

**DUMLUPINAR ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
İLKÖĞRETİM ANABİLİM DALI
SINIF ÖĞRETMENLİĞİ BİLİM DALI**

**SINIF ÖĞRETMENLERİNİN ERKEN CEBİR
DÜŞÜNCELERİNİN GELİŞTİRİLMESİNE YÖNELİK BİR
EYLEM ARAŞTIRMASI**

**Sedat TURGUT
Doktora Tezi**

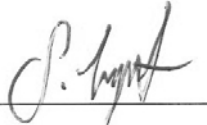
**Tez Danışmanı
Doç. Dr. Özlem DOĞAN TEMUR**

Kütahya, 2016

Yemin Metni

Doktora tezi olarak sunduğum ‘‘Sınıf Öğretmenlerinin Erken Cebir Düşüncelerinin Geliştirilmesine Yönelik Bir Eylem Araştırması’’ adlı çalışmanın, tarafımdan bilimsel ahlak ve geleneklere aykırı düşecek bir yardıma başvurmaksızın yazıldığını ve yararlandığım kaynakların ‘‘Kaynaklar’’ bölümünde gösterilenlerden oluştuğunu, bunlara atıf yapılarak yararlanılmış olduğunu belirtir ve bunu onurumla doğrularım.

27/05/2016


Sedat TURGUT

Kabul ve Onay

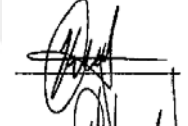
Sedat TURGUT'un hazırladığı "Sınıf Öğretmenlerinin Erken Cebir Düşüncelerinin Geliştirilmesine Yönelik Bir Eylem Araştırması" başlıklı doktora tez çalışması, jüri tarafından lisansüstü yönetmeliğin ilgili maddelerine göre değerlendirilip oybirliği ile kabul edilmiştir.

27/05/2016

Doç. Dr. Özlem DOĞAN TEMUR (Danışman)



Doç. Dr. Keziban ORBAY



Yrd. Doç. Dr. İsmail KENAR



Yrd. Doç. Dr. Pusat PİLTEN

Yrd. Doç. Dr. M. Menderes ALYÖRÜK

Doç. Dr. Baykal BİÇER

Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürü

Önsöz

Cebir, matematikte bilinmeyen değerlerin harf ya da çeşitli sembollerle ifade edilmesi, bilinenlerden hareketle bilinmeyenlerle ilgili çözüme yönelik bir denklem ortaya koyma şeklinde ifade edilebilir. Cebir, günlük hayatta farkında olalım ya da olmayalım geniş bir kullanım alanına sahiptir. Bir eylemi birden çok kez gerçekleştirirken aynı adımları tekrar tekrar yapmak yerine, bu adımlardan bir modele (desen, örüntü) ulaşarak bir dahaki sefere bu işi nasıl kolayca yapacağımızı bize cebir anlatır ve bizi genellemelere ulaştırır. Karşılaştığımız problemleri özel kalıplar (denklemler) yardımıyla kolayca çözmemizi sağlar. Miktarlar ve değişkenler arasındaki ilişkileri açıklamamıza yardımcı olur. Günlük hayat problemlerini (yaş, iş, hız, para vb.) çözmemizi sağlar. Bunları yapabilmek ise bireylerde cebirsel düşüncenin gelişimine bağlıdır.

Cebir öğretimine hangi yaş ve sınıf düzeyinde başlanacağı ülkelere göre farklılık göstermektedir. Ülkemizde cebir öğretimi ilkökul seviyesinde 1-5. sınıflar matematik öğretim programında yer alan örüntü ve süslemeler alt öğrenme alanının uzantısı şeklinde sürdürülmektedir. Bu sınıf düzeylerinde öğrenciler ilk olarak tekrarlı örüntülerle, sonrasında ise genişleyen örüntülerle çalışmaktadırlar. Öğrenme alanı olarak cebir ilk defa 6. sınıf programında yer almaktadır. 6-8. sınıf düzeylerinde öğrencilere, örüntülerde kuralları genelleme ve harflerle ifade edebilme becerisi kazandırılmaya çalışılmaktadır. Genellemeler daha sonra iki bilinmeyenli denklemlerle ilişkilendirilerek anlamlı öğrenmenin gerçekleşmesine imkân sağlamaktadır. MEB Talim Terbiye Kurulu tarafından 2015 yılında yayınlanan ve 2016-2017 eğitim öğretim yılından itibaren kademeli olarak uygulamaya konulacak olan ilkökul (1, 2, 3 ve 4. sınıflar) matematik dersi öğretim programında ise cebire geçiş alt öğrenme alanı yer almaktadır. Bu kapsamda değişken, örüntü, genelleme gibi kavramlar üzerinde yoğunlaşmıştır. Burada amaç üst sınıflarda öğretilen cebir konularına başlamadan önce öğrencilerde cebirsel düşüncenin gelişimini sağlamaktır.

Yeni programda cebire geçiş alt öğrenme alanına ilişkin 1. sınıfta iki, 2. sınıfta üç, 3. sınıfta üç ve 4. sınıfta dört kazanım yer almaktadır. Buna dayanarak

1. sınıftan 4. sınıfa doğru ilerledikçe öğrencilerde cebirsel düşüncenin gelişiminin artırılmasının amaçlandığı söylenebilir. Yeni programın uygulama sürecinde öğretmen, öğrenci ve eğitim öğretim ortamının özellikleri başta olmak üzere çeşitli nedenlere bağlı olarak birtakım sorunların ortaya çıkması olasıdır. Ayrıca mevcut durumda görev yapmakta olan öğretmenlerin çoğunun (görev süresi on bir yılın üzerinde olanlar) 2005 yılında değişen yapılandırmacı programa göre yetiştirilmedikleri de dikkate alındığında sınıf öğretmenlerinin erken cebir kazanımlarının öğretiminde bazı problemlerle karşılaşabilecekleri söylenebilir. Bütün bunlara dayanarak bu araştırmada sınıf öğretmenlerinin erken cebire yönelik farkındalıklarının geliştirilmesi amaçlanmıştır.



Teşekkür

Araştırmanın her aşamasında ve doktora öğrenciliğim sırasında gerek akademik gerek manevi desteğini benden esirgemeyen, ihtiyaç duyduğum her an kendisine ulaşabildiğim değerli hocam Sayın Doç. Dr. Özlem DOĞAN TEMUR'a sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Araştırmaya görüşleriyle katkıda bulunan tez izleme komitesi üyeleri hocalarım Sayın Yrd. Doç. Dr. İsmail KENAR'a ve Sayın Yrd. Doç. Dr. Mustafa Menderes ALYÖRÜK'e ve jüri üyeleri hocalarım Sayın Doç. Dr. Keziban ORBAY ve Sayın Yrd. Doç. Dr. Pusat PİLTEN'e teşekkürlerimi sunarım.

Araştırma sürecinde bilgilerine başvurduğum, görüş ve önerileriyle araştırmama katkı sağlayan değerli hocam Sayın Yrd. Doç. Dr. Muhammet ÖZDEN'e teşekkürlerimi sunarım.

Araştırma sürecinde zaman zaman görüşlerine başvurduğum çalışma arkadaşlarım Öğr. Gör. Erdoğan DİZDAR'a, Dr. Mücahit KÖSE'ye, Arş. Gör. Abdullah KALDIRIM'a ve Yrd. Doç. Dr. Serap AKBABA DAĞ'a teşekkürlerimi sunarım.

Araştırma sürecinde enstitü ile ilgili bütün işlemlerde sorularımı her zaman yanıtlayan ve bana yardımcı olan Dumlupınar Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü personellerine, özellikle enstitü sekreteri Sayın Nurullah ÇAKMAK'a ve öğrenci işleri personeli Sayın Bayram ALTUNKARA'ya teşekkürlerimi sunarım.

Araştırma için okullarında uygulama yapmama izin veren okul idarecilerine, araştırmaya katılan sınıf öğretmenleri ve ilkokul öğrencilerine çok teşekkür ederim.

Araştırma sürecinde görüş ve önerileriyle araştırmama katkı sağlayan, maddi ve manevi desteğini hep yanımda hissettiğim sevgili eşim Arş. Gör. İlknur GÜLŞEN TURGUT'a sonsuz teşekkür ederim.

Sedat TURGUT

Kütahya, Mayıs 2016

İçindekiler

	<u>Sayfa</u>
Yemin Metni	ii
Kabul ve Onay	iii
Önsöz	iv
Teşekkür.....	vi
İçindekiler	vii
Sayfa	vii
Şekiller Dizini	x
Tablolar Dizini	xi
Özet	xiii
Abstract.....	xiv
Birinci Bölüm.....	1
Giriş.....	1
Kuramsal Çerçeve	6
Aritmetik.....	7
Aritmetikten cebire geçiş	8
Değişken kavramı	10
Eşit işareti ve anlamı.....	12
Genelleme	14
Örüntüler.....	15
Modelleme	17
Matematiksel muhakeme	22
Üstbilgi.....	24
Tahmin.....	27
Fonksiyonel düşünme	29
İşlemler ve işlemler arası ilişkiler.....	31
Problem Durumu	33
Araştırmanın Amacı ve Önemi.....	36
İlgili Araştırmalar	38
Sınırlılıklar.....	42
	vii

İkinci Bölüm	44
Yöntem.....	44
Araştırma Modeli	44
Eylem araştırması süreci.....	45
Çalışma Grubu.....	51
Ortam.....	51
Araştırmacının Rolü	53
Veri Toplama Araçları.....	53
Erken cebir farkındalık ölçeği.....	53
Yarı Yapılandırılmış Görüşme Formu.....	61
4. sınıf erken cebir başarı testi	62
Gözlem.....	64
Veri Toplama Takvimi	65
Verilerin Analizi.....	69
Nicel verilerin analizi.....	69
Nitel verilerin analizi	69
Araştırmanın Geçerlik ve Güvenirliği.....	71
Üçüncü Bölüm	72
Bulgular.....	72
Sınıf Öğretmenlerinin Erken Cebir Konusundaki Düşünceleri Nelerdir? Sorusuna Ait Bulgular	72
Erken cebir farkındalık ölçeğinden elde edilen bulgular	72
Yarı yapılandırılmış görüşme formundan elde edilen bulgular	89
Erken Cebir Kapsamında Yapılan Öğretim Etkinliklerinin Sınıf Öğretmenlerinin Erken Cebir Düşüncelerine Etkisi Nasıldır? Sorusuna İlişkin Bulgular	100
Birinci ders.....	100
İkinci ders	110
Üçüncü ders	114
Dördüncü ders.....	120
Beşinci ders.....	129
Altıncı ders.....	135

Yedinci ders	141
Sekizinci ders	145
Dokuzuncu ders	148
Onuncu ders	154
On birinci ders	158
On ikinci ders.....	163
On üçüncü ders	166
On dördüncü ders.....	171
On beşinci ders.....	175
Erken Cebir Kapsamında Yapılan Öğretim Etkinliklerinin Dördüncü Sınıf Öğrencilerinin Başarılarına Etkisi Nasıldır? Sorusuna İlişkin Bulgular	179
Dördüncü Bölüm.....	181
Sonuç, Tartışma ve Öneriler	181
Sonuç	181
Erken cebir farkındalık ölçeğine ilişkin sonuçlar	181
Yarı yapılandırılmış görüşme formuna ilişkin sonuçlar	184
Sınıf öğretmenin erken cebir uygulamalarına ilişkin sonuçlar	185
Erken cebir kapsamında yapılan öğretim etkinliklerinin öğrencilerin başarılarına etkisine yönelik sonuçlar.....	187
Tartışma.....	188
Öneriler.....	202
Kaynaklar	204
Ekler	221
Özgeçmiş.....	246

Şekiller Dizini

	<u>Sayfa</u>
Şekil 1 Araştırmada takip edilen eylem araştırması aşamaları.....	46
Şekil 2 Uygulamanın yapıldığı sınıf planı.....	52
Şekil 3 Erken cebir farkındalık ölçeği öz değer faktör grafiği.....	57



Tablolar Dizini

Sayfa

Tablo 1	Araştırmaya Katılan Sınıf Öğretmenlerinin Betimsel Özellikleri.....	54
Tablo 2	Ölçek Maddeleri Madde Toplam Puan Korelasyonları	55
Tablo 3	Erken Cebir Farkındalık Ölçeğinde Yer Alan Maddelerin Faktör Yük Değerleri, Ortalama ve Standart Sapmaları.....	58
Tablo 4	Erken Cebir Farkındalık Ölçeği Faktör Adları ve Faktörlerde Yer Madde İfadeleri.....	59
Tablo 5	4. Sınıf Erken Cebir Başarı Testine İlişkin Kazanım, Madde Güçlük ve Madde Ayırt Edicilik İndeksi Bilgileri...	63
Tablo 6	Araştırmanın Veri Toplama Takvimi.....	65
Tablo 7	Araştırmaya Katılan Sınıf Öğretmenlerinin Betimsel Özellikleri.....	72
Tablo 8	İşlemler Arası İlişkiler ve Stratejilere Göre Cinsiyet Değişkeni Mann-Whitney U Testi.....	73
Tablo 9	İşlemler Arası İlişkiler ve Stratejilere Göre Mezun Olunan Fakülte Değişkeni Kruskal-Wallis H Testi.....	74
Tablo 10	İşlemler Arası İlişkiler ve Stratejilere Göre Mezun Olunan Bölüm Değişkeni Mann-Whitney U Testi.....	74
Tablo 11	İşlemler Arası İlişkiler ve Stratejilere Göre Görev Süresi Değişkeni Kruskal-Wallis H Testi.....	75
Tablo 12	İşlemler Arası İlişkiler ve Stratejilere Göre Öğrenim Seviyesi Değişkeni Mann-Whitney U Testi.....	75
Tablo 13	Erken Cebir Düşüncesinin Gelişimine Göre Cinsiyet Değişkeni Mann-Whitney U Testi.....	76
Tablo 14	Erken Cebir Düşüncesinin Gelişimine Göre Mezun Olunan Fakülte Değişkeni Kruskal-Wallis H Testi.....	76
Tablo 15	Erken Cebir Düşüncesinin Gelişimine Göre Mezun Olunan Bölüm Değişkeni Mann-Whitney U Testi.....	77
Tablo 16	Erken Cebir Düşüncesinin Gelişimine Göre Görev Süresi Değişkeni Kruskal-Wallis H Testi.....	77
Tablo 17	Erken Cebir Düşüncesinin Gelişimine Göre Öğrenim Seviyesi Değişkeni Mann-Whitney U Testi.....	78
Tablo 18	Erken Cebir Konu ve Öğrenme Alanına Göre Cinsiyet Değişkeni Mann-Whitney U Testi.....	78
Tablo 19	Erken Cebir Konu ve Öğrenme Alanına Göre Mezun Olunan Fakülte Değişkeni Kruskal-Wallis H Testi.....	79

Tablo 20	Erken Cebir Konu ve Öğrenme Alanına Göre Mezun Olunan Bölüm Değişkeni Mann-Whitney U Testi.....	79
Tablo 21	Erken Cebir Konu ve Öğrenme Alanına Göre Görev Süresi Değişkeni Kruskal-Wallis H Testi.....	80
Tablo 22	Erken Cebir Konu ve Öğrenme Alanına Göre Öğrenim Seviyesi Değişkeni Mann-Whitney U Testi	80
Tablo 23	Erken Cebir Ön Bilgi ve Becerilerine Göre Cinsiyet Değişkeni Mann-Whitney U Testi.....	81
Tablo 24	Erken Cebir Ön Bilgi ve Becerilerine Göre Mezun Olunan Fakülte Değişkeni Kruskal-Wallis H Testi.....	81
Tablo 25	Erken Cebir Ön Bilgi ve Becerilerine Göre Mezun Olunan Bölüm Değişkeni Mann-Whitney U Testi.....	82
Tablo 26	Erken Cebir Ön Bilgi ve Becerilerine Göre Görev Süresi Değişkeni Kruskal-Wallis H Testi.....	82
Tablo 27	Erken Cebir Ön Bilgi ve Becerilerine Göre Öğrenim Seviyesi Değişkeni Mann-Whitney U Testi.....	83
Tablo 28	Erken Cebir ya da Cebire Geçiş Deyince Aklınıza Neler Geliyor?.....	84
Tablo 29	Sizce İlkokulda Erken Cebir Uygulamaları Nasıl Yapılmalıdır?.....	85
Tablo 30	İlkokulda Erken Cebir Uygulamalarının Amacı Sizce Nedir?.....	87
Tablo 31	Cebir Nedir?.....	89
Tablo 32	İlkokulda Cebire Hazırlık Çalışmaları Nasıl Yapılmalıdır?..	90
Tablo 33	Matematik Öğretiminde Genellemenin Yeri Nedir?.....	91
Tablo 34	İlkokulda Bilinmeyen Kavramı İlk Olarak Ne Zaman Çocukların Karşısına Çıkmalıdır? Neden?.....	92
Tablo 35	İlkokulda Bilinmeyen Kavramı İle İlgili Bir Problem Örneği Sunabilir misiniz? Bu problemin Sınıf Düzeyini Belirtir misiniz?.....	93
Tablo 36	Eşit İşaretini Öğretirken Neler Yapıyorsunuz? Matematik öğretim sürecinde eşit işaretinin hangi anlamlarına odaklanıyorsunuz?.....	95
Tablo 37	Sizce İlkokulda Çocuklar Denklemlerle Çalışmalı mı? Nasıl?.....	96
Tablo 38	Öğretmenlerin Denklem Çalışmaları Öncesinde Nelerle İlgili Çalışmaları Gerekir?.....	97
Tablo 39	Bir Çocuğun İlkokulda İyi Bir Dört İşlem Becerisi Kazanmış Olması Sonraki Okul Yaşantısında Ona Neler Kazandırır?.....	98
Tablo 40	4. Sınıf Erken Cebir Başarı Testi Sonuçları.....	180

Özet

Sınıf Öğretmenlerinin Erken Cebir Düşüncelerinin Geliştirilmesine Yönelik Bir Eylem Araştırması

Aritmetik ve cebir yapı olarak birbirinden farklıdır. Yapısal farklılıklar öğrencilerin aritmetikten cebire geçerken problem çözme, genelleme, semboller ve harflerin anlamlandırılması ve kullanılması konularında zorluklar yaşamalarına neden olmaktadır. Cebir öğretimine başlamadan önce öğrencilerin aritmetik ile cebir arasındaki farklılıkları öğrenmeleri gerekir. Literatüre bakıldığında, bu farklılıkların öğrenilmesinde ve öğrencilerin karşılaştığı zorlukların giderilmesinde erken cebirin anahtar bir role sahip olduğu görülmektedir. Bununla birlikte öğretmenlerin erken cebire yönelik teorik bilgileri ve uygulamaları, öğrencilerde cebirsel düşüncenin gelişimi için önemlidir. Bu araştırma ile sınıf öğretmenlerinin erken cebire yönelik düşüncelerinin ortaya çıkarılması, erken cebir kapsamında uygulanan öğretim etkinliklerinin sınıf öğretmenlerinin erken cebire yönelik düşüncelerine ve öğrencilerin başarılarına etkilerinin belirlenmesi amaçlanmıştır. Araştırma eylem araştırması türünde desenlenmiştir. Araştırmada erken cebir farkındalık ölçeği ve yarı yapılandırılmış görüşme formu aracılığıyla sınıf öğretmenlerinin erken cebir konusundaki farkındalıkları ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır. Aynı zamanda erken cebir başarı testi aracılığı ile ilkokul dördüncü sınıf öğrencilerinin cebirsel başarıları ölçülmüştür. Elde edilen veriler doğrultusunda dördüncü sınıfta öğretim yapan bir sınıf öğretmeni ile erken cebir öğretim etkinliklerine dayalı eylem araştırması gerçekleştirilmiştir. Araştırmanın sonucunda sınıf öğretmenlerinin erken cebir konusunda sınırlı bilgiye sahip oldukları, erken cebir kapsamında yapılan uygulamaların da sınıf öğretmenlerinin erken cebir konusundaki düşüncelerini olumlu yönde etkilediği görülmüştür. Ayrıca erken cebir kapsamında yapılan öğretim etkinlikleri ilkokul dördüncü sınıf öğrencilerinin başarılarını artırmıştır.

Anahtar kelimeler: Erken cebir, eylem araştırması, sınıf öğretmeni.

Abstract

An Action Research For The Development Of Elementary Teachers' Ideas About Early Algebra

Arithmetic and algebra are structurally different from each other. The structural differences cause students to experience difficulties in problem solving, generalizing, and using and making sense of symbols and letters during their advancing from arithmetic to algebra. Before commencing algebra teaching, students should learn the differences between arithmetic and algebra. Referring to the literature, it is seen that early algebra has a key role in learning these differences and eliminating the difficulties that students experience. In addition, teachers' knowledge and practices is very important for the development of students' algebraic thinking. In this research, it is aimed to reveal the elementary teachers' ideas about early algebra and to determine the effects of teaching activities, carried within the scope of early algebra, on the students' success and the elementary teachers' ideas about early algebra. This research has been designed as an action research. In the research it has been tried to reveal the elementary teachers' awareness about early algebra by means of an early algebra awareness scale and a semi-structured interview form. At the same time, fourth grade elementary school students' early algebraic achievement was measured via an early algebra achievement test. Within obtained data, an action research based on the activities of early algebra teaching was carried out with a fourth grade elementary school teacher. As a result of the research, it has been found that elementary school teachers have limited knowledge about early algebra and that practices within the scope of early algebra positively affect the ideas of elementary school teachers about early algebra. Furthermore, the activities made within the scope of early algebra enhance the success of the fourth grade elementary school students.

Key words: Early algebra, action research, elementary school teacher.

Birinci Bölüm

Giriş

Teknolojinin süratle ilerlediği, buna bağlı olarak da bilimsel açıdan hızlı gelişim ve değişimlerin yaşandığı, bilginin nitelik ve nicelik açısından farklılaştığı dünyamızda matematiğin, matematiği anlayıp matematiksel becerileri gündelik hayatta kullanabilmenin önemi giderek artmaktadır (MEB, 2009).

Matematik, bireylerin hayatı anlamlandırmalarına, yaşantılarını analiz ederek çıkarımlarda bulunmalarına, karşılaştıkları problemlere çözüm ararken olaylara farklı açılardan yaklaşabilmelerine yardımcı olan evrensel bir dildir. Sayı, küme, nokta, doğru, matris gibi soyut kavramları, bu kavramlar arasındaki ilişkileri ele alan matematik bu ilişkilerden genellemeler çıkararak bunları ispatlamaya çalışır. Yapı olarak kavram ve bağıntılardan oluşan bir sistem olan matematik hayatın soyut bir şekli, bilgiyi işleyerek sonuçlar çıkarmanın etkili bir aracıdır (Baki, 2008; Baykul, 2012; Altun, 2013).

İnsanlar matematiksel etkinlikler aracılığıyla, matematiksel kavramları ve ilişkileri kullanarak (sayı, sembol vb.) doğadaki olay ve olguları anlamlandırmaya çalışırlar (Olkun ve Toluk Uçar, 2006). Matematik aracılığıyla evrendeki bilinmeyenler bilinir kılınmaya çalışılır. Matematiği anlayabilen ve matematik yapan bireylerin gelecek yaşantılarını planlarken daha fazla alternatifte sahip olacakları söylenebilir (MEB, 2009). Bu bakımdan okullarda matematik eğitimi verilirken, matematiğin gerçek yaşamın bir parçası olduğu ve matematik bilmenin, matematiksel düşünebilmenin günlük hayatta sağladığı avantajlar öğrencilere hissettirilmelidir.

Ülkemizde ilkokul (1-5. sınıflar) matematik dersi öğretim programına göre matematik dersi sayılar, geometri, ölçme ve veri öğrenme alanlarına ayrılmaktadır. Cebir öğrenme alanı ise ilk olarak altıncı sınıf matematik dersi öğretim programında yer almaktadır. Buna karşın ilkokul matematik programı

incelendiğinde; aritmetikte genelleme, dizilerde genelleme, eşitlikler ve sembolik açıklamalardan genellemeye gidebilme, sayısal ilişkileri kuran kuralların başka durumlara genellenmesi, ters ilişki, basitleştirme ve düzenleme, bilinmeyenlerle çalışma, grafik ve sembollerdeki fonksiyonları ve farklı sunumlar arasındaki ilişkileri görebilme, eşitlik ve eşitsizlik arasındaki ilişkileri anlama, matematiksel yapının farkındalığı, problem durumlarının farkındalığı, tahmin ve geriye doğru çalışma, açıklamalar ve doğrulamalar yapabilme, problem çözme gibi cebirle ilgili ve cebirin alt yapısını oluşturan konular mevcuttur.

Matematiğin tüm alanları önemli olmakla birlikte cebir öğrenme alanı, cebirin günlük hayatta karşılaşılan problemlerin çözümüne rehberlik etmesi bakımından ayrı bir yere sahiptir. Literatüre bakıldığında cebir için çeşitli tanımlar yapılmıştır. Cebir, fikirleri açıklamada kullanılan matematiksel bir dildir (Sutherland ve Rojano,1993). Usiskin (1997, s.5) cebiri “bilinmeyenler, formüller, örüntüler, yer tutucular ve ilişkiler” olmak üzere beş bileşenden oluşan matematiğin bir dili olarak tanımlamıştır. Kieran’a (1992) göre cebir sayılar arasındaki genel ilişki ve özellikleri gösteren, sembollerle nicelik ve sayıları simgeleyen ve aynı zamanda hesap yapabilen bir araçtır. Sfard’a (1995) göre ise cebir bir hesaplama bilimidir. En genel ve basit anlamda cebir matematikte bilinmeyen değerlerin harf ya da çeşitli sembollerle ifade edilmesi, bilinenlerden hareketle bilinmeyenlerle ilgili çözüme yönelik bir denklem ortaya koyma şeklinde ifade edilebilir.

Aritmetiğin soyutlanmış ve genellenmiş şekli (Vance,1998; Lott, 2000) olarak ifade edilen cebir daha çok aritmetiğin sembolik yönüyle ilgilenir (Tabach ve Friedlander, 2008). Cebirde amaç sembolik ve grafiksel ifadelerin anlamlarını bilme, bu ifadeleri kullanarak ilişkiler bulma, sonuçlar çıkarma ve bu ilişki ve sonuçları yine grafik ya da semboller aracılığıyla ifade edebilmektir (Baki, 2008).

Cebir, işlem ile anlam arasındaki ilişkinin yoğun olduğu bir alandır. Cebir öğretiminde işlemsel yoğunluk kuralları öne çıkarırken kavramsal anlamayı göz ardı etmeye neden olmaktadır (Baki, 2008). Cebirle ilgili temel kavramların öğrenilmesi sonraki matematik konularının öğrenilmesini kolaylaştırırken, öğrenilememesi ise gelecekte üniversite ve teknolojiye yönelik kariyer yapmaya engel olmaktadır (Lacampagne, 1995). National Council of Teacher of Mathematics (NCTM), okulöncesinden başlayıp liseyi bitirinceye kadar her

öğrencinin cebiri gerekli düzeyde öğrenmesi gerektiğini savunmuş ve bu süreçte cebirle ilgi kazanılması gereken bazı standartları belirtmiştir (NCTM, 2000).

Cebir, günlük hayatta farkında olalım ya da olmayalım geniş bir kullanım alanına sahiptir. Bir eylemi birden çok kez gerçekleştirirken aynı adımları tekrar tekrar yapmak yerine, bu adımlardan bir modele (desen, örüntü) ulaşarak bir dahaki sefere bu işi nasıl kolayca yapacağımızı bize cebir anlatır ve bizi genellemelere ulaştırır. Karşılaştığımız problemleri özel kalıplar (denklemler) yardımıyla kolayca çözmemizi sağlar. Miktarlar ve değişkenler arasındaki ilişkileri açıklamamıza yardımcı olur. Günlük hayat problemlerini (yaş, iş, hız, para vb.) çözmemizi sağlar. Bunları yapabilmek ise cebirsel düşüncenin gelişimine bağlıdır.

Cebirsel düşünme, cebir kavramından daha kapsamlı bir anlama sahiptir. Araştırmacılar cebirsel düşünmenin farklı yönlerine değinirler. Driscoll (1999) cebirsel düşünmeyi, nicel durumlarda değişken kullanabilme ve değişkenler arasındaki ilişkileri açıkça ifade edebilme yeteneği olarak ifade eder. Cebirsel düşünme, matematiksel bilgiyi ifadede farklı gösterim şekillerinin kullanılması ve bunların yorumlanması (Hebert ve Brown, 1997), zihinde sembollerin ve işlemlerin anlamlarının yapılandırılarak matematiksel akıl yürütmenin gelişmesidir (Kieran ve Chalouh, 1993).

Cebirsel düşünmenin temelinde sözel bilgiyi sembolleştirme vardır. Verilen durumlardan ihtiyaç duyulan bilgilerin seçilerek, bilginin tablo, şekil, grafik ve denklemlerle simgelenmesi, matematiksel bulguların yorumlanarak farklı durumların çözümü için matematiksel sembollerin ve araçların kullanılması cebirsel düşünme ile gerçekleştirilebilir (Hebert ve Brown, 1997). Cebirsel düşünce matematiksel durumları, sembollerini kullanarak farklı biçimlerde temsil edebilme ve yorumlayabilmeyi, sayısal ilişkileri anlayabilmek ve temsil edebilmek için modeller kullanmayı, gerçek hayat durumlarındaki değişimi yorumlayabilmeyi gerektirir (NCTM, 2000).

Cebir yapmak, soyutlama yapabilmeye bağlıdır. Bu nedenle cebir öğretimine soyut düşünebilmenin başladığı 13-14 yaşlarında başlanır (Altun, 2004). Cebirin soyut bir branş olması, gerçek yaşamla ilişkisinin kurulamaması ve katı kurallarının olması, cebirin öğrenciler tarafından sevilmemesine neden

olmaktadır (Kieran, 1992; Sfard ve Linchevski, 1994; Usiskin, 1999; Van Amerom, 2002). Geleneksel cebir öğretimine cebirin kuralları ile başladığı için öğrenciler verilen sembollerle bağlantı kuramazlar (Kieran, 1990). Kural ve tanım ezberleme şeklindeki öğretim, öğrencilerin cebire yapısal açıdan yaklaşımlarını zorlaştırmaktadır. Öğrencilerin tam olarak cebirsel anlamayı gerçekleştirebilmeleri için cebirsel düşünme ve cebirsel sembolleştirmeyi elde etmeleri, cebiri yapısal açıdan (bilinmeyenler, semboller, değişkenler, eşitlik-eşitsizlik, işlemler arası ilişkiler vb.) ele almaları gerekir (Kieran, 1992).

Cebir öğretimine hangi yaş ve sınıf düzeyinde başlanacağı ülkelere göre farklılık göstermektedir. Ülkemizde cebir öğretimi ilkökul seviyesinde 1-5. sınıflar matematik öğretim programında yer alan örüntü ve süslemeler alt öğrenme alanının uzantısı şeklinde sürdürülmektedir. Bu sınıf düzeylerinde öğrenciler ilk olarak tekrarlı örüntülerle, sonrasında ise genişleyen örüntülerle çalışmaktadırlar. Öğrenme alanı olarak cebir ilk defa 6. sınıf programında yer almaktadır. 6-8. sınıf düzeylerinde öğrencilere, örüntülerde kuralları genelleme ve harflerle ifade edebilme becerisi kazandırılmaya çalışılmaktadır. Genellemeler daha sonra iki bilinmeyenli denklemlerle ilişkilendirilerek anlamlı öğrenmenin gerçekleşmesine imkân sağlamaktadır. MEB Talim Terbiye Kurulu tarafından 2015 yılında yayınlanan ve 2016-2017 eğitim öğretim yılından itibaren kademeli olarak uygulamaya konulacak olan ilkökul (1, 2, 3 ve 4. sınıflar) matematik dersi öğretim programında ise cebire geçiş alt öğrenme alanı yer almaktadır. Bu kapsamda değişken, örüntü, genelleme gibi kavramlar üzerinde yoğunlaşmıştır. Burada amaç üst sınıflarda öğretilen cebir konularına başlamadan önce öğrencilerde cebirsel düşüncenin gelişimini sağlamaktır (MEB, 2015).

NCTM'ye (2000) göre öğrenciler cebir öğrenmeye daha önceki sınıflarda başlamalı, 3-5. sınıf seviyesindeki öğrenciler genel kuralları ifade etmek için kutu, harf gibi çeşitli sembolleri kullanabilmelidir. 6-8. sınıf düzeyindeki öğrenciler ise problemleri çözmeye sembolleri kullanabilmelilerdir.

Araştırmacılar cebir öğretiminin sırasını belirlemek için cebirle ilgili çeşitli evreler belirtmişlerdir. Boulton-Lewis ve diğerleri (1997), cebir öğretimine ilişkin iki-yol öğretim modelini tavsiye etmiştir. Bu modele göre cebir öğretimi; ikili aritmetik, karmaşık aritmetik, ikili cebir ve karmaşık cebir şeklinde bir sırayla yapılmalıdır. İkili aritmetik $4 + 3 =$, $4 \times 3 =$ gibi işlemleri içerir. Bu şekildeki

işlemler $4x =$, $4x + 3 =$ şeklindeki ikili cebir işlemlerine temel oluşturur. Aynı şekilde $4 + 3 - 1 =$, $4 \times 3 - 6 =$ şeklindeki karmaşık aritmetik işlemleri $4x + 2 =$, $4x + 3 - 1 =$ şeklindeki karmaşık cebir işlemlerine temel oluşturur.

Kieran (1990), öğrencilerin cebirle ilgili düşüncelerine ait evreleri;

- Sembollerin kullanılmadığı, tanımlamalar için sıradan ifadelerin kullanıldığı,
- Bilinmeyen nicelikler için kısaltmaların kullanıldığı ve bilinmeyenleri belirlemenin amaçlandığı,
- Bilinen ve bilinmeyen nicelikler için harflerin kullanıldığı ve sembollerle yapılan işlemlerin problemlerin çözümünü sağladığı şeklinde üç evrede ele almıştır.

Kieran bu evrelerden yola çıkarak cebiri anlamada öğrencilere sayılar arasındaki ilişkileri keşfetmeleri için zaman verilmesi gerektiğini belirtir. Keşfedilen ilişkileri öğrencilerin kendilerine ait ifadelerle açıklamalarına ve bunları sembollerle göstermelerine olanak verilmesi gerektiğini savunur (Kieran, 1990).

Aritmetikten cebire geçişte köprü işlevi gören, aritmetik ile cebir arasındaki geçiş süreci erken cebir olarak adlandırılmaktadır. Kieran (1991), öğrencilerin aritmetik yaşantılarıyla cebire temel oluşturduğu ve cebirsel fikirleri geliştirmeye başladığı süreci cebir öncesi (erken cebir) olarak tanımlamıştır. Bu süreç öğrencilere sahip oldukları aritmetik ve geometri bilgilerini kullanma fırsatı sağlayarak cebirsel kavramları informal şekilde anlamlandırmalarına yardımcı olur (Kieran ve Chaloug, 1993). Cebir öncesi, aritmetik bir ortamda cebirsel akıl yürütme, informal sembolleştirme ve denklem çözümede gerekli aritmetik bilgiyi güçlendirmeyi içerir (Van Amerom, 2002).

Araştırmacılar, öğrencilerin sonraki cebir öğrenimi için aritmetikteki zorluklarının belirlenip bu zorlukların giderilmesinde cebir öncesi olarak adlandırılan dönemin önemli olduğunu (Kieran, 1991; Kieran ve Chalouh, 1993; Sfard, 1995; Van Amerom, 2002), cebir öncesi dönem olmadan yapılan cebir öğretiminin öğrencilerin matematiksel gelişimini olumsuz etkileyeceğini belirtmişlerdir (Akkan, 2009). NCTM cebirsel düşünmenin gelişimi için lise cebir

öğrenme alanının yetersiz olduğunu, bu yetersizliğin ise ilköğretim kademelerindeki aritmetik ve cebir öğretimine bağlı olduğunu belirtmiştir (NCTM, 2000). Linchevski (1995) okul cebirini, değişkenler ve cebirsel ifadeleri sadeleştirme, yapı, genelleme, sözel problemler ve denklemler olmak üzere beş bileşene ayırmış ve bu bileşenleri destekleyecek ön kavramların cebir öncesinde oluşturulduğunu, bunun ise cebir öğretiminde çok önemli olduğunu belirtmiştir.

Kuramsal Çerçeve

Geleneksel olarak çoğu matematik müfredatında aritmetik ilkökul matematiğinin, cebir ise ortaokul ve lise matematiğinin odak noktası olarak ayrılmaktadır. Bu ayrım ileriki sınıflarda öğrencilerin cebiri öğrenmelerini zorlaştırmaktadır (Kieran, 2007). Son zamanlarda yapılan araştırmalar ise cebirsel fikirlerin erken sınıflardan itibaren gelişmeye başladığını göstermektedir (Cai ve Knuth, 2005).

Öğrencilerin aritmetik hesaplama yeterliklerinin gelişmesi için cebirsel düşünceyle karşılaşmaları ve cebirsel düşünmeyi öğrenmeleri gerektiği kabul edilmektedir. Fakat erken sınıflarda cebirsel düşüncenin gelişimi, ortaokul cebir müfredatının ilkökul müfredatına basitçe sıkıştırılması anlamına gelmemektedir. Aksine öğrenciler için aritmetikten cebire geçişteki zorluklara sebep olan çeşitli faktörlerin tespit edilip, aritmetiğin nasıl görülmesi ve öğretilmesi gerektiği ile ilgili yenilikler yapılması anlamlarına gelmektedir. Birçok öğrenci için aritmetikten cebire geçiş zordur. Cebir, aritmetikte oldukça yeterli olan öğrenciler için bile farklı yollarla düşünmeyi gerektirir (Kieran, 2007).

Kieran (2007) aritmetik düşünceden cebirsel düşünceye geçişte şunları önerir:

- Sayısal cevabı hesaplarken aynı zamanda sayısal ilişkilere de odaklanılmalı,
- İşlemlerle birlikte ters işlemler de ele alınmalı,
- Yalnızca problemi çözmek değil, problemi ifade edebilmek (gösterebilmek) de amaçlanmalı,
- Yalnızca sayılara değil, sayılarla birlikte harflere de odaklanılmalı ve eşit işaretinin anlamı üzerine yeniden eğilmeli.

Aritmetiğin alanı içinde yer alan bu dört durum cebirsel düşünmenin de temelini oluşturmaktadır. Bu nedenle aritmetik ile cebir arasındaki sınırın aslında düşünüldüğü kadar da keskin olmadığı söylenebilir.

Erken cebir aritmetikle cebir arasında bağlantı kurmayı sağlamakla birlikte, iyi bir aritmetik öğretimi için de gereklidir. Erken sınıflarda cebirsel düşüncenin gelişimi; değişkenlerle çalışabilme, genelleme yapma, nicelikler arasındaki ilişkileri analiz edebilme, matematiksel yapının farkındalığı, modelleme, problem çözme ve tahmin yapma gibi çeşitli düşünme yöntemlerinin gelişimini gerektirir (Cai ve Knuth, 2011).

NCTM (2000) cebiri tanımlarken;

- Örüntüleri, ilişkileri ve fonksiyonları anlama,
- Matematiksel durum ve yapıları cebirsel semboller kullanarak gösterebilme ve analiz edebilme,
- Sayısal ilişkileri gösterebilmede ve anlamada matematiksel modeller kullanabilme,
- Çeşitli durumlarda değişimi analiz edebilmekten bahseder.

Bu bilgilerden yola çıkarak erken cebir sürecinin genel olarak aritmetik, değişken kavramı, eşitlik kavramı (eşit işareti ve anlamı), genelleme ve örüntüler, modelleme, matematiksel muhakeme, üst biliş, tahmin, fonksiyonel düşünme, işlemler ve işlemler arası ilişkiler gibi bileşenleri içerdiği söylenebilir.

Aritmetik

Aritmetik denince genellikle akla hesaplama gelir. Aritmetik sayılar ve sayılar arası ilişkileri ve dört işlemle (toplama, çıkarma, çarpma, bölme) ilgili hesaplamaları içerir (NCTM, 1991). Mason'a (1996) göre dört işlemin kullanılmasına bağlı olarak bilinenden hareketle bilinmeyeni bulmak için yapılan bütün işlemler aritmetiktir.

Aritmetik işlemler yapılırken hesaplamada bilinmeyen işleme katılmaz, bilinmeyen ulaşılacak son noktadır. Burada amaç mevcut durumla ilgili sayısal bir çözüme ulaşmaktır. Dört işlem kullanılarak, sayılar arası ilişkiler ve bilinenden yola çıkılarak bilinmeyen hesaplanır. Aritmetiğin basit gündelik hesaplamaları

içeren işlerde ve ileri düzey bilimsel hesaplamaları kapsayan birçok alanda eğitim düzeyleri farklı seviyede her birey tarafından kullanıldığı söylenebilir.

Aritmetiğin odak noktası sayı kavramıdır, cebir de kökünü aritmetikten almaktadır (Van Amerom, 2002). Öğrenciler cebiri, sahip oldukları aritmetik deneyimlere dayanarak yapılandırır (Kieran, 1992; Hersovics ve Linchevski, 1994). Williams ve Cooper (2001), öğrencilerin aritmetikteki eksikliklerinin onları cebirsel düşünmeden uzaklaştırdığını bu nedenle öğrencilerin cebirde zorlandıklarını belirtmişlerdir. Bu da aritmetik ile cebirin farklı doğaya sahip olmasına karşın aralarında kuvvetli bir ilişki olduğunu göstermektedir.

Aritmetikte harfler yer tutucu ya da nesnelere kısaltması olarak kullanılırken cebirde harfler bilinmeyen, değişken, genelleştirilmiş sayılar gibi çeşitli anlamlara gelmektedir (Kieran, 1992). Bu durum, aritmetik ile cebir arasındaki farklılıkların başında gelir. Bu farklılık öğrencilerde yanlış algılamalara neden olmaktadır. Bu nedenle cebir öğretimine başlamadan önce öğrencilerin aritmetik ile cebir arasındaki farklılıkları anlamlı bir şekilde öğrenmeleri gerekir. Bu da aritmetikten cebire geçişte erken cebir sürecinin önemini ortaya koymaktadır.

Aritmetikten cebire geçiş

Aritmetik ve cebir doğası gereği farklılıklara sahip alanlardır. Öğrencilerin cebiri istenilen düzeyde öğrenebilmeleri için yeterli aritmetik bilgiye sahip olmaları gerekir. Bu nedenle aritmetik ve cebir arasındaki temel farklar iyi bilinmelidir. Aritmetik ve cebir arasındaki temel farklar şu şekilde özetlenebilir (Hersovics ve Linchevski, 1994; Linchevski, 1995; Stacey, 1997; Van Amerom, 2002):

- Aritmetikte bilinenden hareketle bilinmeyen hesaplanır, bilinmeyen kısa sürelidir ve hesaplama işleminde yer almaz, cebirde ise sabit bilinmeyenler vardır ve bilinmeyen çözüm sürecine katılır.
- Aritmetikte bilinmeyen ulaşılacak son noktadır, cebirde ise bilinmeyen başlangıç noktasıdır.
- Aritmetikte denklemler cevaba ulaşmak için bir formülken cebirde denklemler durumu tanımlar.

- Aritmetikte problem çözmek başarılı hesaplamalar zinciri iken cebirde mantıksal açıdan ilişkili denklemler zinciridir.
- Aritmetikte amaç sayısal bir cevaba ulaşmaktır, cebirde ise sayısal ilişkileri ve işlemleri genelleştirmeye çalışmaktır.
- Aritmetikte eşittir işareti sayısal bir hesaplamanın sonucunu ifade eder, cebirde ise denklik anlamındadır.
- Aritmetikte semboller (+,-,= vb.) yapılacak olan bir eylemi belirtirken, cebirde ise ilişkileri ve sonuçları oluşturur.
- Aritmetikte harfler yer tutucu olarak sadece bir sayısal değere sahiptir, cebirde ise harfler miktarları gösterir.
- Aritmetikte işlemler sayılarla sınırlıyken, cebirde bilinmeyenlerle genişletilebilir.

Araştırmacılar cebirin istenilen düzeyde öğrenilebilmesinde aritmetiğin ve aritmetikten cebire geçiş sürecinin önemli olduğunu belirtmiştir. Cebirin aritmetiğe göre daha soyut bir yapısının olması, öğrencilerin aritmetikte edinmiş oldukları bilgileri cebire genellemesi (örneğin harflerin aritmetik ve cebirde farklı kullanımı) ve aritmetikteki yetersizlikleri, aritmetikten cebire geçiş sürecinde birtakım sorunlara neden olmaktadır (Kieran ve Chalouh, 1993; Hersovics ve Linchevski, 1994; Sfard, 1995; Van Amerom, 2002). Öğrencilerin aritmetikteki bazı ilişkisel ve yapısal ifadeleri eksik öğrenmeleri onları cebirsel düşünceden uzaklaştırmakta, cebiri öğrenmelerinde zorluk yaşamalarına neden olmaktadır (Williams ve Cooper, 2001). Aritmetik işlemlerle ilgili kuralları (birleşme, dağılma, ters işlem gibi) yanlış öğrenme cebirsel kavramları öğrenirken kavram yanlışlarına neden olabilmektedir (Hersovics ve Linchevski, 1994).

Aritmetik ile cebir arasındaki yapısal farklılıklar dikkate alındığında öğrencilerin aritmetikten cebire geçişte yaşadıkları sıkıntıların başında problem çözme aşamalarında yaşanan zorluklar, genelleme yapma ile ilgili sahip olunan zorluklar, sembollerin ve harflerin anlamlandırılması ve kullanımlarıyla ilgili zorluklar gelmektedir (Akkan, 2009). Bu nedenle cebirsel düşünmenin gelişmeye başladığı erken cebir sürecinin bahsedilen zorlukların giderilmesinde etkili olduğu söylenebilir.

Değişken kavramı

Matematikte önemli bir yere sahip olan değişken kavramı cebirde anahtar bir rol üstlenir. Cebirle ilgili yapı ve ilişkileri belirtmek için kullanılan tüm semboller bu kavramın kapsamına girer. Değişken kavramı için literatürde farklı tanımlar kullanılmıştır. Kieran'a (1981) göre değişken, verilen bir kümenin elemanlarından birini ya da tamamını temsil eden bir harftir. Philipp (1992) değişkeni, belirlenmiş bir kümenin elemanlarından herhangi birini ifade eden bir sembol olarak tanımlar. Küchemann (1998) ise değişken kavramını değişen nicelikleri simgelemede kullanılan harfli ifadeler için kullanmıştır. Harfler, semboller ya da matematiksel ifadelerdeki herhangi bir yer tutucu (bilinmeyen yerine kullanılan her şey), bunların tümü değişkenlerdir. Buradan hareketle değişken kavramı birden fazla değer alabilen şey olarak tanımlanabilir.

Cebirin temeli değişkenlerle işlem yapmaya dayalıdır. Öğrencilerin cebirle ilgili kavramlara başlamadan önce değişken kavramını iyice öğrenmeleri gerekir. Cebir öğretiminde ilerlemeye engel olan kavramsal engellerin (Linchevski ve Hercovics, 1996) en önemlilerinden biri değişken kavramının yeterince anlaşılabilmesidir. Bu nedenle değişken kavramının anlaşılması cebire geçiş için hayati önem arz etmektedir ve tüm matematik konularının anlamlı bir şekilde öğrenilmesi için de gereklidir (Macgregor ve Stacey, 1997). Değişken kavramının anlamlı bir şekilde öğrenilmesi matematiksel soyutlamalara da temel oluşturur. Çünkü değişken soyut bir kavramdır.

Aritmetikten cebire geçişin istenen düzeyde sağlanamamasındaki nedenlerden biri öğrencilerin değişken kavramını tam olarak kavrayamamalarıdır (Gürbüz ve Akkan, 2008). Öğrenciler özellikle cebirsel ifadelerin gösteriminde kullanılan harf ve sembollerini anlamakta güçlük yaşamaktadırlar (Philipp, 1992; Macgregor ve Stacey, 1997). Öğrenciler matematiksel durumları temsil ederlerken öncelikle nesnelere, ardından sayılara, sonra ise harfleri kullanmayı öğrenirler. Matematikte harflerin kullanım amaçlarından biri de değişen nicelikleri simgelemektir, yani harfler değişken olarak kullanılırlar. Değişkenler geometrik şekillerle gösterilebildiği gibi genellikle harf sembollerle gösterilmektedir. Harf sembollerinin matematiksel yapılara göre farklı anlamlar ifade etmesi öğrencilerin bu sembollerini anlamalarını zorlaştırmaktadır (Dede ve Argün, 2003a).

Değişken, karmaşık durumları ve örüntüleri genellemede kullanılan bir dildir. Öğrenciler değişken kavramını ilk olarak örüntüleri genellemede kullanırlar. Bu durum değişkenlerin daha karmaşık durumlarda kullanımlarına temel oluşturur. Örüntüleri genelleme ve örüntü kuralını sözel olarak ifade edebilme etkinlikleri öğrencilerin değişken kavramını anlamlandırabilmeleri için gereklidir. Öğrencilerin değişken kavramını tam olarak anlamlandırabilmeleri için, değişkenlerin farklı kullanımlarını içeren etkinliklerle yeterince karşılaşmaları sağlanmalıdır. Usiskin (1988), değişkenlerin; niceliklerin yerini alan ve bilinmeyen, bir bilinmeyen ya da bir sabit, bağımsız değişken ya da parametre şeklinde üç farklı kullanımından bahsetmiştir. Matematiksel ifadelerde değişkenler genellikle bilinmeyen ya da değişen nicelikler olarak kullanılmaktadır. Öğrenciler çoğu kez değişkenin bilinmeyen anlamına odaklanırlar. Öğrencilerin harf ya da sembollerin hangi sayıya karşılık geldiğini düşünmeden değişkenlerle çalışabilmeleri için değişkenlerin iki anlamına da odaklanmaları gerekir (Van De Wall, Karp ve Bay-Williams, 2013).

Cebirsel düşünmenin temel becerilerinden biri olan değişkenler (Kamol, 2005) bir durumun matematikselleştirilmesinde önemli role sahiptirler (Jacobs, 2002). Değişkenleri anlayabilmek ileri matematiksel çalışmalara temel olacağından öğrencilerin değişkenleri kullanma konusunda özgüven kazanmalarının sağlanması oldukça önemlidir (Graham ve Thomas, 2000). Değişkenlerle çalışabilme birtakım zihinsel beceriler gerektirir. Öğrencilerin bu becerileri kazanabilmesi için harf sembollerin farklı anlamlara gelmesindeki esnekliği kavramaya, değişkenlerin farklı anlamlar kazandığı çeşitli problem durumlarıyla karşılaşmaya ihtiyaçları vardır. Öğrenciler çoklu değişkenlerin kullanıldığı denklemlerde, değişken olarak kullanılan harf ya da sembollerin her yerde aynı anlama geldiğinin farkında olmalıdırlar. İlkokul matematik programında öğrencilerin değişkenlerin çeşitli kullanımlarıyla ilgili deneyimler yaşayacakları etkinliklere yeterince yer verilmesi değişkenlerle ilgili yaşanan zorlukların giderilmesinde etkili olabilir. Erken cebir süreci bu durum için oldukça uygundur. Öğrenciler değişkenlerle çalışmayı öğrendiklerinde cebirsel yapılara kolaylıkla anlam verebilirler.

Eşit işareti ve anlamı

Aritmetikte sembollerin ifade ettikleri anlamlar cebir öğretimi için önemlidir. Bu sembollerden biri de eşit işaretidir. NCTM (2000) eşit işareti ve eşitlik kavramının öğrencilerin erken sınıflarda karşılaşmaları ve anlamaya başlamaları gereken önemli bir cebirsel kavram olduğunu belirtmiştir. Öğrenciler erken sınıflarda eşitliği tecrübe ederler ve anlamlandırılırsa bilinmeyen içeren durumları kolaylıkla çözebilirler.

İlkokulda öğrenciler eşit işaretinin anlamıyla ilgili yanlış anlamalara sahiptirler (Falkner, Levi ve Carpenter, 1999). Öğrenciler eşit işaretiyle genellikle aritmetik işlemler yaparken karşılaşılır. Bu karşılaşmada öğrencilere çoğunlukla eşit işaretinin solunda aritmetik işlemler, sağında ise işlemlerin cevabı sunulur. Bu durum öğrencilerin aritmetik işlemlerde eşit işaretini sonuca götüren bir sembol olarak düşünmelerine ve işareten önce gelen hesaplamaları gerçekleştirip sonucu işareten sonra yazmaları gerektiğini düşünmelerine neden olmaktadır (Kieran, 1981). Yani öğrenciler, eşit işaretinin soldan sağa doğru bir hesaplamayı ifade ettiğini düşünmektedirler. Eşit işaretinin bu yapıda sunulması öğrencilerin eşit işareti ve eşitlik kavramını yanlış anlamalarına neden olmakta ve bu durum ileri sınıflarda da devam etmektedir (Carpenter, Franke ve Levi, 2003).

Eşit işaretinin işlemsel bir sembol olmaktan ziyade ilişkisel bir sembol olduğunun anlaşılması matematiksel ilişkilerin öğrenilmesinde önemli bir rol oynar (Carpenter, Levi, Franke ve Zeringue, 2005). Öğrencilerin eşit işarete yükledikleri anlamlar ile cebir denklemlerine yönelik çözümleri arasında kuvvetli bir ilişki vardır (Kieran, 1981). Öğrencilerin aritmetik işlemlerde ilişkisel düşünme becerilerinin yetersizliği ve eşit işaretinin anlamı ile ilgili yanlış anlamaları cebirde zorluk yaşamalarının nedenlerindedir (Stephens, 2004). Bu nedenle eşit işaretinin bir ilişkiyi açıkladığını anlamak cebirsel düşüncenin gelişimi için oldukça önemlidir.

Eşit işaretinin anlamlandırılması için öğrencilerin hesaplama yapmayı bilmesine gerek yoktur. Öğrencilere eşit işaretinin ne ifade ettiğinin sözel olarak söylenmesi tek başına yeterli olmayabilir. Öğrenciler kıyaslama yapmayı gerektiren durumlarla karşı karşıya bırakılmalı ve zihinsel olarak çözüm stratejileri üretmeye sevk edilmelidir (Doğan Temur ve Sancak, 2012). Bu

nedenle öğrencilerin, eşit işaretinin $3+4=7$, $7=4+3$, $7=7$, $3+4=4+3$ gibi farklı gösterimleriyle karşılaşmaları gerekir. Öğrenciler eşit işaretini, iki eşit durum (sayı, nicelik) arasındaki sembol olarak düşündüklerinde matematiksel kıyaslama yapabilir hale geleceklerdir (Carpenter, Franke ve Levi, 2003).

Eşitlik kavramı öğretilirken somuttan soyuta doğru hareket edilmelidir. Öğrencilerin direkt soyut ya da sembolik temsillerle karşılaşmaları eşitlik kavramını anlamlandırmalarını zorlaştırabilir. İlkokul seviyesinde öncelikle eşit kollu terazi kullanılarak denge etkinlikleri ile eşitlik kavramı öğretilir. Sonrasında resimsel temsiller sonrasında ise soyut ya da sembolik temsillerin kullanılması faydalı olacaktır.

Eşit işaretinin öğretiminde öğretmenler, sınıf içi tartışmalar sayesinde öğrencilerin eşit işaretinin anlamıyla ilgili düşüncelerini ortaya çıkararak eksik ya da yanlış düşünceleri görme imkânına sahip olabilirler (Jacobs, Franke, Carpenter, Levi ve Battey, 2007). Eşitliği anlamlandırırken eşit, denge, aynı gibi kelimelerin anlamları üzerinde konuşulmalı, miktarları kıyaslarken öğrencilere aynı miktarda olması için ne kadar daha ihtiyacımız var gibi sorular yöneltilmelidir. Bu yolla tespit edilen eksik ya da hataların giderilmesinde öğretmenler, eşitlik kavramı ve eşit işaretiyle ilgili zengin sunumlarla öğrencilerin zihinsel yapılandırmalarına destek olabilirler.

Öğrencilerin $6+3 = 5+3+1$ şeklindeki aritmetik ifadelerde sayılar arasındaki ilişkiyi anlayabilmeleri için eşitliğin, aynı değere sahip iki matematiksel ifade arasındaki ilişkiyi açıkladığını öğrenmeleri gerekir. Öğrenciler bunu anladıklarında $15-8=15-9+1$ şeklindeki daha zor aritmetik ifadeleri zihinlerinde farklı formatlarda yapılandırarak bunları yansıtabileceklerdir. Öğrenciler bu şekilde bir taraftan aritmetiği öğrenirken bir taraftan da cebirsel bir kavram olan eşit işaretini öğrenmiş olacaklardır.

Öğrenciler $3+2= \square$ biçiminde aritmetik ifadelerle karşılaştıklarında eşit işaretini genellikle işlem yap şeklinde algılamaktadırlar. $\square = 3+2$ biçimindeki ifadelerle karşılaştıklarında ise ifadenin yanlış yazıldığını düşünmektedirler. $5=5$ biçimindeki ifadeleri herhangi bir işlem gerektirmediği için kabul etmemekte ya da $5+0=5$ biçimine dönüştürmeye çalışmaktadırlar (Freiman ve Lee, 2004). Öğrenciler eşit işaretinin farklı formatlarını içeren aritmetik ifadelerle

karşılaştıklarında hesaplama yapmadan önce eşit işaretinin ilişkisel anlamını hatırlamalı ve eşit işaretinin iki tarafındaki durumun birbirine denk olduğunu düşünerek işlem yapmalıdırlar.

Eşit işaretinin ilişkisel anlamının öğrencilerce anlaşılmasında ders kitaplarının da etkili olduğu söylenebilir. Kitaplarda eşit işareti ile ilgili genellikle standart işlemlere (işlem-eşit işareti-sonuç), az sayıda da standart olmayan işlemlere (eşit işaretinin iki tarafında da işlemler) yer verilmektedir. Eşit işaretinin anlamlandırılmasında standart olmayan işlemlerin daha etkili olduğu görülmüştür (McNeil ve diğ. 2006). Bu nedenle eşit işareti ders kitaplarında sadece işlemsel olarak değil, daha çok öğrencilerin ilişkisel anlamalarını destekleyecek şekilde yer almalıdır. Öğretmenlerin de eşitlikle ilgili işlemleri seçerken, öğrencileri ilişkisel anlamaya yönelten eşit işaretinin iki tarafında da işlemlerin yer aldığı durumları dikkate almaları daha faydalı olacaktır. Erken cebir sürecinde öğrencilerin eşit işaretinin farklı formatlarıyla karşılaşmaları ve eşit işaretinin ilişkisel anlamını öğrenmeleri sağlanabilir.

Genelleme

Cebirsel düşünmenin bileşenlerinden biri olan genelleme (Smith, 2003) matematiğin de temel etkinliklerindedir (NCTM, 2000). Genellemeyi keşfetme ve ifade edebilme matematiksel aktivitelerin çekirdeğini oluşturur (Mason, 1996; Kaput, 1999). Cebirde ve matematiğin tamamında ilişkilerin genellenmesi söz konusudur (Lee,1996). Cebirsel kavramların zihinde anlamlandırılması ve cebirsel düşünebilme genelleme yapmayı gerektirir.

Genelleme, belirli bir durumdaki örüntüyü tespit edip onu ifade etme ve bir soyutlama işidir (Baki, 2008). Genelleme ile matematiksel ilişki ya da özellikler bir kuralla ifade edilir. Genelleme yaparken matematiksel bir ifadedeki belirli adımlardan yola çıkılarak durumla ilgili bir karar verilmeye çalışılır ve bazı çıkarımlarda bulunulur. Öğrenciler genelleme yaptıklarında mevcut problemin dışında benzer durumlarda uygulayabilecekleri bir kural ortaya koyarlar.

Genelleme yapmanın temeli örüntülere dayanır. Örüntülerin genellenmesi cebirin özünü oluşturur (NCTM, 2000). Örüntüleri genellemede öğrenciler verilen yapı için geçerli olan bir kuralı bularak ya da verilen bir kuralı örüntünün özel durumlarına uygulayarak genelleme yapmanın farklı yollarını öğrenirler. NCTM

(2000), öğrencilerin erken yaşlardan itibaren geometrik ve sayısal örüntülerle çalışmalarının, örüntüleri genelleyebilmeleri ve fonksiyonları farklı gösterimlerle (sözel, tablo, grafik) ifade edebilmeleri için gerekli olduğunu belirtir.

Stacey (1989), bir örüntünün bir sonraki adımını bulmayı gerektiren yakın genelleme ve bir örüntüde bir kurala ulaşmayı gerektiren uzak genelleme arasındaki farktan hareketle genelleme için üç strateji tanımlamıştır. Bunlar; örüntünün bir önceki teriminden hareketle bir sonraki terimine ulaşıldığı yineleme stratejisi, fonksiyonel ilişki arama stratejisi ve bütüne genişletme stratejisidir. Bu stratejiler genelleme ile ilgili yapılan araştırmalara temel olmuştur.

İlişkilerin genellenmesi ve formüle edilmesi okul matematik müfredatlarında ciddi bir şekilde yer edinmeye başlamıştır (NCTM, 2000). Ülkemizde de 6-8. sınıf seviyesinde öğrencilerin, örüntüdeki kuralı belirleyip genelleme ve bunu harflerle ifade etme becerisi edinmeleri amaçlanmaktadır. Fakat öğrencilerin genelleme yapabilmeyi daha erken yaşlarda öğrenmelerinin gerekliliği (NCTM, 2000) dikkate alındığında bunun erken cebir sürecinde gerçekleştirilebileceği söylenebilir. Öğrencilerin erken sınıflarda genelleme yapmayı öğrenmeleri cebirsel düşüncenin gelişimi için gereklidir. Çünkü genellemeler ilerleyen aşamalarda iki bilinmeyenli denklemlerle ilişkilendirilerek cebirsel kavramların anlamlandırılmasına katkı sağlamakta ve yine fonksiyon kavramının öğrenilmesine temel oluşturmaktadır.

Örüntüler

Örüntü, olay ya da nesnelerin belirli bir düzen içerisinde düzenli bir biçimde birbirini takip ederek gelişmesi şeklinde tanımlanabilir. Örüntü kavramı cebirsel düşünmenin temel bileşenlerinden biridir (Smith, 2003). Usiskin (1997), cebiri matematiğin bir dili olarak tanımlamış ve bu dili oluşturan beş öğeden birinin de örüntüler olduğunu belirtmiştir. Araştırmacılar, cebirde tüm kavramların örüntülerle ve örüntüler arası ilişkilerin genellenmesiyle ilgili olduğunu ve bunun matematiğin özü olduğunu belirtmişlerdir (NCTM, 2000; Zazkis ve Liljedahl, 2002; Jones, 2003). İlköğretim düzeyinde öğrenciler geometrik ve sayısal örüntüleri tanımlama, örüntüyü devam ettirme ve genelleme yapabilme, örüntüleri farklı gösterimlerle (sözel, grafik, tablo) ifade etme, örüntüleri analiz etme, dönüştürme, verilmeyen terimi bulma ve yeni bir örüntü oluşturma becerilerine

sahip olmalıdır (NCTM, 2000; National Assessment of Educational Progress [NAEP], 2002).

Örüntü ve örüntüler arası ilişkiler matematiğin yapısını anlamada oldukça önemlidir. Örüntülerden hareketle yapılan genellemeler sayesinde, örüntü kavramı anlaşılır, ifade edilir ve kullanılabilir hale gelmektedir ve örüntüler formal cebire geçişte önem kazanmaktadır (Yaman, 2010). Örüntü aramak genelleme yapmada önemli bir adımdır, genelleme ise cebirin temelidir (Jones, 1993). Örüntüleri sözel olarak ifade edebilme, öğrencilere aritmetikten cebire geçişte yardımcı olmaktadır. Örüntülerle uğraşan öğrenciler sürekli olarak ilişki aramakta ve bulmakta bu da onları cebir konusunda cesaretlendirmektedir (Schoenfeld ve Arcavi, 1988).

Örüntüler şekil, tablo ya da grafik, sözel problemler ve sayı dizileri şeklinde farklı gösterimlerle sunulmaktadır. İlköğretim düzeyindeki öğrenciler için tekrarlayan örüntüler ve genişleyen örüntüler olmak üzere iki tip örüntü söz konusudur (Warren ve Cooper, 2006). Bu örüntüler öğrencilerin erken yaşlarda fonksiyonel düşünme becerilerinin gelişmesine yardımcı olmaktadır (Yaman, 2010). Tekrarlayan örüntüler, örüntüdeki bir bölümün sürekli tekrar ettiği, bir tekrar birimine sahiptir (Papic, 2007). Bu örüntüler tekrarlayan bölümün art arda uygulanarak genellenebileceği bir yapıya sahiptir. Örneğin tekrar birimi XY olan bir XYXYXY... örüntüsü, tekrar birimi $\square\Delta\Delta$ olan bir $\square\Delta\Delta\square\Delta\Delta\square\Delta\Delta$... örüntüsü bu türdendir. Genişleyen örüntüler sayısal olarak artan veya azalan örüntülerdir. Genişleyen örüntülerde, örüntüyü oluşturan terimler arasında genişleyen ya da daralan bir ilerleme söz konusudur (Olkun ve Yeşildere, 2007). Bu örüntülerde her bir terim ile kendisinden önceki terim arasında bir kural vardır. Genişleyen örüntülerde öğrencilerin örüntüyü devam ettirmeleriyle birlikte genelleme yapmaları ve cebirsel ilişki aramaları beklenmektedir (Tanışlı ve Olkun, 2009).

Örüntüleri keşfetmek erken yaşlarda öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerini geliştirir. Örüntülerdeki kuralları keşfetme ve bunları genelleme, cebir öğretimi için gereklidir (Stacey, 1989; Armstrong, 1995) ve cebir öncesi dönem etkinlikleri içerisindedir (Linchevski, 1995). Örüntüler genelleme yapmanın ilk adımıdır. İlköğretim düzeyinde cebirsel düşüncenin gelişimi için genellemenin önemi dikkate alındığında, örüntülerin aritmetikten cebire geçişte etkin bir rol oynadığı söylenebilir.

Öğrencilerin örüntüleri anlamaları ve kullanmaları, cebirsel düşüncelerinin gelişimi için gereklidir (NCTM, 2000). Ülkemizde 1-5. sınıf düzeyinde öğrenciler öncelikle tekrarlı örüntülerle karşılaşmakta ve deneyim kazanmakta, sonrasında ise genişleyen örüntülerle çalışmaktadırlar. Bu kapsamda bir örüntüdeki eksik bırakılan kısmın tamamlanması, örüntünün devam ettirilmesi, yeni bir örüntü oluşturma, bir örüntünün farklı yapılarla ifade edilmesi, örüntüdeki ilişkilerin keşfedilip kuralının bulunması şeklinde çalışmalara yer verilmektedir (MEB, 2005). MEB Talim Terbiye Kurulu tarafından 2015 yılında yayınlanan ve 2016-2017 eğitim öğretim yılından itibaren kademeli olarak uygulamaya konulacak olan ilkököl (1, 2, 3 ve 4. sınıflar) matematik dersi öğretim programında cebire geçiş alt öğrenme alanı kapsamında yoğunlaşılacak kavramlardan biri örüntülerdir. Programda problem çözerken öğrencilerin farklı stratejiler kullanmaya yönlendirilmesi gerektiği bu stratejilerden birinin de örüntü arama olduğu belirtilmiştir (MEB, 2015). Ortaokul (5, 6, 7 ve 8. sınıflar) programında da öğrencilerin akıl yürütme becerisi kazanabilmeleri için matematiksel bir durumun analizinde örüntü ve ilişkileri açıklayarak bunları kullanabilmeleri gerektiği ifade edilmiştir (MEB, 2013).

Modelleme

Matematiksel modelleme bir süreç işidir ve bu süreç çeşitli şekillerde tanımlanmaktadır (Lingefjard, 2007). Literatüre bakıldığında matematiksel modellemenin çeşitli tanımlarına rastlanılmaktadır. Bu tanımların benzer ve farklı yönleri bulunmakla birlikte tanımlarda daha çok matematiksel modellemenin bir süreç olduğu vurgulanmaktadır. Örneğin, Gravemeijer (2002) matematiksel modellemeyi var olan bir olayın matematiksel tekniklerle analiz edilme süreci olarak tanımlamaktadır. Confrey ve Maloney (2007) ise matematiksel modellemeyi belirsiz bir durumla karşılaşma, bu durumu sorunlaştırma ve durumu dönüştürmek için araştırma, akıl yürütme ve matematiksel yapıları uygulamaya dökme süreci olarak bahsetmektedir. Haylock (2010) gerçek dünyadaki bir problemten problemin matematiksel modeline geçme, ardından matematiksel çözümü elde etme, problemi tekrar gerçek dünyada yorumlama ve son olarak sonucu orijinal problemin kısıtlamalarına karşı kontrol etme olarak ifade eder.

Literatürde matematiksel modellemenin süreç dışında farklı ifadelerle açıklandığı tanımlar da bulunmaktadır. Örneğin, Giere (1999) matematiksel modellemeyi, gerçek bir sistemle benzerlik derecesi karşılaştırılabilen idealleştirilmiş soyut bir model inşa etme işi olarak belirtir. NCTM (2000) matematiksel modeli karmaşık bir olgunun idealleştirilmiş bir modelinde öğelerin ve ilişkilerin matematiksel bir gösterimi olarak tanımlar. Barbosa (2003) ise matematiksel modellemeyi, öğrencilerin bir problemi ele almaya davet edildikleri ve matematik aracılığıyla gerçeğe dayandırarak bir durumu araştırdıkları bir öğrenme ortamı olarak tanımlamaktadır. Tanımlardan hareketle matematiksel modellemenin öğrencilerin matematiği kullandığı, problemi çözerken öğrendiği bir çevre olduğu söylenebilir.

Modellemede matematiksel disiplinlerden yararlanılarak kişinin modelleme süreci boyunca değişen tecrübesine bağlı olarak durumun temsili ya da tanımı olan bir ürün yani bir model üretilir. (Confrey ve Maloney, 2007). Bu ifadeden de anlaşılacağı üzere model, modellemenin bir ürünü olarak ortaya çıkar. Bir model, gerçek yaşam durumlarını anlamlandırmak amacıyla matematiğin sembolik dilinin kullanılarak ifade edilmesidir (Gravemeijer, 2002). Matematiksel modelleme tanımlarında da bahsedildiği üzere modellemede gerçek bir durumun mevcut olması ve bu süreçte matematiksel bir modelin inşa edilmesi vurgulanmaktadır. Lesh ve Doerr (2003), Lehrer ve Schauble (2007) matematiksel modellerin gerçek bir durumun daha çok yapısal özellikleri ve işleyişi ile ilgilendiğinden bahsetmektedir. Bununla birlikte Lehrer ve Schauble (2007) matematiksel modellerin gerçek bir durumun tüm özelliklerini yansıtamayabileceğini ifade etmektedir. Bu matematiksel modellerin bir eksikliği gibi gözükse de NCTM (2000) matematiksel modellerin olguları açıklamak, yorumlamak ve problemleri çözmek için kullanılabileceğine dikkat çekmektedir.

Matematiksel modellemede ürün olarak ortaya çıkan modelin bir yapı olduğu düşünülebilir. Matematiksel bir modelin yapısını çeşitli matematiksel ifadeler, fonksiyonel ilişkiler ve işlemlerin kullanıldığı bir bütün oluşturmaktadır (Lehrer ve Schauble, 2007). Burada karmaşık yapıları yorumlamak ve anlamak amacıyla zihinde oluşan kavramlar modelin dışındadır. Formüller, bağıntılar, grafikler vb. modeli oluşturur (Lesh ve Doerr, 2003). Modellerin kullanımında ise işlevi biraz daha farklıdır. Örneğin, matematiksel bir model olarak herhangi bir formül ile sadece işlem yapılmaz. Bunun yanında formüldeki yapıların

anlaşılabilmesi ve yorumlanabilmesi gerekir (Erbaş ve diğ., 2014). Yani formülün hem kullanıma hem de yapısına dair bilgi sahibi olunması gerekmektedir.

İlkokul seviyesinde matematiksel modeller genellikle somut materyallerden oluşmaktadır. Van De Wall, Karp ve Bay-Williams (2013); sayma ile ilgili, uzunluk kavramıyla ilgili, ondalık kavramıyla ilgili, şans kavramıyla ilgili, dikdörtgen kavramıyla ilgili ve negatif-pozitif kavramlarıyla ilgili altı farklı modele, bu modellerle ilgili materyallere değinir. Öğretim amaçlı kullanılan onluk taban blokları, geometrik şekiller (küp, prizma, piramitler...), örüntü blokları, birim küpler, kesir kartları birer model olarak kabul edilebilir.

Matematiksel modelleme süreci çeşitli adımlarla ifade edilmektedir (Skovsmose, 1990). Örneğin, Verschaffel, Greer ve De Corte (2002) matematiksel modelleme sürecini şu adımlarla ifade eder:

- Tanımlanan durumu anlama;
- Durumun içine gömülü birbiriyle bağlantılı öge ve ilişkilerin varlığını tanımlayan matematiksel bir model inşa etme;
- Matematiksel modelden ne sonuç çıktığını tanımlamak için matematiksel modeli detaylı inceleme;
- Matematiksel modeli meydana getiren pratik duruma doğru bir sonuca varmak için hesaba dayalı işin ürünü yorumlama;
- Orijinal duruma ilişkin yorumlanan durumu değerlendirme;
- Yorumlanan sonuçları anlatma.

Skovsmose (1990) ise literatürde matematiksel modelleme sürecinin daha çok şu dört adımla gösterildiğinden bahseder:

- Gerçek bir dünya problemi ile başlanır.
- Bununla birlikte, basit bir yoldan çözümü tanımlamak imkânsızdır ve sonuç olarak biçimsel bir matematiksel modele sürükleyen basitleştirmeler yapmak zorunda kalınır.
- Model bir tümdengelim olarak sağlar ve matematiksel bir sonuca ulaşılır.

- Bir yorumla matematiksel çözüm gerçek bir çözüme dönüştürülür.

Skovsmose (1990) bu sürecin memnun edici bir yaklaşıklık elde edinceye kadar pek çok kere tekrarlanması gerektiğinden ve modelleme sürecinin standart tanımı olan bu başlıca adımların öğrencilerin öğrenmesinin tavsiye edildiğinden bahsetmektedir. Bu adımlar matematiksel modellemeyi uygulamada öğrencilere yol gösterici olarak gösterebilir ve pek çok kaynakta benzer adımların yer alması bu sebebe dayanabilir. Fakat Skovsmose (1990) bu adımların yanlış yönlendirici olduğunu savunur. Ona göre öğrencilerin, bu adımları öğrenmeye uğraşmak yerine, modellemeyi öğrenmeleri için en iyi yol model inşa etmeleridir.

Öğrencilerin modelleme ile ilgili adımları takip ederek ya da sadece modellemeyi inşa etmeye odaklanarak modelleme becerilerini geliştirmeleri gerekmektedir. Modelleme becerisinin geliştirilmesi diğer matematiksel becerilerin gelişmesini teşvik etmekte ve desteklemektedir. Yani matematiksel modelleme deneyimlerinin elde edilmesiyle, öğrenciler sadece elde ettikleri matematiksel bilgiyi güçlendirmekle kalmayacaklar aynı zamanda yeni matematiksel bilgi elde edeceklerdir (Swan, Turner, Yoon ve Muller, 2007). Ayrıca modelleme aracılığıyla, öğrencilerin etraflarındaki dünyayı daha iyi anlamalarına bir araç olan matematik ile soyut bir yapı olan matematik arasında köprü kurmalarına olanak verilir. (Henn, 2007). Dolayısıyla modelleme, öğrencilerin matematiksel bilgilerinin kuvvetlenmesine ve gerçek dünya ile bağdaştırarak matematiği daha iyi anlamalarına yardımcı olmaktadır.

Modellemenin öğrencilerin matematik becerilerine katkıda bulunmasının yanı sıra, literatürde bazen öğrencilerin matematik bilgilerine olumsuz etkisi de olabileceğinden bahsedilmektedir. Örneğin, öğrenciler modeller aracılığıyla kavramlar arasında bağ kurarak kavramları içselleştirebilir. Bu durumda kavram yanlışları ortaya çıkabilir. Kavram yanlışlarını önlemek amacıyla sınıf ortamında öğrenciler modellerle ilgili konuşmalı, modelin matematiksel amacı öğrencilerce içselleştirilmelidir (Van De Wall, Karp ve Bay-Williams, 2013).

Modellenecek olan kavram ve bu kavramın zihinde anlamlandırma düzeyi önemlidir. Eğer modellenecek olan kavram zihinde anlamlandırılmışsa model bu ilişkiyi somutlaştırabilir. Öğretmenler genellikle kavramlara zihinlerinde sahip oldukları için modeller öğretmenlere anlamlı gelmektedir. Bu açıdan bir modelle

ilgili öğretmen ile öğrencinin gördüğü ilişki farklı olabilir. Öğrencilerin zihinlerinde kavramları yapılandırmaları belirli bir süreçte gerçekleşir. Yaşanan deneyimler, kazanılan fikirler ve bunlarla ilgili düşünceler, tartışmalar, açıklamalar, diğerlerini dinleme öğrencilerin kavramları yapılandırmalarına fırsatlar sunacaktır (Van De Wall, Karp ve Bay-Williams, 2013).

Bir model öğrenciyi düşünmeye, sorgulamaya zorluyorsa etkilidir. Modeller yapılarında matematiksel ilişkileri belirgin bir şekilde barındırmazlar, bu ilişkileri öğrenciler oluştururlar (Olkun ve Toluk, 2004). Bu nedenle iyi bir model öğrencileri sorgulamaya yöneltmelidir. Modeller öğrencilerin sahip oldukları soyut fikirleri somutlaştırmalarına, kendilerini ifade etmelerine olanak sağlar. Olkun ve Toluk (2004) hazır modellerde bulunması gereken özelliklerden bahsetmiştir. Buna karşın Gravemeijer (2002) başkaları tarafından oluşturulmuş hazır modellerin, bireyin zihinsel sürecinden geçmediği için, yapılandırmacı yaklaşımı benimseyen modelleme yaklaşımları tarafından eleştirildiğini ifade etmektedir.

Modellemenin her öğretim seviyesinde kişiye farklı bir katkısı bulunmaktadır. Okul seviyesinde modelleme gerçeklikten matematiğe köprü kurmanın bir yoludur. Çocuklar için matematiği anlamada günlük hayat tecrübelerini kullanmalarına olanak sağlar. Diğer taraftan modelleme becerilerini geliştirme gerçekliğin dünyasını anlamada bir anahtar rolünü üstlenir ve matematiği kültürün içine oturtur. Üniversite düzeyinde modelleme becerilerini geliştirme biraz daha farklıdır. Burada bu becerilerin geliştirilmesi öğrencilerin matematiği bir araç olarak kullanmayı öğrenmeleri ile ilgilidir (Galbraith, 2007).

Modellemenin matematik eğitimi açısından sağladığı katkılar göz önüne alındığında, her öğretim seviyesinde faydalanılması gerektiği sonucuna varılabilir. Özellikle öğretimin ilk aşamalarında modellemenin önemine vurgu yapılmaktadır. Bu konuda English (2003), modelleme öğrenciler için bir yaşam biçimi haline getirilecekse, ilkökul ve ortaokulda faydalı modelleme deneyimlerinin sağlanması gerektiğine işaret etmektedir. Greer, Verschaffel ve Mukhopadhyay, (2007) özellikle ilkökul seviyesinde çalışan araştırmacılar ve tasarımcılar arasında, matematiksel modelleme teriminin yalnızca bir sürece atıfta bulunmak için kullanılmaması gerektiğini bunun yanında matematiğe dönüştürülmesi, matematiksel olarak geliştirilmesi, orijinal (gerçek dünya) durumuna geri

çevrilmesi gerektiğinden bahsetmektedir. Bu bakımdan öğretmenler ilkokuldan başlayarak her seviyede öğrencilere modelleme deneyimleri yaşayacakları ortamlar sunmalı, hazır modeller yerine öğrencilerin kendi zihinsel süreçlerinin ürünü olan modeller geliştirmelerine teşvik edici olmalıdırlar.

Matematiksel muhakeme

Muhakeme eleştirel düşünme, yaratıcı düşünme, mantıksal düşünme gibi çeşitli düşünme becerilerini kapsayan, düşünmenin ileri safhalarında görülen bir beceridir. Muhakeme yapan bireyin üst düzey düşünme becerisine sahip olduğu, düşüncelerini bilgiye dayanarak ve akıl yürüterek oluşturduğu söylenebilir (Umay, 2003). Bu nedenle muhakemenin uzun bir süreç sonucunda oluştuğu ve soyut düşünemeyi gerektirdiği düşünülebilir.

Matematiksel muhakeme, mevcut bilgilerden yola çıkarak matematiksel araç ve düşünme teknikleri aracılığıyla yeni bilgilere ulaşma süreci olarak tanımlanabilir (MEB, 2013). Matematikte doğrulara muhakeme ile ulaşılır. Çünkü muhakeme sürecinde bilgi, kanıt ve düşünce birlikte işlev görür. Ball ve Bass (2003), muhakeme olmadan matematiğin yalnızca işlemsel ve yöntemsel olacağını belirtmiştir. National Research Council (NRC), matematiksel yeterliğin birbirleriyle iç içe beş bileşene bağlı olduğunu belirtmiştir. Bunlardan biri de mantıksal düşünme, yansıtma, açıklama ve doğrulama kapasitelerini içeren muhakemedir (Kilpatrick, Swafford ve Bradford, 2001).

Matematik eğitiminin temel amaçlarından biri de muhakeme becerisinin gelişimini sağlamaktır. Çünkü matematikte neden?, nasıl? gibi sorulara mantıklı cevaplar aranır. Yani matematiğin yapısı muhakeme yapmayı gerektirir. Örneğin bir problemin çözüm sürecinde olası stratejilerin hepsini göz önünde bulundurmak için matematiksel muhakemeye ihtiyaç vardır. Bu nedenle muhakemenin en çok kullanıldığı alanların başında matematik gelir (Gürbüz ve Erdem, 2014). Ball ve Bass (2003), muhakeme ile matematikte yeni düşüncelerin ortaya çıktığını; matematiksel bilgilerin doğrulanabildiği ve ispatlanabildiğini; matematiksel ilişkilerin kurulabildiğini ve muhakemenin öğrencilerin genellemelere ulaşmalarında yardımcı olduğunu belirtmişlerdir. Buna dayanarak öğrencilerin matematiksel çıkarımlarda bulunabilmeleri ve matematiksel ispatlar

yapabilmelerinin matematiksel muhakeme becerilerinin gelişimine bağlı olduğu söylenebilir.

