

**ELEKTRİK VE EĞİK MANYETİK ALAN
ALTINDAKİ SÜPERÖRGÜLERDE
ELEKTRONİK ENERJİ DÜZEYLERİ**

Rana AMCA

DOKTORA TEZİ

FİZİK ANABİLİM DALI

2000

**T.C. YÜKSEK ÖĞRETİM
DOKÜMAN İZLENİM
KURUMU**

**T.C.
CUMHURİYET ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
FİZİK ANABİLİM DALI**

**ELEKTRİK VE EĞİK MANYETİK ALAN ALTINDAKİ
SÜPERÖRGÜLERDE ELEKTRONİK ENERJİ DÜZEYLERİ**

98104

**RANA AMCA
DOKTORA TEZİ
FİZİK ANABİLİM DALI
2000**

**ELEKTRİK VE EĞİK MANYETİK ALAN ALTINDAKİ
SÜPERÖRGÜLERDE ELEKTRONİK ENERJİ DÜZEYLERİ**

**RANA AMCA
DOKTORA TEZİ
FİZİK ANABİLİM DALI**

Danışman: Prof. Dr. İsmail SÖKMEN

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜ'NE

Bu çalışma, jürimiz tarafından, Fizik Anabilim Dalı'nda Doktora Tezi olarak kabul edilmiştir.

Başkan Prof.Dr. Çetin ARIKAN

Üye Prof.Dr. İsmail SÖKMEN

Üye Doç.Dr. Hamza POLAT

Üye Doç.Dr. Yüksel ERGÜN

Üye Doç.Dr. Hüseyin SARI

Çetin Arıkan
İsmail Sökmen
Hamza Polat
Yüksel Ergün
Hüseyin Sari

ONAY

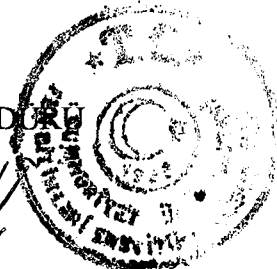
Yukarıdaki imzaların, adı geçen öğretim üyelerine ait olduğunu onaylarım.

...../...../ 2000

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRÜ

Prof.Dr. Necati ÇELİK

N. Çelik



Bu tez, Cumhuriyet Üniversitesi Senatosunun 05.01.1984 tarihli toplantısında kabul edilen ve daha sonra 30.12.1993 tarihinde C.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğünce hazırlanan ve yayınlanan “ Yüksek Lisans ve Doktora Tez Yazım Kılavuzu “ adlı yönergeye göre hazırlanmıştır.

İÇİNDEKİLER

ÖZET	ii
SUMMARY	iii
TEŞEKKÜR	iv
ÇİZELGELER DİZİNİ	v
1.GİRİŞ	1
2.Elektrik ve Eğik Manyetik Alan Altındaki Çoklu Kuantum Kuyularında Elektronik Enerji Spektrumlarının Hesaplanması	7
2.1 Giriş.....	7
2.2 Teori.....	9
2.3 Veriler ve Yorum	15
2.3.1. Elektrik ve Eğik Manyetik Alan Altında Tek Kare Kuyudan Oluşan bir Heteroyapıda Elektronik Enerji Spektrumu.....	16
2.3.2. Elektrik ve Eğik Manyetik Alan Altında Üç Kare Kuyudan Oluşan bir Heteroyapıda Elektronik Enerji Spektrumu.....	26
2.3.3. Elektrik ve Eğik Manyetik Alan Altında Beş Kare Kuyudan Oluşan bir Heteroyapıda Elektronik Enerji Spektrumu.....	37
2.3.4. Elektrik ve Eğik Manyetik Alan Altında Yedi Kare Kuyudan Oluşan bir Heteroyapıda Elektronik Enerji Spektrumu.....	47
3-Elektrik ve Eğik Manyetik Alan Altındaki Tek Kuantum Kuyusunda Band İçi Soğurma Katsayısının Belirlenmesi	61
3.1.Giriş.....	61
3.2. Teori.....	63
3.3. Veriler ve Yorum	69
3.3.1. Elektrik Alan ve Büyütme Doğrultusuna Dik Manyetik Alan Altındaki Tek Kuantum Kuyusunda Band İçi Soğurma Katsayısı.....	71
3.3.2. Eğik Manyetik Alan Altındaki Tek Kuantum Kuyusunda Band İçi Geçiş Osilatör Şiddeti.....	75
4. SONUÇ	77
5. KAYNAKLAR	80
6. ÖZGEÇMİŞ	84

ÖZET**Doktora Tezi****ELEKTRİK VE EĞİK MANYETİK ALAN ALTINDAKİ
SÜPERÖRGÜLERDE ELEKTRONİK ENERJİ DÜZEYLERİ****RANA AMCA****Cumhuriyet Üniversitesi****Fen Bilimleri Enstitüsü****Fizik Anabilin Dalı****Danışman: Prof. Dr. İsmail SÖKMEN**

Çalışmanın ilk bölümünde, büyütme doğrultusunda elektrik alan ve eğik manyetik alan altındaki çoklu kuantum kuyusundan oluşan potansiyel içinde hareket eden yüklü parçacıkların davranışı, Schrödinger denkleminin analitik çözümü yapılarak incelendi. Elde edilen analitik çözüm ve $\text{GaAs} - \text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ yarıiletken heteroyapıya ait parametreler kullanılarak farklı sayıda kuantum kuyusundan oluşan sistemlere ait enerji özdeğerleri hesaplandı.

İkinci bölümde ise, elektrik ve eğik manyetik alan altındaki simetrik tek kuantum kuyusunda band içi geçişler için soğurma katsayısı hesabı yapıldı.

ANAHTAR KELİMELER: Eğik Manyetik Alan, Elektrik Alan, Çoklu Kuantum Kuyusu, Soğurma Katsayısı.

SUMMARY

Phd. Thesis

**ELECTRONIC ENERGY LEVELS IN SUPERLATTICE STRUCTURES
UNDER EXTERNAL ELECTRIC AND TILTED MAGNETIC FIELDS**

Rana AMCA

Cumhuriyet University

Graduate School of Natural and Applied Sciences

Department of Physics

Supervisor: Prof. Dr. İsmail SÖKMEN

In a multiple quantum wells system, the energy eigenvalues of charged particles moving under the external electric and tilted magnetic fields are solved analytically and by using the parameters of GaAs – Al_xGa_{1-x}As heterostructure, numerical results are obtained.

In the last chapter, the intersubband absorption coefficient and oscillator strength are calculated in the symmetric single quantum well under external electric and tilted magnetic fields.

KEY WORDS: Tilted Magnetic Field, Electric Field, Multiple Quantum Wells, Absorption Coefficient

TEŞEKKÜR

Bu tezin konusunun belirlenmesinden sonuna kadar gösterdiği yakın ilgi ve anlayışından dolayı danışman hocam Sayın Prof. Dr. İsmail Sökmen'e sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Ayrıca tez çalışmamın tüm aşamalarında değerli bilgi ve tecrübelerinden yararlandığım Sayın Doç. Dr. Yüksel Ergün'e, çalışmam boyunca yardımını ve desteğini esirgemeyen Sayın Doç. Dr. Hüseyin Sarı'ya ve Sayın Doç. Dr. Sezai Elagöz'e, tez çalışmam süresince gösterdikleri üstün sabır ve desteklerinden dolayı sevgili eşim ve oğluma teşekkür ederim.

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil-1 Homojen dış manyetik alan altında tek kuantum kuyusundan oluşan potansiyel profili.....	9
Şekil-2. Boyutsuz parametreler cinsinden tek kuantum kuyusunun (a) elektrik alan $F=0$ ve $\theta=0^\circ$ için ve (b) elektrik alan $F=5 \cdot 10^4$ V/cm ve $\theta=0^\circ$ için $V(z')$ nün z' eksenine göre değişimi.....	16
Şekil.3. Uygulanan dış manyetik alanın x' eksenine ile yaptığı açı $\theta=0^\circ$ ve elektrik alan terimi $F=0$ iken tek kuantum kuyusundan oluşan sistemin ilk altı enerji düzeyinin yörünge merkezine bağlı değişimi	18
Şekil.4 Uygulanan dış manyetik alanın x' eksenine ile yaptığı açı $\theta=36^\circ$ ve elektrik alan terimi $F=0$ iken tek kuantum kuyusundan oluşan sistemin ilk altı enerji düzeyinin yörünge merkezine bağlı değişimi.....	18
Şekil.5 Uygulanan dış manyetik alanın x' eksenine ile yaptığı açı $\theta=45^\circ$ ve elektrik alan terimi $F=0$ iken tek kuantum kuyusundan oluşan sistemin ilk altı enerji düzeyinin yörünge merkezine bağlı değişimi.....	19
Şekil.6 Uygulanan dış manyetik alanın x' eksenine ile yaptığı açı $\theta=54^\circ$ ve elektrik alan terimi $F=0$ iken tek kuantum kuyusundan oluşan sistemin ilk altı enerji düzeyinin yörünge merkezine bağlı değişimi.....	19
Şekil.7 Uygulanan dış manyetik alanın x' eksenine ile yaptığı açı $\theta=60^\circ$ ve elektrik alan terimi $F=0$ iken tek kuantum kuyusundan oluşan sistemin ilk altı enerji düzeyinin yörünge merkezine bağlı değişimi.....	20
Şekil.8 Uygulanan dış manyetik alanın x' eksenine ile yaptığı açı $\theta=0^\circ$ ve elektrik alan terimi $F=5 \cdot 10^4$ V/cm iken tek kuantum kuyusundan oluşan sistemin ilk altı enerji düzeyinin yörünge merkezine bağlı değişimi.....	22
Şekil.9 Uygulanan dış manyetik alanın x' eksenine ile yaptığı açı $\theta=36^\circ$ ve elektrik alan terimi $F=5 \cdot 10^4$ V/cm iken tek kuantum kuyusundan oluşan sistemin ilk altı enerji düzeyinin yörünge merkezine bağlı değişimi.....	22

Şekil.10 Uygulanan dış manyetik alanın x' eksenine ile yaptığı açı $\theta=45^\circ$ ve elektrik alan terimi $F=5 \cdot 10^4$ V/cm iken tek kuantum kuyusundan oluşan sistemin ilk altı enerji düzeyinin yörünge merkezine bağlı değişimi.....	23
Şekil.11 Uygulanan dış manyetik alanın x' eksenine ile yaptığı açı $\theta=54^\circ$ ve elektrik alan terimi $F=5 \cdot 10^4$ V/cm iken tek kuantum kuyusundan oluşan sistemin ilk altı enerji düzeyinin yörünge merkezine bağlı değişimi.....	23
Şekil.12 Uygulanan dış manyetik alanın x' eksenine ile yaptığı açı $\theta=60^\circ$ ve elektrik alan terimi $F=5 \cdot 10^4$ V/cm iken tek kuantum kuyusundan oluşan sistemin ilk altı enerji düzeyinin yörünge merkezine bağlı değişimi.....	24
Şekil-13. Boyutsuz parametreler cinsinden üç kuantum kuyusunun	
(a) elektrik alan $F=0$ ve $\theta=0^\circ$ için ve	
(b) elektrik alan $F=5 \cdot 10^4$ V/cm ve $\theta=0^\circ$ için $V(z')$ nün z' eksenine göre değişimi.....	26
Şekil.14 Uygulanan dış manyetik alanın x' eksenine ile yaptığı açı $\theta=0^\circ$ ve elektrik alan terimi $F=0$ iken üç kuantum kuyusundan oluşan sistemin ilk altı enerji düzeyinin yörünge merkezine bağlı değişimi.....	28
Şekil.15 Uygulanan dış manyetik alanın x' eksenine ile yaptığı açı $\theta=36^\circ$ ve elektrik alan terimi $F=0$ iken üç kuantum kuyusundan oluşan sistemin ilk altı enerji düzeyinin yörünge merkezine bağlı değişimi.....	28
Şekil.16 Uygulanan dış manyetik alanın x' eksenine ile yaptığı açı $\theta=45^\circ$ ve elektrik alan terimi $F=0$ iken üç kuantum kuyusundan oluşan sistemin ilk altı enerji düzeyinin yörünge merkezine bağlı değişimi.....	29
Şekil.17 Uygulanan dış manyetik alanın x' eksenine ile yaptığı açı $\theta=54^\circ$ ve elektrik alan terimi $F=0$ iken üç kuantum kuyusundan oluşan sistemin ilk altı enerji düzeyinin yörünge merkezine bağlı değişimi.....	29
Şekil.18 Uygulanan dış manyetik alanın x' eksenine ile yaptığı açı $\theta=60^\circ$ ve elektrik alan terimi $F=0$ iken üç kuantum kuyusundan oluşan sistemin ilk altı enerji düzeyinin yörünge merkezine bağlı değişimi.....	30

- Şekil.19** Uygulanan dış manyetik alanın x' eksenine göre yaptığı açı $\theta=0^\circ$ ve elektrik alan terimi $F=5 \cdot 10^4$ V/cm iken üç kuantum kuyusundan oluşan sistemin ilk altı enerji düzeyinin yörünge merkezine bağlı değişimi..... 33
- Şekil.20** Uygulanan dış manyetik alanın x' eksenine göre yaptığı açı $\theta=36^\circ$ ve elektrik alan terimi $F=5 \cdot 10^4$ V/cm iken üç kuantum kuyusundan oluşan sistemin ilk altı enerji düzeyinin yörünge merkezine bağlı değişimi..... 33
- Şekil.21** Uygulanan dış manyetik alanın x' eksenine göre yaptığı açı $\theta=45^\circ$ ve elektrik alan terimi $F=5 \cdot 10^4$ V/cm iken üç kuantum kuyusundan oluşan sistemin ilk altı enerji düzeyinin yörünge merkezine bağlı değişimi..... 34
- Şekil.22** Uygulanan dış manyetik alanın x' eksenine göre yaptığı açı $\theta=54^\circ$ ve elektrik alan terimi $F=5 \cdot 10^4$ V/cm iken üç kuantum kuyusundan oluşan sistemin ilk altı enerji düzeyinin yörünge merkezine bağlı değişimi..... 34
- Şekil.23** Uygulanan dış manyetik alanın x' eksenine göre yaptığı açı $\theta=60^\circ$ ve elektrik alan terimi $F=5 \cdot 10^4$ V/cm iken üç kuantum kuyusundan oluşan sistemin ilk altı enerji düzeyinin yörünge merkezine bağlı değişimi..... 35
- Şekil-24.** Boyutsuz parametreler cinsinden beş kuantum kuyusunun (a) elektrik alan $F=0$ ve $\theta=0^\circ$ için ve (b) elektrik alan $F=5 \cdot 10^4$ V/cm ve $\theta=0^\circ$ için $V(z')$ nün z' eksenine göre değişimi..... 37
- Şekil.25.** Uygulanan dış manyetik alanın x' eksenine göre yaptığı açı $\theta=0^\circ$ ve elektrik alan terimi $F=0$ iken beş kuantum kuyusundan oluşan sistemin ilk altı enerji düzeyinin yörünge merkezine bağlı değişimi 39
- Şekil.26.** Uygulanan dış manyetik alanın x' eksenine göre yaptığı açı $\theta=36^\circ$ ve elektrik alan terimi $F=0$ iken beş kuantum kuyusundan oluşan sistemin ilk altı enerji düzeyinin yörünge merkezine bağlı değişimi..... 39
- Şekil.27.** Uygulanan dış manyetik alanın x' eksenine göre yaptığı açı $\theta=45^\circ$ ve elektrik alan terimi $F=0$ iken beş kuantum kuyusundan oluşan sistemin ilk altı enerji düzeyinin yörünge merkezine bağlı değişimi 40

Şekil.28. Uygulanan dış manyetik alanın x' eksenine ile yaptığı açı $\theta=54^\circ$ ve elektrik alan terimi $F=0$ iken beş kuantum kuyusundan oluşan sistemin ilk altı enerji düzeyinin yörünge merkezine bağlı değişimi.....	40
Şekil.29. Uygulanan dış manyetik alanın x' eksenine ile yaptığı açı $\theta=60^\circ$ ve elektrik alan terimi $F=0$ iken beş kuantum kuyusundan oluşan sistemin ilk altı enerji düzeyinin yörünge merkezine bağlı değişimi	41
Şekil.30. Uygulanan dış manyetik alanın x' eksenine ile yaptığı açı $\theta=0^\circ$ ve elektrik alan terimi $F=5 \cdot 10^4$ V/cm iken beş kuantum kuyusundan oluşan sistemin ilk altı enerji düzeyinin yörünge merkezine bağlı değişimi.....	43
Şekil.31. Uygulanan dış manyetik alanın x' eksenine ile yaptığı açı $\theta=36^\circ$ ve elektrik alan terimi $F=5 \cdot 10^4$ V/cm iken beş kuantum kuyusundan oluşan sistemin ilk altı enerji düzeyinin yörünge merkezine bağlı değişimi.....	43
Şekil.32. Uygulanan dış manyetik alanın x' eksenine ile yaptığı açı $\theta=45^\circ$ ve elektrik alan terimi $F=5 \cdot 10^4$ V/cm iken beş kuantum kuyusundan oluşan sistemin ilk altı enerji düzeyinin yörünge merkezine bağlı değişimi.....	44
Şekil.33. Uygulanan dış manyetik alanın x' eksenine ile yaptığı açı $\theta=54^\circ$ ve elektrik alan terimi $F=5 \cdot 10^4$ V/cm iken beş kuantum kuyusundan oluşan sistemin ilk altı enerji düzeyinin yörünge merkezine bağlı değişimi.....	44
Şekil.34. Uygulanan dış manyetik alanın x' eksenine ile yaptığı açı $\theta=60^\circ$ ve elektrik alan terimi $F=5 \cdot 10^4$ V/cm iken beş kuantum kuyusundan oluşan sistemin ilk altı enerji düzeyinin yörünge merkezine bağlı değişimi	45
Şekil-35. Boyutsuz parametreler cinsinden yedi kuantum kuyusunun (a) elektrik alan $F=0$ ve $\theta=0^\circ$ için ve (b) elektrik alan $F=5 \cdot 10^4$ V/cm ve $\theta=0^\circ$ için $V(z')$ nün z' eksenine göre değişimi.....	47
Şekil.36. Uygulanan dış manyetik alanın x' eksenine ile yaptığı açı $\theta=36^\circ$ ve elektrik alan terimi $F=0$ iken yedi kuantum kuyusundan oluşan sistemin ilk altı enerji düzeyinin yörünge merkezine bağlı değişimi.....	49

Şekil.37. Uygulanan dış manyetik alanın x' eksenine ile yaptığı açı $\theta=45^\circ$ ve elektrik alan terimi $F=0$ iken yedi kuantum kuyusundan oluşan sistemin ilk altı enerji düzeyinin yörünge merkezine bağlı değişimi.....	49
Şekil.38. Uygulanan dış manyetik alanın x' eksenine ile yaptığı açı $\theta=54^\circ$ ve elektrik alan terimi $F=0$ iken yedi kuantum kuyusundan oluşan sistemin ilk altı enerji düzeyinin yörünge merkezine bağlı değişimi	50
Şekil.39. Uygulanan dış manyetik alanın x' eksenine ile yaptığı açı $\theta=60^\circ$ ve elektrik alan terimi $F=0$ iken yedi kuantum kuyusundan oluşan sistemin ilk altı enerji düzeyinin yörünge merkezine bağlı değişimi	50
Şekil.40. Uygulanan dış manyetik alanın x' eksenine ile yaptığı açı $\theta=36^\circ$ ve elektrik alan terimi $F=5 \cdot 10^4$ V/cm iken yedi kuantum kuyusundan oluşan sistemin ilk altı enerji düzeyinin yörünge merkezine bağlı değişimi.....	53
Şekil.41. Uygulanan dış manyetik alanın x' eksenine ile yaptığı açı $\theta=45^\circ$ ve elektrik alan terimi $F=5 \cdot 10^4$ V/cm iken yedi kuantum kuyusundan oluşan sistemin ilk altı enerji düzeyinin yörünge merkezine bağlı değişimi.....	53
Şekil.42. Uygulanan dış manyetik alanın x' eksenine ile yaptığı açı $\theta=54^\circ$ ve elektrik alan terimi $F=5 \cdot 10^4$ V/cm iken yedi kuantum kuyusundan oluşan sistemin ilk altı enerji düzeyinin yörünge merkezine bağlı değişimi	54
Şekil.43. Uygulanan dış manyetik alanın x' eksenine ile yaptığı açı $\theta=60^\circ$ ve elektrik alan terimi $F=5 \cdot 10^4$ V/cm iken yedi kuantum kuyusundan oluşan sistemin ilk altı enerji düzeyinin yörünge merkezine bağlı değişimi.....	54
Şekil.44. Uygulanan dış manyetik alanın x' eksenine ile yaptığı açı $\theta=45^\circ$ ve elektrik alan terimi $F=0$ iken yedi kuantum kuyusundan oluşan sistemin ilk beş enerji düzeyine ait dalga fonksiyonu ve potansiyel profili.....	56
Şekil.45. Uygulanan dış manyetik alanın x' eksenine ile yaptığı açı $\theta=54^\circ$ ve elektrik alan terimi $F=0$ iken yedi kuantum kuyusundan oluşan sistemin ilk dört enerji düzeyine ait dalga fonksiyonu ve potansiyel profili.....	56

- Şekil.46.** Uygulanan dış manyetik alanın x' eksenine ile yaptığı açı $\theta=60^\circ$ ve elektrik alan terimi $F=0$ iken yedi kuantum kuyusundan oluşan sistemin ilk üç enerji düzeyine ait dalga fonksiyonu ve potansiyel profili..... 57
- Şekil.47.** Uygulanan dış manyetik alanın x' eksenine ile yaptığı açı $\theta=45^\circ$ ve elektrik alan terimi $F=5 \cdot 10^4$ V/cm iken yedi kuantum kuyusundan oluşan sistemin ilk beş enerji düzeyine ait dalga fonksiyonu ve potansiyel profili..... 58
- Şekil.48.** Uygulanan dış manyetik alanın x' eksenine ile yaptığı açı $\theta=54^\circ$ ve elektrik alan terimi $F=5 \cdot 10^4$ V/cm iken yedi kuantum kuyusundan oluşan sistemin ilk dört enerji düzeyine ait dalga fonksiyonu ve potansiyel profili.... 59
- Şekil.49.** Uygulanan dış manyetik alanın x' eksenine ile yaptığı açı $\theta=60^\circ$ ve elektrik alan terimi $F=5 \cdot 10^4$ V/cm iken yedi kuantum kuyusundan oluşan sistemin ilk üç enerji düzeyine ait dalga fonksiyonu ve potansiyel profili..... 59
- Şekil.50.** Elektrik alan şiddeti $F=0$ ve manyetik alan eğiklik açısı $\theta=0^\circ$ iken tek kuantum kuyusunda bandiçi soğurma katsayısının foton enerjisine göre grafiği..... 72
- Şekil.51.** Elektrik alan şiddeti $F=5 \cdot 10^4$ V/cm ve manyetik alan eğiklik açısı $\theta=0^\circ$ iken tek kuantum kuyusunda bandiçi soğurma katsayısının foton enerjisine göre grafiği..... 72
- Şekil.52.** Elektrik alan şiddeti $F=0$ ve manyetik alan eğiklik açısı $\theta=0^\circ$ iken tek kuantum kuyusunun a) ilk ve b) dördüncü enerji düzeyi dalga fonksiyonları..... 74
- Şekil.53.** Elektrik alan şiddeti $F=5 \cdot 10^4$ V/cm ve manyetik alan eğiklik açısı $\theta=0^\circ$ iken tek kuantum kuyusunun a) ilk ve b) dördüncü enerji düzeyi dalga fonksiyonları..... 74

1.GİRİŞ

Son yıllarda yarıiletken heteroyapılar, kristal büyütme tekniklerinin de geliştirilmesiyle istenilen nitelikte büyütülerek daha önce kullanılan p-n eklemli elektronik devre elemanlarına göre daha yüksek performanslı olması ve daha küçük hacim kaplaması nedeniyle ilgi odağı olurken, bu yapılara farklı doğrultularda uygulanan elektrik ve manyetik alanın etkisini araştıran bilim adamlarının sayısı da hızla artmıştır. Yarıiletken heteroyapıların kristal büyütme teknikleri kullanılarak büyütülebilmesi ile büyütme doğrultusunda yapıda bulunan kuantum kuyularının uzaysal kuşatmasının sağlanmış olması artık elektron gazının iki boyutta incelenbilmesine fırsat verecektir. Böylece 3-boyutlu doğada gerçekleşen olayları daha basit denklemlerle anlatabildiğimiz iki boyutta çözerek meydana gelen ve pratikte de meydana gelebilecek olayları tanımlamamız mümkün hale gelmiştir. Bu 2-boyutlu elektron gazının elektrik ve/veya manyetik alan altındaki davranışı teorik olarak belirlenirken, hızla gelişen teknolojiye daha hızlı iletim sağlayan ve daha küçük yer kaplayan yeni devre elemanlarını katmada yardımcı küçümsenemeyecek boyuttadır. Bir yarıiletken heteroyapıya uygulanan elektrik alan kesikli altbandların oluşmasına neden olur. Yüzeyle dik bir manyetik alan ise her bir altbandın Landau düzeylerine yarılmasına yol açar ve tamamen kuantize bir sistem oluşturur. Bu durumda manyetik alan kuşatmayı oluşturan elektrik alanla aynı yöndedir. Bu sistemi tanımlayan Hamiltoniyen, Landau düzeylerini doğuran manyetik parça ve altbandları oluşturan elektrik parçası olarak ayrılabilir. Böylece, sistemin çözümleri olan enerji özdeğerleri kolaylıkla bulunabilir [1,2].

Bir kristaldeki elektronların manyetik alandaki davranışı elektrik alandaki davranışından çok daha ilginçtir. Manyetik alanda yörüngeler genellikle kapalı ve kuantize olmuştur. Yörüngelerdeki incelemeler Fermi yüzeyi hakkında bilgi verir. Bunun dışında manyetik alan sonucu elde edilen siklotron rezonansı, de Haas-Van Alphen etkisi, magnetoakustik inceleme, magnetorezistans ve Shubnikov-de Haas etkisi hakkında bilgileri elde etmeyi sağlar. Manyetik alanda bulunan bir kristaldeki elektronların hareketini anlatan teorik temel elektrik alanda bulunan bir elektronun hareketini anlatan teorem kadar kısa ve özlü bir forma sahip değildir.

Bir ya da iki manyetik problem doğru ve tam olarak çözülebilmektedir. Problemlerin büyük bir çoğunluğu yarı klasik yaklaşımla çözülmüştür. Diğer çözümlerden ilki ya Schrödinger denkleminin [3] ya da indirgenmiş Luttinger Hamiltoniyen'inin [4] nümerik integrasyonuna dayanır. İkinci çözümde ise Schrödinger denklemi, analitik fonksiyonların serisi [5] (sinüs fonksiyonu gibi), confluent hipergeometrik fonksiyonlar [6] yada parabolik silindirik fonksiyonlarla [7] çözülmüştür.

Manyetik alanda band yapısı oldukça karmaşıktır. İki boyutlu bir sistemde [8-14] paralel alan bileşenin etkilerini gösteren birçok deneysel çalışmalar vardır. Problem nümerik metodlarla MOS transistörlerde SiO_2 – Si yüzeylerine paralel bir manyetik alan için Ando [15] tarafından teorik olarak çözülmüştür. Bununla birlikte üçgen potansiyeli için yaklaşık bir analitik çözüm Bhattacharya [16] tarafından yapılmıştır. Maan ise parabolik potansiyel kuyusunda tabaka düzlemine paralel uygulanan manyetik ve elektrik alanın etkisini nümerik integrasyonla çalışmıştır [3].

Kuvvetli bir manyetik alandaki bir elektronun alana dik doğrultudaki yörüngelerinde hareketi sınırlanıyor olsa da alana paralel hareketi alandan etkilenmez.

Kuşatılmış bir elektron sistemine kuvvetli bir manyetik alan uygulandığında uzaysal kuantizasyon belirgin bir etkiye sahip olacaktır. Sözü edilen sistemlerle ilgili teorik ve deneysel çalışmaların çoğu manyetik alanın büyütme doğrultusuna dik veya paralel olduğu durumlar için yapılmıştır [17,18]. Sabit ve homojen bir manyetik alan büyütme doğrultusuna paralel uygulandığında enerji spektrumu kesikli ve kuşatılmış elektronların Landau düzeyleri formundadır. Manyetik alanın bu yönelimi için Schrödinger denklemi kolaylıkla değişkenlerine ayrılabilirdiğinden literatürde bu durum için analitik çözümler bulunmuş ve ayrıntılı olarak incelenmiştir [1,2]. Manyetik alanın büyütme doğrultusuna paralel olduğu bu durumda Quantum Hall Effect (QHE) ve Shubnikov-de Haas osilasyonları gibi deneysel ve teorik anlamda ilginç ve önemli olan etkiler gözlenmiştir [19-21].

Manyetik alanın heteroyapının büyütme doğrultusuna dik uygulanması durumunda ise yine analitik çözüm yapılabilirken, manyetik alan bu yönelimde

elektron gazı üzerinde bir kuşatma etkisi oluşturmadığı için enerji spektrumunda fazla bir değişiklik gözlenmeyecektir, sadece altbandlararası optik geçişlerde etkili olduğu görülmüştür. Tek kuantum kuyusu ya da tek bir bariyerde bulunan bir elektronun enerji spektrumunun çalışılması, kuantum aygıtlarında geçiş olaylarını anlamamıza yardımcı olacak en temel çalışmayı oluşturur [18,22].

Bir kare kuantum kuyusuna kuantizasyon eksenine göre eğik bir manyetik alan uygulandığında teorik hesaplamalar zorlaşır. Bu durumda, Schrödinger denkleminin değişkenleri birbiri ile bağlantılıdır. Bu nedenle literatürde Schrödinger denkleminin analitik olarak çözülebildiği parabolik [18,23] ve üçgen tipi [24] potansiyel profilleri kullanılmıştır. Birçok bilim adamı da bu problemleri çözebilmek için varyasyonel ya da pertürbatif yaklaşımları kullanmıştır. Örnek olarak Mitronovic ve arkadaşlarının [25] çeşitli sayısal yaklaşımlarla yaptıkları çözümler ve bu yaklaşımların eksik yönlerinin tartışıldığı makale verilebilir.

Bir yarıiletken heteroyapıya uygulanan manyetik alanın eğik olması durumunda, yani manyetik alanın büyüme doğrultusuna dik doğrultu ile farklı açılar yapması halinde, Schrödinger denklemi değişkenlerine ayıramadığından analitik bir çözüm bulunamamıştır. Bu yüzden bazı araştırmacılar, 2-boyutlu elektron gazını manyetik alan altında çözebildikleri parabolik potansiyel kuyusunu içeren sistemleri baz alarak çözümler yapmışlar ve deneysel sonuçlara yaklaşık durumlar elde etmeye çalışmışlardır [18,23].

