

**ÇANAKKALE ONSEKİZ MART ÜNİVERSİTESİ**  
**FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**FİZİK ANABİLİM DALI**  
**DOKTORA TEZİ**

**İNTEGRAL DÖNÜŞÜMLER KULLANILARAK**  
**CİSİMLERİN PROFİLLERİNİN BELİRLENMESİ**

**Özlem KOCAHAN**

**Danışman:**

**Prof. Dr. Mehmet Emin ÖZEL**

**Eş Danışman**

**Prof. Dr. Serhat ÖZDER**

**Ocak, 2008**

**ÇANAKKALE**

# İNTEGRAL DÖNÜŞÜMLER KULLANILARAK CİSİMLERİN PROFİLLERİNİN BELİRLENMESİ

Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü

Doktora Tezi

Fizik Anabilim Dalı

---

Özlem KOCAHAN

Danışman:

Prof. Dr. Mehmet Emin ÖZEL

Eş Danışman

Prof. Dr. Serhat ÖZDER

Ocak, 2008

ÇANAKKALE

## DOKTORA TEZİ SINAV SONUÇ FORMU

**ÖZLEM KOCAHAN** tarafından **PROF. DR. MEHMET EMİN ÖZEL** yönetiminde hazırlanan **“İNTEGRAL DÖNÜŞÜMLER KULLANILARAK CİSİMLERİN PROFİLLERİNİN BELİRLENMESİ”** başlıklı tez tarafımızdan okunmuş, kapsamı ve niteliği açısından bir doktora tezi olarak kabul edilmiştir.

Prof. Dr. Mehmet Emin ÖZEL

Yönetici

Prof. Dr. Hülya YILDIRIM

Prof. Dr. Rifat ÇAPAN

Tez İzleme Komitesi Üyesi

Jüri Üyesi

Prof. Dr. İsmail TARHAN

Yrd. Doç. Dr. Hilal GÖKTAŞ

Jüri Üyesi

Tez İzleme Komitesi Üyesi

Sıra No:.....

Tez Savunma Tarihi:18/01/2008

Müdür

Fen Bilimleri Enstitüsü

## TEŞEKKÜR

Bu tez çalıőmasını gerçekleőtirirken, çalıőmam sũresince değerli fikirleriyle beni aydınlatan ve yœnlendiren danıőmanım Prof. Dr. Mehmet Emin ÖZEL'e; çalışmanın her aőamasında bana yol gœsteren ve her konuda benden desteğini esirgemeyen eş danıőmanım Prof. Dr. Serhat ÖZDER'e; ayrıca bu çalışmanın ortaya çıkmasında ve őekillenmesinde projelerinden sağladıkları cœmert destekler için TŐBİTAK'a sonsuz teőekkũrlerimi sunarım.

Bu tez çalışmasının őekillenmesinde çok bũyũk katkıları olan Tez İzleme Komitesi ũyeleri Prof. Dr. İhsan YILMAZ, Prof. Dr. Hũlya YILDIRIM, Yrd. Doç. Dr. Hilal GÖKTAŞ'a ve Tokyo Őniversitesinden değerli hocam Prof. Dr. Mitsuo TAKEDA'ya teőekkũrũ bir borç bilirim.

Konuyla ilgili uygulamalar sırasında bana her konuda yardımcı olan çalışma arkadaőım Arş. Gœr. Emre COŞKUN'a, çalışma sũresince her zaman destek olan Aslıhan KARAGŐZ'e, meslektaőım Arş. Gœr. Hũseyin ÇAVUŐ'a ve kaynak eriőiminde yardımcı olan Illinois Őniversitesinden Arş. Gœr. Neslihan őEN'e ne kadar teőekkũr etsem azdır.

Son olarak maddi ve manevi destekleriyle her zaman yanımda olan aileme sonsuz teőekkũrlerimi sunarım.

Özlem KOCAHAN

## SİMGELER VE KISALTMALAR

a	:Sürekli dalgacık dönüşümünde ölçek parametresi
$A_n$	:Izgara fonksiyonunun genliği
b	:S-dönüşümünde Gaussian penceresinin x eksenindeki konumunu kontrol eder ve sürekli dalgacık dönüşümünde öteleme parametresidir
c	:Morlet dalgacığında sabit uzaysal frekanstır ve 5 ya da 6 olarak seçilir
$c_1$ ve $c_2$	:İntegral sabitleri
d	:Kamera-projektör arası uzaklık
$d(x)$	:DOG dalgacığı
$D(x)$	:DOG dalgacığının Fourier dönüşümü
DOG	:Gaussian fonksiyonunun türevleri - Difference of Gaussian
KDD	:Kesikli dalgacık dönüşümü
$E_p E'_p$	:Projektör optik eksenini
$E_c E'_c$	:Kamera optik eksenini
$f_0$	:İzlenen ızgara görüntüsünün temel frekansı
HFD	:Hızlı Fourier dönüşümü
FDP	:Fourier dönüşüm ile profil belirleme
$g_0(x,y)$	:Cismin yüksekliğinin sıfır olduğu durumda ızgara deseni
$g(x,y)$	:Cismin yüksekliğinin sıfırdan farklı olduğu durumda ızgara deseni
$g\left(\frac{x-b}{a}\right)$	:Ana dalgacık analiz fonksiyonu
$G_0(f,y)$	: $g_0(x,y)$ 'nin x'e göre bir boyutlu Fourier dönüşümü
$G(f,y)$	: $g(x,y)$ 'nin x'e göre bir boyutlu Fourier dönüşümü
$G(\alpha)$	:Ana dalgacık analiz fonksiyonunun Fourier dönüşümü
$h(x)$	:Izgara deseninin bir satırını gösteren (y-piksel), x yönünde değişen tek boyutlu ızgara sinyali
$h(x,y)$	:Cismin yükseklik değişimi ve iki boyutlu ızgara sinyali
$h(t)$	:Zaman-tanım-kümesinde sinyal
$H(f)$	:Frekans-tanım-kümesinde sinyal

$H(\alpha)$	: $h(x)$ 'in Fourier dönüşümü
inSAR	:İnterferometrik Yapay Açıklıklı Radar-Interferometric Synthetic Aperture Radar
$I_0(x)$	:Arka plan parlaklığı
IDP	:Integral dönüşümler ile profil belirleme
KZFD	:Kısa zamanlı Fourier dönüşümü
$l_0$	:Numunenin projektör ve kameraya olan uzaklığını
$m$	:DOG dalgacığında Gaussian fonksiyonunun türev derecesi
$m(x)$	:Morlet dalgacığı
$M(\alpha)$	:Morlet dalgacığının Fourier dönüşümü
$M(x,y)$	: $\frac{\partial \phi(x,y)}{\partial x}$
$n$	:Paul dalgacığının derecesi
$N(x,y)$	: $\frac{\partial \phi(x,y)}{\partial y}$
$p_0$	:Izgara genişliğidir
$p(x)$	:Paul dalgacığı
$P(\alpha)$	:Paul dalgacığının Fourier dönüşümü
$q_n(x,y)$	: $A_n r(x,y) \exp[in\phi(x,y)]$
$Q_n(f,y)$	: $q_n(x,y)$ 'nin $x$ 'e göre bir boyutlu Fourier dönüşümü
$r(x,y)$	:Cismin yüzeyinden olan düzgün olmayan yansıma dağılım
$R$	:Referans düzlemi
$s_0(x)$	: $x$ 'e bağlı bir fonksiyon
S-dönüşümü	:Stockwell dönüşümü
$S(b,f)$	:S-dönüşümü fonksiyonu
SDD	:Sürekli dalgacık dönüşümü
SAR	:Yapay açıklıklı radar – Synthetic Aperture Radar
SYM	:Sayısal yükseklik modeli
$t$	:Zaman
$T$	:KZFD'de kullanılan pencere genişliği
$V(x)$	:Izgara görünürlüğü
$w(t)$	:Pencere fonksiyonu

$w(b-x, f)$	:Frekansa bağımlı Gaussian penceresi
$W(\alpha, f)$	: $w(b-x, f)$ 'nin Fourier dönüşümü
$W_f(a, b)$	:Sürekli dalgacık dönüşümü fonksiyonu
$x_c$	: $x$ -tanım kümesinde pencere fonksiyonunun merkezi
$\alpha$	: $x$ 'in Fourier uzayındaki karşılığı
$\alpha_c$	: $\alpha$ -tanım kümesinde pencere fonksiyonunun merkezi
$\beta$	:Projektör ile kamera arasındaki açı
$\Gamma$	:Gama fonksiyonu
$\delta$	:Dirac delta fonksiyonu
$\Delta\alpha$	: $\alpha_c$ 'nin varyasyonu
$\Delta x$	: $x_c$ 'nin varyasyonu
$\Delta\phi(x, y)$	:Yükseklik değişiminden kaynaklanan faz
$\mathfrak{S}$	:Heaviside dağılımı
$\theta$	:Projektör ile kamera arasındaki açı
$\tau$ :	:Pencere fonksiyonunun kayma zamanı
$\varphi(x)$	:Izgaranın yükseklik değişimini gösteren faz
$\varphi'(x)$	:Fazın gradyanı
$\phi_0$	:Çapraz optik eksen geometrisinden kaynaklanan faz kayması
$\psi_{a,b}(x)$	:Ana dalgacık fonksiyonu
*	:Kompleks eşlenik
^	:Herhangi bir değişkenin Fourier dönüşümü

# İNTEGRAL DÖNÜŞÜMLER KULLANILARAK CİSİMLERİN PROFİLLERİNİN BELİRLENMESİ

## ÖZET

Bu tez çalışmasında, bir dijital projektör ve bir CCD kameradan oluşan standart ızgara yansıtma tekniği kullanılarak, integral dönüşümler ile cisimlerin üç boyutlu profillerinin belirlenmesi gerçekleştirilmiştir. Hedef cismin yüzey profili, çapraz optik eksen geometrisi ile deneysel olarak ele alınmıştır.  $(x,y)$  ile tanımlanan iki boyutlu uzayda taşıyıcı frekans ile iki boyutlu bir ızgara deseni oluşturulmuştur. Bu desen ile alınan hedef cismin görüntüleri, cismin üç boyutlu görüntüsüne ulaşmak için, Fourier dönüşümü, S-dönüşümü ve Morlet, Paul ve DOG dalgacıkları ile sürekli dalgacık dönüşümleri kullanılarak analiz edilmiştir. Faz-gradyan ve faz teknikleri, ızgara deseninin sürekli dalgacık dönüşümü ve S-dönüşümü için sunulmuştur. Sonuçta, bu tekniklerin benzeşim ve deneysel uygulamaları karşılaştırılmış, diğer olası uygulama alanları değerlendirilmiştir.

**Anahtar sözcükler:** İntegral dönüşüm; Fourier dönüşümü; sürekli dalgacık dönüşümü; S-dönüşümü; ızgara deseni

Hazırlanan bu Doktora tezi TÜBİTAK tarafından 104T327 ve kısmen 105T136 no'lu projelerden desteklenmiştir.



# **PROFILE MEASUREMENT OF OBJECTS BY USING INTEGRAL TRANSFORMS**

## **ABSTRACT**

In this thesis, 3D profile measurements of objects are tested with integral transforms by using a standard fringe projection technique consisting of a CCD camera and a digital projector. The surface profile of a rough object is studied experimentally with crossed optical axes geometry. A two dimensional fringe pattern by introducing the carrier frequencies in two spatial directions,  $x$  and  $y$ , is analyzed with Fourier transform, S-transform and continuous wavelet transform (CWT) based on Morlet, Paul and DOG wavelet algorithms. Phase gradient and phase methods are presented for CWT and S-transform of the fringe pattern. At the end, results of simulation and experimental application of these techniques are compared and other possible application areas discussed.

**Keywords:** Integral transforms; Fourier transform; continuous wavelet transform; S-transform; fringe pattern

The present Ph.D thesis was supported by TÜBİTAK under projects no of 104T327 and partially 105T136

## İÇERİK

	Sayfa
TEZ SINAVI SONUÇ BELGESİ .....	ii
TEŞEKKÜR .....	iii
SİMGELER VE KISALTMALAR .....	iv
ÖZET .....	vii
ABSTRACT .....	viii
BÖLÜM 1 – GİRİŞ .....	1
BÖLÜM 2 – İNTEGRAL DÖNÜŞÜMLER İLE PROFİL BELİRLEMEDE	
GÖRÜNTÜ ALMA TEKNİĞİ .....	6
2.1. Çapraz Optik Eksenli Geometri .....	6
2.2. Paralel Optik Eksenli Geometri .....	8
BÖLÜM 3 – İNTEGRAL DÖNÜŞÜMLER .....	10
3.1. Fourier Dönüşümü .....	10
3.1.1. Fourier Dönüşüm Tekniği .....	11
3.1.2. Faz Düzeltme .....	15
3.1.3. Fazın Yüksekliğe Çevrilmesi .....	15
3.1.4. FDP’de Ölçülebilir En Büyük Yükseklik.....	16
3.1.5. Kısa Zamanlı Fourier Dönüşümü .....	18
3.2. Stockwell dönüşümü .....	20
3.2.1. Stockwell dönüşüm Tekniği .....	21
3.3. Dalgacık Dönüşümü .....	28
3.3.1. Morlet Dalgacığı ile SDD Tekniği.....	33
3.3.2. Paul Dalgacığı ile SDD Tekniği.....	37
3.3.3. DOG Dalgacığı ile SDD Tekniği .....	40
3.3.4. SDD’de Faz Yöntemi .....	44
3.3.5. Sonuç .....	45

<b>BÖLÜM 4 - ÇİFT YÖNDE TAŞIYICI FREKANSLARLA FAZ DAĞILIMI..</b>	<b>49</b>
4.1. Giriş .....	49
4.2. Üç Boyutlu Profil Belirleme.....	51
4.2.1. Üç Boyutlu Profil Belirleme Amaçlı Benzeşim .....	52
4.2.1.1. S-dönüşümü için Benzeşim .....	52
4.2.1.2. SDD için Benzeşim .....	60
4.3. Üç Boyutlu Profil Amaçlı Deneysel Çalışma .....	65
4.3.1. Deneysel Düzenek ve Veri Alımı .....	66
4.3.2. Fourier Dönüşümünün Deneysel Verilere Uygulanması.....	71
4.3.3. S-dönüşümünün Deneysel Verilere Uygulanması.....	76
4.3.4. SDD'nin Deneysel Verilere Uygulanması .....	85
<b>BÖLÜM 5 - DEĞERLENDİRME .....</b>	<b>107</b>
5.1. Paralel Optik Eksenli Geometrinin Denenmesi .....	107
5.2. İntegral Dönüşümler ile Hesaplanan Profillerin Karşılaştırılması ..	110
<b>BÖLÜM 6 - SONUÇ .....</b>	<b>125</b>
<b>KAYNAKLAR .....</b>	<b>129</b>
<b>Ek-1 Tez ile ilgili Yayınlanmış Makale .....</b>	<b>I</b>
<b>Tablolar .....</b>	<b>IV</b>
<b>Şekiller .....</b>	<b>V</b>
<b>Yaşam Öyküsü.....</b>	<b>XVI</b>

# BÖLÜM 1

## GİRİŞ

Bu tez çalışmasının çıkış noktası, çarpma krateri yapılarının farklı uydu görüntülerinden modellenmesidir. Daha sonra bu işlem, cisimlerin 2D görüntülerinin farklı analiz yöntemleriyle, 3D görüntülerinin oluşturulması olarak geliştirilmiştir.

Genel olarak bir cisim hakkında boyutsal bilgiye (bu cismin sınırlarının 2 veya 3 boyut içindeki değişimine veya dağılımına) gerek duyulduğunda, ölçeklenmiş bir metre çubuğu veya referans olabilecek başka bir cisim ya da dokunarak ölçüm alma prensibine dayanan daha hassas, örneğin iğne-duyaçlı (sensorlu) ölçüm sistemleri kullanılabilir. Fakat bu yöntemlerin yüzey değişikliğindeki karmaşıklık arttıkça uygulanabilme geçerliliği kalmayabilir. Üç boyutlu profil belirleme yöntemlerine, çeşitli örnek parçaların şekil ve boyutlarını belirlemek, o parçaları karakterize etmek için gerek duyulur. Bu teknikler, endüstride, tıp (plastik cerrahi) ve yeryüzü modelleme (topoğrafya bilgisi oluşturma) gibi birçok alanda ve farklı boyutlarda ve amaçlarda uygulanmaktadır. Bu amaçla, günümüzde üzerinde birçok araştırma yapılan optik ölçüm sistemleri, güvenilir ve duyarlı (hassas) olmasının yanında, sayısal ortamda kolayca uygulanabilir olma ve çabuk sonuç verme gibi özellikleriyle ön plana çıkmaktadır. İntegral dönüşümler kullanılarak profil belirleme yöntemi ile bu gereksinimlere cevap verebilecek pratik ve yeterince duyarlı bir ölçüm sistemi tasarlamak mümkündür (Takeda ve Mutoh, 1983; Dursun, 2003; Frankowski ve Messtechnik, 2007; Cadevall ve diğ., 2007; Rembe ve diğ., 2007).

İntegral dönüşümler ile profil belirleme tekniğinin genel ilkesi; bir yüzey üzerine bir ışık kaynağı (projektör) vasıtasıyla yansıtılan ızgara görüntüsünde, yükseklik farklarının meydana getirdiği değişiklikleri algılayıp, integral dönüşüm tabanlı bir algoritma ile bunları yükseklik bilgisine çevirmektir. Bu yöntemle elde edilen görüntüdeki yükseklik bilgisini Fourier dönüşümünde ve dalgacık dönüşümünde faz terimi taşır. Yüzey üzerindeki her noktanın (başka bir deyişle

alınan görüntüdeki her görüntü elemanının -pikselin-) referans düzleminden olan yüksekliği belirlendikten sonra bir araya getirildiğinde cismin profili elde edilmiş olur (Takeda ve Mutoh, 1983; Dursun, 2003; Dursun ve diğ., 2004).

Faz değişimi dağılımının ızgara deseni deformasyonlarından bulunması, optik ızgara deseninin test ve ölçüm çalışmalarında daha kullanışlı bir yöntem olması açısından, çözümü önemli bir problemdir (Acquisto ve diğ., 2002; Su ve Chen, 2001a). Izgara deseninden faz dağılımının elde edilmesi için birçok farklı teknik kullanılmasının yanında en yaygın olanı Fourier dönüşümü tekniğidir. (Takeda ve Mutoh, 1983; Watkins ve diğ., 1999; Afifi ve diğ., 2002). Adını 1768–1830 yılları arasında yaşamış ünlü matematikçi Joseph Fourier'den alan 'Fourier dönüşümü' bir fonksiyonu açarak, toplamı bu fonksiyonu verecek frekans bileşenlerinin elde edilmesi işlemini gerçekleştirir (Wikipedia, 2007). Fourier dönüşüm profilometrisi (FDP-Fourier transform profilometry) olarak isimlendirilen matematiksel işlemler yoluyla üç boyutlu profil belirleme tekniği ilk kez Takeda ve Mutoh (1983) tarafından önerilmiştir. Bu yöntemde, ızgara deseni, karmaşık (complex) değerli bir analitik sinyale dönüştürülür ve faz dağılımı bu sinyalden adım adım (pixel by pixel) elde edilir. Fakat pratikte gerçek faz dağılımını elde etmek için, bulunan faza, bir faz düzeltme işlemi uygulamak gerekir. Adı geçen çalışmada, çapraz optik eksen geometrisi kullanılarak cismin yüksekliği bu teknik ile hesaplanmıştır.

Takip eden yıllarda bu konudaki çalışmalar hız kazanmış, bu tekniğin birçok farklı yönü ele alınmış ve geliştirilmiştir. Singh ve Sirkis (1994) tarafından yapılan çalışmada faz düzeltme işlemi için farklı teknikler tartışılmıştır. Bir başka çalışmada deney düzeneği geliştirilerek, FDP algoritmasına yeni filtreler eklenmiş ve profil belirleme çözünürlüğü daha yüksek sonuçlar elde edilmiştir (Nicchiotti, 1997). Daha sonra, deney düzeneği ve algoritma üzerinde çalışmalar sürmüştür ve bu sayede FDP tekniğinin kullanım alanları artmıştır (Quan ve diğ., 1999; Su ve diğ., 2001b; Berryman ve diğ., 2003; Vanherzeele ve diğ., 2005; Kema, 2007). Ayrıca renkli ızgara desenleri kullanılarak yapılan ölçümler (Skydan ve diğ., 2005; Chen ve diğ., 2006a) ya da özellikle insan vücudu (sırt, göğüs ve yüz profili belirlenmesi) ile ilgili bazı çalışmalar (Leonardi ve diğ., 1997; Yangik ve diğ., 2005; Moore ve diğ., 2006)

dikkati çekmektedir. Diğer taraftan Fourier dönüşümünde kullanılan faz düzeltme işlemlerinin çeşitli zorlukları bulunmaktadır (Watkins ve diğ., 1999; Afifi ve diğ., 2002). Bu çalışmalarda, faz adımcığının (faz gradyan – phase gradient) integrali hesaplanarak faz dağılımının bulunmasıyla, faz düzeltme işlemine olan gereksinimin kaldırılabileceği gösterilmiştir. Ancak bu çalışmalarda, faz gradyanını (adımcığını) bulmak için “sürekli dalgacık dönüşümü” (SDD) kullanılmıştır. (Bu çalışmada, ‘faz adımcığı’ yerine, daha yerleşmiş olan ‘faz gradyanı’ kullanılacaktır.)

Dalgacık dönüşümü (wavelet transform), 1980’lerin ortasında, sismik sinyallerin incelenmesinde geliştirilmeye başlanmış, 1990’larda da bilim ve mühendislik alanlarında sıkça kullanılır olmuştur. Dalgacık dönüşümünün en önemli özelliklerinden biri farklı çalışmalar için farklı ana dalgacık fonksiyonlarının kullanılabilir olmasıdır (Addison, 2002). Önceki bir çalışmada (Daubechies, 1990), zamana bağımlı sinyallerin frekans analizi için Fourier ve dalgacık dönüşümleri karşılaştırılmış ve dalgacık dönüşümünün kuramsal yapısı ayrıntılı olarak verilmişti. Okyanus bilimi (Oşinografi) ve meteoroloji verilerinin dalgacık analizinin yapıldığı Meyers ve diğ. (1993)’nin çalışmasında dalgacık dönüşümünün sinyal analizinde kullanımı işlenmiştir. Torrence ve Compo (1997)’nin çalışmasına göre, “dalgacık dönüşümü için zaman serilerinin, zaman-frekans uzayında gösterimini sağlayarak, değişimin baskın olduğu kipleri (modları) ve bu kiplerin zamanla nasıl değiştiğini gösterir”. Aynı çalışmada, dalgacık dönüşümünün uygulama alanlarının yanında, Morlet, Paul ve DOG (Difference of Gaussian - özel bir durumda ‘Meksika Şapkası’ diye de adlandırılan) ana dalgacık fonksiyonları özetlenerek çözümleri verilmiştir.

Faz dağılımının dalgacık dönüşümünden bulunması ile ilgili çalışmalardan biri Watkins ve diğ. (1999) tarafından yapılmış ve ilk olarak “faz-gradyan yöntemi” önerilmiştir. Bu çalışmada, optik girişim (interferometri) ile elde edilen iki boyutlu ızgara deseni için sürekli dalgacık dönüşümü tekniğiyle çözümler bulunmuştur. Afifi ve diğ. (2002)’nin benzeşim (simülasyon) çalışmasında, yine faz-gradyan yöntemi kullanılarak Paul ana dalgacığı ile faz dağılımı hesaplanmıştır. Üç boyutlu profil belirleme için Dursun ve diğ. (2004) tarafından yapılan çalışmada faz düzeltme işleminin uygulandığı ‘faz’ yöntemi ve ‘faz-gradyan’ yöntemi karşılaştırılmıştır.

Aynı zamanda, deneysel verilere Fourier dönüşümü ve ilk olarak Morlet ana dalgacığı ile sürekli dalgacık dönüşümü uygulanmış ve sonuçlar değerlendirilmiştir. Bunların yanında, Meksika şapkası ve Morlet ana dalgacıkları ile sürekli dalgacık dönüşümünde faz dağılımı elde etmede farklı teknikler kullanılarak, insan yüzü profilinin belirlenmesi çalışmaları da gerçekleştirilmiştir (Sinha ve Singh, 2005; Utsumi ve diğ., 2006). Bu çalışmalarda ağırlıklı olarak tek yönde taşıyıcı frekans kullanılmıştır.

Üç boyutlu profil belirleme için kullanılan Fourier ve dalgacık dönüşümlerine alternatif bir yöntem olarak, ilk kez bu çalışmamızda, Stockwell dönüşümü (S-dönüşümü) denenmektedir. S-dönüşümü, ilk kez “zaman serilerinin yerel (lokal) spektrumunu belirleme” olarak tanımlanmıştır ve temelde zaman serilerinin, zaman-frekans gösteriminde kullanılan bir dönüşümdür (Stockwell ve diğ., 1996). Bu dönüşüm, yerçekim dalgası etkinlik analizi (Stockwell, 1999) gibi temel bilimlere dahil pek çok alana uygulanabilirliğinin yanında, magnetik rezonans (MR) görüntülerinin incelenmesi gibi tıbbi uygulamalarda da (Zhu ve diğ., 2004) kullanılabilir. Ancak, S-dönüşümünden faz dağılımı hesaplanması, ilk kez, bu tez çalışmamızın bir parçası olarak gerçekleştirilmiş ve sonuçları Fourier dönüşümü ile karşılaştırılmıştır (Özder ve diğ., 2007; Kocahan ve diğ., 2007).

