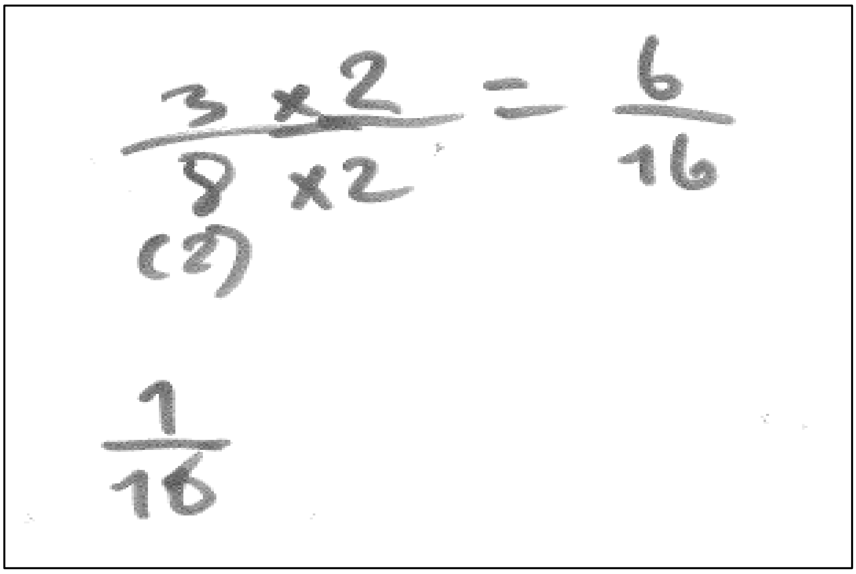


4.2.2. Matematik başarısı orta seviyede olan öğrencilerin matematiksel anlamaları ve anlama haritaları

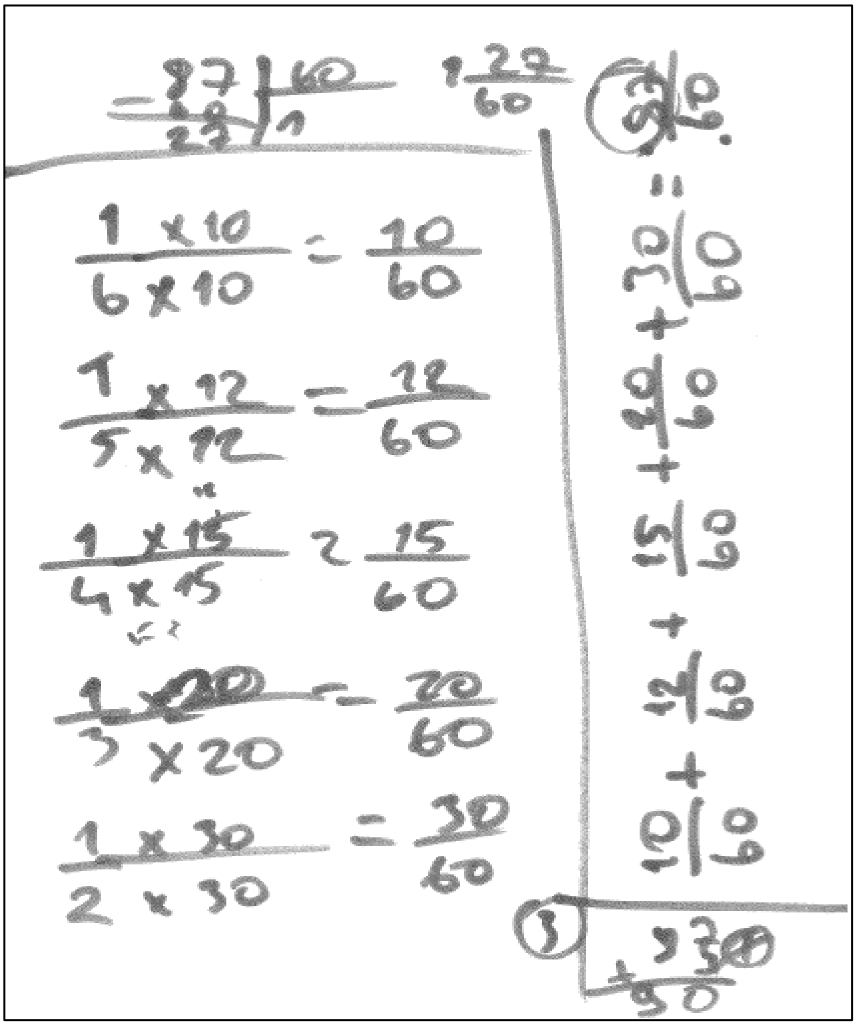
Şekil 4.19. Gülşah’ in tarla problemine ait çözümü







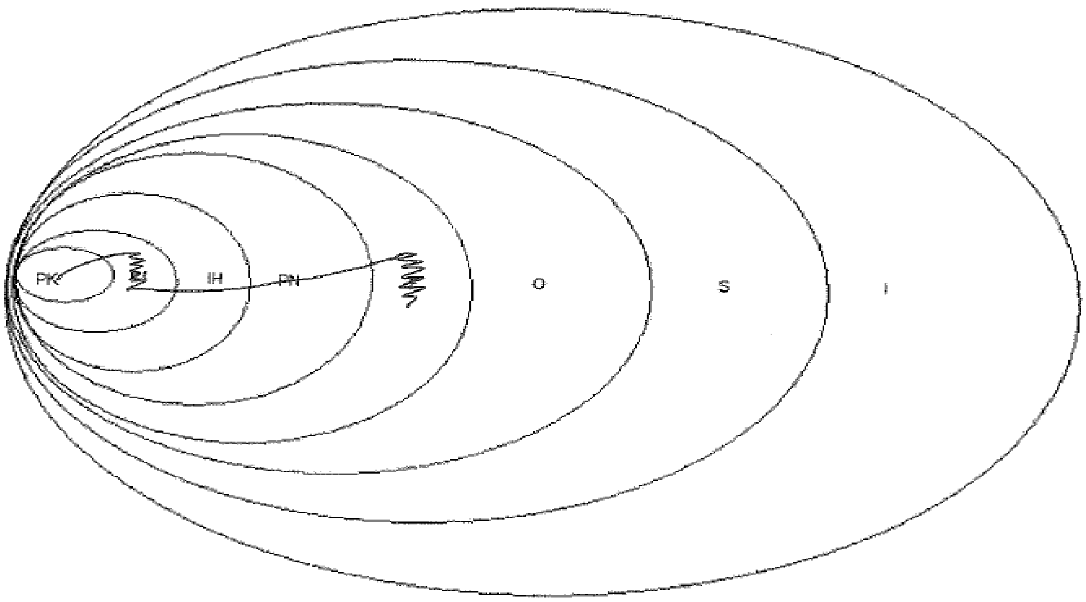
Şekil 4.20. Gülşah’ in portakal problemine ait çözümü



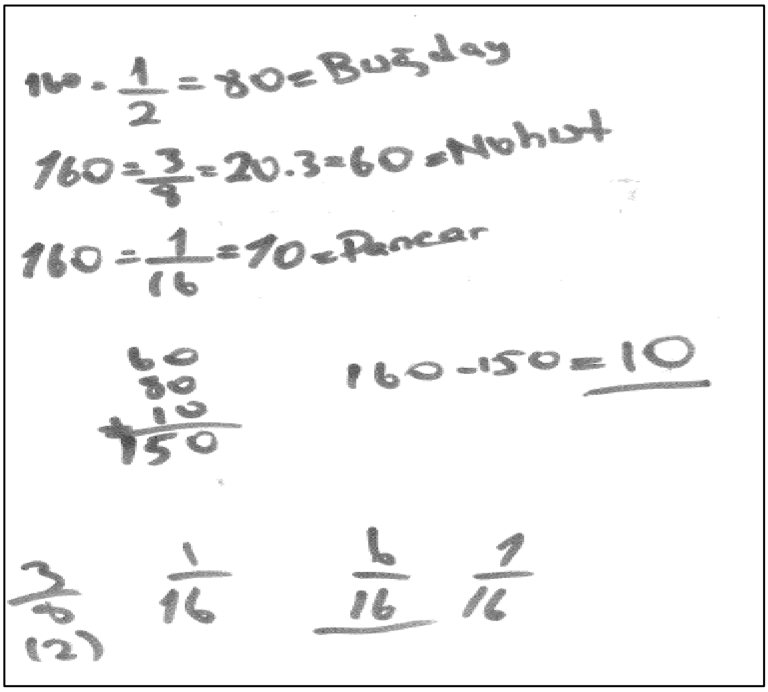
Gülşah tarla ve portakal problemlerini çözerken sonuçları doğru olarak bulamasa da kesirleri tanıma, bütünde gösterebilme ve son olarak payda eşitleyerek toplama yapabilme davranışlarını sergilemiştir.

