OYUN TEORİSİ VE EKONOMİK MODELLEME

Mustafa BEKAR

Yüksek Lisans Tezi

Matematik Anabilim Dalı

Haziran – 2008

OYUN TEORİSİ VE EKONOMİK MODELLEME

Mustafa BEKAR

Dumlupınar Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Lisansüstü Yönetmeliği Uyarınca
Matematik Anabilim Dalında
YÜKSEK LİSANS TEZİ
Olarak Hazırlanmıştır.

Danışman : Yrd. Doç. Dr. Tufan Sait KUZPINARI

Haziran – 2008

KABUL VE ONAY SAYFASI

Mustafa BEKAR’ ın YÜKSEK LİSANS tezi olarak hazırladığı Oyun Teorisi ve Ekonomik Modelleme başlıklı bu çalışma, jürimizce lisansüstü yönetmeliğin ilgili maddeleri uyarınca değerlendirilerek kabul edilmiştir.

…./ …. / ….

Üye : Doç.Dr. Elçin YUSUFOĞLU

Üye : Yrd.Doç.Dr. Bünyamin GÜRPINAR

Üye : Yrd.Doç.Dr. Enver Önder USLU

Üye : Yrd.Doç.Dr. Tufan Sait KUZPINARI (Danışman)

Fen Bilimleri Enstitüsün Yönetim Kurulu’ nun …. /…. / …. gün ve ……… sayılı kararıyla onaylanmıştır.

Prof.Dr.M.Sabri ÖZYURT
Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

OYUN TEORİSİ VE EKONOMİK MODELLEME

Mustafa Bekar
Matematik, Yüksek Lisans Tezi, 2008
Tez Danışmanı: Yrd.Doç.Dr.Tufan Sait Kuzpınarı

ÖZET

Küreselleşmenin yoğun şekilde yaşandığı günümüzde, işletmelerin varlığını sürdürebilmeleri veya yeni işletmelerin piyasada tutunabilmeleri için rakipleriyle etkin bir şekilde rekabet edebilmeleri zorunluluk haline gelmiştir. Teknolojinin ve diğer unsurların etkileriyle günümüzde rekabet sadece aynı bölgede bulunan rakiplerle değil, tüm ülkedeki veya dünyadaki rakiplerle yapılmaktadır. Bu nedenle, şirketler karar aşamasında kendi iç dinamikleri kadar kendi kontrolü dışında kalan dinamikleri de inceleyip değerlendirmelidirler. Bu değerlendirme neticesinde şirketler kendileri için optimum kazancı belirleyip, bu kazanca ulaşmak için gerekli hamleleri yapmak durumundadırlar.

Şirketler, rakiplerini inceleyip değerlendirdikten sonra kendileri için optimum kazancı belirlemede gerek göz önünde bulundurulması gereken değişkenlerin çokluğu gerekse de değişkenlerin karmaşıklığı nedeniyle çeşitli bilimsel yaklaşımlardan yararlanma ihtiyacı duymaktadırlar. Bu doğrultuda, uygulanacak olan bilimsel yaklaşımın yeterince güvenilir ve uygulanabilir olması gerekmektedir. Oyun teorisi stratejik düşünce ve karar verme aşamalarında şirketlerin optimum kazancı sağlayabilmeleri için izlemeleri gereken stratejileri araştıran matematiksel temelli bilimsel bir yöntemdir. Matematiksel özellikleri ve özellikle ekonomi alanında ihale düzenlemelerinden rekabet analizlerine, sosyal, siyasi, vb. problemlere uygulanmasından dolayı oyun teorisi oldukça ilgi çeken güvenilir bir disiplindir. Rekabet halindeki grupların rekabetini matematik temelli bir oyun gibi değerlendiren oyun teorisi grupların izlemeleri gereken stratejileri matematiğin güvenilirliği çerçevesinde irdelemektedir. Son yıllarda bu teorinin ekonominin birçok alanında uygulandığı ve uygulama alanlarının gün geçtikçe arttığı görülmektedir. Oyun teorisi ve ekonomi sentezi ekonomi meselelerine bakışı ve bu meseleleri anlama kabiliyetini önemli ölçüde artırmıştır.

Bu çalışma içeriğinde oyun teorisi incelenmiş, karşılıklı çıkar ilişkisi içinde bulunan grupların rekabetlerinin oyun olarak incelenme yöntemleri değerlendirilmiştir.

Anahtar Kelimeler : Dinamik Oyunlar, Ekonomik Modelleme, Nash Dengesi, Oligopol, Oyun Teorisi, Statik Oyunlar

GAME THEORY AND ECONOMIC MODELLING

Mustafa Bekar
Mathematics, M.S.Thesis, 2008
Thesis Supervisor: Asist.Prof.Tufan Sait Kuzpınarı

SUMMARY

Active competing has become indispensable for existing and continuing operations in the market due to the increasing globalization process and its effects. Because of the effects of technology and other factors rivalry is done not only with competitors in the same region but also with competitors all around the country and the whole world. Therefore, during the decision process, companies should consider the dynamics which are out of their control as much as their internal dynamics. As a result of this consideration, companies should define their optimal pay-off and follow the appropriate strategies to get the optimal pay-off.

After companies have investigated their competitors, due to the abundance and complexity of the variables they need scientific approaches to determine their optimal pay-off. Moreover, the scientific approaches should be reliable and applicable. Game theory is a mathematical based strategic process investigation how and in which proportions companies should mix various strategies to get the optimal pay-off from their decision making process. Since it is mathematical based and applied to social, political, economical, etc. problems game theory is an interesting and reliable mathematical discipline. Considering the relations among companies as a mathematical based game and investigating the strategies inside the borders of the reliance of mathematics, game theory is widespread used in economics and led to important new insights being developed. Furthermore game theory and economy synthesis has significantly improved the understanding of economic issues.

In this project Game theory has been analyzed in detail, and how relations of groups in mutual interdependent can be established on the basis of game.

Key Words: Dynamic Games, Economic Modeling, Nash Equilibrium, Oligopoly, Game Theory, Static Games

TEŞEKKÜR

Çalışmalarım süresince değerli yardım ve katkılarıyla beni yönlendiren, kıymetli zamanını bana ayırarak titizlikle tezi inceleyen tez danışmanım, hocam Yrd. Doç. Dr. Tufan Sait KUZPINARI' na, yine değerli fikirlerinden yararlandığım Sayın Ali SAVCI' ya, çalışmayı titizlikle okuyan Sayın Beytullah BEKAR' a teşekkürü bir borç bilirim. Ayrıca manevi destekleriyle beni hiçbir zaman yalnız bırakmayan Dumlupınar Üniversitesi, Matematik Bölümü öğretim elemanlarına ve sonsuz anlayışları ile beni her zaman destekleyen iş arkadaşlarıma ve kıymetli aileme teşekkür ederim.

İÇİNDEKİLER

Sayfa

İÇİNDEKİLER (devam)

Sayfa

ŞEKİLLER DİZİNİ

1. GİRİŞ

Yöneylem araştırması, belirli kısıtlayıcı koşulların olduğu bir durumda, belirli bir amaca yönelik en uygun çözümün bulunması için geliştirilmiş bir yöntemdir. Bir organizasyon içinde operasyonların koordinasyonu ve yürütmesi ile ilgili dünyanın gerçek karmaşık sorunları için fikir üretmede matematiksel modelleme, istatistik ve algoritma gibi bilimsel yöntemleri kullanan disiplinler arası bir bilimdir. Organizasyonun doğası maddi değildir. Soruna bilimsel olarak en uygun çözümü sağlamak için bu bilimi kullandıktan sonraki hedef organizasyonun performansını iyileştirmek ve optimize etmektir. Optimizasyon tekniklerinin bir kısmı sadece tek bir karar vericinin olduğu duruma yöneliktir. Ancak gerçek hayatta karşılaşılan problemlerin çoğu tek bir karar vericiden ziyade birbirleri ile etkileşim içindeki birden fazla karar vericinin aynı anda karar vermesini gerektirir. Dolayısıyla, söz konusu problemleri çözümlerken tek bir karar vericinin bulunduğu problemlere çözüm getiren teknikleri kullanmak her zaman doğru olmayabilir.

Doğada canlılar birbirlerine karşı üstün gelme veya işbirliği içinde hareket etme eğilimi gösterirler. Bu davranış biçimi, kazanma veya kaybetmeyi de beraberinde getirir. Oyun teorisi, birden çok karar vericinin karar sistemi içinde birbirleriyle etkileşimli olarak karar aldıkları durumları inceleyen bir yöntemdir. Bu yöntemde, karar vericiler birbiri ile çelişki içinde olabildikleri gibi kendi menfaatleri doğrultusunda anlaşmalı olarak da karar alabilirler. Sistem analizinin, hızla gelişen yüksek teknolojinin modern toplumda ortaya çıkardığı etkileşimli ve rekabete dayalı karmaşık olayların çözümünde kullanılan bu teorem, özellikle son yıllarda ilgi görmeye başlamıştır. Bu gelişme bilimde bu alanda elde edilen başarıların bir sonucu olarak son 50 yılda sağlanmıştır. Özellikle John Forbes Nash' in 1950' li yıllarda yapmış olduğu çalışmalar bu tekniğin gelişim sürecini hızlandırarak oyun teorisine başka bir yön vermiş ve teorinin daha geniş bir kitle tarafından duyulmasını sağlamıştır.

Karar kuramlarında uygulama, içinde bulunulan koşullar ile ilgili tanımlanan karar sisteminin özelliklerine göre değişiklik gösterir. Oyun teorisi, birden fazla kara vericiye sahip rekabete dayalı problemlerin çözümünde oldukça etkin bir biçimde kullanılmaktadır. Yaşanılan süreç içinde belirli hedeflere yönelik karalar verilirken, diğerlerinin vermiş oldukları veya vermeleri muhtemel kararlar göz önüne alınır. Bu noktadan hareketle geliştirilen bu teorem, belirli bir hedefe yönelik karar verme gücüne sahip birimlerden oluşan sistemleri incelemekte kullanılan matematiksel bir yöntemdir.

Birden fazla karar vericinin karşılıklı çekişmesini konu alan oyun teorisi, bu yönü ile diğer yöntemlere göre daha üstün bir yapıya sahiptir. Bu nedenle, bu teorinin kullanım sınırları yöneylem araştırmasında kullanılan diğer yöntemlere göre daha geniştir. Kullanım özelliklerine göre başta ekonomi ve finans olmak üzere ziraat, tıp, biyoloji, mühendislik, sağlık, eğitim, pazarlama, vb. alanlarda etkin bir şekilde uygulanarak oyun teorisi ile ilgili problemlere ilişkin etkin sonuçların elde edildiği görülmüştür.

Diğer çözüm yöntemleri gibi oyun teorisi de bazı özelliklerine göre çeşitli sınıflara ayrılır. Bunlardan bazıları oyuncu sayılarına, oyunun strateji yapısına, oyuncuların birbirleri ile olan uyum ve etkileşimine; rekabet ortamı tanımına göre, statik oyunlar, dinamik oyunlar, sıfır toplamlı oyunlar, iki kişili oyunlar, vb. dir [1].

Çalışmanın birinci bölümünde yöneylem araştırmasından bahsedilmiş ve oyun teorisinin yöneylem araştırmasından güçlü olmasının nedenlerinden bahsedilmiştir. Ayrıca, oyun teorisi hakkında bilgi verilmiş ve kullanıldığı alanlara değinilmiştir.

İkinci bölümde, oyun teorisi açıklanmaya çalışılmış ve konunun uygulama alanları ile oyun teorisi ve ekonomi sentezinden bahsedilmiştir. Ayrıca konu ile ilgili temel kavramlar verilmiş ve bu kavramların iyi anlaşılabilmesi için üzerinde durulmuştur.

Üçüncü bölümde, statik oyun teorisine değinilerek oyunun sunuluşu ve çözüm tekniklerinden bahsedilmiştir. Bu çözüm teknikleri ve çözüm aşamaları örneklerle anlatılarak anlaşılması kolaylaştırılmıştır.

Dördüncü bölümde, dinamik oyunlar açıklanmaya çalışılmıştır. Dinamik oyun çeşitleri, dinamik oyunların çözüm teknikleri ve dinamik oyunların çözümünde karşılaşılan sorunlar dikkate alınarak bu sorunların üstesinden gelme yöntemleri ele alınmıştır.

Tezin beşinci bölümünde ise, oligopol şirketlerin stratejik ilişkilerini modellemek için oyun teorisinden ne şekilde yararlanılabileceği irdelenmiştir. Cournot, Bertrand ve Stackelberg rekabet modelleri ele alınmış ve örneklerle bu üç klasik model pekiştirilmiştir. Her modelin altında yatan yapılardan bahsedilmiş ve bu yapıların şirketlerin muhtemel hamlelerini etkileyiş biçimi gösterilmiştir.

2. OYUN TEORİSİ NEDİR?

Oyun teorisi, karşılıklı birbirlerine bağlı akılcı bireylerin verdikleri kararlarla ortaya çıkan sosyal sonuçları ele alan matematiksel temelli bir disiplindir. Ayrıca matematiksel özellikleri ve özellikle ekonomi alanında ihale düzenlemelerinden rekabet analizlerine, sosyal, siyasi, vb. problemlere uygulanmasından dolayı oldukça ilgi çeken bir yöntem ve karar kuramı çerçevesinde yeni bir disiplindir [2]. Son yıllarda bu teorinin ekonominin birçok alanında uygulandığı ve uygulama alanlarının gün geçtikçe arttığı görülmektedir. Oyun teorisi ve ekonomi sentezi ekonomi meselelerine bakışı ve bu meseleleri anlama kabiliyetini önemli ölçüde artırmıştır. Oyun teorisinin birçok uygulaması ekonomistlerin mikroekonomi ve makroekonomi problemlerine bakış açısını değiştirmiştir. Bu nedenle, oyun teorisinin uygulandığı ekonomi alanlarına 'yeni' sıfatı eklenmektedir. Ekonomistlerce yaygın şekilde kullanılan 'Yeni Endüstriyel Ekonomi' ve 'Yeni Uluslararası Ekonomi' kavramları oyun teorisinin ekonomideki geleneksel öğretiye uygulanması sonucu gelişmiştir. Ayrıca, 'Yeni Geleneksel Makroekonomi' ve 'Yeni Keynes Makroekonomisi' alanlarında da ortak olarak oyun teorisine dayalı analizler kullanılmaktadır. Sonuç olarak, oyun teorisinin ekonomideki kullanım alanları oldukça yaygındır ve bu yaygınlık geleneksel teoriye yeni anlayışlar getirmektedir.

2.1 Oyun Teorisinin Temel Varsayımları

Yukarıda belirtildiği üzere, oyun teorisi karşılıklı birbirlerine bağlı akılcı bireylerin verdikleri kararlarla ortaya çıkan sosyal sonuçları ele alan matematiksel temelli bir disiplindir. Bu tanımı tamamıyla anlayabilmek için 'bireycilik', 'akılcılık' ve 'karşılıklı birbirlerine bağlı' kavramlarının üzerinde durulması gerekmektedir.

2.1.1 Bireycilik

Oyun teorisi, "kooperatif oyun teorisi" ve "kooperatif olmayan oyun teorisi" olmak üzere iki farklı alana ayrılabilir. Oyun teorisi için yapılan tanım yalnızca "kooperatif olmayan oyun teorisi" için geçerlidir. Kooperatif olmayan oyun teorisinde bireyler veya oyuncular birbirlerini bağlayıcı anlaşmalar yapamazlar. Bu varsayım nedeniyle kooperatif olmayan oyun teorisi doğal olarak bireyseldir. Bunun tam tersine, kooperatif oyun teorisi bireyler arasında birbirlerini bağlayıcı anlaşmaların mümkün olduğu oyunları analiz eder. Dolayısıyla, kooperatif oyun teorisi bir gruptaki bireylerin birbirlerinin akılcı kararları karşısında nasıl hareket edecekleri konusuna odaklanır. Bu farklılık kooperatif olmayan oyun teorisinde bireylerin bir arada çalışmalarını engelleyici unsurların olduğu anlamına gelmez. Ancak, bu farklılık bireylerin kendi çıkarları için işbirliği yapması durumunda geçerlidir. Bu açıdan değerlendirildiğinde bireyler mecbur oldukları için değil kendi seçimlerinden dolayı birlikte çalışırlar.

2.1.2 Akılcılık

Oyun teorisinin ikinci karakteristiği ise bireylerin akılcı kararlar vermesidir. Başka bir ifadeyle, bireylerin kendi çıkarları doğrultusunda hareket etmeleridir. Dolayısıyla, bireylerin kendi hamleleri sonu elde edecekleri sonuçları kestirebilmeleri veya kesin olmasa dahi olasılık çerçevesinde hareketlerinin sonuçlarını belirleyebilmeleri ve bu sonuçlar doğrultusunda kendi hamlelerini seçebilmeleri varsayımı kabul edilmiştir [3].

2.1.3 Birbirlerine karşılıklı bağlı olmak

Oyun teorisinin son karakteristiği bireylerin birbirlerine karşılıklı bağlı olmasıdır. Bu durumda oyuncuların tamamının veya bir kısmının hamleleri diğer oyuncuların hamleleri doğrultusunda şekillenir. Oyuncular kendilerini stratejik hareket etme gereğinde hissederler. Stratejik karar verme ile bireyler kendi hamlelerinin diğer oyuncuların hamlelerini nasıl etkileyeceğini tahmin etmeye çalışırlar. Dolayısıyla, her oyuncu kendisi için en iyi sonucu elde edebilmek amacıyla optimum kararı belirleyecektir.

3. STATİK OYUN TEORİSİ

Bu kısımda statik oyun teorisinin sunumu ve statik oyun teorisi ile ilgili problemlerin çözüm yollarına öneriler üzerinde durulacaktır. Bir oyunun çözümü ile kastedilen, oyundaki oyuncuların yapacakları hamleleri tahmin etmektir. Statik oyun teorisinde oyuncular hamlelerini diğer oyuncuların yaptıkları hamleleri bilmeden yaparlar. Bu oyuncuların kararlarını aynı anda verdikleri anlamına gelmez; ancak sanki kararlar aynı anda verilmiş gibi kabul edilebilir. Kapalı zarf usulü ihale, statik oyuna örnek olarak verilebilir. Bu ihale çeşidinde her oyuncu diğer oyuncuların tekliflerini bilmeksizin sadece bir teklif verebilir. Sonuçta en yüksek teklifi vermiş olan kişi ihaleyi kazanır. Statik oyunların tam tersine dinamik oyunlarda birbirini izleyen ardışık hamleler vardır ve bu hamlelerden tüm oyuncuların veya bazı oyuncuların bilgileri vardır. Açık artırma usulü ihale, dinamik oyuna örnek olarak gösterilebilir. Bu ihale çeşidinde oyuncular bir nesneyi satın almak için açık şekilde birden fazla fiyat teklifinde bulunurlar. Verilen en yüksek teklif nesnenin fiyatı olarak belirlenir.

3.1 Normal Form ve Açık Form Oyunlar

Kooperatif olmayan oyun teorisinde oyunlar, normal form oyun (statik form oyun) ve açık form oyun olmak üzere iki şekilde sunulabilir. Her iki form da ekonomide yaygın kullanıma sahiptir.

3.1.1 Normal form oyunlar

Aşağıdaki üç özelliği belirlenebilen oyunlar normal form oyunlardır:

1- Oyuncular

Bir oyundaki oyuncular ilgili kararları veren kişilerdir. Birbirlerine karşılıklı bağlı olmak için oyunda en az iki oyuncu olması gerekir. Çoğu uygulamada sadece iki oyuncu ile yetinilecektir. Bazı oyunlarda ‘doğa’ da diğer bir oyuncu olarak değerlendirilecektir. ‘Doğa’ oyuncusunun oyun içindeki rolü, hava olayları ve oyuncuların kişilikleri ile ilgili rastlantısal olayları belirlemektir.

2- Oyuncuların stratejileri

Strateji, bir oyuncunun bir oyunu nasıl oynayabileceğidir. Strateji sadece oyuncunun yapabileceği hamleleri sıralamaz. Ayrıca, oyuncunun yaptığı hamlelerin diğer oyuncuların hamlelerinden ne şekilde etkilendiğini de gösterir. Örneğin: Arabamı satmaya karar verdiğimde, eylem olarak arabayı satmak veya satmamak olmak üzere iki seçeneğim vardır.

Benim stratejim, seçeneklerimin diğer insanların davranışlarından nasıl etkileneceğidir. Eğer birisi arabam için 30.000 YTL önerirse arabamı satarım. Eğer arabama 30.000 YTL' den az önerirlerse satmam. Dinamik oyunda bir oyuncunun strateji kümesi eylem seçeneklerinden çok daha büyüktür. Ancak, statik oyunda oyuncunun strateji sayısı ile eylem seçenekleri sayısı eşittir. Bunun nedeni, statik oyunlarda oyuncular kararlarını diğer oyunculardan bağımsız vermeleridir.

3- Kazanç

Kazanç, oyun sonunda bir oyuncunun aldığıdır. Normal form oyun, mümkün olan tüm stratejiler sonucunda, doğa hariç, tüm oyuncular için kazancı matris veya matrisler şeklinde gösterir. Oyuncular daima en yüksek kazancı elde etmeye çabalar. Kazanç, parasal nitelikli de olabilir, her oyuncunun oyun sonunda kendisi için sağlayacağı bir fayda da olabilir. Kazançlarını maksimize etmeye çabalayan oyunculara akılcı oyuncular denir. Bu görüşe sahip olmayan oyunculara akılsız oyuncular denir. Çünkü kendi çıkarları doğrultusunda hareket etmemektedirler.

Yukarıdaki özellikleri netleştirmek açısından statik oyunda çok iyi bilinen 'Mahkûmlar İkilemi' oyununu irdelenebilir. Bu oyunda polis bir suçtan dolayı iki şüpheliyi tutuklar. Ancak, polisin elindeki delil yetersizliği nedeniyle şüphelileri mahkûm edebilmek için suçlulardan en az biri suçu işlediğini itiraf etmesi gerekmektedir. Polis şüphelileri farklı hücrelere koyar ve muhtemel tutumlarının sonuçlarını anlatır. Eğer her ikisi de itiraf etmezse şüphelilerin ikisi de birer ay mahkûm edilecektir. Eğer ikisi de itiraf ederse şüphelilerin ikisi de altışar ay mahkûm edilecektir. Son olarak, eğer sadece biri itiraf ederse itiraf eden suçlu serbest bırakılacak diğeri ise altı ay suçtan, üç ay mahkemeyi oyalamaktan toplam dokuz ay mahkûm olacaktır.

Yukarıdaki oyun normal form oyun için gerekli olan üç şartı da sağlamaktadır. İki oyuncu vardır ve her iki oyuncunun suçu itiraf etmek veya etmemek olmak üzere iki stratejisi vardır. Ayrıca, stratejileri sonucundaki kazançları da bellidir.

Bu oyun için normal form şekil 3,1' de gösterilmiştir. Kazançlar her bir mahkûm için mahkûmiyet süreleridir ve eksi olarak gösterilmiştir. Eğer akılcı davranırlarsa şüphelilerin mahkûmiyet sürelerini minimize etmeye çalışacakları varsayılır. Kural olarak her hücredeki ilk kazanç satır oyuncusuna, birinci mahkûm, ikinci kazanç ise sütun oyuncusuna, ikinci mahkûm, karşılık gelir.

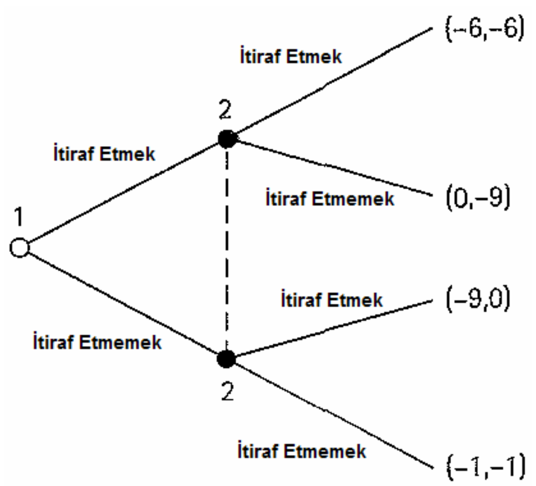
		İkinci Mahkûm	
		İtiraf	İtiraf etmemek
Birinci Mahkûm	İtiraf	(-6,-6)	(0,-9)
	İtiraf etmemek	(-9,0)	(-1,-1)

Şekil 3.1 Normal formda Mahkûmlar İkilemi

3.1.2 Açık form oyunlar

Açık form oyunlarda, karar verileceği anda sahip olunan bilgi miktarı ile verilecek kararın zamanlaması konularında çok dikkatli olunması gerekir. Bu çeşit oyunlar matris ile değil karar veya oyun ağacı ile gösterilir. Mahkûmlar İkileminin açık formu şekil 3,2' de gösterilmiştir.

Diyagramın en solundaki çember oyunda verilmesi gereken ilk kararı gösterir. Birinci mahkûm ilk kararı verdiği için çember 1 olarak isimlendirilmiştir. Bu ilk düğümden çıkan kollar oyuncu için mümkün olan hamleleri göstermektedir. Birinci mahkûm, suçu itiraf edebilir veya etmeyebilir. Bu iki kolun sonunda ikinci mahkûmun kararını gösteren düğümler mevcuttur. Yine bu mahkûmun da itiraf etmek veya etmemek seçenekleri vardır. Ancak, ikinci mahkûm kararını verirken birinci mahkûmun kararından habersizdir. İkinci mahkûmun karar düğümlerinin noktalı çizgi ile birleştirilmesinin nedeni ikinci mahkûmun birinci mahkûmun kararından habersiz olması ve karar verme aşamasında kendisinin hangi düğümde olduğunu bilmemesindendir. Diyagramın en sağında oyuncuların kazancı gösterilmektedir. Bu kazançlar, oyun süresince oyuncuların hamlelerine bağlıdır. İlk kazanç birinci mahkûmun kazancını, ikinci kazanç ise ikinci mahkûmun kazancını göstermektedir.



Şekil 3.2 Açık formda Mahkûmlar İkilemi

Şekil 3,2' den genelleştirerek açık formlar için aşağıdaki dört unsurun ortak olduğunu söyleyebiliriz:

Düğümler: Oyuncuların oyun içinde karar vermeleri gereken konumları gösterir. Birinci konum (başlangıç düğümü) açık noktadan oluşur. Diğerleri kapalı noktadır. Her düğüm karar vereni tanımlayacak biçimde adlandırılır.

Kollar: Oyuncuların karşılaştıkları farklı seçenekleri dolayısıyla mümkün olan stratejileri gösterir.

Vektörler: Her oyuncu için kazançları oyuncu sırasına göre gösterir. Eğer bir kazanç vektörüne ulaşılırsa oyun biter. Eğer bir enformasyonu her oyuncu biliyorsa ve her oyuncu tüm oyuncuların bu enformasyonu bildiğini biliyor ise enformasyona genel bilgi denir. Eğer bu vektörler genel bilgi ise oyun noksansız enformasyonun bir unsurudur. Ancak, eğer oyuncular diğer oyuncuların oyun sonunda elde edecekleri kazançlardan habersizlerse oyun noksanlı enformasyon oyundur.

Enformasyon Kümeleri: Oyuncu hangi düğümde olduğunu bilmiyor ise bu düğümler birbirlerine kısa çizgilerle bağlanır. Bu durumda oyun kusurlu olarak karakterize edilir. Oyuncuların verilen önceki kararları bildiği durumda, her karar düğümü kendi enformasyon kümesindedir ve bu duruma kusursuz enformasyon denir.

Oyun teorisinin temel varsayımlarından biri, oyunların genel bilgi yapılı oyunlar olmasıdır. Bu durum enformasyon kümesinde üç tane spesifik gereksinim oluşturmaktadır. Birincisi, oyuncuların oyunda hamle yapıp yapmadıklarını hatırlamalarıdır. Bu, oyuncuların verdikleri tüm kararları hatırlamaları anlamında değil, yalnızca karar verip vermediklerini hatırlamaları anlamındadır. İkincisi, aynı enformasyon kümesindeki düğümler bir oyuncunun hamlelerine ait olmalı. Üçüncüsü, aynı enformasyon kümesindeki düğümlere ait muhtemel hamleler aynı olmalıdır. Eğer bu şekilde olmasaydı oyuncular muhtemel hamleleri irdeleyerek düğümleri birbirinden ayırt edebilirdi. Şekil 3,2' yi tekrar genelleştirerek açık form oyunlar için bir gereksinim daha ilave edebiliriz:

Her düğümden çıkışı belirten en az bir kol vardır (oyuncu için hamlenin varlığını gösterir) ve her düğüme girişi belirten en çok bir kol vardır. Başlangıç düğümüne girişi belirten bir kol yoktur. Başka deyişle, herhangi bir düğümden başlangıç düğümüne yalnızca bir yol vardır. Ayrıca, herhangi bir düğüm için bir döngü mevcut değildir. Bu nedenle açık form oyunlar ağaca benzer.

Bahsedildiği üzere, bir oyunu belirtmenin iki farklı yolu vardır: normal form ve açık form. Normal form, bir oyun için gerekli minimum bilginin verildiği formdur. Bu bilgi, oyuncuları, her oyuncu için var olan stratejileri ve oyuncuların oyun sonunda elde edecekleri kazançları bildirir. Açık formda ise normal form bilgilerine ilave olarak kararın zamanlaması ve her karar verme aşamasında oyuncular için var olan bilgi miktarını da verir. Her iki formun birbirine yakın olduğu aşikârdır.

