

ASENKRON MOTORLARDA
KIRIK ROTOR BARI ARIZALARININ
SONLU ELEMENLAR YÖNTEMİ İLE İNCELENMESİ

M.Murat TEZCAN

Yüksek Lisans Tezi

Elektrik-Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı

Haziran – 2008

ASENKRON MOTORLARDA KIRIK ROTOR BARI ARIZALARININ
SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİ İLE İNCELENMESİ

M.Murat TEZCAN

Dumlupınar Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Lisansüstü Yönetmeliği Uyarınca
Elektrik-Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalında
YÜKSEK LİSANS TEZİ
Olarak Hazırlanmıştır.

Danışman : Yrd. Doç. Dr. A. İhsan ÇANAKOĞLU

Haziran – 2008

KABUL VE ONAY SAYFASI

M. Murat TEZCAN'ın YÜKSEK LİSANS tezi olarak hazırladığı ASENKRON MOTORLARDA KIRIK ROTOR BARI ARIZALARININ SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİ İLE İNCELENMESİ başlıklı bu çalışma, jürimizce lisansüstü yönetmeliğinin ilgili maddeleri uyarınca değerlendirilerek kabul edilmiştir.

...../...../2008
(Sınav tarihi)

Üye : Yrd. Doç. Dr. A. İhsan ÇANAKOĞLU (Danışman)

Üye : Yrd. Doç. Dr. Serdar TUNABOYLU

Üye : Yrd. Doç. Dr. Eyüp GÜLBANDILAR

Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun / / gün ve sayılı kararıyla onaylanmıştır.

Prof. Dr. M. Sabri ÖZYURT
Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

ASENKRON MOTORLARDA KIRIK ROTOR BARI ARIZALARININ SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİ İLE İNCELENMESİ

M. Murat TEZCAN

Elektrik-Elektronik Mühendisliği, Yüksek Lisans Tezi, 2008

Tez Danışmanı: Yrd.Doç.Dr. A. İhsan ÇANAKOĞLU

ÖZET

Bir asenkron motorun hatalı çalışma şartlarında hassas analizi, kompleks bir problemdir. Bu çalışmada, asenkron motorlarda sıkça karşılaşılan rotor hatalarını deneysel olarak inceleyebilmek için bir deney seti geliştirilmiştir. İlk olarak bilinen hatalar hassasiyetle simüle edilip, daha farklı hata tipleri ile karşılaştırılması ihtimaline karşılık, akım izleme yöntemi ile, ilgilenilen hatanın tipi, bilinen hata tipleri ile karşılaştırılmıştır. İkinci olarak ise edinilen bilgiler ile temel sonlu eleman modeli oluşturulup, laboratuvar şartlarında şekillendirilip, hız dalgalanması veya rotor çarpıklıkları gibi hatalara benzerliği araştırılmıştır.

Asenkron motorda meydana gelen arızaları laboratuvar koşullarında izleyebilmek ve meydana gelen arızalara müdahale edebilmek için geliştirilen deney seti sayesinde, yapılan simülasyonların gerçeğe yakın olup olmadığı konusunda daha net bir izlenime varılmıştır. Yapılan deneylere dayanarak asenkron motorun çeşitli kırık rotor barı durumlarında performansı izlenerek sağlam çalışma şartlarında alınan değerlere göre karşılaştırma imkanı bulunmuş ve işletmelerde meydana gelebilecek rotor arızalarında, asenkron motorun performansında oluşacak değişiklikler modellenmeye çalışılmıştır.

Anahtar Kelimeler: Asenkron Motor, Kırık Rotor Barı, Sonlu Elemanlar Yöntemi, Deney Seti.

FINITE ELEMENT STUDY OF AN INDUCTION MOTOR HAVING BROKEN ROTOR BAR FAULTS

M. Murat TEZCAN

Electric&Electronic Engineering, M.S.Thesis, 2008

Thesis Supervisor: Asst.Prof.Dr. A. İhsan ÇANAKOĞLU

SUMMARY

In faulty working conditions, precise analysis of an induction motor is a complex problem. In this study, thanks to numeric methods and a software, which are committed to these methods, indications of rotor failures in induction machines are investigated. Initially, the common failures are precisely simulated and by means of the method of current monitoring. Then, the type of failure is compared to the common types of failures in case of encountering more different types of failures. Finally, using the gathered information, a model of basic finite elements is developed, shaped in a laboratory environment and its resemblance to failures such as speed fluctuation or rotor irregularity is investigated.

Thanks to the experimental set, which is developed to monitor the failures in a laboratory environment and to record in the failures occurred in the rotor, a sharper impression is gained concerning whether the simulations made are veridical or not. Regarding the experiments made, the performance of induction motor in the case of various broken rotor bars is monitored and thus the opportunity of comparing it to the rates that are taken in healthy working conditions is seized. Finally, it was intended to model the changes that may occur in an induction motor at some point in rotor failures, which may happen in industry.

Keywords: Induction Motor, Broken Rotor Bar, Finite Element Method, Experimental Set.

TEŐEKKÜR

Bu alıŐma esnasında yardımcı olan danıŐmanım Yrd. Do. Dr. A. İhsan ANAKOĞLU'na, hiçbir zaman maddi ve manevi desteklerini esirgemeyen kıymetli aileme ve her zaman fikir alıŐveriŐinde bulunduğum saygıdeğer Elektrik-Elektronik bÖlümü öğretim üyelerimize sonsuz teŐekkürlerimi sunarım.

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
ÖZET.....	iv
SUMMARY.....	v
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	ix
ÇİZELGELER DİZİNİ.....	xii
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ.....	xiii
1. GİRİŞ.....	1
1.1 Asenkron Motorlarda Hata Analizi İle İlgili Yapılmış Çalışmalar.....	1
2. ÜÇ FAZLI ASENKRON MOTOR TEORİSİ.....	7
2.1 Asenkron Motorun Tanıtılması.....	7
2.1.1 Asenkron Motorun Temel Çalışma İlkesi.....	8
2.1.2 Asenkron Motorda Dönen Manyetik Alan Oluşumu.....	9
2.1.3 Rotorun Davranışı.....	15
2.1.4 Kayma.....	19
2.2 Asenkron Motorun Eşdeğer Devresi.....	20
2.3 Asenkron Motorun Boşta Çalışması.....	26
2.4 Asenkron Motorun Kısa Devre Çalışması.....	26
2.5 Boşta Çalışma ve Kısa Devre Deneylelerinden Faydalanarak Asenkron Motorun Eşdeğer Devre Parametrelerinin Bulunması.....	26
2.6 Asenkron Motorda Oluşan Güç, Moment ve Güç Faktörü Değerleri.....	29
2.6.1 Asenkron Motorda Güç İfadeleri.....	31
2.6.2 Asenkron Motorda Moment İfadeleri.....	33
2.6.3 Asenkron Motorda Moment - Hız Karakteristikleri.....	34
3. ASENKRON MOTORUN SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİYLE ANALİZİ.....	42
3.1 Genel SEY Teorisi.....	42
3.1.1 Sınır Değer Problemlerinin SEY Formülasyonu.....	43
3.1.2 Varyasyonel Formülasyonu.....	44
3.1.3 Bölgenin Ayrıştırılması.....	45
3.1.4 Eleman Enterpolasyon Fonksiyonları.....	47
3.1.5 Ritz Yöntemi ile SEY Eşitliklerinin Elde edilmesi.....	49
3.1.6 Eleman Eşitliklerinin Elde Edilmesi.....	49
3.1.7 Eleman Matrislerinin Birleştirilmesi ve Denklem Takımının Elde Edilmesi.....	51

İÇİNDEKİLER (devam)

	<u>Sayfa</u>
3.1.8 Dirichlet Sınır Şartlarının Girilmesi.....	54
3.2 Harmonik Alanların SEY Formülasyonu.....	56
4. ARIZA MODELLEMEDE KULLANILAN DENEY DÜZENEGİNİN TANITIMI VE DEĞERLERİN ALINMASI.....	59
4.1. Arıza Oluşturulacak Rotor Bloğunun İmal Edilmesi ve Deney Setinin Kurulumu.	59
4.2. Boşta ve Kısa Devre Çalışmada Deney Değerleri	67
4.3 Deney Verilerinden Yararlanarak Eşdeğer Devre Parametrelerinin Hesaplanması	68
5. ARIZA MODELLEMEDE KULLANILAN FEMM PROGRAMININ TANITIMI.....	70
5.1 FEMM Programının Çözümleme Tarzı	71
5.1.1. Manyetostatik Problemleri.....	71
5.1.2. Harmonik Zamanlı Manyetik Problemleri.....	72
5.2 Sınır Şartlarının Belirlenmesi.....	74
5.3. Sonlu Eleman Analizi.....	75
5.4. Asenkron Motorda FEMM Analizi	75
5.5. Sağlam ve Kırık Rotor Arızalı Motor İçin FEMM Programı Analizi.....	84
6. SONUÇ VE ÖNERİLER.....	92
KAYNAKLAR DİZİNİ.....	94

ŞEKİLLER DİZİNİ

<u>Sekil</u>	<u>Sayfa</u>
2.1. Sincap kafesli asenkron motor kesiti	8
2.2. Stator akımlarının zamana göre değişimini gösteren MATLAB grafiği.....	9
2.3. İki kutuplu bir sistemde rotor iletkenlerinin davranışı.....	10
2.4. 3 Fazlı sargının stator oluklarına yerleşimi.....	10
2.5. Stator sargılarında oluşan manyetik akının zamanla değişimi.....	
a) $\omega t=0$ b) $\omega t=\pi/4$ c) $\omega t= \pi/2$	11
2.6. Stator sargılarının yıldız ve üçgen bağlanması.....	
a) Yıldız bağlantı b) Üçgen bağlantı.....	12
2.7. Aralarında 90^0 bulunan 4 iletkenen oluşan, 4 kutuplu, tek katmanlı basit bir.....	
stator sargısı.....	13
2.8. Stator iletkenlerinin artışı ile oluşan magnetik akı yoğunluğunun değişimi.....	14
2.9. Stator faz kuşaklarının yerleşimi.....	14
2.10. Üç fazlı, rotoru sargılı bir asenkron motorun, rotor ve stator sargılarının kendi.....	
eksenleri üzerinde toplu bobinli hali.....	16
2.11. Üç fazlı asenkron motorun sargılarındaki manyetik akı yoğunluğu vektörleri.....	17
2.12. $\omega t=0^0$ ve $\omega t=90^0$ için statordaki manyetik akı yoğunluğu vektörleri için.....	
statordaki net manyetik akı vektörünün konumu.....	18
2.13. Asenkron motorun stator eşdeğer devresi.....	21
2.14. Asenkron motor rotoru.....	22
2.15. Asenkron motor rotor eşdeğer devresi.....	23
2.16. Kaymaya bağlı rotor eşdeğer devresi.....	24
2.17. Asenkron motorun statora indirgenmiş eşdeğer devresi.....	24
2.18. Üç fazlı asenkron motorun bir faz yaklaşık eşdeğer devresi.....	25
2.19. Asenkron motorun yaklaşık eşdeğer devresi.....	27
2.20. Asenkron motorun kısa devre eşdeğer devresi.....	27
2.21. Üç fazlı asenkron motorun fazör diyagramları.....	29
a)Boşta çalışma b) Yüklü çalışma c) Kısa devre çalışma.....	29
2.22. Asenkron motorun güç akış diyagramı.....	30
2.23. Asenkron motorun boşta çalışmasında manyetik alan vektörlerinin durumu.....	34
2.24. Asenkron motorun yüklü durumunda manyetik alan vektörlerinin durumu.....	35

ŞEKİLLER DİZİNİ (devam)

<u>Sekil</u>	<u>Sayfa</u>
2.25. I_R akımına ve B_R manyetik alanının değişimine göre mil devir hızının değişimi....	36
2.26. Endüklenen net manyetik alana göre milin hızının değişimi.....	36
2.27. Endüklenen mekanik momentin mil hızına bağlı değişimi.....	37
2.28. Asenkron motorun 1 faz eşdeğer devresinin thevenin terminalleri.....	37
2.29. 1 Faz eşdeğer devrede thevenin geriliminin gösterimi.....	38
2.30. Thevenin eşdeğer devresine rotor eşdeğerinin bağlanması.....	38
2.31. Asenkron motorun çalışma bölgeleri ve moment noktaları.....	41
3.1. Γ_d Ara yüzeyi ile ayrılmış süreksizlik içeren bir bölge.....	44
3.2. 4 Eleman 6 Düğümlü bir sonlu eleman ağı.....	46
3.3. Kartezyen koordinatlarda tipik lineer üçgen eleman.....	47
4.1. Rotor bloğunda tadilat yapılacak alanların belirlenmesi.....	59
4.2. Rotor bloğunun üç parçaya ayrılması.....	60
4.3. Rotor sac parçaları	60
4.4. Rotor Alüminyum iletkenleri; a) Dikey görünüş b) Yatay görünüş.....	61
4.5. İmal edilen rotor diski ve alüminyum iletkenleri	62
4.6. İmal edilen rotor bloğunun genel görünümü	62
4.7. Rotor iletkenlerinin temas kontrolü.....	63
4.8. Rotor parçalarının sıkıştırma işlemi.....	63
4.9. a) Rotor bloğunun torna tezgahına yerleştirilmesi b) Talaş alma işlemi.....	64
4.10. Asenkron motorun montaj öncesi hali.....	65
4.11. Güç-harmonik analizörü.....	65
4.12. a) Deney düzeneğinin şeması.....	66
b) Deney düzeneğinin laboratuvarındaki kurulumu.....	66
4.13. Stator ve rotor direnç ve reaktanslarının kırık rotor barı sayısına göre değişimi.....	68
4.14. Demir direncinin kırık rotor barı sayısına bağlı değişimi.....	69
4.15. Mıknatıslanma reaktansının kırık rotor barı sayısına bağlı değişimi.....	69
5.1. Çalışmada kullanılan asenkron motorun etiket değerleri.....	76
5.2. İki boyutlu CAD çiziminin FEMM programındaki görüntüsü.....	77
5.3. FEMM programında problem tanımlama.....	78
5.4. Malzeme özelliklerinin belirlenmesi.....	79

ŞEKİLLER DİZİNİ (devam)

<u>Sekil</u>	<u>Sayfa</u>
5.5. Sınır şartı özelliklerinin girilmesi.....	80
5.6. Oluklarda dolaşan akımın tanımlanması.....	81
5.7. Çözüm bölgesinin sonlu elemanlara ayrılması.....	82
5.8. Akım yoğunluğuna bağlı olarak alınan bir sonuç örneği.....	83
5.9. Rotor yüzeyinin belirlenmesi.....	83
5.10. Sağlam motorda manyetik akı yoğunluğunun genlik dağılımı.....	84
5.11. Sağlam Motorda stator ve rotor iletkenlerinde akım yoğunluğu dağılımı.....	84
5.12. Sağlam motorda rotordaki manyetik akı yoğunluğunun rotor çevresine..... bağlı değişimi.....	85
5.13. Sağlam motorda rotor çevresine bağlı manyetik alan şiddeti değişimi.....	85
5.14. Rotoru 1 kırıklı motorda manyetik akı yoğunluğunun genlik dağılımı.....	86
5.15. Rotoru 1 kırıklı motorda stator ve rotor iletkenlerinde akım yoğunluğu dağılımı...	86
5.16. Rotoru 2 kırıklı motorda hava aralığındaki magnetik akı yoğunluğunun rotor..... çevresine bağlı değişimi.....	87
5.17. Rotoru 2 kırıklı motorda rotor çevresine bağlı magnetik alan şiddeti değişimi.....	87
5.18. Rotoru 2 kırıklı motorda manyetik akı yoğunluğunun genlik dağılımı.....	88
5.19. Rotoru 2 kırıklı motorda stator ve rotor iletkenlerinde akım yoğunluğu dağılımı...	88
5.20. Rotoru 2 kırıklı motorda hava aralığındaki magnetik akı yoğunluğunun rotor..... çevresine bağlı değişimi.....	89
5.21. Rotoru 2 kırıklı motorda rotor çevresine bağlı magnetik alan şiddeti değişimi.....	89
5.22. Rotoru 3 kırıklı motorda manyetik akı yoğunluğunun genlik dağılımı.....	90
5.23. Rotoru 3 kırıklı motorda stator ve rotor iletkenlerinde akım yoğunluğu dağılımı...	90
5.24. Rotoru 3 kırıklı motorda hava aralığındaki magnetik akı yoğunluğunun rotor..... çevresine bağlı değişimi.....	91
5.25. Rotoru 3 kırıklı motorda rotor çevresine bağlı magnetik alan şiddeti değişimi.....	91

ÇİZELGELER DİZİNİ

<u>Çizelge</u>	<u>Sayfa</u>
2.1 Stator akımlarının t anlarında almış oldukları akım değerleri.....	16
4.1. Asenkron motorun deney değerleri.....	67
4.2. Eşdeğer devre parametreleri.....	68

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

<u>Simgeler</u>	<u>Açıklama</u>
Y- Δ	Yıldız-Üçgen bağlantı
n_s	Senkron hız (Dönen magnetik alanın hızı)
n_r	Rotor hızı
B	Magnetik akı yoğunluğu
H	Magnetik alan şiddeti
I_M	Faz akımlarının maksimum değeri
ω	Açısal hız (rad/s)
n_k	Kayma hızı
s	Kayma
f_s	Şebeke frekansı
f_r	Rotor iletkenlerinde dolaşan akımın frekansı
R_1	Stator bir faz sargı direnci
X_1	Stator bir faz sargı reaktansı
Z_1	Stator bir faz sargı empedansı
V_1	Stator faz-nötr gerilimi
E_1	Zıt EMK
I_0	Boşta çalışma akımı
I_M	Mıknatıslanma reaktansından geçen akım
I_c	Demir direncinden geçen akım
R_c	Demir direnci
X_M	Mıknatıslanma reaktansı
E_R	Rotor iletkenlerinde endüklenen gerilim
X_{R0}	Kısa devre rotor reaktansı
R_2	Rotor direnci
X_2	Rotor reaktansı
I_2	Rotor akımı
P_0	Motorun boşta çalışma anında şebekeden çektiği aktif güç
P_{fes}	Demir direncinde harcanan güç
$P_{s,v}$	Motor sürtünme vantilasyon kayıpları
Z_k	Motor eşdeğer devre faz empedansı

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ (devam)

<u>Simgeler</u>	<u>Açıklama</u>
R_k	Motor eşdeğer devre faz direnci
X_k	Motor eşdeğer devre faz reaktansı
U_k	Motor kısa devre faz-faz gerilimi
P_s	Motorun şebekeden çektiği aktif güç
P_{CU_s}	Stator bakır kayıpları
P_{CU_r}	Rotor bakır kayıpları
P_M	Endüklenen mekanik güç
P_{AG}	Hava aralığına intikal eden güç
P_f	Motor milinden alınan güç
P_{elk}	Kaçak akı kayıpları
T_M	Endüklenen mekanik moment
$T_Ç$	Rotor milinden alınan moment
Z_{TH}	Thevenin eşdeğer empedansı
V_{TH}	Thevenin eşdeğer gerilimi
E	Elektrik alan şiddeti
J	Akım yoğunluğu
A	Magnetik vektör potansiyeli
<u>Kısaltmalar</u>	<u>Açıklama</u>
MMK	Magnetomotor kuvvet
EMK	Elektromotor kuvvet
SEY	Sonlu elemanlar yöntemi
FEMM	Finite element method magnetics

1. GİRİŞ

Elektrik motorlarında meydana gelen hataların tarihi, elektrik motorlarının tarihi ile neredeyse yaşıttır. Üreticiler ve kullanıcılar, başlangıçta meydana gelen hatalar karşısında basit çözümleri benimsemekteydiler. Bunlar daha çok aşırı akım korumaları, gerilim regülatörleri, topraklama önlemleri alınarak çözülebilmekteydi. Ancak elektrik makinelerinin gelişimine paralel olarak, ortaya çıkan hata tiplerinin de artması ile hata teşhisi ve problemlerin çözülmesi de zorlaşmaya başlamıştır. Oluşan arızalar karşısında işletmelerin finansal kayıpları da artmaktadır. İşte bu nedenle hızlı hata tespiti ve arızaya müdahale önem kazanmıştır.

Araştırmada kullanılacak olan yöntemler içinde en önemlisi hat akımlarına bağlı olan inceleme şekli olacaktır. Çünkü hat akımları süreklilik arzeder. Bunun yanında hat akımlarının frekans spektrum analizi de kırık rotor barları nedeni ile oluşan etkiye bağlı olarak istenmeyen bileşenleri de içereceğinden, çalışan sistemler üzerinde uygulanması yani pratiğe dökülmesi kolay olacaktır.

Hatalı çalışma şartlarında bir asenkron motorun hassas analizi kompleks bir problemdir. Bu çalışmada sayısal yöntemler ve buna bağlı olan yazılımlar sayesinde asenkron motorlardaki rotor hatalarının belirtileri anlaşılmaya çalışılacaktır. İlk olarak bilinen hatalar hassasiyetle simüle edilip, daha farklı hata tipleri ile karşılaştırılması ihtimaline karşılık, akım izleme yöntemi ile hatanın tipi bilinen hata tipleri ile karşılaştırılacaktır. İkinci olarak ise edinilen bilgiler ile temel sonlu eleman modeli oluşturulup, laboratuvar şartlarında şekillendirilip, hız dalgalanması veya rotor çarpıklıkları gibi hatalara benzerliği araştırılacaktır.

1.1. Asenkron Motorlarda Hata Analizi İle İlgili Yapılmış Çalışmalar

Asenkron motorlar sanayide en çok kullanılan motor olması sebebiyle dinamik ve statik alanda bir çok araştırma konusuna malzeme kaynağı teşkil etmiştir ve asenkron motorların geliştirilmesi ve hatalarının teşhisi için halen bu çalışmalar devam etmektedir. Asenkron motorlarda hata analizi üzerine yapılmış çalışmaların bir bölümü aşağıda verilmiştir.

Arfat Siddique, S. Yaddava ve Bhim Singh yaptıkları çalışmada, asenkron motorlarda hata teşhisi ve durum izleme alanında hızlı gelişen ve başlangıç (kakinma) süreci hatalarının eşzamanlı tespitinde kullanılan teknolojileri incelemişlerdir. Bu çalışma kritik sistemde beklenmeyen bir hatadan kaçınmak üzerine kuruludur. Sistemlerde meydana gelen hataların %30-40'ının stator hataları olduğunu belirten araştırmacılar, ilgili çalışmada stator hataları, hataların sebepleri, hata tespit teknikleri ile ilgili kapsamlı bir kaynak taraması yapılmıştır. Çalışmanın amacı asenkron motorlar ile ilgilenen araştırmacı ve mühendislerin stator hataları

hakkında bilgi sahibi olmalarını sağlamaktır. Çalışmalarında 183 araştırma, kaynaklar bölümüne yazılarak hızlı bir tarama imkanı sağlanmıştır [1].

Subhasis Nandi, A.Toliat ve Xiaodong Li, araştırmalarında, asenkron motorların çalışması sırasında meydana gelen hataların teşhis yöntemlerini incelemiştir. Çalışmada üretici ve tüketicilerin, hata teşhisi için kullanılan yöntemleri geliştirme hızlarının arttığına dikkat çekilmektedir. Aynı zamanda kullanılan sürücülerdeki yazılımlarında satışa uygun ve güvenilir olması için yapılan çalışmaların da hararetli bir biçimde sürdüğü anlatılmaktadır. Motor akımındaki belirli harmoniklerin belirlenmesi işlemi dışında, diğer sinyal çeşitleri olan ;

Hız, Moment, Gürültü, Vibrasyon vb. sinyaller de kendilerinin frekans bileşenleri için bulunabilir. Bazen de değişik teknikler (termal ölçümler, kimyasal analiz vb.) hatanın özelliği ve derecesi ile ilgili bilgi verebilir. Ayrıca yapılan çalışmada, hatanın tespiti ve giderilmesi sırasında insan gücünün yetersizliği ve yavaşlığı nedeni ile bazı sistemlerin geliştirildiğine dikkat çekilmektedir. Bu sistemlere Neural networkler (sinir ağları), Fuzzy Lojik (bulanık mantık) tabanlı sistemler vb. örnek gösterilmiştir. Gerçekten de bu işin kapsadığı alan hayli geniştir. Bundan dolayı yapılan çalışma, ileriki araştırma süreçlerini desteklemek ve çeşitli yöntemleri ortaya koymak için önemlidir. Aynı zamanda bu çalışma, geçmişte yapılan bir çalışmanın tekrarlanmasını engelleyip, hata tespiti ve hataya müdahale alanında araştırmacıya kuş bakışı bir gözlem imkanı vermektedir [2].

Mohammed El Hachemi Benbouzid ve Gerald Kliman, yaptıkları çalışmada stator akımını sinyal işleme ile motor hatalarını tespit yöntemini incelemiştir. İnverterler yardımı beslenen motorlarda geçici gerilim rejimlerinden dolayı ve anahtarlamalı güç kaynakları veya sürücülerle sürülen asenkron motorlarda anahtarlama etkilerinden dolayı birtakım arızaların oluştuğuna dikkat çeken araştırmacılar, arızaların çoğunun rotor arızası olduğunu belirtmektedirler. Araştırmada rotor hatalarının iki ana nedeninin olduğu, bunlardan ilkinin kırık rotor barları, ikincisinin ise rulman dengesizliklerinden kaynaklandığı belirtilmektedir. Teknolojik gelişmelere paralel olarak, bilgi işleme sistemleri ve verimli çalışan yazılımlar sayesinde hata analizleri yapılmaktadır. Bu analizlerde normal çalışan motorla, hatalı çalışan motorun davranışları karşılaştırılmaktadır. Araştırmada elektromagnetik mantıkla çalışan devrelerin yerine çok fonksiyonlu malzemelerin desteği ve sinyal işleme tekniği kullanılarak kırık rotorlu motorun hata tespitine dikkat çekilmektedir [3].

Andrej Stermecki, Igor Tičar, Ivan Zagradišnik ve Peter Kitak, yaptıkları çalışmada, asenkron motorlarda kalkınma anındaki şebekeden çekilen yüksek akımların düşürülmesi için asenkron motorun sargılarında yeni bir düzenleme yapmışlardır. Araştırmacıların üzerinde çalıştıkları motor, özel kompresör uygulamalarında kullanılmak üzere imal edilmiştir. Bu yüzden normal Y- Δ bağlantılarının bu çalışmada kullanılmadığından bahsedilmektedir. Alışılmışın aksine, yani bazı analitik ve deneysel çözümlerin aksine bu çalışmada modelleme işlemi, rotorun hareketine göre ve dönüş yönü göz önüne alınarak geçici rejimli nümerik analizi yapılmıştır. Üretilen nümerik model, motorun herhangi bir yük durumundaki performansını incelemeye imkan sağlamaktadır. Buna bağlı olarak motorun moment karakteristiği kestirilmektedir. Aynı zamanda çalışmada eddy akımlarının etkisine bağlı olarak motor shaft üzerindeki elemanların magnetik alandan etkilenmeleri incelenmiş ve motor performansı analiz edilmiştir. Analiz sonuçları laboratuvar ölçümleri ile karşılaştırılıp analizin doğruluğunun ispatına çalışılmıştır [4].

Grant H. Müller ve Charles F. Landy, çalışmalarında kırık rotor barları tarafından üretilen aksel güce yönelik teorik ve deneysel araştırmaları detaylı olarak incelemiştir. Yapılan çalışma hata incelemesi ve barlararası akım teorisi üzerinedir. Aynı zamanda bu çalışma, barlararası akımın aksel yönde güç üretmek için stator akısı ile etkileşime geçtiğini gösteren bir matematik model sunar. Modeli kanıtlamak ve desteklemek için yapılan çalışmada ise, kırık rotor barları olan birkaç motor ile çalışılıp deneysel veriler elde edilmiştir. Deneysel veriler, matematik modeldeki frekans varsayımlarını doğrular. Ayrıca ölçümler, bu frekans bileşenlerinin, rotordaki çubuklar arası akıma ve mil üzerindeki yüke bağlı olduğunu gösterir. Deneysel sonuçlar, barlararası akım varlığına dayanarak kırık rotor barlarının belirlenmesi için yeni bir model ortaya koymuştur [5].

Rastko Fišer ve Stanislav Ferkolj çalışmalarında sincap kafesinde asimetri olan yani rotor barlarında bir kırık veya darbe olan asenkron motorun magnetik alanının araştırılması için kullanılan FEM yöntemini tartışmışlardır. Bu yöntem sayesinde magnetik vektör potansiyeli (A), akı yoğunluğu (Φ), güçler, moment, rotor ve stator akımları, karşılıklı ve sızıntı endüktansları kesin bir şekilde hesaplanabilir. Aynı zamanda bu yöntem, durgun hal ve dinamik performansta verim kaybına yol açan ve motorun yatay kesitindeki magnetik alan dağılımında meydana gelen aşırı artmaya neden olan kırık rotor barlarının incelenmesine de olanak sağlamıştır [6].

D.Dolinar, R.D. Weert, R.Belmans, E.M.Freeman yaptıkları çalışmada, üç fazlı sincap kafesli asenkron motorun iki boyutlu modelindeki parametrelerin, FEM kullanılarak çözümüne dayanan bir inceleme yapmışlardır. Model parametreleri, sonlu eleman ağlarının çözümünden elde edilir. Akı dağılımının hesaplanmasında, motor saturasyonu, durgun nonlineer vektör potansiyeli çözümünden yararlanılarak bulunup modele katılmıştır. Endüktans hesabında ise düzgün zamanlı harmonik vektör potansiyel alanı çözümü kullanılmıştır. Bütün endüktanslar mıknatıslenme akımının bir fonksiyonu olarak bulunmuştur. Parametre tanımlama işleminin doğruluğu da laboratuvar ölçümleri ile kanıtlanmıştır [7].

S. Williamson, L.H. Lim ve A.C. Smith, asenkron motorun geçici rejimlerini 2 boyutlu FEM yöntemini kullanarak incelemişlerdir. Daha önceki çalışmaların aksine bu çalışmada, rotor barlarında dolaşan akımların, eddy akımları formülasyonu kullanılarak hesaplanması sağlanmıştır. Bu yöntem rotor akımlarının harmonik dağılımları incelenerek ve zaman basamaklı devre eşitlikleri kullanılarak sağlanmıştır [8].

Li Weili, Xie Ying, Shen Jiafeng ve Luo Yingli yaptıkları çalışma asenkron motorlarda kırık rotor barları etkilerinin teşhisi ve sonlu elemanlar yöntemi ile analizine dayanmaktadır. Yapılan çalışmada, model oluşturulurken önce sağlıklı motor analizi, daha sonra 1 kırıklı ve 2 bitişik olukta kırığı olan motorların analizi yapılmıştır. Analizde göz önüne alınan değerler ise; Stator akımları dalga şekilleri, barlar üzerindeki akım yoğunluğu, rotor barlarındaki magnetik güç dağılımı ve magnetik alan dağılımı değerleridir. Bunun yanında kırık barlara bağlı olan diğer rotor barları üzerindeki demir kayıpları dağılımı hesaplanmıştır. Bununla beraber hava aralığı akı yoğunluğunun harmonik bileşenlerinin değeri hesaplanmıştır. Yapılan işlemlere dayanarak hatalı işaretler ortaya çıkarılmıştır. Deneysel verilerle teorik bilgiler karşılaştırılarak 2 kutuplu, 1.1 kW gücünde asenkron motor üzerinde, yapılan çalışmanın pratiğe dökülmesi sağlanmıştır [9].

D.G.Dorrell, T.J.E. Miller ve C.B.Rasmussen yaptıkları çalışmada üç fazlı sincap kafesli asenkron motorun rotor kafesi akımlarının motor performansı üzerindeki etkilerini basit ama sonuç verici bir modelle açıklamaya çalışmışlardır. Model, standart eşdeğer devre içindeki rotor direnci ve reaktansı parametrelerinin elde edilmesi için çözülecek bir matris formundan oluşmaktadır. Aynı zamanda modifiye edilmiş (bir veya iki kısadevre halkası çıkarılmış) asenkron motor rotoru ile yapılan testler sayesinde modelin doğruluğu kanıtlanmaya çalışılmıştır [10].

H.Douglas, P.Pillay ve A.K. Ziarani çalışmalarında ilk olarak kararlı hız koşullarında çalışan asenkron motorun durum değişkenleri analizini yapmışlardır. Sonraki aşamada ise geçici rejimlerde motor akımlarını incelemek için yeni bir konsept geliştirmişlerdir. Bu teknikte akımın temel bileşeni kaldırılıp, kalıntı bileşenler waveletler yardımı ile incelenir. Hem motor hemde generatör çalışmada, kırık rotor barlarının teşhisi için yapılan testlerde tekniğin kullanılabilirliği görülmüştür [11].

John F. Watson, David G. Dorrell ve Neil C. Paterson çalışmalarında, FEM yönteminin rotor hatalarını ne şekilde simüle etmek amacı ile kullanıldığını göstermek ve işletme değerlerini iyileştirmek amacı ile yazılmıştır. Çalışmada 2 model üzerinde çalışmanın mümkün olabileceği anlatılmıştır. Bunlar zaman basamaklı ve karışık ağ yapılı sonlu eleman ağ modelleridir. Bazı sebebi bilinen arızaların model ve test düzeneği üzerindeki etkilerine göre bir tahmin yöntemi geliştirilen çalışmada, motorun çalışması sırasındaki anlık arızalar, bilinen arızalara benzetilerek bir hata tespit yöntemine gidilmiştir [12].

