

BAZI Gd ve Sm İZOTOPLARININ  
ELEKTROMANYETİK ÖZELLİKLERİ

Esra SAYIN

Yüksek Lisans Tezi

Fizik Anabilim Dalı

Haziran - 2008

# **BAZI Gd ve Sm İZOTOPLARININ ELEKTROMANYETİK ÖZELLİKLERİ**

Esra SAYIN

Dumlupınar Üniversitesi  
Fen Bilimleri Enstitüsü  
Lisansüstü Yönetmeliği Uyarınca  
Fizik Anabilim Dalında  
YÜKSEK LİSANS TEZİ  
Olarak Hazırlanmıştır.

Danışman: Prof. Dr. Atalay KÜÇÜKBURSA

Haziran - 2008

## KABUL VE ONAY SAYFASI

Esra SAYIN'ın YÜKSEK LİSANS tezi olarak hazırladığı “Bazı Gd ve Sm İzotoplarının Elektromanyetik özellikleri” başlıklı bu çalışma, jürimizce lisansüstü yönetmeliğin ilgili maddeleri uyarınca değerlendirilerek kabul edilmiştir.

30/06/2008

Üye : Prof. Dr. Atalay KÜÇÜKBURSA (Danışman)

Üye : Doç. Dr. Asım OLGUN

Üye : Doç. Dr. Zeki KARTAL

Fen Bilimleri Enstitüsün Yönetim Kurulu'nun ...../...../2008 gün ve ..... sayılı kararıyla onaylanmıştır.

Prof. Dr. M. Sabri ÖZYURT  
Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

**BAZI Gd ve Sm İZOTOPLARININ ELEKTROMANYETİK ÖZELLİKLERİ**

Esra SAYIN

Fizik, Yüksek Lisans Tezi, 2008

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Atalay KÜÇÜKBURSA

**ÖZET**

Bu çalışmada  $150 < A < 190$  deforme bölgesinde bulunan çift çift  $^{152-154}\text{Gd}$  ve  $^{150-152}\text{Sm}$  izotoplarının enerji seviyeleri, elektromanyetik geçişler için E2/M1 çok kutuplu karışım oranları ve taban durum bandı için B(E2) geçiş olasılıkları Etkileşen Bozon Modeli 2 (IBM-2) ile hesaplandı. Hesaplanan değerler diğer teorik hesaplamalar ve deneysel sonuçlarla karşılaştırıldı. Elde edilen değerlerin diğer teorik çalışmaların sonuçları ve deneysel veriler ile uyumlu olduğu görüldü.

**Anahtar Kelimeler:** B(E2) geçiş olasılıkları, Etkileşen Bozon Modeli, Gd ve Sm İzotopları, Kutupsal karışım oranları.

## THE ELECTROMAGNETIC PROPERTIES OF SOME Gd and Sm ISOTOPES

Esra Sayın

Physics-Master Thesis, 2008

Thesis Supervisor: Prof.Dr. Atalay KÜÇÜKBURSA

### SUMMARY

In this study, the energy levels, the E2/M1 multipole mixing ratios of electromagnetic transitions and the transition probability  $B(E2)$  of the ground state band, for  $^{152-154}\text{Gd}$  and  $^{150-152}\text{Sm}$  isotopes at the  $150 < A < 190$  deformed region have been calculated by making use of Interacting Boson Model-2 (IBM-2). These calculated values are compared with other theoretical calculations and the experimental result. It is seen that there is a good agreement between the results and with other theoretical calculations and with the experimental ones.

**Keywords:**  $B(E2)$  transition probability, Interacting Boson Model, Gd and Sm isotopes, Multipole mixing ratios

## TEŞEKKÜR

Bu çalışmam sırasında bana sabır göstererek vakit ayıran değerli hocam Sayın Prof. Dr. Atalay KÜÇÜKBURSA'ya, her türlü destekleri için Sayın Yrd. Doç. Dr. H. Yaşar OCAK'a maddi ve manevi desteklerini esirgemeyen ve bu günlere gelmemde en büyük pay sahibi olan annem, babam, kardeşlerim Melike ve Ayşe'ye bu süre zarfında bana her türlü konuda destek olan Ufuk YILDIRIM'a ve Hatice DAVUTOĞLU'na en içten dileklerle teşekkür eder şükranlarımı sunarım.

## İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
ÖZET .....	iv
SUMMARY .....	v
ŞEKİLLER VE ÇİZELGELER DİZİNİ .....	ix
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ.....	x
1.GİRİŞ .....	1
2.ETKİLEŞEN BOZON MODELİ-1 (IBM-1).....	4
2.1. Dinamik Simetrliler.....	5
2.2. Geçiş Operatörleri .....	9
2.3. Modelin Grup Yapısı.....	10
2.3.1. IBM'deU(6) grubu .....	10
2.3.2. IBM operatörleri .....	10
2.3.3. Bozon grup yapıları .....	12
2.3.3.1. Bozon grup zinciri 1 .....	12
2.3.3.2. Bozon grup zinciri II .....	13
2.3.3.3. Bozon grup zinciri III .....	14
2.3.4. U(6)'nın alt gruplarının, bozon grup zinciri I, II, III 'ün oluşturulması.....	15
2.3.5. Baz durumları .....	18
2.3.5.1. Zinciri .....	19
2.3.5.2. Zincir II.....	21
2.3.5.3. Zincir III .....	22
2.3.6. Casimir operatörleri.....	23
2.3.7. Dinamik simetrliler.....	25
2.3.7.1. Zincir I, II, III için enerji özdeğerleri .....	25
2.3.7.2. Elektromanyetik geçiş olasılıkları ve vibrasyonel, rotasyonel, $\gamma$ -kararsız limitler .....	30
3. ETKİLEŞEN BOZON MODELİ-2 (IBM-2) .....	34
3.1. Giriş.....	34
3.2. Modelin Grup Yapısı.....	34
3.3. Durumların Sınıflandırılması .....	36
3.3.1. F-spini eşleşmiş baz durumları.....	36
3.3.1.1. Zincir I.....	36
3.3.1.2. Zincir II.....	38
3.3.1.3. Zincir III .....	39
3.3.2. Eşleşmiş durumlar .....	41
3.3.2.1 Zincir $I_2$ .....	41

## İÇİNDEKİLER (devamı)

	<b>Sayfa</b>
3.3.2.2. Zincir II <sub>2</sub> ve IV .....	41
3.3.2.3. Zincir III <sub>2</sub> .....	42
3.4. Dinamik Simetrisler .....	43
3.4.1. F-spini zincirleri için enerji özdeğerleri .....	43
3.4.1.1. Zinciri .....	43
3.4.1.2. Zincirli .....	44
3.4.1.3. Zincir III <sub>1</sub> .....	44
3.4.2. Eşleşmiş zincirler için enerji özdeğerleri .....	45
3.4.2.1. Zincir I <sub>2</sub> .....	45
3.4.2.2. Zincir II <sub>2</sub> ve IV .....	45
3.4.2.3. Zincir III <sub>2</sub> .....	46
3.5. Modelin Mikroskobik Yapısı .....	46
3.5.1. Çekirdeğin kabuk yapısı .....	46
3.5.2. Nükleer yüzey ve yüzey nükleonları .....	47
3.5.3. S ve D nükleon çiftleri .....	48
3.5.4. Nükleon operatörlerinin bozon operatörlerine dönüştürülmesi .....	51
3.5.5. Dönüştürülmüş bozon sisteminin spektrumu .....	53
4. GD VE SM İZOTOPLARININ BAZI NÜKLEER ÖZELLİKLERİ .....	56
4.1. <sup>150</sup> Sm Çekirdeği .....	57
4.1.1. <sup>150</sup> Sm Çekirdeğinin Kutupsal Karışım Oranları .....	58
4.1.2. <sup>150</sup> Sm Çekirdeğinin B(E2) Geçiş olasılıkları .....	60
4.2. <sup>152</sup> Sm Çekirdeği .....	60
4.2.1. <sup>152</sup> Sm Çekirdeğinin Kutupsal Karışım Oranları .....	61
4.2.2. <sup>152</sup> Sm Çekirdeğinin B(E2) Geçiş Olasılıkları .....	62
4.3. <sup>152</sup> Gd Çekirdeği .....	63
4.3.1. <sup>152</sup> Gd Çekirdeğinin Kutupsal Karışım Oranları .....	64
4.3.2. <sup>152</sup> Gd Çekirdeğinin B(E2) Geçiş Olasılıkları .....	66
4.4. <sup>154</sup> Gd Çekirdeği .....	66
4.4.1. <sup>154</sup> Gd Çekirdeğinin Kutupsal Karışım Oranları .....	67
4.4.2. <sup>154</sup> Gd Çekirdeğinin B(E2) Geçiş Olasılıkları .....	69
5. TARTIŞMA VE SONUÇLAR .....	70
KAYNAKLAR DİZİNİ .....	72



## ŞEKİLLER DİZİNİ

<u>Sekil</u>	<u>Sayfa</u>
2.1 Etkileşen Bozon Modelini tanımlayan uygun pedagojik simetri üçgeni.....	33

## ÇİZELGELER DİZİNİ

<u>Cizelge</u>	<u>Sayfa</u>
2.1. Genel Lie gruplarının jeneratör sayısı.....	16
2.2. Zincir I'in Sınıflandırılması.....	20
2.3. Zincir II 'nin sınıflandırma şeması.....	22
2.4. Zincir IH'ün sınıflandırma şeması.....	24
2.5. Ortak Lie grupların mertebeleri.....	24
2.6. Lie grupları Casimir operatörlerinin özdeğerleri.....	26
2.6. IBM-1 'de gözükten grupların Casimir operatörleri.....	28
3.1. Zincir I <sub>1</sub> 'in kısmi sınıflandırma şeması.....	37
3.2. Zincir II <sub>1</sub> 'in kısmi sınıflandırma şeması.....	39
3.3. Zincir III <sub>1</sub> 'in kısmi sınıflandırma şeması.....	40
4.1. <sup>150</sup> Sm'nin Enerji Seviyeleri.....	58
4.2. <sup>150</sup> Sm İzotopu için   $\delta(E2/M1)$   karışım oranları.....	59
4.3. <sup>150</sup> Sm İzotopunun B(E2) Geçiş Olasılıkları.....	60
4.4. <sup>152</sup> Sm'nin Enerji seviyeleri.....	61
4.5. <sup>152</sup> Sm İzotopu İçin   $\delta(E2/M1)$   Karışım Oranları.....	62
4.6. <sup>152</sup> Sm İzotopunun B(E2) Geçiş Olasılıkları.....	63
4.7. <sup>152</sup> Gd'nin enerji seviyeleri.....	64
4.8. <sup>152</sup> Gd İzotopu için   $\delta(E2/M1)$   karışım oranları.....	65
4.9. <sup>152</sup> Gd izotopunun B(E2) geçiş olasılıkları.....	66
4.10. <sup>154</sup> Gd Çekirdeği.....	67
4.11. <sup>154</sup> Gd İzotopu için   $\delta(E2/M1)$   karışım oranları.....	68
4.12. <sup>152</sup> Gd İzotopunun B(E2) geçiş olasılıkları.....	69

**SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ****Simgeler****Açıklama**

B(E2)	E2 elektriksel kuadrupol geçiş olasılığı.
Sm	Samaryum
Gd	Gadolinyum

**Kısaltmalar****Açıklama**

IBM	Etkileşen Bozon Modeli
IBM-1	Etkileşen Bozon Modeli - 1.
IBM-2	Etkileşen Bozon Modeli - 2.
OAI	Otsuka, Arima, Iachello.

## 1. GİRİŞ

Çekirdek proton ve nötrondan oluşan oldukça karmaşık bir yapıdır. Proton ve nötron olarak adlandırılan bu parçacıkların ortak adı ise “nükleon” dur. Çekirdeklerin farklı yöntemlerle yapılan deneyler ışığında gözlenen özelliklerini açıklayabilmek için çeşitli çekirdek modelleri geliştirilmiştir. Ancak bu modeller, çekirdek yapısının anlaşılmasına oldukça etkin bir rol oynadıysa da çok cisim problemi olarak ele aldığımız etkileşimlerin ayrıntıları tam olarak anlaşılmadığından çekirdeklerin yapısını her yönüyle açıklayabilen bir model geliştirilememiştir.

Çekirdeğin yapısını incelemek için ilk olarak Bohr 1934 yılında sıvı damla modelini ortaya atmıştır. Bu modele göre çekirdek sıvı damlasına benzetilmektedir. Sıvı damlası modeli çekirdekteki bağlanma enerjisinin nükleon sayısı ile orantılı olduğunu ileri sürmüştür ve ağır çekirdeklerdeki bölünme olaylarına açıklık getirmiştir. Ancak bu model sihirli sayıda nükleona sahip çekirdeklerin yani sihirli çekirdeklerin ( 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126 ) komşu çekirdeklere oranla daha kararlı bir durumda olmasını açıklayamadığı için ömrü az olmuştur.

Bunun üzerine bu durumu açıklayabilmek için 1934 yılında Elasser ve Gugenheimer “Kabuk Modeli” ni ortaya atmışlardır [1]. Bu modelin ortaya çıkmasında özellikle  ${}^4_2\text{He}$ ,  ${}^{16}_8\text{O}$ ,  ${}^{40}_{20}\text{Ca}$ ,  ${}^{208}_{82}\text{Pb}$  çekirdeklerindeki kararlılığın fazla oluşu, bu çekirdeklerin kabuk yapısında olduğu fikrini aşlamıştır. Bu kararlılığın özellikle proton ve nötron (N, Z) değerleri için; 2, 8, 20, 28, 50, 82, 128 sihirli sayılardaki çekirdeklerde oluşu dikkat çekmiştir. Sihirli sayıda nükleona sahip çekirdeklerde manyetik ve kuadrupol momentlerinin çok küçük (sıfıra yakın) olması da çekirdeklerde küresel simetriye sahip kapalı kabukların varlığını akla getirmiştir. Bu çekirdeklerin ilk uyarılma enerjilerinin büyük olması ayrıca kararlı izotop ve izoton sayılarının komşu çekirdeklerinkine oranla daha fazla olması da kabuk yapısını desteklemektedir. Bu model; sihirli sayıdaki nükleonların kendi aralarında proton ve nötron kabukları oluşturduklarını, kabukları dolan çekirdeklerin ise diğer çekirdeklere göre özel bir kararlılık gösterdiklerini ileri sürmüştür. Bu modelin en büyük eksikliği ise deforme olmuş bölgedeki ( $150 \leq A \leq 190$  ve  $A > 230$ ) çekirdeklerin büyük kuadrupol momentlerine açıklık getirememesidir. Ayrıca dış yörüngesinde daha fazla nükleon olan çekirdeklerin elektromanyetik özelliklerini, büyük B(E2) değerlerini ve enerjilerini de iyi açıklayamamıştır. Elektromanyetik geçiş olasılıkları ve düşük enerjili uyarılma spektrumları da kabuk modeliyle açıklanamamıştır.

Kabuk modelinin sınırlılıkları üzerine 1950 yılında Rainwater, 1951-1953' de Bohr ve Mottelson gözlenen büyük momentleri açıklamak için kapalı kabuk dışındaki çok sayıdaki nükleonun kolektif hareketini inceleyen bir model geliştirdi. Kolektif model çekirdeğin yapısını daha iyi kavrayabilmek için, çekirdeğin kolektif özelliklerini, şekil parametrelerini (deforme olmuş elips dönmelerini ve titreşimlerini) inceleyerek açıklayan bir modeldir. Bu model çekirdek içindeki bütün parçacıkların kolektif hareketlerini dikkate alır. Bu kolektif hareketler sonucunda ise hareket deformasyonları oluşur. Deformasyonun oluşumunda kapalı kabuklar dışındaki nükleonların hareketiyle oluşan kutuplanmanın yanında kapalı kabuk içindeki özün biçimi ve açısal momentumu da etkilidir[2]. Bu modelde, kabuk modelinde olduğu gibi çekirdekteki nükleonlar ortalama bir  $V(r)$  potansiyelinden bağımsız olarak hareket ederler. Ancak küresel simetrik bir yapıya sahip olan bu ortalama  $V(r)$  potansiyeli çekirdek içindeki nükleonların hareketi sonucunda deforme olabilir. Bu durum ise özün küresel simetrik yapısından sapmasına neden olur. Ayrıca kolektif modelde, potansiyel enerji deformasyona bağlı olarak değişir. Bu modelde dönme ve titreşim hareketi göz önüne alınmış ve bu hareketler birçok olayı açıklamada başarılı olmuştur.

Çekirdeğin yapısı, bağımsız parçacık hareketine önem veren Kabuk modeli ve sınırlı sayıda koordinat kullanan Kolektif model sayesinde oldukça anlaşılmıştır. Ancak bu modeller, karşılıklı parçacık etkileşimi, kolektif serbestlik dereceleri, geçiş bölgesindeki çekirdeklerin nükleer yapısı, çekirdeklerin enerji spektrumlarındaki geçişlerin çok kutuplukları ve onların karışım oranları gibi soruları açıklamada yetersiz kalmıştır. Bu sorulara cevap bulmak için, 1974 yılında Arima ve Iachello, Kabuk modeli ve Kolektif modelin özelliklerini dikkate almanın yanında grup teorisi tekniklerinin de kullanıldığı “Etkileşen Bozon Modeli” (IBM) adı verilen yeni bir nükleer model ileri sürdüler[3].

Etkileşen bozon modeli, çekirdeğin kolektif hareketini dikkate alarak, nükleon (proton ve nötron) çiftlerinden oluşan “Bozonlar” olarak adlandırılan parçacıkların etkileşimine dayanan bir modeldir. IBM esasında düşük seviyedeki kolektif uyarılmalara yönelik bir model ise de son zamanlarda ki çalışmalarla birlikte bu sınır genişletilmiştir. Bunlardan birisi de bu modelin ikinci versiyonu olan IBM-2' dir. IBM-2' de nötron ve proton serbestlik dereceleri birbirinden farklı olarak ele alınır ve Hamiltoniyen proton-nötron bozon etkileşmelerini de içerir. Sadece hesaplamaları ilerletme imkanı vermesinden dolayı değil, aynı zamanda da daha ileri düzeyde bir sistematığı ve yeni kolektif uyarılma durumlarını açıklık getirmesinden, daha da önemlisi var olan kabuk modeli ile bağ kurmasından dolayı önemli bir gelişme sayılır. IBM bundan başka tek-çift çekirdekler için Scholten (1979) ve tek-tek çekirdekler için Van Isacker (1985) tarafından uyarlandı[6,13].

Nükleon-nükleon etkileşimi eğer daha ayrıntılı olarak bilinseydi, Schrödinger denkleminin sayısal çözümüyle birlikte çekirdeklerin enerjileri ve diğer istenen özellikler hesaplanabilirdi. Pratik olarak bu yaklaşımın olağan olmadığı, birçok serbestlik derecesinin olduğu ve bu durumun ancak en gerçek sistemlerde mümkün olabileceği söylenebilir. Etkileşim basit bir şekilde olmadığı gibi, yalnızca nükleon-nükleon saçılma deneyinin sayısal analizlerinden bilinmektedir. Böyle bir analiz ise etkileşim hakkında ayrıntılı bilgiler vermez.

Nükleer yapı fiziğinde ortaya atılan modeller, bu modellerin uygulanması ve sadeleştirilmesiyle, modeller arasında benzerlik ve birliğin kurulmasıyla, çok cisim problemlerinden başlayarak modeller için yaklaşık bir temel kurma girişimleriyle ilgilenirler. Bazı çekirdekler için başarısız olan bir modelin başka çekirdekler için başarılı olduğu, hatta belli bir çekirdekte farklı durumların farklı modeller ile daha iyi açıklanabildiği bilinmektedir. Bütün bunlar göz önüne alındığında ise, modellerin birleştirilerek “Her Şeyin Modeli”ni geliştirmek önemli bir amaç haline gelir.

Bu çalışmada öncelikle Etkileşen Bozon Modeli'nin (IBM-1) grup yapısı ve simetri durumu özelliklerinden bahsedildi. Daha sonra Etkileşen Bozon Modeli-2'nin (IBM-2) grup yapısından bahsedildi. Etkileşim Bozon Modeli-2 kullanılarak deforme bölge girişindeki bazı Gd ve Sm izotoplarının enerji seviyeleri, kutupsal karışım oranları, B(E2) geçiş olasılıkları incelenerek teorik hesaplamalar yapıldı. Son bölümde ise, yapılan bu hesaplamalar ile deneysel değerler karşılaştırıldı ve farklılıklar yorumlandı.

## 2. ETKİLEŞEN BOZON MODELİ-1 (IBM-1)

Etkileşen Bozon Modeli (IBM) ilk olarak 1974 yılında Arima ve Iachello tarafından ileri sürülen Kabuk Modeli, Kolektif Model ve Grup Teorisi tekniklerinin birada kullanıldığı bir modeldir[20,19]. Etkileşen Bozon Modeli ortaya atıldığı sıralarda orta ve ağır çekirdekler için modeller genel olarak iki yaklaşım üzerinde yoğunlaşmıştı. Bunlardan ilki rasgele faz yaklaşımı gibi yaklaşımları içine alan Kabuk Modeli köşegenleştirilmesi, diğeri ise çekirdeklerin geçişlerini veya bu geçişlerin şekillerini görüntüleyen geometrik modellerdir. IBM, 1950'lerin sonlarında Eliot ve arkadaşları tarafından hafif çekirdeklere başarıyla uygulanan cebirsel ve grup teorisine dayalı bir yaklaşım olarak ortaya çıkmış ve son otuz yıldır büyük bir ilgi odağı haline gelmiştir[8,9]. Bu sayede nükleer yapıda ve spektroskopi de önemli sayıda çalışmalar yapılmıştır.

Bu model, her biri açısız momentumu sıfır veya iki birim taşıyan ve etkileşen bozonlar topluluğuna dayanır ve Etkileşen Bozon Modelinin bu özelliği ışığında Çekirdek Fizikinde oldukça yol alınmıştır. Etkileşen Bozon Modelinde bozonlar nükleon çiftleri olarak yorumlanır. Nükleon- Nükleon etkileşimi için basit bir şeklin olmaması, nükleonların karmaşık kuark yapısında olmasından dolayı nükleon-nükleon etkileşimi iki elektronun etkileşiminden daha çok, iki molekül arasındaki etkileşime benzer. Bu etkileşimlerin karmaşıklığına ve çok sayıdaki serbestlik derecelerine rağmen, yıllar süren deneylerle birlikte nükleer yapının birçok farklı özelliği belirlenmiştir. Ancak hala üç parçacık kuvvetlerinin önemli bir etken olup olmadığı anlaşılammıştır. Bu modelde nükleonlar üç kuarktan oluşmasına rağmen, elementer parçacıklar olarak dikkate alınır. Bu problemi çözenin tek yolu ise; Hamiltoniyenin önemli derecede basitleştirildiği yaklaşımların kullanılmasıdır. Bu yaklaşımlarda üç parçacık, dört parçacık, vb... terimlerin ihmal edilmesi ile Hamiltoniyendeki bu karmaşıklık büyük ölçüde giderilmiş olur. IBM' deki ana fikir, çift- çift çekirdeklerin düşük seviye kolektif durumlarının  $\ell=0$  ve  $\ell=2$  toplam açısız momentumuna sahip s ve d bozonlar sistemiyle tanımlanabileceği varsayımdır[6,5,23,31]. Bu varsayım kabuk modelindeki genelleştirilmiş acayıplık hesaplarına ve  $0^+$  ve  $2^+$  durumlarının, açısız momentumu daha büyük olan durumlardan enerjisinin belirgin bir biçimde az olduğu, kapalı kabuğa yakın çekirdeklerin deneysel olarak iyi bilinen yapısal özelliklerine dayanır[15]. Bu varsayım açık bir ifadeyle, aynı yörüngedeki iki özdeş nükleonun iki-parçacık konfigürasyonundaki kısa-menzilli rezidüel etkileşmesinden meydana gelen seviye hesaplarının karakteristik bir özelliğidir[29].

Önceden de bahsedildiği gibi bozonlar  $\ell=0$  ve  $\ell=2$  açısall momentumu sahip durumlarda bulunabilirler.  $\ell=0$  açısall momentum durumunda bulunan bozon s bozonu ve  $\ell=2$  açısall momentum durumunda bulunan bozon ise d bozonu olarak tanımlanır[18]. Burada karşımıza çıkan önemli bir kısıtlama vardır ki bu kısıtlamada bozon sayısının korunmasıdır. Bozonlar (proton ve nötron) bozon uzayında en yakın kapalı kabuğa göre belirlenir. Bu belirlemede eğer proton (veya nötron) sayısı kabuğun ortasından önce ise bozon parçacık , değilse deşik olarak adlandırılır. Bozon sayısı, bozonun çeşidi ve Hamiltoniyenin karmaşıklığı belirlendikten sonra bazlar, Hamiltoniyen ve IBM' deki operatörler oluşturulabilir.

