

$\lambda\pi = 0 - \beta$ GEÇİŞ MATRİS ELEMANLARININ
KUAZİ PARÇACIK UZAYINDA
HESAPLANMASI
Saffet BAYSAL
Yüksek Lisans Tezi
Temmuz – 2008

**$\lambda\pi = 0 - \beta$ GEÇİŞ MATRİS ELEMANLARININ
KUAZİ PARÇACIK UZAYINDA HESAPLANMASI**

Saffet BAYSAL

Dumlupınar Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Lisansüstü Yönetmeliği Uyarınca
Fizik Anabilim Dalında
YÜKSEK LİSANS TEZİ
Olarak Hazırlanmıştır.

Danışman: Yrd. Doç. Dr. Kaan MANİSA

Temmuz – 2008

KABUL ve ONAY SAYFASI

Saffet BAYSAL'ın YÜKSEK LİSANS tezi olarak hazırladığı “ $\lambda\pi = 0 - \beta^-$ Geçiş Matris Elemanlarının Kuazi Parçacık Uzayında Hesaplanması” başlıklı bu çalışma, jürimizce lisansüstü yönetmeliğin ilgili maddeleri uyarınca değerlendirilerek kabul edilmiştir.

/ /2008

Üye : Prof. Dr. Atalay KÜÇÜKBURSA

Üye : Doç. Dr. Asım OLGUN

Üye : Yrd. Doç. Dr. Kaan MANİSA (Danışman)

Fen Bilimleri Enstitüsün Yönetim Kurulu'nun/...../..... gün ve sayılı kararıyla onaylanmıştır.

Prof. Dr. M. Sabri ÖZYURT
Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

**“ $\lambda\pi = 0 - \beta^-$ GEÇİŞ MATRİS ELEMANLARININ
KUAZİ PARÇACIK UZAYINDA HESAPLANMASI”**

Saffet BAYSAL

Fizik Bölümü, Yüksek Lisans Tezi, 2008
Tez Danışmanı: Yrd. Doç. Dr. Kaan MANİSA

ÖZET

Bu çalışmada $\lambda\pi = 0 -$ birinci yasaklı beta bozunum geçişleri için, momentlerin matris elemanları incelenmiştir. İlk olarak relativistik ve relativistik olmayan beta momentleri analitik olarak hesaplanmış ve $0^- \leftrightarrow 0^+$ birinci yasaklı $\beta^- (\lambda\pi = 0 -)$ bozunum geçişleri için ifadeler verilmiştir. Bu çalışmada analitik olarak elde edilen hesaplamalar, diğer birinci yasaklı beta geçişlerinin matris elemanlarının hesaplanmasında faydalı olacaktır.

Anahtar Kelimeler: Birinci yasaklı beta bozunum geçişleri.

CALCULATION OF MATRIX ELEMENTS OF $\lambda\pi = 0 - \beta^-$ TRANSITION IN QUAZI PARTICLE STATE

Saffet BAYSAL

Physics Department, M.S. Thesis, 2008

Thesis Supervisor: Assist. Prof. Kaan MANİSA

SUMMARY

In this study, the matrix elements of the moments for the $\lambda\pi = 0 -$ first forbidden beta decay transitions have been investigated. First, the relativistic beta moment and the non-relativistic beta moment calculated analytically, then the expressions given for $0^- \leftrightarrow 0^+$ first forbidden $\beta^- (\lambda\pi = 0-)$ decay transitions. The results obtained in this study will very usefull for calculations of other matrix elements of first-forbidden beta decay transitions.

Keywords: First forbidden beta decay transitions.

TEŐEKKÜR

Bu çalıőmayı tarafıma öneren ve çalıőmalarım esnasında göstermiő olduğu yakın ilgi ve yönlendirici yardımlarından dolayı büyük bir sabırla bana katlanan tez danıőmanım Sayın Yrd. Doç. Dr. Kaan MANİSA'ya, Őirketten izinlerimi sorunsuzca almamı sağlayan Sayın Yöneticim Ahmet DELİOğLU'na, her türlü desteği için iő arkadaőım Hidayet YILDIRIM'a ve yüksek lisans tez çalıőmalarım sırasında karőılaőtığım her tür zorluğu benimle paylaőıp desteklerini benden esirgemeyen sevgili aileme teőekkürlerimi sunarım.

İÇİNDEKİLER

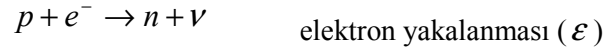
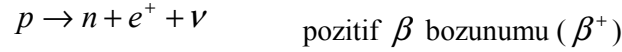
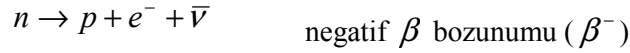
	<u>Sayfa</u>
ÖZET	iv
SUMMARY	v
1.GİRİŞ	1
2. BETA BOZUNUMLARI	3
2.1. Beta Bozunum Enerjisi.....	3
2.2. Beta Bozunum Teorisi	7
3.PARİTE SEÇİM KURALLARI.....	11
3.1. İzinli Geçişler	11
3.2. İzinsiz Geçişler	13
3.3. β Bozunum Yarı Ömürleri.....	16
4. KUAZİ PARÇACIK UZAYINDA β^- GEÇİŞ MATRİS ELEMENLARININ HESAPLANMASI.....	19
4.1. $0^+ \leftrightarrow 0^-$ Birinci Yasaklı β^- Geçiş Operatörünün Relativistik Matris Elemanının Hesaplanması	19
4.2. $0^+ \leftrightarrow 0^-$ Birinci Yasaklı β^- Geçiş Operatörünün Relativistik Olmayan Matris Elemanının Hesaplanması	23
4.3. Kuazi Parçacıkların Hamilton Operatörü.....	26
4.4. Kuazi Parçacık Uzayında $0^+ \leftrightarrow 0^-$ Birinci Yasaklı β^\pm Geçiş Matris Elemanları.....	27
5. TARTIŞMA VE SONUÇ	30
KAYNAKLAR DİZİNİ.....	32

1.GİRİŞ

Çekirdeklerin negatif elektron yayınlamaları ilk gözlenen radyoaktif olaylardan biridir. Bu olayın tersi, yani bir çekirdeğin atom elektronlarından birini yakalaması ise 1938'de Alvarez'in çekirdek tarafından yakalanan atom elektronunun boşalttığı yerin doldurulması sırasında yayınlanan karakteristik X-ışınlarını bulmasına kadar gözlenememiştir. 1934'de Joliot-Curies ilk kez radyoaktif bozunmada pozitif elektron (pozitron) yayınlanması olayını gözlediler. Bundan yalnızca iki yıl sonra pozitron kozmik ışınlarda keşfedildi. Bu üç nükleer olay birbiri ile yakından ilgili olup β bozunumu olarak adlandırılır [1].

En temel β bozunma reaksiyonu, bir protonun bir nötrona veya bir nötronun bir protona dönüşmesidir. Bir çekirdekte β bozunumu hem Z hem de N yi bir birim değiştirir: $Z \rightarrow Z \pm 1$, $N \rightarrow N \pm 1$, böylece, $A = Z + N$ sabit kalır.

Temel β bozunma işlemleri:



Her bir işlemde bir başka parçacık (bir nötrino veya antinötrino) bulunur.

Beta bozunumlarının ayrıntılı olarak incelenmesine götüren önemli nedenler vardır. Bunlar, $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}$, $p \rightarrow n + e^+ + \nu$, veya $p + e^- \rightarrow n + \nu$ gibi beta bozunumlarında bozunum aşamasında oluşan nötrino parçacığının kütlesi ve fiziksel özellikleri, reaksiyonlarda elektrik yükü ve nükleon sayısının korunması, lepton sayısının korunmaması, reaksiyonlarda sağ zayıf lepton akımının var olması olasılığı, ayrıca burada zayıf elektromanyetik ve kuvvetli etkileşimlerin bileşik teorisi olarak ortaya çıkan Grand United Theory (GUT)' nin geliştirilmesi ve çekirdeklerin yapısı hakkında vereceği bilgiler olarak sıralanabilir.

Nükleer yapı alanında yapılan çalışmalara bakıldığında, birinci yasaklı beta bozunumu, önemli bir araştırma konusudur ve çekirdekteki nükleon etkileşmelerinin yapısının daha iyi anlaşılması için beta bozunumları üzerine birçok çalışma yapılmıştır [2-17]. Literatüre bakıldığında izinli ve birinci yasaklı beta bozunum teorisinin içeriği ve bozunumlara eşlik eden nükleer matris elemanları elde edilmeye çalışılmıştır [18-22]. İzinli ve birinci yasaklı beta

bozunum geçişlerinin teorik olarak çalışılması yanında, yarı ömür ve bozunumların kaçınıcı mertebeden olduğunu ifade eden log ft değerlerinin hesaplama yöntemleri üzerine yapılan çalışmalar sürmektedir [23-27].

Çekirdek yapısının mikroskopik olarak incelenmesinde kullanılan yöntemler arasında; Öz Uyumlu Alan Yöntemi, Gren Fonksiyonları Yöntemi, Kuazi Bozon veya Rastgele Faz Yaklaşımı (Random Phase Approximation-RPA) gibi yöntemler vardır. Ağır çekirdeklere kolektif uyarılmaların incelenmesinde bu yöntemlerden en yaygın kullanılanı RPA ve onun kuazi parçacık tasvirindeki QRPA(Quasi Random Phase Approximation) versiyonudur. Burada valans nükleon çiftleri göz önüne alınır. QRPA formalizmi, kuazi-proton yada kuazi- nötron çiftlerini (pp-nn QRPA) oluşturan iki kuazi-parçacık uyarılmasını içerir. Bir çift-çift çekirdeğin uyarılma enerjileri ise temel proton- proton ve nötron-nötron etkileşmesi hakkında bilgi kapsayan RPA matrisini köşegenleştirerek elde edilir [24, 28, 29].

Teorik olarak yapılan çalışmalara bakıldığında, tek parçacık modelde birinci yasaklı beta geçişleri için bulunan değerler deneysel değerlerden büyük olabilmektedir. Bu farklılığı gidermek için, etkileşmede göz önünde tutularak farklı çalışmalar yapılmıştır. O.Civitrese ve arkadaşları tarafından $0^- \leftrightarrow 0^+$ ve $2^- \rightarrow 0^+$ birinci yasaklı beta bozunum geçişleri, yük değişimli titreşimli durumları kapsayan, kolektif etkileri de içerisine alan bir çalışma gerçekleştirilmiştir [30]. Yine bu çalışmalardan başarılı olanlardan biri, nükleonlar arasındaki yük değişimli spin-spin etkileşme kuvvetlerini göz önüne alan QRPA yöntemidir [24]. Civitarese ve Suhonen tarafından daha sonra yapılan çalışma ile; yük değişimli spin-spin etkileşmesi, parçacık- parçacık kanalında da göz önüne alınan pn-QRPA yöntemi, iki- nötrino çift- beta bozunumu yarı ömrüne, birinci yasaklı bozunumların katkıları ve uygun nükleer matris elemanları elde ederek çalışılmış ve başarılı sonuçlar alınmıştır [28].

Biz bu çalışmada tek parçacık yaklaşımı altında $0^+ \leftrightarrow 0^-$ birinci yasaklı beta bozunum geçişleri matris elemanlarını hesaplamaya çalıştık. Hesaplamalarımızda nükleonlar arasındaki çift etkileşme kuvvetlerinin yanında yük değişimli spin dipol-spin dipol etkileşmeleri de dikkate alınmıştır ve Woods- Saxon potansiyeli kullanılmıştır. Bu çalışmamızda, relativistik beta momentini non- relavistik beta momentiyile orantılı varsayıp hesaplamalarımızı yapmak yerine, hem relavistik beta momentinin, hem de non- relavistik beta momentinin doğrudan analitik olarak türetmesini ve hesaplamalarımızda bu modeli baz alarak matris elemanlarımızı hesapladık.