J. Faiz ve B.M. Ebrahimi yaptıkları çalışmada temel olarak zaman basamaklı FEM yöntemini kullanarak stator ve rotor arasındaki hava aralığının magnetik alan dağılımının net analizini yapmaya çalışmışlardır. Böylece çeşitli hata durumlarındaki asenkron motorun performansı incelenmektedir. Sonlu elemanlar yöntemi ile analizi yapılan bölgede, akım yoğunluğu yerine besleme gerilimi kullanılarak FEM metodunun hata teşhisi sırasındaki dezavantajları giderilmeye çalışılmıştır. Daha önceki çalışmalarında durgun haldeki eksen kayıklığına bağlı rotor hatası tespit çalışmasını ayrı ayrı inceleyen araştırmacılar, bu çalışmalarında ikisini aynı anda incelemişlerdir. Motorun hava aralığında taşınan magnetik alanın net analizi yapıp, arızalı motorun performansı hakkında bilgi verilmiştir. Bu çalışmanın bir avantajı da, magnetik nüve saturasyonunun sebebinin araştırılmasıdır. Bunu göstermek için de transient (geçici durum) analizi yapılmıştır [13].

Rastko Fišer ve Stanislav Ferkolj çalışmalarında elektriki ve magnetik açıdan, kırık rotor barları nedeni ile simetrisi bozulmuş olan asenkron motorun performansını sonlu elemanlar yöntemi ile arttırmayı hedeflemişlerdir. Magnetik vektör potansiyeli, akı yoğunluğu, güç bileşenleri, rotor ve stator akımları, mutlak ve kaçak endüktans değerleri net olarak hesaplanmıştır. Magnetik malzemenin nonlineerlik özelliği de hesaplamalarda kullanılmıştır [14].

Chang Eob Kim, Yong-Bae Jung, Sang-Baeck Yoon ve Dal-Ho Im yaptıkları çalışmada sincap kafesli asenkron motorlarda rotor barlarındaki hata tespitini incelemişlerdir. Çalışmada

motor hareket halindeyken sargı akımlarının oluşturduğu relüktans değişimi sayesinde oluşan yüksek dirençten kaynaklanan ve kırık veya hatalı rotor barlarının oluşturduğu hatalar göz önüne alınmıştır. Çalışmada kullanılan zaman basamaklı FEM yöntemi, elektromagnetik denklemlerle beraber, hava aralığı sonlu eleman ağı sayesinde motorun hareketi incelenmiştir [15].

Saffet Ayasun ve Chika O. Nwankpa çalışmalarında asenkron motor testlerini (dc, boşa çalışma, kilitli rotor) hem MATLAB/Simulink ortamında, hemde gerçek bir deney seti üzerinde gerçekleştirip, hız parametresine bağlı olarak çeşitli büyüklüklerin karakteristiklerini çıkartmışlardır. Aynı zamanda eşdeğer devre parametrelerinin hesabını da göstermişlerdir [16].

Yapılan bu çalışmalar göstermektedir ki, asenkron motorlarda hata analizi birçok çalışmanın konusunu teşkil etmiş olup, gelişen teknoloji sayesinde hatalar daha kolay modellenebilmekte ve problemler daha kesin sonuçlar verecek şekilde çözülebilmektedir.

2. ÜÇ FAZLI ASENKRON MOTOR TEORİSİ

Bu bölümün amacı, asenkron motorların çalışma prensibini daha iyi anlamak ve değişik çalışma koşullarında çalışan asenkron motorun tepkileri hakkında bilgi sahibi olmaktır. Bu bölümde izlenecek yol ise şu biçimde olacaktır :

1-) Asenkron motorun bir faz eşdeğer devresi göz önüne alınarak, eşdeğer devre üzerinden bazı parametrelerin hesaplanması.

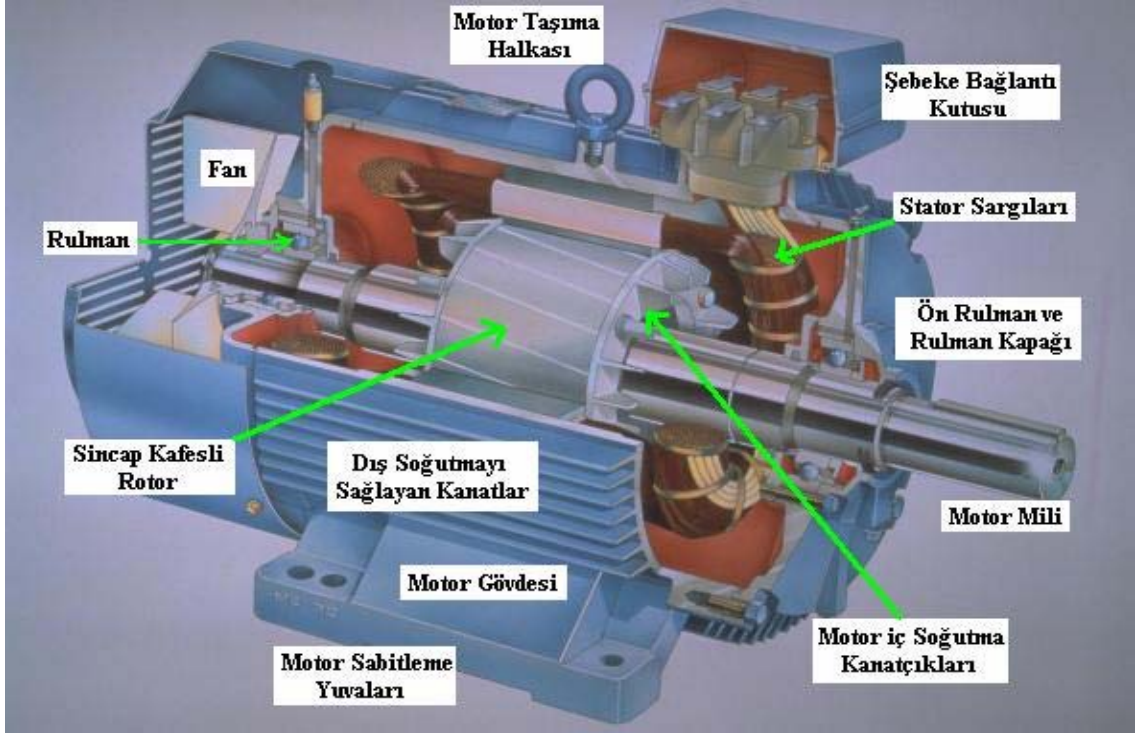
2-) Asenkron motorun çalışma değerlerine göre elektromekanik davranışının belirlenmesi, değişik yükleme durumlarında ve çeşitli hatalı çalışma koşullarında parametrelerin değişiminin gözlenmesi.

2.1. Asenkron Motorun Tanıtılması

Asenkron motor basit ve amaca uygun olması bakımından insanlık tarihindeki en önemli icatlardan biridir. Asenkron motor üstün bir elektromekanik enerji dönüştürücüsüdür. Ayrıca nominal çalışma noktasında yüksek verimlidir. Endüstride kilit rolü oynamasına rağmen dikkat çekmez çünkü sıradan ancak hayati bir görev üstlenir. Özellikle pompalar, fanlar, kompresörler ve konveyörlerde kullanılır. Şüphesiz ki asenkron motorlar bu sabit hızlı uygulamalarda önemli bir yer tutmaya devam edecektir. Ayrıca değişken frekanslı güvenilir invertörlerin kullanılabilir olması ile birlikte asenkron motorlar, hız kontrolü gereken alanlarda da kullanılmaktadır [17].

Bir ve üç fazlı olarak imal edilmiş asenkron makinanın bir duran kısmı, bir de dönen kısmı vardır. Duran kısmına stator, dönen kısmına rotor denir. Statora açılmış oluklara bobinler yerleştirilir. Temelde iki tip asenkron motor vardır. Birinci tipte; rotor üzerine açılmış oluklara yerleştirilmiş sargılar ve bu sargılardan çıkan uçlara bağlanmış, rotorla birlikte dönen bileziklerden oluşur. Bu tip asenkron motorlara bilezikli asenkron motor denilmektedir. İkinci tipte; rotora açılmış oluklara alüminyum ya da bakır iletkenler yerleştirilir. Bu iletkenler rotorun her iki başında bulunan iki çemberle her iki taraftan kısa devre edilir. Bu tip asenkron motorlara kısa devre rotorlu veya sincap kafesli asenkron motorlar denir.

Çalışmamızda sincap kafesli asenkron motor kullanıldığı için Şekil 2.1 de sincap kafesli bir asenkron motorun kesiti gösterilmiştir



Şekil 2.1. Sincap kafesli asenkron motor kesiti

Asenkron motor, rotordaki aksenal akımların ve stator tarafından üretilen radyal magnetik alanın etkileşimi ile moment üreten bir elektrik makinasıdır. Asenkron motorun rotorundaki moment üreten akımlar, indüksiyon yolu ile indüklenir. Bu yüzden asenkron motora aynı zamanda ‘*indüksiyon motoru*’ da denilmektedir.

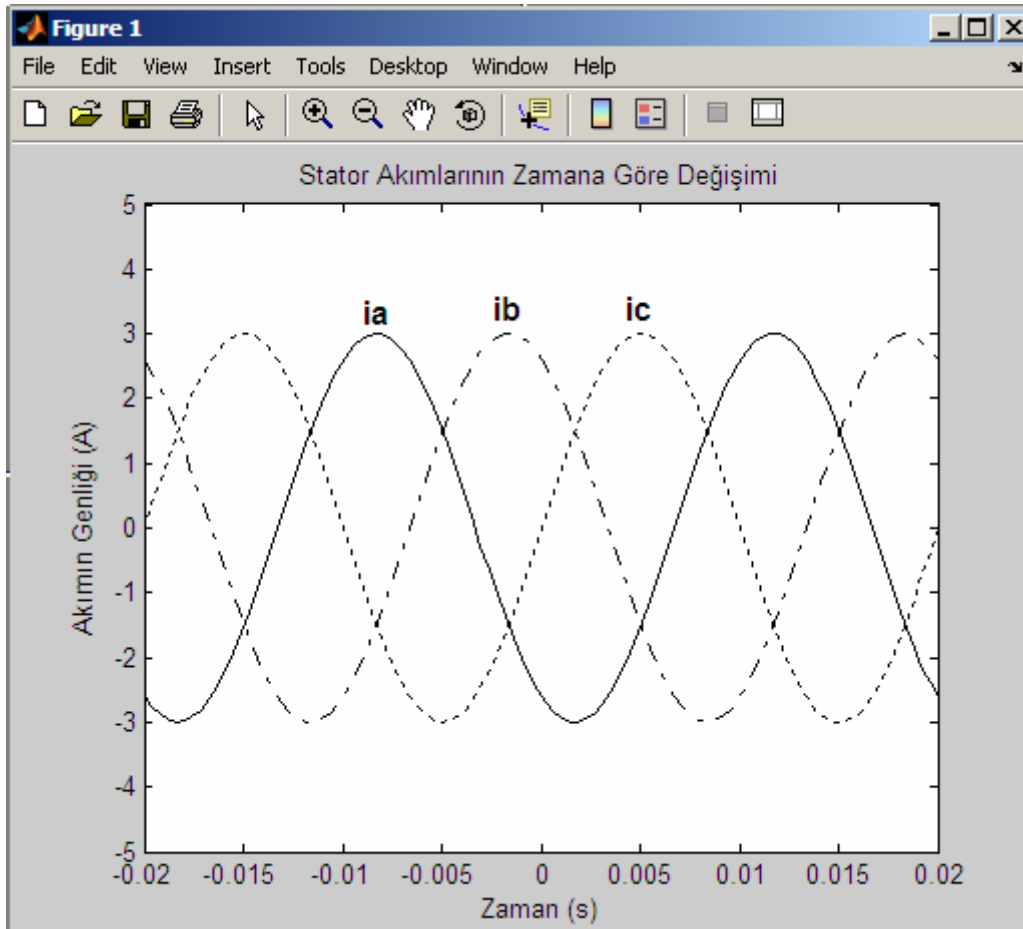
2.1.1. Asenkron Motorun Temel Çalışma İlkesi

Asenkron motorun nasıl çalıştığını anlamak için önce dönen magnetik alan kavramının anlaşılması gereklidir. Rotor, dönen magnetik alan tarafından etkin bir şekilde çekilir, ancak hiçbir zaman alan kadar hızlı olamaz.

Dönen magnetik alan mekanizmasını incelerken, stator sargılarının davranışını ve stator sac paketi içindeki konumunu bilmek gerekmektedir. Stator, sargılarına uygulanan gerilimler sayesinde akı kaynağı gibi davranmaktadır. Bu aşamada rotor iletkenleri üzerinde oluşan magnetik alan ihmal edilecektir. Dönen magnetik alanın nasıl oluştuğu, hızı ve gücünün neye bağlı olduğu açıklandıktan sonra, bu alana maruz bırakılan rotorun nasıl davrandığı, indüklenen rotor akımlarının ve momentinin rotor hızıyla nasıl değiştiği ileriki bölümlerde ele alınacaktır.

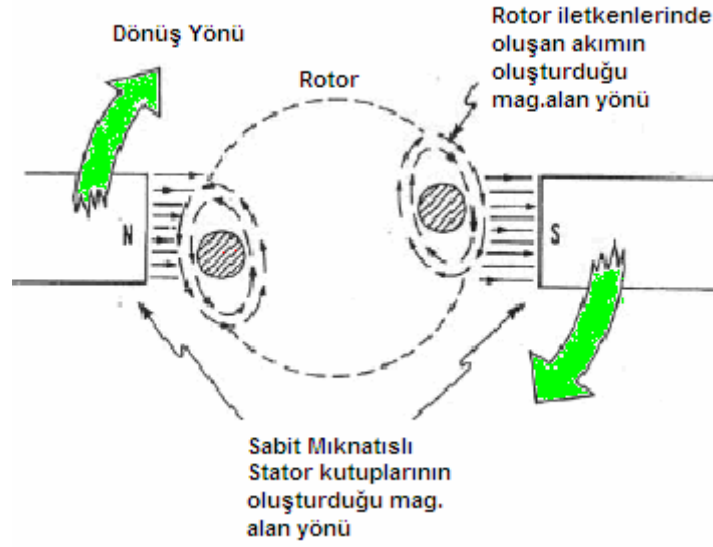
2.1.2. Asenkron Motorda Üç Fazlı Dönen Magnetik Alan Oluşumu

Üç fazlı asenkron motorun statoruna birbirinden 120° e faz farklı üç faz sargısı yerleştirilir. En basit bir statorda her biri bir faza ait olmak üzere üç tane bobin bulunur. Birinci faz bobininin başlangıç ucu U , son ucu X , ikinci faz bobininin başlangıç ucu V , son ucu Y ve üçüncü faz bobininin başlangıç ucu W , son ucu da Z ile gösterilir. Şekil 2.2' de statora uygulanan üç fazlı alternatif akımın değişim eğrileri görülmektedir.



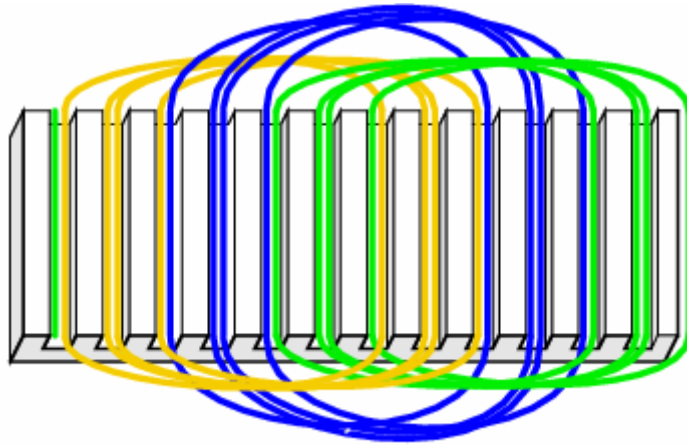
Şekil 2.2. Stator akımlarının zamana göre değişimini gösteren MATLAB grafiği

Hem rotor hem de stator düzgün yüzeylere (oluklar dışında kalan yerler) sahip olduğu ve çok küçük bir hava aralığı ile birbirinden ayrıldığı için, stator sargılarında dolaşan akımın oluşturduğu akı, hava aralığını radyal olarak geçer. Motorun işleyişi büyük oranda bu radyal akı yoğunluğu tarafından belirlenir. Örnek olarak bir fazlı, iki kutuplu bir sistemde magnetik alanda rotor iletkenlerinin davranışını Şekil 2.3 te görmek mümkündür.



Şekil 2.3. İki kutuplu bir sistemde rotor iletkenlerinin davranışı

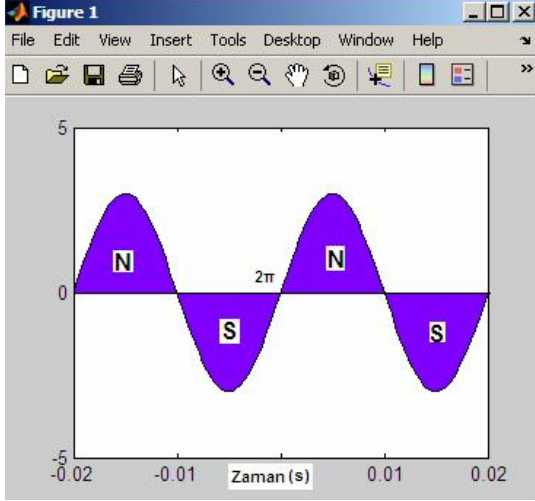
Sistem 3 fazlı, 4 kutuplu olarak düşünülecek olursa, stator oluklarına üç fazın iletkenleri, düzgün 3 fazlı bir akı dalgası elde etmek amacı ile yerleştirilir. Bu sayede şekil 2.2 de değişim grafiği verilen 3 fazlı şebekenin stator iletkenlerine uygulanması sağlanır. Şekil 2.4 te 3 fazlı sargının stator oluklarına yerleşimi gösterilmektedir.



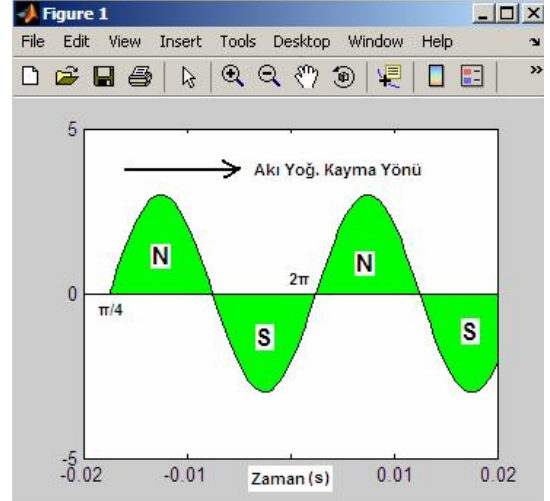
Şekil 2.4. 3 Fazlı sargının stator oluklarına yerleşimi

Yerleştirilen iletkenlerin oluşturduğu magnetik akının değişimini inceleyecek olursak, göze çarpan ilk özellik, akı yoğunluğunun sinüs biçimli olarak değişmesidir. Elektrik şebeke frekansına göre değişen bir periyotluk akı dalgasının $\frac{1}{4}$ lük diliminden sonra, akı dalgasının

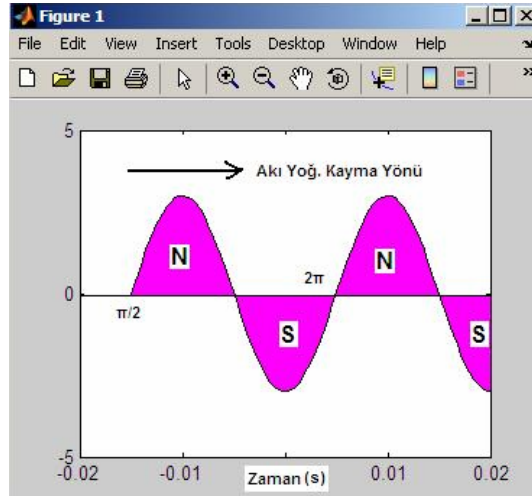
orijinal biçimini koruduğunu ancak, stator etrafında bir kutup aralığının yarısı kadar hareket etmiş olduğunu ve yarım periyot sonra ise, tam kutup aralığı kadar hareket etmiş olduğunu görürüz. Şekil 2.5 te akı dalgasının ilerleyişi görülmektedir.



(a)



(b)



(c)

Şekil 2.5. Stator sargılarında oluşan magnetik akının zamanla değişimi:

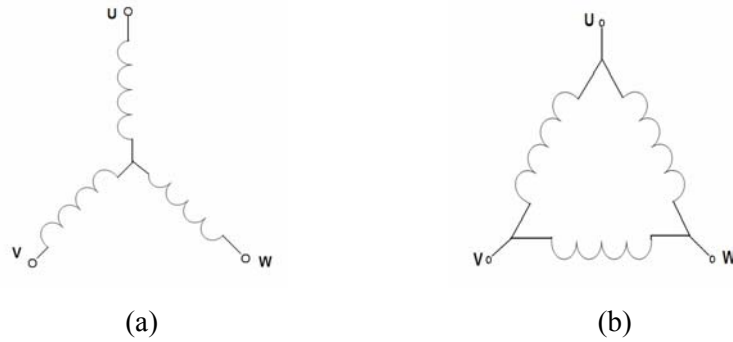
a) $\omega t=0$ b) $\omega t=\pi/4$ c) $\omega t= \pi/2$

Buradaki 4 kutuplu dalga için, tam bir devir şebekenin 1 periyodu kadar sürer. 50 Hz lik bir kaynak kullanıldığında senkron hız 50 devir/s, yani 3000 d/d (devir/dakika) ya eşit olur. d/d

cinsinden, dönen magnetik alanın hızına ilişkin genel ifade (senkron hız olarak da bilinir) n_s şu şekilde hesaplanabilir.

$$n_s = \frac{60f}{p} \quad (1)$$

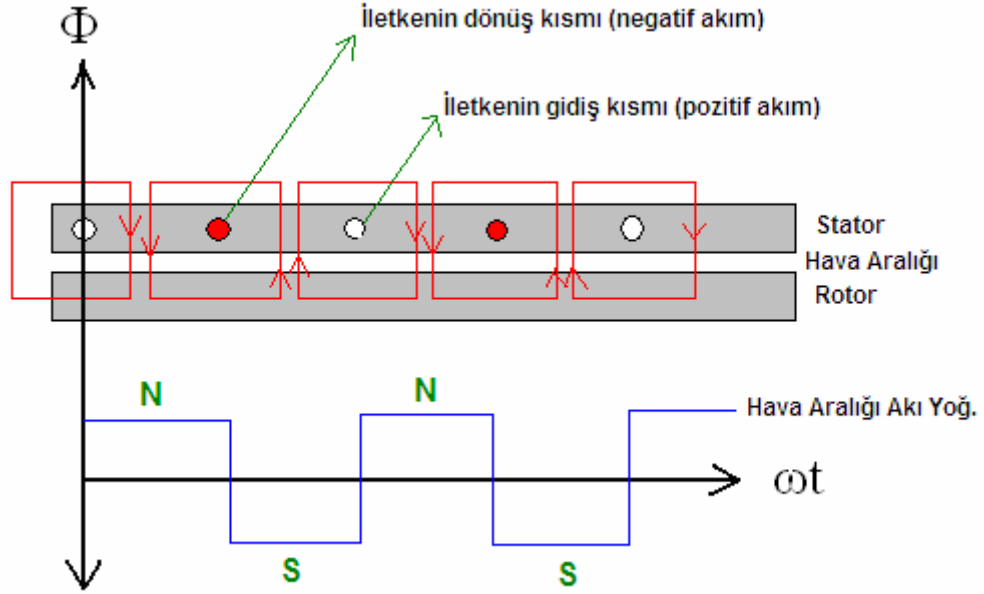
Alana ilişkin genel bilgilere sahip olduktan sonra, alanın nasıl üretildiğine değinebiliriz. Önceki kısımlarda değinildiği üzere asenkron motorun stator sargıları incelendiğinde, sargının yuvalarda yer alan özdeş biçimli bobin dizisinden oluştuğu görülür. Bu sargılar Y (yıldız) ya da Δ (üçgen) şekilde birbirine bağlanarak diğer uçları da direkt olarak kaynağa bağlanır. Şekil 2.6 da bağlantı şekilleri görülmektedir



Şekil 2.6. Stator sargılarının bağlanması

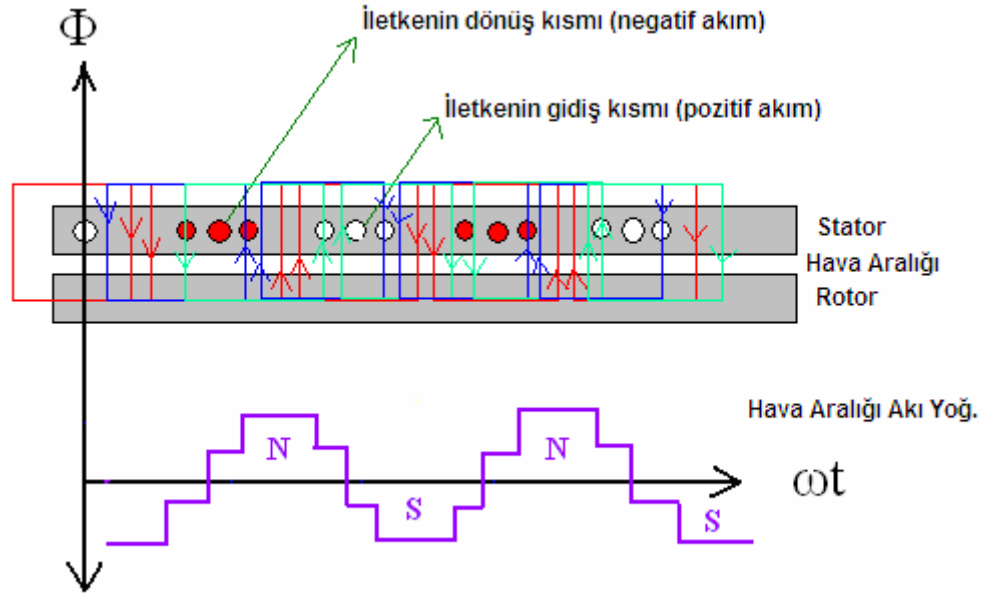
a) Yıldız bağlantı b) Üçgen bağlantı

Sargı tasarımına değinecek olursak, her bir faz sargısının tek başına, istenen kutup sayısında ve büyüklüğü açıya göre değişen bir MMK dalgası üretmesi esastır. İstenen kutup sayısının elde edilmesi zor değildir. Örnek olarak aralarında 90° e bulunan 4 iletkenlerden oluşan, 4 kutuplu, tek katmanlı basit bir stator sargısını ele alacak olursak, Şekil 2.7 de bu iletkenlerin oluşturduğu akı yoğunluğunun değişimi görülmektedir.



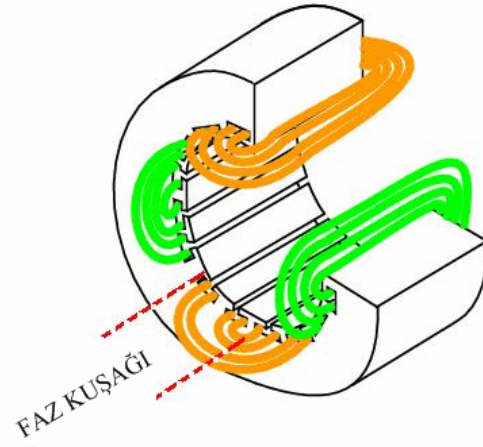
Şekil 2.7. Aralarında 90° bulunan 4 iletkenen oluşan, 4 kutuplu, tek katmanlı basit bir stator sargısı

Kutup ve iletken sayısının azlığından dolayı, Şekil 2.7 de görülen akı yoğunluğunun değişiminin kare dalga olduğu, şekil 2.7’de görülmektedir. Akı yoğunluğu dağılımı, asenkron makinalarda sinüs biçimli olarak değişir. Değişimin sinüs biçimli olması için bazı işlemlerin yapılması gerekmektedir. Bunun için bir faza ait sargıyı birden fazla oluğa yerleştirmek gerekir. Oluklara yerleştirilen bobinlerin tümü aynı sayıda sarım sayısına sahip olur ve aynı akımı taşır. Komşu oluklara yerleştirilen bobinler, MMK dalgasının basamaklı biçimde değişmesini ve hava aralığı akı yoğunluğunun sinüse yakın bir şekilde gelmesini sağlar. Şekil 2.8 de, anlatılan stator iletkenleri yerleşimine ait akı dalgası değişiminin zamanla değişimi görülmektedir. Akı yoğunluğu dalga biçiminin mükemmel bir sinüs dalgası biçimine sahip olması istenirse, bir faza ait bobinlerin statorun tüm çevresine sinüs biçimli olarak dağıtılması gerekir. Bunun uygulanması zordur. Çünkü ilk olarak bobin başına sarım sayısının noktadan noktaya değiştirilmesi gerekir. İkinci olarak, bobinlerin oluklarda yer alması gerektiği için yerleşim planında bir miktar değişiklik olmasının önlenmesi mümkün değildir. İmalatın ekonomik olması için, tüm bobinlerin özdeş olması gereklidir ve üç adet faz sargısının, olukların tümü kullanılacak şekilde birbirine uygun hale getirilmesi gerekir. Böylece ideale yakın bir sinüs elde edilmiş olur. Bu sargı tipi, küçük indüksiyon motorları hariç tüm indüksiyon motorlarında evrenselidir, her fazdaki bobinler, ‘faz bantları’ yada ‘faz kuşakları’ oluşturacak biçimde gruplandırılmaktadır (Bkz. Şekil 2.9).



Şekil 2.8. Stator iletkenlerinin artışı ile oluşan magnetik akı yoğunluğunun değişimi

Stator faz kuşakları, özdeş olan üç adet bobinden oluşur. Bunlar 'A', 'B', 'C' olarak isimlendirilir.



Şekil 2.9. Stator faz kuşaklarının yerleşimi

Faz kuşaklarının oluşturduğu magnetik alan sayesinde, hava aralığında statora göre n_s hızı ile dönen döner alan rotor iletkenlerini rotor dururken aynı hızla, rotor n_r hızı ile dönerken n_2 hız farkıyla keser. Faraday yasasına göre içinden akım geçen bir iletken etrafında magnetik alan oluşur ve bu değişken magnetik alan rotor iletkenleri üzerinde bir emk indükler.

İndüklenen bu gerilimin genel ifadesi ise $e = Blv$ dir. İndükleme hızı v_2 döner alan ve rotor arasındaki n_2 dönme hızı farkı ile D rotor çapı tarafından belirlenir.

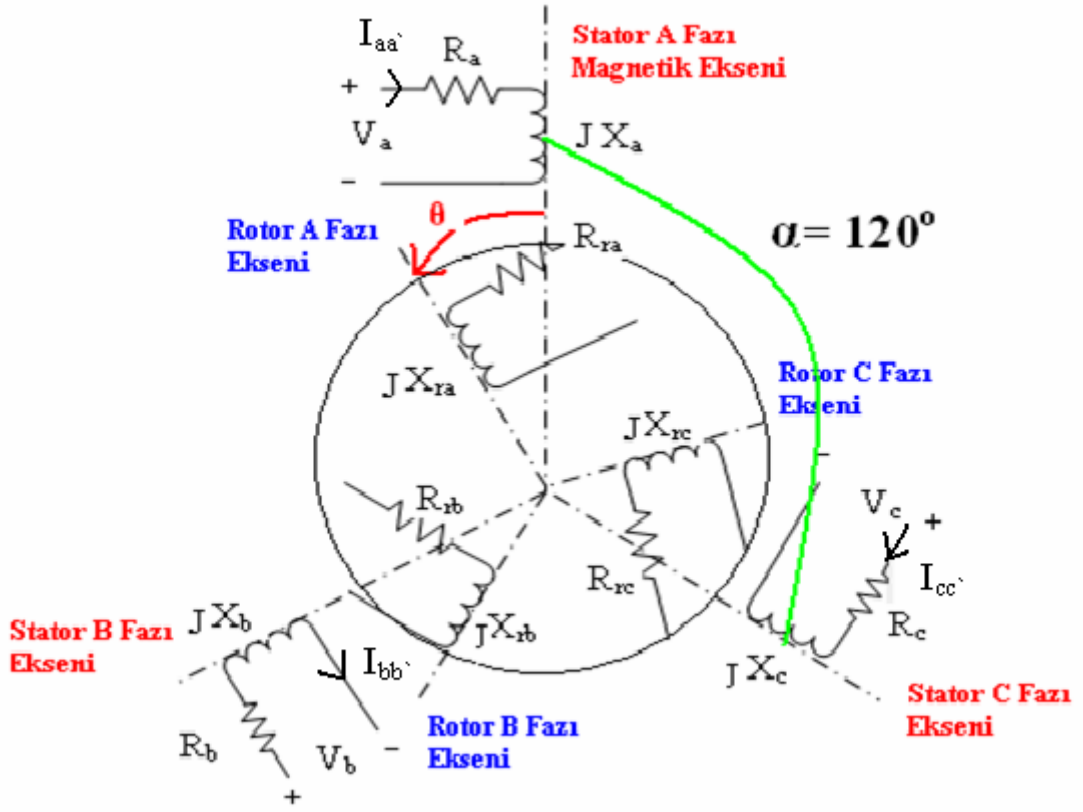
$$n_2 = n_s - n_r \quad v_2 = \pi D n_2 \quad (2)$$

2.1.3. Rotorun Davranışı

Rotor sargısının devresi bilezikli motorlarda bilezikler üzerinden, sincap kafesli motorlarda alüminyum halkalar tarafından iki taraftan kısa devre edilirler. Bu durumda rotor iletkenlerinde indüklenen E_2 gerilimleri Ohm yasasına göre bu kapalı devreler üzerinden yolunu tamamlayarak bu iletkenlerden I_2 akımlarının geçmesine neden olurlar.

$$I_2 = E_2 / Z_2 \quad (3)$$

Şekil 2.10 da üç fazlı, rotoru sargılı bir asenkron motorun, rotor ve stator sargılarının kendi eksenleri üzerinde toplu bobinli hali görülmektedir. Bu üç bobin üç fazlı alternatif akımla beslendiğinde her birisi yalnız başına kendi ekseninde alternatif alanlar meydana getirir. Buna karşılık her üç bobinin toplam alanı ise, genliği sabit olan ve uzayda doğrultusunu değiştirerek senkron hızla dönen bir alandır. Çizelge 2.1' de üç faza ait akımların, $t_0, t_1, t_2, \dots, t_6$ anlarında almış oldukları değerler gösterilmiştir [18].



