

DEFORME OLMUŞ ÇEKİRDEKLERDE ÇİFT BETA BOZUNUMU

Hasan Bircan

DUMLUPINAR ÜNİVERSİTESİ

Fen Bilimleri Enstitüsü

Lisansüstü Yönetmeliđi Uyarınca

Fizik Anabilim Dalında

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Olarak HazırlanmıŐtır.

121 665

Danışman : Yrd. Doç. Dr. Cevat SELAM

Ortak Danışman : Doç. Dr. Atalay KÜÇÜKBURSA

T.C. YÜKSEKÖĞRETİM KURULU
DOKÜMANTASYON MERKEZİ

Haziran - 2002

121665



**T.C. YÜKSEKÖĞRETİM KURULU
DOKÜMANTASYON MERKEZİ**

DEFORME OLMUŞ ÇEKİRDEKLERDE

ÇİFT BETA BOZUNUMU

Hasan BİRCAN

Yüksek Lisans Tezi

Fizik Anabilim Dalı

Haziran-2002

KABUL VE ONAY SAYFASI

Hasan Bircan'ın YÜKSEK LİSANS tezi olarak hazırladığı "Deforme Olmuş Çekirdeklerde Çift Beta Bozunumu" başlıklı bu çalışma, jürimizce lisansüstü yönetmeliğin ilgili maddeleri uyarınca değerlendirilerek kabul edilmiştir.

11/07/2002

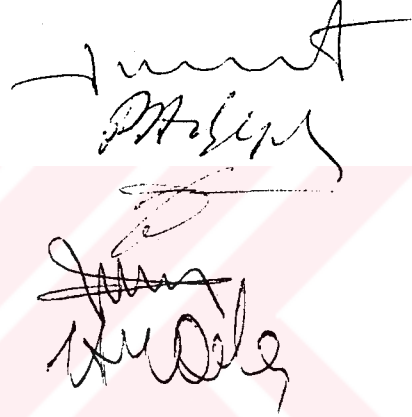
Üye : Doç. Dr. Atalay KÜÇÜKBURSA

Üye : Doç. Dr. Rafiq ABDULLAYEV


Üye : Yard. Doç. Dr. Cevat SELAM

Üye : Yard.Doç. Dr. Asım OLGUN

Üye : Yard.Doç. Dr. Hamza Yaşar OCAK



Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun 24.7.2002 gün ve .../1/... sayılı kararıyla onaylanmıştır.



Prof. Dr. I. Göktay EDİZ
Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

DEFORME OLMUŞ ÇEKİRDEKLERDE ÇİFT BETA BOZUNUMU

Hasan BİRCAN

Fizik Anabilim Dalı, Yüksek Lisans Tezi, 2002

Tez Danışmanı : Yrd. Doç. Dr. Cevat SELAM

Ortak Danışman : Doç. Dr. Atalay KÜÇÜKBURSA

ÖZET

Bu çalışmada nükleonlar arasındaki yük değişimli spin-spin kuvvetlerinin 2β geçiş olasılıklarına etkisi incelenmiştir. Çalışmamızda nükleonlar arasında çift etkileşme kuvvetleri de göz önüne alınmıştır. Tüm hesaplamalar QRPA yönteminde gerçekleştirilmiştir. Hesaplarımız gelişmiş çekirdek potansiyeli olan Saxon-Woods potansiyeli bazında ve nükleer yapının hem küresel hem de deformasyonlu durumları için incelenmiştir.

Gerek küresel, gerekse deformasyonlu durumda nükleonlar arasında yük değişimli spin-spin kuvvetlerinin S^- güç fonksiyonu daha fazla etkilediği tespit edilmiştir. Söz konusu kuvvetlerin etkisiyle S^- ve S^+ güç fonksiyonları maksimumları birbirinden uzaklaştığı için overlop (örtü) toplamının değeri azalır. Deformasyon durumunda uyarılmış 1^+ seviyelerinin yoğunluğu küresel duruma kıyasla ~ 10 defa büyük olduğu için yük değişimli spin-spin kuvvetlerinin etkisiyle spektroskopik bölgede S^- güç fonksiyonunun azalması daha şiddetlidir. Bu nedenle çekirdeklerde deformasyon yapı göz önüne alınarak hesaplanan Çekirdek Matris Elemanları (ÇME) değerleri uygun küresel değerlerden yaklaşık 2-4 defa küçüktür. Bu küçülmeye rağmen incelenen çekirdekler için teorik olarak hesaplanmış ÇME'lerin değerleri, uygun deneysel değerlerden 2-8 defa hala büyük olmaktadır.

Anahtar Kelimeler : Çift Beta Geçişi, ÇME

DOUBLE BETA DECAY OF DEFORMED NUCLEI

Hasan BİRCAN

Physics Department, M. S. Thesis, 2002

Thesis Supervisor: Asist. Prof. Cevat SELAM

Co Adviser: Assoc. Prof. Atalay KÜÇÜKBURSA

SUMMARY

In this work, the influence of collective effects associated with spin-spin dependent modes of the charge-exchange has been investigated. Also, the pair interaction forces of nucleons within the nucleus are taken into account in our study. All calculations have been done with the QRPA in the Saxon-Woods potential base for both spherical and deformed nuclei.

The collective effects associated with spin-spin dependent modes of charge-exchange have been observed to influence the power function S^- . That is because, S^- and S^+ power functions go away from the each other. As a result, the values of overlap decrease. Because of density of excitation 1^+ levels at the deformation situation to spherical situation is greater ~ 10 times, decrease of power function S^- in spectroscopic area is much violent with effects of the charge-exchange spin-spin forces. As it is seen from the results, the nuclei matrix elements that is calculated by considering the situations of deformation nucleus is approximately 2-4 times smaller than the suitable spherical nuclei. In spite of this reduction, the theoretic values of the nuclei matrix elements that are calculated for the investigated nuclei are 2-8 times greater than the suitable experimental values.

Key Words: Double Beta Decay, NME

TEŞEKKÜR

Yüksek Lisans tezimin hazırlanmasında bana rehber olan, her türlü ilgi ve desteği gösteren tez danışmanlarım Yrd. Doç. Dr. Cevat Selam ve Doç. Dr. Atalay Küçükburşa'ya en içten teşekkürlerimi sunarım.



İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
ÖZET.....	iv
SUMMARY.....	v
TEŞEKKÜR.....	vi
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	viii
ÇİZELGELER DİZİNİ.....	ix
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ.....	x
1. GİRİŞ	1
2. İKİ NÖTRİNOLU ÇİFT BETA BOZUNUMU TEORİSİ.....	7
2.1. Zayıf Etkileşme Hamiltoniyeni.....	7
2.2. İki Nötrinolu Çift Beta Bozunumunun Olasılığı.....	9
3. KÜRESEL ÇEKİRDEKLERDE ÇEKİRDEK MATRİS ELEMANLARININ HESAPLANMASI.....	12
3.1. Ortalama Alanın Seçilmesi.....	12
3.2. Bir Parçacıklı Modelde Çekirdek Matris Elemanlarının Hesaplanması.....	16
3.3. Bir Kuasi Parçacık Modelinde Çekirdek Matris Elemanlarının Hesaplanması.....	19
3.4. Yük Değişimli Spin-Spin Kollektif Etkileşmenin ÇME'lere Etkisi.....	23
4. DEFORMASYONLU ÇEKİRDEKLERDE ÇEKİRDEK MATRİS ELEMANLARININ HESAPLANMASI.....	28
4.1. Ortalama Alanın Seçilmesi.....	28
4.2. Bir Parçacıklı Modelde Çekirdek Matris Elemanlarının Hesaplanması.....	33
4.3. Bir Kuasi Parçacık Modelinde Çekirdek Matris Elemanlarının Hesaplanması.....	35
4.4. Yük Değişimli Kollektif Spin-Spin Kuvvetlerinin ÇME'lere Etkisi.....	38
5. SONUÇ VE TARTIŞMALAR.....	40
KAYNAKLAR DİZİNİ	42

ŞEKİLLER DİZİNİ

<u>Sekil</u>		<u>Sayfa</u>
1.1	Çift Beta Geçişi Olayının Şematik Gösterimi.....	2
1.2a	İki nötrinolu Çift Beta Geçişi.....	3
1.2b	Nötrinolu Çift Beta Geçişi.....	3
3.1	$^{128}_{52}Te$ Çekirdeği İçin Nötron ve Protonların Enerji Seviyeleri.....	15
3.2	$^{128}_{52}Te$ Çekirdeği İçin Fermi Seviyesindeki Nötron ve Protonların Dalga Fonksiyonları.....	16
3.3	$^{150}_{60}Nd \rightarrow ^{150}_{60}Sm$ Geçişi için S_{β}^{\pm} Güç Fonksiyonunun Enerji Dağılımı Grafiği (Küresel Durumda)	27
4.1	$^{128}_{52}Te$ Çekirdeğinde Nötron ve Proton Fermi Seviyelerinin Deformasyon Nedeniyle Bölünmesi.....	32
4.2	$^{150}_{60}Nd \rightarrow ^{150}_{60}Sm$ Geçişi için S_{β}^{\pm} Güç Fonksiyonunun Enerji Dağılımı Grafiği (Deforme Olmuş Durumda).....	39

ÇİZELGELER DİZİNİ

<u>Cizelge</u>	<u>Sayfa</u>
1.1 En Güncel $2\beta_{2\nu}$ Sonuçları.....	6
2.1 Bazı Çekirdekler İçin Hesaplanan W (MeV) ve $f_{2\nu}$ ($\text{yıl}^{-1}\text{MeV}^{-1}$) Değerleri.....	11
3.1 $^{128}_{52}\text{Te}$ Çekirdeği İçin Nötron ve Protonların Enerji Seviyeleri.....	14
3.2 Bazı Çekirdekler İçin SQP Modeline Göre Hesaplanan M_{GT} Değerleri ile Deneysel Değerlerin Karşılaştırılması.....	23
3.3 Bazı Çekirdekler İçin SQP ve QRPA Modeline Göre Hesaplanan M_{GT} Değerleri ile Deneysel Değerlerin Karşılaştırılması.....	26
4.1 İncelenen Çekirdekler İçin SQP Modeline Göre Hesaplanan M_{GT} Değerleri ile Deneysel Değerlerin Karşılaştırılması.....	37
4.2 İncelenen Çekirdekler İçin SQP ve QRPA Modeline Göre Hesaplanan M_{GT} Değerleri ile Deneysel Değerlerin Karşılaştırılması.....	38
5.1 İncelenen Çekirdekler İçin M_{GT} Değerleri.....	40

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

Simgeler

Açıklama

Z	Çekirdeğin Atom Numarası, Çekirdeğin Yüğü
A	Çekirdeğin Kütle Numarası
N	Çekirdeğin Nötron Sayısı
ν	nötrino
$\bar{\nu}$	antinötrino
$2K_{2\nu}$	İki nötrinolu çift K yakalama olayı
$2K_{0\nu}$	Nötrinosuz çift K yakalama olayı
g_V	Zayıf vektörel etkileşme sabiti
g_A	Zayıf aksiyal etkileşme sabiti
$T_{1/2}$	Beta geçişi yapan çekirdeğin yarıömürü
M_{GT}	Gamow-Teller geçişi matris elemanı
χ_β	Gamow-Teller etkileşme sabiti
$(\lambda j' \mu - m' / j - m)$	Clebsch-Gordan katsayıları

Kısaltmalar

ÇME	Çekirdek Matris Elemanı
GT	Gamow-Teller
SQP	Single Quasi Particle
RPA	Random Phase Approximation
QRPA	Quasi Random Phase Approximation
RQRPA	Tekrar Normalize Quasi Random Phase Approximation
GUT	Grand United Theory
OEM	Operatör Genişletme Metodu

1. GİRİŞ

Çift Beta Geçiş olayı ilk olarak ortaya atıldığı 1930'lu yıllardan beri hem deneysel hem teorik olarak yoğun bir şekilde incelenmektedir. Çift Beta Bozunumuna olan bu ilginin nedenleri arasında nötrino parçacığının kütlesi ve fiziksel özellikleri, lepton yükünün korunmaması, sağ zayıf lepton akımının var olması ihtimali ve nihayet zayıf elektromanyetik ve kuvvetli etkileşmelerin bileşik teorisi olan GUT'un (Grand United Theory) geliştirilmesi hakkında vereceği bilgiler sıralanabilir.

Çift beta geçişi olayı atom numaraları farkı iki olan izobarlar arasında gerçekleşir. Enerji açısından veya spin farkının büyük olması...vb. sebeplerle ara çekirdek aracılığı ile ardışık tek beta geçişleri mümkün olmadığında çift beta geçişi gerçekleşebilir. Şematik olarak çift beta geçişleri Şekil 1.1'de gösterilmektedir.

İlk defa bu olayın varlığını Wigner 1933 (Wigner, 1933) yılında söylemiştir. Daha sonra Maria Goeppert-Mayer (Goeppert Mayer, 1935) β geçişlerinin fermi teorisine dayanarak bu olayın teorik olarak ihtimalini değerlendirmiştir. Zayıf Etkileşme Hamiltoniyeni açısından 2β geçişi olayı ikinci kattan küçük olasılıkla gerçekleşen bir olaydır. Söz konusu bu olayın ihtimali elektron-nötrino alanı ile nükleon etkileşme sabiti (G_F)'nin 4. derecesiyle orantılıdır ve bu nedenle çok küçüktür. Dikkat edilmelidir ki 2β geçişi olayı ihtimali nötrino ile antinötrino parçacıklarının aynı olup olmadıklarına çok bağlıdır. Bu nedenle 2β geçişleri 2 türdür.

