

PARÇACIK - PARÇACIK KUVVETLERİNİN İKİ NÖTRİNOLU
ÇİFT BETA GEÇİŞLERİ ETKİSİNİN İNCELENMESİ

750548

Arslan Ünal

DUMLUPINAR ÜNİVERSİTESİ
Fen Bilimleri Enstitüsü
Lisansüstü Yönetmeliği Uyarınca
Fizik Anabilim Dalında
YÜKSEK LİSANS TEZİ
Olarak Hazırlanmıştır.

Danışman : Prof. Dr. Atalay KÜÇÜKBURSA

150548

Haziran – 2004

KABUL VE ONAY SAYFASI

Arslan Ünal'ın YÜKSEK LİSANS tezi olarak hazırladığı "Parçacık-Parçacık Kuvvetlerinin İki Nötrinolu Çift Beta Geçişlerine Etkisinin İncelenmesi" başlıklı bu çalışma, jürimizce lisansüstü yönetmeliğin ilgili maddeleri uyarınca değerlendirilerek kabul edilmiştir.

05/07/2004

Üye : Prof. Dr. Atalay KÜÇÜKBURSA

Üye : Prof. Dr. Mustafa ŞENYEL

Üye : Yrd. Doç. Dr. Şükrü ŞENTÜRK

Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun 14/07/2004 gün ve 11 sayılı kararıyla onaylanmıştır.



Prof. Dr. M. Sabri ÖZYURT
Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

PARÇACIK - PARÇACIK KUVVETLERİNİN İKİ NÖTRİNO LU ÇİFT BETA GEÇİŞLERİNE ETKİSİNİN İNCELENMESİ

Arslan ÜNAL

Fizik Bölümü, Yüksek Lisans Tezi, 2004

Tez Danışmanı : Prof. Dr. Atalay KÜÇÜKBURSA

ÖZET

Bu çalışmada nükleonlar arasında yük değişimli spin-spin etkileşmesi, hem parçacık-delik hem de parçacık-parçacık kanalında Woods-Saxon potansiyeli kullanılarak Kuasi Kaotik Faz Yaklaşımı (QRPA) yöntemi ile incelendi. Nükleer yapının deformasyonlu durumları dikkate alınarak iki nötrinolu çift beta bozunumunun Nükleer Matris Eleman (NME)'ları hesaplandı. Bu hesaplamalar ana ve ürün çekirdeklerin taban durumlarının aynı ve farklı olduğu durumlar için gerçekleştirildi. Bulunan sonuçlar deneysel değerlerle karşılaştırıldı.

Hesaplamalar nükleonlar arasında parçacık-parçacık kanalında Gamow-Teller (G-T) etkin etkileşmesi göz önüne alındığında hesaplanan NME'lerinin değerleri azaldığını gösterdi. Fakat bu azalma bazı çekirdekler için bulunan teorik değerlerin deneysel değerlerle uyum sağlaması için yeterli olmadı.

İncelenen bazı çekirdekler için hesaplanmış NME'lerinin değerleri deneysel değerlerle uyum içinde olmasına rağmen, diğer çekirdekler için hesaplanmış söz konusu değerler deneysel değerlerden 3-5 kat daha büyüktür. Bu farklılık, iki parçacık-iki delik etkileşmesini ve QRPA yönteminde harmonik terimleri göz önüne alınarak giderilebileceği düşüncesindeyiz.

Anahtar Kelimeler : İki Nötrinolu Çift Beta Geçişi, Nükleer Matris Elemanı.

INVESTIGATION FOR THE EFFECT OF PARTICLE-PARTICLE FORCES IN TWO-NEUTRINO BETA DECAY

Arslan ÜNAL

Physics Department, M. S. Thesis, 2004

Thesis Supervisors: Prof. Atalay KÜÇÜKBURSA

SUMMARY

In this study, spin-spin interaction with charge-exchange among to nuclei is investigated in the particle-hole and particle-particle channel using Woods-Saxon potential through Quasi Random Phase Approximation (QRPA). Nuclear Matrix Elements (NME) of two-neutrino double beta decay are calculated by taking into the account deformation cases of nuclear structure. The calculations are carried out for the mother and daughter nuclei having the ground states same and different cases.

The calculations indicated that estimated value of NME decrease when Gamow-Teller (G-T) effective interaction is taken in the account the particle-particle channel among the nucleons. But the decrease is not sufficient to provide agreement between predicted theoretical values and experimental values for some nuclei.

Although the calculation values for some of the investigated nuclei are in agreement with the experimental results, the values of some other investigated nuclei are higher than in 3-5 order from experimental values. We think that the difference can be removed by considering two particle-two hole interactions and harmonic terms in the within QRPA method.

Key Words: Nuclear Matrix Element, Two Neutrino Double Beta Decay.

TEŞEKKÜR

Yüksek Lisans tezimin hazırlanmasında bana rehber olan tez danışmanım Prof. Dr. Atalay KÜÇÜKBURSA'ya teşekkür ederim.

Çalışmam boyunca her türlü desteği sağlayan, yakın ilgi ve yardımlarını gördüğüm Sayın Yrd. Doç. Dr. Cevat SELAM'a en içten teşekkürlerimi sunarım.



İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
ÖZET	iv
SUMMARY	v
ŞEKİLLER DİZİNİ	viii
ÇİZELGELER DİZİNİ	ix
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ	x
1. GİRİŞ	1
2. DEFORMASYONLU ÇEKİRDEKLERDE GAMOW-TELLER ETKİLEŞMESİ.....	6
2.1. Ortalama Alanın Seçilmesi.....	6
2.2. Çekirdeklerin Taban Durumlarının Deformasyonlarının İncelenmesi.....	8
2.3. Çekirdeklerde Yük Değişimli Spin-Spin (Gamow-Teller) Etkileşmesi.....	18
2.3.1. Parçacık-Delik Etkileşmesi.....	18
2.3.2. Parçacık-Delik ve Parçacık-Parçacık Etkileşmesi.....	21
3. İKİ NÖTRİNOLU ÇİFT BETA GEÇİŞLERİ.....	26
3.1. Zayıf Etkileşme Hamiltonyen Operatörü	27
3.2. İki Nötrinolu Çift Beta Geçiş Çekirdek Matris Elemanlarının Hesaplanması.....	27
3.2.1. Ana ve Ürün Çekirdeklerin Taban Durumlarının Aynı Olma Durumu.....	29
3.2.2. Ana ve Ürün Çekirdeklerin Taban Durumlarının Farklı Olma Durumu.....	29
4. SONUÇ VE TARTIŞMALAR	30
KAYNAKLAR DİZİNİ	32

ŞEKİLLER DİZİNİ

<u>Şekil</u>	<u>Sayfa</u>
1.1. ${}^{76}_{32}\text{Ge} \rightarrow {}^{76}_{34}\text{Se}$ 'nin çift beta geçişi olayının gösterimi.....	1
1.2. (a) iki nötrinolu, (b) nötrinosuz, (c) Majorana emisyonlu nötrinosuz çift beta geçişlerinin şematik gösterimi.....	3
2.1. ${}^{76}_{32}\text{Ge} \rightarrow {}^{76}_{34}\text{Se}$ geçişi için taban durum enerjisinin deformasyon parametresine bağlılığı.....	13
2.2. ${}^{82}_{34}\text{Se} \rightarrow {}^{82}_{36}\text{Kr}$ geçişi için taban durum enerjisinin deformasyon parametresine bağlılığı.....	13
2.3. ${}^{96}_{40}\text{Zr} \rightarrow {}^{96}_{42}\text{Mo}$ geçişi için taban durum enerjisinin deformasyon parametresine bağlılığı.....	14
2.4. ${}^{100}_{42}\text{Mo} \rightarrow {}^{100}_{44}\text{Ru}$ geçişi için taban durum enerjisinin deformasyon parametresine bağlılığı.....	14
2.5. ${}^{128}_{52}\text{Te} \rightarrow {}^{128}_{54}\text{Xe}$ geçişi için taban durum enerjisinin deformasyon parametresine bağlılığı.....	15
2.6. ${}^{130}_{52}\text{Te} \rightarrow {}^{130}_{54}\text{Xe}$ geçişi için taban durum enerjisinin deformasyon parametresine bağlılığı.....	15
2.7. ${}^{150}_{60}\text{Nd} \rightarrow {}^{150}_{62}\text{Sm}$ geçişi için taban durum enerjisinin deformasyon parametresine bağlılığı.....	16

ÇİZELGELER DİZİNİ

<u>Çizelge</u>		<u>Sayfa</u>
2.1.	Deformasyonlu çekirdekler için kararlı deformasyon sabitleri	16
2.2.	Deformasyonlu Saxon-Woods potansiyel kuyusunda hesaplanan $^{76}_{32}\text{Ge}$ çekirdeği için nötron ve proton enerji spektrumları	17
4.1.	İncelenen çekirdeklerin NME'lerinin değerleri	30



SİMGELER ve KISALTMALAR DİZİNİ

<u>Simgeler</u>	<u>Açıklama</u>
Z	Çekirdeğin atom numarası
A	Çekirdeğin kütle numarası
N	Çekirdeğin nötron sayısı
ν	Nötrino
$\bar{\nu}$	Antinötrino
$2K_{2\nu}$	İki nötrinolu çift K yakalama olayı
$2K_{0\nu}$	Nötrinolu çift K yakalama olayı
δ_{20}	Deformasyon parametresi
χ_{GT}^{ph}	Gamow-Teller parçacık-delik etkileşme sabiti
χ_{GT}^{pp}	Gamow-Teller parçacık-parçacık etkileşme sabiti
g_V	Zayıf vektörel etkileşme sabiti
g_A	Zayıf aksiyal etkileşme sabiti
$(\lambda j' \mu - m' / j - m)$	Clebsch-Gordan katsayıları
$(\varepsilon_{-1})_{GT}$	Gamow-Teller nükleer matris elemanı

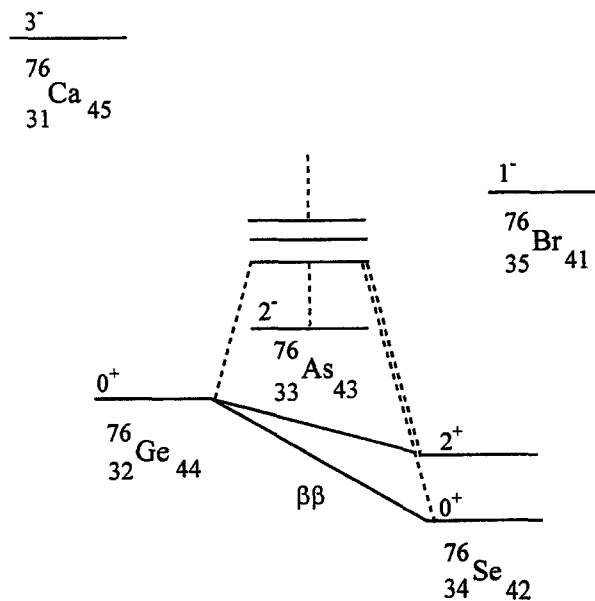
<u>Kısaltmalar</u>	<u>Açıklama</u>
GUT	Grand United Theory
SM	Standard Model
NME	Nükleer Matris Elemanı
QBA	Quasi Boson Approximation
RPA	Random Phase Approximation
QRPA	Quasi Random Phase Approximation
pn-QRPA	Proton-neutron Quasi Random Phase Approximation
G-T	Gamow-Teller
SQP	Single Quasi Particle

1. GİRİŞ

Çift Beta Geçişi, çekirdeklerde yasaklı olarak iki nötronun iki protona veya iki protonun iki nötrona dönüşmesi şeklinde oluşan bir reaksiyondur.

Bu reaksiyon 1935'te Goepfert-Mayer [16] tarafından "iki elektronun eşzamanlı emisyonuyla bir yarı kararlı izobarın daha kararlı bir duruma değişebilecek" cümlesinden çok nadir bir nükleer süreç olarak tahmin edildi ve günümüzde hem deneysel hem de teoriksel açıdan popüler bir konu olmaya devam etmektedir. Çift beta geçişinin ayrıntılı olarak incelenmesine götüren sebepler arasında nötrino parçacığının kütlesi ve fiziksel özellikleri, reaksiyonlarda elektrik yükü ve nükleon sayısının korunması, lepton sayısının korunmaması, sağ zayıf lepton akımının var olması ihtimali ayrıca zayıf elektromanyetik ve kuvvetli etkileşmelerin bileşke teorisi olan Grand United Theory (GUT)'nin geliştirilmesi ve çekirdeklerin yapısı hakkında vereceği bilgiler olarak sıralanabilir.

Çift beta geçişi atom numaraları farkı iki olan izobarlar arasında gerçekleşir. Enerji açısından veya spin farkının büyük olması vb. gibi nedenlerle ara çekirdek aracılığıyla ardışık tek beta geçişleri mümkün olmadığından çift beta geçişi gerçekleşebilir. ${}^{76}_{32}\text{Ge} \rightarrow {}^{76}_{34}\text{Se}$ 'nin çift beta geçişi şematik olarak Şekil 1.1'de gösterilmiştir.



Şekil 1.1. ${}^{76}_{32}\text{Ge} \rightarrow {}^{76}_{34}\text{Se}$ 'nin çift beta geçişi olayının gösterimi.