Her bir açık form oyuna karşılık gelebilecek yalnız ve yalnız bir tane normal form oyun vardır.

Her bir normal form oyuna karşılık gelebilecek genellikle birden fazla açık form oyun vardır.

Normal form oyun ile açık form oyunun birebir eşleşmemesinin nedeni yukarıda da bahsedildiği üzere, açık form oyunun daha fazla bilgi içermesidir. Bu ifadeden, bir normal form oyundan, bahsedilen fazla bilginin varsayımına dayanarak birden fazla açık form çizilebilir.

Örnek 3.1:

İki rakip şirket aynı anda aynı ürünü piyasaya sürmeyi düşünmektedir. Eğer her iki şirkette ürünlerini piyasaya sürerse her ikisi de 400.000 YTL kâr edecektir. Eğer şirketlerden yalnızca bir tanesi ürünü piyasaya sürerse, piyasada tekel olacaktır ve 1.000.000 YTL kâr edecektir. Eğer her iki şirkette ürünlerini piyasaya sunmaz ise ürünü geliştirmek için yaptıkları 500.000 YTL harcamadan dolayı zarar etmiş olacaklardır.

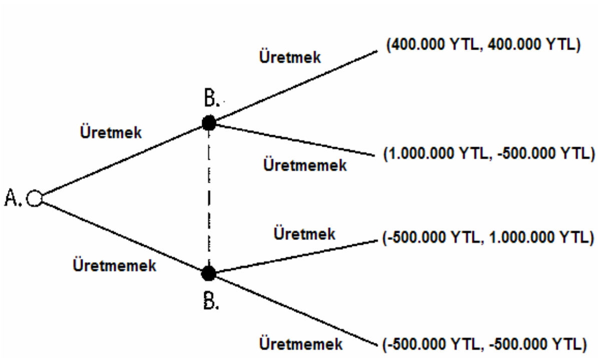
Bu durum için;

i) Normal Form Oyun:

B Şirketi

A Şirketi		Üretmek	Üretmemek
	Üretmek	(400.000 YTL, 400.000 YTL)	(1.000.000 YTL, -500.000 YTL)
	Üretmemek	(-500.000 YTL, 1.000.000 YTL)	(-500.000 YTL, -500.000YTL)

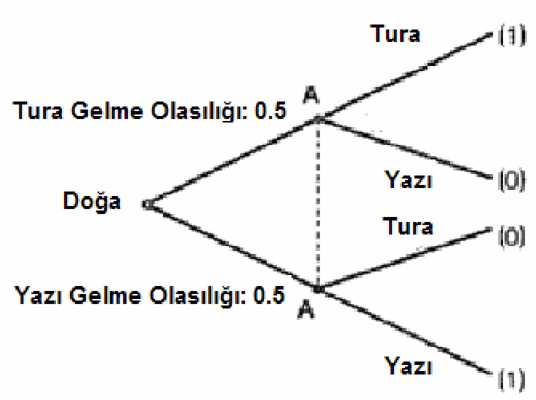
ii) Açık Form Oyun:



Örnek 3.2:

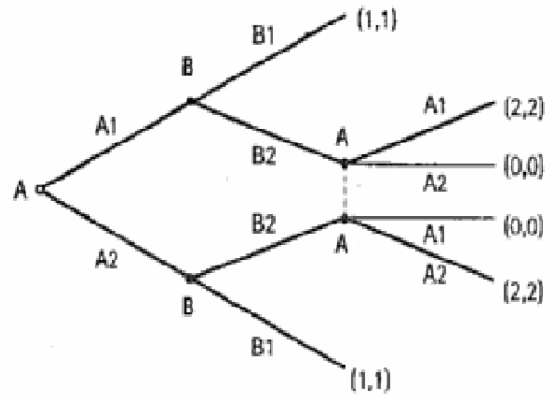
Aşağıda, verilen oyun diyagramlarının geçerliliği incelenmiştir.

i)



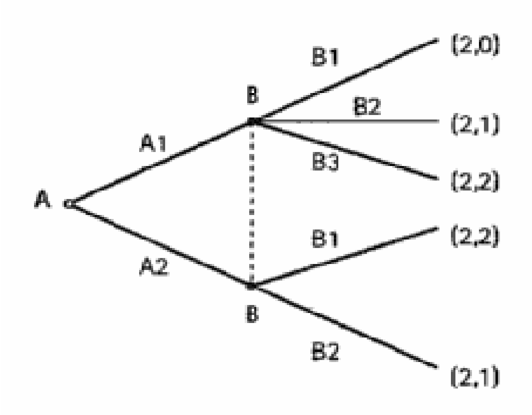
Yukarıdaki oyun kusurlu enformasyon olup doğaya karşı bir oyunculu statik oyundur. Doğa, hilesiz bir madeni paranın çıktısını belirler. A oyuncusu, sonucu bilmeden, yazı veya tura der. Eğer söylediği doğru ise oyuncu (1) ödülünü kazanır. Yanlış ise, oyuncunun kazancı olmaz. Yukarıdaki oyun geçerli bir açık form oyundur. Bu tür oyunlarda oyuncular sadece kazançlarını maksimize etmeye çalışırlar.

ii)



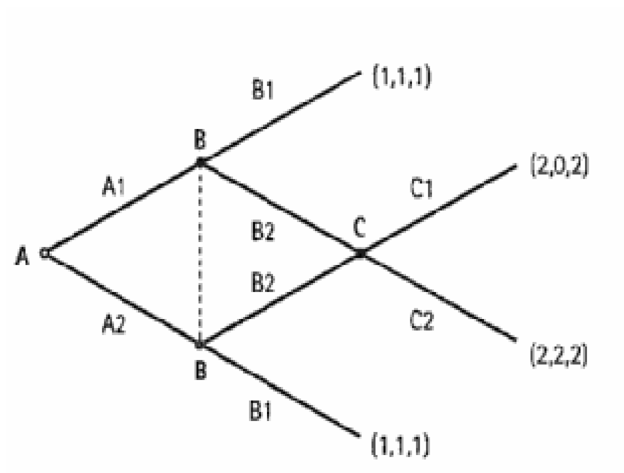
Yukarıdaki oyun, kusurlu hatırlamalı dinamik bir oyundur. Öncelikle A oyuncusu A1 ile A2 den birine karar verir. Bu sonuç B oyuncusu tarafından gözlemlenir ve oyuncu B1 ile B2 den birine karar verir. Eğer B1 seçilirse oyun biter. Eğer B2 seçilirse oyun tekrar A oyuncusuna döner ve A oyuncusunun A1 ile A2 den birini seçmesi gerekir. Bu iki karar düğümü de aynı enformasyon kümesindedir. Buradan, A oyuncusunun hangi düğümde olduğu bilgisine sahip olmadığı söylenebilir. Bu iki düğüm arasındaki fark A oyuncusunun bu düğümlere ulaşma yoludur. Buradan, A oyuncusunun yaptığı ilk hamleyi unuttuğu söylenebilir. Bu oyunda geçerli açık form oyundur.

iii)



Yukarıdaki oyun mantıksal çelişki içerdiğinden dolayı geçerli bir açık form oyun değildir. Diyagramda B oyuncusunun karar düğümlerinin aynı enformasyon kümesinde olduğu görülmektedir. Dolayısıyla, karar düğümlerinin ayırt edilemeyeceği söylenebilir. Ancak, A1' in sonundaki B düğümü için üç hamle mevcut iken A2' nin sonundaki B düğümü için iki hamle mevcuttur. B oyuncusu muhtemel hamleleri bilmesi gerekir ve bu bilgi doğrultusunda bulunduğu karar düğümünü çıkartabilir. Bu nedenle, aynı enformasyon kümesinde bulunma gerçeği ile çelişmektedir. Bu şekilde mantıksal çelişkilerden kurtulmak için aynı enformasyon kümesindeki düğümlerde hamle sayılarının eşit olması gerekir.

iv)



Yukarıdaki oyun, geçerli bir açık form oyun değildir. Her düğüme girişi belirten en fazla bir yol olacağı gerçeği ile çelişmektedir. C düğümü için değerlendirildiğinde iki farklı yolun C düğümüne ulaştığı görülmektedir. Herhangi bir düğümden başlangıç düğümüne yalnızca bir yol olması gerekir.

3.2 Statik Oyunlar İçin Çözüm Teknikleri

Bölümün başında da belirtildiği üzere oyunun çözümü her oyuncunun oyun içindeki hamlelerini tahmin etmektir. Çözüm, her oyuncu için bir tek optimum strateji veriyor ise çözüm kesin olarak tahmin edilebilir. Eğer bu gerçekleşirse çözümün tek olduğu söylenir. Ancak, genellikle oyunlar için çözümü kesin söylemek mümkün olmayabilir. Tahmin edilebileceği üzere farklı oyunlar için farklı çözüm yolları geliştirilmiştir. Statik oyunlar için iki tane çözüm tekniği vardır. Birinci çözüm tekniği baskın kavramına dayanmaktadır. Akılcı oyuncunun asla oynamayacağı stratejileri eleyerek çözüme ulaşmaya çalışılır. Baskınlığa dayanan argümanlar "Akılcı bir oyuncu hangi stratejileri asla oynamazdı?" sorusuna cevap arar. İkinci çözüm tekniği ise denge kavramına dayanmaktadır. Kooperatif olmayan oyunlarda denge, bireysel hareket eden oyuncuları öngörülen çözümden saptırmak için teşvik unsurlarının olmadığı durumda geçerlidir. Bu çözüm tekniği, "Çözümün dengeli olması için hangi özelliklere sahip olması gerekir?" sorusuna cevap arar.

Takip eden bölümde statik oyunlara uygulanabilen baskın teknikleri ve iki adet denge kavramı incelenecektir. İleriki alt bölümlerde oyun teorisinde sıkça kullanılan başka denge kavramları üzerinde de durulacaktır.

3.2.1 Tam baskınlık

Tam baskın strateji, diğer tüm stratejilerin kazançlarından daha az kazanç sağlayan stratejidir. Bu çözüm tekniğinde akılcı bir oyuncunun asla tam baskın strateji hamlesini yapmayacağı varsayılır. Eğer oyuncular bilerek tam baskın strateji hamlesini yaparlarsa kazançlarını maksimize edemezler ve bu oyunculara mantıksız oyuncular denir. Mahkûmlar İkilemi oyunu ile bu çözüm yolu örneklendirilebilir. Tam baskın strateji uygulanıyorsa sırayla tüm oyuncular değerlendirilip tam baskın stratejiler elenir. Bu süreç sonunda bir strateji dışında tüm stratejiler elenebilir. Mahkûmlar İkileminde durum böyledir. Bu teknik, ikileme tek çözüm üretmektedir. Öncelikle birinci mahkûmun karşılaştığı ikilem değerlendirilsin. Suçu itiraf mı etmeli veya itiraf etmeyip diğer mahkûmun da aynısını yapmasını mı umut etmeli. Tam baskınlık ilkelerine göre birinci mahkûm itiraf etmeli. Çünkü ikinci mahkûmun kararından bağımsız birinci mahkûm için en iyisi itiraf etmek olacaktır. İtiraf etmemek tam baskındır ve itiraf etmeme kararının verilmeyeceği tahmin edilebilir. Aynı mantık ikinci mahkûm içinde geçerli olacaktır ve ikinci mahkûm da itiraf edecektir. Tam baskınlık uygulandığında bu oyunun çözümü her iki mahkûmun itiraf etmesi olacaktır. Ancak, eğer her ikisi de suçu itiraf etmemiş olsaydı sonuç daha iyi olacaktı. Oyundaki bir oyuncu diğer oyuncu daha kötü sonuç almadan kazancını iyileştirebiliyorsa bu çözüme Pareto etkisizi denir (gerçekten oyuncular itiraf etmemiş olsalardı daha iyi durumda olacaklardı.). Dikkat edilmelidir ki, Pareto etkisizliği durumunda oyuncuların iletişim sağlamadıkları anlamı çıkarılmamalıdır. Ancak, oyuncular kendilerini Pareto etkililiğine bağlayamazlar. Eğer mahkûmlar yakalanmadan önce itiraf etmemek üzerine anlaşmışlar olsalar bile, gözaltında mahkûmlar kendi çıkarları için tam tersi hareket edebilirler. Kooperatif oyun teorisinde mahkûmlar itiraf etmeme üzerine bağlayıcı ve zorlayıcı bir anlaşmaya varabilirler ve daha iyi bir sonuç elde edebilirler. Ancak kooperatif olmayan oyun teorisinde bu mümkün değildir.

Örnek 3.3:

Örnek 3.1' deki oyunun tam baskınlık ilkesinin kullanarak çözümü.

Tam baskınlık ilkesi her iki şirketin de ürünlerini üretmesini öngörür. Çünkü bu durum her iki şirketin kazançlarını artırıcı bir durumdur.

3.2.2 Zayıf baskınlık

Zayıf baskın strateji kendisi dışındaki stratejilerin, oyuncuları bazı açılardan daha kazançlı duruma getirdiği ve tüm diğer stratejilerin birbirinden farklı olmadığı stratejidir. Yine akılcı bir oyuncunun zayıf baskın stratejiyi oynamayacağı varsayılır. Şekil 3,3' teki oyunda iki oyuncu ve her oyuncunun iki seçeneği vardır. Birinci oyuncu 'yukarı' veya 'aşağı', ikinci oyuncu ise 'sola' veya 'sağa' hareket edebilir. Oyuncunu kazanç matrisi verilmiştir. Bu oyunda mümkün olan stratejilerin hiçbiri tam baskınlık ilkesini kullanarak elenemez. Çünkü hiçbir strateji, oyuncuyu hiçbir şekilde daha kazançsız duruma düşürmemektedir. Örneğin, eğer birinci oyuncu 'yukarı' oynarsa, ikinci oyuncu için 'sağa' ile 'sola' nın farkı kalmayacaktır. Aynı şekilde, eğer ikinci oyuncu 'sola' oynarsa, birinci oyuncu için 'aşağı' ile 'yukarı' nın farkı kalmayacaktır. Tam baskınlık ilkesi kullanılarak stratejiler elenemese de zayıf baskınlık stratejisi uygulanabilir.

İkinci Oyuncu

		Sol	Sağ
Birinci Oyuncu	Yukarı	(7,2)	(5,2)
	Aşağı	(7,4)	(2,0)

Şekil 3.3 Zayıf baskınlık için uygulama

Zayıf baskınlık ilkesine göre birinci oyuncu asla 'aşağı' oynamaz. Dolayısıyla bu seçenek elenebilir. Benzer şekilde ikinci oyuncu asla 'sağa' oynamaz ve bu seçenek de elenir. Böylece oyuncular için bir strateji kalır. Beklenen sonuç birinci oyuncunun 'yukarı' ikincisinin ise 'sola' oynamasıdır. Bu da Pareto etkisiz çözümüdür. Çünkü 'aşağı/sol' oyununun birinci oyuncunun kazancını kötüleştirmeden ikinci oyuncunu kazancını artırmaktadır. Birinci oyuncunun 'aşağı' oynamamasının nedeni, Pareto gelişimine yol açmasına rağmen, oyuncu için daha fazla riskli olmasıdır. Eğer ikinci oyuncu 'sağa' oynasaydı, birinci oyuncunun 'aşağı' hamlesinin getireceği kazanç 'yukarı' hamlesine göre azalacaktı. Gereksiz risklerden kaçınma zayıf baskınlık ilkesinde benimsenen bir durumdur.

3.2.3 Tekrarlayan tam baskınlık

Tekrarlayan tam baskın oyunda tam baskınlık birden fazla oyuncuya başarılı bir şekilde uygulanabileceğini varsayar. Örneğin, bir oyuncu başka bir oyuncu için tam baskın olması nedeniyle bir stratejiyi eliyorsa, diğer oyuncuların bu durumun farkında oldukları ve oyuncunun baskın stratejiyi oynamayacağını bildikleri varsayılır. Bu şekilde sırayla tam baskın stratejiler elenebilir. Bu metot ile bir strateji dışında diğer tüm stratejiler elenebilir ve analiz edilen oyun için bir tek tahmin yapılabilir. Bu durum için şekil 3,4' teki oyunu incelenebilir.

Bu oyunda birinci oyuncunun 'yukarı' ve 'aşağı' olmak üzere iki farklı stratejisi vardır. İkinci oyuncunun ise 'sol', 'orta' ve 'sağ' olmak üzere üç farklı stratejisi vardır. Başlangıçta, 'yukarı' veya 'aşağı' hamlelerinden hiçbiri birinci oyuncu için tam baskın değildir. Ancak, ikinci oyuncu için, 'sağ' hamlesi 'orta' hamlesince tam baskındır.

İkinci Oyuncu

Birinci Oyuncu

	Sol	Orta	Sağ
Yukarı	(1,0)	(1,2)	(0,1)
Aşağı	(0,3)	(0,1)	(2,0)

Şekil 3.4 Tekrarlayan tam baskınlık için uygulama

Tam baskınlık ilkesine göre ikinci oyuncunun ‘sağ’ hamlesi yapmayacağı sonucuna varılabilir. Eğer birinci oyuncu ikinci oyuncunun mantıklı olduğunu ve ‘sağ’ hamlesi yapmayacağını biliyorsa ‘aşağı’ hamlesi ‘yukarı’ hamlesine tam baskındır. Tekrarlayan tam baskınlık ‘aşağı’ hamlesinin yapılmayacağını öngörür. Sonuç olarak, eğer ikinci oyuncu birinci oyuncunun asla ‘aşağı’ hamlesini yapmayacağını biliyorsa, tekrarlayan tam baskınlık ikinci oyuncunun ‘orta’ hamlesi yapacağını öngörür. Bu oyun için tekrarlayan tam baskınlık ilkesine göre tek çözüm ‘yukarı/orta’ stratejisidir.

3.2.4 Tekrarlayan zayıf baskınlık

Baskınlık tekniklerinin sonuncusu tekrarlayan zayıf baskınlıktır. Zayıf baskınlığın farklı oyuncular için başarılı bir şekilde uygulanması dışında tekrarlayan tam baskınlıktan farkı yoktur. Aynı şekilde, bu teknik ile bir tek çözüm elde etmek mümkün olabilir. Tekrarlayan zayıf baskınlık ile tekrarlayan tam baskınlık arasındaki ortak olmayan yön, tekrarlayan zayıf baskınlıkta öngörülen çözümün oyuncuların stratejilerini eleme sırasına bağlı olmasıdır. Şekil 3,5’ te gösterilen oyunda bahsedilen durum vardır. Eğer birinci oyuncuya zayıf baskınlık ilkesi uygulanırsa, oyuncuların ‘yukarı/orta’ çözümüne ulaşacağı öngörülebilir. Eğer ilk olarak ikinci oyuncu için zayıf baskınlık ilkesi uygulanırsa tek söylenebilecek ikinci oyuncunun ‘sağ’ hamlesini yapmayacağıdır. Sonuçta, oyuncuların sırası oyunun sonucunu etkilemektedir.

İkinci Oyuncu

Birinci Oyuncu

	Sol	Orta	Sağ
Yukarı	(10,0)	(5,1)	(4,-2)
Aşağı	(10,1)	(5,0)	(1,-1)

Şekil 3.5 Tekrarlayan zayıf baskınlık için uygulama

Dikkat edilmelidir ki, tekrarlayan baskınlıklar uygulanırken tekrar etmeyen baskınlıklara nazaran daha mantıklı olduğu varsayılıyor. Baskınlık ile mantıklı oyuncuların baskınlık stratejilerini oynamayacağı varsayılır. Tekrarlayan baskınlık ile mantıklı oyuncuların baskınlık stratejilerini oynamayacağı ve diğer oyuncuların mantıklı olduğu ve bu mantık çerçevesinde oynayacakları varsayılır. Eğer bir oyuna tam, zayıf veya tekrarlayan baskınlıklar uygulanarak tek çözüm elde edilebiliyorsa oyun için baskın çözümlü denir. Tüm bu çözüm teknikleri ile ilgili temel problem, bir oyun için genellikle kesin olmayan bir çözümün öngörülmesidir. Şekil 3,6' daki oyun değerlendirilebilir. Bu oyunda baskınlığa dayanan argümanlarla hareket edildiğinde her türlü sonucun öngörülebileceği sonucuna ulaşılır. Eğer oyun için daha spesifik bir sonuç elde edilmek isteniyorsa, daha güçlü çözüm tekniği geliştirilmelidir. Bu durum, denge kavramına dayalı çözüm tekniklerini ortaya çıkarmaktadır.

		İkinci Oyuncu		
		Sol	Orta	Sağ
	Yukarı	(0,4)	(4,0)	(5,3)
Birinci Oyuncu	Orta	(4,0)	(0,4)	(5,3)
	Aşağı	(3,5)	(3,5)	(6,6)

Şekil 3.6 Baskınlık teknikleri ile ilgili uygulama

3.2.5 Nash dengesi

Baskınlık ilkelerinde cevabı aranan soru, "Mantıklı bir oyuncu hangi stratejileri asla oynamaz?" idi. Nash dengesi ise "Denge hangi özelliklere sahip olmalı?" sorusuna odaklanır. Bu sorunun cevabını John Nash (1951), Cournot' ın (1838) çalışmalarına dayanarak "Denge durumunda oyuncuların seçtikleri stratejiler oyuncular için optimumdur ve tüm oyuncular denge stratejisini tercih eder." der. Eğer durum böyle olmasaydı, en azından bir oyuncu farklı bir strateji tercih ederdi ve denge elde edilemezdi. Bu kavramda da oyuncuların akılcı oldukları ve kendi kazançlarını maksimize etmeye çalıştıkları varsayılır [4 ve 5].

Bir oyunda Nash dengesini bulmak için iki aşama vardır. Birincisi, diğer oyuncuların muhtemel hamlelerine karşılık oyuncuların optimum stratejileri belirlenir. Bunun için her oyuncu üzerinde sırayla çalışılır ve oyuncuların optimum stratejileri belirlenir. İkincisi, tüm oyuncular eş zamanlı olarak kendileri için optimum stratejileri oynadıklarında bir Nash dengesi belirlenir.

Kesin konuşmak gerekirse, yukarıdaki yöntem sadece saf-strateji Nash dengesini belirler. Karışık-strateji Nash dengesini belirlemez. Saf- strateji Nash dengesinde oyuncular belirli bir strateji oynarlar [6]. Karışık-strateji Nash dengesinde ise en az bir oyuncu stratejilerinin bir kısmını veya tamamını rasgele seçer. Oyuncular, muhtemel hamleleri için bir olasılık dağılımı oluşturur. Örneğin, oyuncular olasılıkları 0.5 olan iki saf-stratejiyi oynamaya karar verir ve kalan stratejileri asla oynamazlar. Bu nedenle, saf-strateji için kısıtlı karışık strateji denilebilir. Seçilen stratejinin olasılığı birdir, geriye kalan stratejilerin ise sıfırdır. Karışık-strateji Nash dengesi ileriki bölümlerde irdelenecektir.

Mahkûmlar İkileminde Nash dengesini bulmak için iki aşamalı yöntem kullanılabilir.

İkinci Mahkûm

		İtiraf	İtiraf etmemek
Birinci Mahkûm	İtiraf	(-6,-6)	(0,-9)
	İtiraf etmemek	(-9,0)	(-1,-1)

Şekil 3.7 Mahkûmlar İkilemi için Nash dengesi

Birinci Aşama;

İkinci mahkûmun muhtemel stratejilerine karşılık birinci mahkûm için optimum stratejilerin belirlenmesi gerekir. Eğer birinci mahkûm ikinci mahkûmun itiraf edeceğini tahmin ediyorsa birinci mahkûm için en iyi strateji itiraf etmektir (-6, -9 dan daha mantıklı bir seçimdir). Şekil 3,7’ de bu durum iki mahkûm için de itiraf hücresinin, birinci mahkûm için kazancın altı çizilerek gösterilir. Eğer birinci mahkûm ikinci mahkûmun itiraf etmeyeceğini tahmin ediyorsa, birinci mahkûm için en iyi strateji yine itiraf etmek olacaktır (0, -1 den daha mantıklı bir seçimdir). Bu durum birinci oyuncu için kazancın altı çizilerek gösterilir. Aynı analizler ikinci mahkûm için yapılır ve en iyi stratejilerin altı çizilir.

İkinci Aşama;

İlk aşamada belirlenen optimal stratejiler incelenerek bir Nash dengesinin oluşup oluşmadığı kararlaştırılır. Eğer bir hücredeki kazançların tümünün altı çizilmiş ise hücre Nash dengesidir. Mahkûmlar İkileminde sadece her iki mahkûm için itiraf etme seçenekli hücredeki kazançların altı çizildiğinden Nash dengesi her iki mahkûmun da itiraf etmesidir. Bu tahmin Mahkûmlar İkilemi için tam baskınlık kullanılarak bulunan sonuç ile aynıdır. Bir tek tam baskınlık ilkesi çözümü var ise bu aynı zamanda daima tek Nash dengesidir. Ancak bunun tersinin doğru olduğu söylenemez. Bir tek Nash dengesi her zaman bir tek tam baskın çözümü olmayabilir. Bu açıdan Nash dengesi tam baskın ilkesinden daha güçlü bir çözüm yoludur. Bu nedenle Nash dengesinin tek çözüm ürettiği bir oyuna tam baskınlık ilkesi birden fazla çözüm üretebilir. Daha önceden değerlendirilen, ancak baskınlık ilkesine göre çözümü bulunamayan bir oyun ile örneklendirilebilir. Şekil 3,6' da gösterilen oyun şekil 3.8' de tekrar gösterilmiştir. Söylendiği üzere, baskınlık ilkesine göre oluşturulan argümanlar sonucunda oyunun çözümünün tüm seçeneklerin olabileceğidir. İki aşamalı yöntem kullanılarak saf-strateji Nash dengesi bulunursa, tek tahmin birinci oyuncunun 'aşağı' ve ikinci oyuncunun 'sağ' seçeneğini seçeceğidir.

İkinci Oyuncu

		Sol	Orta	Sağ
	Yukarı	(0,4)	(4,0)	(5,3)
Birinci Oyuncu	Merkez	(4,0)	(0,4)	(5,3)
	Aşağı	(3,5)	(3,5)	(6,6)

Şekil 3.8 Şekil 3.6' daki oyunun Nash dengesi ile çözümü

Oyun teorisinin önemli sonuçlarından biri, herhangi bir sonlu oyun (sonlu oyuncu ve sonlu stratejili oyunlar) için daima en az bir Nash dengesi vardır. Bir oyunda oyuncuların ne yapacaklarının bilinebileceği düşünülmeden önce aşağıdaki iki nitelik belirtilmelidir.

Birincisi, yukarıdaki sonuç saf-stratejiler gibi karışık-stratejilerinde dâhil edildiği durumlarda geçerlidir. Yani, bir oyunda tüm oyuncuların ne yapacakları kesin olarak daima söylenemez, ancak muhtemel sonuçlar için olasılıklar verilebilir. Bu durum daha sonra tekrar irdelenecektir.

İkincisi, yukarıdaki sonuç birden fazla Nash dengesini elemez. Diğer taraftan, çoğu oyun birden fazla Nash dengesi üretebilir. Birçok dengenin bulunduğu oyunda hangi dengenin seçilmesi gerektiği problemi ile karşılaşılır. Bu sorunun çözümü için Nash dengesinin birçok geliştirilmiş versiyonu vardır ve bu şekilde muhtemel denge durumlarını azaltmaya veya kısıtlamaya çalışılmıştır. Bu geliştirilmiş versiyonların bazıları ileriki bölümlerde irdelenecektir.

Örnek 3.4:

Aşağıdaki oyunların tek saf-strateji çözümlerinin varlığının incelenmesi, varsa sonuçlarının ve çözüm yollarının gösterimi.

i)

İkinci Oyuncu

		Sol	Orta	Sağ
Birinci Oyuncu	Yukarı	(4,3)	(2,7)	(0,4)
	Aşağı	(5,5)	(5,-1)	(-4,-2)

Tek saf-stratejisi 'aşağı/sol' dur. Hem Nash dengesidir hem de tekrarlayan tam baskındır. Baskınlık çözümünde eleme süreci, 'sağ', 'yukarı', 'orta' dır.

ii)

İkinci Oyuncu

		Sol	Orta	Sağ
Birinci Oyuncu	Yukarı	(4,10)	(3,0)	(1,3)
	Aşağı	(0,0)	(2,10)	(1,3)

Tek saf-strateji Nash dengesi 'yukarı/sol' dur. Hem Nash dengesidir hem de tekrarlayan zayıf baskındır. Baskınlık çözümünde eleme süreci, 'aşağı', 'orta', 'sağ' dır.

iii)

İkinci Oyuncu

		Sol	Orta	Sağ
Birinci Oyuncu	Yukarı	(10,10)	(4,3)	(7,2)
	Aşağı	(5,6)	(8,10)	(6,12)

Bu oyun baskınlık çözümsüzdür. Ancak 'yukarı/sol' Nash dengesidir.

3.2.6 Karışık strateji Nash dengesi

Bir oyun için birden fazla Nash dengesinin olabileceğinden bahsedilmişti. Karışık stratejiler kavramını anlayabilmek için ‘Kadın-Erkek Çekişmesi’ adlı klasik oyun irdelenebilir. Bu oyunda bir çift, akşam için gidecekleri yere karar vereceklerdir. Seçeneklerden biri boks maçı diğeri ise baledir. İki oyuncu gidecekleri yere beraber gideceklerdir. Ancak erkek oyuncu boks maçını kadın oyuncu ise baleyi tercih etmektedir. Bu seçenekler normal form oyun biçiminde şekil 3,9’ da gösterilmiştir.

