KANTİTATİF KARAR VERME TEKNİKLERİNDEN DOĞRUSAL PROGRAMLAMA VE MAKSAN A.Ş.'DE BİR UYGULAMASI

Mehmet AYTEKİN

CUMHURİYET ÜNİVERSİTESİ

SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ

Lisansüstü Eğitim-Öğretim ve Sınav Yönetmeliğinin

İşletme Amabilim Dalı-Sayısal Yöntemler Bilim Dalı İçin Öngördüğü

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Olarak Hazırlanmıştır.

TEZ DANIŞMANI

Yrd. Doç. Dr. Sait PATIR

Eylül-1996

SİVAS

Sosyal Bilimler Enstitüsü'ne

İş bu çalışma, jürimiz tarafından İşletme Anabilim Dalı'nda Yüksek Lisans Tezi olarak kabul edilmiştir.

Başkan: ....

Üye: ....

Üye: ....

Onay

Yukarıdaki imzaların, adı geçen öğretim üyelerine ait olduğunu onaylarım.

.../.../1996

.........(imza).......

Enstitü Müdürü

ÖZET

Bu tez çalışmasında, öncelikle kantitatif karar verme tekniklerinden genel olarak bahsedilmiş, sonra bu tekniklerden en çok kullanılan doğrusal programlama tekniği geniş bir şekilde açıklanmıştır. Daha sonra bir uygulama ile, teorik bilgiler pratikte de uygulanmıştır. Çalışmamız üç bölümden oluşmaktadır. Birinci bölümde; yöneylem araştırmasının tarihi gelişimi, temel özellikleri ve temel aşamaları kısaca anlatılmıştır. İkinci bölümde; yöneylem araştırması yöntemlerinden doğrusal programlama tekniğinin tanımı, öğeleri ve varsayımları incelenmiş, sonra doğrusal programlama çözüm tekniği örneklerle adım adım anlatılmıştır. Ayrıca, bu bölümde 'dualite' kavramı ve duyarlılık analizi konusuna da yer verilmiştir. Son bölümde ise; MAKSAN A.Ş. tanıtılmış ve bu işletmede maksimum kârı sağlayacak ürün karması tespiti için doğrusal programlama programı modeli oluşturularak, bu model QSB paket programı ile bilgisayarda çözülmüştür.Bulunan sonuçlara göre ilgili işletmeye birtakım teklif ve önerilerde bulunulmuştur.

ABSTRACT

This thesis is spesifically about linear programming which is one of the technics of quantitative decision making. An application of this theorical model is used in a company. This study is consisted of three chapters. In the first chapter, the historical development of operation research and its main elements are briefly mentioned. In the second chapter, the definition, elements and hypotheses of linear programming are examined, and its solution techniques are described step by step trough examples. Besides, in this chapter, the subject about duality concept and sensitivity analysis are also taken part. In the last chapter, MAKSAN A.Ş., where the application of the study is taken part, is described, and in this company linear programming model is served for attaining the best product mix which provides profit maximisation. For the resolution of the model QSB package programme is used. In the conclusion, this study offers some recommendation for the company concerned.

TABLOLAR LİSTESİ

ŞEKİLLER LİSTESİ

İÇİNDEKİLER

BÖLÜM III

GİRİŞ

Maliyetleri artıran en önemli faktörlerden birisi, kaynakların optimal kullanılmamasıdır. Dolayısıyla, günümüzün sert ve acımasız rekabet ortamı içerisinde işletmelerin varlıklarını sürdürebilmeleri, üretimlerini aksatmadan devam ettirmeleri ve kârlılıklarında sürekliliğin temini için kaynakların etkin bir şekilde nasıl kullanacağının bilinmesi büyük önem taşımaktadır.

İşletmeler, kaynaklarını amaçları doğrultusunda etkin ve verimli bir şekilde kullanabilmeleri, isabetli ve yerinde karar almalarına bağlıdır. Bu kararların alınması ve alınan kararların uygun yöntemlerle geliştirilmesine ise kantitatif karar verme teknikleri sağlamaktadır. Doğrusal programlama özellikle günümüzde çok yaygın bir kullanım alanına sahip olup, bu tekniklerden birisidir.

Bu çalışmada, doğrusal programlama yöntemi kullanılarak MAKSAN A.Ş.'de üretim kaynaklarının optimal şekilde kullanılmasının tespit edilmesine ve yıllık en ideal üretim planının belirlenmesine çalışılmıştır.

Bu çalışma üç bölümden oluşmaktadır.

Çalışmanın birinci bölümünde, yöneylem araştırmasının tanımı, tarihi gelişimi, genel özellikleri ve temel aşamaları hakkında teorik bilgiler verilmiştir.

İkinci bölümde, çalışmamızın ana temasını teşkil eden doğrusal programlama geniş bir şekilde anlatılmış, çözüm teknikleri örnek problemlerle adım adım açıklanmıştır.

Üçüncü ve son bölümde ise, önce MAKSAN A.Ş. tanıtılmış, sonra üretim prosesi bölümlerinin faaliyetleri tespit edilmiştir. Ardından, işletmenin genel kapasitesi dikkate alınarak sınırlayıcıları belirlenmiştir. Daha sonra, kârı maksimum edecek ürün karması modeli geliştirilip, bilgisayarda QSB paket programı ile çözülmüştür. Elde edilen sonuçlar, teorik bilgilerle yorumlanarak teklif ve öneriler olarak işletme yetkililerine sunulmuştur.

BÖLÜM I

1. YÖNEYLEM ARAŞTIRMASI

1.1 YÖNEYLEM ARAŞTIRMASININ TANIMI

İşletmelerde karar vermede kullanılan kantitatif karar verme teknikleri, yöneylem araştırması olarak bilinmekte olup .[1] bugün için herkes tarafından genel kabul görmüş bir tanımı yoktur.

Yöneylem Araştırması (Operations Research) veya Yönetim Bilimi (Management Science) sahası, özel veya kamu organizasyon yöneticilerinin çözmek zorunda oldukları problemler için kantitatif teknikler geliştirilmesi ve uygulaması ile ilgilidir.[2]

Yöneylem Araştırması eldeki mevcut sınırlı kaynaklarla karar verme problemlerinde en iyi kararın verilmesini sağlayan bir bilimdir. Yöneylem araştırması karar verme problemlerine matematiksel modeller kullanarak çözüm sağlamaktadır.[3]

Yöneylem Araştırması, örgütün bütünleşik amaçlarına en iyi uyum sağlayacak biçimde, organize sistemlerin (insan-makine) kontrol edilebilir problemlerinin çözümde disiplinler arası ekiple, bilimsel yöntem uygulamasıdır.[4]

Yöneylem Araştırması kıt kaynakların tahsisini içine alan sistem yönetimine bilimsel yaklaşımdır. Sistemin kantitatif modeli; amaçların tahmini, kontrolü ve optimizasyonu ile gelişir.[5]

---

[1] Mahmut TEKİN, **Kantitatif Karar Verme Teknikleri**, Akça Ofset, Konya, 1992, s.1.

[2] Osman HALAÇ, **Kantitatif Karar Verme Teknikleri (Yöneylem Araştırması)**,İstanbul Üniv. İşl. Fak. Yay., 3. Baskı, İstanbul 1991, s. 10.

[3] Hamdy A. TAHA, **Operations Research-an Introduction**, Third Edition Macmillan Publishing Co., 1982, s.2.

[4] H. Öner ESEN, **İşletme Yönetiminde Sistem Yaklaşımı**, İ.Ü. Rektörlük Yayın No: 3.352, İşletme Fakültesi Yayın No: 174, Bayrak Matbaacılık İstanbul, 1985, s. 28

Yöneylem Araştırması'nın daha kapsamlı bir tanımı İngiliz Yöneylem Araştırması Derneği (British Operational Research Society) tarafından yapılmıştır. Halim Doğrusöz tarafından bu tanımın serbest çevirisi şöyle yapılmıştır: "Yöneylem Araştırması; insan, makine, para ve malzemeden oluşan, endüstriyel, ticari, resmi ve askeri sistemlerin yönetiminde karşılaşılan problemlere, modern bilimin bir saldırısı (attack) dır. Belirgin yaklaşımı sistemin, şans ve risk ölçüsünü de içeren ve alternatif karar, strateji ve kontrollerin sonuçlarını tahmin ve karşılaştırmaya yarayan, bilimsel bir modelini geliştirmektedir. Amacı, yönetimin politika ve eylemlerinin bilimsel olarak saptanmasına yardımcı olmaktır."[6]

1.2 YÖNEYLEM ARAŞTIRMASININ TARİHİ GELİŞİMİ VE TÜRKİYE'DE YÖNEYLEM ARAŞTIRMASI

1.2.1 Yöneylem Araştırmasının Tarihi Gelişimi

Yöneylem Araştırmasının başlangıcını belirlemek oldukça güç olmasına rağmen; genel kabul gören görüş, kavramın ilk kez İngiltere'de II. Dünya Savaşı sırasında resmen kullanıldığıdır.

Yöneylem Araştırmasının doğuşu hakkında Chu-chman, Ackoff ve Arnoff'un 1957 yılında birlikte yayınladığı eserinde şöyle demektedir: "Hiçbir bilim belli bir günde doğmamıştır. Her bilim bir grup problemlere artan alaka ile yakınlaşma ve bu problemlere uygun bilimsel yöntemler, teknikler ve araçlar geliştirmekle ortaya çıkar.[7]

Yöneylem Araştırmasına temel teşkil eden ilk çalışma[8]; 1937 yılında bir grup İngiliz bilim adamının yeni geliştirilen radarların etkin olarak nasıl kullanılacağının tesbiti amacıyla yaptıkları çalışma olup ve bu konuda çalışan bilim adamları, ilk Yöneylem Araştırması Grubu olarak kabul edilmektedir.

---

[5] Michel WILKES, **Operational Research, Analysis and Applications**, McGraw-Hill Book Comp. London, 1989.
[6] Halim DOĞRUSÖZ, **Türkiye'de Yöneylem Araştırması**, Yöneylem Araştırması Bildiriler 75, (Düzenleyenler: Muhittin Oral ve Ünver Çınar) TÜBİTAK Marmara Araştırma Enstitüsü Matbaası: 1976, s.6.
[7] C. West CHURCMAN, Russell I. ACKOFF, B. Leonard ARNOFF, **Introduction to Operations Research**, John Wikey and Sons. Inc. Newyork 1957, s. 3.
[8] Robert J. THAERAUF, **An Introductory Approach To Operations Researcah**, A. Wiley/Hamilton Publication, 1978, s.4-5.

Bu grubun kuruluşundan çok kısa bir süre sonra Uçaklar Birliği Araştırma Grubu 1940 yılında kurulur. Başına tanınmış fizikçi P. M. S. Blackett getirilir.[9] Blackett'in grubunda üç fizyolog, iki teorik fizikçi, bir genel fizikçi, bir astrofizikçi, iki matematikçi, bir subay ve bir sürveyan bulunmaktaydı. Bu grup sonraları genişlemiş ve 1941 yılında İngiliz Kara ve Deniz Kuvvetleri'nde de araştırma grupları oluşmasını sağlamıştır.

Nobel Ödül'lü İngiliz fizikçisi Blackett'in başkanlığındaki Uçaksavar Birliği Araştırma Grubu'nun temel amaçlarından biri; savaşın bir parçası olarak yürütülen askeri harekata bilimsel yöntemlerin uygulanması ile radar aygıtları, kontrol birimleri ve havadaki savaş uçaklarından oluşan üçlü bir sistem arasındaki bilgi alışverişinin sağlanması idi. Bilim adamları böylece teknik problemlerle birlikte, bilgi akımı ve organizasyon konuları ile ilgilenmeye başladılar. Böylece Yöneylem Araştırması savunma sisteminin tüm bölümlerine yayılmaya başlamıştır.

II. Dünya Savaşı sonrasında özellikle İngiliz ve Amerikan Silahlı Kuvvetleri'nde güçlenen Yöneylem Araştırması birimleri 1950'li yıllara kadar büyük ölçüde askeri problemlere çözüm aramışlardır. İngiltere'de 1950'li yılların ikinci yarısında Yöneylem Araştırması konusunda hızlı bir gelişme başlamıştır. Birçok endüstriyel kuruluşta Yöneylem Araştırması birimleri kurulmuş ve bu birimlerde çok sayıda araştırmacı görev almıştır.[10]

Yöneylem Araştırması, askeri alanda başarılı bir şekilde uygulandıktan sonra sanayi işletmelerinde karşılaşılan problemlerin çözümünde de etkili ve kesin çözümler sağlamıştır.[11] Yöneylem Araştırması, F. Taylor ve diğer bilim adamlarınca başlatılan "İşletme Yönetimine Bilimsel Yaklaşım" ile birlikte işletmelerde uygulanmış ve başarılı sonuçlar elde edilmiştir.

Yöneylem Araştırmasının işletmelerde uygulanması hızlı bir gelişme göstermiştir. Bu hızlı gelişmede iki temel faktör rol oynamıştır:[12]

---

[9] THAERAUF, a.g.e., s. 5.

[10] Atilla SEZGİN-Erhan ADA, **İşletmeler İçin Yöneylem Araştırması**, Türk Pazarlama Vakfı Eğitim ve Araştırma Enstitüsü Yay., Ankara, 1991, s. 4

[11] Mitchell BEAZLEY, **Operational Research-Quantitative Decision Analysis**, Core Business Studies, 1983, s.35.

[12] Hüseyin ÖZGEN, **Yöneylem Araştırması**, Adana İ. T. İ. A. Müh. Y.Ö. Yayını, Ankara: 1977, s. 1.

Biri; Doğrusal Programlama, Doğrusal Olmayan Programlama, Dinamik Programlama, stok modelleri gibi matematiksel programlama tekniklerinin geliştirilmiş olmasıdır.

Diğeri; bilgisayar teknolojisindeki gelişme ve buluşların, yöneylem araştırmasını işletmelerde karşılaşılan çok boyutlu karar verme problemlerinin çözümüne imkan verecek şekilde geliştirilmesidir.

Günümüzde yöneylem araştırması; başta işletme ve iktisat bilimleri olmak üzere birçok bilim alanında uygulamalı olarak yaygın bir şekilde kullanılmaktadır.

1.2.2 Türkiye'de Yöneylem Araştırması

Türkiye'de Yöneylem Araştırması çalışmalarının başlaması ve gelişmesi diğer ülkelerde olduğu gibi askeri alanda olmuştur. İlk Yöneylem Araştırması Grubu 1956'da, Genel Kurmay İlgi İstişare ve Geliştirme Kurulu Başkanlığı'na bağlı olarak, 1 Haziran 1956'da kurulmuştur.[13] Daha sonra bu grubun adı, Araştırma ve Geliştirme Başkanlığı (ARGE) olarak değiştirilmiştir.

Ülkemizde ordu dışında ilk yöneylem araştırması ekibi ise, Türkiye Bilimsel ve Teknik Araştırma Kurumu'nda, 1 Eylül 1965 tarihinde altı kişilik bir kadro ile faaliyete başlayan Yöneylem Araştırması Ünitesi olmuştur.[14] Bu birim halen Marmara Bilimsel ve Endüstriyel Araştırma Enstitüsü'ne bağlı olarak çalışmalarını sürdürmekte ve çok sayıda endüstriyel kuruluşa uygulamalı araştırmalar yapmaktadır.

Üniversitelerde yöneylem araştırması konuları, ilk kez İstanbul Teknik Üniversitesi'nde anlatılmaya başlanmıştır. Daha sonra 1964-1965 öğretim döneminde, Orta Doğu Teknik Üniversitesi Matematik Bölümü öğrencilerine Doğrusal Programlama ve Dinamik Programlama dersleri verilmeye başlanmıştır. Sonraki yıllarda diğer yüksek öğretim kurumlarında temel ders olarak verilmeye başlanmıştır.[15]

---

[13] DOĞRUSÖZ, a.g.e., s. 14.

[14] Alptekin ESİN, **Yöneylem Araştırmasında Yararlanılan Karar Yöntemleri**, Gazi Üniversitesi Yayınları, No: 126, 3.Baskı, Ankara, 1988, s. 2.

[15] İmdat KARA, **Yöneylem Araştırmasının Yönetimbilimi**, Anadolu Üniv. Yay, Eskişehir, 1985, s. 9.

Türkiye'de ilk Yöneylem Araştırması Derneği TÜBİTAK öncülüğünde 1974 yılında kurulmuştur. Dernek bugüne kadar 7 bilimsel kongre ve bunlara ilişkin birçok bildiriler yayınlamıştır. Bu kongrelerden ilki 1975 yılında Boğaziçi Üniversitesi'nde düzenlenmiştir.

Ülkemizde yöneylem araştırması özellikle bilgisayarın kullanılması ile birlikte birçok alanda yaygın olarak uygulama alanı bulmuş ve uygulanmaya gelişerek devam etmektedir.

1.3 YÖNEYLEM ARAŞTIRMASININ AMACI

Yöneylem araştırmasının amacı, karar organının karar vermesine yardımcı olması açısından iki grupta toplanabilir:[16]

a) İnsan-makine sistemlerinin yapısını ve davranışlarını inceler ve açıklar.

b) Bu sistemlerin amaç ve hedeflerine uygun yönetim ve kontrollerine ilişkin karar verme sorunlarını çözümlemek veya bunun için yöntemler ve teknikler geliştirmektedir.

Yöneylem araştırmasının amaçlarını yapılan tanımlar çerçevesinde şu şekilde sıralayabiliriz:

-Belirlenen problem için mümkün olan çözümlerin bulunması,

-Mümkün çözümlerin, etkinlik derecelerine göre sıralanması,

-Sistemlerin hedeflerine uygun yöntemlerin ve kanunların bulunması, tespit edilmesi,

-Sistemin faaliyetlerinin kontrol altına alınması,

-Sistemin amaçları, değişkenleri, kaynakları, kısıtları arasındaki ilişkinin belirlenmesi.

[16] ESİN, a.g.e., s. 3.

1.4 YÖNEYLEM ARAŞTIRMASININ TEMEL ÖZELLİKLERİ

1.4.1 Sistem Yaklaşımı Özelliği

Sistem yaklaşımının en belirgin özelliği "bütüne" yönelik olmasıdır.[17] Bir başka deyişle, yöneylem araştırmasında problemler belirli bir sistem çerçevesinde bir bütün halinde sistem yaklaşımıyla çözülmeye çalışılır.

Sistem yaklaşımı veya bütünleşik yaklaşım yöneylem araştırmasının değişik aşamalarında göz önünde tutulması gereken önemli bir özelliktir.[18]

Sistemi, ortak bir amaca hizmet için ortak plana bağlı ve çoğunlukla aynı bölümlerin oluşturduğu, karmaşık yanları ve sorunları olan bir bütün olarak tanımlamak doğru olacaktır.[19] Bu tanıma göre; bir ülke ekonomisi, işletme, işletmenin bölümleri bir sistemdir. Ancak işletme içinde bulunduğu sektör veya sanayi itibariyle düşünüldüğünde bir alt sistem olmaktadır. Diğer yönden işletme yalnızca bir sistem olarak ele alınırsa, işletmenin üretim, pazarlama, finansman ve personel gibi fonksiyonları bir alt sistem olarak düşünülmektedir.[20]

Sistem yaklaşımı, karmaşık sistemlerin analizi için sistem kademelerini belirleyerek, sistemin alt sistemler yoluyla incelenmesine imkan vermektedir. Sistem yaklaşımı, sistemin amaçlarının belirtilmesini alt sistemlerin teşhisi ve sistem amaçlarının gerçekleştirilmesi üzerinde durmaktadır. Ayrıca kaynakların neler olduğunu ve hangi sınırlarla karşılaşıldığını da incelemektedir.[21]

Sistem yaklaşımı ele alınan olayın yapı ve bağlantılarını araştırır. Bu amaçla işletmenin faaliyet gösterdiği çevre ve çıktıları araştırmaya tâbi tutularak hareket edilir. Sistemin incelemesi yapılarak ve sistemin muhtemel davranışı tespit edilerek çıkabilecek aksaklıklar belirlenir. Problem ve problemin ortaya çıkmasına neden olan sebepler tespit edilir. Daha sonra problemi en uygun bir biçimde çözebilecek çözüm

---

[17] Atilla SEZGİN, **Yönetimde Planlama Kontrol ve Karar Verme Aracı Olarak Elektronik Bilgi İşlem Makinalarına Dayalı Yönetim Bilgi Sistemleri**, Kalite Matbaası, Ankara: 1974, s. 45.

[18] SEZGİN-ADA, a.g.e., s. 7.

[19] Hulusi DEMİR, **Üretim Yönetimi**, Aydın Yayınevi, 3. Baskı, İstanbul: 1988, Cilt I, s. 17.

[20] Hüseyin ÖZGEN, **Üretim Yönetimi**, Bizim Büro Basımevi, Adana: 1987, s. 25.

[21] Selim ŞEN, **Kantitatif Teknikler (Çözümleme Yöntemleri)-Sistem Analizi Açısından İşletme Yönetimi**, Son Matbaası, Ankara. 1980, s. 5.

yolları geliştirilir.[22] Geliştirilen çözüm yolları bir takım hipotezlere dayanılarak test edilir ve sonuçları müsbet ise uygulamaya geçilebilir.

1.4.2 Disiplinlerarası Yaklaşım Özelliği

Disiplinlerarası yaklaşım, sistem yaklaşımının zorunlu bir bütünleyicisidir. Çünkü ele alınan bir sistemi bir bütün olarak görmenin ön koşulu ve aynı zamanda gerekli sonucu, o sistemin üzerine farklı görüş açılarını yöneltmektir. Bu ön koşulu, disiplinlerarası yaklaşım ilkesi sağlar. Disiplinlerarası yaklaşımın temel düşüncesi, incelenen sorun üzerine değişik görüş açılarını yöneltmektir. Probleme tek bir bilim dalının görüş açısı ile bakmak önyargılı ve gerçek dışı sonuçlara vardırabilir.[23]

Herhangi bir sorunu Yöneylem Araştırması yöntemleriyle çözmek için bir araştırma ekibinin oluşturulması gerekir. Yöneylem Araştırmasının temel özelliklerinden biri de disiplinlerarası ekip çalışması biçiminde olmasıdır. Çünkü, problemi her yönüyle görebilmek, dolayısıyla doğru çözüme ulaşabilmek için, yöneylem araştırması çeşitli bilim dallarında uzman araştırmacılardan yararlanır. Bu nedenle, yöneylem araştırması problemlerini yürütecek araştırmacı ekiplerinin de değişik branşlardaki kişilerden oluşması arzulanır. Örneğin, ünlü bir yöneylem araştırmacısı olan Mc Closkey'e göre "II. Dünya Savaşı esnasında yöneylem araştırmasının başarılarının ana nedeni, ekip üyelerinin çeşitli ilim adamlarından oluşturulması ve üyelere verilmiş olan ilmi serbestliktir" der. Yöneylem araştırmasının bu özelliğine disiplinlerarası yaklaşım özelliği denir.[24]

Disiplinlerarası yaklaşım; ele alınacak problemin çevresi ve şartlarına göre bütün bütün disiplinlerden yararlanarak bir ekip çalışması yapılmasını ve böylece en iyi çözümün bulunmasını hedefler.

1.4.3 Bilimsel Yöntemlerle Yaklaşım Özelliği

Bir bilimsel disiplinin bir probleme getirdiği çözümün kabul edilebilmesi veya her şeyden önemlisi bilimsel nitelikte olabilmesi için, bilimsel yöntemi uygulaması

---

[22] TEKİN, a.g.e., s.4.
[23] Halûk ERKUT, **Bilimsel Evrim ve Sistem Bilimleri**, Yöneylem Araştırması VII. Ulusal Kongresi, İstanbul: 1948.
[24] ESİN, a.g.e., s. 4.

gerekir.[25] Yöneylem araştırmasının probleme yaklaşımı, problemi sistem olarak ele alır ve bunu bir modele dönüştürür. Sonra model içindeki ilişkileri etüt etmesinden kaynaklanarak çözüme kavuşturulmasını sağlar.

Bilimsel yaklaşım, işletme yönetiminde karşılaşılan problemleri düzenli olarak inceleme, ölçme işlemleri için izlenecek adımları ve metotları gösterir. Bilimsel yaklaşım belirli bir kanunun sistematik olarak ele alınarak incelenmesini öngörmektedir. Yöneylem araştırmasında bilimsel yaklaşım, yöneylem araştırmasının temel aşamalarını meydana getirmektedir.

Yöneylem araştırması için geliştirilen yöntem konusunda tam bir görüş birliği olmasına rağmen, bugün genel kabul görmüş yöneylem araştırması yöntemi aşağıdaki aşamalarda oluşturulabilir:[26]

1. Problemin tanımı

2. Model geliştirilmesi

3. Modelin çözümü

4. Modelin ve çözümün değerlendirilmesi

5. Çözümün uygulanması

1.5 YÖNEYLEM ARAŞTIRMASININ TEMEL AMAÇLARI

1.5.1 Problemin Tanımı

Problemin tanımlanması; üzerinde çalışılan sistemin elemanlarının özelliklerinin bilinmesi, sistemi meydana getiren elemanların birbirleriyle olan ilişkileri, çevre şartları, ulaşılmak istenilen amaçlar, alternatif çözüm yolları gibi konularda bilgi edinilmesini gerektirir. Problemin formülasyonu sırasında çevre ve karar ortamının çok iyi bilinmesi zorunludur.[27] Yöneylem araştırma grubu, problemi analiz ederken, problemin ayrıntılarına girmeden önce karar verici (karar organı) ile

---

[25] Leonard J. GARNETT- Milton SILVER, **Production Management Analysis**, 2.Baskı, Harcourt Brace Joranovich Inc., NewYork, 1973, s. 60.
[26]CHURMAN, a.g.e., s. 13; DOĞRUSÖZ, a.g.e., s. 13; ESİN, a.g.e., s. 4; KARA, a.g.e., s. 57.
[27] TEKİN, a.g.e., s. 4-5.

ilişki kurar. Karar vericiler yardımıyla; işletmenin amaç ve hedeflerinin bilinmesi, işletmenin veya sistemin tanınması ve dolayısıyla problemin tanımı kolaylaşır.

Problemin tanımı aşaması; problemi çevreleyen olaylar, görüşler ve problem belirtilerinin tespitine yöneliktir. Problemin tanımlanması aşamasında çalışmalara konu olan temel öğeler şöyle sıralanabilir:[28]

– Karar vericiler,

– Karar vericilerin amaçları,

– Karar değişkenleri,

– Parametreler,

– Kısıtlayıcılar,

– Seçenekler ve etkinlik ölçüsü.

Karar Vericiler: Problemi içeren sistemdeki eylemleri ve davranışları planlayan, örgütleyen, yönelten, denetleyen ve sapmaları düzeltici önlemlerin alınmasını sağlayan birey veya gruplara karar verici denir.[29] Çoğu zaman bir problemin ortaya atılması, belirlenmesi veya çözülme isteği karar vericiler nezdinde olmaktadır. Sistemin kanuni ve idari yapısına bağlı olarak karar vericilerin sayısı, durumu, yetki kapasitesi değişebilir.

Karar Vericilerin Amaçları: Bunlar sisteme yön veren ve hedefleri belirleyen temel değerlerdir. Karar vericilerin bazı amaçları, içerikleri ölçülebilir veya somut olarak belirlenebilir yapıdadır. Örneğin; kâr maksimizasyonu gibi. Öte yandan, kalitenin yükseltilmesi veya pazar payının arttırılması gibi bazı amaçlar ise sistemin belli davranışlarını ortaya koyabilmek bakımından karar verici tarafından saptanırlar.[30] Karar vericinin amaçları, sistemin tümünü dikkate alarak belirlenmektedir.