İ. Sökmen ve grubunun yapmış olduğu çalışmalar sonucunda herhangi bir yaklaşım yapılmaksızın eğik manyetik alan altındaki 2-boyutlu elektron gazı sisteminin Schrödinger denklemine birtakım matematiksel dönüşümler uygulayarak değişkenlerine ayrılabilir hale getirilebileceğini göstermişlerdir [26,27]. Bu çalışmamızın ilk bölümünde büyüme doğrultusunda bir elektrik alan uygulanırken manyetik alanın x-z düzlemindeki farklı yönelimleri için kare kuantum kuyusundaki bir elektronun enerji spektrumu incelenmiştir. İ. Sökmen'in yaptığı dönüşümler baz alınarak yapılan dönüşümden sonra sistem Hamiltoniyen'i yeni koordinatlar cinsinden ayrılabilir hale getirilmiştir. Bulunan sonuçlar literatürde bulunan iki limit durumun yani $\theta=0$ ve $\theta=90^\circ$ durumlarının sonuçlarına yaklaşıp. Böylece kuşatma potansiyeli olarak bir kare-kuantum kuyu

potansiyelinin kullanılmasıyla Schrödinger denkleminin tam olarak çözülebileceğini gösterirken, hiçbir yaklaşım yapılmaksızın elektrik ve eğik manyetik alan altındaki 2-boyutlu bir yarıiletken heteroyapı için analitik çözümlü oluşturabiliriz.

Bu çalışmanın ikinci bölümünde ise ilk bölümde çözümlü yapılan sistemin bandıçi geçişleri için soğurma katsayısı hesaplanmıştır. Yarıiletkenlerdeki soğurma ve ışım spektrumunun ölçümü, materyal karakterlerinin tanınmasında önemli bir etkindir. Bu spektra ölçümleri sadece yasak band aralığı hakkında bilgi vermekle kalmaz, aynı zamanda doğrudan ve dolaylı geçişler, enerji düzeylerinin dağılımı, safsızlık ve kusur enerji düzeylerinin yerleşimi hakkında da bilgi verir. Optik aygıtların oluşturulması süreci, kullanılan yarıiletkendeki taşıyıcıların, enerji bandları arasında yukarı ya da aşağı geçişlerine kuvvetle bağlıdır. Bu geçişler ışığın soğurulması ya da salınmasının sonucudur. Foton soğurulma süreci, düşük bir enerji düzeyinde bulunan bir elektronun daha üst bir enerji düzeyine geçmesi sonucu ortaya çıkar. Bu olayın en basit ve temel şekli, değerklik bandında yer alan bir elektronun iletkenlik bandına geçişidir. Bu geçişe “banddan banda geçiş” adı verilir. Bunun dışında ışığın bir yarıiletkene uygulanmasıyla mümkün olan birçok geçiş söz konusudur. Bunlar, altbandlararası ya da band içi geçiş, bandlarla katkı düzeyleri arasındaki geçiş ve bir band içerisindeki serbest taşıyıcıların geçişi olarak sıralanabilir.

Son yıllarda, kızıl ötesi (infrared) fotodedektörlerin [28,29] keşfedilmesi, kuantum kuyularında ve süperörgülerde altbandlararası geçiş çalışmalarına yoğunluk kazandırmıştır. Modülatörler [30,31] ve kızıl ötesi laserler [32-36] gibi optoelektronik aygıtların tasarlanmasında da altbandlararası geçişlerden yararlanılabileceğı düşünölmüştür. Bu alandaki çalışmaların çoğı, kare kuantum kuyu sistemi üzerine odaklanmıştır. Bununla birlikte, bahsedilen bu uygulamalar için asimetrik bir kuantum kuyusunun simetrik kuantum kuyusuna birtakım üstünlükleri olduğı vurgulanmıştır [37].

Simetrik bir kuantum kuyusu için, tekten teke ya da çiftten çifte geçiş ($1 \rightarrow 3$ yada $2 \rightarrow 4$ gibi) dipol matris elemanları yoktur. Çünkü, kuyu simetrisine uygun olarak, bu enerji düzeylerinin zarf fonksiyonları aynı paritelidir. Kare

kuantum kuyusunun bu simetrisi ancak uygulanan bir elektrik alanla [31] ya da adım (step) tipi kuantum kuyusu [37] gibi asimetrik bir yapı kullanılarak değiştirilebilir. Y.J. Mii ve arkadaşlarının [38] yaptığı çalışmada adım tipi kuantum kuyusu kullanılarak $1 \rightarrow 2$ ve $1 \rightarrow 3$ geçişleri için büyük osilatör şiddeti bulunmuştur. Asimetrik kuantum kuyusunda normalde yasak olan geçişler izinli hale gelecektir. Seçim kuralındaki bu değişiklikten dolayı bu tip yapılarda oluşan optik pompalama özelliğinin, kızıl ötesi laser uygulamaları için kullanılabileceği belirtilmiştir.

Bir yarıiletken kuantum kuyusundaki taşıyıcıların kuantum kuşatması kesikli enerji düzeylerinin oluşmasına ve optik soğurma spektrumunda şiddetli bir değişime neden olur [39]. Yasak band aralığı civarındaki bandlararası soğurma sıklıkla çalışılmış ve bu çalışmalar onların soğurma ve limünesans spektrumlarında eksitonik etkinin baskın olduğunu göstermiştir[40,41]. Son yıllarda yapılan çalışmaların çoğu, enerji düzeylerinin elektrik alana bağlılığı [42-45] ve eksitonik etkiyi içeren band ucu optik soğurma [46-48] olaylarının incelenmesinden oluşmaktadır. Daha sonra, uygulanan elektrik alanı altında GaAs kuantum kuyusunun iletkenlik bandındaki altbandlararası soğurma için deneysel çalışmalar yapılmıştır[49]. Başka bir teorik çalışmada ise sonsuz potansiyel duvarlı bir kuantum kuyusunun iletkenlik bandında kesikli altbandlararası optik soğurmanın elektrik alana bağlılığı incelenmiştir[50]. Bu alana artan ilginin nedenlerinden biri pratik alet uygulamalarının mümkün olmasındandır. Örneğin 1970'de Kazarinov ve Suris [51] altbandlararası geçişleri ve rezonans tünellemeyi kullanarak kızılötesi laser yükseltecinin yeni bir tipini üretmişlerdir.

Sonsuz potansiyel duvarlı bir kuantum kuyusuna uygulanan elektrik alanındaki artma, altbandlararası optik soğurma pikinin büyüklüğünü artırır [50]. Elektrik alanının artması ile elektronların başlangıçta buldukları ve geçiş yaptıkları düzeyler kuyunun aynı tarafına kayar ve elektrik alanının etkisiyle eğilen kuyu tabanına daha da yaklaşan taban enerji düzeyinden dolayı iki enerji düzeyi arasındaki fark artar. Dolayısıyla soğurma pikinin şiddeti elektrik alandan dolayı artarken soğurma için gerekli olan foton enerji miktarı da artacaktır.

Kuantum kuyularında altbandlararası optik geçişler, soğurma [49,52,53], fotoiletkenlik [54] ve Raman saçılması [55] olaylarının araştırılmasında sıklıkla çalışılmıştır. Bu alışmalarda GaAs/GaAlAs yapısının dışında InGaAs/InP [56] ve InGaAs/InAlAs [57] yapıları da kullanılmıştır. Bu tip yapılardaki altbandlararası geçişler, kızılötesi ışığın dedekte edilmesinde kullanılabilir [58].



2. DIŞARIDAN UYGULANAN ELEKTRİK VE EĞİK MANYETİK ALAN ALTINDAKİ ÇOKLU KUANTUM KUYULARINDA ELEKTRONİK ENERJİ SPEKTRUMLARININ HESAPLANMASI

2.1 Giriş

Manyetik alanın iki boyutlu elektron gazının enerji spektrumunda yapabileceği değişikliklerin incelenmesi teknolojiye sıkça kullanılan elektronik aygıtların yapımında ve onlardan hangi alanda ve nasıl yararlanılabileceği konusunda yol gösterici olacağından teorik ve deney fizikçilerini bu alanda çalışma yapmaya yöneltmiştir. Böyle bir yapıya ait parametrelerin incelenmesi yapının tam anlamıyla tanınmasında büyük önem taşımaktadır. Manyetik alanın yapının büyütme eksenine dik ya da paralel uygulanması durumunda enerji spektrumunda meydana gelen olaylar giriş bölümünde detaylı bir şekilde anlatılmıştı. Manyetik alan örnek büyütme eksenine eğik açı yapması durumunda yapıya ait Schrödinger denkleminin analitik bir çözümü son yıllara kadar bulunamamıştır. Bu alandaki boşluğun İ. Sökmen'in 1995 yılında bir dizi matematiksel dönüşüm kullanarak yaptığı analitik çözümle doldurulabileceği gösterilmiştir [26]. Bu analitik çözüm kullanılarak şimdiye kadar eğik manyetik alan altında tek kuantum kuyusu problemi çözülerek enerji özdeğerlerinin yörünge merkezine göre değişimleri incelenmiştir [26]. Ayrıca başka bir diğer çalışma da eğik manyetik alan altındaki tek kuantum kuyusunun tabakalarına dik uygulanan elektrik alanın enerji spektrumunda yaptığı değişiklikler tartışılmıştır [27]. Yapılan bu çalışmalarda Alüminyum konsantrasyonu $x=0.3$ olan $GaAs - Al_x Ga_{1-x} As$ heteroyapısına ait parametreler kullanılmıştır.

Büyütme doğrultusunda uygulanan elektrik alanının eğik manyetik alan altındaki çoklu kuantum kuyularına birlikte etkisini araőtırmak ve enerji özdeğerlerini belirlemek bu tezin ilk bölümünü oluşturacaktır. İlk olarak tek kuantum kuyusunun elektrik ve eğik manyetik alan altındaki davranışını inceleyerek başlayacağız. Bu inceleme, daha sonraki bölümlerde verilecek olan üç, beş ve yedi kuantum kuyusundan oluşan yapıların temelini teşkil ederken,

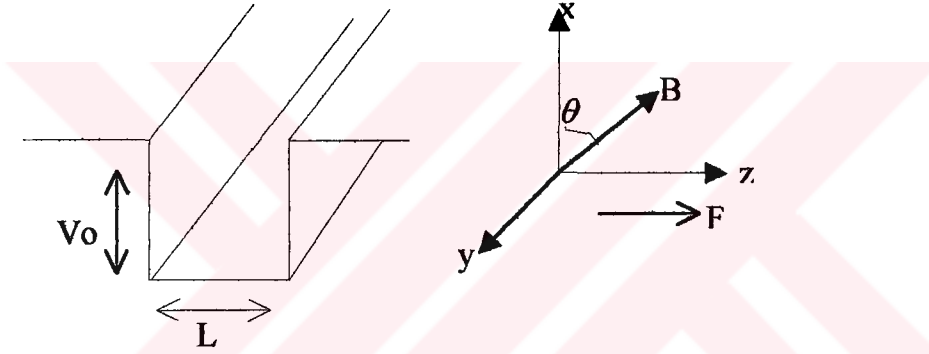
kuyu sayısının artışı sistemin enerji spektrumunda ne gibi değişiklikler yapabileceğinin tartışılmasında da yararlı olacaktır.

Bu çalışma 3.bölümde verilecek olan elektrik ve eğik manyetik alan altındaki tek kuantum kuyusundan oluşan sistemin bandıçı soğurma katsayısının bulunması problemine temel teşkil etmektedir. Bunun dışında, bu çalışma daha sonra yapılabilecek rezonans tünellemesi ve bandıçı geçiş zamanlarının belirlenmesi problemlerinin çözümlerinde de kullanılabilir.



2.2. Teori

L genişliği ve V_0 potansiyel yüksekliğine sahip bir kuantum kuyuları sistemine x - z düzleminde eğik manyetik alan $\vec{B} = (B \cos \theta, 0, B \sin \theta)$ ve büyüme yönüne paralel (z yönünde) elektrik alanı uygulandığında $\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = 0$ coulomb ayarı kullanılarak manyetik alan $\vec{A} = (0, xB \sin \theta - zB \cos \theta, 0)$ vektör potansiyeli ile tanımlanabilir. Burada θ , x eksenini ile, uygulanan B manyetik alanı arasındaki açıdır.



Şekil-1 Homojen dış manyetik alan altında tek kuantum kuyusundan oluşan potansiyel profili

Böyle sistemler için SI birim sistemindeki Hamiltoniyen;

$$H = \frac{1}{2\mu} (\vec{p} + e\vec{A})^2 + V(z) \quad (2.2.1)$$

şeklindedir. Burada; μ elektron etkin kütlesi, $V(z)$; eFz elektrik alan terimini içeren elektron potansiyel enerjisidir. $V(z)$ 'nin fonksiyonel formu, S basamak fonksiyonu kullanılarak;

$$V(z) = V_0 \sum_{i=1}^N [S(z_{L_i} - z) + S(z - z_{R_i}) - (N-1)] - eFz \quad (2.2.2)$$

biçiminde tanımlanabilir. Burada kuyuların sağ ve sol sınırları i . kuyu için sırasıyla $z = z_{L_i}$ ve $z = z_{R_i}$ iken, kuantum kuyularının sayısı N indisi ile gösterilmiştir. x ve z doğrultusunda kuşatılan elektron y yönünde serbest hareket

edecektir. y yönünde öteleme simetrisinin kullanılmasıyla sistemin dalga fonksiyonu;

$$\psi(\mathbf{r}) = \text{Exp}(ik_y y) \varphi(x, z) \quad (2.2.3)$$

ile verilir. \vec{A} vektör potansiyelinin Denklem (2.1)'deki Hamiltoniyen' e uygulanmasıyla;

$$H = \frac{1}{2\mu}(p_x^2 + p_z^2) + \frac{1}{2\mu} [\hbar k_y - eB(z \cos \theta - x \sin \theta)]^2 + V(z) \quad (2.2.4)$$

biçiminde sistem Hamiltoniyen'i yeniden elde edilir. Bu Hamiltoniyen x ve z bileşenlerinin her ikisini birlikte içerdiğinden bu denklemin değişkenlerine ayrılması, yani analitik çözümü yapılamaz. Bu denklemi değişkenlerine ayırabilmek için sistem ortogonal bir dönüşümle serbest doğrultu olan y etrafında θ kadar döndürülerek x' eksenine ile B manyetik alan paralel hale getirilir. Nokta kanonik dönüşümü kullanarak;

$$\begin{pmatrix} z' \\ x' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z \\ x \end{pmatrix} \quad (2.2.5)$$

yeni (x', z') dönüşmüş koordinatlar elde edilir. Böylece yeni koordinatlar cinsinden sistem Hamiltoniyen'ini

$$H = \frac{p_{x'}^2 + p_{z'}^2}{2\mu} + \frac{1}{2} \mu \omega^2 (z_0 - z')^2 + V(x', z') \quad (2.2.6)$$

şeklinde oluşturabiliriz. Burada;

$$\omega = eB/\mu ; \text{ siklotron frekansı}$$

$$z_0 = \hbar k_y / eB = a_H^2 k_y ; \text{ yörünge merkezi} \quad (2.2.7)$$

$$a_H = (\hbar/\mu\omega)^{1/2} ; \text{ manyetik uzunluk}$$

olarak tanımlanan parametrelerdir. Koordinat dönüşümünden sonra Denklem (2.2.6) 'daki Hamiltoniyen'de sadece $V(x', z')$ teriminin her iki bileşeni içerdiği görülmektedir. Bu terimin de koordinat dönüşümü sonucunda nasıl ifade edilebileceğini görmek için basamak fonksiyonunun dönüşüm uygulanarak yeni durumu elde edildiğinde;

$$\begin{aligned} S(z_{L_i} - z) &= \cos^2\theta S(z'_{L_i} - z') + \sin^2\theta S(x'_{L_i} - x') \\ S(z - z_{R_i}) &= \cos^2\theta S(z' - z'_{R_i}) + \sin^2\theta S(x' - x'_{R_i}) \end{aligned} \quad (2.2.8)$$

olacaktır. Bu denklemler yardımıyla artık potansiyel ayrılarak;

$$V(x', z') = V(x') + V(z') \quad (2.2.9)$$

şeklinde yazılabilir. Buradaki $V(x')$ ve $V(z')$ potansiyellerinin açık formu;

$$\begin{aligned} V(x') &= V_0 \sin^2\theta \sum_{i=1}^N \left[S(x'_{L_i} - x') + S(x' - x'_{R_i}) - (N-1) \right] + eF \sin\theta x' \\ V(z') &= V_0 \cos^2\theta \sum_{i=1}^N \left[S(z'_{L_i} - z') + S(z' - z'_{R_i}) - (N-1) \right] + eF \cos\theta z' \end{aligned} \quad (2.2.10)$$

olarak bulunur. Böylece sistem Hamiltoniyen'i ;

$$\begin{aligned} H &= H_{x'} + H_{z'} \\ H_{x'} &= \frac{P_{x'}^2}{2\mu} + V(x') \\ H_{z'} &= \frac{P_{z'}^2}{2\mu} + \frac{1}{2} \mu \omega^2 (z'_0 - z')^2 + V(z') \end{aligned} \quad (2.2.11)$$

olarak bileşenlerine ayrılmış hale getirilmiştir.

Bu Hamiltoniyenlerin tek-boyutlu Schrödinger denklemleri;

$$H_{x'} \chi(x') = E_{x'} \chi(x') \quad (2.2.12)$$

$$H_{z'} \phi(z') = E_{z'} \phi(z') \quad (2.2.13)$$

olarak yazılabilir. Burada $H_{x'}$ Hamiltoniyen'i etkin yüksekliği $V_{\text{eff}} = V_0 \sin^2\theta$ ve etkin genişliği $L_{\text{eff}} = L \sin\theta$ olan bir boyutlu çoklu kuantum kuyu sistemini tanımlarken, benzer olarak $H_{z'}$ Hamiltoniyen'i etkin yüksekliği $V_{\text{eff}} = V_0 \cos^2\theta$ ve etkin genişliği $L_{\text{eff}} = L \cos\theta$ olan kuantum kuyuları sistemini tanımlamaktadır. Denklem (2.2.11)'de görüldüğü gibi $H_{x'}$ Hamiltoniyen'i k_y 'den bağımsız iken, $H_{z'}$ Hamiltoniyen'i, Denklem (2.2.7)'de z'_0 ile tanımlanan yörünge merkezinin tanımından dolayı k_y 'ye bağlıdır. Sistem dalga fonksiyonu y' doğrultusunda serbest parçacık dalga fonksiyonu ile x' ve z' doğrultusunda dalga fonksiyonlarının çarpımı şeklinde ifade edilirken;

$$\psi(\vec{r}) = e^{ik_y y'} \chi(x') \phi(z') \quad (2.2.14)$$

toplam enerji özdeğerleri;

$$E = E_{x'} + E_{y'} + E_{z'} \quad (2.2.15)$$

olarak verilebilir. Burada, toplam enerjinin $E = E_{x'} + E_{y'}$ kısmının çözümleri iyi bilinen y' doğrultusunda serbest hareket eden elektronun enerji özdeğeri ve x' doğrultusunda elektrik alan altında, potansiyel yüksekliği $\text{Sin}^2\theta$ ve kuyu genişlikleri $\text{Sin}\theta$ ile değişen kuantum kuyuları sisteminin enerji özdeğerlerinin toplamından oluşmaktadır. x' doğrultusundaki sistemin çözümleri Airy fonksiyonları (Airy Ai ve Airy Bi) olan [61,62] ve literatürde de oldukça sık çalışılmış Wannier-Stark lokalizasyonu problemidir [63-66]. Toplam enerjiye x' ve y' doğrultularından gelen katkı iyi bilindiğinden, bu tezin konusu, manyetik alan terimini içeren H_z Hamiltoniyen'inin çözümlerini bulmaya çalışmak olacaktır.

Denklem (2.2.13) ile verilen özdeğer denklemini boyutsuz nicelikler cinsinden ifade edebilmek için ;

$$u = z'_0 - z' \quad (2.2.16)$$

dönüşümünü yaparak ve ;

$$\tilde{u} = (\sqrt{2}/a_H)u, \quad \tilde{E}_{z'} = E_{z'}/\hbar\omega, \quad \text{ve} \quad \tilde{V}_0 = V_0/\hbar\omega \quad (2.2.17)$$

şeklinde verilen boyutsuz parametreleri kullandığımızda z' hareketine uygun Schrödinger denklemi;

$$\frac{d^2\phi(\tilde{u})}{d\tilde{u}^2} + \left(-\frac{1}{4}\tilde{u}^2 - \tilde{V}_0 \cos^2\theta S[\tilde{u}] + \tilde{E}_{z'} + \tilde{\alpha}_0 - \tilde{\beta} \tilde{u}\right)\phi(\tilde{u}) = 0 \quad (2.2.18)$$

olarak elde edilir.

Burada $S[\tilde{u}]$;

$$S[\tilde{u}] = \sum_i \{S(\tilde{u} - \tilde{u}_{L_i}) + S(\tilde{u}_{R_i} - \tilde{u}) + (N-1)\} \quad (2.2.19)$$

formuna dönüşmüş olan basamak fonksiyonudur. Denklem (2.2.18)'deki Schrödinger denkleminde kullanılan parametreler;

$$\tilde{\alpha}_0 = \frac{eFa_H}{\sqrt{2\hbar\omega_c}} \cos\theta \tilde{z}'_0 \quad (2.2.20)$$

$$\tilde{\beta} = \frac{eFa_H}{\sqrt{2\hbar\omega_c}} \cos\theta$$

olarak tanımlanır.

Normalize olmuş \tilde{u} koordinatını $+2\tilde{\beta}$ kadar kaydıracak şekilde bir $\tilde{\zeta} = \tilde{u} + 2\tilde{\beta}$ dönüşümü yapacak olursak, yeni koordinat cinsinden Denklem (2.2.18) 'de verilen Schrödinger denklemini;

$$\frac{d^2\phi(\tilde{\zeta})}{d\tilde{\zeta}^2} + \left[\left(m + \frac{1}{2}\right) - \frac{1}{4}\tilde{\zeta}^2 \right] \phi(\tilde{\zeta}) = 0 \quad (2.2.21)$$

biçiminde yeniden elde edebiliriz.

Böylece, Denklem (2.2.13) ile verilen özdeğer denklemi, yapılan dönüşüm ve hesaplamalar sonucu, Denklem (2.2.21)'de verilen ve çözümleri iyi bilinen bir diferansiyel denklem formuna getirilmiştir. Sözü edilen bu çözüm;

$$D_m(\tilde{\zeta}) = 2^{m/2} e^{-\tilde{\zeta}^2/4} \left[\frac{\sqrt{\pi}}{\Gamma(1/2 - m/2)} F\left(\frac{-m}{2} \middle| \frac{1}{2} \middle| \frac{1}{2}\tilde{\zeta}^2\right) - \frac{\sqrt{2\pi}\tilde{\zeta}}{\Gamma(-m/2)} F\left(\frac{(1-m)}{2} \middle| \frac{3}{2} \middle| \frac{1}{2}\tilde{\zeta}^2\right) \right] \quad (2.2.22)$$

şeklinde Denklem (2.2.22)'de açık formu görülen Weber fonksiyonlarıdır [61]. Burada $\Gamma(x)$ olarak verilen nicelik Gamma fonksiyonu, $F(a|b|x)$ ile gösterilen nicelik ise Confluent Hipergeometrik fonksiyonlardır. Weber fonksiyonları kullanılarak her bir kuyu ve bariyer bölgesindeki çözümler oluşturulduktan sonra sınır şartları da yerleştirilerek elde edilen katsayılar determinantı sıfıra eşitlendiğinde Hamiltoniye'nin z' doğrultusundaki bileşenine ait boyutsuz m enerji özdeğeri bulunmuş olacaktır. Burada kuyu bölgesi içindeki boyutsuz enerji özdeğerini m ile tanımlarken bariyerdeki enerji özdeğeri ise m' olarak belirlendiğinde m ve m' parametreleri ile özdeğerler arasında;

$$\tilde{E}_{z'} = m + \frac{1}{2} + \tilde{\beta}^2 - \tilde{\alpha}_0 \quad \text{ve} \quad \tilde{E}_{z'} - \tilde{V}_0 \cos^2\theta = m' + \frac{1}{2} + \tilde{\beta}^2 - \tilde{\alpha}_0 \quad (2.2.23)$$

şeklinde verilen bir bağıntı vardır. Bu boyutsuz m ve m' parametreleri boyutsuz potansiyel yüksekliği \tilde{V}_0 'a;

$$(m - m') = \tilde{V}_0 \cos^2 \theta \quad (2.2.24)$$

şeklinde bağlıdır ve $(m - m')$ dışarıdan uygulanan F elektrik alan teriminden bağımsızdır.



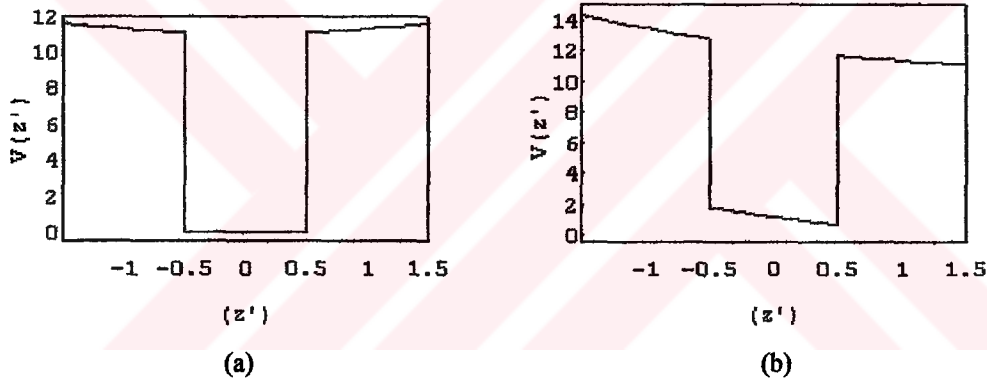
2.3. Veriler ve Yorum

Bölüm 2.2’de boyutsuz parametreler cinsinden z' doğrultusundaki hareket için elde edilen Schrödinger denkleminin (Denklem (2.2.18)) enerji özdeğerleri, bir Pentium II bilgisayarla Mathematica programı kullanılarak bulundu ve Graf4win çizim programı yardımıyla bu özdeğerlerin yörünge merkezine göre değişim grafikleri elde edildi. Bu grafikler, manyetik alan ile x' eksenindeki açının farklı değerleri ve z' doğrultusunda uygulanan elektrik alanının sıfır yada $5 \cdot 10^4$ V/cm olduğu durumlar için ayrı ayrı çizilerek, bu niceliklerin değişimiyle elektron enerji spektrumunun nasıl değişeceği araştırıldı. Ayrıca bu çalışmada, tek bir kare kuantum kuyusundan başlayarak üç, beş ve en son yedi kuyudan oluşan sistemin elektrik ve eğik manyetik alan altındaki davranışı incelenerek bir yarıiletken heteroyapıyı ($\text{GaAs} - \text{Ga}_{1-x}\text{Al}_x\text{As}$) büyütürken elektronik enerji spektrumunun nasıl değişeceğinin araştırılması amaçlanmıştır. Aynı zamanda bu bilgiler, elde edilecek bir süperörgüde gelişebilecek olayları tahmin etmek açısından da yararlı olacaktır.

2.3.1. Elektrik ve Eğik Manyetik Alan Altında Tek Kare Kuyudan Oluşan bir Heteroyapıda Elektronik Enerji Spektrumu

Bu çalışmadaki sayısal hesaplarda, örgü parametrelerinin uyumlu olmasından dolayı $\text{GaAs}-\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ sistemine ait değerler kullanılmıştır. Bu sisteme ait parametreler $x=0.44$ için, potansiyel yüksekliği $V_0=410$ meV, kuyu genişliği $L_w=39.2$ Å 'dur. Boyutsuz potansiyel yüksekliği $\tilde{V}_0 = \frac{V_0}{\hbar\omega_c} \cong 11$ iken

boyutsuz kuyu genişliği $\tilde{L}_w = \frac{\sqrt{2}}{a_H} L_w \cong 1$ ve etkin kütle $m^* = 0.0621$ 'dir.



Şekil-2. Boyutsuz parametreler cinsinden tek kuantum kuyusunun (a) elektrik alan $F=0$ ve $\theta=0^\circ$ için ve (b) elektrik alan $F=5 \cdot 10^4$ V/cm ve $\theta=0^\circ$ için $V(z')$ nün z' eksenine göre değişimi

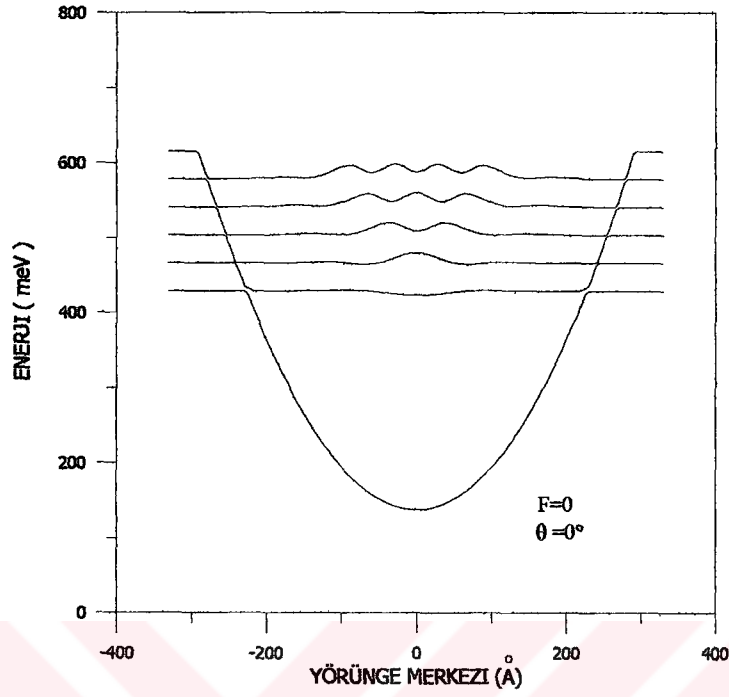
Bu kuyu ve bariyer genişliğine uygun bir manyetik uzunluk elde edebilmek için manyetik alan $B=20$ Tesla olarak seçilmiştir. Manyetik uzunluk $a_H=57$ Å ve elektrik alan değeri $F=5 \cdot 10^4$ V/cm'dir. Manyetik uzunlukla kuyu genişliklerinin kıyaslanabilir ölçüde olması, enerji düzeylerinin hem uzaysal kuşatmanın (bariyerlerin etkisi) hem de manyetik kuşatmanın birleşik etkisi ile kuantize olmasına neden olacaktır. Yörünge merkezini tanımlayan $z'_0 = 0$ ($k_y=0$) olduğu nokta, kuantum kuyuları sisteminin orta noktası olarak alınmıştır. Bu noktada ve yakın civarında, elektron enerji düzeyleri tamamen uzaysal kuşatmanın yani kuantum kuyusunun bariyerlerinin oluşturduğu kuşatmanın etkisi

altında olacaktır. Bu durumda elektronların yörünge hareketi potansiyel bariyerleri tarafından yansıtılır ve potansiyel yüksekliğinden daha düşük olan enerji düzeyleri uzaysal olarak lokalizedir. Kuyu bölgesinden uzaklaştıkça ya da yüksek enerjili bölgelere yaklaştıkça, artık uzaysal kuşatmanın (kuyuların) etkisinin azaldığı ve manyetik alandan kaynaklanan parabolik potansiyel etkisinin baskın olmaya başladığı görülür. Bu bölgelerde hem uzaysal kuşatma hem de manyetik kuşatmanın birlikte etkisinden kaynaklanan küçük genlikli osilasyonlar yapan enerji düzeyleri oluşurken, kuyu bölgesinden yeterince uzak bir z'_0 değerinden itibaren artık külçe Landau düzeylerine benzer düzeyler görülecektir.