2. BETA BOZUNUMLARI

2.1. Beta Bozunum Enerjisi

1920'li yıllarda, β bozunumu elektronlarının sürekli enerji dağılımına sahip olduğunun deneylerle saptanması oldukça şaşırtıcı bir olguydu. Alfa parçacıkları, ilk ve son durumlar arasındaki kütle enerjisi farkına eşit keskin ve belirgin enerjiyle yayınlanır (geri tepme enerjisi kadar eksik); aynı ilk ve son durumlara sahip α bozunumlarında α (alfa) parçacıkları aynı kinetik enerji ile yayınlanırlar. β parçacıkları, ilk ve son durumlar arasındaki enerji farkına eşit, sıfırdan bir üst sınıra (uç nokta enerjisi) kadar uzanan sürekli enerji dağılımına sahiptir. Eğer β bozunumu, α bozunumu gibi iki- cisim işlemi olsaydı bütün β parçacıklarının tek bir enerjiye sahip olmalarını beklerdik, fakat yayınlanan β parçacıklarının hepsi de daha küçük enerjiye sahiptir. Örneğin, nükleer kütle farkı hesaplandığında ^{210}Bi 'dan yayınlanan β parçacıklarının 1,16 MeV'lik bir kinetik enerjiye sahip olmaları gerekir. Oysa 0'dan 1.16 MeV'e kadar uzanan sürekli bir dağılım gözlenir.

Bu "kayıp" enerji hipotezini açıklamak için şu varsayım öne sürüldü: β 'lar gerçekte 1,16 MeV'lik bir enerji ile yayınlanır. Ancak ölçüm sistemine ulaşmadan önce atom elektronları ile yaptıkları çarpışmalarla enerji kaybederler. Böyle bir olasılık, çok kesin ısı deneyleri ile çürütüldü. Bu deneylerde, bir β kaynağı, bir madde içine yerleştirilerek oluşturduğu ısı etkisi yardımıyla bozunma enerjisi ölçülmektedir. Eğer atom elektronlarına ısı aktarılmış olsaydı bir sıcaklık yükselmesi gözlenmesi gerekirdi [1].

Bu durumu açıklamak için 1931' de Pauli, bozunum sırasında, daha sonra Fermi'nin nötrino adına verdiği ikinci bir parçacığın yaymlandığını ileri sürdü. Nötrino, "eksik" enerjiyi taşır ve çok girici bir ışınım olduğu için ısı deneylerinde kullanılan kalorimetre içinde durdurulamaz. Böylece nötrinin taşıdığı enerji kaydedilemez. Elektrik yükünün korunumu, nötrinin elektrikçe nötr olmasını gerektirir; açısal momentumun korunumu ve beta bozunumundaki istatistiksel gerekler nötrinin (tıpkı bir elektron gibi) 1/2 spinli olmasını gerektirir. Deneyler beta bozunumunda iki tür nötrinin varlığını göstermektedir. Bunlara nötrino ve antinötrino denir ve sırasıyla ν , $\bar{\nu}$ ile gösterilir. β^- bozunumunda, antinötrino; β^+ bozunumunda ve elektron yakalamasında nötrino yayınlanır. β bozunumu tartışmalarında "nötrino" terimi genelde hem nötrinoyu hem de antinötrinoyu belirtmek için kullanılır. Ancak bozunma işlemleri yazılırken, aradaki farkın belirtilmesi gerekir. Aynı durum "elektron" için de geçerlidir.

β bozunum enerjisini açıklamak için önce serbest nötronun bozunumunu ele alalım (yarı- ömrü on dakika civarındadır)

$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}$$

Q değerini ilk ve son nükleer kütle enerjileri arasındaki fark olarak tanımlarız:

$$Q = (m_n - m_p - m_e - m_{\bar{\nu}})c^2 \quad (2.1)$$

ve durgun haldeki nötronların bozunumu için,

$$Q = T_p + T_e + T_{\bar{\nu}} \quad (2.2)$$

yazılır. Sadece 0,3 keV olan protonun geri tepme enerjisi ihmal edilirse, bozunma enerjisi antinötrino ile elektron arasında paylaşılır. Bu, elektronun sürekli spektrumunu açıklar. Maksimum enerjili elektronlar minimum enerjili antinötrinolarla karşılık gelir ve antinötrinoların enerjileri ihmal edilebilecek kadarsa, $Q_e \cong (T_e)_{maks}$ olur. Elektronların ölçülen en büyük enerjisi $0.782 \pm 0.013 \text{ MeV}$ ' dir. Nötron, elektron ve protonun ölçülen kütle değerleri kullanılarak Q değeri hesaplanabilir:

$$\begin{aligned} Q &= m_n c^2 - m_p c^2 - m_e c^2 - m_{\bar{\nu}} c^2 \\ &= 939,573 \text{ MeV} - 938,280 \text{ MeV} - 0,511 \text{ MeV} - m_{\bar{\nu}} c^2 \\ &= 0,782 \text{ MeV} - m_{\bar{\nu}} c^2 \end{aligned}$$

bulunur. Böylece ölçülen maksimum enerjinin duyarlılığı içinde (13 keV civarında) antinötrinoyu kütesiz kabul edebiliriz.

Çizgisel momentumun korunumu, β bozunumunun üç- parçacıklı bir reaksiyon olduğunu göstermek için kullanılabilir. Bunun için geri tepen çekirdeğin momentumunun ölçülmesi gerekir. Düşük enerjili ($T \langle keV$) çekirdeklerin kolayca saçılmaları nedeniyle, bu deneyleri gerçekleştirmek güçtür. Ancak birkaç durumda yapılmış olan deneyler, elektron ve geri tepen çekirdeğin çizgisel momentumlarının vektörel toplamının durgun kütle enerjisi sıfır veya hemen hemen sıfır olan ve “eksik” enerjiyi taşıyan gözlenemeyen üçüncü parçacığın çizgisel momentumu ile uyum içinde olduğunu göstermiştir. Kütle ne olursa olsun üçüncü parçacığın varlığı mutlaka gereklidir. Elektron ve çekirdeğin momentumlarının vektörel toplamı, iki- cisim bozununda olduğu gibi sıfır olmamaktadır.

Nötrino kütsesiz olduğu için ışık hızıyla hareket eder ve toplam göreceli enerjisi E_ν , kinetik enerjisi ile aynıdır. Nötrinonun enerjisini göstermek için E_ν kullanacağız. Elektronun toplam göreceli enerjisi E_e, T_e kinetik enerjisi ve durgun kütle enerjisi cinsinden E_e 'dir. (Bozunma enerjileri MeV mertebesinde olduğundan göreceli olmayan yaklaşım $T \ll mc^2$ bozunma elektronları için geçerli değildir ve göreceli kinematik kullanmamız gerekir.) Nükleer geri tepme enerjisi çok küçük olduğundan göreceli olmayan yaklaşım kullanılabilir.

Çekirdek içinde tipik bir negatif β bozunumunu göz önüne alalım:

$${}^A_Z X_N \rightarrow {}^A_{Z+1} X'_{N-1} + e^- + \bar{\nu}$$

$$Q_{\beta^-} = [m_N({}^A_Z X) - m_N({}^A_{Z+1} X') - m_e] c^2 \quad (2.3)$$

Burada m_N nükleer kütleleri gösterir. Nükleer kütleleri, tablolarda verilen $m({}^A X)$ nötr atom kütlelerine çevirmek için:

$$m({}^A X) c^2 = m_N({}^A X) c^2 + z m_e c^2 - \sum_{i=1}^Z B_i \quad (2.4)$$

bağıntısını kullanırız, burada B_i, i . elektronun bağlanma enerjisini gösterir. Atom kütleleri cinsinden:

$$Q_{\beta^-} = \{ [m({}^A X) - z m_e] - [m({}^A X') - (Z+1) m_e] - m_e \} c^2$$

$$+ \left\{ \sum_{i=1}^Z B_i - \sum_{i=1}^{Z+1} B_i \right\} \quad (2.5)$$

elde edilir.

Bu bağıntıda elektron kütlelerinin birbirini götürdüğüne dikkat etmek gerekir. Elektron bağlanma enerjileri arasındaki fark ihmal edilirse,

$$Q_{\beta^-} = [m({}^A X) - m({}^A X')] c^2 \quad (2.6)$$

elde edilir, burada kütleler nötr atom kütleleridir. Q değeri elektron ile nötrino arasında paylaşılan enerjiyi temsil eder ve,

$$Q_{\beta^-} = T_e + E_{\bar{\nu}} \quad (2.7)$$

dir ve elektron ve nötrino enerjilerinden biri maksimum olduğu zaman diğeri sıfır olur ve,

$$(T_e)_{maks} = (E_{\bar{\nu}})_{maks} = Q_{\beta^-} \quad (2.8)$$

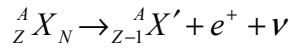
dir.

$^{210}\text{Bi} \rightarrow ^{210}\text{Po}$ bozunumunda,

$$\begin{aligned} Q_{\beta^-} &= [m(^{210}\text{Bi}) - m(^{210}\text{Po})]c^2 \\ &= (209,984095u - 209,982848u)(931,502\text{MeV}/u) \\ &= 1,161 \text{ MeV} \end{aligned}$$

bulunur.

Pozitron bozunumunda, tipik bir bozunma olayı;

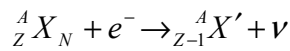


dir. Q_{β^+} 'nin hesaplanması öncekine benzer şekilde, atom kütleleri kullanılarak,

$$Q_{\beta^+} = [m({}^A X) - m({}^A X') - 2m_e]c^2 \quad (2.9)$$

şeklindedir. Bu durumda elektron kütlelerinin ihmal edilmediğine dikkat etmek gerekir.

Elektron yakalama olayı;



ile gösterilir. Q değerinin hesaplanmasında yakalama olayından hemen sonra uyarılmış durumda bulunan X' atomunun hesaba katılması gerekir. Yani yakalama iç kabuklardan birinde örneğin K kabuğunda gerçekleşiyorsa, bu kabukta bir boşluk meydana gelir. Bu boşluk daha üst kabuklardaki elektronlar tarafından karakteristik X- ışınları yayınlanarak doldurulur.

Yayınlanan X- ışınlarının sayısı ne olursa olsun, toplam X- ışını enerjisi yakalanan elektronun bağlama enerjisine eşittir. Böylece, bozunmadan hemen sonra X atomunun

kütlesinden, yakalanan n- kabuk elektronun bağlanma enerjisi kadar daha büyüktür. Böylece Q değeri,

$$Q_{\varepsilon} = [m(^A X) - m(^A X')]c^2 - B_n \quad (2.10)$$

olur.

Pozitif β bozunumu ve elektron yakalama olayının her ikisinde de ilk çekirdek ${}^A_Z X_N$, son çekirdek ${}^A_{Z-1} X'_{N+1}$ 'dir; fakat her iki işlemde enerji korunumu açısından her zaman mümkün olmayabilir (herhangi bir bozunum işleminde Q pozitif olmalıdır). β^+ bozunumunun enerji bakımından mümkün olduğu çekirdekler için elektron yakalama olayı da olanaklıdır fakat tersi doğru değildir. β^+ bozunumu için $Q < 0$ iken, elektron yakalama işlemi için $Q > 0$ olabilir. β^+ bozunumu için, atomik kütle enerji farkı en az $2m_e c^2 = 1,022 MeV$ olmalıdır.

Pozitron bozunumunda denklem (2.7) ve (2.8)'e göre nötrinin enerjisi Q_{β^+} 'ya kadar sürekli bir dağılım gösterir (geri tepme enerjisi kadar az). Elektron yakalama olayında iki parçacık oluştuğu için geri tepme enerjisi ve E_{ν} sürekli dağılım göstermezler. Geri tepme enerjisi ihmal edilirse Q_{τ} değerli tekenerjili bir nötrino yayınlanır.