[28] Hans G. DAELLENBACH, John A. GEORGE, **Introduction to Operations Research Techniques**, Allyn and Bacon Inc., Boston 1978, s. 6.
[29] KARA, a.g.e., s. 67-68.
[30] SEZGİN-ADA, a.g.e, s. 13.

Karar Değişkenleri (Kontrol Edilebilen Değişkenler): Bu değişkenler karar vericinin kontrolünde olan ve değerleri karar verici tarafından belirlenebilen değişkenlerdir. Örneğin; kuruluş yeri, kapasitenin belirlenmesi, üretimde kullanılacak makineler, ürünlerin çeşitleri vb gibi.

Parametreler: Sistemde kontrol edilemeyen değişkenlere parametre denir. Parametreler belirli koşullarda belirli değerler alırlar ve karar vericilerin kontrolü dışındadırlar. Örneğin; üretim planlaması sırasında her bir mamulün sağlayacağı birim başına kâr, maliyet, mamule olan talep vb gibi.

Kısıtlayıcılar: Kısıtlayıcılar, ayrı bir eşitsizlik veya eşitlik takımı halinde ifade edilirler. Çünkü kısıtlayıcılar, kontrol edilebilen veya edilemeyen değişkenlerin ve ilgili parametrelerin birbiriyle olan ilişkilerinde sağlanması zorunlu olan ilişkilerin matematiksel ifadesidir.[31] Kısıtlayıcılara, sınırlayıcı şartlar da denilmektedir. Sınırlayıcı şartlar, problemin içinde bulunduğu ve çevre sistemlerinden kaynaklanan sınırlayıcı koşullara denir. Örneğin; kapasite, müşteri talebi, malzeme, para, insan vb gibi.

Seçenekler: Karar verilecek problemle ilişkili, karar vericinin doğrudan kontrolü altında ve amaçlara ulaşmasına katkı veren sistem ve çevredeki tüm eylemler, seçenekleri oluşturur.[32]

Etkinlik Ölçüsü: Söz konusu problemin amacını yansıtan ve karar değişkenleri ile parametrelerin bir fonksiyonu olarak belirlenen bir ölçüdür. İşletmenin toplam maliyeti, toplam kâr vb sonuçlar etkinlik ölçüsünü oluşturmaktadır.

Karar vericilerin bir eylemi seçebilmesi için etkinlik ölçüsüne gerek vardır. Etkinlik ölçüsü, seçeneklerin, karar vericinin amaçlarına ulaşmasındaki katkısını gösterir.

---

[31] M. Wagner HARVEY, **Principles of operations Research**, Prentice-Hall Inc. Englewood Cliffs. N. J., 1961.

[32] DAELENBACH, a.g.e., s. 7.

1.5.2 Model Geliştirilmesi

Model, gerçeğin basitleştirilmiş bir gösterimi olarak tanımlanabilir.[33] Model bir sistemi veya alt sistemin davranış gösterimidir. Araştırmaların çoğunda sistemin özelliklerini taşıyan bir model geliştirilerek model üzerinde, değişmelere karşı sistemin davranışı izlenir. Modeller bir takım varsayımlara dayanarak gerçeği mümkün olduğu kadar en iyi biçimde temsil edebilecek şekilde kurulur.

Yöneylem araştırmasında değişik tür ve nitelikte modeller kurulmakta ve kullanılmakta olmasına rağmen, genelde en çok kullanılan model sembolik (matematiksel) modeldir. Bu tür modellerle değişkenler ve parametreler çeşitli simgelerle ifade edilir.[34] Matematiksel model kurulurken şu hususlara dikkat edilmelidir.[35]

– Model sistemin veya karar organının amaçlarını en uygun bir biçimde temsil edebilen bir yapıya sahip olmalıdır,

– Model; gerçeği, mümkün olduğu kadar duyarlı ve uygun bir biçimde temsil etmelidir,

– Sistemin davranışına ve ilerleyişine çok az etkisi olan değişken ve parametreler dikkate alınmamalıdır,

– Modelin çözümü, mevcut teknikleriyle mümkün olabilmektedir,

– Model için gerekli verinin bulunması lazımdır,

– Sistemi basit ve kolay biçimde tanıtabilecek değişkenler tesbit edilmelidir. Modelin boyutu uygulanabilirlik ve yeterlilik bakımından optimal bir büyüklükte olmalıdır.

---

[33] Martin K. STARR, **Systems magement of operations**, Prentice-Hall Inc. Eglewood Clifffs, N. J. 1971, s. 3.
[34] ESİN, a.g.e., s. 5.
[35] TEKİN, a.g.e., s. 6.

Yöneylem araştırması çalışmalarında matematiksel model bir karar modeli olarak ifade edilir.[36] Karar modeli, verilerin kısıtlayıcı koşullar altında karar vericinin amaçlarına ulaşabilmesi için karar değişkenlerinin olabileceği değerleri belirler.

Bir matematiksel model genel olarak;

$M=f(X_i, Y_j)$

biçiminde ifade edilir. Matematiksel modelde:

$X_i : i=1, 2, 3, \ldots, n$	Karar değişkenleri
$Y_j : j=1, 2, 3, \ldots, n$	Parametreler
$E = f(X_i, X_i)$	Etkinlik ölçüsü

Kısıtlayıcılar= i, j, k (X_i, Y_i) i, j, k= 1, 2, 3, ... ,n karar modelinde yer alan "E" etkinlik ölçüsüne amaç fonksiyonu, X_i ve Y_j'ler arasında sağlanan r adet fonksiyonel ilişkide kısıtlayıcılar olarak tanımlanır.

1.5.3 Modelin Çözümü

Bir karar modelinin çözümü, E etkinlik fonksiyonu değerini, "r" adet kısıtlayıcı koşullar altında en iyi (optimum) yapan x_i değerlerinin bulunması olarak tanımlanabilir. Optimum çözüm ise amaç fonksiyonunun, istenen amaç doğrultusunda ve kısıtlayıcı koşullar çerçevesinde maksimum veya minimum değerinin bulunmasıdır.[37]

Yöneylem araştırmasında geliştirilen karar modellerinin değişik çözüm teknikleri bulunmaktadır. Genel olarak bu teknikler üç başlıkta toplanabilir:[38]

a) Matematiksel Çözüm: Matematiksel çözüm; analitik çözüm ve sayısal çözüm diye iki grupta toplanabilir.

[36] KARA, a.g.e., s. 92.
[37] SEZGİN-ADA, a.g.e., s. 16.
[38] Jones R. EMSHOFF, Roger L. SISSON, **Design and Use of Computer Simulation Modela**, Macmillan Publishing Co. Inc., N. Y. 1970, s. 7-8.

Analitik çözüm, sistemdeki karar değişkenlerinin durumlarının ve bunlar arasındaki ilişkilerin matematiksel simgelerle tanımlanabildiği karar modellerindeki çözümünü kapsar.

Analitik çözümün yetersiz veya imkansız olduğu karar modellerinde sayısal çözüm yolu seçilebilir. Sayısal çözüm yaklaşımının güzel bir örneği "ardışık sayısal çözümleme" tekniğidir. Ardışık sayısal çözümleme tekniğinde, karar değişkenlerinin bir başlangıç değerinden hareketle, amaç fonksiyonunun adım adım ardışık optimum değeri araştırılır. Simpleks metodu, ardışık sayısal çözümleme tekniklerinden birisidir.

b) Benzetim İle Çözüm: Karar modelinin değişkenlerinin tesadüfi olup matematiksel değerlendirilmesinin yapılamaması veya matematiksel modelin geliştirilemediği durumlarda uygulanır. Benzetim, aritmetik ve mantıksal süreçlerle temsil edilen bir sistem modeli üzerinde deneyler yapmak suretiyle optimum seçeneğin seçilmesini sağlayan bir tekniktir.

c) Yordamlama Yardımıyla veya Sezgisel Çözüm: Karar problemlerinin çözümünde yöneylem araştırması tekniklerinin yetersiz kalması halinde kullanılır. Yordamlama yardımıyla veya sezgisel çözümde, eylem seçenekleri belirlenir ve bunlar arasında en iyi kabul edilen seçenek uygulama yoluyla problem çözülür.

1.5.4 Modelin ve Çözümün Değerlendirilmesi

Bu aşamada modelin ve çözümün geçerliliği ve uygulanabilirliği denenir. Modelin ve çözümün geçerli olup olmadığı değişik metotlarla incelenir. Modelin çözümünü olumsuz etkileyen, gerçek dışı parametreler varsa modelden çıkarılır.

Eğer çözümler gerçekteki durumlara bağdaşmıyorsa bunun nedenleri aranmalıdır. Aramaya olumlu sonuç elde edinceye kadar devam edilmelidir. Genellikle yapılan hatalar şu nedenlerden olabilir:[39]

– Model, probleme etkisi olmayan bir takım değişkenleri kapsayabilir.

– Model, problem için önemli olan bazı değişkenleri dikkate almamıştır.

– Bazı karar değişkenleri yeteri derecede sıhhatli olarak hesaplanmamıştır.

– Modelin yapısı hatalıdır.

---

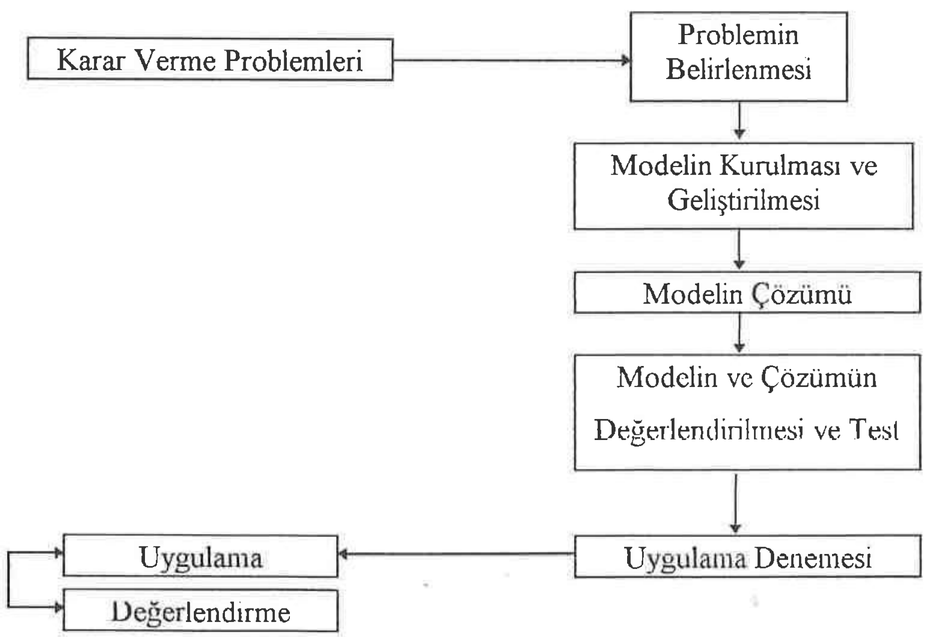
[39] ESİN, a.g.e., s. 8.

1.5.5 Çözümün Uygulanması

Yöneylem araştırmasının son aşaması çözümün uygulanmasıdır. Yöneylem araştırma grubu elde edilen çözümü, uygulayıcılara açık bir şekilde göstererek uygulama süresinde onlara yardımcı olacaktır. Uygulamanın nasıl yapılacağı, yöneylem araştırma grubu tarafından uygulayıcılara verilmek üzere bir uygulama planı ile belirlenir. Uygulama planı, uygulamayı yapacak olanlar tarafından kolayca anlaşılabilecek basit bir yapıya sahip olmalıdır. Bu aşamada modelin uygulanmasının başarılı olabilmesi için, yöneylem araştırma ekibi ile uygulama ekibi arasında iyi bir iletişim kurulmalıdır.[40]

Yöneylem araştırmasında izlenen model; genelde bahsettiğimiz şekilde olmaktadır. Şüphesiz bazı problemlerin çözümünde bu aşamalar aynı sırada olmayabilir veya yeniliklerle desteklenecek daha güzel çözümler elde edilebilir.

Bu aşamaları bir şema ile gösterebiliriz:[41]



Şekil 1—1: Yöneylem Araştırmasında İzlenen Aşamalar

[40] TEKİN, a.g.e., s. 9.
[41] ESİN, a.g.e., s. 8.

BÖLÜM II

2. DOĞRUSAL PROGRAMLAMA

2.1 DOĞRUSAL PROGRAMLAMANIN TANIMI

Doğrusal programlamanın bir çok açıdan farklı tanımları yapılabilir. Mesela, kaynak kullanımı açısından kıt kaynakların dağıtımını gerçekleştirmek ve optimal dağıtımını yapmak için düzenlenmiş bir model olarak tanımlanabilirken[42] matematiksel olarak doğrusal programlama, kararsız denklem sistemleri (doğrusal) için negatif olmayan çözümleri bulma tekniğidir diye tanımlamak mümkündür[43]. Ancak daha geniş ve genel olarak doğrusal programlamanın tanımı şöyle yapılabilir:

Belirli doğrusal eşitliklerin veya eşitsizliklerin kısıtlayıcı koşullar altında doğrusal bir amaç fonksiyonunu optimumlaştırmak biçiminde tanımlanır. Doğrusal programlama için yapılan tanımların genelinde optimumlaştırma geçmektedir. Dolayısıyla doğrusal programlamayı optimizasyon problemlerine çözüm arayan bir bilimsel disiplindir şeklinde ifade etmek ortak bir tanım olacaktır.

Optimize etmek; belirli bir amaca en küçük masrafla ulaşmak ya da belirli kaynaklarla en fazla ürünü sağlamak anlamına gelir. Doğrusal programlamada doğrusal ifadesi, çözümdeki değişkenler arasında üssel olmayan doğrusal bir ilişki ve orantının varsayımındandır. Programlama sözcüğü ise bilgisayar programlama ile ilişkisi olmayıp sadece planlama anlamında kullanılmaktadır.

[42] Harold BIERMAN, Charles P. BONINE, Warren H. HAUSMAN, **Quantitative Analysis for Business Decisions**, Sixth Editions, Richard D. Irwın Inc., 1981, s. 119

[43] Saul GASS I., **Linear Programming; Methods and Aplications**, Fourth Edition, Mc. Graw-Hill Inc. Tokyo, 1975, s. 5

2.2 DOĞRUSAL PROGRAMLAMANIN TARİHİ GELİŞİMİ

Doğrusal programlama kavramı ilk olarak W. Leontief'in A.B.D. ekonomik bünyesi üzerinde yaptığı çalışmalar esnasında ortaya çıkmıştır. Leontief bu alandaki çalışmalarına 1920 yılında ve kurduğu metodun prensiplerine 1936'da yayınlanan bir makalesinde, kesin şeklini de 1941'de yayınlanan kitabında izah etmiştir[44]. İlk olarak Leontief doğrusal programlama modelini kullanmış olmasına rağmen 1947 yılına kadar doğrusal programlama problemlerinin genel formülasyonunu yapmak mümkün olmamıştır. 1947 yılında ise George B. Dantzing, genel doğrusal programlama modelini ilk defa formüle ederek simpleks çözüm metodunu bulmuştur.

Ancak matematiğin doğrusal programlama problemlerine uygulanması ilk olarak Rus matematikçisi L. V. Kantorovich ile başlamıştır. Herhangi bir çözüm metodu göstermemiş olmakla beraber, doğrusal programlama problemine ilk defa 1942'de formüle eden Kantorovich olmuştur[45]. Doğrusal programlama modeli bugünkü anlamıyla 1947'de G. B. Dantzing tarafından ileriye sürülmüştür,. denilebilirse de asıl gelişme son 10-15 yılda olmuştur[46].

Türkiye'de de bu çalışmalara ilk önce askeri amaçlarla Genel Kurmay Başkanlığı'nda 1956 yılında başlanmıştır. İlk araştırmalar askere alma ve hava savunması konularında olmuştur. Daha sonra çalışmalara TÜBİTAK da katılmıştır. Bazı üniversitelerimizin mühendislik, ekonomi, işletme, matematik, istatistik, gibi bölümlerinin lisans ve yüksek lisans programlarında doğrusal programlama dersleri yer almaktadır.

1950'li yıllardan sonra bilgisayar teknolojisi alanında meydana gelen gelişmeler sayesinde doğrusal programlama geniş çaplı problemlere de rahatlıkla uygulanabilmiştir. Doğrusal programlama problemlerinin çözümünde bugüne kadar simpleks metodu kullanılmıştır. Problemin türüne göre bazı değişiklikler yapılmakla beraber metodun esası değişmemiştir.

---

[44] Bülent KOBU, **İşletme Matematiği II**, 4. Baskı, Filiz Kitabevi, İstanbul 1986, s. 306

[45] Erden ÖNEY, **Doğrusal Programlama ve Türk Ekonomisine Uygulama Denemesi**, Ankara Ün. S.B.F. Yayın No: 320, Ankara 1971, 14-15

[46] ESİN, a.g.e., s, 24

2.3 DOĞRUSAL PROGRAMLANIN UYGULANDIĞI ALANLAR

Doğrusal Programlama, yöneylem araştırması yöntemleri içerisinde en çok bilineni ve en çok kullanılanıdır. Doğrusal programlamanın uygulama alanları sayılamayacak kadar çok olmasına rağmen, genellikle uygulamaları endüstriyel ve ekonomik alanlar olmak üzere iki grupta toplayabiliriz[47].

A) Endüstriyel Problemlere Doğrusal Programlamanın Uygulanması:
   a) Standart taşıma problemlerine,
   b) Üretim ve tahsis problemlerine,
   c) İşletmelerde görevlerin planlaması problemlerine,
   d) İş makineleri yerleşim problemlerine,
   e) Normal ve fazla zaman problemlerine,
   f) En iyi ürün karışım ve faaliyetlerin düzenlenmesi problemlerine,
   g) İşletmelerin kuruluş yerlerinin tespiti problemlerine,
   h) Beslenme problemlerinin çözümlenmesinde, vb. gibi.

B) Ekonomik Problemlere Doğrusal Programlamanın Uygulanması:
   a) Firma teorisine klasik yaklaşım problemlerine,
   b) Dual doğrusal programlama problemlerinin ekonomik yorumlarında,
   c) Pratikte kullanılan girdi-çıktı modelleri ve bunların analizlerinde, vb. gibi problemlerde uygulanır.

Doğrusal programlamanın çok çeşitli alanlarda yaygın olarak uygulanması şu temel nedenlere bağlanabilir[48].

a) Çok çeşitli alanlarda çok değişik problemlere doğrusal programlama modelleri ile yaklaşımda bulunabilmesi,

b) Doğrusal programlama problemlerini çözmek için çok etkin tekniklerin bulunması,

---

[47] ESİN, a.g.e., s. 25

[48] Donald M. SIMMONS, **Linear Programming for Operations Research**, Holden-Day Inc., San Francisco, 1972, s.8

c) Doğrusal programlama problemlerinde veri değişikliklerinin (örneğin duyarlılık analizi) kolaylıkla yapılabilmesidir.

2.4 DOĞRUSAL PROGRAMLAMANIN UNSURLARI, VARSAYIMLARI VE MATEMATİKSEL YAPISI

2.4.1 Doğrusal Programlamanın Unsurları

Genel olarak bütün doğrusal programlama problemlerinde üç ana unsur vardır[49]. Bu unsurlar şunlardır.

a) ***Amaç:*** Doğrusal programlama modellerinden beklenen sonucun alınabilmesi için amacın açık olarak bilinmesi ve kantitatif olarak ifade edilmesi gereklidir. Buradaki amaç; üretim ve stok maliyetlerinin minimuma indirilmesi, işletmedeki kıt kaynaklarla maksimum kârı verecek üretim bileşenlerinin tespiti gibi probleme göre değişebilir.

Doğrusal amaç fonksiyonunu; Z,

Değişkenleri; $x_1, x_2, \ldots\ldots, x_n$,

Sabit katsayıları; $c_1, c_2, \ldots\ldots, c_n$ gösterirse

Amaç denklemini; $Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \ldots\ldots + c_nx_n$

şeklinde ifade edebiliriz.

b) ***Doğrusal Kısıtlayıcı Şartlar:*** Amaç fonksiyonunun belirli bir değerde maksimum veya minimum olabilmesi için değişken değerlerinin ($x_1, x_2, \ldots, x_n$'lerinin) kısıtlayıcı şartlar alması gereklidir. Aksi halde amaç fonksiyonu $+\infty$'da maksimum ya da minimum olur. Bu ise işletme açısından bir anlam taşımaz. Zira $x_1, x_2, \ldots\ldots, x_n$ değişkenlerini sonsuza kadar artırmak imkansızdır. Çünkü, buradaki değişkenler üretilen ürünleri temsil etmekte olup üretimin sonsuz olması düşünülemez.

c) ***Değişkenlerin Negatif Olmama Şartı:*** Doğrusal programlama problemlerindeki faaliyetler işletme için söz konusu olmadan da değişkenlerin ($x_1, x_2, \ldots\ldots, x_n$) negatif değerler almasının bir anlamı yoktur. Çünkü, ürünlerin sayısı ve miktarı ya da ürünü meydana getiren faktörler daima pozitif değerler alırlar. Bu

---

[49] HADLEY, a.g.e., s. 4

yüzden doğrusal programlama problemlerindeki değişkenlerin daima pozitif değerler alması gereklidir.

2.4.2 Doğrusal Programlamanın Varsayımları

Bir doğrusal programlama probleminin varsayımlarını genel olarak belirlilik, bölünebilirlik, oranlılık ve toplanabilirlilik olmak üzere dört grupta toplayabiliriz.[50] Doğrusal programlama tekniğinden tutarlı sonuçların alınması ve bir karar probleminin doğrusal programlama modeli olarak geliştirilebilmesi için bu varsayımlara uyulması gerekmektedir. Şimdi bu varsayımları kısaca açıklayalım:

a) ***Belirlilik:*** Doğrusal programlama modeli belirliliğinin sözkonusu olduğu durumlarda uygulanabilmektedir. Modelde yer alan bütün parametrelerin değerleri bilinen sabit sayılar olmalıdır. Ancak gerçekte bunlar çoğu kez ne sabittirler ne de kesinlikle bilinirler. Parametrelere verilen değerler büyük hatalar taşımadığı sürece belirsizlik doğrusal programlama uygulamalarında büyük bir engel oluşturmaz. Belirsizlik söz konusu olduğunda veya parametrelerin değişmeleri halinde ortaya çıkan problemlerin giderilmesi için duyarlılık analizi yapılır.

b) ***Bölünebilirlik***: Doğrusal programlama problemlerinde söz konusu olan değişkenlerin (karar değişkenlerinin) tam sayı veya ondalık kesir olmak üzere pozitif tüm gerçek sayıları alabileceklerini ifade eder. Ancak karar değişkenlerinin tam sayılar dışında bir değişken alması, bir çok doğrusal programlama problemleri açısından anlamsız kalabilir. Problemin sonucu tam sayılı bir değer çıkmazsa küsürler en yakın tam sayıya dönüştürülebilir. Ancak bu uygulamanın da sakıncaları olabilir. Şöyle ki ; daha önce bulunan optimal çözümün böyle bir değişiklikten sonra da optimal özelliği taşımaya devam edeceği garanti edilemez. Ayrıca, yuvarlanarak elde edilen tam sayıların mümkün bir çözüm olacağı da belli değildir. Bu tür problemlerin çözümünde tam sayılı programlama tekniğinin kullanılması daha uygun olur.

c) ***Oranlılık veya Doğrusallık:*** Doğrusal programlamada bu varsayım, sistemin girdileri ile çıktıları arasında doğrusal bir ilişkinin bulunması gerektiğini ifade

---

[50] F. S. HILLIER, G. J. LIEBERMAN, **Operations Research**, San Francisco, Holden Day, 1974, s. 22 - 24

eder. Başka bir ifade ile eğer output (çıktı) ya da üretim seviyesi arttıkça, üretime giren inputların (girdilerin) da artması gerektiği varsayımıdır.

d) ***Toplanabilirlik:*** Bu varsayımda faaliyetlerin birbirini etkilemediği düşüncesi vardır. Bu varsayım; değişik üretim faaliyetlerine kaynak olan üretim faktörleri toplamının, her bir işlem için ayrı ayrı kullanılan faktörlerin toplamına eşit olduğu, neticede tüm faaliyetlerden elde edilecek kazancın, her bir faaliyetten ayrı ayrı elde edilecek kazançlar toplamına eşit olacağı görüşüne dayanır.

2.4.3 Doğrusal Programlamanın Matematiksel Yapısı

Doğrusal programlama probleminin üç önemli unsuru olduğunu ve bunların; amaç fonksiyonu, kısıtlayıcı şartlar ve pozitif kısıtlama olduğunu daha önce söylemiştik. Doğrusal programlanın genel matematiksel yapısı veya genel modeli bu üç özelliği açıklar.

Buna göre doğrusal programlama problemleri matematiksel olarak aşağıdaki gibi tanımlanır.[51]

a) $Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots\dots\dots\dots + c_nx_n$

b) $a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots\dots + a_{1n}x_n \ (\leq,=,\geq)\ b_1$

$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots\dots + a_{2n}x_n \ (\leq,=,\geq)\ b_2$

$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots\dots + a_{mn}x_n \ (\leq,=,\geq)\ b_m$

c) $x_1, x_2, \dots\dots, x_n \geq 0$

Şimdi bunları sırasıyla inceleyelim;

a) ***Amaç fonksiyonu (Z) :*** Bilindiği gibi bir doğrusal programlama probleminde amacın açıkça belirtilmesi gerekmektedir. İşletme kârını maksimum (en büyük) yapmak istiyorsa, amaç fonksiyonumuzu;

[51] Hamdy A. TAHA, **Operation Research: An Introduction**, 2. Baskı, Mc Millan Publishing Co. Inc., N.Y., 1976, s. 30.

$Z_{max} = c_1x_1 + c_2x_2 + ... + c_nx_n$ şeklinde gösterebiliriz. Eğer amacımız, maliyetleri minimize (en küçük) yapmak ise, amaç fonksiyonumuz;

$Z_{min} = c_1x_1 + c_2x_2 + ... + c_nx_n$ şeklinde olur.

Amaç fonksiyonu "Z" karar değişkenleri "x_j" (j=1,2,3..n) parametreler c_j (j=1,2,3...n) ile gösterilirse amaç fonksiyonu genel olarak;

(1) $Z_{max/min} = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$ (j = 1,2, ..n) biçiminde gösterilir. Buradaki karar değişkenleri (x_j) belli bir kaynağın (örneğin insangücü, makine, para, vb.) kullanım derecesini veya miktarını ya da belli bir faaliyetin seviyesini vb. göstermektedir. Amaç fonksiyonundaki parametreler (c_j) ise kullanılan kaynağın maliyetini veya faaliyetin sağlayacağı kârı göstermektedir.

a) ***Kısıtlayıcı Şartlar:*** Amaç fonksiyonun işletmeler açısından bir anlam ifade etmesi için x_j değişkenlerine bazı kaynak sınırlamalarını getirmek gerekir. Zaten her işletmenin kaynakları sınırlıdır.

Kısıtlayıcı şartları genel olarak maksimizasyon problemlerinde;

(2) $\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \leq b_i$

minimizasyon problemlerin ise

(3) $\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \geq b_i$

şeklinde ifade edilir. Modeldeki a_{ij} ve b_i (i= 1,2...m; j= 1,2,...,n) parametreleri, sabit değerler olup problemdeki doğal ve teknolojik sınırlamaları temsil etmektedir.

c) ***Pozitiflik Şartı:*** Ekonomide negatif değerlerin olmayacağı, bir başka deyişle negatif üretimden söz edilemeyeceği gerçeğinden hareketle, üretim düzeyinin veya karar değişkenlerinin pozitif ya da en azından sıfıra eşit olması şartını ifade etmektedir. Buna göre, $x_1, x_2 ... x_n \geq 0$ olmalıdır. Bu ise genel olarak

(3) $x_j \geq 0$ $(j = 1, 2, \ldots, n)$ şeklinde ifade edilir.

