

İSTATİSTİKSEL KALİTE KONTROLÜNDE ÜSTEL VE WEIBULL
DAĞILIMLARIN X-KONTROL GRAFİKLERİNE UYGULANMASI ÜZERİNE
TEORİK BİR YAKLAŞIM

Süleyman ŞAHİN

Cumhuriyet Üniversitesi
Sosyal Bilimler Enstitüsü

16022

Lisansüstü Eğitim – Öğretim ve Sınav Yönetmeliğinin İşletme Anabilim Dalı
/ Sayısal Yöntemler Bilim Dalı İçin Öngördüğü

DOKTORA TEZİ
Olarak Hazırlanmıştır.

Tez Danışmanı
Doç. Dr. Mahmut KARTAL

T.C. YÜKSEKÖĞRETİM KURULU
BOKÜMANTASYON MERKEZİ

SİVAS - 2000

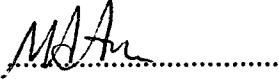
Cumhuriyet Üniversitesi
Sosyal Bilimler Enstitüsü Müdürlüğü'ne,

SİVAS

Bu çalışma, jürimiz tarafından İşletme Anabilim Dalında
DOKTORA YETERLİLİK TEZİ olarak kabul edilmiştir.

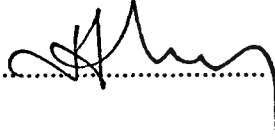
(imza)

Başkan: Prof. Dr. Mansur ATALAY



(imza)

Üye: Doç. Dr. Mahmut KARTAL (Danışman)



(imza)

Üye: Prof. Dr. Sibkat KAÇTIOĞLU



Onay

Yukarıdaki imzaların, adı geçen öğretim üyelerine ait olduğunu onaylıyorum.

...13.../...9.../ 2000

(İmza)

Prof. Dr. Ali ERKUL

Enstitü Müdürü

(Mühür)

ÖZET

Bu çalışmada, X kontrol grafiklerinin üstel ve Weibull dağılıma sahip veriler için düzenlenmesi konusu incelenmiştir.

İlk bölümde, İstatistiksel Proses Kontrolü (İPK) ile ilgili genel tanımlar ve bilgiler verilmiştir. Sonra kontrol grafiklerinin temel dayanakları ve faraziyelerinden bahsedilmiş ve bununla ilgili geleneksel uygulamalardan örnekler verilmiştir.

İkinci bölümde, geleneksel yaklaşımdaki X kontrol grafiklerinin normal olmayan (non-normal) dağılım kullanıldığı zaman nasıl düzenleneceğine örnek olarak üstel ve Weibull dağılım ele alınmıştır. Bu iki dağılım ile ilgili olarak genel özellikleri hakkında bilgiler verilmiştir.

Üçüncü bölümde, üstel ve Weibull dağılımın X kontrol grafiklerinde uygulanabilirliği hususunda teorik bir çalışma yapabilmek için gerekli olan tesadüfi değişkenlerin üretimi konusu ele alınmıştır. Bununla ilgili olarak üstel ve Weibull dağılım için tesadüfi değişken üretiminde kullanılan ters dönüşüm (inverse transform) metodu hakkında bilgiler verilmiştir. Sonra bu metod kullanılarak üstel ve Weibull dağılım için tesadüfi sayı üreteçleri hazırlanmıştır.

Dördüncü bölümde, üstel ve Weibull dağılım için kontrol sınırlarının belirlenmesi konusu ele alınmış ve bu sınırların nasıl belirlendiği gösterilmiştir. Sonra bu sınırların, üstel ve Weibull dağılıma ait farklı parametrelere göre hesaplanan değerleri verilmiştir.

Beşinci bölümde, üçüncü bölümde hazırlanmış olan tesadüfi sayı üreteçleri kullanılarak, üstel ve Weibull dağılımın farklı parametrelerine göre üretilen tesadüfi sayılar için X kontrol grafikleri düzenlenmiştir.

Sonuç bölümünde, üstel ve Weibull dağılımın X kontrol grafiklerine uygulanabilirliği çalışmasından elde edilen sonuçlar değerlendirilmiştir.

ABSTRACT

In this study, the arrangement for the data of the exponential and Weibull distributions of the \bar{X} control diagrams has been examined.

In the first chapter, the general definitions and information concerned with Statistical Process Control (SPC) have been given. Then, the fundamental basics and assumptions of the control diagrams have been mentioned, and the traditional applications examples which are concerned have been given.

In the second chapter, the exponential and Weibull distributions have been considered as examples of how to arrange the \bar{X} control diagrams in the traditional approach, which non-normal distributions have been used.

The third chapter describes the random variables generation in order to make a theoretical study concerning the applicability of the \bar{X} control diagrams of the exponential and Weibull distributions. In this context, the inverse-transform method has been used in generating random variables for the exponential and Weibull distributions have been introduced. Then, using this method, the random number generators have been prepared for the exponential and Weibull distributions.

In the fourth chapter, how to determine control limits of the exponential and Weibull distributions have been shown. Then, the accounted values of these limits for different parameters of the exponential and Weibull distributions have been given.

In the fifth chapter, using the random number generators prepared in the third chapter the \bar{X} control diagrams have been arranged for generated random numbers with respect to different parameters of the exponential and Weibull distributions.

In the conclusion chapter, the results obtained from the study of the applicability of the exponential and Weibull distributions to the \bar{X} control diagrams have been evaluated.

İÇİNDEKİLER

ÖZET	ii
ABSTRACT	iii
İÇİNDEKİLER	iv
TABLolar VE ŞEKİLLER ÇİZELGESİ	vi
ÖNSÖZ	1

1. BÖLÜM

KALİTE VE İSTATİSTİKSEL KALİTE KONTROLÜ

1.1. Kalite Nedir?	3
1.2. Kalite Kontrolü	5
1.3. Kalite Kontrolünün Amaç ve Faydaları	6
1.4. Kalite Kontrolü ile İstatistik İlişkisi	8
1.5. İstatistiksel Proses Kontrolü (İPK)	9
1.6. İPK Açısından Değişkenlik	10
1.7. İPK'nde Kullanılan Teknikler	12
1.8. Kontrol Grafikleri	13
1.8.1. Kontrol Grafiklerinin Temel Prensipleri	14
1.8.2. Rasyonel Altgruplar	18
1.8.3. Kontrol Grafiklerinin Yorumlanması	19
1.8.4. Kontrol Grafiklerinin Çeşitleri	22
1.8.5. Değişken Nicelikler için Kontrol Grafikleri	23
1.9. Kontrol Grafiklerinde Normal Dağılım Uygulaması ve Normallik Dışı Durumlar Üzerine Görüşler.....	49

2. BÖLÜM

ÜSTEL VE WEIBULL DAĞILIM

2.1. Üstel Dağılım	52
2.1.1. Üstel Dağılımın Kullanım Alanları	52
2.1.2. Üstel Dağılımın İstatistiksel Özellikleri	53
2.1.3. Üstel Dağılımın Hafızasızlık Özelliği	54
2.2. Weibull Dağılım	57
2.2.1. Weibull Dağılımın Kullanım Alanları	57
2.2.2. Weibull Dağılımın İstatistiksel Özellikleri	57

3. BÖLÜM TESADÜFİ DEĞİŞKENLERİN ÜRETİMİ

3.1. Tesadüfi Değişkenlerin Üretimine Genel Yaklaşımlar	62
3.1.1 Ters Dönüşüm Metodu	62
3.2. Üstel ve Weibull Sürekli Dağılımları için Tesadüfi Değişkenlerin Üretimi	64
3.2.1. Üstel Dağılım için Tesadüfi Değişken Üretimi	64
3.2.2. Weibull Dağılımı için Tesadüfi Değişken Üretimi.....	65

4. BÖLÜM ÜSTEL VE WEIBULL DAĞILIMLI TESADÜFİ DEĞİŞKENLER İÇİN X KONTROL GRAFİKLERİ

4.1 Üstel Dağılımlı Tesadüfi Değişkenler için X Kontrol Grafiği (X_e).....	69
4.1.1. Standardın (μ) Belli Olması Durumunda X_e Grafiğinin Kontrol Çizgilerinin Belirlenmesi	69
4.1.2. Standardın (μ) Belli Olmaması Durumunda X_e Grafiğinin Kontrol Çizgilerinin Belirlenmesi	72
4.2. Weibull Dağılımlı Tesadüfi Değişkenler için X Kontrol Grafiği (X_w).72	
4.2.1. Standartların (β, θ) Belli Olması Durumunda X_w Grafiğinin Kontrol Çizgilerinin Belirlenmesi	72
4.2.2. Standartların (β, θ) Belli Olmaması Durumunda X_w Grafiğinin Kontrol Çizgilerinin Belirlenmesi	75

5. BÖLÜM (X_e) ve (X_w) KONTROL GRAFİKLERİNİN NORMALLİK VARSAYIMINA DAYALI (X) KONTROL GRAFİĞİ İLE KARŞILAŞTIRILMASI

5.1. Üstel Dağılımlı Tesadüfi Değişkenler için X ve X_e Grafikleri	76
5.1.1. Standartların Bilinmesi Durumunda X- X_e Grafiği	76
5.1.2. Standartların Belli Olmaması Durumunda X- X_e Grafiği	82
5.2. Weibull Dağılımlı Tesadüfi Sayılar için X ve X_w Grafikleri	86
5.2.1. Standartların Bilinmesi Durumunda X ve X_w Grafikleri	86
5.2.2. Standartların Belli Olmaması Durumunda X ve X_w Grafikleri ...	90
SONUÇ	96
KAYNAKLAR	98
EKLER	102

TABLOLAR VE ŞEKİLLER LİSTESİ

Tablo 1-1: Örnek hacmine Göre R'nin Etkinliği.....	27
Tablo 1-2: (\bar{X} -R) ve(\bar{X} -S) Grafiklerinin Çiziminde Kullanılan Formüller.....	33
Tablo 1-3: Mika Kalınlıklarına Ait Veriler.....	35
Tablo 1-4: Sülfürik Asit Dönüşüm Oranlarına Ait Gözlem Değerleri.....	44
Tablo 1-5 : İspirtodaki Metan Miktarına Ait Ferdi Değerler.....	48
Tablo 3-1: Weibull (1;1), (2;1), (3;1) ve (4;1) Dağılımlı 100 adet Tesadüfi Sayı ve Bunların İYF Değerleri.....	67
Tablo 4-1: Çeşitli μ Değerleri için X_e Kontrol Grafiğinin Kontrol ve Uyarı Sınırları.....	71
Tablo 4-2: Çeşitli β ve θ Değerleri için X_w Kontrol Grafiğinin Kontrol ve Uyarı Sınırları.....	74
Tablo 5-1: Üstel(2), (3) ve (5) için Çekilen 100 Tesadüfi Sayı ve Bunların İYF Değerleri.....	77
Tablo 5-2: Üstel(0,5),(1) ve(1,5) Dağılımlı 100'er Adet Tesadüfi Sayılar.....	83
Tablo 5-3: Weibull(2;11), (3;5) ve (4;2) Dağılımlı 100'er Adet Tesadüfi Sayılar....	85
Tablo 5-4: Weibull(0,5;13), (5;5) ve (6;3) Dağılımlı 100'er Tesadüfi Sayılar.....	91
Tablo 5-5: W(0,5;13), (5;5) ve (6;3) Dağılımlı Tesadüfi Sayılar için Parametre Tahmini.....	92
Şekil 1-1: Tipik Bir Kontrol Grafiği.....	3
Şekil 1-2: Noktaların Dağılıma Yüzdeleri.....	16
Şekil 1-3: Periyodik Dalgalanma Durumu.....	21
Şekil 1-4: Proses Ortalamasından kayma Durumu.....	21
Şekil 1-5: İki Farklı Ana Kütle Durumu.....	22
Şekil 1-6: Sahte Uyum Durumu.....	22
Şekil 1-7: Mika Kalınlığı Örneklerine Ait \bar{X} Grafiği (μ , σ biliniyor).....	36
Şekil 1-8: Mika Kalınlığı Örneklerine Ait R Grafiği (μ , σ biliniyor).....	36
Şekil 1-9: Mika Kalınlığı Örneklerine Ait S Grafiği (μ , σ biliniyor).....	36
Şekil 1-10: Mika Kalınlığı Örneklerine Ait \bar{X} -R Grafikleri (μ , σ belli değil).....	38
Şekil 1-11: Mika Kalınlığı Örneklerine Ait \bar{X} -S Grafiği (μ , σ belli değil).....	39

Şekil 1-12: X Kontrol Grafiği.....	45
Şekil 1-13: \bar{X} Kontrol grafiği.....	45
Şekil 1-14: Metan Miktarı için X Grafiği.....	48
Şekil 2-1: $\mu=1$ için Üstel Dağılımın İYF Grafiği.....	56
Şekil 2-2: Değişik Weibull Dağılımları için İYF Grafikleri ($\theta = 1$).....	60
Şekil 3-1: Sürekli Tesadüfi Değişkenler için Ters-Dönüşüm Metodu.....	63
Şekil 3-2 : Tablo 3-1'deki Tesadüfi Sayıların İYF Grafikleri.....	66
Şekil 4-1: Üstel Dağılım için Kontrol Sınırlarının Belirlenmesi.....	70
Şekil 5-1: Üstel(2), (3) ve (5) Dağılımlı Tesadüfi Sayıların İYF Grafikleri.....	76
Şekil 5-2: Üstel(2) Dağılımlı Tesadüfi Sayılar için X-X _e Grafiği.....	79
Şekil 5-3: Üstel(3) Dağılımlı Tesadüfi Sayılar için X-X _e Grafiği.....	80
Şekil 5-4: Üstel(5) Dağılımlı Tesadüfi Sayılar için X-X _e Grafiği.....	81
Şekil 5-5: Üstel(0,5) Dağılımlı Tesadüfi Sayıların X-X _e Grafiği.....	82
Şekil 5-6: Üstel(1) Dağılımlı Tesadüfi Sayıların X-X _e Grafiği.....	84
Şekil 5-7: Üstel(1,5) Dağılımlı Tesadüfi Sayıların X-X _e Grafiği.....	85
Şekil 5-8: Weibull(2;11) Dağılımlı Tesadüfi Sayıların X-X _w Grafikleri.....	88
Şekil 5-9: Weibull(3;5) Dağılımlı Tesadüfi Sayıların X-X _w Grafikleri.....	89
Şekil 5-10: Weibull(4;2) Dağılımlı Tesadüfi Sayıların X-X _w Grafikleri.....	90
Şekil 5-11: Weibull(0,5;13) Dağılımlı Tesadüfi Sayıların X-X _w Grafikleri.....	93
Şekil 5-12: Weibull(5;5) Dağılımlı Tesadüfi Sayıların X-X _w Grafikleri.....	94
Şekil 5-13: Weibull(6;3) Dağılımlı Tesadüfi Sayıların X-X _w Grafikleri.....	95

ÖNSÖZ

Hayat standartlarında meydana gelen değişmeler 20. Yüzyılın başından itibaren tedrici bir artışla devam etmiş ve halen daha da hızlanarak devam etmektedir. Hızla artarak devam eden bu süreçte, bir mamul ile ilgili standart ve spesifikasyonların belirlenmesinde tüketicinin istek ve beğenileri çok önemli bir özellik kazanmıştır. Bu önemli konumda bulunan tüketicinin bir mamulü tercih etmesinde *kalite* unsurunu ön plana çıkardığı görülmüştür.

Günümüzde, özellikle serbest piyasa ekonomisi ve globalleşme anlayışının etkisiyle büyük boyutlara ulaşan pazar payı kapma yarışı, firmaların kaliteli mamul üretimine büyük ölçüde ağırlık vermelerini gerekli kılmıştır. “Eskiden kalite, firmalara rekabet alanında avantaj sağlamak için düşünülürdü. Günümüzde bu konuda gelinen son nokta ise; kalitenin iş yapabilmenin asgari gerekliliği haline gelmiş olmasıdır. Yani kaliteli mal veya hizmet sunamayan şirketlerin artık ayakta kalamadıkları görülmektedir.” Dr. Deanna H. Berg’in ifade ettiği bu gerçeği görmek ve anlamak için dünyaca ünlü dev firmaların kalite geliştirme ve kalite kontrolü faaliyetleri ile ilgili olarak yaptıkları harcamalara bakmak yeterli olacaktır. Özellikle Batı ve Uzakdoğu’daki dev firmaların üretim maliyetleri içerisinde, kalite kontrolü ve kalitenin geliştirilmesi faaliyetleri için ayrılan miktarın büyük bir orana sahip olduğu görülmektedir.

Kaliteli mal üretimi belirli spesifikasyon ve standartlara uygun olarak yapılmak zorundadır. Bunu sağlamak için İstatistiksel Kalite Kontrol (İKK) metotlarının çok iyi bilinmesi ve bunların titizlikle uygulanması gereklidir. Sanayileşmiş Batı ve Uzakdoğu ülkelerindeki firmalar bu gerçeği gördükleri için bu konuya firma açısından hayati öneme haiz bir mesele olarak bakmışlar, çok dikkat ve ehemmiyetle bu metotları uygulamaya koymuşlardır. Özellikle bilgisayar teknolojisindeki gelişmeye paralel olarak, İKK metotlarının gittikçe gelişmekte olduğu ve uygulamasının yaygınlaştığı görülmektedir. Ülkemizde de bu konu son 15 yıldan bu tarafa gittikçe artan bir ilgi görmeye başlamıştır. Özellikle dünya pazarlarına açılmaya çalışan firmaların İKK çalışmalarında dikkate değer bir gelişme içerisinde olduğu ve gereken önemi vermeye çalıştıkları gözlenmektedir.

Bu çalışmada, dünyada önemi giderek daha da iyi anlaşılan İKK ile ilgili olarak; İstatistiksel Proses Kontrol (İPK) tekniklerinden olan ve sanayide en yaygın olarak kullanılan "değişken nicelikler için kontrol grafikleri" üzerinde durulacaktır. Daha sonra, bu kontrol grafiklerinden olan X grafiklerinin normal olmayan (non-normal) dağılımlar için uygulanabilirliği hususu bu çalışmanın esas konusu olarak ele alınacaktır.

Bu grafiklerin uygulamadaki geleneksel yaklaşımı, Shewhart tarafından geliştirilen ve esas itibariyle "merkezi limit teoremi" diye bilinen bir teoreme dayalı olduğu için; normal olmayan dağılıma sahip proses verileri için bu grafiklerin gerçek dağılım esasına göre düzenlenmesinin mümkün olup olmayacağı ve gerekliliği konusu, bir çok araştırmacı ve yazar tarafından dile getirilmiştir. Bunlardan bir kısmı geleneksel yaklaşımı yeterli görürken, diğer bir kısmı da bunu yetersiz görmektedir. Bununla ilgili görüşlerin bir kısmı bu çalışmada verilecektir.

Merkezi limit teoreminin geçerliliği ve buna dayalı kontrol grafiklerinin kullanımının uygunluğu hususunda herhangi bir karşı görüş olmaksızın, normal dağılıma sahip olmayan değişkenler için -ilgili değişkenlerin sahip olduğu dağılım türü bilindiği takdirde- X grafiklerinin nasıl düzenlenebileceğini araştırmak amacıyla böyle bir çalışma ele alınmıştır.

Bu amaca yönelik olarak yapılacak bu çalışmada, örnek olarak *üstel* ve *Weibull* dağılım seçilmiştir. Üstel ve Weibull dağılıma sahip gerçek verileri elde etmenin zorluğu ve uzun zaman alacağı düşünülerek, bu çalışmada teorik bir yaklaşım yapılacaktır. Bu bağlamda, böyle bir teorik yaklaşım için simülasyona dayalı bir yol izlenecek ve "tesadüfi değişken üretimi" esasına uygun olarak, bu iki dağılım türü için tesadüfi sayı üreticileri hazırlanacaktır. Daha sonra bu iki dağılımın özelliklerine dayalı olarak, bu dağılımlar için X kontrol grafiklerinin hazırlanmasına ilişkin esaslar belirlenecektir.

Son bölümde, üretilen tesadüfi sayılar kullanılarak her iki dağılım için X kontrol grafikleri (X_e , X_w) düzenlenecek ve bu grafikler, üretilen verilerin normal dağılıma uygun olduğu varsayımına dayalı grafikler ile karşılaştırılacaktır. Sonuçta, elde edilen bilgiler ışığında yapılan çalışmanın bir değerlendirmesi verilecektir.

1. BÖLÜM

KALİTE VE İSTATİSTİKSEL KALİTE KONTROLÜ

1.1. Kalite Nedir?

Üretim sanayiinde, yayınlarda ve günlük hayatta kalite kavramı üzerinde ortak bir tarifin olmadığı görülmektedir. Kalitenin ne olduğu hususunda değişik bakış açılarına göre değişik tarifler yapılmıştır. Bunlardan bazıları şöyledir:

Avrupa ve Amerika Kalite Kontrol Teşkilatları (EOQC ve ASQC) kaliteyi, “bir mal veya hizmetin belirli bir ihtiyacı karşılayabilme kabiliyetlerini ortaya koyan karakteristiklerin tümü” olarak tarif etmektedir (Kartal 1999:1).

Kalitenin, ancak malın fonksiyonuna , yani hizmet ettiği amaca göre bir anlam taşıyabileceği söylenebilir. Dolayısıyla kalite çok genel olarak *amaca uygunluk derecesidir* (fitness to use) denilebilir (Kobu 1999:471).

Üretilen mamullerde, genel olarak iki çeşit özellik üzerinde durulur. Bu özellikler mamulün belirli bir görevi yapabilmesi için sahip olması gereken fonksiyonel özellikler ile mamulün bir görevi daha iyi ve daima aynı şekilde yapabilmesi gereken kalite özelliklerinden oluşur. Bir mamulün kaliteli oluşu onun üstün özelliklere sahip olmasından ziyade mamulün kullanılacağı yere ve göreceği fonksiyona uygunluğu ile belirlenir. Bununla birlikte sadece istenilen özelliklerin mamulde bulunması da yeterli değildir. Proses tek bir bütün halinde değil de birimler halinde ise birimler arasında önemli farklılıkların olmaması gerekir. İşte, kaliteli bir mamul, fonksiyonel özellikleri en dar değişim sınırları içinde istenilen değerlerde olan standart bir üretim maddesidir. Şu halde kalite, bir üründe önemli sayılan özelliklerin belirli değerlere yakınlık derecesi olarak tarif edilebilir (Başer 1972:2).

Kaliteyi kendisini oluşturan performans, uygunluk, güvenilirlik, dayanıklılık ve estetik gibi alt boyutlarda dikkate alınarak “tüketici ihtiyaçlarını mümkün olan en ekonomik düzeyde karşılamayı amaçlayan mühendislik ve imalat özelliklerinin bileşimi” olarak tanımlamak mümkündür (Kobu 1981:14).

Bu son tarif ile alakalı olarak Garvin (1984:25-43), kalitenin belli başlı sekiz ana boyutuna dikkat çeker. Bunlar da kısaca şöyledir:

- a) *Performans*: Üretilen mal veya hizmette bulunması gereken birinci derecede önemli özellikler olup, mal ve hizmet çeşidine göre farklılık gösterir. Kimyasal, fiziksel ve mekanik özellikler ile boyut ve biçim özellikleri gibi.
- b) *Uygunluk*: Mal veya hizmetin üretimi için önceden belirlenmiş standart ve spesifikasyon uygunluğu ile şartnamelere uygunluğu ifade eder.
- c) *Güvenilirlik*: Üretilen malın kullanım ömrü boyunca görülecek performans sürekliliğidir.
- d) *Dayanıklılık*: Üretilen malın kullanım ömrünün uzunluğunu ifade eder.
- e) *Hizmet görürlük*: Mal veya hizmet ile alakalı problem ve şikayetlerin kolayca çözümlenebilir olması özelliğidir.
- f) *Estetik*: Müşterinin duygularına hitap edebilme özelliğidir.
- g) *Diğer Unsurlar*: Mal veya hizmette bulunması gereken ikinci derecede önemli özellik ise çekicilik özelliğidir. Bu özellikler üretilen mal veya hizmetin talep edilmesinde daha etkili sonuçların elde edilmesini sağlayan tali özelliklerdir.

Japon Standartlar Kurumu (JSA) tarafından yapılan tarife göre ise kalite, mal veya hizmetin kullanma amacını karşılayıp karşılamadığını belirlemek için düşünülen hedefler olan performans ve karakteristiklerin toplamıdır (JSA 1993:12).

Kalitenin *mutlak anlamda en iyi olmadığını* belirten Kobu (1999:477-479), bir mamulün kalitesini belirlemek için öncelikle göz önüne alınması gereken mamulle ilgili iki temel faktöre ve bunlara bağlı beş tane alt faktöre dikkat edilmesi gerektiğini belirtir. Bu faktörler şunlardır :

Temel Faktörler:

- a) Mamulün fonksiyonu veya kullanım amacı,
- b) Mamulün fiyatı.

Alt Faktörler:

1. Mamulün fiziksel ve kullanım özellikleri,
2. Ömür ve güvenilirlik durumu,
3. Dizayn ve imalat maliyetleri,
4. Üretim metodları ve teknolojik imkanları,
5. Tamir-bakım ve servis ihtiyaçları.

Bu faktörlerin eldeki veriler ve imkanlar dahilinde en ekonomik biçimde dengelenmesi söz konusudur.

1.2. Kalite Kontrolü

Günümüzde kalite kontrolü kavramı işletme faaliyetlerinin hepsinde yer almakta olup, tüketici ve pazar araştırmasından mamul dizaynına, üretim metodlarından mamul sevkıyatına kadar geniş bir alanda geçerliliği olan bir sistem olarak düşünülmektedir (Kobu 1999:469).

Milletlerarası Standartlar Teşkilatı (ISO) tarafından kalite kontrolünün dar ve geniş anlamda iki tarifi yapılmıştır: 1) Geniş anlamda kalite kontrolü kaliteyi korumak, geliştirmek ve üretimi alıcının tatmin olacağı en ekonomik seviyede sürdürmek için uygulanan bir işlemler dizisidir. 2) Dar anlamda kalite kontrolü bir malın spesifikasyonlarına uygunluğunu denetlemek, doğrulamak işlemidir (Kartal 1999:2).

Buna göre kalite kontrolü bir ürün için belirlenmiş kalite özelliklerinin denetimi, korunması ve geliştirilmesi faaliyetlerini kapsayan bir fonksiyondur denilebilir. Dolayısıyla imalâttan önce, imalât esnasında ve imalâttan sonra kalitenin kontrolü söz konusudur.

Japon Standartları Kurumu (JSA) kalite kontrolünü, “Mevcut bir sistem vasıtasıyla mal veya hizmetlerin kalitesinin müşterinin ihtiyaçlarını ekonomik olarak karşılayacak biçimde oluşturulmasıdır.” diye tarif etmiştir (JSA 1993:13).

Kalite kontrolü fonksiyonunun muayeneden ibaret veya fabrikada belirli bir bölümdeki faaliyetler olarak düşünülmemesi gerektiğini ifade eden Kobu (1999:478), kalite kontrolünün tüm personelin izafi bir sorumluluk taşıdığı ve üretimin her

safhasında yer alan faaliyetler bütünü olduğunu ve bu sebeple bazı yazarların kalite kontrolü yerine *Toplam Kalite Kontrolü* ifadesini kullandıklarını vurgulamaktadır.

Kalite kontrolü, günümüzde *yaygın kalite kontrolü* veya *toplam kalite kontrolü* olarak algılanmaktadır. “Ürünün dizaynında ve imalat prosesinde kalitenin ve güvenilirliğin sağlanması” ilkesini benimseyen bu sistemde, kaliteyi sağlama programına fabrikadaki bütün personelin ve bölümlerin katılması esas alınır. Bunun için de en üst yöneticiden vasıfsız işçiye kadar bütün elemanların eğitilmesi ve yetiştirilmesi gerekmektedir. Bu anlayışın yaygınlaşmasına paralel olarak bir çok ülkede kalite güvenilirliği, kalite çemberleri ve sıfır-hata teknikleri gibi programlar kullanılmaya başlanmıştır. Bütün bu teknikler ve uygulamalar, ürünün kullanıma uygunluğunu sağlamak içindir (Kachar 1986).

1.3. Kalite Kontrolünün Amaç ve Faydaları

Bir işletmede etkili bir kalite kontrol uygulaması sonucu gerçekleşmesi gereken amaçlardan bazılarını şöyle sıralamak mümkündür (Kobu 1999:481; Kartal 1999:3):

- 1) İmalât işlemlerinin doğru yapılmasını sağlayarak mevcut makine ve işgücünden en yüksek verimi temin etmek.
- 2) Bozuk ve hatalı ürünleri düzeltmek için harcanan sürenin sebep olduğu üretim kayıplarının önlenmesi.
- 3) Alıcıya arzusuna uygun toleranslarda ürün sunmakla firmanın prestijinin artırılması.
- 4) Tüketicinin ödediği paranın karşılığını aldığını görerek tatmin olması.
- 5) Mamullerin ekonomik ömürlerinden önce atıl kalmasının önlenerek ülke ekonomisine katkıda bulunulması.
- 6) İç piyasalarda yerli mamule güvenin tesisi, dış pazarlarda rekabet gücünün kazanılması.
- 7) Mamul dizaynının geliştirilmesi.
- 8) Mamul kalitesinde seviyenin yükseltilmesi.
- 9) Üretim hattındaki dar boğazların giderilmesi.

Genel anlamda doğrudan veya dolaylı olarak üreticinin, tüketicinin ve toplumun menfaatlerini gözettiği söylenebilen bu tip amaçları daha da çoğaltmak mümkündür.

Kalite kontrolü amaçlarının gerçekleşmesine paralel olarak hem üretici, hem tüketici hem de toplum için bazı faydaların sağlanması da mümkün olacaktır. Bununla ilgili olarak Cullagh (1978), bir kalite kontrol sisteminin en önemli faydasının kalitesiz üretimi engellemesi olduğunu ifade eder.

Kobu (1981:25) ise, kalite kontrolünün tüketici isteklerini en ekonomik biçimde karşılaması ve verim düşüklüğünü azaltması faydalarından bahseder. Ayrıca kalite kontrolünün hatalı üretime henüz üretilmeden engel olması ve böylece daha az ürünün geri dönmesini sağlaması faydasına da dikkat çeker.

Ercan (1987:10) tarafından zikredilen kalite kontrolünün diğer bazı faydaları da şunlardır:

- İşçi ve makinelerin kayıp çalışma zamanlarını azaltarak üretimi artırmak,
- Kalite gelişmesini sağlayarak üretici ile tüketici arasındaki ilişkilerin düzelmesine yardım etmek,
- Ürün ölçülerinde kalite standartları dışına çıkma sebepleri belirlenerek, parçaların bozulmasını önleyecek gerekli tedbirlerin alınmasını sağlamak,
- Üretim esnasında oluşacak darboğazları azaltarak üretim hızının artmasını sağlamak.

Yağız (1981:20), proses kontrolünün üretim esnasında belirlenebilir özel sebeplerin yol açtığı kalite problemlerinin gecikilmeden teşhis edilmesini sağladığını, bu sayede meydana gelecek fire ve kayıplara önceden mani olunabileceğini ve bunun da verimin artmasına yardımcı olacağını söyler. Böylece müşteriye kaliteli mal ve hizmet sunulmakla müşteri memnuniyetinin artacağını ve dolayısıyla işletmenin prestijinin yükseleceğini ifade eder.

Son yıllarda, kalite kontrolündeki “yüksek kalitenin yüksek maliyet istediği” anlayışının değişmekte olduğunun ve bir mamulün yüksek kalitede üretilmesi için maliyetinin yüksek olmasının gerekmediğinin bir çok firma tarafından

ispatlandığı görülmektedir. Kalite kontrolü sayesinde ıskarta, tamir ve servis masraflarından sağlanan tasarruflar sebebiyle mamul maliyetinin düştüğü ve verimliliğin arttığı gözlenmektedir (Kobu 1999:480).

Üretimde tam kontrol sağlanması halinde ürünün tasarımı gibi üretilebileceğini belirten Kachar (1986), mamul ve süreç tasarımı safhalarında uygulanacak bir kalite kontrolü ile ürünün performansını yükseltmenin ve kullanım maliyetlerini düşürmenin mümkün olabileceğini söyler. Ayrıca tasarım aşamasının maliyetleri artıracığı görüşünün Taguchi tarafından yıkıldığını belirterek; Taguchi'ye göre ürünün kalitesinin, maliyeti ile beraber olarak tasarım safhasında kurulduğunu ve böylece ürüne daha tasarım döneminde iken maliyetleri düşürerek kullanıma uygun nitelik kazandırmanın mümkün olduğunu anlatır.

1.4. Kalite Kontrolü ile İstatistik İlişkisi

İstatistiksel Kalite Kontrolü ifadesinden ilk olarak kalite kontrolü ile istatistik arasındaki ilişki akla gelmekte ve istatistiksel metodlar yardımı ile kalitenin kontrol edilmesi anlaşılmaktadır. Gerçekten de kalite kontrolünde istatistik metodlarının kullanımı oldukça yaygındır.

Kalite kontrolünün dizayn ve imalat mühendisliği ile malzeme teknolojisi bilgilerinden ve ölçme tekniklerinden büyük ölçüde yararlanan bir işletme fonksiyonu olduğu bilinmektedir. Kalite planlarının ve muayene prosedürünün hazırlanmasında, standart ve spesifikasyonların belirlenmesinde ve ölçme faaliyetlerinin yürütülmesinde bu bilim dallarından yararlanılması zorunludur. Diğer taraftan muayene ve test sonuçlarının analiz ve yorumlanmasında da istatistik yöntemlere başvurulur. Kalite kontrolünün en önemli değerlendirme aracı istatistik yöntemlerdir (Kobu 1999:509).

Kalitenin ölçülmesinde, ölçüm sonuçları ile standartlar arasındaki farkın tespit edilmesi ve elde edilen farkın tesadüfi veya gerçek olduğunun belirlenmesi gerekir. Bunu belirlemek için üretimin tek ünite veya birimler halinde olmasına göre uygulama şöyle yapılır: Tek ünite üretim için ölçme, ürünün çeşitli noktalarında tekrarlanır. Birimler halinde üretimde ise, ölçme işlemi birden fazla ünite üzerinde tekrar edilir. Eğer bulunan farklar aynı ise bunun gerçek olduğu, tesadüfi olmadığı

anlaşılır. Bu durumda her iki tip üretimde de birden fazla ölçme yapılması ve ölçme sonuçlarının standart değerler ile karşılaştırılması gerektiği görülür. Bu çeşit problemleri de ihtimaller teorisine dayanan istatistik metodlar yardımıyla çözmek mümkündür (Kartal 1999:2).

En genel manada istatistik, tesadüfi değişmelerle ilgili problemleri çözümlenmeye çalışan bir bilim dalıdır. Bu tarif ışığında, üretimin doğasında var olan ve bu sebeple, mesela belli bir proseste, aynı şartlar altında ve benzer spesifikasyonlarla üretildiği halde ürünlerin birbirlerinin tamamen aynı olmamasını sağlayan ve ölçüm duyarlılığının yükselmesi ile belirlenebilen tesadüfi değişkenliğin incelenmesi ancak istatistik metodlardan yararlanarak gerçekleştirilebilir (Kobu 1999:509,510).

1.5. İstatistiksel Proses Kontrolü (İPK)

Kalite kontrolü, üretim esnasında ve üretim tamamlandıktan sonra olmak üzere ikiye ayrılır. Üretim esnasında yapılan *Üretimde Kalite Kontrolü* (Proses Kontrolü) denilir. Üretim tamamlandıktan sonra, ürünün kabulü için yapılan da *Kabulde Kalite Kontrolü* denilir. Genel olarak proses kontrolü *kontrol grafikleri* yardımıyla, kabulde kalite kontrolü ise *kabul örnekleme* yoluyla yapılmaktadır (Kartal 1999:4).

İPK, çoğu proseste görülen ve bozulmadan kaynaklanan değişimi azaltmak için prosesin istatistiksel kontrol altında olup olmadığını tespit etmeyi sağlar. Eğer söz konusu proses kontrol altında değilse, belirlenebilir değişim faktörlerinin ortadan kaldırılması gerekir. Bundan sonra da belirlenmiş bir standart değer etrafında odaklaşan proseste tesadüfi değişim faktörlerinin azaltılmasına çalışılır. Çünkü bu tesadüfi faktörlerin tamamen yok edilmesi teorik olarak mümkün gözükse de, uygulamada bunun imkansız olduğu açıkça görülmektedir. Yani büyük veya küçük, gelişmiş veya az gelişmiş bütün proseslerde tesadüfi değişkenlik söz konusudur. İşte İPK, söz konusu bu değişkenliğin en aza indirilmesi için sürekli olarak devam ettirilen bir faaliyettir.

1.6. İPK Açısından Değişkenlik

Yukarıdaki açıklamalardan da anlaşılacağı gibi, değişkenlik esas itibariyle kaçınılması mümkün olmayan tabii bir kuraldır. Dolayısıyla bir üretim prosesinde de bu kural geçerli olacaktır. En gelişmiş metodlarla ve en gelişmiş tezgahlarda üretilen parçalar arasında bile ölçü bakımından çok küçük de olsa mutlaka bir fark vardır. Burada dikkat edilecek olan husus, bu farkın hangi sınırlar arasında olmasının tabii ve normal kabul edilebileceğidir. Yani bir ürün ile alakalı olarak kabul edilebilir ve kaçınılmaz değişkenlik sınırlarının belirlenmesi ile bu sınırların -velev ki bir ürün ile de olsa- aşılması durumunda bunun sebeplerinin belirlenip yok edilmesi problemi söz konusudur. Bu durumda iki tip değişkenlik olduğu ve bunları meydana getiren sebeplerin de iki grup olduğu söylenebilir ki, bu çalışmada bu iki tip değişkenlik için benimsenen terimler şunlardır:

- Tesadüfi sebepler
- Özel sebepler

Terminolojideki *tesadüfi* (chance) ve *belirlenebilir* (assignable) sebepler terimleri, W. A. Shewhart tarafından kullanılmıştır. Günümüzde bazı yazarlar, tesadüfi sebep yerine *temel sebep*, belirlenebilir sebep yerine de *özel sebep* terimlerini kullanmaktadır (Montgomery-Runger 1999:757).

Bu hususta aşağıda bazı yaklaşım ve tariflerden örnekler verilmiştir.

Ürünlerde görülen değişkenlik, *sistemik (özel)* ve *tesadüfi* olarak ikiye ayrılabilir. Bunlardan özel değişkenlik, mesela imalat sistemindeki bir aksaklık veya kontrolsüzlük sonucunda mamul özelliklerinde standartlardan sapmalar olması gibi değişkenliklerdir. Tesadüfi değişkenlikler ise, sebepleri kesin olarak bilinmeyen ve önüne geçilemeyen değişkenliklerdir (Kartal 1999:3).

Ürünlerdeki değişkenliği meydana getiren sebepleri de *şansa bağlı (tesadüfi)* sebepler ve *özel* sebepler olarak iki gruba ayırmak mümkündür. Kobu (1999:515), bunları şans faktörleri (tesadüfi sebepler) ve özel faktörler (özel sebepler) olarak iki kısma ayırır.

Montgomery (1991:118)'nin ifadesine göre; bütün üretim sistemlerinde, ne kadar iyi düzenlenmiş ve ne kadar dikkatlice kontrol altına alınmış olsa bile, yine de

bir miktar değişkenlik müşahede edilecektir. Bu değişkenliğin de; *tesadüfi* ve *özel* şeklinde tasnif edilebilen iki ana kaynağı vardır:

Tesadüfi sebepler, bir prosesin normal yapısından kaynaklanan sebeplerdir. Tahmin edilebilmeleri mümkündür fakat ortadan kaldırılmadıkları sürece proseste bulunurlar. Bunlardan bazıları şunlardır:

- a. Ekipmanların kullanım kurallarına uygun kullanılmaması.
- b. Kullanılan ekipmanın yenilenme veya yeniden düzenlenme ihtiyacı.
- c. Ekipman kılavuzlarının kullanıma elverişli olmaması.
- d. Prosesin imal edildiği hammaddenin kalitesi.
- e. İçerisinde faaliyetin icra edildiği çevrenin uygun olmaması (Oktay 1998:5).

