

NÜKLEER MADDE İÇİN RADYAL DAĞILIM
FONKSİYONUNUN İNCELENMESİ

Fatma MANİSA

Yüksek Lisans Tezi

Fizik Anabilim Dalı

Haziran - 2009

**NÜKLEER MADDE İÇİN RADYAL DAĞILIM
FONKSİYONUNUN İNCELENMESİ**

Fatma MANİSA

Dumlupınar Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Lisansüstü Yönetmeliği Uyarınca
Fizik Anabilim Dalında
YÜKSEK LİSANS TEZİ
Olarak Hazırlanmıştır.

Danışman : Prof. Dr. Atalay KÜÇÜKBURSA

Haziran – 2009

KABUL ve ONAY SAYFASI

Fatma Manisa'nın YÜKSEK LİSANS tezi olarak hazırladığı "Nükleer Madde İçin Radyal Dağılım Fonksiyonunun İncelenmesi" başlıklı bu çalışma, jürimizce lisansüstü yönetmeliğin ilgili maddeleri uyarınca değerlendirilerek kabul edilmiştir.

28 / 06 / 2009

Üye : Prof. Dr. Atalay KÜÇÜKBURSA

Üye : Doç. Dr. İsmail MARAŞ

Üye : Yrd.Doç. Dr. Mehmet ERDOĞAN

Fen Bilimleri Enstitüsün Yönetim Kurulu'nun/...../..... gün ve sayılı kararıyla onaylanmıştır.

Prof. Dr. Atalay KÜÇÜKBURSA
Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

NÜKLEER MADDE İÇİN RADYAL DAĞILIM FONKSİYONUNUN İNCELENMESİ

Fatma MANİSA

Fizik Bölümü, Yüksek Lisans Tezi, 2009

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Dr. Atalay KÜÇÜKBURSA

ÖZET

Çok-cisim sistemlerin teorisinde radyal dağılım fonksiyonu önemlidir. En uygun radyal dağılım fonksiyonu hesaplamaları moleküler dinamik yada Monte Carlo hesaplamalarıdır. Bu çalışmada nükleer madde için radyal dağılım fonksiyonu incelenmiştir. Çeşitli proton fazlalığı (YP) değerleri ile tanımlanan nükleer madde için radyal dağılım fonksiyonları Varyasyonel Monte Carlo yöntemi kullanılarak elde edilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Nükleer madde, radial dağılım fonksiyonu, monte carlo yöntemi.

INVESTIGATION OF RADIAL DISTRIBUTION FUNCTION FOR NUCLEAR MATTER

Fatma MANİSA

Physics Department, M.S.Thesis, 2009

Thesis Supervisor: Prof.Dr. Atalay KÜÇÜKBURSA

SUMMARY

The radial distribution function is very important in the theory of many-body systems. The most reliable calculations of the radial distribution function are molecular dynamics or Monte Carlo calculations. In this study, radial distribution function of nuclear matter have been investigated. Radial distribution functions are obtained for nuclear matter with various proton abundances (YP) by Variational Monte Carlo method.

Key Words: Nuclear matter, radial distribution function, monte carlo method.

TEŞEKKÜR

Bu alıŐma Dumlupınar Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsüne Yüksek Lisans tezi olarak sunulmuŐtur.

Bu tezin hazırlanması sırasında araŐtırmalarım boyunca yardımını esirgemeyen, bilgi ve tecrübeleriyle bana her konuda yardımcı olan, beni teŐvik eden sayın danıŐmanım Prof.Dr. Atalay KÜÇÜKBURSA'ya en içten teŐekkürlerimi sunmak isterim.

ÇalıŐmalarım sırasında, hesaplamaların yapılması aşamasında yardımını esirgemeyen sayın Prof.Dr. Ülfet ATAV'a teşekkür ederim.

Ayrıca çalıŐmalarım boyunca benden yardımlarını ve desteklerini esirgemeyen eŐim Yrd.Doç.Dr. Kaan MANİSA'ya teşekkür ederim.

Fatma MANİSA

Haziran 2009, Kütahya

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
ÖZET	iv
SUMMARY	v
TEŞEKKÜR	vi
ŞEKİLLER DİZİNİ	viii
1. GİRİŞ	1
2. NÜKLEER MADDE	2
2.1. Fermi Gaz Modeli	2
2.2. Fermi Gazında İki-Parçacık Etkileşmesi	5
2.3. Simetrik Nükleer Madde	10
2.4. Nükleer Maddenin Özellikleri	12
2.5. Asimetrik Nükleer Madde	14
3. DAĞILIM FONKSİYONLARI	16
3.1. N Parçacıktan Oluşmuş Bir Sistemin Radyal Dağılım Fonksiyonu	16
3.2. Temodinamik Fonksiyonların Radyal Dağılım Fonksiyonu İle İlişkisi	18
3.2.1. Enerji denklemi	18
3.2.2. Basınç denklemi	19
3.3. Önemli Radyal Dağılım Fonksiyonu Denklemleri	21
4. ARAŞTIRMA SONUÇLARI VE TARTIŞMA	24
4.1. Monte Carlo Yöntemi ve Nükleer Maddeye Uygulanması	24
4.2. Hesaplamalarda Kullanılan Etkileşim Potansiyeli	26
4.3. Elde Edilen Radyal Dağılım Fonksiyonu Sonuçları	29
5. SONUÇ VE ÖNERİLER	36
KAYNAKLAR DİZİNİ	38

ŞEKİLLER DİZİNİ

<u>Şekil</u> _	<u>Sayfa</u>
2.1. Fermi küresi	5
4.1. Nükleer madde için her bir YP değerinde elde edilen radyal dağılım fonksiyonları. Eğriler aşağıdan yukarıya doğru sırasıyla 0.02, 0.04, 0.6, 0.8, 0.10, 0.12, 0.14, 0.16, 0.18 ve 0.20 fm ⁻³ yoğunluklarına karşılık gelmektedir.....	31

1. GİRİŞ

Çok cisim problemlerinden biriside nükleer madde problemidir. Nükleer madde, en genel tanımıyla nükleonlardan oluşmuş bir çok parçacık sistemidir ve güçlüklerden biri, çok cisim probleminin çözümünün gerektirdiği matematiktir. Nükleon-nükleon etkileşmelerinde üç cisim kuvvetini ifade eden bazı parametreleri elde etmek için, üç cisim sisteminde ek saçılma deneyleri yapmak mümkündür. Ancak bu tür mikroskobik yaklaşımlar çekirdeğin temel fiziğini aydınlatmaktan çok anlaşılmaz hale getirir. Bu durum, bir gazın özelliklerinin mikroskobik bir ifadesini elde etmek için, önce onun atomları arasındaki etkileşmeleri incelemeye, sonrada atomlar arası kuvvetleri ifade eden dinamik denklemleri çözmeye çalışmaya benzer. Ancak gazların özelliklerine ait fiziksel bilgilerin çoğu ayrıntılı mikroskobik bir teoriden değil, basınç ve sıcaklık gibi birkaç parametreden elde edilir. Bu nedenle Radyal Dağılım Fonksiyonu (RDF) $g(r)$, N-parçacık sistemlerinde önemli rol oynar. Örneğin N parçacıktan oluşmuş bir sistemde \vec{r} 'nin merkezinde bir parçacık bulunduğunu varsayarsak, $\rho g(r)4\pi r^2 dr$ ifadesi bize bu parçacık civarında \vec{r} ile $\vec{r} + d\vec{r}$ arasındaki parçacıkların ortalama sayısını verir. RDF'nin yerel yoğunluğu yada diğer bir deyişle maddenin mikroskobik yapısını temsil ettiğini söylemek mümkündür. Çünkü RDF madde içerisindeki bir parçacık etrafında bulunan diğer parçacıkların yerleşimi hakkında bilgi içerir. $r \rightarrow \infty$ olduğunda parçacıkların arasında bir korelasyon bulunmaz ve $g(r) \rightarrow 1$ olur. Bununla birlikte $r \rightarrow 0$ için kısa mesafeli itici potansiyel etkin hale gelir ve $g(r) \rightarrow 0$ olur [1].

Radyal dağılım fonksiyonu için en güvenilir hesaplamalar Moleküler Dinamik yada Monte Carlo hesaplamalarıdır. Bu metodların avantajı, parçacıklar arasındaki potansiyelin biliniyor olması ve bu potansiyele göre yapılan hesaplamaların deneysel sonuçlarla ve değişik teorilerle karşılaştırılmasıdır. Sert küre potansiyeli için radyal dağılım fonksiyonunun moleküler dinamik hesaplamaları ilk olarak Alder ve Hecht [2] ve Barker, Watts ve Henderson [3] tarafından yapılmıştır. Lennard-Jones potansiyeli için radyal dağılım fonksiyonu Verlet tarafından hesaplanmıştır [4]. Hansen ve Weis [5] ters 12 potansiyeli için radyal dağılım fonksiyonunu hesaplamıştır. RDF X-ışınları kırınım çalışmalarıyla da elde edilebilir [6-8]. Bununla birlikte çeşitli metot ve teknik kullanılarak RDF elde edilmiştir [9-11].

Biz bu çalışmamızda Varyasyonel Monte Carlo Yöntemi'ni kullanarak, çok-parçacık sisteminin termodinamik özelliklerinin elde edilmesinde önemli rol oynayan Radyal Dağılım Fonksiyonunu, nükleonlardan oluşmuş bir çok-parçacık sistemi olan nükleer madde için elde ediyoruz.

2. NÜKLEER MADDE

2.1. Fermi Gaz Modeli

Fermi gaz modeline göre A tane parçacık tamamen serbest olarak büyük bir Ω hacmi içerisinde hareket eder. Nükleer madde böyle bir hacim içerisinde $A/2$ nötron ve $A/2$ protondan oluşmuş bir sistem olarak ele alınır. Nükleer kuvvetler spinden bağımsız olarak kabul edilip, farklı spinli $A/4$ nötron ve yine farklı spinli $A/4$ proton olmak üzere 4 farklı özellikteki parçacıklardan oluşmuş sistemin toplam enerjisi [12]

$$E = \left\langle \Psi \left| \sum_{i=1}^A \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla_i^2 \right) + \frac{1}{2} \sum_{i,k} v(i,k) \right| \Psi \right\rangle \quad (2.1)$$

olarak verilir. Burada $(-\hbar^2 \nabla_i^2 / 2m)$ i 'inci parçacığın kinetik enerji operatörü, $v(i,k)$ ise i ve k parçacık çiftleri arasındaki potansiyel enerji operatörüdür. E sistemin taban durumundaki Hamiltoniyenin beklenen değeri, Ψ taban durumundaki sistemin normalize edilmiş dalga fonksiyonudur. Tek parçacık konumunda (α) bulunan bir parçacık, k_α momentumu ve düzlem dalgayla ifade edilir. Farklı seviyelerdeki ve aynı k_α momentumuna sahip her spin için proton ve nötron seviyeleri dikkate alınarak toplam sistemin durumu için dalga fonksiyonu Slater determinanı cinsinden

$$\Psi_0 = \forall \prod_{i=1}^A \phi_{\alpha_i}(\vec{r}_i) \quad (2.2)$$

şeklinde yazılır. Burada $\phi_{\alpha_i}(\vec{r}_i)$, α_i seviyesindeki i 'inci parçacığın dalga fonksiyonudur :

$$\phi_{\alpha_i}(\vec{r}_i) = \frac{1}{\sqrt{\Omega}} \exp(i\vec{k}_{\alpha_i} \cdot \vec{r}_i). \quad (2.3)$$

∇ sembolü parçacıklar arasındaki antisimetriyi göstermektedir. Eğer hiçbir etkileşme yoksa Ψ_0 çözüm dalga fonksiyonudur ve bu durumda enerji

$$E_0 = \sum \frac{\hbar^2}{2m} k_\alpha^2 \quad (2.4)$$

şeklinde verilir. Burada toplama işlemi bütün dolu seviyeler üzerinden yapılır. Dejenere fermi gazı için enerji

$$E_0 = \frac{A}{\Omega_F} \int_0^{k_F} 4\pi k_\alpha^2 dk_\alpha \left(\frac{\hbar^2}{2m} k_\alpha^2 \right) = \frac{3}{5} A \frac{\hbar^2}{2m} k_F^2$$

$$= A \times (\text{nükleon başına ortalama kinetik enerji}) \quad (2.5)$$

şeklinde verilir. Burada Ω_F fermi küresinin hacmi, k_F fermi momentumudur ve 4 farklı parçacık durumunda aşağıdaki şekilde verilir:

$$k_F = (3/2\pi^2 \rho)^{1/3}, \quad \rho = \frac{A}{\Omega} \quad (2.6)$$

Bir parçacığın sabit momentumu k_F olmak üzere, k ile $k+dk$ arasında bir görelî momentuma sahip olan N tane parçacıktan oluşmuş dejenere fermi gazındaki parçacıkların sayısı

$$N(k_\alpha, k) dk = N \cdot 12 \left[1 + \eta(k_\alpha, k) \right] \frac{k^2}{k_F^3} dk \quad (2.7)$$

şeklinde tanımlanır (Şekil 2.1). Bu ifadede $\eta(k_\alpha, k)$ değeri

$$k < \frac{k_F - k_\alpha}{2} \quad \text{için} \quad \eta(k_\alpha, k) = 1,$$

$$\frac{k_F - k_\alpha}{2} < k < \frac{k_F + k_\alpha}{2} \quad \text{için} \quad \eta(k_\alpha, k) = \frac{k_F^2 - k_\alpha^2 - 4k^2}{4kk_\alpha} \quad (2.8)$$

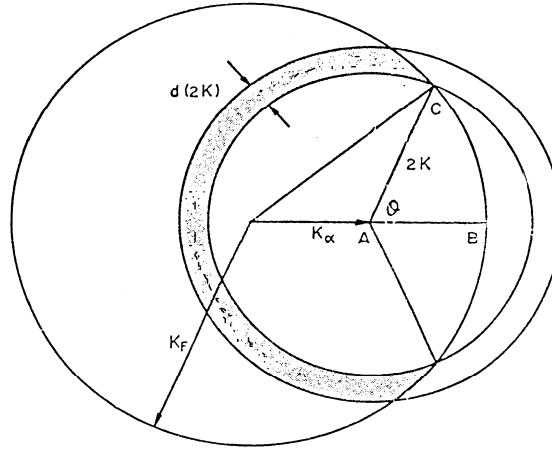
şeklinde tanımlanır. N tane özdeş parçacıktan oluşmuş, aynı dejenere fermi gazında ve aynı momentum aralığında, parçacık çiftlerinin sayısı ise

$$n(k)dk = \int_0^{k_F} N(k_\alpha, k) dk \cdot \frac{4\pi k_\alpha^2}{(4\pi/3)k_F^3} N = \bar{N}^2 \cdot 12 \left[1 - \frac{3}{2} \frac{k}{k_F} + \frac{1}{2} \left(\frac{k}{k_F} \right)^3 \right] \cdot \frac{k^2 dk}{k_F^3} \quad (2.9)$$

şeklinde verilir. $n(k)$ fonksiyonu normalizasyon şartını sağlar :

$$\int_0^{k_F} n(k)dk = \frac{1}{2} \bar{N}^2 \equiv \frac{1}{2} N(N-1). \quad (2.10)$$

Bu ifadenin sağ tarafı sistemdeki parçacık çiftlerinin toplam sayısını ifade etmektedir.