I) İki nötrinolu geçişler

1. $(Z, A) \rightarrow (Z + 2, A) + e^- + e^- + \bar{\nu}_e + \bar{\nu}_e \quad (2\beta_{2\nu})$
2. $(Z, A) \rightarrow (Z - 2, A) + e^+ + e^+ + \nu_e + \nu_e \quad (2\beta_{2\nu}^+)$
3. $e_k^- + (Z, A) \rightarrow (Z - 2, A) + e^+ + \nu_e + \nu_e \quad (K\beta_{2\nu}^+)$
4. $e_k^- + e_k^- + (Z, A) \rightarrow (Z - 2, A) + \nu_e + \nu_e \quad (2K_{2\nu})$

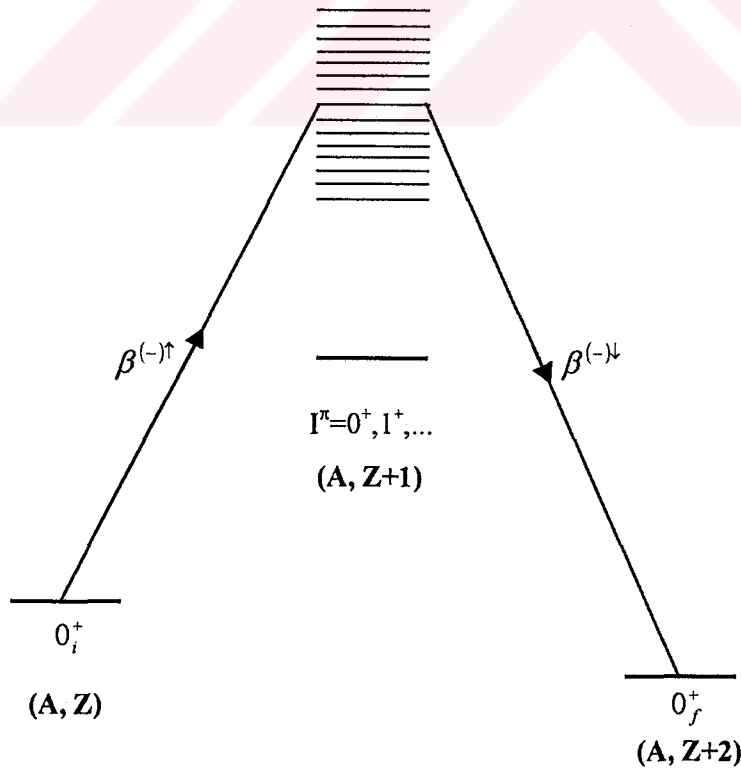
II) Nötrinosuz geçişler

1. $(Z, A) \rightarrow (Z + 2, A) + e^- + e^- \quad (2\beta_{0\nu})$

2. $(Z, A) \rightarrow (Z - 2, A) + e^+ + e^+ \quad (2\beta_{0\nu}^+)$
3. $e_k^- + (Z, A) \rightarrow (Z - 2, A) + e^+ \quad (K\beta_{0\nu}^+)$
4. $e_k^- + e_k^- + (Z, A) \rightarrow (Z - 2, A) \quad (2K_{0\nu})$

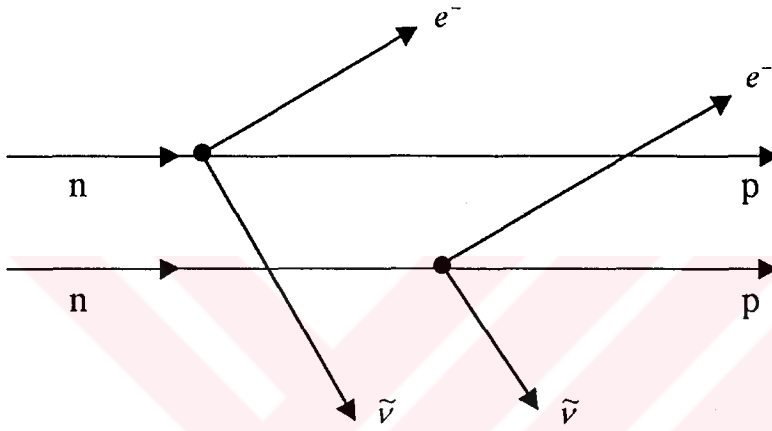
I ve II'deki son iki geçişler elektron yakalanmasıyla pozitron yayınlanması ve çift elektron yakalanması olaylarıdır.

Her iki olay ara çekirdeğin uyarılması aracılığı ile iki ardışık beta geçişleriyle gerçekleştiği için zayıf etkileşme açısından ikinci kattan küçük bir olaydır. Bu nedenle bu olay 2 nükleonlu veya rezonans mekanizmaları (Goeppert Mayer, 1935; Primakoff and Rosen, 1969) aracılığıyla gerçekleşebilir. Bu olayın rezonans mekanizması aşağıdaki gibidir. Çekirdeklere var olan Baryon rezonansları sanal nötrino yutarak veya yayarak 2 elektron yayınlamakla yada 2 antinötrino ve 2 elektron yayınlamakla çift beta geçişlerini gerçekleştirebilir. Rekabette bulunan bu iki olaydan 2β geçişleri ihtimaline rezonans mekanizmalarının katkısı 2 nükleonlu olaya nazaran küçük olduğundan bu çalışmada gözönüne alınmayacaktır.

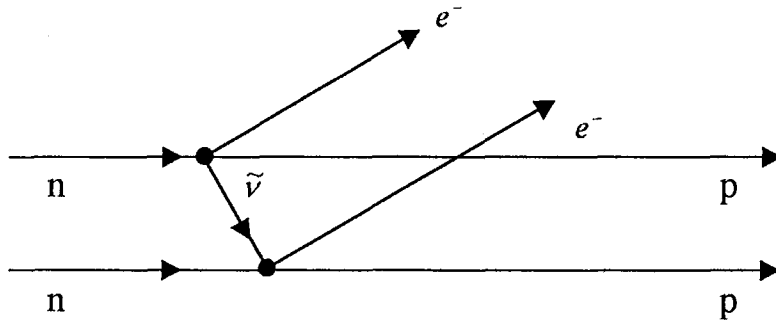


Şekil 1.1 Çift Beta Geçiş Olayının Şematik Gösterimi

İki nötrinolu çift beta bozunmasında iki elektron ve iki antinötrino yayınlanmaktadır. Bkz. Şekil 1.2a. Bu nedenle W geçiş enerjisi söz konusu dört parçacık arasında dağılacaktır. Yayınlanan iki tane elektronun toplam enerjisi 0 ile W arasında sürekli bir değere sahip olacaktır. Nötrinolu çift beta geçişlerinde ise yalnız iki elektron yayınlanacaktır. Bkz. Şekil 1.2b.



Şekil 1.2a



Şekil 1.2b

Bu elektronların toplam enerjileri W geçiş enerjisine eşit olacaktır. Bu nedenle elektron spektrumlarını inceleyerek nötrino yapısı hakkında bazı bilgilere ulaşılabilir. Bu iki olay (nötrinolu ve nötrinolu çift beta geçişi) yalnız yayınlanan elektronların toplam enerji spektrumlarına göre değil yarı ömür sürelerine göre de farklıdır. Bu fark kinematik

faktörlerden kaynaklanır. Nötrinosuz çift beta bozunumu olayındaki geçişi oluşturacak durumların sayısı iki nötrinolu çift beta geçişi olayındaki geçişi oluşturacak durumların sayısından çok çok büyüktür. İki nötrinolu çift beta geçişi olasılığı, nötrino yapısına ve zayıf etkileşme Hamiltoniyenine, sağ lepton akımı katkısına bağlılığı çok zayıftır. Bu nedenle bu olay 2β geçişleri için Çekirdek Matris Elemanlarını hesaplarken kullanılan çekirdek modellerinin belirlenmesinde önemlidir (Bohr and Mottelson, 1969).

İki nötrinolu beta geçişinden farklı olarak nötrinosuz çift beta geçiş olayı elementer parçacıklar teorisi için temel önem taşır. Çünkü bu olay lepton sayısının $\Delta L = 2$ değişimiyle gerçekleşir. Bu nedenle bu olay lepton yükünün korunması ilkesinin ne derecede korunduğunu belirtmesi bakımından önemlidir. Bunun dışında nötrinosuz çift beta geçişlerinin incelenmesi GUT teorisinde de önem taşımaktadır.

İlk kez Maria Goeppert-Meyer (Goeppert Mayer, 1935) iki nötrinolu beta geçiş yarıömrünü değerlendirerek 10^{20} yıl buldu. 1937 yılında Majorana (Majorana, 1937) nötrino ile antinötrino parçacıklarının aynı olduğu fikrini ortaya koyduktan sonra Racah (Racah, 1935) nötrinosuz çift beta bozunumunun var olabileceği hipotezini ileri sürdü. Furry (Furry, 1939), Sleeve (Sleeve, 1950), Primakoff (Primakoff, 1951), Zeldovich (Zeldovich et al., 1954) nötrinosuz çift beta geçişleri yarıömrüleri için 10^{13} - 10^{18} yıl arasında değerler buldular. Bu nedenle eğer deneyler sonucunda bu olaylar için bulunana yarıömür süresinin değeri 10^{20} yıldan küçük ise nötrininin antinötrino parçacığı ile aynı olması kanıtlanacak ve Majorana Parçacığı olarak adlandırılacaktır.

2β geçiş probleminin çözülmesinde iki nötrinolu ve nötrinosuz geçiş ihtimaline dahil olan çekirdek matris elemanlarının kesin olarak hesaplanması önemlidir. İlk olarak Belyayev ve Zahariyev (Belyayev and Zahariyev, 1958) tabaka modeline dayanarak ^{48}Ca çekirdeği için 2β ÇME'yi hesaplamışlardır. Vergados (Vergados, 1976) ^{48}Ca $f_{7/2}$ durumunda ^{128}Te ve ^{130}Te çekirdeğinde ise $h_{1/2}$ tabakasında Kyo-Brown Etkileşmesini gözönüne alarak uygun hesaplamalar yapmıştır. Daha sonra Skouras ve Vergados (Skouras and Vergados, 1983) ^{48}Ca çekirdeği için f-nötron (f_n) f-proton (f_p) tabakalarını kullanarak hesaplamalar yapmışlardır. Daha düzenli bir tabaka modeline dayanarak Haxton ve Stephenson (Haxton and Stephenson, 1984) ÇME'yi ^{48}Ca , ^{76}Ge , ^{82}Se , ^{128}Te ve ^{130}Te için daha titizlikle incelemişlerdir.

Zamick ve Auerbach (Zamick ve Auerbach, 1982) Nilson Modeline dayanarak çekirdek yapısının deformasyonlu olması durumunu da gözönüne alarak ÇME'yi hesaplamışlardır. Farklı zamanlarda ve farklı yöntemlere dayanarak yapılmış çalışmalar (Ching, et al., 1989), (Huffman, 1970), (Muto and Klapdor, 1988), (Vogel, 1985), (Vogel, 1988), (Civitarege, et al., 1987), (Tomoda et al., 1986), (Balayev, et al., 1990), (Khodel, 1970), (Khodel, 1974), (Fayens and Khodel, 1977), 2β geçişleri ihtimalinin kesin hesaplanmasında nükleonlar arasındaki yük değişimli spin-spin kuvvetlerinin çok önemli olduğunu göstermiştir.

Tüm teorik çalışmalardan 2β geçişleri için bulunan ihtimal değerleri, deneysel olarak bulunan 2β geçiş ihtimallerinden her zaman büyük olmaktadır. Bu uyumsuzluğu gidermek için birçok etkileşmeler gözönüne alınarak farklı çalışmalar yapılmıştır. Bu yöntemlerden başarılı olanlarından biri nükleonlar arasındaki yük değişimli spin-spin etkileşme kuvvetlerini gözönüne alan QRPA yöntemidir (Vogel and Zirnbauer, 1986; Muto, et al., 1988). Daha sonralar ise bu söz konusu hesaplamalarda yük değişimli spin-spin etkileşmesi parçacık-parçacık kanalında da gözönüne alınarak QRPA yöntemi incelenmiştir. Fakat bu hesaplamalarda parçacık-parçacık kanalındaki etkileşme sabitinin fiziksel bir değerinde olasılığın birden bire sıfıra gitmesi bu yöntemde gözönüne alınmayan bir eksikliğin olduğunu göstermiştir. Bu eksikliği gidermek için yapılan çalışmalara ek olarak daha yüksek mertebedeki RPA terimleri (Raduta, et al., 1991) ve proton-nötron çift etkileşmesi (Cheoun, et al., 1993) dikkate alınarak çalışmalar yapılmıştır.

Son zamanlarda Toivonen ve Suhonen, Pauli Dışarlama İlkesini, nötron-proton çiftlenme etkileşmesini gözönüne alan, QRPA modelinden daha gelişmiş tekrar normalize olmuş pn-RQRPA (Toivanen and Suhonen, 1995) modelini kurdular. Bundan başka operatör genişletme metodu OEM (Ching, et al., 1989; Simkovic and Pantis, in press) geliştirilmiştir. Bu yöntemde ara çekirdekteki durumlara göre toplam işleminin yapılması gerekmemektedir. Daha sonra OEM ve RQRPA yöntemlerinin kombinasyonu (OEM+RQRPA) kullanılarak hesaplamalar yapılmıştır.

Çift Beta geçişi olayı deneyleri Jeokimyasal ve Radyokimyasal Determinasyona dayalı olup toplam geçiş oranını içerir. En güncel deneysel çalışmalarda iki nötrinolu beta geçişi için çeşitli atomlara ait gözlemlenen yarıömür süreleri Çizelge 1.1'de gösterilmiştir (Vogel, 2000).

Çizelge 1.1 En Güncel $2\beta_{2\nu}$ Sonuçları

^{geoch} Jeokimyasal Determinasyon; Toplam Geçiş Oranı.

^{radioch} Radyokimyasal Determinasyon; Toplam Geçiş Oranı.

Çekirdek	$T_{1/2}^{2\nu}$	Referans
⁴⁸ Ca	$(4.3^{+2.4}_{-1.1} \pm 1.4) \times 10^{19}$	(Balysh, et al., 1996)
⁷⁶ Ge	$(1.77 \pm 0.01^{+0.13}_{-0.11}) \times 10^{21}$	(Günther, et al., 1997)
⁸² Se	$(8.3 \pm 1.0 \pm 0.7) \times 10^{19}$	(Arnold, et al., 1998)
⁹⁶ Zr	$(3.9 \pm 0.9) \times 10^{19}$ ^{geoch}	(Kawashima, et al., 1993)
¹⁰⁰ Mo	$(6.82^{+0.38}_{-0.53} \pm 0.68) \times 10^{18}$	(De Silva, et al., 1997)
¹¹⁶ Cd	$(3.75 \pm 0.35 \pm 0.21) \times 10^{19}$	(Arnold, et al., 1996)
¹²⁸ Te	$(7.2 \pm 0.4) \times 10^{24}$ ^{geoch}	(Bernatowicz, et al., 1992)
¹³⁰ Te	$(2.7 \pm 0.1) \times 10^{21}$ ^{geoch}	(Bernatowicz, et al., 1992)
	$(7.9 \pm 1.0) \times 10^{20}$ ^{geoch}	(Takaoka, et al., 1996)
¹⁵⁰ Nd	$(6.75^{+0.37}_{-0.42} \pm 0.68) \times 10^{18}$	(De Silva, et al., 1997)
²³⁸ U	$(2.0 \pm 0.6) \times 10^{21}$ ^{radioch}	(Turkevich, et al., 1991)

Bizim çalışmalarımızda nükleonlar arasındaki yük değişimli spin-spin kuvvetlerinin 2β geçiş olasılıklarına etkisi incelenmiştir. Çalışmamızda nükleonlar arasında çift etkileşme kuvvetleri de gözönüne alınmıştır. Tüm hesaplamalar QRPA yönteminde gerçekleştirilmiştir. Hesaplarımız gelişmiş çekirdek potansiyeli olan Saxon-Woods potansiyeli bazında, nükleer yapının hem küresel hem de deformasyonlu durumları için yapılmıştır.

2. İKİ NÖTRİNO LU ÇİFT BETA BOZUNUMU

Çift beta bozunumunun incelenmesi hem kuvvetli etkileşmeyi ve elektro-zayıf etkileşmeyi birleştiren bir genel teorinin gelişmesi hem de çekirdek yapısı hakkında bilgiler edinmek için önem taşımaktadır. Bu bölümde iki nötrinolu çift beta bozunumunun $2\beta_{2\nu}$ yarı ömür sürelerini ve çekirdek matris elemanlarının hesaplanması için formüller türetilecektir.

2.1. Zayıf Etkileşme Hamiltoniyeni

Zayıf etkileşme aracılığıyla gerçekleşen tüm olaylar adron ve lepton bileşenlerini içeren 4 ölçülü akım vektörü ile karakterize edilebilir.