NAEP, matematiksel muhakeme becerilerini ele alırken öğrencilerin problem çözme stratejilerini kullanabilmeleri, tümevarım-tümdengelim dayalı, uzamsal ve orantısal muhakeme yapabilmeleri ve çözüm stratejileri ile ilgili karar verebilmeleri gerektiğini belirtir (NAEP, 2002). NCTM (2000), İlköğretim düzeyinde öğrencilerin sahip olmaları gereken matematiksel muhakeme becerilerini; matematiğin temelini muhakeme ve ispat olduğunu fark etme, matematiksel çıkarımlarda bulunabilme, ispatlar geliştirebilme ve çeşitli ispat teknikleri kullanabilme şeklinde belirtmiştir. Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS) matematiksel muhakemenin; analiz etme, genelleme yapabilme, bağlantılar oluşturma, karar verme ve rutin olmayan problem çözme becerilerini içerdiğini belirtmiştir (TIMSS, 2003). MEB (2005) ise, 1-5. sınıf matematik dersi öğretim programı kapsamında öğrencilerin muhakeme becerisi kazanmalarında, mantıksal çıkarımlarda bulunma, düşüncelerini ifade etmede matematiksel modeller, kurallar ve ilişkileri kullanma, probleme yönelik çözüm stratejilerini tartışma, matematiksel bir yapıyı analiz etme, örüntü ve ilişkileri analiz etme ve tahmin yapma becerilerinin geliştirilmesini amaçlamaktadır.

Muhakeme ile matematik öğrenme doğru orantılıdır. NCTM (2000), matematik öğreniminde öğrencilerin muhakeme yapmaları ve matematiği anlamlandırmaları gerektiğini vurgular. Muhakeme becerisi gelişen öğrenciler problemlere etkin çözüm stratejileri geliştirebilmekte ve başarılı ilişkilendirmeler yapabilmektedirler (Diezman ve English, 2001; Kramarski, Mevarech ve Lieberman, 2001). Muhakeme öğrenim hayatı boyunca öğrencilerinin yaşantılarının bir parçası olmalıdır. Bu kapsamda öğretmenler, öğrencilerin muhakeme becerilerini geliştirmelerine yardımcı olmalı, onların sahip oldukları düşünme becerilerini fark etmelerini sağlamalıdır. Matematiksel muhakemenin öğrencilerin bağımsız düşünmelerine, bilimsel bilgileri kritik ederek kendi düşüncelerini gerekçelendirmelerine imkân sağladığı söylenebilir. Bu bakımdan bir durumla ilgili öğrenciler tartışmalı, bu tartışmalar hipotezlerden mantıksal sonuçlar çıkararak oluşmalı ve öğretmenler bu tarz tartışmalara ortam hazırlamalıdır. Öğrenciler matematik derslerindeki tartışmalarda fikir birliği

sağlamak isterler. Bu durum muhakemenin varsayım ve kurallara dayandığını fark etmeye başlamalarını sağlar (NCTM, 2000).

Öğrencilerin, muhakeme becerilerini keşfetmek ve matematiksel tartışmalarda kendi düşüncelerinin doğruluğunu ispatlamak için fırsatlara ihtiyaçları vardır. Muhakeme öğrencilerin kendi düşüncelerini rahatça ortaya koyabildikleri, sorgulanmaktan çekinmedikleri sınıf ortamlarında gelişir. Öğretmenler bu ortamı teşvik etmeli, öğrencilerden gelebilecek tepkilere ve sorulara açık olmalıdırlar. Öğrenciler sınıf ortamında düşüncelerini ortaya koyabilmeli, doğruluğunu kanıtlayabilmeli, eleştirilmeyi ve eleştirebilmeyi öğrenmelidirler (Pilten, 2008). Öğrencilerin tamamının aktif katılımcı olduğu, sahip oldukları kendi muhakeme becerilerinin farkında olduğu, öğrenci merkezli ortamlar muhakeme becerilerinin gelişmesine olanak tanıyan ortamlardır (Umay, 2003).

Matematiksel muhakeme bireylere özgüdür. Çünkü her birey farklı düşünme stratejilerine sahiptir ve biri için kolay olan bir başkası için karışık olabilir (Umay; 2003). Birey olaylara kendi matematik penceresinden bakarak neden, nasıl, niçin gibi sorulara yanıt ararken muhakeme yapar. Bireylerin bilgi ve becerileri, olaylara bakış açısı, yaşantıları, amaçları, beklentileri gibi birçok etmenin muhakeme becerisinin gelişiminde etkili olduğu söylenebilir.

İlkokul seviyesinde öğrencilerin matematik deneyimlerini yapılandırırken ortaya koydukları her şeyin bir gerekçesinin olması matematiksel muhakemelerinin gelişimine olumlu katkıda bulunabilir. Bu bakımdan öğretmenlerin “neden böyle düşünüyorsun, farklı düşünen var mı, farklı sonuç bulan var mı” gibi sorularla öğrencilerin ortaya koydukları varsayımların doğruluğunun ya da yanlışlığının gerekçeleriyle kanıtlanmasını sağlamaları faydalı olacaktır. Böylelikle öğrenciler bir sonucun doğruluğunu ya da yanlışlığını teyit etmek için birçok kanıt gerektiğini anlayarak bunlara muhakeme ile ulaşabileceklerini fark edecekler, muhakeme ile de matematiksel ilişkileri keşfetmeye başlayacaklardır.

Üstbilis

Eğitimin amaçlarından biri de öğrendiğinin farkında olan bireyler yetiştirmektir. Öğrenmenin etkili olabilmesi bilinçli bir şekilde

gerçekleştirilmesiyle ilişkilidir. Birey bilme yeteneğinin gereksinimleriyle donatıldığı zaman eğitimin bir ürünü olarak toplumda yerini alacaktır (Özsoy, 2008). Eğitim aracılığıyla bilinçli bireyler yetiştirilmesinde üstbilis kavramı önemli bir role sahiptir. Üstbilis, bireyin zihinsel etkinliklerinden haberdar olması ve bunları kontrol edebilmesi (Hacker ve Dunlosky, 2003), öğrendiği, anladığı herhangi bir şeyi nasıl öğrendiğini de bilmesidir (Senemoğlu, 2005). Üstbilis öğrenmenin farkına vararak plan yapma ve stratejiler belirleme, öğrenme sürecini gözlemleyerek hatalarını düzeltme, kullandığı tekniklerin sonuçlarını kontrol etme, ihtiyaç halinde öğrenme yöntem ve tekniklerini değiştirme gibi becerilere sahip olmaya olanak tanır (Özsoy, 2007). Üst bilis aracılığıyla öğrencilere düşünmeyi öğretmek amaçlanır. Düşünmeyi öğrenen öğrencilerin yeteneklerinin farkında olmaları, bilgiye erişebilmeleri ve çağa ayak uydurabilmeleri, kendilerini gerçekleştirebilmeleri ve üretken bireyler olarak yetişmeleri beklenir.

Üstbilisel yetenekler öğretim aracılığıyla geliştirilebilir (El-Hindi, 1996). Birey kendi bilişsel süreçlerinin işleyişini anladığı zaman bunları kontrol edebilecek ve öğrenmenin kalitesini artırmak için bu süreçleri daha etkili bir şekilde kullanabilecektir (Ülgen, 2004). Öğrencilere ilkokuldan başlayarak düşünme, öğrenme, ders çalışma yöntem ve teknikleri öğretilmelidir. Öğrenciler kendi öğrenme yöntemlerini fark ettikleri ve yönlendirebildikleri zaman başarılı olacaklardır (Senemoğlu, 2005). Öğrenciler üstbilis becerilerini edindikleri zaman ihtiyaçlarının farkında olacaklar, hedeflerini belirleyecekler, amaçlarına ulaşabilmek için öğrenmenin gerekliliğini fark ederek öğrenme faaliyetlerini izleyip değerlendirebileceklerdir.

Üstbilis stratejileri öğretilirken teori ve uygulama iç içe olmalıdır. Yalnız teorik bilginin verildiği stratejilerle üstbilisel yeteneklerin geliştirilmesi mümkün değildir (Gama, 2004). Üst bilis stratejileri öğretilirken öğretmenlerin öğrencileri sorgulamaya teşvik etmeleri, öğrencilerin kendi stratejilerini bağımsız olarak oluşturmalarına yardımcı olmaları faydalı olacaktır. Çünkü bağımsız öğrenme farkındalık yaratarak üstbilis gelişimine olumlu katkı sağlayacaktır. Üstbilis stratejilerinin (tahmin, planlama, izleme, değerlendirme) öğretilmesi, öğrencilerin problem çözme becerilerini keşfetmelerini ve bu becerileri karşılaştıkları farklı durumlara uygulayarak bilişsel açıdan üst seviyeye ulaşmalarını sağlar (Victor, 2004). Üstbilisel stratejiler aracılığıyla öğrenciler karşılaştıkları bir problemin

üstesinden gelip gelemeyeceklerini değerlendirir, hangi adımları takip edeceklerine karar verir, eylemlerinin ilerleyişini izler ve bu esnada kazandıkları deneyimleri ileriki durumlara transfer ederler (Gourgey, 1998). Bu durum öğrencilerin farkındalıklarının gelişmesini ve öğrenme alışkanlıklarının oluşmasını sağlayabilir.

Öğretmenler üstbilgi öğretiminde, öğrencilerin kendi öğrenme süreçlerinden sorumlu ve üretken bireyler olmalarını amaçlamalıdır (Williamson, 1996). Uygun tartışma ortamları oluşturmak ve öğrencilerin kendilerine etkili sorular sormalarını sağlamak amacıyla öğrencilere kaliteli sorular yönelmek önemlidir. Bu tarz sorular düşünme sürecini başlatmakta, problemlerin çözümüne yardımcı olmaktadır. Doğru sorular üstbilgi becerileri harekete geçirmektedir (Hacker ve Dunlosky, 2003). Öğretmenlerin bilişsel alanın bilgi basamağına yönelik sordukları sorular üstbilgi gelişimini engellemektedir. Bu konuda ne düşünüyorsun?, Niçin böyle düşünüyorsun?, Bunu nasıl kanıtlarsın? tarzında sorular ise düşünmeyi tetiklemekte, üstbilgi becerilerin gelişimine katkı sağlamaktadır (Yurdakul, 2004). Düşünmeye sevk eden sorular öğrencilerin öğreneceğı konuya motive olmasını sağlar. Bu durum öğrencilerin kendilerini sorgulamalarına ve değerlendirmelerine yardımcı olur. Öğrenciler neler bildikleri, neler bilmeleri gerektiğı, bilmediklerini öğrenmek için hangi stratejileri kullanmaları gerektiğı ve hangi stratejileri kullanarak öğrendiklerini fark ederek bunları standart haline getirebilirler.

Matematik öğretiminde öğrencilerin düşünen, sorgulayan, yorumlayan ve üreten bireyler olması amaçlanmaktadır. Öğrencilerin öğrenmeleri esnasında kendi yaşantıları kalıcı olmaktadır. Bu nedenle öğrencilerin matematik bilgilerini de kendilerinin yapılandırmaları ve anlamlandırmaları faydalı olacaktır (MEB, 2015). Bu şekilde öğrenciler üstbilgi becerilerini geliştirerek matematiksel problemlere karşı olumlu tutum geliştirebilecek, problem çözme süreçlerini bilinçli bir şekilde yürütebileceklerdir. Yapılan araştırmalarda üstbilgi becerilerin öğretiminin öğrencilerin problem çözme başarısını artırdığı (Kapa, 2001; Pugalee, 2001; Teong, 2002), öğrencilerin üstbilgi becerilerini geliştirmek amacıyla yapılan etkinliklerin matematik başarısını olumlu yönde etkilediğı görülmüştür (Teong, 2002; Victor, 2004). Üstbilgi becerilerin geliştirilmesiyle öğrenciler matematiksel ifadelerle ilgili düşüncelerini rahatlıkla

ifade edebilecek, başkalarıyla düşüncelerini tartışabilecek ve başkalarının düşüncelerini de sorgulayabileceklerdir.

Tahmin

Matematik eğitiminin amaçlarından biri de bireye tahmin yapma becerisi kazandırmaktır. Tahmin, sayma ve ölçme işlemleri yapmadan bir şeyin niceliği ya da büyüklüğü ile ilgili çıkarımda bulunmaktır (Micklo, 1999). Birey bir problemin çözümüne yönelik hesap yapmak için araç-gereç olmadığı ve yeterince zamanının bulunmadığı durumlarda akla uygun tahminlerde bulunur. Tahmin yapmada amaç durumla ilgili yaklaşık bir sonuca hızlı bir şekilde ulaşabilmektir.

Tahminin günlük hayatta ölçme sürecinde hem öğrenciler hem de yetişkin bireyler tarafından yaygın şekilde kullanılan bir yöntem olduğu söylenebilir. Örneğin evden 07:00'de çıksam iş yerine zamanında ulaşabilir miyim?, bu hızla çalışırsam tüm konuları sınava kadar bitirebilir miyim?, günde 100 soru çözssem ayda kaç tane test kitabı bitirebilirim? gibi soruların cevaplanmasında hesaplama olmadan önce tahmin kullanılır. Altun'a göre (2013) tahmin iki durumda ortaya çıkar. Bunlardan birincisi yaklaşık hesabın gereksinimi karşıladığı durumlardır. Bu tip durumlar genellikle bir işle ilgili plan yaparken ortaya çıkar. İkincisi ise yazılı olarak yapılan ya da zihinden yapılan kesin hesaplamanın kontrol edildiği durumlardır. Dowker (2003) tahminin yaygın kullanımının yanı sıra aritmetik beceriler gibi özel matematiksel becerilerle de ilişkili olduğu için önemli olduğunu belirtmiştir. Tahminin bireylerin matematik bilgilerini esnek bir şekilde kullanabilmelerine de olanak sağladığı söylenebilir.

Tahmin becerisi matematik öğretiminde önemlidir (NCTM, 2000; NAEP, 2002; MEB, 2005). Tahmin yapmak birden fazla karar içerdiği için tahminin aynı zamanda üst düzey bir düşünme becerisi olduğu söylenebilir. Öğrenciler tahmin aracılığıyla akıcı ve esnek düşünmeye başlarlar. Bu nedenle tahminin öğrencilerin aritmetik ve bilişsel gelişimlerini de olumlu yönde etkilediği düşünülebilir.

Tahmin konusunda genel olarak; yığın tahmini, ölçüsel tahmin ve işlemsel tahmin olmak üzere üç türden bahsedilmektedir (Sowder, 1992). Yığın tahmini, nesnelerin sayısını özellikle de bir sistem içindeki noktaların sayısını bulmaya dayalıdır (Sowder, 1992). Bunun için ne kadar sorusu sorulur. Yığın tahmini günlük hayatta oldukça sık kullanılır. Örneğin otobüsteki insan sayısı, kitaplıktaki

kitap sayısı, bir kutuya kaç kalem sığacağı vb. tahmin etmek bu türdendir. Literatürde temel ölçü karşılaştırması, ayırıştırma-yeniden düzenleme ve sayısal çokluk tahmini gibi yığın tahmini stratejilerinden bahsedilmektedir (Crities,1992).

Ölçüsel tahmin, ölçme aracı kullanmadan ölçüm yapmak amacıyla zihinsel bilgi ile görsel bilgiyi kullanma sürecidir (Van De Wall, Karp ve Bay-Williams, 2013). Yani ölçme aracı kullanmadan ölçülerin miktarını yaklaşık olarak belirlemeyi içerir. Ölçüsel tahmin nesnelere ilgili ağırlık, uzunluk, yükseklik gibi özellikler bakımından yaklaşık bir değer belirtmeyi sağlar. Poşetteki elmaların ağırlığının tahmin edilmesi, belirli bir mesafenin kaç dakikada yürünebileceği ya da koşulabileceğinin söylenmesi, bir yapının yüksekliğinin söylenmesi vb. ölçüsel tahmine örnektir. Ölçüsel tahmin pratik ve faydalı bir beceridir (Van De Wall, Karp ve Bay-Williams, 2013) ve ölçmeyle ilgili temel özelliklerin deneyimine imkân sunar (Hildreht, 1983). Ölçüsel tahmin öğrencilerin ölçülecek nesnelere özelliklerine odaklanmalarını sağlayarak ölçmeye yönelik içsel motivasyonlarını olumlu yönde etkiler ve öğrencileri standart ölçme birimlerini kullanmaya teşvik eder (Van De Wall, Karp ve Bay-Williams, 2013). Literatürde karşılaştırma, birim tekrarlama, önceki bilgiyi kullanma, sabit nokta veya referans noktası kullanma, sıkıştırma, parçalama-yığınlama ve rastgele tahmin gibi çeşitli ölçüsel tahmin stratejilerinden bahsedilmektedir (Hildreht, 1983; Van De Wall, Karp ve Bay-Williams, 2013).

İşlemsel tahmin, hesaplama yapmadan, yaklaşık olarak mantıklı bir sonuca ulaşmayı ifade eder. Başka bir ifadeyle herhangi bir hesaplama yapılmaksızın aritmetik işlemlerin yaklaşık sonuçlarının belirlenmesidir (Dowker, 1992). İşlemsel tahminde amaç gerçeğe yakın mantıklı cevaplar verebilmektir. Bu nedenle işlemsel tahmin geçerli stratejiler, çok yönlü ve mantıksal cevaplar, yaklaşık sayıların genellemesini içeren yöntemler (yuvarlama, gruplandırma, dağılma vb.) içermelidir. İşlemsel tahmin becerisi yüksek bireylerin genel matematik durumlarının da iyi olduğu söylenebilir (MEB, 2005). MEB 1-5. sınıflar matematik öğretim programında işlemsel tahmin stratejileri altında yuvarlama, gruplandırma, uyuşan sayıları kullanma, ilk ya da son basamakları kullanma, dağılma, düzenleme ve düzeltme stratejileri ele alınmıştır.

Tahmin yaparken yuvarlama, gruplandırma, dağılma gibi çeşitli stratejiler kullanılır. Öğrenciler sınıf ortamında tahmin yaparken yeni stratejiler

geliştirebilirler. Böyle durumlarda öğrencilerin stratejileri desteklenmeli ve teşvik edilmelidir. Farklı tahmin stratejilerinin paylaşılması bireylere genel matematiksel ilişkileri anlamlandırma fırsatı sunar (Dowker, 1992). NCTM (2000), sınıf ortamında tahmin stratejilerinin paylaşılmasının öğrencilerin farklı düşünme stratejileriyle karşılaşmalarına olanak sunacağını, bunun da sınıfta etkili bir tartışma ortamı yaratacağını belirtmiştir.

Fonksiyonel düşünme

Fonksiyonel düşünme verilerin birbirleriyle olan ilişkilerini açıklayan genellemeler içerir. İki değişken arasındaki ilişkiyi anlamaya çalışmak fonksiyonel düşünmeyi ifade eder. Bu nedenle cebirsel düşüncenin gelişimi için önemlidir. Fonksiyonel düşünme bireyin bir ya da birden fazla değişkene dikkat ederek bu değişkenler üzerine odaklanmasıyla başlar (Smith, 2008). Fonksiyonel düşünme aynı zamanda fonksiyon kavramına götüren genellemeleri de içerir (Kaput, 2008), iki ya da daha çok değişken arasındaki ilişkiye odaklanır ve özel ilişkilerden örnek durumlar arasındaki ilişkilerin genellemesine götüren ilişkiler üzerinde özellikle durur. Bu durum fonksiyon kavramının merkezinde olan ilişkilerin odak noktasıdır (Smith, 2008). Bu nedenle fonksiyonel düşünce, fonksiyon kavramıyla güçlü bir ilişki içerisindedir.

Fonksiyon kavramı, belirli bir miktar değer başka bir miktar değerle aralarında nasıl bir ilişki olduğuyla ilgilenir, yani fonksiyon ilişki ve dönüştürme işlemlerinin temelidir (Warren ve Cooper, 2006). Başka bir ifadeyle fonksiyonlar, iki ya da daha çok değer birbiriyle ilişkili olarak nasıl değiştiğini tanımlayan matematiksel ifadelerdir. İki değişken arasında çok çeşitli ilişkiler olmasına rağmen fonksiyonlar özeldir çünkü iki değer arasındaki belli bir uyumu yansıtır. Fonksiyonda bir niceliğin değeri başka bir niceliğe karşılık gelir veya onunla özgün bir şekilde ilişkilidir. Örneğin köpeklerin kaç gözünün olduğunu tanımlamak istiyoruz. Köpek sayısı ile göz sayıları arasındaki ilişki fonksiyon olarak bilinen özel bir ilişkidir (Blanton, 2008).

Fonksiyonları öğrenme ve etkili kullanma, problem çözerken değişkenler arasında ilişki kurabilme ve bu ilişkilerle ilgi tahminlerde bulunabilmeyi içerir. İlişkiler üzerinde tahminler oluşturabilme ise fonksiyonel düşünceyi tanımlar (Vollrath, 1986).

Fonksiyon kavramı öğrencilerin kolay anlayabildikleri bir kavram değildir. Bu konuyla ilgili öğrenme teorileri, öğrenci zorlukları, kavram yanlışları ve öğretim stratejileri başlıkları altında birçok çalışma yapılmasına rağmen bu konudaki sorunlar henüz çözülememiştir. Fonksiyonlarla alakalı kavram yanlışları ve zorluklar fonksiyonel düşüncenin öğrencilere erken yaşlardan itibaren teşvikiyle çözülebilir. Bundan dolayı öğrencilerin fonksiyonel düşünce gelişimi erken sınıflarda başlamalı ve kademeli bir şekilde bir zaman periyoduna yayılmalıdır (Warren, Cooper ve Lamb, 2006). Bu durum birçok ülkenin müfredatı hazırlanırken dikkate alınmıştır. Bu ülkelerin matematik programlarında fonksiyonel düşüncenin erken sınıflarda gelişiminin önemine vurgu yapılmıştır. Küçük öğrenciler üzerinde yapılan araştırmalar bu öğrencilerin fonksiyonel ilişkileri anlayabildikleri ve fonksiyonel olarak düşünmeye başladıkları ve cebirsel notasyonu kullanabildiklerini göstermiştir (Blanton ve Kaput, 2004; Warren ve Cooper, 2005; Warren, Cooper ve Lamb, 2006).

Blanton ve Kaput (2004), öğrencilerin beklenenden çok daha önce fonksiyonel düşünce kabiliyetlerinin geliştiğini, ilişkisel düşünceyi ana sınıfı çağlarında yapılandırdıklarını ve birinci sınıfta öğrencilerin değişkenlerin nasıl birbirlerine karşılık geldiklerini anladıklarını belirtmişlerdir. Bazı araştırmalarda öğrencilerin erken yaşlarda genelleme yapabildikleri, ilişki ve fonksiyon örnekleri verebildikleri sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca öğrencilerin ters ilişkiyi tanımlayabildikleri ve bu ilişkiyi nasıl bulduklarını ifade eden geçerli açıklamalar yapabildikleri görülmüştür (Warren ve Cooper, 2005). Warren, Cooper ve Lamb (2006), ilköğretim öğrencilerinin fonksiyonel düşünce geliştirebilme kabiliyetlerine sahip olduklarını, ayrıca sözel ve sembolik iletişim kurabildiklerini ifade etmişlerdir. Warren ve Cooper (2008), erken yaşlardaki öğrencilerin örüntüleri bağıl fonksiyonel ilişki olarak anladıklarını, bunu örüntünün sayılamaz adımlarını tahmin etmede kullandıklarını ve bu ilişkileri genel ifadelerle açıklayabildiklerini belirtmişlerdir. Ayrıca öğrencilerin iki veri seti arasındaki ilişki üzerinde düşünebilme kabiliyetine sahip oldukları ve bu ilişkileri soyut olarak ifade edebildikleri görülmüştür.

Erken sınıflarda fonksiyonel düşüncenin gelişimini destekleyen aktivitelerden biri de örüntülerdir. Örüntüler matematiksel fonksiyonun alt yapısını oluşturan niceliklerin arasındaki bağımlı ilişkileri anlamada çok kuvvetli

bir araçtır (Blanton ve Kaput, 2004; Moss ve Beatty, 2006). Örüntüler veri setleri arasındaki ilişkiyi görebilme kabiliyetinin gelişimine ve bir değer diğer değere göre nasıl değiştiğini anlamaya yardımcı olur (Warren ve Cooper, 2006). Örüntüler arasında tanımlanan ilişkiler fonksiyonel ilişkilerdir. Bu ilişkiler belirli girdilerin çıktılarını hesaplayarak oluşturulmuş kurallardır (Lannin, Barker ve Townsend, 2006). Bir fonksiyonel ilişkide iki değişken arasındaki ilişki genellendiği için bazı değerler de buna göre hesaplanabilir. Bu durum formüller ve eşitlikler kullanarak fonksiyonları ifade etmenin ilk adımıdır (Ley, 2005).

Erken cebir sürecinde öğrencilerin fonksiyonel düşüncelerinin geliştirilmesi amaçlanmalıdır. Öğretmenler öğrencilerin fonksiyonel ve ilişkisel düşüncelerini geliştirecek etkinliklere yer vermeli, öğrencilerin sahip oldukları kabiliyetlerini keşfedip geliştirmelerine yardımcı olmalıdırlar. Bu amaçla öğrencilerin örüntü, ters işlem ve değişkenlerin farklı kullanımlarını içeren durumlarla yeterince karşılaşmaları sağlanmalıdır.

İşlemler ve işlemler arası ilişkiler

Günümüzde aritmetik hesaplamaları çok hızlı ve doğru bir şekilde yapabilen araçlar yaygın olarak kullanılmasına rağmen, işlem yapma becerisi önemini korumaktadır. İşlem yapma becerisinin; akıl yürütme, problem çözme, fonksiyonel düşünme, ilişkisel düşünme, tahmin yapma gibi becerilerin geliştirilmesinde etkisi büyüktür. Matematiksel işlem, herhangi bir kümenin iki elemanından belli bir kurala uyararak üçüncü bir eleman elde etme işidir (Baykul, 2012).

NCTM (1989), öğrencilerin işlemlerin anlamlarını anlamalarının önemini belirtmek için temel işlemleri (toplama, çıkarma, çarpma, bölme) anlamının matematik bilmeye merkez oluşturduğunu belirtmiştir. Matematiksel işlemleri ve işlemlerle ilgili hesaplamaları anlamak için öğrencilerin her bir işlemle ilgili kavramları anlamaları, temel olguları öğrenmeleri ve hesaplama yöntemleri geliştirmeleri gerekir (Cathcart, Pothier, Vance ve Bezuk, 2006). Öğretmenler işlem kavramının anlamlandırılması için öğrencilerin aynı sayılarla farklı durumlarda karşılaşmalarını sağlamalıdır (NCTM, 2000).

İşlem öğretiminde, önce işlem kavramının kazandırılıp ardından bu işlemle çözülecek problemlerin verilmesi yerine; önce problemin verilmesi, problemle

ilgili çözüm stratejileri tartışıldıktan sonra işlem kavramının verilmesi ve işlem yapılmasının daha doğru olduğu düşünülmektedir (Van De Wall, Karp ve Bay-Williams, 2013). Çünkü işlem kavramı önce verilip ardından problem verildiği durumlarda, öğrenciler problemi analiz etmeden verilen işlemle problemi çözme eğilimi göstermektedirler. Bu nedenle işlem öğretimine problemlerle başlanmalı, öğrencilerin problemleri analiz ederek ilişkileri görmelerini sağlayacak etkinliklere yer verilmelidir (Baykul, 2012).

İşlemler, sayılar arasında kurulan ilişkileri ifade ederler. Mesela 5 ile 3 arasındaki ilişki toplama işlemine göre 8'i, çarpma işlemine göre 15'i ifade eder. Aritmetik işlemler aynı zamanda sayma, karşılaştırma, gruplama, birleştirme, ayırma ve oluşturma eylemlerini de içerir (Clements, 2004). Aritmetik işlemlerin temeli saymaya dayanır. Artan yönde sayma işlemi toplamayı, azalan yönde sayma işlemi de çıkarmayı ifade eder. Toplama işlemi çarpma işlemine, çıkarma işlemi de bölme işlemine temel oluşturur. Aritmetik işlemler öğretilirken öğrencilerin işlemler arası ilişkileri fark etmeleri teşvik edilmelidir. Örneğin, çarpma işlemi öğretiminde kullanılan stratejilerden biri tekrarlı toplamadır. Görsel modeller kullanılarak öğrencilerin toplama işlemi ile çarpma işlemi arasındaki ilişkiyi kavramaları sağlanabilir. Tekrarlı toplama işlemiyle elde edilen sonuç daha pratik bir şekilde çarpma işlemiyle elde edilebilmektedir.

Bölme işlemi, çıkarmanın tekrarlı şekli olarak görülebilir. Çıkarma yoluyla bir grup nesneden eşit büyüklükte (miktar olarak) gruplar eksiltilecek, çıkarma işlemi ile bölme işlemi arasındaki ilişki anlamlandırılabilir. Tekrarlı çıkarma ile bölmenin yapısı anlatılabilir. Tekrarlı çıkarmayla ulaşılan aynı sonuca bölme işlemi ile de pratik bir şekilde ulaşılabilmektedir.

Toplama ve çıkarma işlemleri öğretilirken birleştirme ya da ayırma işlemlerine dayalı problemler sayma stratejileri, sayı ilişkileri kullanılarak veya modellenerek çözümlenmelidir. Toplama çoklukların bir araya getirilerek birleştirildiği, çıkarma da birçokluğun iki ayrı çokluğun birleştirilmesiyle elde edildiği sözel problemlerin çözülmesiyle öğrencilere kavratılmalıdır. Çarpma ve bölme işlemleri anlamlandırılırken de, öğrencilere bir çokluğu oluşturan eşit alt gruplarla ilgili problemler çözdürülmelidir. Buradan hareketle öğrencilerin çarpmayı eşit büyüklükteki grupların bir araya getirilmesiyle, bölmeyi de

birçokluğun eşit büyüklükteki gruplara ayrılmasıyla ilişkilendirmeleri sağlanmalıdır (MEB, 2005).

Aritmetik işlemler öğretilirken, öğrencilere işlemler arası ilişkileri fark edecekleri, işlem stratejilerini keşfetmelerini sağlayacak yönlendirici sorular sorulmalıdır. Bu bakımdan sözel problemler aritmetik işlemlerde önemlidir. Öğrenciler sözel problemlerde istenilenlerden hareketle işlemleri anlamlandırır. Öğrencilerin problemleri çözerken keşfettikleri ilişki ve stratejiler dikkate alınarak bunlar üzerinde tartışılmalıdır. Sınıfta öğrencilerin olabildiğince çeşitli problem türleri ile karşılaşmaları sağlanmalıdır. Problemlerin gerçek yaşam durumlarını içermesi ve öğrencilerin yaşantılarıyla ilişkili olması, öğrencilerin problemi ve problemin bileşenlerini daha kolay çözümlenmelerini sağlayacaktır (Cathcart, Pothier, Vance ve Bezuk, 2006). Birden fazla işlem kullanarak çözülebilen problemler öğrencilerin işlemler arasındaki ilişkileri anlamlandırmalarında daha etkili olacaktır. Örneğin bir problem toplama ya da çıkarma işlemlerinden herhangi biriyle çözülebilir. $\square + 5 = 8$ biçiminde çözümü gerektiren bir problemi öğrenciler 5'in üzerine sayarak yani toplama işleminden faydalanarak bilinmeyene ulaşabileceği gibi 8'den geriye sayarak yani 8'den 5'i çıkararak da sonuca ulaşabilir. Burada yönlendirici sorularla öğrencilerin toplama ve çıkarma işlemleri arasındaki ilişkiyi fark etmeleri sağlanabilir. Böyle durumlarda öğrencilere hangi işlemi kullanacakları söylenmemeli, öğrenciler kullanacakları işlemleri kendilerinin karar vermeleri konusunda teşvik edilmelidir.

Öğrenciler aritmetik işlemleri anlamlandırabildikleri zaman verilen sözel bir problemi matematiksel olarak ifade edebilecekler ya da verilen bir işleme uygun bir problem durumu yazabileceklerdir. İşlemler arasındaki ilişkileri anlamak öğrencilerin bilinmeyen içeren problemleri çözerken doğru stratejiler kullanmalarına da yardımcı olacaktır. NCTM (2000), erken sınıflarda cebirin ortaya çıkarılmasındaki etmenlerden birinin de bütün sayılarla işlem yapabilme olduğunu belirtmiştir. Yani öğrencilerin işlemleri ve işlemler arası ilişkileri anlamlandırmaları cebire temel oluşturacaktır.

Problem Durumu

Yaşadığımız çağda teknolojik gelişmelere bağlı olarak bilgi hızla üretilmekte, bilgiye erişimde sınırlar aşılmakta ve bilgi küreselleşmektedir. Bu

kapsamda bireylerin çağı yakalayıp bir adım ileriye gidebilmeleri, hayatlarını daha konforlu kılabilirmeleri, yaşadığı topluma ve insanlığa katkı sağlayabilirmeleri adına çeşitli becerilere sahip olmaları gerekmektedir. Bireylerin yeni beceriler kazanmaları ve sahip oldukları becerileri geliştirmelerinde en etkili faktörlerden biri eğitimidir. Bilimsel ve teknolojik gelişmelerle birlikte tüm dünyada eğitim sistemlerinde de köklü değişikliklere gidilmiştir.

Ülkemizde de 2005 yılından itibaren öğrenci merkezli eğitim sistemi benimsenmeye başlanmış ve eğitimin tüm alanlarında değişikliğe gidilerek yeni öğretim programı hazırlanmıştır. Yeni programla birlikte matematik öğretiminde de işlem ağırlıklı öğretim süreci anlayışı yerine muhakeme yapma, problem çözme, genelleme, ilişki kurma, fonksiyonel düşünme, tahmin yapma gibi üst düzey zihinsel becerilerin gelişimi önem kazanmıştır. Programda öğrencilerin işlemler ve kavramlar arası ilişkileri kurabilirmeleri, bunları anlamlandırabilirmeleri ve işlem becerisi kazanabilirmelerinin önemi ve gerekliliği vurgulanmıştır (MEB, 2005). Bu nedenle matematiğin iki farklı alanı olan aritmetik ve cebir arasında ilişki kurabilme, matematiksel bilgiyi yapılandırma ve anlamlandırma bakımından önemlidir.

Matematik kavramların öğretiminde öğrencilerin sahip oldukları ön bilgiler etkilidir. Yeni kavramlar öğrencilerin mevcut bilgileriyle ilişkilendirilerek anlamlı kılınır. Öğrenciler cebir öğrenirken aritmetik bilgilerinden faydalanmakta, cebirin temellerini aritmetik yaşantıları üzerine kurmaktadır (Kieran, 1992; Sfard ve Linchevski, 1994; Williams ve Cooper, 2001; Van Amerom, 2002). Öğrencilerin aritmetiğin temeli olan sayı kavramını yeterince kavrayamamaları cebirsel ifadeleri anlamlandırmakta zorlanmalarına neden olmaktadır (Wagner, 1983).

Mevcut programda cebir öğrenme alanı ilk olarak 6. sınıfta öğrencilerin karşısına çıkmaktadır. Buna karşın NCTM (2000), her öğrencinin cebiri anaokulundan itibaren lise öğrenimi sonuna kadar gerekli düzeyde öğrenmesi gerektiğini savunur. Cebir öğrenmeye başlayan öğrenci soyut matematiğe adım atar. Somut deneyimlerden soyut deneyimlere adım atma süreci kolay olmamaktadır. Aritmetik ile cebir arasındaki farklılıklar öğrencilerin bu iki alanı ilişkilendirmelerinde bazı problemlere neden olmakta, buna bağlı olarak da öğrenciler cebir alanında öğrenme zorluğu yaşamaktadır (Kieran, 1990, 1992; Hersovics ve Linchevski, 1994). Öğrencilerin cebirde başarılı olabilirmeleri için

sağlam bir aritmetik temele sahip olmalarının yanı sıra değişken kavramı, eşitlik (eşit işareti ve anlamı), genelleme, modelleme, örüntüler, matematiksel muhakeme, üst biliş, tahmin yapma, fonksiyonel düşünme, işlemler arası ilişkiler kurabilme ile ilgili bilgi ve becerilere de sahip olmaları gerekir. Bu aşamada erken cebir sürecinin gerekliliği ortaya çıkmaktadır.

Erken cebir sürecinde öğrenciler bahsedilen bilgi ve becerileri edinme ve aritmetik deneyimlerle cebirsel kavramları informal olarak yapılandırma fırsatı yakalarlar (Kieran ve Chaloug, 1993). Cebir öğretiminde önemli bir yer tutan cebirin bileşenlerini destekleyecek ön kavramlar erken cebir sürecinde yapılandırılmaktadır (Linchevski, 1995). Yine bu süreçte aritmetik yetersizlikler belirlenerek eksikliklerin giderilmesi amacıyla gerekli etkinlikler planlanarak uygulamaya konulabilir. Erken cebir süreci olmadan yapılan cebir öğretiminin öğrencilerin matematik gelişimine olumsuz etki edebileceği söylenebilir (Akkan, 2009). Erken cebir süreci ile öğrencilerin aritmetik ve cebir arasında ilişki kurarak bu iki alan arasındaki farklılıkları da anlama fırsatı yakalayacakları söylenebilir.

Ülkemizde 2009'da güncellenen ve halen yürürlükte olan ilköğretim matematik dersi 1-5. sınıflar öğretim programında erken cebir öğrenme alanı yer almamakla birlikte bu kapsamda değerlendirilebilecek birçok kazanım mevcuttur. Ayrıca 2015 yılında yayınlanan ve 2016-2017 eğitim öğretim yılından itibaren kademeli olarak uygulanacak olan ilköğretim matematik dersi (1, 2, 3 ve 4. sınıflar) öğretim programında cebire geçiş alt öğrenme alanı yer almaktadır. Programda böyle bir alt öğrenme alanına yer verilmesiyle öğrencilerde cebirsel düşüncenin erken sınıflardan itibaren gelişmesi amaçlanmıştır (MEB, 2015). Programın amacına ulaşmasında öğrencilere rehberlik edecek olan sınıf öğretmenleri cebirsel düşüncenin gelişiminde etkili olan matematiksel durumları cebirsel semboller kullanarak gösterebilme, sayısal ilişkileri ve fonksiyonları anlama, sayısal ilişkileri gösterirken matematiksel modellerden faydalanma, değişkenlerle işlem yapabilme gibi konuların öğretiminde ve öğrencilerin matematiksel muhakeme ve üstbilişsel stratejilerinin geliştirilmesinde zorlanabilirler.

Bu araştırmada sınıf öğretmenlerinin erken cebir konusundaki düşünceleri, erken cebir kapsamında hazırlanan ders içeriklerinin bir sınıf öğretmeni tarafından uygulanması ve uygulama esnasındaki öğretmen ve öğrenci davranışları yer almaktadır. Bu nedenle sınıf öğretmenlerinin erken cebir düşüncelerinin

geliştirilmesine yönelik bu araştırmadan elde edilen sonuçların programın uygulayıcısı olan sınıf öğretmenlerine ve araştırmacılara fikir sunacağı söylenebilir.

Araştırmanın Amacı ve Önemi

Bu araştırmada sınıf öğretmenlerinin erken cebir düşüncelerinin ortaya çıkarılması, erken cebir kapsamında uygulanan öğretim etkinliklerinin sınıf öğretmenlerinin erken cebir düşüncelerine ve öğrencilerin başarılarına etkilerinin belirlenmesi amaçlanmıştır. Bu kapsamda aşağıdaki sorulara yanıt aranmıştır:

- Sınıf öğretmenlerinin erken cebir konusundaki düşünceleri nelerdir?
- Erken cebir kapsamında yapılan öğretim etkinliklerinin sınıf öğretmenlerinin erken cebir düşüncelerine etkisi nasıldır?
- Erken cebir kapsamında yapılan öğretim etkinliklerinin dördüncü sınıf öğrencilerinin başarılarına etkisi nasıldır?

NCTM (2000), öğrencilerde cebirsel düşüncenin gelişimi için lise öğreniminin yetersiz olduğunu, bu yetersizliğin ilkökul ve ortaokuldaki aritmetik ve cebir öğretiminden kaynaklandığını belirtmiştir. İlkokul seviyesinde cebirle ilişkili kazanımlar öğrencilerin gündelik hayatında yoğun bir yer tutar. Cebirle ilişkili temel kavramların iyi öğrenilmesi, öğrencilerin sonraki cebir konularında başarılı olabilmeleri için gereklidir. Bu nedenle öğretmenlerin matematik bilgileri ve uygulamaları, cebir öğretiminde etkin bir rol oynar.

Öğretmenler bilginin yapılandırılmasında öğrencilere rehberlik ederek her öğrencinin bireysel yetenekleri doğrultusunda bilgiyi keşfetmelerine yardımcı olurlar. Erken cebir sürecinin matematik öğretimindeki yeri dikkate alındığında, öğrencilerin bu süreci verimli bir şekilde geçirerek aritmetikten cebire geçişte ve ileriki öğrenim hayatlarında cebirle ilgili zorluklar yaşamamaları için sınıf öğretmenlerinin erken cebir süreci hakkında gerekli bilgi ve becerilere sahip olmaları gerekmektedir.

Cebirle ilişkili temel konuların etkili bir şekilde öğretilmesi için, öğretmenlerin sahip oldukları cebirsel bilgi ve becerileriyle, cebir konularının öğretiminde kullandıkları yöntem ve teknikler, öğretime yönelik yaptıkları

uygulamalar, bunların hangi ölçüde etkili oldukları, karşılaştıkları güçlükler ayrıntılı bir şekilde analiz edilmelidir.

Ülkemizde 2009 yılında güncellenen ve yürürlükte olan ilköğretim matematik dersi 1-5. sınıflar öğretim programında erken cebir kapsamında değerlendirilebilecek birçok kazanım vardır. Bununla birlikte 2015 yılında yayınlanan ve 2016-2017 eğitim öğretim yılından itibaren kademeli olarak uygulamaya konulacak olan ilköğretim matematik dersi (1, 2, 3 ve 4. sınıflar) öğretim programında cebire geçiş adı altında alt öğrenme alanı yer almaktadır. Programda öğrencilerde cebirsel düşüncenin erken sınıflarda geliştirilmesi amaçlanmıştır (MEB, 2015). Yeni programda cebire geçiş alt öğrenme alanına ilişkin 1. sınıfta iki, 2. sınıfta üç, 3. sınıfta üç ve 4. sınıfta dört kazanım yer almaktadır. Buradan hareketle 1. sınıftan 4. sınıfa doğru ilerledikçe öğrencilerde cebirsel düşüncenin gelişiminin artırılmasının amaçlandığı söylenebilir. Yeni programın uygulama sürecinde öğretmen, öğrenci ve eğitim öğretim ortamının özellikleri başta olmak üzere çeşitli nedenlere bağlı olarak birtakım sorunların ortaya çıkması olasıdır. Ayrıca mevcut durumda görev yapmakta olan öğretmenlerin çoğunun (görev süresi on bir yılın üzerinde olanlar) 2005 yılında değişen yapılandırmacı programa göre yetiştirilmedikleri de dikkate alındığında sınıf öğretmenlerinin erken cebir kazanımlarının öğretiminde bazı problemlerle karşılaşabilecekleri söylenebilir. Buradan hareketle bu araştırmada sınıf öğretmenlerinin erken cebir düşüncelerinin geliştirilmesi amaçlanmıştır.

Cebirsel düşünmeyle birlikte öğrencilerin soyut düşünmeye adım atmaya başlamaları, cebir öğretiminin soyut düşünmenin başladığı 13-14 yaşlarında başlaması (Altun, 2004), 3-5. sınıflar düzeyinde öğrencilerin genel kuralları ifade ederken cebirsel sembollerini kullanabilmelerinin gerekliliği (NCTM, 2000), yeni programda 1. sınıftan 4. sınıfa doğru ilerledikçe öğrencilerde cebirsel düşüncenin gelişiminin artırılmasının amaçlandığı gibi nedenlere dayanarak araştırmanın eylem araştırması sürecinde 4. sınıf öğrencileri üzerine yoğunlaşmıştır. Araştırmanın amacı doğrultusunda öncelikle sınıf öğretmenlerinin erken cebir konusundaki düşünceleri ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır. Ardından dördüncü sınıf öğrencilerinin erken cebir konusundaki başarılarının ölçülmesi hedeflenmiştir. Elde edilen verilerden hareketle erken cebir kapsamında ders içerikleri hazırlanmış, hazırlanan ders içeriklerinin dördüncü sınıfta öğretim yapan bir sınıf

öğretmeni tarafından uygulanması sağlanmıştır. Böylelikle hazırlanan ders içeriklerinin sınıf öğretmeninin erken cebir düşüncesini ve dördüncü sınıf öğrencilerinin erken cebir başarılarını nasıl etkilediği, dolayısıyla erken cebir ders içeriklerinin etkililiği tespit edilmeye çalışılmıştır.

Bu araştırmayı önemli kılan nedenler şu şekilde belirtilebilir. Bu araştırmada elde edilen sonuçların;

- Sınıf öğretmenlerinin erken cebir konusunda farkındalık kazanmalarına, var olan farkındalıklarını geliştirmelerine katkı sağlaması,
- İlkokul öğrencilerinin cebirsel düşüncelerinin geliştirilmesi sürecinde öğretmenlerin yöntem ve teknik belirlemelerine katkı sağlaması,
- Yeni programın uygulanmasında öğretmenlere fikir sunması,
- Programın geliştirilip güncellenmesinde ilgili birimlere fikir sunması,
- İlkokulda cebir öğretimine yönelik çalışmalar yapan araştırmacılara katkı sağlaması beklenmektedir.

İlgili Araştırmalar

Küchemann (1978) araştırmaları sonucunda öğrencilerin harfleri algılamada 6 farklı düşünceye sahip olduklarını belirlemiştir. Öğrencilere göre harfler; bir sayı değerine sahiptir, bir anlam ifade etmez, nesnelere kısaltmak amacıyla kullanılır, bilinmeyen ifade eder ve yalnız bir sayı değerine sahiptir, genelleşmiş sayıları ifade eder, değişkenleri ifade eder. Küchemann'a göre öğrencilerin cebirde zorlanmalarının nedeni harflerin farklı kullanımlarını anlayamamalarıdır.

Wagner (1983) yaptığı araştırmaya göre öğrenciler için harfleri kullanmanın kolay, anlamının ise zor olduğunu belirtmiştir. Çünkü harfler ve sayılar aynı amaç için kullanılabilir gibi farklı amaç için de kullanılabilirler. Bir harf bazı durumlarda sadece bir sayı değeri alırken bazı durumlarda birden fazla sayı değeri alabilmektedir. Wagner'a göre bazı öğrenciler harfleri sayılar gibi yazma eğilimindedirler (örneğin x'ten sonra y, y'den sonra z gelir). Öğrencilerin sayı kavramını tam olarak kavrayamamaları cebirsel işlemlerde zorlanmalarına neden olmaktadır.

Stacey (1989) araştırmasında öğrencilerin çoğunun örüntülerle ilgili genelleme yaparken yalnızca iki terim arasındaki farka yoğunlaştığını ve bu nedenle yanlış genellemelere ulaştıklarını belirtmiştir. Ayrıca öğrencilerin yakın terimi bulurken zorlanmadıkları fakat uzak terimi bulurken zorlandıkları görülmüştür.

Linchevski ve Hersovics (1996) araştırmalarında aritmetikten cebire geçişte işlem sırası ve parantez kullanımının önemli olduğunu, öğrencilerin bu konularla ilgili yanlış anlamalara sahip olduklarını ve bu nedenle cebire geçişte zorlandıklarını belirtmişlerdir.

English ve Warren (1998) araştırmalarında aritmetikten cebire geçiş sürecinde önemli bir yeri olan örüntülerle ilgili öğrencilerin örüntü etkinliklerinde örüntünün ardışık terimlerini tanımlayabildiklerini fakat n. terimi bulmak için gerekli cebirsel ifadeyi oluştururken zorluklar yaşadıklarını ifade etmişlerdir.

Falkner, Levi ve Carpenter'ın (1999) araştırmalarında öğrencilerin eşit işareti ve eşitlik kavramıyla ilgili yanlış anlamalarının olduğu ve bilgilerinin sınırlı olduğu görülmüştür.

Stacey ve MacGregor (2000) araştırmalarında öğrencilerin problem çözerken genellikle aritmetik çözümler kullandıklarını, cebirsel çözümlerde yetersiz olduklarını, cebirin mantığını anlamakta zorlandıklarını belirtmişlerdir. Öğrencilerin bir kısmı problem çözerken cebirsel denklemi doğru yazabilmiş fakat denklemi çözerken sayıları kullanarak deneme-yanılma, ters işlem yaparak sonuca ulaşma gibi aritmetik teknikler kullanmışlardır.

Dede, Yalın ve Argün'ün (2002) araştırma sonuçları öğrencilerin cebirin temeli olan değişken kavramının ne anlama geldiğini ve bu kavramın ne işe yaradığını bilmediklerini göstermiştir. Öğrenciler değişken kavramından hareketle genellemelere ulaşamamışlardır.

Ersoy ve Erbaş'ın (2002) araştırmalarına göre, lise düzeyinde öğrencilerin basit eşitlikleri çözmede ciddi problemlere sahip oldukları görülmüştür. Bu sonuç öğrencilerin cebirle ilgili birtakım öğrenme güçlüklerinin olduğunu ve bu güçlüklerin aşılmasıyla ilgili çeşitli etkinliklerin öğretim programlarına entegre edilmesi gerektiğini göstermiştir.

Van Amerom (2003) araştırmasında öğrencilerin sözel problemleri denkleme dönüştürmede, denklemi yorumlamada ve denklemi çözerken cebirsel ifadeleri sadeleştirmede, aritmetik kavramlarla cebirsel kavramları ilişkilendirmede zorlandıklarını, bu nedenle de cebire geçişte sıkıntılar yaşadıklarını belirtmiştir.

Warren (2003) araştırmasında ilkokulu bitiren öğrencilerin aritmetik bilgilerinin yetersiz olduğu, matematiksel ilişkileri soyutlamada ve cebirsel kuralları uygulamada başarısız oldukları sonucuna ulaşmıştır.

Dede ve Argün'ün (2003b) araştırmaları, öğrencilerin cebir öğrenmede eşitlik ve değişken kavramlarını anlamama, aritmetik bilgi eksikliği, cebir öğretiminde kullanılan yöntemlere bağlı problemler gibi çeşitli zorluklara sahip olduklarını göstermiştir.

Johanning (2004) araştırmasında öğrencilerin problem çözerken genellikle deneme-yanılma ve tahmin stratejilerini kullandıklarını, cebirsel çözümleri ise çok az öğrencinin kullandığını belirtmiştir.

Dede'nin (2005) araştırma sonuçlarına göre öğrenciler denklemleri gerçek yaşamla ilişkilendirmede yetersiz kalmışlardır. Öğrencilerin denklemler üzerinde amaçsız işlemler yaptıkları, denklemlere gereksiz anlamlar yükledikleri ve denklemlerde yer alan harflerin ne anlama geldiklerini yeterince anlayamadıkları görülmüştür. Bu da öğrencilerin değişken kavramıyla ilgili yetersiz bilgiye sahip olduklarını göstermektedir.

Lannin'in (2005) araştırmasında öğrencilerde cebirsel düşüncenin gelişiminde örüntü temelli etkinliklerin önemli bir yeri olduğu görülmüştür.

Akkaya ve Durmuş'un (2006) yaptıkları araştırmada öğrencilerin cebirsel ifadelerde kullanılan harfleri yanlış anlamlandıkları görülmüştür. Öğrenciler cebirde harflerin alfabedeki konumuna göre sayısal bir değere sahip olduğunu, basamak değeri olduğunu ve yerlerine mutlaka bir rakam geleceğini düşünmektedirler. Bu nedenle öğrencilerin harfli ifadelerle işlem yapmakta zorlandıkları görülmüştür.

Knuth, Stephens, McNeil ve Alibali (2006) araştırmalarında öğrencilerin aritmetikten cebire geçişte ve cebirsel denklemleri içeren durumlarda sembolleri

kullanmakta zorlandıklarını, bu sembollerin başında da eşit işaretinin geldiğini belirtmişlerdir.

Dede ve Peker'in (2007) 7. ve 8. sınıf öğrencileri ve matematik öğretmen adaylarına yönelik yaptıkları araştırma sonuçlarına göre öğrencilerin harfli ifadelerin kullanımı ve bu ifadeleri içeren cebirsel problemler üzerinde işlem yapmayı gerektiren durumlarla ilgili hata ve yanlış anlamalara sahip oldukları görülmüştür. Öğretmen adaylarının bu hata ve yanlış anlamaların ortadan kaldırılmasına yönelik yeteri düzeyde bir çözüm önerisi sunamadıkları, çoğu öğretmen adayının hiçbir çözüm önerisinde bulunmadıkları görülmüştür. Bu da öğrenci ve öğretimden kaynaklanan sorunların olduğunu göstermektedir.

Gürbüz ve Akkan'ın (2008) yaptıkları çalışmada öğrencilerin aritmetikten cebire geçişlerinin beklenen düzeyde gerçekleşmediği, bunun da öğrenme ortamlarında kullanılan sınırlı öğretim stratejilerinden kaynaklandığı belirlenmiştir. Öğrencilerin aritmetik bilgilerinin ve değişken kavramıyla ilgili bilgilerinin yetersizliği, problem durumlarını modellemedeki eksiklikleri aritmetikten cebire geçişi zorlaştıran etmenler olarak gözükmektedir.

Soylu (2008) yaptığı çalışmada öğrencilerin cebirsel durumlarda değişkenleri anlamlandırabilme ve kullanabilmeye yönelik zorluklar yaşadıklarını belirtmiştir. Çalışmada öğrencilerin değişkenleri belli harflerle sınırladıkları ve değişkenlere sabit değerler yükledikleri görülmüştür. Ayrıca öğrenciler değişken içeren ifadenin sonuç olması gerektiği durumlarda değişken yerine sayısal değerler bulmaya çalışmışlardır.

Yenilmez ve Avcu'nun (2009) yaptıkları araştırma sonuçları öğrencilerin denklemler konusunda yetersiz olduklarını göstermiştir. Bu durumun öğrencilerin ilkokulda karşılaşmaya başladıkları cebirsel kavramlarla ilgili eksik bilgiye sahip olmalarından kaynaklandığı, bunun da ilerleyen sınıflarda öğrencilerde önyargıya dönüşmesi sonucu başarıyı olumsuz etkilediği sonucuna ulaşılmıştır.

Kocakaya Baysal (2010), yaptığı çalışmada öğrencilerin cebirsel ifadelerde harfleri anlamlandırmada zorluklara sahip oldukları görülmüştür. Öğrenciler harflerin sıralı değişken şeklinde verildiği durumları örüntü olarak algılamışlardır. Ayrıca öğrenciler sabit sayı ile değişkeni ayırt etmede zorlanmışlardır.

Akkan, Baki ve akıroğlu (2011), yurt dışında hazırlanan kitaplarda erken cebir (aritmetikten cebire geçiş) surecini destekleyen bolumlerin olduğunu, aritmetik ile cebir arasındaki geçişin istenen seviyede gerçekleştirilebilmesi için ülkemizde de benzer kitap bolumlerinin hazırlanabileceğini, bu kapsamda ğretim programlarının dikkatli bir şekilde hazırlanması gerektiğini belirtmişlerdir. Ayrıca aritmetikten cebire geçiş surecinde bilgisayar destekli ğretim materyallerinin olumlu etki edebileceğini söylemişlerdir.

Palabıyık ve Akkuş İspir (2011), yaptıkları araştırmada örüntüye dayalı cebirsel etkinliklerin öğrencilerin kavramsal cebir başarılarına olumlu etki ettiğini, ğretimi daha anlamlı ve keyifli hale getirdiğini belirtmişlerdir.

Akkan, Baki ve akıroğlu'nun (2012) araştırmalarına göre, öğrenciler problemleri çözerken daha çok aritmetik yöntemleri kullanmışlardır. Mevcut programda cebir öğrenme alanı 6. sınıftan itibaren öğrencilerin karşısına çıkmaktadır. Bu nedenle 5. sınıf ğrencilerinin aritmetik çözümleri kullanmaları olağan bir durumken 6, 7 ve 8. sınıf ğrencilerinin cebirsel çözüm stratejileri yerine daha çok aritmetik yöntemleri kullanmaları düşündürücüdür. Bu sonuç bilinmeyen ve değişken kavramlarının 6, 7 ve 8. sınıf öğrencileri tarafından yeterince anlaşılamadığı ve öğrencilerin bu kavramları içeren durumlarla yeterince karşılaşmadıkları gibi nedenleri akla getirmektedir. Ayrıca ğrencilerin sözel problemleri denkleme dönüştürmede zorluk çektikleri görülmüştür.

zdemir Erdoğan ve Turan'ın (2014) araştırma sonuçlarına göre öğrencilerin elektronik tablo kullanarak örüntü etkinliklerini rahatlıkla yapabildikleri, elektronik tablonun öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerine olumlu yönde etki edeceği görülmüştür. Bu sonuç elektronik tablo ile yapılacak olan cebirsel etkinliklerin öğrencilerin aritmetikten cebire geçiş süreçlerini kolaylaştıracadığına ve cebirsel düşüncelerinin gelişimine katkı sağlayacağına işaret etmektedir.

Sınırlılıklar

Bu araştırma;

- 2014-2015 ğretim yılı bahar döneminde Kütahya ilinde görev yapan ilkokul 4. sınıf öğretmenlerinden elde edilen verilerle,

- 2014-2015 öğretim yılı bahar döneminde Kütahya İli'ndeki bir özel okulun 4/B sınıfında öğrenim gören öğrenciler ve öğretim yapan sınıf öğretmeninden elde edilen verilerle,
- Erken cebir kapsamında değerlendirilen kazanımların geçerliği başvurulan uzmanların görüşleriyle sınırlıdır.



İkinci Bölüm

Yöntem

Bu bölümde araştırma modeli, araştırmanın çalışma grubu, araştırmada kullanılan veri toplama araçları, elde edilen verilerin analizi ve araştırmanın geçerlik ve güvenirliğine yönelik bilgiler ele alınmıştır.

Araştırma Modeli

Bu araştırmada sınıf öğretmenlerinin erken cebire yönelik düşüncelerinin geliştirilmesi amaçlanmıştır. Araştırmada, eğitim uygulamalarını geliştirmek ve uygulama sürecinde karşılaşılan problemlere yönelik çözüm üretmek amaçlandığından araştırma modeli olarak eylem araştırması seçilmiştir. Eylem araştırması ile ilgili çeşitli tanımlar yapılmıştır. Ekiz (2006) eylem araştırmasını, eğitimde uygulamaları geliştirmek amacıyla uygulayıcılarca yürütülen, uygulamaları sistemli bir şekilde anlayarak değerlendirmek ve değiştirmek amaçlarını taşıyan bir araştırma türü olarak tanımlamıştır. Yıldırım ve Şimşek'e (2011) göre ise eylem araştırması uygulayıcının kendisinin ya da başka bir araştırmacı ile ortaya koyduğu, uygulama sürecine yönelik problemlerin tespit edildiği veya mevcut bir sorunun anlaşılıp, soruna çözüm üretmeye yönelik sistemli veri toplama ve analiz etmeyi kapsayan bir araştırma türüdür. Eylem araştırmasında bireyler mesleki eylemleriyle ilgili araştırma yaparak değişim için harekete geçerler (Costello, 2007). Bu nedenle eylem araştırması, bireylerin çalışma koşullarını iyileştirmek amacıyla sistemli olarak gerçekleştirilen etkinlikler olarak da tanımlanabilir (Sagor, 2000). Tanımlara bakıldığında eylem araştırmasında amacın bir uygulamayı geliştirmek ya da mevcut problem veya problemleri bilimsel yöntemlerle çözmek olduğu görülmektedir.

Eylem araştırmalarında daha çok nitel araştırma yöntemleri kullanılır. Çünkü bireyler doğal ortamı içerisinde süreci doğrudan gözleyebilme, uygun veri toplama yöntemi seçebilme, verilerin analizi sonucunda ulaşılan bulgulara göre tekrar veri toplama gibi esnek kararlar alabilirler. Ayrıca uygulayıcı, kişisel varsayımlarından uzak durmak şartıyla kendisi de veri toplama aracı görevi görür

(Yıldırım ve Şimşek, 2011). Eylem araştırmasında katılımcı gözlemci rolünde olan araştırmacı, uygulama sürecinde uygulayıcılarla işbirliği içindedir ve gerektiğinde uzmanlık alanına bağlı olarak uygulamaya katkı sağlayabilir. Uygulayıcılar da uygulama ortamını araştırmacıya açarak araştırmaya katkı sağlar. Bu şekilde karşılıklı etkileşim ve işbirliği sağlanmış olur (Yıldırım ve Şimşek, 2011). Araştırmacı eylemin hem teori hem de uygulama aşamasında aktiftir. Bu nedenle eylem araştırması teori ile uygulama arasındaki kopukluğun giderilmesine olanak sunar.

Eylem araştırmasında önceden planlanmış etkinlikler gerçek öğretim ortamlarında öğretimi geliştirmek amacıyla yapılır ve öğretim ortamındaki ilgili kişilerden de yardım alınabilir (Johnson, 2014). Eğitim alanında yaygın olarak kullanılan eylem araştırması, okula ve eğitime ilişkin sunulan imkânların geliştirilmesine, buna bağlı olarak da eğitim, öğretim ve öğrenmenin kalitesinin yükseltilmesine odaklanır. Bununla birlikte çalışmalara katılan öğretmenlerin mesleki bilgi ve tecrübelerinin de çeşitlenmesine imkân sunar (Altrichter, Posch ve Somekh, 2000).

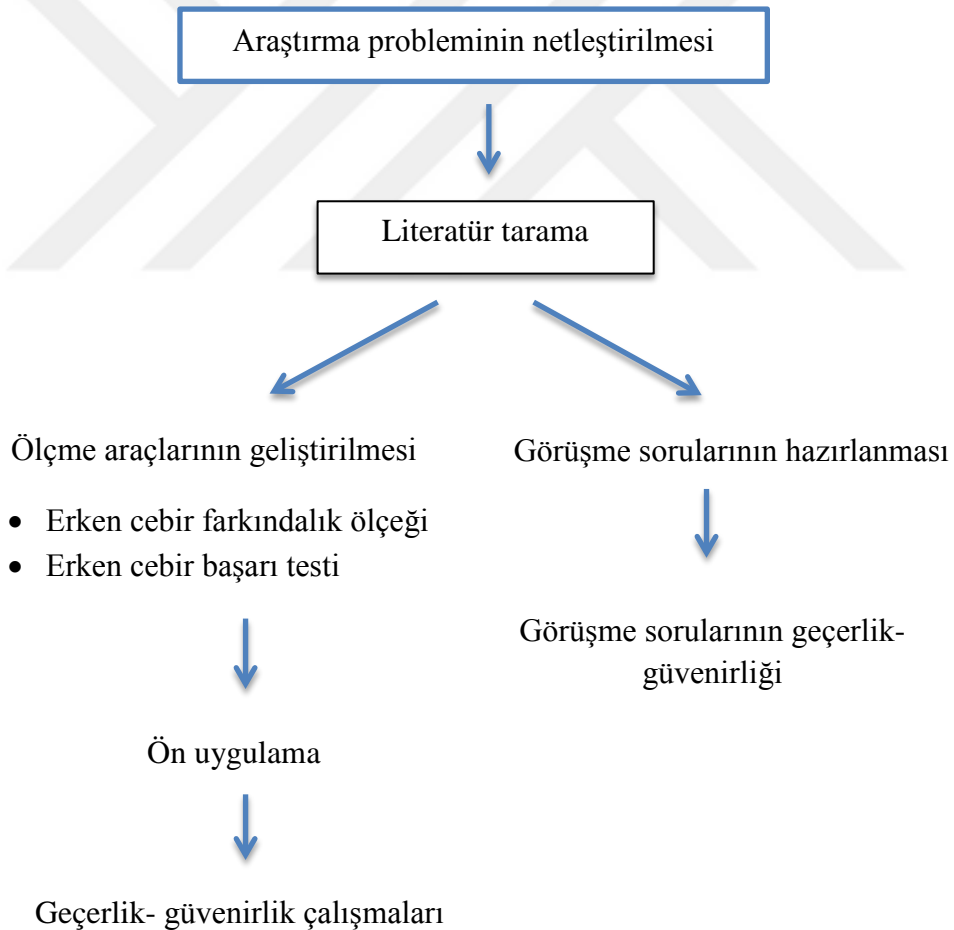
Eylem araştırması sadece öğretmenler tarafından değil akademisyenler tarafından da gerçekleştirilebilir (Ekiz, 2004). Uygulama esnasında öğretmenler ve akademisyenler işbirliği içinde çalışabilir. Böylelikle akademisyenler teorik bilgilerini uygulayarak kuram ve uygulama arasında ilişki kurma ve boşluğu giderme fırsatı yakalarlar. Ayrıca uygulama sürecinde akademisyenler ve uygulayıcılar kendilerini de eğiterek mesleki gelişimlerine katkı sağlarlar. Eylem araştırmaları sonucu ortaya çıkan bilgiler doğrultusunda eğitim uygulamalarına ve eğitim kurumlarının işleyişlerine yön verilebileceği söylenebilir.

Eylem araştırması süreci

Eylem araştırmasında süreç; plan yapma, planı eyleme dönüştürme (uygulama), gözlem yapma, yansıtma ve planları gözden geçirip tekrar plan yapma basamaklarından oluşmaktadır. Sagor'a (2005) göre eylem araştırmasında döngüsel süreç; problemin açıkça ortaya konması, kuramsal dayanaklara bağlı bir eylemin geliştirilmesi, eylemin uygulanması ve veri toplama, elde edilen verileri yeni eylem planına yansıtma olmak üzere dört aşamadan oluşmaktadır. Bu süreçte katılımcılar çözülmesi amaçlanan probleme yönelik eylem yapmak için plan

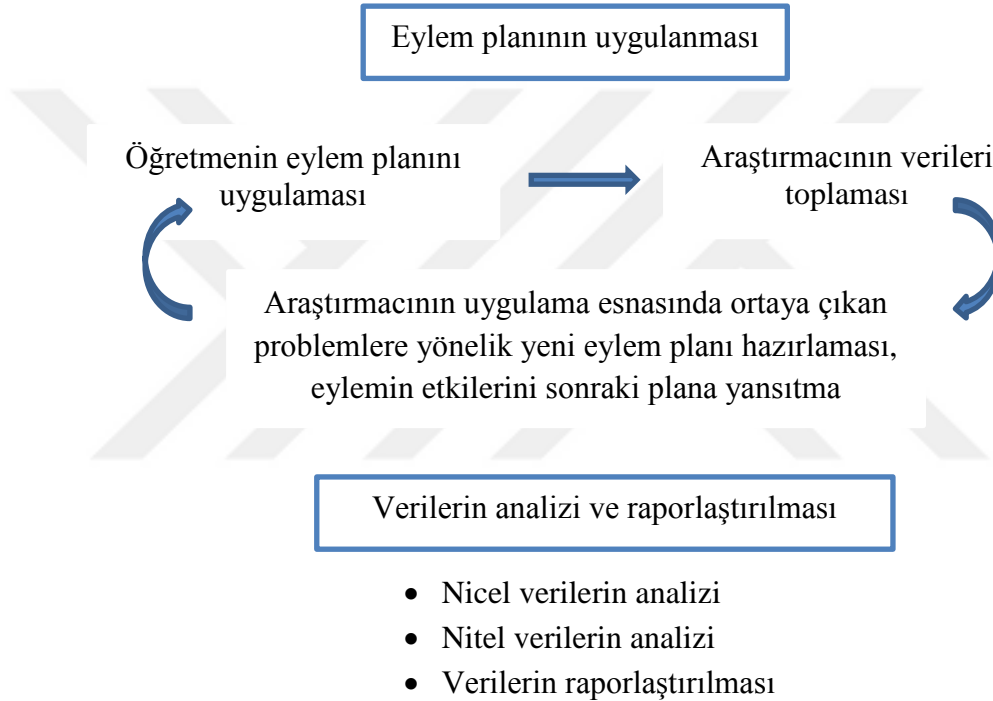
yapma, planı uygulama, eylemi gerçekleştirdiği ortam içinde gözlemleme, eylemin etkilerini sonraki planlara yansıtma ve yeni eylemi gerçekleştirme görevlerini üstlenirler (Kemmis ve Mc Taggart, 2002; Akt: Schroeder, 2005).

Eylem araştırması bir problemle başlar, problemin çözümüne yönelik olası teknik ve yöntemler belirlenerek ve ortamda gerekli düzenlemeler yapılarak eylemin uygulanmasıyla devam eder. İlk eylemin uygulanmasından sonra süreç aynen tekrar ettirilir ve her defasında ortaya çıkan problemlere çözüm üretilir. Yani eylem araştırmasında mevcut problem ortadan kaldırılıncaya kadar tekrar eden etkinlikler, döngüsel bir süreç söz konusudur. Araştırmacı uygulama esnasında yaptığı değişikliklere bağlı olarak ortamda meydana gelen değişimleri ve problemleri gözlemleyerek, problemlere yönelik yeni çözüm yöntemlerini devreye sokar. Bu araştırmada takip edilen aşamalar Şekil 1’de verilmiştir.



Kuramsal dayanaklara bağı eylem planının hazırlanması

- Müfredatları inceleme
- Katılımcıları belirleme
- Eylem planı oluşturma
- Uzman görüşüne başvurma
- Öğretmenin erken cebir konusunda bilgilendirilmesi
- Öğrencilerle tanışma ve sınıfı gözleme
- Öğrencilere ön test yapılması



Şekil 1. Araştırmada takip edilen eylem araştırması aşamaları

Araştırma probleminin netleştirilmesi sürecinde öncelikle cebirle ilgili kapsamlı bir literatür araştırması yapılmıştır. Yapılan araştırmalarda öğrencilerin; harflerin farklı kullanımlarını tam olarak anlayamadıkları (Küchemann, 1978; Wagner, 1983; Dede, 2005; Akkaya ve Durmuş, 2006; Dede ve Peker, 2007), örüntülerden genellemelere ulaşırken çeşitli zorluklara sahip oldukları (Stacey, 1989; English ve Warren, 1998), eşitlik, değişken ve bilinmeyen kavramlarını anlamakta zorlandıkları (Falkner, Levi ve Carpenter, 1999; Dede, Yalın ve Argün, 2002; Dede ve Argün, 2003a; Knuth, Stephens, McNeil ve Alibali, 2006; Gürbüz ve Akkan, 2008; Soylu, 2008; Akkan, Baki ve Çakıroğlu, 2012), cebire geçişte

aritmetik bilgilerinin yetersiz kaldığı (Linchevski ve Hersovics, 1996; Warren, 2003; Dede ve Argün, 2003b; Gürbüz ve Akkan, 2008), öğrencilerde cebirsel düşüncenin gelişiminde, öğrencilerin sahip oldukları aritmetik bilginin önemli olduğu ve aritmetik deneyimlerden hareketle cebiri yapılandırdıkları (Wagner, 1983; Kieran, 1990, 1992; Hersovics ve Linchevski, 1994; Stacey ve MacGregor, 2000; Van Amerom, 2002; Warren, 2003) belirtilmektedir. Buna dayanarak öğrencilerin cebire yönelik çeşitli zorluklara sahip oldukları görülmektedir. Bu zorlukların aşılmasına yönelik alınacak önlemlerden biri de dikkatli bir şekilde hazırlanan etkinliklerin öğretim programlarına dâhil edilmesidir.

Öğrencilerin cebire yönelik sahip oldukları zorlukların bir kısmının öğrenciden kaynaklandığı bir kısmının ise öğretimden yani öğretmenden kaynaklandığı söylenebilir (Dede ve Peker, 2007). Bu araştırmada öğrenci ve öğretmenden (öğretimden) kaynaklanan sorunların tespitine yönelik, öğretmenlerin erken cebire yönelik düşüncelerini ortaya çıkarmak amacıyla erken cebir farkındalık ölçeği ve yarı yapılandırılmış görüşme formu; öğrencilerin erken cebir başarı düzeylerini ölçmek için ise 4. sınıf erken cebir başarı testi kullanılmıştır.

Erken cebir farkındalık ölçeği geliştirme aşamasında öncelikle literatür detaylı bir şekilde araştırılmıştır. Bu kapsamda MEB 1-5. Sınıflar Matematik Dersi Öğretim Programı (2009) ile 4. sınıf matematik programında cebir ve örüntüler öğrenme alanı bulunan Ontario, Finlandiya ve Singapur matematik programları (URL-1; URL-2; URL-3) incelenerek erken cebir kapsamında değerlendirilebilecek kazanımlar saptanmıştır. Bunun sonucunda 39 maddeden oluşan bir taslak form hazırlanmıştır. Bu form kapsam geçerliği, dil ve ifade yönünden açıklık ve anlaşılabilirlik açısından incelenmek üzere uzman (matematik öğretimi konusunda uzman öğretim üyesi, öğretim elemanları ve uzman sınıf öğretmenleri) görüşüne sunulmuş, uzmanların onayı alınmıştır. Hazırlanan taslak 2014-2015 eğitim-öğretim yılı birinci yarısında gönüllü katılım doğrultusunda MEB'e bağlı okullarda görev yapmakta olan 217 sınıf öğretmenine uygulanmıştır. Uygulama sonucu elde edilen veriler ölçeğin yapı geçerliğini belirlemek amacıyla klasik faktör analizi tekniklerinden temel bileşenler analizine dayalı açımlayıcı faktör analizine (Büyüköztürk, 2012) tabi tutulmuştur. Buna ek olarak öğretmenlerin erken cebir konusundaki

farkındalıklarını daha ayrıntılı bir şekilde ortaya çıkarmak amacıyla uzman görüşleri doğrultusunda ölçeğe üç adet açık uçlu soru eklenmiştir. Ölçeğin geliştirilme sürecine ilişkin ayrıntılı bilgi “Veri Toplama Araçları” başlığı altında sunulmuştur.

Erken cebir farkındalık ölçeğine ek olarak, öğretmenlerin erken cebire yönelik düşünceleri hakkında kapsamlı bilgi edinmek amacıyla bir de yarı yapılandırılmış görüşme formu hazırlanmıştır. Görüşme soruları hazırlanırken MEB 1-5. Sınıflar Matematik Dersi Öğretim Programı (2009) ile 4. sınıf matematik programında cebir ve örüntüler öğrenme alanı bulunan Ontario, Finlandiya ve Singapur matematik programları (URL-1; URL-2; URL-3) incelenmiş ve taslak sorular hazırlanarak uzman görüşüne sunulmuştur. Uzman görüşleri doğrultusunda erken cebire yönelik altı sorudan oluşan yarı yapılandırılmış bir görüşme formu hazırlanmıştır (bk. EK-3).

Erken cebir farkındalık ölçeği (nihai ölçek), 2014-2015 eğitim-öğretim yılı birinci yarıyılında Kütahya ilinde MEB’e bağlı okullarda görev yapmakta olan 240 sınıf öğretmenine uygulanmıştır. Uygulama esnasında öğretmenlerin, öğretim etkinliklerine engel olmayacak ders dışı zaman dilimleri seçilmiş ve gönüllü katılımları dikkate alınmıştır. Yine erken cebir farkındalık ölçeğinin uygulandığı öğretmenler arasından, öğretmenlerin ders dışı zaman dilimleri dikkate alınarak gönüllü katılımları doğrultusunda yarı yapılandırılmış görüşme formu aracılığıyla ve ses kayıt cihazı kullanılarak 12 sınıf öğretmeni ile yüz yüze görüşme yapılmıştır.

Öğrencilere yönelik 4. sınıf erken cebir başarı testinin ön uygulaması okul idaresi ve öğretmenlerin kontrolünde 2014-2015 eğitim-öğretim yılı birinci yarıyılında Kütahya ilinde MEB’e bağlı okullarda öğrenim görmekte olan 108 dördüncü sınıf öğrencisine uygulanmıştır. Uygulama sonrası test maddelerinin madde güçlük ve ayırt edicilik indeksleri ile testin ortalaması, standart sapması ve KR-20 güvenilirlik katsayısı hesaplanmış ve teste son şekli verilmiştir. 4. sınıf erken cebir başarı testinin geliştirilme sürecine ilişkin ayrıntılı bilgi “Veri Toplama Araçları” başlığı altında sunulmuştur.

Öğretmenlere ve öğrencilere yönelik yapılan uygulamalar sonucu elde edilen bulgular doğrultusunda araştırmacı, tez danışmanı öğretim elemanı ve

uzmanların görüşleri doğrultusunda sınıf öğretmenlerinin erken cebir düşüncelerinin geliştirilmesine yönelik bir eylem planı hazırlamaya karar vermiştir.

Araştırmacı eylem planını hazırlamadan önce ilgili literatürü ayrıntılı olarak incelemiştir. MEB 1-5. Sınıflar Matematik Dersi Öğretim Programı (2009) ile 4. sınıf matematik programında cebir ve örüntüler öğrenme alanı bulunan Ontario, Finlandiya ve Singapur matematik programları (URL-1; URL-2; URL-3) incelenerek erken cebir kapsamında değerlendirilebilecek kazanımlar mevcut programda yer alan kazanımlar içerisinde belirlenmiştir. Belirlenen bu kazanımlar doğrultusunda ders içerikleri ve eylem planı hazırlanmıştır. Hazırlanan ders içerikleri ve eylem planı uzman görüşüne sunulmuştur. Uzmanların görüş ve tavsiyeleri doğrultusunda ders içerikleri ve eylem planı tekrar incelenmiş, gerekli düzenlemeler yapılmıştır.

Eylem planının hazırlanmasından sonra eylemin uygulanacağı sınıf ve uygulamayı yapacak sınıf öğretmeni belirlenmiştir. Belirleme esnasında sınıf öğretmenin gönüllü olması, matematiğe ilgisi, mesleki tecrübe; okulun kolay ulaşılabilirliği, imkânları ve sınıfın yapısı etmenleri etkili olmuştur. Araştırmacı ve tez danışmanı öğretim elemanı uygulamayı yapacak olan sınıf öğretmeni ile bir araya gelerek günde 75 dk olmak üzere üç gün boyunca erken cebir konusunda sınıf öğretmenini bilgilendirmişlerdir. Bu süreçte erken cebir nedir, erken cebirin amacı nedir, cebir ve aritmetik arasındaki ilişki ve bu ilişkide erken cebirin rolü, örüntüler ve erken cebir arasındaki ilişki, değişken kavramı, eşit işareti ve anlamı, genelleme, modelleme, tahmin, fonksiyonel düşünme, matematiksel muhakeme, üst biliş ve işlemler arası ilişkiler ve stratejiler konularında sınıf öğretmeni detaylı bir şekilde bilgilendirilmiştir. Öğretmen erken cebir konusunda bilgilendirildikten sonra araştırmacı tarafından erken cebir kapsamında hazırlanan ders etkinliklerinin uygulanma süreci öğretmene anlatılmıştır. Sınıfın haftalık ders programında sadece matematik ders saatleri (4 saat) dikkate alınarak erken cebir etkinliklerinin uygulanması kararlaştırılmıştır. Sınıf öğretmenin kendisini eylem planını uygulamaya hazır hissetmesinin ardından araştırmacı öğrencileri tanımak ve sınıfta gözlem yapmak amacıyla gün aşırı olarak dört ders saati eylemin uygulanacağı sınıfta bulunmuştur. Uygulamaya başlamadan önce araştırmacı uygulamanın yapılacağı 20 öğrenciden oluşan dördüncü sınıf öğrencilerine 4. sınıf

erken cebir başarı testini öntest olarak uygulamış, öğrencilerin doğru, yanlış ve boş cevap sayılarını kaydetmiştir.

Ön testin uygulanmasından itibaren sınıf öğretmeni araştırmacı tarafından hazırlanan erken cebir etkinliklerini uygulamaya başlamıştır. Uygulama esnasında araştırmacı uygulamayı kamera ile kayıt altına almıştır. İlk uygulamanın ardından uygulamayı değerlendirmek amacıyla araştırmacı, öğretim elemanı ve uzman bir araya gelmiş ve uygulamaya ait video kaydını izlemişlerdir. Uygulamanın gidişatına yönelik düşünceler ifade edilmiş ve bir sonraki uygulamada dikkat edilmesi gereken noktalar konuşularak ilk değerlendirme yapılmıştır. Uygulama süreci boyunca her uygulama aynı şekilde bir araya gelinerek değerlendirilmiştir.

Çalışma Grubu

Araştırmanın çalışma grubu belirlenirken nitel araştırma örnekleme yöntemlerinden, amaçlı örnekleme kapsamında ölçüt örnekleme yöntemi kullanılmıştır. Ölçüt örnekleminin temeli önceden belirlenmiş ölçütleri karşılayan tüm durumların çalışılmasına dayanır (Yıldırım ve Şimşek, 2011). Buna bağlı olarak araştırmacı tarafından belirlenmiş olan ölçütler (öğrencilerin dördüncü sınıfta öğrenim görmeleri; sınıf öğretmenin gönüllü olması, matematiğe ilgisi, mesleki tecrübesi; okulun kolay ulaşılabilirliği, imkânları ve sınıfın yapısı) doğrultusunda araştırmanın çalışma gurubunu, dördüncü sınıfta öğretim yapmakta olan bir sınıf öğretmeni ve bu öğretmenin öğretim yaptığı 20 dördüncü sınıf öğrencisi oluşturmaktadır.