Şekil 2.1. Fermi Küresi

2.2. Fermi Gazında İki-Parçacık Etkileşmesi

Fermi gazındaki herhangi bir parçacık çifti arasındaki etkileşme enerjisi biliniyorsa, toplam sistemin etkileşme enerjisi hesaplanabilir. Parçacıklar arasında nükleer kuvvetler etkili oluyorsa, o zaman (2.3) dalga fonksiyonu ve (2.5) enerjisi değişecektir. Ancak bağımsız parçacık modelinde (independent-particle model) (2.3) dalga fonksiyonu geçerliliğini korur ve etkileşmenin etkisi, her bir parçacığın birbirinden bağımsız hareket ettiği bir W potansiyeli ile ifade edilir. Bunun sebebi nükleer maddenin tekdüze tabiatıdır. Bu W potansiyeli, parçacıkların uzay koordinatlarına bağlı olmayabilir, ancak parçacıkların p_α momentumlarına bağlı olmalıdır. Bağımsız parçacık modeline göre toplam enerji [12]

$$E_{IPM} = E_0 + \frac{1}{2} \sum_{\alpha} W(p_{\alpha}) \quad (2.11)$$

şeklinde verilir. $W(p)$ ise,

$$W(p) = W_0 + W_1 p^2 \quad (2.12)$$

olarak ifade edilir. Bu durumda α seviyesinin \mathcal{E}_α enerjisi

$$\mathcal{E}_\alpha = \left(\frac{1}{2m} + W_1 \right) p_\alpha^2 + W_0 \quad (2.13)$$

olarak verilir. Bu ifadeden, bir fermi gazındaki etkileşmelerin kütlelerin her bir bileşeni üzerinde değişikliğe sebep olduğu görülebilir. Etkin kütle m^* kavramından yola çıkarak

$$\frac{1}{2m^*} = \frac{1}{2m} + W_1 \quad (2.14)$$

tanımlaması yapılabilir. Bu durumda \mathcal{E}_α enerjisi

$$\mathcal{E}_\alpha = \frac{1}{2m^*} p_\alpha^2 + W_0 \quad (2.15)$$

olur. O halde bağımsız parçacık modeline göre toplam enerji

$$E_{IPM} = \frac{1}{2} E_0 \left(1 + \frac{m}{m^*} \right) + \frac{1}{2} A W_0 \quad (2.16)$$

şeklinde yazılabilir.

Bağımsız parçacık modeli nükleer maddenin incelenmesinde yeterli değildir. Çünkü nükleer etkileşmelerdeki itici kısmın etkilerinin tartışılmasında (2.3) dalga fonksiyonu çok basit bir yaklaşımdır. Bu sebeple, herhangi iki parçacık çiftinin etkileştiği, sistemdeki diğer bütün

parçacıkların da kendi aralarında etkileştiği ve bu parçacıklar arasındaki parçacık çiftlerinin ihmal edildiği bağımsız-çift modeline (independent-pair model) göre sistemin enerjisi

$$E = E_0 + \frac{1}{2} \sum_{\alpha, \beta} U_{\alpha\beta} \quad (2.17)$$

şeklinde yeniden yazılabilir. Burada α ve β dolu seviyeleri, $U_{\alpha\beta}$ ise α ve β seviyesindeki bir parçacık çiftinin etkileşmesinden kaynaklanan enerji düzeltmesidir ve bağımsız parçacık modelindeki $W(p_\alpha)$ potansiyeli ile ilişkilidir. Eğer bir parçacık α durumunda bulunuyorsa, diğer bütün parçacıklarla etkileşme enerjisi $\sum_{\beta} U_{\alpha\beta}$ olmalıdır. Bu yüzden

$$W(p_\alpha) = \sum_{\beta} U_{\alpha\beta} \quad (2.18)$$

yazılabilir. Etkileşim enerjisi $U_{\alpha\beta}$, α ve β durumundaki parçacık çiftinin göreceli momentumunun bir fonksiyonudur. Çünkü sonsuz nükleer maddenin tekdüze tabiatından beklenildiği gibi W potansiyeli konuma bağlı değildir. Bundan sonra bu yaklaşımda bütün parçacıkların momentuma bağımlı bir potansiyel (momentum-dependent potential) içerisinde hareket ettikleri kabul edilen α ve β seviyelerindeki bir parçacık çifti dikkate alınır. Fermi dağılımının α ve β seviyelerinde iki parçacık varsa, bu parçacık çifti arasında bir nükleer kuvvet rol oynar [12]. Eğer bu iki parçacıktan birisi veya her ikisinde herhangi diğer dolu seviyelerdeyse bu durumda hiçbir etkileşme yoktur. Nükleer kuvvete bağlı olan α ve β seviyelerindeki parçacıkların dalga fonksiyonu $\Psi_{\alpha\beta}$, artık iki düzlem dalganın çarpımı olmayacaktır. Bu durumda Pauli prensibi gereğince daha önce ihmal ettiğimiz parçacık çifti dışında kalan diğer parçacıklar çift-parçacık etkileşmesi üzerinde önemli bir etkiye sahiptir. Yani etkileşmeyle değişen $\Psi_{\alpha\beta}$ dalga fonksiyonu α ve β seviyeleri hariç diğer bütün dolu seviyelere karşılık gelen Fourier bileşenlerine sahip değildir. Başka bir deyişle Pauli prensibi gereğince dolu seviyelere doğru herhangi bir saçılma engellenir. Bu sınırlandırma da hesaba katılarak $\Psi_{\alpha\beta}$ dalga fonksiyonu [12]

$$(h_1 + h_2 - \varepsilon_{\alpha\beta})\Psi_{\alpha\beta} = -\Xi_{\alpha\beta}^F v_{12} \Psi_{\alpha\beta} \quad (2.19)$$

şeklinde yazılabilir. Burada h_1 ve h_2 sırasıyla parçacık 1 ve 2'nin Hamiltoniyenleridir ve aşağıdaki şekilde verilir:

$$h_i = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla_i^2 + W_i(p_i). \quad (2.20)$$

Burada W_i , p_i momentumlu i parçacığının tek-parçacık potansiyeli W dir, $\varepsilon_{\alpha\beta}$ enerji özdeğeri ve $\Xi_{\alpha\beta}^F$ ise fermi dağılımı dışında kalan bütün reddedilen Fourier bileşenlerinin izdüşüm operatörüdür. Böyle bir operatör, $\Phi(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$ \vec{r}_1 ve \vec{r}_2 nin keyfi bir fonksiyonu olmak üzere

$$\Xi_{\alpha\beta}^F \Phi = \sum_{k_{\gamma, \delta} \in k_F} \phi_{\gamma_1}(\vec{r}_1) \phi_{\delta_2}(\vec{r}_2) (\gamma\delta|\Phi) + \nabla \phi_{\alpha_1}(\vec{r}_1) \phi_{\beta_2}(\vec{r}_2) (\alpha\beta|\Phi) \quad (2.21)$$

şeklinde verilir. Burada,

$$(\gamma\delta|\Phi) = \int \phi_{\gamma_1}^*(\vec{r}_1) \phi_{\delta_2}(\vec{r}_2) \Phi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) d\vec{r}_1 d\vec{r}_2. \quad (2.22)$$

$\phi_{\alpha_1}(\vec{r})$ 'ler (2.3) denkleminle tanımlanan, Ω hacmindeki normalize olmuş düzlem dalga fonksiyonlarıdır. (2.21) ifadesindeki toplama işlemi, $|k_{\gamma, \delta}\rangle \langle k_F$ şartı gözönünde bulundurularak Ω hacminin bütün öz durumları üzerinden yapılır. α ve β seviyeleri farklı parçacıklara aitse $\nabla = 1$ dir. Daha önce tanımladığımız W potansiyeli sebebiyle (2.19) denklemindeki v_{12} etkileşmesinin (2.1) denklemindeki orijinal $v(1,2)$ etkileşmesinden farklı olduğunu belirtmek

gerekir. Eğer (2.19) dalga denkleminde $W(p)$ potansiyelini ihmal ederseke Bethe-Goldstone denklemini elde ederiz. Bu durumda v_{12} $v(1,2)$ ile özdeş olur. (2.19) denklemi artık

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} (\nabla_1^2 + \nabla_2^2) + 2W_0 - \varepsilon_{\alpha\beta} \right] \Psi_{\alpha\beta} = -\Xi_{\alpha\beta}^F v_{12} \Psi_{\alpha\beta} \quad (2.23)$$

şeklinde yazılır. Bu ifade Bethe-Goldstone denkleminde sadece etkin kütle m^* açısından farklıdır. Burada $2W_0$ sabittir ve enerji özdeğeri $\varepsilon_{\alpha\beta}$

$$\varepsilon_{\alpha\beta} = \left\langle \Psi_{\alpha\beta} \left| -\frac{\hbar^2}{2m^*} (\nabla_1^2 + \nabla_2^2) + 2W_0 + v_{12} \right| \Psi_{\alpha\beta} \right\rangle \quad (2.24)$$

olarak verilir. Etkileşmenin sebep olduğu enerji düzeltmesi $U_{\alpha\beta}$, $\varepsilon_{\alpha\beta}$ ve $v_{12} = 0$ için $\varepsilon_{\alpha\beta}$ değerleri arasındaki farktır:

$$\begin{aligned} U_{\alpha\beta} &= \varepsilon_{\alpha\beta} - \frac{\hbar^2}{2m} (k_\alpha^2 + k_\beta^2) - W_1(p_\alpha) - W_1(p_\beta) \\ &= \left\langle \Psi_{\alpha\beta} \left| -\frac{\hbar^2}{2m^*} (\nabla_1^2 + \nabla_2^2 + k_\alpha^2 + k_\beta^2) + v_{12} \right| \Psi_{\alpha\beta} \right\rangle. \end{aligned} \quad (2.25)$$

Etkileşen parçacık çiftinin aralarındaki uzaklığın $\bar{r}_{12} = |\bar{r}_1 - \bar{r}_2|$ olduğu dikkate alınarak $\Psi_{\alpha\beta}(\bar{r}_1, \bar{r}_2)$ dalga fonksiyonu

$$\Psi_{\alpha\beta} = \begin{cases} \phi_\alpha(\bar{r}_1)\phi_\beta(\bar{r}_2), & \alpha \neq \beta \\ \frac{1}{\sqrt{2}} [\phi_\alpha(\bar{r}_1)\phi_\beta(\bar{r}_2) - \phi_\alpha(\bar{r}_2)\phi_\beta(\bar{r}_1)], & \alpha \equiv \beta \end{cases} \quad (2.26)$$

olarak yazılabilir. Küçük \vec{r}_{12} için $\Psi_{\alpha\beta}$ (2.48) denkleminde farklıdır ve fermi dağılımın üzerinde yüksek Fourier bileşenlerine sahiptir. (2.26) denklemindeki $\phi_{\alpha}(\vec{r}_1)$ tek parçacık denkleminin özfonksiyonudur:

$$h_1\phi_{\alpha} = \left[-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla_1^2 + W(p_{\alpha}) \right] \phi_{\alpha} = \varepsilon_{\alpha}\phi_{\alpha}. \quad (2.27)$$

Burada ε_{α} , $W(p_{\alpha})$ potansiyelindeki p_{α} momentumlu bir parçacığın enerjisidir. Eğer burada W potansiyeli ihmal edilirse ϕ_{α} 'lar yeniden (2.3) ile verilen normalize olmuş düzlem dalga fonksiyonlarıyla ifade edilebilir. Ancak genelde ϕ_{α} 'ların düzlem dalga fonksiyonlarıyla özdeş olması gerekli değildir.