$2\beta_{2\nu}$ geçişlerini incelerken çağdaş kalibre edilmiş zayıf etkileşme teorisi kullanıldığında en genel şekilde bulunan;

$$H_w = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \left[j_L^\mu (J_{L\mu}^+ + \kappa J_{R\mu}^+) + j_R^\mu (\eta J_{L\mu}^+ + \lambda J_{R\mu}^+) \right] + H.c. \quad (2.1)$$

Hamiltoniyeni ele alınmaktadır. Burada $H.c.$ ilk terimin hermitik eşleniğidir, κ, η, λ standart modelden sapma parametreleridir ve birimsizdirler. $J_{L\mu}, J_{R\mu}$ sırasıyla sol ve sağ kuark akım vektörleridir, lepton akım vektörleri ise;

$$\begin{aligned} j_L^\mu &= \bar{e} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) \nu_{eL} ; & j_L^{\mu'} &= \bar{e} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) \tilde{\nu}_{eL} \\ j_R^\mu &= \bar{e} \gamma^\mu (1 + \gamma_5) \nu'_{eR} ; & j_R^{\mu'} &= \bar{e} \gamma^\mu (1 + \gamma_5) \tilde{\nu}'_{eR} \end{aligned} \quad (2.2)$$

ile verilir. $\nu_{eL}, \tilde{\nu}_{eL}, \nu'_{eR}$ ve $\tilde{\nu}'_{eR}$ elektron nötrinolarının zayıf etkileşmedeki öz durumlarıdır ve kütleleri m_j olan N_j Majoron nötrinolarının kütle durumlarının lineer süperpozisyonu olarak aşağıdaki gibi genel biçimde alınmıştır.

$$\nu_{eL} = \sum_j U_{\ell j} N_{jL} \quad \tilde{\nu}_{eL} = \sum_j U'_{\ell j} N_{jL}$$

$$U'_{eR} = \sum_j V_{\ell j} N_{jR} \quad \tilde{U}'_{eR} = \sum_j V'_{\ell j} N_{jR} \quad (2.3)$$

Bu formüllerden özel durumda Dirac Nötrinolarını oluşturmak da mümkündür (Doi, et al., 1985).

Sol (ν_L) ve sağ (ν_R) nötrinolarının katkısını karakterize eden $U_{\ell j}$ ve $V_{\ell j}$ büyüklükleri aşağıdaki;

$$\sum_j |U_{\ell j}|^2 = \sum_j |V_{\ell j}|^2 = \sum_j |U'_{\ell j}|^2 = \sum_j |V'_{\ell j}|^2 = 1 \quad (2.4)$$

normalizasyon ve;

$$\sum_j U_{\ell j} V_{\ell j} = \sum_j U'_{\ell j} V'_{\ell j} = 0 \quad (2.5)$$

ortogonalite koşulunu sağlamaktadır.

(2.1) ifadesindeki $J_{L\mu}^+$ ve $J_{R\mu}^+$ sol ve sağ adron akılarına gelince, rölativist olmayan impuls yaklaşımında geriye tepme ve nükleonlar arasında küçük manyetizm gözönüne alınmadığında;

$$J_{L\mu}^+(\vec{r}) = \sum_i \tau_-^i [g_V + g_A \vec{\sigma}(i)] \delta(\vec{r} - \vec{r}_i) \quad (2.6)$$

$$J_{R\mu}^+(\vec{r}) = \sum_j \tau_-^j [g'_V + g'_A \vec{\sigma}(j)] \delta(\vec{r} - \vec{r}_j) \quad (2.7)$$

biçiminde yazılabilir. Burada τ_- operatörü nötronu protona dönüştürür. $\vec{\sigma}(i)$ ve \vec{r}_i ise n'inci nötronun sırasıyla spini ve yarıçap vektörüdür. Bu teorinin parametreleri (2.1) formülündeki etkileşme sabitleri ve Majoron kütleleridir.

2.2. İki Nötrinolu Çift Beta Bozunumu Olasılığı

Bilindiği gibi $2\beta_{2\nu}$ bozunma olayı zayıf etkileşme açısından iki beta bozunumu arka arkaya gerçekleştiğinden ikinci kattan küçük bir olaydır. $2\beta_{2\nu}$ bozunma olayında Fermi geçişleri ihmal edilirse $0^+ \rightarrow 0^-$ çift beta geçişi olasılığı için (Doi, et al., 1985; Haxton and Stephenson, 1984)

$$\omega_{2\nu} = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{g_A^4 G^4}{96\pi^7} \int_{m_e}^{W-m_e} F(z, \varepsilon_1) |\vec{K}_1| \varepsilon_1 d\varepsilon_1 \int_{m_e}^{W-\varepsilon_1} F(z, \varepsilon_2) |\vec{K}_2| \varepsilon_2 d\varepsilon_2 \int_0^{W-\varepsilon_1-\varepsilon_2} \nu^2 (W - \varepsilon_1 - \varepsilon_2 - \nu)^2 d\nu \cdot [K^2(\varepsilon_1, \nu) + K^2(\varepsilon_2, \nu) + K(\varepsilon_1, \nu) + K(\varepsilon_2, \nu)] \quad (2.8)$$

ifadesi yazılabilir. Burada;

$$K(\varepsilon, \nu) = \sum_n \frac{(W + 2w_n) M_{GT}(w_n)}{(W + w_n - \varepsilon - \nu)(w_n + \varepsilon + \nu)} \quad (2.9)$$

ve

$$M_{GT}(w_n) = \langle \psi_f(A, Z) | \vec{\sigma} \tau_- | n \rangle \langle n | \vec{\sigma} \tau_- | \psi_i(A, Z-2) \rangle \quad (2.10)$$

olarak gösterilmiştir. Bu ifadelerde ε_1 , ε_2 , ν ve w_n sırasıyla elektronların, nötrinonun ve ara çekirdekteki 1^+ sanal durumlarının enerjisidir. 1^+ durumlarının dalga fonksiyonları $|n\rangle$ olarak gösterilmiştir. $W=E_i-E_f$ $2\beta_{2\nu}$ geçişinin enerjisi, $|\psi_i\rangle$ ana çekirdeğin, $|\psi_f\rangle$ ise ürün çekirdeğin taban durumları dalga fonksiyonudur. m_e ise elektronun kütlesidir. $F(z, \varepsilon_i)$ elektronların Coulomb fonksiyonlarıdır ve rölativist olmayan durumda (Primakoff and Rosen, 1969)

$$F(z, \varepsilon_i) = \pm \frac{\varepsilon_i}{K_i} F(z) \quad (2.11)$$

formülü ile verilir. Burada;

$$F(z) = \frac{2\pi\alpha z}{1 - e^{-2\pi\alpha z}} \quad (2.12)$$

ile gösterilmiştir. Burada α ince yapı sabitidir. Z ise ürün çekirdeğin yüküdür. (2.8) ifadesini hesaplarken aşağıdaki varsayımlar yapılır.

Her bir elektron nötrino çifti aynı enerjiye sahip olsunlar. Yani $\varepsilon_1 + \nu_1 = \varepsilon_2 + \nu_2 = \frac{W}{2}$

olsun. Bu yaklaşım (2.9) eşitliğinde gözönüne alındığında $0^+ \rightarrow 0^+ 2\beta_{2\nu}$ geçişi olasılığı için

$$\omega_{2\nu} = f_{2\nu} \varepsilon_{-1}^2 \cdot \ln 2 \quad (2.13)$$

gibi basit bir formül bulunur. Burada çekirdek yapısı ile bağlı olan terim çarpan biçiminde ayrılmıştır ve;

$$\varepsilon_{-1} = \sum_k \frac{M_{GT}(\omega_k)}{\omega_k + \frac{W}{2}} \quad (2.14)$$

ile gösterilmiştir. Söz konusu büyüklüğe Çekirdek Matris Elemanı (ÇME) denir. (2.13) formülünde $f_{2\nu}$ fonksiyonu geçiş enerjisinin 11. dereceden bir polinomudur ve aşağıdaki gibi

$$f_{2\nu} = C_{2\nu} \cdot f(T) \quad (2.15)$$

$$C_{2\nu} = \frac{(G \cdot g_A)^4}{64\pi^7} \cdot \frac{m_e^{11}}{\ln 2} F^2(z_f) \quad (2.16)$$

$$f(T) = \frac{T^7}{315} \left(\frac{T^4}{1980} + \frac{T^3}{90} + \frac{T^2}{9} + \frac{T}{2} + 1 \right) \quad (2.17)$$

hesaplanır. Burada;

$$T = \frac{W - 2m_e}{m_e} \quad (2.18)$$

şeklindedir. Çizelge 2.1' de incelediğimiz $2\beta_{2\nu}$ geçişler için (2.17) formülü ile hesaplanmış W ve $f_{2\nu}$ değerleri verilmiştir.

Çizelge 2.1 Bazı Çekirdekler İçin Hesaplanan W (MeV) ve $f_{2\nu}$ ($\text{yıl}^{-1}\text{MeV}^{-1}$) Değerleri.

	$^{76}\text{Ge}-^{76}\text{Se}$	$^{82}\text{Se}-^{82}\text{Kr}$	$^{96}\text{Zr}-^{96}\text{Mo}$	$^{100}\text{Mo}-^{100}\text{Ru}$	$^{128}\text{Te}-^{128}\text{Xe}$	$^{130}\text{Te}-^{130}\text{Xe}$	$^{150}\text{Nd}-^{150}\text{Sm}$
$f_{2\nu}$	$3,45 \cdot 10^{-20}$	$1,16 \cdot 10^{-18}$	$4,98 \cdot 10^{-18}$	$2,43 \cdot 10^{-18}$	$2,16 \cdot 10^{-22}$	$1,23 \cdot 10^{-18}$	$3,03 \cdot 10^{-17}$
W	3,067	4,027	4,372	4,055	1,891	3,555	4,389

3. KÜRESEL ÇEKİRDEKLERDE ÇEKİRDEK MATRİS ELEMANLARININ HESAPLANMASI

3.1. Ortalama Alanın Seçilmesi

Tek parçacıklı tabaka modelinde enerji ve dalga fonksiyonları;

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2M} \nabla^2 + V(r) \right] \psi_{nlj} = E_{nlj} \psi_{nlj} \quad (3.1)$$

biçimindeki Schrödinger Denklemi çözülerek bulunur. Burada M nükleonların (nötron veya proton) kütlesi, E_{nlj} tek parçacıklı enerji, ψ_{nlj} ise bu enerjiye karşılık gelen durumları belirten dalga fonksiyonlarıdır.

$V(r)$ ortalama alan olarak Saxon-Woods potansiyeli kabul edilmiştir. Bu potansiyelin merkezcil kısmı

$$V_M(r) = -\frac{V_0^{N,Z}}{1 + \exp\left[\frac{1}{\xi}(r - R_0)\right]} \quad (3.2)$$

biçiminde, Spin yörünge kısmı ise;

$$V_{\ell s}(r) = -\zeta \frac{1}{r} \frac{dV_M(r)}{dr} (\vec{\sigma} \cdot \vec{\ell}) \quad (3.3)$$

biçimindedir (Soloviev, 1976). Genelde ortalama alan potansiyeli parametreleri (Nemirovsky, 1960);

$$V_0^N = V_0 \left[1 - 0,63 \frac{N - Z}{A} \right] \quad (3.4)$$

$$V_0^Z = V_0 \left[1 + 0,63 \frac{N-Z}{A} \right] \quad (3.5)$$

$$V_0 = 53 \text{ MeV}, R_0 = r_0 A^{1/3}, r_0 = 1,24 \text{ fm}$$

şeklindedir.

Difüzyon parametresi

$$\xi = 0,63 \text{ fm} \quad (3.6)$$

Spin yörünge parametresi ise

$$\zeta = 0,263 \left(1 + 2 \frac{N-Z}{A} \right) \text{ fm}^2 \quad (3.7)$$

olarak kabul edilmiştir. Proton sistemindeki enerji ve dalga fonksiyonları hesaplanırken

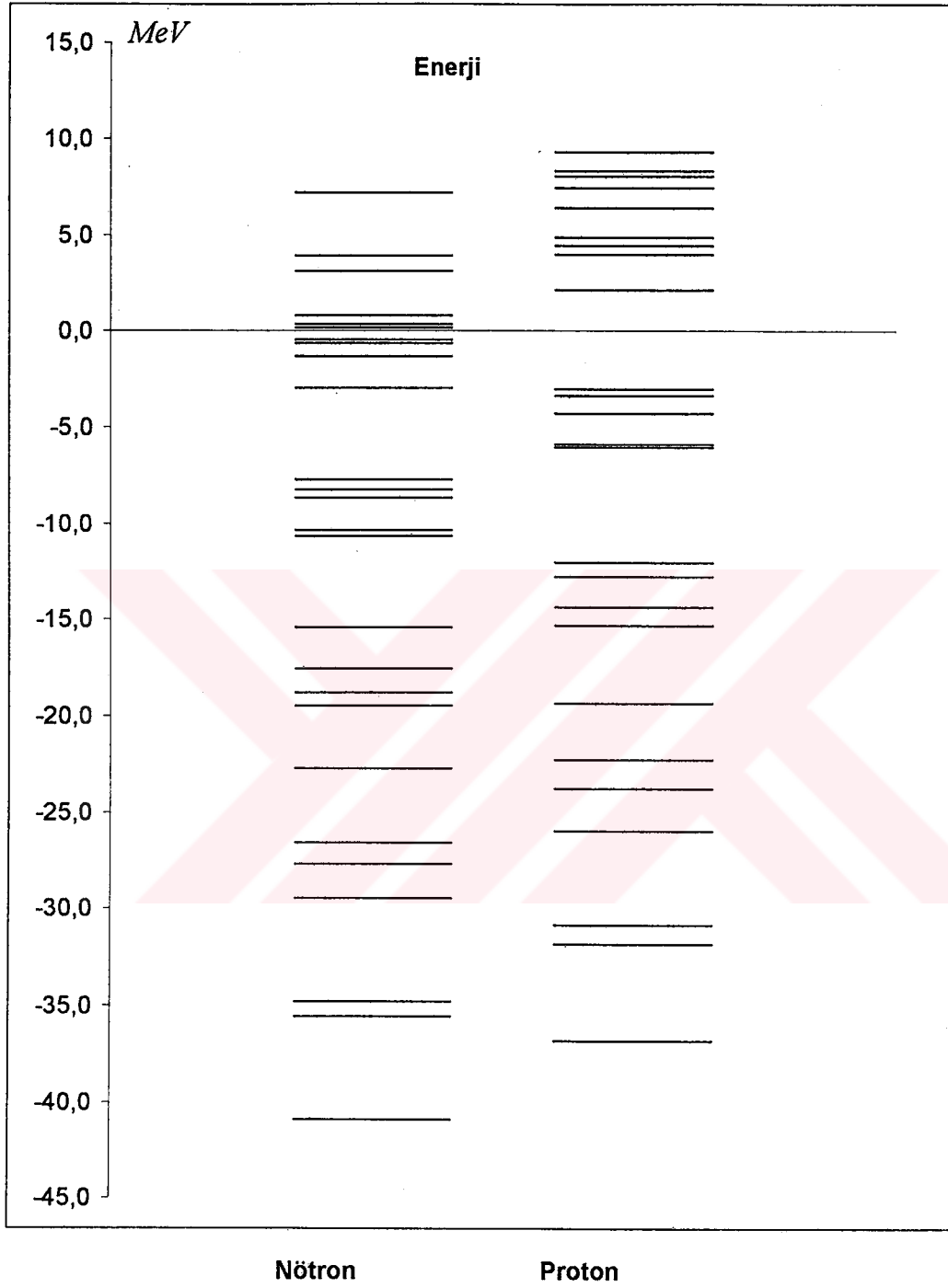
$$V_c(r) = \frac{(Z-1)e^2}{r} \begin{cases} \frac{3r}{2R_0} - \frac{1}{2} \left(\frac{r}{R_0} \right)^3 & r \leq R_0 \\ 1 & r \geq R_0 \end{cases} \quad (3.8)$$

şeklinde ifade edilen coulomb potansiyelini de gözönüne almak gerekir. Çizelge 3.1 ve Şekil 3.1'de $^{128}_{52}\text{Te}$ çekirdeği için nötron ve proton sistemleri enerji durumları gösterilmiştir. Söz konusu çekirdekte nötron ($1g_{1/2}$) ve proton ($2d_{5/2}$) Fermi seviyelerinin dalga fonksiyonları ise Şekil 3.2'de gösterilmiştir.