Şekil 2.10 Üç fazlı, rotoru sargılı bir asenkron motorun, rotor ve stator sargılarının kendi eksenleri üzerinde toplu bobinli hali

Çizelge 2.1 Stator Akımlarının t Anlarında Almış Oldukları Akım Değerleri

t	$I_{aa'}$	$I_{bb'}$	$I_{cc'}$	θ
t_0	0	$-\sqrt{3}/2$	$\sqrt{3}/2$	0
t_1	1/2	-1	1/2	$\pi/6$
t_2	$\sqrt{3}/2$	$-\sqrt{3}/2$	0	$\pi/3$
t_3	1	-1/2	-1/2	$\pi/2$
t_4	$\sqrt{3}/2$	0	$-\sqrt{3}/2$	$2\pi/3$
t_5	1/2	1/2	-1	$5\pi/6$
t_6	0	$\sqrt{3}/2$	$-\sqrt{3}/2$	Π

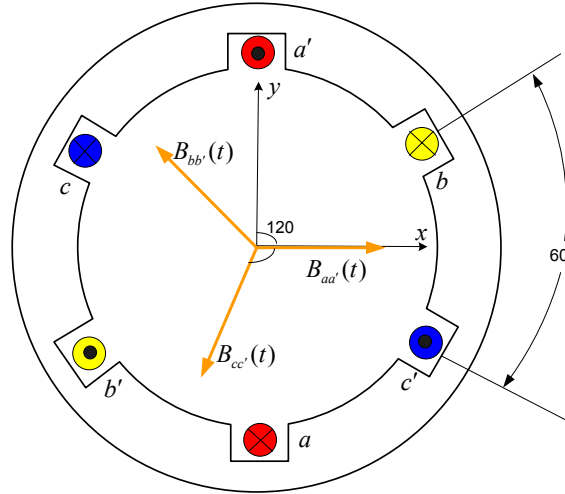
Pozitif değerde olan $I_{aa'}$, $I_{bb'}$, $I_{cc'}$ akımlarının meydana getirdiği alanlar Şekil 2.11' de gösterildiği gibi, $B_{aa'}$, $B_{bb'}$, $B_{cc'}$ doğrultu ve yönlerinde olur.

Her üç bobindeki akımları aşağıdaki gibi ifade edebiliriz [19].

$$\begin{aligned} I_{aa'}(t) &= I_M \sin \omega t \quad A \\ I_{bb'}(t) &= I_M \sin(\omega t - 120^\circ) \quad A \\ I_{cc'}(t) &= I_M \sin(\omega t - 240^\circ) \quad A \end{aligned} \quad (4)$$

Bu akımların oluşturduğu magnetik alan şiddeti değerleri aşağıdaki gibi verilebilir.

$$\begin{aligned} H_{aa'}(t) &= H_M \sin \omega t \angle 0^\circ \quad At/m \\ H_{bb'}(t) &= H_M \sin(\omega t - 120) \angle 120^\circ \quad At/m \\ H_{cc'}(t) &= H_M \sin(\omega t - 240) \angle 240^\circ \quad At/m \end{aligned} \quad (5)$$



Şekil 2.11 Üç fazlı asenkron motorun sargılarındaki magnetik akı yoğunluğu vektörleri

Sonuçta her fazın oluşturduğu magnetik akı yoğunluğu değerleri;

$$\begin{aligned} B_{aa'} &= B_M \sin \omega t \angle 0^\circ \quad T \\ B_{bb'} &= B_M \sin(\omega t - 120) \angle 120^\circ \quad T \\ B_{cc'} &= B_M \sin(\omega t - 240) \angle 240^\circ \quad T \end{aligned} \quad (6)$$

şeklinde olur.

$\omega t = 0^\circ$ anı için statordaki net magnetik akı yoğunluğunun hesabı için, her fazın oluşturduğu akı yoğunluğu değerlerini elde etmeliyiz.

$\omega t=0^0$ anında aa' sargısında magnetik akı yoğunluğu sıfır değerindedir. $B_{aa}=0$;

$\omega t=0^0$ anında bb' sargısında magnetik akı yoğunluğu ; $B_{bb}' = B_M \sin(\omega t - 120^0) \angle 120^0$ T ,

$\omega t=0^0$ anında cc' sargısında magnetik akı yoğunluğu ; $B_{cc}' = B_M \sin(\omega t - 240^0) \angle 240^0$ T değerinde olur.

Toplam net magnetik akı yoğunluğu ise;

$$B_{net} = B_{aa}' + B_{bb}' + B_{cc}' = 0 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2} B_M \right) \angle 120^0 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2} B_M \right) \angle 240^0 \quad (7)$$

$$B_{net} = 1.5 B_M \angle -90^0$$

olarak elde edilir.

$\omega t=90^0$ anı için statordaki net magnetik akı yoğunluğunun hesabı için, her fazın oluşturduğu akı yoğunluğu değerlerini $\omega t=0^0$ da olduğu gibi elde etmeliyiz.

$\omega t=90^0$ anında aa' sargısında magnetik akı yoğunluğu sıfır değerindedir. $B_{aa}' = B_M \angle 0^0$;

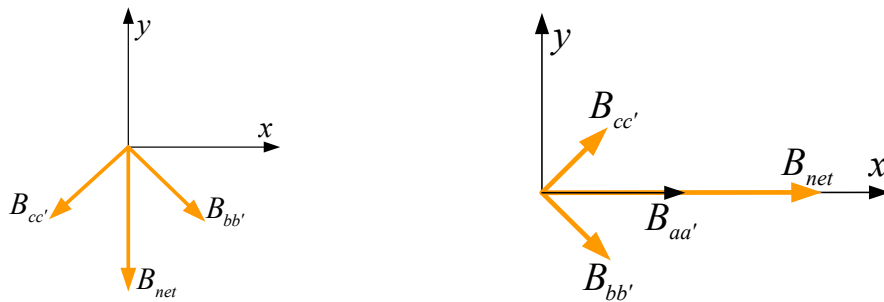
$\omega t=90^0$ anında bb' sargısında magnetik akı yoğunluğu $B_{bb}' = -0.5 B_M \angle 120^0$;

$\omega t=90^0$ anında cc' sargısında magnetik akı yoğunluğu $B_{cc}' = -0.5 B_M \angle 240^0$;

Toplam net magnetik akı yoğunluğu ise;

$$B_{net} = B_M \angle 0^0 + (-0.5 B_M \angle 120^0) + (-0.5 B_M \angle 240^0) \quad (8)$$

$B_{net} = 1.5 B_M \angle 0^0$ olarak bulunur.



Şekil 2.12 $\omega t=0^0$ ve $\omega t=90^0$ için statordaki magnetik akı yoğunluğu vektörleri için statordaki net magnetik akı vektörünün konumu

Toplam magnetik akı yoğunluğunun genel ifadesi;

$$\begin{aligned}
B_{net} &= B_{aa}'(t) + B_{bb}'(t) + B_{cc}'(t) \\
&= B_M \sin \omega t \angle 0^\circ + B_M \sin(\omega t - 120^\circ) \angle 120^\circ + B_M \sin(\omega t - 240^\circ) \angle 240^\circ \quad T \\
B_{net}(t) &= B_M \sin(\omega t) \hat{x} - [0.5B_M \sin(\omega t - 120^\circ)] \hat{x} + \left[\frac{\sqrt{3}}{2} B_M \sin(\omega t - 120^\circ) \right] \hat{y} \\
&\quad - [0.5B_M \sin(\omega t - 240^\circ)] \hat{x} + \left[\frac{\sqrt{3}}{2} B_M \sin(\omega t - 240^\circ) \right] \hat{y}
\end{aligned} \tag{9.a}$$

olarak elde edilir.

Bu ifadede ki x ve y bileşenleri açılıp toplandığı zaman ;

$$B_{net}(t) = (1.5B_M \sin \omega t) \hat{x} - (1.5B_M \cos \omega t) \hat{y} \tag{9.b}$$

olarak toplam magnetik akı yoğunluğu değeri bulunur. İki fazın yeri değiştirildiği zaman toplam magnetik akı yoğunluğu değerinin genel ifadesi ;

$$B_{net}(t) = (1.5B_M \sin \omega t) \hat{x} + (1.5B_M \sin \omega t) \hat{y} \tag{9.c}$$

olarak bulunur.

Bu iki ifade incelendiği zaman faz sargılarının yerlerinin değişmesi yani motorun dönüş yönünün değişmesi toplam magnetik akı yoğunluğu ve genlik değeri üzerinde herhangi bir değişiklik meydana getirmez.

2.1.4. Kayma

Faz sargıları tarafından üretilen magnetik alanın etkisi ile hareket eden rotorun davranışı incelenirse, rotorun hiçbir zaman, n_s hızı ile dönen magnetik alanın hızına ulaşamadığı görülür. Bunun sebebi stator iletkenlerinde oluşan magnetik alanın rotor iletkenlerini kesmesi ve rotor iletkenlerinde bir gerilim endüklemesine dayanır. Eğer rotor, dönen magnetik alanla aynı hızda dönseydi, magnetik kuvvet çizgileri rotor iletkenlerini kesemeyecek, rotor iletkenlerinde herhangi bir gerilim endüklenmeyecek ve magnetik alanın etkileşmesinden doğan dönme hareketi oluşmayacaktı. Bu yüzden rotor dönen magnetik alanın devir hızından daha az bir hızla döner. Asenkron motorlara bu ismin verilmesi de bu yüzdendir.

Rotor hızının, senkron hızdan farkına *kayma hızı* denir.

$$n_k = n_s - n_r \tag{10}$$

n_k kayma hızı, n_s senkron hız, n_r ise rotor hızının d/d cinsinden değeridir. Kayma hızının senkron hıza oranına ise kayma denir ve s ile gösterilir.

$$s = \frac{n_k}{n_s} = \frac{n_s - n_r}{n_s} \Rightarrow n_r = (1 - s)n_s \quad (11)$$

Benzer şekilde dakikadaki devir sayısı yerine açısal hız (ω) cinsinden de ifadeler yazılabilir. Rotor açısal hızı ω_r ve senkron açısal hız ω_s ile gösterilirse;

$$\omega_r = (1 - s)\omega_s \quad (12)$$

olarak yazılabilir. Burada açısal hızın $\omega = 2\pi f$ olduğu göz önünde bulundurulmalıdır.

Frekans değerleri açısından eşitlikler incelenirse, stator sargılarına uygulanan alternatif gerilimin frekansı f_s , rotor iletkenlerinde endüklenen alternatif gerilimin frekansı f_r ile gösterilirse, frekanslar arasında da kaymaya bağlı bir oranın bulunduğu söylenebilir. Yani rotor akımları frekansının, şebeke akımları veya stator akımları frekansına oranı da kayma değerini verir.

$$s = \frac{f_r}{f_s} \Rightarrow f_r = sf_s \quad (13)$$

Yazılan ifadeleri anlaşılır hale getirmek istersek şöyle diyebiliriz;

- 1) Rotor mili dururken, yani $n_r = 0$ iken kayma değeri; $s = \frac{n_s - 0}{n_s} = 1$ olur.
- 2) Rotor mili senkron hıza çok yakın bir devirde dönüyorsa yani boşa çalışma anında $n_r \cong n_s$ kabul edilirse, kayma değeri; $s = \frac{n_s - n_s}{n_s} \cong 0$ olur.

Kayma değerinin 0 ile 1 değeri arasında değiştiği, motor miline yüklenmenin daha fazla olduğu durumlarda, kayma değerinin 1'e yaklaştığı görülmektedir.

2.2. Asenkron Motorun Eşdeğer Devresi

Simetrik çok fazlı uyarma sargıları olan elektrik makinalarının, dengeli ve çok fazlı gerilimle uyarılması istenir. Dengeli gerilimin Y bağlı olan sargılara uygulanması, akımın faz değerinde ve gerilimin faz-nötr değerinde olması anlamına gelir. Bu nedenle çok fazlı uyarılan

diğer makinalarda olduğu gibi 3 fazlı asenkron motorlarda akımların daima hat akımlarına eşit kabul edildiği ve gerilimlerin faz-nötr gerilimlerine eşit olduğu Y bağlantı şeklini düşünmek, eşdeğer devre işlemlerini basitleştirmek açısından yararlı olacaktır.

Stator sargılarında dönen magnetik alan, dengeli çok fazlı zıt EMK'lar oluşturur. Bu yüzden stator giriş gerilimi, zıt EMK'dan farklı olmalıdır. Bu farkın nedeni de stator sargı empedansında düşen gerilimdir. Sargı empedansını;

$$Z_1 = R_1 + jX_1 \quad (14)$$

olarak düşünürsek, R_1 değeri stator sargı direnci ve X_1 değeri de stator kaçak reaktansı gösterir.

Buna bağlı olarak stator sargı uçlarındaki gerilime V_1 ve zıt EMK gerilimine E_1 dersek; V_1 ile E_1 arasındaki ilişki (15) te gösterildiği gibi olur.

$$\bar{V}_1 = \bar{E}_1 + \bar{I}_1(R_1 + jX_1) \quad (15)$$

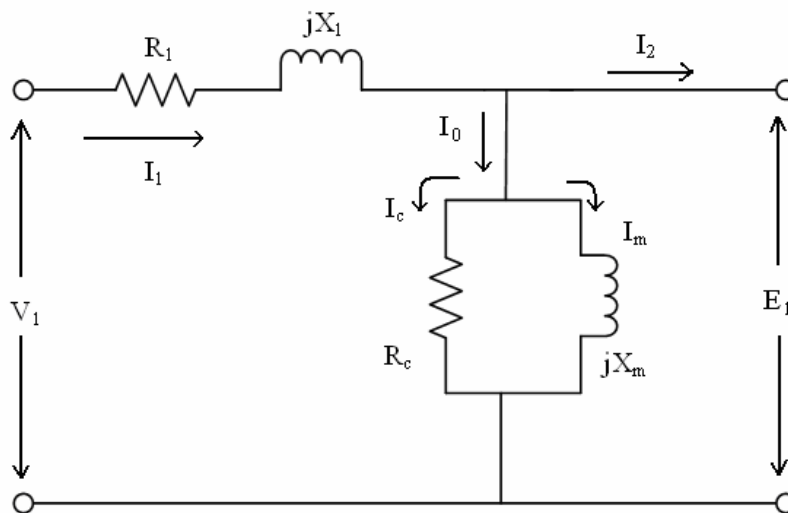
Burada;

V_1 : Stator Faz-nötr gerilimi

E_1 : Zıt EMK

I_1 : Stator Akımı

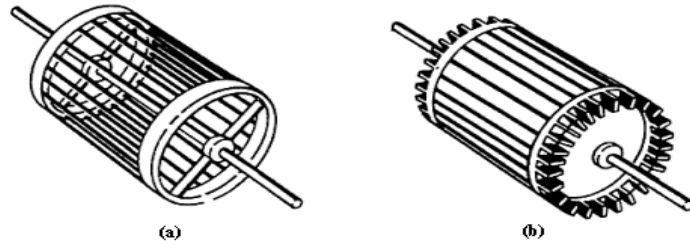
değerlerini göstermektedir. Şekil 2.13'te, eşitlik (15) 'de verilen değerlerin stator eşdeğer devresi üzerindeki durumları görölmektedir.



Şekil 2.13 Asenkron motorun stator eşdeğer devresi

Stator ve rotor akımlarının etkisi ile asenkron motorun hava aralığında bir MMF dalgası oluşur. Stator ve rotor akımlarının dolaştığı iki bölge, ve hava aralığındaki üretilen MMK i transformatörlerin enerji dönüşüm prensibine göre incelersek elimizde iki adet eşdeğer devre olur (stator ve rotor eşdeğer devreleri) Şekil 2.13'e göre stator akımı I_1 , I_2 rotor akımı ve I_0 kaçak akım bileşenine ayrılır. Boşta çalışma akımı da iki adet bileşen içerir. Bunlardan biri stator demir direncinden geçen I_c akımı, diğeri ise mıknatıslanma reaktansından geçen I_m mıknatıslanma akımıdır. Bu iki akıma boşta çalışma bileşenleri de denir.

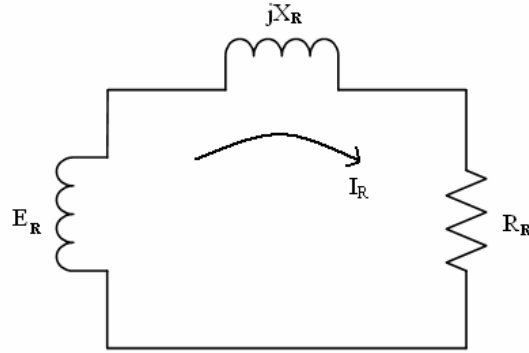
Rotor sargılarını (çubuklarını) incelediğimizde, iletkenlerin her iki taraftan kısa devre edilmiş olduğunu görürüz. Şekil 2.14 te kısa devre bilezikleri (a) ve rotorun alüminyum dökümü işleminden sonraki durumu (b) görülmektedir.



Şekil 2.14 Asenkron motor rotoru

(a) Döküm işlemi öncesi (b) Döküm işlemi sonrası

Rotor çubukları her iki taraftan kısa devre edildiği için rotor eşdeğer devresini, bir transformatörün sekonderinin kısa devre edilmiş hali gibi düşünebiliriz. Enerji dönüşümü yapan bu iki elektromekanik sistem arasındaki tek fark, asenkron motorun rotorunun hareket etmesidir. Rotor hareketinden dolayı belli bir mekanik kayıp meydana gelmektedir. Stator ve rotor eşdeğer devreleri arasındaki ilişkiyi incelerken, bu farkın da göz önünde tutulması gerekir. Dönen magnetik alan ve rotorun dönme hızı arasındaki bu fark *kayma* ile ifade edilmiştir. Rotor eşdeğer devresinde, rotor barlarının direnç ve reaktansları mevcut olacaktır. Bu direnç ve reaktans değerleri, stator tarafından görülen eşdeğer devrede, kayma değerine göre yeni değerler alırlar. Şekil 2.15 te rotor eşdeğer devresi görülmektedir.



Şekil 2.15 Asenkron motor rotor eşdeğer devresi

Kayma değerine ve rotorun devir sayısına bağlı olarak rotor barlarında endüklenen gerilimin değişim ifadesini gösterirsek;

$$\begin{aligned} n_r = 0 &\Rightarrow s = 1 \Rightarrow E_R = E_{R0} \\ n_r = n_s &\Rightarrow s = 0 \Rightarrow E_R = 0 \end{aligned} \quad (16)$$

İfadesini elde ederiz. E_{R0} değerini rotor kısa devre gerilimi olarak ifade edebiliriz. Genel olarak kaymanın 0 ile 1 değerleri arasında değiştiği göz önünde tutularak, rotorda endüklenen E_R geriliminin, kaymaya ve kısa devre rotor gerilimine bağlı olan ifadesini eşitlik 17'deki gibi ifade edebiliriz.

$$E_R = sE_{R0} \quad (17)$$

Benzer yaklaşım rotor reaktansı için de yazılırsa 18 eşitliği elde edilir.

$$\begin{aligned} X_R &= \omega_R L_R = 2\pi f_R L_R \\ &= 2\pi s f L_R \\ &= s(2\pi f L_R) \\ X_R &= sX_{R0} \end{aligned} \quad (18)$$

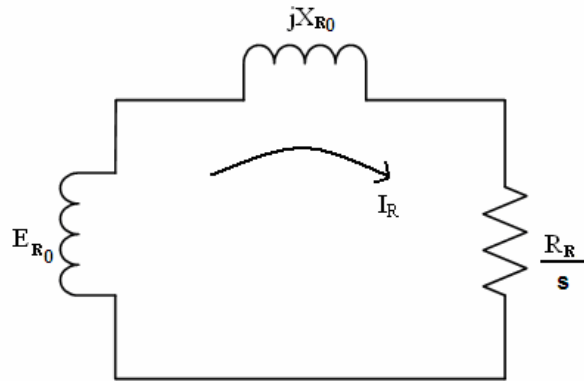
Bu eşitlikteki X_{R0} ifadesi kısa devre rotor reaktansıdır. Bu ifadelerden yola çıkarak, rotor akımı için de bir eşitlik yazabiliriz. Eşitlik 19'un pay ve paydası, kayma değeri olan s 'ye bölünürse (20) elde edilir.

$$\bar{I}_R = \frac{\bar{E}_R}{R_R + jX_R} = \frac{s\bar{E}_{R0}}{R_R + sjX_{R0}} \quad (19)$$

$$\bar{I}_R = \frac{\bar{E}_{R0}}{\frac{R_R}{s} + jX_{R0}} \quad (20)$$

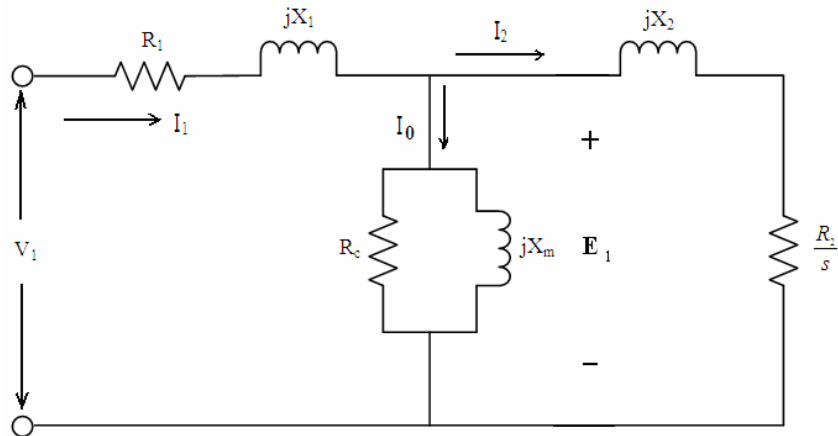
Böylece kayma değerine bağlı olarak rotor eşdeğeri parametreleri ortaya çıkmış olur.

Şekil 2.16 da rotor eşdeğer devresinin kaymaya bağlı hali görülmektedir.



Şekil 2.16 Kaymaya bağlı rotor eşdeğer devresi

Rotor ve stator eşdeğer devrelerini, transformatördeki dönüştürme oranı benzerliği yardımı ile birleştirirsek asenkron motorun tam eşdeğer devresini elde etmiş oluruz. Şekil 2.17 deki R_2 ve X_2 değerleri rotor eşdeğer devresindeki değerlerin statora indirgenmiş halidir. Şekil 2.17 asenkron motorun statora indirgenmiş eşdeğer devresini göstermektedir.

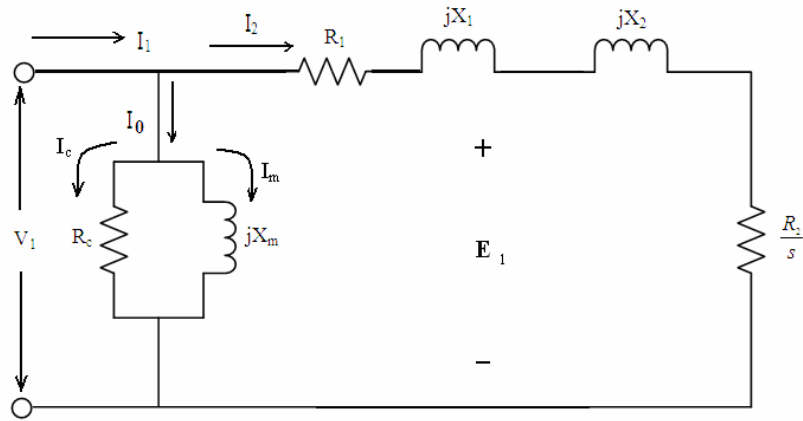


Şekil 2.17 Asenkron motorun statora indirgenmiş eşdeğer devresi

Eşitlik 15'ten, E_2 değeri çekilirse;

$$\bar{E}_1 = \bar{V}_1 - \bar{I}_1(R_1 + jX_1) \quad (21)$$

elde edilir. Pratikte $(R_1 + jX_1)$ 'deki gerilim düşümü oldukça küçüktür ve $E_2 = V_1$ alınabilir. Böylece Şekil 2.17'deki devre Şekil 2.18'deki devreye indirgenebilir.



Şekil 2.18 Üç fazlı asenkron motorun bir faz yaklaşık eşdeğer devresi

Yaklaşık eşdeğer devreye göre stator akımının genliği şöyle hesaplanır.

$$I_1 = \frac{V_1}{(((R_1 + R_2/s) + j(X_1 + X_2)) // (jX_m // R_c))} \quad (22)$$

Yine yaklaşık eşdeğer devreye göre rotor akımının hesabı ise;

$$I_2 = \frac{V_1}{\sqrt{(R_1 + R_2/s)^2 + j.(X_1 + X_2)^2}} \quad (23)$$

şeklinde olur.

2.3. Asenkron Motorun Boşta Çalışması

Boşta çalışma fiziksel olarak asenkron motorun, senkron hıza çok yakın bir dönme hızında çalışması anlamına gelir. Çünkü tam senkron hızda, motorun rotor akımları ve döndürme momenti sıfır olur [32].

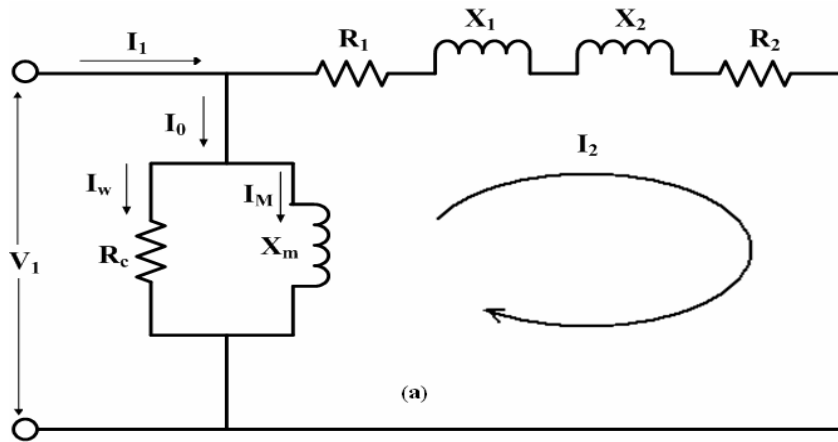
Eşdeğer devrede boşta çalışmayı çok küçük bir hata ile $s = 0$ olarak tanımlarsak, rotor direnci (R_2/s) sonsuz olur ve rotor akımı sıfıra eşit olur. Stator akımı ise boşta çalışma akımına eşit olur. Boşta çalışma akımı, asenkron motorlarda nominal akımın %20-%60'ı arasında değişir. Asenkron motorun boşta çalışırken kaynaktan aldığı güç, sürtünme ve rüzgar kayıpları ve stator demir kayıpları toplamına eşittir. Normal şebeke gerilimi altında boşta çalışan asenkron motorun stator sargılarından geçen akımlar bu sargılarda ($I_o^2 R_I$) watt bakır kayıplarına neden olur. Bu kayıplar bulunduktan sonra motorun şebekeden çektiği güçten çıkarılırsa, geriye kalan güç stator demir kayıpları ile sürtünme ve rüzgar kayıplarının toplamını verir.

2.4. Asenkron Motorun Kısa Devre Çalışması

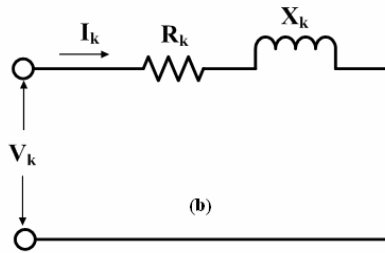
Asenkron motorun kısa devre çalıştırılması, transformatörün kısa devre çalıştırılması gibidir. Çünkü, rotoru kısa devre edilmiş bir asenkron motor sekonderi kısa devre edilmiş bir transformatör gibidir. Asenkron motor kısa devre halinde fazla çalıştırılmamalıdır. Çünkü motorun çekeceği akım nominal akımın üstüne çıkacağı için, motor sargılarında meydana gelecek olan aşırı ısınmalar sargılara ve kullanılan ölçü aletlerine zarar verebileceği için kısa devre deneyi çabuk bitirilmelidir. Motorun nominal akımına eşit veya 1.2 katı kadar fazla akımın geçtiği gerilim değeri motorun (U_k) kısa devre gerilimidir. Bu değer normal gerilimin %20 ile %35' i arasındadır. Bu sırada motorun çektiği güç P_k , kısa devre bakır kayıplarını verir. Asenkron motorun kısa devre çalıştırılması sırasında, rotorda sürtünme ve rüzgar kayıpları sıfırdır. Motora uygulanan gerilimin düşük olması nedeniyle motordaki demir kayıpları ihmal edilebilir.

2.5. Boşta Çalışma ve Kısa Devre Deneylerinden Faydalanarak Asenkron Motorun Eşdeğer Devre Parametrelerinin Bulunması

Boşta çalışma ve kısa devre deneyleri yapılan bir asenkron motorda, aşağıda formülleri ile verilen parametreler yaklaşık olarak bulunabilir. Şekil 2.12' de bir faz yaklaşık eşdeğer devre ve kısa devre çalışma durumundaki eşdeğer devreler gösterilmiştir [21].



Şekil 2.19 Asenkron motorun yaklaşık eşdeğer devresi



Şekil 2.20 Asenkron motorun kısa devre eşdeğer devresi

Motora ait bir takım büyüklüklerin hesabı aşağıdaki formüllerle yapılır.

Stator demir, sürtünme ve vantilasyon kaybı;

$$P_{fe} = \frac{P_o}{3} - I_{10}^2 R_1 \quad (24)$$

Motorun boşta çektiği wattlı akım değeri;

$$I_0 = \frac{P_{fe}}{V_1} \quad (25)$$

Motorun mıknatıslanma akımı;

$$I_M = \sqrt{I_{10}^2 - I_w^2} \quad (26)$$

Mıknatıslanma reaktansı;

$$X_M = \frac{V_1}{I_m} \quad (27)$$

Demir direnci;

$$R_c = \frac{V_1}{I_w} \quad (28)$$

Motor eşdeğer devre faz empedansı;

$$Z_k = \frac{U_k}{I_k} \quad (29)$$

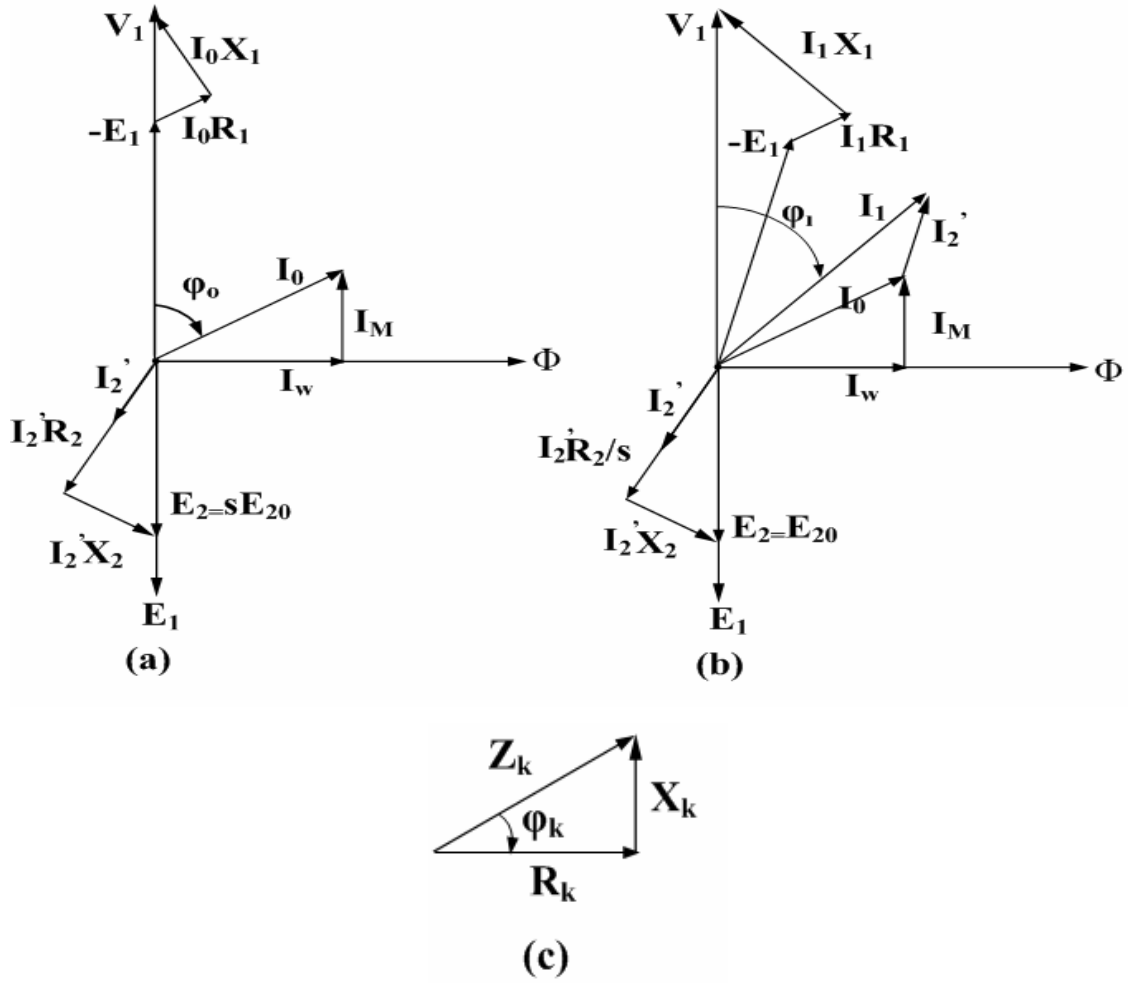
Motor eşdeğer devre faz direnci;

$$R_k = \frac{P_k / 3}{I_k^2} \quad (30)$$

Motor eşdeğer devre faz reaktansı;

$$X_k = \sqrt{Z_k^2 - R_k^2} \quad (31)$$

Şekil 2.22' de ise asenkron motorun bir fazına ait fazör diyagramları çizilmiştir [20].