Bu çalışmada, temel olarak, bir cismin üç boyutlu profilinin belirlenmesi için, iki farklı yönde (x ve y) taşıyıcı frekans ile elde edilen iki yönlü ızgara deseni ve çapraz optik eksen geometrisi kullanılarak sonuç bulunması denenmiştir. Izgara desenlerinden faz dağılımı hesaplanması için daha önce çalışılmış Fourier dönüşümü ve dalgacık dönüşümü ile profil belirleme amaçlı olarak hiç kullanılmamış olan S-dönüşümü faz ve faz-gradyan yöntemleri kullanılarak sonuçlar karşılaştırılmıştır. Çalışmada, S-dönüşümünün diğer tekniklere olan üstünlük ve farklılıkları ortaya konmaktadır.

Tez çalışması, 6 ana bölümden oluşmaktadır. Sorunun kısaca özetlendiği ilk bölümdeki ‘Giriş’ ten sonra, İkinci Bölüm’de, cisimlerin yüksekliğini belirlemede kullanılan iki temel görüntüleme yöntemi açıklanmaktadır. Çalışmada kullanılan

integral dönüşüm teknikleri Bölüm 3’de önce genel çizgileriyle tanıtılmış, daha sonra tekniklerin profil belirlemede geçerli ayrıntılı çözümleri verilmiştir. 4. Bölüm’de ise, ‘iki-yönlü-taşıyıcı-frekans’ kullanımı ele alınmış ve tartışılmıştır. İntegral dönüşüm tekniklerinin iki yönlü taşıyıcı frekans ile elde edilen ızgara deseni kullanılarak yapılan benzeşim ve deneysel uygulamaları yine 4. Bölüm’de ele alınmış ve deneysel çalışmada elde edilen sonuçlar ise 5. Bölüm’de tartışılmış, tez çalışmasının özgün sonuçları ve olası uygulama alanları 6. Bölüm’de yorumlanmıştır.



## BÖLÜM 2

### İNTEGRAL DÖNÜŞÜMLER İLE PROFİL BELİRLEMEDE GÖRÜNTÜ ALMA TEKNİĞİ

Genel olarak ‘İntegral Dönüşümler ile Profil Belirleme’ (IDP) tabanlı yöntemlerde deney düzeneği için çapraz eksenli optik geometri ve paralel eksenli optik geometri olmak üzere iki farklı optik geometriden söz edilebilir. Paralel eksenli optik geometride, ışık kaynağı (projektör) ve algılayıcı (kamera) aynı düzlemedir ve optik eksenler paraleldir. Bu düzenekle kullanışlı görüntüler elde edilebilir; fakat cismin, kameranın görüş açısına girebilmesi için, projektörün optik ekseninden çok uzağa yerleştirilmesi gerekir. Çapraz optik eksenli geometride ise projektör ve kamera yine aynı düzlemedir; ancak bunların optik eksenleri hedef cismin orta noktasına yakın bir yerde kesişirler. Bu yapı, kamera ve projektör aynı düzlemde ve birbirlerine paralel olduğu için kolaylıkla elde edilebilir. Fakat optik sistem uzak-alan-merkezli (far field centered) olmalıdır. Aksi halde ızgara görüntüsü önemli ölçüde bozulacağı için, sağlıklı ölçümler yapmak mümkün olmaz (Takeda ve Mutoh, 1983; Dursun, 2003).

#### 2.1 Çapraz Optik Eksenli Geometri

Şekil 2.1.1’de çapraz optik eksenli geometri gösterilmiştir.  $E_p$  projektör optik eksenine,  $E_c$  kamera optik eksenine bir referans düzlemi üzerinde çapraz olarak kesişir. R (x-z düzleminde), referans düzlemi;  $\theta$ , projektör ile kamera (x-y düzleminde) arasındaki açıyı; d, kamera-projektör mesafesini ve L ise örnek cismin projektör ve kameraya olan uzaklığını göstermektedir. Cismin yükseklik değişimi  $h(x,y)$ , bu referans düzleminden olan uzaklığa göre belirlenir. Izgara deseni, projektör ile cismin üzerine düşürülür ve ızgara deseninin merkezi ile kameranın eksenine O noktasında çakışır. Cismin yükseklik değişiminin her noktada sıfır olduğu kabul edilirse, ızgara desenini şu şekilde bir Fourier serisiyle ifade edebiliriz (Takeda ve Mutoh, 1983):



Buradaki  $\phi_0$  terimi çapraz optik eksen geometrisinden kaynaklanan faz kaymasıdır. Projektör sonsuza yerleştirilebilseydi böyle bir kayıptan söz edilemezdi. Bu kayıpları, alınacak olan ölçümlerin işlenmesi sırasında gidermek mümkündür.

Cismin yükseklik değişiminin sıfırdan farklı olduğu durum göz önüne alındığında;  $E_P A$  ışını yüzeyin  $H$  noktasına çarpar. Bu durum  $E_C$  noktasından bakıldığında referans düzleminde  $D$  noktasında gözlenecektir. Dolayısıyla yeniden şekillenen ızgara deseni

$$g_r(x, y) = r(x, y) \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n \exp\{2\pi i n f_o [x + s(x, y)]\} \quad (2.5)$$

veya

$$g_r(x, y) = r(x, y) \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n \exp\{i[2\pi n f_o x + n\phi(x, y)]\} \quad (2.6)$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada  $r(x, y)$ , cismin yüzeyinden olan düzgün olmayan yansıma dağılım ve

$$\phi(x, y) = 2\pi f_o s(x, y) = 2\pi f_o \overline{BD}. \quad (2.7)$$

iki boyutlu faz dağılımıdır (Takeda ve Mutoh, 1983).

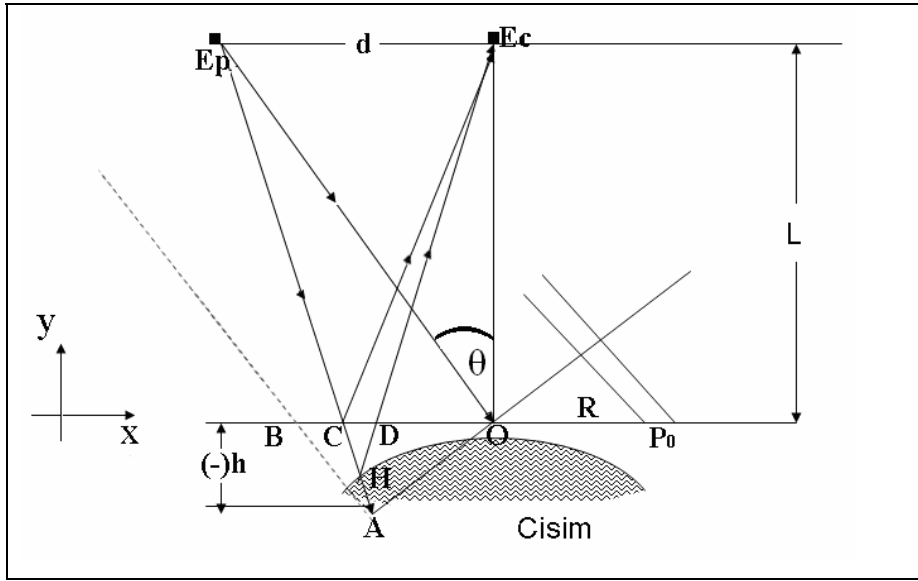
## 2.2 Paralel Optik Eksenli Geometri

Şekil 2.2.1'de paralel optik eksenli geometri gösterilmektedir. Kamera ve projektör ( $x$ - $y$  düzlemi), R referans düzleminde ( $x$ - $z$  düzlemi) eşit uzaklıkta, optik eksenleri ise paraleldir.

Bu düzenekte, çapraz optik eksenli geometriden farklı olarak  $A$ ,  $B$  ve  $C$  noktaları referans düzleminde  $C$  noktasında birleşmiştir. Bu durumda 2.4 ve 2.7 eşitlikleri:

$$\begin{aligned}\phi_0(x) &= 2\pi f_0 s_0(x) = 2\pi f_0 \overline{BC} = 0 \\ \phi(x, y) &= 2\pi f_0 s_0(x, y) = 2\pi f_0 \overline{CD}\end{aligned}\quad (2.8)$$

olur. Bu geometrinin en büyük dezavantajı düzgün ızgara çizgileri üretilemeyişidir. Bu nedenle bu geometri pratikte çok kullanışlı değildir. (2.8) eşitliği dışında çapraz optik eksenli geometrideki diğer matematiksel yaklaşımlar burada da geçerlidir.



Şekil 2.2.1. Paralel optik eksenli geometri (Takeda ve Mutoh, 1983).

## BÖLÜM 3

### İNTEGRAL DÖNÜŞÜMLER

Matematiksel dönüşümler, ham sinyalden ulaşılamayan bilginin elde edilebilmesi için kullanılır. Herhangi bir dönüşüm uygulanmış sinyale işlenmiş sinyal denir. Birçok farklı matematiksel dönüşüm bulunmaktadır. Fourier dönüşümü bunlar arasında en yaygın olarak bilinenidir.

Ham sinyallerin çoğu, ‘zaman-tanım-kümesi’nde tanımlanan sinyaldir. Sinyal neyi ölçüyorsa, bu zamanın bir fonksiyondur. Başka bir deyişle, sinyal, bir eksen zaman (bağımsız değişken) ve diğer eksen genellikle genlik (bağımlı değişken) olarak çizilir. Zaman-tanım-kümesinde tanımlanan sinyal çizildiğinde, sinyalin zaman-genlik gösterimi elde edilmiş olur. Birçok sinyal işleme ile ilgili uygulamada, bu gösterim her zaman en iyi gösterim değildir. Genellikle, yararlı bilgi sinyalin frekans içeriğinde gizlidir. Sinyalin frekans spektrumu, temel olarak o sinyalin frekanslar bileşenidir. Frekans spektrumu, o sinyalde hangi frekansların ne oranda bulunduğunu gösterir. Pratikte, Fourier dönüşümünden başka, kullanım alanına göre Hilbert dönüşümü, Wigner dağılımı, Radon dönüşümü, Dalgacık dönüşümü ve S-dönüşümü gibi birbirlerine göre avantajları ve dezavantajları bulunan birçok farklı dönüşüm teknikleri kullanılmaktadır. Örneğin, Fourier, Dalgacık ve S-dönüşümleri tersinir özellik gösterirler, başka bir deyişle işlenmiş sinyalden ham sinyale dönme imkânı verirler ve bu nedenle daha yaygın olarak kullanılırlar (Polikar, 1999).

#### 3.1 Fourier Dönüşümü

Aynı frekanslı çok sayıda harmonik dalga toplandığında, dalga boyları ve fazları farklı olsa bile, yine aynı frekanslı bir harmonik dalga oluşturur. Eğer bindirilmiş (süperpoze) dalgaların frekansları farklı olursa, bu kez sonuç “periyodik ama anharmonik” olur ve farklı şekiller ortaya çıkabilir. Bu şekilde sonsuz sayıda farklı şekil oluşturulabilir. Verilen dalga formunu ters bir matematiksel işlemle harmonik bileşenlerine ayırtırmaya “Fourier analizi” denir. Fourier dönüşümü, bir

$h(t)$  fonksiyonu ile tanımlanan fiziksel etkiyi (ses dalgası, elektrik sinyali ya da optik sinyal gibi) harmonik (sinüsel) dalgaların toplamı olarak yazma işlemidir, Bir Fourier integral dönüşüm çifti

$$H(f) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t) \exp(-i2\pi ft) dt \quad (3.1.1)$$

$$h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} H(f) \exp(i2\pi ft) df \quad (3.1.2)$$

denklemleri ile tanımlanır. Burada,  $h(t)$  zaman-tanım-kümesinde sinyal,  $H(f)$  frekans-tanım-kümesinde sinyal,  $f$  frekans ve  $t$  ise zamandır. Denklem (3.1.1)'de  $H(f)$  fonksiyonu  $h(t)$  fonksiyonunun *Fourier dönüşüğü*, denklem (3.1.2)'de ise  $h(t)$  fonksiyonu  $H(f)$ 'in *ters Fourier dönüşüğü* adını alır (Karaoğlu, 1997; Pedrotti, 1993). Zaman-tanım-kümesinde tanımlanan sinyalin Fourier dönüşümü alınır, frekans-genlik gösterimi elde edilmiş olur. Bu gösterim sinyalde her frekanstan ne oranda bulunduğunu verir.

### 3.1.1. Fourier Dönüşüm Tekniği

Denklem (2.6)'da verilen, cismin her noktadaki yükseklik farklılıkları nedeniyle değişime uğramış ızgara deseni,  $nf_0$  taşıyıcı frekanslı,  $\phi(x, y)$  fazlı ve  $r(x, y)$  genlikli çoklu sinyal olarak tanımlanabilir. Fazın yükseklik bilgisini taşıdığı bilindiğine göre, buradaki problem fazın bulunmasıdır. Bu amaçla, denklem (2.6) aşağıdaki gibi yazılabilir;

$$g(x, y) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} q_n(x, y) \exp(i2\pi n f_0 x). \quad (3.1.1.1)$$

Burada

$$q_n(x, y) = A_n r(x, y) \exp[in\phi(x, y)] \quad (3.1.1.2)$$

şeklinde bir değişkendir. ‘Hızlı Fourier Dönüşümü’ (HFD) demek olan FFT (Fast Fourier Transform) algoritması kullanıldığında,  $y$  değeri sabit alınarak, sadece  $x$  yönünde denklem (3.1.1.1)’in bir boyutlu Fourier dönüşümü alınırsa,

$$G(f, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} r(x, y) \left[ \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} A_n \exp(-i2\pi x(f - nf_0) + in\phi(x, y)) \right] dx \quad (3.1.1.3)$$

elde edilir. Buradan da  $g(x, y)$  denkleminin Fourier dönüşümü için

$$G(f, y) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} Q_n(f - nf_0, y) \quad (3.1.1.4)$$

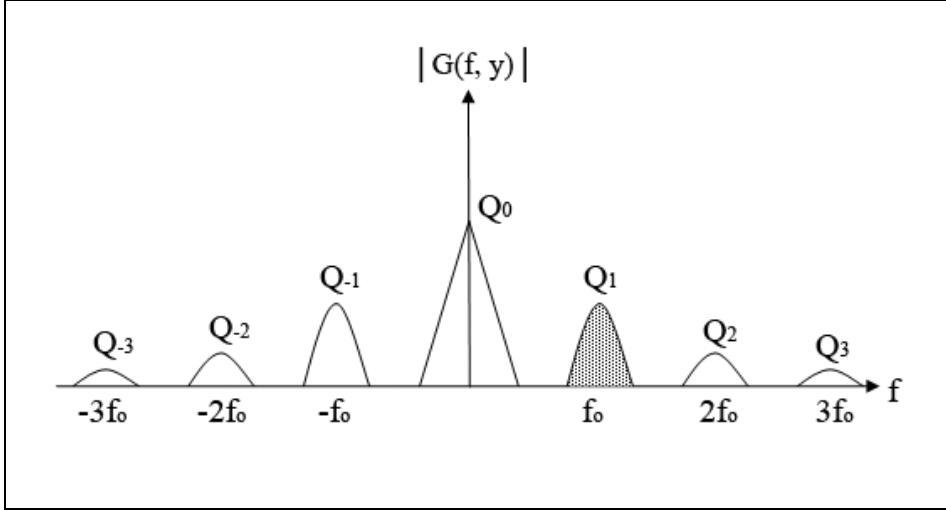
eşitliği yazılır. Burada  $G(f, y)$  ve  $Q_n(f, y)$ , sırasıyla  $g(x, y)$  ve  $q_n(x, y)$ ’nin  $x$ ’e göre bir boyutlu Fourier dönüşümleridir.  $\phi(x, y)$  ve  $r(x, y)$ ,  $f_0$  ızgara frekansına göre çok yavaş değiştikleri için, şekil 3.1.1.1’de görüleceği gibi, bütün  $Q_n(f - nf_0, y)$  spektrumu birbirinden taşıyıcı frekans  $f_0$  kadar ayrılır. Şekil 3.1.1.1’de noktalı-taralı olarak işaretlenmiş  $Q_1(f - f_0, y)$  spektrumu seçilerek ters Fourier dönüşümü alınırsa;

$$\hat{g}(x, y) = A_1 r(x, y) \exp\{i[2\pi f_0 x + \phi(x, y)]\} \quad (3.1.1.5)$$

şeklinde kompleks bir fonksiyon elde edilir (Takeda ve Mutoh, 1983).

Aynı işlemler  $h(x, y)$  yüksekliğinin sıfır olduğu durum için uygulansın. O zaman denklem (2.3) aşağıdaki gibi yeniden yazılabilir:

$$g_0(x, y) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} q_{0n}(x, y) \exp(i2\pi n f_0 x). \quad (3.1.1.6)$$



Şekil 3.1.1.1. Değişime uğramış ızgara görüntüsünün filtrelenmesinin genlik-frekans spektrumunda gösterimi (Takeda ve Mutoh, 1983).

Burada,

$$q_{0n}(x, y) = A_n \exp[in\phi_0(x)] \quad (3.1.1.7)$$

olarak ifade edilebilir. Denklem (3.1.1.6)'in x eksenine göre bir boyutlu Fourier dönüşümü alınır:

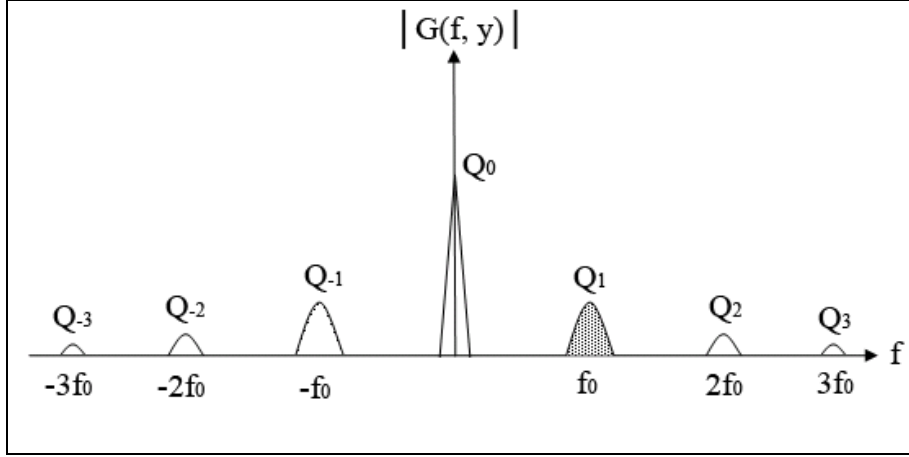
$$G_0(f, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} g_0(x, y) \exp(-i2\pi fx) dx = \sum_{n=-\infty}^{\infty} Q_{0n}(f - nf_0, y) \quad (3.1.1.8)$$

bulunur. Burada  $G_0(f, y)$  ve  $Q_{0n}(f, y)$ , sırasıyla  $g_0(x, y)$  ve  $q_{0n}(x, y)$ 'nin x'e göre bir boyutlu Fourier dönüşümleridir. Şekil 3.1.1.2'de noktali olarak işaretlenmiş  $Q_{01}(f - f_0, y)$  spektrumu seçilecek şekilde filtre edildikten sonra ters Fourier dönüşümü alınır:

$$\hat{g}_0(x, y) = q_1(x, y) \exp(i2\pi f_0 x) = A_1 \exp\{i[2\pi f_0 x + \phi_0(x)]\} \quad (3.1.1.9)$$

şeklinde kompleks bir fonksiyon elde edilir.





Şekil 3.1.1.2.  $h(x, y) = 0$  durumunda ızgara görüntüsünün filtrelenmesinin genlik-frekans spektrumunda gösterimi (Takeda ve Mutoh, 1983).

Denklem (3.1.1.5), (3.1.1.9)'un kompleks eşleniği ile çarpılırsa:

$$\hat{g}(x, y)\hat{g}_0^*(x, y) = |A_1|^2 r(x, y) \exp\{i[\Delta\phi(x, y)]\} \quad (3.1.1.10)$$

şeklinde bir fonksiyon elde edilir. Burada

$$\Delta\phi(x, y) = \phi(x, y) - \phi_0(x) = 2\pi f_0 (\overline{BD} - \overline{BC}) = 2\pi f_0 \overline{CD} \quad (3.1.1.11)$$

faz farkıdır. Sonuç olarak, (3.1.1.10) ve (3.1.1.11) denklemleri, yükseklik değişiminden kaynaklanan fazı ifade eder. Faz farkı;

$$\Delta\phi(x, y) = \tan^{-1} \left[ \frac{\text{Im}(\hat{g}(x, y)\hat{g}_0^*(x, y))}{\text{Re}(\hat{g}(x, y)\hat{g}_0^*(x, y))} \right] \quad (3.1.1.12)$$

şeklinde hesaplanabilir (Pedrotti, 1993). Denklem (3.1.1.11)'de gösterildiği üzere, fazların birbirinden çıkartılmasıyla hizalama hataları ve mercek kayıpları sıfıra indirgenmiş olur (Takeda ve Mutoh, 1983). Bu hesaplamalar, çapraz optik eksen geometrisine göre yapılmıştır.

### 3.1.2. Faz Düzeltme

Yüzeyin her noktası için hesaplanan faz farkı teriminde gürültü dışında süreksizlik oluşturan farklı bir etken daha vardır. Faz farkı  $-\pi$  ile  $+\pi$  aralığında değiştiği için birbirini takip eden iki faz bilgisi arasında  $2\pi$  değerinden daha büyük bir değişim görülebilir. Bu değişim beklenmeyen bir durumdur. Trigonometrik olarak  $\alpha = \alpha + 2\pi$  olduğundan, takip eden faz değerine  $2\pi$  eklenerek ya da çıkarılarak bu süreksizlik ortadan kaldırılabilir. Bu işleme faz düzeltme (phase unwrapping) denir. Bu algoritma basitçe şöyle özetlenebilir:

1. Birbirini takip eden iki faz bilgisi arasındaki fark  $+\pi$  değerinden büyük olursa, sondaki faz değerinden  $2\pi$  çıkarılır.
2. Birbirini takip eden iki faz bilgisi arasındaki fark  $-\pi$  değerinden küçük olursa, sondaki faz değerine  $2\pi$  eklenir.

Bu işlem hem x hem de y eksenini için tekrarlanırsa, bütün yüzeyin iki boyutlu yükseklik faz farkı dağılımı elde edilmiş olur (Takeda ve Mutoh, 1983).

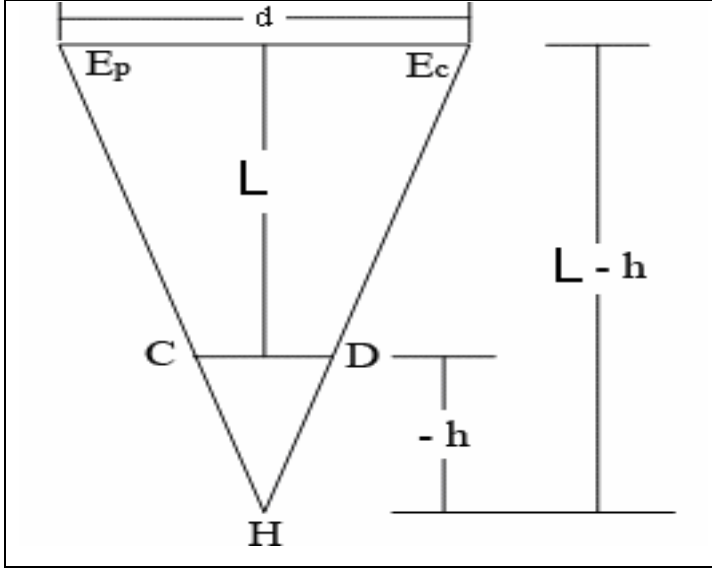
### 3.1.3. Fazın Yüksekliğe Çevrilmesi

Şekil 2.1 ve Şekil 2.2’de gösterilen geometrilerin her ikisinde de  $E_pHE_c$  üçgeni ile CHD üçgeninin benzerliğinden (Şekil 3.1.3.1):

$$\frac{\overline{CD}}{L} = \frac{-dh(x,y)}{L-h(x,y)} \quad (3.1.3.1)$$

bulunur. Denk. (3.1.1.11), Denk. (3.1.3.1)’de yerine yazılırsa,  $h(x,y)$ ,

$$h(x,y) = \frac{L\Delta\phi(x,y)}{[\Delta\phi(x,y) - 2\pi f_0 d]} \quad (3.1.3.2)$$



Şekil 3.1.3.1. Üçgenlerin benzerliğinden yükseklik bilgisinin elde edilmesi (Takeda ve Mutoh, 1983).