Çift beta geçişi Standart Modelde (SM) izin verilen zayıf etkileşmenin ikinci dereceden bir süreç olarak kabul edildiği bir olaydır. Bu olayın ihtimali elektron-nötrino alanı ile fermi çiftlenme sabiti (G_F)'nin 4. derecesiyle orantılıdır ve bu sebepten çok küçüktür. Ayrıca nötrino ile antinötrino parçacıklarının aynı olup olmadıklarına çok bağlıdır. Bu nedenlerden dolayı çift beta geçişi iki çeşittir:

I) İki nötrinolu çift beta geçişleri:

$$1. (Z, A) \rightarrow (Z + 2, A) + e^- + e^- + \tilde{\nu}_e + \tilde{\nu}_e \quad (2\beta_{2\nu})$$

$$2. (Z, A) \rightarrow (Z - 2, A) + e^+ + e^+ + \nu_e + \nu_e \quad (2\beta_{2\nu}^+)$$

$$3. e_k^- + (Z, A) \rightarrow (Z - 2, A) + e^+ + \nu_e + \nu_e \quad (K\beta_{2\nu}^+)$$

$$4. e_k^- + e_k^- + (Z, A) \rightarrow (Z - 2, A) + \nu_e + \nu_e \quad (2K_{2\nu})$$

II) Nötrinosuz çift beta geçişleri:

$$1. (Z, A) \rightarrow (Z + 2, A) + e^- + e^- + \chi \quad (2\beta_{0\nu})$$

$$2. (Z, A) \rightarrow (Z - 2, A) + e^+ + e^+ \quad (2\beta_{0\nu}^+)$$

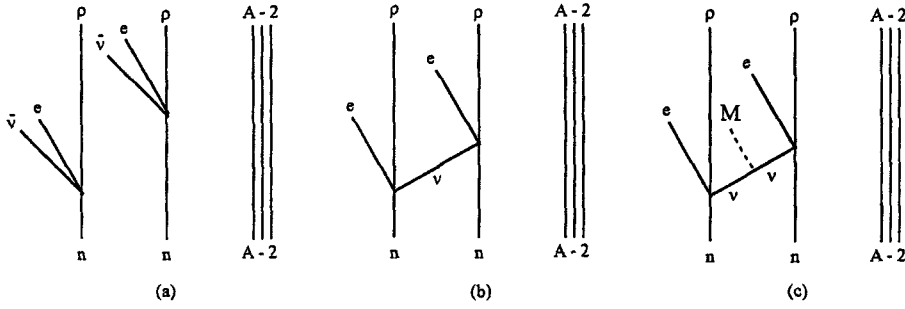
$$3. e_k^- + (Z, A) \rightarrow (Z - 2, A) + e^+ \quad (K\beta_{0\nu}^+)$$

$$4. e_k^- + e_k^- + (Z, A) \rightarrow (Z - 2, A) \quad (2K_{0\nu})$$

I ve II' deki son iki geçişler elektron yakalanmasıyla pozitron yayınlanması ve çift elektron yakalanması olaylarıdır.

İki nötrinolu ve nötrinosuz beta geçişlerinde de ara çekirdeğin uyarılmasıyla iki ardışık beta geçişi gerçekleştiği için bu geçişler zayıf etkileşme açısından ikinci dereceden küçük bir olaydır. Bu olay çekirdeklerde var olan Baryon rezonansları sanal nötrino yutarak veya yayınlayarak iki elektron yayınlar yada iki antinötrino ve iki elektron yayınlayarak çift beta geçişlerini gerçekleştirebilir. Rekabette bulunan bu iki olaydan çift beta geçişleri ihtimaline rezonans mekanizmalarının katkısı iki nükleonlu olaya nazaran küçük olduğundan bu çalışmada

göz önüne alınmayacaktır. Şematik olarak iki nötrinolu çift beta geçişini Şekil 1.2(a) ve nötrinolu çift beta geçişini Şekil 1.2(b) ve Şekil 1.2(c)'de gösterelim.



Şekil 1.2. (a) iki nötrinolu, (b) nötrinolu, (c) Majorana emisyonlu nötrinolu çift beta geçişlerinin şematik gösterimi.

Şekil 1.2(a)'dan görüldüğü üzere iki nötrinolu çift beta geçişlerinde iki elektron ve iki antinötrino yayınlanmaktadır. Bu nedenle E geçiş enerjisi söz konusu dört parçacık arasında dağılacaktır. Şekil 1.2.(b)'de nötrinolu çift beta geçişinde ise yalnız iki elektron yayınladığından, bu elektronların toplam enerjileri E geçiş enerjisine eşit olacaktır. Şekil 1.2(c)'de ise Majorana emisyonlu çift beta geçişinde iki elektron E- χ kadar geçiş enerjisine sahip olacaktır. Bunun sebebi, yayınlanan iki nötrinodan birinin kütlelerinin sıfır olmamasından kaynaklanır.

Nötrinolu çift beta geçişi olayındaki geçişi oluşturacak durumların sayısı iki nötrinolu çift beta geçişi olayındaki geçişi oluşturacak durumların sayısından çok büyüktür. İki nötrinolu çift beta geçiş olasılığı, sağ lepton akımı katkısına, nötrinonun yapısına ve zayıf etkileşme hamilton operatörüne bağlılığı çok zayıftır. Bu nedenle bu olay çift beta geçişleri için Nükleer Matris Elemanlarını (NME) hesaplarken kullanılan çekirdek modellerinin belirlenmesinde önemlidir [5].

Bazı çekirdek için iki nötrinolu çift beta geçişinin yarı ömürleri ölçülmüş olduğundan birleştirilmiş NME'lerin değerleri doğrudan genişletilebilir. Bu NME hesaplamalarındaki güvenilirliği doğrular [14].

Çekirdek yapısının incelenmesinde, kuantumlu alanlar teorisinde ve istatistik fizikte kullanılan yöntemler kullanılır. Kullanılan bu yöntemler; Öz Uyumlu Alan Yöntemi, Green

Fonksiyonları Yöntemi, Kuazi Bozon Yaklaşımı (Quasi Boson Approximation-QBA) veya Kaotik Faz Yaklaşımı (Random Phase Approximation-RPA) yöntemleridir [7, 11, 30].

İki nötrinolu çift beta geçişleri, parçacık fiziğinde bilinmeyen parametrelerden bağımsız olan yarı ömür gibi Standard Model'de (Standart Model-SM) izinli olaylardır [11, 13, 32]. Nötrinolu modelinde ise lepton sayısının ihlali ve parçacık fiziğinin SM'in ilerisinde senaryolar gerektirir [11, 12, 13, 32].

Çekirdeklere kolektif uyarılmaların incelenmesinde en yaygın olarak kullanılan yöntemler, RPA ve onun kuazi parçacık tasvirindeki Kuazi Kaotik Faz Yaklaşımı (Quasi Random Phase Approximation-QRPA) versiyonudur. QRPA'ya dayalı nükleer modeller; bir tek parçacık terimi, proton ve nötronlar için bir çiftlenme terimi, parçacık-boşluk ve parçacık-parçacık kanallarını içeren bir şematik yük dağılımlı rezidual etkileşmeden oluşan bir yöntemdir [21]. Bu yöntem literatürde proton-nötron QRPA (pn-QRPA) da denir.

İki nötrinolu çift beta geçişlerine maruz kalan çekirdekler açık kabuk çekirdekler olduğundan; pn-QRPA yöntemi, çift beta geçiş matris elemanlarının elde edilmesinde çok önemlidir [32, 37]. Ek olarak bu yaklaşım deneysel olarak elde edilen geçiş dönüşümlerinin kısıtlamasının elde edilmesinde başarılı olmuştur [7, 36, 37]. Buna rağmen 1^+ kanalında parçacık-parçacık rezidual etkileşmesinin kuvvetinin yükselmesinde hesaplanan matris elemanlarının çok hassas olması bu parametrenin uyumunda probleme yol açmıştır [13]. Bu yüzden orijinal pn-QRPA yönteminde çeşitli değişiklikler uygulanmıştır [4, 21, 24, 28, 33, 35].

Son on yılda proton-nötron çiftlenmesi içeren pn-QRPA genişlemeleri, yüksek düzey RPA düzeltmeleri [26, 27] ve pn-QRPA'da bozulan Pauli Dışarlama İlkesinin kısmi düzenlenmesidir. İki nötrinolu çift beta geçişleri için nükleer yapı hesaplamaları genel durumda çok fazla uygulama gerektirir. Bu yüzden pn-QRPA'nın bu alternatiflikleri, geliştirilen matris elemanın ve nükleer yaklaşımların gelişiminin güvenilirliğini arttırdı.

İki nötrinolu çift beta geçişlerine maruz kalan çekirdek, serbestlik deformasyon derecesi çiftlenmesiyle ilk olarak Nilsson modelinde dikkate alındı [38]. Deforme olmuş Nilsson-BCS (Barden, Cooper, Schrieffer) temelinde iki nötrinolu çift beta geçiş matris elemanlarını ilk QRPA hesaplaması sunuldu [17]. Yazarlar, hem nükleer Hamiltonyenin parçacık-parçacık etkileşmesini hesaba katmadılar hem de ana ve ürün çekirdeğinin taban durumlarının aynı oranda deforme olduğunu varsaydılar. İlk uygulamalarda Gamow-Teller (G-T) güç fonksiyonuna parçacık-delik terimleri hesaba katıldı [28]. Parçacık-parçacık terimlerinin G-T

güç fonksiyonuna çok az etkisi olduğu düşünöldü. QRPA hesaplamalarında tek beta ve çift beta geçişlerini tanımlamada parçacık-parçacık gücünün önemli rol oynadığını biliyoruz [7, 29, 36]. Yakın zamanda parçacık-parçacık etkileşmesinin aynı zamanda G-T güç dağılımlarının QRPA yöntemindeki önemi kabul edildi.

Bizim çalışmamızda, nükleonlar arasındaki yük değişimli spin-spin kuvvetlerinin parçacık-boşluk ve parçacık-parçacık kanalında geçiş olasılıklarına etkisi incelenmiştir. Çalışmamızda nükleonlar arasında çift etkileşme kuvvetleri de göz önüne alınmıştır. Tüm hesaplamalar QRPA yönteminde gerçekleştirilmiştir. Hesaplarımız gelişmiş çekirdek potansiyeli olan Woods-Saxon potansiyeli bazında, nükleer yapının deformasyonlu durumları için ana ve ürün çekirdeklerin taban durumlarının aynı ve farklı kabul edilerek yapılmıştır.



2. DEFORMASYONLU ÇEKİRDEKLERDE GAMOW-TELLER ETKİLEŞMESİ

Bu bölümde; ortalama alanın seçilmesi, çekirdeklerin taban durumlarının deformasyonları, çekirdekte yük değişimli spin-spin Gamow-Teller etkileşmesine bağlı olarak parçacık-delik parçacık-parçacık etkileşmeleri incelenmiştir.

2.1. Ortalama Alanın Seçilmesi

Deformasyonlu çekirdekte tek parçacıklı enerji ve dalga fonksiyonları:

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2M} \Delta^2 + V(\beta, \gamma, r) - E \right] \psi = 0 \quad (2.1)$$

ortalama alan Schrödinger Denklemi çözülerek bulunur. $V(\beta, \gamma, r)$ izotrop olmayan Woods-Saxon potansiyeli olup aşağıdaki gibi yazılır.

$$V(\beta, \gamma, r) = \frac{-V_0}{1 + e^{\frac{r - R(\beta, \gamma, \theta, \varphi)}{a}}} + V_{ts}(\beta, \gamma, r, \theta, \varphi) \quad (2.2)$$

Burada $R(\beta, \gamma, \theta, \varphi)$ çekirdeğin ortalama yarıçapıdır ve aşağıdaki biçimdedir:

$$R(\beta, \gamma, \theta, \varphi) = R_0 \left[1 + \frac{a_{20}}{\sqrt{2\pi}} P_2 + \frac{a_{22}}{\sqrt{2\pi}} P_2^{(2)} \cos \varphi \right] \quad (2.3)$$

Bu formülde, $a_{20} = \beta \cos \gamma$ ve $a_{22} = \frac{1}{\sqrt{2}} \beta \sin \gamma$ ile gösterilmiştir. R_0 aynı hacimli küresel çekirdeğin yarıçapıdır.

(2.1) ifadesine $V(\beta, \gamma, r)$ ortalama potansiyelinin küresel kısmını ekleyip çıkaralım.

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2M} \Delta^2 + V(0,0,r) + \tilde{V}(\beta, \gamma, r) - E \right] \psi = 0 \quad (2.4)$$

Bu denklemdeki \tilde{V} ifadesi;

$$\tilde{V} = V_0 \left[\frac{1}{1 + e^{\frac{r-R(\beta, \gamma, \theta, \varphi)}{a}}} - \frac{1}{1 + e^{\frac{r-R_0}{a}}} \right] \quad (2.5)$$

ile gösterilmiştir. \tilde{V} farkını çok kutuplu seriye açalım;

$$\tilde{V} = \sum_{\lambda\mu} C_{\lambda}^{\mu}(\beta, \gamma, r) Y_{\lambda}^{\mu}(\theta, \varphi) \quad (2.6)$$

Bu hesaplamalarda, $\tilde{V}_{\ell s} = V_{\ell s}(\beta, \gamma, r, \theta, \varphi) - V_{\ell s}(0, 0, r)$ farkının küçük olduğu düşünülür. $V_{\ell s}(\beta, \gamma, r, \theta, \varphi)$ potansiyel ifadesinin,

$$\varphi \rightarrow -\varphi, \quad \theta \rightarrow \theta + \pi, \quad \theta \rightarrow \pi - \theta \quad (2.7)$$

dönüşümleri esnasında değişmediğine dikkat ediniz. (2.6) ifadesindeki C katsayıları ise $C_{\lambda}^{\mu} = C_{\lambda}^{-\mu}$ simetri koşulunu sağlar. Buradaki λ ve μ çift değerlerdir. (2.4) denkleminin çözümünün,

$$\psi = \sum_{n\ell jm} a_{n\ell j}^m \cdot \psi_{n\ell j}^m \quad (2.8)$$

biçiminde olduğunu varsayalım. Buradaki;

$$\psi_{n\ell j}^m = R_{n\ell j}^{(r)} Y_{\ell j}^m(\theta, \varphi) \quad (2.9)$$

fonksiyonu,

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2M} \Delta^2 + V(0, 0, r) - \varepsilon_{n\ell j} \right] \psi_{n\ell j}^m = 0 \quad (2.10)$$

küresel simetrik denklemin çözümüdür. $\psi_{n\ell j}^m$ fonksiyonunun radyal kısmı:

$$R_{n\ell j}(r) = \frac{N}{2} H_n[S(r)] e^{-\frac{S^2(r)}{2}} \quad (2.11)$$

biçimindedir. (2.9) ifadesi (2.4) denkleminde yerine konulursa;

$$(\varepsilon_{n' \ell' j'}^{m'} - E) a_{n' \ell' j'}^{m'} + \sum_{n \ell j m} a_{n \ell j}^m \langle \psi_{n' \ell' j'}^{m'} | \sum_{\lambda \mu} C_{\lambda}^{\mu} Y_{\lambda}^{\mu} | \psi_{n \ell j}^m \rangle = 0 \quad (2.12)$$

cebirsel denklemi bulunur. Buradaki $\langle \psi_{n' \ell' j'}^{m'} | \sum_{\lambda \mu} C_{\lambda}^{\mu} Y_{\lambda}^{\mu} | \psi_{n \ell j}^m \rangle$ ifadesinin açılımı:

$$\begin{aligned} \langle \psi_{n' \ell' j'}^{m'} | \sum_{\lambda \mu} C_{\lambda}^{\mu} Y_{\lambda}^{\mu} | \psi_{n \ell j}^m \rangle &= \sum_{\lambda \mu} \langle R_{n' \ell' j'} | C_{\lambda}^{\mu} | R_{n \ell j} \rangle \langle \psi_{\ell' j'}^{m'} | Y_{\lambda}^{\mu} | \psi_{\ell j}^m \rangle = \\ &= \sum_{\lambda \mu} \langle R_{n' \ell' j'} | C_{\lambda}^{\mu} | R_{n \ell j} \rangle \frac{(-1)^{\ell + \ell' - m - m'}}{\sqrt{4\pi}} [(2\lambda + 1)(2\ell + 1)(2j' + 1)]^{1/2} \times \\ &(\ell \lambda 0 0 / \ell' 0) (\lambda j' \mu - m' / j - m) W \left(\ell \lambda \frac{1}{2} j, \ell j \right) \end{aligned} \quad (2.13)$$