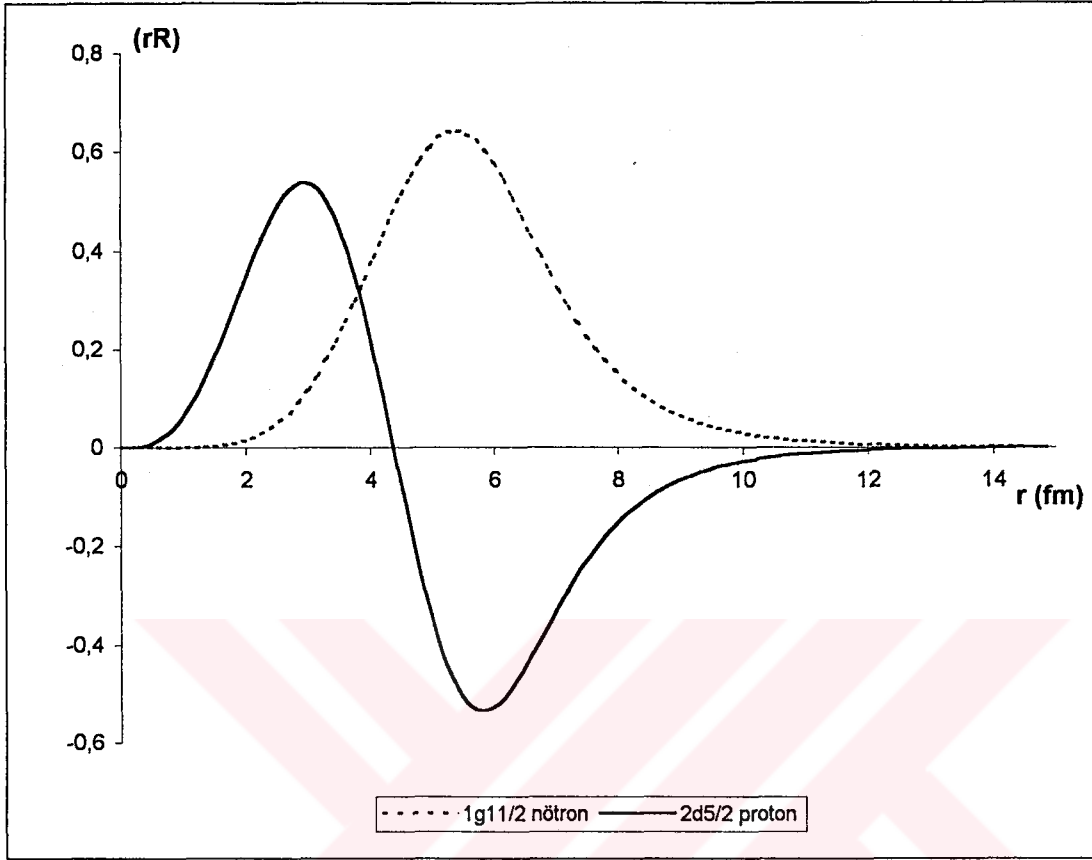
Çizelge 3.1 $^{128}_{52}\text{Te}$ Çekirdeği İçin Nötron ve Protonların Enerji Seviyeleri.

Fermi seviyeleri koyu işaretle gösterilmiştir.

	Nötron	n	ℓ	j		Proton	n	ℓ	j	
1	-40,904	1	0	0,5	1s1/2	-36,799	1	0	0,5	1s1/2
2	-35,537	1	1	1,5	1p3/2	-31,820	1	1	1,5	1p3/2
3	-34,796	1	1	0,5	1p1/2	-30,864	1	1	0,5	1p1/2
4	-29,477	1	2	2,5	1d5/2	-25,976	1	2	2,5	1d5/2
5	-27,694	1	2	1,5	1d3/2	-23,747	1	2	1,5	1d3/2
6	-26,576	2	0	0,5	2s1/2	-22,235	2	0	0,5	2s1/2
7	-22,716	1	3	3,5	1f7/2	-19,326	1	3	3,5	1f7/2
8	-19,470	1	3	2,5	1f5/2	-15,329	1	3	2,5	1f5/2
9	-18,770	2	1	1,5	2p3/2	-14,378	2	1	1,5	2p3/2
10	-17,529	2	1	0,5	2p1/2	-12,788	2	1	0,5	2p1/2
11	-15,429	1	4	4,5	1g9/2	-12,060	1	4	4,5	1g9/2
12	-10,665	2	2	2,5	2d5/2	-6,013	2	2	2,5	2d5/2
13	-10,366	1	4	3,5	1g7/2	-5,857	1	4	3,5	1g7/2
14	-8,642	3	0	0,5	3s1/2	-4,277	1	5	5,5	1h11/2
15	-8,245	2	2	1,5	2d3/2	-3,342	3	0	0,5	3s1/2
16	-7,714	1	5	5,5	1h11/2	-2,998	2	2	1,5	2d3/2
17	-2,947	2	3	3,5	2f7/2	2,126	2	3	3,5	2f7/2
18	-1,330	3	1	1,5	3p3/2	3,937	1	6	6,5	1i13/2
19	-0,652	1	5	4,5	1h9/2	4,443	1	5	4,5	1h9/2
20	-0,478	3	1	0,5	3p1/2	4,830	3	1	1,5	3p3/2
21	0,163	2	3	2,5	2f5/2	6,418	2	3	2,5	2f5/2
22	0,315	1	6	6,5	1i13/2	7,432	4	0	0,5	4s1/2
23	0,814	4	0	0,5	4s1/2	8,021	3	2	2,5	3d5/2
24	3,112	2	4	4,5	2g9/2	8,315	3	2	1,5	3d3/2
25	3,895	2	4	3,5	2g7/2	9,305	2	4	4,5	2g7/2
26	7,200	1	6	5,5	1i11/2					



Şekil 3.1 $^{128}_{52}\text{Te}$ Çekirdeği İçin Nötron ve Protonların Enerji Seviyeleri.



Şekil 3.2 $^{128}_{52}\text{Te}$ Çekirdeği İçin Fermi Seviyesindeki Nötron ve Protonların Dalga Fonksiyonları.

3.2. Bir Parçacıklı Modelde Çekirdek Matris Elemanlarının Hesaplanması

Bilindiği gibi $2\beta_{2\nu}$ (Çift Beta) olayı probleminin çözümü;

$$\varepsilon_{-1} = \sum_n \frac{\langle 0_f | \vec{\sigma}_- | \psi_n \rangle \langle \psi_n | \vec{\sigma}_- | 0_i \rangle}{(\varepsilon_n - \varepsilon_\varphi) + W/2} \quad (3.9)$$

Çekirdek Matris Elemanlarının kesin hesaplanmasına bağlıdır. Burada $|0_i\rangle$ ana çekirdeğin, $|0_f\rangle$ ise ürün çekirdeğin taban durumlarıdır. Bu çalışmada $|0_i\rangle = |0_f\rangle$ olarak kabul edilecektir. $|\psi_n\rangle = |n\rangle$ ara çekirdekteki nötron proton sanal 1^+ durumlarının dalga fonksiyonudur. $\vec{T}_- = \vec{\sigma} t_-$ ise Gamow-Teller (GT) beta geçiş operatörüdür. Bu operatör ikinci kuantumlanma uzayında;

$$(\vec{T})_- = \sum_{\substack{j_n, m_n \\ j_p, m_p}} (j_n (\ell_n s_n) m_n | \vec{\sigma} t_- | j_p (\ell_p s_p) m_p) a_{j_p m_p}^+ a_{j_n m_n} \quad (3.10)$$

biçiminde yazılır. Wigner-Ekkart (Varshalovich, et al., 1975) teoremi kullanılarak GT geçiş operatörü;

$$(T)_\mu^- = \frac{1}{\sqrt{3}} \sum_{j_n, j_p} (j_p \| \sigma_i \| j_n) \cdot \sqrt{\frac{3}{2j_p + 1}} \sum_{m_n, m_p} (j_p m_p 1 \mu | j_n m_n) a_{j_p m_p}^+ a_{j_n m_n} \quad (3.11)$$

biçimine indirgenebilir. Burada $(T)_\mu^-$ Gamow-Teller β operatörünün rotasyonel koordinatlardaki bileşenleridir. Bir nötron (delik) proton (parçacık) çiftinden oluşan bozon operatörü;

$$A(\mu)_{j_p j_n}^+ = \sqrt{\frac{3}{2j_p + 1}} \sum_{m_n, m_p} (j_p m_p 1 \mu | j_n m_n) a_{j_p m_p}^+ a_{j_n m_n} \quad (3.12)$$

dahil edilirse GT operatörü;

$$(T)_\mu^- = \sum_{j_p, j_n} b_{j_p j_n} A(\mu)_{j_p j_n}^+ \quad (3.13)$$

şeklinde yazılır. Burada $b_{j_p j_n} = \frac{1}{\sqrt{3}} \langle j_p \| \sigma \| j_n \rangle$ 'dir. $\langle j_p \| \sigma \| j_n \rangle$ Gamow-Teller operatörünün indirgenmiş matris elemanıdır. $A_{j_p j_n}^+$ ($A_{j_p j_n}$) spin ve paritesi 1^+ olan bir nötron proton çiftinin

üretme (yoketme) operatörüdür ve bu bozon operatörleri aşağıdaki yerdeğişim koşullarını sağlamaktadırlar;

$$\begin{aligned} \left[A(\mu)_{j_p j_n}, A^+(\mu')_{j_p j_n} \right] &= (n_{j_n} - n_{j_p}) \delta_{j_n j_n'} \delta_{j_p j_p'} \delta_{\mu \mu'} \\ \left[A(\mu)_{j_p j_n}, A(\mu')_{j_p j_n} \right] &= \left[A^+(\mu)_{j_p j_n}, A^+(\mu')_{j_p j_n} \right] = 0 \end{aligned} \quad (3.14)$$

$$\begin{cases} n_{j_i} = 1, & \varepsilon_{j_i} < \varepsilon_{f_i} \\ n_{j_i} = 0, & \varepsilon_{j_i} > \varepsilon_{f_i} \end{cases} \quad \tau = n, p$$

Parçacık uzayında ara çekirdeğin dalga fonksiyonu;

$$|n\rangle = A_{j_p j_n}^+ |0_i\rangle \quad (3.15)$$

olarak kabul edilir. Burada $|0_i\rangle$ bozon vakumudur ve

$$A_{j_p j_n} |0_i\rangle = 0 \quad (3.16)$$

0_i^+ 'den $|n\rangle$ uyarılmış durumlarına geçiş GT matris elemanları;

$$\begin{aligned} \langle n | (T)_\mu^- | 0_i \rangle &= \langle 0 | [A_{j_p j_n}, (T)_\mu^-] | 0 \rangle = \\ &= \sum_{j_p j_n'} b_{j_p j_n'} [A(\mu)_{j_p j_n}, A^+(\mu')_{j_p j_n}] = b_{j_p j_n} (n_{j_n} - n_{j_p}) \end{aligned} \quad (3.17)$$

sıfırdan farklıdır. $|n\rangle$ uyarılmış durumlarından 0_f^+ durumuna geçiş matris elemanı ise

$$\langle 0_f | (T)_\mu^+ | n \rangle = \langle 0 | \sum b_{j_p j_n} [A_{j_p j_n}^+, A_{j_p j_n}^+] | 0 \rangle = 0 \quad (3.18)$$

sıfır olduğu için ÇME'nin bir parçacıklı değeri sıfırdır. Yani bu durumda $(\varepsilon_{-1})_{SP} = 0$ dır. (Simkovic, et al., 1997).

3.3. Bir Kuasi Parçacık Modelinde Çekirdek Matris Elemanlarının Hesaplanması

Saxon-Woods ortalama alanında harekette bulunan parçacıklar arasında süperiletken tipli çift etkileşmeyi (çift korelasyon) gözönüne alalım. Çift Korelasyon Teorisinin matematiksel yöntemleri N.N. Bogolyubov ve Bardeen, Cooper ve Schriffer (BCS)'nin teorik çalışmalarında incelenmiştir.

Bilindiği gibi bir parçacıklı uzaydan bir kuasi parçacık uzayına aşağıdaki Kanonik dönüşümler yapılarak geçilebilir.

$$\begin{aligned} \alpha_{jm} &= U_j \alpha_{j,m} + (-1)^{j-m} V_j \alpha_{j,-m}^+ \\ \alpha_{jm}^+ &= U_j \alpha_{j,m}^+ + (-1)^{j-m} V_j \alpha_{j,-m} \end{aligned} \quad (3.19)$$

Burada j parçacığın toplam açısız momentumu, m ise j 'nin z eksenindeki izdüşümüdür. α_{jm}^+ jm durumunda bir tane kuasi parçacık üretme operatörü, α_{jm} ise jm durumunda bir tane kuasi parçacık yoketme operatörüdür. U_j ve V_j 'ler ise dönüşüm katsayılarıdır. Bu dönüşüm katsayıları;

$$\begin{aligned} V_j^2 &= \frac{1}{2} \left\{ 1 - \frac{\varepsilon_j - \lambda}{E_j} \right\} \\ U_j^2 &= 1 - V_j^2 \end{aligned} \quad (3.20)$$

formülleri ile bulunur. Burada ε_j bir parçacıklı enerjidir. Bir kuasi parçacığın enerjisi ise aşağıdaki formülle hesaplanır.

$$E_j = \sqrt{C_n^2 + (\varepsilon_j - \lambda)^2} \quad (3.21)$$

Burada λ kimyasal potansiyel, C ise Korelasyon fonksiyonudur. Söz konusu parametreler;

$$\frac{G}{2} \sum_j \frac{j + \frac{1}{2}}{\sqrt{C^2 + (\varepsilon_j - \lambda)^2}} = 1 \quad (3.22)$$

$$N = \sum_j \left(j + \frac{1}{2} \right) \left[1 - \frac{\varepsilon_j - \lambda}{\sqrt{C^2 + (\varepsilon_j - \lambda)^2}} \right] \quad (3.23)$$

denklemlerinden bulunur. Burada N incelenen sistemdeki (nötron veya proton) parçacıklarının sayısıdır. G ise Çift etkileşme katsayısı olup çift etkileşme enerjisinin teorik ve deneysel değerlerinin karşılaştırılmasıyla bulunur. $100 < A < 150$ bölgesinde;

$$\begin{aligned} G_N &= \frac{20}{A} \text{MeV} \\ G_Z &= \frac{23}{A} \text{MeV} \end{aligned} \quad (3.24)$$

kabul edilir (Soloviev, 1976).