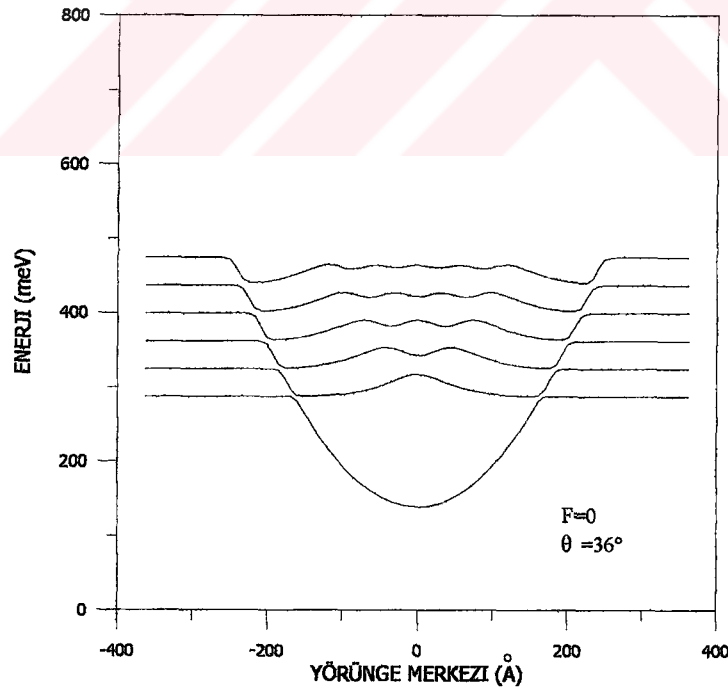
Enerji özdeğerleri, doğrudan büyütme doğrultusuna dik doğrultu ile manyetik alan arasındaki açığa (θ) ve yörünge merkezinin yerine (z'_0) dolayısıyla k_y 'ye bağlıdır. Burada k_y ; y doğrultusunda serbest hareket eden parçacığın momentumunu tanımlar. Enerji özdeğerlerinin θ açısının değişimiyle nasıl değiştiğini incelerken, kuantum kuyu sayısı artırıldığında ne gibi değişikliklerin olabileceğini incelemek de elektrik ve eğik manyetik alan altındaki bir süperörgü heteroyapıda elektronun davranışını anlamamız için bir temel teşkil edecektir. Uygulanan dış manyetik alanın x' doğrultusu ile yaptığı θ açısı artırıldıkça, kuantum kuyularının genişliği $\cos\theta$ ile orantılı olarak daralırken, potansiyel yüksekliğinin $\cos^2\theta$ ile orantılı olarak azalması beklenir. Dolayısıyla artan açı değeri ile elektronun kuantum kuyu bölgesinden etkilendiği bölgede daralacağından daha küçük bir z'_0 değerinde Landau düzeyi karakteri göstermeye başlamasını bekleriz.

Manyetik alan altındaki bir elektrona elektrik alan uygulandığında Denklem (2.2.24)'de de görüldüğü gibi enerji özdeğerleri elektrik alan teriminden bağımsızdır. Yapıya büyütme doğrultusunda elektrik alanın uygulanması ile enerji spektrumu F^2 ile orantılı bir $\tilde{\beta}^2$ eğimine sahip olacak ve $2\tilde{\beta}$ kadar sağa kayacaktır.

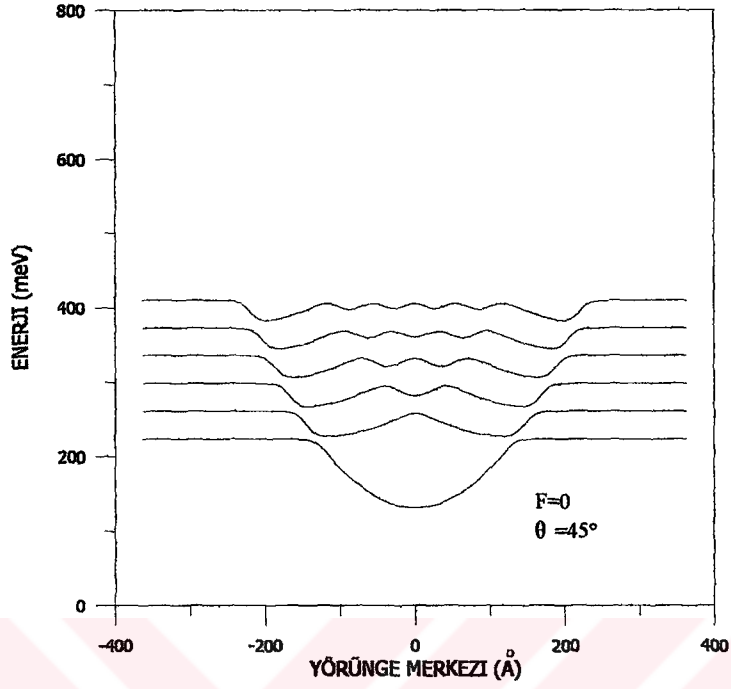
İlk olarak tek kuantum kuyusunun elektrik ve eğik manyetik alan altındaki davranışını inceleyerek başlayalım;



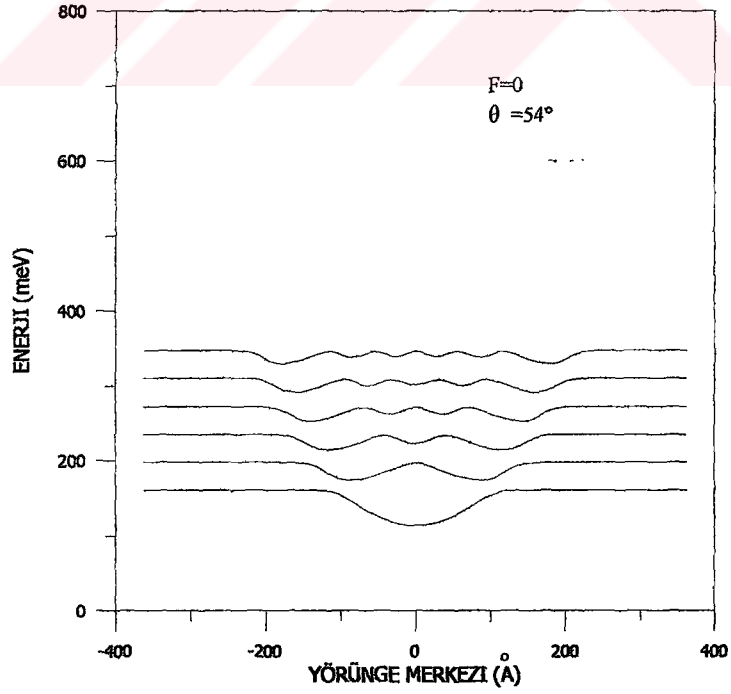
Şekil.3. Uygulanan dış manyetik alanın x' eksenine göre yaptığı açı $\theta=0^\circ$ ve elektrik alan terimi $F=0$ iken tek kuantum kuyusundan oluşan sistemin ilk altı enerji düzeyinin yörünge merkezine bağlı değişimi



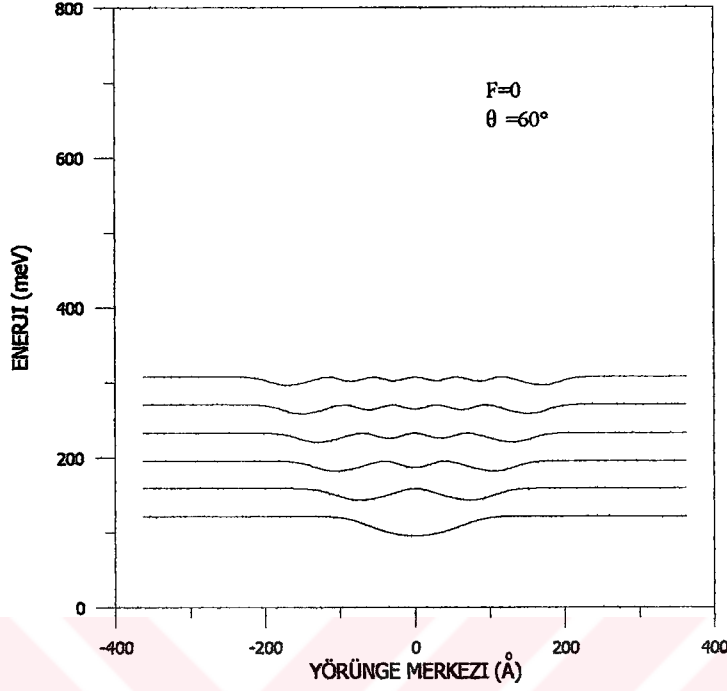
Şekil.4 Uygulanan dış manyetik alanın x' eksenine göre yaptığı açı $\theta=36^\circ$ ve elektrik alan terimi $F=0$ iken tek kuantum kuyusundan oluşan sistemin ilk altı enerji düzeyinin yörünge merkezine bağlı değişimi



Şekil.5 Uygulanan dış manyetik alanın x' eksenine göre yaptığı açı $\theta = 45^\circ$ ve elektrik alan terimi $F=0$ iken tek kuantum kuyusundan oluşan sistemin ilk altı enerji düzeyinin yörünge merkezine bağlı değişimi



Şekil.6 Uygulanan dış manyetik alanın x' eksenine göre yaptığı açı $\theta = 54^\circ$ ve elektrik alan terimi $F=0$ iken tek kuantum kuyusundan oluşan sistemin ilk altı enerji düzeyinin yörünge merkezine bağlı değişimi



Şekil.7 Uygulanan dış manyetik alanın x' eksenine yaptığı açı $\theta=60^\circ$ ve elektrik alan terimi $F=0$ iken tek kuantum kuyusundan oluşan sistemin ilk altı enerji düzeyinin yörünge merkezine bağlı değişimi

Şekil.3-Şekil.7'da E'_z nün nümerik çözümleri x' eksenine ile B manyetik alanın yönü arasındaki açıyı gösteren θ 'nın farklı değerleri için yörünge merkezinin (z'_0) yerleşimine göre çizilmiştir.

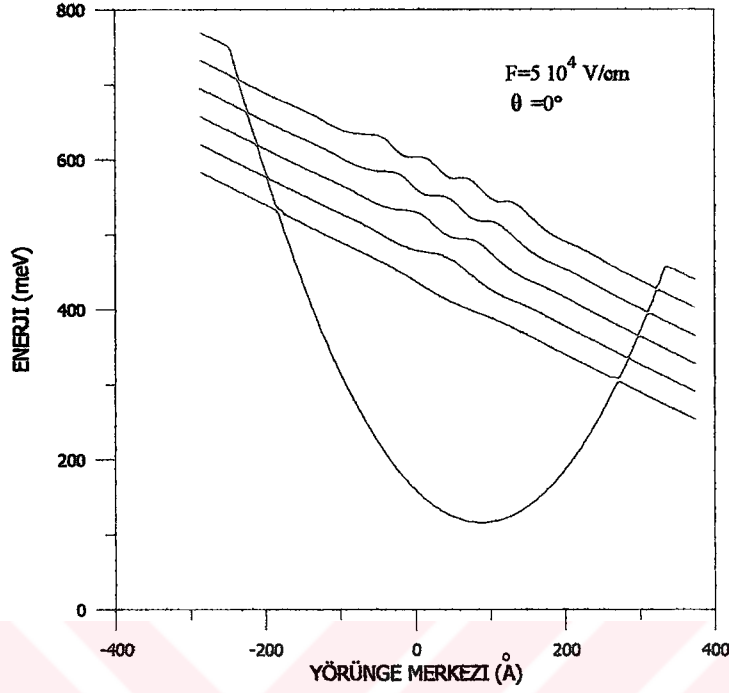
Şekil.3-Şekil.7'da görüldüğü gibi; elektronların yörünge hareketi potansiyel bariyerleri tarafından yansıtılır ve bariyer yüksekliğinden daha küçük olan ilk enerji düzeyi kuantum kuyusu içerisinde lokalizedir. Bu sonuçlar açık olarak enerji düzeylerinin iki farklı tipi olduğunu gösterir: Kuantum kuyusunda hapsedilmiş düzeyler (ilk enerji düzeyi) ve genişletilmiş düzeyler (potansiyel yüksekliği dışında kalan durumlar). Manyetik alandan kaynaklanan parabolik potansiyel etkiden dolayı aslında sistemdeki tüm enerji düzeyleri bağlıdır fakat kuantum kuyusunun potansiyel yüksekliği içerisinde kalan düzeylere "bağlı" durum adı vererek diğer durumlardan ayıracağız. Bağlı durum olan ilk enerji düzeyi daha çok uzaysal kuşatmanın etkisi altında olduğundan parabolik bir enerji düzeyi olarak görülürken, potansiyel yüksekliği dışında kalan (bağlı olmayan durumlar) enerji düzeyleri, manyetik alanın ve uzaysal kuşatmanın birlikte etkisi

ile küçük genlikli osilasyonlar yaptığı belli bir z'_0 bölgesinden sonra Landau düzeyleri karakteri göstermeye başlarlar. Her bir Landau düzeyi arasındaki uzaklık $\hbar\omega$ kadardır. Bu Landau düzeylerinin külçe Landau düzeylerinden farkı potansiyel yüksekliği olan $V_0 \cos^2 \theta$ kadar yukarı kaymış olmalarıdır. θ açısının artmasıyla, potansiyel yüksekliği $V_{\text{eff}} = V_0 \cos^2 \theta$ ile, kuyu genişliği ise $L_{\text{eff}} = L \cdot \cos \theta$ ile değiştiğinden etkin potansiyel yüksekliği düşer ve kuyu genişliği daralır. Bu durum ilk enerji düzeyinin kuyu içerisinde lokalize olmasını değiştirmezken, lokalizasyon sınırlarını değiştirmektedir. Bağlı olmayan enerji düzeyleri ise daha küçük bir z'_0 değerinde Landau düzeyi karakteri göstermeye başlarlar. Elektron daralan ve yüksekliği düşen bir kuyular sisteminden daha küçük bir bölge boyunca etkilendiğinden daha çabuk manyetik alan kuşatmasının etkisine girecek ve açı değeri arttıkça çok daha küçük genlikli osilasyonlarla külçe Landau düzeyi karakterini gösterecektir. Açının artması ile enerji düzeyleri de tabana yaklaşır. Bu beklenen bir sonuçtur çünkü, kuyudaki daralmaya göre daha hızlı düşen bir potansiyel yüksekliği söz konusudur.

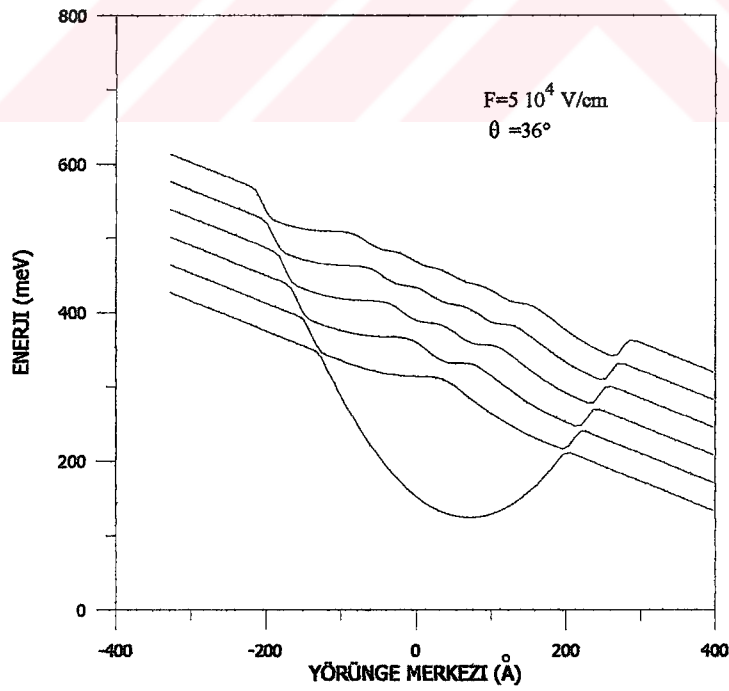
Manyetik alan altında hareket eden bir elektron üst enerji düzeylerine çıktıkça manyetik alan etrafında dolandığı yörüngesinin yarıçapı da artar. Çizilen grafiklerde de görüldüğü gibi üst enerji düzeylerine gittikçe düşük enerji düzeylerine göre daha büyük bir z'_0 değerinde Landau düzeylerine ulaşırlar.

Sonuç olarak, düşük enerji değerleri için kuyu bölgesindeki çözümler tamamen tek kuantum kuyusu çözümlerine benzer çözümler iken daha büyük enerjilere ya da daha büyük yörünge yarıçapına ulaşıldığında enerji düzeylerinin davranışı Landau düzeyi karakterinde olmaktadır.

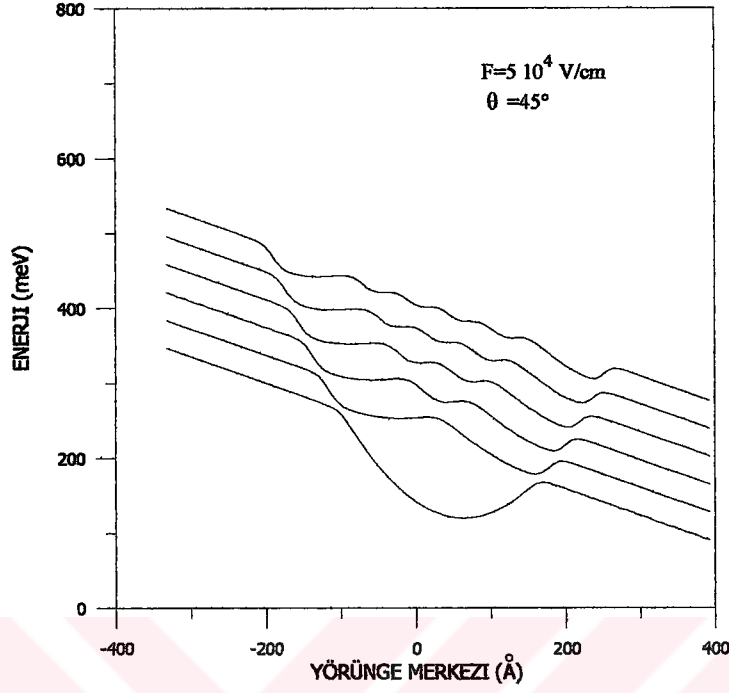
Şimdi eğik manyetik alan altındaki bu yapıya büyütme doğrultusunda uygulanan elektrik alanın etkisini araştıralım.



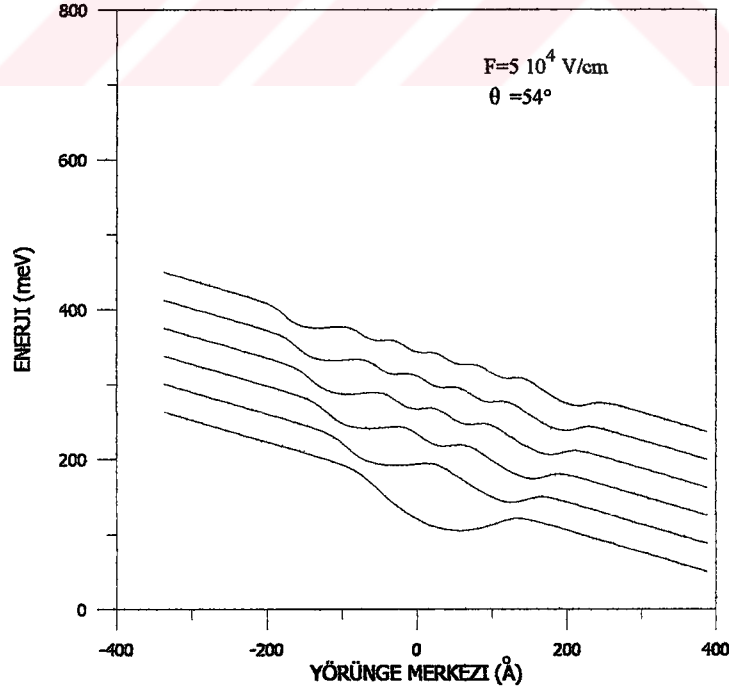
Şekil.8 Uygulanan dış manyetik alanın x' eksenine yaptığı açı $\theta=0^\circ$ ve elektrik alan terimi $F=5 \cdot 10^4$ V/cm iken tek kuantum kuyusundan oluşan sistemin ilk altı enerji düzeyinin yörünge merkezine bağlı değişimi



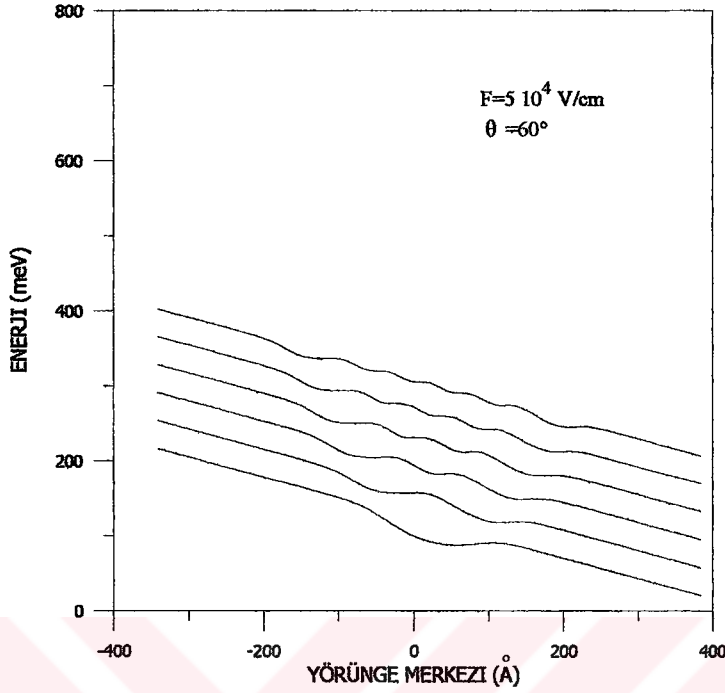
Şekil.9 Uygulanan dış manyetik alanın x' eksenine yaptığı açı $\theta=36^\circ$ ve elektrik alan terimi $F=5 \cdot 10^4$ V/cm iken tek kuantum kuyusundan oluşan sistemin ilk altı enerji düzeyinin yörünge merkezine bağlı değişimi



Şekil.10 Uygulanan dış manyetik alanın x' eksenine yaptığı açı $\theta = 45^\circ$ ve elektrik alan terimi $F = 5 \cdot 10^4 \text{ V/cm}$ iken tek kuantum kuyusundan oluşan sistemin ilk altı enerji düzeyinin yörünge merkezine bağlı değişimi



Şekil.11 Uygulanan dış manyetik alanın x' eksenine yaptığı açı $\theta = 54^\circ$ ve elektrik alan terimi $F = 5 \cdot 10^4 \text{ V/cm}$ iken tek kuantum kuyusundan oluşan sistemin ilk altı enerji düzeyinin yörünge merkezine bağlı değişimi



Şekil.12 Uygulanan dış manyetik alanın x' eksenine göre yaptığı açı $\theta=60^\circ$ ve elektrik alan terimi $F=5 \cdot 10^4$ V/cm iken tek kuantum kuyusundan oluşan sistemin ilk altı enerji düzeyinin yörünge merkezine bağlı değişimi

Şekil.8-Şekil.12'de eğik manyetik alan altındaki tek kuantum kuyusundan oluşan sisteme büyütme doğrultusunda uygulanan elektrik alanı ile enerji spektrumunun küçük açı değerlerinde daha dik bir eğime sahip olduğu ve spektrumun minimum enerjilerinin olduğu bölgenin $z'_0=0$ noktasından kaydığı görülmektedir. Denklem (2.2.23)'deki enerji özdeğerleri eşitliğine bakıldığında $\tilde{\beta}^2$ ve $\tilde{\alpha}_0$ olarak verilen ve içlerinde elektrik alan terimini barındıran (Denklem (2.2.20)) nicelikler olduğunu görürüz. Elektrik alan teriminin sıfırdan farklı olduğu bu durumda bu terimlerin katkısı ile enerji spektrumunun F^2 ile orantılı $\tilde{\beta}^2$ eğimine sahip olduğu ve $2\tilde{\beta}$ kadar sağa kaydığı görülmektedir. Spektrumdaki tüm enerji düzeylerinin, elektrik alanından kaynaklanan eğiklikten aynı tarzda etkilendiği görülmektedir. Elektrik alanının, spektrum merkezini $z'_0=0$ noktasından $2\tilde{\beta}$ kadar sağa kaydırması ise kuyu içerisinde lokalize olan ilk enerji düzeyinin baskın bir şekilde yer değiştirmesine neden olurken bağlı olmayan düzeylerde çok belirgin bir etkiye

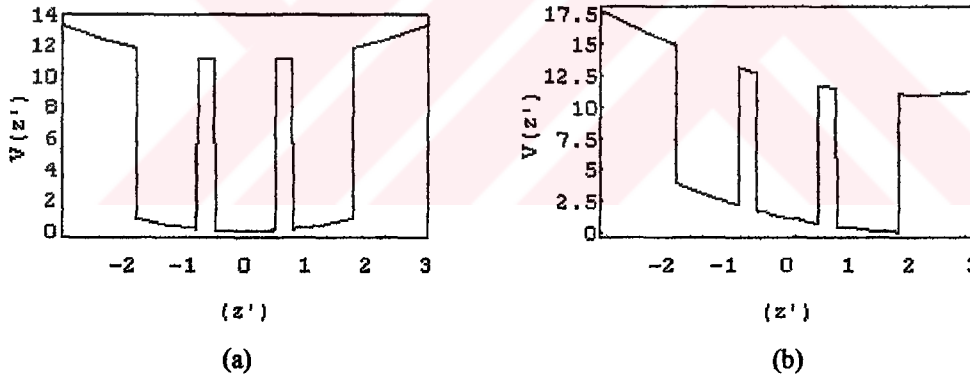
sahip olmadığı da açıkça görülmektedir. Bunun nedeni de bağılı olmayan durumların kuantum kuyu etkisini kuyu merkezli olarak yani $z'_0=0$ noktası ve civarında görüyor olmasındandır. $\tilde{\beta}^2$ terimi $\text{Cos}^2\theta$ ile ve $\tilde{\alpha}_0$ terimi $\text{Cos}\theta$ ile orantılı olduğundan artan açı değeri ile enerji spektrumunun eğimi azalırken spektrum merkezi de $z'_0=0$ noktasına yaklaşır. Elektrik alanın spektrumu eğmesi dışında merkezini de kaydırması, alansız spektrumda görülen $z'_0=0$ noktasına göre simetrikliği de bozmuştur. Manyetik alanın eğiklik açısı 90° olduğunda $\text{Cos } 90^\circ=0$ olduğundan enerji spektrumu alansız enerji spektrumuna dönüşecektir. Bu sonucu şöyle açıklayabiliriz: Manyetik alanın eğiklik açısı 90° olduğunda kuantum kuyusunun genişliği de yüksekliği de sıfırdır. Yani $\theta=90^\circ$ olması durumunda z' doğrultusunda kuantum kuyusu ortadan kalkacak Hamiltoniyen'de sadece manyetik alandan kaynaklanan parabolik potansiyel terimi kalacaktır. Bu durumdaki bir Hamiltoniyen'in çözümü $(n+1/2)\hbar\omega$ şeklinde verilen harmonik osilatör enerji özdeğerleridir. Kuyuların ortadan kalkmasıyla enerji düzeylerinde osilasyon da görülmeyecek ve spektrum doğrudan külçe Landau düzeyleri olacaktır.

2.3.2. Elektrik ve Eğik Manyetik Alan Altında Üç Kare Kuyudan Oluşan bir Heteroyapıda Elektronik Enerji Spektrumu

Bu bölümde de sayısal hesaplarda, ilk bölümde kullanılan değer ve boyutsuz parametreler yani, örgü parametrelerinin uyumlu olmasından dolayı GaAs – Al_xGaAs_{1-x} sistemi ve bu sisteme ait parametreler x=0.44 için, potansiyel yüksekliği V_o=410 meV, kuyu genişliği L_w=39.2 Å ve bariyer genişliği L_b=11.2 Å dur. Boyutsuz potansiyel yüksekliği $\tilde{V}_o = \frac{V_o}{\hbar\omega_c} \cong 11$ iken boyutsuz

kuyu genişliği $\tilde{L}_w = \frac{\sqrt{2}}{a_H} L_w \cong 1$ ve boyutsuz bariyer genişliği

$\tilde{L}_b = \frac{\sqrt{2}}{a_H} L_b \cong 0.286$ ve etkin kütle m* = 0.0621'dir.

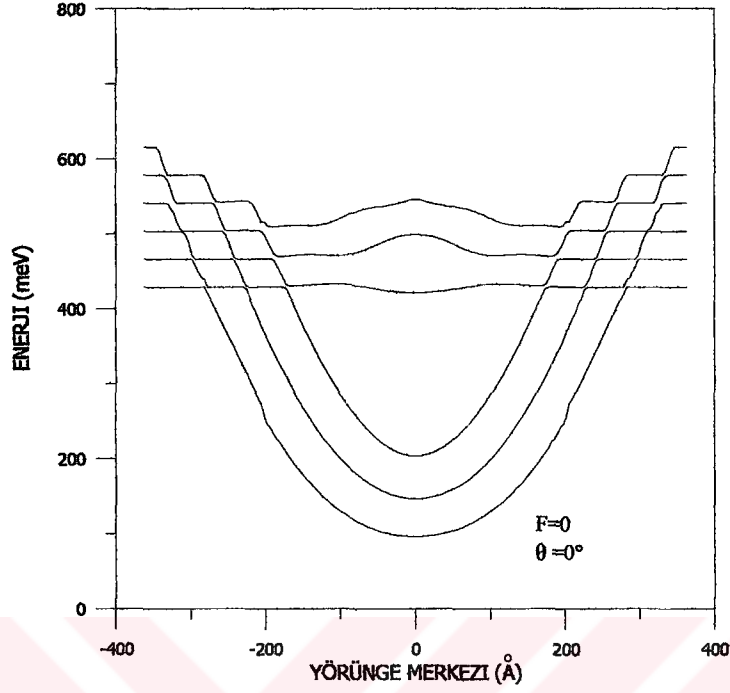


Şekil-13. Boyutsuz parametreler cinsinden üç kuantum kuyusunun (a) elektrik alan F=0 ve $\theta=0^\circ$ için ve (b) elektrik alan F=5 10^4 V/cm ve $\theta=0^\circ$ için V(z') nün z' eksenine göre değişimi

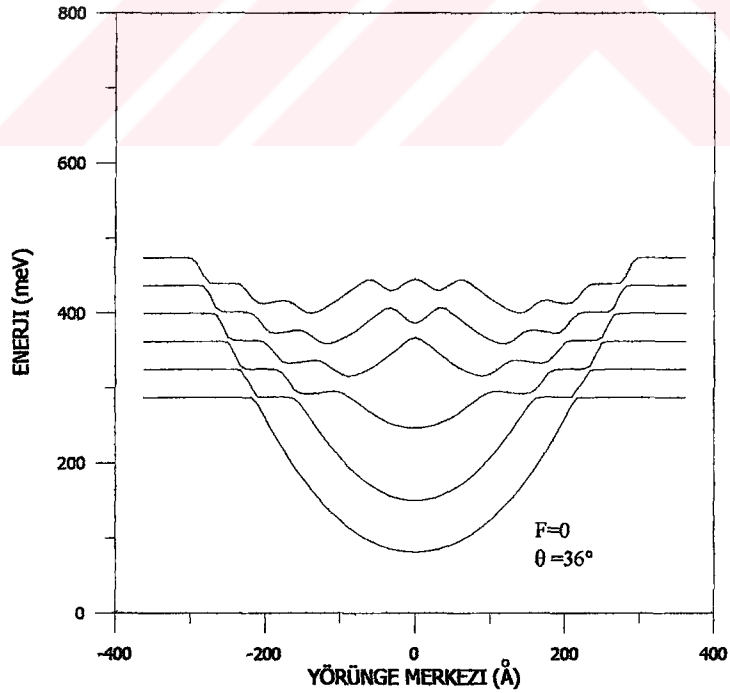
Bu kuyu ve bariyer genişliğine uygun bir manyetik uzunluk elde edebilmek için manyetik alan B=20 Tesla olarak seçilmiştir. Manyetik uzunluk a_H=57 Å ve elektrik alan değeri F= 5 10^4 V/cm'dir. Üç kuantum kuyusundan oluşan sistemin enerji özdeğerleri de böylece kuantum kuyularının oluşturduğu uzaysal kuşatma ve manyetik alandan kaynaklanan parabolik potansiyelin yarattığı kuşatmadan dolayı kuantizedir. Bu kuantum kuyuları sisteminde de yörünge merkezi ikinci kuyunun ortasında z'_o = 0 alınmıştır. Üç kuantum

kuyusunun elektrik ve eğik manyetik alan altındaki davranışı için; bariyer genişliğinin küçük olmasından dolayı kuantum kuyularının etkileşerek, tek kuantum kuyusunda gördüğümüz, kuyu içerisinde kalan bağlı ilk enerji düzeyinin yarılarak bağlı üç enerji düzeyini oluşturmasını ve tümüyle uzaysal sınırlamanın etkisinde kuyu bölgesinde lokalize olmasını bekleriz. Kuyu bölgesindeki bağlı enerji düzeylerinin artan açı ve elektrik alan ile birlikte davranışını incelemek önemli ve ilginç olacaktır.

