

BAZI N~Z~40 ÇEKİRDEKLERİNİN
ELEKTROMANYETİK ÖZELLİKLERİ

Adem ALTINTAŞ

Yüksek Lisans Tezi

Fizik Anabilim Dalı

Ekim - 2006

BAZI N ~ Z ~ 40 ÇEKİRDEKLERİNİN
ELEKTROMANYETİK ÖZELLİKLERİ

Adem Altıntaş

Dumlupınar Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Lisansüstü Yönetmeliği Uyarınca
Fizik Anabilim Dalında
YÜKSEK LİSANS TEZİ
Olarak Hazırlanmıştır.

Danışman : Prof. Dr. Atalay KÜÇÜKBURSA

Ekim- 2006

KABUL ve ONAY SAYFASI

Adem ALTINTAŞ'ın YÜKSEK LİSANS tezi olarak hazırladığı “BAZI N ~ Z ~ 40 ÇEKİRDEKLERİNİN ELEKTROMANYETİK ÖZELLİKLERİ” başlıklı bu çalışma, jürimizce lisansüstü yönetmeliğin ilgili maddeleri uyarınca değerlendirilerek kabul edilmiştir.

06 /10 / 2006

Üye : Prof. Dr. Atalay KÜÇÜKBURSA

Üye : Prof. Dr. Mustafa ŞENYEL

Üye : Yrd. Doç. Dr. Zeki KARTAL

Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun/...../..... gün ve sayılı kararıyla onaylanmıştır.

Prof. Dr. M. Sabri ÖZYURT
Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

BAZI N ~ Z ~ 40 ÇEKİRDEKLERİNİN ELEKTROMANYETİK ÖZELLİKLERİ

Adem Altıntaş

Fizik, Yüksek Lisans Tezi, 2006

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Atalay KÜÇÜKBURSA

ÖZET

Bu çalışmada A~80 deforme bölgesinde bulunan bazı çift çift Kr ve Sr izotoplarının enerji seviyeleri, elektromanyetik geçişleri için E2/M1 kutupsal karışım oranları ve taban durum bandı için B(E2) geçiş olasılıkları Etkileşen Bozon Modeli 3 (IBM-3) ile hesaplandı. Hesaplanan değerler deneysel sonuçlarla karşılaştırıldı. Elde edilen değerlerin deneysel veriler ile uyumlu olduğu görüldü.

Anahtar Kelimeler: Enerji seviyeleri, B(E2) geçiş olasılıkları, Kutupsal karışım oranları, Etkileşen Bozon Modeli, Kr ve Sr İzotopları.

**THE ELECTROMAGNETIC PROPERTIES
OF SOME $N \sim Z \sim 40$ NUCLEI**

Adem Altıntaş

Physics-Master Thesis, 2006

Thesis Supervisor: Prof.Dr. Atalay KÜÇÜKBURSA

SUMMARY

In this study, the energy levels, the E2/M1 multipole mixing ratios of electromagnetic transitions and the B(E2) transition probabilities of the ground state band for some even-even Kr and Sr isotopes at the $A \sim 80$ deformed region have been calculated by making use of Interacting Boson Model-3 (IBM-3). These calculated values are compared with the experimental result. It is seen that there is a good agreement with the experimental ones.

The Key Words: Energy levels, B(E2) transition probability, Multipole mixing ratios, Interacting Boson Model, Kr and Sr isotopes

TEŐEKKÖRLER

Bu tez konusunu alışmama vesile olan ve desteklerini hiçbir zaman esirgemeyen danışmanım Sayın Prof. Dr. Atalay KÜÇÜKBURSA' ya ve maddi manevi desteklerini esirgemeyen babam ve annem Mustafa ve Ayře ALTINTAŞ 'a teőekkür ederim.

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
KABUL VE ONAY SAYFASI.....	iii
ÖZET.....	iv
SUMMARY.....	v
TEŞEKKÜRLER.....	iv
ÇİZELGELER DİZİNİ.....	ix
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ	x
1. GİRİŞ.....	1
2. ETKİLEŞEN BOZON MODELİ-1 (IBM-1).....	6
2.1. Modelin Yapısı.....	6
2.1.1. Hamiltoniyen.....	6
2.1.2. Geçiş operatörleri.....	10
2.2. Modelin Grup Yapısı.....	11
2.2.1. IBM’de U(6) grubu.....	11
2.2.2. IBM operatörleri.....	11
2.2.3. Bozon grup yapıları.....	13
2.2.3.1. Bozon grup zinciri I.....	13
2.2.3.2. Bozon grup zinciri II	14
2.2.3.3. Bozon grup zinciri III.....	15
2.2.4. U(6)’nın alt gruplarının, bozon grup zinciri I, II, III ‘ün oluşturulması.....	16
2.2.5. Baz durumları.....	20
2.2.5.1. Zincir I.....	20
2.2.5.2. Zincir II.....	23
2.2.5.3. Zincir III.....	24
2.2.6. Casimir operatörleri.....	25
2.2.7. Dinamik simetrier.....	27
2.2.7.1. Zincir I, II, III için enerji özdeğerleri.....	27
2.2.7.2. Elektromanyetik geçiş olasılıkları ve vibrasyonel, rotasyonel, γ -kararsız limitler	32
3. ETKİLEŞEN BOZON MODELİ-2 (IBM-2).....	36
3.1. Giriş.....	36

İÇİNDEKİLER(devam)

	<u>Sayfa</u>
3.2. Modelin Grup Yapısı.....	36
3.3. Durumların Sınıflandırılması.....	38
3.3.1. F-spini eşleşmiş baz durumları.....	38
3.3.1.1. Zincir I ₁	38
3.3.1.2. Zincir II ₁	40
3.3.1.3. Zincir III ₁	41
3.3.2. Eşleşmiş durumlar yapmak	42
3.3.2.1. Zincir I ₂	42
3.3.2.2. Zincir II ₂ ve IV.....	43
3.3.2.3. Zincir III ₂	44
3.4. Dinamik Simetriler.....	44
3.4.1. F-spini zincirleri için enerji özdeğerleri.....	44
3.4.1.1. Zincir I ₁	44
3.4.1.2. Zincir II ₁	45
3.4.1.3. Zincir III ₁	45
3.4.2. Eşleşmiş zincirler için enerji özdeğerleri.....	46
3.4.2.1. Zincir I ₂	46
3.4.2.2. Zincir II ₂ ve IV.....	47
3.4.2.3. Zincir III ₂	47
3.5. Modelin Mikroskobik Yapısı.....	48
3.5.1. Çekirdeğin kabuk yapısı.....	48
3.5.2. Nükleer yüzey ve yüzey nükleonları.....	49
3.5.3. S ve D nükleon çiftleri.....	50
3.5.4. Nükleon operatörlerinin bozon operatörlerin dönüştürülmesi.....	52
3.5.5. Dönüştürülmüş bozon sisteminin spektrumu.....	55
4. ETKİLEŞEN BOZON MODELİ-3 (IBM-3).....	58
4.1. Modelin Grup Yapısı.....	58
5. BAZI Kr , Sr İZOTOPLARININ NÜKLEER ÖZELLİKLERİNİN İNCELENMESİ.....	59
6. TARTIŞMA VE SONUÇLAR.....	74
KAYNAKLAR DİZİNİ.....	76

ÇİZELGELER DİZİNİ

<u>Cizelge</u>	<u>Sayfa</u>
2. 1. Genel Lie gruplarının sayısı.....	18
2.2. Zincir I' in sınıflandırma şeması.....	22
2.3. Zincir II 'nin sınıflandırma şeması.....	25
2.4. Zincir III' ün sınıflandırma şeması.....	26
2.5. Ortak Lie grupların mertebeleri.....	26
2.6. Lie grupları Casimir operatörlerinin özdeğerleri.....	29
2.7. IBM-1' de gözüken grupların Casimir operatörleri.....	30
3.1. Zincir I ₁ ' in kısmi sınıflandırma şeması.....	39
3.2. Zincir II ₁ ' in kısmi sınıflandırma şeması.....	41
3.3. Zincir III ₁ ' in kısmi sınıflandırma şeması.....	42
5.1. ⁷⁴ Kr izotopunun enerji seviyeleri.....	64
5.2. ⁷⁶ Kr izotopunun enerji seviyeleri.....	64
5.3. ⁷⁸ Kr izotopunun enerji seviyeleri.....	65
5.4. ⁸⁰ Kr izotopunun enerji seviyeleri.....	65
5.5. ⁸² Kr izotopunun enerji seviyeleri.....	66
5.6. ⁷⁸ Sr izotopunun enerji seviyeleri.....	66
5.7. ⁸⁰ Sr izotopunun enerji seviyeleri.....	67
5.8. ⁸² Sr izotopunun enerji seviyeleri.....	67
5.9. ⁸⁴ Sr izotopunun enerji seviyeleri.....	68
5.10. ⁸⁶ Sr izotopunun enerji seviyeleri.....	68
5.11. ⁸⁰ Kr izotopu için δ (E2/M1) karışım oranları.....	69
5.12. ⁸⁴ Kr izotopu için δ (E2/M1) karışım oranları.....	69
5.13. ⁸² Sr izotopu için δ (E2/M1) karışım oranları.....	70
5.14. ⁸⁴ Sr izotopu için δ (E2/M1) karışım oranları.....	70
5.15. ⁸⁰ Kr izotopunun taban bandı B(E2) geçiş olasılıkları.....	71
5.16. ⁸⁴ Kr izotopunun taban bandı B(E2) geçiş olasılıkları.....	71
5.17. ⁸⁰ Sr izotopunun taban bandı B(E2) geçiş olasılıkları.....	72
5.18. ⁸² Sr izotopunun taban bandı B(E2) geçiş olasılıkları.....	72
5.19. ⁸⁴ Sr izotopunun taban bandı B(E2) geçiş olasılıkları.....	73

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

<u>Simgeler</u>	<u>Açıklamalar</u>
B(E2)	E2 elektriksel kuadrupol geçiş olasılığı.
Kr	Kripton.
Sr	Stransiyum.
Sn	Kalay.
Ca	Kalsiyum.
Ni	Nikel.
<u>Kısaltmalar</u>	<u>Açıklama</u>
IBM	Etkileşen Bozon Modeli.
IBM-1	Etkileşen Bozon Modeli – 1.
IBM-2	Etkileşen Bozon Modeli – 2.
IBM-3	Etkileşen Bozon Modeli – 3.
OAI	Otsuka, Arima, Iachello.

1.GİRİŞ

Atomların çekirdekli yapıya sahip olduğu bulunduktan sonra çekirdeğin nasıl bir yapıya sahip olduğu merak konusu olmuştur. Çekirdeğin proton ve nötronlardan oluştuğu anlaşıldıktan sonra da çekirdeğin yapısı hakkında bazı modeller geliştirilmiştir. Günümüze kadar geliştirilen her model çekirdeğin bilinmeyen özelliklerini açıklamaya çalışmıştır. Fakat her modelin açıklayamadığı yönler hep olmuştur. Halen de çekirdeğin tüm özellikleri açıklanabilmiş değildir.

Çekirdek fiziğinin gelişmeye başladığı ilk yıllarda elementer parçacıklar ile zayıf etkileşmelerin keşfi ve beta bozunmasında açıl momentumun korunması sonucundan hareketle nötrinonun bulunması, bilim adamlarına büyük ufuklar açmıştır. Nükleer kuvvetlerin yapısı ile ilgili bir çok veriler elde edilmesine karşın, bazı durumlar hala açıklanamamıştır. Örneğin; iki nükleon arasındaki karşılıklı etkileşim kanununun bilinmeyişi, çekirdeğin çok ve sonlu parçacığa sahip olması ile yüzeysel etkinin ortaya çıkması, sonsuz homojen bir sistemin momentumu korunduğu halde bu sistemin açıl momentumunun farklı olması gibi durumlar bilim adamlarının farklı modeller oluşturmasına sebep olmuştur.

İlk olarak çekirdek, benzer özelliklerinden dolayı sıvı damlasına benzetilmiştir. “Sıvı Damlası Modeli”; çekirdekdeki bağlanma enerjisinin nükleon sayısı ile orantılı olduğunu belirledi ve ağır çekirdeklerdeki bölünme olaylarını iyi açıkladı. Fakat çekirdekteki 2^+ enerji seviyesi hesaplamaları ile manyetik ve elektrik kuadrupol momentlerinin hesaplamaları deneysel verilerle uyuşmadı. Böylece bu model çekirdeğin kararlılığını ve açıl momentumunu açıklayamamıştır.

Deneysel olarak; özellikle ${}^4_2\text{He}$, ${}^{16}_8\text{O}$, ${}^{40}_{20}\text{Ca}$, ${}^{208}_{82}\text{Pb}$ çekirdeklerindeki kararlılığın fazlalığı bu çekirdeklerin kabuk yapısında olduğu fikrini doğurmuştur. Bu kararlılığın fazlalığı, özellikle Z ve N değerleri için; 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126, 184 sihirli sayılarına sahip çekirdeklerde oluşu dikkat çekmiştir. Bu çekirdeklerde genel karakter olarak küçük manyetik ve kuadrupol momentlere sahip olmaları da yine kabuk yapısını akla getirmiştir. Ayrıca yine bu çekirdeklerin ilk uyarılma enerjilerinin ve son nükleonlarının bağlanma enerjilerinin komşu çekirdeklerinkine göre büyük olması, kararlı izotop ve izoton sayılarının yine komşu çekirdeklere göre fazla olması kabuk yapısını desteklemektedir. Bunun üzerine ilk defa Elsasser ve Guggenheimer tarafından “Kabuk Modeli” ortaya atılmıştır [1]. Bu modelde nükleonlar, sihirli sayıda değerler aldıklarında çekirdekte proton ve nötron kabuklarının dolduğu ve diğer çekirdeklere göre özel bir kararlılık gösterdikleri gözlenmiştir. Bunun yanında

proton ve nötron sayıları sihirli sayılara eşit olan çekirdeklerin kuadropol momentlerinin sıfıra yakın olması da bu çekirdeklerde küresel simetriye yakın bir yapının olduğunu desteklemektedir. Bu modelin en büyük eksikliği deforme olmuş bölgedeki büyük kuadropol momentlerini açıklayamamasıdır. Bunun yanında, düşük enerjili uyarılma spektrumlarını, elektromanyetik geçiş olasılıklarını ve büyük $B(E2)$ değerlerini açıklayamamıştır. Ayrıca dış yörüngesinde daha fazla nükleon olan çekirdeklerin enerjilerini ve elektromanyetik özelliklerini de iyi açıklayamamıştır [1].

Kabuk modelinin yetersiz kalması sonucunda, gözlenen büyük momentleri açıklamak için kapalı kabuk dışındaki çok sayıda nükleonun kolektif davranışının dikkate alınması gerektiği ortaya çıkmıştır. Çekirdeğin kolektif özellikleri ise, şekil parametrelerini (yani deforme olmuş elips dönmelerini ve titreşimlerini) kullanan Bohr ve Mottelson tarafından ortaya atılan “Kollektif Model” yardımıyla açıklandı [2]. Bu modelde çekirdek içindeki bütün parçacıkların kolektif hareketleri dikkate alınır. Bunun sonucunda hareket deformasyonları oluşur. Deformasyonun oluşumunda kapalı kabuklar dışındaki nükleonların hareketiyle ortaya çıkan kutuplanmanın yanı sıra kapalı kabuk içindeki özün biçimi ve açısal momentumu da dikkate alınır [3]. Kollektif modelde kabuk modelinde olduğu gibi nükleonlar ortalama bir potansiyelde bağımsız olarak hareket ederler. Fakat küresel simetriye sahip bu ortalama potansiyel çekirdek içindeki nükleonların hareketi sonucu deforme olabilir. Bu da özün küresel simetrisini kaybetmesine sebep olur. Bu modelde dönme ve titreşim hareketi söz konusu olup bir çok olayı açıklamada başarılıdır.

Çekirdeklerin yapısı, bağımsız parçacık hareketine ağırlık veren Kabuk modeli ve sadece sınırlı sayıda koordinat kullanan Kollektif model sayesinde geniş ölçüde anlaşılmıştır. Fakat karşılıklı parçacık etkileşimi, kolektif serbestlik dereceleri, geçiş bölgesindeki çekirdeklerin nükleer yapısı, çekirdeklerin enerji spektrumundaki geçişlerin çok kutuplulukları ve onların karışım oranları ile ilgili bir çok cevaplanmamış soru vardır. Bu problemleri çözmeye yönelik, 1974 yılında Arima ve Iachello, kabuk modeli ve kolektif modelin özellikleriyle birlikte grup teorisi tekniklerinin kullanıldığı “Etkileşen Bozon Modeli” (IBM) adı verilen yeni bir nükleer model öne sürdüler [4 ve 5]. Bu modelin öne sürüldüğü sıralarda orta ve ağır çekirdekler için modeller genelde iki yaklaşım üzerinde yoğunlaşmıştı. Birincisi rastgele faz yaklaşımı gibi yaklaşımları içine alan kabuk modeli köşegenleştirilmesi, diğeri de çekirdeklerin geçişlerini veya bu geçişlerin şekillerini görüntüleyen geometrik modeller. IBM, 1950’lerin sonlarında ve 1960’ların başlarında Elliot ve arkadaşları tarafından hafif çekirdekler için başarıyla uygulanan bir metodu andıran, cebirsel ve grup teorisine dayalı bir yaklaşım

olarak ortaya çıktı ve son otuz yıldır IBM bir ilgi odağı haline geldi [6 ve 7]. Nükleer yapıda ve spektroskopide bu sayede çok sayıda çalışma yapıldı.

Bu model, her biri açısal momentumun sıfır veya iki birimini taşıyan ve etkileşen bozonlar topluluğuna dayanır. Bu modelde bozonlar, nükleon (proton veya nötron) çiftleri olarak yorumlanır. Nükleonların üç kuarktan oluştuklarına inanılmasına rağmen, bu modelde nükleonlar elementer parçacıklar olarak düşünülmüştür.

IBM'deki temel fikir, çift-çift çekirdeklerin düşük seviye kollektif durumlarının sırasıyla 0 ve 2 toplam açısal momentuma sahip s ve d bozonlar sistemiyle tanımlanabileceği varsayımdır [4, 8, 9 ve 10]. Bu varsayım kabuk modelindeki genelleştirilmiş acayıplık hesaplarına ve 0^+ ve 2^+ durumlarının, açısal momentumu daha büyük olan durumlardan enerjisinin belirgin bir şekilde az olduğu, kapalı kabuğa yakın çekirdeklerin deneysel olarak iyi bilinen yapısal özelliklerine dayanır [11]. Daha spesifik olarak bu, aynı yörüngedeki iki özdeş nükleonun iki-parçacık konfigürasyonundaki kısa-menzilli rezidüel etkileşmesinden meydana gelen seviye hesaplarının karakteristik bir özelliğidir [12]. Dolayısıyla bozon durumlarının sadece dış uzayda olduğu ve bu bozonların aynı nükleon çiftleri olduğu düşünülebilir. Bu modelin ilk versiyonunda (IBM-1) nötronlar ve protonlar aynı parçacıklar olarak ele alınır. Aynı zamanda toplam bozon sayısı ($N = n_d + n_s$), sonludur, çekirdek içinde korunur ve en dış yörüngedeki nükleon sayısının yarısına eşittir. Ayrıca en dış yörüngedeki bozon sayısı en yakın kapalı kabuğa göre belirlenir. Bunun yanında IBM, bozon sayısındaki değişmeden kaynaklanan ve ana kabuk boyunca meydana geldiği varsayılan yapısal değişmelerin önemli bir kısmının da mikroskobik açıklamasını yapar.

s ($l=0$) ve d ($l=2$) bozonları toplam altı bileşene (alt duruma) sahiptir. Dolayısıyla altı boyutlu bir uzay tanımlarlar. Bu da altı boyutlu birim grup, U(6) cinsinden ifade edilebilir. Sonuç olarak IBM'in bir çok özelliği grup teorisi metotları ile analitik olarak ifade edilebilir. U(6) grubunun alt grupları ele alındığında geometrik modeldeki küresel titreşim, asimmetrik (γ -soft) deforme rotor, deforme rotor fikirlerinden yola çıkan sırasıyla U(5), O(6) ve SU(3) olarak bilinen üç dinamik simetri meydana gelir [13, 14 ve 15].

Simetriler, varlığı ve oynadığı rol itibarıyla IBM'in en önemli özelliklerindedir. Bu simetrilerin basit analitik bağıntıları ve fiziksel açıklamaları vardır. En önemli pratikliği de tahmin parametrelerinin serbest parametreler olmasıdır. Bunun ötesinde çekirdeklerin çoğu bu simetritlerden birini sergilemese de tanım gereği yine IBM Hamiltoniyeni sadeleştirilmelidir. IBM simetri özelliklerinin kavranması, dalga fonksiyonlarının, enerji seviyelerinin ve geçiş

oranlarının yorumlamasını kolaylaştırdığı gibi sayısal analizde de büyük kolaylıklar sağlar. Ayrıca simetrik yapısından dolayı IBM, geçiş bölgelerini izah etmekte de oldukça yararlı bir modeldir. Çünkü hesaplamalar, simetri çiftleri arasındaki geçiş boyunca göreceli yapıyı belirleyen serbest parametreler cinsinden yapılabilir. Bundan dolayı model, daha önceden bilinen, deneysel olarak gözlenen özelliklere göre farklı yapılara uygulanabilen modellere bir alternatiftir.

IBM aslında düşük seviyedeki kolektif uyarılmalara yönelik bir model ise de son uyarlamalarla bu sınır genişletilmiştir. Bunlardan birisi de bu modelin ikinci versiyonudur (IBM-2) [16 ve 17]. IBM-2’de nötron ve proton serbestlik dereceleri birbirinden farklı olarak ele alınır ve Hamiltoniyen proton-nötron bozon etkileşmelerini de içerir. Sadece hesaplamaları iletme imkanı vermesinden dolayı değil, aynı zamanda daha ileri düzeyde bir sistematığı ve yeni kolektif uyarılma durumlarını açıklamasından, daha da önemlisi varolan kabuk modeli ile bağ kurmasından dolayı önemli bir gelişme sayılır. IBM bundan başka tek-çift çekirdekler için Scholten (1979) ve tek-tek çekirdekler için van Isacker (1985) tarafından uyarlandı [5 ve 18].

Nükleon-nükleon etkileşimi detaylı olarak bilinseydi, Schrödinger denkleminin sayısal çözümüyle çekirdeklerin enerjileri ve diğer istenen özellikler hesaplanabilirdi. Pratikte bu yaklaşımın mümkün olmadığı, bir çok serbestlik derecesinin olduğu, bu durumun ancak en gerçek sistemlerde olabileceği söylenebilir. Etkileşim basit bir şekilde olmadığı gibi, yalnızca nükleon-nükleon saçılma deneyinin sayısal analizlerinden bilinmektedir. Böyle bir analiz etkileşim hakkında kısmi bilgiler verir.

Nükleonların karmaşık kuark yapısı nedeniyle nükleon-nükleon etkileşimi iki elektronun etkileşiminden daha çok, iki molekül arasındaki etkileşime benzemektedir. Etkileşimin karmaşıklığına ve çok sayıdaki serbestlik derecesine rağmen, yıllar süren deneyler ile nükleer yapının bir çok değişik özelliği belirlenebilmiştir. Fakat hala üç parçacık kuvvetlerinin önemli bir rol oynayıp oynamadığı, anlaşılmalı değildir. Bu problemi çözmenin tek yolu, Hamiltoniyenin büyük ölçüde basitleştirildiği yaklaşımların kullanılmasıdır.

Nükleer yapı fiziğinde ortaya atılan teorik modeller, bu modellerin uygulanması ve sadeleştirilmesiyle, bir model ve diğerleri arasındaki benzerlik ve birliğin kurulmasıyla, çok cisim probleminden başlayarak modeller için yaklaşık bir temel kurma girişimleriyle ilgilenirler. Bazı çekirdekler için başarılı olan bir modelin başka çekirdekler için başarısız olduğu, hatta belli bir çekirdekte farklı durumların farklı modellerde daha iyi tanımlanabildiği bilinmektedir. Bütün bunlar göz önüne alındığında, modellerin birleştirilerek “Her Şeyin

Modeli”ni geliřtirmek önemli bir hedef haline gelir.

Bu çalışmada önce “Etkileşen Bozon Modeli”nin (IBM-1 ve IBM-2) grup yapısı ile simetri durumu özelliklerinden bahsedildi. $U(5)$, $SU(3)$ ve $O(6)$ simetri durumları için enerji özdeğerleri ile elektromanyetik geçişler için analitik bağıntılar verildi. Daha sonra Etkileşen Bozon Modeli-3 (IBM-3) ün grup yapısından bahsedildi. Bu model kullanılarak $A\sim 80$ deforme bölgesinde bulunan bazı çift-ift Kr ve Sr izotoplarının enerji seviyeleri, kutupsal karışım oranları ve temel hal bandı için $B(E2)$ geçiş olasılıkları teorik olarak hesaplandı. Son bölümde hesaplanan değerler ile deneysel değerler karşılaştırıldı ve farklılıklar yorumlandı.