Şekil 2.21 Üç fazlı asenkron motorun fazör diyagramları:

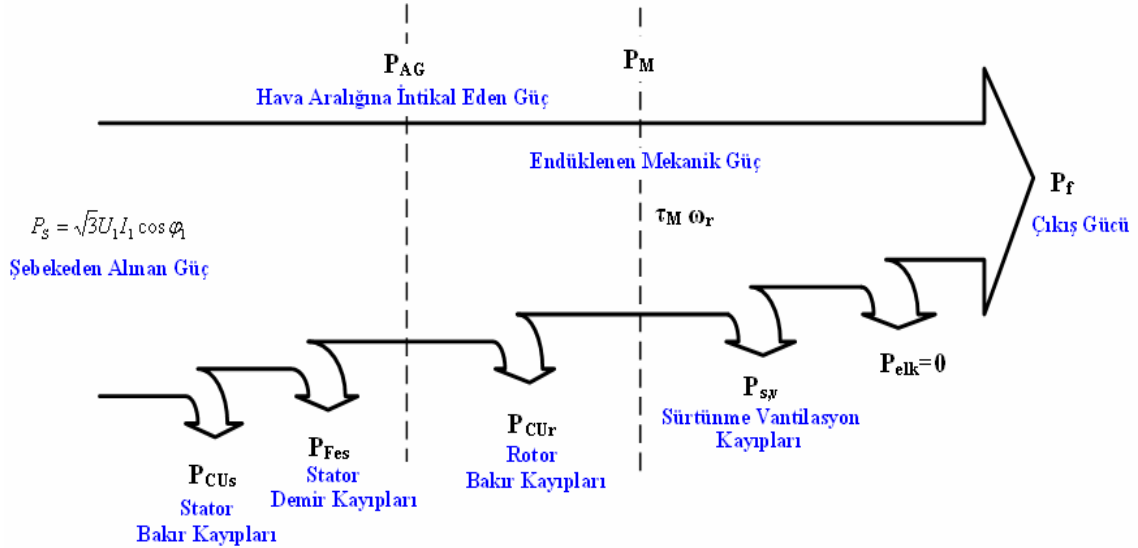
a)Boşta çalışma b) Yüklü çalışma c) Kısa devre çalışma

2.6. Asenkron Motorda Oluşan Güç, Moment ve Güç Faktörü Değerleri

Her elektrik makinesinde elektriksel ve mekanik güç arasında bir dönüşüm vardır. Makine bir yandan aldığı gücü diğer yandan verirken, her enerji dönüşümü ve taşınması sırasında önlenmesi imkansız olan kayıp güçler ısı şeklinde ortaya çıkar.

Asenkron motoru, sekonderi hareket eden bir transformatöre benzetebiliriz. Giriş değerleri de 3 fazlı şebekeden alınan gerilim ve akım değerlerinden oluşur. Sıradan bir transformatör için çıkış değeri, sekonderden alınan elektriksel güç olarak tanımlıdır. Asenkron motorda ise rotor üzerinde bulunan ve transformatörde sekonder sargılarına karşılık gelen sargılar kısa devre edilmiştir. Elektriksel çıkış yerine mekanik çıkış gücü almak için bu sargılar

dönen bir mil üzerine monte edilmiştir. İşte buradan yola çıkarak elektriksel giriş gücünün, mekanik çıkış gücüne dönüştürülürken izlenen basamaklar şekil 2.23 te gösterilmiştir. Güç dağılımında görülecek bütün elektrik güçleri aktif güçlerdir [19].



Şekil 2.22 Asenkron motorun güç akış diyagramı

Giriş gücü olarak belirtilen P_s gücü, 3 fazlı elektrik şebekesine bağlı olan güç ifadesidir. Makinada karşılaşılan ilk kayıplar, stator sargılarında meydana gelen bakır (I^2R) kayıplarıdır. Bunu takiben geriye kalan elektriksel gücün bir kısmı da kaçak eddy akımları ve histeresiz kayıpları olarak tüketilir. Bu kayıplara nüve kayıpları veya stator demir kayıpları denir. Bu noktadan sonra geriye kalan güç de, statorun rotor bölgesine, hava aralığını geçerek intikal eder. Bu güce P_{AG} Hava Aralığı Gücü denir.

Güç rotora aktarıldıktan sonra, bir kısmı rotor bakır kaybı P_{CUr} olarak tüketilir. Bu noktadan sonra, yani hava aralığı gücünden rotor bakır kayıpları çıkarıldıktan sonra, P_M olarak adlandırdığımız, endüklenen mekanik güç elde edilir. Son olarak dönme hareketinden kaynaklanan sürtünme ve vantilasyon kayıpları ($P_{s,v}$) ve kaçak akı kayıpları (P_{elk})da P_M gücünden çıkarıldıktan sonra milden alınan çıkış gücü (P_f) elde edilir.

Güç akışı diyagramında her zaman demir kayıplarını, stator ve rotor demir kayıpları olarak ayrı ayrı adlandırmamıza gerek yoktur. Çünkü asenkron motor normal olarak senkron hıza yakın bir hızda çalışır. Rotor akımları frekansının az olmasından dolayı magnetik alanın rotor yüzeyine doğru olan izafi hareketi oldukça yavaştır. Bu yüzden stator demir kayıpları ile

karşılaştırıldığında, rotor demir kayıpları oldukça azdır. Buna bağlı olarak demir kayıplarının çoğu stator bölgesinde oluşur denebilir. Yani stator ve rotorun toplam demir kaybı P_{Fe} olarak gösterilebilir. Demir kayıpları eşdeğer devre üzerinde R_C demir direncinde harcanan güç değerine denk gelir.

Asenkron motorun daha yüksek hızlarda, daha yüksek sürtünme vantilasyon ve kaçak akı kayıpları olmasına karşılık, senkron hızdan daha yüksek hız değerlerinde ($n_r > n_s$) nüve kayıpları azalır. Çoğu zaman sürtünme vantilasyon kayıpları ve kaçak akı kayıpları birlikte alınır. Bunun nedeni isen hızın artmasına bağlı olarak sürtünme vantilasyon kayıplarının artması ve kaçak akı kayıplarının azalmasının toplam mekanik kaybın değişmemesine neden olmasıdır.

2.6.1 Asenkron Motorda Güç İfadeleri

Şekil 2.17, asenkron motorun 1 faz eşdeğer devresini göstermektedir. Eşdeğer devre detaylı olarak incelenirse, motor olarak işletme süresince kullanılacak olan güç ve moment ifadeleri türetilebilir.

Stator, şebekeden P_s aktif gücünü alır. Asenkron makinanın etiketinde belirtilen gerilim, akım ve güç katsayısı değerleri ile bu güç kolayca hesaplanabilir. Hat gerilimi U_l ve hat akımı I_l kullanıldığında, güç formülü, motorun bağlantı şekline bağımlı olmaz. Şebekeden çekilen aktif güç ifadesi aşağıdaki gibidir.

$$P_s = \sqrt{3}U_l I_l \cos \varphi_1 \quad (32)$$

Stator akımı olan I_l kullanılarak, 3 faz için toplam stator bakır kaybını yazarsak;

$$P_{Cu_s} = 3 I_l^2 R_l \quad (33)$$

Demir kayıpları ise stator da endüklenen gerilime ve demir direncine bağlı olarak;

$$P_{Fe} = 3 E_l^2 / R_C \quad (34)$$

olarak yazılabilir.

Bu kayıplara bağılı olarak hava aralığına intikal eden güç ise;

$$P_{AG} = P_S - (P_{CUs} - P_{Fe}) \quad (35)$$

şeklinde ifade edilebilir.

Aynı zamanda hava aralığına intikaleden gücü rotor tarafından bakarak yazabiliriz. Bu durumda hava aralığı gücü, I_2 akımına ve R_2 rotor direncine bağılı olarak;

$$P_{AG} = 3 I_2^2 R_2 / s \quad (36)$$

şeklinde yazılabilir.

Rotor tarafında kaybolan güçlerin ifadeleri ise şu şekildedir.

Rotor bakır kayıpları I_2 akımı ve rotor direnci R_2 ye bağılı olarak;

$$P_{CUr} = 3 I_2^2 R_2 \quad (37)$$

ile ifade edilir.

Hava aralığına intikal eden güçten rotor bakır kayıpları çıkarılırsa endüklenen mekanik güç elde edilir. Endüklenen mekanik güç ifadesi ise;

$$\begin{aligned} P_M &= P_{AG} - P_{CUr} \\ P_M &= 3I_2^2 \frac{R_2}{s} - 3I_2^2 R_2 \\ P_M &= 3I_2^2 R_2 \left(\frac{1}{s} - 1 \right) \\ P_M &= 3I_2^2 R_2 \left(\frac{1-s}{s} \right) \end{aligned} \quad (38)$$

Aynı zamanda rotor bakır kayıpları, hava aralığına intikal eden gücün kayma kayma değeri ile çarpımına denk gelir. Çünkü hava aralığına intikal eden güç değeri aynı zamanda rotorun senkron hızdan farklı bir hızda dönebilmesi için kayma değeri ile aynı oranda artıp azalan bir güç değeri olmalıdır.

$$P_{CUr} = s P_{AG} \quad (39)$$

Motor çalışma koşullarında $0 < s < 1$ olduğundan dolayı rotor bakır kayıpları, hava aralığına intikal eden güçten küçüktür.

Böylelikle endüklenen mekanik gücü şu şekilde de ifade edebiliriz.

$$P_M = P_{AG} - P_{CUr} = P_{AG} - s P_{AG} = P_{AG}(1 - s) \quad (40)$$

Son olarak çıkış gücü ifadesi yani motor milinden alınan mekanik güç, endüklenen mekanik güçten, sürtünme vantilasyon kayıpları ve kaçak akı gücü çıkarılarak ifade edilebilir.

$$P_f = P_M - (P_{s,v} + P_{elk}) \quad (41)$$

2.6.2 Asenkron Motorda Moment İfadeleri

Asenkron motorda moment değerlerini ifade edebilmek için, 2.6.1 başlığı altında yazılan güç ifadelerinden yararlanılabilir. Bilindiği gibi asenkron motorun rotoru hareketli olduğu için, rotora moment sağlayan güç, endüklenen mekanik güçtür. Bu gücün oluşturduğu moment değeri de T_M olarak ifade edilir [22]. Endüklenen moment;

$$T_M = \frac{P_M}{\omega_r} \quad (42)$$

eşitliği ile gösterilebilir.

(42) eşitliğini farklı bir şekilde de yazmak mümkündür. Endüklenen mekanik güç, aynı zamanda hava aralığından rotora intikal eden gücün kaymaya bağlı bir ifadesi olarak (40) eşitliğinde gösterildiği gibi yazılabilir. Aynı şekilde rotor hızı da, senkron hız cinsinden yazılırsa;

$$T_M = \frac{(1-s)P_{AG}}{(1-s)\omega_s} = \frac{P_{AG}}{\omega_s} \quad (43)$$

şeklinde yazılır. Aynı zamanda çıkışta milden alınan moment de ;

$$T_C = \frac{P_f}{\omega_r} \quad (44)$$

olarak yazılabilir.

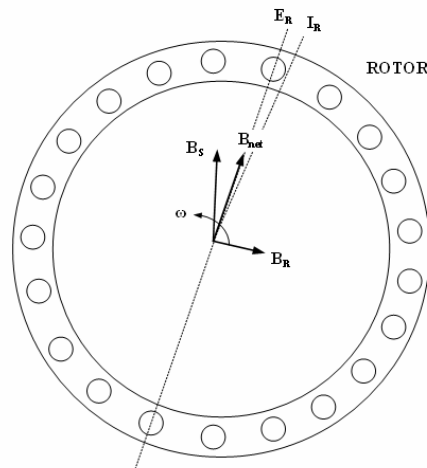
2.6.3 Asenkron Motorda Moment - Hız Karakteristikleri

Asenkron motorun miline bağlı herhangi bir yükün değişimine göre endüklenen momentin değişiminin incelenmesi için bazı kavramlara ihtiyaç vardır. Güç, dönme hızı, dönme momenti arasındaki ilişkinin incelenmesi, hız- moment arası ilişkinin açıklanmasında yardımcı olacaktır.

Hız-moment ilişkisini daha iyi anlamak için, magnetik alan şiddetinin karakteri de önemlidir. Bu kavramların incelenmesi sonucunda momentin kaymaya bağlı ifadesine ulaşılabacaktır.

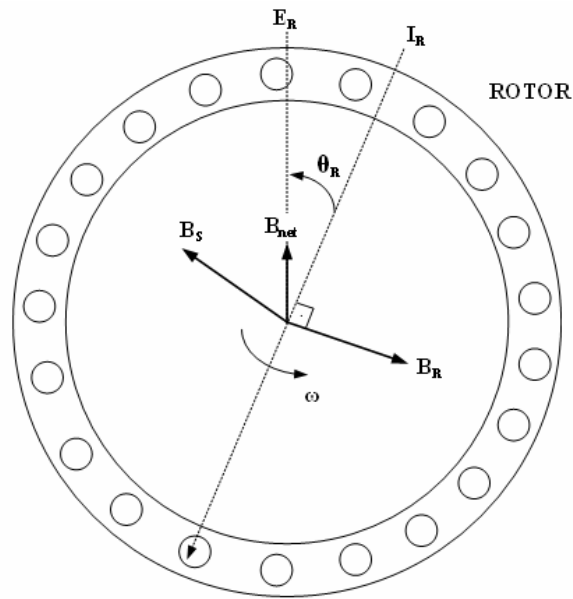
Yüksüz çalışma durumunda milin dönüş hızı, dönen magnetik alanın hızına çok yakındır. Mile herhangi bir yük bağlanacak olursa ve bu yük belli aralıklarda arttırılıp azaltılacak olursa, mil dönüş hızında yüke bağlı bir artma ve azalma görülecektir. Bunun sebebi E_I geriliminin, yani stator tarafından endüklenen gerilimin değişimidir. E_I geriliminin düşme sebebi de yük değişimine bağlı olarak statordaki R_I ve X_I empedanslarındaki gerilim düşümleridir.

Boşta çalışma durumunda Şekil 2.24'de görüldüğü gibi, kayma değerinin küçüklüğüne bağlı olarak rotor ve dönene magnetik alan arasındaki bağıl hareket farkı çok küçüktür. Bu farkın az olmasından dolayı, rotor akımları frekansı da oldukça küçüktür. Aynı zamanda rotorda endüklenen E_R zayıftır. Çünkü rotor akımları yüksek fakat frekansları çok düşüktür ve rotor reaktansı sıfıra yakın bir değerdedir. Düşük bir rotor akımı daha zayıf bir rotor magnetik alanı B_R oluşmasına neden olur. Rotor magnetik alanı, net magnetik alan değeri olan B_{net} alanından 90° e ileridedir. Statorun oluşturduğu magnetik alan B_S ise, net magnetik alana yakın bir değerdedir.



Şekil 2.23 Asenkron motorun boşta çalışmasında magnetik alan vektörlerinin durumu

Motor yüklü duruma geçtiğinde ise kayma değerinin artmasına bağlı olarak rotor akımları frekansı artar. Frekansın artması ile L_R değeri de artar. Bu değerlerin artmasına bağlı olarak, I_R akımının artması ile rotor hızı düşer ve B_R alanı artar ve stator-rotor magnetik alanları arasında daha büyük bir etkileşim olur ve motor daha yüksek bir moment üretir. Şekil 2.25 te yüklü durumda magnetik alan vektörlerinin durumu görülmektedir.

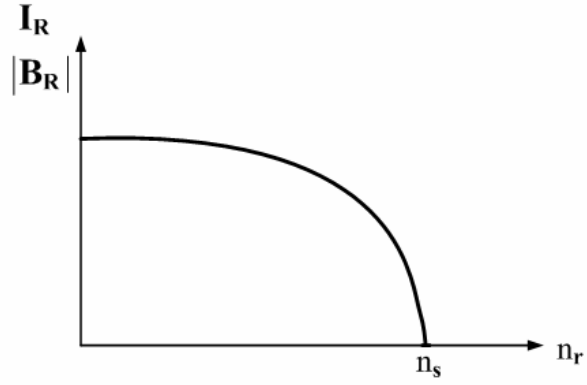


Şekil 2.24 Asenkron motorun yüklü durumunda magnetik alan vektörlerinin durumu

Endüklenen mekanik gücün oluşturduğu moment ifadesini şu şekilde de yazabiliriz.

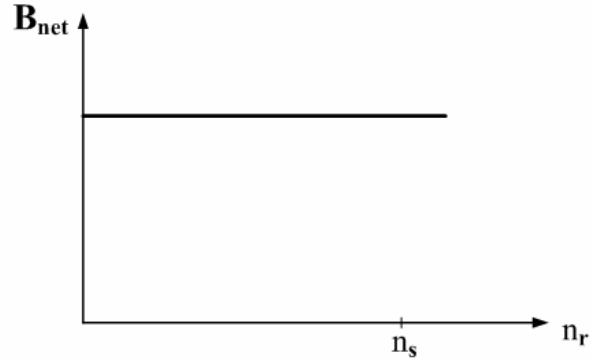
$$\tau_M = k B_R B_{net} \sin \theta \quad (45)$$

Eşitlikten de anlaşılacağı gibi, endüklenen moment, rotor magnetik alanı B_R ve toplam magnetik alan B_{net} ile aralarındaki açının sinüsüne bağlıdır. Rotor magnetik alanı ile net magnetik alan arasındaki açı arttıkça, endüklenen moment biraz düşer ama yüke bağlı olarak rotor barlarındaki akımların (I_R) artması, dönme momenti üzerinde büyük bir etki yapar. Bunun için yük artışına bağlı olarak endüklenen mekanik momentin de arttığı görülür. Şekil 2.26 da I_R akımına ve B_R magnetik alanının değişimine göre mil devir hızının değişimi görülmektedir.



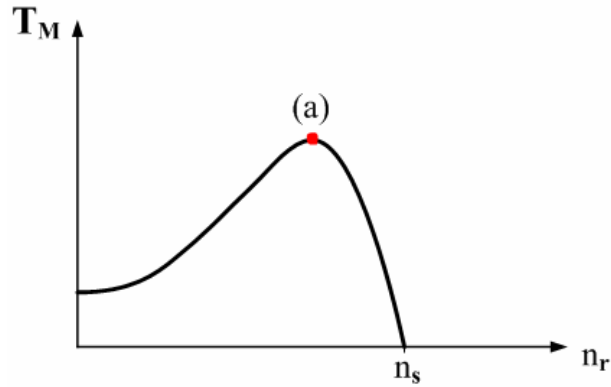
Şekil 2.25 I_R akımına ve B_R magnetik alanının değişimine göre mil devir hızının değişimi

Şekil 2.27 de ise endüklenen net magnetik alana göre milin hızının değişimi görülmektedir.



Şekil 2.26 Endüklenen net magnetik alana göre milin hızının değişimi

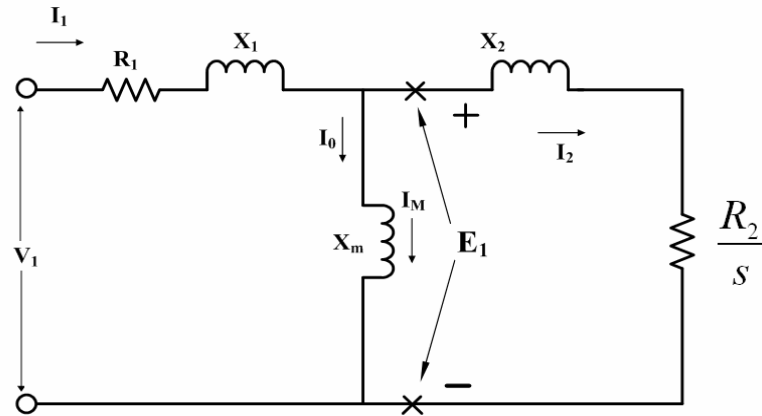
Şekil 2.28 de ise teorik olarak, endüklenen mekanik momentin mil hızına bağlı değişimi görülmektedir. Burada (a) noktası asenkron motorun devrilme momentini gösterir.



Şekil 2.27 Endüklenen mekanik momentin mil hızına bağlı değişimi

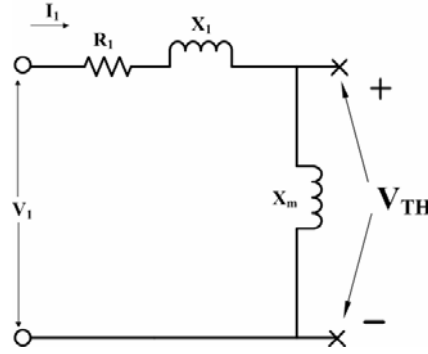
Endüklenen mekanik momentin bulunabilmesi için, hava aralığına intikal eden gücün ve senkron açısız hızın bilinmesi gerekir. (36) eşitliğinde belirtildiği gibi, I_2 akımı ve R_2 direncinin ve kayma değerinin bilinmesi ile hava aralığına intikal eden güç değeri bulunabilir.

I_2 akımının bulunabilmesi için en kolay yol asenkron motorun 1 faz eşdeğer devresinin, şekil 2.29 da gösterilen terminallerinden görülen thevenin eşdeğer devresinin bulunmasıdır.



Şekil 2.28 Asenkron motorun 1 faz eşdeğer devresinin thevenin terminalleri

Devrede demir direnci çok küçük kabul edildiği için Thevenin eşdeğer empedansının bulunmasında sadece mıknatıslanma reaktansı hesaba katılmıştır.



Şekil 2.29 1 Faz eşdeğer devrede thevenin geriliminin gösterimi

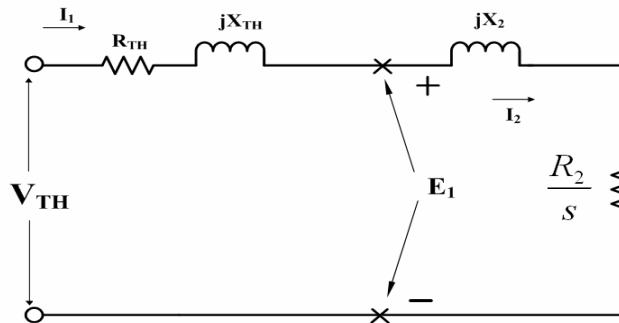
Şekil 2.30 da görülen devrede kaynak gerilim V_1 kısa devre edildikten sonra, eşdeğer empedans eşitlik 46 daki gibi yazılabilir.

$$Z_{TH} = \frac{jX_M(R_1 + jX_1)}{R_1 + j(X_1 + X_M)} \quad (46)$$

Şekil 2.30 daki devreye göre thevenin eşdeğer devre gerilimi de şöyle yazılır;

$$V_{TH} = \frac{jX_M}{R_1 + jX_1 + jX_M} V_1 \quad (47)$$

Bulunan değerlere göre thevenin eşdeğer devresine rotor eşdeğer devresinin bağlanması ile I_2 akımının bulunması kolaylaşmaktadır.



Şekil 2.30 Thevenin eşdeğer devresine rotor eşdeğerinin bağlanması

Bulunan thevenin eşdeğer devresinde, thevenin geriliminin genliği ise şöyle yazılır;

$$V_{TH} = \frac{X_M}{\sqrt{R_1^2 + (X_1 + X_M)^2}} V_1 \quad (48)$$

I_2 akımı şekil 2.31 deki devreye göre hesaplanabilir. Akımın ifadesi ise;

$$I_2 = \frac{V_{TH}}{Z_{TH} + Z_2} = \frac{V_{TH}}{R_{TH} + R_2/s + jX_{TH} + jX_2} \quad (49)$$

Olarak yazılabilir. Akımın genliği ise ;

$$I_2 = \frac{V_{TH}}{\sqrt{(R_{TH} + R_2/s)^2 + (X_{TH} + X_2)^2}} \quad (50)$$

Bulunan akım değerini (36) eşitliğinde yerine yazacak olursak;

$$P_{AG} = \frac{3V_{TH}^2 R_2/s}{(R_{TH} + R_2/s)^2 + (X_{TH} + X_2)^2} \quad (51)$$

Eşitliğini elde ederiz. Bu şekilde endüklenen moment ifadesinde P_{AG} gücü de yerine yazılacak olursa;

$$\tau_M = \frac{3V_{TH}^2 R_2/s}{(R_{TH} + R_2/s)^2 + (X_{TH} + X_2)^2} \omega_s \quad (52)$$

elde edilir.

Thevenin eşdeğer devresinden yararlanılarak endüklenen moment değerinden başka değerler de hesaplanabilir.

Bu değerler, devrilme momenti, devrilme kayma değeri, kalkınma momenti değerleridir.

Devrilme momenti, asenkron motorun üretebileceği maksimum moment değeridir. Genellikle bu değer asenkron motorun tam yükte ürettiği momentin üç katı kadar bir değerdedir. Devrilme momentinin değeri, hava aralığına intikal eden güç değerine bağlıdır.

Hava aralığına intikal eden gücün maksimum değeri ise asenkron motorun kaymaya göre değişiklik arz eden rotor direncinde tüketilen güç değerine bağlıdır. Bu aynı zamanda maksimum güç aktarımı kuralına bağlıdır. Şekil 2.31 deki devrede rotor direnci dışındaki empedansların genliği, R_2 / s direncine eşit olduğu durumda maksimum güç transferi yapılmış olur.

$$R_2 / s = \sqrt{R_{TH}^2 + (X_{TH} + X_2)^2} \quad (53)$$

Eşitlik 53'te s değerini yalnız bırakırsak, maksimum güç transferi durumunda yani maksimum moment üretildiği durumdaki devrilme kayması değerine ulaşırız.

$$s_{\max} = \frac{R_2}{\sqrt{R_{TH}^2 + (X_{TH} + X_2)^2}} \quad (54)$$

Devrilme kayması değeri eşitlik 52' de yerine konacak olursa devrilme momentini elde edilir.

$$\tau_{\max} = \frac{3V_{TH}^2}{2\omega_s \left[R_{TH} + \sqrt{R_{TH}^2 + (X_{TH} + X_2)^2} \right]} \quad (55)$$

Devrilme momentine bağlı olarak yol alma momentini de bulunabilir. Çünkü yol alma esnasında kayma değeri 1'e çok yakın bir değer aldığı için 1 olarak kabul edilebilir. Bu sayede yolalma momentini şöyle yazabiliriz.

$$\tau_{y.a.} = \frac{3V_{TH}^2 R_2}{\left[(R_{TH} + R_2)^2 + (X_{TH} + X_2)^2 \right] \omega_s} \quad (56)$$

Şekil 2.32 de, yukarıda ifade edilen eşitlikler gösterilmiştir.

3. ASENKRON MOTORUN SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİYLE ANALİZİ

Sonlu Elemanlar Yöntemi (SEY) elektrik mühendisliğinin çeşitli alanlarında kullanılmaya başlandığından itibaren asenkron makinaların analizine yönelik uygulamalarda başlamıştır. Brauer çeşitli çalışmalarında bir ve üç fazlı asenkron makinelerin SEY ile modellenmesinin nasıl yapılacağını ayrıntıları ile vermiştir[23-26].

Williamson ve Robinson asenkron makinaların SEY ile analizinde geliştirdikleri yöntemler ile hesaplama maliyetini oldukça düşürmüşlerdir [27-28].

SEY ile analizde ilk modeller rotor ve statorun ayrı ayrı ele alınmasına dayanmaktadır. Stator ve rotorun magnetomotor kuvvetlerinin birbirine etkisi iç ve dış yüzeylerinde tanımlanan magnetomotor kuvvet değerleriyle göz önüne alınmaktaydı. Stator ve rotorun ayrı ayrı ele alınması maliyeti düşürmekle birlikte yüzeylerde magnetomotor kuvveti tanımlamasının güçlüğüne ortaya çıkartmaktaydı. Daha sonraları bilgisayar teknolojisinin gelişmesiyle stator ve rotorun birlikte modellenmesi kolaylaştı. Bu modellemelerde hava aralığının da modellenmesi sebebiyle endüktansların ve özellikle momentin hesaplanması daha kolaylaştı.

Çalışmamızda FEMM adlı sonlu eleman paketi kullanılmıştır. Stator ve rotor birlikte ve makinenin tamamı modellenmiştir. Maliyeti düşürme açısından magnetik simetrisinin kullanılması mümkündür. Elde edilen sonuçlardan en önemlisi stator sargı endüktansları ve moment-hız karakteristiğidir. Tasarım sonucunda elde edilen sonuçlarla karşılaştırmalı olarak verilmiştir.

3.1. Genel SEY Teorisi

SEY kapalı bir bölgede geçerli olan bir diferansiyel denklemi, sınır şartları ve/veya kaynak değerlerinin biliniyor olması şartıyla, çözümü, belirlenen düğüm noktalarında ve seçilen elemanlar üzerinde veren sayısal bir yöntemdir. SEY' in bölgeye uygulanabilmesi için bu bölgenin eleman adını verdiğimiz alt bölgelere ayrıştırılması gerekir. Elemanların (Üçgen veya Dörtgen) köşe noktaları (düğüm) mutlaka komşu elemanlarla ortak kullanımda olmalıdır. Bu durum bölgenin sürekliliği için şarttır.

3.1.1 Sınır Değer Problemlerinin SEY Formülasyonu

En genel şekilde iki boyutlu bir sınır değer problemi, aşağıdaki ikinci dereceden kısmi diferansiyel denklem ile verilir [33].

$$-\frac{\partial}{\partial x}\left(\alpha_x \frac{\partial \phi}{\partial x}\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(\alpha_y \frac{\partial \phi}{\partial y}\right) + \beta \phi = f \quad (x, y) \in \Omega \quad (1)$$

Verilen diferansiyel denklemde ϕ bilinmeyen fonksiyon, α_x , α_y ve β problem bölgesinin fiziksel özelliklerine bağlı bilinen parametreler, f ise kaynak veya uyarma fonksiyonudur. İki boyutlu Laplace, Poisson ve Helmholtz denklemleri (1) denkleminin özel şekilleridir. Probleme ait sınır şartları,

$$\phi = p \quad , \quad \Gamma_1 \text{ boyunca} \quad (2)$$

$$\left(\alpha_x \frac{\partial \phi}{\partial x} \mathbf{i} + \alpha_y \frac{\partial \phi}{\partial y} \mathbf{j}\right) \cdot \mathbf{n} + \gamma \phi = q \quad , \quad \Gamma_2 \text{ boyunca} \quad (3)$$

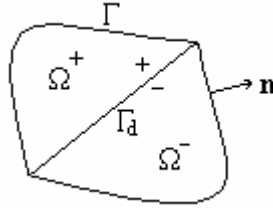
şeklinde verilir. Burada $\Gamma(\Gamma_1 + \Gamma_2)$, Ω bölgesini çevreleyen sınır, \mathbf{n} sınıra dik ve dışarı yönelmiş birim vektör, p ve q değişkenin sınırdaki değerleri, γ sınırın fiziksel özellikleri ile ilgili parametredir ve sınır kaynağı veya uyarması olarak algılanabilir. $\gamma=0$ yapılarak (3)'ün özel bir formu olarak Neumann sınır şartı elde edilir.