2.3. Simetrik Nükleer Madde

Nükleer madde teorisi, nükleonlar arasında etkileşme potansiyelinin tanımlandığı mezon teorisinden yola çıkar. Nükleonlar arasındaki bu potansiyel nükleer madde için doğru bağlanma enerjisini ve yoğunluğu vermelidir. Nükleer madde teorisinin hedefi; bağlanma enerjisi, denge yoğunluğu, sıkıştırılmazlık gibi deneysel olarak bilinen özelliklerin iki-cisim etkileşmelerinden hareketle elde edilmesidir. Bir farklı yaklaşımda nükleer maddenin özelliklerini olaycıl (phenomenological) bir potansiyelden hesaplamaktır. Böyle bir potansiyelin parametreleri faz kayması verilerine, döteronun özelliklerine ve nükleer maddenin bağlanma enerjisine uygun hale getirilebilir. Yada sadece nükleer maddenin bağlanma enerjisi, denge yoğunluğu ve yüzey enerjisi gibi özelliklerini doğru olarak verecek hale getirilebilir.

Fermi gaz modeli, nükleon-nükleon etkileşmeleriyle oluşturulan korelasyonların etkilerinin de içine alacak şekilde genişletildiğinde, geliştirilmiş nükleer madde teorisine ulaşılır. Böyle bir sistemin basit geometrisi sebebiyle nükleer madde teorisi ile ilgili çalışmalar iki-cisim kuvvetleri ve nükleer özellikler arasındaki ilişki bakımından önemli bir temel teşkil etmektedir. Nükleer madde ile ilgili ilk çalışmaları yapan Euler, çalışmalarında tekil olmayan etkileşmeleri (nonsingular interactions) kullanmıştır. İki-nükleon etkileşmesi hakkındaki bilginin artması kadar, çekirdekdeki bağımsız parçacık hareketini destekleyen çalışmalarında artması nükleer

madde teorisinin yeniden açıklanması çalışmalarına hız kazandırmıştır. Başlangıçta Brueckner, Levinson ve Mahmoud [13] tarafından oluşturulan bir metod, Bethe [14] ve Goldstone [15] tarafından ele alınarak geliştirilmiştir. Alternatif olarak da Jastrow [16] nükleer çok-cisim problemini varyasyonel yaklaşımla ele almıştır. 1970'li yıllarda Miller ve Green [17] nükleer madde çalışmalarında relativistik bir yaklaşım getirmişler, çekirdeğin taban durumu için yaptıkları çalışmalarında Dirac-Hartree modelini kullanmışlardır. Daha sonra bu model Brockmann [18,19], Horowitz ve Serot [20] ve Serot ve Walecka [21] tarafından yeniden ele alınarak geliştirilmiştir.

Nükleer madde en genel anlamıyla nötron ve protonların oranı ile verilen ve Coulomb kuvvetlerinin ihmal edildiği sonsuz bir çekirdek olarak tanımlanır [22]. Simetrik nükleer maddede nötron ve protonların sayısı eşit olduğu gibi aynı zamanda kütleleri de eşit kabul edilir. Nükleer maddede Coulomb kuvvetleri ihmal edildiği için nötron ve proton, farklı izospin bileşeni olan tek bir parçacık gibi ele alınır ve nükleon tanımı kullanılır. Hipotetik bir nükleonlar sistemi olan nükleer maddede yarı deneysel kütle formülündeki nükleon sayısı $A \rightarrow \infty$ alındığında Coulomb etkileşimleri, yüzey gerilimi, simetri, teklik-çiftlik gibi etkiler sıfırlanır.

Diğer taraftan nükleer madde problemi kendi başına da çok önemli bir çok-cisim problemidir ve güçlüklerden biri, çok cisim probleminin çözümünün gerektirdiği matematiktir. Nükleon-nükleon etkileşmelerinde üç cisim kuvvetini ifade eden bazı parametreleri elde etmek için, üç cisim sisteminde ek saçılma deneyleri yapmak mümkündür. Ancak bu tür mikroskobik yaklaşımlar çekirdeğin temel fiziğini aydınlatmaktan çok anlaşılmaz hale getirir. Bu durum, bir gazın özelliklerinin mikroskobik bir ifadesini elde etmek için, önce onun atomları arasındaki etkileşimleri incelemeye, sonrada atomlar arası kuvvetleri ifade eden dinamik denklemleri çözmeye çalışmaya benzer. Ancak gazların özelliklerine ait fiziksel bilgilerin çoğu ayrıntılı bir mikroskobik bir teoriden değil, basınç ve sıcaklık gibi birkaç parametreden elde edilir. Bu nedenle çekirdekler için de mikroskobik yaklaşım yerine, nükleer fiziğin temel özelliklerini içeren bir nükleer model seçmek gereklidir. Nükleer madde teorisi böyle bir yaklaşımdır ve nükleon-nükleon etkileşmelerinin ayrıntılarını incelemek için ele alınabilir. Bununla birlikte sonsuz madde probleminin bir çözümü aynı zamanda sonlu çekirdekler için de iyi bir mikroskobik teori elde edilebilmesi için iyi bir başlangıç noktası olabilir.

2.4. Nükleer Maddenin Özellikleri

Nükleer maddenin özellikleri; basınç, yoğunluk ve sıcaklık arasında bir bağıntı veren dengedeki özellikleri (doyma noktası, durum denklemi), viskozluk ve ısı iletkenliği gibi transport katsayılarının yoğunluk ve sıcaklığa bağımlılığını gösteren dengede olmayan özellikleri olmak üzere sınıflandırılabilir. Nükleer madde gibi bir fermi sisteminin transport özelliklerini açıklamak için sistemin dengede olmayan sürecini tanımlayan bir transport denklemine ihtiyaç duyulur. Bu yüzden nükleer maddenin ve nötron maddesinin dengede ve dengede olmayan durumdaki özelliklerini çok iyi açıklamak için kinetik denklemler kullanılır. Böyle bir denklem ilk olarak Boltzmann tarafından ele alınmış ve daha sonra Uehling-Uhlenbeck tarafından Pauli engelleme terimide dahil edilerek yeniden oluşturulmuştur. Transport katsayılarının sıcaklık ve yoğunluğa bağımlılığı, sıvı gaz geçişleri, yoğunluk dalgalanmaları, kritik sıcaklık gibi özellikler bu yaklaşımla belirlenebilmektedir. Bu konu ile ilgili daha geniş bilgi [23], [24] ve [25] numaralı kaynaklardan temin edilebilir. Dengede olmayan bir sistemde dengeye doğru yaklaşma ve transport özellikleri ile ilgili çalışmalar için en uygun, en iyi bilinen mikroskobik teori Boltzmann denklemidir ve seyreltik gaz limitinde geçerlidir. Nükleer maddenin transport katsayılarını yüksek sıcaklık bölgesinde hesaplamak için sistem seyrek gaz gibi ele alınıp, ortalama alan etkileri ve Pauli engellemesi ihmal edilerek Boltzmann denklemi kullanılabilir. Nükleer maddenin transport katsayıları hakkında daha geniş bilgi için [26] numaralı kaynak incelenebilir.

Nükleer maddenin dengede olmayan ($\rho \neq \rho_0$ ve $T > 0$) özelliklerini belirlemek için laboratuvarlarda yapılan ağır iyon çarpışmaları bizim için tek deneysel kaynaktır. Parçacık başına düşen enerji 0-30 MeV arasında ise çarpışmalar, düşük enerjili ağır iyon çarpışmaları olarak adlandırılır. Bu bölgede nükleon-nükleon çarpışmaları, tüm enerji düzeyleri dolu olduğu için Pauli dışarlama ilkesi gereğince yasaklanmıştır. Ayrıca bu bölgede nükleonlar çok uzun ortalama serbest yola sahiptirler. 30-100 MeV bölgesindeki çarpışmalar, orta enerjili ağır iyon çarpışmaları olarak adlandırılır. Bu bölgede hem ortalama alan hemde iki-cisim çarpışmaları önemlidir [23]. Orta enerjili nükleer çarpışmalarda meydana gelen sıcak madde entropisi sıvı-gaz faz geçişi kritik noktasında teorik olarak beklenen değer üzerinde değerler alır. Bu durum sadece nükleer madde durum denkleminin dikkate değer özelliklerine bağlıdır [27]. 100-1000 MeV bölgesindeki çarpışmalar ise Relativistik ağır iyon çarpışmaları olarak adlandırılır. Bu bölgede nükleonların çok yüksek hızları olduğundan Pauli dışarlama ilkesi ve ortalama alan etkileri önemini kaybeder.

Simetrik nükleer maddenin temel karakteristik özellikleri bağlanma enerjisi ve denge yoğunluğudur. Bağlanma enerjisi çekirdeklerin yarı deneysel kütle formülü olarak bilinen

$$M(A,Z)=NM_n+ZM_H-\frac{1}{c^2}\left[\alpha A-\frac{\beta(N-Z)^2}{A}-\gamma A^{2/3}-\frac{3e^2Z^2}{5r_0A^{1/3}}\right] \quad (2.28)$$

+teklik-çiftlik terimi+kabuk düzeltmeleri + $-\Lambda$]

ifadesindeki hacim terimi α ile verilir. İlk yarı deneysel kütle formülü von Weizsacker ve Bethe ve Bacher tarafından elde edilmiştir. Bugün bu formülün simetri, yüzey ve Coulomb etkileri için daha yüksek mertebe düzeltmeleri içeren ve kabuk düzeltmelerinin hesaplanmasında farklı yöntemler kullanan bir çok farklı şekli mevcuttur. Hacim terimi α , simetri terimi β , yüzey terimi γ , ve

$$\frac{4}{3}\pi r_0^3 \rho = 1 \quad (2.29)$$

şeklinde tanımlanan birim yarıçap r_0 ve diğer parametreler deneysel olarak bilinen binden fazla nükleer kütle ve çok sayıda ağır çekirdeğin fisyon bariyerlerine uyum sağlatılarak elde edilir. Birçok farklı yazar tarafından elde edilen çağdaş kütle formüllerinin bir derlemesi *At.Data and Nucl. Data Tables* **17** 5-6 (1976) da bulunabilir. α için tipik değerler 15 ile 16 MeV arasındadır; r_0 ise 1.16 ile 1.22 arasında değişir ve 0.15 ile 0.13 nükleon/fm³ arasında yoğunluklara veya 1.31 ile 1.25 fm⁻¹ arasında fermi dalga sayılarına karşılık gelir. β ve γ değerleri sırasıyla 30-40 MeV ve 20-21 MeV civarındadır.

Nükleer maddenin karakteristik özelliklerinden biri olan ilgiye değer bir başka nicelik de

$$K = k_f^2 \frac{\partial^2 (E / A)}{\partial k_f^2} \quad (2.30)$$

şeklinde tanımlanan nükleer maddenin sıkıştırılmazlığı K dır. Burada k_f fermi dalga sayısı ve E/A nükleon başına düşen toplam enerjidir. Bu nicelik daha gelişmiş bazı kütle formüllerinde yer alır, ancak bu formüllerle çok iyi belirlenemez. Belirtilen değerler 240 ile 300 MeV arasındadır ve bu değerlerde ± 40 MeV'e varan hata payları bulunur.

İyi bir nükleer madde teorisi verilen herhangi bir potansiyel için yoğunluğa karşı enerji, $E(\rho)$, eğrisini hesaplayabilmelidir. Bu eğri üzerinde oluşan bir minimum hem denge yoğunluğu ρ_0 'ı hemde bağlanma enerjisi $E(\rho_0)$ 'ı verecektir. $E(\rho)$ nun ρ_0 'daki eğriliği ise bize K 'yı verir. Etkin kütle ve Landau parametreleri $E(\rho)$ nun fonksiyonel türevinin alınmasıyla elde edilebilecek ilgiye değer diğer nicelikler arasındadır.

2.5. Asimetrik Nükleer Madde

Nükleer madde en genel anlamıyla nötron ve protonların oranı ile verilen ve Coulomb kuvvetlerinin ihmal edildiği sonsuz bir çekirdek olarak tanımlanır [21]. Bir fermiyonlar sistemi olan nükleer madde de Coulomb kuvvetleri ihmal edildiği için nötron ve proton, farklı izospin bileşeni olan tek bir parçacık gibi ele alınır ve nükleon tanımı kullanılır. Simetrik nükleer maddede nötron ve protonların sayısı eşit olduğu gibi aynı zamanda kütleleri de eşit kabul edilir. Nötron ve proton sayıları farklı olduğu durumlarda asimetrik nükleer madde söz konusudur. Asimetrik nükleer maddenin doyma özelliği temel bir nükleer özelliktir ve astrofizik şartları altında kararsız çekirdeğin özelliklerinde önemli rol oynar. Ancak, simetrik nükleer maddenin doyma yoğunluğu ve enerjisi kararlı çekirdeğin yarıçap ve kütesinden deneysel olarak elde edilebilirken asimetrik nükleer maddenin bu fiziksel özelliklerinde hala bir belirsizlik vardır. Laboratuarlarda kararsız bir çekirdek kullanarak asimetrik nükleer maddenin deneysel doyma şartının elde edilebilmesi için çalışmalar vardır [28,29]. Biz bu çalışmada asimetrik nükleer maddeyi,

$$YP = \frac{n_p}{n_p + n_n} \quad (2.31)$$

şeklinde tanımladığımız proton kesriyle, proton ve nötron sayıları farklı, nükleonlardan oluşmuş bir fermiyon sistemi olarak tanımlıyoruz. Burada YP sistemdeki proton fazlalığını, n_p ve n_n ise sırasıyla proton ve nötron enerji kabuklarının sayısını ifade etmektedir. Asimetrik nükleer madde için yoğunluğu $\rho = 0.02 fm^{-3}$ değerinden $\rho = 0.20 fm^{-3}$ değerine kadar $0.02 fm^{-3}$ aralıklarla artırarak Varyasyonel Monte Carlo hesaplamaları yaptık. Bu yoğunluklar ve farklı YP değerleri için elde edilen radyal dağılım fonksiyonu grafikleri Şekil 1 de verilmiştir. Kullandığımız Varyasyonel Monte Carlo yöntemi hakkında daha detaylı [30] numaralı kaynakta bulunabilir.