Bu davranışlar sonucu aşağıdaki anlama haritası çizilebilmiştir.

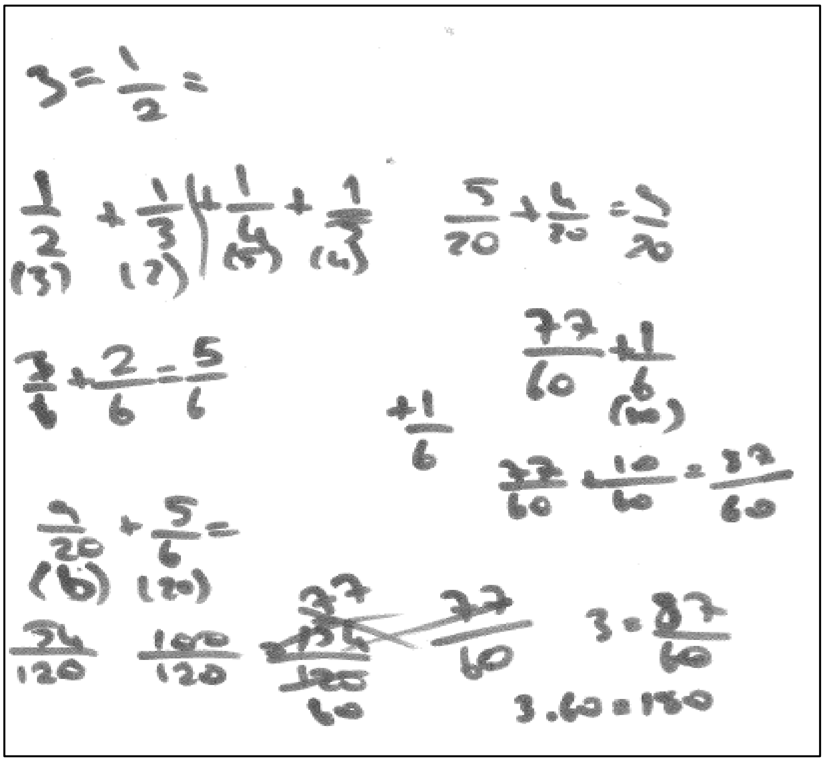
Şekil 4.21. Gülşah' in anlama haritası

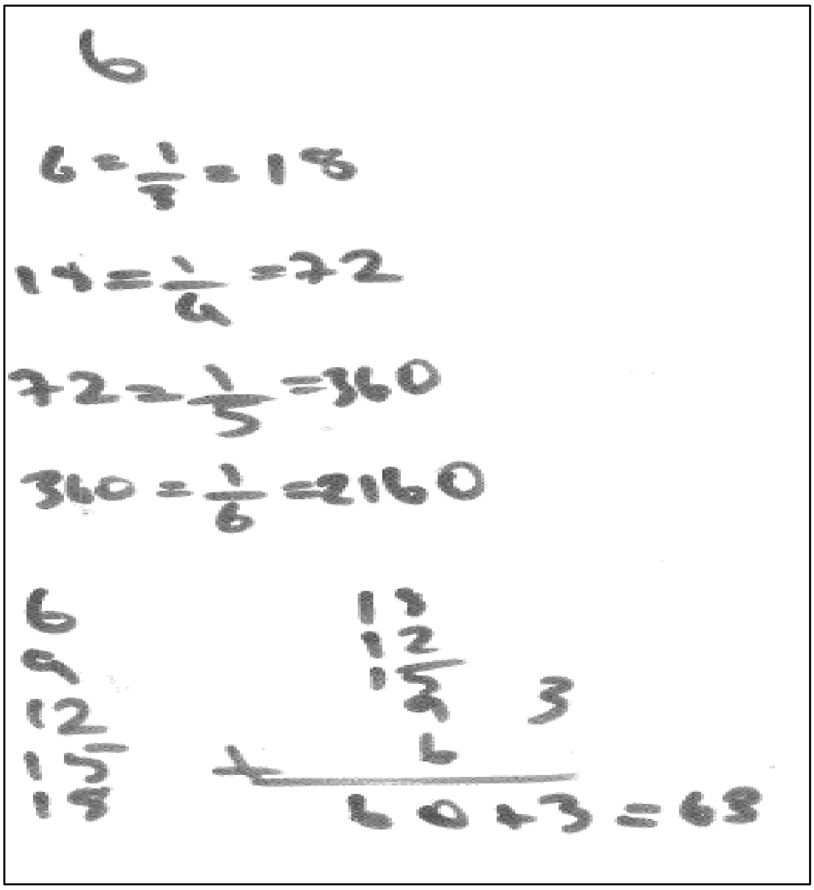


Şekil 4.22. Gülşah' nin tarla problemine ait çözümü



Şekil 4.23. Mine' nin portakal problemine ait çözümü

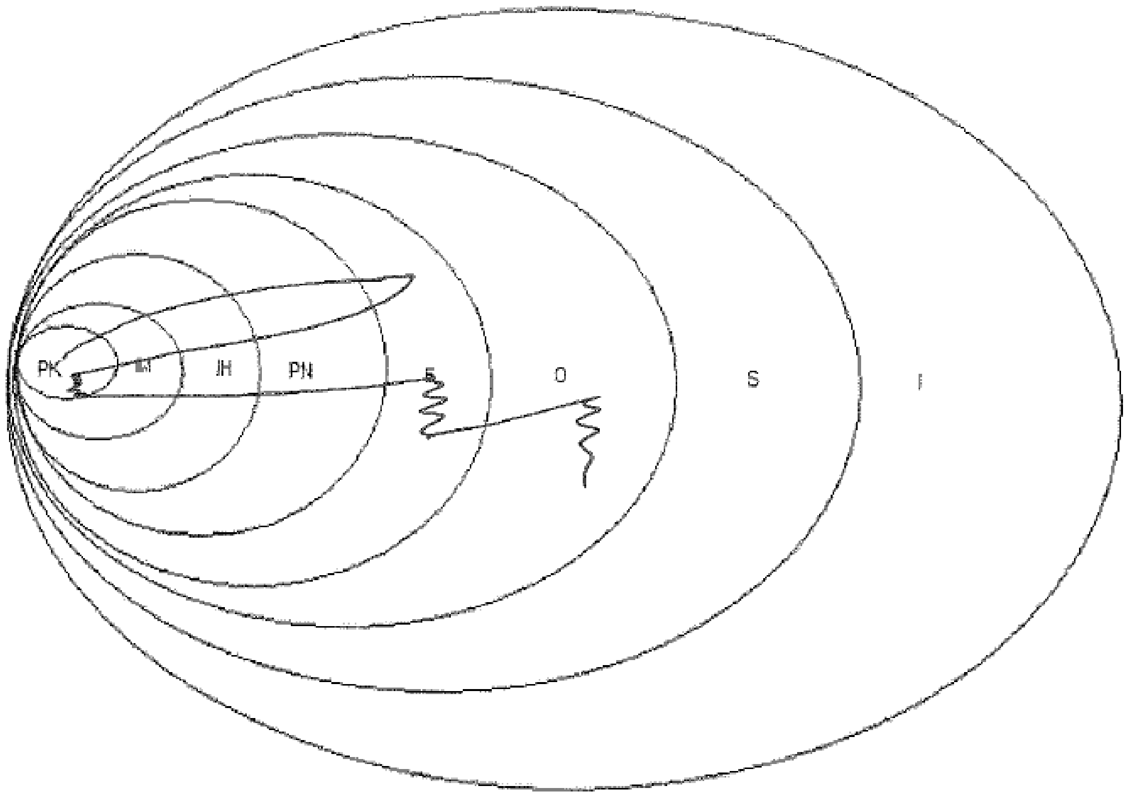




Mine tarla ve portakal problemlerini çözerken 5. seviyeye kadar çıkmış daha sonra iç seviyelere geri dönme yapmış ve bir kesrin ne olduğunu, ne ifade ettiğini tekrar gözden geçirmiş ve en son olarak da portakal problemini çözerken ise problemi tersten çözmeyi deneyerek özel bir çözüm yöntemi kullanmıştır.