Parçacıklar arasındaki çift etkileşme gözönüne alındığında sistemin Hamilton Operatörü aşağıdaki gibi yazılabilir;

$$H_{sqp} = \sum_{j_t, m_t} E_j \alpha_{j_t, m_t}^+ \alpha_{j_t, m_t} ; \quad \tau = n, p \quad (3.25)$$

(3.11) formülü ile belirtilen $(\vec{T})_\mu^-$ GT geçiş operatörünü kuasi parçacık uzayında yazalım.

Bunun için $\alpha_{j_p m_p}^+ \alpha_{j_n m_n}$ ifadesinde (3.19) dönüşümünü yapalım.

$$\begin{aligned} \alpha_{j_p m_p}^+ \alpha_{j_n m_n} &= \left[U_{j_p} \alpha_{j_p m_p}^+ + (-1)^{j_p - m_p} V_{j_p} \alpha_{j_p - m_p} \right] \left[U_{j_n} \alpha_{j_n m_n} + (-1)^{j_n - m_n} V_{j_n} \alpha_{j_n - m_n}^+ \right] \cong \\ & (-1)^{j_n - m_n} U_{j_p} V_{j_n} \alpha_{j_p m_p}^+ \alpha_{j_n - m_n}^+ + (-1)^{j_p - m_p} V_{j_p} U_{j_n} \alpha_{j_p - m_p} \alpha_{j_n m_n} \end{aligned} \quad (3.26)$$

Burada nötron proton kuasi parçacık çifti üretme operatörünü $A(\mu)_{j_p j_n}^+$ aşağıdaki gibi tanımlayalım.

$$A(\mu)_{j_p j_n}^+ = \sqrt{\frac{3}{2j_p + 1}} \sum_{m_n, m_p} (-1)^{j_n - m_n} (j_p m_p 1 \mu | j_n m_n) \alpha_{j_p m_p}^+ \alpha_{j_p - m_p}^+ \quad (3.27)$$

söz konusu nötron-proton çiftinin yoketme operatörü ise

$$A(\mu)_{j_p j_n} = [A(\mu)_{j_p j_n}^+]^+ = \sqrt{\frac{3}{2j_p + 1}} \sum_{m_n, m_p} (-1)^{j_n - m_n} (j_p m_p 1 \mu | j_n m_n) \alpha_{j_p m_p} \alpha_{j_p - m_p} \quad (3.28)$$

olacaktır. Bu operatörler aşağıdaki komutasyon şartlarını sağlarlar;

$$\begin{aligned} [A(\mu)_{j_p j_n}, A(\mu')_{j'_p j'_n}^+] &= \delta_{j'_p j_p} \delta_{j'_n j_n} \delta_{\mu \mu'} \\ [A, A] &= 0 \\ [A^+, A^+] &= 0 \end{aligned} \quad (3.29)$$

Gamow-Teller β geçiş operatörü kuasi bozon yaklaşımında A^+ ve A cinsinden aşağıdaki biçimde yazılır;

$$(T)_\mu^- = \sum_{j_p, j_n} (b_{j_p j_n} A(\mu)_{j_p j_n}^+ + \bar{b}_{j_p j_n} A(\mu)_{j_p j_n}) \quad (3.30)$$

Burada;

$$b_{j_p j_n} = \frac{1}{\sqrt{3}} \langle j_p \| \sigma \| j_n \rangle U_{j_p} V_{j_n} \quad (3.31)$$

$$\bar{b}_{j_p j_n} = \frac{1}{\sqrt{3}} \langle j_p \| \sigma \| j_n \rangle U_{j_n} V_{j_p} \quad (3.32)$$

Kuasi parçacık uzayında ara çekirdeğin dalga fonksiyonu

$$|n\rangle = A(\mu)_{j_p j_n}^+ |0\rangle \quad (3.33)$$

olarak kabul edilir ve;

$A(\mu)_{j_p j_n} |0\rangle = 0$ 'dır. Burada $|0\rangle$ kuasi bozon vakumudur, $|0_i\rangle$ 'den $|n\rangle$ 'e ve $|n\rangle$ uyarılmış durumların $|0_f\rangle$ durumuna GT geçiş matris elemanları aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$\begin{aligned} \langle n|(T)_\mu^- |0\rangle &= \langle 0|[A(\mu)_{j_p j_n}, (T)_\mu^-] |0\rangle = \\ &= \langle 0|[A(\mu)_{j_p j_n}, \sum b_{j'_p j'_n} A(\mu')_{j'_p j'_n}^+ + \bar{b}_{j'_p j'_n} A(\mu')_{j'_p j'_n}] |0\rangle = b_{j_p j_n} \end{aligned} \quad (3.34)$$

$$\begin{aligned} \langle 0|(T)_\mu^- |n\rangle &= \langle 0|(T)_\mu^-, A(\mu)_{j_p j_n}^+ |0\rangle = \\ &= \langle 0|[\sum b_{j'_p j'_n} A(\mu')_{j'_p j'_n}^+ + \bar{b}_{j'_p j'_n} A(\mu')_{j'_p j'_n}, A(\mu)_{j_p j_n}^+] |0\rangle = \bar{b}_{j_p j_n} \end{aligned} \quad (3.35)$$

Böylece ε_{-1} ÇME'leri için;

$$\varepsilon_{-1} = 3 \sum \frac{b_{j_p j_n} \bar{b}_{j_p j_n}}{E_{j_p j_n} + W/2} \quad (3.36)$$

ifadesi bulunur. Burada $E_{j_p j_n} = E_{j_p} + E_{j_n}$ nötron proton çiftinin toplam kuasi parçacık enerjisidir. İncelenen geçişler için hesaplanan $(\varepsilon_{-1})_{SQP}$ değerlerinin deneysel değerlerden bir hayli büyük olduğu Çizelge 3.2' den görülmektedir. Hesapladığımız sonuçların deneysel sonuçlardan büyük olması sistemde gözönüne almadığımız bazı etkileşmelerin de dikkate alınması gerektiğini ortaya çıkarmıştır. Şimdi bu etkileşmelerden yük değişimli spin-spin kolektif etkileşmenin çekirdek matris elemanlarına etkisini inceleyelim. Deneysel çalışmaların referansları en son karşılaştırmada verilecektir.

Çizelge 3.2 Bazı Çekirdekler İçin SQP Modeline Göre Hesaplanan M_{GT} Değerleri ile Deneysel Değerlerin Karşılaştırılması.

	$^{76}\text{Ge}-^{76}\text{Se}$	$^{82}\text{Se}-^{82}\text{Kr}$	$^{96}\text{Zr}-^{96}\text{Mo}$	$^{100}\text{Mo}-^{100}\text{Ru}$	$^{128}\text{Te}-^{128}\text{Xe}$	$^{130}\text{Te}-^{130}\text{Xe}$	$^{150}\text{Nd}-^{150}\text{Sm}$
SQP	0,561	0,465	0,654	1,002	0,972	0,750	0,774
DENEY	0,127	0,102	0,072	0,246	0,025	0,017;0,032	0,070

Görüldüğü gibi SP modelinden farklı olarak SQP modelinde hesaplanan $(\varepsilon_{-1})_{SQP}$ değerleri sıfırdan farklıdır. Bazı çekirdekler için SQP yaklaşımında ÇME değerleri hesaplanmıştır. Hesaplama sonuçları uygun deneysel değerlerle karşılaştırılmıştır. ε_{-1} 'in deneysel değerleri Çizelge 1.1 ve Çizelge 2.1'deki değerlere dayanarak (2.13) formülü ile hesaplanmıştır.

3.4. Yük Değişimli Spin-Spin Kollektif Etkileşmenin ÇME'lere Etkisi

Bu bölümde çekirdeğe birbiriyle çift etkileşmede ve yük değişimli spin spin etkileşmesinde bulunan nükleonlar sistemi gibi bakılacaktır. Nükleonlar arasındaki çift etkileşme önceki konularda ele alındığı için bu bölümde yük değişimli spin spin etkileşmesinden söz edilecektir. Spin ve İzospin değişkenlerine bağlı Kollektif etkileşme aşağıdaki gibi yazılır.

$$V_{GT} = \frac{1}{2} \chi_{\beta} \sum_{i \neq j} \vec{\sigma}_i \vec{\sigma}_j \vec{\tau}_i \vec{\tau}_j \quad (3.37)$$

Yük değişimli veya Gamow-Teller Etkileşmesi adlanan etkin etkileşme (3.37) formülündeki τ_{\pm} izospin Pauli Matrislerini içerir. Bu etkileşme Tek-Tek Çekirdeklere 1^{+} uyarılmış durumlarını oluşturur. (3.37) ifadesinin yük değişimli etkileşme kısmı aşağıdaki biçimde yazılabilir;

$$V_{\beta} = 2\chi_{\beta} \sum_{\mu} T_{\mu}^{(+)} T_{\mu}^{(-)} \quad T_{\mu}^{(+)} = \left(T_{\mu}^{(-)} \right)^{+} \quad (3.38)$$

Burada T_{μ}^{-} , T_{μ}^{+} operatörleri (3.30) denkleminde belirtilmiştir. (3.38) etkin etkileşmesi $A(\mu)_{j_p j_n}^{+}$ ve $A(\mu)_{j_p j_n}$ operatörleri cinsinden aşağıdaki biçimde yazılabilir;

$$V_{\beta} = 2\chi_{\beta} \sum_{\substack{j_n, j_p \\ j_n, j_p, \mu}} \left(\bar{b}_{j_p j_n} A(\mu)_{j_p j_n}^{+} + b_{j_p j_n} A(\mu)_{j_p j_n} \right) \cdot \left(b_{j_p j_n}^{+} A(\mu)_{j_p j_n}^{+} + \bar{b}_{j_p j_n}^{+} A(\mu)_{j_p j_n} \right) \quad (3.39)$$

Sistemin toplam Hamilton Operatörü ise aşağıdaki biçimdedir.

$$H = H_{sqp} + V_{\beta} \quad (3.40)$$

Random Phase Approximation (RPA) yönteminde söz konusu yük değişimli etkileşmenin Tek-Tek Çekirdekte oluşturduğu 1^{+} durumlar aşağıdaki biçimde belirtilen fononlar gibi kabul edilir;

$$|\psi_i\rangle = Q_i^{+}|0\rangle = \sum_{n,p,\mu} \left\{ r_{np}^i A(\mu)_{np}^{+} - s_{np}^i A(-\mu)_{np} \right\} |0\rangle \quad (3.41)$$

Burada r_{np}^i ve s_{np}^i , i . uyarılmış durumunun çift kuasi parçacık genlikleridir. $|0\rangle$ ise fonon vakumudur. Yani $Q_i|0\rangle = 0$ 'dır. Q_i^{+} ve Q_i fonon operatörlerinin de A^{+} , A operatörlerinin uyduğu komutasyon şartlarını sağlaması koşulundan aşağıdaki ifade bulunur;

$$\sum_{n,p} \left\{ (r_{np}^i)^2 - (s_{np}^i)^2 \right\} = 1 \quad (3.42)$$

RPA yönteminde 1^{+} durumlarının enerji ve dalga fonksiyonları aşağıdaki hareket denkleminde bulunur;

$$[H, Q_i^{+}] = \omega_i Q_i^{+} \quad (3.43)$$

Burada ω_i Tek-Tek Çekirdekte 1^{+} durumlarının enerjileridir.

Gerekli işlemler yapılarak ω_i 'lerin bulunması için aşağıdaki Seküler Denklem bulunur.

$$\left[1 + 2\chi_\beta \sum \left(\frac{\bar{b}_{np}^2}{E_{np} - \omega_i} + \frac{b_{np}^2}{E_{np} + \omega_i} \right) \right] \cdot \left[1 + 2\chi_\beta \sum \left(\frac{b_{np}^2}{E_{np} - \omega_i} + \frac{\bar{b}_{np}^2}{E_{np} + \omega_i} \right) \right] - \left| 2\chi_\beta \sum b_{np} \bar{b}_{np} \left(\frac{1}{E_{np} - \omega_i} + \frac{1}{E_{np} + \omega_i} \right) \right|^2 = 0 \quad (3.44)$$

Burada $E_{np}=E_n+E_p$ nötron proton kuasi parçacık çiftinin enerjisidir.

Burada da Gamow-Teller geçiş matris elemanlarını hesaplarırken ana ve ürün çekirdeklerin taban durumları aynı kabul edilecektir $|\psi_i\rangle = |\psi_f\rangle \equiv |0\rangle$. Söz konusu yaklaşımda GT geçiş matris elemanları için

$$\begin{aligned} M_i^+ &= \langle \psi_f(A, Z) | \hat{\sigma}_t^+ | \psi_i(A, Z) \rangle = \sum_{n,p} \bar{b}_{np} r_{np}^i - b_{np} s_{np}^i \\ M_i^- &= \langle \psi_f(A, Z-2) | \hat{\sigma}_t^- | \psi_i(A, Z) \rangle = -\sum_{n,p} b_{np} r_{np}^i - \bar{b}_{np} s_{np}^i \end{aligned} \quad (3.45)$$

ifadeleri bulunur. r_{np}^i ve s_{np}^i genlikleri için ise

$$r_{np}^i = -\frac{\bar{b}_{np} + L(\omega_i) \cdot b_{np}}{E_{np} - \omega_i} \frac{1}{\sqrt{Z(\omega_i)}}, \quad s_{np}^i = \frac{b_{np} + L(\omega_i) \cdot \bar{b}_{np}}{E_{np} + \omega_i} \frac{1}{\sqrt{Z(\omega_i)}} \quad (3.46)$$

formülleri vardır. Burada

$$L(\omega_i) = -\left[2\chi_\beta \sum b_{np} \bar{b}_{np} \left(\frac{1}{E_{np} - \omega_i} + \frac{1}{E_{np} + \omega_i} \right) \right] \cdot \left[1 + 2\chi_\beta \sum \left(\frac{b_{np}^2}{E_{np} - \omega_i} + \frac{\bar{b}_{np}^2}{E_{np} + \omega_i} \right) \right]^{-1} \quad (3.47)$$

$Z(\omega_i)$ büyüklüğü ise (3.42) normalizasyon koşulundan bulunur.