şeklinde. (2.12) denklemi çözülerek E enerji ve $a_{n \ell j}^m$ katsayıları bulunur. Sayısal hesaplamalarda Woods-Saxon potansiyeline dahil olan parametreler aşağıdaki biçimde kabul edilir.

$$V = V_0 \{1 + e^{[r - R(\theta)]\alpha}\}^{-1} + \chi_{sl} \bar{p} \bar{\sigma} \text{grad} V_{\zeta} + V_{coul} \quad (2.14)$$

Burada;

$$R(\theta) = R_0 (\beta_0 + \beta_2 Y_{20} + \beta_4 Y_{40}) \quad (2.15)$$

ve $R_0 = r_0 A^{1/3}$ şeklinde yazılır. V_{ζ} ifadesi (2.14) denkleminin ilk terimidir. β_2 iki kutuplu, β_4 dört kutuplu deformasyon parametreleridir. r_0, V_0, χ_{sl} ve α parametreleri nötron ve protonlar için ayrı ayrı seçilir. Bu parametreler tek parçacıklı enerjilerin hesaplanmış değerleri ile deneysel değerler karşılaştırılarak bulunur ve farklı değerler alabilir.

2.2. Çekirdeklerin Taban Durumlarının Deformasyonlarının İncelenmesi

A sayıda nükleonlardan (N sayıda nötron ve Z sayıda proton) oluşan çekirdeklere çok parçacıklı bir sistem gibi bakılabilir. Böyle bir sistemin matematiksel açıdan çözülmesi kolay değildir. Bu sebeptendir ki; çekirdek fiziğinde, kuantum alan teorisinin ve istatistik fiziğin matematiksel yöntemlerinden ve fiziksel düşüncelerinden yararlanır. Çekirdek fiziğinde en sık kullanılan yaklaşık yöntemlerden biri de Hartree-Fock yaklaşımıdır. Bu yaklaşımda çekirdeği oluşturan her bir nükleonun diğer nükleonların oluşturduğu ortalama alanda bağımsız olarak

hareket ettiği düşünülür. Ortalama alan olarak farklı potansiyel kuyular kabul edilebilir. Bu çalışmada, potansiyel kuyusu olarak Woods-Saxon potansiyeli alınmıştır [31].

Bu yöntemlerden bir başkası da ikinci kuantumlanma formalizmidir. Bu formalizmin esas elverişli tarafı, çekirdek sistemindeki nükleonların uyduğu Pauli prensibinin göz önüne alınmasıdır. Tek parçacık dalga fonksiyonlarını baz alan ikinci kuantumlanma tasvirinde $|0\rangle$ halinde parçacıkların üretme ve yok etme operatörleri $a_{s\sigma}^+$ ve $a_{s\sigma}$ dir. Bu operatörler Fermi-Dirac istatistiğine uyan nükleonlar (protonlar ve nötronlar) için aşağıdaki antikomütasyon (fermion operatörleri oldukları için) kurallarını sağlar:

$$a_{s\sigma} a_{s'\sigma'}^+ + a_{s'\sigma'}^+ a_{s\sigma} = \delta_{ss'} \delta_{\sigma\sigma'}$$

$$a_{s\sigma} a_{s'\sigma'} + a_{s'\sigma'} a_{s\sigma} = 0 \quad (2.16)$$

$$a_{s\sigma}^+ a_{s'\sigma'}^+ + a_{s'\sigma'}^+ a_{s\sigma}^+ = 0$$

Nükleon olmayan bir sistemin vakum dalga fonksiyonu olarak $|0\rangle$ kabul edilirse:

$$a_{s\sigma} |0\rangle = 0 \quad (2.17)$$

Bu durumda; tek parçacık dalga fonksiyonları $|s\sigma\rangle$, vakum dalga fonksiyonu ve üretme operatörü yardımıyla şu şekilde yazılabilir:

$$|s\sigma\rangle = a_{s\sigma}^+ |0\rangle \quad (2.18)$$

Deforme simetrik alanda nükleonlar sistemine bakalım. H_{sp} nükleonun bu ortalama alandaki hamiltonyeni olsun. Bu halde tek parçacık dalga fonksiyonu $N|s\sigma$ kuantum sayılarıyla temsil edilir. H_{sp} bağımsız parçacıklar modeli hamiltonyeninin özdeğerleri E_s ve buna uygun gelen dalga fonksiyonları ise $|s\sigma\rangle$ ile gösterelim (sadelik olsun diye N kuantum sayıları atıldı).

$$H_{sp} |s\sigma\rangle = E_s |s\sigma\rangle \quad (2.19)$$

Nükleonlar arasındaki (nötron-nötron, proton-proton) çift etkileşme; birbirine konjüge olan seviyelerde (parçacıklar $s\sigma$ ve $s-\sigma$ durumlarında) ve toplam açısal momentumu sıfır olan hallerde meydana gelir. Böylece, $a_{s\sigma}^+$ ve $a_{s\sigma}$ operatörlerinden faydalanarak çift etkileşmeyi gösteren sistemin hamiltonyeni ikinci kuantumlanma yaklaşımında şu şekilde ifade edilebilir [31]:

$$H_0 = \sum_{s\sigma} E_s a_{s\sigma}^+ a_{s\sigma} - G \sum_{s\sigma>0} a_{s\sigma}^+ a_{s-\sigma}^+ a_{s-\sigma} a_{s\sigma} \quad (2.20)$$

Burada E_s ortalama alanda harekette bulunan ve toplam açısal momentumu s olan bağımsız bir nükleonun MeV cinsinden enerjisidir. İkinci terimdeki toplam $s > 0$ içindir, yani eşlenen parçacıklar zamana göre konjüge olmuş durumdadır (parçacıklar aynı seviyede fakat açısal momentum izdüşümleri zıt yönelmiştir). G ise çift etkileşme sabiti olup kuantum sayılarından bağımsızdır. Sistemin hamiltonyenini temsil eden (2.20) ifadesi parçacık sayısı N_0 olan çekirdek sistemini temsil etsin. Özdeğeri N_0 olan ve parçacık sayısını ifade eden \hat{N} operatörünü aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$\hat{N} = \sum_{s\sigma} a_{s\sigma}^+ a_{s\sigma} \quad (2.21)$$

Bu hamiltonyene uygun gelen Schrödinger denkleminin çözümü, Bogolyubov'un;

$$\begin{aligned} a_{s\sigma}^+ &= u_s \alpha_{s-\sigma}^+ + \sigma v_s \alpha_{s\sigma} \\ a_{s\sigma} &= u_s \alpha_{s-\sigma} + \sigma v_s \alpha_{s\sigma}^+ \end{aligned} \quad (2.22)$$

bağıntılarıyla verilen kanonik dönüşümleri yardımıyla yapılabilir. Bu yeni $\alpha_{s\sigma}^+$ ve $\alpha_{s\sigma}$ operatörlerine sırasıyla kuazi parçacık üretme ve yok etme operatörleri denir ve $u_s^2 + v_s^2 = 1$ koşuluyla (2.16) antikomütasyon kuralların uyarlar. Bu dönüşümlerle parçacık uzayından kuazi parçacık uzayına geçilmiş olur. Burada, u_s ve v_s kanonik dönüşüm sabitleridir ve açısal momentumun izdüşümüne bağlı değildir. v_s^2 büyüklüğü s durumunda parçacık yoğunluğunu, u_s^2 büyüklüğü ise aynı durumda delik yoğunluğunu belirler. Bogolyubov dönüşümü sistemin parçacık sayısının korunumunu sağlamadığından (2.20) hamiltonyenine λ_n terimi ilave edilir

ve λ_n 'ye sistemin kimyasal potansiyeli denir. Bu çarpan parçacık sayısının ortalama değerinin korunumunu ifade eden;

$$N_0 = \langle \psi_0 | \hat{N} | \psi_0 \rangle \quad (2.23)$$

koşulundan yararlanılarak bulunur. Burada, $|\psi_0\rangle$ taban durum dalga fonksiyonu,

$$H_0 = \sum_{s\sigma} (E_s - \lambda_n) a_{s\sigma}^+ a_{s\sigma} - G \sum_{s\sigma>0} a_{s\sigma}^+ a_{s-\sigma}^+ a_{s-\sigma} a_{s\sigma} \quad (2.24)$$

hamiltonyeninin özfonksiyonudur. Bu hamiltonyenden bulunan sonuçların çekirdeğin ortalama özelliklerini ifade edeceği açıktır. Bu bakımdan sistemin taban durumunun dalga fonksiyonu da belirli bir parçacık dalga fonksiyonuna uygun gelmeyecektir.

Teorinin parametreleri olan kimyasal potansiyel λ_n ve çift etkileşme enerjisini ifade eden Δ , aşağıdaki sistem denklemlerinin yardımıyla bulunur:

$$\Delta = G \sum_s u_s v_s \quad (2.25)$$

$$\frac{2}{G} = \sum_s \frac{1}{\sqrt{(E_s - \lambda_n)^2 + \Delta^2}} \quad (2.26)$$

$$N_0 = 2 \sum_s \left[1 - \frac{E_s - \lambda_n}{\sqrt{(E_s - \lambda_n)^2 + \Delta^2}} \right] \quad (2.27)$$

Verilen G ve N_0 değerleri için (2.25) ve (2.26) denklem sistemi çözümlenerek Δ ve λ_n bulunabilir ve Bogolyubov dönüşümdeki;

$$u_s^2 = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{E_s - \lambda_n}{\varepsilon_s} \right)$$

$$v_s^2 = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{E_s - \lambda_n}{\varepsilon_s} \right) \quad (2.28)$$

ile ifade edilen katsayıların hesabını yapabiliriz. Sistemin kuazi parçacık uzayında hamiltonyeni aşağıdaki şekilde verilir:

$$H_{SQP} = \sum_{s\sigma} \varepsilon_s \alpha_{s\sigma}^+ \alpha_{s\sigma} \quad (2.29)$$

Bu hamiltonyenin özdeğeri ise;

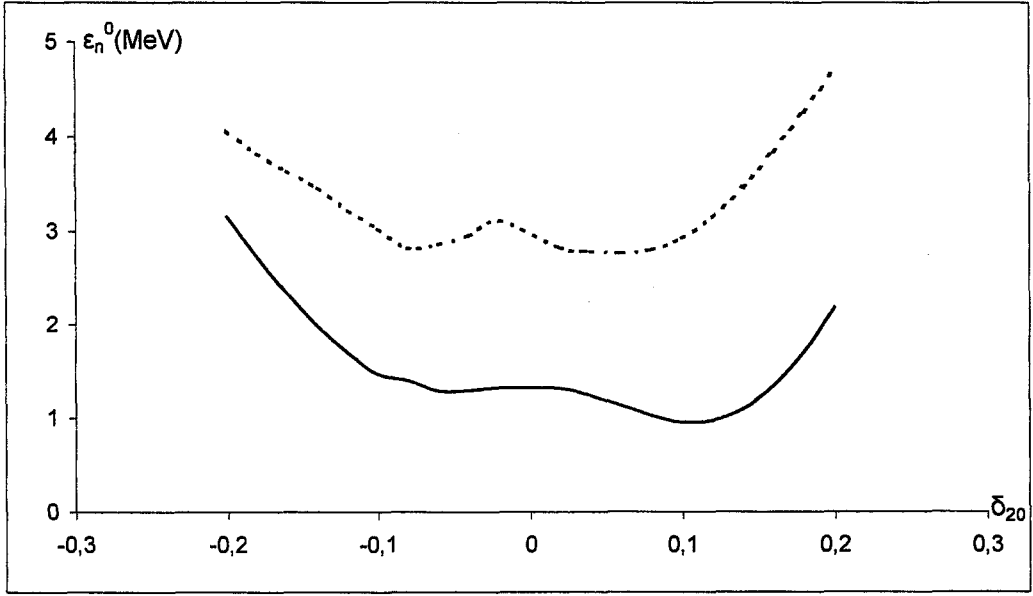
$$\varepsilon_s = \sqrt{(E_s - \lambda)^2 + \Delta^2} \quad (2.30)$$

dir. Burada, ε_s kuazi parçacık enerjisi, E_s ise nükleonların tek parçacık bağlanma enerjisidir. Sistemin taban durumu enerji seviyesi (2.24) ve (2.25) denklem sistemi çözülerek (bu bölümde bulunan bütün formüller nötron sistemi için verilmiştir ve proton sistemi içinde aynı formüller geçerlidir);

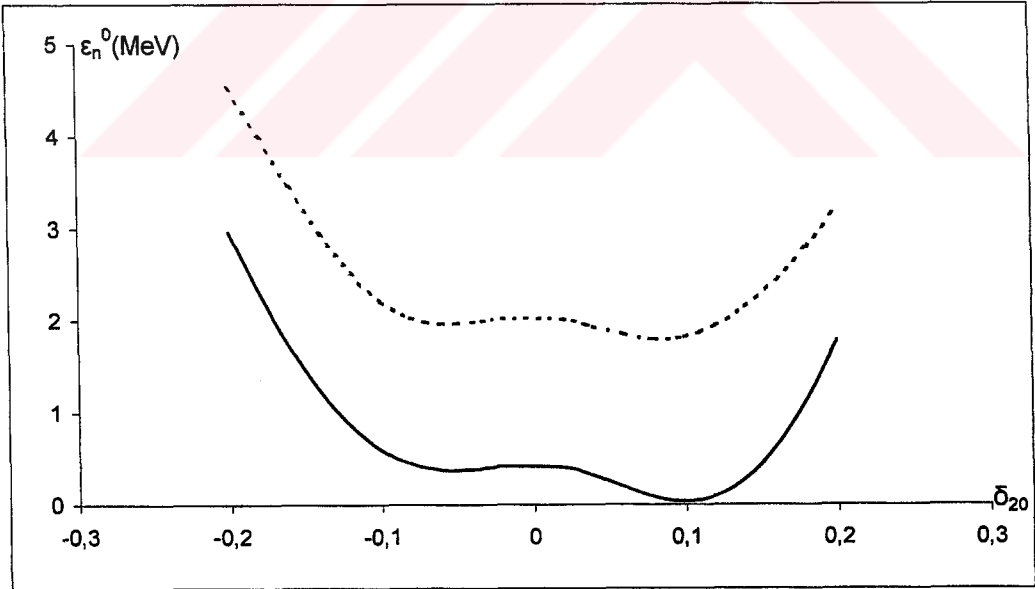
$$\varepsilon_0^n = \sum_{\eta} 2E_{\eta} v_{\eta}^2 - \Delta^2/G + \sum_p 2E_p v_p^2 - \Delta^2/G \quad (\eta = \text{nötron}, p = \text{proton}) \quad (2.31)$$

bulunur. Burada, ε_0^n kuazi parçacığın taban durumu enerji seviyesi, E_{η} ve E_p sırasıyla nötron ve proton tek parçacık enerji spektrumlarıdır. Farklı deformasyonlar için çekirdeklerin taban durumlarının enerjileri (2.31) formülü kullanılarak hesaplanmıştır.