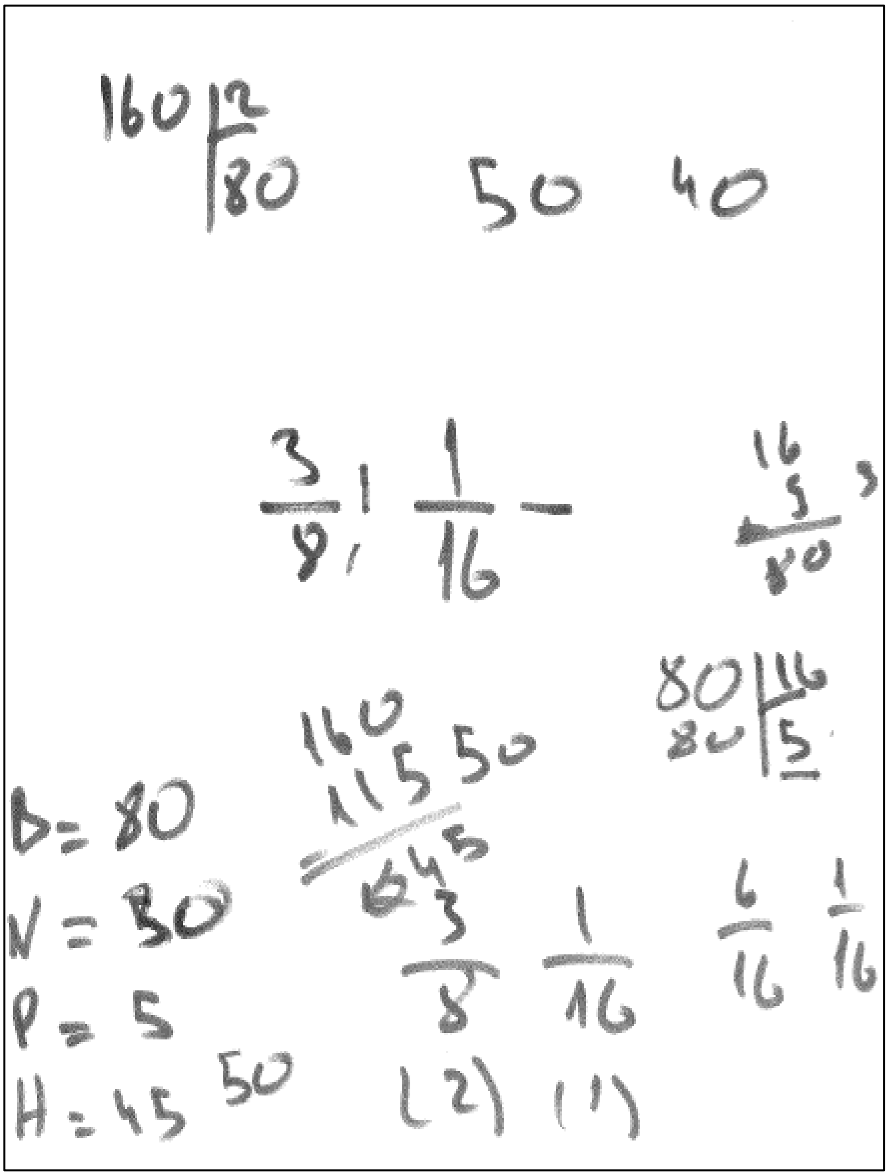
Bu iki problemi çözerken göstermiş olduğu davranışlar incelenmiş ve anlama haritası aşağıdaki gibi çizilmiştir.

Şekil 4.24. Mine' nin anlama haritası



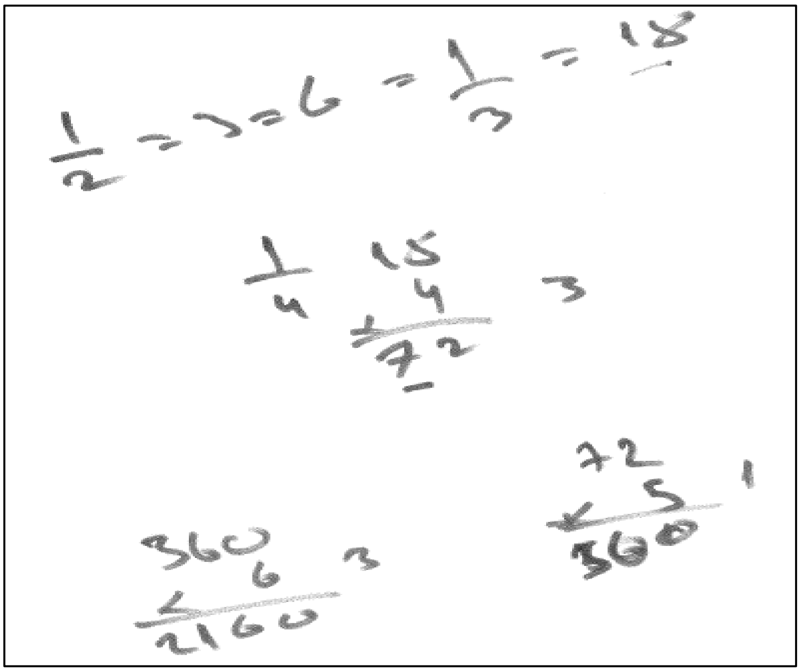
4.2.1. Matematik başarısı yüksek seviyede olan öğrencilerin matematiksel anlamaları ve anlama haritaları

Şekil 4.25. Umut' ın tarla problemine ait çözümü



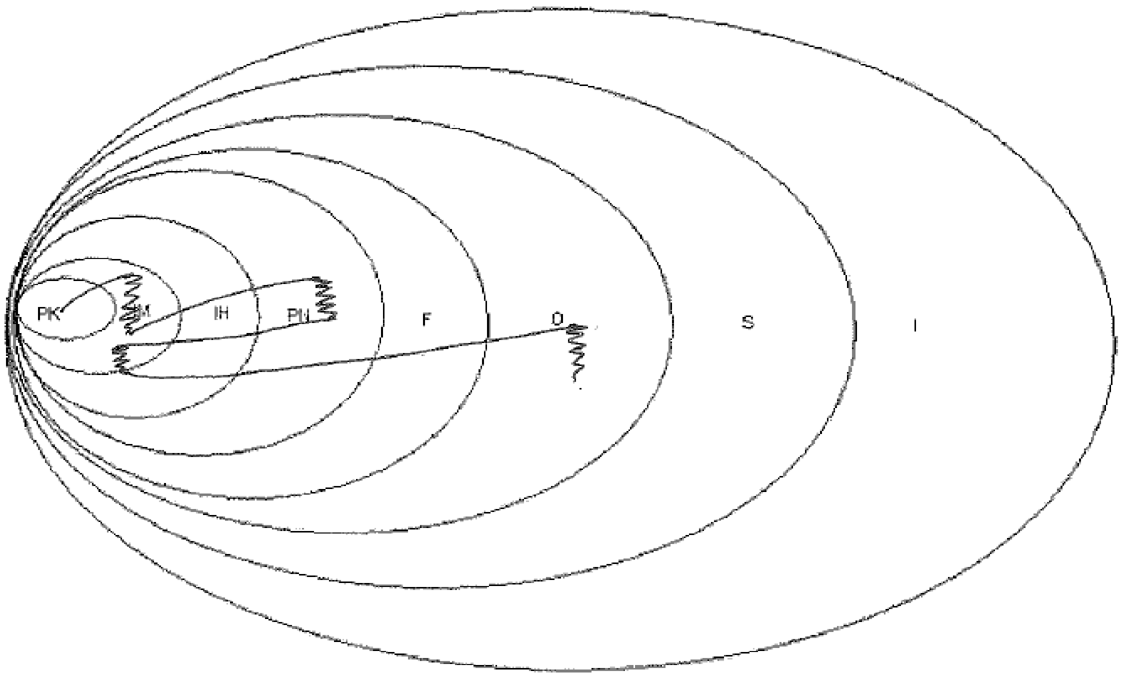
Umut tarla problemini çözerken kesirleri tanıma, kesri bir bütünde gösterme, özel durum için toplama ve enstrüman kullanmadan toplama davranışlarını sergilemiş ve 4. seviyeye kadar çıkabilmiştir. Bir sonraki seviyeye çıkabilmek için ise 2. Seviyeye geri dönmüştür. Burada bilgisini kontrol etmiş ve bir üst seviyeye çıkabilmiştir.