2. ETKİLEŞEN BOZON MODELİ-1 (IBM-1)

2.1. Modelin Yapısı

2.1.1. Hamiltoniyen

Etkileşen Bozon Modeli, en basit formda birinin diğeriyle etkileşebildiği veya tek-parçacık ve iki-parçacık etkileşmesi yapabilen s ($l=0$) ve d ($l=2$) bozonlarından oluşan bir sistem olarak tanımlanır. Daha yüksek mertebeden (üç-parçacık, dört-parçacık,...) terimlerin ihmal edilmesi herhangi bir temel sınırlama getirmeyip aksine modelin uygulamalarında büyük bir kolaylık sağlar. Bu terimlerin ihmali ayrıca Hamiltoniyendeki karmaşıklığı da azaltmak için yapılmıştır. Bundan başka modeldeki belki de tek sınırlama toplam bozon sayısının korunmasıdır. Bu sınırlama s ve d bozonlarının serbestlik derecesinin $L=0$ ve $L=2$ fermiyon çifti uyarılmalarına doğrudan bağlı olduğu varsayımından kaynaklanmaktadır. Bozonlar proton (veya nötron) bozon uzayında en yakın kapalı kabuğa göre sayılır. Bu sayımda eğer nötron (veya proton) sayısı kabuğun ortasından önce ise bozon parçacık, aksi takdirde deşik olarak sayılır.

İlk bakışta kabuk modeli problemlerinin çoğunda, parçacık-deşik simetrisi verilip bozon sayısı her iki kabuktan da yapıldığında aynı sonuçların çıkması beklenebilir. Ancak Pauli ilkesine ve bozon serbestlik derecesinin fermiyon kaynaklı olduğu varsayımına göre en yakın kapalı kabuğa göre yapılması gerektiğine karar verilmiştir.

Bozon sayısı, bozonun çeşidi ve Hamiltoniyenin karmaşıklığı belirlendikten sonra bazlar, Hamiltoniyen ve IBM'deki operatörler oluşturulabilir. Hamiltoniyeni oluşturmak için bazen tam baz, bazen de $SU(3)$ veya $O(6)$ simetri dalga fonksiyonları cinsinden oluşturulur. Bununla birlikte uygulamaların çoğunda modelin yapısının kolayca anlaşılması ve tahminleri hakkında fikir edinilmesi açısından $U(5)$ bazının kullanılması daha uygundur. Baz durumları; s, d bozonları ve d bozonlarının toplam açısal momentumu verecek biçimde çiftleşmelerini tanımlayan iki kuantum sayısı ile belirlenir. Dolayısıyla baz durumları,

$$|N n_d v n_{\Delta} L\rangle \text{ veya bazen } |N n_d n_{\beta} n_{\Delta} L\rangle \quad (2.1)$$

şeklinde yazılabilir. Burada N ; toplam bozon sayısı, v ; d bozonu acayıplığı, yani açısal momentumu sıfırdan farklı olan d bozonu çiftleri, n_{Δ} ; açısal momentumu sıfır olan d bozonu üçlüleridir. İkinci bazdaki $n_{\beta} = (N - v)/2$ ise açısal momentumu sıfır olan d bozonu çiftleridir. L ; toplam açısal momentum kuantum sayısıdır. Bu kuantum sayılarının alabileceği değerler şu

şekilde belirlenir: İlk olarak N,

$$N = n_s + n_d \quad (2.2)$$

olmalıdır. $n_s = N - n_d$ olduğundan n_d , 0'dan N'ye kadar değerler alabilir. n_d 'ye bağlı olarak v ,

$$v = n_d, n_d - 2, \dots, 1 \text{ veya } 0 \quad (2.3)$$

değerlerini alır. n_Δ ise

$$n_\Delta = 0, 1, \dots, [n_d/3] \quad (2.4)$$

değerlerini alır. Bu değerler oluşturulduktan sonra baz durumları oluşturulabilir.

Bu bazları birleştiren Hamiltoniyen, sadece s , s^+ , d , d^+ operatörlerini içerir ve ikinci kuantumlanmada yazılır. Meydana gelen birleşimler maksimum iki-parçacık etkileşmeleriyle sınırlandırılarak ve toplam bozon sayısını koruyarak tanımlanır. İki-parçacık sınırlaması en fazla d^+d^+ veya s^+s^+ gibi birleşimlerin oluşmasına izin verir. İkinci sınırlandırma ise her oluşturma operatörü bir yok etme operatörü ile veya bunun tam aksi olacak şekilde birleşmesi gerektiğini söyler. Bütün bunlar göz önüne alındığında en genel Hamiltoniyen şu şekilde oluşur [8]:

$$\begin{aligned} H = & \varepsilon_s s^+ s + \varepsilon_d d^+ \tilde{d} + \frac{1}{2} \sum_{L=0,2,4} C_L (d^+ d^+)^{(L)} \cdot (\tilde{d} \cdot \tilde{d})^{(L)} \\ & + \frac{v_2}{\sqrt{10}} \left[(d^+ d^+)^{(2)} \cdot \tilde{d} s + \text{H.c.} \right] + \frac{v_0}{2\sqrt{5}} (d^{+2} s^2 + \text{H.c.}) + \frac{u_2}{\sqrt{5}} d^+ s^+ \cdot \tilde{d} s + \frac{u_0}{2} s^{+2} s^2. \end{aligned} \quad (2.5)$$

Burada her terimin önündeki katsayılar Arima ve Iachello'nun tanımlarına göre seçilmiştir [19]. \tilde{d} operatörü

$$\tilde{d}_m = (-1)^m d d_{-m} \quad (2.6)$$

şeklinde tanımlanır. Çünkü \tilde{d} operatörü, rankı iki olan tensör operatörüdür. Görüldüğü gibi (2.5) Hamiltoniyeni iki tane tek-bozon enerji terimi ile yedi tane de bozon-bozon etkileşme terimini içerir. Açısal momentum eşleşmelerini içeren açısal tensör çarpımı notasyonu Lipas'ın kullandığı gibi $(d^+ d^+)^{(L)}$ formunda, skaler çarpım ise $d^+ \cdot d^+$ biçimindedir [9]. (2.5) denklemindeki sadece bağlanma enerjisine katkıda bulunan terimler, herhangi bir çekirdeğin uyarılma enerjisi

spektrumları ele alındığında $N = n_s + n_d$, $n_s = s^+ s^+$ ve $n_d = d^+ d^+$ eşitlikleri kullanılarak yok edilir. Dolayısıyla Hamiltoniyen en kullanışlı altı parametrelidir

$$H = \varepsilon \hat{n}_d + \frac{1}{2} \sum_L C'_L (d^+ d^+)^{(L)} (\tilde{d} \tilde{d})^{(L)} + \frac{V_2}{\sqrt{10}} [(d^+ d^+)^{(2)} + H.c.] + \frac{V_0}{2\sqrt{5}} (d^{+2} s^2 + H.c) \quad (2.7)$$

formunda yazılır.

Açıkça görüldüğü gibi (2.7) denklemindeki terimleri değişik yollarla birleştirmek ve Hamiltoniyende daha anlamlı operatörler oluşturmak mümkündür. Bunlardan en çok kullanılanlardan birisi de Hamiltoniyenin multipol formudur. Çünkü IBM-1'in simetrik yapısını daha iyi sergiler. Aynı zamanda bu formun kullanılması, (2.7) denklemindeki terimlerde yüklü olan farklı operasyonların fiziksel olarak anlaşılmasında yardımcı olur.

Multipol açılımının parametrizasyonunda çeşitli bozon-bozon etkileşmeleri Hamiltoniyende şu şekilde görülür:

$$H = \varepsilon \hat{n}_d + a_0 P^+ P + a_1 \hat{L}^2 + a_2 Q^2 + a_3 T_3^2 + a_4 T_4^2. \quad (2.8)$$

Burada

$$P = \frac{1}{2} (\tilde{d}^2 - s^2)$$

$$T_l = (d^+ \tilde{d})^{(l)} \quad l = 0, 1, 2, 3, 4$$

$$Q = (d^+ s + s^+ \tilde{d}) - \frac{\sqrt{7}}{2} (d^+ \tilde{d})^{(2)} = (d^+ s + s^+ d) - \frac{\sqrt{7}}{2} T_2$$

$$\hat{n}_d = \sqrt{5} T_0$$

$$\hat{L} = \sqrt{10} T_1 \quad (2.9)$$

biçimindedir.

Bu formda özellikle açısal momentum operatörü, kuadrupol, oktupol, hegzadepol

operatörleri ve P çiftlenme terimi gibi fiziksel anlam taşıyan terimler vardır. Bununla birlikte bu operatörler fermiyon durumlarına değil bozon durumlarına etki eder.

Dolayısıyla bu formdaki IBM-1 Hamiltoniyeni, operatörlerin daha önce tanımlanan baz durumlarına uygulanmasıdır.

Şimdi de bu operatörlerin Hamiltoniyedeki işlevlerini ele alalım. ε'' terimi içindeki bozon sayısı ile doğru orantılı olarak her bir baz durumunun köşegenleştirilmesine katkı yapar. Dolayısıyla enerji ifadesi d bozonları cinsinden yazılabilir ve d bozonu sayısının ε'' katı kadarlık bir enerji ekler. Böylece enerji spektrumu, fonon enerjili kuadropol titreşicinin spektrumu haline gelir. Bu spektrumda fonon multiplerindeki tüm enerji seviyeleri dejeneredir. Bu dejenerelik Hamiltoniyedeki L^2 , T_3^2 veya T_4^2 terimlerinden herhangi birisinin dahil edilmesiyle giderilebilir. Çünkü bu terimler toplam d bozonu sayısını değiştirmez. Her biri köşegenleştirme etkisi yapar. d bozonu sayısını değiştiren terimler (2.8) Hamiltoniyesindeki kuadropol ve çiftlenme terimleridir. O halde yapıda herhangi bir değişiklik yapmak gerektiğinde Hamiltoniyeye bu terimleri eklemek yeterlidir. Şimdi bu terimleri daha detaylı olarak inceleyelim. Çiftlenme terimi açıldığında d bozonu sayısına

$$\begin{aligned}
 & d^{+2} s^2 \\
 & d^{+2} \tilde{d}^2 \quad \Delta n_d = 0 \\
 & s^{+2} \tilde{d}^2 \quad \Delta n_d = \pm 2 \\
 & s^{+2} s^2 \quad \Delta n_d = 0
 \end{aligned} \tag{2.10}$$

kadarlık bir etkisi olur. Yukarıdan da anlaşıldığı gibi P^+P terimi ya köşegenleştirmeye etki eder ya da d bozonu sayısını iki birim değiştirir. Bunun ötesinde P^+P terimi sadece skaler çarpımlar içerir ve $\Delta n_d = \pm 2$ kısmı n_β 'yi ± 1 birim değiştirir. Kuadropol operatörü ise d bozonu sayısını bir birim değiştiren veya hiç değiştirmeyen tensör çarpımları cinsinden ifade edilir. Dolayısıyla Q^2 ,

$$\begin{aligned}
 & d^{+2} s^2 \text{ ve } s^{+2} \tilde{d}^2 \quad \Delta n_d = \pm 2 \\
 & (d + \tilde{d})^{(2)} \cdot d^+ s \text{ ve } (d + \tilde{d})^{(2)} \cdot s^+ \tilde{d} \quad \Delta n_d = \pm 1 \\
 & d^+ s \cdot s^+ \tilde{d} \text{ ve } (d^+ \tilde{d})^{(2)} \cdot (d^+ \tilde{d})^{(2)} \quad \Delta n_d = 0
 \end{aligned} \tag{2.11}$$

elemanlarından oluşur ve tüm baz durumlarını karıştırır. Sadece P⁺P terimlerini içeren Hamiltoniyen, $\Delta(n_d, n_\beta) = (2,1)$ veya $(-2,-1)$ kadarlık bir fark olan baz durumlarının karışımlarını içeren dalga fonksiyonları oluşturur. Diğer taraftan Q² terimli Hamiltoniyen tüm baz durumlarının genliklerini içeren çok daha kompleks durumlar oluşturur. Etkisi; enerji seviyeleri, geçiş oranları, vb. tahminlerinde görülse de basitliği sadece baz kümesine dönüşümlerde görülür.

2.1.2. Geçiş operatörleri

Etkileşen Bozon Modelinde uygun operatörler kullanılarak bazı gözlemlenebilir nicelikler hesaplanabilir. Elektromanyetik geçiş olasılıkları için, bozon serbestlik dereceleri cinsinden ifade edilen tek-bozon operatörünün ilk kuantizasyonu

$$\hat{T} = \sum_{i=1}^N t_i^{(1)} \quad (2.12)$$

ifadesi ile verilir. Bu ifadeye eğer gerekirse yüksek mertebeli (iki-cisim,...) bozon terimleri eklenebilir. (2.12) denkleminin ikinci kuantize formu

$$T_m^{(1)} = \alpha_2 \delta_{12} (d^+ s + s^+ \tilde{d})_m^{(2)} + \beta_1 (d^+ \tilde{d})_m^{(2)} + \alpha_0 \delta_{m0} \delta_{10} (s^+ s)_0^{(0)} \quad (2.13)$$

şeklinde dir. Bu ifade açılırsa aşağıdaki elektromanyetik geçiş operatörleri elde edilir [13]:

$$T_0^{(E0)} = \beta_0 (d^+ \tilde{d})_0^{(2)} + \alpha_0 (s^+ s)_0^{(0)} = \frac{\beta_0}{\sqrt{5}} \hat{n}_d + \alpha_0 \hat{n}_s$$

$$T_m^{(M1)} = \beta_1 (d^+ \tilde{d})_m^{(1)} = g_B \hat{L} \quad (2.14)$$

$$T_m^{(E2)} = \alpha_2 (d^+ s + s^+ \tilde{d})_m^{(2)} + \beta_2 (d^+ \tilde{d})_m^{(2)} = e_\beta [(d^+ s + s^+ \tilde{d})_m^{(2)} + \chi (d^+ \tilde{d})_m^{(2)}] = e_B Q.$$

Burada

$$e_B = \alpha_2 \quad \text{ve} \quad \chi = \frac{\beta_2}{\alpha_2}$$

şeklinde ifade edilir. Ayrıca \hat{L} açısal momentum operatörü, Q kuadrupol momenti ve e_B etkin bozon yüküdür. $\hat{N} = \hat{n}_s + \hat{n}_d$ tanımı kullanılarak

$$T_0^{(E0)} = \beta'_0 \hat{n}_d + \alpha_0 \hat{N} \quad , \quad \beta'_0 = \frac{\beta_0}{\sqrt{5}} - \alpha_0 \quad (2.15)$$

ifadesine eşittir. (2.15) denkleminde de görüldüğü gibi E0 geçişleri d bozon sayısı operatörünün matris elemanı ile orantılıdır. Diğer taraftan M1 operatörü toplam açısal momentumla orantılıdır. Dolayısıyla herhangi bir geçişe sebebiyet vermez. Geçişin olabilmesi için yukarıdaki M1 geçişi ifadesine ikinci derece terimleri de dahil edilmelidir [19, 20 ve 21]. Bu terimler dahil edildikten sonra M1 operatörü

$$T^{(M1)} = (g_B + A\hat{N})\hat{L} + B\hat{n}_d\hat{L} + C(Q\hat{L}) \quad (2.16)$$

biçiminde yazılır.

E2 operatörü ise n_d 'de bir birim değişiklik yapan ve herhangi bir değişiklik yapmayan iki terimden oluşur. Bu iki terimin birbirine oranı χ parametresine eşittir.

E0 operatörünü etkileyen bir diğer nicelik yarıçapın karesinin ortalamasıdır. Bu niceliğin ifadesi

$$r^2 = \langle r^2 \rangle_c + \alpha \hat{n}_d + b \hat{N} \quad (2.17)$$

ile verilir. Yukarıdaki ifadedeki ilk terim kapalı kabuk özünün yarıçapının karesinin ortalamasına eşittir.

2.2. Modelin Grup Yapısı

2.2.1. IBM'de U(6) grubu

U(n) genel grubuyla ilgilenmekten ziyade U(6) grubuna yoğunlaşacağız. Bunun iki sebebi vardır. Birincisi, U(6)'nın U(n)'in bütün temel genel özelliklerini gösterecek kadar yeterince büyük bir grup olmasıdır. Diğer sebebi ise, IBM'in aşağıda tartışılacağı gibi tamamen U(6) yapısına sahip olmasıdır.

2.2.2. IBM operatörleri

IBM'in temel uyarılmaları, özdeş bozonların tek-parçacık durumlarıdır. Mikroskobik olarak, bozonlar aynı nükleon çiftlerinden oluşturulur. Fakat IBM'in temel versiyonu olan IBM-1'de bozonlar verilen fenomenolojik nesnelere alınır. Ayrıca IBM-1 proton ve nötronlar arasındaki farkı ihmal etmektedir.

Şimdilik IBM-1'in bozonları üzerinde yoğunlaşalım. Tek bir bozon, iki farklı açısız momentumlu duruma sahiptir. Bu durumlar, (J=0) olan s durumu ile (J=2) olan d durumlarıdır. d durumunun, beş alt durumu vardır: M= 2, 1, 0, -1, -2. Dolayısıyla bir bozon için altı durum vardır. Bu altı durum, iki boyutlu uzayın tanımladığı proton (p) ve nötron (n) durumları gibi altı boyutlu uzayı tanımlar. Bu uzaydaki bir vektöre ait birim dönüşümler, yani kompleks dönmeler, U(6) grubunu oluşturur.

IBM'in temel operatörleri s^+ oluşturma ve d yok etme operatörleridir ($G_{ij} = b_i^+ b_j$). Bu operatörlerin Hermitik eşlenikleri ise s ve d_μ^+ 'dür. Operatörler bozon sıradışı kurallarına uyarlar. i ve j indisleri s ile beş adet d bozonlarının eşit mesafede olmasını sağlar. Operatörlerin ikili doğrusal çarpımları, U(6)'nın 36 tane jeneratörünün temel kümesini oluştururlar.

$$s^+s, s^+d, d_\mu^+s, d_\mu^+d_\nu; \quad \mu, \nu = \pm 2, \pm 1, 0 \quad (1+5+5+5.5=36) \quad (2.18)$$

Bu operatörler, sıradışı bağıntısı altında kapalıdır.

Jeneratörlerin alternatif bir formülasyonunu elde etmek için, oluşturma ve yok etme operatörlerinin tensörel özelliklerini kısaca ele alalım. Vakum üzerine etki ettirildiğinde, s^+ operatörü, açısız momentumu sıfır olan (J=0) bir s durumunu vermektedir. d_μ^+ operatörü vakum üzerine etki ettirildiğinde, J=2 ve M= μ olan açısız momentumun d_μ öz durumu oluşur. IBM'in vakum durumu kapalı ana kabukları içermektedir ve bu durum $|\tilde{0}\rangle$ ile gösterilir. Temel s ve d durumları ise

$$|s\rangle = s^+|\tilde{0}\rangle = |J=0, M=0\rangle \quad (2.19)$$

$$|d_\mu\rangle = d_\mu^+|\tilde{0}\rangle = |J=2, M=\mu\rangle$$

şeklinde gösterilir. Dolayısıyla s^+ ve s operatörleri skalerdir, yani sıfırıncı mertebeden küresel tensörlerdir. O halde tensörlerden bahsetmek yararlı olacaktır. $Y_{1m}(\theta, \phi)$ küresel harmoniklerle karşılaştırıldığında, s^+ tıpkı $Y_{00} = (1/\sqrt{4\pi})$ gibi, s ise Y_{00}^* gibidir. Benzer şekilde d_μ^+ tıpkı $Y_{2\mu}$ gibidir, yani 2. mertebeden ve μ bileşenli küresel tensördür. Yok etme operatörü d_μ dolayısıyla $Y_{2\mu}^*$ küresel tensörü $Y_{2\mu}^* = (-1)^\mu Y_{2,-\mu}$ gibidir. O halde d bozonu yok etme operatörü

$$\tilde{d} = (-1)^\mu d_{-\mu} \quad (2.20)$$

şeklindedir. Bu operatör $Y_{2\mu}$ gibi davranmaktadır. Dolayısıyla d^+ ve \tilde{d} , μ bileşenli, uygun tensör oluşturma ve yok etme operatörleridir.

Jeneratörler ise temel operatörlerin çarpımlarının doğrusal birleşimleri şeklinde ifade edilebilir. Özellikle işe yarayan doğrusal birleşimler açısız momentumun tensör çarpımlarıyla eşleşmesiyle ortaya çıkmaktadır. (2.18) denkleminin ilk üç kısmı değişmez kalır, fakat dördüncüsü ise tensör çarpımıyla yer değiştirir.

$$[d^+, \tilde{d}]_{lm} = \sum_{\mu\nu} (2\mu 2\nu | lm) d_\mu^+ \tilde{d}_\nu \quad l = 0, 1, 2, 3, 4 \quad (2.21)$$

Burada $(2\mu 2\nu | lm)$, Clebsch-Gordan katsayılarıdır. (2.21) denklemindeki eşleşmeyi yapabilmek için (2.20) denklemindeki operatör tanımlanmalıdır. Değişik l değerleri için m bileşenlerinin sayısı $1+3+5+7+9=25$ 'e kadar toplanır. Bu sayı, bütünlüğün sağlanıp sağlanmadığını veren, $d_\mu^+ \tilde{d}_\nu$ çiftlenmemiş operatör sayısı ($5 \cdot 5=25$) ile aynıdır.

2.2.3. Bozon grup yapıları

2.2.3.1. Bozon grup zinciri I

$U(5)$ cebiri şu 25 operatör göz önüne alınarak elde edilebilir [22]:

$$\begin{aligned} G_0^{(0)}(d, d) &= [d^+ \times \tilde{d}]_0^{(0)} & 1 \\ G_\mu^{(1)}(d, d) &= [d^+ \times \tilde{d}]_\mu^{(1)} & 3 \\ G_\mu^{(2)}(d, d) &= [d^+ \times \tilde{d}]_\mu^{(2)} & 5 \\ G_\mu^{(3)}(d, d) &= [d^+ \times \tilde{d}]_\mu^{(3)} & 7 \\ G_\mu^{(4)}(d, d) &= [d^+ \times \tilde{d}]_\mu^{(4)} & 9 \\ & & 25 . \end{aligned} \quad (2.22)$$

Bu operatörler, $U(5)$ cebiri altında kapalıdır.

$$\begin{aligned} G_{\mu}^{(1)}(d, d) &= [d^+ \times \tilde{d}]_{\mu}^{(1)} & 3 \\ G_{\mu}^{(3)}(d, d) &= [d^+ \times \tilde{d}]_{\mu}^{(3)} & 7 \\ & & 10 \end{aligned} \quad (2.23)$$

şeklindeki on operatör $O(5)$ grubunun cebirini oluşturur. Bu cebir ise beş boyuttaki ortogonal cebirdir.

$$G_{\mu}^{(1)}(d, d) = [d^+ \times \tilde{d}]_{\mu}^{(1)} \quad 3 \quad (2.24)$$

olarak tanımlanan bu üç operatör ise $O(3)$ cebirine göre kapalı olup, cebiri rotasyonel cebir olarak bilinir. Son olarak

$$G_0^{(0)}(d, d) = [d^+ \times \tilde{d}]_0^{(0)} \quad 1 \quad (2.25)$$

şeklindeki bu operatör ise z eksenini etrafındaki dönmelerin $O(2)$ cebirini oluşturmaktadır. Bu da cebirlerin aşağıda belirtilen olası bir zincirini vermektedir:

$$U(6) \supset U(5) \supset O(5) \supset O(3) \supset O(2) \quad (I). \quad (2.26)$$

Bu zinciri, I ile göstereceğiz.

2.2.3.2. Bozon grup zinciri II

Cebirlerin birinci zincirleri denemekle elde edilebilirken, ikinci zinciri ise elde etmek çok zordur. Çünkü ikinci zincir $U(6)$ operatörlerin doğrusal birleşimlerini gerektirmektedir. Aşağıda belirtilen şu operatörleri ele alalım:

$$G_0^{(0)}(s, s) + \sqrt{5}G_0^{(0)}(d, d) = [s^+ \times s]_0^{(0)} + \sqrt{5}[d^+ \times d]_0^{(0)} \quad 1$$

$$G_{\mu}^{(1)}(d, d) = [d^+ \times \tilde{d}]_{\mu}^{(1)} \quad 3$$

$$G_{\mu}^{(2)}(d, s) + G_{\mu}^{(2)}(s, d) \pm \frac{1}{2}\sqrt{7}G_{\mu}^{(2)}(d, d) \propto Q$$

$$= \left[d^+ \times \tilde{s} + s^+ \times \tilde{d} \right]_{\mu}^{(2)} \pm \frac{1}{2} \sqrt{7} \left[d^+ \times \tilde{d} \right]_{\mu}^{(2)} \quad 5 \quad 9. \quad (2.27)$$

G operatörüne ait sıradeğişim bağıntılarını kullanarak, (2.27) denkleminde yazdığımız dokuz operatörün sıradeğişim bağıntıları altında kapalı oldukları ve U(3) cebirini oluşturdukları gösterilebilir. Bu durum, (2.27) denklemindeki \pm işaretlerinin her ikisi için oluşmaktadır. $G_{\mu}^{(2)}(d, s) + G_{\mu}^{(2)}(s, d) \pm \frac{1}{2} \sqrt{7} G_{\mu}^{(2)}(d, d)$ operatörü elektrik kudrupol operatörüyle doğru orantılıdır. Çekirdeklerin çoğu negatif kuadrupol momentine sahip olduğundan (2.27) denkleminde genellikle negatif işareti alır. Bunun ötesinde $G_0^{(0)}(s, s) + \sqrt{5} G_0^{(0)}(d, d)$ operatörü \hat{N} toplam bozon sayısına eşittir. Toplam N'in korunduğu çekirdeklerin uygulamalarında N sabittir. Dolayısıyla U(3) cebirinden ziyade \hat{N} operatörünün olmadığı cebiri kullanmak daha uygundur. Bu cebir de şu sekiz operatörden oluşur:

$$G_{\mu}^{(1)}(d, d) = \left[d^+ \times \tilde{d} \right]_{\mu}^{(1)} \quad 3$$

$$G_{\mu}^{(2)}(d, s) + G_{\mu}^{(2)}(s, d) \pm \frac{1}{2} \sqrt{7} G_{\mu}^{(2)}(d, d) \propto Q$$

$$= \left[d^+ \times \tilde{s} + s^+ \times \tilde{d} \right]_{\mu}^{(2)} \pm \frac{1}{2} \sqrt{7} \left[d^+ \times \tilde{d} \right]_{\mu}^{(2)} \quad 5 \quad (2.28)$$

$$8$$

ve SU(3) cebirine dönüşür. (2.28) denkleminin alt cebirleri sırasıyla O(3) ve O(2) cebirlerini şu şekilde oluşturur:

$$G_{\mu}^{(1)}(d, d) = \left[d^+ \times \tilde{d} \right]_{\mu}^{(1)} \quad 3$$

$$G_0^{(1)}(d, d) = \left[d^+ \times \tilde{d} \right]_0^{(1)}. \quad 1. \quad (2.29)$$

O halde ikinci mümkün zincir ise

$$U(6) \supset SU(3) \supset O(3) \supset O(2) \quad (\text{II}) \quad (2.30)$$

biçimindedir.