## 2.1 Dinamik Simetriler

Simetriler, varlıkları ve oynadıkları rol itibariyle Etkileşen Bozon Modelinin en önemli özelliklerinden biridir. Bu simetrilerin basit analitik bağıntıları ve fiziksel açıklamaları vardır. En önemli pratikliği de tahmin parametrelerinin serbest parametreler olmasıdır. Bunun dışında çekirdeklerin çoğu bu simetriden birini sergilemese de tanım gereği yine IBM Hamiltoniyeni sadeleştirilmelidir. IBM simetri özelliklerinin kavranması, dalga fonksiyonlarının, enerji seviyelerinin ve geçiş oranlarının yorumlamasını oldukça kolaylaştırmakla birlikte sayısal analizde de büyük kolaylıklar sağlar. Ayrıca IBM simetrik bir yapıda olmasından dolayı, geçiş bölgelerini açıklamakta oldukça yararlı bir modeldir. Çünkü hesaplamalar, simetri çiftleri arasındaki geçiş boyunca göreceli yapıyı belirleyen serbest parametreler cinsinden yapılabilir. Bu yüzden Etkileşen Bozon Modeli, daha önceden bilinen, deneysel olarak gözlenen özelliklere göre farklı yapılara uygulanabilen diğler modellere bir alternatiftir.

s ( $\ell=0$ ) ve d ( $\ell=2$ ) bozonları toplam altı bileşene sahiptir. Dolayısıyla altı boyutlu bir uzayı tanımlarlar. Bu altı boyutlu birim boyut, U(6) cinsinden ifade edilebilir. Bu ise bize IBM' in pek çok özelliğinin grup teorisi yöntemleri ile analitik olarak açıklanabildiğini ifade etmekle birlikte modelin grup teorisi yönünü de ortaya çıkarır. U(6) grubuyla tanımlanan bu yapı, alt grup zincirlerinden oluşur. Her bir zincir çekirdeğinin özel bir geometrik yapısına karşılık gelmektedir. Bu zincirlerden her birisi ise dinamik simetri ile tanımlanmaktadır. U(6) grubunun içinde; U(5), O(6) ve SU(3) olarak bilinen üç dinamik simetri vardır[16,17]. Bununla birlikte uygulamaların çoğunda modelin yapısının kolayca anlaşılması ve tahminleri hakkında daha iyi fikir edinilmesi açısından U(5) bazının kullanılması uygundur. Baz durumları; s, d bozonları ve d bozonlarının toplam açısall momentumunu verecek biçimde çiftleşmelerini tanımlayan iki kuantum sayısı ile belirlenir. O halde baz durumları;

$$|Nn_d m_\Delta L\rangle \text{ veya bazen } |Nn_d n_\beta n_\Delta L\rangle \quad (2.1)$$

şeklinde yazılabilir. Burada  $N$ ; toplam bozon sayısı,  $\nu$ ;  $d$  bozonu acayıplığı, yani açıl momentumu sıfırdan farklı olan  $d$  bozonu çiftleri,  $n_\Delta$ ; açıl momentumu sıfır olan  $d$  bozonu üçlüleridir. İkinci bazda ki  $n_\beta = (N - \nu)/2$  ise açıl momentumu sıfır olan  $d$  bozonu çiftleridir.  $L$ ; toplam açıl momentum kuantum sayısıdır. Bu kuantum sayılarının alabileceği değerler ise şu şekilde belirlenir. İlk olarak  $N$ ,

$$N = n_s + n_d \quad (2.2)$$

olmalıdır.

$n_s = N - n_d$  olduğundan  $n_d$ ,  $0$ 'dan  $N$ 'ye kadar değerler alabilir.  $n_d$ 'ye bağlı olarak  $\nu$ ,

$$\nu = n_d, n_d - 2, \dots, 1 \text{ veya } 0 \quad (2.3)$$

değerlerini alır.  $n_\Delta$  ise;

$$n_\Delta = 0, 1, \dots, [n_d/3] \quad (2.4)$$

değerlerini alır. Bu değerler oluşturulduktan sonra baz durumları oluşturulabilir.

Bu bazları birleştiren Hamiltoniyen, sadece  $s$ ,  $s^+$ ,  $d$ ,  $d^+$  operatörlerini içerir ve ikinci kuantumlanmada yazılır. Meydana gelen birleşimler maksimum iki-parçacık etkileşmeleriyle sınırlandırılarak ve toplam bozon sayısını koruyarak tanımlanır. İki-parçacık sınırlaması en fazla  $d^+d^+$  veya  $s^+s^+$  gibi birleşimlerin oluşmasına izin verir. İkinci sınırlandırma ise her oluşturma operatörü bir yok etme operatörü ile veya bunun tam tersi olacak şekilde birleşmesi gerektiğini söyler. Bütün bunlar göz önüne alındığında en genel Hamiltoniyen ise şu şekilde oluşur[5]:

$$H = \epsilon_s s^+ s + \epsilon_d d^+ \tilde{d} + \frac{1}{2} \sum_{L=0,2,4} C_L (d^+ d^+)^{(L)} \cdot (\tilde{d} \tilde{d})^{(L)} \\ + \frac{\nu_2}{\sqrt{10}} [(d^+ d^+)^{(2)} \cdot \tilde{d} s + H.c.] + \frac{\nu_0}{2\sqrt{5}} (d^{+2} s^2 + H.c.) + \frac{u_2}{\sqrt{5}} d^+ s^+ \tilde{d} s + \frac{u_0}{2} s^{+2} s^2 \quad (2.5)$$

Burada her terimin önündeki katsayılar Arima ve Iachello'nun tanımlarına göre seçilmiştir[6].  $\tilde{d}$  operatörü

$$\tilde{d}_m = (-1)^m d d_{-m} \quad (2.6)$$

biçiminde tanımlanır. Çünkü  $\tilde{d}$  operatörü, rankı iki olan tensör operatördür. (2.5) ifadesinden de görüldüğü gibi Hamiltoniyeni iki tane tek-bozon enerji terimi ile yedi tane de bozon-bozon



etkileşme terimini içerir. Açısal momentum eşleşmelerini içeren açısal tensör çarpımı notasyonu Lipas'ın kullandığı gibi  $(d^+d^+)^{(L)}$  formunda, skaler çarpım ise  $d^+.d^+$  biçimindedir[23]. (2.5) denklemindeki yalnızca bağlanma enerjisine katkıda bulunan terimler, herhangi bir çekirdeğin uyarılma enerjisi spektrumları ele alındığında  $N = n_s+n_d$ ,  $n_s = s^+s^+$  ve  $n_d = d^+d^+$  eşitlikleri kullanılarak fazlalık olan sabit kısım yok edilir. Ve dolayısı ile Hamiltoniyen en kullanışlı altı parametrelidir

$$H = \epsilon \hat{n}_d + \frac{1}{2} \sum_L C'_L (d^+d^+)^{(L)} (\tilde{d}.\tilde{d})^{(L)} + \frac{V_2}{\sqrt{10}} \left[ (d^+d^+)^{(2)} + H.c \right] + \frac{V_0}{2\sqrt{5}} (d^{+2}s^2 + H.c) \quad (2.7)$$

formuna indirgenerek yazılır.

Görüldüğü gibi (2.7) denklemindeki terimleri değişik yollarla birleştirmek ve Hamiltoniyende daha anlamlı operatörler oluşturmak mümkündür. Bunlardan en çok kullanılanlardan birisi de IBM-1'in simetrik yapısını daha iyi açıklamasından dolayı Hamiltoniyenin multipol formudur. Bu formun kullanılması, (2.7) denklemindeki terimlerde yüklü olan farklı operasyonların fiziksel olarak anlaşılmasında da yardımcı olur.

Multipol açılımının parametrizasyonunda çeşitli bozon-bozon etkileşmeleri Hamiltoniyende şu şekilde görülür:

$$H = \epsilon \hat{n}_d + a_0 P^+ P + a_1 \hat{L}^2 + a_2 Q^2 + a_3 T_3^2 + a_4 T_4^2. \quad (2.8)$$

Burada

$$P = \frac{1}{2} (\tilde{d}^2 - s^2)$$

$$T_1 = (d^+ \tilde{d})^{(1)} \quad l = 0, 1, 2, 3, 4$$

$$Q = (d^+ s + s^+ \tilde{d}) - \frac{\sqrt{7}}{2} (d^+ \tilde{d})^{(2)} = (d^+ s + s^+ d) - \frac{\sqrt{7}}{2} T_2$$

$$\hat{n}_d = \sqrt{5} T_0$$

$$\hat{L} = \sqrt{10} T_1 \quad (2.9)$$

şeklindedir.

Bu formda özellikle açısal momentum operatörü, kuadrupol, oktipol, hegzadepol operatörleri ve P çiftlenme terimi gibi fiziksel anlam taşıyan birçok terim vardır. Aynı zamanda

bu operatörler fermiyon durumlarına değil bozon durumlarına etki eder. Dolayısıyla bu formdaki IBM-1 Hamiltoniyeni, operatörlerin daha önce tanımlanan baz durumlarına etki etmesidir.

Şimdi bu operatörlerin Hamiltoniyedeki işlevlerini inceleyelim. Hamiltoniyedeki  $\epsilon''$  terimi içindeki bozon sayısı ile doğru orantılı olarak her bir baz durumunun köşegenleştirilmesine katkı sağlar. Dolayısıyla enerji ifadesi d bozonları cinsinden yazılabilir ve d bozonu sayısının  $\epsilon''$  katı kadarlık bir enerji ekler. Böylece enerji spektrumu, fonon enerjili kuadrupol titreşicinin spektrumu haline gelir. Bu spektrumda fonon multipletlerindeki tüm enerji seviyeleri dejeneredir. Bu dejenerelik Hamiltoniyedeki  $L^2$ ,  $T_3^2$  veya  $T_4^2$  terimlerinden herhangi birisinin dahil edilmesiyle giderilebilir. Çünkü bu terimler toplam d bozonu sayısını değiştirmez fakat her biri köşegenleştirme etkisi yapar. d bozonu sayısını değiştiren terimler (2.8) Hamiltoniyenindeki kuadrupol ve çiftlenme terimleridir. O zaman yapıda herhangi bir değişiklik yapmak istenildiğinde Hamiltoniyene bu terimleri eklemek yeterli olacaktır. Şimdi bu terimleri daha ayrıntılı olarak inceleyelim. Çiftlenme terimi açıldığında d bozonu sayısına

$$\begin{aligned}
 & d^{+2} s^2 \\
 & d^{+2} \tilde{d}^2 \quad \Delta n_d = 0 \\
 & s^{+2} \tilde{d}^2 \quad \Delta n_d = \pm 2 \\
 & s^{+2} s^2 \quad \Delta n_d = 0
 \end{aligned} \tag{2.10}$$

kadarlık bir etkisi olur. Yukarıdan da anlaşıldığı gibi  $P^+P$  terimi ya köşegenleştirmeye etki eder ya da d bozonu sayısını iki birim değiştirir. Bunun dışında  $P^+P$  terimi sadece skaler çarpımlar içerir ve  $\Delta n_d = \pm 2$  kısmı  $n_\beta$ 'yi  $\pm 1$  birim değiştirir. Kuadrupol operatörü ise d bozonu sayısını bir birim değiştiren veya hiç değiştirmeyen tensör çarpımları cinsinden ifade edilir.  $Q^2$ ,

$$\begin{aligned}
 & d^{+2} s^2 \text{ ve } s^{+2} \tilde{d}^2 \quad \Delta n_d = \pm 2 \\
 & (d^+ \tilde{d})^{(2)} \cdot d^+ s \text{ ve } (d^+ \tilde{d})^{(2)} \cdot s^+ \tilde{d} \quad \Delta n_d = \pm 1 \\
 & d^+ s \cdot s^+ \tilde{d} \text{ ve } (d^+ \tilde{d})^{(2)} \cdot (d^+ \tilde{d})^{(2)} \quad \Delta n_d = 0
 \end{aligned} \tag{2.11}$$

elemanlarından oluşur ve tüm baz durumlarını karıştırır. Sadece  $P^+P$  terimlerini içeren Hamiltoniyen,  $\Delta(n_d, n_\beta) = (2,1)$  veya  $(-2,-1)$  kadarlık bir fark olan baz durumlarının karışımlarını

içeren dalga fonksiyonları oluşturur. Diğer taraftan  $Q^2$  terimli Hamiltoniyen tüm baz durumlarının genliklerini içeren çok daha kompleks durumlar oluşturur. Etkisi; enerji seviyeleri, geçiş oranları, vb. tahminlerinde görülse de basitliği sadece baz kümesine dönüşümlerde görülür.

## 2.2. Geçiş Operatörleri

Etkileşen Bozon Modelinde uygun operatörler kullanılarak bazı gözlemlenebilir nicelikler hesaplanabilir. Elektromanyetik geçiş olasılıkları için, bozon serbestlik dereceleri cinsinden ifade edilen tek-bozon operatörünün ilk kuantizasyonu

$$\hat{T} = \sum_{i=1}^N t_i^{(1)} \quad (2.12)$$

şeklinde ile verilir. . Bu ifadeye eğer gerekirse yüksek mertebeli (iki-cisim,...) bozon terimleri eklenebilir. (2.12) denkleminin ikinci kuantize formu

$$T_m^{(1)} = \alpha_2 \delta_{12} (d^+ s + s^+ \tilde{d})_m^{(2)} + \beta_1 (d^+ \tilde{d})_m^{(2)} + \alpha_0 \delta_{m0} \delta_{10} (s^+ s)_0^{(0)} \quad (2.13)$$

şeklinde dir. Bu ifade açılırsa aşağıdaki elektromanyetik geçiş operatörleri elde edilir[33].

$$T_0^{(E0)} = \beta_0 (d^+ \tilde{d})_0^{(2)} + \alpha_0 (s^+ s)_0^{(0)} = \frac{\beta_0}{\sqrt{5}} \hat{n}_d + \alpha_0 \hat{n}_s$$

$$T_m^{(M1)} = \beta_1 (d^+ \tilde{d})_m^{(1)} = g_B \hat{L} \quad (2.14)$$

$$T_m^{(E2)} = \alpha_2 (d^+ s + s^+ \tilde{d})_m^{(2)} + \beta_2 (d^+ \tilde{d})_m^2 = e_B [(d^+ s + s^+ \tilde{d})_m^{(2)} + \chi (d^+ \tilde{d})_m^{(2)}] = e_B Q$$

Burada

$$e_B = \alpha_2 \quad \text{ve} \quad \chi = \frac{\beta_2}{\alpha_2} \quad \text{şeklinde tanımlanır.}$$

Ayrıca burada  $\hat{L}$  açısal momentum operatörü,  $Q$  kvadrupol momenti ve  $e_B$  ise etkin bozon yüküdür.  $\hat{N} = \hat{n}_s + \hat{n}_d$  ifadesi kullanılarak

$$T_0^{(E0)} = \beta'_0 \hat{n}_d + \alpha_0 \hat{N} \quad , \quad \beta'_0 = \frac{\beta_0}{\sqrt{5}} - \alpha_0 \quad (2.15)$$

ifadeleri elde edilir. (2.15) denkleminde de görüldüğü gibi E0 geçişleri d bozon sayısı

operatörünün matris elemanı ile orantılıdır. Öte yandan M1 operatörü de toplam açısal momentumla orantılıdır. Dolayısıyla herhangi bir geçişe sebebiyet vermez. Geçişin olabilmesi için yukarıdaki M1 geçişi ifadesine ikinci derece terimleri de dahil edilmelidir[6,54,22]. Bu terimler dahil edildikten sonra M1 operatörü

$$T^{(M1)} = (g_B + A\hat{N})\hat{L} + B\hat{n}_d\hat{L} + C(Q\hat{L}) \quad (2.16)$$

şeklinde yazılır.

E2 operatörü ise  $n_d$ 'de bir birim değişiklik yapan ve herhangi bir değişiklik yapmayan iki terimden oluşur. Bu iki terimin birbirine oranı ise  $\chi$  parametresine eşittir.

E0 operatörünü etkileyen bir diğer nicelik yarıçapın karesinin ortalamasıdır. Bu niceliğin ifadesi

$$r^2 = \langle r^2 \rangle_c + \alpha\hat{n}_d + b\hat{N} \quad (2.17)$$

ifadesi ile verilir. Yukarıdaki ifadedeki ilk terim kapalı kabuk özünün yarıçapının karesinin ortalamasına eşittir.

### 2.3. Modelin Grup Yapısı

#### 2.3.1. IBM'de U(6) grubu

Biz burada U(n) genel grubuyla ilgilenmekten ziyade U(6) ilgileneceğiz. Bu U(6) grubuyla ilgilenmemizin ise iki sebebi vardır. Birincisi, U(6)'nın U(n)'in bütün temel genel özelliklerini gösterecek kadar yeterince büyük bir grup olmasıdır. Diğer bir sebebi ise, IBM'in aşağıda tartışılacağı gibi tamamen U(6) yapısına sahip olmasıdır.

#### 2.3.2 IBM operatörleri

IBM'in temel uyarılmaları, özdeş bozonların tek-parçacık durumlarıdır. Mikroskobik olarak, bozonlar aynı nükleon çiftlerinden oluşturulur. Ayrıca IBM-1 proton ve nötronlar arasındaki farkı ihmal etmektedir.

IBM-1'de tek bir bozon, iki farklı açısal momentumlu duruma sahiptir. Bu durumlar, (J=0) olan s durumu ile (J=2) olan d durumlarıdır. d durumunun, beş alt durumu vardır: M= 2, 1, 0, -1, -2. Dolayısıyla tek bir bozon için altı durum söz konusudur. Bu altı durum, iki boyutlu uzayın tanımladığı proton (p) ve nötron (n) durumları gibi altı boyutlu uzayı tanımlar. Bu uzaydaki bir vektöre ait birim dönüşümler, yani kompleks dönmeler, U(6) grubunu oluşturur.

IBM'in temel operatörleri  $s^+$  oluşturma ve  $d$  yok etme operatörleridir ( $G_{ij} = b_i^+ b_j$ ). Bu operatörlerin Hermitik eşlenikleri ise  $s$  ve  $d_\mu^+$ 'dir. Operatörler bozon sıradışı kurallarına uyarlar.  $i$  ve  $j$  indisleri  $s$  ile beş adet  $d$  bozonlarının eşit mesafede olmasını sağlar. Operatörlerin ikili doğrusal çarpımları,  $U(6)$ 'nın 36 tane jeneratörünün temel kümesini oluştururlar.

$$s^+s, s^+d, d_\mu^+s, d_\mu^+d_\nu; \quad \mu, \nu = \pm 2, \pm 1, 0 \quad (1+5+5+5.5=36) \quad (2.18)$$

Bu operatörler, sıradışı bağıntısı altında kapalıdır.

Jeneratörlerin değişik bir formülasyonunu elde etmek için, oluşturma ve yok etme operatörlerinin tensörel özelliklerini bilmek gereklidir. Şimdi bu özellikleri ele alırsak; Vakum üzerine etki ettirildiğinde,  $s^+$  operatörü, açıl momentumu sıfır olan ( $J=0$ ) bir  $s$  durumunu vermektedir.  $d_\mu^+$  operatörü vakum üzerine etki ettirildiğinde,  $J=2$  ve  $M=\mu$  olan açıl momentumun  $d_\mu$  öz durumu oluşur. IBM'in vakum durumu kapalı ana kabukları içermektedir ve bu durum  $|\tilde{0}\rangle$  ile gösterilir. Temel  $s$  ve  $d$  durumları ise;

$$|s\rangle = s^+|\tilde{0}\rangle = |J=0, M=0\rangle \quad |d_\mu\rangle = d_\mu^+|\tilde{0}\rangle = |J=2, M=\mu\rangle \quad (2.19)$$

şeklinde gösterilir. Dolayısı ile  $s^+$  ve  $s$  operatörleri skalerdir, yani sıfıncı mertebeden küresel tensörlerdir. O halde burada tensörlerden bahsetmek yararlı olacaktır.  $Y_{1m}(\theta, \phi)$  küresel harmoniklerle karşılaştırıldığında,  $s^+$  tıpkı  $Y_{00} = (1/\sqrt{4\pi})$  gibi,  $s$  ise  $Y_{00}^*$  gibidir. Benzer şekilde  $d_\mu^+$  tıpkı  $Y_{2\mu}$  gibidir, yani 2. mertebeden ve  $\mu$  bileşenli küresel tensördür. Yok etme operatörü  $d_\mu$  dolayısıyla  $Y_{2\mu}^*$  küresel tensörü  $Y_{2\mu}^* = (-1)^\mu Y_{2,-\mu}$  gibidir. O halde  $d$  bozonu yok etme operatörü

$$\tilde{d} = (-1)^\mu d_{-\mu} \quad (2.20)$$

şeklinde dir. Bu operatör  $Y_{2\mu}$  gibi davranmaktadır. Dolayısıyla  $d^+$  ve  $\tilde{d}$ ,  $\mu$  bileşenli, uygun tensör oluşturma ve yok etme operatörleridir.

Jeneratörler ise temel operatörlerin çarpımlarının doğrusal birleşimleri şeklinde ifade edilebilir. Özellikle işe yarayan doğrusal birleşimler açıl momentumun tensör çarpımlarıyla eşleşmesiyle ortaya çıkmaktadır. (2.18) denkleminin ilk üç kısmı değişmez kalır, fakat dördüncüsü ise tensör çarpımıyla yer değiştirir.

$$[d^+, \tilde{d}]_{lm} = \sum_{\mu\nu} (2\mu 2\nu | lm) d_\mu^+ \tilde{d}_\nu \quad l = 0, 1, 2, 3, 4 \quad (2.21)$$

Burada  $(2\mu 2\nu | lm)$ , Clebsch-Gordan katsayıları olarak bilinir. (2.21) denklemindeki eşleşmeyi yapabilmek için (2.20) denklemindeki operatör tanımlanmalıdır. Farklı l değerleri için m bileşenlerinin sayısı  $1+3+5+7+9=25$ 'e kadar toplanır. Fark edilmelidir ki bu sayı, bütünlüğün sağlanıp sağlanmadığını veren,  $d_\mu^+ \tilde{d}_\nu$  çiftlenmemiş operatör sayısı ( $5 \cdot 5=25$ ) ile aynıdır.

### 2.3.3 Bozon grup yapıları

#### 2.3.3.1 Bozon grup zinciri I

U(5) cebiri şu 25 operatör göz önüne alınarak elde edilebilir[21]:

$$\begin{aligned} G_0^{(0)}(d, d) &= [d^+ \times \tilde{d}]_0^{(0)} & 1 \\ G_\mu^{(1)}(d, d) &= [d^+ \times \tilde{d}]_\mu^{(1)} & 3 \\ G_\mu^{(2)}(d, d) &= [d^+ \times \tilde{d}]_\mu^{(2)} & 5 \\ G_\mu^{(3)}(d, d) &= [d^+ \times \tilde{d}]_\mu^{(3)} & 7 \\ G_\mu^{(4)}(d, d) &= [d^+ \times \tilde{d}]_\mu^{(4)} & 9 \\ & & 25. \end{aligned} \quad (2.22)$$

Bu operatörler, U(5) cebiri altında kapalıdır.

$$\begin{aligned} G_\mu^{(1)}(d, d) &= [d^+ \times \tilde{d}]_\mu^{(1)} & 3 \\ G_\mu^{(3)}(d, d) &= [d^+ \times \tilde{d}]_\mu^{(3)} & 7 \\ & & 10 \end{aligned} \quad (2.23)$$

şeklindeki on operatör O(5) grubunun cebirini oluşturur. Bu cebir ise beş boyuttaki ortogonal cebirdir.

$$G_\mu^{(1)}(d, d) = [d^+ \times \tilde{d}]_\mu^{(1)} \quad 3 \quad (2.24)$$

olarak tanımlanan bu üç operatör ise O(3) cebirine göre kapalı olup, cebiri rotasyonel cebir

olarak bilinir. Son olarak

$$G_0^{(0)}(d, d) = [d^+ \times \tilde{d}]_0^{(0)} \quad 1 \quad (2.25)$$

şeklindeki bu operatör ise  $z$  eksenini etrafındaki dönmelerin  $O(2)$  cebirini oluşturmaktadır. Bu da cebirlerin aşağıda belirtilen olası bir zincirini vermektedir:

$$U(6) \supset U(5) \supset O(5) \supset O(3) \supset O(2) \quad (I) \quad (2.26)$$

Bu zinciri, I ile göstereceğiz.

### 2.3.3.2 Bozon grup zinciri II

Cebirlerin birinci zincirlerinin denemekle elde edilebilmesine rağmen, ikinci zinciri elde etmek oldukça zordur. Çünkü ikinci zincir  $U(6)$  operatörlerin doğrusal birleşimlerini gerektirmektedir. Aşağıda belirtilen şu operatörleri ele alalım:

$$G_0^{(0)}(s, s) + \sqrt{5}G_0^{(0)}(d, d) = [s^+ \times s]_0^{(0)} + \sqrt{5}[d^+ \times d]_0^{(0)} \quad 1$$

$$G_\mu^{(1)}(d, d) = [d^+ \times \tilde{d}]_\mu^{(1)} \quad 3$$

$$G_\mu^{(2)}(d, s) + G_\mu^{(2)}(s, d) \pm \frac{1}{2}\sqrt{7}G_\mu^{(2)}(d, d) \propto Q$$

$$= [d^+ \times \tilde{s} + s^+ \times \tilde{d}]_\mu^{(2)} \pm \frac{1}{2}\sqrt{7}[d^+ \times \tilde{d}]_\mu^{(2)} \quad 5$$

9

(2.27)

$G$  operatörüne ait sıradışı bağıntılarını kullanarak, (2.27) denkleminde elde ettiğimiz dokuz operatörün sıradışı bağıntıları altında kapalı oldukları ve  $U(3)$  cebirini meydana getirdikleri gösterilebilir. Bu durum, (2.27) denklemindeki  $\pm$  işaretlerinin her ikisi için oluşmaktadır.