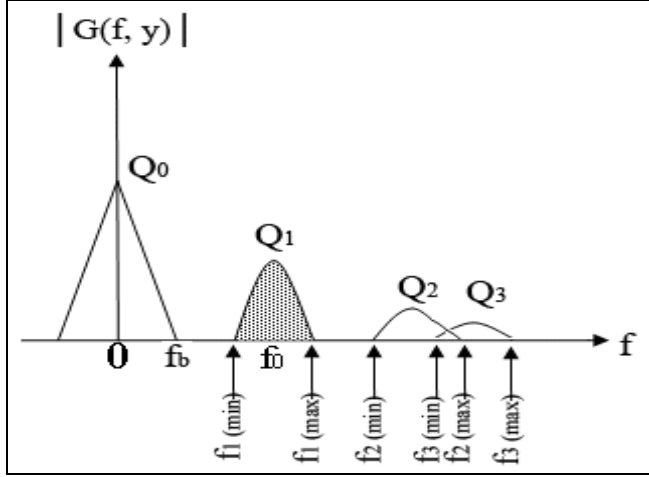
olarak elde edilir. Şekil 2.1.1'e göre,  $f_0 = 1/p_0$  olduğundan,

$$h(x, y) = \frac{Lp_0 \left[ \frac{\Delta\phi(x, y)}{2\pi} \right]}{\left\{ p_0 \left[ \frac{\Delta\phi(x, y)}{2\pi} \right] - d \right\}} \quad (3.1.3.3)$$

şeklinde hesaplanabilir. Burada,  $p_0$  referans düzlem üzerindeki yansıtılan ızgara görüntüsünde ızgara desenleri arası uzaklıktır. Böylece, 3D profili oluşturulmak istenen yüzeyin her noktası için bir yükseklik değeri hesaplanabilir (Takeda ve Mutoh, 1983).

### 3.1.4. FDP'de Ölçülebilir En Büyük Yükseklik

'Fourier Dönüşüm Profilometri' (FDP) yönteminde, sinyalin frekans spektrumundan  $f_0$  temel frekanslı bileşen seçilmektedir. Bu nedenle, bu bileşenin diğerlerinden net bir şekilde ayrılabilir olması gerekmektedir. Bu durum FDP ile ölçülebilecek maksimum yüksekliği etkilemektedir.



Şekil 3.1.4.1.  $Q_1$  bileşenin tüm spektrumdan ayrılması (Takeda ve Mutoh, 1983).

Şekil 3.1.4.1’de gösterilen spektrum dağılımında,  $f_b$ , sıfırıncı spektrum bileşenin maksimumunu,  $f_{1min}$  ve  $f_{1max}$  ise temel spektrum bileşenin maksimum ve minimum noktalarını göstermektedir. Denklem (3.1.1.3)’de üssel (eksponansiyel) terimin içinin  $x$ ’e göre türevi sıfır olduğunda,  $G(f, y)$  minimum olur (Chen ve diğ., 2006b; Takeda ve Mutoh, 1983);

$$\frac{\partial}{\partial x} [n\phi(x, y) + 2\pi x(nf_0 - f)] = 0. \quad (3.1.4.1)$$

Buradan bulunan  $f$ ,  $n$  parametresine bağlı olduğundan,  $f_n$  olarak ifade edilmelidir:

$$f_n = nf_0 + \frac{n}{2\pi} \frac{\partial \phi(x, y)}{\partial x} \quad (3.1.4.2)$$

Denklem (3.1.4.2)’den anlık temel frekans  $f_1$  aşağıdaki gibi ( $n=1$  alınarak) tanımlanabilir (Chen ve diğ., 2006b; Takeda ve Mutoh, 1983; Su ve Chen, 2001a):

$$f_1 = \frac{1}{2\pi} \frac{\partial}{\partial x} [2\pi f_0 x + \phi(x, y)] = f_0 + \frac{1}{2\pi} \frac{\partial \phi(x, y)}{\partial x} \quad (3.1.4.3)$$

Birinci spektrum bileşeninin diğerlerinden kolayca ayrılabilmesi için, başka bir deyişle cisim yüzeyinin doğru bir şekilde bulunabilmesi için

$$f_b \langle (f_1)_{\min} \rangle \quad (3.1.4.4)$$

olmalıdır. Denklem (3.1.4.3), (3.1.4.4)'de yerine yazılırsa yükseklik değişiminden kaynaklanan fazın sınırları

$$\left| \frac{\partial \phi(x, y)}{\partial x} \right|_{\max} \langle 2\pi(f_0 - f_b) \rangle \quad (3.1.4.5)$$

şeklinde ifade edilebilir (Chen ve diğ., 2006b; Takeda ve Mutoh, 1983; Su ve Chen, 2001a). Denklem (3.1.3.4), faz ile yükseklik arasındaki ilişkiyi, denklem (3.1.4.5) ise faz ile frekans arasındaki ilişkiyi vermektedir. Bu iki denklemi birlikte değerlendirdiğimizde, seçilecek cismin yüksekliğine göre, referans düzleminin görüntüleme düzlemine uzaklığı ve kamera ile projektör arasındaki mesafe değişmelidir sonucuna ulaşılabılır (Takeda ve Mutoh, 1983).

### 3.1.5 Kısa Zamanlı Fourier Dönüşümü

Zaman-tanım-kümesinde tanımlanan sinyalin Fourier dönüşümü alındığında her frekanstan ne oranda bulunduğu elde edilirken, işlenmiş sinyalde bu frekans bileşenlerinin hangi zaman aralığında bulunduğu bilgisi yoktur. Bu bilgiye durağan sinyallerde gerek duyulmaz. Frekansı zamana göre değişmeyen sinyallere “durağan (stationary) sinyal” denir, yani tüm zaman aralıklarında tüm frekans bileşenleri görülebilir. Frekansı zamana göre değişen sinyallere ise “durağan-olmayan-sinyal (non-stationary)” denir. Fourier dönüşümü bu tür sinyallerin işlenmesinde kullanışlı değildir (Polikar, 1999).

Dört frekans bileşenine sahip iki sinyal düşünelim; birinci sinyalin frekansları her zaman aralığında aynı olsun (Şekil 3.1.5.1 (a)), ikinci sinyal ise farklı zamanlarda farklı frekans bileşenlerine (ama birinci sinyal ile aynı frekans bileşenlerine) sahip

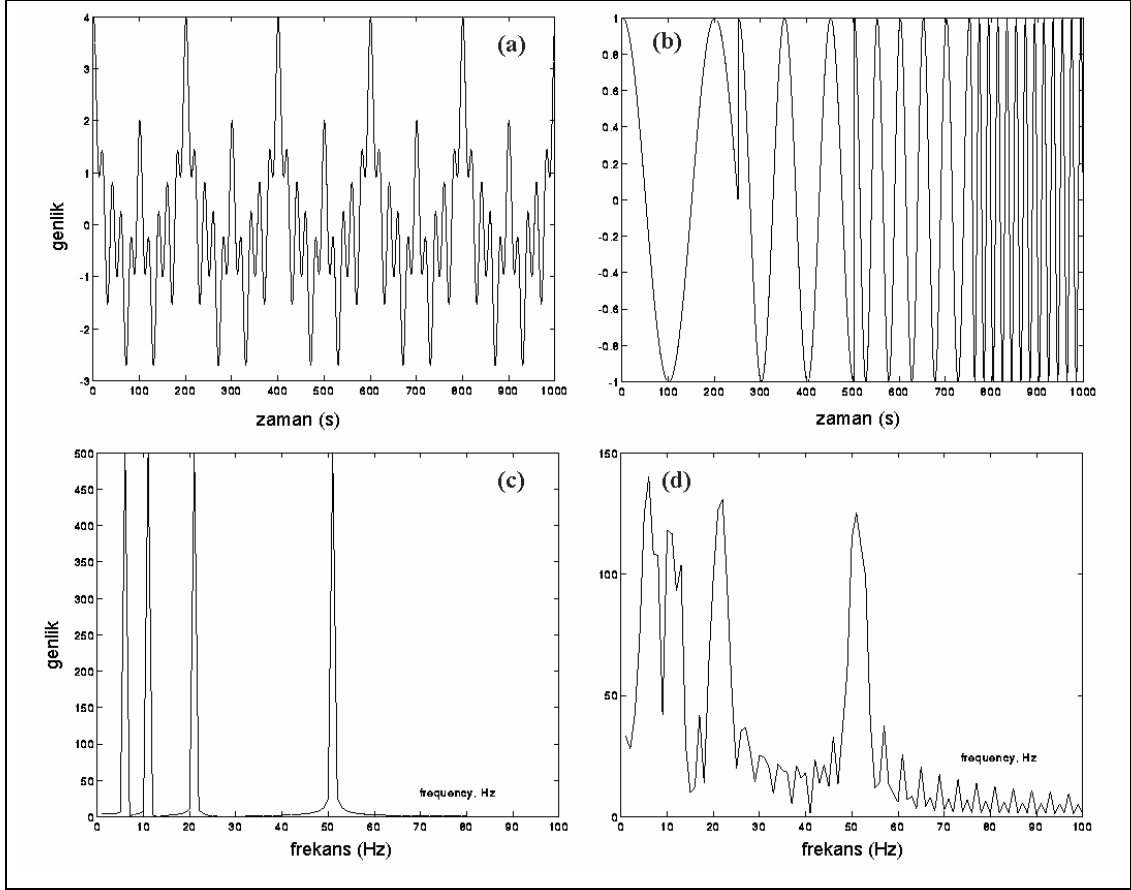
olsun (Şekil 3.1.5.1 (b)). Fourier dönüşümü sonucunda zaman bilgisi elde edilemez, sadece frekans bilgisi görüntüleneceğinden, sinyaller birbirinden tamamen farklı olmasına rağmen, her iki sinyalin dönüşümü de aynı sonucu verir (Şekil 3.1.5.1 (c) ve (d)). Spektral bileşenin zaman-lokalizasyonu gerekli olduğunda, sinyalin zaman-frekans gösterimini veren dönüşümler kullanılır (Polikar, 1999).

Durağan olmayan sinyalleri, durağan gibi görünen küçük parçalar halinde incelemek için uygun bir pencere fonksiyonu seçilip, her bir pencere için Fourier dönüşümü uygulanması işlemine “kısa zamanlı Fourier dönüşümü” (KZFD-Short Time Fourier Transform) denir. Bu pencerenin genişliği, sinyalin durağan görüldüğü aralık kadar olmalıdır. Pencere fonksiyonunun sinyalin en başına ( $t=0$  noktasına) yerleştirildiğini düşünelim. Eğer pencere genişliğini  $T$  olarak kabul edersek,  $t=0$  anında pencere fonksiyonu  $T/2$  zamanında sonlanır. Daha sonra pencere fonksiyonu ile sinyal çarpılırsa, sinyalin ilk  $T/2$  zamanlık kısmı seçilmiş olur. Eğer bu kısımda sinyal durağan ise, seçilen bölümün Fourier dönüşümü alındığında doğru zaman-frekans gösterimi elde edilmiş olur. Pencere fonksiyonunu  $\tau$  zaman kadar kaydırarak aynı işlem sinyalin sonuna kadar tekrarlanır. Bu işlem aşağıdaki denklem ile tanımlanır:

$$STFT(\tau, f) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t)w(t - \tau) \exp(-i2\pi ft) dt . \quad (3.1.5.1)$$

Burada  $h(t)$  zaman-tanım-kümesinde sinyal,  $f$  frekans,  $t$  zaman ve  $w(t)$  pencere fonksiyonudur. Denklem (3.1.5.1)'den de görülebileceği gibi KZFD, sinyalin pencere fonksiyonu ile çarpılmış halinin Fourier dönüşümüdür. Aslında Fourier dönüşümündeki çekirdek (kernel) fonksiyonu ( $\exp(-i\omega t)$ ) bütün zaman değerleri için sonsuza giden bir pencere fonksiyonudur. Bu nedenle frekans bileşenleri tam doğrulukla ayırt edilebilir. Ancak KZFD sınırlı bir pencere fonksiyonu kullandığı için, hangi zaman aralıklarında hangi frekans bantlarının bulunduğu bilgisini verir, ancak frekans bileşenleri ayırt etme gücü düşüktür. Bu durum Heisenberg Belirsizlik İlkesi'ni çağrıştırmaktadır. Yani, KZFD'de dar bir pencere kullanıldığında iyi bir zaman bilgisi elde edilebilmesine karşın frekans ayırım gücü düşük kalır. Eğer

pencere daha geniş seçilirse bu kez de ayırım gücü artmasına rağmen, zaman aralığı çok geniş olur (Polikar, 1999).



Şekil 3.1.5.1 (a) Her  $\Delta t$  zaman aralığında aynı frekans bileşenlerine sahip sinyal (b) Her  $\Delta t$  zaman aralığında farklı frekans bileşenlerine sahip sinyal (c) Birinci sinyalin Fourier dönüşümü (d) ikinci sinyalin Fourier dönüşümü (Polikar, 1999).

### 3.2 Stockwell Dönüşümü

Stockwell dönüşümü (S-dönüşümü), ilk olarak 1996 yılında Stockwell tarafından, zaman serilerinin lokal spektrumunu belirleme olarak tanımlanmıştır. Zaman serilerini, zaman-frekans gösteriminde kullanılan bir dönüşümdür. S-dönüşümü, KZFD genel gösterimi kullanılarak şu şekilde yazılabilir (Stockwell ve diğ., 1996):

$$STFT(\tau, f) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t)w(t - \tau) \exp(-i2\pi ft) dt . \quad (3.2.1)$$

Burada  $h(t)$  zaman-tanım-kümesinde sinyal,  $f$  frekans,  $t$  zaman,  $w(t)$  seçilen herhangi bir pencere fonksiyonu ve  $\tau$  spektral lokalizasyonun zamanıdır. Denklem (3.2.1)'de  $w(t)$  pencere fonksiyonu frekans ile değişmez, başka bir deyişle KZFD sinyali sabit genişlikli pencereyi belli zaman aralıklarıyla kaydırarak inceler. Dolayısıyla, periyodu pencere genişliğinden fazla olan düşük frekansları tam olarak çözemez. Ayrıca yüksek frekanslarda, zaman ayırım gücü çok iyi değildir (Pinnegar ve Mansinha, 2004). Denklem (3.2.1)'deki  $w(t)$  pencere fonksiyonu Gaussian fonksiyonu olarak seçilir ve  $w(\tau - t, f)$  olarak yazılırsa (yani pencerenin genişliği frekansa göre değişirse) S-dönüşümü elde edilmiş olur (Stockwell, 1999):

$$S(\tau, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t)w(\tau - t, f) \exp(-i2\pi ft) dt . \quad (3.2.2)$$

S-dönüşümü, KZFD'den farklı olarak, frekans ile orantılı olarak genişliği değişen bir pencere fonksiyonuna sahiptir. Bu yöntemde, pencere fonksiyonu zaman ekseninde ilerlerken, Fourier sinüzoidi,  $\tau$  parametresinden bağımsız ve sabittir (Pinnegar ve Mansinha, 2004).

### 3.2.1. Stockwell dönüşüm Tekniği

Izgara deseninin bir satırını (y-piksellerini) gösteren, x yönünde değişen tek boyutlu bir ızgara sinyalini denklem (3.2.3)'deki gibi tanımlayalım (Afifi ve diğ., 2002):

$$h(x) = I_0(x)[1 + V(x) \cos(2\pi f_0 x + \varphi(x))], \quad (3.2.3)$$

Burada  $I_0(x)$ , arka plan parlaklığı;  $V(x)$ , ızgara görünürlüğü;  $\varphi(x)$ , ızgaranın yükseklik değişimini gösteren faz ve  $f_0$ , x yönündeki taşıyıcı frekanstır. Bölüm



3.1.4'de açıklandığı gibi (bkz. denklem 3.1.4.5),  $f_0$  aşağıdaki koşula uymak zorundadır (Takeda ve Mutoh, 1983):

$$2\pi f_0 \left| \frac{d\varphi}{dx} \right|_{\max} . \quad (3.2.4)$$

Denklem (3.2.2)'de tanımlanan S-dönüşüm eşitliğinde  $\tau$  yerine  $b$  ve  $t$  yerine  $x$  kullanarak, tek boyutlu ızgara sinyali için S-dönüşümü (Stockwell, 1999; Pinnegar ve Mansinha, 2004; Stockwell ve diğ., 1996)

$$S(b, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(x) w(b-x, f) \exp(-i2\pi f x) dx \quad (3.2.5)$$

şeklinde yazılabilir. Burada  $w(b-x, f)$ , frekansa bağımlı Gaussian penceresi (Şekil 3.2.1 (a))

$$w(b-x, f) = \frac{|f|}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{f^2(b-x)^2}{2}\right), \quad (3.2.6)$$

olarak tanımlanır.  $b$  parametresi Gaussian penceresinin  $x$  eksenini üzerindeki konumunu kontrol eder,  $f$  ise pencere genişliği ile ters orantılı olan frekanstır (Stockwell, 1999). Denklem (3.2.5)'de görüldüğü üzere pencere fonksiyonu kompleks Fourier sinüzoidi ile çarpılmaktadır; başka bir deyişle pencere fonksiyonu,  $\exp(-i2\pi f x)$  terimini Şekil 3.2.1 (b)'de gösterildiği gibi yoğunlaştırır (lokazile eder).

$x$ -tanım kümesinde, Gaussian pencere fonksiyonunun merkezi  $x_c$

$$x_c = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} x |w(b-x, f)|^2 dx}{\int_{-\infty}^{+\infty} |w(b-x, f)|^2 dx} = b, \quad (3.2.7)$$

ve bunun varyasyonu

$$(\Delta x)^2 = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} (x - x_c)^2 |w(b - x, f)|^2 dx}{\int_{-\infty}^{+\infty} |w(b - x, f)|^2 dx} = \frac{1}{2f^2} \quad (3.2.8)$$

olarak yazılabilir. Böylece, ızgara sinyalinin  $[x_c - \Delta x, x_c + \Delta x]$  aralığında yoğunlaştığı (lokalize olduğu) bilgisi elde edilmiş olur.

Denklem (3.2.6)'da bulunan  $\frac{|f|}{\sqrt{2\pi}}$  terimi göz önüne alındığında,  $f$  parametresinin pozitif olduğu her durumda, S-dönüşümünde bulunan pencere fonksiyonu için

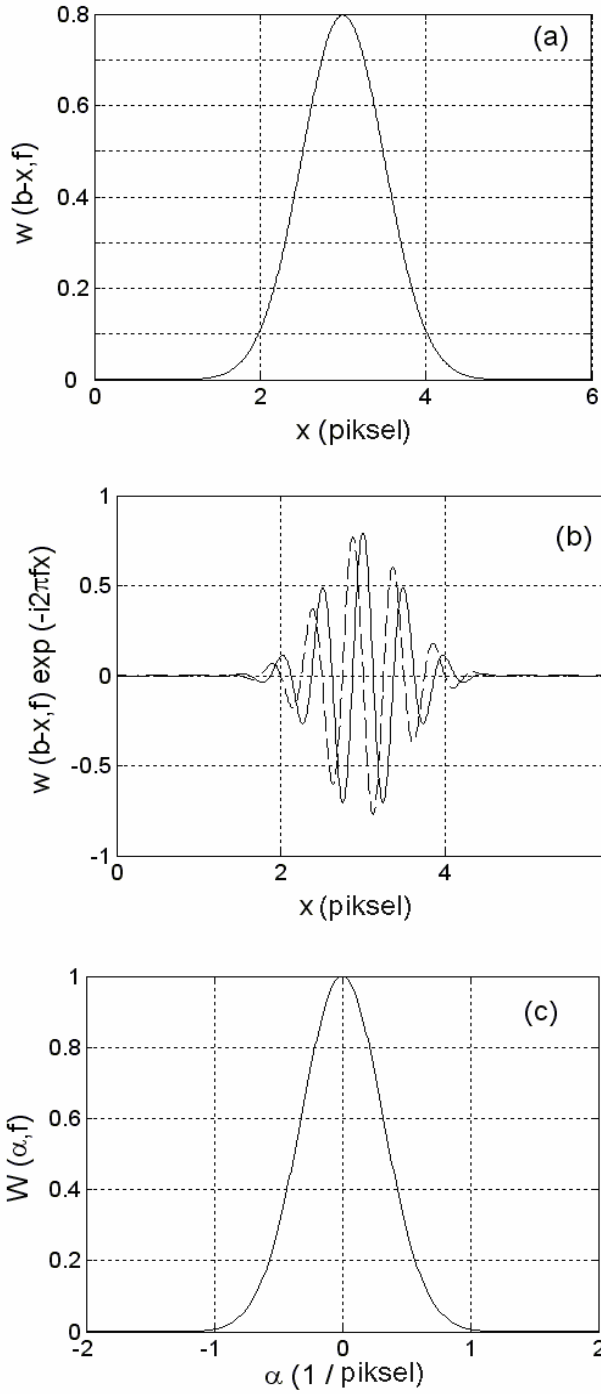
$$\int_{-\infty}^{+\infty} w(b - x, f) db = 1 \quad (3.2.9)$$

yazılabilir (Pinnegar ve Mansinha, 2004). Bu koşul, S-dönüşümünün  $b$  üzerinden integrali alındığında, integralin  $H(\alpha)$ 'ya yaklaşmasını sağlar;

$$\int_{-\infty}^{+\infty} S(b, f) db = H(\alpha). \quad (3.2.10)$$

Burada  $H(\alpha)$ ,  $h(x)$ 'in Fourier dönüşümüdür ve  $\alpha$ ,  $x$ 'in Fourier uzayındaki karşılığıdır. Bu durum Fourier dönüşümü ile S-dönüşümü arasında bağlantı sağlamaktadır. Gaussian penceresinin ters Fourier dönüşümü (Inverse Fourier Transform-IFT)

$$w(b - x, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} W(\alpha, f) \exp(i2\pi\alpha(b - x)) d\alpha \quad (3.2.11)$$



Şekil 3.2.1. (a) Gaussian pencere fonksiyonu  $w(b-x, f)$ . (b) Gaussian pencere fonksiyonu ile  $\exp(-i2\pi fx)$  teriminin çarpımı (çizgi ve kesikli çizgi sırasıyla fonksiyonun gerçel ve sanal kısımlarını göstermektedir). (c)  $\alpha$  tanım kümesinde Gaussian pencere fonksiyonu (hesaplamalarda  $b = 3$  piksel ve  $f = 2$  (1/piksel) olarak alınmıştır).

şeklinde yazılabilir.  $W(\alpha, f) = \exp(-\frac{2\pi^2\alpha^2}{f^2})$ ,  $w(x, f)$ 'nin Fourier dönüşümüdür

(Şekil 3.2.1 (c)). Denklem (3.2.11), denklem (3.2.5)'de yerine yazılırsa,

$$S(b, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} W(\alpha, f) \exp(i2\pi\alpha b) \left[ \int_{-\infty}^{+\infty} h(x) \exp(-i2\pi(\alpha + f)x) dx \right] d\alpha \quad (3.2.12)$$

elde edilir. Bu eşitlikte köşeli parantez içindeki terim  $H(\alpha + f)$ 'e eşittir. Dolayısıyla S-dönüşümü Fourier spektrumunda (Stockwell, 1999)

$$\begin{aligned} S(b, f) &= \int_{-\infty}^{+\infty} H(\alpha + f) W(\alpha, f) \exp(i2\pi\alpha b) d\alpha \\ &= IFT\{H(\alpha + f)W(\alpha, f)\}, \end{aligned} \quad (3.2.13)$$

olarak yazılabilir. Bu yazım, S-dönüşüm hesaplamasında HFD algoritması kullanımına imkân sağlamaktadır (IFT: ters Fourier dönüşümü – inverse Fourier transform).

$\alpha$ -tanım kümesinde, Gaussian pencere fonksiyonunun merkezi

$$\alpha_c = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \alpha |W(\alpha, f)|^2 d\alpha}{\int_{-\infty}^{+\infty} |W(\alpha, f)|^2 d\alpha} = 0, \quad (3.2.14)$$

ve bunun varyasyonu

$$(\Delta\alpha)^2 = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} (\alpha - \alpha_c)^2 |W(\alpha, f)|^2 d\alpha}{\int_{-\infty}^{+\infty} |W(\alpha, f)|^2 d\alpha} = \frac{1}{2} f^2 \quad (3.2.15)$$

olarak elde edilir.  $x$ -tanım kümesinde olduğu gibi,  $\alpha$ -tanım kümesinde ızgara sinyalinin  $[\alpha_c - \Delta\alpha, \alpha_c + \Delta\alpha]$  aralığında yoğunlaştığı bilgisi elde edilmiş olur. (3.2.8) ve (3.2.15) denklemlerinden, Gaussian penceresinin en küçük belirsizliğinin  $\Delta x \times \Delta\alpha = 1/2$  olduğu söylenebilir. Başka bir deyişle hem  $x$  hem de  $\alpha$  tanım kümesinde en iyi yoğunlaşmaya sahiptir.