Ortam

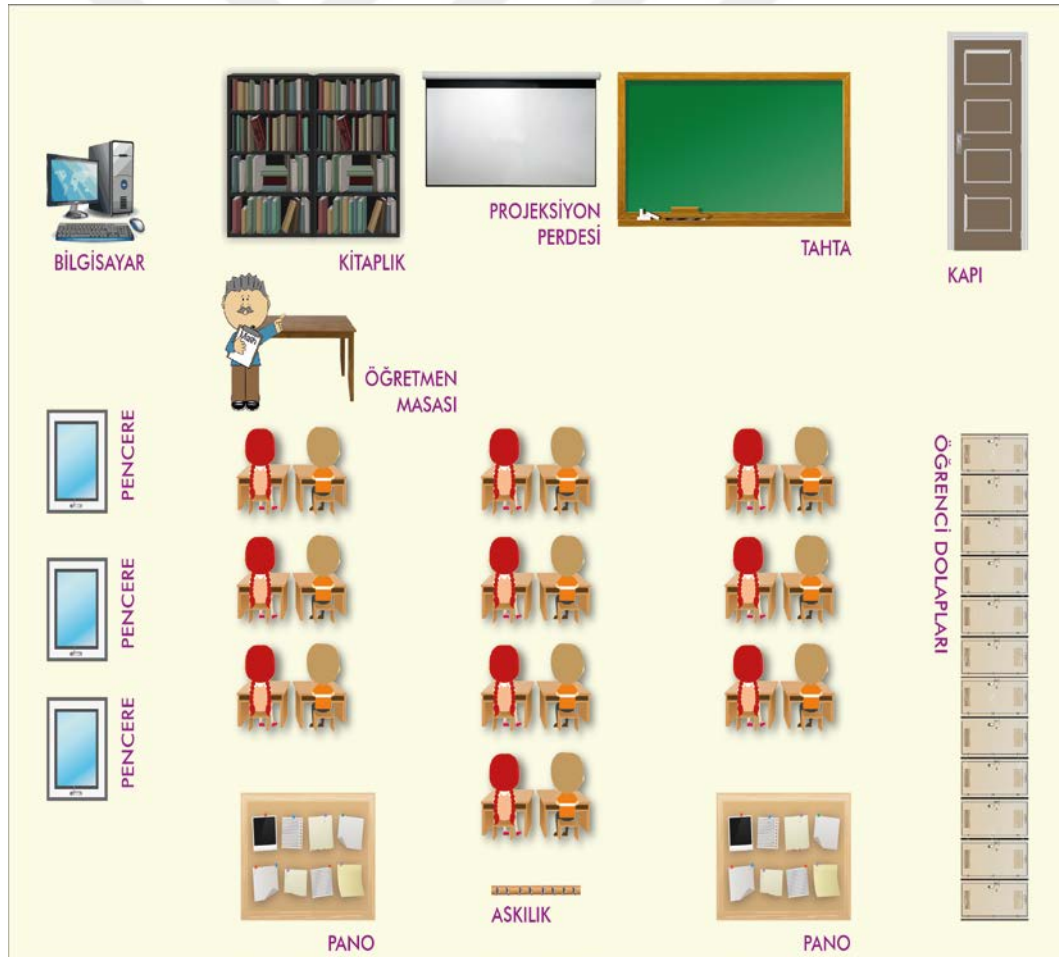
Araştırma, Kütahya İli'nde özel bir ilkokulun dördüncü sınıfında gerçekleştirilmiştir. Okulun araştırmacının kolay ulaşabileceği konumda olması ve sınıf öğretmenin matematiğe, matematik etkinliklerine olan ilgisi; sınıf öğretmenin, okul idarecilerinin ve velilerin işbirliğine açık olmaları araştırma için bu okulun seçilme nedenleri arasındadır.

Sınıf öğretmeni 30 yılı aşkın süredir öğretmenlik mesleğini sürdürmektedir ve farklı bölgelerde MEB'e bağlı okullarda görev yapmıştır. Bu nedenle öğretmenin mesleki deneyim ve alan bilgisi oldukça yüksektir. Ayrıca yapılan görüşmelerde sınıf öğretmeni bilimsel bir araştırmanın içerisinde yer almanın

kendisini mutlu edeceğini, yeniliklere açık olduğunu ve yapılacak etkinliklerin öğrencilerini ve kendisini nasıl etkileyeceğini merak ettiğini belirtmiştir.

Dört katlı olan okul binası içerisinde tamamı bilgisayar donanımına sahip yirmi yedi derslik, üç laboratuvar, iki bilgisayar laboratuvarı, iki resim dersliği ve bir müzik dersliği bulunmaktadır. Buna ek olarak bir adet konferans salonu, kütüphane, kapalı beden eğitimi salonu, yemekhane ve kantin yer almaktadır. Bina dışında ise tören alanı, açık spor sahası, otopark ve yeşil yürüyüş alanları bulunmaktadır.

Uygulamanın yapıldığı sınıf okulun ikinci katında yer almaktadır. Sınıfta öğretmen masası, on adet öğrenci masası ve sandalye, yazı tahtası, projeksiyon cihazı ve perdesi, masaüstü bilgisayar, her öğrenci için dolap, panolar ve askılıklar bulunmaktadır. Sınıfın fiziki yapısı ve oturma düzeni Şekil 2’de verilmiştir.



Şekil 2. Uygulamanın yapıldığı sınıf planı

Araştırmacının Rolü

Eylem araştırması sürecinde araştırmacı katılımcı gözlemci rolü üstlenmiştir. Uygulama esnasında yapılan etkinlikler araştırmacı tarafından planlanmış ve uygulama süreci kamera ile kayıt altına alınmıştır. Uygulama sürecinde sınıf öğretmeninin ihtiyacı olduğu durumlarda araştırmacı öğretmene yardım etmiştir. Araştırmacı uygulamaya ait video kayıtlarını her uygulamadan sonra izleyerek ham veri olarak yazıya geçirmiştir. Ders aralarında uygulamayı yapan öğretmen ve sınıfta bulunan öğrencilerle sohbet ederek uygulamaya yönelik düşüncelerini öğrenmeye çalışmıştır. Bunu yaparken herhangi bir kayıt aracı ya da form kullanmamıştır.

Araştırmacı her uygulamadan sonra tez danışmanı öğretim elemanı ve alan uzmanı ile birlikte uygulamaya ait video kaydını izlemiş ve izlenimlerini paylaşmıştır. Yapılan değerlendirmeler sonrasında bir sonraki uygulamaya yönelik olası önlemleri almıştır.

Araştırmacı uygulama sonrası verilerin analiz edilmesi sürecinde olabildiğince nesnel davranmaya ve araştırma raporunu yazarken uygulama sürecinde olup bitenleri tüm detayları ile rapora yansıtmaya çalışmıştır.

Veri Toplama Araçları

Bu araştırmada elde edilen veriler, araştırmacı tarafından geliştirilen öğretmenlere yönelik erken cebir farkındalık ölçeği ve yarı yapılandırılmış görüşme formu; öğrencilere yönelik ise 4. sınıf erken cebir başarı testi aracılığıyla toplanmıştır. Eylem araştırması sürecinde uygulanan ders içerikleri araştırmacı tarafından hazırlanmış ve uygulama sürecinin tamamı kamera ile kayıt altına alınmıştır.

Erken cebir farkındalık ölçeği

Ölçeğin çalışma grubunu 2014-2015 eğitim-öğretim yılı birinci yarıyılında MEB'e bağlı okullarda görev yapmakta olan 217 sınıf öğretmeni oluşturmaktadır. Ölçek geliştirirken çalışma grubunun büyüklüğü ilişkilerin güvenilir olarak tahmin edilmesi açısından önemlidir. Genel olarak bu büyüklüğün gözlenen değişken sayısının en az beş katı olması gerektiği kabul edilmektedir (Büyüköztürk, 2002). Bu araştırmada otuz dokuz maddeden oluşan taslak form

gönüllü katılım doğrultusunda 217 sınıf öğretmenine uygulanmıştır. Uygulama sonucunda elde edilen formların tamamı analize dâhil edilmiştir. Çalışma grubunun betimsel özellikleri Tablo 1’ de verilmiştir.

Tablo 1

Araştırmaya Katılan Sınıf Öğretmenlerinin Betimsel Özellikleri

Değişken	Nitelik	f	%
Cinsiyet	Kadın	111	51.2
	Erkek	106	48.8
Mezun olunan fakülte	Eğitim Fakültesi	185	85.3
	Fen-Edebiyat Fakültesi	25	11.5
	Diğer	7	3.2
Mezun olunan bölüm	Sınıf Öğretmenliği	166	76.5
	Diğer	51	23.5
Görev süresi	1-5 yıl	67	30.9
	6-10 yıl	73	33.6
	11-15 yıl	55	25.3
	16 yıl ve üzeri	22	10.1
	Toplam	217	100

Tablo 1’e bakıldığında cinsiyet değişkeni bakımından araştırmaya katılan sınıf öğretmenlerinin 111’i (%51.2) kadın, 106’sı (%48.8) ise erkektir. Araştırmaya katılan sınıf öğretmenlerinin mezun oldukları fakülteler dikkate alındığında; eğitim fakültesi mezunu 185 (% 85.3), fen-edebiyat fakültesi mezunu 25 (% 11.5) ve diğer fakültelerden mezun 7 (% 3.2) sınıf öğretmenin olduğu görülmektedir. Bu öğretmenlerden 166’sı (% 76.5) fakültelerin sınıf öğretmenliği bölümünden, 51’i (% 23.5) ise fakültelerin diğer bölümlerinden mezun olmuştur. Yine öğretmenlerin görev yaptıkları süreler dikkate alındığında görev süresi bir-beş yıl olan 67 (% 30.9), altı-on yıl olan 73 (% 33.6), on bir-on beş yıl olan 55 (% 25.3), on altı yıl ve üzeri olan 22 (% 10.1) sınıf öğretmeni araştırmaya katılmıştır.

Araştırma verileri analiz edilirken uzman görüşleri doğrultusunda sınıf öğretmenlerinin erken cebir konusundaki farkındalıklarını, öğretmenlerin öğrenim seviyelerinin de etkileyebileceği tartışılmış ve nihai ölçekte demografik değişkenlere sınıf öğretmenlerinin öğrenim düzeylerini belirlemeye yönelik “öğrenim düzeyiniz (lisans, yüksek lisans, doktora)” ibaresinin eklenmesi kararlaştırılmıştır.

Ölçek maddeleri yazılmadan önce literatür taraması yapılmış, MEB 1-5. Sınıflar Matematik Dersi Öğretim Programı (MEB, 2009) ile 4. sınıf matematik programında cebir ve örüntüler öğrenme alanı bulunan Ontario, Finlandiya ve Singapur (URL-1; URL-2; URL-3) müfredatlarına ulaşılmıştır. Bunun sonucunda 39 maddeden oluşan bir taslak form hazırlanmıştır. Hazırlanan taslak form kapsam geçerliği, dil ve ifade yönünden açıklık ve anlaşılabilirlik açısından incelenmek üzere uzman görüşüne sunulmuş ve uzmanların onayı alınmıştır.

Ölçek beşli likert formatında yanıtlanacak biçimde tasarlanmıştır. Buna göre derecelendirme “5 kesinlikle katılıyorum, 4 katılıyorum, 3 karasızım, 2 katılmıyorum, 1 kesinlikle katılmıyorum, ” şeklinde puanlanmıştır. Ayrıca sınıf öğretmenlerinin erken cebir konusundaki farkındalıklarını daha ayrıntılı bir şekilde incelemek amacıyla uzman görüşleri doğrultusunda ölçeğe üç adet açık uçlu soru eklenmiştir.

Ölçeğin yapı geçerliğini belirlemek için klasik faktör analizi tekniklerinden temel bileşenler analizine dayalı açıcı faktör analizi uygulanmıştır. Açıcı faktör analizinde değişkenler arasındaki ilişkilerden yararlanılarak faktörler saptanır. Faktör analizinde amaç aynı özelliği ölçen değişkenleri bir araya toplayarak ölçmeyi az sayıda faktör ile açıklamaktır (Büyüköztürk, 2012).

Ölçek maddeleri faktör analizine alınmadan önce madde toplam puan korelasyonuna bakılmıştır. Genel bir kabul olarak madde toplam puan korelasyonu .30 ve üzerinde olan maddelerin iyi derecede ayırt edici olduğu, .20-.30 arasında olan maddelerin zorunlu hallerde ölçekte yer alabileceği ya da düzeltilerek ölçeğe alınması gerektiği, .20'nin altında olan maddelerin ise ölçekten çıkarılması gerektiği düşünülmektedir (Büyüköztürk, 2012). Erken cebir farkındalık ölçeğinde yer alan maddelerin madde toplam puan korelasyonları Tablo 2’de verilmiştir.

Tablo 2

Ölçek Maddeleri Madde Toplam Puan Korelasyonları

Madde numarası	Madde toplam puan korelasyonu	Madde numarası	Madde toplam puan korelasyonu
m1	.63	m21	.53
m2	.64	m22	.27

Tablo 2'nin devamı

m3	.56	m23	.37
m4	.15	m24	.58
m5	.56	m25	.50
m6	.58	m26	.44
m7	.60	m27	.41
m8	.53	m28	.45
m9	.47	m29	.57
m10	.49	m30	.63
m11	.25	m31	.68
m12	.41	m32	.69
m13	.63	m33	.71
m14	.56	m34	.56
m15	.59	m35	.47
m16	.57	m36	.40
m17	.61	m37	.60
m18	.59	m38	.02
m19	.52	m39	.51
m20	.48		

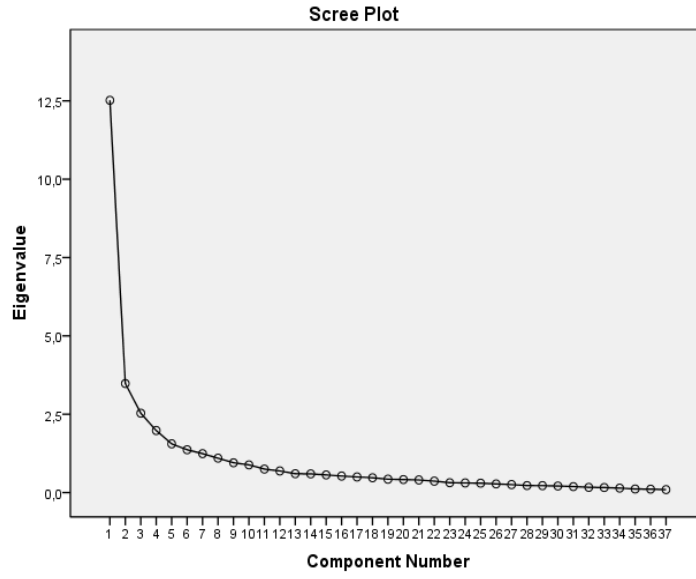
Tablo 2'de görüldüğü üzere madde toplam puanı korelasyonu; .20-.30 arasında olan on birinci madde (.25) ve yirmi ikinci madde (.27)' nin düzeltilerek ölçeğe alınmasına, .20'nin altında olan dördüncü madde (.15) ve otuz sekizinci madde (.02)'nin ölçekten çıkarılmasına karar verilmiş ve ölçekten çıkarılacak olan iki madde faktör analizine dâhil edilmemiştir.

Ölçekten elde edilen verilerin faktörleştirmeye uygunluğunu test etmek için Kaiser-Meyer-Olkin (KMO) değeri ve Barlett Küresellik Testi sonuçları değerlendirilmiştir. KMO değeri veri yapısının faktör çıkarmaya uygun olup olmadığı hakkında bilgi verir. Verilerin faktörleştirmeye uygun olması için KMO değerinin .60 ve üzerinde olması gerekmektedir. Barlett Küresellik testi de benzer amaçla kullanılmakta, test ile değişkenler arasındaki ilişkilerin incelenmesine olanak sağlamaktadır (Tavşancıl 2005; Büyüköztürk, 2012).

Bu araştırmada KMO değeri .889 olarak hesaplanmıştır. Yine Barlett Küresellik Testi değerinin anlamlı olduğu ($x^2=5370.209$; $df=666$; $p=.000$)

görülmüştür. Bu bulgulardan hareketle ölçeğin uygulanması sonucu elde edilen verilerin faktörleştirmeye uygun olduğuna karar verilmiştir.

Açımlayıcı faktör analizi sonucunda 37 maddenin öz değeri 1'den büyük dört faktör altında toplandığı görülmektedir. Önemli faktör sayısı belirlenirken öz değer (eigenvalue) grafiğine bakılmaktadır. Öz değeri 1 ve 1'in üzerinde olan faktörler önemli faktör olarak alınır (Büyüköztürk, 2012). Erken cebir farkındalık ölçeğinin öz değer grafiği Şekil 3'te verilmiştir.



Şekil 3. Erken cebir farkındalık ölçeği öz değer faktör grafiği

Şekil 3'te görüldüğü gibi erken cebir farkındalık ölçeği öz değeri 1'den büyük olan dört faktöre sahiptir. Bu dört faktörün ölçekle ilgili açıkladıkları varyans; birinci faktör %19.753, ikinci faktör %13.905, üçüncü faktör %13.620 ve dördüncü faktör %8.162 olmak üzere toplam %55.439'dur. Dört faktör için açıklanan bu varyans oranının iyi seviyede olduğu söylenebilir. Açıklanan varyans oranının yüksek olması ilgili yapının iyi ölçüldüğü şeklinde yorumlanabilir (Büyüköztürk, 2012).

Açımlayıcı faktör analizi sonucunda maddelerin ölçekte yer alıp almayacaklarına karar vermek için maddelerin buldukları faktördeki yük değerinin alt sınırı olarak .35 kabul edilmiştir. Bu değer maddelerin faktörle olan ilişkisini açıklayan bir katsayıdır ve literatüre bakıldığında alt sınır olarak .30 kabul edilmekte .45 ve üzeri yük değeri ise iyi bir ölçüt olarak düşünülmektedir (Büyüköztürk, 2012). Maddelerin birden fazla faktörde aldıkları yük değerleri

arasındaki farkın ise en az .10 olmasına dikkat edilmiştir. Erken cebir farkındalık ölçeğinde yer alan maddelerin döndürülmüş faktör yük değerleri, ortalamaları ve standart sapmaları Tablo 3'te verilmiştir.

Tablo 3

Erken Cebir Farkındalık Ölçeğinde Yer Alan Maddelerin Faktör Yük Değerleri, Ortalama ve Standart Sapmaları

	Madde numarası	Döndürülmüş faktör yükleri	Ortalama	Standart sapma
1. FAKTÖR	m31	.82	3.44	.96
	m30	.80	3.34	.97
	m32	.78	3.38	.99
	m29	.75	3.36	.01
	m23	.74	3.43	.91
	m16	.72	3.41	.96
	m18	.70	3.48	.93
	m36	.67	3.43	1.07
	m17	.66	3.36	.93
2. FAKTÖR	m34	.72	3.96	.79
	m27	.72	3.70	.93
	m26	.69	3.74	.94
	m33	.64	3.58	.85
	m35	.60	3.84	.84
	m37	.59	3.77	.82
	m28	.57	3.66	.86
	m25	.54	3.57	.84
	m20	.46	3.65	.82
	m19	.36	3.71	.71
3. FAKTÖR	m12	.70	3.68	.77
	m11	.69	3.50	.86
	m14	.68	3.75	.76
	m15	.67	3.75	.77
	m13	.65	3.68	.82
	m10	.58	3.41	.93
	m7	.55	3.11	1.00
	m5	.54	3.72	.74
	m2	.50	3.55	1.02
	m1	.49	3.58	1.06
	m4	.48	3.69	.78
	m3	.44	3.81	.92
4. FAKTÖR	m6	.35	3.57	.47
	m22	.67	3.12	1.00
	m8	.65	3.21	1.00
	m9	.60	3.09	.98
	m21	.58	3.20	.94
	m24	.55	3.21	1.00

Tablo 3'e bakıldığında erken cebir farkındalık ölçeğinde yer alan maddelerin döndürülmüş faktör yük değerlerinin .35 ile .82 arasında değiştiği görülmektedir. Ölçekte yer alan 37 madde dört faktöre; birinci faktörde 9 madde, ikinci faktörde 10 madde, üçüncü faktörde 13 madde ve dördüncü faktörde 5 madde olacak şekilde dağılmıştır.

Faktör analizi sonucu ortaya çıkan dört faktör, faktörlerde yer alan maddeler arasındaki anlam ilişkisine bakılarak adlandırılmıştır. Faktörlere verilen adlar ve faktörlerde yer alan madde ifadeleri Tablo 4'te verilmiştir.

Tablo 4

Erken Cebir Farkındalık Ölçeği Faktör Adları ve Faktörlerde Yer Madde İfadeleri

Faktör Adı	Madde Numarası	Madde İfadesi
İşlemler arası ilişkiler ve stratejiler	m31	Toplama ve çıkarma işleminin kullanıldığı ifade çiftleri arasındaki eşitliği vurgulayan etkinlikler erken cebir düşüncesinin oluştuğunu gösterir. $12+2=16-2$
	m30	Çarpma işlemi ile bölme işlemi arasındaki ilişkiyi fark etmek erken cebir düşüncesinin oluştuğunu gösterir.
	m32	Çarpma ve bölme işleminin kullanıldığı ifade çiftleri arasındaki eşitliği vurgulayan etkinlikler erken cebir düşüncesinin oluştuğunu gösterir. $5 \times 4 = 40 / 2$
	m29	Toplama ve çıkarma arasındaki ters ilişkiyi fark etmek erken cebir düşüncesinin oluştuğunu gösterir.
	m23	Ritmik sayma ile çarpım tablosu arasındaki ilişkiyi ifade edebilme erken cebir düşüncesinin oluştuğunu gösterir.
	m16	Sayı doğrusu, yüzlük tablo ve grafik gibi araçlarla çalışmak erken cebir düşüncesini geliştirir.
	m18	İşlemler arasındaki ilişkiler (örneğin toplamanın kendi içinde ve diğer işlemlerle ilişkisi) erken cebirin konu alanı içerisindedir.
	m36	İşlem yapma stratejilerinin öğrenilmesi erken cebir düşüncesinin gelişiminde önemlidir. Örneğin parçalama stratejisi, $28+14=(20+8)+(10+4)$
	m17	Eşitlik (eşit işaretinin anlamı, işlemlerle oluşturulan eşitlikler, terazi üzerinde yapılan denge etkinlikleri) erken cebirin konu alanı içerisindedir.

Tablo 4'ün devamı

Faktör Adı	Madde Numarası	Madde İfadesi
Erken Cebir Düşüncesinin Gelişimi	m34	Problemi oluşturan değişkenleri açıklama erken cebir düşüncesinin gelişimine katkı sağlar.
	m27	İlkokulda erken cebir düşüncesinin gelişimi için içerisinde boş kareler, soru işaretleri gibi yer tutucuların olduğu sayı örüntüleri ile çalışılmalıdır.
	m26	İlkokulda erken cebir düşüncesinin gelişimi için birden fazla kural içeren sayı örüntüleriyle çalışmak gereklidir ($2_{(2 \times 2)+1}$, $5_{(5 \times 2)+1}$, 11).
	m33	Eşitliklerle çalışmak kadar eşitsizliklerle çalışmak da erken cebir düşüncesinin gelişimine katkı sağlar. $12+4 \neq 17-2$
	m35	Problem çözmekten çok çözümü ifade edebilmek/açıklayabilmek erken cebir düşüncesinin gelişiminde etkilidir.
	m37	İlkokulda edinilen bilgilerle yapılan genellemeler cebire geçiş süreci için gereklidir.
	m28	Geometrik örüntüleri sayısal örüntülere dönüştürmek erken cebir düşüncesini geliştiren bir etkinliktir.
	m25	İlkokulda erken cebir düşüncesinin gelişimi için birden fazla kural içeren geometrik örüntülerle çalışmak gereklidir.
	m20	Geometrik örüntülerle sayı örüntülerinin ilişkilendirilmesi erken cebir düşüncesinin gelişimini etkiler ($\Delta \Delta \Delta \Delta \Delta \dots$, $1 \ 2 \ 3 \dots$).
	m19	İşlemlerde ve diğer öğrenme alanlarında değişken kavramının edinimi erken cebir düşüncesinin gelişimini etkiler.
Erken Cebir Konu ve Öğrenme Alanı	m12	Tekrarlayan sayı örüntüleri erken cebirin konu alanı içerisinde yer almaktadır.
	m11	Tekrarlayan geometrik örüntüleri tanıma ve genişletme erken cebirin konu alanı içerisinde yer almaktadır.
	m14	Verilen herhangi bir sayı örüntüsünün kuralını açıklayabilme ve örüntüyü birkaç adım devam ettirebilme erken cebir düşüncesinin gelişiminde etkilidir.
	m15	Örüntülerle ilgili gündelik hayattan örnekler verebilme ve bu örüntülerin kuralını açıklayabilme erken cebir düşüncesinin gelişiminde etkilidir.
	m13	Verilen kurala uygun örüntüler oluşturma erken cebir düşüncesinin gelişiminde etkilidir.
	m10	Erken cebir örüntü ve süslemeler alt öğrenme alanı ile ilgilidir.
	m7	Erken cebir ölçme öğrenme alanı ile ilgilidir.
	m5	Erken cebir sayılar öğrenme alanı ile ilgilidir.
m2	Cebir düşüncesi erken sınıflarda gelişir.	

Tablo 4'ün devamı

Faktör Adı	Madde Numarası	Madde İfadesi
Erken Cebir Konu ve Öğrenme Alanı	m1	İlkokulda erken cebir uygulamalarının gerekli olduğuna inanıyorum.
	m4	Erken cebir aritmetikten cebire geçiş sürecini kolaylaştırır.
	m3	İlkokulda verilen erken cebir uygulamaları ortaokul cebir bilgilerinin temelini oluşturur.
	m6	Erken cebir veri öğrenme alanı ile ilgilidir (veri öğrenme alanında var olan değişkenler arasındaki ilişki düşünülmelidir).
Erken Cebir Ön Bilgi ve Becerileri	m22	Erken cebir düşüncesinin gelişimi için ritmik sayma becerisinin gelişimi yeterlidir.
	m8	Erken cebir geometri öğrenme alanı ile ilgilidir.
	m9	Erken cebir kesir alt öğrenme alanı ile ilgilidir.
	m21	Erken cebir düşüncesinin gelişimi için işlem yapma becerisi yeterlidir.
	m24	İlkokulda tablo ve grafiklerle çalışma erken cebir düşüncesini geliştirir.

Ölçeğe eklenen açık uçlu sorular ise şunlardır:

- 1) Erken cebir ya da cebire geçiş deyince aklınıza neler geliyor?
- 2) Sizce ilkokulda erken cebir uygulamaları nasıl yapılmalıdır?
- 3) İlkokulda erken cebir uygulamalarının amacı sizce nedir?

Sınıf öğretmenlerinin erken cebir konusuna yönelik farkındalıklarını saptamak amacıyla hazırlanan ve 37 maddeden oluşan ölçeğin güvenilirliğini belirlemek için hesaplanan Cronbach Alfa iç tutarlılık katsayısı .94'tür. Cronbach Alfa güvenilirlik katsayısının .70 ve üzerinde olması ölçek güvenilirliği için yeterli görülmektedir (Büyüköztürk, 2012). Faktör analizi sonucu oluşan faktörlerin güvenilirlik katsayıları ise; birinci faktör için .92, ikinci faktör için .86, üçüncü faktör için .88 ve dördüncü faktör için .73 olarak hesaplanmıştır. Bu bulgulara bakılarak ölçeğin iç tutarlılığının iyi seviyede olduğu söylenebilir.

Yarı Yapılandırılmış Görüşme Formu

Görüşme sınıf öğretmenlerinin erken cebire yönelik düşünceleri hakkında kapsamlı bilgi edinmek, öğretmenlerin konuyla ilgili düşüncelerini ayrıntılı bir şekilde ortaya çıkarmak amacıyla yapılmıştır. Görüşme soruları hazırlanmadan

MEB 1-5. Sınıflar Matematik Dersi Öğretim Programı (MEB, 2009) ile 4. sınıf matematik programında cebir ve örüntüler öğrenme alanı bulunan Ontario, Finlandiya ve Singapur matematik programları (URL-1; URL-2; URL-3) incelenerek erken cebir kapsamında değerlendirilebilecek kazanımlar saptanmıştır. Buna bağlı olarak taslak sorular hazırlanmış ve uzman görüşüne sunulmuştur. Uzman görüşleri doğrultusunda altı adet açık uçlu sorudan oluşan yarı yapılandırılmış bir görüşme formu hazırlanmıştır.

Görüşme, erken cebir farkındalık ölçeği uygulanan sınıf öğretmenleri arasından gönüllü katılıma dayalı 12 sınıf öğretmeni ile gerçekleştirilmiştir. Görüşme yapılacak sınıf öğretmenleri önceden telefonla aranmış ve öğretmenlerden randevu alınmıştır. Bunun sonucunda öğretmenlerin ders dışı uygun oldukları zaman dilimlerinde 8 sınıf öğretmeni ile öğretmenler odasında, 4 sınıf öğretmeni ile de sınıfta görüşülmüştür. Görüşme esnasında sınıf öğretmenlerine yarı yapılandırılmış görüşme formunda yer alan sorular yöneltilmiş ve görüşmelerin tamamı ses kayıt cihazı ile kaydedilmiştir.

4. sınıf erken cebir başarı testi

Araştırmacı tarafından hazırlanan 4.sınıf erken cebir başarı testi öğrencilerin erken cebir konusundaki başarı düzeylerini belirlemek amacıyla kullanılmıştır. Test soruları hazırlanmadan önce MEB 1-5. Sınıflar Matematik Dersi Öğretim Programı (MEB, 2009) ayrıntılı bir şekilde incelenerek erken cebirle ilgili kazanımlar belirlenmiştir. Buna ek olarak 4. sınıf matematik müfredatında cebir ve örüntüler öğrenme alanı bulunan Ontario, Finlandiya ve Singapur matematik programları (URL-1; URL-2; URL-3) da incelenerek Türkiye programında olmayan kazanımlar belirlenmiştir. Bu kazanımlar 2005 programında doğrudan bulunmasalar da sayılar öğrenme alanı içerisinde var olan kazanımların içerik alanlarında varlıkları hissedilebilir. Bu nedenle spesifik olarak ifade edilme gereği hissedilmiş ve kazanımlar belirtke tablosuna dahil edilmiştir. Bunun sonucunda MEB programından 16, diğer ülkelerin programlarından uyarlanan 4 kazanım olmak üzere toplam 20 kazanım seçilerek belirtke tablosu hazırlanmış ve her kazanım için en az iki soru olmak üzere, dört seçenekli 48 sorudan oluşan çoktan seçmeli bir test hazırlanmıştır. Test akademisyenler ve sınıf öğretmenlerinden oluşan uzmanların görüşüne sunulmuş, uzmanların onayı alındıktan sonra ön

deneme amaçlı 108 dördüncü sınıf öğrencisine uygulanmış, sonuçlar madde analizine tabi tutularak her maddenin madde güçlük ve ayırt edicilik indeksleri hesaplanmıştır. Hesaplama yapılırken öğrenciler ham puanlarına göre sıralanmış, %27'lik üst gruptan (en başarılı) 29 ve %27'lik alt gruptan (en az başarılı) 29 olmak üzere toplam 58 öğrenci belirlenmiş, diğer öğrencilerin cevap kâğıtları analize dâhil edilmemiştir. Madde güçlük indeksi $p = \frac{n_{(d,\bar{u})} + n_{(d,a)}}{2N}$, madde ayırt edicilik indeksi $r = \frac{n_{(d,\bar{u})} - n_{(d,a)}}{N}$ formülüne göre (Atılğan, Kan ve Doğan; 2007) hesaplanmıştır. Teste alınacak maddelerin güçlük indekslerinin hangi düzeyde olacağı testin uygulama amacına bağlı olarak değişmekle birlikte, başarı testlerinde dizi genişliğinin 0,20 ile 0,80 arasında değişebileceği söylenebilir (Özçelik, 1992). Madde ayırt edicilik indeksi değerlendirilirken; 0,19 ve daha küçük ise teste alınmamalı, 0,20-0,29 aralığında ise gerekli durumlarda düzeltilerek teste alınmalı, 0,30-0,39 aralığında ise teste olduğu gibi ya da küçük düzeltmelerle alınmalı, 0,40 ve daha büyük ise teste aynen alınmalı (Atılğan, Kan ve Doğan; 2007) kriterleri dikkate alınmış ve buna bağlı olarak 17 soru (2, 5, 6, 16, 17, 19, 21, 22, 25, 26, 29, 35, 40, 41, 46, 47 ve 48 numaralı sorular) testten çıkarılmıştır. 31 sorunun bulunduğu nihai testin ortalaması $\bar{X} = 13,14$; standart sapması $s = 6,25$; KR-20 güvenirlik katsayısı 0,85 ve ortalama güçlüğü 0,42 olarak hesaplanmıştır. Nihai testle ilgili kazanımlar ile madde güçlük ve ayırt edicilik indeksi bilgileri Tablo 5'te verilmiştir.

Tablo 5

4. Sınıf Erken Cebir Başarı Testine İlişkin Kazanım, Madde Güçlük ve Madde Ayırt Edicilik İndeksi Bilgileri

Kazanım	Madde No	P	R
Doğal sayıları en yakın onluğa veya yüzlüğe yuvarlar.	13	0,37	0,34
	34	0,36	0,58
Bir örüntüyü sayılarla ilişkilendirir ve eksik olan bölümü tamamlar.	4	0,65	0,55
	18	0,43	0,65
Örüntü kuralının sözel olarak verildiği toplama, çıkarma veya çarpma içeren bir sayı örüntüsünü oluşturur.*	1	0,84	0,31
En çok altı basamaklı doğal sayıları sıralar.	15	0,34	0,34
	45	0,34	0,55
Toplamı en çok dört basamaklı olan iki doğal sayının toplamını tahmin eder ve tahminini işlem sonucu ile karşılaştırır.	27	0,32	0,37

Tablo 5'in devamı

Kazanım	Madde No	P	R
Toplamları en çok dört basamaklı olacak şekilde en çok dört basamaklı doğal sayıları, 100'un katlarıyla zihinden toplar.	38	0,43	0,51
Doğal sayılarla toplama işlemini gerektiren problemleri çözer.	7	0,48	0,34
	11	0,41	0,34
En çok üç basamaklı iki doğal sayının farkını tahmin eder, tahminini işlem sonucu ile karşılaştırır.	31	0,48	0,55
Üç basamaklı doğal sayılardan 100'ün katı olan doğal sayıları zihinden çıkarır.	12	0,51	0,55
	44	0,36	0,51
Doğal sayılarla çıkarma işlemini gerektiren problemleri çözer.	24	0,46	0,37
	43	0,29	0,44
Üç doğal sayı ile yapılan çarpma işleminde sayıların birbirleriyle çarpılma sırasının değişmesinin, sonucu değiştirmediğini gösterir.	3	0,39	0,51
	37	0,37	0,48
En çok iki basamaklı iki doğal sayının çarpımını tahmin eder ve tahminini işlem sonucu ile karşılaştırır.	8	0,63	0,44
	10	0,46	0,51
Doğal sayılarla çarpma işlemini gerektiren problemleri çözer.	42	0,24	0,27
Çeşitli araçlar ve stratejiler kullanarak bir ve iki basamaklı rakamların çarpımını içeren eşitliklerde verilmeyeni bulur.*	36	0,43	0,79
Tam sayılarla hesaplamaları kolaylaştırmak için çarpmanın toplama üzerine dağılma özelliğini kullanır.*	20	0,56	0,51
	32	0,29	0,44
Bir bölme işleminin sonucunu tahmin eder ve tahminini işlem sonucu ile karşılaştırır.	14	0,22	0,31
	28	0,22	0,37
İki adımlı işlemleri yapar.	30	0,51	0,68
	9	0,55	0,68
Doğal sayılarla bölme işlemini gerektiren problemleri çözer.	33	0,31	0,34
	23	0,60	0,31
Çarpma ve bölme arasındaki ters ilişkiyi belirler.*			
Kesirlerle toplama ve çıkarma işlemlerini gerektiren problemleri çözer.	39	0,29	0,37

* işareti ile belirtilen kazanımlar Ontario, Finlandiya ve Singapur müfredatlarından uyarlanmıştır.

Gözlem

Araştırmacı uygulamaya başlamadan önce uygulama yapacağı ortamı tanımak amacıyla gözlemlerde bulunmuştur. Bu kapsamda okul idaresi ve uygulama yapılacak sınıf öğretmeni ile tanışılmıştır. Araştırmacı uygulamaya başlamadan önce bir ders saati 4/B sınıfındaki öğrencilerle tanışma, üç ders saati

sınıfta gözlemci olarak bulunma olmak üzere toplam dört ders saati matematik derslerine katılmıştır. Gözlem esnasında 4/B sınıfı öğrencilerinin araştırmacıya alışmaları da amaçlanmıştır. Bu kapsamda araştırmacı teneffüslerde öğrencilerle sohbet etmiş, öğrencilerin matematik dersi ile ilgili düşüncelerini öğrenme fırsatı yakalamıştır. Gözlem esnasında herhangi bir form kullanılmamıştır.

Araştırma sürecinde öğretmenin sınıf içi performansını, öğrencilerin ve öğretmenin birbirleriyle etkileşimlerini ve öğrencilerin derste sergiledikleri performanslarını kaydetmek amacıyla kamera kullanılmıştır.

Hazırlanan ders içerikleri kapsamında uygulanan 15 ders saatinin tamamı kamera aracılığıyla kayıt altına alınmıştır. Video kayıtları ilk uygulamadan itibaren araştırmacı, tez danışmanı öğretim elemanı ve uzman tarafından bir araya gelinerek izlenmiştir. Bu kapsamda yapılan uygulama değerlendirilmiş ve bir sonraki uygulamaya yönelik düşünceler belirtilmiştir.

15 ders saatinin sonunda kamera kayıtlarının tamamı (her dersten sonra) olduğu gibi yazıya dökülerek uygulamaya ait ham veriler elde edilmiştir.

Veri Toplama Takvimi

Eylem araştırması sürecinde yapılan etkinlikler, etkinlik süreleri ve etkinlik tarihleri Tablo 6'da verilmiştir.

Tablo 6

Araştırmanın Veri Toplama Takvimi

Tarih	Saat	Süre	Etkinlik
03.04.2015	10:10-11:00	50 dk	Okul idaresi ve sınıf öğretmeniyle tanışma
06.04.2015	10:10-10:30	20 dk	Erken cebir konusunda sınıf öğretmeniyle görüşme yapma
07.04.2015	12:00-13:15	75 dk	Erken cebir konusunda sınıf öğretmenini bilgilendirme
08.04.2015	12:00-13:15	75 dk	Erken cebir konusunda sınıf öğretmenini bilgilendirme
09.04.2015	12:00-13:15	75 dk	Erken cebir konusunda sınıf öğretmenini bilgilendirme
13.04.2015	10:30-11:10	40 dk	Uygulama sınıfındaki öğrencilerle tanışma
14.04.2015	09:30-10:10	40 dk	Uygulama sınıfına gözlemci olarak katılma

Tablo 6'nın devamı

15.04.2015	11:20-12:00	40 dk	Uygulama sınıfına gözlemci olarak katılma
16.04.2015	09:30-10:10	40 dk	Uygulama sınıfına gözlemci olarak katılma
20.04.2015	10:30	-	Uygulama sınıfı öğrencilerine Erken Cebir Başarı Testi uygulama (öntest)
27.04.2015	10:30-11:10	40 dk	“Doğal sayıları en yakın onluğa ve yüzlüğe yuvarlar” kazanımına ilişkin video kaydı
27.04.2015	17:00-18:00	60 dk	Uygulamanın öğretim elemanı, araştırmacı ve uzmanla birlikte değerlendirilmesi, öğretmeni bilgilendirme
28.04.2015	09:30-10:10	40 dk	“Doğal sayıları en yakın onluğa ve yüzlüğe yuvarlar” kazanımına ilişkin video kaydı
28.04.2015	17:00-18:00	60 dk	Uygulamanın öğretim elemanı, araştırmacı ve uzmanla birlikte değerlendirilmesi, öğretmeni bilgilendirme
29.05.2015	11:20-12:00	40 dk	“Bir örüntüyü sayılarla ilişkilendirir ve eksik olan bölümü tamamlar. Örüntü kuralının sözel olarak verildiği toplama, çıkarma veya çarpma içeren bir sayı örüntüsünü oluşturur” kazanımına ilişkin video kaydı
29.05.2015	17:00-18:00	60 dk	Uygulamanın öğretim elemanı, araştırmacı ve uzmanla birlikte değerlendirilmesi, öğretmeni bilgilendirme
30.04.2015	09:30-10:10	40 dk	“En çok altı basamaklı doğal sayıları sıralar” kazanımına ilişkin video kaydı
30.04.2015	17:00-18:00	60 dk	Uygulamanın öğretim elemanı, araştırmacı ve uzmanla birlikte değerlendirilmesi, öğretmeni bilgilendirme
04.05.2015	10:30-11:10	40 dk	“Toplamı en çok dört basamaklı olan iki doğal sayının toplamını tahmin eder ve tahmini işlem sonucu ile karşılaştırır. En çok üç basamaklı iki doğal sayının farkını tahmin eder, tahmini işlem sonucu ile karşılaştırır” kazanımına ilişkin video kaydı
04.05.2015	17:00-18:00	60 dk	Uygulamanın öğretim elemanı, araştırmacı ve uzmanla birlikte değerlendirilmesi, öğretmeni bilgilendirme

Tablo 6'nın devamı

05.05.2015	09:30-10:10	40 dk	“Toplamı en çok dört basamaklı olan iki doğal sayının toplamını tahmin eder ve tahmini işlem sonucu ile karşılaştırır. En çok üç basamaklı iki doğal sayının farkını tahmin eder, tahmini işlem sonucu ile karşılaştırır” kazanımına ilişkin video kaydı
05.05.2015	17:00-18:00	60 dk	Uygulamanın öğretim elemanı, araştırmacı ve uzmanla birlikte değerlendirilmesi, öğretmeni bilgilendirme
06.05.2015	11:20-12:00	40 dk	“Toplamları en çok dört basamaklı olacak şekilde en çok dört basamaklı doğal sayıları 100'ün katlarıyla zihinden toplar. Üç basamaklı doğal sayılardan 100'ün katı olan doğal sayıları zihinden çıkarır” kazanımına ilişkin video kaydı
06.05.2015	17:00-18:00	60 dk	Uygulamanın öğretim elemanı, araştırmacı ve uzmanla birlikte değerlendirilmesi, öğretmeni bilgilendirme
07.05.2015	09:30-10:10	40 dk	“Doğal sayılarla toplama işlemini gerektiren problemleri çözer. Doğal sayılarla çıkarma işlemini gerektiren problemleri çözer” kazanımına ilişkin video kaydı
07.05.2015	17:00-18:00	60 dk	Uygulamanın öğretim elemanı, araştırmacı ve uzmanla birlikte değerlendirilmesi, öğretmeni bilgilendirme
11.05.2015	10:30-11:10	40 dk	“Üç doğal sayı ile yapılan çarpma işleminde sayıların birbirleriyle çarpılma sırasının değişmesinin, sonucu değiştirmedeğini gösterir. Çeşitli araçlar ve stratejiler kullanarak bir ve iki basamaklı sayıların çarpımını içeren eşitliklerde verilmeyeni bulur” kazanımına ilişkin video kaydı
11.05.2015	17:00-18:00	60 dk	Uygulamanın öğretim elemanı, araştırmacı ve uzmanla birlikte değerlendirilmesi, öğretmeni bilgilendirme

Tablo 6'nın devamı

12.05.2015	09:30-10:10	40 dk	“Üç doğal sayı ile yapılan çarpma işleminde sayıların birbirleriyle çarpılma sırasının değişmesinin, sonucu değiştirmedini gösterir. Çeşitli araçlar ve stratejiler kullanarak bir ve iki basamaklı sayıların çarpımını içeren eşitliklerde verilmeyeni bulur” kazanımına ilişkin video kaydı
12.05.2015	17:00-18:00	60 dk	Uygulamanın öğretim elemanı, araştırmacı ve uzmanla birlikte değerlendirilmesi, öğretmeni bilgilendirme
13.05.2015	11:20-12:00	40 dk	“En çok iki basamaklı iki doğal sayının çarpımını tahmin eder ve tahminini işlem sonucu ile karşılaştırır. Tam sayılarla hesaplamaları kolaylaştırmak için çarpmanın toplama üzerine dağılma özelliğini kullanır” kazanımına ilişkin video kaydı
13.05.2015	17:00-18:00	60 dk	Uygulamanın öğretim elemanı, araştırmacı ve uzmanla birlikte değerlendirilmesi, öğretmeni bilgilendirme
14.05.2015	09:30-10:10	40 dk	“Doğal sayılarla çarpma işlemini gerektiren problemleri çözer. Doğal sayılarla bölme işlemini gerektiren problemleri çözer. İki adımlı işlemleri yapar” kazanımına ilişkin video kaydı
14.05.2015	17:00-18:00	60 dk	Uygulamanın öğretim elemanı, araştırmacı ve uzmanla birlikte değerlendirilmesi, öğretmeni bilgilendirme
18.05.2015	10:30-11:10	40 dk	“Doğal sayılarla çarpma işlemini gerektiren problemleri çözer. Doğal sayılarla bölme işlemini gerektiren problemleri çözer. İki adımlı işlemleri yapar” kazanımına ilişkin video kaydı
18.05.2015	17:00-18:00	60 dk	Uygulamanın öğretim elemanı, araştırmacı ve uzmanla birlikte değerlendirilmesi, öğretmeni bilgilendirme
21.05.2015	09:30-10:10	40 dk	“Bir bölme işleminin sonucunu tahmin eder ve tahminini işlem sonucu ile karşılaştırır. Çarpma ve bölme arasındaki ters ilişkiyi belirler” kazanımına ilişkin video kaydı

Tablo 6'nın devamı

21.05.2015	17:00-18:00	60 dk	Uygulamanın değerlendirilmesi, bilgilendirme	öğretim uzmanla birlikte	elemanı, öğretmen
25.05.2015	10:30-11:10	40 dk	"Kesirlerle toplama ve çıkarma işlemlerini gerektiren problemleri çözer" kazanımına ilişkin video kaydı		
25.05.2015	17:00-18:00	60 dk	Uygulamanın değerlendirilmesi	öğretim uzmanla birlikte	elemanı,
28.05.2015	09:30	-	Uygulama sınıfı öğrencilerine Erken Cebir Başarı Testi uygulama (sontest)		
28.05.2015	12:00-13:15	75 dk	Genel değerlendirme (Öğretim elemanı, öğretmen, araştırmacı)		

Verilerin Analizi

Bu bölümde araştırmadan elde edilen nicel ve nitel verilerin analizinde kullanılan yöntemlere yer verilmiştir.

Nicel verilerin analizi

Bu araştırmada nicel veriler erken cebir farkındalık ölçeği ve 4. sınıf erken cebir başarı testi aracılığıyla toplanmıştır. Araştırmadan elde edilen sayısal veriler SPSS 18 paket programı kullanılarak analiz edilmiştir. Bu kapsamda öğretmenlere yönelik erken cebir farkındalık ölçeğinden elde edilen puanların karşılaştırılmasında nonparametrik testlerden Mann-Whitney U testi ve Kruskal-Wallis H testi kullanılmıştır. Öğrencilerin ön test ve son test puanları, tekrarlı ölçümlerde ortalamaların hesaplanması kapsamında aritmetik ortalama ve standart sapmaları hesaplanarak karşılaştırılmıştır.

Nitel verilerin analizi

Bu araştırmada nitel veriler erken cebir farkındalık ölçeğinde yer alan açık uçlu sorular, yarı yapılandırılmış görüşme formu ve gözlem olmak üzere üç farklı yöntemle elde edilmiştir. Ölçekte yer alan açık uçlu sorulardan ve yarı yapılandırılmış görüşme formundan elde edilen verilerin analizinde içerik analizi, gözlem sonucunda elde edilen verilerin analizinde ise betimsel analiz tekniklerinden faydalanılmıştır.

İçerik analizi verilerin ayrıntılı bir şekilde derinlemesine analizini gerektirir. Bu yolla önceden belirlenmemiş kategori ve boyutlar ortaya çıkarılır (Yıldırım ve Şimşek, 2011). İçerik analizinde amacın benzer verilerden önceden belirlenmemiş kavram ve kategoriler oluşturarak verileri sistematik bir şekilde yorumlamak ve sunmak olduğu söylenebilir.

Betimsel analizde veriler önceden belirlenmiş kategori ya da boyutlar kapsamında değerlendirilir (Yıldırım ve Şimşek, 2011). Betimsel analizde amacın ham verileri açık ve anlaşılır bir hale getirerek raporlaştırmak olduğu söylenebilir.

Araştırmada erken cebir farkındalık ölçeğinde yer alan açık uçlu sorulardan elde edilen veriler analiz edilirken her bir soru üç uzman tarafından farklı mekânlarda ve farklı zaman dilimlerinde ayrı ayrı okunmuş, kodlanmış ve kategorileştirilmiştir. Daha sonra üç uzman bir araya gelerek kodlamalar ve kategoriler üzerinde tartışılmış, bunun sonucunda kategoriler üzerinde görüş birliği sağlanmıştır. Kategori oluştururken uygulamaya katılan öğretmenler Ö1, Ö2, Ö3,..., Ö238, Ö239, Ö240 şeklinde kodlanmış ve kategoriler sunulurken doğrudan alıntılarla desteklenmiştir.

Araştırmada yarı yapılandırılmış görüşme formu aracılığıyla veri toplanırken öğretmenlere yarı yapılandırılmış görüşme formunda yer alan sorular yöneltilmiş, cevaplar ses kayıt cihazı ile kayıt altına alınmıştır. Veriler analiz edilirken öncelikle araştırmacı tarafından ses kayıtları dinlenerek hiçbir cevap göz ardı edilmeden cevaplar yazıya dökülmüştür. Daha sonra yazıya dökülmüş cevap kâğıtları çoğaltılarak uzmanlara verilmiştir. Yine üç uzman her bir soruyu farklı mekânlarda ve farklı zaman dilimlerinde ayrı ayrı okumuş, kodlamış ve kategorileştirmiştir. Daha sonra üç uzman bir araya gelerek kodlamalar ve kategoriler üzerinde tartışılmış ve kategoriler üzerinde görüş birliği sağlanmıştır. Kategori oluştururken görüşmeye katılan öğretmenler Ö1, Ö2, Ö3,..., Ö10, Ö11, Ö12 şeklinde kodlanmış ve kategoriler sunulurken doğrudan alıntılarla desteklenmiştir.

Araştırmada gözlem kapsamında 15 ders saati kamera ile kayıt altına alınmıştır. Öncelikle kamera kayıtları araştırmacı ve uzmanlarla birlikte izlenmiştir. Sonra kamera kayıtları araştırmacı tarafından yazıya aktarılmış ve çoğaltılarak uzmanlara dağıtılmıştır. Kamera kayıtlarının analizinde kodlama

anahtar oluşturma, verileri kodlama, kodlamaları karşılaştırma, bulguları tanımlama ve bulguları yorumlama adımları izlenmiştir. Veriler analiz edilirken öğretmen ve öğrencilerin isimleri kullanılmamış bunun yerine öğretmen ve öğrenci 1, öğrenci 2, öğrenci 3..., şeklinde ifade edilmiştir. Burada öğrenciler öğrenci 1, öğrenci 2, öğrenci 3 şeklinde kodlanırken sınıftaki 20 öğrenci 20'ye kadar kodlanmamıştır. Örneğın bir etkinlikteki öğrenci 1 ile başka bir etkinlikteki öğrenci 1 aynı öğrenci olabileceğı gibi farklı öğrenciyi de belirtebilir.

Araştırmanın Geçerlik ve Güvenirliğı

Eylem araştırmalarında geçerlik, yapılacak eylemlerle en küçük detaya kadar doğru bir resim ortaya koymak amacıyla veri toplamayı ifade etmektedir. Güvenirlik ise inandırıcı ya da güvenilir bir veri toplama ve analiz etme süreci anlamına gelir (Johnson, 2014).

Bu araştırmada geçerlik ve güvenirliğı sağlamak amacıyla Johnson'ın (2014) belirttiğı adımlar dikkate alınmıştır. Buna dayanarak;

- Uygulama esnasında gözlemler dikkatli bir şekilde ve eksiksiz olarak kaydedilmeye çalışılmıştır,
- Verilerin toplanma ve analiz süreçleri ayrıntılı olarak açıklanmıştır,
- Uygulama esnasında önemli görülen tüm detaylar kaydedilmiştir,
- Verileri tanımlanma ve yorumlanma esnasında olabildiğince nesnel davranılmıştır,
- Veri toplarken yeterli sayı ve çeşitte kaynak kullanılmaya çalışılmıştır,
- Veri toplarken doğru kaynaklardan yararlanılmıştır,
- Veri toplarken ortamda yeteri süre bulunulmuştur.

Üçüncü Bölüm

Bulgular

Bu bölümde, araştırmada elde edilen verilerin analizi sonucunda ulaşılan bulgular araştırmanın alt problemleri doğrultusunda sunulmuştur.

Sınıf Öğretmenlerinin Erken Cebir Konusundaki Düşünceleri Nelerdir? Sorusuna Ait Bulgular

Sınıf öğretmenlerinin erken cebir konusundaki düşüncelerini ortaya çıkarmak amacıyla erken cebir farkındalık ölçeği ve yarı yapılandırılmış görüşme formu kullanılmıştır.

Erken cebir farkındalık ölçeğinden elde edilen bulgular

Erken cebir farkındalık ölçeği gönüllü katılım esasına dayanarak ve öğretmenlerin öğretim faaliyetlerine engel olmayacak şekilde ders dışı uygun vakitleri dikkate alınarak MEB'e bağlı okullarda görev yapmakta olan 240 sınıf öğretmenine uygulanmıştır. Araştırmaya katılan sınıf öğretmenlerin betimsel özelliklerine ilişkin bilgiler Tablo 7'de verilmiştir.

Tablo 7

Araştırmaya Katılan Sınıf Öğretmenlerinin Betimsel Özellikleri

Değişken	Nitelik	f	%
Cinsiyet	Kadın	116	48.3
	Erkek	124	51.7
Mezun olunan fakülte	Eğitim Fakültesi	191	79.6
	Fen-Edebiyat Fakültesi	21	8.8
	Diğer	28	11.7
Mezun olunan bölüm	Sınıf Öğretmenliği	184	76.7
	Diğer	56	23.3
Görev süresi	1-5 yıl	10	4.2
	6-10 yıl	41	17.1
	11-15 yıl	70	29.2
	16 yıl ve üzeri	119	49.6
Öğrenim seviyesi	Lisans	221	92.1
	Yüksek lisans	19	7.9
	Toplam	240	100

Tablo 7'ye bakıldığında cinsiyet değişkeni bakımından araştırmaya katılan sınıf öğretmenlerinin 116'sı kadın (% 48.3), 124'ü (% 51.7) ise erkektir. Araştırmaya katılan sınıf öğretmenlerinin mezun oldukları fakülteler dikkate alındığında; eğitim fakültesi mezunu 191 (% 79.6), fen-edebiyat fakültesi mezunu 21 (% 8.8) ve diğer fakültelerden mezun 28 (% 11.7) sınıf öğretmenin olduğu görülmektedir. Bu öğretmenlerden 184'ü (% 76.7) fakültelerin sınıf öğretmenliği bölümünden, 56'sı (% 23.3) ise fakültelerin diğer bölümlerinden mezun olmuştur. Yine öğretmenlerin görev yaptıkları süreler dikkate alındığında görev süresi bir-beş yıl olan 10 (% 4.2), altı-on yıl olan 41 (% 17.1), on bir-on beş yıl olan 70 (% 29.2), on altı yıl ve üzeri olan 119 (% 49.6) sınıf öğretmeni araştırmaya katılmıştır. Araştırmaya katılan sınıf öğretmenlerinin 221'i (% 92.1) lisans mezunu iken 19'u (7.9) yüksek lisans mezunudur.

Ölçekten elde edilen verilere bakıldığında *işlemler arası ilişkiler ve stratejiler, erken cebir düşüncesinin gelişimi, erken cebir konu ve öğrenme alanı, erken cebir ön bilgi ve becerileri* faktörlerine göre verilerin cinsiyet, mezun olunan fakülte, mezun olunan bölüm, görev süresi ve öğrenim seviyesi değişkenleri bakımından normal dağılım göstermediği Kolmogorov-Smirnov^a testi sonucunda belirlenmiştir ($p < .05$). Bu nedenle değişkenlere göre istatistiksel olarak aralarında anlamlı bir fark olup olmadığını belirlemek amacıyla; cinsiyet, mezun olunan bölüm ve öğrenim seviyesi değişkenleri için nonparametrik testlerden Mann-Whitney U testi, mezun olunan fakülte ve görev süresi değişkenleri için ise Kruskal-Wallis H testi uygulanmıştır.

Birinci faktör olan *işlemler arası ilişkiler ve stratejilere* göre test sonuçları Tablo 8, Tablo 9, Tablo 10, Tablo 11 ve Tablo 12'de verilmiştir.

Tablo 8

İşlemler Arası İlişkiler ve Stratejiler Faktörüne Göre Cinsiyet Değişkeni Mann-Whitney U Testi

Grup	N	Sıra Ortalaması	Sıra Toplamı	U	p
Kadın	116	127,56	14797,00		
Erkek	124	113,90	14123,00	6373,00	0,12

Kadın ve erkek öğretmenlerden oluşan 240 kişilik sınıf öğretmeni grubunda öğretmenlerin *işlemler arası ilişkiler ve stratejiler* faktörüne göre,

cinsiyet değişkeni bakımından aralarında fark olup olmadığını ortaya koymak amacıyla yapılan Mann Whitney U testi sonucunda aralarında istatistiksel olarak anlamlı bir fark görülmemiştir (U =6373, p> 0,05).

Tablo 9

İşlemler Arası İlişkiler ve Stratejiler Faktörüne Göre Mezun Olunan Fakülte Değişkeni Kruskal-Wallis H Testi

Gruplar	N	Sıra Ortalaması	sd	χ^2	p	Anlamlı Fark
Eğitim Fakültesi (1.grup)	191	124,04				
Fen Edebiyat (2.grup)	21	115,95	2	3,10	0,21	-
Diğer (3.grup)	28	99,75				

İşlemler arası ilişkiler ve stratejiler faktörüne göre sınıf öğretmenlerinin mezun olunan fakülte değişkeni bakımından aralarında fark olup olmadığını belirlemek amacıyla yapılan Kruskal Wallis H testi sonucunda grupların ortalamaları arasında anlamlı fark görülmemiştir [$\chi^2_{(2)}=3,10$, p>0,05].

Tablo 10

İşlemler Arası İlişkiler ve Stratejiler Faktörüne Göre Mezun Olunan Bölüm Değişkeni Mann-Whitney U Testi

Grup	N	Sıra Ortalaması	Sıra Toplamı	U	p
Sınıf öğretmenliği	184	122,56	22551,00	4773,00	0,40
Diğer	56	113,73	6369,00		

Sınıf öğretmenliği bölümü ve diğer bölümlerden mezun olan öğretmenlerden oluşan 240 kişilik sınıf öğretmeni grubunun *işlemler arası ilişkiler ve stratejiler* faktörüne göre mezun oldukları bölüm bakımından aralarında fark olup olmadığını ortaya koymak amacıyla yapılan Mann Whitney U testi sonucunda aralarında istatistiksel olarak anlamlı bir fark görülmemiştir (U =4773, p> 0,05).

Tablo 11

İşlemler Arası İlişkiler ve Stratejiler Faktörüne Göre Görev Süresi Değişkeni Kruskal-Wallis H Testi

Gruplar	N	Sıra Ortalaması	sd	χ^2	p	Anlamlı Fark
1-5 yıl (1. grup)	10	156,05				
6-10 yıl (2. grup)	41	115,61				
11-15 yıl (3. grup)	70	136,68	3	9,56	0,02	1-4 3-4
16 yıl ve üzeri (4. grup)	119	109,68				

İşlemler arası ilişkiler ve stratejiler faktörüne göre, sınıf öğretmenlerinin görev süresi değişkeni bakımından aralarında fark olup olmadığını belirlemek amacıyla yapılan Kruskal Wallis H testi sonucunda grupların ortalamaları arasında anlamlı fark olduğu görülmüştür [$\chi^2_{(3)}=9,56$, $p<0,05$]. Mann Whitney U testi ile yapılan çoklu karşılaştırmalar sonucunda bu farkın 1'inci grup ile 4'üncü grup ve 3'üncü grup ile 4'üncü grup arasında olduğu belirlenmiştir.

Tablo 12

İşlemler Arası İlişkiler ve Stratejiler Faktörüne Göre Öğrenim Seviyesi Değişkeni Mann-Whitney U Testi

Grup	N	Sıra Ortalaması	Sıra Toplamı	U	p
Lisans	221	122,77	27132,50		
Yüksek lisans	19	94,08	1787,50	1597,50	0,08

Lisans ve yüksek lisans mezunu öğretmenlerden oluşan 240 kişilik sınıf öğretmeni grubunun işlemler arası ilişkiler ve stratejiler faktörüne göre, öğrenim seviyesi değişkeni bakımından lisans ve yüksek lisans mezunları arasında fark olup olmadığını ortaya koymak amacıyla yapılan Mann Whitney U testi sonucunda aralarında istatistiksel olarak anlamlı bir fark görülmemiştir ($U = 1597$, $p>0,05$).

İkinci faktör olan *erken cebir düşüncesinin gelişimine* göre test sonuçları Tablo 13, Tablo 14, Tablo 15, Tablo 16 ve Tablo 17’de verilmiştir.

Tablo 13

Erken Cebir Düşüncesinin Gelişimi Faktörüne Göre Cinsiyet Değişkeni Mann-Whitney U Testi

Grup	N	Sıra Ortalaması	Sıra Toplamı	U	p
Kadın	116	123,72	14351,00	6819,00	0,48
Erkek	124	117,49	14569,00		

Kadın ve erkek öğretmenlerden oluşan 240 kişilik sınıf öğretmeni grubunda öğretmenlerin *erken cebir düşüncesinin gelişimi* faktörüne göre, cinsiyet değişkeni bakımından aralarında fark olup olmadığını ortaya koymak amacıyla yapılan Mann Whitney U testi sonucunda aralarında istatistiksel olarak anlamlı bir fark görülmemiştir (U =6819, p>0,05).

Tablo 14

Erken Cebir Düşüncesinin Gelişimi Faktörüne Göre Mezun Olunan Fakülte Değişkeni Kruskal-Wallis H Testi

Gruplar	N	Sıra Ortalaması	sd	χ^2	p	Anlamlı Fark
Eğitim Fakültesi (1.grup)	191	119,54	2	10,76	0,00	1-2 2-3
Fen Edebiyat (2.grup)	21	161,40				
Diğer (3.grup)	28	96,34				

Erken cebir düşüncesinin gelişimi faktörüne göre, sınıf öğretmenlerinin mezun oldukları fakülte değişkeni bakımından aralarında fark olup olmadığını belirlemek amacıyla yapılan Kruskal Wallis H testi sonucunda grupların ortalamaları arasında anlamlı fark olduğu görülmüştür [$\chi^2_{(2)}=10,76$, p<0,05]. Mann Whitney U testi ile yapılan çoklu karşılaştırmalar sonucunda bu farkın 1’inci grup ile 2’nci grup ve 2’nci grup ile 3’üncü grup arasında olduğu belirlenmiştir.

Tablo 15

Erken Cebir Düşüncesinin Gelişimi Faktörüne Göre Mezun Olunan Bölüm Değişkeni Mann-Whitney U Testi

Grup	N	Sıra Ortalaması	Sıra Toplamı	U	p
Sınıf öğretmenliği	184	118,03	21717,50	4697,50	0,31
Diğer	56	128,62	7202,50		

Sınıf öğretmenliği bölümü ve diğer bölümlerden mezun olan öğretmenlerden oluşan 240 kişilik sınıf öğretmeni grubunun *erken cebir düşüncesinin gelişimi* faktörüne göre, mezun olunan bölüm değişkeni bakımından sınıf öğretmenliği bölümü ve diğer bölümlerden mezun olanlar arasında fark olup olmadığını ortaya koymak amacıyla yapılan Mann Whitney U testi sonucunda aralarında istatistiksel olarak anlamlı bir fark görülmemiştir (U =4697, p> 0,05).

Tablo 16

Erken Cebir Düşüncesinin Gelişimi Faktörüne Göre Görev Süresi Değişkeni Kruskal-Wallis H Testi

Gruplar	N	Sıra Ortalaması	sd	χ^2	p	Anlamlı Fark
1-5 yıl (1. grup)	10	96,65				
6-10 yıl (2. grup)	41	93,70				
11-15 yıl (3. grup)	70	140,68	3	13,27	0,00	2-3
16 yıl ve üzeri (4. grup)	119	119,87				

Erken cebir düşüncesinin gelişimi faktörüne göre, sınıf öğretmenlerinin görev süresi değişkeni bakımından aralarında fark olup olmadığını belirlemek amacıyla yapılan Kruskal Wallis H testi sonucunda grupların ortalamaları arasında anlamlı fark olduğu görülmüştür [$\chi^2_{(3)}=13,27$, p<0,05]. Mann Whitney U testi ile yapılan çoklu karşılaştırmalar sonucunda bu farkın 2'nci grup ile 3'üncü grup arasında olduğu belirlenmiştir.

Tablo 17

Erken Cebir Düşüncesinin Gelişimi Faktörüne Göre Öğrenim Seviyesi Değişkeni Mann-Whitney U Testi

Grup	N	Sıra Ortalaması	Sıra Toplamı	U	p
Lisans	221	117,95	26066,50	1535,50	0,052
Yüksek lisans	19	150,18	2853,50		

Lisans ve yüksek lisans mezunu öğretmenlerden oluşan 240 kişilik sınıf öğretmeni grubunun *erken cebir düşüncesinin gelişimi* faktörüne göre, öğrenim seviyesi değişkeni bakımından lisans ve yüksek lisans mezunları arasında fark olup olmadığını ortaya koymak amacıyla yapılan Mann Whitney U testinin sonucunda aralarında istatistiksel olarak anlamlı bir fark görülmemiştir (U =1535, $p > 0,05$).

Üçüncü faktör olan *erken cebir konu ve öğrenme alanına* göre test sonuçları Tablo 18, Tablo 19, Tablo 20, Tablo 21 ve Tablo 22’de verilmiştir.

Tablo 18

Erken Cebir Konu ve Öğrenme Alanı Faktörüne Göre Cinsiyet Değişkeni Mann-Whitney U Testi

Grup	N	Sıra Ortalaması	Sıra Toplamı	U	p
Kadın	116	127,29	14766,00	6404,00	0,14
Erkek	124	114,15	14154,00		

Kadın ve erkek öğretmenlerden oluşan 240 kişilik sınıf öğretmeni grubunda öğretmenlerin *erken cebir konu ve öğrenme alanı* faktörüne göre, cinsiyet değişkeni bakımından aralarında fark olup olmadığını ortaya koymak amacıyla yapılan Mann Whitney U testi sonucunda aralarında istatistiksel olarak anlamlı bir fark görülmemiştir (U=6404, $p > 0,05$).

Tablo 19

Erken Cebir Konu ve Öğrenme Alanı Faktörüne Göre Mezun Olunan Fakülte Değişkeni Kruskal-Wallis H Testi

Gruplar	N	Sıra Ortalaması	sd	χ^2	p	Anlamlı Fark
Eğitim Fakültesi (1.grup)	191	124,25				
Fen Edebiyat (2.grup)	21	137,48	2	10,41	0,00	1-3 2-3
Diğer (3.grup)	28	82,18				

Erken cebir konu ve öğrenme alanı faktörüne göre, sınıf öğretmenlerinin mezun olunan fakülte değişkeni bakımından aralarında fark olup olmadığını belirlemek amacıyla yapılan Kruskal Wallis H testi sonucunda grupların ortalamaları arasında anlamlı fark olduğu görülmüştür [$\chi^2_{(2)}=10,41$, $p<0,05$]. Mann Whitney U testi ile yapılan çoklu karşılaştırmalar sonucunda bu farkın 1'inci ile 3'üncü grup ve 2'nci ile 3'üncü grup arasında olduğu belirlenmiştir.

Tablo 20

Erken Cebir Konu ve Öğrenme Alanı Faktörüne Göre Mezun Olunan Bölüm Değişkeni Mann-Whitney U Testi

Grup	N	Sıra Ortalaması	Sıra Toplamı	U	p
Sınıf öğretmenliği	184	122,27	22497,50	4826,50	0,47
Diğer	56	114,69	6422,50		

Sınıf öğretmenliği bölümü ve diğer bölümlerden mezun olan öğretmenlerden oluşan 240 kişilik sınıf öğretmeni grubunun, *erken cebir konu ve öğrenme alanı* faktörüne göre, mezun oldukları bölüm bakımından aralarında fark olup olmadığını ortaya koymak amacıyla yapılan Mann Whitney U testi sonucunda aralarında istatistiksel olarak anlamlı bir fark görülmemiştir ($U=4826$, $p>0,05$).

Tablo 21

Erken Cebir Konu ve Öğrenme Alanı Faktörüne Göre Görev Süresi Değişkeni Kruskal-Wallis H Testi

Gruplar	N	Sıra Ortalaması	sd	χ^2	p	Anlamlı Fark
1-5 yıl (1. grup)	10	127,35				
6-10 yıl (2. grup)	41	116,80				
11-15 yıl (3. grup)	70	136,97	3	6,19	0,10	-
16 yıl ve üzeri (4. grup)	119	111,51				

Erken cebir konu ve öğrenme alanı faktörüne göre, sınıf öğretmenlerinin görev süresi değişkeni bakımından aralarında fark olup olmadığını belirlemek amacıyla yapılan Kruskal Wallis H testi sonucunda grupların ortalamaları arasında anlamlı fark görülmemiştir [$\chi^2_{(3)}=6,19, p>0,05$].

Tablo 22

Erken Cebir Konu ve Öğrenme Alanı Faktörüne Göre Öğrenim Seviyesi Değişkeni Mann-Whitney U Testi

Grup	N	Sıra Ortalaması	Sıra Toplamı	U	p
Lisans	221	118,78	26249,50		
Yüksek lisans	19	140,55	2670,50	1718,50	0,18

Lisans ve yüksek lisans mezunu öğretmenlerden oluşan 240 kişilik sınıf öğretmeni grubunun *erken cebir konu ve öğrenme alanı* faktörüne göre, öğrenim seviyesi değişkeni bakımından lisans ve yüksek lisans mezunları arasında fark olup olmadığını ortaya koymak amacıyla yapılan Mann Whitney U testi sonucunda aralarında istatistiksel olarak anlamlı bir fark görülmemiştir (U =1718, p> 0,05).

Dördüncü faktör olan *erken cebir ön bilgi ve becerilerine* göre test sonuçları Tablo 23, Tablo 24, Tablo 25, Tablo 26 ve Tablo 27’de verilmiştir.

Tablo 23

Erken Cebir Ön Bilgi ve Becerileri Faktörüne Göre Cinsiyet Değişkeni Mann-Whitney U Testi

Grup	N	Sıra Ortalaması	Sıra Toplamı	U	p
Kadın	116	126,64	14690,00	6480,00	0,18
Erkek	124	114,76	14230,00		

Kadın ve erkek öğretmenlerden oluşan 240 kişilik sınıf öğretmeni grubunda öğretmenlerin *erken cebir ön bilgi ve becerileri* faktörüne göre, cinsiyet değişkeni bakımından aralarında fark olup olmadığını ortaya koymak amacıyla yapılan Mann Whitney U testi sonucunda aralarında istatistiksel olarak anlamlı bir fark görülmemiştir (U =6480, p> 0,05).

Tablo 24

Erken Cebir Ön Bilgi ve Becerileri Faktörüne Göre Mezun Olunan Fakülte Değişkeni Kruskal-Wallis H Testi

Gruplar	N	Sıra Ortalaması	sd	χ^2	p	Anlamlı Fark
Eğitim Fakültesi (1.grup)	191	125,35	2	6,20	0,04	1-3
Fen Edebiyat (2.grup)	21	115,83				
Diğer (3.grup)	28	90,89				

Erken cebir ön bilgi ve becerileri faktörüne göre, sınıf öğretmenlerinin mezun oldukları fakülte değişkeni bakımından aralarında fark olup olmadığını belirlemek amacıyla yapılan Kruskal Wallis H testi sonucunda grupların ortalamaları arasında anlamlı fark olduğu görülmüştür [$\chi^2_{(2)}=6,20$, p<0,05]. Mann Whitney U testi ile yapılan çoklu karşılaştırmalar sonucunda bu farkın 1’inci grup ile 3’üncü grup arasında olduğu belirlenmiştir.

Tablo 25

Erken Cebir Ön Bilgi ve Becerileri Faktörüne Göre Mezun Olunan Bölüm Değişkeni Mann-Whitney U Testi

Grup	N	Sıra Ortalaması	Sıra Toplamı	U	p
Sınıf Öğretmenliği	184	124,86	22974,00	4350,00	0,07
Diğer	56	106,18	5946,00		

Sınıf öğretmenliği bölümü ve diğer bölümlerden mezun olan öğretmenlerden oluşan 240 kişilik sınıf öğretmeni grubunun, *erken cebir ön bilgi ve becerileri* faktörüne göre, mezun oldukları bölüm bakımından aralarında fark olup olmadığını ortaya koymak amacıyla yapılan Mann Whitney U testi sonucunda aralarında istatistiksel olarak anlamlı bir fark görülmemiştir (U =4350, p> 0,05).

Tablo 26

Erken Cebir Ön Bilgi ve Becerileri Faktörüne Göre Görev Süresi Değişkeni Kruskal-Wallis H Testi

Gruplar	N	Sıra Ortalaması	sd	χ^2	p	Anlamlı Fark
1-5 yıl (1. grup)	10	111,20				
6-10 yıl (2. grup)	41	147,46				
11-15 yıl (3. grup)	70	133,45	3	15,42	0,00	2-4 3-4
16 yıl ve üzeri (4. grup)	119	104,37				

Erken cebir ön bilgi ve becerileri faktörüne göre, sınıf öğretmenlerinin görev süresi değişkeni bakımından aralarında fark olup olmadığını belirlemek amacıyla yapılan Kruskal Wallis H testi sonucunda grupların ortalamaları arasında anlamlı fark olduğu görülmüştür [$\chi^2_{(3)}=15,42$ p<0,05]. Mann Whitney U testi ile yapılan çoklu karşılaştırmalar sonucunda bu farkın 2'nci grup ile 4'üncü grup ve 3'üncü grup ile 4'üncü grup arasında olduğu belirlenmiştir.

Tablo 27

Erken Cebir Ön Bilgi ve Becerileri Faktörüne Göre Öğrenim Seviyesi Değişkeni Mann-Whitney U Testi

Grup	N	Sıra Ortalaması	Sıra Toplamı	U	p
Lisans	221	122,64	27104,00		
Yüksek Lisans	19	95,58	1816,00	1626,00	0,10

Lisans ve yüksek lisans mezunu sınıf öğretmenlerinden oluşan 240 kişilik sınıf öğretmeni grubunun *erken cebir ön bilgi ve becerileri* faktörüne göre, öğrenim seviyesi değişkeni bakımından lisans ve yüksek lisans mezunları arasında fark olup olmadığını ortaya koymak amacıyla yapılan Mann Whitney U testi sonucunda aralarında istatistiksel olarak anlamlı bir fark görülmemiştir (U =1626, $p > 0,05$).

Sınıf öğretmenlerinin erken cebire yönelik farkındalıklarını saptamak amacıyla geliştirilen erken cebir farkındalık ölçeğinde, öğretmenlerin erken cebir konusundaki düşüncelerini daha detaylı olarak ortaya çıkarmak amacıyla hazırlanmış açık uçlu sorular yer almaktadır. Uzman görüşleri doğrultusunda hazırlanan bu sorular “Erken cebir ya da cebire geçiş deyince aklınıza neler geliyor?”, “Sizce ilkokulda erken cebir uygulamaları nasıl yapılmalıdır?” ve “İlkokulda erken cebir uygulamalarının amacı sizce nedir?” olmak üzere üç adettir.

Uygulama sonucunda öğretmenlerin açık uçlu sorulara verdikleri cevaplar her soru için ayrı ayrı okunmuş ve birbirine benzer cevaplardan anlamlı kategoriler oluşturulmuştur. Kategori oluştururken uygulamaya katılan öğretmenler Ö1, Ö2, Ö3,..., Ö238, Ö239, Ö240 şeklinde kodlanmıştır. Araştırmanın geçerliliğinin sağlanması amacıyla her bir soru üç uzman tarafından ayrı ayrı okunup kategorileştirilmiş, daha sonra üç araştırmacı bir araya gelmiş ve oluşturulan kategorilerle ilgili görüş birliğine varılmıştır. Ayrıca öğretmenlerin verdikleri cevaplar çerçevesinde doğrudan alıntılarla kategorileri açıklayan örnek ifadeler yer verilmiştir.

Birinci soru olan “Erken cebir ya da cebire geçiş deyince aklınıza neler geliyor?” sorusuna ilişkin bulgular Tablo 28’de verilmiştir.

Tablo 28

Erken Cebir ya da Cebire Geçiş Deyince Aklınıza Neler Geliyor?

Kategori	Öğretmen	Örnek İfadeler
Sembollerle gösterim	Ö1, Ö9, Ö25, Ö49, Ö62, Ö153, Ö162, Ö164, Ö169, Ö170, Ö185, Ö187, Ö189, Ö216	“Sayıların yerine harf ya da şekillerin kullanıldığı ifadeler” (Ö9) “Matematikte harflerin kullanılması, bilinmeyenli denklemler vb.” (Ö49) “İlk sınıflarda bilinmeyeni sembollerle ifade etmek” (Ö153) “Simgelerin sayıları, rakamları temsil etmesi” (Ö164)
Dört işlem (aritmetik)	Ö70, Ö80, Ö112, Ö192, Ö200, Ö226, Ö237, Ö238	“Temel matematiksel işlemler aklıma geliyor toplama, çıkarma, çarpma, bölme” (Ö80) “Cebir matematiğin geometri dışında kalan kısmıdır. Yani dört işlem ve buna bağlı hesaplamaları ifade eder” (Ö112) “Sayılar ve dört işlem” (Ö237)
Soyut kavramlar- Denklemler ve formüller	Ö7, Ö11, Ö27, Ö57, Ö93, Ö97, Ö132, Ö162, Ö190, Ö193, Ö199, Ö202, Ö209, Ö231, Ö236	“Soyut kavramlar” (Ö11) “Formüller gelir” (Ö97) “Matematikte daha soyut ifadelerin kullanılması aklıma geliyor” (Ö202) “Denklemlerin öğretilmesi aklıma geliyor” (Ö236)
Problem çözme	Ö1, Ö56, Ö83, Ö86, Ö152, Ö204, Ö210	“Çocukların daha kolay problem çözmesi geliyor” (Ö56) “Eşitliklerle çalışmak, eşitsizliklerle çalışmak, problemin çözüm yollarını gösterme” (Ö83) “Problem çözme becerisinin tüm konulara uygulanabilecek düzeyde öğrencide var olması veya verilmesi” (Ö152)
Yanlış kavramalar	Ö2, Ö6, Ö70, Ö116, Ö153, Ö175, Ö182, Ö185, Ö191, Ö192, Ö211, Ö213, Ö214, Ö216, Ö222, Ö227,	“Erken yaşta matematiğin oyunlarla öğretilmesi” (Ö191) “Matematiğin ve soyut kavramların somutlaştırılarak erken yaşta verilmesidir” (Ö211)

“Erken cebir ya da cebire geçiş deyince aklınıza neler geliyor?” sorusuna araştırmaya katılan 240 sınıf öğretmeninden 92 öğretmen cevap vermiş, 148 öğretmen ise soruya cevap vermemiştir. Birinci soruya öğretmenlerin verdikleri cevaplar, *sembollerle gösterim, dört işlem (aritmetik), soyut kavramlar-denklemler ve formüller, problem çözme ve yanlış kavramalar* şeklinde beş kategoride kodlanmıştır. Kodlama esnasında soruya cevap veren 92 öğretmenden bazılarının cevapları anlam birliği sağlanamadığı için oluşturulan kategorilerle ilişkilendirilememiş ve bu cevaplardan yeni kategoriler oluşturulamamıştır. Bazı öğretmenlerin cevapları ise birden fazla kategori kapsamında kodlanmıştır.

Erken cebir ya da cebire geçiş deyince aklınıza neler geliyor sorusuna cevap veren 92 sınıf öğretmenin cevaplarına göre oluşturulan kategorilerden *sembollerle gösterim* kategorisi on dört öğretmenin, *dört işlem (aritmetik)* kategorisi sekiz öğretmenin, *soyut kavramlar- denklemler ve formüller* kategorisi on beş öğretmenin, *problem çözme* kategorisi yedi öğretmenin ve *yanlış kavramalar* kategorisi on altı öğretmenin cevaplarını kapsamaktadır.

İkinci soru olan “Sizce ilkokulda erken cebir uygulamaları nasıl yapılmalıdır?” sorusuna ilişkin bulgular Tablo 29’da verilmiştir.

Tablo 29

Sizce İlkokulda Erken Cebir Uygulamaları Nasıl Yapılmalıdır?

Kategori	Öğretmen	Örnek İfadeler
Aritmetik işlemlerinde verilmeyeni bulma	Ö1, Ö9, Ö99, Ö188	“Örüntüler erken cebir uygulamaları için uygun. Toplama ve çıkarma işleminde verilmeyeni bulma alıştırmalarında şekillerin kullanılması şeklinde yapılmalıdır” (Ö9) “Dört işlemde bilinmeyenleri bulabilme, eksiklikleri tamamlayabilme şeklinde” (Ö99)
Somutlaştırma	Ö6, Ö40, Ö89, Ö93, Ö124, Ö160, Ö170, Ö174, Ö203, Ö208	“Somut eşyalarla ve somut ders araçlarıyla işe başlayıp, bunları şekil ve sembollerle daha sonra da sayılara dönüştürerek yapılmalıdır” (Ö40) “Görselleştirme, somuta indirgeme şeklinde” (Ö93)

Tablo 29'un devamı

Kategori	Öğretmen	Örnek İfadeler
Basitleştirme	Ö2, Ö49, Ö86, Ö157, Ö160, Ö167, Ö182, Ö215, Ö216, Ö217, Ö219, Ö222, Ö237	“Mümkün olan en temel haliyle, ilaveler daima karışıklığa neden olur” (Ö86) “Basit şekilde yapılmalı” (Ö157) “Basit düzeyde ve somutlaştırılarak” (Ö222)
Fikrim yok	Ö11, Ö115, Ö159, Ö187, Ö212	“Fikrim yok” (Ö115) “Bilmiyorum” (Ö159)
Yapılmamalı	Ö7, Ö10, Ö101, Ö132, Ö181, Ö190, Ö202, Ö231	“Cebir uygulaması ilkokulda yapılmamalı, erken olur” (Ö10) “Uygulanmamalıdır” (Ö101) “Cebir sözcüğü soyut kavramları çağrıştırır, uygun olmaz” (Ö132)

“Sizce ilkokulda erken cebir uygulamaları nasıl yapılmalıdır?” sorusuna araştırmaya katılan 240 sınıf öğretmeninden 94 öğretmen cevap vermiş, 146 öğretmen ise soruya cevap vermemiştir. İkinci soruya öğretmenlerin verdikleri cevaplar *aritmetik işlemlerinde verilmeyeni bulma, somutlaştırma, basitleştirme, fikrim yok* ve *yapılmamalı* şeklinde beş kategoride kodlanmıştır. Kodlama esnasında soruya cevap veren 94 öğretmenden bazılarının cevapları anlam birliği sağlanamadığı için oluşturulan kategorilerle ilişkilendirilememiş ve bu cevaplardan yeni kategoriler oluşturulamamıştır. Yine bazı öğretmenlerin cevapları birden fazla kategoride kodlanmıştır.