$G_\mu^{(2)}(d, s) + G_\mu^{(2)}(s, d) \pm \frac{1}{2}\sqrt{7}G_\mu^{(2)}(d, d)$  operatörü elektrik kuadropol operatörüyle doğru

orantılıdır. Çekirdeklerin çoğu negatif kuadropol momentine sahip olduğundan (2.27)

denkleminde genellikle negatif işareti alır. Bunun dışında  $G_0^{(0)}(s, s) + \sqrt{5}G_0^{(0)}(d, d)$  operatörü

$\hat{N}$  toplam bozon sayısına eşittir. Toplam  $N$ 'in korunduğu çekirdeklerin uygulamalarında  $N$

sabittir. Dolayısıyla  $U(3)$  cebirinden başka  $\hat{N}$  operatörünün olmadığı cebiri kullanmak daha

uygundur. Bu cebir de aşağıdaki sekiz operatörden oluşur:

$$\begin{aligned}
G_{\mu}^{(1)}(d, d) &= [d^+ \times \tilde{d}_{\mu}^{(1)}] & 3 \\
G_{\mu}^{(2)}(d, s) + G_{\mu}^{(2)}(s, d) &\pm \frac{1}{2} \sqrt{7} G_{\mu}^{(2)}(d, d) \propto Q \\
&= [d^+ \times \tilde{s} + s^+ \times \tilde{d}_{\mu}^{(2)}] \pm \frac{1}{2} \sqrt{7} [d^+ \times \tilde{d}_{\mu}^{(2)}] & 5 \\
& & 8 \qquad (2.28)
\end{aligned}$$

ve SU(3) cebirine dönüşür. (2.28) denkleminin alt cebirleri sırasıyla O(3) ve O(2) cebirlerini şu şekilde oluşturur:

$$\begin{aligned}
G_{\mu}^{(1)}(d, d) &= [d^+ \times \tilde{d}_{\mu}^{(1)}] & 3 \\
G_0^{(1)}(d, d) &= [d^+ \times \tilde{d}_0^{(1)}] . & 1 \qquad (2.29)
\end{aligned}$$

Böylece ikinci mümkün zincir ise;

$$U(6) \supset SU(3) \supset O(3) \supset O(2) \quad (II) \qquad (2.30)$$

şeklindedir.

### **2.3.3.3 Bozon grup zinciri III**

Üçüncü bir olasılık ise ;

$$\begin{aligned}
G_{\mu}^{(1)}(d, d) &= [d^+ \times \tilde{d}_{\mu}^{(1)}] & 3 \\
G_{\mu}^{(3)}(d, d) &= [d^+ \times \tilde{d}_{\mu}^{(3)}] & 7 \\
G_{\mu}^{(2)}(d, s) + G_{\mu}^{(2)}(s, d) &= [d^+ \times \tilde{s} + s^+ \times \tilde{d}_{\mu}^{(2)}] & 5 \\
& & 15 \qquad (2.31)
\end{aligned}$$

operatörlerin ele alınmasıyla meydana gelir. Bu operatörler O(6) cebiri altında kapalıdır.

$G_{\mu}^{(2)}(d, s) + G_{\mu}^{(2)}(s, d)$  beş operatörün çıkarılmasıyla



$$\begin{aligned}
G_{\mu}^{(1)}(d, d) &= [d^+ \times \tilde{d}]_{\mu}^{(1)} & 3 \\
G_{\mu}^{(3)}(d, d) &= [d^+ \times \tilde{d}]_{\mu}^{(3)} & 7 \\
& & 10 & (2.32)
\end{aligned}$$

geriye on operatör kalır. Bu da  $O(5)$  cebirini oluşturur. Bu cebirin alt grupları;  $O(3)$  ;

$$G_{\mu}^{(1)}(d, d) = [d^+ \times \tilde{d}]_{\mu}^{(1)} \quad 3 \quad (2.33)$$

ve  $O(2)$  ;

$$G_0^{(1)}(d, d) = [d^+ \times \tilde{d}]_0^{(1)} \quad 1 \quad (2.34)$$

cebirlerinden oluşur.

Üçüncü mümkün zincir ise  $U(6) \supset O(6) \supset O(5) \supset O(3) \supset O(2)$  (III) dür.

### 2.3.4 $U(6)$ 'nın alt gruplarının, bozon grup zinciri I, II, III 'ün oluşturulması

(n-1) boyutlu uzayda birim dönüşümler, n boyutlu bütün bir uzaydaki birim dönüşümlerin alt grubudur. Yani  $U(n) \supset U(n-1) \supset \dots$  olarak yazılır. Özel birim grup ise, bu gruba karşılık gelen bütün uzaya ait grubun bir alt grubudur,  $U(n) \supset SU(n)$ . Ortogonal grup ise, kompleks dönüşümlerin birim grubunun bir alt grubu,  $U(n) \supset O(n)$  dir.

Yukarıdaki genel bilgiler ışığında,  $U(6)$ 'nın alt gruplarının bütün bir zincirinin oluşmasını bekleyebiliriz. IBM ile alakalı bu şekilde üç tane zincir vardır. Fiziksel mekanizmayı anlayabilmek için, IBM Hamiltoniyeninin  $U(6)$  jeneratörleri cinsinden tanımlanabileceğini bilmeliyiz. Hamiltoniyen bir bozonlu enerjileri ve iki bozonlu etkileşmeleri içermektedir. Bir bozonlu enerjiler, direkt olarak  $U(6)$  jeneratörleridir, diğeri ise bu jeneratörlerle sıradıştırebilir, yani  $b_j^+ b_i^+ b_k b_l = b_j^+ b_k b_i^+ b_l - \delta_{ik} b_j^+ b_l$  dir. Bu özellik de IBM'in  $U(6)$  grup yapısına sahip olduğunun bir göstergesidir.

IBM Hamiltoniyeni  $U(6)$  jeneratörlerinden oluşmasına karşın, jeneratörler kümesi Hamiltoniyenle sıradıştırmaz. Yine de Hamiltoniyenin öz durumları  $U(6)$ 'nın kuantum sayılarıyla, yani en azından  $U(6)$ 'nın alt gruplarından bir tanesiyle gösterilebilir. Bu gerekli alt grup simetrisi, rotasyonel simetridir, yani  $O(3)$ 'tür. Diğeri bir ifadeyle, Hamiltoniyenin öz durumları açısal momentumun öz durumları olmak zorundadır.

Yukarıda belirtilen nedenlerden dolayı, fiziksel durumların sınıflandırılmasını sağlayan herhangi bir alt grup zincirlerinin  $O(3)$ 'ü kapsamı gerektiği sonucu ortaya çıkmaktadır. Şimdi ise 36 tane jeneratörün  $U(6)$  cebirinde nasıl bir alt cebirin kapsatıldığını inceleyeceğiz:

$$s^+s, s^+d_\mu, d_\mu^+s, [d^+, \tilde{d}] \equiv T_{1m} \quad (2.35)$$

**Çizelge 2.1** Genel Lie gruplarının jeneratör sayısı

Grup	Jeneratör sayısı
$U(n)$	$n^2$
$SU(n)$	$n^2-1$
$O(n)$	$(1/2) n (n-1)$
$Sp(n)$	$(1/2) n (n+1)$

$T_{1m}$ 'nin 25 tane bileşeninin sıradeğişime göre kapalı olduğu hemen görülür. Çünkü bu bileşenler,  $s$  terimleri içeren jeneratörlerden ayrılırlar. Bu bileşenlere karşılık gelen grup ise  $U(5)$  grubudur. Bu da aynen  $s$  tane serbestlik derecesinin çıkarıldığı başlangıç  $U(6)$  durumu gibidir. Genelde, bir sonraki grup zincire eklendiğinde  $O(5)$  grubunun oluşması beklenir. Fakat alt cebir  $U(5)$  grubunun jeneratörleri arasından belirlenmelidir. Bu da çok hoş olmayan bir problemle, alt cebir problemiyle karşılaşılmasına neden olur.

Alt cebir kriteri ise bu cebirin sıradeğişime göre kapalı olmasıdır. Alt cebir, sıradeğişim testiyle bulunduğu geriyeye onu belirlemek kalır. Bunu ise jeneratörleri sayıp, daha sonra Çizelge 2.1'de gösterildiği gibi çeşitli grup türleri için jeneratörlerin bilinen sayılarıyla karşılaştırarak yapabiliriz. Bu metotla  $U(n)$  ve  $SU(n)$  için elde edilen sonuçlar vardır.  $O(n)$  için elde edilen sonuç ispatlanmayacaktır. Ancak  $O(3)$  ve  $O(2)$ 'nin bilinen durumlarından bunun mümkün olduğu görülebilir.

Sayım, iki veya daha fazla grup için aynı sonucu verebilir. Mesela  $SU(4)$  ile  $O(6)$ 'nın 15 jeneratörü vardır. O zaman iki grup temelde aynıdır, yani izomorftir. Bu durumu da  $SU(4) \approx O(6)$  şeklinde gösterebiliriz.

$U(5)$ 'in  $T_{1m}$  jeneratörleri arasındaki sıradeğişim bağıntılarına bakıldığında  $T_{3m}$ 'in yedi bileşeni ve  $T_{1m}$ 'in üç bileşeni sıradeğişim bağıntısı altında kapalıdır. Çizelge 2.1'den, 10 tane jeneratöre karşılık gelen grup  $O(5)$  olarak belirlenir. 10 operatörden  $T_{1m}$ 'nin üç operatörü kendi aralarındaki sıradeğişim bağıntısına göre kapalıdır. Sıradeğişim bağıntıları,

$$[T_{11}, T_{1,-1}] = -\sqrt{\frac{1}{10}} T_{10} \quad , \quad [T_{10}, T_{1,\pm 1}] = \pm \sqrt{\frac{1}{10}} T_{1,\pm 1} \quad (2.36)$$

şeklindedir. Küresel bazda, yani 1. mertebeden küresel tensörünün bileşenleri olarak ifade edildiği zaman, açısal momentumun bileşenleri  $J_{\pm 1} = \pm \sqrt{\frac{1}{2}} (J_x \pm iJ_y)$ ,  $J_0 = J_z$  şeklindedir.

Sıradışı bağınıtları ise,

$$[J_1, J_{-1}] = -J_0 \quad , \quad [J_0, J_{\pm 1}] = \pm J_{\pm 1} \quad (2.37)$$

şeklinde ifade edilir. IBM bozonları mekanik hareketi gerçekçi olarak betimlediğinden, (2.36) ve (2.37) denklemlerinin benzerliği formel bir çalışmadan daha farklıdır.

$$J_m = \sqrt{10} T_{1m} = \sqrt{10} [d^+ \tilde{d}]_{1m} \quad (2.38)$$

ifadesi IBM bozonları için açısal momentum operatörü olarak tanımlanır.

İşe yarayan açısal momentumun Hamiltoniyen öz durumlarını oluşturmak istenildiği zaman, aslında uygun  $O(3)$  alt grubu oluşturulur.  $O(5)$ 'in alt grubu olmasına rağmen,  $O(4)$  grubu zincirden yok olur. Çünkü bu grup yeni tanımlanan fiziksel  $O(3)$  grubunu içermez. Son olarak da  $O(3)$ 'ün alt grubu  $O(2)$  görülür. Bu, z eksenini etrafındaki dönmelerin grubudur. Fakat dış bir alanın olmadığı normal bir durumda ise, enerjiler ilgili kuantum sayısı  $M$ 'ye göre dejenere olur. Dolayısıyla  $O(2)$  çoğunlukla ihmal edilir.

Bir önceki tartışmamızdan ortaya çıkan tüm grup,

$$U(6) \supset U(5) \supset O(5) \supset O(3) \supset O(2) \quad (2.39)$$

şeklindedir. Bu,  $U(6)$ 'nın alt gruplarının üç zincirinden birincisidir ve Zincir I olarak adlandırılır.

Şimdi yukarıdaki açıklamalar doğrultusunda aşağıdaki iki zinciri türetebiliriz. Burada ilk olarak,  $U(6)$  jeneratörlerinin belli doğrusal birleşimleri oluşturularak,  $U(5)$ 'den başka alt cebirlerin de bulunabileceği bilinmelidir. İkinci zincir için, böyle bir alt cebir dokuz tane operatör içermektedir.

$$s^+ s + \sqrt{5} T_{00} \quad , \quad T_{1m} \quad , \quad s^+ \tilde{d}_m + d_m^+ s \pm \frac{1}{2} \sqrt{7} T_{2m} \quad (2.40)$$

Cebir ise,  $U(3)$  cebiridir. İlk operatör, bozon sayı operatörü olup,

$$s^+s + \sqrt{5}T_{00} = s^+s + \sum_m d_m^+ d_m \equiv \hat{n}_s + \hat{n}_d \equiv \hat{N} \quad (2.41)$$

biçimindedir. Diğer 8 operatör ise SU(3) grubunu oluşturur. Zincire U(3)'den ziyade SU(3) dahil edilir. Çünkü  $\hat{N}$  operatörünün N tane özdeğeri, herhangi bir çekirdeğin bütün durumları için aynıdır. Şimdi tekrar O(3)'ün jeneratörleri, açısal momentumun korunması için zincirde bulunması gereken bir alt cebire ayrılır. Böylece Zincir II ;

$$U(6) \supset SU(3) \supset O(3) \supset O(2) \quad (2.42)$$

şeklinde tanımlanır.

SU(3) jeneratörlerinden beşinin elektrik kuadrupol tensörü tensörel özelliklere sahiptir.

$$Q_m \equiv s^+ \tilde{d}_m + d_m^+ s - \frac{1}{2} \sqrt{7} T_{2m} \quad (2.43)$$

Burada  $T_{2m}$ 'nin önünde artı işareti yerine eksi işaretini tercih ettik. Bu durum, IBM'in alışlagelen bir seçimidir. Bu seçim, deforme çekirdekler için geometrik modeldeki prolate şekle tekabül eder. Diğer yandan bu seçim, modelin uygulanabilirliğine herhangi bir kısıtlama getirmemektedir.

Üçüncü zincir, O(5)'e ait 10 tane jeneratörün ( $T_{1\mu}$  ve  $T_{3\mu}$ ),  $s^+d_\mu + d_\mu^+s$  şeklindeki beş operatör ile sıradeğişimine kapalı olmasının gözlenmesiyle başlar. Bu 15 operatör, Çizelge 2.1'de gösterilen O(6) grubunu oluşturur. Bu yapı O(6)'nın alt grubu O(5) ve O(5)'in alt grupları O(3) ve O(2) ile sona erer. O halde Zincir III ;

$$U(6) \supset O(6) \supset O(5) \supset O(3) \supset O(2) \quad (2.44)$$

şeklinde oluşur.

Şimdiye kadar U(6) alt gruplarının üç tane zinciri belirtilmiştir. Bu zincirler, gerekli bir bağlantı olarak uzaysal dönme grubu O(3)'ü de içermektedir.

Yukarıda sözü edilen grup zincirleri, IBM'in yapısı ve fiziksel içeriğinde önemli rol oynamaktadır. Bu zincirler, deneylerle iyi bir şekilde kıyaslanabilen basit tahminlerin ölçüsünü vermektedir. Zincir I, II, III sırasıyla vibrasyonel (U(5)), rotasyonel (SU(3)) ve  $\gamma$ -kararsız (O(6)) çekirdeklerle ilgilidir.

### 2.3.5 Baz durumları

Yukarıda sözünü ettiğimiz grup zincirlerinin esas kullanımlarından birisi de

Hamiltoniyen operatörünün köşegenleştirildiği bazların oluşturulmasına izin vermesidir. Bunun nedeni ise baz durumlarının yukarıda belirtilen üç grubun dönüşüm özellikleriyle karakterize edilebilmesidir. Başka bir deyişle, uygun grupların temsilleri şeklinde dönüşüm yapan ve bu durumlara karşılık gelen kuantum sayılarıyla sınıflandırılan baz durumlarını oluşturabiliriz. Bir bazın oluşturulmasındaki temel problem,  $U(6)$ 'nın  $[N]$  temsilinin alt grupların temsillerine ayrıştırılmasıdır. Bu standart grup teorisiyle ilgili bir problemdir. Burada sadece problemin çözümü verilecektir.

### 2.3.5.1 Zincir I

Bu zincirde gözükten grupların temsilleri kuantum sayılarıyla karakterize edilir [6]:

$U(6)$	$[N, 0, 0, 0, 0, 0] \equiv [N]$	bozon sayısı	
$U(5)$	$(n_d, 0, 0, 0, 0) \equiv (n_d)$	d-bozon sayısı	
$O(5)$	$(v, 0) \equiv v$	acayıplik	
$O(3)$	$L$	açısal momentum	
$O(2)$	$M_L$	magnetik kuantum sayısı	(2.45)

$U(6)$ 'nın herhangi bir  $[N]$  temsilindeki  $n_d$  değeri

$$n_d = N, N-1, \dots, 1, 0 \quad (2.46)$$

ile verilir.  $U(5)$ 'in  $(n_d)$  temsilinde bulunan  $v$  değerleri ise

$$v = n_d, n_d-1, \dots, 1 \text{ veya } 0 \quad (n_d = \text{tek veya çift}) \quad (2.47)$$

ile belirlenir.

$U(6)$ ,  $U(5)$  ve  $O(3)$  temsillerinin hepsi bütünüyle simetriktir. Fakat  $O(5)$ 'den  $O(3)$ 'e geçişte bir problem ortaya çıkar;  $O(5)$ 'in  $v$  temsilinde aynı kuantum sayısı  $L$ 'ye sahip birçok durum olabilir. Bu problemi gidermek için durumları ayrı ayrı karakterize edecek ilave bir kuantum sayısına ihtiyaç vardır. Bu kuantum sayısı çok farklı biçimlerde seçilebilir. Sınıflandırma yapabilmek için, bu sayıyı sıfır açısal momentumunu verecek şekilde eşleşen ve  $n_\Delta$  ile gösterilen üçlü bozonların sayısı olarak seçmek mümkündür. Her bir  $v$  temsilinde bulunan  $L$  değerini bulmanın algoritması şu şekildedir: İlk olarak  $n_d$  paylaşımı

$$n_d = 2n_\beta + 3n_\Delta + \lambda \quad (2.48)$$

olarak verilir. Burada

$$n_{\beta} = (n_d - 2)/2 \quad (2.49)$$

şeklinde.  $v$ , (2.48) denklemindeki değerlerini aldığından  $n_{\beta}$

$$n_{\beta} = 0, 1, \dots, n_d/2 \text{ veya } (n_d - 1)/2 ; \quad n_d = \text{tek veya çift} \quad (2.50)$$

değerlerini alır. Daha sonra  $L$  ve  $M_L$

$$L = \lambda, \lambda + 1, \dots, 2\lambda - 2, 2\lambda \quad (2.51)$$

$$-L \leq M_L \leq +L \quad (2.52)$$

değerlerini alır. Bütün bu değerler kullanılarak elde edilen bazı durumları Çizelge 2.2'de verilmiştir.

**Çizelge 2.2** Zincir I'ın Sınıflandırılması

U(6)	U(5)	O(5)		O(3)
N	$n_d$	$v$	$n_{\lambda}$	L
0	0	0	0	0
1	0	0	0	0
	1	1	0	2
2	0	0	0	0
	1	1	0	2
	2	2	0	4,2
3	0	0	0	0
	1	1	0	2
	2	2	0	4,2
		0	0	0
	3	3	0	6,4,3
		1	1	0
1	0	0	2	
4	0	0	0	0
	1	1	0	2
	2	2	0	4,2
		0	0	0
	3	3	0	6,4,3
		1	1	0
		1	0	2
	4	4	0	8,6,5,4
		1	1	2
		2	0	4,2
0		0	0	

Bu zincir için sınıflandırma şeması da aşağıdaki biçimde oluşur:

$$\begin{array}{c}
 U(6) \supset U(5) \supset O(5) \supset O(3) \supset O(2) \\
 \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\
 [N] \quad n_d \quad v, \tilde{n}_\Delta \quad L \quad M_L
 \end{array} \quad (2.53)$$

### 2.3.5.2 Zincir II

Bu zincirdeki durumların sınıflandırılmasını gerektiren gruplandırmalar,

$$\begin{array}{ll}
 U(6) & [N, 0, 0, 0, 0, 0] \equiv [N] \\
 SU(3) & (f_1, f_2) \\
 O(3) & L \\
 O(2) & M_L
 \end{array} \quad (2.54)$$

şeklinde verilir [6]. Burada SU(3)'den O(3)'e kadar olan basamak tam olarak ayrıştırılmaz. Durumları tek olarak sınıflandırmak için ilave bir kuantum sayısına ihtiyaç vardır. Bu ilave kuantum sayısının en basit seçimi, Eliott'un seçimi gibidir[9]. Bu ilave kuantum sayısı K olarak adlandırılır. O halde her bir  $(\lambda, \mu)$  temsilindeki L değerleri aşağıdaki algoritmayla verilir:

$$L = K, K + 1, K + 2, \dots, K - \max \{ \lambda, \mu \}. \quad (2.55)$$

$$K = \text{tamsayı} = \min \{ \lambda, \mu \}, \min \{ \lambda, \mu \} - 2, \dots, 1 \text{ veya } 0 ;$$

$$(\min \{ \lambda, \mu \} = \text{tek veya çift}), \quad (2.56)$$

şeklindedir. Aşağıda vereceğimiz L değerleri için K = 0 durumu hariçtir;

$$L = \max \{ \lambda, \mu \}, \max \{ \lambda, \mu \} - 2, \dots, 1 \text{ veya } 0 ;$$

$$(\max \{ \lambda, \mu \} = \text{tek veya çift}). \quad (2.57)$$

Yukarıda bahsedilen algoritma Çizelge 2.3'de gösterilen değerleri vermektedir.

**Çizelge 2.3.** Zincir II 'nin sınıflandırma şeması

U(6)	SU(3)	O(3)
N	$(\lambda, \mu) \tilde{\chi}$	L
0	(2, 0) 0	0
1	(2, 0) 0	2, 0
2	(4, 0) 0	4, 2, 0
	(0, 2) 0	2, 0
3	(6, 0) 0	6, 4, 2, 0
	(2, 2) 0	4, 2, 0
	2	3, 2
	(0, 0) 0	0
4	(8, 0) 0	8, 6, 4, 2, 0
	(4, 2) 0	6, 4, 2, 0
	2	5, 4, 3, 2
	(0, 4) 0	4, 2, 0
	(2, 0) 0	2, 0

Zincir II için tam bir sınıflandırma

$$\begin{array}{c}
 U(6) \supset SU(3) \supset O(3) \supset O(2) \\
 \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\
 [N] \quad (\lambda, \mu), \tilde{\chi} \quad L \quad M_L
 \end{array}
 \quad \left. \vphantom{\begin{array}{c} U(6) \supset SU(3) \supset O(3) \supset O(2) \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ [N] \quad (\lambda, \mu), \tilde{\chi} \quad L \quad M_L \end{array}} \right\}$$

(2.58)

şeklindedir. (2.58) denklemindeki olmayan K sembolü bir çok şekilde seçilebildiği için (2.58) denkleminde başka bazlar da vardır. Van Isacker ve Lipas son zamanlarda (2.58) denkleminde farklı bir bazı kullanmanın bazı sonuçlarını incelediler[12].

### 2.3.5.3 Zincir III

Bu zincirde grubun temsillerinin sınıflandırmayı gerektiren isimlendirmeler Arima ve Iachello tarafından şu şekilde yapılmıştır [8]:



$$\begin{aligned}
U(6) & \quad [N, 0,0,0,0,0] \equiv N \\
O(6) & \quad [\sigma, 0, 0, 0] \equiv \sigma \\
O(5) & \quad (\tau, 0) \equiv \tau \\
O(3) & \quad L \\
O(2) & \quad M_L \tag{2.59}
\end{aligned}$$

$U(6)$ 'nın  $N$  temsilindeki  $\sigma$  kuantum sayısı  $\sigma = N, N - 2, \dots, 1$  veya  $0$  ( $N = \text{tek veya çift}$ ) değerlerini,  $O(6)$ 'nın  $\sigma$  temsilindeki  $\tau$  kuantum sayısı ise  $\tau = \sigma, \sigma - 1, \dots, 1, 0$  değerlerini alır ve

$$L = \lambda, 2\lambda + 1, \dots, 2\lambda - 2, 2\lambda \tag{2.60}$$

olarak elde edilir.

$U(6)$ ,  $O(6)$  ve  $O(5)$ 'in temsillerinin hepsi tamamen simetriktir.  $O(5)$ 'ten  $O(3)$ 'e olan basamak tümüyle indirgenemez. Dolayısıyla ek bir kuantum sayısına ihtiyaç vardır. Bu kuantum sayısı da  $v_\Delta$  olarak isimlendirilecektir.  $L$ 'nin değeri ise  $\tau$  şu şekilde paylaşarak

$$\tau = 3v_\Delta + \lambda, \quad v_\Delta = 0, 1, \dots \tag{2.61}$$

değerleri olarak elde edilir.

Yukarıda bahsedilen algoritma Çizelge 2.4'te gösterilen değerleri verir. O halde Zincir III'ün tam sınıflandırma şeması da aşağıdaki şekilde verilir:

$$\begin{array}{c}
U(6) \supset O(6) \supset O(5) \supset O(3) \supset O(2) \\
\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\
[N] \quad \sigma \quad \tau, \tilde{v}_\Delta \quad L \quad M_L
\end{array} \tag{2.62}$$

### 2.3.6 Casimir operatörleri

Bütün gruplar için tanımlanan temel özellik, operatörün bütün jeneratörlerle sıradışı değişimli olmasıdır. Casimir operatörlerini araştırırken de bu özellik kullanılır. Bir grubun mertebesi ise, jeneratörlere ait Casimir operatörlerinin sayısıdır.  $U(6)$ 'nın 6 tane,  $U(5)$ 'in 5 tane ve  $SU(3)$ 'ün 2 tane Casimir operatörü vardır. Ayrıca  $O(3)$  ve  $O(2)$ 'nin de birer Casimir operatörü vardır. Çizelge 2.5'den  $O(5)$ 'in 2 tane,  $O(6)$ 'nın ise 3 taneye sahip olduğunu görürüz.