S-dönüşümünün yukarıda açıklanan yoğunlaşma özelliğine dayanılarak, ızgaranın fazı  $\varphi(x)$ ,  $b$  etrafında Taylor serisine açılırsa;

$$\varphi(x) \cong \varphi(b) + (x-b)\varphi'(b) + \frac{(x-b)^2}{2!}\varphi''(b) + \dots \quad (3.2.16)$$

elde edilir. Bu eşitliğin sağ tarafındaki ikinci terimden sonraki terimler  $2\pi f_0 \left| \frac{d\varphi}{dx} \right|_{\max}$  koşuluna göre ihmal edilebilir. Dolayısıyla faz için  $\varphi(x) \cong \varphi(b) + (x-b)\varphi'(b)$  yaklaşım kullanılabilir. Izgara deseninde (Denklem 3.2.3)  $\varphi(x)$  yerine yazılırsa

$$h(x) = I_0(x) \left\{ 1 + V(x) \frac{1}{2} \exp[i(2\pi f_0 x + \varphi(b) + (x-b)\varphi'(b))] + V(x) \frac{1}{2} \exp[-i(2\pi f_0 x + \varphi(b) + (x-b)\varphi'(b))] \right\} \quad (3.2.17)$$

elde edilir. Ayrıca  $I_0(x)$  ve  $V(x)$ 'in yavaş değiştiği kabul edilirse, ızgara sinyalinin Fourier dönüşümü,  $H(\alpha) = \int_{-\infty}^{\infty} h(x) \exp(-i2\pi\alpha x) dx$ , aşağıdaki gibi elde edilir (Özder ve diğ., 2007):

$$H(\alpha) = I_0(b)\pi \left\{ 2\delta(\alpha) + V(b) \left[ \delta\left(\alpha - f_0 - \frac{\varphi'(b)}{2\pi}\right) \exp(i(\varphi(b) - b\varphi'(b))) + \delta\left(\alpha + f_0 + \frac{\varphi'(b)}{2\pi}\right) \exp(-i(\varphi(b) - b\varphi'(b))) \right] \right\} \quad (3.2.18)$$

Yoğunlaşma (lokalizasyon) özelliğine göre  $\alpha \leq -f$  durumunda  $W(\alpha, f) = 0$  olur. Bunu göz önünde bulundurarak  $H(\alpha + f)$  ve  $W(\alpha, f)$  denklemleri tekrar yazılırsa

$$H(\alpha + f) = I_0(b)\pi V(b)\delta\left(\alpha + f - f_0 - \frac{\varphi'(b)}{2\pi}\right)\exp[i(\varphi(b) - b\varphi'(b))] \quad (3.2.19)$$

$$W(\alpha, f) = \exp\left(\frac{-2\pi^2\alpha^2}{f^2}\right) \quad (3.2.20)$$

elde edilir. Bu denklemler, denklem (3.2.13)'de yerine konulduğunda, S-dönüşümü için aşağıdaki eşitlik bulunur:

$$S(b, f) = I_0(b)\pi V(b)\exp\left(-\frac{2\pi^2}{f^2}\left(-f + f_0 + \frac{\varphi'(b)}{2\pi}\right)^2\right) \times \exp(i(\varphi + 2\pi bf_0 - 2\pi bf)) \quad (3.2.21)$$

Ulaşılan  $S(b, f)$  denklemi,  $A\exp(i(\omega t + \varphi))$  formunda bir dalga denklemdir. Bu nedenle Denklem (3.2.21)'in gerçel kısmı genliği, eksponansiyel kısmın içi de fazı verir.  $|S(\alpha, f)|$  mutlak değerini almak boyunu bulmak demektir. Bu durumda zaten denklemin sanal kısmı eşleniğiyle çarpıldığında 1 verecektir. Dolayısıyla  $\frac{\partial |S(b, f)|}{\partial f} = 0$  işleminden,  $f_{\max}$  maksimum frekans,

$$f_{\max}(b) = f_0 + \frac{\varphi'(b)}{2\pi} \quad (3.2.22)$$

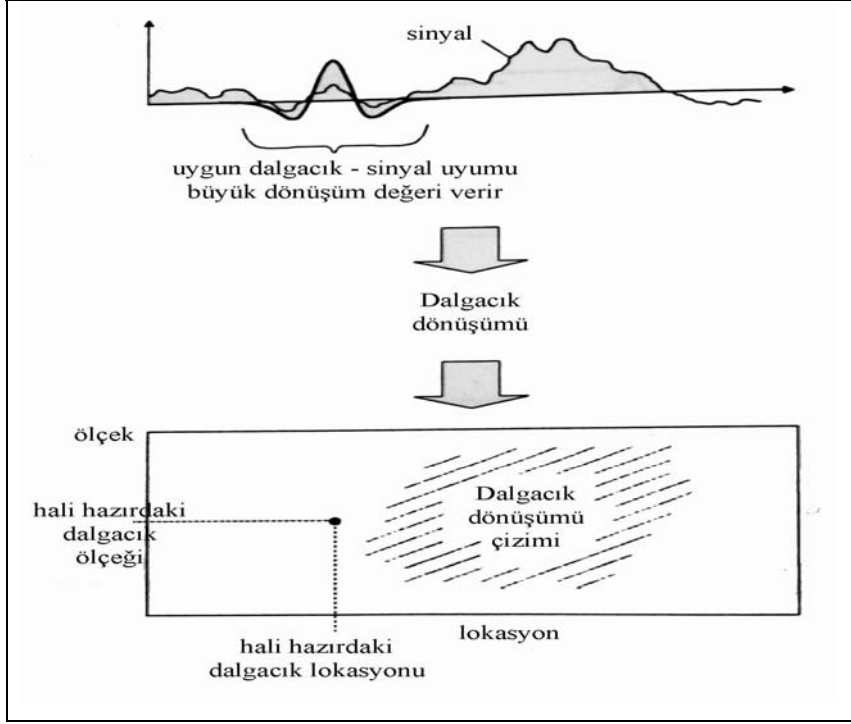
olarak elde edilir. Fourier dönüşümünde zorunlu olarak yapılan faz düzeltme işlemine gerek kalmadan, direk olarak bu eşitlikte fazın gradyanının  $(\varphi'(b))$  integralinden, o satır için faz dağılımı bulunmuş olur. Bu teknik, “S-dönüşümü faz-gradyan yöntemi” olarak adlandırılır (Özder ve diğ., 2007).

S-dönüşüm faz yönteminde ise, (3.2.21) eşitliğinden, faz  $\phi_s(b) = \tan^{-1}\left(\frac{\text{Im } S}{\text{Re } S}\right) = \varphi(b) + 2\pi b(f_0 - f)$  şeklinde elde edilir. Bu  $\phi_s$  fazına daha sonra, aynı Fourier dönüşümünde olduğu gibi, uygun algoritmalar kullanılarak faz düzeltme işlemi uygulanmalıdır. Ancak bu şekilde istenen  $\varphi$  faz dağılımı elde edilmiş olur (Özder ve diğ., 2007).

### 3.3. Dalgacık Dönüşümü

Zaman ve frekans çözünürlük probleminin kuantum mekaniğinin Heisenberg Belirsizlik İlkesi ile ilişkisi vardır. STFT analizinde karşılaşılan çözünürlük problemini aşmak için alternatif bir yaklaşım olan ‘dalgacık dönüşümü’ geliştirilmiştir. Dalgacık dönüşümünde sinyal, STFT dönüşümünde bulunan pencere fonksiyonuna benzer bir fonksiyonla çarpılmaktadır, fakat bu dönüşümler arasında temel farklılıklar bulunmaktadır. STFT sinyali sabit genişlikli pencereyi belli zaman aralıklarıyla kaydırarak inceler. Dalgacık dönüşümünde ise her spektral bileşen işlenirken pencere genişliği değişir, bu dalgacık dönüşümünün en temel özelliğidir (Polikar, 1999).

Dalgacık dönüşümü, dalgacık olarak isimlendirilen küçük dalga benzeri fonksiyonlar kullanılmaktadır. Aslında, ‘yerel (lokal) dalga-benzeri fonksiyon’ açıklaması dalgacık terimini daha iyi tarif etmektedir. Matematiksel olarak dalgacık dönüşümü, sinyal ile bir dalgacık fonksiyonunun çarpımıdır. Dalgacık sinyal boyunca ilerletilebilir, germe ve sıkıştırma yapılabilir. Dalgacık dönüşümü, sinyal ile dalgacığın yerel uyumunu ölçer (Şekil 3.3.1). Eğer belirli bir ölçek ve konumda, Şekil 3.3.1’in üst kısmında gösterildiği gibi, dalgacık ile sinyal uyumu çok iyiye büyük dönüşüm değeri elde edilir. Fakat uyum iyi değilse, dönüşüm değeri küçük olur. Dönüşüm değeri, iki boyutlu dönüşüm düzleminde gösterilir (Şekil 3.3.1’in alt kısmında olduğu gibi) (Addison, 2002).



Şekil 3.3.1. Dalgacık, sinyal ve dönüşüm (Addison, 2002).

Dönüşüm, sinyalin farklı noktalarında ve farklı ölçeklerde hesaplanarak dönüşüm düzlemini doldurur, bu durum “sürekli dalgacık dönüşümü” (SDD) (continuous wavelet transform – CWT) olarak adlandırılır. Dönüşüm kesikli değerlerde hesaplanmış ise “kesikli dalgacık dönüşümü” (discrete wavelet transform – DWT) denir. Herhangi bir  $f(x)$  fonksiyonu için SDD (Addison, 2002)

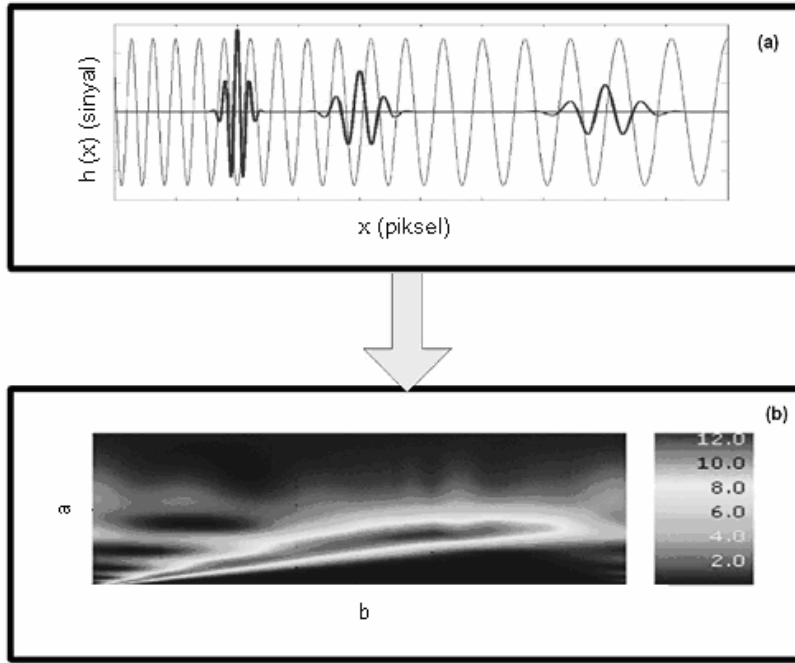
$$W_f(a,b) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\psi_{a,b}^*(x)dx \quad (3.3.1)$$

olarak tanımlanmaktadır.  $\psi_{a,b}^*(x)$ , ilerleme, germe ve sıkıştırma yapan ‘ana dalgacık’  $\psi_{a,b}(x)$ ’nin kompleks eşleniğidir ve

$$\psi_{a,b}(x) = \frac{1}{\sqrt{a}}\psi\left(\frac{x-b}{a}\right) \quad (3.3.2)$$



şeklinde yazılır. Burada  $a \neq 0$  ve  $b$  gerçel olmak üzere,  $b$  öteleme  $a$  ise ölçek parametresidir. Ölçek parametresi  $a$  büyük olduğunda sinyali genişletir, düşük frekanslarda kullanılır; küçük ölçek parametresi ise sinyali sıkıştırır ve yüksek frekanslarda kullanılır. Eğer  $f(x)$  bir ızgara deseninin bir satırını (ya da sütununu) gösteriyorsa, bu durumda SDD'nin mutlak değeri ( $|W_f(a,b)|$ ) üç boyutlu bir yüzeyin  $z$  eksenini ise,  $x$ - $y$  düzlemi  $b \times a$  boyutlu bir matristir. Başka bir deyişle, dalgacık fonksiyonu sinyali  $x$  eksenini boyunca belirli bir ölçek parametresi  $a$  değeri için konumu  $b$  parametresine bağlı olacak şekilde tarar ve bu işlem her  $a$  değeri için tekrarlanır (Şekil 3.3.2).



Şekil 3.3.2. (a) Üç farklı  $b$  değeri için,  $x$  eksenini boyunca sinyal üzerinde ilerleyen analiz dalgacığı; (b)  $b \times a$  boyutlu SDD sonuç matrisi (Hwang ve diğ., 2007).

Dalgacık fonksiyonu  $\psi(x)$ 'in merkezi  $x = 0$  noktası etrafındadır, çünkü

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi(x) dx = 0 \quad (3.3.3)$$

ve normalizasyonu  $\|\psi_{a,b}\| = 1$ . Dalgacığın ‘geçirgenlik koşulunu’ sağladığını kabul edersek

$$C = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|\hat{\psi}(\alpha)|^2}{\alpha} d\alpha < \infty \quad (3.3.4)$$

yazılabilir. Burada:

$$\hat{\psi}(\alpha) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int \exp(-i\alpha x) \psi(x) dx \quad (3.3.5)$$

şeklindeki Fourier dönüşümünü göstermektedir. Dalgacık dönüşümünün ters dönüşümü aşağıdaki gibi hesaplanabilir:

$$f(x) = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} W_f(a,b) \psi_{a,b}(x) \frac{dad b}{a^2} \quad (3.3.6)$$

Yani  $W_f(a,b)$  tersinirdir. Dolayısıyla, (3.3.6) denklemi kullanılarak orijinal sinyal  $\psi_{a,b}$ ’den tekrar elde edilebilir (Sheu, 2002).

Tek boyutlu bir ızgara sinyalinin SDD aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır (Meyers ve diğ., 1993):

$$W(a,b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{+\infty} g^*\left(\frac{x-b}{a}\right) h(x) dx. \quad (3.3.7)$$

Burada  $g^*\left(\frac{x-b}{a}\right)$ , ana dalgacığın karmaşık (complex) eşleniğini;  $a$  ( $a > 0$  olmak üzere), ölçek parametresini;  $b$  ise ötelemeyi göstermektedir.  $g\left(\frac{x-b}{a}\right)$  fonksiyonunun Fourier dönüşümü (bkz. Denk. (3.1.1)):

$$G(\alpha) = \int_{-\infty}^{+\infty} g\left(\frac{x-b}{a}\right) \exp(-ix\alpha) dx \quad (3.3.8)$$

şeklinde yazılabilir. Bu denklemde  $[(x-a)/b]=v$  olacak şekilde değişken değiştirilirse;

$$\begin{aligned} G(\alpha) &= a \exp(-ib\alpha) \int_{-\infty}^{+\infty} g(v) \exp[-iv(a\alpha)] dv \\ &= a \exp(-ib\alpha) G(a\alpha) \end{aligned} \quad (3.3.9)$$

elde edilir ve bu denklemin ters Fourier dönüşümünden (bkz. denklem (3.1.2)):

$$g\left(\frac{x-b}{a}\right) = \int_{-\infty}^{+\infty} G(a\alpha) a \exp(-ib\alpha) \exp(ix\alpha) d\alpha \quad (3.3.10)$$

bulunur.  $g\left(\frac{x-b}{a}\right)$  fonksiyonunun karmaşık eşleniğini denklem (3.3.7)'de yerine yazdığımızda

$$W(a,b) = \frac{a}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{+\infty} G^*(a\alpha) \exp(ib\alpha) \left[ \int_{-\infty}^{+\infty} h(x) \exp(-ix\alpha) dx \right] d\alpha \quad (3.3.11)$$

ifadesine ulaşılır. Köşeli parantez içindeki ifadenin eşiti  $H(\alpha)$ ,  $h(x)$  fonksiyonunun Fourier dönüşümüdür. Sonuç olarak, SDD için hesaplanan

$$W(a,b) = \sqrt{a} \int_{-\infty}^{+\infty} G^*(a\alpha) H(\alpha) \exp(ib\alpha) d\alpha \quad (3.3.12)$$

denklemini, HFD algoritmasının kullanımına imkan verir; böylece daha kolay ve hızlı işlemler yapmak mümkün olur (Meyers ve diğ., 1993; Torrence ve Compo, 1998).

Izgaranın fazı  $\varphi(x)$ ,  $b$  etrafında Taylor serisine açılırsa;

$$\varphi(x) \cong \varphi(b) + (x-b)\varphi'(b) + \frac{(x-b)^2}{2!}\varphi''(b) + \dots \quad (3.3.13)$$

elde edilir. Bu eşitliğin sağ tarafındaki ikinci terimden sonraki terimler  $2\pi f_0 \left| \frac{d\varphi}{dx} \right|_{\max}$  koşuluna göre ihmal edilebilir. Dolayısıyla faz için  $\varphi(x) \cong \varphi(b) + (x-b)\varphi'(b)$  yaklaşım kullanılabilir. Izgara deseninde (Denk. 3.2.3)  $\varphi(x)$  yerine yazılırsa

$$h(x) = I_0(x) \left\{ 1 + V(x) \frac{1}{2} \exp[i(2\pi f_0 x + \varphi(b) + (x-b)\varphi'(b))] + V(x) \frac{1}{2} \exp[-i(2\pi f_0 x + \varphi(b) + (x-b)\varphi'(b))] \right\} \quad (3.3.14)$$

eşitliği bulunur. Ayrıca  $I_0(x)$  ve  $V(x)$ 'in yavaş değiştiği kabul edilirse, ızgara sinyalinin Fourier dönüşümü,  $H(\alpha) = \int_{-\infty}^{\infty} h(x) \exp(-i2\pi\alpha x) dx$ , aşağıdaki gibi elde edilir:

$$H(\alpha) = I_0(b)\pi \left\{ 2\delta(\alpha) + V(b) \left[ \delta\left(\alpha - f_0 - \frac{\varphi'(b)}{2\pi}\right) \exp(i(\varphi(b) - b\varphi'(b))) + \delta\left(\alpha + f_0 + \frac{\varphi'(b)}{2\pi}\right) \exp(-i(\varphi(b) - b\varphi'(b))) \right] \right\} \quad (3.3.15)$$

### 3.3.1. Morlet Dalgacığı ile SDD Tekniği

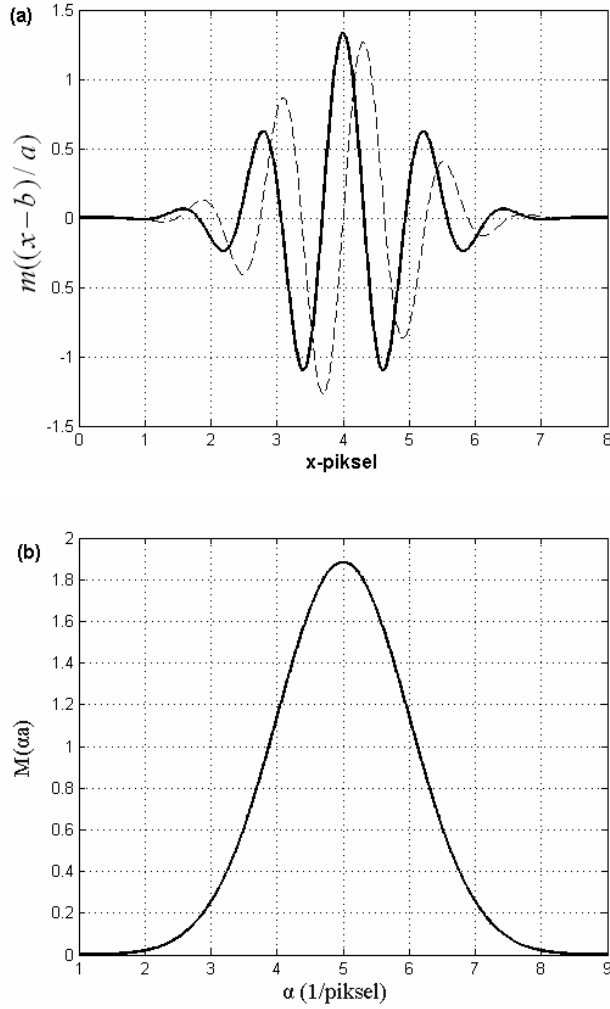
Gaussian ile modüle edilmiş

$$m(x) = \pi^{1/4} \exp(icx) \exp(-x^2/2) \quad (3.3.16)$$

şeklindeki düzlem dalgaya Morlet dalgacığı denir ve bunun Fourier dönüşümü

$$M(\alpha) = \frac{\sqrt{2\pi}}{\sqrt[4]{\pi}} \exp\left[-\frac{(\alpha - c)^2}{2}\right] \quad (3.3.17)$$

şeklinde yazılabilir. Morlet dalgacığı ve Fourier dönüşümü grafikleri Şekil 3.3.1.1'de verilmiştir. Burada c, sabit uzaysal frekanstır ve 5 ya da 6 olarak seçilir (Torrence, 1998; Farge, 1992).



Şekil 3.3.1.1.  $c=5$  ve  $b=4$  için (a) Morlet dalgacığı (çizgi ve kesikli çizgi sırasıyla fonksiyonun gerçel ve sanal kısımlarını göstermektedir); (b) (a)'daki Morlet analiz dalgacığının Fourier dönüşümü.

Morlet ana dalgacığının en küçük belirsizliğinin hesaplanması *Mapel 10.0* sembolik programlama dilinde gerçekleştirilmiştir.  $x$ -tanım kümesinde, denklem (3.3.16) ile verilen Morlet ana dalgacığının merkezi  $x_c$

$$x_c = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} x \left| m\left(\frac{x-b}{a}\right) \right|^2 dx}{\int_{-\infty}^{+\infty} \left| m\left(\frac{x-b}{a}\right) \right|^2 dx} = b, \quad (3.3.18)$$

ve bunun varyasyonu

$$(\Delta x)^2 = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} (x-x_c)^2 \left| m\left(\frac{x-b}{a}\right) \right|^2 dx}{\int_{-\infty}^{+\infty} \left| m\left(\frac{x-b}{a}\right) \right|^2 dx} = \frac{a^2}{2} \quad (3.3.19)$$

olarak bulunmuştur. Böylece, ızgara sinyalinin  $[x_c - \Delta x, x_c + \Delta x]$  aralığında yoğunlaştığı bilgisi elde edilmiş olur.

$\alpha$ -tanım kümesinde, Morlet ana dalgacık fonksiyonunun (bkz. Denk. (3.3.17)) merkezi

$$\alpha_c = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \alpha |M(a\alpha)|^2 d\alpha}{\int_{-\infty}^{+\infty} |M(a\alpha)|^2 d\alpha} = \frac{c}{a}, \quad (3.3.20)$$

ve bunun varyasyonu

$$(\Delta \alpha)^2 = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} (\alpha - \alpha_c)^2 |M(\alpha)|^2 d\alpha}{\int_{-\infty}^{+\infty} |M(\alpha)|^2 d\alpha} = \frac{1}{2a^2} \quad (3.3.21)$$

olarak elde edilir.  $x$ -tanım kümesinde olduğu gibi,  $\alpha$ -tanım kümesinde ızgara sinyalinin  $[\alpha_c - \Delta\alpha, \alpha_c + \Delta\alpha]$  aralığında yoğunlaştığı bilgisi elde edilmiş olur. Bu durumda Morlet dalgacığının en küçük belirsizliği, S-dönüşümünün lokalizasyonunda açıklandığı gibi,  $\Delta x \times \Delta\alpha = 1/2$  olarak hesaplanabilir (Dursun ve diğ., 2004).

Lokalizasyon özelliğine göre  $\alpha \leq 0$  durumunda  $M(a\alpha) = 0$  olur. Bu koşul göz önünde bulundurularak, denklem (3.3.15) ve (3.3.17), denklem (3.3.12)'de yerine yazılırsa tek boyutlu ızgara sinyali için SDD

$$W_m(a, b) = I_0(b)V(b)\pi^{5/4}\sqrt{2a}\exp\left[\frac{[a(2\pi f_0 + \varphi'(b)) - c]^2}{2}\right] \times \exp[i(\varphi(b) + 2\pi f_0 b)] \quad (3.3.22)$$

elde edilir (Dursun ve diğ., 2004).

Ulaşılan  $W_m(a, b)$  denklemi,  $A \exp(i(\omega t + \varphi))$  formunda bir dalga denklemdir. Bu nedenle denklem (3.3.22)'in gerçel kısmı genliği, eksponansiyel kısmın içi de fazı verir.  $|W_m(a, b)|$  mutlak değerini almak boyunu bulmak demektir. Bu durumda zaten denklemin sanal kısmı eşleniğiyle çarpıldığında 1 verecektir. Dolayısıyla  $a_{\max}$  maksimum ölçek parametresi,

$$a_{\max}(b) = \frac{c + \sqrt{c^2 + 2}}{2[2\pi f_0 + \varphi'(b)]} \quad (3.3.23)$$

olarak bulunur. Fourier dönüşümünde zorunlu olarak yapılan faz düzeltme işlemine gerek kalmadan, doğrudan, bu eşitlikte fazın gradyanının  $(\varphi'(b))$  integralinden, o satır için faz dağılımı bulunmuş olur. Bu teknik, “SDD faz gradyan yöntemi” olarak adlandırılır (Dursun ve diğ., 2004).