Eğer α_x ve α_y ile karakterize edilen bölgenin özellikleri süreksizlik gösteriyorsa ve yine süreksizlik ara yüzeyinde herhangi bir yüzey kaynağı yok ise, ϕ aşağıdaki süreklilik şartlarını sağlar.

$$\phi^+ = \phi^- \quad , \quad \Gamma_d \text{ boyunca} \quad (4)$$

$$\left(\alpha_x^+ \frac{\partial \phi^+}{\partial x} \mathbf{i} + \alpha_y^+ \frac{\partial \phi^+}{\partial y} \mathbf{j}\right) \cdot \mathbf{n} = \left(\alpha_x^- \frac{\partial \phi^-}{\partial x} \mathbf{i} + \alpha_y^- \frac{\partial \phi^-}{\partial y} \mathbf{j}\right) \cdot \mathbf{n} \quad , \quad \Gamma_d \text{ boyunca} \quad (5)$$

\mathbf{i} ve \mathbf{j} , sırasıyla x ve y yönündeki birim vektörleri, Γ_d süreksizlik ara yüzeyini göstermektedir. Problemin ele alındığı genel bir bölge Şekil 3.33'de görülmektedir.



Şekil 3.1. Γ_d Ara yüzeyi ile ayrılmış süreksizlik içeren bir bölge

3.1.2. Varyasyonel Formülasyon

Kısmi diferansiyel denklemlerin SEY formülasyonunun elde edilmesinde en çok kullanılan yöntemlerin başında varyasyonel formülasyon gelmektedir [29].

Verilen sınır şartları altında bir diferansiyel denklemin varyasyonel ilkesine göre çözümü, fonksiyonel olarak adlandırılan bir bağıntının değişkenlerine göre en küçük değere indirgenmesi ile elde edilir. Yukarıda verilen sınır değer problemine eşdeğer varyasyonel problem;

$$\begin{cases} \delta F(\phi) = 0 \\ \phi = p, \Gamma_1 \text{ boyunca} \end{cases} \quad (6)$$

ile tanımlanır ve burada,

$$\begin{aligned} F(\phi) = & \frac{1}{2} \iint_{\Omega} \left[\alpha_x \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + \alpha_y \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right)^2 + \beta \phi^2 \right] d\Omega \\ & + \int_{\Gamma_2} \left(\frac{\gamma}{2} \phi^2 - q \phi \right) d\Gamma - \iint_{\Omega} f \phi d\Omega \end{aligned} \quad (7)$$

ifadesiyle tanımlıdır. Sonuçta, (7) fonksiyoneli $\alpha_x, \alpha_y, \beta$ ve γ 'nin reel veya kompleks değerleri için geçerlidir. Eğer bu parametreler sadece reel ise, aşağıdaki fonksiyonel kullanılabilir.

$$F(\phi) = \frac{1}{2} \iint_{\Omega} \left[\alpha_x \left| \frac{\partial \phi}{\partial x} \right|^2 + \alpha_y \left| \frac{\partial \phi}{\partial y} \right|^2 + \beta |\phi|^2 \right] d\Omega$$

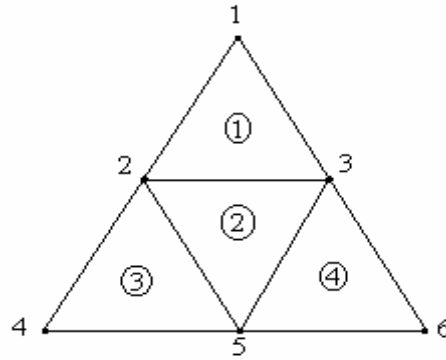
$$+ \frac{I}{2} \int_{\Gamma_2} (\gamma |\phi|^2 - q^* \phi - q \phi^*) d\Gamma - \frac{I}{2} \iint_{\Omega} (f^* \phi + f \phi^*) d\Omega \quad (8)$$

Son yazılan denklemlerde “*” işareti kompleks eşlenik işlemidir. Açıkça görülmektedir ki (8) fonksiyoneli reel büyüklüğe sahiptir. Bununla birlikte genel durumu göz önüne almak için formülasyona temel olarak (7) ile verilen fonksiyonel temel alınacaktır.

3.1.3. Bölgenin Ayrıştırılması

SEY’ in ilk adımı, problem bölgesinin iki boyutlu elemanlarla alt bölgelere ayrıştırılmasıdır. Sonuçta elde edilen yapı, sonlu eleman ağı olarak isimlendirilir. Burada iki boyutlu elemanlarımız üç düğümlü lineer üçgen elemanlardır. Dolayısıyla aranan değişken, üçgen elemanın bütün yüzeyinde sabit bir değere sahip olacaktır. Bölgenin ayrıştırılmasında dikkat edilecek hususlar, elemanların üst üste gelmemesi ve aralarında boşluk olmamasıdır. Elemanlar birbirlerine köşe noktaları ile bağlanmalı ve bir üçgenin köşe düğüm noktası bir başka elemanın düğümüne karşılık gelmelidir. Ayrıştırımda dikkat edilecek iki önemli husus daha vardır. Birincisi; dar elemanlardan, başka bir deyişle küçük iç açılı elemanlardan kaçınılmalıdır. Dar üçgenler kabul edilebilir elemanlar olmakla birlikte, hatayı arttırmaları çünkü, sonuç üçgenin en küçük açısının sinüsü ile ters orantılıdır. İkinci husus ise, seçilen elemanların mümkün olduğu kadar küçük seçilmesidir. Başka bir deyişle, problem bölgesi mümkün olduğu kadar çok sayıda elemana bölünmelidir.

Her bir elemanı tanımlamak için, etiket olarak bir tam sayı grubu, benzer olarak, elemanların köşe noktalarına karşılık gelen düğümleri tanımlamak için de başka bir tam sayı grubu kullanılır. Dolayısıyla her bir eleman üç düğüm ile ilişkilendirilecektir. Bölge içinde bir düğüm birden fazla elemana ait olabileceğinden, bu düğümler genel olarak numaralandırılırlar. Dolayısıyla elemanların yerel düğüm numaralarına bir genel düğüm numarası karşılık gelecektir. Elemanların bu şekilde yerleşimlerinin tanımlanabilmesi için, $3 \times M$ boyutlu bir $n(i,e)$ tam sayı matrisi tanımlanır. Burada $i=1,2,3$ değerlerine haiz olup elemanların yerel düğüm numaralarını gösterir. $e=1,2,3,\dots,M$ olarak elemanın numarasına karşılık gelir. Dolayısıyla ‘ M ’, toplam eleman sayısıdır. $n(i,e)$ ’nin değerleri ise genel düğüm numaralarına karşılık gelir. Bu tam sayı matrisi elemanların ve düğümlerin numaralandırılmasına ait bütün bilgileri içerir.



Şekil 3.2. 4 Eleman 6 Düğümlü bir sonlu eleman ağı

$n(i,e)$ matrisi *bağlantı matrisi* olarak da isimlendirilir. Örnek olarak Şekil 6.2' deki ağa ait bağlantı matrisi aşağıdaki şekilde olur.

Çizelge 3.1 Bağntı Matrisi

e	$n(1,e)$	$n(2,e)$	$n(3,e)$
1	2	3	1
2	5	3	2
3	4	5	2
4	5	6	3

Bağlantı matrisinde verilen numaralandırma keyfidir. Birinci elemanın üç düğümüne ait numaralandırmayı 3, 1, 2 veya 1, 2, 3 olarak da yapmak mümkündür. Ancak genelde numaralandırma saat ibresinin dönüş yönünün tersinde olacak şekilde yapılır. Bağlantı matrisine ilaveten, (2) ile verilen Dirichlet sınır şartlarına karşılık gelen Γ_1 sınırındaki düğüm numaralarının saklanacağı bir diğer vektör oluşturulacaktır.

Yukarıda açıklanan verilere ilaveten, SEY formülasyonu için aşağıdaki verilerin de belirlenmesi gereklidir:

1. Düğümlerin koordinatları, x_i ve y_i ($i=1, 2, 3, \dots, D$), D : Toplam düğüm sayısı.
2. Her bir eleman için α_x , α_y , β ve f değerleri.
3. Γ_1 sınırındaki düğümlerde değişkenin p değeri (Dirichlet sınır şartı).

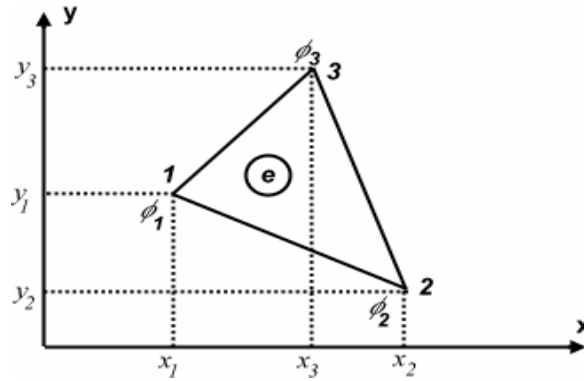
4. Γ_2 sınırındaki her bir segmentteki γ ve q değerleri (Neumann sınır şartı).

3.1.4. Eleman Enterpolasyon Fonksiyonları

Bölgenin ayrıştırılması yapıldıktan sonra ikinci adım, bilinmeyen fonksiyon ϕ^e nin her bir elemanda bir yaklaşım fonksiyonu ile belirlenmesidir. Lineer üçgen elemanlar için kullanılan yaklaşım fonksiyonu, üç katsayılı bir polinomdur ve aşağıdaki şekilde seçilir.

$$\phi^e(x, y) = a^e + b^e x + c^e y \quad (9)$$

Burada a^e , b^e , ve c^e her bir eleman için belirlenecek sabit katsayılar, e ise eleman numarasıdır. Lineer üçgen elemanda üç düğüm bulunduğunu söylemiştik. Şekil 6.3 tipik bir üçgen elemanı göstermektedir.



Şekil 3.3 Kartezyen koordinatlarda tipik lineer üçgen eleman

Düğümelerde ϕ değişkeninin değerlerini sırasıyla $\phi_1^e, \phi_2^e, \phi_3^e$ olarak gösterelim. (9)' a göre düğümlerdeki ϕ değerleri,

$$\begin{aligned} \phi_1^e &= a^e + b^e x_1^e + c^e y_1^e \\ \phi_2^e &= a^e + b^e x_2^e + c^e y_2^e \\ \phi_3^e &= a^e + b^e x_3^e + c^e y_3^e \end{aligned} \quad (10)$$

olacaktır. (11)' den sabit katsayılar hesaplanarak (9)' da yerine konursa, bir elemandaki ϕ değeri için,

$$\phi^e(x,y) = \sum_{j=1}^3 N_j^e(x,y) \phi_j^e \quad (11)$$

ifadesi bulunur. Son yazılan ifadede $N_j^e(x,y)$ enterpolasyon fonksiyonudur ve aşağıdaki şekilde hesaplanır.

$$N_j^e(x,y) = \frac{1}{2\Delta^e} (a_j^e + b_j^e x + c_j^e y) \quad j = 1,2,3 \quad (12)$$

Enterpolasyon fonksiyonundaki katsayılar aşağıdaki şekilde hesaplanırlar.

$$\begin{aligned} a_1^e &= x_2^e y_3^e - y_2^e x_3^e; & b_1^e &= y_2^e - y_3^e; & c_1^e &= x_3^e - x_2^e \\ a_2^e &= x_3^e y_1^e - y_3^e x_1^e; & b_2^e &= y_3^e - y_1^e; & c_2^e &= x_1^e - x_3^e \\ a_3^e &= x_1^e y_2^e - y_1^e x_2^e; & b_3^e &= y_1^e - y_2^e; & c_3^e &= x_2^e - x_1^e \end{aligned} \quad (13)$$

Δ^e ile gösterdiğimiz üçgen elemanın alanı ise aşağıdaki determinant vasıtasıyla hesaplanır. Elemanın düğüm numaraları saat dönüş yönünde numaralandırılırsa determinantın değeri negatif çıkacaktır.

$$\Delta^e = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & x_1^e & y_1^e \\ 1 & x_2^e & y_2^e \\ 1 & x_3^e & y_3^e \end{vmatrix} = \frac{1}{2} (b_1^e c_2^e - b_2^e c_1^e) \quad (14)$$

Yukarıdaki eşitliklerde x_j^e ve y_j^e ($j = 1,2,3$), e . elemanın j . düğümünün koordinatlarıdır. Aynı zamanda enterpolasyon fonksiyonu aşağıdaki özelliğe de sahiptir.

$$N_i^e(x_j^e, y_j^e) = \delta_{ij} = \begin{cases} 1 & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases} \quad (15)$$

Bu özellikten dolayı (11)' e göre i . düğümde ϕ^e değeri ϕ_i^e düğüm değerine indirgenir. Enterpolasyon fonksiyonunun diğer bir özelliği de, gözlem noktası olan (x,y) düğümünün karşısındaki kenarda sıfırlanmasıdır. Bu özelliğin sonucu olarak, elemanın bir kenarındaki ϕ^e değeri, karşısındaki noktadaki f değerine bağlı değildir. Ancak bir kenardaki değer, komşu olduğu iki düğüm tarafından belirlenir. Bu özellik eleman kenarları arasında çözümün sürekliliğini garantiler [31].

3.1.5. Ritz Yöntemi ile SEY Eşitliklerinin Elde Edilmesi

Diferansiyel denklemlerin sayısal yöntemlerle çözümünde, sonuçta bir lineer denklem sistemi elde edilir. SEY' de de bu sistemin elde edilmesinde çeşitli yöntemler kullanılır. Bunlardan Ritz ve Galerkin yöntemleri en çok kullanılanlardır. İlk önce Ritz yöntemi ile bu denklemlerin elde edilmesi, ayrıntıları ile açıklanacaktır.

3.1.6. Eleman Eşitliklerinin Elde Edilmesi

Kolaylık açısından, (7) eşitliğinde verilen çizgisel integralin ortadan kalkması için, (3)' ün özel bir şekli olarak $\gamma=0$ ve $q=0$ yaparak sistemde homojen Neumann sınır şartlarının bulunduğu düşünülecektir. Böylece fonksiyonel aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$F(\phi) = \sum_{e=1}^M F^e(\phi^e) \quad (16)$$

M toplam eleman sayısını, F^e bir alt fonksiyoneldir. Bu alt fonksiyonel,

$$F^e(\phi^e) = \frac{1}{2} \iint_{\Omega^e} \left[\alpha_x \left(\frac{\partial \phi^e}{\partial x} \right)^2 + \alpha_y \left(\frac{\partial \phi^e}{\partial y} \right)^2 + \beta (\phi^e)^2 \right] d\Omega - \iint_{\Omega^e} f \phi^e d\Omega \quad (17)$$

ifadesine eşittir. Ω^e , e . elemanın bölgesini göstermektedir. (11)' de verilen ϕ^e değeri (17)' de yerine konup F^e ' nin, ϕ_i^e ' ye göre türevi alınırsa,

$$\begin{aligned} \frac{\partial F^e}{\partial \phi_i} &= \sum_{j=1}^3 \phi_j^e \iint_{\Omega^e} \left(\alpha_x \frac{\partial N_i^e}{\partial x} \frac{\partial N_j^e}{\partial x} + \alpha_y \frac{\partial N_i^e}{\partial y} \frac{\partial N_j^e}{\partial y} + \beta N_i^e N_j^e \right) d\Omega \\ &- \iint_{\Omega^e} f N_i^e d\Omega \quad i = 1, 2, 3 \end{aligned} \quad (18)$$

elde edilir, veya aşağıdaki şekilde tekrar yazılabilir.

$$\left\{ \frac{\partial \mathbf{F}^e}{\partial \phi^e} \right\} = [\mathbf{K}^e] \{ \phi^e \} - \{ \mathbf{b}^e \} \quad (19)$$

Son yazılan eşitlik için aşağıdaki ifadeler yazılabilir.

$$\left\{ \frac{\partial \mathbf{F}^e}{\partial \phi^e} \right\} = \left[\frac{\partial \mathbf{F}^e}{\partial \phi_1^e}, \frac{\partial \mathbf{F}^e}{\partial \phi_2^e}, \frac{\partial \mathbf{F}^e}{\partial \phi_3^e} \right]^T; \quad \{ \phi^e \} = [\phi_1^e, \phi_2^e, \phi_3^e]^T \quad (20)$$

$[\mathbf{K}^e]$ matrisinin elemanları aşağıdaki şekilde hesaplanır.

$$K_{ij}^e = \iint_{\Omega^e} \left(\alpha_x \frac{\partial N_i^e}{\partial x} \frac{\partial N_j^e}{\partial x} + \alpha_y \frac{\partial N_i^e}{\partial y} \frac{\partial N_j^e}{\partial y} + \beta N_i^e N_j^e \right) dx dy, \quad i, j=1,2,3 \quad (21)$$

$\{ \mathbf{b}^e \}$ vektörü ise,

$$b_i^e = \iint_{\Omega^e} f N_i^e dx dy \quad i = 1,2,3 \quad (22)$$

eşitliği ile verilir. $[\mathbf{K}^e]$ katsayılar matrisi olarak isimlendirilir ve simetrik, band ve seyrek matristir. $\alpha_x, \alpha_y, \beta$ ve f i her bir elemanda sabit kabul edersek, $\alpha_x^e, \alpha_y^e, \beta^e$ ve f^e , ye eşit olurlar. Bu durumda (21) ve (22) analitik olarak çözülebilirler. Bu işlem için aşağıdaki temel formül kullanılabilir [30].

$$\iint_{\Omega^e} (N_1^e)^l (N_2^e)^m (N_3^e)^n dx dy = \frac{l! m! n!}{(l+m+n+2)!} 2\Delta^e \quad (23)$$

Yukarıdaki formül kullanıldığında, aşağıdaki sonuçlar elde edilir.

$$K_{ij}^e = \frac{1}{4\Delta^e} (\alpha_x^e b_i^e b_j^e + \alpha_y^e c_i^e c_j^e) + \frac{\Delta^e}{12} \beta^e (1 + \delta_{ij}) \quad (24)$$

$$b_i^e = \frac{\Delta^e}{3} f^e \quad (25)$$

Diğer taraftan, eğer α_x , α_y , β ve f her elemanda sabit değilse, (24) ve (25) eşitliklerinden hesaplanan değerler, $\alpha_x^e, \alpha_y^e, \beta^e$ ve f^e 'nin ortalama değerleri kabul edilerek kullanılırlar. Alternatif olarak K_{ij}^e ve b_i^e değerleri sayısal olarak da hesaplanabilir. Sayısal yöntemler kullanılacaksa, elemanların oldukça küçük ve kullanılan yöntemin iyi sonuçlar vermesi gerekir.

3.1.7. Eleman Matrislerinin Birleştirilmesi ve Denklem Takımının Elde Edilmesi

(19) ile hesaplanan eleman matrisleri, sonlu eleman ağında bulunan bütün elemanlar için birleştirilerek lineer denklem sistemi elde edilir. Bunun için F^e e stasyonerlik gerekliliği eklenerek aşağıdaki ifade yazılır.

$$\left\{ \frac{\partial F}{\partial \phi} \right\} = \sum_{e=1}^M \left\{ \frac{\partial F^e}{\partial \phi^e} \right\} = \sum_{e=1}^M ([K^e] \{ \phi^e \} - \{ b^e \}) = \{ 0 \} \quad (26)$$

Yukarıdaki ifade lineer denklem sistemidir. Bu ifade daha bilinen şekliyle aşağıdaki gibi yazılabilir. M , sonlu eleman ağındaki toplam eleman sayısıdır.

$$[K] \{ f \} = \{ b \} \quad (27)$$

Burada $[K]$, $[K^e]$ eleman matrislerinin, $\{ b \}$ ise $\{ b^e \}$ eleman kaynak vektörlerinin birleştirilmiş şeklidir:

$$[K] = \sum_{e=1}^M [K^e], \quad \{ b \} = \sum_{e=1}^M \{ b^e \} \quad (28)$$

Katsayılar matrisinin elde edilmesini, Şekil 6.2' de verdiğimiz altı düğümlü ağ üzerinde açıklayalım. Altı düğüm bulunmasından dolayı $[K]$ katsayılar matrisinin boyutu 6×6 olur. 9×9 boyutlu olan eleman matrislerinin uygun elemanları, katsayılar matrisine ilave edilerek bulunur. $[K^{(1)}]$ 'in (birinci elemanın) katsayılarını $[K]$ matrisine eklerken şu prosedür takip edilir. $K_{11}^{(1)}$ için Çizelge 1' de verilen bağlantı matrisine bakıldığında $n(1,1)=2$ olduğunu görürüz. $K_{11}^{(1)}$ bu durumda katsayılar matrisinde K_{22} 'nin elemanı olur. $K_{12}^{(1)}$ için yine bağlantı matrisine baktığımızda, $n(2,1)=4$ olduğunu görürüz ve bu elemanı katsayılar matrisinin K_{24} elemanına ekleriz. Bu işlem için genel kuralı şu şekilde vermemiz mümkündür. Herhangi bir elemanın

eleman matrisindeki K_{ij}^e elemanı, katsayılar matrisinin $K_{n(i,e),n(j,e)}$ elemanına eklenir. Birinci elemanın katsayılar matrisindeki dokuz eleman, katsayılar matrisine bu yolla eklendiğinde aşağıdaki matris elde edilir.

$$[K] = \begin{bmatrix} K_{33}^{(1)} & K_{31}^{(1)} & 0 & K_{32}^{(1)} & 0 & 0 \\ K_{13}^{(1)} & K_{11}^{(1)} & 0 & K_{12}^{(1)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ K_{23}^{(1)} & K_{21}^{(1)} & 0 & K_{22}^{(1)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (29)$$

Aynı şekilde ikinci elemanın katsayılar matrisi $[K^{(2)}]^e$ nin elemanları $[K]^e$ ya eklendiğinde katsayılar matrisi aşağıdaki şekli alır.

$$[K] = \begin{bmatrix} K_{33}^{(1)} & K_{31}^{(1)} & 0 & K_{32}^{(1)} & 0 & 0 \\ K_{13}^{(1)} & K_{11}^{(1)} + K_{33}^{(2)} & 0 & K_{12}^{(1)} + K_{32}^{(2)} & K_{31}^{(2)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ K_{23}^{(1)} & K_{21}^{(1)} + K_{23}^{(2)} & 0 & K_{22}^{(1)} + K_{22}^{(2)} & K_{21}^{(2)} & 0 \\ 0 & K_{13}^{(2)} & 0 & K_{12}^{(2)} & K_{11}^{(2)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (30)$$

$[K^{(3)}]$ $[K]^e$ ya eklendiğinde ise,

$$[K] = \begin{bmatrix} K_{33}^{(1)} & K_{31}^{(1)} & 0 & K_{32}^{(1)} & 0 & 0 \\ K_{13}^{(1)} & K_{11}^{(1)} + K_{33}^{(2)} + K_{33}^{(3)} & K_{31}^{(3)} & K_{12}^{(1)} + K_{32}^{(2)} & K_{31}^{(2)} + K_{32}^{(3)} & 0 \\ 0 & K_{13}^{(3)} & K_{11}^{(3)} & 0 & K_{12}^{(3)} & 0 \\ K_{23}^{(1)} & K_{21}^{(1)} + K_{23}^{(2)} & 0 & K_{22}^{(1)} + K_{22}^{(2)} & K_{21}^{(2)} & 0 \\ 0 & K_{13}^{(2)} + K_{23}^{(3)} & K_{21}^{(3)} & K_{12}^{(2)} & K_{11}^{(2)} + K_{22}^{(3)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (31)$$

elde edilir.

Son olarak dördüncü elemanın katsayılar matrisindeki elemanlar da, katsayılar matrisine eklenerek işlem tamamlanır. Buraya kadar elde edilen matrisden görüldüğü gibi katsayılar matrisi simetrik bir matrisdir. Sonlu eleman ağındaki eleman ve düğüm sayısı arttıkça da, seyrek matris (sıfır elemanı çok olan) özelliği de kazanır. Simetrik, band ve seyrek matris olması, denklem sistemini çözmede bazı avantajlar getirir. Sonuçta dört eleman altı düğümlü ağımızın katsayılar matrisi aşağıdaki şekli alır.

$$[K] = \begin{bmatrix} K_{33}^{(1)} & K_{31}^{(1)} & 0 & K_{32}^{(1)} & 0 & 0 \\ K_{13}^{(1)} & K_{11}^{(1)} + K_{33}^{(2)} + K_{33}^{(3)} & K_{31}^{(3)} & K_{12}^{(1)} + K_{32}^{(2)} & K_{31}^{(2)} + K_{32}^{(3)} & 0 \\ 0 & K_{13}^{(3)} & K_{11}^{(3)} & 0 & K_{12}^{(3)} & 0 \\ K_{23}^{(1)} & K_{21}^{(1)} + K_{23}^{(2)} & 0 & K_{22}^{(1)} + K_{22}^{(2)} + K_{33}^{(4)} & K_{21}^{(2)} + K_{31}^{(4)} & K_{32}^{(4)} \\ 0 & K_{13}^{(2)} + K_{23}^{(3)} & K_{21}^{(3)} & K_{12}^{(2)} + K_{13}^{(4)} & K_{11}^{(2)} + K_{22}^{(3)} + K_{11}^{(4)} & K_{12}^{(4)} \\ 0 & 0 & 0 & K_{23}^{(4)} & K_{21}^{(4)} & K_{22}^{(4)} \end{bmatrix} \quad (32)$$

Benzer işlemler, lineer denklem sisteminin sağ tarafında yer alacak olan kaynak vektörünün elde edilmesi için de geçerlidir. $\{b\}$ vektörü oluşturulurken, her elemanın b_e^i değeri $b_{n(i,e)}$ 'ye eklenir. İşlemler yapıldığında aşağıdaki vektör elde edilir.

$$\{b\} = \begin{Bmatrix} b_3^{(1)} \\ b_1^{(1)} + b_3^{(2)} + b_3^{(3)} \\ b_1^{(3)} \\ b_2^{(1)} + b_2^{(2)} + b_3^{(4)} \\ b_1^{(2)} + b_2^{(3)} + b_1^{(4)} \\ b_2^{(4)} \end{Bmatrix} \quad (33)$$

3.1.8. Dirichlet Sınır Şartlarının Girilmesi

Lineer denklem sistemi çözülmenden önce, (2) ile tanımlanan ve Γ_1 sınırı üzerindeki düğümlerde tanımlanmış olan Dirichlet sınır şartlarının sisteme katılması gereklidir. Bu işlemleri açıklamak için yine Şekil 6.2' deki örnek ağımızı ele alalım. Bu ağda 3, 5 ve 6 numaralı düğümlerin Γ_1 sınırını teşkil ettiğini ve bu düğümlerde bilinmeyen ϕ değerinin sırasıyla p_3, p_5 ve p_6 ' ya eşit olduğunu kabul edelim. $\phi_3=p_3$ şartını sisteme katmak için aşağıdaki atamalar yapılır.

$$K_{33} = 1, \quad K_{3i} = 0, \quad i = 1,2,3,4,5,6, \quad b_3 = p_3. \quad (34)$$

Bununla birlikte yukarıdaki atamalar $[K]$ matrisinin simetrisini bozar. Önemli bir özellik olan simetriyi tekrar oluşturmak için aşağıdaki atamaları yapmamız gerekir.

$$b_i \leftarrow b_i - K_{i3}p_3, \quad K_{i3} = 0, \quad i = 1,2,3,4,5,6. \quad (35)$$

Benzer şekilde $\phi_5=p_5$ ve $\phi_6=p_6$ şartları için aynı atamalar yapılırsa $[K]$ matrisi aşağıdaki şekli alır.

$$[K] = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & 0 & K_{14} & 0 & 0 \\ K_{21} & K_{22} & 0 & K_{24} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ K_{41} & K_{42} & 0 & K_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (36)$$

Kaynak vektörü $\{b\}$ ise,

$$\{b\} = \begin{Bmatrix} b_1 - K_{13}p_3 - K_{15}p_5 - K_{16}p_6 \\ b_2 - K_{23}p_3 - K_{25}p_5 - K_{26}p_6 \\ p_3 \\ b_4 - K_{43}p_3 - K_{45}p_5 - K_{46}p_6 \\ p_5 \\ p_6 \end{Bmatrix} \quad (37)$$

şeklini alır. Lineer denklem takımının elde edilen son hali çözüme hazırdır. Bununla birlikte üçüncü, beşinci ve altıncı satırları silerseniz çözüm değişmeyecektir. Silme işlemi yapıldığında,

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{14} \\ K_{21} & K_{22} & K_{24} \\ K_{41} & K_{42} & K_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 - K_{13}p_3 - K_{15}p_5 - K_{16}p_6 \\ b_2 - K_{23}p_3 - K_{25}p_5 - K_{26}p_6 \\ b_4 - K_{43}p_3 - K_{45}p_5 - K_{46}p_6 \end{bmatrix} \quad (38)$$

sistemi elde edilir. Sonuç olarak sistemde sadece bilinmeyen değerler bulunduğundan daha küçük bir sistemle işlem yapılmış olur. Bilinmeyen sayısının fazla olduğu çok düğümlü problemlerde bu işlem büyük kolaylık sağlamaktadır.

Genel bir problemde, Γ_1 sınırında D_1 adet düğüm bulunduğunu düşünelim. Bu düğümlere ait genel düğüm numaralarını $nd(i)$ isimli bir vektörde, düğümlerdeki bilinmeyen değişkenin değerlerini de $p(i)$ isimli bir vektörde toplayalım. Sınır şartları aşağıdaki basit atamalarla yapılabilir.

$$b_{nd(i)} = p(i), \quad K_{nd(i),nd(i)} = 1, \quad K_{nd(i),j} = 0, \quad j \neq nd(i) \quad (39)$$

$$b_j \leftarrow b_j - K_{j,nd(i)}p_i, \quad K_{j,nd(i)} = 0, \quad j \neq nd(i), \quad i = 1,2,3,\dots,D_1 \quad (40)$$

Dirichlet sınır şartlarının sisteme girilmesi için diğer bir yol ise, 10^{70} gibi çok büyük bir sayı seçilerek aşağıdaki atamaların yapılmasıdır. Yine örnek olarak Şekil 6.2' deki ağ yapısını ele alıp, üçüncü düğüm için,

$$K_{33} = 10^{70}, \quad b_3 = p_3 \times 10^{70} \quad (41)$$

atamaları yapılır. f_3 için karşılık gelen eşitlik ise,

$$K_{31} \phi_1 + K_{32} \phi_2 + 10^{70} \phi_3 + K_{34} \phi_4 + K_{35} \phi_5 + K_{36} \phi_6 = p_3 \times 10^{70} \quad (42)$$

olur. Matrisin bütün elemanları ve bilinmeyenler 10^{70} 'den küçük olacağından (42), $f_3=p_3$ değerine eşit olacaktır. Benzer şekilde diğer sınır şartlarını ilave edersek aşağıdaki lineer denklem sistemi elde edilir.

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & K_{14} & K_{15} & K_{16} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & K_{24} & K_{25} & K_{26} \\ K_{31} & K_{32} & 10^{70} & K_{34} & K_{35} & K_{36} \\ K_{41} & K_{42} & K_{43} & K_{44} & K_{45} & K_{46} \\ K_{51} & K_{52} & K_{53} & K_{54} & 10^{70} & K_{56} \\ K_{61} & K_{62} & K_{63} & K_{64} & K_{65} & 10^{70} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \\ \phi_4 \\ \phi_5 \\ \phi_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ p_3 \times 10^{70} \\ b_4 \\ p_5 \times 10^{70} \\ p_6 \times 10^{70} \end{bmatrix} \quad (43)$$

Yazılan son sistem simetrik özelliği de taşımaktadır. Γ_1 sınırındaki D_1 adet düğüm için aşağıdaki işlemler yapılır.

$$K_{nd(i),nd(i)} = 10^{70}, \quad b_{nd(i)} = p(i) \times 10^{70}, \quad i = 1,2,3,\dots,D_1 \quad (44)$$

En son açıklanan sınır şartı atama yolu daha kolay ve az atama gerektiren bir yol olmakla birlikte, değişkenin değerinin bilindiği düğümlerin elimine edilmemesi dezavantajdır. (43) sistemi direkt ya da iteratif bir denklem sistemi çözüm yöntemi ile çözülebilir. Katsayılar matrisinin band, simetrik ve seyrek olması özelliğinden faydalanılarak, bilgisayarlarda fazla hafıza ihtiyacı göstermeyecek çözüm yöntemleri de geliştirilmiştir. Profil depolama yöntemi bunlardan birisidir.

3.2. Harmonik Alanların SEY Formülasyonu

Bir asenkron makinanın kesit alanında geçerli olan diferansiyel denklem aşağıdaki şekilde tanımlanır[2].

$$\nabla * \left(\nabla \dot{A} \right) + j\omega\sigma A = J \quad (45)$$

İfade de A magnetik vektör potansiyel, ν reluktivite, ω açısal frekans, σ iletkenlik, J kaynak vektörüdür.