Yük değişimli spin-spin kolektif etkileşmeyi gözönüne aldığımız durumda bulunan hesaplama sonuçları Çizelge 3.3’de aynı büyüklüğün SQP (Single Quazi Particle) ve deneysel değerlerle karşılaştırılmıştır. Çizelgeden görüldüğü gibi spin-spin etkileşme kuvvetleri ÇME değerlerinin kısmen azalmasına ve deneysel değerlere yaklaşmasına neden olmuştur. Bu azalmanın sebebi aşağıdaki gibi açıklanabilir;

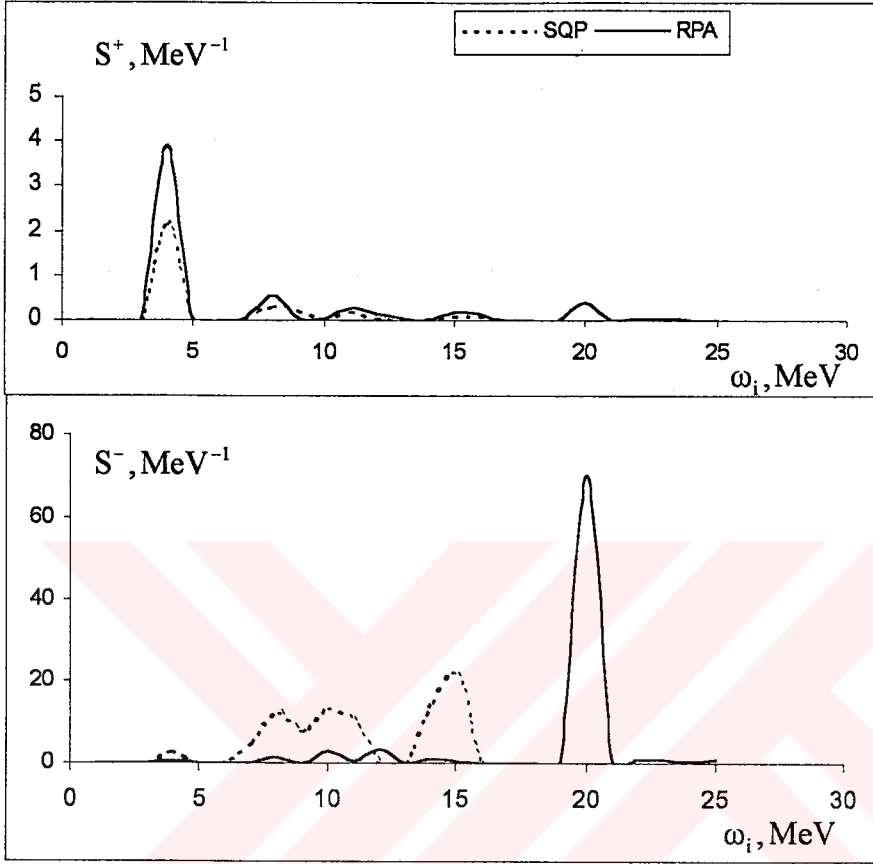
(2.10) ve (2.14) denklemlerinden ÇME’nin M_i^+ ve M_i^- geçiş matris elemanları dağılımının overlop (kesişim alanı) toplamına eşit olduğu görülmektedir. Söz konusu dağılımların güç fonksiyonu (3.48) ifadesiyle tanımlanmış ve Şekil 3.3’de gösterilmiştir.

$$S_{\beta}^{\pm} = \frac{1}{\Delta E} \sum_{\Delta E, i} |M_i^{\pm}|^2, \quad (\Delta E=1 \text{ MeV}) \quad (3.48)$$

Bu grafikte kesikli çizgilerle SQP, sürekli çizgilerle RPA değerleri gösterilmiştir. Şekillerden görüldüğü gibi nükleonlar arasında spin-spin etkileşmesi β^+ geçişi matris elemanı dağılımının şeklini fazla etkilemese de β^- geçişi matris elemanı dağılımı daha yüksek enerjilere kaydırarak yaklaşık 20 MeV enerjilerinde Gamow-Teller rezonansının oluşmasına neden olur. Şekilden görüldüğü gibi yük değişimli etkileşme gözönüne alındığı durumda hesaplanmış β^+ ve β^- geçiş matris elemanlarının overlop toplamı, SQP modele kıyasla azalacaktır.

Çizelge 3.3 Bazı Çekirdekler İçin SQP ve QRPA Modeline Göre Hesaplanan M_{GT} Değerleri ile Deneysel Değerlerin Karşılaştırılması.

	$^{76}\text{Ge}-^{76}\text{Se}$	$^{82}\text{Se}-^{82}\text{Kr}$	$^{96}\text{Zr}-^{96}\text{Mo}$	$^{100}\text{Mo}-^{100}\text{Ru}$	$^{128}\text{Te}-^{128}\text{Xe}$	$^{130}\text{Te}-^{130}\text{Xe}$	$^{150}\text{Nd}-^{150}\text{Sm}$
SQP	0,561	0,465	0,654	1,002	0,972	0,750	0,774
QRPA	0,464	0,392	0,540	0,785	0,727	0,587	0,647
DENEY	0,127	0,102	0,072	0,246	0,025	0,017;0,032	0,070



Şekil 3.3 $^{150}_{60}\text{Nd} \rightarrow ^{150}_{60}\text{Sm}$ Geçişi için S_{β}^{\pm} Güç Fonksiyonunun Enerji Dağılımı Grafiği.

Spin-Spin kolektif etkileşmesi durumunda çekirdek matris elemanları küçülmesine rağmen yine de deneysel değerlerden büyük olduğu belirlenmiştir. Bu nedenle 4. Bölümde çekirdeklerin deformasyonlu yapısının ÇME değerlerine etkisi incelenecektir.

4. DEFORMASYONLU ÇEKİRDEKLERDE ÇEKİRDEK MATRİS ELEMANLARININ HESAPLANMASI

4.1. Ortalama Alanın Seçilmesi

Deformasyonlu çekirdeklere tek parçacıklı enerji ve dalga fonksiyonları

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2M}\Delta + V(\beta, \gamma, r) - E \right] \psi = 0 \quad (4.1)$$

ortalama alan Schrödinger Denklemi çözülerek bulunur. $V(\beta, \gamma, r)$ izotrop olmayan Saxon-Woods potansiyeli olup aşağıdaki gibi yazılır;

$$V(\beta, \gamma, r) = \frac{-V_0}{1 + e^{\frac{r - R(\beta, \gamma, \theta, \varphi)}{a}}} + V_{ts}(\beta, \gamma, r, \theta, \varphi) \quad (4.2)$$

Burada $R(\beta, \gamma, \theta, \varphi)$ çekirdeğin ortalama yarıçapıdır ve aşağıdaki biçimdedir;

$$R(\beta, \gamma, \theta, \varphi) = R_0 \left[1 + \frac{a_{20}}{\sqrt{2\pi}} P_2 + \frac{a_{22}}{\sqrt{2\pi}} P_2^{(2)} \cos \varphi \right] \quad (4.3)$$

Bu formülde $a_{20} = \beta \cos \gamma$ ve $a_{22} = \frac{1}{\sqrt{2}} \beta \sin \gamma$ ile gösterilmiştir. R_0 aynı hacimli küresel çekirdeğin yarıçapıdır.

(4.1) ifadesine $V(\beta, \gamma, r)$ ortalama potansiyelinin küresel kısmını ekleyip çıkaralım;

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2M}\Delta + V(0,0,r) + \tilde{V}(\beta, \gamma, r) - E \right] \psi = 0 \quad (4.4)$$

Burada;

$$\tilde{V} = V_0 \left[\frac{1}{1 + e^{\frac{r-R(\beta,\gamma,\theta,\varphi)}{a}}} - \frac{1}{1 + e^{\frac{r-R_0}{a}}} \right] \quad (4.5)$$

ile gösterilmiştir. \tilde{V} farkını çok kutuplu seriye açalım;

$$\tilde{V} = \sum_{\lambda\mu} C_{\lambda}^{\mu}(\beta,\gamma,r) Y_{\lambda}^{\mu}(\theta,\varphi) \quad (4.6)$$

Bu hesaplamalarda,

$$\tilde{V}_{\ell s} = V_{\ell s}(\beta,\gamma,r,\theta,\varphi) - V_{\ell s}(0,0,r) \text{ farkının küçük olduğu düşünülür.}$$

$V_{\ell s}(\beta,\gamma,r,\theta,\varphi)$ potansiyel ifadesinin

$$\varphi \rightarrow -\varphi, \quad \theta \rightarrow \varphi + \pi, \quad \theta \rightarrow \pi - \theta \quad (4.7)$$

dönüşümleri esnasında değişmediğine dikkat ediniz. (4.6) ifadesindeki C katsayıları ise $C_{\lambda}^{\mu} = C_{\lambda}^{-\mu}$ simetri koşulunu sağlar. Buradaki λ ve μ çift değerlerdir. (4.4) denkleminin çözümünün

$$\psi = \sum_{nljm} a_{nlj}^m \cdot \psi_{nlj}^m \quad (4.8)$$

biçiminde olduğunu varsayalım. Burada;

$$\psi_{nlj}^m = R_{nlj}^{(r)} Y_{lj}^m(\theta,\varphi) \quad (4.9)$$

fonksiyonu

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2M} \Delta + V(0,0,r) - \varepsilon_{n\ell j} \right] \psi_{n\ell j}^m = 0 \quad (4.10)$$

küresel simetrik denklemin çözümüdür. $\psi_{n\ell j}^m$ fonksiyonunun radyal kısmı;

$$R_{n\ell j}(r) = \frac{N}{2} H_n[S(r)] e^{-\frac{S^2(r)}{2}} \quad (4.11)$$

biçimindedir. (4.9) ifadesi (4.4) denkleminde yerine konulursa;

$$\left(\varepsilon_{n'\ell'j'}^m - E \right) \alpha_{n'\ell'j'}^m + \sum_{n\ell jm} \alpha_{n\ell j}^m \left\langle \psi_{n'\ell'j'}^m \left| \sum_{\lambda\mu} C_{\lambda}^{\mu} Y_{\lambda}^{\mu} \right| \psi_{n\ell j}^m \right\rangle = 0 \quad (4.12)$$

cebirsal denklemi bulunur. Burada;

$$\begin{aligned} \left\langle \psi_{n'\ell'j'}^m \left| \sum_{\lambda\mu} C_{\lambda}^{\mu} Y_{\lambda}^{\mu} \right| \psi_{n\ell j}^m \right\rangle &= \sum_{\lambda\mu} \left\langle R_{n'\ell'j'} \left| C_{\lambda}^{\mu} \right| R_{n\ell j} \right\rangle \left\langle Y_{\lambda}^{\mu} \left| \psi_{n'\ell'j'}^m \right| \psi_{n\ell j}^m \right\rangle = \\ &= \sum_{\lambda\mu} \left\langle R_{n'\ell'j'} \left| C_{\lambda}^{\mu} \right| R_{n\ell j} \right\rangle \frac{(-1)^{\ell+\ell'-m-m'}}{\sqrt{4\pi}} \left[(2\lambda+1)(2\ell+1)(2j'+1) \right]^{1/2} \times \\ &(\ell\lambda 00 / \ell'0)(\lambda j' \mu - m' / j - m) W \left(\ell \lambda \frac{1}{2} j, \ell j \right) \end{aligned}$$

şeklindedir. (4.12) denklemi çözülerek E enerji ve $\alpha_{n\ell j}^m$ katsayıları bulunur. Sayısal hesaplamalarda Saxon-Woods potansiyeline dahil olan parametreler aşağıdaki biçimde kabul edilir;

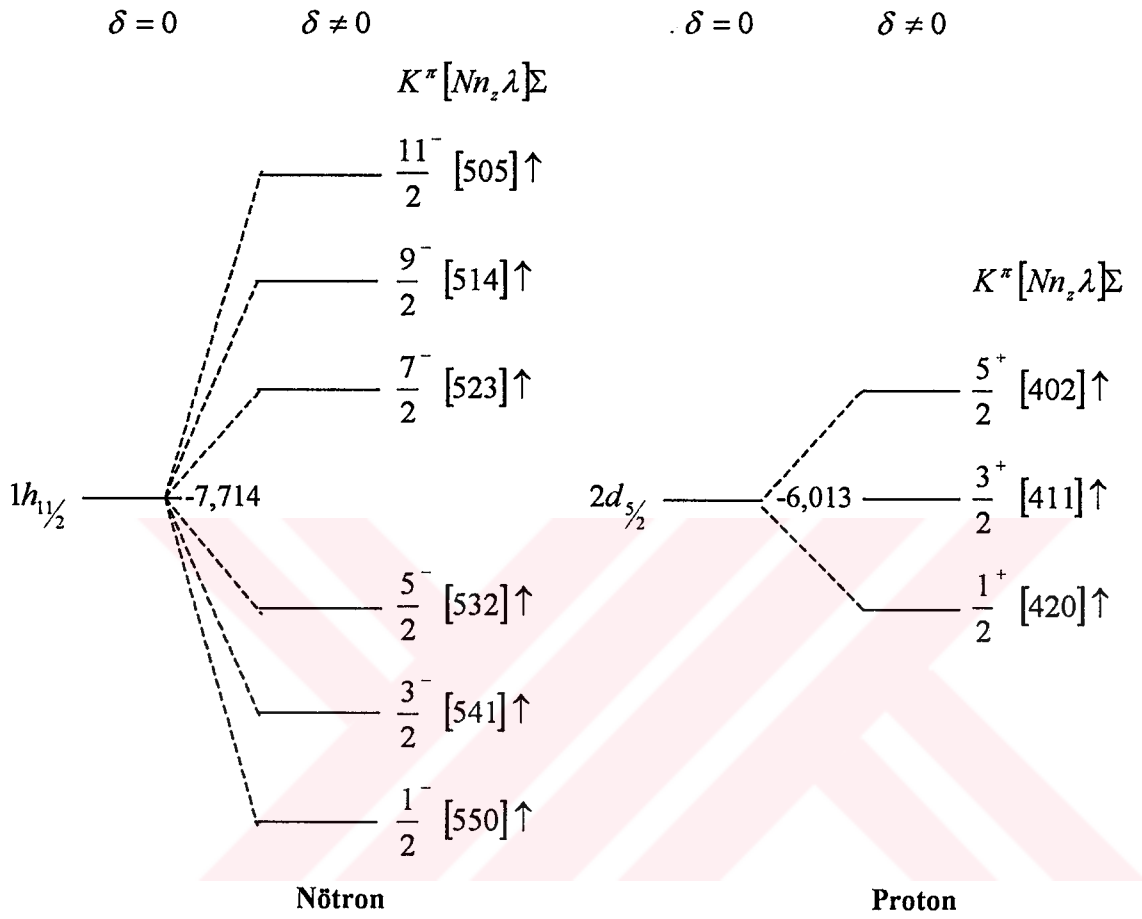
$$V = V_0 \left\{ 1 + e^{[r-R(\theta)]\alpha} \right\}^{-1} + \chi_{sl} \bar{p} \bar{\sigma} \text{grad} V_{\zeta} + V_{coul} \quad (4.13)$$

Burada;

$$R(\theta) = R_0 (\beta_0 + \beta_2 Y_{20} + \beta_4 Y_{40}) \quad (4.14)$$

ve $R_0 = r_0 A^{1/3}$ şeklinde yazılır, V_ϕ ifadesi (4.13) denkleminin ilk terimidir. β_2 iki kutuplu, β_4 dört kutuplu deformasyon parametreleridir. r_0, V_0, χ_{sl} ve α parametreleri nötron ve protonlar için ayrı ayrı seçilir. Bu parametreler tek parçacıklı enerjilerin hesaplanmış değerleri ile deneysel değerler karşılaştırılarak bulunur ve farklı değerler alabilir.

Bilindiği gibi ortalama potansiyelin simetrisi bir parçacıklı durumların çeşitlenmesinde çok önemlidir. Küresel çekirdeklerde bir parçacıklı durumlar enerji (E), parite (yörünge açısız momentumu) (ℓ), toplam açısız momentumu (j) ve j 'nin izdüşümü olan manyetik kuantum sayısı (m) ile karakterize edilmektedir. Bu durumların enerjileri m 'ye göre $2j+1$ kattan dejenere olmuş durumlardır. Deformasyonlu (eliptik deformasyon) çekirdeklerde ise toplam açısız momentum j korunmayacaktır. Bu nedenle söz konusu durumda bir parçacıklı seviyeler enerji (E), parite (ℓ), ve j 'nin simetri eksenini üzerindeki izdüşümü olan K kuantum sayıları ile karakterize olunacaktır. Böylece aksel simetriye sahip bir ortalama alandaki her bir seviye bölünecektir. Sonuç olarak $2j+1$ sayıda varolan dejenerelik $|m|$ 'ye göre kısmen azalacaktır. Fakat bu durumda m 'nin işaretine göre dejenerelik vardır. Şekil 4.1'de incelediğimiz çekirdeklerden $^{128}_{52}\text{Te}$ izotopunda nötron ve proton Fermi seviyelerinin deformasyon nedeniyle bölünmeleri şematik olarak gösterilmiştir.