“Sizce ilkokulda erken cebir uygulamaları nasıl yapılmalıdır?” sorusuna cevap veren 94 sınıf öğretmenin cevaplarına göre oluşturulan kategorilerden *aritmetik işlemlerinde verilmeyeni bulma* kategorisi dört öğretmenin, *somitlaştırma* kategorisi on öğretmenin, *basitleştirme* kategorisi on üç öğretmenin, *fikrim yok* kategorisi beş öğretmenin ve *yapılmamalı* kategorisi sekiz öğretmenin cevaplarını kapsamaktadır.

Üçüncü soru olan “İlkokulda erken cebir uygulamalarının amacı sizce nedir?” sorusuna ilişkin bulgular Tablo 30’da verilmiştir.

Tablo 30

İlkokulda Erken Cebir Uygulamalarının Amacı Sizce Nedir?

Kategori	Öğretmen	Örnek İfadeler
Üst öğrenime hazırlama	Ö1, Ö25, Ö53, Ö57, Ö80, Ö86, Ö144, Ö153, Ö170, Ö193, Ö194, Ö195, Ö202, Ö204, Ö210, Ö211, Ö213, Ö217, Ö236,	“İleri sınıflar için temel, hazırlık” (Ö86) “Bir üst öğrenimde yarar sağlaması” (Ö80) “Çocukları üst sınıflara hazırlamak, sayısal zekâlarının gelişimine katkıda bulunmak” (Ö213)
Cebire geçişi kolaylaştırma	Ö1, Ö165, Ö187, Ö190, Ö211, Ö212, Ö236	“Çocukları cebir konularına, problem çözmeye hazırlamak” (Ö165) “Amaç cebir çalışmalarına geçildiğinde çocukların zorlanmamaları diye düşünüyorum” (Ö187) “Çocukların temelinin sağlam atılması, ileriki zamanlarda cebirde zorlanmamaları, ilişkilendirmeleri iyi yapabilmeleri için gereklidir” (Ö211)
Matematiği sevdirmeye	Ö6, Ö62, Ö66, Ö70, Ö162, Ö164, Ö210, Ö226	“Matematiği hissettirmek ve sevdirmek” (Ö6) “Matematiğe öcü gözüyle bakan bireyleri yok etmek” (Ö70) “Öğrencilerin işlerini kolaylaştırmak daha güzel bir beyin jimnastiği ile matematiği eğlenceli bir şekilde öğretmek” (Ö164)
Temel oluşturma	Ö156, Ö162, Ö173, Ö203, Ö211, Ö214, Ö221, Ö223, Ö237	“Çocukta pratik matematik becerisinin artması temelinin oluşturulması olarak düşünülebilir” (Ö214) “Matematik temelinin sağlam atmak” (Ö223) “Matematikte temel oluşturmak” (Ö237)

Tablo 30'un devamı

Problem çözme becerisini geliştirme	Ö1, Ö62, Ö112, Ö145, Ö165, Ö209, Ö215	“Erken cebirin amacı çocuğun problem çözme ve akıl yürütme becerilerini kazanmasını sağlamak olduğunu düşünüyorum” (Ö1) “Problemin matematik cümlesini yazabilmek, ileriye dönük denklemleri sevdirmek” (Ö62) “Problemi çözerken değişik yolları uygulamak” (Ö145)
Düşünce geliştirme	Ö1, Ö8, Ö10, Ö15, Ö27, Ö49, Ö66, Ö93, Ö99, Ö116, Ö135, Ö181, Ö186, Ö208, Ö210	“Çocuğun düşünme yeteneğini geliştirmek” (Ö10) “Çok yönlü düşünmeyi geliştirir, bir adım ileriye görmeyi sağlar” (Ö15) “Analitik düşünce gelişimini sağlamak” (Ö135)

“İlkokulda erken cebir uygulamalarının amacı sizce nedir?” sorusuna araştırmaya katılan 240 sınıf öğretmeninden 96 öğretmen cevap vermiş, 144 öğretmen ise soruya cevap vermemiştir. Üçüncü soruya öğretmenlerin verdikleri cevaplar *üst öğrenime hazırlama, cebire geçişi kolaylaştırma, matematiği sevdirmek, temel oluşturma, problem çözme becerisini geliştirme ve düşünce geliştirme* şeklinde altı kategoride kodlanmıştır. Kodlama esnasında soruya cevap veren 96 öğretmenden bazılarının cevapları anlam birliği sağlanamadığı için oluşturulan kategorilerle ilişkilendirilememiş ve bu cevaplardan yeni kategoriler oluşturulamamıştır. Birinci ve ikinci soruda olduğu gibi bu soruda da bazı öğretmenlerin cevapları birden fazla kategoride kodlanmıştır.

“Erken cebir uygulamalarının amacı sizce nedir?” sorusuna cevap veren 96 sınıf öğretmenin cevaplarına göre oluşturulan kategorilerden *üst öğrenime hazırlama* kategorisi on dokuz öğretmenin, *cebre geçişi kolaylaştırma* kategorisi yedi öğretmenin, *matematiği sevdirmek* kategorisi sekiz öğretmenin, *temel oluşturma* kategorisi dokuz öğretmenin, *problem çözme becerisini geliştirme* kategorisi yedi öğretmenin ve *düşünce geliştirme* kategorisi on beş öğretmenin cevaplarını kapsamaktadır.

Yarı yapılandırılmış görüşme formundan elde edilen bulgular

Yarı yapılandırılmış görüşme formunda yer alan sorular MEB'e bağlı okullarda görev yapmakta olan ve erken cebir farkındalık ölçeği uygulanan öğretmenler arasından gönüllü katılım esas alınarak 12 sınıf öğretmene yöneltilmiş, öğretmenlerin sorulara verdikleri yanıtlar ses kayıt cihazı ile kaydedilmiştir. Uygulama sonucunda öğretmenlerin açık uçlu sorulara verdikleri cevaplar yazıya geçirilmiş, her soru için ayrı ayrı okunmuş ve birbirine benzer cevaplardan anlamlı kategoriler oluşturulmuştur. Kategori oluştururken öğretmenler Ö1, Ö2, Ö3,..., Ö10, Ö11, Ö12 şeklinde kodlanmıştır. Araştırmanın geçerliliğinin sağlanması amacıyla her bir soru üç uzman tarafından ayrı ayrı okunup kategorileştirilmiş, daha sonra üç araştırmacı bir araya gelmiş ve oluşturulan kategorilerle ilgili görüş birliğine varılmıştır. Ayrıca öğretmenlerin verdikleri cevaplar çerçevesinde doğrudan alıntılarla kategorileri açıklayan örnek ifadeler yer verilmiştir. Bunun sonucunda elde edilen bulgular tablolar halinde sunulmuştur.

Tablo 31

Cebir Nedir?

Kategori	Öğretmen	Örnek İfadeler
Matematiğin bir alanı	Ö1, Ö6	“Cebir matematiğin bir alanıdır” (Ö1) “Cebir matematiğin günlük hayata bakan en önemli gözüdür” (Ö6)
Eğitim programı	Ö3	“Öğrencinin mantıksal-matematiksel zekâsını geliştirmeye yönelik uygulanan eğitim programı” (Ö3)
Denklemler	Ö4, Ö10	“Aklıma denklemler geliyor” (Ö4) “Denklemler yoluyla genellemelere ulaşmayı amaçlayan bir dal” (Ö10)
Problem çözüm yöntemi	Ö5	“Bir problem çözüm yöntemi gibi düşünülebilir” (Ö5)
Sayısal işlemler	Ö4, Ö7, Ö8, Ö9, Ö12	“Sembol kullanılarak matematiğin içine işlemiş dört işlem aklıma geliyor” (Ö4) “Aklıma insanların hayatında kullandığı sayıların, sayısal işlemlerin bütünü geliyor” (Ö7)

Tablo 31'in devamı

Kategori	Öğretmen	Örnek İfadeler
Sayısal işlemler	Ö4, Ö7, Ö8, Ö9, Ö12	“Aklıma matematikteki bütün işlemler geliyor” (Ö9) “Sayıların kullanımını diyebilirim” (Ö12)
Fikrim yok	Ö2, Ö11	“Cebir başlığı altında fazla bir bilgim yok” (Ö2) “Bu soruyu geçelim, fikrim yok” (Ö11)

“Cebir nedir?” sorusuna on iki sınıf öğretmenin verdiği cevaplar *matematiğin bir alanı, eğitim programı, denklemler, problem çözüm yöntemi, sayısal işlemler, fikrim yok* şeklinde kategorileştirilmiştir. Öğretmenlerin verdiği cevaplar kategorileştirirken bazı öğretmenlerin cevapları birden fazla kategori kapsamında kodlanmıştır. On iki sınıf öğretmenin verdiği cevaplardan oluşturulan *matematiğin bir alanı* kategorisi iki öğretmenin, *eğitim programı* kategorisi bir öğretmenin, *denklemler* kategorisi iki öğretmenin, *problem çözüm yöntemi* kategorisi bir öğretmenin, *sayısal işlemler* kategorisi beş öğretmenin, *fikrim yok* kategorisi iki öğretmenin cevaplarını kapsamaktadır.

Tablo 32

İlkokulda Cebire Hazırlık Çalışmaları Nasıl Yapılmalıdır?

Kategori	Öğretmen	Örnek İfadeler
Basit şekilde	Ö1, Ö2, Ö3, Ö5, Ö7, Ö10	“Üst düzey bilgi gerektirmeyecek, basit mantıksal bilgileri geliştirecek şekilde” (Ö3) “Basit düzeyde, temel olacak şekilde” (Ö5) “Temel kavramlarla, dört işlem dışına çıkılmadan” (Ö7)
Örüntülerle	Ö4, Ö6	“Örüntülerle” (Ö4, Ö6)
Somutlaştırarak	Ö8, Ö9, Ö12	“Öğrencileri kırtasiyeye götürüp alışveriş yaptırıyorum, hesap yapmayı öğreniyorlar” (Ö8) “Cebire hazırlık oyunla yapılmalı” (Ö9) “Olabilirdiğince somut, öğrenci soyut anlamıyor” (Ö12)
Fikrim yok	Ö11	“Nasıl olacağı hakkında fikrim yok” (Ö11)

“İlkokulda cebire hazırlık çalışmaları nasıl yapılmalıdır?” sorusuna on iki sınıf öğretmenin verdikleri cevaplar *basit şekilde, örüntülerle, somutlaştırarak* ve *fikrim yok* şeklinde kategorileştirilmiştir. On iki sınıf öğretmenin verdikleri cevaplardan oluşturulan *basit şekilde* kategorisi altı öğretmenin, *örüntülerle* kategorisi iki öğretmenin, *somutlaştırarak* kategorisi üç öğretmenin, *fikrim yok* kategorisi bir öğretmenin cevaplarını kapsamaktadır.

Tablo 33

Matematik Öğretiminde Genellemenin Yeri Nedir?

Kategori	Öğretmen	Örnek İfadeler
Tümevarım-tümdengelim	Ö1, Ö2	“Kuralları basitten ele alıp parçadan bütüne ulaşma şeklinde düşünebiliriz” (Ö1) “Bütünden kurala inme, çocuklar önce bütünü sonra parçayı algılar” (Ö2)
Uyarlama	Ö3, Ö4, Ö5	“Genelleme üst düzey zekâya, üst düzey gelişime hitap eden bir olay, öğrencinin başka alanlarda öğrendiklerini matematiğe uyarlaması” (Ö3) “Günlük hayattaki her şeyin problemlere uyarlanması, adı üstünde genelleme” (Ö4) “Bir problem ya da durumdan bir sonuç çıkararak benzer durumlara uygularız” (Ö5)
Genellemeye karşıyım	Ö7	“Öğrencinin kendine ait bir çözüm yolu bulmasını engelliyor” (Ö7)
Önemli	Ö6, Ö9, Ö12	“Matematiğin olmazsa olmazıdır. Genellemeyi kavrayamayan matematikte işlem yapamaz” (Ö9) “Genelleme çok önemlidir” (Ö6) “Matematikteki en önemli şeylerden biridir. Genelleme yapabilen öğrenci her şeyi öğrenmiştir” (Ö12)
Formül ve çözüm	Ö8, Ö10	“Bir problemle ilgili farklı çözüm yollarına ulaştırır” (Ö8) “Matematik öğretiminde formüllere ulaşırken genelleme yapılır” (Ö10)
Fikrim yok	Ö11	“Bu konuda fikrim yok” (Ö11)

“Matematik öğretiminde genellemenin yeri nedir?” sorusuna on iki sınıf öğretmeninin verdikleri cevaplar *tümevarım-tümdengelim*, *uyarlama*, *genellemeye karşıyım*, *önemli*, *formül ve çözüm* ve *fikrim yok* şeklinde kategorileştirilmiştir. On iki sınıf öğretmeninin verdikleri cevaplardan oluşturulan *tümevarım-tümdengelim* kategorisi iki öğretmenin, *uyarlama* kategorisi üç öğretmenin, *genellemeye karşıyım* kategorisi bir öğretmenin, *önemli* kategorisi üç öğretmenin, *formül ve çözüm* kategorisi iki öğretmenin, *fikrim yok* kategorisi bir öğretmenin cevaplarını kapsamaktadır.

Tablo 34

İlkokulda Bilinmeyen Kavramı İlk Olarak Ne Zaman Çocukların Karşısına Çıkmalıdır? Neden?

Sınıf düzeyi	Öğretmen	Örnek İfadeler
Birinci sınıfta	Ö4, Ö5, Ö6, Ö8	<p>“Bana göre birinci sınıftan itibaren verilebilir, zaten veriyoruz farkında olmadan, ne kadar doğru veriyoruz bilmiyorum” (Ö4)</p> <p>“Birinci sınıfta başlanabilir. Çünkü çocuğun önünde doğuştan itibaren bilinmeyenler var, bilinenden hareketle bunları öğreniyor” (Ö5)</p> <p>“Bilinmeyen kavramını bilinmeyen olarak değil de kaybettiklerimiz, kutunun içinde bir şey saklıyorum bunu bulun şeklinde birinci sınıftan itibaren öğretebiliriz” (Ö6)</p> <p>“Birinci sınıfta karşılaşılabılır, karşılaşıyor zaten, karşılaşmasında hiçbir sıkıntı yok” (Ö8)</p>
İkinci sınıfta	Ö3	<p>“Şuanda programda olduğu için ikinci sınıfta öğretiyoruz ve çocuklar anlıyorlar” (Ö3)</p>
Üçüncü sınıfta	Ö2, Ö9, Ö12	<p>“Birinci, ikinci sınıfta ağır gelebilir, üçüncü sınıfta başlamalı diye düşünüyorum” (Ö2)</p> <p>“Üçüncü sınıfın ikinci döneminden sonra çıkmalı diye düşünüyorum, geçen deneme sınavında çıktı anlatmakta zorlandım” (Ö9)</p> <p>“Üçüncü sınıfta olabilir” (Ö12)</p>

Tablo 34'ün devamı

Sınıf düzeyi	Öğretmen	Örnek İfadeler
Dördüncü sınıfta	Ö10	“Bana göre dördüncü sınıfta çıkması daha uygun olur. Çünkü soyut kavramları kavrama düzeyi ilkökulda düşük düzeyde olduğu için çocuklar tam algılayamıyor” (Ö10)
Beşinci sınıfta	Ö1, Ö11	“Beşinci sınıf düzeyinde başlamak daha yararlı olur diye düşünüyorum” (Ö1) “Beşinci sınıfta çıkmalıdır” (Ö11)
Karşılaşmamalı	Ö7	“Bence olmamalı ama müfredatımızda var karşımıza çıkıyor, öğretmen de bocalıyor” (Ö7)

“İlkokulda bilinmeyen kavramı ilk olarak ne zaman çocukların karşısına çıkmalıdır? Neden?” sorusuna on iki sınıf öğretmenin verdiği cevaplar *birinci sınıfta, ikinci sınıfta, üçüncü sınıfta, dördüncü sınıfta, beşinci sınıfta* ve *karşılaşmamalı* şeklinde kategorileştirilmiştir. On iki sınıf öğretmenin verdiği cevaplardan oluşturulan *birinci sınıfta* kategorisi dört öğretmenin, *ikinci sınıfta* kategorisi bir öğretmenin, *üçüncü sınıfta* kategorisi üç öğretmenin, *dördüncü sınıfta* kategorisi bir öğretmenin, *beşinci sınıfta* kategorisi iki öğretmenin, *karşılaşmamalı* kategorisi bir öğretmenin cevaplarını kapsamaktadır.

Tablo 35

İlkokulda Bilinmeyen Kavramı İle İlgili Bir Problem Örneği Sunabilir misiniz? Bu problemin Sınıf Düzeyini Belirtir misiniz?

Problem	Öğretmen	Problemin Sınıf Düzeyi
“36 tane pastamız var. Bunu kaç arkadaş arasında paylaşırsak her birine 9 pasta düşer?”	Ö1	“Dördüncü sınıf”
“Bakkala gittim cebimde 10 liram vardı, 3 liraya 1 kalem aldım kaç liram kaldı?”	Ö2	“Birinci sınıf”

Tablo 35'in devamı

Problem	Öğretmen	Problemin Sınıf Düzeyi
“Bir sepetteki 10 tane elmadan 2 tanesi yenirse sepette kaç elma kalmış olur?”	Ö3	“İkinci sınıf”
“Ayşe'nin 5 kalemi vardı annesi 3 kalem daha verdi, kaç kalemi oldu?”	Ö4	“Birinci sınıf”
“1+2=?”	Ö5	“Birinci sınıf”
“Avcumun içinde bir sayı var, bunu 5 ile toplarsak 12 yapıyor, bu sayıyı bulunuz.”	Ö6	“Birinci sınıf”
-	Ö7	-
“ $\Delta+217=520$, $\Delta=?$ ”	Ö8	“Üçüncü sınıf”
“Annenin yaşı 42, kardeşin yaşı 7'dir. Babanın yaşı ikisinin toplamı olduğuna göre kaçtır?”	Ö9	“İkinci sınıf”
“Hangi sayıdan 14 çıktığı zaman 32 kalır?”	Ö10	“İkinci sınıf”
“Aklıma gelmiyor şuan”	Ö11	-
“Bir çiftlikteki 118 hayvandan 26 tanesi tavuk ise geriye kaç hayvan kalır?”	Ö12	“İkinci sınıf”

“İlkokulda bilinmeyen kavramı ile ilgili bir problem örneği sunabilir misiniz? Bu problemin sınıf düzeyini belirtir misiniz?” sorusuna on iki sınıf öğretmenin verdikleri cevaplar, her bir öğretmenin verdiği problem örneği ve belirttiği sınıf düzeyi şeklinde Tablo 35'te verilmiştir. Bilinmeyen kavramıyla ilgili birer örnek problem sunan öğretmenlerden dördü sundukları problemin

birinci sınıf düzeyinde, dördü sundukları problemin ikinci sınıf düzeyinde, biri sunduğu problemin üçüncü sınıf düzeyinde, biri sunduğu problemin dördüncü sınıf düzeyinde olduğunu belirtmişlerdir. Ö7 ilkokulda bilinmeyen kavramının verilmemesi gerektiğini söylemiş ve bir örnek problem vermemiştir. Ö11 ise aklıma gelmiyor diyerek bilinmeyen kavramıyla ilgili bir örnek problem verememiştir.

Tablo 36

Eşit İşaretini Öğretirken Neler Yapıyorsunuz? Matematik öğretim sürecinde eşit işaretinin hangi anlamlarına odaklanıyorsunuz?

Kategori	Öğretmen	Örnek İfadeler	Eşit İşaretinin Anlamı
Sembol	Ö1	“Dört işlemi yaparken sonucu ifade etmek için kullanılan bir sembol olduğunu söylüyorum” (Ö1)	
Somutlaştırma	Ö2, Ö3, Ö7, Ö8, Ö9, Ö12	“Görseller yardımıyla boy, uzunluk gibi özellikleri birbirine eşit olan varlıkların aynı olduğunu belirterek” (Ö2)	Sonuç (Ö1)
		“Tahtaya aynı olan nesnelerin resimlerini asarak ve aralarına eşittir sembolü koyarak” (Ö3)	
		“Tahtaya 1 kız 1 erkek öğrenci çıkararak bunlar cinsiyet olarak aynı mı şeklinde sorarım, daha sonra 2 kız, 2 erkek, sonra sayılara geçiş yaparım 4, 4’e eşit mi diye sorarım” (Ö7)	
Denge etkinlikleri	Ö4, Ö5, Ö6, Ö10	“Eşit uzunlukta kalemler, eşit boyda öğrenciler kullanarak” (Ö8)	Eşit (Ö8, Ö9, Ö11)
		“Sayı olarak eşit nesnelere üzerinde durarak, 5 elma 5 çiçeğe sayı olarak eşittir” (Ö9)	
		“Aynı şekiller ve nesnelere kullanarak” (Ö12)	
		“Terazinin bir kefesine 5 rakamını koydum. Terazinin dengede olması için diğer kefesine hangi rakamı koymalıyım?” (Ö4)	
		“Tahtaya terazi resmi çizerek, kefeslerine eşit nesnelere koyarak dengede kaldığını, farklı nesnelere koyarak dengenin bozulduğunu söyleyerek” (Ö5)	

Tablo 36'nın devamı

Kategori	Öğretmen	Örnek İfadeler
Denge etkinlikleri	Ö4, Ö5, Ö6, Ö10	“Tahtada ben terazi oluyorum bir kolumdan iki kız bir kolumdan iki erkek öğrenci çekiyor, sonra bir kolumdan 2, bir kolumdan 3 çekiyor” (Ö6) “Terazinin iki kefesini sayılarla eşitlemeye çalışarak” (Ö10)
Eşleştirme	Ö11	“Birbirine eş ve birbirinden farklı kümeler oluşturarak eşit olup olmadıklarını sorarak” (Ö11)

“Eşit işaretini öğretirken neler yapıyorsunuz?” sorusuna on iki sınıf öğretmenin verdikleri cevaplar *sembol*, *somutlaştırma*, *denge etkinlikleri* ve *eşleştirme* şeklinde kategorileştirilmiştir. On iki sınıf öğretmenin verdikleri cevaplardan oluşturulan *sembol* kategorisi bir öğretmenin, *somutlaştırma* kategorisi altı öğretmenin, *denge etkinlikleri* kategorisi dört öğretmenin ve *eşleştirme* kategorisi bir öğretmenin cevaplarını kapsamaktadır.

“Matematik öğretim sürecinde eşit işaretinin hangi anlamlarına odaklanıyorsunuz?” sorusuna bir öğretmen eşit işaretinin sonuç anlamı, dört öğretmen eşit işaretinin aynı anlamı, üç öğretmen eşit işaretinin eşit anlamı ve dört öğretmen eşit işaretinin denge anlamı üzerine odaklandıklarını belirtmişlerdir.

Tablo 37

Sizce İlkokulda Çocuklar Denklemlerle Çalışmalı mı? Nasıl?

Kategori	Öğretmen	Örnek İfadeler
Denklem oluşturma	Ö1	“Problem çözme aşamaları öğretilir, verilen ve istenen sembollerle belirtilir, verilenler bir araya getirilerek denklem oluşturulur ve çözüme ulaşılır” (Ö1)
Çalışmamalı	Ö2, Ö6, Ö7, Ö11, Ö12	“Denklemler ortaokula kaydırılmalı, zaten ortaokulda kullanılıyor, ilkokulda biraz ağır gelir” (Ö2) “Çalışmamalılar, denklem kavramı soyut kalıyor” (Ö6) “İlkokulda gerekli değil bence, olmaması taraftarıyım” (Ö7) “Çalışılmamalıdır” (Ö11)

Tablo 37'nin devamı

Kategori	Öğretmen	Örnek İfadeler
Basit düzeyde	Ö3, Ö4, Ö5, Ö8, Ö9, Ö10	<p>“İlkokulda denklem konusu zora kaçmamak kaydıyla basit düzeyde öğrencilerin karşısına çıkmalı” (Ö3)</p> <p>“Basit yöntemlerle yapılmalı” (Ö4)</p> <p>“Denklem deyince insanın aklına bilinmeyenler gelir fakat bunlar basit düzeye uyarlanarak verilebilir” (Ö5)</p> <p>“Ortaokul, lise seviyesinde denklem olmamalı, denkleme giden yolda bir adım atılmalı” (Ö8)</p> <p>“1, 2, 3.sınıflarda olmamalı 4.sınıfta basit düzeyde verilmeli” (Ö9)</p> <p>“5.sınıfa geçince denklemlerle ilgili problemlerle karşılaşacak bunun alt yapısı basit düzeyde 4.sınıfta verilebilir” (Ö10)</p>

“Sizce ilkokulda çocuklar denklemlerle çalışmalılar mı? Nasıl?” sorusuna on iki sınıf öğretmenin verdiği cevaplar *denklem oluşturma*, *çalışmamalı* ve *basit düzeyde* şeklinde kategorileştirilmiştir. On iki sınıf öğretmenin verdiği cevaplardan oluşturulan *denklem oluşturma* kategorisi bir öğretmenin, *çalışmamalı* kategorisi beş öğretmenin, *basit düzeyde* kategorisi altı öğretmenin cevaplarını kapsamaktadır.

Tablo 38

Öğretmenlerin Denklem Çalışmaları Öncesinde Nelerle İlgili Çalışmaları Gerekir?

Kategori	Öğretmen	Örnek İfadeler
Ön hazırlık	Ö1, Ö3, Ö9, Ö10	<p>“Denklem çalışmasını yapmadan önce bununla ilgili ön hazırlık çalışmaları yapılmalı, basitten karmaşığa, öğrencilerin farklı özellikleri göz önünde bulundurularak yapılmalı” (Ö1)</p> <p>“Çocuğun hazırbulunuşluğunun sağlanması gerekiyor, konuyla ilgili alt yapının sağlanması gerekiyor” (Ö3)</p> <p>“Görsellerle altyapı hazırlanmalı daha sonra basitten zora doğru anlatılmalı” (Ö9)</p> <p>“Önce altyapı çalışmaları yapılmalı” (Ö10)</p>

Tablo 38'in devamı

Kategori	Öğretmen	Örnek İfadeler
Sezdirilmeli	Ö4, Ö5	“Denklem sezdirilmeden direkt geleneksel bilgiler verildiğinde çocuklar kendini geri çekiyor” (Ö4) “Denklem kurmanın aşamaları yavaş yavaş öğrenciye sezdirilerek verilebilir” (Ö5)
Fikrim yok	Ö8	“Bu konuda fikrim yok” (Ö8)

“Öğretmenlerin denklem çalışmaları öncesinde nelerle ilgili çalışmalarını gerekir?” sorusuna yedi sınıf öğretmenin verdiği cevaplar *ön hazırlık*, *sezdirilmeli* ve *fikrim yok* şeklinde kategorileştirilmiştir. Yedi sınıf öğretmenin verdiği cevaplardan oluşturulan *ön hazırlık* kategorisi dört öğretmenin, *sezdirilmeli* kategorisi iki öğretmenin, *fikrim yok* kategorisi bir öğretmenin cevaplarını kapsamaktadır. Beş sınıf öğretmeni (Ö2, Ö6, Ö7, Ö11, Ö12) bir önceki soru olan “Sizce ilkokulda çocuklar denklemlerle çalışmalı mı? Nasıl?” sorusuna çalışmamalı cevabını verdikleri için bir önceki soruyla ilişkili olan bu soruya cevap vermemişlerdir.

Tablo 39

Bir Çocuğun İlkokulda İyi Bir Dört İşlem Becerisi Kazanmış Olması Sonraki Okul Yaşantısında Ona Neler Kazandırır?

Kategori	Öğretmen	Örnek İfadeler
Hayatını kolaylaştırır	Ö1, Ö2, Ö6, Ö8, Ö10	“Basit dört işlem hayatımızın her alanında var. Çocuğun iyi bir dört işlem becerisine sahip olması hayatını her alanda kolaylaştıracaktır” (Ö1) “Dört işlemi kolaylaştırarak hayatını kolaylaştırır, daha düzenli bir hayatı olur” (Ö2) “Hayatı boyunca kullanır” (Ö6) “İyi bir dört işlem becerisine sahip olan biri sosyal hayatta başarılı olur” (Ö7) “Matematikte başarılı olan hayatta başarılı olur” (Ö8) “İyi bir dört işlem becerisi kazanmışsa hayatta daha iyi olur, muhtemelen başarılı olur” (Ö10)

Tablo 39'un devamı

Kategori	Öğretmen	Örnek İfadeler
Öğrenim hayatında başarılı olur	Ö3, Ö6, Ö7, Ö11, Ö12	<p>“Ortaokulda, lisede başarılı olur, ömür boyu matematiği olumlu bir şekilde devam ettirir” (Ö3)</p> <p>“İleriki okul yaşantısında daha başarılı olur” (Ö4)</p> <p>“Önündeki okul yaşantısında başarılı olur” (Ö6)</p> <p>“İleriki eğitim hayatında başarılı olur, özellikle matematikte, diğer derslere de yansır” (Ö7)</p> <p>“Dört işlemi kavrayan çocuklar daha başarılı olur” (Ö9)</p> <p>“Matematikteki başarı diğer dersleri de olumlu etkiler” (Ö11)</p> <p>“Matematikte daha başarılı olur” (Ö12)</p>
Özgüveni gelişir	Ö3, Ö8, Ö9, Ö10, Ö11	<p>“Öğrencinin matematiğe yönelik özgüveni gelişmiş olur” (Ö3)</p> <p>“Çocuğu matematiğin iyi bilmesi özgüvenini geliştirir” (Ö8)</p> <p>“Dört işlemi iyi kazanmışsa özgüveni yüksek olur” (Ö9)</p> <p>“Kendine güvenmesine katkı sağlar, kendine güveni gelir” (Ö10)</p> <p>“İyi bir dört işlem becerisi kazanmış öğrencide kendine güven artar” (Ö11)</p>
Hızlı işlem yapar	Ö5, Ö12	<p>“Hız kazandırır. Problemi çözerken kısa süre içerisinde birkaç defa deneme şansı olur, ne kadar hızlı yaparsa dört işlemi problemi daha kolay çözer” (Ö5)</p> <p>“Pratiklik kazandırır, zamanı iyi kullanabilir” (Ö12)</p>
Matematiği sever	Ö4	“Matematiği sever” (Ö4)

“Bir çocuğun ilkokulda iyi bir dört işlem becerisi kazanmış olması sonraki okul yaşantısında ona neler kazandırır?” sorusuna on iki sınıf öğretmenin verdikleri cevaplar *hayatını kolaylaştırır, öğrenim hayatında başarılı olur, özgüveni gelişir, hızlı işlem yapar ve matematiği sever* şeklinde kategorileştirilmiştir. Öğretmenlerin verdikleri cevaplar kategorileştirirken bazı öğretmenlerin cevapları birden fazla kategori kapsamında kodlanmıştır. On iki

sınıf öğretmeninin verdikleri cevaplardan oluşturulan *hayatını kolaylaştırır* kategorisi beş öğretmenin, *öğrenim hayatında başarılı olur* kategorisi beş öğretmenin, *özgüveni gelişir* kategorisi beş öğretmenin, *hızlı işlem yapar* kategorisi iki öğretmenin, *matematiği sever* kategorisi bir öğretmenin verdikleri cevaplarını kapsamaktadır.

Erken Cebir Kapsamında Yapılan Öğretim Etkinliklerinin Sınıf Öğretmenlerinin Erken Cebir Düşüncelerine Etkisi Nasıldır? Sorusuna İlişkin Bulgular

Gözlem sonucunda elde edilen veriler analiz edilirken öncelikle literatür taranmıştır. Literatür taraması kapsamında gözlem sonucunda beklenen kategoriler belirlenmiştir. Analiz esnasında bu kategorilere eklenen ya da çıkarılan kategoriler de olmuştur. Belirlenen kategoriler; doğrudan kural verme, somutlaştırma, soru sorma, önbilgi yoklama, alıştırma, problem çözme, modelleme ve genellemedir. Veriler bu kategoriler kapsamında analiz edilmiş ve yorumlanmıştır. Veriler analiz edilirken öğretmen ve öğrencilerin isimleri kullanılmamış bunun yerine öğretmen ve öğrenci 1, öğrenci 2, öğrenci 3..., şeklinde ifade edilmiştir. Burada öğrenciler öğrenci 1, öğrenci 2, öğrenci 3 şeklinde kodlanırken sınıftaki 20 öğrenci 20'ye kadar kodlanmamıştır. Örneğin bir etkinlikteki öğrenci 1 ile başka bir etkinlikteki öğrenci 1 aynı öğrenci olabileceği gibi farklı öğrenciyi de belirtebilir.

Birinci ders

Kazanım: Doğal sayıları en yakın onluğa veya yüzlüğe yuvarlar.

Öğretmen: Ders kameraya alınacak, davranışlarınıza dikkat edin. Size hediye olarak birer adet kalem ve defter aldım, bundan sonra işleyeceğimiz matematik konularını bu deftere yazın, konuyu daha önceden biliyor olsanız bile tahtaya yazılanı en güzel bir şekilde defterlerinize yazın, ders esnasında yanınızdaki arkadaşınızla konuşmayın ve gereksiz işlerle uğraşmayın.

Öğretmen erken cebir öğretim etkinlikleri sürecinde derslerin kameraya alınacağını söylemiş, bu süreçte öğrencilerin yeni bir defter tutmalarını istemiş, aldığı defter ve kalemleri öğrencilere dağıtmıştır. Öğrenciler öğretmenlerinin kendilerine defter ve kalem dağıtması sonucunda mutlu olmuşlar ve öğretmene odaklanmışlardır. Öğretmen bu şekilde konuya ilgiyi artırmaya çalışmıştır.

Öğretmen: Evet, yeni bir sayfaya başlık yapıyoruz. Doğal sayıları en yakın onluğa yuvarlama.

Öğretmen konu başlığını söyleyerek derse giriş yapmıştır. Öğrencilerden de başlığı defterlerine yazmalarını istemiştir.

Doğrudan kural verme

Öğretmen: Satır başı yapın ve yazın. Sayıları en yakın onluğa yuvarlarken birler basamağındaki rakama bakarız. Birler basamağındaki rakam 5 ve 5'ten büyükse sayı bir üst onluğa, 5'ten küçükse bir alt onluğa yuvarlanır. (Öğrenciler defterlerine yazarlarken öğretmen kendisi de el yazısıyla tahtaya yazıyor). Yazalım, dinleyelim. Dinleyin. Diyelimki iki basamaklı bir sayı yazdık 25. Yuvarlama yaparken sayının, onluğa yuvarlama yaparken birler basamağına bakarız, birler basamağındaki rakam 5. Birler basamağındaki rakam 5 ve 5'ten büyükse bu sayının onlar basamağındaki onluk 1 artırılır. 25 sayısı 30'a yuvarlanır.

Erken cebir kapsamında araştırmacı tarafından hazırlanan ders içeriklerinde öğrencilerin muhakeme yapmaları ve öğrenme esnasında keşif süreci yaşamaları amaçlanmıştır. Öğretmen burada öğrencilere doğrudan kural vererek erken cebirin doğasına aykırı davranmış, öğrencilerin muhakeme yapmalarına ve keşif süreci yaşamalarına fırsat vermemiştir.

Öğretmen: Onluğa yuvarlamada birler basamağına 0 yazılır, 10, 20, 30, 40, 50, 60 gibi, onlar basamağı 1 artar. Bakın sayımız 25, 30'a yuvarladık, 26, birler basamağındaki rakam 5'ten büyük birler basamağına 0 yazdık onlar basamağına 1 artırdık 30'a yuvarladık.

Öğretmen onluğa yuvarlarken birler basamağına 0 yazılır ve onlar basamağı 1 artar şeklinde yanlış kural vermiştir. Onluğa yuvarlama esnasında sayının birler basamağındaki rakam 5 ve 5'ten büyükse sayı bir üst onluğa, 5'ten küçükse sayı bir alt onluğa yuvarlanmaktadır. Öğretmenin verdiği kural bir üst onluğa yuvarlama için geçerli olsa da bir alt onluğa yuvarlamada geçersiz ve yanlıştır. Burada öğretmen kural vererek hem erken cebir sürecine aykırı davranmış hem de yanlış kural vererek öğrencileri yanlış yönlendirmiştir.

Somutlaştırma

Öğretmen: Bakın sayımız 25, 30'a yuvarladık, 26, birler basamağındaki rakam 5'ten büyük birler basamağına 0 yazdık onlar basamağına 1 artırdık 30'a yuvarladık. Sayı doğrusunda da görelim bunu hemen.

Öğretmen sayı doğrusu çizmiş ve üzerinde 20, 30 ve 40'ı işaretlemiş, sonrasında aradaki sayıları 21, 22, 23... 31, 32, 33... sayı doğrusuna yerleştirmiştir. Öğretmene erken cebir kapsamında eğitim alırken somutlaştırma sürecinden sık sık bahsedilmiş, öğretim sürecinde sayı doğrusu kullanımının önemi anlatılmıştır. Öğretmen burada sayı doğrusu üzerinde işlemleri kendisi yapmış, alışkanlıkları nedeniyle aktif öğrenme sürecini oluşturamamıştır.

Öğretmen: Az önceki sayımız kaçtı? 25. Birler basamağındaki sayı 5, birler basamağındaki rakam 5 ve 5'ten büyükse bir sonraki onluğa yuvarlanıyor yani 30'a.

Öğretmen anlattıklarını somutlaştırmak amacıyla tahtaya sayı doğrusu çizmiştir. Sayı doğrusunu kendisi çizmiş, yeterince anlatım yapmamış ve öğrencilerin de sayı doğrusu üzerinde uygulama yapmalarına fırsat vermemiştir. Dolayısıyla anlattıklarını somutlaştırarak öğretimi olumlu etkileyecek bir davranış sergilemiş fakat aracı (sayı doğrusu) yetersiz kullanmış, öğrencileri öğretim sürecine dâhil etmemiştir. Öğrencilerin pasif bir şekilde sadece dinleyici konumunda oldukları bir öğretim erken cebir kapsamında hazırlanan öğretim etkinliklerinin amaçlarıyla örtüşmemektedir.

Doğrudan kural verme

Öğretmen: Sayı doğrusuna bakarsak 9 tane sayı 30'a yuvarlanır. Bunlar 25, 26, 27, 28, 29, 31, 32, 33, 34. Her 9 sayı yuvarlanırken 1 onlukta toplanıyor.

Öğretmen her 9 sayı yuvarlanırken bir onlukta toplanıyor şeklinde kural vermiştir. Öğretmen kural vererek erken cebirin doğasına aykırı davranmış ve gereksiz bir kural vermiştir. Bunun yerine öğretmenden yüzlük tablo ya da sayı doğrusu etkinlikleri ile öğrencilerin keşif süreci yaşamalarını sağlamaya çalışması beklenmiştir.

Soru sorma

Öğretmen: Şimdi size bir soru, bilenler parmak kaldırsın. 30'a yuvarlanan en küçük sayı kaçtır?

Öğrenci 1: 25

Öğretmen: Güzel, 30'a yuvarlanan başka sayı?

Öğrenci 2: 34

Öğrenci 3: 26

Öğrenci 4: 28

Öğrenci 5: 27

Öğrenci 6: 29

Öğrenci 7: 31

Öğrenci 8: 32

Öğretmen: Yeterli, şimdi sorum şu, 30'a yuvarlanan en büyük sayı kaçtır?

Öğrenci 9: 34

Öğretmen: Şimdi sorumu değiştiriyorum, 40' yuvarlanan en büyük sayı kaçtır?

Öğrenci 10: 44

Öğretmen anlattıklarını pekiştirmek amacıyla öğrencilere konuyla ilgili sorular yöneltmiştir. Soru-cevap şeklindeki öğretim, öğrencilerin derse odaklanmalarını ve katılımlarını sağlamada etkili olmuştur. Fakat öğretmenin öğrencilerin cevaplarına dönüt vermeden art arda sorular sorması, soru-cevap şeklindeki öğretimi sıkıcı hale getirmiş, dolayısıyla da öğretimin etkisini azaltmıştır. Öğretmenin dönüt vermemesi sonucunda sorduğu sorulara cevap vermek isteyen öğrenci sayısı azalmıştır. Öğretmen erken cebir konusunda ve erken cebir kapsamında yapacağı öğretim etkinlikleriyle ilgili eğitim almış olmasına rağmen yılların alışkanlığından kurtulamamış, daha çok kendisinin aktif olduğu bir öğretim yöntemi kullanmıştır. Burada öğretmenden beklenen, öğrencilerin verdikleri cevaplara yönelik düşüncelerini ortaya çıkarmak amacıyla onlara sorular yöneltmesi, onluğa yuvarlama kuralını öğrencilerin keşfedip bu kuralı genellemeye ulaşmalarını sağlamasıdır.

Doğrudan kural verme

Öğretmen: 40'a yuvarlanan en küçük sayı?

Öğrenci 1: 35

Öğretmen: Bakın onluğa yuvarlarken sayının birler basamağına bakıyoruz. 5 ve 5'ten büyükse bir üst onluğa, 5'ten küçükse bir alt onluğa yuvarlıyoruz. 40'a yuvarlanan beş tane kendisinden küçük ve dört tane de kendisinden büyük sayı var, toplam 9 dokuz tane.

Öğretmen onluğa yuvarlama kuralını tekrar söylemiş, örnek üzerinde 40'a yuvarlanan beş tane kendisinden küçük ve dört tane de kendisinden büyük toplam

9 dokuz sayı var şeklinde kural vererek erken cebir sürecinin amaçlarına aykırı davranmıştır.

Soru sorma

Öğretmen: Örnek yazalım, sayımız 52, birler basamağındaki rakam kaç?

Öğrenci 1: 2

Öğretmen: Altını çizelim 2, 5'ten küçüktür.

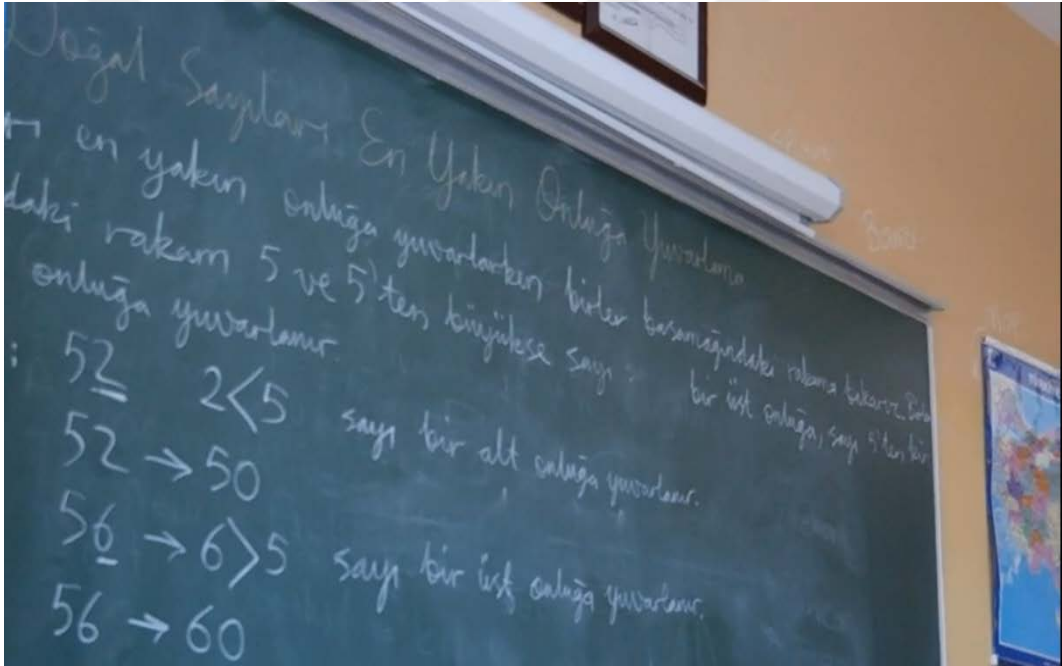
$5\underline{2}$, $2 < 5$, sayıyı bir alt onluğa yuvarlarız, $52 \rightarrow 50$, 52'yi 50'ye yuvarladık.

Başka bir örnek 56, birler basamağındaki rakam kaç?

Öğrenci 2: 6

Öğretmen: Birler basamağındaki rakamın altını çizelim, 6 sayısı 5'ten büyüktür.

$5\underline{6}$, $6 > 5$, sayıyı bir üst onluğa yuvarlarız, $56 \rightarrow 60$, 56'yı 60'a yuvarladık.



Öğretmen öğrencilerden tahtadakileri defterlerine yazmalarını istemiş, bir süre bekleddikten sonra soru sormaya devam etmiştir.

Öğretmen: 77 hangi onluğa yuvarlanır?

Öğrenci 3: 80

Öğretmen: 86 hangi onluğa yuvarlanır?

Öğrenci 4: 90

Öğretmen: 95 hangi onluğa yuvarlanır?

Öğrenci 5: 100

Öğretmen: 125 hangi onluğa yuvarlanır?

Öğrenci 6: 130

Öğretmen: 152 hangi onluğa yuvarlanır?

Öğrenci 7: 150

Öğretmen onluğa yuvarlamayı pekiştirmek amacıyla soru-cevap şeklinde öğretimi sürdürmüş, fakat öğrencilerin cevaplarına dönüt vermemiştir. Bu durum öğrencilerin derse katılımlarının azalmasına neden olmuş, dolayısıyla öğretimin etkisini azaltmıştır.

Doğrudan kural verme

Öğretmen: Yeni bir başlık yapıyoruz. Doğal sayıları en yakın yüzlüğe yuvarlama. Yüzer yüzer saymak gibi. 100, 200, 300, 400, 500, 600, 700,... gibi.

Öğretmen öğrencilerden defterlerine doğal sayıları en yakın yüzlüğe yuvarlama şeklinde başlık yazmalarını isteyerek yeni konuya giriş yapmıştır. Öğrencilere herhangi bir soru yöneltmeden ve öğrencilerin soru sormalarına fırsat vermeden yüzlüğe yuvarlamanın yüzer yüzer saymak gibi olduğunu belirtmiştir. Bunu yaparken benzetme yaparak konunun anlaşılmasını kolaylaştırmayı amaçlamıştır.

Öğretmen: Doğal sayıları yüzlüğe yuvarlarken birler ve onlar basamağındaki rakamlar 0 oluyor yuvarlanmış hali. Satır başı yapın. Sayıları en yakın yüzlüğe yuvarlarken sayının son iki basamağına bakarız. Son iki basamağındaki sayı 50 ve elliden büyükse bir üst yüzlüğe, sayı 50'den küçükse alt yüzlüğe yuvarlanır.

Öğretmen doğrudan yüzlüğe yuvarlamanın kuralını vermiştir. Bu şekilde davranarak öğrencilerin yüzlüğe yuvarlama kuralını keşfetmelerine ve genellemeye ulaşmalarına fırsat vermemiştir. Onluğa yuvarlama ile yüzlüğe yuvarlama arasında ilişki kurmayı sağlayan herhangi bir etkinlik yapmamıştır. Bu da erken cebir süreciyle bağdaşmamaktadır.

Önbilgi yoklama

Öğretmen: Yüzer yüzer kim sayar? Sen say.

Öğrenci 1: 100, 200, 300,... 1000.

Öğretmen: 1000'den başlayıp yüzer kim sayar? Sen say.

Öğrenci 2: 1000, 1100, 1200,...2000.

Öğretmen: 2000'den başlayıp yüzer kim sayar? Sen say.

Öğrenci 3: 2000, 2100, 22000,... 3000.

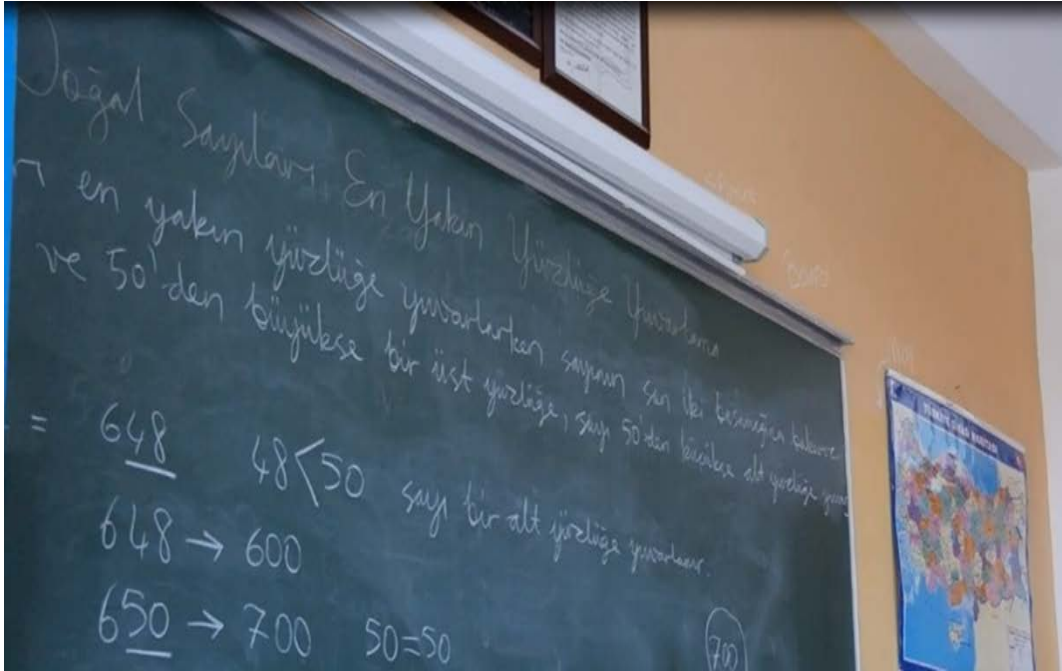
Öğretmen: 3000'den başlayıp yüzer kim sayar? Sen say.

Öğrenci 4: 3000, 3100, 3200,... 4000.

Öğretmen “yüzer yüzer kim sayar?” şeklinde sorarak öğrencilerin sırasıyla 1000, 2000, 3000 ve 4000'e kadar saymalarını istemiş, bu şekilde öğrencilerin ön bilgilerini yoklamıştır. Öğretmenin öğrencilerin önbilgilerini ortaya çıkarmaya çalışması ve yapacağı öğretim etkinliklerini buna göre şekillendirmesi öğretimi olumlu yönde etkilemiştir. Fakat öğretmenden bu davranışı yüzlüğe yuvarlama konusuna başlamadan önce yapması, böylelikle öğrencilerin yüzer yüzer sayma ile yüzlüğe yuvarlama arasında ilişki kurmalarını sağlaması beklenmektedir.

Doğrudan kural verme

Öğretmen: Yüze yuvarlarken yüzer yüzer saymak gibi düşünün. Cebimizde yüzlük paralar var, yüzer yüzer sayıyor gibi düşünün. 100, 200, 300,... gibi. Örnek, 648'i yüzlüğe yuvarlarken hangi basamaklarına bakıyoruz? Son iki basamağına bakıyoruz, altını çizelim, birler ve onlar basamağının altını çizdik. 648, 48 sayısı 50'den küçüktür, $48 < 50$ olduğu için sayı alt yüzlüğe yuvarlanır, $648 \rightarrow 600$. Yuvarlanmış hali 600.



Öğretmen yüzlüğe yuvarlamanın yüzer yüzer saymak gibi olduğunu söylemiş, benzetme yaparak konuyu basitleştirmeye çalışmış fakat yerinde olmayan bir davranış sergilemiştir. Yüzlüğe yuvarlarken sayının son iki basamağına bakıldığını, son iki basamağın 50'den küçükse sayının bir alt yüzlüğe yuvarlandığını belirtmiştir. Bunları söylerken tahtada da bir örnek üzerinde göstermiştir. Öğretmen doğrudan kural vererek öğrencilerin keşfetmelerine ve genellemeye ulaşmalarına fırsat vermemiştir. Yüzlüğe yuvarlama ile ilgili ilk örneği çözerken tahtada kendisi yapmış, öğrencilere şans vermemiştir. Öğretmenin bu şekildeki davranışı öğrencilerin öğrenme isteklerini olumsuz etkilemiştir. Burada öğretmenden somutlaştırma ve ilişkilendirme yapması beklenmiştir. Erken cebir kapsamında öğretmen eğitimi sürecinde sayı doğrusu ve yüzlük tablo etkinliklerinin somutlaştırma ve ilişkilendirmede etkili olacağı anlatılmasına rağmen öğretmen burada kullanmamıştır.

Soru sorma

Öğretmen: Başka bir örnek, 650, yüzlüğe yuvarlamak için hangi sayıya bakıyoruz?

Öğrenci 1: Birler ve onlar basamağı.

Öğretmen: Sayı kaç yuvarlanır?

Öğrenci 2: 700.

Öğretmen: 50 ve 50'den büyük olanlar bir üst yüzlüğe yuvarlanır. Şimdi size soru. 758 hangi yüzlüğe yuvarlanır?

Öğrenci 3: 800'e yuvarlanır.

Öğretmen: 749 hangi yüzlüğe yuvarlanır?

Öğrenci 4: 700

Öğretmen: Evet çünkü 49, 50'den küçük. Bakalım bunu kim bilecek? 700'e yuvarlanan kaç tane sayı vardır?

Öğrenci 5: 99

Öğretmen: Aferin. 99 tane sayı 700'e yuvarlanır. 100'den 1 eksik, çünkü 700 yuvarlanmış hali. Nasıl onluğa yuvarlarken 9 tane var, yüzlüğe yuvarlarken de 99 tane sayı var.

Öğretmen soru-cevap etkinlikleriyle öğrencilerin yüzlüğe yuvarlamayı anlamlandırmalarını sağlamaya çalışmıştır. Fakat öğrencilerin cevaplarına yeterince dönüt vermemiştir. Bu durum öğrencilerin derse katılımlarını düşürmüştür. Soru-

cevap şeklinde öğretim yaparken yüzlüğe yuvarlama kuralını söyleyerek hemen ardından kuralla ilgili soru sormuş, öğrencilerin yeterince düşünmelerine fırsat vermeden onları cevaba yönlendirmiştir. Bu davranış erken cebir süreciyle bağdaşmamaktadır.

Öğretmen yüzlüğe yuvarlamayla ilgili “700’e yuvarlanan kaç tane sayı vardır?” şeklinde keşfetmeye yönelik bir soru sormuştur. Bu soru dersin başlangıcından beri çözülen örneklerden ve sorulan sorulardan farklı formatta olduğu için öğrencileri muhakemeye sevk etmiştir. Erken cebir sürecinde öğretmenden öğrencilere bu şekilde muhakemeye ve keşfetmeye yönelik sorular sorması beklenmektedir. Fakat öğretmen öğrencinin cevabı sonrasında herhangi bir açıklama yapmasına fırsat vermeden “nasıl onluğa yuvarlarken 9 tane sayı var, yüzlüğe yuvarlarken de 99 tane sayı var.” Şeklinde anlamsız bir açıklamada bulunmuştur. Öğretmenin bu açıklamasını öğrenciler bir kural gibi algılamışlardır. Bu durumun öğrencilerin yanlış öğrenmelerine neden olabileceği düşünülmüştür.

Öğretmen: 700’e yuvarlanan en küçük sayı kaçtır? Düşünün iki dakika.

Öğrenci 1: 695

Öğretmen: Değil, başka fikri olan?

Öğrenci 2: 650

Öğrenci 3: Öğretmenim 695’te 700’e yuvarlanır.

Öğretmen: Evet onluğa yuvarlarsak doğru ama konumuz neydi? Yüzlüğe yuvarlama.

Öğrenci 4: Öğretmen zaten en küçük dedi.

Öğretmen: Başka bir soru, 800’e yuvarlanan en küçük sayı kaçtır?

Öğrenci 5: 750

Öğretmen: 800’e yuvarlanan en büyük sayı kaçtır?

Öğrenci 6: 849

Öğretmen: Güzel. 200’e yuvarlanan en küçük sayı kaçtır?

Öğrenci 7: 150

Öğretmen: 200’e yuvarlanan en büyük sayı kaçtır?

Öğrenci 8: 249

Öğretmen: Kural yazarken ne demiştik 50 ve üzeri bir sonraki yüzlüğe, 50’nin altındakiler bir önceki yüzlüğe yuvarlanır.

Öğretmen art arda sorularla öğrencilerin yüzlüğe yuvarlamayı iyice kavramalarını sağlamaya çalışmıştır. 700'e yuvarlanan en küçük sayı kaçtır sorusuna bir öğrenci "695" şeklide yanlış cevap vermiş, öğretmenin dönütü sadece "değil" şeklinde olmuştur. Erken cebir sürecinde öğretmenden yanlış cevap veren ya da çözümü gerçekleştiremeyen öğrencilere çözümü bulmaya yönelik yönlendirici sorularla rehberlik yapması beklenmektedir. Öğretmen ise bunu yapmak yerine aynı soruyu başka bir öğrenciye sormuştur. Öğrencilerden biri arkadaşının verdiği yanlış cevap olan 695'in de 700'e yuvarlanabileceğini söylemiştir. Öğretmen dönüt olarak onluğa yuvarlanırsa olabileceğini fakat konunun yüzlüğe yuvarlama olduğunu söylemiştir. Öğretmenin bu açıklaması öğrenciler arasında tartışmaya yol açmış, sınıfta söz hakkı almadan konuşmalar sonucu gürültülü bir ortam oluşmuştur. Bir öğrenci soruya yanlış cevap veren arkadaşına dönerek yüksek sesle "en küçük sayı" diye bağırmıştır. Öğretmen yeterince açıklama yapmamış, öğrencilerin tartışmalarını dikkate almamış ve soru sormaya devam etmiştir. Soru-cevap etkinliklerinde de öğrencilerin cevaplarına yeterince dönüt vermemiştir. Kuralı tekrar hatırlatmak istemiş fakat öğrencilere sormak yerine kuralı kendisi söylemiştir. Erken cebir sürecinde öğretmenden sınıf içi tartışmaları dikkate alması beklenmektedir. Çünkü öğrenciler bu tartışmalar sayesinde muhakeme becerilerini geliştirecekler, genellemelere ulaşmada birbirlerinin fikirlerinden yararlanacaklardır. Öğretmen ilk dersi bu şekilde sonlandırmıştır.

Ders sonrası yapılan değerlendirme sonucunda sınıf öğretmenine uygulamaya dönük bilgi verilmiştir. Yapılan değerlendirmede araştırmacı tarafından erken cebir kapsamında "*Doğal sayıları en yakın onluğa veya yüzlüğe yuvarlar*" kazanımına ilişkin hazırlanan etkinliğin amacına hizmet ettiği fakat sınıf öğretmenin öğretime yönelik davranışlarından kaynaklanan eksiklikler olduğu sonucuna varılmıştır. Öğretmen, konuyla ilgili doğrudan kural vermemesi ve öğretim sürecini öğrenci merkezli yürütmesi yönünde bilgilendirilmiştir.

İkinci ders

Kazanım: Doğal sayıları en yakın onluğa veya yüzlüğe yuvarlar.

Alıştırma-Doğrudan Kural Verme

Öğretmen: Verilen sayıları en yakın onluğa yuvarlayınız. 255, 824, 1244, 2055, 3622, 4363, 5285, 7248.

Öğretmen alıştırmaları tahtaya yazdıktan sonra öğrencilerden defterlerine yazmalarını istemiştir. Öğrenciler alıştırmaları defterlerine yazarlarken öğretmen de sınıfta dolaşarak öğrencilerin yazıp yazmadıklarını kontrol etmiştir. Tüm öğrenciler yazdıktan sonra derse devam etmiştir.

Öğretmen: Onluğa yuvarlarken ne yapıyorduk kim söyler?

Öğrenci 1: Son basamağına bakarız.

Öğretmen: Birler basamağındaki rakamı çiziyoruz. Sen çık tahtaya ilk sayıyı yuvarla.

255 → 260 (Öğrenci 1 yaptı)

824 → 820 (Öğrenci 2 yaptı)

1244 → 1240 (Öğrenci 3 yaptı)

2055 → 2060 (Öğrenci 4 yaptı)

3622 → 3620 (Öğrenci 5 yaptı)

4363 → 4360 (Öğrenci 6 yaptı)

5285 → 5290 (Öğrenci 7 yaptı)

7248 → 7250 (Öğrenci 8 yaptı)

Öğretmen: Aynı sayıları yüzlüğe yuvarlıyoruz. Yüzlüğe yuvarlamak için ne yapıyorduk. Birler ve onlar basamağına bakıyorduk. Sorumuz verilen sayıları en yakın yüzlüğe yuvarlayınız. Aynı sayılar. İlk sayıyı kim yuvarlar?

255 → 300 (Öğrenci 9 yaptı)

824 → 800 (Öğrenci 10 yaptı)

1244 → 1200 (Öğrenci 11 yaptı)

2055 → 2100 (Öğrenci 12 yaptı)

3622 → 3600 (Öğrenci 13 yaptı)

4363 → 4400 (Öğrenci 14 yaptı)

5285 → 5300 (Öğrenci 15 yaptı)

7248 → 7200 (Öğrenci 16 yaptı)

Öğretmen doğal sayıları en yakın onluğa ve yüzlüğe yuvarlama ile ilgili alıştırmalara geçmiştir. Tahtaya yazdığı alıştırmaların her birini farklı bir öğrenciye çözdürmüştür. Öğretmen bu şekilde öğrencilerin konuyu iyice kavramalarını sağlamaya çalışmıştır. Alıştırma etkinliği sırasında öğrencilerin büyük çoğunluğunun derse aktif bir şekilde katıldığı görülmüştür. Alıştırmalar esnasında öğretmen “onluğa yuvarlarken ne yapıyorduk?” şeklinde bir soru yöneltmiş, öğrencilerin çoğu parmak kaldırmış ve öğretmenin söz hakkı verdiği bir öğrenci soruya cevap vermiştir. Bu şekilde öğretmen öğrencilerin konuyu kavrayıp kavramadıklarını anlamaya çalışmıştır. Fakat yüzlüğe yuvarlama alıştırmalarında kuralı öğrencilere sormak yerine kendisi söylemiştir. Öğretmenin alıştırma yaptırarak öğrencilerin muhakeme yapmalarını, keşif süreci yaşamalarını ve öğretime aktif katılımlarını sağlamayı amaçlaması erken cebir kapsamında hazırlanan öğretim etkinliklerinin amaçlarına hizmet ederken doğrudan kural vermesi bu amaçlara ters düşmektedir.

Problem çözme

Öğretmen: Farklı bir problem. En yakın yüzlüğe yuvarlandığında 2300 eden en küçük ve en büyük sayının toplamı kaçtır? Problemi yazın ve cevaplayın.

Öğretmen konuyla ilgili alıştırmalardan sonra öğrencilere bir problem yöneltmiş, öğrencilerden problemi defterlerine yazmalarını ve çözmelerini istemiştir. Bu esnada da sınıfta dolaşarak öğrencilerin çözümlerini kontrol etmiştir. Problemin doğru cevabını bulanları “evet, doğru” diyerek onaylamış, yanlış yapanları ise “yanlış, bir daha düşün” diyerek uyarmıştır. Bu şekilde öğrencilerin anlayıp anlamadıklarını ve problemi çözüm stratejilerini gözlemlemiştir. Bu soru muhakeme ve ilişkilendirme gerektirdiği için uygulama açısından önem taşımaktadır.

Öğretmen: Şimdi doğrusunu tahtada göreceğiz. En küçük sayıyı bilen parmak kaldırsın. 2300’e yuvarlanan en küçük sayı?

Öğrenci 1: 2250

Öğretmen: 2300’e yuvarlanan en büyük sayı?

Öğrenci 2: 2349

Öğretmen: $2250 + 2349 = 4599$, yanlış yapanlar düzeltsin.

Öğretmen tahtanın başına geçmiş öğrencilere problemin çözüme yönelik sorular yöneltmiş fakat öğrencilere herhangi bir dönüt vermemiştir. Problemin çözümünü tahtada kendisi gerçekleştirmiştir. Öğrencilerin anlayıp anlamadıklarını sormak yerine yanlış yapanlar tahtadan bakarak düzeltsin diyerek yeni bir soruya geçmiştir. Erken cebir kapsamında öğretmenden beklenen öğrencilere problemi çözmeleri için fırsat vermesi, muhakeme yapmalarını sağlayacak sorular yöneltmesi ve problemin çözüm stratejileri ile ilgili karar verebilmelerine yardımcı olmasıdır.

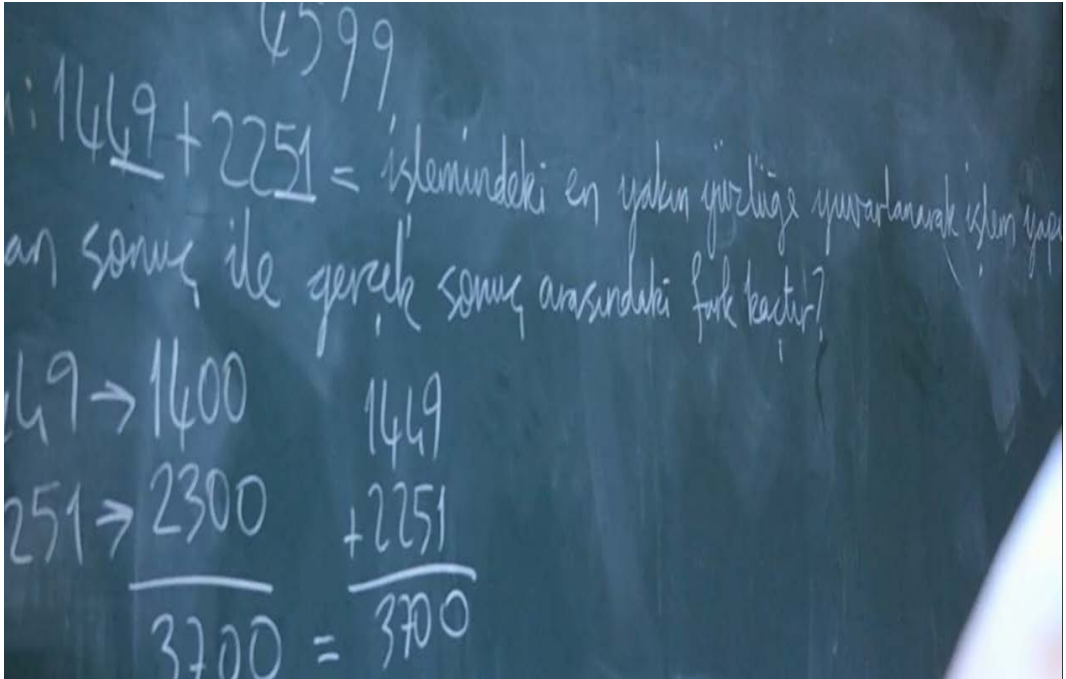
Öğretmen: $1449 + 2251 =$ işlemindeki sayılar en yakın yüzlüğe yuvarlanarak işlem yapılıyor. Buna göre bulunan sonuç ile gerçek sonuç arasındaki fark kaçtır?

Öğretmen bir önceki problemde olduğu gibi öğrencilerden problemi defterlerine yazmalarını ve çözmelerini istemiş, bu esnada da sınıfta dolaşarak öğrencileri gözlemlemiştir.

Öğretmen: Bakın bunu ben hiç işlem yapmadan zihinden bulurum, birinin son iki basamağı 49, birinin 51.

Öğrenci 1: Haa, öğretmenim 50, 50 yuvarlarız.

Öğretmen: Evet, yine de tahtada işlem yapalım. 1449'u 1400'e yuvarladık, 2251'i 2300'e yuvarladık toplarsak $1400 + 2300 = 3700$, gerçek sonuç $1449 + 2251 = 3700$, tahmini sonuç ile gerçek sonuç birbirine eşit çıktı.



Öğretmen sayıların son iki basamağına dikkat çekerek ipucu vermiştir. Öğretmenin ipucu kullanarak öğrencileri keşfetmeye yöneltmesi erken cebir etkinliklerinin amaçlarına hizmet eden bir davranıştır. Bu esnada öğrencilerden biri “öğretmenim 50, 50 yuvarlarız” şeklinde bir açıklamada bulunmuş, yani keşfetmiştir. Fakat öğretmen öğrenciyi dikkate almamış ve problemi tahtada kendisi çözmüştür. Öğretmenin bu şekilde davranması verdiği ipucunu etkisiz hale getirmiş, öğrencilerin muhakeme yapmalarının ve keşif süreci yaşamalarının ne gibi sonuçları olduğunun ortaya çıkmasına engel olmuş, derse katılımlarını azaltmış, dolayısıyla öğretimi olumsuz etkilemiştir. Öğrenciler sadece tahtaya bakarak doğru yapıp yapmadıklarını kontrol etmişlerdir.

Öğretmen: 417B sayısı en yakın onluğa yuvarlanarak elde edilen sayıdan daha büyüktür. Buna göre B yerine yazılabilecek en küçük rakam ile en büyük rakamın toplamı kaçtır?

Öğretmen bu problemi anlayamamış ve araştırmacıya sormuştur. Erken cebir kapsamında öğretmenin sınıf ortamında yaptığı bütün öğretim etkinlikleri araştırmacı tarafından hazırlanıp öğretmene önceden verilmiş, etkinliklerin içeriğiyle ilgili öğretmen bilgilendirilmiştir. Öğretmenin bu soruyu anlayamaması derse yeterince hazırlanmadığı düşüncesini akla getirmiştir. Öğrenciler problemi çözmeye çalışırken araştırmacı problemde ne istendiğini öğretmene açıklamıştır.

Öğretmen: Birler basamağındaki rakamı bilmiyoruz. Bu sayı en yakın onluğa yuvarlanarak elde edilen sayıdan daha büyüktür 4171, 4172, 4173, 4174 yazılabilir. En küçük yerine yazılan 4171, en büyük yerine yazılan 4174, 4 ile 1'i topluyorum $4 + 1 = 5$ toplamı, aynı şekilde yazınız.

Öğretmen tahtada problemi sesli bir şekilde çözmeye başlamıştır. Problemi kendisi anlayamadığı için doğrudan çözüme odaklanmış, bu nedenle sınıfta dolaşp öğrencilerin çözümlerini kontrol etmemiştir. Araştırmacı problemi doğru bir şekilde çözen birkaç öğrenci olduğunu gözlemlemiştir. Öğretmen tahtada soruyu çözmüştür. Fakat öğrencilerin büyük bir kısmı anlamamasına rağmen öğretmen çözümü tekrar etmemiş, öğrencilerden tahtada yazanları defterlerine yazmalarını istemiş, bu şekilde dersi bitirmiştir.

Erken cebir kapsamında araştırmacı tarafından hazırlanan ders içeriklerinde *doğal sayıları en yakın onluğa veya yüzlüğe yuvarlar* kazanımına 40 dk süre

ayrılmıştır. Öğretmen bu kazanım için iki ders saati ayırmasına rağmen bu kazanıma ilişkin hazırlanan ders içeriklerinde öğretmenin öğrencilere yöneltmesi gereken üç adet problem kalmıştır. Bu problemlerden ikisi format olarak birbirinden ve dersin başından itibaren çözülen örnekler, alıştırmalar ve problemlerden farklıdır. Öğretmen bu üç problemi öğrencilere ev ödevi olarak vermemiştir. Bir sonraki derse yeni bir kazanımla başlayan öğretmen bu üç problemi dikkate almamıştır. Erken cebir kapsamında hazırlanan ders içeriklerinde öğrencilerin farklı formatta problemlerle karşılaşmaları amaçlanmıştır. Farklı formattaki problemlerin öğrencilerin muhakeme, ilişkisel düşünme, fonksiyonel düşünme becerilerine ve üstbilişsel yeteneklerinin gelişimine dolayısıyla da öğrencilerde cebirsel düşüncenin gelişimine imkân sağlaması beklenmektedir. Bu bakımdan öğretmenin ders içeriklerinde yer alan farklı problemleri öğrencilere yöneltmesi gerekmektedir.

Ders sonrası yapılan değerlendirme sonucunda sınıf öğretmenine uygulamaya dönük bilgi verilmiştir. Yapılan değerlendirmede araştırmacı tarafından erken cebir kapsamında “*Doğal sayıları en yakın onluğa veya yüzlüğe yuvarlar*” kazanımına ilişkin hazırlanan etkinliğin amacına hizmet ettiği fakat sınıf öğretmenin öğretime yönelik davranışlarından kaynaklanan eksiklikler olduğu sonucuna varılmıştır. Öğretmen, konuyla ilgili doğrudan kural vermemesi, tahtada işlem yapmayı gerektiren durumlarda öğrencilere yeterince fırsat vermesi, etkinliklerin tamamına yeteri kadar süre ayırması konularında bilgilendirilmiştir. Öğrencilerin bir sonraki etkinliğe geçmeden diğer problemleri de çözerek etkinliğin tamamlanması sağlanmıştır.

Üçüncü ders

Kazanımlar: Bir örüntüyü sayılarla ilişkilendirir ve eksik olan bölümü tamamlar. Örüntü kuralının sözel olarak verildiği toplama, çıkarma veya çarpma içeren bir sayı örüntüsünü oluşturur.

Öğretmen: Başlık, sayı örüntüleri.

Öğretmen yeni konuyu söyleyerek derse giriş yapmış, öğrenciler öğretmenin söylediği başlığı defterlerine yazarak beklemeye başlamışlardır.

Doğrudan kural verme

Öğretmen: Bir örüntüde verilmeyen terimi bulmak için terimler arasındaki kural bulunur. Kuralı bulmak için genellikle sayılar arasındaki farktan yararlanılır. Aradaki fark toplama olabilir, çıkarma olabilir, çarpma olabilir hatta bölme olabilir. Hatta iki tane işlem bir arada olabilir. Mesela 2 katının 3 fazlası, hem çarpma hem de toplama. Örüntüleri bulurken aradaki farka bakılır, kural bulunur, verilmeyen sayı bu kuraldan yararlanılarak bulunur. İstenen sayıların toplamı sorulabilir, çarpımı, farkı gibi başka işlemler de gerekebilir. İlk yapmamız gereken farka bakarak kuralı bulmaya çalışmak. Kuralı bulduktan sonra kuralı bozan sayı sorulabilir ya da bilinmeyen sorulabilir, birden fazla bilinmeyen sorulabilir ne isteniyorsa yapılabilir.

Öğretmen örüntülerle ilgili doğrudan kural vermiş ve öğrencilerden söylediklerini defterlerine yazmalarını istemiştir. Örüntü bulurken neler yapılacağını, karşılıklarına ne tür örüntü problemleri çıkabileceğini anlatmıştır. Öğretmen erken cebir kapsamında eğitim almış olmasına rağmen erken cebirin doğasına aykırı olan kural verme alışkanlığına devam etmiştir. Bu şekilde davranarak öğrencilerin keşif süreci yaşamalarına fırsat vermemiştir. Ayrıca önbilgi yoklamaya yönelik herhangi bir etkinlik yapmamış, doğrudan konuya giriş yapmıştır. Ara değerlendirme toplantılarında öğretmen doğrudan kural verme konusunda tekrar bilgilendirildiği halde bu alışkanlığını sürdürmüştür.

Soru sorma

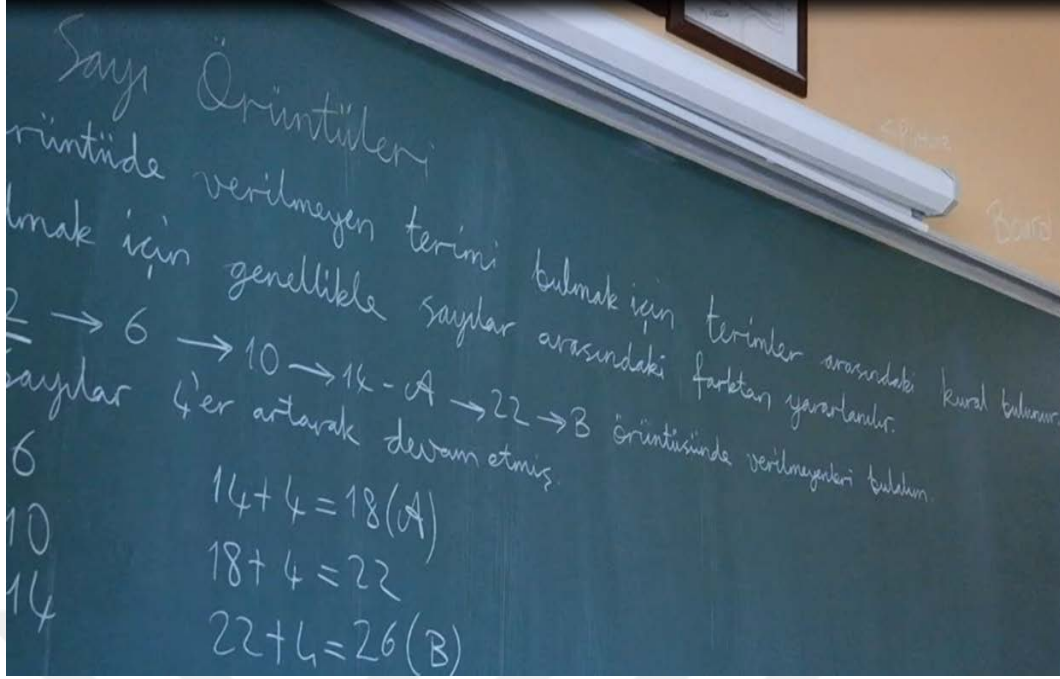
Öğretmen: $2 \rightarrow 6 \rightarrow 10 \rightarrow 14 \rightarrow A \rightarrow 22 \rightarrow B$ örüntüsünde verilmeyenleri bulalım. Düşünün kuralı bulmaya çalışın az sonra soracağım.

Öğretmen öğrencilerden soruyu defterlerine yazmalarını ve çözmelerini istemiştir. Kuralı bulmaya çalışın diyerek öğrencileri yönlendirmiştir. Öğrenciler bir süre uğraştıktan sonra çözenler parmak kaldırmaya başlamışlardır.

Öğretmen: Kural ne?

Öğrenci 1: Sayılar 4'er artıyor.

Öğretmen: Altına kuralı yazalım. Sayılar 4'er 4'er artarak devam etmiştir. İlk sayımız 2, iki 4 ile toplanmış 6 olmuş, altı 4 ile toplanmış 10 olmuş, on 4 ile toplanmış 14 olmuş, on dört 4 ile toplanmış 18 olmuş yani A, on sekiz 4 ile toplanmış 22, yirmi iki 4 ile toplanmış 26 yani B. Sonunda şu da sorulabilirdi $A + B = ?$ ya da $B - A = ?$ diyebilirdi. Hatta çarpması sorulabilirdi, sonunda hangi işlemi soruyorsa onu yaparız.



Öğretmen parmak kaldıran bir öğrenciye kural ne olduğunu sormuş, öğrenci doğru cevabı verdiği için diğer öğrencilere sormamıştır. Hâlbuki araştırmacı örüntü kuralını bulamayan öğrencilerin olduğunu gözlemlemiştir. Bu bakımdan öğretmenden sınıfta dolaşarak örüntü kuralını bulamayan öğrencileri tespit etmesi ve onlara söz hakkı vererek kuralı buldurmaya yönelik etkinlikler yapması beklenmektedir. Ayrıca soruyu doğru çözen öğrenciler olduğu halde öğretmen tahtada kendisi çözmeyi tercih etmiştir. Örüntü kuralını bulamayan öğrenciler sadece tahtadaki çözümü defterlerine yazmakla yetinmişlerdir. Erken cebir sürecinde ise öğretmenin anlamayan öğrencilere odaklanarak çeşitli etkinliklerle onların anlamasını sağlamaya çalışması beklenmektedir.

Öğretmen: Soru. 4, 6, 10, 18, 34, A ve 3, 5, 9, 17, 33, B örüntülerine göre $A + B = ?$
Beraber yapalım, kuralı bulalım. Kimler buldu kuralı?

Bazı öğrenciler parmak kaldırıyor.

Öğrenci 1: Öğretmenim 4'ü 2 ile çarpar 2 çıkarırız.

Öğretmen: Yani sayının 2 katının 2 eksiği diyorsun.

Öğrenci 2: Evet.

Öğretmen: Tamam sayının 2 katının 2 eksiği, güzel, başka?

Öğrenci 3: Öğretmenim ben artış ile yaptım, 4'ten 6 olmuş, 6'dan 10, 10'dan 18

Öğretmen: Doğru, evet.

Öğrenci 4: Öğretmenim ben de arkadaşım gibi artış ile yaptım.

Öğretmen: Aradaki farka baktık diyorsunuz, ilk iki sayı arasındaki fark 2, ikinci ile üçüncü arasındaki fark 4, yani 2'nin katları şeklinde devam etmiş. B' de de aynı şekilde, A'da çift sayılar B'de tek sayılar verilmiş. Kural diyelim, ilk sayının 2 katının 2 eksiği şeklinde devam ediyor. Hemen yapalım

$$(4 \times 2) - 2 = 6$$

$$(6 \times 2) - 2 = 10$$

$$(10 \times 2) - 2 = 18$$

$$(18 \times 2) - 2 = 34$$

$$(34 \times 2) - 2 = 66 = A, \text{ A'yı bulduk}$$

B'yi bulalım

$$(3 \times 2) - 1 = 5 \text{ (burada öğretmen 2 çıkarmak istedi öğrenciler uyardı)}$$

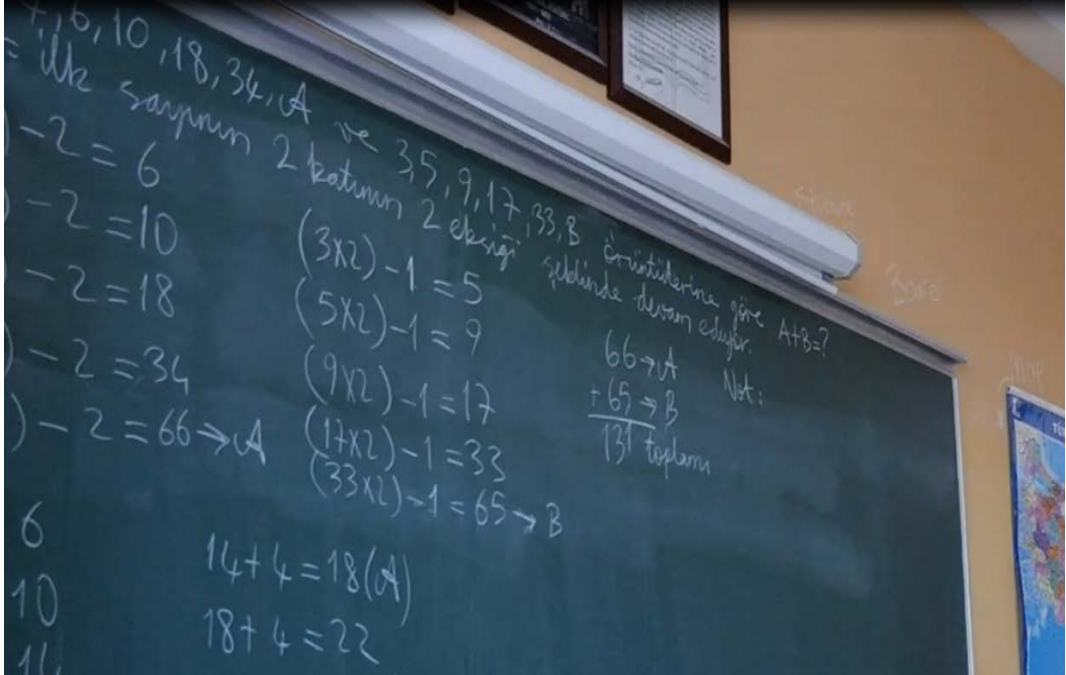
Doğru, ikinci kuralı da yazmamız lazım, 2 katının 1 eksiği

$$(5 \times 2) - 1 = 9$$

$$(9 \times 2) - 1 = 17$$

$$(17 \times 2) - 1 = 33$$

$(33 \times 2) - 1 = 65 = B$, B'yi de bulduk, toplamı soruluyor, $A=66$, $B=65$, $A+B=131$, örüntü sorusunun cevabını bulduk.