Yukarıdaki bağıntıların hepsi nükleer taban durumları arasındaki bozunmalar içindir. Eğer son nükleer durum X' bir uyarılmış durum ise Q değeri nükleer durumun uyarılma enerjisi kadar az olmalıdır:

$$Q_{uy} = Q_{taban} - E_{uy} \quad (2.11)$$

2.2. Beta Bozunum Teorisi

Beta bozunumundaki geçiş olasılıklarının hesaplanması için α ve β bozunumları arasında tamamen farklı bir yaklaşım kullanmamızı zorunlu kılan başka önemli farklar vardır: (i) Elektron ve nötrino bozunma işleminden önce bulunmazlar ve dolayısıyla bu parçacıkların oluşmasını açıklamamız gerekir. (ii) Elektron ve nötrino göreceli olarak incelenmelidir. (iii) Elektron enerjisinin sürekli dağılımı hesaplanarak bulunmalıdır.

1934'de, Fermi, Pauli' nin nötrino hipotezine dayanan, başarılı bir β bozunma teorisi geliştirmiştir. Bozunmanın temel özellikleri, yarı- kararlı (quasi- stationary) durumları oluşturan etkileşmelerle kıyaslandığında zayıf olan bir etkileşmenin neden olduğu geçiş olasılığı

ifadesinden çıkarılabilir. β bozunumunda karakteristik süreler (yarı- ömürler saniye mertebesinde veya daha uzundur) doğal nükleer süreden (10^{-20} s) çok daha uzundur. Bozunmaya neden olan etkileşmenin zayıf bir pertürbasyon olarak alınmasıyla yapılan hesabın sonucunda, Fermi altın kuralı olarak bilinen ve herhangi bir geçiş hızının hesaplanmasını sağlayan ;

$$\omega = \frac{2\pi}{\hbar} |H_{if}|^2 \rho(E_s) \quad (2.12)$$

bağıntısıdır. H_{if} matris elemanı, sistemin ilk ve son yarı-kararlı durumları arasındaki \hat{H}_{op} etkileşmesinin integralidir:

$$H_{if} = \int \psi_f^* \hat{H}_{op} \psi_i dv \quad (2.13)$$

$\rho(E_s)$ son durum yoğunludur ve dn/dE_s şeklinde yazılabilir. dn , dE_s enerji aralığındaki son durum sayısıdır. Eğer çok sayıda olanaklı son durum varsa, verilen bir geçiş olasılığı daha yüksektir.

Fermi, β bozunumu için \hat{H}_{op} 'nin matematik ifadesini bilmiyordu, bu nedenle denklem (2.12) ve (2.13)'ü kullanmadı. Bunun yerine özel görecelik ile uyuşan tüm mümkün şekilleri kullanarak O_x ile gösterilen beş matematik işlemciden birinin \hat{H}_{op} yerine kullanabileceğini gösterdi. X alt indisi O işlemcisinin şeklini (yani, dönüşüm özelliklerini) verir: $X=V$ (vektör), A (eksenel vektör), S (skalör), P (psödokalör) veya T (tensör). Bu dönüşüm özelliklerinden hangisinin β bozunumu için uygun olduğunun anlaşılması yaklaşık 20 yıl (ve pek çok yanlış yorumla) almıştır. Bu süre içinde β bozunma ürünlerinin simetri ve uzaysal özelliklerinin incelenmesi için sayısız deneyler yapılmıştır. Sonuç olarak β bozunumu için uygun şeklin $V-A$ olduğu çıkarılmıştır.

Son durum dalga fonksiyonu yalnız çekirdeği değil elektron ve nötrinoyu da içermelidir. Elektron yakalama olayları benzer biçimlere sahiptir; ancak uygun dalga fonksiyonu başlangıç durumunda ortaya çıkar. β bozunumu için etkileşme matris elemanı,

$$H_{if} = g \int [\psi_s^* \phi_e^* \phi_\nu^*] O_x \psi_i dv \quad (2.14)$$

şeklinindedir. Burada ϕ_s^* son durum nükleer dalga fonksiyonu, ϕ_e^* ve ϕ_ν^* elektron ve nötrino dalga fonksiyonlarıdır. Köşeli parantez içindeki ifade bozunmadan sonraki tüm sistemi temsil

eder; g sabitinin değeri etkileşmenin şiddetini gösterir ve elektron yüklü, bir atom ile elektromanyetik alan arasındaki etkileşimde benzer bir rol oynar.

Elektron ve nötrino dalga fonksiyonları serbest parçacık dalga fonksiyonlarıdır. V hacmi için normalize edilirse;

$$\begin{aligned}\varphi_e(r) &= \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i\vec{p}_\beta \vec{r} / \hbar} = e^{i\vec{k} \vec{r}} \\ \varphi_\nu(r) &= \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i\vec{p}_\nu \vec{r} / \hbar} = e^{i\vec{q} \vec{r}}\end{aligned}\quad (2.15)$$

1 MeV kinetik enerjili bir elektron için $p=1.4\text{MeV}/c$ ve $\frac{p}{\hbar} = 0,007 \text{ fm}^{-1}$ 'dir. Bütün çekirdek hacmi boyunca $pr \ll 1$ olur ve dalga fonksiyonlarını seriye açar ve yalnız iki terimi alırsak;

$$\begin{aligned}e^{ip_\beta r / \hbar} &= 1 + \frac{ip_\beta r}{\hbar} + (1/2) \left[\left(\frac{ip_\beta r}{\hbar} \right) \right]^2 + \dots \\ e^{ip_\nu r / \hbar} &= 1 + \frac{ip_\nu r}{\hbar} + (1/2) \left[\left(\frac{ip_\nu r}{\hbar} \right) \right]^2 + \dots\end{aligned}\quad (2.16)$$

buluruz. Bu yaklaşım izinli yaklaşım olarak bilinir.

Bu yaklaşımda elektron ve nötrino enerjisine bağlı terimler durum yoğunluklarından gelir.

Kuantum mekaniğinde β^+ Coulomb itmesi ve β^- Coulomb çekmesi çekirdek içindeki Coulomb potansiyelinin elektronun Denklem (2.12) ile verilen düzlem dalgasında oluşturduğu değişiklik incelenerek yorumlanır. Bu etki Fermi fonksiyonu denilen $F(Z', P)$ veya $F(Z', T_e)$ ile gösterilen bir çarpan ile temsil edilir. Burada, Z' ürün çekirdeğin atom numarasıdır. Sonuç olarak şimdiye kadar spektrumun şekli üzerinde etkisi olmadığını varsaydığımız M_{is} nükleer matris elemanının etkisini hesaba katmamız gerekir. Bu yaklaşım (aynı zamanda izinli yaklaşım da denir) çok iyi bir yaklaşım olmakla birlikte çok kötü sonuçlar verdiği durumlar da vardır, bu durumlarda izinli yaklaşımda M_{is} sıfır olur, yani hiç spektrum yoktur. Böyle durumlarda

denklem (2.14)'de verilen düzlem dalga açılımının başka momentum bağımlılığını içeren diğer terimlerini hesaba katarız. Böyle durumlara, biraz yanlış olmakla birlikte yasak bozunumlar denir. Bu bozunmalar tam olarak yasak değildir, fakat daha sonra bahsedeceğimiz gibi izinli bozunmalara oranla oluşma olasılığı daha azdır ve dolayısıyla daha uzun yarı – ömre sahiptir. Bir yasak geçişin derecesi, sıfır olmayan bir nükleer matris elemanı bulmak için düzlem dalga açılımında ne kadar çok terimi hesaba katmak zorunda oluşumuza bağlıdır. Böylece 1'den sonraki ilk terim birinci – yasak bozunumu, ikinci terim ise ikinci- yasak bozunumu verir ve böyle devam eder.

Tam bir β spektrumu üç çarpan içerir:

1. Yayınlanan parçacıklar için olanaklı son durumların sayısından çıkarılan $p^2(Q - T_e)^2$ istatistik çarpan.

2. Nükleer Coulomb alanının etkisini temsil eden $F(Z', p)$ Fermi fonksiyon.

3. İlk ve son nükleer durumların etkisini temsil eden ve $|M_{is}|^2$ ile gösterilen nükleer matris elemanı:

$$N(p)\alpha p^2(Q - T_e)^2 F(Z', p)|M_{is}|^2 S(p, q) \quad (2.17)$$

Matris elemanı ile birlikte yazılan $S(p, q)$ çarpanı yasak terimlerin elektron ve momentum bağımlılığını temsil eder.

3. PARİTE SEÇİM KURALLARI

3.1. İzinli Geçişler

(2.14) ifadesindeki hamiltonyen operatörü ifadesini yerine koyarak bu bağıntıyı yeniden yazdığımızda,

$$H_{if} = g \int [\psi_s^* \phi_e^* \phi_\nu^*] O_x e^{i(\vec{k}+\vec{q})\vec{r}} \psi_i dV \quad (3.1)$$

elde edilir. $e^{i(\vec{k}+\vec{q})\vec{r}}$ ifadesini kuvvet serisine açtığımız zaman;

$$e^{i(\vec{k}+\vec{q})\vec{r}} = 1 + i(\vec{k} + \vec{q})\vec{r} - \frac{i(\vec{k} + \vec{q})\vec{r}}{2!} + \dots \quad (3.2)$$

ifadesini elde ederiz. Çoğu durumlarda elektron ve nötrinin momentumları küçüktür. Dalga fonksiyonu yalnızca nükleer boyutlarda, yani en çok nükleer yarıçap (r)-mertebesindeki boyutlarda önem taşıyacaktır. Birkaç MeV'lik bir elektronun durumu için $(\vec{k} + \vec{q})\vec{r} \cong 1/10$ olur. Bu terim ve seride bu terimi takip eden terimler, ilk terimin yanında ihmal edilebilirler. Böylece (3.1) bağıntısıyla tanımlanan matris elemanı, enerjiden bağımsız olur. Yani matris elemanımızı;

$$H_{if} = g \int [\psi_s^* \phi_e^* \phi_\nu^*] O_x \psi_i dV \quad (3.3)$$

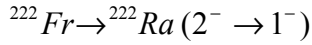
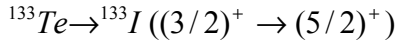
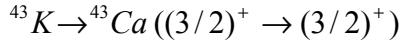
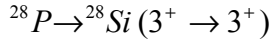
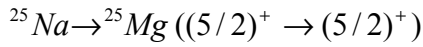
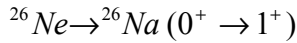
şeklinde yazabiliriz. Bu koşullar altında çekirdekte elektron ve nötrinin yayınlanması, onların enerjilerine bağlı değildir. Bu tür geçişlere izinli geçişler adı verilir. Elektron ve nötrinin dalga fonksiyonlarının başlangıç noktasındaki değerlerini referans aldığımızda, bu durum elektron ve nötrinin $r=0$ 'da meydana geldiğini kabul etmek anlamına gelir. Bu koşullarda her ikisinin de yörünge açısal momentumları sıfırdır. Çekirdeğin açısal momentumundaki değişiklik, yalnızca elektron ve nötrinin spinlerinden kaynaklanır. Bu iki spin birbirine paralel durumda (toplam $S=1$) veya antiparalel durumda (toplam $S=0$) olabilir. Çünkü hem elektron hem de nötrino için $s=1/2$ (\hbar biriminde)'dir. Eğer spinleri antiparalel durumda ise (Fermi bozunumu, F) izinli yaklaşımda ($l=0$) nükleer spinde değişiklik yoktur. Yani $\Delta l = |l_i - l_f| = 0$ olur. Eğer elektron ve nötrinin spinleri paralel durumda ise (Gamow-Teller bozunumu, GT) izinli yaklaşımda toplam açısal momentumları 1'dir ve I_i ve I_s uzunluğu 1'i veren bir vektör oluşturacak şekilde çiftlenmelidir. $I_i = I_s + 1$. Bu, sadece $\Delta_l = 0$ veya 1 ise mümkündür.