**Çizelge 2.4** Zincir III'ün sınıflandırma şeması

U(6)	O(6)	O(5)		O(3)	
N	$\sigma$	$\tau$	$\tilde{v}_\Delta$	L	
0	0	0	0	0	
1	1	1	0	2	
		0	0	0	
2	2	2	0	4,2	
		1	0	2	
		0	0	0	
	0	0	0	0	
3	3	3	0	6,4,3	
			1	0	
		2	0	4,2	
		1	0	2	
		0	0	0	
	2	1	0	2	
		0	0	0	
4	4	4	0	8,6,5,4	
			1	2	
		3	0	6,4,3	
			1	0	
		2	0	4,2	
		1	0	2	
		0	0	0	
		2	2	0	4,2
			1	0	2
		0	0	0	
	0	0	0	0	

**Çizelge 2.5** Ortak Lie grupların mertebeleri

Grup	Mertebe
U(n)	n
SU(n)	n-1
O(n), n çift	n/2
O(n), n tek	(n-1)/2
Sp(n)	n/2

Şimdi Casimir operatörlerinin IBM'le bağlantısını inceleyelim. Modelin standart Hamiltoniyeni iki cisimli etkileşmeleri içerdiğinden, Casimir operatörlerine doğrudan bir ihtiyaç olmaz. Operatörler ise,

$$C_{1U6} = \hat{N}, \quad C_{2U6} = \hat{N}(\hat{N} + 5), \quad (2.63)$$

$$C_{1U5} = \hat{n}_d, \quad C_{2U5} = \hat{n}_d(\hat{n}_d + 4), \quad (2.64)$$

$$C_{2O5} = 4(T_1.T_1 + T_3.T_3) = 2\hat{n}_d(\hat{n}_d + 3) - 2(d^+.d^+)(\tilde{d}.\tilde{d}) \quad (2.65)$$

$$C_{2O3} = 2J.J \quad (2.66)$$

$$C_{2O2} = 2J_z^2 \quad (2.67)$$

$$C_{2SU3} = \frac{4}{3}Q.Q + \frac{1}{2}J.J \quad (2.68)$$

$$C_{2O6} = 2(s^+\tilde{d} + d^+s).(s^+\tilde{d} + d^+s) + C_{2O5} \quad (2.69)$$

şeklindedir.

### 2.3.7 Dinamik simetriler

Genelde Hamiltoniyen bir önceki kısımda sözü edilen üç bazdan birinde sayısal olarak köşegenleştirilir. Bu bazlara dinamik simetriler adı verilir. Dinamik simetriler, IBM'nin gelişmesinde önemli bir rol oynamıştır. Bu simetriler Hamiltoniyenin belirli grup zincirlerinin Casimir operatörler cinsinden yazılabildiği durumlarda meydana gelir. Bu operatörler belli bir grup zincirinde köşegen olduğundan, operatörlerin özdeğerleri de Hamiltoniyenin bir çözümü olur. Şimdi de bu özelliği kullanarak Etkileşim Bozon Modelinde oluşan dinamik simetriler için enerji özdeğerlerini ve elektromanyetik geçişleri inceleyelim.

#### 2.3.7.1. Zincir I, II, III için enerji özdeğerleri

IBM'nin en genel Hamiltoniyeni, U(5), O(6) ve SU(3) gruplarının birinci ve ikinci dereceden Casimir operatörlerinin doğrusal birleşimi

$$H = e_0 + e_1 \wp_1(U6) + e_2 \wp_2(U6) + \varepsilon \wp_1(U5) + \alpha \wp_2(U5) \\ + \beta \wp_2(O5) + \gamma \wp_2(O3) + \delta \wp_2(SU3) + \eta \wp_2(O6). \quad (2.70)$$

biçiminde yazılabilir[21]. (2.70) denklemindeki Hamiltoniyen ifadesi, orijinal formu kadar çok

parametre içermektedir. Bu Hamiltoniyen, yalnızca (2.5) denklemdeki Hamiltoniyenin yeniden yazılmış şeklidir ve kapalı formda köşegenleştirilebilir yapıda değildir. Çünkü Casimir operatörlerinin bazıları bir zincirde köşegenken, bazıları başka bir zincirde köşegen olmayabilir. Analitik çözümler, Hamiltoniyen sadece bir zincirin Casimir operatörleri cinsinden ifade edilebildiğinde elde edilebilir. O halde Hamiltoniyenin özdeğerleri, bu Hamiltoniyene karşılık gelen Casimir operatörlerinin özdeğerlerini analiz ederek bulunabilir. Bu değerler, Çizelge 2.6'da verilmiştir[42,26].

**Çizelge 2.6** Lie grupları Casimir operatörlerinin özdeğerleri

Grup	Gösterim	Derece	$\langle \rho \rangle$
U(n)	$[f_1, f_2, \dots, f_n]$	1	$f = \sum_{i=1}^n f_i$
		2	$f = \sum_{i=1}^n f_i (f_i + n + 1 - 2i)$
SU(n)	$[f_1, f_2, \dots, f_{n-1}, f_n=0]$	2	$\sum_{i=1}^n \left( f_i - \frac{f}{n} \right) \left( f_i - \frac{f}{n} + 2n - 2i \right)$
SU(3)	$(\lambda, \mu) = (f_1, -f_2, f_2)$	2	$\frac{2}{3} (\lambda^2 + \mu^2 + \lambda\mu + 3\lambda + 3\mu)$
O(2n+1)	$(f_1, f_2, \dots, f_n)$	2	$\sum_{i=1}^n 2f_i (f_i + 2n + 1 - 2i)$
O(2n)	$(f_1, f_2, \dots, f_n)$	2	$\sum_{i=1}^n 2f_i (f_i + 2n - 2i)$
Sp(2n)	$(f_1, f_2, \dots, f_n)$	2	$\sum_{i=1}^n 2f_i (f_i + 2n + 2 - 2i)$

Zincir I için;

$$H^{(1)} = e_0 + e_1 \rho_1(U6) + e_2 \rho_2(U6) + \varepsilon \rho_1(U5) + \alpha \rho_2(U5) + \beta \rho_2(O5) + \gamma \rho_2(O3) \quad (2.71)$$

Hamiltoniyenini ele aldığımızda bu Hamiltoniyen (2.53) bazında köşegendir. Hamiltoniyenin özdeğerleri ise (2.53) bazındaki  $H^{(1)}$ 'in beklenen değerini alarak ve Çizelge 2.6'yı kullanarak bulunabilir. Özdeğerleri,

$$E^{(1)}(N, n_d, v, \tilde{n}_\Delta, L, M_L) = \langle [N], n_d, v, \tilde{n}_\Delta, L, M_L | H | [N], n_d, v, \tilde{n}_\Delta, L, M_L \rangle \quad (2.72)$$

şeklinde gösterirsek, Zincir I için

$$E^{(1)}(N, n_d, v, \tilde{n}_\Delta, L, M_L) = E_0 + \varepsilon n_d + \alpha n_d(n_d + 4) + \beta 2v(v + 3) + \gamma 2L(L + 1) \quad (2.73)$$

şeklinde yazabiliriz.  $E_0$  içinde (2.71) denklemdeki ilk üç terimi içermektedir. Çünkü bu üç terim sadece bağlanma enerjilerine katkı sağlar ve

$$E_0 = e_0 + e_1 N + e_2 N(N + 5) \quad (2.74)$$

şeklinde ifade edilir. (2.70) ve (2.71) denklemlerinde  $O(2)$ 'nin Casimir operatörü dahil değildir. Bu terim yalnızca çekirdeğin dış bir alanda bulunduğu bir durumda gözükcektir. Bu dış alan ise  $M_L$ , dejenereliğini bölmektedir.

(2.73) denklemdeki özdeğerleri bulurken Casimir operatörlerinin farklı birleşimleri kullanılabilir. Bu ise,

$$E^{(1)}(N, n_d, v, \tilde{n}_\Delta, L, M_L) = E_0 + \varepsilon' n_d + \alpha' \frac{1}{2} n_d(n_d - 1) + \beta' [n_d(n_d + 3) - v(v + 3)] + \gamma' [L(L + 1) - 6n_d] \quad (2.75)$$

şeklinde verilir[5]. (2.75) denklemdeki katsayılar ile (2.73) denklemdeki katsayılar arasında

$$\gamma' = 2\gamma,$$

$$\beta' = -2\beta,$$

$$\alpha' = 2\alpha + 4\beta,$$

$$\varepsilon' = \varepsilon + 5\alpha + 8\beta + 12\gamma \quad (2.76)$$

bağıntıları vardır.

Hamiltoniyen ifadesini  $s$  ve  $d$  bozonları cinsinden de yazabiliriz:

$$H^{(1)} = E_0 + \varepsilon'(d^+ \cdot \tilde{d}) + \sum_{L=0,2,4} \frac{1}{2} (2L+1)^{1/2} c_L \left[ [d^+ \times d^+]^{(L)} \times [\tilde{d} \times \tilde{d}]^{(L)} \right]_0^{(0)} \quad (2.77)$$

Hamiltoniyen ifadesinin bu formu, (2.71) denklemine, (2.77) denklemdeki terimlerle eşleştirilerek ve Çizelge 2.7'yi kullanarak dönüştürülebilir. Bu eşleşme sonucunda şu bağıntılar elde edilir:

$$c_4 = \alpha' + 8\gamma', \quad c_2 = \alpha' + 6\gamma', \quad c_0 = \alpha' + 10\beta' - 12\gamma'. \quad (2.78)$$

**Çizelge 2.7** IBM-1’de gözüken grupların Casimir operatörleri

Grup	Derece	Casimir operatörü
U(6)	1	$G_0^{(0)}(s, s) + \sqrt{5}G_0^{(0)}(d, d)$
	2	$G_0^{(0)}(s, s).G^{(0)}(s, s) + G^{(2)}(s, d).G^{(2)}(d, s)$ $+ G^{(2)}(d, s).G^{(2)}(s, d) + \sum_{k=0}^4 G^{(k)}(d, d)G^{(k)}(d, d)$
U(5)	1	$\sqrt{5}G_0^{(0)}(d, d)$
	2	$\sum_{k=0}^4 G^{(k)}(d, d).G^{(k)}(d, d)$
SU(3)	2	$\frac{2}{3}[(G^{(2)}(s, d) + G^{(2)}(d, s) - \frac{1}{2}\sqrt{7}G^{(2)}(d, d))$ $.(G^{(2)}(s, d) + G^{(2)}(d, s) - \frac{1}{2}\sqrt{7}G^{(2)}(d, d))$ $+ \frac{15}{2}G^{(1)}(d, d) + G^{(1)}(d, d)]$
O(6)	2	$2[G^{(2)}(s, d) + G^{(2)}(d, s)].[G^{(2)}(s, d) + G^{(2)}(d, s)]$ $+ 4 \sum_{k=1,3} G^{(k)}(d, d).G^{(k)}(d, d)$
O(5)	2	$4 \sum_{k=1,3} G^{(k)}(d, d).G^{(k)}(d, d)$
O(3)	2	$20[G^{(1)}(d, d).G^{(1)}(d, d)]$

Zincir II için;

$$H^{(II)} = e_0 + e_1 \wp_1(U6) + e_2 \wp_2(U6) + \gamma \wp_2(O3) + \delta \wp_2(SU3) \quad (2.79)$$

Hamiltoniyeni ele aldığımızda bu Hamiltoniyen ise (2.58) bazında köşgendir ve özdeğerleri

$$E^{(II)}(N, \lambda, \mu, \tilde{\chi}, L, M_L) = E_0 + \gamma 2L(L+1) + \delta \frac{2}{3}(\lambda^2 + \mu^2 + \lambda\mu + 3\lambda + 3\mu) \quad (2.80)$$

şeklindedir. Burada  $E_0$  yine (2.74) denklemi ile verilir.  $\wp_2(O3)$  ve  $\wp_2(SU3)$ 'ün farklı doğrusal birleşimleri da kullanılabilir. Arima ve Iachello, Hamiltoniyeni

$$H^{(II)} = E_0 - \kappa \hat{L} \cdot \hat{L} - \kappa 2 \hat{Q} \cdot \hat{Q} \quad (2.81)$$

şeklinde ifade etti[6]. Bu Hamiltoniyenin özdeğerleri ise,

$$E^{(II)}(N, \lambda, \mu, \tilde{\chi}, L, M_L) = E_0 + \left( \frac{3}{4} \kappa + \kappa' \right) L(L+1) - \kappa (\lambda^2 + \mu^2 + \lambda\mu + 3\lambda + 3\mu) \quad (2.82)$$

biçimindedir. (2.81) denklemdeki parametreler ile (2.79) denklemdeki parametreler arasında

$$\begin{aligned} \kappa &= -\frac{2}{3} \delta \\ \kappa' &= -\frac{1}{2} \delta - 2\gamma \end{aligned} \quad (2.83)$$

bağıntıları vardır.

Zincir III için aşağıdaki Hamiltoniyeni ele alalım;

$$H^{(III)} = e_0 + e_1 \wp_1(U6) + e_2 \wp_2(U6) + \beta \wp_2(O5) + \gamma \wp_2(O3) + \eta \wp_2(O6) \quad (2.84)$$

ifadesindeki bu Hamiltoniyen (2.62) bazında köşegendir ve özdeğerleri ise

$$E^{(III)}(N, \sigma, \tau, \tilde{\nu}_\Delta, L, M_L) = E_0 + \beta 2\tau(\tau+3) + \gamma 2L(L+1) + \eta 2\sigma(\sigma+4) \quad (2.85)$$

biçimindedir. Burada  $E_0$ , (2.74) denklemi ile verilir. Arima ve Iachello tarafından

$$H^{(III)} = E'_0 + A \tilde{P}_6 + B \tilde{C}_5 + C \tilde{C}_3 \quad (2.86)$$

ifadesi kullanıldı[24].  $\hat{C}_5$ ,  $\hat{C}_3$  ve  $\hat{P}_6$  operatörleri

$$\hat{C}_5 = \frac{1}{12} \wp_2(SU3), \quad \hat{C}_3 = \frac{1}{2} \wp_2(O3), \quad \tilde{P}_6 = \mathfrak{S}^+ \cdot \mathfrak{S} \quad (2.87)$$

biçimindedir. (2.86) denklemdeki Hamiltoniyenin köşegenleştirilmesi ile,

$$\begin{aligned} E^{(III)}(N, \sigma, \tau, \tilde{\nu}_\Delta, L, M_L) &= E'_0 + A \frac{1}{4} [N(N+4) - \sigma(\sigma+4)] \\ &+ B \frac{1}{6} \tau(\tau+3) + CL(L+1), \end{aligned} \quad (2.88)$$

$$A = -8\eta ,$$

$$B = 12\beta ,$$

$$C = 2\gamma ,$$

$$E'_0 = E_0 - A \frac{1}{4} N(N+4) \quad (2.89)$$

bağıntıları elde edilir.

### 2.3.7.2 Elektromanyetik geçiş olasılıkları ve vibrasyonel, rotasyonel, $\gamma$ -kararsız limitler

Elektromanyetik geçiş olasılıkları,  $\hat{T}^{(1)}$  elektromanyetik geçiş operatörünün ilk ve son durumları arasında indirgenmiş matris elemanının bulunmasıyla hesaplanır. E2 geçişleri için bu olasılıklar,

$$B(E2; I_i \rightarrow I_f) = \frac{1}{2I_i + 1} \left| \langle I_f \| \hat{T}_m^{(E2)} \| I_i \rangle \right|^2 \quad (2.90)$$

biçiminde tanımlanır. Şimdi vibrasyonel, rotasyonel,  $\gamma$ -kararsız limitlerinde, elektromanyetik geçiş olasılıkları için yapılan analitik çözümleri inceleyelim.

U(5) vibrasyonel limitte E2 elektromanyetik geçiş olasılıkları

$$\hat{T}_m^{(E2)} = \alpha_2 (d^+ \cdot s + s^+ \cdot \tilde{d})_m^{(2)} + \beta_2 (d^+ \cdot \tilde{d})_m^{(2)} \quad (2.91)$$

operatörünün  $|\psi\rangle = |[N], n_d, v, n_\Delta, L, M\rangle$  özvektörleri arasında

$$\Delta n_d = 0, \pm 1 \quad (2.92)$$

seçim kuralı kullanılarak elde edilen matris elemanları yardımıyla (2.90) denkleminde hesaplanır [3,20,5]. Böylece  $[N], n_d, v, n_\Delta, L, M\rangle$  durumları,  $n_d$  d-bozonlarının sabit bir sayıyla karakterize edildiğinden temel hal bandında B(E2) değerleri  $n_d, v_d = n_d, n_\Delta = 0, L = 2n_d$  kuantum sayılarıyla tanımlanır. Yani;

$$\begin{aligned} & B(E2; n_d + 1, v = n_d + 1, n_\Delta = 0, L' = 2n_d + 2 \rightarrow n_d, v = n_d, n_\Delta = 0, L = 2n_d) \\ & = \alpha_2^2 \left( \frac{2+L}{2} \right) \left( \frac{2N-L}{2} \right) = \frac{1}{4} \frac{(L+2)(2N-L)}{N} B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+) \end{aligned} \quad (2.93)$$

$$n_d = 0 \text{ yani } L' = 2, L = 0 \text{ için} \quad (2.94)$$



$$B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+) = \alpha^2 N$$

elde edilir[6]. Burada  $\alpha_2$  katsayısı elektron-barn cinsinden etkin bozon yükü olarak tanımlanır. Benzer şekilde kuadrupol momentleri de,

$$Q_L = \sqrt{\frac{16\pi}{5}} \langle L, M = L | \tilde{T}_m^{(E2)} | L, M = L \rangle \quad (2.95)$$

ile verilir. Temel hal bandına ait durumlar için,

$$Q_L = \beta_2 \sqrt{\frac{16\pi}{70}} L, \quad \beta_2 = -\frac{1}{2\alpha_2 \sqrt{7}} \quad (2.96)$$

olduğundan

$$Q_L = \alpha_2 \sqrt{\frac{16\pi}{40}} L \quad (2.97)$$

elde edilir[3]. M1 geçişleri için

$$\hat{T}_k^{(M1)} = m_1 (d^+ \cdot \tilde{d})_k^{(1)} \quad (2.98)$$

geçiş operatörü yazılabilir. Burada  $m_1$  katsayısı tek parçacık şeklinde olup, (2.98) operatörü bozon açısal momentum operatörü  $L$  ile orantılıdır[5,27]. Dolayısı ile bu operatör bozon bazında sadece köşegen matris elemanlarına sahiptir. Bu matris elemanları da uyarılmış durumların g-faktörlerine katkı sağlarlar[5,28]. (2.97) denkleminin matris elemanları,

$$\langle n_d, X, L | \hat{T}_k^{(M1)} | n_d, X', L' \rangle = m_1 \sqrt{\frac{L(L+1)(2L+1)}{10}} \delta_{ndnd} \delta_{XX'} \delta_{LL'} \quad (2.99)$$

biçimindedir ve bu geçiş operatörü daha genel bir ifadeyle,

$$\hat{T}_k^{(M1)} = m_1 (d^+ \cdot \tilde{d})_k^{(1)} + m_1 \left[ d^+ (d^+ \cdot \tilde{d})_k^{(1)} + (d^+ \cdot \tilde{d})_k^1 \right]_k^{(1)} \quad (2.100)$$

şeklinde yazılır. E1 ve M2 geçişleri için geçiş operatörleri sırasıyla,

$$\hat{T}_k^{(E1)} = g_1 (d^+ f)(f^+ \tilde{d})_k^{(1)} + g_1 \left[ (d^+ + \tilde{d})^{(2)} (f + f^+) \right]_k^{(1)} \quad (2.101)$$

ve

$$\hat{T}_k^{(M2)} = m_2 (d^+ f)(f^+ \tilde{d})_k^{(2)} + m_2 \left[ (d^+ + \tilde{d})^{(2)} (f + f^+) \right]_k^{(2)} \quad (2.102)$$

biçiminde yazılır. Burada kullanılan f-bozonu, açısai momentumu  $L=3$  ve  $L=4$  olan durumları işgal eden oktupol f-bozonları olarak tanımlanır. Bu bozonlar oktupol durumları IBM içerisinde karakterize edebilmek için dahil edilmişlerdir.

SU(3) rotasyonel limitte E2 elektromanyetik geçiş olasılıkları,

$$\hat{T}_m^{(E2)} = \alpha_2 Q_k(2) = \alpha_2 \left[ (d^+s + s^+\tilde{d})_m^{(2)} - \frac{\sqrt{7}}{2(d^+\tilde{d})_m^{(2)}} \right] \quad (2.103)$$

elektromanyetik geçiş operatörünün  $|\psi\rangle = |[N], (\lambda, \mu), K, L, M\rangle$  özvektörleri arasında,

$$\Delta\lambda = 0, \Delta\mu = 0 \quad (2.104)$$

seçim kuralları kullanılarak elde edilen matris elemanları yardımıyla (2.90) denkleminde hesaplanabilir[20,6]. Özellikle burada önemli olan temel hal bandının elemanları arasındaki B(E2) geçiş olasılıklarıdır. Bu olasılıklar L açısai momentumuna bağlı olarak aşağıdaki şekilde ifade edilir:

$$B(E2; L+2 \rightarrow L) = \alpha_2^2 \frac{3}{4} \left\{ \frac{(L+2)(L+1)}{(2L+3)(2L+5)} \right\} (2N-L)(2N+L+3) \quad (2.105)$$

Özel bir hal için B(E2) değerleri  $L=0$  alınarak

$$B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+) = \alpha_2^2 \frac{N}{5} (2N+3) \quad (2.106)$$

elde edilir. Bu limit için kuadrupol momentlerini

$$Q(L) = \alpha_2 \sqrt{\frac{16\pi}{40}} \left( \frac{L}{2L+3} + (4N+3) \right) \quad (2.107)$$

biçiminde yazabiliriz. Yazdığımız bu ifadede  $Q_0$  özkuadrupol momenti için ( $L=0$ ),

$$Q_0 = \alpha_2 \sqrt{\frac{16\pi}{40}} (4N+3) \quad (2.108)$$

elde edilir. (2.105) ve (2.108) denklemlerinden de anlaşıldığı gibi  $Q_0$  özkuadrupol momentleri N bozon sayısına doğrusal, B(E2) değerleri de kuadratik olarak bağımlıdır. Vibrasyonel limite ise B(E2) değerlerinin N'ye bağımlılığı doğrusaldır.

O(6)  $\gamma$ -kararsız limitte E2 elektromanyetik geçiş olasılıkları,

$$\hat{T}_m^{(E2)} = \alpha_2 (d^+ s + s^+ \tilde{d})_m^{(2)} \quad (2.109)$$

elektromanyetik geçiş operatörünün  $|\psi\rangle = |[N], \sigma, \tau, \nu, L, M\rangle$  özvektörleri arasında,

$$\Delta\sigma = 0, \quad \Delta\tau = \pm 1 \quad (2.110)$$

seçim kuralları kullanılarak elde edilen matris elemanları yardımıyla (2.90) denkleminde hesaplanabilir[21]. Böylece elde edilen B(E2) değerleri,

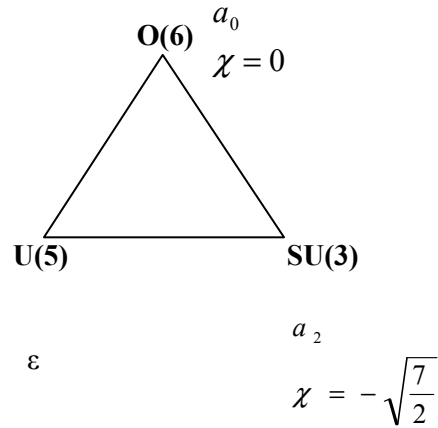
$$\begin{aligned} B(E2; \sigma = N, \tau + 1, \nu = 0, L' = 2\tau + 2 \rightarrow \sigma = N, \tau, \nu = 0, L = 2\tau) \\ = \alpha_2^2 \frac{1}{4} \left\{ \frac{(L+2)}{2(L+5)} \right\} (2N-L)(2N+L+8) \end{aligned} \quad (2.111)$$

biçimindedir.  $L = 0$  için  $B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)$  değeri de aşağıdaki şekilde verilir:

$$B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+) = \alpha_2^2 \frac{1}{5} N(N+4) \quad (2.112)$$

Q(L) değerleri ise  $Q(L)=0$  biçimindedir[6]. Bu limit için ayrıntılı çalışmalar Arima ve Iachello tarafından yapılmıştır[8]. Bir çok çekirdek yukarıda bahsettiğimiz bu üç limit durumundan uzağa düşerler. Ancak parametrelerin uygun bir şekilde ayarlanmasıyla bu limit durumları arasında çekirdeğin özelliklerini incelemek oldukça basitleşir.

Şekildeki üçgen “simetri üçgeni” olarak tanımlanır. Bu üçgende her bir köşe bir simetriyi temsil etmekte birlikte, her kenar; parametrelerin basit bir fonksiyonu olarak hesaplanabilen geçiş bölgelerini göstermektedir[16,17].



Şekil 2.1 Etkileşen Bozon Modelini tanımlayan uygun pedagojik simetri üçgeni

### 3. ETKİLEŞEN BOZON MODELİ-2 (IBM-2)

#### 3.1 Giriş

IBM-1 çekirdekteki kollektif yapıyı fenomenolojik olarak iyi açıklamasına rağmen mikroskobik olarak açıklayamadı. IBM-1 modelinin mikroskobik olarak açıklanma çabaları nötron ve proton serbestlik derecelerini ayrı ayrı ele alan IBM-2 modelinin doğmasına neden oldu. Bu model, kabuk modelinin bazından yola çıkarak ve kollektif modelin şekil parametrelerini kullanarak çekirdeğin mikroskobik yapısını da açıklamayı başardı[17,8,14].