Şimdi genel bir doğrusal programlama modelini matris notasyonu ile ifade edelim: a_{ij} katsayılarının oluşturdukları (m x n) boyutundaki teknolojik matrisin;

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \ldots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} \ldots & a_{2n} \\ & \cdot & \\ & \cdot & \\ & \cdot & \\ a_{m1} & a_{m2} \ldots & a_{mn} \end{bmatrix}_{(m\times n)}$$

Gereksinme vektörü; $$b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ b_m \end{bmatrix}_{(m\times 1)}$$

Fiyat vektörü; $$c_j = \begin{bmatrix} c_1, c_2, \ldots, c_n \end{bmatrix}_{(1\times n)}$$

Karar değişkenleri vektörü; $$x_j = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n \end{bmatrix}_{(n\times 1)}$$

biçiminde ifade edilirse, matris notasyonu ile bir doğrusal programlama probleminin modeli aşağıdaki şekilde yazılır:

Amaç fonksiyonu;

$$Z = \begin{bmatrix} c_1, c_2, \ldots, c_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n \end{bmatrix}$$

Kısıtlayıcılar;

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \ldots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} \ldots & a_{2n} \\ & \cdot & \\ & \cdot & \\ & \cdot & \\ a_{m1} & a_{m2} \ldots & a_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n \end{bmatrix} \begin{matrix} \geq \\ \leq \\ = \end{matrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ b_m \end{bmatrix}$$

Pozitif kısıtlama; $\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ . \\ . \\ . \\ x_n \end{bmatrix} \geq \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ . \\ . \\ . \\ 0 \end{bmatrix}$

2.5 DOĞRUSAL PROGRAMLAMA PROBLEMİNİN GENEL MODELİNİN GELİŞTİRİLMESİ

Bu kısımda doğrusal programlama modelinin varsayımları altında, karşılaşılan problemlerin doğrusal programlama modeli halinde nasıl ifade edileceğini örnekler vererek anlatmaya çalışacağız.

Doğrusal programlamayı gerçek hayatta problem çözme veya karar verme sürecinde kullanacak kişilerin her şeyden önce hangi problemlerin doğrusal programlama problemleri olarak ele alınabileceğini ve doğrusal programlama problemi modelinin nasıl geliştirileceğini bilmesi gerekir. Bir başka ifade ile, öncelikle ve özellikle öğrenilmesi gereken bilgi doğrusal programlama problemlerinin çözümü değildir. Zira pratikte karşılaşılan problemlerin çözümü bilgisayarlar sayesinde hazır paket programlar kullanılarak çok rahat ve kolay bir şekilde yapılmaktadır. Önemli olan modelin doğru bir şekilde kurulması ve geliştirilmesidir.

Doğrusal programlama problemi genel modelin geliştirilmesi için öncelikle aşağıdaki hususların tespit edilmesi gerekmektedir[52].

a) Değerleri bulunacak bilinmeyen karar değişkenleri nelerdir?

b) Problemdeki kısıtlamalar nelerdir? Kısıtlamaları, bilinmeyen karar değişkenlerinin doğrusal fonksiyonları olarak (eşitlik veya eşitsizlik) nasıl ifade edebiliriz?

---

[52] İmdat KARA, **Yöneylem Araştırmasının Yöntem Bilimi**, E.İ.T.İ.A. Yay. No: 215/139, Eskişehir, 1979, s. 73

c) Maksimize veya minimize edilecek amaç nedir? Bunu karar değişkenlerinin doğrusal fonksiyonu olarak nasıl ifade edebiliriz?

Bu soruların cevabının bulunması ile model kendiliğinden kurulmuş olacaktır. Bundan sonrası problemin çözümüdür. Yani karar değişkenlerinin değerlerinin bulunmasıdır. Şimdi, hem model geliştirmenin adımlarını göstermek hem de konuyu daha iyi anlamak bakımından örnek problemler üzerinde model geliştirmeye çalışalım.

ÖRNEK 2-1:

Bir işletme iki mamul üretmek istemektedir. Her iki mamulün üretim için A ve B makineleri ile çok iyi eğitilmiş montaj grubuna ihtiyaç vardır. Mamul üretim için veriler aşağıdaki gibidir;

Tablo 2—1: Makineler İtibariyle Mamullerin Üretim Süresi

	Bir birim mamulün üretimi için gerekli süre (saat olarak)	
	1. Mamul	2. Mamul
Makine A	5	2
Makine B	1	5
Montaj Grubu	6	6

Ayrıca, bu işletmenin mamüllerinin birim fiyat ve maliyetleri aşağıdaki tablodaki gibidir.

Tablo 2—2: Mamul Fiyatları ve Maliyetleri

	Mamullerin birim fiyatları ve maliyetleri (TL)	
Birim fiyatı	1000	1500
Birim sabit maliyet	300	400
Birim değişken maliyet	200	300

Ayrıca günlük toplam kapasite; A makinesinin 24 saat, B makinesinin 24 saat ve montaj grubunun 36 saattir. Bu verilere göre işletmenin optimum üretim programını veren doğrusal programlama modelini oluşturunuz[53].

Bu verilere dayanarak üç tane maksimum doğrusal programlama modeli kurmak mümkündür. Çünkü optimum üretim programı, işletme amacına veya amaçlarına en uygun üretim çeşit ve miktarının belirlenmesi anlamına gelmektedir. İşletmeler genellikle kâr, maliyet, satış hasılatı, katkı payı vb. çok sayıda amaçları izleyebilir. Burada maksimum model kurmak istediğimize göre; örneğimizde de kâr, satış hasılatı ve katkı payı gibi maksimum kılabilecek üç amaç mevcuttur. Bu üç ayrı amaca göre üç ayrı model kurulabilir.

Birinci mamulün birim kârı = [1000 - (300 + 200)] = 500,

İkinci mamulün birim kârı = [1500 - (400 + 300)] = 800 TL'dir.

Birinci mamulün tüm üretim miktarı x_1 ve ikinci mamulün üretim miktarı x_2 ile ifade edilirse toplam kâr,

$$Z_{max} = 500\, x_1 + 800\, x_2$$

fonksiyonu ile ifade edilecektir. Birinci mamulün birim fiyatı 1000 TL. İkinci mamul 1500 TL olup satış hasılatı,

$$Z_{max} = 1000\, x_1 + 1500\, x_2$$

---

[53] Zekâi YILMAZ, **Sayısal Yöntemler**, 2. Baskı, Uludağ Ün. Basımevi, Bursa, 1995, s. 55

şeklinde olacaktır. Yine birinci mamulün katkı payı 800 TL, ikinci mamulün katkı payı 1200 TL olup toplam katkı payı,

$$Z_{max} = 800\ x_1 + 1200\ x_2$$

fonksiyonu ile formüle edilecektir. Her üç fonksiyonun maksimum kılınabilmesi sınırlı şartlar altında mümkün olabilmektedir. Nitekim örneğimizde, hem makine teçhizat imkânı, hem de montaj personelinin günlük kapasitesi sınırlıdır. Bir birim (birinci ve ikinci) mamulün bu kapasiteleri kullanma durumları bilindiğine göre, sınırlayıcı şartlara uygun olarak aşağıdaki eşitlik ve eşitsizlikleri yazmak gerekecektir.

Makine A	$5\ x_1 + 2\ x_2 \leq 24$
Makine B	$x_1 + 5\ x_2 \leq 24$
Montaj Grubu	$6\ x_1 + 6\ x_2 < 36$

Bu eşitlik ve eşitsizlikler her üç amaç fonksiyonu için de geçerli olan sınırlayıcı şartları ifade etmektedir. Şüphesiz gerçeğe yaklaştıkça sınırlayıcı şartların sayısı artabilir. Dolayısıyla yukarıdaki eşitlik ve eşitsizliklerin sayısı da artacaktır. Ancak buradaki veriler çerçevesinde bu üç eşitlik veya eşitsizlik yazılabilir.

Bunların dışında bir de genel nitelikteki sınırlamamız daha vardır. Bu da değişkenlerin değerlerinin negatif olmaması, yani $x_1,\ x_2 \geq 0$ şartıdır. Çünkü negatif üretim miktarı diye bir kavram mümkün değildir. Burada elde ettiğimiz üç maksimum modeli düzgün bir şekilde yazalım.

Amaç fonksiyonu;

Kar maksimum modeli için	$Z_{max} = 500\ x_1 + 800\ x_2$
Satış hasılatı için	$Z_{max} = 1000\ x_1 + 1500\ x_2$
Katkı payı için	$Z_{max} = 800\ x_1 + 1200\ x_2$

Kısıtlayıcılar;

Her üç amaç fonksiyonu için sınırlayıcı şartlar aynı olduğundan ayrı ayrı yazmaya gerek yoktur.

$$5x_1 + 2x_2 \leq 24$$

$$x_1 + 5x_2 \leq 24$$

$$6x_1 + 6x_2 \leq 36$$

Negatif olmama şartı üç fonksiyon için de aynıdır;

$$x_1, x_2 \geq 0$$

ÖRNEK 2-2 :

Bir insanın günlük besin gereksinimi ile ilgili yapılan araştırmalarda, kilosuyla orantılı olarak, her kilosu için günde en az 2 gr. karbonhidrat, 0,4 gr. protein ve 0,3 gr. yağa ihtiyacı olduğu tespit edilmiştir. Bu besinlerin temin edilebileceği yiyecek türleri ve bunların 100 gramında bulunan besin miktarları ile her birinin birim fiyatları (TL/100 gr) aşağıdaki tablodaki gibi bulunmuştur.

Tablo 2—3: Besinlerin Miktar ve Fiyatı

	Karbonhidrat	Protein	Yağ	Birim Fiyatı
Süt	5.5	3.5	3.0	30
Fasulye	55.9	22.6	1.6	150
Patates	17.5	1.8	0.1	15
Reçel	71.1	0.0	0.0	225
Buğday	69.3	11.5	2.2	12

Buna göre 65 kilo ağırlığındaki bir kişi, günlük besin gereksinimini en ucuza temin edebilmesi için ne kadar almalıdır[54]?

Bu problemde amaç, en az maliyetle besin gereksinimini karşılamak olup her bir yiyecek türünden günde temin edilecek miktarlar karar değişkenleridir. Yiyeceklerin ihtiva ettikleri besin miktarlarıyla birim fiyatları problemde kontrol

[54] İmdat KARA, **Doğrusal Programlama**, Bilim Teknik Yayınları, Eskişehir, 1991, s. 18

edilemeyen değişkenler, yani parametrelerdir. Kilosuna bağlı olarak bir insanın günde alması gereken en az besin miktarları ise problemin kısıtlarını oluşturmaktadır. Yani karbonhidrattan minimum 2 x 65 = 130 gr, proteinden 0,5 x 65 = 32,5 gr, yağdan 0,3 x 65 = 19,5 gr almak zorundadır. Karar değişkenleri 100 gramın katlarına göre;

$x_1 \Rightarrow$ Günde alınacak süt miktarı

$x_2 \Rightarrow$ Günde alınacak fasulye miktarı

$x_3 \Rightarrow$ Günde alınacak patates miktarı

$x_4 \Rightarrow$ Günde alınacak reçel miktarı

$x_5 \Rightarrow$ Günde alınacak buğday miktarı

şeklinde gösterilirse, problemin karar modeli,

Amaç fonksiyonu $Z_{min} = 30x_1 + 150x_2 + 15x_3 + 225x_4 + 12x_5$

Kısıtlayıcılar $5{,}5x_1 + 55{,}9x_2 + 17{,}5x_3 + 71{,}1x_4 + 69{,}3x_5 \geq 130$

$3{,}5x_1 + 22{,}6x_2 + 1{,}8x_3 + 11{,}5x_5 \geq 32{,}5$

$3x_1 + 1{,}6x_2 + 0{,}1x_3 \geq 19{,}5$

Pozitif kısıtlama $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0$ şeklinde olur.

2.6 DOĞDUSAL PROGRAMLAMA PROBLEMİNİN ÇÖZÜM TEKNİKLERİ

Genel bir doğrusal programlama problemi için değişik çözüm yöntemleri geliştirilmeye çalışılmış olmasına rağmen genelde, araştırmacıların üzerinde durduğu ve yaygın olarak kullandıkları iki çözüm tekniği vardır. Bunlar, grafik ve simpleks çözüm tekniğidir.

Doğrusal programlama probleminin çözüm tekniklerine geçmeden önce, çözümde kullanılan bazı kavramların açıklanmasının konunun daha iyi anlaşılmasına yardımcı olacağına inanıyoruz. Bu kavramların bazıları şunlardır:

Uygun Çözüm: Çözüm, doğrusal programlama probleminin tüm kısıtlayıcılarını doyurursa uygun çözüm olur. Uygun çözüm alanı ise problemdeki bütün sınırlayıcıları ve pozitiflik şartını aynı anda sağlayan değişken kombinasyonlarının oluşturduğu alana denir.

Optimal Çözüm: Doğrusal programlama probleminin çözümünde bir çok uygun çözüm olabilir. Oysa tüm uygun çözümler arasında en iyi olanı optimal çözümdür.

Temel Çözüm: Amaç fonksiyonu negatif olmama koşulu dışında, problem "m" sayıda sınırlayıcı ve "n" sayıda değişkenli ise tek bir temel çözüm vardır. Bir doğrusal programlama modeli eğer uygun bir çözüme sahip ise en az bir temel çözüme de sahiptir.

Bozulan Çözüm: Temel çözümün bir veya birkaç temel değişkenin değeri sıfırsa bozulan çözüm vardır. Temel çözümdeki değişkenlere temel değişkenler adı verilir. Geriye kalan değişkenler temel olmayan değişkenler olup onların çözüm değerleri sıfırdır.

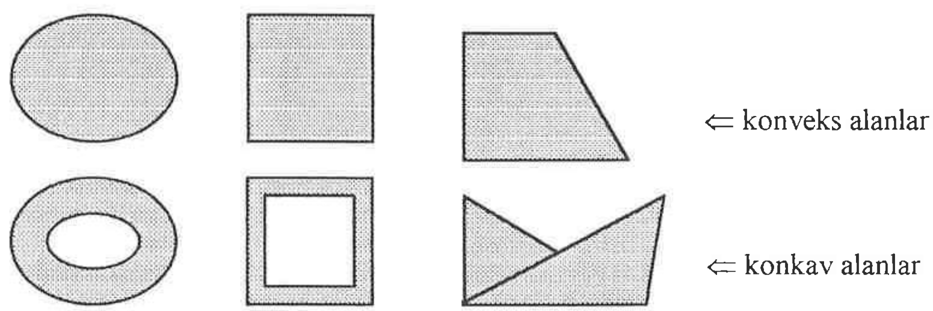
2.6.1 Grafik Çözüm Tekniği

Grafiksel çözüm yöntemi, koordinat eksenleri üzerinde kısıtlayıcılarının oluşturduğu mümkün çözüm bölgesinden amaç fonksiyonunun uygun değerinin saptanmasıdır.[55] Grafiksel yöntem, doğrusal programlama problemlerinin çözümünde önemli bir yere sahip değildir. Çünkü grafiksel yöntemle iki ve üç değişkenli problemler çözülebilir. Ancak üç değişkenli problemin grafikle çözümü çok zordur. Çünkü her sınırlayıcı, uzayda bir düzlem meydana getirir. Uygun çözüm alanı ise bu düzlemlerin meydana getirdiği çok yüzlü şekil olacağından bunun hesaplanması çok güç olmaktadır. Bu yüzden genelde grafik yöntemi, iki değişkenli problemlerin çözümünde kullanılmaktadır.

Grafiksel çözüm yöntemi doğrusal programlama problemlerinin temel mantığını ortaya koyması bakımından önemlidir. Grafiksel yöntemle çözülen doğrusal

[55] ESİN, a.g.e., s.70

programlama problemlerinde optimal çözüm mümkün çözüm olduğu zaman, mümkün çözüm bölgesi konveks (dışbükey) bir alan olarak ortaya çıkmaktadır. Geometrik anlamda konveks alan, kenarlarında çukurlaşmaları olmayan ve içinde delikler bulunmayan alandır. Bir başka ifade ile; bir kümeden alınan iki nokta bir doğru ile birleştirildiğinde, bu doğru aynı küme içinde kalıyorsa bu noktaların kümesi konvekstir. Örneğin; daire, yamuk ve kare birer konveks alandır. Diğer taraftan bir doğrusal programlama probleminin belirlediği mümkün çözüm alanı bir konkav (içbükey) alanı oluşturuyorsa problemin çözümü yoktur.



Şimdi örnek problemlerle grafiksel çözüm yöntemini açıklamaya çalışalım.

ÖRNEK 2-3:

Bir mobilyacı tanesi 200 TL kârla sattığı normal tip ve 300 TL kârla sattığı lüks tip sandalyeler üretmektedir. Bir normal tip sandalye doğrama makinelerinde, 3 saatlik doğrama işi ve boyama bölümünde ise 1 kilo boya gerektirmektedir. Bir lüks tip sandalye ise 4 saatlik doğrama işi ve ½ kilo boya gerektirmektedir.

Mobilyacı sandalye üretimi için doğrama makinelerinde günlük en fazla 92 saatlik iş yapabilmektedir (Örneğin günde 11,5 saat çalıştırılabilen 8 makinesi olsun, 11,5 x 8 = 92 saat). Öte yandan mobilyacının boyama bölümünden sağlayabildiği günlük boya miktarı ise çeşitli nedenlerle 30 kiloyu geçmemektedir.

Mobilyacı kârını maksimize etmek için günde ne kadar normal ve lüks tip sandalye üretmelidir[56]?

Bu problemin matematiksel modeli şu şekilde olur.

Amaç Fonksiyonu $Z_{max} = 200\,x_1 + 300x_2$

Kısıtlar $3x_1 + 4x_2 \leq 92$

$x_1 + ½\,x_2 \leq 20$

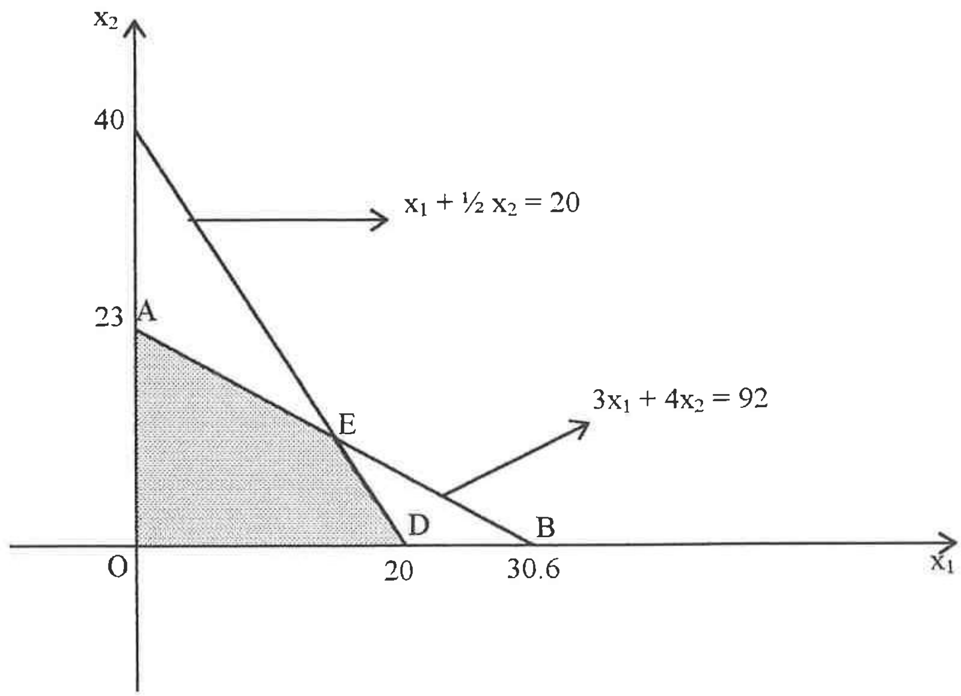
Pozitif Kısıtlama $x_1, x_2 \geq 0$

Problemin çözümüne her değişkenin alabileceği değerleri gösteren koordinat eksenlerinin çizimi ile başlanır. Verilen kısıtları grafikte belirtmek için her kaynağın sonuna kadar kullanılmak istediği varsayımı ile eşitsizlikler eşitlik biçiminde yazılır ve eşitlikleri (doğruları) belirleyen noktaların koordinatları hesaplanır.

$3x_1 + 4x_2 = 92$	için	$x_1 = 0$ iken	$x_2 = 23$	
		$x_2 = 0$ iken	$x_1 = 30{,}6$	olur.
$x_1 + ½\,x_2 = 20$	için	$x_1 = 0$ iken	$x_2 = 40$	
		$x_2 = 0$ iken	$x_1 = 20$	olur.

Şimdi bu doğruları koordinatlarına göre grafikte gösterelim.

[56] Halim SARIASLAN, **Kaynak Dağılımında Doğrusal Programlama**, 2. Baskı, Turhan Kitabevi, Ankara, 1990, s. 68-72



Şekil 2—1: Örnek 2-3'ün Grafik Yöntemle Çözümü

Çizilen grafikte üretimde bulunabileceğimiz olası alan, grafiğin sağ üst köşesi olan x_1 o x_2 bölgesidir. Çünkü bu bölgede $x_1 \geq 0$ ve $x_2 \geq 0$ kısıtı sağlanmaktadır. Diğer üç bölgede pozitiflik kısıtı gerçekleşmemektedir. Olası x_1 o x_2 bölgesinde üretimde bulunurken, verilen problemin kısıtları gereği ancak OAED alan içinde üretimde bulunmak mümkün olmaktadır.

Kısıtlayıcılara göre belirlenen OAED üretim alanı içinde uç noktalardan biri kârı maksimum yapan noktadır. Çünkü, O noktasından uzaklaştıkça üretim miktarı artacaktır. Üretim miktarı ile kâr miktarı doğrusal ilişkili olduğu için kâr da orantılı olarak artacaktır. Bu nedenle A, E ve D noktalarından biri kârı maksimum yapan noktadır. Yani, optimal noktadır. Ancak bu nokta hangisidir? Başka bir anlatımla O noktasından hangi yönde uzaklaşacağız? O'dan A'ya mı?, E'ye mi veya D'ye mi? Çünkü, x_1 ve x_2'nin kâra oransal katkıları farklıdır. Hangi olası üretim noktasının optimal nokta olduğunu belirlemek için deneme-yanılma veya kayıtsızlık eğrileri yaklaşımına başvurulur.

a) Deneme Yanılma Yaklaşımı: Bu yaklaşıma göre optimum noktayı belirlemek için her noktadaki üretim miktarı ve amaca olan katkıları hesaplanır. Hangi noktada amaç maksimum ya da minimum oluyorsa (probleme göre) optimal üretim noktası o noktadır.

Buna göre; A, E ve D noktalarındaki üretim miktarlarını hesaplayalım.

A noktasında $x_1 = 0$ ve $x_2 = 23$

D noktasında $x_1 = 20$ ve $x_2 = 0$

E noktasında ise $3x_1 + 4x_2 = 92$ ve $x_1 + ½\, x_2 = 20$ doğrularının kesişimi olduğu için bu eşitsizlikleri aynı anda sağlayan x_1 ve x_2 değerlerini bulmalıyız. Bunu çözmek için x_1 ve x_2 katsayılarından birisini 0 yapabiliriz. Örneğin x_1'i 0 yapmak için birinci eşitliği -1/3 ile çarpalım ve ikinci eşitliğe ekleyelim. Böylece,

$$3x_1 + 4x_2 = 92$$

$$0x_1 - 5/6\, x_2 = -32/3$$

$x_2 \cong 8.88$, $x_1 \cong 4.44$ bulunur.

Her üç noktadaki üretim miktarlarını bulduktan sonra bu noktaların amaç fonksiyonuna katkısını belirleyelim.

A noktası için, $Z_{max} = 200\,(0) + 300\,(23)$

$Z_{max} = 6900$

D noktası için , $Z_{max} = 200\,(20)+300\,(0)$

$Z_{max} = 4000$

E noktası için, $Z_{max} = 200\,(8,88)+300\,(4,44)$

$Z_{max} =3108$ bulunur.

Buna göre A noktasındaki 6900 TL'lik kâr en büyük kar seçeneği olduğu için optimal nokta A noktasıdır. Böylece problemimizin çözümü bulunmuş oldu. Yani; mobilyacı kârını maksimum yapmak için 23 birim lüks sandalye üretmeli ve normal sandalyeden üretimde bulunmamalıdır. Bu durumda işletmenin kârı mevcut sınırlar içinde maksimum (6900) olacaktır.

b) Kayıtsızlık Eğrileri Yaklaşımı: Bu yöntemi de aşağıdaki verilen örneğe dayalı olarak açıklayalım.

ÖRNEK 2-4:

ABC işletmesi x_1 ve x_2 gibi iki tür mal üretmektedir. Üretim için iki farklı montajdan geçmesi gereken bu mallardan, bir birim x_1'in üretimi 1. Montajda 3 saatlik iş gerektirirken bir birim x_2'in üretimi de 4 saatlik iş gerektirmektedir.2. Montajda ise, bir birim x_1 üretimi 5 saat ve bir birim x_2 üretimi de 3 saatlik iş gerektirmektedir. İşletmenin 1. Montajda 60 saatlik ve 2. Montaj da ise 75 saatlik iş kapasitesi bulunmaktadır.

İşletme üretmiş olduğu bir birim x_1'den 300 ve bir birim x_2'den 600 lira kâr elde etmektedir. Ancak işletme izlemiş olduğu pazarlama politikası nedeni ile x_2'den 10 birimden fazla üretmek istememektedir. Bu koşullar altında işletme kârını maksimum yapmak için x_1 ve x_2'den ne kadar üretmelidir[57]?

Bu bilgilere göre problem aşağıdaki biçimde olur.

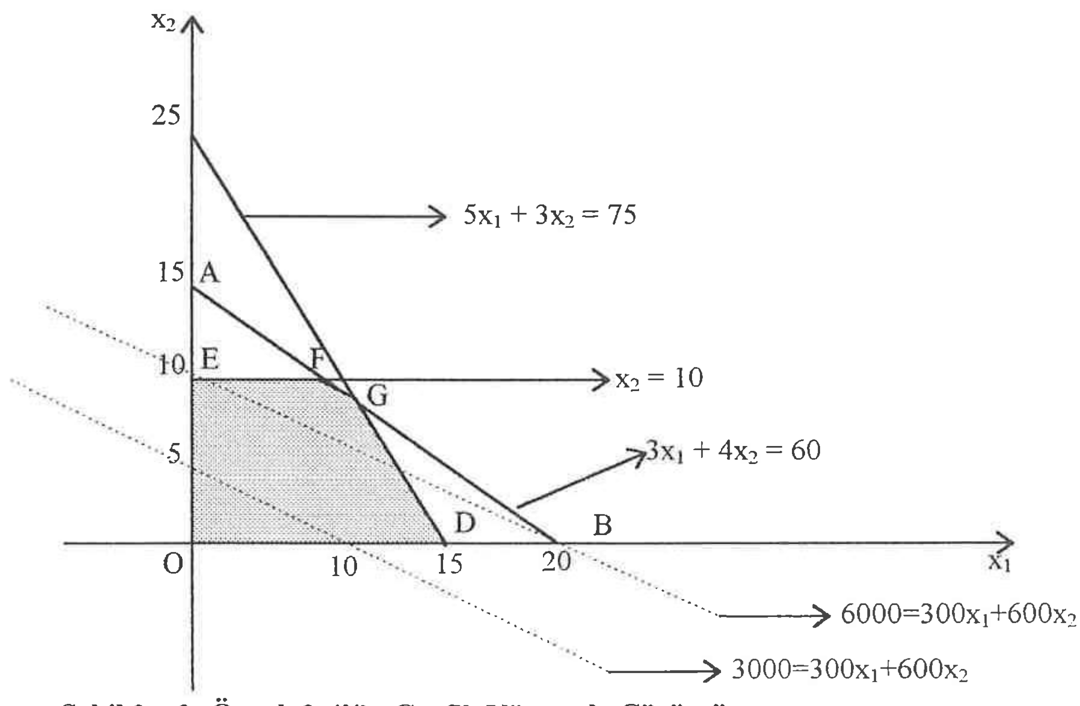
Amaç fonksiyonu	$Z_{max}=300x_1+600x_2$
Kısıtlayıcılar	$3x_1 + 4x_2 \leq 60$
	$5x_1 + 3x_2 \leq 75$
	$x_2 \leq 10$
Pozitif kısıtlama	$x_1, x_2 \geq 0$

[57] SARIASLAN, a.g.e., s. 72-77

Şimdi bu problemi kayıtsızlık eğrileri yaklaşımı ile çözelim. Bu yaklaşımda da önce verilen problem grafik olarak ifade edilir. Bu aşama deneme yanılma yaklaşımındakinin aynısıdır. Dolayısıyla yapılacak ilk şey eşitsizlikleri eşitlik biçiminde yazmak ve koordinatları belirleyerek grafiği çizmektir.