2.2.3.3. Bozon grup zinciri III

Üçüncü bir olasılık da

$$\begin{aligned}
 G_{\mu}^{(1)}(d,d) &= [d^+ \times \tilde{d}]_{\mu}^{(1)} & 3 \\
 G_{\mu}^{(3)}(d,d) &= [d^+ \times \tilde{d}]_{\mu}^{(3)} & 7 \\
 G_{\mu}^{(2)}(d,s) + G_{\mu}^{(2)}(s,d) &= [d^+ \times \tilde{s} + s^+ \times \tilde{d}]_{\mu}^{(2)} & 5 \\
 & & 15 \qquad (2.31)
 \end{aligned}$$

operatörlerin ele alınmasıyla meydana gelir. Bu operatörler $O(6)$ cebiri altında kapalıdır.

$G_{\mu}^{(2)}(d,s) + G_{\mu}^{(2)}(s,d)$ beş operatörün çıkarılmasıyla

$$\begin{aligned}
 G_{\mu}^{(1)}(d,d) &= [d^+ \times \tilde{d}]_{\mu}^{(1)} & 3 \\
 G_{\mu}^{(3)}(d,d) &= [d^+ \times \tilde{d}]_{\mu}^{(3)} & 7 \\
 & & 10 \qquad (2.32)
 \end{aligned}$$

on operatör kalır. Bu da $O(5)$ cebirini oluşturur. Bu cebirin alt grupları;

$O(3)$;

$$G_{\mu}^{(1)}(d,d) = [d^+ \times \tilde{d}]_{\mu}^{(1)} \qquad 3 \qquad (2.33)$$

ve $O(2)$;

$$G_0^{(1)}(d,d) = [d^+ \times \tilde{d}]_0^{(1)} \qquad 1 \qquad (2.34)$$

cebirlerinden oluşur. Üçüncü mümkün zincir ise $U(6) \supset O(6) \supset O(5) \supset O(3) \supset O(2)$ (III) dür.

2.2.4. $U(6)$ 'nın alt gruplarının, bozon grup zinciri I, II, III 'ün oluşturulması

$(n-1)$ boyutlu uzayda birim dönüşümler, n boyutlu bütün bir uzaydaki birim dönüşümlerin alt grubudur, $U(n) \supset U(n-1) \supset \dots$. Özel birim grup ise, bu gruba karşılık gelen

bütün uzaya ait grubun bir alt grubudur, $U(n) \supset SU(n)$. Ortogonal grup ise, kompleks dönüşümlerin birim grubunun bir alt grubu, $U(n) \supset O(n)$ dir.

Yukarıdaki genel bilgilere dayanarak, $U(6)$ 'nın alt gruplarının bütün bir zincirinin oluşmasını bekleyebiliriz. IBM ile ilgili bu şekilde üç tane zincir vardır. Fiziksel mekanizmayı anlamak için, IBM Hamiltoniyeninin $U(6)$ jeneratörleri cinsinden ifade edilebileceğini bilmeliyiz. Hamiltonyen bir bozonlu enerjileri ve iki bozonlu etkileşmeleri içermektedir. Bir bozonlu enerjiler, direkt olarak $U(6)$ jeneratörleridir, diğeri ise bu jeneratörlerle sıradeğiştirebilir, yani $b_j^+ b_i^+ b_k b_l = b_j^+ b_k b_i^+ b_l - \delta_{ik} b_j^+ b_l$ dir. Bu özellik de IBM'in $U(6)$ grup yapısına sahip olduğunun bir işaretidir.

IBM Hamiltonyeni $U(6)$ jeneratörlerinden oluşmasına rağmen, jeneratörler kümesi Hamiltoniyenle sıradeğiştirmez. Yine de Hamiltoniyenin öz durumları $U(6)$ 'nın kuantum sayılarıyla, yani en azından $U(6)$ 'nın alt gruplarından bir tanesiyle gösterilebilir. Bu gerekli alt grup simetrisi, rotasyonel simetridir, yani $O(3)$ 'tür. Diğeri bir ifadeyle, Hamiltoniyenin öz durumları açısal momentumun öz durumları olmak zorundadır.

Yukarıda belirtilenlerden, fiziksel durumların sınıflandırılmasını sağlayan herhangi bir alt grup zincirlerinin $O(3)$ 'ü kapsamı gerektiği sonucu ortaya çıkmaktadır. Şimdi ise 36 tane jeneratörün $U(6)$ cebirinde nasıl bir alt cebirin kapsatıldığını inceleyeceğiz:

$$s^+ s, s^+ d_\mu, d_\mu^+ s, [d^+, \tilde{d}] \equiv T_{1m} \quad (2.35)$$

T_{1m} 'nin 25 tane bileşeninin sıradeğişime göre kapalı olduğu hemen görülür. Çünkü bu bileşenler, s terimleri içeren jeneratörlerden ayrılırlar. Bu bileşenlere karşılık gelen grup ise $U(5)$ grubudur. Bu da tıpkı s tane serbestlik derecesinin çıkarıldığı başlangıç $U(6)$ durumu gibidir. Genelde, bir sonraki grup zincire bağlandığında $O(5)$ grubunun oluşması umulur. Fakat alt cebir $U(5)$ grubunun jeneratörleri arasından belirlenmelidir. Bu da pek hoş olmayan bir problemle, alt cebir problemiyle karşılaşılmasına yol açar.

Alt cebir kriteri ise bu cebirin sıradeğişime göre kapalı olmasıdır. Alt cebir, sıradeğişim testiyle bulunduğu geriyeye onu belirlemek kalır. Bunu da jeneratörleri sayıp, daha sonra Çizelge 2.1'de verildiği gibi çeşitli grup türleri için jeneratörlerin bilinen sayılarıyla karşılaştırarak yapabiliriz. Bu yolla $U(n)$ ve $SU(n)$ için elde edilen sonuçlar vardır. $O(n)$ için elde edilen sonuç ispatlanmayacaktır. Fakat $O(3)$ ve $O(2)$ 'nin bilinen durumlarından bunun mümkün olduğu görülebilir.

Sayım, iki veya daha fazla grup için aynı sonucu verebilir. Mesela SU(4) ile O(6)'nın 15 jeneratörü vardır. O zaman iki grup temelde aynıdır, yani izomorfiktir. Bu durumu da $SU(4) \approx O(6)$ şeklinde gösterebiliriz.

Çizelge 2.1. Genel Lie gruplarının jeneratör sayısı

Grup	Jeneratör sayısı
U(n)	n^2
SU(n)	n^2-1
O(n)	$(1/2) n (n-1)$
Sp(n)	$(1/2) n (n+1)$

U(5)'in T_{lm} jeneratörleri arasındaki sıradeğişim bağıntılarına bakıldığında T_{3m} 'in yedi bileşeni ve T_{1m} 'in üç bileşeni sıradeğişim bağıntısı altında kapalıdır. Çizelge 2.1'den, 10 tane jeneratöre karşılık gelen grup O(5) olarak belirlenir. 10 operatörden T_{lm} 'nin üç operatörü kendi aralarındaki sıradeğişim bağıntısına göre kapalıdır. Sıradeğişim bağıntıları,

$$[T_{11}, T_{1,-1}] = -\sqrt{\frac{1}{10}} T_{10} \quad , \quad [T_{10}, T_{1,\pm 1}] = \pm \sqrt{\frac{1}{10}} T_{1,\pm 1} \quad (2.36)$$

şeklindedir. Küresel bazda, yani 1. mertebeden küresel tensörünün bileşenleri olarak ifade edildiğinde, açısal momentumun bileşenleri $J_{\pm 1} = \pm \sqrt{\frac{1}{2}} (J_x \pm iJ_y)$, $J_0 = J_z$ şeklindedir. Sıradeğişim bağıntıları ise,

$$[J_1, J_{-1}] = -J_0 \quad , \quad [J_0, J_{\pm 1}] = \pm J_{\pm 1} \quad (2.37)$$

şeklinde ifade edilir. IBM bozonları mekanik hareketi gerçekçi olarak betimlediğinden, (2.36) ve (2.37) denklemlerinin benzerliği formel bir çalışmadan daha farklıdır.

$$J_m = \sqrt{10} T_{1m} = \sqrt{10} [d^+ \tilde{d}]_{lm} \quad (2.38)$$

ifadesi IBM bozonları için açısal momentum operatörü olarak tanımlanır.

İşe yarayan açısal momentumun Hamiltoniyen öz durumlarını oluşturmak istenildiğinde, aslında uygun O(3) alt grubu oluşturulur. O(5)'in alt grubu olmasına rağmen, O(4) grubu

zincirden yok olur. Çünkü bu grup yeni tanımlanan fiziksel $O(3)$ grubunu içermez. Son olarak da $O(3)$ 'ün alt grubu $O(2)$ görülür. Bu, z eksenini etrafındaki dönmelerin grubudur. Fakat dış bir alanın olmadığı normal bir durumda ise, enerjiler ilgili kuantum sayısı M 'ye göre dejenere olur. Dolayısıyla $O(2)$ çoğunlukla ihmal edilir.

Bir önceki tartışmamızdan ortaya çıkan tüm grup,

$$U(6) \supset U(5) \supset O(5) \supset O(3) \supset O(2) \quad (2.39)$$

şeklindedir. Bu, $U(6)$ 'nın alt gruplarının üç zincirinden ilkidir ve Zincir I olarak isimlendirilir.

Şimdi yukarıdaki prensipler doğrultusunda aşağıdaki iki zinciri türetebiliriz. İlk olarak, $U(6)$ jeneratörlerinin belli doğrusal birleşimleri oluşturularak, $U(5)$ 'den başka alt cebirlerin de bulunabileceği bilinmelidir. İkinci zincir için, böyle bir alt cebir dokuz tane operatör içermektedir.

$$s^+s + \sqrt{5}T_{00}, \quad T_{1m}, \quad s^+\tilde{d}_m + d_m^+s \pm \frac{1}{2}\sqrt{7}T_{2m} \quad (2.40)$$

Cebir ise, $U(3)$ cebiridir. İlk operatör, bozon sayı operatörü olup,

$$s^+s + \sqrt{5}T_{00} = s^+s + \sum_m d_m^+d_m \equiv \hat{n}_s + \hat{n}_d \equiv \hat{N} \quad (2.41)$$

biçimindedir. Diğer 8 operatör ise $SU(3)$ grubunu oluşturur. Zincire $U(3)$ 'den ziyade $SU(3)$ dahil edilir. Çünkü \hat{N} operatörünün N tane özdeğeri, herhangi bir çekirdeğin bütün durumları için aynıdır. Şimdi tekrar $O(3)$ 'ün jeneratörleri, açısal momentumun korunması için zincirde bulunması gereken bir alt cebire ayrılır. Böylece Zincir II ;

$$U(6) \supset SU(3) \supset O(3) \supset O(2) \quad (2.42)$$

şeklinde tanımlanır.

$SU(3)$ jeneratörlerinden beşinin elektrik kuadrupol tensörü tensörel özelliklere sahiptir.

$$Q_m \equiv s^+\tilde{d}_m + d_m^+s - \frac{1}{2}\sqrt{7}T_{2m} \quad (2.43)$$

Burada T_{2m} 'nin önünde eksi işaretini tercih ettik. Bu, IBM'in alışlagelen bir seçimidir. Bu seçim, deforme çekirdekler için geometrik modeldeki prolate şekle karşılık gelir. Öte yandan bu seçim, modelin uygulanabilirliğine herhangi bir kısıtlama getirmez.

Üçüncü zincir, $O(5)$ 'e ait 10 tane jeneratörün ($T_{1\mu}$ ve $T_{3\mu}$), $s^+d_\mu + d_\mu^+s$ şeklindeki beş operatör ile sıradışı olmasına kapalı olmasının gözlenmesiyle başlar. Bu 15 operatör, Çizelge 2.1'de gösterilen $O(6)$ grubunu oluşturur. Bu yapı $O(6)$ 'nın alt grubu $O(5)$ ve $O(5)$ 'in alt grupları $O(3)$ ve $O(2)$ ile sona erer. Öyleyse Zincir III ;

$$U(6) \supset O(6) \supset O(5) \supset O(3) \supset O(2) \quad (2.44)$$

şeklinde oluşur.

Şimdiye kadar $U(6)$ alt gruplarının üç tane zinciri belirtilmiştir. Bu zincirler, gerekli bir bağlantı olarak uzaysal dönme grubu $O(3)$ 'ü de içermektedir.

Yukarıda elde edilen üç grup zinciri, IBM'in yapısı ve fiziksel içeriğinde önemli rol oynamaktadır. Bu zincirler, deneyle iyi bir şekilde kıyaslanabilen basit tahminlerin ölçüsünü vermektedir. Zincir I, II, III sırasıyla vibrasyonel ($U(5)$), rotasyonel ($SU(3)$) ve γ -kararsız ($O(6)$) çekirdeklerle ilgilidir.

2.2.5. Baz durumları

Yukarıda bahsedilen grup zincirlerinin esas kullanımlarından birisi de Hamiltoniyen operatörünün köşegenleştirildiği bazların oluşturulmasına izin vermesidir. Bunun sebebi ise baz durumlarının yukarıda belirtilen üç grubun dönüşüm özellikleriyle karakterize edilebilmesidir. Başka bir ifadeyle, uygun grupların temsilleri şeklinde dönüşüm yapan ve bu durumlara karşılık gelen kuantum sayılarıyla sınıflandıran baz durumlarını oluşturabiliriz. Bir bazın oluşturulmasındaki temel problem, $U(6)$ 'nın $[N]$ temsiline alt grupların temsillerine ayrıştırılmasıdır. Bu standart grup teoriyle ilgili bir problemdir. Burada sadece problemin çözümü verilecektir.

2.2.5.1. Zincir I

Bu zincirde gözüken grupların temsilleri kuantum sayılarıyla karakterize edilir [8]:

$U(6)$	$[N, 0, 0, 0, 0, 0] \equiv [N]$	bozon sayısı
$U(5)$	$(n_d, 0, 0, 0, 0) \equiv (n_d)$	d-bozon sayısı
$O(5)$	$(v, 0) \equiv v$	acayıplik
$O(3)$	L	açısal momentum

$$O(2) \quad M_L \quad . \quad \text{magnetik kuantum sayısı} \quad (2.45)$$

U(6)'nın herhangi bir [N] temsilindeki n_d değeri

$$n_d = N, N-1, \dots, 1, 0 \quad (2.46)$$

ile verilir. U(5)'in (n_d) temsilinde bulunan ν değerleri ise

$$\nu = n_d, n_d-1, \dots, 1 \text{ veya } 0 \quad (n_d = \text{tek veya çift}) \quad (2.47)$$

ile belirlenir.

U(6), U(5) ve O(3) temsillerinin hepsi tamamen simetriktir. Fakat O(5)'den O(3)'e geçişte bir problem ortaya çıkar; O(5)'in ν temsilinde aynı kuantum sayısı L'ye sahip birçok durum olabilir. Bu problemi gidermek için durumları ayrı ayrı karakterize edecek ilave bir kuantum sayısına ihtiyaç vardır. Bu kuantum sayısı çok değişik biçimlerde seçilebilir. Sınıflandırma yapabilmek için, bu sayıyı sıfır açısız momentumunu verecek şekilde eşleşen ve n_Δ ile gösterilen üçlü bozonların sayısı olarak seçmek mümkündür. Her bir ν temsilinde bulunan L değerini bulmanın algoritması şu şekildedir: İlk olarak n_d paylaşımı

$$n_d = 2n_\beta + 3n_\Delta + \lambda \quad (2.48)$$

olarak verilir. Burada

$$n_\beta = (n_d - 2)/2 \quad (2.49)$$

biçimindedir. ν , (2.48) denklemindeki değerlerini aldığından n_β

$$n_\beta = 0, 1, \dots, n_d/2 \text{ veya } (n_d - 1)/2 ; \quad n_d = \text{tek veya çift} \quad (2.50)$$

değerlerini alır. Daha sonra L ve M_L

$$L = \lambda, \lambda + 1, \dots, 2\lambda - 2, 2\lambda \quad (2.51)$$

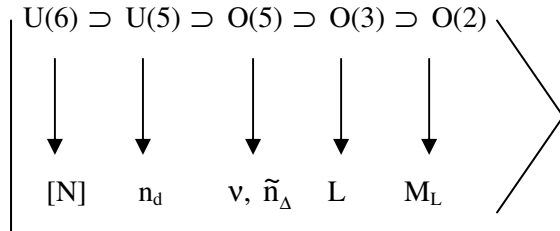
$$-L \leq M_L \leq +L \quad (2.52)$$

değerlerini alır. Tüm bu değerler kullanılarak elde edilen baz durumları Çizelge 2.2'de verilmiştir.

Çizelge 2.2. Zincir I'in sınıflandırma şeması

U(6)	U(5)	O(5)		O(3)
N	n_d	v	n_Δ	L
0	0	0	0	0
1	0	0	0	0
	1	1	0	2
2	0	0	0	0
	1	1	0	2
	2	2	0	4,2
		0	0	0
3	0	0	0	0
	1	1	0	2
	2	2	0	4, 2
		0	0	0
	3	3	0	6, 4, 3
			1	0
1		0	2	
4	0	0	0	0
	1	1	0	2
	2	2	0	4,2
		0	0	0
	3	3	0	6, 4, 3
			1	0
		1	0	2
	4	4	0	8, 6, 5, 4
			1	2
		2	0	4, 2
0		0	0	

Bu zincir için sınıflandırma şeması da aşağıdaki biçimde oluşur:



(2.53)

2.2.5.2. Zincir II

Bu zincirdeki durumların sınıflandırılmasını gerektiren gruplandırmalar,

$$\begin{array}{ll} U(6) & [N, 0, 0, 0, 0, 0] \equiv [N] \\ SU(3) & (f_1, f_2) \\ O(3) & L \\ O(2) & M_L \end{array} \quad (2.54)$$

şeklinde verilir [19]. Burada SU(3)'den O(3)'e kadar olan basamak tam olarak ayrıştırılmaz. Durumları tek olarak sınıflandırmak için ilave bir kuantum sayısına ihtiyaç vardır. Bu ilave kuantum sayısının en basit seçimi, Eliott'un seçimi gibidir [7]. Bu ilave kuantum sayısı K olarak isimlendirilir. Her bir (λ, μ) temsilindeki L değerleri o zaman aşağıdaki algoritmayla verilir:

$$L = K, K + 1, K + 2, \dots, K - \max \{ \lambda, \mu \}. \quad (2.55)$$

Burada

$$K = \text{tamsayı} = \min \{ \lambda, \mu \}, \min \{ \lambda, \mu \} - 2, \dots, 1 \text{ veya } 0 ;$$

$$(\min \{ \lambda, \mu \} = \text{tek veya çift}), \quad (2.56)$$

şeklindedir. Aşağıda vereceğimiz L değerleri için K = 0 durumu hariçtir;

$$L = \max \{ \lambda, \mu \}, \max \{ \lambda, \mu \} - 2, \dots, 1 \text{ veya } 0 ;$$

$$(\max \{ \lambda, \mu \} = \text{tek veya çift}). \quad (2.57)$$

Yukarıda betimlenen algoritma Çizelge 2.3'de gösterilen değerleri vermektedir.

Çizelge 2.3. Zincir II 'nin sınıflandırma şeması

U(6)	SU(3)	O(3)
N	$(\lambda, \mu) \tilde{\chi}$	L
0	(2, 0) 0	0
1	(2, 0) 0	2, 0
2	(4, 0) 0	4, 2, 0
	(0, 2) 0	2, 0
3	(6, 0) 0	6, 4, 2, 0
	(2, 2) 0	4, 2, 0
	2	3, 2
	(0, 0) 0	0
4	(8, 0) 0	8, 6, 4, 2, 0
	(4, 2) 0	6, 4, 2, 0
	2	5, 4, 3, 2
	(0, 4) 0	4, 2, 0
	(2, 0) 0	2, 0

Zincir II için tam bir sınıflandırma

$$\left| \begin{array}{cccc}
 \text{U}(6) \supset \text{SU}(3) \supset \text{O}(3) \supset \text{O}(2) \\
 \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\
 [\text{N}] \quad (\lambda, \mu), \tilde{\chi} \quad \text{L} \quad \text{M}_L
 \end{array} \right. \quad (2.58)$$

şeklinde. (2.58) denklemindeki olmayan K sembolü ise bir çok şekilde seçilebildiği için (2.58) denkleminde başka bazlar da vardır. van Isacker ve Lipas son zamanlarda (2.58) denkleminde farklı bir bazı kullanmanın bazı sonuçlarını incelediler [23].

2.2.5.3. Zincir III

Bu zincirde grubun temsillerinin sınıflandırmayı gerektiren isimlendirmeler Arima ve Iachello tarafından şu şekilde yapılmıştır [24]:

$$\text{U}(6) \quad [\text{N}, 0, 0, 0, 0, 0] \equiv \text{N}$$

$$\text{O}(6) \quad [\sigma, 0, 0, 0] \equiv \sigma$$

$$\text{O}(5) \quad (\tau, 0) \equiv \tau$$

$$\text{O}(3) \quad \text{L}$$

$$O(2) \quad M_L \quad (2.59)$$

U(6)'nın N temsilindeki σ kuantum sayısı $\sigma = N, N - 2, \dots, 1$ veya 0 (N = tek veya çift) değerlerini, O(6)'nın σ temsilindeki τ kuantum sayısı ise $\tau = \sigma, \sigma - 1, \dots, 1, 0$ değerlerini alır ve

$$L = \lambda, 2\lambda + 1, \dots, 2\lambda - 2, 2\lambda \quad (2.60)$$

olarak elde edilir.

U(6), O(6) ve O(5)'in temsillerinin hepsi tamamen simetriktr. O(5)'ten O(3)'e olan basamak tümüyle indirgenemez. Dolayısıyla ilave bir kuantum sayısına ihtiyaç vardır. Bu kuantum sayısı da ν_Δ olarak adlandırılacaktır. L'nin değeri ise τ şu şekilde paylaşarak

$$\tau = 3\nu_\Delta + \lambda, \quad \nu_\Delta = 0, 1, \dots \quad (2.61)$$

olarak elde edilir.

Yukarıda bahsedilen algoritma Çizelge 2.4'te gösterilen değerleri verir.

O halde Zincir III'ün tam sınıflandırma şeması da aşağıdaki şekilde verilir:

$$\left| \begin{array}{cccccc} U(6) \supset O(6) \supset O(5) \supset O(3) \supset O(2) & & & & & \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \\ [N] & \sigma & \tau, \tilde{\nu}_\Delta & L & M_L & \end{array} \right. \quad (2.62)$$

2.2.6. Casimir operatörleri

Bütün gruplar için tanımlanan temel özellik, operatörün bütün jeneratörlerle sıradışımlı olmasıdır. Casimir operatörlerini araştırırken de bu özellik kullanılır. Bir grubun mertebesi ise, jeneratörlere ait Casimir operatörlerinin sayısıdır. U(6)'nın 6 tane, U(5)'in 5 tane ve SU(3)'ün 2 tane Casimir operatörü vardır. Ayrıca O(3) ve O(2)'nin de birer Casimir operatörü vardır. Çizelge 2.5'den O(5)'in 2 tane, O(6)'nın ise 3 taneye sahip olduğunu görürüz.