Bu bölümde modelin grup yapısı, bu gruplardan elde edilen dinamik simetri durumları ve çekirdeğin mikroskobik yapısı incelenecektir.

#### 3.2 Modelin Grup Yapısı

IBM-2 modeli nötron ve proton serbestlik derecelerini ayrı olarak ele aldığından grup cebiri hem daha karmaşık hem de daha farklıdır. Bilindiği gibi IBM-1'in 36 jeneratörü

$$G_{\alpha\beta}^{(\pi)} = b_{\pi,\alpha}^+ b_{\pi,\beta} \quad (\alpha,\beta = 1, \dots, 6) \quad (3.1)$$

$$G_{\alpha\beta}^{(\nu)} = b_{\nu,\alpha}^+ b_{\nu,\beta} \quad (\alpha,\beta = 1, \dots, 6) \quad (3.2)$$

$U(6)$  Lie grup cebirini oluşturur. Nötron ve proton serbestlik dereceleri farklı olduğundan  $36 + 36 = 72$  jeneratör,  $G = U_{\pi}(6) \otimes U_{\nu}(6)$  çarpımından oluşan Lie cebirini oluşturur. Bu cebirdeki ana problem,  $G$  cebirinin  $O(3)$  dönme cebirine nasıl indirgeneceğidir. Çünkü nükleer durumlar açısal momentum değerleriyle karakterize edilirler. Proton ve nötronlar birlikte döndüğünden  $O(3)$  jeneratörleri,  $O_{\pi}(3)$  ve  $O_{\nu}(3)$  dönme cebirlerinin

$$G_{\mu}^{(1)} = G_{\pi,\mu}^{(1)}(d,d) + G_{\nu,\mu}^{(1)}(d,d) \quad (3.3)$$

biçiminde toplanmasıyla elde edilir. Bu toplam

$$\hat{L} = \hat{L}_{\pi} + \hat{L}_{\nu} \quad (3.4)$$

proton ve nötron açısal momentumlarının toplamına karşılık gelir.  $G$  cebiri  $O(3)$  cebirine iki farklı biçimde indirgenir. Bunlardan birincisi,  $U_{\pi}(6)$  ve  $U_{\nu}(6)$  cebirlerinin ilk basamakta birleştirilmesiyle elde edilir. Bu birleştirme işlemi Iachello ve Arima tarafından

$$\begin{array}{ccc}
 U_{\pi}(6) & U_{\pi+v}(5) \supset O_{\pi+v}(5) & \mathbf{I}_1 \\
 \swarrow & \nearrow & \\
 & U_{\pi+v}(6) & \\
 \nearrow & \longrightarrow & \text{SU}_{\pi+v}(3) \longrightarrow O_{\pi+v}(3) \supset O_{\pi+v}(2) \\
 U_v(6) & \searrow & \nearrow \\
 & O_{\pi+v}(6) \supset O_{\pi+v}(5) & \mathbf{III}_1
 \end{array} \quad (3.5)$$

şeklinde tanımlanmıştır[8].

İkinci tip birleştirme ise ikinci basamakta cebirlerin birleştirilmesiyle elde edilir. Bu tip birleştirme ise;

$$\begin{array}{ccc}
 U_{\pi}(6) \supset U_{\pi}(5) & & \\
 & \searrow & \\
 & U_{\pi+v}(5) \supset O_{\pi+v}(5) \supset O_{\pi+v}(3) \supset O_{\pi+v}(2) & \mathbf{I}_2 \\
 & \nearrow & \\
 U_v(6) \supset U_v(5) & &
 \end{array} \quad (3.6)$$

$$\begin{array}{ccc}
 U_{\pi}(6) \supset \text{SU}_{\pi}(3) & & \\
 & \searrow & \\
 & \text{SU}_{\pi+v}(3) \supset O_{\pi+v}(3) \supset O_{\pi+v}(2) & \mathbf{II}_2 \\
 & \nearrow & \\
 U_v(6) \supset \text{SU}_v(3) & &
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc}
 U_{\pi}(6) \supset O_{\pi}(6) & & \\
 & \searrow & \\
 & O_{\pi+v}(6) \supset O_{\pi+v}(5) \supset O_{\pi+v}(3) \supset O_{\pi+v}(2) & \mathbf{III}_2 \\
 & \nearrow & \\
 U_v(6) \supset O_v(6) & &
 \end{array} \quad (3.7)$$

şeklindedir.  $\text{SU}(3)$  cebiri, (2.27) ve (2.28) cebirlerinden oluşur. Bu cebirdeki  $\pm$  işaretinden (+) pozitif, (-) negatif kuadrupol momentlerine karşılık gelir. Bu ayrımı yapmak için (-) işaretli olan  $\text{SU}(3)$ , (+) işaretli olanı  $\overline{\text{SU}(3)}$  olarak gösterilmiştir. Bu dinamik simetri zinciri Dieperink tarafından

$$\begin{array}{ccc}
 U_{\pi}(6) \supset \text{SU}_{\pi}(3) & & \\
 & \searrow & \\
 & \text{SU}_{\pi+v}(3)^* \supset O_{\pi+v}(3) \supset O_{\pi+v}(2) & \mathbf{II}_2 \\
 & \nearrow & \\
 U_v(6) \supset \overline{\text{SU}_v(3)} & &
 \end{array} \quad (3.8)$$

biçiminde tanımlanmıştır[30].

### 3.3 Durumların Sınıflandırılması

#### 3.3.1 F-spini eşleşmiş baz durumları

##### 3.3.1.1. Zincir I<sub>1</sub>

Tam bir sınıflandırma şemasını elde etmek için  $U_{\pi+v}(6)$  temsillerini alt gruplarına indirgemek gerekir. Tümüyle simetrik temsiller için indirgenmenin kuralları Bölüm 2.3.4’de verildi. IBM-2 ele alındığında simetrik durumların yanısıra karmaşık simetri durumları da ele alınmalıdır. Bu indirgenmenin kuralları kısmen van Isacker, Frank ve Sun tarafından verilmiştir[11]. Bu kısmi sınıflandırma şeması için kuantum sayıları kısmi düzenlemeleri Çizelge 3.1’de gösterilmiştir. Bu zincirdeki durumların sınıflandırması için gerekli kuantum sayıları;

$$\begin{array}{c}
 U_{\pi}(6) \otimes U_{\nu}(6) \supset U_{\pi+\nu}(6) \supset U_{\pi+\nu}(5) \supset O_{\pi+\nu}(5) \supset \\
 \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\
 [N_{\pi}] \quad [N_{\nu}] \quad [N_1, N_2] \quad (n_1, n_2) \quad (v_1, v_2) \\
 \\
 O_{\pi+\nu}(3) \supset O_{\pi+\nu}(2) \\
 \downarrow \quad \downarrow \\
 L \quad M_L
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 \diagdown \\
 \diagup
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 \tilde{n}_{1\Delta}, \tilde{n}_{2\Delta}
 \end{array}
 \quad (3.9)$$

olarak verilir.

Burada  $U_{\pi+\nu}(6)$ ,  $U_{\pi+\nu}(5)$  ve  $O_{\pi+\nu}(5)$ ’in temsilleri

$$[N_1, N_2] \equiv [N_1, N_2, 0, 0, 0]$$

$$(n_1, n_2) \equiv (n_1, n_2, 0, 0, 0) \quad (3.10)$$

**Çizelge 3.1** Zincir  $I_1$ 'in kısmi sınıflandırma şeması

$U_{\pi+v}(6)$	$U_{\pi+v}(5)$	$O_{\pi+v}(5)$	$O_{\pi+v}(3)$
$[N_1, N_2]$	$(n_1, n_2)$	$(v_1, v_2)$	L
[1, 1]	(1, 0)	(1, 0)	2
	(1, 1)	(1, 1)	3,1
[2, 1]	(2, 0)	(2, 0)	4,2
		(0, 0)	0
	(1, 0)	(1, 0)	2
	(2, 1)	(1, 0)	2
		(2, 1)	5,4,3,2,1
	(1, 1)	(1, 1)	3,1
[3,1]	(3, 0)	(3, 0)	6,4,3,0
		(1, 0)	2
	(2, 0)	(2, 0)	4,2
		(0, 0)	0
	(1, 0)	(1, 0)	2
	(3, 1)	(2, 0)	4,2
		(3,1)	7,6,5 <sup>2</sup> ,4,3 <sup>2</sup> ,2,1
		(1, 1)	3,1
	(2, 1)	(1, 0)	2
		(2, 1)	5,4,3,2,1
(1, 1)	(1, 1)	3,1	

$$(v_1, v_2) \equiv (v_1, v_2)$$

şeklindedir.

$[N-1, 1]$  temsilleri için  $(n_1, n_2)$  değerleri

$$(n_1, n_2) = (N - 1, 0), (N - 2, 0), \dots, (1, 0);$$

$$(N - 1, 1), (N - 2, 1), \dots, (1, 1) \quad (3.11)$$

ile verilir. Benzer şekilde  $(n-1, 1)$  temsilleri için  $(v_1, v_2)$  değerleri de

$$(v_1, v_2) = (n - 2, 0), (n - 4, 0), \dots, (2, 0) \text{ veya } (1, 0); \quad (n = \text{çift veya tek})$$

$$(n - 1, 1), (n - 3, 1), \dots, (2, 1) \text{ veya } (1, 1); \quad (n = \text{tek veya çift}) \quad (3.12)$$

şeklindedir. Son olarak da  $(v - 1, 1)$  temsilindeki  $L$  değerleri

$$\begin{aligned} L &= 2v - 1, 2v - 2, \dots, 3 \\ v - 1, v - 2, \dots, 1 & \quad (v \geq 2) \\ v + 1, v, \dots, 5 & \quad (v \geq 4) \\ v + 2, v + 1, \dots, 7 & \quad (v \geq 5) \end{aligned} \quad (3.13)$$

olarak elde edilir. Bu kurallardan elde edilen sonuçlar Çizelge 3.1'de verilmiştir.

### 3.3.1.2 Zincir $II_1$

Bu zincirdeki durumları sınıflandırmak için gerekli kuantum sayıları

$$\begin{array}{c} U_{\pi}(6) \otimes U_v(6) \supset U_{\pi+v}(6) \supset SU_{\pi+v}(3) \supset \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ [N_{\pi}] \quad [N_v] \quad [N_1, N_2] \quad \tilde{\chi}_1, \tilde{\chi}_2, \tilde{\chi}_3, (\lambda, \mu), \tilde{\chi} \\ O_{\pi+v}(3) \supset O_{\pi+v}(2) \\ \downarrow \quad \downarrow \\ L \quad M_L \end{array} \quad (3.14)$$

olarak tanımlanır.  $[N - 1, 1]$  temsilindeki  $(\lambda, \mu)$  temsilleri

$$\begin{aligned} (\lambda, \mu) &= (\Gamma, 1), (\Gamma - 2, 2), (\Gamma - 3, 1), (\Gamma - 4, 3), (\Gamma - 4, 0), (\Gamma - 5, 2), \\ \Gamma &\geq 1, \quad \Gamma \geq 4, \quad \Gamma \geq 5, \end{aligned} \quad (3.15)$$

olarak verilir. Burada

$$\Gamma = 2N - 2, 2N - 8, 2N - 14, \dots \quad (3.16)$$

biçimindedir.

Bu kurallardan elde edilen sonuçlar Çizelge 3.2'de verilmiştir.



**Çizelge 3.2** Zincir  $\Pi_1$ 'in kısmi sınıflandırma şeması

$U_{\pi+\nu}(6)$	$SU_{\pi+\nu}(3)$	$O_{\pi+\nu}(3)$
$[N_1, N_2]$	$(\lambda, \mu)$	L
$[1,1]$	$(2,1)$	3,2,1
$[2,1]$	$(4,1)$	5,4,3,2,1
	$(2,2)$	4,3,2 <sup>2</sup> ,0
	$(1,1)$	2,1
$[3,1]$	$(6,1)$	7,6,5,4,3,2,1
	$(4,2)$	6,5,4 <sup>2</sup> ,3,2 <sup>2</sup> ,0
	$(3,1)$	4,3,2,1
	$(2,3)$	5,4,3 <sup>2</sup> ,2,1
	$(2,0)$	2,0
	$(1,2)$	3,2,1

**3.3.1.3. Zincir  $\text{III}_1$** 

Bu zincirdeki durumları sınıflandırmak için gerekli kuantum sayıları

$$\begin{array}{c}
 U_{\pi}(6) \otimes U_{\nu}(6) \supset U_{\pi+\nu}(6) \supset O_{\pi+\nu}(6) \supset O_{\pi+\nu}(5) \supset \\
 \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\
 [N_{\pi}] \quad [N_{\nu}] \quad [N_1, N_2] \quad (\sigma_1, \sigma_2) \quad (\tau_1, \tau_2) \quad \tilde{V}_{1\Delta}, \tilde{V}_{2\Delta} \\
 O_{\pi+\nu}(3) \supset O_{\pi+\nu}(2) \\
 \downarrow \quad \downarrow \\
 L \quad M_L
 \end{array}
 \quad (3.17)$$

olarak tanımlanır.  $O_{\pi+\nu}(6)$  ve  $O_{\pi+\nu}(5)$  temsilleri

$$(\sigma_1, \sigma_2) \equiv (\sigma_1, \sigma_2, 0)$$

$$(\tau_1, \tau_2) \equiv (\tau_1, \tau_2)$$

(3.18)

biçiminde verilir.

$[N - 1, 1]$  temsilindeki  $(\sigma_1, \sigma_2)$  temsilleri

$$\begin{aligned}
(\sigma_1, \sigma_2) &\equiv (N - 2, 0), (N - 4, 0), \dots, (2, 0) \text{ veya } (1, 0) & (N = \text{çift veya tek}) \\
& & (N - 1, 1), (N - 3, 1), \dots, (2, 1) \text{ veya } (1, 1) & (N = \text{tek veya çift})
\end{aligned} \tag{3.19}$$

şeklinde verilir.  $(\sigma - 1, 1)$  temsilindeki  $(\tau_1, \tau_2)$  temsilleri ise

$$\begin{aligned}
(\tau_1, \tau_2) &= (\sigma_1 - 1, 0), (\sigma_1 - 2, 0), \dots, (1, 0); \\
&(\sigma_1 - 1, 1), (\sigma_1 - 2, 1), \dots, (1, 1)
\end{aligned} \tag{3.20}$$

şeklinde verilir. Bu kurallardan elde edilen sonuçlar Çizelge 3.3'te verilmiştir.

**Çizelge 3.3** Zincir III<sub>1</sub>'in kısmi sınıflandırma şeması

$U_{\pi+\nu}(6)$	$O_{\pi+\nu}(6)$	$O_{\pi+\nu}(5)$	$O_{\pi+\nu}(3)$
$[N_1, N_2]$	$(\sigma_1, \sigma_2)$	$(\tau_1, \tau_2)$	L
[1,1]	(1,1)	(1,0)	2
		(1,1)	3,1
[2,1]	(1,0)	(1,0)	2
		(0,0)	0
	(2,1)	(2,0)	4,2
		(1,0)	2
		(2,1)	5,4,3,2,1
(1,1)	3,1		
[3,1]	(2,0)	(2,0)	4,2
		(1,0)	2
		(0,0)	0
	(3,1)	(3,0)	6,4,3,0
		(2,0)	4,2
		(1,0)	2
		(3,1)	7,6,5 <sup>2</sup> ,4,3 <sup>2</sup> ,2,1
		(2,1)	5,4,3,2,1
	(1,1)	3,1	
	(1,1)	(1,0)	2
0	(1,1)	3,1	

### 3.3.2 Eşleşmiş durumlar

#### 3.3.2.1 Zincir I<sub>2</sub>

Bu baz durumu için U(5) temsillerinin çarpımları oluşturulmalıdır. Her iki temsil de bütünüyle simetrik olduğundan  $U_{\pi+\nu}(5)$  birleştirilmiş temsilleri iki satırdan oluşur. Dolayısı ile alt gruplar da daha önce oluşturulan alt gruplarla aynıdır. O halde bu zincirin tam bir sınıflandırma şeması aşağıdaki şekilde görüldüğü gibi oluşur:

$$\begin{array}{c}
 \left. \begin{array}{l}
 U_{\pi}(6) \otimes U_{\nu}(6) \supset U_{\pi}(5) \otimes U_{\nu}(5) \supset U_{\pi+\nu}(5) \supset O_{\pi+\nu}(5) \supset \\
 \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\
 [N_{\pi}] \quad [N_{\nu}] \quad (n_{d\pi}) \quad (n_{d\nu}) \quad (n_1, n_2) \quad (v_1, v_2) \quad \tilde{n}_{1\Delta}, \tilde{n}_{2\Delta} \\
 \\
 O_{\pi+\nu}(3) \supset O_{\pi+\nu}(2) \\
 \downarrow \quad \downarrow \\
 L \quad M_L
 \end{array} \right\} \quad (3.21)
 \end{array}$$

#### 3.3.2.2. Zincir II<sub>2</sub> ve IV

Aslında iki zincirde özdeş olduğu için iki durumu da birlikte incelemek daha yararlı olacaktır. Bu zincirlerde SU(3) temsillerinin çarpımları, yani

$$(\lambda_{\pi}, \mu_{\pi}) \otimes (\lambda_{\nu}, \mu_{\nu}) = \oplus \sum (\lambda, \mu) \quad (3.22)$$

oluşturulmalıdır. Bu iki zincir arasındaki fark Q ve  $\bar{Q}$ 'nün jeneratörleri arasındaki farklılıktan kaynaklanmaktadır. O halde  $SU_{\pi}(3) \otimes SU_{\nu}(3)$  temsillerinde görünen  $SU_{\pi+\nu}(3)$  temsilleri  $SU_{\pi}(3) \otimes \overline{SU_{\nu}(3)}$  temsillerinden farklıdır. Bundan dolayı bu temsiller  $SU_{\pi+\nu}(3)^*$  olarak gösterilecektir. Tüm bunlar göz önüne alındığı zaman bu zincirleri karakterize eden kuantum sayıları,

$$\begin{array}{c}
 U_{\pi}(6) \otimes U_{\nu}(6) \supset SU_{\pi}(3) \otimes SU_{\nu}(3) \supset SU_{\pi+\nu}(3) \supset \\
 \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\
 [N_{\pi}] \quad [N_{\nu}] \quad (\lambda_{\pi}, \mu_{\pi}) \quad (\lambda_{\nu}, \mu_{\nu}) \quad \tilde{\chi}_1, \tilde{\chi}_2, \tilde{\chi}_3, (\lambda, \mu), \tilde{\chi} \\
 \\
 O_{\pi+\nu}(3) \supset O_{\pi+\nu}(2) \\
 \downarrow \quad \downarrow \\
 L \quad M_L
 \end{array}
 \quad (3.23)$$

ve

$$\begin{array}{c}
 U_{\pi}(6) \otimes U_{\nu}(6) \supset SU_{\pi}(3) \otimes \overline{SU_{\nu}(3)} \supset SU_{\pi+\nu}(3)^* \supset \\
 \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\
 [N_{\pi}] \quad [N_{\nu}] \quad (\lambda_{\pi}, \mu_{\pi}) \quad (\lambda_{\nu}, \mu_{\nu}) \quad \tilde{\chi}_1, \tilde{\chi}_2, \tilde{\chi}_3, (\lambda, \mu), \tilde{\chi} \\
 \\
 O_{\pi+\nu}(3) \supset O_{\pi+\nu}(2) \\
 \downarrow \quad \downarrow \\
 L \quad M_L
 \end{array}
 \quad (3.24)$$

biçiminde oluşur.

### 3.3.2.3. Zincir III<sub>2</sub>

Bu zincir için  $O(6)$  temsilleri oluşturulmalıdır. Ortogonal grupların çarpım kuralları birim gruplardan biraz daha farklıdır. Bu kurallar kullanılarak sınıflandırma şeması şu şekildedir:

$$\begin{array}{c}
U_{\pi}(6) \otimes U_{\nu}(6) \supset O_{\pi}(6) \otimes O_{\nu}(6) \supset O_{\pi+\nu}(6) \supset O_{\pi+\nu}(5) \supset \\
\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\
[N_{\pi}] \quad [N_{\nu}] \quad (\sigma_{\pi}) \quad (\sigma_{\nu}) \quad (\sigma_1, \sigma_2) \quad (\tau_1, \tau_2) \quad \tilde{V}_{1\Delta}, \tilde{V}_{2\Delta} \\
O_{\pi+\nu}(3) \supset O_{\pi+\nu}(2) \\
\downarrow \quad \downarrow \\
L \quad M_L
\end{array} \quad (3.25)$$

### 3.4. Dinamik Simetriler

Buradaki dinamik simetrilerin oluşturulması Bölüm 2.3.4'deki ile aynı şekilde, yani Hamiltoniyeni Casimir operatörleri cinsinden yazılarak yapılabilir. Birleşik  $\pi+\nu$  grupları için, Casimir operatörleri Çizelge 2.7'de verilmektedir. Bu çizelge, gruplara karşılık gelen  $G_{\pi} + G_{\nu}$  toplamıyla yer değiştirmiş  $G$  jeneratörlerine sahiptir.

#### 3.4.1. F-spini zincirleri için enerji özdeğerleri

##### 3.4.1.1. Zincir $I_1$

Bu zincirlere uygun Hamiltoniyen,

$$\begin{aligned}
H^{(1)} = & E_0 + a \wp_1(U_{\pi+\nu} 6) + a' \wp_2(U_{\pi+\nu} 6) - \varepsilon \wp_1(U_{\pi+\nu} 5) \\
& + \alpha \wp_2(U_{\pi+\nu} 5) + \beta \wp_2(O_{\pi+\nu} 5) + \gamma \wp_2(O_{\pi+\nu} 3)
\end{aligned} \quad (3.26)$$

biçimindedir. Burada  $E_0$ ,  $N_{\pi}$  ve  $N_{\nu}$ 'nin ikinci dereceden fonksiyonudur. Bu Hamiltoniyen (3.9) bazında köşegendir. Hamiltoniyenin özdeğerlerini, (3.9) bazındaki  $H^{(1)}$ 'in beklenen değerini alarak ve Çizelge 2.6'yı kullanarak bulabiliriz. Bu özdeğerler,

$$\begin{aligned}
E^{(1)}([N_{\pi}], [N_{\nu}], [N_1, N_2], (n_1, n_2), (v_1, v_2), \tilde{n}_{1\Delta}, \tilde{n}_{2\Delta}, L, M_L) \\
= E_0 + a(N_1 + N_2) + a' [N_1(N_1 + 5) + N_2(N_2 + 3)] - \varepsilon(n_1 + n_2) \\
+ \alpha[n_1(n_1 + 4) + n_2(n_2 + 2)] + \beta 2[v_1(v_1 + 3) + v_2(v_2 + 1)] + \gamma 2L(L + 1)
\end{aligned} \quad (3.27)$$

biçiminde elde edilir.

### 3.4.1.2. Zincir II<sub>1</sub>

Bu zincir için aşağıdaki Hamiltoniyeni ele alalım;

$$\begin{aligned}
 H^{(II_1)} &= E_0 + a \wp_1(U_{\pi+v}, 6) + a' \wp_2(U_{\pi+v}, 6) \\
 &\quad - \epsilon \wp_1(U_{\pi+v}, 5) - \delta \wp_2(SU_{\pi+v}, 3) + \gamma \wp_2(O_{\pi+v}, 3)
 \end{aligned} \tag{3.28}$$

Bu Hamiltoniyen (3.14) bazında köşegendir. Hamiltoniyenin özdeğerleri,

$$\begin{aligned}
 E^{(I)} &([N_\pi], [N_v], [N_1, N_2], \tilde{\chi}'_1, \tilde{\chi}'_2, \tilde{\chi}'_3, (\lambda, \mu), \tilde{\chi}, L, M_L) \\
 &= E_0 + a(N_1 + N_2) - a' [N_1(N_1 + 5) + N_2(N_2 + 3)] \\
 &\quad + \delta \frac{2}{3} (\lambda^2 + \mu^2 - \lambda\mu + 3\lambda + 3\mu) + \gamma 2L(L + 1)
 \end{aligned} \tag{3.29}$$

şeklinde elde edilir.

### 3.4.1.3. Zincir III<sub>1</sub>

Bu zincir için aşağıdaki Hamiltoniyeni ele alalım.

$$\begin{aligned}
 H^{(III_1)} &= E_0 + a \wp_1(U_{\pi+v}, 6) + a' \wp_2(U_{\pi+v}, 6) \\
 &\quad + \beta \wp_2(O_{\pi+v}, 5) + \gamma \wp_2(O_{\pi+v}, 3) + \eta \wp_2(O_{\pi+v}, 6)
 \end{aligned} \tag{3.30}$$

Bu Hamiltoniyen (3.17) bazında köşegendir. Hamiltoniyenin özdeğerleri,

$$\begin{aligned}
 E^{(III_1)} &([N_\pi], [N_v], [N_1, N_2], (\sigma_1, \sigma_2), (\tau_1, \tau_2), \tilde{v}_{1\Delta}, \tilde{v}_{2\Delta}, L, M_L) \\
 &= E_0 + a(N_1 + N_2) + a' [N_1(N_1 + 5) + N_2(N_2 + 3)] \\
 &\quad + \beta 2 [\tau_1(\tau_1 + 3) + \tau_2(\tau_2 + 1)] + \gamma 2L(L + 1) + \eta 2 [\sigma_1(\sigma_1 + 4) + \sigma_2(\sigma_2 + 2)]
 \end{aligned} \tag{3.31}$$

şeklinde elde edilir. Tüm zincirler için

$$N_1 + N_2 = N_\pi + N_v = N \tag{3.32}$$

olduğundan  $a(N_1 + N_2)$  teriminin uyarılma enerjisine katkısı yoktur. Ancak istenilirse bu Hamiltoniyene Majorana operatörü de dahil edilebilir. Bu operatörün özdeğeri, N ve F spini cinsinden

$$\langle M_{\pi v} \rangle = \left( \frac{1}{2} N - F \right) \left( \frac{1}{2} N + F + 1 \right) \quad (3.33)$$

biçiminde yazılabilir. IBM-2'nin üç zincirini bütünüyle betimlemek için gerekli olan parametrelerin sayısı, IBM-1'in parametre sayısından bir fazla olan zincirleri betimlemek için gerekli olan sayıyla aynıdır. Bu fazla olan parametre ise ya (3.26), (3.28) ve (3.30) denklemlerindeki  $a'$  ya da Majorana etkileşme şiddeti  $\lambda'$  parametresidir.