Erkek

		Boks Maçı	Bale
Kadın	Boks Maçı	(1,2)	(0,0)
	Bale	(0,0)	(2,1)

Şekil 3.9 Kadın-Erkek çekişmesi normal form

Saf-strateji Nash dengesini belirlemek için iki aşamalı yöntem uygulandığında yukarıdaki oyunun iki dengesinin olduğu görülecektir. Bu iki denge, ikisinin beraber boks maçına veya ikisinin beraber baleye gitmesini öngörmektedir. Buradan, oyuncuların diğer oyuncunun gideceği yeri tahmin ettikleri etkinliğe gidecekleri söylenebilir. Bu durum oyunun çözümü için yardımcı olmamaktadır. İki Nash dengesi olduğundan oyuncular diğer oyuncunun nasıl hareket edeceğini tahmin edemezler. Karışık-strateji bu belirsizliğe yanıt getirmektedir. Bir oyuncu bazı stratejileri veya tüm stratejileri için rasgele hareket ettiği durumda karışık strateji oluşur [7]. Oyuncunun, muhtemel stratejilere olasılık dağılımı verdiği durumdur. En az bir oyuncunun karışık-strateji oynadığı ve kimsenin tek taraflı bu pozisyondan ayrılma dürtüsünün olmadığı durum karışık-strateji dengesidir.

Karışık-strateji Nash dengesinin kilit özelliği, karışık-stratejinin bir parçası olarak oynanan her saf-stratejinin aynı beklenen değere sahip olmasıdır. Eğer durum bu şekilde olmasaydı bir oyuncu beklenen değeri en yüksek stratejiyi oynardı ve diğerlerinin önemi olmazdı. Şimdi kadın-erkek çatışması için karışık-strateji Nash dengesini belirleyelim.

Prob(boks)_E, erkeğin boks maçına gitme olasılığı, Prob(boks)_K ise kadının boks maçına gitme olasılığı olsun. Aynı şekilde Prob(bale)_E erkeğin baleye gitme olasılığı, Prob(bale)_K ise kadının baleye gitme olasılığı olsun. Bunlar var olan tüm olasılıklar olduğu için kadın ve erkek için,

$$\text{Prob(boks)} + \text{Prob(bale)} = 1$$

olmalıdır. Bu olasılıklar verildikten sonra her ikisi için de muhtemel hamlelerinin beklenen değerleri hesaplanabilir.

Normal form oyuna göre kadının boks maçına gitmeyi tercih etmesi durumunda, beklenen kazancı

$$\pi\,\text{(boks)}_K = \text{Prob(boks)}_E\ (1) + \text{Prob(bale)}_E\ (0)$$

$$= \text{Prob(boks)}_E$$

Aynı şekilde, eğer baleye giderse beklenen kazancı,

$$\pi\,\text{(bale)}_K = \text{Prob(boks)}_E\ (0) + \text{Prob(bale)}_E\ (2)$$

$$= 2\text{Prob(bale)}_E$$

Dengede, bu iki stratejinin beklenen değeri eşit olması gerektiğinden,

$$\pi\,\text{(boks)}_K = \pi\,\text{(bale)}_K$$

$$\therefore \text{Prob(boks)}_E = 2\text{Prob(bale)}_E$$

$$\therefore 1 - \text{Prob(bale)}_E = 2\text{Prob(bale)}_E$$

$$\therefore 1 = 3\text{Prob(bale)}_E$$

$$\therefore \text{Prob(bale)}_E = \tfrac{1}{3} \text{ ve Prob(boks)}_E = \tfrac{2}{3}\ .$$

Karışık strateji dengesinde, erkeğin baleye gitme olasılığı $\tfrac{1}{3}$ ve boks maçına gitme olasılığı ise $\tfrac{2}{3}$ dür. Aynı hesaplamalar erkeğin beklenen kazancı için yapılırsa, denge durumunda kadının baleye gitme olasılığı ve boks maçına gitme olasılığı ise bulunur. Bu bireysel olasılıklardan,

- İkisinin de boks maçına gitme olasılığı $\frac{2}{9}$,
- İkisinin de baleye gitme olasılığı $\frac{2}{9}$,
- Ayrı faaliyetlere gitme olasılığı ise $\frac{5}{9}$ dur.

Karışık stratejilerin kombinasyonu bu oyunda üçüncü bir Nash dengesini oluşturdu. Sezgisel olarak bakıldığında üçüncü Nash dengesi en makulü olarak görülebilir. Dikkat edilmelidir ki, karışık-strateji bir zarı veya madeni parayı atarak karar vermek değildir. Karışık-strateji, diğer oyuncuların oyundaki yapacakları muhtemel hamleleri mantıklı olarak tahmin edip, bu tahmin doğrultusunda stratejiler geliştirmektir.

Örnek 3.5:

İki şirket aynı piyasaya girmeyi düşünmektedir. Ancak, her şirket diğer şirketin kararından habersiz karar verecektir. Piyasa sadece bir şirketin girebileceği kadar büyüktür. Eğer iki şirkette piyasaya girerse, her ikisi de 10 milyon YTL zarar edecektir. Eğer bir şirket piyasaya girerse, şirket 50 milyon YTL kâr edecek, diğeri ise ne kâr ne de zarar edecektir.

Yukarıdaki oyun için normal form çizimi ve saf-strateji ile karışık-strateji dengeleri; karışık strateji Nash dengesinde her şirketin piyasaya girme durumundaki beklenen kâr seviyesi aşağıda gösterilmiştir.

Oyunun normal formu,

İkinci Şirket

		Piyasaya Girmek	Piyasaya Girmemek
Birinci Şirket	Piyasaya Girmek	(-10 m. YTL, -10 m. YTL)	(50 m. YTL, 0 YTL)
	Piyasaya Girmemek	(0 YTL, 50 m. YTL)	(0 YTL, 0 YTL)

İki aşamalı yöntem kullanılarak iki adet saf-strateji Nash dengesi bulunur. Her ikisi de şirketlerin birinin piyasaya girmesini, diğerinin ise girmemesini öngörmektedir.
Karışık-strateji Nash dengesi aşağıdaki şekilde belirlenebilir.

Prob(Giriş)_1 ve Prob(Giriş)_2 sırasıyla 1. ve 2. şirketlerin piyasaya girme olasılıklarını belirtsin. Prob(Girmeme)_1 ve Prob(Girmeme)_2 ise sırasıyla 1. ve 2. şirketlerin piyasaya girmeme olasılıklarını belirtsin.

Birinci şirketin piyasaya girmesi durumunda beklenen kazancı,

$$\pi\,\text{(Giriş)}_1 = -10\text{Prob(Giriş)}_2 + 50\text{Prob(Girmeme)}_2 \text{ dir.}$$

Birinci şirketin piyasaya girmemesi durumunda beklenen kazancı ise sıfırdır. Dengede bu beklenen değerler eşit olmalıdır.

$$-10\text{Prob(Giriş)}_2 + 50\text{Prob(Girmeme)}_2 = 0$$

$$\therefore 50\text{Prob(Girmeme)}_2 = 10\text{Prob(Giriş)}_2$$

$$\therefore 5\text{Prob(Girmeme)}_2 = \text{Prob(Giriş)}_2$$

$$\therefore 5\text{Prob(Girmeme)}_2 = 1 - \text{Prob(Girmeme)}_2$$

$$\therefore 6\text{Prob(Girmeme)}_2 = 1$$

$$\therefore \text{Prob(Girmeme)}_2 = \tfrac{1}{6} \text{ ve } \text{Prob(Giriş)}_2 = \tfrac{5}{6} \text{ bulunur.}$$

Benzer hesaplamalar yapılarak birinci şirket için de aynı sonuçlar elde edilebilir. Bu olasılıklar

$$\pi\,\text{(Giriş)}_1 = -10\text{Prob(Giriş)}_2 + 50\text{Prob(Girmeme)}_2 \text{ eşitliğinde yazılırsa,}$$

$$\pi\,\text{(Giriş)}_1 = -10\text{Prob(Giriş)}_2 + 50\text{Prob(Girmeme)}_2$$

$$\therefore\ \pi\,\text{(Giriş)}_1 = -10\text{x}\tfrac{5}{6} + 50\text{x}\tfrac{1}{6}$$

$$\therefore\ \pi\,\text{(Giriş)}_1 = 0 \text{ olacaktır.}$$

Aynı sonuç ikinci şirket için de geçerlidir. Dolayısıyla karışık-strateji Nash dengesinde şirketlerin piyasaya girmesinin beklenen değeri sıfırdır.

3.3 Sonuç

Statik oyunlarda oyuncular birbirlerinden bağımsız karar verirler. Her hamle diğer oyuncunun hamlelerinden habersiz yapılır. Bu oyunlar normal veya açık form oyunlar olmak üzere iki şekilde gösterilebilir. Normal form oyunda bir oyunu ifade etmek için gerekli minimum enformasyon verilir. Bu enformasyon, oyuncular her oyuncu için muhtemel stratejiler ve oyunun sonucuna bağlı olarak elde edilecek kazançlardır. Açık form oyunlarda normal form oyunlarda sahip olunan bilgilere ilaveten kararın zamanlaması ve oyuncuların karar verme aşamasında sahip oldukları enformasyon bilgileri de vardır.

Statik oyunların beklenen sonucunu bulmak için çeşitli çözüm yolları vardır. Bunlar baskınlık veya denge kavramları üzerine kuruludur. Bu çözüm yolları mantıklı oyuncuların yapacakları hamleleri tahmin etmeye çalışır. Oyuncuların hamlelerine ilişkin bazen kesin sonuçlar elde edilir, bazen kesin olmayan sonuçlar elde edilebilir.

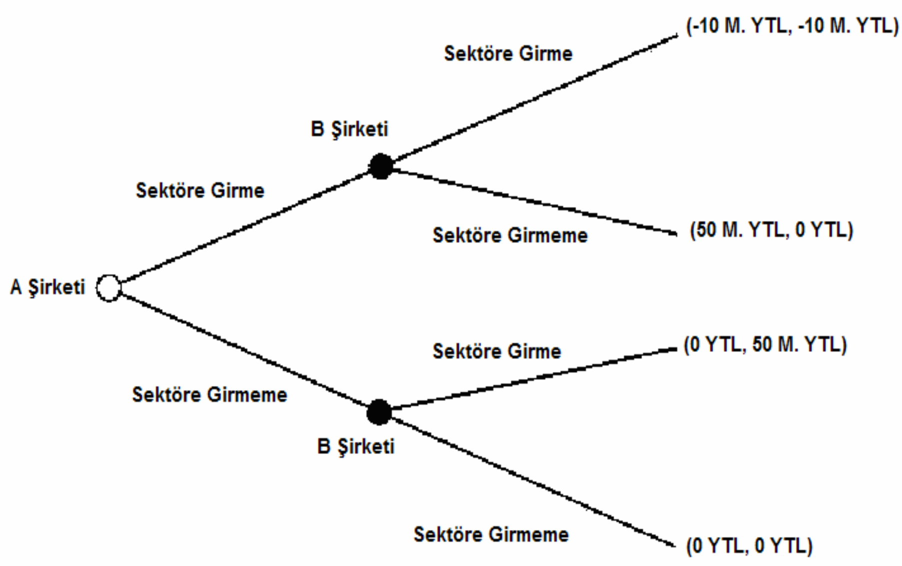
4. DİNAMİK OYUN TEORİSİ

Önceki bölümde statik oyunlar irdelenmişti. Ancak, ekonomiyle alakalı birçok önemli uygulamada zaman kavramını da dikkate alarak değerlendirme yapılması gerekmektedir. Zaman kavramının da dikkate alınması bu oyunları dinamik oyunlar yapmaktadır. Bir oyun iki nedenden dolayı dinamik olabilir. Birincisi, iki oyuncu arasındaki etkileşimin doğasından dinamik olabilir. Bu durumda oyuncular kendi optimal yanıtlarını vermeden önce diğer oyuncuların hareketlerini gözlemleyebilirler. Bunun tam tersi, statik oyunlarda oyuncuların kararlarını eş zamanlı verdikleri kabul edilebilir. İkincisi, eğer tek seferlik bir oyun birden fazla tekrarlanıyorsa ve oyuncular sonraki oyunları oynamadan, önceki oyunların sonuçlarını gözlemleyebiliyorsa oyun dinamiktir [8]. 4.1' de özel dinamik oyunlar irdelenecek ve 4.2' de tekrarlayan oyunlar analiz edilecektir.

4.1 Tek Seferlik Dinamik Oyunlar

Tüm dinamik oyunlar için temel unsurlardan biri, bazı oyuncuların optimal hareketlerini diğer oyuncuların önceki hareketlerine göre kararlaştırmalarıdır. Bu durum, oyuncuların muhtemel strateji seçeneklerini artırmakta ve oyuncuya eski stratejilerden farklı yeni stratejiler getirmektedir. Örnek 3.5' teki oyunun değiştirilmiş versiyonu (iki aşamalı dinamik oyun) kullanılarak durum örneklendirilebilir.

Yeni bir piyasaya girilip girilmeyeceğini değerlendiren iki şirket (A ve B) vardır. Ancak piyasa sadece bir şirketin girebileceği büyüklüktedir. Eğer iki şirket de piyasaya girerse, her ikisi de 10 milyon YTL zarar edecektir. Eğer sadece bir şirket piyasaya girerse 50 milyon YTL kâr edecek, diğeri ise ne kâr ne de zarar edecektir. Bu oyunu dinamik hale getirmek için B şirketinin, A şirketinin piyasaya girip girmediğini gözlemleyerek yapacağı hamlelere karar vereceği kabul edilebilir. Bu oyun şekil 4,1' deki açık form diyagramında gösterilmiştir.



Sekil 4.1 Açık formda dinamik giriş oyunu

Birinci zaman diliminde A kararını verir. Bu durum B tarafından gözlemlenir ve ikinci zaman diliminde B piyasaya girip girmeyeceğine karar verir. Açık form oyunda B' nin karar düğümleri ayrı enformasyon kümeleridir (eğer aynı enformfasyon kümesinde olsalardı, birbirlerine kesik çizgilerle bağlanmış olmaları gerekirdi). Buradan B' nin kararını vermeden önce A' nın hamlesini izlediği sonucuna varılabilir. Eğer bu şirketler hamlelerini eş zamanlı yapacak olsalardı B şirketinin sadece iki tane stratejisi olacaktı; piyasaya girmek veya girmemek. Ancak, B şirketi karar vermeden önce A şirketinin hamlesini gözlemlemesi nedeniyle kararını A şirketinin kararına bağlı olarak verebilir. A' nın farklı iki muhtemel hamlesi bulunduğundan, aynı şekilde B' nin de iki farklı hamlesi bulunduğundan, B' nin strateji sayısı dörttür (2x2). Bu stratejiler,

- A' nın hamlesi ne olursa olsun daima piyasaya atılmak
- A' nın hamlesi ne olursa olsun daima piyasadan uzak durmak
- A' nın yaptığı hamlenin aynısını yapmak
- A' nın hamlesinin tam tersini yapmak.

B şirketinin bu dört stratejisini de göz önünde bulundurarak oyun normal form şeklinde (şekil 4,2) sunulabilir.

B Şirketi

		Daima Sektöre Girme	Daima Sektöre Girmeme	A İle Aynı	A nın Tersi
A Şirketi	**Sektöre Girme**	(-10 m. YTL, -10 m. YTL)	(50 m. YTL, 0 YTL)	(-10 m. YTL, -10 m. YTL)	(50 m. YTL, 0 YTL)
	Sektöre Girmeme	(0 YTL, 50 m. YTL)	(0 YTL, 0 YTL)	(0 YTL, 0 YTL)	(0 YTL, 50 m. YTL)

Şekil 4.2 Normal formda dinamik giriş oyunu

Açık form oyunu normal form oyuna dönüştürdükten sonra saf-strateji Nash dengesini bulmak için önceki bölümde bahsedilen iki aşamalı yöntem uygulanabilir. İlk olarak, diğer oyuncuların muhtemel hamlelerine karşılık oyuncuların optimal stratejileri belirlenir. Bunun için tüm oyuncular sırayla değerlendirilir ve optimal stratejileri belirlenir. Bu durum normal form oyunda ilgili kazançların altları çizilerek gösterilmiştir. Sonra tüm oyuncuların optimal stratejilerini eş zamanlı oynadığı bir Nash dengesi belirlenir.

Şekil 4,2' de gösterildiği üzere bu dinamik oyunun üç adet saf-strateji Nash dengesi vardır. Bu üç durumda da şirketler diğer şirketin yapacağını düşündüğü hamle doğrultusunda mantıklı hareket etmektedir. Her iki şirkette diğer şirketin yapmasını beklediği hamleye göre kazancını maksimize edeceği kararı verecektir. Bu muhtemel sonuçların daha iyi anlaşılabilmesi için B şirketinin yapacağı hamleler için sözler vereceği veya iddiada bulunacağı ve A şirketinin de bu verilen sözler veya iddialar çerçevesinde hareket edeceği düşünülebilir. Bu durumda üç Nash dengesi aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

1. B şirketi, A şirketinin yapacağı hamle ne olursa olsun piyasaya gireceğini söyler. A şirketi buna inanırsa piyasaya girmeyecektir.

2. B şirketi, A şirketinin yapacağı hamle ne olursa olsun piyasaya girmeyeceğini söyler. A şirketi buna inanırsa piyasaya girecektir.

3. B şirketi, A şirketinin yapacağı hamlenin tam tersini yapacağını söyler. A şirketi buna inanırsa piyasaya girecektir.

İlk iki seçenekte B' nin hamleleri diğer şirketin hamlelerine bağlı değildir. Üçüncüde ise B şirketi şartlı strateji benimsemektedir. Bir oyunda bir oyuncunun stratejisi diğer oyuncular arasından en az birinin hamlesine bağlı ise stratejiye *şartlı strateji* denir. Bu kavram daha çok tekrarlayan oyunlarda önemlidir ve sonraki bölümlerde irdelenecektir.

Her denge durumu için A şirketi inançları doğrultusunda mantıklı hareket etmektedir. Ancak bu analizler inançların kendi içlerinde ne kadar mantıklı olduğunu değerlendirmez. Bu durumda şu ilginç soru sorulabilir, ‘A şirketi B şirketinin sözlerinden bazılarını blöf olması nedeniyle eleyemez mi?’. Bu değerlendirme *güvenilirlik* gibi önemli bir meseleyi gündeme getirir. Güvenilirlik kavramı ‘Söze veya iddiaya inanılabilir mi?’ sorusunu akla getirmektedir. Oyun teorisinde bir iddia veya söz, ancak oyuncunun kontrolü altında yerine getirilebileceği durumda güvenilir olarak kabul edilir. Bu açıdan B’ nin bazı beyanları güvenilir değildir. Mesela, B şirketi A şirketinin hamlesinden bağımsız daima piyasaya gireceğini söyleyebilir, ancak bu güvenilir değildir. Çünkü A şirketi piyasaya girerse B şirketinin piyasaya girmeme seçeneği kendi elindedir. Benzer şekilde B şirketi A şirketinin hamlesinden bağımsız piyasaya girmeyeceğini söyleyebilir, ancak bu güvenilir değildir. Çünkü A şirketi piyasaya girmezse, B şirketinin girip girmeyeceği kendi elindedir. Oyuncuların mantıklı olduğu ve bu durum genel bilgi ise oyuncuların sadece güvenilir ifadelere inanacakları varsayılabilir. Buradan güvenilmez ifadelerin oyuncular üzerinde etkisi olmayacağı sonucu çıkarılabilir. Bu fikirler Nash dengesine alternatif *alt oyun mükemmel Nash dengesinde* dikkate alınmıştır.

4.1.1 Alt oyun mükemmel Nash dengesi

Birçok dinamik oyunda birden fazla Nash dengesi vardır. Ancak, bu dengeler genellikle güvenilir olmayan söz veya iddialar içermektedir. Alt oyun mükemmel Nash dengesi kavramı, bir oyun için mantıklı çözümün, güvenilir olmayan sözlere veya iddialara inanan oyuncular tarafından verilmeyeceğini söyleyerek bu tür söz veya iddiaları eler. Daha formel olarak alt oyun mükemmel Nash dengesi, oyun için öngörülen çözümün tüm alt oyunlarda bir Nash dengesi olmasını gerektirir. Bir alt oyun, tüm oyunun herhangi bir düğümünden başlayan ve oyunun sonuna kadar devam eden, hiçbir enformasyon kümesini bölmeyen oyunun küçük bir bölümüdür. Bir dinamik oyunun çözümünün tüm alt oyunlarda Nash dengesi olması gerektiğinden her oyuncunun kendi kazancını oyunun her bölümünde artıracak şekilde hareket etmesi gerekmektedir. Bu, güvenilir olmayan sözlere veya iddialara inanılmayacağı veya onların doğrultusunda hareket edilmeyeceği anlamına gelir.

Bu denge kavramının nasıl uygulandığını görebilmek için yukarıda tartışılan dinamik oyun incelenmeye devam edilebilir. Şekil 4,1’ de gösterilen oyunun açık formundan oyunun iki tane alt oyunu olduğu görülebilir. Söz konusu alt oyunlar B şirketine ait karar düğümlerinden başlayan oyunlardır. Öngörülen çözümün alt oyun mükemmel Nash dengesi olabilmesi için her alt oyunun Nash dengesini kapsamalıdır. Söz konusu dinamik oyunun tüm Nash dengeleri irdelenerek, aralarında alt oyun mükemmel Nash dengesi olup olmadığı bulunabilir.

1. Birinci Nash dengesinde, B şirketi A şirketinin kararı ne olursa olsun piyasaya gireceğini iddia etmektedir. Bu strateji, sadece bir alt oyun için Nash dengesidir. Bu durum, A şirketi piyasadan uzak durduğunda optimaldir. Eğer A şirketi piyasaya girerse, iddiası olsa bile B şirketinin piyasaya girmeme gibi bir seçeneği vardır ve girmeyecektir. Bu iddia güvenilir değildir ve A şirketi tarafından dikkate alınmamalıdır. Dolayısıyla söz konusu Nash dengesi alt oyun mükemmel Nash dengesi değildir.

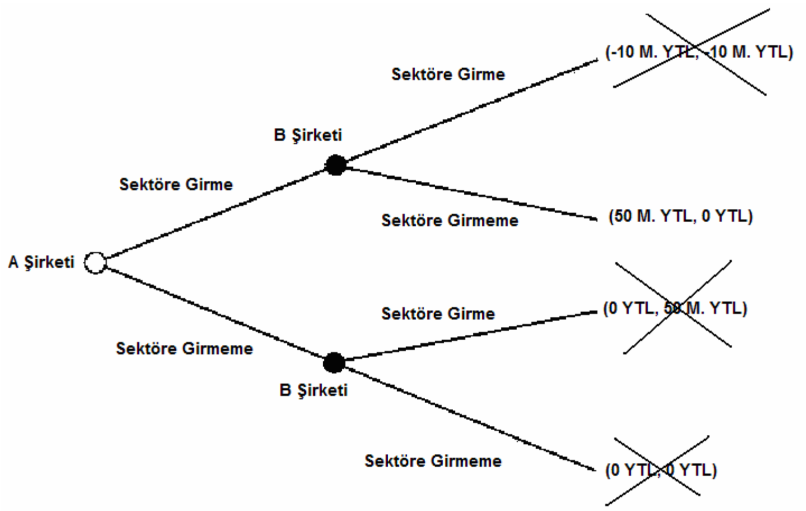
2. İkinci Nash dengesinde, B şirketi A şirketinin kararı ne olursa olsun piyasaya girmeyeceği sözünü vermektedir. Aynı şekilde bu da alt oyunlardan yalnızca bir tanesi için Nash dengesidir. A şirketinin piyasaya girdiği durumda optimaldir, ancak A şirketinin piyasaya girmediği durumda optimal değildir. A şirketinin piyasaya girmemesi durumunda B şirketinin sözünde durması B şirketinin kazancı doğrultusunda olmadığı için B şirketinin sözünde durmayacağı ve piyasaya gireceği düşünülebilir. Bu sözün güvenilir olmadığı ve A şirketi tarafından dikkate alınmayacağı kabul edilebilir. Söz konusu Nash dengesi de bir alt oyun mükemmel Nash dengesi değildir.

3. Üçüncü Nash dengesinde ise B şirketi A şirketinin yapacağı hamlenin tam tersi bir hamle yapacağı sözünü vermektedir. Bu durum her iki alt oyun için de bir Nash dengesidir. A şirketi piyasaya girerse B şirketinin girmemesi, A şirketi piyasaya girmez ise B şirketinin piyasaya girmesi optimaldir. Bu güvenilir bir sözdür ve istenildiği zamanda B şirketi tarafından gelecekte uygun zamanda yerine getirilebilir. Bu söz inanılabilir bir sözdür ve A şirketinin piyasaya girmesi mantıklı olacaktır.

Bu oyun için tek alt oyun mükemmel Nash dengesi A şirketinin piyasaya girmesi ve B şirketinin piyasaya girmemesidir. Bu durum A şirketinin piyasaya daha önce girme fırsatının olduğu durumda geçerlidir. B şirketi A şirketinin piyasaya girdiğini görünce, piyasadan uzak duracak ve A şirketi tekel olacaktır. Söz konusu oyunu çözme metodunda gereksiz zaman harcanmıştır. Ancak, alt oyun mükemmelliğinin daha iyi anlaşılabilmesi için bu yol tercih edilmiştir. Dinamik bir oyunun alt oyun mükemmel Nash dengesini bulabilmenin kısa yolu vardır. Geri yönlü tümevarım ilkesini kullanarak dinamik bir oyun için alt oyun mükemmel Nash dengesi kolayca bulunabilir.

4.1.2 Geri yönlü tümevarım

Geri yönlü tümevarım açık form dinamik oyunlara uygulanan tekrarlayan tam baskınlık ilkesidir. Ancak bu ilke, stratejileri değil hareketleri kazançları doğrultusunda elemeye dayanır. Bu ilkeyi dinamik oyunlara uygularken, önce son bölüm ile başlanır ve geriye yönelik başarılı düğümler boyunca hareket edilip oyunun başlangıç kısmına ulaşılmaya çalışılır. Yukarıda bahsedilen dinamik giriş oyun tekrar değerlendirilerek geri yönlü tümevarım uygulanabilir. Oyun için açık form şekil 4,3' te verilmiştir.

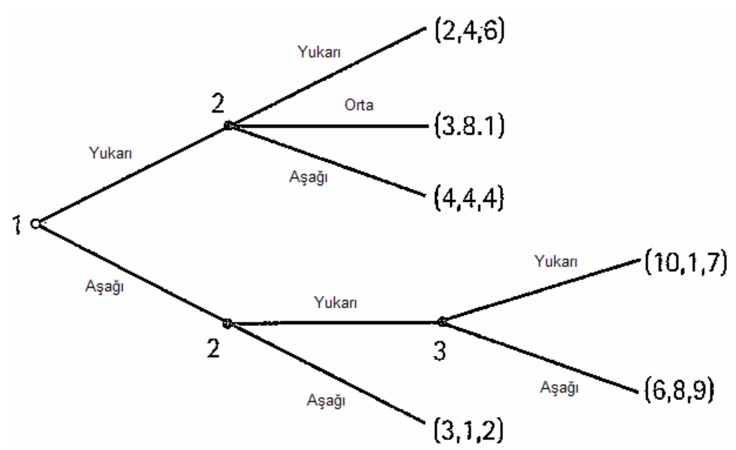


Şekil 4.3 Dinamik giriş oyunu ve geri yönlü tümevarım

Oyunun son bölümünden başlanıldığında iki düğüm vardır. Her iki düğümde de B şirketi A şirketinin yaptığı hamleye göre piyasaya girmeye veya girmemeye karar verecektir. Birinci düğümde A şirketi piyasaya girmiştir. B şirketi eğer piyasaya girerse 10 m. YTL zarar edecektir veya piyasadan uzak kalarak ne kâr ne de zarar edecektir. Bu durumda B şirketi piyasaya girmemeyi tercih edecektir. Sonuç olarak, her iki şirketin piyasaya girme olasılığı elenebilir. Şekilde ilgili kazanç vektörünün (-10 m. YTL, -10 m. YTL) üzeri çizilerek durum gösterilmiştir. İkinci düğümde A şirketi piyasaya girmemiştir. B şirketi piyasaya girerse 50 m. YTL kazanacaktır veya piyasaya girmezse ne kâr ne de zarar edecektir. Bu durumda B şirketi piyasaya girmeyi tercih edecektir. Dolayısıyla iki şirketin de piyasaya girmeme olasılığı elenebilir. Yine şekilde ilgili kazanç vektörünün (0,0) üzeri çizilir. Artık önceki düğümlere geçilebilir. Bu oyunda değerlendirilen düğümlerden önceki düğüm başlangıç düğümüdür. Burada A şirketi piyasaya girmeyi veya girmemeyi karalaştıracaktır. Ancak, A şirketi B şirketinin mantıklı olduğunu düşünürse önceki aşamalarda elenen kazançlara ulaşamayacağını bilir. A şirketi piyasaya girerse 50 m. YTL, girmez ise hiçbir kazancı olmayacağı sonucuna varabilir. Bu nedenden dolayı A şirketinin piyasaya girmeyeceği ihtimali elenerek (0, 50 m. YTL) kazanç vektörünün üzeri çizilir. Sonuç olarak bir tek kazanç vektörü kalır. Bu kazanç vektörüne göre A şirketi piyasaya girecek B şirketi ise girmeyecektir. Bu sonuç aynı zamanda oyunun alt oyun mükemmel Nash dengesidir.