Öğretmen: İşte çok dikkatli olmak lazım kuralı belirlerken.

Öğrenciler tahtada yazanları defterlerine yazıyorlar, öğretmen tekrar anlatıyor, bu sırada bir öğrenci söz alıyor.

Öğrenci 5: Öğretmenim aradaki farkın 2 katı değil mi?

Öğretmen: Evet bakalım, doğru, aradaki farkın 2 katı şeklinde devam ediyor, çok güzel, o zaman ortak kural buluyoruz, ilk iki sayı arasındaki farkın 2 katı ikinci ile üçüncü arasındaki fark.

Öğretmen soruyu çözmeleri için öğrencilere yeterince süre vermiş, soruyu çözen öğrencilerin parmak kaldırmaya başlamalarından sonra parmak kaldıran öğrenci sayısını yetersiz bulmuştur. Bunun sonucunda soruyu tahtada birlikte tartışarak çözmeyi istemiştir. Öğrencilere örüntü kuralı ile ilgili sorular sormuş, öğrencilerin cevaplarına dönüt vermiş, öğrencilerin keşif süreci yaşamalarını sağlamıştır. Öğrenciler öğretmenin tahtada yaptığı çözümü dikkatle takip etmiş, öğretmenin birinci örüntüden ikinci örüntüye geçerken yaptığı hataya müdahale etmişlerdir. Öğrencilerin keşif süreci yaşamaları sonucunda öğrenciler arasında örüntü kuralını bulmaya yönelik “sayının 2 katının 2 eksiği, sayılar arasındaki artış ve ikinci sayı ile üçüncü arasındaki fark bir önceki sayılar arasındaki farkın 2 katı” şeklinde üç farklı görüş tartışılmıştır. Öğrencilerin keşif süreci yaşamaları ve sınıf içi tartışmalar erken cebir etkinliklerinin amaçlarına hizmet etmektedir. Bu şekilde öğrencilerde cebirsel düşüncenin gelişiminin sağlanması beklenmektedir.

Öğretmen: Yeni bir soru. 5, 6, 9, 14, 21, 29, 40, 53 örüntüsünde hangi sayı kuralı bozmuştur?

Öğrenciler soruyu defterlerine yazıp çözmeye başlamışlardır. Bu esnada öğretmen sınıfta dolaşarak öğrencilerin çözümlerini kontrol etmiştir.

Öğretmen: Kuralı bozan sayı hangisi bulabildik mi?

Öğrenci 1: 29

Öğrenci 2: 29

Öğrenci 3: 29

Öğrenci 4: 29

Öğretmen: Kuralı bozan sayı 29. Nasıl bulduk?

Öğrenci 5: Sayılar arasındaki farka baktık.

Öğretmen: Evet. Başka fikri olan?

Öğrenci 6: Öğretmenim aradaki fark 1, 3, 5, 7, diye gidiyor şurada 9 olması lazım.

Öğretmen: Aferin. Şöyle yapalım 5 ile 6 arası fark 1, 6 ile 9 arası fark 3, 9 ile 14 arası fark 5, 21'den sonra farkın 9 olması gerek, 9 olunca da burası 30 olur. Aradaki fark burada bozulduğu için diğerleri de buna göre değerlendirilmiş. 29'un yerine yazılması gereken sayı 30, 30'dan sonra 41 ve 54 olması lazım.

Öğretmen örüntülerle ilgili yeni bir soru sormuş, öğrencilere soruyu çözmeleri için yeterince zaman vermiştir. Ardından tahtanın başına geçerek öğrencilere “kuralı bozan sayıyı bulabildik mi?” diye sormuş ve farklı öğrencilere söz hakkı vermiştir. Öğrenciler aynı cevabı vermiş, bunun üzerine öğretmen sonuca nasıl ulaştıklarını sormuştur. Öğretmen farklı öğrencilere söz hakkı vermiş, “başka fikri olan var mı?” şeklinde sorarak öğrencilerin fikirlerini ortaya çıkarmaya çalışmış, öğrencilerin cevaplarına dönütler vermiştir. Öğretmen bu şekilde öğrencilere keşif süreci yaşatmış, öğrencilerin derse odaklanmalarını ve aktif katılımlarını sağlamış, dolayısıyla erken cebir etkinliklerinde kendisinden bekleneni yapmıştır.

Örüntü etkinlikleri erken cebirin bileşenlerinden biridir ve öğrencilerde cebirsel düşüncenin gelişiminde etkin bir role sahiptir. Erken cebir kapsamında araştırmacı tarafından hazırlanan öğretim etkinliklerinde örüntü etkinlikleri öğretmeni farklı düşünmeye sevk etmiş, öğretmen ve öğrenciler derste aktif bir öğretim süreci geçirmişlerdir. Fakat öğretmen bir ders saatini örüntülerle ilgili üç soru ile geçirmiştir. Araştırmacı tarafından hazırlanan erken cebir ders içeriklerinde; *bir örüntüyü sayılarla ilişkilendirir ve eksik olan bölümü tamamlar, örüntü kuralının sözel olarak verildiği toplama, çıkarma veya çarpma içeren bir sayı örüntüsünü oluşturur* kazanımlarına ilişkin öğrencileri muhakemeye sevk edecek problemler de yer almaktadır. Buna karşın öğretmen öğretim esnasında öğrencilere bu problemleri yöneltmemiş, ev ödevi olarak da vermemiş, dersi bu şekilde tamamlamıştır.

Ders sonrası yapılan değerlendirme sonucunda sınıf öğretmenine uygulamaya dönük bilgi verilmiştir. Yapılan değerlendirmede araştırmacı tarafından erken cebir kapsamında “*Bir örüntüyü sayılarla ilişkilendirir ve eksik olan bölümü tamamlar. Örüntü kuralının sözel olarak verildiği toplama, çıkarma veya çarpma içeren bir sayı örüntüsünü oluşturur*” kazanımlarına ilişkin hazırlanan etkinliğin amacına hizmet ettiği fakat sınıf öğretmenin öğretime

yönelik davranışlarından kaynaklanan eksiklikler olduğu sonucuna varılmıştır. Öğretmen, konuyla ilgili doğrudan kural vermemesi ve etkinliklerin tamamına yeteri kadar süre ayırması konularında bilgilendirilmiştir. Öğrencilerin bir sonraki etkinliğe geçmeden diğer problemleri de çözerek etkinliğin tamamlanması sağlanmıştır. Öğretmen kural vermeme konusunda bilgilendirilmesine rağmen geçmiş alışkanlıklarından vazgeçememiş, dersin herhangi bir bölümünde kuralverme yönünde bir davranış sergilemiştir.

Dördüncü ders

Kazanım: En çok altı basamaklı doğal sayıları sıralar.

Öğretmen: Başlık yazın. Altı basamaklı doğal sayıları sıralama.

Öğretmen öğrencilerden defterlerine altı basamaklı doğal sayıları sıralama şeklinde bir başlık yazmalarını isteyerek derse giriş yapmıştır.

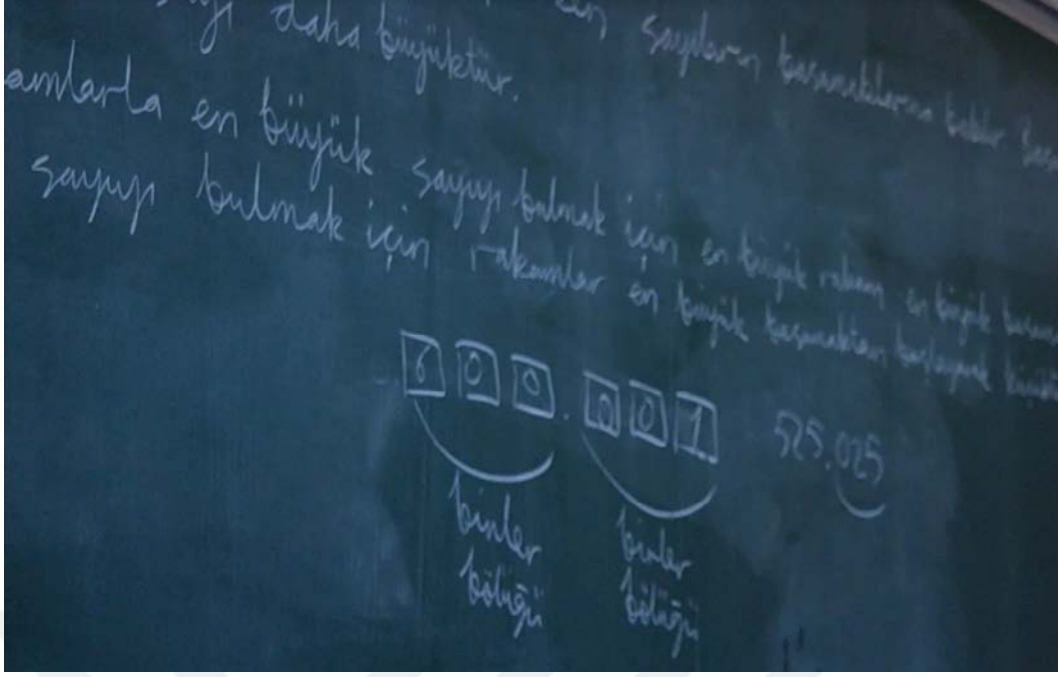
Doğrudan kural verme

Öğretmen: Doğal sayıları sıralarken, karşılaştırırken sayıların basamaklarına bakılır. Basamak değeri büyük olan sayı daha büyüktür. Verilen rakamlarla en büyük sayıyı bulmak için en büyük rakam en büyük basamağa yazılır. En küçük sayıyı bulmak için rakamlar en büyük basamaktan başlayarak küçükten büyüğe doğru yazılır.

Öğretmen doğal sayıları sıralarken nelere dikkat edilmesi gerektiğini söyleyerek öğrencilerin defterlerine yazmalarını istemiştir. Bu şekilde davranarak öğrencilerin keşif süreci yaşamalarına fırsat vermemiştir. Öğrenciler defterlerine kuralı yazarlarken öğretmen de sınıf içinde dolaşarak öğrencilerin yazdıklarını kontrol etmiştir. Tüm öğrenciler kuralı yazdıktan sonra derse devam etmiştir.

Önbilgi yoklama-Modelleme

Öğretmen: Bunu yazmayın, 60001 okunuşunu tekrar edelim, hatırlayalım. Biz altı basamaklı bir sayıyı yazmak istiyoruz, tabiki basamaklarını bilmemiz gerekir, bölüklerini bilmemiz gerekir. Üç basamak bir bölük oluşturur. Sağdan başlayarak üç basamak birler bölüğü(birler, onlar, yüzler basamağı), burası da binler bölüğü (binler, on binler, yüz binler basamağı).



Öğretmen: Soldaki 0'ın değeri yok doğal sayılarda. Mesela 0, 1, 7, 5, 6, 4 ben dedimki size bu rakamları kullanarak en küçük sayıyı yazın. 6 basamaklı istiyorum. En küçük rakam 0 ama en sola yazılmadığı için, yani en sola 0'ı yazarsak sayı 5 basamaklı olur, çünkü soldaki 0'ın değeri olmuyor. O halde önce 1'i yazmamız lazım küçükten büyüğe sıralıyoruz sonra 0, sonra 4, sonra 5, sonra 6, 7, 104567 okurken üçer üçer okuyoruz bölüğünü söyleyerek, yüz dört bin beş yüz altmış yedi. Bunu kısaca tekrar ettik.

Öğretmen altı basamaklı sayıların yazılışı, okunuşu, basamak ve bölük adları, en büyük ve en küçük sayıyı yazınız şeklindeki sorularda 0'ın kullanımıyla ilgili öğrencilerin önbilgilerini yoklamak istemiştir. Öğretmenin bu davranışı erken cebir öğretim etkinliklerinin amaçlarına hizmet ederken öğrencilere hiç soru sormaması, sayılarla ilgili bilgileri kendisinin söylemesi, öğrencilerin ise sadece dinleyici konumunda olması önbilgi yoklamanın etkisini azaltmıştır. Öğretmen tahtada örnek yaparken sayıların basamaklarını göstermek için kutucuklar çizmiş yani modelleme yapmıştır. Modelleme erken cebir sürecinin bileşenlerinden birisidir. Bu süreçte öğrencilerin modeller kullanmaları, kendi zihinsel süreçlerinin ürünü modeller geliştirmeleri beklenmektedir. Öğretmen öğrencilerin fikirlerini almadan kendi modelini kullanmış, kullandığı modelle ilgili öğrencilerin ne düşündüklerini ortaya çıkarmaya çalışmamış, modeli keşfetmelerine fırsat vermemiştir. Bu durum erken cebir etkinliklerinin amaçlarıyla örtüşmemektedir.

Soru sorma-Modelleme

Öğretmen: 0, 1, 2, 4, 5, 7, 9 rakamlarını yalnız bir defa kullanarak aşağıdaki sayıları oluşturunuz. Herkes yapsın soracağım.

- a) Beş basamaklı en büyük sayı
- b) Beş basamaklı en küçük tek sayı
- c) Dört basamaklı en büyük çift sayı
- d) Dört basamaklı en küçük sayı

Öğretmen öğrencilerden soruyu defterlerine yazmalarını istemiş ve öğrencilere soruyu çözmeleri için süre vermiştir. Bu esnada sınıfta dolaşarak öğrencilerin çözümlerini kontrol etmiştir.

Öğretmen: Beş basamaklı en büyük sayı?

Öğrenci 1: 95 bin...

Öğretmen: Dikkat et

Öğrenci 1: Öğretmenim başka sayı varmış orda görmemişim

Öğretmen: Sen söyle.

Öğrenci 2: 97542

Öğretmen: Sen söyle.

Öğrenci 3: 97542

Öğretmen: Sen söyle.

Öğrenci 4: 97542

Öğretmen: Sen söyle.

Öğrenci 5: 97542

Öğretmen: Sen söyle.

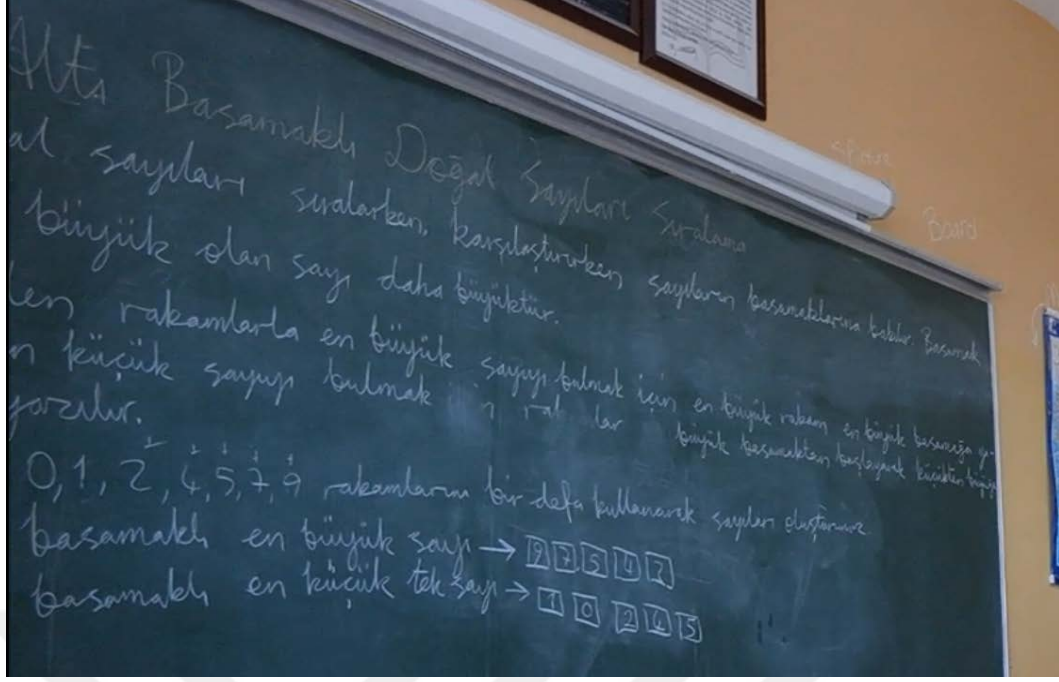
Öğrenci 6: 97542

Öğretmen: Evet, hemen beş tane kutucuk yapalım, birler, onlar, yüzler, binler, on binler. Büyük sayı dediği için en büyük rakamı en büyük basamağa yazalım, sonra diğerlerini. 97542.

Öğretmen: Beş basamaklı en küçük tek sayı?

Öğrenci 7: 10245

Öğretmen: Bakın beş tane kutucuğu yaptım, 0 başa gelemez, 10245, sayı hem beş basamaklı hem en küçük hem de tek.



Öğretmen soru-cevap etkinlikleriyle öğrencilerin konuyu pekiştirmelerini sağlamaya çalışmıştır. Bunu yaparken farklı öğrencilere söz hakkı vermiştir. Soruya yanlış cevap veren bir öğrenciyi dikkat etmesi konusunda uyarılmış, öğrenci hatasını fark etmesine rağmen öğretmen hata yapan öğrenciye tekrar sormak yerine farklı öğrencilere söz hakkı vermiştir. Öğrencilerin büyük çoğunluğu soruları doğru bir şekilde cevapladıkları halde öğretmen çözümü tahtada kendisi gerçekleştirmiştir. Bu durumun öğrencilerin öğrenme isteğini olumsuz etkilediği, derse katılım oranını düşürdüğü gözlemlenmiştir. Öğretmen soruyu çözerken kutucukları basamaklar yerine kullanarak modellemeden faydalanmıştır. Burada öğrencilerin soruyu tahtada çözmelerine fırsat vermemesi ve kendi modelini öğrencilere benimsetmeye çalışması erken cebir etkinliklerinin amaçlarına aykırıdır. Bu şekildeki öğretim öğrencilerin kendi zihinsel süreçlerinin ürünü olan modeller keşfetmelerine, keşfettikleri modelleri sınıfta sunmalarına, bu modellerle ilgili sınıf içi tartışmaların gerçekleşmesine engel olmuştur. Ayrıca öğretmen derse katılmayan öğrencilerin düşüncelerini ortaya çıkarmaya yönelik herhangi bir çaba göstermemiş, anlayıp anlamadıklarını tespit etmeye çalışmamış, onları görmezden gelmiştir. Fakat süreç ve etkinlik öğrencileri aktif kılmıştır. Öğrenciler etkinliğe katılım için yarışmışlardır.

Öğretmen: Dört basamaklı en büyük çift sayı, verilen rakamlar kullanılacak, dört basamaklı olacak, en büyük olacak ve çift olacak. Çift olanlar 0, 2, 4, 6. Bekliyorum.

Öğrenci 8: Öğretmenim aynı rakamı iki kez kullanabilir miyiz?

Öğretmen: Hayır, yukarıda yazdık bak soruda, her rakam bir defa kullanılacak, bu verilmesi tabii olabilirdi. Dört basamaklı en büyük çift.

Öğretmen: Sen söyle.

Öğrenci 9: 9754

Öğretmen: Sen söyle.

Öğrenci 10: 9754

Öğretmen: Sen söyle.

Öğrenci 11: 9754

Öğretmen: Sen söyle.

Öğrenci 12: 9754

Öğretmen: Sen söyle.

Öğrenci 13: 9754

Öğretmen: Yapamayan varsa tahtaya baksın. En büyük rakamı binler basamağına yazıyoruz 9. 9754. Küçük rakamları kullanmadık çünkü sayı büyük isteniyor. Birler basamağı da çift olacak mutlaka. Bir sayının tek mi çift mi olduğunu anlamının tek bir yolu var. Sayı kaç basamaklı olursa olsun, birler basamağına bakarız eğer çift rakam ise o sayı çifttir, çift rakamlar 0, 2, 4, 6, 8, tek olan rakamlar 1, 3, 5, 7, 9.

Öğretmen soru-cevap şeklinde öğretime devam etmiştir. Öğrencilerin hepsi soruya aynı cevabı vermişler, öğretmen ise öğrencilere hiçbir dönüt vermemiştir. Burada öğretmenden beklenen öğrencilere “nasıl yaptın, açıklar mısın?” şeklinde sorular yöneltmesidir. Fakat öğretmen bu soruları kullanmamıştır. Anlamayan öğrencileri tespit edip onlarla etkinlik yapmak yerine “yapamayan varsa tahtaya baksın” diyerek soruyu sesli bir şekilde tahtada kendisi çözmüştür. Soruyu çözerken basamaklar yerine kutucuklar kullanarak modellemeyi faydalanmıştır. Soruda çift sayı sorulmuş, öğretmen bir sayının çift olduğunu nasıl anlarsın şeklinde öğrencilere sorup önbilgilerini yoklamak yerine kuralı kendisi söylemiştir. Öğretmenin soruyu tahtada kendisinin çözmesi, öğrencilere dönüt vermemesi, doğrudan kural vermesi erken cebir kapsamında yapılan öğretim etkinliklerinin amaçlarıyla örtüşmemektedir. Öğretmenin bu şekilde öğretim yapması öğrencilerin muhakeme yapmalarına ve modellere ulaşmalarına engel olmuştur.

Öğretmen: Dört basamaklı en küçük sayı? Verilen rakamlar kullanılacak, sayı dört basamaklı olacak, en küçük olacak, tek çift demiyor. Sen söyle.

Öğrenci 14: 1024

Öğretmen: Sen söyle.

Öğrenci 15: 1024

Öğretmen: Sen söyle.

Öğrenci 16: 1024

Öğretmen: Sen söyle.

Öğrenci 17: 1024

Öğretmen: Sen söyle.

Öğrenci 18: 1024

Öğretmen: Sen söyle.

Öğrenci 19: 1245, kafadan attım çünkü bulamadım.

Öğretmen: Emin misin?

Öğrenci 20: Öğretmenim herkesle aynı olmasın diye söyledim çünkü kopya çekmiş olacaktım.

Öğretmen: Canım matematikte bir tek doğru vardır... Binler basamağı 1, sonra 0, 2 ve 4. 1024.

Öğretmen soru-cevap etkinliklerinde doğru cevabı veren öğrencilere dönüt vermemiştir. Yanlış cevap veren bir öğrenci cevabı kafadan attığını, kopya çekmiş olmamak için arkadaşlarıyla aynı cevabı vermediğini söylemiştir. Öğretmen ise “matematikte tek bir doğru vardır” şeklinde anlamsız bir açıklamayla soruyu tahtada kendisi çözmüş, anlamayan öğrenciyi görmezden gelmiştir. Burada öğrencinin verdiği cevapla öğretmenin aynı cevabı tekrar tekrar söyletmesinin anlamsız olduğunu ifade etmeye çalıştığı düşünülmüştür. Fakat öğretmen bunu hissetmemiştir. Erken cebir etkinlikleri kapsamında öğretmenden beklenen anlamayan öğrenciye keşif ve muhakemeye yönelik sorular sorması, öğrencinin anlamasını sağlamaya yönelik farklı etkinlikler yapması, öğrenciyi yönlendirerek ona rehberlik etmesidir.

Problem çözme

Öğretmen: Problem. Çok zor bir problem. $2501B9 < 250168$ olduğuna göre B yerine yazılabilecek rakamların toplamı kaçtır?

Öğretmen zor bir problem diyerek problemi okumuş ve öğrencilerden defterlerine yazmalarını istemiştir. Öğretmenin bu şekilde önyargılı yaklaşması daha önce öğrencilere bu tarz problemler yöneltmemiş olduğunu, bu nedenle öğrencilerin bu problemi çözemeyeceklerini düşünmüş olabileceğini akla getirmiştir. Öğretmenin bu açıklaması öğrencilerin de gereksizce şartlanmalarına neden olmuştur.

Öğretmen: Rakamlar 10 tane, soldaki sayı B'nin bulunduğu sayı sağ taraftaki sayıdan küçük olacak. B yerine hangi rakamlar yazılabilir? O rakamların toplamı kaçtır?

Öğrenciler problemi defterlerine yazmışlar ve çözmeye başlamışlardır. Bu esnada öğretmen problemi tekrar etmiş, problemde rakamların toplamı sorulduğu için rakamların on tane olduğunu söyleyerek rakam kavramını hatırlatmak istemiştir.

Öğretmen: Rakamların toplamı kaçtır?

Öğrenci 1: B yerine 5, 4, 3, 2, 1 yazılabilir rakamların toplamı 15'tir.

Öğretmen: Sen söyle?

Öğrenci 2: B yerine 5, 4, 3, 2, 1 ve 0 rakamları yazılabilir toplamı 15'tir.

Öğretmen: Sen söyle?

Öğrenci 3: B yerine 6, 5, 4, 3, 2, 1 yazılabilir.

Probleme üç öğrenci üç farklı cevap vermiştir. Öğretmen öğrencilerin cevaplarına dönüt vermemiştir. Birinci öğrenci 0'ı hesaba katmamıştır. İkinci öğrenci doğru cevabı vermiştir. Üçüncü öğrencinin cevabına bazı öğrenciler “6 yazılamaz o zaman sayı eşit olur” diyerek itiraz etmişler, bazı öğrenciler ise “eşit olmaz B'nin olduğu sayı daha büyük olur” diyerek tartışmışlar, sınıfta doğal bir tartışma ortamı oluşmuştur. Tartışmalar üzerine öğretmen devreye girmiştir.

Öğretmen: Doğru, 6 yazarsak B'nin olduğu sayı büyük olur. B yerine 5 yazılabilir 4 yazılabilir, 3 yazılabilir, 2 yazılabilir, 1 yazılabilir, 0 da yazılabilir. Toplamı değiştirmez ama kaç rakam yazılabilir diye de sorulabilirdi, 0'ı hesaba katmazsak yanlış olur. $5+4+3+2+1+0=15$ B yerine yazılabilecek rakamların toplamı 15'tir ve 6 tane rakam yazılabilir, 5, 4, 3, 2, 1, 0. Çünkü 0'da bir rakam 0 olmasa 10'u da yazamayız, 100'ü de, 105'i de.

Öğrenci 4: Öğretmenim 10'a da rakam diyorlar.

Öğretmen: 10 sayı, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 rakam ama 10 sayı.

Öğrencilerin farklı cevaplar vermesi konunun yeterince anlaşılmadığını göstermiştir. Soruda B yerine yazılacak rakamların toplamı sorulmuştur. Birinci ve ikinci öğrenci soruya doğru cevap vermiştir fakat birinci öğrenci B yerine yazılabilecek rakamları sıralarken 0'ı hesaba katmamıştır. Öğretmen de herhangi bir dönüt vermemiştir. Öğrenciler birinci öğrencinin cevabına itiraz etmezken üçüncü öğrenciye itiraz etmişlerdir. Burada öğrenciler rakamların toplamına odaklanmışlar, 0'ı gözardı etmişlerdir. Öğretmen üçüncü öğrencinin cevabına öğrencilerin itiraz etmeleri sonucu açıklama yapmış, B yerine yazılabilecek rakamları söyleyerek problemi tahtada çözmüştür. Bir öğrencinin “10’a da rakam diyorlar” şeklindeki sorusuna öğretmen sadece “10 sayı, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 rakam” şeklinde açıklama yapmıştır. Bu problem öğrencilerin rakamlar konusunda önbilgilerinin eksik ya da yetersiz olduğunu göstermiştir. Erken cebir sürecinde öğrencilerin aritmetik yetersizliklerinin tespit edilip giderilmesi cebire geçişte problem yaşamamaları ve cebire geçişin istenen düzeyde gerçekleşmesi için gereklidir. Öğretmen burada öğrencilerin rakamlar konusundaki yetersizliklerini gidermeye yönelik çalışmalar yapmak yerine 0'ın da rakam olduğunu açıklamakla yetinmiş, yeni bir probleme geçmiştir.

Öğretmen: Yeni bir problem. 0, 2, 3, 5, 6, 8, 9 rakamları birer kez kullanılarak yazılabilecek dört basamaklı en büyük çift sayı ile üç basamaklı en büyük sayı arasındaki fark kaçtır?

Öğretmen problemi tahtaya yazmış, öğrencilerden de defterlerine yazıp çözmelerini istemiştir. Bu esnada sınıfta dolaşarak öğrencilerin çözümlerini kontrol etmiştir.

Öğretmen: Dört basamaklı en büyük çift sayı kaçtır?

Öğrenci 1: 9862

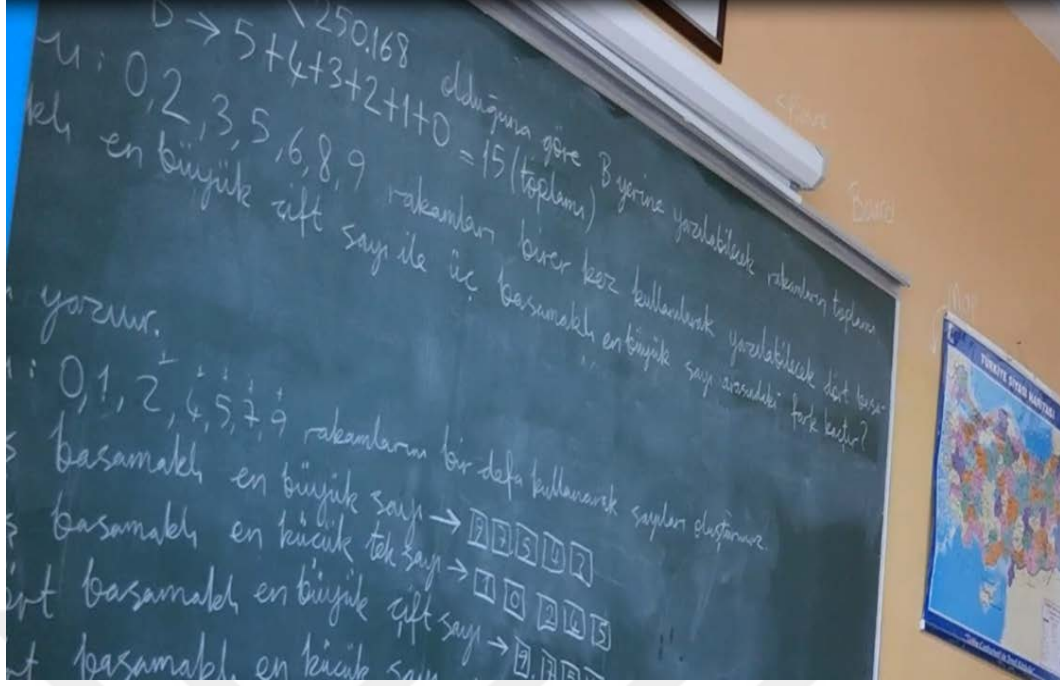
Öğretmen: Sen söyle.

Öğrenci 2: 9862

Öğretmen: Dört basamaklı en büyük çift sayı 9862. Üç basamaklı en büyük sayı kaç?

Öğrenci 3: 986

Öğretmen: 986, farkı buluyoruz. $9862-986= 8876$



Öğretmen problemin çözümünü tahtada kendisi yapmıştır. Problemden istenen sayıları oluştururken basamaklar yerine kutucuklar çizerek modellemeyi kullanmıştır. Sayıları oluştururken öğrencilere sormuş, öğrencilerin verdikleri cevaplara dönüt vermeden sayıları kutucuklara yerleştirmiştir. Öğrencilerden çözümlerini tahtadan kontrol etmelerini istemiştir. Öğretmenin problemi tahtada kendisinin çözmesi, kendi modelini öğrencilere benimsetmeye çalışarak öğrencilerin model keşfetmelerine fırsat vermemesi ve cevaplarına dönüt vermemesi erken cebir etkinliklerinin amaçlarıyla örtüşmemektedir. Öğretmen erken cebir kapsamında araştırmacı tarafından hazırlanan ders içeriklerinde *en çok altı basamaklı doğal sayıları sıralar* kazanımına ilişkin problemlerin hepsini öğrencilere yöneltememiş, ev ödevi de vermemiş, dersi bu şekilde bitirmiştir.

Ders sonrası yapılan değerlendirme sonucunda sınıf öğretmenine uygulamaya dönük bilgi verilmiştir. Yapılan değerlendirmede araştırmacı tarafından erken cebir kapsamında "*En çok altı basamaklı doğal sayıları sıralar*" kazanımına ilişkin hazırlanan etkinliğin amacına hizmet ettiği fakat sınıf öğretmenin öğretme yönelik davranışlarından kaynaklanan eksiklikler olduğu sonucuna varılmıştır. Öğretmen, konuyla ilgili doğrudan kural vermemesi, öğrencilere kendi modellerini keşfetmeleri için yeterince fırsat vermesi ve etkinliklerin tamamına yeteri kadar süre ayırması konularında bilgilendirilmiştir.

Öğrencilerin bir sonraki etkinliğe geçmeden diğer problemleri de çözerek etkinliğin tamamlanması sağlanmıştır.

Beşinci ders

Kazanımlar: Toplamı en çok dört basamaklı olan iki doğal sayının toplamını tahmin eder ve tahminini işlem sonucu ile karşılaştırır. En çok üç basamaklı iki doğal sayının farkını tahmin eder, tahminini işlem sonucu ile karşılaştırır.

Soru sorma-Doğrudan kural verme

Öğretmen: $143 + 235 =$ işlemini zihinden nasıl toplarız?

Öğrenci 1: Öğretmenim önce 3 ile 5'i toplarım elde yok, sonra 4 ile 3'ü toplarım yine elde yok sonra da 1 ile 2'yi toplarım.

Öğretmen: Eğer biz zihinden toplama yapıyorsak birler basamağından başlanmaz, zihinden toplamada en büyük basamaktan başlanır. Ben topluyorum bakın yüzlükleri topladım 300, sonra onluklar 70, sonra birlikler 8, 378. En büyük basamaktan başladım. Kalem, tebeşir kullanmadan zihinden topladım. Eğer kalem, tebeşir kullanarak işlem yapıyorsak önce birler basamağından başlarız, onluk varsa onlukları toplarız, sonra yüzlükler. Fakat zihinden toplama ve çıkarma yapıyorsak en büyük basamaktan başlarız. $571 + 319 =$ işlemini zihinden yapalım. Önce yüzlükleri toplarım 800, onluklar 80, birlikler 10, 890, zihinden işlem yaparken büyük basamaktan başlarsak hesaplamak daha kolay.

Öğretmen soru sorarak derse giriş yapmıştır. Söz hakkı verdiği öğrenci basamak değerine göre birler basamağı, onlar basamağı ve yüzler basamağındaki rakamları toplayacağını, yani standart toplama işlemi yapacağını söylemiştir. Erken cebir kapsamında hazırlanan ders içeriklerinde bu kazanımla ilgili öğrencilerin strateji geliştirmeleri amaçlanmıştır. Fakat öğretmen yalnızca bir öğrenciye söz hakkı vermiş, öğrencinin cevabına herhangi bir dönüt vermemiş ve diğer öğrencilere fikirlerini sormadan zihinden toplamayla ilgili kendi stratejisini açıklamıştır. Ayrıca “zihinden toplamaya birler basamağından başlanmaz, en büyük basamaktan başlanır” şeklinde bir kural vermiştir. Bu kural uygun değildir. Çünkü öğrenci parçalama stratejisini kullanmıştır.

Öğretmen: Zihinden işlem yaparken sayıları yuvarlayarak ya da parçalayarak da işlem yapabiliriz. Konumuz doğal sayıların toplamını tahmin etme ve işlem sonucu ile karşılaştırma. Önce tahmin ediyoruz, işlem sonucunu bulup gerçek sonuçla karşılaştırıyoruz. Toplama ve çıkarma işlemlerinde sonucu tahmin ederken sayıları en

yakın onluğa ya da yüzlüğe yuvarlayarak işlem yaparız. Bu şekilde ulaştığımız sonuç işlemin yaklaşık sonucudur.

Öğretmen zihinden toplamayla ilgili işlem yaparken kullanılabilir stratejileri açıklamıştır. Erken cebir sürecinde öğretmenin yönlendirici sorular sorarak öğrencilerin stratejileri kendilerinin keşfetmelerini sağlaması beklenmektedir. Öğretmen ise stratejileri kendisi açıklayarak erken cebir sürecine aykırı davranmıştır.

Öğretmen: Soru. $2345 + 1123 =$ işleminin sonucunu tahmin edelim.

Öğrenci 1: Öğretmenim onluğa mı yüzlüğe mi yuvarlayalım.

Öğretmen: Soruyu yazın ikisini de yapacağız hem onluğa yuvarlayarak hem de yüzlüğe yuvarlayarak. Sayıları en yakın onluğa yuvarlarsak 2345 kaç olur?

Öğrenci 2: 2350

Öğretmen: 1123'ü en yakın onluğa yuvarlarsak?

Öğrenci 3: 1120

Öğretmen: $2350+1120=$ şimdi bunu zihinden toplayabiliriz. Binlikler 3000, yüzlükler 400, onluklar 70, 3470.

Sayıları en yakın yüzlüğe yuvarlarsak 2345 kaç olur?

Öğrenci 4: 2300

Öğretmen: Güzel. 1123'ü en yakın yüzlüğe yuvarlarsak?

Öğrenci 5: 1100

Öğretmen: $2300+1100=$ toplamı? Farklı kişiler cevap versin.

Öğrenci 6: 3400

Öğretmen: Altına da gerçek sonucu bulalım. $2345 + 1123 =$ gerçek sonuç kaçtır?

Öğrenci 7: 3478

Öğretmen: Küçük bir hata oldu.

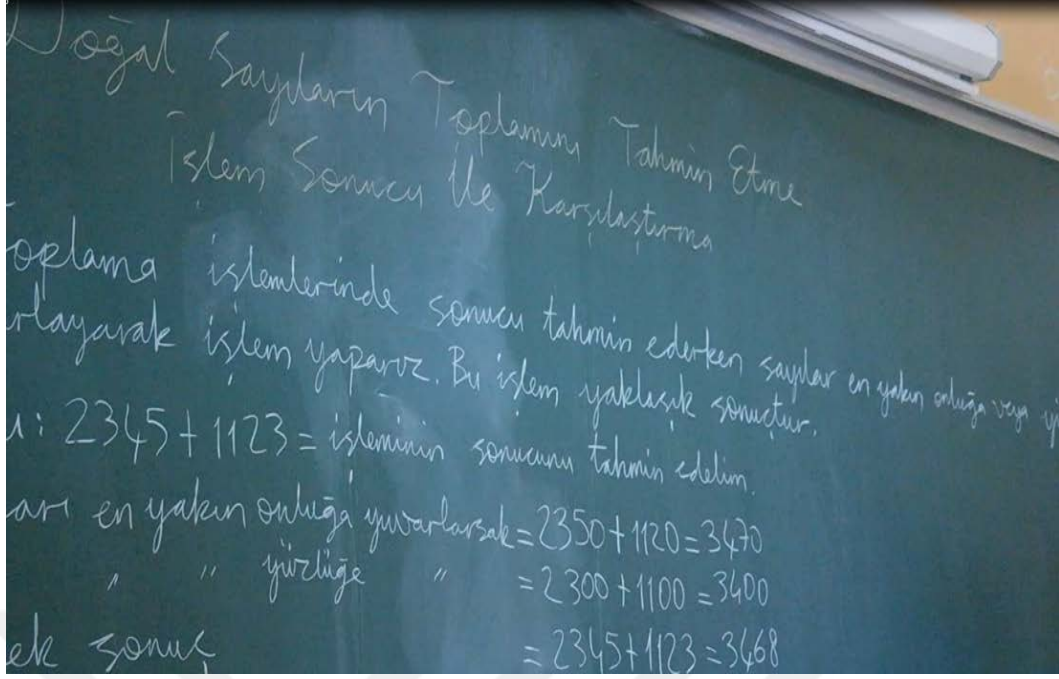
Öğrenci 7: 3468

Öğretmen: Gerçek sonuç mu büyük tahmini sonuç mu büyük?

Öğrenci 8: Onluğa yuvarlayarak bulduğumuz sonuç gerçek sonuçtan fazla.

Öğretmen: Yüzlüğe yuvarlayarak bulduğumuz sonuç mu büyük gerçek sonuç mu?

Öğrenci 9: Gerçek sonuç daha fazla.



Öğretmen soruyu tahtaya yazmış, öğrencilerden defterlerine yazarak çözmelerini istemiştir. Öğrenciler soruyu defterlerine çözerken de sınıfta dolaşarak öğrencilerin çözümlerini kontrol etmiştir. Ardından soruyu tahtaya yazmış, soru-cevap şeklinde öğrencileri çözüme dahil etmiş ve soruyu tahtada çözmüştür. Bu işlem sırasında öğrencilerin cevaplarına dönüt vermiş, farklı öğrencilere söz hakkı vermiş, öğrencilerin aktif katılımlarını sağlamıştır. Yuvarlama ile bulunan sonuç ile gerçek işlem sonucu arasındaki farka yönelik sorularla öğrencileri konuşturmuş, öğrencilerin dikkatlerini tahmini işleme çekmeye çalışmıştır. Erken cebir kapsamında yapılan öğretim etkinliklerinin amaçlarından biri de öğrencilerin tahmin becerilerinin geliştirilmesidir. Öğretmen yönlendirici sorularla öğrencilerin tahmin yapma becerilerini geliştirmeye çalışmıştır. Bu şekildeki öğretim etkinlikleri erken cebir süreci için anlam taşımaktadır.

Öğretmen: Soru. $3548 + 2351 =$ işleminin sonucu sayılar en yakın yüzlüğe yuvarlanarak hesaplandığında elde edilen sonuç ile gerçek sonuç arasındaki fark kaçtır?

Öğretmen öğrencilerden soruyu defterlerine yazıp çözmelerini istemiş, sınıfta dolaşarak öğrencilerin çözümlerini kontrol etmiştir.

Öğretmen: Yüzlüğe yuvarladığımızda 3500 ve 2400

Toplam $3500+2400=5900$

Gerçek sonuç $3548+2351= 5899$

5900'den 5899'u çıkardık, $5900-5899=1$ yapamayan varsa tahtadan bakabilir.

Soru bir önceki soruya benzediği için öğretmen öğrencilerin farklı sorularla karşılaşmalarını istemiş, bu soruyu tahtada hızlı bir şekilde kendisi çözmüştür. Çözüm sonucunda gerçek sonuç ile tahmini sonuç arasında çıkan fark yalnızca 1'dir. Öğretmen sonuca vurgu yaparak tahmini işlemin gerçek sonuca çok yakın olabileceğini, bu nedenle kullanışlı olduğunu belirtmiş ve öğrencilerin dikkatini tahmin stratejisine çekmeye çalışmıştır.

Problem çözme

Öğretmen: $1475 + 4235 =$ işleminin sonucu 250 ve katlarından uygun olanlara yuvarlanarak hesaplandığında sonuç kaç olur? Bakın bu farklı bir soru.

Öğrenci 1: Öğretmenim yapamadım.

Öğretmen: 250, 500, 750, 1000, 1250, 1500, 1750, 2000, 2250, 2500, 2750, 3000 buna göre yuvarlayacaksınız onluğa yüzlüğe yuvarlama değil.

Öğrenciler daha önce buna benzer bir soruyla karşılaşmadıkları için bu soruda zorlanmışlardır. Bazı öğrenciler toplama işlemini yapıp sonucu yuvarlamaya çalışmıştır. Öğretmen işlem yaptıktan sonra yuvarlama istenmediğini, öyle yaparlarsa sonucun farklı çıkabileceğini söylemiştir. Öğrenciler anlayamamış, bunun üzerine öğretmen tahtaya 250'nin katlarını yazmış ve buna göre yuvarlamalarını söylemiştir. Öğrenciler yine soruyu çözememişlerdir.

Öğretmen: 25, 50, 75, 100, 125, 150, 175, 200, 225, 250, 275, 300, 325, 350, 375, 400...

Şimdi 250'şer kim sayar, bakın tahtaya yazdıklarımızın sonuna bir 0 koyacağız.

Öğrenci 2: 250, 500, 750,... 4000.

Öğretmen: Başka kim sayar?

Öğrenci 3: 250, 500, 750,

Öğretmen: Defterine bakmadan say.

Öğrenci defterine bakmadan saymakta zorlanmıştır. Bunun üzerine öğrenciye tahtaya bakmasını ve tahtadaki sayıların birler basamağına bir 0 koyarak saymasını istemiştir. Burada öğretmen öğrencilerden saymak için bir yöntem geliştirmelerini isteyebilirdi. Yine de öğrencilerin soruyu çözmeleri için ipucu vermiş ve öğrencilerin bir adım atmalarını sağlamıştır.

Öğrenci 3: 250, 500, 750,... 4000.

Öğretmen: Başka kim sayar?

Öğrenci 4: 250, 500, 750,... 4000.

Öğretmen: Aferin? Başka?

Öğrenci 5: 250, 500, 750,... 4000.

Öğretmen: Başka?

Öğrenci 6: 250, 500, 750,... 4000.

Öğretmen: Başka?

Öğrenci 7: 250, 500, 750,... 4000.

Öğretmen: Başka?

Öğrenci 8: 250, 500, 750,... 4000.

Öğretmen: Sen de say bu son olsun.

Öğrenci 9: 250, 500, 750,... 4000.

Öğretmen: 250, 500, 750, 1000, 1250, 1500, 1750, 2000, 2250, 2500, 2750, 3000, 3250, 3500, 3750, 4000. Sayı 250'şer artıyor az önceki yaptığımız soru bununla ilgili 250 ve katlarına yuvarlama.

1475 en yakın hangisine yuvarlanır? 1250 ile 1500 arasında.

Öğrenci 9: 1500

Öğretmen: 4235 en yakın hangisine yuvarlanır?

Öğrenci 10: 4250

Öğretmen: Sorumuzun cevabı $1500+4250=5750$

Öğrencilerin soruyu anlamamaları üzerine öğretmen tahtaya 25'in katlarını yazmıştır. 25'in katlarından hareketle öğrencilerden 250'den başlayarak 250'şer ileriye saymalarını istemiştir. Öğretmen pekiştirmek amacıyla sayma işlemini sınıftaki öğrencilerin yarısına tekrar ettirmiştir. Sonra 1475'in 1250 ile 1500 arasında olduğunu ve hangisine yuvarlanacağını sormuş ve doğru cevabı almıştır. Yine 4235'in 250'nin katlarından en yakın hangi sayıya yuvarlanacağını sormuş ve doğru cevabı almıştır. Tahtada işlemi anlatarak kendisi yapmıştır.

Erken cebir kapsamında ders içerikleri hazırlanırken öğrencileri mümkün olduğunca muhakemeye sevk edecek, strateji geliştirmeye yönlendirecek, keşif süreci yaşamalarını sağlayacak sorulara yer verilmiştir. Bu soruda öğrenciler daha

önce buna benzer bir soruyla karşılaşmadıkları için zorlanmışlardır. Öğretmen 25'in katlarından hareketle benzetme yoluyla öğrencileri 250'nin katlarına yönlendirmiş ve 250'ye yuvarlama stratejisi geliştirmelerini sağlamaya çalışmıştır. Birçok öğrenci sınıfta yüksek sesle 250'şer saydıktan sonra verilen sayıları 250'nin katlarına en yakın sayıya yuvarlama stratejisini keşfetmiş ve sorunun çözümünü gerçekleştirmişlerdir.

Öğretmen: $873 - 553 =$ işleminin sonucu sayılar 25'in katlarından uygun olanlara yuvarlanarak tahmin edildiğinde kaç olur? Az öncekine benzer bir soru.

Öğrenciler soruyu defterlerine yazıp çözmeye çalışmışlardır. Öğretmen bu esnada sınıfta dolaşarak öğrencilerin çözümlerini kontrol etmiştir.

Öğretmen: 873, 25'in katlarından en yakın hangisine yuvarlanır?

Öğrenci 1: 875

Öğretmen: 553, 25'in katlarından en yakın hangisine yuvarlanır?

Öğrenci 2: 550

Öğretmen: $875+550= 1425$ sorumuzun cevabı.

Öğretmen birkaç öğrenciye 25'ten başlayarak 25'şer ileriye doğru yüksek sesle saydırmıştır. Ardından soru-cevap şeklinde 873'ün ve 553'ün 25'in katlarından hangilerine yuvarlanacağını sormuş, öğrencilerin cevaplarını tahtaya yazarak işlemi sesli bir şekilde kendisi yapmıştır. Erken cebir kapsamında planlanan öğretim etkinliklerinde öğretmenin soruyu kendisinin çözmesi yerine çözmeleri için öğrencilere fırsat vermesi beklenmektedir. Öğrenciler soru bir öncekine benzediği için bu soruyu daha kolay anlamışlardır. Burada öğrenciler bir önceki sorunun çözümünde edindikleri bilgiyi bu soruyla ilişkilendirmiş ve genelleme yapmışlardır. Bu da fırsat sağlandığı zaman öğrencilerin erken cebirin bileşenlerinden biri olan genellemelere ulaşabildiklerini göstermektedir.

Öğretmen: Yeni soru. $763 - 4A1 =$ işleminin tahmini sonucu sayılar en yakın yüzlüğe yuvarlanarak hesaplandığında 400 olduğuna göre A yerine kaç rakam yazılabilir?

Öğrenciler soruyu defterlerine yazıp çözmeye çalışmışlar fakat çözememişlerdir. Bunun üzerine öğretmen soruyu sesli bir şekilde tahtada çözmüştür.

Öğretmen: 763 en yakın yüzlüğe yuvarlandığında 800

4A1 en yakın yüzlüğe yuvarlanmış ve 800'den çıkarılmış. $800 - 4A1 = 400$ olduğuna göre 4A1 sayısı 400'e yuvarlanmış. $4A1 \rightarrow 400$ olduğuna göre A yerine 0, 1, 2, 3, 4

yazılabilir. Solmaz çünkü 5 olursa 4A1 sayısı 400'e değil 500'e yuvarlanır. Sorumuza göre 400'e yuvarlanması gerekiyor.

Öğrenciler daha önce bu tarz problemlerle karşılaşmamış bu nedenle de problemi çözememişlerdir. Erken cebir kapsamında hazırlanan öğretim etkinliklerinde öğrencilerin aktif bir şekilde süreci yaşamaları amaçlanmıştır. Burada öğretmenin öğrencileri sorularla yönlendirmesi, öğrencilerin problem çözme sürecini aktif bir şekilde yaşamalarını sağlaması beklenmektedir. Fakat öğretmen problemi kendisi çözmüş, dersi bu şekilde bitirmiştir.

Ders sonrası yapılan değerlendirme sonucunda sınıf öğretmenine uygulamaya dönük bilgi verilmiştir. Yapılan değerlendirmede araştırmacı tarafından erken cebir kapsamında “*Toplamı en çok dört basamaklı olan iki doğal sayının toplamını tahmin eder ve tahminini işlem sonucu ile karşılaştırır. En çok üç basamaklı iki doğal sayının farkını tahmin eder, tahminini işlem sonucu ile karşılaştırır*” kazanımlarına ilişkin hazırlanan etkinliğin amacına hizmet ettiği fakat sınıf öğretmenin öğretime yönelik davranışlarından kaynaklanan eksiklikler olduğu sonucuna varılmıştır. Öğretmen, konuyla ilgili doğrudan kural vermemesi ve etkinlikler esnasında öğrencilere keşif süreci yaşamaları için yeterince olanak sunması konularında bilgilendirilmiştir. Farkında olmadan kural verme davranışı sergilemiş olsa da ders sürecinde öğrencilerin fikirlerini ifade etmelerine daha çok fırsat vermiş ve keşif sürecini destekleyen bir öğretim süreci gerçekleştirmiştir.

Altıncı ders

Kazanımlar: Toplamları en çok dört basamaklı olacak şekilde en çok dört basamaklı doğal sayıları, 100'un katlarıyla zihinden toplar. Üç basamaklı doğal sayılardan 100'ün katı olan doğal sayıları zihinden çıkarır.

Doğrudan kural verme

Öğretmen: Yeni bir başlık yazalım. Toplama ve çıkarma işlemlerini zihinden yaparken sayıları parçalayarak işlem yapma.

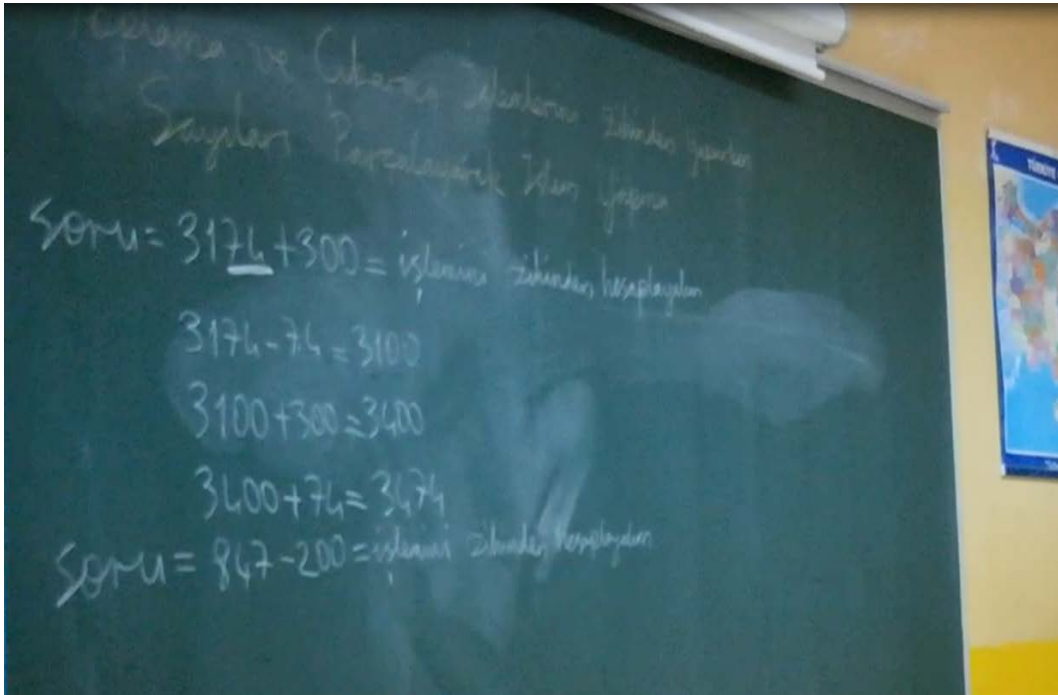
Öğretmen konuyu söyleyerek derse giriş yapmış ve öğrencilerden başlığı defterlerine yazmalarını istemiştir. Konu başlığını söylerken “sayıları parçalayarak işlem yapma” şeklinde bir ifade seçmiştir. Bu da öğretmenin kural

vermeye odaklandığını, kendi stratejisini öğrencilere benimsetmeyi amaçladığını akla getirmiştir. Bu şekildeki öğretim erken cebir sürecine aykırıdır.

Doğrudan kural verme

Öğretmen: $3174 + 300 =$ işlemini zihinden hesaplayalım. Yazmayın, dinleyin. Dün birinci dersimizde demiştim ki zihinden toplarken kalem, tebeşir kullanmadan en büyük basamaklardan toplayarak gideriz. 3000, 3100, 3400, 3474 toplamını buldum bakın. 3174'teki 74'e küsurat diyelim fazlalık altını çizelim. Yüze yuvarlamayı biliyoruz ya 3174'ten bu altını çizdiğimizizi çıkarıyoruz $3174 - 74 = 3100$ ne yaptık biz parçaladık 74'ü bir kenara ayırdık. Kaldı 3100, 3100 ile 300'ü topluyoruz bunlar zaten ikisi de yuvarlak oldu $3100 + 300 = 3400$ oldu ayırdığımız 74'ü tekrar topluyoruz. $3400 + 74 = 3474$, kimler anladı?

Öğretmen konuyu doğrudan soru üzerinde tahtada anlatmaya başlamış, öğrencilere de yazmamalarını sadece dinlemelerini söylemiştir. Bir önceki dersi hatırlatarak zihinden toplama işleminde en büyük basamaktan başlanarak toplama işlemi yapıldığını söylemiş, doğrudan kural vermiştir. Açıkladığı kurala göre $3174 + 300 =$ işlemini tahtada çözmüştür. İşlemi yaparken 3174 sayısını $3174 - 74 = 3100$ şeklinde 100'ün katını elde etmiş, 100'ün katlarını $3100 + 300 = 3400$ şeklinde toplamış, ardından da küsuratı $3400 + 74 = 3474$ şeklinde eklemiştir. Öğretmen burada kendi stratejisini anlatmış, işlemi yaparken öğrenciler sadece izlemiştir.



İşlem bittikten sonra da öğrencilere “kimler anladı?” diye sormuş, öğrencilerin büyük çoğunluğu parmaklarını kaldırmıştır. Bunun üzerine tahtadaki çözümü defterlerine yazmalarını istemiştir. Öğretmen burada zihinden toplama işleminde kendi stratejisini öğrencilere benimsetmeye çalışmış, öğrencilerin ne düşündüklerini sormamış, farklı stratejileri ortaya çıkarmaya çalışmamıştır. “Kimler anladı?” şeklindeki soruya parmak kaldırmayan öğrenciler olmasına rağmen anlamayanlara yönelik herhangi bir tepki vermemiş, onları görmezden gelmiştir. Öğretmenin bu şekilde öğretim yapması erken cebir sürecine tamamen aykırıdır.

Soru sorma

Öğretmen: Şimdi soracağımı kendiniz yapıyorsunuz, benzer, bu çıkarma ama siz yapabilirsiniz. Soru, $847 - 200 =$ işlemini zihinden hesaplayalım.

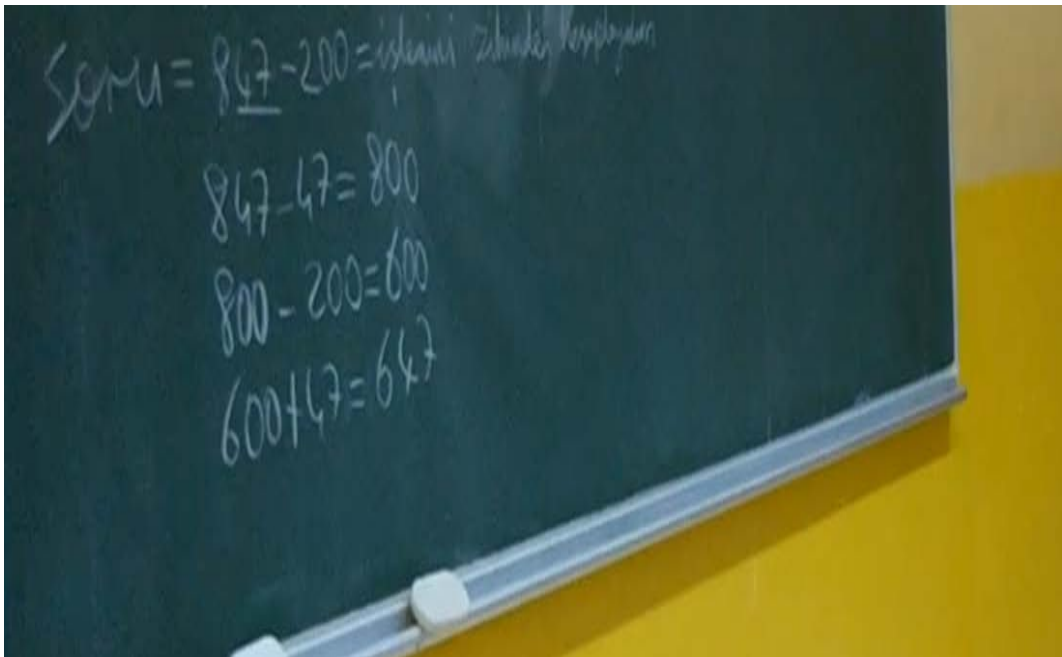
Öğrenci 1: Öğretmenim kendimiz yapalım mı?

Öğretmen: Konuşalım nasıl yapabiliriz bunu zihinden.

Öğrenci 2: 847'nin 47'sinin altını çizeriz. 847'den 47'yi çıkarırız 800 kalır. 800'den 200'ü çıkarırız 600 kalır. Onunla da 47'yi toplarız.

Öğretmen: Aferin çok güzel.

Burada öğretmenin öğrencilere açıklama yaptırması öğrencilerin birbirlerinin stratejilerini görmeleri ve anlamaları açısından önemlidir. Erken cebir kapsamında öğretmen eğitimi esnasında da üzerinde durulan noktalardan biridir.



Öğretmen: Hiç kalem tebeşir kullanmadan zihinden de yapabiliriz. 800'den 200'ü çıkardık 600, 47'yi ekledik 647. Yani çıkarmış olduk sonunda da toplamış olduk. Ayırdığımızı tekrar geri aldık.

Öğretmen bu sorunun bir öncekine benzediğini sadece işlemin toplama değil çıkarma olduğunu söylemiş, öğrencilerin zihinden çözmelerini, zihinden işlem yaparken takip ettikleri adımları defterlerine yazmalarını istemiştir. Ardından işlemle ilgili öğrencilerden konuşmalarını sağlamaya çalışmıştır. Söz hakkı alan bir öğrenci çözümünü anlatmış, öğretmen öğrencinin çözümünü tahtaya yazmış, öğrenciye de “aferrin” demıştır. İşlemi hiç kalem kullanmadan zihinden yapabileceklerini söylemiş ve işlem basamaklarını tekrar etmiştir.

Öğretmen öğrenciye söz hakkı vererek öğrencinin stratejisini anlatmasını sağlamış fakat öğrencinin anlattıklarını tahtaya kendisi yazmıştır. Öğrencilerin kendi stratejilerini tahtaya kendilerinin yazmaları ve açıklamaları cebirsel düşüncenin gelişimi için daha etkili bir öğretim yöntemidir. Ayrıca öğretmen farklı çözüm stratejisi olup olmadığını sormamış, tüm öğrencileri tek tip çözümü benimsemeye yönlendirmiştir.

Öğretmen: Soru. Farklı bir soru ama eminim yaparsınız.

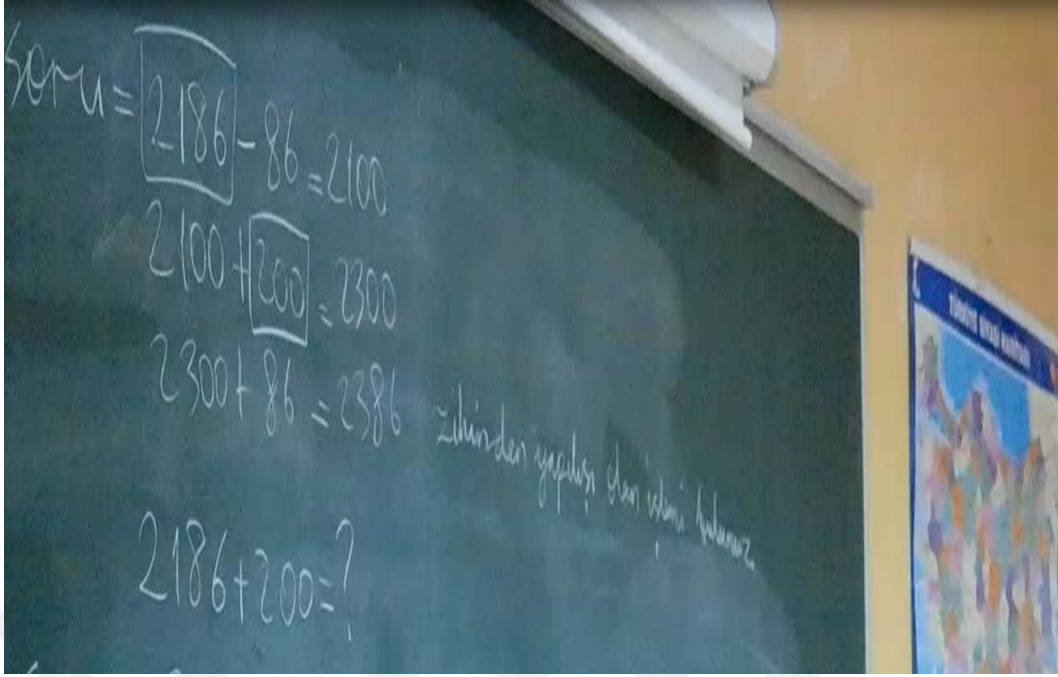
$$2186 - 86 = 2100$$

$$2100 + 200 = 2300$$

$$2300 + 86 = 2386$$

Zihinden yapılışı yukarıdaki gibi olan işlemi bulunuz? Bu işlem yapılmış sorusu soruluyor. Zihinden yapılmış bir işlem sorusu soruluyor.

Öğretmenin “farklı bir soru ama eminim yaparsınız” şeklindeki açıklaması öğrencileri motive etmiştir. Öğrenciler soruyu defterlerine yazıp işlem adımlarını yazmaya başlamışlar, öğretmen de sınıfta dolaşarak öğrencilerin işlemlerini kontrol etmiştir. Öğretmen öğrencilerin çoğunun işlem adımlarını yazabildiğini görmüş ve “aferrin” şeklinde onaylayarak sınıfta dolaşmıştır. Ardından soruyu tahtaya yazmış ve işlem adımlarını kendisi yazmıştır.



Öğretmen: $2186 + 200 =$ soru bu. İşlemi yapmış bize sorusu soruluyor ters işlem gibi. 2186 ile 200 'ün toplamı kaçtır, soru bu. Kimler anladı?

Öğretmenin “kimler anladı?” şeklindeki sorusuna öğrencilerin tamamı parmak kaldırmıştır. Bunun üzerine öğretmen “aferrin” diyerek yeni bir soruya geçmiştir. Erken cebir kapsamında hazırlanan ders içeriklerinde öğretmenden beklenen öğrencilere sorular yönelterek onları konuşturması ve farklı stratejiler bulmaya yönlendirmesidir. Öğretmen ise soruyu tahtada kendisi çözmüş, ters işlem gibi düşünün diyerek kendi stratejisini öğrencilere benimsetmeye çalışmıştır.

Öğretmen: Soru.

$$3544 + 6 = 3550$$

$$3550 + 400 = 3950$$

$$3950 - 6 = 3944$$

Zihinden yapılışı yukarıdaki gibi olan işlemi bulunuz?

Öğrenciler soruyu defterlerine yazmış, zihinden çözüm adımlarını defterlerine yazmaya başlamışlardır. Öğretmen de sınıfta dolaşarak öğrencilerin çözümlerini kontrol etmiştir.

Öğretmen: Bakın bir şey söylemek istiyorum 6 ile toplanmış sonra 6 çıkarılmış, yani 6 'nın bir önemi yok. Bizim sayımız şu 3544 ile 400 'ün toplamı. 6 'yı eklemiş zihninde

sonra da geri almış, onu kafadan tamamlamış, zihinden tamamlamış, o halde işlem çok basit, 3544 ile 400'ün toplamı. Anlamayan var mı?

Öğrenciler sorunun zihinden çözüm adımlarını defterlerine yazarlarken öğretmen “6 ile toplanmış 6 çıkarılmış, yani 6'nın bir önemi yok” şeklinde bir açıklama yapmış öğrencilere ipucu vermiştir. Ardından da sorunun çözümünü sözel olarak açıklamıştır. Öğretmen soruyu çözmesi için tahtaya öğrenci kaldırmamış, kendisi de tahtada herhangi bir işlem yapmamıştır. Öğretmen bu şekilde öğrencilerin zihinden işlem yapma becerilerinin gelişmesini amaçlamıştır. Fakat öğretmenden beklenen kendisinin açıklama yapması değil öğrencilere söz hakkı vermesi, öğrencilerin zihinden işlem yapma stratejileri geliştirmelerine fırsat sunmasıdır.

Öğretmen: Yeni soru.

$$4347 + 3 = 4350$$

$$4350 + 300 = 4650$$

$$4650 - 3 = 4647$$

Zihinden yapılışı yukarıdaki gibi olan işlemi bulunuz?

Öğrenciler soruyu defterlerine yazdıktan sonra zihinden işlem adımlarını hızlı bir şekilde yazmışlardır. Bu durum sınıfta konuyla ilgili yeterince öğretim etkinliği yapılıncaya öğrenmenin gerçekleştiğini göstermektedir. Öğretmen sınıfta dolaşarak öğrencilerin defterlerini kontrol etmiş, birkaç öğrenciye söz hakkı vererek işlemi zihinden nasıl yaptıklarını anlattırılmış ve dersi bu şekilde bitirmiştir.

Ders sonrası yapılan değerlendirme sonucunda sınıf öğretmenine uygulamaya dönük bilgi verilmiştir. Yapılan değerlendirmede araştırmacı tarafından erken cebir kapsamında “*Toplamları en çok dört basamaklı olacak şekilde en çok dört basamaklı doğal sayıları, 100'un katlarıyla zihinden toplar. Üç basamaklı doğal sayılardan 100'ün katı olan doğal sayıları zihinden çıkarır*” kazanımlarına ilişkin hazırlanan etkinliğin amacına hizmet ettiği fakat sınıf öğretmenin öğretime yönelik davranışlarından kaynaklanan eksiklikler olduğu sonucuna varılmıştır. Öğretmen, konuyla ilgili doğrudan kural vermemesi ve öğrencilere çözüme yönelik kendi stratejilerini ortaya koyabilmeleri için yeterince fırsat vermesi konularında bilgilendirilmiştir.

Yedinci ders

Kazanımlar: *Doğal sayılarla toplama işlemi gerektiren problemleri çözer.*
Doğal sayılarla çıkarma işlemi gerektiren problemleri çözer.

Öğretmen: Yeni bir konu, doğal sayılarda toplama ve çıkarma problemleri. Problemi doğru çözebilmenin en iyi yolu okumanın güzel olmasıdır. Okuduğunu anlayacaksın, okuman güzel olacak, düşünerek cevaplandıracaksın. Güzel okuyup problemi anlamak gerekir, işlem sırasına göre işlemleri yapman gerekir. Ritmik saymaları ve çarpım tablosunu iyi bileceksin, terimleri yerli yerine yerleştireceksin. Problemi anladıktan sonra çözmek çok kolay, anlamak için de iyi okumak gerekir, dikkatli olmak gerekir, aklının problemde olması gerekir.

Öğretmen yeni konuyu söyleyerek derse giriş yapmış, öğrenciler de defterlerine konu başlığını yazmışlardır. Öğretmen problem çözerken dikkat etmeleri gereken açıklamalar yapmış, okumanın ve anlamamanın önemine dikkat çekmiştir.

Problem çözme-Modelleme-Soru sorma

Öğretmen: Metin boş olan kumbarasına birinci gün bir miktar para koyuyor ve bundan sonra her gün bir önceki gün koyduğu paradan 5 lira fazla para koyuyor. Metin'in kumbarasında 4.günün sonunda 78 lira biriktiğine göre bir haftada kaç lira birikir?

Buna benzer problemler yaptık, bu problem iki aşamalı, biz bu problemi şema yaparak çözersek çok kolay çözeriz. Beni dinleyin. 4.günün sonunda 78 lira biriktirmiş.

İlk gün bir miktar para koymuş bilmiyoruz, kutucuk koydum □, bir birim. İkinci gün ne kadar para koymuş kim söyler?

Öğrenci 1: 5 lira fazla

Öğretmen: Bir birim artı 5, □ + 5. Üçüncü gün bir birim artı ne kadar koymuş?

Öğrenci 2: 10

Öğretmen: Bir birim artı 10 lira koymuş, □ + 10. Dördüncü gün ne kadar koymuş?

Öğrenci 3: 15

Öğretmen: Bir birim artı 15, □ + 15. Bu paraların toplamı ne kadar? Dördüncü günün sonuna kadar ne kadar biriktirmiş?

Öğrenci 4: 30

Öğretmen: 30 mu? Soruda yazıyor 78 lira. 4.günün sonunda 78 lira birikmiş kumbarada. İlk gün ne kadar koyduğunu bilmiyoruz. 2.gün ilk koyduğunun 5 lira fazlasını koymuş. Çünkü her gün 5 lira artırarak devam ediyor kumbaraya para

koymaya. 3.gün bir miktar artı 10 lira, 4.gün bir miktar artı 15 lira koymuş. Fazlalıkların toplamını buluruz $15+10+5=30$ lira 4.gün sonunda kumbaradaki fazlalıklar. 78'den fazlalığı çıkaralım $78-30=48$ lira, nedir bu 48 lira kim söyler?

Öğrenci 5: Öğretmenim bir birimler

Öğretmen: Birimlerin yani 4 gündeki bir miktar paranın toplamıdır bu. 4 birim, şimdi ne yapıyoruz, ne yapmamız gerekir?

Öğrenci 6: Dörde böleriz

Öğretmen: 48'i dörde bölmemiz lazım çünkü fazlalıkları ayırdık, kalan para birimlerin toplamına eşittir ve bunlar eşit olduğuna göre 4'e bölmemiz lazım. $48 \div 4 = 12$, 12 lira nedir, bir miktar paradır. Şimdi ilk gün kumbaraya kaç lira bırakmış?

Öğrenci 7: 12

Öğretmen: 2.gün kumbaraya kaç para bırakmış?

Öğrenci 8: 17

Öğretmen: 3.gün kumbaraya kaç para koymuş?

Öğrenci 9: 22

Öğretmen: 4.gün?

Öğrenci 10: 27

Öğretmen: Şimdi bize ne soruyordu, 1 haftada kumbarada biriken para, şöyle yapalım ilk gün pazartesi olsun, biraz doğallaştıralım, pazartesi kumbaraya kaç lira koymuştu?

Öğrenci 11: 12

Öğretmen: Salı günü?

Öğrenci 12: 17

Öğretmen: Çarşamba günü?

Öğrenci 13: 22 lira

Öğretmen: Perşembe günü?

Öğrenci 14: 27

Öğretmen: Cuma?

Öğrenci 15: 32

Öğretmen: Cumartesi?

Öğrenci 16: 37

Öğretmen: Pazar?

Öğrenci 17: 42

Öğretmen: Bir hafta kaç gün?

Öğrenci 18: 7 gün

Öğretmen: 7 günün ortasını bulabilir miyiz? Parmaklara bakın ortadaki parmak kaçınıc gün?

Öğrenci 19: 4. gün

Öğretmen: Perşembe 27, 27'yi 7 ile çarparsak sonucu buluruz ya da hepsini toplarız. Kolay yolu 27 tek sayı olduğu için çarpmak, ortalama buluyoruz. Önce bir toplama yoluyla bulalım $12+17+22+27+32+37+42=189$, bir de çarpma yoluyla bulalım ortadaki sayıyı biliyoruz $27 \times 7=189$, bakın aynı sonucu bulduk.

Pazartesi → 12 lira

Salı → 17 lira

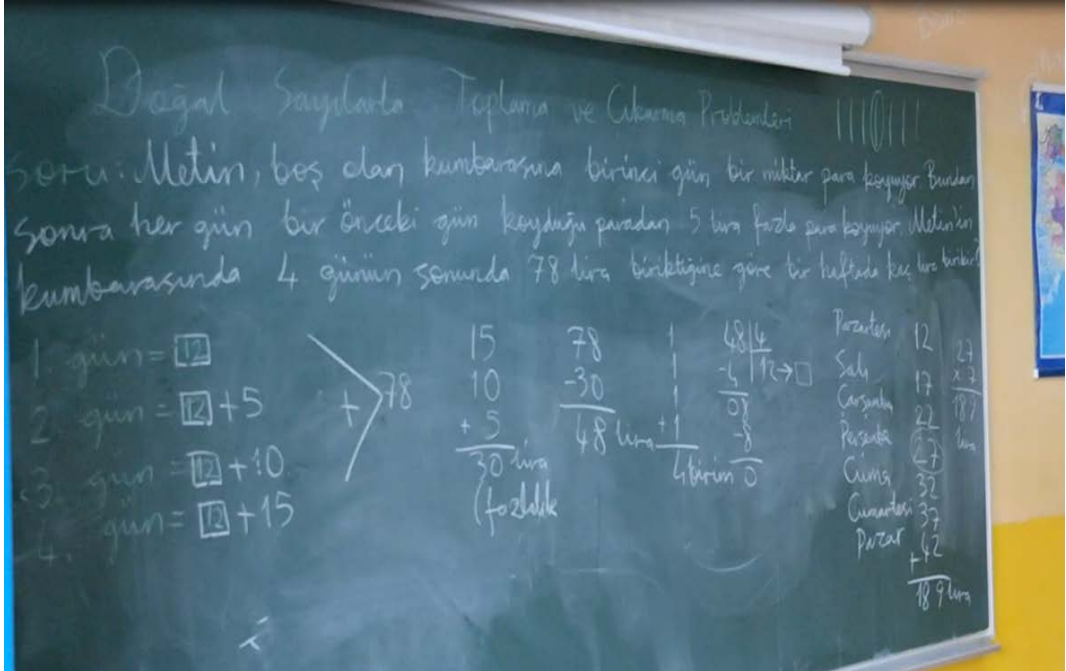
Çarşamba → 22 lira

Perşembe → 27 lira

Cuma → 32 lira

Cumartesi → 37 lira

Pazar → 42 lira



Öğretmen: Kimler anladı? Şimdi tahtadakileri yazın başka soru çözeceğiz. Bir derste 1 problem çözebildik.

Öğretmen problemi tahtaya yazmış, öğrencilerden dinlemelerini istemiş ve birlikte çözeceklerini söylemiştir. Ardından problemde verilenleri ve istenenleri

sorular yönelterek öğrencilerin tespit etmelerini sağlamaya, farklı öğrencilere söz hakkı vererek problemin çözümüne yönelik düşüncelerini ortaya çıkarmaya çalışmıştır. Öğretmenin sınıfta farklı öğrencilere söz hakkı vermesi, onları problemle ilgili tartışmaya sevk etmesi öğrencilerde cebirsel düşüncenin gelişimine katkı sağlayacak bir öğretim yöntemidir. Fakat öğretmen problemle ilgili öğrencileri konuştururken problemin çözümünü tahtada kendisi gerçekleştirmemeli, öğrencilere fırsat vermelidir.

Öğretmen problemin çözümünde bilinmeyen yerine kutucuk kullanmış, modelden faydalanmıştır. Burada öğretmenden beklenen bilinmeyen yerine ne kullanılacağına öğrencilerin karar vermelerini sağlaması, sorularla onları yönlendirmesidir. Böylelikle öğrenciler bilinmeyen kavramını farkedecekler, problem çözüm sürecinde kullanacakları kendi modellerini ve kendi çözüm stratejilerini geliştireceklerdir.

Öğretmen soru-cevap şeklinde kumbaradaki dört günlük birikimi; bilinmeyen yerine kutucuk kullanarak ve bu kutucuğu bir birim şeklinde adlandırarak, birinci gün \square , ikinci gün $\square + 5$, üçüncü gün $\square + 10$ ve dördüncü gün $\square + 15$ şeklinde öğrencilerle beraber hesaplamıştır. Ardından da kutucukların yanlarındaki fazlalıkları toplayıp toplamı dört günlük birikim olan 78 liradan çıkarmayı önermiştir. Bu adım problemin çözümünde kilit rolündedir. Erken cebir kapsamında öğretmenin burada böyle bir açıklama yapması yerine nasıl bir yol izlenmesi gerektiğini öğrencilere sorması beklenmektedir. Çünkü erken cebir sürecinde cebirsel düşüncenin gelişimi için problem çözüm sürecinde öğrencilerin keşif süreci yaşamaları, modeller ve stratejiler geliştirmeleri, fonksiyonel ve ilişkişel düşünebilmeleri, işlemler arası ilişkiler kurabilmeleri gerekmektedir. Öğretmen kutucukların yanındaki fazlalıkları toplamış ve dört günlük birikimden çıkarmıştır. Ardından da soru-cevap şeklinde problemin çözümüne devam etmiş, bilinmeyen yerine kullanılan kutucuğun değerini öğrencilere buldurmuştur.

Bilinmeyen değer bulduktan sonra öğretmen problemi gündelik hayatla ilişkilendirmek istemiş haftanın günlerini tahtaya yazmış ve her gün kumbarada kaç lira biriktiğini soru-cevap şeklinde öğrencilere buldurmuştur. Toplam parayı hesaplamak için aritmetik ortalamayı kullanmanın daha kolay olduğunu söylemiş, bunu anlatmak için de haftanın günlerini parmaklarla ilişkilendirmiştir. Orta

parmağın perşembe gününe denk geldiğini, perşembe gününün ise haftanın ortasındaki gün olduğunu, dolayısıyla da perşembe günü kumbarada birikmiş olan 27 lira ile 7'yi çarpınca kumbarada biriken toplam parayı bulabileceklerini söylemiştir. Öğrenciler bu işlemi anlamamışlar, meraklı ve şaşırılmış gözlerle öğretmene bakmışlardır. Bunun üzerine öğretmen toplama yaparak bulalım demiş, kumbarada her gün için farklı miktarda günlük biriken paraları toplayarak işlemi tahtada yapmıştır. Mevcut programda aritmetik ortalama 5. sınıf veri öğrenme alanının alt öğrenme alanlarında yer almaktadır. Öğretmenin burada aritmetik ortalama ile hesap yapması öğrencilerin kafalarını karıştırmıştır. Bunun üzerine öğretmen soru-cevap şeklinde problemin çözümünü en baştan itibaren tekrar anlatmış, bir ders saatini yalnızca bir problemin çözümüne ayırmıştır. Buradan erken cebir kapsamında araştırmacı tarafından hazırlanan ve öğretmene hazırlanıp derste uygulaması için önceden verilen ders içeriklerine öğretmenin yeterince hazırlanmadığı anlaşılmaktadır. Ayrıca öğretmenden problemlerin çözümü sırasında işlemleri öğrencilere yaptırması, kendisinin sadece rehber rolünü üstlenmesi beklenmektedir. Öğretmen daha önce erken cebir kapsamında eğitim almış olmasına rağmen kendisinden beklenen davranışları yeterince sergilememektedir.