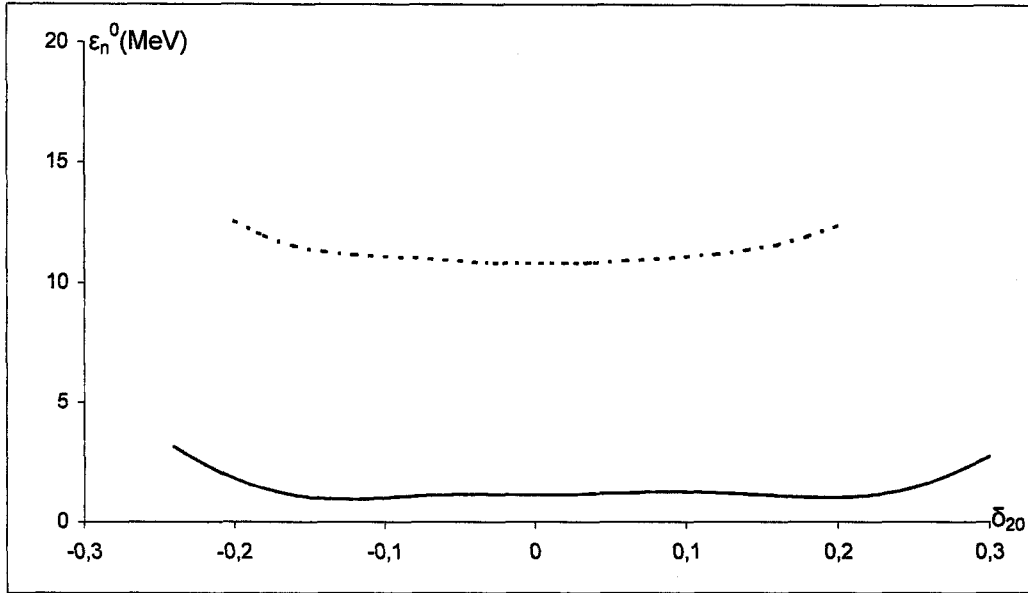
İncelenen çekirdeklerin taban durumlarına karşılık gelen kararlı deformasyon parametrelerinin bulunması için taban durum enerjilerini hesapladık. Bazı çekirdekler küresel deformasyonlu olduğu için eğrilerin en minimumuna karşılık gelen uygun çekirdeğin taban durumunu deformasyon parametresi gibi kabul ettik. İncelenen çekirdeklerin taban durumları toplam enerjilerinin deformasyon parametresine bağlılığı Şekil 2.1-2.7'de gösterilmiştir. Şekillerde kesikli çizgi ürün çekirdeği, sürekli çizgi ise ana çekirdeği temsil etmektedir. Bu şekillerin daha iyi anlaşılması için taban durumlarının enerjileri belli tam değerlerle (1547-2905 MeV arasında ana ve ürün çekirdeklerin taban durumları için aynı değer kabul edilerek) toplanmıştır. Her bir çekirdek için taban durumu enerjisine karşılık gelen kararlı deformasyon parametreleri, Çizelge 2.1'de gösterilmiştir ve mukayese için P. Möller'in bulduğu kararlı deformasyon parametreleriyle karşılaştırılmıştır [23]. Deformasyonlu Woods-Saxon potansiyel kuyusunda hesaplanan ${}^{76}_{32}\text{Ge}$ çekirdeği için nötron ve proton enerji spektrumları Çizelge 2.2'de verilmiştir [6, 9].



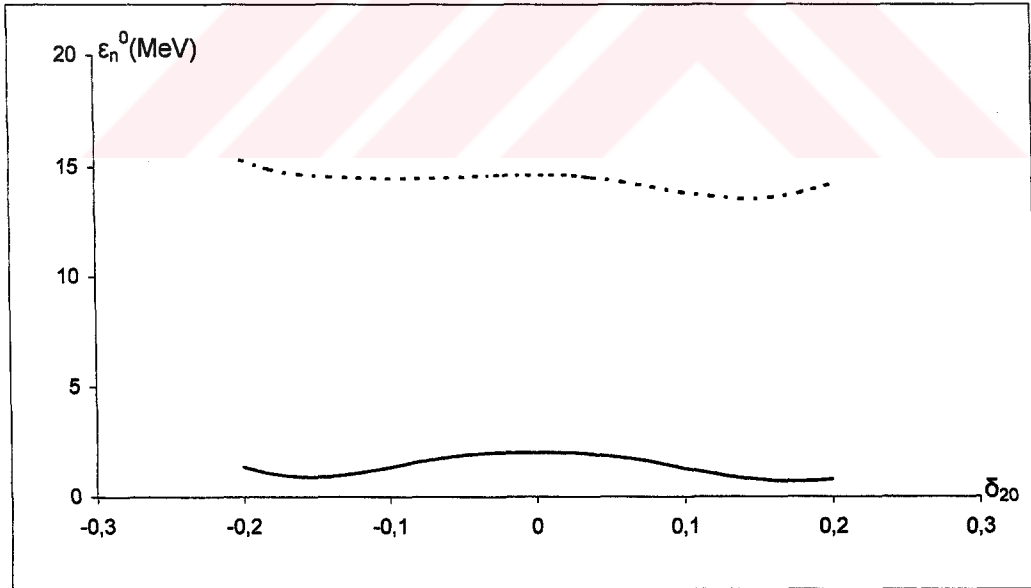
Şekil 2.1. $^{76}_{32}\text{Ge} \rightarrow ^{76}_{34}\text{Se}$ geçişi için taban durum enerjisinin deformasyon parametresine bağılılığı.



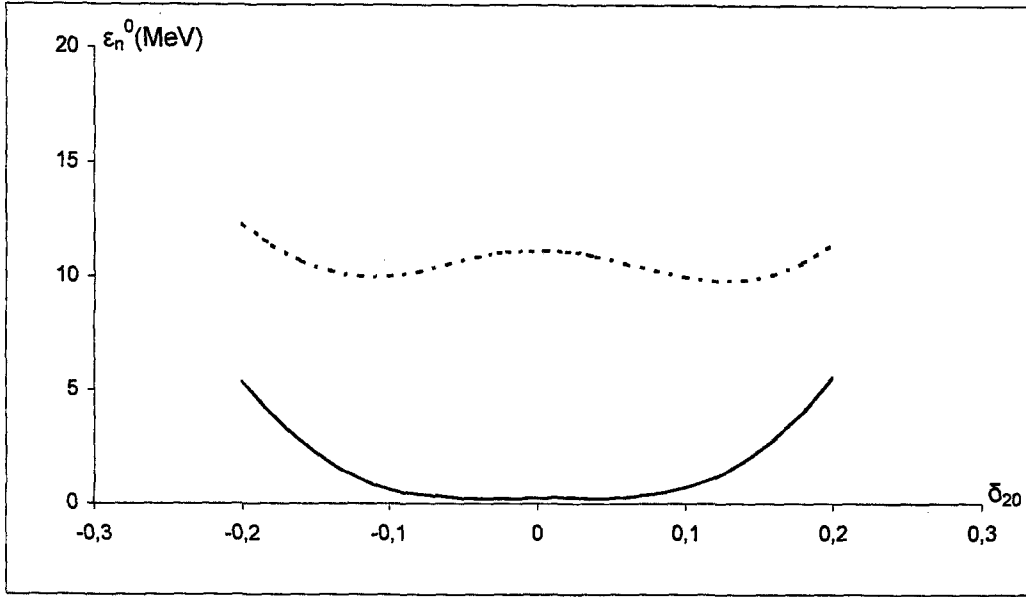
Şekil 2.2. $^{82}_{34}\text{Se} \rightarrow ^{82}_{36}\text{Kr}$ geçişi için taban durum enerjisinin deformasyon parametresine bağılılığı.



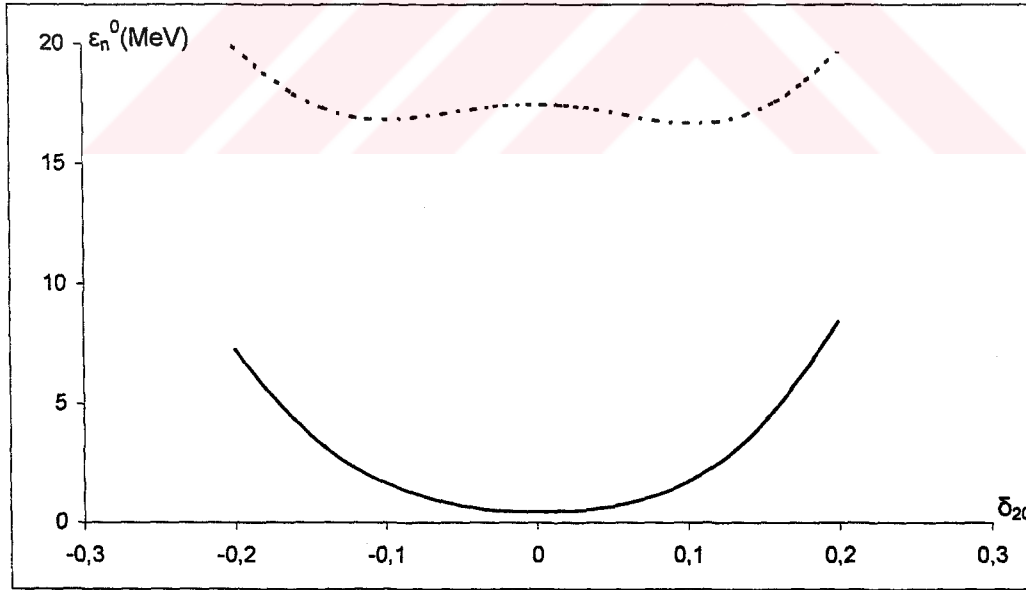
Şekil 2.3. ${}^{96}_{40}\text{Zr} \rightarrow {}^{96}_{42}\text{Mo}$ geçişi için taban durum enerjisinin deformasyon parametresine bağlılığı.



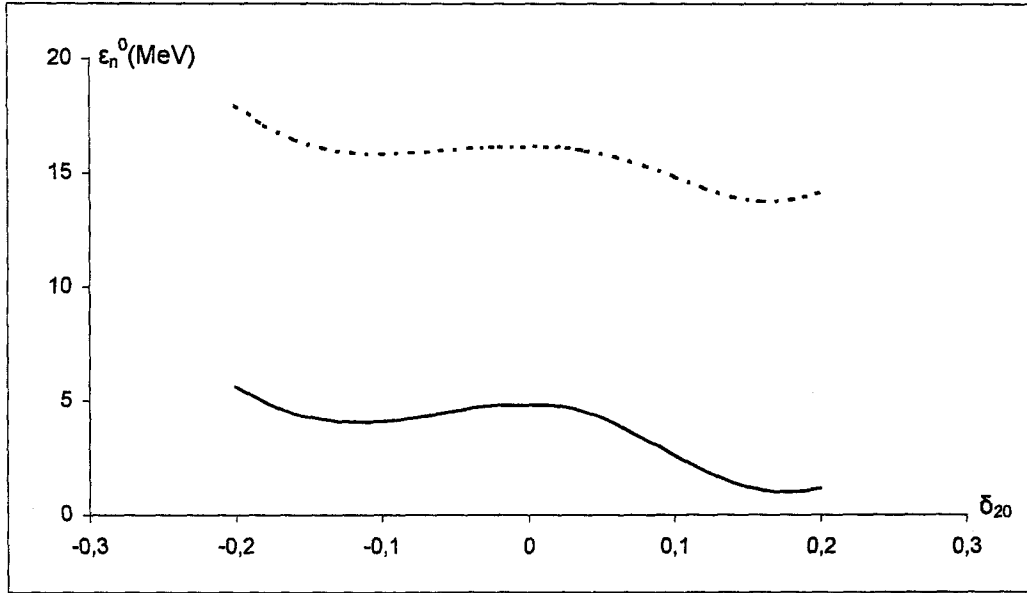
Şekil 2.4 ${}^{100}_{42}\text{Mo} \rightarrow {}^{100}_{44}\text{Ru}$ geçişi için taban durum enerjisinin deformasyon parametresine bağlılığı.



Şekil 2.5 $^{128}_{52}\text{Te} \rightarrow ^{128}_{54}\text{Xe}$ geçişi için taban durum enerjisinin deformasyon parametresine bağlılığı.



Şekil 2.6. $^{130}_{52}\text{Te} \rightarrow ^{130}_{54}\text{Xe}$ geçişi için taban durum enerjisinin deformasyon parametresine bağlılığı.



Şekil 2.7. $^{150}_{60}\text{Nd} \rightarrow ^{150}_{62}\text{Sm}$ geçişi için taban durum enerjisinin deformasyon parametresine bağılılığı.