Eğer elektron ve nötrinin yörünge açıl momentumları sıfır ise, ilk ve son durumların pariteleri $(-1)^l$ bağıntısı uyarınca özdeş olmalıdır.

Bu durumda izinli β bozunumları için seçim kurallarını;

$$\Delta l = 0, 1, \quad \Delta \pi \text{ (parite değişimi) = hayır}$$

şeklinde yazabiliriz. İzinli β bozunumları için aşağıda birkaç örnek verilmiştir.



${}^6\text{He} \rightarrow {}^6\text{Li}$ Bu geçiş, saf bir Gamow-Teller geçişi olan $0^+ \rightarrow 1^+$ bozunumdur.

Yine saf olan ${}^{111}\text{Sn} \rightarrow {}^{111}\text{In} ((7/2)^+ \rightarrow (9/2)^+)$ geçişi, bir Gamow-Teller bozunumdur.

Diğer izinli Gamow-Teller bozunumlarına ${}^{80}\text{Ge} \rightarrow {}^{80}\text{As} (0^+ \rightarrow 1^+)$ ve

${}^{82}\text{Y} \rightarrow {}^{82}\text{Sr} (1^+ \rightarrow 0^+)$ bozunumlarını örnek olarak verebiliriz.

$n \rightarrow p$ geçişinde $\Delta l = 0 ((1/2)^+ \rightarrow (1/2)^+)$ dır. Hem Fermi(F) hem de

Gamow-Teller(GT) seçim kuralları gerçekleşir. Bu durum karışık F+GT geçişine güzel bir örnektir. F ve GT bozunumunun karışım oranları ilk ve son nükleer dalga fonksiyonları ile belirlenir. Fermi ve Gamow-Teller matris elemanlarının birbirine oranı (y);

$$y = \frac{g_F M_F}{g_{GT} M_{GT}} \quad (3.4)$$

şeklinde tanımlanır. g_F ve g_{GT} sabitleri, (2.14) denklemindeki g sabitine benzerdir. Örneğin $n \rightarrow p$ bozunumunda; $y=0.467 \pm 0.003$ ve bu bozunum %18 Fermi, %82 Gamow-Teller bozunumdur. ${}^{41}\text{Sc} \rightarrow {}^{41}\text{Ca}$ bozunumunda; $y=0.949 \pm 0.003$ ve bu bozunum %47 Fermi, %53 Gamov-Teller bozunumdur.

İlk ve son nükleer dalga fonksiyonları M_F ve M_{GT} 'nin hesabını genel anlamda karışık ve güç bir işleme dönüştürür. Sadece, özel bir bozunma grubunda hesap kolaydır. Bu grup bildiğimiz ayna bozunmalardır ve bütün ayna çekirdekleri kapsar. Bu geçişler süper-izinli geçişler olarak adlandırılır. Matris elemanının büyüklüğü, ilk ve son dalga fonksiyonlarının katlılık (overlop) derecesine bağlıdır. Örnek olarak, ${}^{17}_9F$ ve ${}^{17}_8O$ ayna çiftini göze aldığımızda, ${}^{17}_8O$ ve ${}^{17}_9F$ 'nin β^+ bozunmasından meydana gelir. Her iki durumda da tek nükleonlar $d_{5/2}$ seviyesinde bulunurlar. Bu, şu anlama gelir ki, coulomb etkileşmesinden kaynaklanan çok küçük farklar dışında, ilk ve son durumların dalga fonksiyonları özdeşdir ve tam tamına üst üste katlıdır yani örtüşmüşlerdir. Bu durum çok büyük bir matris elemanı H_{if} sonucunu doğururken çok küçük bir $\log ft$ değeri sonucunu getirir. İzinli ve yasaklı geçişler için dalga fonksiyonlarının üst üste binmelerinin (çakışmalarının) az olması, matris elemanının daha küçük, $\log ft$ değerinin daha büyük olması sonucunu doğurur ki, bu geçiş olasılığının azalması anlamına gelir [31].

3.2. İzinsiz Geçişler

Bu bozunmaların oluşma ihtimali izinli bozunmalara göre daha az olmasından dolayı İzinsiz Geçişler olarak adlandırılır. (bir sonraki kesimde tartışılacağı gibi genellikle daha uzun yarı- ömürlüdürler) Fakat eğer izinli matris elemanları sıfır olursa izinsiz geçişler mümkün olur.

İzinli matris elemanlarının gözden kaybolduğu geçişler durumunda (parite değişir ya da $\Delta I > 0$), nükleonların pozisyon ve hızları üzerindeki β -bozunum operatörlerinin bağımlılığını göz önüne almak gereklidir. Elektromanyetik etkileşme durumlarında olduğu gibi, genel β - etkileşimi, multipol momentler serilerine dayanarak genişletilebilir. Bununla beraber, verilen açısız momentum ve parite transferinden dolayı, foton emisyonu tek bir moment ile karakterize edilir ise, β bozunumu değişik farklı momentler ile karakterize edilebilir. Birinci yasaklı beta bozunumu üzerine yapılan ilk çalışmalar, Bohr ve Mottelson tarafından ${}^{208}Pb$ bölgesinde tek parçacık konfigürasyonu için yapılmıştır. Analizler geçişlere katkı yapan değişik beta momentleri için, yeniden normalizasyon faktörlerinin tahmin edilmesine rehberlik etmiştir.

Bir yasak bozunum, genellikle ilk ve son durumlar zıt pariteli olduğu zaman gerçekleşir. Parite değişikliğinin sağlanması için elektron ve nötrinin, çekirdeğe göre tek değerli yörünge açısız momentum ile yayınlanması gerekir. Birinci yasaklı beta bozunumu için seçim kuralları, lepton dalga fonksiyonlarının açılımı incelenmek suretiyle elde edilebilir. Bu bir \vec{r} faktörü getirir ve parçacık bir S-dalgası olarak yayınlanamaz. Bu sonuç, daha sonra parçacığın P-dalgası

olarak yayınlanmasına yol açar ve bu yüzden $l=1$ olur ve parite değişir. Bir yasaklı bozunumun mertebesi, yalnızca artan l 'ya göre olmayıp, aynı zamanda pseudoscalar (sanki skaler) etkileşmeyi kullanabilen relativistik düzeltmelerden de kaynaklanabilmektedir [31].

İzinsiz geçişlere örnek olarak 1 Mev enerjili bir bozunma düşündüğümüzde; bu bozunumda elektronun tüm bozunma enerjisini aldığını kabul edersek, elektronun momentumu 1.4 Mev.fm/c ve çekirdeğe göre maksimum açısal momentumu $pR=8.4\text{Mev}/c$ değerini alır. R normal bir çekirdek yarıçapı olarak düşünülüp $R=6\text{fm}$ 'dir. \hbar birimlerinde $(pR/\hbar)=0.04$ değerini alır. Bu sebepten $l=1$ bozunumunun gerçekleşme ihtimali, $l=0$ bozunumunun gerçekleşme ihtimalinden daha azdır. $l=3, 5, 7, \dots$ 'lu olan bozunmaların gerçekleşme ihtimali ise çok az olasıdır. Bu izinsiz geçişlerden yalnız $l=1$ olan bozunumu referans alabiliriz ve bu bozunmalara birinci yasaklı bozunmalar denir. Birinci yasaklı bozunmalar bu haliyle elektron ve nötronun zıt spinli ($S=0$) Fermi türü izinli geçişler ile paralel spinli ($S=1$) Gamow-Teller türü izinli geçişlere benzerler. $S=0$ ile $l=1$ 'in gerçekleştirmiş olduğu Fermi bozunumu çiftlenimi, beta bozunumu tarafından taşınan bir birim büyüklüğünde toplam açısal momentum değerini verir. $\Delta I=0$ veya 1 olabilir ama $0 \rightarrow 0$ bozunumu mümkün değildir. $S=1$ ile $l=1$ 'in Gamow-Teller bozunumu için çiftlenimi 0, 1 veya 2 birim açısal momentum verir. $\Delta I = 0, 1$ veya 2 olur. Bu şekilde birinci yasaklı geçişler için seçim kurallarını;

$$\Delta I = 0,1,2 \quad \Delta \pi = 0 \text{ evet}$$

şeklinde ifade edebiliriz. Birinci yasaklı β bozunumları için, izinli bozunumların aksine altı farklı matris elemanı vardır. Bu durum bozunum hızlarının veya açısal dağılımların incelenmesini epey bir karmaşık hale getirir.

Pek çok birinci yasaklı β bozunumlarından sadece birkaçını örnek olarak yazalım;

$$^{150}\text{Eu} \rightarrow ^{150}\text{Gd} (0^- \rightarrow 0^+)$$

$$^{151}\text{Nd} \rightarrow ^{151}\text{Pm} ((3/2)^+ \rightarrow (3/2)^-)$$

$$^{161}\text{Gd} \rightarrow ^{161}\text{Td} ((5/2)^- \rightarrow (5/2)^+)$$

$$^{142}\text{La} \rightarrow ^{142}\text{Ce} (2^- \rightarrow 1^+)$$

$$^{92}\text{Y} \rightarrow ^{92}\text{Zr} (2^- \rightarrow 0^+)$$

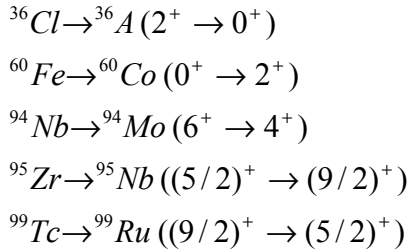
$$^{93}\text{Mo} \rightarrow ^{93}\text{Tc} ((5/2)^+ \rightarrow (1/2)^-)$$

$\Delta I \geq 2$ olup, parite değişikliğinin olmadığı bozunumlar, izinli veya yasaklı bozunumların seçim kurallarına uymazlar. Bu bozunumlar için $l=2$ 'li β bozunumuna bakmamız uygun olur. Sonuçta bu tür bozunumlara ikinci tür yasak bozunumlar denir. $S=0$ veya 1, $l=2$ ile çiftlendiği zaman nükleer spini kural olarak $\Delta I = 0$ dan $\Delta I = 3$ 'e kadar değiştirebiliriz ($0 \rightarrow 0$ ve $1/2 \rightarrow 1/2$ dışında). İkinci yasak bozunumlar için seçim kuralları;

$$\Delta I = 2,3, \quad \Delta \pi = 0 \text{ hayır}$$

şeklindedir.

İkinci yasak bozunumlara örnek olarak;

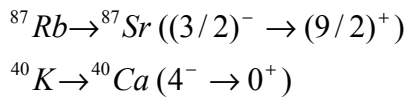


bozunumları verilebilir. Bu işlemlere devam edildiğinde, üçüncü yasak bozunumları elde edebiliriz ($l=3$). Bu bozunumların seçim kuralları ise;

$$\Delta I = 3 \text{ veya } 4, \quad \Delta \pi = \text{evet}$$

şeklinde yazılır. Bu seçim kuralları birinci yasak bozunumlar tarafından sağlanmaz.

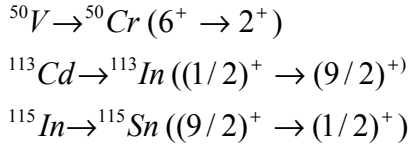
Üçüncü yasak bozunumlar için;



bozunumları örnek olarak gösterilebilir. Bazı hallerde dördüncü yasak bozunumlar da gözlenebilir ($l=4$). Bu bozunumlar için seçim kuralları;

$$\Delta I = 4 \text{ veya } 5, \quad \Delta \pi = \text{hayır.}$$

Bu bozunumlara örnek olarak;



bozunumları verilebilir. Daha yüksek mertebeden izinsiz bozunmalar daha az olasıdır. Genellikle çekirdekler izinli ya da birinci yasaklı bozunmayı tercih ederler, daha yüksek mertebeden bozunmaları gözleme olasılığı ise oldukça zayıftır. Diğer bozunmalar hemen hemen olanaksız olduğunda, çok seyrek görülen üçüncü ve dördüncü yasak bozunumlar çekirdek tarafından oluşturulabilir.