Ders sonrası yapılan değerlendirme sonucunda sınıf öğretmenine uygulamaya dönük bilgi verilmiştir. Yapılan değerlendirmede araştırmacı tarafından erken cebir kapsamında “*Doğal sayılarla toplama işlemini gerektiren problemleri çözer. Doğal sayılarla çıkarma işlemini gerektiren problemleri çözer*” kazanımlarına ilişkin hazırlanan etkinliğin amacına hizmet ettiği fakat sınıf öğretmenin öğretime yönelik davranışlarından kaynaklanan eksiklikler olduğu sonucuna varılmıştır. Öğretmen, tahtada işlem yapmayı gerektiren durumlarda öğrencilere yeterince fırsat vermesi, müfredat dışı konulara yer vermemesi ve etkinlikler için ayrılan süreye uyması konularında bilgilendirilmiştir.

Sekizinci ders

Kazanımlar: *Doğal sayılarla toplama işlemini gerektiren problemleri çözer. Doğal sayılarla çıkarma işlemini gerektiren problemleri çözer.*

Problem çözme-Modelleme-Soru sorma

Öğretmen: Yeni bir soru. Üç kardeşin yaşları toplamı 97'dir. Büyük kardeşle küçük kardeş arasındaki yaş farkı 5, ortanca kardeş ile büyük kardeş arasındaki yaş farkı 3'tür. Buna göre ortanca kardeşin yaşı kaçtır?

Öğretmen bir önceki derste kazanımlarla ilgili yeterince etkinlik yapamamış ve bu derste de bir önceki kazanımla ilgili etkinliklere devam etmiştir. Öğrencilerden problemi defterlerine yazmalarını istemiş, bu esnada da sınıfta dolaşarak onları kontrol etmiştir.

Öğretmen: Üç kardeşin yaşları toplamı 97 ve yaşları eşit değil. Şimdi size soracağım. Birlikte çözeceğiz. Büyük kardeş küçük kardeşten kaç yaş büyük?

Öğrenci 1: 5

Öğretmen: Ortanca kardeş ile büyük kardeş arasındaki yaş farkı 3 olduğuna göre, küçük ile ortanca arasındaki yaş farkı kaçtır?

Öğrenci 2: 3

Öğretmen: Hayır.

Öğrenci 3: 2

Öğretmen: Aferin

Küçük kardeş

Ortanca kardeş + 2

Büyük kardeş + 5

Üç kardeşin yaşları toplamı 97, büyükle küçük arasındaki yaş farkı 5, ortanca ile büyük arasındaki yaş farkı 3, o zaman küçükle ortanca arası 2 olur. Şimdi fazlalıkları topluyoruz, $5+2=7$ şimdi ne yapmalıyız?

Öğrenci 4: 97'den fazlalığı çıkarmalıyız.

Öğretmen: $97 - 7 = 90$, 90 nedir? Üç nin toplamıdır. Şimdi ne yapmalıyız?

Öğrenci 5: 90'ı 3'e böleriz.

Öğretmen: $90 \div 3 = 30$, 30 kimin yaşı?

Öğrenci 6: Öğretmenim küçüğün yaşı.

Öğretmen: 30 küçüğün yaşı, o zaman ortanca kaç yaşındadır?

Öğrenci 7: 32

Öğretmen: 30'la 2'yi toplarız 32 ortanca, bize kim sorulmuştu, ortanca. Sorulmadı ama söyleyin büyük kaç yaşındadır?

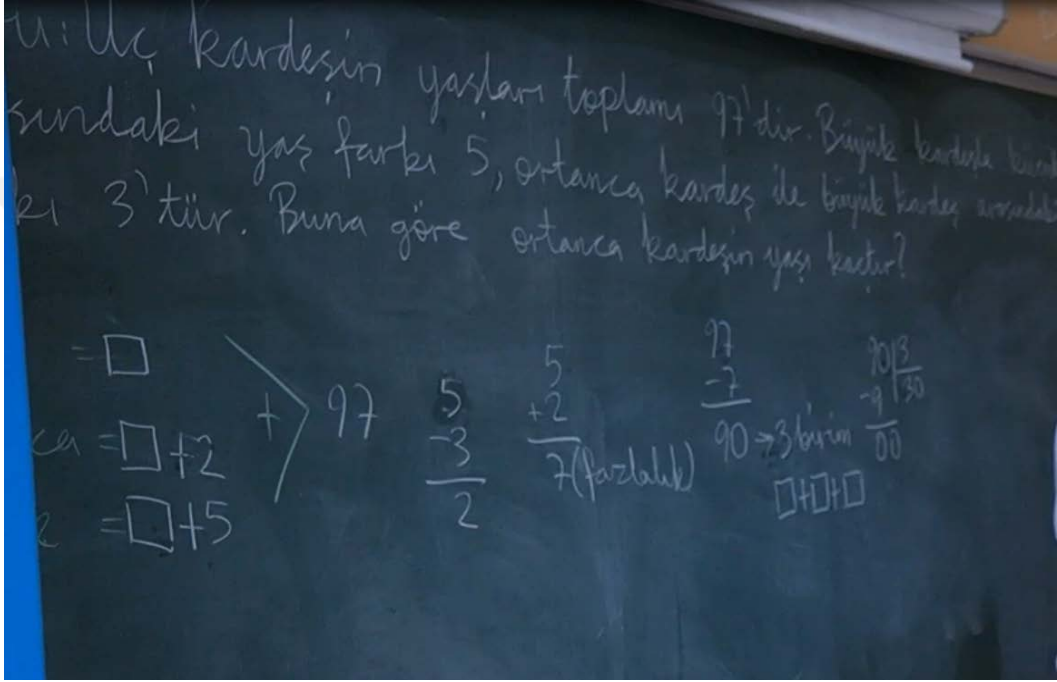
Öğrenci 8: 37

Öğretmen: Hayır, küçüğe göre değerlendiriyoruz.

Öğrenci 9: 35

Öğretmen: Evet, şimdi sağlama yapalım bakalım üç kardeşin yaşları toplamı 97 mi?

$30 + 32 + 35 = 97$ bakın 97 çıktı. Şimdi tahtadakileri yazın.



Öğrenciler problemi defterlerine yazdıktan sonra öğretmen öğrencilere problemi çözmeleri için fırsat vermemiş, problemi tahtada birlikte çözeceklerini söylemiştir. Ardından da problemi tekrar etmiş ve problemin çözümü için soru-cevap şeklinde öğretim yapmıştır. Öğretmenin soru-cevap etkinliklerinde yanlış cevap veren öğrencilere dönütü sadece “hayır” olmuştur. Yanlış cevap veren öğrencilere yönlendirici sorularla doğru cevabı bulmalarına teşvik etmek yerine soruyu başka öğrencilere yöneltmiştir.

Öğretmen bir önceki problem çözme sürecinde olduğu gibi bilinmeyen yerine yine kutucuk kullanmış, kardeşlerin yaşlarını hesaplarken de fazlalık yaşları toplamış ve fazlalıkları toplam yaştan çıkarmıştır. Bu işlemleri gerçekleştirirken de öğrencilerin fikirlerini sormamış, bir önceki problem çözme sürecinde izlediği aynı strateji ile problemi çözmüştür. Öğretmenin bu şekilde davranmasının

öğrencilerin problemler hep bu strateji ile çözüyor şeklinde anlamalarına neden olabileceği düşünülmüştür.

Öğretmen her ne kadar problemi çözerken öğrencilere sorular yönelmişse de, problemin çözümünde kilit rolündeki kararları kendisi vermiştir. Ayrıca öğrencilere problemi defterlerine ya da tahtada çözmeleri için fırsat vermemiştir. Bu durum öğrencilerin problem çözme sürecini yaşamalarına, kendi problem çözüm stratejilerini keşfetmelerine, muhakeme yapmalarına engel olmuştur. Erken cebir kapsamında hazırlanan ders içeriklerinde *doğal sayılarla toplama işlemini gerektiren problemleri çözer, doğal sayılarla çıkarma işlemini gerektiren problemleri çözer* kazanımları için farklı formatlarda problemler yer almasına rağmen öğretmen benzer problemleri seçmiş ve iki ders saatinde yalnızca iki probleme yer vermiştir. Ders içeriklerinde yer alan diğer problemleri öğrencilere ödev olarak da vermemiştir. Öğretmenin doğal sayılarla toplama ve çıkarma işlemi gerektiren problemlerle ilgili izlemiş olduğu öğretim yöntemi erken cebir sürecinde kendisinden beklenene aykırıdır.

Ders sonrası yapılan değerlendirme sonucunda sınıf öğretmenine uygulamaya dönük bilgi verilmiştir. Yapılan değerlendirmede araştırmacı tarafından erken cebir kapsamında “*Doğal sayılarla toplama işlemini gerektiren problemleri çözer. Doğal sayılarla çıkarma işlemini gerektiren problemleri çözer*” kazanımlarına ilişkin hazırlanan etkinliğin amacına hizmet ettiği fakat sınıf öğretmenin öğretime yönelik davranışlarından kaynaklanan eksiklikler olduğu sonucuna varılmıştır. Öğretmen, öğrencilere muhakeme yapma ve keşif süreci yaşamaları için yeterince fırsat vermesi ve ders içeriklerindeki etkinliklerin tamamına öğretim sürecinde yer vermesi konularında bilgilendirilmiştir. Öğrencilerin bir sonraki etkinliğe geçmeden diğer problemleri de çözerек etkinliğin tamamlanması sağlanmıştır.

Dokuzuncu ders

Kazanımlar: *Üç doğal sayı ile yapılan çarpma işleminde sayıların birbirleriyle çarpılma sırasının değişmesinin, sonucu değiştirmedeğini gösterir. Çeşitli araçlar ve stratejiler kullanarak bir ve iki basamaklı rakamların çarpımını içeren eşitliklerde verilmeyeni bulur.*

Öğretmen: Başlık, çarpmada değişme özelliği.

Öğretmen konu başlığını söyleyerek derse giriş yapmış, öğrenciler de başlığı defterlerine yazmışlardır.

Doğrudan kural verme

Öğretmen: Çarpma işleminde sayıların çarpılma sıralarının ve yerlerinin değiştirilmesi çarpımı değiştirmez. Kuralı yazın ve dinleyin. Biz bunu çarpım tablosundan biliyoruz. Mesela $6 \times 2 = 12$ biz bunu ikilerden biliyoruz $2 \times 6 = 12$ bakın yerlerini değiştirdik zaten çarpım tablosunun yarısı tekrardır. Çarpanların yerini değiştirdiğimizde çarpım değişmez ister yan yana yazalım, ister alt alta. Birinde 6'şar 6'şar sayıyoruz birinde 2'şer 2'şer sayıyoruz. 2, 4, 6, 8, 10, 12 ya da 6, 12. Çarpmada değişme özelliği vardır, çarpanların yerini değiştirsek bile çarpım değişmez. Hatta biz 2 ile 5'i çarpsak bulduğumuz sonucu 6 ile çarpsak; 5 ile 6'yı çarpıp bulduğumuz sonucu 2 ile çarpsak sonuç değişmez. $2 \times 5 \times 6 = 5 \times 6 \times 2$, eşitin iki tarafında da 2 var, 5 var, 6 var. 6 ile 2'yi çarpıp 5 ile çarpsak da sonuç değişmez.

Öğretmen “çarpma işleminde sayıların çarpılma sıralarının ve yerlerinin değiştirilmesi çarpımı değiştirmez” şeklinde doğrudan kural vermiş, öğrencilerden kuralı yazmalarını ve anlatacaklarını dinlemelerini istemiştir. Ardından iki sayının çarpımına çarpım tablosuna dayanarak örnek vermiş, çarpma ile ritmik sayma arasındaki ilişkiye değinmiştir. Son olarak 3 sayının çarpımlarını anlatmak için sayıları ikişerli ve tek olarak gruplamış, ne şekilde olursa olsun çarpımın değişmeyeceğini belirtmiştir. Öğretmen açıklama yaparak öğrencileri pasif hale getirmiş, bunun üzerine öğrencilerin de yeterince dikkatli dinlemedikleri görülmüştür. Erken cebir kapsamında öğretmenden beklenen kuralı açıklamak değil öğrencilerin keşfetmelerini sağlamak, bunun için yönlendirici sorularla onlara rehberlik etmek, ayrıca öğrencileri sürekli aktif tutacak şekilde öğretim yaparak dersi çekici kılmaktır.

Problem çözme-Somutlaştırma

Öğretmen: Bir kutuda 7 sıra ve her sırada 9 çikolata vardır. Bu kutular 14'lü olacak şekilde paketlenip satışa sunulmuştur. Buna göre bir pakette kaç çikolata vardır?

Öğrenci 1: Öğretmenim 14'lü olacak şekilde ne demek?

Öğretmen: Açıklayacağım birazdan. Dinleyin (öğretmen sınıfta bulunan kutuyu eline alıp) kutunun içine 7 sıra çikolata dizilmiş ve her sırada 9 tane çikolata var yani bir sıranın içinde 9 tane bu ne demek? 7 ile 9'u çarpmak demek. Bu kutular 14'lü olacak şekilde paketlenmiş. Bizim yapmamız gereken 7 ile 9'u çarpmak bulduğumuzla 14'ü

çarpmak ya da 14'le 9'u çarparız bulduğumuzla 7'yi çarparız. Sonuç değişmez. $7 \times 9 \times 14 = 63 \times 14 = 882$ tane çikolata var.

Öğrenci 2: Öğretmenim ben anlamadım.

Öğretmen: Anlatacağım. Dinleyin (Kutuyu tekrar eline alıp) bir kutuda 7 sıra var her sırada da 9 çikolata var. Kimler anladı? (Sınıfın yarısı parmak kaldırmadı)

Öğrenci 2: Öğretmenim neden 14'le çarptık?

Öğretmen: Şöylesine 14'lü paket yapılmış. Şimdi anladın mı?

Öğrenci 2: Öğretmenim anlamadım yaaa, nerden 14 geliyor?

Öğrenci 3: Öğretmenim kutular anlaşılıyor.

Öğretmen: Evet soru biraz anlamsız olmuş.

$7 \times 9 \times 14 = 882$ ya da $14 \times 7 \times 9 = 98 \times 7 = 882$

Öğretmen problemi tahtaya yazmış, öğrencilerden de defterlerine yazmalarını istemiştir. Problemi yazan öğrencilerden biri öğretmene “14'lü olacak şekilde ne demek” şeklinde sormuştur. Bunun üzerine öğretmen sınıfta bulunan boş bir kutuyu eline alarak problemi somutlaştırmaya çalışmıştır. Fakat öğretmen problemi somutlaştırırken bir taraftan da 7 ile 9'u çarparız, bulduğumuz sonuç ile de 14'ü çarparız, ya da 14'le 9'u çarparız bulduğumuz sonuçla 7'yi çarparız şeklinde çözümü anlatmış ve işlemleri tahtada yapmıştır. Aynı öğrenci tekrar neden 14 ile çarptıklarını sormuş, öğretmen de 14'lü paket yapıldığını söylemiştir. Öğrenci yine anlamadığını söylemiş, öğretmen de kutular anlaşılıyor soru anlamsız olmuş şeklinde bir açıklama yaparak geçiştirmiş ve yeni bir soruya geçmiştir.

Bu problemin çözüm sürecinde öğretmenin problemi yeterince somutlaştıramaması, kazanıma odaklanıp yetersiz bir açıklamayla ve öğrenciler anlamamasına rağmen tahtada işlemi kendisinin yapması erken cebir sürecine tamamen aykırıdır. Öğretmenin kimler anladı şeklindeki sorusuna sınıftaki öğrencilerin yarısı parmak kaldırmadığı halde öğretmen farklı bir anlatım yolunu denememiş, sorunun anlamsız olduğunu söyleyerek geçiştirmiştir. Öğretmen yeni bir soruya geçmiş fakat öğrenciler anlamadıkları için problemi tartışmaya devam etmişlerdir. Bunun üzerine araştırmacı öğretime uygun bir şekilde müdahale ederek bir kutunun içindeki çikolata sayısını öğrencilerle beraber hesaplamış ve bu kutudan 14 tane olursa toplam çikolata sayısını nasıl hesaplayacaklarını öğrencilere sorarak öğrencilerin anlamalarını sağlamıştır. Öğrenciler problemin

çok kolay olduğunu, başlangıçta problemi anlayamadıkları için çözemediklerini belirtmişlerdir. Burada öğretmenin problemi somutlaştırmaya çalışırken yetersiz kalması ve bir taraftan da açık olmayan ifadelerle işlemi yapmaya çalışması öğrencilerin anlamalarına engel olmuştur. Erken cebir kapsamında bu gibi durumlarda öğretmenden beklenen problemin anlaşılması için farklı öğretim yöntemleri denemesi, öğrencileri sürece dahil ederek ve işlemleri öğrencilerin yapmalarını sağlayarak öğretim yapmasıdır.

Soru sorma

Öğretmen: Hemen basit bir soru, bilen parmak kaldırsın.

$(7 \times 4) \times \square = (8 \times 4) \times 7$ bilinmeyenin yerinde hangi sayı olmalıdır?

Öğrenci 1: 28 öğretmenim

Öğretmen: 28 diyor (diğer öğrenciler gülüyor).

Öğrenci 2: 8

Öğretmen: Evet, iki taraftaki sayı eşit olmalı.

Öğretmen “basit bir soru” şeklinde soruyu tahtaya yazmış ve öğrencilerden parmak kaldırmalarını istemiştir. Söz hakkı alan öğrenci soruya yanlış cevap vermiş ve sınıftaki diğer öğrenciler gülmüşlerdir. Öğretmen ise başka bir öğrenciye söz hakkı vermiş, öğrencinin doğru cevabı vermesi üzerine onu onaylamış ve başka bir soruya geçmiştir.

Öğretmenin basit bir soru şeklinde açıklama yapması yanlış bir davranıştır. Çünkü öğretmen için basit olan bir soru öğrenciler için karmaşık ve zor olabilir. Nitekim söz hakkı verdiği öğrenci yanlış cevap vermiştir. Öğretmen ise yanlış cevap veren öğrenci ile ilgilenmemiştir. Hâlbuki yanlış cevap veren öğrenci parantez içindeki iki sayıyı çarpmış ve parantez dışındaki çarpma işaretini eşit işareti gibi algılayarak cevap vermiştir. Yani öğrencinin eşit işareti ve eşitlik kavramı ile ilgili zorluklara sahip olduğu söylenebilir. Bu durumda öğretmenden beklenen yanlış cevap veren öğrenciye yönlendirici sorular yönelterek ne düşündüğünü ortaya çıkarmaya, öğrencinin sahip olduğu zorlukları gidermeye çalışmasıdır. Çünkü öğrencilerin aritmetikle ilgili sahip oldukları zorluk ve yetersizliklerin cebir öğretiminin istenen düzeyde gerçekleştirilmesine engel olacağı söylenebilir. Erken cebir sürecinin amaçlarından biri de öğrencilerin

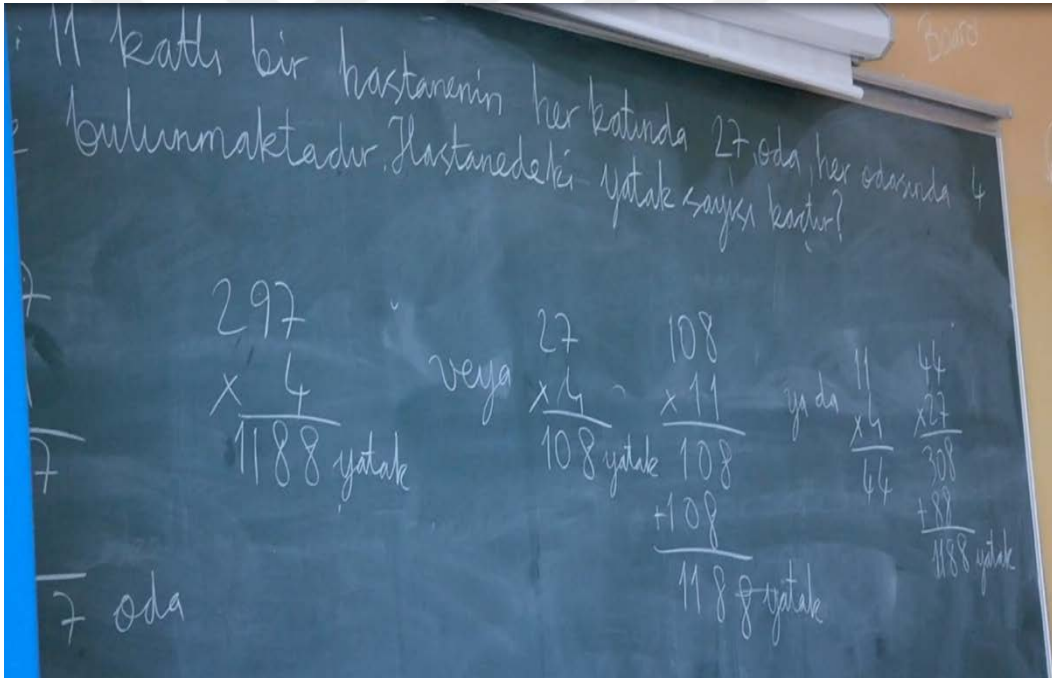
artimetikle ilgili sahip oldukları zorluk ve yetersizliklerin ortaya çıkarılıp, bunları gidermeye yönelik öğretim etkinliklerinin yapılmasıdır.

Problem çözme

Öğretmen: 11 katlı bir hastanenin her katında 27 oda ve her odasında 4 yatak bulunmaktadır. Bu hastanenin hasta kapasitesi kaçtır?

Öğrenciler problemi defterlerine yazdıktan sonra çözmeye başlamışlar bu sırada öğretmen de sınıfta dolaşarak öğrencilerin çözümlerini kontrol etmiştir. Öğretmen öğrencilerin çözümlerine “doğru, hata yapmışsın” gibi dönütler vermiştir.

Öğretmen: Bakın $11 \times 27 = 297$ oda 297 ile 4 'ü çarparsak $297 \times 4 = 1188$ yatak ya da $27 \times 4 = 108$ yatak, $108 \times 11 = 1188$ yatak ya da $11 \times 4 = 44$, $44 \times 27 = 1188$ bakın üç farklı şekilde çözdük çarpmanın değişme özelliğini kullanarak.



Öğretmen öğrencilerin defterlerini kontrol ettikten sonra tahtada problemi kendisi çözmüş, işlemleri yaparken de öğrencilere herhangi bir soru yöneltmemiştir. Çarpmanın dağılma özelliğini anlatmak için önce kat sayısı ile bir kattaki oda sayısını çarpmış toplam oda sayısını bulmuş, toplam oda sayısı ile de bir odadaki yatak sayısını çarpmış toplam yatak sayısını bulmuştur. Ardından aynı işlemi farklı şekilde bulabileceklerini söylemiş bir kattaki oda sayısı ile bir odadaki yatak sayısını çarpmış ve bir kattaki toplam yatak sayısını bulmuş, bir

kattaki toplam yatak sayısı ile de kat sayısını çarpmış toplam yatak sayısını bulmuştur. Öğretmen öğrencilerden çözümlerini tahtaya bakarak kontrol etmelerini, yanlış yapanların düzeltmelerini istemiştir.

Sınıftaki öğrencilerin yarısına yakını problemin çözümünü anlamamışlardır. Öğrencilerin anlamamalarının en büyük nedeni problemin çözüm sürecinde aktif olmamalarıdır. Erken cebir sürecinde öğretmenden beklenen öğrenme sürecinde öğrencilere yönlendirici sorularla rehberlik etmesi, onları muhakemeye sevk etmesi, kendi çözüm stratejilerini ortaya koymalarını sağlaması ve bütün öğrencileri aktif hale getirmeye çalışmasıdır. Öğretmen ise sadece öğrencilerin defterlerindeki çözümlerini kontrol etmiş, problemi çözemeyen ya da yanlış çözen öğrencilere hata yapmışsın demekle yetinmiş ve problemi tahtada kendisi çözmüştür.

Öğretmen: Okulumuz 3 katlı, biz okulumuzdaki öğrenci sayısını bulmak istiyoruz 1.katta 3 sınıf, 2.katta 3 sınıf, 3.katta 3 sınıf olsun. Her sınıfta 40 öğrenci olsun. Öğrenci sayısını bulmak için 3 ile 3'ü çarpalım 9, 9 ile de 40'ı çarpalım ya da 40 ile 3'ü çarpalım çıkan sonuç ile tekrar 3'ü çarpalım 3 katlı olduğu için. Kimler anladı?

Öğrencilerin yarısı parmak kaldırmadı, öğretmen yeniden anlattı.

Öğretmen: Okulumuz 3 katlı dedik her katta 3 sınıf var, her sınıfta 40 öğrenci var, 40 ile 3'ü çarparsak 1 kattaki öğrenci sayısını buluruz, 3 ile de çarparsak okuldaki öğrenci sayısını buluruz ya da 1 katta 3 sınıf var 3 ile çarpalım her katta eşit sınıf olduğu için, sonra da 40 ile çarpalım. Sonuç değişiyor mu, hayır. Parantezli işlemlerde önce parantez içini yapıyoruz.

Öğretmen: 5 katlı olsun okulumuz, her katta 4 sınıf var, her sınıfta 20 öğrenci var. Önce bir katı bilsak, öğrenci sayısı ile sınıf sayısını çarparsak olur mu?

Öğrenciler: Olur

Öğretmen: Sonra kat sayısı ile çarparsak olur mu?

Öğrenciler: Olur

Öğretmen: Ya da önce sınıf sayısını bilsak 5 katlı her katta 4 sınıf var $5 \times 4 = 20$ sınıf, sonra da öğrenci sayısı ile çarparsak.

Öğrencilerin bir kısmı problemin çözümünü anlamadıkları için öğretmen benzer bir problem sormuş ve problemin çözümünü yine kendisi tahtada gerçekleştirmiştir. Öğretmen erken cebir konusunda eğitim aldığı ve öğrencilerin bir kısmının anlamadıklarını farkettiği halde ısrarla kendisinin anlatan konumunda

olduğu, öğrencilerin ise sadece dinleyen konumunda oldukları öğretim şeklini sürdürmüştür. Problemin çözümünde öğrencilere muhakemeye yönelik sorular yöneltmek yerine, öğrencilerin koro halinde “olur” diye onayladıkları muhakeme gerektirmeyen sorular yöneltmiştir. Öğretmenin bu şekilde öğretim yapması onu kazanımlar için ayrılan ders süresini yetersiz hissetmeye ve kazanımlar için bir ders saati daha ayırmaya yöneltmiştir.

Ders sonrası yapılan değerlendirme sonucunda sınıf öğretmenine uygulamaya dönük bilgi verilmiştir. Yapılan değerlendirmede araştırmacı tarafından erken cebir kapsamında “Üç doğal sayı ile yapılan çarpma işleminde sayıların birbirleriyle çarpılma sırasının değişmesinin, sonucu değiştirmedini gösterir. Çeşitli araçlar ve stratejiler kullanarak bir ve iki basamaklı rakamların çarpımını içeren eşitliklerde verilmeyeni bulur” kazanımlarına ilişkin hazırlanan etkinliğin amacına hizmet ettiği fakat sınıf öğretmenin öğretime yönelik davranışlarından kaynaklanan eksiklikler olduğu sonucuna varılmıştır. Öğretmen, konuyla ilgili doğrudan kural vermeme, tahtada işlem yapmayı gerektiren durumlarda öğrencilere yeterince fırsat verme ve öğrenme sürecinde öğrencileri muhakemeye sevk edecek şekilde onlara rehberlik yapma konularında bilgilendirilmiştir.

Onuncu ders

Kazanımlar: Üç doğal sayı ile yapılan çarpma işleminde sayıların birbirleriyle çarpılma sırasının değişmesinin, sonucu değiştirmedini gösterir. Çeşitli araçlar ve stratejiler kullanarak bir ve iki basamaklı rakamların çarpımını içeren eşitliklerde verilmeyeni bulur.

Soru sorma

Öğretmen: Soru, $18 \times A = 126$ ve $11 \times B = 132$ olduğuna göre $A \times B = ?$

Öğretmen soruyu tahtaya yazmış, öğrenciler de defterlerine yazmışlardır. Öğretmen öğrencilerden soruyu defterlerine çözmelerini istemiş, kendisi de sınıfta dolaşarak öğrencilerin çözümlerini kontrol etmiştir.

Öğretmen: A'yı nasıl buluruz?

Öğrenci 1: 126 'yı 18 'e böleriz.

Öğretmen: B'yi nasıl buluruz?

Öğrenci 2: 132'yi 11'e böleriz.

Öğretmen: A x B'yi nasıl buluruz?

Öğrenci 3: A ile B'yi çarpalım.

Öğretmen: Birinci çarpan 18, ikinci çarpanı bilmiyoruz, çarpım 126, diğerinde birinci çarpan 11, ikinci çarpan B, çarpım 132, $A \times B =$ kaçtır? 126'yı 18'e böleriz $126 \div 18 = 7$, demek ki $A = 7$, 132'yi 11'e böleriz, $132 \div 11 = 12$, $B = 12$, 12 ile 7'yi çarpıyoruz, $12 \times 7 = 84$, $A \times B = 84$. Defterlerinize yazın.

Öğretmen sorunun çözümü için tahtanın başına geçmiş ve öğrencilere sorular yönelmiştir. Fakat öğrencilerin cevaplarına herhangi bir dönüt vermemiş, sorunun çözümünü sesli bir şekilde tahtada gerçekleştirmiştir. Ardından da öğrencilerden defterlerine yazmalarını istemiş ve yeni bir soruya geçmiştir. Sorunun çözümünde ağırlıklı olarak aktif olan öğretmendir. Öğrencilerin aktif olmadığı bir soru çözüm etkinliği erken cebir süreciyle bağdaşmamaktadır.

Öğretmen: Yeni soru, $K \times 13 = 182$, $L \times 7 = 84$ ve $K \times L = M$ ise $K \times L \times M = ?$ Benzer bir soru biraz daha uzun. Çarpma bölme ilişkisi var. Kolay bir soru, dikkatli çözün.

Öğretmen soruyu tahtaya yazmış, öğrencilerden de defterlerine yazıp çözmelerini istemiştir. Sorunun kolay olduğunu söylemiş ve “çarpma-bölme ilişkisi var” şeklinde ipucu vermiştir. Ardından da sınıfta dolaşarak öğrencilerin çözümlerini kontrol etmiş, öğrencilere “doğru” ya da “yanlış” şeklinde dönütler vermiştir. Öğretmenden beklenen öğrencilerin çözümlerine yönelik “neden böyle yaptın, nasıl yaptın?” şeklinde sorular yönelterek onları konuşturması, düşüncelerini ortaya çıkarmaya çalışmasıdır. Öğretmen ise “doğru” ya da “yanlış” demekle yetinmiş, derse devam etmiştir.

Öğretmen: İki tane bölme işlemi, iki tane çarpma işlemi var. K'yı bulmak için 182'yi 13'e böleriz $182 \div 13 = 14$, $K = 14$, L'yi bulmak için 84'ü 7'ye böleriz, $84 \div 7 = 12$, $L = 12$, bize $K \times L \times M =$ soruluyor $12 \times 14 = 168$, $K \times L = 168$ bu aynı zamanda M'ye eşit o zaman 168 ile 168'i çarpıyoruz, birinci ve ikinci çarpan üç basamaklı burada hatalar yapmışsınız, dikkatli çarpalım $168 \times 168 = 28224$

Bakın arkadaşınız 168'le 14'ü çarpmış, sonucu 12 ile çarpmış bu da olur. Çarpmanın değişme özelliği, çarpanların yeri değişiyor sonuç değişmez.

Öğrenci 1: Öğretmenim baştan anlatır mısınız?

Öğretmen: Bakın önce 182’yi 13’e böldük K’yı bulduk, sonra 84’ü 7’ye böldük L’yi bulduk, sonra K ile L’yi çarptık M’yi bulduk daha sonra da 168 ile 168’i çarptık, bazı arkadaşlarımız 168 ile 14’ü çarpmış çıkan sonuç ile de 12’yi çarpmış bu da olur.

Öğrenci 2: Öğretmenim zaten konumuz çarpmada yer değiştirme özelliği değil mi?

Öğretmen: Evet konumuz o zaten. Şunlara dikkat etmeliyiz; çarpım tablosunu yanlışsız bileceksiniz, işlem yaparken eldeyi unutmayacaksınız ve basamakları doğru yere yazacaksınız.

Öğretmen tahtada çözümü sesli bir şekilde yaptıktan sonra öğrencilerden cevaplarını kontrol etmelerini, yanlış yapanların tahtaya bakarak düzeltmelerini istemiştir. Öğretmenden beklenen tahtada işlemleri öğrencilere yaptırmayı, farklı öğrencileri tahtaya kaldırarak öğrencilerin tamamını aktif hale getirmeye çalışmasıdır. Böylelikle öğrenciler ne düşündüklerini ve bireysel olarak çözüm stratejilerini sınıfta yansıtabilecekler, sınıf içi tartışmalar gerçekleştirerek birbirlerinden etkileneceklerdir. Öğretmen öğrencilerden birkaçının bu soruyu defterlerine çözerken işlem hatası yaptıklarını görmüş fakat bu durumun üzerinde yeterince durmamış, sadece işlem yaparken dikkatli olmaları gerektiğini söylemiştir.

İşlem hatası yapan öğrenciler aritmetik işlemlerle ilgili zorluklara sahip olabilirler. Bu zorlukların giderilmemesi ise öğrencilerin cebire geçişte çeşitli problemlerle karşılaşmalarına neden olabilir. Burada öğretmenden beklenen işlem hatası yapan öğrencileri dikkate alması, onlara aritmetik işlemler içeren etkinlikler yaptırarak sorunu tespit etmesi ve çözüme yönelik öğretim etkinlikleri yapmasıdır. Çünkü erken cebir sürecinin amaçlarından biri öğrencilerin aritmetik yetersizliklerini tespit edip bunları gidermektir.

Öğretmen: Yeni soru.

$$(36 \times 25) \times A = (18 \times 25) \times 36$$

$$(41 \times B) \times 51 = (51 \times 8) \times 4 \text{ olduğuna göre } A \times B = ?$$

Öğretmen soruyu tahtaya yazmış, öğrencilerden de defterlerine yazıp çözmelerini istemiştir. Bu esnada sınıfta dolaşarak öğrencilerin çözümlerini kontrol etmiş, “doğru” ya da “yanlış” şeklinde dönütler vermiştir.

Öğretmen: $(36 \times 25) \times A = (18 \times 25) \times 36$, A kaçtır?

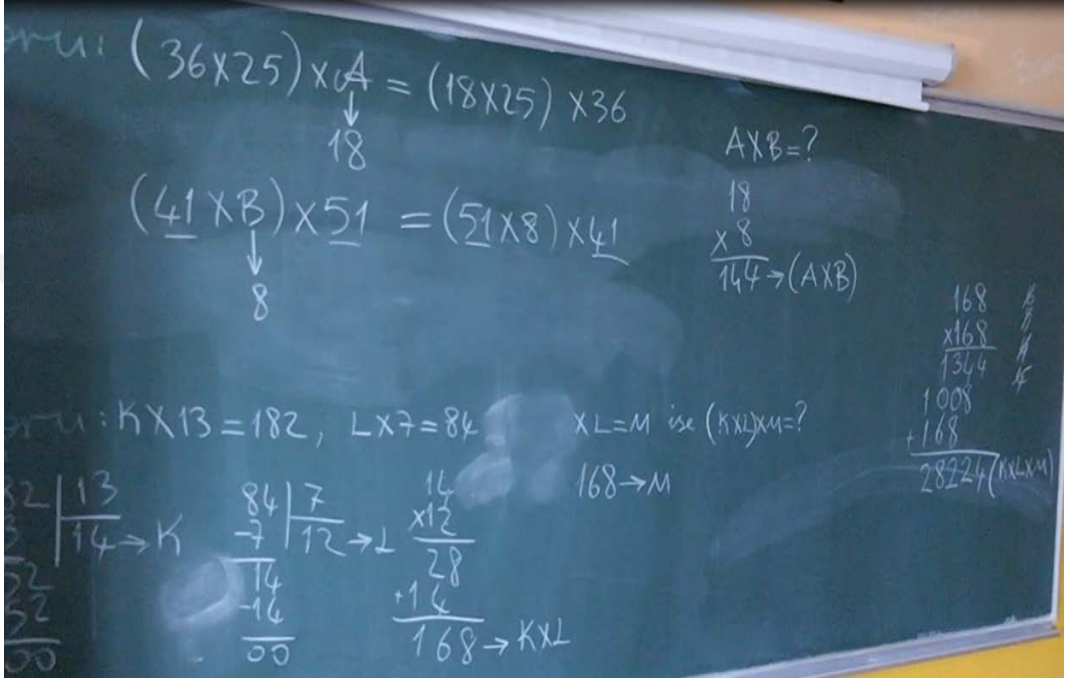
Öğrenci 1: 18

Öğretmen: Evet çünkü çarpmada değişme özelliği var, eşit işaretinin iki tarafında da aynı sayılar olmalı bakıyoruz sol tarafta 18 yok demek ki $A = 18$.

$$(41 \times B) \times 51 = (51 \times 8) \times 41, B \text{ kaçtır?}$$

Öğrenci 2: 8

Öğretmen: Evet bakıyoruz eşitliğin iki tarafına da 8 yok $B = 8$, bize $A \times B =$ soruyor $18 \times 8 = 144$. Çözümlerinizi tahtadan kontrol edin.



Öğretmen sorunun çözümünü tahtada sesli bir şekilde gerçekleştirmiş, soru-cevap şeklinde öğrencileri çözüm sürecine dâhil etmeye çalışmıştır. Öğrencilerin cevaplarına yeterince dönüt vermemiş, öğrencilere verdikleri cevaplarla ilgili neden öyle düşündüklerini sormamış, kendisi açıklama yapmıştır. Çözüm esnasında eşit işaretine vurgu yapmış ve çözümü eşit işaretinin anlamıyla ilişkilendirerek yapmıştır. Erken cebir kapsamında öğretmenden beklenen öğrencilere verdikleri cevapları sorgulayıcı sorular yönelterek düşüncelerini ortaya çıkarmaya, çözüm sürecinde ilişkileri ve kuralları öğrencilerin keşfetmelerini sağlamaya çalışmasıdır.

Ders sonrası yapılan değerlendirme sonucunda sınıf öğretmenine uygulamaya dönük bilgi verilmiştir. Yapılan değerlendirmede araştırmacı tarafından erken cebir kapsamında “Üç doğal sayı ile yapılan çarpma işleminde sayıların birbirleriyle çarpılma sırasının değişmesinin, sonucu değiştirmedini gösterir. Çeşitli araçlar ve stratejiler kullanarak bir ve iki basamaklı rakamların

çarpımını içeren eşitliklerde verilmeyeni bulur” kazanımlarına ilişkin hazırlanan etkinliğin amacına hizmet ettiği fakat sınıf öğretmeninin öğretime yönelik davranışlarından kaynaklanan eksiklikler olduğu sonucuna varılmıştır. Öğretmen, soru cevap şeklindeki öğretim etkinlikleri esnasında öğrencilere yeterince dönüt vermesi konusunda bilgilendirilmiştir. Bu konuda öğretmenin etkinlikler ilerledikçe öğretim esnasında öğrencilerin verdikleri cevapları daha fazla dikkate aldığı görülmüştür.

On birinci ders

Kazanımlar: En çok iki basamaklı iki doğal sayının çarpımını tahmin eder ve tahminini işlem sonucu ile karşılaştırır. Tam sayılarla hesaplamaları kolaylaştırmak için çarpmanın toplama üzerine dağılma özelliğini kullanır.

Öğretmen: Başlık. İki doğal sayının çarpımını tahmin etme.

Öğretmen konu başlığını tahtaya yazmış ve öğrencilerden defterlerine yazmalarını isteyerek derse giriş yapmıştır.

Doğrudan kural verme

Öğretmen: Çarpma işleminin sonucunu tahmin ederken sayıları en yakın onluğa yuvarlayarak işlem yaparız. Bu şekilde elde ettiğimiz sonuç işlemin yaklaşık sonucudur. Yazdığınız kuralı bir defa okuyun.

Öğretmen doğrudan kural vermiş, kuralı öğrencilerin defterlerine yazmalarını ve bir kez okumalarını istemiştir. Bu şekilde davranarak öğrencilerin keşif süreci yaşamalarına fırsat vermemiş, erken cebirin ruhuna aykırı hareket etmiştir.

Soru sorma

Öğretmen: Soru, $67 \times 33 =$ işleminin sonucunu tahmin edelim ve bulduğumuz sonuç ile gerçek sonuç arasındaki farkı bulalım. Bakın açıklamada sonucu tahmin ederken sayıları en yakın onluğa yuvarlarız dedik. 67'nin en yakın onluğa yuvarlanması kaçtır? Parmak kaldırın.

Öğrenci 1: 70

Öğretmen: 33'ün en yakın onluğa yuvarlanmış hali kaçtır?

Öğrenci 2: 30

Öğretmen: 70 ile 30'u çarpıyoruz $70 \times 30 = 2100$, bu tahmini sonuç, gerçek sonucu da bulup farkı hesaplayacağız. Şimdi gerçek sonucu bulalım. $67 \times 33 = 2211$ bu da gerçek sonuç, farkı buluyoruz $2211 - 2100 = 111$, fark 111. Anlamayan var mı? Tahtadakileri yazın.

Öğretmen soruyu tahtaya yazmış, öğrencilere de çözüme ilişkin sorular yönelterek tahtada sesli bir şekilde çözmü gerçekleştirmiştir. Bu esnada öğrencilerin cevaplarına dönüt vermemiş, çözüm sürecinde hangi işlemleri yapacağına da kendisi karar vermiştir. İşlemi bitirdikten sonra “anlamayan var mı?” şeklinde sormuş, sınıftaki öğrenciler herhangi bir tepki vermemiştir. Bunun üzerine tahtadakileri yazın diyerek başka bir konuya geçmiştir. Öğretmenin bu şekilde öğretim yapması öğrencilerin derse olan ilgilerini azaltmıştır. Öğretmenin işlemleri kendisinin yapması ve hangi işlemi yapması gerektiğine kendisinin karar vermesi öğrencilerin muhakeme yapmalarına ve keşif süreci yaşamalarına engel olmaktadır.

Öğretmen: Şimdi farklı bir konu, dikkatli dinleyin.

Öğrenci: Öğretmenim iki doğal sayının çarpımını tahmin etme ile ilgili sadece bir soru çözdük.

Öğretmen: Evet, yeterli.

Öğretmen yeni bir konu anlatacağını belirtmiş, bir öğrenci ise iki doğal sayının çarpımını tahmin etme ile ilgili sadece bir soru çözdüklerini söylemiştir. Öğrencinin bu şekildeki itirazından hareketle konuyu anlamayan öğrencilerin olduğunu düşündürmüştür. Öğretmen ise öğrencinin itirazını dikkate almamış, “yeterli” diyerek yeni konuya geçmiştir. Öğretmenin bu şekilde davranması erken cebir etkinliklerinin amaçlarına tamamen aykırıdır.

Doğrudan kural verme

Öğretmen: Başlık, çarpmanın toplama üzerindeki dağılma özelliği. Çarpmanın toplama üzerindeki dağılma özelliği kolay işlem yapmamızı sağlar, bu sırada sayıları uygun şekilde parçalayarak işlem yaparız.

Öğretmen başlığı tahtaya yazmış, ardından da kuralı sesli bir şekilde okuyarak öğrencilerden defterlerine yazmalarını istemiştir. Erken cebir kapsamında hazırlanan ders içeriklerinde kuralları öğrencilerin keşfetmeleri amaçlanmıştır. Fakat öğretmen kuralı doğrudan söylemiş, öğrencilerin keşif süreci yaşamalarına fırsat vermemiştir.

Soru sorma

Öğretmen: Soru, $10 \times 107 =$ işlemini çarpmanın toplama üzerindeki dağılma özelliğini kullanarak hesaplayalım.

$107 \rightarrow (100 + 7)$ işlem kolaylığı açısından 107'yi parçaladık

$$10 \times (100 + 7) =$$

$$(10 \times 100) + (10 \times 7) =$$

$1000 + 70 = 1070$, çarpmanın toplama üzerindeki dağılma özelliğini kullanarak sonucu bulduk.

Öğrenci 1: Öğretmenim anlamadım.

Öğretmen: Tekrar açıklayacağım, çoğu anlamadı zaten. 107, 100 ile 7'nin toplamı değil midir? Şöyle yazıyorum bakın $(100 + 7) \times 10 =$, 100 ile 10'u çarptık, 7 ile 10'u çarptık sonra da topladık yani şöyle $(10 \times 100) + (10 \times 7) = 1070$, anlayan? Ben kimin anlayıp anlamadığını gözlerinizden anlıyorum.

Öğretmen soruyu tahtaya yazdıktan sonra öğrencilere çözmeleri için fırsat tanımamış, konuyu soru üzerinden tahtada sesli bir şekilde anlatmak istemiştir. Bu sırada öğrencilerin bir kısmı çözmek istemiş, öğretmen söz hakkı vermemiştir. Ardından tahtada işlemi sesli bir şekilde anlatarak gerçekleştirmiştir. Öğretmen işlemi gerçekleştirirken öğrencilere herhangi bir soru yönelmemiş, işlemi nasıl yapacağına kendisi karar vermiştir. Bu esnada öğrenciler sadece dinleyici konumunda beklemişler, bazı öğrenciler ise soruyu defterlerine çözmeye çalışmışlardır. Öğretmen çözümü gerçekleştirdikten sonra bir öğrenci anlamadığını belirtmiş, öğretmen ise “tekrar açıklayacağım, çoğu anlamadı zaten” diyerek tahtada yaptığı işlemleri tekrar anlatmıştır.

Öğretmen öğrencilerin anlamadıklarını farkettiği halde tahtada anlatmaya ve işlem yapmaya devam etmiştir. Burada öğrencilerin anlamamalarının temel nedeni öğretmenin tahtada çözümü kendisinin gerçekleştirmesi, çözüm esnasında yapacağı işlemlere kendisinin karar vermesi, öğrencilere düşüncelerini ortaya çıkaracak herhangi bir soru yönelmemesidir. Erken cebir etkinliklerinde öğretimin tamamında öğrencilerin aktif, öğretmenin ise rehber konumunda olması amaçlanmıştır. Bu sorunun çözümünde olduğu gibi öğretmenin aktif, öğrencinin dinleyici konumunda olduğu bir öğretim erken cebir sürecine aykırıdır.

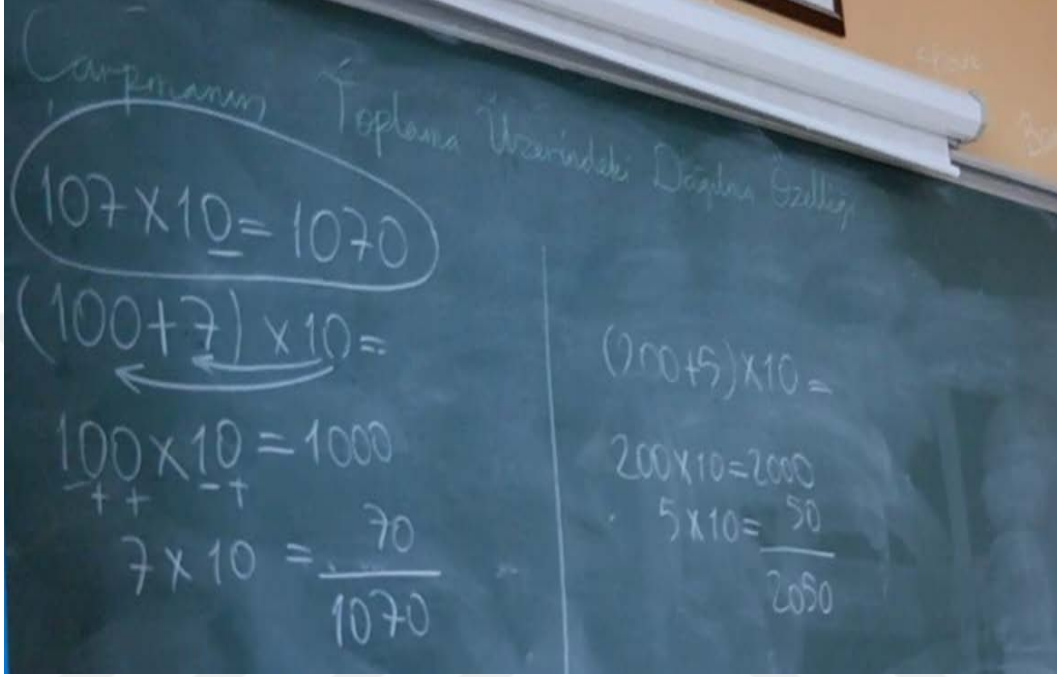
Öğretmen: $(200 + 5) \times 10 =$ bunu kim yapabilir?

Öğrenci 2: 200 ile 5'i toplar 10 ile çarparız.

Öğretmen: Hayır, öbür türlü, az önce yaptığımız gibi.

Öğrenci 2: 200 ile 10'u çarpalım, 5 ile 10'u çarpalım. Sonra eee...

Öğretmen: Sonra? Bak arada toplama işareti var, 200 ile 10'u çarpıyoruz, 5 ile 10'u çarpıyoruz sonra topluyoruz. $200 \times 10 = 2000$, $5 \times 10 = 50$, $2000 + 50 = 2050$, yazın tahtadakileri.



Öğretmen öğrencilere konuyla ilgili yeni bir soru yöneltmiştir. Söz hakkı verdiği öğrenci ilk esnada kendisinden beklenen şekilde cevap vermemiş, öğretmenin yönlendirmesiyle isteneni yapmış, fakat sonucu bulamamıştır. Öğrencinin bu işlemde sonucu bulamaması iki adımlı işlemlerle ilgili zorluklara sahip olduğunu akla getirmiştir. Öğrencilerin sahip oldukları aritmetik zorlukların cebire geçişte problemlere neden olabileceği, bu zorlukların ise erken cebir sürecinde giderilebileceği söylenebilir. Burada öğretmenden beklenen cevabı bulmaya yönelik öğrenciye yönlendirici sorularla rehberlik etmesi, buna rağmen öğrenci bulamazsa sorunun çözümüne ilişkin başka öğrencilere söz hakkı vermesidir. Öğretmen ise öğrencinin takıldığı andan itibaren işlemi kendisi yapmış, herhangi bir öğrenciye söz hakkı vermemiş ve öğrencilerden tahtadakileri yazmalarını istemiştir.

Alıştırma

Öğretmen: Soru, $(9 \times 50) + (9 \times 8) =$ işlemi hangi iki sayının çarpımına eşittir? Kim söyler cevabı? Kimse anlayamadı mı?

Öğrenci 1: 522

Öğretmen: İşlemin sonucunu istemiyor bizden, hangi iki sayının çarpımına eşittir diye soruyor?

İki sayı da 9 ile çarpılmış, yani 58 ile 9'un çarpımına eşit. 50 de 9 ile çarpılmış, 8 de 9 ile çarpılmış, ortak olan 9, o zaman 50 ile 8'i toplayalım, 58 ile 9'un çarpımına eşit.

Tahtaya bakın, $(40 \times 7) + (5 \times 7) =$ hangi iki sayının çarpımına eşittir?

Öğrenci 2: 45 ile 7

Öğretmen: Evet, 40'ta 7 ile çarpılmış 5'te 7 ile çarpılmış $40 + 5 = 45$, yani $45 \times 7 =$ ile aynı

Öğrenci 3: Öğretmenim anladım 7'lerden biri 6 olsa bulamayız

Öğretmen: Evet, o zaman ortak olmaz, ayrı ayrı hesaplamamız lazım.

$(50 \times 5) + (3 \times 5) =$ hangi iki sayının çarpımına eşittir?

Öğrenci 4: 53 ile 5'in

Öğretmen: 53 ile 5'in çarpımına eşit doğru.

$(40 \times 7) + (7 \times 7) =$ hangi iki sayının çarpımına eşittir?

Öğrenci 5: Bilmiyorum

Öğretmen: Kızım 40 ile 7'yi toplayamıyor musun? 47 ile 7'nin çarpımına eşit.

$(60 \times 8) + (9 \times 8) =$ hangi iki sayının çarpımına eşittir?

Öğrenci 6: 69 ile 8'in

Öğretmen konuyu anlamayan öğrencilerin olduğunu düşünmüş ve pekiştirmek amacıyla alıştırma yapmaya karar vermiştir. Tahtaya yazdığı ilk alıştırma sorusunu öğrencilere yöneltmiş ve çözmelerini istemiştir. Bir süre beklemiş fakat öğrencilerden cevap veren olmamıştır. Öğretmenin "kimse anlamadı mı?" şeklindeki sorusuna bir öğrenci çarpma işleminin sonucunu hesaplayıp cevap vermiştir. Bunun üzerine öğretmen biraz kızmış ve soruyu sesli bir şekilde tahtada çözmüş, öğrencilerden dikkatli bir şekilde dinlemelerini istemiştir. Burada öğretmenden çözüme yönelik sorularla öğrencileri yönlendirmesi beklenmektedir. Öğretmen ise soruyu kendisi çözmüştür. Ardından benzer sorularla alıştırmalar yaptırmış, öğrenciler doğru cevaplar vermeye başlamıştır. $(40 \times 7) + (5 \times 7) =$ sorusuna bir öğrencinin "öğretmenim anladım 7'lerden biri 6 olsa bulamayız" şeklinde cevap vermesi öğrencilerin çarpmanın toplama üzerindeki dağılma özelliğini keşfetmeye başladığını göstermiştir. Burada

görüldüğü gibi öğrenciler fırsat verildiğinde işlemler arası ilişkileri ve kuralları keşfedebilmektedirler. Bu durum erken cebir kapsamında hazırlanan ders içeriklerinin amaçlarıyla örtüşmektedir. $(40 \times 7) + (7 \times 7) =$ hangi iki sayının çarpımına eşittir? sorusuna bir öğrenci “bilmiyorum” yanıtını vermiştir. Bu durum öğrencinin iki adımlı aritmetik işlemlerle ilgili zorluklara sahip olduğunu akla getirmiştir. Öğretmen ise duruma sinirlenerek “kızım 40 ile 7’yi toplayamıyor musun? 47 ile 7’nin çarpımına eşit” şeklinde cevap vermiş ve başka soruya geçmiştir. Öğretmenin bu şekilde davranması ve ayrıca öğrencilerin cevaplarına yeterince dönüt vermemesi erken cebir sürecine aykırı olmakla birlikte öğrencilerin motivasyonlarını da düşürmüştür. Öğretmenin anlamayan öğrencilerle ilgilenmek yerine onları görmezden gelmesi bu öğrencilerin öğrenmelerine engel olmaktadır. Bu durum erken cebir kapsamında hazırlanan ders içeriklerinin amaçlarına tamamen terstir. Öğretmen dersi bu şekilde sonlandırmıştır.

Ders sonrası yapılan değerlendirme sonucunda sınıf öğretmenine uygulamaya dönük bilgi verilmiştir. Yapılan değerlendirmede araştırmacı tarafından erken cebir kapsamında “*En çok iki basamaklı iki doğal sayının çarpımını tahmin eder ve tahminini işlem sonucu ile karşılaştırır. Tam sayılarla hesaplamaları kolaylaştırmak için çarpmanın toplama üzerine dağılma özelliğini kullanır*” kazanımlarına ilişkin hazırlanan etkinliğin amacına hizmet ettiği fakat sınıf öğretmenin öğretime yönelik davranışlarından kaynaklanan eksiklikler olduğu sonucuna varılmıştır. Öğretmen, doğrudan kural vermeme konusunda bilgilendirilmiş olmasına rağmen bu alışkanlığını devam ettirmiştir. Konuyla ilgili kuralları ve ilişkileri öğrencilerin keşfetmeleri için onlara yeterince fırsat vermesi ve rehberlik etmesi hususunda bilgilendirilmiştir.

On ikinci ders

Kazanımlar: Doğal sayılarla çarpma işlemini gerektiren problemleri çözer. Doğal sayılarla bölme işlemini gerektiren problemleri çözer. İki adımlı işlemleri yapar.

Öğretmen: Başlık, doğal sayılarda çarpma ve bölme işlemi gerektiren problemler.

Öğretmen yeni konuyu tahtaya yazmış ve öğrencilerden de defterlerine yazmalarını istemiştir.

Doğrudan kural verme

Öğretmen: Artan şeyler toplanır, eşit oranda artıyorsa çarpılır. Azalan şeyler çıkarılır, eşit oranda azalıyorsa bölünür.

Öğretmen doğrudan kural vermiş ve öğrencilerden söylediklerini defterlerine yazmalarını istemiştir. Öğretmenin verdiği kural toplama ile çarpma ve çıkarma ile bölme arasındaki ilişkiyi ifade etmektedir. Öğretmen öğrencilerin işlemler arasındaki ilişkileri keşfetmelerine yönelik soru sormak ya da etkinlik yapmak yerine doğrudan kural vermiştir. Erken cebir etkinliklerinde öğrencilerin keşif süreci yaşamaları, muhakeme yapmaları, ilişkileri ve kuralları zihinsel süzgeçlerinden geçirdikten sonra kendilerinin keşfetmeleri amaçlanmıştır. Öğretmenin bu şekilde öğretim yapması erken cebir etkinliklerinin amaçlarına hizmet etmemektedir.

Problem çözme-Önbilgi yoklama-Doğrudan kural verme

Öğretmen: Problem. Bir çaycı 125 gram çaydan 50 bardak çay yapmaktadır. Çaycı 1 günde 6 kg (6000 gram) çay kullanmaktadır. Çayın bir bardağı 1 lira olduğuna çaycı günde kaç lira kazanmaktadır?

Beni dinleyin, bir birimi kendinden büyük bir birime çevirirken 10'a bölüyoruz, kendinden küçük bir birime çevirirken 10 ile çarpıyoruz, mm<cm<dm<m,<dam<hm<km bu uzunluk ölçüleri; mg<cg<dg<g<dag<hg<kg bu da ağırlık ölçüleri, mesela 1m=100cm

Öğretmen problemi tahtaya yazmış, öğrencilerden defterlerine yazıp çözmelerini istemiştir. Bir süre bekledikten sonra problemde hareketle ağırlık ve uzunluk ölçülerinin birbirlerine nasıl dönüştürüldüğünü öğrencilere hatırlatmak istemiş, öğrencilerin önbilgilerini yoklamıştır. Fakat öğrencilere yeterince söz hakkı vermemiş ve ölçüleri birbirlerine dönüştürürken ne yapmaları gerektiğini kural şeklinde tahtaya yazmıştır.

Öğretmen öğrencilerin önbilgilerini yoklayarak ders içi etkinlikleri buna göre şekillendirmek, böylelikle de öğretimin ve öğrenmenin kalitesini artırmak istemiştir. Fakat bunu yaparken öğrencilere yeterince söz hakkı vermemiş ve kuralları doğrudan söylemiş dolayısıyla da önbilgi yoklama etkinliğini beklenen şekilde amacına hizmet etmesini sağlayamamıştır.

Öğretmen: Bunu niye gösterdim bu problemde bize lazım da ondan. Bakın bir çaycı 125 gram çaydan 50 bardak çay yapmış, bir günde 6 kg çay kullanıyormuş, kg'ı grama

çevirmek için şemaya (mg<cg<dg<g<dag<hg<kg) bakalım. Üç kez 10 ile çarpmamız gerekiyor yani 100 ile. 1 kg = 1000 g, 6 kg = 6000 g. Eğer ölçüleri birbirine çevirmeyi bilmezsek bu problemi çözemeyiz.

125 g çaydan 50 bardak çay çıkarıyorsa 6000 g dan daha fazla çıkarır değil mi? Nasıl yaparız? (Sınıftan cevap yok). Tekrar okuyun.

Öğrenci 1: 6000'i 125'e böleriz

Öğretmen: Aferin, 6000'i 125'e böleriz, $6000 \div 125 = 48$, 48 tane 125 g oldu, şimdi ne yapmamız lazım?

Öğrenci 2: 125 g çaydan 50 bardak çay çıkarıyorsa 6000 g dan 48 bardak çıkarır.

Öğretmen: Hayır, 6000'in içinde 48 tane 125 var.

Öğrenci 3: 50 ile 48'i çarpalım

Öğretmen: Evet, $50 \times 48 = 2400$ bardak çay, bu 1 günde, çayı 1 liradan satıyormuş kaç para kazanır? Şimdi ne yapmalıyız?

Öğrenci 4: 2400'ü 1 lira ile çarpmamız lazım

Öğretmen: Evet, $2400 \times 1 = 2400$ lira kazanır, anladınız mı?

Öğretmen problemi tekrar okuyarak öğrencilere nasıl yapabileceklerini sormuş, fakat öğrencilerden herhangi bir yanıt alamamıştır. Bunun üzerine problemi tekrar okumalarını istemiştir. Ardından öğretmen soru-cevap şeklinde öğrencileri yönlendirerek problemin çözüm işlemlerini adım adım tahtada gerçekleştirmiştir. Problemin çözüm sürecinde öğrencilerin çoğunun iki adımlı işlemleri anlamakta ve yapmakta zorlandıkları görülmüştür. Problemi tahtada sesli bir şekilde çözdükten sonra öğretmenin “anladınız mı?” şeklindeki sorusuna öğrencilerden herhangi bir tepki gelmediği için öğretmen en baştan tekrar anlatmıştır. Öğrencilerin tepki vermemesi çarpma ve bölme işlemlerini içeren problemleri çözemekte zorlandıklarını, iki adımlı işlemler yapmayı gerektiren durumlarla ilgili zorluklara sahip olduklarını akla getirmiştir. Öğretmen bir ders saatini bu probleme ayırmıştır. Fakat dersin sonunda sınıfta anlamayan öğrencilerin olduğu gözlemlenmiştir. Erken cebir etkinliklerinde öğretmenden problemi öğrencilerin anlayabilecekleri şekilde somutlaştırması, problemin çözüm sürecinde yapılacak işlemlere öğrencilerin karar vermelerini sağlaması, öğrencileri matematiksel ilişkileri keşfetmeye ve düşüncelerini ortaya çıkarmaya yönelik sorularla yönlendirmesi ve öğrencilerin cevaplarına yeterince dönüt vermesi beklenmektedir. Öğretmen ise öğrencilerin anlamalarını sağlamak

amacıyla problemin çözüm aşamalarını tekrar anlatmıştır. Öğrencilere konuyla ilgili herhangi bir ödev vermemiş ve dersi bu şekilde bitirmiştir.

Ders sonrası yapılan değerlendirme sonucunda sınıf öğretmenine uygulamaya dönük bilgi verilmiştir. Yapılan değerlendirmede araştırmacı tarafından erken cebir kapsamında “*Doğal sayılarla çarpma işlemini gerektiren problemleri çözer. Doğal sayılarla bölme işlemini gerektiren problemleri çözer. İki adımlı işlemleri yapar*” kazanımlarına ilişkin hazırlanan etkinliğin amacına hizmet ettiği fakat sınıf öğretmenin öğretime yönelik davranışlarından kaynaklanan eksiklikler olduğu sonucuna varılmıştır. Öğretmen, doğrudan kural vermemesi, öğrencilere keşif süreci yaşamaları için rehberlik etmesi ve etkinliklerin tamamına yeteri kadar süre ayırması konularında bilgilendirilmiştir. Öğrencilerin bir sonraki etkinliğe geçmeden diğer problemleri de çözerek etkinliğin tamamlanması sağlanmıştır.

On üçüncü ders

Kazanımlar: *Doğal sayılarla çarpma işlemini gerektiren problemleri çözer. Doğal sayılarla bölme işlemini gerektiren problemleri çözer. İki adımlı işlemleri yapar.*

Problem çözme-Somutlaştırma

Öğretmen: Yeni problem. Bir konferans salonunda 48 sıra ve her sırada 15 koltuk bulunmaktadır. Bu salonda yapılan bir konferansta 47. sırada 7, 48. sırada 8 boş koltuk bulunduğu göre konferansa kaç kişi katılmıştır?

Yüzme havuzuna gittiğimizde birine seyirci sayısını sordum tek tek saymaya kalktı, hâlbuki bir sırasını sayarsın kaç sıra varsa çarparsın daha kolay olur. Kalk, sınıfımızda kaç sıra var say.

Öğrenci 1: 12

Öğretmen: Her sırada 2 kişi otursa sınıf mevcudu kaç olur?

Öğrenci 2: 24

Öğretmen: 12 ile 2’yi çarparsın 24. 10. ve 12. sıra boş olsun kaç kişi olur sınıfta?

Öğrenci 3: 20

Öğretmen: Bu da benzer bir soru. 48 sıra var her sırada 15 koltuk var, 47. sırada 7, 48. sırada 8 koltuk boşmuş. Yapın şimdi. 48 ile 15’i çarparsın $48 \times 15 = 720$ kişi olması

gereken, ama 7 ve 8 kişi gelmemiş $7 + 8 = 15$ kişi, 15 koltuk boş, 720'den 15'i çıkarıyoruz $720 - 15 = 705$ kişi

Öğrenci: Öğretmenim başka yolu var mı?

Öğretmen: Başka yolu, 15 ile 48'i, 7 ile 8'i yer değiştiririz

Öğretmen bir önceki derste konunun yeterince anlaşılmadığını düşünmüş ve aynı kazanımlara yönelik etkinliklere devam etmiştir. Tahtaya problem yazarak derse giriş yapmış ve öğrencilerden de defterlerine yazmalarını istemiştir. Ardından bütün sınıfla birlikte daha önce gitikleri yüzme müsabakaları ile ilgili bir anılarını anlatarak problemi somutlaştırmış ve tahtada yazılı olan problemle ilişkilendirmiştir. Sınıflarındaki sıra sayısı ile öğrenci sayısını da soru-cevap şeklinde öğrencilere hesaplattırılmış, böylelikle problemi gündelik hayatla ilişkilendirmiştir. Bütün bunlardan sonra problemi defterlerine çözmelerini istemiştir. Öğretmenin problemi somutlaştırması ve günlük hayatla ilişkilendirmesi erken cebir etkinliklerinin amaçlarına hizmet etmektedir.

Öğretmen sınıfta dolaşarak öğrencilerin çözümlerini kontrol etmiş, öğrencilerin tamamının problemi doğru cevapladığını görmüştür. Bunun üzerine tahtada da kendi çözüm stratejisini anlatarak problemin çözümünü gerçekleştirmiştir. Erken cebir sürecinde öğretmenden beklenen öğrencilere problem çözüme sürecinde kendi stratejilerini ortaya koyacakları fırsatlar sunmasıdır. Yani problemin çözüm sürecini tahtada öğretmen değil öğrenciler gerçekleştirmelidir. Ayrıca öğretmen sınıfta farklı stratejilerle problemin çözümünü gerçekleştirenler var mı belirleyip, varsa onların da stratejilerini tahtada diğer öğrencilerle paylaşmalarını sağlamalıdır.

Problemin çözümünden sonra bir öğrenci “öğretmenim başka yolu var mı?” diye sormuş, öğretmen de “15 ile 48'i, 7 ile 8'i yer değiştiririz” şeklinde cevap vermiştir. Öğretmen işlem yaparken rakamların yerleri değiştirmeyi farklı bir çözüm yöntemi olarak sunmuştur. Bu da öğretmenin derse yeterince hazırlanmadığını göstermektedir. Halbuki problemde her sırada 15 koltuk ve 47. sırada 7, 48. sırada 8 boş koltuk bulunduğu belirtilmiştir. Yani boş koltukların toplamı $7 + 8 = 15$ bir sıradaki koltuk sayısına eşittir. Dolayısıyla salonda 47 sıranın tamamı doluymuş kabul edilebilir ve problemin farklı bir çözüm yolu olarak $47 \times 15 = 705$ şeklinde öğrencilere sunulabilir. Öğretmen rakamların yerlerini değiştirerek işlem yapmayı farklı bir çözüm yolu olarak sunmuş,

öğrencilere de farklı bir çözüm yolu ile işlem yapan var mı diye sormamış, yeni bir probleme geçmiştir.

Problem çözme-Soru sorma

Öğretmen: Yeni soru, Bir çiftlikteki hindi sayısı, koyun sayısının 4 katıdır. Hindi ve koyunların ayak sayıları toplamı 468 olduğuna göre bu çiftlikteki hayvan sayısı kaçtır? Çözün bakalım.

Öğrenci 1: Öğretmenim hindinin kaç ayağı var?

Öğretmen: 2, koyunların da 4 ayağı var.

Öğretmen problemi tahtaya yazdıktan sonra öğrencilerden defterlerine yazıp çözmelerini istemiştir. Bir öğrenci öğretmene hindinin kaç ayağı olduğunu sormuş, öğretmen de hindinin 2, koyunun ise 4 ayağı olduğunu söylemiştir. Öğretmen sınıfta dolaşarak öğrencileri kontrol etmiş, fakat problemi çözebilen öğrenci olmamıştır. Bunun üzerine öğretmen sınıfta gözlemci olarak bulunan araştırmacıdan yardım istemiş, problemin çözümünü sesli bir şekilde tahtada anlatmasını istemiştir.

Araştırmacı: Arkanıza yaslanın, birlikte çözelim.

Çiftlikteki hindi sayısı koyun sayısının 4 katıymış. Koyun sayısını biliyor muyuz?

Öğrenci 1: Hayır.

Araştırmacı: O zaman koyun sayısını nasıl belirtelim?

Öğrenci 1: olarak ifade edelim.

Araştırmacı: Arkadaşınıza katılıyor musunuz?

Öğrenci 2: Evet.

Öğrenci 3: Evet.

Araştırmacı: Peki öyleyse hindi sayısını nasıl ifade ederiz? 4 katı diyor soruda.

Öğrenci 4: $4\Box$ şeklinde gösterebiliriz.

Araştırmacı: Aferin. Şimdi koyun sayısı , hindi sayısı $4\Box$, neyi biliyoruz toplam ayak sayısını, hindinin kaç ayağı var?

Öğrenci 5: 2

Araştırmacı: O zaman ne yapmamız lazım?

Öğrenci 5: Hindi sayısı ile ayak sayısını çarpmamız lazım.

Araştırmacı: Evet, ne için, hindilerin ayak sayısını bulmak için, $4\Box \times 2 = 8\Box$, bu ne şimdi?

Öğrenci 5: Hindilerin ayak sayısı.

Araştırmacı: Evet, peki koyunun kaç ayağı var?

Öğrenci 6: 4

Araştırmacı: O zaman koyunların ayak sayılarını bulmak için ne yaparız?

Öğrenci 6: 4 ile çarpalım.

Araştırmacı: Evet 4 ile çarpalım, $\Box \times 4 = 4\Box$, şimdi ne yapmalıyız? Bakın hindilerin ve koyunların ayak sayılarını biliyoruz, toplam ayak sayılarını da biliyoruz. Ne yapmam lazım?

Öğrenci 7: Öğretmenim emin değilim ama.

Araştırmacı: Olsun söyle

Öğrenci 7: İkisini toplayıp 468'e böleriz

Araştırmacı: Niye?

Öğrenci 7: Çünkü koyun sayısı ile hindi sayısının ayakları toplamını bulmak için.

Araştırmacı: Başka fikri olan?

Öğrenci 8: Öğretmenim çünkü ayak sayısını söylüyor.

Araştırmacı: Başka?

Öğrenci 9: $8\Box$ ile $4\Box$ toplanır, 468'den çıkarılır

Araştırmacı: Çıkarır mıyız?

Öğrenci 9: Böleriz.

Araştırmacı: Evet hindilerin ayak sayılarını biliyoruz, koyunların ayak sayılarını biliyoruz, toplam ayak sayılarını biliyoruz, ne yapalım $8\Box$ ile $4\Box$ toplanır, 468'e eşit, o zaman \Box değerini bulmak için bölmemiz gerek. $8\Box + 4\Box = 12\Box = 468$, $468 \div 12 = 39$, bu sayı neyin sayısı?

Öğrenci10: Bir kutucuk.

Araştırmacı: Bir kutucuk aynı zamanda neydi?

Öğrenci 11: Koyun sayısı.

Araştırmacı: Evet, o zaman koyun sayısı 39'muş. Peki hindi sayısını bulmak için ne yapalım?

Öğrenci 12: 39'u 4 ile çarpalım.

Araştırmacı: Çarpalım, $39 \times 4 = 156$, bu da hindi sayısı, bize neyi soruyor toplam hayvan sayısını, o zaman ne yaparız?

Öğrenci 13: 39 ile 156'yı toplarız.

Araştırmacı: Toplayalım, $39 + 156 = 195$, çiftlikteki toplam hayvan sayısı

Öğretmen: Bu daha önce hiç yapmadığımız bir problem türü, bir de ben anlatayım tekrar.

Araştırmacı öğrencilerden arkalarına yaslanmalarını, dikkatli bir şekilde dinlemelerini ve soracağı sorulara cevap vermelerini istemiştir. Ardından öğrencilere problemin çözümüne yönelik sorular yöneltmiştir. Bu süreçte farklı öğrencileri konuştırmaya ve öğrencilerin cevaplarına dönüt vermeye çalışmıştır. Soru-cevap şeklindeki problem çözüm sürecinde öğrencilerin çoğu parmak kaldırarak araştırmacının sorularına cevap vermek istemiştir. Yine bu süreçte araştırmacı öğrencilere “niye?, arkadaşınıza katılıyor musunuz?” şeklinde sorular yönelterek onların düşüncelerini ortaya çıkarmaya ve öğrencilerin birbirlerinin fikirleri hakkında tartışmalarını sağlamaya çalışmıştır. Problemin çözümü gerçekleştirildikten sonra öğretmen “bu daha önce hiç yapmadığımız bir problem türü, bir de ben anlatayım” diyerek tahtadaki çözüm üzerinden tekrar anlatmıştır.

Öğrenciler daha önce bu tarz bir problemle karşılaşmadıkları için problemin çözümünde zorlanmışlardır. Erken cebir kapsamında hazırlanan ders içeriklerinde öğrencilerin mümkün olduğunca farklı formatta problemlerle karşılaşmaları amaçlanmıştır. Bu şekilde öğrencilerin muhakeme yapmaları, işlemler arası ilişkileri keşfetmeleri, bilinmeyen kavramını anlamlandırmaları, farklı çözüm stratejileri geliştirmeleri amaçlanmıştır. Bu problemde olduğu gibi öğrencilerin farklı formatlarda problemlerle ilk kez karşılaştıkları durumlarda, problemin çözüm sürecinde aktif rol almaları öğretimi olumlu yönde etkilemektedir. Öğretmenden beklenen öğrencilerin olabildiğince farklı formatta problemlerle karşılaşmalarını ve problem çözüm sürecinde olabildiğince aktif olmalarını sağlamaya çalışmasıdır. Erken cebir kapsamında hazırlanan ders içeriklerinde farklı formatta problemler bulunmasına rağmen öğretmen dersi bu problemle tamamlamış ve öğrencilere diğer problemleri ev ödevi olarak vermemiştir.

Ders sonrası yapılan değerlendirme sonucunda sınıf öğretmenine uygulamaya dönük bilgi verilmiştir. Yapılan değerlendirmede araştırmacı tarafından erken cebir kapsamında “Doğal sayılarla çarpma işlemini gerektiren

problemleri çözer. Doğal sayılarla bölme işlemini gerektiren problemleri çözer. İki adımlı işlemleri yapar” kazanımlarına ilişkin hazırlanan etkinliğin amacına hizmet ettiği fakat sınıf öğretmenin öğretime yönelik davranışlarından kaynaklanan eksiklikler olduğu sonucuna varılmıştır. Öğretmen, erken cebir kapsamında hazırlanan etkinliklerin tamamına yeteri kadar süre ayırması konusunda bilgilendirilmiştir. Öğrencilerin bir sonraki etkinliğe geçmeden diğer problemleri de çözerek etkinliğin tamamlanması sağlanmıştır.

On dördüncü ders

Kazanımlar: *Bir bölme işleminin sonucunu tahmin eder ve tahminini işlem sonucu ile karşılaştırır. Çarpma ve bölme arasındaki ters ilişkiyi belirler.*

Doğrudan kural verme

Öğretmen: Başlık, bölme işleminin sonucunu tahmin etme, gerçek sonuç ile karşılaştırma.

Bölme işleminde sonucu tahmin ederken sayıları en yakın onluğa ya da yüzlüğe yuvarlayarak işlem yaparız. Bu şekilde elde ettiğimiz sonuç işlemin yaklaşık sonucudur.

Öğretmen konu başlığını ve konuyla ilgili kuralı tahtaya yazmış, öğrencilerden de defterlerine yazmalarını istemiştir. Derse bu şekilde giriş yapmıştır.

Soru sorma-Genelleme

Öğretmen: Soru, $621 \div 34 = ?$, $385 \div 17 = ?$, $196 \div 12 = ?$, $395 \div 38 = ?$ işlemlerinden hangisinin yaklaşık sonucu diğerlerinden farklı bir sayıdır? Beraber yapalım.

Öğretmen: 621’i en yakın onluğa yuvarladığımızda kaç olur?

Öğrenci 1: 620

Öğretmen: 620’yi kaç böleceğiz?

Öğrenci: 30’a

Öğretmen: Biz en iyisi 621’i en yakın yüzlüğe yuvarlayalım (öğretmen burada tam bölünemediği için en yakın yüzlüğe yuvarladığını açıklamadı)

Öğrenci 1: 600

Öğretmen: $600 \div 30 = 20$, yaklaşık sonuç bu.

Diğerini yapalım 385'i yüzlüğe yuvarlayalım, üç basamaklı sayıları yüzlüğe yuvarlayalım kaç olur?

Öğrenci 2: 400

Öğretmen: 17'yi en yakın onluğa yuvarlarsak?

Öğrenci 3: 20

Öğretmen: İşlemin yaklaşık sonucu kaç olur? $400 \div 20 = 20$, bakın bunun tahmini sonucu da 20 çıktı.

Üçüncüsü, 196'yı yüzlüğe, 12'yi onluğa yuvarlayalım?

Öğrenci 4: 200

Öğretmen: $200 \div 10 = 20$, bakın ilk üçünün tahmini sonucu 20 çıktı, yani eşit. Dördüncüsüne bakalım, üç basamaklı sayıyı yüzlüğe, iki basamaklı sayıyı onluğa yuvarlayalım. Hep aynı kişiler parmak kaldırıyor, diğerleri ne yapıyor? 396'yı yüzlüğe?

Öğrenci 5: 400

Öğretmen: 38'i onluğa yuvarlıyoruz?

Öğrenci 6: 40

Öğretmen: Bunun tahmini sonucu kaç?

Öğrenci: 10

Öğretmen: Bakın tahmini sonucu farklı olan bu. Şimdi yazabilirsiniz.

$$621 \div 34 = \rightarrow 600 \div 30 = 20$$

$$385 \div 17 = \rightarrow 400 \div 20 = 20$$

$$196 \div 12 = \rightarrow 200 \div 10 = 20$$

$$395 \div 38 = \rightarrow 400 \div 40 = 10$$

Öğretmen konuyu tahtaya yazdığı bir örnek üzerinden soru-cevap şeklinde anlatmaya başlamıştır. Bu esnada farklı öğrencilere söz hakkı vermiş, parmak kaldırmayan öğrencilerin de derse katılmalarını istemiştir. Öğretmenin bu şekilde öğretim yapması erken cebir sürecinde kendisinden beklenen bir davranıştır. Fakat öğrencilerin sayıları onluğa mı yüzlüğe mi yuvarlamaları gerektiğine öğretmen karar vermiştir. $621 \div 34 =$ işleminde öğrenciler 621'i 620'ye yuvarlamış, 34'ü 30'a yuvarlamıştır. Öğretmen ise "en iyisi 621'i en yakın yüzlüğe yuvarlayalım" demiş ve herhangi bir açıklama yapmamıştır. Burada öğretmenden beklenen öğrencilere 620 sayısı 30'a tam bölünmediği için 621'i en yakın yüzlüğe yuvarlamaları gerektiğini fark etmelerini sağlamasıdır. $385 \div 17 =$ işleminde ise

öğretmen “385’i yüzlüğe yuvarlayalım, üç basamaklı sayıları yüzlüğe yuvarlayalım” şeklinde bir açıklama yapmış, bu açıklamadan sonra öğrenciler tahmini bölme işlemi yaparken tüm üç basamaklı sayıları en yakın yüzlüğe yuvarlamaya başlamıştır. Bu durum öğrencilerin eksik öğrenmelerine yol açmıştır. Çünkü üç basamaklı sayılar da en yakın onluğa yuvarlanabilir. Burada öğretmenden beklenen, öğrencilerin tahmini bölme işlemi yaparken üç basamaklı sayıları tam bölünebilme durumuna göre en yakın onluğa ya da yüzlüğe yuvarlayarak işlem yapmaları gerektiğini farketmelerini sağlamaktır. Öğretmenin “üç basamaklı sayıları yüzlüğe yuvarlayalım” şeklindeki açıklaması öğrenciler tarafından genel bir kural olarak algılanmış, yani öğrencilerin yanlış genelleme yapmalarına neden olmuştur. Öğretmen bunu farketmemiş, yeni bir soruya geçmiştir.

Öğretmen: Yeni bir soru bunu kendiniz yapın, $576 \div 24 =$ işleminin tahmini sonucu ile gerçek sonucu arasındaki fark kaçtır?

Yine üç basamaklıyı yüzlüğe, iki basamaklıyı onluğa yuvarlayın.

Öğrenci 1: Öğretmenim yüzlüğe mi yuvarlayacaktık?

Öğretmen: Bak deminden beri tekrar ediyorum üç basamaklıları yüzlüğe, iki basamaklıları onluğa yuvarlayacaksınız diye.

Öğrenci 1: Öğretmenim bekleyin o zaman hemen yapacağım

Öğretmen: Yuvarladık 600 ve 20, $600 \div 20 = 30$, bu tahmini sonuç, gerçek sonucu bulalım $576 \div 24 = 24$, bu da gerçek sonuç, farkı buluyoruz $30 - 24 = 6$

Öğretmen soruyu tahtaya yazmış, öğrencilerden de defterlerine yazıp çözmelerini istemiştir. “Yine üç basamaklıyı yüzlüğe, iki basamaklıyı onluğa yuvarlayın” şeklinde bir açıklama yapmıştır. Bu esnada sınıfta dolaşarak öğrencilerin çözümlerini kontrol etmiştir. Öğrencilerden biri “öğretmenim yüzlüğe mi yuvarlayacaktık” diye sormuş, öğretmen biraz kızgın “deminden beri tekrar ediyorum üç basamaklıları yüzlüğe, iki basamaklıları onluğa yuvarlayacaksınız diye” şeklinde cevap vermiştir. Öğrencilerin büyük çoğunluğunun soruyu doğru cevapladığını gören öğretmen, sorunun çözümünü tahtada sesli bir şekilde kendisi gerçekleştirmiştir. Burada öğretmen üç basamaklı sayıları yüzlüğe ve iki basamaklı sayıları onluğa yuvarlayacaksınız şeklinde açıklama yaparak hem öğrencilerin yanlış genelleme yapmalarına neden olmuş hem de keşif süreci yaşayıp onluğa mı yüzlüğe mi yuvarlayacaklarına kendilerinin

karar vermelerine fırsat vermemiştir. Ayrıca problemi tahtada öğrencilerden birine çözdürmek yerine kendisi çözmüş, öğrencilerin derse olan ilgilerinin azalmasına neden olmuştur.