### 3.4.2. Eşleşmiş zincirler için enerji özdeğerleri

#### 3.4.2.1. Zincir I<sub>2</sub>

Bu zincir için aşağıdaki Hamiltoniyeni yazalım:

$$\begin{aligned} H^{(I_2)} = & E_0 + a_{\pi} \varphi_1(U_{\pi} 5) + a_v \varphi_1(U_v 5) + a'_{\pi} \varphi_2(U_{\pi} 5) + a'_v \varphi_2(U_v 5) \\ & + \varepsilon \varphi_1(U_{\pi+v} 5) - \alpha \varphi_2(U_{\pi+v} 5) + \beta \varphi_2(O_{\pi+v} 5) + \gamma \varphi_2(O_{\pi+v} 3) \end{aligned} \quad (3.34)$$

Bu Hamiltoniyenin özdeğeri ise,

$$\begin{aligned} E^{(I_2)} & \left( [N_{\pi}], [N_v], n_{d_{\pi}}, n_{d_v}, (n_1, n_2), (v_1, v_2), \tilde{n}_{1\Delta}, \tilde{n}_{2\Delta}, L, M_L \right) \\ & = E_0 + a_{\pi} n_{d_{\pi}} + a_v n_{d_v} + a'_{\pi} [n_{d_{\pi}} (n_{d_{\pi}} + 4)] + a'_v [n_{d_v} (n_{d_v} + 4)] \\ & + \varepsilon (n_1 + n_2) - \alpha [n_1 (n_1 + 4) + n_2 (n_2 + 2)] \\ & + \beta [v_1 (v_1 + 3) + v_2 (v_2 + 1)] + \gamma 2L(L + 1) \end{aligned} \quad (3.35)$$

biçimindedir.

#### 3.4.2.2. Zincir II<sub>2</sub> ve IV

Bu zincirler için ele alınan Hamiltoniyenler,

$$H^{(II_2)} = E_0 + \delta_{\pi} \varphi_2(SU_{\pi} 3) + \delta_v \varphi_2(SU_v 3) + \delta \varphi_2(SU_{\pi+v} 3) + \gamma \varphi_2(O_{\pi+v} 3) \quad (3.36)$$

$$H^{(IV)} = E_0 + \delta_{\pi} \varphi_2(SU_{\pi} 3) + \delta_v \varphi_2(SU_v 3) + \delta \varphi_2(SU_{\pi+v} 3^*) + \gamma \varphi_2(O_{\pi+v} 3) \quad (3.37)$$

biçimindedir. Her iki zincirin Casimir operatörlerinin özdeğerleri benzer ifadelerle sahip olduğundan her iki zincirin özdeğerleri aynıdır, yani;

$$E^{(II_2)} \left( [N_{\pi}], [N_v], (\lambda_{\pi}, \mu_{\pi}), (\lambda_v, \mu_v), \tilde{\chi}'_1, \tilde{\chi}'_2, \tilde{\chi}'_3, (\lambda, \mu), \tilde{\chi}, L, M_L \right)$$

$$\begin{aligned}
&= E_0 + \delta_\pi \frac{2}{3} (\lambda_\pi^2 + \mu_\pi^2 + \lambda_\pi \mu_\pi + 3\lambda_\pi + 3\mu_\pi) + \delta_\nu \frac{2}{3} (\lambda_\nu^2 + \mu_\nu^2 + \lambda_\nu \mu_\nu + 3\lambda_\nu + 3\mu_\nu) \\
&+ \delta \frac{2}{3} (\lambda^2 + \mu^2 + \lambda\mu + 3\lambda + 3\mu) + \gamma 2L(L+1)
\end{aligned} \tag{3.38}$$

ifadesidir.

### 3.4.2.3. Zincir III<sub>2</sub>

Bu zincir için aşağıdaki Hamiltoniyen yazılır:

$$\begin{aligned}
H^{(III_2)} &= E_0 + \eta_\pi \rho_2(O_\pi 6) + \eta_\nu \rho_2(O_\nu 6) + \eta \rho_2(O_{\pi+\nu} 6) \\
&+ \beta \rho_2(O_{\pi+\nu} 5) + \gamma \rho_2(O_{\pi+\nu} 3)
\end{aligned} \tag{3.39}$$

Bu Hamiltoniyenin özdeğerleri ise,

$$\begin{aligned}
E^{(III_2)} &([N_\pi]_b [N_\nu]_b, \sigma_\pi, \sigma_\nu, (\sigma_1, \sigma_2), (\tau_1, \tau_2), \tilde{\nu}_{1\Delta}, \tilde{\nu}_{2\Delta}, L, M_L) \\
&= E_0 + \eta_\pi 2[\sigma_\pi(\sigma_\pi + 4)] + \eta_\nu 2[\sigma_\nu(\sigma_\nu + 4)] + \eta 2[\sigma_1(\sigma_1 + 4) + \sigma_2(\sigma_2 + 2)] \\
&+ \beta 2[\tau_1(\tau_1 + 3) + \tau_2(\tau_2 + 1)] + \gamma 2L(L+1)
\end{aligned} \tag{3.40}$$

şeklinde verilir.

## 3.5. Modelin Mikroskobik Yapısı

### 3.5.1. Çekirdeğin kabuk yapısı

Nükleonları çekirdeğin içinde bir arada tutan nükleer kuvvetlerin iki temel bileşeni vardır. Bunlar; (I) iki nükleon arasındaki kısa menzilli çekici etkileşme (II) daha kısa mesafedeki itici öz. Nükleer kuvvetler, mezon değişiminden kaynaklanan etkiden dolayı kısa mesafeli olmalıdır. (I) özelliği çekirdeğin bağlı bir sistem olmasını, yani nükleonların bir arada durmasını sağlarken, (II) özelliği nükleonların bir birinden uzakta kalmasını sağlar. Bu da çekirdeği çökmekten kurtarır ve çekirdeğin içindeki nükleon yoğunluğunu hemen hemen sabit tutar. Bu duruma çekirdeğin “doyma özelliği” adı verilir.

Çekirdeğin içinde bir öz ve bu özü çeken nükleonlar vardır. Çekirdeğin içinde nükleonların özün etrafında dönmesinden kaynaklanan ortalama bir potansiyel oluşur. Bu ortalama potansiyel, nükleer kuvvetin menziline çekirdeğin yarıçapından daha küçük ve çekirdeğin içindeki nükleon yoğunluğunun sabit olmasından dolayı hemen hemen sabittir.



Sonsuz uzaklıktaki bir noktaya göre de negatiftir.

Ancak yüzeydeki nükleonlar sadece içerdeki nükleonlarla etkileştiğinden dolayı içerdeki nükleonlara göre daha zayıf etkileşimde bulunurlar. Nükleer kuvvetlerin kısa menzilli karakterinden dolayı merkezden uzaklaştıkça potansiyel azalır, yani çekirdeğin yüzeyindeki potansiyel, merkezindeki potansiyele göre daha zayıftır.

Nükleonlar ortalama potansiyel içinde tek-parçacık orbitalleri oluşturarak hareket ederler. Bu orbitallerin enerji seviyeleri sihirli sayılarda halka oluştururlar. Arka arkaya gelen iki sihirli sayı arasındaki orbitaller ana kabuğu oluşturur. Bu ana kabuk arasındaki orbitaller ise aşağıdan başlayarak doldurulur. Eğer proton (nötron) sayısı, proton (nötron) sihirli sayısına eşit ise kapalı kabuk oluşur. Aksi takdirde orbitallerin hepsi dolu olmadığı için kısmen dolu valans kabuğu oluşur. Bu kabuk, sihirli sayıya en yakın kısmen dolu kabuktur. Valans kabuğundan daha aşağıda bulunan kabuklar çekirdeğin özünü, yani kapalı kabuklar kümesini oluşturur.

### 3.5.2 Nükleer yüzey ve yüzey nükleonları

Yüzey nükleonları, diğer nükleonlara kıyasla etkileşmeleri zayıf olduğundan birbirlerine daha az bağlıdır, yani daha az yüzey alanını işgal edip, daha fazla bağlanma enerjisine gereksinim duyarlar. Ve küresel yapıyı bozmamak için yüzey gerilimi oluştururlar. Bu yüzey gerilimine rağmen çekirdeğin doyma özelliğinden dolayı hacmi değişmez. Ancak yüzeyde nükleon yoğunlaşmaları meydana geldiğinden çekirdek deforme olur. Öyleyse çekirdekdeki deformasyona valans nükleonları sebep olur. Kapalı kabuklardan oluşan çekirdeğin özünün ise çekirdeğin içindeki doyma özelliğinden dolayı küresel yapısı bozulmaz. Ayrıca valans nükleonları çekirdekle kolektif hareketler meydana getirirler. Bu kolektif hareketler ise nükleonların özün dışında elipsoid bir yörüngede dönmesi, küresel denge etrafındaki yüzey titreşimleri ve bunların ara durumlarıdır. Bu hareketler belli bir açısız momentuma sahiptir ve kuadrupol kolektif durumları oluştururlar.

Şimdi de nükleonlar arasındaki etkileşmelere bakalım. Kısa menzilli nükleer kuvvetler birbirine en yakın iki nükleonu tercih eder. Aynı orbitalde hareket eden iki nükleonun dalga fonksiyonları maksimum çakışık olduğundan en fazla bağlanma enerjisini kısa menzilli nükleer kuvvetlerden elde eder. Fakat Pauli ilkesi iki nükleonun aynı kuantum durumunda bulunmasına izin vermez. Bu durum proton ve nötronları ayrı parçacıklar olarak ele alarak giderilebilir.

Bu durumları göz önüne alarak nötron-nötron, proton-proton ve nötron-proton etkileşmelerini ele alalım. İki nötron arasındaki etkileşme birbirine en yakın iki nötron arasında

olduğunda maksimum uzaysal çakışma meydana gelir. Fakat Pauli ilkesi iki nötronun aynı kuantum durumunda bulunmasına izin vermediğinden dalga fonksiyonlarında maksimum çakışma olmaz. Dolayısıyla iki nötron aynı orbitalde birbirine zıt yönlerde, yani zaman dönüşümlü olarak hareket edebilir. Böylelikle iki nötron farklı kuantum durumlarında bulunur ve çekirdek enerji kazandığı için bir başka uygun durum meydana gelir. Bu durumda dönmeler zıt yönlü olduğu için birbirini yok eder. Dolayısıyla toplam açısal momentumları sıfır olur. Aslında zıt yönlü bu dönmeler nötron çiftleri durumlarını oluşturur. Bu çiftlenmiş yapıdan dolayı da bu etkileşmelere “çiftleşme etkileşmesi” adı verilir. Bu etkileşmede iki nötron herhangi bir eksen etrafında dönmez. Dolayısıyla sistemin küresel yapısında herhangi bir farklılık olmaz.

Aynı şekilde proton-proton etkileşmesinde de çiftleşme etkileşmeleri meydana gelir. Dolayısıyla proton-proton etkileşmesinde de çiftleşme etkileşmesi önemli bir rol oynar. Proton-proton ve nötron-nötron etkileşmeleri düşük enerji seviyelerinin hesaplanmasında önemlidir.

Proton-nötron etkileşmesi diğer etkileşmelerden farklı özellikler sergiler. Proton ve nötron farklı parçacıklar olduğu için aynı kuantum durumunda bulunabilir. Proton nötronla birlikte hareket etmek için nötronu çeker. Valans nükleonları arasındaki bu ilişki yoğunluk değişmesine sebep olur ve çekirdeğin şeklinde değişme meydana gelir. En temel küreden sapma şekli kuadrupol deformasyonudur. Yüzey alanının artması multipollerin artmasına neden olur. Proton dağılımı kuadrupol şekline dönüşme eğilimi gösterdiğinde nötronları da kuadrupol formuna dönüştürmek için çeker ve kuadrupol-kuadrupol etkileşmesi meydana gelir. Bu kuadrupol-kuadrupol etkileşmesi nötron kuadrupol momentini ile proton kuadrupol momentinin çarpımına eşittir. Bazı durumlarda nötron kuadrupol ile proton kuadrupol momentlerinin biri diğerine daha baskın olabilir. Proton-nötron etkileşmesinin varlığı  $2^+$  uyarılma enerjisinin  $N_p \cdot N_n$  ye bağlı değişimine bakılarak anlaşılabilir.

### 3.5.3. S ve D nükleon çiftleri

Alçak seviye kuadrupol kolektif durumlarının valans nükleonları cinsinden tanımlanabilmesi kolektif durumlarda basitleştirmeye yol açar. Ancak bu sadeleştirme Hilbert uzayını yeterli derecede küçültmez. Dolayısıyla yapılan işlemler halen karmaşıktır.

Bu yüzden Hilbert uzayını küçültüp alt uzaylarda çalışmak hem işlemlerin basitleşmesi hem de yapılan işlemlere fiziksel anlam yüklenmesi bakımından yararlıdır. Küçültülmüş uzay, açısal momentumu  $J^\pi = 0^+$  ve  $J^\pi = 2^+$  olan valans nükleon çiftlerinden oluşur. Bu çiftler nötron veya proton çiftleri olabilir.  $J^\pi = 0^+$  ve  $J^\pi = 2^+$  nükleon çiftlerine sırasıyla S ve D çifti adı verilir

ve bunların oluşturma operatörleri

$$S^+ = \sum_j \alpha_j A^+(jj; 0, 0) \quad (3.41)$$

$$D_M^+ = \sum_{jj'} \beta_{jj'} A^+(jj'; 2, M) \quad (3.42)$$

şeklinde tanımlanır. Burada  $\alpha_j$  ve  $\beta_{jj'}$  normalize olmuş genliklerdir. Çift oluşturma operatörü  $A^+$  ise

$$A^+(jj'; J, M) = \frac{1}{\sqrt{1 + \delta_{jj'}}} [a_j^+ a_{j'}^+]_M^{(J)} \quad (3.43)$$

olarak tanımlanır.  $a_j^+$  j orbitalindeki nükleon oluşturma operatörünü,  $[ ]_M^{(J)}$  gösterimi de açıl momentumu J ve açıl momentumun z-bileşeni M olan tensör eşleşmelerini temsil eder.

$\alpha_j$  ve  $\beta_{jj'}$  genlikleri bilinen ve 2N tane valans nükleonundan oluşan kolektif durumları tanımlamak için kullanılan küçültülmüş alt uzay

$$(S^+)^{N_S} [(D^+)^{N_D}]_M^{(J)} |0\rangle \quad (3.44)$$

durumu ile oluşturulur. Burada  $|0\rangle$  sembolü kapalı kabuğa karşılık gelir.  $N_S$  ve  $N_D$ , S(D) nükleon çiftleri sayısı, J toplam açıl momentum ve M de açıl momentumun z-bileşenidir. Yukarıda tanımlanan uzaya SD alt uzayı adı verilir.

Yukarıda tanımlanan durumlar ortogonal değildir. Bu durum, (3.44) dekleminde tanımlanan durumun genelleştirilmiş acayıplık üzerindeki izdüşümü alınarak büyük ölçüde giderilebilir. Acayıplık varsayımında çok-parçacık durumları  $J^\pi = 0^+$  nükleon çiftleri sayısına göre sınıflandırılabilir.  $\nu$  ile gösterilen acayıplık S çifti içermeyen nükleon sayısıdır. Acayıplığı  $\nu$  olan parçacık durumları

$$|J^\pi, \nu, J, M; \xi\rangle \quad (3.45)$$

ile tanımlanır. Buradaki  $J^\pi$  n-parçacık konfigürasyonu,  $\xi$  ilave kuantum sayısıdır. Benzer şekilde SD durumları

$$|S^{N_S}, D^{N_D}; J, M, \xi\rangle \propto \frac{1}{N_F} P(S^+)^{N_S} [(D^+)^{N_D}]_M^{(J)} |0\rangle \quad (3.46)$$

şeklinde tanımlanır.  $N_F$  normalizasyon sabiti,  $P v = 2 \times N_D$  durumları üzerindeki acayıplik izdüşüm operatörü,  $\xi$  ise ilave kuantum sayısıdır. Eğer SD durumlarında D çifti yoksa D terimini, S çifti yoksa S terimini içermez. Ayrıca  $N_D$ 'nin küçük değerleri için  $\xi$  kuantum sayısına ihtiyaç yoktur.

Düşük seviye kuadrupol kolektif durumlarında  $\alpha_j$  ve  $\beta_{jj'}$  genlikli SD durumları baskındır. SD alt uzayı, nötron ve proton içerdiğinden, nötron  $S_v$  ve  $D_v$  çiftleri ile proton  $S_\pi$  ve  $D_\pi$  çiftlerinden oluşur. Toplam uzay ise proton ile nötron SD durumları çarpımının uzayıdır.

SD durumlarının sd bozon uzayına dönüşümü ilk defa Arima, Otsuka, Iachello ve Talmi tarafından

$$\begin{aligned} |S^{N_s}, D^{N_D}, J, M, \xi\rangle &= \frac{1}{N_F} P(S^+)^{N_s} [(D^+)^{N_D}]_M^{(J)} |0\rangle \\ \rightarrow |s^{N_s}, d^{N_D}, J, M, \xi\rangle &= \frac{1}{N_B} (s^+)^{N_s} [(d^+)^{N_D}]_M^{(J)} |0\rangle \end{aligned} \quad (3.47)$$

olarak tanımlandı[7,32].

Çok nükleonlu sistemin N nükleon çiftinden oluştuğu varsayılırsa kapalı kabuğun, yani  $|0\rangle$  nükleon vakum durumunun, bozon vakum durumuna dönüşümü

$$|0\rangle \rightarrow [0] \quad (3.48)$$

şeklinindedir. Sırasıyla sadece S çiftlerinin bulunduğu, bir D çiftinin ve iki D çiftinin bulunduğu durumlar

$$|S^N, J=0\rangle \rightarrow [s^N, J=0] \equiv \frac{1}{\sqrt{N}} (s^+)^N [0] \quad (3.49)$$

$$|S^{N-1}D, J=2\rangle \rightarrow [s^{N-1}d, J=2] \equiv \frac{1}{\sqrt{(N-1)}} (s^+)^{N-1} d^+ [0] \quad (3.50)$$

$$|S^{N-2}D^2, J\rangle \rightarrow [s^{N-2}d^2, J] \equiv \frac{1}{\sqrt{2(N-2)}} (s^+)^{N-2} [d^+ d^+]^{(J)} [0] \quad (3.51)$$

şeklinde yazılır.

### 3.5.4. Nükleon operatörlerinin bozon operatörlerine dönüştürülmesi

Otsuka, Arima ve Iachello (OAI) dönüşümünde sd bozon durumları SD durumlarının bozon görüntüsü olarak alınır [7]. Nükleon operatörlerinin bozon görüntüsü, SD durumları hesaplamalarını sd bozon sistemiyle gösterilebilecek şekilde belirlenir. Dolayısıyla nükleon operatörünün bozon görüntüsü, SD matris elemanları ile sd bozonu matris elemanları bir birine eşitlenerek bulunur. Eğer  $\varphi$ ,  $\varphi'$  bozon durumları  $\psi$ ,  $\psi'$  SD durumlarının bozon görüntüsü ise O nükleon operatörünün  $O^B$  bozon görüntüsü

$$(\varphi|O^B|\varphi') \equiv \langle \psi|O|\psi' \rangle \quad (3.52)$$

eşitliğini sağlayacak biçimde elde edilir. Bozon görüntüsü çok cisimli terimleri de içerebilir. k. dereceden bir görüntünün i cisim nükleon operatörü için k+i tane terimi vardır. Sıfırinci dereceden bozon görüntüsü seçildiğinde IBM Hamiltoniyeni iki-cisim etkileşmelerine kadar olan terimleri, yani sabit, tek-parçacık enerji ve iki parçacık etkileşme terimlerini içerir. Bu durumda d-bozonu Hamiltoniyeni

$$H^B = E_0^{(N)} + \epsilon \hat{N}_d + V \quad (3.53)$$

biçiminde olur.

Buradaki V

$$V = \frac{1}{2} \sum_{L=0,2,4} c_L \left( [d^+ d^+]^{(L)} \cdot [\tilde{d}\tilde{d}]^{(L)} \right) + \frac{1}{\sqrt{2}} y \left\{ \left( [d^+ d^+]^{(2)} \cdot [s\tilde{d}]^{(2)} \right) + hc \right\} \\ + \frac{1}{\sqrt{2}} w \left\{ [d^+ d]^{(0)} \cdot [ss]^{(0)} + hc \right\} \quad (3.54)$$

biçimindedir. (3.53) ve (3.54) denklemlerindeki  $\hat{N}_d$ , d bozon sayısı operatörü, N toplam bozon sayısı ve  $\epsilon$ ,  $c_L$ , y, w parametrelerdir.  $E_0^{(N)}$  niceliği de  $|s^N; J=0\rangle$  durumunun enerjisi olup  $|S^N; J=0\rangle$  SD durumunun enerjisi ile

$$E_0^{(N)} = (s^N; J=0 | H^B | s^N; J=0) \\ = \langle S^N; J=0 | H | S^N; J=0 \rangle \quad (3.55)$$

şeklinde sabitlenir.  $E_0^{(N)}$ , uyarılma enerjileri hesaplanırken dikkate alınmaz, bağlanma

enerjilerinde hesaba katılır. SD durumu enerjisi ile  $\varepsilon$  parametresi arasında

$$\begin{aligned} \langle S^{N-1}D; J=2 | H | S^{N-1}D; J=2 \rangle &= \langle s^{N-1}d; J=2 | H^B | s^{N-1}d; J=2 \rangle \\ &= E_0^{(N)} + \varepsilon \end{aligned} \quad (3.56)$$

biçiminde bir ilişki vardır.

Buradan  $\varepsilon$  parametresi

$$\varepsilon = \langle S^{N-1}D; J=2 | H | S^{N-1}D; J=2 \rangle - E_0^{(N)} \quad (3.57)$$

olarak elde edilir. Benzer şekilde  $c_L$ ,  $y$ ,  $w$  parametreleri

$$c_L = \langle S^{N-2}D^2; J=L | H | S^{N-2}D^2; J=L \rangle - E_0^{(N)} - 2\varepsilon \quad (3.58)$$

$$y = \langle S^{N-2}D^2; J=L | H | S^{N-2}D^2; J=L \rangle / \sqrt{N-1} \quad (3.59)$$

$$w = \langle S^{N-2}D^2; J=L | H | S^{N-2}D^2; J=L \rangle / \sqrt{N(N-1)/2} \quad (3.60)$$

olarak bulunur.  $Q = r^2 Y^{(2)}(\theta, \varphi)$  kuadropol operatörünün bozon görüntüsü aynı şekilde

$$Q \rightarrow Q^B = q_1(d^+s + s^+\tilde{d}) + q_2[d^+\tilde{d}]^{(2)} \quad (3.61)$$

şekline dönüşür. Aşağıdaki

$$\begin{aligned} \langle S^{N-1}D^1; J=2 | Q | S^N; J=0 \rangle &= \langle s^{N-1}d^1; J=2 | q_1 d^+ s | s^N; J=0 \rangle \\ &= q_1 \sqrt{5} \times \sqrt{N} \end{aligned} \quad (3.62)$$

eşitliğinden  $q_1$ 'in değeri

$$q_1 = \langle S^{N-1}D^1; J=2 | Q | S^N; J=0 \rangle / \sqrt{5N} \quad (3.63)$$

olarak bulunur. Aynı şekilde  $q_2$  de

$$q_2 = \langle S^{N-1}D^1; J=2 | Q | S^N; J=0 \rangle / \sqrt{5} \quad (3.64)$$

eşitliğinden bulunur. Birden fazla çiftten oluşan SD matris elemanı, bir çiftten oluşan matris elemanı olarak yazılabilir. O halde bu özelliği kullanarak  $q_1$  ve  $q_2$  parametreleri

$$q_1(N) = \sqrt{\frac{(\Omega_j - N)}{(\Omega_j - 1)}} \langle D; J = 2 \| Q \| S; J = 0 \rangle \quad (3.65)$$

$$q_2(N) = \frac{\Omega_j - 2N}{\Omega_j - 2} \langle D; J = 2 \| Q \| D; J = 2 \rangle / \sqrt{5} \quad (3.66)$$

şeklinde yazılır. Burada  $\Omega_j = j + \frac{1}{2}$  ve  $\Omega = \sum \Omega_j$ ' dir.

### 3.5.5. Dönüştürülmüş bozon sisteminin spektrumu

Daha önce Bölüm 3.5.2'de bahsedildiği gibi kolektif kuadrupol durumların etkin nükleon-nükleon etkileşmesinin büyük bir bölümünü proton-proton ve nötron-nötron çiftleşme etkileşmeleri ile proton-nötron kuadrupol etkileşmeleri teşkil eder.