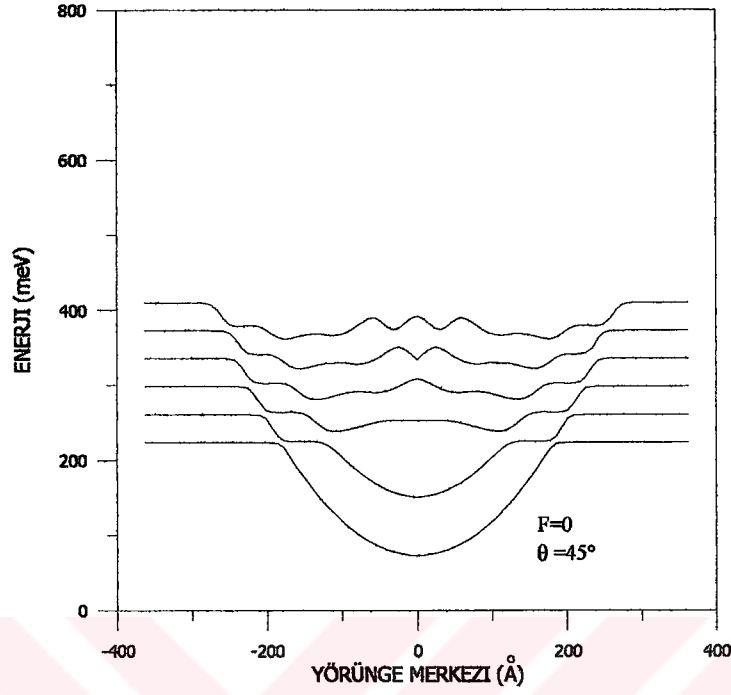




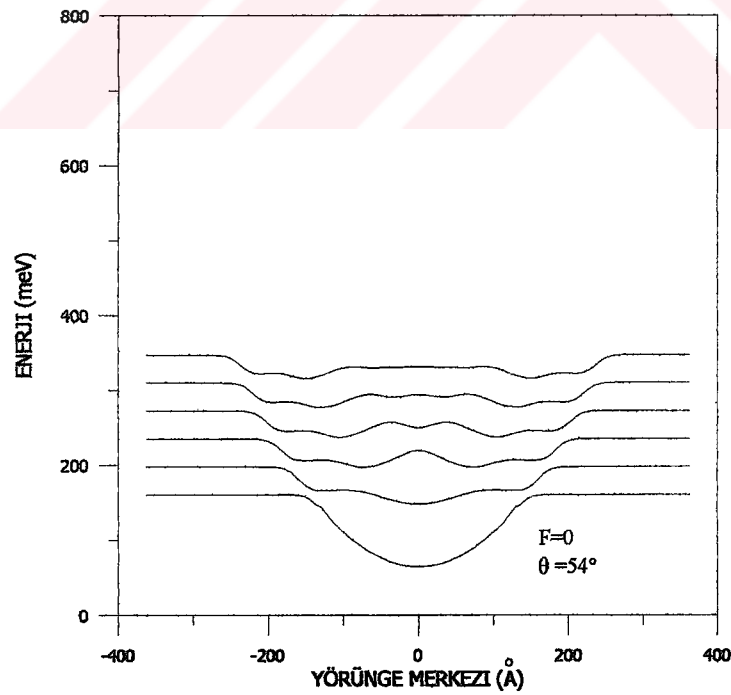
Şekil.14 Uygulanan dış manyetik alanın x' eksenine yaptığı açı $\theta=0^\circ$ ve elektrik alan terimi $F=0$ iken üç kuantum kuyusundan oluşan sistemin ilk altı enerji düzeyinin yörünge merkezine bağlı değişimi



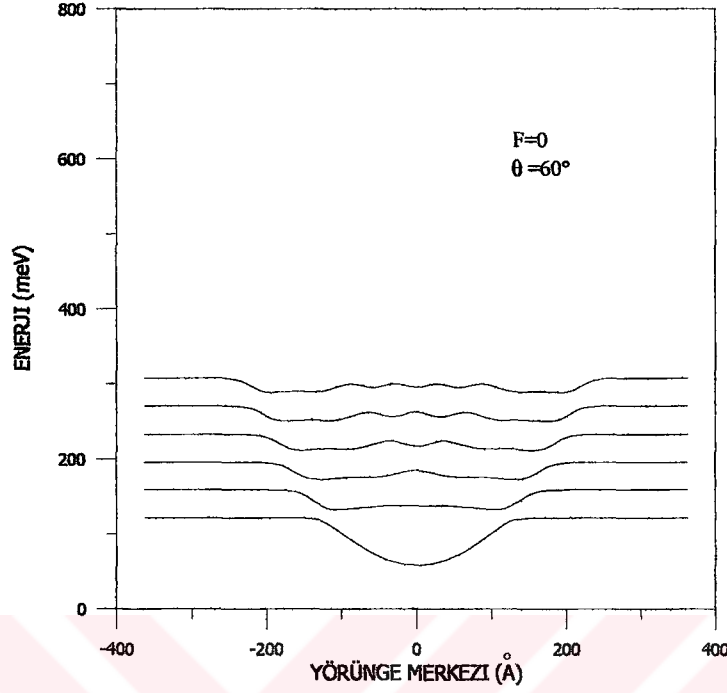
Şekil.15 Uygulanan dış manyetik alanın x' eksenine yaptığı açı $\theta=36^\circ$ ve elektrik alan terimi $F=0$ iken üç kuantum kuyusundan oluşan sistemin ilk altı enerji düzeyinin yörünge merkezine bağlı değişimi



Şekil.16 Uygulanan dış manyetik alanın x' eksenine yaptığı açı $\theta=45^\circ$ ve elektrik alan terimi $F=0$ iken üç kuantum kuyusundan oluşan sistemin ilk altı enerji düzeyinin yörünge merkezine bağlı değişimi



Şekil.17 Uygulanan dış manyetik alanın x' eksenine yaptığı açı $\theta=54^\circ$ ve elektrik alan terimi $F=0$ iken üç kuantum kuyusundan oluşan sistemin ilk altı enerji düzeyinin yörünge merkezine bağlı değişimi



Şekil.18 Uygulanan dış manyetik alanın x' eksenine göre yaptığı açı $\theta=60^\circ$ ve elektrik alan terimi $F=0$ iken üç kuantum kuyusundan oluşan sistemin ilk altı enerji düzeyinin yörünge merkezine bağlı değişimi

Eğik manyetik alan altındaki üç kuantum kuyusunda, elektronik enerji düzeylerinin davranışı, Şekil.14-Şekil.18'de görülmektedir. Bu sistemde ilk üç enerji düzeyinin potansiyel yüksekliğinden daha düşük enerjilerde ve tamamen uzaysal kuşatmanın etkisi altında olduğu görülür. Şekil.14'de ilk üç enerji düzeyi "bağlı" iken daha büyük enerjili düzeyler "genişletilmiş" düzeylerdir. Bu sistemde enerji düzeylerinin tek kuantum kuyusundaki duruma göre daha geniş bir bölgede uzaysal kuşatmanın etkisini göstermesine rağmen hemen hemen aynı davranışı sergilediği dikkat çekicidir. Kuyuların bulunduğu orta bölgede uzaysal kuşatmanın etkisi baskın iken kuyu sınırlarının dışında manyetik alanın etkilerinin görülmeye başlandığı yani enerji düzeylerinin osilasyon yaptığı bölge ve yörünge merkezinin yeterince büyük olduğu noktalarda artık külçe Landau düzeyine dönüşen düzeyler görülmektedir. İlk enerji düzeyinin külçe benzeri Landau düzeyine ulaştığı nokta aynı zamanda manyetik alanın eğiklik açısına göre değişen potansiyel yüksekliğinin değeridir. Bağlı ilk üç enerji düzeyinin

parabolik şekli herhangi bir dış alanla etkileşmeyen ve üç kuyudan oluşan kare kuantum kuyusu sisteminin enerji düzeylerine benzer. Bu da kuyular bölgesinde enerji düzeylerinin sadece uzaysal kuşatmanın etkisi altında olduğunun bir göstergesidir. Kuyu bölgesinden uzaklaştıkça ya da yüksek enerjili bölgelere yaklaştıkça, artık uzaysal kuşatmanın (kuyuların) etkisinin azaldığı ve manyetik alandan kaynaklanan parabolik potansiyel etkisinin baskın olmaya başladığı görülür. Bu bölgelerde hem uzaysal kuşatma hem de manyetik kuşatmanın birlikte etkisinden kaynaklanan küçük genlikli osilasyonlar yapan enerji düzeyleri oluşurken, kuyu bölgesinden yeterince uzak bir z'_0 değerinden itibaren artık külçe Landau düzeylerine benzer düzeyler görülecektir. Her bir Landau düzeyi arasındaki fark $\hbar\omega$ kadardır. Uygulanan dış manyetik alanın x' doğrultusu ile yaptığı θ açısı artırıldıkça, kuantum kuyularının genişliği $\cos\theta$ ile orantılı olarak daralırken, potansiyel yüksekliği $\cos^2\theta$ ile orantılı olarak azalmaktadır. Dolayısıyla artan açı değeri ile elektronun kuantum kuyu bölgesinden etkilendiği bölgede daralacağından daha küçük bir z'_0 değerinde Landau düzeyi karakteri göstermeye başlaması da beklenen bir sonuçtur.

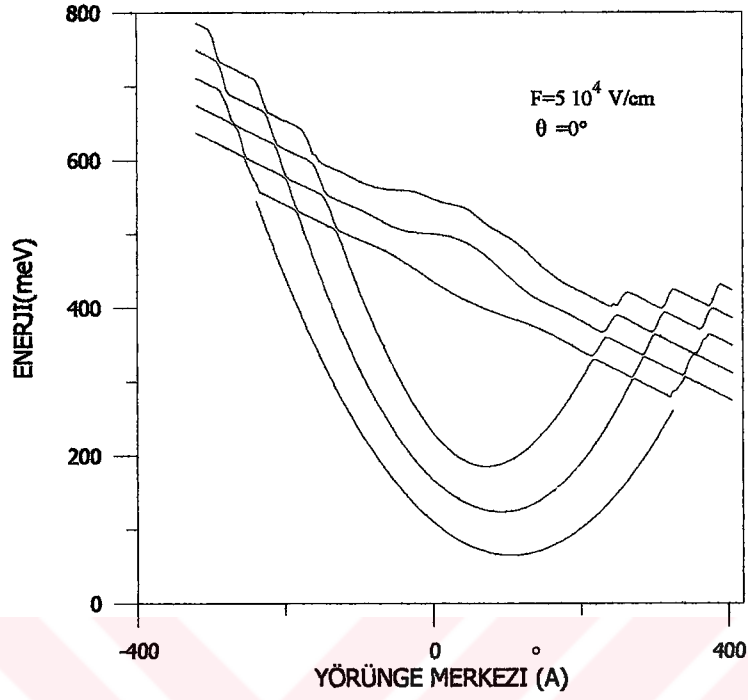
Şekil.14'de kuyu içerisinde lokalize olmuş bağlı durumların sayısının kuyu sayısı kadar olduğu açıkça görülmektedir. Bunun anlamı kuyuların birbiri ile etkileşebilecek kadar küçük olan bariyerlerle ayrılmasından dolayı tek kuantum kuyusunda görülen bağlı ilk enerji düzeyinin üçe yarılmasıdır. Ayrıca dikkat çekici bir durum da, bağlı durum sayısının açı değeri arttıkça azalmasıdır. Gerçekten de, Şekil.16'da görüldüğü gibi bağlı durum sayısı iki iken Şekil.18'de tek bağlı durumun kaldığı görülmektedir.

Sonuç olarak uygulanan dış manyetik alanın x' eksenine ile yaptığı θ açısının değeri sıfır iken diğer bir deyişle, manyetik alan büyütme doğrultusuna dik uygulanıyorken kuantum kuyularının içerisinde kalan bağlı enerji düzeyleri sadece kuantum kuşatmasının etkisinde hareket eden bir elektronun enerji düzeylerinin özelliklerini göstermektedir. Manyetik alanın etkisi üst enerji düzeylerine gidildiğinde ya da kuyu bölgesinden yeteri kadar uzaklaşıldığında görülmeye başlanmaktadır. Açı değerinin artmasıyla enerji düzeyleri tabana

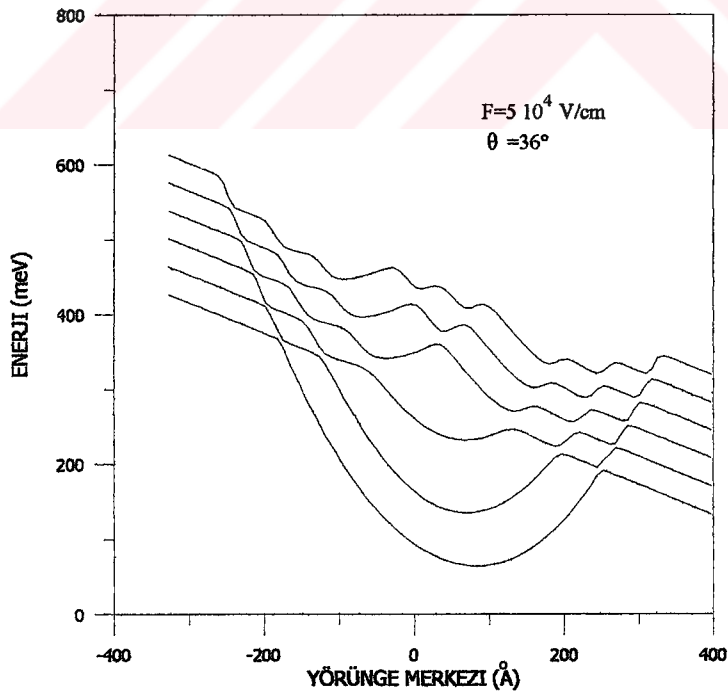
yaklaşır ve daha küçük bir z' değerinde Landau düzeylerine ulaşırlar. Açının artan değerleriyle kuyu/bariyer genişliğinin daralması ve potansiyel yüksekliğinin düşmesi bağlı durum sayısının da azalmasına neden olmaktadır. Bu durumda kuyular etkileşemeyecek kadar küçük ve relatif olarak uzaktadırlar ve izole kuyular gibi davranacaklarından enerji düzeylerinde yarıлма gözlenmez sonuç olarak bağlı düzey sayısı bire düşer.

Manyetik alan altındaki bir elektrona elektrik alan uygulandığında Denklem (2.2.24)'de de görüldüğü gibi enerji özdeğerleri elektrik alan teriminden bağımsızdır. Yapıya büyütme doğrultusunda elektrik alanın uygulanması ile enerji spektrumunun değişimini inceleyelim;

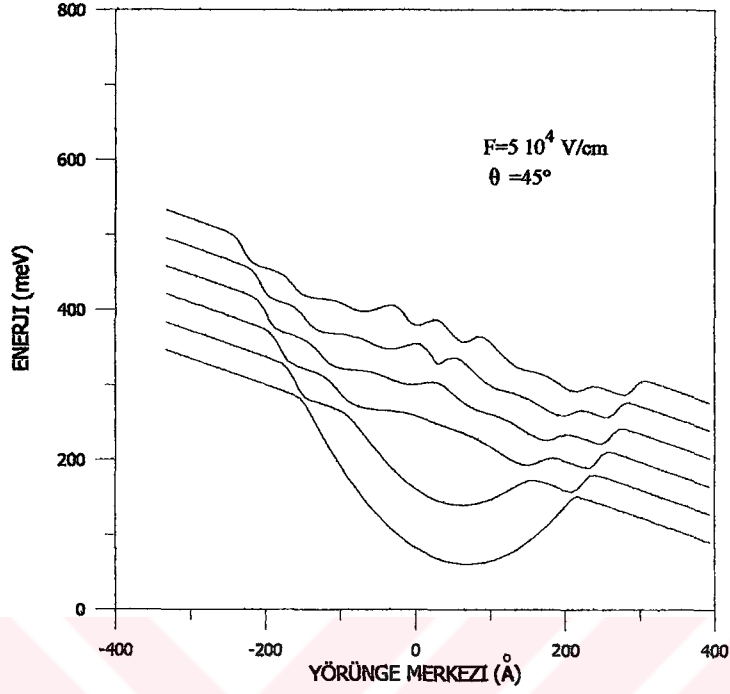




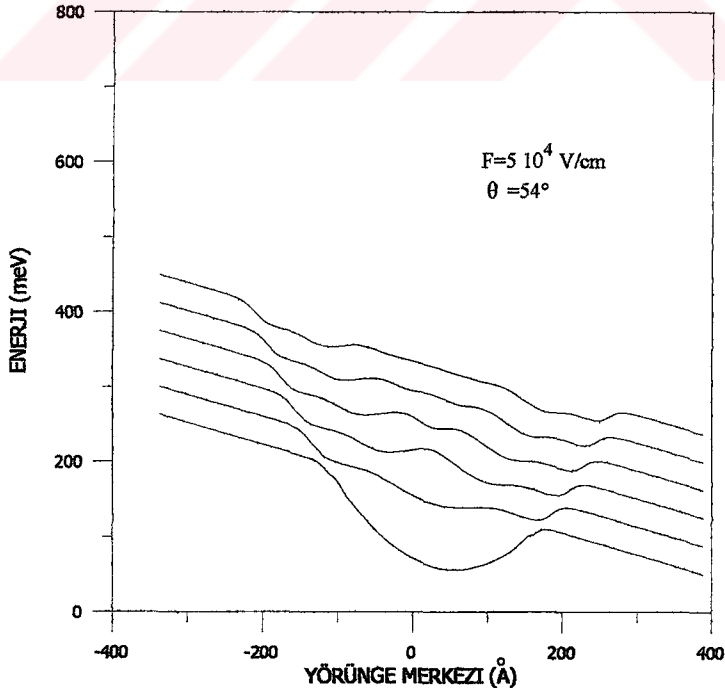
Şekil.19 Uygulanan dış manyetik alanın x' eksenine ile yaptığı açı $\theta=0^\circ$ ve elektrik alan terimi $F=5 \cdot 10^4$ V/cm iken üç kuantum kuyusundan oluşan sistemin ilk altı enerji düzeyinin yörünge merkezine bağlı değişimi



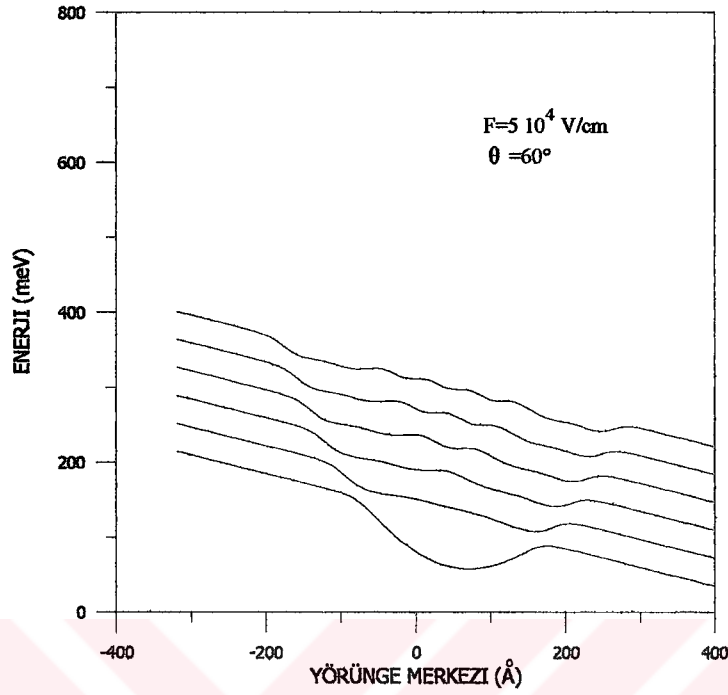
Şekil.20 Uygulanan dış manyetik alanın x' eksenine ile yaptığı açı $\theta=36^\circ$ ve elektrik alan terimi $F=5 \cdot 10^4$ V/cm iken üç kuantum kuyusundan oluşan sistemin ilk altı enerji düzeyinin yörünge merkezine bağlı değişimi



Şekil.21 Uygulanan dış manyetik alanın x' eksenine göre yaptığı açı $\theta = 45^\circ$ ve elektrik alan terimi $F=5 \cdot 10^4 \text{ V/cm}$ iken üç kuantum kuyusundan oluşan sistemin ilk altı enerji düzeyinin yörünge merkezine bağlı değişimi



Şekil.22 Uygulanan dış manyetik alanın x' eksenine göre yaptığı açı $\theta = 54^\circ$ ve elektrik alan terimi $F=5 \cdot 10^4 \text{ V/cm}$ iken üç kuantum kuyusundan oluşan sistemin ilk altı enerji düzeyinin yörünge merkezine bağlı değişimi



Şekil.23 Uygulanan dış manyetik alanın x' eksenine göre yaptığı açı $\theta = 60^\circ$ ve elektrik alan terimi $F = 5 \cdot 10^4$ V/cm iken üç kuantum kuyusundan oluşan sistemin ilk altı enerji düzeyinin yörünge merkezine bağlı değişimi

Şekil.19-Şekil.23'de elektrik ve eğik manyetik alan altında üç kuantum kuyusundan oluşan sistemin enerji spektrumu görülmektedir. Bu spektrumda tek kuantum kuyusunda olduğu gibi F^2 ile orantılı $\tilde{\beta}^2$ eğimine sahip ve $2\tilde{\beta}$ kadar sağa kaymıştır. Açık değerinin artmasıyla enerji spektrumunun eğimi azalırken Landau düzeyine ulaştığı z'_0 değeri küçülmektedir. Elektrik alanından dolayı eğilen potansiyelden (Şekil.13 (b)) dolayı spektrumun sağ tarafında enerjiler daha düşük olurken sol tarafta yükselen potansiyel duvarına kadar kuyu etkisine maruz kaldığından daha yüksek bir enerji değerine ulaştığı noktadan itibaren Landau düzeylerine oturmaktadır. Açık değerinin artması bu potansiyel yüksekliğini düşürüp kuyu ve bariyer genişliğini daralttığından spektrumun sağ ve sol tarafı daha küçük enerjilerde Landau düzeyi karakteri göstermeye başlamaktadır. Şekil.19 ve Şekil.20'de görüldüğü gibi kuyu içerisine düşen ilk üç "bağlı" düzeyin minimumu elektrik alanının enerji minimumunu $2\tilde{\beta}$ kadar sağa kaydırmasından en çok etkilenen düzeylerdir. Daha büyük enerji düzeyleri ise kuantum

kuyularının varlığından dolayısıyla değişen potansiyelin şeklinden daha az etkilendiğinden merkezden kayma miktarları daha küçüktür. Şekil.21 ve Şekil.22’de iki bağlı durum için bu kaymanın etkisi fazlayken genişletilmiş düzey karakteri göstermeye başlayan üçüncü enerji düzeyi bu kaymadan az etkilenmektedir. Üst enerji düzeylerine doğru gidildikçe manyetik alanın etkisiyle osilasyon yapan “genişletilmiş” düzeylerin osilasyon genlikleri de küçülmektedir. Manyetik alanın x' eksenine yaptığı açının $\theta \geq 60^\circ$ olmasıyla spektrumda sadece tek bağlı durum kalacaktır. $\theta=90^\circ$ olduğunda düzeylerin tamamı alansız spektrumda olduğu gibi simetrik ve kuyuların tamamen ortadan kalkmasından dolayı da külçe Landau düzeylerine dönüşecektir.

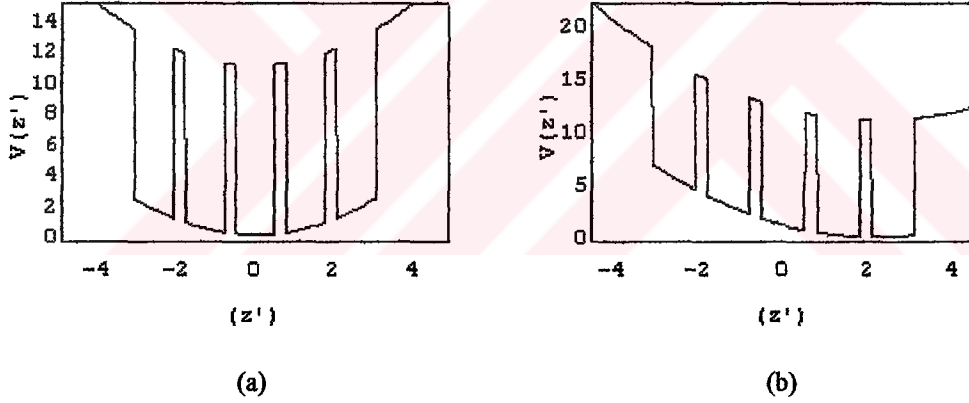


2.3.3. Elektrik ve Eğik Manyetik Alan Altında Beş Kare Kuyudan Oluşan bir Heteroyapıda Elektronik Enerji Spektrumu

Bu bölümde de tek ve üç kuantum kuyusu sistemlerinde olduğu gibi sayısal hesaplarda, GaAs – Al_xGa_{1-x}As sistemine ait parametreler x=0.44 için, potansiyel yüksekliği V₀=410 meV, kuyu genişliği L_w=39.2 Å ve bariyer genişliği L_b=11.2 Å olarak alınmıştır. Boyutsuz potansiyel yüksekliği

$\tilde{V}_0 = \frac{V_0}{\hbar\omega_c} \cong 11$ iken boyutsuz kuyu genişliği $\tilde{L}_w = \frac{\sqrt{2}}{a_H} L_w \cong 1$, boyutsuz bariyer

genişliği $\tilde{L}_b = \frac{\sqrt{2}}{a_H} L_b \cong 0.286$ ve etkin kütle m* = 0.0621 olarak alınmıştır.