Kobu (1999:515)'nin ifadesine göre, tesadüfi sebeplerin olay üzerindeki etkileri bir kurala bağlanamaz. Belirsiz olduklarından dolayı varlıklarının tespiti ve etkilerinin ölçülmesi çok güç, hatta imkansızdır. Dolayısıyla etkilerinin giderilmesi teknik ve ekonomik açıdan mümkün değildir. Bunun için uygun olan davranış, bu tesadüfi sebeplerin olay üzerinde hangi sınırlar arasında değişmeler meydana getireceğini bilmek ve bunu kontrol altında tutmaktır. Buna örnek olarak, bir parçanın işlenmesinde boyutlarının duyarlılığını etkileyen; hava sıcaklığı, aydınlatma, titreşim, işçinin dikkat ve ustalığı gibi sebepler verilebilir.

Özel sebepler ise, mamul kalitesinde azalma-yükselme tarzındaki bir değişmeyi meydana getiren sebeplerdir. Bunların belirlenmesi ve yok edilmesi ekonomik olarak gereklidir ve mümkündür (JIS 1993:769).

Olayların sadece bir kısmında etkili olan ve etkileri nispeten büyük ölçüde değişmeler meydana getiren özel sebepler, sürekli olmayıp zaman zaman ortaya çıkarlar. Örnek olarak, imal metodunun uygulanmasındaki yanlışlık veya eksiklik, tezgah duyarlılığının bozulması, ekipmandaki aşınma, vasıfsız işçi kullanılması gibi sebepler verilebilir. Özel sebeplerin varlığı, meydana getirdikleri değişmelerin tesadüfi sebepler hesaba katılarak belirlenmiş olan sınırları aşması halinde anlaşılır. Diğer bir ifade ile, olaydaki değişmelerin belirli sınırların dışına çıkması halinde,

olayı etkileyen özel sebeplerin mevcut olduğuna karar verilir. Bunların belirlenmesinden sonra ortadan kaldırılmasına çalışılır (Kobu 1999:515).

Yağız (1981:6), başlıca özel sebepleri aşağıdaki gibi sınıflandırarak özetlemiştir:

- *İşlem ya da prosesten kaynaklanalar*: Kalem, aparat, hidrolik ve elektrik dalgalanmaları, bakımsızlık ve kalıp aşınması gibi sebepler.
- *Malzemeden kaynaklanalar*: Sertlik, kalınlık, direnç, geçirgenlik gibi özelliklerden meydana gelen değişiklikler veya hammadde ve malzemelerin homojen olmaması gibi sebepler.
- *İşgörenden kaynaklanalar*: Yöntem, beceri, işçinin fiziksel ve ruhsal davranışlarında olabilecek değişiklikler gibi sebepler.
- *Diğer faktörlerden kaynaklanalar*: Sıcaklık, aydınlatma, gürültü, radyasyon gibi sebepler.

1.7. İPK'nde Kullanılan Teknikler

İPK yardımıyla prosesteki değişkenliğin tespit edilerek bunu en aza indirilmesi amacıyla yönelik olarak geliştirilmiş ve son zamanlarda üzerinde önemle durulan en önemli teknikler şunlardır:

1. Kontrol Grafikleri
2. Histogram
3. Kontrol Tablosu
4. Pareto Analizi
5. Sebep-Sonuç Diyagramı
6. Dağılım Diyagramı
7. Hata Yoğunluğu (kusur konsantrasyonu) Diyagramı

Bu teknikler içerisinde en önemli yere sahip ve en yaygın olarak kullanılanı kontrol grafikleridir (Kartal 1999:29; Kobu 1999:515; Montgomery-Runger 1999:757).

Kontrol grafiklerinin genel özellikleri, sanayide yaygın kullanımı bakımından bu önemli yere sahip olmasındaki başlıca sebepleri, kontrol grafiklerinin çeşitleri ve

bu grafiklerin meydana getirilmesindeki temel prensipleri ile kontrol grafiği üzerinde çizilen kontrol çizgilerinin hesaplanması hakkında geniş açıklamalar bundan sonraki kısımda anlatılacaktır.

1.8. Kontrol Grafikleri

Kontrol grafikleri, 1930'lu yıllardan bu yana imalat sanayiinde kullanılan ve halen de kullanılmaya devam edilen, basit fakat oldukça etkili bir İPK aracıdır.

Kontrol grafikleri ilk olarak 1924 yılında Bell telefon laboratuvarlarında çalışan Walter A. Shewhart tarafından düzenlendi. Bu yüzden kontrol grafiklerine "Shewhart Grafikleri" de denilir.Daha sonra, yine aynı yerde çalışan Harold F. Dodge ve Harry G. Romig, örnekleme ve denetleme metodlarını kurarak istatistiksel olarak gelişmesinde büyük ölçüde önderlik ettiler. İPK ile ilgili modern sahanın temelini bu üç kişinin çalışması şekillendirir. Amerikan sanayiine bu metodların yaygın olarak girişı II. Dünya savaşında görüldü. W. Edwards Deming ve Joseph M. Juran İstatistiksel kalite kontrol metodlarının yayılmasında II. Dünya savaşından beri yardımcı olmaktadır (Montgomery-Runger 1999:756).

Kontrol grafikleri hakkında yapılan tariflerden bazıları şöyledir:

"Kontrol grafikleri, ürünün gerçek kalite karakteristiklerini geçmiş tecrübelere dayanarak grafikler üzerinde saat, gün veya hafta bazında kronolojik olarak karşılaştırmaya yarayan tablolarıdır " (Feigenbaum 1961:250).

"Üretimden belirli ve eşit zaman aralıklarında alınan örneklerden elde edilen ölçüm değerlerinin zaman içerisindeki değişimlerinin gösterildiği grafiklere *kontrol grafikleri* denir " (Kartal 1999:55).

"Kontrol grafiği, prosesteki tesadüfi olmayan durumu veya kontrol dışına çıkma durumunu tespit etmeye yarayan bir araçtır. Bir başka ifadeyle kontrol grafikleri, bir ölçüm serisinin portresi ve proses harmonisine uymamanın hassas kulağıdır " (Oktay 1998:6,7).

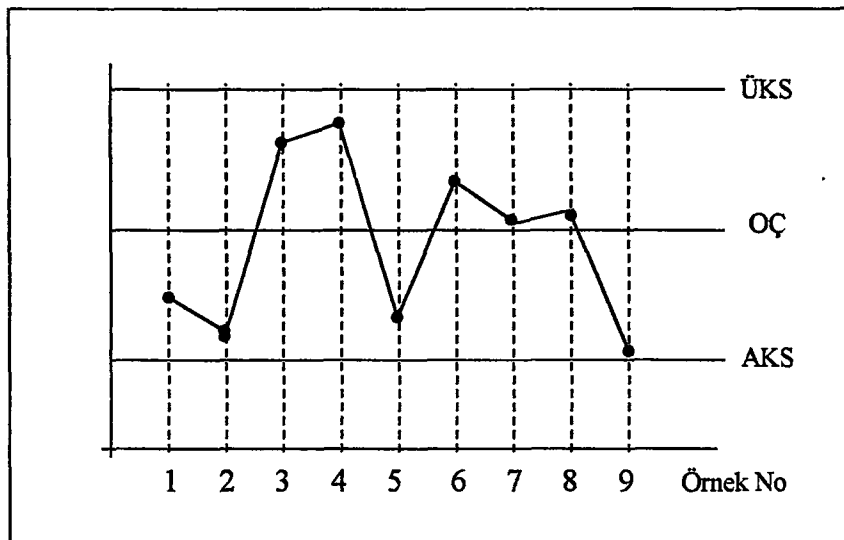
1.8.1. Kontrol Grafiklerinin Temel Prensipleri

Yukarıdaki tariflerden de anlaşılacağı üzere kontrol grafikleri, bir prosesin kontrol altında olup olmadığını kısa sürede anlamak için kullanılan oldukça faydalı bir araçtır ve proseste meydana gelen değişimin tesadüfi sebeplerden mi yoksa özel sebeplerden mi kaynaklandığını belirlemek için kullanılır. Bu sayede, üretimin kontrol dışına çıkmasının önüne geçerek; standart dışı ve hatalı üretim maliyetlerinden kurtulmak gibi oldukça önemli bir fayda elde edilecektir.

Bir kontrol grafiğinde üç temel çizgi bulunur:

- Orta Çizgi (OÇ)
- Üst Kontrol Sınırı (ÜKS)
- Alt Kontrol Sınırı (AKS)

Bu çizgiler istatistik metodlarla değerleri belirlenerek yatay eksene paralel olarak çizilirler. OÇ, kalite özelliğinin ortalama değerini temsil eder ve buna “hedeflenen değer” manası da yüklenir. AKS ve ÜKS ise, proses kontrol altında olduğu takdirde, prosesten alınan örnek noktalarının hemen hepsinin arasında kaldığı sınırlardır. Bu çizgiler zaman eksenine paralel olarak yer alırlar. Tipik bir kontrol grafiği Şekil 1-1’de gösterilmiştir.



Şekil 1-1: Tipik Bir Kontrol Grafiği

Anakütleye ait μ ve σ parametreleri ile anakütleden çekilen örneklere ait $\mu_{\bar{x}}$ ve $\sigma_{\bar{x}}$ istatistikleri arasında bazı ilişkiler mevcuttur. Bu ilişkileri ifade eden 3 adet teorem aşağıda verilmiştir (Ott-Schilling 1990:23,24):

Teorem (1): Bir prosesten seçilen n büyüklüğündeki örneklerin ortalamalarının standart sapması $\sigma_{\bar{x}}$ ile anakütle standart sapması σ

$$\text{arasında } \sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \text{ ilişkisi vardır.} \quad (1-1)$$

Teorem (2): Örnek standart sapmalarının standart sapması σ_{σ} ile anakütle

$$\text{standart sapması arasındaki ilişki ise; } \sigma_{\sigma} \cong \frac{\sigma}{\sqrt{2n}} \text{ dir.} \quad (1-2)$$

Teorem (3): $n = 4$ olacak kadar küçük hacimli örnekler olsa bile, herhangi bir dağılıma sahip anakütleden çekilen örneklerin dağılımı aslında normal olacaktır. Yani, anakütle dağılımı ne olursa olsun, anakütleden çekilen örneklerin ortalamaları normal dağılım arz ederler.

Ortalaması μ ve standart sapması σ olan bir anakütleden n birimlik örnekler çekilmesi halinde, bu örneklerin dağılımı hakkında; $(\mu_{\bar{x}} = \mu)$ ve $(\sigma_{\bar{x}} = \sigma / \sqrt{n})$ olmak üzere normal dağılıma uygunluk gösterir. (Oktay 1998:15).

Diğer bir ifade ile, şayet ihtimal dağılımı bilinmeyen bir kitleden örnekleme yapılıyorsa ve örnek hacmi n büyük ise; örnek ortalamasının örnekleme dağılımı, yaklaşık olarak ortalaması μ ve varyansı σ^2/n olan normal bir dağılım arz edecektir. “*Merkezi Limit Teoremi*” olarak adlandırılan bu teorem istatistikte çok yararlı olan teoremlerden birisidir (Montgomery-Runger 1999:282,283).

Eğer μ ve σ biliniyorsa, bu anakütleden seçilen herhangi bir örneğe ait ortalamanın $1 - \alpha$ güven seviyesindeki güven aralıkları aşağıdaki eşitliklerle belirlenir:

$$\mu + Z_{\alpha/2} \sigma_{\bar{x}} = \mu + Z_{\alpha/2} \left(\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right) \quad (1-3)$$

$$\mu - Z_{\alpha/2} \sigma_{\bar{x}} = \mu - Z_{\alpha/2} \left(\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right) \quad (1-4)$$

Bu eşitlikler yardımıyla örnek ortalamalarına ait kontrol grafiğinin ÜKS ve AKS hesaplanabilir (Walpole-Myers 1989:652; Montgomery-Runger 1999:762).

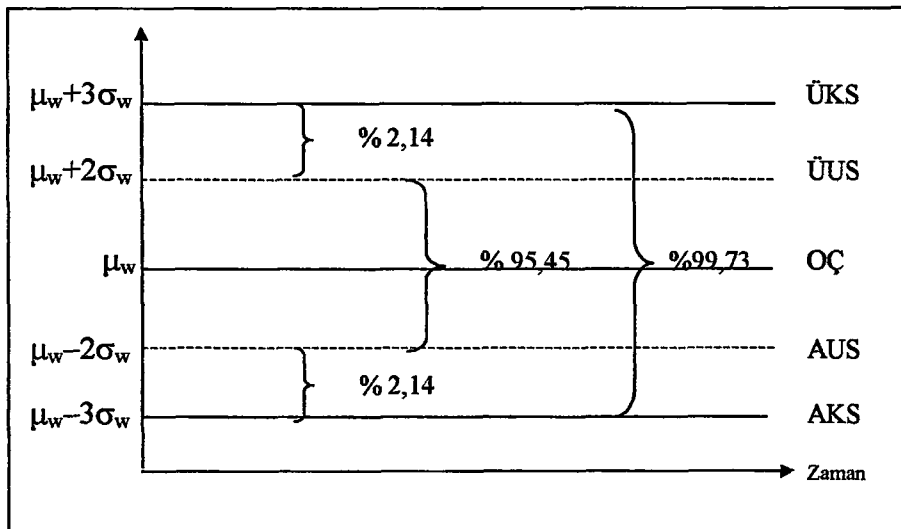
Bu eşitliklerdeki $Z_{\alpha/2}$ ifadesinin 3σ sınırlarını içine alacak biçimdeki değerini, Ott-Schilling (1990:25) ve Montgomery-Runger(1999:762) gibi Amerikalı bilim adamları 3 olarak, Dale-Oakland (1991:199) ve Lissaman-Martin (1993:479) gibi İngiliz bilim adamları da 3,09 olarak alırlar. Bu çalışmada 3 değeri esas alınmıştır.

İstatistiksel güven sınırları olan kontrol sınırları, ana hatlarıyla şöyle belirlenir:

İlgilenilen kalite özelliğine ait ölçüm değerlerinin örnek istatistiği w , bu örnek istatistiğinin ortalaması μ_w ve standart sapması σ_w ise; bu durumda OÇ, ÜKS ve AKS şöyle hesaplanır (Kartal 1999: 58; Montgomery-Runger 1999:759):

$$\begin{aligned} \text{ÜKS} &= \mu_w + k \sigma_w \\ \text{OÇ} &= \mu_w \\ \text{AKS} &= \mu_w - k \sigma_w \end{aligned} \quad (1-5)$$

Burada k katsayısı, yukarıda bahsedilen $Z_{\alpha/2}$ ifadesinin karşılığı olan ve OÇ'den kontrol sınırlarına olan mesafeyi belirlemede kullanılan bir katsayıdır. Genel uygulama yaklaşımı olarak; $k=2$ uyarma sınırları için, $k=3$ ise kontrol sınırları için kullanılır. Şekil 1-2'de bu sınırlar için normal eğri altındaki alanlar gösterilmektedir.



Şekil 1-2: Noktaların Dağılım Yüzdeleri

Buna göre, alınan 100 tane örnek noktasından %99,73'ü (yaklaşık 100 nokta) kontrol sınırları arasında, %95,45'i de (yaklaşık 95 nokta) uyarma sınırları arasında bulunması beklenir. Bu durumda noktaların %4,28'i de (yaklaşık 5 nokta) kontrol sınırları ile uyarı sınırları arasında kalacaktır.

Uygulamada μ ve σ değerleri bilinemediği takdirde, bunların yerine kütleyi temsil edebilen bir örnekten hesaplanan ve tahmin değerleri olan \bar{x} ve $\hat{\sigma}$ kullanılır (Ott-Schilling 1990:25).

Kontrol grafikleri, "İPK Açısından Değişkenlik" bahsinde incelenen *tesadüfi ve özel sebepler* ile ilgili olarak bir proses için sorulabilecek aşağıdaki soruları sistematik biçimde cevaplamaya çalışır (Kobu 1999:515):

- a. Proses ne zaman kontrol altındadır, ne zaman değildir?
- b. Özel sebeplerin var olup olmadığı nasıl anlaşılır?
- c. Prosesi etkileyen özel sebeplerin mevcut olmadığı ne ölçüde ve nasıl garanti edilebilir.

Kontrol grafiklerinin amacı, bir prosesi (veya olayı) kontrol altında tutmaya çalışırken işlenmesi mümkün olan iki tip hatayı önlemeye çalışmaktır. Bu iki tip hata da şunlardır:

1. Özel sebepler mevcut olmadığı halde varmış gibi aramaya kalkışmak ve gereksiz yere tedbir almak. Yani esas itibariyle kontrolde olan bir prosesi kontrol dışında olarak nitelendirmek (α hatası).
2. Özel sebepler mevcut olduğu halde tespit edememek ve dolayısıyla da tedbir almakta geç kalmak. Yani gerçekte kontrol dışında olan bir prosesi kontrol altında diye nitelendirmek (β hatası).

Bu iki tip hatanın her ikisini birden ortadan kaldırmak veya tamamen yok etmek mümkün değildir. Aslında kontrol grafiklerinin esas amacı hataların işlenmesi ile meydana gelecek kayıp ve zararlar ile bu hataları önlemeye çalışmak için yapılacak masraflar arasında bir denge kurarak prosesi sürdürmektir (Kobu 1999:515-516; Oktay 1998:10).

1.8.2. Rasyonel Altgruplar

Kontrol grafiklerinin kullanılmasındaki temel fikir, örnek verilerini Shewhart'ın *rasyonel altgrup* diye adlandırdığı kavrama göre toplamaktır. Genellikle bu altgrupların veya örneklerin (mümkün olduğu ölçüde), bir altgrup içindeki gözlemlerin değişkenliğinin bütün tesadüfi değişkenlikleri içine alacak ve özel değişkenlikleri de hariç tutacak tarzda seçilmesi gerekir.

Kontrol grafikleri üretim proseslerine uygulandığında, üretimle ilgili zaman düzenlemesi (time order) rasyonel altgruplama için mantıklı bir temel teşkil eder. Bununla beraber, zaman düzenlemesi sağlansa bile, altgrupları hatalı olarak teşkil etmek mümkündür. Şayet altgruptaki gözlemlerin bazısı 8 saatlik bir vardiyanın sonunda, geri kalanlar da bir sonraki 8 saatlik vardiyanın başlangıcında alınıyorsa; o zaman bu durumda vardiyalar arasındaki herhangi bir farklılık teşhis edilemeyecektir. Zaman düzenlemesi zaman içerisinde vuku bulan özel sebepleri bulmaya müsaade ettiğinden dolayı, altgrupları teşkil etmek için iyi bir esastır.

Rasyonel altgrupların teşkilinde iki genel yaklaşım kullanılır. Bunlardan birincisinde, her bir altgrup aynı zamanda (veya mümkün olduğu kadar birbirine yakın zamanlarda) üretilmiş birimlerden oluşur ki; bu yaklaşım, proses kaymalarını belirlemek amacıyla kullanılır. Bu yaklaşım bir örnek içindeki özel sebeplerden kaynaklanan değişkenliği minimize eder ve eğer özel sebepler varsa, örnekler arasındaki değişkenliği maksimize eder. Aslında bu yaklaşım, bir örneğin toplandığı zamandaki prosesin fotoğrafını verir.

İkinci yaklaşımda ise, her bir örnek alınan en son örnekten itibaren üretilmiş olan bütün birimleri temsil eden birimlerden meydana gelir. Aslında, her bir altgrup örnekleme aralığı süresindeki proses çıktılarının hepsinin tesadüfi bir örneğidir. Kontrol grafiklerinin, son örnekten itibaren üretilmiş olan bütün birimlerin kabul edilmesi ile ilgili kararlar vermek için kullanılması durumunda, bu ikinci metoda sıkça başvurulur. Gerçekte, eğer proses kontrol dışı durumuna kayıyor ve sonra örnekler arasında tekrar kontrol altına geri dönüyorsa; o zaman birinci metodun bu çeşit kaymalara karşı etkili olamayacağı ve bu durumda ikinci metodun kullanılması gerektiği ileri sürülür (Montgomery-Runger 1999:763,764).

Rasyonel altgruplama işlemi önceden yapılmış olmalıdır. Bunun için proses hakkında yeterli bilgiyi sağlayacak olan bazı soruların sorulması ve bunlara cevap bulunması gerekir. Bununla ilgili bazı soru örnekleri aşağıda verilmiştir:

- a. Kontrol grafiğinin neyi göstermesi isteniyor?
- b. Prosesteki değişkenlikle ilgili muhtemel kaynaklar nelerdir?
- c. Tesadüfi hata nasıl ölçülmeli?
- d. Alınan örnekler arasındaki zaman periyodu ne olmalıdır?
- e. Bir kontrol grafiği içerisinde birleştirilebilecek kaynaklar nelerdir? Hangi kaynaklar birkaç grafik arasında paylaşılmalıdır?

Bu ve benzeri sorulara verilecek cevaplar, örnekleme yapısını ve grafik oluşturma işlemini belirleyecektir (Ott-Schilling 1990:175).

1.8.3. Kontrol Grafiklerinin Yorumlanması

Bir kontrol grafiği, bir veya daha fazla noktanın kontrol sınırları dışına düştüğü zaman veya grafik üzerinde noktalar işaretlenirken tesadüfi olmayan bir davranış ortaya çıktığı zaman kontrol dışı bir durum olduğunu haber verebilmelidir. (Montgomery-Runger 1999:765).

AKS ve ÜKS üretim süresince devam etmesi arzu edilen kalite seviyesinin sınırlarını ifade ettiğinden, normalde proseste belirlenebilir (özel) herhangi bir değişme olmadıkça prosesten zaman içerisinde alınacak bütün örnekler bu sınırlar arasında yer alacaktır. Bu durumda proseste dışardan herhangi bir müdahaleye gerek yoktur. Aksi halde, kontrol sınırları dışına çıkan örnek veya örneklerin bulunması prosesin kontrolden çıktığını ve bunun sebeplerinin bulunması gerektiğini ifade eder. Buna göre AKS ve ÜKS'nin proses kontrolde iken kontrol grafiğinde işaretli noktaların tamamını içine alabilecek bir uzaklığa yerleştirilmesi gerektiği unutulmamalıdır (Walpole 1989:648).

Bununla birlikte dikkat edilmesi gereken diğer bir husus da, kontrol grafiğinde işaretlenen noktaların tamamının kontrol sınırları dahilinde iken gösterdikleri dağılım biçimidir. Bu noktaların tesadüfi olmayan sistemli bir dağılım

göstermeleri halinde, mesela toplam 20 noktanın 17'si OÇ'nin üstünde ve 3'ü de OÇ'nin altında yer almışsa, bu durum bir şeylerin yanlış gittiğini ve prosesin aslında kontrol altında olmadığını gösterir. Bu yüzden, kontrol grafikleri vasıtasıyla prosesin durumu izlenirken grafiklerin düzenine, biçimine ve sonucuna birlikte bakmak daha yerinde olacaktır (Montgomery 1991:104).

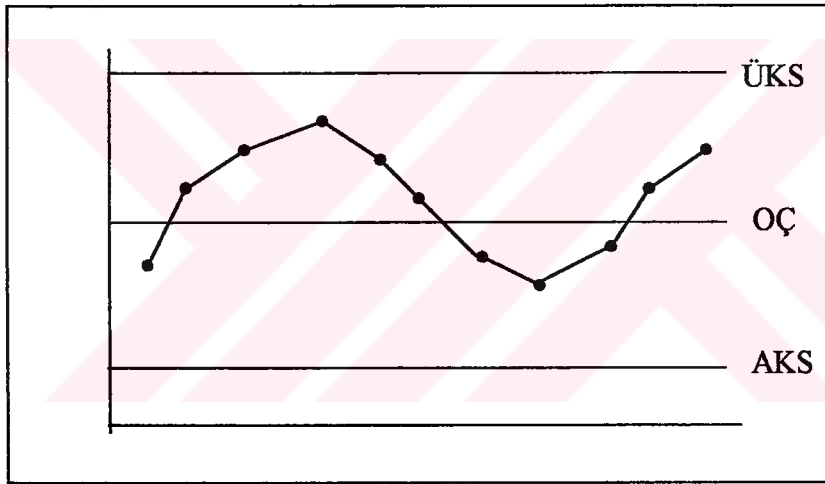
Kontrol grafikleri yorumlanırken, tüm noktaların kontrol sınırları arasında olması durumunda prosesin kontrol altında olduğunu veya noktaların bazılarının sınırların dışına taşmış olması halinde de prosesin kontrol dışında olduğunu her zaman söylemek mümkün değildir. Proses karakteristiğinin değişmesini veya yanlış hesaplama yapılmış olma ihtimalini de göz önünde tutmak gerekmektedir.(Kobu 1981:345).

Kontrol grafikleri yorumlanırken karşılaşılabilecek belli başlı durumlar şunlardır (Kartal 1999:56; Kobu 1981:345; Oktay 1998:39-41; Newbold 1995:652):

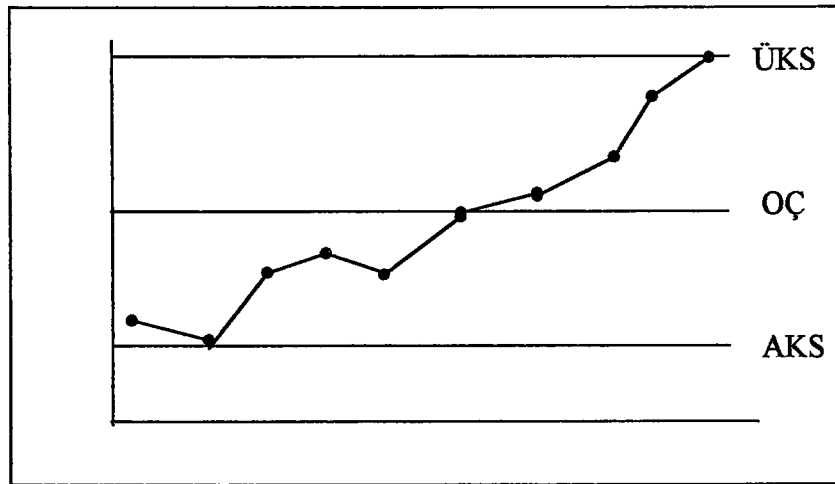
- a. *Periyodik dalgalanma*: Proses verileri, *S* biçiminde periyodik bir dalgalanma gösteriyorsa bunun belli başlı sebepleri; operatör yorgunluğu, belirli aralıklarla yapılan operatör veya makine değişimi, voltaj, ısı veya basınç vb. çevre faktörlerindeki değişimler ile üretim ekipmanlarındaki yıpranma olabilir (Şekil 1-3).
- b. *Proses ortalamasından kayma*: Şekil 1-4'te görülen bu durumda proses karakteristiği bir trend arz etmektedir. Bu trend yukarı veya aşağı yönde olabilir. Bu durum kalite özelliğine göre bir iyileşmenin veya daha kötüye gidişin habercisi olabilir. Bu durumun sebepleri ise şunlar olabilir: Prosesi oluşturan makine aksamındaki sürekli yıpranma veya bozulmaya yüz tutma durumu, operatör yorgunluğu, çevre ısısındaki mevsime bağlı değişim veya üretim prosesinde yapılan bir değişiklik.
- c. *İki farklı ana kütle*: Şekil 1-5'te noktaların OÇ'den uzakta ve AKS ile ÜKS çizgilerine çok yakın olduğu bu durum, iki farklı ana kütle etrafında bir dağılım söz konusu olduğunu ifade edebilir. Bu yüzden bu duruma *Karışık durum* da denmektedir. Bu durumda muhtemel sebepler şunlardır: Proseste sıkça ayarlama yapılıyor olması veya proses aksamının iki veya

daha çok yerindeki ayarların bozulması. Bunun sonucunda farklı ortalama ve standart sapmaya sahip iki veya daha fazla dalgalanma gösteren dağılımın, prosesten çıkan ürünlerin dağılımında da yer alması söz konusudur. Karışık durum, sistematik hatadan ziyade tesadüfi değişmelerle de ortaya çıkabilir.

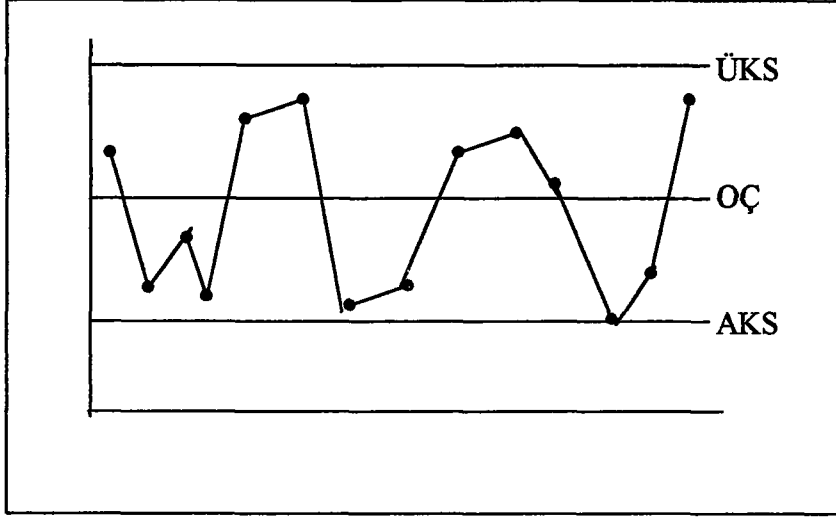
- d. *Sahte uyum* : Şekil 1-6'da görülen bu durumda, görünüşte proses tam olarak kontrol altındadır. Fakat müşahede noktalarının suni olarak OÇ etrafında yayılma göstermesi, bunun tabii bir değişkenlik olmadan meydana geldiğini ifade eder. Bu durumun en başta gelen sebebi, kontrol sınırlarının gereğinden fazla olarak yanlış hesaplanmış olmasıdır.



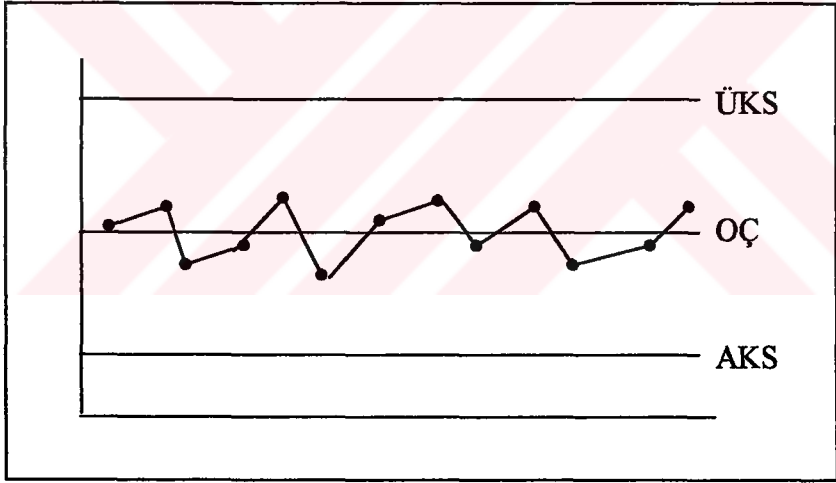
Şekil 1-3: Periyodik Dalgalanma Durumu



Şekil 1-4: Proses Ortalamasından kayma Durumu



Şekil 1-5: İki Farklı Ana Kütle Durumu



Şekil 1-6: Sahte Uyum Durumu

1.8.4. Kontrol Grafiklerinin Çeşitleri

Kontrol grafikleri kalite özelliğinin sürekli veya sayısal olarak bir ölçek üzerinde ölçülüp ölçülememesine bağlı olarak iki gruba ayrılırlar. Bunlardan birincisine *Değişken Nicelikler için Kontrol Grafikleri* ve ikincisine de *Vasıflar için Kontrol Grafikleri* denilir (Kartal 1999:59). Bu grupları Kobu (1981:346-349) *Ölçülebilir Değişkenler için Kontrol Diyagramları* ve *Özellikler için Kontrol Diyagramları* diye, Walpole ve Myers ise (1989:650) *Değişken Nicelikler için Kontrol Grafikleri* ve *Nitelikler için Kontrol Grafikleri* diye gruplandırmışlardır.

Ölçülebilir değişkenler için kullanılan kalite özellikleri boyut, ağırlık, hacim ve derece gibi süreklilik arz eden özellikler olup; gram, milimetre, ohm, watt gibi ölçü birimleriyle ifade edilebilirler. Vasıflar için kullanılan kalite özellikleri ise sürekli veya sayısal bir ölçek üzerinde ölçülemeyen ancak hatalı-hatasız, kusurlu-kusursuz, düzgün-çatlak gibi vasıflarla ifade edilebilen kesikli değişkenlik gösteren özelliklerdir.

Bu çalışmada, sadece *Değişken Nicelikler için Kontrol Grafikleri* ele alınacaktır.

1.8.5. Değişken Nicelikler için Kontrol Grafikleri

Bu grafikler, daha etkili bir kontrol prosedürü sağladıkları ve proses performansı hakkında nitelik kontrol grafiklerine göre daha fazla bilgi verdikleri için uygulamada çok yaygın olarak kullanılırlar (Montgomery 1991:201).

Değişken niceliklerle ilgili kalite özelliklerini tasvir etmede merkezi eğilim ölçülerinden aritmetik ortalama (\bar{X}), dağılım ölçülerinden ise standart sapma (S) ve değişim aralığı (R) kullanılmak suretiyle; hem merkezi eğilim ölçüleri hem de proses değişkenliği izlenebilir. Bu ise kontrol faaliyetinin hem proses ortalamasını hem de değişkenliği kapsayacak tarzda uygulanmasının önemli olması hususunda oldukça fayda sağlayacak bir özelliktir (Kartal 1999:59).

Değişken nicelikler için kullanılan kontrol grafikleri başlıca şunlardır:

1. \bar{X} - kontrol grafiği
2. R - kontrol grafiği
3. S - kontrol grafiği
4. X - kontrol grafiği

Bu kontrol grafiklerinin çizimi için OÇ, AKS ve ÜKS çizgilerinin belirlenmesi ile ilgili hesaplamalar, standartların önceden belli olması veya olmamasına göre farklı olmaktadır. Diğer bir ifadeyle, kontrol grafiklerinin çizimi için ya standartlar (anakütle ortalaması μ ve standart sapması σ) önceden verilir veya geçmiş kayıtlara dayanarak tahmini standartlar belirlenir. Daha sonra bu verileri kullanarak hesaplamalar yapılır.

Genel uygulama olarak \bar{X} , R ve S kontrol grafikleri, \bar{X} - R ve \bar{X} - S biçimine ikili grafikler olarak teşkil edilirler. Bunun da nedeni, ele alınan bir prosesten çekilen değişik örnek gruplarının ortalamaları aynı olduğu halde standart sapmalarının birbirinden çok farklı olabilmesidir. Böyle bir durumda prosesin kontrol dışında olup olmadığı R ve S grafiklerine bakılarak anlaşılabilir (Kartal 1999:59).

Bundan sonraki \bar{X} -R ve \bar{X} -S kontrol grafiklerinin kontrol sınırlarının belirlenmesi konusunda Kartal (1999:60-75) esas olarak alınacak, gerekli görülen yerlerde diğer atıflar da belirtilecektir.

1.8.5.1. \bar{X} ve R Kontrol Grafikleri

Ortalamalar için kullanılan \bar{X} kontrol grafiği, prosesteki ortalama kalite seviyesini izlemeye imkan verir. Bu sebeple, örneklerin proses ortalamasındaki kayma durumunu ortaya koyacak tarzda seçilmesine dikkat edilmelidir. \bar{X} grafiğindeki örnekler, tesadüfi veya özel sebeplerden kaynaklanan değişkenliği izlemeye fırsat verir. R grafiği ise örnek içindeki değişkenliği izlemeye imkan verir (Oktay 1998:30).

1.8.5.1.1. Standartların Belli Olması Durumunda \bar{X} ve R Kontrol Grafikleri

Anakütleye ait standartlar (μ ve σ değerleri) biliniyor ise \bar{X} grafiğinin kontrol çizgileri;

$$\text{ÜKS} = \mu + 3 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$\text{OÇ} = \mu \quad (1-6)$$

$$\text{AKS} = \mu - 3 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

olarak belirlenir. Burada, hesaplama kolaylığı bakımından

$$\frac{3}{\sqrt{n}} = A \quad (1-7)$$

olarak ifade edilirse, bu sınırlar şöyle olur:

$$\left. \begin{array}{l} \text{ÜKS} = \mu + A\sigma \\ \text{OÇ} = \mu \\ \text{AKS} = \mu - A\sigma \end{array} \right\} \bar{X} \text{ Grafiğinin Kontrol Sınırları } (\mu \text{ ve } \sigma \text{ biliniyor}) \quad (1-8)$$

Örnek büyüklüğüne bağlı olarak değişen A değerleri Ek 1'de verilmiştir.

Değişim aralığı değeri R, seçilen n hacimli bir örnek grubundaki m adet rasyonel altgrup içerisindeki ölçüm değerlerinin değişim aralığını ifade eder ve şöyle hesaplanır (Ott-Schilling 1990:30-32; Oktay 1998:16-18):

$$R = (\text{En büyük değer} - \text{En küçük değer}) \quad (1-9)$$

R, her bir örnek grubu içerisindeki değişimin ölçüsüdür ve bu değişim aralıklarının ortalaması \bar{R} ile ifade edilir. Buna göre \bar{R} şöyle hesaplanır (Chase-Aquilano 1995:218; Montgomery-Runger 1999:769):

$$\bar{R} = \frac{R_1 + R_2 + \dots + R_m}{m} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m R_i \quad (1-10)$$

Normal dağılım gösteren bir anakütleden alınan bir örneğe ait değişim aralığı R ile bu dağılımın standart sapması σ arasında çok iyi bilinen ve sanayideki uygulamalarda önemli bir yeri olan

$$W = R / \sigma \quad (1-11)$$

ilişkisi mevcuttur. Buradaki W tesadüfi değişkeni, nisbi değişim aralığı olup; W dağılımının parametreleri, altgrup örnek hacmi n'in bir fonksiyonudur. Bu ilişkiden dolayı kararlı (stable) bir prosesin standart sapmasının tahmini değeri $\hat{\sigma}$, aşağıdaki formül ile hesaplanır:

$$\hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_2} \quad (1-12)$$

Buradaki d_2 ifadesi W'nin ortalaması olup, altgrup örnek hacmi n'ye bağlı olarak değişen bir sabittir (Değişik örnek hacimleri için d_2 değerleri Ek 2'de verilmiştir.) Buna göre, $\sigma = \bar{R} / d_2$ olarak alınabilir. Böylece, R grafiğinin orta çizgisi $\bar{R} = d_2\sigma$ olur. W'nin standart sapması d_3 olarak alınırsa,

$$R = W\sigma \quad (1-13)$$

olduğundan R'nin standart sapması σ_R için,

$$\sigma_R = d_3\sigma \quad (1-14)$$

yazılabilir. Bu durumda R grafiğinin diğer kontrol sınırları şöyle olur:

$$\text{ÜKS} = d_2\sigma + 3\sigma_R = d_2\sigma + 3d_3\sigma = \sigma(d_2 + 3d_3) \quad (1-15)$$

$$\text{AKS} = d_2\sigma - 3\sigma_R = d_2\sigma - 3d_3\sigma = \sigma(d_2 - 3d_3) \quad (1-16)$$

Bu eşitliklerde, yine hesaplama kolaylığı bakımından

$$d_2 - 3d_3 = D_1 \quad (1-17)$$

$$d_2 + 3d_3 = D_2 \quad (1-18)$$

olarak alınırsa, kontrol sınırları şu şekilde olur:

$$\left. \begin{array}{l} \text{ÜKS} = D_2\sigma \\ \text{OÇ} = d_2\sigma \\ \text{AKS} = D_1\sigma \end{array} \right\} R \text{ Grafiğinin Kontrol Sınırları } (\mu \text{ ve } \sigma \text{ biliniyor}) \quad (1-19)$$

Altgrup örnek hacmi n 'ye bağlı olarak değişen D_1 ve D_2 değerleri Ek 2'de verilmiştir.