3. DAĞILIM FONKSİYONLARI

3.1.N Parçacıktan Oluşmuş Bir Sistemin Radyal Dağılım Fonksiyonu

V hacminde ve bir T sıcaklığında bulunan N parçacıktan oluşmuş bir sistemi dikkate alalım. Parçacıkları sayılarla ifade ettiğimizi düşünürsek; parçacık 1'in \mathbf{r}_1 de $d\mathbf{r}_1$ aralığında bulunma olasılığı, parçacık 2'nin \mathbf{r}_2 de $d\mathbf{r}_2$ aralığında bulunma olasılığı ve diğer parçacıkların olasılıkları aşağıdaki şekilde verilir :

$$P^{(N)}(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_N) d\mathbf{r}_1 \dots d\mathbf{r}_N = \frac{e^{-\beta U_N} d\mathbf{r}_1 \dots d\mathbf{r}_N}{Z_N} \quad (3.1)$$

Burada Z_N konfigürasyon integralidir. Parçacık 1'in \mathbf{r}_1 de $d\mathbf{r}_1$ aralığında, ..., parçacık n'nin \mathbf{r}_n de $d\mathbf{r}_n$ aralığında bulunma olasılığı; diğer kalan N-n tane parçacığın konfigürasyonu hesaba katılmadan, (3.1) eşitliğinin N boyunca n+1 tane parçacığın koordinatları üzerinden integralinin alınmasıyla elde edilir :

$$P^{(n)}(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_n) = \frac{\int \dots \int e^{-\beta U_N} d\mathbf{r}_{n+1} \dots d\mathbf{r}_N}{Z_N} \quad (3.2)$$

Herhangi bir parçacığın \mathbf{r}_1 de $d\mathbf{r}_1$ aralığında, ..., ve herhangi bir parçacığın \mathbf{r}_n de $d\mathbf{r}_n$ aralığında bulunma olasılığı ise, diğer kalan parçacıkların konfigürasyonu hesaba katılmadan aşağıdaki şekilde verilir:

$$\rho^{(n)}(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_n) = \frac{N!}{(N-n)!} P^{(n)}(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_n) \quad (3.3)$$

(3.3) denklemini bu şekilde yazmamızın sebebi; 1 parçacık için N tane, 2 parçacık için N-1 tane seçme hakkımızın, ... olmasından dolayıdır.

En basit dağılım fonksiyonu $\rho^{(1)}(\bar{r}_1)$ dir. $\rho^{(1)}(\bar{r}_1) d\bar{r}_1$ ifadesi herhangi bir parçacığın $d\mathbf{r}_1$ de bulunabilme olasılığını verir. Bir kristal için bu, örgü konumlarındaki keskin maksimumlarla birlikte \mathbf{r}_1 'in periyodik bir fonksiyonudur. Ancak bir sıvıda V deki bütün noktalar $\rho^{(1)}(\bar{r}_1)$ 'e eşittir ve \mathbf{r}_1 den bağımsızdır. Bu sebeple bir sıvı için;

$$\frac{1}{V} \int \rho^{(1)}(\vec{r}_1) d\vec{r}_1 = \rho^{(1)} = \frac{N}{V} = \rho \quad (3.4)$$

yazabiliriz. Korelasyon fonksiyonu $g^{(n)}(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_n)$ aşağıdaki şekilde tanımlanır:

$$\rho^{(n)}(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_n) = \rho^n g^{(n)}(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_n). \quad (3.5)$$

Ancak moleküller birbirinden bağımsız ise o zaman $g^{(n)}$ bir korelasyon fonksiyonu diye adlandırılır. (3.3) denklemini kullanarak,

$$\begin{aligned} g^{(n)}(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_n) &= \frac{V^n N!}{N^n (N-n)!} \frac{\int \dots \int e^{-\beta U_N} d\mathbf{r}_{n+1} \dots d\mathbf{r}_N}{Z_N} \\ &= V^n (1 + O(N^{-1})) \frac{\int \dots \int e^{-\beta U_N} d\mathbf{r}_{n+1} \dots d\mathbf{r}_N}{Z_N} \end{aligned} \quad (3.6)$$

yazabiliriz. Bir sıvıdaki küresel simetrik molekülleri ele aldığımızda; $g^{(2)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$ sadece molekül 1 ve 2 arasındaki bağıl mesafeye (uzaklığa) bağlıdır (r_{12} gibi). r_{12} genellikle daha basit olsun diye r ile gösterilir. $g^{(2)}(r_{12}) = g^2(r)$ olur. Üst indiside kaldırdığımızda $g^{(2)}(r_{12}) = g(r)$ olur. Bu kullanılan standart notasyondur.

İkinci bir molekülün gözlenebilme olasılığı olan $\rho g(r) d\mathbf{r}$, \mathbf{r} 'nin merkezinde olan bir molekülle verilir. Bu olasılık normalize edilmemiştir ancak

$$\int_0^{\infty} \rho g(r) 4\pi r^2 dr = N - 1 \approx N. \quad (3.7)$$

yazabiliriz.

3.2. Termodinamik Fonksiyonların Radyal Dağılım Fonksiyonu İle İlişkisi

3.2.1. Enerji denklemi

N parçacıktan oluşmuş bir sistemin toplam enerjisini $g(r)$ cinsinden yazmaya çalışalım. Bir sistemin toplam enerjisi,

$$E = \frac{3}{2} NkT + \bar{U} \quad (3.8)$$

şeklinde verilir. (3.8) ifadesindeki birinci terim ortalama kinetik enerji, ikinci terim ise ortalama potansiyel enerjisi ifade etmektedir. Ortalama potansiyel enerji,

$$\bar{U} = \frac{\int \dots \int U e^{-\beta U} d\vec{r}_1 \dots d\vec{r}_N}{Z_N} \quad (3.9)$$

şeklinde verilir [1]. Bu enerjisi N parçacıktan oluşmuş sistem için parçacıkların enerjilerini ikişerli toplayarak yazarsak; toplam potansiyel enerji;

$$U_N(\vec{r}_1 \dots \vec{r}_N) = \sum_{i < j} U(r_{ij}) \quad (3.10)$$

olur. Bu durumda U, $N(N-1)/2$ tane terimin toplamı olacaktır. (3.10) denklemini (3.9) denkleminde yerine yazdığımızda,

$$\begin{aligned}
\bar{U} &= \frac{N(N-1)}{2} \frac{\int \dots \int e^{-\beta U} U(r_{12}) d\bar{r}_1 \dots d\bar{r}_N}{Z_N} \\
&= \frac{N(N-1)}{2} \iint U(r_{12}) \left\{ \frac{\int \dots \int e^{-\beta U} U(r_{12}) d\bar{r}_3 \dots d\bar{r}_N}{Z_N} \right\} d\bar{r}_1 d\bar{r}_2 \\
&= \frac{1}{2} \iint U(r_{12}) \rho^{(2)}(\bar{r}_1, \bar{r}_2) d\bar{r}_1 d\bar{r}_2 \\
&= \frac{N^2}{2V} \int_0^\infty U(r) g(r) 4\pi r^2 dr
\end{aligned} \tag{3.11}$$

olur. Bu durumda toplam enerji denklemini,

$$\frac{E}{NkT} = \frac{3}{2} + \frac{\rho}{2kT} \int_0^\infty U(r) g(r) dr \tag{3.12}$$

şeklinde yazabiliriz [1].

3.2.2. Basınç denklemi

Basınç ifadesi,

$$p = kT \left(\frac{\partial \ln Z_N}{\partial V} \right)_{N,T} \tag{3.13}$$

şeklinde verilir. Burada konfigürasyon integrali,

$$Z_N = \int_0^{V^{1/3}} \dots \int e^{-\beta U} dz_1 dy_1 dz_1 \dots dx_N dy_N dz_N \tag{3.14}$$

şeklinde verilir. Şimdi basınç denklemini Radyal dağılım fonksiyonu cinsinden yazmaya çalışalım. Bu durumda yeni değişkenlerimiz x'_i, y'_i, z'_i olsun

$$x_i = V^{1/3} x'_i, \quad y_i = V^{1/3} y'_i, \quad z_i = V^{1/3} z'_i.$$

O zaman;

$$Z_N = V^N \int_0^1 \dots \int_0^1 e^{-\beta U} dx'_1 \dots dz'_N, \quad (3.15)$$

$$U = \sum_{1 \leq i < j \leq N} u(r_{ij}), \quad (3.16)$$

$$\begin{aligned} r_{ij} &= \left[(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 + (z_i - z_j)^2 \right]^{1/2} \\ &= V^{1/3} \left[(x'_i - x'_j)^2 + (y'_i - y'_j)^2 + (z'_i - z'_j)^2 \right]^{1/2} \end{aligned} \quad (3.17)$$

olur. Böylece,

$$\left(\frac{\partial Z_N}{\partial V} \right)_{N,T} = NV^{N-1} \int_0^1 \dots \int_0^1 e^{-\beta U} dx'_1 \dots dz'_N - \frac{V^N}{kT} \int_0^1 \dots \int_0^1 e^{-\beta U} \left(\frac{\partial u}{\partial V} \right) dx'_1 \dots dz'_N \quad (3.18)$$

burada,

$$\left(\frac{\partial u}{\partial V} \right) = \sum_{1 \leq i < j \leq N} \frac{du(r_{ij})}{dr_{ij}} \frac{dr_{ij}}{dV} = \sum_{1 \leq i < j \leq N} \frac{r_{ij}}{3V} \frac{du(r_{ij})}{dr_{ij}} \quad (3.19)$$

dir. Şimdi ilk baştaki orijinal değişkenlere; $x_1 \dots z_N$ dönersek ve $N(N-1)/2$ tane özdeş terimin olacağına dikkate alarak ;

$$\left(\frac{\partial \ln Z_N}{\partial V} \right)_{N,T} = \frac{N}{V} - \frac{1}{6VkT} \int_V \int_V r_{12} \frac{du(r_{12})}{dr_{12}} \rho^{(2)}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) d\vec{r}_1 d\vec{r}_2 \quad (3.20)$$

Yazabiliriz [1]. Bu ifadeyi (3.13) denkleminde yerine yazarsak,

$$\frac{p}{kT} = \rho - \frac{\rho^2}{6kT} \int_0^\infty ru'(r)g(r)4\pi r^2 dr \quad (3.21)$$

basınç denklemini radyal dağılım fonksiyonu cinsinden yazmış oluruz.

3.3.Önemli Radyal Dağılım Fonksiyonu Denklemleri

Radyal dağılım fonksiyonu $g(r)$ 'yi içeren önemli integral denklemlerinden birisi Kirkwood tarafından 1930'lu yıllarda tanımlanmıştır:

$$-kT \ln g(r_{12}, \xi) = \xi u(r_{12}) + \rho \int_0^\xi \int_V u(r_{13})g(r_{13}; \xi') [g(r_{23}) - 1] d\vec{r}_3 d\xi' \quad (3.22)$$

Bu denklem Kirkwood denklemi olarak adlandırılır. Kirkwood denklemi lineer olmayan bir integral denklemdir. Bu denklemin nümerik çözümünü elde etmek oldukça zordur. Ancak iyi bir bilgisayarla elde etmek mümkündür. Radyal dağılım fonksiyonu $g(r)$, $\rho \rightarrow 0$ için Kirkwood denkleminde,

$$g(r) = \exp[-\xi u(\vec{r}_{12})/kT] \quad (3.23)$$

olarak elde edilmiştir. Kirkwood denkleminde benzer bir integral denklemi de Born-Green-Yvon denklemdir:

$$-\frac{\partial}{\partial r} [kT \ln g(r, \xi) + \xi u(r)] = \pi \xi \rho \int_0^{\infty} u'(s) g(s, \xi) ds \int_{|r-s|}^{r+s} \frac{(s^2 + r^2 - R^2)}{r^2} R g(R) dR. \quad (3.24)$$

Radyal dağılım fonksiyonuna bağlı, $h(r)=g(r)-1$ şeklinde yeni bir fonksiyonun tanımlanmasıyla oluşturulan integral denklemi de Ornstein-Zernike denklemdir:

$$h(r_{12}) = c(r_{12}) + \rho \int c(r_{13}) h(r_{23}) d\vec{r}_3. \quad (3.25)$$

Ornstein ve Zernike (1914) $h(r)$ fonksiyonunu; direk korelasyon fonksiyonu $c(r_{12})$ ve indirek korelasyon fonksiyonu $c(r_{13})$ olmak üzere iki kısma ayırmışlardır. Ornstein-Zernike denkleminde korelasyon fonksiyonunun

$$\begin{aligned} c(r) &= g_{toplam}(r) - g_{indirek}(r) \\ c(r) &= e^{-\beta v(r)} - e^{-\beta[w(r)-u(r)]} \end{aligned} \quad (3.26)$$

şeklinde yeniden tanımlanması ve

$$\begin{aligned} y(r) &= e^{\beta u(r)} g(r) \\ f(r) &= e^{-\beta u(r)} - 1 \end{aligned} \quad (3.27)$$

tanımlarının yapılmasıyla iki önemli integral denklemi elde edilir ki; bunlar sırasıyla Percus-Yevick (PY) denkleminin ve hypernetted-chain (HNC) denklemdir:

$$y(r_{12}) = 1 + \rho \int f(r_{13}) y(r_{13}) h(r_{23}) d\vec{r}_3 \quad (3.28)$$

$$\ln y(r_{12}) = \rho \int \left[h(r_{13}) - \ln g(r_{13}) - \frac{u(r_{13})}{kT} \right] [g(r_{23}) - 1] d\vec{r}_3 \quad (3.29)$$

Yukarıda tanımladığımız önemli integral denklemlerinden Kirkwood denklemi ve Born-Green-Yvon denklemleri süperpozisyon yaklaşımı kullanılarak, HNC ve PY denklemleri ise Ornstein-Zernike denklemi ve direk korelasyon fonksiyonunu kapsayan çeşitli metodlarla elde edilir [1].