3.3. β Bozunum Yarı Ömürleri

Beta bozunumunun yarı ömürleri milisaniye mertebesinde 10^6 yıla kadar uzanır. Bunun bir nedeni ilk ve son nükleer dalga fonksiyonları arasındaki uyumsuzluktur. Bu farklılığın nedenlerinden biri nükleer dalga fonksiyonlarının sadece saf bir ifadeyle tanımlanmasının zorluğudur.

Asıl neden $l > 0$ açısal momentumlu bir β parçacığı ve bir nötrino meydana getirmenin güç olmasıdır. Yani 1 MeV enerjili bir β parçacığının tipik açısal momentumu $l \cong 0.04\hbar$ gibi bir maksimum değere sahiptir. Bu durum elektron ve nötrinin $l > 0$ kuantum sayılı bir durumda bozunması olasılığının çok küçük olması anlamını ifade eder. Elektron ve nötrinin $e^{ipr/\hbar}$ düzlem dalgalar şeklindeki dalga fonksiyonlarının üstel ifadesinin seriye açılımı

$1 + \frac{ipr}{\hbar} + (1/2) \left[\left(\frac{ipr}{\hbar} \right)^2 \right] + \dots$ şeklindedir. Üstel şeklindeki düzlem dalganın seriye

açılımındaki, birbiri ardına her ardışık terim, daha yüksek mertebeden izinsizlik anlamına gelir

ve her birinin bir önceki terimden $\left[\left(\frac{pr}{\hbar} \right)^2 \right]$ veya 10^{-4} kadar daha küçük bir geçiş olasılığına

sahip olduğu söylenebilir. İlk terim (uygun spin terimlerini içeren ilk ve son dalga fonksiyonları arasına yerleştirildikten sonra) izinli geçişlerden sorumludur. Nükleer dalga fonksiyonlarının ilk terimi sıfır yapması halinde (bu durumda zıt pariteli olabilirler) ikinci terime geçeriz. Burada

nükleer kısım (spin hariç) $\int \psi_f^* r \psi_i dV$ 'dür. Bu şekildeki terimler birinci yasak bozunumlardan

sorumludur. pr/\hbar 'ın ortalama değeri 0.01'dir. Nükleer hacim üzerinden alınan integral'in karesiyle geçiş olasılığı orantılı idi. Birinci yasaklı bozunumlar için olasılık sadece 10^{-4} dolayındadır. Bu değer izinli bozunumlar içinde aynı büyüklüktedir.

Çeşitli β bozunumlarının yarı ömürlerini karşılaştırmak için, ilk önce ürün çekirdeğin Z' atom numarasındaki veya E_0 uç nokta enerjisindeki farklılıktan kaynaklanan β bozunma olasılığındaki değişmelerle ilgili bir düzeltme yapmamız gereklidir. Bu düzeltme $f(Z', E_0)$ şeklinde tanımlanan Fermi integral fonksiyonu üzerinde yapılır. Şayet belirli bir bozunma işlemi için kısmi yarı ömrü bilirse, β bozunumlarında gönderilen elektron ve pozitronların maksimum kinetik enerjilerine karşı $\log_{10} f(Z', E_0)$ değerlerini gösteren eğrilerden yararlanarak $f(Z', E_0)$ elde edebiliriz. $ft_{1/2}$ çarpımı kıyaslanabilir yarı ömür veya ft değeridir. Her ilave izinsizlik derecesi $\log_{10} ft$ değerini 3.5 kadar artırır. Geçiş olasılığını ise $3 \cdot 10^{-4}$ katı kadar azaltır Her tür bozunma için beklenenden sapmalar söz konusu olabilir. Bunun önemli bir nedeninin, ilk ve son nükleer dalga fonksiyonları arasındaki uyumsuzluk olduğu söylenebilir.

Süper izinli bozunumlar 3 ile 4 aralığında bir $\log ft$ değerine, izinli bozunumların çoğu 3.5 ile 7.5 arasında $\log ft$ değerine ve birinci yasak bozunumlar ise genellikle 6 ile 9 arasında bir $\log ft$ değerine sahiptir. Bu bozunmalara göre daha az bilinen ikinci yasak bozunumların $\log ft$ değerleri 10 ile 13 arasında, üçüncü yasak bozunumlar 14 ile 23 arasında değişen $\log ft$ değerine sahipken, çok daha az görülen dördüncü yasak bozunumlar ise, 23 civarında bir $\log ft$ değerine sahiptir. Sayı olarak iki tane bilinen dördüncü yasak bozunumların $\log ft$ sinin sayısal değerleri

$${}^{50}\text{V} \rightarrow {}^{50}\text{Cr} (6^+ \rightarrow 2^+) \log ft = 24.3$$

$${}^{115}\text{In} \rightarrow {}^{115}\text{Sn} ((9/2)^+ \rightarrow (1/2)^+) \log ft = 22.5$$

şeklindedir [32].

Bir beta bozunumunda $\log ft$ değeri, salınan leptonların enerji spektrumu, polarizasyonu ve açısal durumlarına bağlı olduğu kadar, $(J_\mu)_{lept}$ akımının leptonik matris elemanlarına (momentlere)da bağlıdır. Çok sayıda momentin göz önüne alınan bir geçişe katkısının olabilmesine rağmen, temel etkiler genellikle az sayıda terimden kaynaklanır. Farklı momentlerin ilgili katkıları, nükleer matris elemanlarına ilaveten leptonik matris elemanlarına bağlıdır. Özellikle $\log ft$ değerleri hesaplanıyorken, $f(Z', E_0)$ şeklinde ifade ettiğimiz Fermi integral fonksiyonunun hesaplanması oldukça uzun ve karmaşık bir işlemdir. Beta bozunumlarında Fermi integral fonksiyonunun değerini bulup onu yarı ömür $t_{1/2}$ ile çarpıp

kısmi yarı ömür ifadesini elde etmekten ziyade, kısmi yarı ömür ifademizin hesaplanılmasının Fermi fonksiyonundan yararlanılarak elde edilen aşağıdaki matris formunda yapılabilmesi daha elverişli bir yol sağlar [18, 33, 29, 27]. İzinli geçişler için ($n=0$), katkısı olan momentler, sırasıyla Fermi ve Gamow-Teller momentlerini gösteren

$$M(\rho_v, \lambda = 0) \text{ ve } M(J_A, \kappa = 0, \lambda = 1)$$

momentleridir. Geçiş hızı,

$$f_0 t(B(F) + B(GT)) = \frac{\pi^2 \hbar^7 \ln 2}{2m_e^5 c^4} \quad (3.5)$$

$$f_0 t(B(F) + B(GT)) = D \frac{g_v^2}{4\pi} \quad (3.6)$$

bağıntısı ile ifade edilebilir. Burada D,

$$D = \frac{2\pi^3 \hbar^7 \ln 2}{g_v^2 m_e^5 c^4} = 6250 \text{ sn.} \quad (3.7)$$

f_0 , izinli geçişler için f fonksiyonudur. f_0 'da görülen '0' indisinin, izinli f fonksiyonuyla ilişkili olduğu içerikten anlaşılıyor ise sık-sık ihmal edilir. Denklem (3.5) deki indirgenmiş geçiş olasılıkları şu şekilde yazılabilir.

$$B(F) = \frac{1}{2I_i + 1} \left| \langle I_i \| M(\rho_v, \lambda = 0) \| I_i \rangle \right|^2 \quad (3.8)$$

$$B(GT) = \frac{1}{2I_i + 1} \left| \langle I_i \| M(J_A, \kappa = 0, \lambda = 1) \| I_i \rangle \right|^2 \quad (3.9)$$

Fermi ve Gamow-Teller momentleri ise sırasıyla aşağıdaki gibi verilebilir.

$$M(\rho_v, \lambda = 0) = \frac{g_v}{(4\pi)^{1/2}} \sum t_-(k) \quad (3.10)$$

$$M(J_A, \kappa = 0, \lambda = 1, \mu) = \frac{g_v}{(4\pi)^{1/2}} \sum t_-(k) \sigma_\mu(k) \quad (3.11)$$

Buna göre izinli geçişler, çekirdeğin içindeki lepton dalga fonksiyonlarının değişimini ihmal eden bir yaklaşım sağlar. İzinli β momentleri nükleonların pozisyonundan bağımsızdır.

4. KUAZİ PARÇACIK UZAYINDA β^- GEÇİŞ MATRİS ELEMANLARININ HESAPLANMASI

4.1. $0^+ \leftrightarrow 0^-$ Birinci Yasaklı β^- Geçiş Operatörünün Relativistik Matris Elemanının Hesaplanması

Birinci yasaklı geçişler için momentlerin matris elemanları aşağıdaki gibi ifade edilebilirler [18].

$$\left. \begin{aligned} M(\rho_A, \lambda = 0) &= (4\pi)^{-1/2} \frac{g_A}{c} \sum_{\mathbf{k}} t_{-}(\mathbf{k}) (\vec{\sigma}(\mathbf{k}) \vec{V}_{\mathbf{k}}) \\ M(J_A, \kappa = 1, \lambda = 0) &= g_A \sum_{\mathbf{k}} t_{-}(\mathbf{k}) r_{\mathbf{k}} (\vec{Y}_1(\hat{r}_{\mathbf{k}}) \vec{\sigma}(\mathbf{k}))_0 \end{aligned} \right\} \lambda\pi = 0 - \quad (4.1)$$

$$\left. \begin{aligned} M(\rho_V, \lambda = 1, \mu) &= g_V \sum_{\mathbf{k}} t_{-}(\mathbf{k}) r_{\mathbf{k}} \vec{Y}_{1\mu}(\hat{r}_{\mathbf{k}}) \\ M(J_V, \kappa = 0, \lambda = 1, \mu) &= (4\pi)^{-1/2} \frac{g_V}{c} \sum_{\mathbf{k}} t_{-}(\mathbf{k}) (v_{\mathbf{k}})_{1\mu} \\ M(J_A, \kappa = 1, \lambda = 1, \mu) &= g_A \sum_{\mathbf{k}} t_{-}(\mathbf{k}) r_{\mathbf{k}} (\vec{Y}_1(\hat{r}_{\mathbf{k}}) \vec{\sigma}(\mathbf{k}))_{1\mu} \end{aligned} \right\} \lambda\pi = 1 - \quad (4.2)$$

$$M(J_A, \kappa = 1, \lambda = 2, \mu) = g_A \sum_{\mathbf{k}} t_{-}(\mathbf{k}) r_{\mathbf{k}} (\vec{Y}_1(\hat{r}_{\mathbf{k}}) \vec{\sigma}(\mathbf{k}))_{2\mu} \quad \lambda\pi = 2 - \quad (4.3)$$

Biz bu çalışmamızda $\lambda\pi = 0 -$ birinci yasaklı geçişleri inceliyoruz. İlk olarak (4.1) denklemini ele alalım. Burada $\vec{V}_{\mathbf{k}}$ aşağıdaki gibi tanımlanır :

$$V_{\mathbf{k}} = \frac{i}{\hbar} [\hat{H}, \vec{r}]$$

Şimdi H operatörümüzü kullanarak, $[\hat{H}, \vec{r}]$ komutasyonunu elde edip $V_{\mathbf{k}}$ 'yı tanımlayalım :

$$\hat{H} = \frac{p^2}{2m} + V_c(r) + \frac{1}{\hbar^2} V_{so}(\vec{l} \cdot \vec{s}) ,$$

$$[\hat{H}, \vec{r}] = \left[\frac{p^2}{2m} + V_c(r) + \frac{1}{\hbar^2} V_{so}(\vec{l} \cdot \vec{s}), \vec{r} \right] ,$$

$$[\hat{H}, \vec{r}] = \frac{1}{2m} [p^2, \vec{r}] + \frac{1}{\hbar^2} V_{so} [\vec{l} \cdot \vec{s}, \vec{r}] \quad (4.4)$$