Altgrup örnek hacimlerinin büyüklüğü genelde küçük tutulur ve bunun için çoğunlukla $n = 4$ veya 5 olması en iyisidir. Bazen $n = 1, 2$ veya 3 olarak kullanmak daha yerinde olabilecektir; fakat $n > 6$ veya 7 olması tavsiye edilmez (Ott-Schilling 1990:55).

Örnek hacminin $n > 5$ olması halinde kontrol sınırları daha darlaşır ve böylece kontrol hassasiyeti de artar. Proses değişkenliğinin daha mükemmel olarak araştırılmasını sağlamak açısından, gerçekte daha geniş örnek hacmi kullanmak gerekli olabilir. Fakat örnek hacminin $n \geq 15$ olması halinde \bar{X} -R kontrol grafikleri yerine \bar{X} -S kontrol grafikleri kullanmak daha iyi olacaktır (Chase-Aquilano 1995:216).

Örnek hacmi $n > 10$ olması halinde değişim aralığı metodunun etkinliği hızla azalır. Çünkü bu methoda, R_i ($i = 1, 2, \dots, m$) değerlerinin büyüklüğü dikkate

alınmaz. Bununla birlikte, $n = 4, 5, 6$ gibi küçük örnek hacimleri için bu metodun etkinliği oldukça güçlüdür. Değişik örnek hacimleri için bu metodun etkinlikleri aşağıda verilmiştir (Oktay 1998:17):

Tablo 1-1: Örnek hacmine Göre R'nin Etkinliği

n	<i>Etkinlik</i>
2	1,000
3	0,992
4	0,975
5	0,955
6	0,930
10	0,850

Değişim aralığının örnekleme dağılımı simetrik olmadığı için R grafiğinde çizilen ÜKS ve AKS, ortalamaya göre simetrik değildirler. Bununla beraber, büyük hatalara yol açmaksızın bu sınırların yerine, dağılım normal dağılıma uygunmuş gibi $\bar{R} \pm 3\sigma_R$ sınırları kullanılabilir (Başer 1972:39). Başka bir ifadeyle, R'lerin örnekleme dağılımı normal olmadığı ve pozitif asimetriye sahip olduğu için küçük örnekler kullanıldığında R'nin alt kontrol sınırı ($\bar{R} - 3\sigma_R$) negatif çıkabilmektedir. Ancak R negatif değer alamayacağı için böyle bir durumda AKS sıfır olarak belirlenir (Köksal 1995:530).

1.8.5.1.2. Standartların Belli Olmaması Durumunda \bar{X} ve R Kontrol Grafikleri

Standartların belli olmaması durumunda, prosesin kontrol altında olduğu düşünülen bir zamanda üretimden ön gözlem örnekleri alınmak suretiyle μ ve σ tahmin edilmelidir. Bu tahminler için $n = 4, 5$ veya 6 olmak üzere, en az 20-25 örnek alınmalıdır (Montgomery-Runger 1999:768). Bu durum, bir kontrol kartına başlarken \bar{X} ve R orta çizgi değerlerini belirlemede gerekli olan ön bilgiyi sağlayacak verilerin toplanması için tavsiye edilir. Fakat başlangıçta gecikmeyi önlemek için alınacak örnek altgrup sayısı $m < 20$ olarak kullanılabilir (Ott-Schilling 1990:55).

n birimlik m adet örneğin ortalama değerleri $\bar{X}_1, \bar{X}_2, \dots, \bar{X}_m$ ise, proses ortalamasının (μ 'nün) en iyi tahmin edicisi $\bar{\bar{X}}$, aşağıdaki eşitliklerden elde edilir (JIS 1993:714-719; Chase-Aquilano 1995:218; Montgomery-Runger 1999:768):

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \quad ; \quad n: \text{rasyonel alt gruptaki gözlem sayısı} \quad (1-20)$$

$$\bar{\bar{X}} = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m \bar{X}_j \quad ; \quad m: \text{rasyonel alt grup sayısı} \quad (1-21)$$

Yukarıda elde edilen $\bar{\bar{X}}$ ifadesine *Genel Ortalama* denilir ve bu değer \bar{X} grafiğinde OÇ olarak kullanılır.

Proses standart sapmasının (σ 'nın) bir tahmini için

$$\hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_2} \quad (1-22)$$

eşitliği kullanılır. İyi bir tahmin için $n < 10$ olması tavsiye edilir. Çünkü örnek hacmi 10 veya daha fazla olursa, R değerleri kullanılarak yapılacak σ tahmininde isabet (etkinlik) giderek azalır. Değişken nicelikler için genelde kullanılan örnek hacmi $n = 4, 5$ veya 6 dır (Oktay 1998:17).

Buna göre, μ için ($\bar{\bar{X}}$) ve σ için (\bar{R} / d_2) ifadeleri kullanılırsa, \bar{X} grafiğinin diğer kontrol sınırları şöyle olur:

$$\text{ÜKS} = \bar{\bar{X}} + 3 \cdot \frac{\bar{R}/d_2}{\sqrt{n}} \quad (1-23)$$

$$\text{AKS} = \bar{\bar{X}} - 3 \cdot \frac{\bar{R}/d_2}{\sqrt{n}} \quad (1-24)$$

Yukarıdaki eşitlikleri daha basit olarak kolayca uygulamak için,

$$\frac{3}{d_2 \sqrt{n}} = A_2 \quad (1-25)$$

olarak gösterilir (A_2 'nin örnek hacmine bağlı olarak değişen değerleri Ek 1'de verilmiştir.) Buna göre \bar{X} grafiği kontrol sınırları şöyle olur (JIS 1993:714-719; Oktay 1998:17; JIS 1993:714-719; Chase-Aquilano 1995:218; Ott-Schilling 1990:57):

$$\left. \begin{aligned} \text{ÜKS} &= \bar{\bar{X}} + A_2 \bar{R} \\ \text{OÇ} &= \bar{\bar{X}} \\ \text{AKS} &= \bar{\bar{X}} - A_2 \bar{R} \end{aligned} \right\} \bar{\bar{X}} \text{ Grafiğinin Kontrol Sınırları } (\mu, \sigma \text{ belli değil}) \quad (1-26)$$

Prosesle ait standartların (μ ve σ) belli olmaması halinde R grafiğinin kontrol sınırlarının belirlenmesi için R'lerin standart sapmasının σ_R tahmin edilmesi gerekir. Ele alınan kalite karakteristiğinin normal dağılım gösterdiği farz edilirse; σ_R 'nin tahmini değerini ifade eden $\hat{\sigma}_R$ değeri, nisbi değişim aralığını ifade eden $W = R / \sigma$ eşitliğinden bulunabilir. Bunun için, daha önce verilen $\sigma_R = d_3 \sigma$ eşitliğindeki belli olmayan σ yerine onun tahmin edicisi olan $\hat{\sigma} = \bar{R} / d_2$ yazılabilir. Bu durumda $\hat{\sigma}_R$,

$$\hat{\sigma}_R = d_3 \frac{\bar{R}}{d_2} \quad (1-27)$$

eşitliğinden tahmin edilebilir. Buna göre R grafiği kontrol sınırları şöyle olur (Oktay 1998:17):

$$\text{ÜKS} = \bar{R} + 3 \hat{\sigma}_R = \bar{R} + 3 d_3 \frac{\bar{R}}{d_2} = \bar{R} \left(1 + \frac{3d_3}{d_2} \right) \quad (1-28)$$

$$\text{AKS} = \bar{R} - 3 \hat{\sigma}_R = \bar{R} - 3 d_3 \frac{\bar{R}}{d_2} = \bar{R} \left(1 - \frac{3d_3}{d_2} \right) \quad (1-29)$$

Bu eşitliklerin daha basit ve kolay uygulanabilir olması için

$$1 - \frac{3d_3}{d_2} = D_3 \quad (1-30)$$

$$1 + \frac{3d_3}{d_2} = D_4 \quad (1-31)$$

olarak yazılırsa, o zaman kontrol sınırları şöyle yazılabilir:

$$\left. \begin{aligned} \text{ÜKS} &= D_4 \bar{R} \\ \text{OÇ} &= \bar{R} \\ \text{AKS} &= D_3 \bar{R} \end{aligned} \right\} R \text{ Grafiği Kontrol Sınırları } (\mu \text{ ve } \sigma \text{ belli değil}) \quad (1-32)$$

D_3 ve D_4 için örnek hacmine bağlı değişik değerleri Ek 2'de verilmiştir.

1.8.5.2. \bar{X} ve S Kontrol Grafikleri

Prosesten çekilen örnek büyüklükleri $n \geq 10$ olduğunda R'nin etkinliği, dolayısıyla da güvenilirliği hızla azaldığından dağılım ölçüsü olarak standart sapma tercih edilir. Bu sebeple de R grafiği yerine S (örnek standart sapması) grafiği kullanılır. Bununla birlikte örnek hacmi $n < 10$ olması halinde de S grafiği kullanılabilir. Newbold (1995:646,673), bir çok uygulamada değişkenliği belirlemek için S grafiği yerine R grafiğinin tercih edildiğini, temelde her iki grafiğin de yapı ve yorum açısından prensiplerinin aynı olmasına rağmen esas sebebin, üretim hattı üzerinde örnek çekerek kontrol kartını hazırlamaya çalışan işgören açısından R'nin daha kolay hesaplanması olduğunu, ancak sadece örnek gözlem değerleri ile ilgili verilerin girilmesi suretiyle rutin bir tarzda örnek ortalamasını ve standart sapmasını (S) hesaplayan elektronik hesap makinelerinin yaygın olarak kullanılması sayesinde bu gecikme durumunun ortadan kalkacağını ifade eder. Ayrıca, R veya S kontrol grafiklerinden hangisi esas alınmışsa; proses yeterliliğinin incelenmesinde kullanılan tahmini standart sapmanın ($\hat{\sigma}$) da o esasa göre belirlenmesi -R için ($\hat{\sigma} = \bar{R} / d_2$)'nin kullanılması ve S için ($\hat{\sigma} = \bar{S} / C_4$)'nin kullanılması- gerektiğini savunur.

1.8.5.2.1. Standartların Belli Olması Durumunda \bar{X} ve S Kontrol Grafikleri

Anakütle normal dağılım gösteriyorsa, örnek standart sapması S ve anakütle standart sapması σ olmak üzere, S'lerin ortalaması ve standart sapması

$$\mu_s = C_4\sigma \quad (1-33)$$

$$\sigma_s = \sigma\sqrt{1 - C_4^2} \quad (1-34)$$

eşitlikleri ile hesaplanır. Buradaki C_4 katsayısı örnek hacmine bağlı bir sabit olup;

$$C_4 = \left(\frac{2}{n-1}\right)^{1/2} \frac{\Gamma(n/2)}{\Gamma[(n-1)/2]} \quad \text{veya} \quad C_4 = \frac{4n-4}{4n-3} \quad (1-35)$$

formülleriyle hesaplanır. Buradaki $C_4 = (4n-4 / 4n-3)$ ifadesi yaklaşık değer verir (Oktay 1998:50; Ott-Schilling 1990:88).

Buna göre S kontrol grafiği için kontrol sınırları;

$$\text{ÜKS} = C_4\sigma + 3 \sigma_s = C_4\sigma + 3 \sigma\sqrt{1-C_4^2}$$

$$\text{OÇ} = C_4\sigma \quad (1-36)$$

$$\text{AKS} = C_4\sigma - 3 \sigma_s = C_4\sigma - 3 \sigma\sqrt{1-C_4^2}$$

olarak yazılabilir. İşlem ve ifade kolaylığı için

$$C_4 - 3\sqrt{1-C_4^2} = B_5 \quad (1-37)$$

$$C_4 + 3\sqrt{1-C_4^2} = B_6 \quad (1-38)$$

olarak yazılabilir (Buradaki B_5 ve B_6 sabitlerinin çeşitli örnek hacmine bağlı değerleri Ek 3'te verilmiştir.) O zaman S grafiğinin kontrol sınırları aşağıdaki eşitliklerden kolayca hesaplanabilir:

$$\left. \begin{array}{l} \text{ÜKS} = B_6 C_4 \\ \text{OÇ} = C_4 \sigma \\ \text{AKS} = B_5 C_4 \end{array} \right\} S \text{ Grafiği kontrol Sınırları } (\mu \text{ ve } \sigma \text{ biliniyor}) \quad (1-39)$$

S grafiği ile birlikte kullanılan \bar{X} grafiğinin kontrol sınırları ise, daha önce verilen "Standartların Belli Olması Durumunda \bar{X} - R Kontrol Grafikleri" konusunda olduğu gibi (1-8) formülleri ile hesaplanır.

1.8.5.2.2. Standartların Belli Olmaması Durumunda \bar{X} ve S Kontrol Grafikleri

Bir prosesten çekilen n örnek hacmine sahip m adet örneğe ait standart sapmaların ortalaması

$$\bar{S} = \frac{S_1 + S_2 + \dots + S_m}{m} = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m S_j \quad (1-40)$$

olarak yazılabilir. Anakütle standart sapması σ bilinmediği durumda, σ yerine onun iyi bir tahmincisi olarak;

$$\hat{\sigma} = \frac{\bar{S}}{C_4} \quad (1-41)$$

alnabilir. Buna göre S grafiğinin kontrol sınırları şöyle olur:

$$\begin{aligned} \text{ÜKS} &= \bar{S} + 3 \frac{\bar{S}}{C_4} \sqrt{1 - C_4^2} \\ \text{OÇ} &= \bar{S} \end{aligned} \quad (1-42)$$

$$\text{AKS} = \bar{S} - 3 \frac{\bar{S}}{C_4} \sqrt{1 - C_4^2}$$

Burada da bir kısaltma olarak

$$1 - \frac{3}{C_4} \sqrt{1 - C_4^2} = B_3 \quad (1-43)$$

$$1 + \frac{3}{C_4} \sqrt{1 - C_4^2} = B_4 \quad (1-44)$$

yazılırsa, o zaman S grafiğinin kontrol sınırları aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\left. \begin{aligned} \text{ÜKS} &= B_4 \bar{S} \\ \text{OÇ} &= \bar{S} \\ \text{AKS} &= B_3 \bar{S} \end{aligned} \right\} S \text{ Grafiği Kontrol Sınırları } (\mu \text{ ve } \sigma \text{ belli değil)} \quad (1-45)$$

Buradaki B_3 ve B_4 katsayılarının örnek hacmine bağlı çeşitli değerleri Ek 3'de verilmiştir.

Anakütle standartlarının belli olmaması durumundaki bu S grafiği ile birlikte kullanılan \bar{X} grafiğinin kontrol sınırları ise, σ yerine (1-41) eşitliği kullanılmak suretiyle şöyle olacaktır:

$$\begin{aligned} \text{ÜKS} &= \bar{\bar{X}} + 3 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \bar{\bar{X}} + \frac{3\bar{S}}{C_4\sqrt{n}} \\ \text{OÇ} &= \bar{\bar{X}} \end{aligned} \quad (1-46)$$

$$\text{AKS} = \bar{\bar{X}} - 3 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \bar{\bar{X}} - \frac{3\bar{S}}{C_4\sqrt{n}}$$

Yine bu eşitlikler için de aşağıdaki kısaltma

$$\frac{3}{C_4\sqrt{n}} = A_3 \quad (1-47)$$

kullanılırsa, o zaman \bar{X} grafiğinin kontrol sınırları daha basit olarak şöyle yazılır:

$$\left. \begin{array}{l} \text{ÜKS} = \bar{\bar{X}} + A_3 \bar{S} \\ \text{OÇ} = \bar{\bar{X}} \\ \text{AKS} = \bar{\bar{X}} - A_3 \bar{S} \end{array} \right\} \bar{X} \text{ Grafiği Kontrol Sınırları } (\mu \text{ ve } \sigma \text{ belli değil)} \quad (1-48)$$

Buradaki A_3 katsayısının örnek hacmine bağlı çeşitli değerleri Ek 1'de verilmiştir.

\bar{X} - S grafikleri için yukarıda verilen formüllerde örnek standart sapmasının

$$S = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n-1}} \quad (1-49)$$

eşitliğine göre hesaplanması esas alınmıştır. Eğer örnek standart sapması

$$S = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}} \quad (1-50)$$

olarak hesaplanırsa o zaman bu formüllerdeki A_3, B_3, B_4 ve C_4 katsallarının yerine A_1, B_1, B_2 ve C_2 katsayıları kullanılacaktır (Kartal 1999:75; Oktay 1998:53).

B_1, B_2 ve C_2 katsayılarının örnek hacmine bağlı değişik değerleri Ek 3'de, A_1 ise Ek 1'de verilmiştir.

Aşağıda verilen Tablo 1-2'de \bar{X} - R ve \bar{X} - S grafiklerinin kontrol çizgilerinin hangi formüllerle hesaplandığı özet olarak gösterilmiştir.

Tablo 1-2: (\bar{X} - R) ve (\bar{X} - S) Grafiklerinin Çiziminde Kullanılan Formüller

Kontrol Grafikleri		Standartlar Belli			Standartlar Belli Değil		
		ÜKS	OÇ	AKS	ÜKS	OÇ	AKS
\bar{X} -R	\bar{X}	$\mu + A\sigma$	μ	$\mu - A\sigma$	$\bar{\bar{X}} + A_2 \bar{R}$	$\bar{\bar{X}}$	$\bar{\bar{X}} - A_2 \bar{R}$
	R	$D_2 \sigma$	$d_2 \sigma$	$D_1 \sigma$	$D_4 \bar{R}$	\bar{R}	$D_3 \bar{R}$
\bar{X} -S	\bar{X}	$\mu + A\sigma$	μ	$\mu - A\sigma$	$\bar{\bar{X}} + A_3 \bar{S}$	$\bar{\bar{X}}$	$\bar{\bar{X}} - A_3 \bar{S}$
	S	$B_6 \sigma$	$C_4 \sigma$	$B_5 \sigma$	$B_4 \bar{S}$	\bar{S}	$B_3 \bar{S}$

Şimdi bu formüllerin nasıl kullanıldığını görebilmek için bir örnek problem üzerinde uygulama yapmak yerinde olacaktır. Bununla ilgili olarak aşağıda bir örnek verilmiştir.

Örnek 1-1: (Ott-Schilling 1990:8,31,178)

Tablo 1-3'de "Mika Kalınlıkları" ile ilgili prosesten tesadüfi olarak çekilen örneklere ait ölçüm değerleri ve bunlara göre hesaplanan \bar{X} , R ve S değerleri verilmiştir.

Bu örnek ile ilgili olarak, standartların belli olması (anakütle ortalaması $\mu = 11,5$ ve standart sapması $\sigma = 2$ olarak bilindiği kabul edilirse) ve standartların belli olmaması durumlarına göre \bar{X} - R ve \bar{X} - S grafiklerinin kontrol çizgileri şöyle belirlenecektir:

1. Durum: Standartlar Biliniyor

$\mu = 11,5$ ve $\sigma = 2$ olduğuna göre \bar{X} , R ve S grafiklerinin kontrol çizgileri

$$\left. \begin{array}{l} \text{ÜKS} = \mu + A\sigma = 11,5 + 1,342(2) = 14,184 \cong 14,2 \\ \text{OÇ} = \mu = 11,5 \\ \text{AKS} = \mu - A\sigma = 11,5 - 1,342(2) = 8,816 \cong 8,8 \end{array} \right\} \bar{X} \text{ Grafiği}$$

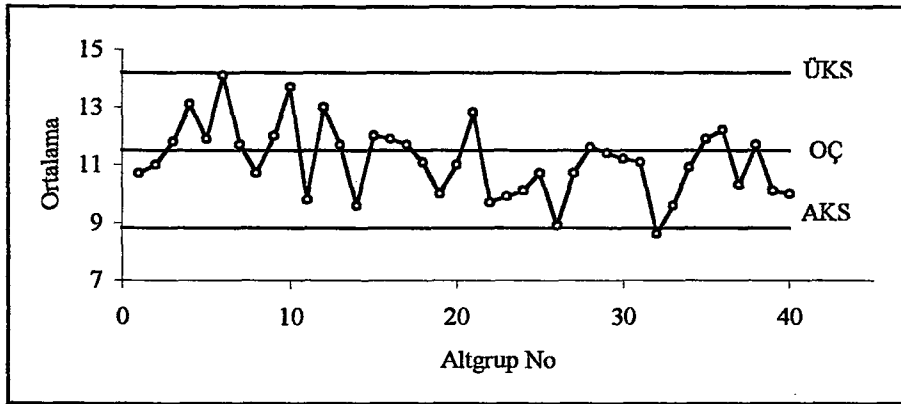
$$\left. \begin{array}{l} \text{ÜKS} = D_2 \sigma = 4,918(2) = 9,836 \cong 9,8 \\ \text{OÇ} = d_2 \sigma = 2,326(2) = 4,652 \cong 4,7 \\ \text{AKS} = D_1 \sigma = 0(2) = 0 \end{array} \right\} R \text{ Grafiği}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{ÜKS} = B_6 \sigma = 1,964(2) = 3,928 \cong 4 \\ \text{OÇ} = C_4 \sigma = 0,94(2) = 1,88 \cong 2 \\ \text{AKS} = B_5 \sigma = 0(2) = 0 \end{array} \right\} S \text{ Grafiği}$$

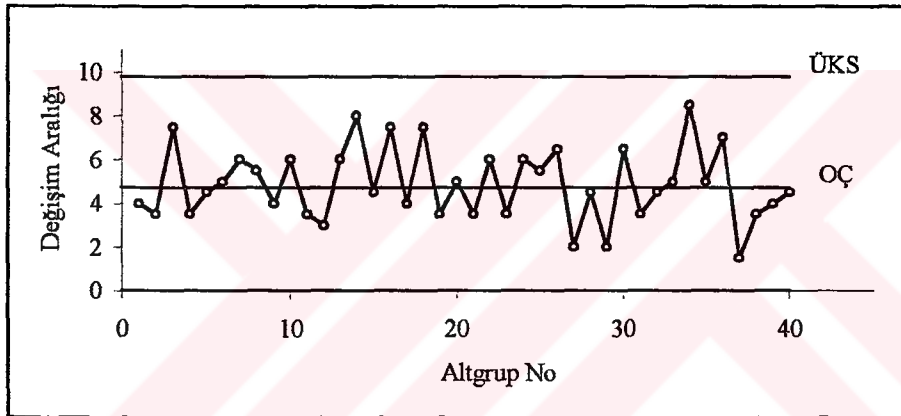
olarak elde edilir. Buradaki ($A=1,342$; $D_1=0$; $D_2=4,918$; $d_2=2,326$; $C_4=0,64$; $B_5=0$ ve $B_6=1,964$) katsayıları $n=5$ örnek hacmine göre Ek 1, Ek 2 ve Ek 3'ten alınmıştır. Buna göre elde edilen \bar{X} , R ve S grafikleri Şekil 1-7, 1-8 ve 1-9'da gösterilmiştir.

Tablo 1-3: Mika Kalınlıklarına Ait Veriler

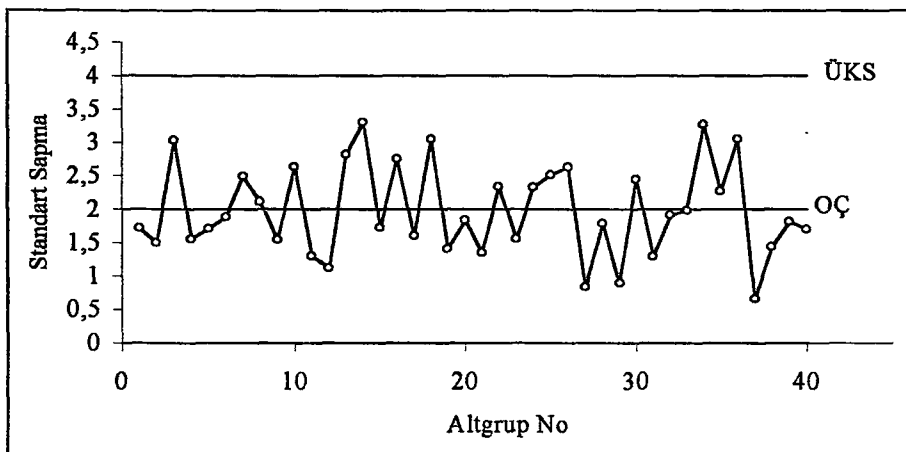
Altgrup No	Ölçüm Değerleri					\bar{X}	R	S
	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅			
1	8	10	12	12	11,5	10,7	4,0	1,7
2	13	10,5	10,5	12,5	9	11,0	3,5	1,5
3	13	8	13,5	15,5	9,5	11,8	7,5	3,0
4	14	15	11,5	13,5	11,5	13,1	3,5	1,6
5	13,5	9	12	12,5	12,5	11,9	4,5	1,7
6	12	13	14,5	17	14	14,1	5,0	1,9
7	14	11	14	8	11,5	11,7	6,0	2,5
8	12	10	7,5	11	13	10,7	5,5	2,1
9	10	14	11,5	11,5	13	12,0	4,0	1,5
10	14,5	11	11	17	15	13,7	6,0	2,6
11	8	11,5	9,5	9,5	10,5	9,8	3,5	1,3
12	13	11,5	14,5	13,5	12,5	13,0	3,0	1,1
13	15	10	10	9	14,5	11,7	6,0	2,8
14	9,5	12,5	5	8	13	9,6	8,0	3,3
15	12,5	9	13,5	12,5	12,5	12,0	4,5	1,7
16	15	13	7,5	12	12	11,9	7,5	2,7
17	13,5	11,5	11	9,5	13	11,7	4,0	1,6
18	12	16	9	10	8,5	11,1	7,5	3,0
19	11	10,5	10,5	7,5	10,5	10,0	3,5	1,4
20	11	9	14	10,5	10,5	11,0	5,0	1,8
21	13	13,5	11	14,5	12	12,8	3,5	1,4
22	10	10,5	8	13	7	9,7	6,0	2,3
23	11	10,5	11,5	8,5	8	9,9	3,5	1,6
24	8,5	7,5	10	11	13,5	10,1	6,0	2,3
25	10,5	8	8,5	13,5	13	10,7	5,5	2,5
26	7	12,5	10,5	8,5	6	8,9	6,5	2,6
27	10	10,5	12	11	10	10,7	2,0	0,8
28	12	14,5	10,5	11	10	11,6	4,5	1,8
29	12	12	11	10	12	11,4	2,0	0,9
30	10,5	8	10,5	12,5	14,5	11,2	6,5	2,4
31	13	11	10,5	9,5	11,5	11,1	3,5	1,3
32	8	7	7	9,5	11,5	8,6	4,5	1,9
33	10	7,5	10	12,5	8	9,6	5,0	2,0
34	9	15,5	12,5	7	10,5	10,9	8,5	3,3
35	13	13	9,5	9,5	14,5	11,9	5,0	2,3
36	15	15,5	10	12	8,5	12,2	7,0	3,1
37	10	11,5	10	10	10	10,3	1,5	0,7
38	13,5	10,5	12	10	12,5	11,7	3,5	1,4
39	11,5	9,5	8,5	8,5	12,5	10,1	4,0	1,8
40	7,5	9,5	10	12	11	10,0	4,5	1,7
Ortalamalar:						11,2	4,9	2



Şekil 1-7: Mika Kalınlığı Örneklerine Ait \bar{X} Grafiği (μ , σ biliniyor)



Şekil 1-8: Mika Kalınlığı Örneklerine Ait R Grafiği (μ , σ biliniyor)



Şekil 1-9: Mika Kalınlığı Örneklerine Ait S Grafiği (μ , σ biliniyor)

Yukarıda da görüldüğü üzere, \bar{X} -R ve \bar{X} -S grafiklerindeki \bar{X} grafiği aynı formüllerle hesaplandığı için ayrı gruplama yapılmamıştır. Bu grafikler incelendiğinde; \bar{X} grafiğinde, 26. noktanın ($\bar{X}=8,6$) AKS'nı geçtiği, 6. ($\bar{X}=14,1$) ve 32. ($\bar{X}=8,9$) noktaların da kontrol sınırlarına bitişik oldukları görülmektedir. Bu durumun incelenmesi ve gerekli araştırmanın yapılarak belirlenebilir sebebinin/sebeplerinin tespit edilip giderilmeye çalışılması gerekmektedir.

Diğer taraftan, R ve S grafiklerinin birbirine benzediği ve ilgili örnek değerlerinin belirlenen kontrol sınırları dahilinde buldukları görülmektedir. Yani proseste makul olmayan bir değişim söz konusu değil.

2. Durum: Standartlar Belli Değil

Şimdi de, anakütle standart sapması ve ortalaması bilinmediği durumunda söz konusu kontrol grafiklerinin kontrol çizgilerinin nasıl belirleneceği gösterilecektir.

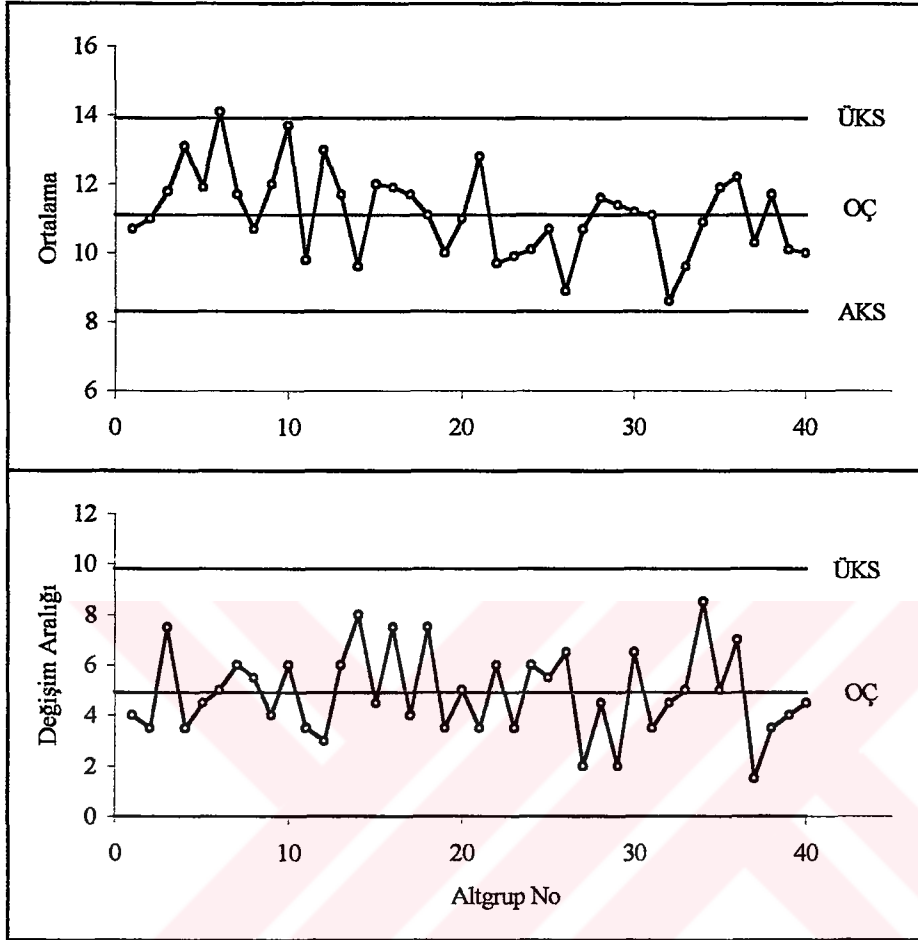
2. Durumla ilgili olarak \bar{X} - R grafiklerinin kontrol çizgileri şöyle belirlenir:

$$\left. \begin{aligned} \text{ÜKS} &= \bar{\bar{X}} + A_2R = 11,1 + 0,577(4,9) = 13,92 \cong 13,9 \\ \text{OÇ} &= \bar{\bar{X}} = 11,1 \\ \text{AKS} &= \bar{\bar{X}} - A_2R = 11,1 - 0,577(4,9) = 8,27 \cong 8,3 \end{aligned} \right\} \bar{X} \text{ Grafiği}$$

$$\left. \begin{aligned} \text{ÜKS} &= D_4\bar{R} = 2,114(4,9) = 9,836 \cong 9,8 \\ \text{OÇ} &= \bar{R} = 4,9 \\ \text{AKS} &= D_3\bar{R} = 0(4,9) = 0 \end{aligned} \right\} R \text{ Grafiği}$$

Buradaki A_2 , D_3 ve D_4 katsayılarının $n = 5$ için değerleri Ek 1 ve Ek 2'den alınmıştır. Buna göre çizilen \bar{X} -R grafikleri Şekil 1-10'da verilmiştir.

Şekil 1-10'daki grafikler incelendiğinde; R grafiğindeki noktaların yine kontrol sınırları dahilinde oldukları ve proses değişkenliğinde makul olmayan bir durum olmadığı görülmektedir. \bar{X} grafiğinde ise 6. noktanın ($\bar{X}=14,1$) ÜKS'nı geçtiği görülmektedir. Bu ise prosesteki kontrol dışına çıkma hakkında önemli bir işarettir. Ayrıca ilk 10 adet örnekten 7 tanesinin OÇ'nin üzerinde bulunması, bu grubun ortalamasının veri setinden elde edilen ortalamadan biraz daha büyük olduğunu göstermektedir denilebilir.



Şekil 1-10: Mika Kalınlığı Örneklerine Ait \bar{X} -R Grafikleri (μ, σ belli değil)

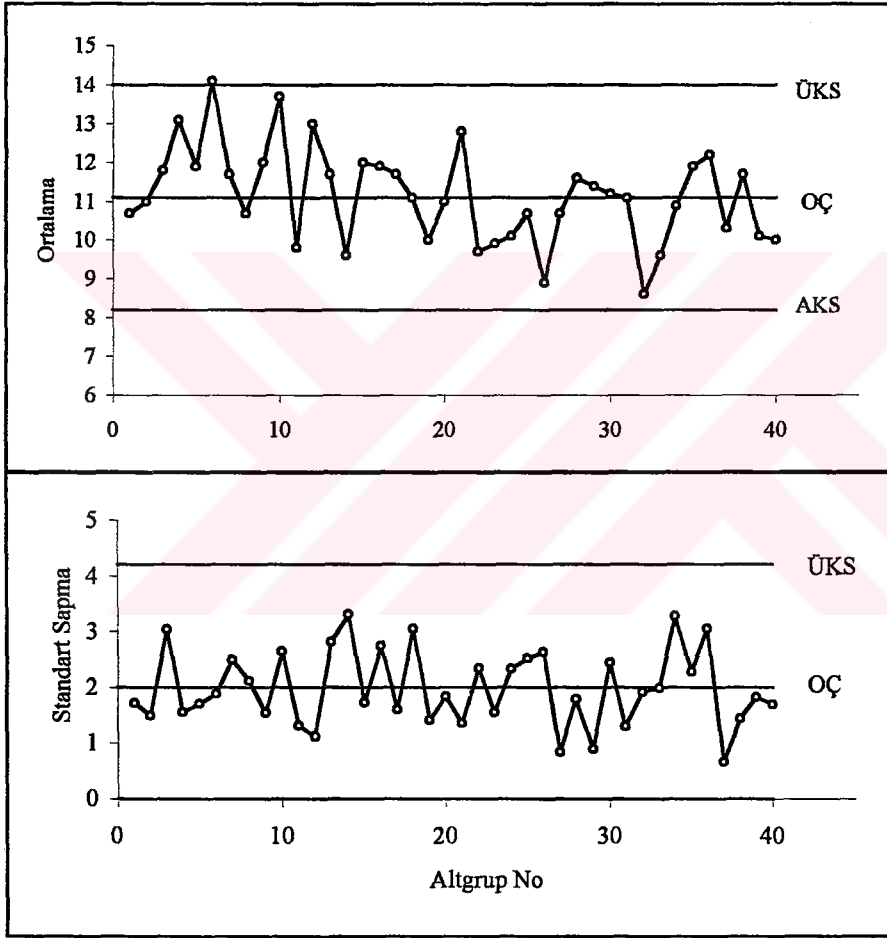
2. Durumla (standartların belli olmaması durumu) ilgili olarak \bar{X} -S grafiklerinin kontrol çizgilerinin belirlenmesi ise şöyledir:

$$\left. \begin{aligned} \bar{ÜKS} &= \bar{\bar{X}} + A_3S = 11,1 + 1,427(2) = 13,95 \cong 14 \\ \bar{OÇ} &= \bar{\bar{X}} = 11,1 \\ \bar{AKS} &= \bar{\bar{X}} - A_3S = 11,1 - 1,427(2) = 8,246 \cong 8,2 \end{aligned} \right\} \bar{X} \text{ Grafiği}$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{ÜKS} &= B_4\bar{S} = 2,089(2) = 4,178 \cong 4,2 \\ \bar{OÇ} &= \bar{S} = 2 \\ \bar{AKS} &= B_3\bar{S} = 0(2) = 0 \end{aligned} \right\} S \text{ Grafiği}$$

Buradaki A_3 , B_3 ve B_4 katsayılarının $n = 5$ için değerleri Ek 1 ve Ek 3'den alınmıştır. Buna göre çizilen \bar{X} -S grafikleri aşağıdaki Şekil 1-11'de verilmiştir.

Şekil 1-11'deki \bar{X} -S grafikleri incelendiğinde; \bar{X} -R grafiklerine oldukça benzeyen bir durum olduğu söylenebilir. Zaten önceden bilindiği varsayılan standartlar ile örnek standartları birbirine çok yakın olduğu için bu durum normaldir. Sadece burada \bar{X} ve S grafiklerinin kontrol sınırlarının biraz daha ($\approx 0,2$) genişlediği görülmektedir. Buna rağmen \bar{X} -R grafikleri ile ilgili olarak yapılan yorumlar burada da yapılabilir.



Şekil 1-11: Mika Kalınlığı Örneklerine Ait \bar{X} -S Grafikleri (μ , σ belli değil)

1.8.5.3. X Kontrol Grafiği

X kontrol grafiği, değişkenin kendisini temsil eden X için kullanılan ve \bar{X} grafiğine göre daha az hassas olan bir kontrol grafiğidir. Yani, X kontrol grafiğindeki kontrol sınırları arasındaki mesafe \bar{X} grafiğine göre daha fazladır. Bu sebeple, özel

sebepler mevcut olduğu halde prosesin kontrol altında gözükmesi ihtimali \bar{X} grafiğinde daha yüksektir (Kobu 1981:348).

Bir çok durumda proses kontrolü için $n=1$ olarak alınır. Bu durumlardan bir kısmı aşağıda verilmiştir:

1. Otomatik denetleme ve ölçme teknolojisinin kullanıldığı ve üretilen her birimin analiz edildiği durumlar.
2. Üretim hızının çok yavaş olduğu durumlarda ki; burada örnek hacminin $n>1$ olarak alınmasına ve analiz yapılmadan önce bir araya getirilmesine elverişsiz bir durum söz konusudur.
3. Bir çok kimya prosesinde olduğu gibi, proses üzerindeki ölçümlerin tekrarı laboratuvar ve analiz hatası yüzünden farklılık göstermesi durumu.
4. Prosesteki bazı parametrelerle ilgili ölçümlerin çok az farklılık göstereceği ve standart sapmanın çok küçük olacağı durumlar. Mesela, üretilen bir kumaş topu boyunca kumaş kalınlığının ölçülmesi gibi.

Böyle durumlarda *ferdi değerler (individuals) için kontrol grafiği (X grafiği)* kullanılması faydalıdır (Montgomery-Runger 1999:776).