Çizelge 2.1. Deformasyonlu çekirdekler için kararlı deformasyon sabitleri.

Deformasyonlu Çekirdekler	δ_{20}	δ_{20}^a
$^{76}_{32}\text{Ge}$	0.10/ -0.06	0.12
$^{76}_{34}\text{Se}$	0.06/ -0.08	-0.18
$^{82}_{34}\text{Se}$	0.10/ -0.06	0.13
$^{82}_{36}\text{Kr}$	0.08/ -0.06	0.06
$^{96}_{40}\text{Zr}$	0.20/ -0.12	0.25
$^{96}_{42}\text{Mo}$	0.00/ 0.00	0.07
$^{100}_{42}\text{Mo}$	0.18/ -0.16	0.22
$^{100}_{44}\text{Ru}$	0.14/ -0.10	0.14
$^{128}_{52}\text{Te}$	0.04/ -0.04	0.0
$^{128}_{54}\text{Xe}$	0.12/ -0.12	0.13
$^{130}_{52}\text{Te}$	0.00/ 0.00	0.0
$^{130}_{54}\text{Xe}$	0.10/ -0.10	-0.9
$^{150}_{60}\text{Nd}$	0.18/ -0.12	0.15
$^{150}_{62}\text{Sm}$	0.16/ -0.10	0.19

^a [23]'den alınmıştır.

Çizelge 2.2. Deformasyonlu Woods-Saxon potansiyel kuyusunda hesaplanan $^{76}_{32}\text{Ge}$ çekirdeği için nötron ve proton enerji spektrumları.

SINGLE PARTICLE NUCLEAR SPECTRUM - SHELL MODEL DEFORMED POTENTIAL WELL

NEUTRONS

NO)	ENERGY	STATE	NO)	ENERGY	STATE	NO)	ENERGY	STATE	NO)	ENERGY	STATE
1)	-39.7994	1/2 +	24)	-7.2094	7/2 +	47)	7.8421	3/2 -E	70)	14.7126	9/2 +E
2)	-33.2206	1/2 -	25)	-6.3703	9/2 +	48)	8.1185	1/2 -E	71)	14.9847	1/2 +E
3)	-32.4872	3/2 -	26)	-3.8868	1/2 +	49)	9.4187	3/2 -E	72)	15.2230	5/2 +E
4)	-31.2794	1/2 -	27)	-3.1138	3/2 +	50)	9.5073	1/2 -E	73)	15.9895	1/2 +E
5)	-25.5936	1/2 +	28)	-2.0885	5/2 +	51)	9.7737	1/2 +E	74)	16.5749	3/2 +E
6)	-25.1459	3/2 +	29)	-1.6915	1/2 +	52)	9.9473	3/2 +E	75)	17.6040	1/2 +E
7)	-24.3538	5/2 +	30)	-0.8265	1/2 +	53)	10.2752	5/2 +E	76)	17.9683	3/2 +E
8)	-22.6555	1/2 +	31)	-0.6547	3/2 +	54)	10.3707	5/2 -E	77)	18.1550	5/2 +E
9)	-21.2696	3/2 +	32)	0.4164	5/2 +	55)	10.7417	7/2 +E	78)	19.1005	7/2 +E
10)	-20.9863	1/2 +	33)	0.5306	1/2 +E	56)	11.1025	1/2 -E	79)	19.6671	1/2 -E
11)	-17.3185	1/2 -	34)	0.5355	1/2 -E	57)	11.3045	3/2 -E	80)	19.8120	3/2 -E
12)	-17.0039	3/2 -	35)	0.7274	3/2 -	58)	11.3352	9/2 +E	81)	20.0935	5/2 -E
13)	-16.4184	5/2 -	36)	1.0979	5/2 -	59)	11.7903	5/2 -E	82)	20.5011	7/2 -E
14)	-15.5912	7/2 -	37)	1.1413	3/2 +E	60)	12.0468	11/2 +	83)	21.0257	9/2 -E
15)	-12.8651	1/2 -	38)	1.6149	7/2 +	61)	12.0722	1/2 +E	84)	21.6603	11/2 -E
16)	-11.9837	1/2 -	39)	1.6328	7/2 -	62)	12.4263	7/2 -E	85)	21.7663	1/2 +E
17)	-11.7377	3/2 -	40)	2.3215	9/2 -	63)	12.6255	3/2 +E	86)	21.9456	3/2 +E
18)	-10.9365	3/2 -	41)	3.1580	11/2 -	64)	12.8693	13/2 +	87)	22.3065	5/2 +E
19)	-10.0955	5/2 -	42)	4.5159	1/2 -E	65)	13.2896	5/2 +E	88)	22.4002	13/2 -E
20)	-9.4686	1/2 -	43)	5.0943	3/2 -E	66)	13.5828	9/2 -E	89)	22.8534	7/2 +E
21)	-8.5571	1/2 +	44)	5.8678	5/2 -E	67)	13.6365	1/2 +E	90)	23.1627	1/2 -E
22)	-8.3185	3/2 +	45)	6.6649	1/2 -E	68)	13.9937	7/2 +E	91)	23.2435	15/2 -
23)	-7.8627	5/2 +	46)	6.7473	7/2 -E	69)	14.4462	3/2 +E	92)	23.4728	3/2 -E

SINGLE PARTICLE NUCLEAR SPECTRUM - SHELL MODEL DEFORMED POTENTIAL WELL

PROTONS

NO)	ENERGY	STATE	NO)	ENERGY	STATE	NO)	ENERGY	STATE	NO)	ENERGY	STATE
1)	-38.4093	1/2 +	24)	-5.7719	7/2 +	47)	11.4656	3/2 -E	70)	18.2926	9/2 +E
2)	-32.0318	1/2 -	25)	-4.8508	9/2 +	48)	11.7507	1/2 +E	71)	18.9134	1/2 +E
3)	-31.2297	3/2 -	26)	-1.3147	1/2 +	49)	11.9232	3/2 +E	72)	18.9711	5/2 +E
4)	-29.7724	1/2 -	27)	-0.4699	3/2 +	50)	11.9400	1/2 -E	73)	19.9859	1/2 +E
5)	-24.4532	1/2 +	28)	0.7071	5/2 +	51)	12.2599	5/2 +E	74)	20.8089	3/2 +E
6)	-23.9751	3/2 +	29)	1.2331	1/2 +	52)	12.7511	7/2 +E	75)	21.6719	1/2 -E
7)	-23.1100	5/2 +	30)	2.1460	1/2 -	53)	13.3499	3/2 -E	76)	21.8216	3/2 -E
8)	-20.9438	1/2 +	31)	2.2466	3/2 +	54)	13.3874	9/2 +	77)	22.1142	5/2 -E
9)	-19.4366	3/2 +	32)	2.3468	3/2 -	55)	13.4320	1/2 -E	78)	22.1229	1/2 +E
10)	-19.0488	1/2 +	33)	2.3663	1/2 +	56)	14.1645	11/2 +	79)	22.4516	3/2 +E
11)	-16.1338	1/2 -	34)	2.7399	5/2 -	57)	14.6412	5/2 -E	80)	22.5424	7/2 -E
12)	-15.7982	3/2 -	35)	3.3136	7/2 -	58)	14.9887	1/2 -E	81)	22.8300	5/2 +E
13)	-15.1655	5/2 -	36)	3.4177	5/2 +	59)	15.0763	13/2 +	82)	23.0980	9/2 -E
14)	-14.2616	7/2 -	37)	3.9791	1/2 +	60)	15.1932	3/2 -E	83)	23.7752	11/2 -E
15)	-10.7490	1/2 -	38)	4.0608	9/2 -	61)	15.4649	1/2 +E	84)	23.8561	7/2 +E
16)	-9.8035	1/2 -	39)	4.7351	3/2 +	62)	15.7838	5/2 -E	85)	24.5715	13/2 -
17)	-9.5236	3/2 -	40)	4.7920	7/2 +	63)	15.9996	3/2 +E	86)	25.4829	15/2 -
18)	-8.6198	3/2 -	41)	4.9770	11/2 -	64)	16.3603	7/2 -E	87)	25.6936	1/2 -E
19)	-7.7107	5/2 -	42)	7.4803	1/2 -E	65)	16.6984	5/2 +E	88)	26.0219	3/2 -E
20)	-7.2284	1/2 +	43)	8.0690	3/2 -E	66)	17.2581	1/2 +E	89)	26.5402	1/2 +E
21)	-6.9740	3/2 +	44)	8.9114	5/2 -E	67)	17.4777	7/2 +E	90)	26.5524	5/2 -E
22)	-6.7959	1/2 -	45)	9.9034	7/2 -	68)	17.7044	9/2 -E	91)	26.7501	3/2 +E
23)	-6.4829	5/2 +	46)	10.1609	1/2 -E	69)	18.1337	3/2 +E	92)	27.1736	5/2 +E

2.3. Çekirdekte Yükle Değişimli Spin-Spin Gamow-Teller Etkileşmesi

Bu bölümde; çekirdeğe birbirleriyle çift etkileşmede ve yük değişimli spin-spin etkileşmesinde bulunan nükleonlar sistemi gibi bakılacaktır. Çekirdekte yük değişimli spin-spin Gamow-Teller etkileşmesi; hem parçacık-delik hem de parçacık-parçacık kanalında incelenmiştir.

2.3.1. Parçacık-Delik Etkileşmesi

Spin ve izospin koordinatlarına bağlı olarak, deforme simetrik ortalama alanda çiftlenme, yük alış-verişli spin-spin etkileşmesinde bulunan bir çekirdek sisteminde, nükleonlar sisteminin iç hareketini temsil eden Hamiltonyenin kuazi parçacık tasviri aşağıdaki gibi yazılır:

$$H = H_{SQP} + V_{GT}^{ph} \quad (2.32)$$

H_{SQP} , tek kuazi parçacık Hamiltonyenidir. V_{GT}^{ph} ise yük alış-verişli spin-spin etkileşmesidir ve aşağıdaki gibi gösterilir:

$$V_{GT}^{ph} = 2 \chi_{GT}^{ph} \beta_{\mu}^{(+)} \beta_{\mu}^{(-)} \quad \mu = 0,1 \quad (2.33)$$

Burada, $\beta_{\mu}^{(+)} (\beta_{\mu}^{(-)})$, pozitron(elektron) beta dönüşümü operatörleri olup ikinci kuantumlanma formalizminde aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$\beta_{\mu}^{(+)} = \sum_{np} \sum_{p\rho'} \langle n\rho | \sigma_{\mu} (-1)^{\mu} \sigma_{-\mu} | p\rho' \rangle a_{n\rho}^{+} a_{p\rho'} \quad (2.34)$$

$a_{n\rho}^{+}$ ve $a_{p\rho'}$ sırasıyla nötron proton parçacık çifti üretme ve yok etme operatörüdür.

$\beta_{\mu}^{(-)} = (\beta_{\mu}^{(+)})^{+}$ olduğundan $\beta_{\mu}^{(-)}$ elektron parçalanma operatörü de kolayca bulunabilir. Bu ifadede, aşağıdaki tek parçacık matris elemanlarının simetri özelliğinden faydalanılmıştır [15]:

$$\begin{aligned} \sigma_{np}^{(\mu)} &\equiv \langle n+ | \sigma_{\mu} + (-1)^{\mu} \sigma_{-\mu} | p+ \rangle = -\langle n- | \sigma_{\mu} + (-1)^{\mu} \sigma_{-\mu} | p- \rangle & (\mu = 0,1) \\ \sigma_{np}^{(-\mu)} &\equiv \langle n+ | \sigma_{\mu} + (-1)^{\mu} \sigma_{-\mu} | p- \rangle = \langle n- | \sigma_{\mu} + (-1)^{\mu} \sigma_{-\mu} | p+ \rangle & (\mu = 1) \end{aligned} \quad (2.35)$$

$\mu = 0$ haline $\Delta K = 0$ olan izinli G-T geçişleri; $\mu = 1$ haline ise $\Delta K = 1$ olan izinli G-T geçişlerine karşılık gelir. Bogolyubov kanonik dönüşümlerinin kullanılmasıyla, $\beta_{\mu}^{(-)}$ operatörü kuazi parçacık uzayında şu şekilde yazılabilir:

$$\beta_{\mu}^{(-)} = \sum_{np} [(d_{np} + D_{np}^+ + \bar{d}_{np} D_{np}) + (\bar{b}_{np} C_{np} - b_{np} C_{np}^+)] \quad (2.36)$$

Burada, [2]'nin tanımlamaları kullanılmıştır:

$$\begin{aligned} D_{np} &\equiv \sum_{\rho=\pm 1} \rho \alpha_{n-\rho}^+ \alpha_{p-\rho}, & D_{np}^+ &\equiv \sum_{\rho=\pm 1} \rho \alpha_{p-\rho}^+ \alpha_{n-\rho} \\ C_{np} &\equiv \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{\rho=\pm 1} \alpha_{pp} \alpha_{n-\rho}, & C_{np}^+ &\equiv \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{\rho=\pm 1} \alpha_{n-\rho}^+ \alpha_{pp} \\ b_{np} &\equiv \sqrt{2} \langle n | \sigma_{\mu} | p \rangle u_p v_n, & \bar{b}_{np} &\equiv \sqrt{2} \langle n | \sigma_{\mu} | p \rangle u_n v_p \\ d_{np} &\equiv \sqrt{2} \langle n | \sigma_{\mu} | p \rangle u_p u_n, & \bar{d}_{np} &\equiv \sqrt{2} \langle n | \sigma_{\mu} | p \rangle v_n v_p \end{aligned} \quad (2.37)$$

Burada D_{np}^+ (D_{np}), kuazi parçacık saçılma operatörleri ve C_{np}^+ (C_{np}), nötron-proton çifti için iki kuazi parçacık üretilmesini (yok edilmesini) temsil eden operatörlerdir ve kuazi bozon yaklaşımı

$$[C_{np}, C_{n'p'}^+] \approx \delta_{nn'} \delta_{pp'}, \quad [C_{np}, C_{n'p'}] = 0 \quad (2.38)$$

komütasyon kurallarına uyarlar. Böylece yük değişimli etkin spin-spin etkileşmesi kuazi parçacık uzayında aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$V_{CC}^{ph} = 2\chi_{GT}^{ph} \sum_{\substack{n_1 p_1 \\ n_2 p_2}} (\bar{b}_{n_1 p_1} C_{n_1 p_1}^+ - b_{n_1 p_1} C_{n_1 p_1}) \cdot (\bar{b}_{n_2 p_2} C_{n_2 p_2} - b_{n_2 p_2} C_{n_2 p_2}^+) \quad (2.39)$$

$$V_{DD}^{ph} = 2\chi_{GT}^{ph} \sum_{\substack{n_1 p_1 \\ n_2 p_2}} (\bar{d}_{n_1 p_1} D_{n_1 p_1}^+ + d_{n_1 p_1} D_{n_1 p_1}) \cdot (\bar{d}_{n_2 p_2} D_{n_2 p_2} + d_{n_2 p_2} D_{n_2 p_2}^+) \quad (2.40)$$

$$V_{CD}^{ph} = 2\chi_{GT}^{ph} \sum_{\substack{n_1 p_1 \\ n_2 p_2}} \left[(\bar{b}_{n_1 p_1} C_{n_1 p_1}^+ - b_{n_1 p_1} C_{n_1 p_1}) \cdot (\bar{d}_{n_2 p_2} D_{n_2 p_2} + d_{n_2 p_2} D_{n_2 p_2}^+) + (\bar{d}_{n_1 p_1} D_{n_1 p_1} + d_{n_1 p_1} D_{n_1 p_1}^+) \cdot (\bar{b}_{n_2 p_2} C_{n_2 p_2} - b_{n_2 p_2} C_{n_2 p_2}^+) \right] \quad (2.41)$$

dır. Buradaki hesaplamalarda V_{DD} ihmal edilmiştir; çünkü sadece yüksek dereceli terimlere katkısı bulunur. Böylece sistemin Hamilton operatörü:

$$H_0 = H_{SQP} + V_{CC}^{ph} \quad (2.42)$$

olarak ifade edilir.