Şekil 4.26. Umut' ın portakal problemine ait çözümü

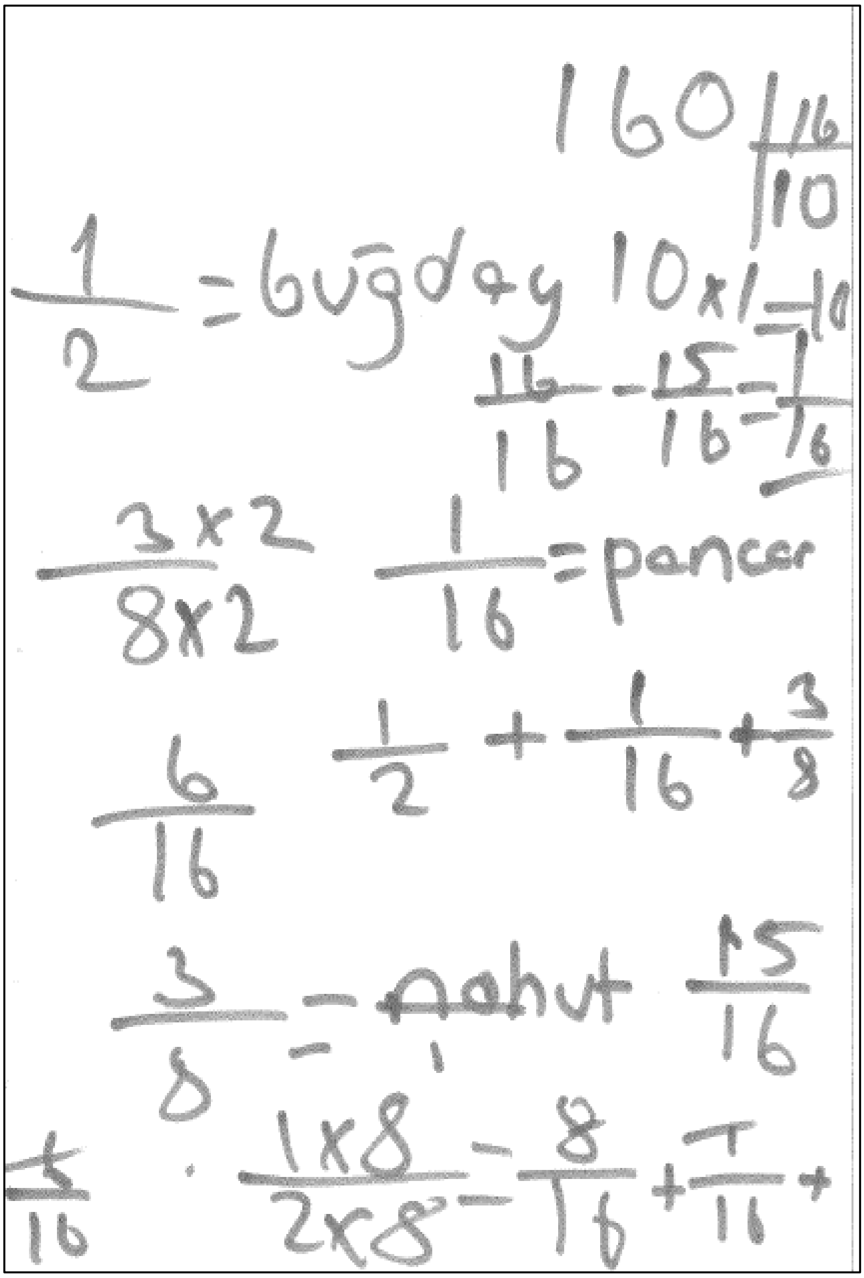


Umut portakal problemini çözerken ise problemi tersten çözmeyi deneyerek özel bir çözüm yöntemi kullanmıştır. Bu iki problemi çözerken göstermiş olduğu davranışlar incelenmiş ve anlama haritası aşağıdaki gibi çizilmiştir.