### 3.3.2. Paul Dalgacığı ile SDD Tekniği

Paul dalgacığı aşağıdaki gibi tanımlanabilir (Afifi ve diğ., 2002);

$$p(x) = \frac{2^n n! (1-ix)^{-(n+1)}}{2\pi \sqrt{(2n)!/2}}. \quad (3.3.24)$$

Burada  $n$ , Paul dalgacığının derecesini göstermektedir. Bu dalgacığın Fourier dönüşümü

$$P(\alpha) = \frac{2^n}{\sqrt{n(2n-1)!}} \alpha^n \exp(-\alpha) \mathfrak{Z}(\alpha), \quad (3.3.25)$$

olarak hesaplanmıştır ve burada  $\mathfrak{Z}$  ile verilen Heaviside dağılımıdır. Paul dalgacığı ve bunun Fourier dönüşümü çizimleri Şekil 3.3.2.1'de ( $n=2$  ve  $3$  için) ve Şekil 3.3.2.2'de ( $n=4$  ve  $5$  için) gösterilmektedir.

Paul ana dalgacığının 'en küçük belirsizliğinin' hesaplanması, Morlet dalgacığında olduğu gibi, *Mapel 10.0* sembolik programlama dilinde gerçekleştirilmiştir.  $x$ -tanım kümesinde, denklem (3.3.24) ile verilen Paul ana dalgacığının merkezi  $x_c$

$$x_c = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} x \left| p\left(\frac{x-b}{a}\right) \right|^2 dx}{\int_{-\infty}^{+\infty} \left| p\left(\frac{x-b}{a}\right) \right|^2 dx} = b, \quad (3.3.26)$$

ve bunun varyasyonu

$$(\Delta x)^2 = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} (x-x_c)^2 \left| p\left(\frac{x-b}{a}\right) \right|^2 dx}{\int_{-\infty}^{+\infty} \left| p\left(\frac{x-b}{a}\right) \right|^2 dx} = \frac{a^2}{2n-1} \quad (3.3.27)$$



olarak elde edilebilir. Böylece, ızgara sinyalinin  $[x_c - \Delta x, x_c + \Delta x]$  aralığında yoğunlaştığı bilgisi elde edilmiş olur.

Bir  $\alpha$ -tanım kümesinde, Paul ana dalgacık fonksiyonunun (bkz. denklem(3.3.25)) merkezi

$$\alpha_c = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \alpha |P(a\alpha)|^2 d\alpha}{\int_{-\infty}^{+\infty} |P(a\alpha)|^2 d\alpha} = \frac{2n+1}{2a}, \quad (3.3.28)$$

ve bunun varyasyonu

$$(\Delta\alpha)^2 = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} (\alpha - \alpha_c)^2 |P(a\alpha)|^2 d\alpha}{\int_{-\infty}^{+\infty} |P(a\alpha)|^2 d\alpha} = \frac{2n+1}{4a^2} \quad (3.3.29)$$

olarak elde edilir.  $x$ -tanım kümesinde olduğu gibi,  $\alpha$ -tanım kümesinde ızgara sinyalinin  $[\alpha_c - \Delta\alpha, \alpha_c + \Delta\alpha]$  aralığında yoğunlaştığı bilgisi elde edilmiş olur. (3.3.27) ve (3.3.29) denklemlerinden,  $n$ . dereceden Paul dalgacığının belirsizliği  $\Delta x \times \Delta\alpha = (1/2)\sqrt{(2n+1)/(2n-1)}$  olarak elde edilmiştir ve dalgacığın  $n$  derecesine göre değişmektedir.

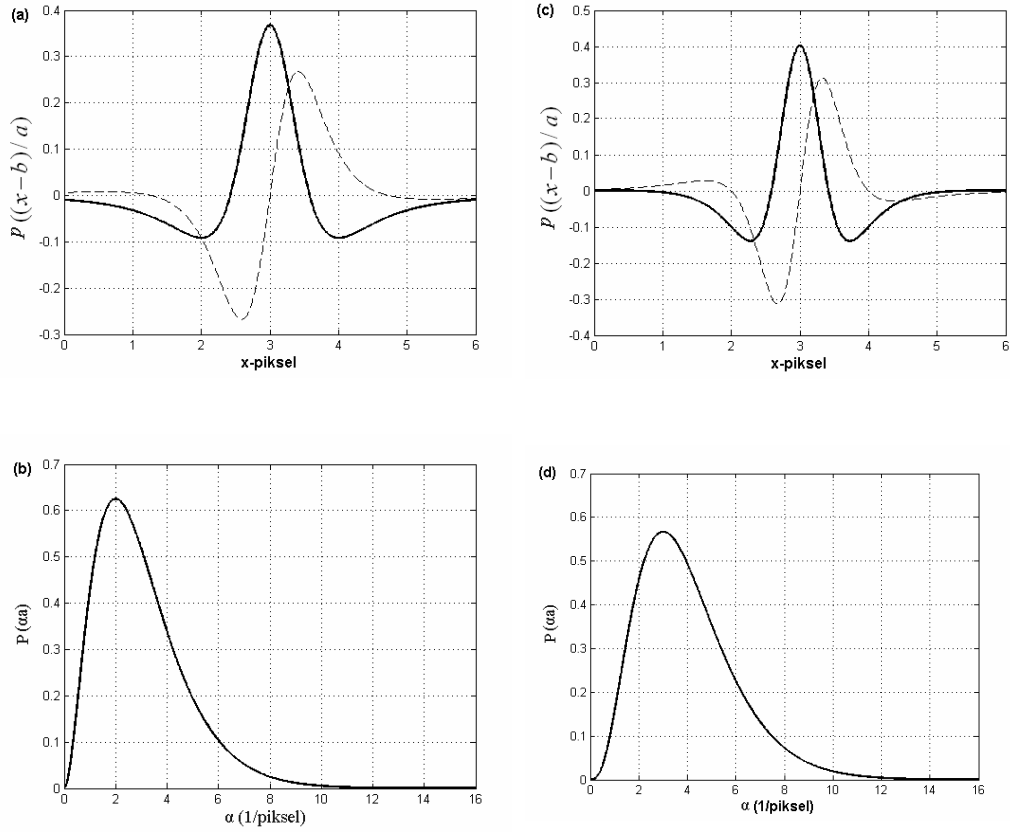
Paul dalgacığının lokalizasyon özelliği göz önünde bulundurarak, denklem (3.3.15) ve (3.3.25), denklem (3.3.12)'de yerine yazılırsa, Paul SDD için (3.3.30) denkleminde ulaşılır

$$W_p(b, a) = \frac{I_0(b)V(b)a^{n+1/2} [2\pi f_0 + \varphi'(b)]^n \exp[-a(2\pi f_0 + \varphi'(b))]}{(2n)!} \cdot x \exp\{i[\varphi(b) + 2\pi f_0 b]\} \quad (3.3.30)$$

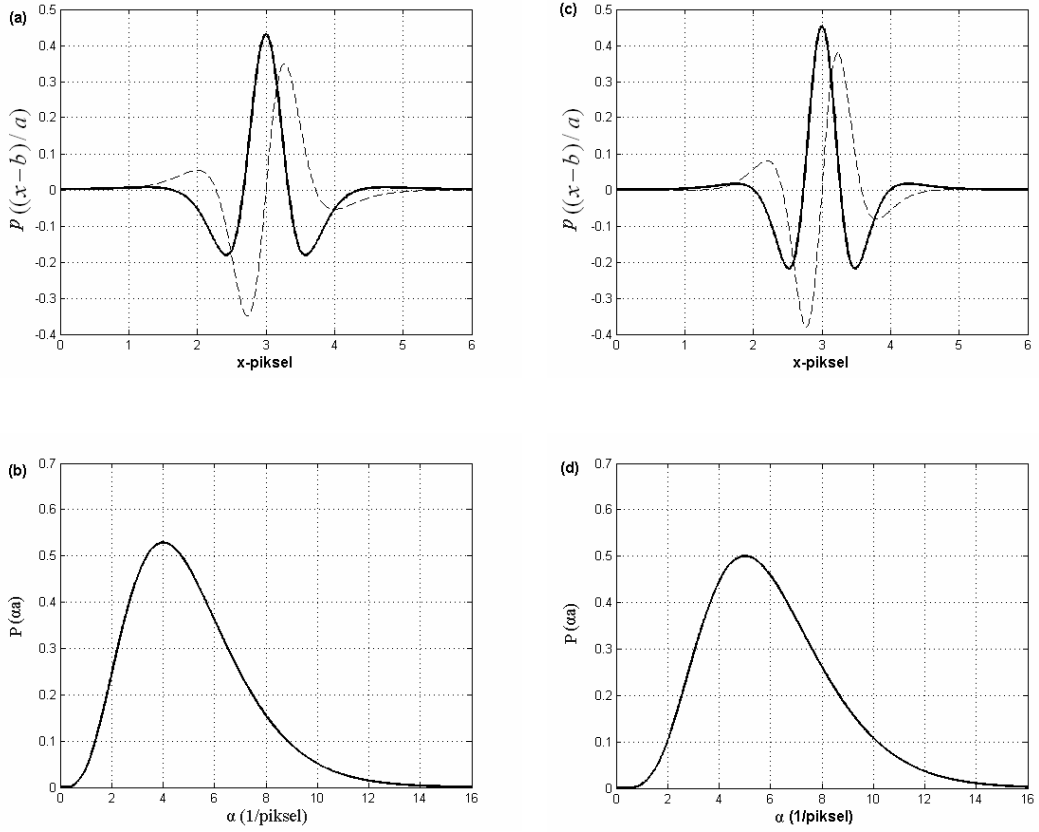
Dolayısıyla,  $a_{\max}$  maksimum ölçek parametresi,

$$a_{(\max)}(b) = \frac{2n+1}{2[2\pi f_0 + \varphi'(b)]} \quad (3.3.31)$$

bulunur. Morlet dalgacığı ile SDD tekniğinde olduğu gibi, Paul SDD'de, (3.3.31) eşitliğinden, fazın gradyanının ( $\varphi'(b)$ ) integralinden, o satır için faz dağılımı bulunmuş olur.



Şekil 3.3.2.1.  $b=3$  için (çizgi ve kesikli çizgi sırasıyla fonksiyonun gerçel ve sanal kısımlarını göstermektedir) (a)  $n=2$  için Paul dalgacığı; (b)  $n=2$  için Paul dalgacığının Fourier dönüşümü. (c)  $n=3$  için Paul dalgacığı; (d)  $n=3$  için Paul dalgacığının Fourier dönüşümü.



Şekil 3.3.2.2.  $b=3$  için (çizgi ve kesikli çizgi sırasıyla fonksiyonun gerçel ve sanal kısımlarını göstermektedir) (a)  $n=4$  için Paul dalgacı; (b)  $n=4$  için Paul dalgacığının Fourier dönüşümü. (c)  $n=5$  için Paul dalgacı; (d)  $n=5$  için Paul dalgacığının Fourier dönüşümü.

### 3.3.3. DOG Dalgacı ile SDD Tekniği

Bir DOG (Difference of Gaussian) dalgacı, Gaussian fonksiyonunun türevleri olarak aşağıdaki gibi tanımlanabilir (Torrence ve Compo, 1998; Farge, 1992):

$$d(x) = \frac{(-1)^{m+1}}{\sqrt{\Gamma(m + \frac{1}{2})}} \frac{d^m}{dx^m} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right). \quad (3.3.32)$$

Bu denklemde,  $\Gamma$  , gama fonksiyonunu ve  $m$  , türevin derecesini göstermektedir. Bu dalgacığın Fourier dönüşümü aşağıdaki gibi hesaplanabilir:

$$D(x) = \frac{(-i)^m}{\sqrt{\Gamma(m + \frac{1}{2})}} \alpha^m \exp(-\frac{\alpha^2}{2}). \quad (3.3.33)$$

Gauss fonksiyonunun 2. dereceden türevi (m=2) olan DOG dalgacığına “Meksika şapkası dalgacığı” denir. m= 1 ve 2 için DOG dalgacığı ve bunların Fourier dönüşümü Şekil 3.3.3.1’de, m= 3 ve 4 için DOG dalgacığı ve bunların Fourier dönüşümü ise Şekil 3.3.3.2’de verilmektedir.

DOG ana dalgacığının en küçük belirsizliğinin hesaplanması *Mapel 10.0* sembolik programlama dilinde gerçekleştirilmiştir. x-tanım kümesinde, denklem (3.3.32) ile verilen DOG ana dalgacığının merkezi  $x_c$

$$x_c = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} x \left| d\left(\frac{x-b}{a}\right) \right|^2 dx}{\int_{-\infty}^{+\infty} \left| d\left(\frac{x-b}{a}\right) \right|^2 dx} = b, \quad (3.3.34)$$

ve bunun varyasyonu

$$(\Delta x)^2 = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} (x - x_c)^2 \left| d\left(\frac{x-b}{a}\right) \right|^2 dx}{\int_{-\infty}^{+\infty} \left| d\left(\frac{x-b}{a}\right) \right|^2 dx} = \frac{(3m+1)a^2}{3m} \quad (3.3.35)$$

olarak bulunmuştur. Böylece, ızgara sinyalinin  $[x_c - \Delta x, x_c + \Delta x]$  aralığında yoğunlaştığı bilgisi elde edilmiş olur.

$\alpha$ -tanım kümesinde, DOG ana dalgacık fonksiyonunun (bkz. Denk. (3.3.33)) merkezi

$$\alpha_c = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \alpha |D(a\alpha)|^2 d\alpha}{\int_{-\infty}^{+\infty} |D(a\alpha)|^2 d\alpha} = 0, \quad (3.3.36)$$

ve bunun varyasyonu

$$(\Delta\alpha)^2 = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} (\alpha - \alpha_c)^2 |D(a\alpha)|^2 d\alpha}{\int_{-\infty}^{+\infty} |D(a\alpha)|^2 d\alpha} = \frac{2m+1}{ma^2} \quad (3.3.37)$$

olarak elde edilir. x-tanım kümesinde olduğu gibi,  $\alpha$ -tanım kümesinde ızgara sinyalinin  $[\alpha_c - \Delta\alpha, \alpha_c + \Delta\alpha]$  aralığında yoğunlaştığı bilgisi elde edilmiş olur. (3.3.35) ve (3.3.37) denklemlerine göre, DOG dalgacığının belirsizliği  $\Delta x \times \Delta\alpha = (1/m)\sqrt{(3m+1)(2m+1)/3}$  olarak hesaplanmıştır ve Gauss fonksiyonunun türev derecesi m'e göre değişmektedir.

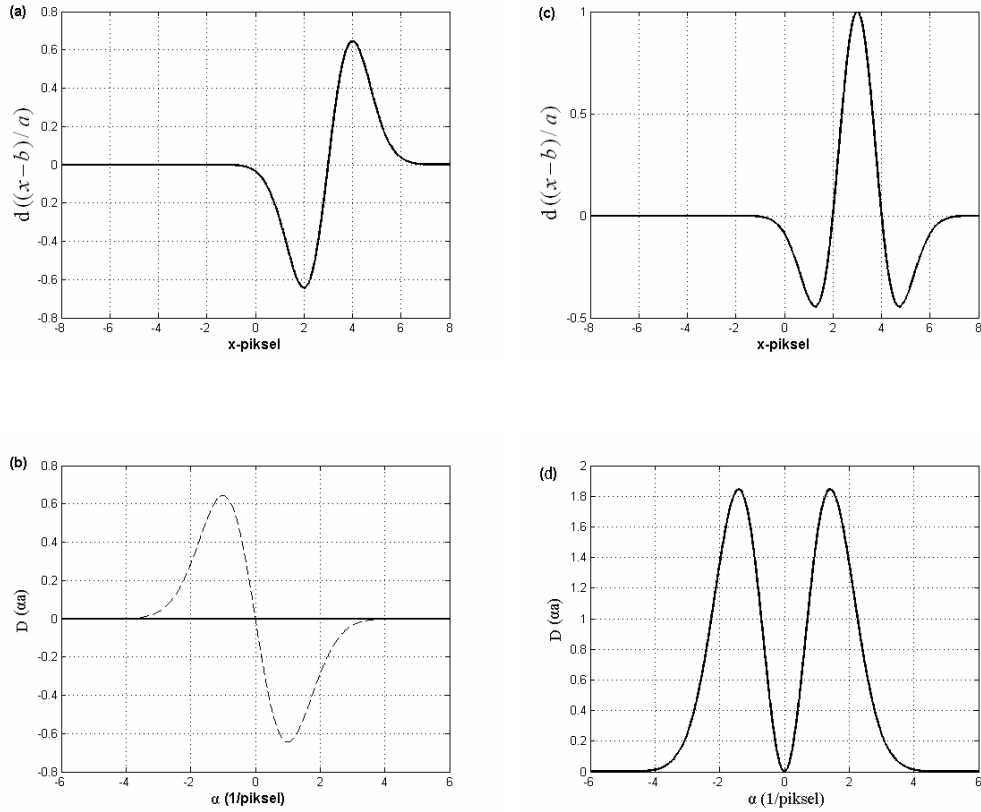
DOG dalgacığının bu lokalizasyon özelliği göz önünde bulundurarak, Denk. (3.3.15) ve (3.3.33), Denk. (3.3.12)'de yerine yazılırsa, DOG SDD için aşağıdaki denkleme ulaşılır:

$$W_D(b, a) = \frac{I_0(b)V(b)(-i)^m \pi \sqrt{a} [a(2\pi f_0 + \varphi'(b))]^m}{(2\pi)^m \sqrt{\Gamma(m + \frac{1}{2})}} \exp\{i[\varphi(b) + 2\pi f_0 b]\} \times \exp\left\{-\frac{1}{2}[a(2\pi f_0 + \varphi'(b))]^2\right\} \quad (3.3.38)$$

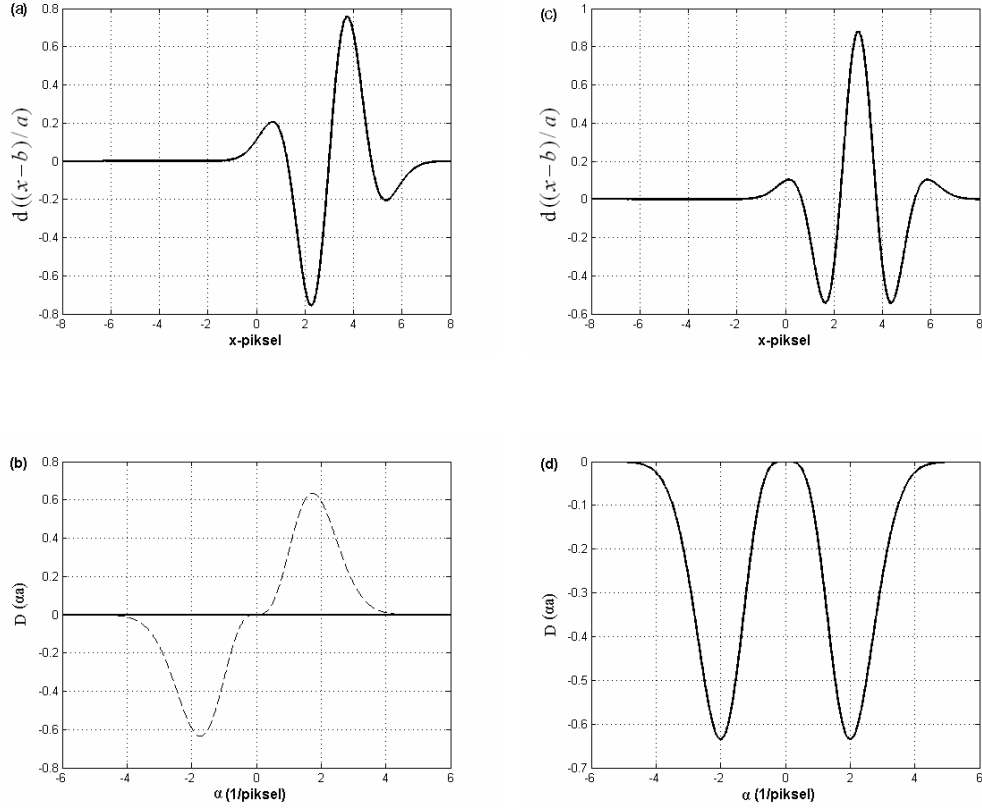
Dolayısıyla  $\frac{\partial |W_D(a, b)|}{\partial a} = 0$  işleminden,  $a_{\max}$  maksimum ölçek parametresi,

$$a_{(\max)}(b) = \frac{\sqrt{m+1/2}}{[2\pi f_0 + \varphi'(b)]}. \quad (3.3.39)$$

bulunur. Buradan da yine aynı şekilde ‘faz-gradyan’ yöntemiyle ile her bir satır için faz dağılımını elde edilir.



Şekil 3.3.3.1.  $b=3$  için (çizgi ve kesikli çizgi sırasıyla fonksiyonun gerçel ve sanal kısımlarını göstermektedir) (a)  $m=1$  için DOG dalgacığı ve (b)  $m=1$  için DOG dalgacığının Fourier dönüşümü (c)  $m=2$  için DOG dalgacığı ve (d)  $m=2$  için DOG dalgacığının Fourier dönüşümü.



Şekil 3.3.3.2.  $b=3$  için (çizgi ve kesikli çizgi sırasıyla fonksiyonun gerçel ve sanal kısımlarını göstermektedir) (a)  $m=3$  için DOG dalgacığı ve (b)  $m=3$  için DOG dalgacığının Fourier dönüşümü (c)  $m=4$  için DOG dalgacığı ve (d)  $m=4$  için DOG dalgacığının Fourier dönüşümü.

### 3.3.4. SDD Faz Yöntemi

Bu yöntemde ise, sinyalin SDD'den (bkz. Denk. (3.3.22), (3.3.30) ve (3.3.38)), faz  $\phi_w(b) = \tan^{-1}\left(\frac{\text{Im}W}{\text{Re}W}\right) = \varphi(b) + 2\pi f_0 b$  şeklinde elde edilir. Bu  $\phi_w$  fazına daha sonra, aynı Fourier dönüşümünde olduğu gibi, uygun algoritmalar kullanılarak faz düzeltme işlemi uygulanmalıdır. Ancak bu şekilde istenen  $\varphi$  faz dağılımı elde edilmiş olur (Dursun ve diğ., 2004; Özder ve diğ., 2007).

### 3.3.5. Sonuç

Bu bölümde, profil belirleme amaçlı kullanılacak olan bütün dönüşüm teknikleri ele alınmış ve analitik olarak çözümleri verilmiştir. Tablo 3.1’de metinde geçen S-dönüşümü, dalgacık dönüşümü, ızgara sinyali fonksiyonları ve bunların Fourier dönüşümleri verilmiştir. Ayrıca Gaussian penceresi ve üç ana dalgacık fonksiyonu (Morlet, Paul ve DOG dalgacıkları), bunların Fourier dönüşümleri ve  $f_{\max}$  ve  $a_{\max}$  denklemleri Tablo 3.2’de, Tablo 3.3’de ise Gaussian penceresi ve ana dalgacık fonksiyonlarının en küçük belirsizlik değerleri özetlenmektedir.

Tablo 3.3’ten de görüleceği gibi, S-dönüşümü ve Morlet ana dalgacığının en küçük belirsizliği  $\Delta x \times \Delta \alpha = 1/2$  olmasına karşın, Paul ve DOG ana dalgacıklarının belirsizlikleri sırasıyla  $(1/2)\sqrt{(2n+1)/(2n-1)}$  ve  $(1/m)\sqrt{(3m+1)(2m+1)/3}$  olarak hesaplanmıştır. Dolayısıyla S-dönüşümü ve Morlet ana dalgacığının uzaysal ve frekans tanım kümesinde en iyi lokalizasyona sahip olduğu yani hem frekans hem de piksel bazında en iyi çözünürlüğü sağladığı söylenebilir. Ancak Paul ve DOG ana dalgacıkları çözünürlükleri her zaman 0,5’den büyük bir değer çıkmaktadır. Bundan dolayı, Paul ve DOG ana dalgacıkları SDD ile hesaplanacak profillerin, S-dönüşümü ve Morlet ana dalgacığı SDD ile elde edilecek sonuçlara göre daha fazla hatalı olması beklenmektedir. Bir sonraki bölümde, teorik olarak ulaşılan bu sonuç, benzeşim ve deneysel çalışmalarla denetlenecektir.



Tablo 3.1. Metinde geçen S-dönüşümü, dalgacık dönüşümü, ızgara sinyali fonksiyonları ve bunların Fourier dönüşümleri.

	Fonksiyon	Fonksiyonun Fourier dönüşümü cinsinden gösterimi
S-dönüşümü	$S(b, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(x)w(b-x, f)\exp(-i2\pi fx)dx$	$S(b, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} H(\alpha + f)W(\alpha, f)\exp(i2\pi ab)d\alpha$
Dalgacık dönüşümü	$W(a, b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{+\infty} g^*\left(\frac{x-b}{a}\right)h(x)dx$	$W(a, b) = \sqrt{a} \int_{-\infty}^{+\infty} G^*(a\alpha)H(\alpha)\exp(ib\alpha)d\alpha$
	Fonksiyon	Fonksiyonun Fourier dönüşümü
Izgara sinyali	$h(x) = I_0(x)[1 + V(x)\cos(2\pi f_0 x + \varphi(x))]$	$H(\alpha) = I_0(b)\pi \left\{ 2\delta(\alpha) + V(b) \left[ \delta\left(\alpha - f_0 - \frac{\varphi'(b)}{2\pi}\right)\exp(i(\varphi(b) - b\varphi'(b))) \right. \right. \\ \left. \left. + \delta\left(\alpha + f_0 + \frac{\varphi'(b)}{2\pi}\right)\exp(-i(\varphi(b) - b\varphi'(b))) \right] \right\}$

Tablo 3.2. Metinde geçen üç ana dalgacık fonksiyonları, bunların Fourier dönüşümleri ile  $f_{\max}$  maksimum frekans ve  $a_{\max}$  maksimum ölçek parametresi denklemleri.