Analiz iki boyutlu yapılacağından magnetik vektör potansiyelin ve J akım yoğunluğu vektörünün sadece z bileşenleri vardır. Dolayısıyla A sadece x ve y ' nin fonksiyonudur. Kaynak vektörümüz sinüzoidal olduğundan aşağıdaki şekilde tanımlanır.

$$J = J \cos \omega t \quad (46)$$

Dolayısıyla vektör potansiyel de aşağıdaki formda olur.

$$A = |A| \cos(\omega t + \phi) \quad (47)$$

Bu ifadelerde kaynak akım değerlerinin ve çözüm sonucunda elde edilen vektör potansiyel değerlerinin kompleks olacağı görülür ve aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$|A| = \sqrt{(A^R)^2 + (A^I)^2} \quad (48)$$

$$\phi = \tan^{-1} \left[\frac{A^I}{A^R} \right] \quad (49)$$

Modellememizde tam geometri ele alındığından stator dış sınırında homojen Dirichlet sınır şartı tanımlıdır.

$$A = 0 \quad (50)$$

Galerkin yöntemi kullanılarak (45) eşitliği için ağırlıklı Reziduler teoremine göre aşağıdaki form elde edilir.

$$-\int_{\Omega} \nabla W \nabla A d\Omega + \int_{\Gamma} W \frac{\partial A}{\partial n} d\Gamma - \int_{\Omega} W (i\sigma\omega A - J) d\Omega = 0 \quad (51)$$

Elde edilen bu denklem ile bir eleman üzerindeki vektör potansiyel aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$A_e = \sum N_i A_i \quad (52)$$

(51)' da $W_i = N_i$ alınarak SEY için ayrık form aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$\left[\int_e \mathfrak{G} \left(\frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_i}{\partial x} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_i}{\partial y} \right) dx dy - i \int_e \sigma \omega N_i N_j dx dy \right] A_i = \int_e N_i J dx dy \quad (53)$$

N_i ve N_j değerleri eleman enterpolasyon fonksiyonları olup bir önceki bölümde hesaplaması verilmiştir. Üçgen elemanlar kullanılması durumunda (53) ifadesinden yola çıkılarak SEY için kapalı formda eşitlik aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$(P_{ij} + jq_{ij}) [A_i] = f_i + jg_i \quad (54)$$

Kapalı form için P_{ij} , q_{ij} , f_i ve g_i aşağıdaki şekilde hesaplanır.

$$p_{ij} = \frac{1}{4A\mu} (b_i b_j + c_i c_j) \quad (55)$$

$$q_{ij} = -\sigma \omega \int_e N_i N_j dx dy \quad (56)$$

$$= \frac{A\sigma\omega}{12} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (57)$$

J_R ve J_I , J vektörünün reel ve imajiner kısımlarıdır. Sonuç olarak bir eleman için sonlu eleman eşitliği, $\alpha = W\sigma\mu$ olmak üzere aşağıdaki şekilde yazılır.

$$\left[\begin{array}{ccc} (3(b_1^2 + c_1^2) - 2i\alpha A^2) & (3(b_1 b_2 + c_1 c_2) - i\alpha A^2) & (3(b_1 b_3 + c_1 c_3) - i\alpha A^2) \\ (simetrik) & (3(b_2^2 + c_2^2) - 2i\alpha A^2) & (3(b_2 b_3 + c_2 c_3) - i\alpha A^2) \\ & & (3(b_3^2 + c_3^2) - 2i\alpha A^2) \end{array} \right] \quad (58)$$

Eleman matrislerinin simetrik olduğu görülmektedir. Sonlu eleman ağındaki elemanların birleştirilmesi önceki bölümde açıklandığı gibi yapılır.

4. ARIZA MODELLEMEDE KULLANILAN DENEY DÜZENEĞİNİN TANITIMI VE DEĞERLERİN ALINMASI

En çok sorulan soru, bir asenkron motorun nasıl modelleneceği sorusudur. İster sağlıklı çalışma şartlarında ister herhangi bir hata veya arıza durumunda çalışmada ölçülen değerlere göre (Akım, gerilim, devir sayısı, kayma, vb) belli programların kullanılması ile durgun ve hareketli simülasyonlar yapılabilir.

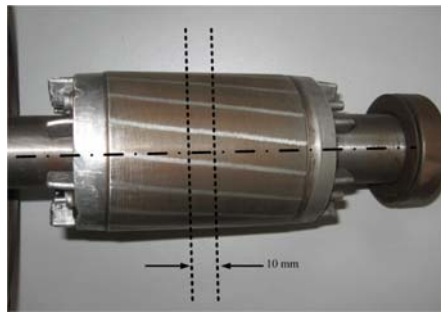
Birkaç durgun simülasyonun ardarda eklenmesi ile de hareketli simülasyon oluşturulup eşdeğer devre parametreleri belirlenebilir.

Anlatılan yöntemler her ne kadar pratik gibi görünse de, gerçekte sağlıklı veya arızalı olarak çalışan asenkron motor hakkında net bir yargıya varmamızı sağlayamayabilir.

Bu yüzden gerçek çalışmada, sağlıklı ve rotor arızaları (Kırık rotor barı vb.) olan motorları , gerçek çalışma koşullarında test etmek, hata analizi yapmamızda ve arızaların giderilmesinde bize çok yardımcı olacaktır.

4.1. Arıza Oluşturulacak Rotor Bloğunun İmal Edilmesi ve Deney Setinin Kurulumu

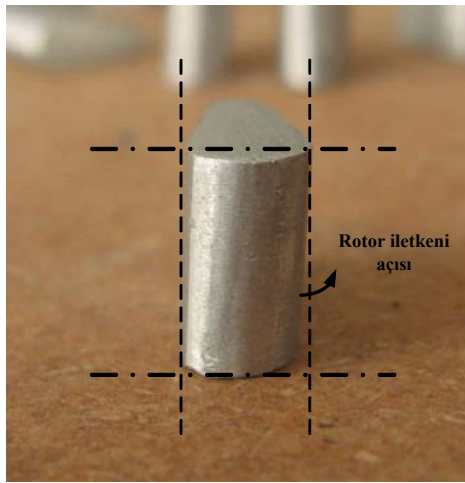
Öncelikle asenkron motorun söküm işlemi gerçekleştirildi. Motor kapakları, havalandırma fanı söküldükten sonra üzerinde işlem yapılacak olan rotor bloğu çıkarıldı. Rotor bloğunda, istediğimiz rotor barı kırığı arızasını verdirebilmek için, bir şekilde sincap kafes rotorun barlarının, kısa devre halkaları ile olan bağlantısının kesilmesi gerekmektedir. Bunun için rotor bloğunun orta kısmından 10 mm'lik sac paketinin alüminyum iletkenleri ile beraber çıkarılması tasarlanmıştır. Şekil 4.1'de yapılacak işlem gösterilmiştir.



Şekil 4.1. Rotor bloğunda tadilat yapılacak alanların belirlenmesi

Normal standartlarda rotor sac paketi oluşturulduktan sonra, demir döküm atölyelerinde rotor çubuklarını oluşturmak için sac paketi üzerindeki oluklara erimiş alüminyum dökümü yapılır.

Bizim 1cm kalınlığında sac paketi içine erimiş alüminyumu dökmemiz mümkün olmadığı için ve aynı zamanda istediğimiz rotor oluklarına istediğimiz kırılma hatasını verdiremeyeceğimiz için daha önceden dökülmüş alüminyum parçalarını Makine Müh. Laboratuvarlarında oluk ölçülerine getirerek bir tesviye işlemi yapılmıştır.



(a)



(b)

Şekil 4.4 Rotor Alüminyum iletkenleri; a) Dikey görünüş b) Yatay görünüş

Rotor sac paketi oluklarına silme olarak geçebilen ve istediğimiz zaman çıkartabildiğimiz alüminyum parçaların şekilleri, rotor geometrisinden dolayı diğer büyük rotor silindirlerine tam temas edebilmesi için sincap kafesin kesintisiz bir parçasıymış gibi tasarlandı.

Şekil 4.5'te imal edilen rotor disk ve rotor oluklarına yerleştirilmek üzere tesviye edilmiş rotor iletkenleri görülmektedir.



Şekil 4.5. İmal edilen rotor diski ve alüminyum iletkenleri

Bu işlemden sonra istenen rotor slotlarından istenen alüminyum iletkenler sökülerek sureti ile, asenkron motora istenen rotor kırığı arızası verilebilir. Şekil 4.6'da ise imal edilen, barları sökülüp takılabilen, rotor diski ve rotor bloğunu oluşturan parçalar ve sıkıştırma işleminde kullanılan vida ve destek halkaları görülmektedir.



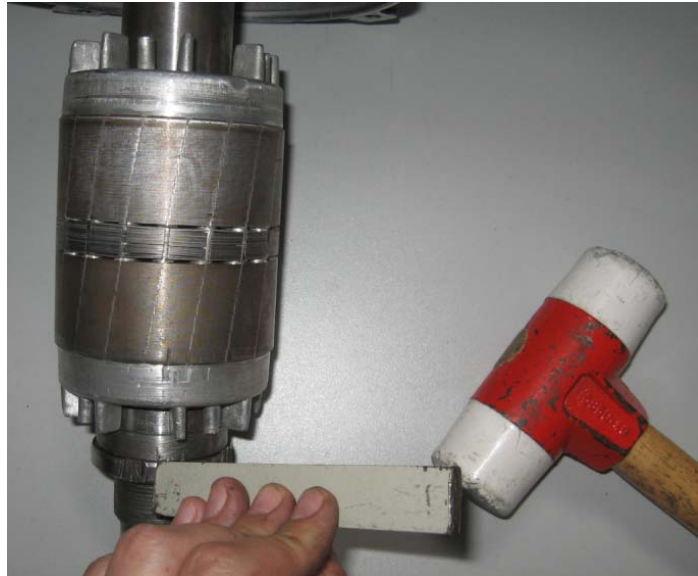
Şekil 4.6. İmal edilen rotor bloğunun genel görünümü

Rotor bloğuna yerleştirilecek olan 10 mm kalınlığındaki rotor diskinin, sabit olan diğer parçalara tam temas etmesi için sıkıştırma ve destek halkaları gerekmektedir. şekil 4.7’de rotor slotlarının diğer rotor iletkenlerine temasının kontrol edilme işlemi görülmektedir. Kontrol işleminden sonra sıkıştırma işlemi uygulanır.



şekil 4.7. Rotor iletkenlerinin temas kontrolü

Sıkıştırma işlemi ise, yüksek hızlarda parçaların temas halinden şaşmaması için yapılmaktadır. şekil 4.8’de sıkıştırma işlemi görülmektedir.



şekil 4.8. Rotor parçalarının sıkıştırma işlemi

Birleştirme işlemi sonrasında rotor bloğunun son hali Şekil 4.8’de görülmektedir. Bu işlem sonrasında, montaj esnasında rotor bloğu ile stator arasında kalan bölgede hava aralığına, imal edilen rotor diskinin sürtünmesi üzerine torna tesviye işlemine ihtiyaç olmuştur. Yine makina mühendisliği laboratuvarında torna tezgahı ile tesviye işlemi gerçekleştirilmiştir. Yapılan işlem Şekil 4.9’da görülmektedir.



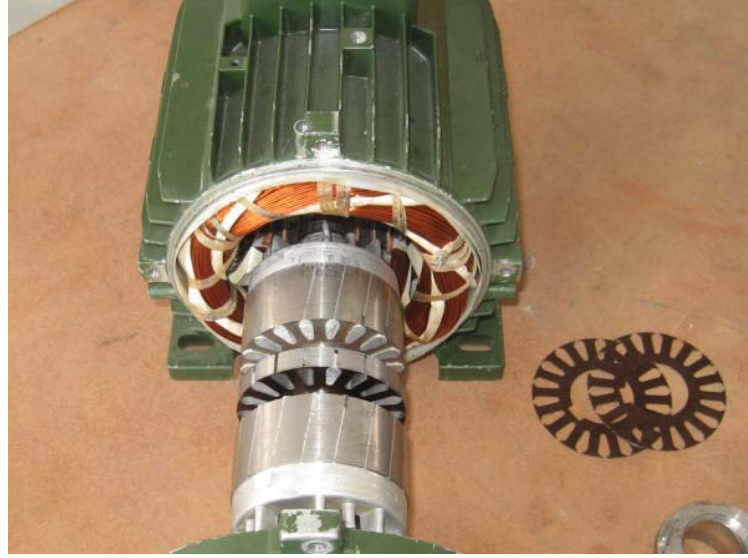
(a)



(b)

Şekil 4.9. a) Rotor bloğunun torna tezgahına yerleştirilmesi
b) Talaş alma işlemi

Torna tezgahında talaş alma işleminin ardından, Şekil 4.10’da asenkron motorun montaj öncesi son hali görülmektedir. Montaj işleminin ardından, asenkron motorun çalıştırılması işlemine geçilir. Motorun çalıştırılması 3 fazlı ototrafosu yardımı ile yapılır. Üç fazın gerilim değeri sıfırdan itibaren kademeli olarak arttırılarak bu işlem yapılır.

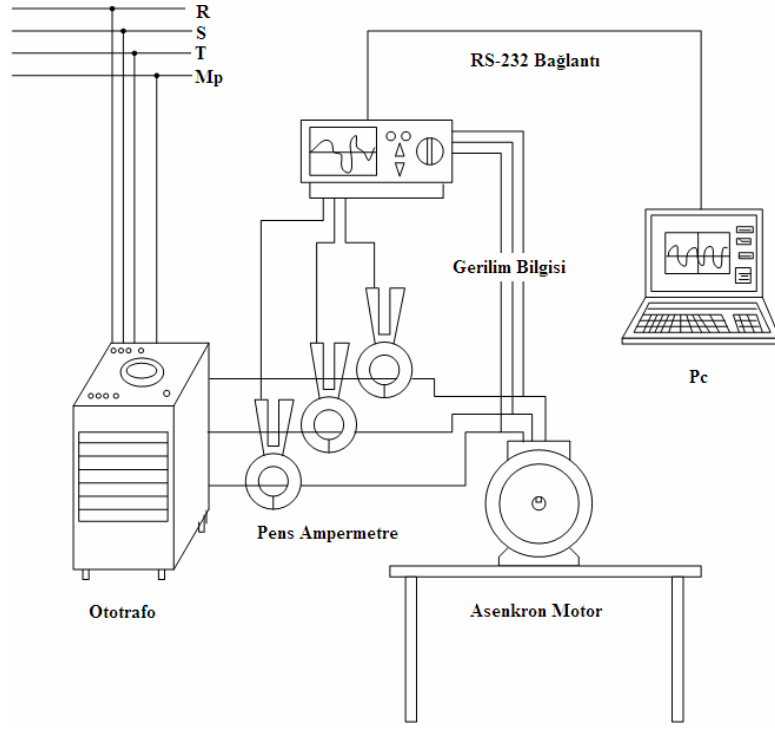


Şekil 4.10. Asenkron motorun montaj öncesi hali

Ölçüm (değer alma) işlemi için ise, asenkron motorun çalışması esnasında, akım ve gerilim değerlerinin örnek alınıp işlenmesi ile elde edilir. Bu işlem için, şebeke ile motor arasına bağlanan bir güç-harmonik analizörüne ihtiyaç duyulmuştur. Deneyde kullanılan güç-harmonik analizörü (Şekil 4.11), üç fazlı sistem için ister faz-faz gerilim bilgisini, ister faz-nötr gerilim bilgisini alır, üç fazdan da aldığı akım bilgisi ile birlikte sistemin aktif güç, reaktif güç, gerilim akım harmonikleri, enerjisi hakkında bilgi verir. Şekil 4.12 (a)’da deney düzeneğinin şeması görülmektedir. Aynı zamanda Şekil 4.11 (b)’de ise deney düzeneğinin laboratuvardaki kurulumu görülmektedir.



Şekil 4.11. Güç-harmonik analizörü



(a)



(b)

Şekil 4.12. a) Deney düzeneğinin şeması

b) Deney düzeneğinin laboratuvardaki kurulumu

4.2. Boşta ve Kısa Devre Çalışmada Deney Değerleri

Çizelge 4.1’de deneyde kullanılan asenkron motorun boşta ve kısa devre deneylerinden elde edilen, faz-faz gerilimleri, hat akımlarının ortalama değerleri ve şebekeden çekilen aktif güç değerleri verilmiştir.

Çizelge 4.1. Asenkron motorun deney değerleri

MOTOR	BOŞTA ÇALIŞMA			KISA DEVRE ÇALIŞMA		
	U_{10} (V)	I_0 (A)	P_0 (W)	U_{1k} (V)	I_{1k} (A)	P_k (W)
SAGLAM	381,29	4,592	154	216,18	7,615	2072
ROTORU 1 KIRIKLI	383,14	4,692	160	242,10	7,628	2333
ROTORU 2 KIRIKLI	380,50	4,746	163	251,21	7,926	2412
ROTORU 3 KIRIKLI	380,53	4,849	180	266,27	7,989	2438

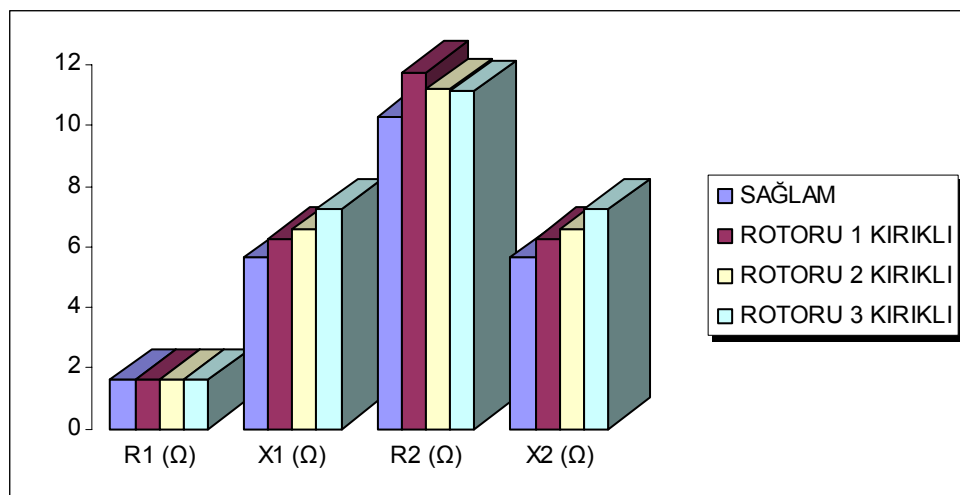
4.3. Deney Verilerinden Yararlanarak Eşdeğer Devre Parametrelerinin Hesaplanması

Çizelge 4.1'deki değerlere göre eşdeğer devre parametrelerinin hesaplanması ile çizelge 4.2 oluşturulur.

Çizelge 4.2. Eşdeğer devre parametreleri

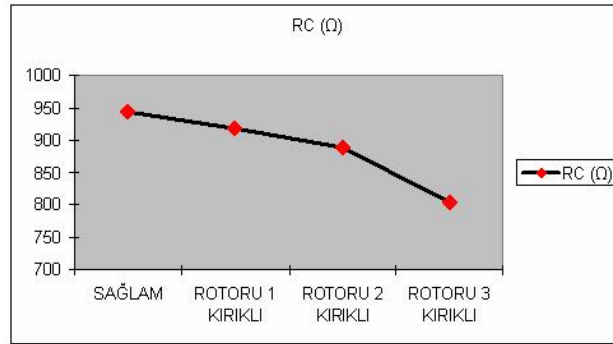
<i>MOTOR</i>	<i>EŞDEĞER DEVRE PARAMETRELERİ</i>					
	$R_1 (\Omega)$	$X_1 (\Omega)$	$R_2 (\Omega)$	$X_2 (\Omega)$	$R_C (\Omega)$	$X_M (\Omega)$
<i>SAĞLAM</i>	1,6	5,644	10,31	5,644	944,04	48,058
<i>ROTORU 1 KIRIKLI</i>	1,6	6,283	11,765	6,283	917,48	47,264
<i>ROTORU 2 KIRIKLI</i>	1,6	6,554	11,198	6,554	888,22	46,406
<i>ROTORU 3 KIRIKLI</i>	1,6	7,229	11,133	7,229	804,46	45,434

Aşağıdaki şekillerde eşdeğer devre parametrelerinin değişimlerini görebiliriz.



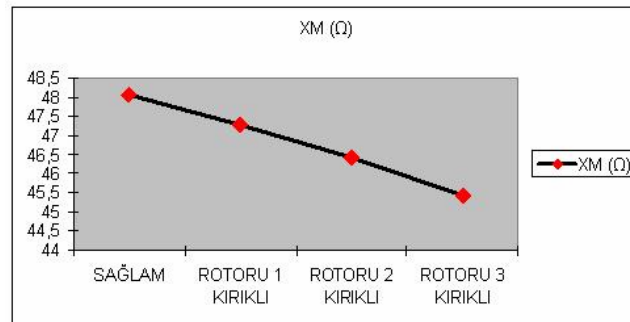
Şekil 4.13. Stator ve rotor direnç ve reaktanslarının kırık rotor barı sayısına göre değişimi

Elde edilen eşdeğer devre parametrelerine göre; stator direnci dışındaki parametrelerde artış ve azalışlar görülmektedir. Stator ve rotor reaktanslarındaki artış, rotor magnetik alanında bir asimetri olarak ortaya çıkmaktadır. FEMM programı ile alan analizinde de görüleceği gibi arızalı rotor barı civarında, oluk kaçak akılarının artması, reaktans değerlerinin artmasına neden olmaktadır. Rotor direncinin artması ise, paralel bağlı olarak düşünülebilecek rotor barlarının eksilmesine bağlıdır.



Şekil 4.14. Demir direncinin kırık rotor barı sayısına bağlı değişimi

Boşta çalışma bileşenleri olan demir direnci ve mıknatıslanma reaktansı değerlerinde azalma görülmektedir. Arızalı durumlarda boşta çalışma akımı artmaktadır. Bu durum yine motorun hava aralığındaki asimetriye bağlıdır. Magnetik alana ait kuvvet çizgilerinin, arızalı rotor barı etrafında yoğunlaşması, hava aralığı relüktansını arttırmaktadır. Bu sebeple, sağlam duruma oranla, bu relüktansı yenmek üzere daha büyük Amper sarıma ihtiyaç duyulmaktadır.



Şekil 4.15. Mıknatıslanma reaktansının kırık rotor barı sayısına bağlı değişimi

Eşdeğer devre parametrelerinin değişimi, motor gücüne, stator ve rotor oluk geometrilerine ve kullanılan ferromagnetik malzemeye göre değişim göstereceğinden, artış ve azalışlar için belli bir yüzde oranı belirtmek mümkün olmayacaktır.

5. ARIZA MODELLEMEDE KULLANILAN FEMM PROGRAMININ TANITIMI

FEMM programı, 2 boyutlu düzlemsel bölgeler ve eksenel simetrik alanlarda, düşük frekanslı elektromagnetik problemleri çözümleyebilen bir programdır. Aynı zamanda program, lineer ve lineer olmayan magnetostatik problemlerine, harmonik alanlı magnetik problemlerine, lineer elektrostatik problemlerine ve durgun haldeki malzemelerde ısı düşümü problemlerine hitap eder.

Program 3 ana bölüme ayrılır:

1- femm.exe Bölümü : bu bölüm FEMM programı tarafından çözülen çeşitli tipte problemler için geliştirilmiş, çok katlı doküman arayüzüne sahip bir önışlemcidir.

Malzeme özelliklerini ve sınır şartlarını belirlemek için ve problemin geometrisinin gösterilebilmesi için CAD arayüzüne benzer bir arayüz bulundurur. Autocad tabanlı (dxf uzantılı) dosyalar bu arayüzde açılabilir.

Alan çözümleri, yoğunluk çizgileri ile ifade edilir. Aynı zamanda kullanıcının isteğine göre herhangi bir şeklin çizilmesi ve istenilen malzemeye göre alan çözümlerinin yapılması mümkündür.

2- triangle.exe Bölümü : bu önışlemci ise sonlu eleman yönteminin hayati bir aşaması olarak, çözüm bölgesini çok sayıda üçgen elemanlara bölen bir işlemcidir.

3- fkern.exe (Çözümleyici) Bölümü : Magnetostatik problemleri için fkern.exe isimli işlemci kullanılır. Bu işlemci, problemi tanımlayan data bilgilerini alır, konu ile ilgili parçalı diferansiyel denklemleri çözerek, çözüm bölgesinde istenen alan için, istenen değerleri elde eder.

Lua dili ise femm.exe (interaktif kabuk) içinde işlem yapmaya yarayan bir yazılım dilidir. FEMM 4.2 versiyonunda lua yazılımı çalışırken, hem geometriyi oluşturup analiz eder, hemde oluşturulan değişik özellikteki grupların hesaplamalarını yapar.

Lua tarafından çalıştırılan kullanıcı arayüzü bütün düzenleme blokları, matematiksel ifadelerin herhangi bir edit kutusundan nümerik olarak girilebileceği özelliktedir [31].

5.1. FEMM Programının Çözümleme Tarzı

Çözülebilir herhangi bir magnetostatik problemi için sınır koşullarının oluşturulması veya problemin çözümünde hangi elektromagnetik özelliklerin incelenmesi gerektiği önemli bir konudur.

Elektromagnetik problemlerinde, Maxwell eşitliklerinin çoğunlukla kullanıldığı bir gerçektir. FEMM programı Maxwell eşitliklerinin bir kısmını adresleyebilir. Çözülebilir problemler daha çok, düşük frekanslı magnetostatik problemleri olmaktadır. Bu problemlerde yerdeğiştirme akımları (displacement currents) hesaba katılmaz. Çünkü yerdeğiştirme akımları, radyo frekansında belirlenen magnetostatik problemlerinde önem kazanır.

Program tarafından çözülen magnetostatik problemleri şu şartları sağlamalıdır;

5.1.1. Manyetostatik problemleri

Program tarafından çözülen magnetostatik problemleri zamandan bağımsız alanlarda tanımlanmalıdır. Bu tanımlamada, magnetik alan şiddeti (H) ve magnetik akı yoğunluğu (B) aşağıdaki şartları sağlamalıdır.

$$\begin{aligned}\nabla \times H &= J \\ \nabla \cdot B &= 0\end{aligned}\tag{1}$$

Tanımlanan alanda, B ile H arasındaki ilişki, farklı her malzeme için şu şekilde olmaktadır.

$$B = \mu H\tag{2}$$

(2) eşitliğinde μ ifadesi ortamın magnetik geçirgenliğidir. Kullanılan malzeme nonlineerse (alnico karışım mıknatıs veya Döküm demir) ortamın magnetik geçirgenliği direkt olarak (B) nin bir fonksiyonu olur. Aynı zamanda FEMM programı, (1) ve (2) eşitliklerinin oluşturduğu magnetik alanda, magnetik vektör potansiyeli (A) araştırması da yapar. Magnetik akı yoğunluğu da magnetik vektör potansiyeli cinsinden aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$B = \nabla \times A\tag{3}$$

O zaman (1) eşitliğini şu şekilde yazabiliriz.

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\mu(B)} \nabla \times A \right) = J \Rightarrow J = -\frac{1}{\mu} \nabla^2 A \quad (4)$$

FEMM programı, nonlinear ' $B-H$ ' karakteristiği içeren magnetostatik problemlerinin çözümü için, (4) numaralı eşitliği kullanır.

Genel 3 boyutlu uygulamalarda, ' A ' magnetik vektör potansiyeli 3 bileşenli bir vektördür. Ancak 2 boyutlu düzlemde ve asimetrik uygulamalarda ' A ' vektörünün 2 bileşeni sıfır olur. Geri kalan tek bileşen de sayfa düzleminden dışarıya doğrudur.

Programın, ' A ' değerini içeren bir eşitlikten faydalanarak çalışmasının sebebi ise, magnetik olarak hemen hemen tüm şartları sağlayabilen bir eşitlik olmasıdır. Eğer ' A ' değeri bulunursa, A 'nın diferansiyelinin alınması ile B ve H bulunabilir. (4) eşitliği eliptik, parçalı bir diferansiyel eşitliktir.

Bu diferansiyel eşitliğin çözümü için birçok yöntem geliştirilmiştir. Harmonik zamanlı magnetik problemlerin çözümü için aşağıda belirtilen şekilde bir çözüme gidilebilir.

5.1.2. Harmonik Zamanlı Magnetik Problemleri

Eğer magnetik alan zamanla değişiyorsa, sıfırdan farklı bir iletkenlik değerinde, kaçak eddy akımları endüklenebilir. Elektrik alan dağılımı ile ilgili başka Maxwell eşitlikleri de kullanılabilir.

Elektrik alan şiddetini ifade etmek için ' E ' ve akım yoğunluğunu ifade etmek için ' J ' kullanılırsa ikisi arası ilişki şöyle yazılabilir.

$$J = \sigma E \quad (5)$$

Endüklenen elektrik alan ifadesi de;

$$\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t} \quad (6)$$

Şeklinde olur. Aynı zamanda ifade aşağıdaki gibi de yazılabilir.

$$\nabla \times E = -\nabla \times A \quad (7)$$

Bu eşitliklerde, B magnetik alanının türevi, A magnetik vektör potansiyelinin negatif rotasyoneline eşittir.

2 boyutlu problem çözümlerinde elektrik alan ifadesi aşağıdaki gibi yazılırsa;

$$E = -A - \nabla V \quad (8)$$

Ve bu ifade (5) eşitliğinde yerine konulursa;

$$J = -\sigma A - \sigma \nabla V \quad (9)$$

İfadesi elde edilir. Akım yoğunluğu ifadesi (4) eşitliğindeki gibi ifade edilirken, magnetik vektör potansiyeli ve gerilim değerinin gradyantına göre ifade edilirse;

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\mu(B)} \nabla \times A \right) = -\sigma A - \sigma \nabla V + J_{Kaynak} \quad (10)$$

Şekilde yazılabilir. Bu eşitlikte ∇V değeri, 2 boyutlu magnetik alan problemlerinde iletken malzeme dışındaki bölgedeki gerilim değerinin gradyantını ifade eder. FEMM programı bu gerilim değerini bazı harmonik alanlı problemlerde, akım taşınan bölgelerde akım kısıtlaması işlemini gerçekleştirmek için kullanır.

(10) eşitliği FEMM tarafından, karışık bir frekans değerinde dalgalanan alanlarda kullanılır. Frekans değişimi olunca magnetik vektör potansiyelinin fazör dönüşümü de yapılır. Böylece 'A' değerinin genlik ve faz açısı değerleri de hesaplanmış olur.

$$A = \text{Re}[a(\cos \omega t + j \sin \omega t)] = \text{Re}[ae^{j\omega t}] \quad (11)$$

Bu eşitlikte 'a' değeri, yerine konursa ve her taraf $e^{j\omega t}$ değerine bölünürse çözüme gidilmiş olur.

FEMM programı harmonik çözümlerde nonlinear bağımlılık ilkesine göre çalışır. Program aynı zamanda belli bir bölgedeki magnetik alan dağılımının genlik ve faz açısı

değerlerinde malzemenin doyumuna bağlı olan değişimlerin yaklaşık değerlerini bulmaya çalışır. Aynı zamanda FEMM programı ile, kompleks ve frekans değerlerinden bağımsız bir "μ" değeri yardımı ile, ince yüzeylerde histeresiz etkileri de modellenmektedir.

5.2. Sınır Şartlarının Belirlenmesi

Kullanıcının yapacağı çözüme göre veya problemin tanımına göre en sade çözüm için, problemin sınır şartlarının belirlenmesi gerekir. FEMM programı beş ayrı başlık altında bu şartları gruplandırmıştır.

1- Dirichlet Sınır Şartı: Bu sınır şartında magnetik vektör potansiyeli veya herhangi bir noktadaki gerilim değeri, sınır üzerinde sıfır olarak belirtilir. Bunun sebebi magnetik akının sınır dışına çıkmasını engellemektir.

2- Neumann Sınır Şartı: Bu sınır şartı, magnetik vektör potansiyeli değerinin normal türevinin, sınır boyunca kabul edildiği sınır şartıdır. Homojen Neumann sınır şartı olarak tanımlanan şartta ise, magnetik vektör potansiyelinin sınırdaki değeri sıfıra eşit kabul edilir ($\frac{\partial A}{\partial n} = 0$). Böylece ortamda bulunan magnetik akı değeri, sınırı her yerde 90°'lik bir açı ile (dik) kesmiş olur. Bu şartın kullanıldığı bölge genellikle saf bir metalle sınırın komşu olduğu bölgedir.

3- Robin Sınır Şartı : bu sınır şartı Dirichlet ve Neumann sınır şartlarının özelliklerinin ikisini de taşır. Bu şartta magnetik vektör potansiyeli 'A' nin türevi ve normal değeri toplamı sınır boyunca sıfıra eşit kabul edilir ($\frac{\partial A}{\partial n} + cA = 0$).

Bu sınır şartı FEMM programı tarafından, empedans sınır koşullarını ve sınırlanmış bir bölge ile sınırlanmamış bir bölge arasındaki farkı belirtmede kullanılır.

4- Periyodik Sınır Şartı : Bu sınır şartında 2 adet sınır kullanılır. Bu sınırlar arasında karşılıklı iki noktada alınan değerler birbirine eşit olmalıdır.

5- Antiperiyodik Sınır Şartı : Bu sınır şartında 2 sınır üzerinde karşılıklı alınan 2 noktanın genlik değerleri eşit fakat yönleri terstir.

Bunların dışında eğer hiçbir sınır şartı belirtilmezse default değer olarak homojen Neumann sınır şartı kullanılır. Problemin tek bir çözümünün olması için problem bölgesinin herhangi bir yerinde tanımlanan sınır şartı türevsiz olmalıdır. Magnetik vektör potansiyeli de bölge içinde sadece tek bir noktada tanımlı olmalıdır.

5.3. Sonlu Eleman Analizi

Diferansiyel denklemlerin ilgi alanlarının genişlemesi ve olayın karmaşıklaşması ile birlikte kapalı formdaki çözümlere ulaşılması, basit geometriler dışında, zorlaşmıştır. Bu durumda sonlu elemanlar yöntemi devreye girer. Daha önceki bölümlerde açıklandığı gibi sonlu elemanlar yöntemi, çözüm yapılan bölgeyi çok sayıda parçalara ayırır (küçük üçgenler) ve çözüm bölgesinde bu küçük bölgelerin dışında A magnetik vektör potansiyeli için gerçek çözümü basit bir fonksiyonla tanımlar. Eğer yeterince küçük parça kullanılırsa, istenen magnetik vektör potansiyeli değerine o kadar yaklaşmış olunur.