4. ARAŞTIRMA SONUÇLARI VE TARTIŞMA

4.1. Monte Carlo yöntemi ve Nükleer Maddeye Uygulanması

Hafif çekirdeğin yapısı ve spektrumu, elektron saçılması, nükleer kabuktaki zayıf etkileşmeler, ve güneşdeki nötrinoların zayıf yakalama reaksiyonları gibi merak uyandıran pek çok nükleer araştırma konusu, ya nükleer etkileşmeleri konu eden gerçekçi modellerle yada Kuantum Monte Carlo Metodu (QMC) kullanılarak araştırılabilir. Monte Carlo Yöntemi, Rastgele sayılar (random numbers) üzerine kurulmuş, yapay bir dinamik (artificial dynamics) kullanarak çok cisim sistemlerini simüle etmek için kullanılan metotlardan birisidir. Monte Carlo yönteminde kullanılan yapay dinamik bize bir çok durumda dinamik fiziksel özellikler hakkında bilgi sağlar. Monte Carlo yöntemini tam, kısa ve öz olarak belirleyen bir tanım yapmak mümkün değildir. Monte Carlo uygulamalarının en önemli ve belirgin özelliği, gelişigüzel örnekleme yöntemlerinin hesaplardaki temel rolüdür. Bütün Monte Carlo uygulamalarında belirli olasılık dağılımlarından örnekler seçmek gerekir. İstatistiksel veriler bu örneklerden toplanır ve bunların analizi ile ele alınan fiziksel problem hakkında bilgiler elde edilir. İncelenen fiziksel problem analitik bir çözümün bulunamayacağı kadar karmaşık ve gelişigüzel bir işleyişe sahipse probleme teorik yaklaşım Monte Carlo yöntemi ile mümkündür.

Varyasyonel Monte Carlo yöntemi ve Green fonksiyonu Monte Carlo yöntemi ilk olarak McMillan [31] ve Kalos ve ark. [32] tarafından kullanılarak basit bozon sistemlerine uygulanmıştır. Buradaki basit sistem tanımı, sistemin etkileşim potansiyelinin sadece parçacıklar arasındaki mesafeye bağlı olduğunu ifade eder. Coulomb sistemleri ve atomik helyum sıvısı gibi sistemler basit sistemlere örnek olarak gösterilebilir. Ancak etkileşen nükleonların spin-izospin durumları nükleer kuvvetleri kuvvetli bir şekilde etkilemesi sebebiyle çekirdekler basit bir sistem değildir. Basit fermi sistemleri [33,34] ve sonlu çekirdekler için Monte Carlo yöntemleri geliştirilmiştir [35,36].

Daha büyük sistemler için, çoğunlukla çekirdeğin kabuk modelleri kullanılır. Çekirdeğin kabuk modeli, etkin düşük enerji etkileşmelerini, çekirdekteki çiftlenimleri içeren nükleer özelliklerden bir çoğunu ve nötron zengini çekirdek sistemindeki kararlılık sınırlarını incelemek için kullanılır. Bu etkin düşük enerji etkileşmeleri, Yardımcı-Alan Kuantum Monte Carlo teknikleri (Auxiliary-Field Quantum Monte Carlo techniques) ile incelenebilir. Kabuk Modeli Monte Carlo metotları, yoğun madde fiziğindeki örgü modeli çalışmalarına benzerdir. Ancak, nükleon etkileşmeleri ve etkileşmelerdeki nükleon sayısı önemli bir fark oluşturur.

Çekirdeğin mümkün olan en basit tanımı, iki (üç ya da daha fazla) cisim etkileşmesi yapan nükleonlardan oluşmuş bir sistemdir. Yüksek enerjilerde ve momentumda böyle bir tanım, nükleonların içyapısı nedeniyle başarısız olacaktır. Buna rağmen momentum ve enerjinin düşük ve orta değerlerinde bu tanım, çekirdek ve çekirdek reaksiyonlarının kapsamlı ve detaylı olarak anlaşılmasında oldukça faydalıdır.

Nükleer madde nükleonlardan oluşmuş bir çok parçacık fermiyon sistemidir. Bu bakımdan bu bölümde fermiyonlardan oluşmuş bir sistem için Varyasyonel Monte Carlo hesaplamalarından bahsedeceğiz. Literatüre baktığımızda fermiyonlar için yapılan ilk çalışmalarda etkileşim potansiyeli olarak, sadece etkileşen fermiyonlar arasındaki mesafeye bağlı olan merkezci potansiyeller (central potentials) kullanılmıştır. Merkezi potansiyellerle yapılan çalışmalar, kabul edilebilir çok küçük hatalar altında Monte Carlo yönteminin başarısını ortaya koymuştur. Bu sebeple Monte Carlo hesaplamaları diğer bir çok metotlarla yapılan araştırma sonuçlarının kontrolünü sağlamıştır. Daha sonraki varyasyonel hesaplamalarda etkileşim potansiyeline spin, izospin ve tensör operatörü gibi bir çok terim dahil edilmiştir. Bununla ilgili çalışmalara baktığımızda genel olarak araştırmalar iki yaklaşım altında toplanmıştır. Birisi; Van Kampen cluster yaklaşımındaki [37-39] iki ve üç-cisim terimlerini elde etmek için Clark-Risting grubu [40,41] tarafından kullanılan cluster yaklaşımı, diğeri ise Pandharipande ve Wiringa [42] tarafından başlatılan ve sonradan birkaç diğeri grup [43-45] tarafından da kabul edilen iki-cisim etkileşim potansiyeli yaklaşımıdır. Son zamanlardaki çalışmalarda Lagaris ve Pandharipande [46] deneysel verilere en iyi şekilde uyum sağlamak için etkileşim potansiyeline 14 operatör bileşen dahil etmişlerdir.

Şimdi birbiri ile etkileşen fermiyonlardan (spin $\frac{1}{2}$) oluşmuş bir N sistemini dikkate alalım. Sistemin etkileşim potansiyeli spinden bağımsız $v_{ij} = v(r_{ij})$ olsun. N sistemindeki spin-yukarı parçacıkların sayısını N_u , spin-aşağı parçacıkların sayısını da $N_d=N-N_u$ olarak ifade edelim. Basit etkileşmeler spinlerin yönlerini ters çevirmeyeceğinden dolayı N_u ve N_d sistemin kuantum sayılarıdır. 1 ile N_u arasındaki parçacıkların spin yukarı, N_u+1 ile N arasındaki parçacıkların da spin-aşağı parçacıklar olmak üzere N sistemindeki parçacıkları ikiye ayırırsak, etkileşmeler bu iki grubu etkilemez. Bu durumda sistemin dalga fonksiyonu $\Psi(\vec{R})$ kompleks bir fonksiyondur. $\Psi^*(\vec{R})\Psi(\vec{R})$, spin-yukarı parçacıkların $\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_{N_u}$ da ve spin-aşağı parçacıkların da $\vec{r}_{N_u+1}, \dots, \vec{r}_N$ da bulunma olasılığını ifade eder. Enerjinin beklenen değeri $\Psi^*(\vec{R})\Psi(\vec{R})$ kullanılarak Monte Carlo yöntemiyle seçilen herhangi bir $\Psi(\vec{R})$ için kolayca hesaplanabilir:

$$\langle H \rangle = \frac{\int \Psi^*(\bar{R}) H \Psi(\bar{R}) d\bar{R}}{\int \Psi^*(\bar{R}) \Psi(\bar{R}) d\bar{R}}. \quad (4.1)$$

Varyasyonel Monte Carlo yönteminde taban durumu dalga fonksiyonu, varyasyonel bir dalga fonksiyonu $\bar{\Psi}_V(\bar{R})$ 'yi $\bar{\Psi}_0(\bar{R})$ 'ye yaklaştırır. Bunu yaparken $\langle H \rangle$ enerjisini minimize etmek gerekir. Enerjinin minimize edilmesi esnasında birçok parametreden faydalanılır. Buradaki esas amaç varyansı mümkün olduğunca sifira yaklaştırmaktır.

4.2. Hesaplamalarda Kullanılan Etkileşim Potansiyeli

Nükleon-nükleon (NN) etkileşmeleri üzerine yapılan çok sayıda deneyler ve gözlemler göz önüne alınarak, NN saçılmasının faz kayması analizlerini doğru yapmak mümkündür. Bu analiz çalışmaları birkaç grup tarafından yapılmıştır. Hatta, etkileşim modellerinin bir çeşidi faz kaymasına uygun hale getirilmiştir. Uzun mesafelerde nükleon-nükleon etkileşmelerinin en önemli özelliği çeşitli pilyonların değiş-tokuşudur. Pilyonlar yüklüdür ve nükleonların spinleriyle bir çift oluştururlar. Nükleon-nükleon etkileşmesine katkıları aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$V^\pi(r_{ij}) = Y_\pi(r_{ij}) \sigma_i \sigma_j + T_\pi(r_{ij}) [3 \sigma_i r_{ij} \cdot \sigma_j r_{ij} - \sigma_i \cdot \sigma_j]. \quad (4.2)$$

Burada σ_i ve τ_i i nükleonunun spin ve izospinleridir. Y_π ve T_π , i ve j nükleonları arasındaki ayrılmalarda radyal dağılım fonksiyonlarıdır:

$$Y_\pi(r) = \exp(-\mu/r) / (\mu r) \quad (4.3)$$

$$T_\pi(r) = [1 + 3/(\mu r) + 3/(\mu r)^2] \exp(-\mu r) / (\mu r). \quad (4.4)$$

Orta mesafelerde nükleon-nükleon etkileşmesi çekici olmasına rağmen kısa mesafelerde çok itici özellik gösterir. Bu durum nükleonları çekirdeğe bağlayan tek piyon değiş-tokuşuyla meydana gelen orta mesafedeki etkileşme ve korelasyonların bir kombinasyonudur. Nükleon-nükleon etkileşmesinin en önemli kısmı, radyal fonksiyonlarında içine alacak şekilde spin-izospin operatörlerinin bir toplamı olarak aşağıdaki şekilde yazılabilir :

$$V_{ij} = \sum_k V_k(r_{ij}) O^k(r_{ij}). \quad (4.5)$$

Burada operatörler spin ve izospin bağımlı operatörlerin bir çarpımı olarak seçilir:

$$O^k = [1, \sigma_i \cdot \sigma_j, S_{ij}, L \cdot S_{ij}, L^2, L^2 \sigma_i \cdot \sigma_j, L \cdot S_{ij}^2, L \cdot S_{ij}^2 \sigma_i \cdot \sigma_j] \times [1, \tau_i \cdot \tau_j]. \quad (4.6)$$

Burada L , i ve j nükleon çiftinin yörünge açısal momentumu ($L = (r_i - r_j) \times (p_i - p_j) / 2$), $L \cdot S$, yörünge açısal momentumu ve nükleon çifti spininin ($S = (\sigma_i + \sigma_j) / 2$) skaler çarpımıdır, ve bilinen tensör operatörü,

$$S_{ij} = 3\sigma_i \cdot \hat{r}_{ij} \sigma_j \cdot \hat{r}_{ij} - \sigma_i \cdot \sigma_j. \quad (4.7)$$

Nükleonun açısal momentuma bağlı olan operatörlerin tam seçimi etkileşme modeline bağlıdır. Etkileşme Hamiltoniyeni iki nükleon etkileşmesinin yanında çoğunlukla başka ilave terimleri de kapsar. Bu terimler, genellikle relativistik düzeltmeleri ve QMC metotlarıyla incelemeye uygun nükleon etkileşimlerini içerir.