	Fonksiyonu	Fonksiyonunun Fourier dönüşümü	Maksimum frekans ya da ölçek parametresi
Gaussian penceresi	$w(x, f) = \frac{ f }{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{f^2 x^2}{2}\right)$	$W(\alpha, f) = \exp\frac{(-2\pi^2 \alpha^2)}{f^2}$	$f_{\max}(b) = f_0 + \frac{\varphi'(b)}{2\pi}$
Morlet dalgacığı	$m(x) = \pi^{1/4} \exp(icx) \exp(-x^2 / 2)$	$M(\alpha) = \frac{\sqrt{2\pi}}{\sqrt[4]{\pi}} \exp\left[-\frac{(\alpha - c)^2}{2}\right]$	$a_{\max} = \frac{c + \sqrt{c^2 + 2}}{2[2\pi f_0 + \varphi'(b)]}$
Paul dalgacığı	$p(x) = \frac{2^n n! (1 - ix)^{-(n+1)}}{2\pi \sqrt{(2n)! / 2}}$	$P(x) = \frac{2^n}{\sqrt{n(2n-1)!}} \alpha^n \exp(-\alpha) \mathfrak{I}(\alpha)$	$a_{\max} = \frac{2n+1}{2[2\pi f_0 + \varphi'(b)]}$
DOG dalgacığı	$d(x) = \frac{(-1)^{m+1}}{\sqrt{\Gamma(m + \frac{1}{2})}} \frac{d^m}{dx^m} \exp(-\frac{x^2}{2})$	$D(x) = \frac{(-i)^m}{\sqrt{\Gamma(m + \frac{1}{2})}} \alpha^m \exp(-\frac{\alpha^2}{2})$	$a_{\max} = \frac{\sqrt{m+1/2}}{[2\pi f_0 + \varphi'(b)]}$

Tablo 3.3. Metinde geçen Gaussian penceresi ve ana dalgacık fonksiyonları en küçük belirsizlik değerleri.

	Pencere veya dalgacık fonksiyonunun merkezi ve varyasyonu		Pencere veya fonksiyonunun Fourier dönüşümünün merkezi ve varyasyonu		En küçük belirsizliği
Gaussian penceresi	$x_c = b$	- $(\Delta x)^2 = \frac{1}{2f^2}$	$\alpha_c = 0$	- $(\Delta \alpha)^2 = \frac{1}{2} f^2$	$\Delta x \times \Delta \alpha = 1/2$
Morlet dalgacığı	$x_c = b$	- $(\Delta x)^2 = \frac{1}{2} a^2$	$\alpha_c = \frac{c}{a}$	- $(\Delta \alpha)^2 = \frac{1}{2a^2}$	$\Delta x \times \Delta \alpha = 1/2$
Paul dalgacığı	$x_c = b$	- $(\Delta x)^2 = \frac{a^2}{2}$	$\alpha_c = \frac{c}{a}$	- $(\Delta \alpha)^2 = \frac{1}{2a^2}$	$\Delta x \times \Delta \alpha = (1/2)\sqrt{(2n+1)/(2n-1)}$
DOG dalgacığı	$x_c = b$	- $(\Delta x)^2 = \frac{(3m+1)a^2}{3m}$	$\alpha_c = 0$	- $(\Delta \alpha)^2 = \frac{2m+1}{ma^2}$	$\Delta x \times \Delta \alpha = (1/m)\sqrt{(3m+1)(2m+1)}/3$

## BÖLÜM 4

### ÇİFT YÖNDE TAŞIYICI FREKANSLARLA FAZ DAĞILIMI

#### 4.1 Giriş

Bölüm 1'deki 'Giriş' bölümünde de açıklandığı gibi, bu güne kadar yapılan çalışmaların çoğunda, tek yönde taşıyıcı faz kullanılarak oluşturulan tek boyutlu ızgara sinyali ile üç boyutlu profil belirleme tekniği kullanılmıştır. İki boyutlu ızgara deseninden faz dağılımının elde edilmesi için ise birkaç farklı teknik uygulanmıştır.

İki yönde taşıyıcı frekans kullanılarak faz dağılımının bulunduğu bir çalışmada, Nicola ve Ferraro (1998) tarafından iki boyutlu FFT tekniği kullanılarak çözüm elde edilmiştir. Benzer bir teknikte, tek boyutlu ızgara deseninin belirli bir açıyla döndürülmesiyle oluşturulan bozulmuş ızgara deseninin cismin üstüne yansıtılmasıyla görüntü alan Chen ve diğ. (2006b) tarafından çift yönde (x ve y yönlerinde) taşıyıcı frekans ile çözüm denenmiştir. Fourier dönüşümünün çift yönde taşıyıcı frekans ile hesaplandığı bu çalışmada, genlik-frekans spektrumunda temel frekansın, diğer frekanslardan belirli bir açıyla ayrıldığı belirlenmiş ve cismin profili buna göre elde edilmiştir. Quan ve diğ. (2006) tarafından yapılan diğer bir çalışmada ise, yine iki yönde kullanılan taşıyıcı frekanstan dolayı Fourier dönüşümde meydana gelen frekansların birbirinden belirli bir açıyla ayrılması durumu için farklı çözüm teknikleri önerilmiştir.

Watkins ve diğ. (1999), tek yönde taşıyıcı faz ( $2\pi f_0 x$ ) ile oluşturulan ızgara deseninden, faz gradyanının integralini hesaplayarak,  $\phi(x, y)$  faz dağılımını bulunmuştur. Bu işlem görüntünün her satırı için tekrarlanmakta ve her satır için faz dağılımı, integralden gelen ek sabitlerle bulunmaktadır. Sırayla, görüntünün köşegeni için bulunan faz dağılımı hesaplanarak ve bu diagonal dağılımla uyumlu olacak şekilde her satırın yüksekliğinin ayarlanmasıyla integral işleminden gelen ek sabitler hesaplanmaktadır. Watkins ve diğ. (1999) tarafından kullanılan bu teknik için matematiksel çözümü

$$\phi(x, y) = (x - a)^2 + (y - a)^2 \quad (4.1.1)$$

test fazıyla deneyelim. Profil belirleme tekniklerinden faz-gradyan yönteminde, dönüşümden bulunan faz gradyanının integrali alınarak faz değerine ulaşılır. Test fazının gradyanı;

$$d(\phi(x, y)) = \frac{\partial \phi(x, y)}{\partial x} dx + \frac{\partial \phi(x, y)}{\partial y} dy \quad (4.1.2)$$

olarak yazılabilir. Bu denklem bir tam diferansiyel denklem olduğu için sıfıra eşittir (Ross, 1984). Birinci terime  $\frac{\partial \phi(x, y)}{\partial x} = M(x, y)$  ve ikinci terime  $\frac{\partial \phi(x, y)}{\partial y} = N(x, y)$  diyelim. Denklem (4.1.2)'yi tekrar yazacak olursak

$$2(x - a)dx + 2(y - a)dy = M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0. \quad (4.1.3)$$

Buradan fazı tekrar elde etmek için öncelikle denklem (4.1.2)'deki birinci terimin integralini alalım:

$$\phi(x, y) = \int M(x, y)dx + \theta(y) = \int 2[x - a]dx + \theta(y) \quad (4.1.4)$$

Burada, x'e göre kısmi integrasyon yazılmıştır, y sabit tutulur ve  $\theta(y)$ , y'ye bağlı herhangi bir fonksiyondur. Bu denklemin çözümünden  $c_1$  sabiti gelir:

$$\phi(x, y) = (x - a)^2 + \theta(y) + c_1. \quad (4.1.5)$$

$\frac{\partial \phi(x, y)}{\partial y} = \frac{d\theta(y)}{dy}$  olduğunu kabul edersek,  $\int d\theta(y) = \int 2a(y - a)dy$  işleminden

$$\theta(y) = (y - a)^2 + c_2 \quad (4.1.6)$$

elde edilir. Bunu (4.1.5) denkleminde yerine yazdığımızda;

$$\phi(x, y) = (x - a)^2 + (y - a)^2 + c_1 + c_2 \quad (4.1.7)$$

çözümüne ulaşırız. Böylece başlangıçta verilen test fazını (bkz. Denk. (4.1.1)) elde etmiş oluruz. Bu çalışmamızda, çift taşıyıcı frekans kullanılarak, yukarıda açıklanan işlemlere gerek kalmaksızın, x ve y yönünde ayrı ayrı dönüşüm uygulayarak toplam fazın hesaplanması test edilmiştir.

İki uzaysal yönde (x ve y) taşıyıcı frekanslı  $(f_{0x}, f_{0y})$  iki boyutlu ızgara deseni şöyle tanımlanır:

$$h(x, y) = I_0(x, y)[1 + V(x, y) \cos(2\pi f_{0x}x + 2\pi f_{0y}y + \phi(x, y))]. \quad (4.1.8)$$

Bu ızgara deseninden  $\phi(x, y)$  faz dağılımını hesaplamak için, öncelikle integral dönüşümler her bir y-piksele (sattır) uygulanmış ve buradan x yönündeki faz bileşeni elde edilmiştir. Daha sonra, y yönündeki faz bileşeninin bulmak için, integral dönüşümler her bir x-piksele (sütun) uygulanmıştır. Bu iki faz bileşeninin toplanmasıyla, toplam sonuç faz dağılımı  $\phi(x, y)$  hesaplanmıştır (Özder ve diğ., 2007).

## 4.2 Üç Boyutlu Profil Belirleme

Bir cismin üç boyutlu profilinin belirlenmesi için, iki farklı yönde (x ve y) taşıyıcı frekans ile elde edilen iki yönlü ızgara deseni kullanılarak ek sabitleri hesaplama işlemine ve frekansların birbirlerinden sabit bir açıyla ayrıldığı durum için fazlardan bir çözüme gerek kalmaksızın sonuç bulunması denenmiştir. Izgara desenlerinden faz dağılımı hesaplanması için Fourier dönüşümü, Stockwell dönüşümü (S-dönüşüm) faz gradyan yöntemi, S-dönüşüm faz yöntemi, SDD faz gradyan yöntemi ve SDD faz yöntemi kullanılmıştır.

### 4.2.1 Üç Boyutlu Profil Belirleme Amaçlı Benzeşim

Bu bölümde, 3. bölümde teorik olarak açıklanan S-dönüşümü ve SDD ile profil belirleme tekniklerinin uygulanabilirliğini göstermek amacıyla, iki farklı yönde (x ve y) taşıyıcı frekans ile elde edilen iki boyutlu ızgara deseni kullanılarak, bilgisayar ortamında üretilen benzeşim (simülasyon) verileri ile benzeşim çalışmaları yapılmıştır. Fourier dönüşümü dönüşüm için benzeşim çalışması Dursun (2003)'da yer almaktadır. Bilgisayar ortamındaki bütün işlemler *MATLAB* paket programında gerçekleştirilmiştir.

#### 4.2.1.1. S-dönüşümü için Benzeşim

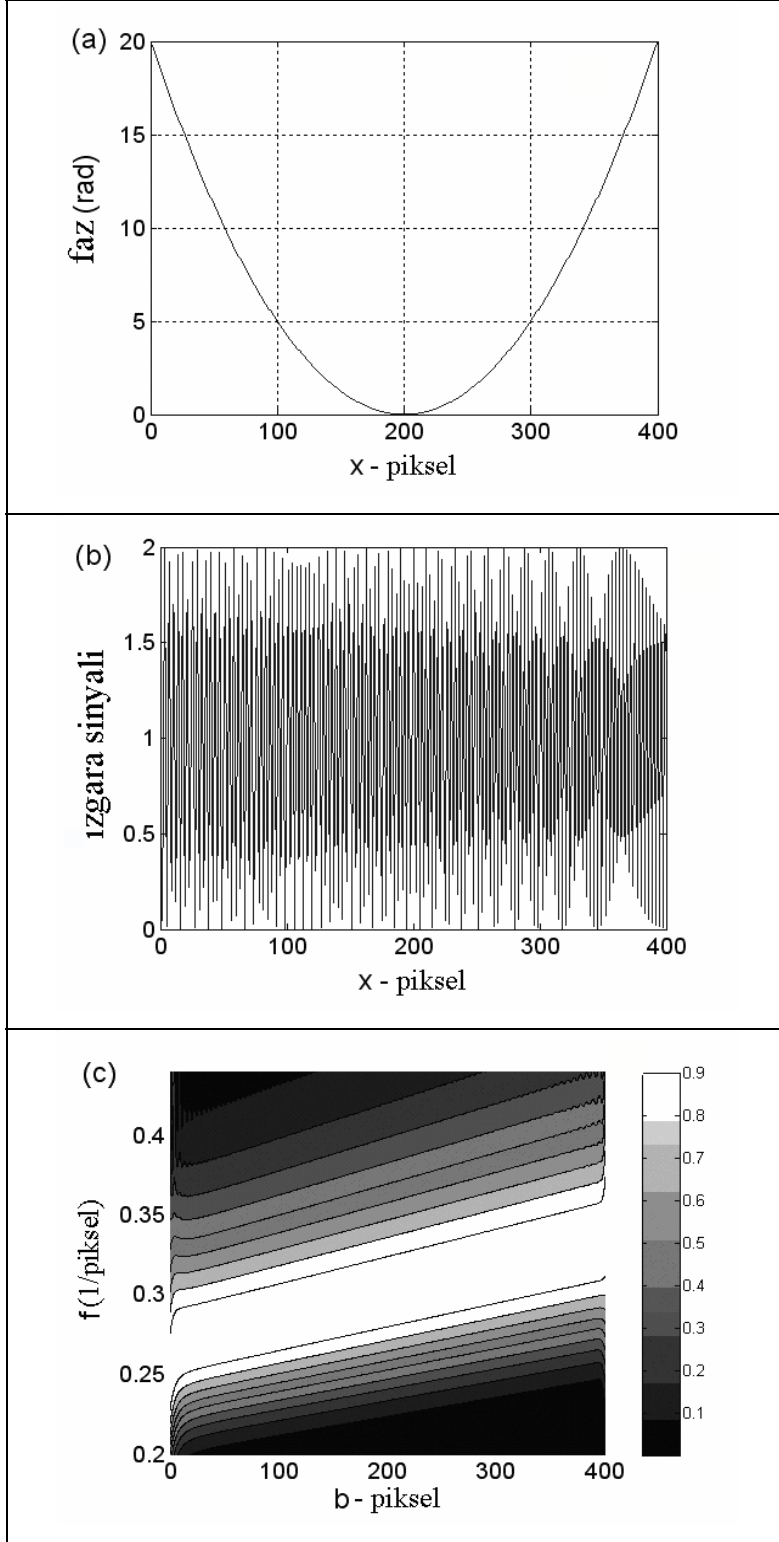
Bölüm 3.2.1'de açıklanan S-dönüşümü algoritmasını test etmek amacıyla, aşağıdaki Denk. (4.2.1.1.1)'de verilen ve Şekil 4.2.1.1.1 (a)'da gösterilen, bir boyutlu faz fonksiyonu kullanılmıştır:

$$\varphi(x) = 0.0005(x - 200)^2. \quad (4.2.1.1.1)$$

Denklem (3.2.3) ile verilen ızgara fonksiyonunda, arka plan parlaklığı  $I_0(x) = 1.0$ , ızgara görünürlüğü  $V(x) = 1.0$  ve x yönündeki taşıyıcı frekans  $f_0 = 0.3$  (1/piksel) kabul edilerek,

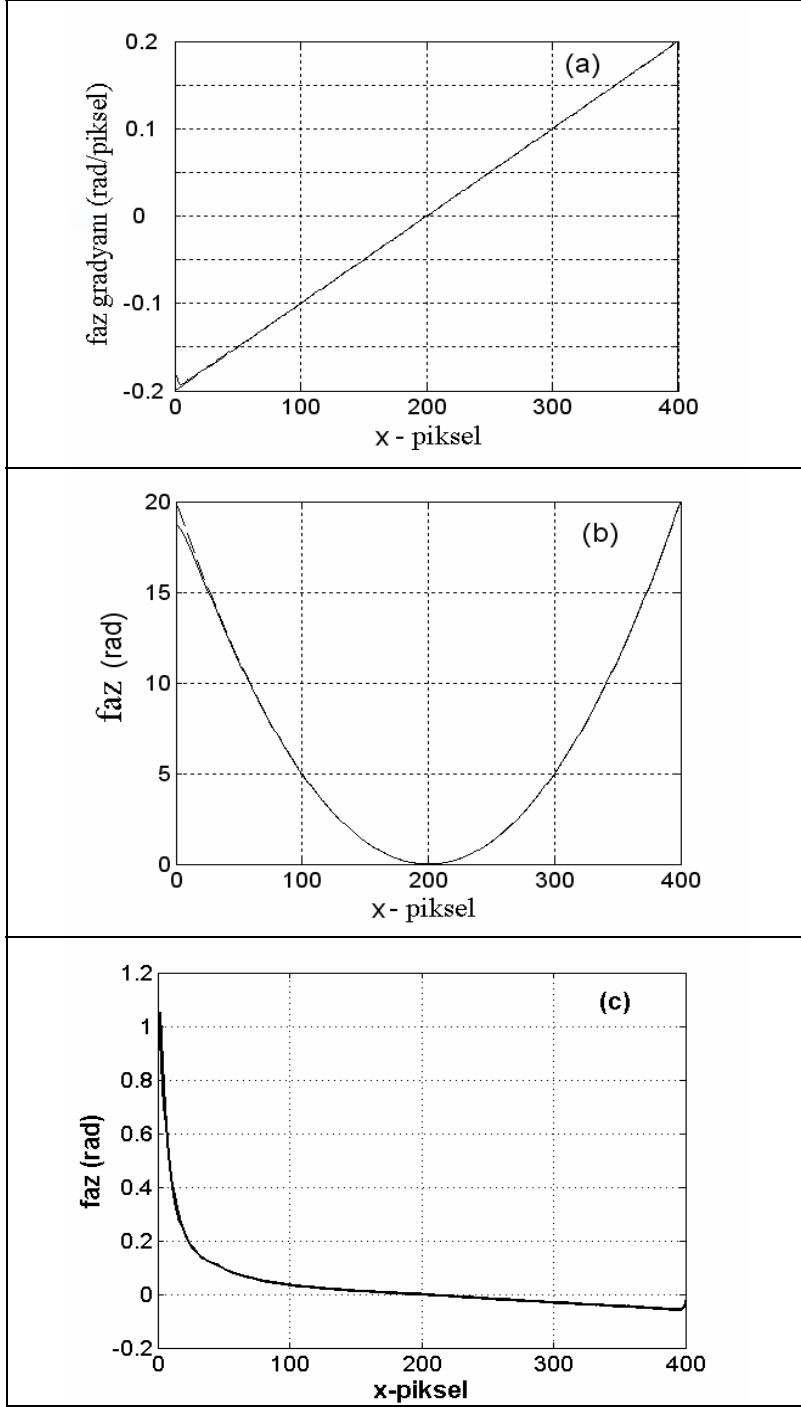
$$h(x) = 1 + 1 \cos(1,88x + \varphi(x)) \quad (4.2.1.1.2)$$

şeklinde tekrar yazılabilir. Bu denklem,  $h(x) = 1 + 1 \cos(1,88x)$  ızgara fonksiyonunda  $\varphi(x)$  kadar bir faz kayması meydana geldiğini göstermektedir. Burada, (4.2.1.1.1) faz denklemini kullanılarak, ızgara sinyali Şekil 4.2.1.1.1 (b)'de olduğu gibi çizilebilir.



Şekil 4.2.1.1.1. (a) Denk. 4.2.1.1.1. ile verilen benzeşim faz fonksiyonu. (b) Denk. 4.2.1.1.2. ile verilen ızgara sinyali (c) ızgara deseninin S-dönüşümünün normalize modülü  $|S(b,f)|$  kontur çizimi.





Şekil 4.2.1.1.2. (a) Benzeşim faz fonksiyonunun gradyanı (kesikli çizgi) ve S-dönüşümü faz gradyan yönteminden elde edilen faz gradyanı (düz çizgi). (b) Hesaplanan fazlar: S-dönüşümü faz yöntemi (düz çizgi); S-dönüşümü faz gradyan yöntemi (kesikli çizgi). (c) Faz gradyan ve Faz yöntemlerinden elde edilen fazların farkı.

Denk. 4.2.1.1.1. ile verilen ızgara sinyali S-dönüşümü faz gradyan ve faz metotlarıyla işlenmiştir. S-dönüşümü faz gradyan yönteminde 3.2.22 denklemi frekans ile faz gradyanı arasındaki ilişkiyi vermektedir. Şekil 4.2.1.1.1 (c)'de kontur çizimde görülen beyaz kısımlar  $|S(b,f)|$ 'nin maksimum olduğu frekans aralığını göstermektedir. Buna göre, faz gradyanının integralinin alınmasıyla, faz hesaplanmıştır. S-dönüşümü faz metodunda ise 3.2.21 eşitliğinde verilen sinyalin S-dönüşümü denkleminin fazı kullanılmıştır (bkz Bölüm 3.2.1).

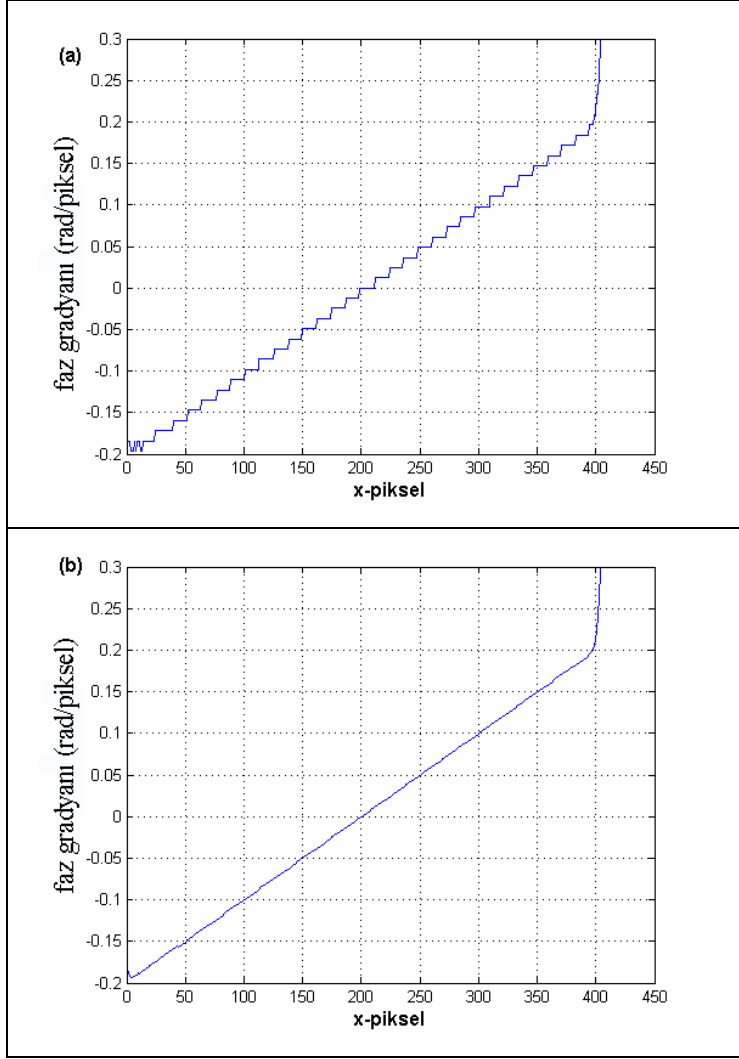
S-dönüşümü faz gradyan işleminden elde edilen ve denklem (4.2.1.1.1) ile verilen fazın gradyanı, karşılaştırma amacıyla, üst üste çizilmiştir (Şekil 4.2.1.1.2 (a)). Şekil 4.2.1.1.2 (b)'den anlaşılacağı gibi S-dönüşümü faz gradyan ve faz tekniklerinden hesaplanan fazlar birbirleri ile uyumludur. Elde edilen fazların farkı Şekil 4.2.1.1.2 (c)'de gösterilmiştir.

Gradyan eğrisinin başında ve sonunda bozulmalar meydana gelmiştir. Bunun nedeni verilerin devinimli olduğunu kabul eden HFD algoritmasıdır, fakat burada kullanılan veriler sonlu serilerdir.