$3x_1 + 4x_2 \leq 60$	için	$x_1 = 0$ iken	$x_2 = 15$
		$x_2 = 0$ iken	$x_1 = 20$
$5x_1 + 3x_2 \leq 75$	için	$x_1 = 0$ iken	$x_2 = 25$
		$x_2 = 0$ iken	$x_1 = 15$
$x_2 \leq 10$	için	$x_2 = 10$	

Buna göre grafiğimiz aşağıdaki şekilde olur.



Şekil 2—2: Örnek 2-4'ün Grafik Yöntemle Çözümü

Grafikte görüldüğü gibi uygun üretim alanı OEFGD alanıdır. Bu alanı belirleyen F ve G noktalarının koordinatları (yani bu noktalardaki üretim miktarı) bu aşamada bilinmemektedir. Kayıtsızlık eğrileri yaklaşımıyla E, F, G ve D noktalarından hangisinin optimal olduğunu belirlemek için amaç fonksiyonuna herhangi bir değer verilip bir amaç doğrusu belirlenir. Örneğin $Z_1 = 3000$ değerini alalım. Yani,

$Z_1=3000 =300x_1+600x_2$ Bu doğrunun koordinatları,

$x_1 = 0$ iken $x_2 = 5$

$x_2 = 0$ iken $x_1 = 10$ bulunur. Bu amaç doğrusunu grafik üzerinde kesikli çizgi ile gösterelim. Amaç fonksiyonunu maksimumu yapmak için uygun üretim alanı içinde amaç doğrusunu en yüksek noktaya çıkarmak gerekir. Amaç fonksiyonu değeri arttıkça, çizilecek amaç doğruları, ilk amaç doğrusuna paralel olacaktır. Örneğin Amaç fonksiyonu değerini $Z_2 = 6000$ olarak alırsak, $6000=300x_1+600x_2$ doğrusunun koordinatları

$x_1 = 0$ iken $x_2 = 10$

$x_2 = 0$ iken $x_1 = 20$ bulunur. Bu doğruyu grafikte çizdiğimiz zaman bunun ilk doğruya paralel olduğu görülecektir. Eğer amaç fonksiyonunun değerini arttırmaya devam edersek bu doğrunun olası üretim alanı içinde dokunabileceği en son nokta F noktası olacaktır. O halde amaç fonksiyonunu maksimum yapan nokta, bu noktadır. Amaç doğrusunu bu noktanın daha yukarısına kaydıramayız. Çünkü, uygun üretim alanının dışına çıkmış oluruz ki, bu da kısıtlamalara aykırıdır. Böylece F noktası optimal nokta olduğuna göre bu noktanın koordinatlarını belirlemek istediğimiz üretim miktarını verecektir. F noktası $3x_1+4x_2=60$ ile $x_2=10$ doğrularının kesişimidir. Burada $x_2=10$ olarak bilindiği için bu değeri birinci eşitlikte yerine koyarsak, $x_1=6.6$ bulunur. Böylece, ABC işletmesi kârını maksimize etmek için x_1'den 6.6 ve x_2'den 10 birim üretmelidir. Bu üretimin sonucu karı ise, $Z_{max}=300\ (6.6) + 600\ (10)$

$Z_{max}= 7980$ TL. olacaktır. Bu ABC işletmesinin mevcut şartlar içinde elde edebileceği maksimum kârdır.

Bunu kanıtlamak için bir de deneme yanılma yaklaşımını kullanalım. Uygun üretim alanı üzerindeki E, F, G ve D noktalarından E, F ve D'nin koordinatlarını daha önce belirtmiştik. Koordinatları bilinmeyen G noktası ise;

-5/	$3x_1 + 4x_2 \leq 60$	$-15x_1 - 20x_2 = 300$
3/	$5x_1 + 3x_2 \leq 75$	$15x_1 + 9x_2 = 225$

$$0 - 11x_2 = -75$$

$x_2 = 6.8$ ve $x_1 = 11$ bulunur.

Şimdi her bir noktadaki kârı hesaplayalım.

E noktası için $Z_{max} = 300(0) + 600\ (10)$

$Z_{max} = 600$

F noktası için $Z_{max} = 300\ (6.6) + 600\ (10\ )$

$Z_{max} = 7980$

G noktası için $Z_{max} = 300\ (11) + 600\ (6.8)$

$Z_{max} = 7380$

D noktası için $Z_{max} = 300\ (15) + 600\ (0)$

$Z_{max} = 4500$ bulunur.

Görüldüğü gibi, F noktası yine karı maksimum yapan üretim noktasıdır. Böylece denebilir ki, kayıtsızlık eğrileri yaklaşımı deneme-yanılma yaklaşımına göre hesaplama açısından daha az zaman gerektirmektedir. Uç noktaların fazla olduğu problemlerde bu üstünlük daha da belirginleşir.

2.6.1.1 Grafiksel Çözümde Özel Durumlar

Doğrusal programlama problemlerinde çözüm, daha önceki örneklerde olduğu gibi problemin çözümünde mümkün çözümü ve optimal çözümü elde etmede fazla bir sorunla karşılaşılmamıştır. Buna karşın bazı durumlarda optimal çözümü elde etmek mümkün olmayabilir[58]. Bu durumları şöyle sıralayabiliriz.

- Birden fazla optimal çözüm olması durumu,
- Bağlayıcı olmayan kısıtların olması durumu,
- Mümkün çözüm alanının sınırlanmadığı durum,
- Mümkün çözümün olmadığı durum,
- Optimal çözümün tek noktada olması durumu.

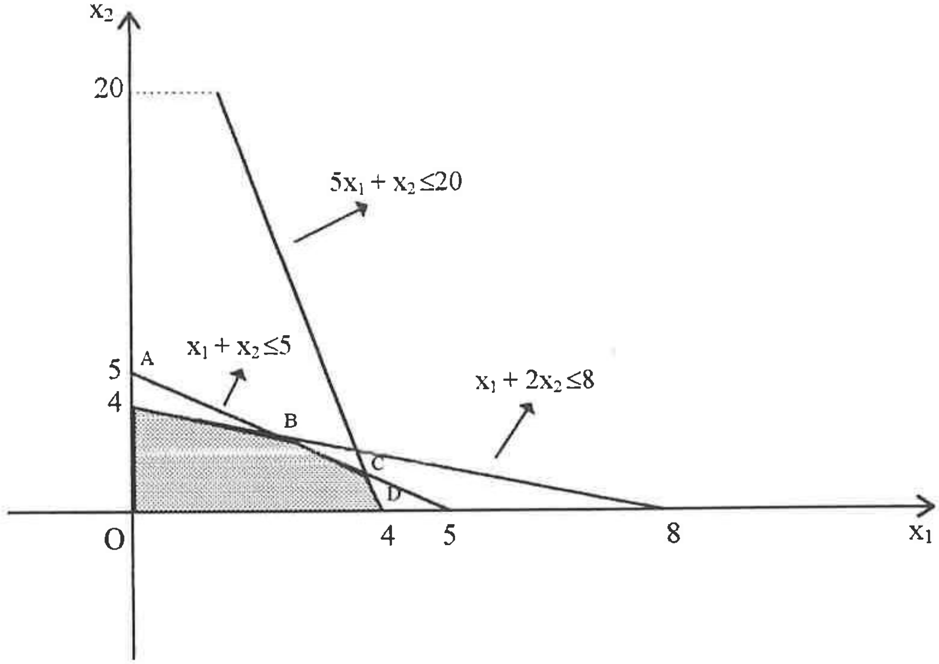
Şimdi bu özel durumları birer örnek özerinde sırayla gösterelim.

a) *Birden Fazla Optimal Çözüm Olması Durumu*: Bir doğrusal programlama probleminde birden fazla optimum çözümün olması halinde, bu çözümlerin her birine "Alternatif optimum çözüm" adı verilir. Alternatif optimum çözümde amaç fonksiyonunun (max ve min) değerleri aynıdır. Sadece değişkenlerin çözümde aldığı değerler yani koordinatlar farklıdır. Örneğin,

Amaç Fonksiyonu	$Z_{max}= x_1 + x_2$
Kısıtlayıcılar	$x_1 + x_2 \leq 5$
	$x_1 +2x_2 \leq 8$
	$5x_1 + x_2 \leq 20$
Pozitif Kısıtlama	$x_1, x_2 \geq 0$

Doğrusal programlama problemini grafik çözüm yöntemi ile çözelim

[58] SEZGİN - ADA, a.g.c., s. 66-72



Şekil 2—3: Grafiksel Yöntemde Birden Fazla Optimal Çözüm Olması Durumu

A noktası için	$Z_{max} = 4 + 0 = 0$	B noktası için	$Z_{max} = 2 + 3 = 5$
C noktası için	$Z_{max} = 15/4 + 5/4 = 5$	D noktası için	$Z_{max} = 4$

Grafikte ABCD alanı uygun çözüm alanıdır. Bu noktaların amaç fonksiyonunda aldığı değerleri incelediğimizde B ve C noktalarında alternatifli çözümler oluştuğunu görürüz. Yani her iki noktada da optimum çözüm vardır. Bu nedenle [BC] doğrusu üzerindeki her nokta bizim için alternatif çözümleri verecektir. Bu noktaların birinin diğerine karşı herhangi bir üstünlüğü yoktur.

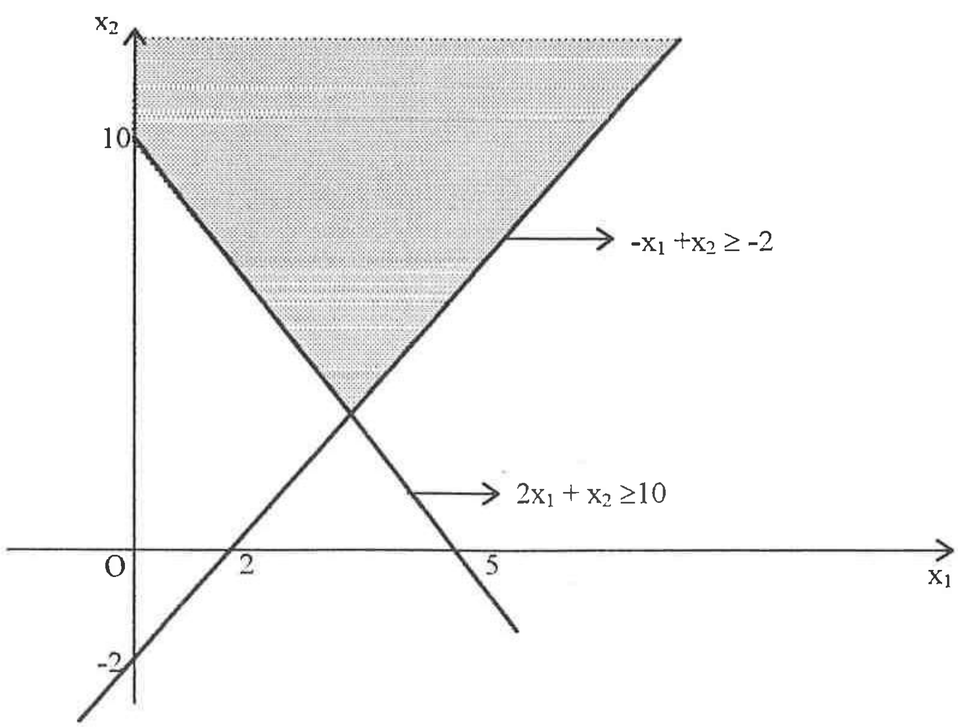
b) *Bağlayıcı Olmayan Kısıtların Olması* :Mümkün çözüm alanı sınırları etkilenmeden çözüm dışı bırakılabilen kısıtlayıcılara "Bağlayıcı olmayan veya Fazlalık durumunda" kısıtlayıcı denir. Bu durumda kısıtlayıcılar, problemin çözümünü etkilemediğinden hesaplarda dikkate alınmaz. Örneğin, bir önceki örneğimize $x_1 + 2x_2 \leq 10$ ve $x_2 = 7$ kısıtlarının da eklendiğini varsayalım. Bu kısıtların çözümde hiç bir etkisi olmadığı, yani bu iki kısıtın uygun çözüm alanı üzerinde belirleyici bir özelliği olmadığı görülür.

c) *Mümkün Çözüm Alanının Sınırlanmadığı Durum*: Bazı doğrusal programlama problemlerinin çözümü belirli bir değeri vermez. Diğer bir ifadeyle, amaç fonksiyonunun değeri sınırsız olarak artar veya azalır. Bu durumda, problemin çözümü sınırsızdır denilir. Uygulamada, bir doğrusal programlama probleminde sınırsız çözüm beklenemez. Örneğin, işletme sonsuz bir miktarda kâr sağlar ifadesi anlamsız olur. Bu nedenle çözümün sadece teorik olarak geçerli olduğunu söyleyebiliriz. Bu durum genelde formülasyon hatası veya kısıtlayıcıların yanlış belirlenmesi sonucu ortaya çıkmaktadır.

Örneğin,

Amaç Fonksiyonu	$Z_{max} = 3x_1 + 2x_2$
Kısıtlayıcılar	$2x_1 + x_2 \geq 10$
	$-x_1 + x_2 \geq -2$
Pozitif Kısıtlama	$x_1, x_2 \geq 0$

olan doğrusal programlama problemini grafiksel yöntemle çözelim



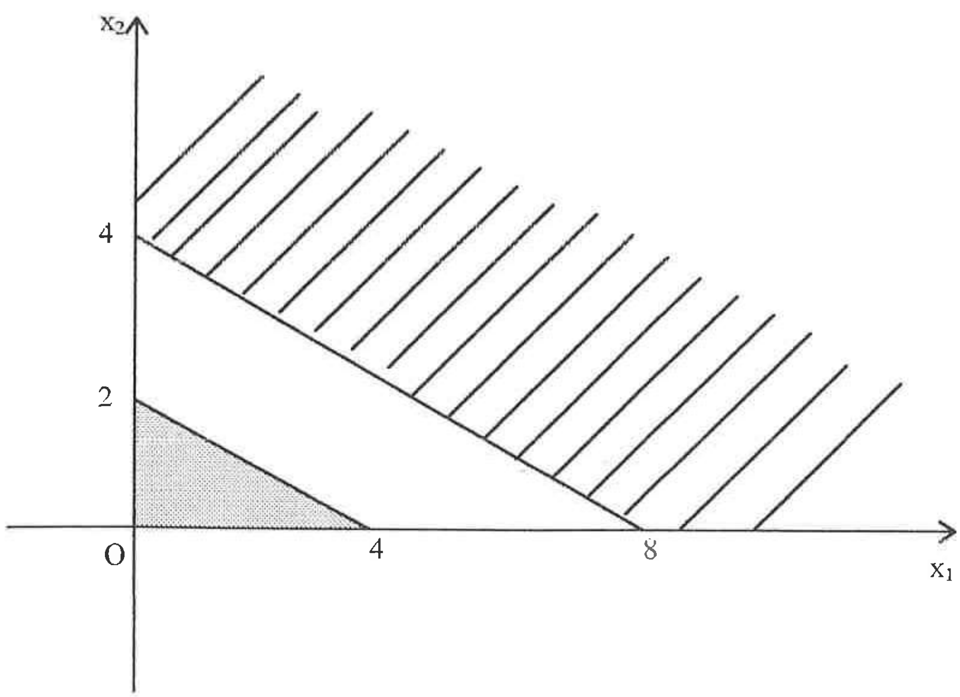
Şekil 2—4: Grafiksel Yöntemde Sınırsız Çözüm

Grafikte görüleceği gibi mümkün çözüm taralı kısımdadır. Amaç fonksiyonu Z'yi yukarı doğru kaydırdığımızda Z'nin değeri sonsuza kadar büyük değerler olabilir. Fakat, uygulamada bu hal mümkün olmaz.

d) *Mümkün Çözümün Olmadığı Durum*: Bazı doğrusal programlama problemlerinde hiçbir çözüm yoktur. Yani, bazı problemlerde bütün kısıtlayıcıları sağlayan optimal çözüm olmamaktadır. Bu durum iki şekilde olabilmektedir. A) Kısıtlayıcıların ortak kesim noktası yoktur. Örneğin;

Amaç Fonksiyonu	$Z_{max}= 2x_1 + 3x_2$
Kısıtlayıcılar	$x_1 + 2x_2 \leq 4$
	$x_1 +2x_2 \geq 8$
Pozitif Kısıtlama	$x_1, x_2 \geq 0$

olan doğrusal programlama problemini grafiksel yöntemle çözelim



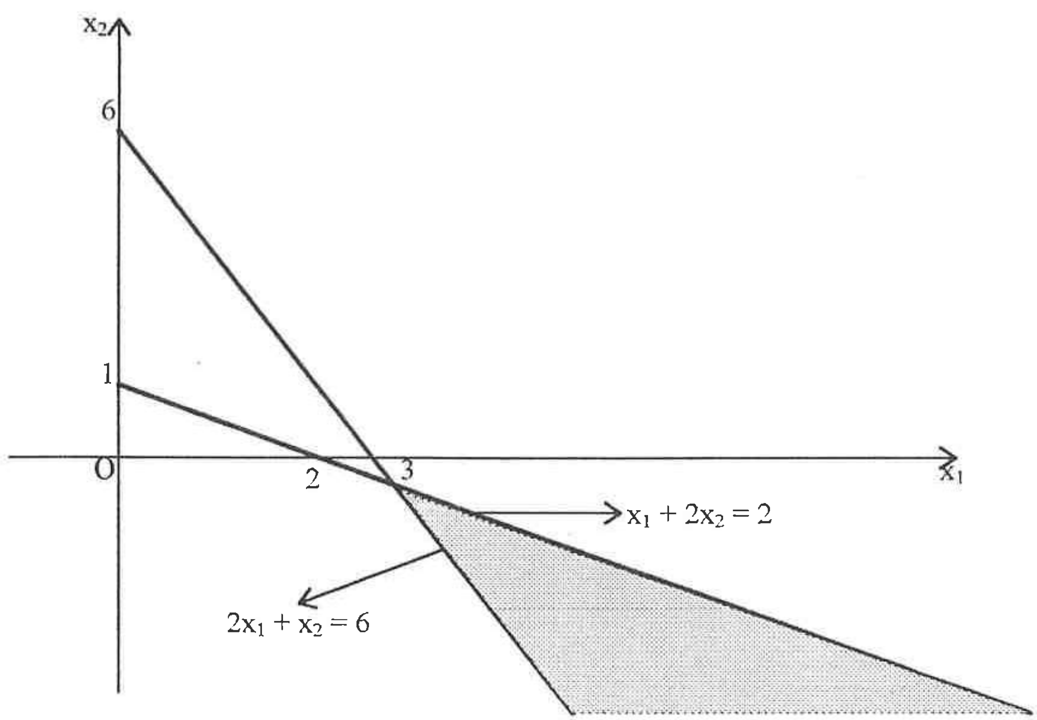
Şekil 2—5: Grafiksel Çözümde Mümkün Çözümün Olmaması

Grafikte görüleceği gibi kısıtlayıcıları sağlayan, ortak bir kesim noktası veya bölge bulunmadığından mümkün çözüm alanı yoktur.

Bazı durumlarda kısıtlayıcıların ortak kesim noktası, grafikte II, III veya IV bölgede oluşabilmektedir. Bu durumda çözüm alanı olmakla beraber, pozitiflik şartı sağlanmadığından, hiç bir mümkün çözüm alanı yoktur denilebilir. Örneğin,

Amaç Fonksiyonu	$Z_{max}= 3x_1 + 2x_2$
Kısıtlayıcılar	$x_1 + 2x_2 \leq 2$
	$2x_1 + x_2 \leq 6$
Pozitif Kısıtlama	$x_1, x_2 \geq 0$

olan doğrusal programlama problemini grafiksel yöntemle çözelim.



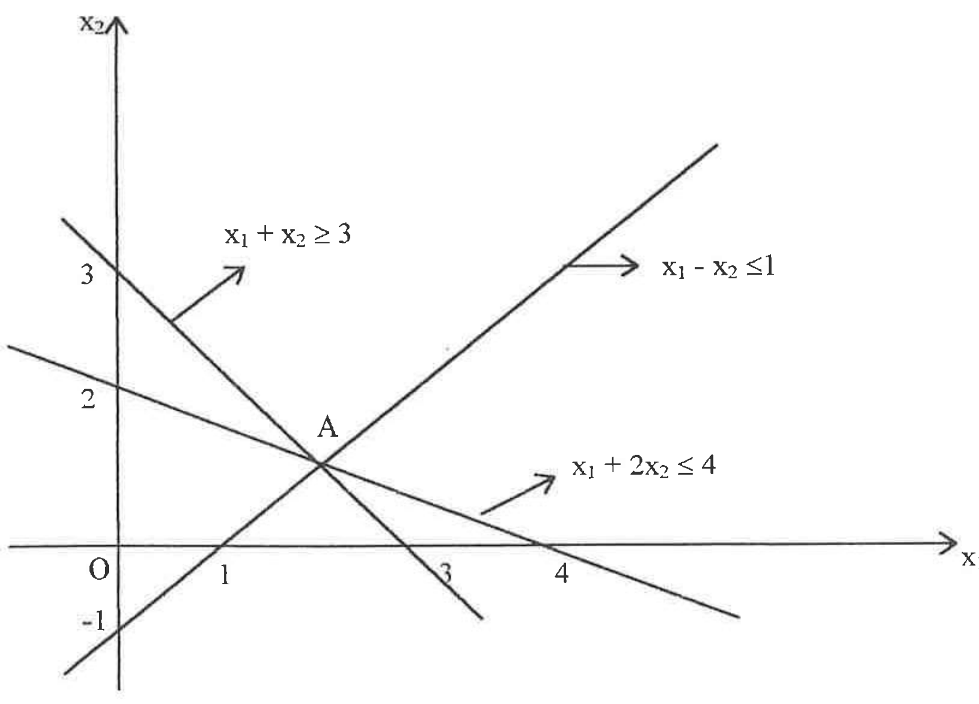
Şekil 2—6: Grafiksel Yöntemde Mümkün Çözüm Alanının Olmaması

Grafikte de görüleceği gibi kısıtlayıcıları sağlayan bölge IV. bölgesidir. Bu bölge $x_2 \geq 0$ koşulunun sağlamadığı için mümkün çözüm alanı yoktur denilebilir.

e) *Optimal Çözümün Tek Noktada Olması Durumu* : Bazı doğrusal programlama probleminde mümkün çözüm alanı bulunmakla birlikte, tüm kısıtlayıcıları sağlayan tek bir mümkün çözüm noktası olabilmektedir. Bu durumda O noktası otomatikman optimum çözüm noktası olmaktadır. Örneğin,

Amaç Fonksiyonu	$Z_{max}= 4x_1 + 10x_2$
Kısıtlayıcılar	$x_1 + x_2 \leq 1$
	$x_1 +2x_2 \leq 4$
	$x_1 + x_2 \geq 3$
Pozitif Kısıtlama	$x_1, x_2 \geq 0$

olan doğrusal programlama probleminin grafiksel yöntemle çözelim



Şekil 2—7: Grafiksel Yöntemde Optimal Çözümün Tek Noktada Olması

Grafikte görüleceği gibi A noktası tüm kısıtlayıcıları sağlayan tek mümkün çözüm ve aynı zamanda optimal çözüm olmaktadır.

2.6.2 Simpleks Metodu

Doğrusal programlama problemlerinin çözümünde, daha önce incelediğimiz grafiksel çözümün en fazla üç değişkenli durumlarda kullanılabileceğini belirtmiştik. Oysa uygulamada görülen problemlerde değişken sayısı çok fazla olmaktadır. Bu nedenle başka sayısal çözüm tekniklerine ihtiyaç duyulmaktadır. Bu tekniklerden en yaygın ve kullanışlı olanı simpleks metodudur. Simpleks metodu ilk olarak 1947 yılında G. B. Dantzig tarafından geliştirilmiştir. Cooper, Charnes ve diğerleri onu takip etmişlerdir.

Bu yöntem bir eşitlikler sistemine ardışık işlemlerle mümkün temel çözümler arayan ve bulduğu her çözüm için optimallik kontrolleri yapan bir süreçtir. Simpleks yöntemi yalnızca mümkün çözümleri inceler ve esası; uygun çözüm setinin alt setinden birisi değerlendirmeye alınarak, amaç fonksiyonu (Z) nin değerindeki değişmelerin izlenmesidir[59].

Simpleks metodun en önemli özelliği, değişken sayısı çok olan problemlere kolayca uygulanabilmesidir. Diğer bir özelliği de her yeni çözümün en az önceki çözüm kadar iyi olmasıdır[60]. Bu önemli özellik, kesinlikle problemin en iyi çözüme ulaşmasını sağlar. Sonuçta, en iyi çözüme ulaşıldığını yöntem kendisi tespit etmiş olur.

Simpleks metodu, belirli adımlardan oluşur ve çözüm bu adımların gerçekleşmesi ile sağlanır. Bu adımlar ise şunlardır[61]:

1) Verilen doğrusal programlama problemindeki kısıtlayıcıları eşitlik haline dönüştürmek

2) Başlangıç simpleks tablosunun düzenlenmesi

3) Kârı en fazla arttırmak ve maliyeti en fazla azaltacak değişkenin işleme girmesi

---

[59] Ahmet ACAR, **Linear Programming for Managerial Decisions**, M.E.T.U. Yay., Ankara, 1989, s. 72

[60] Hülya H. TÜFEK, Şevkinaz GÜMÜŞOĞLU, **Sayısal Yöntemler/Yönetimsel Yaklaşım**, 2. Baskı, Beta Yay. İstanbul, 1994, s. 138-139

[61] ÖZTÜRK, a.g.e., s. 55-63

4) Anahtar sıranın veya işlemden çıkacak değişkenin belirlenmesi

5) Yeni sıranın bulunması

6) Optimal çözüme ulaşma

Şimdi bu metodun çözüm aşamalarını örnek üzerinde önce maksimizasyon sonra minimizasyon durumunu inceleyelim

2.6.2.1 Maksimizasyon Durumu

ÖRNEK 2-5:

Bir marangoz işletmesinde masa ve sandalye üretilmektedir. Bir masa yapımı için 30 metre tahta ve 5 saat işgücüne gerek vardır. Bir sandalye yapımı içinde 20 metre tahta ile 10 saat işgücü kullanılmaktadır. İşletmenin elinde 300 metre tahta ile 110 saat işgücü vardır. Ayrıca bir masanın satışından elde edilen kâr 6 TL ve bir sandalye satışından elde edilen kâr da 8 TL olsun. Marangozun amacı satış kârını maksimum kılmaktır. Buna göre marangoz ne kadar masa ve sandalye üretmelidir?