14 operatör bileşen içeren Urbana potansiyelini Lagaris ve Pandharipande [46] aşağıdaki şekilde ifade etmişlerdir:

$$\begin{aligned}
V_{ij} = & v^c + v^\sigma (\boldsymbol{\sigma}_i \cdot \boldsymbol{\sigma}_j) + v^\tau (\boldsymbol{\tau}_i \cdot \boldsymbol{\tau}_j) + v^{\sigma\tau} (\boldsymbol{\sigma}_i \cdot \boldsymbol{\sigma}_j)(\boldsymbol{\tau}_i \cdot \boldsymbol{\tau}_j) \\
& + v^l S_{ij} + v^{l\tau} S_{ij} (\boldsymbol{\tau}_i \cdot \boldsymbol{\tau}_j) + v^b (\mathbf{L} \cdot \mathbf{S})_{ij} + v^{b\tau} (\mathbf{L} \cdot \mathbf{S})_{ij} (\boldsymbol{\tau}_i \cdot \boldsymbol{\tau}_j) \\
& + v^q L^2 + v^{q\sigma} L^2 (\boldsymbol{\sigma}_i \cdot \boldsymbol{\sigma}_j) + v^{q\tau} L^2 (\boldsymbol{\tau}_i \cdot \boldsymbol{\tau}_j) + v^{q\sigma\tau} L^2 (\boldsymbol{\sigma}_i \cdot \boldsymbol{\sigma}_j)(\boldsymbol{\tau}_i \cdot \boldsymbol{\tau}_j) \\
& + v^{bb} (\mathbf{L} \cdot \mathbf{S})^2 + v^{bb\tau} (\mathbf{L} \cdot \mathbf{S})^2 (\boldsymbol{\tau}_i \cdot \boldsymbol{\tau}_j).
\end{aligned} \tag{4.8}$$

Burada L , i ve j nükleon çiftinin yörünge açılmal momentumu, $S_{ij} = 3(\boldsymbol{\sigma}_i \cdot \mathbf{r})(\boldsymbol{\sigma}_j \cdot \mathbf{r}) - \boldsymbol{\sigma}_i \cdot \boldsymbol{\sigma}_j$ bilinen tensör operatörü, $(\mathbf{L} \cdot \mathbf{S})$ spin-yörünge operatörü ve $L_{ij} = (\boldsymbol{\sigma}_i \cdot \boldsymbol{\sigma}_j) \mathbf{L}^2 - \frac{1}{2} [(\boldsymbol{\sigma}_i \cdot \mathbf{L})(\boldsymbol{\sigma}_j \cdot \mathbf{L}) + (\boldsymbol{\sigma}_j \cdot \mathbf{L})(\boldsymbol{\sigma}_i \cdot \mathbf{L})]$ kuadratik spin-yörünge operatörüdür. v^i ler radyal uzaklık $|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|$ nin basit fonksiyonlarıdır.

(4.8) denkleminde 14 operatörün kullanılmasının amacı deneysel verilere en iyi şekilde uyum sağlayabilmek içindir. Bu denklemde ilk dört terimin ($i = c, \sigma, \tau, \sigma\tau$) yani skaler terimle spin ve izospine bağlı terimlerin şiddetleri diğer terimlere göre çok daha büyüktür [46]. Ayrıca sonsuz nükleer maddenin simetrisi nedeniyle açılmal momentuma bağlı terimler nükleer maddenin bağlanma enerjisine önemli bir katkıda bulunmazlar. Bu yüzden Urbana potansiyelinin ilk dört terimini ($i = c, \sigma, \tau, \sigma\tau$) dikkate alarak hesaplamalarımızı yaptık:

$$V_{ij} = v^c + v^\sigma (\boldsymbol{\sigma}_i \cdot \boldsymbol{\sigma}_j) + v^\tau (\boldsymbol{\tau}_i \cdot \boldsymbol{\tau}_j) + v^{\sigma\tau} (\boldsymbol{\sigma}_i \cdot \boldsymbol{\sigma}_j)(\boldsymbol{\tau}_i \cdot \boldsymbol{\tau}_j). \tag{4.9}$$

Burada V^c, V^σ, V^τ , ve $V^{\sigma\tau}$ terimleri sadece i ve j nükleonu arasındaki mesafeye bağlıdır. Denklem (4.8) deki her bir terim üç kısımdan oluşur:

$$V^i = V_\pi^i + V_I^i + V_S^i. \tag{4.10}$$

Burada (V_π^i) uzun-mesafe etkileşmeleri, (V_I^i) orta-mesafe etkileşmeleri ve (V_S^i) de kısa-mesafe etkileşmeleri temsil eder. (V_π^i) 'nin değeri sadece $i = \sigma\tau$ için sıfırdan farklıdır ve aşağıdaki şekilde tanımlanır :

$$V_\pi^{\sigma\tau} = 3.488 \frac{e^{-\mu r}}{\mu r} (1 - e^{-cr^2}). \quad (4.11)$$

Orta ve kısa mesafe etkileşmeler ise,

$$V_I^i(r) = I^i \left[\left(1 + \frac{3}{\mu r} + \frac{3}{(\mu r)^2} \right) \frac{e^{-\mu r}}{\mu r} (1 - e^{-cr^2}) \right]^2, \quad (4.12)$$

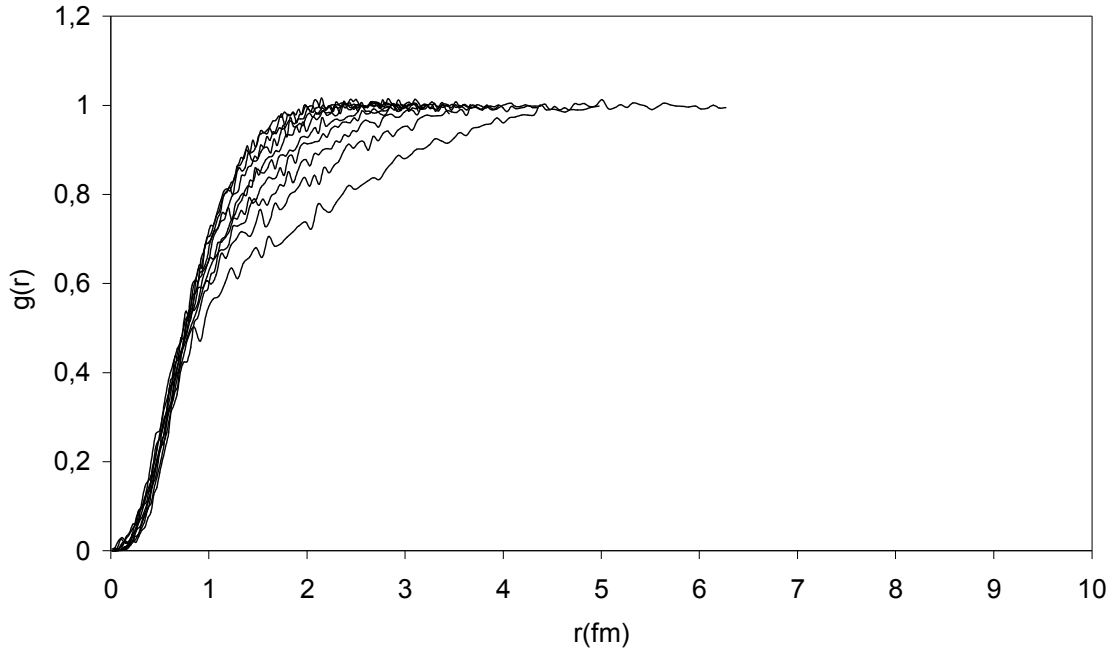
$$V_S^i(r) = \frac{S^i}{1 + e^{(r-R)/a}} \quad (4.13)$$

şeklinde verilir. Burada $\mu = 0.7 \text{ fm}^{-1}$ pilyonların Compton dalga boyudur. Bununla birlikte, Varyasyonel Monte Carlo hesaplamalarımızda üç ve daha çok cisim etkileşmelerini (TNI) temsil etmek için de, Urbana potansiyelinin kuvvetli itici olan kısmında $v_{14} + TNI = v_\pi + v_I + v_s + v_s(\alpha\rho)^\beta$ şeklinde bir potansiyel kullandık. Burada v_s Urbana potansiyelinin kısa mesafede etkili olan kuvvetli itici kısmıdır. α ve β ise serbest parametrelerdir.

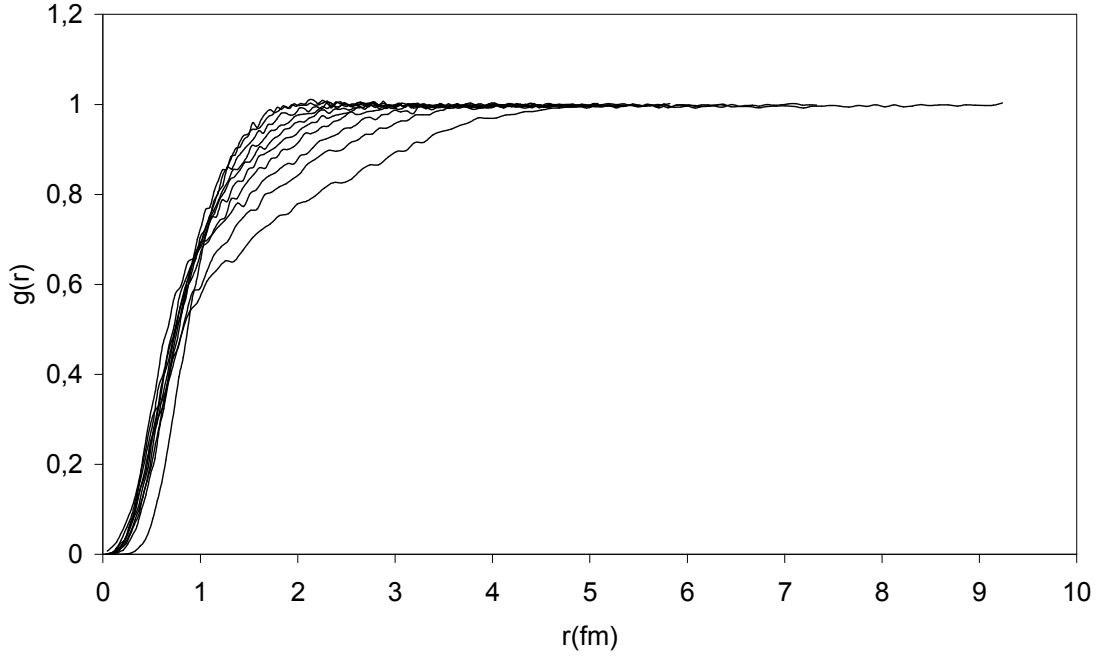
4.3. Elde Edilen Radyal Dağılım Fonksiyonu Sonuçları

Her bir YP değerinde, $\rho = 0.02 - 0.20 \text{ fm}^{-3}$ yoğunluk aralığında elde edilmiş olan Nükleer maddenin radyal dağılım fonksiyonları Şekil 4.2 de verilmiştir. Bu şekillerden çıkan sonuçları aşağıdaki şekilde sıralayabiliriz.

- i) Radyal dağılım fonksiyonları 0.5 fm den daha kısa mesafelerde hızlı bir şekilde sifıra gitmektedir. Bu etki nükleon-nükleon etkileşmelerinin şiddetli itici kısmından kaynaklanır.
- ii) Bütün radyal dağılım fonksiyonlarının asimptotik değerleri olan bire 6 fm den daha kısa bir mesafede yaklaştıkları görülür.
- iii) Yoğunluk arttıkça radyal dağılım fonksiyonları bu asimptotik değere daha kısa mesafede ulaşmaktadır.
- iv) 0 ile 1 fm aralığında radyal dağılım fonksiyonları hemen hemen aynı davranışı göstermektedirler.
- v) 1.5fm ile 3fm aralığında radyal dağılım fonksiyonlarındaki dalgalanma dikkat çekicidir ve bir araştırma konusudur.
- vi) Simetrik nükleer maddeye (YP=0.5) doğru yaklaşıldıkça bu dalgalanma biraz daha düzgün bir şekil almaktadır.