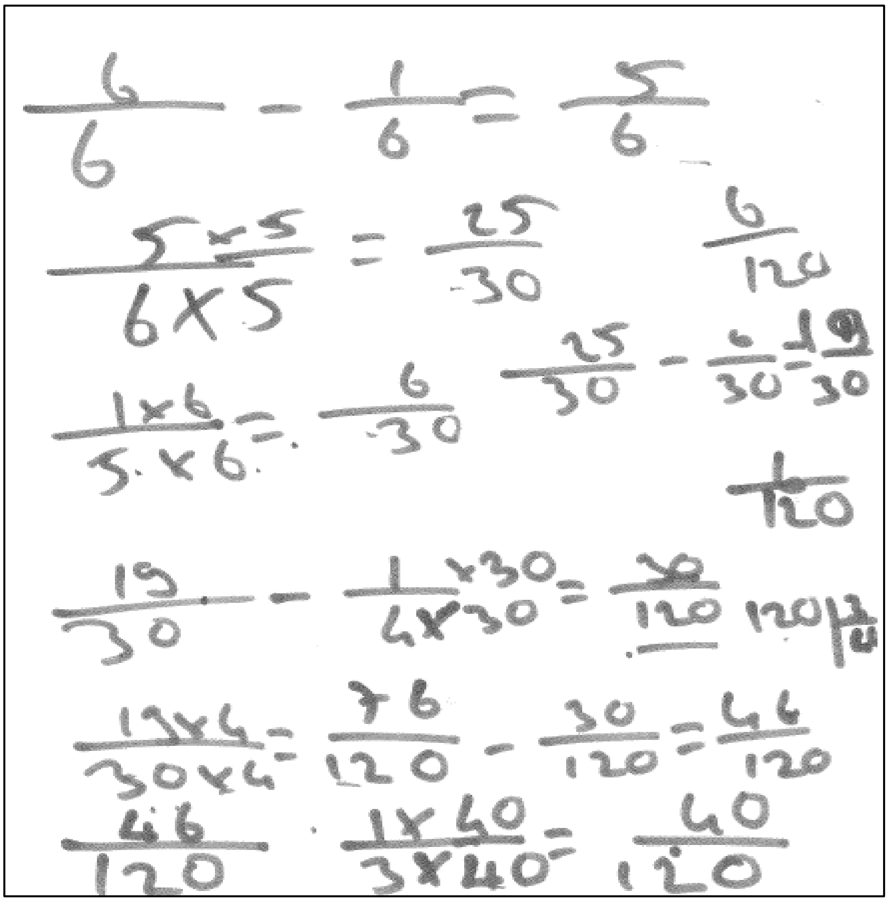
Şekil 4.27. Umut' ın anlama haritası

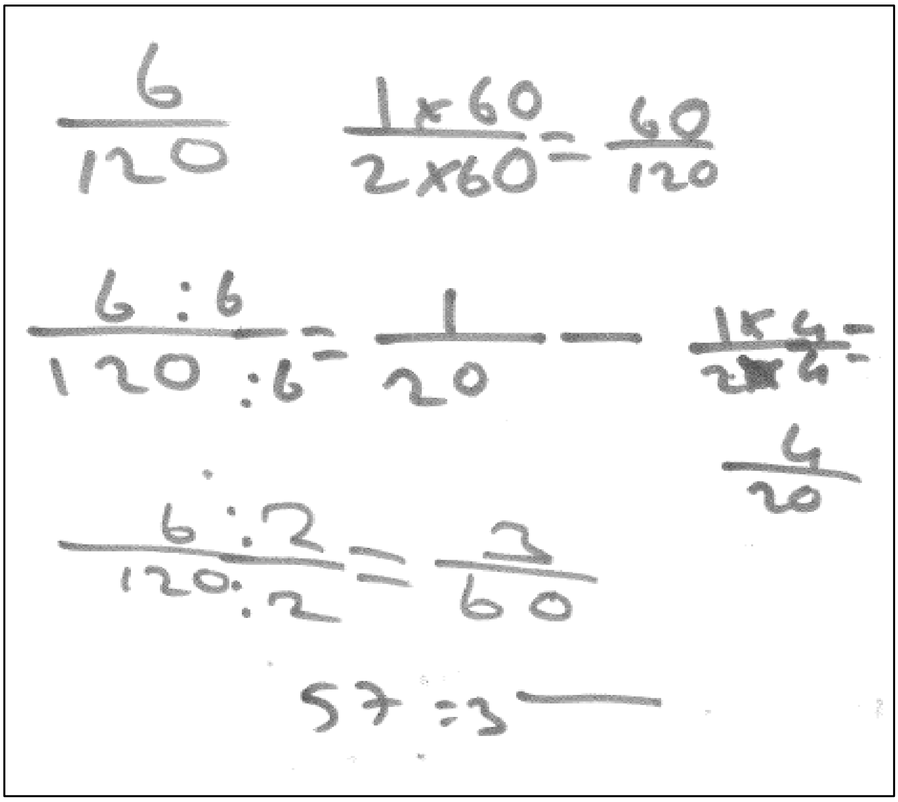


Şekil 4.28. Gülcan' in tarla problemine ait çözümü



Şekil 4.29. Gülcan' in portakal problemine ait çözümü

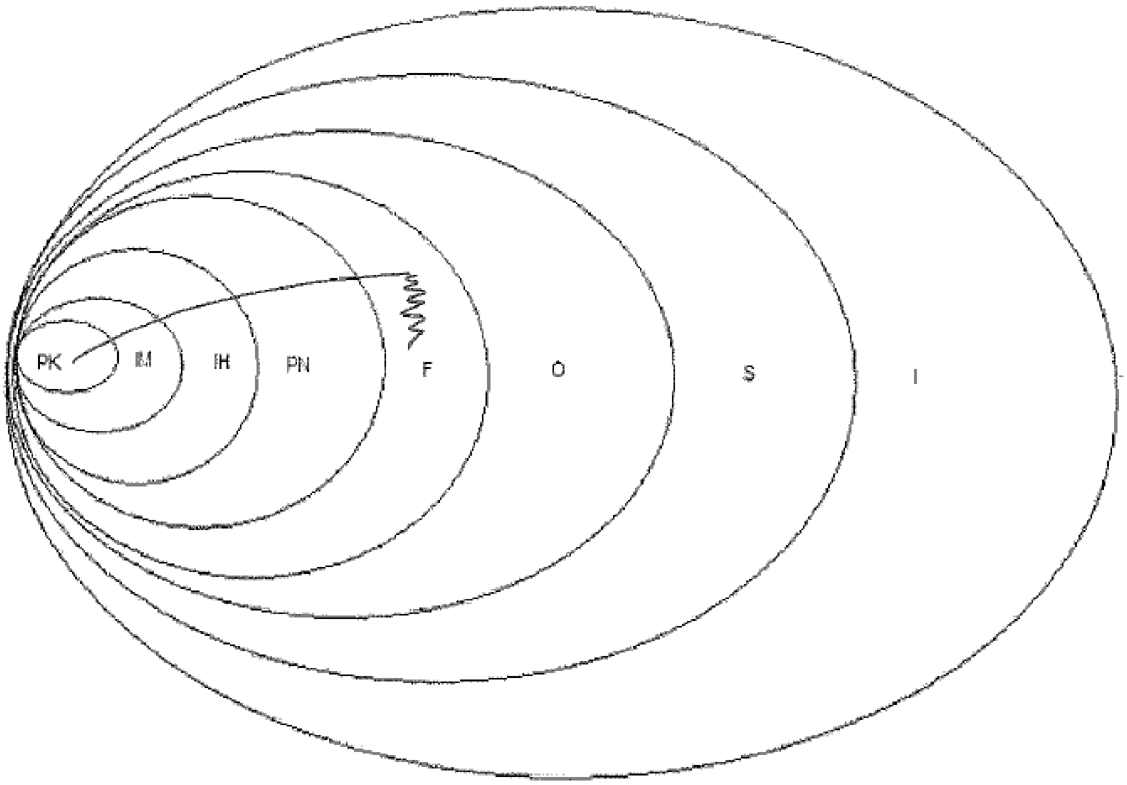




Gülcan tarla ve portakal problemlerinin çözümünde kesirleri tanıma, bütünde gösterme, enstrüman kullanmadan kesirleri toplama, özel durumlar için toplamayı yapma ve payda eşitleyerek toplama yapma davranışlarını sergilemiştir.

Problemleri çözerken göstermiş olduğu davranışlar incelenmiş ve aşağıdaki anlama haritası çizilmiştir.

Şekil 4.30. Gülcan' in anlama haritası



4.3 Üçüncü Alt Probleme İlişkin Bulgular Ve Yorumlar

Üçüncü alt problem; ortaokul 6. ve 7. sınıf öğrencilerinin kesirler konusunda *bulundukları sınıfa* göre matematiksel anlama düzeyleri arasında bir fark var mıdır?

Tablo 4.4. Öğrencilerin bulundukları sınıfa göre matematiksel anlama düzeylerine ilişkin Mann-Whitney U testi sonuçları

Gruplar	N	Ortalama Sıra	Sıra Toplamı	U	Z	P
Altinci sinif	30	30,15	904,50	310,500	-1,127	,260*
Yedinci sinif	25	25,42	635,50			
Toplam	55					

$^*p > .05$

Öğrencilerin bulundukları sınıfa göre matematiksel anlama düzeylerine ilişkin Mann Whitney U testi sonuçları tablo 4.1' de gösterilmiştir. Altıncı sınıftaki öğrencilerin sıra ortalamasının (30,15) yedinci sınıftaki öğrencilerin sıra ortalamasından (25,42) yüksek olduğu görülmektedir. Öğrencilerin bulundukları sınıfa göre matematiksel anlama düzeyleri arasındaki farkın anlamlı olmadığı görülmektedir (Z: -1,127, $p > .05$). 6. sınıf öğrencilerinin sıra ortalamasının 7. sınıf öğrencilerinin sıra ortalamasından yüksek olmasının nedeninin kesirler konusunun 6. sınıflarda yeni işlenmesinden dolayı öğrencilerin bilgilerinin yeni olmasından kaynaklandığı sanılmaktadır.

4.4 Dördüncü Alt Probleme İlişkin Bulgular Ve Yorumlar

Dördüncü alt problem; ortaokul 6. ve 7. sınıf öğrencilerinin kesirler konusunda *sınıflarındaki başarı durumlarına* göre matematiksel anlama düzeyleri arasında bir fark var mıdır?

Tablo 4.5. Sınıflarındaki başarı durumlarına göre öğrencilerin matematiksel anlama düzeylerine ilişkin Kruskal Wallis H testi sonuçları

Gruplar	N	Ortalama Sıra	X^2	Df	p
Düsük	15	17,37	15,016	2	,001*
Orta	22	26,89			
iyi	18	38,22			
Toplam	55				

$^*p < .05$

Öğrencilerin sınıflarındaki başarı durumlarına göre matematiksel anlama düzeylerine ilişkin Kruskal Wallis H testi sonuçları Tablo 4.2' de gösterilmiştir. Test sonuçları, sıra ortalamaları arasındaki farkın anlamlı olduğunu göstermiştir ($x^2_{(2)}$: 15,016, $p < .05$). Farkın kaynağını bulmak için LSD testi yapılmıştır. Testin sonuçları farkın kaynağının D-O ve O-İ grupları arasında olduğunu göstermektedir (D: Düşük, O: Orta, İ: İyi)

4.5 Besinci Alt Probleme İlişkin Bulgular Ve Yorumlar

Beşinci alt problem; ortaokul 6. ve 7. sınıf öğrencilerinin kesirler konusunda *cinsiyete* göre matematiksel anlama düzeyleri arasında bir fark var mıdır?