Alanı küçük parçalara ayırmanın amacı, problemin tek parçalı fakat zor bir çözümü olması yerine, çok parçalı fakat kolay çözülebilir bir problem haline gelmesidir. Parçalama işlemi sonucunda ortaya çok bilinmeyenli bir lineer cebir problemi çıkar. Ancak bazı algoritmalar sayesinde problemin çözümü çok zaman almaz.

5.4. Asenkron Motorda FEMM Analizi

Asenkron motorun FEMM programında analizinin yapılması için programın kullanıcı arayüzünde, 4. bölümün başında anlatıldığı gibi model geometrisinin oluşturulması veya autocad programı veya benzeri bir program yardımı ile çizilen modelin FEMM programında açılıp malzeme özelliklerinin belirlenmesi gerekir.

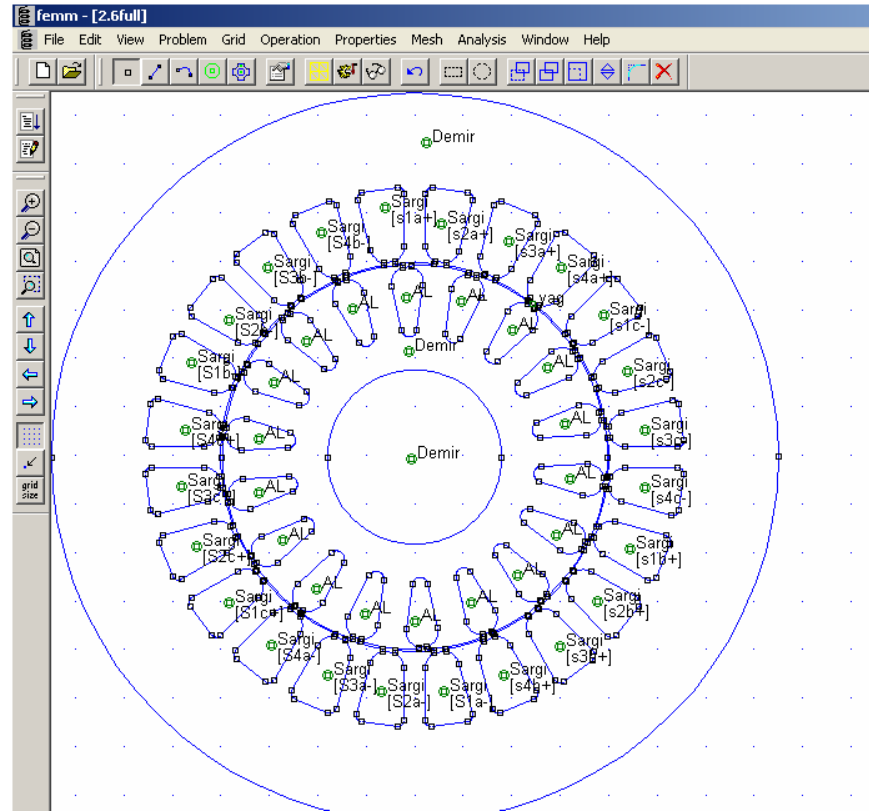
Çalışmamızda 3kw.dxf uzantılı cad dosyası, asenkron motorun iki boyutlu kesitini belirtmek için çizilmiştir. Kullanılan asenkron motorumuzun etiket değerleri Şekil 5.1' de görülmektedir.



Şekil 5.1 Çalışmada Kullanılan Asenkron Motorun Etiket Değerleri

Çalışmada 2 adet asenkron motor kullanılmıştır. Bunlardan bir tanesi üzerinde hiç modifikasyon yapılmamıştır. Boşta çalışma, kısa devre çalışma değerlerinden elde edilen parametreler motorun orijinal değerleri olarak varsayılmıştır. Diğer motorumuz da ise 5. bölümde anlatılacağı üzere çeşitli değişiklikler yapılmıştır.

En çok sorulan soru bir asenkron motorun nasıl modelleneceği veya asenkron motordaki arıza durumlarının, FEMM programı ile nasıl modellenebileceği sorusudur. Bunun yapılabilmesi için yukarıda anlattığımız cad tabanlı, iki boyutlu asenkron motor kesitinin programa tanıtılması (import edilmesi) gerekir. İki boyutlu kesit çiziminin FEMM programı arayüzündeki görüntüsü Şekil 5.2 de gösterilmektedir.

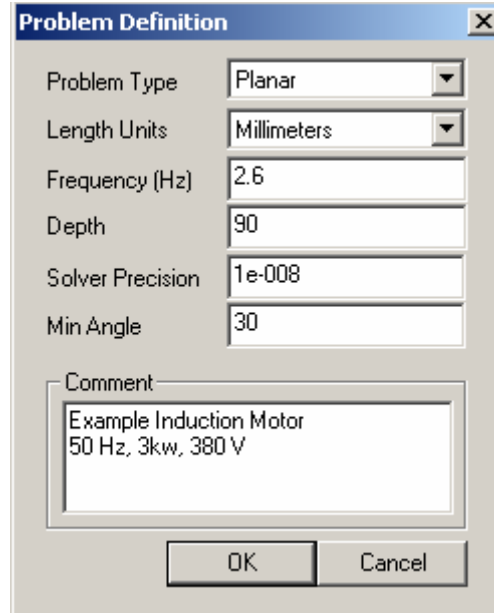


Şekil 5.2 İki boyutlu CAD çiziminin FEMM programındaki görüntüsü

Asenkron motorun 2 boyutlu kesitli programda açıldıktan sonra, femm.exe işlemcisinin problemi çözebilmesi için problem tanımının yapılması gerekir.

Kullanıcı arayüzünde, araç çubuklarında bulunan ‘Problem’ sekmesine tıklandığında, problem tanımı (problem definition) bölümünde, problemin tipi, uzunluk birimi, çözüm hassasiyeti gibi parametreler belirlenir.

3 kW lık asenkron motorun analizi için frekans değeri olarak, asenkron motorun 0.052 yani %5 kayma değerindeki rotor akımları frekansı kullanılmıştır. Bunun sebebi rotorda meydana gelen elektromagnetik değişikliklerin, şebeke frekansından bağımsız olarak, rotor akımları frekansına bağlı değişmesidir. Şekil 4.2’de problemin tanımlanmasına ilişkin bölüm gösterilmiştir.



Şekil 5.3 FEMM programında problem tanımlama

Problemin tanımı yapıldıktan sonra, malzeme özelliklerinin belirlenmesi gerekir. Asenkron motorun iki boyutlu kesit çiziminde stator saclarından itibaren, malzemelerin yerlerinin ve özelliklerini belirlemek için, 'Properties' sekmesi altındaki 'Materials' bölümünden 'Add Property' komutu kullanılır. Stator ve rotor aynı malzemeden (silisli sac) yapıldıkları için 'Demir' adı altında malzeme özelliği belirlenir. 'Block Property' bölümünde, malzemenin adı, B-H karakteristiği, rölatif permabilitesi (magnetik geçirgenliği) gibi değerler girilir. Daha sonra aynı şekilde rotor olukları içindeki alüminyum malzemenin özellikleri, stator – rotor arasındaki hava aralığının özelliği de 'Block Properties' kısmı kullanılarak belirlenir. Malzeme özelliklerine dair veri girişi Şekil 5.3'te gösterilmiştir.

Block Property

Name: Demir

B-H Curve: Linear B-H Relationship

Linear Material Properties:

Relative μ_x : 4000 Relative μ_y : 4000

ϕ_{hx} , deg: 0 ϕ_{hy} , deg: 0

Nonlinear Material Properties:

Edit B-H Curve ϕ_{hmax} , deg: 0

Coercivity:

H_c , A/m: 0

Electrical Conductivity:

σ , MS/m: 0

Source Current Density:

J, MA/m²: 0 + j 0

Special Attributes: Lamination & Wire Type:

Not laminated or stranded

Lam thickness, mm: 0 Lam fill factor: 1

Number of strands: 0 Strand dia, mm: 0

OK Cancel

Şekil 5.4 Malzeme özelliklerinin belirlenmesi

Malzeme özellikleri belirlendikten sonra, sınır şartlarının belirlenmesi gerekir. Yine 'Properties' sekmesi altında 'Boundary' bölümünden, problemin çözümünde gerekli sınır şartlarının özellikleri girilir. Magnetostatik problemlerinin çözümünde ve bu problemin çözümünde kullanılacak sınır şartı 'Zero' (sıfır) olarak tanımlanır. Bu sınır şartı aynı zamanda 'Dirichlet' sınır şartı olarak da bilinir. Dirichlet sınır şartına göre, magnetik vektör potansiyeli 'A' veya herhangi bir noktadaki gerilim değeri, sınır üzerinde sıfır olarak belirlenir. Bunun sebebi magnetik akının sınır dışına çıkmasını engellemektir. 'Boundary Property' bölümünde sınır şartı tipi (BC Type) Prescribed A yani Dirichlet sınır şartı olarak belirlenir. Magnetik vektör potansiyeli değerleri de Şekil 4.4 te görüldüğü üzere, üç eksen için de sıfır olarak belirlenir.

Şekil 5.5 Sınır şartı özelliklerinin girilmesi

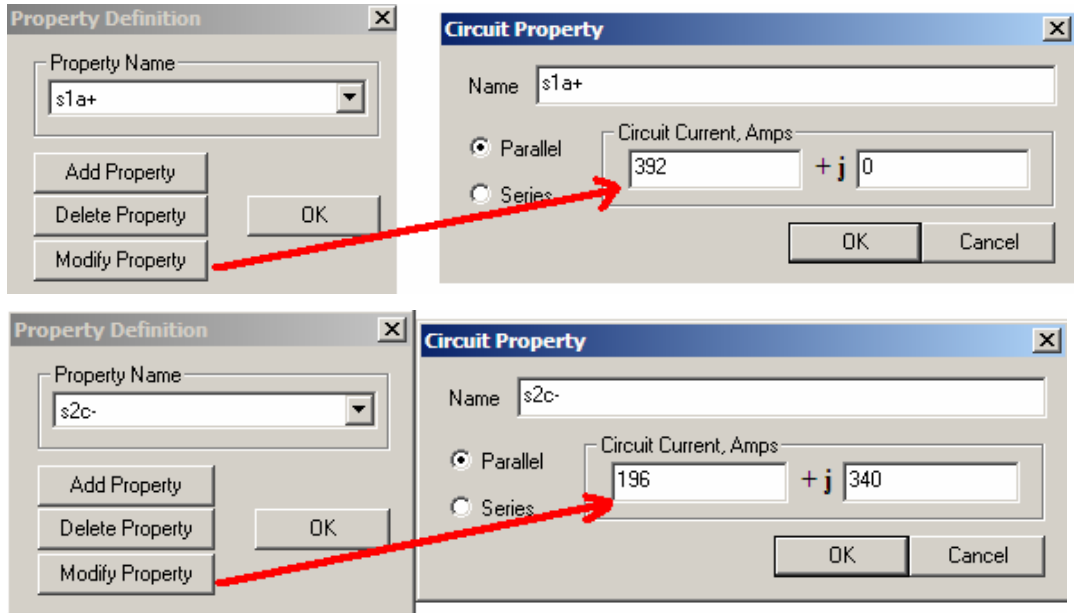
Sınır şartı özelliklerinin belirlenmesinden sonra probleme kaynak olarak gösterilecek stator sargılarındaki devrenin özelliklerinin belirlenmesi gerekir.

‘Properties’ sekmesi altında ‘Circuits’ bölümünden probleme kaynak gösterilecek devrenin özellikleri belirlenir. Bu devre asenkron motorda, stator oluklarına yerleşmiş sargılardan oluşmaktadır.

Stator bloğunda 24 adet oluk bulunmaktadır. Motorumuz üç fazlı olduğundan dolayı, üç adet sargı grubu bulunmalıdır. O halde a, b veya c sargı gruplarından her biri 24/3=8 adet oluk işgal edecektir. Her sargı grubu için sekiz adet oluk demek, dört adet gidiş iletkeni, dört adet geliş iletkeni demektir. Devre özellikleri belirlenirken her oluşu işgal eden sargı isimleri şöyle belirlenmiştir.

Örnek olarak giden sargı için ‘s1a+’adı verilmiştir. Burada ‘s=sargı’, ‘1=oluk numarası’, ‘a=faz grubu’, ‘+ = giden iletken’ için kullanılır. 3 faz grubu için de benzer şekilde, ‘s1b+’, ‘s1c+’ olarak giden sargılar ifade edilir. Gelen sargılar için ise, ‘s1a-’, ‘s2c-’ olarak isim verilir. Sargı isimleri belirlendikten sonra taşıyacağı akım değerleri belirlenmelidir. ‘Circuit’ sekmesi altında, ismi belirlenmiş olan sargının özellikleri ‘Add Property’ seçeneği ile belirlenir. Oluklardan geçen akımın değeri Amper sarım cinsinden gerekli yere yazılır. Teknik olarak bir olukta 60 sarım olduğu bilinmektedir. Nominal çalışma şartlarında oluk içerisindeki sargının tek bir sipirinden 6.6 A akım geçtiğine göre, bir oluktaki akımın değeri Amper sarım olarak, 392 At’dır. ‘a’ faz grubuna ait oluklarda akımın değeri kompleks olarak, 392+j0 At olarak

yazıldığında, 'b' ve 'c' faz gruplarına ait oluklardaki akımlarda sırası ile 120° ve 240° faz farkı ile yazılmalıdır. Şekil 5.6'da akım tanımlama işlemi görülmektedir.

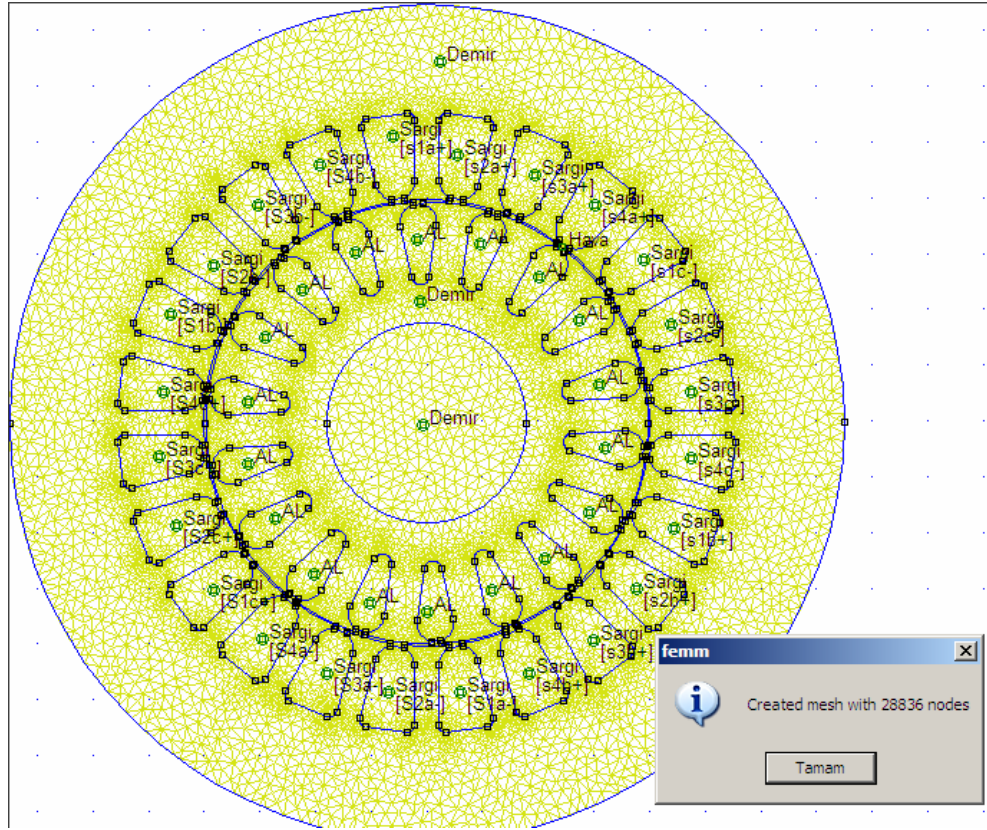


Şekil 5.6 Oluklarda dolaşan akımın tanımlanması

Tanımlama işlemlerinden sonra iki boyutlu motor kesitinin meshleme işlemi yapılır. Bu işlem 5.1. bölümde de anlatıldığı gibi triangle.exe işlemcisi tarafından yapılır.

Programda 'Mesh' sekmesi açıldığında 'Create Mesh' komutu yardımı ile çözüm bölgesi sonlu elemanlara ayrılır. Bu işlem Şekil 5.7'da görülmektedir.

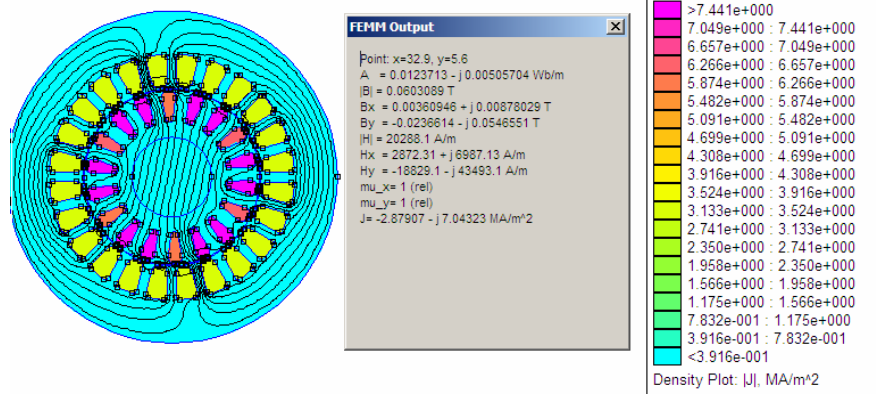
Meshleme işleminden sonra, fkern.exe işlemcisi yardımı ile elektromagnetik problem çözülür. Çözüm işlemi sırasında, problemi tanımlayan data bilgileri alınır, konu ile ilgili diferansiyel denklemler çözülerek istenen alan için, istenen değerler elde edilir.



Şekil 5.7 Çözüm bölgesinin sonlu elemanlara ayrılması

Çözüm işleminden sonra 'Analyze' sekmesi altında 'view results' bölümü yardımı ile sonuçların incelenmesi işlemi yapılır. Çözüm bölgesinde herhangi bir noktadaki magnetik vektör potansiyeli, magnetik akı yoğunluğunun genliği, magnetik alan şiddeti gibi değerleri koordinatlarına göre öğrenmek mümkündür.

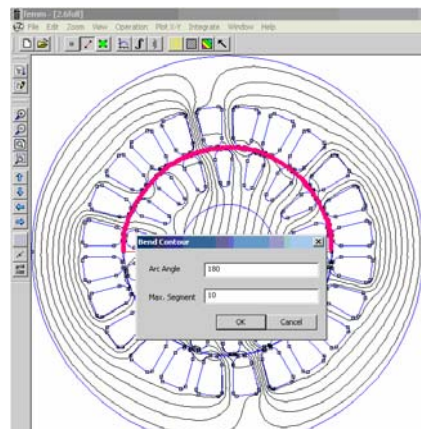
Hareketli bölgelerdeki dönme momenti gibi değerlerin ölçümü ise ölçüm yapılmak istenen bölgenin (contour) belirlenerek, bu yüzeydeki gerilme değeri hesabına göre yapılır. Şekil 5.8, akım yoğunluğuna bağlı olarak alınan bir sonuç örneği görülmektedir.



Şekil 5.8 Akım yoğunluğuna bağlı olarak alınan bir sonuç örneği

4.bölümün başında anlatıldığı gibi programın çalışmasına ve çözüm şekline bağlı olarak istenen değerler girilip, problem tanımlaması yapıldıktan sonra problemin çözümüne ait sonuçlar alınır.

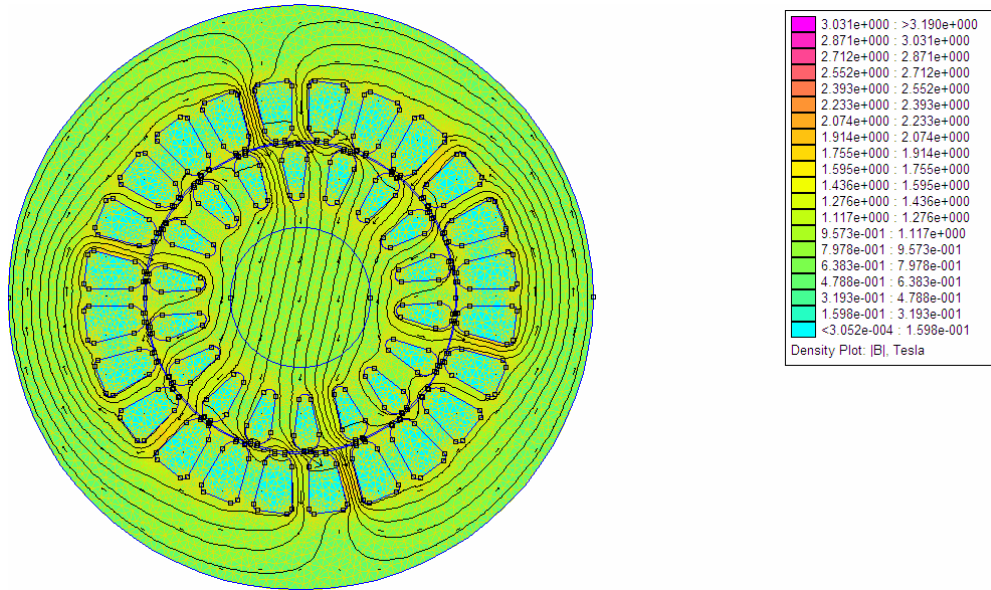
Sağlam motor için, hava aralığı bölgesinde, magnetik vektör potansiyeli, magnetik akı yoğunluğunun genliği, magnetik alan şiddetinin genliği gibi değerler grafiksel olarak gösterilebilir. Bu işlemden sonra, hava aralığında endüklenen moment değerinin bulunması için veya hava aralığından rotora intikal eden aktif gücün bulunması için, rotor yüzeyinin iki boyutlu model üzerinde belirlenmesi gerekir. Şekil 5.9'da görüldüğü gibi rotor yüzeyi işaretlendikten sonra bu yüzey için çeşitli integraller hesaplanabilir. Aşağıdaki şekillerde sağlam motor ve sırası ile bir, iki ve üç kırıklı durumlar için FEMM programı çıktıları görülmektedir.



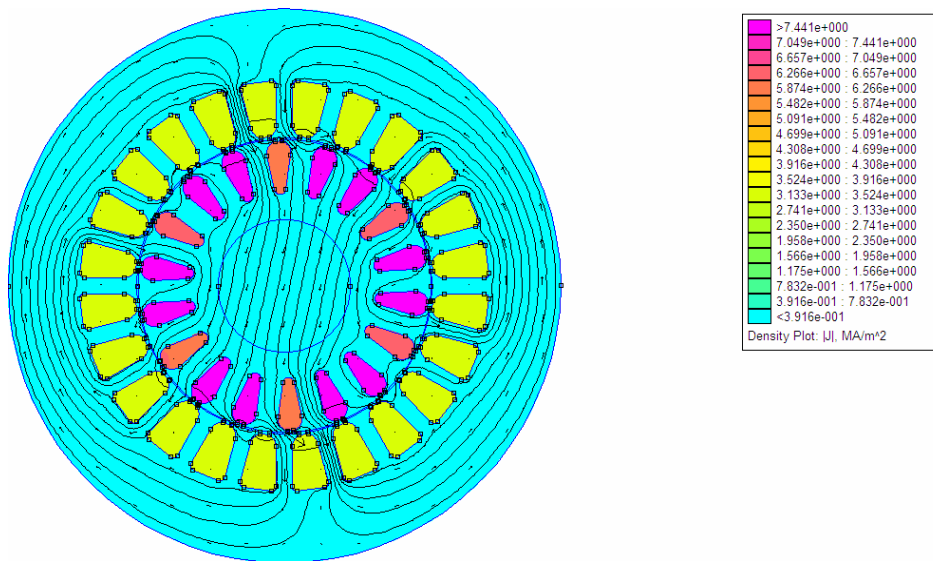
Şekil 5.9 Rotor yüzeyinin belirlenmesi

5.5 Sağlam ve Kırık Rotor Arızalı Motor İçin FEMM Programı Analizi

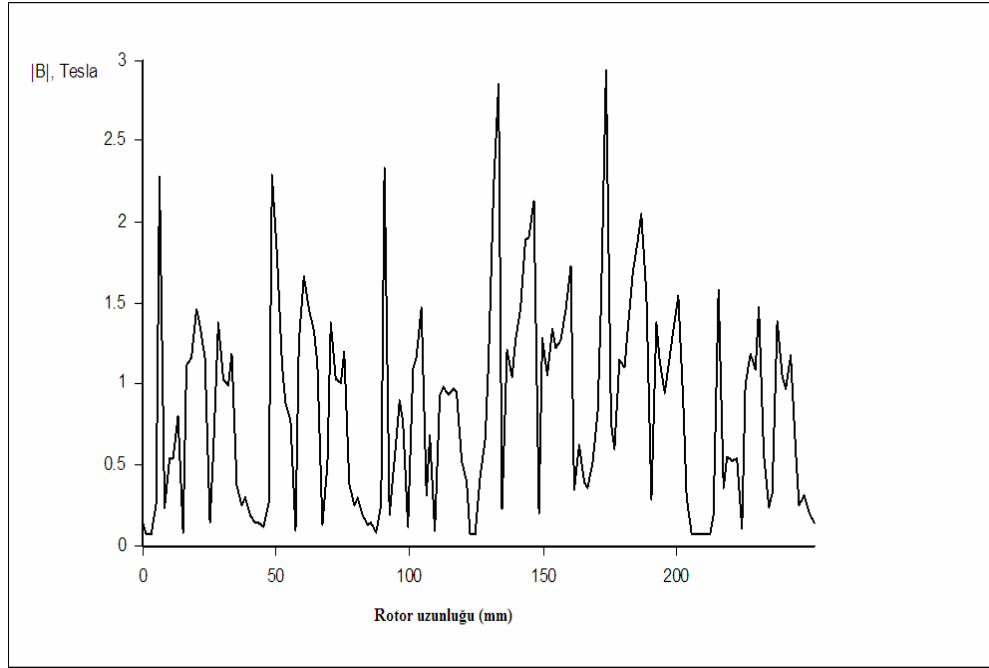
4.3. bölümde anlatılan işlem yöntemine göre asenkron motorun nominal çalışma akımı olan 6.6 A değerinde yani amper sarım olarak 392 At 'lik akım değeri stator sargılarına uygulandığında eğer rotor barlarında herhangi bir kırık yoksa alınan değerler şöyle olacaktır.



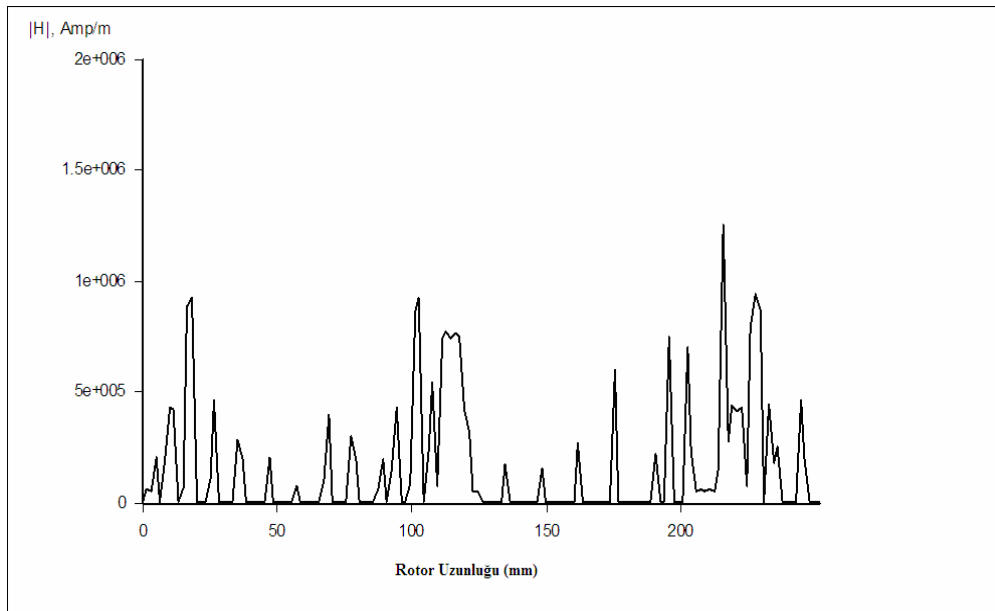
Şekil 5.10. Sağlam motorda magnetik akı yoğunluğunun genlik dağılımı



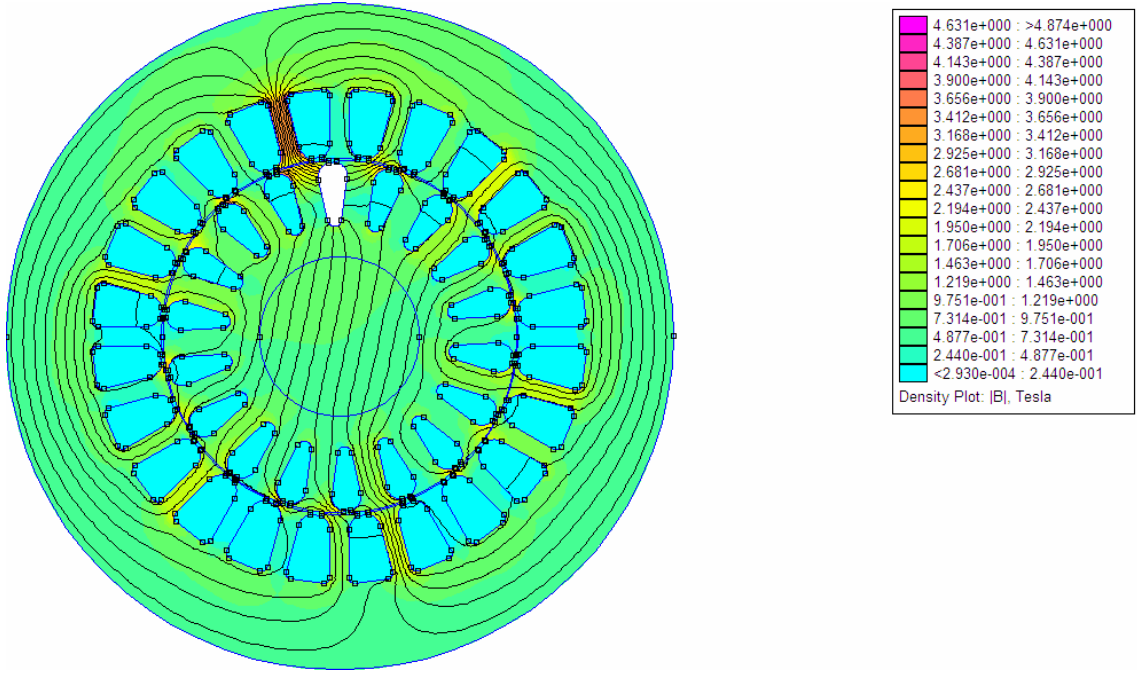
Şekil 5.11. Sağlam Motorda stator ve rotor iletkenlerinde akım yoğunluğu dağılımı



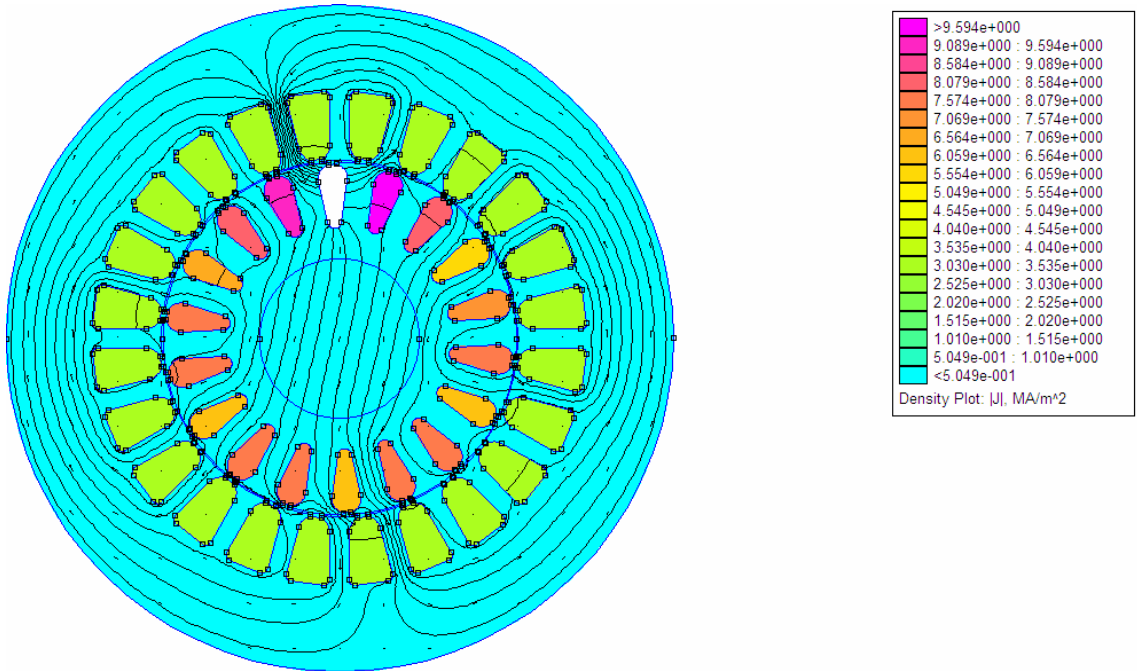
Şekil 5.12. Sağlam motorda hava aralığındaki magnetik akı yoğunluğunun rotor çevresine bağlı değişimi