Çizelge 2.4. Zincir III'ün sınıflandırma şeması

U(6)	O(6)	O(5)		O(3)
N	σ	τ	\tilde{v}_Δ	L
0	0	0	0	0
1	1	1	0	2
		0	0	0
2	2	2	0	4,2
		1	0	2
		0	0	0
	0	0	0	0
3	3	3	0	6,4,3
			1	0
		2	0	4,2
		1	0	2
	0	0	0	
	2	1	0	2
4	4	4	0	8,6,5,4
			1	2
		3	0	6,4,3
			1	0
		2	0	4,2
		1	0	2
		0	0	0
		2	2	0
		1	0	2
		0	0	0
		0	0	0

Çizelge 2. 5. Ortak Lie grupların mertebeleri

Grup	Mertebe
U(n)	n
SU(n)	n-1
O(n), n çift	n/2
O(n), n tek	(n-1)/2
Sp(n)	n/2

Şimdi ise Casimir operatörlerinin IBM'le bağlantısını belirtelim. Modelin standart Hamiltoniyeni iki cisimli etkileşmeleri içerdiğinden, Casimir operatörlerine doğrudan bir ihtiyaç olmaz. Operatörler,

$$C_{IU6} = \hat{N}, \quad C_{2U6} = \hat{N}(\hat{N} + 5), \quad (2.63)$$

$$C_{1U5} = \hat{n}_d, \quad C_{2U5} = \hat{n}_d (\hat{n}_d + 4), \quad (2.64)$$

$$C_{205} = 4 (T_1 \cdot T_1 + T_3 \cdot T_3) = 2\hat{n}_d (\hat{n}_d + 3) - 2(d^+ \cdot d^+) (\tilde{d} \cdot \tilde{d}) \quad (2.65)$$

$$C_{203} = 2J \cdot J \quad (2.66)$$

$$C_{202} = 2J_z^2 \quad (2.67)$$

$$C_{2SU3} = \frac{4}{3} Q \cdot Q + \frac{1}{2} J \cdot J \quad (2.68)$$

$$C_{206} = 2(s^+ \tilde{d} + d^+ s) \cdot (s^+ \tilde{d} + d^+ s) + C_{205} \quad (2.69)$$

şeklindedir.

2.2.7. Dinamik simetriler

Genelde H Hamiltoniyeni bir önceki bölümdeki üç bazdan birinde sayısal olarak köşegenleştirilir. Bu bazlara dinamik simetriler adı verilir. Dinamik simetriler, Etkileşen Bozon Modelinin gelişmesinde önemli bir rol oynamıştır. Bu simetriler Hamiltoniyenin belirli grup zincirlerinin Casimir operatörler cinsinden yazılabildiği durumlarda meydana gelir. Bu operatörler belli bir grup zincirinde köşegen olduğundan, operatörlerin özdeğerleri de Hamiltoniyenin bir çözümü olur. Şimdi de bu özelliği kullanarak IBM'de oluşan dinamik simetriler için enerji özdeğerlerini ve elektromanyetik geçişleri inceleyelim.

2.2.7.1. Zincir I, II, III için enerji özdeğerleri

Etkileşen bozon modelinin en genel Hamiltoniyeni, U(5), O(6) ve SU(3) gruplarının birinci ve ikinci dereceden Casimir operatörlerinin doğrusal birleşimi

$$H = e_0 + e_1 \wp_1(U6) + e_2 \wp_2(U6) + \mathcal{E} \wp_1(U5) + \alpha \wp_2(U5) \\ + \beta \wp_2(O5) + \gamma \wp_2(O3) + \delta \wp_2(SU3) + \eta \wp_2(O6). \quad (2.70)$$

şeklinde yazılabilir [25]. (2.70) denklemindeki Hamiltoniyen formu, orijinal formu kadar çok parametre içermektedir. Bu Hamiltoniyen, sadece (2.5) denklemindeki Hamiltoniyenin yeniden yazılmış şeklidir ve kapalı formda köşegenleştirilebilir yapıda değildir. Çünkü Casimir

operatörlerinin bazıları bir zincirde köşegen iken, bazıları başka bir zincirde köşegen olmayabilir. Analitik çözümler, Hamiltoniyen sadece bir zincirin Casimir operatörleri cinsinden yazılabildiğinde elde edilebilir. Öyleyse Hamiltoniyenin özdeğerleri, bu Hamiltoniyene karşılık gelen Casimir operatörlerinin özdeğerlerini analiz ederek bulunabilir. Bu değerler, Çizelge 2.6'da verilmiştir [26 ve 27].

Çizelge 2. 6. Lie grupları Casimir operatörlerinin özdeğerleri

Grup	Gösterim	Derece	$\langle \rho \rangle$
U(n)	$[f_1, f_2, \dots, f_n]$	1	$f = \sum_{i=1}^n f_i$
		2	$f = \sum_{i=1}^n f_i (f_i + n + 1 - 2i)$
SU(n)	$[f_1, f_2, \dots, f_{n-1}, f_n=0]$	2	$\sum_{i=1}^n \left(f_i - \frac{f}{n} \right) \left(f_i - \frac{f}{n} + 2n - 2i \right)$
SU(3)	$(\lambda, \mu) = (f_1, -f_2, f_2)$	2	$\frac{2}{3} (\lambda^2 + \mu^2 + \lambda\mu + 3\lambda + 3\mu)$
O(2n+1)	(f_1, f_2, \dots, f_n)	2	$\sum_{i=1}^n 2f_i (f_i + 2n + 1 - 2i)$
O(2n)	(f_1, f_2, \dots, f_n)	2	$\sum_{i=1}^n 2f_i (f_i + 2n - 2i)$
Sp(2n)	(f_1, f_2, \dots, f_n)	2	$\sum_{i=1}^n 2f_i (f_i + 2n + 2 - 2i)$

Zincir I için;

$$H^{(1)} = e_0 + e_1 \rho_1(U6) + e_2 \rho_2(U6) + \varepsilon \rho_1(U5) + \alpha \rho_2(U5) + \beta \rho_2(O5) + \gamma \rho_2(O3) \quad (2.71)$$

Hamiltoniyenini ele alalım. Bu Hamiltoniyen (2.53) bazında köşegendir. Hamiltoniyenin özdeğerleri ise (2.53) bazındaki $H^{(1)}$ 'in beklenen değerini alarak ve Çizelge 2.6'yı kullanarak bulunabilir. Özdeğerleri,

$$E^{(1)}(N, n_d, v, \tilde{n}_\Delta, L, M_L) = \langle [N], n_d, v, \tilde{n}_\Delta, L, M_L | H | [N], n_d, v, \tilde{n}_\Delta, L, M_L \rangle \quad (2.72)$$

şeklinde gösterirsek, Zincir I için

$$E^{(1)}(N, n_d, \nu, \tilde{n}_\Delta, L, M_L) = E_0 + \varepsilon n_d + \alpha n_d(n_d+4) + \beta 2\nu(\nu+3) + \gamma 2L(L+1) \quad (2.73)$$

ifadesi bulunur. E_0 içinde (2.71) denklemindeki ilk üç terimi içermektedir. Çünkü bu üç terim sadece bağlanma enerjilerine katkıda bulunur ve

$$E_0 = e_0 + e_1 N + e_2 N(N+5) \quad (2.74)$$

şeklinde ifade edilir. (2.70) ve (2.71) denklemlerinde $O(2)$ 'nin Casimir operatörü dahil değildir. Bu terim sadece çekirdeğin dış bir alanda yer aldığı bir durumda gözükecektir. Bu dış alan ise M_L , dejenereliğini bölmektedir.

(2.73) denklemindeki özdeğerleri bulurken Casimir operatörlerinin farklı birleşimleri kullanılabilir. Bu ,

$$E^{(1)}(N, n_d, \nu, \tilde{n}_\Delta, L, M_L) = E_0 + \varepsilon' n_d + \alpha' \frac{1}{2} n_d(n_d - 1) + \beta' [n_d(n_d + 3) - \nu(\nu + 3)] + \gamma' [L(L + 1) - 6n_d] \quad (2.75)$$

biçiminde verilir [8].

(2.75) denklemindeki katsayılar ile (2.73) denklemindeki katsayılar arasında

$$\begin{aligned} \gamma' &= 2\gamma, \quad \beta' = -2\beta, \\ \alpha' &= 2\alpha + 4\beta, \quad \varepsilon' = \varepsilon + 5\alpha + 8\beta + 12\gamma \end{aligned} \quad (2.76)$$

bağıntıları vardır.

Hamiltoniyen, s ve d bozonları cinsinden de ifade edilebilir:

$$H^{(1)} = E_0 + \varepsilon' (d^+ \cdot \tilde{d}) + \sum_{L=0,2,4} \frac{1}{2} (2L+1)^{1/2} c_L \left[[d^+ \times d^+]^{(L)} \times [\tilde{d} \times \tilde{d}]^{(L)} \right]_0^{(0)}. \quad (2.77)$$

Bu form, (2.71) denklemine, (2.77) denklemindeki terimlerle eşleştirilerek ve Çizelge 2.7'yi kullanarak dönüştürülebilir. Bu eşleşme sonucu şu bağıntılar elde edilir:

$$\begin{aligned} c_4 &= \alpha' + 8\gamma', \\ c_2 &= \alpha' + 6\gamma' \\ c_0 &= \alpha' + 10\beta' - 12\gamma'. \end{aligned} \quad (2.78)$$

Çizelge 2. 7. IBM-1’de gözükten grupların Casimir operatörleri

Grup	Derece	Casimir operatörü
U(6)	1	$G_0^{(0)}(s, s) + \sqrt{5}G_0^{(0)}(d, d)$
	2	$G_0^{(0)}(s, s).G^{(0)}(s, s) + G^{(2)}(s, d).G^{(2)}(d, s)$ $+ G^{(2)}(d, s).G^{(2)}(s, d) + \sum_{k=0}^4 G^{(k)}(d, d)G^{(k)}(d, d)$
U(5)	1	$\sqrt{5}G_0^{(0)}(d, d)$
	2	$\sum_{k=0}^4 G^{(k)}(d, d).G^{(k)}(d, d)$
SU(3)	2	$\frac{2}{3}[(G^{(2)}(s, d) + G^{(2)}(d, s) - \frac{1}{2}\sqrt{7}G^{(2)}(d, d))$ $.(G^{(2)}(s, d) + G^{(2)}(d, s) - \frac{1}{2}\sqrt{7}G^{(2)}(d, d))$ $+ \frac{15}{2}G^{(1)}(d, d) + G^{(1)}(d, d)]$
O(6)	2	$2[G^{(2)}(s, d) + G^{(2)}(d, s)].[G^{(2)}(s, d) + G^{(2)}(d, s)]$ $+ 4 \sum_{k=1,3} G^{(k)}(d, d).G^{(k)}(d, d)$
O(5)	2	$4 \sum_{k=1,3} G^{(k)}(d, d).G^{(k)}(d, d)$
O(3)	2	$20[G^{(1)}(d, d).G^{(1)}(d, d)]$

Zincir II için;

$$H^{(II)} = e_0 + e_1 \wp_1(U6) + e_2 \wp_2(U6) + \gamma \wp_2(O3) + \delta \wp_2(SU3) \quad (2.79)$$

Hamiltoniyeni ele alalım. Bu Hamiltoniyen ise (2.58) bazında köşegendir ve özdeğerleri

$$E^{(II)}(N, \lambda, \mu, \tilde{\chi}, L, M_L) = E_0 + \gamma 2L(L+1) + \delta \frac{2}{3}(\lambda^2 + \mu^2 + \lambda\mu + 3\lambda + 3\mu) \quad (2.80)$$

biçimindedir. Burada E_0 yine (2.74) denklemi ile verilir. $\wp_2(O3)$ ve $\wp_2(SU3)$ ’ün çeşitli doğrusal birleşimleri de kullanılabilir. Arima ve Iachello, Hamiltoniyeni

$$H^{(II)} = E_0 - \kappa \hat{L} \cdot \hat{L} - \kappa 2 \hat{Q} \cdot \hat{Q} \quad (2.81)$$

şeklinde ifade etti [19]. Bu Hamiltoniyenin özdeğerleri ise,

$$E^{(II)}(N, \lambda, \mu, \tilde{\chi}, L, M_L) = E_0 + \left(\frac{3}{4}\kappa + \kappa'\right)L(L+1) - \kappa(\lambda^2 + \mu^2 + \lambda\mu + 3\lambda + 3\mu) \quad (2.82)$$

şeklindedir. (2.81) denklemindeki parametreler ile (2.79) denklemindeki parametreler arasında

$$\begin{aligned} \kappa &= -\frac{2}{3}\delta \\ \kappa' &= -\frac{1}{2}\delta - 2\gamma \end{aligned} \quad (2.83)$$

bağıntıları vardır.

Zincir III için aşağıdaki Hamiltoniyeni ele alalım;

$$H^{(III)} = e_0 + e_1 \wp_1(U6) + e_2 \wp_2(U6) + \beta \wp_2(O5) + \gamma \wp_2(O3) + \eta \wp_2(O6) . \quad (2.84)$$

Bu Hamiltoniyen (2.62) bazında köşegendir ve özdeğerleri ise

$$E^{(III)}(N, \sigma, \tau, \tilde{\nu}_\Delta, L, M_L) = E_0 + \beta 2\tau(\tau+3) + \gamma 2L(L+1) + \eta 2\sigma(\sigma+4) \quad (2.85)$$

şeklindedir. Burada E_0 , (2.74) denklemleri ile verilir. Arima ve Iachello tarafından

$$H^{(III)} = E'_0 + A\tilde{P}_6 + B\tilde{C}_5 + C\tilde{C}_3 \quad (2.86)$$

ifadesi kullanıldı [24].

\hat{C}_5, \hat{C}_3 ve \hat{P}_6 operatörleri

$$\hat{C}_5 = \frac{1}{12}\wp_2(SU3)$$

$$\hat{C}_3 = \frac{1}{2}\wp_2(O3) \quad (2.87)$$

$$\tilde{P}_6 = \mathfrak{S}^+ \cdot \tilde{\mathfrak{S}}$$

şeklindedir. (2.86) denklemindeki Hamiltoniyenin köşegenleştirilmesi ile,

$$\begin{aligned} E^{(III)}(N, \sigma, \tau, \tilde{\nu}_\Delta, L, M_L) &= E'_0 + A\frac{1}{4}[N(N+4) - \sigma(\sigma+4)] \\ &+ B\frac{1}{6}\tau(\tau+3) + CL(L+1) , \end{aligned} \quad (2.88)$$

$$A = -8\eta ,$$

$$B=12\beta ,$$

$$C = 2\gamma ,$$

$$E'_0 = E_0 - A \frac{1}{4} N(N+4) \quad (2.89)$$

bağıntıları elde edilir.

2.2.7.2. Elektromanyetik geçiş olasılıkları ve vibrasyonel, rotasyonel, γ -kararsız limitler

Elektromanyetik geçiş operatörlerini Bölüm 2.1.2.'de incelemiştik. Şimdi de elektromanyetik geçiş olasılıklarıyla ilgilenelim. Geçiş olasılıkları verildikten sonra elektromanyetik geçiş olasılıkları, $\hat{T}^{(1)}$ elektromanyetik geçiş operatörünün ilk ve son durumları arasında indirgenmiş matris elemanının bulunmasıyla hesaplanır. E2 geçişleri için bu olasılıklar,

$$B(E2; I_i \rightarrow I_f) = \frac{1}{2I_i + 1} \left| \left\langle I_f \left\| \hat{T}_m^{(E2)} \right\| I_i \right\rangle \right|^2 \quad (2.90)$$

şeklinde tanımlanır. Şimdi yukarıdaki bölümlerde bahsedilen üç limit durumunda (vibrasyonel, rotasyonel, γ -kararsız), elektromanyetik geçiş olasılıkları için yapılan analitik çözümlere göz atalım.

U(5) vibrasyonel limitte E2 elektromanyetik geçiş olasılıkları,

$$\hat{T}_m^{(E2)} = \alpha_2 (d^+ \cdot s + s^+ \cdot \tilde{d})_m^{(2)} + \beta_2 (d^+ \cdot \tilde{d})_m^{(2)} \quad (2.91)$$

operatörünün $|\psi\rangle = |[N], n_d, v, n_\Delta, L, M\rangle$ özvektörleri arasında

$$\Delta n_d = 0, \pm 1 \quad (2.92)$$

seçim kuralı kullanılarak elde edilen matris elemanları yardımıyla (2.90) denkleminde hesaplanır [28, 8 ve 29]. Böylece $|[N], n_d, v, n_\Delta, L, M\rangle$ durumları, n_d d-bozonlarının sabit bir sayıyla karakterize edildiğinden temel hal bandında B(E2) değerleri $n_d, v_d = n_d, n_\Delta = 0, L = 2n_d$ kuantum sayılarıyla tanımlanır. Yani;

$$B(E2; n_d + 1, v = n_d + 1, n_\Delta = 0, L' = 2n_d + 2 \rightarrow n_d, v = n_d, n_\Delta = 0, L = 2n_d)$$

$$= \alpha_2^2 \left(\frac{2+L}{2} \right) \left(\frac{2N-L}{2} \right) = \frac{1}{4} \frac{(L+2)(2N-L)}{N} B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+). \quad (2.93)$$

$n_d = 0$ yani $L' = 2$, $L = 0$ için

$$B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+) = \alpha^2 N \quad (2.94)$$

elde edilir [19]. Burada α_2 katsayısı elektron-barn cinsinden etkin bozon yükü olarak adlandırılır. Benzer şekilde kuadrupol momentleri de,

$$Q_L = \sqrt{\frac{16\pi}{5}} \langle L, M = L | \tilde{T}_m^{(E2)} | L, M = L \rangle \quad (2.95)$$

ile verilir. Temel hal bandına ait durumlar için,

$$Q_L = \beta_2 \sqrt{\frac{16\pi}{70}} L, \quad \beta_2 = -\frac{1}{2\alpha\sqrt{7}} \quad (2.96)$$

olduğundan

$$Q_L = \alpha_2 \sqrt{\frac{16\pi}{40}} L \quad (2.97)$$

elde edilir [28]. M1 geçişleri için

$$\hat{T}_k^{(M1)} = m_1 (d^+ \cdot \tilde{d})_k^{(1)} \quad (2.98)$$

geçiş operatörü yazılabilir. Burada m_1 katsayısı tek parçacık biçiminde olup, (2.98) operatörü bozon açısal momentum operatörü L ile orantılıdır [8 ve 2]. Bundan dolayı bu operatör bozon bazında sadece köşegen matris elemanlarına sahiptir. Bu matris elemanları da uyarılmış durumların g-faktörlerine katkıda bulunurlar [8 ve 27]. (2.97) denkleminin matris elemanları,

$$\langle n_d, X, L | \hat{T}^{(m1)} | n_d, X', L' \rangle = m_1 \sqrt{\frac{L(L+1)(2L+1)}{10}} \delta_{ndnd'} \delta_{XX'} \delta_{LL'} \quad (2.99)$$

şeklindedir ve bu geçiş operatörü daha genel olarak,

$$\hat{T}_k^{(M1)} = m_1 (d^+ \cdot \tilde{d})_k^{(1)} + m_1 \left[d^+ (d^+ \cdot \tilde{d})_k^{(1)} + (d^+ \cdot \tilde{d})_k^1 \right]_k^{(1)} \quad (2.100)$$

biçiminde yazılabilir. E1 ve M2 geçişleri için geçiş operatörleri sırasıyla,

$$\hat{T}_k^{(E1)} = g_1 (d^+ f) (f^+ \tilde{d})_k^{(1)} + g_1 \left[(d^+ + \tilde{d})^{(2)} (f + f^+)^{(3)} \right]_k^{(1)} \quad (2.101)$$

ve

$$\hat{T}_k^{(M2)} = m_2 (d^+ f) (f^+ \tilde{d})_k^{(2)} + m_2 \left[(d^+ + \tilde{d})^{(2)} (f + f^+)^{(2)} \right]_k^{(2)} \quad (2.102)$$

şeklinde ifade edilir. Burada kullanılan f-bozonu, açısai momentumu L=3 ve L=4 olan durumları işgal eden oktupol f-bozonları olarak adlandırılır. Bu bozonlar oktupol durumları Etkileşen Bozon Modeli içerisinde karakterize edebilmek için dahil edilmişlerdir.

SU(3) rotasyonel limitte E2 elektromanyetik geçiş olasılıkları,

$$\hat{T}_m^{(E2)} = \alpha_2 Q_k(2) = \alpha_2 \left[(d^+ s + s^+ \tilde{d})_m^{(2)} - \frac{\sqrt{7}}{2(d^+ \tilde{d})_m^{(2)}} \right] \quad (2.103)$$

elektromanyetik geçiş operatörünün $|\psi\rangle = |[N], (\lambda, \mu), K, L, M\rangle$ özvektörleri arasında,

$$\Delta\lambda = 0, \Delta\mu = 0 \quad (2.104)$$

seçim kuralları kullanılarak elde edilen matris elemanları yardımıyla (2.90) denkleminde hesaplanabilir [19 ve 30]. Özellikle burada önemli olan temel hal bandının üyeleri arasındaki B(E2) geçiş olasılıklarıdır. Bu olasılıklar L açısai momentumuna bağıli olarak şu şekilde ifade edilir:

$$B(E2; L+2 \rightarrow L) = \alpha_2^2 \frac{3}{4} \left\{ \frac{(L+2)(L+1)}{(2L+3)(2L+5)} \right\} (2N-L)(2N+L+3). \quad (2.105)$$

Özel bir hal için B(E2) değerleri L = 0 alınarak

$$B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+) = \alpha_2^2 \frac{N}{5} (2N+3) \quad (2.106)$$

elde edilir. Bu limit için kuadrupol momentlerini

$$Q(L) = \alpha_2 \sqrt{\frac{16\pi}{40}} \left(\frac{L}{2L+3} + (4N+3) \right) \quad (2.107)$$

şeklinde ifade edebiliriz. Bu ifadeden de Q_0 özküadrupol momenti için (L=0),

$$Q_0 = \alpha_2 \sqrt{\frac{16\pi}{40}} (4N + 3) \quad (2.108)$$

elde edilir. (2.105) ve (2.108) denklemlerinden görüldüğü gibi Q_0 özkuadrupol momentleri N bozon sayısına doğrusal, $B(E2)$ değerleri de kuadratik olarak bağımlıdır. Vibrasyonel limitte ise $B(E2)$ değerlerinin N 'ye bağımlılığı doğrusaldır.

O(6) γ -kararsız limitte E2 elektromanyetik geçiş olasılıkları,

$$\hat{T}_m^{(E2)} = \alpha_2 (d^+ s + s^+ \tilde{d})_m^{(2)} \quad (2.109)$$

elektromanyetik geçiş operatörünün $|\psi\rangle = |[N], \sigma, \tau, \nu, L, M\rangle$ özvektörleri arasında,

$$\Delta\sigma = 0, \quad \Delta\tau = \pm 1 \quad (2.110)$$

seçim kuralları kullanılarak elde edilen matris elemanları yardımıyla (2.90) denkleminde hesaplanabilir [31]. Böylece elde edilen $B(E2)$ değerleri,

$$\begin{aligned} B(E2; \sigma = N, \tau + 1, \nu = 0, L' = 2\tau + 2 \rightarrow \sigma = N, \tau, \nu = 0, L = 2\tau) \\ = \alpha_2^2 \frac{1}{4} \left\{ \frac{(L+2)}{2(L+5)} \right\} (2N-L)(2N+L+8) \end{aligned} \quad (2.111)$$

şeklindedir. $L = 0$ için $B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)$ değeri de şu şekilde verilir:

$$B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+) = \alpha_2^2 \frac{1}{5} N(N+4). \quad (2.112)$$

$Q(L)$ değerleri ise $Q(L)=0$ şeklindedir [19]. Bu limit için detaylı çalışmalar Arima ve Iachello tarafından yapılmıştır [24]. Bir çok çekirdek yukarıda bahsettiğimiz bu üç limit durumundan uzağa düşerler. Fakat parametrelerin uygun bir şekilde ayarlanmasıyla bu limit durumları arasında çekirdeğin özelliklerini incelemek kolaylaşır.

3. ETKİLEŞEN BOZON MODELİ-2 (IBM-2)

3.1. GİRİŞ

IBM-1 çekirdekteki kollektif yapıyı fenomenolojik olarak iyi açıklamasına rağmen mikroskobik olarak açıklayamadı. IBM-1 modelinin mikroskobik olarak açıklanma çabaları nötron ve proton serbestlik derecelerini ayrı ayrı ele alan IBM-2 modelinin doğmasına neden oldu. Bu model, kabuk modelinin bazından yola çıkarak ve kollektif modelin şekil parametrelerini kullanarak çekirdeğin mikroskobik yapısını da açıklamayı başardı [24, 32 ve 33].

Bu bölümde modelin grup yapısı, bu gruplardan elde edilen dinamik simetri durumları ve çekirdeğin mikroskopik yapısı incelenecektir.

3.2. Modelin Grup Yapısı

IBM-2 modeli nötron ve proton serbestlik derecelerini ayrı olarak ele aldığından grup cebiri hem daha karmaşık hem de daha farklıdır. Bilindiği gibi IBM-1'in 36 jeneratörü

$$G_{\alpha\beta}^{(\pi)} = b_{\pi,\alpha}^+ b_{\pi,\beta} \quad (\alpha,\beta = 1, \dots, 6) \quad (3.1)$$

$$G_{\alpha\beta}^{(v)} = b_{v,\alpha}^+ b_{v,\beta} \quad (\alpha,\beta = 1, \dots, 6) \quad (3.2)$$

$U(6)$ Lie grup cebirini oluşturur. Nötron ve proton serbestlik dereceleri farklı olduğundan $36 + 36 = 72$ jeneratör, $G = U_{\pi}(6) \otimes U_v(6)$ çarpımından oluşan Lie cebirini oluşturur. Bu cebirdeki esas problem, G cebirinin $O(3)$ dönme cebirine nasıl indirgeneceğidir. Çünkü nükleer durumlar açısız momentum değerleriyle karakterize edilirler. Proton ve nötronlar birlikte döndüğünden $O(3)$ jeneratörleri, $O_{\pi}(3)$ ve $O_v(3)$ dönme cebirlerinin

$$G_{\mu}^{(1)} = G_{\pi,\mu}^{(1)}(d, d) + G_{v,\mu}^{(1)}(d, d) \quad (3.3)$$

biçiminde toplanmasıyla elde edilir. Bu toplam

$$\hat{L} = \hat{L}_{\pi} + \hat{L}_v \quad (3.4)$$

proton ve nötron açısız momentumlarının toplamına karşılık gelir. G cebiri $O(3)$ cebirine iki farklı şekilde indirgenir. Bunlardan birincisi, $U_{\pi}(6)$ ve $U_v(6)$ cebirlerinin ilk basamakta

birleştirilmesiyle elde edilir. Bu birleştirme işlemi Iachello ve Arima tarafından

$$\begin{array}{ccccc}
 U_{\pi}(6) & & U_{\pi+v}(5) \supset O_{\pi+v}(5) & & I_1 \\
 \searrow & \nearrow & \nearrow & \searrow & \\
 & U_{\pi+v}(6) & \longrightarrow & SU_{\pi+v}(3) & \longrightarrow & O_{\pi+v}(3) \supset O_{\pi+v}(2) & II_1 \\
 \nearrow & \searrow & & & & & (3.5) \\
 U_v(6) & & O_{\pi+v}(6) \supset O_{\pi+v}(5) & & & & III_1
 \end{array}$$

olarak tanımlanmıştır [24].