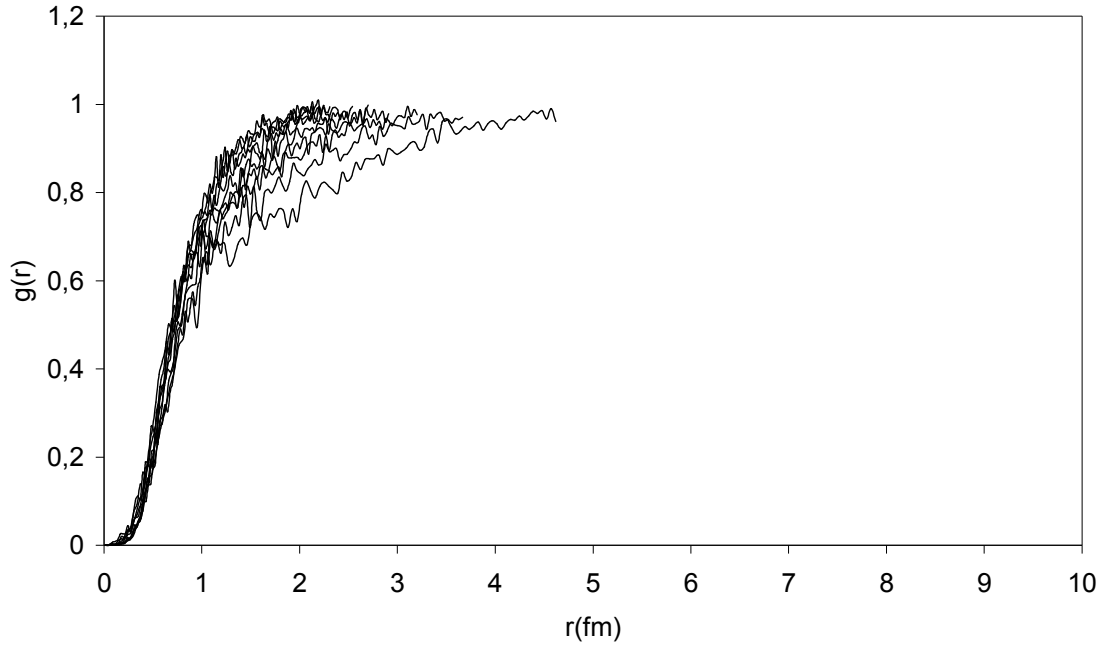
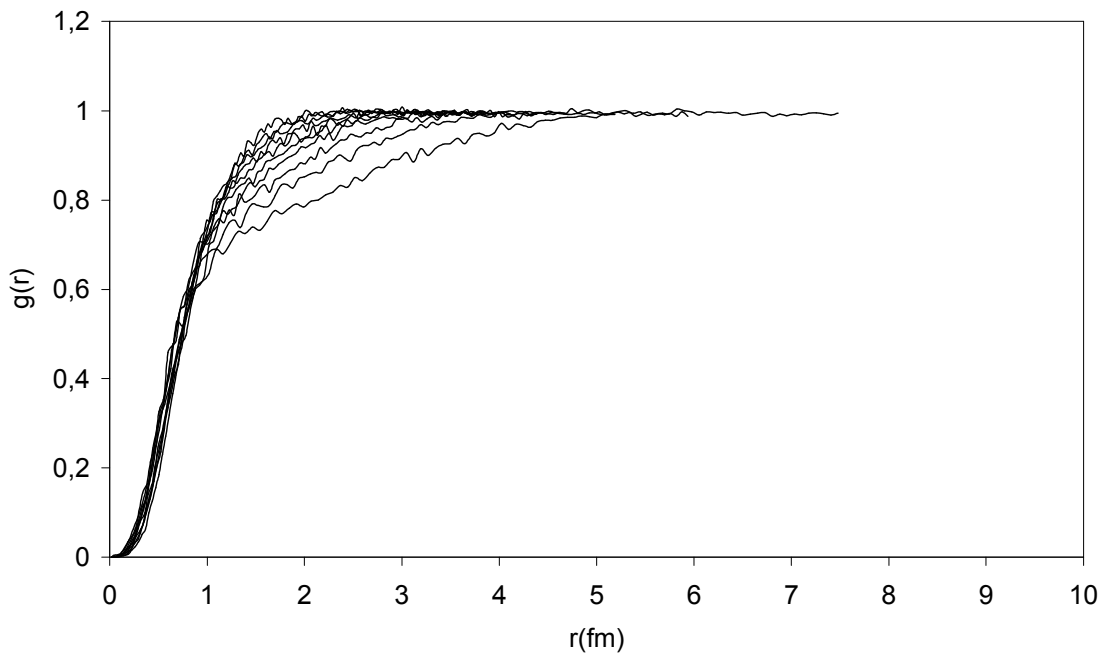


(a) YP=0.05 için

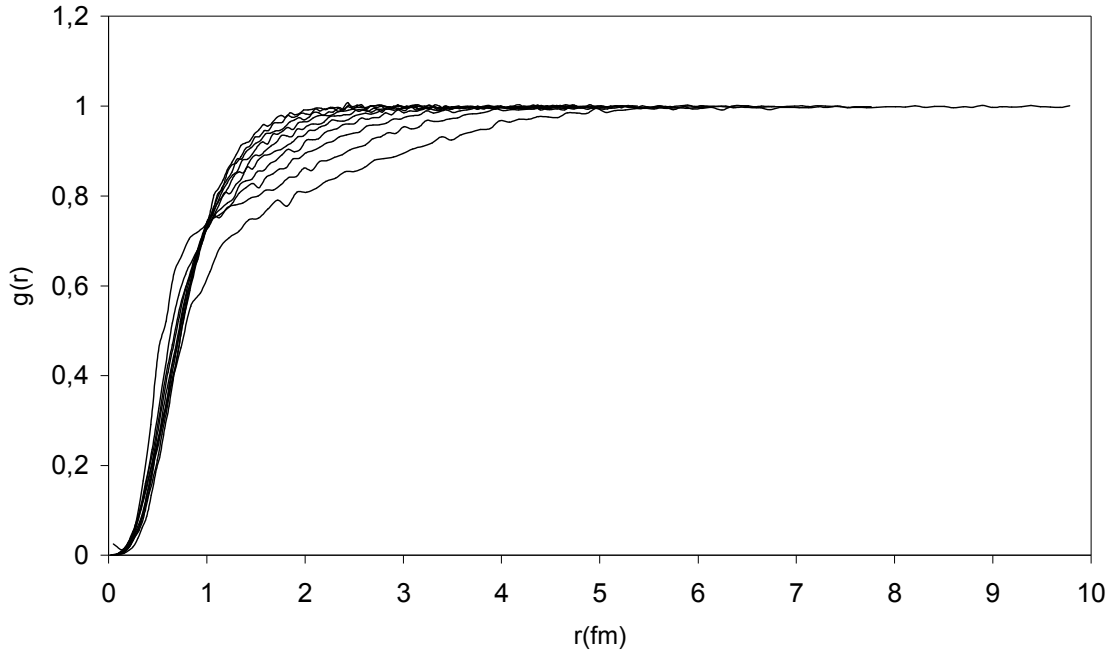
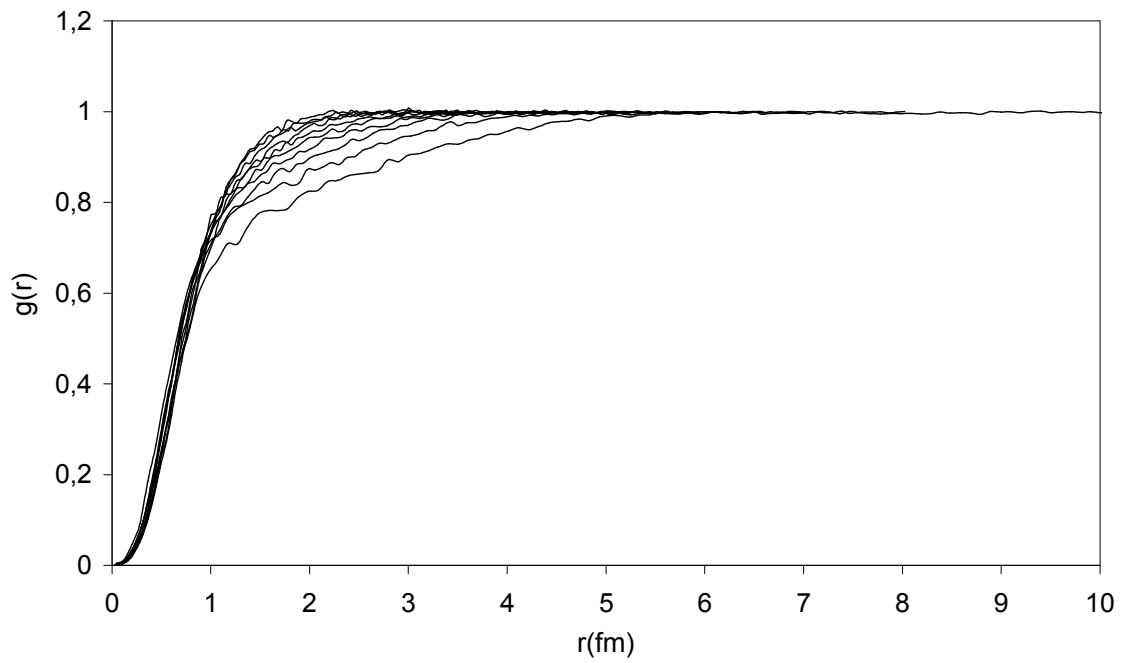


(b) YP=0.10 için

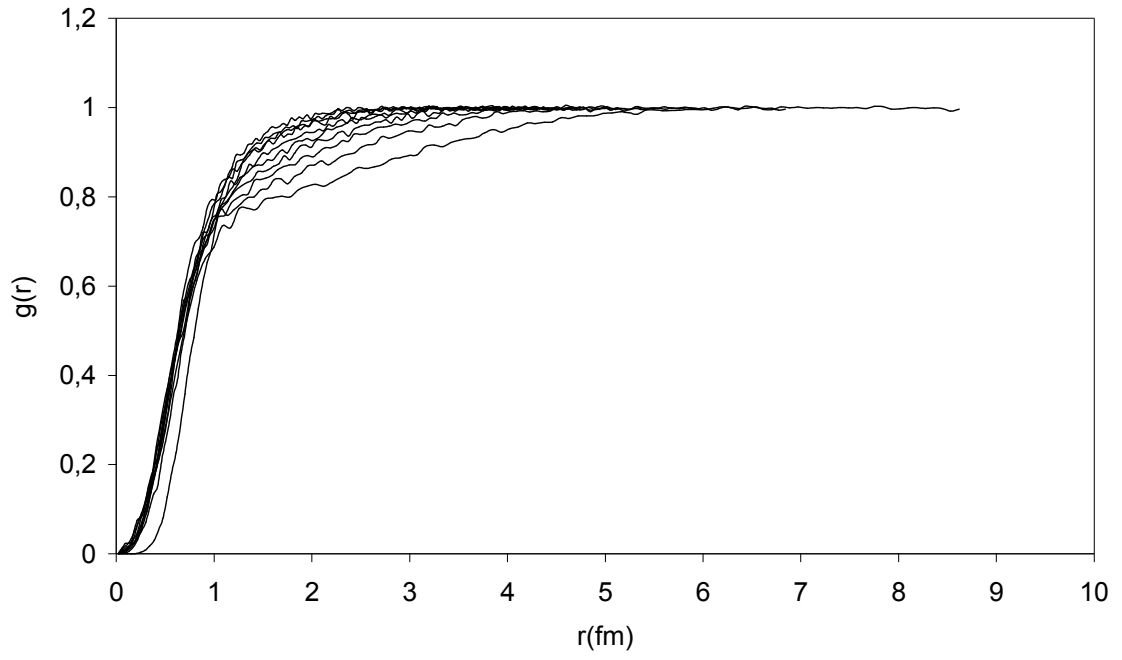
Şekil 4.1. Nükleer madde için her bir YP değerinde elde edilen radyal dağılım fonksiyonları. Eğriler aşağıdan yukarıya doğru sırasıyla 0.02, 0.04, 0.6, 0.8, 0.10, 0.12, 0.14, 0.16, 0.18 ve 0.20 fm^{-3} yoğunluklarına karşılık gelmektedir.

(c) $YP=0.12$ için(d) $YP=0.20$ için

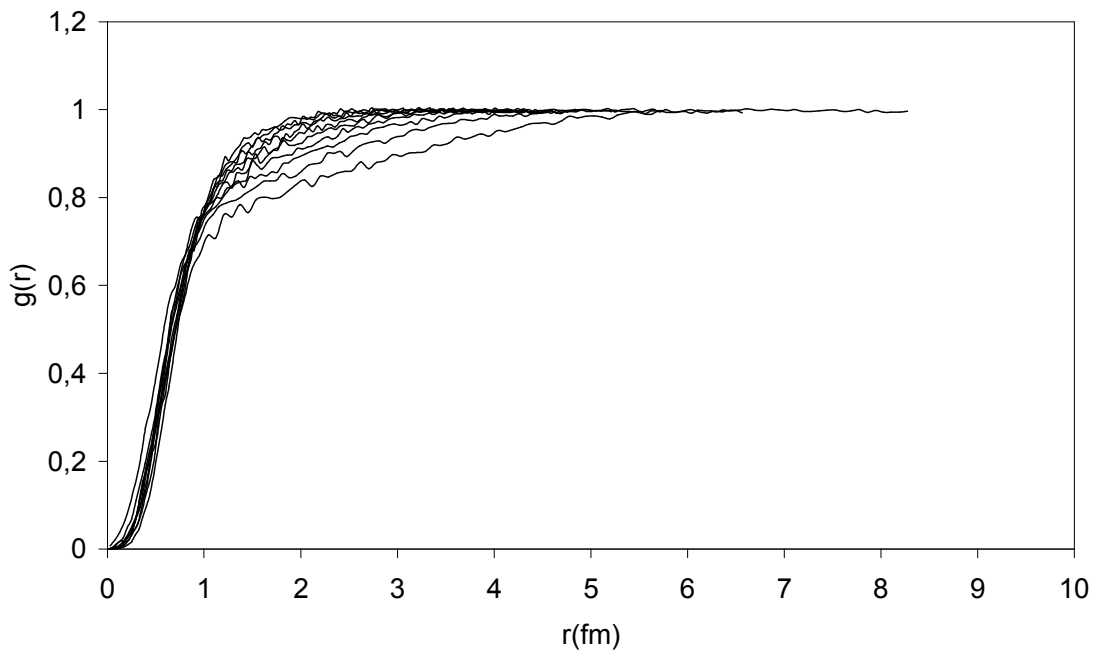
Şekil 4.1(devam)

(e) $YP=0.25$ için(f) $YP=0.32$ için

Şekil 4.1(devam)