Ayrıca gradyan eğrisinde de Şekil 4.2.1.1.3 (a)' den görülebileceği gibi kenar etkileri (edge effect) meydana gelmektedir. N pikselden oluşan bu sinyaldeki kenar etkilerini düzeltmek için "sıfır dolgusu" (zero padding) kullanılmıştır. Sıfır dolgusu, sinyali  $M > N$  (M: piksel sayısı) olacak şekilde düzenler ve

$$\text{sıfırdolgu}_{M,m}(x) \cong \begin{cases} x(m), & |m| < N/2 \\ 0, & \text{diğer} \end{cases} \quad (4.2.1.1.3)$$

olarak tanımlanır (Smith, 2007). Bu işlem, sıfırdolgu<sub>10</sub> ([1, 2, 3, 4, 5]) = [1, 2, 3, 0, 0, 0, 0, 0, 4, 5] örneğinde olduğu gibi, aynı sınırlar içine sıfırlar ekleyerek veri sayısını artırmaktadır. Şekil 4.2.1.1.3 (b)'de fazın gradyanına, m=3 alınarak, sıfır dolgusu uygulanmıştır.



Şekil 4.2.1.1.3. (a) S-dönüşümünden elde edilen gradyan eğrisi (b) sıfır dolgusu uygulanmış hali.

İki uzaysal yönde (x ve y) taşıyıcı frekanslı  $(f_{0x}, f_{0y})$  iki boyutlu ızgara deseni şöyle tanımlanır:

$$h(x, y) = I_0(x, y) \left[ 1 + V(x, y) \cos(2\pi f_{0x}x + 2\pi f_{0y}y + \varphi(x, y)) \right]. \quad (4.2.1.1.4)$$

Bu tekniği test etmek amacıyla aşağıdaki iki boyutlu faz fonksiyonu benzeşim fazı olarak seçilmiştir:

$$\varphi(x, y) = 0.0005 \left[ (x - 200)^2 + (y - 200)^2 \right]. \quad (4.2.1.1.5)$$

Denk. (4.2.1.1.4) ile verilen ızgara deseninde  $I_0(x, y) = 1.0$ ,  $V(x, y) = 1.0$  ve  $f_{0x} = f_{0y} = 0.3$  (1/piksel) kabul edildiğinde

$$h(x, y) = 1 + \cos(1,88x + 1,88y + \varphi(x, y)) \quad (4.2.1.1.6)$$

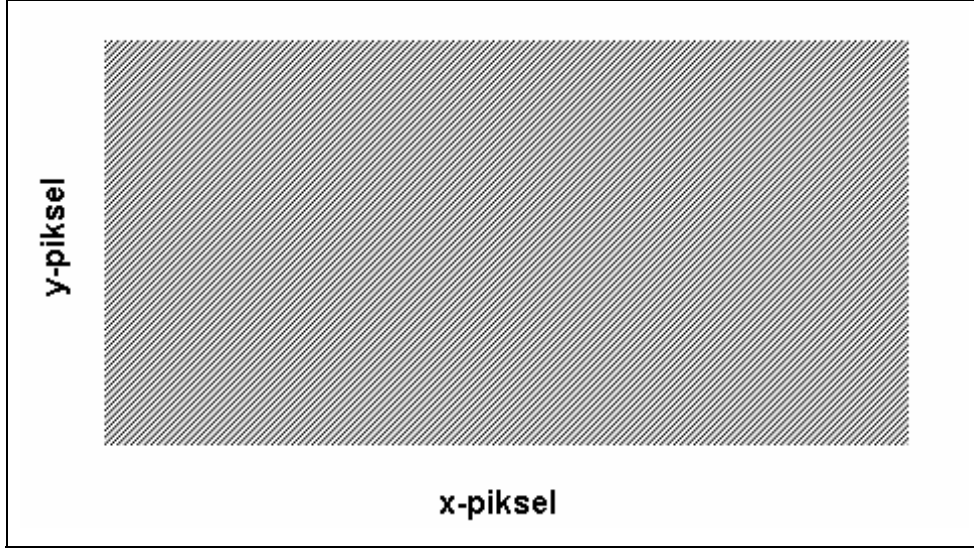
denklemini elde edilir.

$h(x, y) = 1 + \cos(1,88x + 1,88y)$  olarak tanımlanan ızgara fonksiyonunda (Şekil 4.2.1.1.4)  $\varphi(x, y)$  kadar bir faz kayması meydana geldiği, Denk. (4.2.1.1.6)'dan görülebilir. Bu denklemde benzeşim fazı yerine yazıldığında elde edilen ızgara deseni Şekil 4.2.1.1.5'de çizilmiştir.

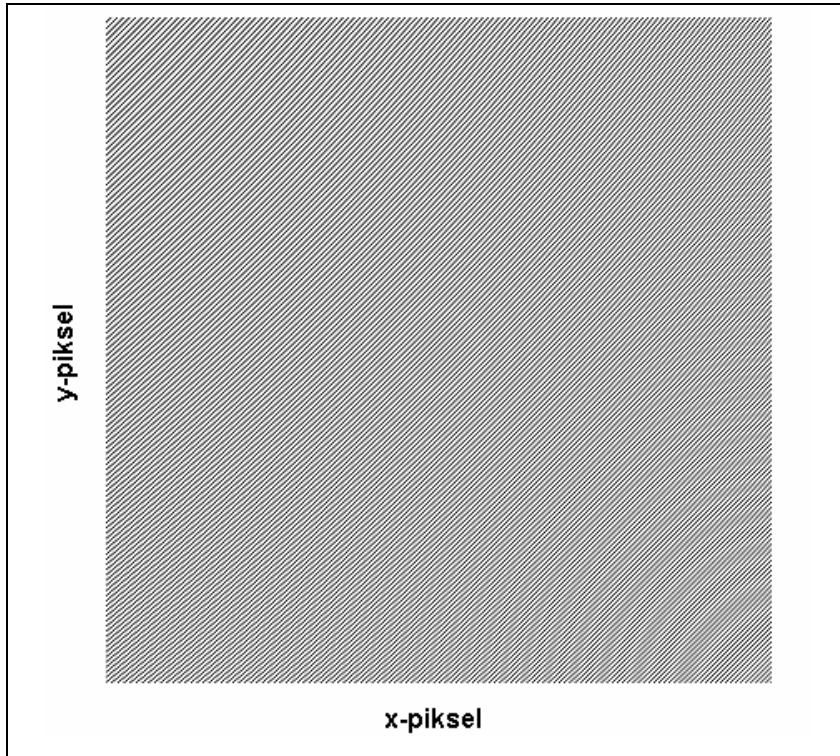
Denk. (4.2.1.1.6)'da verilen benzeşim ızgara deseninin  $\varphi(x, y)$  fazını elde etmek için, S-dönüşümü faz gradyan yöntemi öncelikle her y piksele (sütun) uygulanmış ve x yönündeki faz bileşeni (Şekil 4.2.1.1.6 (a)) bulunmuştur. Daha sonra y yönündeki faz dağılımı (Şekil 4.2.1.1.6 (b)), aynı işlemin x yönünde (sütun) tekrarlanmasıyla hesaplanmıştır. Bu iki faz bileşeninin toplanmasıyla, Şekil 4.2.1.1.6 (c)'de verilen  $\varphi(x, y)$  faz dağılımına ulaşılmıştır.

$$\text{S-dönüşüm faz yönteminde ise, faz } \phi_s(b) = \tan^{-1} \left( \frac{\text{Im } S}{\text{Re } S} \right) = \varphi(b) + 2\pi b(f_0 - f)$$

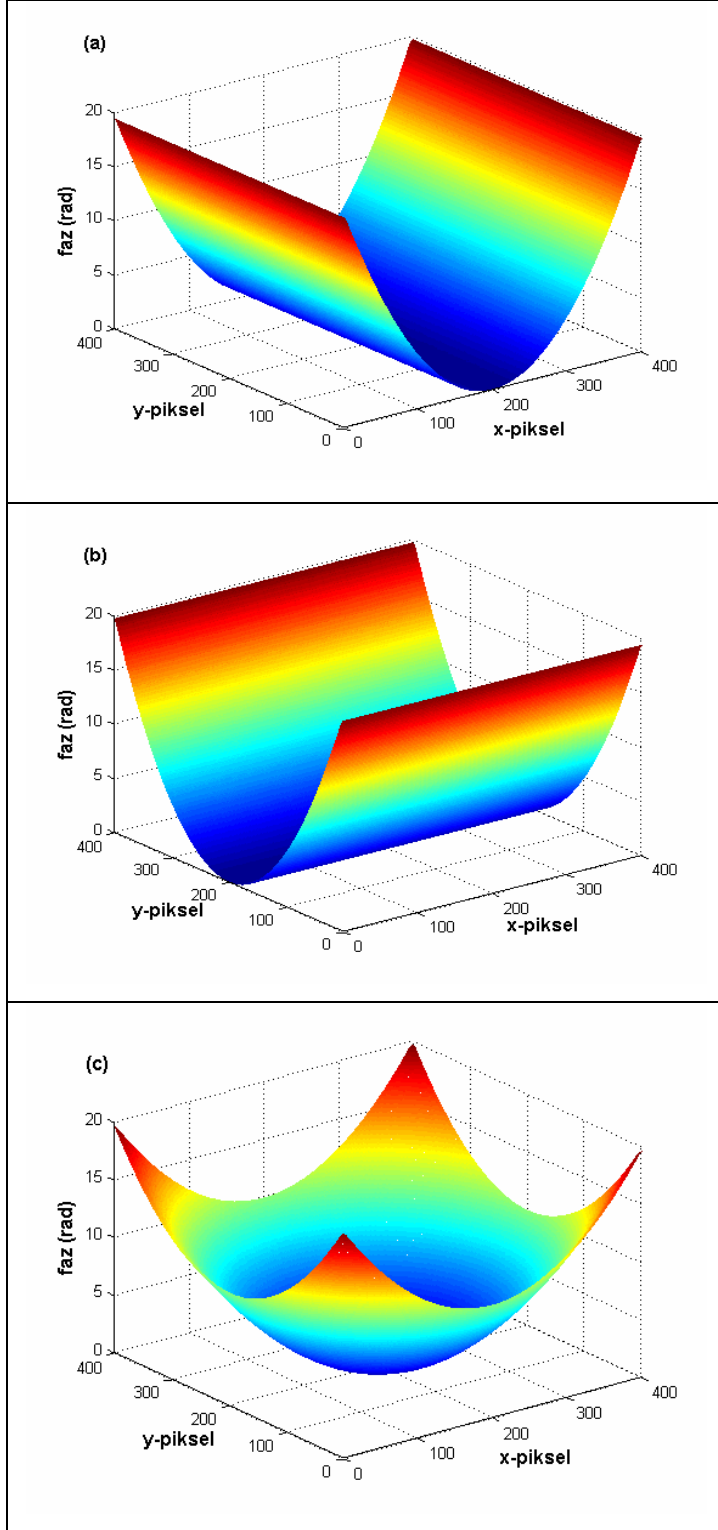
eşitliğinden (bkz. Denk. (3.2.21)) elde edilmiştir. x ve y yönünde ayrı ayrı bulunan bu fazlarda süreksizlikler oluşmaktadır. Şekil 4.2.1.1.7'de, S-dönüşümü faz yöntemiyle x yönünde bulunan faz bileşeni örnek olarak gösterilmiştir. Daha sonra, süreksizlikleri gidermek amacıyla, faz düzeltme işlemi uygulanmıştır. İki ayrı faz bileşenin toplanmasıyla benzeşim ızgara deseninin toplam faz dağılımı (Şekil 4.2.1.1.8) hesaplanmıştır.



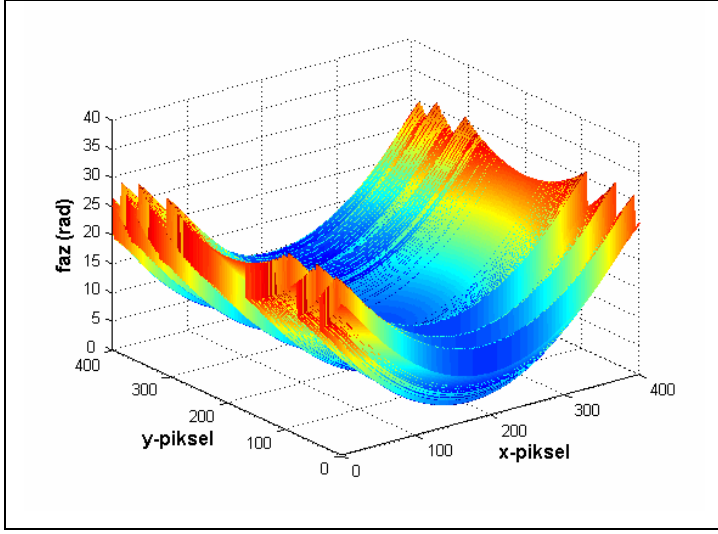
Şekil 4.2.1.1.4. Faz kaymasının sıfır olduğu durumda, x ve y yönünde iki taşıyıcı frekansla oluşturulmuş ızgara sinyalinin iki boyutlu görünümü ( $f_{0x} = f_{0y} = 0,3$ ).



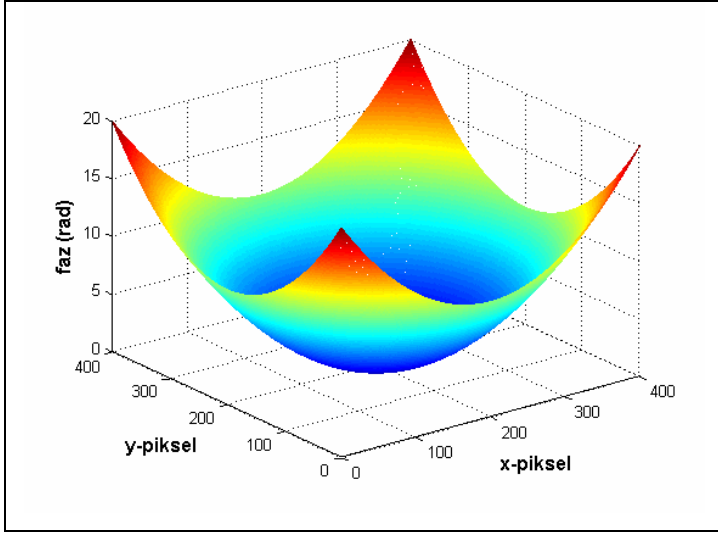
Şekil 4.2.1.1.5. x ve y yönünde taşıyıcı frekanslı benzeşim ızgara deseni.



Şekil 4.2.1.1.6. Benzeşim ızgara deseninin S-dönüşümü faz gradyan yönteminden bulunan (a) x yönündeki faz bileşeni; (b) y yönündeki faz bileşeni; (c) toplam faz  $\varphi(x, y)$ .



Şekil 4.2.1.1.7. Benzeşim ızgara deseninin S-dönüşümü faz yönteminden bulunan, faz düzeltme işlemi uygulanmadan önceki x yönündeki faz bileşeni.



Şekil 4.2.1.1.8. Benzeşim ızgara deseninin S-dönüşümü faz yönteminden bulunan, faz düzeltme işlemi uygulandıktan sonraki toplam faz  $\varphi(x, y)$ .

#### 4.2.1.2. SDD için Benzeşim

Bölüm 3.3’de açıklanan SDD algoritmasını test etmek amacıyla, Denk. 4.2.1.1.4’de tanımlanan iki uzaysal yönde (x ve y) taşıyıcı frekanslı  $(f_{0x}, f_{0y})$  iki

boyutlu ızgara deseni kullanılmıştır. Aşağıda verilen iki boyutlu faz fonksiyonu benzeşim fazı olarak seçilmiştir:

$$\varphi(x, y) = 0.0004 \left[ (x-200)^2 + (y-200)^2 \right]. \quad (4.2.1.2.1)$$

Denklem (4.2.1.1.4) ile verilen ızgara deseninde  $I_0(x, y) = 1.0$ ,  $V(x, y) = 1.0$  ve  $f_{0x} = f_{0y} = 0.2$  (1/piksel) kabul edildiğinde

$$h(x, y) = 1 + \cos(1,26x + 1,26y + \varphi(x, y)) \quad (4.2.1.2.2)$$

denklemi elde edilir.  $h(x, y) = 1 + 1 \cos(1,26x + 1,26y)$  olarak tanımlanan ızgara fonksiyonunda (Şekil 4.2.1.2.1)  $\varphi(x, y)$  kadar bir faz kayması meydana geldiği, Denk. (4.2.1.2.2)'den görülebilir. Bu denklemde benzeşim fazı yerine yazıldığında elde edilen ızgara deseni Şekil 4.2.1.2.2'de çizilmiştir.

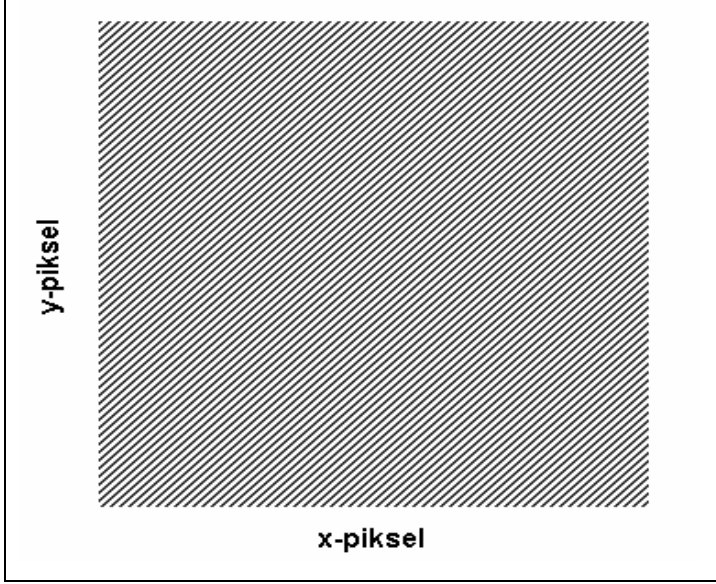
Denk. (4.2.1.2.2)'de verilen benzeşim ızgara deseninin  $\varphi(x, y)$  fazını elde etmek için, Morlet ana dalgacı ile SDD faz-gradyan yöntemi öncelikle her y piksele (sıra) uygulanmış ve x yönündeki faz bileşeni (Şekil 4.2.1.2.3 (a)) bulunmuştur. Daha sonra y yönündeki faz dağılımı (Şekil 4.2.1.2.3 (b)), aynı işlemin x yönünde (sütun) tekrarlanmasıyla hesaplanmıştır. Bu iki faz bileşeninin toplanmasıyla, Şekil 4.2.1.2.3 (c)'de verilen  $\varphi(x, y)$  faz dağılımına ulaşılmıştır.

$$\text{SDD faz yönteminde ise, faz } \phi_w(b) = \tan^{-1} \left( \frac{\text{Im } W}{\text{Re } W} \right) = \varphi(b) + 2\pi f_0 b \text{ eşitliğinden}$$

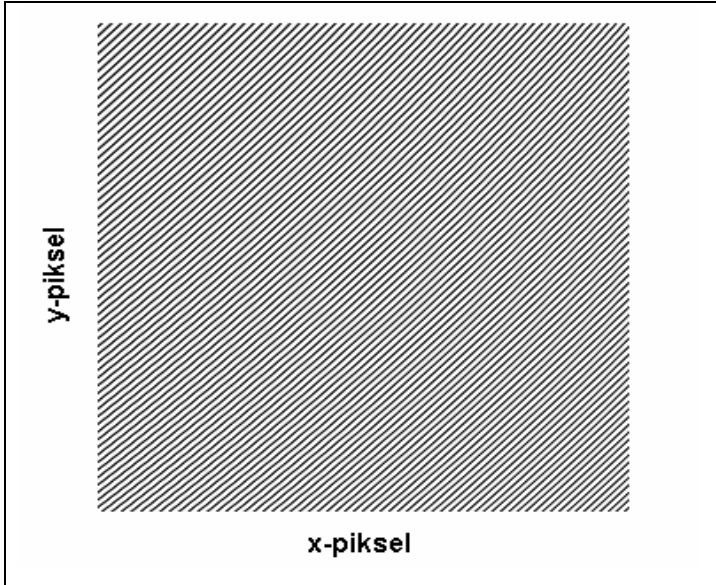
(bkz. Bölüm 3.3.4) elde edilmiştir. x ve y yönünde ayrı ayrı bulunan bu fazlarda süreksizlikler oluşmaktadır. S-dönüşümünde olduğu gibi, süreksizlikleri gidermek amacıyla, faz düzeltme işlemi uygulanmıştır. İki ayrı faz bileşenin toplanmasıyla benzeşim ızgara deseninin toplam faz dağılımı (Şekil 4.2.1.2.4) hesaplanmıştır.



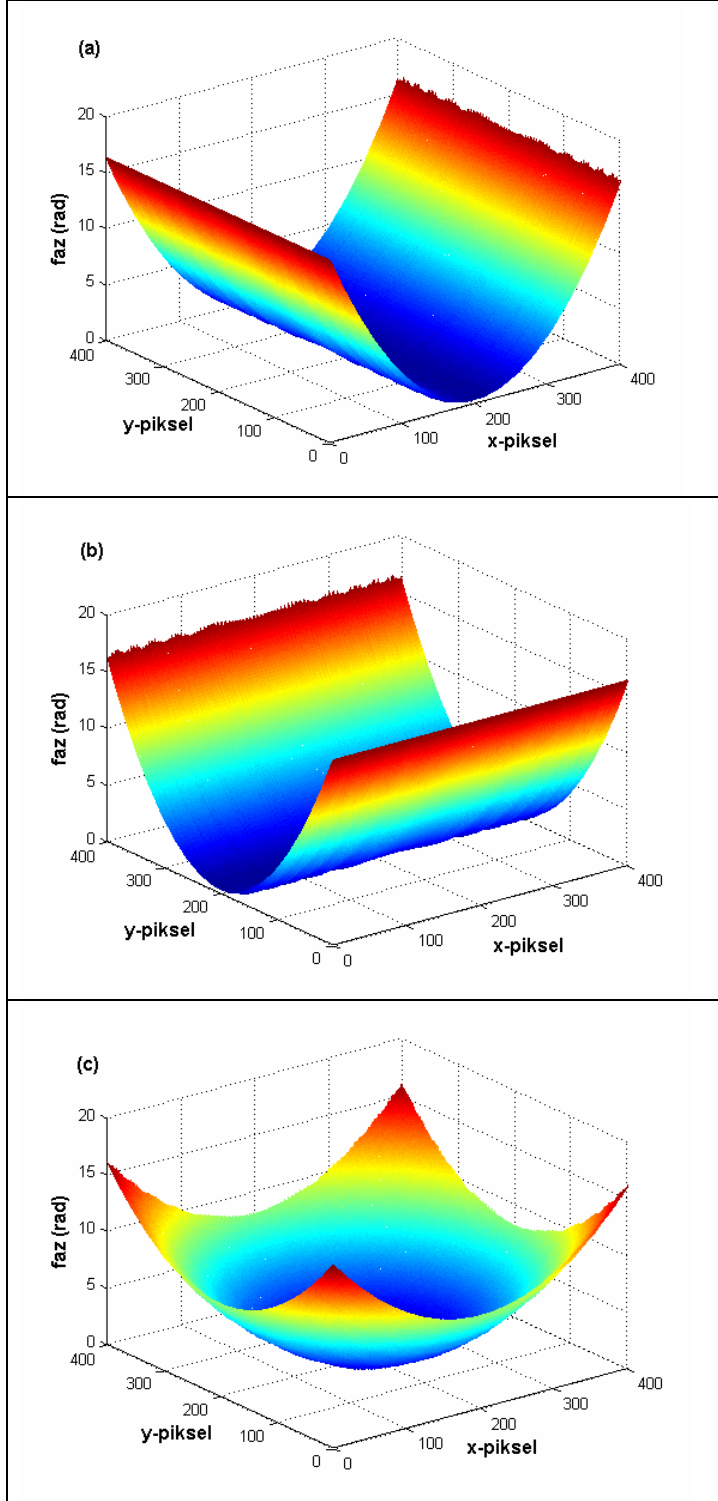
Aynı işlemler Paul (n=4) ve DOG ana dalgacıkları ile tekrarlanmıştır. Şekil 4.2.1.2.5 (a) ve (b)'de sırasıyla, Paul dalgacığfı faz-gradyan ve faz yöntemlerinden elde edilen faz dağılımları gösterilmiştir. DOG dalgacığfı kullanıldığında ise faz dağılımları Şekil 4.2.1.2.6 (a) ve (b)'de çizildiğfi gibi elde edilmiştir.



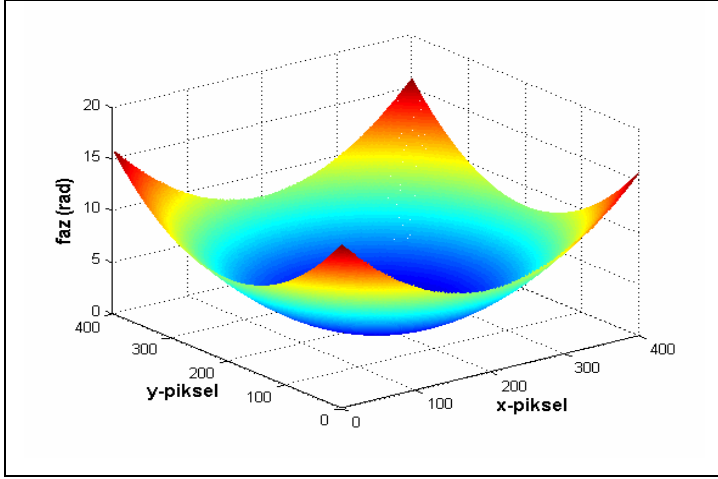
Şekil 4.2.1.2.1. Faz kaymasının sıfır olduğu durumda, x ve y yönünde iki taşıyıcı frekansla oluşturulmuş ızgara sinyalinin iki boyutlu görünümü ( $f_{0x} = f_{0y} = 0.2$ ).