Yukarıda yazdığımız son denkleminde, $[p^2, \vec{r}]$ ve $[\vec{l} \cdot \vec{s}, \vec{r}]$ komutasyon bağıntıları gerekli işlemler yapıldıktan sonra aşağıdaki şekilde elde edilir:

$$[p^2, \vec{r}] = -2\hbar^2 \vec{\nabla}$$

$$[\vec{l} \cdot \vec{s}, \vec{r}] = i\hbar [\vec{r} \times \vec{s}]$$

Bu son iki ifadeyi (4.4) denkleminde yerine yazarsak V_k ifadesi

$$V_k = -\frac{i\hbar}{m} \vec{\nabla} - \frac{V_{so}}{\hbar} [\vec{r} \times \vec{s}]$$

şeklini alır. Şimdi artık elde ettiğimiz V_k ifadesini de (4.1) denkleminde yerine yazarak matris elemanımızı yeniden düzenlenmiş olarak yazabiliriz :

$$M^-(\rho_A, \lambda = 0) = (4\pi)^{-1/2} \frac{g_A}{c} \sum_k t_-(k) \left[\vec{\sigma}(k) \left(-\frac{i\hbar}{m} \vec{\nabla} - \frac{V_{so}}{\hbar} [\vec{r} \times \vec{s}] \right) \right] \quad (4.5)$$

$$M^-(\rho_A, \lambda = 0) = (4\pi)^{-1/2} \frac{g_A}{c} \left\{ -\frac{i\hbar}{m} \sum_k t_-(k) (\vec{\sigma}(k) \cdot \vec{\nabla}) - \sum_k t_-(k) \cdot \frac{V_{so}}{\hbar} 2(\vec{s} \cdot [\vec{r} \times \vec{s}]) \right\} \quad (4.6)$$

(4.6) denklemindeki $\vec{s} \cdot [\vec{r} \times \vec{s}]$ ifadesini aşağıdaki (4.7) [33] denkleminde faydalanarak yeniden düzenlersek,

$$\begin{aligned} \vec{s} \cdot [\vec{s} \cdot \vec{a}] &= i(\vec{s} \cdot \vec{a}) \\ \vec{s} \cdot [\vec{a} \cdot \vec{s}] &= -i(\vec{s} \cdot \vec{a}) \end{aligned} \quad (4.7)$$

$$M^-(\rho_A, \lambda = 0) = \frac{-i}{\sqrt{4\pi}} \frac{g_A}{c} \left\{ \frac{\hbar}{m} \sum_k t_-(k) (\vec{\sigma}(k) \cdot \vec{\nabla}) - \sum_k t_-(k) \cdot \frac{2V_{so}}{\hbar} (\vec{s} \cdot \vec{r}) \right\} \quad (4.8)$$

$$M^-(\rho_A, \lambda = 0) = \frac{-ig_A}{\sqrt{4\pi}} \left\{ \frac{\hbar}{mc} \sum_k t_-(k) (\vec{\sigma}(k) \cdot \vec{\nabla}) - \frac{2V_{so}}{\hbar c} \sum_k t_-(k) (\vec{\sigma}(k) \cdot \vec{r}) \right\} \quad (4.9)$$

ifadelerine ulaşırız. Artık bu son ifademiz birimsizdir. Ayrıca burada,

$$V_{so} = \xi \hbar s \frac{1}{r} \left(\frac{\partial V(r)}{\partial r} \right), \quad V(r) = \frac{V_0}{1 + e^{r-R_0/\alpha}}, \quad (4.10)$$

$$\frac{\hbar}{mc} = \frac{\hbar c}{mc^2} = \frac{197,329 \text{ MeV} \cdot \text{fm}}{939,573 \text{ MeV}} \cong 0,21 \text{ fm} = 0,21 \cdot 10^{-15} \text{ m} \quad (4.11)$$

şeklinde tanımlanmaktadır. Burada (4.9) denklemindeki $(\vec{\rho}(k)\vec{\nabla})$ ve $(\vec{\rho}(k)\vec{r})$ matris elemanlarının hesaplanması gerekmektedir. Her ikisi içinde nötronu protona dönüştüren β^- geçiş operatörünün (t_-) matris elemanlarını yazalım :

$$\langle (l_p s_p) j_p M_p | \vec{\sigma} \cdot \vec{\nabla} | (l_n s_n) j_n M_n \rangle, \quad (4.12)$$

$$\langle (l_p s_p) j_p M_p | V_{so}(r) \vec{r} (\vec{\sigma} \cdot \vec{n}) | (l_n s_n) j_n M_n \rangle. \quad (4.13)$$

(4.13) denkleminde $\vec{n} = \vec{r}/r$ şeklinde bir birim vektör tanımlanmıştır. İlk olarak (4.12) denklemini ele alalım.

$$\langle j_1' j_2' j' m' | P_a(1) Q_a(2) | j_1 j_2 j m \rangle = \delta_{j j'} \delta_{m' m} (-1)^{a+j+j_1+j_2} \begin{Bmatrix} j' & j_1 & a \\ j_2 & j_2' & j \end{Bmatrix} \langle j_1' | P_a(1) | j_1 \rangle \langle j_2' | Q_a(2) | j_2 \rangle \quad (4.14)$$

(4.14) denklemini ile verilen [33] matris denklemine göre (4.12) denklemini yeniden yazarsak,

$$\langle (l_p s_p) j_p M_p | \vec{\sigma} \cdot \vec{\nabla} | (l_n s_n) j_n M_n \rangle = \delta_{j_p j_n} \delta_{M_p M_n} (-1)^{1+j_n+l_n+(1/2)} \begin{Bmatrix} l_p & l_n & 1 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & j_n \end{Bmatrix} \langle l_p | \vec{\nabla} | l_n \rangle \langle 1/2 | \sigma | 1/2 \rangle \quad (4.15)$$

ifadesini elde ederiz. (4.15) denklemini $|\vec{\sigma} \cdot \vec{\nabla}|$ matris elemanı hesaplamasını vermektedir. (4.12) denkleminde görüldüğü gibi biz $|\vec{\sigma} \cdot \vec{\nabla}|$ indirgenmiş matris elemanını hesaplayacağımız için, Wigner-Eckart teoreminden faydalanıyoruz [33] :

$$\langle n' j' m' | \hat{M}_{kx} | n j m \rangle = (-1)^{2k} (j m \lambda \mu | j' m') \frac{\langle n' j' | \hat{M}_k | n j \rangle}{\sqrt{2j'+1}}. \quad (4.16)$$

(4.15) ve (4.16) denklemini karşılaştırarak ve bazı düzenlemeler yaparak indirgenmiş matris elemanımızı aşağıdaki gibi yazabiliriz:

$$\begin{aligned} & \langle (l_p s_p) j_p \| \bar{\sigma} \cdot \bar{\nabla} \| (l_n s_n) j_n \rangle = \\ & \delta_{j_p j_n} \sqrt{2j_p + 1} (-1)^{1+j_n+l_n+(1/2)} \begin{Bmatrix} l_p & l_n & 1 \\ 1 & 1 & j_n \\ 2 & 2 & j_n \end{Bmatrix} \langle l_p \| \bar{\nabla} \| l_n \rangle \langle 1/2 \| \sigma \| 1/2 \rangle \end{aligned} \quad (4.17)$$

(4.17) denklemindeki $\langle 1/2 \| \sigma \| 1/2 \rangle$ ve $\langle l_p \| \sigma \| l_n \rangle$ değeri aşağıdaki gibi hesaplanır [33].

$$\langle s \| \hat{S} \| s \rangle = \delta_{ss} \sqrt{s(s+1)(2s+1)} \quad (4.18)$$

$$\langle l_p \| \bar{\nabla} \| l_n \rangle = \sqrt{l_n + 1} A_{l_p l_n} \delta_{l_p, l_n+1} - \sqrt{l_n} B_{l_p l_n} \delta_{l_p, l_n-1} \quad (4.19)$$

Burada radyal integraller;

$$A_{l_p l_n} = \int_0^\infty R_{l_p}^*(r) \left(\frac{\partial}{\partial r} - \frac{l_n}{r} \right) R_{l_n} r^2 dr, \quad (4.20)$$

$$B_{l_p l_n} = \int_0^\infty r^2 R_{l_p}^*(r) \left(\frac{\partial}{\partial r} + \frac{l_n+1}{r} \right) R_{l_n} dr \quad (4.21)$$

şeklinde hesaplanır. Artık (4.12) denklemini ile verilen matris elemanımızı düzenlenmiş olarak son haliyle yazabiliriz:

$$\begin{aligned} & \langle (l_p s_p) j_p \| \bar{\sigma} \cdot \bar{\nabla} \| (l_n s_n) j_n \rangle = \\ & \delta_{j_p j_n} \sqrt{2j_p + 1} (-1)^{1+j_n+l_n+(1/2)} \begin{Bmatrix} l_p & l_n & 1 \\ 1 & 1 & j_n \\ 2 & 2 & j_n \end{Bmatrix} \sqrt{6} \left\{ \sqrt{l_n + 1} A_{l_p l_n} \delta_{l_p, l_n+1} - \sqrt{l_n} B_{l_p l_n} \delta_{l_p, l_n-1} \right\} \end{aligned} \quad (4.22)$$

Şimdi de (4.13) denkleminde verilen matris elemanımızı hesaplayalım. Bunun için,

$$\begin{aligned} \langle l_p s_p j_p M_p | (\vec{n}, \vec{s}) | l_n s_n j_n M_n \rangle &= \delta_{j_n j_p} \delta_{M_n M_p} (-1)^{l_n + j_n + (1/2)} \sqrt{s(s+1)(2s+1)(2l_n+1)} \\ &\cdot (l_n 0 1 0 | l_p 0) \begin{Bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ j_n & l_n & l_p \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (4.23)$$

denklemden faydalanıyoruz [33]. Gerekli düzenlemeler yapıldıktan sonra indirgenmiş matris elemanı ifademiz,

$$\begin{aligned} \langle (l_p s_p) j_p | V_{so}(r) r(\vec{\sigma} \cdot \vec{n}) | (l_n s_n) j_n \rangle &= \delta_{j_n j_p} (-1)^{l_n + j_n + (1/2)} \sqrt{6(2j_p+1)(2l_n+1)} \\ &\cdot (l_n 0 1 0 | l_p 0) \begin{Bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ j_n & l_n & l_p \end{Bmatrix} \cdot R_{np} \end{aligned} \quad (4.24)$$

olur. Artık (4.22) ve (4.24) denklemini (4.9) denkleminde yerine koyarak relativistik matris elemanımızı hesaplamış oluruz :

$$\begin{aligned} M^-(\rho_A, \lambda = 0) &= \frac{-ig_A}{\sqrt{4\pi}} \left\{ \frac{\hbar}{mc} \delta_{j_p j_n} \sqrt{2j_p+1} (-1)^{1+j_n+l_n+(1/2)} \begin{Bmatrix} l_p & l_n & 1 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & j_n \end{Bmatrix} \right\} \\ &\left[\sqrt{6} \left\{ \sqrt{l_n+1} A_{l_p l_n} \delta_{l_p, l_n+1} - \sqrt{l_n} B_{l_p l_n} \delta_{l_p, l_n-1} \right\} \right] \\ &\frac{-ig_A}{\sqrt{4\pi}} \left\{ -\frac{V_{so}}{\hbar c} \delta_{j_n j_p} (-1)^{l_n + j_n + (1/2)} \sqrt{6(2j_p+1)(2l_n+1)} (l_n 0 1 0 | l_p 0) \begin{Bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ j_n & l_n & l_p \end{Bmatrix} \cdot R_{np} \right\} \end{aligned} \quad (4.25)$$