X grafiklerinin kullanım durumları ile ilgili bir başka örneklendirme de şöyledir (JIS 1993:767):

1. *Durum:* Rasyonel alt grupta mümkün olduğu zaman kontrol işlemi \bar{X} -R (veya \bar{X} -S) kontrol grafiği ile yapılabilir olmasına rağmen, özel sebepleri mümkün oldukça hızlı bulmak ve gidermek söz konusu olduğunda X kontrol grafiği kullanılır.
2. *Durum:* Rasyonel alt grupta mümkün olmadığı zaman aşağıdaki özel durumlarda kontrol işlemi X kontrol grafiği ile yapılır:
 - a) Belirli bir prosesten sadece bir gözlem elde edilebildiği zaman. Mesela, Dizi-reaksiyon prosesinde mamul hızı, elektrolizin hızlı ve verimli çalışma akımı, günlük elektrik kuvveti vb. durumlar.

- b) Belirli bir prosesin içi hep aynı olduğu ve pek çok gözlem yapılırsa bile sadece küçük bir fayda sağladığı zaman. Mesela, alkol konsantrasyonu gibi çabuk değiştirilemeyen şeyler, bir kamyon tankı içerisindeki taze sülfürik asit, gaz tutacağına dışına gazın gelişi vb. durumlar.
- c) Gözlemleri yapmanın çok zaman aldığı ve oldukça pahalıya mal olduğu bir durum söz konusu olduğunda , belirli bir prosesten sadece bir gözlem elde edilebiliyorsa; bu gibi durumlarda da \bar{X} grafiği kullanılır. Mesela, oldukça zor yapılabilen bir kimyevi analiz, yüksek basınçlı gaz kabını sıkıştırma testi vb. durumlar.

Örnek hacminin $n=1$ olduğu durumlar için geleneksel metod, proses ortalamasını izlemek için Shewhart ferdi kontrol (\bar{X}) grafiğinin kullanılmasıdır. \bar{X} grafiği kolayca uygulanır ve proses süresince prosesteki değişme ve kaymanın teşhis edilmesine yardımcı olabilir. Fakat \bar{X} grafiğinin iki dezavantajı vardır:

- 1) Bu grafik proses ortalamasındaki küçük kaymalar hususunda fazla hassas değildir.
- 2) Eğer gözlemler normal olarak dağılmamış ise, bu grafiğin performansı kötü biçimde etkilenebilir (Borror-Montgomery 1999).

\bar{X} kontrol grafiği sıradan bir \bar{X} grafiği gibi yorumlanabilir. Kontrol sınırları dışında bir (veya birkaç) noktanın bulunması veya orta çizginin bir tarafındaki bir yığılma biçimi, proses ortalamasındaki bir kayma ile sonuçlanacaktır. Bununla birlikte, \bar{X} grafiği proses ortalamasındaki küçük kaymalara karşı fazla hassas değildir. Mesela, ortalamadaki kayma büyüklüğü bir standart sapma (1σ) kadar ise, bu kaymayı bulmak için işaretlenmesi gereken nokta sayısı ortalama 43,9'dur. Diğer taraftan \bar{X} grafiği, büyük kaymalar için oldukça iyi bir performans gösterir (Montgomery-Runger 1999 :778).

Yukarda açıklanan \bar{X} grafiğinin kontrol çizgilerinin nasıl belirlendiği, standartların (μ , σ) belli olup olmamasına göre aşağıda verilmiştir.

1.8.5.3.1. Standartlar Belli Olduğu Zaman X Kontrol Grafiği

Anakütleye ait (μ , σ) değerleri bilindiği takdirde X grafiğinin kontrol çizgileri,

$$\left. \begin{array}{l} \text{ÜKS} = \mu + 3\sigma \\ \text{OÇ} = \mu \\ \text{AKS} = \mu - 3\sigma \end{array} \right\} \text{X Grafiği } (\mu, \sigma \text{ biliniyor}) \quad (1-51)$$

formülleriyle belirlenebilir (Kobu 1999:521).

1.8.5.3.2. Standartlar Belli Olmadığı Zaman X Kontrol Grafiği

Bu durumda X grafiğinin belirlenmesi, altgruplamanın mümkün olup olmamasına göre iki farklı tarzda ele alınacaktır.

1.8.5.3.2.1. Standart Belli Olmadığı ve Rasyonel Alt gruplama Mümkün Olduğu Zaman X Kontrol Grafiği

X kontrol grafiğinde OÇ, gözlemlenen alt grup ortalamalarının ortalamasıdır ($\bar{\bar{X}}$) ve daha önce verilen (1-21) formülüne göre hesaplanır. ÜKS ve AKS kontrol sınırları ise; $(\bar{\bar{X}} \pm 3\hat{\sigma})$ ifadesine göre hesaplanır. Burada $\hat{\sigma}$ 'nın, R veya S kullanımına bağlı olarak - daha önce verilen (1-12) ve (1-41) formülleri ile - iki farklı tarzda hesaplanması durumu söz konusudur. Bu durumlara göre X grafiğinin kontrol çizgilerinin belirlenmesi şöyledir (Kobu 1999:522):

1. *Durum:* $\hat{\sigma} = \bar{R} / d_2$ olarak alınırsa kontrol çizgileri şöyle hesaplanır:

$$\left. \begin{array}{l} \text{ÜKS} = \bar{\bar{X}} + 3\bar{R} / d_2 \\ \text{OÇ} = \bar{\bar{X}} \\ \text{AKS} = \bar{\bar{X}} - 3\bar{R} / d_2 \end{array} \right\} \text{X Grafiği } (\mu, \sigma \text{ belli değil); } (\hat{\sigma} = \bar{R} / d_2) \quad (1-52)$$

2. *Durum:* $\hat{\sigma} = \bar{S} / c_4$ olarak alınırsa kontrol çizgileri şöyle hesaplanır:

$$\left. \begin{array}{l} \text{ÜKS} = \bar{\bar{X}} + 3\bar{S} / c_4 \\ \text{OÇ} = \bar{\bar{X}} \\ \text{AKS} = \bar{\bar{X}} - 3\bar{S} / c_4 \end{array} \right\} \text{X Grafiği } (\mu, \sigma \text{ belli değil); } (\hat{\sigma} = \bar{S} / c_4) \quad (1-53)$$

Burada kullanılan c_4 katsayısı, örnek standart sapması $S = \sqrt{\sum(x - \bar{x})^2 / n - 1}$ içindir. Eğer $S = \sqrt{\sum(x - \bar{x})^2 / n}$ olarak alınırsa, c_4 yerine c_2 kullanılacaktır.

Yukarıda verilen hesaplamaların nasıl yapıldığını göstermek bakımından bir örnek üzerinde çalışmak iyi olacaktır. Bu gaye için aşağıda “Sülfürik Asit Dönüşüm Oranlarına Ait Gözlem Değerleri” ile ilgili bir örnek verilmiştir:

Örnek 1.2: (JIS 1993:773-774)

Tablo 1-4’te verilen gözlem değerlerini kullanarak X , \bar{X} ve R kontrol grafiklerinin çizimine esas olacak kontrol çizgilerini belirlemek için yukarıda verilen formüllere göre yapılan hesaplamalar şöyledir:

X Grafiği: (Ek 2’den; $n=4$ için $3/d_2=1,46$ olmak üzere)

$$\text{ÜKS} = \bar{\bar{X}} + 3 \bar{R} / d_2 = 93,535 + 1,46(0,929) = 94,891$$

$$\text{OÇ} = \bar{\bar{X}} = 93,535$$

$$\text{AKS} = \bar{\bar{X}} - 3 \bar{R} / d_2 = 93,535 - 1,46(0,929) = 92,179$$

$$(\text{Sınır Aralığı: } \text{ÜKS} - \text{AKS} = 94,891 - 92,179 = 2,712)$$

veya (Ek 3’ten; $n=4$ için $3/c_4=3,26$ olmak üzere) bu kontrol çizgileri,

$$\text{ÜKS} = \bar{\bar{X}} + 3 \bar{S} / c_4 = 93,535 + 3,26 (0,415) = 94,888$$

$$\text{OÇ} = \bar{\bar{X}} = 93,535$$

$$\text{AKS} = \bar{\bar{X}} - 3 \bar{S} / c_4 = 93,535 - 3,26 (0,415) = 92,182$$

$$(\text{Sınır Aralığı: } \text{ÜKS} - \text{AKS} = 94,888 - 92,182 = 2,706)$$

olarak belirlenir. Burada görüldüğü gibi, $\hat{\sigma}$ ’nin belirlenmesinde R veya S’nin kullanılmasına bağlı olarak hesaplanan kontrol sınırları arasında çok az bir fark ortaya çıkmıştır. Diğer taraftan, X grafiği ile \bar{X} grafiği kontrol sınırları arasındaki farkı da görebilmek açısından, aynı verilere göre belirlenen \bar{X} grafiği kontrol çizgileri aşağıda verilmiştir:

\bar{X} Grafiği: (Ek 1'den; n=4 için $A_2=0,73$ olmak üzere)

$$\bar{ÜKS} = \bar{\bar{X}} + A_2\bar{R} = 93,535 + 0,73 (0,929) = 94,213$$

$$OÇ = \bar{\bar{X}} = 93,535$$

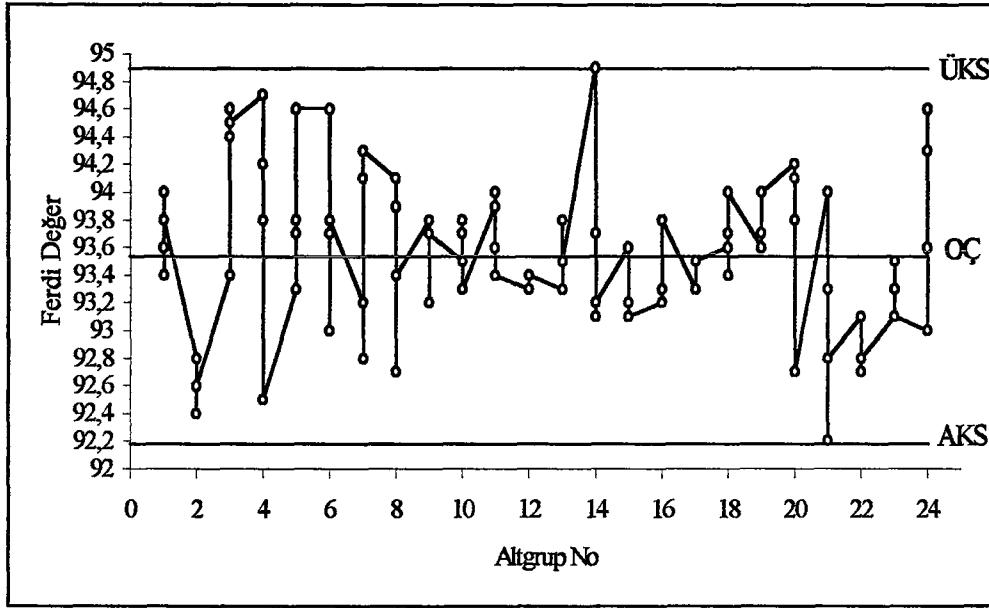
$$AKS = \bar{\bar{X}} - A_2\bar{R} = 93,535 - 0,73 (0,929) = 92,857$$

$$(Sınır Aralığı: \bar{ÜKS} - AKS = 94,213 - 92,857 = 1,356)$$

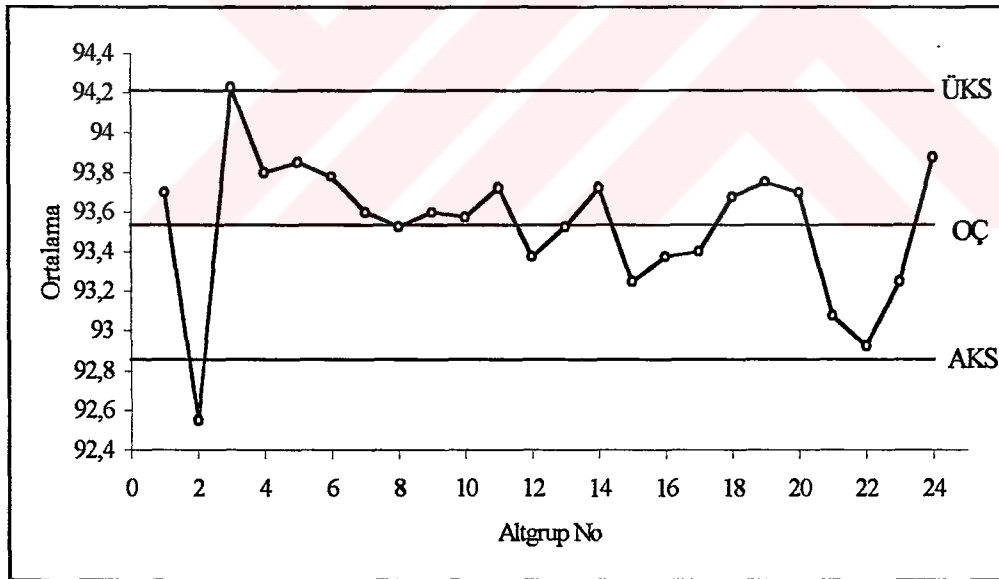
Bu sonuçlara göre, kontrol sınırları arasındaki mesafe bakımından \bar{X} grafiğinin \bar{X} grafiğine göre daha geniş ($\cong 2,7 - 1,4 = 1,3$) olduğu görülmektedir. \bar{X} ve \bar{X} grafikleri Şekil 1-12 ve Şekil 1-13'te görülmektedir.

Tablo 1-4: Sülfürik Asit Dönüşüm Oranlarına Ait Gözlem Değerleri

Altgrup No	Ölçüm Değerleri				$\bar{\bar{X}}$	R	S
	X_1	X_2	X_3	X_4			
1	93,4	94	93,6	93,8	93,7	0,6	0,258
2	92,8	92,4	92,4	92,6	92,55	0,4	0,191
3	93,4	94,6	94,4	94,5	94,23	1,2	0,556
4	94,7	94,2	93,8	92,5	93,8	2,2	0,942
5	93,3	93,8	93,7	94,6	93,85	1,3	0,545
6	94,6	93	93,7	93,8	93,78	1,6	0,655
7	93,2	92,8	94,1	94,3	93,6	1,5	0,716
8	94,1	92,7	93,9	93,4	93,53	1,4	0,624
9	93,8	93,7	93,2	93,7	93,6	0,6	0,271
10	93,5	93,8	93,7	93,3	93,58	0,5	0,222
11	93,9	94	93,6	93,4	93,73	0,6	0,275
12	93,3	93,4	93,4	93,4	93,38	0,1	0,050
13	93,3	93,8	93,5	93,5	93,53	0,5	0,206
14	94,9	93,7	93,1	93,2	93,73	1,8	0,826
15	93,6	93,2	93,1	93,1	93,25	0,5	0,238
16	93,2	93,2	93,3	93,8	93,38	0,6	0,287
17	93,3	93,3	93,5	93,5	93,40	0,2	0,115
18	93,6	93,4	93,7	94	93,68	0,6	0,250
19	93,6	93,7	93,7	94	93,75	0,4	0,173
20	94,2	94,1	93,8	92,7	93,7	1,5	0,688
21	94	92,2	93,3	92,8	93,08	1,8	0,763
22	93,1	93,1	92,7	92,8	92,93	0,4	0,206
23	93,1	93,5	93,3	93,1	93,25	0,4	0,191
24	93	94,3	93,6	94,6	93,88	1,6	0,718
Toplam:					2244,83	22,3	9,969
Ortalama:					93,534	0,929	0,415



Şekil 1-12: X Kontrol Grafiği

Şekil 1-13: \bar{X} Kontrol grafiği

1.8.5.3.2.2. Standart Belli Olmadığı ve Rasyonel Altgruplama Mümkün Olmadığı Zaman X Kontrol Grafiği

Bu durumda, rasyonel altgruplardaki gözlem sayısı sadece bir tane olacaktır.

Bu grafik için örnek sayısının (k) 20-25 kadar olması önerilir. Burada, Ferdî X

grafığının orta çizgisi OÇ, ferdi ölçüm değerlerinin ortalaması olup, aşağıdaki formüle göre hesaplanır (JIS 1993: 776):

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_k}{k}; \quad k: \text{ferdi örnek sayısı} \quad (1-54)$$

Kontrol sınırlarının belirlenmesi için önce gözlem değerlerine ait hareketli değişim aralığı (MR) değerleri mutlak değer olarak hesaplanır, sonra hareketli değişim aralığı ortalaması (\overline{MR}) değeri elde edilir (Montgomery-Runger 1999:776):

$$MR_i = |X_i - X_{i-1}| \quad (1-55)$$

$$\overline{MR} = \frac{MR_1 + MR_2 + \dots + MR_{(k-1)}}{k-1} \quad (1-56)$$

Daha sonra \overline{MR} ile 2,66 katsayısının çarpım değerine \bar{X} değerinin eklenip çıkartılması ile de ÜKS ve AKS elde edilir. Çünkü, rasyonel altgruplama yapılamadığından dolayı hareketli değişim aralığını hesaplamak için ardışık iki gözlem değeri kullanılır. Yani örnek hacmi $n = 2$ olduğu için (Ek 2'den) $d_2=1,128$ olacaktır (İşlem kolaylığı bakımından $(3 / d_2) = 2,66$ olarak alınabilir). Buna göre kontrol çizgileri şöyle hesaplanır (Montgomery-Runger 1999:776-777; JIS 1993:777):

$$\left. \begin{array}{l} \text{ÜKS} = \bar{X} + 2,66 \overline{MR} \\ \text{OÇ} = \bar{X} \\ \text{AKS} = \bar{X} - 2,66 \overline{MR} \end{array} \right\} \text{X Grafiği } (\mu, \sigma \text{ belli değil}) \quad (1-57)$$

Bazı durumlarda ayrıca MR kontrol grafiği de kullanılabilir. MR kontrol grafiğini kurmak üzere $n=2$ için $D_3=3,27$ ve $D_4=0$ (Ek 2'den) kullanılır. Buna göre MR grafiğinin kontrol çizgileri aşağıdaki formüllere göre belirlenir (Montgomery-Runger 1999:776-777; JIS 1993:777):

$$\left. \begin{array}{l} \text{ÜKS} = 3,27 \overline{MR} \\ \text{OÇ} = \overline{MR} \\ \text{AKS} = 0 \end{array} \right\} \text{MR Grafiği} \quad (1-58)$$

X ve MR kontrol grafikleri ile ilgili olarak Amin ve Etheridge (1998) tarafından, her iki tip grafiğin birlikte kullanılmasını tavsiye eden yazarlar ile sadece X grafiğinin yeterli olacağını savunan yazarların görüşlerini inceleyerek yapılan değerlendirme şöyledir. Buna göre; her iki grafiğin birleştirilmesi görüşünü savunan birçok uygulayıcı ve yazar, X grafiğinin proses ortalamasını ve MR grafiğinin ise proses değişkenliğini izlemek için kullanılmasını tavsiye ederler. Bu görüşe karşı çıkanlar ise, X grafiğinin bütün bilgileri içine aldığı ve MR grafiğinde işaretlenen noktaların karşılıklı ilişkilendirildiğini ve yorumlamasının zor olduğunu ileri sürerek; MR grafiğinin X grafiği ile birlikte kullanılmaması gerektiğini savunurlar.

Sonuç olarak Amin ve Etheridge, ferdi ölçümler için Shewhart tipi kontrol grafiklerini kullanmayı tercih eden uygulamacılara X-MR grafiğini tavsiye ettiklerini, ancak eğer sadece güç mukayesesi dikkate alınıyorsa tek başına X grafiği yerine X-MR grafiğini kullanmanın bir avantaj ve dezavantajının olmadığını belirtirler.

Bu çalışmada sadece X grafiğinin kullanımı ele alınacak ve bu grafiğin üstel ve Weibull dağılımlı tesadüfi değişkenler için kontrol sınırları belirlenecektir.

Örnek Problem 1.2 : (JIS 1993:767-770)

Bu problemde mavi ispirto içerisindeki metan miktarının kontrol sınırlarını belirlemek amacıyla, ispirto üretim prosesinden seçilen 26 adet örneğe ait ölçüm değerleri ve bunlara ait hareketli değişim aralığı (MR) değerleri belirlenmiştir. Tablo 1-5'te verilen bu bilgilere göre kontrol çizgileri şöyle hesaplanacaktır:

$$\bar{ÜKS} = \bar{X} + 2,66\overline{MR} = 1,312 + 2,66 (0,284) = 2,086$$

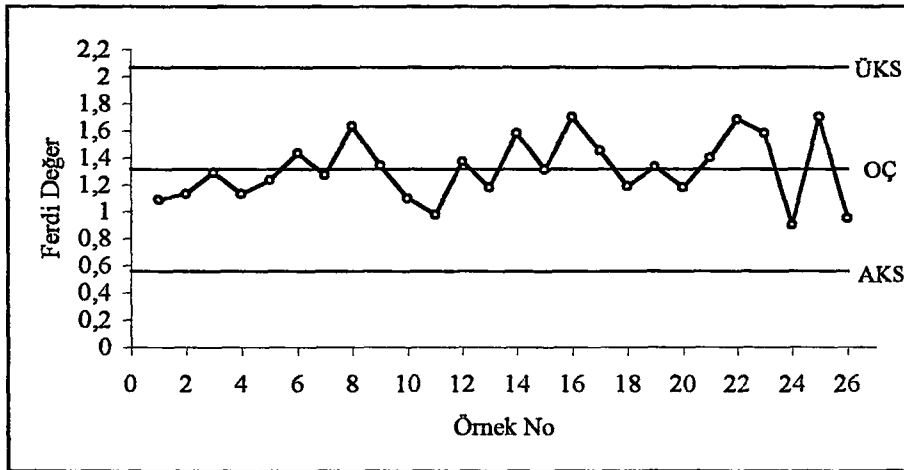
$$OÇ = \bar{X} = 1,312$$

$$AKS = \bar{X} - 2,66\overline{MR} = 1,312 - 2,66 (0,284) = 0,557$$

Buna göre çizilen Ferdi X grafiği üzerinde Tablo 1-5'teki X değerlerinin dağılımını Şekil 1-14'te gösterilmiştir.

Tablo 1-5 : İspirtodaki Metan Miktarına Ait Ferdi Değerler

Örnek No	X	MR
1	1,09	-
2	1,13	0,04
3	1,29	0,16
4	1,13	0,16
5	1,23	0,1
6	1,43	0,2
7	1,27	0,16
8	1,63	0,36
9	1,34	0,29
10	1,1	0,24
11	0,98	0,12
12	1,37	0,39
13	1,18	0,19
14	1,58	0,4
15	1,31	0,27
16	1,7	0,39
17	1,45	0,25
18	1,19	0,26
19	1,33	0,14
20	1,18	0,15
21	1,4	0,22
22	1,68	0,28
23	1,58	0,1
24	0,9	0,68
25	1,7	0,8
26	0,95	0,75
Toplam:	34,12	7,10
Ortalama:	1,312	0,284



Şekil 1-14: Metan Miktarı için X Grafiği

1.9. Kontrol Grafiklerinde Normal Dağılım Uygulaması ve Normallik Dışı Durumlar Üzerine Görüşler

Normal dağılımın kalite kontrolünde uygulanması; “Bir değişkenin dağılım tipi ne olursa olsun, ana kitleden alınan yeterli büyüklükteki örnek gruplarının ortalamaları normal dağılır.” diye kısaca ifade edilebilen *Merkezi Limit Teoremi* ile yaygınlaşmıştır. Bu sayede normal olmayan (nonnormal) değişik tipteki dağılıma sahip pek çok olayı normal dağılımın kuralları ile incelemek mümkün olmuştur (Kobu 1994: 491). Buna dayanarak, \bar{X} ve R grafikleri kontrolü yapılan kalite karakteristiğinin dağılımının normal dağılım olduğu varsayımına göre düzenlenir (Walpole-Myers 1989:655).

Kontrol grafiklerinin uygulanmasında karşılaşılabilen normallik dışı durumların önemli bir konu olmadığı görüşünü savunan Borr, Montgomery ve Runger (1999), örnek hacmi $n > 1$ ise ve proses ortalamasını izlemek için \bar{X} grafiği kullanılıyor ise; prosesle ilgili verilerin sıkça normallik dışına çıkmasının önemli bir şey olmadığını ifade ederler.

Ancak bu yaklaşımın geçerliliği hususunda bazı araştırmacı ve yazarlar şüphelerini dile getirir ve bunun bir takım eksiklikleri ve yanlışları var olduğunu ileri sürerler. Bunlardan Janacek ve Meikle (1997), kontrol grafiklerinde analiz için kullanılan veri setlerinin önemli ölçüde normal dağılıma sahip olmayan kitlelerden alındığını belirtirler. Ve eğer kitleler önemli ölçüde normal olmayan dağılım gösteriyor ise o zaman, test edici ortalamalara dayanan basit fikirlerin kullanımı sonucunda uygun olmayan kontrol grafiklerinin meydana geldiğini, bu tip grafiklerin de prosesteki gerçek değişimleri bulmak hususunda başarısız olduklarını veya proseste bir değişim yokken varmış gibi sahte ikazlar üreteceklerini dile getirirler. Ayrıca, bu noktada uygulamadaki kabul edilmiş olan geleneksel kontrol grafiğine bir alternatif temin etmek için yeterli miktarda normal olmayan dağılımlar bulunup bulunamayacağı hususundaki bir soruya, uygulayıcılar arasındaki “hayır” cevabının veya “değişimin normal dağılıma uygunluğu ya da merkezi limit teoreminin bu problemi halledeceği” varsayımının bir hata olduğunu ileri sürerler. Kendi tecrübelerine göre; sanayideki normal olmayan dağılım durumlarının alışılmış inanıştan daha yaygın olarak mevcut olduğunu ifade ederler. Bu görüşlerine destek

olarak da, yaptıkları bir gözleme göre; makinede üretilen bir uzay aracı parçasının 10 tane önemli ebadından 7 tanesinin normal dağılıma uymamasını ve aynı tecrübeyi yaşamış diğer bazı araştırmacıların da bulunmasını gösterirler.

Bu görüşü paylaşanlardan Alloway ve Raghavachari (1991) ise; geleneksel kontrol grafiklerindeki kontrol sınırlarının, sadece incelenen proses karakteristiğinin normal dağılımlı olması durumunda doğru olduğunu ileri sürerler. Ayrıca, eğer prosesin gerçek dağılımı bilinmiyorsa ve 1. Tip hata ile 2. Tip hatanın yol açtığı maliyetler de yüksek ise, o zaman kontrol grafiklerinin daha az sınırlayıcı dağılım kabullerine dayandırılmasının faydalı olacağı görüşünü savunurlar. Diğer taraftan, proseslerin hepsinin normal olarak dağılmadığını ve proses vasıflarına ait bir çok dağılımın kuyruk kısmındaki kitlenin normal dağılımdakine kıyasla daha fazla olduğunu ifade eden bir çok yazar ve araştırmacının bulunduğunu belirterek; simetrik olan ve kuyruk kısımları yatay eksenden oldukça yüksekte bulunan (heavy tailed) bu tip dağılımların, uygulamada normal dağılımdan daha fazla meydan geldiği ve bu görüşün bir çok istatistikçi ve proses kontrol grafiklerini uygulayanlar tarafından da kabul edildiğini ifade ederler.

Bai ve Choi (1995) ise, Shewhart- \bar{X} ve R kontrol grafiklerinin kalite karakteristiğinin normal veya normale yakın olmasına dayandırıldığını, fakat bir çok durumda normallik varsayımının geçerliliği hususunda şüphe duymak için sebep elde edebileceklerini savunurlar. Örnek olarak bir kimya prosesinden veya kesme aletinin dayanıklılığı prosesinden yapılan ölçümlerin dağılımlarının ve hızlandırılmış ömür testi örneklerindeki ömür süreleri ile ilgili dağılımların çoğu kez eğikleşmiş (skewed) olduğunu ileri sürerler. Bu durumlar için, yani eğikleşmiş kitleler için 1. Tip hata ihtimallerinin eğiklik arttıkça daha da büyümekte olduğunu ifade ederler. Diğer taraftan, "simetrik olmayan dağılımların değişkenlik biçimi" ile "Shewhart- \bar{X} ve R kontrol grafikleri üzerinde kontrol sınırlarının yerleştirilmesindeki normallik varsayımı" arasında uyumsuzluk bulunduğunu ve bundan dolayı bir problem meydana geldiğini belirtirler. Çokça eğikleşmiş kitleler için muhtemel bir çözümün örnek hacmini artırmak olduğunu, fakat bunun da oldukça pahalı olacağını söylerler. Bu nedenle, kitlenin gerçek değişim biçimine uygun olarak simetrik olmayan kontrol sınırlarını sağlayacak bir metodun arzu edildiği görüşünü savunurlar.

Kontrolü yapılan kalite karakteristiğinin normal olduğu yaklaşımı ile ilgili bir şüpheye düşüldüğünde, mesela elde edilen örneğe dayanarak kalite karakteristiğinin normal dağılmadığı belirlendiğinde; bu durumda incelenen dağılım bilinen bir dağılım ise \bar{X} ve R örnekleme dağılımını belirleyerek \bar{X} - R grafikleri için uygun kontrol sınırları belirlenebilir. Ancak, bu yaklaşımın güçlüğünden dolayı genelde tercih edilmez ve çoğu uygulamacı, incelenen kalite karakteristiğinin dağılımının normal dağılımdan çok aşırı derecede uzaklaşmaması halinde normallik varsayımına dayanan geleneksel yolu tercih ederler (Oktay 1998:43).

Bu çalışmada, incelenen kalite karakteristiğinin dağılımının normal dağılımdan çok aşırı derecede uzaklaşması halinde ve söz konusu dağılımın bilinmesi durumunda; X kontrol grafiğinin kontrol sınırlarının nasıl belirleneceği problemine çözüm aranacaktır. Bununla ilgili olarak üstel dağılım ile Weibull dağılım üzerinde bir örnek çalışma yapılacaktır. Bu dağılımlarla ilgili olarak üretilecek tesadüfi sayılar kullanılarak bunlara ait X grafiğinin normallik varsayımı ile karşılaştırması yapılacaktır.

2. BÖLÜM

ÜSTEL VE WEIBULL DAĞILIM

Bu bölümde incelenecek olan üstel ve Weibull dağılım ile ilgili olarak Law-Kelton (1991:330-335,465-473) esas alınacak, gerekli görülen yerlerde diğer atıflar ayrıca belirtilecektir. Bu dağılımların istatistiksel özellikleri ile ilgili ispatlama yapılmayacak, bu özelliklere ait formüller ve notasyonlar doğrudan verilecektir.

2.1. Üstel Dağılım

Üstel (exponential) dağılım istatistikte en çok bilinen sürekli dağılımlardan birisidir. Bu dağılım ile ilgili genel bilgiler aşağıdaki kısımlarda ele alınacaktır.

2.1.1. Üstel Dağılımın Kullanım Alanları

Üstel dağılım, belirli bir oranda meydana gelen bağımsız olaylar arasındaki sürelerin tespitinde (hizmet almak için servise gelişlerde olduğu gibi) ve belirli risk oranına sahip âletlerin ömür sürelerinin (life time) belirlenmesinde kullanılabilir.

Mesela, hizmet için ardışık gelişler arasındaki zaman veya bir bilgisayar elemanının ömrü üstel dağılıma yaklaşır (Erkut 1992:122). Otomatik bir para çekme nakit para verme süresi, bir makinenin bozulmasına kadar geçen zaman gibi olaylar arasındaki geçen süre genellikle üstel dağılım göstermektedir (Akpınar 1995:182).

Üstel dağılımın, özellikle bekleme hattı veya kuyruk problemlerinde faydalı olduğu gözlenmiştir. Müşteriler için hizmet sürelerinin kesin olmadığı yerlerde hizmet süresindeki belirsizlik, üstel dağılım ile çoğu kez temsil edilebilir (Newbold 1995:216; Kheir 1988:106).

Bozulma ve arızalar tamamen tesadüfi olduğu zaman, güvenilirlik (reliability) modelini kurmakta ve oldukça değişken olan tamir sürelerini biçimlendirmekte üstel dağılım kullanılmaktadır. Ayrıca, ampul gibi aniden arızalanan bir parçanın ömür süresinin modelini kurmakta da üstel dağılım kullanılmaktadır (Banks 1989:82,

Andrews-Moss 1993:252; Montgomery-Runger 1999:184; Taha 1988:15; Pegden-Shannon 1990:561; Bunday 1991:27).

2.1.2. Üstel Dağılımın İstatistiksel Özellikleri

Üstel dağılımın temel istatistiksel özellikleri şöyledir:

a) *İhtimal Yoğunluk Fonksiyonu (İYF)*:

$\mu > 0$ olmak üzere, X tesadüfi değişkeninin İYF'nu aşağıdaki gibi ise;

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\mu} e^{-x/\mu} & , x \geq 0 \\ 0 & , \text{diğer durumlarda (d.d.)} \end{cases} \quad (2-1)$$

o zaman X için üstel olarak dağılmıştır denilir.

b) *Kümülatif Dağılım Fonksiyonu (KDF)*:

$$F(x) = \begin{cases} 1 - e^{-x/\mu} & , x \geq 0 \\ 0 & , \text{d.d.} \end{cases} \quad (2-2)$$

c) *Parametresi*: $\mu > 0$; ölçek (scale) parametresi (2-3)

d) *Tanım Aralığı*: $[0, \infty)$ (2-4)

e) *Ortalaması*: μ (2-5)

f) *Varyansı*: μ^2 (2-6)

g) *Mod'u*: 0 (2-7)

h) *Maksimum Olabilirlik Tahmini (Maximum Likelihood Estimation) (MOT)*:

Bu metod, “En küçük Kareler” ve “Ki-kare” metodları gibi istatistiksel dağılımların parametrelerinin tahmin edilmesinde yaygın olarak kullanılan bir tahmin metodudur. Bu çalışmada ele alınan üstel ve Weibull dağılımların parametrelerinin tahmininde, MOT metodunun kullanılması ile ilgili olarak Law-Kelton (1991:366-386), Montgomery-Runger (1999 :274-280), Keats-Lawrence(1997), Bunday (1991:56-67), Rüzgar (1992) ve Zenbil (1991) tarafından yapılan çalışmalar örnek olarak verilebilir.

MOT metodu ile üstel dağılımın parametresinin tahmini değeri ($\hat{\mu}$) şöyle hesaplanır:

$$\hat{\mu} = \bar{X}(n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \quad ; \quad n: \text{örnek sayısı} \quad (2-8)$$

Üstel Dağılımın Diğer Özellikleri:

1. Üstel dağılım, şekil (shape) parametreleri $\beta=1$ ve ölçek parametreleri θ olan *gamma* dağılım ile *Weibull* dağılımın özel bir halidir.
2. Şayet X_1, X_2, \dots, X_m değişkenleri üstel dağılımlı bağımsız tesadüfi değişkenler ise, o zaman $X_1 + X_2 + \dots + X_m$ ifadesinin dağılımı (m, μ) parametrelili *gamma* dağılımına benzer ki; bu durumda bu dağılıma *m-Erlang dağılım* denir.
3. Üstel dağılım, hafızasızlık (memoryless / lack of memory) özelliğine sahip tek sürekli dağılımdır (Montgomery ve Runger 1999:182-184).

2.1.3. Üstel Dağılımın Hafızasızlık Özelliği

Üstel dağılımın hafızasızlık özelliğini, bir X üstel tesadüfi değişkeni için ifade eden şartlı ihtimal eşitlikleri aşağıda verilmiştir (Montgomery-Runger 1999:183; Banks 1989:83; Taha 1988:16):

$$P(X < t_1 + t_2 \mid X > t_1) = P(X < t_2) \quad (2-9)$$

veya

$$P(X > t_1 + t_2 \mid X > t_1) = P(X > t_2) \quad (2-10)$$

Bununla ilgili olarak aşağıda iki örnek verilmiştir:

Örnek 2-1: (Montgomery-Runger 1999:182)

X değişkeni, $\mu=1,4$ dakika ile üstel dağılıma sahip bir tesadüfi değişken olsun ve bir Gayger sayacındaki nadir bir partikülü bulmak için geçen zaman aralığını ifade etsin. Sayaç başladıktan sonraki ilk 30 saniye (0,5 dakika) içerisinde bir partikülü bulma ihtimali şöyledir:

$$P(X < 0,5) = 1 - e^{-0,5/1,4} = 0,30$$

Şimdi, sayacın çalışmaya başladığı ve ilk 3 dakikada herhangi bir partikül bulunmadığı kabul edilsin. Bundan sonraki ilk 0,5 dakika içerisinde bir partikülün bulunması ihtimalinin 0,30 dan daha fazla olması gerektiğini hissetmek doğrudur. Ancak, bir üstel dağılım için bu doğru değildir. İstenilen ihtimal, $P(X < 3,5 \mid X > 3)$ olarak ifade edilebilen şartlı ihtimaldir. Bu şartlı ihtimalin tanımından;

$$P(X < 3,5 \mid X > 3) = P(3 < X < 3,5 \mid X > 3) / P(X > 3)$$

olur. Burada;

$$\begin{aligned} P(X < 3,5 \mid X > 3) &= F(3,5) - F(3) \\ &= [1 - e^{-3,5/1,4}] - [1 - e^{-3/1,4}] \\ &= 0,0035 \end{aligned}$$

ve

$$P(X > 3) = e^{-3/1,4} = 0,117$$

olduğuna göre, istenilen şartlı ihtimal;

$$P(X < 3,5 \mid X > 3) = 0,0035 / 0,117 = 0,30$$

olarak elde edilir. Bu sonuca göre, sayacın başlamasından hemen sonraki ilk 0,5 dakika içinde partikül bulma ihtimali ile partikül bulmaksızın geçen ilk 3 dakikadan sonraki 0,5 dakikada partikül bulma ihtimali aynı (%30) çıkmaktadır.

Örnek 2-2: (Banks 1989:83)

Arızaya geçme oranı $\mu = 4$ olan (ortalama olarak 4000 saatte bir arıza yapan) bir güç kaynağının ömrünün, üstel dağılıma sahip olduğu farzedilsin. Bu güç kaynağının

- 4000 saatten fazla çalışması ihtimali nedir?
- 2000 saat ile 4000 saat arasında çalışması ihtimal nedir?
- 3500 saat çalıştıktan sonra, 1000 saat daha arıza yapmadan çalışması ihtimali nedir?

Bu soruların çözümleri şöyledir:

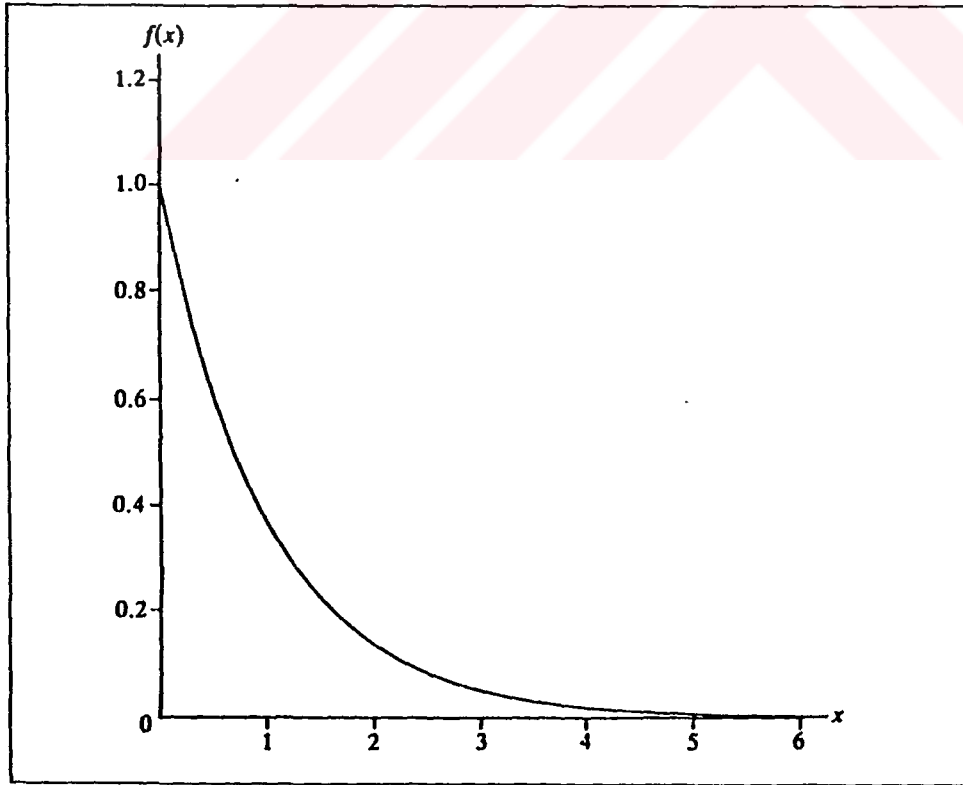
$$\begin{aligned} \text{a) } P(X > 4) &= 1 - P(X \leq 4) = 1 - F(4) \\ &= 1 - (1 - e^{-4/4}) = 0,368 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{b) } P(2 \leq X \leq 4) &= F(4) - F(2) \\
&= (1 - e^{-4/4}) - (1 - e^{-2/4}) \\
&= -0,368 + 0,607 = 0,239
\end{aligned}$$

$$\text{c) } P(X > 4,5 \mid X > 3,5) = P(X > 1) = e^{-1/4} = 0,779$$

Bu örnek, üstel dağılımın hafızasızlık özelliğine göre, kullanılmış bir elemanın yeni bir eleman kadar iyi olduğu anlamına geldiğini gösterir. Halbuki, yeni bir güç kaynağının 1000 saatten fazla ömürlü olması ihtimali de 0,779 dur.