İkinci tip birleştirme ise ikinci basamakta cebirlerin birleştirilmesiyle elde edilir. Bu tip birleştirme ise;

$$\begin{array}{ccc}
 U_{\pi}(6) \supset U_{\pi}(5) & & \\
 \searrow & \nearrow & \\
 & U_{\pi+v}(5) \supset O_{\pi+v}(5) \supset O_{\pi+v}(3) \supset O_{\pi+v}(2) & I_2 \quad (3.6)
 \end{array}$$

$$U_v(6) \supset U_v(5)$$

$$U_{\pi}(6) \supset SU_{\pi}(3)$$

$$\begin{array}{ccc}
 \searrow & \nearrow & \\
 & SU_{\pi+v}(3) \supset O_{\pi+v}(3) \supset O_{\pi+v}(2) & II_2
 \end{array}$$

$$U_v(6) \supset SU_v(3)$$

$$U_{\pi}(6) \supset O_{\pi}(6)$$

$$\begin{array}{ccc}
 \searrow & \nearrow & \\
 & O_{\pi+v}(6) \supset O_{\pi+v}(5) \supset O_{\pi+v}(3) \supset O_{\pi+v}(2) & II \quad (3.7)
 \end{array}$$

$$U_v(6) \supset O_v(6)$$

biçimindedir. $SU(3)$ cebri, (2.27) ve (2.28) cebirlerinden oluşur. Bu cebirdeki \pm işaretinden (+) pozitif, (-) negatif kuadrupol momentlerine karşılık gelir. Bu ayrımı yapmak için (-) işaretli olan $SU(3)$, (+) işaretli olanı $\overline{SU(3)}$ olarak gösterilmiştir. Bu dinamik simetri zinciri Dieperink tarafından

$$U_{\pi}(6) \supset SU_{\pi}(3)$$

$$\begin{array}{ccc}
 \searrow & \nearrow & \\
 & SU_{\pi+v}(3)^* \supset O_{\pi+v}(3) \supset O_{\pi+v}(2) & II_2 \quad (3.8)
 \end{array}$$

$$U_v(6) \supset \overline{SU_v(3)}$$

şeklinde tanımlanmıştır [24].

3.3. Durumların Sınıflandırılması

3.3.1. F-spini eşleşmiş baz durumları

3.3.1.1. Zincir I_1

Tam bir sınıflandırma şemasını elde etmek için $U_{\pi+\nu}(6)$ temsillerini alt gruplarına indirgemek gerekir. Tümüyle simetrik temsiller için indirgenmenin kuralları Bölüm 2.2.4’de verildi. IBM-2 ele alındığında simetrik durumların yanı sıra karmaşık simetri durumları da ele alınmalıdır. Bu indirgenmenin kuralları kısmen van Isacker, Frank ve Sun tarafından verilmiştir [35]. Bu kısmi sınıflandırma şeması için kuantum sayıları kısmi düzenlemeleri Çizelge 3.1’de gösterilmiştir. Bu zincirdeki durumların sınıflandırması için gerekli kuantum sayıları;

$$\begin{array}{c}
 U_{\pi}(6) \otimes U_{\nu}(6) \supset U_{\pi+\nu}(6) \supset U_{\pi+\nu}(5) \supset O_{\pi+\nu}(5) \supset \\
 \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\
 [N_{\pi}] \quad [N_{\nu}] \quad [N_1, N_2] \quad (n_1, n_2) \quad (v_1, v_2) \quad \tilde{n}_{1\Delta}, \tilde{n}_{2\Delta} \\
 \\
 O_{\pi+\nu}(3) \supset O_{\pi+\nu}(2) \\
 \downarrow \quad \downarrow \\
 L \quad M_L
 \end{array}
 \quad \left. \vphantom{\begin{array}{c} U_{\pi}(6) \otimes U_{\nu}(6) \supset U_{\pi+\nu}(6) \supset U_{\pi+\nu}(5) \supset O_{\pi+\nu}(5) \supset \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ [N_{\pi}] \quad [N_{\nu}] \quad [N_1, N_2] \quad (n_1, n_2) \quad (v_1, v_2) \quad \tilde{n}_{1\Delta}, \tilde{n}_{2\Delta} \\ \\ O_{\pi+\nu}(3) \supset O_{\pi+\nu}(2) \\ \downarrow \quad \downarrow \\ L \quad M_L \end{array}} \right\} \quad (3.9)$$

olarak verilir.

Burada $U_{\pi+\nu}(6)$, $U_{\pi+\nu}(5)$ ve $O_{\pi+\nu}(5)$ ’in temsilleri

$$[N_1, N_2] \equiv [N_1, N_2, 0, 0, 0]$$

$$(n_1, n_2) \equiv (n_1, n_2, 0, 0, 0) \quad (3.10)$$

Çizelge 3. 4. Zincir I_1 'in kısmi sınıflandırma şeması

$U_{\pi+v}$ (6)	$U_{\pi+v}$ (5)	$O_{\pi+v}$ (5)	$O_{\pi+v}$ (3)
$[N_1, N_2]$	(n_1, n_2)	(v_1, v_2)	L
[1, 1]	(1, 0)	(1, 0)	2
	(1, 1)	(1, 1)	3,1
[2, 1]	(2, 0)	(2, 0)	4,2
		(0, 0)	0
	(1, 0)	(1, 0)	2
	(2, 1)	(1, 0)	2
		(2, 1)	5,4,3,2,1
	(1, 1)	(1, 1)	3,1
[3,1]	(3, 0)	(3, 0)	6,4,3,0
		(1, 0)	2
	(2, 0)	(2, 0)	4,2
		(0, 0)	0
	(1, 0)	(1, 0)	2
	(3, 1)	(2, 0)	4,2
		(3,1)	7,6,5 ² ,4,3 ² ,2,1
		(1, 1)	3,1
	(2, 1)	(1, 0)	2
		(2, 1)	5,4,3,2,1
	(1, 1)	3,1	

$$(v_1, v_2) \equiv (v_1, v_2)$$

biçimindedir.

$[N-1,1]$ temsilleri için (n_1, n_2) değerleri

$$(n_1, n_2) = (N - 1, 0), (N - 2, 0), \dots, (1, 0);$$

$$(N - 1, 1), (N - 2, 1), \dots, (1, 1) \quad (3.11)$$

ile verilir. Benzer şekilde $(n-1, 1)$ temsilleri için (v_1, v_2) değerleri de

$$(v_1, v_2) = (n - 2, 0), (n - 4, 0), \dots, (2, 0) \text{ veya } (1, 0); \quad (n = \text{çift veya tek})$$

$$(n - 1, 1), (n - 3, 1), \dots, (2, 1) \text{ veya } (1, 1); \quad (n = \text{tek veya çift}) \quad (3.12)$$

biçimindedir. Son olarak da $(v - 1, 1)$ temsilindeki L değerleri

$$L = 2v - 1, 2v - 2, \dots, 3$$

$$\begin{aligned}
v - 1, v - 2, \dots, 1 \quad (v \geq 2) \\
v + 1, v, \dots, 5 \quad (v \geq 4) \\
v + 2, v + 1, \dots, 7 \quad (v \geq 5)
\end{aligned} \tag{3.13}$$

olarak elde edilir. Bu kurallardan elde edilen sonuçlar Çizelge 3.1’de verilmiştir.

3.3.1.2. Zincir II₁

Bu zincirdeki durumları sınıflandırmak için gerekli kuantum sayıları

$$\begin{array}{c}
U_{\pi}(6) \otimes U_{\nu}(6) \supset U_{\pi+\nu}(6) \supset SU_{\pi+\nu}(3) \supset \\
\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\
[N_{\pi}] \quad [N_{\nu}] \quad [N_1, N_2] \quad \tilde{\chi}_1, \tilde{\chi}_2, \tilde{\chi}_3, (\lambda, \mu), \tilde{\chi} \\
\\
O_{\pi+\nu}(3) \supset O_{\pi+\nu}(2) \\
\downarrow \quad \downarrow \\
L \quad M_L
\end{array} \tag{3.14}$$

olarak tanımlanır. $[N - 1, 1]$ temsilindeki (λ, μ) temsilleri

$$\begin{aligned}
(\lambda, \mu) = (\Gamma, 1), (\Gamma - 2, 2), (\Gamma - 3, 1), (\Gamma - 4, 3), (\Gamma - 4, 0), (\Gamma - 5, 2), \\
\Gamma \geq 1, \quad \Gamma \geq 4, \quad \Gamma \geq 5,
\end{aligned} \tag{3.15}$$

olarak verilir. Burada

$$\Gamma = 2N - 2, 2N - 8, 2N - 14, \dots \tag{3.16}$$

şeklindedir.

Bu kurallardan elde edilen sonuçlar Çizelge 3.2’de verilmiştir.

Çizelge 3. 5. Zincir Π_1 'in kısmi sınıflandırma şeması.

$U_{\pi+\nu}$ (6)	$SU_{\pi+\nu}$ (3)	$O_{\pi+\nu}$ (3)
$[N_1, N_2]$	(λ, μ)	L
[1,1]	(2,1)	3,2,1
[2,1]	(4,1)	5,4,3,2,1
	(2,2)	4,3,2 ² ,0
	(1,1)	2,1
[3,1]	(6,1)	7,6,5,4,3,2,1
	(4,2)	6,5,4 ² ,3,2 ² ,0
	(3,1)	4,3,2,1
	(2,3)	5,4,3 ² ,2,1
	(2,0)	2,0
	(1,2)	3,2,1

3.3.1.3. Zincir III_1

Bu zincirdeki durumları sınıflandırmak için gerekli kuantum sayıları

$$\begin{array}{c}
 U_{\pi}(6) \otimes U_{\nu}(6) \supset U_{\pi+\nu}(6) \supset O_{\pi+\nu}(6) \supset O_{\pi+\nu}(5) \supset \\
 \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\
 [N_{\pi}] \quad [N_{\nu}] \quad [N_1, N_2] \quad (\sigma_1, \sigma_2) \quad (\tau_1, \tau_2) \quad \tilde{\nu}_{1\Delta}, \tilde{\nu}_{2\Delta} \\
 \\
 O_{\pi+\nu}(3) \supset O_{\pi+\nu}(2) \\
 \downarrow \quad \downarrow \\
 L \quad M_L
 \end{array}
 \quad (3.17)$$

olarak tanımlanır. $O_{\pi+\nu}(6)$ ve $O_{\pi+\nu}(5)$ temsilleri

$$(\sigma_1, \sigma_2) \equiv (\sigma_1, \sigma_2, 0)$$

$$(\tau_1, \tau_2) \equiv (\tau_1, \tau_2)$$

(3.18)

şeklinde verilir.

$[N - 1, 1]$ temsilindeki (σ_1, σ_2) temsilleri

$$(\sigma_1, \sigma_2) \equiv (N - 2, 0), (N - 4, 0), \dots, (2, 0) \text{ veya } (1, 0) \quad (N = \text{çift veya tek})$$

$$(N - 1, 1), (N - 3, 1), \dots, (2, 1) \text{ veya } (1, 1) \quad (N = \text{tek veya çift})$$

(3.19)

ile verilir. $(\sigma - 1, 1)$ temsilindeki (τ_1, τ_2) temsilleri ise

$$(\tau_1, \tau_2) = (\sigma_1 - 1, 0), (\sigma_1 - 2, 0), \dots, (1, 0);$$

$$(\sigma_1 - 1, 1), (\sigma_1 - 2, 1), \dots, (1, 1) \quad (3.20)$$

ile verilir. Bu kurallardan elde edilen sonuçlar Çizelge 3.3'te verilmiştir.

Çizelge 3. 6. Zincir III₁'in kısmi sınıflandırma şeması.

$U_{\pi+\nu}$ (6)	$O_{\pi+\nu}$ (6)	$O_{\pi+\nu}$ (5)	$O_{\pi+\nu}$ (3)
$[N_1, N_2]$	(σ_1, σ_2)	(τ_1, τ_2)	L
[1,1]	(1,1)	(1,0)	2
		(1,1)	3,1
[2,1]	(1,0)	(1,0)	2
		(0,0)	0
	(2,1)	(2,0)	4,2
		(1,0)	2
		(2,1)	5,4,3,2,1
[3,1]	(2,0)	(1,1)	3,1
		(2,0)	4,2
		(1,0)	2
	(3,1)	(0,0)	0
		(3,0)	6,4,3,0
		(2,0)	4,2
		(1,0)	2
		(3,1)	7,6,5 ² ,4,3 ² ,2,1
		(2,1)	5,4,3,2,1
	(1,1)	(1,1)	3,1
(1,0)		2	
0		3,1	

3.3.2. Eşleşmiş durumlar

3.3.2.1. Zincir I₂

Bu baz durumu için U(5) temsillerinin çarpımları oluşturulmalıdır. Her iki temsil de tamamen simetrik olduğundan $U_{\pi+\nu}$ (5) birleştirilmiş temsilleri iki satırdan oluşur. Dolayısıyla alt gruplar da daha önce oluşturulan alt gruplarla aynıdır. O halde bu zincirin tam bir sınıflandırma şeması şu şekilde oluşur:

$$\begin{array}{c}
U_{\pi}(6) \otimes U_{\nu}(6) \supset U_{\pi}(5) \otimes U_{\nu}(5) \supset U_{\pi+\nu}(5) \supset O_{\pi+\nu}(5) \supset \\
\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\
[N_{\pi}] \quad [N_{\nu}] \quad (n_{d\pi}) \quad (n_{d\nu}) \quad (n_1, n_2) \quad (v_1, v_2) \quad \tilde{n}_{1\Delta}, \tilde{n}_{2\Delta} \\
O_{\pi+\nu}(3) \supset O_{\pi+\nu}(2) \\
\downarrow \quad \downarrow \\
L \quad M_L
\end{array}
\quad (3.21)$$

3.3.2.2. Zincir II₂ ve IV

İki zincir de aslında özdeş olduğu için iki durumu da birlikte ele almak daha faydalı olacaktır. Bu zincirlerde SU(3) temsillerinin çarpımları, yani

$$(\lambda_{\pi}, \mu_{\pi}) \otimes (\lambda_{\nu}, \mu_{\nu}) = \oplus \sum (\lambda, \mu) \quad (3.22)$$

oluşturulmalıdır. Bu iki zincir arasındaki fark Q ve \bar{Q} 'nin jeneratörleri arasındaki farklılıktan kaynaklanmaktadır. O halde $SU_{\pi}(3) \otimes SU_{\nu}(3)$ temsillerinde görünen $SU_{\pi+\nu}(3)$ temsilleri $SU_{\pi}(3) \otimes \overline{SU_{\nu}(3)}$ temsillerinden farklıdır. Bu yüzden bu temsiller $SU_{\pi+\nu}(3)^*$ olarak gösterilecektir. Tüm bunlar gözönüne alındığında bu zincirleri karakterize eden kuantum sayıları,

$$\begin{array}{c}
U_{\pi}(6) \otimes U_{\nu}(6) \supset SU_{\pi}(3) \otimes SU_{\nu}(3) \supset SU_{\pi+\nu}(3) \supset \\
\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\
[N_{\pi}] \quad [N_{\nu}] \quad (\lambda_{\pi}, \mu_{\pi}) \quad (\lambda_{\nu}, \mu_{\nu}) \quad \tilde{\chi}_1, \tilde{\chi}_2, \tilde{\chi}_3, (\lambda, \mu), \tilde{\chi} \\
O_{\pi+\nu}(3) \supset O_{\pi+\nu}(2) \\
\downarrow \quad \downarrow \\
L \quad M_L
\end{array}
\quad (3.23)$$

ve

$$\begin{array}{l}
U_{\pi}(6) \otimes U_{\nu}(6) \supset SU_{\pi}(3) \otimes \overline{SU_{\nu}(3)} \supset SU_{\pi+\nu}(3)^* \supset \\
\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\
[N_{\pi}] \quad [N_{\nu}] \quad (\lambda_{\pi}, \mu_{\pi}) \quad (\lambda_{\nu}, \mu_{\nu}) \quad \tilde{\chi}_1, \tilde{\chi}_2, \tilde{\chi}_3, (\lambda, \mu), \tilde{\chi} \\
O_{\pi+\nu}(3) \supset O_{\pi+\nu}(2) \\
\downarrow \quad \downarrow \\
L \quad M_L
\end{array} \quad (3.24)$$

şekilde oluşur.

3.3.2.3. Zincir III₂

Bu zincir için O(6) temsilleri oluşturulmalıdır. Ortogonal grupların çarpım kuralları birim gruplardan biraz daha farklıdır. Bu kurallar kullanılarak sınıflandırma şeması şöyledir:

$$\begin{array}{l}
U_{\pi}(6) \otimes U_{\nu}(6) \supset O_{\pi}(6) \otimes O_{\nu}(6) \supset O_{\pi+\nu}(6) \supset O_{\pi+\nu}(5) \supset \\
\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\
[N_{\pi}] \quad [N_{\nu}] \quad (v_{\pi}) \quad (v_{\nu}) \quad (v_1, v_2) \quad (\pi_1, \pi_2) \quad \tilde{v}_{1\Delta}, \tilde{v}_{2\Delta} \\
O_{\pi+\nu}(3) \supset O_{\pi+\nu}(2) \\
\downarrow \quad \downarrow \\
L \quad M_L
\end{array} \quad (3.25)$$

3.4. Dinamik Simetriler

Buradaki dinamik simetrilerin oluşturulması Bölüm 2.2.5'deki ile aynı tarzda, yani Hamiltoniyeni Casimir operatörleri cinsinden yazılarak yapılabilir. Birleşik $\pi+\nu$ grupları için, Casimir operatörleri Çizelge 2.7'de verilmektedir. Bu çizelge, gruplara karşılık gelen $G_{\pi} + G_{\nu}$ toplamıyla yer değiştirmiş G jeneratörlerine sahiptir.

3.4.1. F-spini zincirleri için enerji özdeğerleri

3.4.1.1. Zincir I₁

Bu zincirlere uygun Hamiltoniyen,

$$\begin{aligned}
H^{(I_1)} = & E_0 + a \wp_1(U_{\pi+v} 6) + a' \wp_2(U_{\pi+v} 6) - \varepsilon \wp_1(U_{\pi+v} 5) \\
& + \alpha \wp_2(U_{\pi+v} 5) + \beta \wp_2(O_{\pi+v} 5) + \gamma \wp_2(O_{\pi+v} 3)
\end{aligned} \tag{3.26}$$

şeklindedir. Burada E_0 , N_π ve N_v 'nin ikinci dereceden fonksiyonudur. Bu Hamiltoniyen (3.9) bazında köşegendir. Hamiltoniyenin özdeğerlerini, (3.9) bazındaki $H^{(I_1)}$ 'in beklenen değerini alarak ve Çizelge 2.6'yı kullanarak bulabiliriz. Bu özdeğerler,

$$\begin{aligned}
E^{(I_1)}([N_\pi], [N_v], [N_1, N_2], (n_1, n_2), (v_1, v_2), \tilde{n}_{1\Delta}, \tilde{n}_{2\Delta}, L, M_L) \\
= & E_0 + a(N_1 + N_2) + a' [N_1(N_1 + 5) + N_2(N_2 + 3)] - \varepsilon (n_1 + n_2) \\
& + \alpha [n_1(n_1 + 4) + n_2(n_2 + 2)] + \beta 2[v_1(v_1 + 3) + v_2(v_2 + 1)] + \gamma 2L(L + 1)
\end{aligned} \tag{3.27}$$

olarak elde edilir.

3.4.1.2. Zincir II₁

Bu zincir için aşağıdaki Hamiltoniyeni ele alalım;

$$\begin{aligned}
H^{(II_1)} = & E_0 + a \wp_1(U_{\pi+v} 6) + a' \wp_2(U_{\pi+v} 6) \\
& - \varepsilon \wp_1(U_{\pi+v} 5) - \delta \wp_2(SU_{\pi+v} 3) + \gamma \wp_2(O_{\pi+v} 3) .
\end{aligned} \tag{3.28}$$

Bu Hamiltoniyen (3.14) bazında köşegendir. Hamiltoniyenin özdeğerleri,

$$\begin{aligned}
E^{(II_1)}([N_\pi], [N_v], [N_1, N_2], \tilde{\chi}'_1, \tilde{\chi}'_2, \tilde{\chi}'_3, (\lambda, \mu), \tilde{\chi}, L, M_L) \\
= & E_0 + a(N_1 + N_2) - a' [N_1(N_1 + 5) + N_2(N_2 + 3)] \\
& + \delta \frac{2}{3} (\lambda^2 + \mu^2 - \lambda\mu + 3\lambda + 3\mu) + \gamma 2L(L + 1) .
\end{aligned} \tag{3.29}$$

olarak elde edilir.

3.4.1.3. Zincir III₁

Bu zincir için aşağıdaki Hamiltoniyeni ele alalım.

$$\begin{aligned}
H^{(III)} &= E_0 + a \wp_1(U_{\pi+v} 6) + a' \wp_2(U_{\pi+v} 6) \\
&+ \beta \wp_2(O_{\pi+v} 5) + \gamma \wp_2(O_{\pi+v} 3) + \eta \wp_2(O_{\pi+v} 6)
\end{aligned} \tag{3.30}$$

Bu Hamiltoniyen (3.17) bazında köşegendir. Hamiltoniyenin özdeğerleri,

$$\begin{aligned}
E^{(III)} &([N_\pi], [N_v], [N_1, N_2], (\sigma_1, \sigma_2), (\tau_1, \tau_2), \tilde{v}_{1\Delta}, \tilde{v}_{2\Delta}, L, M_L) \\
&= E_0 + a(N_1 + N_2) + a' [N_1(N_1 + 5) + N_2(N_2 + 3)] \\
&+ \beta 2 [\tau_1(\tau_1 + 3) + \tau_2(\tau_2 + 1)] + \gamma 2L(L + 1) + \eta 2 [\sigma_1(\sigma_1 + 4) + \sigma_2(\sigma_2 + 2)]
\end{aligned} \tag{3.31}$$

olarak elde edilir. Tüm zincirler için

$$N_1 + N_2 = N_\pi + N_v = N \tag{3.32}$$

olduğundan $a(N_1 + N_2)$ teriminin uyarılma enerjisine katkısı yoktur. Eğer istenilirse bu Hamiltoniyenlere Majorana operatörü de dahil edilebilir. Bu operatörün özdeğeri, N ve F spini cinsinden

$$\langle M_{\pi v} \rangle = \left(\frac{1}{2} N - F \right) \left(\frac{1}{2} N + F + 1 \right) \tag{3.33}$$

olarak yazılabilir. IBM-2'nin üç zincirini tamamen betimlemek için gerekli olan parametrelerin sayısı, IBM-1'in parametre sayısından bir fazla olan zincirleri betimlemek için gerekli olan sayıyla aynıdır. Bu fazla olan parametre ise ya (3.26), (3.28) ve (3.30) denklemlerindeki a' , ya da Majorana etkileşme şiddeti λ' parametresidir.

3.4.2. Eşleşmiş zincirler için enerji özdeğerleri

3.4.2.1. Zincir I₂

Bu zincir için aşağıdaki Hamiltoniyeni yazalım:

$$\begin{aligned}
H^{(I_2)} &= E_0 + a_\pi \wp_1(U_\pi 5) + a_v \wp_1(U_v 5) + a'_\pi \wp_2(U_\pi 5) + a'_v \wp_2(U_v 5) \\
&+ \varepsilon \wp_1(U_{\pi+v} 5) - \alpha \wp_2(U_{\pi+v} 5) + \beta \wp_2(O_{\pi+v} 5) + \gamma \wp_2(O_{\pi+v} 3).
\end{aligned} \tag{3.34}$$

Bu Hamiltoniyenin özdeğeri ise,

$$\begin{aligned}
& E^{(I_2)} \left([N_\pi], [N_\nu], n_{d_\pi}, n_{d_\nu}, (n_1, n_2), (v_1, v_2), \tilde{n}_{1\Delta}, \tilde{n}_{2\Delta}, L, M_L \right) \\
& = E_0 + a_\pi n_{d_\pi} + a_\nu n_{d_\nu} + a'_\pi [n_{d_\pi} (n_{d_\pi} + 4)] + a'_\nu [n_{d_\nu} (n_{d_\nu} + 4)] \\
& + \mathcal{E} (n_1+n_2) - \alpha [n_1(n_1+4) + n_2(n_2+2)] \\
& + \beta [v_1(v_1+3) + v_2(v_2+1)] + \gamma 2L(L+1)
\end{aligned} \tag{3.35}$$

şeklindedir.