Çiftlenme etkileşmesinin matematiksel ifadesi ise

$$V_p = -G\Omega P^+ P \quad (3.67)$$

ile verilir. Burada G çiftlenme şiddeti,  $P^+$  ifadesi de

$$P^+ = \frac{1}{\sqrt{\Omega}} \sum_{j,m \geq 0} (-1)^{j-m} a_{j,m}^+ a_{j,-m}^+ \quad (3.68)$$

şeklindedir. Çiftlenme etkileşmesinde acayıplik korunduğundan SD alt uzayında D çiftlerinin sayısı korunmalıdır. Dolayısıyla (3.59) ve (3.60) denklemlerinde acayıpliğin değiştiği matris elemanları yok olur. Dolayısıyla y ve w parametreleri sıfıra eşit olur. (3.55), (3.57) ve (3.58) denklemlerindeki diğer parametreler ise

$$E_0^{(N)} = -GN(\Omega - N + 1) \quad (3.69)$$

$$\varepsilon = -G(N-1)(\Omega - N) - E_0^{(N)} = G\Omega \quad (3.70)$$

$$c_L = -G(N-2)(\Omega - N - 1) - 2\varepsilon - E_0^{(N)} = -2G\Omega \quad (3.71)$$

biçiminde yazılır. (3.69), (3.70) ve (3.71) denklemleri (3.54) denkleminde yerine konulduğu zaman proton-proton çiftlenme etkileşmesi proton bozonu Hamiltoniyenine

$$V_{P_\pi} \rightarrow V_{P_\pi}^B = E_{0_\pi}^{(N_\pi)} + \varepsilon_\pi \hat{N}_{d_\pi} + c_\pi \frac{1}{2} \hat{N}_{d_\pi} (\hat{N}_{d_\pi} - 1) \quad (3.72)$$

$$\varepsilon_\pi = G_\pi \Omega_\pi \quad c_\pi = -2G_\pi$$

olarak dönüşür. Burada  $\hat{N}_{d_\pi}$  d bozonu sayısına,  $E_{0_\pi}^{(N)}$ ,  $-G_\pi N_\pi (\Omega_\pi - N_\pi + 1)$  ile verilen sabit kısma,  $G_\pi$  proton çiftlenme şiddetine ve  $\Omega_\pi$  proton dejenereliğine karşılık gelir. Benzer şekilde nötron-nötron çiftlenme etkileşmesi de nötron bozonu Hamiltoniyenine  $\pi$  yerine  $\nu$  koyarak

$$V_{p_\nu} \rightarrow V_{p_\nu}^B = E_{0_\nu}^{(N_\nu)} + \varepsilon_\nu \hat{N}_{d_\nu} + c_\nu \frac{1}{2} \hat{N}_{d_\nu} (\hat{N}_{d_\nu} - 1) \quad (3.73)$$

dönüştürülür.

Proton-nötron etkileşmesi ise proton kuadrupol operatörü ile nötron kuadrupol operatörünün skaler çarpımı biçiminde yazılır. Bozon görüntüsü ise dönüşüm yapılarak

$$V_{\pi\nu} = -f(Q_\pi \cdot Q_\nu) \rightarrow V_{\pi\nu}^B = -\kappa(Q_\pi^B \cdot Q_\nu^B) \quad (3.74)$$

şeklinde yazılır. (3.72), (3.73) ve (3.74) birleştirilirse toplam bozon Hamiltoniyeni

$$\begin{aligned} H &= V_{p_\pi}^B + V_{p_\nu}^B + V_{\pi\nu}^B \\ &= E_{0_\nu}^{(N_\nu)} + \varepsilon_\nu \hat{N}_{d_\nu} + c_\nu \frac{1}{2} \hat{N}_{d_\nu} (\hat{N}_{d_\nu} - 1) + E_{0_\pi}^{(N_\pi)} + \varepsilon_\pi \hat{N}_{d_\pi} + c_\pi \frac{1}{2} \hat{N}_{d_\pi} (\hat{N}_{d_\pi} - 1) \\ &\quad - \kappa(Q_\pi \cdot Q_\nu) \end{aligned} \quad (3.75)$$

olarak elde edilir. Hamiltoniyendeki terimler

$$Q_\tau = d_\tau^+ s_\tau + s_\tau^+ \tilde{d}_\tau + \chi [d_\tau^+ \tilde{d}_\tau]^{(2)} \quad \tau = \pi, \nu \quad (3.76)$$

$$\begin{aligned} \kappa &= -f q_{1_\pi} (N_\pi) q_{1_\nu} (N_\nu) \\ &= \kappa_0 \sqrt{\frac{\Omega_\pi - N_\pi}{\Omega_\pi - 1}} \sqrt{\frac{\Omega_\nu - N_\nu}{\Omega_\nu - 1}} \end{aligned} \quad (3.77)$$

ve

$$\kappa_0 = -f q_{1_\pi} (N_\pi = 1) q_{1_\nu} (N_\nu = 1) \quad (3.78)$$

ile verilir.



(3.75) Hamiltoniyenine Majorana etkileşmesinin eklenmesiyle Talmi Hamiltoniyeni

$$\begin{aligned}
 H = & E_{0_v}^{(N_v)} + \varepsilon_v \hat{N}_{d_v} + c_v \frac{1}{2} \hat{N}_{d_v} (\hat{N}_{d_v} - 1) + E_{0_\pi}^{(N_\pi)} + \varepsilon_\pi \hat{N}_{d_\pi} + c_\pi \frac{1}{2} \hat{N}_{d_\pi} (\hat{N}_{d_\pi} - 1) \\
 & - \kappa(Q_\pi \cdot Q_v) + \lambda' M_{\pi v}
 \end{aligned} \tag{3.79}$$

elde edilir. Burada  $\lambda'$  parametresi Majorana etkileşme şiddetidir. Çekirdeğin enerji değerlerinin hesaplanmasında ise genellikle bu Hamiltoniyen kullanılır.

#### 4. Gd ve Sm İZOTOPLARININ BAZI NÜKLEER ÖZELLİKLERİ

Genel olarak geçiş bölgesinde bulunan bir çekirdeğin nükleer özellikleri karmaşık bir yapıda olduğundan bilim adamlarının oldukça ilgisini çekmiş ve bu çekirdekler birçok deneysel ve teorik çalışmanın odağı olmuştur. Daha öncede bahsedildiği gibi birçok model tarafından geçiş bölgesindeki çekirdeklerin özellikleri açıklanmaya çalışılmıştır. Ancak yapılan teorik çalışmalar doğrultusunda geçiş bölgesi çekirdeklerinin nükleer özelliklerinin açıklanmasında Etkileşen Bozon Modeli en güçlü ve en iyi model olmuştur.

Geçiş bölgesi olarak bahsettiğimiz bölge 3 farklı biçimde ifade edilir. Nd, Sm ve Gd çekirdeklerinin bulunduğu bölge hafif geçiş bölgesi olarak adlandırılır. Bu geçiş bölgesinde hafif izotopdan daha ağır izotoplara gidildikçe küresel simetrik yapıda prolate deforme şekle geçiş gözlenir. Bu bölge U(5)-SU(3) geçiş bölgesi olarak ifade edilir.

Ru, Pb çekirdeklerinin bulunduğu geçiş bölgesinde ise hafif izotoplardan daha ağır izotoplara doğru gidildikçe küresel simetrik yapıdan  $\gamma$ -kararsız yapıya geçiş söz konusudur. Bu geçiş bölgesi U(5)-O(6) geçiş bölgesi olarak ifade edilir.

Os-Pt geçiş bölgesinde ise hafif izotoplardan daha ağır izotoplara doğru gidildikçe iyi deforme olmuş bölgeden  $\gamma$ -kararsız bölgesine geçiş görülür. Bu SU(3)-O(6) geçiş bölgesi olarak adlandırılır.

Yukarıda ifade edilen geçiş bölgelerinde bulunan çekirdekler, geçiş çekirdekleri olarak ifade edilirler. Bu çekirdeklerin karmaşık yapısını incelemek üzere birçok teorik model ortaya konulmuştur. Bu modeller içerisinde Etkileşen Bozon Modeli (IBM) geçiş çekirdeklerinin nükleer özelliklerini daha iyi açıklayabilmektedir.

Üç farklı geçiş bölgesinde bulunan çekirdeklerin nükleer özelliklerinin teorik olarak hesaplanabilmesi için PHINT ve NPBOS bilgisayar kodları yoğun olarak kullanılmaktadır. PHINT modelin ilk versiyonu için tasarlanmış ve kullanılmıştır. PHINT ile yapılan çalışmalarda özellikle yüksek enerjili seviyelerin enerjilerinin belirlenmesinde deneysel değerlerden uzağa düşülmüştür. Bu sonuçların, izotopların diğer nükleer özelliklerinin hesaplamalarına da yansıdığı görülmektedir. NPBOS ise IBM-2 modelinin öngörülerine göre oluşturulmuş bir bilgisayar programıdır.

Teorik ve deneysel çalışmalar deforme bölge ( $150 < A < 190$ ) girişimde bulunan Sm ve Gd izotoplarının IBM'in U(5)-SU(3) geçiş bölgesinde iyi bir şekilde açıklandığını ortaya

koymaktadır. Bu nedenle IBM-2 ile elde edilen sonuçların deneysel verilerle diğer teorik çalışmalara kıyasla daha uyumlu olmasını öngörebiliriz.

Sm ve Gd izotoplarının enerji seviyelerini,  $B(E2)$  geçiş olasılıklarını ve  $|\delta(E2/M1)|$  karışım oranlarını hesaplamak için 13 parametreye sahip

$$H = \epsilon_d (n_{dv} + n_{d\pi}) + \kappa(Q_v \cdot Q_\pi) + M_{v\pi} + V_{vv} + V_{\pi\pi}$$

Hamiltoniyeni kullanılmıştır. Bu parametreler  $\epsilon_d$ ,  $\kappa$ ,  $\chi_v$ ,  $\chi_\pi$ ,  $\epsilon_i$  ( $i=1, 2, 3$ ),  $c_{jv}$  ( $j=0, 2, 4$ ) ve  $c_{j\pi}$  ( $j=0, 2, 4$ ) dir. Proton bozonları (parçacık) sayısı  $N_\pi = (N_p - 50)/2$  ve nötron bozon (boşluk) sayısı  $N_v = (82 - N_n)/2$  ile belirlenmiştir. Hesaplamalarda kullanılan parametreler aşağıdaki çizelgede not edilmiştir:

Çekirdek	$N_\pi$	$N_v$	$\epsilon$ (keV)	$\kappa$ (keV)	$\chi_v$	$\chi_\pi$	$C_{0v,\pi}, C_{2v,\pi}, C_{4v,\pi}$ (keV)	$\epsilon_1=\epsilon_2=\epsilon_3$ (keV)
$^{150}\text{Sm}$	3	6	550	-38	-0.3	-1.6	0,0,0	225
$^{152}\text{Sm}$	4	6	500	-40	-0.4	-1.6	0,0,0	225
$^{152}\text{Gd}$	3	7	540	-30	-0.2	-1.7	0,0,0	200
$^{154}\text{Gd}$	4	7	520	-34	-0.2	-1.6	0,0,0	200

#### 4.1 $^{150}\text{Sm}$ Çekirdeği

Küresel simetriye sahip çekirdekler ile deforme olmuş çekirdekler arasındaki geçiş bölgesinde görülen bu çekirdeğin spektrumu ne tam vibrasyonel nede tam rotasyoneldir[34]. N nötron sayısını göstermek üzere  $N= 88-90$  bölgesinde görülen vibrasyonel spektrumdan rotasyonel spektruma geçiş birçok bilim adamının ilgisini çekmiş ve bu bölge içerisinde yer alan  $^{150}\text{Sm}$  izotopu üzerinde de birçok teorik ve deneysel araştırmalar yapılmıştır.

$^{150}\text{Sm}$ ' de temel hal bandı, beta bandı ve gama bandı enerji seviyelerine ait deneysel değerler çizelge 4.1 'de verilmiştir.

**Çizelge 4.1**  $^{150}\text{Sm}$  'nin Enerji Seviyeleri

Band Yapısı	Spin Parite	Deneysel Enerji Değerleri[41] (keV)	Bu Çalışma IBM-2 (keV)
Temel Hal Bandı	$0^+$	0	0
	$2^+$	334	334
	$4^+$	773	774
	$6^+$	1279	1276
	$8^+$	1837	1833
Beta Bandı	$0^+$	740	741
	$2^+$	1046	1050
	$4^+$	1449	1461
Gama Bandı	$2^+$	1194	1193
	$3^+$	1505	1510
	$4^+$	1643	1652
	$5^+$	2095	2091

#### 4.1.1 $^{150}\text{Sm}$ Çekirdeğinin Kutupsal Karışım Oranları

Çizelge 4.2 de enerji seviyelerine karşılık gelen elektromanyetik geçişler için

$|\delta(E2/M1)|$  için karışım oranları verildi.

Çizelge 4.2  $^{150}\text{Sm}$  İzotopu için  $|\delta(E2/M1)|$  karışım oranları

Başlangıç Seviyesi (keV)	Geçiş Enerjisi (keV)	Spin $I_i^\pi$	Parite $I_f^\pi$	$ \delta(E2/M1) $ Deneysel Çalışmalar	$ \delta(E2/M1) $ Diğer Teorik Çalışmalar	$ \delta(E2/M1) $ Bu Çalışma IBM-2
1046	712.2	$2^+$	$2^+$	4.1 (+1, -3) [35] 4.4 (+0.5, -0.6) [50] 4.7 (+1.2, -0.8) [50] 4.9 $\pm$ 0.5 [39]	1.8 [40] 2.82 $\pm$ 0.74 [41] 4.1 [25] 11.4 [43] ---	4.60
1194.0	860.0	$2^+$	$2^+$	3.4 (+0.9, -0.7) [50] 3.4 (+0.8, -0.6) [50] 3.48 (+0.82, -0.59) [39] 7 (+4, -2) [35]	0.2 [25] 3.40 $\pm$ 0.70 [41] 6.7 [40] 57.7 [43] ---	3,45
1417.3	1083.3	$2^+$	$2^+$	---	4.28 $\pm$ 1.14 [41] 6.3 [43]	5,03
1449.1	675.8	$4^+$	$4^+$	1.3 $\pm$ 0.3 [39]	1.3 [40] 1.40 $\pm$ 0.36 [41] 3.4 [25]	1,33
1504.5	1170.1	$3^+$	$2^+$	3.6 (+1.7, -1.0) [39]	3.8 [40] 4,30 $\pm$ 1.15[41] 27.4 [25] 221.0 [43]	3,67
	731.2	$3^+$	$4^+$	13 (+ $\infty$ , -7) [52]	1.97 $\pm$ 0.53 [41] 9.5 [25] 13.2 [40] 127.4 [43]	13,23
	458.4	$3^+$	$2^+$	---	1.70 $\pm$ 0.44 [41]	1,84
1642.6	869.2	$4^+$	$4^+$	$\delta \geq 0.7$ [52]	0.2 [25] 32.9[43] 1.1[40] 1.79 $\pm$ 0.48[41]	0,91

#### 4.1.2. $^{150}\text{Sm}$ Çekirdeğinin B(E2) Geçiş olasılıkları

$^{150}\text{Sm}$  izotopu için temel hal bandı enerji seviyeleri arasındaki geçiş olasılıkları B(E2;L+2  $\rightarrow$  L) hesaplanarak çizelge 4.3 de verildi.

**Çizelge 4.3**  $^{150}\text{Sm}$  izotopunun B(E2) Geçiş Olasılıkları

$I_i^\pi$	$I_f^\pi$	B(E2) $e^2 b^2$ Deneysel Çalışmalar	B(E2) $e^2 b^2$ Diğer Teorik Çalışmalar	B(E2) $e^2 b^2$ Bu Çalışma IBM-2
2 <sup>+</sup>	0 <sup>+</sup>	0.274[49]	0.29[41]	0,28
4 <sup>+</sup>	2 <sup>+</sup>	0.51[49]	0.52[41] 0,73 [46]	0,52
6 <sup>+</sup>	4 <sup>+</sup>	---	0.68[41]	0,66
8 <sup>+</sup>	6 <sup>+</sup>	---	0.78[41]	0,83

#### 4.2 $^{152}\text{Sm}$ Çekirdeği

$^{152}\text{Sm}$  çekirdeği  $150 \leq A \leq 190$  deforme bölgesinin girişinde bulunur. Tamura ve arkadaşları tarafından (1979) deforme olmuş çekirdekler sınıfında kabul edilen bu çekirdeğin enerji seviyesi, elektromanyetik geçişlerin kutupsal karışım oranları ve bu geçişlere ait B(E2) değerlerini değişik metotlarını inceleyerek belirlemişlerdir.

$^{152}\text{Sm}$ ' de temel hal bandı, beta bandı ve gama bandı enerji seviyelerine ait deneysel değerler çizelge 4.4 'de verilmiştir.

**Çizelge 4.4**  $^{152}\text{Sm}$ 'nin Enerji seviyeleri

Band Yapısı	Spin Parite	Deneysel Enerji Değerleri [41] (keV)	Bu Çalışma IBM-2 (keV)
Temel Hal Bandı	$0^+$	0	0
	$2^+$	121.8	122,34
	$4^+$	366.5	368,00
	$6^+$	707.0	706,13
	$8^+$	1125.0	1129,02
	$10^+$	1609.0	1616,8
	$12^+$	2148.0	2160,1
Beta Bandı	$0^+$	684.8	686,4
	$2^+$	810.5	813,2
	$4^+$	1023.0	1022,
	$6^+$	1311.0	1309,6
	$8^+$	1666.0	1662,6
	$10^+$	2105.0	2107,3
Gama Bandı	$2^+$	1085.8	1084,2
	$3^+$	1233.8	1235,8
	$4^+$	1371.5	1374,0
	$5^+$	1940.5	1944,7
	$6^+$	2191.0	2195,2

**4.2.1.  $^{152}\text{Sm}$  Çekirdeğinin Kutupsal Karışım Oranları**

$^{152}\text{Sm}$  çekirdeğinin enerji seviyeleri arasındaki geçişler IBM-2 ile hesaplanmış ve  $|\delta(E2/M1)|$  kutupsal karışım oranları çizelge 4.5 de verilmiştir.

**Çizelge 4.5**  $^{152}\text{Sm}$  İzotopu İçin  $|\delta(E2/M1)|$  Karışım Oranları

Başlangıç Enerjisi (keV)	Geçiş Enerjisi (keV)	İlk Spin Parite $I_i^\pi$	Son Spin Parite $I_f^\pi$	$ \delta(E2/M1) $ Deneysel Çalışmalar	$ \delta(E2/M1) $ Diğer Teorik Çalışmalar	$ \delta(E2/M1) $ Bu Çalışma IBM-2
810.5	688	2 <sup>+</sup>	2 <sup>+</sup>	8 (+6, -3) [46] 13 (+28, -5) [47]	7.43 ± 0.70[41] 4.1[52] 10.8 [49]	9,47
1023.0	656.5	4 <sup>+</sup>	4 <sup>+</sup>	3.1 (+1.5, -1.4)[48] 2.1 ± 0.3[39]	3.70 ± 0.35[41] 10.2[25]	3,32
1085.8	964.0	2 <sup>+</sup>	2 <sup>+</sup>	10.7 ± 0.6[36] 11.3 ± (+0.8, -0.7) [44] 15.8 (+3.1, -2.2)[51]	10.39 ± 0.97[41] 9.5[40] 24.3[44]	10,94
	275.4	2 <sup>+</sup>	2 <sup>+</sup>	---	2.96 ± 0.27[41]	5,13
1233.8	867.4	3 <sup>+</sup>	4 <sup>+</sup>	6.5 ± 0.3[39] 7.6 (+1.1, -0.9)[48]	6.40 ± 0.60[41] 16.5[44] 17.9[25]	7,22
	1112.0	3 <sup>+</sup>	2 <sup>+</sup>	8.8 (+1.9, -3.2)[38] 21.0 (+5.8, -3.8)[47] 30.0 (+12.0, -7.0)[44]	11.21 ± 1.05[41] 26.6[44] 7.3[25]	15,37
	424.0	3 <sup>+</sup>	2 <sup>+</sup>	---	4.28 ± 0.38[41]	6,03
1252.7	1171.0	2 <sup>+</sup>	2 <sup>+</sup>	---	12.62 ± 1.22[41]	14,11
1371.6	1005.0	4 <sup>+</sup>	4 <sup>+</sup>	6 (+19, -3)[38] 4.5 (+1.2, -2.5)[51] 3.0 (2.4, -1.0)[44]	5.66 ± 0.53[41]	4,42
1940.5	1574.0	5 <sup>+</sup>	4 <sup>+</sup>	---	9.16 ± 0.85[41]	9,83
	1303.0	5 <sup>+</sup>	4 <sup>+</sup>	---	6.28 ± 0.60[41]	6,52
2191.0	1484.0	6 <sup>+</sup>	6 <sup>+</sup>	---	5.71 ± 0.54[41]	6,03

#### 4.2.2 $^{152}\text{Sm}$ Çekirdeğinin B(E2) Geçiş Olasılıkları

$^{152}\text{Sm}$  izotopu için temel hal bandının enerji seviyeleri arasındaki geçiş olasılıkları B(E2;L+2 → L) hesaplanarak çizelge 4.6 da verildi.



**Çizelge 4.6**  $^{152}\text{Sm}$  İzotopunun B(E2) Geçiş Olasılıkları

$I_i^{\pi}$	$I_f^{\pi}$	B(E2) $e^2 b^2$ Deneysel Çalışmalar	B(E2) $e^2 b^2$ Diğer Teorik Çalışmalar	B(E2) $e^2 b^2$ Bu Çalışma IBM-2
$2^+$	$0^+$	0.666 [53] 0.680 [49]	0.66[41] 0.68[49]	0,66
$4^+$	$2^+$	0.999 [24] 1.02 [24]	1.05[41] 0,96 [24]	1,03
$6^+$	$4^+$	1,16 [55] 1.18 [24]	1.11 [41] 1.343 [55]	1,14
$8^+$	$6^+$	1.38 [24] 1.41 [55]	1.02 [24] 1.548 [55] 1.09 [41]	1,35

### 4.3 $^{152}\text{Gd}$ Çekirdeği

$^{152}\text{Gd}$  çekirdeği  $150 \leq A \leq 190$  deforme bölge girişinde başka bir ifadeyle  $N=88$  nötron sayısına sahip bu izotop küresel simetrik yapıdaki çekirdeklerin bulunduğu bölgeyle deforme yapıya sahip çekirdeklerin bulunduğu bölge arasında yer alır ve geçiş çekirdeği olarak adlandırılır. Geçiş çekirdeklerinin enerji seviyeleri ve gama geçişlerinin anlaşılması geçiş bölgesinin yapısı hakkında oldukça önemli bilgiler verir. Bu nedenle bu izotop birçok bilim adamı tarafından deneysel ve teorik metotlarla incelendi.

**Çizelge 4.7**  $^{152}\text{Gd}$ 'nin enerji seviyeleri

Band Yapısı	Spin Parite	Deneysel Enerji Değerleri[41] (keV)	Bu Çalışma IBM-2 (keV)
Temel Hal Bandı	$0^+$	0.0	0
	$2^+$	344.3	345,0
	$4^+$	755.4	754,3
	$6^+$	1227.3	1224,8
	$8^+$	1746.7	1744,2
	$10^+$	2300.4	2296,1
Beta Bandı	$0^+$	615.4	617,0
	$2^+$	930.6	929,18
	$4^+$	1282.3	1284,6
	$6^+$	1668.1	1669,1
	$8^+$	2138.7	2140,0
Gama Bandı	$2^+$	1109.2	1111,2
	$3^+$	1434.0	1433,8
	$4^+$	1550.2	1552,1
	$5^+$	1861.5	1864,3
	$6^+$	1997.8	1999,0
	$7^+$	2394.1	2396,1

#### 4.3.1 $^{152}\text{Gd}$ Çekirdeğinin Kutupsal Karışım Oranları

$^{152}\text{Gd}$  çekirdeği için  $|\delta(E2/M1)|$  kutupsal karışım oranları hesaplanarak Çizelge 4.8 de verilmiştir.