Yukarıdaki örneklerden de anlaşılacağı üzere; üstel dağılımın hafızasızlık özelliğine göre, kullanılan bir aletin eskimesi söz konusu değildir. Tesadüfi sarsıntı veya çarpmalar sonucunda arızalanan bir aletin ömür süresi için, bir üstel tesadüfi değişken olarak uygun bir model kurulabilir. Diğer taraftan, bir aletin ömür süresi mekanik olarak eskimeye yüz tuttuğundan gittikçe azalır. Bu yüzden, uygulamada aletlerin bu tip ömür süreleri için çoğu kez Weibull dağılım gibi dağılımlar kullanılır (Montgomery-Runger 1999:184).



Şekil 2.1: $\mu=1$ için Üstel Dağılımın İYF Grafiği

2.2. Weibull Dağılımı

Weibull dağılımı, ilk olarak 1951 yılında Wallodi Weibull tarafından incelendiği için bu adı almıştır (Grant-Leavenworth 1988:605). Weibull dağılımı hakkında verilen genel bilgiler şöyledir:

2.2.1. Weibull Dağılımının Kullanım Alanları

Geniş çapta âletlerin ömür süreleri için yapılan güvenilirlik modellerinde; bazı işlerin tamamlanma süreleri hususunda kullanılır.

Weibull ihtimal dağılımı, özellikle sanayi ürünlerinin hayat süresi (bozulmaya kadar geçen süre) değişkeninin modellenmesinde mühendisler tarafından kullanılan önemli bir dağılımdır (İkiz-Püskülcü 1996:143; Muhleman-Oakland 1994:120).

Bu dağılım, bir çok farklı fiziki sistemlerin arızalanmasına kadar olan zaman için model kurmakta çokça kullanılır. Sistemlerdeki zamanla artan arıza miktarı (eskime durumundaki gibi), zamanla azalan arıza miktarı (bazı yarı iletkenlerde olduğu gibi) veya zamanla değişmeyen arıza miktarı (sisteme hariçten gelen sarsıntıları yol açtığı arızalar gibi) ile ilgili olarak sistemlerin modelini kurmakta, Weibull dağılımının parametreleri oldukça esneklik sağlar (Montgomery-Runger 1999:193).

2.2.2. Weibull Dağılımının İstatistiksel Özellikleri

$$a) \text{ İYF: } f(x) = \begin{cases} \beta \theta^{-\beta} x^{\beta-1} e^{-(x/\theta)^\beta} & , x > 0 \\ 0 & , \text{d.d.} \end{cases} \quad (2-11)$$

$$b) \text{ KDF: } F(x) = \begin{cases} 1 - e^{-(x/\theta)^\beta} & , x > 0 \\ 0 & , \text{d.d.} \end{cases} \quad (2-12)$$

$$c) \text{ Parametreleri: } \beta > 0 ; \text{ Şekil (shape) parametresi,} \quad (2-13)$$

$$\theta > 0 ; \text{ Ölçek parametresi} \quad (2-14)$$

$$d) \text{ Tanım Aralığı: } [0, \infty) \quad (2-15)$$

$$e) \text{ Ortalaması: } \frac{\theta}{\beta} \Gamma\left(\frac{1}{\beta}\right) \quad (2-16)$$

$$f) \text{ Varyansı: } \frac{\theta^2}{\beta} \left\{ 2\Gamma\left(\frac{2}{\beta}\right) - \frac{1}{\beta} \left[\Gamma\left(\frac{1}{\beta}\right) \right]^2 \right\} \quad (2-17)$$

$$g) \text{ Mod'u: } \begin{cases} \theta \left(\frac{\beta-1}{\beta} \right)^{1/\beta} & , \beta \geq 1 \\ 0 & , \beta < 1 \end{cases} \quad (2-18)$$

h) *MOT*: Weibull dağılımının parametrenin tahmini değerleri olan $\hat{\beta}$ ve $\hat{\theta}$, *MOT* metodu ile şöyle elde edilir:

Bunun için, önce nümerik olarak çözülebilen aşağıdaki iki eşitliğin de sağlanması gerekir:

$$\frac{\sum_{i=1}^n X_i^{\hat{\beta}} \ln X_i}{\sum_{i=1}^n X_i^{\hat{\beta}}} - \frac{1}{\hat{\beta}} = \frac{\sum_{i=1}^n \ln X_i}{n} \quad (2-19)$$

$$\hat{\theta} = \left(\frac{\sum_{i=1}^n X_i^{\hat{\beta}}}{n} \right)^{1/\hat{\beta}} \quad (2-20)$$

Birinci eşitlik Newton metodu ile nümerik olarak çözülebilir ve buradan $\hat{\beta}$ elde edilir. Daha sonra bulunan $\hat{\beta}$, ikinci eşitlikte kullanılarak $\hat{\theta}$ bulunur.

Newton iterasyonları için genel tekrarlı işlem basamakları şöyledir:

$$\hat{\beta}_{k+1} = \hat{\beta}_k + \frac{A + 1/\hat{\beta}_k - C_k/B_k}{1/\hat{\beta}_k^2 + (B_k H_k - C_k^2)/B_k^2} \quad (2-21)$$

Burada kullanılan A_k , B_k , C_k ve H_k ifadelerinin açılımları aşağıda sırasıyla verilmiştir:

$$A = \frac{\sum_{i=1}^n \ln X_i}{n}, \quad (2-22)$$

$$B_k = \sum_{i=1}^n X_i^{\hat{\beta}_k}, \quad (2-23)$$

$$C_k = \sum_{i=1}^n X_i^{\hat{\beta}_k} \ln X_i, \quad (2-24)$$

$$H_k = \sum_{i=1}^n X_i^{\hat{\beta}_k} (\ln X_i)^2 \quad (2-25)$$

Bu iterasyonlar için başlangıç noktası olarak $\hat{\beta}_0$ 'ın tahmini ise şöyledir:

$$\hat{\beta}_0 = \left\{ \frac{\frac{6}{\pi^2} \left[\sum_{i=1}^n (\ln X_i)^2 - \left(\frac{\sum_{i=1}^n \ln X_i}{n} \right)^2 \right]}{n-1} \right\}^{-1/2} \quad (2-24)$$

β 'nın başlangıç tahminini olarak $\hat{\beta}_0$ kullanıldığı zaman, % 0,01 hassasiyetle tam olarak elde etmek için, yani iki ardışık tahmin değeri arasında 0,0001 veya daha az bir mutlak fark elde etmek için ortalama 4 Newton iterasyonunun gerekli olduğu gözlenmiştir (Keats-Lawrence 1997). Weibull dağılımın parametrelerinin MOT metodu ile tahmin edilmesi hususunda, Keats-Lawrence (1997) tarafından Weibull dağılıma sahip ömür süresi verileri için β ve θ 'nın nokta ve aralık tahminini yapan bir Fortran programı geliştirilmiştir. Ek 6'da verilen MOT Fortran programı, Keats-Lawrence (1997)'in programından istifade ile bu çalışmaya uygun olan 3.tip ömür testi izlemesine göre düzenlenmiştir. Bununla ilgili örnekler 5. Bölümde verilecektir.

Weibull Dağılımın Diğer Özellikleri:

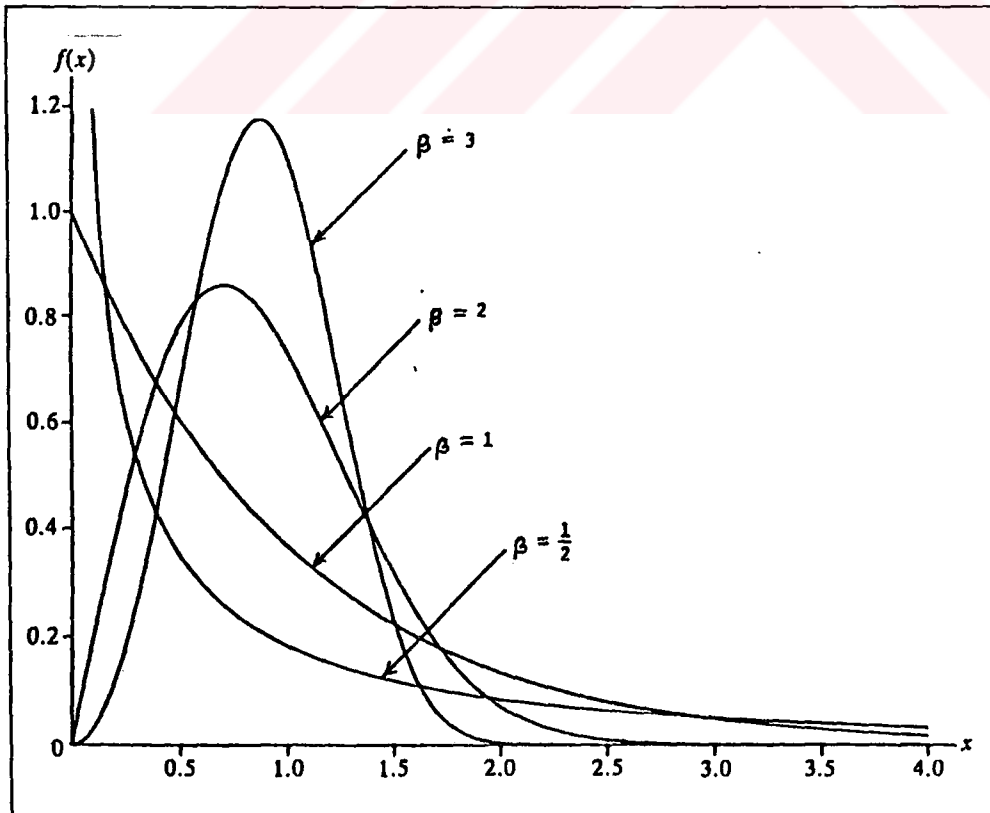
1. $\beta = 1$ için Üstel (μ) ve Weibull ($1, \theta$) dağılım birbirinin aynısıdır.
2. X değişkeni Weibull (β, θ) dağılıma sahip bir değişken ise; X^β ifadesi Üstel (μ^β) olarak dağılır.

3. Weibull tesadüfi değişkeninin doğal logaritması, uç-değer (the extreme-value) veya *Gumbel dağılım* olarak bilinen bir dağılıma sahiptir. Bu dağılımın ihtimal yoğunluk fonksiyonu şöyledir:

$$f(x) = \theta \exp\left[-e^{-(x-\beta)/\theta} - (x-\beta)/\theta\right], \quad -\infty < \beta < \infty; \theta > 0; -\infty < x < \infty \quad (2-25)$$

4. Weibull(2,θ) dağılımı, parametresi θ olan Rayleigh(θ) dağılımı olarak isimlendirilir. Eğer Y ve Z, ortalaması sıfır ve varyansı θ² olan bağımsız normal değişkenler ise, o zaman $X = (Y^2 + Z^2)^{1/2}$ ifadesi yaklaşık olarak Rayleigh(2^{1/2} θ) biçiminde dağılır.
5. $\beta \rightarrow \infty$ için Weibull dağılımı θ noktasında bozulmaya uğrar. Bu yüzden Weibull yoğunlukları büyük β değeri için mod değerinde sivri bir tepe noktasına sahiptir.

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \begin{cases} \infty & , \beta < 1 \\ 1/\theta & , \beta = 1 \\ 0 & , \beta > 1 \end{cases} \quad (2-26)$$



Şekil 2-3: Değişik Weibull Dağılımları için İYF Grafikleri (θ = 1)

Örnek 2.3: (Montgomery 1991:51)

Bir “kelime-işlemci iş istasyonunda” kullanılan hazır elektronik parçalar için Weibull dağılımı sayesinde bir dağılım modeli başarılı biçimde kurulmuştur. Parçaların arızalanma zamanı ile ilgili parametreleri; $\beta=1/2$ ve $\theta=1000$ olarak belirlenmiştir. Ortalama arızalanma zamanı ise şöyle hesaplanmıştır:

$$\begin{aligned}\mu &= \frac{\theta}{\beta} \Gamma\left(\frac{1}{\beta}\right) \\ &= \frac{1000}{1/2} \Gamma\left(\frac{1}{1/2}\right) \\ &= 2000 \Gamma(2) \\ &= 2000 \text{ saat}\end{aligned}$$

Kullanıma hazır parçaların, $a = 4000$ saate kadar arızalanmama ihtimali (yani $P(a \geq 4000) = 1 - P(a < 4000) = 1 - F(a)$ 'nın çözümü) şöyle hesaplanır:

$$\begin{aligned}(1 - F(a)) &= 1 - \left(1 - e^{-(a/\theta)^\beta}\right) \\ (1 - F(4000)) &= e^{-(400/1000)^{1/2}} \\ &= e^{-2} \\ &= 0,1353\end{aligned}$$

Buna göre, kullanıma hazır parçaların yaklaşık %13,53'ü 4000 saate kadar arızalanmayacaktır. Diğer bir ifade ile, bu parçaların yaklaşık %86,47'si 4000 saatten önce arızalanacaktır.

3. BÖLÜM

TESADÜFİ DEĞİŞKENLERİN ÜRETİMİ

3.1. Tesadüfi Değişkenlerin Üretimine Genel Yaklaşımlar

Tesadüfi değişken üretmek için birçok teknik mevcuttur. Bu bölümde tesadüfi değişken üretimi ile ilgili genel yaklaşımlar tartışılacak.

Şüphesiz ki; kullanılan özel algoritmanın üretilmek istenilen dağılıma bağlı olması gerekir. Fakat hemen hemen bütün teknikler teorik tabanlarına göre sınıflandırılabilirler (Law-Kelton 1991: 465).

Tesadüfi değişken üretimi ile ilgili olarak kullanılan başlıca teknikler şunlardır (Kelton-Law 1991:465-473, Hoover-Perry 1990:268; Kheir 1988:128-130; Taha 1988:45; Ripley 1987:59-63; Bratley-Fox 1987:147; Pritsker 1986:707):

1. Ters dönüşüm tekniği (Inverse transform)
2. Birleştirme tekniği (Composition)
3. Katlama tekniği (Convolution)
4. Kabul -Red tekniği (Acceptance – Rejection)

Bu tekniklerin her birinin kendisine göre avantaj ve dezavantajları olduğu ifade edilir. Ancak bunlardan özellikle “Ters Dönüşüm Tekniği”, bu çalışmada ele alınan üstel ve Weibull dağılımlar için tesadüfi değişken üretiminde kullanılması genel kabul görmüştür (Kelton-Law 1991:465-473; Hoover-Perry 1990:268; Taha 1988:45; Kheir 1988:128; Ripley 1987:59,60; Bratley-Fox 1987:169,176; Pritsker 1986:713,715).

Bundan sonraki kısımda, ters dönüşüm metodu ile ilgili açıklamalar için Law-Kelton (1991:465-474) esas alınacak ve gerekli görülen yerlerde yapılan atıflar belirtilecektir.

3.1.1 Ters Dönüşüm Metodu

Farz edilsin ki; $0 < F(x) < 1$ aralığında sürekli olan ve devamlı artan F gibi bir dağılım fonksiyonuna sahip bir X tesadüfi değişkeni üretilmek isteniyor. (Yani,

eğer $x_1 < x_2$ ve $0 < F(x_1) \leq F(x_2) < 1$ ise, o zaman gerçekte $F(x_1) < F(x_2)$ olur.) Diğer taraftan F^{-1} , F nin ters fonksiyonunu olsun. Buna göre F dağılım fonksiyonuna sahip X tesadüfi değişkenini üreten algoritma şöyle olacaktır (Burada kullanılacak olan \sim işareti “gibi dağılmıştır” anlamına gelmektedir):

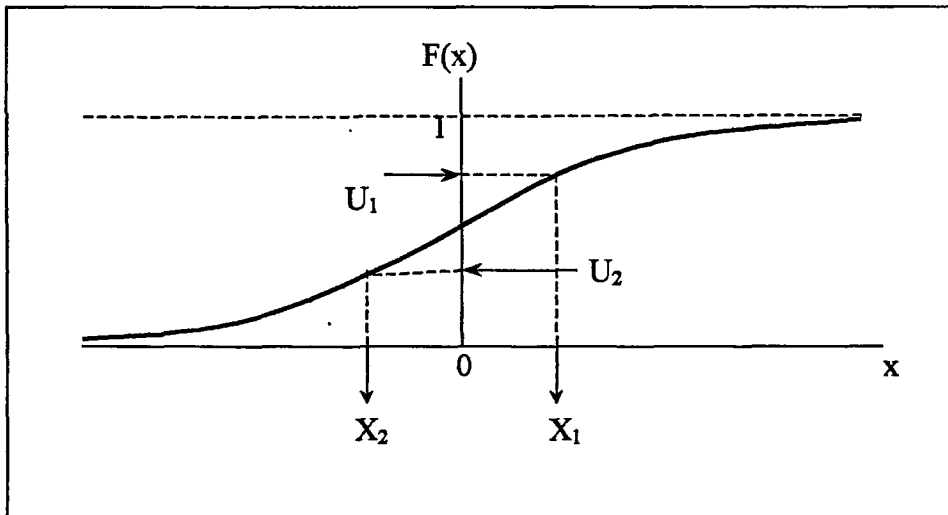
1. $U \sim U(0,1)$ olarak üret
2. $X = F^{-1}(U)$ olarak belirle ve sonucu döndür (return)

Burada $0 \leq U \leq 1$ ve F nin aralığı $[0, 1]$ olduğundan, $F^{-1}(U)$ nun her zaman tanımlı olduğuna dikkat edilmeli. Şekil 3-1 bu algoritmayı grafik olarak göstermektedir. Bu grafikte, bu dağılım fonksiyonuna mutabık gelen tesadüfi değişkenin hem pozitif hem de negatif değer alabildiği görülmektedir ki; bu durumu U nun üretilen değeri belirleyecektir.

Genel *ters-dönüşüm metodu* olarak adlandırılan yukarıdaki algoritmanın dönderdiği X değerinin, arzu edilen F dağılımına sahip olduğunu göstermek için her bir x reel sayısı için; $P\{X \leq x\} = F(x)$ olduğunu göstermek gerekir. F nin tersi alınabildiğinden

$$P\{X \leq x\} = P\{F^{-1}(U) \leq x\} = P\{U \leq F(x)\} = F(x) \quad (3-1)$$

eşitliği elde edilir ki; $U \sim U(0,1)$ ve $0 \leq F(x) \leq 1$ olduğundan (3-1) eşitliği kullanılabilir.



Şekil 3-1: Sürekli Tesadüfi Değişkenler için Ters-Dönüşüm Metodu

Ters-dönüşüm metodu, X tesadüfi değişkeni kesikli olduğunda da kullanılabilir (Taha 1988:47). Mesela; Poisson, Geometrik veya Negatif binomial gibi sonsuz aralıktaki tesadüfi değişkenleri de üretmek için bu metod doğrudan kullanılabilir.

3.2. Üstel ve Weibull Sürekli Dağılımları için Tesadüfi Değişkenlerin Üretimi

Bu bölümde genelde kullanımı yaygın olan sürekli dağılımlardan tesadüfi değişken üretimi ile alakalı kısmi algoritmalar üzerinde durulacaktır. Burada ele alınan dağılımlardan tesadüfi değişken üretimi için bir kaç farklı algoritmalar olmasına rağmen, her bir dağılım için sadece bir tek algoritma üzerinde durulmuş, diğer algoritmalar için de referans verilmiştir. Burada algoritma seçiminde üzerinde durulan konular; tanımlama ve uygulama açısından basit olması, ayrıca uygun bir hız ve verimliliğe de sahip olmasıdır. Bundan başka bilgisayar ortamındaki kesin doğruluğa sahip yaklaşım metodları sunulmuştur.

3.2.1. Üstel Dağılım için Tesadüfi Değişken Üretimi

X tesadüfi değişkeni, parametresi μ olan Üstel dağılıma sahip olsun. Bu dağılımın fonksiyonu

$$F(x) = \begin{cases} 1 - e^{-x/\mu} & , x \geq 0 \\ 0 & , d.d. \end{cases} \quad (3-1)$$

olduğundan F^{-1} i bulmak için $u = F(x)$ eşitliği kurulur ve bu eşitlik x için çözümlenerek;

$$F^{-1}(u) = -\beta \ln(1 - u) \quad (3-2)$$

eşitliği elde edilir. Böylece arzu edilen tesadüfi değişkeni üretmek için önce bir defa

$$U \sim U(0, 1)$$

üretilir, sonra $X = -\mu \ln U$ olarak alınır. (Bu durumda $1 - U$ yerine U kullanılabilir. Çünkü $1 - U$ ve U aynı $U(0, 1)$ dağılımına sahiptirler. Bu sayede, yani sadece U kullanıldığında ilave bir “çıkarma” işlemine gerek kalmamış olur.)

Yukarıdaki açıklamalara göre; parametresi $\mu > 0$ olan bir üstel tesadüfi değişken için ters-dönüşüm algoritması şöyle yazılabilir (Bratley-Fox 1987:169; Pritsker 1986:713; Taha 1988:47; Ripley 1987:59; Andrews-Moss 1993:252):

1. $U \sim U(0,1)$ olarak üret,
2. $X = -\mu \ln U$ olarak belirle ve sonucu döndür.

Bu teknik kesinlikle basit bir tekniktir ve ters-dönüşüm metodunun bütün avantajlarına sahiptir. Bu metot oldukça hızlı olup, hesaplama süresinin büyük bir kısmı (toplam zamanın %72' si kadarı) logaritmanın değerlendirilmesinde harcanır.

3.2.2. Weibull Dağılımı için Tesadüfi Değişken Üretimi

Weibull dağılım fonksiyonunun tersi olan F^{-1} aşağıdaki biçimde kolayca elde edilebilir (Bratley-Fox 1987:176; Pritsker 1986:715; Ripley 1987:60; Andrews-Moss 1993:253):

$$F^{-1}(u) = \theta [-\ln(1-u)]^{1/\beta} \quad (3-3)$$

Buna uygun olan ters-dönüşüm algoritması ise şöyledir:

1. $U \sim U(0, 1)$ olarak üret,
2. $X = \theta (-\ln U)^{1/\beta}$ olarak belirle ve sonucu döndür.

Burada da U ve $1-U$ aynı $U(0, 1)$ dağılımına sahip olduğu gerçeğine istinaden $1-U$ yerine sadece U kullanılabilir. (Bu algoritmanın doğruluğu, Y 'nin θ^β parametrelili bir üstel dağılıma sahip olduğunu ve buna göre de $Y^{1/\beta} \sim \text{Weibull}(\beta, \theta)$ olduğunu hatırlamak suretiyle ispatlanabilir.)

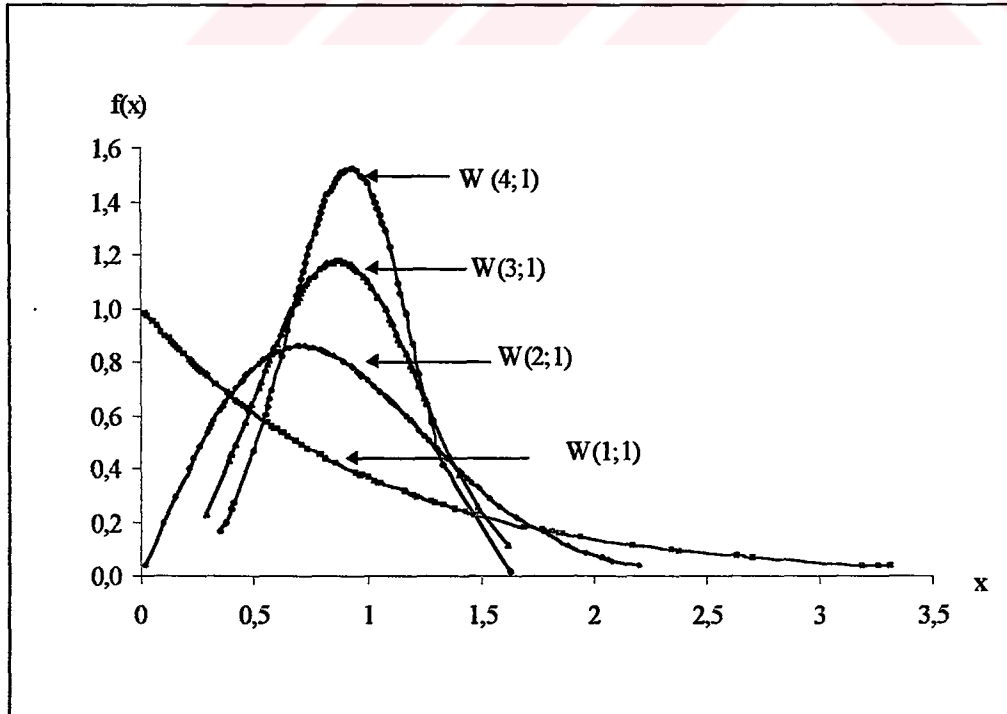
Yukarıda anlatılan üstel ve Weibull dağılım için ters dönüşüm metodu kullanarak tesadüfi sayı üreten algoritmalara uygun olarak hazırlanmış bir bilgisayar programı Ek 7 ve Ek 8'de de verilmiştir. Bu programlar Delphi Programlama dili ile yazılmış olup, her çalışmasında parametreleri girilen üstel veya Weibull dağılım için 10.000 adet tesadüfi sayı üretmektedir. Ek 8'deki programın çalıştırılması ile elde edilen farklı Weibull dağılımlı tesadüfi sayılar için bir örnek aşağıda verilmiştir (Örnek 3-1):

Hazırlanan bu programlar vastasıyla üretilen tesadüfi sayılar, daha sonraki bölümde anlatılacak olan üstel ve Weibull dağılım için hazırlanacak X , X_e ve X_w kontrol grafiklerinin kontrol çizgilerinin belirlenmesinde kullanılacaktır.

Örnek 3-1:

Ek 7’de verilen üstel ve Weibull(β, θ) dağılım için tesadüfi sayı üreten program çalıştırılarak, parametreleri sırasıyla (1;1), (2;1), (3;1) ve (4;1) olan Weibull dağılımlarına uygun olarak her dağılım için 10.000 adet tesadüfi sayı üretilmiş ve sonra bu sayılardan seçilen 100’er adet sayının İYF değerleri hesaplanarak bunlara ait İYF grafikleri çizilmiştir. Tablo 3-1’de bu veriler görülmektedir.

Şekil 3-1’de görülen grafiklerin şekil itibariyle de Weibull dağılıma uygunluk göstermekte olduğu söylenebilir. Bu durum Şekil 2-3 ile karşılaştırıldığı zaman daha belirgin olarak görülecektir. Ayrıca, Weibull(1;1) dağılımın İYF grafiğinin de üstel dağılıma (Şekil 2-1) benzediği görülmektedir ki; üstel dağılım ile Weibull(1; θ) dağılımın birbirine benzediği daha önce bahsedilmişti.



Şekil 3-2 : Tablo 3-1’deki Tesadüfi Sayıların İYF Grafikleri

Tablo 3-1: Weibull (1;1), (2;1), (3;1) ve (4;1) Dağılımlı 100 adet Tesadüfi Sayı ve Bunların İYF Değerleri

Sıra No	W (1;1)		W (2;1)		W (3;1)		W (4;1)	
	x	f(x)	x	f(x)	x	f(x)	x	f(x)
1	0,02	0,980	0,02	0,040	0,28	0,230	0,35	0,169
2	0,02	0,980	0,1	0,198	0,39	0,430	0,37	0,199
3	0,03	0,970	0,15	0,293	0,4	0,450	0,4	0,250
4	0,05	0,951	0,21	0,402	0,42	0,491	0,41	0,268
5	0,07	0,932	0,21	0,402	0,46	0,576	0,5	0,470
6	0,09	0,914	0,23	0,436	0,48	0,619	0,5	0,470
7	0,11	0,896	0,26	0,486	0,49	0,640	0,55	0,607
8	0,12	0,887	0,29	0,533	0,52	0,705	0,55	0,607
9	0,13	0,878	0,3	0,548	0,53	0,726	0,56	0,637
10	0,14	0,869	0,31	0,563	0,55	0,768	0,56	0,637
11	0,14	0,869	0,32	0,578	0,56	0,789	0,57	0,667
12	0,15	0,861	0,35	0,619	0,56	0,789	0,58	0,697
13	0,16	0,852	0,36	0,632	0,57	0,810	0,62	0,822
14	0,17	0,844	0,37	0,645	0,57	0,810	0,65	0,919
15	0,19	0,827	0,39	0,670	0,58	0,830	0,67	0,983
16	0,21	0,811	0,4	0,682	0,59	0,850	0,68	1,016
17	0,21	0,811	0,42	0,704	0,6	0,870	0,68	1,016
18	0,22	0,803	0,44	0,725	0,6	0,870	0,68	1,016
19	0,23	0,795	0,45	0,735	0,62	0,909	0,69	1,048
20	0,23	0,795	0,46	0,745	0,63	0,927	0,69	1,048
21	0,24	0,787	0,46	0,745	0,63	0,927	0,7	1,079
22	0,24	0,787	0,47	0,754	0,64	0,945	0,71	1,110
23	0,25	0,779	0,47	0,754	0,64	0,945	0,71	1,110
24	0,26	0,771	0,49	0,771	0,65	0,963	0,72	1,141
25	0,27	0,763	0,52	0,794	0,65	0,963	0,73	1,171
26	0,28	0,756	0,54	0,807	0,65	0,963	0,73	1,171
27	0,29	0,748	0,56	0,819	0,66	0,980	0,74	1,201
28	0,29	0,748	0,56	0,819	0,67	0,997	0,74	1,201
29	0,33	0,719	0,57	0,824	0,67	0,997	0,74	1,201
30	0,38	0,684	0,59	0,833	0,69	1,028	0,75	1,230
31	0,38	0,684	0,6	0,837	0,7	1,043	0,77	1,285
32	0,42	0,657	0,6	0,837	0,71	1,057	0,77	1,285
33	0,43	0,651	0,61	0,841	0,72	1,071	0,77	1,285
34	0,43	0,651	0,61	0,841	0,73	1,083	0,78	1,311
35	0,44	0,644	0,65	0,852	0,73	1,083	0,78	1,311
36	0,44	0,644	0,65	0,852	0,74	1,095	0,79	1,336
37	0,45	0,638	0,66	0,854	0,75	1,107	0,8	1,360
38	0,47	0,625	0,69	0,857	0,76	1,117	0,81	1,382
39	0,47	0,625	0,7	0,858	0,77	1,127	0,82	1,403
40	0,47	0,625	0,73	0,857	0,77	1,127	0,82	1,403
41	0,48	0,619	0,75	0,855	0,79	1,144	0,83	1,423
42	0,55	0,577	0,75	0,855	0,81	1,157	0,83	1,423
43	0,55	0,577	0,76	0,853	0,82	1,162	0,83	1,423
44	0,55	0,577	0,76	0,853	0,82	1,162	0,84	1,441
45	0,55	0,577	0,79	0,846	0,83	1,167	0,85	1,458
46	0,56	0,571	0,79	0,846	0,83	1,167	0,85	1,458
47	0,58	0,560	0,79	0,846	0,84	1,170	0,86	1,472
48	0,59	0,554	0,79	0,846	0,85	1,173	0,86	1,472
49	0,6	0,549	0,8	0,844	0,86	1,175	0,86	1,472
50	0,62	0,538	0,81	0,841	0,86	1,175	0,87	1,485

Tablo 3-1: (Devamı)

Sıra No	W (1;1)		W (2;1)		W (3;1)		W (4;1)	
	x	f(x)	x	f(x)	x	f(x)	x	f(x)
51	0,62	0,538	0,82	0,837	0,87	1,175	0,87	1,485
52	0,63	0,533	0,83	0,834	0,87	1,175	0,88	1,496
53	0,65	0,522	0,85	0,825	0,88	1,175	0,88	1,496
54	0,65	0,522	0,85	0,825	0,88	1,175	0,88	1,496
55	0,68	0,507	0,9	0,801	0,89	1,174	0,89	1,506
56	0,71	0,492	0,9	0,801	0,89	1,174	0,9	1,513
57	0,74	0,477	0,93	0,783	0,89	1,174	0,9	1,513
58	0,74	0,477	0,94	0,777	0,9	1,172	0,91	1,518
59	0,79	0,454	0,94	0,777	0,91	1,169	0,91	1,518
60	0,8	0,449	0,96	0,764	0,92	1,166	0,93	1,523
61	0,82	0,440	0,97	0,757	0,93	1,161	0,94	1,522
62	0,86	0,423	0,97	0,757	0,94	1,155	0,94	1,522
63	0,95	0,387	0,97	0,757	0,95	1,149	0,96	1,514
64	0,97	0,379	0,98	0,750	0,96	1,141	0,98	1,497
65	0,97	0,379	1	0,736	0,96	1,141	0,98	1,497
66	0,97	0,379	1	0,736	0,99	1,114	0,98	1,497
67	0,98	0,375	1,03	0,713	1	1,104	0,99	1,485
68	0,98	0,375	1,06	0,689	1,02	1,080	0,99	1,485
69	1	0,368	1,08	0,673	1,05	1,039	1	1,472
70	1,03	0,357	1,09	0,664	1,08	0,993	1	1,472
71	1,03	0,357	1,1	0,656	1,1	0,959	1,03	1,418
72	1,05	0,350	1,11	0,648	1,1	0,959	1,03	1,418
73	1,06	0,346	1,11	0,648	1,1	0,959	1,03	1,418
74	1,16	0,313	1,12	0,639	1,11	0,941	1,04	1,397
75	1,16	0,313	1,13	0,630	1,13	0,905	1,05	1,373
76	1,2	0,301	1,17	0,595	1,14	0,886	1,05	1,373
77	1,2	0,301	1,19	0,578	1,14	0,886	1,06	1,348
78	1,22	0,295	1,23	0,542	1,15	0,867	1,06	1,348
79	1,28	0,278	1,25	0,524	1,17	0,828	1,07	1,321
80	1,3	0,273	1,27	0,506	1,17	0,828	1,07	1,321
81	1,33	0,264	1,3	0,480	1,17	0,828	1,08	1,293
82	1,39	0,249	1,35	0,436	1,17	0,828	1,08	1,293
83	1,43	0,239	1,4	0,394	1,18	0,808	1,08	1,293
84	1,47	0,230	1,41	0,386	1,19	0,788	1,08	1,293
85	1,69	0,185	1,44	0,362	1,19	0,788	1,1	1,231
86	1,69	0,185	1,44	0,362	1,2	0,767	1,14	1,095
87	1,77	0,170	1,46	0,346	1,23	0,706	1,15	1,058
88	1,78	0,169	1,46	0,346	1,23	0,706	1,15	1,058
89	1,81	0,164	1,48	0,331	1,25	0,665	1,17	0,984
90	1,84	0,159	1,49	0,324	1,26	0,644	1,17	0,984
91	1,86	0,156	1,54	0,287	1,26	0,644	1,2	0,869
92	1,94	0,144	1,58	0,260	1,26	0,644	1,2	0,869
93	2,17	0,114	1,65	0,217	1,29	0,583	1,2	0,869
94	2,34	0,096	1,66	0,211	1,36	0,448	1,23	0,755
95	2,37	0,093	1,88	0,110	1,4	0,378	1,26	0,643
96	2,63	0,072	1,96	0,084	1,48	0,257	1,28	0,573
97	2,7	0,067	2,03	0,066	1,48	0,257	1,31	0,473
98	3,19	0,041	2,06	0,059	1,49	0,244	1,31	0,473
99	3,26	0,038	2,08	0,055	1,62	0,112	1,33	0,412
100	3,31	0,037	2,19	0,036	1,62	0,112	1,63	0,015

4. BÖLÜM

ÜSTEL VE WEIBULL DAĞILIMLI TESADÜFİ DEĞİŞKENLER İÇİN X KONTROL GRAFİKLERİ

4.1 Üstel Dağılımlı Tesadüfi Değişkenler için X Kontrol Grafiği (X_e)

Üstel dağılımlı tesadüfi değişkenler için X kontrol grafiğini (X_e) düzenleyebilmek için grafik çizgilerinin (OÇ, ÜKS ve AKS) belirlenmesi gerekir. Üstel dağılım için standardın (μ) belli olup olmamasına göre bu çizgilerin nasıl belirleneceği aşağıdaki kısımlarda izah edilecektir.

4.1.1. Standardın (μ) Belli Olması Durumunda X_e Grafiğinin Kontrol Çizgilerinin Belirlenmesi

Üstel dağılımın tek parametresi olan μ 'nün, aynı zamanda bu dağılımın ortalamasına eşit olduğu daha önce (2-5) ile ifade edilmişti. Buna göre μ biliniyor ise; X_e kontrol grafiğinin orta çizgisi ($OÇ_e$) buna eşit olacaktır:

$$OÇ_e = \mu \quad (4-1)$$

X_e grafiğinin kontrol sınırları ise, üstel dağılımın KDF yardımıyla elde edilecektir (2.Bölümdeki (2-2) eşitliği). Şöyle ki; $\alpha = 0,01$ için ($1-\alpha = 0,99$) güven seviyesinde X grafiğinin üst ve alt kontrol sınırları ($\bar{ÜKS}_e$ ve AKS_e) Şekil 4-1'deki gibi olacaktır.