4.2. $0^+ \leftrightarrow 0^-$ Birinci Yasaklı β^- Geçiş Operatörünün Relativistik Olmayan Matris Elemanının Hesaplanması

Şimdi nötronu protona dönüştüren β^- operatörünün (t_-) relativistik olmayan matris elemanını hesaplayalım.

$$M(J_A, \kappa = 1, \lambda = 0) = g_A \sum_k t_-(\mathbf{k}) r_k \left(\vec{Y}_1(\hat{\mathbf{r}}_k) \vec{\sigma}(\mathbf{k}) \right)_0 \quad (4.26)$$

$$\langle (l_p s_p) j_p M_p | g_A r_k [\vec{Y}_1 x \vec{\sigma}]_{\lambda\mu} | (l_n s_n) j_n M_n \rangle \quad (4.27)$$

(4.27) denklemiyle yazdığımız matris elemanını aşağıdaki formül yardımıyla hesaplıyoruz:

$$\begin{aligned} \langle (j_1' j_2') j' M' | [\hat{P}_a(1) \otimes \hat{Q}_b(2)]_{c\gamma} | (j_1 j_2) j M \rangle &= (-1)^{2c} \sqrt{(2c+1)(2j+1)} (j M c \gamma | j' M') \\ &\cdot \begin{Bmatrix} a & b & c \\ j_1' & j_2' & j' \\ j_1 & j_2 & j \end{Bmatrix} \langle j_1' | P_a(1) | j_1 \rangle \langle j_2' | Q_b(2) | j_2 \rangle \end{aligned} \quad (4.28)$$

(4.27) denklemini (4.28)'e göre yeniden düzenlersek,

$$\begin{aligned} \langle (l_p s_p) j_p M_p | g_A r_k [\bar{Y}_1 x \bar{\sigma}]_{\lambda\mu} | (l_n s_n) j_n M_n \rangle &= (-1)^{2\lambda} \sqrt{2\lambda+1} \sqrt{2j_n+1} (j_n M_n \lambda \mu | j_p M_p) \\ &\cdot \begin{Bmatrix} 1 & 1 & \lambda \\ l_p & \frac{1}{2} & j_p \\ l_n & \frac{1}{2} & j_n \end{Bmatrix} \langle l_p \| Y_1 \| l_n \rangle \langle \frac{1}{2} \| \sigma \| \frac{1}{2} \rangle \end{aligned} \quad (4.29)$$

$\langle l_p \| Y_L \| l_n \rangle$ değerini aşağıdaki formül yardımıyla bulabiliriz [33],

$$\langle l' \| Y_L \| l \rangle = \sqrt{\frac{(2L+1)(2l+1)}{4\pi}} (l 0 L 0 | l' 0) \quad (4.30)$$

Buna göre,

$$\langle l_p \| r Y_1 \| l_n \rangle = \sqrt{\frac{3(2l_n+1)}{4\pi}} (l_n 0 1 0 | l_p 0) R_{np} \quad (4.31)$$

olur. $\langle 1/2 \| \sigma \| 1/2 \rangle$ değerini de daha önce $\sqrt{6}$ olarak hesaplamıştık. Bu değeri ve (4.31)

denklemini (4.29) denkleminde yerine yazarsak,

$$\begin{aligned} \langle (l_p s_p) j_p M_p | g_A r_k [\bar{Y}_1 x \bar{\sigma}]_{\lambda\mu} | (l_n s_n) j_n M_n \rangle &= \sqrt{\frac{18}{4\pi}} \sqrt{(2\lambda+1)(2j_n+1)(2l_n+1)} \cdot \begin{Bmatrix} 1 & 1 & \lambda \\ l_p & \frac{1}{2} & j_p \\ l_n & \frac{1}{2} & j_n \end{Bmatrix} \\ &\cdot (l_n 0 1 0 | l_p 0) R_{np} (j_n M_n \lambda \mu | j_p M_p) \end{aligned} \quad (4.32)$$

Bu denklem matris elemanı denklemdir. İndirgenmiş matris elemanını elde etmek için aşağıdaki Wigner-Eckart formülünden faydalıyoruz:

$$\langle j_1 M_1(l_1 s_1) | r [\bar{Y} \times \bar{\sigma}]_{\lambda \mu} | j_2 M_2(l_2 s_2) \rangle = \frac{\langle j_1(l_1 s_1) \| r [\bar{Y} \otimes \bar{\sigma}]_{\lambda} \| j_2(l_2 s_2) \rangle}{\sqrt{2j_1 + 1}} (j_2 M_2 \lambda \mu | j_1 M_1) \quad (4.33)$$

Buna göre indirgenmiş matris elemanımız :

$$\langle (l_p s_p) j_p \| g_A r_k [\bar{Y}_1 x \bar{\sigma}]_{\lambda} \| (l_n s_n) j_n \rangle = g_A \sqrt{\frac{18}{4\pi}} \sqrt{(2\lambda + 1)(2j_n + 1)(2j_p + 1)(2l_n + 1)} \begin{pmatrix} 1 & 1 & \lambda \\ l_p & \frac{1}{2} & j_p \\ l_n & \frac{1}{2} & j_n \end{pmatrix} (l_n 0 1 0 | l_p 0) R_{np} \quad (4.34)$$

Burada R_{np} ,

$$R_{np} = \int_0^{\infty} U_p^*(r) r U_n(r) r^2 dr \quad (4.35)$$

şeklinde tanımlanıyor. (4.34) denklemini indirgenmiş matris elemanı hesabı için genel bir ifadedir. Biz bu çalışmada $\lambda = 0$ durumundaki geçişleri incelediğimizden, bu denklemde $\lambda = 0$ ve $j_n = j_p = j$ yazacağız. Ayrıca bu denklemdeki 9j sembolü 6j sembolü cinsinden aşağıdaki gibi yazılabilir [33]:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & \lambda \\ l_p & \frac{1}{2} & j \\ l_n & \frac{1}{2} & j \end{pmatrix} = \frac{(-1)^{l_n + \frac{1}{2} + j + 1}}{\sqrt{(2j + 1)(3)}} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & l_n & j \\ l_p & \frac{1}{2} & 1 \end{pmatrix} \quad (4.36)$$

Bu durumda indirgenmiş matris elemanımız son haliyle aşağıdaki gibi verilir :

$$\langle (l_p s_p) j_p \| g_A r_k [\bar{Y}_1 x \bar{\sigma}]_0 \| (l_n s_n) j_n \rangle = g_A \sqrt{\frac{6}{4\pi}} \sqrt{(2j+1)(2l_n+1)} \left\{ \begin{matrix} 1 & 1 & \lambda \\ l_p & \frac{1}{2} & j_p \\ l_n & \frac{1}{2} & j_n \end{matrix} \right\} (-1)^{l_n+j-(1/2)} (l_n 0 1 0 | l_p 0) R_{np} \quad (4.37)$$

4.3. Kuazi Parçacıkların Hamilton Operatörü

Bogolyubov ve Bardeen, Cooper-Schriffer'in çalışmalarından, çift korelasyon kuvvetler teorisinin matematik yöntemi incelendiğinde, bu teorinin önemli formülleri aşağıdaki gibi verilir (burada formüller nötron sistemi için verilmiştir, proton sistemi için de aynı formüller geçerlidir).

Sistemin hamilton operatörü;

$$H_0(n) = \sum_{j,m} \{E(j) - \lambda_n\} a_{jm}^+ a_{jm} - \frac{G_N}{4} \sum_{j,j'} \sum_{m,m'} (-1)^{j-m} (-1)^{j'+m'} a_{jm}^+ a_{j,-m}^+ a_{j',-m'} a_{j'm'} \quad (4.38)$$

biçiminde yazılır [34]. Parçacık üretme ve yok etme operatörleri üzerinde aşağıdaki kanonik dönüşümleri yapalım [34].

$$a_{jm} = U_j \alpha_{jm} + (-1)^{j-m} V_j \alpha_{j,-m}^+ \quad (4.39.a)$$

$$a_{jm}^+ = U_j \alpha_{jm} + (-1)^{j-m} V_j \alpha_{j,-m} \quad (4.39.b)$$

Burada α_{jm}^+ (jm) durumunda bir kuazi parçacık üretim operatörü, α_{jm} (jm) durumunda bir kuazi parçacık yok etme operatörüdür. Bu dönüşümlerle parçacık uzayından kuazi parçacık uzayına geçilmiş olur. Burada U_j ve V_j kanonik dönüşüm sabitleridir ve açısal momentumun izdüşümüne bağlı değildir. V_j^2 büyüklüğü j durumunda parçacık yoğunluğunu, U_j^2 büyüklüğü ise aynı durumda delik yoğunluğunu belirler. λ_n sistemin kimyevi potansiyeli, G_N ise çift etkileşme sabitidir. C_n korelasyon fonksiyonu;

$$C_n = G_N \sum_j \left(j + \frac{1}{2} \right) U_j V_j \quad (4.40)$$

gibi tanımlanmıştır. λ_n ve C_n büyüklükleri aşağıdaki denklemlerden bulunur.

$$\frac{G_N}{2} \sum_j \frac{j + \frac{1}{2}}{\sqrt{C_n^2 + \{E(j) + \lambda_n\}^2}} = 1 \quad (4.41)$$

$$N = \sum_j \left(j + \frac{1}{2} \right) \left\{ 1 - \frac{E(j) - \lambda_n}{\sqrt{C_n^2 + \{E(j) + \lambda_n\}^2}} \right\} \quad (4.42)$$

ε_j bir kuazi parçacık enerjisidir ve U_j, V_j sabitleri

$$V_j^2 = \frac{1}{2} \left\{ 1 - \frac{E(j) - \lambda_n}{\varepsilon(j)} \right\}, \quad (4.43)$$

$$U_j^2 = 1 - V_j^2 \quad (4.44)$$

$$\varepsilon(j) = \sqrt{C_n^2 + \{E(j) - \lambda_n\}^2} \quad (4.45)$$

ifadelerinden bulunur [34]. $\varepsilon(j)$, belirgin bir şekilde m ' e bağlı değildir.

Böylece kuazi parçacık uzayında bağımsız kuazi parçacıklar sisteminin toplam Hamilton operatörü aşağıdaki biçimde yazılabilir.

$$H_{SQP} = \sum_{j,\tau} \varepsilon_j(\tau) B_j(\tau), \quad (4.46)$$

$$B_j(\tau) = \sum_m \alpha_{j,m}^+(\tau) \alpha_{j,m}(\tau) \quad (4.47)$$

4.4. Kuazi Parçacık Uzayında $0^+ \leftrightarrow 0^-$ Birinci Yasaklı β^\pm Geçiş Matris Elemanları

Şimdi Kuazi parçacık uzayında β^\pm geçiş matris elemanlarını hesaplamaya çalışalım.