Şekil 4.1 $^{128}_{52}\text{Te}$ Çekirdeğinde Nötron ve Proton Fermi Seviyelerinin Deformasyon Nedeniyle Bölünmesi.

δ deformasyon parametresidir. Bu durumda her bir enerji seviyesi $K^\pi [N n_z \lambda] \Sigma$ ile belirtilir. Burada π durumun paritesi, N osilatör kuantlarının tam sayısı, n_z N 'in z eksenindeki izdüşümü, λ yörünge açılal momentumunun simetri eksenindeki izdüşümü, Σ ise spinin simetri eksenindeki izdüşümüdür. $K = \lambda + \Sigma$ eşitliği vardır.

4.2. Bir Parçacıklı Modelde Çekirdek Matris Elemanlarının Hesaplanması

$\vec{T}_- = \vec{\sigma} t_-$ Gamow-Teller (GT) beta geçiş operatörü olduğunu biliyoruz (t_- izotop spin operatörü). Bu operatör ikinci kuantumlanma uzayında deformasyonlu durumda;

$$\left(\vec{T}_-\right)_\mu^- = \sum_{\substack{np \\ p\rho'}} \langle p\rho' | \sigma_\mu (-1)^\mu \sigma_{-\mu} | n\rho \rangle a_{p\rho'}^+ a_{n\rho} \quad (4.15)$$

biçiminde yazılır. Burada $a_{p\rho'}^+$ parçacık üretme, $a_{n\rho}$ parçacık yoketme operatörleridir.

$T_\mu^{(-)} = \left(T_\mu^{(+)}\right)^+$ olduğundan $T_\mu^{(+)}$ elektron parçalanma operatörü de bulunabilir. Bu ifadeye aşağıdaki tek parçacık matris elemanlarının simetri özelliklerinden faydalanacağız;

$$\begin{aligned} \sigma_{np}^{(\mu)} &\equiv \langle n+ | \sigma_\mu + (-1)^\mu \sigma_{-\mu} | p+ \rangle = -\langle n- | \sigma_\mu + (-1)^\mu \sigma_{-\mu} | p- \rangle \quad (\mu = 0, 1) \\ \sigma_{np}^{-(\mu)} &\equiv \langle n+ | \sigma_\mu + (-1)^\mu \sigma_{-\mu} | p- \rangle = -\langle n- | \sigma_\mu + (-1)^\mu \sigma_{-\mu} | p+ \rangle \quad (\mu = 1) \end{aligned} \quad (4.16)$$

$\mu = 0$ durumunda $\Delta K = 0$ olan izinli G-T geçişleri; $\mu = 1$ durumunda ise $\Delta K = \pm 1$ olan izinli GT geçişleri karşılık gelir. (4.16) ifadesinde $|s+\rangle$ ve $|s-\rangle$, $s = \{n, p$ durumları zaman konjugedir.

Bir nötron (delik)-proton (parçacık) çiftinden oluşan bozon operatörü;

$$A(\mu)_{pn}^+ = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{p\rho'} a_{p\rho'}^+ a_{n\rho} \quad (4.17)$$

dahil edilirse GT operatörü;

$$\left(T\right)_\mu^- = \sum_{pn} \sigma_{pn}^\mu A_{pn}^+ \quad (4.18)$$

şeklinde ifade edilebilir.

A^+ ve A bozon operatörleri aşağıdaki yerdeğişim koşullarını sağlamaktadır;

$$\begin{aligned} [A(\mu)_{pn}, A^+(\mu')_{p'n'}] &= \delta_{pp'} \delta_{nn'} \\ [A(\mu)_{pn}, A(\mu')_{p'n'}] &= [A^+(\mu)_{pn}, A^+(\mu')_{p'n'}] = 0 \end{aligned} \quad (4.19)$$

$$\begin{cases} n_n = 1, & \varepsilon_n < \varepsilon_{fn} \\ n_n = 0, & \varepsilon_n > \varepsilon_{fn} \end{cases} \quad \begin{cases} n_p = 1, & \varepsilon_p < \varepsilon_{fp} \\ n_p = 0, & \varepsilon_p > \varepsilon_{fp} \end{cases}$$

Parçacık uzayında ara çekirdeğin dalga fonksiyonu ;

$$|n\rangle = A_{pn}^+ |0_i\rangle ; \quad A_{pn} |0_i\rangle = 0 \quad (4.20)$$

olarak kabul edilir. 0_i^+ 'den $|n\rangle$ uyarılmış durumlarına geçiş GT matris elemanları;

$$\begin{aligned} \langle n | (T)_\mu^- | 0_i \rangle &= \langle 0 | [A_{pn}, (T)_\mu^-] | 0 \rangle = \\ &= \sum_{p'n'} b_{p'n'} [A(\mu)_{pn}, A^+(\mu')_{p'n}] = b_{pn} (n_n - n_p) \end{aligned} \quad (4.21)$$

sıfırdan farklıdır. $|n\rangle$ uyarılmış durumlarından 0_f durumuna geçiş matris elemanı ise

$$\langle 0_f | (T)_\mu^- | n \rangle = \langle 0 | \sum_{p'n'} b_{p'n'} [A_{p'n}^+, A_{pn}^+] | 0 \rangle = 0 \quad (4.22)$$

Küresel durumda bulduğumuz gibi deformasyon durumunda da bir parçacıklı ÇME değerleri sıfır olmaktadır. Yani $(\varepsilon_{-1})_{sp} = 0$ 'dır (Simkovic, 1997).

Bu nedenle şimdi çekirdeğin deforme olmuş durumunda bir kuasi parçacık modelinde çekirdek matris elemanlarının hesaplanmasını inceleyelim.

4.3. Bir Kuasi Parçacık Modelinde Çekirdek Matris Elemanlarının Hesaplanması

Bu durumda bir parçacıklı uzaydan bir kuasi parçacık uzayına aşağıdaki Kanonik dönüşümler yapılarak geçilebilir.

$$\begin{aligned} \alpha_{s\sigma} &= U_s \alpha_{s-\sigma}^+ + \sigma V_s \alpha_{s\sigma} \\ \alpha_{s\sigma}^+ &= U_s \alpha_{s-\sigma} + \sigma V_s \alpha_{s\sigma}^+ \end{aligned} \quad (4.23)$$

Burada j parçacığın toplam açılal momentumu, m ise j 'nin z eksenini üzerindeki izdüşümüdür. $\alpha_{s\sigma}^+$ jm durumunda bir tane kuasi parçacık üretme operatörü, $\alpha_{s\sigma}$ ise jm durumunda bir tane kuasi parçacık yoketme operatörüdür. U_s ve V_s 'ler ise dönüşüm katsayılarıdır. (3.20), (3.21), (3.22), (3.23) ve (3.24) formülleri deformasyonlu durum için geçerlidir.

Bogolyubov kanonik dönüşümlerinin kullanılmasıyla, $T_\mu^{(-)}$ operatörü aşağıdaki gibi yazılabilir (Aygör, 1996);

$$T_\mu^{(-)} = \sum_{np} \left[(d_{np} D_{np}^+ + \bar{d}_{np} D_{np}) + \sqrt{2} (\bar{b}_{np} A_{np} - b_{np} A_{np}^+) \right] \quad (4.24)$$

$$T_\mu^{(-)} = T_q + T_c \quad (4.25)$$

$$T_q = d_{np} D_{np}^+ + \bar{d}_{np} D_{np} ; T_c = \sqrt{2} (\bar{b}_{np} A_{np} - b_{np} A_{np}^+) \quad (4.26)$$

Bu ifadelerde aşağıdaki notasyonlar kullanılmıştır;

$$\sum_\rho \rho \alpha_{n-\rho}^+ \alpha_{p-\rho} = D_{np} \quad \sum_\rho \rho \alpha_{p-\rho}^+ \alpha_{n-\rho} = -\sum_\rho \rho \alpha_{p\rho}^+ \alpha_{np} = D_{np}^+ \quad (4.27)$$

$$A_{np} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_\rho \alpha_{p\rho} \alpha_{n-\rho} \quad A_{np}^+ = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_\rho \alpha_{n-\rho}^+ \alpha_{p\rho} \quad (4.28)$$

$$\begin{aligned}
\sigma_{np}^{(\mu)} u_n u_p &= d_{np} \\
\sigma_{np}^{(\mu)} v_n v_p &= \bar{d}_{np} \\
\sqrt{2} \sigma_{np}^{(\mu)} u_p v_n &= b_{np} \\
\sqrt{2} \sigma_{np}^{(\mu)} u_n v_p &= \bar{b}_{np}
\end{aligned} \tag{4.29}$$

Burada sırasıyla A_{np}^+ ve A_{np} spin ve paritesi 1^+ olan nötron-proton kuasi parçacık çiftini üretme ve yoketme bozon operatörleridir. A_{np}^+ üretme ve A_{np} yoketme operatörleri arasında aşağıdaki komutasyon kuralları vardır;

$$[A_{np}, A_{n'p'}^+] = \delta_{nn'} \delta_{pp'} + \delta_{nn'} \alpha_p^+ \alpha_p - \delta_{pp'} \alpha_n^+ \alpha_n \tag{4.30}$$

$$[A_{np}, A_{n'p'}] = [A_{np}^+, A_{n'p'}^+] = 0$$

Parçacıklar arasındaki çift etkileşme göz önüne alındığında sistemin Hamilton Operatörü aşağıdaki gibi yazılabilir;

$$H_{sqp} = \sum_n \varepsilon_n B_{nn} + \sum_p \varepsilon_p B_{pp} \tag{4.31}$$

$$B_{nn} = \sum_\rho \alpha_{n\rho}^+ \alpha_{n-\rho} \tag{4.32}$$

$$B_{pp} = \sum_\rho \alpha_{p\rho}^+ \alpha_{p-\rho}$$

Kuasi parçacık uzayında ara çekirdeğin dalga fonksiyonu

$$|n\rangle = A(\mu)_{pn}^+ |0\rangle \tag{4.33}$$

olarak kabul edilir. Burada $|0\rangle$ kuasibozon vakumudur. Yani $A(\mu)_{pn} |0\rangle = 0$ olur. $|n\rangle$ uyarılmış durumların $|0_f\rangle$ durumuna GT geçiş matris elemanları aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$\begin{aligned}
\langle n|(T)_\mu^-|0\rangle &= \langle 0|[A(\mu)_{pn}, (T)_\mu^-]|0\rangle = \\
&= \langle 0|[A(\mu)_{pn}, \sum b_{p'n'} A(\mu')_{p'n'}^+ + \bar{b}_{p'n'} A(\mu')_{p'n'}]|0\rangle = b_{pn}
\end{aligned} \tag{4.34}$$

$$\begin{aligned}
\langle 0|(T)_\mu^-|n\rangle &= \langle 0|(T)_\mu^-, A(\mu)_{pn}^+|0\rangle = \\
&= \langle 0|[\sum b_{p'n'} A(\mu')_{p'n'}^+ + \bar{b}_{p'n'} A(\mu')_{p'n'}, A(\mu)_{pn}^+]|0\rangle = \bar{b}_{pn}
\end{aligned} \tag{4.35}$$

Böylece ε_{-1} ÇME'ler için;

$$\varepsilon_{-1} = 3 \sum \frac{b_{pn} \bar{b}_{pn}}{E_{pn} + W/2} \tag{4.36}$$

bulunur.

(4.36) formülü ile hesaplanmış ÇME'nin değerleri Çizelge 3.2'de gösterilmiştir. Bu değerlerin (3.36) formülü ile hesaplanmış küresel durumdaki değerlerden çok az farklı olduğu Çizelge 4.1 ve Çizelge 3.2 karşılaştırılarak görülebilir.

Çizelge 4.1 İncelenen Çekirdekler İçin SQP Modeline Göre Hesaplanan M_{GT} Değerleri ile Deneysel Değerlerin Karşılaştırılması.

	$^{76}\text{Ge}-^{76}\text{Se}$	$^{82}\text{Se}-^{82}\text{Kr}$	$^{96}\text{Zr}-^{96}\text{Mo}$	$^{100}\text{Mo}-^{100}\text{Ru}$	$^{128}\text{Te}-^{128}\text{Xe}$	$^{130}\text{Te}-^{130}\text{Xe}$	$^{150}\text{Nd}-^{150}\text{Sm}$
SQP	0,718	0,504	0,656	0,617	0,999	0,765	0,654
DENEY	0,127	0,102	0,072	0,246	0,025	0,017;0,032	0,070

Bir sonraki konuda deformasyonlu çekirdekler için de nükleonlar arasındaki yük değişimli spin-spin etkileşmesinin ÇME üzerindeki etkisi incelenecektir.

4.4. Yük Değişimli Spin-Spin Kollektif Etkileşmenin ÇME'lere Etkisi

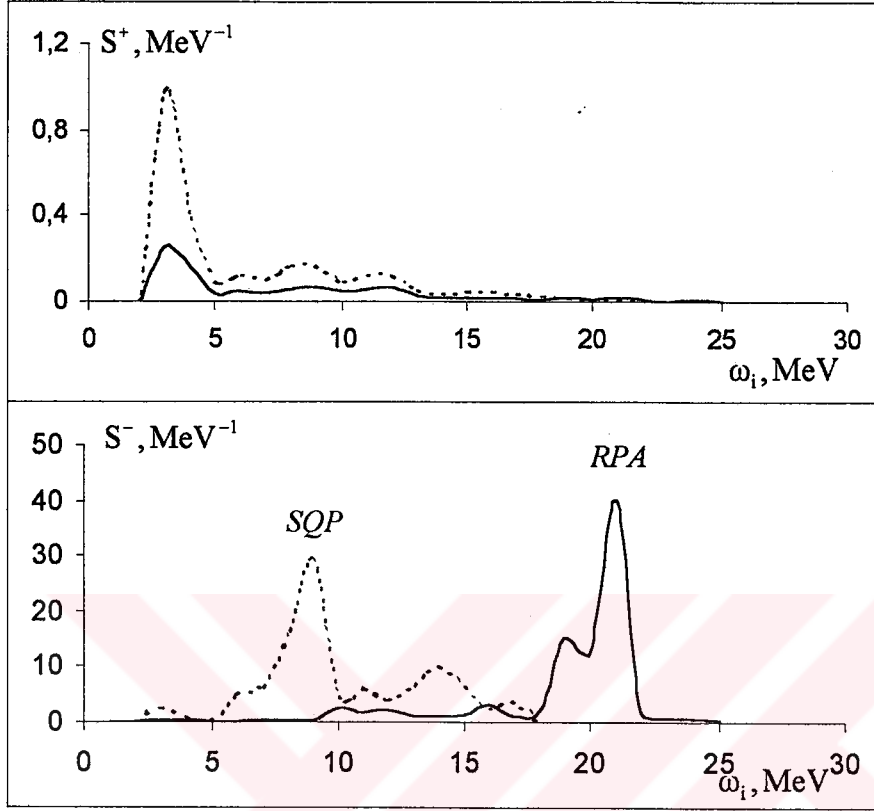
Bu bölümde 3.4 bölümündeki bulunan bütün formüller geçerlidir. Sadece bu bölümde b_{np} ve \bar{b}_{np} için (4.29) ifadeleri kullanılır. Bu durumda incelenen çekirdekler için SQP ve QRPA modeline göre hesaplanan M_{GT} değerleri ile deneysel değerlerin karşılaştırılması Çizelge 4.2' de gösterilmiştir.