Tablo 4.5. Cinsiyete göre matematiksel anlama düzeylerine ilişkin Mann-Whitney U testi sonuçları

Gruplar	N	Ortalama Sıra	Sıra Toplamı	U	Z	p
Erkek	**23**	**26,30**	**605,00**	**329,000**	**-,688**	**,491***
Kız	**32**	**29,22**	**935,00**			
Toplam	**55**					

***p > .05**

Öğrencilerin cinsiyete göre matematiksel anlama düzeylerine ilişkin Mann Whitney U testi sonuçları tablo 4.3' de gösterilmiştir. Erkek öğrencilerin sıra ortalamasının (26,30) kız öğrencilerin sıra ortalamasından (29,22) düşük olduğu görülmektedir. Öğrencilerin cinsiyete göre matematiksel anlama düzeyleri arasındaki farkın anlamlı olmadığı görülmektedir (Z: -,688, $p > .05$).

5. SONUÇ ve ÖNERİLER

Bu bölümde, ortaokul öğrencilerinin Pirie ve Kieren matematiksel anlamanın gelişimi modeline göre seviyelerini ve seviyeleri arasında bulundukları sınıfa, cinsiyetlerine ve başarı durumlarına göre farklılık olup olmadığını belirlemek amacı ile yapılan bu araştırmayla elde edilen bulgulara dayalı sonuçlara yer verilmiştir. Ayrıca yapılan araştırma bulguları çerçevesinde hem uygulamaya hem de bu konuda çalışma yapmak isteyen araştırmacılara yönelik önerilerde bulunulmuştur.

5.1 Sonuçlar

Araştırma bulgularından elde edilen sonuçlar aşağıda verilmiştir.

- Ortaokul öğrencilerinin kesir problemlerini çözerken göstermiş oldukları kavram yanılgılarının paydaları farklı kesirleri toplarken, kesirlerin pay ve paydalarını ayrı ayrı toplayıp sıra ile pay ve payda olarak ifade etmek ve kesrin ifade ettiği parça ile bütünün ilişkisini kuramamak olduğu görülmüştür. Bu sonuç Ersoy ve Ardahan (2003)' ın çalışma sonuçları ile benzerlik göstermektedir.
- Ortaokul öğrencilerinin Pirie ve Kieren matematiksel anlamanın gelişimi modelinde daha çok 2. seviye (% 30,9) ve 5. seviyeye (% 29,0) çıkabildikleri görülmüştür.
- Öğrencilerin geri dönme yaptıkları seviyenin genellikle 2. seviye olduğu görülmüştür. Bu sonuç Argat (2012)' ın çalışma sonucu ile paralellik göstermektedir.
- Öğrencilerin geri dönme sebeplerinin daha çok öğretmen (araştırmacı) kaynaklı olduğu görülmüştür. Bu sonuç Argat (2012)' ın çalışma sonucu ile paralellik göstermektedir.
- Öğrencilerin cinsiyetlerine göre Pirie ve Kieren matematiksel anlama seviyeleri arasında anlamlı bir farkın olmadığı görülmüştür.
- Öğrencilerin bulundukları sınıfa göre Pirie ve Kieren matematiksel anlama seviyeleri arasında anlamlı bir farkın olmadığı görülmüştür.
- Öğrencilerin başarı düzeylerine göre Pirie ve Kieren matematiksel anlama seviyeleri arasında anlamlı bir farkın olduğu görülmüştür. Başarı durumu iyi olan öğrencilerin Pirie ve Kieren matematiksel anlama seviyelerinin başarı durumu orta olanlara, başarı durumu orta olanların ise düşük olanlara göre daha yüksek seviyede olduğu görülmüştür. Bu sonuç Argat (2012)' ın çalışma sonucu ile paralellik göstermektedir.

5.2 Öneriler

Bu çalışmanın ışığı altında eğitimcilere ve araştırmacılara faydalı olacağı düşünülen bazı öneriler aşağıda verilmiştir.

- Bu çalışma 6. ve 7. sınıfta öğrenim gören 55 öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Değişik sınıf düzeyleri ve daha büyük bir örneklemle bu konu ile ilgili çalışmalar yapılabilir.
- Çalışma da öğrencilerin anlama seviyelerini belirlemek için 2 adet açık uçlu problem kullanılmıştır. Problem sayısı artırılarak yeni çalışmalar yapılabilir.
- Öğrencilerin matematiksel anlamalarını daha detaylı görebilmek için çalışma öğrencilere yöneltilen problemlerin dışında ders içi etkinliklerle de yürütülebilir.
- Pirie ve Kieren (1994), öğrencilerin matematiksel anlama seviyelerindeki değişikliğin nelere (kişi, konu vb.) bağlı olduğunu henüz belirleyemediklerini söylemektedirler. Bu çalışma da değişikliğin nedenini belirleyebilmek için cinsiyet, başarı durumu ve öğrencilerin bulundukları sınıf değişkenlerine bakılmıştır. Değişkenler artırılarak yeni çalışmalar yapılabilir.
- Pirie ve Kieren' ın 1994 yılında yapmış oldukları çalışmada da görülmüştür ki; 'işe koyulma' aktiviteleri 'dışa vurma' tamamlayıcısı olmadan anlama geçici oluyor ve bir sonraki derse kadar öğrenci bunu unutuyor. Ayrıca dışa vurma aktivitesi olmadan öğrencilerin önceki imajlarından öteye ilerlemelerinin mümkün olmadığı da görülmüştür. Bundan dolayı eğitimciler, öğrencilerin 'dışa vurma' aktiviteleri olan *tekrar gözden geçirmek, söylemek ve kaydetmek* gibi aktiviteleri sergileyip sergilemediğine dikkat etmelidirler.

KAYNAKLAR

Acar, N., “Kesir çubuklarının ilköğretim 6. sınıf öğrencilerinin kesirlerde toplama ve çıkarma işlemlerindeki başarılarına etkisi”, Yayınlanmış Yüksek Lisans Tezi, ***Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü,*** Konya **(**2010).

Akdeniz, F., “Öğretmen adaylarının eğim kavramı ile ilgili sahip oldukları kavram imajlarının ve matematiksel anlayışlarının incelenmesi üzerine bir durum çalışması”, Yayınlanmış Yüksek Lisans Tezi, ***Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü***, Ankara (2011).

Aksu, M., “Students performance in dealing with fractions”, ***The Journal of Educational Research***, 90(6): 375-380 (1997).

Aladağ, A., “İlköğretim öğrencilerinin orantısal akıl yürütmeye dayalı sözel problemler ile gerçekçi cevap gerektiren problemleri çözme becerilerinin incelenmesi”, Yayınlanmış Yüksek Lisans Tezi, ***Çukurova Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü,*** Adana (2007).

Albayrak, M., “İlköğretimde Matematik ve Öğretimi 2. Baskı”, ***Aşık Matbaası***. Ankara (2000).

Alkan H., Altun M., “Matematik öğretmenliği öğretimi”, ***Anadolu Üniversitesi Yayınları***, Eskişehir (1998).

Altun, M., “İlkokul 3,4 ve 5. sınıf öğrencilerinin problem çözme davranışları üzerine bir çalışma, Yayınlanmamış Doktora Tezi***, Hacettepe Üniversitesi***, Ankara (1995).

Altun, M., “Eğitim fakülteleri ve ilköğretim öğretmenleri için matematik öğretimi”, ***Aktüel Yayıncılık***, Bursa (2005).

Altunışık, R., Yıldırım, E., Coşkun, R. ve Bayraktaroğlu, S., “Sosyal bilimlerde araştırma yöntemleri SPSS uygulamalı”, ***Sakarya Kitabevi*** (2010).