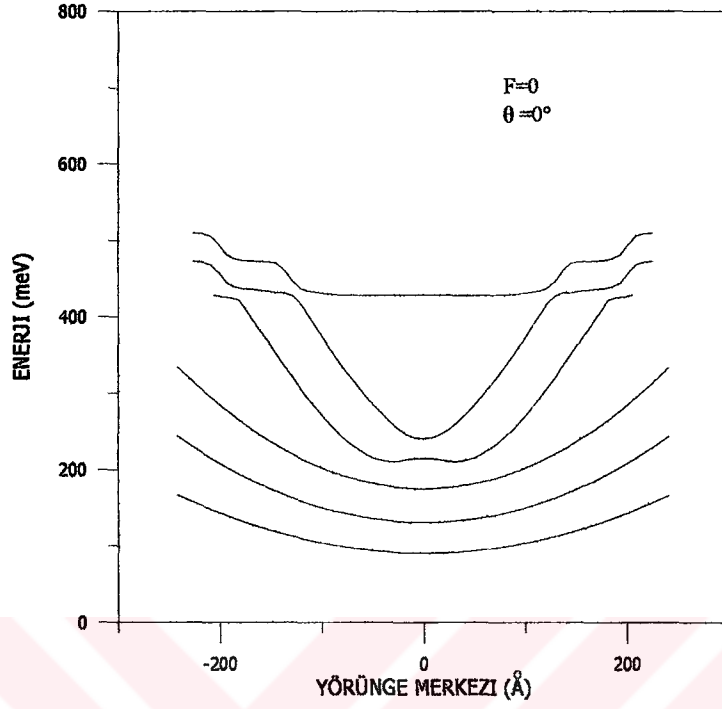


Şekil-24. Boyutsuz parametreler cinsinden beş kuantum kuyusunun (a) elektrik alan F=0 ve $\theta=0^\circ$ için ve (b) elektrik alan F=5 10⁴ V/cm ve $\theta=0^\circ$ için V(z') nün z' eksenine göre değişimi

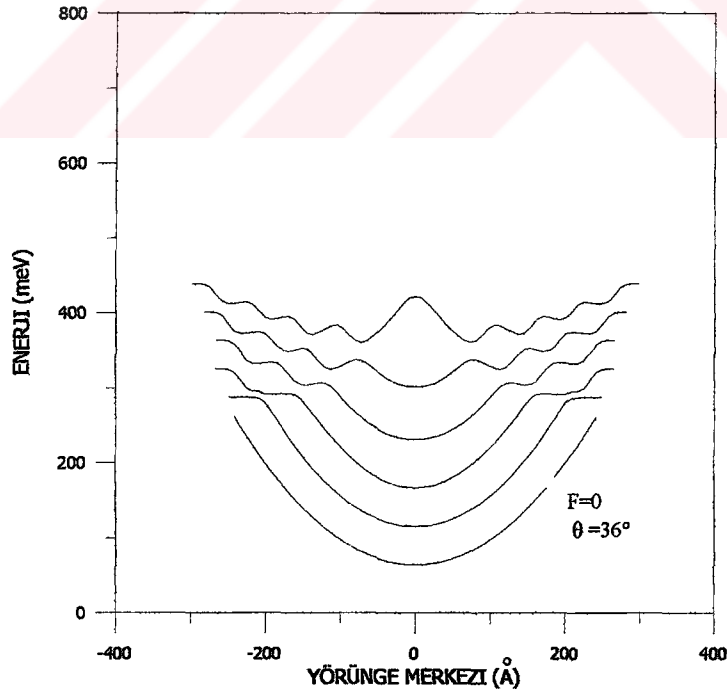
Bu kuyu ve bariyer genişliğine uygun bir manyetik uzunluk elde edebilmek için manyetik alan B=20 Tesla olarak seçilmiştir. Manyetik uzunluk a_H=57 Å ve elektrik alan değeri F= 5 10⁴ V/cm'dir. Beş kuantum kuyusundan oluşan sistemin enerji özdeğerleri de uzaysal kuşatma ve manyetik kuşatmadan dolayı kuantizedir. Bu kuantum kuyuları sisteminde yörünge merkezi ortadaki üçüncü kuyunun ortasında z'₀ = 0'da alınmıştır. Elektrik ve eğik manyetik alan altındaki bu kuantum kuyuları sisteminde bariyer genişliğinin küçük olmasından

dolayı kuantum kuyularının etkileşerek, tek kuantum kuyusunda gördüğümüz “bağlı” ilk enerji düzeyinin yarılarak “bağlı” beş enerji düzeyini oluşturmasını ve tümüyle uzaysal sınırlamanın etkisinde kuyu bölgesinde lokalize olmasını bekleriz. Aynı zamanda kuyu sayısının artmasıyla enerji düzeylerinin kuantum kuşatmasının etkisini diğer kuyu sistemlerindeki göre daha geniş bir bölge boyunca hissedecektir. İlk olarak manyetik alanın eğiklik açısı artarken enerji düzeylerinin yörünge merkezinin yerine göre değişimini incelersek;

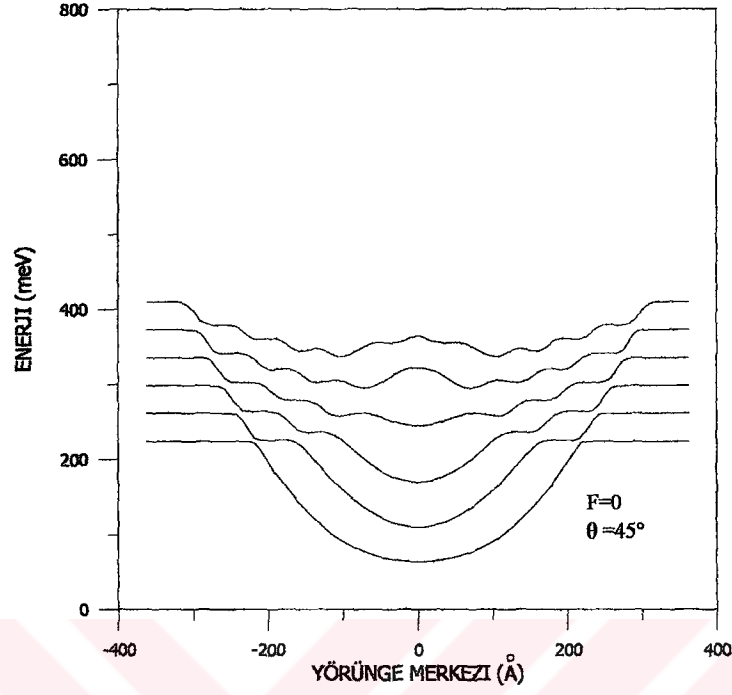




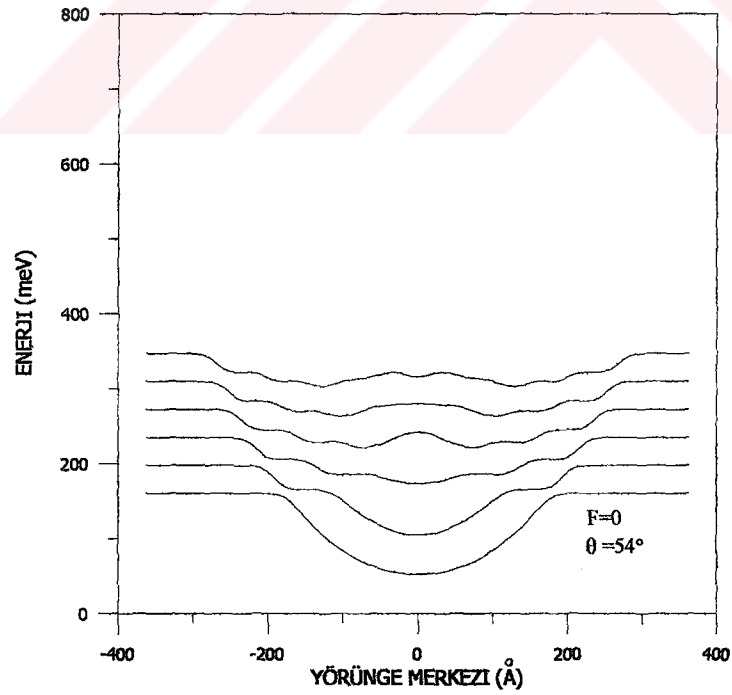
Şekil.25. Uygulanan dış manyetik alanın x' eksenine göre yaptığı açı $\theta=0^\circ$ ve elektrik alan terimi $F=0$ iken beş kuantum kuyusundan oluşan sistemin ilk altı enerji düzeyinin yörünge merkezine bağlı değişimi



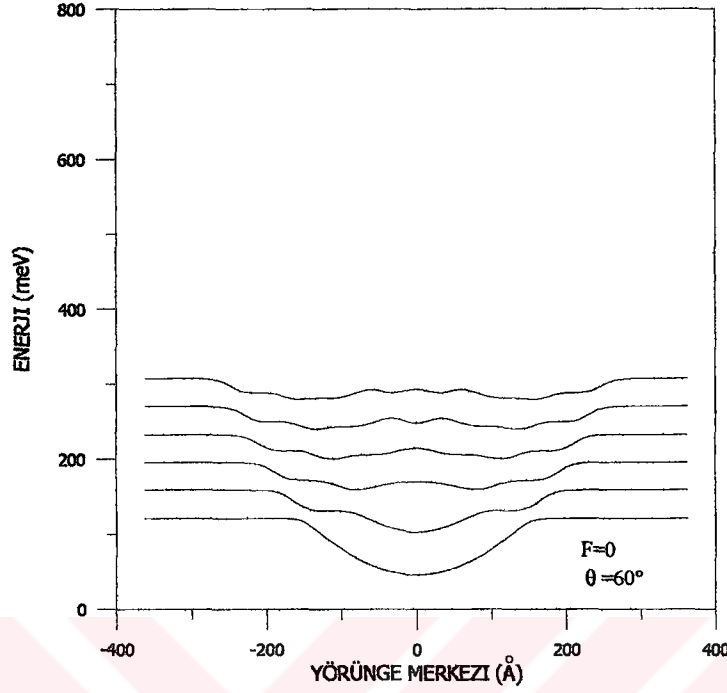
Şekil.26. Uygulanan dış manyetik alanın x' eksenine göre yaptığı açı $\theta=36^\circ$ ve elektrik alan terimi $F=0$ iken beş kuantum kuyusundan oluşan sistemin ilk altı enerji düzeyinin yörünge merkezine bağlı değişimi



Şekil.27. Uygulanan dış manyetik alanın x' eksenine göre yaptığı açı $\theta=45^\circ$ ve elektrik alan terimi $F=0$ iken beş kuantum kuyusundan oluşan sistemin ilk altı enerji düzeyinin yörünge merkezine bağlı değişimi



Şekil.28. Uygulanan dış manyetik alanın x' eksenine göre yaptığı açı $\theta=54^\circ$ ve elektrik alan terimi $F=0$ iken beş kuantum kuyusundan oluşan sistemin ilk altı enerji düzeyinin yörünge merkezine bağlı değişimi

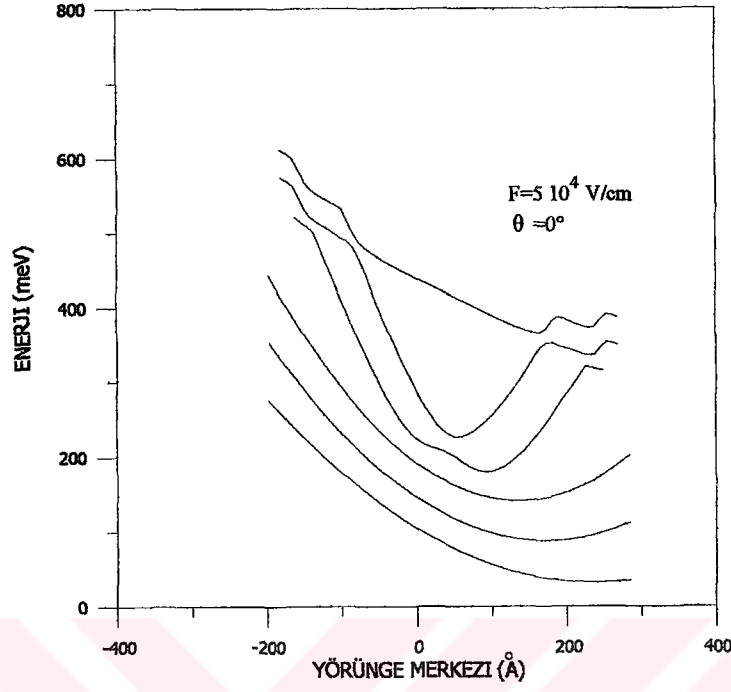


Şekil.29. Uygulanan dış manyetik alanın x' eksenine göre yaptığı açı $\theta=60^\circ$ ve elektrik alan terimi $F=0$ iken beş kuantum kuyusundan oluşan sistemin ilk altı enerji düzeyinin yörünge merkezine bağlı değişimi

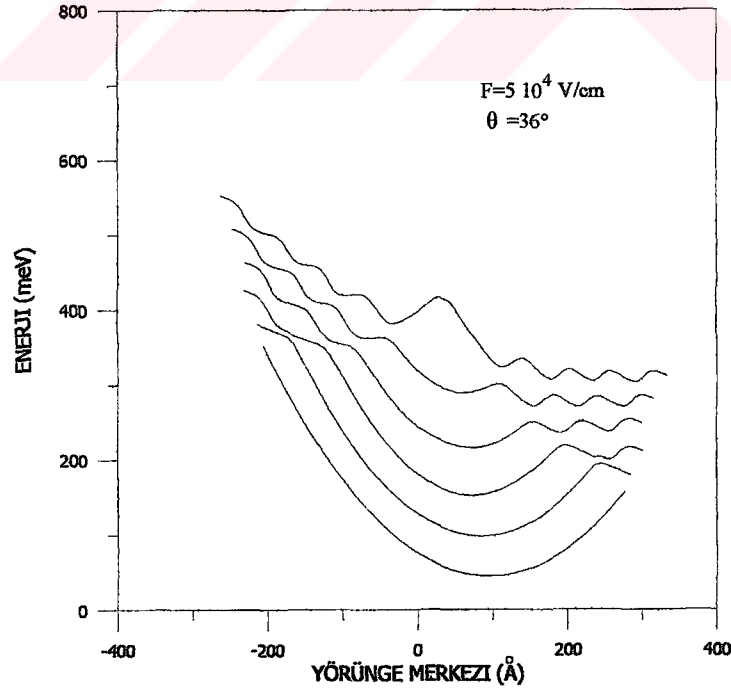
Eğik manyetik alan altında beş kuyudan oluşan bir sistemin enerji spektrumu Şekil.25-Şekil.29'da görülmektedir. Bu grafiklerde ilk dikkat çeken özellik Şekil.25'de görüldüğü gibi beş kuantum kuyusundan oluşan sistemin $\theta=0^\circ$ de potansiyel yüksekliği 410 meV olduğundan bu potansiyel yüksekliğine sahip kuantum kuyuları sisteminde beş bağlı durum bulunmaktadır. Altıncı enerji düzeyi “genişletilmiş” düzeydir. Şekil.25'te $z'_0=0$ kuantum kuyularının orta noktası olmak üzere beş kuantum kuyusunun toplam genişliği 247 \AA dur. Bu bölge içerisinde enerji düzeyleri tamamen kuantum kuşatmasının etkisinde, kuyu sisteminin içerisinde lokalizedir. Bu enerji spektrumunda ilk enerji düzeyi yaklaşık 550 \AA civarında 410meV'lik potansiyel yüksekliğine ulaşarak ilk Landau seviyesini oluştururken ikinci ve daha sonraki enerji düzeylerinin daha büyük bir z'_0 değerlerinde Landau düzeylerine ulaşacağı göz önüne alınarak çizilen şekillerin birbiri ile kıyaslanabilirliğinin korunabilmesi için enerji spektrumunun bu bölgesi şekil dışında bırakılmıştır. Şekil.26'da $\theta=36^\circ$ için

kuantum kuyularının toplam uzunluğu 200 \AA 'a ve potansiyel yüksekliği 286.9 meV 'a düşer. Bu değerlere sahip kuantum kuyuları sisteminde "bağlı" düzeylerin sayısı dörde inerken enerji düzeylerinin tabana daha yakın değerlere kaydığı görülür. Bu beklenen bir sonuçtur, çünkü potansiyel yüksekliğindeki düşme kuantum kuyu genişliğindeki daralmadan çok daha büyüktür. Şekil.27'de $\theta=45^\circ$ için toplam kuyu genişliği 175 \AA olurken potansiyel yüksekliğinin 223.74 meV 'a düşmesi kuyular bölgesinde "bağlı" üç enerji düzeyinin kalmasına neden olur. $\theta=54^\circ$ de (Şekil.28) potansiyel yüksekliği 160.16 meV 'a ve toplam kuyu bölgesi genişliği 145 \AA 'a iner ve bu bölgede "bağlı" iki enerji düzeyi kalmıştır. Aynı zamanda diğer açı değerlerine göre daha küçük bir değerde Landau düzeyi karakteri göstermeye başlar. $\theta=60^\circ$ de ise (Şekil.29) kuantum kuyularının yer aldığı bölge iyice küçülerek 144 \AA 'a ve potansiyel yüksekliği 125.19 meV 'a ulaşır. Bu açı değerinde artık sadece iki "bağlı" durum bulunmaktadır. θ 'nın 60° den büyük değerlerinde kuantum kuyularının genişliği ve yüksekliğinin oldukça küçük değerlere inmesinden dolayı artık kuantum kuyuları birbiriyle etkileşemeyecek kadar küçük ve relatif olarak uzak olduğundan kuyu içerisinde bağlı tek bir enerji düzeyinin kalması beklenir. θ 'nın 90° olması durumunda kuyular tamamen ortadan kalkacağından enerji düzeyleri külçe Landau düzeylerine dönüşecek ve bu düzeylerde osilasyon görülmeyecektir. Daha önceki bölümlerde özellikleri verilen tek ve üç kuantum kuyusu sistemleriyle beş kuantum kuyusundan oluşan sistem karşılaştırıldığında kuyu sayısının artması kuantum kuyularının uzaysal genişliğini artırdığından enerji düzeyleri daha büyük z'_0 değerinde külçe Landau düzeyi karakteri göstermeye başladığı görülmektedir.

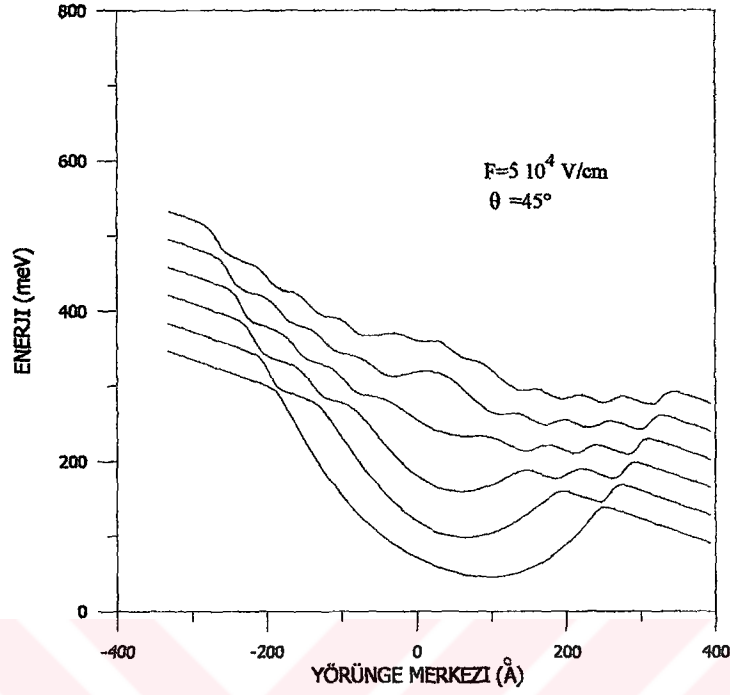
Şimdi eğik manyetik alan altındaki beş kuantum kuyusundan oluşan sistemin büyütme doğrultusunda uygulanan elektrik alanla enerji spektrumunun nasıl değiştiğini araştıralım;



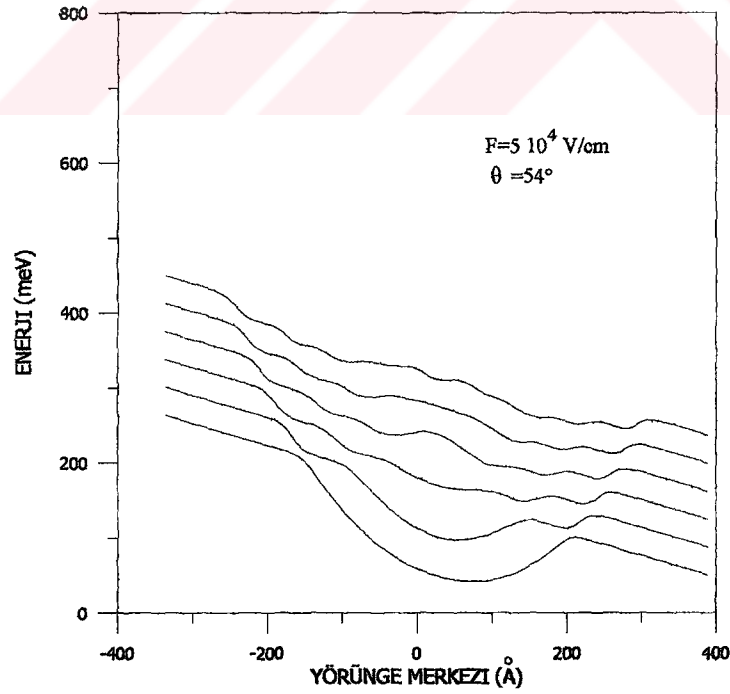
Şekil.30. Uygulanan dış manyetik alanın x' eksenine göre yaptığı açı $\theta=0^\circ$ ve elektrik alan terimi $F=5 \cdot 10^4$ V/cm iken beş kuantum kuyusundan oluşan sistemin ilk altı enerji düzeyinin yörünge merkezine bağlı değişimi



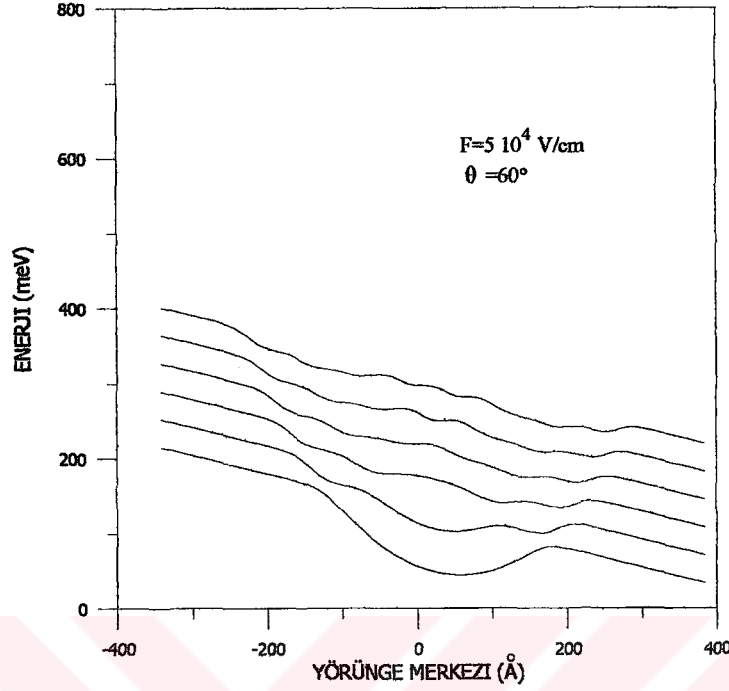
Şekil.31. Uygulanan dış manyetik alanın x' eksenine göre yaptığı açı $\theta=36^\circ$ ve elektrik alan terimi $F=5 \cdot 10^4$ V/cm iken beş kuantum kuyusundan oluşan sistemin ilk altı enerji düzeyinin yörünge merkezine bağlı değişimi



Şekil.32. Uygulanan dış manyetik alanın x' eksenine göre yaptığı açı $\theta=45^\circ$ ve elektrik alan terimi $F=5 \cdot 10^4$ V/cm iken beş kuantum kuyusundan oluşan sistemin ilk altı enerji düzeyinin yörünge merkezine bağlı değişimi



Şekil.33. Uygulanan dış manyetik alanın x' eksenine göre yaptığı açı $\theta=54^\circ$ ve elektrik alan terimi $F=5 \cdot 10^4$ V/cm iken beş kuantum kuyusundan oluşan sistemin ilk altı enerji düzeyinin yörünge merkezine bağlı değişimi



Şekil.34. Uygulanan dış manyetik alanın x' eksenine göre yaptığı açı $\theta=60^\circ$ ve elektrik alan terimi $F=5 \cdot 10^4$ V/cm iken beş kuantum kuyusundan oluşan sistemin ilk altı enerji düzeyinin yörünge merkezine bağlı değişimi

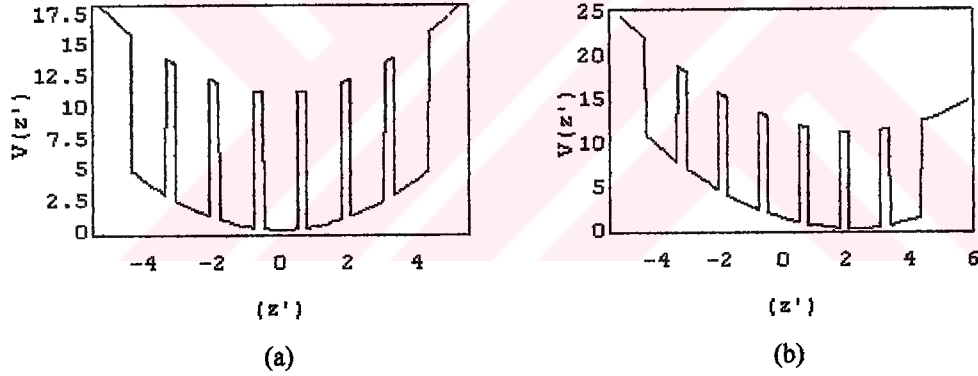
Şekil.30-Şekil.34'te açıkça görüldüğü gibi elektrik alan uygulanan eğik manyetik alan altındaki beş kuantum kuyusundan oluşan sistemin enerji spektrumu açı değerinin artmasıyla eğimi azalmakta ve $z'_0=0$ kuyuların merkezine göre elektrik alan terimiyle orantılı bir miktarda (ki bu değer $2\tilde{\beta}$ kadar) sağa kaymaktadır. Bu kayma “bağlı” enerji düzeylerinde baskın bir şekilde gözlenirken üst enerji düzeylerine gidildikçe daha az etkili olduğu görülmektedir. Açı değerinin artması bu eğim ve kaymanın küçülmesine neden olurken spektrumun sağ tarafında sol tarafındakine göre daha küçük z'_0 değerinde Landau düzeylerine ulaşmasına sebep olmaktadır. Buraya kadar bahsettiğimiz bu özellikler diğer kuyu sistemlerinde anlattıklarımızın benzeridir. Tek fark kuyu sayılarının artmasıyla enerji düzeylerine etki eden kuantum kuyuları bölgesinin genişliğinin artmasına bağlı olarak Landau düzeylerine ulaşılacak z'_0 değerlerinin büyük değerlere doğru kaymasıdır. Bunun dışında kuantum kuyuları sayısının artışı kuyu bölgesi içerisinde “bağlı” olan düzeylerin sayısını artırır. Fakat

kuantum kuyu sayısı ne olursa olsun yeterince büyük bir aç değerine ulaşıldığında potansiyel yüksekliklerinin ve kuyu/bariyer genişliklerinin azalmasından dolayı sonuçta tek kuantum kuyusunda olduğu gibi sadece tek “bağlı” duruma sahip bir enerji spektrumu gözlenir.



2.3.4. Elektrik ve Eğik Manyetik Alan Altında Yedi Kare Kuyudan Oluşan bir Heteroyapıda Elektronik Enerji Spektrumu

Bu bölümde diğer bölümlerde kullanılan parametreleri kullanarak yedi kuantum kuyusundan oluşan sistemin manyetik ve elektrik alan altındaki davranışları incelenecektir. $x=0.44$ Alüminyum konsantrasyonuna sahip GaAs – Al_xGa_{1-x}As sistemi için potansiyel yüksekliği $V_0=410$ meV, kuyu genişliği $L_w=39.2 \text{ \AA}$ ve bariyer genişliği $L_b=11.2 \text{ \AA}$ olarak alınmıştır. Boyutsuz potansiyel yüksekliği $\tilde{V}_0 = \frac{V_0}{\hbar\omega_c} \cong 11$ iken boyutsuz kuyu genişliği $\tilde{L}_w = \frac{\sqrt{2}}{a_H} L_w \cong 1$, boyutsuz bariyer genişliği $\tilde{L}_b = \frac{\sqrt{2}}{a_H} L_b \cong 0.286$ ve $m^* = 0.062$ 'dir.

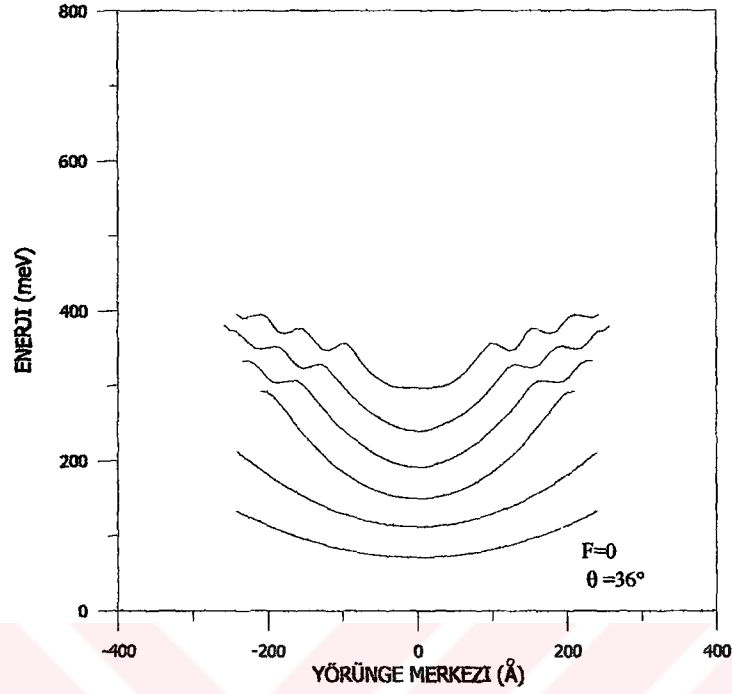


Şekil-35. Boyutsuz parametreler cinsinden yedi kuantum kuyusunun (a) elektrik alan $F=0$ ve $\theta=0^\circ$ için ve (b) elektrik alan $F=5 \cdot 10^4$ V/cm ve $\theta=0^\circ$ için $V(z')$ nün z' eksenine göre değişimi

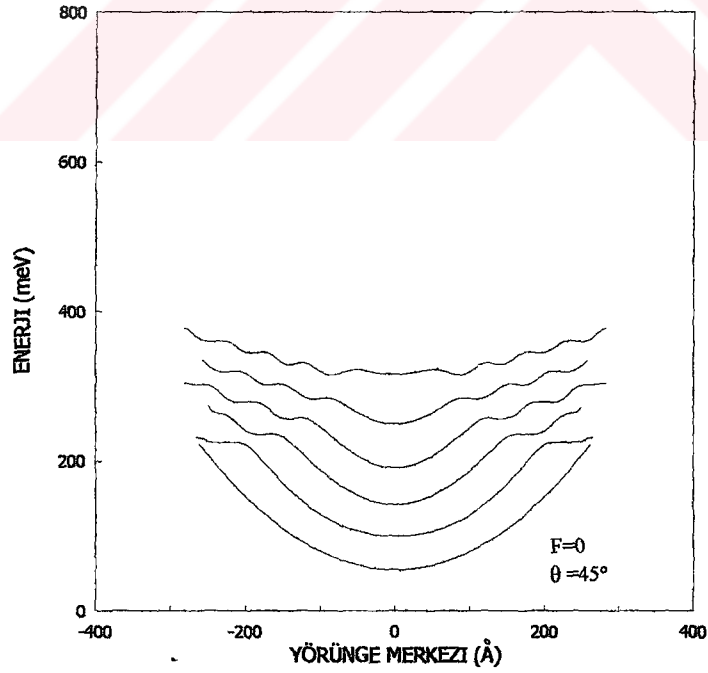
Manyetik alan $B=20$ Tesla alınırken bu alan değerine uygun manyetik uzunluk $a_H=57 \text{ \AA}$ ve elektrik alan değeri $F=5 \cdot 10^4$ V/cm olarak seçilmiştir. Şekil.35 (a)'da x' eksenini doğrultusunda uygulanan bir manyetik alan altında yedi kuantum kuyusundan oluşan bir sistemin potansiyel profili gösterilmektedir. Manyetik alandan dolayı potansiyelin şekli bir parabolün üzerine dizilmiş kuantum kuyularından oluşmaktadır. Böylesi bir sisteme büyütme doğrultusunda uygulanan elektrik alanının etkisi Şekil.35 (b)'de gösterilmiştir. Bu şekilde bir potansiyel profiline sahip olan sistemde bulunan bir elektronun manyetik alan

etrafında kuantize olmuş belli yörüngelerde hareket ederken kuantum kuyularından nasıl etkileneceğinin fiziksel olarak tartışılması teknolojik olarak da büyük önem taşımaktadır. Bu etkilerin incelenmesi yeni elektronik devre elemanlarının bulunmasına veya hala kullanılmakta olanların geliştirilmesine katkı sağlayacaktır.

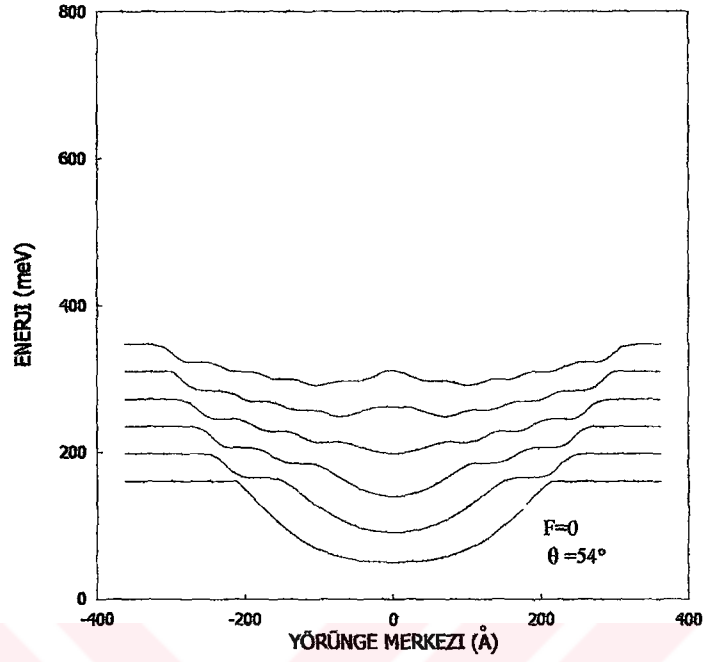
Yedi kuantum kuyusu sistemine manyetik alanın etkisi manyetik alanın eğiklik açısıyla değişecektir. Kuantum kuyularının sayısının artması oluşan enerji düzeylerinin kuantum kuyularının oluşturduğu uzaysal kuşatmadan etkilendiği bölgenin de artmasına neden olacaktır. Dolayısıyla enerji düzeyleri, daha büyük z'_0 değerlerinde manyetik kuşatmanın etkisini göstermeye başlayacaktır. Kuantum kuyularının potansiyel yüksekliği içerisinde kalan enerji düzeylerinin, uzaysal kuşatmanın etkisini baskın bir şekilde göstermesini beklerken kuantum kuyularının üstündeki enerji düzeyleri hem uzaysal kuşatmadan hem de manyetik kuşatmadan etkilenecektir. Manyetik alanın eğiklik açısının artması, kuyu/bariyer genişliklerini daraltırken potansiyel yüksekliğini de düşüreceğinden “bağlı” düzeylerin sayısının da azalmasını bekleriz.