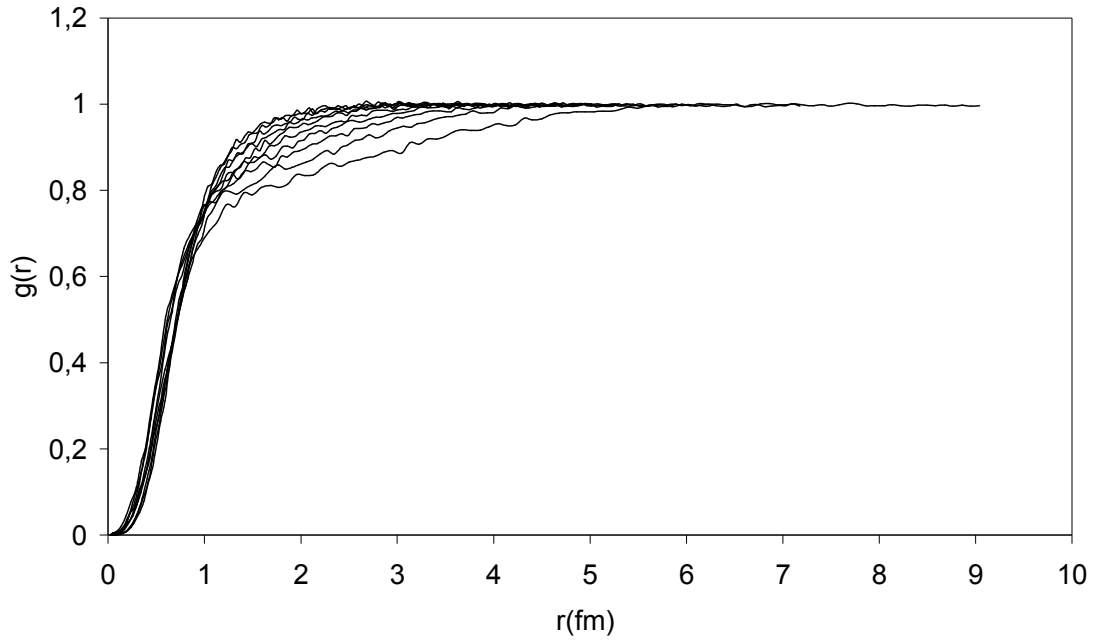
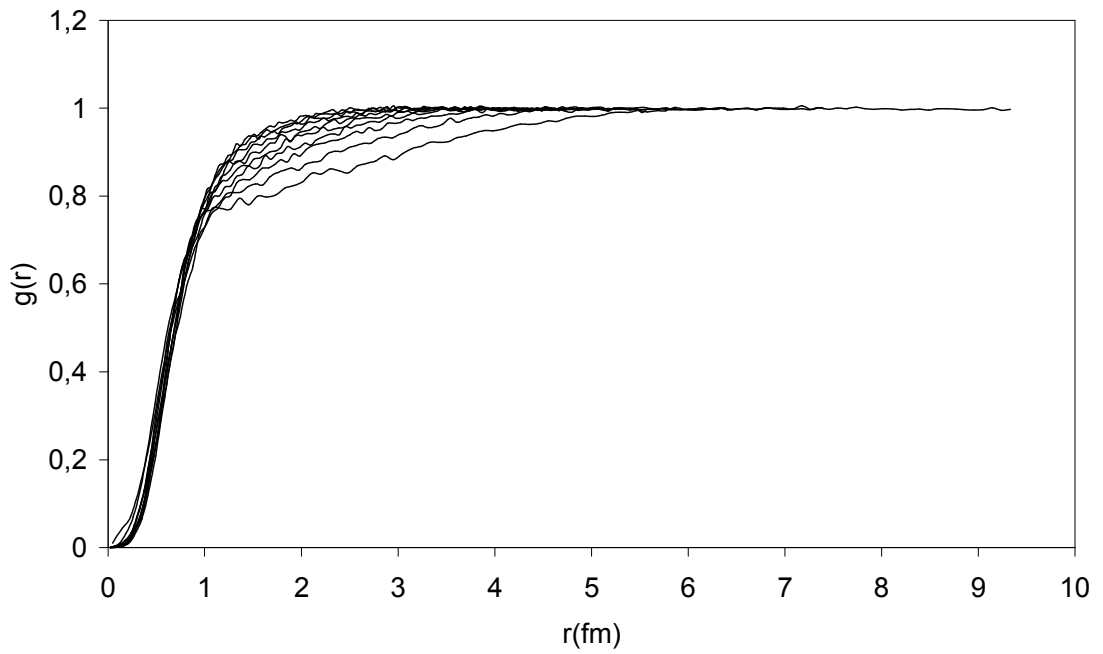


(g) YP=0.36 için



(h) YP=0.41 için

Şekil 4.1(devam)

(i) $YP=0.45$ için(j) $YP=0.50$ için (simetrik nükleer madde)

Şekil 4.1(devam)

5. SONUÇ VE ÖNERİLER

Nükleonların çekirdeğe bağlanma enerjisini açıklamak ve nükleonların enerji düzeylerinin belirlenmesi gibi özelliklerin anlaşılabilmesi için, önce iki nükleon arasındaki etkileşme potansiyelinin bilinmesi gerekir. Biz bu çalışmada nükleer maddenin radyal dağılım fonksiyonlarını elde etmek için Urbana potansiyelini kullanarak Varyasyonel Monte Carlo hesaplamaları yaptık.

Literatüre de bakıldığında, bu zamana kadar yapılan çalışmalarda radyal dağılım fonksiyonu için en güvenilir hesaplamalar Moleküler Dinamik yada Monte Carlo hesaplamalarıdır. Bu metodun avantajı, parçacıklar arasındaki potansiyelin biliniyor olması ve bu potansiyele göre yapılan hesaplamaların deneysel sonuçlarla ve değişik teorilerle karşılaştırılmasıdır. Aynı zamanda radyal dağılım fonksiyonundan yola çıkarak, nükleonların fiziksel özelliklerini en iyi şekilde tanımlamaya yardımcı olacak, nükleonlar arasındaki etkileşim potansiyeli elde edilebilir.

Birim hacimde N-parçacık içeren bir sistemde RDF temel olarak bu maddenin yapısını tanımlar ve parçacıklar arası korelasyon hakkında bilgi içermesinin önemi yanında, sistemin bütün termodinamik özelliklerinin de RDF'dan belirlenebilir olması oldukça önemlidir. 3. kesimde bahsettiğimiz gibi, parçacık yoğunluğu N olan bir sistemin iç enerjisi RDF cinsinden,

$$\frac{E}{NkT} = \frac{3}{2} + \frac{\rho}{2kT} \int_0^{\infty} U(r)g(r)dr$$

şeklinde verilir. Aynı sistemin basıncı ise

$$\frac{P}{kT} = \rho - \frac{\rho^2}{6kT} \int_0^{\infty} ru'(r)g(r)4\pi r^2 dr$$

ifadesinden elde edilebilir. Bu bakımdan, nükleer madde için elde edilen Radyal Dağılım Fonksiyonu, nükleonlar arasındaki ilişkiyi daha iyi ortaya koyarak nükleer maddenin mikroskobik yapısının daha iyi anlaşılması ve termodinamik özelliklerinin elde edilmesi noktasında iyi bir başlangıç noktası olabilir.

Bundan sonraki çalışmalarımızda amacımız, elde ettiğimiz radyal dağılım fonksiyonlarındaki 1.5fm ile 3fm arasındaki dalgalanmayı araştırmaktır. Bununla birlikte,

nükleonlardan oluşmuş bir sistem olan nükleer maddenin termodinamik özelliklerini, elde ettiğimiz radyal dağılım fonksiyonlarını kullanarak belirlemeyi planlamaktayız.

KAYNAKLAR DİZİNİ

- [1] Mc Quarrie, D.A., 1976, Statistical Mechanics, Harper Collins Publishers, New York.
- [2] Alder, B.J. and Hecht, 1969, C.E., J. Chem. Phys., **50**, p.2032.
- [3] Barker, J.A., Watts R.O. and Henderson, D., 1971, Mol. Phys., **21**, p.187.
- [4] Verlet, L., 1968, Phys. Rev., **165**, p.201.
- [5] Hansen, J.P. and Weis, 1972, J.J., Mol. Phys., **23**, p.853.
- [6] Barker, J.A., Fisher, R.A. and Watts, R.O., 1971, Mol. Phys., **21**, p.657.
- [7] Alder, B.J. and Wainwright, T., 1958, In transport processes in statistical mechanics, edited by I. Prigogine, New York, Akademic.
- [8] Warren, B.E., 1937, J. Appl. Phys., **8**, p.645.
- [9] Gingrich, N.S., 1943, Rev. Mod. Phys., **15**, p.90.
- [10] Kruh, R.E., 1962, Chem. Rev., **62**, p.319.
- [11] Largo, J. and Solana, J.R., 2000, Fluid Phase Equilibria, **167**, p.21.
- [12] Manisa, K., 2003. "Simetrik nükleer maddenin ve nötron maddesinin dengedeki özellikleri", Selçuk Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü. Doktora tezi.
- [13] Brueckner, K.A., Levinson C.A. ve Mahmoud, H.M. 1954. Two body forces and Nuclear saturation. I. Central forces Physical Review. 95, 217.
- [14] Bethe, H.A. 1956. Nuclear many body problem. Physical Review. 103, 1353.
- [15] Goldstone, J. 1957. Proc. R. Soc. (London) **A. 239**, 267.
- [16] Jastrow, R. 1955. Many body problem with strong forces. Physical Review. 98, 1479
- [17] Miller, L.D., ve Green, A.E.S. 1972. Relativistic self-consistent meson field theory of spherical nuclei. Physical Review **C. 5**, 241.
- [18] Brockmann, R. 1978. Relativistik Hartree-Fock description of nuclei. Physical Review **C. 18**, 1510.
- [19] Brockmann, R. ve Machleidt R. 1990. Relativistic nuclear structure. I. Nuclear matter. Physical Review **C. 42**, 5.
- [20] Horowitz, C.J. ve Serot, B.D. 1981. Nuclear Physics **A. 368**, 503.
- [21] Serot, B.D. ve Walecka, J.D. 1986. Advanced Nuclear Physics. 16, 1. Academic Press New York.

KAYNAKLAR DİZİNİ(devam)

- [22] Bethe, H.A. 1971. Theory of nuclear matter. *Ann. Rev. of Nucl. Sc.* 21, 93.
- [23] Oğul, R. 1989, Time dependent Hartree-Fock theory and residual interactions. *Z.Phys.A-Atomic Nuclei* **333**, 149-152.
- [24] Oğul, R. ve Eren, N. 1996, On the quantum nonequilibrium theory with density matrices. *J. Chem. Phys.* **105**, 7664.
- [25] Oğul, R. 1998. On the spinodal instabilities at subnuclear densities. *Int. J. Mod. Phys. E.* **7(3)**, 419.
- [26] Manisa, K. ve Oğul, R. 2003. Transport coefficients of nuclear matter at high temperatures. *Mathematical & Computational Applications*, Vol. 9, Num. 3, pp 485-494
- [27] Kapusta, J. 1984. Deuteron and entropy production and the nuclear liquid-gas phase transition. *Physical Review.* 29, 5.
- [28] Oyamatsu, K., Tanihata, I., Sugahara, Y., Sumiyoshi, K. and Toki, H., 1998, "Can the equation of state of asymmetric nuclear matter be studied using unstable nuclei?", *Nuclear Physics A*, 634, 3-14
- [29] Oyamatsu, K. and Lida, K., 2003, "Empirical properties of asymmetric nuclear matter to be obtained from unstable nuclei", *Nuclear Physics A*, 718, 363c-366c.
- [30] Manisa, K., Atav, Ü. ve Oğul, R., 2005, "VMC Calculations of the Ground State Properties of Nuclear Matter", *International Journal of Modern Physics E*, 14, 255-267.
- [31] McMillan, W. L., 1965, *Phys. Rev.*, A442, 138.
- [32] Kalos, M.H., Levesque, D. ve Verlet, L. 1974. Helium at zero temperature with hard sphere and other forces. *Physical Review.* 9, 5.
- [33] Ceperley, D., Chester, G.V. ve Kalos, M.H. 1977. Monte Carlo Simulation of a Many Fermion Study. *Phys. Rev.* **16**, 3081.
- [34] Lee, M.A., Schmidt, K.E., Kalos, M.H. and Chester, G.V., 1981, "Green's Function Monte Carlo Method for Liquid ^3He ", *Phys. Rev. Lett.*, 46, 728.
- [35] Lomnitz-Adler, J., Pandharipande, V.R. and Smith, R.A., 1981, *Nucl. Phys. A*, 361, 399.
- [36] Carlson, J., 1988, "Alpha particle structure", *Phys. Rev. C*, 38, 1879.
- [37] Van Kampen, N.G. 1961. A simplified cluster expansion for the classical real gas. *Physica* **27**, 783.
- [38] Clark, J.W. ve Westhaus, P. 1968. *J. Math. Phys.* **9**, 131.
- [39] Clark, J.W. ve Risting, M.L. 1973. In the many body problem : proceedings of the international symposium on present status and novel developments in the nuclear many body problem. Roma. Editör: F.Calogero ve C.degli Atti (Compositori, Bologna). 273.
- [40] Risting, M.L., Ter Louw, W.J. ve Clark, J.W. 1971. *Phys. Rev. C* **3**, 1504.
- [41] Kürten, K.E. ve Risting, M.L. 1977. *Phys.Lett.* **B 66**, 113.

KAYNAKLAR DİZİNİ(devam)

- [42] Pandharipande, V.R. ve Wiringa, R.B. 1976. Nucl. Phys. **A 226**, 269.
 - [43] Rosati, S.1977. Invited talk at the workshop on nuclear and dense matter. May 3-6. University of Illinois, Urbana, Illinois.
 - [44] Smith, R.A. 1977. Invited talk at the workshop on nuclear and dense matter. May 3-6. University of Illinois, Urbana, Illinois.
 - [45] Owen, J.C., Bishop, R.F. ve Irvine, J.M.1977. A variational approach to nuclear matter with realistic potentials. Nucl. Phys. **A 277**, 45-68.
 - [46] Friedman, B. and Pandharipande, V.R., 1981. Nucl. Phys. A, 361, 502.
- Lagaris, I.E. and Pandharipande, V.R., 1981. Nucl. Phys. A, 369, 470.