Çizelge 4.8  $^{152}\text{Gd}$  İzotopu için  $|\delta(E2/M1)|$  karışım oranları

Başlangıç Seviyesi (keV)	Geçiş Enerjisi (keV)	İlk Spin Parite $I_i^\pi$	Son Spin Parite $I_f^\pi$	$ \delta(E2/M1) $ Deneysel Çalışmalar	$ \delta(E2/M1) $ Diğer Teorik Çalışmalar	$ \delta(E2/M1) $ Bu Çalışma IBM-2
930.6	568.3	2 <sup>+</sup>	2 <sup>+</sup>	5.4 (+1.5, -2.6) [56] 3.0 ± 0.3[39]	3.4[25] 5.4 ± 2.10[41]	4,87
1109.1	764.9	2 <sup>+</sup>	2 <sup>+</sup>	3.8 ± 0.6[56]	1.3[25] 2.58 ± 0.50[41] 28.0[39]	3,38
1318.4	974.1	2 <sup>+</sup>	2 <sup>+</sup>	-0.33 ≤ δ ≤ 1.41[56] 0.58 ± 0.07[36]	0.09 ± 0.03[41] 1,9[25]	0,72
1434.1	1089.0	3 <sup>+</sup>	2 <sup>+</sup>	18.3 (+10.7, -5.0) [47]	7.6[25] 9.39 ± 3.52[41]	11,53
1605.6	1261.4	2 <sup>+</sup>	2 <sup>+</sup>	$ \delta  \leq 0.10$ [56]	0.11 ± 0.03 [41]	0,09
1692.4	1348.1	3 <sup>+</sup>	2 <sup>+</sup>	13 (+7, -4)[56]	11.62 ± 4,41[41]	12,41
1862.1	1517.8	2 <sup>+</sup>	2 <sup>+</sup>	0.28 ± 0.05[56]	0.14 ± 0.05[41]	0,18
1941.2	1596.9	2 <sup>+</sup>	2 <sup>+</sup>	0.28 ± 0.12[56]	0.15 ± 0.06[41]	0,22
	622.8	2 <sup>+</sup>	2 <sup>+</sup>	2.1 ± 0.3[56] 0.7 ± 0.5[36]	2.10 ± 0.30[41]	1,84
2011.7	1667.4	3 <sup>+</sup>	2 <sup>+</sup>	0.26 ± 0.03 [56]	0.14 ± 0.04 [41]	0,19
2201.6	1857.3	3 <sup>+</sup>	2 <sup>+</sup>	0.07 ± 0.07 [56]	0.15 ± 0.06 [41]	0,09
2246.7	1902.3	3 <sup>+</sup>	2 <sup>+</sup>	0.11 ± 0.04 [56]	0.16 ± 0.06 [41]	0,12
	1137.6	3 <sup>+</sup>	2 <sup>+</sup>	9 ± 2 [56]	9.81 ± 3.73 [41]	10,01
2265.2	1920.9	1 <sup>+</sup>	2 <sup>+</sup>	0.23 ± 0.01 [56]	0.27 ± 0.10 [41]	0,26
	1920.9	2 <sup>+</sup>	2 <sup>+</sup>	0.27 ± 0,03 [56]	0.18 ± 0.07 [41]	
2495.2	2150.0	1 <sup>+</sup>	2 <sup>+</sup>	0.41 ≤ δ ≤ 0.75 [56]	0.30 ± 0.11 [41]	0,54
2529.3	2185.0	3 <sup>+</sup>	2 <sup>+</sup>	0.15 ≤  δ  [56]	0.19 ± 0.05 [41]	0,17
2687.3	2342.8	2 <sup>+</sup>	2 <sup>+</sup>	δ ≤ 0.2 [56]	0.20 ± 0.06 [41]	0,10
2709.4	2365.3	2 <sup>+</sup>	2 <sup>+</sup>	δ ≤ 0.25 [56]	0.21 ± 0.06 [41]	0,20
	1778.6	2 <sup>+</sup>	2 <sup>+</sup>	5.9 (+7, -2.2) [56]	6.00 ± 1.50 [41]	6,02
2719.8	2375.3	2 <sup>+</sup>	2 <sup>+</sup>	0.15 ± 0.08 [56]	0.21 ± 0.06[41]	0,16
	1789.0	2 <sup>+</sup>	2 <sup>+</sup>	0.26 ± 0.07 [56]	0.16 ± 0.05 [41]	0,23

### 4.3.2 $^{152}\text{Gd}$ Çekirdeğinin B(E2) Geçiş Olasılıkları

$^{152}\text{Gd}$  izotopunun taban durumu bandı enerji seviyeleri arasındaki geçiş olasılıkları B(E2;L+2  $\rightarrow$  L) hesaplanarak Çizelge 4.9 da verildi.

**Çizelge 4.9**  $^{152}\text{Gd}$  izotopunun B(E2) geçiş olasılıkları

$I_i^{\pi}$	$I_f^{\pi}$	B(E2) $e^2 b^2$ Deneysel Çalışmalar	B(E2) $e^2 b^2$ Diğer Teorik Çalışmalar	B(E2) $e^2 b^2$ Bu Çalışma (IBM-2)
2 <sup>+</sup>	0 <sup>+</sup>	0.33 $\pm$ 0.02 [58]	0.32 [41]	0,34
4 <sup>+</sup>	2 <sup>+</sup>	0.64 $\pm$ 0.06 [58]	0.62 [57] 0.58 [41]	0,66
6 <sup>+</sup>	4 <sup>+</sup>	0.95 $\pm$ 0.19 [58]	0.77 [41]	0,88
8 <sup>+</sup>	6 <sup>+</sup>	---	1.06 [41]	1,11

### 4.4 $^{154}\text{Gd}$ Çekirdeği

$^{154}\text{Gd}$  çekirdeği A=158 civarında ve N=90 nötron sayısına sahip ve rotor özelliği gösteren deforme olmuş Gadolinyum izotoplarının birincisidir. Bu izotop için son zamanlarda deneysel ve teorik olarak çekirdeğin enerji seviyesi, bu seviyeler arasında elektromanyetik geçişlerin karışım oranları, B(E2) geçiş olasılıkları ayrıntılı bir şekilde incelenmiştir.

**Çizelge 4.10**  $^{154}\text{Gd}$  Çekirdeği

Band Yapısı	Spin Parite	Deneysel Enerji Değerleri[41] (keV)	Bu Çalışma IBM-2 (keV)
Temel Hal Bandı	0 <sup>+</sup>	0.0	0
	2 <sup>+</sup>	123.0	123,4
	4 <sup>+</sup>	371.1	372
	6 <sup>+</sup>	717.8	718,9
	8 <sup>+</sup>	1144.5	1143,8
	10 <sup>+</sup>	1637.2	1635,6
Beta Bandı	0 <sup>+</sup>	680.7	680,6
	2 <sup>+</sup>	815.6	815,4
	4 <sup>+</sup>	1047.7	1046,9
	6 <sup>+</sup>	1365.9	1366,2
	8 <sup>+</sup>	1756.7	1758,8
	10 <sup>+</sup>	2194.5	2196,1
Gama Bandı	2 <sup>+</sup>	996.3	996,5
	3 <sup>+</sup>	1127.9	1127,3
	4 <sup>+</sup>	1263.9	1263,5
	5 <sup>+</sup>	1432.3	1435,1
	6 <sup>+</sup>	1606.6	1608,2
	7 <sup>+</sup>	1810.3	1811,3

#### 4.4.1. $^{154}\text{Gd}$ Çekirdeğinin Kutupsal Karışım Oranları

$^{154}\text{Gd}$  çekirdeği için  $|\delta(E2/M1)|$  kutupsal karışım oranları hesaplanarak Çizelge 4.11 de verilmiştir.

Çizelge 4.11 <sup>154</sup>Gd İzotopu için  $|\delta(E2/M1)|$  karışım oranları

Başlangıç Seviyesi (keV)	Geçiş Enerjisi (keV)	İlk Spin Parite $I_i^\pi$	Son Spin Parite $I_f^\pi$	$ \delta(E2/M1) $ Deneysel Çalışmalar	$ \delta(E2/M1) $ Diğer Teorik Çalışmalar	$ \delta(E2/M1) $ Bu Çalışma IBM-2
815.5	693	2 <sup>+</sup>	2 <sup>+</sup>	8.3 (+1.5 , -1.1) [39] 10.2 (+5.1 , -2.6) [60]	5.0 [39] 8.6 [59] 7.78 ± 2.00 [41]	8,81
996.3	873	2 <sup>+</sup>	2 <sup>+</sup>	9.7 ± 0.5 [39] 11.7 (+3.2 , -2.1) [60]	24.5 [25] 41.0 [39] 9.80 ± 2.25 [41]	9,84
	181	2 <sup>+</sup>	2 <sup>+</sup>	---	2.03 ± 0.53 [41]	2,10
1047.7	677	4 <sup>+</sup>	4 <sup>+</sup>	1.3 ≤ δ ≤ 8.8 [60]	4.8 [25] 3.97 ± 1.02 [41]	4.01
1127.9	1005	3 <sup>+</sup>	2 <sup>+</sup>	7,5 ± 0.4 [39]	128.0 [39] 10.55 ± 2.73 [41]	9,16
1263.9	757	3 <sup>+</sup>	4 <sup>+</sup>	5.6 ± 0.2 [39]	5.80 ± 1.50 [41]	5,43
	312	3 <sup>+</sup>	2 <sup>+</sup>	---	1.09 ± 0.35[41]	1.22
	893	4 <sup>+</sup>	4 <sup>+</sup>	4.4 ± 0.5 [60] 4.1 ± 0.4 [39]	5.23 ± 1.36 [41] 12.0 [39]	4.50
1418.4	1296	2 <sup>+</sup>	2 <sup>+</sup>	---	14.54 ± 3.76[41]	10.48
	603	2 <sup>+</sup>	2 <sup>+</sup>	---	6.77 ± 1.75 [41]	7.13
	1061	5 <sup>+</sup>	4 <sup>+</sup>	4.3 (+2.6 , -1.2) [61]	3.6 [61] 6.42 ± 1,66 [41]	4,23
1432.3	715	5 <sup>+</sup>	6 <sup>+</sup>	6.9 (+4.2 , -∞) [39]	2.9 [61] 3.59 ± 0.92 [41]	5,17

#### 4.4.2 $^{154}\text{Gd}$ Çekirdeğinin B(E2) Geçiş Olasılıkları

$^{154}\text{Gd}$  izotopu için temel hal bandının enerji seviyeleri arasındaki geçiş olasılıkları B(E2;L+2  $\rightarrow$  L) hesaplanarak çizelge 4.12 de verildi.

**Çizelge 4.12**  $^{154}\text{Gd}$  İzotopunun B(E2) geçiş olasılıkları

$I_i^{\pi}$	$I_f^{\pi}$	B(E2) $e^2 b^2$ Deneysel Çalışmalar	B(E2) $e^2 b^2$ Diğer Teorik Çalışmalar	B(E2) $e^2 b^2$ Bu Çalışma
2 <sup>+</sup>	0 <sup>+</sup>	0.777 $\pm$ 0.23 [45]	0.79[41]	0.77
4 <sup>+</sup>	2 <sup>+</sup>	1.178 $\pm$ 0.039[45] 1.183 $\pm$ 0.038[55]	1.11[41]	1.18
6 <sup>+</sup>	4 <sup>+</sup>	1.16[55]	1.18[41]	1.14
8 <sup>+</sup>	6 <sup>+</sup>	1,50[55]	1.705[55] 1.25[49]	1.66

## 5. TARTIŞMA VE SONUÇLAR

Çekirdeklerin çok kutup karışım oranlarını ifade eden  $\delta(E2/M1)$  değerleri çekirdeklerin buldukları enerji seviyesindeki manyetik ve elektriksel özelliklerini açıklamaya yardımcı olur. Bu oranın büyük olması elektromanyetik geçiş sırasında elektriksel kuadrapol yük dağılımının baskın ve manyetik dipol özelliğinin zayıf olduğunu gösterir. Bu oranın işareti faz anlamı taşıdığı için işareten ziyade büyüklüğü önemlidir.

Ölçümlerin duyarlılığı ile ilgili başka bir önemli konuda bazı çekirdeklerin beta ve gama bantlarının bozunma yarı-ömürlerinin birkaç dakika gibi kısa olmasıdır. Bu durum özel veri toplama ve deneysel standın kurulmasını gerektirir. Burada yapılabilecek en önemli düzeltme, bozunumun incelenmesi sırasında geçen zaman üzerinde hesaplamalarda integral methodu ile yapılabilecek bir düzeltmedir. Bazı araştırmacılar bunu yapmamakta ve deney hatalarının artmasına sebep olmaktadır. Elektronik sistemin ayarı ile buna benzer bir düzeltme yapılabilir.

Bu çalışmada,  $^{150-152}Sm$  ve  $^{152-154}Gd$  izotoplarına ait enerji seviyeleri, temel hal bandı için  $B(E2)$  geçiş olasılıkları ve temel hal bandı ve karışık durumların  $|\delta(E2/M1)|$  karışım oranları IBM-2 modeli çerçevesinde NPBOS programı kullanılarak hesaplanmıştır. İzotopların yukarıda anılan elektromanyetik deneysel ve diğer teorik hesaplamaların geçiş bölgeleri için yapılan araştırmalar sonucu ortaya konulan ve IBM-2 modelinin güçlü sistematik tavrının Sm ve Gd izotopları içinde devam edip etmediğine cevap aranmıştır. Elde edilen teorik sonuçlar, modelin güçlü sistematik davranışının ilgili izotoplar içinde devam ettiğini ortaya koymuştur. IBM-2 ile yapılan hesaplamaların IBM-1 ile yapılan hesaplamalara göre çok daha iyi bir şekilde deneyle uyum içinde olduğu görülmektedir. Yüksek enerjili seviyelerin enerjilerinin belirlenmesinde IBM-2 ile yaptığımız hesaplamaların, diğer hesaplamalara göre belirgin bir şekilde deneysel değerlerle uyumlu olduğu gözlenmektedir. Bunun nedeni NPBOS programında kullanılan parametrelerin sayısının hem fazla olması, hem de parametrenin sayısal değerlerinin yeterince iyi seçilmiş olmasından kaynaklanmaktadır.

$|\delta(E2/M1)|$  karışım oranları için deneysel olarak şimdiye kadar ölçülememiş değerlerde teorik olarak hesaplanmıştır. Hesaplanan bu teorik sonuçların şimdilik deneysel alt yapının yeterli düzeyde olmamasından dolayı ölçülemeyen deneysel değerlerin belirlenmesinde iyi bir ölçü olacağını ümit ediyorum.



Hesaplanmış  $B(E2)$  değerlerinin farklı kaynaklardan alınan deneysel değerlerle uyumu çok iyi olmakla birlikte aynı derecede tatmin edicidir. Bu nedeni etkin yükün seçimi ile yakından ilgilidir. Çünkü  $B(E2)$  değerleri etkin yüklerin alanıyla orantılıdır.

Nükleer Fizik açısından önemli konulardan biri de nükleer yapının açık ve net bir şekilde anlaşılmasıdır. Bu ise ancak nükleonların çekirdek içerisinde oluşturdukları sistemin etkileşiminin tam olarak açıklanması ve eksiksiz gösterimi ile mümkündür. Henüz bu problem orta ağırlıktaki çekirdekler için çözülmemiştir. Daha basit bir çözüme ve modele gereksinim vardır. Bu model bilinen önemli fiziksel karakteristikleri açıklayabilmeli, ve çekirdeklerin çeşitli gözlenebilir özelliklerini öngörebilmelidir. Bunlara ek olarak içerdiği parametreler, çekirdeğin esas biçimini ve iç özelliklerini açık bir fikir verecek şekilde seçilmelidir. Bir modelin kabul edilebilirliği, gerçeği ne kadar yansıttığına bağlıdır. Bunun anlaşılmasının en iyi yolu, o modelin sonuçlarının ve gösterimlerinin deneysel verilerle karşılaştırılmasıdır. Bazı olumsuzluklara rağmen genelde tatmin edici, uyumlu, isabetli sonuçlar elde edilmiştir. Uygulanan yöntem başarılı bir şekilde bütün izotoplara uygulanmıştır.

## KAYNAKLAR DİZİNİ

- [1] Atam, P. A., 1970, Fundamentals of Nuclear Phys.C, Coprigh 1966 by Allyn and Bacon Inc, Atlantic Avena Boston, 1-470.
- [2] Malmier, P., and Shellton, E., 1970, "Physics of Nuclei and Particles", Academic Press Inc. New York, 1-207.
- [3] Arima, A., and Iachello F., 2000, "Interacting Boson Model of Collective States I. The Vibrational Limit", Annals of Phys.V.281, pp. 2- 64.
- [4] Arima, A., and Iachello, F., 1975, "Collective Nuclear States As Representations of a SU(6) Group", Phys. Rev. Lett. 35, 1069
- [5] Arima, A., and Iachello, F., 1976, "Interacting Boson Model of Collective Nuclear States (The Vibrational Limit)", Ann. Phys. (N.Y.) 99, 253.
- [6] Arima, A., and Iachello, F., 1978, "Interacting Boson Model of Collective Nuclear States (The Rotational Limit)", Ann. Phys. (N.Y.) 111, 201.
- [7] Arima, A. et.al., 1977, Phys. Rev. 98, 212.
- [8] Arima, A., and Iachello, F., 1979, "Interacting Boson Model of Collective Nuclear States (The O(6) Limit)", Ann. Phys. (N.Y.) 123, 468.
- [9] Elliot, J. P., 1958 b, "Collective Motion in the Nuclear Shell Model II.The Introduction of Intrinsic Wawe-Functions", Proc. R. Soc. London, Ser. A 245, 562.
- [10] Elliot, J. P., 1958 a, "Collective Motion in the Nuclear Shell Model I. Classification Schemes for States of Mixed Configurations", Proc. R. Soc. London, Ser. A 245, 128.
- [11] Van Isacker, P. et. al., 1984, Ann. Phys. (N.Y.) 157, 183.
- [12] Van Isacker, P., and Lipas, P., 1985, Phys. Rev. C 31, 1546
- [13] Van Isacker, P. et al., 1985, Phys. Rev. Lett. 54, 653.
- [14] Talmi, I., 1993, "Simple Models of Complex Nuclei", Harwood Academic Publihers, Switzerland.
- [15] Talmi, I., 1983, "Progress in Particle and Nuclear Physics", V.9., Pergamon, Oxford,
- [16] Casten, R. F., D.D.Warner., 1988, "Interacting Boson Approximation", Rev.Mod.Phys.60,389.

### KAYNAKLAR DİZİNİ (devamı)

- [17] Casten, R. F. et.al., 1993, “ Algebraic Approaches to Nuclear Structure”, Harwood Academic Publishers, New York.
- [18] Iachello, F., Talmi, I., 1987, “Shell Model Foundations of the Interacting Boson Model”, Rev.of Modern Phys. 59,2,339
- [19] Iachello, F., and Arima, A., 1974, Phys. Rev. Lett. B 53, 309.
- [20] Iachello, F., 1979, Group Theory and Nuclear Spectroscopy, Lecture Notes In Physics, Michigan, Chap. 5, 140
- [21] Iachello, F., and Arima, A., 1987, “Interacting Boson Model”, Cambridge Univ. Press, Cambridge, England
- [22] Wood, L., and Morrison, I., 1985, J. Phys. G. 11, L 201.
- [23] Lipas, P.O., 1984, “International Review of Nuclear Physics”, V.2., World Scientific, Singapore, 175.
- [24] Lipas, P.O., Hammaren, E., and Toivonen, P., 1984, “IBM-1 Calculations of E2/M1 Mixing Ratios in  $^{154}\text{Gd}$ ”, Phys. Lett. 139B, 1, 2, 10-14.
- [25] Lipas, P.O., Toivonen, P., and Hammaren, E., 1987, “IBM-1 Calculations of E2/M1 Mixing Ratios”, Nucl. Phys. A469, 348-368.
- [26] Popov, V.S., and Perelemov, A.M., 1967, Sov. J. Nucl. Phys. 5, 489.
- [27] Eisenberg, J.M., and Greiner, 1970, Nuclear Theory, V.1, North-Holland, Amsterdam.
- [28] Sambarato, M., and Dieperink, A.E.L., 1981, Phys.Lett. B, 107,249.
- [29] De Shalit, A., and Feshbach, H., 1974, “Theoretical Nuclear Physics”, Wiley, New York
- [30] Dieperink, A.E.D., and Bijker, R., 1982, Phys. Lett. B 116, 77.
- [31] Scholten, O., 1980, Ph. D Thesis, Kernfisch Versneller Instituut, Groningen.
- [32] Otsuka, T. et.al., 1978, Ann. Phys.(N.Y.) 115, 325.
- [33] Bohr, A., and Mottelson, B.R., 1953, K. Dan. Vidensk. Selsk. Mat. Fys. Medd. 27, No:16.

### KAYNAKLAR DİZİNİ (devamı)

- [34] Bhardwaj, S.k., Gupta, K.K, Gupta, J.B., and Gupta , D.K., 1983, “Rotation- Vibration Description and Transitional Nuclei”, Phys.Rev. C27, 2, 872-881.
- [35] Reddingius, E. R. And Postma, H., 1969, “Directional Anisotropy of Capture Gamma Rays from AAligned  $^{149}\text{Sm}$  Nuclei”, Nucl. Phys. A137, 389-416.
- [36] Kalfas, C.A., Hamilton, W.D. and Doubt, H.A., 1973, “Multipole Mixing Ratios of Electromagnetic Transitions in  $^{152}\text{Sm}$ ”, J. Phys. A: Match., Nucl. Gen., 6, 247-264
- [37] Kalfas, C.A., Xenoulis, A. Aand Paradellis, T., 1975, “Transitional Nuclei:  $^{150}\text{Sm}$  from the Decay of  $^{150}\text{Pm}$ ”, J. Phys. G: Nucl. Phys. 1, 6, 613-622.
- [38] Lange, J., 1971, in Proceedings of the International Conference on Angular Correlation in Nuclear Disintegration” Ed. By Van Krugten, H. And Van Hooijen, B., Rotterdam Univ. Pres, Groningen, 242-245.
- [39] Lange J., Kumar, K., Hamilton, J.H, 1982, “E0-E2-M1 Multipole Admixtures of Transitions in Even- Even Nuclei”, Rev. Modern Phys. 54, 1, 119-194.
- [40] Suhonen, J., 1987, “EPM Calculations of E2/M1 Mixing Ratios for Even Samarium Isotopes n  $^{146-152}\text{Sm}$ “, Phys. Lett. B193, 4, 405-409.
- [41] Küçükburşa, A., 1992, 150<A<190 Deforme Bölge Girişindeki Bazı Çift Çift Çekirdeklerin Elektromanyetik Geçişlerinin Çokkutuplu Karışım Oranlarının İncelenmesi, Doktora tezi Ç.Ü Fen Bilimleri Enstitüsü 60-184
- [42] Nwachuku, C.O., and Rashid, M.A., 1977, J. Math. Phys. 18, 1387.
- [43] Kumar, K., and Baranger M., 1968, “Nuclear Deformations in the Pairing- Plus-Quadrupole Model (static nuclear shapes in the rare-earth region )”, Nucl.Phys. A110, 529-554.
- [44] Kumar. K., 1974, “Collective Hamiltonian Derived from the Pairing –Plus-Quadrupole Model”, Nucl. Phys. A231, 189-232
- [45] Gupta, J.B., Kumar, K., 1981, “On a Delicate Balance of Pairing and Quadrupole Forces in  $^{150}\text{Sm}$  and a Recalculation of E0/E2 Moments”. J. Phys. G: Nucl. Phys. 7, 673-685.
- [46] Doningos, J.M.,Symons, G.D., Douglas, A.C., 1974, ”Experimental Study of Collective Peoperties of  $^{152}\text{Sm}$  by Multipole Coulomb Excitation”, Phys.Rev. C10, 250-262.

### KAYNAKLAR DİZİNİ (devamı)

- [47] Yamada, S., Selvi, S., and Iimura, H., 1985, "Multipole Mixing Ratios of Transitions in  $^{152}\text{Sm}$  and  $^{152}\text{Gd}$  Following the  $^{152}\text{Eu}$  Decay", Annu. Rep. Res. Reactor Inst. Jyoto Univ. 18, 149-153
- [48] Ramayya, A.V., Lourens, W., Van Hootjen, B. and Van Krugten, 1971, "in Proceedings of the international Conference on Angular Correlation in Nuclear Disintegration" Ed.by Van Krugten, H. And Van Hooijen, B., Rotterdam Univ. Pres, Groningen, 245-250.
- [49] Tamura, T., Weeks, k., Kishimoto, T., 1979, "Sixth- Order Boson Expansion Calculations Applied to Samarium Isotopes", Phys. Rev. C20, 1, 307-324.
- [50] Hoshi, M., Shimoshige, T. and Yoshizawa, Y., 1977, "Nuclear Structure Study of  $^{150}\text{Sm}$ ", J. Phys. Soc. Jpn. 42, 1091-1097.
- [51] Helppi, H., and Hattula, J., 1970, " Multipole Character of some Gamma Transition Strength in  $^{152}\text{Sm}$ ", Phys. Sr. 2, 155-158
- [52] Smither, R.K., 1966, "Gamma- Ray Spectrum from Thermal- Neutron Capture in  $^{149}\text{Sm}$  and Associated Energy Levels in  $^{150}\text{Sm}$ " Phys. Rev. 150, 3, 964-984.
- [53] Sakamoto, H., Kishimoto, T., 1991, "Microscopic Analysis of Nuclear Collective Motions in terms of the Boson Expansion Theory", Nucl. Phys. A528, 73-143
- [54] Warner, D.D., 1981, Phys. Rev. Lett. 47, 1819.
- [55] Varshney, A.K., Tyagi, R.K., Prasad, R., and Gupta, D.K., 1988, "B(E2) Values for Transitions from High-Spin States in Deformed Even-Even Nuclei", Il Nuovo Cimento, 99 A, 1, 1-8.
- [56] Tagziria, H., Elahrash, M., Hamilton, W.D., Finger, M., John, J., Malinsky, P. and Pavlov, V.N., 1990, "The Role of the  $C_L$  Parameters in IBM-2 as Exemplified by the Nuclear Structure of  $^{152}\text{Gd}$ ", J. Phys. G: Nucl. Part. 16, 1323-1338
- [57] Grotdal, T., Nybo, K., and Thorsteinsen, T.i 1968, "Collective Vibrational States in Even Dy Nuclei", Nucl. Phys.A110, 385-399.
- [58] Backlin, A., 1980, Nucl. Data Sheets, 30, 1- 169
- [59] Kuyucak, S., and Morrison, I., 1988, "M1 Transitions the Boson Model", Phys. Lett. B 202, 2, 169-173

**KAYNAKLAR DİZİNİ (devamı)**

- [60] Whitlock, L.C., Hamilton, J.H. and Ramayya, A.V., 1971, "Multipole Admixtures of Transitions from Beta, Gamma, and Octupole Vibrational States in  $^{154}\text{Gd}$ ", Phys. Rev. C3, 1, 313-325
- [61] Girit, C., Hamilton, W.D., and Kalfas, C.A., 1983, Multipole Mixing Ratios of Transitions in  $^{154}\text{Gd}$ ", J. Phys. G: Nucl. Phys. 9, 797-821