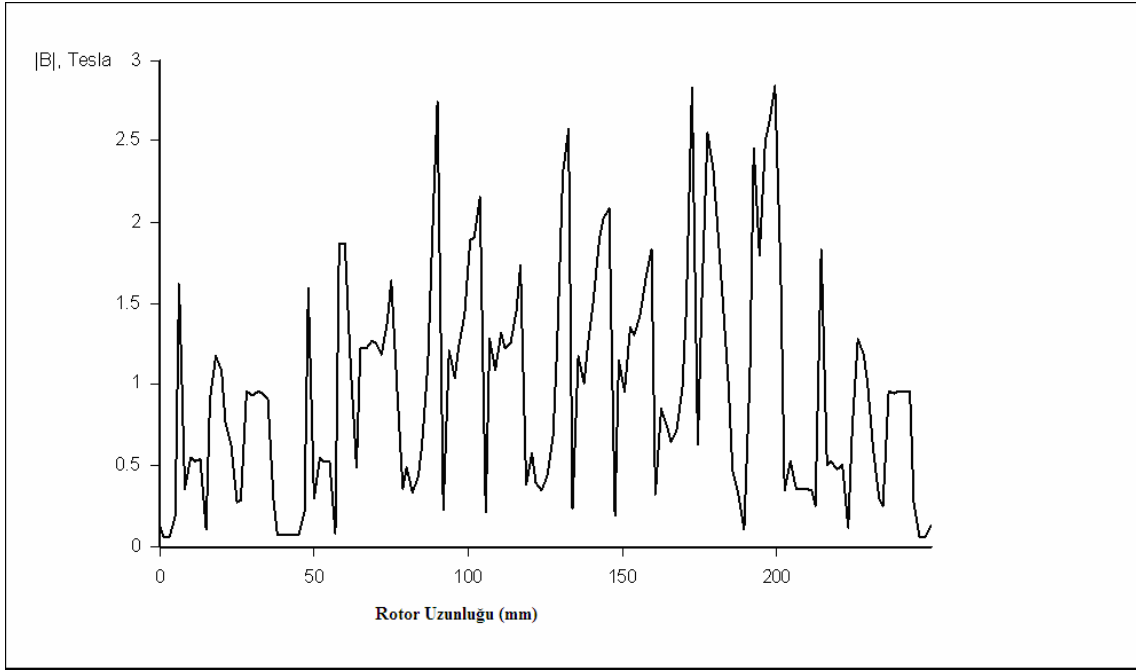
Şekil 5.13. Sağlam motorda rotor çevresine bağlı magnetik alan şiddeti değişimi



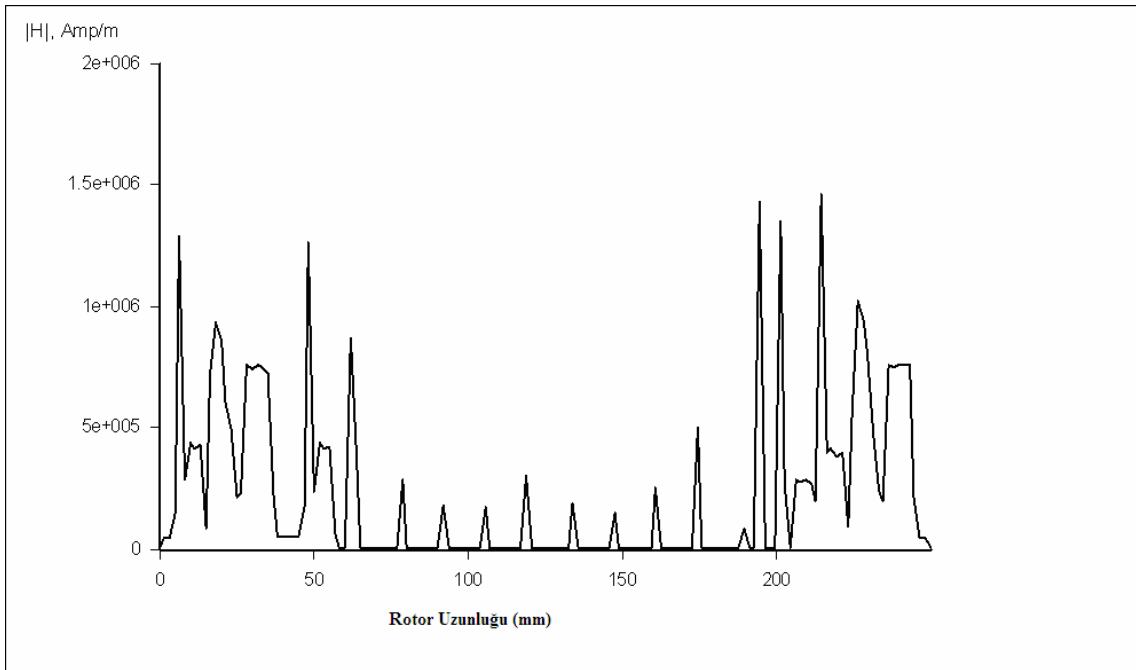
Şekil 5.14. Rotoru 1 kırıklı motorda magnetik akı yoğunluğunun genlik dağılımı



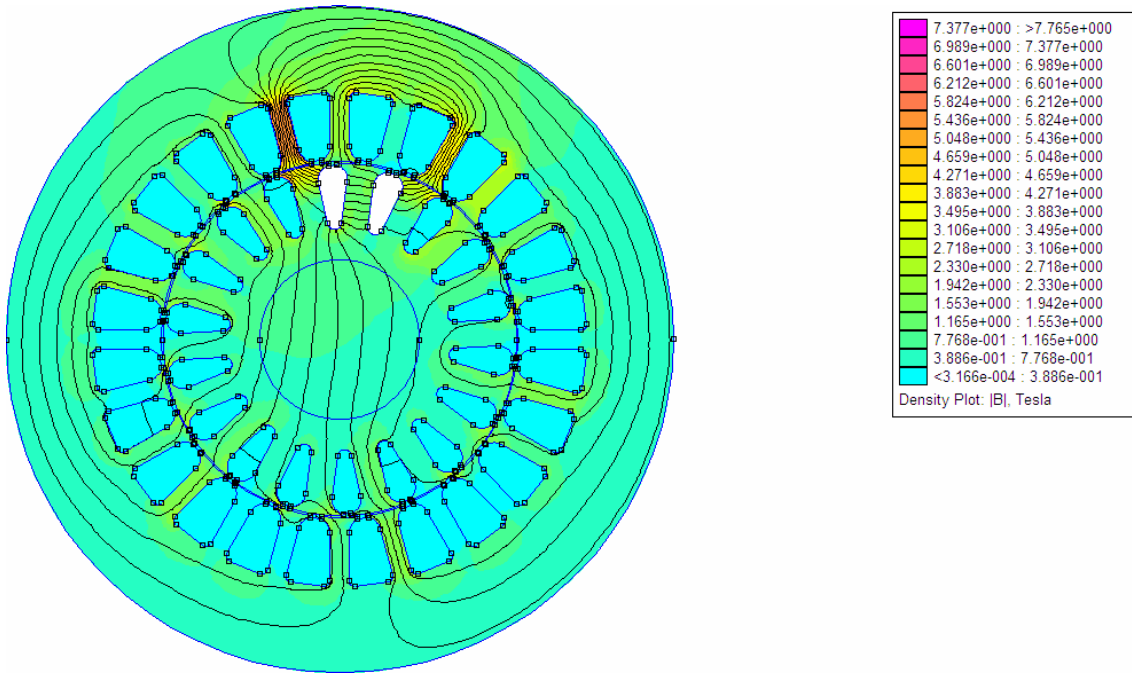
Şekil 5.15. Rotoru 1 kırıklı motorda stator ve rotor iletkenlerinde akım yoğunluğu dağılımı



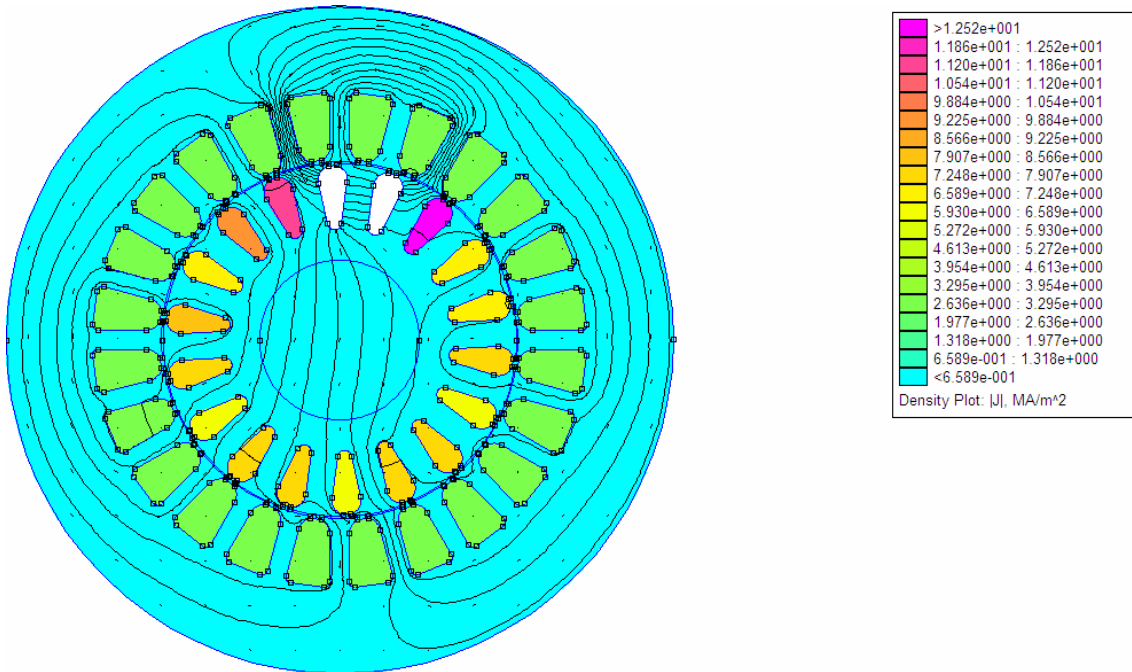
Şekil 5.16. Rotoru 1 kırıklı motorda hava aralığındaki magnetik akı yoğunluğunun rotor çevresine bağlı değişimi



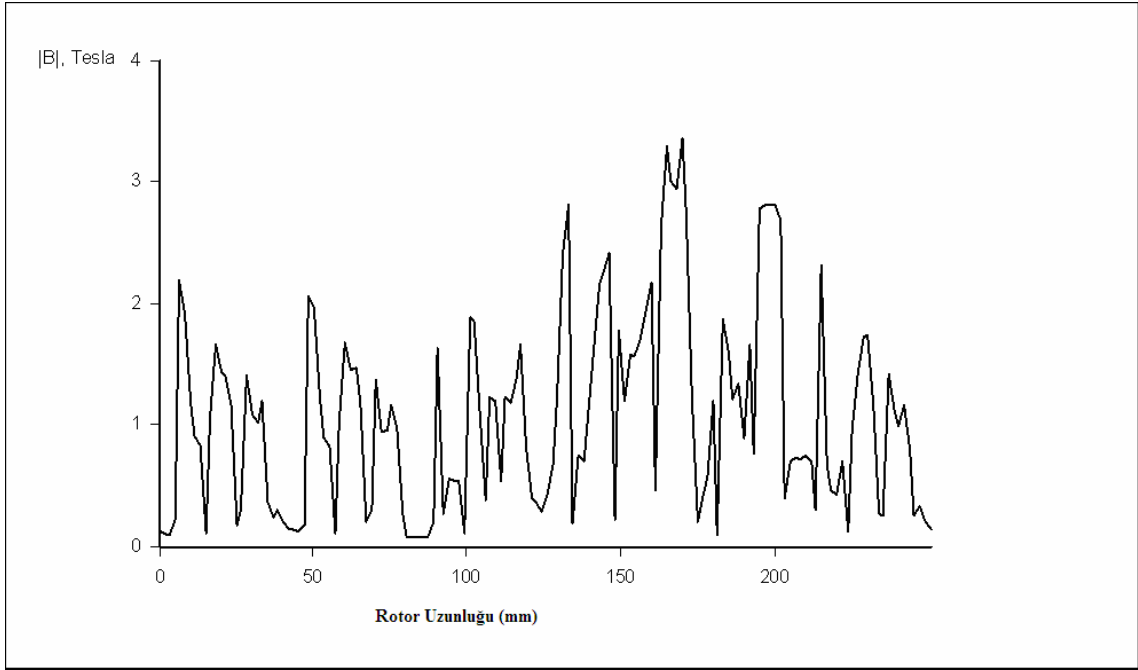
Şekil 5.17. Rotoru 1 kırıklı motorda rotor çevresine bağlı magnetik alan şiddeti değişimi



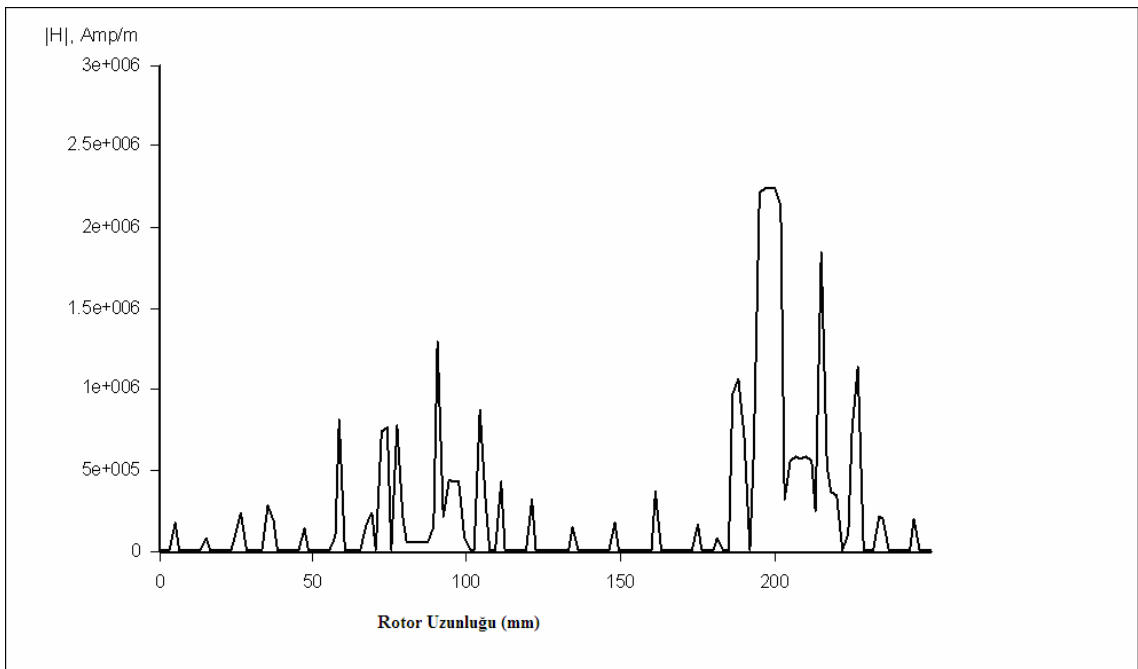
Şekil 5.18. Rotoru 2 kırıklı motorda magnetik akı yoğunluğunun genlik dağılımı



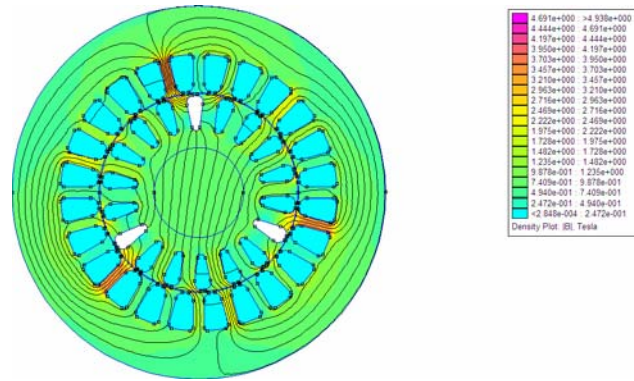
Şekil 5.19. Rotoru 2 kırıklı motorda stator ve rotor iletkenlerinde akım yoğunluğu dağılımı



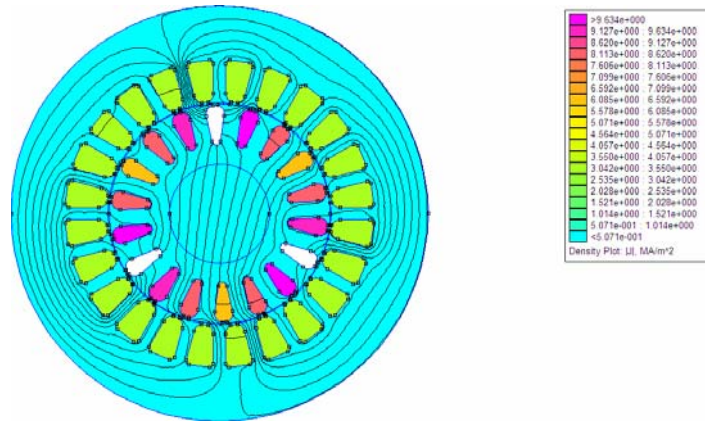
Şekil 5.20. Rotoru 2 kırıklı motorda hava aralığındaki magnetik akı yoğunluğunun rotor çevresine bağlı de\u011fişimi



Şekil 5.21. Rotoru 2 kırıklı motorda rotor çevresine bağlı magnetik alan şiddeti de\u011fişimi



Şekil 5.22. Rotoru 3 kırıklı motorda magnetik akı yoğunluğunun genlik dağılımı



Şekil 5.23. Rotoru 3 kırıklı motorda stator ve rotor iletkenlerinde akım yoğunluğu dağılımı

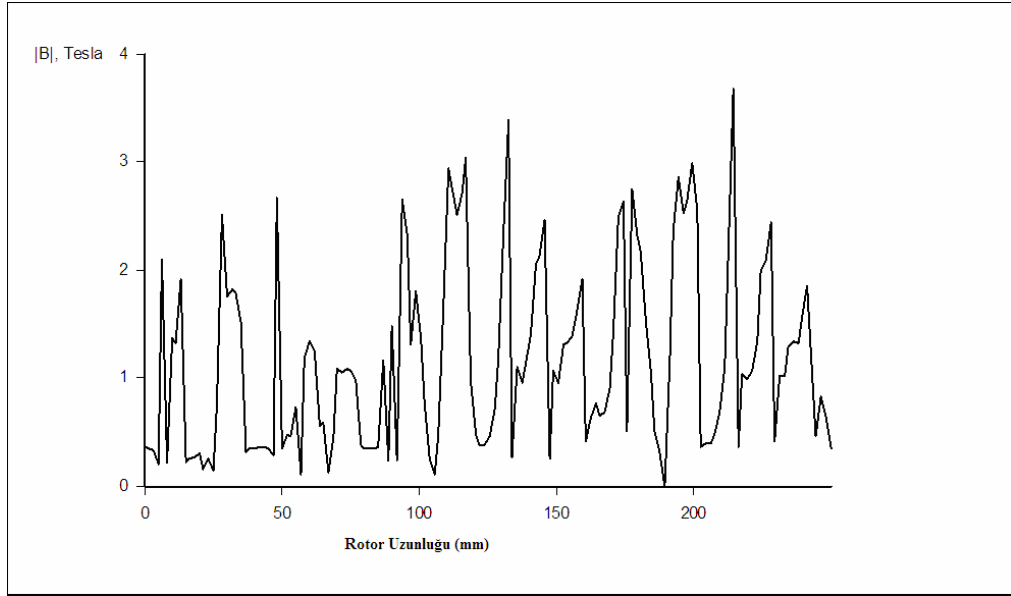
Arızasız durumda elde edilen alan dağılımı ve rotor iletkenlerindeki akım yoğunluğu dağılımına göre, simetrik bir durum gözlenmektedir.

Arızalı durumlarda elde edilen dağılımlara bakıldığında ise simetrinin bozulduğu gözlemlenmektedir.

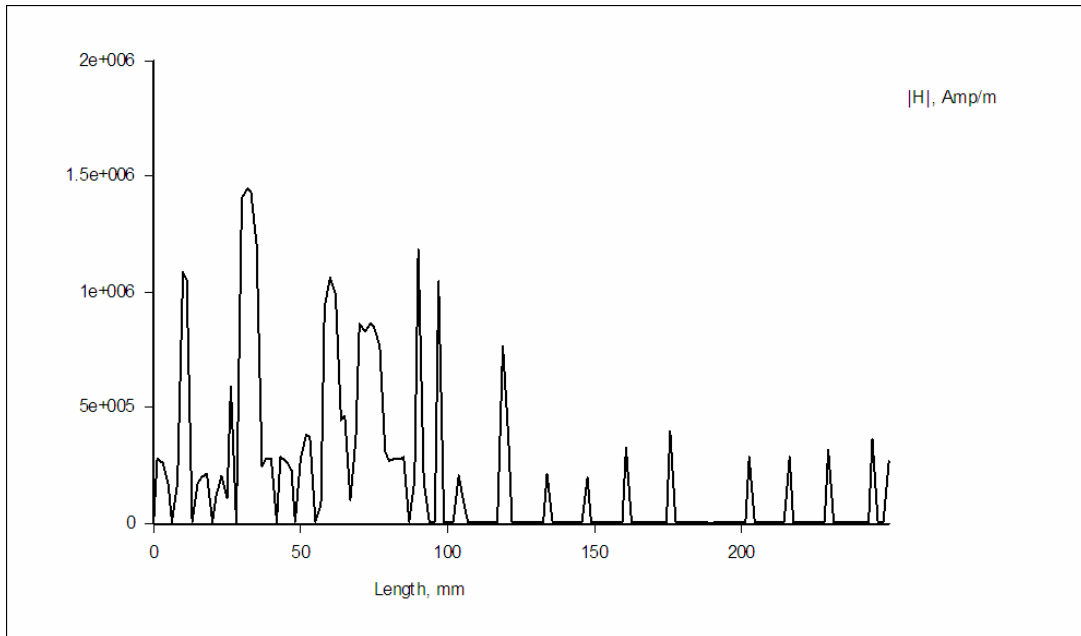
Magnetik alan kuvvet çizgilerinin hem stator hemde rotor bölgesinde, arızalı rotor çubuğunun çevresinde ve karşılık gelen stator oluğu etrafında yoğunlaştığı görülmektedir. Bu durum hem rotor hemde stator kaçak reaktansını arttıracaktır. Bu bölgelerde magnetik doymanın da artması söz konusu olacaktır.

Akım yoğunluğu dağılımına bakıldığında ise, arızalı rotor barına komşu olan barlarda, akım yoğunluğunun artması söz konusudur. Bu barlardaki akımın artması, motorun endüklemediği

momentte bir asimetrik davranışı ortaya çıkaracaktır. Bu durumda, moment azalmasının yanısıra motorun gürültülü çalışması da söz konusu olmaktadır.



Şekil 5.24. Rotoru 3 kırıklı motorda hava aralığındaki magnetik akı yoğunluğunun rotor çevresine bağlı değişimi



Şekil 5.25. Rotoru 3 kırıklı motorda rotor çevresine bağlı magnetik alan şiddeti değişimi

6. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu çalışmada ; sanayide en çok kullanılan asenkron motorlarda meydana gelen rotor barı arızaları analizi için geliştirilen deney düzeneği tanıtılmıştır. Rotor barlarının imalatı sırasında döküm işleminin tam yapılamaması sonucu ortaya çıkan bu arıza tipi için deneysel çalışma, ancak böyle bir motorun bulunması sonucunda yapılabilir. Ortaya çıkabilecek arıza tipi (arızalı rotor barı sayısı ve bu barların komşuluk ilişkisi) çok çeşitli olabileceğinden, muhtemel her duruma karşılık gelen arızalı rotoru bulmak mümkün olmayabilir.

Mümkün olabilecek her türlü arıza tipini laboratuvar ortamında hazırlayıp, deneysel olarak inceleyebilmek amacıyla bu deney motoru geliştirilmiştir. Elde edilen rotor yapısında arızasız durum için elde edilen değerler, sağlam motorun değerleri olarak kabul edilmiştir. Rotor barlarının parçalı olması sebebiyle, parçaların kontak yüzeylerinde oluşan geçiş direnci sebebiyle, rotor direnci orjinal motorunkine nazaran bir miktar artmıştır.

Elde edilen rotor yapısı ile çok sayıda rotor barı arızası oluşturulabilir. İncelemelerimizde 1, 2 ve 3 rotor barının arızalı olması durumları ele alınmıştır. Bu durumlar için makinanın boшта ve kısa devre deneyleri yapılarak eşdeğer devre parametreleri elde edilmiş ve eşdeğer devre parametrelerindeki değişim verilmiştir. Ancak elde edilen eşdeğer devre parametrelerinden arıza tipini tesbit etmek mümkün olmayacaktır. Amacımız zaten arıza tipini belirlemek olmamıştır.

Aynı zamanda asenkron motorun sonlu elemanlar yöntemi ile iki boyutlu manyetik alan analizinin, FEMM programı kullanılarak yapılması anlatılmıştır. Sağlam ve arızalı durumlar için alan dağılımı ve akım yoğunluğu dağılımları verilmiştir.

Boшта ve kısa devre çalışma deneylerinden elde edilen değerler ışığı altında, yapılan deney setinin, rotor arızalarını modellemekte kullanılabileceği görülmektedir. bu deney seti kullanılarak, muhtemel bütün rotor arızaları oluşturulup, deneysel inceleme yapılabilir.

Deneylerden elde edilecek sonuçlarla (özellikle stator akımlarının harmonic analizi) diagnostik teknikler için bir database oluşturulabilir. harmonik analizler ve deney motorunun yük deneyleri ile işletme karakteristiklerinin elde edilmesi, laboratuvar imkanlarına bağlıdır.

İleriye dönük çalışmalar iki ana maddede toplanabilir :

1-) Elde edilen rotor yapısının mekanik yönden iyileştirilmesi. İyileştirme işlemlerini açarsak ;

a-) Kontak noktalarının temasının iyileştirilmesi, dolayısı ile rotor direncinin azaltılıp şebekeden çekilen akımın düşürülmesi.

b-) Rotor imalatı sırasında CNC tezgah kullanmak sureti ile metrik hataların en aza indirilmesi.

c-) Rotor saclarının paketleme işleminde sıkıştırmanın daha iyi yapılması.

2-) Diagnostik sistemler için stator akımlarının harmonik analizi ve sonlu elemanlar yönteminden elde edilen sonuçlarla karşılaştırılması.

KAYNAKLAR DİZİNİ

- [1] Arfat S., Yaddava G. S., Singh B., 2005, A Review of stator fault monitoring techniques of induction motors, IEEE Transactions on Energy Conversion, 20(2), pp.106-110.
- [2] Subhasis N., Toliyat H.A., Li X., 2005, Condition Monitoring and fault diagnosis of electrical motors, IEEE Transactions on Energy Conversion, 20(4), pp.719-721.
- [3] Hachemi M., Kliman G.B., 2003, What stator current processing-based technique to use for induction motor rotor fault diagnosis, IEEE Transactions on Energy Conversion, 18(2), pp.238-244.
- [4] Stermecki A., 2006, FEM-Based design of an induction motor's part winding to reduce the starting current, IEEE Transactions on Magnetics, 42(4), pp.1299-1302.
- [5] Müller G.H., Landy C.F., 2003, A novel method to detect broken rotor bars in squirrel cage induction motors when interbar currents are present, IEEE Transactions on Energy Conversion, 18(1), pp.71-78.
- [6] Fiser R., Ferkolj S., 1998, Calculation of magnetic field asymmetry of induction motor with rotor faults, Electrotechnical Conference MELECON 98, 2, pp.1175-1179.
- [7] Dolinar D., Weert R., Freeman E.M., 1996, Calculation of two axis induction motor model parameters using finite elements, IEEE Power engineering society, 7 p.
- [8] Williamson S., Lim L.H., Smith A.C., 1990, Transient analysis of cage induction motors using finite elements, IEEE Transactions on Magnetics, 26(2), pp.941-944.
- [9] Weili L., Ying X., Yingli L., 2007, Finite element analysis of field distribution and characteristic performance of squirrel-cage induction motor with broken bars, IEEE Transactions on Magnetics, 43(4), pp.1537-1540.
- [10] Dorrell D.G., Miller T., Rassmussen, 2001, Interbar currents in induction machines, IEEE Transactions on Magnetics, pp.729-736.
- [11] Douglas H., Pillay P., Ziarani A.K., 2005, Broken rotor bar detection in induction machines with transient operating speeds, IEEE Transactions on Energy Conversion, 20(1), pp.135-141.
- [12] Watson J.F., Dorrell D.G., 1999, The use of finite element methods to improve techniques for early detection of faults in 3-phase induction motors, IEEE Transactions on Energy Conversion, 14(3), pp.655-660.
- [13] Faiz J., Ebrahimi B.M., 2006, Mixed fault diagnosis in three phase squirrel-cage induction motor using analysis of air gap magnetic field, Progress in electromagnetics research, 64, pp.239-255.
- [14] Fiser R., Ferkolj S., 2001, Application of a finite element method to predict damaged induction motor performance, IEEE Transactions on Magnetics, 37(5), pp.3635-3639.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

- [15] Chang E.K., Yong B.J., Sang B.Y., Dal H.I., 1997, The Fault Diagnosis of Rotor Bars in Squirrel Cage Induction Motors by Time-Stepping Finite Element Method, IEEE Transactions on Magnetics.
- [16] Ayasun S., Nwankpa C.O., 2005, Induction motor tests using MATLAB/Simulink and their integration into undergraduate electric machinery courses, IEEE Transactions on Education 48(1), pp.37-46.
- [17] Hughes A., 2004, Elektrik motorları ve sürücüleri, (Çev.Ç.Özşar), Bileşim Yayınevi 178.
- [18] Özer O., 2002, Bilgisayar programlı asenkron motor projesi, Lisans tezi Dumlupınar Üniversitesi Mühendislik Fakültesi, 89 s, (yayımlanmamış).
- [19] Çanakoğlu A. İ., Asenkron motorlar, 2003, Ders notu Dumlupınar Üniversitesi Mühendislik Fakültesi, s 55, (yayımlanmamış).
- [20] Güzelbeyoğlu, N., 1998, Elektrik Makinaları I,II, Ofset Baskı Atölyesi, 2. Baskı, İstanbul, s30-86.
- [21] Yetgin G., 2004, Üç Fazlı Asenkron Makina Tasarımı ve Sonlu Elemanlar Yöntemi ile Analizi, Yüksek Lisans Tezi, Dumlupınar Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, s
- [22] Chapman, J., 1991, Electric Machinery Fundamentals, Mc Graw-Hill, Second Edition, Singapore, pp.548-565.
- [23] Brauer, J., R., 1978, Finite element analysis of selenoids, transformers, generators, and motors, The MacNeal-Schwendler Corporation, Record of Cleveland Electronics Conference, IEEE No.78CH, 1300-1303.
- [24] Brauer, J., R., 1981, Finite element analysis of single phase and polyphase induction motors, The MacNeal-Schwendler Corporation, Conference Record of IEEE Industry Application Society Annual Meeting, Philadelphia, PA, October.
- [25] Brauer, J., R., 1982, Finite element calculations of synchronous, universal and induction motor performance, The MacNeal-Schwendler Corporation, Presented at Motorcon Conference Proceedings.
- [26] Brauer, J., R., 1985, Finite element software AIDS motor design, The MacNeal-Schwendler Corporation, Presented at the Small motor Manufacturers Assn. Tenth Annual Meeting Tapma, Florida.
- [27] Williamson, S., Lim, L., H., Robinson, J., M., 1990, Finite element models for cage induction motor analysis, IEEE Transactions on Industry Application, Vol. 26, No.6, pp 1007-1017.
- [28] Robinson, J., M., 1983, Finite element calculation of equivalent circuit parameters for induction motors, Imperial College of Science and Technology London, Ph.D. Thesis University of London, November, p194.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

- [29] JIN, J., 1993, The Finite Element Method in Electromagnetics
”, 1st.ed., JohnWiley&SonsInc., NewYork.
- [30] Silvester, P., Ferrari, R., L., 1996, Finite Element for Electrical
Engineers, ”, 3rd.ed., Cambridge University Press, Cambridge.
- [31] www.femm.foster-miller.net, 2003, Foster-Miller Inc., 350 Second Avenue,
Waltham, MA 02451, ABD.
- [32] Sariođlu, M., K., Gökąşan, M., Bođosyan, S., 2003, Asenkron Motorlar ve Kontrolü,
Birsen Yayınevi, 38-41 s
- [33] Reddy, J., N., 1984, An Introduction to the Finite Element Method
”, 1st.ed., Mc-GrawHill, NewYork, pp.196-201.