Öncelikle problemin doğrusal programlama modelini kuralım

Amaç Fonksiyonu	$Z_{max} = 6x_1 + 8x_2$
Kısıtlayıcılar	$30x_1 + 20x_2 \leq 300$
	$5x_1 + 10x_2 \leq 110$
Pozitif Kısıtlama	$x_1, x_2 \geq 0$

1. Adım: Verilen doğrusal programlama problemindeki kısıtları eşitlik haline dönüştürmek. Eğer kısıtlayıcı denklemi $a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 \leq b_1$ şeklinde ise denklemin sol tarafına aylak değişken (S_1) eklenir. $a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + S_1 \leq b_1$ olur. Aylak değişken, kullanılmayan üretim faktörlerini ve boş kapasiteyi gösterir.

Eğer kısıtlayıcı denklemi $a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 \geq b_1$ şeklinde ise denklemi sol tarafından artık değişken (V_1) çıkarılır. Ve yapay değişken (A_1) eklenir.

$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 - V_1 + A_1 = b_1$ olur.

Artık değişken (V) fazla kapasiteyi ve fazla üretim faktörlerini, fazla üretim durumunu veya fazla üretim isteğini ifade eder. Artık değişkenler, başlangıç simpleks tablosunun temel değişkenleri sütununda yer almaz. Onun yerine ekonomik bir anlamı olmayan *yapay değişken* (A) yer alır.

Aylak, artık ve yapay değişkenlere bir sabit katsayı değeri verilerek amaç fonksiyonunda yer alması gerekir. Amaç fonksiyonunda artık (V) ve aylak (S) değişkenler katsayı değerleri sıfırdır. Yapay değişkenlerin (A) katsayı değeri ise minimum problemlerde +M, maksimum problemlerde - M olur. M değeri yüksek değerli bir sayıyı, yani bir keyfi büyük ceza maliyetini ifade eder. Eğer simpleks çözümde M yerine bir sayı verilmek istenirse, bu sayının değeri, hem sabit miktar (b_i) sütunundaki elemanlardan, hem değişkenlerin olabileceği (a_{ij}) ve hem de amaç fonksiyonundaki (c_j) katsayı değişkeninden büyük olmalıdır. Yapay değişkene bu kadar büyük bir katsayı verilmesinin amacı , hiç bir ekonomik anlamı olmayan, yapay değişkenin uygun optimal çözümde yer almasını önlemek içindir.

Buna göre örnek problem için simpleks modelimiz şöyledir.

Amaç Fonksiyonu	$Z_{max} = 6x_1 + 8x_2 + 0S_1 + 0S_2$
Kısıtlayıcılar	$30x_1 + 20x_2 + S_1 + 0S_2 = 300$
	$5x_1 + 10x_2 + 0S_1 + 0S_2 = 110$
Pozitif Kısıtlama	$x_1, x_2, S_1, S_2 \geq 0$

Görüldüğü gibi kısıtlayıcıları eşitlik haline getirmek için kullanılmayan tahta (S_1) ve atıl işgücünü (S_2), eşitsizliğinin sol tarafına ekledik. Ayrıca kullanılmayan tahta ve işgücünün üretime ve dolayısıyla kâra hiç bir katkısı olamayacağından amaç fonksiyonundaki katsayıları sıfır olmuştur.

2. Adım: Başlangıç simpleks tablosunun düzenlenmesi. Bu adımda yapılacak işlem, birinci adımda ele alınan verileri bir matris halinde ifade etmektir. Başlangıç simpleks tablosu genel olarak şu şekildedir.

Tablo 2—4: Genel Olarak Başlangıç Simpleks Tablosu

Birim kâr/Birim Maliyet	C_j	Amaç Satırı		Çözüm
(Amaç) katsayıları	Temel değişkenler	$x_1, x_2 \ldots x_n$		Vektörü
		Katsayılar matrisi	Birim matrisi	
Z_j				
$C_j - Z_j$		0	0	-62

Buna göre örneğimizin başlangıç simpleks tablosu şu şekilde olur.

Tablo 2—5: Örnek 2-5'in Başlangıç Simpleks Tablosu

Kâr	C_j	6	8	0	0	Çözüm
Katsayısı	Temel Değişken	x_1	x_2	S_1	S_2	Vektörü
0	S_1	30	20	1	0	300
0	S_2	5	10	0	1	110
Z_j		0	0	0	0	0
$C_j - Z_j$		6	8	0	0	0

Z_j satırı, gözden çıkarma satırı olarak adlandırılır ve bu satırdaki elemanlarda bir değişiklik yapıldığında, birim başına kârdaki kaybı gösterir. Her bir sütun altındaki Z_j satırı elemanlarını hesaplamak için şu işlem yapılır.

Birim gözden çıkarma = Birim kâr sütunu x Değişken katsayı sütunu

Örneğimizde x_1'in altındaki Z_j satırı elemanının bulunmasını gösterelim

Amaç katsayısı sütunu x Değişken sütunu (x_1)

(0 x 30) + (0 x 5) = 0 + 0 = 0 (Masa için gözden çıkarma)

(0 x 30) terimi bize kullanılmayan tahtanın birim kârı ile bir masa yapımı için gerekli tahta miktarının çarpımıdır. Aynı zamanda bu terim bize bir masa yapımı için kullanılmayan tahtanın sağlayacağı kârdaki azalmadır. Toplam değer (Z_1 = 0) ise masanın bir birim artışını sağlamak için masa ve iş gücü tarafından vazgeçilen kârı gösterir.

(C_j - Z_j) satırına ilerleme veya net değer satırı denir. Bu satır, tablonun üstünde yer alan amaç satırı elemanlarından bunlara karşılık gelen gözden çıkarılmış (Z_j) elemanlarının düşülmesi ile elde edilir. (C_j - Z_j) satırındaki eleman ilişkili bulunduğu değişkenden bir birim daha üretildiğinde sağlayacağı kazanç artışını (minimizasyon problemlerinde ise maliyet azalışını) gösterir.

Örneğimizde; x_1 sütunun altındaki 6 değeri, bir tane masa yapılıp satılırsa marangozun kârının 6 TL artacağını ifade eder. Ayrıca dikkat edilirse (C_j - Z_j) satırında yer alan elemanlar amaç (kâr) satırındaki elemanların aynısıdır, Bu tahta ve işgücünün üretime hiç katkıları olmadığını yani onların gözden çıkarma değerinin 0 olduğunu gösterir.

3. Adım: Kârı en fazla arttıracak ve maliyeti en fazla azaltacak değişkenin işleme girmesidir. Bu adıma anahtar sütunun seçilmesi de diyebiliriz. Anahtar sütun seçilirken önce düzenlenmiş simpleks tablosunun (C_j - Z_j) satırına bakılır. Eğer amaç, karın maksimizasyonu ise (C_j - Z_j) satırında yer alan en yüksek pozitif değerli eleman seçilir ve onun karşılığı olan sütun, *anahtar sütun* olarak ifade edilir. Eğer amaç, maliyetin minimizasyonu ise, negatif değerler içinde, mutlak değerce en ~~küçük~~ büyük olanı seçilir ve bunun karşılığı anahtar sütun olur.

Buna göre örneğimizde amaç, kâr maksimizasyonu olduğu için işleme girecek değişken, (C_j - Z_j) satırındaki en büyük pozitif değer olan 8 elemanına karşılık gelen x_2 değişken sütunudur. Diğer bir ifade ile anahtar sütun x_2 değişken sütunudur.

4. Adım: Anahtar sıranın veya işlemden çıkacak değişkenin belirlenmesi. Bu adımda ise; çözüm sütunundaki elemanlar anahtar sütununda yer alan elemanlara bölünerek b_i / a_{ij} oranı bulunur. Bu oranlar içinde en küçük olanı seçilir. Yalnız, paydasında sıfır ve negatif sayıları bulunan oranlar dikkate alınmaz. Seçilen en küçük oranın karşılığı olan sıra, *anahtar sıra* olur ve temel değişken sütunundaki değişken de işlemden çıkarılır. Yerine x_1 ve x_2'den herhangi birisi gelir. Anahtar sıra ile anahtar sütunun kesiştiği yerdeki eleman *anahtar sayı* veya *pivot* olarak kabul edilir.

Örneğimizde, anahtar sıra ve anahtar sayıyı (pivotu) bulalım.

Tablo 2—6: Pivotun Bulunması

Temel Program Değişkeni	x_2	Oran (b_i / a_{ij})	
S_1	20	300/20 = 15	
S_2	10	110/10 = 11	⇐ En küçük oran

Buna göre S_2 sırası anahtar sıra olur. 10 sayısı da anahtar (pivot) sayı olur. İşlemden çıkacak temel değişkenin bulunması için önce temel sıranın bulunması gerekir. Temel sırayı bulmak için yapılacak işlem, anahtar sıranın tüm elemanlarını anahtar sayıya bölmektir. Anahtar sıra değişkeni S_2 yerine anahtar sayının bulunduğu sütunun değişkenine yani x_2'ye bırakır. Temel sıranın değişkeni de x_2 olur. Bunları tabloda gösterelim.

Tablo 2—7: Temel Sıranın Bulunması

Amaç Katsayıları	Temel Değişken	x_1	x_2	S_1	S_2	Çözüm
0	S_1					
8	x_2	1/2	1	0	1/10	110/10=11

5. Adım: Yeni sıranın bulunması. Yeni tabloda yer alacak temel sıra dışındaki sıraların da bulunması gereklidir. Bir önceki tabloda anahtar sıra dolayısıyla temel sıra dışındaki eski sıralar işleme tabi tutularak yeni sıralar oluşturulur. Yeni sırayı bulmak için şu formül kullanılır.

Yeni sıra elemanı = Eski sıranın elemanı - (Temel sayı x Temel sıra elemanı)

Formülde yer alan *temel sayı*; anahtar sayının bulunduğu sütunda Z_j ve C_j - Z_j elemanlarının dışındaki tüm elemanlardır. Örneğimizde temel sayı 20'dir. şimdi örneğimizde yeni sırayı bulalım.

	x_1	x_2	S_1	S_2	b_2
Eski Sıra (S_1)	30	20	1	0	300

Yeni sıra (S_1)'in sırasıyla elemanlarını tespit edelim.

x_1'in katsayı değeri = 30 -20 (1/2) = 20

x_2'in katsayı değeri = 20 -20 (1) = 0

S_1'in katsayı değeri = 1 - 20 (0) = 1

S_2'in katsayı değeri = 0 - 20 (1/10) = -2

Çözüm vektörü b_2'nin değeri = 30 - 10 (11) = 80'dir. Buna göre yeni sıra aşağıdaki gibi olur.

Tablo 2—8: Yeni Sıranın Bulunması

	X_1	x_2	S_1	S_2	b_2
Yeni sıra (S_1)	20	0	1	-2	80

Z_j ve C_j Z_j satırları daha önce belirttiğimiz şekilde hesaplanır ve tablo yeniden düzenlenir. Buna göre yeni tablo aşağıdaki şekilde olur.

Tablo 2—9: Örnek 2-5'in Birinci Simpleks Çözüm Tablosu

Birinci Simpleks Çözüm Tablosu

Kâr Katsayısı	C_j	6	8	0	0	Çözüm Vektörü
	T.D.V.	x_1	x_2	S_1	S_2	
0	S_1	20	0	1	-2	80
8	x_2	1/2	1	0	1/10	11
Z_j		4	8	0	8/10	88
$C_j - Z_j$		2	0	0	-8/10	

6. Adım: Optimal çözüme ulaşma. Simpleks metotla problemin optimal çözüme ulaşılıp ulaşılmadığını anlamak için birim ilerleme satırına yani C_j - Z_j satırına bakılır. Maksimum amaçlı problemlerde çözümün optimal olabilmesi için; C_j - Z_j satırındaki elemanlarının değerinin, sıfira eşit veya sıfirdan küçük olması gerekir. Yani $C_j - Z_j \leq 0$ olmalıdır. Minimizasyon amaçlı problemlerde ise çözümün optimal olabilmesi için C_j - Z_j satırındaki elemanların değerinin sıfira eşit veya sıfirdan büyük olması gerekir. Yani $C_j - Z_j \geq 0$ olmalıdır.

Örneğimizde birinci simpleks çözüm tablosuna baktığımızda C_j - Z_j satırında sıfirdan büyük eleman vardır. Dolayısıyla örneğimizde amaç kârın maksimizasyonu olduğundan, problemin optimal olabilmesi için $C_j - Z_j \leq 0$ şartının sağlanması gereklidir. Optimal çözüme ulaşmak için 2 ile 5'inci adımlar arasında yaptığımız işlemler $C_j - Z_j \leq 0$ şartı sağlanıncaya kadar tekrarlanır.

Birinci simpleks çözüm tablosuna göre;

Anahtar sütun, 2 elemanının bulunduğu x_1 sütunudur. Anahtar satır, S_1 satırının bulunduğu satırdır. Pivot sayı ise, bu ikisinin kesiştiği 20 sayısıdır.

Buna göre yeni satırımızı oluşturalım.

Temel Satır = 20/20 0/20 1/20 -2/20 80/20

Temel Satır = 1 0 1/20 -1/10 4

½ 1 0 1/10 11

Yeni Sıra = -1/2 (1 0 1/20 -1/10 4)

Yeni Sıra = (0 1 -1/40 3/20 9) olur.

Buna göre ikinci simpleks çözüm tablosunu düzenleyelim.

Tablo 2—10: Örnek 2-5'in Optimal Çözüm Tablosu

İkinci Simpleks Çözüm Tablosu

Kâr Katsayısı	C_j	6	8	0	0	Çözüm Vektörü
	T.D.V.	x_1	x_2	S_1	S_2	
0	x_1	1	0	1/20	-1/10	4
8	x_2	0	1	-1/40	3/20	9
Z_j		6	8	1/10	3/5	96
$C_j - Z_j$		0	0	-1/10	-3/5	

İkinci simpleks çözüm tablosunda görüldüğü gibi problem optimal çözüme ulaşmıştır. Çünkü $C_j - Z_j$ satırı elemanları, amaç maksimizasyon olduğu için $C_j - Z_j \leq 0$ şartını sağlamıştır. Buna göre, marangoz masadan 4 birim sandalyeden de 9 birim üretip sattığında verilen koşullar altında maksimum kârı 96 TL olacaktır.

2.6.2.2 Minimizasyon Durumu

ÖRNEK 2-6:

Bir metal işletmesinde üç değişik kalite düzeyinde ürün elde edilmektedir. Ve başlıca iki değişik ürün hattı kullanılmaktadır. Her bir ürün hattında günlük üretim şu şekildedir.

Kalite	1. Hat	2. Hat
Düşük	300	100
Orta	100	100
Yüksek	200	600

İşletme geçmişteki verilere dayanarak; en az 2400 birim düşük kaliteden, en az 1600 birimlik orta kaliteden ve en az 4800 birim yüksek kaliteden üründen üretip satmayı planlamaktadır. Günlük üretim maliyetleri, 1. Hat için ortalama 600, 2. Hat için ise ortalama 400 birimdir. İşletme, gerekli talebi karşılayarak toplam üretim maliyetini en küçüklemek istemektedir. Buna göre, her iki hat ne kadar çalışmalıdır?[62]

Problemin doğrusal programlama modeli için, 1. Hattın çalışma gün sayısı x_1, 2. Hattın çalışma gün sayısı da x_2 ile gösterirsek modelimiz.

Amaç Fonksiyonu	$Z_{min} = 600x_1 + 400x_2$
Kısıtlayıcılar	$300x_1 + 100x_2 \geq 2400$
	$100x_1 + 100x_2 \geq 1600$
	$200x_1 + 600x_2 \geq 4800$
Pozitif Kısıtlama	$x_1, x_2 \geq 0$

Minimizasyon amaçlı problemlerin simpleks çözüm tekniği ile çözülmesi, maksimizasyon amaçlı problemlerdeki süreçle aynı olmakla beraber iki temel farklılık gösterir. Bunlar;

– Anahtar sütun belirlenirken, C_j - Z_j satırındaki negatif değerli elemanlar içinden mutlak değer içinde en yüksek değere sahip olan eleman seçilir. Ve bunun karşılığı olan sütun anahtar sütun olarak ifade edilir.

– Problemin optimal çözüme ulaşması için C_j - Z_j satırındaki elemanların değerinin sıfıra eşit veya sıfırdan büyük olması gerekir. Yani, $C_j - Z_j \geq 0$ olmalıdır.

Şimdi örnek problemimizi adım adım çözelim.

1. Adım: Kısıtlayıcıları eşitlik haline dönüştürebilmek için; eşitsizliklerin sol tarafından artık değişkenlerin (V_i) çıkarılması ve yapay değişkenlerin (A_i) eklenmesi

---

62 Mehmet Çınar, **Yönetsel Kararlara İlişkin Sayısal Yöntemler**, Erciyes Üniv. Yay. No:8, Kayseri, 1990, s. 92.

gereklidir. Çünkü problemimizde kısıtlayıcılar ≥ şeklindedir. Amaç fonksiyonunda artık (V_i) değişkenlerin katsayıları sıfırdır. Yapay değişkenlerin (A_i) katsayı değeri, orneğimiz minimizasyon olduğu için + M dir. M değerinin ne anlama geldiğini daha önce söylemiştik.

Buna göre örneğimiz için modelimiz şu şekilde olur.

Amaç Fonksiyonu $Z_{min} = 600x_1 + 400x_2 + 0V_1 + 0V_2 + 0V_3 + MA_1 + MA_2 + MA_3$

Kısıtlayıcılar

$$300x_1 + 100x_2 - V_1 + A_1 = 2400$$
$$100x_1 + 100x_2 - V_2 + A_2 = 1600$$
$$200x_1 + 600x_2 - V_3 + A_3 = 2800$$

Pozitif Kısıtlama $x_1, x_2, V_1, V_2, V_3, A_1, A_2, A_3 \geq 0$

2. Adım: Başlangıç simpleks tablosunun düzenlenmesi maksimum amaçlı örnekte olduğu gibidir. Buna göre;

Tablo 2—11: Örnek 2-6'nın Başlangıç Simpleks Tablosu

Başlangıç Simplcks Çözüm Tablosu

Kâr Katsayısı	C_j	6	8	0	0	0	M	M	M	Çözüm Vektörü	
	T.D.V.	x_1	x_2	V_1	V_2	V_3	A_1	A_2	A_3		b_i / a_{ij}
M	A_1	300	100	1	0	0	1	0	0	2400	24
M	A_2	100	100	0	-1	0	0	1	0	1600	16
M	A_3	200	600	0	0	-1	0	0	1	4800	8
Z_j		600M	800M	-M	-M	-M	M	M	M	8800M	
$C_j - Z_j$		600-600M	100-800M	M	M	M	0	0	0		

3. Adım: Problemimiz minimizasyon olduğu için anahtar sütun C_j - Z_j satırındaki elemanların en küçüğünün karşılığı olan sütun olur. Buna göre örneğimizde anahtar sütun; (100-800µ)' elemanın karşılığı olan x_2 değişkenin bulunduğu sütundur.

4. Adım: Bu adımda maksimizasyon amaçlı örnekte yapmış olduğumuz işlemlerin aynısı yapılır. Anahtar sıra ve pivot sayısı bulunur.

Örneğimizde anahtar sıra; b_i / a_{ij} oranları içinde en düşük olan oranın (8) karşılığı olan x_3 değişkenin bulunduğu satırdır. Pivot ise anahtar sıra ile anahtar sütunun kesiştiği 600 sayısıdır.

5. Adım: Bu adımda yeni sıranın bulunması işlemi yapılır. Bu işlemde maksimizasyon amaçlı örneğimizde olduğu şekildedir. Dolayısıyla aynı işlemleri açıklamadan tabloda direkt olarak gösterilmiştir.

Tablo 2—12: Örnek 2-6'nın Birinci Simpleks Çözüm Tablosu

Birinci Simpleks Çözüm Tablosu

Kâr Katsayısı	C_j	600	400	0	0	0	M	M	M	Çözüm Vektörü
	T.D.V.	x_1	x_2	V_1	V_2	V_3	A_1	A_2	A_3	
M	A_1	800/3	0	-1	0	1/6	1	0	-1/6	1600
M	A_2	200/3	0	0	-1	1/6	0	1	-1/6	800
400	x_2	1/3	1	0	0	1/600	0	0	1/600	8
Z_j		400+1000M	400	-M	-M	M-2/3	M	M	2-M/3	3200+2400M
C_j - Z_j		1400-1000M	0	M	M	2-M/3	0	0	2M-2/3	

6. Adım: Optimal çözüme ulaşma. Problemin optimal çözüme ulaşıp ulaşmadığını anlamak için C_j - Z_j satırına bakılır. Minimizasyon amaçlı problemlerde çözümün optimal olabilmesi için, C_j - Z_j satırındaki elemanların sıfıra eşit veya sıfırdan büyük olması gerekmektedir ($C_j - Z_j \geq 0$).

Örneğimizde birinci simpleks tablosunda bu şart sağlanmamıştır. Dolayısıyla bu şart gerçekleşene kadar 2 ile 5. adımlar arasındaki işlemler tekrarlanır. Şimdi $C_j - Z_j \geq 0$ şartı gerçekleşene kadar işlemlere devam edelim.

Tablo 2—13: Örnek 2-6'nın İkinci Çözüm Tablosu

İkinci Simpleks Çözüm Tablosu

Kâr Katsayısı	C_j	600	400	0	0	0	M	M	M	Çözüm Vektörü
	T.D.V.	x_1	x_2	V_1	V_2	V_3	A_1	A_2	A_3	
600	x_1	1	0	-3/800	0	1/600	3/800	0	-1/600	6
M	A_2	0	0	1/4	-1	1/8	-1/4	1	-1/8	400
400	x_2	0	1	1/800	0	- 9/4800	1/800	0	9/4800	6
Z_j		600	400	M-7/4	-M	M-3/8	7-M/4	M	3-M/8	6000+400M
C_j - Z_j		0	0	7-M/4	M	3-M/8	5M-7/4	0	9M-3/8	

Tablo 2—14: Örnek 2-6'nın Üçüncü Simpleks Çözüm Tablosu

Üçüncü Simpleks Çözüm Tablosu

Kâr Katsayısı	C_j	600	400	0	0	0	M	M	M	Çözüm Vektörü
	T.D.V.	x_1	x_2	V_1	V_2	V_3	A_1	A_2	A_3	
600	x_1	1	0	0	-12/800	4/1600	0	12/800	-4/1600	12
0	V_2	0	0	1	-4	1/2	-1	4	-1/2	1600
400	x_2	0	1	0	4/800	-12/4800	0	-4/800	12/4800	4
Z_j		600	400	0	-7	1/2	0	7	-1/2	8800
C_j - Z_j		0	0	0	7	-1/2	M	M-7	M+1/2	

Tablo 2—15: Örnek 2-6'nın Optimal Çözüm Tablosu

Dördüncü Simpleks Çözüm Tablosu

Kâr Katsayısı	C_j	600	400	0	0	0	M	M	M	Çözüm Vektörü
	T.D.V.	x_1	x_2	V_1	V_2	V_3	A_1	A_2	A_3	
600	x_1	1	0	-4/800	4/800	0	4/800	-4/800	0	1600
0	V_3	0	0	2	-8	1	-2	8	1	800
400	x_2	0	1	24/4800	-72/4800	0	-24/4800	72/4800	0	8
Z_j		600	400	-1	-3	0	1	3	0	7200
$C_j - Z_j$		0	0	1	3	0	M-1	M-3	M	

Optimal çözüm için, minimizasyon amaçlı problemlerde $C_j - Z_j \geq 0$ olması gerektiğini söylemiştik. 4. Simpleks çözüm tablosunda görüldüğü gibi bu şart gerçekleşmiştir. Böylece problem optimal çözüme kavuştu. Yani işletme, tüm talepleri karşılayabilmek için birinci hattı 4 gün, ikinci hattı 12 gün çalıştırmalıdır. Böylece düşük ve orta düzeydeki kaliteli ürünlerin talebi tam karşılanmaktadır. Ancak yüksek kaliteli ürünlerin talebi tam karşılanmamaktadır. Ancak yüksek kaliteli ürün üretimi, belirlenen üretim planı temelinde, 3200 birimlik bir fazlalık oluşturmaktadır. Bu fazlalığa karşın, minimum toplam üretim maliyeti amacına 7200 birim olarak ulaşmaktadır.

2.6.2.3 Simpleks Yöntemde Özel Durumlar

Simpleks yönteminde şimdiye kadar yaptığımız çözümlerde herhangi bir problemle karşılaşmadık. Fakat simpleks yöntemin uygulamalarında zaman zaman bazı özel durumlarla karşılaşılmaktadır. Bunlardan önemli olanlar şunlardır[63];

1. Çözümsüz Problemler,

[63] SARIASLAN, a.g.e., s. 139-155

2. Sınırsız Problemler,

3. Çoklu Optimal Çözümler,

4. Bozuk Çözümler (Dejenerasyon)

2.6.2.3.1 Çözümsüz Problemler

Bazı doğrusal programlama problemlerinde kısıtlayıcıların çelişkili olması sonucu problemin uygun (feasible) bir çözümü yoktur. Örneğin,

Amaç Fonksiyonu	$Z_{min} = 2x_1 + 3x_2$
Kısıtlayıcılar	$x_1 + x_2 \leq 5$
	$x_2 \geq 10$
Pozitif Kısıtlama	$x_1, x_2 \geq 0$

şeklindeki bir problemde kısıtlayıcılarda bir çelişki olduğu görülmektedir. Dolayısıyla da uygun çözüm yoktur. Çünkü yukarıdaki eşitlikleri aynı anda sağlayan pozitif x_1 ve x_2 değerleri yoktur.

Karmaşık problemlerde kısıtlayıcıların çelişkisini ilk aşamada görmek oldukça güçtür. Bunun sonucu olarak simpleks yöntemi ile çözüm aranırken son çözümde yapay değişkenler yeralır. Yapay değişkenler yalnızca ilk temel çözümü belirlemek amacı ilk problem kapsamına alındığı için mantıksal bir açıklaması yoktur. Dolayısıyla sön çözümde, yani optimal olduğu düşünülen çözümde yapay değişken bulunmamalıdır. Eğer bulunursa, bu çözüm uygun olmayan bir çözümdür.

2.6.2.3.2 Sınırsız Çözümler

Doğrusal programlama problemlerinde amaç fonksiyonu optimize edilirken kısıtlayıcılara uyulur. Eğer kısıtlayıcılar amacın gerçekleşme derecesini sınırlamıyorsa bu problemin çözümü sınırsızdır (unbounded) denilir. Örneğin,

Amaç Fonksiyonu	$Z_{min} = 2x_1 + x_2$
Kısıtlayıcılar	$3x_1 + 2x_2 \leq 40$
	$x_1 + 4x_2 \leq 10$
Pozitif Kısıtlama	$x_1, x_2 \geq 0$

şeklindeki bir problemde amaç fonksiyonunun değerinin belli bir nokta üzerinde kalmasını zorlayacak bir kısıtlayıcı yoktur. Dolayısıyla, amacı istediğimiz kadar minimize eden küçük $x_1 \geq 0$ değerlerini alabiliriz. Örneğin bu değerlerden $x_1=0$ ve $x_2=0$ değerleri amacı istediğimiz kadar azaltan, yani $Z = 2(0) + 1(0) = 0$ yapan ve yukarıdaki kısıtlayıcılara uyabilen x değerleridir. Amaç fonksiyonunu istediğimiz kadar küçültme olanağı olduğu için, tüm kısıtlayıcıların $\leq$ (minimum) olduğu minimizasyon problemlerinde çözüm sınırsızdır. Böyle bir durumun olmaması için, kısıtlayıcılardan en az birinin = (eşit) veya $\geq$ (maksimum) olması gerekmektedir.