Doğrudan kural verme-Soru sorma

Öğretmen: Yeni bir konu, çarpma işlemi ile bölme işlemi arasındaki ilişki.

Çarpma işlemi ile bölme işlemi arasında ters bir ilişki vardır. Mesela $5 \times 12 = 60$, $60 \div 12 = 5$, birbirinin tersi. Şimdi size bir soru, çarpımı çarpanlardan birine böldüğümüzde neyi buluruz?

Öğrenci 1: Diğer çarpanı

Öğretmen: Güzel, $60 \div 12 = 5$, $60 \div 5 = 12$

Öğretmen yeni konu diyerek tahtaya başlık yazmış ardından da kuralı yazarak öğrencilerden defterlerine yazmalarını istemiştir. Verdiği kuralı açıklamak için tahtaya örnek yazmış, örnekle ilgili öğrencilere sadece bir soru sormuştur. Burada öğretmenden beklenen örneği tahtaya yazdıktan sonra öğrencilere örnekle ilgili düşüncelerini ortaya çıkaracak sorular yönelmesi, olabildiğince farklı öğrenciye söz hakkı vererek işlemler arasındaki ilişkileri öğrencilerin keşfetmelerini sağlamaya çalışmasıdır. Erken cebir kapsamında araştırmacı tarafından hazırlanan ders içeriklerinin amaçlarından biri de öğrencilerin keşif süreci yaşamalarıdır. Böylelikle öğrenciler muhakeme yaparak öğrenmiş olacaklar, üstbilişsel yeteneklerini ve bireysel olarak öğrenmelerini farketmeye; öğrenme süreçlerini kontrol edebilmeyi öğrenmeye başlayacaklardır. Öğretmenin burada olduğu gibi çarpma ve bölme işlemi arasındaki ilişkiyi doğrudan kural olarak vermesi erken cebir etkinliklerine aykırı ve öğrenmenin kalitesini olumsuz etkileyen bir davranıştır.

Alıştırma

Öğretmen: Soru, yüzük tablodan faydalanarak çarpma ile bölme arasındaki ilişkiyi gösteriniz.

x	10	20	30	40	50
1					
2		40			
3					
4	40				

Öğretmen tabloyu tahtaya çizdikten sonra öğrencilerden tablodaki boşlukları doldurmalarını istemiştir. Tablodaki her bir boşluğa gelecek sayıyı yazması için farklı bir öğrenciyi tahtaya kaldırmıştır. Öğretmenin bu şekilde öğretim yapmasının öğrencilerin derse ilgilerini ve katılımlarını artırdığı gözlemlenmiştir. Tahtaya kalkan öğrenciler sadece boşluğa gelmesi gereken sayıyı yazıp yerlerine oturmuşlardır. Öğretmenden beklenen öğrencilerin sayıyı yazarlarken aynı zamanda neden o sayıyı yazdıklarına dair düşüncelerini de açıklamalarını sağlaması, tabloyla ilgili öğrencileri konuşturmasıdır. Ders bu etkinlikte sona ermiştir.

Ders sonrası yapılan değerlendirme sonucunda sınıf öğretmenine uygulamaya dönük bilgi verilmiştir. Yapılan değerlendirmede araştırmacı tarafından erken cebir kapsamında “*Bir bölme işleminin sonucunu tahmin eder ve tahminini işlem sonucu ile karşılaştırır. Çarpma ve bölme arasındaki ters ilişkiyi belirler*” kazanımlarına ilişkin hazırlanan etkinliğin amacına hizmet ettiği fakat sınıf öğretmeninin öğretime yönelik davranışlarından kaynaklanan eksiklikler olduğu sonucuna varılmıştır. Öğretmen, doğrudan kural vermeme ve öğrencilerin gereksiz ya da yanlış genellemelere ulaşmalarına fırsat vermeme konularında bilgilendirilmiştir.

On beşinci ders

Kazanım: Kesirlerle toplama ve çıkarma işlemlerini gerektiren problemleri çözer.

Doğrudan kural verme-Önbilgi yoklama

Öğretmen: Başlığımız kesirlerle toplama ve çıkarma problemleri.

Paydaları eşit kesirleri toplayıp çıkarabiliriz. Paydaları eşit değilse, paydaları eşitledikten sonra toplama veya çıkarma yapılır.

Öğretmen konu başlığını söyleyerek derse giriş yapmıştır. Ardından kesirlerde toplama ve çıkarma işlemlerini yapabilmek için kesirlerin paydalarının eşit olması gerektiğini, eğer paydalar eşit değilse işlem yapmadan önce eşitlemeleri gerektiğini belirtmiş ve söylediği kuralı öğrencilerden defterlerine yazmalarını istemiştir.

Soru sorma-Doğrudan kural verme

Öğretmen: $\frac{6}{6}$ bunu kim okur?

Öğrenci 1: 6'da 6.

Öğretmen: Payda bir bütünün kaç eşit parçaya bölündüğünü, pay ise bir bütünden kaç eşit parça alındığını gösterir. Aradaki biliyorsunuz kesir çizgisi. Bu kesir kaç bütüne eşit?

Öğrenci 2: Bir bütüne.

Öğretmen: Evet bir bütün, bir ekmek 6 eş parçaya bölünmüş ve 6 eş parçası da yenmiş.

$\frac{\quad}{8}$ paydası 8, payı kaç olmalıki bir bütün olsun? Söyle.

Öğrenci 3: Eeeee

Öğretmen: Sen söyle

Öğrenci 4: 8

Öğretmen: $\frac{4}{4}$ bir bütün kaç eş parçaya bölünmüş?

Öğrenci 5: 4

Öğretmen: Kaç eş parça alınmış?

Öğrenci 6: 4

Öğretmen: $\frac{16}{16}$ bir bütün kaç eş parçaya bölünmüş?

Öğrenci 7: 16

Öğretmen: Kaç eş parça alınmış?

Öğrenci 8: 16

Öğretmen: Bakın $\frac{4}{4}$ ile $\frac{16}{16}$ birbirine eşit.

İkinci kesir kaçla genişletilmiş? Söyle.

Öğrenci 9: Hmmm

Öğretmen: Sen söyle

Öğrenci 10: 4'le.

Öğretmen: Evet, $4 \times 4 = 16$, pay ve payda 4 katına çıkmış. Bir kesri genişletirken paydayı çarptığımız sayı ile payı da çarpıyoruz. Pay ve payda aynı sayı ile çarpılırsa kesrin değeri değişmez.

Öğretmen tahtaya bir kesir örneği yazmış, öğrencilere örnekle ilgili sorular sorarak önbilgilerini yoklamıştır. Soru-cevap etkinlikleriyle öğrencilerin dikkatlerini bütün ve eş parça kavramlarına çekmeye çalışmıştır. Pay, payda, kesir çizgisi kavramlarının ne anlama geldiklerini öğrencilere sormak yerine kendisi açıklamıştır. Erken cebir sürecinde öğretmenin derse başlamadan önce konuyla ilgili öğrencilerin önbilgilerini yoklaması ve öğretimi buna göre şekillendirmesi beklenen bir davranıştır. Bu şekilde öğretimin kalitesinin artırılması, öğretime yön verilerek öğrenmenin istenen düzeyde gerçekleşmesi amaçlanmaktadır. Fakat burada öğretmen pay, payda, kesir çizgisi kavramlarını doğrudan açıklayarak önbilgi yoklamanın amacı dışına çıkmıştır. Öğretmenin “ $\frac{4}{8}$ paydası 8, payı kaç olmalıki bir bütün olsun?” şeklindeki sorusuna bir öğrenci cevap verememiş, öğretmen ise başka bir öğrenciye sorarak cevap veremeyen öğrenciyle ilgilenmemiştir. Burada öğretmenden beklenen sorular ve ipuçlarıyla öğrenciyi cevabı bulmaya yönlendirmesidir. Yine $\frac{4}{4}$ ile $\frac{16}{16}$ arasındaki ilişkiyi öğrencilerin keşfetmelerini sağlamak yerine iki kesrin birbirine eşit olduğunu ve $\frac{4}{4}$ 'ün genişletilmesiyle $\frac{16}{16}$ 'nın elde edildiğini söylemiştir. $\frac{4}{4}$ 'ün kaçla genişletilmesi sonucu $\frac{16}{16}$ 'nın elde edildiğini sormuş, söz hakkı verdiği öğrencinin cevap verememesi üzerinde durmamış, başka bir öğrenciye söz hakkı vermiştir. Bir kesri genişletirken pay ve paydanın aynı sayı ile çarpılması gerektiğini, bu şekilde kesrin değerinin değişmediğini doğrudan kural olarak söylemiştir. Bu da erken cebir sürecine aykırı bir davranıştır.

Problem çözme-Soru sorma

Öğretmen: Soru, Elif bir pastanın $\frac{4}{7}$ 'ünü yemiştir. Murat, Elif'in yediği pasta miktarının $\frac{6}{7}$ 'sı kadar fazla pasta yemiştir. Buna göre Murat'ın yediği pasta bir pastadan ne kadar fazladır?

Öğretmen problemi tahtaya yazmış, öğrencilerden de defterlerine yazıp çözmelerini istemiştir. Bu esnada sınıfta dolaşarak öğrencilerin çözümlerini kontrol etmiş, problemi doğru bir şekilde çözenlere “doğru, aferin, tamam” şeklinde dönütler vermiştir.

Öğretmen: Dinleyin şimdi soru soruyorum.

Öğrenci 1: Öğretmenim çok hızlı gidiyoruz.

Öğretmen: Problemi çözenler nasıl yetiştirdi? Demek ki çok hızlı değil. Şimdi soru soruyorum Elif'in yediği pasta ne kadar?

Öğrenci 2: $\frac{4}{7}$

Öğretmen: Murat ne kadar pasta yemiş nasıl buluruz?

Öğrenci 3: $\frac{4}{7}$ ile $\frac{6}{7}$ 'yi toplarız

Öğretmen: $\frac{4}{7}$ ile $\frac{6}{7}$ 'nin toplamı kadar çünkü $\frac{6}{7}$ fazlası diyor, $\frac{4}{7} + \frac{6}{7} = \frac{10}{7}$, şimdi size bir soru Murat'ın yediği pasta mı büyük bir bütün mü?

Öğrenci 4: Murat'ın yediği pasta.

Öğretmen: Murat'ın yediği pasta bileşik kesir bütünden büyük, $\frac{10}{7}$ 'den $\frac{7}{7}$ 'yi yani bir bütünü çıkarıyoruz $\frac{10}{7} - \frac{7}{7} = \frac{3}{7}$. Bütün de bileşik kesirdir, bütünden büyükse de bileşik kesirdir. Şimdi tahtadakileri yazabilirsiniz.

Öğretmen problemin çözümünü soru-cevap şeklinde tahtada gerçekleştirmek istemiş, bir öğrenci ise çok hızlı gidiyoruz şeklinde itiraz etmiştir. Öğretmen ise problemi çözenlerin olduğunu, dolayısıyla normal hızda gittiklerini söylemiş ve problemin çözümüne yönelik sorular sormaya başlamıştır. Söz hakkı alan öğrenciler öğretmenin sorduğu sorulara doğru cevaplar vermiş, öğretmen de onların söylediklerini tahtaya yazarak işlemi gerçekleştirmiştir. Öğretmen beklenen problemin çözümünü tahtada öğrencilerin gerçekleştirmesini sağlamaktır. Bu şekilde öğrenmenin daha etkili olması ve öğrencilerin derse ilgilerinin artırılması amaçlanmaktadır. Öğretmen öğrencilere “Murat'ın yediği pasta mı büyük bir bütün mü?” şeklinde bir soru yönelmiş, öğrencilerin muhakeme yaparak kesirleri kıyaslamalarını sağlamıştır. Fakat öğrencilerin cevaplarına dönüt vermemiş, öğrencilerin keşfetmelerini sağlamak yerine Murat'ın yediği pastanın bileşik kesir olduğunu, bütün ve bütünden büyük kesirlerin bileşik kesir olduğunu söylemiştir. Problemin çözümüne yönelik işlemleri bitirdikten sonra tahtadakileri yazmalarını istemiştir.

Öğretmen: Yeni soru, Elimdeki kitabın $\frac{2}{5}$ 'sini okudum. 15 sayfa daha okursam kitabın yarısını okumuş olacağım. Buna göre kitabın tamamı kaç sayfadır? Birlikte yapacağız.

$\frac{2}{5}$ 'sini okumuş, dersin başında demiştim pay ve payda aynı sayıyla genişletilirse kesrin değeri değişmez. 2 ile genişletelim kaç olur?

Öğrenci 1: $\frac{4}{10}$

Öğretmen: $\frac{10}{10}$ 'un yarısı kaç?

Öğrenci 2: $\frac{5}{10}$

Öğretmen: $\frac{5}{10}$ 'ten $\frac{4}{10}$ 'ü çıkarıyoruz, $\frac{5}{10} - \frac{4}{10} = \frac{1}{10}$, bakın 15 sayfa daha okursa yarısını okumuş olacakmış yani $\frac{1}{10}$ 'i 15 sayfaymış. Tamamı kaç sayfadır?

Öğrenci 3: 150

Öğretmen: Aferin, tamamı 150 sayfa. Bakın kolaylık olsun diye kesri genişlettik sonuç değişmedi.

Öğretmen problemi tahtaya yazdıktan sonra birlikte çözeceklerini söylemiş ve öğrencilere soru sormaya başlamıştır. Problemin çözümünü genişletme stratejisiyle çözmeyi planladığı için öğrencilere bu yönde sorular sormuş ve işlemi tahtada gerçekleştirmiştir. Burada öğretmenden beklenen öğrencilere problemi çözmeleri için fırsat vermesi, onları farklı stratejilerle problemi çözmeye yönlendirmesidir. Öğretmen ise kendi stratejisi ile problemi çözmeyi tercih etmiş ve farklı stratejilerle de çözülebileceğine yönelik herhangi bir açıklama yapmamıştır.

Ders sonrası yapılan değerlendirme sonucunda sınıf öğretmenine uygulamaya dönük bilgi verilmiştir. Yapılan değerlendirmede araştırmacı tarafından erken cebir kapsamında “*Kesirlerle toplama ve çıkarma işlemlerini gerektiren problemleri çözer*” kazanımına ilişkin hazırlanan etkinliğin amacına hizmet ettiği fakat sınıf öğretmenin öğretime yönelik davranışlarından kaynaklanan eksiklikler olduğu sonucuna varılmıştır. Öğretmen, doğrudan kural vermeme ve kendi stratejisini benimsetmek yerine öğrencilerin farklı stratejiler keşfetmeleri için onlara yeterince fırsat verme konularında bilgilendirilmiştir.

Erken Cebir Kapsamında Yapılan Öğretim Etkinliklerinin Dördüncü Sınıf Öğrencilerinin Başarılarına Etkisi Nasıldır? Sorusuna İlişkin Bulgular

Erken cebir kapsamında hazırlanan öğretim etkinlikleri uygulanmaya başlanmadan önce, yapılacak olan etkinliklerin öğrencilerin başarılarına etkisini tespit etmek amacıyla öğrencilere araştırmacı tarafından geliştirilen 4. sınıf erken cebir başarı testi öntest olarak uygulanmıştır. Test devamsız öğrencinin olmadığı, bütün öğrencilerin sınıfta olduğu bir zaman diliminde yapılmıştır. Öğrencilere

testi çözmeleri için yeterince süre tanınmıştır. İlk test uygulandıktan sonra her bir öğrencinin doğru cevap, yanlış cevap ve cevap vermediği soru sayıları kaydedilmiştir. Erken cebir kapsamında hazırlanan öğretim etkinlikleri uygulandıktan sonra yine sınıf mevcudunun eksiksiz olduğu bir zaman diliminde ve yeterince süre verilerek öğrencilere tekrar 4. sınıf erken cebir başarı testi sontest olarak uygulanmıştır. İlk testte olduğu gibi her bir öğrencinin doğru cevap, yanlış cevap ve cevap vermediği soru sayıları kaydedilmiştir. Yapılan öğretim etkinliklerinin öğrencilerin başarılarına etkisinin olup olmadığını tespit etmek amacıyla, öğrencilerin ders etkinlikleri öncesinde ve sonrasında yapılan 4. sınıf erken cebir başarı testi ortalamaları istatistiksel olarak karşılaştırılmıştır. Karşılaştırma esnasında her bir öğrencinin sadece doğru cevap sayısı dikkate alınmıştır.

Test ortalamaları karşılaştırılmadan önce fark puan dizisinin (sontest-öntest) normalliğine bakılmıştır. Çarpıklık ve basıklık katsayılarının 1'den küçük olması ve Shapiro-Wilk testi sonucunda fark puan dizisinin normal dağıldığı görülmüştür ($p > .05$). Buradan hareketle iki ölçüm sonucunda elde edilen ortalamaların kıyaslanmasında ilişkili örneklem için t-testi kullanılmıştır. Test sonucu Tablo 40'ta verilmiştir.

Tablo 40

4. Sınıf Erken Cebir Başarı Testi Sonuçları

Ölçüm	N	\bar{X}	S	sd	t	p
Öntest	20	15,25	7,01	19	-6,51	.000
Sontest	20	21,40	7,05			

Öğrencilerin erken cebir kapsamında yapılan öğretim etkinlikleri öncesi test ortalamaları ($\bar{X}_{\text{öntest}} = 15,25$) ile öğretim etkinlikleri sonrası test ortalamaları ($\bar{X}_{\text{sontest}} = 21,40$) arasında anlamlı bir fark olduğu görülmüştür [$t_{(19)} = -6,51$, $p < .01$]. Test sonucunda hesaplanan etki büyüklüğü ($d=1,45$) bu farkın oldukça büyük olduğunu (Can, 2013) göstermektedir.

Dördüncü Bölüm

Sonuç, Tartışma ve Öneriler

Bu bölümde, öncelikle araştırmada elde edilen verilerin analizine dayalı bulgular doğrultusunda ulaşılan sonuçlara yer verilmiştir. Ardından araştırma sonuçları alanyazında ilgili araştırma sonuçlarına dayalı olarak tartışılmıştır. Son olarak ise gerçekleştirilen araştırmaya ve ileride yapılacak araştırmalara yönelik önerilere yer verilmiştir.

Sonuç

Erken cebir farkındalık ölçeğine ilişkin sonuçlar

Sınıf öğretmenlerinin erken cebire yönelik farkındalıklarını saptamak amacıyla hazırlanan ölçekte 37 madde bulunmaktadır. Ölçekte yer alan 37 madde dört faktöre; birinci faktörde 9 madde, ikinci faktörde 10 madde, üçüncü faktörde 13 madde ve dördüncü faktörde 5 madde olacak şekilde dağılmıştır. MEB'e bağlı okullarda görev yapmakta olan 240 sınıf öğretmenin katılımıyla ölçekten elde edilen verilere dayalı bulgulara ilişkin sonuçlar aşağıda sunulmuştur.

- Ölçekten elde edilen verilere dayalı bulgular sonucunda, birinci faktör olan *işlemler arası ilişkiler ve stratejiler* üzerinde cinsiyet, mezun olunan fakülte, mezun olunan bölüm ve öğrenim seviyesi değişkenlerinin anlamlı etkilerinin olmadığı belirlenmiştir. Fakat görev süresi değişkeni bakımından gruplar arasında anlamlı fark olduğu görülmüştür. 1-5 yıl (birinci grup), 6-10 yıl (ikinci grup), 11-15 yıl (üçüncü grup) ve 16 yıl ve üzeri (dördüncü grup) şeklinde oluşturulan gruplar arasında, birinci ve üçüncü grupların araştırmanın bu boyutu ile ilgili farkındalıklarının dördüncü gruba göre daha yüksek olduğu görülmüştür.
- İkinci faktör olan *erken cebir düşüncesinin gelişimi* üzerinde cinsiyet, mezun olunan bölüm ve öğrenim seviyesi değişkenlerinin anlamlı etkilerinin olmadığı, mezun olunan fakülte ve görev süresi değişkenlerinin ise anlamlı etkilerinin olduğu görülmüştür. Eğitim

Fakültesi (birinci grup), Fen Edebiyat (ikinci grup) ve diğer (üçüncü grup) şeklinde oluşturulan gruplar arasında, ikinci grubun araştırmanın bu boyutuna yönelik farkındalığının birinci ve üçüncü gruplara göre daha yüksek olduğu belirlenmiştir. Görev süresi değişkeni bakımından görev süresi 1-5 yıl (birinci grup), 6-10 yıl (ikinci grup), 11-15 yıl (üçüncü grup) ve 16 yıl ve üzeri (dördüncü grup) şeklindeki gruplar arasında araştırmanın bu boyutu ile ilgili üçüncü grubun farkındalıklarının ikinci gruba göre daha yüksek olduğu görülmüştür.

- Üçüncü faktör olan *erken cebir konu ve öğrenme alanı* üzerinde cinsiyet, mezun olunan bölüm, görev süresi ve öğrenim seviyesi değişkenlerinin anlamlı etkilerinin olmadığı, mezun olunan fakülte değişkeninin ise anlamlı etkisinin olduğu görülmüştür. Eğitim Fakültesi (birinci grup), Fen Edebiyat (ikinci grup) ve diğer (üçüncü grup) şeklinde oluşturulan gruplar arasında, birinci ve ikinci grubun farkındalıklarının üçüncü gruba göre daha yüksek olduğu görülmüştür.
- Dördüncü faktör olan *erken cebir ön bilgi ve becerileri* üzerinde cinsiyet, mezun olunan bölüm ve öğrenim seviyesi değişkenlerinin anlamlı etkilerinin olmadığı, mezun olunan fakülte ve görev süresi değişkenlerinin ise anlamlı etkilerinin olduğu görülmüştür. Eğitim Fakültesi (birinci grup), Fen Edebiyat (ikinci grup) ve diğer (üçüncü grup) şeklinde oluşturulan gruplar arasında, birinci grubun farkındalığının üçüncü gruba göre daha yüksek olduğu görülmüştür. Görev süresi değişkeni bakımından görev süresi 1-5 yıl (birinci grup), 6-10 yıl (ikinci grup), 11-15 yıl (üçüncü grup) ve 16 yıl ve üzeri (dördüncü grup) şeklindeki gruplar arasında araştırmanın bu boyutu ile ilgili ikinci ve üçüncü grubun dördüncü gruba göre farkındalıklarının daha yüksek olduğu görülmüştür.
- Ölçekte yer alan açık uçlu sorulardan birinci soru olan “Erken cebir ya da cebire geçiş deyince aklınıza neler geliyor?” sorusuna araştırmaya katılan sınıf öğretmenlerinin % 38’i (92 öğretmen) cevap vermiş, % 62’si (148 öğretmen) ise cevap vermemiştir. Buna dayanarak araştırmaya katılan sınıf öğretmenlerinin büyük çoğunluğunun erken cebir ya da cebire geçişle ilgili bilgi sahibi olmadıkları düşünölmüştür.

Öğretmenlerin soruya verdikleri cevaplar *sembollerle gösterim* (% 6), *dört işlem (aritmetik)* (% 3), *soyut kavramlar-denklemler ve formüller* (% 6), *problem çözme* (% 3) ve *yanlış kavramalar* (% 5) şeklinde kategorileştirilmiştir. Soruya cevap veren öğretmenlerin % 15'inin cevapları ise anlam birliği sağlanamadığı için kategorileştirilememiştir.

- Ölçekte yer alan açık uçlu sorulardan ikinci soru olan “Sizce ilkökulda erken cebir uygulamaları nasıl yapılmalıdır?” sorusuna araştırmaya katılan sınıf öğretmenlerinin % 39'u (94 öğretmen) cevap vermiş, % 61'i (146 öğretmen) ise cevap vermemiştir. Buna dayanarak araştırmaya katılan sınıf öğretmenlerinin büyük çoğunluğunun erken cebir uygulamalarına yönelik herhangi bir fikir sahibi olmadıkları düşünülmüştür. Öğretmenlerin soruya verdikleri cevaplar *aritmetik işlemlerde verilmeyeni bulma* (% 2), *somutlaştırma* (% 4), *basitleştirme* (% 5), *fikrim yok* (% 2) ve *yapılmamalı* (% 3) şeklinde kategorileştirilmiştir. Soruya cevap veren öğretmenlerin % 23'ünün cevapları ise anlam birliği sağlanamadığı için kategorileştirilememiştir.
- Ölçekte yer alan açık uçlu sorulardan üçüncü soru olan “İlkökulda erken cebir uygulamalarının amacı sizce nedir?” sorusuna araştırmaya katılan sınıf öğretmenlerinin % 40'ı (96 öğretmen) cevap vermiş, % 60'ı (144 öğretmen) ise cevap vermemiştir. Buna dayanarak araştırmaya katılan sınıf öğretmenlerinin büyük çoğunluğunun ilkökulda erken cebir uygulamalarıyla ne amaçlandığı konusunda herhangi bir fikir sahibi olmadıkları düşünülmüştür. Öğretmenlerin soruya verdikleri cevaplar *üst öğrenime hazırlama* (% 8), *cebire geçişi kolaylaştırma* (% 2), *matematiği sevdirmeye* (% 3), *temel oluşturma* (% 3), *problem çözme becerisini geliştirme* (% 2) ve *düşünce geliştirme* (% 5) şeklinde kategorileştirilmiştir. Soruya cevap veren öğretmenlerin % 17'sinin cevapları ise anlam birliği sağlanamadığı için kategorileştirilememiştir.

Yarı yapılandırılmış görüşme formuna ilişkin sonuçlar

Yarı yapılandırılmış görüşme formu sınıf öğretmenlerinin erken cebire yönelik düşünceleri hakkında kapsamlı bilgi edinmek, öğretmenlerin konuyla ilgili düşüncelerini ayrıntılı bir şekilde ortaya çıkarmak amacıyla hazırlanmıştır. Uzman görüşleri doğrultusunda oluşturulan formda altı adet açık uçlu soru yer almaktadır. MEB'e bağlı okullarda görev yapmakta olan ve erken cebir farkındalık ölçeği uygulanan öğretmenler arasından gönüllü katılım esasına dayalı 12 sınıf öğretmenin formda yer alan sorulara verdikleri yanıtlar doğrultusunda ulaşılan sonuçlar aşağıda sunulmuştur.

- Görüşme yapılan sınıf öğretmenlerinin “cebir nedir?” sorusuna verdikleri cevaplar *matematiğin bir alanı, eğitim programı, denklemler, problem çözüm yöntemi, sayısal işlemler ve fikrim yok* şeklinde altı kategoride toplanmıştır. “İlkokulda cebire hazırlık çalışmaları nasıl yapılmalıdır?” sorusuna verdikleri cevaplar ise *basit şekilde, örüntülerle, somutlaştırarak ve fikrim yok* şeklinde dört kategoride toplanmıştır.
- “Matematik öğretiminde genellemenin yeri nedir?” sorusuna öğretmenlerin verdikleri cevaplar *tümevarım-tümünden gelim, uyarılama, genellemeye karşıyım, önemli, formül ve çözüm ve fikrim yok* şeklinde altı kategoride toplanmıştır.
- “İlkokulda bilinmeyen kavramı ilk olarak ne zaman çocukların karşısına çıkmalıdır? Neden?” sorusuna öğretmenlerin verdikleri cevaplar *birinci sınıfta, ikinci sınıfta, üçüncü sınıfta, dördüncü sınıfta, beşinci sınıfta ve karşılaşmamalı* şeklinde altı kategoride toplanmıştır. Öğretmenlerin “neden?” sorusuna ise anlamlı cevaplar veremedikleri görülmüştür. Aynı sorunun devamı şeklindeki “bununla ilgili bir problem örneği sunabilir misiniz? Sunduğunuz bu problemin sınıf düzeyi nedir?” sorusuna öğretmenlerin verdikleri problem örnekleri ile öğrencilerin bilinmeyen kavramı ile karşılaşması gerektiğini belirttikleri sınıf düzeylerinin genellikle uyuşmadığı, bazı öğretmenlerin problem örneği veremedikleri görülmüştür.

- “Eşit işaretini öğretirken neler yapıyorsunuz?” sorusuna öğretmenlerin verdikleri cevaplar *sembol, somutlaştırma, denge etkinlikleri ve eşleştirme* şeklinde dört kategoride toplanmıştır. Aynı sorunun devamı olan “matematik öğretim sürecinde eşit işaretinin hangi anlamlarına odaklanıyorsunuz?” sorusuna öğretmenlerin verdikleri cevaplar ise *sonuç, aynı, eşit ve denge* şeklinde dört kategoride toplanmıştır.
- “Sizce ilkokulda çocuklar denklemlerle çalışmalı mı? Nasıl?” sorusuna öğretmenlerin verdikleri cevaplar *denklem oluşturma, çalışmamalı ve basit düzeyde* şeklinde üç kategoride toplanmıştır. Aynı sorunun devamı olan “öğretmenlerin denklem çalışmaları öncesinde nelerle ilgili çalışmaları gerekir?” sorusuna ise öğretmenlerin verdikleri cevaplar *ön hazırlık, sezdirilmeli ve fikrim yok* şeklinde üç kategoride toplanmıştır.
- “Bir çocuğun ilkokulda iyi bir dört işlem becerisi kazanmış olması sonraki okul yaşantısında ona neler kazandırır?” sorusuna öğretmenlerin verdikleri cevaplar *hayatını kolaylaştırır, öğrenim hayatında başarılı olur, özgüveni geliştirir, hızlı işlem yapar ve matematiği sever* şeklinde beş kategoride toplanmıştır.

Sınıf öğretmenin erken cebir uygulamalarına ilişkin sonuçlar

Erken cebir kapsamında hazırlanan ders içeriklerine dayalı olarak sınıf öğretmeni tarafından uygulanan 15 ders saatlik öğretim etkinliklerinin tamamı kamera aracılığıyla kayıt altına alınmıştır. Video kayıtlarına dayalı olarak, yapılan öğretim etkinlikleri değerlendirilmiş ve ulaşılan sonuçlar aşağıda sunulmuştur.

- Erken cebir kapsamında sınıf öğretmenin eğitimi sürecinde öğretmenin, öğrencilerin matematiksel kurallara ulaşabilmelerinin cebirsel düşüncenin gelişiminde etkili olduğunun farkına varması sağlanmıştır. Fakat öğretmen uygulama sürecinde konuyla ilgili kuralları doğrudan vermiş, ara değerlendirme toplantılarında da tekrar bilgilendirilmiş olmasına rağmen alışkanlıklarından yeterince vazgeçememiştir.

- Erken cebir kapsamında sınıf öğretmeninin eğitimi sürecinde öğretmenin; öğrencilerin keşif süreci yaşamalarının, muhakeme yapmalarının ve genellemelere ulaşabilmelerinin cebirsel düşüncenin gelişimine etkisinin ve cebire geçişteki öneminin farkına varması sağlanmıştır. Uygulama sürecinde öğretmen bu konularda kısmen başarılı olsa da kendisinden beklenen şekilde öğrencilerin muhakeme yapmalarını, keşif süreci yaşamalarını ve genellemelere ulaşmalarını sağlayamamış, öğrencileri yeterince yönlendirememiştir.
- Erken cebir kapsamında sınıf öğretmeninin eğitimi sürecinde öğretmenin, somutlaştırmanın cebire geçişteki öneminin farkına varması sağlanmıştır. Fakat öğretmen etkinlikler esnasında somutlaştırmadan yeterince faydalanmamıştır.
- Erken cebir kapsamında sınıf öğretmeninin eğitimi sürecinde öğretmenin, modellemenin cebirsel düşüncenin gelişimine etkisini ve cebire geçişteki öneminin farkına varması sağlanmıştır. Fakat etkinlikler esnasında öğretmen sınırlı sayıda model kullanmış, öğrencilere modeller keşfetmeleri için yeterince fırsat sunmamış ve öğrencilerin modellere ulaşmalarını yeterince sağlayamamıştır.
- Öğretim esnasında öğretmen sık sık soru cevap etkinliklerine yer vermiş bu şekilde öğrencilerin derse olan ilgilerini artırmıştır. Fakat öğretmenin öğrencilere yeterince dönüt vermemesi zaman zaman etkinliği sıkıcı hale getirmiş, öğrenme sürecinde öğrencilerin motivasyonlarını olumsuz etkilemiştir.
- Öğretim esnasında tahtada işlem yaptırmayı gerektiren durumlarda genellikle öğretmen tahtada çözümleri kendisi gerçekleştirmiş, öğrencilerin tahtada işlem yapmalarına yeterince fırsat vermemiştir. Bu durum öğretimin kalitesini olumsuz etkilemiştir.
- Erken cebir kapsamında sınıf öğretmeninin eğitimi sürecinde öğretmenin, tahmin becerisi yüksek öğrencilerin cebirsel işlem becerilerinin de yüksek olacağı düşüncesini benimsemesi sağlanmıştır. Öğretmen, zihinden işlem yapma etkinliklerinde öğrencilere

yönlendirici sorularla rehberlik etmiş, öğrencilerin tahmin becerilerini geliştirmelerine katkı sağlamaya çalışmıştır.

- Erken cebir kapsamında sınıf öğretmeninin eğitimi sürecinde öğretmenin; “bu konuda ne düşünüyorsun?”, “niçin böyle düşünüyorsun?”, “bunu nasıl kanıtlarsın?” şeklindeki soruların öğrencilerin üstbilişsel becerilerinin gelişimine katkı sağlayacağını farkına varması sağlanmıştır. Öğretmenin etkinlikler esnasında zaman zaman öğrencilere düşüncelerini açıklamalarına yönelik sorular yönelmesi, sınıfta doğal tartışma ortamlarının oluşmasına ve öğrencilerin birbirlerinin stratejilerini görmelerine ve anlamalarına olanak sağlamıştır.
- Öğretmenin, eğitimlerde teorik olarak erken cebir konusundaki farkındalığının arttığı fakat bu konudaki bilgilerini uygulamada yeterince hayata geçiremediği görülmüştür. Etkinlikler ilerledikçe öğretmenin daha çok erken cebir etkinliklerinin amaçlarına hizmet edecek şekilde öğretim yaptığı, erken cebirin doğasının ve etkinliklerin kalitesinin öğretmen davranışlarını olumlu yönde etkilediği gözlemlenmiştir.
- Etkinlikler sona erdiğinde sınıf öğretmeni uygulama öncesine göre erken cebirin zihninde daha çok şekillenip anlam kazandığını, etkinlikler sayesinde cebire ve matematik öğretimine bakışının olumlu yönde değiştiğini ve öğrencilerdeki değişimi gördüğünü belirtmiştir.

Erken cebir kapsamında yapılan öğretim etkinliklerinin öğrencilerin başarılarına etkisine yönelik sonuçlar

4. sınıf erken cebir başarı testi, öğrencilerin erken cebir konusundaki başarı düzeylerini belirlemek amacıyla hazırlanmıştır. Testte MEB programından 16, farklı ülkelerin programlarından uyarlanan 4 kazanım olmak üzere toplam 20 kazanıma dayalı 31 adet soru yer almaktadır. Testin ortalaması $\bar{X} = 13,14$; standart sapması $s=6,25$; KR-20 güvenirlik katsayısı 0,85 ve ortalama güçlüğü 0,42 olarak hesaplanmıştır. 20 ilkokul dördüncü sınıf öğrencisinin katıldığı testle ilgili sonuçlar ve erken cebir etkinlikleri sürecinde öğrencilere yönelik gözlemler aşağıda sunulmuştur.

- Öğrencilerin erken cebir öğretim etkinlikleri sonrasındaki test ortalamalarının, öğretim etkinlikleri öncesindeki test ortalamalarına göre oldukça yüksek olduğu görülmüştür. Etkinlikler sonrasında sınıftaki öğrencilerden yalnızca bir öğrencinin doğru cevap sayısında düşüş görülmüş, geriye kalan öğrencilerin tamamının doğru cevap sayılarında ciddi artışlar görülmüştür (bk. Ek-6).
- Erken cebirin amaçları doğrultusunda araştırmacı tarafından dikkatli bir şekilde hazırlanan öğretim etkinlikleri öğrencileri muhakeme yapmaya, keşif süreci yaşamaya, ilişkisel düşünmeye ve genellemelere ulaşmaya yöneltmiştir.
- Öğrencilerin, erken cebir etkinlikleri uygulama sürecinde olabildiğince farklı formatlarda soru tipleriyle karşılaşmaları sağlanmıştır. Bu şekilde öğrencilerin muhakeme yapmaları, işlemler arası ilişkileri keşfetmeleri ve farklı çözüm stratejileri geliştirmeleri sağlanmaya çalışılmıştır.
- Erken cebir kapsamında hazırlanan öğretim etkinlikleri sınıf ortamında zaman zaman doğal tartışma ortamlarının oluşmasına yol açmıştır. Bu tartışmaların, öğrencilerin birbirlerinin stratejilerini anlamalarını ve kendi stratejilerini sorgulamalarını sağladığı dolayısıyla da üstbilişsel becerilerinin gelişimine olumlu katkıda bulunduğu söylenebilir.
- Öğrenciler öğretim etkinlikleri süresince teneffüslerde araştırmacıya derslerin çok eğlenceli geçtiğini belirtmişler, araştırmacıdan etkinliklerin dönem boyunca devam etmesini istemişlerdir.

Tartışma

Araştırmada erken cebir farkındalık ölçeğinden elden edilen bulgular sonucunda araştırmaya katılan öğretmenlerle ilgili cinsiyet, mezun olunan bölüm ve öğrenim seviyesi değişkenlerinin araştırmanın hiçbir boyutu üzerinde istatistiksel olarak anlamlı etkilerinin olmadığı görülmüştür. Bu sonucun cinsiyet değişkeni bakımından normal karşılanabileceği, mezun olunan bölüm ve öğrenim seviyesi değişkenleri bakımından ise şaşırtıcı olduğu söylenebilir. Mezun olunan fakülte değişkeninin araştırmanın bazı boyutları üzerinde etkili olduğu

görülmüştür. Dolayısıyla mezun olunan bölümün de araştırmanın boyutları üzerinde etkili olacağı akla gelmektedir. Buna ölçekte mezun olunan bölüm değişkeninin yalnızca sınıf öğretmenliği ve diğer şeklinde ayrılmasının neden olduğu düşünülebilir. Bu ayırım daha detaylı bir şekilde yapılırsa (örneğin fen edebiyat fakültesi mezunları matematik, fizik, kimya vb. şeklinde ayrılabilir) sonuç farklı olabilir. Yine öğrenim seviyesi değişkeninin araştırmanın boyutları üzerinde etkili olmaması şaşırtıcıdır. Buna neden olarak araştırmaya katılan sınıf öğretmenlerinin % 92'sinin lisans mezunu olması, yalnızca % 8'nin yüksek lisans mezunu olması ve hiç doktora mezunu öğretmenin bulunmaması gösterilebilir. Ayrıca öğretmenlerin farklı fakülte ve bölümlerden mezun oldukları, bu nedenle de yüksek lisans yapan öğretmenlerin sınıf öğretmenliği dışındaki alanlarda da uzmanlaşmış olabileceği de düşünülebilir.

Araştırmaya katılan öğretmenlerle ilgili görev süresi değişkeninin araştırmanın *işlemler arası ilişkiler ve stratejiler*, *erken cebir düşüncesinin gelişimi* ve *erken cebir ön bilgi ve becerileri* faktörleri üzerinde etkili olduğu görülmüştür. *İşlemler arası ilişkiler ve stratejiler* faktörüne ilişkin görev süresi 1-5 yıl arasında olan ve görev süresi 11-15 yıl arasında olan sınıf öğretmenlerinin görev süresi 16 yıl ve üzerinde olan sınıf öğretmenlerine göre farkındalıklarının daha yüksek olduğu görülmüştür. Buradan görev süresi 1-5 yıl arasında olan sınıf öğretmenlerinin farkındalıklarının yüksek olmasında bu gruptaki öğretmenlerin 2005 yılından itibaren uygulanmaya başlayan yapılandırmacı yaklaşıma dayalı yeni öğretim programına göre yetişmiş olmalarının etkili olduğu söylenebilir. Görev süresi 11-15 yıl arasında olan sınıf öğretmenlerinin farkındalıklarının yüksek olması, bu gruptaki öğretmenlerin eğitim sistemindeki yenilikleri yakından takip ettikleri ve bilgi ve becerilerini güncelledikleri fikrini akla getirmektedir. *Erken cebir düşüncesinin gelişimi* faktörüne ilişkin görev süresi 11-15 yıl arasında olan sınıf öğretmenlerinin görev süresi 6-10 yıl arasında olan sınıf öğretmenlerine göre araştırmanın bu boyutu ile ilgili farkındalıklarının daha yüksek olduğu görülmüştür. Görev süresi 11-15 yıl arasında olan sınıf öğretmenlerinin farkındalıklarının bir önceki faktörde de yüksek olması bu gruptaki öğretmenlerin eğitimdeki yenilikleri yakından takip ettikleri, bilgi ve becerilerini güncelledikleri düşüncesini pekiştirmektedir. *Erken cebir ön bilgi ve becerileri* faktörüne ilişkin görev süresi 6-10 yıl arasında olan sınıf

öğretmenlerinin görev süresi 16 yıl ve üzerinde olan sınıf öğretmenlerine göre farkındalıklarının daha yüksek olmasında, görev süresi 6-10 yıl arasında olan sınıf öğretmenlerinin bir kısmının 2005 yılından itibaren uygulanmaya başlayan yapılandırmacı yaklaşıma dayalı yeni öğretim programına göre yetişmiş olmalarının etkili olduğu söylenebilir. Araştırmayla ilgili bütün faktörlerde görev süresi 16 yıl ve üzerinde olan sınıf öğretmenlerinin diğer gruptaki sınıf öğretmenlerine göre farkındalıklarının düşük olduğu görülmüştür. Bu gruptaki öğretmenlerin mesleki deneyimleri fazla olmasına karşın böyle bir sonucun çıkması eğitimdeki gelişmeleri yeterince takip etmedikleri, kendilerini yeterince geliştirmedikleri ve yeniliklere gerekli düzeyde uyum sağlayamadıkları düşüncesini akla getirmektedir.

Araştırmaya katılan öğretmenlerle ilgili mezun olunan fakülte değişkeninin araştırmanın *erken cebir düşüncesinin gelişimi, erken cebir konu ve öğrenme alanı ve erken cebir ön bilgi ve becerileri* faktörleri üzerinde etkili olduğu görülmüştür. *Erken cebir düşüncesinin gelişimi* faktörüne ilişkin Fen Edebiyat Fakültesi mezunu sınıf öğretmenlerinin Eğitim Fakültesi ve diğer fakültelerden mezun olan sınıf öğretmenlerine göre farkındalıklarının daha yüksek olduğu görülmüştür. Araştırmaya katılan Fen Edebiyat Fakültesi mezunu sınıf öğretmenlerinin hangi bölümlerden mezun oldukları tespit edilmemiştir. Fakat sonuçtan hareketle bu öğretmen grubu içerisinde matematik bölümünden mezun olanların olduğu ve alan bilgilerinin diğer gruptaki öğretmenlere göre daha iyi olduğu söylenebilir. *Erken cebir konu ve öğrenme alanı* faktörüne ilişkin Fen Edebiyat Fakültesi ve Eğitim Fakültesi mezunu sınıf öğretmenlerinin farkındalıklarının diğer fakültelerden mezun olan sınıf öğretmenlerine göre yüksek olduğu görülmüştür. Fen Edebiyat Fakültesi mezunu öğretmenlerin farkındalıklarının yüksek çıkması bu öğretmen grubu içerisinde matematik bölümünden mezun olanların olduğu ve alan bilgilerinin diğer gruptaki öğretmenlere göre daha iyi olduğu düşüncesini kanıtlar niteliktedir. Eğitim Fakültesi mezunu sınıf öğretmenlerinin üçüncü gruptakilere göre farkındalıklarının yüksek olması alan bilgilerinin daha iyi olduğunu göstermektedir. Bu da beklenen bir sonuçtur. *Erken cebir ön bilgi ve becerileri* faktörüne ilişkin Eğitim Fakültesi mezunu sınıf öğretmenlerinin farkındalıklarının

üçüncü gruptaki sınıf öğretmenlerine göre yüksek olması alan bilgilerinin daha iyi olduğu sonucunu pekiştirmektedir.

Araştırmaya katılan sınıf öğretmenlerinin ölçekte yer alan açık uçlu sorulardan “Erken cebir ya da cebire geçiş deyince aklınıza neler geliyor?” sorusuna sadece % 38’i cevap vermiştir. Bu sonuca dayanarak sınıf öğretmenlerinin erken cebir ya da cebire geçişle ilgili sınırlı bilgiye sahip oldukları söylenebilir. Öğretmelerin soruya verdikleri cevaplar *sembollerle gösterim* (% 6), *dört işlem (aritmetik)* (% 3), *soyut kavramlar-denklemler ve formüller* (% 6), *problem çözme* (% 3) ve *yanlış kavramalar* (% 5) şeklinde kategorileştirilmiştir.

Kieran (1992) cebiri tanımlarken, cebirin sayılar arasındaki genel ilişki ve özellikleri gösterdiğini ve cebirde sembollerle sayıların simgelandiğini belirtmiştir. Baki’de (2008), cebirin sembolik ve grafiksel ifadelerin anlamlarını bilmeyi, bu ifadelerden hareketle ilişkiler bulup sonuçlar çıkarmayı, bu ilişki ve sonuçları yine sembollerle ve grafiklerle ifade etmeyi amaçladığını ifade etmiştir. Buna dayanarak öğretmenlerin cevaplarından oluşturulan kategorilerden sembollerle gösterim, soyut kavramlar-denklemler ve formüller kategorilerinin cebirle ilgili olduğu fakat erken cebir ya da cebire geçişi tam olarak yansıtmadığı söylenebilir. Çünkü erken cebir aritmetik ve cebir arasındaki geçiş sürecini kapsamaktadır. Bu süreç aritmetik bir ortamda cebirsel akıl yürütmeyi, informal sembolleştirmeyi ve denklem çözümü için gerekli olan aritmetik bilgileri güçlendirmeyi içerir (Van Amerom, 2002). Araştırmada öğretmenlerin cevaplarından oluşturulan kategorilerden biri de problem çözmedir. Akkan (2009), problem çözme aşamalarında yaşanan zorlukların aritmetikten cebire geçişte yaşanan sıkıntılardan biri olduğunu ifade etmiştir. Dolayısıyla problem çözme sadece cebirle değil, aritmetik ve cebir alanlarının her ikisiyle de ilgilidir. Öğretmenlerin bir kısmı erken cebir deyince akıllarına dört işlemin geldiğini belirtmişlerdir. Aritmetik ve cebir keskin sınırları olmamakla birlikte (Kieran, 2007), matematiğin farklı alanlarıdır. Öğretmelerin cevapları doğrultusunda oluşturulan bir diğer kategori de yanlış kavramalardır. Öğretmenlerin soruya verdikleri cevaplardan hareketle kendilerine yöneltilen soru cümlesindeki *erken cebir* ifadesinden yola çıkarak erken cebiri, cebirin erken yaşlarda öğretilmesi şeklinde yorumladıkları görülmektedir. NCTM’ye (2000) göre çocuklar cebiri

öğrenmeye erken yaşlardan itibaren başlamalı, 3.-5. sınıf seviyesinde öğrenciler genel kuralları ifade etmek için kutu, harf vb. sembolleri kullanabilmelilerdir. Fakat bu ifade cebirin erken yaşlarda öğretilmesi değil, çocuklara seviyelerine uygun olarak öğretilmeye başlanması anlamını taşımaktadır.

Araştırmaya katılan sınıf öğretmenlerinin ölçekte yer alan açık uçlu sorulardan “Sizce ilkokulda erken cebir uygulamaları nasıl yapılmalıdır?” sorusuna sadece % 39’u cevap vermiş bunlardan % 2’si fikri olmadığını belirtmiştir. Buradan öğretmenlerin erken cebirle ilgili yeterince bilgi sahibi olmadıkları, dolayısıyla da araştırmaya katılan sınıf öğretmenlerinin % 61’inin ilkokulda erken cebir uygulamalarıyla ilgili fikir beyan edemedikleri söylenebilir. Öğretmenlerin soruya verdikleri cevaplar *aritmetik işlemlerde verilmeyeni bulma* (% 2), *somutlaştırma* (% 4), *basitleştirme* (% 5), *fikrim yok* (% 2) ve *yapılmamalı* (% 3) şeklinde kategorileştirilmiştir.

Aritmetik ve cebir arasındaki temel farklar belirtilirken (Hersovics ve Linchevski, 1994; Linchevski, 1995; Stacey, 1997; Van Amerom, 2002) aritmetikte bilinenden hareketle bilinmeyen hesaplanır, bilinmeyen kısa sürelidir ve hesaplama işleminde yer almaz, cebirde ise sabit bilinmeyenler vardır ve bilinmeyen çözüm sürecine katılır; aritmetikte bilinmeyen ulaşılacak son noktadır, cebirde ise bilinmeyen başlangıç noktasıdır şeklinde bahsedilmiştir. Buna dayanarak öğretmenlerin ilkokulda erken cebir uygulamaları aritmetik işlemlerde verilmeyeni bulma şeklinde yapılmalıdır şeklindeki yaklaşımlarının doğru fakat yetersiz bir yaklaşım olduğu söylenebilir. Çünkü erken cebir sadece bilinmeyen kavramıyla sınırlı değildir. Ayrıca araştırmaya katılan sınıf öğretmenlerinin sadece % 2’si aritmetik işlemlerde verilmeyeni bulma yaklaşımını belirtmişlerdir. Öğretmenler ilkokulda erken cebir uygulamalarıyla ilgili düşüncelerini belirtirken somutlaştırma ve basitleştirmeye değinmişlerdir. Kieran (1992), Sfard ve Linchevski (1994), Usiskin (1999) ve Van Amerom (2002), öğrencilerin cebiri sevmemelerinde cebirin soyut bir yapıya sahip olmasının ve gerçek yaşamla ilişkilendirilememesinin rolü olduğunu belirtmişlerdir. Dolayısıyla öğretmenlerin somutlaştırma ve basitleştirmeye dikkat çekmeleri doğru bir yaklaşımdır. Fakat araştırmaya katılan sınıf öğretmenlerinin sadece % 4’ü somutlaştırmaya ve % 5’i basitleştirmeye değinmişlerdir. Soruya öğretmenlerin % 39’unun cevap verdiği ve bunların % 2’sinin fikir beyan etmediği göz önünde bulundurulduğunda bu

oranın yetersiz olduğu söylenebilir. Sınıf öğretmenlerinin bir kısmı ilkokulda erken cebir uygulamalarının yapılmaması gerektiğini ifade etmiştir. NCTM (2000), okulöncesinden başlayıp liseyi bitirinceye kadar her öğrencinin cebiri gerekli düzeyde öğrenmesi gerektiğini belirtmiştir. Ayrıca MEB (2015) tarafından hazırlanan ve 2016-2017 eğitim öğretim yılından itibaren kademeli olarak uygulanmaya başlayacak olan ilkokul matematik dersi öğretim programında cebire geçiş alt öğrenme alanı yer almaktadır. Dolayısıyla sınıf öğretmenlerinin ilkokulda erken cebir uygulamaları yapılmamalıdır şeklindeki düşüncelerinin yanlış olduğu ve değiştirilmesi gerektiği söylenebilir.

Araştırmaya katılan sınıf öğretmenlerinin ölçekte yer alan açık uçlu sorulardan “İlkokulda erken cebir uygulamalarının amacı sizce nedir?” sorusuna % 40’ı cevap vermiştir. Bu sonuç araştırmaya katılan sınıf öğretmenlerinin çoğunun (% 60) erken cebir ve ilkokulda erken cebir uygulamalarının amacına yönelik herhangi bir fikir sahibi olmadıklarını göstermektedir. Öğretmenlerin soruya verdikleri cevaplar *üst öğrenime hazırlama* (% 8), *cebire geçişi kolaylaştırma* (% 2), *matematiği sevdirmeye* (% 3), *temel oluşturma* (% 3), *problem çözme becerisini geliştirme* (% 2) ve *düşünce geliştirme* (% 5) şeklinde kategorileştirilmiştir.

Araştırmalar öğrencilerin sonraki cebir öğrenimi için aritmetikteki zorluklarının belirlenip bu zorlukların giderilmesinde erken cebir sürecinin önemli olduğunu (Kieran, 1991; Kieran ve Chalouh, 1993; Sfard, 1995; Van Amerom, 2002), erken cebir süreci olmadan yapılan cebir öğretiminin öğrencilerin matematiksel gelişimini olumsuz etkileyeceğini göstermiştir (Akkan, 2009). NCTM cebirsel düşünmenin gelişimi için lise cebir öğrenme alanının yetersiz olduğunu, bu yetersizliğin ise ilköğretim kademelerindeki aritmetik ve cebir öğretimine bağlı olduğunu belirtmiştir (NCTM, 2000). Linchevski (1995) okul cebirini, değişkenler ve cebirsel ifadeleri sadeleştirme, yapı, genelleştirme, sözel problemler ve denklemler olmak üzere beş bileşene ayırmış ve bu bileşenleri destekleyecek ön kavramların cebir öncesinde oluşturulduğunu, bunun ise cebir öğretiminde çok önemli olduğunu belirtmiştir. Dolayısıyla sınıf öğretmenlerinin ilkokulda erken cebir uygulamalarının amacına yönelik *üst öğrenime hazırlama* (% 8), *cebire geçişi kolaylaştırma* (% 2), *matematiği sevdirmeye* (% 3), *temel oluşturma* (% 3), *problem çözme becerisini geliştirme* (% 2) ve *düşünce geliştirme*

(% 5) şeklindeki düşüncelerinin yerinde olduğu fakat oranlara bakınca yetersiz olduğu söylenebilir.

Araştırmaya katılan sınıf öğretmenlerinin ölçekte yer alan açık uçlu sorulara verdikleri cevaplara bakıldığında, ölçek maddelerinden etkilendikleri görülmektedir. Örneğin, ölçekte yer alan maddelerden bazıları şöyledir: “Verilen herhangi bir sayı örüntüsünün kuralını açıklayabilme ve örüntüyü birkaç adım devam ettirebilme erken cebir düşüncesinin gelişiminde etkilidir” (madde 14), “İlkokulda erken cebir düşüncesinin gelişimi için birden fazla kural içeren geometrik örüntülerle çalışmak gereklidir” (madde 25), “Problem çözmekten çok çözümü ifade edebilmek/açıklayabilmek erken cebir düşüncesinin gelişiminde etkilidir” (madde 35), “Cebir düşüncesi erken sınıflarda gelişir” (madde 2). Öğretmenlerin ölçekte yer alan açık uçlu sorulara verdikleri cevaplardan bazıları ise şöyledir: “Örüntüler erken cebir uygulamaları için uygun” (Ö9), “Erken cebirin amacı problemin matematik cümlesini yazabilmek, ileriye dönük denklemleri sevdirmek” (Ö62), “Erken cebirin amacı çocukları cebir konularına, problem çözmeye hazırlamak” (Ö165). Buna dayanarak sınıf öğretmenlerine yönelik erken cebir kapsamında yapılacak eğitim programlarının öğretmenlerde erken cebir düşüncesinin gelişimine katkı sağlayacağı söylenebilir.

Yarı yapılandırılmış görüşme formu kullanılarak sınıf öğretmenleri ile yapılan görüşmelerde öğretmenlerin “cebir nedir?” sorusuna verdikleri cevaplar *matematiğin bir alanı, eğitim programı, denklemler, problem çözüm yöntemi, sayısal işlemler ve fikrim yok* şeklinde altı kategoride toplanmıştır.

Usiskin (1997) cebiri tanımlarken bilinmeyenler, formüller, örüntüler, yer tutucular ve ilişkiler şeklinde cebiri oluşturan beş bileşenden bahseder. Sford’a (1995) göre ise cebir bir hesaplama bilimidir. Sutherland ve Rojano (1993), cebiri fikirleri açıklamada kullanılan matematiksel bir dil olarak tanımlar. Vance (1998) ve Lott (2000), cebirden aritmetiğin soyutlanmış ve genellenmiş şekli olarak bahseder. Tanımlardan yola çıkarak görüşmeye katılan sınıf öğretmenlerinin “Cebir nedir?” sorusuna verdikleri cevaplar kapsamında oluşturulan kategorilere bakıldığında, öğretmenlerin cebirle ilgili bilgilerinin sınırlı olduğu görülmektedir. Aynı sorunun devamında yöneltilen “İlkokulda cebire hazırlık çalışmaları nasıl yapılmalıdır?” sorusuna öğretmenlerin verdikleri cevaplar *basit şekilde, örüntülerle, somutlaştırarak ve fikrim yok* şeklinde dört kategoride toplanmıştır.

Kieran (1990), geleneksel cebir öğretimine kural öğretimi ile başladığını, bu nedenle de öğrencilerin sembollerle bağlantı kuramadıklarını belirtmiştir. Yine Kieran (1992), kural ve tanım ezberleme şeklindeki cebir öğretiminin, öğrencilerin cebire yapısal açıdan yaklaşmalarını zorlaştırdığını, öğrencilerin tam olarak cebirsel anlamayı gerçekleştirebilmeleri için cebirsel düşünme ve cebirsel sembolleştirmeyi elde etmeleri, cebiri yapısal açıdan (bilinmeyenler, semboller, değişkenler, eşitlik-eşitsizlik, işlemler arası ilişkiler vb.) ele almaları gerektiğini belirtmiştir. Ülkemizde cebir öğretimi ilkökul seviyesinde 1-5. sınıflar matematik öğretim programında yer alan örüntü ve süslemeler alt öğrenme alanının uzantısı şeklinde sürdürülmektedir. Bu sınıf düzeylerinde öğrenciler ilk olarak tekrarlı örüntülerle, sonrasında ise genişleyen örüntülerle çalışmaktadırlar. Görüşme yapılan öğretmenlerden yalnızca ikisi “ilkokulda cebire hazırlık çalışmaları nasıl yapılmalıdır?” sorusuna cevap verirken örüntülerden bahsetmiştir. Bir öğretmen ise fikri olmadığını belirtmiştir. Buradan öğretmenlerin ilkökulda cebire hazırlık çalışmalarının nasıl olması gerektiği konusundaki düşüncelerinin yetersiz olduğu söylenebilir.

Görüşmeye katılan sınıf öğretmenlerinin “Matematik öğretiminde genellemenin yeri nedir?” sorusuna verdikleri cevaplar *tümevarım-tümden gelim, uyarlama, genellemeye karşıyım, önemli, formül ve çözüm ve fikrim yok* şeklinde altı kategoride toplanmıştır.

Lee (1996), cebirde ve matematiğin tamamında ilişkilerin genellendiğini belirtmiştir. Mason (1996) ve Kaput (1999), genellemenin matematiksel aktivitelerin çekirdeğini oluşturduğundan bahsetmiştir. Smith (2003), genellemenin cebirsel düşüncenin bileşenlerinden biri olduğunu ifade etmiştir. NCTM (2000), genellemenin temelini örüntülere dayandığını, örüntülerin genellenmesinin ise cebirin özünü oluşturduğunu belirtmiştir. Görüşmeye katılan sınıf öğretmenlerinden biri genellemeye karşı olduğunu söylemiş buna neden olarak ise genellemenin öğrencilerin kendilerine ait bir çözüm yolu bulmalarına engel olduğunu belirtmiştir. Bir öğretmen ise fikri olmadığını söylemiştir. Görüşmeye katılan diğer sınıf öğretmenlerinin cevaplarına bakıldığında çok genel ifadeler kullandıkları görülmüştür. Örneğin bazı öğretmenler genelleme ile ilgili düşüncelerini şu şekilde ifade etmişlerdir: “Genelleme çok önemlidir” (Ö6), “Matematiğin olmazsa olmazıdır. Genellemeyi kavrayamayan matematikte işlem

yapamaz” (Ö9), “Matematikteki en önemli şeylerden biridir. Genelleme yapabilen öğrenci her şeyi öğrenmiştir” (Ö12). Bu sonuçlar araştırmaya katılan sınıf öğretmenlerinin matematik öğretiminde genellemenin yeri konusundaki bilgilerinin yetersiz olduğunu göstermektedir.

Görüşmeye katılan sınıf öğretmenlerinin “İlkokulda bilinmeyen kavramı ilk olarak ne zaman çocukların karşısına çıkmalıdır? Neden?” sorusuna verdikleri cevaplar *birinci sınıfta, ikinci sınıfta, üçüncü sınıfta, dördüncü sınıfta, beşinci sınıfta* ve *karşılaşmamalı* şeklinde altı kategoride toplanmıştır.

Usiskin (1997), cebirin bileşenlerinden birinin bilinmeyenler olduğunu ifade etmiştir. Kieran (1990), öğrencilerin cebirle ilgili düşüncelerine ait evreleri belirtirken; bilinmeyen nicelikler için kısaltmaların kullanıldığı ve bilinmeyenleri belirlemenin amaçlandığı, bilinen ve bilinmeyen nicelikler için harflerin kullanıldığı ve sembollerle yapılan işlemlerin problemlerin çözümünü sağladığı evrelerden bahsetmiştir. Yine aritmetik ve cebir arasındaki temel farklardan biri de bilinmeyen kavramının kullanımınıdır. Aritmetikte bilinenden hareketle bilinmeyen hesaplanır. Aritmetikte bilinmeyen kısa sürelidir ve hesaplama işleminde yer almaz. Cebirde ise sabit bilinmeyenler vardır ve bilinmeyen çözüm sürecine katılır. Aritmetikte bilinmeyen ulaşılacak son nokta iken cebirde bilinmeyen başlangıç noktasıdır (Hersovics ve Linchevski, 1994; Linchevski, 1995; Stacey, 1997; Van Amerom, 2002). Görüşmeye katılan sınıf öğretmenlerinden biri öğrencilerin ilkokulda bilinmeyen kavramıyla karşılaşmamaları gerektiğini, bilinmeyen kavramının öğretiminde öğretmenlerin zorlandığını belirtmiştir. Diğer öğretmenler ise öğrencilerin bilinmeyen kavramıyla karşılaşmaları gerektiğini düşündükleri farklı sınıf düzeyleri (1. sınıf, 2. sınıf, 3. sınıf, 4. sınıf ve 5. sınıf) belirtmişlerdir. Fakat öğretmenler “Neden?” sorusuna belirttikleri sınıf düzeyini tam olarak açıklamayan yanıtlar vermişlerdir. Ayrıca sorunun devamında “Bununla ilgili bir problem örneği sunabilir misiniz? Sunduğunuz bu problemin sınıf düzeyi nedir?” sorusuna öğretmenlerin verdikleri problem örnekleri ile öğrencilerin bilinmeyen kavramı ile karşılaşması gerektiğini belirttikleri sınıf düzeylerinin genellikle uyuşmadığı (örneğin üçüncü sınıfta karşılaşmalı diyen öğretmen Ö2, verdiği örneğin birinci sınıf düzeyinde olduğunu belirtmiştir), bazı öğretmenlerin ise problem örneği veremedikleri görülmüştür. Bu sonuca dayanarak araştırmaya katılan sınıf öğretmenlerinin bilinmeyen

kavramı ve bu kavramla öğrencilerin hangi sınıf seviyesinde karşılaşmalarının matematik öğretimi açısından daha faydalı olacağı konusunda yeterli bilgiye sahip olmadıkları söylenebilir.

Görüşmeye katılan sınıf öğretmenlerinin “Eşit işaretini öğretirken neler yapıyorsunuz?” sorusuna öğretmenlerin verdikleri cevaplar *sembol*, *somutlaştırma*, *denge etkinlikleri* ve *eşleştirme* şeklinde dört kategoride toplanmıştır. Aynı sorunun devamı olan “Matematik öğretim sürecinde eşit işaretinin hangi anlamlarına odaklanıyorsunuz?” sorusuna öğretmenlerin verdikleri cevaplar ise sonuç, aynı, eşit ve denge şeklinde dört kategoride toplanmıştır.

Kieran (1981), öğrencilerin eşit işaretine yükledikleri anlamlar ile cebir denklemlerine yönelik çözümleri arasında kuvvetli bir ilişki olduğunu belirtmiştir. Stephens (2004), öğrencilerin aritmetik işlemlerde ilişkisel düşünme becerilerinin yetersizliği ve eşit işaretinin anlamı ile ilgili yanlış anlamalarının cebirde zorluk yaşamalarının nedenlerinden olduğunu belirtmiştir. Carpenter, Franke ve Levi (2003), eşit işaretinin aritmetik işlemlerde genellikle soldan sağa doğru bir hesaplamayı ifade edecek yapıda sunulmasının öğrencilerin eşit işareti ve eşitlik kavramını yanlış anlamalarına neden olduğunu ve bu durumun ileri sınıflarda da devam ettiğini ifade etmişlerdir. Görüşmeye katılan sınıf öğretmenlerinin cevapları doğrultusunda eşit işaretinin öğretimine yönelik yaklaşımlarının yerinde olduğu söylenebilir. Fakat eşit işaretinin odaklanılan anlamı konusunda öğretmenlerin yetersiz olduğu görülmektedir. Öğretmenlerden birinin eşit işaretinin sonuç anlamına odaklandığını belirtmiştir. Bu durum öğrencilerin eşit işaretinin ilişkisel bir sembol olduğunu anlamalarına engel olacaktır. Carpenter, Levi, Franke ve Zeringue (2005), eşit işaretinin işlemsel bir sembol olmaktan ziyade ilişkisel bir sembol olduğunun anlaşılmasının matematiksel ilişkilerin öğrenilmesinde önemli bir rol oynadığını ifade etmişlerdir. Carpenter, Franke ve Levi (2003), ise öğrencilerin eşit işaretini, iki eşit durum (sayı, nicelik) arasındaki sembol olarak düşündüklerinde matematiksel kıyaslama yapabilir hale geleceklerini belirtmişlerdir.

Görüşmeye katılan sınıf öğretmenlerinin “Sizce ilkokulda çocuklar denklemlerle çalışmalı mı? Nasıl?” sorusuna öğretmenlerin verdikleri cevaplar *denklem oluşturma*, *çalışmamalı* ve *basit düzeyde* şeklinde üç kategoride toplanmıştır. Aynı sorunun devamı olan “Öğretmenlerin denklem çalışmaları

öncesinde nelerle ilgili çalışmaları gerekir?” sorusuna ise öğretmenlerin verdikleri cevaplar *ön hazırlık*, *sezdirilmeli* ve *fikrim yok* şeklinde üç kategoride toplanmıştır.

Linchevski (1995) okul cebirini beş bileşene ayırmış ve bunlardan birinin de denklemler olduğunu belirtmiştir. Bu bileşenleri destekleyecek ön kavramların ise cebir öncesinde oluşturulduğunu, bunun cebir öğretiminde çok önemli olduğunu ifade etmiştir. Yine aritmetik ve cebir arasındaki temel farklardan bahsedilirken, aritmetikte denklemlerin cevaba ulaşmak için bir formül olduğu cebirde ise denklemlerin durumu tanımladığı belirtilmiştir (Hersovics ve Linchevski, 1994; Linchevski, 1995; Stacey, 1997; Van Amerom, 2002). Hebert ve Brown (1997), cebirsel düşünmenin verilen durumlardan ihtiyaç duyulan bilgilerin seçilerek, bilginin tablo, şekil, grafik ve denklemlerle simgelenmesini içerdiğini ifade etmiştir. Görüşmeye katılan sınıf öğretmenlerinin cevaplarına bakıldığında “Nasıl?” sorusuna verdikleri cevapların tam olarak denklemlerin öğretimine yönelik olmadığı görülmektedir. Görüşmeye katılan sınıf öğretmenlerinden dördü öğrencilerin ilkokulda denklemlerle çalışmamaları gerektiğini belirtmişlerdir. Buradan hareketle öğretmenlerin denklemlerle ilgili ve ilkokulda denklem çalışmalarının erken cebirle ilişkisine yönelik bilgilerinin sınırlı olduğu söylenebilir.

Görüşmeye katılan sınıf öğretmenlerinin “Bir çocuğun ilkokulda iyi bir dört işlem becerisi kazanmış olması sonraki okul yaşantısında ona neler kazandırır?” sorusuna öğretmenlerin verdikleri cevaplar *hayatını kolaylaştırır*, *öğrenim hayatında başarılı olur*, *özgüveni gelişir*, *hızlı işlem yapar* ve *matematiği sever* şeklinde beş kategoride toplanmıştır.

Kieran (1992), öğrencilerin cebiri sahip oldukları aritmetik deneyimlere dayanarak yapılandırdıklarını belirtmiştir. Williams ve Cooper (2001), öğrencilerin aritmetikteki eksikliklerinin onları cebirsel düşünmeden uzaklaştırdığını bu nedenle öğrencilerin cebirde zorlandıklarını ifade etmişlerdir. Görüşmeye katılan sınıf öğretmenlerinin soruya verdikleri cevapların hepsi mantıklı ve iyi bir dört işlem becerisinin bireye kazandıracaklarını yansıtır niteliktedir. Fakat hiçbir öğretmen dört işlem yani aritmetik becerisi ile cebirsel beceriler arasında ilişki kurmamıştır. Bu durum sınıf öğretmenlerinin aritmetik ile

cebiri birbirinden tamamen bağımsız alanlar şeklinde düşündüklerini akla getirmektedir.

Araştırmanın buraya kadar olan kısmında sınıf öğretmenlerinin erken cebir ve ilkökulda cebir uygulamaları konusundaki düşünceleri ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır. Bulgular sınıf öğretmenlerinin bu konudaki bilgilerinin sınırlı olduğunu göstermektedir. Ayrıca öğretmenlerin erken cebirin bileşenleri ile ilgili yanlış düşüncelere sahip oldukları da görülmüştür. Bununla birlikte öğretmenlerin hiçbir eğitim almadan sadece ölçek maddelerini okuyarak erken cebir konusundaki düşüncelerinin değiştiği gözlemlenmiştir. Bütün bu sonuçlar “sınıf öğretmenlerinin erken cebir düşüncelerinin geliştirilmesine yönelik bir eylem araştırması” yapılmasının gerekli ve yerinde bir araştırma olduğunu ispatlar niteliktedir.

Erken cebir kapsamında sınıf öğretmenin eğitimi sürecinde öğretmene aritmetik ile cebir arasındaki ilişki, örüntüler, genelleme, modelleme, tahmin, fonksiyonel düşünme, işlemler arası ilişkiler, matematiksel muhakeme, üst biliş, bilinmeyen, değişken ve eşitlik kavramları konusunda ayrıntılı bir şekilde bilgi verilmiştir. Bu eğitim ile sınıf öğretmeni mevcut bilgilerini güncellemiş, bazı konularda yeni bilgiler edinmiş ve teorik olarak erken cebir uygulamalarını yürütmeye hazır hale getirilmeye çalışılmıştır. Sınıf öğretmeni erken cebir konusunda teorik olarak kendisini hazır hissettikten sonra araştırmacı tarafından hazırlanan erken cebir etkinlikleri de öğretmene anlatılmış ve uygulamaya geçilmiştir.

Erken cebir öğretim etkinlikleri uygulama sürecinde öğretmenin zaman zaman teorik bilgilerini uygulamakta zorlandığı, öğretimin amaçlarına hizmet edecek davranışları yeterince sergileyemediği görülmüştür. Örneğin öğretmen genellikle derslerin girişinde konuyla ilgili kuralları doğrudan vermiştir. Erken cebir etkinlikleri hazırlanırken konuyla ilgili kuralları öğrencilerin keşfetmeleri, böylelikle öğretimi içselleştirmeleri amaçlanmıştır. Heinz, Kinzel, Simon ve Tzur (2000), tarafından yapılan araştırmada öğretmenin öğrencilere rehberlik ederek modeller inşa etmelerine ve bu modellerden formüllere ulaşmalarına fırsat sağladığı görülmüştür. Öğretmen öğrencilerin doğrudan verilen kuralları unuttuklarını, kendi keşfettiklerini ise hatırladıklarını, bunun için onlara rehberlik ederek öğrencilerin kuralları düşünerek bulmalarını sağlamaya çalıştığını

belirtmiştir. Erken cebir kapsamında öğretmen eğitimi sürecinde bu konunun üzerinde durulmasına ve uygulama sürecinde ara bilgilendirmelerde öğretmen bu davranışıyla ilgili bilgilendirilmiş olmasına rağmen etkinlikler boyunca aynı davranışı sergilemeye devam etmiştir. Bu durum öğretmenin klasik öğretim anlayışından kurtulamadığını, alışkanlıklarını terk edemediğini göstermiştir.

Uygulama sürecinde öğretmenin tahtada işlem yapmayı gerektiren durumlarda öğrencilerden daha çok kendisinin aktif olduğu görülmüştür. Erken cebir etkinlikleri hazırlanırken genellikle öğrencilerin aktif olmaları, öğretmenin ise öğretimin amaçlarına uygun bir şekilde öğrencilere rehberlik etmesi amaçlanmıştır. Bu şekilde öğrencilerin muhakeme yapmaları, keşif süreci yaşamaları, ilişkisel düşünceleri ve genellemelere ulaşmaları hedeflenmiştir. Heinz, Kinzel, Simon ve Tzur (2000) tarafından yapılan araştırmada, öğretmen öğrencilere matematiği anlamaları için yol gösterildiği ve öğrenciler teşvik edildiği zaman öğrencilerin öğrenmelerini artırdıklarını ifade etmiştir. Buna ek olarak öğretmen matematiğin raslantısal olmadığını, matematiksel fikirler, temsiller ve kurallar arasında matematiği anlamlı kılan ilişkilerin olduğunu, öğrencilere rehberlik ederek bu ilişkileri görmelerinin sağlanabileceğini belirtmiştir.

Öğretmen derslerde genellikle soru cevap şeklindeki öğretim etkinliklerine yer vermiştir. Bu etkinlikler esnasında zaman zaman öğrencilere “neden böyle düşünüyorsun?”, “nasıl anladın?”, vb. sorular yönelmiştir. Bu durum öğrencilerin derse katılımlarını artırmış, sınıfta doğal tartışma ortamlarının oluşmasına ve öğrencilerin birbirlerinin düşüncelerini görerek kendi düşünceleriyle karşılaştırmalarına olanak sağlamıştır. Bu şekildeki öğretimin öğrencilerin üst bilişsel becerilerinin gelişimine katkı sağladığı söylenebilir. Hacker ve Dunlosky (2003), doğru soruların üstbilişsel becerileri harekete geçirdiğini; Yurdakul (2004), “ bu konuda ne düşünüyorsun?”, “niçin böyle düşünüyorsun?”, “bunu nasıl kanıtlarsın?” tarzında soruların düşünmeyi tetiklediğini ve üstbilişsel becerilerin gelişimine katkı sağladığını belirtmişlerdir.

Uygulama esnasında öğretmenin zaman zaman alıştırmaya etkinliklerine yer vermesinin öğrencilerin tahtada işlem yapma isteklerini artırdığı gözlemlenmiştir. Böylelikle öğrenciler tahtada aktif bir şekilde işlem yapma ve düşüncelerini sınıfta ifade edebilme fırsatı yakalamışlardır.

Öğretmenin konuyla ilgili öğrencilerin önbilgilerini yoklamaya çalışmasının ve öğretim etkinliklerini buna göre şekillendirmesinin öğrencilerin derse ilgilerini ve katılımlarını artırdığı gözlemlenmiştir.

Zihinden işlem yapmayı gerektiren durumlarda öğretmenin olabildiğince farklı öğrenciye söz hakkı vermesinin ve ipuçlarıyla öğrencilere rehberlik etmesinin öğrencilerin tahmin becerilerinin gelişmesine ve stratejilerini sınıfta paylaşımlarına olanak sunduğu söylenebilir. NCTM (2000), sınıf ortamında tahmin stratejilerinin paylaşılmasının öğrencilerin farklı düşünme stratejileriyle karşılaşmalarına olanak sunacağını, bunun da sınıfta etkili bir tartışma ortamı yaratacağını belirtmiştir.

Problem çözme etkinliklerinde öğretmenin, öğretimin amaçları doğrultusunda yeterince öğrencilere rehberlik yapamadığı gözlemlenmiştir. Bu nedenle öğrencilerin bilinmeyen kavramını istenen düzeyde anlamlandıramadıkları görülmüştür. Erken cebir kapsamında hazırlanan etkinliklerin amaçlarından biri de öğrencilerin bilinmeyen kavramını yapılandırmalarıdır. Çünkü aritmetik ve cebir arasındaki temel farklardan biri bilinmeyen kavramının kullanımıdır. Aritmetikte bilinenden hareketle bilinmeyen hesaplanır ve bilinmeyen hesaplama işleminde yer almaz. Cebirde ise sabit bilinmeyenler vardır ve bilinmeyen çözüm sürecine katılır. Aritmetikte bilinmeyen ulaşılacak son noktayken, cebirde ise bilinmeyen başlangıç noktasıdır (Hersovics ve Linchevski, 1994; Linchevski, 1995; Stacey, 1997; Van Amerom, 2002). Öğrencilerin cebirde başarılı olmaları için yeterli aritmetik bilgiye sahip olmaları, dolayısıyla aritmetik ve cebir arasındaki temel farkları iyi bilmeleri gerektiği söylenebilir. Ayrıca problem çözme etkinliklerinde somutlaştırmayı gerektiren durumlarda öğretmenin yetersiz kaldığı, öğrencilerin farklı matematiksel modellerden faydalanamadıkları görülmüştür. NCTM (2000) matematiksel modellerin olguları açıklamak, yorumlamak ve problemleri çözmek için kullanılabileceğine dikkat çekmektedir.

Uygulama sürecinde öğretmenin bazı konularda kendisinden beklenen şekilde erken cebir etkinliklerinin amacına uygun öğretim yaptığı, bazı konularda ise yetersiz kaldığı görülmüştür. Buradan hareketle öğretmenin erken cebir konusundaki teorik bilgisini yeterince uygulamaya dönüştüremediği, bazı konularda da bilgisinin eksik olduğu söylenebilir. Etkinlikler ilerledikçe

öğretmenin daha rahat ve etkinliklerin amacına uygun öğretim yaptığı gözlemlenmiştir.

Erken cebirin doğasına uygun bir şekilde hazırlanan etkinlikler öğrencileri muhakeme yapmaya, keşif süreci yaşamaya, işlemler arası ilişkileri fark etmeye, kurallara ve genellemelere ulaşmaya yöneltmiştir. Etkinlikler aracılığıyla öğrencilerin olabildiğince farklı formatlarda sorularla karşılaşmaları sağlanmıştır. Böylelikle öğrencilerin farklı çözüm stratejileri keşfetmeleri sağlanmaya çalışılmıştır.

Erken cebirin doğası ve bu kapsamda hazırlanan etkinliklerin kalitesi sınıfta doğal tartışma ortamlarının oluşmasına olanak sağlamıştır. Böylelikle öğrenciler farklı düşünceleri dinleme ve mukayese etme fırsatı yakalamışlardır. Bu durumun öğrencilerin bireysel olarak öğrenmelerini kontrol edebilmelerine, yani üstbilişsel becerilerini geliştirmelerine fırsat sunduğu söylenebilir.

Alıştırma etkinlikleri öğrencilerin tahtada çözümlerini gerçekleştirerek sınıf ortamında paylaşımlarına ve düşüncelerini açıklamalarına olanak sağlamıştır. Etkinliklerin başlangıcında bazı öğrencilerin söz almaktan çekindiği ve tahtaya çıkmak istemedikleri, fakat etkinlikler ilerledikçe öğrencilerin yanlış bile olsa çözümleri gerçekleştirmek için tahtaya kalkmak istedikleri görülmüştür.

Öğrenciler ders aralarında araştırmacıya erken cebir etkinliklerinin çok zevkli olduğunu, farklı sorularla karşılaştıklarını, soruları çözünce mutlu olduklarını belirtmişlerdir. Erken cebir etkinlikleri öncesinde yapılan test (öntest) ile etkinlikler sonrasında yapılan test sonuçlarına (sontest) bakıldığında öğrencilerin ortalamalarının ciddi oranlarda arttığı, yani etkinliklerin öğrencilerin başarılarını artırdığı görülmüştür ($\bar{X}_{\text{Öntest}} = 15,25$; $\bar{X}_{\text{Sontest}} = 21,40$; $[t_{(19)} = -6,51$, $p < .01]$). Bu sonuç; Pecuch-Herrero (2000), Brahmer ve Harmatys (2009), Palabıyık ve Akkuş İspir (2011), Gürbüz ve Toprak (2014) ve Yılmaz'ın (2015) araştırma sonuçlarıyla benzerlik göstermektedir.

Öneriler

- Araştırmada sınıf öğretmenlerinin erken cebir konusunda sınırlı bilgiye sahip oldukları görülmüştür. Bu kapsamda öğretmenlere eğitim programları hazırlanabilir.

- Araştırmada eylem araştırması aracılığıyla sınıf öğretmeninin erken cebir konusunda teorik bilgisi ve uygulama becerileri geliştirilmiştir. Sınıf öğretmenleri eylem araştırmalarına katılmaya teşvik edilerek bu yolla mesleki gelişimlerine katkı sağlanabilir.
- Araştırmada erken cebir kapsamında hazırlanan öğretim etkinlikleri aracılığıyla ilkokul dördüncü sınıf öğrencilerinin cebirsel başarıları artırılmıştır. Öğrencilerde cebirsel düşünceenin erken sınıflarda geliştirilmesi amacıyla derslerde kullanılmak üzere kaliteli öğretim süreçleri tasarlanabilir.
- Araştırmada erken cebir kapsamında farklı ülkelerin matematik öğretim programlarından uyarlanan kazanımlar doğrultusunda hazırlanan öğretim etkinliklerinin öğrencilerin düşünme süreçlerini olumlu yönde etkilediği görülmüştür. İlkokul matematik öğretimi programına benzer kazanımlar eklenebilir.
- Araştırmada sınıf öğretmenlerinin erken cebir konusunda sınırlı bilgiye sahip oldukları görülmüştür. Buna dayanarak sınıf öğretmeni adaylarına eğitim fakülteleri matematik öğretimi derslerinde erken cebir konusunda teorik ve uygulamalı eğitimler verilebilir.
- Araştırmada erken cebir bütün olarak ele alınmıştır. Erken cebirin alt boyutlarına yönelik çalışmalar yapılabilir.
- Araştırmada sınıf öğretmenlerinin erken cebir düşüncelerinin geliştirilmesi amaçlanmıştır. Erken cebir düşüncesinin gelişimini etkileyen etkenleri belirlemek amacıyla araştırmalar yapılabilir.