Örnek 4.1:

Geri yönlü tümevarım metodu kullanılarak aşağıda üç kişilik oyunun alt oyun mükemmel Nash dengesi verilmiştir.



Geri yönlü tümevarım metodu kullanılarak mantıklı bir oyuncunun yapmayacağı hamleler elenebilir. Oyun 3. oyuncunun düğümüne geldiğinde ‘yukarı’ hamlesine karşılık kazancı 7, ‘aşağı’ hamlesine karşılık kazancı ise 9 olacaktır. Oyuncunun mantıklı olduğu varsayılırsa ‘aşağı’ hamlesi seçilir ve ‘yukarı’ hamlesi elenir. Bu koldan geriye hareket edilerek 2. oyuncunun düğümüne ulaşılır. 1. oyuncunun ‘aşağı’ hamlesi doğrultusunda, eğer 2. oyuncu 3. oyuncunun mantıklı hareket edeceğini kabul ederse, ‘yukarı’ hamlesine karşılık kazancı 8, ‘aşağı’ hamlesine karşılık kazancı 1 olacaktır. 2. oyuncunun mantıklı olduğu kabul edilirse, karar düğümünde ‘yukarı’ hamlesi seçilir ve ‘aşağı’ hamlesi elenir. 1. oyuncunun ‘yukarı’ hamlesi doğrultusunda, 2. oyuncu için üç farklı sonuç vardır. Sonuçlar değerlendiğinde 2. oyuncunun ‘orta’ hamlesini oynayacağı ve ‘yukarı’ ile ‘aşağı’ hamlelerini eleyeceği sonucuna varılır. Artık sadece 1. oyuncunun kararını belirlemek yeterli olacaktır. Geriye iki tane kazanç vektörü kalmıştır. Eğer 1. oyuncu 2. oyuncunun mantıklı olduğunu düşünürse ‘yukarı’ hamlesine karşılık 3 kazanç, ‘aşağı’ hamlesine karşılık ise 6 kazanç elde edecektir. Dolayısıyla, 1. oyuncu için ‘yukarı’ hamlesi elenebilir. Yukarıdaki varsayımlarla birlikte alt oyun mükemmel Nash dengesine karşılık gelen bir tek kazanç vektörü kalmıştır. Denge, 1.oyuncunun ‘aşağı’, 2. oyuncunun ‘yukarı’, 3. oyuncunun ‘aşağı’ hamlelerini yaptıkları durumdur.

4.2 Tekrarlayan Oyunlar

Önceki bölümde tek seferlik dinamik oyunlar üzerinde durulmuştu. Ancak, ekonomistlerin ilgilendiği çoğu oyun temsilciler arasında tekrarlayan etkileşimler içerir. Temsilciler arasındaki bu etkileşimin öngörülen sonucun üzerinde etkisinin olması beklenir. Bu bölümde tekrarlama olayının öngörülen sonuç üzerindeki etkisi irdelenecek ve hangi şartlar altında kooperatif olmayan gizli anlaşmaların mümkün olacağı incelenecektir. Bu durum birkaç bağlamda ele alınacaktır. İlk olarak tek seferlik oyunların (zemin oyunu) sonsuz kere tekrarlandığı oyunlar irdelenecektir. İkinci olarak zemin oyunların birden fazla tekrarlandığı ve zemin oyununun bir tek Nash dengesinin bulunduğu oyunlar ele alınacaktır. Bu içerikte aynı zamanda ‘geri yönlü tümevarım paradoksu’ da tartışılacaktır. Son olarak paradokstan kurtulabilmenin yolları üzerinde durulacaktır.

4.2.1 Sonsuz tekrarlayan oyunlar

Tekrarlayan oyunların içerdiği bazı konular, rekabet halindeki iki şirket örneği ile değerlendirilecektir. A ve B şirketlerinin belirli bir piyasada baskın olduğu varsayılsın. Her iki şirketin pazarlama bölümleri reklâm harcamalarındaki artışın şirketin satışlarına olumlu etkisi olduğunu tespit etmişlerdir. Ancak, şirketlerin reklâm harcamaları diğer şirketin satışlarını olumsuz yönde etkilemektedir. Şirketlerin yüksek ve düşük harcama olmak üzere iki reklâm seviyesinin olduğu kabul edilirse, şekil 4,4’ te her iki şirketin kazanç matrisleri (yıl başına m. YTL olarak) verilmiştir.

		İkinci Şirket	
		Yüksek	Düşük
Birinci Şirket	Yüksek	$(\underline{4}, \underline{4})$	$(\underline{6}, 3)$
	Düşük	$(3, \underline{6})$	(5, 5)

Şekil 4.4 Normal formda reklâm oyunu

Bu normal form oyunda, şirketlerin ikisinin düşük reklâm harcamasını sürdürmesi yüksek reklâm harcamasına girmelerinden daha kazançlıdır. Bunun nedeni ise, iki şirketin de reklâm harcamalarını artırması durumunda piyasa paylaşımı değişmeyecektir, ama reklâm için daha fazla harcamaya gidilmiş olacak ve kâr azalacaktır. Ancak, her şirket piyasa payını ve kârını artırmak için diğer şirketin reklâm seviyesinden daha fazla reklâm seviyesine ulaşmaya çalışacaktır.

Eğer bu oyun bir kere oynanacak olsaydı, iki şirketin de reklâm giderlerini artırması doğrultusunda bir tek Nash dengesi olacaktı. Bu oyun mahkûmlar ikilemi çeşidinde bir oyun olup, iki şirketin de düşük reklâm seviyesinde kalmaları durumunda daha kazançlı olacaklardı. Şirketlerin karşılaştığı problem, yasal ve zorlayıcı anlaşmalar olmadan hamlelerini nasıl koordine edebilecekleridir. Reklâm harcamalarının kazancı artırıcı etki yapması nedeniyle tek seferlik oyunlarda böyle bir durum söz konusu olmayacaktı. Ancak, şirketler arasındaki etkileşimin sonsuz kere tekrarlanması nedeniyle, iki şirket Pareto optimal sonucu doğrultusunda hamlelerini koordine edebilir. Eğer iki şirket de bir şartlı uygun strateji benimserse Pareto optimal gerçekleşir ve gelecek için indirim yapmalarına gerek kalmaz.

Önceden de bahsedildiği üzere şartlı strateji bir oyuncunun stratejisinin diğer oyuncular arasından en az bir oyuncunun stratejisine bağlı olmasıdır. Bu sayede oyuncuların diğer oyuncuları Pareto verimliliğinden sapmaları durumunda cezalandırma ihtimali oluşmaktadır. Bu durum *cezalandırıcı strateji* olarak bilinmektedir. Eğer ceza yeterince caydırıcı ise oyuncular Pareto verimliliğinden sapmaktan kendilerini alıkoyacaktır. Bu şekilde Pareto verimliliği sonucu korunabilecektir. Yine güvenilirlik kavramı önemlidir. Örneğin, eğer iddia güvenilir ise sapma hareketlerine karşılık iddia doğrultusunda uygulanacak ceza kooperatif sonucu koruyacaktır. Bu ancak iddia doğrultusunda cezayı uygulayacak kişinin cezalandırıcı iddia sahibi olmasına durumunda gerçekleşir. Buradan da, eğer cezalandırıcı strateji tüm oyunun alt oyun mükemmel Nash dengesi ise cezalandırıcı stratejinin ancak kooperatif çözümün korunması durumunda etkili olacağı sonucuna varılabilir. Bu fikirlerin pratikte nasıl işlendiğini görmek için önceki reklâm oyunu için aşağıda verilen cezalandırıcı strateji değerlendirilebilir.

Her şirket düşük maliyetli reklâm giderleri ile başlasın ve bu durum diğer şirketin de önceki periyotta aynı şekilde davrandığı sürece devam etsin. Eğer şirketlerden biri önceki periyotta yüksek maliyetli reklâm kampanyası sürdürmüş ise, diğer şirket de sonraki periyotta yüksek maliyetli reklâm kampanyası sürdürsün.

Bu tür cezalandırıcı strateji sonsuz sayıda tekrarlanan oyunlarda sıkça kullanılmaktadır ve *tetikleyici strateji* olarak bilinmektedir.

Tetikleyici strateji, bir oyuncunun oyundaki bir hamlesinin diğer oyuncuların hamlelerini de değiştirmesine neden olan stratejidir. Eğer şirketlerden biri reklâm harcamalarını artırırsa diğeri de ardından reklâm harcamalarını artıracaktır. Bu durum da Pareto verimliliğini oyun için yok etmektedir. Yüksek maliyetli reklâm kampanyası sürdüren şirket sapmanın ilk yılında kârının 5 m. YTL' den 6 m. YTL' ye çıktığını görecektir. Ancak, sonraki yılda kârı en fazla 4 m. YTL olacaktır. Tetikleyici stratejinin Pareto verimliliğini koruyabilmesi için iki şartın sağlanması gerekir. Birincisi, cezanın kendisi güvenilir olmalı. İkincisi, düşük maliyetli reklâmda kalma sözü de güvenilir olmalıdır (ileriki dönemlerde karşılaşılabilecek muhtemel cezaların belirlenmesi). İki durum da sırayla irdelenecektir.

Bir şirketin yüksek maliyetli reklâma geçmesi durumunda diğer şirketin de yüksek maliyetli reklâma geçmesi mantıklı bir davranış olduğundan cezalandırıcı iddia güvenilirdir. Zemin oyununun Nash dengesine karşılık gelmesi nedeniyle cezalandırıcı strateji güvenilirdir. Diğer oyuncuların muhtemel hamlelerine karşılık optimal hamle olmasından dolayı Nash dengesini oynamak daima güvenilir stratejidir. Geriye kalan mesele ise düşük maliyetli reklâmda kalma sözünün güvenilir olup olmadığıdır. Eğer işbirliğinin getireceği kazancın şimdiki değeri sapmanın getireceği kazancın şimdiki değerinden daha fazla ise şirketler kazançlarını maksimize etmek isteyeceklerinden dolayı kooperatif sonuç sürdürülecektir.

Oyunun sonsuz sayıda tekrarlanıyor olması nedeniyle gelecekteki ödemelerin iskonto edilmesi gerekmektedir. Böylece, gelecekteki kârların şimdiki değeri bulunur. Şirketlerin uyguladıkları iskonto oranı $\delta=1/(1+r)$ olsun. Burada r faiz veya kâr oranını belirtmektedir. Bu durum şimdi elde edilen 1 YTL' nin ileriki bir zamanda elde edilecek 1 YTL' den daha değerli olduğunu belirtmektedir. Çünkü para r faiz veya kâr oranı ile değerlendirilebilir. Bir adet 1 YTL ne kadar geç sürede elde edilirse şimdiki değeri de o ölçüde azalır. Düşük maliyetli reklâm kampanyasını sürdürmenin getireceği kazancın şimdiki değeri (ŞD(düşük)) δ ile iskonto edilerek bulunabilir.

$$\text{ŞD(düşük)} = 5+5\delta+5\delta^2+\ldots$$

$$\therefore \delta\text{ŞD(düşük)} = 5\delta+5\delta^2+5\delta^3+\ldots$$

$$\therefore (1-\delta)\text{ŞD(düşük)} = 5$$

$$\therefore \text{ŞD(düşük)} = 5/(1-\delta).$$

Diğer taraftan, kooperatif sonuçtan sapılması durumunda ve yüksek maliyetli reklâm kampanyasına geçilmesi durumunda kazancın şimdiki değeri,

$$ŞD(yüksek) = 6+4\delta+4\delta^{2}+\ldots$$

$$\therefore\ \delta ŞD(yüksek) = 6\delta+4\delta^{2}+4\delta^{3}+\ldots$$

$$\therefore\ (1-\delta)ŞD(yüksek) = 6+4\delta-6\delta$$

$$\therefore\ (1-\delta)ŞD(yüksek) = 6(1-\delta)+4\delta$$

$$\therefore\ ŞD(yüksek) = 6 + 4\delta/(1-\delta).$$

Eğer ŞD(düşük) $\geq$ ŞD(yüksek) ise kooperatif sonuç sürdürülecektir.

$$ŞD(düşük) \geq ŞD(yüksek)$$

$$\therefore\ 5/(1-\delta) \geq 6 + 4\delta/(1-\delta)$$

Buradan, $\delta \geq \frac{1}{2}$ bulunur.

Eğer şirketlerin iskonto oranı yarımdan büyük ise sonsuz etkileşim ve tetikleyici strateji doğrultusunda şirketler düşük maliyetli reklâm kampanyasını sürdürecektir. Koşulun geçerli olduğu süre boyunca düşük maliyetli reklâm kampanyasını sürdürmek güvenilirdir. Düşük maliyetli reklâm kampanyasını sürdürme sözü ve cezalandırıcı iddianın güvenilir olması bu oyun için düşük maliyetli reklâm kampanyasını sürdürmek alt oyun mükemmel Nash dengesine karşılık gelmektedir. Ancak, bu sonuç birçok alt oyun mükemmel Nash dengesinden sadece bir tanesidir. Mesela, her periyotta şirketlerin yüksek maliyetli reklâm yapması da başka bir alt oyun Nash dengesidir. Şirketlerin birçok Nash dengesi arasından bir tanesi için nasıl işbirliği yapacakları sorunu ortaya çıkmaktadır. Eğer şirketlerin iskonto oranı yarımdan düşük ise şirketler hemen yüksek maliyetli reklâma sapacaktır. Bu durumda kooperatif sonuç varsayılan tetikleyici strateji ile beraber sürdürülemez. Çünkü gelecekteki cezalandırıcı iddia sapmadan vazgeçirecek kadar güçlü değildir. Şirketler gelecekteki kazançlarından çok, şimdiki kazançlarına önem vermektedir. Düşük maliyetli reklâmı sürdürme sözü bu durumda güvenilir değildir ve her iki şirkette yüksek maliyetli reklâm kampanyasına geçecektir.

Örnek 4.2:

1- Aşağıdaki normal formda verilen oyunun bir defa oynanması durumunda Nash dengesi nedir?

İkinci Oyuncu

Birinci Oyuncu		Sol	Sağ
	Yukarı	(1,1)	(5,0)
	Aşağı	(0,5)	(4,4)

Saf-strateji Nash dengesini bulmak için iki aşamalı metot uygulandığında bir tek 'yukarı/sol' hamlesinin Nash dengesi olduğu görülür.

2- Aşağıdaki tetikleyici stratejiye uyulduğunda ve oyunun sonsuz tekrarlayan bir oyun olması durumunda yukarıdaki oyun için Pareto verimliliğinin 'aşağı/sağ' olduğunu ve 'aşağı/sağ' hamlesinin aynı zamanda alt oyun mükemmel Nash dengesi olduğunun gösterimi.

Başlangıçta veya geçmişte her defasında 'sağ/aşağı' hamlesi oynanmış ise 'sağ/aşağı' hamlesini oynamak. Diğer durumlarda 'yukarı/sol' oynamak

Eğer oyuncular varsayılan tetikleyici etkiyi benimserler ve geleceği çok fazla iskonto etmezler ise sonsuz tekrar ile kooperatif sonuç 'sağ/aşağı' olacaktır.

Oyuncuların iskonto oranı δ olsun. 'sağ/aşağı' hamlesinin devamlı oynanması sonucunda her bir oyuncunun kazancının şimdiki değeri,

$$4+4\delta+4\delta^2+4\delta^3+\ldots = 4/(1-\delta) \text{ dır.}$$

Oyuncuların sapması durumunda kazançlarının şimdiki değeri,

$$5+\delta+\delta^2+\delta^3+\ldots = 5+\delta/(1-\delta) \text{ dır.}$$

Sonuç olarak, her iki oyuncu da

$$4/(1-\delta) \geq 5+\delta/(1-\delta)$$

$$\therefore \delta \geq \frac{1}{4}$$

koşulu sağlandığı sürece anlaşmaya devam edecektir.

Diğer oyuncunun kooperatif çözümden sapması durumunda statik Nash dengesini oynamak mantıklı olduğundan cezalandırıcı iddia güvenilirdir. Ayrıca, yukarıdaki koşul sağlandığı sürece 'sağ/aşağı' hamlesi de güvenilirdir. Çünkü sapmadan dolayı maruz kalınacak kayıp muhtemel kazançlardan çok fazladır.

3- Oyuncular aşağıdaki cezalandırıcı stratejiyi benimsediği durumda yukarıdaki sonsuz tekrarlayan oyunun iskonto oranının değişimi,

Başlangıçta veya bir önceki periyotta elde edilen sonuç 'sağ/aşağı' veya 'yukarı/sol' ise 'sağ/aşağı' oynansın. Diğer durumlarda bir periyotluğuna 'yukarı/sol' oynansın.

Oyuncuların tek periyot cezalandırıcı stratejisini benimsemesi durumunda her bir oyuncunun her periyot için Pareto verimliliğinden sapma seçeneği vardır. Eğer başlangıçta sapmak mantıklı ise oyuncular sapacaktır. Bu periyotta sapılması sonucundaki kazancın şimdiki değeri,

$$5+\delta+5\delta^{2}+\delta^{3}+\ldots = (5+\delta)/[(1-\delta)(1+\delta)] \text{ dır.}$$

Oyuncuların Pareto verimliliğini sürdürmeleri durumunda elde edecekleri kazancın şimdiki değerinin yukarıdaki sonuç ile karşılaştırılması sonucunda

$$4/(1-\delta) \geq (5+\delta)/[(1-\delta)(1+\delta)]$$

$$\therefore \delta \geq \frac{1}{3} \quad \text{bulunur.}$$

4.2.2 Sonlu tekrarlayan oyunlar

Sonsuz tekrarlayan oyunlarda oyuncular kooperatif olmayan sonuçları (zemin oyununun Nash dengesinden farklı) sürdürebilir. Eğer oyuncular uygun cezalandırıcı stratejiyi benimser ve geleceği çok fazla iskonto etmezler ise ifade edilen durumun geçerli olacağı gösterilmiştir. Hangi şartlar altında bu sonucun sonlu tekrarlayan oyunlarda sağlanacağı bu bölümde değerlendirilecektir.

4.2.2.1 Geri yönlü tümevarım paradoksu

Sonlu tekrarlayan oyunlara geri yönlü tümevarımın uygulanması sonucunda elde edilen sonuçlardan bir tanesi, eğer zemin oyununun bir tek Nash dengesi var ise sonlu tekrarlayan oyunun her periyodu için alt oyun mükemmel Nash dengesi zemin oyunundaki Nash dengesidir. Bu durum tekrarlama ne kadar çok olursa olsun doğrudur.

Bu sonucu anlamak için şu argüman irdelenebilir. Bir tek Nash dengesi olan bir oyunun önceden belirlenmiş sonlu bir sayıda oynanacağı varsayılsın. Bu oyunun alt oyun mükemmel Nash dengesini bulmak için ilk olarak son periyottan başlanır. Son periyotta oyunun kendisi bir defalık zemin oyunudur ve bu oyunda beklenen sonuç zemin oyununun tek Nash dengesidir. Sondan bir önceki periyot değerlendirildiğinde geri yönlü tümevarım ilkesini kullanan oyuncular bu periyottan bağımsız olarak son periyotta Nash dengesinin oynanacağını bilirler. Bu oyuncuların sondan bir önceki periyotta Nash dengesinden farklı bir hamle yapmasına neden olacak güvenilir cezalandırıcı iddianın bulunmadığı anlamına gelir. Tüm oyuncular bunu bilir ve yine Nash dengesi oynanır. Bu argüman ilk periyoda ulaşılıncaya kadar tüm önceki periyotlar ve ilk periyot için uygulanabilir. Oyun için alt oyun mükemmel Nash dengesi zemin oyunda ve her periyotta oynanan Nash dengesidir.

Bu sonuç yukarıda bahsedilen reklâm oyunu ile örneklendirilebilir. Ancak, oyunun sadece iki yıl için oynandığı varsayılsın. İkinci yılda oyunun sadece zemin oyunu vardır ve beklenen sonuç iki şirketin de yüksek maliyetli reklâm yapmasıdır. Sonuçta her iki şirket de yıllık 4 m. YTL kâr elde edecektir. İkinci yılın sonucunu Nash dengesinin belirlemesi, birinci yılın sonucunun iki şirketin yüksek maliyetli reklâm kampanyası sürdürmesine neden olacaktır. Benzer analizler sonlu sayıda tekrarlar için yapılabilir ve her periyotta zemin oyunu Nash dengesi sonucu alınır. Dolayısıyla alt oyun mükemmel çözüm iki şirketin de her iki periyotta yüksek maliyetli reklâm yapmalarıdır.

Bu genel sonuç geri yönlü tümevarım paradoksu olarak bilinmektedir. Paradokstur çünkü sonsuz tekrarlayan oyunlar ile çelişmektedir. Ne kadar çok sayıda oynanmasından bağımsız olarak sonsuz sayıda tekrarlayan oyundan elde edilen sonuç alınamayacaktır. Tekrarlama sayısı çok büyük olsa dahi sonlu sayıda tekrarlayan oyunlar ile sonsuz sayıda tekrarlayan oyunlar arasında bir kopukluk vardır. Ayrıca, çok sayıda tekrarlamada oyuncuların oyunun erken periyotlarında Pareto verimliliğinde koordine olmaları beklenir. Bu nedenden dolayı da paradoks olarak değerlendirilir.

Bu paradoksun nedeni sonlu bir oyunun sonsuz bir oyundan niteliksel olarak farklı olmasıdır. Sonlu oyunda son periyoda her yaklaşıldığında geriye kalan oyunun yapısı değişmektedir. Ama sonsuz oyunda böyle bir durum yoktur. Ayrıca, oyundaki aşamadan bağımsız oyunun yapısı daima aynıdır. Böyle bir oyunda geri yönlü tümevarım mantığının uygulanabileceği bir son nokta yoktur. Paradoksu aşmak için birkaç çözüm yolu önerilmiştir. Bunlar, sınırlı mantıklılık, zemin oyunda çoklu Nash dengeleri, gelecek hakkında belirsizlik ve oyundaki diğer oyuncular hakkında belirsizliktir.

4.2.2.2 Sınırlı mantıklılık

Geri yönlü tümevarım paradoksundan kurtulmak için önerilen çözümlerden biri, insanların belirli limitler dâhilinde mantıklı olmalarıdır. Bunun oyunlara uygulanışı Radner (1980) tarafından önerilmiştir. Radner, optimal stratejilerin her periyot kazancı için $\varepsilon \geq 0$ dahilinde alt optimal stratejilerin oynanmasına izin vermektedir. Bu durum *ε-en iyi yanıt* olarak adlandırılır. Bir *ε-denge*, tüm oyuncuların ε-en iyi yanıt oynamalarına karşılık gelir. Eğer tekrarların sayısı yeterince çok ise, alt oyun mükemmel Nash dengesi olmasa bile, kooperatif sonucu oynamak, uygun tetikleyici stratejiler verilmesi durumunda ε-denge olabilir. Bu durum yukarıda bahsedilen tekrarlayan reklâm oyunu için gösterilebilir. Sonsuz sayıda tekrarda şirketlerin cezalandırıcı stratejiye uydukları varsayılsın. Ancak, şimdiki durumda oyun sonlu sayıda oynanacaktır. İskontonun olmadığı ve cezalandırıcı stratejinin oynandığı kabul edilirse, şirketlerden birinin yüksek maliyetli reklâma geçmesi durumunda diğer şirketin kazancı 3+4(t-1) olacaktır. Burada t oyunda geriye kalan periyot sayısını göstermektedir. Yüksek maliyetli reklâm kampanyasını başlatmanın getirisi 6+4(t-1) dir. Cezalandırıcı stratejiden sapmanın getirisi net olarak 3 tür. Periyot başına 3/t dir. Eğer oyuncular Radner' in tarif ettiği gibi sınırlı mantıklı ise $\varepsilon > 3/t$ durumunda kooperatif sonuç ε-denge olacaktır. Bu durum ε' nun her değeri için sağlanır yeter ki geriye kalan periyot sayısı yeterince büyük olsun. Büyük sayıda tekrarlama verildiğinde oyunun ilk periyotlarında işbirliği gözlenecektir. Bu oyun için de işbirliği, düşük maliyetli reklâm anlamına gelecektir.

Tekrarlayan oyunlarda sınırlı mantıklılığın etkilerini Radner' in metodu ile analiz etmeye değer olsa da Radner'in önerisinin en iyi çözüm yolu olduğu kesin değildir. Örneğin, Friedman (1986) sınırlı mantıklılıkta, insanların belirli sayıdaki periyotlar için optimal stratejiyi hesaplayacakları sonucunun çıkarılabileceğini ifade etmektedir. Eğer bu doğru ise, oyun kısalacaktır ve geri yönlü tümevarım metodunun sonucu daha mümkün olacaktır [9 ve 10]. Ayrıca insanların, neden tam mantıklı olmadıklarının sorgulanması gerekmektedir.

4.2.2.3 Çoklu Nash dengesi

Zemin oyununda çoklu Nash dengesi var ise geri yönlü tümevarım paradoksundan kaçınılabilir. Çoklu Nash dengesiyle beraber son periyot için bir tek öngörü yoktur. Bu durum oyunda oyunculara gelecek için güvenilir bir iddia olabilir ve diğer oyuncuların kooperatif çözümü oynamalarına neden olur. Sadece iki defa oynanacak olan aşağıdaki oyun durumun anlaşılması için değerlendirilebilir.

		İkinci Oyuncu		
		Sol	Orta	Sağ
Birinci Oyuncu	Yukarı	(1,1)	(5,0)	(0,0)
	Merkez	(0,5)	(4,4)	(0,0)
	Aşağı	(0,0)	(0,0)	(3,3)

Şekil 4.5 Çoklu Nash dengeli normal form zemin oyunu

Bu zemin oyununun 'yukarı/sol' ve 'sağ/aşağı' olmak üzere iki tane Nash dengesi vardır. Her ikisi de Pareto verimsizdir. Eğer oyuncular 'orta/merkez' üzerinde anlaşabilselerdi her ikisi kazanç açısından daha iyi durumda olacaktı. Tekrarlayan oyunda oyuncuların aşağıdaki cezalandırıcı stratejiyi uyguladıkları varsayılsın.

İlk periyotta 'orta/merkez' oynansın, eğer ilk periyodun sonucu 'orta/merkez' ise ikinci periyotta 'sağ/aşağı' oynansın. Diğer durumlarda 'yukarı/sol' oynansın.

İki periyodun oynanma zamanı birbirine yeterince yakın olduğu düşünülürse kazanç için iskonto ihmal edilebilir ve oyunun kazanç matrisi şekil 4,6' daki gibi olur.

		İkinci Oyuncu		
		Sol	Orta	Sağ
Birinci Oyuncu	Yukarı	(2,2)	(6,1)	(1,1)
	Merkez	(1,6)	(7,7)	(1,1)
	Aşağı	(1,1)	(1,1)	(4,4)

Şekil 4.6 İskonto ve ilgili cezalandırıcı stratejiyle kazanç matrisi

Matriste gösterilen seçenekler, ilgili cezalandırıcı stratejiye uyan oyuncuların ilk periyot hamlelerine karşılık gelmektedir. Bu matriste kazançlar, eğer ilk periyotta ‘orta/merkez’ oynandı ise ikinci periyot kazancı için 3 eklenerek, diğer durumlar için ise 1 eklenerek bulunmuştur. Şimdi bu oyunun 3 tane Nash dengesi vardır. Bunlardan ikisi önceden belirtilenler ve yenisi ‘orta/merkez’ dir. Birinci turda ‘orta/merkez’ ve ikinci turda ‘sağ/aşağı’ oynamak alt oyun mükemmel Nash dengesidir. Böylece oyuncular geri yönlü tümevarım paradoksundan kurtulur ve ilk periyotta Pareto verimliliğine ulaşır.

4.2.2.4 Gelecek belirsizliği

Geri yönlü tümevarım paradoksundan kurtulmanın diğer bir yolu ise oyunun ne zaman sonlanacağı hakkındaki belirsizlik olabilir. Bunu yapmanın bir yolu sabit bir ihtimal çerçevesinde herhangi bir periyot sonunda oyunun sonlanabileceğini kabul etmektir. Bu durumda, oyunun sonlu olmasına rağmen oyunun ne zaman biteceği belirsizdir. Sonsuz tekrarlayan oyunlarda olduğu gibi ne kadar çok periyodun oynandığından bağımsız olarak geriye kalan oyunun yapısı değişmeyecektir. Hiçbir periyot son periyot olarak değerlendirilemeyeceği için geri yönlü tümevarımın başlayacağı nokta kesin olmadığından paradokstan kurtulmuş olunur. Geri yönlü tümevarım sadece sonu belirli olan oyunlara uygulanır. Eğer son periyot belirsiz ise her periyotta güvenilir iddialar yapılır ve sözler verilebilir. Bu analizler sonsuz oyunlardaki gibidir ancak δ iskonto oranının yenilenmesi gerekir. Ayrıca, faiz veya kâr oranı dışında oyunun hangi periyotta sonlanacağı ihtimali de dikkate alınmalıdır. Bu durumda iskonto oranı

$$r = (1 - \text{Olasılık}) / (1 + r)$$

olacaktır. Burada *Olasılık*, oyunun herhangi bir periyotta sonlanma ihtimalidir.