Ardahan, H., Ersoy, Y., İlköğretimde Materyal Destekli Kesir ve Ondalık Kesirlerin Öğretimi, (2003).

Argat, A., “Pirie-Kieren dinamik modeli ile öğrencilerde matematiksel anlamanın gelişiminin incelenmesi”, ***Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü***, İstanbul (2012)

Arslan, Ç., Altun, M., “Rutin olmayan matematiksel sözel problemlerin çözümünü öğrenme”, ***İlköğretim Online***, 6(1): 50-61 (2007).

Artut, P., Tarım, K. ve Bal, A.P., “İlköğretim öğrencilerinin ordinal (sıra) sayılar içeren problemleri çözme becerileri”, ***VI. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi***, İstanbul, 596–605 (2004).

Baki, A., Karataş, İ. ve Güven, B., “Klinik mülakat yöntemi ile problem çözme becerilerinin değerlendirilmesi”, ***V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi***, Ankara (2002).

Baykul, Y., “İlköğretimde matematik öğretimi 1-5. sınıflar (dokuzuncu baskı)”, ***Pegem A. Yayıncılık***, Ankara (2006).

Bunar, N., “Altıncı sınıf öğrencilerinin kümeler, kesirler ve dört işlem konularında problem kurma ve çözme becerileri”, Yayınlanmış Yüksek Lisans Tezi, ***Afyon Kocatepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü****,* Afyonkarahisar (2011)

Büyüköztürk, Ş., Akgün, Ö. E., Karadeniz Ş., Demirel F. ve Kılıç, E., “Bilimse araştırma yöntemleri 12. baskı”, ***Pegem Akademi Yayıncılık*** (2012).

Çelik, D., Güler, M., “İlköğretim 6. sınıf öğrencilerinin gerçek yaşam problemlerini çözme becerilerinin incelenmesi”, ***X. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi***, Niğde (2012).

Ersoy, Y., Ardahan, H., “İlköğretimde materyal destekli kesir ve ondalık kesirlerin materyal tabanlı ögretimi” http:/www.matder.org.tr (2000).

Ersoy, Y., Erbaş, K., “Kassel Projesi Cebir Testinde Bir Grup Türk Öğrencinin Genel Başarısı ve Öğrenme Güçlükleri”, ***İlköğretim Online****,* 4 (1): 18-39 (2005).

Elkatmış, M., Karaca, E., T. ve Toptaş, V., “İlköğretim 4. sınıf matematik programının öğrenme alanları ile matematik öğrenci çalışma kitabındaki soruların zihinsel alanlarının tımss’e göre incelenmesi”, ***Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi (KEFAD),*** 13 (1): 17-29 (2012).

Göğüş, B. “Orta dereceli okullarımızda türkçe ve yazın eğitimi”, ***Gül Yayınevi****,* Ankara (1978).

Güneş, F., “Çocuk kitaplarında okunabilirlik ilkeleri”, ***Yaşadıkça Eğitim*** (2000).

Gür, H., Korkmaz, E., “İlköğretim 7.sınıf öğrencilerinin problem ortaya atma becerilerinin belirlenmesi” http://www.matder.org.tr (2003).

Halmos, P., “Yaratıcı sanat”, Çev: Aksoy, A.G., ***Matematik Dünyası,*** 4*,* Ankara (1994).

Haser, Ç., Ubuz, B., “Öğrencilerin kesirleri anlaması: 5. sınıf öğrencileri üzerine bir çalışma”, ***Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi****,* 24: 64-69 (2003).

Herscovics, N., Bergeron, J., “An extended model of understanding”, ***Northern Illinois University****,* 15-22 (1988).

Hiebert, J., Carpenter, T.,” Learning and teaching with understanding”, Grouws D. A. (Ed.), ***Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning,*** 65-97*,* New York (1992).

Higgins, K. M., “The effect of long ınstruction ın mathematical problem solving on middle school students attitudes, beliefs and abilities”, ***Journal of Experimental Education****,* 66 (1): 5-28 (1997).

J. Sowell, E., “effects of manipulative materials ın mathematics ınstruction”, ***Journal For Research in Mathematics Education****,* 20(5): 498-505 (1989).

Karaoğlan, D., "6. sınıf öğrencilerinin problem çözmeye dayalı etkinlikler sonrası problem çözme başarıları ile matematik başarıları arasındaki ilişki", Yayınlanmış Yüksek Lisans Tezi, ***Orta Doğu Teknik Üniversitesi İlköğretim Fen ve Matematik Alanları Eğitimi Bölümü,*** Ankara (2009).

Kastberg S. E., "Understandıng mathematıcal concepts: the case of the logarıthmıc functıon", Yayınlanmış Doktora Tezi, ***The University of Georgia,*** Athens (2002).

Kocaoğlu, T., Yenilmez, K., "Beşinci sınıf öğrencilerinin kesir problemlerinde yaptıkları hatalar ve kavram yanılgıları", ***Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi***, 14: 71-85 (2010).

Lawler, R., "The progressive construction of mind", ***Cognitive Science***, 5: 1-30 (1981).

Lett, W.S., "Using manipulative materials to ıncrease student achievement ın mathematics", ***Marygrove College***, (2007).

Mack, K. N., "learning fractions with understanding: building on ınformal knowledge", ***Journal for Research in Mathematics Education***, 21(1): 16-32 (1990).

Martin, L. C., "Folding back and the dynamical growth of mathematical understanding: Elaborating the Pirie-Kieren Theory", ***Journal of Mathematical Behavior***, 27: 64-85 (2008).

MEB, "İlköğretim matematik dersi 6-8. sınıflar öğretim programı ve kılavuzu", ***MEB Yayınları,*** Ankara (2009).

Mestre, J. P., "Learning and Instruction in Pre-College Physical Science", *Physics Today*, (1991).

National Council of Teachers of Mathematics, "Principles and Standards for School Mathematics", ***National Council of Teachers of Mathematics***, Reston, VA. (2000).

National Council of Teachers of Mathematics "The Mangoes Problem" http://illuminations.nctm.org (2008).

Ocak, G., "İlköğretim okulu 5.sınıf öğrencilerinin okuma anlama düzeyine videonun etkisi", ***İlköğretim Online***, *3* (2): 19-25 (2004).

Olkun, S. , Toluk Z., "İlköğretimde etkinlik temelli matematik öğretimi", ***Anı Yayıncılık***, Ankara (2003).

Olkun, S., Toluk, Z. U., "İlköğretimde etkinlik temelli matematik öğretimi 3.baskı", ***Anı Yayıncılık***, Ankara (2004).

Olkun S., Toluk, Z. U., "İlköğretimde etkinlik temelli matematik öğretimi 4. baskı", ***Maya Akademi Yayın Dağıtım***, Ankara (2007).

Özsoy, G., "Problem çözme becerisi ile matematik başarısı arasındaki ilişki", ***Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi,*** 25 (3): 179-190, Ankara (2005).

Özsoy, G., “İlköğretim beşinci sınıfta üstbiliş stratejileri öğretiminin problem çözme başarısına etkisi”, Doktora Tezi, ***Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü***, Ankara (2007).

Pirie, S. E. B., “Understanding: Instrumental, relational, intuitive, constructed, formalised...? How can we know?” ***For the Learning of Mathematics***, 8(3): 2-6 (1988).

Pirie, S. E. B., Kieren, T. E., “A recursive theory of mathematical understanding”, ***For the Learning of Mathematics***, 9(3): 7-11 (1989).

Pirie, S. E. B., Kieren, T. E., “Folding back: Dynamics in the growth of mathematical understanding”, ***Proceedings Fifteenth Psychology of Mathematics Education Conference***, Assisi (1991).

Pirie, S. E. B., Kieren, T. E., “Watching Sandy’s understanding grow”, ***Journal of Mathematical Behavior***, 11: 243-257 (1992).

Pirie, S. E. B., Kieren, T. E., “Beyond metaphor: Formalising in mathematical understanding within constructivist environments” ***For the Learning of Mathematics***, 14(1): 39-43 (1994a).

Pirie, S. E. B., Kieren. T. E., “Growth in mathematical understanding: How can we characterise it and how can we represent it?”, ***Educational Studies* in *Mathematics***, 26(3): 165-190 (1994b).