3.4.2.2. Zincir II₂ ve IV

Bu zincirler için ele alınan Hamiltoniyenler,

$$H^{(II_2)} = E_0 + \delta_\pi \wp_2(SU_\pi 3) + \delta_\nu \wp_2(SU_\nu 3) + \delta_{\pi+\nu} \wp_2(SU_{\pi+\nu} 3) + \gamma \wp_2(O_{\pi+\nu} 3) \tag{3.36}$$

$$H^{(IV)} = E_0 + \delta_\pi \wp_2(SU_\pi 3) + \delta_\nu \wp_2(SU_\nu 3) + \delta_{\pi+\nu} \wp_2(SU_{\pi+\nu} 3^*) + \gamma \wp_2(O_{\pi+\nu} 3) \tag{3.37}$$

şeklindedir. Her iki zincirin Casimir operatörlerinin özdeğerleri benzer ifadelere sahip olduğundan her iki zincirin özdeğerleri aynıdır, yani;

$$\begin{aligned}
& E^{(II_2)} \left([N_\pi], [N_\nu], (\lambda_\pi, \mu_\pi), (\lambda_\nu, \mu_\nu), \tilde{\chi}'_1, \tilde{\chi}'_2, \tilde{\chi}'_3, (\lambda, \mu), \tilde{\chi}, L, M_L \right) \\
& = E_0 + \delta_\pi \frac{2}{3} (\lambda_\pi^2 + \mu_\pi^2 + \lambda_\pi \mu_\pi + 3\lambda_\pi + 3\mu_\pi) + \delta_\nu \frac{2}{3} (\lambda_\nu^2 + \mu_\nu^2 + \lambda_\nu \mu_\nu + 3\lambda_\nu + 3\mu_\nu) \\
& + \delta \frac{2}{3} (\lambda^2 + \mu^2 + \lambda \mu + 3\lambda + 3\mu) + \gamma 2L(L+1)
\end{aligned} \tag{3.38}$$

ifadesidir.

3.4.2.3. Zincir III₂

Bu zincir için aşağıdaki Hamiltoniyen yazılır:

$$\begin{aligned}
H^{(III_2)} & = E_0 + \eta_\pi \wp_2(O_\pi 6) + \eta_\nu \wp_2(O_\nu 6) + \eta_{\pi+\nu} \wp_2(O_{\pi+\nu} 6) \\
& + \beta \wp_2(O_{\pi+\nu} 5) + \gamma \wp_2(O_{\pi+\nu} 3).
\end{aligned} \tag{3.39}$$

Bu Hamiltoniyenin özdeğerleri ise,

$$\begin{aligned}
& E^{(III_2)}([N_\pi], [N_\nu], \sigma_\pi, \sigma_\nu, (\sigma_1, \sigma_2), (\tau_1, \tau_2), \tilde{v}_{1\Delta}, \tilde{v}_{2\Delta}, L, M_L) \\
& = E_0 + \eta_\pi 2[\sigma_\pi(\sigma_\pi + 4)] + \eta_\nu 2[\sigma_\nu(\sigma_\nu + 4)] + \eta 2[\sigma_1(\sigma_1 + 4) + \sigma_2(\sigma_2 + 2)] \\
& + \beta 2[\tau_1(\tau_1 + 3) + \tau_2(\tau_2 + 1)] + \gamma 2L(L + 1)
\end{aligned} \tag{3.40}$$

ile verilir.

3.5. Modelin Mikroskopik Yapısı

3.5.1. Çekirdeğin kabuk yapısı

Nükleonları çekirdeğin içinde bir arada tutan nükleer kuvvetlerin iki temel bileşeni vardır: (I) iki nükleon arasındaki kısa menzilli çekici etkileşme (II) daha kısa mesafedeki itici öz. Nükleer kuvvetler, mezon değişiminden kaynaklanan etkiden dolayı kısa mesafeli olmalıdır. (I) özelliği çekirdeğin bağlı bir sistem olmasını, yani nükleonların bir arada durmasını sağlarken, (II) özelliği nükleonların bir birinden uzakta kalmasını sağlar. Bu da çekirdeği çökmekten kurtarır ve çekirdeğin içindeki nükleon yoğunluğunu hemen hemen sabit tutar. Bu duruma çekirdeğin “doyma özelliği” adı verilir.

Çekirdeğin içinde bir öz ve bu özü çeken nükleonlar vardır. Çekirdeğin içinde nükleonların özün etrafında dönmesinden kaynaklanan ortalama bir potansiyel oluşur. Bu ortalama potansiyel, nükleer kuvvetin menzilin çekirdeğin yarıçapından daha küçük ve çekirdeğin içindeki nükleon yoğunluğunun sabit olmasından dolayı hemen hemen sabittir. Sonsuz uzaklıktaki bir noktaya göre de negatiftir.

Ancak yüzeydeki nükleonlar sadece içerdeki nükleonlarla etkileştiğinden dolayı içerdeki nükleonlara göre daha zayıf etkileşimde bulunurlar. Nükleer kuvvetlerin kısa menzilli karakterinden dolayı merkezden uzaklaştıkça potansiyel azalır, yani çekirdeğin yüzeyindeki potansiyel merkezindeki potansiyele göre daha zayıftır.

Nükleonlar ortalama potansiyel içinde tek-parçacık orbitalleri oluşturarak hareket ederler. Bu orbitallerin enerji seviyeleri sihirli sayılarda halka oluştururlar. Arka arkaya gelen iki sihirli sayı arasındaki orbitaller ana kabuğu oluşturur. Bu ana kabuk arasındaki orbitaller ise aşağıdan başlayarak doldurulur. Eğer proton (nötron) sayısı, proton (nötron) sihirli sayısına eşit ise kapalı kabuk oluşur. Aksi takdirde orbitallerin hepsi dolu olmadığı için kısmen dolu valans kabuğu oluşur. Bu kabuk, sihirli sayıya en yakın kısmen dolu kabuktur. Valans kabuğundan daha aşağıda bulunan kabuklar çekirdeğin özünü, yani kapalı kabuklar kümesini oluşturur.

3.5.2. Nükleer yüzey ve yüzey nükleonları

Yüzey nükleonları, diğer nükleonlara göre etkileşmeleri zayıf olduğundan bir birlerine daha az bağlıdır, yani daha az yüzey alanını işgal edip, daha fazla bağlanma enerjisine ihtiyaç duyarlar. Küresel yapıyı bozmamak için de yüzey gerilimi oluştururlar. Bu yüzey gerilimine rağmen çekirdeğin doyma özelliğinden dolayı hacmi değişmez. Ancak yüzeyde nükleon yoğunlaşmaları meydana geldiğinden çekirdek deforme olur. Öyleyse çekirdekdeki deformasyona valans nükleonları neden olur. Kapalı kabuklardan oluşan çekirdeğin özünün ise çekirdeğin içindeki doyma özelliğinden dolayı küresel yapısı bozulmaz. Ayrıca valans nükleonları çekirdekle kollektif hareketler meydana getirirler. Bu kollektif hareketler ise nükleonların özün dışında elipsoid bir yörüngede dönmesi, küresel denge etrafındaki yüzey titreşimleri ve bunların ara durumlarıdır. Bu hareketler belli bir açısız momentuma sahiptir ve kuadrupol kollektif durumları oluştururlar.

Şimdi de nükleonlar arasındaki etkileşmelere bakalım. Kısa menzilli nükleer kuvvetler bir birine en yakın iki nükleonu tercih eder. Aynı orbitalde hareket eden iki nükleonun dalga fonksiyonları maksimum çakışık olduğundan en fazla bağlanma enerjisini kısa menzilli nükleer kuvvetlerden kazanır. Ancak Pauli ilkesi iki nükleonun aynı kuantum durumunda bulunmasına izin vermez. Bu durum proton ve nötronları ayrı parçacıklar olarak ele alarak giderilebilir.

Bu durumları göz önünde bulundurarak nötron-nötron, proton-proton ve nötron-proton etkileşmelerini inceleyelim. İki nötron arasındaki etkileşme bir birine en yakın iki nötron arasında olduğunda maksimum uzaysal çakışma meydana gelir. Ancak Pauli ilkesi iki nötronun aynı kuantum durumunda bulunmasına izin vermediğinden dalga fonksiyonlarında maksimum çakışma olmaz. Bu yüzden iki nötron aynı orbitalde bir birine zıt yönlerde, yani zaman dönüşümlü olarak hareket edebilir. Böylelikle iki nötron farklı kuantum durumlarında bulunur ve çekirdek enerji kazandığı için bir başka uygun durum meydana gelir. Bu durumda dönmeler zıt yönlü olduğu için bir birini yok eder. Dolayısıyla toplam açısız momentumları sıfır olur. Aslında zıt yönlü bu dönmeler nötron çiftleri durumlarını oluşturur. Bu çiftlenmiş yapıdan dolayı bu etkileşmelere “çiftleşme etkileşmesi” adı verilir. Bu etkileşmede iki nötron herhangi bir eksen etrafında dönmez. Dolayısıyla sistemin küresel yapısında herhangi bir değişiklik olmaz.

Aynı şekilde proton-proton etkileşmesinde de çiftleşme etkileşmeleri meydana gelir. Dolayısıyla proton-proton etkileşmesinde de çiftleşme etkileşmesi önemli rol oynar. Proton-proton ve nötron-nötron etkileşmeleri düşük enerji seviyelerinin hesaplanmasında baskındır.

Proton-nötron etkileşmesi diğer etkileşmelerden farklı özellikler sergiler. Proton ve nötron farklı parçacıklar olduğu için aynı kuantum durumunda bulunabilir. Proton nötronla birlikte hareket etmek için nötronu çeker. Valans nükleonları arasındaki bu ilişki yoğunluk değişmesine neden olur ve çekirdeğin şeklinde değişme meydana gelir. En temel küreden sapma şekli kuadrupol deformasyonudur. Yüzey alanının artması multipollerin artmasına neden olur. Proton dağılımı kuadrupol şekline dönüşme eğilimi gösterdiğinde nötronları da kuadrupol formuna dönüştürmek için çeker ve kuadrupol-kuadrupol etkileşmesi meydana gelir. Bu kuadrupol-kuadrupol etkileşmesi nötron kuadrupol momentini ile proton kuadrupol momentinin çarpımına eşittir. Bazı durumlarda nötron kuadrupol ile proton kuadrupol momentlerinin biri diğerine daha baskın olabilir. Proton-nötron etkileşmesinin varlığı 2^+ uyarılma enerjisinin $N_p \cdot N_n$ ye bağlı değişimine bakılarak anlaşılabilir.

3.5.3. S ve D nükleon çiftleri

Alçak seviye kuadrupol kolektif durumlarının valans nükleonları cinsinden tanımlanabilmesi kolektif durumlarda basitleştirmeye yol açar. Fakat bu sadeleştirme Hilbert uzayını yeterli derecede küçültmez. Dolayısıyla yapılan işlemler halen karmaşıktır.

Bu yüzden Hilbert uzayını küçültüp alt uzaylarda çalışmak hem işlemlerin basitleşmesi hem de yapılan işlemlere fiziksel anlam yüklenmesi bakımından yararlıdır. Küçültülmüş uzay, açısal momentumu $J^\pi = 0^+$ ve $J^\pi = 2^+$ olan valans nükleon çiftlerinden oluşur. Bu çiftler nötron veya proton çiftleri olabilir. $J^\pi = 0^+$ ve $J^\pi = 2^+$ nükleon çiftlerine sırasıyla S ve D çifti adı verilir ve bunların oluşturma operatörleri

$$S^+ = \sum_j \alpha_j A^+(jj;0,0) \quad (3.41)$$

$$D_M^+ = \sum_{jj'} \beta_{jj'} A^+(jj';2,M) \quad (3.42)$$

olarak tanımlanır. Burada α_j ve $\beta_{jj'}$ normalize olmuş genliklerdir. Çift oluşturma operatörü A^+ ise

$$A^+(jj';J,M) = \frac{1}{\sqrt{1+\delta_{jj'}}} [a_j^+ a_{j'}^+]_M^{(J)} \quad (3.43)$$

olarak tanımlanır. a_j^+ j orbitalindeki nükleon oluşturma operatörünü, $[]_M^{(J)}$ gösterimi de açısal

momentumu J ve açısai momentumun z-bileşeni M olan tensör eşleşmelerini temsil eder.

α_j ve β_{jj} genlikleri bilinen ve 2N tane valans nükleonundan oluşan kollektif durumları tanımlamak için kullanılan küçültülmüş alt uzay

$$(S^+)^{N_s} [(D^+)^{N_D}]_M^{(J)} |0\rangle \quad (3.44)$$

durumu ile oluşturulur. Burada $|0\rangle$ sembolü kapalı kabuğa karşılık gelir. N_s ve N_D , S(D) nükleon çiftleri sayısı, J toplam açısai momentum ve M de açısai momentumun z-bileşenidir. Yukarıda tanımlanan uzaya SD alt uzayı adı verilir.

Yukarıda tanımlanan durumlar ortogonal değildir. Bu durum, (3.44) dekleminde tanımlanan durumun genelleştirilmiş acayıplik üzerindeki izdüşümü alınarak büyük ölçüde giderilebilir. Acayıplik varsayımında çok-parçacık durumları $J^\pi = 0^+$ nükleon çiftleri sayısına göre sınıflandırılabilir. ν ile gösterilen acayıplik S çifti içermeyen nükleon sayısıdır. Acayıpliği ν olan parçacık durumları

$$|J^n, \nu, J, M; \xi\rangle \quad (3.45)$$

ile tanımlanır. Buradaki J^n n-parçacık konfigürasyonu, ζ ilave kuantum sayısıdır. Benzer şekilde SD durumları

$$|S^{N_s}, D^{N_D}; J, M, \xi\rangle \propto \frac{1}{N_F} P(S^+)^{N_s} [(D^+)^{N_D}]_M^{(J)} |0\rangle \quad (3.46)$$

ile tanımlanır. N_F normalizasyon sabiti, $P \nu = 2 \times N_D$ durumları üzerindeki acayıplik izdüşüm operatörü, ζ ise ilave kuantum sayısıdır. Eğer SD durumlarında D çifti yoksa D terimini, S çifti yoksa S terimini içermez. Ayrıca N_D 'nin küçük değerleri için ζ kuantum sayısına ihtiyaç yoktur.

Düşük seviye kuadrupol kollektif durumlarında α_j ve β_{jj} genlikli SD durumları baskındır. SD alt uzayı, nötron ve proton içerdiğinden, nötron S_ν ve D_ν çiftleri ile proton S_π ve D_π çiftlerinden oluşur. Toplam uzay ise proton ile nötron SD durumları çarpımının uzayıdır.

SD durumlarının sd bozon uzayına dönüşümü ilk defa Arima, Otsuka, Iachello ve Talmi tarafından

$$\begin{aligned}
|S^{N_s}, D^{N_D}; J, M, \xi\rangle &= \frac{1}{N_F} P(S^+)^{N_s} [(D^+)^{N_D}]_M^{(J)} |0\rangle \\
\rightarrow |s^{N_s}, d^{N_D}, J, M, \xi\rangle &= \frac{1}{N_B} (s^+)^{N_s} [(d^+)^{N_D}]_M^{(J)} |0\rangle
\end{aligned} \tag{3.47}$$

olarak tanımlandı [16 ve 36].

Çok nükleonlu sistemin N nükleon çiftinden oluştuğu varsayılırsa kapalı kabuğun, yani $|0\rangle$ nükleon vakum durumunun, bozon vakum durumuna dönüşümü

$$|0\rangle \rightarrow [0] \tag{3.48}$$

biçimindedir. Sırasıyla sadece S çiftlerinin bulunduğu, bir D çiftinin ve iki D çiftinin bulunduğu durumlar

$$|S^N, J=0\rangle \rightarrow [s^N, J=0] \equiv \frac{1}{\sqrt{N}} (s^+)^N [0] \tag{3.49}$$

$$|S^{N-1}D, J=2\rangle \rightarrow [s^{N-1}d, J=2] \equiv \frac{1}{\sqrt{(N-1)}} (s^+)^{N-1} d^+ [0] \tag{3.50}$$

$$|S^{N-2}D^2, J\rangle \rightarrow [s^{N-2}d^2, J] \equiv \frac{1}{\sqrt{2(N-2)}} (s^+)^{N-2} [d^+d^+]^{(J)} [0] \tag{3.51}$$

biçiminde yazılır.

3.5.4. Nükleon operatörlerinin bozon operatörlerine dönüştürülmesi

Otsuka, Arima ve Iachello (OAI) dönüşümünde sd bozon durumları SD durumlarının bozon görüntüsü olarak alınır [17]. Nükleon operatörlerinin bozon görüntüsü, SD durumları hesaplamalarını sd bozon sistemiyle gösterilebilecek şekilde belirlenir. Dolayısıyla nükleon operatörünün bozon görüntüsü, SD matris elemanları ile sd bozonu matris elemanları bir birine eşitlenerek bulunur. Eğer φ , φ' bozon durumları ψ , ψ' SD durumlarının bozon görüntüsü ise O nükleon operatörünün O^B bozon görüntüsü

$$(\varphi|O^B|\varphi') \equiv \langle\psi|O|\psi'\rangle \tag{3.52}$$

eşitliğini sağlayacak şekilde elde edilir. Bozon görüntüsü çok cisimli terimleri de içerebilir. k.

dereceden bir görüntünün i cisim nükleon operatörü için k+i tane terimi vardır. Sıfırıncı dereceden bozon görüntüsü seçildiğinde IBM Hamiltoniyeni iki-cisim etkileşmelerine kadar olan terimleri, yani sabit, tek-parçacık enerji ve iki parçacık etkileşme terimlerini içerir. Bu durumda d-bozonu Hamiltoniyeni

$$H^B = E_0^{(N)} + \varepsilon \hat{N}_d + V \quad (3.53)$$

formunda olur. Buradaki V

$$V = \frac{1}{2} \sum_{L=0,2,4} c_L \left([d^+ d^+]^{(L)} \cdot [\tilde{d}\tilde{d}]^{(L)} \right) + \frac{1}{\sqrt{2}} y \left\{ \left([d^+ d^+]^{(2)} \cdot [\tilde{s}\tilde{d}]^{(2)} \right) + hc \right\} \\ + \frac{1}{\sqrt{2}} w \left\{ [d^+ d]^{(0)} \cdot [ss]^{(0)} + hc \right\} \quad (3.54)$$

şeklindedir. (3.53) ve (3.54) denklemlerindeki \hat{N}_d , d bozon sayısı operatörü, N toplam bozon sayısı ve ε , c_L , y, w parametrelerdir. $E_0^{(N)}$ niceliği de $|s^N; J=0\rangle$ durumunun enerjisi olup $|S^N; J=0\rangle$ SD durumunun enerjisi ile

$$E_0^{(N)} = \langle s^N; J=0 | H^B | s^N; J=0 \rangle \\ = \langle S^N; J=0 | H | S^N; J=0 \rangle \quad (3.55)$$

biçiminde sabitlenir. $E_0^{(N)}$, uyarılma enerjileri hesaplanırken dikkate alınmaz, bağlanma enerjilerinde hesaba katılır. SD durumu enerjisi ile ε parametresi arasında

$$\langle S^{N-1}D; J=2 | H | S^{N-1}D; J=2 \rangle = \langle s^{N-1}d; J=2 | H^B | s^{N-1}d; J=2 \rangle \\ = E_0^{(N)} + \varepsilon \quad (3.56)$$

şeklinde bir ilişki vardır. Buradan ε parametresi

$$\varepsilon = \langle S^{N-1}D; J=2 | H | S^{N-1}D; J=2 \rangle - E_0^{(N)} \quad (3.57)$$

olarak elde edilir. Benzer şekilde c_L , y, w parametreleri

$$c_L = \langle S^{N-2}D^2; J=L | H | S^{N-2}D^2; J=L \rangle - E_0^{(N)} - 2\varepsilon \quad (3.58)$$

$$y = \langle S^{N-2} D^2; J=L | H | S^{N-2} D^2; J=L \rangle / \sqrt{N-1} \quad (3.59)$$

$$w = \langle S^{N-2} D^2; J=L | H | S^{N-2} D^2; J=L \rangle / \sqrt{N(N-1)/2} \quad (3.60)$$

olarak bulunur. $Q = r^2 Y^{(2)}(\theta, \varphi)$ kuadropol operatörünün bozon görüntüsü aynı şekilde

$$Q \rightarrow Q^B = q_1(d^+ s + s^+ \tilde{d}) + q_2[d^+ \tilde{d}]^{(2)} \quad (3.61)$$

biçimine dönüşür. Aşağıdaki

$$\begin{aligned} \langle S^{N-1} D^1; J=2 \| Q \| S^N; J=0 \rangle &= \langle s^{N-1} d^1; J=2 \| q_1 d^+ s \| s^N; J=0 \rangle \\ &= q_1 \sqrt{5} \times \sqrt{N} \end{aligned} \quad (3.62)$$

eşitliğinden q_1 'in değeri

$$q_1 = \langle S^{N-1} D^1; J=2 \| Q \| S^N; J=0 \rangle / \sqrt{5N} \quad (3.63)$$

olarak bulunur. Aynı şekilde q_2 de

$$q_2 = \langle S^{N-1} D^1; J=2 \| Q \| S^N; J=0 \rangle / \sqrt{5} \quad (3.64)$$

eşitliğinden bulunur. Birden fazla çiftten oluşan SD matris elemanı, bir çiftten oluşan matris elemanı olarak yazılabilir. O halde bu özelliği kullanarak q_1 ve q_2 parametreleri

$$q_1(N) = \sqrt{\frac{(\Omega_j - N)}{(\Omega_j - 1)}} \langle D; J=2 \| Q \| S; J=0 \rangle \quad (3.65)$$

$$q_2(N) = \frac{\Omega_j - 2N}{\Omega_j - 2} \langle D; J=2 \| Q \| D; J=2 \rangle / \sqrt{5} \quad (3.66)$$

biçiminde yazılır. Burada $\Omega_j = j + \frac{1}{2}$ ve $\Omega = \sum \Omega_j$ ' dir.

3.5.5. Dönüştürülmüş bozon sisteminin spektrumu

Daha önce Bölüm 3.5.2’de bahsedildiği gibi kolektif kuadrupol durumların etkin nükleon-nükleon etkileşmesinin büyük bir bölümünü proton-proton ve nötron-nötron çiftleşme etkileşmeleri ile proton-nötron kuadrupol etkileşmeleri teşkil eder.

Çiftlenme etkileşmesinin matematiksel ifadesi ise

$$V_p = -G\Omega P^+ P \quad (3.67)$$

ile verilir. Burada G çiftlenme şiddeti, P^+ ifadesi de

$$P^+ = \frac{1}{\sqrt{\Omega}} \sum_{j,m>0} (-1)^{j-m} a_{j,m}^+ a_{j,-m}^+ \quad (3.68)$$

biçimindedir. Çiftlenme etkileşmesinde acayıklık korunduğundan SD alt uzayında D çiftlerinin sayısı korunmalıdır. Dolayısıyla (3.59) ve (3.60) denklemlerinde acayıpliğin değiştiği matris elemanları yok olur. Dolayısıyla y ve w parametreleri sıfıra eşit olur. (3.55), (3.57) ve (3.58) denklemlerindeki diğer parametreler ise

$$E_0^{(N)} = -GN(\Omega - N + 1) \quad (3.69)$$

$$\varepsilon = -G(N-1)(\Omega - N) - E_0^{(N)} = G\Omega \quad (3.70)$$

$$c_L = -G(N-2)(\Omega - N - 1) - 2\varepsilon - E_0^{(N)} = -2G\Omega \quad (3.71)$$

şeklinde yazılır. (3.69), (3.70) ve (3.71) denklemleri (3.54) denkleminde yerine konursa proton-proton çiftlenme etkileşmesi proton bozonu Hamiltoniyenine

$$V_{P_\pi} \rightarrow V_{P_\pi}^B = E_{0_\pi}^{(N_\pi)} + \varepsilon_\pi \hat{N}_{d_\pi} + c_\pi \frac{1}{2} \hat{N}_{d_\pi} (\hat{N}_{d_\pi} - 1) \quad (3.72)$$

$$\varepsilon_\pi = G_\pi \Omega_\pi \quad c_\pi = -2G_\pi$$

olarak dönüşür. Burada \hat{N}_{d_π} d bozonu sayısına, $E_{0_\pi}^{(N_\pi)}$, $-G_\pi N_\pi (\Omega_\pi - N_\pi + 1)$ ile verilen sabit kısma, G_π proton çiftlenme şiddetine ve Ω_π proton dejenereliğine karşılık gelir. Benzer şekilde nötron-nötron çiftlenme etkileşmesi de nötron bozonu Hamiltoniyenine π yerine ν koyarak

$$V_{p_v} \rightarrow V_{p_v}^B = E_{0_v}^{(N_v)} + \varepsilon_v \hat{N}_{d_v} + c_v \frac{1}{2} \hat{N}_{d_v} (\hat{N}_{d_v} - 1) \quad (3.73)$$

dönüştürülür.