4.2.2.5 Oyuncular belirsizliği

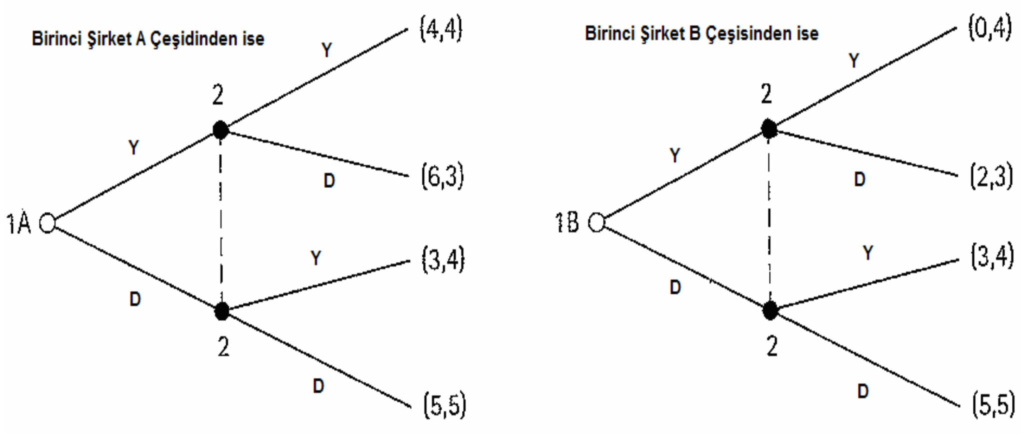
Şimdiye kadar noksansız enformasyonlu oyunlar değerlendirildi. Bir oyundaki oyuncuların hepsinin kazancı tüm oyuncular tarafından biliniyorsa ve her oyuncu bu bilgiye sahip ise oyun noksansız enformasyona sahiptir denir. Bunun tersine noksanlı enformasyonda oyuncular diğer oyuncular hakkında kesin bilgiye sahip değillerdir. Noksanlı enformasyon ile kusurlu enformasyon birbiri ile karıştırılmamalıdır. Kusurlu enformasyon en az bir oyuncu diğer oyuncuların güncel veya geçmiş periyotlara ilişkin tüm hamlelerini bilmediği durumdur. Kusurlu enformasyon oyunları önceki bölümlerde irdelenmişti. Tanım gereği birden fazla oyuncunun bulunduğu statik oyunlar kusurlu enformasyon oyunlardır. Gerçek hayatta da insanların ilişki içinde bulundukları herkes hakkında tam bilgiye sahip değillerdir. Örneğin, ben senin mantıklı olduğunu biliyor olabilirim. Ancak, senin benim mantıklı olduğum bilgisine sahip olup olmadığını bilemeyebilirim. Bu bilgi yoksunluğu, oyunu daha da karmaşık hale getirir ve oyuncuların muhtemel hamlelerini etkileyebilir.

Bu durumu inceleyebilmek için önceki bölümlerde bahsedilen reklâm oyununun geliştirilmiş şekli ele alınabilir. Oyunun sadece bir defa oynandığı kabul edilsin. Ancak, bu sefer birinci şirketin kazanç matrisleri farklı olan iki çeşit (A çeşidi ve B çeşidi) olma ihtimali olsun. Birinci şirketin çeşidini kendisi biliyor ancak ikinci şirket bilmiyor olsun. Bu nedenle oyun noksanlı enformasyondur. Bu durum şekil 4,7' de iki farklı açık form oyunla gösterilmiştir. Düşük maliyetli reklâm 'D' ile, yüksek maliyetli reklâm 'Y' ile gösterilmiştir.

Şekil 4,4' teki oyun ile kıyaslandığında şirketlerin kazanç matrislerinde iki farklılık gözlenmektedir.

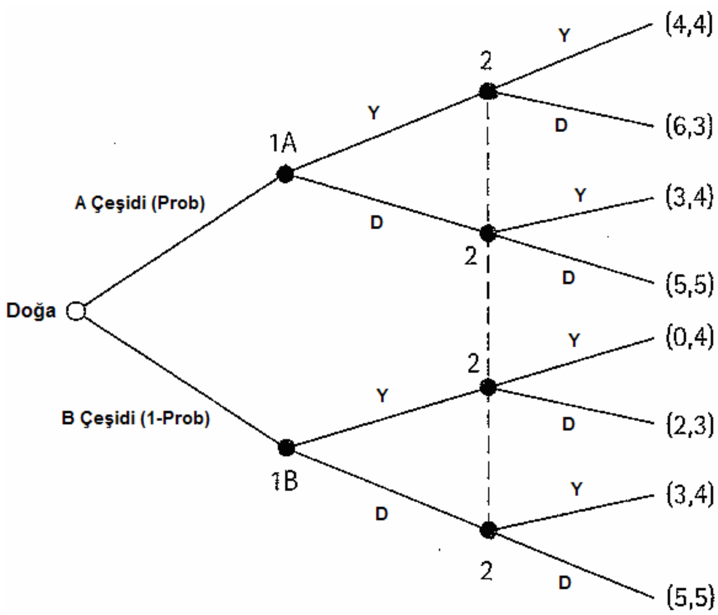
1. Eğer birinci şirket A çeşidinden ise kazancı önceki oyun ile aynı, ancak B çeşidinden ve yüksek maliyetli reklâm kampanyası yapmış ise her yıl için 4 m. YTL daha az kazanç elde edecektir.

2. Eğer ikinci şirket yüksek maliyetli, birinci şirket düşük maliyetli reklâm kampanyası yaparsa önceki oyun ile kıyaslandığında ikinci şirket her yıl için 2 m. YTL daha az kazanç elde edecektir.



Şekil 4.7 Noksan enformasyonlu değiştirilmiş reklâm oyunu

Noksan enformasyonlu oyunlarda karşılaşılan ilk sorun şimdiye kadar tartışılan çözüm tekniklerinin doğrudan kullanılamıyor olmasıdır. Çünkü oyuncuların, rakipleri hakkında kesin bilgiye sahip olmamaları, önceki oyunlarda temel varsayım olarak kabul edilen oyuncuların oynadıkları oyun hakkında bilgiye sahip olmaları gereğine ters düşmektedir. İkinci şirket şekil 4,7' deki açık oyunlardan hangisini oynadığının farkında değildir. Harsanyi (1967,1968) noksanlı enformasyon oyunların, kusurlu ancak noksansız enformasyonlu oyunlara dönüştürülebileceğini göstermiştir [11]. Bu tür oyunlar önceki bölümlerde irdelendiği için önceki çözüm teknikleri uygulanabilir. Dönüşümde, belirli bir olasılık dağılımına göre Doğa tarafından oyuncunun çeşidinin belirlendiği ve bu olasılık dağılımının genel bilgi olduğu varsayılır. Her oyuncunun kendi çeşidini bildiği ancak diğer oyuncuların çeşidini bazen bildiği bazen de bilmediği varsayılır. Tüm oyuncular Doğa' nın ilk hamlesini bilmediği için oyun noksansız ancak kusurlu enformasyonlu bir oyundur [12]. Eğer Doğa, birinci şirket için *Prob* olasılığı ile A çeşidini ve *1-Prob* olasılığı ile B çeşidini belirlerse, bu durum bir açık form oyun ile gösterilebilir (şekil 4,8).



Şekil 4.8 Kusurlu enformasyonlu değiştirilmiş reklâm oyunu

Oyunun noksansız enformasyonlu olması nedeniyle statik oyunlar için kullanılan çözüm teknikleri kullanılabilir. Bu spesifik oyun, tekrarlayan tam baskınlık ilkesi ile çözülebilir ve bir tek Nash dengesi verir. Eğer birinci şirket A çeşidinden ise yüksek maliyetli reklâm kampanyası düşük maliyetli reklâm kampanyasına tam baskındır. Eğer birinci şirket B çeşidinden ise düşük maliyetli reklâm kampanyası tam baskındır. Eğer ikinci şirket birinci şirketin mantıklı olduğunu kabul ediyorsa, birinci şirketin Prob olasılığı ile yüksek kampanyalı reklâm kapmayası, 1-Prob ile de düşük maliyetli reklâm kampanyası sürdüreceğini bilir. Bu olasılıklarla ikinci şirket yapacağı reklâm maliyetine göre kendi muhtemel kazancını hesaplayabilir. İkinci şirket yüksek maliyetli reklâm kampanyası yapmayı düşünürse beklenen kazancı

$$(\Pi_B \mid Y) = 4\text{Prob} + 4(1\text{-Prob}) \text{ olacaktır.}$$

Eğer düşük maliyetli reklâm kampanyası yapmayı düşünürse beklenen kazancı

$$(\Pi_B \mid D) = 3\text{Prob} + 5(1\text{-Prob}) \text{ olacaktır.}$$

İkinci şirketin beklenen kazancını artırmak isteyeceği varsayılır ve $(\Pi_B \mid Y) > (\Pi_B \mid D)$ ise yüksek maliyetli reklâm kampanyası yürütecektir. Bu durum,

$$4\text{Prob} + 4 - 4\text{Prob} > 3\text{Prob} + 5 - 5\text{Prob}$$

$$\therefore \text{Prob} \geq \tfrac{1}{2}$$

koşulunu getirecektir. Prob > $\tfrac{1}{2}$ olması durumunda ikinci şirket Y, Prob < $\tfrac{1}{2}$ olması durumunda ise D oynayacaktır. Eğer Prob = $\tfrac{1}{2}$ ise iki seçenek arasında fark olmayacaktır.

4.3 Bayes Teoremi

Bayes teoremi, ilaveten enformasyon elde edildiğinde olasılıkların nasıl güncellenebileceğini göstermektedir. ‘B olayı gerçekleştiğinde A olayının gerçekleşmiş veya gerçekleşme olasılığı nedir?’ sorusunu cevaplandırır. Bu olasılık şekli Prob(A|B) biçiminde yazılır. B olayının olması durumunda A olayının gerçekleşme olasılığını ifade eder. Örneğin, noksanlı enformasyon oyunlarda, oyuncu başka bir oyuncunun hamlelerini gözlemleyerek oyuncunun çeşidine ilişkin yeni olasılığı Bayes teoremini kullanarak belirleyebilir.

Teorem: B olayının gerçekleşme ihtimali sıfırdan farklı olsun. N adet seçenek arasından A_i olayı için,

$$\text{Prob}(A_i|B) = \frac{\Pr ob(B \mid A_i).\Pr ob(A_i)}{\sum_{i=1}^{N} \Pr ob(B \mid A_i).\Pr ob(A_i)} \text{ dır.}$$

Örneğin, bir oyuncu için A_1 ve A_2 olmak üzere iki farklı seçenek olsun. B olayının olması durumunda oyuncunun A_1 çeşidinde olma olasılığı;

$$\text{Prob}(A_1|B) = \frac{\text{Pr}\,ob(B \mid A_1).\text{Pr}\,ob(A_1)}{\text{Pr}\,ob(B \mid A_1).\text{Pr}\,ob(A_1) + \text{Pr}\,ob(B \mid A_2).\text{Pr}\,ob(A_2)} \quad \text{dır.}$$

A_2 çeşidinde olma olasılığı ise,

$$\text{Prob}(A_2|B) = \frac{\text{Pr}\,ob(B \mid A_2).\text{Pr}\,ob(A_2)}{\text{Pr}\,ob(B \mid A_1).\text{Pr}\,ob(A_1) + \text{Pr}\,ob(B \mid A_2).\text{Pr}\,ob(A_2)} \quad \text{dır.}$$

İspat:

Koşullu olasılığın doğasından,

$$\text{Pr}\,ob(A_i \cap B) = \text{Pr}\,ob(B \mid A_i).\text{Pr}\,ob(A_i) \tag{1}$$

ve

$$\text{Pr}\,ob(A_i \cap B) = \text{Pr}\,ob(A_i \mid B).\text{Pr}\,ob(B) \tag{2}$$

(2) den

$$\text{Pr}\,ob(A_i \mid B) = \frac{\text{Pr}\,ob(A_i \cap B)}{\text{Pr}\,ob(B)} \tag{3}$$

$\text{Pr}\,ob(A_i \cap B)$ yerine (1) eşitliğindeki ifade yazılırsa

$$\text{Pr}\,ob(A_i \mid B) = \frac{\text{Pr}\,ob(B \mid A_i).\text{Pr}\,ob(A_i)}{\text{Pr}\,ob(B)} \tag{4}$$

elde edilir. Eşitliğin her iki tarafı $\text{Pr}\,ob(B)$ ile çarpılırsa

$$\Pr ob(B).\Pr ob(A_i \mid B) = \Pr ob(B \mid A_i).\Pr ob(A_i) \tag{5}$$

$$\Pr ob(B).\sum_{i=1}^{N} \Pr ob(A_i \mid B) = \sum_{i=1}^{N} \Pr ob(B \mid A_i).\Pr ob(A_i) \tag{6}$$

ve

$$\sum_{i=1}^{N} \Pr ob(A_i \mid B) = 1 \qquad \text{olduğundan} \tag{7}$$

(7) ifadesi (6) da yazılırsa

$$\Pr ob(B) = \sum_{i=1}^{N} \Pr ob(B \mid A_i).\Pr ob(A_i) \tag{8}$$

elde edilir. (8) ifadesi (4) te yazılırsa Bayes Teoremi elde edilir. Dolayısıyla da ispat tamamlanmış olur.

4.4 Sonuç

İnsanlar ve örgütler arasındaki çoğu etkileşim tek seferlik değil, süregelen bir ilişkidir. Bu durum da etkileşimin dinamik olmasını sağlamaktadır. Dinamik oyunlarda oyuncular kendi optimal hamlelerini yapmadan önce diğer oyuncuların hamlelerini gözlemleyebilmektedir. Bu imkân, oyuncuların strateji sayısını artırmaktadır. Bu bölümde dinamik oyunlar analiz edilmiş ve oyuna ilişkin tahminler irdelenmiştir. Tüm dinamik oyunlarda anahtar kavram güvenilirliktir. Bir iddianın veya sözün güvenilir olması için iddiayı veya sözü doğru zamanda yerine getirme imkânı yine o oyuncunun elinde olmalıdır. Eğer bir iddia veya söz güvenilir değil ise iddiaya veya söze inanılmadığı varsayılır. Alt oyun mükemmelliği, dinamik oyunlara bu bakış açısıyla bakar. Kusursuz ve noksansız enformasyonlu oyunlarda geri yönlü tümevarım bir tek tahmin üretir. Bu tahmin alt oyun mükemmel Nash dengesidir.

Eğer oyun tekrarlanıyorsa oyuncular zamanla birbirleri ile eş güdüm içinde olacaklardır ve bu sayede Pareto verimsizliğinden kaçınacaklardır. Bu durum 4.2 Tekrarlayan Oyunlar başlığı altında irdelendi. Öncelikle zemin oyununda bir tek Nash dengesi olan sonsuz tekrarlayan oyunlar irdelendi. Oyuncuların, geleceği çok fazla iskonto etmemesi şartıyla kooperatif olmayan bir sonuca ulaşılabileceği gösterildi. Ancak oyunun sonlu sayıda tekrar etmesi durumunda bu sonucun sağlamadığı görüldü. Nedeni ise geri yönlü tümevarım paradoksu. Bu paradokstan kurtulmak için çeşitli öneriler sunuldu. Bu bölümde geri yönlü paradoksu aşmak için dört yol irdelendi. Bunlar; sınırlı mantıklılık, çoklu Nash dengesi, gelecek belirsizliği ve oyuncular belirsizliği idi.

5. OLİGOPOL

Belirli bir piyasada birkaç şirketin baskın olması durumunu ifade etmek için *oligopol* kavramı kullanılır. Bu tarz bir piyasada temel unsur rekabet halindeki şirketlerin birbirine bağlı olmalarıdır. Bir şirketin davranışı diğer şirketlerin kazancını etkiliyorsa birbirlerine bağlı olma durumu gerçekleşir. Bu karakteristik, oligopolün oyun teorisinde incelenmesini uygun hale getirmektedir. Oligopol, iki uç piyasa yapısı ile kıyaslanabilir. Bunlardan birincisi, tam rekabet durumunda şirketlerin piyasa fiyatına etkileri olmayacağından şirketlerin birbirlerinden bağımsız oldukları varsayılır. İkincisi ise tekel durumudur. Piyasada sadece bir şirket mevcut ise bağımlılıktan bahsedilemez [13].

İlk önce, oligopolistik şirketlerin davranışları incelenirken şirketlerin birbirleri ile bir defalığına etkileşimde bulunacakları tek seferlik oyunlar değerlendirilecektir. Bu içerikte şimdiki Cournot, Stackelberg ve Bertrand klasik modelleri sunulacaktır. Bu modellerin sonuçları değerlendirildikten sonra şirketlerin tekrarlayan etkileşim içinde olmaları durumunda öngörülen davranışlarındaki değişimler analiz edilecektir. Bu konuları incelerken bundan önceki iki bölümde ortaya konulan kavramlar doğrudan kullanılacaktır. Önceki bölümlerde tartışılan oyunlar ile bu bölümde ele alınacak oyunlar arasındaki önemli farklardan birisi oyuncuların kesikli değişkenler değil süreklilik arz eden stratejik değişkenler üzerinden seçim yapmalarıdır.

5.1 Oligopolün Üç Modeli

Oligopolistik şirketlerin davranışlarını tahmin eden ve açıklamaya çalışan birçok model geliştirilmiştir. Bu bölümde üç değişik model incelenecektir. Bu üç modeli birbirinden ayıran özellik modellerin altında yatan piyasa yapısıdır. *Cournot rekabetinde* şirketler piyasa payı bakımından rekabet içindedirler. *Stackelberk rekabetinde* bir veya daha fazla şirketin oyun sonunda elde edecekleri piyasa payını oyunun başlangıcında belirlemeleridir. Diğer şirketler bu piyasa payını gözlemler ve eş zamanlı olarak kendileri için optimal piyasa payını belirlerler. *Bertrand rekabetinde* ise şirketler belirledikleri fiyat konusunda rekabet ederler. Bu farklılıklar şirketler arasındaki oyunun piyasa yapısını değiştireceğinden şirketlerin beklenen davranışlarını da değişecektir.

5.1.1 Cournot rekabeti

Yukarıda da belirtildiği üzere Cournot rekabeti içindeki şirketler eş zamanlı olarak ne kadar ürün arz edeceklerine karar verirler. Bu çeşit rekabeti incelemek için iki şirketin aynı ürünü ürettikleri varsayılsın. Şirketler arz kararını eş zamanlı aldıkları için birbirlerinin arz miktarlarını bilmeden yapacakları arzı belirlemektedirler. Toplam arza (Q) bağlı olarak piyasa fiyatı (P) belirlenir. Ürün için toplam talebin P = a – Q ters talep eğrisine göre belirlendiği varsayılır. Sabit bir marjinal maliyetin (c) olduğunu ve her şirketin kârını maksimize etmeye çalışacağı varsayılır.

Bu tanımlamadan normal form oyunlar için gerekli olan üç temel unsur belirlenebilir.

1- Oyuncular

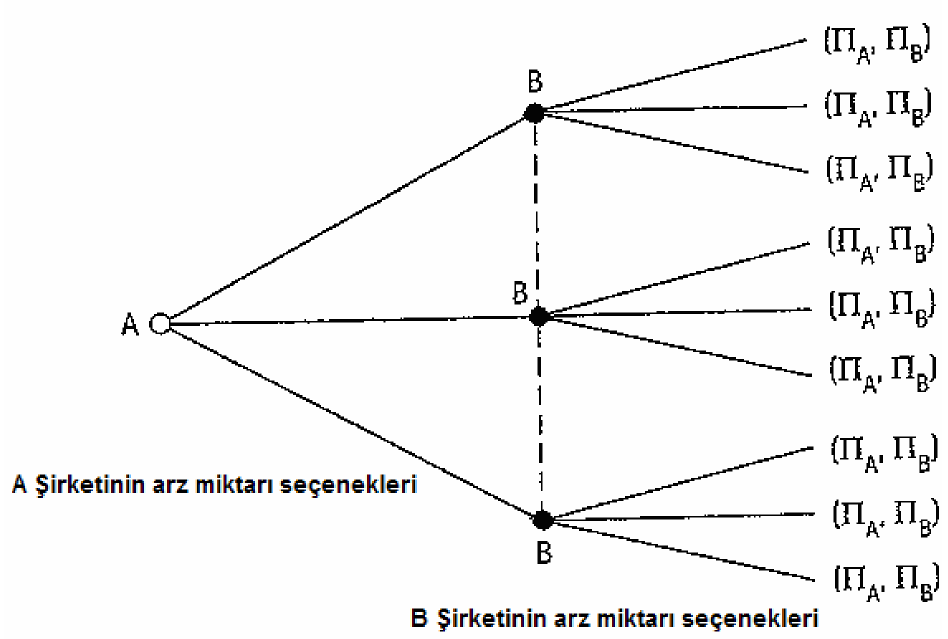
Oyuncular söz konusu olan iki şirkettir. Şirketler A şirketi ve B şirketi olarak adlandırılacaktır.

2- Oyuncular için stratejiler

Statik oyun olmasından dolayı stratejiler iki oyuncunun muhtemel hamleleridir. Bu nedenle, var olan stratejiler oyuncuların piyasaya sunacakları ürünün miktarıdır. A ve B şirketlerinin pozitif olmak şartıyla sırasıyla q_A ve q_B kadar ürünü arz edecekleri varsayılsın.

3- Kazançlar

Kazançlar, şirketlerin elde edecekleri kârlardır. Kârlar sırasıyla Π_A ve Π_B olsun. Ayrıca, oyuncuların karar verme aşamasında sahip oldukları enformasyonlar ve olayların gerçekleşme zamanı bilinmektedir. Dolayısıyla, bu rekabetçi yapı açık form oyun şekline dönüştürülebilir (şekil 5,1).



Şekil 5.1 Cournot Duopolü: Açık form oyun

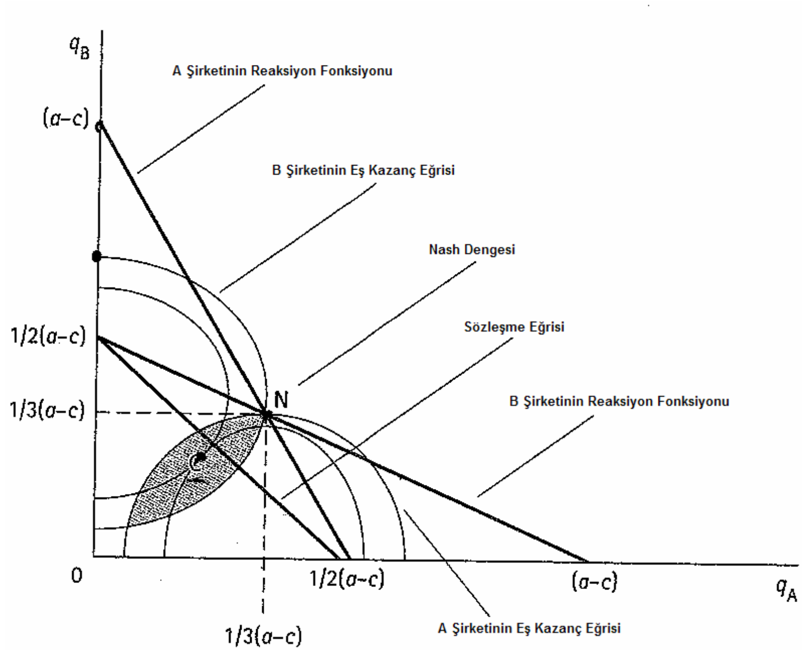
Şekildeki açık form oyun Cournot rekabetinin temel unsurlarını göstermektedir. Şirketler diğer şirketin arz miktarını bilmeden kendi arz miktarlarını belirlemektedirler. Bu durum, B şirketine ait karar düğümlerinin aynı enformasyon kümesine dâhil edilerek gösterilmiştir. Şekil 5,1' de şirketlerin sadece üç farklı seçenekleri olduğu varsayılarak yukarıda bahsedilen oyun sadeleştirilmiştir. Ancak, yukarıda şirketlerin istedikleri miktarda (pozitif olmak şartıyla) ürünü arz edebilecekleri varsayılmıştı. Dolayısıyla, şirketlerin sonsuz sayıda hamlelerinin olabileceği söylenebilir. Diyagramda tüm muhtemel hamleler gösterilemeyeceğinden açık form oyun muhtemel hamleler içinden bazılarını seçerek oyunu sunmuştur. Şirketler arz miktarının optimal değerini belirledikten sonra piyasa fiyatı ve sonrasında şirketlerin elde edecekleri kazanç belirlenir. Bu bölüm tek seferlik rekabetler ile sınırlandığından şirketler kazançlarını elde ettiklerinde oyun sonlanır.

Cournot rekabetini oyun olarak değerlendirdikten sonra bu piyasa yapısına ait muhtemel sonuç, ikinci bölümde bahsedilen çözüm yolları uygulanarak öngörülebilir. Bu statik oyun için ilk akla gelen çözüm yolu Nash dengesidir. Şirketler, diğer şirketlerin yapacağını düşündüğü hamleye göre kendileri için optimal stratejiyi belirlerler. Diyagramsal olarak gösterilmek istenirse bu her şirketin reaksiyon fonksiyonunu çizmek anlamına gelir. Diğer şirketin muhtemel her arz miktarına karşılık şirketin optimal arz miktarlarını gösterir. Ancak, bu statik oyunda şirketler diğer şirketin hamlesine göre reaksiyon veremeyeceği için 'reaksiyon fonksiyonu' kavramı doğru olarak kullanılmış olmaz.

Şirketlerin reaksiyon fonksiyonunu bulmak için şirketlerin kazanç fonksiyonlarının kendi arz seviyelerine göre türevi alınır ve sıfıra eşitlenir. Bu şekilde, maksimum için ilk koşul bulunur. İkinci türev alınır ve eğer negatif ise ilk türevde bulunan noktanın maksimum olduğu kontrol edilmiş olur. Bu hesaplamalar A ve B şirketleri için kullanılan model doğrultusunda aşağıda yapılmıştır.

A Şirketi	**B Şirketi**
$\prod_A = Pq_A - cq_A$	$\prod_B = Pq_B - cq_B$
$\therefore \prod_A = (a - q_A - q_B)q_A - cq_A$	$\therefore \prod_A = (a - q_A - q_B)q_B - cq_B$
$\therefore \dfrac{d\prod_A}{dq_A} = a - 2q_A - q_B - c = 0$	$\therefore \dfrac{d\prod_B}{dq_B} = a - q_A - 2q_B - c = 0$
$\therefore q_A = \dfrac{a - q_B - c}{2}.$	$\therefore q_B = \dfrac{a - q_A - c}{2}.$
$\dfrac{d^2\prod_A}{dq^2_A} = -2 < 0$	$\dfrac{d^2\prod_B}{dq^2_B} = -2 < 0$
$\therefore \max.$	$\therefore \max.$

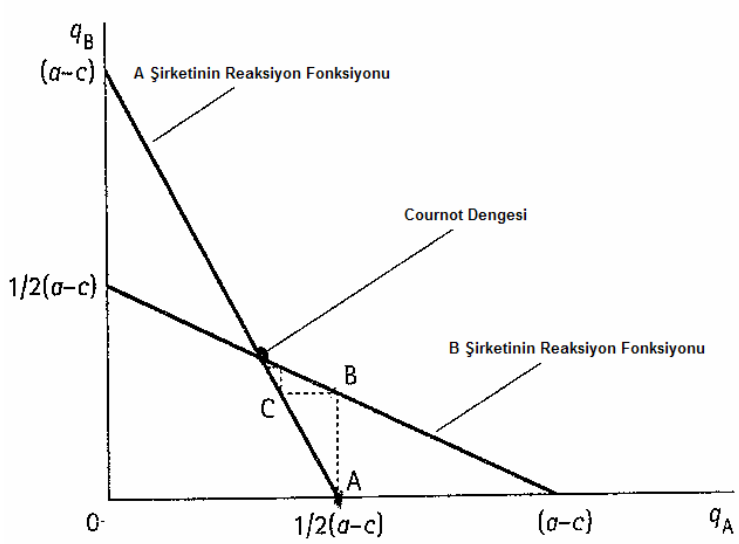
Hesaplamalardaki sondan bir önceki satır şirketlerin reaksiyon fonksiyonudur. Fonksiyonlardan anlaşılacağı üzere şirketlerin optimal arz seviyeleri diğer şirketin beklenen arz seviyesi ile negatif ilişkilidir. Bir şirketin arz miktarında meydana gelebilecek olası bir artış diğer şirketin arz miktarında azalmaya yol açar. Bu durumda, şirketler birbirlerinin stratejik ikameleridir denir. Eğer stratejik değişkenler birbirleri ile pozitif ilişkili olsalardı stratejik tamamlayıcılarıdır denilecekti. Diyagramsal olarak stratejik ikameler, azalan eğimli reaksiyon eğriler biçiminde gösterilir. A ve B şirketleri için reaksiyon fonksiyonları şekil 5,2’ de gösterilmiştir.