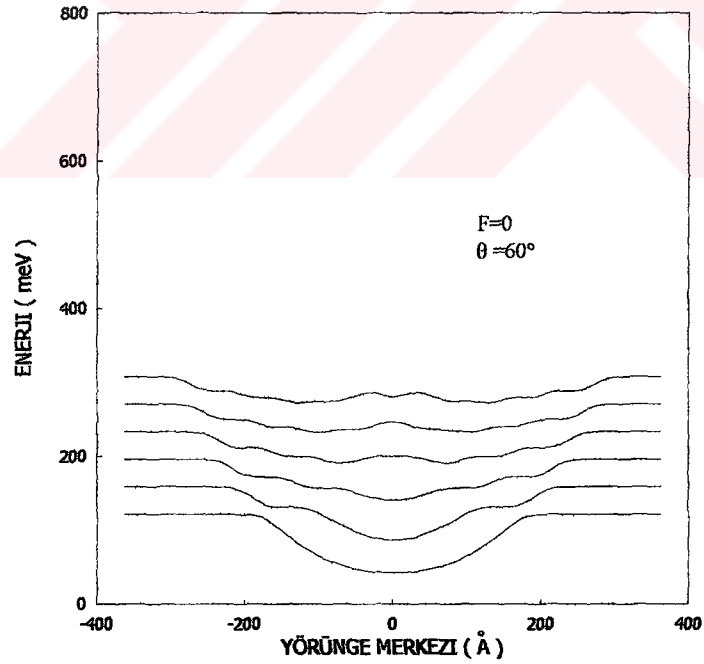
Şekil.36. Uygulanan dış manyetik alanın x' eksenine göre yaptığı açı $\theta=36^\circ$ ve elektrik alan terimi $F=0$ iken yedi kuantum kuyusundan oluşan sistemin ilk altı enerji düzeyinin yörünge merkezine bağlı değişimi



Şekil.37. Uygulanan dış manyetik alanın x' eksenine göre yaptığı açı $\theta=45^\circ$ ve elektrik alan terimi $F=0$ iken yedi kuantum kuyusundan oluşan sistemin ilk altı enerji düzeyinin yörünge merkezine bağlı değişimi



Şekil.38. Uygulanan dış manyetik alanın x' eksenine göre yaptığı açı $\theta=54^\circ$ ve elektrik alan terimi $F=0$ iken yedi kuantum kuyusundan oluşan sistemin ilk altı enerji düzeyinin yörünge merkezine bağlı değişimi



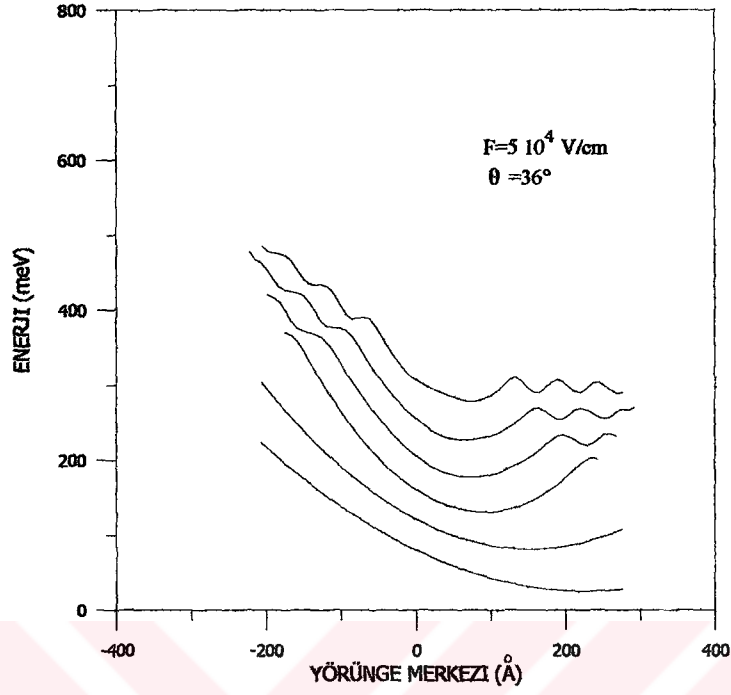
Şekil.39. Uygulanan dış manyetik alanın x' eksenine göre yaptığı açı $\theta=60^\circ$ ve elektrik alan terimi $F=0$ iken yedi kuantum kuyusundan oluşan sistemin ilk altı enerji düzeyinin yörünge merkezine bağlı değişimi

Daha önceki bölümlerde, manyetik alanın x' doğrultusunda uygulandığı ($\theta=0^\circ$) tek, üç ve beş kuantum kuyusundan oluşan sistemlerin enerji spektrumu incelendiğinde kuyu sayısının artması ile bağlı durum sayısının da lineer bir şekilde arttığı görülmektedir. Dolayısıyla, eğik manyetik alan altında yedi kuantum kuyusundan oluşan sisteme manyetik alan x' doğrultusunda uygulandığında “bağlı” düzeylerin sayısının sistemdeki kuyu sayısı kadar olacağı açıktır. Şekil.36’da görülen enerji spektrumunda $\theta=36^\circ$ için potansiyel yüksekliği 286.9 meV’a düştüğünden “bağlı” durum sayısı beşe inmiştir. Bu durumda yedi kuantum kuyusundan dördüncüsünün ortası $z'_0=0$ ile gösterilmiştir ve açının bu değeri için kuantum kuyularının toplam uzunluğu 284.109 \AA ’dur. İlk enerji düzeyi yaklaşık 500 \AA civarında ve üst enerji düzeylerinin bu değerden daha büyük bir z'_0 değerinde Landau düzeyine oturacağından diğer grafiklerle kıyaslanabilirliğin sağlanabilmesi için çizilen grafikte enerji spektrumu -400 \AA ile 400 \AA arasında verilmiştir. Kuantum kuyularından dolayı enerji düzeylerinin uzaysal kuşatmadan etkilendiği bölge $-142.05 \text{ \AA} < z'_0 < 142.05 \text{ \AA}$ ’dur. Bu bölge içerisinde kalan enerji düzeylerinden bağlı olan enerji düzeyleri tamamen alansız yedi kuantum kuyusundan oluşan sistemin enerji düzeylerinin özelliklerini göstermektedir. İşaret edilen bu bölgenin dışında kalan enerji düzeyleri ise hem manyetik kuşatmadan hem de uzaysal kuşatmadan etkilenecek ve yaklaşık 500 \AA ’dan daha büyük yörünge yarıçapına sahip oldukları değerden itibaren Landau düzeyleri karakteri göstermeye başlayacaklardır. Bu durumda elektron, kuantum kuyularının etkisini hissetmeyeceği kadar uzakta bulunmaktadır. $\theta=45^\circ$ (Şekil.37) de ise 223.74 meV’ye düşen potansiyel yüksekliği “bağlı durum sayısının dörde inmesine neden olmuştur. Kuyu bölgesinin toplam uzunluğu bu açı değerinde 248.35 \AA ’dur. Bu durumda enerji düzeyleri $-124.18 \text{ \AA} < z'_0 < 124.18 \text{ \AA}$ arasında baskın olarak uzaysal kuşatmanın etkisi altındadır. $\theta=54^\circ$ (Şekil.38)’de 160.16 meV’a inen potansiyel yüksekliği içerisinde üç “bağlı” düzey olduğu

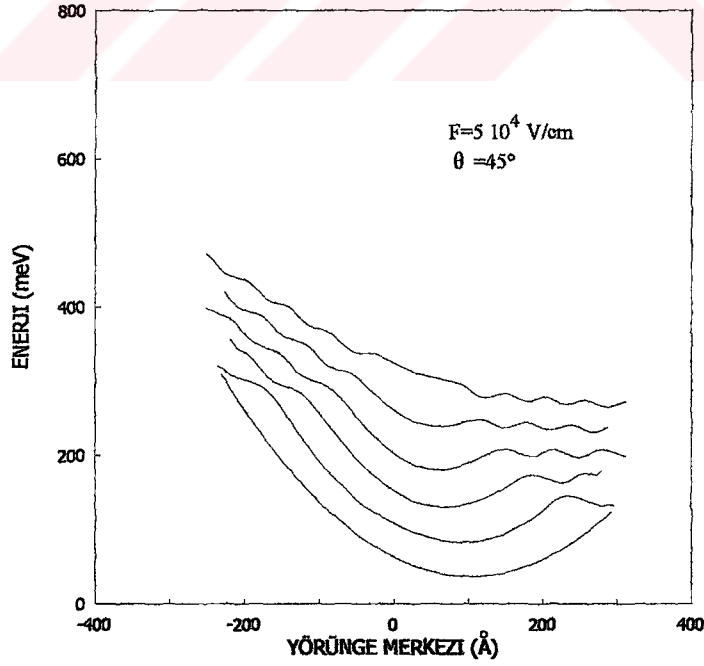
görülyorken $\theta=60^\circ$ (Şekil.39) 'de 125.19 meV'lik potansiyel içinde iki "bağlı" düzey kalmıştır. Toplam kuyu genişliği ise 175.65 \AA 'a inmiştir.

Sonuç olarak manyetik alanın x' eksenine ile yaptığı açı değeri artışı enerji düzeylerini tabana yaklaştırırken "bağlı" düzey sayısını da azaltmaktadır. Dolayısıyla bu durum, manyetik alan şiddetinin değeri değıştirmeksizin yönünü değıştirerek yapı içerisinde elektronik enerji düzeylerinin karakterini değıştirebileceğimizi açık bir şekilde göstermektedir. Bu sisteme büyüme doğrultusunda uygulanan elektrik alanının etkisini gösteren grafikler aşağıdadır.

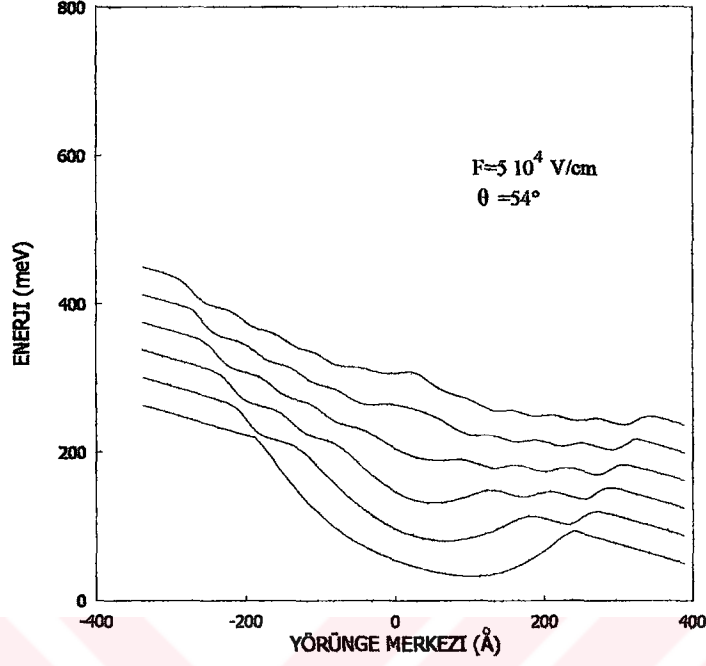




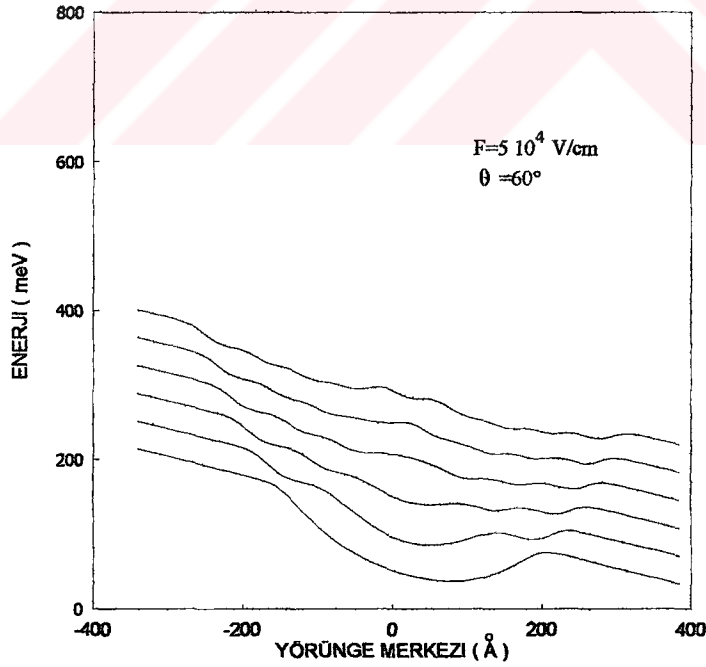
Şekil.40. Uygulanan dış manyetik alanın x' eksenine yaptığı açı $\theta=36^\circ$ ve elektrik alan terimi $F=5 \cdot 10^4$ V/cm iken yedi kuantum kuyusundan oluşan sistemin ilk altı enerji düzeyinin yörünge merkezine bağlı değişimi



Şekil.41. Uygulanan dış manyetik alanın x' eksenine yaptığı açı $\theta=45^\circ$ ve elektrik alan terimi $F=5 \cdot 10^4$ V/cm iken yedi kuantum kuyusundan oluşan sistemin ilk altı enerji düzeyinin yörünge merkezine bağlı değişimi



Şekil.42. Uygulanan dış manyetik alanın x' eksenine göre yaptığı açı $\theta=54^\circ$ ve elektrik alan terimi $F=5 \cdot 10^4$ V/cm iken yedi kuantum kuyusundan oluşan sistemin ilk altı enerji düzeyinin yörünge merkezine bağlı değişimi



Şekil.43. Uygulanan dış manyetik alanın x' eksenine göre yaptığı açı $\theta=60^\circ$ ve elektrik alan terimi $F=5 \cdot 10^4$ V/cm iken yedi kuantum kuyusundan oluşan sistemin ilk altı enerji düzeyinin yörünge merkezine bağlı değişimi

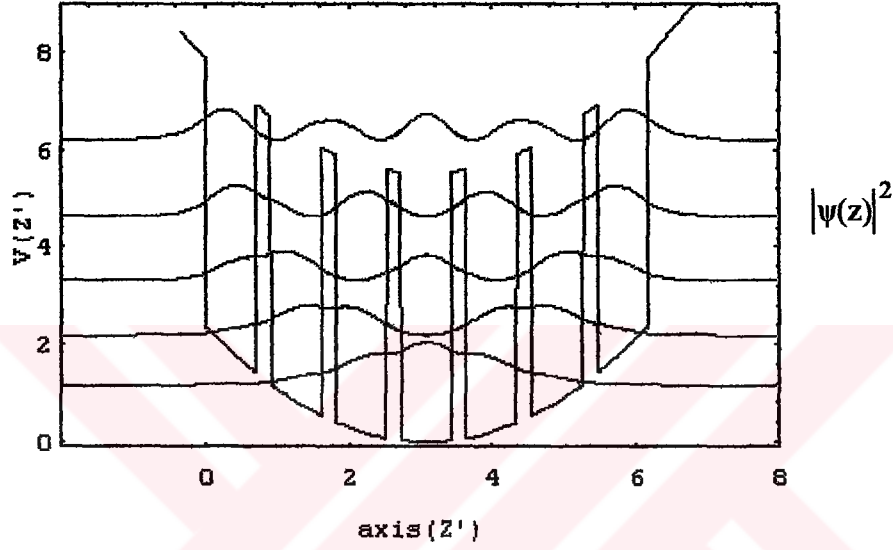
Şekil.40-Şekil.43’de manyetik alanın eğiklik açısı artarken $F=5 \cdot 10^4$ V/cm değerinde büyütme doğrultusunda uygulanan elektrik alan altında yedi kuantum kuyusundan oluşan sistemin enerji spektrumu verilmektedir. Bu spektrumlarda manyetik alanda bulunan bir sisteme elektrik alanının katkısı açıkça görülmektedir. Elektrik alan altındaki bu sistemde enerji düzeylerinin elektrik alan terimiyle orantılı bir eğime sahip olurken spektrum merkezi de bir miktar kaymıştır. Enerji düzeylerindeki bu eğim ve merkezindeki kayma manyetik alanın eğiklik açısı arttıkça azalmaktadır. Sonuç olarak elektrik alanının enerji spektrumuna etkisi, manyetik alanın x' eksenine yaptığı açının artırılmasıyla hızla azalmaktadır. Sonuçta θ ’nın 90° ‘ye yaklaştığı açı değerlerinde, elektrik alanın sıfır olduğu duruma yakın sonuçlar vermektedir. Bu, manyetik alanın eğiklik açısının artmasıyla, yüksekliği ve genişliği hızla azalan kuantum kuyularının, kuşatma etkisini artık hissetmeyen, sadece manyetik alanın parabolik potansiyelinin kuşatması altında kalan bir elektronun davranışının sonucudur.

Sonuç olarak, kuantum kuyu sayısı ne olursa olsun manyetik alanın değerini değiştirmeksizin eğiklik açısının değiştirilmesiyle “bağlı” düzeylerden “genişletilmiş” düzeylere geçişin sağlanabileceğini söyleyebiliriz. Elektrik alanın uygulanması ise enerji spektrumunda $z'_0=0$ yörünge merkezinin yerini kaydırarak spektrumdaki simetrikliğin bozulmasına sebep olmaktadır. Bu durum, böylesi bir sistemdeki elektronun kuantum kuşatmasının etkisinde hareket ettiği bölge genişliğinin değiştiği anlamına gelmez. Sadece kuantum kuyularının dizildiği parabolik potansiyelin minimum noktası $z'_0=0$ noktası yerine elektrik alan değeriyle orantılı $2\tilde{\beta}$ kadar kaymıştır. Manyetik alanın eğiklik açısı değiştirilmediği sürece kuantum kuyularının dolayısıyla uzaysal kuşatma bölgesinin genişliği değişmez. Elektrik alan uygulanmasıyla potansiyelin şekli eğildiğinden elektrik alan, tek başına bağlı durumların sayısında bir değişiklik oluşturmamaktadır.

Şimdiye kadar, elektrik ve eğik manyetik alan altındaki tek, üç, beş ve yedi kuantum kuyusundan oluşan sistemler sırasıyla incelenerek sistemin tek kuantum kuyusundan başlayarak süperörgüye yaklaşırken enerji düzeylerinin davranışları

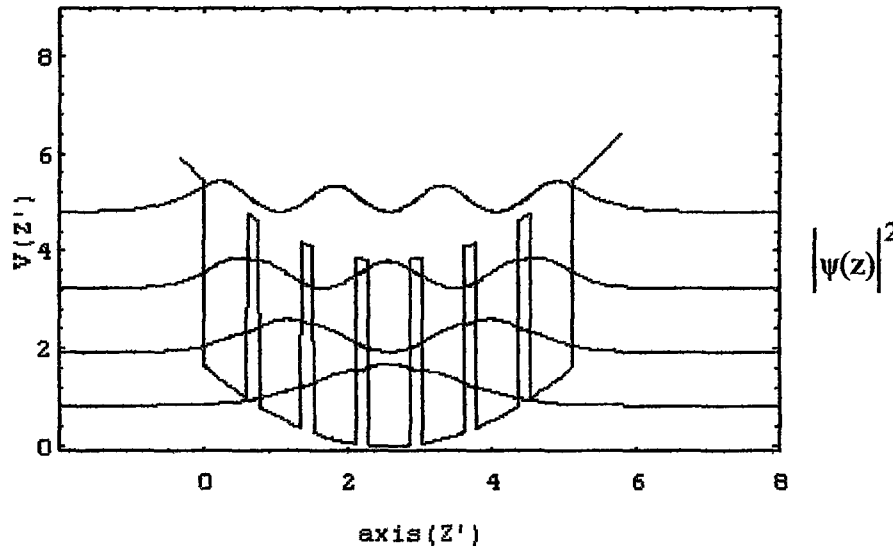
hakkında bilgi edinilmeye çalışılmıştır. Yedi kuantum kuyusundan oluşan yapının dalga fonksiyonlarının incelenmesi bize elektrik ve eğik manyetik alan altındaki bir süperörgüde elektronun davranışı hakkında bilgi verebileceği gerçeğinden yola çıkarak bu dalga fonksiyonlarını inceleyelim;

$$F=0, \theta =45^\circ$$

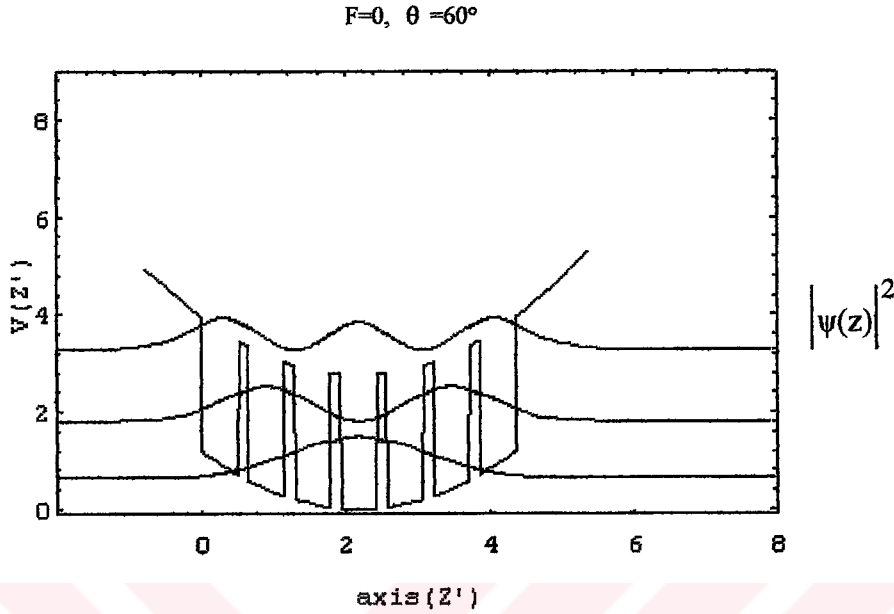


Şekil.44 Uygulanan dış manyetik alanın x' eksenine göre yaptığı açı $\theta=45^\circ$ ve elektrik alan terimi $F=0$ iken yedi kuantum kuyusundan oluşan sistemin ilk beş enerji düzeyine ait dalga fonksiyonu ve potansiyel profili

$$F=0, \theta =54^\circ$$



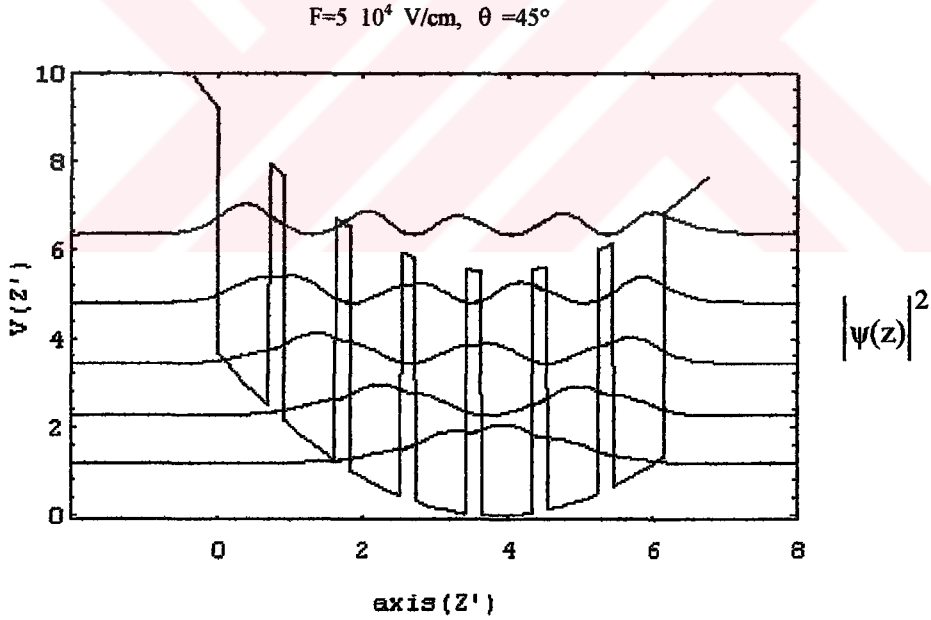
Şekil.45 Uygulanan dış manyetik alanın x' eksenine göre yaptığı açı $\theta=54^\circ$ ve elektrik alan terimi $F=0$ iken yedi kuantum kuyusundan oluşan sistemin ilk dört enerji düzeyine ait dalga fonksiyonu ve potansiyel profili



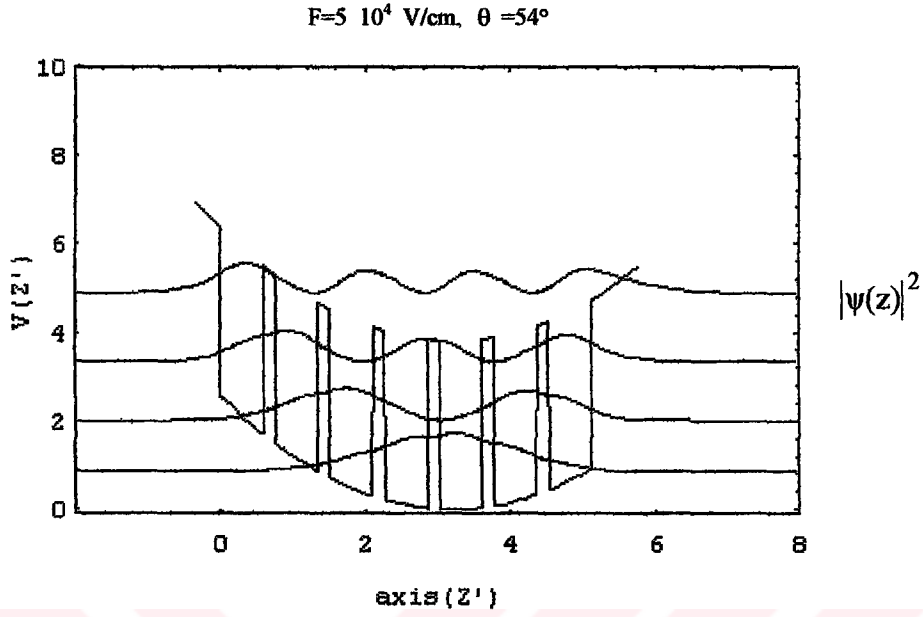
Şekil.46 Uygulanan dış manyetik alanın x' eksenine göre eğikliği $\theta=60^\circ$ ve elektrik alan terimi $F=0$ iken yedi kuantum kuyusundan oluşan sistemin ilk üç enerji düzeyine ait dalga fonksiyonu ve potansiyel profili

Elektrik alan $F=0$ iken manyetik alanın eğiklik açısının artmasıyla daha önce de bahsedildiği gibi kuyu/bariyer genişliği daralır ve potansiyel yüksekliği düşer. Böylece “bağlı” durum sayısı azalır. Şekil.43-Şekil.45 grafiklerinde her bir dalga fonksiyonunun düşey eksenine kestiği noktalar m boyutsuz enerji özdeğerlerini göstermektedir. Yani her bir enerji düzeyi için çizilen dalga fonksiyonu kendi enerji özdeğeri kadar yukarı kaydırılmıştır. Her bir grafikte dalga fonksiyonlarıyla birlikte potansiyel profili çizildiğinden elektronun değişen kuyu/bariyer ve potansiyel yüksekliğine karşı nerede lokalize olduğu kolaylıkla görülebilmektedir. Burada yedi kuantum kuyusundan dördüncü kuyunun merkezi olan z'_0 değerine karşılık gelen enerji özdeğerleri için dalga fonksiyonu grafikleri çizilmiştir. $\theta=45^\circ$ ‘de (Şekil.43) bağlı durum sayısı dört iken, ilk enerji düzeyindeki elektronun kuyular sisteminin ortasındaki kuyuda (4.kuyu) lokalize olduğu görülmektedir. Elektron ikinci enerji düzeyinde 4. kuyunun iki tarafındaki 3. ve 5. kuyu bölgesinde lokalize olurken üçüncü enerji düzeyine ait dalga fonksiyonu grafiğinde elektronun 2. ve 6. kuyu bölgesinde lokalize olduğu görülmektedir. Dördüncü enerji düzeyindeki elektron ise 1. ve 7. kuyuda lokalizedir. Simetrik bir potansiyelde hareket eden elektronun dalga fonksiyonunun

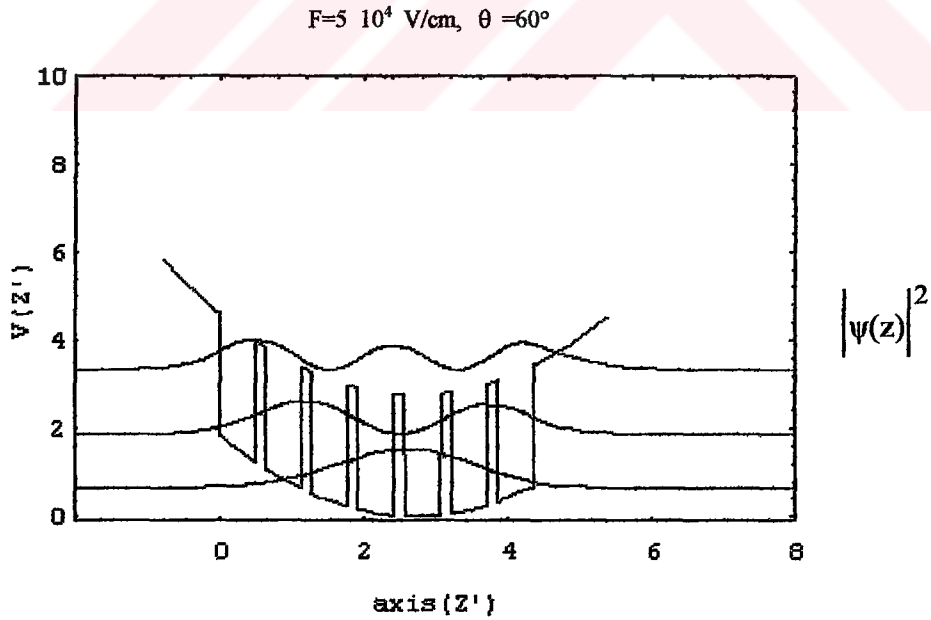
da simetrik olduğu görülmektedir. $\theta=54^\circ$ 'de (Şekil.45) ilk enerji düzeyi dalga fonksiyonunda elektronun maksimum olasılıkla yine 4. kuyu bölgesinde lokalize olduğu, ikinci düzeyde 2. ve 6. kuyu bölgelerinde ve üçüncü düzeyde 1. ve 7. kuyu bölgelerinde lokalize olduğu açıkça görülmektedir. Dördüncü enerji düzeyi ise artık kuyular sisteminden ayrılmış ve genişletilmiş enerji düzeyi karakteri göstermeye başlamıştır. $\theta=60^\circ$ 'de (Şekil.46) ise bağlı durum sayısı ikiye inmiştir. Burada ilk enerjindeki elektron 4.kuyuda, ikinci enerji düzeyindeki elektron 2. ve 5. kuyu bölgesinde lokalizedir. Üçüncü enerji düzeyi genişletilmiş enerji düzeyi olup dalga fonksiyonunun sadece manyetik alanın oluşturduğu parabolik potansiyel etkisiyle sınırlı olduğu diğer bölgelerde ise simetrik bir davranış gösterdiği görülmektedir. Elektrik alanın etkisinin olmadığı bu sisteme elektrik alan uygulayarak sistemde yaptığı değişiklikleri görelim;



Şekil.47 Uygulanan dış manyetik alanın x' eksenine göre yapıldığı açı $\theta=45^\circ$ ve elektrik alan terimi $F=5 \cdot 10^4 \text{ V/cm}$ iken yedi kuantum kuyusundan oluşan sistemin ilk beş enerji düzeyine ait dalga fonksiyonu ve potansiyel profili



Şekil.48 Uygulanan dış manyetik alanın x' eksenine ile yaptığı açı $\theta=54^\circ$ ve elektrik alan terimi $F=5 \cdot 10^4 \text{ V/cm}$ iken yedi kuantum kuyusundan oluşan sistemin ilk dört enerji düzeyine ait dalga fonksiyonu ve potansiyel profili



Şekil.49 Uygulanan dış manyetik alanın x' eksenine ile yaptığı açı $\theta=60^\circ$ ve elektrik alan terimi $F=5 \cdot 10^4 \text{ V/cm}$ iken yedi kuantum kuyusundan oluşan sistemin ilk üç enerji düzeyine ait dalga fonksiyonu ve potansiyel profili

Şekil.47’de elektrik alan şiddeti $F=5 \cdot 10^4$ V/cm ve manyetik alan eğiklik açısı $\theta=45^\circ$ için ilk beş enerji düzeyine ait dalga fonksiyonları çizilmiştir. Elektrik alanın etkisiyle potansiyelin şekli $F=0$ ’daki z'_0 noktasından 2β kadar sağa kaymıştır. Burada ilk enerji düzeyindeki elektronun dalga fonksiyonu, potansiyel profilinin de minimum noktası olan 5.kuyuda lokalizedir. İkinci düzeydeki elektron dalga fonksiyonu 3. ve 6. kuyu bölgesinde lokalize iken üçüncü düzey elektron dalga fonksiyonunun 2. ve 7. kuyu bölgesinde lokalize olduğu görülmektedir. Dördüncü enerji düzeyindeki elektronun dalga fonksiyonu ise onun yine 5. kuyu bölgesinde lokalizasyonunun fazla olduğunu göstermektedir. Bu enerji düzeyi “yarı bağlı” durumda denilebilir. Çünkü manyetik ve elektrik alanın etkisiyle eğilen potansiyel içerisinde kalan enerji düzeylerinden potansiyel yüksekliği sınırına yakın olanlar (burada 4. enerji düzeyi) hem bulunduğu bölgedeki kuantum kuyusunun oluşturduğu uzaysal kuşatmadan hem de manyetik kuşatmadan etkilenmeye başlamaktadır. Beşinci enerji düzeyi ise tamamen potansiyel dışında olduğundan sadece manyetik alanın yarattığı parabolik potansiyelin etkisinde simetrik bir dağılım göstermektedir.