Buna göre bu kontrol sınırlarını hesaplayabilmek için üstel dağılımın KDF, ters dönüşüm yapılarak x için çözümlenmelidir. Bu çözümler aşağıda verilmiştir:

AKS_e'nin Hesaplanması:

$$F(x) = 1 - e^{-x/\mu} = 0,005 \quad (4-2)$$

ifadesinin x için çözülmesinden elde edilecek olan AKS_e şöyle hesaplanır:

$$e^{-x/\mu} = 0,995$$

$$-x/\mu = \ln(0,995)$$

$$x = -\mu \ln(0,995) = AKS_e \quad (4-3)$$

ÜKS_e'nin Hesaplanması:

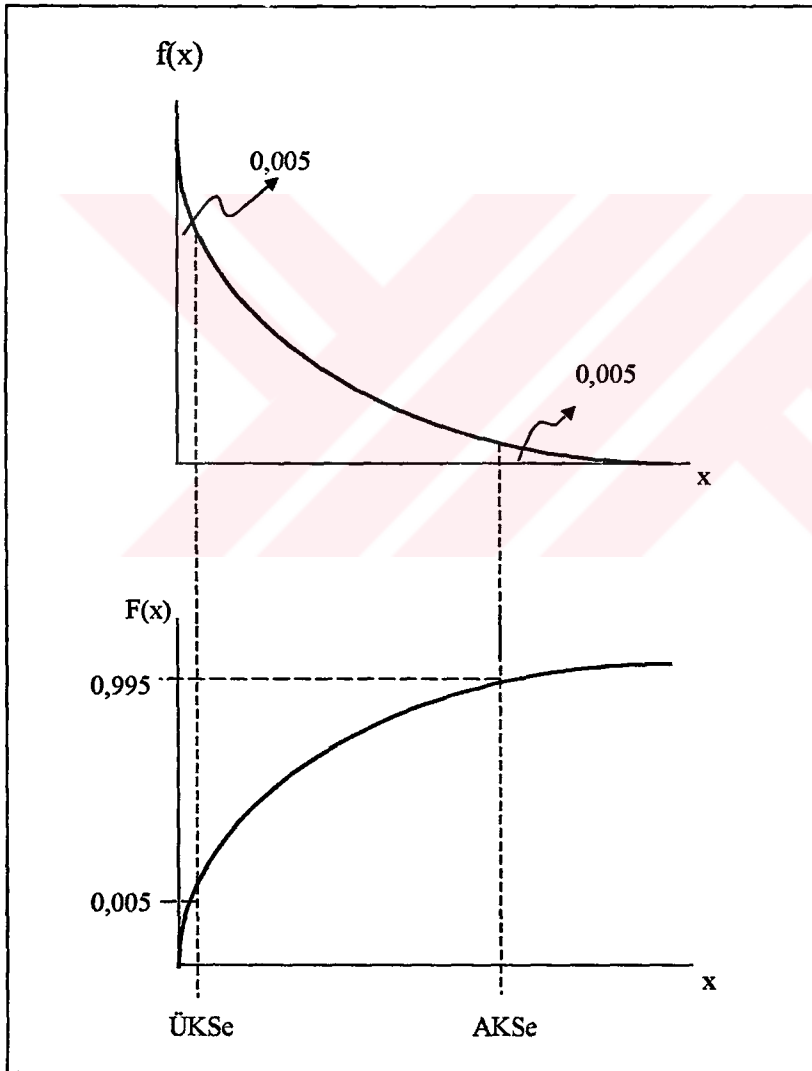
$$F(x) = 1 - e^{-x/\mu} = 0,995 \quad (4-4)$$

ifadesinin x için çözülmesinden elde edilecek olan ÜKS_e de şöyle hesaplanır:

$$e^{-x/\mu} = 0,005$$

$$-x/\mu = \ln(0,005)$$

$$x = -\mu \ln(0,005) = \text{ÜKS}_e \quad (4-5)$$



Şekil 4-1: Üstel Dağılım için Kontrol Sınırlarının Belirlenmesi

Buna göre, anakütleye ait μ 'nün bilinmesi durumunda üstel dağılıma sahip tesadüfi değişkenler için düzenlenecek olan X_e kontrol grafiğinin çizgileri, (4-3) ve (4-5) eşitliklerinde; $\ln(0,995) = (-0,005)$ ve $\ln(0,005) = (-5,298)$ olarak yazılırsa şöyle olur:

$$\left. \begin{array}{l} \text{ÜKS}_e = \mu (5,298) \\ \text{OÇ}_e = \mu \\ \text{AKS}_e = \mu (0,005) \end{array} \right\} X_e \text{ grafiği } (\mu \text{ biliniyor}) \quad (4-6)$$

X_e grafiğinin hem $\alpha = 0,01$ için kontrol sınırlarının (ÜKS_e , AKS_e) hem de $\alpha = 0,05$ için uyarı sınırlarının (ÜUS_e , AUS_e) değişik μ değerlerine göre hesaplanan değerleri Tablo 4-1'de verilmiştir.

Tablo 4-1: Çeşitli μ Değerleri için X_e Kontrol Grafiğinin Kontrol ve Uyarı Sınırları

$X = -\mu \ln(S_i) ; i = 1,2,3,4$					
μ	$S_1=0,025$ ÜUS_e	$S_2=0,975$ AUS_e	OÇ_e	$S_3=0,005$ ÜKS_e	$S_4=0,995$ AKS_e
0,5	1,844	0,013	0,5	2,649	0,003
1	3,689	0,025	1	5,298	0,005
1,5	5,533	0,038	1,5	7,947	0,008
2	7,378	0,051	2	10,597	0,010
2,5	9,222	0,063	2,5	13,246	0,013
3	11,067	0,076	3	15,895	0,015
3,5	12,911	0,089	3,5	18,544	0,018
4	14,756	0,101	4	21,193	0,020
4,5	16,600	0,114	4,5	23,842	0,023
5	18,444	0,127	5	26,492	0,025
10	36,889	0,253	10	52,983	0,050
20	73,778	0,506	20	105,966	0,100
50	184,444	1,266	50	264,916	0,251
200	737,776	5,064	200	1059,663	1,003
500	1844,440	12,659	500	2649,159	2,506
1000	3688,879	25,318	1000	5298,317	5,013

4.1.2. Standardın (μ) Belli Olmaması Durumunda X_e Grafiğinin Kontrol Çizgilerinin Belirlenmesi

Anakütleye ait μ belli değilse, anakütleden çekilen örneklerden μ tahmin edilmelidir. Bunun tahmini ($\hat{\mu}$) için 2.Bölümde izah edilen MOT metodu kullanıldığında;

$$\hat{\mu} = \bar{X} \quad (4-7)$$

olarak elde edilir. Buna göre kontrol çizgileri şöyle hesaplanır:

$$\left. \begin{array}{l} \text{ÜKS}_e = \bar{X} (5,298) \\ \text{OÇ}_e = \bar{X} \\ \text{AKS}_e = \bar{X} (0,005) \end{array} \right\} X_e \text{ grafiği } (\mu \text{ belli değil}) \quad (4-8)$$

4.2. Weibull Dağılımlı Tesadüfi Değişkenler için X_w Kontrol Grafiği (X_w)

Weibull dağılımlı tesadüfi değişkenler için düzenlenecek X_w kontrol grafiğinin çizgileri, üstel dağılım için uygulanan yaklaşıma benzer bir yaklaşım ile belirlenecektir. Bununla beraber, Weibull dağılım için ilgili standartlar β ve θ olmak üzere iki tanedir. Bununla ilgili açıklamalar aşağıdaki kısımlarda verilecektir.

4.2.1. Standartların (β, θ) Belli Olması Durumunda X_w Grafiğinin Kontrol Çizgilerinin Belirlenmesi

β ve θ belli olduğu zaman X_w grafiğinin orta çizgisi (OÇ_w), daha önce (2-16) formülü ile verilen Weibull dağılımın ortalamasına eşit olacaktır:

$$\text{OÇ}_w = \frac{\theta}{\beta} \Gamma\left(\frac{1}{\beta}\right) \quad (4-9)$$

X_w grafiğinin kontrol sınırları (AKS_w ve ÜKS_w) ise; $\alpha=0,01$ için ($1-\alpha = 0,99$) güven seviyesinde şöyle belirlenecektir:

AKS_w'nin Belirlenmesi:

Daha önce (2-12) formülü ile verilen Weibull dağılımın KDF, (%0,5) değerine eşitlenir, sonra bu eşitlik x için ters dönüşüm yapılarak çözülür. Şöyle ki:

$$F(x) = 1 - e^{-(x/\theta)^\beta} = 0,005$$

$$e^{-(x/\theta)^\beta} = 0,995$$

$$-\left(\frac{x}{\theta}\right)^\beta = \ln(0,995)$$

$$\frac{x}{\theta} = [-\ln(0,995)]^{1/\beta}$$

$$x = \theta [-\ln(0,995)]^{1/\beta} = \text{AKS}_w \quad (4-10)$$

ÜKS_w'nin Hesaplanması:

Burada da yine aynı çözüm yolu izlenecek ve KDF formülü, (%99,5) değerine eşitlenerek ÜKS_w belirlenecektir:

$$F(x) = 1 - e^{-(x/\theta)^\beta} = 0,995$$

$$e^{-(x/\theta)^\beta} = 0,005$$

$$-\left(\frac{x}{\theta}\right)^\beta = \ln(0,005)$$

$$\frac{x}{\theta} = [-\ln(0,005)]^{1/\beta}$$

$$x = \theta [-\ln(0,005)]^{1/\beta} = \text{ÜKS}_w \quad (4-11)$$

Buna göre, anakütleye ait β ve θ biliniyorsa; Weibull(β ; θ) dağılımına sahip tesadüfi değişkenler için düzenlenecek olan X_w kontrol grafiğinin çizgileri, (4-10) ve (4-11) eşitliklerinde; $\ln(0,995) = (-0,005)$ ve $\ln(0,005) = (-5,298)$ olarak yazılmak suretiyle şöyle hesaplanacaktır:

$$\left. \begin{array}{l} \text{ÜKS}_e = \theta (5,298)^{1/\beta} \\ \text{OÇ}_e = \frac{\theta}{\beta} \Gamma\left(\frac{1}{\beta}\right) \\ \text{AKS}_e = \theta (0,005)^{1/\beta} \end{array} \right\} X_w \text{ grafiği } (\beta \text{ ve } \theta \text{ biliniyor}) \quad (4-12)$$

Tablo 4-2: Çeşitli β ve θ Değerleri için X_w Kontrol Grafiğinin Kontrol ve Uyarı Sınırları

$X = \theta [-\ln(S_i)]^{1/\beta}$; $i=1,2,3,4$ $\bar{U}US(\%2,5)$, $AUS(\%97,5)$, $\bar{U}KS(\%0,5)$ ve $AKS(\%99,5)$ $(S_1=0,025; S_2=0,975; S_3=0,005; S_4=0,995)$						
θ	β					Sınırlar
	0,5	1	2	3	4	
1	13,608	3,689	1,921	1,545	1,386	$\bar{U}US$
	0,001	0,025	0,159	0,294	0,399	AUS
	2,000	1,000	0,886	0,893	0,906	OÇ
	28,072	5,298	2,302	1,743	1,517	$\bar{U}KS$
	0,000	0,005	0,071	0,171	0,266	AKS
2	27,216	7,378	3,841	3,090	2,772	$\bar{U}US$
	0,001	0,051	0,318	0,587	0,798	AUS
	4,000	2,000	1,772	1,786	1,813	OÇ
	56,144	10,597	4,604	3,487	3,034	$\bar{U}KS$
	0,000	0,010	0,142	0,342	0,532	AKS
3	40,823	11,067	5,762	4,635	4,158	$\bar{U}US$
	0,002	0,076	0,477	0,881	1,197	AUS
	6,000	3,000	2,659	2,679	2,719	OÇ
	84,217	15,895	6,905	5,230	4,552	$\bar{U}KS$
	0,000	0,015	0,212	0,513	0,798	AKS
4	54,431	14,756	7,683	6,181	5,543	$\bar{U}US$
	0,003	0,101	0,636	1,175	1,596	AUS
	8,000	4,000	3,545	3,572	3,626	OÇ
	112,289	21,193	9,207	6,973	6,069	$\bar{U}KS$
	0,000	0,020	0,283	0,685	1,064	AKS
5	68,039	18,444	9,603	7,726	6,929	$\bar{U}US$
	0,003	0,127	0,796	1,468	1,994	AUS
	10,000	5,000	4,431	4,465	4,532	OÇ
	140,361	26,492	11,509	8,717	7,586	$\bar{U}KS$
	0,000	0,025	0,354	0,856	1,330	AKS
6	81,647	22,133	11,524	9,271	8,315	$\bar{U}US$
	0,004	0,152	0,955	1,762	2,393	AUS
	12,000	6,000	5,317	5,358	5,438	OÇ
	168,433	31,790	13,811	10,460	9,103	$\bar{U}KS$
	0,000	0,030	0,425	1,027	1,596	AKS

Yukarıdaki Tablo 4-2'de, X_w grafiğinin hem $\alpha = 0,01$ için kontrol sınırlarının ($\bar{ÜKS}_w$, \bar{AKS}_w) hem de $\alpha = 0,05$ için uyarı sınırlarının ($\bar{ÜUS}_w$, \bar{AUS}_w) değişik μ değerlerine göre hesaplanan değerleri verilmiştir. Burada, Weibull(1; θ) dağılımına ait sınır değerleri ile üstel(μ) dağılımı sınır değerlerinin aynı olduğu görülmektedir.

4.2.2. Standartların (β , θ) Belli Olmaması Durumunda X_w Grafiğinin Kontrol Çizgilerinin Belirlenmesi

Anakütleye ait β ve θ belli değilse, bunların anakütleden çekilen örneklerden tahmin edilmeleri gerekir. Bunların tahmini ($\hat{\beta}$, $\hat{\theta}$) ise 2.Bölümde izah edilen MOT metodu kullanılarak elde edilebilir. Buna göre X_w grafiğinin kontrol çizgileri aşağıdaki gibi belirlenecektir:

$$\left. \begin{aligned} \bar{ÜKS}_e &= \hat{\theta} (5,298)^{1/\hat{\beta}} \\ \bar{OÇ}_e &= \frac{\hat{\theta}}{\hat{\beta}} \Gamma\left(\frac{1}{\hat{\beta}}\right) \\ \bar{AKS}_e &= \hat{\theta} (0,005)^{1/\hat{\beta}} \end{aligned} \right\} X_w \text{ grafiği } (\beta \text{ ve } \theta \text{ belli değil)} \quad (4-13)$$

Bu bölümde anlatılan X_e ve X_w grafikleri ile ilgili örnekler ve bunların normal dağılım varsayımına dayalı X grafikleri ile karşılaştırılması gelecek bölümde ele alınacaktır.

5. BÖLÜM

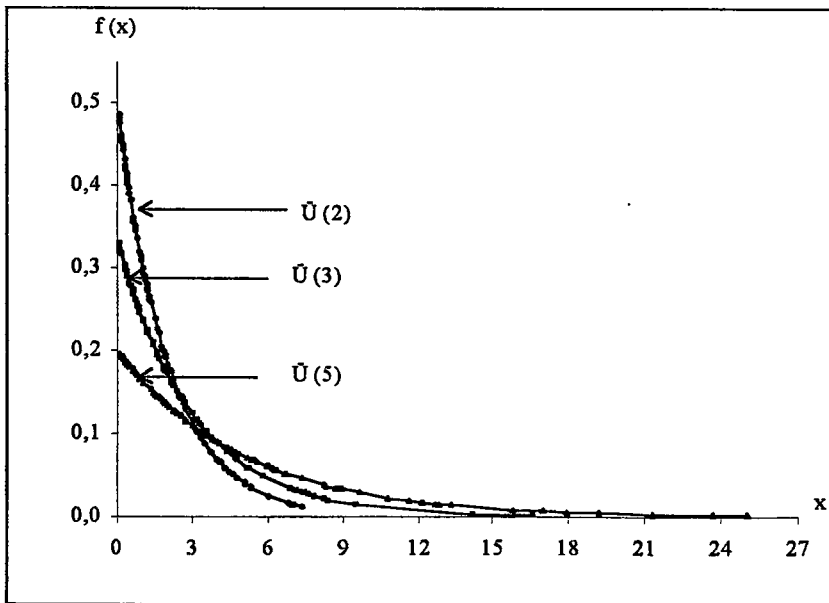
(X_e) ve (X_w) KONTROL GRAFİKLERİNİN NORMALLİK VARSAYIMINA DAYALI (X) KONTROL GRAFIĞI İLE KARŞILAŞTIRILMASI

5.1. Üstel Dağılımlı Tesadüfi Değişkenler için X ve X_e Grafikleri

Bu kısımda, 4.Bölümde anlatılan X_e grafiği ile 1.Bölümde anlatılan X grafiği, üstel dağılıma sahip tesadüfi değişkenler için standartların belli olup olmamasına göre düzenlenecek. Sonra, tek bir grafik ($X-X_e$ grafiği) üzerinde çizilen X ve X_e grafiklerinin kontrol sınırları arasında fark olup olmadığı araştırılacaktır.

5.1.1. Standartların Bilinmesi Durumunda $X-X_e$ Grafiği

Tablo 5-1'de, μ değerleri sırasıyla 2; 3 ve 5 olan üstel dağılmış tesadüfi sayılar (100'er adet) görülmektedir. Bu sayılar 3.Bölümde anlatılan üstel dağılımın tesadüfi sayı üreticinden (Ek 7) üretilen 10.000 adet sayıdan çekilmiştir. Tablo 5-1'de (küçükten büyüğe sıralanarak) verilen bu sayılar ve onların İYF değerlerine ait grafikleri Şekil 5-1'de görülmektedir.



Şekil 5-1: Üstel(2), (3) ve (5) Dağılımlı Tesadüfi Sayıların İYF Grafikleri

Tablo 5-1: Üstel(2), (3) ve (5) için Çekilen 100 Tesadüfi Sayı ve Bunların İYF Değerleri

Sıra No	Tesadüfi sayılar			İYF Değerleri		
	Üstel(2)	Üstel(3)	Üstel(5)	f(2)	f(3)	f(5)
1	0,05	0,04	0,11	0,488	0,329	0,196
2	0,05	0,04	0,16	0,488	0,329	0,194
3	0,05	0,09	0,2	0,488	0,323	0,192
4	0,06	0,09	0,23	0,485	0,323	0,191
5	0,07	0,11	0,24	0,483	0,321	0,191
6	0,09	0,14	0,3	0,478	0,318	0,188
7	0,1	0,28	0,33	0,476	0,304	0,187
8	0,16	0,31	0,34	0,462	0,301	0,187
9	0,17	0,34	0,39	0,459	0,298	0,185
10	0,17	0,36	0,4	0,459	0,296	0,185
11	0,18	0,37	0,42	0,457	0,295	0,184
12	0,19	0,39	0,46	0,455	0,293	0,182
13	0,21	0,42	0,48	0,450	0,290	0,182
14	0,23	0,51	0,6	0,446	0,281	0,177
15	0,29	0,55	0,62	0,433	0,277	0,177
16	0,32	0,6	0,69	0,426	0,273	0,174
17	0,33	0,61	0,71	0,424	0,272	0,174
18	0,35	0,62	0,77	0,420	0,271	0,171
19	0,35	0,65	0,89	0,420	0,268	0,167
20	0,37	0,74	0,94	0,416	0,260	0,166
21	0,38	0,78	1,05	0,413	0,257	0,162
22	0,39	0,79	1,31	0,411	0,256	0,154
23	0,41	0,8	1,32	0,407	0,255	0,154
24	0,42	0,82	1,33	0,405	0,254	0,153
25	0,43	0,82	1,45	0,403	0,254	0,150
26	0,46	0,84	1,54	0,397	0,252	0,147
27	0,49	0,85	1,6	0,391	0,251	0,145
28	0,53	0,86	1,63	0,384	0,250	0,144
29	0,65	0,87	1,71	0,361	0,249	0,142
30	0,67	0,9	1,82	0,358	0,247	0,139
31	0,7	0,9	1,9	0,352	0,247	0,137
32	0,7	0,91	1,98	0,352	0,246	0,135
33	0,72	0,91	2	0,349	0,246	0,134
34	0,72	1,03	2,07	0,349	0,236	0,132
35	0,73	1,19	2,22	0,347	0,224	0,128
36	0,79	1,2	2,3	0,337	0,223	0,126
37	0,89	1,21	2,36	0,320	0,223	0,125
38	0,92	1,39	2,51	0,316	0,210	0,121
39	0,96	1,4	2,66	0,309	0,209	0,117
40	1,01	1,41	2,69	0,302	0,208	0,117
41	1,06	1,41	2,72	0,294	0,208	0,116
42	1,08	1,55	2,78	0,291	0,199	0,115
43	1,1	1,57	3,03	0,288	0,198	0,109
44	1,12	1,57	3,11	0,286	0,198	0,107
45	1,15	1,57	3,28	0,281	0,198	0,104
46	1,15	1,61	3,29	0,281	0,195	0,104
47	1,19	1,67	3,33	0,276	0,191	0,103
48	1,2	1,67	3,35	0,274	0,191	0,102
49	1,21	1,84	3,43	0,273	0,181	0,101
50	1,26	1,86	3,49	0,266	0,179	0,100

Tablo 5-1 (Devamı)

Sıra No	Tesadüfi sayılar			İYF Değerleri		
	Üstel(2)	Üstel(3)	Üstel(5)	f(2)	f(3)	f(5)
51	1,29	1,87	3,56	0,262	0,179	0,098
52	1,31	1,91	3,63	0,260	0,176	0,097
53	1,31	1,92	3,78	0,260	0,176	0,094
54	1,48	1,97	3,78	0,239	0,173	0,094
55	1,57	2,12	3,99	0,228	0,164	0,090
56	1,63	2,16	4,05	0,221	0,162	0,089
57	1,77	2,21	4,06	0,206	0,160	0,089
58	1,82	2,22	4,39	0,201	0,159	0,083
59	1,82	2,37	4,48	0,201	0,151	0,082
60	1,82	2,52	4,5	0,201	0,144	0,081
61	1,82	2,53	4,51	0,201	0,143	0,081
62	1,84	2,58	4,7	0,199	0,141	0,078
63	1,87	2,67	4,78	0,196	0,137	0,077
64	1,91	2,71	4,8	0,192	0,135	0,077
65	2	2,81	5,15	0,184	0,131	0,071
66	2,1	2,87	5,32	0,175	0,128	0,069
67	2,21	2,98	5,36	0,166	0,123	0,068
68	2,45	3,11	5,44	0,147	0,118	0,067
69	2,48	3,14	5,54	0,145	0,117	0,066
70	2,51	3,18	5,94	0,143	0,115	0,061
71	2,52	3,2	5,95	0,142	0,115	0,061
72	2,58	3,28	6,01	0,138	0,112	0,060
73	2,6	3,32	6,21	0,136	0,110	0,058
74	2,66	3,52	6,25	0,132	0,103	0,057
75	2,71	3,53	6,36	0,129	0,103	0,056
76	2,71	3,57	6,69	0,129	0,101	0,052
77	3,16	3,74	6,75	0,103	0,096	0,052
78	3,19	3,9	7,4	0,101	0,091	0,046
79	3,31	4,03	8,25	0,096	0,087	0,038
80	3,45	4,39	8,34	0,089	0,077	0,038
81	3,48	4,67	8,72	0,088	0,070	0,035
82	3,69	4,73	8,82	0,079	0,069	0,034
83	3,73	5,16	8,89	0,077	0,060	0,034
84	3,95	5,17	8,98	0,069	0,059	0,033
85	4,06	5,23	9,66	0,066	0,058	0,029
86	4,08	5,76	10,77	0,065	0,049	0,023
87	4,29	6,86	11,64	0,059	0,034	0,019
88	4,46	7,02	12,1	0,054	0,032	0,018
89	4,6	7,11	12,16	0,050	0,031	0,018
90	4,76	7,13	12,2	0,046	0,031	0,017
91	5,03	7,16	12,69	0,040	0,031	0,016
92	5,09	7,38	12,86	0,039	0,028	0,015
93	5,27	7,41	13,3	0,036	0,028	0,014
94	5,32	7,57	15,79	0,035	0,027	0,009
95	5,99	7,87	16,96	0,025	0,024	0,007
96	5,99	8,26	17,92	0,025	0,021	0,006
97	6,83	8,43	19,17	0,016	0,020	0,004
98	6,92	9,54	21,26	0,016	0,014	0,003
99	7,08	14,17	23,67	0,015	0,003	0,002
100	7,34	16,52	25,05	0,013	0,001	0,001

Şimdi, Tablo 5-1'de verilen üstel(2; 3; 5) dağılımlı tesadüfi sayılar için $X-X_e$ grafiği örnek olarak düzenlenecektir. Burada, standart (μ) bilindiği için X ve X_e grafiği çizgilerini belirlemek üzere daha önce verilen (1-51) ve (4-6) formülleri kullanılacaktır. Ayrıca, burada kullanılacak olan üstel dağılımlı tesadüfi sayıların normal dağılım varsayımına göre düşünülmesi durumu için de; μ ve σ standartları keyfi olarak alınacaktır. Buna göre üstel(2) dağılımlı tesadüfi sayılar için X ve X_e grafiği çizgileri şöyle belirlenir:

X Grafiği Çizgileri: ($\mu = 2$ ve $\sigma = 0,5$ olduğu varsayılıyor.)

$$\text{ÜKS} = \mu + 3\sigma = 2 + 3(0,5) = 3,5$$

$$\text{OÇ} = \mu = 2$$

$$\text{AKS} = \mu - 3\sigma = 2,5 - 3(0,5) = 0,5$$

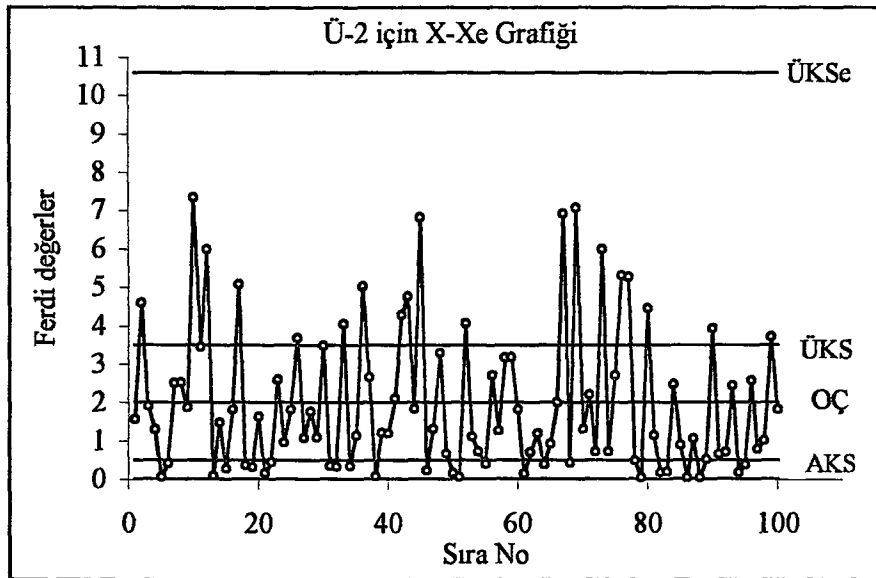
X_e Grafiği Çizgileri: ($\mu = 2$ için)

$$\text{ÜKS}_e = \mu (5,298) = 2 (5,298) = 10,60$$

$$\text{OÇ}_e = \mu = 2$$

$$\text{AKS}_e = \mu (0,005) = 2 (0,005) = 0,01 \cong 0$$

Hesaplanan bu çizgilerin ve üstel(2) dağılımlı 100 adet tesadüfi sayının (üretildiği sıralamaya göre) işaretlendiği $X-X_e$ grafiği Şekil 5-2'de görülmektedir.



Şekil 5-2: Üstel(2) Dağılımlı Tesadüfi Sayılar için $X-X_e$ Grafiği

Şekil 5-2'de de görüldüğü gibi, bir çok nokta X grafiği kontrol sınırları dışına çıktığı halde, X_e grafiği sınırlarını geçen nokta yok. Zaten $\bar{U}KS_e$, $\bar{U}KS$ 'den çok daha yukarıda olduğu ve AKS_e 'nin de AKS 'den biraz aşağıda olduğu açıkça görülmektedir. Yani, X_e grafiğinin kontrol sınırları X grafiğine göre daha geniştir.

Şimdi, yine Tablo 5-1'deki üstel(3) dağılımlı tesadüfi sayılar için X ve X_e grafiklerinin çizgileri hesaplanacaktır. Şöyle ki:

X Grafiği Çizgileri: ($\mu = 3$ ve $\sigma = 1$ olduğu varsayılıyor.)

$$\bar{U}KS = \mu + 3\sigma = 3 + 3(1) = 6$$

$$O\check{C} = \mu = 3$$

$$AKS = \mu - 3\sigma = 3 - 3(1) = 0$$

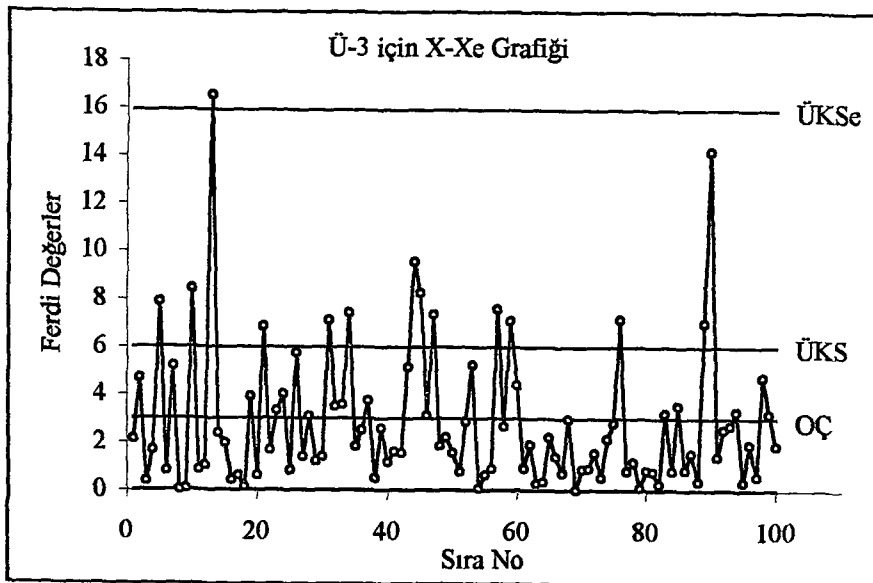
X_e Grafiği Çizgileri: ($\mu = 3$ için)

$$\bar{U}KS_e = \mu (5,298) = 3 (5,298) = 15,89$$

$$O\check{C}_e = \mu = 3$$

$$AKS_e = \mu (0,005) = 3 (0,005) = 0,015 \cong 0$$

Hesaplanan bu çizgilerin ve üstel(3) dağılımlı 100 adet tesadüfi sayının (üretildiği sıralamaya göre) işaretlendiği X- X_e grafiği Şekil 5-3'de görülmektedir.



Şekil 5-3: Üstel(3) Dağılımlı Tesadüfi Sayılar için X- X_e Grafiği

Şekil 5-3'teki grafikte, bir çok noktanın ÜKS çizgisini geçmesine rağmen sadece bir noktanın ÜKS_e çizgisi dışına çıktığı görülüyor. Burada da X_e grafiğinin kontrol sınırlarının X grafiğine göre daha geniş olduğu açık olarak görülmektedir.

Şimdi de, yine Tablo 5-1'deki üstel(5) dağılımlı tesadüfi sayılar için X ve X_e grafiklerinin çizgileri hesaplanacaktır. Şöyle ki:

X Grafiği Çizgileri: ($\mu = 5$ ve $\sigma = 1,5$ olduğu varsayılıyor.)

$$\text{ÜKS} = \mu + 3\sigma = 5 + 3(1,5) = 9,5$$

$$\text{OÇ} = \mu = 5$$

$$\text{AKS} = \mu - 3\sigma = 5 - 3(1,5) = 0,5$$

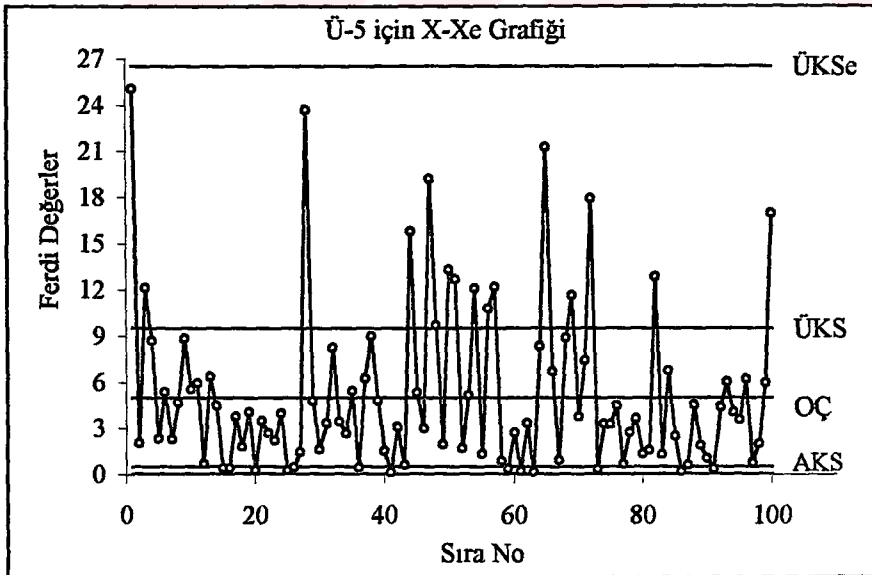
X_e Grafiği Çizgileri: ($\mu = 5$ için)

$$\text{ÜKS}_e = \mu (5,298) = 5 (5,298) = 26,49$$

$$\text{OÇ}_e = \mu = 5$$

$$\text{AKS}_e = \mu (0,005) = 5 (0,005) = 0,025 \approx 0$$

Hesaplanan bu çizgilerin ve üstel(5) dağılımlı 100 adet tesadüfi sayının (üretildiği sıralamaya göre) işaretlendiği X-X_e grafiği Şekil 5-4'de görülmektedir



Şekil 5-4: Üstel(5) Dağılımlı Tesadüfi Sayılar için X-X_e Grafiği

Şekil 5-4'teki grafikte de Şekil 5-1'dekine benzer bir durum vardır. Yani, bu grafikte de X kontrol sınırlarının çok dar olduğu görülmektedir.

5.1.2. Standartların Belli Olmaması Durumunda X-X_e Grafiği

Standartların belli olmaması durumunda üstel dağılım için μ , normal dağılım için ise μ ve σ tahmin edilecektir. Bu tahminler daha önce verilen formüllere göre hesaplanacaktır.

Tablo 5-2'de, μ değerleri sırasıyla 0,5; 1 ve 1,5 olan üstel dağılmış tesadüfi sayılar (100'er adet) görülmektedir. Bu sayılar üstel dağılımın tesadüfi sayı üreticinden (Ek 7) üretilen 10.000 adet sayıdan çekilmiştir.

Bu sayılar için X ve X_e grafiklerinin çizgileri, standartların belli olmaması durumu için daha önce verilen (1-51) ve (4-8) formüllerine göre aşağıda hesaplanmıştır:

X Grafiğinin Çizgileri: Üstel(0,5) için

$$\bar{ÜKS} = \bar{X} + 2,66 \bar{MR} = 0,46 + 2,66(0,45) = 1,65$$

$$OÇ = \bar{X} = 0,46$$

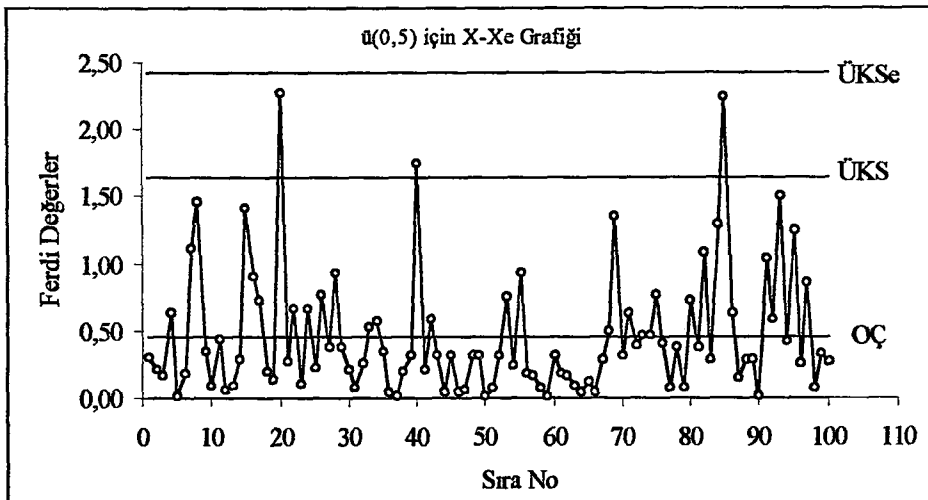
$$AKS = \bar{X} - 2,66 \bar{MR} = 0,46 - 2,66(0,45) \cong 0$$

X_e Grafiğinin Çizgileri: Üstel(0,5) için

$$\bar{ÜKS}_e = \bar{X} (5,298) = 0,46(5,298) = 2,42$$

$$OÇ_e = \bar{X} = 0,46$$

$$AKS_e = \bar{X} (0,005) = 0,46(0,005) \cong 0$$



Şekil 5-5: Üstel(0,5) Dağılımlı Tesadüfi Sayıların X-X_e Grafiği

Tablo 5-2: Üstel(0,5),(1) ve(1,5) Dağılımlı 100'er Adet Tesadüfi Sayılar

S. No	Üstel(0,5)		Üstel(1)		Üstel(1,5)		S. No	Üstel(0,5)		Üstel(1)		Üstel(1,5)	
	X	MR	X	MR	X	MR		X	MR	X	MR	X	MR
1	0,30	-	1,84	-	0,56	-	51	0,08	0,06	1,33	1,10	0,92	0,36
2	0,21	0,09	0,38	1,46	0,24	0,32	52	0,31	0,23	1,43	0,10	1,99	1,07
3	0,16	0,05	0,93	0,55	2,31	2,07	53	0,76	0,45	1,47	0,04	1,24	0,75
4	0,64	0,48	0,51	0,42	2,32	0,01	54	0,24	0,52	1,41	0,06	0,92	0,32
5	0,02	0,62	1,8	1,29	1,43	0,89	55	0,93	0,69	1,71	0,30	0,07	0,85
6	0,18	0,16	0,35	1,45	0,46	0,97	56	0,18	0,75	1,02	0,69	0,13	0,06
7	1,11	0,93	0,08	0,27	3,1	2,64	57	0,17	0,01	0,29	0,73	4,97	4,84
8	1,46	0,35	0,07	0,01	0,96	2,14	58	0,08	0,09	0,8	0,51	0,17	4,80
9	0,35	1,11	3,38	3,31	3,38	2,42	59	0,02	0,06	0,87	0,07	0,09	0,08
10	0,09	0,26	0,18	3,20	3,41	0,03	60	0,31	0,29	0,91	0,04	1,23	1,14
11	0,44	0,35	0,28	0,10	0,29	3,12	61	0,18	0,13	0,04	0,87	1,71	0,48
12	0,06	0,38	3,71	3,43	1,06	0,77	62	0,17	0,01	1,01	0,97	0,68	1,03
13	0,09	0,03	0,68	3,03	2,99	1,93	63	0,09	0,08	0,06	0,95	3,76	3,08
14	0,29	0,20	3,31	2,63	0,98	2,01	64	0,04	0,05	0,32	0,26	2,35	1,41
15	1,42	1,13	0,4	2,91	0,75	0,23	65	0,12	0,08	1,34	1,02	1	1,35
16	0,91	0,51	0,68	0,28	0,75	0,00	66	0,05	0,07	0,03	1,31	1,58	0,58
17	0,73	0,18	2,06	1,38	0,2	0,55	67	0,29	0,24	1,4	1,37	1,97	0,39
18	0,2	0,53	0,6	1,46	1,68	1,48	68	0,49	0,20	0,46	0,94	0,63	1,34
19	0,13	0,07	2,66	2,06	0,71	0,97	69	1,35	0,86	0,12	0,34	1,97	1,34
20	2,27	2,14	3,05	0,39	0,19	0,52	70	0,32	1,03	0,56	0,44	1,36	0,61
21	0,27	2,00	1,07	1,98	2,67	2,48	71	0,64	0,32	1,08	0,52	0,67	0,69
22	0,66	0,39	0,03	1,04	1,04	1,63	72	0,39	0,25	1,15	0,07	0,97	0,30
23	0,11	0,55	0,28	0,25	2,03	0,99	73	0,46	0,07	0,72	0,43	1,83	0,86
24	0,67	0,56	0,71	0,43	1,91	0,12	74	0,46	0,00	0,88	0,16	1,94	0,11
25	0,22	0,45	1,4	0,69	0,04	1,87	75	0,77	0,31	1,44	0,56	0,04	1,90
26	0,77	0,55	0,19	1,21	2,95	2,91	76	0,4	0,37	0,44	1,00	0,87	0,83
27	0,37	0,40	1,42	1,23	1,39	1,56	77	0,08	0,32	0,12	0,32	1,38	0,51
28	0,94	0,57	0,56	0,86	0,25	1,14	78	0,37	0,29	1,56	1,44	0,07	1,31
29	0,38	0,56	5,78	5,22	1,48	1,23	79	0,07	0,30	2,25	0,69	0,39	0,32
30	0,21	0,17	1,36	4,42	0,4	1,08	80	0,72	0,65	0,04	2,21	0,75	0,36
31	0,08	0,13	0,5	0,86	0,3	0,10	81	0,38	0,34	1,44	1,40	2	1,25
32	0,25	0,17	1,08	0,58	1,57	1,27	82	1,08	0,70	0,72	0,72	7,34	5,34
33	0,52	0,27	3,48	2,40	2,02	0,45	83	0,28	0,80	1,23	0,51	1,33	6,01
34	0,57	0,05	0,4	3,08	0,18	1,84	84	1,3	1,02	0,71	0,52	3,36	2,03
35	0,35	0,22	1,62	1,22	3,18	3,00	85	2,24	0,94	0,11	0,60	1,09	2,27
36	0,04	0,31	0,11	1,51	0,84	2,34	86	0,63	1,61	0,25	0,14	0,04	1,05
37	0,01	0,03	0,89	0,78	2,21	1,37	87	0,15	0,48	0,19	0,06	3,43	3,39
38	0,19	0,18	0,79	0,10	0,6	1,61	88	0,28	0,13	3,13	2,94	1,19	2,24
39	0,31	0,12	0,34	0,45	0,26	0,34	89	0,29	0,01	0,23	2,90	0,58	0,61
40	1,74	1,43	4,3	3,96	0,78	0,52	90	0,01	0,28	2,51	2,28	3,65	3,07
41	0,21	1,53	1,69	2,61	1,15	0,37	91	1,04	1,03	1,64	0,87	1,14	2,51
42	0,59	0,38	1,68	0,01	0,82	0,33	92	0,59	0,45	0,05	1,59	0,47	0,67
43	0,32	0,27	0,7	0,98	0,54	0,28	93	1,5	0,91	1,8	1,75	0,5	0,03
44	0,05	0,27	0,21	0,49	0,5	0,04	94	0,42	1,08	1,58	0,22	0,76	0,26
45	0,31	0,26	0,77	0,56	0,54	0,04	95	1,25	0,83	1,04	0,54	4,74	3,98
46	0,04	0,27	0,21	0,56	1,77	1,23	96	0,26	0,99	0,63	0,41	0,4	4,34
47	0,06	0,02	2,39	2,18	3,06	1,29	97	0,86	0,60	0,2	0,43	1,57	1,17
48	0,32	0,26	0,56	1,83	0,33	2,73	98	0,07	0,79	0,23	0,03	3,01	1,44
49	0,31	0,01	0,68	0,12	1,07	0,74	99	0,33	0,26	0,87	0,64	8,72	5,71
50	0,02	0,29	0,23	0,45	1,28	0,21	100	0,27	0,06	0,55	0,32	0,88	7,84
Ortalama :								0,46	0,45	1,08	1,11	1,49	1,48

Üstel(0,5) dağılımlı sayılara göre belirlenen bu çizgiler ve veri noktaları, Şekil 5-5'teki X-X_e grafiğinde gösterilmiştir. Bu grafikte, ilk olarak X_e grafiğinin üst kontrol sınırının X grafiğinkine göre çok daha yukarıda olduğu görülüyor. Diğer taraftan, prosesin X grafiğine göre kontrol dışında olduğu, fakat X_e grafiğine göre kontrol altında olduğu söylenebilir.