Şekil 5.2 Cournot-Nash dengesi

Diyagramda ayrıca şirketlerin reaksiyon eğrileri ile eş kazanç eğrileri gösterilmektedir. Bu diyagramda eş kazanç eğrileri, şirketlere aynı kazancı sağlayan farklı seviyelerdeki arz miktarların göstermektedir. Bir şirketin kazancının maksimum olması için şirketin tek arz edici olması gerekir. Eğer şirketlerden biri tekel ise piyasaya (a – c) / 2 birim ürün arz edecektir. Bu değer şirketlerin reaksiyon fonksiyonlarının kendi arz doğrularını kestikleri değerlerdir. Şirketler bu değerden uzaklaştıkça kazançları azalır. Bu durum şekilde ilgili kesişim noktasında eş kazanç eğrileri üzerinden hareket ederek uzaklaşma ile gösterilmiştir. B şirketinin beklenen arz miktarı verildiğinde A şirketinin bunu da dikkate alarak kazancını maksimize etmeye çalışacağı varsayıldığında A şirketinin reaksiyon fonksiyonu, eş kazanç eğrilerini yatay oldukları yerde keser. Aynı şekilde B şirketinin reaksiyon fonksiyonu, eş kazanç eğrilerini düşey oldukları yerde keser. Bu durum A şirketinin tahmin edilen arz miktarına karşılık B şirketi için maksimum kazancı gösterir. Nash dengesinde şirketlerin birbirlerinin yapacakları arz miktar tahminleri ile iki şirketin de kazançlarını eş zamanlı olarak maksimize etmeleri gerekir. Bu ifade her iki şirketin de eş zamanlı olarak reaksiyon fonksiyonları üzerinde olmaları gerektiği anlamına gelir. Şekil 5,2' de reaksiyon fonksiyonları tek noktada kesişmektedir. Bu nokta bu model için tek Nash dengesine karşılık gelmektedir. Şekilden de görüleceği üzere Nash dengesi şirketlerin (a – c) / 3 kadar ürün arz ettikleri zaman gerçekleşmektedir. Aynı değer reaksiyon fonksiyonlarını birbirlerine eşitleyerek de bulunabilir.

Nash dengesi konusu kullanılarak (a – c) / 3 arz miktarını bu model için tek çözüm olarak bulunsa da, Cournot (1838) bu sonucu denge durumu olarak ortaya koymuştur. Ancak Cournot, şirketlerin denge durumu dışına çıktıklarında muhtemel davranışlarını analiz ederek bu dengeyi belirlemiştir. Cournot, şirketlerden biri arz miktarını değiştirdiğinde diğerinin arz miktarında bir değişiklik yapmayacağı varsayımından yola çıkmıştır [14]. Şekil 5,3' te görüleceği üzere bu durum önceki durum ile aynı dengeyi vermektedir.



Şekil 5.3 Cournot dengesizlik dinamikleri

Bu diyagram yine şirketlerin reaksiyon fonksiyonlarını göstermektedir. Başlangıçta sadece A şirketinin piyasaya ürün arz ettiği varsayılsın. A şirketi başlangıçta tekel olacağı için (a –c) / 2 kadar ürün arz edecektir ve şekilde A noktasında olacaktır. Eğer B şirketi bu zamanda piyasaya girer ve A şirketinin başlangıçtaki arz miktarını değiştirmeyeceğini varsayar ise B noktasındaki kadar ürün arz edecektir. B noktası B şirketine ait reaksiyon doğrusunda ve A noktasının dikey olarak üzerindedir. Ancak, B noktasında A şirketi reaksiyon doğrusunun dışında olduğundan ve B şirketinin arz miktarını değiştirmeyeceğini varsayarak kendi arz miktarını C noktasında olacak şekilde değiştirir. Bu süreç Nash dengesine ulaşılıncaya kadar devam eder. Aynı değerlendirme şekil 5,3' teki herhangi bir noktadan başlanacak şekilde geliştirilebilir. Her iki metot aynı dengeyi verdiğinden bu denge genellikle Cournot-Nash dengesi olarak adlandırılır.

Cournot çözümü ile Nash dengesi sonuçta aynı dengeye ulaşmalarına rağmen teorik olarak Nash dengesi kavramı daha güçlüdür. Ayrıntılı bahsetmek gerekirse Cournot çözümünün iki zayıf noktası vardır. Birincisi, şirketlerin birbirlerinin arz miktarına göre hareket edeceklerini kabul etmesidir. Bu durum oyunun ilk başında bahsedilen şirketlerin aynı anda arz miktarlarını belirleme gerçeği ile çelişmektedir. İkincisi, şirketler arz miktarlarındaki değişimlere tepki vermeyeceklerini varsaysalar da şirketlerin tekrarlayan ilişki içinde olmaları durumunda bu durum değişecektir ve başlangıçta Nash dengesinden uzaklaşılacaktır. Bu, şirketlerin varsayımları ile modelin kendisinin uyumsuz olduğu anlamına gelir ve mantıklı bir varsayım değildir. Cournot dengesinin makul olmasına rağmen denge durumunun dışına çıkılması durumundaki analizlerin başarısız olarak değerlendirilmelisi gerekir. Bunun tersine Nash dengesi kavramında statik bir model içine dinamik bir süreç koyulmamaktadır. Ayrıca, davranışa dayalı sabit varsayımlar da bulunmamaktadır. Bunun yerine, şirketler diğer şirketin mantıklı düşüncelerine dayanarak kendileri için denge miktarlarını belirlemektedir. Bu mantıklı karar verme süreciyle denge durumu belirlenmektedir.

Oligopoldeki diğer modellere geçmeden önce Cournot-Nash dengesinin Pareto verimsizi olduğunu belirtmek gerekir. Eğer şirketler arz edecekleri miktar üzerinde koordine olabilselerdi daha fazla kazanç elde edebilirlerdi. Şekil 5,2’ de görüldüğü üzere Nash dengesinde eş kazanç eğrileri teğet olmadığından Nash dengesi yetersizdir. Buradan, en az öyle bir nokta vardır ki şirketlerden birinin kazancı azalmazken diğerinin kazancı artmaktadır denilebilir. Bu kombinasyonlar şekil 5,2’ de gölgeli alanda gösterilmiştir. Gölgeli alan, Nash dengesinden geçen iki eş kazanç eğrisinin kesişimidir. Bu gölgeli alanda şirketler eş kazanç eğrilerine yakın şekilde tekel oldukları noktaya hareket ettikleri için şirketler daha iyi durumda olacaklardır. Sınırlarda (kesişim noktaları hariç) ise şirketlerden biri kazanç açısından iyi durumda olurken diğeri Nash dengesinde elde edeceği kazancın aynısını elde edecektir.

Bir sonucun Pareto verimliliği olması için eş kazanç eğrilerinin teğet olması gerekir. Ayrıca şekil 5,2’ de sözleşme eğrisi de çizilmiştir. Sözleşme eğrisi, şirketlerin eş kazanç eğrilerinin birbirlerine teğet olduğu Pareto verimliliği sonuçlarının kümesini gösterir. Örnek 5,2’ de sözleşme eğrisi boyunca toplam arz miktarının (a – c) / 2’ ye eşit olacağı gösterilecektir. Bu değer tekel olma durumunda bir şirketin piyasaya yapacağı arz miktarıdır. Bu nedenle, sözleşme eğrisi boyunca toplam kazanç, tekel olma durumundaki kazanca eşittir. Eğri boyunca kazancın dağılımı sabit toplam oyun olarak adlandırılır. Eğer şirketler yapacakları arz miktarı konusunda tam anlamıyla koordine olabilseler sözleşme eğrisi üzerinde olacaklar ve kazançlarını maksimize edecekler. Sözleşme eğrisinden de görüleceği üzere sonsuz tane Pareto verimliliği vardır. Bu durumda şirketlerin hangi sonuç üzerinde koordine olabilecekleri sorusu gündeme gelir. Bu sorunun yanıtlamak için öncelikle sözleşme eğrisi üzerinde olup gölgeli alan dışında kalan noktaları çıkarmak mantıklı olacaktır. Çünkü şirketlerden biri kesinlikle Nash dengesini tercih edecektir ve anlaşılan sonuçta kalmayı sürdürmeyecektir. Bu durum da sözleşme eğrisi üzerindeki tüm noktaları gölgeli alan ile kısıtlayacaktır. Eğer şirketler özdeş ise anlaşma noktalarından bir tanesi iki şirketin de eşit miktarda ürün arz ettiği durumdur. Her iki şirket de tekel durumundaki kazancın yarısı kadar kazanç elde eder. Bu odak nokta şekil 5,2' deki C noktasına karşılık gelmektedir. Bu sonucun oldukça mantıklı görünmesine karşın oyun içinde savunulmayacak bir sonuç olduğunu düşünmeye yetecek kadar iyi bir neden vardır. Bu neden C noktasının Nash dengesi olmamasıdır. Dolayısıyla şirketler arz miktarlarında değişikliğe giderek tek taraflı olarak bu C noktasından sapma inisiyatifine sahiptir. Bu durumun nedeni ise kartelin tekel gibi davranarak kazançlarını artırmasıdır. Diğer bir ifadeyle üretimde azalmaya giderek fiyatları artırırlar. Bu üretim seviyesinde şirketler bireysel olarak üretimlerini artırarak kazançlarını artırmayı tercih ederler. Şekilde C noktasında şirketler sözleşme eğrisinin dışındadır. Cournot dengesinde toplam arz miktarı yüksektir ve fiyat düşüktür. Ancak, bu noktada şirketler üretim seviyelerini değiştirme inisiyatifine sahip değildir. Bu durum ikinci bölümde incelenen Mahkûmlar İkilemine benzer bir örnektir. Her oyuncu, üzerinde anlaşılan sonuçtan sapma inisiyatifine sahiptir ama oyunun sonu Pareto verimsizliği ile neticelenecektir. Kartelin devam ettirilemeyeceğinin nedeni budur. Her şirketin anlaşılan üretim miktarından bireysel olarak sapma inisiyatifi vardır.

Örnek 5.1:

Bir sektörde i = 1, 2, … , n adet özdeş şirket olsun. Her şirketin sabit marjinal maliyeti (c) olsun ancak sabit maliyetleri olmasın. Q sektörün toplam arz miktarı ve a sabit olmak üzere, P = a – Q ifadesi piyasa fiyatı ise her bir şirket için Cournot-Nash dengesindeki arz miktarı belirlensin ve $n \to \infty$ olduğu durum değerlendirilsin.

Şirketlerden (i. şirket) birisi için kazanç fonksiyonu:

$$\prod_i = Pq_i - cq_i$$

$$\therefore \prod_i = (a - q_i - Q_{-i}).q_i - cq_i$$

Q_{-i} ifadesi i şirketi dışındaki tüm şirketlerin toplam arzıdır. İfadenin q_i ye göre türevi alınır ve sıfıra eşitlenirse maksimum için birinci derece koşul bulunur.

$$\frac{dq_i}{d\prod_i} = a - 2q_i - Q_{-i} - c = 0$$

$$\therefore q_i = \frac{a - Q_{-i} - c}{2}.$$

Bütün şirketler özdeş olduğundan dolayı Nash dengesinde hepsi eşit miktarda ürün arz edeceklerdir. Bu nedenle $Q_{-i} = (n-1)q_i$ olacaktır. Bu ifade yukarıdaki eşitlikte yazılırsa

$$\therefore q_i = \frac{a-c}{n+1}$$

elde edilir. Bu ifade Nash dengesinde sektördeki tüm şirketlerin arz miktarlarını göstermektedir. n = 2 olduğu durumda q_i = (a - c) / 3 olur ve bu sonuç önceden bulunan sonuç ile örtüşür. n → ∞ durumunda ise sektörün arz miktarı tam rekabet sonucuna yaklaşır ve fiyat marjinal maliyete eşit olur, ayrıca Q = a – c olur.

Örnek 5.2:

Örnek 5.1' de n = 2 olduğu durum için sözleşme eğrisi için bir denklem yazılsın. Bu sözleşme eğrisi boyunca toplam arz miktarının tekel durumda kazancı maksimize etmek için yapılacak arz miktarı ile eşit olacağı gösterilsin.

Sözleşme eğrisinin denklemini bulmanın iki yolu vardır. Birinci metotta, şirketlerden bir tanesi için sabit kazanç belirlenir ve sonra diğer şirket için kazanç maksimize edilmeye çalışılır. İkinci metotta ise iki şirketin ağırlıklandırılmış toplam kazancı maksimize edilmeye çalışılır. Burada ikinci metot değerlendirilecektir.

İki şirketin ağırlıklandırılmış toplam kazancı W olsun.

$$W = k\prod_1 + (1-k)\prod_2 \ ; 0 \le k \le 1$$

$$W = k(a - q_1 - q_2 - c)q_1 + (1-k)(a - q_1 - q_2 - c)q_2 \text{ olur.}$$

Maksimum için birinci derece koşul $\frac{\partial W}{\partial q_1}$ ve $\frac{\partial W}{\partial q_2}$ kısmi türevlerinin sıfıra eşit olmasıdır. Bu iki koşuldan aşağıdaki eşitlik elde edilir.

$$(q_1+q_2)^2-\frac{3(a-c)}{2}(q_1+q_2)+\frac{(a-c)^2}{2}=0$$

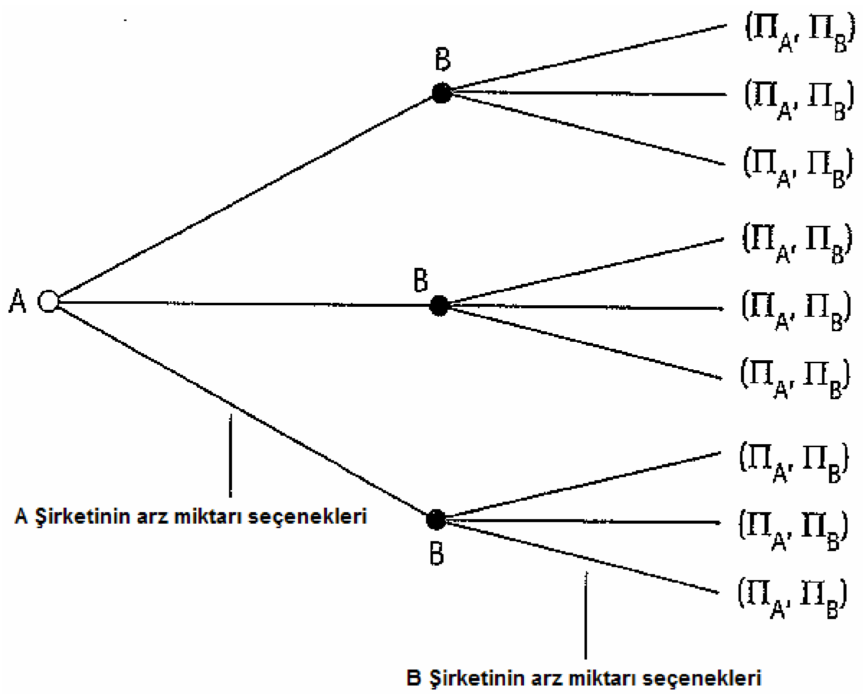
Bu eşitliğin iki tane çözümü vardır. Bu çözümlerde $Q=q_1+q_2$ (iki şirketin toplam arzı) (a – c) veya (a – c) / 2 ye eşittir. İkinci çözüm tekel durumundaki bir şirketin piyasaya yapacağı arz miktarına karşılık geldiğinden ağırlıklandırılmış toplam kazancı maksimize eder. Dolayısıyla sözleşme eğrisi için eşitlik

$$q_2=\frac{a-c}{2}-q_1$$

olarak yazılabilir. Belirtildiği üzere, Pareto verimliliği iki şirketin tekel durumundaki arz miktarını aralarında paylaştıklarında gerçekleşir.

5.1.2 Stackelberg rekabeti

Cournot rekabetinde şirketler arz miktarlarını aynı anda belirlemektedir. Stackelberg rekabetinde piyasadaki şirketlerden en az bir tanesi diğer şirketler arz miktarlarını belirlemeden önce kendi arz miktarını belirleyebileceği varsayılır. Şirketler bu lider şirketin arz miktarına göre kendi arz miktarlarını belirlerler. Arz miktarını önceden belirleyebilen şirketlere piyasa liderleri, diğerlerine ise takipçiler denir. Konunun iyi anlaşılabilmesi açısından duopol durumu, yani bir lider ve bir takipçi şirketin olduğu durum incelenecektir. Bu tür rekabetler için açık form oyun şekil 5,4’ te gösterilmiştir.



Şekil 5.4 Stackelberg Duopolü: Açık form oyun

Şekil 5,4' te A şirketi lider şirket B şirketi ise takipçi şirkettir. Cournot duopolü için çizilen diyagram ile bunun tek farkı, B şirketinin karar düğümlerinin farklı enformasyon kümelerinde olmasıdır. Bu ifade, takipçilerin lider şirketin arz miktarını öğrendikten sonra kendileri için optimal arz miktarlarını belirledikleri varsayımına karşılık gelir. Piyasa yapısındaki bu değişim şirketlerin tahmin edilen davranışlarını değiştirecektir.

Bu açık form oyunun muhtemel sonucunu tahmin etmek için oyunun statik bir oyun değil dinamik bir oyun olduğunu unutmamak gerekir. Dolayısıyla, şirketlerin iddiada bulunma ve birbirlerine söz verme ihtimalleri vardır. Örneğin, B şirketi çok fazla ürün üreteceğini iddia eder ve bu durum inandırıcı olursa lider şirket hiç üretim yapmayabilir. Dolayısıyla, B şirketi tek arz eden şirket olur. Bu durum Nash dengesi için bir seçenektir. Bu tür iddia ve sözlerin sürekli devam etmesi sonsuz tane Nash dengesi doğurur. Buradaki problem Nash dengelerin çoğunda lider şirketin güvenilir olmayan iddia veya sözlere inanıyor olmasıdır. Güvenilir olmamasının nedeni, gerektiği anda takipçi şirketin iddiayı veya sözü yerine getirme gücünün olmamasındandır. Bu tür güvenilir olmayan iddia veya sözleri hariç tutmak amacıyla oyun için öngörülen muhtemel sonuç alt oyun mükemmel Nash dengesi olmalıdır. Bu oyunun alt oyun mükemmel Nash dengesini bulmak için geri yönlü tümevarım ilkesi uygulanır.

Geri yönlü tümevarım metodunun uygulanması için Cournot rekabeti değerlendirilirken yapılan varsayımlar geçerli olacak, ancak A şirketi lider şirket B şirketi ise takipçi şirket olarak değerlendirilecektir. Geri yönlü tümevarım metodu kullanılarak son periyottan başlanır ve ilk önce takipçi şirketlerin arz miktarları belirlenir. Takipçi şirketin mantıklı olduğu kabul edilirse takipçi şirket lider şirketin bilinen arz miktarını da dikkate alarak kazancını maksimize etmeye çalışacaktır. Takipçi şirketin kazanç fonksiyonu

$$\prod_B = Pq_B - cq_B$$

$$\therefore \prod_B = (a - q_A - q_B)q_B - cq_B$$

olacaktır.

Fonksiyonun q_B' ye göre türevi alınır ve sıfıra eşitlenirse maksimum değerin bulunması için gerekli ilk şart belirlenir.

$$\therefore \frac{d\prod_B}{dq_B} = a - q_A - 2q_B - c = 0$$

$$\therefore q_B = \frac{a - c - q_A}{2}.$$

Bu denklem takipçi şirketin reaksiyon fonksiyonudur. Bu fonksiyon lider şirket tarafından belirlenen arz miktarına karşılık takipçi şirketin optimal arz miktarını göstermektedir. Bu nedenle takipçi şirketin yapabileceği tek güvenilir iddia veya söz kendi reaksiyon fonksiyonu doğrultusunda hareket etmek olacaktır.

Oyunun son periyodunda takipçi şirketin kendi reaksiyon fonksiyonu doğrultusunda hareket edeceği öngörüldükten sonra, artık lider şirketin ilk periyotta ne yapacağı değerlendirilebilir. Yukarıda bahsedilen argümanlara göre lider şirket oyunun sonucunun takipçi şirketin reaksiyon fonksiyonu üzerinde olacağını bilmektedir. Bu sınırlama doğrultusunda lider şirket kendi kazancını maksimize etmeye çalışacaktır. Maksimum değeri bulmak için B şirketine ait reaksiyon fonksiyonu kendisine ait arz miktarı denkleminde yerine konulur.

$$\prod_A = Pq_A - cq_A$$

$$\therefore \prod_A = (a - q_A - q_B)q_A - cq_A$$

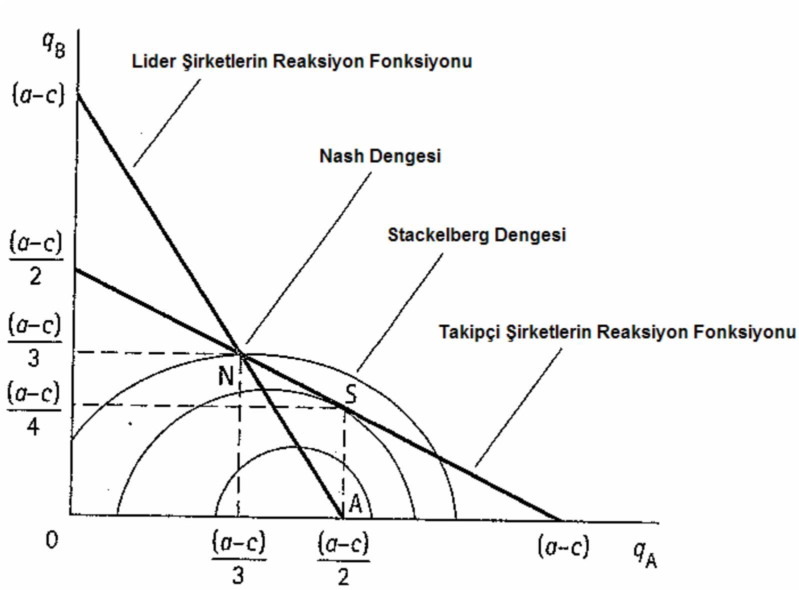
$$\therefore \prod_A = aq_A - q_A^2 - \frac{a - c - q_A}{2} q_A - cq_A$$

$$\therefore \prod_A = \frac{a-c}{2} q_A - \tfrac{1}{2} q_A^2$$

$$\therefore \frac{d\prod_A}{dq_A} = \frac{a-c}{2} - q_A = 0$$

$$\therefore q_A = \frac{a-c}{2}.$$

Bu eşitlik lider şirkete ait arz miktarının alt oyun mükemmel Nash dengesidir. Bu takipçi şirketin reaksiyon fonksiyonunda yerine yazılırsa B şirketi için optimal arz miktarını veriri, q_B = (a – c) / 4 tür. Bir lider şirket ve bir takipçi şirket olduğu durumda, takipçi şirket lider şirketin arz miktarının yarısı kadar ürün arz eder ve Q = 3(a – c) / 4 tür. Bu sonuçlar şekil 5,5' te gösterilmiştir.



Şekil 5.5 Stackelberg-Alt oyun mükemmel Nash dengesi

Lider şirket, takipçi şirket mantıklı ise reaksiyon fonksiyonu doğrultusunda üretim yapacağını bilmektedir. Bu sınırlamayı da dikkate alarak lider şirket kazancını maksimize etmek isteyecektir. Bu durumda lider şirket ile takipçi şirketin eş kazanç eğrileri birbirlerine teğet olacaktır. A şirketi için ideal durum, piyasada tek arz edici olmak ve tekel durumdaki kazancı elde etmektir. Bu durum şekil 5,5' te A noktasına karşılık gelmektedir. Ancak, takipçi şirketin reaksiyon fonksiyonu üzerinde olacağı gerçeğini göz önünde bulundurduğunda erişebileceği en düşük eş kazanç eğrisi S noktasından geçen eğridir. Bu nokta Stackelberg-(alt oyun mükemmel) Nash dengesidir. İlginç olan şey, bir lider şirketin ve bir takipçi şirketin olduğu durumda lider şirket tekel durumundaki arz miktarı kadar ürün arz etmektedir. Örnek 5.3' te değerlendirileceği üzere bu sonuç birden fazla takipçi şirket olduğu durumlar için geçerli olmayabilir. Ancak, lider şirket tekel durumdaki kadar kazanç elde etmemektedir. Bunun nedeni ise, takipçi şirketin piyasaya ürün arz etmesi sonucunda lider şirketin elde edeceği piyasa fiyatı düşmektedir.

Şekil 5,5' te ayrıca Cournot-Nash dengesi de gösterilmiştir. Stackelberg dengesi ile kıyaslandığında, Stackelberg dengesinde lider şirket daha fazla kazanç elde ederken takipçi şirket daha düşük kazanç elde etmektedir. Daha fazla bilgi takipçi şirketi kazanç bakımından kötü duruma düşürmüştür. Lider şirketin arz miktarını önceden belirlemesi şirketi kazanç açısından daha iyi noktaya getirmiştir. Bu modelde ilk hamle avantajı vardır.

Örnek 5.3:

Belirli bir sektörde m tane Stackelberg lider şirketi ve n tane Stackelberg takipçi şirketi olsun. Bu şirketler $j = 1, \dots, m$ (lider şirketler) ve $k = 1, \dots, n$ (takipçi şirketler) olarak isimlendirilsin. Her şirketin sabit marjinal maliyeti (c) olsun ancak sabit maliyetleri olmasın. Q sektörün toplam arz miktarı ve a sabit olmak üzere, $P = a - Q$ ifadesi piyasa fiyatını göstersin. Lider ve takipçi şirketler için alt oyun mükemmel Nash dengesi arz miktarları belirlensin. Ayrıca, bulunacak sonucun duopol durum için Cournot ile Stackelberg rekabetlerini ve Örnek 5.1' de bulunan n tane şirket için genelleştirilmiş Cournot sonucunu sağladığı gösterilsin.

Bu dinamik oyunun alt oyun mükemmel Nash dengesini bulmak için geri yönlü tümevarım metodu kullanılır. Öncelikle, tipik bir takipçi şirket için reaksiyon fonksiyonu bulunur. Gerekli çıkarımlar yapılırken Nash dengesinde tüm lider şirketlerin özdeş olduğu ve hepsinin aynı miktarda ürün arz edeceği gerçeği unutulmamalıdır. Benzer şekilde tüm takipçiler de kendi içlerinde aynı miktarda ürün arz edeceklerdir. Herhangi bir takipçi şirket için kazanç fonksiyonu;

$$\prod_k = Pq_k - cq_k$$

$$\therefore \prod_k = \left[a - q_k - (n-1)Q_{-k} - mq_j \right] q_k - cq_k$$

dır. Burada Q_{-k} ifadesi k şirketi dışındaki tüm şirketlerin toplam arz miktarını göstermektedir. Eşitlik q_k ' ya göre türevlenir ve sıfıra eşitlenirse, kazancı maksimize edecek ilk koşul bulunur.

$$\frac{d\prod_k}{dq_k} = a - 2q_k - Q_{-k} - mq_j - c$$

$$\therefore q_k = \frac{a - c - Q_{-k} - mq_j}{2}$$

Nash dengesinde tüm takipçi şirketlerin arz miktarları aynı olacağından, ifade

$$q_k = \frac{a - c - mq_j}{n+1}$$

biçiminde yazılabilir.

Lider şirketlerin optimal stratejisini belirlemek için bu reaksiyon fonksiyonunu kazanç fonksiyonunda yerine yazmak gerekir. Rasgele lider şirketlerden bir tanesi (j) seçilsin ve bu şirketin dışındaki tüm şirketlerin toplam arz miktarı Q_{-j} ise,

$$\prod_j = Pq_j - cq_j$$

$$\therefore \prod_j = (a - q_j - Q_{-j} - nq_k)q_j - cq_j$$

$$\therefore \prod_j = aq_j - q_j^2 - Q_{-j}q_j - nq_k q_j - cq_j$$

$$\therefore \prod_j = aq_j - q_j^2 - Q_{-j}q_j - n\left(\frac{a - c - mq_j}{n+1}\right)q_j - cq_j$$

$$\therefore \prod_j = \left(1 - \frac{n}{n+1}\right)(a-c)q_j - \left(1 - \frac{nm}{n+1}\right)q_j^2 - Q_{-j}q_j$$

sonucuna ulaşılır. İfade şirketin arz miktarına göre türevlenir ve sıfıra eşitlenirse maksimumu bulmak için gerekli birinci koşul elde edilmiş olur.

$$\frac{d\prod_j}{dq_j} = \frac{a-c}{n+1} - 2\left(\frac{n+1-mn}{n+1}\right)q_j - Q_{-j} = 0.$$

Nash dengesinde tüm lider şirketlerin arz miktarları eşit olacağından,

$$q_j = \frac{a-c}{1+n+m-mn}$$

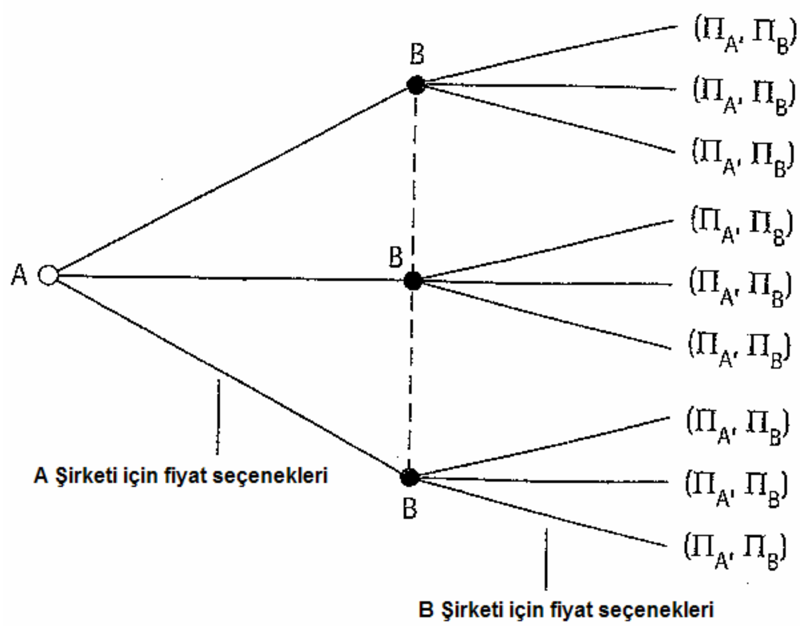
olur. Bu ifade herhangi bir lider şirketin arz miktarıdır. İfade takipçi şirketlerin reaksiyon fonksiyonunda yerine yazılırsa takipçi şirketlerin denge arz miktarları bulunur.

$$q_k = \frac{1}{1+n}\left(1 - \frac{m}{1+n+m-mn}\right)(a-c).$$

Cournot duopolünde ya iki tane ‘lider’ ve sıfır ‘takipçi’ ya da sıfır ‘lider’ ve iki tane ‘takipçi’ şirket vardır. Her iki durumda da şirketlerin arz miktarları (a – c) / 3 olacaktır. Stackelberg duopolünde lider şirketler (a – c) / 2 ve takipçi şirketler (a – c) / 4 kadar ürün arz edeceklerdir. Cournot rekabeti içinde bulunan n adet şirket için ise (ya hepsi ‘lider’ ya da hepsi 'takipçi') her bir şirketin arz miktarı (a – c) / (n + 1) dir. Bu durum önceki bulgular ile örtüşmektedir.