Proton-nötron etkileşmesi ise proton kuadrupol operatörü ile nötron kuadrupol operatörünün skaler çarpımı şeklinde yazılır. Bozon görüntüsü ise dönüşüm yapılarak

$$V_{\pi v} = -f(Q_\pi \cdot Q_v) \rightarrow V_{\pi v}^B = -\kappa(Q_\pi^B \cdot Q_v^B) \quad (3.74)$$

biçiminde yazılır. (3.72), (3.73) ve (3.74) birleştirilirse toplam bozon Hamiltoniyeni

$$\begin{aligned} H &= V_{p_\pi}^B + V_{p_v}^B + V_{\pi v}^B \\ &= E_{0_v}^{(N_v)} + \varepsilon_v \hat{N}_{d_v} + c_v \frac{1}{2} \hat{N}_{d_v} (\hat{N}_{d_v} - 1) + E_{0_\pi}^{(N_\pi)} + \varepsilon_\pi \hat{N}_{d_\pi} + c_\pi \frac{1}{2} \hat{N}_{d_\pi} (\hat{N}_{d_\pi} - 1) \\ &\quad - \kappa(Q_\pi \cdot Q_v) \end{aligned} \quad (3.75)$$

olarak elde edilir. Hamiltoniyendeki terimler

$$Q_\tau = d_\tau^+ s_\tau + s_\tau^+ \tilde{d}_\tau + \chi [d_\tau^+ \tilde{d}_\tau]^{(2)} \quad \tau = \pi, v \quad (3.76)$$

$$\begin{aligned} \kappa &= -f q_{1_\pi} (N_\pi) q_{1_v} (N_v) \\ &= \kappa_0 \sqrt{\frac{\Omega_\pi - N_\pi}{\Omega_\pi - 1}} \sqrt{\frac{\Omega_v - N_v}{\Omega_v - 1}} \end{aligned} \quad (3.77)$$

ve

$$\kappa_0 = -f q_{1_\pi} (N_\pi = 1) q_{1_v} (N_v = 1) \quad (3.78)$$

ile verilir.

(3.75) Hamiltoniyenine Majorana etkileşmesinin eklenmesiyle Talmi Hamiltoniyeni

$$\begin{aligned}
H = & E_{0_v}^{(N_v)} + \varepsilon_v \hat{N}_{d_v} + c_v \frac{1}{2} \hat{N}_{d_v} (\hat{N}_{d_v} - 1) + E_{0_\pi}^{(N_\pi)} + \varepsilon_\pi \hat{N}_{d_\pi} + c_\pi \frac{1}{2} \hat{N}_{d_\pi} (\hat{N}_{d_\pi} - 1) \\
& - \kappa(Q_\pi \cdot Q_v) + \lambda' M_{\pi v}
\end{aligned} \tag{3.79}$$

elde edilir. Burada λ' parametresi Majorana etkileşme şiddetidir. Çekirdeğin enerji değerlerinin hesaplanmasında çoğunlukla bu Hamiltoniyen kullanılır.

4. ETKİLEŞEN BOZON MODELİ-3 (IBM-3)

4.1. Modelin Grup Yapısı

IBM-2 nötron ve proton bozonlarını ayırt etmesine rağmen, iyi izospin basamakları vermesi için yeterli esnekliğe sahip değildir. Çünkü nötron ve proton bozonları bir $T = 1$ üçlüsünün bileşenlerinin ($T_z = \pm 1$) sadece iki tanesini verir. Nötron ve protonların çok farklı tek parçalı orbitalleri doldurduğu yerde bu hata ağır çekirdeklerde önemli olmayabilir. Bununla birlikte proton ve nötronların aynı kabuğu doldurduğu yerde izospin simetriyi değerlendirmeye almak için s-d kabuk çekirdeklerinde kabuk model kullanılarak yapılan hesaplamalarından anlaşılır ki bu başarısızlık ağır hatalara sebep olur.

Benzer çekirdeklerde isospin $T = 1$ üçlüsünü tamamlamak için $T = 1$ ve $T_z = 0$ lı bozonun üçüncü tipinin ilavesiyle bozon modeli bir izospin içeren bozon modeline dönüştürülebilir. Proton nötron çiftlerinin arasındaki ilişkiden yeni bozonun oluşturulabileceği düşünülür ve bu model Etkileşen Bozon Modeli-3 (IBM-3) olarak adlandırılır. Bu durumda model, s-d aralığına ek olarak bir üç boyutlu izospin aralığına sahiptir. Yukarıda kullanılan yöntemin aynısı ile aralıklar sınıflandırılabilir. İki ayrı aralıktaki simetri ile $SUF(2) \otimes U_{sd}(6)$ alt gruplarının yerine uygun $SUF(3) \otimes U_{sd}(6)$ alt grupları yerleştirilir. Böylece F-spin etiketi $SU_T(3)(\lambda, \mu)$ etiketleriyle yer değiştirir. Bir s-d aralığında bütün simetrik olan aralıkları sınıflandıran $SU_T(3)$ etiketi $(N, 0)$ şeklinde ifade edilir. Burada N toplam bozon sayısıdır. Böylece izospin grubu $SU_T(3)$ grubunun bir alt grubu olur. Bu grubun değişmezliği T izospin kuantum sayısını üretir. T' nin $(N, 0)$ ' daki değerleri $T=N, N-2, \dots, 1$ veya 0 şeklindedir. Bunlar tam olarak çift-çift çekirdeklere karşılık gelen değerlerdir.

5. BAZI Kr , Sr İZOTOPLARININ NÜKLEER ÖZELLİKLERİNİN İNCELENMESİ

$E_{4^+}^* / E_{2^+}^* \approx 2.5$ ve $E_{4^+}^* / E_{\gamma^+}^*$ enerji oranlarının düşük değerli γ -solf spektrumları dışında $N \sim Z \sim 40$ olan çekirdekler büyük deformasyonlar ile karakterize edilir. $N \sim Z$ için, biz bu çekirdeklere izospinli etkileşimli bozan modelini (IBM-3) uyguladık. IBM-3 Hamiltoniyeni için tam köşegenleştirme programı uyguluyarak, Kr ve Sr izotopları için $A=70$ den 80 e biçim dönüşümlerini araştırdık. γ -soft özelliklerini tanımlamak için $O(5)$ simetrisi olduğunu varsaydık. $A \rightarrow 80$ deformasyon artarken, hesaplanan enerji seviyeleri deneysel verilerle çok iyi uyum içindedir. ^{80}Sr nin γ bandları ve taban durumunun enerji spektrumlarına benzer şekilde $B(E2: J_1^* \rightarrow (J-2)_1^+)$ nin taban bandı da IBM' in $O(6)$ sınır tahminlerine çok yakındır. $A \rightarrow 80$ de güçlü bir şekilde deforme edilmiş γ -solf çekirdekleri için IBM-3' ün uygulanabilirliğini de gösterdik.

IBM modeli orta-ağırlıktaki çekirdeklere gözlenen kolektif kuadrupol olayının tanımlanmasında kullanıldı. Etkileşen Bozon Modelinin ilk formunda (IBM-1) yalnızca bir tip s ve d bozonları incelenmiştir. Daha sonra, proton ve nötronlar arasındaki ayırım IBM-2 ile yapıldı. Modeldeki bozonları hesaba katarak yaklaşımı yapılan $L^\pi=0^+, 2^+$ proton-proton ve nötron-nötron çiftleri IBM-2' nin temelini oluşturur.

$N \sim Z \sim 40$ yapısındaki daha hafif çekirdekte, valans protonları ve nötronları aynı büyük kabuğu doldururlar ve böylece izospin hesaba katılabilir. İzospini hesaba katmak için, izospinli IBM modelin (IBM-3) kullanılır. IBM-3'te, proton-nötron bozonları proton-proton ve nötron-nötron bozonlarına ek olarak kullanılmıştır. Biz bu üç tip bozonu τ nun izospin yayılması olduğu ($\tau=-1, 0, 1$) s_τ^+, d_τ^+ ile IBM-3 S_τ^+ te gösterdik. Proton-proton, proton-nötron ve nötron-nötron bozonları $\tau=-1, 0, 1$ e uygun olarak izospin üçlüsü oluşturur.

IBM-2'de, iki yük durumu söz konusudur. IBM-2 dalga fonksiyonları, $SU_F(2)$ ' nin F-spin grubu olduğu $U_F(2) \supset SU_F(2)$ ile sınıflanabilir. IBM-3' te, $\tau=-1, 0, 1$ e uygun olarak üç yük durumu vardır. IBM-3 dalga fonksiyonlarını, $SU \tau (2)$ ' nin genel izospin grubu olduğu $U_c(2) \supset SU \tau (2)$ ile sınıflandırabiliriz. $U_c(3)$ ' ün gösterimlerinin bozon sayısını gösterdiği $[f]=[f_1, f_2, f_3]$; $f_1+f_2+f_3=n$ Young gösterimi ile karakterize edilebilir. $U_c(3)$ ' ün $[f]=[n, 0, 0]$ ile belirlenen, tam simetrik gösterimleri IBM-1 dalga fonksiyonu uzayına denktir.

A~80 çekirdekleri büyük deformasyonla tanımlanırken, γ -solf bölgesinin $E_{4^+}^* / E_{2^+}^* \approx 2.5$ ve $E_{4^+}^* / E_{\gamma^+}^*$ enerji oranlarının daha düşük değerleriyle tanımlanır. ^{80}Sr çekirdeği için $B(E2: 0_1^+ \rightarrow 2_1^+) \approx 0.1917 \pm 0.006 e^2 b^2$ dir. $R_0 = 1.2 A^{1/3}$ (bu $\beta_2 = 0.40$ kadar büyüktür.) ile $\beta_2 = 4\pi \sqrt{\frac{B(E2: 0_1^+ \rightarrow 2_1^+)}{(3eZR_0^2)}}$ arasındaki ilişkiyle uygun deformasyon parametreleri tahmin edilir. Büyük (aşırı) deformasyon ve R oranının düşük değeri A~80 bölgesinin belirleyici özellikleridir. $\beta_2 = 0.3$ olan çok az sayıda çekirdek R~3.3 te rotasyonel spektrum sergiler.

$R = E_{4^+}^* / E_{2^+}^*$ oranından, çekirdeğin şekli tahmin edilebilir. IBM' in ekstenel simetrik dönmesi (veya SU(3) limiti) R=3.3 e ve γ -solf dönmesi (veya O(6) limiti) R=2.5 e ve küresel titreşim (veya U(5) limiti) R=2 ye uygundur. O(6) simetrisi $^{80}_{38}\text{Sr}$ çekirdeğine uygulanabilir. Gerçektende, ileride göreceğimiz gibi taban enerji seviyeleri, gama bandlarındaki $B(E2: J_1^* \rightarrow (J-2)_1^+)$ değerleri IBM' in O(6) limiti tahminleriyle çok iyi uyum içindedir. Diğer taraftan ^{86}Sr için R=2.1 izospini artarken U(5) limitine yaklaşan çekirdeği belirlenir. A~80 den 90 şekil geçişlerini tanımlamak için O(6) limitinden O(5) limitine geçişi tanımlarız.

N~Z~40 bölgesindeki $\beta \sim 0.4$ büyük deformasyonlarından dolayı, oldukça büyük kabuk model uzayı hesaba katılmayan ^{100}Sn ve ^{40}Ca 'ın birbirlerine çok yakın çekirdekler olduklarını ve bu çalışmadaki bozonların tüm fermiyon çiftlerine uygun olduğunu varsaymalıyız. ^{40}Ca ' ı yakın biçimde seçmemizin nedeni $\beta_2 \rightarrow -0.4$ iken $\text{Of}_{7/2}$ 'dan kaynaklanan yörüngeler $1p$ ve $\text{Of}_{5/2}$ ' den kaynaklanan deformen olmuş yörüngeler gülcü çiftlenir. Bu etkiyi hesaba katarak, bu çalışmada biz ^{43}Ca 'ı kapalı çekirdek olarak aldık. Böylece A=80, 90 kütle numarası n=10.5 e uygun alınabilir.

Eğer ^{56}Ni ve ^{100}Sn arasında daha küçük bir kabuk model uzayı alırsak, kabuğun merkezi n+T=10.5 e uygundur. Kr ve Sr izotopları için n+T=10,12 ye uygundur. Böylelikle bu kabullenmelere göre Sr izotopları kabuk merkezinin hemen ötesinde uzanırlar. Burada belirtmeliyiz ki proton-parçacık ve nötron-hole bozonları, izospin üçlüsü oluşturmadıkları için IBM-3'te alınmazlar. Pauli prensibine göre, kabuğun merkezinde ötedeki bozon uzayı Eliot ve arkadaşları tarafından da belirtildiği gibi "etkilenmiş" durumları içermelidir [22 ve 37].

Böylece, daha küçük kabuk uzayı aldığımızda, etkilenmiş durumlara dikkat etmeliyiz. Bu çalışmada, kısmi olarak etkilenmiş durumları kaldırmadık çünkü yukarıda belirlediğimiz gibi

Of_{7/2} yörüngesi aşırı deforme olmuş çekirdek için çok veya az doludur ve bunun sebebi kısmi olarak Sr izotoplarının kabuk merkezlerinden uzak olmamaları ve Pauli prensibinin daha az önemine sahip olmasıdır.

Tek d-bozon enerjisinin kuadrupol kuvvetlerinin T teriminin ve Majorana etkileşimlerinin kombinasyonu olan aşağıdaki Hamiltoniyeni kullandık.

$$H = \varepsilon_d n_d - \sum_{t=0,1,2} k(t) Q(t) \cdot Q(t) + \alpha T(T+1) + \xi_2 [s^+ d^+]^{(t=1)} \cdot \left[\tilde{d} \tilde{s} \right]^{(t=1)} + \frac{1}{2} \sum_{l=1,3} \xi_l [d^+ d^+]^{(l,t=1)} \cdot \left[\tilde{d} \tilde{d} \right]^{(l,t=1)} \quad (5.1)$$

Burada son üç terim IBM-2' de kullanılan Majorana etkileşiminin uzanımıdır. Majorana etkileşimleri karışık simetri durumlarının enerjileri üzerine getirmede önemlidir. (5.1) denkleminde, T izospinini belirtir, (.) sembolünün manası açısal momentum ve izospinle alakalı skaler ürünleri ifade eder ve Q(t), O(6) tipi kuadrupol operatörüdür.

$$Q(t) = \left[s^+ \tilde{d} + d^+ \tilde{s} \right]^{(l=2,t)} \quad (5.2)$$

Burada t operatörün izospinidir ve değeri t=0,1,2 dir. O(6)' yı oluşturanlar l=1,3 durumunda

$$Q(t=0) \text{ ve } \left[d^+ \tilde{d} \right]^{(l=2,t)} \text{ dir.}$$

A=70~80 durumlarında Sr ve Kr izotoplarının deneysel çizgilerinin temel özelliği $E_{4_1^+}^* \sim E_{2_2^+}^*$ dir. $E_{4_1^+}^* = E_{2_2^+}^*$ eşitliği, d-bozonunun artışında veya O(5) simetrisi korunduğunda oluşur. U(5) ve O(6)' yı kesin simetrliler olarak düşünmemize rağmen, H için O(5)' i kesin simetri olarak alırız. O(5) simetrisi U(5) ve O(6) limitinin genel alt grubudur. O(5) cebirinin

üreteçleri L' nin açısal momentum operatörü olduğu $L = -\sqrt{30} \left[d^+ \tilde{d} \right]^{(l=1,t=0)}$,

$R^{(3)} = \left[d^+ \tilde{d} \right]^{(l=1,t=0)}$ dir. O(5) e göre H' nin değişmezliğinin manası $[R^{(3)}, H]=0$ dir. Çünkü

(5.2) denkleminde Q(t)' de $\left[d^+ \tilde{d} \right]^{(2,t)}$ kaybolur ve her bir t için $[R^{(3)}, (t).Q(t)]=0$ olur. O(5)

değişmezliği $\xi_1 = \xi_3$ ilişkisine denktir. Aşağıda gösterildiği gibi, Q.Q kuvveti Majorana etkileşimini içerir ve basitlik için $\xi_1 = \xi_2 = \xi_3 = 0$ alınır.

(5.1) denklemindeki Hamiltoniyen yalnızca izoskaleri (t=0) değil aynı zamanda (t=1) izovektörünü ve (t=2) izotensörünü de içerir ve büyürken $U_c(3)$ ' ü içermez.

Burada IBM-2' deki gibi benzer parçacıklar arasında kuadrupol kuvvetinin olmadığını kabul ettik. Bu şart

$$2K(0)+3K(1)+K(2)=0$$

durumuna yol açar. Böylece (5.1) denklemindeki Hamiltoniyen şöyle yazılabilir.

$$H = \varepsilon^+ n + \varepsilon_d^+ n_d - x \left\{ [s^+ d^+]^{(t=0)} \left[\tilde{d} \tilde{s} \right]^{(t=0)} + \frac{\sqrt{5}}{2} ([s^+ s^+]^{(t=0)}) \left[\tilde{d} \tilde{d} \right]^{(t=0)} + \text{diğer terimler} \right. \\ \left. + \xi_2^+ [s^+ d^+]^{(t=1)} \left[\tilde{d} \tilde{s} \right]^{(t=1)} + \alpha T(T+1) \right. \quad (5.4)$$

Burada ilk terim sabittir ve önemli değildir, ε_d^+ , x ve ξ_2^+

$$\varepsilon_d^+ = \varepsilon_d + \frac{4}{3} \{K(0) + 3K(1) + 5K(2)\} \quad (5.5)$$

$$x = \frac{2}{3} \{K(0) - 3K(1) + 5K(2)\} \quad (5.6)$$

ve

$$\xi_2^+ = \frac{1}{2} \{2K(0) - 3K(1) - 5K(2)\} \quad (5.7)$$

ile verilen parametrelerdir. ξ_2^l terimi (5.1) teriminde verilen L=2 için Majorana etkileşmesidir ve düşük $U_c(3)$ gösterimleri olması beklenen $[f]=[n,0,0]$ ve $[n-1,1,0]$ durumları arasındaki enerji ayrılmasını verir.

(5.4) denklemindeki H için $\mathcal{E}_d^l, x, \xi_2^l$ ve α şeklinde dört parametremiz varır: A=70 için tanımlanan $\mathcal{E}_d^l, x, \xi_2^l$ değerleri aşağıdaki gibidir. \mathcal{E}_d yi (5.4) denkleminde buna eş olan \mathcal{E}_d nü A ile lineer olarak değiştirebiliriz.

\mathcal{E}_d (A=74), x, ξ_2^l ve α parametrelerini, ^{36}Kr için $E_{j=2^+}^*$, T=1, $E_{j=0^+, T=2}^*$ ayarlamasıyla ^{38}Sr için $E_{j=2^+}^*$, $E_{j=4_1^+}^*$ taban durumu bandının uyarılma enerjileri için tanımlarız. ^{38}Sr için $E_{j=2^+}^*$ ve $E_{j=4_1^+}^*$ in deneysel verileri 0.386 ve 0.981 MeV dir. ^{36}Kr in $E_{j=2^+, T=1}^*$, $E_{j=0^+, T=2}^*$ durumunda olduğu gibi $T = |N - Z|/2$ taban durumu izospinden farklı olan T izospin seviyelerinin uyarılma enerjilerindeki A~70 bölgesinde deneysel veriye sahip olmadığından, uygun değerleri daha hafif olan demir çekirdeğine $E_{j=2^+, T=1}^* = 6\text{MeV}$ ve $E_{j=0^+, T=2}^* = 8.5\text{MeV}$ benzer biçimde aldık. Durumunun (j=0⁺, T=1) baskın bileşeni [f]=[n,0,0] tam simetrik durumuna aittir ve α terimi $E_{j=2^+, T=1}^*$ i etkiler. Bu uyarılma enerjileri ayarlanarak \mathcal{E}_d (A=74)=0.140, K(0)=0.305, K(1)=-0.212, K(2)=0.015 ve $\alpha = 1.261$ MeV olarak elde ederiz.

Belirtildiği üzere, \mathcal{E}_d yi A yardımıyla lineer olarak değiştiriyoruz. T=n çekirdeği için iki cisim etkileşiminin olmadığını varsaydık. Böylece ^{38}Sr (T=n=6) için $E_{2_1^+}^* = \mathcal{E}_d(A=78) + \frac{4}{3}(K(0) + 3K(1) + 5K(2))$ olur. $\mathcal{E}_d(A=78)=2.220$ MeV değerini ^{38}Sr in $E_{2_1^+}^*=1.836$ MeV değerinde aldık. Böylece \mathcal{E}_d nin kütleyle bağılılığı $\mathcal{E}_d(A)=0.117+0.212(A-78)$ MeV dir.

^{36}Kr ve ^{38}Sr izotoplarının hesaplanan taban durumu enerjileri deneysel değerlerle birlikte Çizelge 5.1-5.10 da verilmiştir. Deneysel değerler [38] ten alınmıştır. Belirtildiği üzere, Hamiltoniyenin O(5) değişmezliğinden dolayı, kolektif kuadropol durumlarından çok $g_{9/2}$ nin iki kuarzi parçacık durumundan kaynaklanması beklenebilir. Küresel biçim için, Z=40 çekirdeği proton kabuğu kapalı çekirdek gibi davranır çünkü kimyasal potansiyelden dolayı kuadropol etkisiyle birbiriyle çiftlenmeyen pf-kabukları arasında yer alır. Parçacıklar $\hat{g}_{9/2}$ den pf-kabuk orbitallerine taşınmasıyla taban durumları çok büyük oranda deforme olabilir. IBM-3 bu tip deforme olmuş çekirdekler için çok uygundur.

Çizelge 5.1 ^{74}Kr İzotopu İçin Enerji Seviyeleri.

İzotop	Spin Parite I^π	Enerji Seviyeleri (MeV)	
		Deney	Bu Çalışma
$^{74}_{36}\text{Kr}_{38}$	0^+	0	0
	2^+	0.456	0.467
	4^+	1.014	1.038
	6^+	1.783	1.801
	8^+	2.751	2.766
	10^+	3.896	3.914
γ Bandı	2^+	1.179	1.168
	3^+	1.679	1.647
	4^+	1.977	1.902
	5^+	---	2.433
	6^+	---	2.719
	7^+	---	3.159

Çizelge 5.2 ^{76}Kr İzotopu İçin Enerji Seviyeleri.

İzotop	Spin Parite I^π	Enerji Seviyeleri (MeV)	
		Deney	Bu Çalışma
$^{76}_{36}\text{Kr}_{40}$	0^+	0	0
	2^+	0.424	0.456
	4^+	1.035	1.067
	6^+	1.859	1.879
	8^+	2.880	2.907
	10^+	4.068	4.093
β Bandı	0^+	0.770	0.745
	2^+	1.687	1.603
	4^+	---	2.004
	6^+	---	2.578
	8^+	---	3.079
	10^+	---	3.813
γ Bandı	2^+	1.221	1.174
	3^+	1.733	1.699
	4^+	1.957	1.907
	5^+	2.452	2.427
	6^+	2.763	2.711
	7^+	3.332	3.306

Çizelge 5.3 ^{78}Kr İzotopu İçin Enerji Seviyeleri.

İzotop	Spin Parite I^π	Enerji Seviyeleri (MeV)	
		Deney	Bu Çalışma
$^{78}_{36}\text{Kr}_{42}$	0^+	0	0
	2^+	0.454	0.475
	4^+	1.119	1.137
	6^+	1.977	2.010
	8^+	2.993	3.112
	10^+	4.105	4.117
β Bandı	0^+	1.017	1.002
	2^+	1.755	1.714
	4^+	---	2.135
	6^+	---	2.594
	8^+	---	3.023
	10^+	---	3.588
γ Bandı	2^+	1.147	1.112
	3^+	1.564	1.522
	4^+	1.872	1.863
	5^+	2.295	2.236
	6^+	2.731	2.214
	7^+	3.202	3.187

Çizelge 5.4 ^{80}Kr İzotopu İçin Enerji Seviyeleri.

İzotop	Spin Parite I^π	Enerji Seviyeleri (MeV)	
		Deney	Bu Çalışma
$^{80}_{36}\text{Kr}_{44}$	0^+	0	0
	2^+	0.616	0.652
	4^+	1.436	1.477
	6^+	2.391	2.413
	8^+	3.409	3.449
	10^+	4.377	4.387
β Bandı	0^+	1.320	1.314
	2^+	---	1.834
	4^+	---	2.185
	6^+	---	2.619
	8^+	---	3.056
	10^+	---	3.567
γ Bandı	2^+	1.256	1.231
	3^+	1.787	1.732
	4^+	2.145	2.106
	5^+	2.659	2.617
	6^+	3.109	3.077
	7^+	3.635	3.601

Çizelge 5.5 ^{82}Kr İzotopu İçin Enerji Seviyeleri.

İzotop	Spin Parite I^π	Enerji Seviyeleri (MeV)	
		Deney	Bu Çalışma
$^{82}_{36}\text{Kr}_{46}$	0^+	0	0
	2^+	0.776	0.796
	4^+	1.820	1.834
	6^+	2.919	2.937
	8^+	3.461	3.478
	10^+	4.609	4.634
β Bandı	0^+	1.487	1.445
	2^+	1.956	1.923
	4^+	---	2.477
	6^+	---	2.931
	8^+	---	3.462
	10^+	---	3.898
β_2 Bandı	0^+	2.171	2.164
	2^+	2.655	2.638
	4^+	---	3.055
γ Bandı	2^+	1.474	1.442
	3^+	2.093	2.270
	4^+	2.426	2.385
	5^+	3.186	3.147
	6^+	---	3.658
	7^+	---	4.003

Çizelge 5.6 ^{78}Sr İzotopu İçin Enerji Seviyeleri.

İzotop	Spin Parite I^π	Enerji Seviyeleri (MeV)	
		Deney	Bu Çalışma
$^{78}_{38}\text{Sr}_{40}$	0^+	0	0
	2^+	0.278	0.292
	4^+	0.781	0.813
	6^+	1.495	1.502
	8^+	2.385	2.414
	10^+	3.439	3.511

Çizelge 5.7 ^{80}Sr İzotopu İçin Enerji Seviyeleri.