Amaç fonksiyonu maksimum olan problemlerde ise, kısıtlayıcıların en az birinin = veya $\leq$ (maksimum) olması gerekir ki amaç fonksiyonu sınırlandırabilsin.

Simpleks metodunda pratik olarak sınırsız çözüm olup olmadığını şu şekilde anlayabiliriz;

a) Minimizasyon durumunda,

$$C_j - Z_j < 0 \text{ ve } b_i / a_{ij} < 0 \; (i= 1,2,.....,m)$$

b) Maksimizasyon durumunda,

$$C_j - Z_j > 0 \text{ ve } b_i / a_{ij} < 0 \; (i= 1,2,.....,m)$$

ise çözüm bu aşamadan sonra sınırsızdır.

2.6.2.3.3 Çoklu Optimal Çözümler

Doğrusal programlama problemlerinde, optimal çözüm tablosunda maksimizasyon durumunda tüm değişkenler için C_j - $Z_j \leq 0$ ve minimizasyon durumunda ise C_j - $Z_j \geq 0$ değerini alması gerektiğini daha önce söylemiştik. Bunun yanında, çözümde olan değişkenler ise C_j - $Z_j = 0$ değerini almaktadır. Bunun nedeni, çözüme giren değişkenin beklenilen katkısını gerçekleştirmesi ve potansiyel katkısının artık olmamasıdır. Yani olabilecek katkıları ilk gerçekleşen katkıları birbirine eşittir (C_j=Z_J). Bazen çözüme girmeyen değişkenler içinde C_j - Z_j = 0 olabilir. Bu durumda böyle değişken ya da değişkenlerden biri çözüme alınırsa amaç fonksiyonunun değeri değişmez ve yeni bir seçenek optimal çözüm bulunur. Bunun nedeni çözüme girmeyen değişken için C_j - Z_j = 0 olmasıdır. Eğer çözüme alınırsa potansiyel katkısı sıfır olduğundan yeni çözümde amaç fonksiyonunun değeri de değişmeyecektir.

Çözüme girmeyen değişken ya da değişkenler için C_j - Z_j = 0 ise başka bir optimal çözüm (alternate optima) veya çözümler vardır. Eğer değişkenler çözüme alınırsa yeni seçenek optimal çözüm ya da alternatif çözümler belirlenmiş olur. Örneğin,

Amaç Fonksiyonu	$Z_{max} = 40x_1 + 80x_2$
Kısıtlayıcılar	$x_1 \leq 80$
	$x_2 \leq 60$
	$5x_1 + 6x_2 \leq 600$
	$x_1 + 2x_2 \leq 160$
Pozitif Kısıtlama	$x_1, x_2 \geq 0$

şeklinde verilen problemin çözümünde doğrudan son çözüm tablosunu yazacağız

Amaç Fonksiyonu	$Z_{max} = 40x_1 + 80x_2 + 0S_1 + 0S_2 + 0S_3 + 0S_4$
Kısıtlayıcılar	$x_1 + S_1 = 80$
	$x_2 + S_2 = 60$
	$5x_1 + 6x_2 + S_3 = 600$
	$x_1 + 2x_2 + S_4 = 160$
Pozitif Kısıtlama	$x_1, x_2, S_1, S_2, S_3, S_4 \geq 0$

Tablo 2—16: Simpleks Metodunda Optimal Çözümün Birden Fazla Olması (I)

2. Simpleks Çözüm Tablosu

Kâr Katsayısı	C_j	40	80	0	0	0	0	Çözüm Vektörü
	Temel	x_1	x_2	S_1	S_2	S_3	S_4	
0	S_1	0	0	1	2	0	-1	80
80	x_2	0	1	0	1	0	0	60
0	S_3	0	0	0	4	1	-5	40
40	x_1	1	0	0	-2	0	1	40
Z_j		40	80	0	0	0	40	6400
$C_j - Z_j$		0	0	0	0	0	-40	

Bu son tabloda tüm değişkenler için $C_j - Z_j \leq 0$ sağlandığı için problem optimuma ulaşmıştır. Buna göre; $x_1 = 40$ br. ve $x_2 = 60$ br. üretilecektir. Kâr ise 6400 br. olacaktır. Bu üretim sırasında $S_1 = 80$ br. ve $S_3 = 40$ br. boş kapasite (kullanılmayan) vardır. Ayrıca çözüme girmediği için sıfır değerini alan S_4 değişkenin beklenilen katkısını kullandığını ve bu kullanım sonucu bir birim S_4 değişkeninin gerçekleştirdiği katkı $Z_j = 40$ birimdir. Eğer S_4 değişkeni boş bırakılmak istenirse birim başına 40 birim zarar edilecektir ($C_j - Z_j = 40$).

Diğer taraftan S_2 değişkeni de çözüm girmemiştir. Bu beklenen kapasitenin kullanıldığını göstermektedir. Ancak bu değişkenle, birim başına herhangi bir katkı sağlanmaz ($Z_j = 0$) ve birim potansiyel katkısı da sıfırdır ($C_j - Z_j = 0$). Bu durum bulunan çözümün bir başka seçeneğinin bulunduğunu ve bu seçenekte S_2'nin çözüme alınabileceğini belirtmektedir.

Şimdi S_2 değişkenini çözüme alıp b_i / a_{ij} oranları hesaplanırsa S_3 değişkeninin çözümden çıkacağı, aşağıdaki çözüm tablosunda görülecektir.

Tablo 2—17: Simpleks Metodunda Optimal Çözümün Birden Fazla Olması (II)

3. Simpleks Çözüm Tablosu

Kâr Katsayısı	C_j	40	80	0	0	0	0	Çözüm Vektörü
	Temel	x_1	x_2	S_1	S_2	S_3	S_4	
0	S_1	0	0	1	0	-½	3/2	20
80	x_2	0	1	0	0	-¼	5/4	50
0	S_3	0	0	0	1	¼	-5/4	10
40	x_1	1	0	0	0	½	-3/2	60
Z_j		40	80	0	0	0	40	6400
C_j - Z_j		0	0	0	0	0	-40	

3. Simpleks çözüm tablosunda görüldüğü gibi; x_1 = 60 br. x_2 = 50 br. üretilirse kâr yine aynı (Z_j = 6400 br.) olmaktadır.

2.6.2.3.4 Bozuk Çözümler (Dejenerasyon)

Doğrusal programlama problemlerinde simpleks yöntemi ile yapılan çözümlerde karşılaşılan bir başka özel durum ise; çözümden çıkacak değişkenler arasında bir kararsızlığın ortaya çıkmasıdır. Bilindiği gibi simpleks tablosunda çözüme girecek değişken, C_j - Z_j farkına göre belirlendikten sonra çözümden çıkacak değişkeni belirlemek için de b_i / a_{ij} ≥ 0 değerleri arasında en küçük olan satırın bulunduğu çözüm sütunundaki değişken, çözümden çıkacak değişken olarak alınır. Fakat bazen en küçük b_i / a_{ij} değerleri arasında eşitlikler ortaya çıkarabilmektedir. Bu durumdaki çözümlere bozuk (dejenere) çözümler ya da bozulma (dejenerasyon) durumu adı verilir. Ancak hemen belirtilmelidir ki; eğer problem çözümsüz değilse, bozuk çözümlerde optimal çözüm kolaylıkla bulunabilir.

Bozuk çözümlerde optimal çözüme gitmek için, çözüme girecek değişkenlerin belirlenmesinde C_j - Z_j farkları eşit ise, yani çözüme girecek değişkenlerde bir eşitlik varsa, istediğimiz değişkeni bir problem olmaksızın rastgele çözüme alabiliriz. Fakat optimal çözümü bulmak için izleyeceğimiz aşamaların sayısını etkiler. Dolayısıyla, bozulma (dejenerasyon) durumu ancak çözümden çıkan değişkenler için söz konusudur. Şimdi bozulma (dejenerasyon) durumunu bir örnek üzerinde görelim. Örneğin,

Amaç Fonksiyonu	$Z_{max}= 20x_1 + 30x_2$
Kısıtlayıcılar	$2x_1 + 2x_2 \leq 200$
	$2x_1 + x_2 \leq 100$
Pozitif Kısıtlama	$x_1, x_2 \geq 0$

şeklindeki bir problemi simpleks çözüm tekniği ile çözelim.

Öncelikle kısıtlayıcıları eşitlik haline dönüştürelim ve başlangıç simpleks çözüm tablomuzu oluşturalım.

Amaç Fonksiyonu	$Z_{max}= 40x_1 + 80x_2 + 0S_1 + 0S_2$
Kısıtlayıcılar	$2x_1 + 2x_2 + S_1 = 200$
	$2x_1 + x_2 + S_2 = 100$
Pozitif Kısıtlama	$x_1, x_2, S_1, S_2 \geq 0$

Tablo 2—18: Simpleks Metotta Dejenerasyon Durumu

Başlangıç Simpleks Tablosu

Kâr Katsayısı	C_j	40	80	0	0	Çözüm Vektörü	
	Temel	x_1	x_2	S_1	S_2		b_i / a_{ij}
0	S_1	2	2	1	0	200	200/2=100
0	S_2	2	1	0	1	100	100/1=100
Z_j		0	0	0	0	0	
$C_j - Z_j$		20	30	0	0		

Tabloda görüldüğü gibi amaç fonksiyonu maksimum olduğundan x_2 değişkeni çözüme girecektir. Çünkü x_2 değişkeni için $C_j - Z_j$ en büyüktür. Çözümden, çıkacak değişkeni belirlemek için b_i / a_{ij} oranları hesaplandığında S_1 ve S_2 için bir eşitlik durumu ortaya çıkmıştır. Bu durumda hangi değişkenin çözümden çıkarılacağı konusunda bir kararsızlık yani bir bozulma durumu görülmektedir. Bozulmanın giderilmesi için aşağıdaki işlemler yapılır.

a) b_i / a_{ij} değerlerinde eşitlik görülen satırların her elemanı çözüme girecek değişkenin sütununda bulunan eleman ile soldan sağa gidilerek bölünür.

b) Önce boş ve arkasından yapay değişkenlerden başlayarak soldan sağa doğru bulunan değerler sütun sütun karşılaştırılır. Eşitliğin bozulduğu sütunda en küçük bölüm değeri hangi değişken sırasında ise o değişken çözümden çıkarılır.

c) Eğer eşitlik bozulmazsa bu kez aynı işlem, temel karar değişkenleri için yapılır ve çözümden çıkacak değişken belirlenir.

Örneğimizde b_i / a_{ij} değerlerinde eşitlik olan her iki satır elemanları, çözüme giren x_2 değişkeninin kendi sırasındaki elemanına ayrı ayrı bölünür. Örneğimizde birinci satır 2 ile ikinci satır 1 ile ayrı ayrı bölünecektir.

	x_1	x_2	S_1	S_2
S_1 satırı :	2/2=1	2/2=1	1/2=0.5	0/2=0
S_2 satırı :	2/1=2	1/1=1	0/1=0	1/1=1

Önce boş değişkenlerden sonra yapay değişkenlerden başlanarak soldan sağa doğru bulunan bölüm değerleri karşılaştırılır. Örneğimizde yapay değişken olmadığından doğrudan boş değişkenler ile bölüm değerlerini karşılaştırdık.

	S_1	S_2
S_1 satırı :	0,5	0
S_2 satırı :	0	1

Karşılaştırmalar sonunda görüleceği gibi S_1 sütununda eşitlik bozulmakta ve 0<0,5 olduğu için ikinci satırdaki S_2 değişkeni çözümden çıkacaktır. Örneğimizde çözüme girecek değişken x_2 ve çözümden çıkacak değişken ise S_2 olacaktır.

Ayrıca, hemen belirtelim ki örneğimizde rasgele bir değişken çözümden çıkılırsa bile kapalı bir tekrarlama döngüsü oluşmayacaktır. Ancak her problemde bunu önceden görmek mümkün değildir. Yani rastgele seçim sonucu çözümün kendisinin tekrarlanması her zaman görülemez. Böyle durumlarla karşılaşmamak için yapılacak tek şey, bozulmanın görüldüğü yerde yukarıda belirtilen kurallar çerçevesinde çözüme gidilmesidir. Örneğimizde bozulma ilk boş değişken sütununda giderilmesine karşılık, çoğu zaman bu durum son sütuna kadar devam etmekte ve hatta tekrar başa dönüp temel karar değişkenlerinden başlamayı gerektirmektedir. Her durumda da yukarıdaki basit kural geçerliliğini korumaktadır.

2.7 DUALİTE (İKİLİK)

Buraya kadar incelediğimiz doğrusal programlama problemlerin çözümünde kullandığımız model düzenine primal model düzeni denmektedir. Aynı modelin değişik bir düzende oluşturulmasıyla dual (ikilik) modeli elde edilir[64]. Bir başka ifadeyle, doğrusal programlama probleminin orjinal şekline primal problem, bununla ilgili ikinci şekline dual (ikil) problem denir.

Genel olarak bir doğrusal programlama probleminde aynı amacı gerçekleştirmenin iki yolu vardır. Eğer temel (primal) problemde amaç, maksimizasyon ise aynı problemi minimizasyona dönüştürebiliriz. Aynı şekilde amaç minimizasyon ise, maksimizasyon amaç olarak formüle edilirse aynı amaç gerçekleştirilir. Yani her maksimizasyon problemine karşılık gelen bir minimizasyon problemi ve her minimizasyon problemine karşılık gelen bir maksimizasyon problemi vardır ve bunların amaç fonksiyonlarının optimum değerleri eşittir.

Öyleyse; neden primal problemi dual biçimine dönüştürelim veya dualin ne gereği var? diye sorulabilir. Bunun asıl nedeni; dualin çözümde sağlamış olduğu kolaylıklardır, şeklinde cevaplamak mümkündür.

Doğrusal programlama problemlerinde dual kavramının ele alınmasında şu iki ana neden olduğu söylenebilir[65].

a) Primal bir problemi dual olarak formüle etmekle çözümde daha az hesaplama işlemleri olur. Bu nedenle büyük boyutlu doğrusal programlama problemlerinin dualini çözmek zaman açısından büyük kolaylıklar sağlayacaktır.

b) Dual problemin çözümü ile önemli ekonomik yorumlar sağlanır.

Primal modelin, dual modelini yazmak için aşağıdaki sıra izlenir[66].

a) Eğer, primal modelde amaç fonksiyonunuz minimizasyon ise dualinde amaç, maksimizasyon yapılır. Bunun tersi de doğrudur.

---

[64] SARIASLAN, a.g.e., s. 169
[65] ÖZTÜRK, a.g.e., s. 91
[66] ESİN, a.g.e., s. 183

b) Primal modeldeki değişkenlerin (x_j) katsayılarının oluşturduğu matrisin transpozesi (devriği) alınır. Transpoze matrisin öğeleri de dual modelin değişkenlerinin (y_j) katsayıları olur. Bunun tersi de doğrudur.

c) Primal modeldeki eşitsizliklerin sağ tarafında bulunan (b_i) sabitler, dual modelde amaç fonksiyonunun katsayıları (C_j) olur. Bunun tersi de doğrudur.

d) Primal modeldeki amaç fonksiyonunun katsayıları (C_j) dual modelinin eşitsizliklerin sağ tarafındaki katsayıları (b_i) oluşturur. Bunun tersi de doğrudur.

e) Eşitsizlikler yön değiştirir. Primal modelde kısıtlar $\leq$ ise dualde $\geq$ olur Bunun tersi de doğrudur.

f) Primal problem maksimizasyon amaçlı ve kısıtlayıcı denklemler eşitlik (=) halinde ise dualinde kısıtlayıcı denklemin yönü $\geq$ olacaktır. Primal problem minimizasyon amaçlı ve kısıtlayıcı denklem eşitlik (=) halinde ise dualinde kısıtlayıcı denklem $\leq$ yönünde olur.

Şimdi genel olarak primal bir modelin dualini matematiksel olarak yazalım

	Primal Model	Dual Model
Amaç Fonksiyonu	$Z_{max} = (c_1x_1 + c_2x_2 + \dots\dots + c_nx_n)$	$Z_{min} = (b_1y_1 + b_2y_2 + \dots\dots + b_my_m)$
Kısıtlayıcılar	$a_{11}x_1 + a_{21}x_2 + \dots\dots + a_{1n}x_n \leq b_1$	$a_{11}y_1 + a_{21}y_2 + \dots\dots + a_{m1}y_m \geq c_1$
	$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots\dots + a_{2n}x_n \leq b_2$	$a_{12}y_1 + a_{22}y_2 + \dots\dots + a_{m2}y_m \geq c_2$
	$\vdots$	$\vdots$
	$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots\dots + a_{mn}x_n \leq b_m$	$a_{1n}y_1 + a_{2n}y_2 + \dots\dots + a_{mn}y_m \geq c_n$
Pozitif Kısıtlama	$x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0$	$y_1, y_2, \dots, y_m \geq 0$

Toplam notasyonu ile primal ve dual modellerini şöyle gösterebiliriz.

	Primal Model	Dual Model
Amaç Fonksiyonu	$Z_{max} = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$	$Z_{min} = \sum_{i=1}^{m} b_i y_i$
Kısıtlayıcılar	$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \leq b_i$	$\sum_{i=1}^{m} a_{ij} y_i \leq c_j$
Pozitif Kısıtlama	$x_j \geq 0 \; (j = 1,2,...n)$	$y_i \geq 0 \; (i = 1,2,....m)$

Şimdi primal modelin dual modele dönüştürülmesini; biri minimizasyon ve diğeri maksimizasyon amaçlı iki örnek üzerinde gösterelim.

ÖRNEK 2-7:

Aşağıdaki primal modelin dualini alınız[67].

Amaç Fonksiyonu	$Z_{max} = 3x_1 + 2x_2 + 4x_3$
Kısıtlayıcılar	$2x_1 + x_2 + 4x_3 \leq 18$
	$2x_2 + x_3 \geq 9$
	$3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 14$
Pozitif Kısıtlama	$x_1, x_2, x_3 \geq 0$

Bu problemin dualini almak için, önce bütün kısıtlayıcıları $\leq$ biçimine dönüştürmeliyiz. Bu amaçla, ikinci kısıtlayıcıyı -1 ile çarparız ve üçüncü kısıtlayıcıyı ise amaç maksimizasyon olduğu için $\leq$ şeklinde yazarız.

$-2x_2 - x_3 \leq -9$

$3x_1 + 4x_2 + 2x_3 \leq 14$

Buna göre, primal modelin duali daha önceki yaptığımız açıklamalar doğrultusunda şu şekilde kurulur.

Amaç Fonksiyonu	$Z_{min} = 18y_1 - 9y_2 + 14y_3$
Kısıtlayıcılar	$2y_1 + 3y_2 \geq 3$
	$y_1 + 2y_2 + 4y_3 \geq 2$
	$4y_1 + 4y_2 \geq 4$
Pozitif Kısıtlama	$y_1, y_2 \geq 0$ ve y_3 : Serbest

[67] Cemal ÖZGÜVEN, **Doğrusal Programlama**, Erciyes Ün. İ.İ.B.F. fakültesi, Kayseri, 1986, s. 205-206

ÖRNEK 2-8:

Aşağıdaki primal modelin dualini alınız[68].

Amaç Fonksiyonu	$Z_{min} = 6x_1 + 3x_2$
Kısıtlayıcılar	$x_1 + 2x_2 \leq 8$
	$4x_1 + 3x_2 \geq 12$
	$x_1 - x_2 = 2$
Pozitif Kısıtlama	$x_1, x_2 \geq 0$

Bu örneğin dualini almak için, önce bütün kısıtlayıcıları $\geq$ şekline dönüştürmeliyiz. Bunun için, ikinci kısıtı -1 ile çarparız ve üçüncü kısıtı $\geq$ şeklinde yazarız.

$-4x_1 - 3x_2 \leq -12$

$x_1 + x_2 \leq 2$

Buna göre bu modelin duali aşağıdaki şekilde teşekkül eder.

Amaç Fonksiyonu	$Z_{max} = 8y_1 + 12y_2 + 2y_3$
Kısıtlayıcılar	$y_1 + 4y_2 + y_3 \geq 6$
	$2y_1 + 3y_2 - y_3 \geq 3$
Pozitif Kısıtlama	$y_1, y_2 \geq 0$ ve y_3 : Serbest

2.7.1 Dual Modelin Çözümü ve Primal-Dual İlişkisi

Dual biçime dönüştürülen bir doğrusal programlama probleminin çözümü yine simpleks yöntemi ile daha önce belirtilen kurallar çerçevesinde yapılır. Şimdi aşağıda verilen primal problemin dualini alarak çözelim daha sonra aynı problemin primal çözümü ile dual çözümünü karşılaştıralım.

[68] Cemal ÖZGÜVEN, a.g.e, s. 207

ÖRNEK 2-9 :

Amaç Fonksiyonu	$Z_{max} = 6x_1 + 8x_2$
Kısıtlayıcılar	$4x_1 + 5x_2 \leq 40$
	$4x_1 + 10x_2 \geq 60$
Pozitif Kısıtlama	$x_1, x_2 \geq 0$

Şeklinde verilen problemin duali;

Amaç Fonksiyonu	$Z_{min} = 40y_1 + 60y_2$
Kısıtlayıcılar	$4y_1 + 4y_2 \geq 6$
	$5y_1 + 10y_2 \geq 8$
Pozitif Kısıtlama	$y_1, y_2 \geq 0$

olur.

Yaptığımız dönüştürmeden de görüleceği gibi; primal modeldeki eşitsizliklerin sağ tarafında bulunan sabitler dual modelde amaç fonksiyonunun katsayılarını, aynı şekilde primal modelin amaç fonksiyonundaki katsayıları dual modelin çözüm vektörünün elemanlarını oluşturur. Bundan sonra dual problemin çözümü için primal modelin çözümünde yaptığımız aşamaların aynısı uygulanır. Buna göre kısıtlayıcılar;

$$4y_1 + 4y_2 - V_1 + A_1 = 6$$

$$5y_1 + 10y_2 - V_2 + A_2 = 8$$

şeklinde ve amaç fonksiyonu da

$$Z_{min} = 40y_1 + 6y_2 + 0V_1 + 0V_2 + MA_1 + MA_2$$

şeklinde yazılır. Katsayılar simpleks tablosuna yerleştirilir ve başlangıç dual simpleks tablosu oluşur.

Tablo 2—19: Örnek 2-9'un Başlangıç Dual Simpleks Tablosu

Başlangıç Simpleks Tablosu

Maliyet Katsayısı	C_j	40	60	0	0	M	M	Çözüm Vektörü
	T.D.V	y_1	y_2	V_1	V_2	A_1	A_2	
M	A_1	4	4	-1	0	1	0	6
M	A_2	5	10	0	-1	0	1	8
Z_j		9M	14M	-M	-M	M	M	14M
$C_j - Z_j$		40-9M	60-14M	M	M	0	0	-14M

Tablo 2—20: Örnek 2-9'un Dual Optimal Çözüm Tablosu

1. Simpleks Çözüm Tablosu

Maliyet Katsayısı	C_j	40	60	0	0	M	M	Çözüm Vektörü
	T.D.V	y_1	y_2	V_1	V_2	A_1	A_2	
40	y_1	1	0	-1/2	1/5	½	-1/5	7/5
60	y_2	0	1	1/4	-1/5	-1/4	1/5	1/10
Z_j		40	60	-5	-4	5	4	62
$C_j - Z_j$		0	0	5	4	M-5	M-4	-62

Yukarıdaki tabloda görüldüğü gibi, C_j - Z_j satırındaki bütün katsayılar sıfır ve pozitif işaretli olduğundan problem optimum çözüme kavuşmuştur. Çözüm tablosuna göre, y_1=7/5, y_2= 1/10 olarak bulunmuştur. Bu değerler amaç fonksiyonunda yerine konursa,

Z_{min}= $40y_1 + 60y_2$

Z_{min}= 40 . 7/5 + 60 . 1/10

Z_{min}= 62 olarak bulunur.

Primal-dual model ilişkilerini ana hatlarıyla şöyle sıralayabiliriz.

a) Hem primal ve hem de dual modelin optimal çözümleri içinde $Z_{max} = Z_{min}$ eşitliği geçerli olmaktadır.

b) Primal modelde n adet değişken ve m adet kısıtlayıcı bulunuyorsa, dual modelde m adet değişken ve n adet kısıtlayıcı bulunur.

c) Primal modelde optimal çözümü veren tablodaki aylak ve yapay değişkenlerin Z_j sırasındaki mutlak değerleri, dual modelin optimal çözüm tablosundaki çözüm vektörünün değerine eşittir.

d) Primal modelin optimal çözüm tablosundaki çözüm vektörü değerleri, dual modelin optimal çözüm tablosundaki Z_j satırı aylak ve yapay değişkenlerin değerini verir.

Şimdi, bu saydığımız ilişkileri bir örnek üzerinde gösterelim. Örnek olarak, dualini çözdüğümüz problemin primalini de çözdüğümüzde, optimal çözüm tablosu aşağıdaki şekilde olacaktır.

Tablo 2—21: Örnek 2-9'un Primal Optimum Çözümü

Kâr Katsayısı	C_j / T.D.V	6 / x_1	8 / x_2	0 / S_1	0 / S_2	Çözüm Vektörü
6	x_1	1	0	1/2	-1/4	5
8	x_2	0	1	-1/5	1/5	4
Z_j		6	8	7/5	1/10	62
C_j - Z_j		0	0	-7/5	-1/10	-62

Buna göre primal ve dualin optimal çözüm tablolarını karşılaştırdığımızda aşağıdaki ilişkileri görebiliriz:

– Primal modelin, çözüm vektöründeki değerler, (x_1 ve x_2'ye ilişkin) dual modelin C_j - Z_j satırındaki aylak değişkenlerin (V_1 ve V_2'ye ilişkin) değerleriyle aynıdır.

– $x_1 = 5$, $V_1 = 5$ ve $x_2 = 4$, $V_2 = 4$

– Primal modelin çözüm tablosunda bulunan aylak değişkenlerin (S_1 ve S_2) katsayıları, dual modelin çözüm vektöründeki katsayılarına (y_1 ve y_2) mutlak değerce eşittir.

– $S_1 = -7/5$, $y_1 = 7/5$ ve $S_2 = -1/10$, $y_2 = 1/10$

– Primal modelin maksimum kârı (62), dual modelin minimum maliyetine (62) eşittir.

– $Z_{max} = Z_{min}$

2.7.2 Dualitenin Ekonomik Yorumu

Dual modelin amaç fonksiyonunu matematiksel olarak şu şekilde göstermiştik:

$$Z_{min} = \sum_{i=1}^{n} b_i y_i$$

Burada b_i değeri, i'inci kaynaktan veya kapasiteden kullanılabilecek maksimum miktarları göstermektedir. Optimal çözümde $Z_{max} = Z_{min}$ olduğundan, dual modelin karar değişkenleri olan y_i'ler, i'inci kaynaktan bir birim kullanıldığında amaç fonksiyonunun bu kullanımdan nasıl etkileneceği gösterir. Diğer bir deyişle i'inci kaynağın amaç fonksiyonuna birim katkısı olarak tanımlanabilir. Dual değişkenlerine *gölge fiyat, marjinal maliyet* veya *fayda* gibi isimler verilmektedir[69]. Örneğin, amaç fonksiyonu

$$Z_{max} = 30y_1 + 40y_2$$

şeklinde olan bir dual modelin optimal çözümü sonucunda $y_1 = 5$ ve $y_2 = 2$ değerleri elde edilmiş olsun. Bu durumda elimizde var olan 30 birimlik kaynaktan (y_i) 1 birim kullanıldığında amaç fonksiyonu 5 birim artacaktır. Eğer 40 birimlik y_2 kaynağından 1 birim kullanılırsa yine amaç fonksiyonu 2 birim artacaktır. Ek bir fon sağlanması durumunda bu fonun 30 birimlik kaynak için kullanılması gerekecektir. Çünkü gölge fiyatı daha yüksektir. Herhangi bir mal ve hizmeti üretmek için belirli miktarda diğer mal ve hizmetten vazgeçilmesine *fırsat maliyeti* denir[70].