Kaynaklar

- Akkan, Y. (2009). *İlköğretim öğrencilerinin aritmetikten cebire geçiş süreçlerinin incelenmesi* (Doktora tezi). Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Akkan, Y., Baki, A. ve Çakıroğlu, Ü. (2011). Aritmetik ile cebir arasındaki farklılıklar: Cebir öncesinin önemi. *İlköğretim Online*, 10 (3), 812-823.
- Akkan, Y., Baki, A. ve Çakıroğlu, Ü. (2012). 5-8. sınıf öğrencilerinin aritmetikten cebire geçiş süreçlerinin problem çözme bağlamında incelenmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 43, 1-13.
- Akkaya, R. ve Durmuş, S. (2006). İlköğretim 6-8. sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanındaki kavram yanlışları. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 31, 1-12.
- Altun, M. (2004). *İlköğretim ikinci kademedeki matematik öğretimi*. Bursa: Alfa Yayıncılık.
- Altun, M. (2013). *Matematik öğretimi*. Bursa: Aktüel Alfa Akademi Yayıncılık.
- Altrichter, H., Posch, P., & Somekh, B. (2000). *Teachers investigate their work: An introduction to methods of action research*. New York: Routledge.
- Armstrong, B. E. (1995). Teaching patterns, relationships and multiplication as worthwhile mathematical tasks. *Teaching Children Mathematics*, 1, 446-450.
- Atılgan, A., Kan, A. ve Doğan, N. (2007). *Eğitimde ölçme ve değerlendirme*. Ankara: Anı Yayıncılık.
- Ball, D. L., & Bass, H. (2003). Making mathematics reasonable in school. In J. Kilpatrick, W. G. Martin & D. Schifter (Eds.), *A research companion to principles and standards for school mathematics* (pp 227-236). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Baki, A. (2008). *Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi*. Ankara: Harf Eğitim Yayıncılığı.

- Barbosa, J. C. (2003) What is mathematical modelling? In S. J. Lamon, W. A. Parker & S. K. Houston (Eds.), *Mathematical modelling: A way of life. ICTMA11* (pp. 227-234). Chichester: Horwood Publishing.
- Baykul, Y. (2012). *İlkokulda matematik öğretimi*. Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.
- Blanton, M. L. (2008). *Algebra and the elementary classroom. Transforming thinking, transforming practice*. Portsmouth, NH: Heinemann.
- Blanton, M., & Kaput, J. (2004). Elementary grades students' capacity for functional thinking. In M. J. Hoynes & A. B. Fuglestad (Eds.), *Proceedings of the 28th onference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 135-142). Bergen, Norway: International Group for the Psychology of Mathematics Educational.
- Boulton Lewis, G. M., Cooper, T. J., Athew, B., Pillay, H., Wilss, L., & Mutch, S. (1997). The transition from arithmetic to algebra: A cognitive perspective, *International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 21 (2), 185-192.
- Brahmer, K., & Harmatys, J. (2009). *Increasing student effort in complex problem solving through cooperative learning and self-recording strategies* (Master dissertation). Saint Xavier University, Chicago.
- Büyüköztürk, Ş. (2002). Faktör analizi: Temel kavramlar ve ölçek geliştirmede kullanımı. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Yönetimi*, 32, 470-483.
- Büyüköztürk, Ş. (2012). *Sosyal bilimler için veri analizi el kitabı*. Ankara: Pegem Akademi.
- Cai, J., & Knuth, E. (2005). Developing algebraic thinking: Multiple perspectives. *ZDM-The International Journal on Mathematics Education*, 37 (1), 1-4.
- Cai, J., & Knuth, E. (2011). *Early algebraization. A global dialogue from multiple perspectives*. Berlin: Springer.
- Can, A. (2013). *SPSS ile bilimsel araştırma sürecinde nicel veri analizi*. Ankara: Pegem Akademi.

- Carpenter, T. P., Levi, L., Franke, M. L., & Zeringue, J. K. (2005). Algebra in elementary school: Developing relational thinking, *ZDM-The International Journal on Mathematics Education* 37 (1), 53-59.
- Carpenter T.P., Franke M. L., & Levi L. (2003). *Thinking mathematically: Integrating arithmetic & Algebra*. Portsmouth, NH: Heineman.
- Cathcart, W. G., Pothier, Y. M., Vance, J. H., & Bezuk, N. S. (2006). *Learning mathematics in elementary and middle schools*. Columbus, OH: Pearson Prentice Hall.
- Clements, D. H. (2004). Major themes and recommendations. In D. H. Clements & J. Sarama (Eds.), *Engaging young children in mathematics* (pp. 7-72). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Confrey, J., & Maloney, A. (2007). A theory of mathematical modelling in technological settings. In W. Blum, P. L. Galbraith, H. W. Henn & M. Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education: The 14th ICMI study* (pp. 57-68). New York: Springer.
- Costello, P. (2007). *Action research*. London: Continuum Books.
- Crites, T. (1992). Skilled and less-skilled estimators' strategies for estimating discrete quantities. *The Elementary School Journal*, 92 (5), 601-619.
- Dede, Y. (2005). I. dereceden denklemlerin yorumlanması: Eğitim fakültesi 1. sınıf öğrencileri üzerine bir çalışma. *C. Ü. Sosyal Bilimler Dergisi*, 29 (2), 197-205.
- Dede, Y. ve Argün, Z. (2003a). Değişken kavramının öğretimi: Harf sembollerinin farklı kullanımları. *Burdur Eğitim Fakültesi Dergisi* 4 (6), 39-51.
- Dede, Y. ve Argün, Z. (2003b). Cebir, öğrencilere niçin zor gelmektedir? *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 27, 180-185.
- Dede, Y. ve Peker, M. (2007). Öğrencilerin cebire yönelik hata ve yanlış anlamaları: Matematik Öğretmen Adayları'nın bunları tahmin becerileri ve çözüm önerileri. *İlköğretim Online* 6 (1), 35-49.

- Dede, Y., Yalın, H. İ. ve Argün, Z. (2002). İlköğretim 8.sınıf öğrencilerinin değişken kavramının öğrenimindeki hataları ve kavram yanlışları. *V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi UFBMEK-5 Bildiri Kitabı* (16-18 Eylül, 2002, ODTÜ). http://old.fedu.metu.edu.tr/ufbmek5/b_kitabi/PDF/Matematik/Bildiri/t221d.pdf (Erişim Tarihi: 12 Ekim 2015).
- Doğan Temur, Ö. ve Sancak, G. (2012). Dördüncü sınıf öğrencilerinin eşit işaretini nasıl algıladıklarının incelenmesi. *Milli Eğitim Dergisi*, 194, 240-251.
- Dowker, A. (2003). Young children's estimates for addition: The zone of partial knowledge and understanding. In A. J. Baroody & A. Dowker (Eds.), *The development of arithmetic concepts and skills: Constructing adaptive expertise* (pp. 243-265). Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Dowker, A. (1992). Computational estimation strategies of professional mathematicians. *Journal for Research in Mathematics Education* 23 (1), 45-55.
- Diezmann, M. D., & English, L. D. (2001). Developing young children's mathematical power. *Roeper Review* 24 (1), 11-13.
- Driscoll, M. (1999) *Fostering algebraic thinking: A guide for teachers grades 6-10*. Portsmouth, NH: Heinemann.
- Ekiz, D. (2004). *Eğitimde araştırma yöntem ve metodlarına giriş. Nitel, nicel ve eleştirel kuram metodolojileri*. Ankara: Anı Yayıncılık.
- Ekiz, D. (2006). *Öğretmen eğitimi ve öğretimde yaklaşımlar*. Ankara: Nobel Yayıncılık.
- El-Hindi, A. E. (1996). Enchancing metacognitive awareness of college learners. *Reading Horizons*, 37, 214-230.
- English, L. (2003). Mathematical modeling with young learners. In S. J. Lamon, W. A. Parker & S. K. Houston (Eds.), *Mathematical modelling: A way of life. ICTMA11* (pp. 3-17). Chichester: Horwood Publishing.
- English, L. D., & Warren, E. (1998). Introducing the variable through pattern exploration. *The Mathematics Teacher*, 91 (2), 166-171.

- Erbaş, A. K., ve Ersoy, Y. (2002). Dokuzuncu sınıf öğrencilerinin eşitliklerin çözümündeki başarıları ve olası kavram yanılgıları. *V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi UFBMEK-5 Bildiri Kitabı* (16-18 Eylül, 2002, ODTÜ). http://old.fedu.metu.edu.tr/ufbmek5/b_kitabi/PDF/Matematik/Bildiri/t225DA.pdf (Erişim Tarihi: 12 Ekim 2015).
- Erbaş, A. K., Kertil, M., Çetinkaya, B., Çakıroğlu, E., Alacacı, C. ve Baş, S. (2014). Matematik eğitiminde matematiksel modelleme: Temel kavramlar ve farklı yaklaşımlar. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri* 14 (4), 1607-1627.
- Falkner, K. P., Levi, L., & Carpenter, T. P. (1999). Children's understanding of equality: A foundation for algebra. *Teaching Children Mathematics* 6 (4), 232-236.
- Freiman, V., & Lee, L. (2004). Tracking primary students' understanding of the equality sign. In M. Johnsen & A. Berit (Eds.), *Proceedings of the 28th International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 415-422). Bergen: Bergen University College.
- Galbraith, P. (2007). Authenticity and goals-overview. In W. Blum, P. L. Galbraith, H. W. Henn & M. Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education: The 14th ICMI study* (pp. 179-184). New York: Springer.
- Gama, C. A. (2004). *Integrating metacognition instruction in interactive learning environments* (Doctoral dissertation). University of Sussex, Brighton, United Kingdom.
- Giere, R. N. (1999). Using models to represent reality. In L. Magnani, N. J. Nersessian & P. Thagard (Eds.), *Model-based reasoning in scientific discovery* (pp. 41-57). New York: Kluwer Academic/Plenum.
- Gourgey, A. F. (1998). Metacognition in basic skills instruction. *Instructional Science*, 26, 81-96.
- Graham, A. T., & Thomas, M. O. J. (2000). Building a versatile understanding of algebraic variables with a graphic calculator. *Educational Studies in Mathematics*, 41, 265-282.

- Gravemeijer, K. (2002). Preamble: From models to modeling. In K. Gravemeijer, R. Lehrer, B. Oers & L. Verschaffel (Eds.), *Symbolizing, modeling and tool use in mathematics education* (pp. 7-22). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Greer, B., Verschaffel, L., & Mukhopadhyay., S. (2007). Modelling for life: Mathematics and children's experience. In W. Blum, P. L. Galbraith, H. W. Henn & M. Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education: The 14th ICMI study* (pp. 89-98). New York: Springer.
- Gürbüz, R. ve Akkan, Y. (2008). Farklı öğrenim seviyesindeki öğrencilerin aritmetikten cebire geçiş düzeylerinin karşılaştırılması: Denklem örneği. *Eğitim ve Bilim*, 33 (148), 64-76.
- Gürbüz, R. ve Erdem, E. (2014). Matematiksel ve olasılıksal muhakeme arasındaki ilişkinin incelenmesi: 7. sınıf örneği, *Adıyaman Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 16, 205-230.
- Gürbüz, R. ve Toprak, Z. (2014). Aritmetikten cebire geçişi sağlayacak etkinliklerin tasarlanması, uygulanması ve değerlendirilmesi. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 8 (1), 178-203.
- Hacker, D. J., & Dunlosky, J. (2003). Not all metacognition is created equal. *New Directions For Teaching And Learning*, 95, 73-79.
- Haylock, D. (2010). *Mathematics explained for primary teachers*. Thousand Oaks, CA: Sage Publications.
- Herbert, K., & Brown, R. (1997). Patterns as tools for algebraic reasoning. *Teaching Children Mathematics*, 3, 340-344.
- Hildreth, D. J. (1983). The use of strategies in estimating measurements. *The Arithmetic Teacher*, 30 (5), 50-54.
- Heinz, K., Kinzel, M., Simon, M. A., & Tzur, R. (2000). Moving students through steps of mathematical knowing. An account of the practice of an elementary mathematics teacher in transition. *Journal of Mathematical Behavior* 19, 83-107.

- Henn, H. W. (2007). Modelling pedagogy-overview. In W. Blum, P.L. Galbraith, H. W. Henn & M. Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education: The 14th ICMI study* (pp. 321-324). New York: Springer.
- Hersovics, N., & Linchevski, L. (1994). A Cognitive gap between arithmetic and algebra. *Educational Studies in Mathematics*, 27 (1), 59-78.
- Jacobs, S. (2002). *Advanced Placement BC calculus student's ways of thinking about variable* (Doctoral dissertation). Arizona State University, USA.
- Jacobs, V. R., Franke, M. L., Carpenter, T. P., Levi L., & Battey, D. (2007). Professional development focused on children algebraic reasoning in elementary school. *Journal for Reasoning in Mathematic in Elementary School*, 38 (3), 258-288.
- Johanning, D. I. (2004). Supporting the development of algebraic thinking in middle school: A closer look at students' informal strategies. *Journal of Mathematical Behavior*, 23, 371-388.
- Johnson, P. A. (2014). *Eylem araştırması el kitabı*. (Çev. Y. Uzuner, M. Özten Anay). Ankara: Anı Yayıncılık.
- Jones, L. (1993). Algebra in the primary school. *Education*, 21 (2), 27-31.
- Kamol, N. (2005). *A framework for characterizing lower secondary school students' algebraic thinking* (Doctoral dissertation). Srinakharinwirot University, Bangkok.
- Kapa, E. (2001). A metacognitive support during the process of problem solving in a computerized environment. *Educational Studies in Mathematics*, 47 (3), 317-336.
- Kaput, J. J. (2008). What is algebra? What is algebraic reasoning? In J. J. Kaput, D. W. Carraher & M. L. Blanton (Eds.), *Algebra in the early grades* (pp. 5-17). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Kieran, C. (1981). Concepts associated with the equality symbol. *Educational Studies in Mathematics*, 12 (3), 317-326.

- Kieran, C. (1990). Cognitive Processes involved in learning school algebra. In P. Nesher & J. Kilpatrick (Eds.), *Mathematics and cognition* (pp. 96-112). Cambridge: Cambridge University Press.
- Kieran, C. (1991). A Procedural-structural perspective on algebra research. In F. Furinghetti (Ed.), *Proceedings of the Fifteenth International Conference for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 245-253), Genoa, Italy.
- Kieran, C. (1992). The learning and teaching of school algebra. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 390-419). New York: Macmillan.
- Kieran, C., & Chalouh, L. (1993). Prealgebra: The transition from arithmetic to algebra. In P. S. Wilson (Ed.), *Research ideas for the classroom: Middle grades mathematics* (pp. 119-139). New York: Macmillan.
- Kieran, C. (2007). Learning and teaching algebra at the middle school through college levels: Building meaning for symbols and their manipulation. In F. K. Lester (Ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, (pp. 707-762). Charlotte, NC: Information Age Publishing.
- Kilpatrick, J., Swafford, J., & Bradford, F. (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. Washington, DC: National Academy Press.
- Knuth, E. J., Stephens, A. C., McNeil, N. M., & Alibali, M. W. (2006). Does understanding the equal sign matter? Evidence from solving equations. *Journal for Research in Mathematics Education*, 37 (4), 297-312.
- Kocakaya Baysal, F. (2010). *İlköğretim öğrencilerinin (4-8. sınıf) cebir öğrenme alanında oluşturdukları kavram yanlışları* (Yüksek lisans tezi). Abant İzzet Baysal Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Bolu.
- Kramarski, B. A., Mevarech, Z. R., & Lieberman, A. (2001). Effects of multilevel versus unilevel metacognitive training on mathematical reasoning. *Journal of Educational Research*, 94 (5), 292-300.
- Küchemann, D. (1978). Children's understanding of numerical variables. *Mathematics in School*, 7 (4), 23-26.

- Küchemann, D. E. (1998). Algebra. In K. Hart, M. L. Brown, D. M. Kerslake, D. E. Küchemann & G. Ruddock (Eds.), *Children's understanding of mathematics: 11-16* (pp. 102-119). London: Athenaeum Press.
- Lacampagne, C. (1995). Conceptual framework for the algebra initiative of the national institute on student achievement, curriculum and assesment. In C. B. Lacampagne, W. Blair & J. Kaput (Eds.). *The algebra initiative colloquium, 2*, (pp. 237-242). Washington: N/A
- Lannin, J. K. (2005). Generalization and justification: The challenge of introducing algebraic reasoning through patterning activities. *Mathematical Thinking and Learning, 7* (3), 231-258.
- Lannin, J. K., Barker, D. D., & Townsend, B. E. (2006). Recursive and explicit rules: How can we build student algebraic understanding? *Journal of Mathematical Behavior, 25*, 299-317.
- Lee, L. (1996). An initiation into algebraic culture through generalization activities. In N. Bednarz, C. Kieran, & L. Lee (Eds.), *Approaches to algebra: Perspectives for research and teaching* (pp. 87-106). London: Kluwer Academic Publishers.
- Lehrer, R., & Schauble, L. (2007). A developmental approach for supporting the epistemology of modeling. In W. Blum, P. L. Galbraith, H-W. Henn & M. Niss (Eds.), *Modeling and applications in mathematics education* (pp. 153-160). New York, NY: Springer.
- Lesh, R., & Doerr, H. M. (2003). Foundations of a models and modeling perspective on mathematics teaching, learning, and problem solving. In R. Lesh & H. M. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching* (pp. 3-33). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Ley, A. F. (2005). *A cross-sectional investigation of elementary school student's ability to work with linear generalizing patterns: The impact of format and age on accuracy and strategy choice* (Master dissertation). University of Toronto, Canada.

- Linchevski, L. (1995). Algebra with numbers and arithmetic with letters: A definition of pre-algebra. *The Journal of Mathematical Behaviour*, 14, 113-120.
- Linchevski, L., & Herscovics, N. (1996). Crossing the cognitive gap between arithmetic and algebra: Operating on the unknown in the context of equations. *Educational Studies in Mathematics*, 30 (1), 39-65.
- Lingefjord, T. (2007). Mathematical modelling in teacher education-necessity or unnecessarily. In W. Blum, P.L. Galbraith, H-W. Henn & M. Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education: The 14th ICMI study* (pp. 333-340). New York: Springer.
- Lott, J. W. (2000). Algebra? A gate? A barrier? A mystery! *Mathematics Education Dialogues* 3 (2), 1-12.
- Mason, J. (1996). Expressing generality and roots of algebra. In N. Bednarz, C. Kieran & L. Lee (Eds.). *Approaches to algebra: Perspectives for Research and Teaching* (pp. 65-111). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer.
- Macgregor, M., & Stacey, K. (1997). Students' understanding of algebraic notation: 11-15, *Educational Studies in Mathematics*, 33, 1-19.
- McNeil, N. M., Grandau, L., Stephens, A. C., Krill, D. L., Alibali, M. W., & Knuth, E. J. (2004). Middle-school experience with the equal sign: *Saxon Math* does not equal *connected mathematics*. In D. McDougall & J. A. Ross (Eds.), *Proceedings of the Twenty-sixth Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 271-275). Toronto: Preney Print and Litho Inc., Windsor.
- McNeil, N. M., Grandau, L., Knuth, E. J., Alibali, M. W., Stephens, A. C., Hattikudur, S., & Krill, D. L. (2006). Middle-school students' understanding of the equal sign: The books they read can't help. *Cognition and Instruction*, 24 (3), 367-385.
- Micklo, S. J. (1999). Estimation it's more than a guess. *Childhood Education*, 75 (3), 142-145.

- Milli Eğitim Bakanlığı. (2005). *İlköğretim matematik dersi öğretim programı*. Ankara: MEB Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı.
- Milli Eğitim Bakanlığı, (2009). *İlköğretim matematik dersi 1-5. sınıflar öğretim programı*. Ankara: MEB Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı.
- Milli Eğitim Bakanlığı, (2013). *Ortaokul matematik dersi (5, 6, 7 ve 8. sınıflar) öğretim programı*. Ankara: MEB Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı.
- Milli Eğitim Bakanlığı, (2013). *Ortaöğretim matematik dersi (9, 10, 11 ve 12. sınıflar) öğretim programı*. Ankara: MEB Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı.
- Milli Eğitim Bakanlığı, (2015). *İlkokul matematik dersi (1, 2, 3 ve 4. sınıflar) öğretim programı*. Ankara: MEB Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı.
- Moss, J., & Beatty, R. (2006). Knowledge building and knowledge forum: Grade 4 students collaborate to solve linear generalizing problems. In J. Novotna, H. Moraova, M. Kratka & N. Stehlikova (Eds.), *Proceedings 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 193-199). Prague: PME.
- National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Principles and standards for school mathematics*. Reston. VA: NCTM.
- National Council of Teachers of Mathematics, (1991). *Principles and standards for school mathematics*. Reston. VA: NCTM.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- National Assessment of Educational Progress. (2002). *Mathematics framework for the 2003 national assessment of educational progress*. Washington, DC: National Assessment Governing Board.
- Olkun, S. ve Toluk, Z. (2004). *İlköğretimde etkinlik temelli matematik öğretimi*. Ankara: Anı Yayıncılık.
- Olkun, S. ve Toluk Uçar, Z. (2006). *İlköğretimde matematik öğretiminde çağdaş yaklaşımlar*. Ankara: Ekinoks Yayıncılık.

- Olkun, S. ve Yeşildere, S. (2007). “*Sınıf Öğretmeni adayları için*” *Temel matematik I*. Ankara: Maya Akademi.
- Özçelik, D. A. (1992). *Ölçme ve değerlendirme*. Ankara: ÖSYM.
- Özdemir Erdoğan, E. ve Turan, P. (2014). Elektronik tablo ortamında ilköğretim öğrencilerinin örüntüleri araştırma süreçleri. *Eğitim ve Bilim*, 39 (173), 181-196.
- Özsoy, G. (2007). *İlköğretim beşinci sınıfta üstbiliş stratejilerin öğretiminin problem çözme başarısına etkisi* (Doktora tezi). Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Özsoy, G. (2008). Üstbiliş. *Türk Eğitim Bilimleri Dergisi* 6 (4), 713-740.
- Palabıyık, U. ve Akkuş İspir, İ. (2011). Örüntü temelli cebir öğretiminin öğrencilerin cebirsel düşünme becerileri ve matematiğe karşı tutumlarına etkisi. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 30, 111-123.
- Papic, M. (2007). Promoting repeating patterns with young children. *Australian Primary Mathematics Classroom*, 12 (3), 8-13.
- Pecuch-Herrero, M. (2000). Strategies and computer projects for teaching linear algebra. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 31 (2), 181-186.
- Philipp, R. A. (1992). The many uses of algebraic variables. *The Mathematics Teacher*, 85 (7), 557-561.
- Pilten, P. (2008). *Üstbiliş stratejileri öğretiminin ilköğretim beşinci sınıf öğrencilerinin matematiksel muhakeme becerilerine etkisi* (Doktora tezi). Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Pugalee, D. K. (2001). Writing, mathematics, and metacognition: Looking for connections through students’ work in mathematical problem solving. *School Science and Mathematics*, 101 (5), 236-245.
- Sagor, R. (2000). *Guiding school improvement with action research*. Virginia: ASCD.
- Sagor, R. (2005). *The action research guidebook: A four-step process for educators and school teams*. Thousand Oaks: Corwin Press.

- Schoenfeld, A. H., & Arcavi, A. (1988). On the meaning of variable. *Mathematics Teacher*, 81 (6), 420-427.
- Schroeder, C. H. (2005). *A Professional development experience that transformed classroom instruction* (Doctoral dissertation). Arizona State University, Arizona.
- Senemoğlu, N. (2005). *Gelişim öğrenme ve öğretim: Kuramdan uygulamaya*. Ankara: Gazi Kitabevi.
- Sfard, A. & Linchevski, L. (1994). The gains and pitfalls of reification-The case of algebra. *Educational Studies in Mathematics*, 26, 191-228.
- Sfard, A. (1995). The development of algebra: Confront historical and psychological perspectives. *Journal of Mathematical Behavior*, 14, 15-39.
- Smith, E. (2003). Stasis and change: Integrating pattern, functions, and algebra throughout the K-12 curriculum. In J. Kilpatrick, W. G. Martin & D. Schifter (Eds.), *A research companion to principles and standards for school mathematics* (pp. 136-150). Reston, VA: NCTM.
- Smith, E. (2008). Representational thinking as a framework for introducing functions in the elementary curriculum. In J. J. Kaput, D. W. Carraher & M. L. Blanton (Eds.), *Algebra in the early grades* (p. 143). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates/Taylor & Francis Group.
- Skovsmose, O. (1990). Reflective knowledge: Its relation to the mathematical modelling process. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 21 (5), 765- 779.
- Swan, M., Turner, R., Yoon, C., & Muller, E. (2007). The roles of modelling in learning mathematics. In W. Blum, P. L. Galbraith, H-W. Henn & M. Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education: The 14th ICMI study* (pp. 275-284). New York: Springer.
- Soylu, Y. (2008). 7. sınıf öğrencilerinin cebirsel ifadeleri ve harf sembollerini (değişkenleri) yorumlamaları ve bu yorumlamada yapılan hatalar. *Ahmet Keleşoğlu Eğitim Fakóltesi Dergisi*, 25, 237-248.

- Sowder, J. (1992). Estimation and number sense. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 371-389). New York: Macmillan.
- Stacey, K. (1989). Finding and using patterns in linear generalising problems. *Educational Studies in Mathematics*, 20, 147-164.
- Stacey, K. (1997). The transition from arithmetic thinking to algebraic thinking, www.mathhouse.org/.../IMECstaceyALGEBRA... (Erişim Tarihi: 29 Ocak 2015).
- Stacey, K., & MacGregor, M. (2000). Learning the algebraic method of Solving problems. *Journal of Mathematical Behaviour*, 18 (2), 149-167.
- Stephens, A. C. (2006). Equivalence and relational thinking: Preservice elementary teachers' awareness of opportunities and misconceptions. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 9, 249-278.
- Sutherland, R., & Rojano, T. (1993). A Spreadsheet approach to solving algebra problems. *Journal of Mathematical Behaviour*, 12 (4), 351-383.
- Tabach, M., & Friedlander, A. (2008). The Role of context in learning beginning algebra. In C. Greenes & R. Rubenstein (Eds.), *Algebra and algebraic thinking in school mathematics* (pp. 223-232). Reston: NCTM.
- Tanişlı, D. ve Olkun, S. (2009). *Basitten karmaşığa örüntüler*. Ankara: Maya Akademi.
- Tavşancıl, E. (2005). *Tutumların ölçülmesi ve SPSS ile veri analizi*. Ankara: Nobel Yayıncılık.
- Teong, S. K. (2002). The effect of metacognitive training on mathematical word-problem solving. *Journal of Computer Assisted Learning*, 19 (1), 46-45.
- Trends in International Mathematics and Science Study. (2003). *IEA's TIMSS 2003 International report on achievement in the mathematics cognitive domains: Findings from a developmental project*. Chestnut Hill, MA: TIMSS & PIRLS International Study Center, Boston College.
- Umay, A. (2003). Matematiksel muhakeme yeteneği, *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24, 234-243.

URL- 1:

<http://www.edu.gov.on.ca/eng/curriculum/elementary/math18curr.pdf> (Erişim Tarihi: 15 Őubat 2014).

URL-2:

http://www.oph.fi/download/47672_core_curricula_basic_education_3.pdf (Erişim Tarihi: 15 Őubat 2014).

URL-3:

[https://www.moe.gov.sg/docs/default-source/document/education/syllabuses/sciences/files/mathematics-syllabus-\(primary-1-to-4\).pdf](https://www.moe.gov.sg/docs/default-source/document/education/syllabuses/sciences/files/mathematics-syllabus-(primary-1-to-4).pdf) (Erişim Tarihi: 15 Őubat 2014).

Usiskin, Z. (1988). Conceptions of school algebra and uses of variables. In A. F. Coxford & A. P. Shulte (Eds.), *1988 Yearbook: The ideas of algebra K-12* (pp. 8-19). Reston, VA: NCTM.

Usiskin, Z. (1997). Doing algebra in grades K-4. In B. Moses (Ed.), *Algebraic thinking, grades K-12* (pp. 5-7). Reston, VA: NCTM.

Usiskin, Z. (1999). Why is algebra important to learn. In B. Moses (Ed.), *Algebraic thinking, grades 9-12* (pp. 22-30). Reston, VA: NCTM.

Őlgen, G. (2004). *Kavram geliştirme: Kuramlar ve uygulamalar*. Ankara: Nobel Yayın Dağıtım.

Van De Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. M. (2013). *İlkokul ve ortaokul matematiği*. (Çev. S. Durmuş). Ankara: Nobel Akademik Yayıncılık.

Vance, J. (1998). Number operations from an algebraic perspective. *Teaching Children Mathematics*, 4, 282-285.

Van Amerom, B. (2002). *Reinvention of early algebra: Developmental research on the transition from arithmetic to algebra*, (Doctoral dissertation). University of Utrecht, The Netherlands.


Van Amerom, B. (2003). Focusing on informal strategies when linking arithmetic to early algebra. *Educational Studies in Mathematics*, 54, 63-75.

- Verschaffel, L., Greer, B., & De Corte, E. (2002). Everyday knowledge and mathematical modeling of school word problems. In K. Gravemeijer, R. Lehrer, B. Van Oers & L. Verschaffel (Eds.), *Symbolizing, modeling and tool use in mathematics education* (pp. 257-276). Dordrecht, Netherlands: Kluwer.
- Victor, A. M. (2004). The effects of metacognitive instruction on the planning an academic achievement of first and second grade children. (Doctoral dissertation). The Graduate College of Illinois Institute of Technology, Chicago.
- Vollrath, H. J. (1986). Search strategies as indicators of functional thinking. *Educational Studies in Mathematics*, 17, 387-400.
- Wagner, S. (1983). What are these things called variables? *The Mathematics Teacher*, 76 (7), 474-479.
- Warren, E. (2003). The role of arithmetic structure in the transition from arithmetic to algebra. *Mathematics Education Research Journal*, 15 (2), 122-137.
- Warren, E., & Cooper, T. (2006). Using repeating patterns to explore functional thinking. *Australian Primary Mathematics Classroom*, 11 (1), 9-14.
- Warren, E., & Cooper, T. (2008). Generalising the pattern rule for visual growth patterns: Actions that support 8 year olds' thinking. *Educational Studies in Mathematics*, 67, 171-185.
- Warren, E., & Cooper, T. (2005). Introducing functional thinking in year 2: A case study of early algebra teaching. *Contemporary Issues in Early Childhood*, 6 (2), 150-162.
- Warren, E. A., Cooper, T. J., & Lamb, J. T. (2006). Investigating functional thinking in the elementary classroom: Foundations of early algebraic reasoning. *Journal of Mathematical Behavior*, 25, 208-223.
- Williamson, R. A. (1996). Self-questioning: An aid to metacognition. *Reading Horizons*, 37, 30-47.
- Williams, A. M., & Cooper, T. J., (2001). Moving from arithmetic to algebra under the time pressures of real classrooms. In H. Chick, K. Stacey, Jill

- Vincent & John Vincent (Eds.), *Proceedings of the 12th ICMI Study Conference: The Future of the Teaching and Learning of Algebra* (pp. 665-662). Melbourne: University of Melbourne.
- Yaman, H. (2010). *İlköğretim öğrencilerinin matematiksel örüntülerdeki ilişkileri algılayışları üzerine bir inceleme* (Doktora tezi). Hacettepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ankara.
- Yenilmez, K. ve Avcu, T. (2009). Altıncı sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanındaki başarı düzeyleri. *Ahi Evran Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 10 (2), 37-45.
- Yurdakul, B. (2004). *Yapılandırıcı öğrenme yaklaşımının öğrenenlerin problem çözme becerilerine, bilişötesi farkındalık ve derse yönelik tutum düzeylerine etkisi ile öğrenme sürecine katkıları* (Doktora tezi). Hacettepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ankara.
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2011). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Ankara: Seçkin Yayıncılık.
- Yılmaz, N. (2015). Cebir öğretiminde yazma etkinliklerini kullanmanın ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin başarılarına etkisi. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 15 (1), 357-376.
- Zazkis, R., & Liljedahl, P. (2002). Generalization of patterns: The tension between algebraic thinking and algebraic notation. *Educational Studies in Mathematics*, 49, 379-402.

Ekler

Ek-1: Araştırma İzni

	<p>T.C. KÜTAHYA VALİLİĞİ İl Millî Eğitim Müdürlüğü</p>
Sayı : 53490996/605/5939877	02/12/2014
Konu: Anket Çalışması	
VALİLİK MAKAMINA	
İlgi : a) MEB.Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğünün 2012/13 Nolu Genelgesi b) Dumlupınar Üniversitesi Öğrenci İşleri Daire Başkanlığının 20.11.2014 tarihli ve 9643 sayılı yazısı.	
Bakanlığımızın ilgi (a) Genelgesi doğrultusunda Dumlupınar Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Sınıf Öğretmenliği doktora programı öğrencisi Sedat TURGUT ilimiz merkezindeki ve ilçelerindeki okullarda görevli sınıf öğretmenlerine " Erken Cebir Düşüncelerinin Geliştirilmesine Yönelik Bir Eylem Araştırması " konusunda anket çalışması yapmak istemektedir.	
İl Millî Eğitim Müdür Yardımcısı başkanlığında toplanan değerlendirme komisyonu yapmış olduğu inceleme sonucunda söz konusu anket çalışmasının okullarda uygulanabilir olduğuna karar vermiş olup;	
Eğitim-öğretimi aksatmadan, konunun dışına çıkmamaları, bütün sorumluluğun ilgililere ve okul müdürlüğüne ait olmak üzere yukarıda belirtilen anket çalışmasının tamamlandıktan sonra bir örneğinin müdürlüğümüze verilmek üzere yapılması uygun görülmektedir.	
Olurlarınıza arz ederim.	
Coşkun ESEN İl Millî Eğitim Müdürü	
OLUR 02/12/2014	
Yüksel KARA Vali a. Vali Yardımcısı	
İl Millî Eğt.Müd.(Strt.Gel.Hiz.Birimi) Elektronik Ađ: http://kutahyameb.gov.tr e-posta: kutahyamem@mcb.gov.tr	Ayrıntılı bilgi için: G.ZENGİN VHKİ Tel: (0 274) 2236241-160 Faks: (0 274) 223 62 54
Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. http://evraksorgu.meb.gov.tr adresinden 8982-2aa8-32f8-937e-a9cf kodu ile teyit edilebilir.	

Ek-2: Erken Cebir Farkındalık Ölçeği

ERKEN CEBİR FARKIDALIK ÖLÇEĞİ

Değerli Sınıf Öğretmeni;

Bu araştırmadan elde edilen veriler sadece bilimsel amaçlı kullanılacaktır. Sizden istenen soruları dikkatli okumanız ve sorulara samimi yanıtlar vermenizdir. Araştırmaya katkılarınızdan dolayı teşekkür ederiz.

Cinsiyetiniz: Kadın (), Erkek ()

Mezun Olduğunuz Fakülte: Eğitim Fakültesi (), Fen-Edebiyat Fakültesi (), Diğer ()

Mezun Olduğunuz Bölüm: Sınıf Öğretmenliği (), Diğer ()

Kaç Yıllık Öğretmensiniz: 1-5 yıl (), 6-10 yıl (), 11-15 yıl (), 16 yıl ve üzeri ()

Madde Numarası	Madde İfadesi	Kesinlikle katılıyorum	Katılıyorum	Kararsızım	Katılmıyorum	Kesinlikle Katılmıyorum
1	İlkokulda erken cebir uygulamalarının gerekli olduğuna inanıyorum.					
2	Cebir düşüncesi erken sınıflarda gelişir.					
3	İlkokulda verilen erken cebir uygulamaları ortaokul cebir bilgilerinin temelini oluşturur.					
4	Erken cebir aritmetikten cebire geçiş sürecini kolaylaştırır.					
5	Erken cebir sayılar öğrenme alanı ile ilgilidir.					
6	Erken cebir veri öğrenme alanı ile ilgilidir (veri öğrenme alanında var olan değişkenler arasındaki ilişki düşünülmelidir).					
7	Erken cebir ölçme öğrenme alanı ile ilgilidir.					
8	Erken cebir geometri öğrenme alanı ile ilgilidir.					
9	Erken cebir kesir alt öğrenme alanı ile ilgilidir.					
10	Erken cebir örüntü ve süslemeler alt öğrenme alanı ile ilgilidir.					
11	Tekrarlayan geometrik örüntüleri tanıma ve genişletme erken cebirin konu alanı içerisindedir ($\square\Delta, \square\Delta, \square\Delta, \square\Delta, \dots$).					
12	Tekrarlayan sayı örüntüleri erken cebirin konu alanı içerisindedir.					
13	Verilen kurala uygun örüntüler oluşturma erken cebir düşüncesinin gelişiminde etkilidir.					
14	Verilen herhangi bir sayı örüntüsünün kuralını açıklayabilme ve örüntüyü birkaç adım devam ettirebilme erken cebir düşüncesinin gelişiminde etkilidir.					
15	Örüntülerle ilgili gündelik hayattan örnekler verebilme ve bu örüntülerin kuralını açıklayabilme erken cebir düşüncesinin gelişiminde etkilidir.					

LÜTFEN DİĞER SAYFAYA GEÇİNİZ!

Madde Numarası	Madde İfadesi	Kesinlikle katılıyorrum	Katılıyorrum	Kararsızım	Katılmıyorum	Kesinlikle Katılmıyorum
16	Sayı doğrusu, yüzlük tablo ve grafik gibi araçlarla çalışmak erken cebir düşüncesini geliştirir.					
17	Eşitlik (eşit işaretinin anlamı, işlemlerle oluşturulan eşitlikler, terazi üzerinde yapılan denge etkinlikleri) erken cebirin konu alanı içerisinde yer almaktadır.					
18	İşlemler arasındaki ilişkiler (örneğin toplamanın kendi içinde ve diğer işlemlerle ilişkisi) erken cebirin konu alanı içerisinde yer almaktadır.					
19	İşlemlerde ve diğer öğrenme alanlarında değişken kavramının edinimi erken cebirin konu alanı içerisinde yer almaktadır.					
20	Geometrik örüntülerle sayı örüntülerinin ilişkilendirilmesi erken cebirin konu alanı içerisinde yer almaktadır ($\Delta \Delta \Delta \Delta \dots$, 1 2 3).					
21	Dört işlem becerisi erken cebir düşüncesini geliştirir.					
22	Ritmik sayma becerisi erken cebir düşüncesini geliştirir.					
23	Ritmik sayma ile çarpım tablosu arasındaki ilişkiyi ifade edebilme erken cebir düşüncesinin oluştuğunu gösterir.					
24	İlkokulda tablo ve grafiklerle çalışma erken cebir düşüncesini geliştirir.					
25	İlkokulda erken cebir düşüncesinin gelişimi için birden fazla kural içeren geometrik örüntülerle çalışmak gereklidir.					
26	İlkokulda erken cebir düşüncesinin gelişimi için birden fazla kural içeren sayı örüntüleriyle çalışmak gereklidir (2 , 5, 11..... Kural: Sayının 2 katının 1 fazlası).					
27	İlkokulda erken cebir düşüncesinin gelişimi için içerisinde boş kareler, soru işaretleri gibi yer tutucuların olduğu sayı örüntüleri ile çalışılmalıdır.					
28	Geometrik örüntüleri sayısal örüntülere dönüştürmek erken cebir düşüncesini geliştiren bir etkinliktir.					
29	Toplama ve çıkarma arasındaki ters ilişkiyi fark etmek erken cebir düşüncesinin oluştuğunu gösterir.					
30	Çarpma işlemi ile bölme işlemi arasındaki ilişkiyi fark etmek erken cebir düşüncesinin oluştuğunu gösterir.					
31	Toplama ve çıkarma işleminin kullanıldığı ifade çiftleri arasındaki eşitliği vurgulayan etkinlikler erken cebir düşüncesinin oluştuğunu gösterir. $12+2=16-2$					

LÜTFEN DİĞER SAYFAYA GEÇİNİZ!

Madde Numarası	Madde İfadesi	Kesinlikle katılıyor	Katılıyor	Kararsız	Katılmıyor	Kesinlikle Katılmıyor
32	Çarpma ve bölme işleminin kullanıldığı ifade çiftleri arasındaki eşitliği vurgulayan etkinlikler erken cebir düşüncesinin oluştuğunu gösterir. $5 \times 4 = 40 : 2$					
33	Eşitliklerle çalışmak kadar eşitsizliklerle çalışmak da erken cebir düşüncesinin gelişimine katkı sağlar. $12 + 4 \neq 17 - 2$					
34	Problemi oluşturan değişkenleri açıklama erken cebir düşüncesinin gelişimine katkı sağlar.					
35	Problem çözmekten çok çözümlü ifade edebilmek/açıklayabilmek erken cebir düşüncesinin gelişiminde etkilidir.					
36	İşlem yapma stratejilerinin öğrenilmesi erken cebir düşüncesinin gelişiminde önemlidir. Örneğin parçalama stratejisi, $28 + 14 = (20 + 8) + (10 + 4)$.					
37	İlkokulda edinilen bilgilerle yapılan genellemeler cebire geçiş süreci için gereklidir.					

SORULAR

- 1) Erken cebir ya da cebire geçiş deyince aklınıza neler geliyor?

- 2) Sizce ilkokulda erken cebir uygulamaları nasıl yapılmalıdır?

- 3) İlkokulda erken cebir uygulamalarının amacı sizce nedir?

Ek-3: Yarı Yapılandırılmış Görüşme Formu

GÖRÜŞME SORULARI

- 1) Cebir nedir? İlkokulda cebire hazırlık çalışmaları nasıl yapılmalıdır?
- 2) Matematik öğretiminde genellemenin yeri nedir?
- 3) İlkokulda bilinmeyen kavramı ilk olarak ne zaman çocukların karşısına çıkmalıdır?
 - Bununla ilgili bir problem örneği sunabilir misiniz? Sunduğunuz bu problemin sınıf düzeyi nedir?
- 4) Eşit işaretini öğretirken neler yapıyorsunuz?
 - Matematik öğretim sürecinde eşit işaretin hangi anlamlarına odaklanıyorsunuz?
- 5) Sizce ilkokulda çocuklar denklemlerle çalışmalı mı? Nasıl?
 - Öğretmenlerin denklem çalışmaları öncesinde nelerle ilgili çalışmaları gerekir?
- 6) Bir çocuğun ilkokulda iyi bir dört işlem becerisi kazanmış olması sonraki okul yaşantısında ona neler kazandırır?

Ek-4: Dördüncü Sınıf Erken Cebir Başarı Testi

4. SINIF ERKEN CEBİR BAŞARI TESTİ

Bu test ülkemiz 4. sınıf matematik programında bulunan ve farklı ülkelerin programlarında bulunan bazı erken cebir kazanımlarını ölçmek amacıyla hazırlanmıştır. Testte 31 adet soru bulunmaktadır. Yanlış cevaplar doğru cevapları etkilemeyecektir. Süre sınırlaması yoktur. Başarılar.

1) Kuralı "6 ekle, 3 eksilt" olan örüntü aşağıdakilerden hangisidir?

- A. 1→7→5→11→9→15→13
- B. 11→17→13→19→15→21→17
- C. 4→10→7→13→10→16→13
- D. 3→9→8→14→13→19→18

2) $22 \times (35 \times 10) = (22 \times 10) \times A$
 $(B \times 42) \times 30 = (17 \times 30) \times 42$
Yukarıda verilen eşitliklere göre A + B toplamı kaçtır?

- A.27
- B.39
- C.52
- D.65

3) Aşağıdaki işlemlerden hangisinin yaklaşık sonucu diğerlerinden farklı bir sayıdır?

- A. $18 \times 82 =$
- B. $17 \times 83 =$
- C. $24 \times 71 =$
- D. $22 \times 77 =$

4) 2→10→8→16→14→22→20→28→A
4→11→8→15→12→19→16→23→B
Yukarıda verilen örüntüye göre A+B kaçtır?

- A. 44
- B. 45
- C. 46
- D. 47

5) Can elindeki romanın birinci gün 53 sayfasını okumuştur. İkinci gün birinci gündünden 17 sayfa daha fazla, üçüncü gün birinci gündünden 14 sayfa daha fazla okumuştur. Can'ın romanı bitirmesine 60 sayfa kaldığına göre bu roman kaç sayfadır?

- A.180
- B.190
- C.197
- D.250

6) Bir ahırda bulunan 5 inekten her biri sabahları 4 litre aşımları 6 litre süt vermektedir. Sütün litresini 3 liraya satan bir sütçü bir haftada kaç lira kazanır?

- A.1000
- B.1050
- C.1100
- D.1150

Diğer sayfaya geçiniz.

4. SINIF ERKEN CEBİR BAŞARI TESTİ

7) $82 \times 68 =$ işleminin tahmini sonucu ile gerçek sonucu arasındaki fark kaçtır?

- A.12
- B.16
- C.20
- D.24

8) Tavuk, hindi ve tavşanların yetiştirildiği bir çiftlikte 80 tavşan vardır. Tavuk sayısı, hindi sayısından 42 fazla, hindi sayısı da tavşan sayısından 13 fazladır. Buna göre hindi ve tavşanların ayak sayılarının toplamı kaçtır?

- A. 456
- B. 506
- C. 590
- D. 776

9) $786 - 86 = 700$
 $700 - 300 = 400$
 $400 + 86 = 486$

Yukarıda bir işlemin zihinden yapılışı verilmiştir. Bu işlem aşağıdakilerden hangisidir?

- A. $786 - 486 =$
- B. $786 + 486 =$
- C. $786 - 300 =$
- D. $786 + 300 =$

10) Nazlı, öğretmenin sorduğu bir çıkarma işlemini sayılardan büyük olanı en yakın yüzlüğe, küçük olanı ise en yakın onluğa yuvarlayarak zihinden yapıyor ve sonucu 460 buluyor. Nazlı sonucu doğru bulduğuna göre öğretmenin sorduğu işlem aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A. $2355 - 1947 =$
- B. $3260 - 2816 =$
- C. $1633 - 1171 =$
- D. $1848 - 1337 =$

11) Ahmet 1990 yılında doğmuştur. Ali, Ahmet'ten 4 yaş büyük, Zeynep'ten 2 yaş küçüktür. Ayşe, Ahmet'ten büyük Ali'den küçüktür. Buna göre aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A. Ayşe'nin doğum tarihini belirten sayı en büyüktür.
- B. Zeynep'in doğum tarihini belirten sayı en küçüktür.
- C. Ali'nin doğum tarihini belirten sayı en büyüktür.
- D. Ahmet'in doğum tarihini belirten sayı en küçüktür.

12) $1485 \div 33 =$ işleminin tahmini sonucu ile gerçek sonucu arasındaki fark kaçtır?

- A.3
- B.4
- C.5
- D.6

Diğer sayfaya geçiniz.

4. SINIF ERKEN CEBİR BAŞARI TESTİ

13) Kuralı "1 eksilt, 2'ye böl" olan ve 127 ile başlayan bir örüntüde 1'e ulaşmaya kadar örüntünün adımlarında aşağıdaki sayılardan hangisi ile karşılaşırız?

- A. 4
- B. 7
- C. 33
- D. 61

14)

x	1	2	3	4	5
1					
2					10
3					
4					20

÷	10	20	30	40	50
1					
2	5				
3					
4		5			

Yukarıdaki tablolar dikkate alındığında aşağıdaki ifadelerden hangisi doğrudur?

- A. Her iki tabloda çarpma işlemi anlatılmaktadır.
- B. Her iki tabloda bölme işlemi anlatılmaktadır.
- C. Her iki tabloda çarpma ile bölme arasındaki ilişki anlatılmaktadır.
- D. Tablolar birbiri ile ilişkili değildir.

15) $(16 \times 50) + (16 \times 7) =$ işlemi aşağıdaki işlemlerden hangisinin sonucunu verir?

- A. $23 \times 50 =$
- B. $16 \times 57 =$
- C. $21 \times 50 =$
- D. $14 \times 57 =$

16) Mehmet'in 355 lirası vardır. Mert'in parası Mehmet'in parasından 75 lira azdır. Meryem'in parası da Mert ile Mehmet'in paraları toplamından 235 lira azdır. Buna göre aşağıdaki seçeneklerin hangisi doğrudur?

- A. En fazla parası olan kişi Mehmet'tir.
- B. En az parası olan kişi Meryem'dir.
- C. Mert'in parası Meryem'in parasından fazladır.
- D. Meryem'in parası Mehmet'in parasından fazladır.

17) $2764 + 1248 =$ işleminin sonucunu sayıları 250 ve katlarından uygun olanlara yuvarlayarak tahmin ettiğimizde hangi seçenek doğru olur?

- A. 3750
- B. 4000
- C. 4250
- D. 4500

Diğer sayfaya geçiniz.

4. SINIF ERKEN CEBİR BAŞARI TESTİ

18) Bir sınavda 3 yanlış cevap 1 doğru cevabı götürüyor. Her doğru cevabın 2 puan olduğu bu sınavda 50 soru vardır. 17 soruya yanlış cevap veren bir öğrenci bu sınavdan kaç puan almıştır?

- A.52
- B.56
- C.60
- D.64

19) Bir mağaza 3 gömlek alana 1 kravat hediye etmektedir. 17 gömlek alan bir müşteri kaç hediye kravat kazanmıştır?

- A.4
- B.5
- C.6
- D.7

20) $859 - 3B2 =$ işleminin tahmini sonucu 500 olduğuna göre B yerine yazılabilecek sayı aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A.2
- B.3
- C.4
- D.5

21) $9 \times 52 = (9 \times 50) + (9 \times 2)$ işlemindeki kural dikkate alındığında $18 \times 105 =$ işlemini aşağıdakilerden hangisi açıklar?

- A. $18 \times 105 = (20 - 2) \times (100 + 5)$
- B. $18 \times 105 = (20 \times 105) - (2 \times 105)$
- C. $18 \times 105 = (18 \times 100) + (18 \times 5)$
- D. $18 \times 105 = (16 + 2) \times (100 + 5)$

22) Bir sınıftaki öğrenci sayısı 48'dir. Öğrenciler 3 sırada 2'şerli, diğer sıralarda 3'erli oturmaktadır. Buna göre sınıfta toplam kaç sıra vardır?

- A.14
- B.15
- C.16
- D.17

23) 43A8 sayısı en yakın yüzlüğe yuvarlandığında 4400 olabilmesi için A yerine yazılabilecek rakamların toplamı kaçtır?

- A. 33
- B. 34
- C. 35
- D. 36

24) $A \times 7 = 56$ ve $12 \times B = 60$ olduğuna göre $A \times B =$ işleminin sonucu kaçtır?

- A.35
- B.40
- C.45
- D.50

25) 5 katlı bir okulun her katında 12 sınıf vardır. Bu sınıfların her birinde 16 sıra vardır. Okuldaki sıra sayısını hesaplamak için aşağıda verilen çözümlerden hangileri doğrudur?

- Çözüm: I. $(5 \times 12) \times 16$
- Çözüm: II. $5 \times (12 \times 16)$
- Çözüm: III. $5 \times (12 + 16)$

- A. Yalnız I
- B. Yalnız II
- C. I ve II
- D. I, II ve III

Diğer sayfaya geçiniz.

4. SINIF ERKEN CEBİR BAŞARI TESTİ

26) $787 + 13 = 800$
 $800 + 200 = 1000$
 $1000 - 13 = 987$

Zihinden yapılmış aşamaları yukarıdaki şekilde olan işlem aşağıdakilerden hangisidir?

- A. $987 + 200 =$
B. $987 - 200 =$
C. $787 + 200 =$
D. $787 - 200 =$

27) Bir kümesteki hayvanların $\frac{1}{7}$ 'i horoz, $\frac{2}{7}$ 'si tavuk, $\frac{3}{7}$ 'ü hindi ve geriye kalanları da ördektir. Kümeste 21 ördek olduğuna göre toplam kaç hayvan vardır?

- A.126
B.147
C.168
D.189

28) $53A8 > 5358$ olduğuna göre A yerine yazılabilecek rakamların toplamı kaçtır?

- A. 29
B. 30
C. 31
D. 32

29) $678 - 78 = 600$
 $600 - 400 = 200$
 $200 + 78 = 278$

Zihinden yapılmış aşamaları yukarıdaki şekilde olan işlem aşağıdakilerden hangisidir?

- A. $678 - 278 =$
B. $678 + 278 =$
C. $678 + 400 =$
D. $678 - 400 =$

30) Bir işçi günde 7 saat ve haftada 6 gün çalışarak işi 5 haftada tamamlamıştır. Bu işçi aynı işi günde 6 saat ve haftanın tüm günleri çalışarak bitirirse aşağıdakilerden hangisi doğru olur?

- A. İş öncekinden daha erken sürede bitirir.
B. İş öncekinden daha geç sürede bitirir.
C. İş öncekiyle aynı sürede bitirir.
D. İş 6 haftada bitirir.

31) 0, 2, 4, 5 ve 7 rakamları birer kez kullanılarak dört basamaklı sayılar oluşturulacaktır. Kural gereği 0 oluşturulan bütün sayılarda kullanılacak ve her zaman onlar basamağında yer alacaktır. Buna göre oluşturulabilecek en büyük sayı ile en küçük sayı arasındaki fark kaçtır?

- A. 3297
B. 3499
C. 4091
D. 5099

TEST BİTTİ

CEVAPLARINIZI KONTROL EDİNİZ.

Ek-5: Erken Cebir Kapsamında Yapılan Öğrenim Etkinlikleri

Kazanım: Doğal sayıları en yakın onluğa veya yüzlüğe yuvarlar.

Ders süresi: 40 dk

Öğrencilerin Ulaşması Beklenen Hedef

Sayıları en yakın onluğa yuvarlarken birler basamağındaki rakama bakarız. Birler basamağındaki rakam 5 ve 5'ten büyükse sayıyı bir üst onluğa, 5'ten küçükse bir alt onluğa yuvarlarız.

Örnek: $52 \rightarrow 50$ ($2 < 5$)

$55 \rightarrow 60$ (birler basamağı 5)

$56 \rightarrow 60$ ($6 > 5$)

Sayıları en yakın yüzlüğe yuvarlarken son iki basamağına bakarız. Son iki basamağındaki sayı 50 ve 50'den büyükse sayıyı bir üst yüzlüğe, 50'den küçükse bir alt yüzlüğe yuvarlarız.

Örnek: $648 \rightarrow 600$ ($48 < 50$)

$450 \rightarrow 500$ (son iki basamağındaki sayı 50)

$871 \rightarrow 900$ ($71 > 50$)

Aşağıdaki sayıları en yakın onluğa ve yüzlüğe yuvarlayınız.

255, 824, 1248, 2055, 3622, 4363, 5285, 7248

Soru:

En yakın yüzlüğe yuvarlandığında 2300 eden en küçük ve en büyük sayının toplamı kaçtır?

Soru:

$1449 + 2251 =$ işlemindeki sayılar en yakın yüzlüğe yuvarlanarak işlem yapılıyor. Buna göre bulunan sonuç ile gerçek sonuç arasındaki fark kaçtır?

Soru:

417B sayısı en yakın onluğa yuvarlanarak elde edilen sayıdan daha büyüktür. Buna göre B yerine yazılabilecek en küçük rakam ile en büyük rakamın toplamı kaçtır?

Soru:

8, 2, 5, 7, 3, 1, 6 sayıları birer kez kullanılarak oluşturulabilecek dört basamaklı en büyük çift doğal sayının en yakın onluğa ve yüzlüğe yuvarlanmış şeklini bulunuz.

Soru:

23B8 sayısı en yakın yüzlüğe yuvarlandığında 2300 olabilmesi için B yerine yazılabilecek rakamların toplamı kaçtır?

Soru:

56A5 sayısı en yakın yüzlüğe yuvarlandığında elde edilen yeni sayıdan daha büyük olduğuna göre A yerine kaç rakam yazılabilir?

Kazanımlar: Bir örüntüyü sayılarla ilişkilendirir ve eksik olan bölümü tamamlar. Örüntü kuralının sözel olarak verildiği toplama, çıkarma veya çarpma içeren bir sayı örüntüsünü oluşturur.

Ders süresi: 40 dk

Öğrencilerin Ulaşması Beklenen Hedef

Bir örüntüde verilmeyen terimi bulmak için terimler arasındaki kuralı buluruz. Kuralı bulmak için genellikle terimler arasındaki farktan yararlanırız.

Örnek: $2 \rightarrow 6 \rightarrow 10 \rightarrow 14 \rightarrow A \rightarrow 22 \rightarrow B$ örüntüsünde verilmeyenleri bulalım.

Verilen örüntüye bakıldığında terimlerin 4'er artarak gittiği görülür.

$2 + 4 = 6$, $6 + 4 = 10$, $10 + 4 = 14$, ... bu kurala göre $14 + 4 = 18 = A$ ve $22 + 4 = 26 = B$ ' dir.

Örnek: 12→14→17→21→26→32→40→48→57 örüntüsünde kuralı bozan sayıyı bulalım.

$$12 + 2 = 14$$

$$14 + 3 = 17$$

$$17 + 4 = 21$$

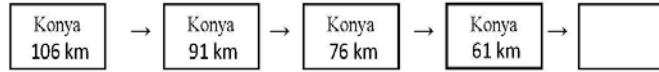
$$21 + 5 = 26$$

$$26 + 6 = 32$$

$$32 + 7 = 39$$

Örüntünün terimlerine bakıldığında terimler arasındaki farkın 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 şeklinde olduğu görülmektedir. Buna göre örüntünün 7. terimi 40 değil 39 olmalıdır ($32 + 7 = 39$).

Soru:



Yaz tatilinde otobüsle dedesinin yanına giden Efe yol kenarındaki tabelalardan kaç km yolları kaldığını takip etmektedir. Buna göre Efe Konya'ya ulaşınca kadar toplam kaç tabela görür?

Soru:

Bakterilerin nasıl çoğaldığını inceleyen bir araştırmacı mikroskopla ilk baktığında 4 bakteri görmüştür. Bakteriler saatte "3 katının 1 eksiği" kuralına göre çoğaldığına göre araştırmacı dördüncü saatin sonunda baktığında kaç bakteri görür?

Soru:

$$4, 6, 10, 18, 34, A \text{ ve } 3, 5, 9, 17, 33, B \text{ örüntülerine göre } A + B = ?$$

Soru:

$$5, 6, 9, 14, 21, 29, 40, 53 \text{ örüntüsünde hangi sayı kuralı bozmuştur?}$$

Soru:

1'den başlayan ve kuralı "2 katının 1 fazlası" olan bir örüntünün terimlerinden kaç tanesi iki basamaklı bir sayıdır?

Kazanım: En çok altı basamaklı doğal sayıları sıralar.

Ders süresi: 40 dk

Öğrencilerin Ulaşması Beklenen Hedef

Doğal sayılarda sıralama yapılırken aynı basamaklarda bulunan rakamların basamak değerlerini karşılaştırırız. Karşılaştırılan sayılardan basamak değeri büyük olan sayı diğerinden daha büyüktür.

Verilen rakamlarla en büyük sayıyı elde etmemiz istenirse rakamları büyükten küçüğe doğru en büyük basamaktan başlayarak yazarız. En küçük sayıyı elde etmemiz istenirse rakamları küçükten büyüğe doğru en büyük basamaktan başlayarak yazarız.

Örnek: 2454, 2195, 3008 sayılarını karşılaştıralım.

Sayılar 4 basamaklı olduğu için önce binler basamağı karşılaştırılır. Binler basamağı 3 ile başlayan sayı binler basamağı 2 ile başlayan sayılardan daha büyüktür. Binler basamağı 2 ile başlayan sayılardan ise yüzler basamağı 4 ile başlayan yüzler basamağı 1 ile başlayandan daha büyüktür. Yani $3008 > 2454 > 2195$ 'tir.

Soru:

0, 1, 2, 4, 5, 7, 9 rakamlarını yalnız bir defa kullanarak aşağıdaki sayıları oluşturunuz.

- a) Beş basamaklı en büyük sayı
- b) Beş basamaklı en küçük tek sayı
- c) Dört basamaklı en büyük çift sayı
- d) Dört basamaklı en küçük sayı

Soru:

2501B9 < 250168 olduğuna göre B yerine yazılabilecek rakamların toplamı kaçtır?

Soru:

0, 2, 3, 5, 6, 8, 9 rakamları birer kez kullanılarak yazılabilecek dört basamaklı en büyük çift sayı ile üç basamaklı en büyük sayı arasındaki fark kaçtır?

Soru:

$6A53 > 6B87$ ve $B < 3$ olduğuna göre A yerine yazılabilecek kaç farklı rakam vardır?

Soru:

Rakamları farklı dört basamaklı en büyük doğal sayı ile üç basamaklı en büyük çift sayı arasındaki fark kaçtır?

Kazanımlar: Toplamı en çok dört basamaklı olan iki doğal sayının toplamını tahmin eder ve tahminini işlem sonucu ile karşılaştırır. En çok üç basamaklı iki doğal sayının farkını tahmin eder, tahminini işlem sonucu ile karşılaştırır.

Ders süresi: 40 dk

Öğrencilerin Ulaşması Beklenen Hedef

Toplama ve çıkarma işlemlerinde sonucu tahmin ederken sayıları en yakın onluğa ya da yüzlüğe yuvarlayarak işlem yaparız. Bu şekilde ulaştığımız sonuç işlemin yaklaşık sonucudur.

Örnek: $2345 + 1123 =$ işleminin sonucunu tahmin edelim.

Sayıları en yakın onluğa yuvarlarsak $2350 + 1120 = 3470$

Sayıları en yakın yüzlüğe yuvarlarsak $2300 + 1100 = 3400$

İşlemin gerçek sonucu $2345 + 1123 = 3468$

Örnek: $882 - 725 =$ işleminin sonucunu tahmin edelim.

Sayıları en yakın onluğa yuvarlarsak $880 - 730 = 150$

Sayıları en yakın yüzlüğe yuvarlarsak $900 - 700 = 200$

İşlemin gerçek sonucu $882 - 725 = 157$

Soru:

Bir kasabada nüfus sayımı yapılacaktır. Bu kasabada 0-25 yaş grubu 1246 kişinin, 25 yaş üzeri 33B4 kişinin yaşadığı tahmin edilmektedir? Kasabanın nüfusu en yakın yüzlüğe yuvarlanarak tahmin edildiğinde 4500 kişi olarak hesaplanıyor. Buna göre B yerine yazılabilecek kaç rakam vardır?

Soru:

$3548 + 2351 =$ işleminin sonucu sayılar en yakın yüzlüğe yuvarlanarak hesaplandığında elde edilen sonuç ile gerçek sonuç arasındaki fark kaçtır?

Soru:

$1475 + 4235 =$ işleminin sonucu 250 ve katlarından uygun olanlara yuvarlanarak hesaplandığında sonuç kaç olur?

Soru:

$873 - 553 =$ işleminin sonucu sayılar 25'in katlarından uygun olanlara yuvarlanarak tahmin edildiğinde kaç olur?

Soru:

$763 - 4A1 =$ işleminin tahmini sonucu sayılar en yakın yüzlüğe yuvarlanarak hesaplandığında 400 olduğuna göre A yerine kaç rakam yazılabilir?

Kazanımlar: Toplamları en çok dört basamaklı olacak şekilde en çok dört basamaklı doğal sayıları, 100'ün katlarıyla zihinden toplar. Üç basamaklı doğal sayılardan 100'ün katı olan doğal sayıları zihinden çıkarır.

Ders süresi: 40 dk

Öğrencilerin Ulaşması Beklenen Hedef

Toplama ve çıkarma işlemlerini zihinden yaparken işlemleri kolay yapabilmek için sayıları uygun şekilde parçalayarak işlem yaparız.

Örnek: $3174 + 300 =$ işlemini zihinden hesaplayalım.

3174 sayısını $3100 + 74$ şeklinde parçalayabiliriz.

$$3174 - 74 = 3100$$

$$3100 + 300 = 3400$$

$$3400 + 74 = 3474$$

Örnek: $847 - 200 =$ işlemini zihinden hesaplayalım.

847 sayısını $800 + 47$ şeklinde parçalayabiliriz.

$$847 - 47 = 800$$

$$800 - 200 = 600$$

$$600 + 47 = 647$$

Soru:

$$2186 - 86 = 2100$$

$$2100 + 200 = 2300$$

$$2300 + 86 = 2386$$

Zihinden yapıldığı yukarıdaki gibi olan işlemi bulunuz?

Soru:

$$4347 + 3 = 4350$$

$$4350 + 300 = 4650$$

$$4650 - 3 = 4647$$

Zihinden yapıldığı yukarıdaki gibi olan işlemi bulunuz?

Soru:

$$3544 + 6 = 3550$$

$$3550 + 400 = 3950$$

$$3950 - 6 = 3944$$

Zihinden yapıldığı yukarıdaki gibi olan işlemi bulunuz?

Soru:

$$921 - 21 = 900$$

$$900 - 500 = 400$$

$$400 + 21 = 421$$

Zihinden yapıldığı yukarıdaki gibi olan işlemi bulunuz?

Soru:

$$863 - 63 = 800$$

$$800 - 600 = 200$$

$$200 + 63 = 263$$

Zihinden yapılışı yukarıdaki gibi olan işlemi bulunuz?

Soru:

$$2583 + 300 = \text{işlemi zihinden hesaplayınız.}$$

Soru:

$$547 - 200 = \text{işlemi zihinden hesaplayınız.}$$

Soru:

$$1188 + 700 = \text{işlemi zihinden hesaplayınız.}$$

Soru:

$$853 - 300 = \text{işlemi zihinden hesaplayınız.}$$

Kazanımlar: Doğal sayılarla toplama işlemi gerektiren problemleri çözer. Doğal sayılarla çıkarma işlemi gerektiren problemleri çözer.

Ders süresi: 40 dk

Öğrencilerin Ulaşması Beklenen Hedef

Toplama ve çıkarma işlemi ile ilgili problemleri çözerken problemi iyi anlamalı, verilenleri ve istenenleri dikkatlice belirlemeliyiz.

Örnek: Bir kutuda kırmızı ve mavi kartlar vardır. Bu kartların bir kısmı çizgili bir kısmı çizgisizdir. Kutudaki kırmızı kartların sayısı 5624, çizgili kartların sayısı 6361, çizgili mavi kartların sayısı 3647'dir? Buna göre çizgisiz kırmızı kartların sayısı kaçtır?

Verilenlerden hareketle;

$$\text{Kırmızı kartlar} = \text{çizgili kırmızı kartlar} + \text{çizgisiz kırmızı kartlar}$$

$$\text{Mavi kartlar} = \text{çizgili mavi kartlar} + \text{çizgisiz mavi kartlar}$$

$$\text{Çizgili kartlar} = \text{çizgili mavi kartlar} + \text{çizgili kırmızı kartlar}$$

Buna göre;

$$5624 = \text{çizgili kırmızı kartlar} + \text{çizgisiz kırmızı kartlar}$$

$$\text{Mavi kartlar} = 3647 + \text{çizgisiz mavi kartlar}$$

$$6361 = 3647 + \text{çizgili kırmızı kartlar, buradan } 6361 - 3647 = 2714 = \text{çizgili kırmızı kartlar,}$$

$$5624 = \text{çizgili kırmızı kartlar} + \text{çizgisiz kırmızı kartlar eşitliğinden}$$

$$5624 = 2714 + \text{çizgisiz kırmızı kartlar, } 5624 - 2714 = 2910 = \text{çizgisiz kırmızı kartlar}$$

olarak hesaplanır.

Soru: Metin boş olan kumbarasına birinci gün bir miktar para koyuyor ve bundan sonra her gün bir önceki gün koyduğu paradan 5 lira fazla para koyuyor. Metin'in kumbarasında 4.gününün sonunda 78 lira biriktiğine göre bir haftada kaç lira birikir?

Soru: Üç kardeşin yaşları toplamı 97'dir. Büyük kardeşle küçük kardeş arasındaki yaş farkı 5, ortanca kardeş ile büyük kardeş arasındaki yaş farkı 3'tür. Buna göre ortanca kardeşin yaşı kaçtır?

Soru: Bir otobüste 21 erkek 14 bayan yolcu vardır. İlk durakta otobüsten 3 evli çift inmiştir. İkinci durakta otobüse bir miktar yolcu binmiş ve bayan yolcu sayısı erkek yolcu sayısından 1 fazla olmuştur. Otobüste son durumda 39 yolcu olduğuna göre ikinci durakta kaç bayan yolcu binmiştir?

Soru: 46 yaşındaki bir annenin 7, 11 ve 16 yaşlarında üç çocuğu vardır. Kaç yıl sonra çocukların yaşları toplamı annenin yaşına eşit olur?

Soru: Burak kumbarasına her gün bir önceki gün attığı paradan 5 lira fazlası kadar para koyuyor. Beşinci gün kumbarasına 250 lira koyduğuna göre bir haftada kumbarasında kaç lira birikir?

Kazanımlar: Üç doğal sayı ile yapılan çarpma işleminde sayıların birbirleriyle çarpılma sırasının değişmesinin, sonucu değiştirmediğini gösterir. Çeşitli araçlar ve stratejiler kullanarak bir ve iki basamaklı rakamların çarpımını içeren eşitliklerde verilmeyeni bulur.

Ders süresi: 40 dk

Öğrencilerin ulaşması beklenen hedef

Çarpma işleminde sayıların çarpılma sıralarının ve yerlerinin değiştirilmesi çarpımı değiştirmez.

Örnek: Bir kutuda 7 sıra ve her sırada 9 çikolata vardır. Bu kutular 14'lü olacak şekilde paketlenip satışa sunulmuştur. Buna göre bir pakette kaç çikolata vardır?

İşlemi yaparken bir kutudaki çikolata sayısını bulup tüm kutu sayısı ile çarparak ya da tüm kutulardaki sıra sayısını bulup bir sıradaki çikolata sayısı ile çarparak sonuca ulaşabiliriz. İki şekilde de sonuç aynı çıkacaktır.

$$(7 \times 9) \times 14 = 63 \times 14 = 882 \text{ ya da } (14 \times 7) \times 9 = 98 \times 9 = 882$$

Soru: 11 katlı bir hastanenin her katında 27 oda ve her odasında 4 yatak bulunmaktadır. Bu hastanenin hasta kapasitesi kaçtır?

Soru: Bir çiftçi günde 6 saat ve haftada 5 gün çalışarak tarlasını 3 haftada sürüyor. Bu çiftçi aynı tarlayı günde 5 saat ve haftada 6 gün çalışarak kaç haftada sürer?

Soru: Bir kütüphanede 21 kitaplık, her kitaplıkta 5 raf ve her rafta 18 kitap vardır. Bu kitaplar her kitaplıkta 6'ar raf, her rafta 15'er kitap olacak şekilde dizilseydi kaç kitaplığa ihtiyaç olurdu?

Soru: $18 \times A = 126$ ve $11 \times B = 132$ olduğuna göre $A \times B = ?$

Soru: $K \times 13 = 177$, $L \times 7 = 84$ ve $K \times L = M$ ise $K \times L \times M = ?$

Soru: $(36 \times 25) \times A = (18 \times 25) \times 36$

$$(41 \times B) \times 51 = (51 \times 8) \times 41 \text{ olduğuna göre } A \times B = ?$$

Kazanımlar: En çok iki basamaklı iki doğal sayının çarpımını tahmin eder ve tahminini işlem sonucu ile karşılaştırır. Tam sayılarla hesaplamaları kolaylaştırmak için çarpmanın toplama üzerine dağılma özelliğini kullanır.

Ders süresi: 40 dk

Öğrencilerin Ulaşması Beklenen Hedef

Çarpma işleminin sonucunu tahmin ederken sayıları en yakın onluğa yuvarlarız. Bu şekilde elde ettiğimiz sonuç işlemin yaklaşık sonucudur.

Örnek: $67 \times 33 =$ işleminin sonucunu tahmin edelim ve bulduğumuz sonuç ile gerçek sonuç arasındaki farkı bulalım.

$$67 \rightarrow 70, \quad \text{tahmini sonuç } 70 \times 30 = 2100,$$

$$33 \rightarrow 30, \quad \text{gerçek sonuç } 67 \times 33 = 2211, \quad \text{aradaki fark } 2211 - 2100 = 111$$

Soru: $84 \times 36 =$ işleminin tahmini sonucu ile gerçek sonucu arasındaki fark kaçtır?

Soru: Tahmini sonucu hesaplanırken $70 \times 30 =$ işlemi kullanılabilen dört farklı çarpma işlemi yazınız.

Soru: $57 \times 55 = ?$, $34 \times 47 = ?$, $75 \times 24 = ?$, $17 \times 93 = ?$ İşlemlerinin tahmini sonuçlarını bulup gerçek sonuçları ile karşılaştırınız.

Çarpmanın toplama üzerindeki dağılma özelliği işlemleri kolay yapmamızı sağlar. Bu esnada sayılar uygun şekilde parçalanarak çarpma işlemi yapılır.

Örnek: $10 \times 107 =$ işlemini çarpmanın toplama üzerindeki dağılma özelliğini kullanarak hesaplayalım.

$$107 \rightarrow (100 + 7) \text{ işlem kolaylığı açısından } 107 \text{ 'yi parçaladık}$$

$$10 \times (100 + 7) =$$

$$(10 \times 100) + (10 \times 7) =$$

$$1000 + 70 = 1070$$

Soru: $(9 \times 50) + (9 \times 8) =$ işlemi hangi iki sayının çarpımına eşittir?

Soru: $8 \times 112 = ?$, $10 \times 117 = ?$, $27 \times 9 = ?$, $96 \times 15 = ?$ işlemlerini çarpmanın toplama üzerindeki dağılıma özelliğini kullanarak hesaplayınız.

Kazanımlar: Doğal sayılarla çarpma işlemi gerektiren problemleri çözer. Doğal sayılarla bölme işlemi gerektiren problemleri çözer. İki adımlı işlemleri yapar.

Ders süresi: 40 dk

Öğrencilerin Ulaşması Beklenen Hedef

Çarpma ve bölme işlemi gerektiren problemleri çözerken problemi iyi anlamalı, verilenleri ve istenenleri dikkatlice belirlemeliyiz.

Örnek: Bir çaycı 125 gram çaydan 50 bardak çay yapmaktadır. Çaycı 1 günde 6 kg (6000 gram) çay kullanmaktadır. Çayın bir bardağı 1 lira olduğuna çaycı günde kaç lira kazanmaktadır?

125 gr çaydan 50 bardak çay elde ettiğine göre 6000 gr çaydan kaç bardak çay elde ettiğini bulalım. Bunun için

$$6000 \div 125 = 48, 48 \times 50 = 2400 \text{ bardak çay elde eder.}$$

$$1 \text{ bardak çay } 1 \text{ lira olduğuna göre } 2400 \times 1 = 2400 \text{ lira kazanır.}$$

Soru: Bir kitaplıktaki kitap sayısı 96'dır. Kitaplar 3 rafa 12'şer, diğer raflara 15'er dizilmiştir. Buna göre kitaplıktaki raf sayısı kaçtır?

Soru: Bir konferans salonunda 48 sıra ve her sırada 15 koltuk bulunmaktadır. Bu salonda yapılan bir konferansta 47.sırada 7, 48.sırada 8 boş koltuk bulunduğu göre konferansa kaç kişi katılmıştır?

Soru: Bir çiftlikteki hindi sayısı, koyun sayısının 4 katıdır. Hindi ve koyunların ayak sayıları toplamı 468 olduğuna göre bu çiftlikteki hayvan sayısı kaçtır?

Soru: Bir oteldeki odalarda 3 kişilik ve 5 kişilik yataklar bulunmaktadır. Bir turist kafilesi 5 kişilik odalardan 4 adet ayırtmıştır. 107 kişi olan bu turist kafilesi için toplam kaç odaya ihtiyaç vardır?

Kazanımlar: Bir bölme işleminin sonucunu tahmin eder ve tahminini işlem sonucu ile karşılaştırır. Çarpma ve bölme arasındaki ters ilişkiyi belirler.

Ders süresi: 40 dk

Öğrencilerin Ulaşması Beklenen Hedef

Bölme işleminde sonucu tahmin ederken sayıları en yakın onluğa ya da yüzlüğe yuvarlayarak işlem yaparız. Bu şekilde elde ettiğimiz sonuç işlemin yaklaşık sonucudur.

Örnek: $621 \div 34 = ?$, $385 \div 17 = ?$, $196 \div 12 = ?$, $395 \div 38 = ?$ işlemlerinden hangisinin yaklaşık sonucu diğerlerinden farklı bir sayıdır?

$$621 \div 34 = \rightarrow 600 \div 30 = 20$$

$$385 \div 17 = \rightarrow 400 \div 20 = 20$$

$$196 \div 12 = \rightarrow 200 \div 10 = 20$$

$$395 \div 38 = \rightarrow 400 \div 40 = 10$$

Soru: $576 \div 24 =$ işleminin tahmini sonucu ile gerçek sonucu arasındaki fark kaçtır?

Soru: $792 \div 22 =$ işleminin tahmini sonucu ile gerçek sonucu arasındaki fark kaçtır?

Çarpma işlemi ile bölme işlemi arasında ters bir ilişki vardır.

Örnek: $5 \times 12 = 60$ $5 \times 4 = 20$

$$60 \div 12 = 5$$
 $20 \div 4 = 5$

Örnek: Yüzlük tablodan faydalanarak çarpma ile bölme arasındaki ilişkiyi gösteriniz.

x	10	20	30	40	50
1					
2		40			
3					
4	40				

÷	10	20	30	40	50
1					
2				20	
3					
4				10	

$$4 \times 10 = 40$$

$$2 \times 20 = 40$$

$$40 \div 4 = 10$$

$$40 \div 2 = 20$$

Kazanımlar: Kesirlerle toplama ve çıkarma işlemlerini gerektiren problemleri çözer.

Ders süresi: 40 dk

Öğrencilerin Ulaşması Beklenen Hedef

Kesirlerde toplama ve çıkarma işlemlerini yaparken paydaların eşit olmasına dikkat ederiz. Eşit paydalı kesirlerde toplama işlemi yaparken payları toplayıp paya yazarız paydalar aynı kalır. Aynı şekilde eşit paydalı kesirleri çıkarırken payları çıkarır paya yazarız, paydalar aynı kalır. Problemleri çözmeden önce iyi anlamalı, verilenleri ve istenenleri dikkatli bir şekilde belirlemeliyiz.

Örnek: Elif bir pastanın $\frac{4}{7}$ 'ünü yemiştir. Murat, Elif'in yediği pasta miktarının $\frac{6}{7}$ 'sı kadar fazla pasta yemiştir. Buna göre Murat'ın yediği pasta bir pastadan ne kadar fazladır?

$$\text{Elif'in yediği pasta miktarı } \frac{4}{7}$$

$$\text{Murat'ın yediği pasta miktarı } \frac{4}{7} + \frac{6}{7} = \frac{10}{7}$$

Murat'ın yediği pasta miktarının 1 pastadan ne kadar fazla olduğunu bulmak için

$$\frac{10}{7} - 1 = \frac{3}{7}$$

Soru: Elimdeki kitabın $\frac{2}{5}$ 'sini okudum. 15 sayfa daha okursam kitabın yarısını okumuş olacağım. Buna göre kitabın tamamı kaç sayfadır?

Soru: Bir terzi elindeki kumaşın $\frac{2}{6}$ 'sine pantolon, $\frac{3}{6}$ 'üne gömlek dikince geriye 12 m kumaş kalmıştır. Buna göre terzi gömlek için kaç m kumaş harcamıştır?

Soru: Bir kümesteki hayvanların $\frac{3}{7}$ 'ü tavuk, $\frac{2}{7}$ 'si hindi ve geriye kalanları da ördektir. Kümeste toplam 210 hayvan olduğuna göre kaç ördek vardır?

Ek-6: Öğrencilerin Erken Cebir Öğretim Etkinlikleri Öncesi ve Sonrası 4. Sınıf Erken Cebir Başarı Testi Bilgileri

ADI-SOYADI	ÖNTEST			SONTEST		
	DOĞRU	YANLIŞ	BOŞ	DOĞRU	YANLIŞ	BOŞ
Öğrenci 1	25	4	2	23	7	1
Öğrenci 2	19	4	8	31	-	-
Öğrenci 3	24	4	3	30	1	-
Öğrenci 4	18	11	2	26	3	2
Öğrenci 5	19	4	8	28	2	1
Öğrenci 6	22	5	4	25	3	3
Öğrenci 7	12	4	15	20	1	10
Öğrenci 8	24	5	2	26	3	2
Öğrenci 9	13	12	6	20	7	4
Öğrenci 10	12	4	15	26	4	1
Öğrenci 11	11	4	16	13	3	15
Öğrenci 12	20	6	5	22	7	2
Öğrenci 13	6	6	19	9	22	-
Öğrenci 14	13	3	15	18	13	-
Öğrenci 15	7	5	19	16	4	11
Öğrenci 16	25	5	1	31	-	-
Öğrenci 17	10	4	17	24	7	-
Öğrenci 18	3	6	22	11	20	-
Öğrenci 19	17	9	5	21	10	-
Öğrenci 20	5	15	11	8	17	6
\bar{X}	15,25	6	9,75	21,4	6,7	2,9

Özgeçmiş

Kişisel Bilgiler

Adı soyadı: Sedat TURGUT

Doğum tarihi: 1985

Doğum yeri: Ermenek

Adres: DPÜ Eğitim Bilimleri Enstitüsü, KÜTAHYA.

E-Posta: sdturgut42@hotmail.com

Öğrenim Durumu:

2000-2004 Ermenek Lisesi (YDA Lise)

2005-2009 Süleyman Demirel Üniversitesi Burdur Eğitim Fakültesi (Lisans)

2009-2012 Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü
(Yüksek Lisans)

2013-2016 Dumlupınar Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü (Doktora)

İş Deneyimi:

2011-2013 Sınıf Öğretmenliği (MEB)

2013 Araştırma Görevlisi Bartın Üniversitesi (ÖYP)

2013-2016 Araştırma Görevlisi DPÜ (35. madde)

Yayımlar:

Kenar, İ., Turgut, S. ve Gökalp, M. S. (2013). Electromagnetic pollution awareness scale. *IJES*, 5 (3), 173-177.

Kenar, İ., Turgut, S. ve Gökalp, M. S. (2014). Öğretmen adaylarının elektromanyetik kirlilik farkındalıklarının belirlenmesi. *Eğitimde Kuram ve Uygulama*, 10 (4), 1077-1090.

Doğan Temur, Ö., Akbaba Dağ, S. ve Turgut, S. (2015). Some reflections from pre-service teachers' practice teaching on the area of understanding data in the math-teaching course. *IEJEE*, 7 (3), 355-370.