İzotop	Spin Parite I^π	Enerji Seviyeleri (MeV)	
		Deney	Bu Çalışma
$^{80}\text{Sr}_{42}$	0 ⁺	0	0
	2 ⁺	0.385	0.388
	4 ⁺	0.980	0.983
	6 ⁺	1.763	1.807
	8 ⁺	2.700	2.714
	10 ⁺	3.765	3.802
β Bandı	0 ⁺	1.000	0.983
	2 ⁺	---	1.544
	4 ⁺	---	1.896
	6 ⁺	---	2.285
	8 ⁺	---	2.998
	10 ⁺	---	3.124
γ Bandı	2 ⁺	1.140	1.137
	3 ⁺	1.571	1.562
	4 ⁺	1.832	1.811
	5 ⁺	---	2.033
	6 ⁺	---	2.240
	7 ⁺	---	2.396

Çizelge 5.8 ^{82}Sr İzotopu İçin Enerji Seviyeleri.

İzotop	Spin Parite I^π	Enerji Seviyeleri (MeV)	
		Deney	Bu Çalışma
$^{82}\text{Sr}_{44}$	0 ⁺	0	0
	2 ⁺	0.573	0.582
	4 ⁺	1.328	1.353
	6 ⁺	2.229	2.247
	8 ⁺	3.242	3.433
	10 ⁺	4.350	4.395
β Bandı	0 ⁺	1.310	1.288
	2 ⁺	1.865	1.804
	4 ⁺	---	2.217
	6 ⁺	---	2.701
	8 ⁺	---	3.192
	10 ⁺	---	4.336
γ Bandı	2 ⁺	1.175	1.018
	3 ⁺	1.686	1.622
	4 ⁺	1.995	1.857
	5 ⁺	2.526	2.473
	6 ⁺	2.836	2.765
	7 ⁺	3.477	3.402

Çizelge 5.9 ^{84}Sr İzotopu İçin Enerji Seviyeleri.

İzotop	Spin Parite I^π	Enerji Seviyeleri (MeV)	
		Deney	Bu Çalışma
$^{84}\text{Sr}_{46}$	0^+	0	0
	2^+	0.793	0.812
	4^+	1.767	1.783
	6^+	2.807	2.825
	8^+	3.680	3.699
	10^+	4.534	4.547
β Bandı	0^+	1.503	1.466
	2^+	2.390	2.348
	4^+	3.045	3.024
	6^+	---	3.672
	8^+	---	4.085
	10^+	---	4.322
β_2 Bandı	0^+	2.075	2.026
	2^+	2.880	2.813
	4^+	---	3.584
γ Bandı	2^+	1.453	1.434
	3^+	2.056	2.015
	4^+	2.298	2.243
	5^+	2.735	2.688
	6^+	---	3.054

Çizelge 5.10 ^{86}Sr İzotopu İçin Enerji Seviyeleri.

İzotop	Spin Parite I^π	Enerji Seviyeleri (MeV)	
		Deney	Bu Çalışma
$^{86}\text{Sr}_{48}$	0^+	0	0
	2^+	1.076	1.102
	4^+	2.229	2.297
	6^+	2.856	2.905
	8^+	2.955	3.002
	10^+	4.064	4.076
β Bandı	0^+	2.102	2.054
	2^+	2.642	2.575
	4^+	3.362	3.208
	6^+	---	3.456
	8^+	---	3.854
	10^+	---	4.282
γ Bandı	2^+	1.854	1.789
	3^+	---	2.216
	4^+	---	2.685
	5^+	---	3.011

^{36}Kr ve ^{38}Sr izotoplarının hesaplanan indirgenmiş kutupsal karışım oranları deneysel değerlerle birlikte Çizelge 5.11-5.14 de verilmiştir. Hesaplanan değerlerle deneysel değerlerin uyum içinde olduğu görülmektedir.

Çizelge 5.11 ^{80}Kr İzotopu İçin $|\delta(E2/M1)|$ Karışım Oranları.

Başlangıç Seviyesi (keV)	Geçiş Enerjisi (keV)	İlk Spin Parite I_i^π	Son Spin Parite I_f^π	$ \delta(E2/M1) $ Deneysel	$ \delta(E2/M1) $ Bu Çalışma IBM-3
1256	639	2_1^+	2_1^+	6	6.12
1787	351	3_1^+	4_1^+	>6	7.59
1787	531	3_1^+	2_2^+	3	3.21
1787	1171	3_1^+	2_1^+	1.3	1.24
2145	709	4_1^+	4_1^+	2.0	2.21
2659	1223	5_1^+	4_1^+	0.8	1.01

Çizelge 5.12 ^{84}Kr İzotopu İçin $|\delta(E2/M1)|$ Karışım Oranları.

Başlangıç Seviyesi (keV)	Geçiş Enerjisi (keV)	İlk Spin Parite I_i^π	Son Spin Parite I_f^π	$ \delta(E2/M1) $ Deneysel	$ \delta(E2/M1) $ Bu Çalışma IBM-3
1897	1016	2_2^+	2_1^+	0.80	0.85
2094	1213	4_1^+	2_1^+	0.008	0.01
2345	1463	4_2^+	2_1^+	0.007	0.01
2623	1741	2_3^+	2_1^+	1.10	1.23
2759	1877	2_4^+	2_1^+	0.10	0.13
3082	736	3_3^+	4_2^+	0.09	0.12
3082	987	3_3^+	4_1^+	0.09	0.12
3219	1124	4_1^+	4_6^+	1.08	1.17
3219	612	4_3^+	4_2^+	0.41	0.56

Çizelge 5.13 ^{82}Sr İzotopu İçin $|\delta(E2/M1)|$ Karışım Oranları.

Başlangıç Seviyesi (keV)	Geçiş Enerjisi (keV)	İlk Spin Parite I_i^π	Son Spin Parite I_f^π	$ \delta(E2/M1) $ Deneysel	$ \delta(E2/M1) $ Bu Çalışma IBM-3
1175	602	2_2^+	2_1^+	1.2	1.28
1996	667	4_2^+	4_1^+	0.3	0.39
2836	606	6_2^+	6_1^+	0.2	0.23

Çizelge 5.14 ^{84}Sr İzotopu İçin $|\delta(E2/M1)|$ Karışım Oranları.

Başlangıç Seviyesi (keV)	Geçiş Enerjisi (keV)	İlk Spin Parite I_i^π	Son Spin Parite I_f^π	$ \delta(E2/M1) $ Deneysel	$ \delta(E2/M1) $ Bu Çalışma IBM-3
1454	660	2_2^+	2_1^+	0.59	0.67
2056	602	3_1^+	2_2^+	0.24	0.28

Çizelge 5.15-5.19 de ^{36}Kr ve ^{38}Sr izotoplarının taban bandı B(E2) geçiş olasılıklarını $B(E2: J_1^+ \rightarrow (J-2)_1^+)$ gösterdik ve deneysel sonuçları yapılan hesaplamalar ile birlikte karşılaştırdık. E2 operatörünü izoskaler kuadropol operatör olarak aldık. $T(E2):T(E2)=e_d(Q_v+Q_\pi+Q_{v\pi})=-e_b\sqrt{3}Q$ ($t=0$), burada $e_d=0.084$ değeri ^{78}Sr nin $B(E2: J_1^+ \rightarrow (J-2)_1^+)$ değerleri ile tanımlanır. Tablolardan deneysel verilerin hesaplamalarla uyum içinde olduğu görülebilir. O(6) limitindeki B(E2) değerleri söylenir.

$$B(E2: J_1^+ \rightarrow (J-2)_1^+) = e_b^2 \frac{J(2n-j+2)(2n+j+6)}{8(J+3)}$$

Çizelge 5.15 ^{80}Kr İzotopunun Taban Bandı B(E2) Geçiş Olasılıkları.

I_i^π	I_f^π	B(E2) e^2b^2	B(E2) e^2b^2 Bu Çalışma
2^+	0^+	0.0684	0.068
2_2^+	0^+	0.0006	0
4^+	2^+	0.0861	0.089
4_2^+	2_2^+	0.0978	0.103
6^+	4^+	0.1213	0.124
6_2^+	4_2^+	0.0645	0.067
8^+	6^+	0.1761	0.181
8_2^+	6^+	---	0.074
8_3^+	6_2^+	---	0.087
10^+	8^+	0.0919	0.093
10_2^+	8^+	0.0195	0.020
10_2^+	8_2^+	≤ 0.0391	0.028

Çizelge 5.16 ^{84}Kr İzotopunun Taban Bandı B(E2) Geçiş Olasılıkları.

I_i^π	I_f^π	B(E2) e^2b^2	B(E2) e^2b^2 Bu Çalışma
2^+	0^+	0.0219	0.022
2_2^+	0^+	0.0046	0.006
4^+	2^+	0.0430	0.048
4_2^+	2_2^+	0.0031	0.005
4_2^+	2^+	0.003	0
6^+	4^+	0.0135	0.016
8^+	6^+	0.0044	0.006
10^+	8^+	0.0156	0.018

Çizelge 5.17 ⁸⁰Sr İzotopunun Taban Bandı B(E2) Geçiş Olasılıkları.

I_i^π	I_f^π	B(E2) e ² b ²	B(E2) e ² b ² Bu Çalışma
2 ⁺	0 ⁺	0.1800	0.180
4 ⁺	2 ⁺	0.2504	0.273
6 ⁺	4 ⁺	0.2250	0.261
8 ⁺	6 ⁺	0.1604	0.169
10 ⁺	8 ⁺	0.1643	0.172

Çizelge 5.18 ⁸²Sr İzotopunun Taban Bandı B(E2) Geçiş Olasılıkları.

I_i^π	I_f^π	B(E2) e ² b ²	B(E2) e ² b ² Bu Çalışma
2 ⁺	0 ⁺	0.0939	0.094
2 ₂ ⁺	0 ⁺	0.0003	0
4 ⁺	2 ⁺	0.2133	0.245
4 ₂ ⁺	2 ₂ ⁺	0.0665	0.070
6 ⁺	4 ⁺	0.2348	0.241
6 ₂ ⁺	4 ₂ ⁺	0.1369	0.146
8 ₂ ⁺	6 ₂ ⁺	0.1956	0.202
10 ₂ ⁺	8 ₂ ⁺	0.1526	0.186

Çizelge 5.19 ⁸⁴Sr İzotopunun Taban Bandı B(E2) Geçiş Olasılıkları.

I_i^π	I_f^π	B(E2) e ² b ²	B(E2) e ² b ² Bu Çalışma
2 ⁺	0 ⁺	0.0508	0.051
2 ₂ ⁺	0 ⁺	---	0.033
4 ⁺	2 ⁺	0.0332	0.037
4 ₂ ⁺	2 ₂ ⁺	---	0.024
6 ⁺	4 ⁺	0.0391	0.042
6 ₂ ⁺	4 ₂ ⁺	---	0.044
8 ⁺	6 ⁺	0.0082	0.011
8 ₂ ⁺	6 ₂ ⁺	0.0068	0.076
10 ₂ ⁺	8 ⁺	0.0133	0.161
10 ₂ ⁺	8 ₂ ⁺	0.0665	0.069

6. TARTIŞMA VE SONUÇLAR

Sonuç olarak izospin etkileşimli Bozon Modeli, $A < 70$ gibi hafif çekirdekler için değil aynı zamanda daha güçlü kuadrupol kolektivitesi ortaya koyan $A \sim 80$ civarındaki daha ağır bozunmuş çekirdekler içinde uygulanabilir.

Taban ve γ bandı enerjileri bu çalışmadaki sonuçlara çok iyi uyum içerisinde olduğu halde, O_2^+ durumu bu çalışmada tahminlerle karşılaştırıldığında daha düşük uyarılma enerjilerinde gözlemlendi. Hesaplamalar benzer d-bozon büyüklüklerinden ($T=3$) dolayı $J = O_2^+, 6_1^+$ seviyelerinin dejenereliğinden kaynaklanan $E_{0_2^+}^+ = E_{6_1^+}^+$ ilişkisini gösterirken, ^{36}Kr ve ^{38}Sr ' in deneysel verileri $E_{0_2^+}^+ \approx E_{4_1^+}^+$ olduğunu göstermektedir. Yakın zamanda, Ginocchio (22) IBM-3' te yeni bir dinamik simetri buldu. $U(18) \supset O(18) \supset O(15) \times SU_s(2)$ ve $A \sim 60$ çekirdeklerinde $E_{2_2^+}^+ \approx E_{4_1^+}^+$ düşük uyarılma enerjisinde O_2^+ durumunun bulunma ihtimalini çıkarmaya karar verdi. Yeni dinamik simetri şartlarına göre $A \sim 70$ civarındaki ölçümler oldukça ilginç olabilir.

Hesaplanmış $B(E2)$ değerlerinin farklı kaynaklardan alınmış deneysel değerlerle uyumu çok iyi olmakla birlikte aynı zamanda tatmin edicidir. Hesaplanan $B(E2)$ değerleri genellikle deneysel $B(E2)$ değerlerinden büyük olduğu görülmektedir. Bunun etkin yükün seçiminden kaynaklandığı tahmin edilmektedir. Çünkü $B(E2)$ değerleri etkin yüklerin alanıyla orantılıdır.

Bu çalışmada hesaplanan değerler, deneysel değerlerle uyum içerisinde olduğu görülmüştür. Ancak verilerin daha iyi değerlendirilebilmesi için daha duyarlı ölçümlere ve daha çok deneysel çalışmaya ihtiyaç vardır.

Ölçümlerin duyarlılığı ile ilgili olarak başka bir önemli konu da bazı çekirdeklerin beta ve gama bandlarının bozunma yarı-ömürlerinin birkaç dakika gibi kısa oluşudur. Bu durum özel veri toplama ve deneysel standın kurulmasını gerektirir. Ek durumlar Coulomb uyarmalarının ardından oluşan açısız dağılımlar veya bazı nükleer tepkimelerle nötron yakalanmasının ardından gama ışınlarının açısız korelasyonlarının takip edilmesi ile bulunabilir. Burada yapılabilecek en önemli düzeltme, bozunumun incelenmesi sırasında geçen zaman üzerinde hesaplamalarda integral metodu ile yapılabilecek bir düzeltmedir. Bazı araştırmacılar

bunu yapmamakta ve deney hatalarının artmasına sebep olmaktadır. Elektronik sistemin ayarı ile buna benzer bir düzeltme yapılabilir.

Nükleer Fizik açısından önemli konulardan biri de nükleer yapının açık ve net bir şekilde anlaşılmasıdır. Bu ise ancak nükleonların çekirdek içerisinde oluşturdukları sistemin etkileşiminin tam olarak açıklanması ve eksiksiz gösterimi ile mümkündür. Henüz bu problem orta ağırlıktaki çekirdekler için çözülmemiştir. Daha basit bir çözüme ve modele gereksinim vardır. Bu model bilinen önemli fiziksel karakteristikleri açıklayabilmeli ve çekirdeklerin çeşitli gözlenebilir özelliklerini öngörebilmelidir. Bunlara ek olarak içerdiği parametreler, çekirdeğin esas biçimini ve iç özelliklerini açık bir fikir verecek şekilde seçilmelidir. Bir modelin kabul edilebilirliği, gerçeği ne kadar yansıttığına bağlıdır. Bunun anlaşılmasının en iyi yolu, o modelin sonuçları ve gösterimlerinin deneysel verilerle karşılaştırılmasıdır. Bazı olumsuzluklara rağmen genelde tatmin edici, uyumlu, isabetli sonuçlar elde edilmiştir. Uygulanan yöntem başarılı bir şekilde incelenen çekirdeklere uygulanmıştır.

KAYNAKLAR DİZİNİ

- [1] Atam, P. A., 1970, Fundamentals of Nuclear Physics C, Copright 1966 by Allyn and Bacon Inc 470, Atlantic Avena Boston, 1- 470.
- [2] Eisenberg, J.M., and Greiner, 1970, Nuclear Theory, Vol 1, North-Holland, Amsterdam.
- [3] Malmier, P., and Shellton, E., 1970, Physics of Nuclei, Academic Press Inc, New York, 1- 270.
- [4] Arima, A., and Iachello, F., 1975, Phys. Rev. Lett. 35, 1069.
- [5] Iachello, F., 1979, Group Theory and Nuclear Spectroscopy, Lecture Notes In Physics, Michigan, Chap. 5, 140.
- [6] Elliot, J. P., 1958 a, Proc. R. Soc. London, Ser. A 245, 128.
- [7] Elliot, J. P., 1958 b, Proc. R. Soc. London, Ser. A 245, 562.
- [8] Arima, A., and Iachello, F., 1976, Ann. Phys. (N.Y.) 99, 253.
- [9] Lipas, P.O., 1984, International Review of Nuclear Physics, V.2., World Scientific, Singapore, 175.
- [10] Scholten, O., Ronningen, R.M., Ahmed, A.Y., Bomar, G.O., Crowell, H.L., Hamilton, J.H., Kawakami, H., Maguire, C.F., Nettles, W.G. , Piercey, R.B., Ramaya, A.V., Soundranayagam, R., and Stelson, P.H., 1986, Phys. Rev. C 34, 1962.
- [11] Talmi, I., 1983, Progress in Particle and Nuclear Physics, V.9., Pergamon, Oxford, 27.
- [12] De Shalit, A., and Feshbach, H., 1974, Theoretical Nuclear Physics, Wiley, New York.
- [13] Bohr, A., and Mottelson, B.R., 1953, K. Dan. Vidensk. Selsk. Mat. Fys. Medd. 27, No:16.
- [14] Scharf-Goldhaber., G., and Weneser, C., 1958, Phys. Rev. 98, 212.
- [15] Wilets, L., and Jean, M., 1956, Phys. Rev. C 102, 788.
- [16] Arima, A. et al., 1977, Phys. Rev. 98, 212.
- [17] Otsuka, T. et al., 1978, Ann. Phys.(N.Y.) 115, 325.
- [18] van Isacker, P. et al., 1985, Phys. Rev. Lett. 54, 653.
- [19] Arima, A., and Iachello, F., 1978 a, Ann. Phys. (N.Y.) 111, 201.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

- [20] Raman, S., 1987, At. Data Nucl. Data Tables 36 1., 2.
- [21] Sambarato, M., 1982, Nucl. Phys. A 380, 365
- [22] Elliot, J. P., and Evans, J.A., 1987 Phys. Lett. B Vol. 195 Num. 1, 1.
- [23] van Isacker, P., and Lipas, P., 1985, Phys. Rev. C 31, 1546.
- [24] Arima, A., and Iachello, F., 1979, Ann. Phys. (N.Y.) 123, 468.
- [25] Kortelahti, M.O., Kern, B.D., Brage, R.A., Fink, R.W., Girit, I.C., Mlekodej, R.L.,
1990, American Physical Society, CR 4132, 42.
- [26] Nwachuku, C.O., and Rashid, M.A., 1977, J. Math. Phys. 18, 1387.
- [27] Popov, V.S., and Perelemov, A.M., 1967, Sov. J. Nucl. Phys. 5, 489.
- [28] Arima, A., and Iachello F., 1977, Interacting Boson Model, Plenum Press, Vol. 13,
Chap. 2, 139.
- [29] Iachello, F., and Scholten, O., 1979, Phys. Rev. Lett. 43, 679.
- [30] Kirwan, A.J., Bishop, P.J., Love, D.J.G., Nolan, P.J., Thornley, D.J., Dewald, A.,
Gelberg, A., Schiffer K., and Zell, K.O., 1989, J. Phys. G 15, 85.
- [31] Iachello, F., and Arima, A., 1987, Interacting Boson Model, Cambridge Univ. Press,
Cambridge, England.
- [32] Casten R.F., and Brentano P. V., 1985, Phys. Lett., 152, 22.
- [33] Talmi, I., 1993, Simple Models of Complex Nuclei, Harwood Academic Publishers,
Switzerland.
- [34] Dieperink, A.E.D., and Bijker, R., 1982, Phys. Lett. B 116, 77.
- [35] van Isacker, P. et. al., 1984, Ann. Phys. (N.Y.) 157, 183.
- [36] Kern, B.D., Mlekodej R.L., Kortelahti, M., Braga, R.A., and Fink, R.W, 1988, Z. Phys.
A 330, 231.
- [37] Elliot, J. P., and Evans, J.A., Lac, V.S., and Long, G.L., 1996, Nucl. Phys. A 609, 1.
- [38] Sakai, M., 1984, Atomic Data and Nucl. Data Tables 31, 399.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

- [39] Abdelazz, M., Elliott, J.P., Thompson, M.J., and Evans, J.A., 1989, Nucl. Phys. A 503, 452
- [40] Arima, A., and Iachello F., edited by Negela J.W. ve Vogt E., 1984, in Advances in Nuclear Physics, Plenum, New York, Vol. 13, p. 139.
- [41] Billowes, J., Lieb, K.P., Noé, J.W., Piel, W.F., Jr., Rolston, S.L., Sprouse, G.D., Kistner O.C., and Christancho, F., 1987, Phys. Rev. C 36, 974. [42]
- [42] Bohle, D., Küchler, G., Richter, A., and Steffen, W., 1984, Phys. Lett. Vol. 148 B, 260.
- [43] Burrows T.W., 1987, Nucl. Data Sheets 52, 273.
- [44] Casten, R.F., et. al., 1993, Algebraic Approaches to Nuclear Structure, Harwood Academic Publihers, USA.
- [45] Charvet, A., Ollivier, T., Béraud, R., Duffait, R., Emsallem, A., Idrissi, N., Genevey, J., and Gizon A., 1985, Z. Phys. A 321 ,697.
- [46] Deslauriers, J., Gujrathi, S.C., and Mark S.K., 1981, Z. Phys. A 303, 151.
- [47] Elliot, J. P., and White, A.P., 1980, Phys. Lett. Vol. 97 B Num. 2, 169.
- [48] Ginocchio, J.N., and Leviat, A., 1994, Phys. Rev. Lett. Vol. 73 Num. 14, 1903.
- [49] Ginocchio, J.N., 1996, Phys. Rev. Lett. Vol. 77 Num. 1, 28.
- [50] Hamilton, W.D., Irbach, A., and Elliot, J.P., 1984, Phys. Rev. Lett. 53, 2469.
- [51] Halse, P., Isacker, P. Van, barrett, B.R., 1995, Phys. Lett. B 363, 145.
- [52] Halse, P., Elliott, J.P, and Evans, J.A., 1984, Nucl. Phys. A 417, 301.
- [53] Heese, J., Lieb, K.P., Ulbing, S., and Wörmann, B., 1990, Phys. Rev. C Vol. 41 Num. 2, 603.
- [54] Iachello, F., and Arima, A., 1974, Phys. Rev. Lett. B 53, 309.
- [55] Isacker, P. Van, Heyke, K., Jolie, J., and Sevrin, A., 1986, Annals Of Phys. 171, 253.
- [56] King, M.M, and Chou, W.T., 1995, Nucl. Data Sheets 76, 285.
- [57] Löbner, K.E.G., Vetter M., and Hönig V., 1970, Nucl. Data Tables A 7, 495.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

- [58] Makishima, A., Adachi, M., Taketani, H., and Ishii, M., 1986, Phys. Rev. C 34, 576.
- [59] Moscrop, R., Campbell, M., Gelletly, W., Goetting, L., Lister, C.J., Varley, B.J., and Price, H.G., 1988, Nucl. Phys. A481, 559, Proceedings of the International Physics Conference, Harrogate, U.K., 1986, IOP, Bristol, Vol. 1, p. 160.
- [60] Müller-Veggian, M., Béuscher, H., Haenni, D.R., Lieder, R.M., and Neskakis, A., 1984, Nucl. Phys. A 417, 189.
- [61] Müller, H.W., 1989, Nucl. Data Sheets 56, 551.
- [62] Otsuka, T., Yoshida, N., 1985, Japan Atomic Energy Research Institute, Tokai, Ibaraki, Japan, Report No. JAERI-M-85-094.
- [63] Otsuka, T., Ginocchio J.N., 1985, Phys. Rev. Lett. 54, 777.
- [64] Otsuka, T., and Arima, A., 1978, Phys. Lett. Vol. 76B Num. 2, 139.
- [65] Puddu, G., Scholten, O., and Otsuka, T., 1980, Nucl. Phys. A 348, 109.
- [66] Raman, S., Malarkey, C.H., Milner, W.T., Nestor, C.W., Jr., and Stelson, P.H., 1987, At. Data Nucl. Data Tables 36, 1.
- [67] Redon, N., Ollivier, T., Béraud, R., Charvet, A., Duffait, R., Emsallem, A., Honkanen, J., Meyer, M., Genevey, J., Gizon, A., and Idrissi, N., 1986, Z. Phys. A 325, 127.
- [68] Sambarato, M., and Dieperink, A.E.L., 1981, Phys. Lett. 107 B, 249.
- [69] Scholten, O., 1980, Ph. D Thesis, Kernfysisch Versneller Instituut, Groningen.
- [70] Soramel, F., Lunardi, S., Beghini, S., Morando, M., Signorini, G., Meczynski, W., Fortuna, G., Montagnoli, G., and Stefanini, A.M., 1988, Phys. Rev. C 38, 537.
- [71] Singh, B., 1992, Nucl. Data Sheets 66, 625.
- [72] Vierinen, K. S., Nitschke, J.M., Wilmart, P.A., Frestone, R.B., and Gilat, J., 1989, Nucl. Phys. A 499, 1
- [73] Wadsworth, R., O'Donnell, M., Watson, D.L., Nolan, P.J., Bishop, P.J., Thornley, D.J., Kirwan, A., and Love, D.J.G., 1987, J. Phys. G 13, 205.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

[74] Warner, D.D, 1981, Phys. Rev. Lett. 47, 1819.

[75] Wood, L., and Morrison, I., 1985, J. Phys. G. 11, L 201.