M_β^\pm operatörleri $A_j^+(n, p)$ ve $A_j(n, p)$ bozon operatörleri cinsinden yazılabilir:

$$M_{\beta}^{-} = \sum_j e_j A_j^+ + \bar{e}_j A_j \quad (4.48)$$

$$M_{\beta}^{+} = \sum_j a_j A_j + \bar{a}_j A_j^+ \quad (4.49)$$

e_j, \bar{e}_j, a_j ve \bar{a}_j genliklerini ise kuazi parçacık uzayında aşağıdaki gibi elde edebiliriz.

$$e_j(n, p) = \left(j, p \left\| -M(\rho_A, \lambda = 0) - i \frac{m_e c}{\hbar} \xi M(j_A, \kappa = 1, \lambda = 0) \right\| j, n \right) U_j(p) V_j(n) \quad (4.50)$$

$$\bar{e}_j(n, p) = \left(j, p \left\| -M(\rho_A, \lambda = 0) - i \frac{m_e c}{\hbar} \xi M(j_A, \kappa = 1, \lambda = 0) \right\| j, n \right) U_j(n) V_j(p) \quad (4.51)$$

$$a_j(n, p) = \left(j, p \left\| +M(\rho_A, \lambda = 0) - i \frac{m_e c}{\hbar} \xi M(j_A, \kappa = 1, \lambda = 0) \right\| j, n \right) U_j(p) V_j(n) \quad (4.52)$$

$$\bar{a}_j(n, p) = \left(j, p \left\| +M(\rho_A, \lambda = 0) - i \frac{m_e c}{\hbar} \xi M(j_A, \kappa = 1, \lambda = 0) \right\| j, n \right) U_j(n) V_j(p) \quad (4.53)$$

Bu hesaplamalardan sonra, $0^+ \leftrightarrow 0^-$ birinci yasaklı beta geçişleri için matris elemanlarının değerlerini;

1) $0_i^- \rightarrow 0^+$ birinci yasaklı β^- geçiş matris elemanının değeri,

$$\begin{aligned} M_{\beta}^{-}(0_i^- \rightarrow 0^+) &= \langle 0^+ | M^- Q_i^+ | 0_i^- \rangle = \langle 0^+ | [M^-, Q_i^+] | 0_i^- \rangle \\ &= \sum_{jj'} [e_j(n, p) A_j^+(n, p) + \bar{e}_j(n, p) A_j(n, p), r_j^+(n, p) A_j^+(n, p) - s_j^i(n, p) A_j(n, p)] \\ &= \sum_j \bar{e}_j(n, p) r_j^i(n, p) + e_j(n, p) s_j^i(n, p) \end{aligned}$$

şeklinde hesaplayabiliriz.

$$M_{\beta}^{-}(0_i^- \rightarrow 0^+) = \langle 0^+ | M^- | 0_i^- \rangle = \sum_j \bar{e}_j(n, p) r_j^i(n, p) + e_j(n, p) s_j^i(n, p) \quad (4.54)$$

2) $0^+ \leftrightarrow 0^-$ birinci yasaklı β^- geçiş matris elemanının değeri,

$$\begin{aligned}
M_{\beta}^{-}(0^{+} \rightarrow 0_i^{-}) &= \langle 0_i^{-} | M^{-} | 0^{+} \rangle = \langle 0^{+} | Q_i M^{-} | 0^{+} \rangle = \langle 0^{+} | [Q_i^{-}, M^{-}] | 0^{+} \rangle \\
&= \left\langle 0^{+} \left| \sum_{jj'} [r_j^i(n, p) A_j - s_j^i(n, p) A_j^+, e_j(n, p) A_j^+ + \bar{e}_j(n, p) A_j] \right| 0^{+} \right\rangle \\
M_{\beta}^{-}(0^{+} \rightarrow 0_i^{-}) &= \langle 0_i^{-} | M^{-} | 0^{+} \rangle = \sum r_j^i(n, p) e_j(n, p) + s_j^i(n, p) \bar{e}_j(n, p) \quad (4.56)
\end{aligned}$$

+şeklinde hesaplayabiliriz.

5. TARTIŞMA VE SONUÇ

Nükleer geçişler incelendiğinde, çekirdeğin alanında bulunan elektronun Coulomb enerjisi, çoğu zaman hem elektronun serbest enerjisinden ($m_e c^2$), hem de geçiş enerjisinden de oldukça büyüktür. Coulomb enerjisinin büyüklüğü, boyutsuz parametreyle temsil edilebilir:

$$\xi \equiv \frac{Ze^2}{2R} \frac{1}{m_e c^2} \approx 1.2ZA^{-1/3} \quad (5.1)$$

Z, nükleer yük ve yarıçap $R \approx 1.2 A^{1/3} \text{ fm}$, ve bu şartlar altında,

$$\xi \gg \frac{\Delta E}{m_e c^2} \text{ ve } \xi \gg 1 \quad (5.2)$$

ile çakışır. ξ yaklaşımında $\xi^{-1} \Delta E / m_e c^2$ relatif terimleri ve ξ^{-1} ihmal edilir ve 0-, 1-yasaklı geçişleri için bozunum olasılıkları, izinli geçişlerdeki f fonksiyonuna dayanarak ifade edilebilir. Yani f' 'nin yerini f_0 alır [18].

$$f_0 t(B(\lambda\pi = 0-) + B(\lambda\pi = 1-)) = \frac{Dg_v^2}{4\pi} \quad (5.3)$$

Burada,

$$B(\lambda\pi = 0-) = \frac{1}{2I_i + 1} \left\langle \left\| I_i \right\| \pm M(\rho_A, \lambda = 0) - i \frac{m_e c}{\hbar} \xi M(J_A, \kappa = 1, \lambda = 0) \right\| I_i \right\rangle^2 \quad (5.4)$$

$$B(\lambda\pi = 1-) = \frac{1}{2I_i + 1} \left\langle \left\| I_i \right\| M(J_v, \kappa = 0, \lambda = 1) \pm \frac{i}{\sqrt{3}} \frac{m_e c}{\hbar} \xi M(\rho_v, \lambda = 1) + i \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{m_e c}{\hbar} \xi M(J_A, \kappa = 1, \lambda = 1) \right\| I_i \right\rangle^2 \quad (5.5)$$

Denklem (5.3) ve (5.4) de üst ve alt tarafa yazılan işaretler (\pm), sırasıyla β^- ve β^+ bozunumlarını ifade eder.

Bununla beraber, nükleer geçişlerde, Bu şartlar altında, elektron spektrumuna ilaveten polarizasyon, açılal korelasyon ve göz önüne alınan geçişler için ilişkiler, yalnızca çok kutupluluğa (özellikle ΔJ farkına) bağlıdır.

Biz bu çalışmamızda $M^\pm(\rho_A, \lambda = 0)$ ve $M^\pm(j_A, \kappa = 1, \lambda = 0)$ matris elemanlarını Kuazi parçacık uzayında analitik olarak hesapladık. Bundan sonra Woods-Saxon gibi bir

etkileşim potansiyeli kullanılarak, matris elemanlarının radyal integralleri incelenebilir. (5.4) denklemi gözönüne alınarak ve Woods-Saxon potansiyeli kullanılarak, farklı çekirdekler için $\beta(\lambda\pi = 0-)$ Beta bozunum geçişleri hesaplanabilir.

Çekirdek yapısının mikroskopik olarak incelenmesi, nükleer yapının ve çekirdekteki nükleon etkileşmelerinin yapısının daha iyi anlaşılabilmesi, için beta bozunumu çalışmaları oldukça önemlidir. Daha sonraki çalışmalarımızda hedeflerimizden birisi, (4.2) ve (4.3) denklemlerindeki diğer matris elemanlarını analitik olarak hesaplamak ve Woods-Saxon potansiyelini kullanılarak farklı çekirdekler için $\beta(\lambda\pi = 0-)$, $\beta(\lambda\pi = 1-)$ ve $\beta(\lambda\pi = 2-)$ beta bozunum geçişlerini hesaplamaktır. Bununla ilgili çalışmalarımıza başladık ve halen devam etmekte.

KAYNAKLAR DİZİNİ

- [1] Krane, K.S., 1988, Introductory Nuclear Physics, Çeviri:B.Şarer, Nükleer Fizik, Cilt 1, 273-326.
- [2] Kirchbach, M., 1987, J.Physics, G:Nucl.Phys.13, 135-148.
- [3] Mach, H., Warburton, E.K, Gill, R.L., Casten, R.F., Becker, J.A., Brown, B.A., Winger, J.A., 1990, Physical Review C41, Number 1, 226-242.
- [4] Henley E.M. and Khriplovich, I.B., 1992, Physics Letters B289, 223-226.
- [5] Saettler, E.R.J., Calaprice, F.P., Hallin A.L. and Lowry, M.M, 1993, Physical Review C48, Number 6, 3069-3077.
- [6] Wilkinson, D.H., 1998, Nuclear Instrument and Methods In Physics Research A406, 89-92.
- [7] Rao, M.S., Priyadarsini, D.K., Lakshminarayana, S., Rao V.S. and Sastry, D.L., 1980, Physical Review C21, Number 2, 728-737.
- [8] Lakshminarayana, S., Rao, M.S., Rao, L.R., Rao V.S. and Sastry, D.L., 1981, Physical Review C24, Number 5, 2260-2266.
- [9] Oertel D. and Brewer, E.D., 1981, Physical Review C23, Number 6, 2751-2752.
- [10] Warburton, E.K., Alburger, D.E. and Wilkinson, D.H., 1982, Physical Review C26, Number 3, 1186-1197.
- [11] Khafizov R.U. and Tolokonnikov, S.V., 1985, Physics Letters B153, Number 6, 353-357.
- [12] Sadler R. and Behrens, H., 1994, Z. Physics A350, 29-37.
- [13] Warburton, E.K., Towner, I.S., and Brown, B.A., 1994, Physical Review C49, Number 2, 824-839.
- [14] Semon, D.R., Allen, M.C., Dejbakhsh, H., Gagliardi, C.A, Hale, S.E., Jiang, J., Trach, L., Tribble, R.E., Yennello, S.J., Xu, H.M., Zhou, X.G. and Brown, B.A., 1996, Physical Review C53, Number 1, 96-105.
- [15] Zylicz, J.L., Pfützner, M., Rohozinski, S.G. and Brown, B.A., 1996, Physical Review C53, Number 4, 1593-1598.
- [16] Millener, D.J., 1997, Physical Review C55, Number 4, 1633-1636.
- [17] Bauman, P., Bounajma, M., Didierjean, F., Huck, A., Knipper, A., Ramdhane, M., Walter, G, Marguier, G., Richard-Serre, C. and Brown, B.A., 1998, Physical Review C58, Number 4, 1970-1979.
- [18] Bohr A. and Mottelson, B.R., 1969, Nuclear Structure, vol.1, 309-414.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devamı)

- [19] Preston M.A. and Bhaduri, R.K., 1975, Structure Of The Nucleus, 217-242, 651-659.
- [20] Krmpotic, F., Ebert K. and Wild, W., 1980, Nuclear Physics A342, 497-527.
- [21] Warburton, E.K., 1991, Physical Review C44, Number 1, 233-260.
- [22] Aygör, H.A., Kuliev, A.E. and Küçükburşa, A., 20-22 Mayıs 1998, 2. Uluslararası en Bilimleri Kongresi, KIRIKKALE, 460-469.
- [23] Warburton, E.K., Becker, J.A., Brown, B.A. and Millener, D.J., 1988., Annals of Physics 187, 471-501.
- [24] Suhonen, J., 1993, Nuclear Physics A563, 205-224.
- [25] Timofeyuk, N.K., Descouvemont, P. and Baye, D., 1996, Nuclear Physics A600, 1-19.
- [26] Ozawa, A., Fujimaki, M., Fukuda, S., Ito, S., Kobayashi, T., Momota, S., Suzuki, T., Tanihata, I., Yoshida, K., Kraus G. and Münzenberg, G., 1998, J. Physics., G: Nucl. Part. Phys. 24, 143-150.
- [27] Suhonen, J., Civitarese, O., 2001, Physics Letters B497, 221-227.
- [28] Civitarese, O. and Suhonen, J., 1996, Nuclear Physics A607, 152-162.
- [29] Guliyev, E., 2002, Ankara Üniversitesi-Fizik Mühendisliği Anabilim Dalı Doktora Tezi, 1-62.
- [30] Civitarese, O., Krmpotic F. and Rosso, O.A., 1986, Nuclear Physics A453, 45-57.
- [31] Kenar, İ., Selçuk Üniversitesi-Fizik Anabilim Dalı Doktora Tezi, 1-69
- [32] Singh, B., Rodriguez, J.L., Wong, S.S.M. and Tuli, J.K., 1998, Nuclear Data Sheets 84, 487, Article No. DS980015.
- [33] Warshalovich, D.A., Moskalyov A.N. and Hersonski, B.K., 1975, "Quantum Theory of Angular Momentum", Nauka, Leningrad, 306-414.
- [34] Soloviev, V.G., 1976, Theory Of Complex Nuclei, 10-349.