Çizelge 4.2 İncelenen Çekirdekler İçin SQP ve QRPA Modeline Göre Hesaplanan M_{GT} Değerleri ile Deneysel Değerlerin Karşılaştırılması.

	$^{76}\text{Ge}-^{76}\text{Se}$	$^{82}\text{Se}-^{82}\text{Kr}$	$^{96}\text{Zr}-^{96}\text{Mo}$	$^{100}\text{Mo}-^{100}\text{Ru}$	$^{128}\text{Te}-^{128}\text{Xe}$	$^{130}\text{Te}-^{130}\text{Xe}$	$^{150}\text{Nd}-^{150}\text{Sm}$
SQP	0,718	0,504	0,656	0,617	0,999	0,765	0,654
QRPA	0,172	0,132	0,179	0,174	0,190	0,148	0,173
DENEY	0,127	0,102	0,072	0,246	0,025	0,017;0,032	0,070

Çizelgeden görüldüğü gibi küresel durumdan farklı olarak deformasyon durumunda nükleonlar arasındaki spin-spin etkileşme kuvvetleri M_{GT} matris elemanlarını daha fazla etkilemiştir. Bunun nedenleri iki tanedir;

1. Overlap toplamı küresel durumdaki gibi β^+ ve β^- geçiş olasılıkları dağılımları birbirinden uzaklaşması nedeniyle azalmıştır.
2. Küresel durumdan farklı olarak Deformasyon durumunda spin-spin kuvvetlerinin β^+ geçiş olasılıkları genliğini azaltmasıdır. Bu Şekil 4.2' den açıkça görülmektedir.



Şekil 4.2 $^{150}_{60}\text{Nd} \rightarrow ^{150}_{60}\text{Sm}$ Geçişi için S_{β}^{\pm} Güç Fonksiyonunun Enerji Dağılımı Grafiği.

5. SONUÇ VE TARTIŞMALAR

Çekirdekler küresel durumda incelenirken bir parçacıklı baz olarak Woods-Saxon potansiyelinde çözülmüş Schrödinger Denkleminin özfonksiyonları ve özdeğerleri kullanılmıştır. Potansiyel parametreleri (Soloviev, 1976)'den alınmıştır. Nükleonlar arasında çift etkileşme korelasyon parametresi (Möller, et al., 1995)'den alınmıştır.

Çekirdeklerin deformasyonlu durumda incelenirken nümerik hesaplamalar Nilsson tek parçacık enerjileri G. Leander tarafından geliştirilmiş (Leander, et al., 1977) deforme Woods-Saxon potansiyelinde hesaplamıştır. Nötron ve protonlar için potansiyel kuyularının dibinden +6 MeV'a kadar tüm diskret (kesikli) ve kuasidiskret enerji seviyeleri göz önün alınmıştır. İncelenen çekirdeklerin deformasyon ve çift etkileşme korelasyon parametreleri (Möller, et al., 1995)'den alınmıştır.

Yaptığımız hesaplamaların sonuçları Çizelge 5.1, Şekil 4.2 ve Şekil 3.3'de gösterilmiştir. (Selam, et al., 2001; Kuliev, et al., 2001)

Çizelge 5.1 İncelenen Çekirdekler İçin M_{GT} Değerleri

GEÇİŞ	KÜRESEL DURUM		DEFORME DURUM		DENEY	DENEY REF.
	SQP	QRPA	SQP	QRPA		
$^{76}\text{Ge}-^{76}\text{Se}$	0,561	0,464	0,718	0,172	0,127	(Günther, et al., 1997)
$^{82}\text{Se}-^{82}\text{Kr}$	0,465	0,392	0,504	0,132	0,102	(Arnold, et al., 1998)
$^{96}\text{Zr}-^{96}\text{Mo}$	0,654	0,540	0,656	0,179	0,072	(Kawashima, et al., 1993)
$^{100}\text{Mo}-^{100}\text{Ru}$	1,002	0,785	0,617	0,174	0,246	(De Silva, et al., 1996)
$^{128}\text{Te}-^{128}\text{Xe}$	0,972	0,727	0,999	0,190	0,025	(Bernatowicz, et al., 1992)
$^{130}\text{Te}-^{130}\text{Xe}$	0,750	0,587	0,765	0,148	0,017; 0,032	(Bernatowicz, et al., 1992) (Takaoka, et al., 1996)
$^{150}\text{Nd}-^{150}\text{Sm}$	0,774	0,647	0,654	0,173	0,070	(De Silva, et al., 1996)

Teorik değerlerle deneysel değerler arasındaki farkı kısmen gidermek için:

1. Ana ve ürün çekirdeklerin taban durumlarının farklı deformasyona sahip olduklarını göz önüne almak;
2. Nükleonlar arasında yük değişimli spin-spin kuvvetlerinin parçacık-parçacık kanalında göz önüne almak;
3. (3.44) Seküler Denkleminin tüm köklerinin bulunmaması nedeniyle ÇME'leri Rezidü Teorisine dayanarak hesaplamak;
4. Ana ve ürün çekirdeklerin taban durumlarının aynı olmamasını da göz önüne alarak çalışmalar yapılabilir.

Radyasyonun keşfedildiği 20. yüzyılın başlarından beri atom ve atom çekirdeğinin yapısı yoğun bir şekilde incelenmektedir. Nükleer enerjinin kaynağı olan atom çekirdeğini inceleyen Nükleer fizik alanındaki bu tezin atom ve moleköl fiziği, kuantum fiziği ve nükleer fizik alanında çalışan fizikçiler için faydalı bir kaynak olacağını düşünüyöruz.

KAYNAKLAR DİZİNİ

Arnold, R., et al., 1996, Z. Phys. C., 72, 239 p.

Arnold, R., Augier, C., Baker, J., Barabash, A., Blum, D., Brudanin, V., Caffrey, A.J.,
Campagne, J.E., Caurier, E., 1998, Double- β decay of ^{82}Se , Nucl. Phys. A., 636, 209 p.

Aygör, H.A., 1996, Deforme Tek Çekirdeklere Yük Alış-Verişli Spin-Spin Kuvvetlerinin
Gamow-Teller β Geçiş Hızına Etkisi, Yüksek Lisans tezi Celal Bayar Üniversitesi Fen
Bilimleri Enstitüsü, Manisa, 62 s.

Balayev, T.M., Kuliev, A.A., Salamov, D.I., 1990, Izv, ANSSR Ser. Phys., c53, 2140 p.

Balysh, A., De Silva, A., Lebedev, V.I., Lou, K., Moe, M.K., Nelson, M.A., Piepke, A.,
Pronskiy, A., Vient, M., Vogel, A.P., Double beta decay of ^{48}Ca , 1996, Phys. Rev.
Lett., 77, 5186 p.

Belyayev, V.B., Zahariyev, B.N., 1958, J. Exp. Teo. Phys., c34, 505 p.

Bernatowicz, T., T., Brannon, J., Brazzle, R., Cowsik, R., Hohenberg, C., Podosek, F., Neutrino
mass limits from a precise determination of *beta beta* -decay rates of ^{128}Te and ^{130}Te ,
1992, Phys. Rev. Lett. 69, 2341 p.

Bohr, A. and Mottelson, B.R., 1969, Nuclear Structure Volume I Single Particle Motion,
New-York, W.A. Benjamin Inc., 395-414

Cheoun, M.K., Bobyk, A., Faessler, A., Simkovic, F. and Teneva, G., 1993, Nucl. Phys. A.,
561, 74 p.; Cheoun, M.K., Bobyk, A., Faessler, A., Simkovic, F. and Teneva, G., 1993,
Nucl. Phys. A., 564, 329 p.; Cheoun, M.K., Bobyk, A., Faessler, A., Simkovic, F. and
Teneva, G., Total Gamow-Teller strength, ground-state correlations and sum rules in
QRPA with neutron-proton pairing, 1993, Nucl. Phys. A., 587, 301 p.

Ching, C., Ho, T. and Wu, X., 1989, Operator expansion method and the double beta decay of
 ^{48}Ca . Phys. Rev. C., 40, 304 p.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

Civitarege, O., Faessler, A. and Tomoda, T., 1987, Phys. Lett. B., 194, 11 p.

Doi, M., Katani, T. and Takasugi, E., 1985, Double beta decay and majorana neutrino, Prog. Theor. Phys. (Supp.), 83, 1-175

De Silva A., et al., 1996, Z. Phys. C., 72, 239 p.

De Silva, A., Moe, M.K., Nelson, M.A., and Vient, M.A., Double beta decays of ^{100}Mo and ^{150}Nd , 1997, Phys. Rev. C., 56, 2451 p.

Fayens, S.A. and Khodel V.A., 1977, J.Phys. G., 3, 359 p.

Furry, W.H., 1939, On transition probabilities in double beta disintegration, Phys. Rev., 56, 1184p.

Goeppert Mayer, M., 1935, Double beta disintegration, Phys. Rev., 48, 512 p.

Günther, M., Hellmig, J., Heusser, G., Hirsch, M., Klapdor-Kleingrothaus, H.V., Maier, B., Päs, H., Petry, F., Ramachers, Y., Strecker, H., Völlinger, M., Balysh, A., Belyaev, S.T., Demehin, A., Gurov, A., Kondratenko, I., Kotel'nikov, D., and Lebedev, V.I., 1997, Heidelberg-Moscow beta beta experiment with ^{76}Ge : Full setup with five detectors, Phys. Rev D., 55,54 p.

Haxton, W.C. and Stephenson, G.J., 1984, Double beta decay, Progr. Part. Nucl. Phys., 12, 409-479

Huffman, A.H., 1970, Nuclear matrix elements in the double beta decay $\text{Te}^{130} - \text{Xe}^{130}$, Phys. Rev. C., 2, 742-747

Kawashima, A., Takahashi, K. and Masuda, A., 1993, Geochemical estimation of the half-life for the double beta decay of ^{96}Zr , Phys. Rev. C., 47, 2452 p.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

Khodel, V.A., 1970, Russian Nucl. Phys. (Y.F.), 12, 916 p.

Khodel, V.A., 1974, Russian Nucl. Phys. (Y.F.), 20, 317 p.

Kuliev, A.A., Selam, C., Küçük bursa, A., Aygör, H.A., Bircan, H., 2001, Nuclear Matrix Elements of Double Beta Decay In Deformed Nuclei, Book of Abstracts First Hellenic-Turkish International Physics Conference, Bodrum-Kos., 113 p.

Leander, G., Private communication see e.g. Cerkasski, M., Dudek, J., Szymanski, Z., Andersson, C.B., Leander, G., Aberg, S., Nilsson, S.G. and Ragnarsson, I., 1977, Phys. Lett. B., 70, 9p.; Dudek, J., Nazarewicz, W. and Faessler, A., 1984, Nucl. Phys. A., 412, 61 p.

Majorana, E., 1937, Nuovo Cimento, 14, 171p.

Möller, P., Nix, J.R., Myers, W. D. and Swiatecki, W.J., 1995, Atomic Data Nucl. Data Tables 59, 85-381 p.; Möller, P., Nix, J.R. and Kratz, K.L., 1997, Atomic Data Nucl. Data Tables 66, 131 p.

Muto, K., Bender, E. and Klapdor, H.V., 1988, Z. Phys. A., 334, 177 p.

Muto, K. and Klapdor H.V., 1988, Double beta decay, neutrino mass and nuclear structure, MPI H, 28, 1-47

Nemirovsky, P.E., 1960, Contemporary models of atomic nucleus, Atomizdat, Moscow.

Primakoff, H., 1951, Angular correlation of electrons in double beta-decay, Phys. Rev., 85, 1954, 888 p.

Primakoff, H. and Rosen, S.P., 1969, Nuclear double-beta decay and a new limit on lepton nonconservation, Phys. Rev., 184, 1925 p.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

Racah, G., *Nuovo Cimento*, 1935, 14, 327 p.

Raduta, A.A., Faessler, A., Stoica, S. and Kaminski, W.A., 1991, *Phys. Lett. B.*, 254, 7 p.

Selam, C., Küçükburşa, A., Aygör, H.A., Bircan, H., "Deformasyonlu Çekirdeklere Çift Beta Bozunumu", 2001, Türkiye Atom Enerjisi Kurumu 1. Ulusal Parçacık Hızlandırıcılar ve Uygulamalar Kongresi, TAEK, Ankara.

Simkovic, F., Pantis, G., Faessler, A., 1997, Two-neutrino double beta decay: Critical analysis, arXiv: nucl.-th/9711060; 1998, *Prog. Part. Nucl. Phys.* 40 p

Simkovic, F. and Pantis, G., 1998, *Czech. J. Phys. B*, 48, 235p.; Simkovic, F. and Veselsky, M., 1998, *Czech. J. Phys. B*, 48, 245p.

Skouras, L.D. and Vergados, J.D., 1983, 28, 2122 p.

Sleev, L.A., 1950, *J. Exp. Theo. Phys.*, 20 1035 p.

Soloviev, V.G., 1976, *Theory of Complex Nuclei*, Pergamon Press, Oxford, 16-25

Takaoka, N., Motomura, Y., and Nagao, K., 1996, Half-life of ^{130}Te double-beta decay measured with geologically qualified samples, *Phys. Rev. C.*, 53, 1557 p.

Toivanen, T. and Suhonen J., 1995, Renormalized proton-neutron quasiparticle random-phase approximation and its application to double beta decay, *Phys. Rev. Lett.*, 75, 410 p.;
Toivanen, T. and Suhonen J., 1997, Study of several double-beta-decaying nuclei using the renormalized proton-neutron quasiparticle random-phase approximation, *Phys. Rev. C.*, 55, 2314 p.

Tomoda, T., et al., 1986, *Nucl. Phys. A.*, 452, 59 p.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

- Turkevich, A.L., Economou, T.E. and Cowan G.A., 1991, Double-beta decay of ^{238}U , Phys. Rev. Lett., 67, 3211 p.
- Varshalovich, D.A., Moskalev, A.N., Khersonskii, V.K., 1975, Quantum Theory of Angular Momentum, NAUKA, Leningrad, 405 p.
- Vergados, J.D., 1976, Double beta-decay nuclear matrix elements and lepton conservation Phys. Rev. C., 13, 865 p.
- Vogel, P., 1985, Nuclear structure and double beta decay: Two neutrino mode. Phys. Rev. C., 32, 1362 p.
- Vogel, P. and Zirbauer M.R., 1986, Suppression of the two-neutrino double-beta decay by nuclear-structure effects, Phys. Rev. Lett. 57, 3184 p.
- Vogel, P., 1986, Phys. Rev. Lett., 57, 3148 p.; Vogel, P., 1988, Phys. Rev. C., 37, 731 p.
- Vogel, P., 2000, Double Beta Decay: Theory, Experiment and Implications, arXiv:nucl-th/0005020.
- Wigner, E. P., 1933, Phys. Rev., 43, 252 p.; Wigner, E. P., 1933, Z. Physik, 83, 253 p.
- Zamick, L. and Auerbach, N., 1982, Nilsson-pairing model for double beta decay, Phys. Rev. C., 26, 2185.
- Zeldovich, Y.B. et al., 1954, UFN, 3, c54, 361 p.