QRPA yönteminde tek-tek çekirdeklerdeki kolektif 1^+ durumları tek-fonon uyarılması olarak ele alınır ve aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$|\Psi_i\rangle = Q_i^+ |0\rangle = \sum_{np} r_{np}^i C_{np}^+ - s_{np}^i C_{np} \quad (2.43)$$

Burada, Q_i^+ nötron-proton dönüşümünü temsil eden spin ve paritesi 1^+ olan fonon üretilme operatörü, $|0\rangle$ ise bir çift-çift çekirdeğin taban durumuna karşılık gelen fonon vakumudur ve bütün i durumları için $Q_i |0\rangle = 0$ dır. İki kuazi parçacığın r_{np}^i ve s_{np}^i genliklerini normalize etmek için komütasyon bağıntıları kullanılarak;

$$\begin{aligned} [Q_i, Q_j^+] = \delta_{ij} &= \sum_{\substack{np \\ n'p'}} [r_{np}^i C_{np} - s_{np}^i C_{np}^+, r_{n'p'}^j C_{n'p'}^+ - s_{n'p'}^j C_{n'p'}] \\ &= \sum_{np} (r_{np}^i r_{np}^j - s_{np}^i s_{np}^j) = \sum_{np} [(r_{np}^i)^2 - (s_{np}^i)^2] \delta_{ij} = \delta_{ij} \\ &= \sum_{np} [(r_{np}^i)^2 - (s_{np}^i)^2] = 1 \end{aligned} \quad (2.44)$$

bulunur. QRPA'nın bilinen yöntemi kullanılarak hareket denklemleri çözülürse:

$$[H_{SQP} + V_{CC}, Q_i^+] |0\rangle = w_i Q_i^+ |0\rangle \quad (2.45)$$

1^+ durumlarının uyarma enerjileri w_i için dispersiyon bağıntısı elde edilir.

$$[1 + \chi_{GT}^{ph} A(w_i)][1 + \chi_{GT}^{ph} \bar{A}(w_i)] - [\chi_{GT}^{ph} B(w_i)]^2 = 0 \quad (2.46)$$

Burada, $A(w_i)$, $\bar{A}(w_i)$ ve $B(w_i)$:

$$\begin{aligned}
A(w_i) &= 2 \sum_{np} \left[\frac{\bar{b}_{np}^2}{E_{np} - w_i} + \frac{b_{np}^2}{E_{np} + w_i} \right] \\
\bar{A}(w_i) &= 2 \sum_{np} \left[\frac{b_{np}^2}{E_{np} - w_i} + \frac{\bar{b}_{np}^2}{E_{np} + w_i} \right] \\
B(w_i) &= 2 \sum_{np} b_{np} \bar{b}_{np} \left[\frac{1}{E_{np} - w_i} + \frac{1}{E_{np} + w_i} \right]
\end{aligned} \tag{2.47}$$

dir. İki kuazi parçacık genlikleri;

$$r_{np}^i = -\frac{b_{np} + L(w_i)\bar{b}_{np}}{E_{np} - w_i} \cdot \frac{1}{\sqrt{Z(w_i)}}, \quad s_{np}^i = -\frac{\bar{b}_{np} + L(w_i)b_{np}}{E_{np} + w_i} \cdot \frac{1}{\sqrt{Z(w_i)}} \tag{2.48}$$

olarak bulunur. Burada,

$$L(w_i) = -\frac{B(w_i)}{\frac{1}{\chi_{GT}^{ph}} + A(w_i)} \tag{2.49}$$

ve $E_{np} = \varepsilon_n + \varepsilon_p$ nötron-proton çifti için iki kuazi parçacık enerjisidir. $Z(w_i)$ normalizasyon sabiti ise denklem (2.44)'den bulunur.

2.3.2. Parçacık-Delik ve Parçacık-Parçacık Etkileşmesi

Eksenel simetrlili bir ortalama etkileşim alanında yük alış-verişli spin-spin etkileşmelerinde bulunan bir nükleonlar sistemi gibi düşünelim. Bu durumda kuazi parçacık gösteriminde sistemin Hamiltonyeni:

$$H_0 = H_{SQP} + V_{GT}^{ph} + V_{GT}^{pp} \tag{2.50}$$

ile verilmektedir. Burada, H_{SQP} tek kuazi parçacık Hamiltonyeni ve

$$H_{SQP} = \sum_{s,\tau,p} E_s(\tau) \cdot \alpha_{sp}^+(\tau) \alpha_{sp}(\tau) \tag{2.51}$$

ile tanımlanır. $E_s(\tau)$, nükleonların tek kuazi parçacık enerjisi, α_{sp}^+ (α_{sp}) kuazi parçacık üretme (yok etme) operatörüdür. V_{GT}^{ph} ve V_{GT}^{pp} sırasıyla parçacık-boşluk ve parçacık-parçacık kanalında rezidual yük değişimli spin-spin etkileşmeleridir ve aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$V_{GT}^{ph} = 2\chi_{GT}^{ph} \sum_{\mu} \beta_{\mu}^+ \cdot \beta_{\mu}^- , \quad V_{GT}^{pp} = -2\chi_{GT}^{pp} \sum_{\mu} P_{\mu}^+ \cdot P_{\mu}^- \quad \mu = 0, \pm 1, \quad (2.52)$$

Burada;

$$\beta_{\mu}^+ = \sum_{\substack{np \\ pp'}} \langle np | (\sigma_{\mu} + (-1)^{\mu} \sigma_{-\mu}) | pp' \rangle a_{np}^+ a_{pp'}, \quad \beta_{\mu}^- = (\beta_{\mu}^+)^+ \quad (2.53)$$

$$P_{\mu}^+ = \sum_{\substack{np \\ pp'}} \langle np | (\sigma_{\mu} + (-1)^{\mu} \sigma_{-\mu}) | pp' \rangle a_{np}^+ a_{pp'}, \quad P_{\mu}^- = (P_{\mu}^+)^+$$

$a_{\tau p}^+$ ($a_{\tau p}$) sırasıyla nükleon üretme (yok etme) operatörleri olup, σ_{μ} ise Pauli operatörünün küresel bileşenidir. Kuazi parçacık gösteriminde, β_{μ}^{\pm} ve P_{μ}^{\pm} operatörleri [29] tanımlamalarını kullanılarak:

$$\beta_{\mu}^+ = \sum_{np} \left[\frac{1}{\sqrt{2}} (\bar{d}_{np} D_{np}^+ + d_{np} D_{np}) + (\bar{b}_{np} C_{np}^+ - b_{np} C_{np}) \right] \quad (2.54)$$

$$P_{\mu}^+ = \sum_{np} \left[\frac{1}{\sqrt{2}} (b_{np} D_{np}^+ - \bar{b}_{np} D_{np}) + (d_{np} C_{np}^+ + \bar{d}_{np} C_{np}) \right]$$

elde edilir. Bu denklemlerdeki nicelikler (2.37) denkleminde gösterilmiştir.

Burada, $|n\rangle$ ve $|p\rangle$ Nilsson tek parçacık durumları, D_{np} kuazi parçacık saçılma operatörü, C_{np}^+ (C_{np}) nötron-proton çiftlenimi için iki kuazi parçacık üretme (yok etme) operatörleridir ve QBA'da aşağıdaki bozonik komütasyon kurallarını sağlamaktadır.

$$[C_{np}, C_{n'p'}^+] \approx \delta_{nn'} \delta_{pp'} , \quad [C_{np}, C_{n'p'}] = 0 \quad (2.55)$$

Buna göre kuazi parçacık uzayında etkin G-T etkileşimleri aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\begin{aligned}
V_{GT}^{ph} &= V_{CC}^{ph} + V_{DD}^{ph} + V_{CD}^{ph} \\
V_{GT}^{pp} &= V_{CC}^{pp} + V_{DD}^{pp} + V_{CD}^{pp}
\end{aligned} \tag{2.56}$$

Burada,

$$\begin{aligned}
V_{CC}^{ph} &= 2\chi_{GT}^{ph} \sum_{\substack{n_1p_1 \\ n_2p_2}} (\bar{b}_{n_1p_1} C_{n_1p_1}^+ - b_{n_1p_1} C_{n_1p_1}) \cdot (\bar{b}_{n_2p_2} C_{n_2p_2} - b_{n_2p_2} C_{n_2p_2}^+) \\
V_{CC}^{pp} &= -2\chi_{GT}^{pp} \sum_{\substack{n_1p_1 \\ n_2p_2}} (d_{n_1p_1} C_{n_1p_1}^+ + \bar{d}_{n_1p_1} C_{n_1p_1}) \cdot (d_{n_2p_2} C_{n_2p_2} + \bar{d}_{n_2p_2} C_{n_2p_2}^+)
\end{aligned} \tag{2.57}$$

$$\begin{aligned}
V_{DD}^{ph} &= \chi_{GT}^{ph} \sum_{\substack{n_1p_1 \\ n_2p_2}} (\bar{d}_{n_1p_1} D_{n_1p_1}^+ + d_{n_1p_1} D_{n_1p_1}) \cdot (\bar{d}_{n_2p_2} D_{n_2p_2} + d_{n_2p_2} D_{n_2p_2}^+) \\
V_{DD}^{pp} &= -\chi_{GT}^{pp} \sum_{\substack{n_1p_1 \\ n_2p_2}} (b_{n_1p_1} D_{n_1p_1}^+ - \bar{b}_{n_1p_1} D_{n_1p_1}) \cdot (b_{n_2p_2} D_{n_2p_2} - \bar{b}_{n_2p_2} D_{n_2p_2}^+)
\end{aligned} \tag{2.58}$$

$$\begin{aligned}
V_{CD}^{ph} &= \sqrt{2}\chi_{GT}^{ph} \sum_{\substack{n_1p_1 \\ n_2p_2}} [(\bar{b}_{n_1p_1} C_{n_1p_1}^+ - b_{n_1p_1} C_{n_1p_1}) \cdot (\bar{d}_{n_2p_2} D_{n_2p_2} + d_{n_2p_2} D_{n_2p_2}^+) + hc] \\
V_{CD}^{pp} &= -\sqrt{2}\chi_{GT}^{pp} \sum_{\substack{n_1p_1 \\ n_2p_2}} [(d_{n_1p_1} C_{n_1p_1}^+ + \bar{d}_{n_1p_1} C_{n_1p_1}) \cdot (b_{n_2p_2} D_{n_2p_2} - \bar{b}_{n_2p_2} D_{n_2p_2}^+) + hc]
\end{aligned} \tag{2.59}$$

Bu hesaplamalarda, V_{DD}^{ph} ve V_{DD}^{pp} sadece yüksek derecedeki terimlere katkıda bulunduğundan dolayı ihmal edilmiştir. V_{CD}^{ph} ve V_{CD}^{pp} , kuazi parçacık saçılma operatöründe (D_{np}) lineer terimler içerdiğinden sadece tek parçacıklı durumlar arasındaki tek-A geçişleri için parçacık-fonon etkileşmelerinin birinci dereceden pertürbasyon teorisi uygulandığı zaman gereklidir.