Şekil.48’de görülen $\theta=54^\circ$ ‘ye ait ilk enerji düzeyi elektron dalga fonksiyonu 5. kuyuda, ikinci enerji düzeyindeki elektronun dalga fonksiyonu 3. ve 6. kuyuda ve bağlı olan üçüncü enerji düzeyi 2. ve 7. kuyuda lokalizedir. $\theta=45^\circ$ ’de bağlı olan dördüncü enerji düzeyi $\theta=54^\circ$ ’de genişletilmiş düzey karakterinde olduğu ona ait dalga fonksiyonunun harmonik osilatör dalga fonksiyonu özelliklerine benzer özelliklere sahip olmasından anlaşılabilir.

Şekil.49’de görülen $\theta=60^\circ$ ‘ye ait ilk enerji düzeyindeki elektronun dalga fonksiyonu onun 5. kuyu bölgesinde lokalize olduğunu göstermektedir. İkinci düzey elektronunun dalga fonksiyonu ise 3. ve 6. kuyu bölgesinde lokalizedir. Üçüncü enerji düzeyi ise artık genişletilmiş düzeydir ve uzaysal kuşatmadan çok manyetik kuşatmanın etkisi altındadır.

Sonuç olarak elektrik alanın bu kuantum kuyusu sisteminde yaptığı değişikliğin, kuyu simetrisini bozarak elektronların enerji düzeylerini yeni bir z'_0 noktasına kaydırması ve dolayısıyla lokalizasyonu değiştirmesidir.

3-ELEKTRİK VE EĞİK MANYETİK ALAN ALTINDAKİ TEK KUANTUM KUYUSUNDA BAND İÇİ SOĞURMA KATSAYISININ BELİRLENMESİ

3.1.Giriş

Yarıiletkenlerin band yapısının araştırılmasında en doğru ve belki de en basit metod soğurma spektrum ölçümleridir. Soğurma sürecinde, belli bir enerjiye sahip bir foton, bir elektronu düşük enerji düzeyinden daha üst enerji düzeyine uyarır. Böylece bir yarıiletken üzerine düşürülen ışıktaki değişimlerin incelenmesi, elektronun yarıiletken içerisinde mümkün olan tüm geçişlerin belirlenebilmesini ve düzeylerin dağılımı hakkında oldukça fazla bilgiyi elde edebilmemizi sağlar. Bu geçişler, bir yarıiletkenin değerlik bandı ile iletkenlik bandı arasında oluyorsa iki tip geçiş sözkonusudur: Doğrudan geçiş ve dolaylı geçiş.

Doğrudan geçişlerde değerlik bandının maksimumu ile iletkenlik bandının minimumu aynı k değerinde bulunmaktadır. Böylece değerlik band maksimumu yakınındaki bir elektron iletkenlik band minimumuna bir foton soğurarak doğrudan geçiş yaparken aynı zamanda momentum korunumu ilkesini de sağlayacaktır. Bir elektronun momentumu $p = \hbar k_{BZ}$ mertebesindedir. Burada $k_{BZ} = \pi/a \approx 10^8 \text{ cm}^{-1}$ dir. Görünür bölgedeki ışığın foton dalga vektörünün $k_{ph} \approx 10^5 \text{ cm}^{-1}$ mertebesinde olduğu göz önüne alınırsa, foton momentumunun elektron momentumuna göre ihmal edilebilecek kadar küçük olduğunu kabul edebiliriz. Böylece bir alt düzeyden üst düzeye foton soğurarak geçen bir elektronun momentumunun korunduğunu söyleyebiliriz. Dolaylı geçişlerde ise, değerlik band maksimumu ile iletkenlik band minimumu aynı k değerinde olmadığından elektronların aşağı ya da yukarı geçişlerinde momentumda oldukça büyük bir değişim söz konusudur ve foton ile birlikte bir fononu gerektirir. Bu durum;

$$\varepsilon_{ph} \pm \varepsilon_p = \varepsilon_g \quad (3.1.1)$$

denklemleri ile ve momentumdaki değişim

$$\Delta k = k_p \quad (3.1.2)$$

ile verilir. Burada, k_p fononun dalga vektörü, ϵ_{ph} ve ϵ_p sırasıyla foton ve fonon enerjilerini gösterir. Sonuç olarak dolaylı geçişlerde bir optik ya da akustik fonon enerjisine ve momentumuna ihtiyaç duyulur.

Bir elektron bandlararasında ya da bandiçinde bir düzeyden üst bir enerji düzeyine geçebilmesi için bulunduğu enerji düzeyi ile uyarılacağı enerji düzeyi arasındaki enerji farkı kadar enerjiye sahip bir foton soğurmalıdır ve bu geçiş sırasında hem enerji hem de momentum korunumu yasasını sağlayan geçişleri izinli olacaktır.

En genel haliyle soğurma $\alpha(h\nu)$ ile gösterilen bir katsayı cinsinden ifade edilir ve ışığın $L(h\nu)$ ilerleme yolu boyunca şiddetindeki relatif azalma olarak tanımlanır.

$$\alpha = \frac{1}{L(h\nu)} \frac{d[L(h\nu)]}{dx} \quad (3.1.3)$$

Işık bir elektromanyetik dalga olduğundan birbirine dik doğrultuda hareket eden elektrik ve manyetik alan bileşenlerinden oluşur ve kuantlaşmış ışık dalgalarına eşlik eden parçacıklara foton adı verilir. Her bir foton $\hbar\omega$ kadar bir enerji taşır.

3.2. Teori

Vektör potansiyeli $A(\vec{r}, t)$ ile verilen bir elektromanyetik alanla $V(\vec{r})$ statik potansiyeldeki bir elektronun etkileşimini tanımlayan toplam Hamiltonian;

$$H = H_0 + H_{op} \quad (3.2.1)$$

ile verilir. Burada H_0 sistemin pertürbe olmamış Hamiltoniyen'ini tanımlarken H_{op} etkileşim Hamiltoniyenidir. Toplam Hamiltoniyen açık formda;

$$H = \frac{1}{2m_0} [\vec{p} + e\vec{A}(\vec{r}, t)]^2 + V(\vec{r}) \quad (3.2.2)$$

olarak tanımlanır. Denk.(3.2.2)'de verilen Hamiltoniyen açıldığında;

$$H = \frac{1}{2m_0} [p^2 + e\vec{p} \cdot \vec{A}(\vec{r}, t) + e\vec{A}(\vec{r}, t) \cdot \vec{p} + e^2 \vec{A}(\vec{r}, t)^2] + V(\vec{r}) \quad (3.2.3)$$

elde edilir. Yük dağılımı statik olduğundan $\nabla \cdot \vec{A}(\vec{r}, t) = 0$ Coulomb ayarı kullanılır ve Hamiltoniyen;

$$H = \frac{p^2}{2m_0} + \frac{1}{2m_0} [2e\vec{A}(\vec{r}, t) \cdot \vec{p} + e^2 \vec{A}(\vec{r}, t)^2] + V(\vec{r}) \quad (3.2.4)$$

olarak yazılabilir. Hamiltoniyendeki parantez içindeki $\vec{A}(\vec{r}, t)^2$ 'li son terim bir atom tarafından ışığın saçılması ve iki foton salın (emisyon) geçişlere katkıda bulunan terim olduğundan tek bir fotonun salınması ya da soğurulmasına katkısı yoktur. Dolayısıyla ;

$$H_{op} = \frac{e}{m_0} \vec{A}(\vec{r}, t) \cdot \vec{p} \quad (3.2.5)$$

şeklinde etkileşim Hamiltoniyen'i bulunur. Bir elektromanyetik dalganın vektör potansiyeli;

$$\vec{A}(\vec{r}, t) = A_0 e^{i(\vec{q}\vec{r} - \omega t)} + A_0^* e^{-i(\vec{q}\vec{r} - \omega t)} \quad (3.2.6)$$

şeklinde verilir. Burada ilk terim bir fotonun soğurulmasını ikinci terim ise yayınlanmasını tanımlar. Soğurma hesabı yapılacağından ikinci terim dikkate alınmayacaktır. Denk.(3.2.5)'e Denk.(3.2.6) vektör potansiyeli yerleştirilerek, etkileşim Hamiltoniyen'i;

$$H_{op} = \frac{e}{m_0} A_0 \left[e^{i(\vec{q}\vec{r} - \omega t)} \right] \hat{\epsilon} \cdot \vec{p} \quad (3.2.7)$$

şeklinde bulunur. Burada $\hat{\epsilon}$ ışığın polarizasyon vektörü, \vec{q} optik ışığın dalga vektörü, e elektron yükünün büyüklüğü, m_0 serbest uzay elektron kütlesi ve \vec{p} elektronun momentum vektörüdür.

Denk.(3.2.7)'de verilen H_{op} etkileşim potansiyeli kullanılarak, bir Ψ_i düzeyinden Ψ_f düzeyine bir foton soğurarak geçiş hızı;

$$W_{fi} = \frac{2\pi}{\hbar} \left| \langle \Psi_f | H_{op} | \Psi_i \rangle \right|^2 \delta(E_f - E_i - \hbar \omega) \quad (3.2.8)$$

ile tanımlanır. Burada, E_i ve E_f sırasıyla başlangıç ve son düzeylerdeki elektron enerjileri, ω ise fotonun açısal frekansıdır. Eğer kuantum kuyusu içerisindeki elektronlar arasındaki etkileşimi ihmal edersek bir foton soğurulmasından sonra Ψ_i ilk enerji düzeyi ve Ψ_f son enerji düzeyi dalga fonksiyonlarını;

$$\begin{aligned} \Psi_i &= u_c(\vec{r}) \phi_i(\vec{r}) \\ \Psi_f &= u'_c(\vec{r}) \phi_f(\vec{r}) \end{aligned} \quad (3.2.9)$$

formunda tanımlarız. Burada $u_c(\vec{r})$ ve $u'_c(\vec{r})$ iletkenlik band ucu yakınındaki hücre periyodik fonksiyonları, $\phi_i(\vec{r})$ ve $\phi_f(\vec{r})$ sırasıyla ilk ve son düzeyler için zarf dalga fonksiyonlarıdır. Denk.(3.2.8)'de verilen geçiş hızı ifadesinde görülen $\langle \Psi_f | H_{op} | \Psi_i \rangle$ terimine başlangıç düzeyinden son düzeye geçiş matris elemanı adı verilir ve ;

$$M_{fi} = \langle \Psi_f | H_{op} | \Psi_i \rangle \quad (3.2.10)$$

olarak gösterilir. Denk.(3.2.9)'da verilen dalga fonksiyonlarında $\phi_i(\vec{r})$ ve $\phi_f(\vec{r})$ zarf fonksiyonlarının hücre periyodik fonksiyonlarıyla kıyaslandığında değişimleri oldukça yavaştır. Dolayısıyla Denk.(3.2.10)'da verilen matris elemanı yaklaşık olarak;

$$\begin{aligned} \langle \Psi_f | H_{op} | \Psi_i \rangle &= \langle u'_c(\vec{r}) \phi_f(\vec{r}) | H_{op} | u_c(\vec{r}) \phi_i(\vec{r}) \rangle \\ &\approx \langle u'_c | H_{op} | u_c \rangle_{\text{hücre}} \langle \phi_f | \phi_i \rangle + \langle u'_c | u_c \rangle_{\text{hücre}} \langle \phi_f | H_{op} | \phi_i \rangle \end{aligned} \quad (3.2.11)$$

şeklinde ifade edilebilir. Band içi geçişlerde ilk terim sıfırdır. Çünkü $\phi_i(\vec{r})$ ve $\phi_f(\vec{r})$ 'yi elde etmede kullanılan Hamiltoniyen Hermitian'dır [60]. Böylece, Denk.(3.2.5) 'de verilen etkileşim Hamiltoniyen'i dikkate alınarak, band içi geçişler için matris elemanı;

$$\langle \Psi_f | H_{op} | \Psi_i \rangle \approx \langle \phi_f | H_{op} | \phi_i \rangle = \frac{eA_o}{2m_o} \langle \phi_f | e^{i\vec{q}\vec{r}} \hat{\epsilon} \cdot \vec{p} | \phi_i \rangle \quad (3.2.12)$$

formunda yazılabilir. Bu eşitlikte \vec{q} ile gösterilen niceliğin foton dalga vektörü olduğu hatırlanırsa $e^{i\vec{q}\vec{r}}$ seriye açıldığında;

$$e^{i\vec{q}\vec{r}} = 1 + (i\vec{q}\vec{r}) + \frac{1}{2!} (i\vec{q}\vec{r})^2 + \dots \quad (3.2.13)$$

olur. Optiksel geçişlerde atomik dalga fonksiyonları atomun ilk Bohr yarıçapı yani 1 \AA civarına kadar uzanır. Optiksel geçişlere eşlik eden dalgaboyu ise birkaç bin angström mertebesindedir. Buna karşılık dalga sayısı ise 10^5 cm^{-1} mertebesindedir. O halde $q \cdot r$ niceliği $r < 1 \text{ \AA}$ olmasından dolayı küçüktür. Bu yüzden $e^{i\vec{q}\vec{r}}$ 'yi 1 alabiliriz. Buna dipol yaklaşımı adı verilir. Diğer bir deyişle etkileşim Hamiltoniyen'indeki eksponansiyel terime, kuyu düzlemine dik dalga vektöründen gelen katkı ihmal edilebilir. Bu durumda Denk.(3.2.12)'deki matris elemanı;

$$\begin{aligned} \langle \Psi_f | H_{op} | \Psi_i \rangle &\approx \langle \phi_f | H_{op} | \phi_i \rangle = \frac{eA_o}{2m_o} \hat{\epsilon} \langle \phi_f | \vec{p} | \phi_i \rangle \\ &= \frac{eA_o}{2} \hat{\epsilon} \langle \phi_f | \frac{d\vec{r}}{dt} | \phi_i \rangle \end{aligned} \quad (3.2.14)$$

olarak ifade edilebilir. Dinamik r değişkenine Heisenberg denklemi;

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{i}{\hbar} [H_o, \vec{r}] \quad (3.2.15)$$

uygulanacak olursa;

$$\begin{aligned} \langle \phi_f | \frac{d\vec{r}}{dt} | \phi_i \rangle &= \frac{i}{\hbar} \langle \phi_f | H_o \vec{r} - \vec{r} H_o | \phi_i \rangle = \frac{i}{\hbar} \{ \langle \phi_f | H_o \vec{r} | \phi_i \rangle - \langle \phi_f | \vec{r} H_o | \phi_i \rangle \} \\ &= \frac{i}{\hbar} \{ \langle H_o \phi_f | \vec{r} | \phi_i \rangle - \langle \phi_f | \vec{r} | H_o \phi_i \rangle \} \end{aligned}$$

$$= \frac{i}{\hbar} (E_f - E_i) \langle \phi_f | \vec{r} | \phi_i \rangle \quad (3.2.16)$$

O halde, Denk.(3.2.14)'de tanımlanan matris elemanına Denk.(3.2.16)'da bulunan parçası eklenerek;

$$\langle \Psi_f | H_{op} | \Psi_i \rangle = -\frac{eA_0}{2i\hbar} (E_f - E_i) \hat{\epsilon} \langle \phi_f | \vec{r} | \phi_i \rangle \quad (3.2.17)$$

formunda etkileşim matris elemanı bulunmuş olacaktır.

Kuantum kuyusundaki α soğurma katsayısı $\hbar\omega$ çarpı birim zaman ve birim hacim başına geçişlerin sayısı bölü birim alan başına enerji akısı olarak tanımlanır.

$$\alpha = \frac{1}{V} \sum_i \sum_f \left(\hbar\omega W_{fi} / \frac{n_f \omega^2 A_0^2}{2\mu c} \right) \quad (3.2.18)$$

Bu eşitlikte n_f kırılma indisi, ω açısal frekans, A_0 vektör potansiyeli, μ geçirgenlik ve c ışık hızıdır.

Başlangıç düzeyindeki elektronların yoğunluğu;

$$n_i = \int_0^{\infty} D(E) f(E) dE \quad (3.2.19)$$

dir. Burada, $D(E)$ durum yoğunluğu, $f(E)$ ise Fermi-Dirac dağılım fonksiyonudur. Elektronun geçiş yapabileceği son düzeydeki boşlukların yoğunluğu ise;

$$n_f = \int_0^{\infty} D(E) (1 - f(E)) dE \quad (3.2.20)$$

şeklinde verilir.

İlk önce n_i ve n_f elektron yoğunluğu ifadelerini türetelim; İki boyutta birim yüzey başına durum yoğunluğu ve Fermi-Dirac dağılım fonksiyonu;

$$D(E) = \frac{m^*}{\pi \hbar^2} \quad (3.2.21)$$

$$f(E) = \frac{1}{1 + e^{(E - E_F)/k_B T}} \quad (3.2.22)$$

şeklinde tanımlı olduğunu hatırlatarak;

$$n_i = \frac{m^*}{\pi \hbar^2} \int_0^{\infty} \frac{1}{1 + e^{(E - E_i - E_F)/k_B T}} dE_i \quad (3.2.23)$$

$$n_f = \frac{m^*}{\pi \hbar^2} \int_0^{\infty} \left(1 - \frac{1}{1 + e^{(E - E_f - E_F)/k_B T}}\right) dE_i \quad (3.2.24)$$

Denk.(3.2.23) ve Denk.(3.2.24) integralleri alındığında $(n_i - n_f)$ farkı;

$$n_i - n_f = \frac{m^*}{\pi \hbar^2} kT \ln \left[\frac{1 + e^{(E_F - E_i)/k_B T}}{1 + e^{(E_F - E_f)/k_B T}} \right] \quad (3.2.25)$$

formunda elde edilir. Denk.(3.2.8)'de tanımlanan toplam geçiş hızını çizgi genişliği ifadesini kullanarak hesaplırsak;

$$W_{fi} = \frac{2\pi}{\hbar} \left| \langle \Psi_f | H_{op} | \Psi_i \rangle \right|^2 \frac{1}{\pi (\hbar \omega + E_i - E_f)^2 + (\Gamma/2)^2} \quad (3.2.26)$$

olacaktır. Denk.(3.2.17) ifadesini de Denk.(3.2.26)'ya yerleştirirsek;

$$W_{fi} = \frac{2\pi e^2 A_o^2}{\hbar 4 m_o^2} |M_{fi}|^2 \frac{1}{\pi (\hbar \omega + E_i - E_f)^2 + (\Gamma/2)^2} \quad (3.2.27)$$

şeklinde elde edilir. Bu eşitlikteki matris elemanı;

$$|M_{fi}|^2 = \frac{m_o^2 (E_i - E_f)^2}{\hbar^2} \left[\int_{-\infty}^{\infty} \phi_f(z') z' \phi_i(z') dz' \right]^2 \quad (3.2.28)$$

biçiminde tanımlıdır. Böylece Denk.(3.2.18)'de tanımlanan soğurma katsayısı ifadesinin düzenlenmesi tamamlanmıştır. Bu katsayının açık formu;

$$\alpha = \sum_i \sum_f \frac{e^2 \mu c m^* k_B T}{\pi \hbar^2 m_o^2 L n_r \omega} |M_{fi}|^2 \ln \left[\frac{1 + e^{(E_F - E_i)/k_B T}}{1 + e^{(E_F - E_f)/k_B T}} \right] \times \frac{(\Gamma/2)}{(\hbar \omega - E_{fi})^2 + (\Gamma/2)^2} \quad (3.2.29)$$

şeklinde verilir. Burada $E_{fi} = E_f - E_i$ formunda tanımlıdır. Bu eşitlikte, μ geçirgenlik, e elektron yükü, c serbest uzayda ışığın hızı, k_B Boltzmann sabiti, T sıcaklık, n_r kırılma indisi, E_F kuyudaki elektron yoğunluğuna bağlı Fermi enerjisi, L kuantum kuyu sisteminin uzunluğu ve Γ çizgi genişliğidir.

Osilatör şiddeti f ;

$$f = \frac{2m_0(E_f - E_i)}{\hbar^2} \langle z' \rangle^2 = \frac{2|M_{fi}|^2}{m_0(E_f - E_i)} \quad (3.2.30)$$

olarak ifade edilir. Burada kuantum kuyusu sistemi üzerine gönderilen ışığın kuyuya dik polarizasyonlu olduğu kabul edilerek soğurma katsayısı bulunacaktır.

Soğurma hesabı yapılırken geçiş enerji düzeyleri, $z'_0 = 0$ 'a karşılık gelen enerji düzeyleri olarak alınmıştır. Bu, y serbest doğrultudaki k_y dalga vektörünün geniş aralığında bile k_y ye parametrik olarak bağlı olan z'_0 değerinin çok küçük kalmasına dayanılarak yapılmıştır. Bu durumu açıklayacak olursak; tek boyutta serbestlik enerjisinin $\frac{1}{2}k_B T$ olduğu hatırlanırsa bu enerjinin serbest elektron

enerjisi; $\frac{\hbar^2 k_y^2}{2m}$ 'ye eşitlenmesiyle elde edilen k_y değerinin Denk. (2.2.7)'deki z'_0 değerinde yerine konulmasıyla $z'_0 = 4.72 \cdot 10^{-9}$ m bulunur. Bu da bahsedildiği gibi oldukça küçük bir değerdir.

3.3. Veriler ve Yorum

Bildiğimiz kadarıyla literatürde elektrik ve eğik manyetik alan altındaki bir kare kuantum kuyusuna ait analitik çözüm bulunamadığı için bu iki alanın birlikte etkisinin görüleceği bir sistem için soğurma katsayısı hesabı da yapılamamıştır.

Çalışmamızın bu bölümünde manyetik alanın eğiklik açısı $\theta=0^\circ$ iken elektrik alan şiddeti $F=0$ ve $5 \cdot 10^4$ V/cm olduğu durumlar için tek kuantum kuyusunda soğurma katsayısı hesabı yapılarak foton enerjisine karşı grafikleri çizilmiştir. Manyetik alanın eğiklik açısının sıfırdan farklı olduğu durumlar için ise osilatör şiddeti değerleri bulunmuştur.

Bir, tek kuantum kuyusuna büyütme doğrultusunda elektrik alan ve x-z düzleminde eğik manyetik alan uygulandığında z doğrultusundaki potansiyelin genel formu Denk.(2.2.2)'de verilmiştir. Tek kuantum kuyusunun bandiçi soğurma hesabı yapılacağından sistemdeki kuyu sayısını gösteren N indisi 1 olacaktır. Böylece Denk.(2.2.2)'de verilen potansiyel içerisindeki N-1 terimi sıfır olacağından düşer ve tek kuantum kuyusu için potansiyel;

$$V(z) = V_0 [S(z_L - z) + S(z - z_R)] - eFz \quad (3.3.1)$$

şeklinde verilir. Bu potansiyelin şematik gösterimi Bölüm 2.2.1'de Şekil.1 olarak gösterilmiştir. Bu potansiyel kullanılarak ve Bölüm 2.2'deki adımlar izlenerek sonuçta yeni koordinatlar cinsinden Schrödinger denklemi Denk.(2.2.21)'de verildiği gibi;

$$\frac{d^2 \phi(\tilde{\zeta})}{d\tilde{\zeta}^2} + \left[\left(m + \frac{1}{2}\right) - \frac{1}{4} \tilde{\zeta}^2 \right] \phi(\tilde{\zeta}) = 0 \quad (3.3.2)$$

olarak elde edilir. Bu diferansiyel denklemin çözümleri $D_m(\tilde{\zeta})$ Weber fonksiyonlarıdır. Kuyu ve her iki bariyer bölgesindeki çözümlere sınır değerleri yerleştirilerek elde edilen katsayılar determinantının kökleri bize elektrik ve eğik manyetik alan altındaki tek kuantum kuyusunun enerji özdeğerlerini verir. Bu şekilde elde edilen sistemin enerji spektrumunda bandiçi geçişler için soğurma katsayısı hesabı yapılmıştır. Bu katsayının, manyetik alanın eğiklik açısının

değerine ve elektrik alanının bulunup bulunmamasına göre değişimi incelenerek bandiçi geçişlerin bu parametrelerle nasıl değiştiği araştırılmıştır.

Literatürde yapılan simetrik kare kuyu sistemindeki tek-tek ve ya çift-çift pariteli düzeyler arasındaki geçişlerin kuyu simetrisinden dolayı yasaklı olduğu ve gözlenemediği ancak kuyu simetrisini bozacak bir dış elektrik alan ya da asimetrik bir yapı kullanıldığında gözlendiği görülmüştür [38]. Bizim sistemimizde bu tür geçişlerin var olup olmadığı ve nedenleri tartışılacaktır.



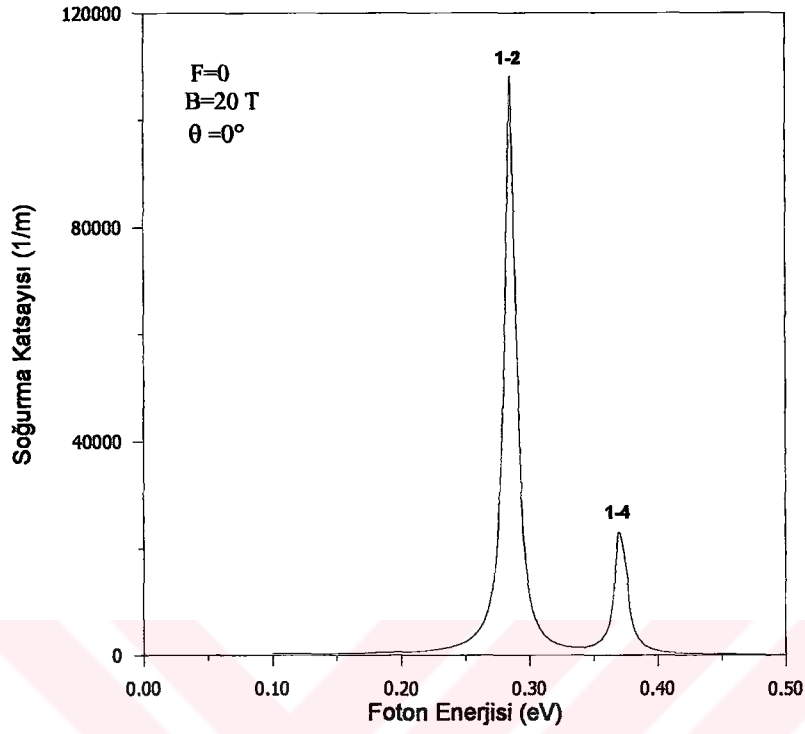
3.3.1. Elektrik Alan ve Büyütme Doğrultusuna Dik Manyetik Alan Altındaki Tek Kuantum Kuyusunda Band İçi Soğurma Katsayısı

Bu bölümde, $T=300$ °K 'de (oda sıcaklığı) GaAs – Ga_{1-x}Al_xAs yarıiletken heteroyapıdan oluşan tek kuantum kuyusunun ilk dört enerji düzeyi için kuyuya dik polarizasyonlu fotonun soğurma katsayısı hesaplanmıştır. Kuantum kuyusunun potansiyel yüksekliği 410 meV ve kuyu genişliği 39.2 Å 'dur. Ayrıca deneysel verilerden [49]; çizgi genişliği $\Gamma=10$ meV, elektron yoğunluğu $1.6 \cdot 10^{17}$ cm⁻³ ve buna uygun Fermi enerjisi 6.49 meV olarak alınmıştır.