Pirie, S. E. B., Schwarzenberger, R. L. E., “Mathematical discussion and mathematical understanding”, ***Educational Studies in Mathematics***, 19(9): 459–470 (1988).

Sallabaş, M., E., “İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinin okumaya yönelik tutumları ve okuduğunu anlama becerileri arasındaki ilişki”, ***İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi,*** 9 (16): 141-155 (2008).

Schroder, T.L., “Students understanding of mathematics: A review and synthesis of some recent research” ***Psychology of Mathematics Education***, *3*: 332-338 (1987).

Sierpinska, A., ”Understanding in mathematics”, ***Falmer Press***, Washington, DC (1994).

Skemp, R., “Relational understanding and instrumental understanding”, ***Mathematics Teaching***, *77*: 20-26 (1976).

Skemp, R., “The Psychology of Learning Mathematics”, ***Lawrence Erlbaum Associates***, Hillsdale, N.J. (1987).

Soylu, Y., Soylu, C., “İlköğretim besinci sınıf öğrencilerinin kesirler konusundaki öğrenme güçlükleri: kesirlerde sıralama, toplama, çıkarma, çarpma ve kesirlerle ilgili problemler”, ***Erzincan Eğitim Fakültesi Dergisi***, 7(2): 101-117 (2005).

Soylu Y., Soylu C., “Matematik dersinde başarıya giden yolda problem çözmenin rolü”, ***İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi***, 7 (11): 97-111 (2006).

Toluk, Z., “Üçüncü uluslararası matematik ve fen araştırması (tımms): Matematik nedir?” ***İlköğretim Online,*** 2 (1): 36-41 (2003).

Töre, C. G., “İlköğretim 6. sınıf öğrencilerinin problem çözme sürecini bilme ve uygulama düzeylerinin araştırılması” Yayınlanmış Yüksek Lisans Tezi, ***Osmangazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü***, Eskişehir (2007).

Ulu, M., “Sınıf öğretmeni, sınıf öğretmeni adayı ve 5. sınıf öğrencilerinin dört işlem problemlerini çözmede kullandıkları stratejilerin karşılaştırılması”, Yüksek Lisans Tezi, ***Kocatepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü***, Afyonkarahisar (2008).

Umay, A., “Eski arkadaşımız okul matematiğinin yeni yüzü (birinci baskı)”, ***Aydan WEB Tesisleri***, Ankara (2007).

Von Glasersfeld, E., “Learning as a constructive activity”. Janvier, C. (Ed.), Problems of Representation in the Learning and Teaching of Mathematics”, ***Lawrence Erlbaum Associates***, 3-18, Hillsdale, New Jersey (1987).

Yıldızlar, M., “Matematik problemlerini çözebilme yöntemleri”, ***Eylül Kitap ve Yayınevi,*** Ankara (2001).

Yıldırım A., Şimşek H., “Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri 6. baskı”, ***Seçkin Yayıncılık***, Ankara (2005).

Yıldırım A., Şimşek H., “Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri 7. baskı”, ***Seçkin Yayıncılık***, Ankara (2008).

Yin. R. K., “Case study research: Design and methods”. Beverly Hills, CA: Sage (1984).

EKLER

EK-1 Kesirler Konusu İle İlgili Problemler

Soru 1. (Tarla Problemi)

"1/2, 3/8, 1/16"

Yukarıda verilen kesirleri kullanarak aşağıdaki problemi tamamlayınız, çözümünü yapınız. "160 dönümlük arazisinin 1/2' sine buğday eken Bilal Bey kalan yerlerden büyük olan …… lik kısmına nohut ve diğer …… lik kısma pancar ekecektir. Haşhaş ekebilmesi için geriye kaç dönümlük arazisi kalmıştır?"

Soru 2. (Portakal Problemi)

Bir gece Kral uyuyamaz ve mutfağa gider, orada bir kasa dolusu portakal bulur. Aç olduğunu hisseder ve portakalların 1/6 sını yer.
Daha sonra aynı gece Kraliçe uyuyamaz ve o da Kral dan kalan portakalların 1/5 ini yer.
Daha sonra birinci Prens uyanır ve mutfağa gider ve kalan portakalların 1/4 ünü yer.
Sonrasında onun kardeşi ikinci Prens ondan kalanların 1/3 ünü yer.
En sonunda üçüncü Prens kalan portakalların 1/2 sini yer ve sadece üç tane portakal kalır.
İlk olarak kasada kaç tane portakal vardı?

EK-2 Velilere Gönderilen İzin Kâğıtları Örnekleri

KARADENİZ BAKIR İLKOKULU MÜDÜRLÜĞÜ’ NE

ARTVİN

Velisi bulunduğum ……………………………….isimli öğrencinin kamera kaydının kullanılacağı “Ortaokul Öğrencilerinin Pirie ve Kieren Modeline Göre Matematiksel Anlama Seviyelerinin Belirlenmesi” isimli çalışmaya katılmasına izin veriyorum.

15.11.2012

…………………………………………………………..

Velinin: Adı soyadı İmza

VAKIFBANK İLKOKULU MÜDÜRLÜĞÜ’ NE

ARTVİN

Velisi bulunduğum ……………………………….isimli öğrencinin kamera kaydının kullanılacağı “Ortaokul Öğrencilerinin Pirie ve Kieren Modeline Göre Matematiksel Anlama Seviyelerinin Belirlenmesi” isimli çalışmaya katılmasına izin veriyorum.

15.11.2012

…………………………………………………………..

Velinin: Adı soyadı İmza

EK-2 Araştırma İzin Belgesi

T.C.
ARTVİN VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı : B.08.4.MEM.0.08.20.02-605.01/ 9249 02../10/2012
Konu: Araştırma İzni

VALİLİK MAKAMINA

İlgi :a) Erzincan Üniversitesi Rektörlüğü Öğrenci İşleri Dairesi Başkanlığının 08.10.2012 tarihli ve 8590 sayılı yazıları.
b) Millî Eğitim Bakanlığına Bağlı Okul Ve Kurumlarda Yapılacak Araştırma Ve Araştırma Desteğine Yönelik İzin Ve Uygulama Yönergesi.

Erzincan Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İlköğretim Anabilim Dalı Matematik Eğitim Bilim Dalı Yüksek Lisans Öğrencisi Erol ARSLAN tarafından hazırlanan ve ilimiz Merkez İlçedeki Karadeniz Bakır ve Vakıfbank okullarında ***"İlköğretim II. Kademe Öğrencilerinin 'PIRIE VE KIEREN MODELİ' ne Göre Matematiksel Anlama Seviyelerinin Belirlenmesi"*** konulu araştırma izin başvurusu ilgi (b) yönerge doğrultusunda Müdürlüğümüz Araştırma Değerlendirme Komisyonu tarafından incelenmiş ve uygun görülmüştür.

Makamlarınızca da uygun görülmesi halinde gerekli araştırma izninin verilmesi hususunu olurlarınıza arz ederim.

Mustafa YANMAZ
Millî Eğitim Müdürü

Uygun görüşle arz ederim
01 /10/2012

Bahadır GÜNEŞ
Vali Yardımcısı

O L U R
01../10/2012

Necmettin KALKAN
Vali

Millî Eğitim Müdürlüğü 08000 ARTVİN Ayrıntılı Bilgi İçin: K.ALTUN Şef
Telefon: 0 466 212 59 51 – 151 Faks: 0466 212 36 18 http://artvin.meb.gov.tr

ÖZGEÇMİŞ

Adım Erol, soyadım ARSLAN.22 Şubat 1988 tarihinde Sivas'ın Kangal ilçesinde doğdum. İlk ve ortaokulu Kangal Atatürk İlköğretim okulunda, Lise eğitimimi Kangal Lisesi'nde tamamladım. 2006 yılında başladığım Erzincan Üniversitesi Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği Bölümü' nü 2010 yılında 2. lik ile bitirdim. Yüksek Lisans eğitimimi Erzincan Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İlköğretim Matematik Eğitimi Anabilim Dalı' nda yaptım. Şu an Artvin de öğretmenlik yapmaktayım.