İlk olarak çift-çift çekirdeklerdeki G-T etkileşmesini ele alalım. Bu durumda sistemin Hamiltonyeni aşağıdaki formda yazılabilir:

$$H_0 = H_{SQP} + V_{CC}^{ph} + V_{CC}^{pp} \tag{2.60}$$

QRPA'da tek-tek çekirdeklerde kolektif 1^+ durumları bir fonon uyarılmaları olarak düşünülmektedir ve aşağıdaki şekilde tanımlanmaktadır:

$$|\Psi_i\rangle = Q_i^+|0\rangle = \sum_{np} \psi_{np}^i C_{np}^+ - \phi_{np}^i C_{np} \quad (2.61)$$

Burada Q_i^+ nötron-proton QRPA fonon üretme operatörü, $|0\rangle$ çift-çift çekirdeklerin taban durumlarına karşılık gelen fonon vakumudur ve bütün i 'ler için $Q_i|0\rangle = 0$ koşulunu yerine getirmektedir. İki kuazi parçacık genlikleri olan ψ_{np}^i ve ϕ_{np}^i aşağıdaki gibi normalize edilir:

$$\sum_{np} \left[(\psi_{np}^i)^2 - (\phi_{np}^i)^2 \right] = 1. \quad (2.62)$$

QRPA'nın uygun prosedürü kullanarak ve hareket denklemini çözersek;

$$[H_0, Q_i^+] |0\rangle = \omega_i Q_i^+ |0\rangle \quad (2.63)$$

1^+ durumlarının ω_i uyarılma enerjilerinin dağılım denklemi elde edilir:

$$D(\omega_i) = \begin{vmatrix} 1 + 2\chi_{GT}^{ph} e & 2\chi_{GT}^{ph} s & -2\chi_{GT}^{pp} g & -2\chi_{GT}^{pp} h \\ 2\chi_{GT}^{ph} s & 1 + 2\chi_{GT}^{ph} \bar{e} & -2\chi_{GT}^{pp} \bar{h} & -2\chi_{GT}^{pp} \bar{g} \\ 2\chi_{GT}^{ph} g & 2\chi_{GT}^{ph} \bar{h} & 1 - 2\chi_{GT}^{pp} f & -2\chi_{GT}^{pp} s \\ 2\chi_{GT}^{ph} h & 2\chi_{GT}^{ph} \bar{g} & -2\chi_{GT}^{pp} s & 1 - 2\chi_{GT}^{pp} \bar{f} \end{vmatrix} = 0 \quad (2.64)$$

Burada,

$$\bar{e} = \sum_{np} \left[\frac{\bar{b}_{np}^2}{E_{np} - \omega_i} + \frac{b_{np}^2}{E_{np} + \omega_i} \right]; \quad e = \sum_{np} \left[\frac{b_{np}^2}{E_{np} - \omega_i} + \frac{\bar{b}_{np}^2}{E_{np} + \omega_i} \right]$$

$$\bar{f} = \sum_{np} \left[\frac{\bar{d}_{np}^2}{E_{np} - \omega_i} + \frac{d_{np}^2}{E_{np} + \omega_i} \right]; \quad f = \sum_{np} \left[\frac{d_{np}^2}{E_{np} - \omega_i} + \frac{\bar{d}_{np}^2}{E_{np} + \omega_i} \right]$$

$$\bar{g} = \sum_{np} \left[\frac{\bar{b}_{np} \bar{d}_{np}}{E_{np} - \omega_i} - \frac{b_{np} d_{np}}{E_{np} + \omega_i} \right]; \quad g = \sum_{np} \left[\frac{b_{np} d_{np}}{E_{np} - \omega_i} - \frac{\bar{b}_{np} \bar{d}_{np}}{E_{np} + \omega_i} \right]$$

$$\bar{h} = \sum_{np} \left[\frac{\bar{b}_{np} d_{np}}{E_{np} - \omega_i} - \frac{b_{np} \bar{d}_{np}}{E_{np} + \omega_i} \right]; \quad h = \sum_{np} \left[\frac{b_{np} \bar{d}_{np}}{E_{np} - \omega_i} - \frac{\bar{b}_{np} d_{np}}{E_{np} + \omega_i} \right]$$

$$s = \sum_{np} b_{np} \bar{b}_{np} \left[\frac{1}{E_{np} - \omega_i} + \frac{1}{E_{np} + \omega_i} \right] = \sum_{np} d_{np} \bar{d}_{np} \left[\frac{1}{E_{np} - \omega_i} + \frac{1}{E_{np} + \omega_i} \right] \quad (2.65)$$

$E_{np} = E_n + E_p$ nötron-proton çiftleniminin iki kuazi parçacık enerjisidir. İki kuazi parçacık genlikleri:

$$\begin{aligned} \psi_{np}^i &= - \frac{\bar{b}_{np} + L_1(\omega_i) b_{np} - \frac{\chi_{GT}^{pp}}{\chi_{GT}^{ph}} (L_2(\omega_i) d_{np} + L_3(\omega_i) \bar{d}_{np})}{E_{np} - \omega_i} \frac{1}{\sqrt{Z(\omega_i)}} \\ \varphi_{np}^i &= \frac{b_{np} + L_1(\omega_i) \bar{b}_{np} + \frac{\chi_{GT}^{pp}}{\chi_{GT}^{ph}} (L_2(\omega_i) \bar{d}_{np} + L_3(\omega_i) d_{np})}{E_{np} + \omega_i} \frac{1}{\sqrt{Z(\omega_i)}} \end{aligned} \quad (2.66)$$

(2.66) ifadesinde $L_k(\omega_i)$, $L_k(\omega_i) = D_0/D_k$ ($k=1,2,3$) gibi tanımlanmakta ve burada

$$\begin{aligned} D_0 &= - \begin{vmatrix} 1 + 2\chi_{GT}^{ph} \bar{e} & -2\chi_{GT}^{pp} \bar{h} & -2\chi_{GT}^{pp} \bar{g} \\ 2\chi_{GT}^{ph} \bar{h} & 1 - 2\chi_{GT}^{pp} f & -2\chi_{GT}^{pp} s \\ 2\chi_{GT}^{ph} \bar{g} & -2\chi_{GT}^{pp} s & 1 - 2\chi_{GT}^{pp} \bar{f} \end{vmatrix}, \quad D_1 = 2\chi_{GT}^{ph} \begin{vmatrix} s & -2\chi_{GT}^{pp} \bar{h} & -2\chi_{GT}^{pp} \bar{g} \\ g & 1 - 2\chi_{GT}^{pp} f & -2\chi_{GT}^{pp} s \\ h & -2\chi_{GT}^{pp} s & 1 - 2\chi_{GT}^{pp} \bar{f} \end{vmatrix} \\ D_2 &= 2\chi_{GT}^{ph} \begin{vmatrix} 1 + 2\chi_{GT}^{ph} \bar{e} & s & -2\chi_{GT}^{pp} \bar{g} \\ 2\chi_{GT}^{ph} \bar{h} & g & -2\chi_{GT}^{pp} s \\ 2\chi_{GT}^{ph} \bar{g} & h & 1 - 2\chi_{GT}^{pp} \bar{f} \end{vmatrix}, \quad D_3 = 2\chi_{GT}^{ph} \begin{vmatrix} 1 + 2\chi_{GT}^{ph} \bar{e} & -2\chi_{GT}^{pp} \bar{h} & s \\ 2\chi_{GT}^{ph} \bar{h} & 1 - 2\chi_{GT}^{pp} f & g \\ 2\chi_{GT}^{ph} \bar{g} & -2\chi_{GT}^{pp} s & h \end{vmatrix} \end{aligned} \quad (2.67)$$

ve $Z(\omega_i)$ normalizasyon sabiti ise denklem (2.62)'den türetilir.

Uyarılmış Gamow-Teller 1^+ durumlarını karakterize eden bu niceliklerden biri, bu durumlarda komşu çift-çift çekirdeğin β^\pm geçişlerinin olasılığıdır. Tek-tek ürün çekirdeklere çift-çift etkileşim taban durumlarının 1^+ uyarılmış durumlarına geçiş genliği aşağıdaki gibi verilmektedir:

$$\begin{aligned} \langle 1_i^+ | \beta^- | 0^+ \rangle &= - \sum_{np} b_{np} \psi_{np}^i - \bar{b}_{np} \varphi_{np}^i \\ \langle 1_i^+ | \beta^+ | 0^+ \rangle &= \sum_{np} \bar{b}_{np} \psi_{np}^i - b_{np} \varphi_{np}^i \end{aligned} \quad (2.68)$$

3. İKİ NÖTRİNO LU ÇİFT BETA GEÇİŞİ

Çift beta geçişi çalışmaları, hem kuvvetli ve elektro zayıf etkileşmeyi birleştiren bir genel teörinin gelişmesinde hem de çekirdek yapısı hakkında bilgi edinilmesinde önem taşımaktadır. Bu bölümde; iki nötrinolu çift beta geçişinin ($2\beta_{2\nu}$) çekirdeklerin taban durumlarının aynı ve farklı durumlarda çekirdek matris elemanlarının hesaplanması için formüller türetilmektedir.

3.1. Zayıf Etkileşme Hamilton Operatörü

Zayıf etkileşme aracılığıyla gerçekleşen tüm olaylar hadron ve lepton bileşenlerini içeren 4 ölçülü akım vektörü ile karakterize edilebilir. $2\beta_{2\nu}$ geçişlerini incelerken çağdaş kalibre edilmiş zayıf etkileşme teörisi kullanıldığında en genel haliyle bulunan;

$$H_w = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \left[j^\mu (J_\lambda^{\mu^+} + \lambda J_R^{\mu^+}) + j_R^\mu (\eta J_\lambda^{\mu^+} + \lambda J_R^{\mu^+}) \right] + H.c. \quad (3.1)$$

Hamilton operatörü ele alınmaktadır. Burada, $H.c.$ ilk terimin hermitik eşleniğidir, η, λ standart modelden sapma parametreleridir ve birimsizdirler. J_L, J_R sırasıyla sol ve sağ kuark akım vektörleridir. Lepton akım vektörleri ise;

$$\begin{aligned} j_L^\mu &= \bar{e} \gamma^\mu (1 - \gamma_S) \nu_{eL} ; & j_L^{\mu'} &= \bar{e} \gamma^\mu (1 - \gamma_S) \tilde{\nu}_{eL} \\ j_R^\mu &= \bar{e} \gamma^\mu (1 + \gamma_S) \nu'_{eR} ; & j_R^{\mu'} &= \bar{e} \gamma^\mu (1 + \gamma_S) \tilde{\nu}'_{eR} \end{aligned} \quad (3.2)$$

ile ifade edilir. $\nu_{eL}, \tilde{\nu}_{eL}, \nu'_{eR}$ ve $\tilde{\nu}'_{eR}$ elektron nötrinolarının zayıf etkileşmedeki öz durumlarıdır ve kütleleri m_j olan N_j Majoron nötrinolarının kütle durumlarının lineer süperpozisyonu olarak aşağıdaki gibi genel biçimde alınmıştır:

$$\begin{aligned} \nu_{eL} &= \sum_j U_{\ell j} N_{jL} & \tilde{\nu}_{eL} &= \sum_j U'_{\ell j} N_{jL} \\ \nu'_{eR} &= \sum_j V_{\ell j} N_{jR} & \tilde{\nu}'_{eR} &= \sum_j V'_{\ell j} N_{jR} \end{aligned} \quad (3.3)$$

Bu formüllerden özel durumda Dirac Nötrinolarını oluşturmak da mümkündür [10].

Sol (ν_L) ve sağ (ν_R) nötrinolarının katkısını karakterize eden $U_{\ell j}$ ve $V_{\ell j}$ büyüklükleri normalizasyonu,

$$\sum_j |U_{\ell j}|^2 = \sum_j |V_{\ell j}|^2 = \sum_j |U'_{\ell j}|^2 = \sum_j |V'_{\ell j}|^2 = 1 \quad (3.4)$$

ve ortogonalite koşulunu,

$$\sum_j U_{\ell j} V_{\ell j} = \sum_j U'_{\ell j} V'_{\ell j} = 0 \quad (3.5)$$

sağlamaktadır.

(3.1) ifadesindeki $J_L^{\mu*}$ ve $J_R^{\mu*}$ sol ve sağ hadron akılarını bulmak için, rölativist olmayan bir yaklaşım kullanılarak ve nükleonlar arasında küçük manyetik etkileşmeleri ihmal ederek:

$$J_L^{\mu*}(\vec{r}) = \sum_i \tau_-^i [g_V + g_A \vec{\sigma}(i)] \delta(\vec{r} - \vec{r}_i) \quad (3.6)$$

$$J_R^{\mu*}(\vec{r}) = \sum_j \tau_-^j [g'_V + g'_A \vec{\sigma}(j)] \delta(\vec{r} - \vec{r}_j) \quad (3.7)$$

biçiminde yazılabilir. Burada, τ_- operatörü nötronu protona dönüşümünü temsil eder. $\vec{\sigma}(i)$ ve \vec{r}_i ise i 'nci nötronun sırasıyla spini ve yarıçap vektörüdür. Bu teoremin parametreleri (3.1) eşitliğinde gösterilen etkileşme sabitleri ve Majoron kütleleridir.

3.2. İki Nötrinolu Çift Beta Geçişi Çekirdek Matris Elemanlarının Hesaplanması

$2\beta_{2\nu}$ bozunma olayında Fermi geçişleri ihmal edilirse $0^+ \rightarrow 0^-$ çift beta geçişi olasılığı [10, 20];

$$\begin{aligned} \omega_{2\nu} &= \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{g_A^4 G^4}{96\pi^7} \int_{m_e}^{W-m_e} F(z, \varepsilon_1) |\bar{K}_1| \varepsilon_1 d\varepsilon_1 \\ &\cdot \int_{m_e}^{W-\varepsilon_1} F(z, \varepsilon_2) |\bar{K}_2| \varepsilon_2 d\varepsilon_2 \int_0^{W-\varepsilon_1-\varepsilon_2} \nu^2 (W - \varepsilon_1 - \varepsilon_2 - \nu)^2 d\nu \\ &\cdot [K^2(\varepsilon_1, \nu) + K^2(\varepsilon_2, \nu) + K(\varepsilon_1, \nu) + K(\varepsilon_2, \nu)] \end{aligned} \quad (3.8)$$

ifadesi yazılabilir. Burada;

$$K(\varepsilon, \nu) = \sum_n \frac{(W + 2w_n^{GT})M_{GT}(w_n^{GT})}{(W + w_n^{GT} - \varepsilon - \nu)(w_n^{GT} + \varepsilon + \nu)} \quad (3.9)$$

ve

$$M_{GT}(\omega_n^{GT}) = \langle \psi_f(A, Z) | \bar{\sigma} \tau_- | K \rangle \langle K | \bar{\sigma} \tau_- | \psi_i(A, Z - 2) \rangle \quad (3.10)$$

olarak elde edilir. $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \nu$ ve w_n^{GT} sırasıyla elektronların, nötrinin ve aralık çekirdekteki 1^+ sanal durumlarının enerjisidir. 1^+ durumlarının dalga fonksiyonları $|n\rangle$ olarak gösterilmiştir. $W = E_i - E_f - 2\beta_{2\nu}$ geçişinin enerjisi, $|\psi_i\rangle$ başlangıç çekirdeğin, $|\psi_f\rangle$ ise ürün çekirdeğin taban durumları dalga fonksiyonudur. m_e ise elektronun kütlesidir. $F(z, \varepsilon_i)$ elektronların Coulomb fonksiyonlarıdır ve rölativist olmayan durumda;

$$F(z, \varepsilon_i) = \pm \frac{\varepsilon_i}{K_i} F(z) \quad (3.11)$$

formülü ile verilir [25]. Burada;

$$F(z) = \frac{2\pi\alpha z}{1 - e^{-2\pi\alpha z}} \quad (3.12)$$

dir ve α ince yapı sabitidir. Z ise ürün çekirdeğin yüküdür. (3.8) ifadesini hesaplanırken her bir elektron nötrino çifti aynı enerjiye sahip olduğu varsayılır. Yani; $\varepsilon_1 + \nu_1 = \varepsilon_2 + \nu_2 = \frac{W}{2}$ kabul edilir. Bu yaklaşım (3.9) eşitliğinde göz önüne alındığında $0^+ \rightarrow 0^+ 2\beta_{2\nu}$ geçişi olasılığı;

$$\omega_{2\nu} = f_{2\nu}(\varepsilon_{-1})_{GT}^2 \cdot \ln 2 \quad (3.13)$$

şeklinde sade bir ifade bulunur. Burada çekirdek yapısı ile bağlı olan terim çarpan olarak ayrılmıştır ve

$$(\varepsilon_{-1})_{GT} = \sum_k \frac{M_{GT}(\omega_k)}{\omega_k + \frac{W}{2}} \quad (3.14)$$

ile gösterilmiştir. Söz konusu bu büyüklüğe Nükleer Matris Elemanı (NME)denir.