X Grafiğinin Çizgileri: Üstel(1) için

$$\text{ÜKS} = \bar{X} + 2,66 \overline{MR} = 1,08 + 2,66(1,11) = 4,03$$

$$\text{OÇ} = \bar{X} = 1,08$$

$$\text{AKS} = \bar{X} - 2,66 \overline{MR} = 1,08 - 2,66(1,11) = -1,9 \cong 0$$

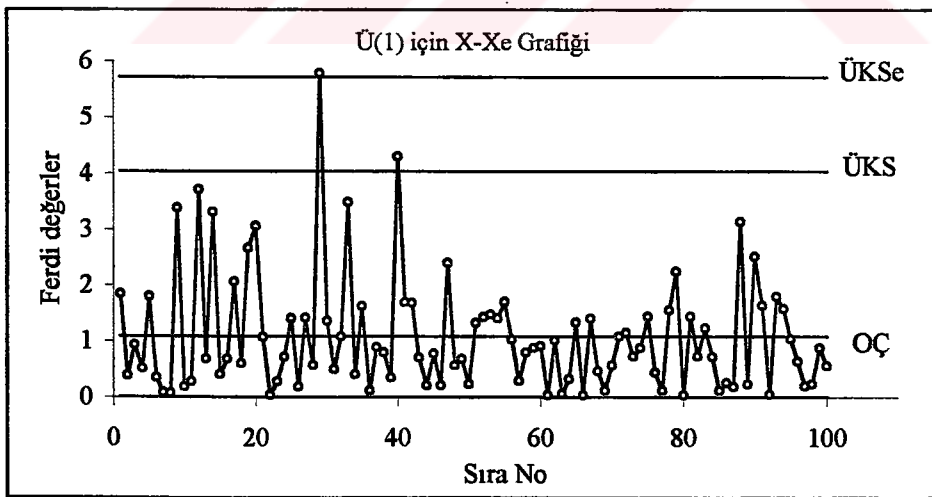
X_e Grafiğinin Çizgileri: Üstel(1) için

$$\text{ÜKS}_e = \bar{X} (5,298) = 1,08 (5,298) = 5,71$$

$$\text{OÇ}_e = \bar{X} = 1,08$$

$$\text{AKS}_e = \bar{X} (0,005) = 1,08 (0,005) = 0,01 \cong 0$$

Bulunan bu değerlere göre düzenlenen X-X_e grafiği Şekil 5-6'da görülmektedir.



Şekil 5-6: Üstel(1) Dağılımlı Tesadüfi Sayıların X-X_e Grafiği

Şekil 5-6'daki grafikte de ilk göze çarpan durum, yine X_e grafiği üst kontrol sınırının X grafiğinkinden çok daha yukarıda olduğu, alt kontrol sınırlarının ise eşit olduğudur. Buna rağmen, ÜKS_e çizgisini de geçen bir nokta mevcuttur.

X Grafiğinin Çizgileri: Üstel(1,5) için

$$\bar{ÜKS} = \bar{X} + 2,66 \bar{MR} = 1,49 + 2,66(1,48) = 5,42$$

$$OÇ = \bar{X} = 1,49$$

$$AKS = \bar{X} - 2,66 \bar{MR} = 1,49 - 2,66(1,48) = -2,4 \cong 0$$

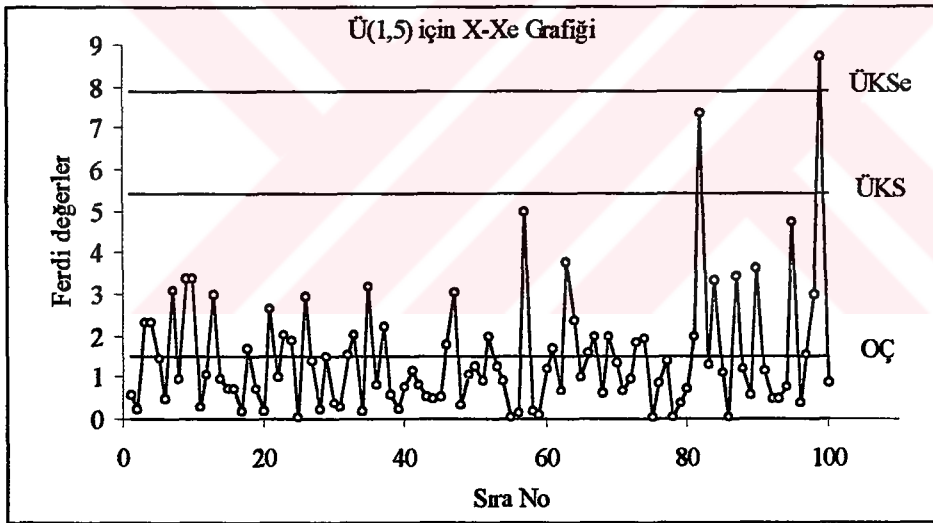
X_e Grafiğinin Çizgileri: Üstel(1,5) için

$$\bar{ÜKS}_e = \bar{X} (5,298) = 1,49 (5,298) = 7,88$$

$$OÇ_e = \bar{X} = 1,49$$

$$AKS_e = \bar{X} (0,005) = 1,49 (0,005) = 0,01 \cong 0$$

Bulunan bu değerlere göre düzenlenen *X-X_e* grafiğı Şekil 5-7'de görülmektedir.



Şekil 5-7: Üstel(1,5) Dağılımlı Tesadüfi Sayıların *X-X_e* Grafiğı

Şekil 5-7'deki grafikte de ÜKS ile ÜKS_e arasında ve AKS ile AKS_e arasında Şekil 5-6'dakine benzer bir durum olduğu söylenebilir.

Her üç grafikte müşahade edilen ortak noktalar hakkında; ÜKS_e çizgilerinin ÜKS' den çok daha yüksekte olduğu ve AKS değerlerinin μ 'nün artışına ters orantılı, fakat AKS_e değerlerinin ise doğru orantılı bir durum arz ettiği söylenebilir. Bununla birlikte, negatif değerler için kontrol sınırları sıfır değer almakta olduğundan ve incelenen örneklerdeki AKS_e değerleri sıfıra yakın bulunduğundan dolayı, AKS ve AKS_e değerleri birbirine eşit kabul edilmiştir.

5.2. Weibull Dağılımlı Tesadüfi Sayılar için X ve X_w Grafikleri

Bu kısımda, 3.Bölümde anlatılan Weibull dağılımın tesadüfi sayı üretici (Ek 8) kullanılarak elde edilen sayılar için -parametrelerin belli olup olmamasına göre- X ve X_w grafiklerinin çizgileri belirlenecektir.

5.2.1. Standartların Bilinmesi Durumunda X ve X_w Grafikleri

Bu durumda, dağılımın Weibull olmasına göre β ve θ parametrelerinin, dağılımın normal kabul edilmesine göre de μ ve σ parametrelerinin bilindiği varsayılmaktadır. Bununla ilgili örnek verileri Tablo 5-3'te görülmektedir. Bu veriler, 3.Bölümde anlatılan Weibull dağılımın tesadüfi sayı üreticinden (Ek 8) elde edilen 10.000 adet sayıdan çekilmiştir.

Bu veriler için düzenlenecek olan X ve X_w grafiklerinin kontrol çizgileri, standartların bilinmesi durumuna göre daha önce verilen (1-51) ve (4-12) numaralı formüller kullanılarak şöyle hesaplanmıştır:

X Kontrol Grafiği: W(2;11) için ($\mu = 10, \sigma = 3$ olarak kabul ediliyor.)

$$\text{ÜKS} = \mu + 3\sigma = 10 + 3(3) = 19$$

$$\text{OÇ} = \mu = 10$$

$$\text{AKS} = \mu - 3\sigma = 10 - 3(3) = 1$$

X_w Kontrol Grafiği: W(2;11) için ($\beta = 2$ ve $\theta = 11$)

$$\text{ÜKS}_w = \theta (5,298)^{1/\beta} = 11(5,298)^{1/2} = 25,32$$

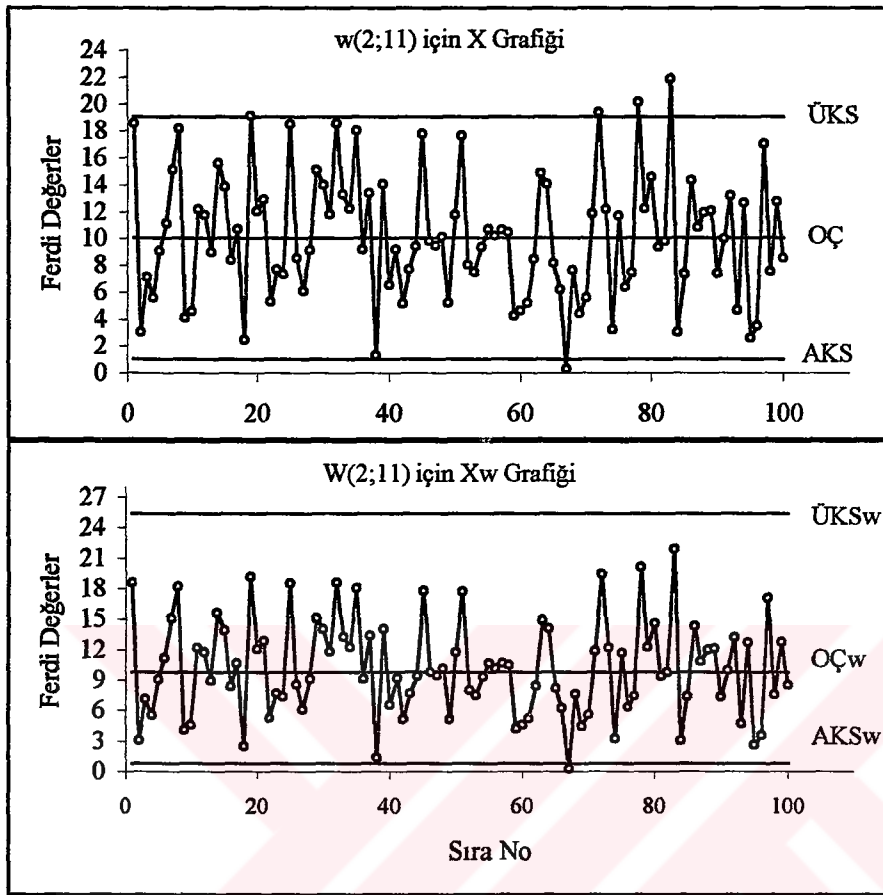
$$\text{OÇ}_w = \frac{\theta}{\beta} \Gamma\left(\frac{1}{\beta}\right) = \frac{11}{2} \Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = 9,75$$

$$\text{AKS}_w = \theta (0,005)^{1/\beta} = 11(0,005)^{1/2} = 0,78$$

Bulunan bu değerlere göre düzenlenen X-X_w grafikleri Şekil 5-8'de verilmiştir. Burada X_w grafiği kontrol sınırlarının daha geniş olduğu görülmektedir. ÜKS çizgisini geçen noktaların olduğu, fakat ÜKS_w çizgisini geçen noktanın bulunmadığı görülmektedir. Diğer taraftan, AKS_w çizgisi AKS'den biraz daha aşağıda olmasına rağmen, bir noktanın AKS_w çizgisini de geçtiği görülüyor.

Tablo 5-3: Weibull(2;11), (3;5) ve (4;2) Dağılımlı 100'er Adet Tesadüfi Sayılar

Sıra No	W(2;11)	W(3;5)	W(4;2)	Sıra No	W(2;11)	W(3;5)	W(4;2)
1	18,55	5,16	2,47	51	17,65	2,86	1,34
2	3,03	3,67	1,44	52	8,01	3,63	1,89
3	7,11	6,59	1,84	53	7,45	5,56	1,49
4	5,54	2,61	1,33	54	9,32	1,86	2,25
5	9,04	7,23	2,12	55	10,66	4,84	1,36
6	11,13	0,98	1,56	56	10,15	4,22	1,84
7	15,09	4,07	2,18	57	10,63	5,83	1,63
8	18,17	4,18	2,23	58	10,46	2,78	1,1
9	4,07	6,83	1,64	59	4,21	2,73	1,35
10	4,55	2,2	2,17	60	4,58	5,54	2,29
11	12,17	4,47	2,13	61	5,17	3,17	1,58
12	11,74	5,19	1,64	62	8,45	5,23	2,03
13	8,95	5,12	1,92	63	14,87	3,93	1,31
14	15,56	4,03	2,18	64	14,05	5,2	2,29
15	13,86	1,62	1,87	65	8,15	2,74	2,53
16	8,36	2,8	2,28	66	6,19	1,96	2,46
17	10,67	3,82	2,36	67	0,27	1,84	1,71
18	2,45	6,05	1,27	68	7,6	2,31	2,18
19	19,13	5,39	1,94	69	4,43	4,98	2,15
20	12,02	3,35	1,39	70	5,56	6,41	1,86
21	12,87	5,15	0,76	71	11,84	6,8	2,76
22	5,28	2,32	1,95	72	19,37	3,16	1,75
23	7,65	3,38	2,74	73	12,19	5,54	2,66
24	7,34	5,53	1,03	74	3,2	5,14	1,71
25	18,51	5,21	1,49	75	11,67	3,19	2,34
26	8,54	3,49	1,23	76	6,36	4,93	1,85
27	6,09	2,77	1,3	77	7,42	4,16	1,45
28	9,12	4,14	1,24	78	20,11	3,26	1,96
29	15,1	3,45	1,79	79	12,2	2,64	1,41
30	14,01	5,27	1,47	80	14,56	3,6	2,56
31	11,8	4,33	1,57	81	9,36	3,79	2,27
32	18,53	4	1,31	82	9,77	3,97	1,92
33	13,27	1,86	2,14	83	21,83	4,18	2,3
34	12,21	5,38	1,75	84	3,03	3,13	1,17
35	18,03	2,57	1,41	85	7,33	6,15	2,13
36	9,14	5,1	1,29	86	14,34	2,36	1,85
37	13,36	6,37	1,33	87	10,81	4,44	1,52
38	1,3	3,36	1,13	88	11,95	4,41	2,41
39	14,03	3,29	2,38	89	12,08	6,7	1,01
40	6,5	2,78	1,42	90	7,37	4,9	1,04
41	9,16	2,19	2,17	91	9,97	1,67	2,58
42	5,13	5,4	1,42	92	13,18	4,17	0,94
43	7,67	5,01	2,9	93	4,66	5,23	1,83
44	9,39	5,18	2,45	94	12,67	2,74	2,35
45	17,76	5,17	1,69	95	2,58	3,57	1,94
46	9,76	3,88	1,44	96	3,52	2,61	1,59
47	9,45	4,64	1,24	97	17,01	5,66	1,67
48	10,12	5,13	1,94	98	7,53	7,68	2,23
49	5,15	7,35	2,48	99	12,76	6,04	1,27
50	11,73	1,48	2,32	100	8,52	6,51	2,57



Şekil 5-8: Weibull(2;11) Dağılımlı Tesadüfi Sayıların X-X_w Grafikleri

Weibull(3;5) ve (4;2) dağılımlı tesadüfi sayılar için düzenlenecek olan X ve X_w grafiklerinin çizgileri, aynı hesaplama yoluyla belirlenerek aşağıda verilmiştir:

X Kontrol Grafiği: W(3;5) için ($\mu = 4, \sigma = 1$ olarak kabul ediliyor.)

ÜKS = 7; OÇ = 4; AKS = 1

X_w Kontrol Grafiği: W(3;5) için ($\beta = 3$ ve $\theta = 5$)

ÜKS_w = 8,72; OÇ_w = 4,46; AKS_w = 0,85

X Kontrol Grafiği: W(4;2) için ($\mu = 2, \sigma = 0,5$ olarak kabul ediliyor.)

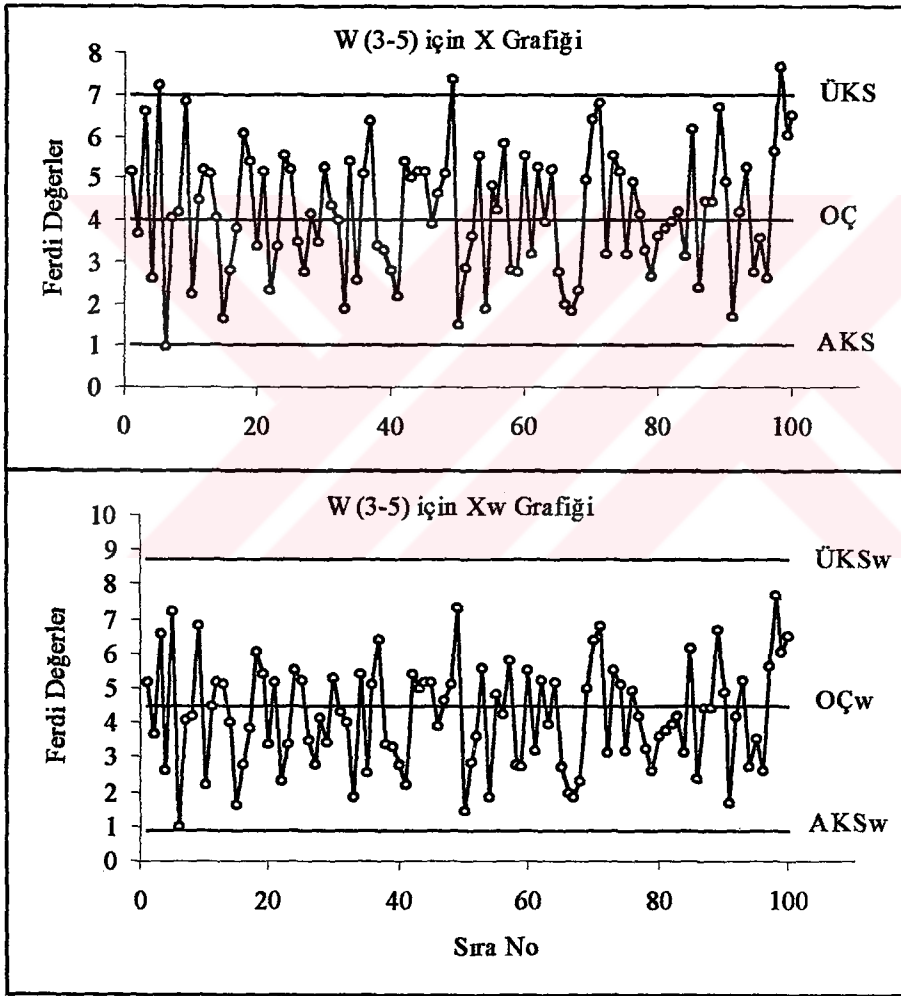
ÜKS = 3,5; OÇ = 2; AKS = 0,5

X_w Kontrol Grafiği: W(4;2) için ($\beta = 4$ ve $\theta = 2$)

ÜKS_w = 3,03; OÇ_w = 1,81; AKS_w = 0,53

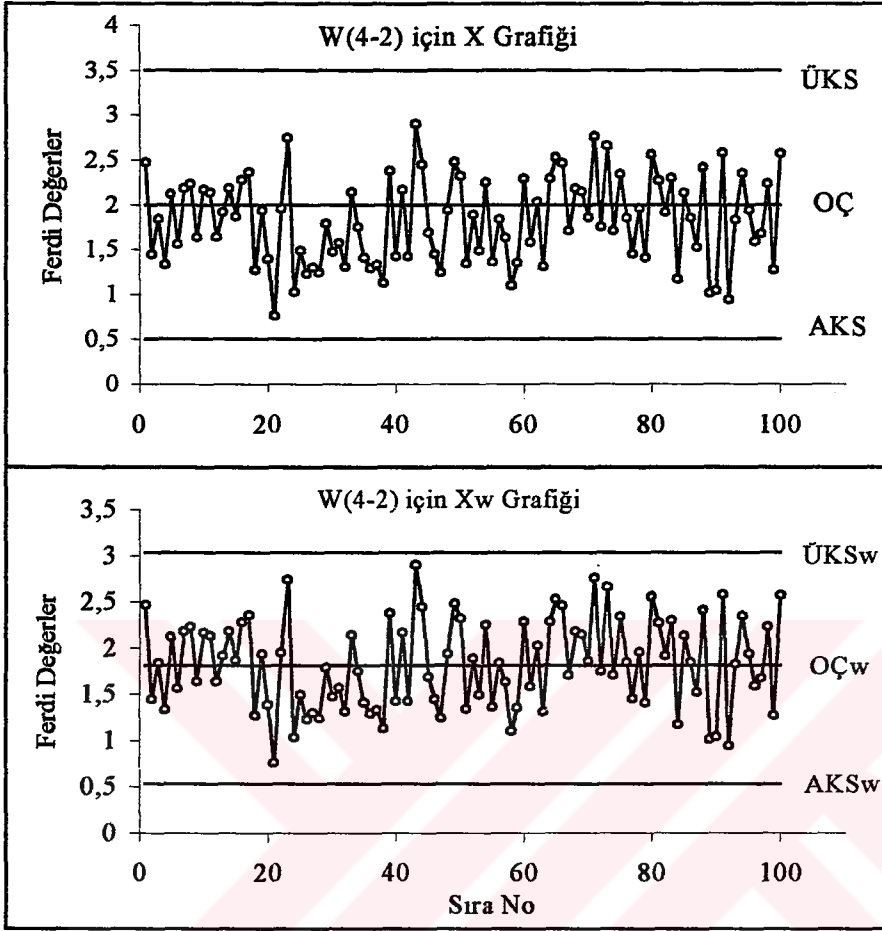
Elde edilen bu sonuçlara göre; β 'nın değerinin 3 ile 4 arasında olması halinde, Weibull dağılımının normal dağılıma yaklaştığı söylenebilir. Bununla ilgili olarak, Bartley, Fox ve Schrage (1987:176) tarafından $\beta = 3,602$ değeri için Weibull dağılımının normal dağılıma çok yaklaştığı ifade edilmiştir.

Weibull(3;5) ve (4;2) dağılımlı tesadüfi sayılar için yukarıda elde edilen kontrol sınırlarına göre düzenlenen X ve X_w grafikleri aşağıdaki Şekil 5-9 ve 5-10'da görülmektedir.



Şekil 5-9: Weibull(3;5) Dağılımlı Tesadüfi Sayıların X- X_w Grafikleri

Şekil 5-9'da, X_w grafiği kontrol sınırlarının X grafiğinden daha geniş olduğu, X grafiğinin kontrol sınırlarını geçen noktalar bulunmasına rağmen X_w grafiği kontrol sınırlarını hiçbir noktanın geçmediği görülmektedir.



Şekil 5-10: Weibull(4;2) Dağılımlı Tesadüfi Sayıların X-X_w Grafikleri

Şekil 5-10'da ise, ÜKS'nin ÜKS_w çizgisinden biraz daha yukarıda olduğu ve alt kontrol sınırlarının hemen hemen eşit olduğu görülmektedir. Ayrıca, bu örnekte her iki grafiğin de kontrol sınırlarını geçen noktanın bulunmadığı anlaşılıyor.

5.2.2. Standartların Belli Olmaması Durumunda X ve X_w Grafikleri

Bu durumda, Weibull dağılım için β ve θ parametreleri, normal dağılım için ise μ tahmin edilerek; $\hat{\beta}$, $\hat{\theta}$ ve $\hat{\mu}$ belirlenecektir ($\hat{\mu} = \bar{X}$ olduğu biliniyor).

Buna göre, Ek 8'deki Weibull sayı üreticiden üretilen Weibull (0,5;13), (5;5) ve (6;3) dağılımlı tesadüfi sayılardan rasgele 100'er adet örnek sayı (Tablo 5-4) çekilmiş, sonra bu veriler için β -parametreleri bilinmediği varsayılarak- MOT Fortran programı (Ek 6) yardımıyla $\hat{\beta}$ ile $\hat{\theta}$ parametreleri tahmin edilmiştir (Tablo 5-5).

Tablo 5-4: Weibull(0,5;13), (5;5) ve (6;3) Dağılımlı 100'er Tesadüfi Sayılar

Sıra No.	W(0,5;13)	W(5;5)	W(6;3)	Sıra No.	W(0,5;13)	W(5;5)	W(6;3)
1	1,3	5,75	2,61	51	12	6,17	2,49
2	0,8	3,65	3,09	52	0,23	5,25	2,68
3	11,42	4,57	2,6	53	75,41	4,46	2,26
4	41,75	5,49	2,11	54	3,19	3,84	1,72
5	6,92	3,14	3,23	55	18,97	5,05	3,04
6	0,38	4,38	1,97	56	2,36	4,55	2,1
7	1,68	3,89	2,44	57	7,67	5,76	2,77
8	40,54	4,62	2,25	58	6,76	3,29	3,04
9	8,55	3,62	3,48	59	6,87	3,95	2,91
10	29,63	5,25	3,48	60	9,56	4,26	3,02
11	1,04	4,54	3,25	61	0,82	3,09	2,88
12	0,08	4,79	3,16	62	10,67	4,04	2,31
13	0,22	3,49	2,34	63	39,05	4,72	2,25
14	91,66	6,11	3,22	64	49,89	3,59	2,54
15	19,94	4,98	3,25	65	21,35	5,1	3,06
16	3,37	5,1	3,45	66	0,5	5,11	3,99
17	0,03	3,06	3,16	67	5,74	3,08	3,38
18	3,81	6,58	3,1	68	7,5	6,46	2,05
19	0,56	4,92	2,99	69	0,01	3,72	2,81
20	27,91	3,54	3,61	70	0,02	5,01	2,91
21	65,14	2,71	2,09	71	28,23	4,24	3,81
22	143,6	4,77	3,02	72	0,01	5	2,49
23	0,57	4,95	1,71	73	108,2	4,24	2,94
24	8,98	4,49	2,85	74	77,33	3,89	2,88
25	82,88	5,46	2,49	75	113,6	5	2,68
26	79,82	3,75	2,47	76	0,29	5,35	3
27	70,21	3,29	2	77	0,49	2,75	2,99
28	0,5	5,03	2,52	78	13,61	6,74	2,56
29	13,08	4,81	2,66	79	1,2	5,57	3
30	26,48	4,56	2,93	80	1,49	5,05	2,1
31	30,96	5,61	1,55	81	43,16	6,36	2,71
32	1,83	3,49	2,56	82	12,84	2,47	2,92
33	41,52	4,2	3,19	83	0,2	5,77	1,47
34	0,5	4,76	2,57	84	16,28	5,46	2,61
35	100,3	2,86	2,37	85	0,27	4,03	2,62
36	0,21	4,39	2,14	86	0,03	5,52	2,34
37	55,68	4,2	2,92	87	4,67	5,24	3,09
38	0,52	5,79	2,36	88	12,83	5,59	2,46
39	34,3	2,69	3,13	89	53,9	4,47	1,28
40	0,08	3,17	1,36	90	28,33	4,43	3,16
41	10,92	4,86	1,88	91	4,05	4,14	3,31
42	9,17	5,22	2,14	92	2,39	3,2	2,92
43	9,01	2,09	3,26	93	4,31	3,59	3,36
44	0,84	5,06	2,72	94	6,53	3,29	3,8
45	0,31	5,98	2,17	95	21,49	3,37	2,26
46	24,99	3,13	2,45	96	11,46	4,09	2,22
47	1,45	3,71	3,07	97	0,57	4,31	2,98
48	0,63	5,14	2,08	98	0,77	5,69	2,77
49	8,03	5,36	3,4	99	6,87	2,71	3,19
50	16,33	3,93	2,92	100	2,21	4,93	2,78

Tablo 5-5: W(0,5;13), (5;5) ve (6;3) Dağılımlı Tesadüfi Sayılar için Parametre Tahmini

MAKSİMUM OLABİLİRLİK TAHMİNİ						
PARAMETRE	NOKTA TAHMİNİ	ARALIK TAHMİNİ		ÖRNEK HACMİ	% GÜVEN SEVİYESİ	VERİLERİN DOSYA ADI
		ALT SINIR	ÜST SINIR			
BETA	.5549	.4680	.6417	100	95.00	W05-13.TXT
TETA	12.3284	7.7402	16.9165			
MAKSİMUM OLABİLİRLİK TAHMİNİ						
PARAMETRE	NOKTA TAHMİNİ	ARALIK TAHMİNİ		ÖRNEK HACMİ	% GÜVEN SEVİYESİ	VERİLERİN DOSYA ADI
		ALT SINIR	ÜST SINIR			
BETA	5.0001	4.2367	5.7635	100	95.00	W5-5.TXT
TETA	4.8809	4.6791	5.0828			
MAKSİMUM OLABİLİRLİK TAHMİNİ						
PARAMETRE	NOKTA TAHMİNİ	ARALIK TAHMİNİ		ÖRNEK HACMİ	% GÜVEN SEVİYESİ	VERİLERİN DOSYA ADI
		ALT SINIR	ÜST SINIR			
BETA	5.7903	4.9129	6.6676	100	95.00	W6-3.TXT
TETA	2.9226	2.8184	3.0268			

Buna göre, Tablo 5-4'te örnek olarak verilen tesadüfi sayılarla ilgili olarak düzenlenecek X ve X_w grafiklerinin çizgileri, (1-57) ve (4-13) formüllerine göre belirlenecektir. Bu çizgi değerlerinin hesaplamaları aşağıda verilmiştir:

X Kontrol Grafiği: W(0,5;13) için ($\bar{X} = 9,87$, $\overline{MR} = 24,47$)

$$\overline{ÜKS} = \bar{X} + 2,66 \overline{MR} = 19,87 + 2,66(24,47) = 84,95$$

$$OÇ = \bar{X} = 19,87$$

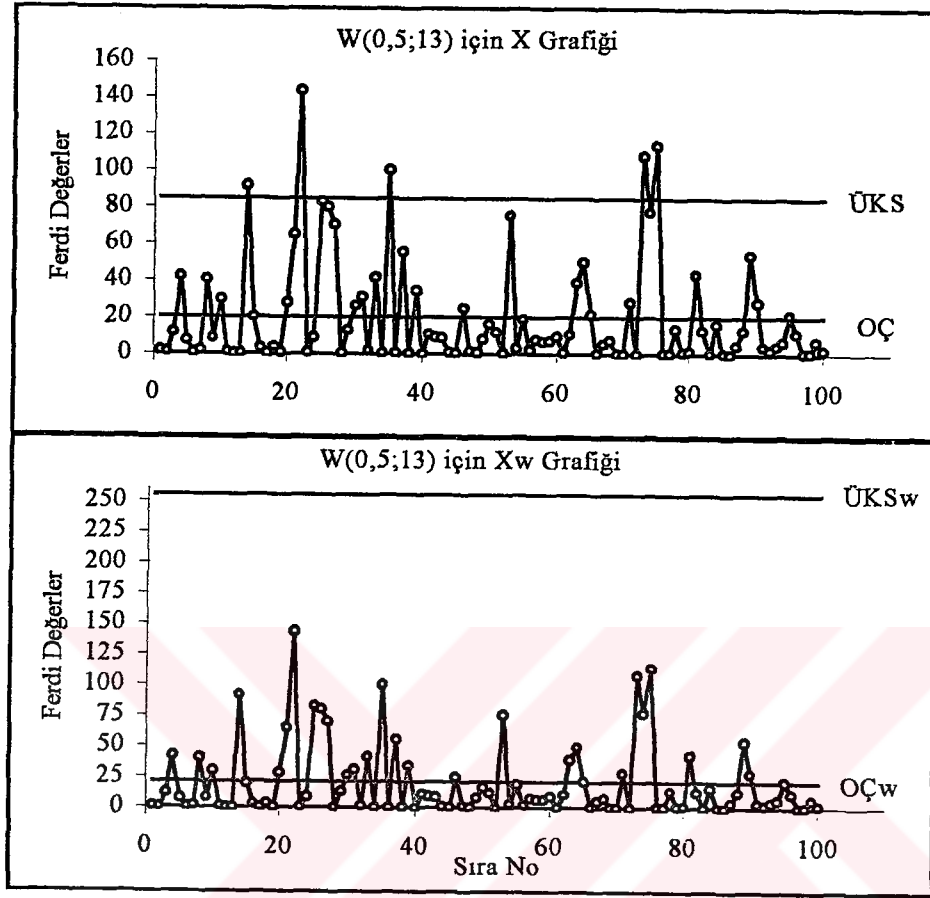
$$AKS = \bar{X} - 2,66 \overline{MR} = 19,87 - 2,66(24,47) = -45,2 \cong 0$$

X_w Kontrol Grafiği: W(0,5;13) için ($\hat{\beta} = 0,55$ ve $\hat{\theta} = 12,33$)

$$\overline{ÜKS}_w = \hat{\theta} (5,298)^{1/\hat{\beta}} = 0,55(5,298)^{1/0,55} = 255,6$$

$$OÇ_w = \frac{\hat{\theta}}{\hat{\beta}} \Gamma\left(\frac{1}{\hat{\beta}}\right) = \frac{12,33}{0,55} \Gamma\left(\frac{1}{0,55}\right) = 20,99 \cong 21$$

$$AKS_w = \hat{\theta} (0,005)^{1/\hat{\beta}} = 0,55(0,005)^{1/0,55} \cong 0$$



Şekil 5-11: Weibull(0,5;13) Dağılımlı Tesadüfi Sayıların X-X_w Grafikleri

Hesaplanan bu değerlere göre düzenlenen X ve X_w grafikleri Şekil 5-11'de görülmektedir. Burada, ilk olarak ÜKS_w'nin ÜKS'den aşırı derecede uzakta olması dikkati çekmektedir. Diğer taraftan, ÜKS çizgisini geçen çok yüksekte noktalar bulunmaktadır.