$a_{11}y_1 + a_{21}y_1 + a_{31}y_3 \geq c_1$ şeklinde bir eşitsizliğin sol tarafında üç tane üretim kaynağına ait bilinmeyen (y_1, y_2, y_3) gölge fiyat değişkeni ile birim üretiminde kullanılan girdi katsayıları görülmektedir. $a_{11}y_1$, bir nolu üretim kaynağının, $a_{21}y_1$ iki nolu üretim kaynağının ve $a_{31}y_3$'de üç nolu üretim kaynağının bir birim üretim için gerekli olan maliyetlerini gösterir. Bu eşitsizliği eşitliğe dönüştürmek için artık değişkenin (V_1) çıkarılması gerekir.

$$a_{11}y_1 + a_{21}y_1 + a_{31}y_3 - V_1 = c_1$$

[69] SEZGİN-ADA, a.g.e., s. 116-117

[70] ÖZTÜRK, a.g.e., s. 104

$a_{11}y_1 + a_{21}y_1 + a_{31}y_3$ bir nolu malın birim üretim maliyetini, c_1 bir nolu malın birim satış kârını (veya fiyatını) gösterir. V_1 değişkeni 1 nolu malın birim maliyetinin satış kârından (fiyatından) fazla olan kısmını (göreceli bir zararı) yani fırsat maliyetini gösterir. Bir malın üretiminin fırsat maliyeti gerçekten kârı aşarsa, üretim kaynaklarının dağıtımı kesinlikle optimal olmayacaktır. Ve bazı üretim kaynakları atıl kalacaktır. Ayrıca bir malın üretilmesi ancak bunun fırsat maliyetinin birim kârından az veya eşit olması durumunda yapılmaktadır.

Yöneticiler; firmada ek kaynak kullanımı ile üretimin nerede kârlı olacağını ve yatırımlar için hangi alanların çekici olacağını ve bunun gibi bir çok kararları, fırsat ve gölge fiyatlar kavramından yararlanıp öğrenebilirler. Ayrıca gölge fiyatlar optimal kaynak dağılımının bir göstergesi olduğundan, piyasa fiyatlarının gölge fiyatlarından ne ölçüde saptığını belirlemek ve bu sapmayı önlemek için ne gibi politikaların takip edilmesi konusunda yöneticilere bilgi verir.

2.8 DUYARLILIK ANALİZLERİ

Duyarlık analizi, bir doğrusal programlama probleminde verilen katsayıların değerinde yapılacak değişmelerin, problemin optimal çözümünü etkileyip etkilemeyeceğini anlamak için yapılır. Bu nedenle duyarlık analizi bir doğrusal programlama çözüm yöntemi olmayıp belirlenen optimal çözümün problemde verilen katsayıların hangi değişme alanı içinde geçerli olduğunu belirlemeyi amaçlayan bir optimallik durumu sonrası çalışmadır. Çünkü duyarlık analizi yapılabilmesi için öncelikle problemin optimal çözümünün bulunması gerekir.

Doğrusal programlama modellerinin çözümünden sonra, özellikle karar vericiler açısından duyarlık analizlerinin yapılması çok önemlidir. İşletme yöneticisi; kârlarda (veya fiyatlarda), gölge fiyatlarında ve maliyetlerde olabilecek değişmenin modele nasıl yansıyacağını, daha önemlisi optimum çözümün ne olacağını bilmek ister. Dahası, üretime yeni bir mamul girebilir veya kaynak kapasitelerinde değişme olabilir. Bütün bu belirsizliklerde yönetimin duyarlılık analizi yapması gerekecektir.

Çalışmamızda; duyarlılık analizi kapsamından amaç fonksiyonu katsayıları (C_j) ve kısıtlayıcı katsayıları (b_i) ile probleme yeni bir değişken ve yeni bir kısıtlayıcı eklendiğinde optimal sonuçta meydana gelen etkileri açıklamaya çalışacağız.[71].

2.8.1 Amaç Fonksiyonu Katsayılarındaki Değişmeler

Amaç fonksiyonundaki bir katsayının değişme etkisi o katsayıyı taşıyan değişkenin optimal çözümde olup olmadığına bağlıdır.

a) Eğer değişken optimal çözümde değilse, bu değişkenin C_j katsayısı çözüme girmek için yeterli büyüklükte (Maksimizasyon durumunda) değil demektir. Dolayısıyla bu katsayının daha da küçültülmesi optimal çözümü etkilemeyecektir. Çünkü bu değişken yine çözüme girmeyecektir. Fakat katsayı değeri büyütülürse bu değişken için $C_j - Z_j = 0$ olduğu noktada amaç fonksiyonu değeri değişmeyen yeni bir seçenek çözüm ortaya çıkacaktır. Böylece, $C_j - Z_j = 0$ ve burada $C_j = Z_j$ olduğundan çözüme girmeyen değişkenin katsayısı $C_j \geq Z_j$ olunca optimal çözüm değişecektir. Çünkü, bu durumda söz konusu değişken çözüme girmektedir. Örneğin aşağıdaki optimal çözüm tablosunu inceleyelim.

Tablo 2—22: Örnek Optimal Çözüm Tablosu

Kâr katsayısı	C_j	10	24	0	0	Çözüm vektörü
	T.D.V.	x_1	x_2	S_1	S_2	
0	S_1	½	0	1	-1	3
24	x_2	½	1	0	½	4
Z_j		12	24	0	12	96
C_j-Z_j		-2	0	0	-12	

[71] SARIASLAN, a.g.e., s.192-199

Tabloda görüldüğü gibi x_1 çözüme girmemiştir ve katsayısı C_1= 10'dur. Ancak $C_1 \geq Z_1=12$ alınırsa optimal çözüm geçerliliğini kaybedecektir. Çünkü $C_1-Z_1>0$ olacağından problem optimallik şartını sağlamayacaktır. Bu durumda x_1 çözüme girecek ve yeni bir çözüm aranacaktır. Dolayısıyla belirlenen optimal çözüm, C_1 değerlerinin en küçüğünden 12 değerine kadar geçerli kalacaktır. Bunun dışındaki C_1 değerlerine çözüm duyarlıdır.

b) Eğer değişken çözümde ise, amaç fonksiyonu katsayının arttırılması amaç fonksiyonunun değerini arttıracak ancak optimal çözüm sonucu değişmeyecektir. Çünkü değişken zaten çözümdedir. Örneğin yukarıdaki çözüm tablosunda X_2 çözümdedir. Eğer C_2=24 daha da büyütülürse çözüm sonucu değişmez. Fakat amaç fonksiyonun değeri (Z_j=96) artacaktır. Fakat C_2 değeri küçültülürse başka bir değişken çözüme girebilir. Başka bir değişkenin çözüme girmeyeceği alanı belirlemek için aşağıdaki işlem yapılır.

Önce küçük bir artış anlamında C_2 katsayısına bir Δ değeri ekleyelim (yani $C_2=24+\Delta$) sonra optimal çözüm değerini tekrar hesaplayalım.

Tablo 2—23: Amaç Fonksiyonu Katsayılarında Değişme

Kâr	Cj	10	24+Δ	0	0	Çözüm
katsayısı	T.D.V.	x_1	x_2	S_1	S_2	vektörü
0	S_1	½	0	1	-1	3
24+Δ	x_2	½	1	0	½	4
Zj		12+Δ	24+Δ	0	12+Δ/2	96+4Δ
Cj-Zj		-2-Δ/2	0	0	-12-Δ/2	

Tabloda görüldüğü gibi çözüme giren bir değişken için C_j-Z_j=0 olduğundan x_1' in çözüme girmesi için, C_1-Z_1= -2-Δ/2=0 olmalıdır. Buradan Δ=-4 değeri rahatlıkla bulunur. x_2' in çözüme girmesi için C_4-Z_4=-12-Δ/2=0 olmalıdır. buradan da Δ=-24 bulunur.

O halde diyebiliriz ki C_2=24 değerinden 4 birimlik bir azalma (C_2=24-4=20) x_1 değişkeninin ve 24 birimlik bir azalış ise (C_2=24-24=0) S_2 değişkeninin çözüme girmesine neden olacaktır. Bu nedenle değişme alanının son sınırı C_2 =24-4=20 olduğu sınırdır. Bundan büyük değerler ise çözümü etkilemez. Ancak C_2=20 den küçük değişmeler x_1 veya S_2 değişkenini çözüme sokacağı için optimal çözümü değiştirir. Minimizasyon için değişme alanı bulunan değerlerin ters işaretlisi olur.

2.8.2 Kısıtlayıcı Katsayılarındaki Değişme

Kapasite veya kaynak kısıtlayıcılarının optimal çözümü geçersiz kılan değişme alanı, aynı zamanda gölge fiyatlarının geçersiz olduğu yani doğru olmadığı alanı ifade eder. Çünkü gölge fiyatlar problemde verilen b_i değerlerine göre hesaplanmıştır. Eğer bu değerlerdeki değişme optimal çözümü değiştirmiyorsa gölge fiyatların değerinde de değişme söz konusu olmayacaktır.

Kaynak kısıtlayıcı katsayılarındaki değişme her kaynağa ilişkin olan boş değişkenlerin çözümündeki durumuna bağlıdır. Bunu açıklamak için önceki örneğimizden yararlanalım.

a) Eğer boş değişkenler çözümde ise o boş değişkenin temsil ettiği kaynakta çözümdeki değer kadar fazlalık var demektir. Dolayısıyla verilen kaynaktan boş değişkenin çözümdeki değerinden az bir oranda azalma yapılırsa çözüm değişmez. Fakat kaynaktan boş değişkenin değeri kadar veya daha fazla azaltılırsa boş değişken çözümden çıkar ve çözüm değişir. Örnekte S_1 boş değişkeni S_1=3 değerini almıştır. Bu değişkenin temsil ettiği kaynağın (b_i) miktarında 3'den az bir azalma yapılırsa çözüm ve gölge fiyatlar değişmez. Fakat 3 ve 3'den fazla bir azalma olursa optimal çözüm ve gölge fiyatlar da bir değişme olacaktır. Örneğimizde S_1 boş değişkeni çözümde olduğu için b_i kaynak miktarı ne kadar arttırılsa arttırılsın, artan miktar boş kapasite olduğundan optimal çözüm değişmeyecektir. Çünkü S_1 değişkeni zaten çözümdedır. Yalnız miktar olarak değeri artacaktır. Fakat bu ise çözümü etkilemez.

Eğer boş değişken ≥ cşitsizliği için kullanılıyorsa, azaltıldığı oranda b_i miktarına eklenmelidir. Çünkü bu tür boş değişkenler negatif katsayılıdır. Örneğin; S_3 gibi bir boş değişken çözüme girmiş ve $S_3=5$ değerini almış ise, bu değişkeni çözümden çıkarmak için değeri 5 birim azaltılırsa, buna karşılık gelen kaynak miktarı da 5 birim arttırılmalıdır. Aynı şekilde S_3 değeri arttırılmak istenirse kendisine karşılık gelen kaynak (b_5) değeri azaltılmalıdır.

b) Eğer boş değişkenler çözümde değilse durum biraz farklılaşır. Örneğimizde S_2 boş değişkeni çözümde değildir. Bu değişkenin çözüme girmesi için S_1 boş kapasitesini bir birim arttırmak ve x_2 üretimini de 1/2 birim kısmak gerekir. Buna göre S_1 satırında S_2 değişkeninin çözüme girmesi için, $b_1/a_{14}=3/-1=-3$ kadar b_2 de bir kapasite darlığı vardır. O halde S_2 değişkenine ilişkin b_2 kaynağı 3 birimden daha fazla arttırılırsa yani b_2>b_2+3 olursa S_2 değişkeni çözüme girer ve S_2 değişkeni çözümden çıkar. Aynı şekilde S_2 değişkenini çözüme almak ve x_2 değişkeni çözümden çıkarmak istenirse, $b_2/a_{24}=4/1/2=8$ kadar b_2 de bir kapasite fazlalığı olacaktır. O halde b_2 de 8 birimlik bir azalma olursa X_2 çözümden çıkar ve S_2 çözüme girer. Böylece optimal çözümün geçerlilik alanı b_2+3 ile b_2-8 aralığı olur. Ve b_2 değişme miktarı bu alan içinde tutulursa optimal çözüm biçimi (yani çözüme giren girmeyen değişkenler) değişmez. Dolayısıyla gölge fiyatlarının değeri de değişmeyecek, yani geçerliliğini koruyacaktır. Eğer bu alan dışına çıkılırsa çözüme giren ve çıkan değişkenler değişeceği için optimal çözüm biçimi ve gölge fiyat değerleri de değişecektir.

Sonuç olarak boş değişkenlere ilişkin duyarlılık analizi, gölge fiyatlarının kaynaklardaki değişmeler karşısında hangi alan içinde geçerli olduğunu tespit etme imkanı vermektedir. Amaç fonksiyonu katsayılarına ilişkin duyarlılık analizi de, aynı biçimde gölge fiyatlarının yani optimal çözüm biçiminin hangi alan içinde geçerli olduğunu, C_j değerlerine ilişkili olarak belirleme imkanı verir.

2.8.3 Probleme Yeni Bir Kısıtlayıcı Ekleme

Optimal sonuca ulaşmış bir probleme daha sonra ortaya çıkan bir kısıtlayıcının, çözümü değiştirip değiştirmeyeceğini saptamak gerekebilir. Bunu saptamak için optimal çözüm değerlerini yeni kısıtta yerine koyarak kısıtlayıcıya uyup uymadığına bakmak yeterlidir.

Örneğin daha önceki örneğimize yeni bir kısıtın daha eklenmesi gerektiğini varsayalım. Bu kısıt $2x_1+3x_2 \geq 10$ olsun buna göre örneğimizdeki optimal çözüm değerlerini kısıtlayıcıda yerleştirirsek,

$2x_1x+3x_2 \geq 10$

$2(0)+3(4) \geq 10$ ise $12 \geq 10$ bulunur. Optimal çözüm değerleri bu kısıtlayıcı uygun olduğu için, problem kapsamına alınır. Ve problem çözülürse sonuç değişmez. Fakat kısıtlayıcı uygun olmazsa (örneğin $12 \geq 15$ gibi), kısıtlayıcı karşılanmaz. Bu durumda problem yeniden çözülmelidir. Çünkü yeni kısıtlayıcı ile eski optimal çözüm geçerliliğini kaybetmiştir.

2.8.4 Probleme Yeni Bir Değişken Ekleme

Probleme yeni bir değişken eklemek gerektiğinde, bunun optimal çözümü değiştirip değiştirmeyeceğini belirlemek için, üretim faktörlerinin gölge fiyatına ve probleme eklenen değişkenin amaç fonksiyonunda yer alacak olan C_j katsayısına bakmak gerekir. Eğer bu değişkenin tüketeceği üretim faktörlerinin gölge fiyatı toplamı, sağladığı katkıdan (C_j) den fazla ise bu değişken çözüme girmeyecektir. Çözüme alınırsa zarara neden olur. Minimizasyon durumunda bunun tersi söz konusudur. Dolayısıyla değişken çözüme girmeyeceği için bulunan optimal çözüm geçerlidir diyebiliriz.

Eğer değişkenin C_j katsayısı gölge fiyatlar toplamından büyük ise, amacı maksimize etmek için bu değişkenin çözüme girmesi gerecektir. Bu ise bulunan çözümün geçerli olmadığını gösterir. Dolayısıyla problemi yeniden çözmeden optimal çözüm sonucuna göre ve belirlenen gölge fiyatlara dayalı olarak çözümün geçerliliği konusunda bir karara varılır. Örneğin;

Tablo 2—24: Optimal Çözüm Örneği

Kâr katsayısı	Cj / T.D.V.	10 / x_1	24 / x_2	0 / S_1	0 / S_2	Çözüm vektörü
0	S_1	½	0	1	-1	3
24	x_2	½	1	0	½	4
Zj		12	24	0	12	96
Cj-Zj		-2	0	0	-12	

şeklinde optimal çözümü bulunan problemimizde, S_1 değişkeninin boş kapasiteyi temsil ettiği A maddesinden 2 ve S_2 değişkenin kullanılmayan miktarını temsil ettiği B maddesinden 4 birim kullanan bir S_3 değişkeninin probleme alınacağını ve bu değişkenin katsayısının C_5=20 olduğunu varsayalım.

Tabloda üretim faktörlerinden A maddesinin gölge fiyatı C_3-Z_3=Y_1=0 ve B maddesinin gölge fiyatı C_4-Z_4=Y_2=12 olduğu için S_3 değişkenin toplam maliyeti 2.(0)+4.(12)=48 birimidir. Diğer taraftan C_5=20 olduğu için S_3 değişkeni 20-48=-28 kadar birim başına zarara neden olacaktır. Bu sebeple bu değişken çözüme giremez ve belirlenen optimal çözüm geçerliliğini korur. Fakat $C_5 \geq 48$ olursa, yani toplam maliyeti eşit veya büyük olursa S_3 değişkeni çözüme girer ve belirlenen optimal ve gölge fiyatlar geçersiz olur. O halde çözüm kapsamına alınacak yeni değişkenin çözüme girebilmesi için $C_j \geq 48$ olmalıdır. Bu değer altındaki değişkenler için belirlenen optimal çözüm, verilen girdi katsayılarına (a_{ij}) göre daima geçerli olur.

BÖLÜM: III

3. DOĞRUSAL PROGRAMLAMANIN MAKSAN A.Ş.'DE UYGULANMASI

3.1 ÇALIŞMANIN AMACI

Bu çalışma; genel hatları ile anlattığımız doğrusal programlama tekniğinin, gerçek hayattaki yansımasına bir örnek teşkil etmesi ve MAKSAN A.Ş'de maksimum kârı sağlayacak en uygun üretim bileşiminin doğrusal programlama çözüm tekniği ile belirlenmesi amacını taşımaktadır.

Uygulamada önce işletmenin genel olarak bir tanıtımı yapılacak, sonra üretimi sınırlayıcı faktörler tespit edilerek kısıtlayıcı denklemler oluşturulacak. Daha sonra maksimum kârı sağlayacak olan amaç fonksiyonu belirlenip doğrusal programlama modeli oluşturulacaktır. Kurulan bu model, doğrusal programlama simpleks çözüm tekniği ile QSB paket programı kullanılarak çözülecektir.

3.2 İŞLETMENİN TANITILMASI

İşletme, Malatya-Elazığ karayolunun 7. Kilometresinde 120.770 metre kare arsa üzerine 11.824 metre kare kapalı alan ile 1974 yılında MAKSAN-Malatya Makine Sanayi A.Ş unvanı ile 1.300.000. TL sermaye ile kurulmuştur.

Şirketin mahiyeti; Türkiye'de mevcut 6,3 kilovattan 34,5 kilovatta kadar değişen gerilimli dağıtım şebekelerinde kullanılacak TS 1055 dağıtım şebekelerinde kullanılan 3 fazlı transformatörler standardına uygun nitelikteki dağıtım transformatörleri üretmektir. Tesisin kuruluşu için gerekli teknik yardım, anahtar elemanlarının eğitimi, müşavirlik, mamulün dizayn ve imalat resimleri için lüzumlu dokümanların temini için İskoçya'dan Bonar Long firması ile lisans anlaşması yapılmıştır.

1 300 000 TL sermaye ile kurulan şirket 1995 yılında sermayesini 49.200.000.000. TL' ye çıkarmıştır. 1978 yılında yatırıma başlayan şirket 1979

yılında deneme üretimine ve 1980 yılında da 660 MVA kapasite ile üretime geçmiş olup daha sonraki yıllarda ek tesislerle kapasitesini artırmıştır.

1986 yılından itibaren Bonar Long Firması ile yapılan lisans anlaşması iptal edilmiştir. MAKSAN A.Ş. kendi ismi ile marka tescili yaptırmıştır. Şirkette 20'si teknik , 182'si vasıflı eleman ve 22 diğer eleman olmak üzere 230 personel çalışmaktadır. Geçmiş dönemlerde şirketin satış ve üretimde gösterdiği titizlik ve gayretli çalışması ayrıca teknolojik gelişmeleri yakından takip etmesi sonucu transformatör üretiminde, yurt içi ve dışında kendini kabul ettirmiştir.

3.3 İŞLETMENİN FAALİYET ALANI

İşletme; dağıtım transformatörleri, güç transformatörleri ve özel amaçlı transformatörler olmak üzere üç sınıf mamul üretmektedir. Transformatörler, bir devreden diğer bir devreye elektromanyetik olarak enerji nakleden araçlardır. Transformatörler, bu nakli yaparken özelliklerine göre gerilimi alçaltır veya yükseltir.

a) Dağıtım Transformatörleri:

Yük merkezlerine enerji nakletmede kullanılan transformatörlerdir. Bunlar şehir içi şebekelerinde orta gerilimi alçak gerilime çeviren transformatörler olup çok geniş kullanım alanı vardır. Yapımları diğer transformatörlerine oranla daha kolaydır. Dağıtım transformatörleri güçleri bakımından 40-1600 kVA arası değişen çeşitlere sahiptir.

b) Güç Transformatörleri:

Bu transformatörler, yüksek gerilimi alçak gerilime, orta gerilimi alçak gerilime veya bir orta gerilimi başka bir orta gerilime dönüştürürler. Genelde fabrika veya enerji nakil hatlarında kullanılmaktadırlar. Bu transformatörler 2000-16000 kVA arasında değişen çeşitlere sahiptir.

c) Özel Amaçlı Transformatörler:

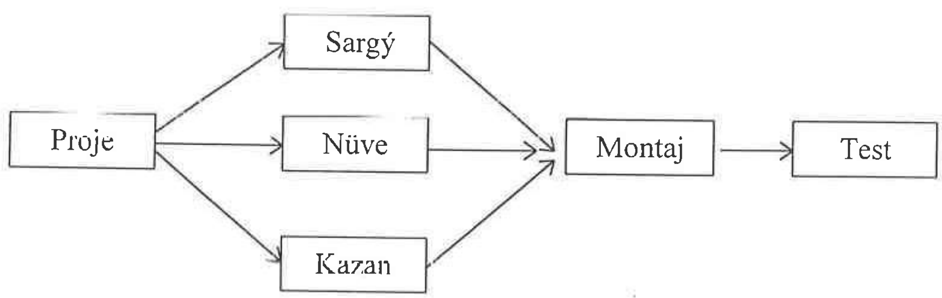
Bu transformatörler, dağıtım ve güç transformatörlerinin standart özellikleri dışında çeşitli özelliklere sahip olabilmektedirler. Bu transformatörler daha ziyade özel siparişler doğrultusunda çeşitli güçlerde üretilmektedirler.

İşletme faaliyet konusu olan bu üç sınıf transformatörler arasında en fazla üretimde bulunduğu sınıf dağıtım transformatörleridir. İşletmenin geçmiş yıllardaki faaliyetlerine bakıldığında %96 gibi yüksek bir oranda dağıtım transformatörleri üretiminde bulunduğu tespit edilmiştir.

3.4 ÜRETİM PROSESİ

İşletmenin üretim süreci 6 bölümden oluşmaktadır. Bunlar; proje, sargı, nüve, kazan, montaj ve test üniteleridir. Transformatörlerin üretimi, aşağıdaki akış şemasında da görüldüğü gibi, bu altı bölümde farklı işlemlere tabi tutulduktan sonra gerçekleşmektedir.

Şekil 3—1: Üretim Akış Şeması



3.4.1 Proje Bölümü

Bu bölümde, ürün, müşteriden gelen teknik şartnameler ve uyulması gereken standartlar doğrultusunda projelendirilir. Yani, ürünün teknik resimleri ve teknik spesifikasyonları hazırlanır. Hazırlanan bu projeler ilgili üretim departmanlarına, düzenlenmiş formlarda sunulur. Proje bölümünde toplam 8 personel çalışmaktadır.

3.4.2 Sargı Bölümü

Bu bölümde, transformatörlerin alçak gerilim ve yüksek gerilim sargıları, üretim resimleri ve iş talimatlarına uygun olarak yapılır. Sargılar için yuvarlak ve yassı bakır tel kullanılır. Bu teller önce yağ ile doyurulmuş özel yalıtım kâğıtları ile kaplanır. Sonra, alçak ve yüksek gerilim sargıları silindirik tipte iç içe yerleştirilir. Böylece, bir sonraki departmana hazır hale gelmiş olur. Sargı bölümünde toplam 39 personel çalışmaktadır.

3.4.3 Kazan Bölümü

Transformatörün dışarıdan görünen kısmını oluşturan kazan, sac levhadan imal edilir. Kazan genelde dikdörtgen şeklinde olup, yüzeylerine soğutma için çelik sac radyatörler monte edilir. Kazanın altında tekerlekli bir şasi üzerinde yağ genleşme kabı ve buşinglerin (elektriğin giriş ve çıkışlarının yapıldığı, üstü seramik parça) monte edildiği kapak bulunur. Yağ genleşme kabı, küçük transformatörlerde uzun kenara, büyük transformatörlerde ise dar kenara monte edilir. Bu bölümde toplam 51 personel çalışmaktadır.

3.4.4 Montaj Bölümü

Bu bölümde, sargı, nüve ve kazan ünitelerinden gelen yarı mamullerin montaj ve donanım işlemleri yapılarak transformatörün aktif kısmı oluşturulur ve transformatöre yağ konulur. Yağ, TS.623'e uygun olup yalıtkan olarak ve soğutma için kullanılır. Sonra, olası yabancı maddelerden ve nemlerden arındırılması için fırında kurutulur. Bundan sonra boyama işlemi yapılır ve test ünitesine sevk edilir. Bu bölümde ise 30 personel çalışmaktadır.

3.4.5 Test Bölümü

Bu bölümde üretilen mamuller; müşteri isteklerine, ulusal ve uluslararası standartlara uygun olup olmadığı belirlenir. Transformatörlere rutin ve özel tip testler uygulanarak doğruluğu belirlenir ve sevke hazır hale getirilir. Bölümde toplam 9 personel çalışmaktadır.

3.5 İŞLETMENİN DOĞRUSAL PROGRAMLAMA MODELİNİN OLUŞTURULMASI

MAKSAN AŞ kâr esasına göre üretim yapan bir özel kuruluştur. Bu yüzden biz de işletmenin amaç ve gerçeklerine uygun bir matematiksel programlama modeli oluşturacağız. Dolayısıyla, bu modeli çözdüğümüzde, işletme için maksimum kârı sağlayacak ürün karmasını ve ürün miktarlarını belirlemiş olacağız.

Bunun için önce modelin kurulmasında göz önünde bulundurulan varsayımlar açıklanacak, sonra programa alınacak faaliyetler belirlenecek ve üretimi kısıtlayan faktörler tespit edilecektir. Daha sonra amaç fonksiyonu belirlenip doğrusal programlama modelini kuracağız.

3.5.1 Modele Esas Alınan Varsayımlar

Doğrusal programlama modelimizin kurulmasında aşağıdaki varsayımlar benimsenmiştir:

a) Program için bir yıllık dönem esas alınmış olup günlük çalışma süresi 9 saattir.

b) İşletmenin amacı kâr maksimizasyonudur.

c) İşletme, ürettiği ürünlerin tümünü satabilmektedir. Çünkü üretim sipariş üzerine yapılmaktadır.

d) Hammadde temin edilmesinde bir problem söz konusu değildir.

e) İşletmenin girdileri ile çıktıları arasında doğrusal bir ilişki vardır.

f) Kâr maksimizasyonlu amaç fonksiyonunda ürünler için katsayı olarak net kârlar esas alınmıştır.

g) Fabrikanın şimdiki üretim gücü 5000 adet/yıl transformatördür

3.5.2 Modele Alınan Faaliyetler

İşletmenin son 12 yıllık üretimi incelendiğinde üretimin büyük çoğunluğunu (%96.4) dağıtım transformatörlerinin oluşturduğu tespit edilmiştir. Dolayısıyla biz de modelimize konu olarak dağıtım transformatörlerinin alınmasını uygun gördük.