3.2.1. Ana ve Ürün Çekirdeklerin Taban Durumlarının Aynı Olma Durumu

$2\beta_{2v}$ geçiş matris elemanları (3.14) denkleminde elde edilir. (3.10) eşitliğinden faydalanarak (3.14) denklemini açık şekilde yazarsak;

$$(\varepsilon_{-1})_{GT} = \sum_k \frac{\langle \psi_f(A, Z) | \bar{\sigma}_- | K \rangle \langle K | \bar{\sigma}_- | \psi_i(A, Z-2) \rangle}{\omega_k + \frac{W}{2}} \quad (3.15)$$

olarak elde edilir.

3.2.2. Ana ve Ürün Çekirdeklerin Taban Durumlarının Farklı Olma Durumu

Ana ve ürün çekirdeklerin taban durumlarının farklı olması için (3.15) eşitliğini düzenlersek:

$$(\varepsilon_{-1})_{GT} = \sum_k \frac{\langle \psi_f(A, Z) | \bar{\sigma}_- | K_f \rangle \langle K_f || K_i \rangle \langle K_i | \bar{\sigma}_- | \psi_i(A, Z-2) \rangle}{\omega_k + \frac{W}{2}} \quad (3.16)$$

Burada, $\langle K_f || K_i \rangle$ katlanma faktörüdür ve aşağıdaki biçimde yazılır:

$$\langle K_f || K_i \rangle = \sum_{np} [\Psi_{np}^f \Psi_{np}^i - \varphi_{np}^f \varphi_{np}^i] \quad (3.17)$$

Burada; i ana çekirdeği f ise ürün çekirdeği temsil etmektedir. Ψ ve φ dalga fonksiyonları açıkça (2.66) denkleminde gösterilmiştir.

Katlanma, ana ve ürün çekirdeğin taban durumlarının enerjileri aynı olmamasından ve birbirleriyle ortogonal olamamasından kaynaklanır [30].

4. SONUÇ VE TARTIŞMALAR

İncelenen çekirdekler için bir parçacıklı baz olarak Woods-Saxon potansiyeli çözüldü. Potansiyel parametreleri [31]'den alındı. Nükleonlar arasındaki çift etkileşme korelasyon parametresi ise $\Delta_n = \Delta_p = 12/\sqrt{A}$ kabul edildi.

Nümerik hesaplamalar G. Leander tarafından geliştirilmiş, deforme Woods-Saxon potansiyelinde hesaplandı [6]. Bölüm 2'de bulduğumuz deformasyon parametrelerine dayanarak ana ve ürün çekirdeklerin taban durumlarının farklı olduğu kabul edilerek, iki nötrinolu çift beta geçiş NME'leri farklı modellerle hesaplandı. Hesaplama sonuçları Çizelge 4.1'de gösterilmektedir.

Çizelge 4.1. İncelenen çekirdeklerin NME'lerinin değerleri.

Geçiş	QRPA		Deney	Deney Ref.
	$\chi_{GT}^{pp} = 0$	$\chi_{GT}^{pp} \neq 0$		
${}^{76}_{32}\text{Ge} \rightarrow {}^{76}_{34}\text{Se}$	0,121	0,150	0,127	[19]
${}^{82}_{34}\text{Se} \rightarrow {}^{82}_{36}\text{Kr}$	0,161	0,087	0,102	[1]
${}^{96}_{40}\text{Zr} \rightarrow {}^{96}_{42}\text{Mo}$	0,109	0,107	0,072	[22]
${}^{100}_{42}\text{Mo} \rightarrow {}^{100}_{44}\text{Ru}$	0,178	0,118	0,246	[8]
${}^{128}_{52}\text{Te} \rightarrow {}^{128}_{54}\text{Xe}$	0,140	0,093	0,025	[3]
${}^{130}_{52}\text{Te} \rightarrow {}^{130}_{54}\text{Xe}$	0,107	0,113	0,017; 0,032	[3] [34]
${}^{150}_{60}\text{Nd} \rightarrow {}^{150}_{62}\text{Sm}$	0,147	0,194	0,070	[8]

Söz konusu çizelgenin ikinci sütununda yalnız parçacık-delik etkileşmesi, üçüncü sütununda hem parçacık-delik hem de parçacık-parçacık etkileşmesi durumları göz önüne alındı. Bir sonraki sütunda ise deneysel değerlerle NME'leri gösterilmektedir.

Hesaplamalar göstermektedir ki; nükleonlar arasında parçacık-parçacık kanalında G-T etkin etkileşmesi göz önüne alındığında hesaplanan NME'lerinin değerleri azalmaktadır. Fakat bu azalma bulunan teorik değerlerin deneysel değerlerle uyum sağlaması için yeterli değildir.

İncelenen bazı çekirdekler için (${}^{76}_{32}\text{Ge} \rightarrow {}^{76}_{34}\text{Se}$, ${}^{82}_{34}\text{Se} \rightarrow {}^{82}_{36}\text{Kr}$, ${}^{96}_{40}\text{Zr} \rightarrow {}^{96}_{42}\text{Mo}$,) hesaplanmış NME'lerinin değerleri deneysel değerlerle uyum içinde olmasına rağmen; diğer çekirdekler için hesaplanmış söz konusu değerler yine de deneysel değerlerden 3-5 kat daha büyüktür. Bu kullanılan QRPA yönteminde, iki parçacık iki delik etkileşmesini ve harmonik terimleri göz önüne alınarak giderilebileceği düşüncesindeyiz.

Gelecekte, yaptığımız bu çalışma baz alınarak çekirdekler arasındaki geçişlere uygulanarak NME'lerinin farklı yöntemlerle çözümlenmesi gerçekleştirilebilir. Bulunan NME'lerinin deneysel değerlerle uyum içinde olmasını sağlayabilir. Ayrıca GUT'nin geliştirilmesine de katkıda bulunabilir.



KAYNAKLAR DİZİNİ

- [1] Arnold, R., Augier, C., Baker, J., et al, 1998, Double beta decay of ^{82}Se , Nucl. Phys., A636, 209p.
- [2] Aygör, H.A., 1996, Deforme Tek Çekirdeklerde Yük Alış-Verişli Spin-Spin Kuvvetlerinin Gamow-Teller β Geçiş Hızına Etkisi, Yüksek Lisans Tezi Celal Bayar Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Manisa, 21s-24s.
- [3] Bernatowicz, T., Brannon, J., Brazze, R., Cowsik, R., Hohenberg, C. and Podosek, F., 1992, Neutrino mass limits from a precise determination of $\beta\beta$ decay rates of ^{128}Te and ^{130}Te , Phys. Rev., 69, 2341p.
- [4] Bes, D. R., Civitarese, O., Scoccola, 1999, Collective description of nuclear double beta decay transitions, Phys. Let. B, 446, 93p-98p.
- [5] Bohr, A. and Mottelson, B.R., 1969, Nuclear Structure Volume I Single Particle Motion, New York, W.A. Benjamin Inc., 345p-414p.
- [6] Cerkaski, M., Dudek, J., Syzmannski, Z., Andersson, C.G., Leander, G., Aberg, S., Nilsson, S.G. and Ragnarson, I., 1977, Nucleon binding in nuclei at high angular momentum, Phys. Lett. B, vol.72B, no.2, 149p-157p.
- [7] Civitarese, O., Faessler, A. and Tomoda, T., 1986, Suppression of the two-neutrino double beta decay, Phys. Lett. B, 194, 11p-14p.
- [8] De Silva, A. et al, 1996, Double beta decay measurement of $^{116}\text{Cadmium}$, Z. Phys., C72, 239p.
- [9] Dudek, J., Nazarewicz, W., Faessler, A., 1984, Theoretical analysis of the single-particle states in the secondary minima of fissioning nuclei, Nucl. Phys. A, 412, 61p-91p.
- [10] Doi, M., Katani, T. and Takasugi, E., 1985, Double beta decay and Majorana neutrino, Prog. Theo. Phys., 83, 1p-175p.
- [11] Ejiri, H., 2000, Nuclear spin-isospin responses for low-energy neutrinos, Phys. Rep., 338, 265p.
- [12] Elliot, S.R., and Vogel, P., 2002, Background due to the Standard Model $2\nu\beta\beta$ decay, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci., 52, 115p.
- [13] Faessler, A. and Šimkovic, F., 1998, Double beta decay, J. Phys. G, 24, 2139p-2178p.
- [14] Faessler, A., Šimkovic, F., 2001, Nuclear structure and the double beta decay, Part. And Nucl. Phys., 46, 233p-251p.
- [15] Gabrakov, S.I., Kuliev, A.A., 1970, The effect of the spin force on the rate of allowed Gamow-Teller beta decay in deformed nuclei, Comm. of the JINR P4-5003, 1p-10p.

KAYNAKLAR DİZİNİ (Devam)

- [16] Goeppert Mayer, M., 1935, Double beta disintegration, *Phys. Rev.*, 48, 512p.
- [17] Grotz, K. and Klapdor-Kleingrothaus, H.V., 1985, Predictions of two-neutrino and neutrinoless double beta decay rates for nuclei with $A \geq 70$, *Phys. Lett. B*, 157, 242p-246p.
- [18] Guliyev, E., 2002, Ankara Üniversitesi-Fizik Mühendisliği Anabilim Dalı, Doktora Tezi, 1s-62s.
- [19] Günther, M., Hellmig, J., Heusser, G., Hirsch, M., Klapdor-Kleingrothaus, H.V., Maler, B., Päs, H., Petry, F., Ramachers, Y., Strecker, H. and Völlinger, M., 1997, Heidelberg Moscow $\beta\beta$ experiment with ^{76}Ge , *Phys. Rev.*, D55, 54p.
- [20] Haxton, W.C. and Stephenson, G.J., 1984, Double beta decay, *Prog. Part. Nucl. Phys.*, 12, 409p-479p.
- [21] Hirsch, J.G., Hess, P.O. and Civitarese, O., 1996, Double beta decay and the proton-neutron residual interaction, arXiv:nucl-th/96110008.
- [22] Kawashima, A., Takahashi, K. and Masuda, A., 1993, Geochemical estimation of the half-life for double beta decay of ^{96}Zr , *Phys. Rev.*, C47, 2452p.
- [23] Möller, P., Nix, J.R., Myers, W. D. and Swiatecki, W.J., 1995, Nuclear ground state masses and deformations, *Atomic Data Nucl. Data Tables*, 59, 85-381 p.; Möller, P., Nix, J.R. and Kratz, K.L., 1997, Nuclear properties for astrophysical applications, *Atomic Data Nucl. Data Tables* 66, 131p.
- [24] Pantis, G., Faessler, A., 1997, Two-neutrino double beta decay: Critical analysis, arXiv:nucl-th/9711060.
- [25] Primakoff, H. and Rosen, S.P., 1969, Nuclear double beta decay and a new limit on lepton non-conservation, *Phys. Rev.*, 184, 1925p.
- [26] Raduta, A.A., Faessler, A., Stoica, S. and Kaminski, W.A., 1991, The two-neutrino double beta decay rate within a higher RPA approach, *Phys. Letter B*, 254, 7p-12p.
- [27] Raduta, A.A., Šimkovic, F., Faessler, A., 2000, Renormalized boson expansion for the two-neutrino double beta decay, *J. Phys. G*, 26, 793p.
- [28] Selam, C., Küçükburşa, A., Bircan, H., Aygör H.A., Babacan T., Maraş, İ. and Kökçe, A., 2003, Nuclear Matrix Elements of Double Beta Decay in Deformed Nuclei, *Turk. J. Phys.* 27, 1p-7p.
- [29] Salamov, D.I., Küçükburşa, A., Maraş, İ., Aygör, H.A., Babacan, T., Bircan, H., 2003, Calculation of the $\log(ft)$ values for the allowed Gamow-Teller transitions in deformed nuclei using the basis of Woods-Saxon Wave Functions, *Acta Phys. Slov.*, vol.53, 307p.

KAYNAKLAR DİZİNİ (Devam)

- [30] Šimkovic, F., Pacearescu, L., Faessler, A., 2003, Two-neutrino double beta decay of ^{76}Ge within deformed QRPA: A new suppression mechanism, arXiv:nucl-th/0308037 v1.
- [31] Soloviev, V.G., 1976, Theory of Complex Nuclei, Pergamon Press, 10p-349p.
- [32] Stoica, S., Klapdor-Kleingrothaus, H.V., 2001, Critical view on double beta decay matrix elements within Quasi Random Phase Approximation-based methods, Nucl. Phys., A694, 269p-294p.
- [33] Suhonen, J., Civitarese, Q., 1998, Weak-interaction and nuclear structure aspects of nuclear double beta decay, Phys. Rep., 300, 2139p.
- [34] Takaoka, N., Motomura, Y., Nagao, K., 1996, Half-life of ^{130}Te double beta decay by nuclear structure effects, Phys. Rev., C53, 1557p.
- [35] Vogel, P., 2000, Double beta decay: theory, experiment and implications, arXiv:nucl-th/0005020.
- [36] Vogel, P. and Zirnbauer, M.R., 1986, Suppression of the two-neutrino double beta decay by nuclear structure effects, Phys. Rev. Lett., 57, 3148p.
- [37] Zdesenko, Y., 2002, The future of double beta decay research, Reviews of Modern Phys., v74, 663p-681p.
- [38] Zamick, L. and Auerbach, N., 1982, Nilsson pairing model for double beta decay, Phys. Rev. C, 26, 2185p.