5.1.3 Bertrand rekabeti

Cournot ve Stackelberg rekabetlerinde şirketlerin stratejik değişkenleri piyasaya yapacakları arz miktarıdır. Bertrand rekabetinde ise stratejik değişken şirketlerin ürünleri için belirledikleri ücrettir. Bu modelde şirketler ürünleri için belirledikleri ücreti aynı anda duyurmaktadır. Tüketiciler ise bu aşamadan sonra alacakları ürün miktarını belirlemektedir. Bu tür bir oyun için açık form oyun (iki şirketin var olduğu durumda) Cournot duoplünde olduğu gibidir; ancak bu sefer oyuncular ürünlerini satacakları fiyatı belirlemektedir (şekil 5,6).



Şekil 5.6 Bertrand Duopolü: Açık form oyun

Bertrand rekabetinden doğacak denge, şirketlerin özdeş veya farklı ürünler satmalarına önemli ölçüde bağlıdır. Öncelikle şirketlerin ürünlerinin özdeş olduğu sonra ise farklı olduğu durum değerlendirilecektir.

5.1.3.1 <u>Özdeş ürünler</u>

Özdeş ürünlerin söz konusu olduğu durumda bir tek Nash dengesi vardır. Bu Nash dengesi, şirketlerin ürünleri için belirledikleri ücretin aynı olduğu durumdur ve şirketler normal düzeyde kazanç elde ederler. Bu durum aşağıdaki iki aşamalı argüman ile açıklanmıştır.

Eğer şirketler özdeş ürünler satıyor ise tüketiciler fiyatını en düşük tutan şirketin ürününü satın alacaklardır. Bu nedenle, eğer şirketler ürünleri için farklı ücretler talep ediyorlar olsaydı en düşük fiyatı talep eden şirket piyasayı ele geçirirdi. Bu durumda, fiyatı düşük olan şirket normalin üzerinde kazanç elde edecektir. Diğer şirketin buna karşılık fiyatını rekabet içinde bulunduğu şirketin belirlediği ücretin de altına çekip piyasayı ele geçirme ve pozitif kazanç elde etme imkânı olacaktır. Diğer taraftan, eğer ilk şirket normal kazancının altında kazanç elde ediyor ise şirketin belirlediği ücreti artırma imkânı olacaktır. Ücret artırma normal düzeyde kazanç elde etme noktasına kadar olabilir veya ücret artırma fazla olursa sıfır satış yapacak ve sektörden çıkmak zorunda kalacaktır. Bu senaryolar dikkate alındığında farklı ücret belirlenmesi durumu Nash dengesi olamaz.

Benzer bir analiz aynı ücreti belirleyip normal kazançtan farklı kazançlar elde eden şirketler için de yapılabilir. Bu durumda şirketlerin belirledikleri fiyatı artırma veya azaltma gibi seçenekleri olacaktır. Dolayısıyla, tek Nash dengesi şirketlerin aynı ücreti belirleyip normal düzeyde kazanç elde edecekleri durumdur. Bu sonuç mükemmel rekabet sonucuna eşdeğerdir. Ayrıca, sadece iki şirketin bulunduğu piyasada rekabet sonucunun elde edilmesi Bertrand paradoksu olarak nitelendirilir. Paradoks olmasının nedeni, iki şirketin bulunduğu piyasada şirketlerin rekabet sonucundan uzak kalarak bir şekilde normalin üstünde kazanç elde etmenin yolunu bulmaları beklenir. Bertrand paradoksundan kurtulmak için bir yolu da şirketlerin sürekli ilişki içinde bulunmalarıdır. Bölüm 5.2' de inceleneceği üzere, bu durumda şirketler tek aşamalı oyundan elde edecekleri kazancın daha fazlasını elde edeceklerdir. Bu paradokstan kurtulmanın diğer bir yolu ise aşağıda da irdelendiği üzere şirketlerin ürünlerini farklılaştırmasıdır.

5.1.3.2 Ürün farklılaştırma

Ürün farklılaştırma ile şirketler özdeş ürünü ürettiklerinde karşılaştıkları 'tüm talep' veya 'hiç talep' durumu ile karşılaşmayacaklardır. Bunun yerine şirketler azalan eğimli talep eğrisi ile karşılaşacaktır. Şimdi Bertrand duopolü farklılaştırılmış ürünler için değerlendirilecektir. A ve B şirketleri ürünleri için sırasıyla p_A ve p_B fiyatlarını belirlemiş olsun. Şirketlerin sattıkları ürün miktarı aşağıdaki denklemler ile belirlensin,

$$q_A = a - p_A + bp_B$$

$$q_B = a - p_B + bp_A$$

burada b > 0 ürünlerin birbirleri için ikame mal olduğunu belirtmektedir. Önceki modellerde de olduğu gibi bu modelde de şirketlerin marjinal maliyetlerinin (c) sabit olduğu ve sabit maliyetlerinin olmadığı varsayılacaktır. Şirketlerin kazançlarını maksimize edecekleri varsayımı ile Nash dengesi aşağıdaki gibi bulunabilir.

Öncelikle, her bir şirket (diğer şirketin belirlediği ücret doğrultusunda) ürünü için optimal fiyatı veren reaksiyon fonksiyonu belirlenir.

A Şirketi

$$\prod_A = p_A q_A - c q_A$$

$$\therefore \prod_A = p_A(a - p_A + bp_B) - c(a - p_A + bp_B)$$

$$\therefore \frac{d\prod_A}{dp_A} = a + bp_B - 2p_A + c = 0$$

$$\therefore p_A = \frac{a + c + bp_B}{2}.$$

$$\frac{d^2\prod_A}{dq^2{}_A} = -2 < 0$$

$$\therefore \max.$$

B Şirketi

$$\prod_B = p_B q_B - c q_B$$

$$\therefore \prod_B = p_B(a - p_B + bp_B) - c(a - p_B + bp_B)$$

$$\therefore \frac{d\prod_B}{dp_B} = a + bp_A - 2p_B + c = 0$$

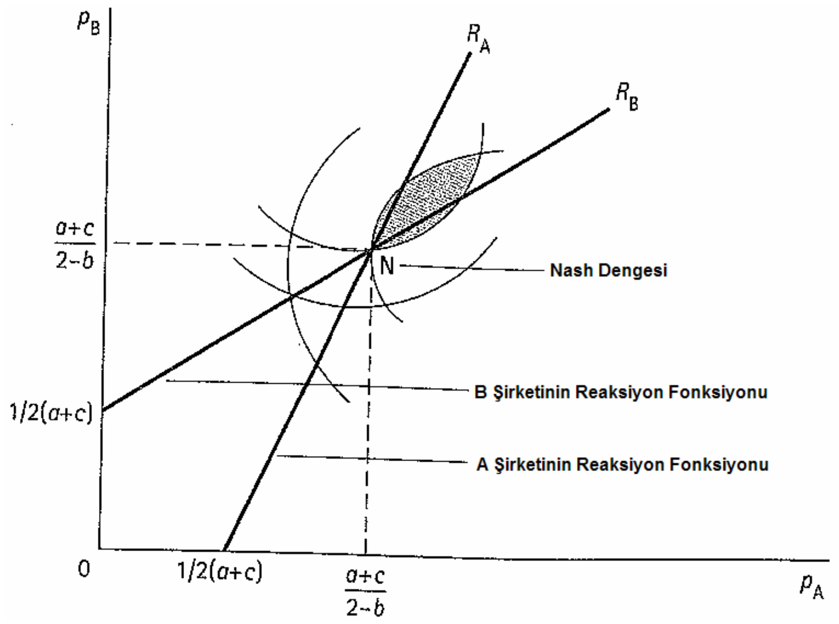
$$\therefore p_A = \frac{a + c + bp_A}{2}.$$

$$\frac{d^2\prod_B}{dq^2{}_B} = -2 < 0$$

$$\therefore \max.$$

Bu iki reaksiyon fonksiyonu şekil 5,7’ de çizilmiştir.

Şekilden de görüldüğü gibi Bertrand rekabetine ait reaksiyon fonksiyonları yukarı yönlü eğimlidir. Dolayısıyla, şirketlerin ücretleri stratejik tamamlayıcıdır. Bir Bertrand-Nash dengesi bulmak için şirketler kazançlarını aynı anda maksimize ediyor olmaları gerekir. Bu şirketlerin reaksiyon doğruları üzerinde olmaları anlamına gelir. İki reaksiyon fonksiyonu birbirine eşitlenirse, tek Nash dengesi bulunur. Bu Nash dengesi, şirketlerin fiyatlarını (a + c) / (2 – b) olarak belirledikleri durumdur. Cournot ve Stackelberg rekabetlerinde elde edilen Nash dengeleri ile kıyaslandığında bu sonuç Pareto verimsizidir. Eğer şirketler daha yüksek bir fiyat belirlerlerse kazanç açısından daha iyi durumda olacaklardır. Bu sonuç şekil 5,7’ de lens biçimindeki alan ile gösterilmiştir.



Şekil 5.7 Bertrand-Nash dengesi

5.2 Kooperatif Olmayan Gizli Anlaşmalar

Önceki bölümde oligopolün üç klasik modeli zemin oyunlar için değerlendirildi. Her model için öngörülen sonuç ya Nash dengesi ya da alt oyun mükemmel Nash dengesi idi. Her üç modelde de denge durumunun Pareto verimsizi olduğu gösterildi. Etkili gizli anlaşma ile tüm şirketlerin daha yüksek kazanç elde etmeleri mümkündür. Ancak, yasal bağlayıcı anlaşmaların olmaması nedeniyle zemin oyunlarda bu durum güvenilir olarak görülmemektedir. Çünkü gizli anlaşma içinde bulunan şirketlerden herhangi birinin bağlayıcı unsurların bulunmaması nedeniyle tüm şirketlerin kazancını artıracak sonuçtan sapma ihtimali vardır. Bu bölümde şirketlerin tekrarlayan etkileşim içinde bulundukları kooperatif olmayan gizli anlaşmalarda oligopol analizi derinleştirilecektir. Öncelikle şirketlerin birbirleri ile sonsuz kere etkileşimde bulundukları durum, sonra ise zemin oyununun sonlu sayıda tekrarlandığı durum değerlendirilecektir.

5.2.1 Sonsuz tekrarlama

Sonsuz etkileşimin olması şirketlerin cezalandırıcı stratejiyi benimsemelerini ve diğer şirketlerin kooperatif olmayan gizli anlaşma sonucunda kalmalarını sağlar. Çünkü tekrarlayan etkileşimde, açık veya açık olmayan anlaşmalardan sapan şirketleri diğer şirketlerin cezalandırma imkânı vardır. Örneğin, şirketlerden bir tanesi arz miktarını artırırsa diğer şirketler buna misilleme olarak kendi arz miktarlarını artırır ve tüm şirketler kazanç bakımından önceki durumlarına nazaran kötü duruma düşerler. Eğer bu cezalandırma yeterince sert ise tüm şirketler kendi istekleriyle gizli anlaşmalı sonuca bağlı kalacaklardır. Bu da şirketlerin cezalandırmadan doğacak zararlardan korunmak için kısa vadeli kazanç artışlarından vazgeçmesi anlamına gelmektedir.

Şirketlerin benimseyebilecekleri cezalandırma yöntemlerinden birisi tetikleyici stratejidir. Üçüncü bölümde de bahsedildiği gibi tetikleyici strateji, bir oyuncunun yaptığı belirli bir hamle neticesinde diğer oyuncuların devamlı hamlelerini değiştirmesidir. Bu nedenle, eğer şirketlerden birisi gizli anlaşmadan sapacak olursa sonsuz defa cezalandırılacaktır. J. Friedman (1971) kooperatif olmayan gizli anlaşmaların korunabilmesi için oligopollerin sürekli etkileşim içinde bulunmaları ve uygun tetikleyici stratejiyi benimsemeleri gerektiğini göstermiştir [15].

Tetikleyici stratejiyi benimsemenin kooperatif olmayan gizli anlaşmaya nasıl götürdüğünü görmek için Cournot duopolü modeline özgü tetikleyici strateji uygulanabilir. Bölüm 5.1' de gösterildiği üzere şekil 5,2' deki gölgeli alandan seçilecek herhangi bir nokta şirketleri kazanç bakımında Nash dengesinden daha iyi duruma getirecektir. Ancak, şirketlerin Pareto verimliliği sonucunu hedefleyecekleri göz önünde bulundurulursa şirketler tekel durumunda üretilecek miktarın yarısı kadar ürün arz edecekleri noktada birleşmelidir. Bu durum şekil 5,2' de C noktasına karşılık gelmektedir. Eğer şirketler bu sonuca ulaşmanın bir yolunu bulmak istiyorlarsa aşağıdaki tetikleyici stratejiyi benimseyebilirler.

İlk periyotta tekel durumundaki arz miktarının yarısı kadar ürün arz edilsin. Eğer şirketler geçmişte bu şekilde davranmış ise bu miktarda ürün arz edilmeye devam edilsin. Diğer durumlarda ise Cournot-Nash arz miktarını benimsensin.

Bu tetikleyici strateji doğrultusunda şirketlerin, diğer şirketlerin de bağlı kaldıkları sürece anlaşmaya bağlı kalacakları anlamına gelir. Cezalandırıcı unsur ise, eğer şirketlerden bir tanesi gizli anlaşmadan sapacak olursa diğer şirketlerin Cournot-Nash dengesine geçmesidir. Gizli anlaşma sonucunun alt oyun mükemmel Nash dengesi olması için söz ve cezalandırıcı iddianın güvenilir olması gerekir.

Cezalandırıcı iddianın güvenilir olduğu açıktır. Çünkü eğer şirketlerden bir tanesi gizli anlaşmadan sapacak olursa diğer şirketler için Cournot-Nash dengesine geçmeleri mantıklı olacaktır. Sözün güvenilir olması ise gizli anlaşmaya bağlı kalmanın getirisinin şimdiki değerinin, sapma durumundaki getirinin şimdiki değerinden büyük olması ile gerçekleşir. Bu da şirketlerin geleceği çok fazla iskonto etmemeleri ile mümkün olacaktır. Bu durum şu şekilde gösterilebilir. Eğer şirketlerin ikisi de gizli anlaşmaya bağlı kalırlarsa, her periyotta tekel durumundaki kazancın yarsı ($\prod_M / 2$) kadar kazanç elde ederler. Kazancın şimdiki değerini bulmak için δ = 1/(1+r) ; 0 ≤ δ ≤ 1 ile iskonto edilirse

$$\frac{\prod_M}{2} + \delta \frac{\prod_M}{2} + \delta^2 \frac{\prod_M}{2} + \delta^3 \frac{\prod_M}{2} + ... = \frac{1}{1-\delta} \frac{\prod_M}{2}$$

sonucu elde edilir.

Eğer şirketlerden bir tanesi gizli anlaşmadan saparsa, sapmadan sonraki ilk periyotta elde edeceği kazanç $\prod_S$ (S harfi sapmaya karşılık gelmektedir) olsun. Sonraki periyotlarda gerçekleşecek oyunlarda elde edebileceği en fazla kazanç ise Cournot-Nash dengesindeki $\prod_C$ seviyesidir. Bu nedenle, gizli anlaşmadan sapan şirketin kazancı

$$\prod_S + \delta \prod_C + \delta^2 \prod_C + \delta^3 \prod_C + ... = \prod_D + \frac{\delta}{1-\delta} \prod_C \quad \text{dir.}$$

Kooperatif olmayan gizli anlaşmanın devam edebilmesi için

$$\frac{1}{1-\delta} \frac{\prod_M}{2} \geq \prod_S + \frac{\delta}{1-\delta} \prod_C$$

$$\therefore \delta \geq \frac{\prod_S - \prod_M / 2}{\prod_S - \prod_C}$$

olması gerekir.

$\prod_S > \prod_M / 2 > \prod_C$ olduğundan eşitsizliğin sağ tarafı sıfır ile bir arasında olacaktır. Dolayısıyla, δ bire yeterince yakın olmak şartıyla 0 ≤ δ ≤ 1 ifadesi sağlanmış olur. İskonto oranı çok küçük olmamak kaydıyla kooperatif olmayan gizli anlaşmanın korunacağını göstermektedir. Bu şartın sağlanması durumunda kooperatif olmayan gizli anlaşmanın gerçekleşmesi kendiliğinden olacaktır. Diğer şirketlerin tetikleyici stratejiyi benimsedikleri sürece her şirket, kendi isteği ile gizli anlaşmalı sonuca bağlı kalacaktır.

Yukarıdaki analizlerden sonra akla gelebilecek sorulardan bir tanesi, eğer iskonto oranı gizli anlaşmanın korunabileceği orandan daha küçük ise ne olur? Bu durumda iki ihtimal vardır.

İhtimallerden bir tanesi; şirketler, cezalandırmanın Cournot-Nash dengesine eşit olduğu önceki tetikleyici stratejiyi benimsemeye devam etmeleridir. Bu cezalandırıcı strateji toplam arz miktarının tekel durumdaki arz miktarına eşit olmasını sürekli sağlayamasa da (çünkü şirketler gelecekteki kazançlarını fazla iskonto etmektedirler) kazancı daha az olan başka gizli anlaşmalar desteklenebilir. İskonto oranı sıfır olmadığı sürece Cournot-Nash dengesine kıyasla şimdiki değeri daha fazla olacak şekilde daima başka sürdürülebilir gizli anlaşma sonuçları vardır. Bu muhtemel sonuçlara dayanarak şirketlerin kazancının şimdiki değerinin en fazla olmasını sağlayacak simetrik sonuçta koordine olmaları mantıklı görülebilir. Eğer iskonto oranı sıfır ise, diğer bir ifadeyle şirketlerin sadece şimdiki kazançla ilgilenmesi; oyun, zemin oyununa döner ve tek alt oyun mükemmel Nash dengesi her periyot için Cournot-Nash çözümüdür.

Gizli anlaşmalı sonucu koruyabilmenin başka bir alternatifi ise cezalandırmayı daha şiddetli hale getirmektir. Verilen tetikleyici strateji ile sürdürülebilecek alternatif çözüm aramak yerine şirketler alternatif bir tetikleyici strateji benimseyebilirler. Bu alternatif tetikleyici stratejinin sürdürülebilir olması için sapma durumunda maruz kalınacak cezanın çok şiddetli olması gerekir. Bu model ile ilgili sorun ise çok şiddetli olan cezanın sürekli olması benimsenen tetikleyici stratejinin güvenilir olmadığı anlamına gelir. Aşağıdaki argüman ile bu durum örneklendirilebilir.

Gizli anlaşmadan sapan birini cezalandırmak için kullanılabilecek en olası yöntem sürekli en ciddi tetikleyici stratejiyi (*minimax cezası*) benimsemektir. Minimax cezası, bir oyuncu kendi kazancını maksimize etmeye çalışırken diğer oyuncuların bu oyuncunun kazancını en kötü duruma getirmeye çalışmalarıdır. Cournot duopol modelinde bu durum şirketlerden biri kendi reaksiyon fonksiyonu üzerinde hareket ederken diğerinin bu şirketin kazancını minimize etmeye çalışması ile açıklanabilir. Bu durumda cezalandırıcı şirket mükemmel rekabet sonucu $(a - c)$ kadar ürün üretir. Diğer şirket bu arz miktarını gözlemler ve reaksiyon fonksiyonu üzerinde hareket edeceğinden üretimini sonlandırır. Dolayısıyla, kazancı sıfır olur. Böylece bunun minimax cezası olduğu doğrulanmış olur. Unutulmamalıdır ki bir şirket negatif kazanç elde etmeye zorlanamaz. Çünkü istediği anda piyasadan çekilebilir ve ne kâr ne de zarar eder. Eğer şirket sapma durumunda bu aşırı ceza ile yüzleşeceğine inanıyorsa gizli anlaşmayı benimsemeye devam edecektir. Bu yöntemle beklenen gizli anlaşmalı sonuç Nash dengesinin bir parçası olacaktır. Bu cezalandırıcı strateji ile ilgili sorun güvenilir olmamasıdır. Dolayısıyla, buradan elde edilecek sonuç alt oyun mükemmel Nash dengesi olmayacaktır. Bu modelde minimax iddiasının güvenilir olmamasının nedeni cezalandırıcı şirketin reaksiyon fonksiyonunun dışında olmasıdır. Eğer şirketin sıfır üretim yapacağına inanıyorsa bu durumdaki optimal arz miktarı (a – c) / 2 yi tercih eder. Bir tetikleyici stratejinin güvenilir olabilmesi için uygulanacak cezanın cezayı uygulayanın reaksiyon fonksiyonu üzerinde olması gerekir. Ancak, diğer şirket de kendi kazancını maksimize etmeye çalışacağı için o şirketin de reaksiyon fonksiyonu üzerinde olması gerekir. Dolayısıyla, şirketlerin tetikleyici stratejiyi benimseyecekleri varsayımı altında en güvenilir ceza zemin oyundaki Nash dengesidir. Duopol modeldeki tek güvenilir tetikleyici strateji önceden de değerlendirildiği üzere Cournot-Nash dengesine karşılık gelen cezadır.

Yukarıdaki argümanlardan da anlaşılacağı üzere daha şiddetli bir cezalandırıcı strateji güvenilir olmayacaktır. Ancak durum böyle değildir. Yukarıdaki argüman genel olarak daha şiddetli cezalandırıcı stratejiyi değil daha ciddi tetikleyici stratejiyi saf dışı bırakmaktadır. Aslında Abreu (1986) gizli anlaşmadan sapan şirketleri daha şiddetli cezalandırmanın bir yolunu göstermiştir. Cezanın şiddetli ve güvenilir olmasını sağlamak için tetikleyici stratejiden uzaklaşılması gerektiğini ve mükâfat ve uyarı yaklaşımının benimsenmesi gerektiğini belirtmiştir. Abreu’nun önerisi, şirketlerin tetikleyici stratejide benimsenen sonsuz kere cezalandırmaya gerek olmadığı ama geçici süreliğine cezalandırılması gerektiğini ifade eder. Daha şiddetli cezanın şimdi güvenilir olmasının nedeni şirketler eğer sapan şirketleri cezalandırmazsa kendilerini cezalandırmış olacaklardır.

Abrue tarafından önerilen strateji şu şekildedir. Cezalandırma periyotları süresince şirketler cezalandırıcı stratejiyi benimserse tekrar gizli anlaşmalı sonuca döneceklerdir. Bu mükâfatıdır. Ancak, eğer şirketler önceden belirlenen cezalandırmadan vazgeçerse cezalandırma devam edecektir. Bu da uyarmadır. Bu şekilde eğer şirketler sapanları cezalandırmazlar ise kendileri cezalandırılmış olacaklardır. Bu strateji şirketlerin gizli anlaşmadan sapan şirketleri cezalandırmalarını teşvik edecektir [16]. Sonuç olarak cezanın kendisinin Cournot-Nash dengesi olmasına gerek kalmayacaktır. Şirketler kendilerini cezalandırmaktansa gizli anlaşmadan sapan şirketleri cezalandıracaklardır ve bu şekilde daha şiddetli cezalandırma güvenilir olacaktır. Daha şiddetli cezalandırmanın güvenilir olması düşük iskonto oranlarında dahi istenilen gizli anlaşmalı sonucun gerçekleşmesini sağlayacaktır [17]. Örnek 5.4’ te Cournot duopolü için bu durum irdelenmiştir.

Örnek 5.4:

$\delta \geq (\Pi_S - (\Pi_M / 2)) / (\Pi_S - \Pi_C)$ ifadesinin Cournot rekabeti içindeki duopol şirketlerin devamlılık arz eden ilişkileri ve aşağıdaki tetikleyici stratejiye uymaları dahilinde tekel durumdaki arz miktarının yarısı kadar ürün arz etmeleri için gerekli ve yeterli koşul olduğu gösterilmişti.

İlk periyotta tekel durumundaki arz miktarının yarısı kadar ürün arz edilsin ve diğer şirket geçmişte de bu şekilde davrandığı müddetçe aynen devam edilsin. Diğer durumlarda ise Cournot-Nash seviyesinde ürün arz edilsin.

1. Aşağıdaki alternatif cezalandırıcı stratejilerin benimsenmesi şartıyla gizli anlaşma sonucunun korunması için gerekli ve yeterli koşullar belirlensin.

a- Cournot-Nash dengesini sürekli benimsemek yerine gizli anlaşma sonucundan sapılması durumunda diğer şirketin bir defalığına Cournot-Nash dengesindeki arz miktarında ürün üretmesi ve sonraki periyotlarda tekrar gizli anlaşma sonucundaki arz miktarını gerçekleştirmesi.

Eğer şirketlerden birisi sürekli gizli anlaşma sonucundaki arz miktarını gerçekleştirirse elde edeceği kazancın şimdiki değeri,

$$\frac{\Pi_M}{2} + \delta \frac{\Pi_M}{2} + \delta^2 \frac{\Pi_M}{2} + \delta^3 \frac{\Pi_M}{2} + \ldots = \frac{1+\delta}{1-\delta^2} \frac{\Pi_M}{2}$$

Eğer şirket ilk periyotta gizli anlaşma sonucundan saparsa her öteki periyotta da sapması mantıklı olacaktır. Dolaysıyla kazancının şimdiki değeri en fazla;

$$\Pi_S + \delta \Pi_C + \delta^2 \Pi_S + \delta^3 \Pi_C + \ldots = \frac{\Pi_S - \delta \Pi_C}{1-\delta^2}$$

olacaktır. Eğer,

$$\frac{1+\delta}{1-\delta^2}\frac{\Pi_M}{2} \geq \frac{\Pi_S - \delta\Pi_C}{1-\delta^2}$$

$$\therefore \delta \geq \frac{\Pi_S - \frac{\Pi_M}{2}}{\frac{\Pi_M}{2} - \Pi_C}$$

sağlanırsa şirketler gizli anlaşma sonucunu koruyacaktır.

Yukarıdaki koşul, cezalandırmanın sürekli olduğu durumdaki koşul ile kıyaslandığında tekel durumdaki arz miktarı üzerinde gizli anlaşmanın iskonto edilen değerleri daha küçük olacağı söylenebilir. Bunun nedeni cezalandırmanın ciddiyetinin daha az olmasıdır. Ayrıca, şirketlerin kartelden sapma istekleri az olacaktır.

b- Her şirket ilk olarak gizli anlaşma sonucu arz miktarını üretir ve bir önceki periyotta da durum bu şekilde ise arz miktarı aynı şekilde devam ettirilir. Ancak, şirketlerden biri gizli anlaşma sonucundan sapacak olursa diğer şirket bir periyotluğuna q_P kadar ürün arz ederek şirketi cezalandıracaktır. Gizli anlaşmadan sapan şirketin sapmasına karşılık diğer şirket q_P kadar ürün arz ederse bir sonraki periyotta her iki şirket de gizli anlaşma sonucundaki kadar ürün arz edecektir. Ancak cezalandıran şirket q_P kadar ürün arz etmezse diğer şirket tarafından q_P kadar ürün arz edilerek cezalandırılacaktır. Bu süreç sürekli devam edecektir.

Bu cezalandırıcı strateji ile birlikte gizli anlaşma sonucunun korunması için iki koşulun eş zamanlı olarak sağlanması gerekir. Birinci koşul, cezalandırmanın güvenilir olması kaydıyla şirketlerin gizli anlaşmadan sapma istekleri olmamalıdır. İkinci koşul ise, birinci koşulun sağlanması kaydıyla şirketlerin gerekli olduğu durumda cezalandırma arz miktarını (q_P) üretmelerinden sapma istekleri olmamalıdır.

Birinci koşul aşağıdaki şekilde gösterilebilir. Bir şirketin gizli anlaşma sonucunu benimsemesi ile elde edeceği kazancın şimdiki değeri:

$$\frac{\Pi_M}{2} + \delta\frac{\Pi_M}{2} + \delta^2\frac{\Pi_M}{2} + \delta^3\frac{\Pi_M}{2} + \ldots = \frac{1+\delta}{1-\delta^2}\frac{\Pi_M}{2}$$

Şirketlerden birinin gizli anlaşmadan sapması durumunda kazancın şimdiki değeri en fazla:

$$\prod_{GAS} + \delta \prod_{Ceza} + \delta^2 \prod_{GAS} + \delta^3 \prod_{Ceza} + \ldots = \frac{\prod_{GAS} - \delta \prod_{Ceza}}{1-\delta^2},$$

olur. Burada $\prod_{GAS}$ ve $\prod_{Ceza}$ sırasıyla gizli anlaşmadan sapılması durumundaki periyotta elde edilen kazanç ve sapmadan dolayı cezalandırma periyodunda elde edilen kazançtır.