Dağıtım transformatörlerinin son 12 yıllık toplam üretim içindeki oranı aşağıdaki tabloya çıkarılmıştır.

Tablo 3—1: Dağıtım Transformatörlerinin Toplam Üretim İçindeki Oranı

Gücü (kVA)	50	100	160	250	400	630	800	1000	1250	1600	Toplam
Toplam üretimdeki payı (%)	30	24	11	15	8.4	2.4	2.0	1.4	1.2	1.0	96.4

Modele alınan faaliyetler aşağıda x_i (i=1,2,....n) olarak gösterilmiştir.

x_1 = 50 kVA Dağıtım transformatörü , x_2= 100 kVA Dağıtım transformatörü

x_3 = 160 kVA Dağıtım transformatörü, x_4 = 160 kVA Dağıtım transformatörü

x_5 = 400 kVA Dağıtım transformatörü x_6 = 630 kVA Dağıtım transformatörü

x_7 = 800 kVA Dağıtım transformatörü x_8 = 1000 kVA Dağıtım transformatörü

x_9 = 1250 kVA Dağıtım transformatörü x_{10} =1600 kVA Dağıtım transformatörü

3.5.3 Katsayıların Belirlenmesi

İşletmenin üretim süreci içerisindeki altı bölümde kullanılan işgücü, üretimi kısıtlayan birer faktördür. Çünkü, işletmede çalışan personel sayısı sınırlı olduğundan kapasite de buna bağlı olarak sınırlıdır. Aşağıdaki tabloda ürün cinsine göre her bölüme ait işlem süreleri verilmiştir.

Tablo 3—2: Bölümler İtibarı İle İşlem Süreleri (adam/saat)

Ürün Cinsi	(x_1) 50	(x_2) 100	(x_3) 160	(x_4) 250	(x_5) 400	(x_6) 630	(x_7) 800	(x_8) 1000	(x_9) 1250	(x_{10}) 1600	Personel Sayısı
Proje	10	10	10	15	15	17	20	20	20	22	8
Sargı	40	42	44	50	55	63	70	75	82	90	39
Nüve	10	15	20	23	25	28	30	35	38	43	45
Kazan	12	15	19	22	30	40	49	67	75	86	51
Montaj	20	20	20	25	28	30	32	35	36	39	30
Test	5	5	5	6	6	7	7	7	8	8	9

İşletmenin her işlem ünitesi için maksimum yıllık işgücü kapasitesini şöyle hesaplayabiliriz. (Bir personelin günde 9 saat, ayda 22 gün ve yılda 12 ay çalıştığı varsayımından hareketle)

Yıllık İşgücü Kapasitesi = (Personel Sayısı x 9 x 22 x 12)

Buna göre, her bölüm için yıllık işlem kapasiteleri aşağıdaki tabloda hesaplanmıştır.

Tablo 3—3: Bölümler İtibarı İle İşgücü Kapasitesi

	Proje	Sargı	Nüve	Kazan	Montaj	Test
Personel Sayısı	8	39	45	51	30	9
İşgücü Kapasitesi (adam-saat/yıl)	19.008	92.664	106.920	121.176	71.280	21.384

Üretimi kısıtlayan bir diğer faktör üretim miktarıdır. Çünkü, işletme sipariş üzerine üretim yapmaktadır. Geçmiş on iki yıla göre işletmenin yıllık toplam üretimi 5000 adet transformatördür. Ayrıca, tablo 3.1'deki her bir ürün çeşidinin üretim miktarı ayrı bir kısıt olarak alınmalıdır. Tablo 3.1'deki veriler dikkate alındığında her bir mamulün toplam üretim içindeki payları aşağıdaki tabloda çıkarılmıştır.

Tablo 3—4: Ürünler İtibarı ile Yıllık Üretim Miktarı

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}
Toplam Üretim İçindeki Oranı(%)	30	24	11	15	8.4	2.4	2	1.4	1.2	1
Yıllık Üretim Miktarı	1500	1200	550	750	420	120	100	75	60	50

Modelimizin kısıtlayıcılarını düzgün bir şekilde yazarsak;

Kısıtlayıcılar:

$$10x_1+10x_2+10x_3+15x_4+15x_5+17x_6+20x_7+20x_8+20x_9+22x_{10} \leq 19008$$

$$40x_1+42x_2+44x_3+50x_4+55x_5+63x_6+70x_7+75x_8+82x_9+90x_{10} \leq 92664$$

$$10x_1+15x_2+20x_3+23x_4+25x_5+28x_6+30x_7+35x_8+38x_9+43x_{10} \leq 106920$$

$$12x_1+15x_2+19x_3+22x_4+30x_5+40x_6+49x_7+67x_8+75x_9+86x_{10} \leq 121176$$

$$20x_1+20x_2+20x_3+25x_4+28x_5+30x_6+32x_7+35x_8+36x_9+39x_{10} \leq 71280$$

$$5x_1+5x_2+5x_3+6x_4+6x_5+7x_6+7x_7+7x_8+8x_9+8x_{10} \leq 21384$$

$$x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6+x_7+x_8+x_9+x_{10} \leq 5000$$

$x \leq 1500$ $\qquad$ $x_6 \leq 120$

$x \leq 1200$ $\qquad$ $x_7 \leq 100$

$x \leq 1200$ $x_7 \leq 100$

$x_3 \leq 550$ $x_8 \leq 75$

$x_4 \leq 750$ $x_9 \leq 60$

$x_5 \leq 420$ $x_{10} \leq 50$

3.5.4 Amaç Fonksiyonun Belirlenmesi

İşletmenin amacı kâr maksimizasyonu olduğu için, amaç fonksiyonunun katsayılarının yani her mamulün birim karını bilmemiz gereklidir. MAKSAN firmasından aldığımız birim kârlar her mamul için aşağıdaki tabloya çıkarılmıştır.

Tablo 3—5: Ürünler İtibarı ile Birim Kâr

Ürünler	50	100	160	250	400	630	800	1000	1250	1600
Birim Kâr(milyon)	45	50	70	100	150	200	250	280	370	420

Yukarıdaki tabloya göre işletmenin amaç fonksiyonu şu şekilde olacaktır.

$$Z_{max} = 45x_1+50x_2+70x_3+100x_4+150x_5+200x_6+250x_7+280x_8+370x_9+420x_{10}$$

3.6 PROBLEMİN DOĞRUSAL PROGRAMLAMA İLE ÇÖZÜMÜ

MAKSAN AŞ için oluşturduğumuz doğrusal programlama modelini elle çözmek çok zor olduğundan, bilgisayarda QSB paket programı ile çözeceğiz. Kurduğumuz modeli düzgün bir şekilde tekrar yazalım ve katsayılarını QSB programına girelim;

Amaç fonksiyonu;

$$Z_{max} = 45x_1+50x_2+70x_3+100x_4+150x_5+200x_6+250x_7+280x_8+370x_9+420x_{10}$$

Kısıtlayıcılar;

$$10x_1+10x_2+10x_3+15x_4+15x_5+17x_6+20x_7+20x_8+20x_9+22x_{10} \leq 19008$$

$$40x_1+42x_2+44x_3+50x_4+55x_5+63x_6+70x_7+75x_8+82x_9+90x_{10} \leq 92664$$

$$10x_1+15x_2+20x_3+23x_4+25x_5+28x_6+30x_7+35x_8+38x_9+43x_{10} \leq 106920$$

$$12x_1+15x_2+19x_3+22x_4+30x_5+40x_6+49x_7+67x_8+75x_9+86x_{10} \leq 121176$$

$$20x_1+20x_2+20x_3+25x_4+28x_5+30x_6+32x_7+35x_8+36x_9+39x_{10} \leq 71280$$

$$5x_1+5x_2+5x_3+6x_4+6x_5+7x_6+7x_7+7x_8+8x_9+8x_{10} \leq 21384$$

$$x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6+x_7+x_8+x_9+x_{10} \leq 5000$$

$x \leq 1500$	$x_6 \leq 120$
$x \leq 1200$	$x_7 \leq 100$
$x_3 \leq 550$	$x_8 \leq 75$
$x_4 \leq 750$	$x_9 \leq 60$
$x_5 \leq 420$	$x_{10} \leq 50$

Pozitif Kısıtlama;

$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10} \geq 0$

Bu verilere göre başlangıç simpleks tablomuzun bilgisayardaki dokümanı aşağıya çıkarılmıştır.

Tablo 3—6: Bilgisayarda MAKSAN AŞ İçin Başlangıç Simpleks Tablosu

```
                     Input Data Describing Your Problem MAKSAN
Max      +45.0000X1+50.0000X2+70.0000X3+100.000X4+150.000X5+200.000X6+250.000X7+280.000X8+370.000X9+420.000X10
Subject to
(1)  +10.0000X1 +10.0000X2 +10.0000X3 +15.0000X4 +15.0000X5 +17.0000X6 +20.0000X7 +20.0000X8 +20.0000X9 +22.0000X10≤ +1.9D+04
(2)  +40.0000X1 +42.0000X2 +44.0000X3 +50.0000X4 +55.0000X5 +63.0000X6 +70.0000X7 +75.0000X8 +82.0000X9 +90.0000X10≤ +9.3D+04
(3)  +10.0000X1 +15.0000X2 +20.0000X3 +23.0000X4 +25.0000X5 +28.0000X6 +30.0000X7 +35.0000X8 +38.0000X9 +43.0000X10≤ +1.1D+05
(4)  +12.0000X1 +15.0000X2 +19.0000X3 +22.0000X4 +30.0000X5 +40.0000X6 +49.0000X7 +67.0000X8 +75.0000X9 +86.0000X10≤ +1.2D+05
(5)  +20.0000X1 +20.0000X2 +20.0000X3 +25.0000X4 +28.0000X5 +30.0000X6 +32.0000X7 +35.0000X8 +36.0000X9 +38.0000X10≤ +7.1D+04
(6)  +5.00000X1 +5.00000X2 +5.00000X3 +6.00000X4 +6.00000X5 +7.00000X6 +7.00000X7 +7.00000X8 +8.00000X9 +8.00000X10≤ +2.1D+04
(7)  +1.00000X1 +1.00000X2 +1.00000X3 +1.00000X4 +1.00000X5 +1.00000X6 +1.00000X7 +1.00000X8 +1.00000X9 +1.00000X10≤ +5000.00
(8)  +1.00000X1 _________X2 _________X3 _________X4 _________X5 _________X6 _________X7 _________X8 _________X9 _________X10≤ +1500.00
(9)  _________X1 +1.00000X2 _________X3 _________X4 _________X5 _________X6 _________X7 _________X8 _________X9 _________X10≤ +1200.00
(10) _________X1 _________X2 +1.00000X3 _________X4 _________X5 _________X6 _________X7 _________X8 _________X9 _________X10≤ +550.000
(11) _________X1 _________X2 _________X3 _________X4 +1.00000X5 _________X6 _________X7 _________X8 _________X9 _________X10≤ +420.000
(12) _________X1 _________X2 _________X3 _________X4 _________X5 _________X6 _________X7 +1.00000X8 _________X9 _________X10≤ +75.0000
(13) _________X1 _________X2 _________X3 +1.00000X4 _________X5 _________X6 _________X7 _________X8 _________X9 _________X10≤ +750.000
(14) _________X1 _________X2 _________X3 _________X4 _________X5 +1.00000X6 _________X7 _________X8 _________X9 _________X10≤ +120.000
(15) _________X1 _________X2 _________X3 _________X4 _________X5 _________X6 +1.00000X7 _________X8 _________X9 _________X10≤ +100.000
(16) _________X1 _________X2 _________X3 _________X4 _________X5 _________X6 _________X7 _________X8 +1.00000X9 _________X10≤ +60.0000
(17) _________X1 _________X2 _________X3 _________X4 _________X5 _________X6 _________X7 _________X8 _________X9 +1.00000X10≤ +50.0000
Press the SPACE BAR to continue or Esc to go to the previous page.
```

Bu verilere göre problemi çözdüğümüzde 8. iterasyon sonunda optimal çözüme ulaştık.

```
                    Solve and display every tableau

Iteration : 1         New OBJ (Max.) =  21000

    Entering: X10   with value = 50      Leaving: S17    Row  17

Iteration : 2         New OBJ (Max.) =  43200

    Entering: X9    with value = 60      Leaving: S16    Row  16

Iteration : 3         New OBJ (Max.) =  64200

    Entering: X8    with value = 75      Leaving: S12    Row  12

Iteration : 4         New OBJ (Max.) =  89200

    Entering: X7    with value = 100     Leaving: S15    Row  15

Iteration : 5         New OBJ (Max.) =  113200

    Entering: X6    with value = 120     Leaving: S14    Row  14

Iteration : 6         New OBJ (Max.) =  176200

    Entering: X5    with value = 420     Leaving: S11    Row  11

Iteration : 7         New OBJ (Max.) =  208600

    Entering: X4    with value = 324     Leaving: S1     Row  1

Iteration : 8         New OBJ (Max.) =  210220

    Entering: X3    with value = 486     Leaving: X4     Row  1
```

Tablo 3—7: MAKSAN AŞ İçin Optimal Çözüm Tablosu

Summarized Results for MAKSAN

Variables No. Names	Solution	Opportunity Cost	Variables No. Names	Solution	Opportunity Cost
1 X1	0.0000	25.0000	15 S5	36035.0000	0.0000
2 X2	0.0000	20.0000	16 S6	13105.0000	0.0000
3 X3	486.0000	0.0000	17 S7	3689.0000	0.0000
4 X4	0.0000	5.0000	18 S8	1500.0000	0.0000
5 X5	420.0000	0.0000	19 S9	1200.0000	0.0000
6 X6	120.0000	0.0000	20 S10	64.0000	0.0000
7 X7	100.0000	0.0000	21 S11	0.0000	45.0000
8 X8	75.0000	0.0000	22 S12	0.0000	140.0000
9 X9	60.0000	0.0000	23 S13	750.0000	0.0000
10 X10	50.0000	0.0000	24 S14	0.0000	81.0000
11 S1	0.0000	7.0000	25 S15	0.0000	110.0000
12 S2	18911.0000	0.0000	26 S16	0.0000	230.0000
13 S3	76365.0000	0.0000	27 S17	0.0000	266.0000
14 S4	74641.0000	0.0000			

Maximum value of the OBJ = 210220 Iters. = 8

Press any key to continue.

10th'de görüldüğü gibi problemimiz 8. İterasyon sonunda optimal çözüme ulaşmıştır. Buna göre x_3, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10} temel değişkenleri ile S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{13} boş değişkenleri çözüme girmiştir. Ve işletmenin maksimum kârı 210.220.000.000 TL olmuştur. Yani işletme x_3'den 486, x_5'den 420, x_6'dan 120, x_7'den 100, x_8'den 75, x_9'dan 60 ve x_{10}'dan 50 adet ürettiğinde maksimum kârı elde edecektir. Çözüm tablosundaki boş değişkenlerin amaç fonksiyonunda katsayıları sıfır olduğundan kâra bir katıları olmamaktadır. Çözüme girmeyen x_1, x_2 ve x_4 değişkenlerinin gölge fiyatları sırasıyla 25.000, 20.000 ve 5.000 TL'dir.

Bulunan optimal çözüm tablosunun duyarlılık analizleri aşağıdaki tablolarda çıkarılmıştır.

Tablo 3—8: Amaç Fonksiyonu Katsayıları Açısından Duyarlılık Analizi

Sensitivity Analysis for OBJ Coefficients

C(j)	Min.C(j)	Original	Max.C(j)	C(j)	Min.C(j)	Original	Max.C(j)
C(1)	-Infinity	45.0000	70.0000	C(6)	119.0000	200.0000	+Infinity
C(2)	-Infinity	50.0000	70.0000	C(7)	140.0000	250.0000	+Infinity
C(3)	66.6667	70.0000	100.0000	C(8)	140.0000	280.0000	+Infinity
C(4)	-Infinity	100.0000	105.0000	C(9)	140.0000	370.0000	+Infinity
C(5)	105.0000	150.0000	+Infinity	C(10)	154.0000	420.0000	+Infinity

Tablo 3—9: Kaynak Katsayıları Açısından Duyarlılık Analizi

Sensitivity Analysis for RHS

B(i)	Min.B(i)	Original	Max.B(I)	B(i)	Min.B(i)	Original	Max.B(i)
B(1)	14140.0000	19000.0000	19640.0000	B(10)	486.0000	550.0000	+Infinity
B(2)	74089.0000	93000.0000	+Infinity	B(11)	377.3333	420.0000	744.0000
B(3)	33635.0000	110000.000	+Infinity	B(12)	43.0000	75.0000	318.0000
B(4)	45359.0000	120000.000	+Infinity	B(13)	0.0000	750.0000	+Infinity
B(5)	34965.0000	71000.0000	+Infinity	B(14)	82.3529	120.0000	405.8824
B(6)	7895.0000	21000.0000	+Infinity	B(15)	68.0000	100.0000	343.0000
B(7)	1311.0000	5000.0000	+Infinity	B(16)	28.0000	60.0000	303.0000
B(8)	0.0000	1500.0000	+Infinity	B(17)	20.9091	50.0000	270.9091
B(9)	0.0000	1200.0000	+Infinity				

Press any key to continue.

Yukarıdaki Tablo 3-8'deki yaptığımız duyarlılık analizinin sonuçlarında görüleceği gibi amaç fonksiyonu için alabilecek minimum ve maksimum katsayılar tablodaki sınırlar dahilinde olursa problemin optimal çözüm setinde bir değişme olmayacaktır. Yani, amaç fonksiyonunun katsayıları tablodaki sınırlar dahilinde değiştirlirse çözüme girecek temel değişkenler aynı olacaktır. Fakat bu sınırları dışına çıkıldığında problemin çözüm seti değişecektir. Yine Tablo 3-9'daki sınırlamalar dahilinde işletme kapasitesini değiştirdiğinde gölge fiyatları (firsat maliyeti) oranında kâr da bir değişiklik olacaktır.

SONUÇ

Bu çalışmamızda kantitatif karar verme tekniklerinden birisi olan doğrusal programlama tekniği kullanılarak, MAKSAN A.Ş.'de kârı maksimum yapacak optimum ürün karmasını tespit etmeye çalıştık. Bunun için, öncelikle kantitatif karar verme tekniklerinden genel olarak ve doğrusal programlama tekniğinden ise, geniş bir şekilde bahsettik. Sonra, uygulamamızın konusunu oluşturan MAKSAN A.Ş. genel olarak tanıtıldı ve üretimini kısıtlayan faktörleri belirledik. Daha sonra, maksimum kârı sağlayacak olan amaç fonksiyonu tespit edilip doğrusal programlama modelini oluşturduk. Kurulan bu model, simpleks çözüm tekniği ile bilgisayarda QSB paket programı ile çözüldü.

Bu çözüm sonunda aşağıdaki sonuçların olduğunu gözlemledik:

1. MAKSAN işletmesi için kurduğumuz modelde gözönüne almadığımız bazı faktörlerin bulunması sebebiyle elde ettiğimiz optimum çözüm yaklaşık bir sonuçtur.

2. Bu çözüm sonucuna göre işletme x_3'den 486, x_5'den 420, x_6'dan 120, x_7'den 100, x_8'den 75, x_9'dan 60 ve x_{10}'dan 50 adet ürettiğinde maksimum kârı elde edecektir.

3. Maksimum kârı sağlayan ürün çeşitlerinin toplam miktarına bakıldığında kapasitenin çok altında olduğu görülmüştür. Bu sonuç bize üretilen ürünlerin miktarı arttığında maliyetlerin de arttığını ifade etmektedir.

4. İşletmenin maksimum kârı düşük bir üretimle ulaşmasının en büyük sebebi x_1, x_2 ve $x_4$ürünlerinin problemin çözümüne girmemesidir. Çünkü, geçmiş 12 yıllık verilere göre üretimin % 69 gibi yüksek bir kısmını bu üç ürün oluşturmaktadır. Bu yüzden işletme özellikle bu üç ürün üzerinde sıkı bir maliyet azaltma çalışması yapmalıdır.

Genel olarak üzerinde durulması gereken konu; sağlıklı ve güvenilir kararlara ulaşabilmek için karar organlarının kantitatif karar verme tekniklerinden istifade etmeleri gerçeğinin modern işletmecilik anlayışında gittikçe yaygınlaşmakta olduğu ve optimal kararlar için rasyonel tekniklerin kullanılmasının luzümlu kılınmasıdır. Diğer önemli bir konu ise içinde bulunduğumuz bilgi çağında işletmelerin; sağlıklı ve hızlı bir biçimde bilgi akışını, bilgi birikimini ve bilginin girdi olarak değerlendirilmesini sağlayabilmek için, bilgi işlem merkezleri veya sürekli ve sistematik bilgi sorumluluk merkezleri gerektiğidir. Bu sayede merkezlerde bilgiler rafine edilecek ve alınacak işletme kararlarına esas teşkil edecektir.

İşletmelerde karar verme durumunda olanlar sadece tecrübeye ve yeteneğe dayanan sezgisel, klasik kararlar yerine olayları bilimsel açıdan ele alarak ve sistematik bir değerlendirme yaparak bilimsel teknikler yardımıyla problemlere çözüm aramalıdır. Bu ihtiyaç özellikle orta ve büyük ölçekli işletmelerde gün geçtikçe önemini arttırmaktadır.

KAYNAKLAR

ACAR, Ahmet: **Linear Programming for Managerial Decisions**, M.E.T.U. Yay., Ankara, 1989.

BEAZLEY, Mitchell: **Operational Research-Quantitative Decision Analysis**, Core Business Studies, 1983.

BIERMAN, Harold - Charles P. BONINE - Warren H. HAUSMAN: **Quantitative Analysis for Business Decisions**, Sixth Editions, Richard D. Irwın Inc., 1981.

CHURCMAN, C. West, Russell I. ACKOFF, B. Leonard ARNOFF: **Introduction to Operations Research**, John Wikey and Sons. Inc. Newyork 1957.

DAELLENBACH, Hans G., John A. GEORGE: **Introduction to Operations Research Techniques**, Allyn and Bacon Inc., Boston 1978.

DEMİR, Hulusi: **Üretim Yönetimi**, Aydın Yayıncvi, 3. Baskı, İstanbul: 1988, Cilt I.

DOĞRUSÖZ, Halim: **Türkiye'de Yöneylem Araştırması**, Yöneylem Araştırması Bildiriler 75, (Düzenleyenler: Muhittin Oral ve Ünver Çınar) TÜBİTAK Marmara Araştırma Enstitüsü Matbaası: 1976.

EMSIIOFF, Jones R., Roger L. SISSON: **Design and Use of Computer Simulation Modela**, Macmillan Publishing Co. Inc., N. Y. 1970.

ERKUT, Halûk: **Bilimsel Evrim ve Sistem Bilimleri**, Yöneylem Araştırması VII. Ulusal Kongresi, İstanbul: 1948.

ESEN, H. Öner: **İşletme Yönetiminde Sistem Yaklaşımı**, İ.Ü. Rektörlük Yayın No: 3.352, İşletme Fakültesi Yayın No: 174, Bayrak Matbaacılık İstanbul, 1985.

ESİN, Alptekin: **Yöneylem Araştırmasında Yararlanılan Karar Yöntemleri**, Gazi Üniversitesi Yayınları, No: 126, 3.Baskı, Ankara, 1988.

GARNETT, Leonard J. - Milton SILVER: **Production Management Analysis 2.Baskı**, Harcourt Brace Joranovich Inc., NewYork, 1973.

GASS I., Saul: **Linear Programming; Methods and Aplications**, Fourth Edition, Mc. Graw-Hill Inc. Tokyo, 1975.

HALAÇ, Osman: **Kantitatif Karar Verme Teknikleri (Yöneylem Araştırması)**, İstanbul Üniv. İşl. Fak. Yay., 3. Baskı, İstanbul 1991.

HARVEY , M. Wagner: **Principles of operations Research**, Prentice-Hall Inc. Englewood Cliffs. N. J., 1961.

HILLIER, F. S. - G. J. LIEBERMAN: **Operations Research**, San Francisco, Holden Day, 1974.

KARA, İmdat **Yöneylem Araştırmasının Yönetimbilimi**, Anadolu Üniv. Yay, Eskişehir, 1985.

KARA, İmdat: **Doğrusal Programlama**, Bilim Teknik Yayınları, Eskişehir, 1991.

KARA, İmdat: **Yöneylem Araştırmasının Yöntem Bilimi**, E.İ.T.İ.A. Yay. No: 215/139, Eskişehir, 1979.

KOBU, Bülent: **İşletme Matematiği II**, 4. Baskı, Filiz Kitabevi, İstanbul 1986.

ÖNEY, Erden: **Doğrusal Programlama ve Türk Ekonomisine Uygulama Denemesi**, Ankara Ün. S.B.F. Yayın No: 320, Ankara 1971.

ÖZGEN, Hüseyin **Yöneylem Araştırması**, Adana İ. T. İ. A. Müh. Y.Ö. Yayını, Ankara: 1977.

ÖZGEN, Hüseyin: **Üretim Yönetimi**, Bizim Büro Basımevi, Adana: 1987.

ÖZGÜVEN, Cemal **Doğrusal Programlama**, Erciyes Ün. İ.İ.B.F., Kayseri, 1986.

SARIASLAN, Halim: **Kaynak Dağılımında Doğrusal Programlama**, 2. Baskı, Turhan Kitabevi, Ankara, 1990.

SEZGİN, Atilla -Erhan ADA: **İşletmeler İçin Yöneylem Araştırması**, Türk Pazarlama Vakfı Eğitim ve Araştırma Enstitüsü Yay., Ankara, 1991.

SEZGİN, Atilla: **Yönetimde Planlama Kontrol ve Karar Verme Aracı Olarak Elektronik Bilgi İşlem Makinalarına Dayalı Yönetim Bilgi Sistemleri**, Kalite Matbaası, Ankara: 1974.

SIMMONS, Donald M.: **Linear Programming for Operations Research**, Holden-Day Inc., San Francisco, 1972.

STARR, Martin K.: **Systems Magement of Operations**, Prentice-Hall Inc. Eglewood Clifffs, N. J. 1971.

ŞEN, Selim: **Kantitatif Teknikler (Çözümleme Yöntemleri)-Sistem Analizi Açısından İşletme Yönetimi**, Son Matbaası, Ankara. 1980.

TAHA, Hamdy A.: **Operation Research: An Introduction**, 2. Baskı, Mc Millan Publishing Co. Inc. ,N.Y., 1976.

TAHA, Hamdy A.: **Operations Research-an Introduction**, Third Edition Macmillan Publishing Co., 1982.

TEKİN, Mahmut: **Kantitatif Karar Verme Teknikleri**, Akça Ofset, Konya, 1992.

THAERAUF, Robert J.: **An Introductory Approach To Operations Researcah**, A. Wiley/Hamilton Publication, 1978.

TÜFEK, Hülya H., Şevkinaz GÜMÜŞOĞLU: **Sayısal Yöntemler/Yönetimsel Yaklaşım**, 2. Baskı, Beta Yay. İstanbul, 1994.

WILKES, Michel: **Operational Research**, Analysis and Applications, McGraw-Hill Book Comp. London, 1989.

YILMAZ, Zekâi **Sayısal Yöntemler**, 2. Baskı, Uludağ Ün. Basımevi, Bursa, 1995.