Weibull(5;5) ve (6;3) dağılımlı tesadüfi sayılar için düzenlenecek olan X ve X_w grafiklerinin kontrol çizgileri de yukarıdaki hesaplama yoluyla şöyle elde edilir:

X Kontrol Grafiği: W(5;5) için ($\bar{X} = 4,48$, $\overline{MR} = 1,26$)

ÜKS = 7,84; OÇ = 4,48; AKS = 1,12

X_w Kontrol Grafiği: W(5;5) için ($\hat{\beta} = 5$ ve $\hat{\theta} = 4,48$)

ÜKS_w = 6,81; OÇ_w = 4,48; AKS_w = 1,69

X Kontrol Grafiği: W(6;3) için ($\bar{X} = 2,71$, $\overline{MR} = 0,59$)

ÜKS = 4,28; OÇ = 2,71; AKS = 1,13

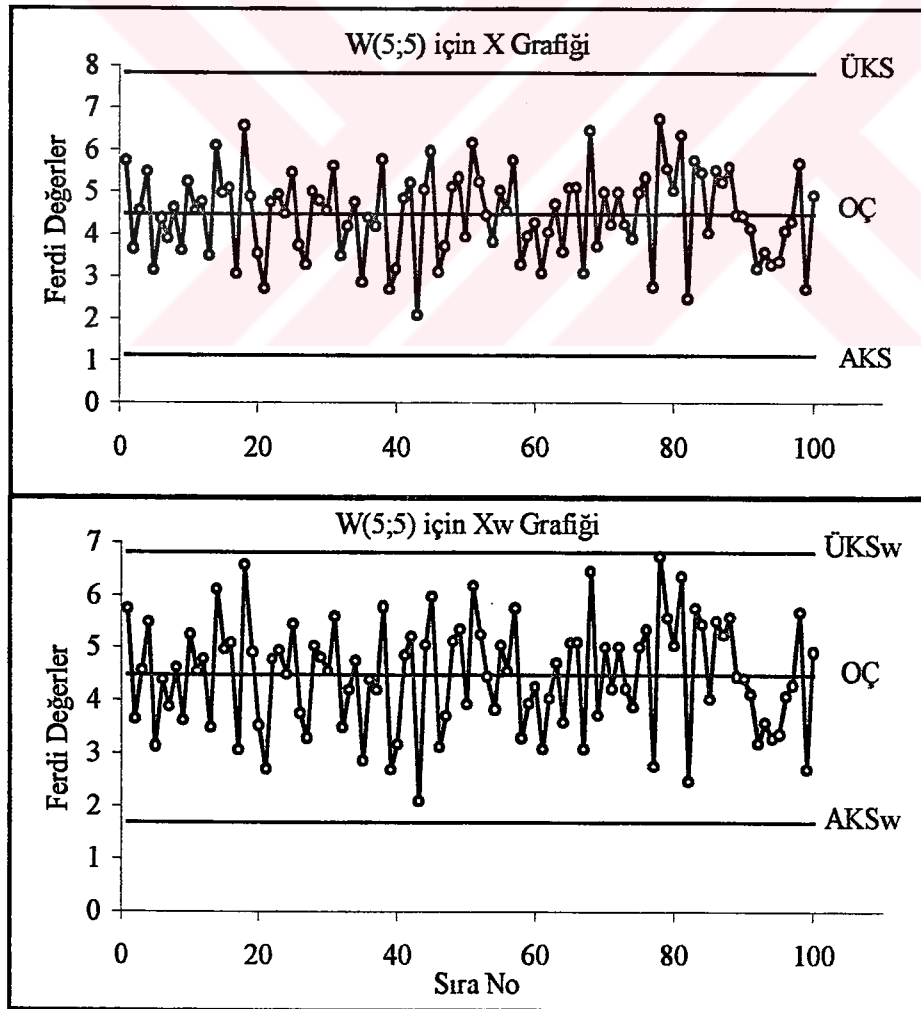
X_w Kontrol Grafiği: $W(6;3)$ için ($\hat{\beta} = 5,79$ ve $\hat{\theta} = 2,92$)

$\bar{ÜKS}_w = 3,89$; $OÇ_w = 2,70$; $AKS_w = 1,17$

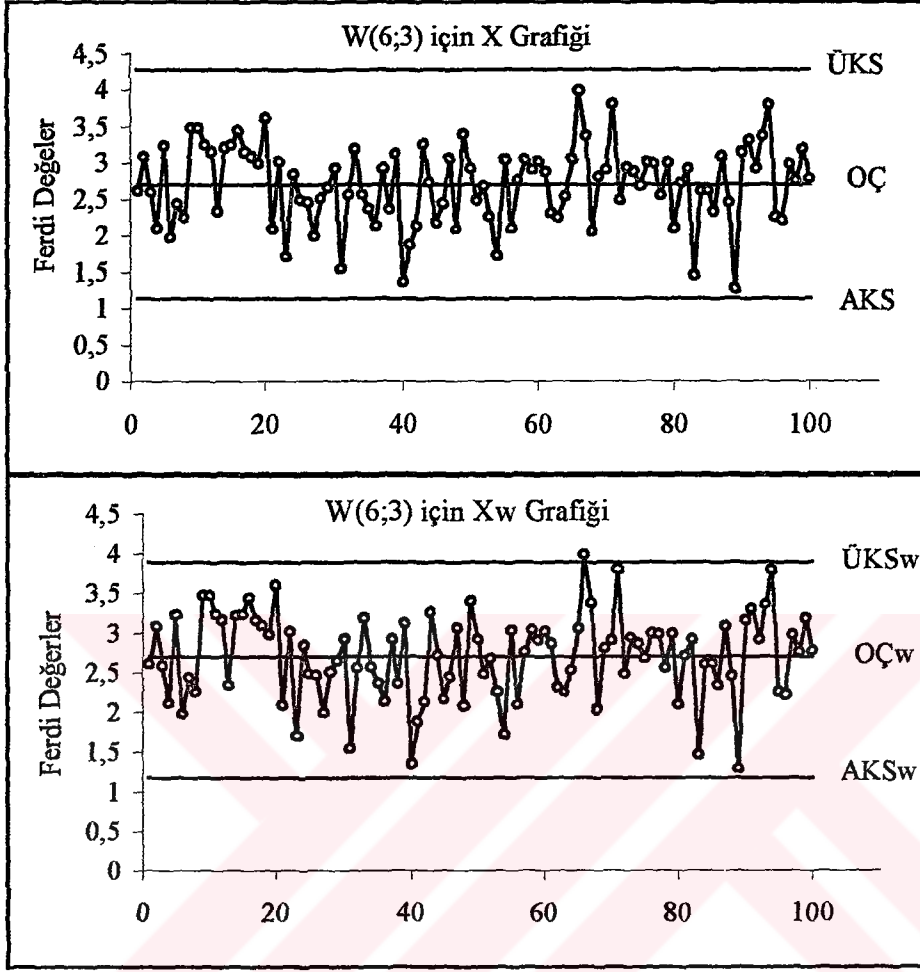
Bu hesaplamalara göre düzenlenen grafikler Şekil 5-12 ve 5-13'te verilmiştir.

Şekil 5-12'de, her iki grafikte de kontrol sınırları dışına taşan nokta bulunmamakla beraber, X_w grafiği kontrol sınırlarının X grafiği sınırlarına nazaran biraz daha dar olduğu görülmektedir. Diğer taraftan, her iki grafiğin de orta çizgileri birbirine eşit olarak hesaplanmıştır.

Şekil 5-13'te de, X_w grafiği kontrol sınırlarının X grafiğine nazaran biraz daha dar olduğu görülüyor. Ayrıca, $\bar{ÜKS}_w$ çizgisini bir noktanın geçtiği de rahatlıkla görülebilmektedir.



Şekil 5-12: Weibull(5;5) Dağılımlı Tesadüfi Sayıların $X-X_w$ Grafikleri



Şekil 5-13: Weibull(6,3) Dağılımlı Tesadüfi Sayıların X-X_w Grafikleri

SONUÇ

Bu çalışmada, dünyada önemi giderek daha da iyi anlaşılan kalite kontrolü ile ilgili olarak; istatistiksel proses kontrolünün sanayide en yaygın olarak kullanılan "değişken nicelikler için kontrol grafikleri" üzerinde durulmuş ve bunlardan özellikle X grafikleri incelenmiştir.

Bu grafiklerin uygulamadaki geleneksel yaklaşımının, Shewhart tarafından geliştirilen ve esas itibariyle "merkezi limit teoremi" diye bilinen bir teoreme dayalı olduğu bilinmektedir. Bundan dolayı, normal olmayan dağılıma sahip proses verileri hususunda bu grafiklerin yeterli olup olmadığı yönündeki görüşler, bir çok araştırmacı ve yazar tarafından dile getirilmiştir. Bunlardan geleneksel yaklaşımı yeterli görenler ile bunu yetersiz görenlerin ifade ettikleri görüşlerin bir kısmı bu çalışmada verilmiştir.

İncelenen bu görüşler çerçevesinde, normal dağılım dışındaki veriler için gerçek dağılım esasına dayanan X kontrol grafiklerinin düzenlenebilmesi halinde, bu grafiklerin normal dağılım esasına dayalı geleneksel X ve \bar{X} kontrol grafiklerine yardımcı olabileceği ve hatta onların yerine de kullanılabileceği fikrinin dikkate değer ölçüde mevcut olduğu söylenebilir.

Bu amaca yönelik olarak yapılan bu çalışmada, üstel ve Weibull dağılım için -parametrelerin belli olup olmamasına göre- düzenlenecek X grafiklerinin kontrol çizgilerini belirleyecek katsayılar hesaplanmıştır. Bu iki dağılıma sahip gerçek verileri elde etmenin zorluğu ve uzun zaman alacağı düşünülerek, simülasyon esasına dayalı teorik bir yaklaşım uygun görülmüştür. Bu bağlamda simülasyondaki tesadüfi değişken üretimine uygun olarak, üstel ve Weibull dağılımlar için tesadüfi sayı üreteçleri hazırlanmış ve bu üreteçlerden elde edilen veriler kullanılmak suretiyle bu iki dağılım için X grafikleri (X_e ve X_w grafikleri) düzenlenmiştir.

Bu çalışmadaki esas amaç; normal olmayan dağılımlar için X grafiğinin düzenlenmesi konusunda, üstel ve Weibull dağılıma sahip veriler için kontrol çizgilerini hesaplayan formülleri tespit ederek X grafiklerinin nasıl düzenlenebileceğini araştırmak ve bu iki dağılıma uygun tesadüfi sayılar kullanarak X grafiklerini hazırlamak olmakla beraber, düzenlenen X_e ve X_w grafikleri, aynı

verileri normal dağılım verileri olarak kabul eden geleneksel X grafikleri ile karşılaştırılmış ve elde edilen sonuçlar değerlendirilmiştir.

Yapılan çalışma örneklerinden elde edilen sonuçlara göre; üstel dağılımlı veriler için geleneksel X grafiği kontrol sınırlarının daha dar olduğu, özellikle ÜKS çizgilerinin çok aşağıda kaldığı gözlenmiştir. Buna göre, üstel dağılıma sahip değişkenler için hazırlanan X kontrol grafiklerinin kontrol sınırları X_e kontrol sınırlarına nazaran genellikle dar olduğu söylenebilir. Bu durumun gerçekleşmesi halinde, aslında kontrol altında olan bir prosesin kontrol dışındaymış gibi görülmesi söz konusu olacaktır. Bu da, gereksiz bir çok araştırma faaliyetine ve kusurlu sayılan mamul üretimine sebep olacak ve dolayısıyla zaman ve para israfına yol açacaktır.

Weibull dağılımlı veriler için elde edilen sonuçlara göre ise; özellikle $\beta \leq 1$ olduğu durumlarda, üstel dağılımdakine benzer sonuçlar elde edilmiştir. Diğer taraftan, $\beta = 3,06$ değeri için normal dağılıma çok yakın bir durum söz konusu olduğundan; bu değere yakın olan durumlarda X ve X_w grafiklerinin sonuçları birbirine yakın değerler verdiği görülmüştür. $\beta > 4$ olması halinde elde edilen sonuçlara göre ise; X_w grafiği kontrol sınırları X grafiği kontrol sınırlarına göre biraz daha dar çıkmaktadır. Bu durumda üstel dağılım için yapılan yorumun tersi yapılabilir. Yani, kontrol sınırlarının gerçek duruma göre daha geniş olarak belirlenmesi durumu söz konusu olduğunda, proses kontrol dışında olduğu halde kontrol altındaymış gibi görülecek ve dolayısıyla bir çok kusurlu üretime sebebiyet verilebilecektir.

Üstel ve Weibull dağılım için düzenlenen X_e ve X_w grafiklerinin geleneksel X grafikleri ile karşılaştırılması hususunda, yukarıda yapılan yorumlar sadece bir örnek olarak değerlendirilebilir. Diğer taraftan, gerçeğe yakın bir sonuç değerlendirmesi için bu tip simülasyon örneklerinden yüzlerce çalışma yapılması gerekecektir.

Yukarıda belirtilen sonuçlara göre; kontrol grafiği uygulamasında, özellikle geleneksel X ve \bar{X} kontrol grafiklerinin kullanımında -eğer verilerin dağılım türü biliniyorsa- bilinen dağılım türüne uygun olarak hazırlanabilecek kontrol grafiklerinin de kullanılmasının, prosesin kontrol altında olup olmaması hakkında karar vermek pozisyonunda olanlar için oldukça faydalı olacağı söylenebilir.

KAYNAKLAR

- AKPINAR, Haldun
1996 Excel'de Fonksiyonlar, Veri Analizleri ve Problem Çözme, Alfa Basım Yayım Dağıtım, İstanbul.
- ALLOWAY, J. A., M. RAGHAVACHARI
1991 "Control Chart Based on the Hodges-Lehmann Estimator", Journal of Quality Technology, V. 23, No. 4: 336-347.
- AMIN, R. W., R. A. ETHERIDGE
1998 "A Note on Individual and Moving Range Control Charts", Journal of Quality Technology, V. 30, No. 1: 70-74.
- ANDREWS, J. D., T. R. MOSS
1993. Reliability and Risk Assessment, Longman Scientific & Technical, England.
- BAI, D. S., I. S. CHOI,
1995 "X̄ and R Control Charts for Skewed Populations", Journal of Quality Technology, V. 27, No. 2: 120-131.
- BANKS, Jerry
1989 Principles of Quality Control, John Wiley & Sons, USA.
- BAŞER, Güngör
1972 Kalite Kontrolü, Çağlayan Kitabevi, İstanbul.
- BORROR, C. M., D. C. MONTGOMERY, G. C. RUNGER
1999 "Robustness of the EWMA Control Chart to Non-normality", Journal of Quality Technology, V. 31, No. 3: 309-316.
- BRATLEY, P. , B. L. FOX, L. E. SCHRAGE
1987 A Guide to Simulation, 2. Ed., Springer-Verlag, New York.
- BUNDAY, Brian D.
1991. Statistical Methods in Reliability Theory and Practice, Ellis Horwood Ltd. , London.
- CHASE, R. B., N. J. AQUILANO
1995 Production and Operations Management, 7. Ed., Irwin Inc., USA.
- CULLAGH, J. Mc.
1978 "Fabrika İçi Kalite Kontrol Sistemlerinin Kurulması." Ulusal Kalite Kontrol Semineri, MPM-UNIDO, Ankara.

DALE, B., J. OAKLAND

1991 Quality Improvement Trought Standarts, Stanley Thornes Ltd., London.

ERCAN, Fevzi

1987 Makine Sanayiinde Kalite Kontrolü, Gazi Üniv. Basın-Yayın Yüksekokulu Matbaası, Ankara.

ERKUT, Haluk

1992 Yönetimde Simülasyon Yaklaşımı, 2. Baskı, İrfan Yay., İstanbul.

FEIGENBAUM, A. V.

1961 Total Quality Control, Mc Graw-Hill, New York.

GRANT, E. L. , R. S. LEAVENWORTH

1988 Statistical Quality Control, 6. Ed., McGraw-Hill, New York.

HOOVER, S. V. , R. F. PERRY

1990 Simulation A Problem – Solving Approach, Addison-Wesley Pub. Co., California.

İKİZ, F., H. PÜSKÜLCÜ, Ş. EREN

1996 İstatistiğe Giriş, Barış Yayınları, İzmir.

JSA (Japanese Standart Association)

1993 JIS Handbook Quality Control, JSA, Tokyo.

JANACEK, G. J., S. E. MEIKLE

1997 "Control Charts Based on Medians", Royal Statistical Society, V.46, No.1: 19-31.

KACHAR, Raghu N.

1986 "Taguchi's Quality Philosophy: Analysis and Commentary", Quality Progress, December: 21.

KARTAL, Mahmut

1999 İstatistiksel Kalite Kontrolü, Şafak yayınevi, Erzurum.

KEATS, J. B., F. P. LAWRENCE, F. K. WANG

1997 "Weibull Maximum Likelihood Parameter Estimates with Censored Data", Journal of Quality Technology, V. 29, No. 1: 105-110.

KHEIR, Naim A.

1988 Systems Modeling and Computer Simulation, Marcel Dekker Inc., New York.

KOBU, Bülent

1981 Endüstriyel Kalite Kontrolü, İ.Ü. İşletme Fak. Yay. No.:113, İstanbul.

1999 Üretim Yönetimi, İ.Ü. İşletme Fak. İşletme İktisadı Araştırma ve Yardım Vakfı, İstanbul.

KÖKSAL, Bilge A.

1995 İstatistik Analiz Metodları, 4. Baskı, Çağlayan Basımevi, İstanbul.

LAW, M. A., W. D. KELTON

1991 Simulation Modeling and Analysis, McGraw-Hill Co., NewYork.

LISSAMAN, A. C. , S. J. MARTIN

1993 Principles of Engineering Production, Edvard Arnold, London.

LLOYD, D. K. , M. LIPOW

1991 Reliability : Management, Methods and Mathamatics. 2. Ed., The American Society for Quality Control, USA.

MONTGOMERY, Douglas C.

1991 Introduction to Statistical Quality Control, 2. Ed., John Wiley, New York.

MONTGOMERY, D. C., G. C. RUNGER

1999 Applied Statistics and Probability for Engineers, 2. Ed. , John Wiley, New York.

MUHLEMAN, A. , J. OAKLAND, LOCKYER K.

1994 Production and Operation Management, 6. Ed., Pitman Publishing, London.

NEWBOLD, Paul

1995 Statistics for Business and Economics, 4. Ed. , Printice-Hall Inc., NewYork.

OAKLAND, J. S. , R. F. FOLLOWEL

1992 Statistical Process Control, 2. Ed., Butterworth-Heinemann, London.

OKTAY, Erkan

1998 Kalite Kontrol Grafikleri; Shewhart, Cusum ve Ewma Kontrol Grafiklerinin Şeker Sanayiine Uygulanması Üzerine Bir Deneme, Şafak Yayınevi, Erzurum.

OTT, E. R., S. E. SCHILLING

1990 Process Quality Control, McGraw-Hill Inc., USA.

PEGDEN, C. D., R.E. SHANNON, R. P. SADOWSKI

1990 Introduction to Simulation Using SIMAN, McGraw-Hill, New York.

PRITSKER, A. Alan B.

1986 Introduction to Simulation and SLAM II, 3. Ed., John Wiley & Sons, New York.

RIPLEY, Brian D.

1987 Stochastic Simulation, John Wiley & Sons, New York.

RÜZGAR, Bahaddin

1992 "Sürekli Yapıda İki Parametrelili Bir model Uygulaması", (Yayınlanmamış Doktora Tezi), İstanbul: Marmara Üniv.

TAHA, Hamdy A.

1988 Simulation Modelling and SIMNET, Prentice-Hall, USA.

YAĞIZ, Ömer

1981 Kalite Planlaması ve Kontrolü (Seminer Notları), Segem Yayınları, Ankara.

WALPOLE, R. E., R. H. MYERS

1989 Probability and Statistics for Engineers and Scientists, 4.Ed., Mc-Millan Pub. Co., New York.

WEIBULL, Wallodi

1951 "A Statistical Distribution of Wide Applicability", Journal of Applied Mechanics, V. 18, No. 3, 293-297.

ZENBİL, El-Bashir A.

1991 "Düzensiz Dağılımların Bir Sınıfında Tahmin Etme Teknikleri: Weibull Dağılım Durumu", (Yayınlanmamış Doktora Tezi), Ankara: Ortadoğu Teknik Üniversitesi.

EKLER

Ek 1: \bar{X} Kontrol Grafiğinde Kullanılan Katsayılar

Ek 2: R Kontrol Grafiğinde Kullanılan Katsayılar

Ek 3: S Kontrol Grafiğinde Kullanılan Katsayılar

Ek 4: A Tipi Veri Kayıt Formu

Ek 5: B Tipi Veri Kayıt Formu

Ek 6: Weibull Dağılım için MOT Fortran Programı

Ek 7: Üstel Dağılım için Tesadüfi Sayı Üreten Delphi Programı

Ek 8: Weibull Dağılım için Tesadüfi Sayı Üreten Delphi Programı

Ek 1: \bar{X} Kontrol Grafiğinde Kullanılan Katsayılar \bar{X} Kontrol Grafiği Katsayıları

n	A	A ₁	A ₂	A ₃
2	2.121	3.760	1.880	2.159
3	1.732	2.394	1.023	1.954
4	1.500	1.880	0.729	1.628
5	1.342	1.596	0.577	1.427
6	1.225	1.410	0.483	1.287
7	1.134	1.277	0.419	1.182
8	1.061	1.175	0.373	1.099
9	1.000	1.094	0.337	1.032
10	0.949	1.028	0.308	0.975
11	0.905	0.973	0.285	0.927
12	0.866	0.925	0.266	0.886
13	0.832	0.884	0.249	0.850
14	0.802	0.848	0.235	0.817
15	0.775	0.816	0.223	0.789
16	0.750	0.788	0.212	0.763
17	0.728	0.762	0.203	0.739
18	0.707	0.738	0.194	0.718
19	0.688	0.717	0.187	0.698
20	0.671	0.697	0.180	0.680
21	0.655	0.979	0.173	0.663
22	0.640	0.662	0.167	0.647
23	0.626	0.647	0.162	0.633
24	0.612	0.632	0.157	0.619
25	0.600	0.619	0.153	0.606
>25	$3/\sqrt{n}$	$3/(c_2\sqrt{n})$	$3/(d_2\sqrt{n})$	$3/(c_4\sqrt{n})$

Kaynak: Kartal (1999:200)

Ek 2: R Kontrol Grafiğinde Kullanılan Katsayılar

R Kontrol Grafiği Katsayıları

n	d_2	d_3	D_1	D_2	D_3	D_4
2	1.128	0.853	0	3.686	0	3.269
3	1.693	0.888	0	4.358	0	2.574
4	2.059	0.880	0	4.698	0	2.282
5	2.326	0.864	0	4.918	0	2.114
6	2.534	0.848	0	5.078	0	2.004
7	2.704	0.833	0.205	5.203	0.076	1.924
8	2.847	0.820	0.387	5.307	0.136	1.864
9	2.970	0.808	0.546	5.391	0.184	1.816
10	3.078	0.797	0.687	5.469	0.223	1.777
11	3.137	0.787	0.812	5.534	0.256	1.744
12	3.258	0.778	0.924	5.592	0.284	1.716
13	3.336	0.770	1.026	5.646	0.308	1.692
14	3.407	0.762	1.121	5.693	0.329	1.671
15	3.472	0.755	1.207	5.737	0.348	1.652
16	3.532	0.749	1.285	5.779	0.364	1.636
17	3.588	0.743	1.359	5.817	0.379	1.621
18	3.640	0.738	1.426	5.854	0.392	1.608
19	3.689	0.733	1.490	5.888	0.404	1.596
20	3.735	0.729	1.548	5.922	0.414	1.586
21	3.778	0.724	1.606	5.950	0.425	1.575
22	3.819	0.720	1.659	5.979	0.434	1.566
23	3.858	0.716	1.710	6.006	0.443	1.555
24	3.895	0.712	1.759	6.031	0.452	1.548
25	3.931	0.709	1.804	6.058	0.459	1.541
>25	\bar{R}/σ	σ_R/σ	d_2-3d_3	d_2+3d_3	$l-3d_1/d_2$	$l+3d_1/d_2$

Kaynak: Kartal (1999:201)

Ek 3: S Kontrol Grafiğinde Kullanılan Katsayılar

n	c_2	c_4	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6
2	0.564	0.798	0	1.843	0	3.267	0	2.606
3	0.724	0.886	0	1.858	0	2.568	0	2.276
4	0.798	0.921	0	1.808	0	2.266	0	2.088
5	0.841	0.940	0	1.756	0	2.089	0	1.964
6	0.869	0.952	0.026	1.711	0.030	1.970	0.029	1.874
7	0.888	0.959	0.105	1.672	0.118	1.882	0.113	1.806
8	0.903	0.965	0.167	1.638	0.185	1.815	0.179	1.751
9	0.914	0.969	0.219	1.609	0.239	1.761	0.232	1.707
10	0.923	0.973	0.262	1.584	0.284	1.716	0.276	1.669
11	0.930	0.975	0.299	1.561	0.321	1.679	0.313	1.637
12	0.936	0.978	0.331	1.541	0.354	1.646	0.346	1.610
13	0.941	0.979	0.359	1.523	0.382	1.618	0.374	1.585
14	0.945	0.981	0.387	1.507	0.406	1.594	0.399	1.563
15	0.949	0.982	0.406	1.492	0.428	1.572	0.421	1.544
16	0.952	0.984	0.427	1.478	0.448	1.552	0.440	1.526
17	0.955	0.985	0.445	1.465	0.466	1.534	0.458	1.511
18	0.958	0.985	0.461	1.454	0.482	1.518	0.475	1.496
19	0.960	0.986	0.447	1.443	0.497	1.503	0.490	1.483
20	0.962	0.987	0.491	1.433	0.510	1.490	0.504	1.470
21	0.964	0.988	0.504	1.424	0.523	1.477	0.516	1.459
22	0.966	0.988	0.516	1.415	0.534	1.466	0.528	1.448
23	0.967	0.989	0.527	1.407	0.545	1.455	0.539	1.438
24	0.968	0.989	0.538	1.399	0.555	1.445	0.549	1.429
25	0.970	0.990	0.548	1.392	0.565	1.435	0.559	1.420
>25	$\bar{\sigma} / \sigma$	\bar{s} / σ	$c_2 - 3c_3$	$c_2 + 3c_3$	$1 - 3c_5 / c_4$	$1 + 3c_5 / c_4$	$c_4 - 3c_5$	$c_4 + 3c_5$

Kaynak: Kartal (1999:202)

Ek 4: A Tipi Veri Kayıt Formu

Sıra No:													
Üretim:							Genel Ortalama:						
Departman No:							Genel Ranj:						
Karakteristik:							Üst Kontrol Sınırı:						
Ölçüm Birimi:							Alt Kontrol Sınırı:						
Altgruplar →	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	i	\bar{x}_i	R_i
a											1		
b											2		
c											3		
d											4		
e											5		
Toplamlar →											6		
Ortalamalar →											7		
Ranjlar →											8		
Tarih/Zaman →											9		
Altgruplar →	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	10		
a											11		
b											12		
c											13		
d											14		
e											15		
Toplamlar →											16		
Ortalamalar →											17		
Ranjlar →											18		
Tarih/Zaman →											19		
Altgruplar →	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	20		
a											21		
b											22		
c											23		
d											24		
e											25		
Toplamlar →											26		
Ortalamalar →											27		
Ranjlar →											28		
Tarih/Zaman →											29		
İlave Açıklamalar											30		

Kaynak: Oktay (1999:179)

Ek 5: B Tipi Veri Kayıt Formu

Mamul veya Parti Adı:		Parti No:						
Ölçüm Karakteristiği:		Departman No:						
Ölçüm Birimi:		Genel Ortalama:						
Kaydı Yapan:		Genel Ranj:						
No:	Üretim Tarihi	Ölçüm Değerleri						Muayene Kayıtları
		a	b	c	d	e	\bar{x} , R,	
1								
2								
3								
4								
5								
6								
7								
8								
9								
10								
11								
12								
13								
14								
15								
16								
17								
18								
19								
20								
21								
22								
23								
24								
25								
26								
27								
28								
29								
30								
Toplamlar								

Kaynak: Oktay (1999:179)

EK 6: Weibull Dağılım için MOT Fortran Programı

```

PARAMETER (MAXN=10000)
INTEGER I, R, S, J, L, CC, ERROR, INDEX, CASE
INTEGER N, CENSOR(MAXN), K, K1
DOUBLE PRECISION BETA, TETA, CYCLE(MAXN)
DOUBLE PRECISION X(MAXN), Y(MAXN), PI, LEVEL
DOUBLE PRECISION T2, T3, T4, ST1, ST2, NUM, NUM1
DOUBLE PRECISION VARB, VART, COVBT, DEM1, DEM2, DEM3
DOUBLE PRECISION S1R, S2R, S3R, S4R, S2S, S3S, S4S
DOUBLE PRECISION DENOM1, DENOM2, DENOM3, DENOM4
DOUBLE PRECISION CON, IB, IT, COV, LOW1, LOW2, UP1, UP2
DOUBLE PRECISION ALPHA, NORM, DELTA, L1, L2
CHARACTER*20 INFILE, OUTFIL

C
WRITE(*,*) ' SONUC DOSYASININ ADINI GIRIN : '
READ(*, '(A)') OUTFIL
OPEN(1, FILE=OUTFIL, STATUS='NEW')
15 WRITE(*,1)
1 FORMAT(' PROGRAMI AŞAGIDAKI DURUMLARIN HANGISI ',
*      ' ICIN CALISTIRACAKSINIZ?',/,
*      '      1) COKLU GOZLEM VERILERI',/,
*      '      2) TEKLI GOZLEM VERILERI',/,
*      '      3) TAMAMLANMIS GOZLEM VERILERI',/,
*      '      SECINIZ : ')
READ(*,*) CASE
IF ((CASE.LT.1).OR.(CASE.GT.3)) THEN
  WRITE(*,*) ' HATALI SECIM! LUTFEN YENIDEN DENEYIN.'
  GO TO 15
END IF
WRITE(*,*) ' ORNEK HACMINI GIRINIZ : '
READ(*,*) N
WRITE(*,*) ' GUVEN SEVIYESINI GIRINIZ (0.95 GIBI) : '
READ(*,*) LEVEL
WRITE(*,2)
2 FORMAT(' VERILERI NASIL GIRMEK ISTERINSINIZ?')//
*' 1 = INTERAKTIF OLARAK BILGISAYAR EKRANINDAN GIRMEK ISTERIM.'//
*' 2 = PROGRAM VERILERI ADINI BELIRTECEGIM DOSYADAN OKUSUN.'//
READ(*,*) INDEX
IF (INDEX.EQ.1) THEN
  DO 10 I=1,N
    WRITE(*,*) ' GOZLEM DEGERINI GIRINIZ : '
    READ(*,*) CYCLE(I)
    WRITE(*,*) ' GOZLEM SONUCUNU GIRINIZ (0 GIRINIZ) : '
    READ(*,*) CENSOR(I)
10  CONTINUE
  ELSE
    WRITE(*,*) ' VERI DOSYASININ ADINI GIRIN : '
    READ(*, '(A)') INFILE
    OPEN(UNIT=2, FILE=INFILE, STATUS='OLD')
    DO 20 I=1,N
      READ(2,*) CYCLE(I), CENSOR(I)
20  CONTINUE
  END IF
  ALPHA=(1.0 - LEVEL) / 2.0
  R=0
  S=0
  J=1
  L=1
  DO 30 I=1,N
    IF (CENSOR(I).EQ.0) THEN
      X(J)=CYCLE(I)
      J=J+1
      R=R+1

```

EK 6: Weibull Dağılım için MOT Fortran Programı (Devamı)

```

ELSE
  Y(L)=CYCLE(I)
  L=L+1
  S=S+1
END IF
30 CONTINUE
C
C BASLANGIÇ TAHMİNİ OLARAK
C MENON'UN BETA TAHMİNİ
C
  PI=22./7.
  ST1=0
  ST2=0
  DO 40 I=1,R
    ST1=ST1 + DLOG(X(I))
    ST2=ST2 + (DLOG(X(I)))**2
40 CONTINUE
  S1R=ST1
  ST1=(ST1**2)/(FLOAT(R))
  BETA=(6.0 * (ST2 - ST1)) / ((PI**2)*(FLOAT(R-1)))
  IF (BETA.EQ.0.0) BETA=.0001
  BETA=1. / SQRT(BETA)
  CC=0
  DELTA=0
C
C NEWTON-RAPHSON İTERASYON METODU İLE
C BETA'NIN TAHMİN EDİLMESİ
C
  DO 100 K=1,25
    S2R=0
    S3R=0
    S4R=0
    S2S=0
    S3S=0
    S4S=0
    DO 80 I=1,R
      S2R=S2R + X(I)**BETA
      S3R=S3R + (X(I)**BETA) * DLOG(X(I))
      S4R=S4R + (X(I)**BETA) * (DLOG(X(I)))**2
80 CONTINUE
    DO 85 I=1,S
      S2S=S2S + Y(I)**BETA
      S3S=S3S + (Y(I)**BETA) * DLOG(Y(I))
      S4S=S4S + (Y(I)**BETA) * (DLOG(Y(I)))**2
85 CONTINUE
    NUM1=(S3R + S3S) / (S2R + S2S)
    NUM=(1. /BETA) + (S1R /R) - NUM1
    DENOM1=(S3R + S3S)**2
    DENOM2=(S2R + S2S) * (S4R + S4S)
    DENOM3=(S2R + S2S)**2
    DENOM4=1.0 / BETA**2
    DENOM=DENOM4 - ((DENOM1 - DENOM2) / DENOM3)
    DELTA=NUM / DENOM
    BETA=BETA + DELTA
    K1=K
C
C YAKLAŞIM TESTİ
C
  IF (ABS(DELTA).LT.0.0001) THEN
    CC=1
    GO TO 105
  END IF

```

EK 6: Weibull Dağılım için MOT Fortran Programı (Devamı)

```

100 CONTINUE
C
C YAKLAŞIM BELİRTİSİNİN OLMAMASI DURUMU
C
105 IF (CC.EQ.0) THEN
    WRITE(*,*) ' NEWTON-RAPHSON METODUYLA SONUÇ ALINAMADI '
    WRITE(1,*) ' NEWTON-RAPHSON METODUYLA SONUÇ ALINAMADI '
ELSE
C
C YAKLAŞIM ELDE EDİLMESİ DURUMUNDA
C TETA & BETA'NIN HESAPLANMASI
C
    S2R=0
    S3R=0
    S4R=0
    S2S=0
    S3S=0
    S4S=0
    DO 90 I=1,R
        S2R=S2R + X(I)**BETA
        S3R=S3R + (X(I)**BETA) * DLOG(X(I))
        S4R=S4R + (X(I)**BETA) * (DLOG(X(I))**2)
90 CONTINUE
    DO 95 I=1,S
        S2S=S2S + Y(I)**BETA
        S3S=S3S + (Y(I)**BETA) * DLOG(Y(I))
        S4S=S4S + (Y(I)**BETA) * (DLOG(Y(I))**2)
95 CONTINUE
    T2=S2R + S2S
    T3=S3R + S3S
    T4=S4R + S4S
    TETA=(T2 / FLOAT(R))**(1.0 / BETA)
END IF
C
C TETA & BETA PARAMETRELERİNİN
C GÜVEN ARALIĞININ HESAPLANMASI
C
    DEM1=TETA**BETA
    DEM2=TETA**(1 + BETA)
    DEM3=TETA**(2 + BETA)
    L1=DLOG(TETA)
    L2=(DLOG(TETA))**2
    IB=R / BETA**2 + (L2 * T2 -2 * L1 * T3 + T4) / DEM1
    IT=(BETA * (BETA + 1) / DEM3 * T2) - (R * BETA / TETA**2)
    COV=R / TETA - (T2 - BETA * L1 * T2 + BETA * T3) / DEM2
    CON=(IB * IT) - COV**2
    VARB=IT / CON
    VART=IB / CON
    CALL NORMAL(ALPHA, NORM, ERROR)
    LOW1=BETA - NORM * SQRT(VARB)
    UP1=BETA + NORM * SQRT(VARB)
    LOW2=TETA - NORM * SQRT(VART)
    UP2=TETA + NORM * SQRT(VART)
    IF (CASE.EQ.1) THEN
        WRITE(*,300) N, R, S
        WRITE(1,300) N, R, S
300 FORMAT(10X,'ÇOKLU GÖZETLEME VERİLERİ İÇİN',//,
*      10X,'MAKSİMUM OLABİLİRLİK TAHMİNİ',//,
*      10X,' ÖRNEK HACMİ      :', I5,//,
*      10X,' ARIZALI SAYISI  :', I5,//,
*      10X,' SAĞLAM SAYISI   :', I5,//)

```

EK 6: Weibull Dağılım için MOT Fortran Programı (Devamı)

```

ELSE IF (CASE.EQ.2) THEN
  WRITE(*,301) N, R, S
  WRITE(1,301) N, R, S
301  FORMAT(10X,'TEKLİ GÖZLEM VERİLERİ İÇİN',//,
*      10X,'MAKSİMUM OLABİLİRLİK TAHMİNİ',//,
*      10X,' ÖRNEK HACMİ      :', I5,//,
*      10X,' ARIZALI SAYISI  :', I5,//,
*      10X,' SAĞLAM SAYISI   :', I5,//)
ELSE IF (CASE.EQ.3) THEN
  WRITE(*,302)
  WRITE(1,302)
302  FORMAT(20X,'MAKSİMUM OLABİLİRLİK TAHMİNİ',//,
*      11X,'NOKTA',7X,'ARALIK TAHMİNİ',5X,'ÖRNEK',
*      2X,'% GÜVEN',3X,'VERİLERİN',/, 'PARAMETRE',2X,
*      'TAHMİNİ',2X,'ALT SINIR ÜST SINIR',2X,'HACMİ',
*      2X,'SEVİYESİ',2X,'DOSYA ADI',/, '-----',
*      '-----',/)
END IF
LEVEL=LEVEL*100
WRITE(*,600) BETA, LOW1, UP1, N, LEVEL, INFILE
WRITE(1,600) BETA, LOW1, UP1, N, LEVEL, INFILE
600  FORMAT('BETA',4X,F9.4,2X,F9.4,2X,F9.4,1X,I5,5X,F5.2,4X,A,/)
WRITE(*,700) TETA, LOW2, UP2
WRITE(1,700) TETA, LOW2, UP2
700  FORMAT('TETA',4X,F9.4,2X,F9.4,2X,F9.4,/,
*      '-----',
*      '-----')

IF (INDEX.EQ.1) THEN
  WRITE(1,701)
701  FORMAT(' Bu sonuçlar kullanıcının interaktif olarak'
*      ' bilgisayar ekranından ',/,
*      ' girdiği aşağıdaki veriler kullanılarak'
*      ' elde edilmiştir.',//,
*      ' GÖZLEM SONUÇLARI: ',/,
*      ' -----')
  DO 820 I=1,N
    WRITE(1,830) CYCLE(I)
830  FORMAT(5X,F7.2)
820  CONTINUE
ELSE

END IF
STOP
END

C*****
C* SUBROUTINE TO GENERATE THE INVERSE NORMAL VALUE, *
C* TAKEN FROM : 'STATISTICAL COMPUTING' BY KENNEDY, *
C* W.J. & GENTLE, J.E. (1980), pp. 95. *
C*****
SUBROUTINE NORMAL(ALPHA, NORM, ERROR)
INTEGER ERROR
DOUBLE PRECISION ALPHA, NORM, LIM, P0,P1,P2,P3,P4
DOUBLE PRECISION Q0,Q1,Q2,Q3,Q4,Y
LIM=1.0D-20
P0=-0.322232431088
P1=-1.0
P2=-0.342242088547
P3=-0.0204231210245
P4=-0.453642210148D-4
Q0=0.0993484626060

```

EK 6: Weibull Dağılım için MOT Fortran Programı (Devamı)

```
Q1=0.588581570495
Q2=0.531103462366
Q3=0.103537752850
Q4=0.0038560700634
ERROR=1
NORM=0
IF (ALPHA.EQ.0.5) ALPHA=1.-ALPHA
IF (ALPHA.LT.LIM) THEN
  NORM=0
  GO TO 10
END IF
ERROR=0
IF (ALPHA.EQ.0.5) THEN
  NORM=0
  GO TO 10
END IF
Y=DSQRT(DLOG(1. / ALPHA**2))
NORM=Y + (((Y*P4+P3)*Y+P2)*Y+P1)*Y+P0 /
*      (((Y*Q4+Q3)*Y+Q2)*Y+Q1)*Y+Q0
IF (ALPHA.GT.0.5) NORM=-NORM
10 RETURN
END
```


Ek 7: Üstel Dağılım için Tesadüfi Sayı Üreten Delphi Programı

```

unit Unit1;
interface
uses
Windows, Messages, SysUtils, Classes, Graphics, Controls, Forms,
Dialogs,
StdCtrls;
type
TForm1 = class(TForm)
    Label1: TLabel;
    Label2: TLabel;
    Edit1: TEdit;
    Edit2: TEdit;
    Button1: TButton;
procedure Button1Click(Sender: TObject);
private
{ Private declarations }
public
{ Public declarations }
end;

var
Form1: TForm1;
implementation
{$R *.DFM}
procedure TForm1.Button1Click(Sender: TObject);
var
    i:integer;
    mü,u,x:real;
    f:textfile;
    fname:string;

begin
    mü:=strtofloat(edit1.text);
    fname:=edit2.text;
assignfile(f, fname);
rewrite(f);
randomize;
    for i:=1 to 10000 do

        begin
            u:=random;
            x:=-1*mü*ln(u);
            if x>0 then
                writeln(f,x:10:2);
        end;

closefile(f);
end;
end.

```

Ek 8: Weibull Dağılım için Tesadüfi Sayı Üreten Delphi Programı

```

unit Unit2;
interface
uses
Windows, Messages, SysUtils, Classes, Graphics, Controls, Forms,
Dialogs,
StdCtrls,math;

type
TForm1 = class(TForm)
    Label1: TLabel;
    Label2: TLabel;
    Label3: TLabel;
    Edit1: TEdit;
    Edit2: TEdit;
    Edit3: TEdit;
    Button1: TButton;
procedure Button1Click(Sender: TObject);
private
{ Private declarations }
public
{ Public declarations }
end;

var
Form1: TForm1;
implementation
{$R *.DFM}
procedure TForm1.Button1Click(Sender: TObject);
var
    fname:string;
    f:textfile;
    beta,teta,u,x:real;
    i,j:integer;

begin
    beta:=strtofloat(edit1.text);
    teta:=strtofloat(edit2.text);
    fname:=edit3.text;
    assignfile(f,fname);
    rewrite(f);
    randomize;

    for i:=1 to 10000 do
begin
    u:=random;
    x:=teta*power((-1*ln(u)),(1/beta));
    if x>0 then
begin
writelnd(f,x:10:2);
end;
end;
closefile(f);
end;
end.

```