İlgili cezalandırıcı stratejinin güvenilir olması ve

$$\frac{(1+\delta)}{(1-\delta^2)} \frac{\prod_M}{2} \geq \frac{\prod_{GAS} - \delta \prod_{Ceza}}{1-\delta^2}$$

$$\therefore \delta \geq \frac{\prod_{GAS} - \frac{\prod_M}{2}}{\frac{\prod_M}{2} - \prod_{Ceza}}$$

sağlanması durumunda şirketler gizli anlaşma sonucunu koruyacaktır.

Benzer şekilde ikinci koşul da gösterilebilir. Şirketlerden biri diğer şirketin sapması sonucu q_P kadar ürün arz eder ve ilk koşul sağlanmış ise kazancının şimdiki değeri:

$$\prod_{Cezalandırma} + \delta \frac{\prod_M}{2} + \delta^2 \frac{\prod_M}{2} + \delta^3 \frac{\prod_M}{2} + \ldots,$$

olur. Burada $\prod_{Cezalandırma}$ diğer şirketi cezalandırırken elde edilecek kazanç miktarıdır. Alternatif olarak eğer şirket cezalandırmadan saparsa kazancının şimdiki değeri maksimum:

$$\prod_{CezalandırmadanSapma} + \delta \prod_{Ceza} + \delta^2 \frac{\prod_M}{2} + \delta^3 \frac{\prod_M}{2} + \ldots,$$

olur. Burada $\prod_{CezalandırmadanSapma}$ cezalandırmadan sapılması durumunda şirketin beklenen kazancını göstermektedir. Birinci koşulun ve

$$\Pi_{Cezaland\imath rma} + \delta \frac{\Pi_M}{2} \geq \Pi_{Cezaland\imath rmadanSapma} + \delta \Pi_{Ceza}$$

$$\therefore \delta \geq \frac{\Pi_{Cezaland\imath rmadanSapma} - \Pi_{Cezaland\imath rma}}{\frac{\Pi_M}{2} - \Pi_{Ceza}}$$

sağlanması durumunda ilgili cezalandırıcı strateji korunacaktır.

2. Yukarıdaki üç cezalandırıcı stratejide gizli anlaşma sonucunun korunması için bulunan gerekli ve yeterli koşullar kullanılarak aşağıdaki model için δ bulunsun.

Fiyatın P(TRY) = 65 – Q eşitliği ile belirlendiği durum. Q iki şirketin toplam arzına karşılık gelmektedir. Her şirketin 5 YTL sabit marjinal maliyeti olsun ve hiç sabit maliyeti olmasın. 1. b de verilen mükâfat ve uyarı cezalandırıcı stratejisinde q_P ’ nin sırasıyla 25, 30 ve 35’ e eşit olduğu durumlar için gerekli koşullar bulunsun. Bu cezalandırıcı stratejilerin hangisinin en düşük δ değerinde gizli anlaşma sonucunu desteklediği belirlensin.

Gizli anlaşmadan sapılması sonucunda şirketlerin Cournot-Nash dengesine geçmelerine neden olan tetikleyici strateji ile birlikte gizli anlaşmanın kendisini desteklemesi

$$\delta \geq \frac{\Pi_S - \Pi_M/2}{\Pi_S - \Pi_C} = \frac{506.25 - 450}{506.25 - 400} = 0.529$$

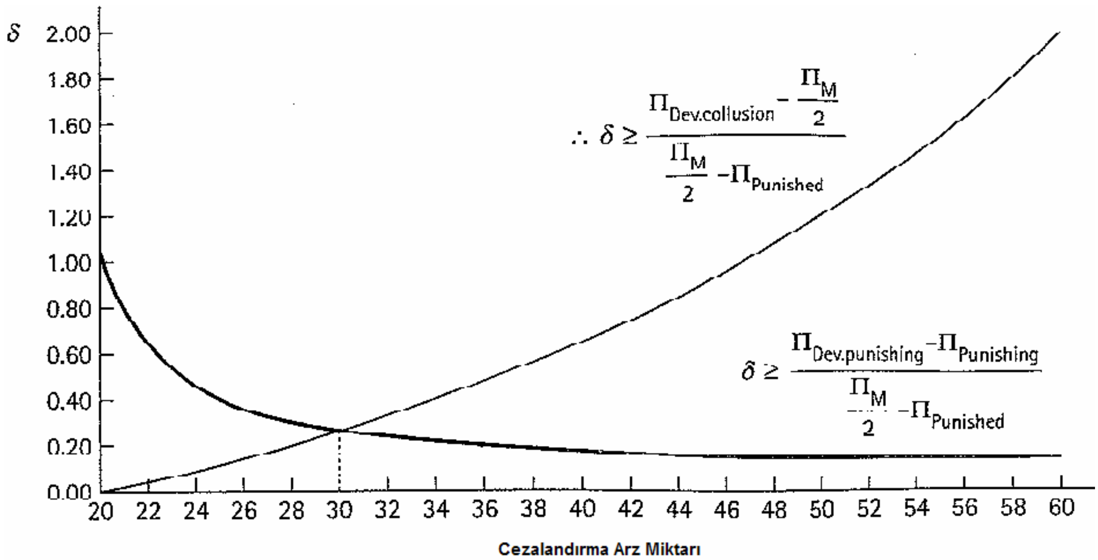
sağlanması durumunda olur. 1. a da verilen cezalandırıcı strateji dikkate alındığında koşul aşağıdaki şekilde olacaktır.

$$\delta \geq \frac{\Pi_S - \frac{\Pi_M}{2}}{\frac{\Pi_M}{2} - \Pi_C} = \frac{506.25 - 450}{450 - 400} = 1.125$$

Son olarak, mükâfat ve uyarı cezalandırıcı stratejisi varsayımı altında elde edilen sonuçlar aşağıdaki tabloda gösterilmiştir. Ayrıca bağlayıcı sınırlamaların altı çizilmiştir.

	$\delta \geq \dfrac{\Pi_{CezalandırmadanSapma} - \dfrac{\Pi_M}{2}}{\dfrac{\Pi_M}{2} - \Pi_{Ceza}}$	$\delta \geq \dfrac{\Pi_{CezalandırmadanSapma} - \Pi_{Cezalandırma}}{\dfrac{\Pi_M}{2} - \Pi_{Ceza}}$
$q_P = 25$	$\delta \geq 0.391$	$\delta \geq 0.098$
$q_P = 30$	$\delta \geq 0.250$	$\delta \geq 0.250$
$q_P = 35$	$\delta \geq 0.191$	$\delta \geq 0.431$

Tablodan elde edilen verilere göre, cezalandırma arz miktarı q_P arttıkça gizli anlaşmanın korunması için gerekli olan minimum iskonto oranı önce azalıyor sonra artıyor. Bu durum aşağıdaki grafikte q_P' nin 20 (Cournot-Nash dengesindeki arz miktarı) ve 60 (minimax arz miktarı) arasındaki değerleri için δ değerleri çizilmiştir. Bu sonuçlardan bu modelde gizli anlaşma sonucunun korunması için en etkili cezalandırıcı strateji q_P' nin 30 olduğu mükâfat ve uyarı stratejisidir. Bu cezalandırıcı strateji ile tekel durumdaki gizli anlaşma korunur ve $\delta \geq 0.25$' dir.



Yukarıdaki sonuç Fudenberg ve Maksin (1986) tarafından takdim edilen Folk Teoreminin bir uygulamasıdır. Teorem, şirketlerin geleceği 'çok fazla' iskonto etmemeleri ve uygun cezalandırıcı stratejileri benimsemeleri şartıyla, Pareto baskın minimax sonuçların oluşturacağı tüm muhtemel sonuçlar alt oyun mükemmel Nash dengesidir [18]. Minimax sonuç, oyuncuların diğer oyuncuların kazancını minimize etmeye çalıştıkları durumdur. Cournot duoplünde her iki şirketin sıfır kazanç elde etmesi minimax sonuçtur. Bu nedenle, teorem şirketlerin en azından sıfır kazanç elde etmeleri ve geleceği fazlasıyla iskonto etmemeleri şartıyla tüm mümkün olan kazançlar alt oyun mükemmel Nash dengesi olabilir. Bu kuvvetli bir sonuçtur. Bu teorem birden çok dengenin olabileceğini ima ettiğinden şirketler bir şekilde belirli bir sonuç üzerinde koordine olmalıdır.

Sonsuz rekabetle ilgili bölümü bitirmeden önce dikkat edilmesi gereken bir husus vardır. Yukarıda bulunan sonuç ile iki şirket arasındaki tek seferlik rekabetlerde elde edilen sonuç birbirleriyle zıttır. Tek seferlik oyunlarda kooperatif olmayan gizli anlaşmaların mümkün olmadığı belirtilmişti. Ancak, bu tek seferlik oyunların sonsuz tekrarlayan olarak modellenmesi sonucunda tersi ortaya çıkmıştı. Şirketlerin gelecek kazançları yeterince önemsemesi şartıyla kooperatif olmayan gizli anlaşmalar mümkün olacaktır. Tekrarlayan oyunlarda geleceğe ilişkin güvenilir bir cezanın söz konusu olmasıyla gizli anlaşma sağlanır. Sonuçlar arasındaki zıtlık verildikten sonra zemin oyununun sonlu defa oynanması durumunda muhtemel sonuçları değerlendirmek önem kazanmıştır.

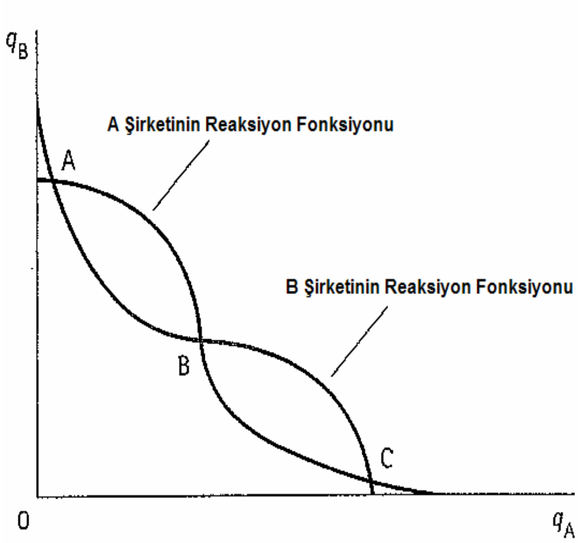
5.2.2 Sonlu tekrarlama

Üçüncü bölümde sonsuz tekrarlayan oyunlar ile sonlu tekrarlayan oyunlar arasında temel bir fark olduğundan bahsedilmişti. Bu durum geri yönlü tümevarım paradoksu ile açıklanmıştı. Bu paradoksun oligopoller arasındaki sonlu ilişkiye etkisi, zemin oyununda tek Nash dengesi ile kooperatif olmayan gizli anlaşmaların sürdürülemeyeceğini belirtmesidir. Bu, bölüm 5.1' deki tüm modellere uygulanabilir. Burada Cournot rekabetine uygulanması değerlendirilecektir.

Belirli bir zaman periyodu dâhilinde Cournot rekabeti içinde bulunan sonlu sayıda oligopol olsun. Geri yönlü tümevarım paradoksunu uygularken ilk önce son periyot değerlendirilir. Bu son periyotta gizli anlaşmadan sapılması durumunda cezalandırmadan bahsedilemez. Dolayısıyla, bu son periyotta tek güvenilir sonuç Cournot-Nash dengesidir. Şimdi sondan bir önceki periyot değerlendirilsin. Her iki şirket de bir sonraki periyotta Cournot-Nash dengesinin oynanacağını bildikleri için bu periyotta da sapma durumunda şirketleri etkili şekilde cezalandırmanın bir yolu olmayacaktır. Bu nedenle, sondan bir önceki periyotta da Cournot-Nash dengesi oynanacaktır. Bu argüman oyunun ilk periyoduna gelinceye kadar tüm periyotlar için başarılı bir şekilde uygulanabilir. Sonlu tekrarlayan oyunlar için tek alt oyun mükemmel Nash dengesi her periyotta Cournot-Nash dengesinin oynanmasıdır. Geri yönlü tümevarım paradoksu, noksansız enformasyonlu sonlu tekrarlayan oyunlarda oligopoller arasında kooperatif olmayan gizli anlaşmaların mümkün olacağını ortaya koymaktadır. Birçok ekonomist oligopollerin kazançlarını artırmak için gizli anlaşmalar yaptıklarına inanmaktadır. Ayrıca, oligopolist rekabetlere paradokstan kurtulmayı sağlayacak yöntemler uygulanmıştır. Burada, şirketler arasında sonsuz ilişkinin olmadığı varsayımı altında oligopollerin gizli anlaşmada başarılı olabileceği üç yöntem üzerinde durulacaktır.

5.2.2.1 Çoklu Nash dengesi

Bölüm 5.1' de incelenen zemin oyunu modellerinde bir tek Nash dengesinin olduğu gösterilmişti. Ancak, her zaman durum bu şekilde olmayabilir. Örneğin, daha karmaşık talep ve/veya maliyet fonksiyonlarının olduğu durumda bu zemin oyunlarında çoklu Nash dengesinin olması mümkündür. Şekil 5,3' te Cournot rekabeti içinde bulunan iki şirketin lineer olmayan reaksiyon fonksiyonlarının nasıl çoklu Nash dengesi oluşturabilecekleri gösterilmiştir. Bu şekilde A, B ve C noktalarında olmak üzere üç adet Nash dengesi mevcuttur. Çoklu Nash dengesinin var olması son periyotta elde edilecek sonucun tek olmadığı anlamına gelir. Dolayısıyla, tüm oyun için bir tek alt oyun mükemmel Nash dengesinin olmadığı sonucuna varılabilir. Özellikle, eğer zemin oyunundaki çoklu Nash dengesi rekabet halindeki şirketlere farklı düzeylerde kazanç elde ettiriyorsa, oyunun erken periyotlarında kendiliğinden bir gizli anlaşma sonucu ortaya çıkar.



Şekil 5.8 Çoklu Cournot dengesi

Şirketler gizli anlaşma sonucundan saparlarsa çoklu Nash dengesi etkili biçimde cezalandırılmalarını sağlayacağından şirketler arasında kooperatif olmayan gizli anlaşma mümkün olacaktır. Eğer söz konusu ceza yeterince etkili ise gizli anlaşmanın sürdürülmesi şirketlerin kendi yararlarına olacaktır. Son periyoda yaklaşıldığında ise kooperatif olmayan kartel bozulacaktır. Bu durum son periyodun Nash dengesi olması gerektiği gerçeği ile gösterilebilir. Benoit ve Krishna (1987) oyunun yeterince çok kere tekrarlanması şartı ile zemin oyununda çoklu Nash dengesinin uygun mükâfat ve uyarı strateji ile birleştirilmesi sonucunda muhtemel tüm kooperatif olmayan gizli anlaşmaların sonsuz tekrarda hemen hemen özdeş olduklarını göstermişlerdir [19].

5.2.2.2 Gelecek belirsizliği

Üçüncü bölümde de incelendiği üzere geri yönlü tümevarım paradoksundan kurtulmanın başka bir yolu oyunun ne zaman sona ereceği konusunda belirsizlik oluşturmaktır. Şirketler arasındaki ilişkinin ne zaman sonlanacağı bilgisinin eksikliği nedeniyle geri yönlü tümevarım başlatılamayacaktır. Bu durumda, şirketlerin gizli anlaşmadan sapması durumunda diğer şirketlerin gizli anlaşmadan sapan şirketleri gelecekte cezalandırma şansları olacaktır. Gelecekteki cezalandırma gerçekleşmeden şirketler arasındaki ilişkinin sona ermesi gibi bir durumun söz konusu olması nedeniyle bu cezalandırma iddiası sonsuz tekrarlayan oyunlardaki kadar güçlü olamayacaktır. Ancak, gelecek belirsizliği dâhilinde sonsuz tekrarlayan oyunlardakine benzer sonuçlar sonlu tekrarlayan oyunlar için de oluşturulabilir. Tekrar etmek gerekir ki kooperatif olmayan gizli anlaşmaların sürdürülebilmesi için şirketlerin, geleceği gereğinden fazla iskonto etmemeleri gerekir.

5.2.2.3 Oyuncular belirsizliği

Geri yönlü tümevarım paradoksundan kurtulmanın başka bir yolu ise noksanlı enformasyondur. Oligopol kavramında bu ifade rekabet halindeki şirketlerin rakiplerinin kazanç fonksiyonlarının ne olduğundan emin olmamaları anlamına gelir. Bu durum şirketlerin rakiplerinin kazanç fonksiyonlarının parametrelerinden veya diğer şirketlerin hedeflerinden emin olamamalarından kaynaklanabilir. Örneğin, şirketler rakip şirketlerinin kazanç fonksiyonunu belirleyen talep veya maliyetleri hakkında kesin bilgiye sahip olmayabilirler. Ya da şirketlerin kazançlarını maksimize etmeye çalışıp çalışmayacakları veya bazı şirketlerin hedefinin toplam gelirlerini maksimize etmek olabileceği bilgileri net olmayabilir. Karşılıklı birbirlerine bağlı olmaları nedeniyle şirketler rakiplerinin kazanç fonksiyonlarını hesaplamaya çalışacaklardır. Şirketlerin, rakip şirketlerin hamlelerini tahmin edebilmeleri için bu durum gereklidir. Bu hesaplamalar doğrultusunda şirketler kendi kazançlarını maksimize etmeye çalışacaklardır. Şirketler, rakip şirketler hakkında bilgi sahibi olabilmek için onların şimdiki ve geçmişteki davranışlarını gözlemlerler. Şirketler bu bilgiyi kullanarak kendi hamlelerini kararlaştırıp diğer şirketlerin beklentilerini etkilerler. Şirketler, rakip şirketlerin hamlelerini yorumlarken bu bilgiyi dikkate alırlar. Bu tür oyun modellerini çözmek karmaşık olabilir. Üçüncü bölümde de değerlendirildiği üzere noksan enformasyonlu oyun modellerine ilişkin denge kavramı Bayes alt oyun mükemmel Nash dengesidir. Bu tür denge durumunda güvenilir olmayan iddia veya sözlere inanılmaz ve şirketler beklentilerini Bayes Teoremine göre mantıklı olarak güncellerler. Şirketlerin oyunun her periyodunda zemin oyununa ait Nash dengesini oynamalarına gerek yoktur. Bunun arkasında yatan nedeni anlamak için, rakiplerinin ürünlerinin marjinal maliyetleri hakkında noksanlı enformasyona sahip Bertrand-rekabeti içinde bulunan şirketler örneği değerlendirilebilir.

Bölüm 5.1' de gösterildiği üzere Bertrand-rekabeti içinde bulunan şirketler kazançlarını her şirketin fiyatları yükseltmesi ile artırabilir. Bununla birlikte, zemin oyununda fiyatların stratejik tamamlayıcı olması durumunda, bir şirketin fiyat yükselteceği beklentisi diğer şirketlerin fiyatlarını yükseltmelerine yol açacaktır. Fiyatlar üretimin marjinal maliyeti ile pozitif ilişkilidir. Diğer şirketlerin üretiminin marjinal maliyetleri hakkında kesin bilgiye sahip olmamak, her şirketin rakiplerine kendi marjinal maliyetlerini yüksek gösterme imkânı sağlamaktadır. Bu sayede şirketler ürünlerinin fiyatlarını artırabilmek için marjinal maliyetlerinin yüksek olduğunu göstermeye çalışırlar. Denge durumunda şirketlerin yüksek fiyat belirlemeleri olasıdır ve kooperatif olmayan gizli anlaşmalı bir sonuç oyunun ilk periyotlarından itibaren korunur.

Yukarıdaki argüman, belirsizliğin kooperatif olmayan gizli anlaşma sonucunun sürdürülmesi ihtimalini nasıl artırdığını göstermektedir. Ancak, durum her seferinde bu şekilde olmayabilir. Örneğin, gizli anlaşmalı sonucunun olduğu birçok durumda gizli anlaşmadan sapılması durumunda ceza söz konusuydu. Bu işleyiş gizli anlaşmadan sapılması durumunda sapmanın ortaya çıkarılabileceğini kabul etmektedir. Gizli anlaşmadan sapılmanın ortaya çıkarılamaması gibi bir durum mümkün ise, herhangi bir şirket cezalandırılma korkusu olmadan diğer şirketleri aldatabilir. Bu durumda şirketler gizli anlaşmayı sürdürebilmenin başka yollarını bulmaları gerekir. Fiyat bilgilerini veya üretim miktarlarını şirketler birbirleri ile paylaşarak bunun sağlanması mümkün olabilir. Green ve Porter (1984) ve Porter (1983) Cournot-rekabeti içindeki oligopollerin rakiplerinin üretim miktarlarını değil yalnızca fiyatlarını gözlemleyerek modeller geliştirebileceklerini göstermişlerdir. Bu modellerde şirketler tetikleyici fiyat stratejisini benimser ve piyasa fiyatı, tetikleyici fiyatın üzerinde olduğu sürece şirketler gizli anlaşmadaki üretim miktarlarını sürdürürler [20 ve 21].

5.3 Sonuç

Bu bölümde oligopol şirketlerin stratejik ilişkilerini modellemek için oyun teorisinin nasıl kullanılabileceği irdelendi. Klasik üç model olan Cornot, Bertrand ve Stackelberg rekabetlerini açıklayabilmek için öncelikle zemin oyunları kullanıldı. Her birinin altında yatan farklı yapılar olduğu ve bu yapıların şirketlerin beklenen hamlelerini nasıl etkilediği gösterildi. Ancak, bu modellerle oluşturulan Nash dengelerinin hepsi Pareto verimsizi idi. Değişik arz miktarı kombinasyonları ile şirketler kazanç bakımından daha iyi duruma getirilebilecek durumda idi. Bu durumda şirketlerin daha kazançlı olacakları bir stratejide koordine olup olamayacakları sorusu akla gelmektedir. Eğer şirketler tek seferlik rekabet içindelerse, bu durum yararlı olmayabilir. Ancak, eğer şirketler süregelen bir ilişki içindeler ise kooperatif olmayan gizli anlaşmanın olması olasıdır. Bu durum şirketlerin gizli anlaşmadan sapmaları durumunda karşılaşacakları cezalar ile desteklenmektedir. Bu yöntemle gizli anlaşma kendini koruyacaktır. Bunun tek istisnası geri yönlü tümevarım paradoksunun uygulanabildiği durumlardır. Ancak, önceki bölümlerde değerlendirildiği üzere bu sonuç, rekabetin sonucunun bilinmesi ve tüm şirketler hakkında genel bilgiye sahip olunması gibi detaylı bilgilere sahip olmakla mümkün olabilecektir. Ancak, gerçek hayatta bu bilgileri tamamıyla elde etmek mümkün değildir.

6. SONUÇLAR

Oyun teorisinin karşılıklı birbirlerine bağlı akılcı bireylerin verdikleri kararlarla ortaya çıkan sosyal sonuçları ele alan matematiksel temelli bir disiplin olduğu söylenmişti. Son yıllarda bu teorinin ekonominin birçok alanında uygulandığı ve uygulama alanlarının gün geçtikçe arttığı görülmektedir. Oyun teorisi ve ekonomi sentezi ekonomistlerin ekonomi meselelerine bakışını ve bu meseleleri anlama kabiliyetini önemli ölçüde artırdığı gözlenmiştir. Oyun teorisinin birçok uygulaması ekonomistlerin mikroekonomi ve makroekonomi problemlerine bakış açısını değiştirmiştir.

Bu çalışmada, oyun teorisi ile ilgili bilgilerin okuyucuya verilmesinin ardından, ekonominin çeşitli alanlarında oyun teorisinden faydalanma yöntemlerine değinilmiştir. Ayrıca şirketlerin birbirleri ile olan ilişkilerinde tüm tarafların optimum kazanç sağlamak için ne tür stratejik kararlar alabileceklerini gösteren modeller örneklerle açıklanmıştır.

Oyun teorisinin karar alma aşamalarında kullanılmasının yararlarının anlatıldığı bu çalışmada oyun teorisinin yaygın olarak kullanıldığı ekonomi ve finans alanları için birçok örneğe yer verilmiş ancak teori hakkında eleştirilere yer verilmemiştir. Ancak, oyun teorisinin gün geçtikçe uygulama alanlarının artması, gelişim süreci içinde daha çok bilim adamının bu konuya odaklanması ile teorinin çeşitli konularda eksiklikleri olduğu ve bazı noktalarda yetersiz kaldığı gözlemlenmiştir. Bu konuda teori ile ilgili yapılabilecek en önemli eleştirilerden biri "akılcı olma" ile ilgilidir. Oyun teorisinde bireylerin veya oyun içinde karar verme durumunda olanların mantıklı hareket ettiği ve akılcı oldukları varsayılır. Fakat gündelik hayatta insanların akılcı olup mantıklı davranmaları her zaman mümkün değildir. Çünkü insanlar kararlarını verirken duygularının etkisi altına kalabilmektedir. Mesela sigaranın kendilerine zarar vermesini önemsemeyip sigara kullanımına devam edenlerin bu davranışları akılcılıkla bağdaşmayan bir durumdur ve oyun teorisi ile bu şekildeki ilişkilerin incelenmesi şu aşamada mümkün değildir. Bunlar, duygusal yönü ağır basan çelişkileri değerlendirmenin zorluğunu ortaya koymaktadır. Kararların akılcı düşüncenin ürünü olduğunu varsayan oyun teorisi, duyguların etkili olduğu çelişkili durumlarda yetersiz kalmaktadır.

Oyun teorisinin başarısı, oluşturulacak olan oyun ağacı veya oyun matrisindeki değerlerin tam ve gerçek değerleri yansıtması ile doğru orantılıdır. Bu değerlere ulaşmak gündelik hayatta bazı sıkıntılar oluşturabilir. Bunun nedeni, gündelik hayatta yaşanan nitel olaylara nicel değerler atamak için farklı skalalar geliştirmek gerekebilir.

Oyun teorisinde bazı eksikliklerin varlığı söz konusu olsa da, zamanla gelişimini sürdüreceği ve bahsedilen eksikliklerin bu zaman içerisinde yapılan araştırmalarla giderilebileceği söylenebilir. Oyun teorisi ilk önerildiğinde, sıfır toplamlı oyunlar dışındaki problemlere çözüm üretmeyen bir bilim dalı iken, gündelik hayatta teorinin uygulanmasında yaşanan sıkıntılar, Nash' in bu doğrultuda Nash dengesini ortaya atmasına sebep olmuştur. Bu örnek, teorinin yukarıda bahsedilen eksikliklerin çözümlenebileceğine olan inancı destekleyen en büyük kanıttır. Oyun teorisine duyulan ihtiyaç arttıkça, üzerinde yapılan çalışmalar artacak ve örnekteki gibi yeni buluşlar ortaya çıkacaktır. Oyun teorisinin gelişimi ve teori ile ilgili mevcut eksikliklerin giderilmesi için bu tür çalışmaların yardımcı olacağı ve yakın bir zamanda stratejik karar alma yöntemlerinin ilk sırasında yerini alacağı düşünülmektedir.

KAYNAKLAR DİZİNİ

[1] Duman, S., 2004, Finansal Piyasalarda Ekonomik Sorunların Çözümünde Oyun Kuramı ile Bir Uygulama, Yüksek Lisans Tezi Gazi Üniversitesi, 2 s.

[2] Jamus, J.L., 1991, Fun, Games & Economics: An Appraisel of Game Theory in Economics, Undergraduate Journal of Economics.

[3] Friedman, M., 1953, The Methodology of Positive Economics, M. Friedman.

[4] Nash, J., 1951, Non-Cooperative Games, Annals of Mathematics, 54: 286-95 s.

[5] Cournat, A., 1838, Researches into the Mathematical Principles of the Theory of Wealth, Macmillan, New York.

[6] Kreps, D., 1990, Game Theory and Economic Modelling, Clarendon Press, Oxford.

[7] Gibbons, R., 1992, Game Theory for Applied Economists, Princeton University Press, Princeton.

[8] Aumann, R., ve Hart, S., 1992, Handbook of Game Theory with Economic Applications, North-Holland, New York.

[9] Radner, R., 1980, Collusive Behaviour in Oligopolies with Long but Finite Lives, Journal of Economic Theory, 22: 136-56 s.

[10] Friedman, J., 1986, Game Theory with Applications to Economics, Oxford University Press, Oxford.

[11] Harsanyi, J., 1967-1968, Games with Incomplete Information Played by Bayesian Players I, II ve III, Management Science, 14: 159-82 s.

[12] Rosenthal, R., 1981, Games of Perfect Information, Predatory Pricing and the Chain-store Paradox, Journal of Mathematical Psychology, 25: 92-100 s.

[13] Friedman, J., 1977, Oligopoly and the Theory of Games, North Holland, Amsterdam.

[14] Cournot, A., 1838, Researches into the Mathematical Principles of the Theory of Wealth, Macmillan, New York.

[15] Friedman, J., 1971, A Non-Cooperative Equilibrium for Supergames, Review of Economic Studies, 38: 1-12 s.

[16] Abreu, D., 1986, External Equilibria of Oligopolistic Supergames, Journal of Economic Theory, 39: 191-235 s.

[17] Romp, G., 1997, Game Theory Introduction and Applications, Oxford University Press, Oxford, 58-80 s.

[18] Fudenberg, D., ve Maksin, E., 1986, The Folk Theorem in Repeated Games with Discounting or with Incomplete Information, Econometrica, 54: 533-56 s.

[19] Benoit, J.P., ve Krishna, V., 1985, Finitely Repeated Games, Econometrica, 53: 890-904 s.

[20] Green, E., ve Porter, R., 1984, Noncooperative Collusion under Imperfect Price Information, Econometrica, 52: 87-100 s.

[21] Porter, R., 1983, Optimal Cartel Trigger Price Strategies, Journal of Economic Theory, 29: 313-38 s.