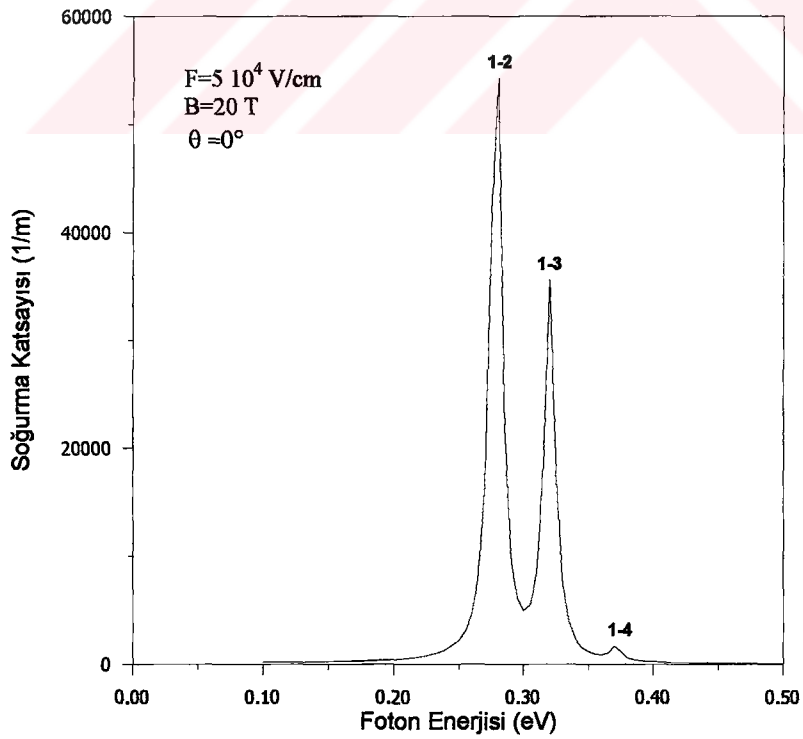
Bölüm 2.3.1'deki Şekil.3'e bakıldığında tek kuantum kuyusunun potansiyel yüksekliği içerisinde, sadece, taban enerji düzeyinin bulunduğu görülür. Bağlı olan bu taban enerji düzeyi ile potansiyel yüksekliği dışındaki "genişletilmiş" ikinci enerji düzeyi arasında yaklaşık 0.28 eV'luk enerji farkı bulunmaktadır. Yani, taban enerji düzeyinde bulunan bir elektronun ikinci enerji düzeyine geçebilmesi için enerjisi en az 0.28 eV olan bir foton soğurması gereklidir.

İncelenen tek kuantum kuyusunun enerji düzeylerinin, kuyunun merkezi ve civarında baskın olarak uzaysal kuşatmanın etkisi altında olduğunu bölüm 2.3.1'de ayrıntılı olarak anlatmıştık. Bu bölge içerisindeki enerji düzeyleri, manyetik alandan etkilenmediğinden, alansız, simetrik bir tek kuantum kuyusunun enerji düzeylerine benzer özelliklere sahiptir. Ana hatlarıyla, sayılan bu özelliklere sahip, simetrik bir tek kuantum kuyusunun enerji düzeyleri arasındaki geçişlerde, tek-tek ve çift-çift pariteli geçişlerin yasaklı olması beklenir. Bahsedilen bu yapıya elektrik alan uygulanmasıyla yapının simetrisi bozulacağından yasaklı olan geçişlerin artık izinli olmasını beklediğimizi de söyleyebiliriz.

Denk.(3.2.29)'da verilen soğurma katsayısı ifadesi kullanılarak elektrik alan şiddeti sıfır ve $F = 5 \cdot 10^4$ V/cm iken foton enerjisine karşı çizilen soğurma grafiklerini inceleyelim;



Şekil.50. Elektrik alan şiddeti $F=0$ ve manyetik alan şiddeti $B=20$ Tesla ve eğiklik açısı $\theta=0^\circ$ iken tek kuantum kuyusunda bandiçi soğurma katsayısının foton enerjisine göre grafiği.

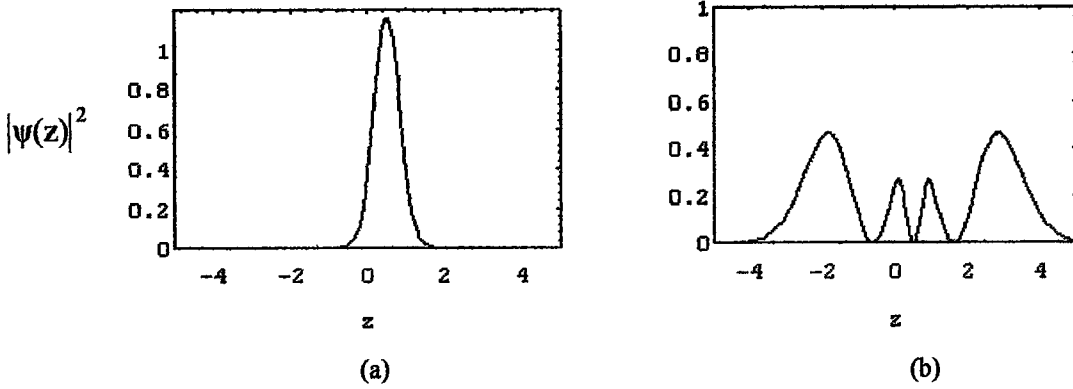


Şekil.51. Elektrik alan şiddeti $F=5 \cdot 10^4\text{ V/cm}$ ve manyetik alan şiddeti $B=20$ Tesla ve eğiklik açısı $\theta=0^\circ$ iken tek kuantum kuyusunda bandiçi soğurma katsayısının foton enerjisine göre grafiği.

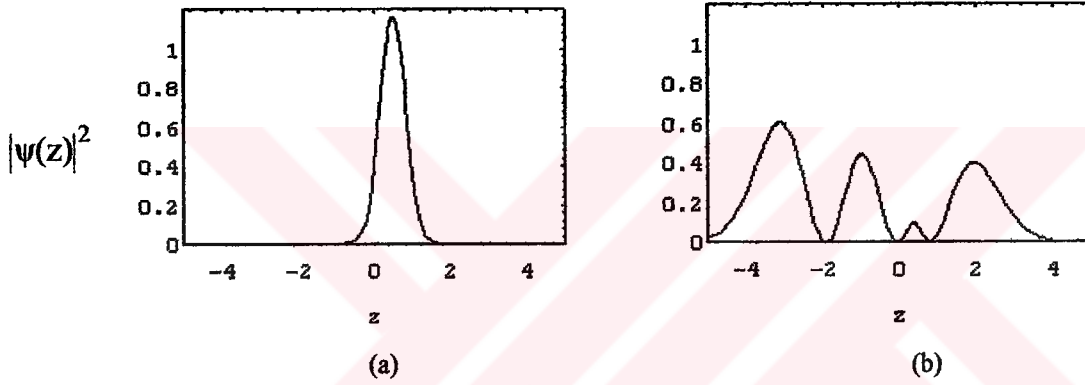
Bu grafiklerde, $F=0$ ve $F = 5 \cdot 10^4$ V/cm olan elektrik alanının her iki değerinde de 1-2 geçişinin baskın olduğu görülmektedir. $F = 5 \cdot 10^4$ V/cm için soğurma piki 278.7 meV 'den 285.6 meV 'a 6.9 meV kadar kaymıştır. Aynı zamanda pik genliği 109805 m^{-1} den 59654 m^{-1} 'e düşmüştür.

Enerji düzeyleri kuantum kuyusu içerisinde “bağlı” olan bir sisteme elektrik alanı uygulanmasıyla ilk enerji düzeyinin düşmesi ve E_2-E_1 farkının artması beklenir. Bu farkın artışı onun karesiyle orantılı soğurma pikinin artmasına neden olur. Yaptığımız çalışmada ise manyetik alan altındaki bir tek kuantum kuyusuna büyütme doğrultusunda uygulanan elektrik alanı ile “bağlı” ilk enerji düzeyinin minimum enerji noktası $z'_0 + 2\beta$ değerine kaymıştır. İkinci enerji düzeyinin minimum noktası ise elektrik alandaki bu kaymadan çok daha az etkilenmektedir çünkü bu düzey potansiyel kuyusu içerisinde yer almayan “genişletilmiş” düzey karakterindedir (Şekil.8). Yani ikinci enerji düzeyi kuantum kuyusu içinde “bağlı” olmayan, fakat manyetik alanın oluşturduğu parabolik potansiyel içerisinde “bağlı” olan bir düzeydir. Dolayısıyla bu enerji düzeyinin elektrik alan altındaki davranışının, “bağlı” bir enerji düzeyinin davranışından farklı olacağı açıktır. Bu çalışmada soğurma hesabını yaparken geçiş yapan tüm enerji değerleri, kuyu merkezi olan $z'_0=0$ noktasındaki elektronun yörünge merkezine göre alınmıştır. Bu noktadaki ilk enerji düzeyi $F=0$ 'daki enerji değerinden bir miktar daha büyük bir değere sahiptir. Dolayısıyla ilk iki enerji düzeyi arasındaki fark azalmıştır. Sonuç olarak elektrik alanıyla soğurma pikinin genliğinin düşmesi, E_2-E_1 enerji farkının ve bu farkla orantılı M_{fi} matris elemanının değerinin azalmasından kaynaklanmaktadır.

Ayrıca bu grafiklerde, elektrik alanının kuyu simetrisini bozmasıyla $F=0$ 'da yasak olan 1-3 geçişinin izinli hale geldiği görülmektedir. Bu soğurma piki oldukça şiddetli ve genliği 34819.4 m^{-1} 'dir. $F=0$ 'da görülen 1-4 geçişi soğurma piki 371.85 meV'de iken $F = 5 \cdot 10^4$ V/cm'de 370.84 meV'a yaklaşık 1 meV kadar kaymıştır. Bu geçiş için soğurma pik genlikleri ise sırasıyla 24967.3 m^{-1} ve 1286.1 m^{-1} dir. Alandaki artış ile soğurma pikinin yeri önemli bir miktarda kaymazken pik genliği hızla düşmüştür. Bu olayın nedeni, 1. ve 4. enerji düzeylerine ait dalga fonksiyonlarının davranışından kolaylıkla açıklanabilir.



Şekil.52. Elektrik alan şiddeti $F=0$ ve manyetik alan eğiklik açısı $\theta=0^\circ$ iken tek kuantum kuyusunun a) ilk ve b) dördüncü enerji düzeyi dalga fonksiyonları



Şekil.53. Elektrik alan şiddeti $F=5 \cdot 10^4$ V/cm ve manyetik alan eğiklik açısı $\theta=0^\circ$ iken tek kuantum kuyusunun a) ilk ve b) dördüncü enerji düzeyi dalga fonksiyonları

Şekil.52 ve Şekil.53’de indirgenmiş z ekseninde tek kuantum kuyusunun yerleşimi 0-1 aralığındadır. Şekil.52.(b)’de alansız 4.enerji düzeyi dalga fonksiyonu, elektronun kuyu bölgesi civarında eşit olasılıkla bulunduğunu gösterir. Şekil.53.(b)’de ise, elektrik alanı altındaki yapının 4.enerji düzeyinde, parçacığın kuyu bölgesinin sol tarafında lokalizasyonu maksimumdur. Dolayısıyla ilk enerji düzeyinden 4. enerji düzeyine geçiş yapan elektronun geçiş matris elemanı (overlap integrali) küçülür ve böylece, elektrik alanın uygulanmasıyla elektronun 1-4 düzeyleri arasındaki geçiş soğurma katsayısı azalmıştır.

Sonuç olarak büyütme doğrultusuna dik manyetik alan altındaki tek kuantum kuyusunda elektrik alan terimi sıfır iken kuyu simetrik bir yapıya sahiptir. Band içi soğurma pikleri sadece 1-2 ve 1-4 geçişlerinde görülmektedir. Dışardan uygulanan bir elektrik alan ile yapının simetrisi bozulmuş ve simetrik yapıda görülmeyen 1-3 geçişi izinli hale gelmiştir.

3.3.2. Eğik Manyetik Alan Altındaki Tek Kuantum Kuyusunda Band İçi Soğurma Katsayısı

Denk. (3.2.30)'da tanımlanan osilatör şiddeti elektronların band içi geçiş soğurma katsayısının en etkin olan terimlerden birisidir. Bu niceliğin değerinin hesaplanması elektronun altbandlar arasındaki geçiş olaylarının tanınmasında önemlidir. Osilatör şiddeti bir i başlangıç düzeyinden bir f son düzeye geçiş yapan elektronun enerji düzeyleri arasındaki enerji farkıyla orantılı olduğundan bu farka eşit bir foton soğurarak f son enerji düzeyine geçiş yapma olasılığının büyüklüğünü verir. Bu yüzden yapılan birçok çalışmada düzeyler arasındaki geçişler için osilatör şiddeti verilmiştir.

Manyetik alanın x' eksenini ile yaptığı açının sıfırdan farklı olduğu durumlar için, ilk iki enerji düzeyine ait osilatör şiddeti terimlerinin manyetik alanın eğiklik açısıyla nasıl değiştiğini inceleyelim;

Elektrik alan etkisinin olmadığı ve manyetik alanın eğiklik açısı $\theta=36^\circ$ olduğu durum için tek kuantum kuyusunda band içi taban enerji düzeyinden ikinci enerji düzeyine geçiş osilatör şiddeti $f=1.469$ ve geçiş enerjisi 178.5 meV olarak bulunurken, $\theta=45^\circ$ 'de $f=1.652$ geçiş enerjisi 116.84 meV , $\theta=54^\circ$ için $f=2.073$ geçiş enerjisi 83.42 meV ve $\theta=60^\circ$ 'de osilatör şiddeti $f=2.37$ geçiş enerjisi 63.06 meV olarak elde edilmiştir. Bu değerler, manyetik alanın eğiklik açısının artmasıyla osilatör şiddetinin arttığını buna karşılık geçiş enerjilerinin düştüğünü gösterir. Geçiş enerjisinin düşmesinin sebebi bölüm 2.3.1'deki şekillere (Şekil3-Şekil.7) bakılarak daha iyi anlaşılır. Bu şekillerden de görüldüğü gibi manyetik alanın eğiklik açısı arttıkça enerji düzeyleri birbirine yaklaşarak düz bir yapı sergilemeye başlamaktadır. Ardışık enerji düzeylerinin birbirine yaklaşması bu düzeyler arasında geçiş için gerekli foton enerjisinin azalmasına sebep olmaktadır. $E_2 - E_1$ farkı eğiklik açısı arttıkça azalırken $z'_0 = 0$ noktasındaki 1-2 enerji düzeyleri arasındaki geçiş matris elemanının değeri hızla artmaktadır çünkü elektrik alanının sıfır olduğu bu durumda her iki düzeydeki elektron da aynı $z'_0 = 0$ noktasında maksimum olasılıkla bulunmaktadır. Dolayısıyla geçiş matris

elemanı yani overlap integralinin değeri açı değerinin artmasıyla hızla artmaktadır. Böylece, eğiklik açısının artması, $E_2 - E_1$ farkını azaltırken osilatör şiddetinin artmasına neden olmaktadır.

Sonuç olarak, manyetik alanın açı değerinin değişmesiyle, açığa duyarlı kızılötesi dedektörler dizayn edilebilir.



4. SONUÇ

Bu çalışmanın ilk bölümünde, bir yarıiletken heteroyapıya büyütme doğrultusunda elektrik alan ve tabaka düzlemlerine paralel doğrultu ile 0° - 90° arasında belli açılar yapan manyetik alan uygulanması ile bu yapılarda hareket eden yüklü parçacıkların davranışı Schrödinger denkleminin analitik çözümü yapılarak incelendi. Bu analitik çözüm ve $\text{GaAs}-\text{Ga}_{1-x}\text{Al}_x\text{As}$ yarıiletken heteroyapıya ait parametreler kullanılarak sırasıyla tek, üç, beş ve yedi kuantum kuyusundan oluşan sistemler için enerji spektrumunun elektronun yörünge merkezine göre değişimi araştırıldı. Ayrıca kuantum kuyu sayısının artışının enerji spektrumunda ne gibi değişimler yapabileceği incelendi. Bu değişimler ana hatlarıyla sıralanacak olursa; Kuantum kuyu sayısının artışı enerji düzeylerinde uzaysal kuşatmanın baskın olduğu bölge genişliğini artırmaktadır dolayısıyla yüklü bir parçacık, ancak, daha büyük enerjiye yada yörünge yarıçapına sahip olduğunda manyetik kuşatma etkisini göstermeye başlamaktadır. Bunun yanında kuyu sayısının artması, “bağlı” düzey sayısını da artırmaktadır. “Bağlı” düzeylerin “genişletilmiş” düzeye geçişi ancak manyetik alanın eğiklik açısının artırılmasıyla mümkün olmaktadır.

Büyütme doğrultusunda uygulanan elektrik alanın enerji spektrumunda yarattığı tek değişiklik spektrumu belli bir miktar eğmesi ve merkezini kaydırmasıdır. Bu eğim ve kayma miktarı doğrudan elektrik alanın değerine ve manyetik alanın eğiklik açısının kosinüsüne ($\text{Cos } \theta$) bağlıdır. Dolayısıyla manyetik alanın eğiklik açısının değerinin artırılmasıyla enerji spektrumunun eğiminin ve orjinindeki kaymanın azalması beklenen bir durumdur. Sonuç olarak, manyetik alanın eğiklik açısının artırılması elektrik alanının enerji düzeylerine etkisini azaltmaktadır. $\theta = 90^\circ$ olması halinde kuyu/bariyer genişliği $\text{Cos } \theta$ ile potansiyel yüksekliği ise $\text{Cos}^2 \theta$ ile değiştiğinden sistemdeki kuantum kuyuları ortadan kalkarken yine $\text{Cos } \theta$ ile orantılı elektrik alan etkisi de kalmayacaktır. Sistemdeki yüklü parçacıklar sadece manyetik alanın oluşturduğu parabolik potansiyelin etkisinde kalacak ve enerji düzeyleri harmonik osilatör enerji

özdeğerleri olan $(n+1/2)\hbar\omega$ özdeğerlerine sahip olacaktır. Böylesi bir sistemin enerji spektrumu $\hbar\omega$ aralıklı Landau düzeylerinden oluşur.

Eğik manyetik alan altında bir yarıiletken heteroyapıda kuantum kuyu sayısı ne olursa olsun enerji düzeylerinin üç farklı bölgeye ayrıldığını söyleyebiliriz. İlki, kuantum kuyu bölgesi sınırları içerisinde tamamen uzaysal kuşatmanın etkisi altındaki enerji spektrumlarındaki orta bölge, ikincisi spektrumlarda osilasyonun görüldüğü ve uzaysal kuşatma ile manyetik kuşatmanın her ikisinin etkisinde kalan bölgeler ve en son olarak da Landau düzeylerinin oluştuğu ve sadece manyetik kuşatmanın etkisi altındaki bölgeler.

Sonuç olarak manyetik alanın eğiklik açısı θ 'nın değişimiyle enerji spektrumundaki bir düzeyin "bağlı" düzeyden "genişletilmiş" düzey karakterine geçmesinin mümkün olduğunu ve bu özellikten dolayı manyetik alanın yönüne duyarlı yeni elektronik cihazların yapılabileceğini söyleyebiliriz.

Çalışmanın son bölümünde ise, elektrik ve eğik manyetik alan altındaki tek kuantum kuyusundan oluşan sistemin altbandlararası (band içi) optik geçişleri için soğurma katsayısı hesaplandı. Elektrik alan teriminin sıfır olduğu sisteme manyetik alan $\theta=0^\circ$ 'de uygulandığında tek kuantum kuyusu sisteminin band içi geçişleri için soğurma katsayısına karşı foton enerjisi grafiği çizilerek sonuçları yorumlandı. Bu grafikte band içi geçişlerde en baskın terimin 1-2 geçişi olduğu ve bunun dışında sadece 1-4 geçişinin mümkün olduğu görüldü. Elektrik alan teriminin sıfır olduğu bu durumda yapının simetrik olduğu ve yasaklı geçişlerin görülmediğine dikkat çekildi. Aynı yapıya büyütme doğrultusunda $F=5 \cdot 10^4$ V/cm şiddetinde elektrik alan uygulandığında sistemin simetrisi bozulduğundan yasaklı olan 1-3 geçişinin oluştuğu görüldü. Aynı zamanda 1-2 geçişi ve 1-4 geçişi de soğurma pik genlikleri düşmüş olarak elde edildi. Bu düşmenin nedeni enerji düzeyleri arasındaki farkın azalması ve aynı zamanda geçiş matris elemanı M_{fi} integralinin değerinin düşmesinden kaynaklandığına dikkat çekildi. Manyetik alanın x'ekseni ile yaptığı açının $0^\circ-90^\circ$ arasında olduğu durumlar için tek kuantum kuyusundan oluşan yapının band içi 1-2 geçişi için osilatör şiddeti değerleri verildi. Bu sonuçlar, osilatör şiddetinin, manyetik alanın eğiklik açısının artmasıyla arttığını gösterdi. Enerji düzeylerinin manyetik alanın eğiklik açısının

artmasıyla kuyu tabanına ve birbirlerine yaklaşılarak geçiş için gerekli foton enerjisinin azalmasına neden olurken overlap integralinin değerinin artması ile osilatör Şiddetinin değerinin büyümesine neden olduğu vurgulandı.

Sonuç olarak, manyetik alan kuyu tabakalarına paralel yönelimde iken elektrik alanın uygulanması ile yasaklı olan 1-3 geçişinin izinli hale getirilmesi, bu tip yapıların kızılötesi laser uygulamaları için optik pompalamada kullanılabilmesi olasılığını artırır. Manyetik alanın eğiklik açısının artırılmasıyla daha Şiddetli soğurma pikleri elde edildiğinden, açı değişimiyle ayarlanabilen kızılötesi dedektör uygulamalarında kullanılabilir.



KAYNAKLAR

- 1- C.E.T. Goncalvez da Silva, E.E. Mendez, Phys. Rev. B **38**, 3994 (1988).
- 2- P.A. Shutz ve C. Tejedor, Phys. Rev. B **41**, 3053 (1990).
- 3- J.C. Maan, Feskörperprobleme, **27**, 137 (1987).
- 4- A. Fasolino ve M. Altarelli, *Band Structure ve Engineering in Semiconductor Microstructures* ed R.A. Abram ve M. Jaros , 367, (New York:Plenium, 1988).
- 5- J.B. Xia ve J.W. Fan, Phys.Rev.B **40**, 8508 (1989).
- 6- H. Cruz, A. Hernveez-Caberra ve P. Aceituno, J. Phys.:Condensed Matter **2**, 8953 (1990).
- 7- K.M. Huang ve G.Y. Wu, Solid State Commun. **80**, 367 (1991).
- 8- F. Koch in " Physics in High Magnetic Fields", Solid State Sciences **24**, ed. S. Chikazumi, N.Miura, Springer, Berlin, (1981).
- 9- Z. Schlesinger, J.C.M. Hwang, S.J. Allen, Jr. Phys. Rev. Lett. **50**, 2089, (1983).
- 10- W. Beinvoql, F. Koch, Phys. Rev. Lett. **40**, 1736 (1978).
- 11- R.E. Doezema, M. Nealon, S. Whitmore, Phys. Rev. Lett. **45**, 1593 (1980).
- 12- J.C. Maan, Ch. Uihlein, L.L. Chang, L. Esaki, Solid State Commun. **44**, 653 (1982)
- 13- J.C. Maan in "Lecture Notes in Physics" **177**, ed. G. Lvewehr, p 161, Springer, Berlin (1983).
- 14- J.H. Craseman, U. Merkt, Solid State Commun. **47**, 917 (1983).
- 15- T. Veo, J. Phys. Soc. Japan **39**, 411 (1975).
- 16- S.K. Bhattacharya, Phys, Rev. B **25**, 3756 (1982).
- 17- C.S. Wang ve D.S. Chuw, Physica B. **191** (1993).
- 18- J.C. Maan, in *Two-dimensional Systems.Heterostructures and Superlattices*, Vol **53**, in *Solid States Science* edited by G. Bauer, F. Kuchar ve H. Heinrich (Springer,Berlin,1984).
- 19- K.von Klitzing, G.Dorda ve M. Pepper, Phys. Rev. Lett. **45**, 494 (1980).
- 20- D.C. Tsui ve A.C. Gossard, Appl. Phys. Lett. **38**, 550 (1981).
- 21- D.C. Tsui, H.L. Störmer ve A.C. Gossard,Phys.Rev.Lett. **48**, 1559 (1982).

- 22- C. Weisbuch ve B. Vinter, in *Quantum Semiconductor Structures*, (Academic Press, New York, 1991).
- 23- M.P. Stoma ve S.D. Sarma, *Phys. Rev. B* **40**, 14 (1989).
- 24- S.J. Lee, M.J. Park, G. Ihm, M.L. Falk, S.K. Noh, T.W. Kim ve B.D. Choe, *Physica B* **184**, 318 (1993).
- 25- D.M. Mitronovic', V. Milanovic', ve Z. Ikonc', *Phys. Rev. B* **54**, 11 (1996).
- 26- I.Sökmen, H.Sarı, S.Elagöz, Y.Ergün, ve S. Erzin, *Superlatt. Microstruct.* **17**, 3 (1995)
- 27- Y.Ergün, I.Sökmen, H.Sarı, S.Elagöz ve M.Ç. Arıkan, *Semicond. Sci. Technol.* **12**, 802 (1997).
- 28- B.F. Levine, C.G. Bethea, G. Hasnain, J. Walker ve R.J. Malik, *Appl.Phys.Lett.* **53**, 296 (1988).
- 29- G. Hasnain, B.F. Levine, C.G. Bethea, R.As. Lopan, J. Walker ve R.J. Malik, *Appl.Phys.Lett.* **54**, 2515 (1989).
- 30- A. Harwit ve J.S. Harris.Jr, *Appl. Phys. Lett.* **50**, 685 (1987).
- 31- L.C. West, J.L. Pan, S.J. Walker, R.J. Malik ve J.F. Walker, *Topikal Meeting on Quantum Wells for Optics and Optoelectronics*, Technical Digest Series **10**, 243 (1988).
- 32- F. Capasso, K. Mohammed ve A.Y. Cho, *IEEE J. Quantum Electron.* QE-22, 1853 (1986).
- 33- P.F. Yuh ve K.L. Wang, *Appl. Phys. Lett.* **51**, 1404 (1987).
- 34- H.C. Liu, *J.Appl.Phys.* **63**, 2856 (1988).
- 35- M. Helm, P. England, E. Colas, F.Derosa ve S.J. Allen. Jr., *Phys.Rev.Lett.* **63**, 74 (1989).
- 36- S. Brenstain ve J. Katz, *Appl.Phys. Lett.* **55**, 654 (1989).
- 37- P.F. Yuh ve K.L.Wang, *J.Appl. Phys.* **65**, 4377 (1989).
- 38- Y.J. Mii, K.L. Wang, R.P.G. Karunasiri ve P.F. Yuh, *Appl. Phys. Lett.* **56**, 11 (1990).
- 39- R. Dingle, W. Weigmann ve C.H. Henry, *Phys. Rev. Lett.* **33**, 827 (1974).
- 40- C. Weisbuch, R.C. Miller, R. Dingle, A.C. Gossard ve W. Weigmann *Solid State Communn.* **37**, 219 (1981).

- 41- J.S. Weiner, D.S. Chemla, D.A.B. Miller, T.H. Wood, D. Sivco ve A.Y. Choe, *Appl. Phys. Lett.* **46**, 619 (1985).
- 42- G. Bastard, E.E. Mendez, L.L. Chang ve L. Esaki, *Phys. Rev. B* **28**, 3241 (1983).
- 43- E.J. Austin ve M. Jaros, *Phys. Rev. B* **31**, 5569 (1985).
- 44- D. Ahn ve S.L. Chuang, *Appl. Phys. Lett.* **49**, 1450 (1986).
- 45- D. Ahn ve S.L. Chuang, *Phys. Rev. B* **34**, 9034 (1986).
- 46- D.A.B. Miller, D.S. Chemla, T.C. Damen, A.C. Gossard, W. Weigmann, T.H. Wood ve C.A. Burrus, *Phys. Rev. Lett.* **53**, 2173 (1984).
- 47- D.A. Miller, D.S. Chemla, T.C. Damen, A.C. Gossard, W. Weigmann, T.H. Wood ve C.A. Burrus, *Phys. Rev. B* **32**, 1043 (1985).
- 48- Y.C. Chang ve J.N. Schulman, *Phys. Rev. B* **31**, 2069 (1985).
- 49- L.C. West ve S.J. Eglash, *Appl. Phys. Lett.* **46**, 1156 (1985).
- 50- D. Ahn ve S.L. Chuang, *Phys. Rev. B* **35**, 8 (1987).
- 51- R.F. Kazarinov ve R.A. Suris, *Fiz. Tekh. Poluprovodn.* **5**, 797 (1971) [*Sov. Phys. Semicond.* **5**, 707 (1975).
- 52- B.F. Levine, R.J. Malik, J. Walker, K.K. Choi, C.G. Bethea, D.A. Kleinman ve J.M. Vveenberg, *Appl. Phys. Lett.* **50**, 273 (1987).
- 53- M. Nakayama, H. Kuwahara, H. Kato, ve K. Kubota, *Appl. Phys. Lett.* **51**, 1741 (1987).
- 54- B. F. Levine, K.K. Chai, C.G. Bethea, J. Walker ve R.J. Malik, *Appl. Phys. Lett.* **50**, 1092 (1987).
- 55- K. Bajema, R. Merlin, F.Y. Jueng, S.C. Hang, J. Singh, ve P.K. Bhattacharya *Phys. Rev. B* **36**, 1300 (1987).
- 56- F. Muller, V. Petrova-Koch, M. Zochau, F. Koch, D. Grutzmacher, R. Meyer, H. Jurgensen ve P. Balk, *Semicond. Sci. Technol.* **3**, 797 (1988).
- 57- B.F. Levine, A.Y. Cho, J. Walker, R.J. Malik, D.A. Kleinman ve D.L. Sivco, *Appl. Phys. Lett.* **52**, 1481 (1988);
- 58- H. Lobentanzer, W. Konig, W. Stolz, K. Ploog, T. Elsaesser, ve R.J. Bauerle, *Ibid.* **53**, 571 (1988).

- 59-** M. Olszakier, E. Ehrenfreund, E. Cohen, J. BaJaJ, G..J. Sullivan ve D. Miller, *Superlatt. Microstruct.* **5**, 283 (1989).
- 60-** D.D. Coon ve R.P.G. Karunasiri, *Appl. Phys. Lett.* **45**, 6 (1984).
- 61-** M. Abramowitz ve I.A. Stegun, *Handbook of Mathematical Functions*, **503**, (Dover, New York, 1964).
- 62-** P.M. Morse ve H. Feshbach, *Methods of Theoretical Physics*, **1403**, (New York: McGraw-Hill, 1953).
- 63-** D. Emin, and A. Hart, *Phys.Rev. B.* **36**, 7353 (1987).
- 64-** J. Leo, and A. MacKinnon, *Phys.Rev. B.* **43**, 5166 (1991).
- 65-** J. Rotvig, Antti-Pekka Jauho, H. Smith, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 1831 (1995).
- 66-** V.G. Lyssenko, M. Sudzius, G.Valussis, F.Loser, T. Hasche, K. Leo, M.M. Dignam, K. Kohler to be published in *Proc.Of Hot Carriers in Semiconductors-X* Berlin (1997).

ÖZGEÇMİŞ

15/5/1969 yılında Sivas'ta doğdu. İlk, orta ve lise eğitimini Sivas'ta tamamladı. 1986 yılında girdiği Cumhuriyet Üniversitesi Fen-Edebiyat Fakültesi Fizik bölümünden 1990 yılında mezun oldu. Aynı yıl Fizik bölümünde Araştırma Görevlisi olarak çalışmaya başladı.

1992-1995 yılları arasında C.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü'nde "Wannier-Stark Lokalizasyonunun Varlığı" adlı master tezini verdi. 1995 yılında C.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü'ne bağlı olarak "Elektrik ve eğik manyetik alan altındaki süperörgülerde elektronik enerji düzeyleri" adlı doktora tez çalışmasına başladı. Halen C.Ü. Fen-Edebiyat Fakültesi Fizik Bölümü'nde görev yapmaktadır. Evli ve bir çocuk annesidir.