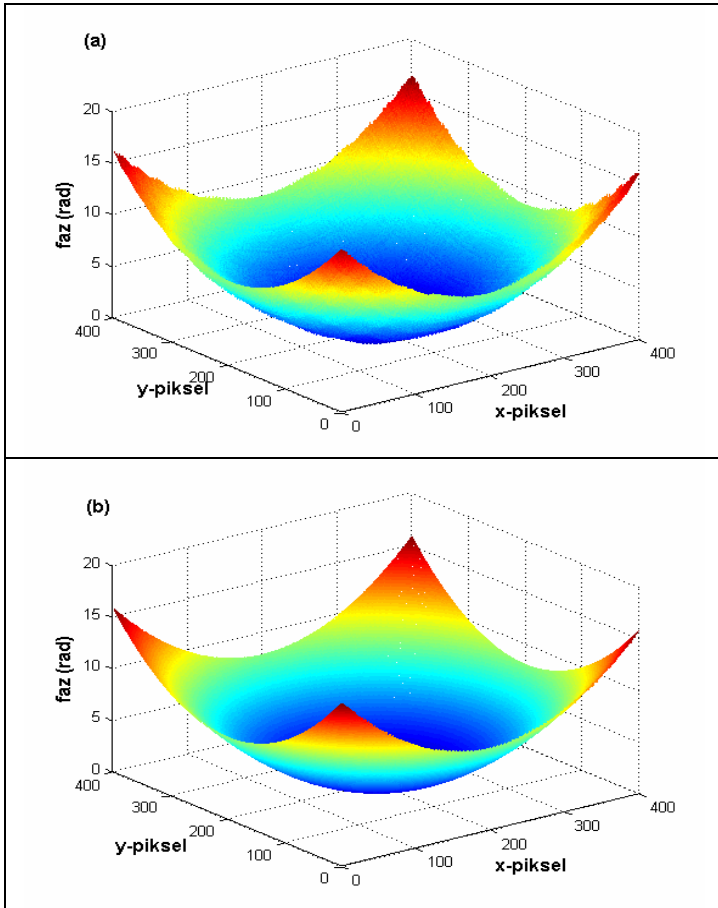
Şekil 4.2.1.2.2. x ve y yönünde taşıyıcı frekanslı benzeşim ızgara deseni.



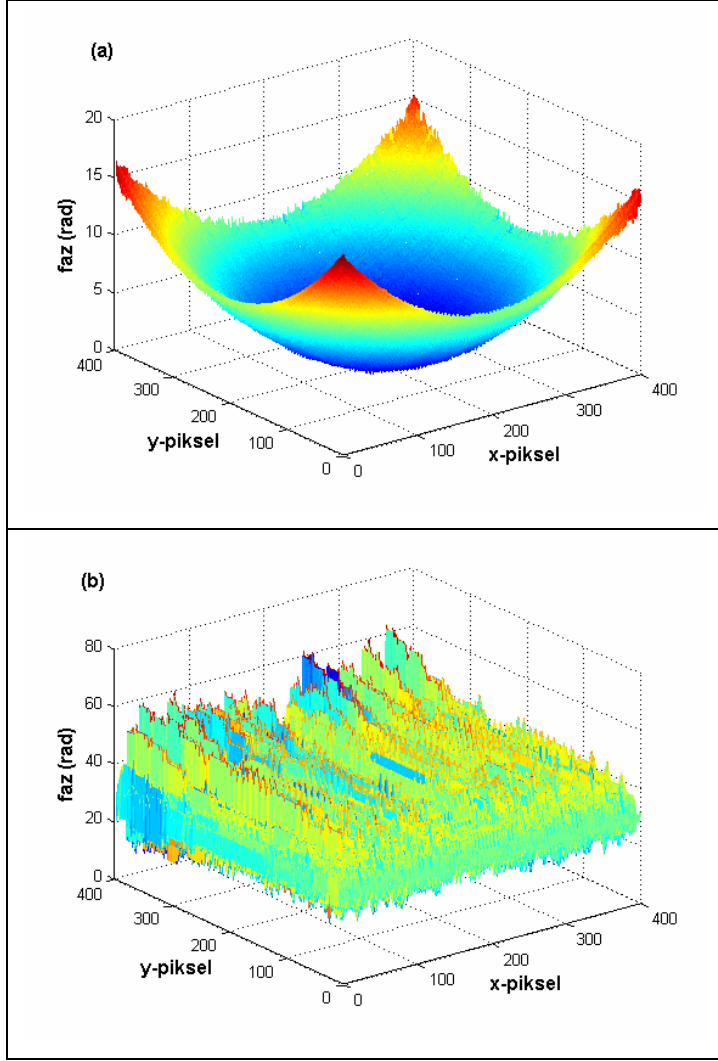
Şekil 4.2.1.2.3. Benzeşim ızgara deseninin Morlet ana dalgacı ile SDD faz-gradyan yönteminden bulunan (a) x yönündeki faz bileşeni; (b) y yönündeki faz bileşeni; (c) toplam faz  $\varphi(x, y)$ .



Şekil 4.2.1.2.4. Benzeşim ızgara deseninin Morlet ana dalgacığı ile SDD faz yönteminden bulunan toplam faz  $\varphi(x, y)$ .



Şekil 4.2.1.2.5. Paul ana dalgacığı ( $n=4$ ) ile SDD (a) faz-gradyan yönteminden, (b) faz yönteminden elde edilen toplam faz  $\varphi(x, y)$ .



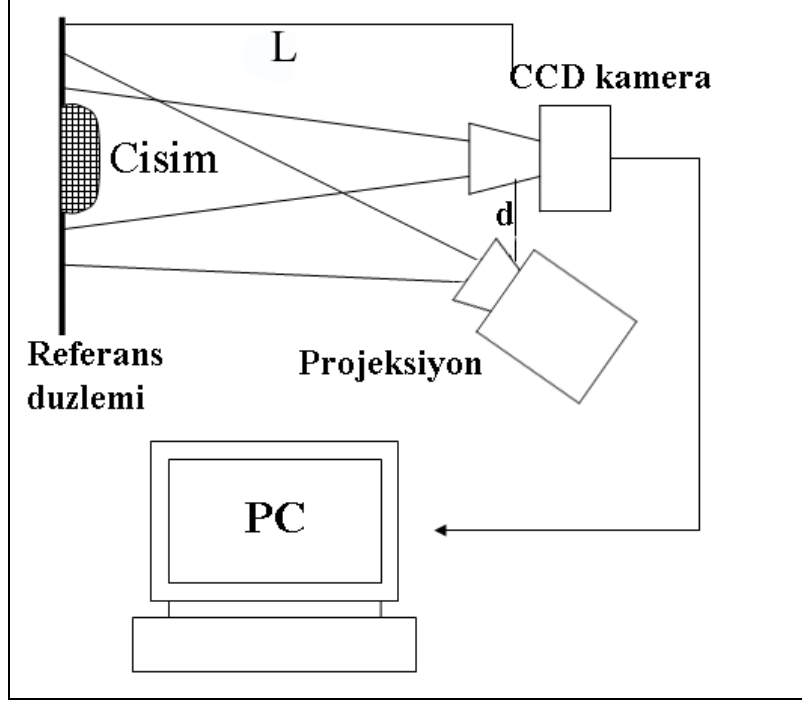
Şekil 4.2.1.2.6. (a) DOG ana dalgacığı ( $m=2$ ) ile SDD faz gradyan yönteminden, (b) DOG ana dalgacığı ( $m=2$ ) ile SDD faz yönteminden elde edilen toplam faz  $\varphi(x, y)$ .

### 4.3. Üç Boyutlu Profil Amaçlı Deneysel Çalışma

Bu bölümde, 3. bölümde teorik olarak açıklanan Fourier dönüşümü, S-dönüşümü ve SDD ile profil belirleme tekniklerinin uygulanabilirliğini göstermek amacıyla, iki farklı yönde ( $x$  ve  $y$ ) taşıyıcı frekans ile elde edilen iki boyutlu ızgara deseni kullanılarak gerçek veriler ile deneysel çalışmalar yapılmıştır. Bilgisayar ortamındaki bütün işlemler *MATLAB* paket programında gerçekleştirilmiştir.

### 4.3.1. Deney Düzenegi ve Veri Alimi

Şekil 4.3.1.1’de, Bölüm 2.1’de açıklanan çapraz optik eksenli geometri kullanılarak kurulan, deney düzeneginin şematik gösterimi verilmiştir.

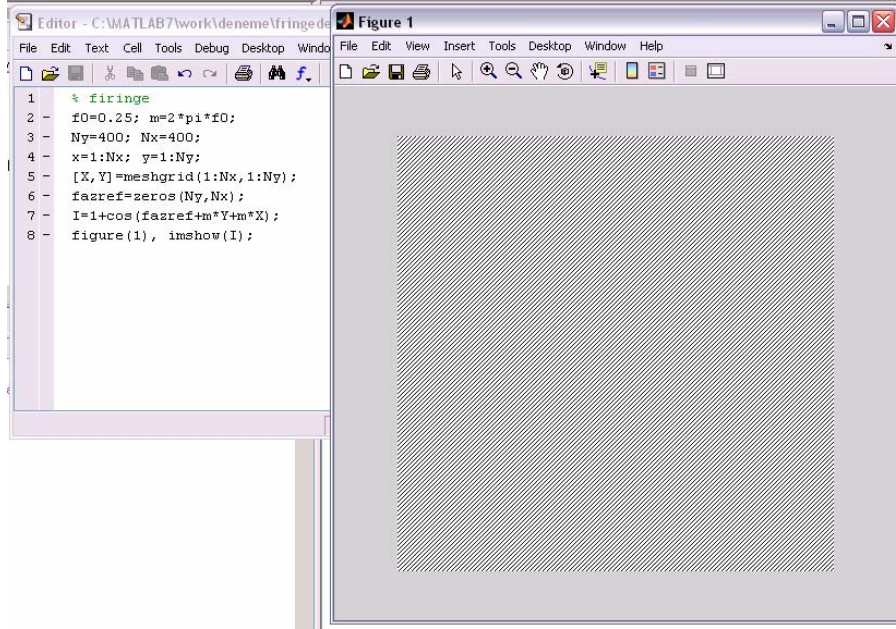


Şekil 4.3.1.1. Çapraz optik eksenli geometride kurulan deney düzeneginin şeması.

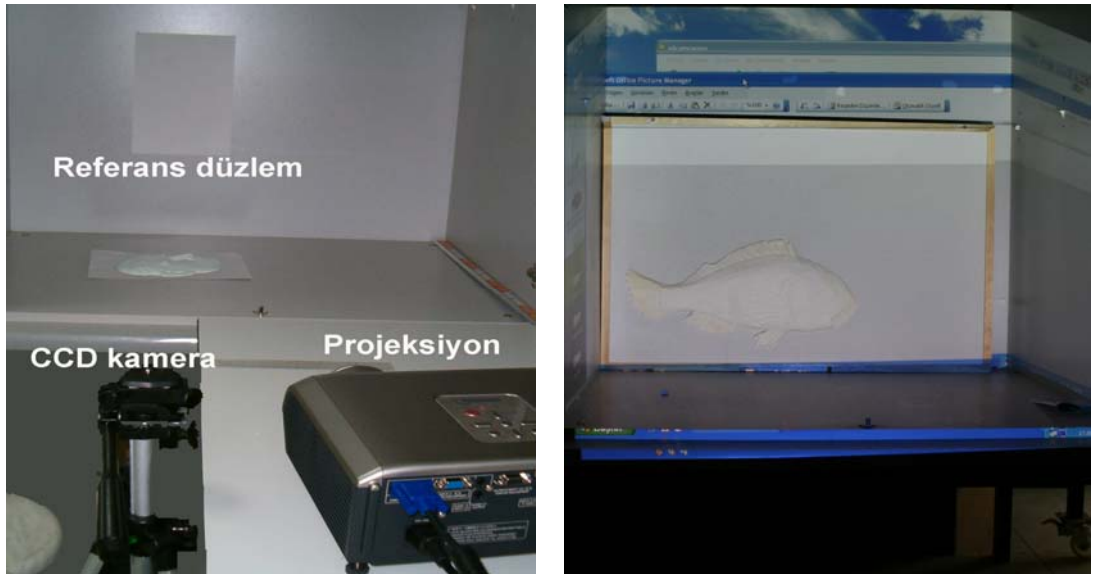
Deney düzeneginde kullanılan projektör (Sharp XGA XR-10X) 1024x768 piksel çözünürlüğündedir. CCD kameralar; CANON - 400D, 10 mega piksel ve HP Photosmart 735 ise 3.2 mega piksel maksimum çözünürlüğe sahiptir. x ve y yönünde iki taşıyıcı frekans ile,  $h(x) = 1 + 1\cos(2\pi f_0 x + 2\pi f_0 y)$  denklemi kullanılarak ve  $f_0 = 0,25$  (1/piksel) kabul edilerek, MATLAB paket programında, Şekil 4.3.1.2 ile verilen sinüzoidal ızgara deseni oluşturulmuştur. Şekil 4.3.1.3’de ise deney düzeneginin fotoğrafları verilmektedir.

Şekil 4.3.1.2’de verilen ızgara deseni öncelikle referans düzleme yansıtılır. Referans düzlemin merkezine odaklanan CCD kamera ile RGB formatında ilk görüntü alınır. Daha sonra, referans düzlemin merkezine yerleştirilen cismin

görüntüsü, yine RGB formatında alınarak kameranın hafızasına kaydedilir. Elde edilen bu iki görüntü bilgisayara aktarılarak ve siyah beyaz görüntüye dönüştürülerek dönüşüm algoritmalarında analiz için hazırlanır.



Şekil 4.3.1.2. x ve y yönünde iki taşıyıcı frekansla oluşturulmuş ızgara sinyalinin iki boyutlu görünümü ( $f_0 = 0,25$  (1/piksel)).



Şekil 4.3.1.3. Şekil 4.3.1.1’de çizimi verilen deney düzeneğinin çeşitli fotoğrafları.

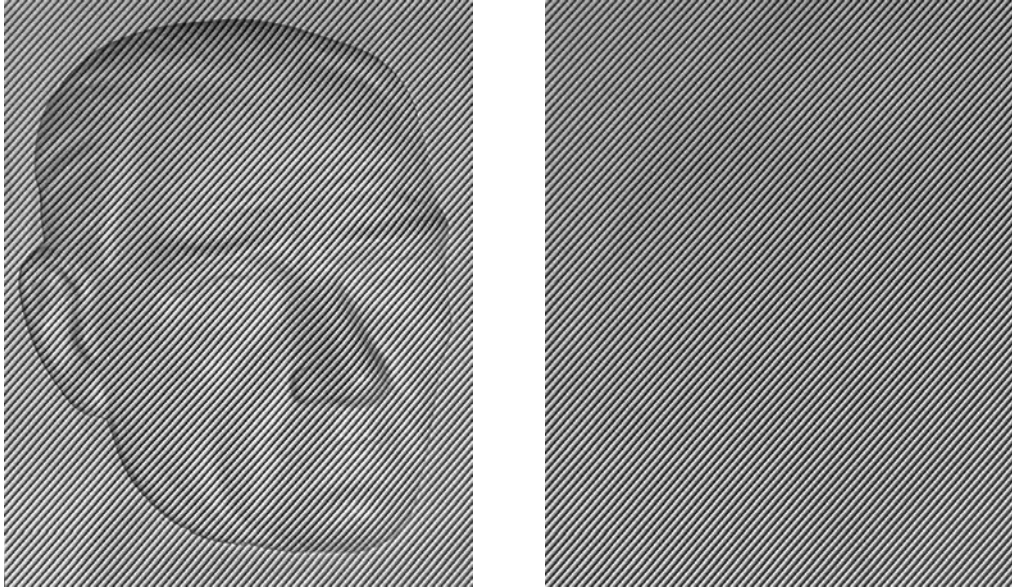
Çalışmamızda, Bölüm 3’de açıklanan integral dönüşümleri test etmek amacıyla farklı yüksekliklerde üç ayrı cisim (Şekil 4.3.1.4) için ölçümler yapılmıştır. İlk olarak Atatürk rölyefi (Şekil 4.3.1.5) ile yapılan deneyde, kamera ile referans düzlem arası uzaklık  $L = 146\text{cm}$ , kamera-projektör arası uzaklık  $d = 17\text{cm}$  ve ızgara periyodu  $p_0 = 1/f_0 = 4,34\text{mm}$  olarak ölçülmüştür. Ayrıca derinlik ölçümü denenmiş, bu amaçla da bir adet çukur tabak (Şekil 4.3.1.6) kullanılmıştır. Yapılan bu deneyde  $L = 159\text{cm}$ ,  $d = 13\text{cm}$  ve  $p_0 = 3,5\text{mm}$  olarak ayarlanmıştır. Balık rölyefi (Şekil 4.3.1.7) ile yapılan ölçümde ise  $L = 220\text{cm}$ ,  $d = 15,7\text{cm}$  ve  $p_0 = 3,5\text{mm}$  alınmıştır.

Deney ile elde edilen bu görüntülerden, Fourier, SDD ve S-dönüşümleri kullanılarak öncelikle faz dağılımları bulunmuştur. Daha önce de açıklandığı gibi Fourier dönüşümünden faz bilgisini elde etmek için faz düzeltme işlemi uygulanmıştır. Aynı şekilde SDD ve S-dönüşümü ile her satır ve sütun için hesaplanan fazdaki bu süreksizliği düzeltmek için de faz düzeltme işlemi kullanılmıştır. Alternatif yöntem olarak Watkins ve diğ. (1999) ve Afifi ve diğ. (2002) tarafından önerilen ve Bölüm 3.2 ve 3.3’de açıklanan faz gradyan yöntemi denenmiştir. Bu yöntemde, öncelikle referans ve cismin görüntüsünün, her x ve y için, bir boyutlu SDD ve S-dönüşümü hesaplanmıştır. Tablo 3.2’de verilen  $f_{\max}$  ve  $a_{\max}$  denklemleri kullanılarak,  $\varphi_R(x, y)$  referans görüntünün ve  $\varphi_O(x, y)$  cismin görüntüsünün faz bilgisini hesaplamak amacıyla ulaşılan faz gradyanlarının integrali alınmıştır. Böylece cisimlerin x ve y yönünde faz dağılımları bileşenleri,  $\varphi(x, y) = \varphi_O(x, y) - \varphi_R(x, y)$  cisimlerin ve referans görüntünün faz dağılımlarının farkının alınmasıyla elde edilmiştir. Sonuç faz dağılımlarına ulaşmak için x ve y yönünde ayrı ayrı bulunan bileşenler toplanmıştır. Bu faz dağılımlarını yükseklik bilgisine çevirmek için ise Takeda ve Mutoh (1983) tarafından önerilen ve Bölüm 3.1.3’de açıklanan Denk. (3.1.3.3) kullanılmıştır.



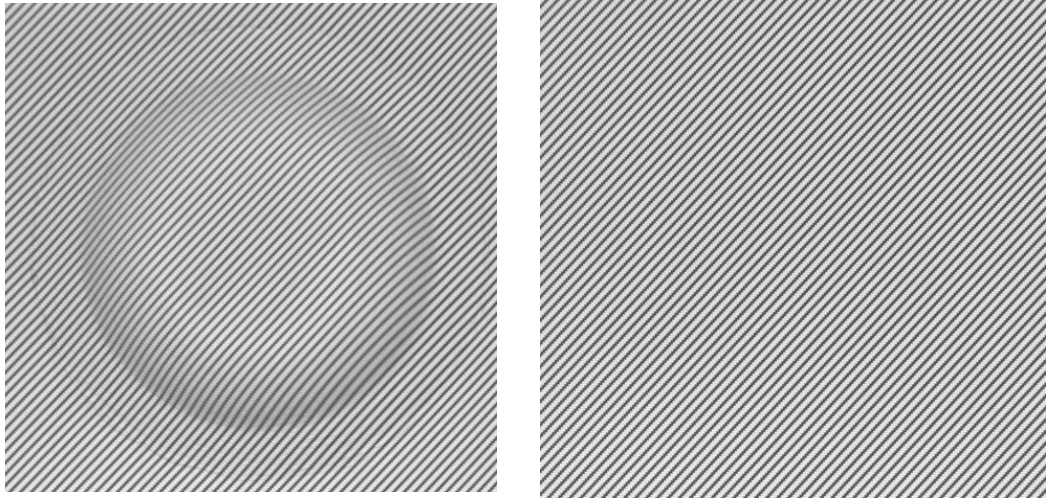


Şekil 4.3.1.4 Tezde kullanılan cisimler (a) Atatürk rölyefi; (b) çukur tabak; (c) balık rölyefi.

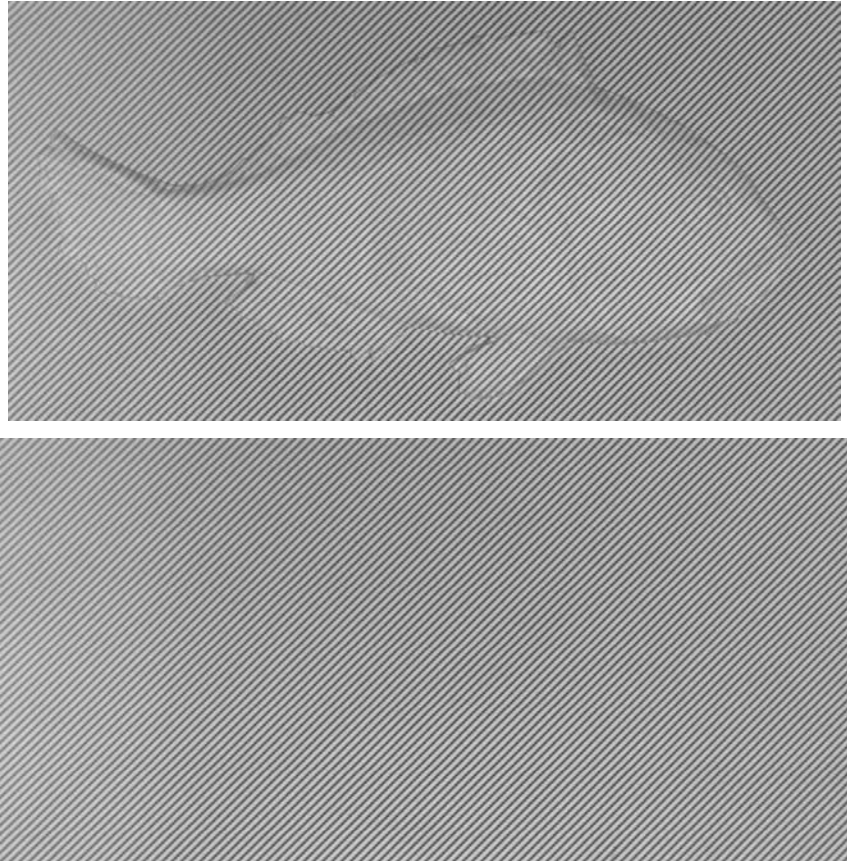


Şekil 4.3.1.5. Atatürk rölyefi üzerine x ve y yönlerinde iki taşıyıcı frekansla ( $f_0=0,25$ ) oluşturulmuş ızgara deseninin yansıtılmasıyla elde edilen görüntü ve referansı.





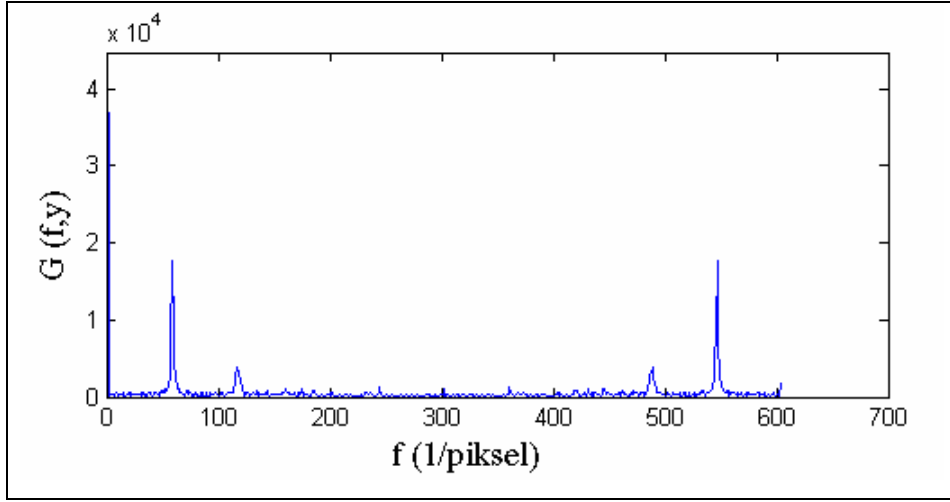
Şekil 4.3.1.6. Çukur tabak üzerine x ve y yönlerinde iki taşıyıcı frekansla ( $f_0=0,25$ ) oluşturulmuş ızgara deseninin yansıtılmasıyla elde edilen görüntü ve referansı.



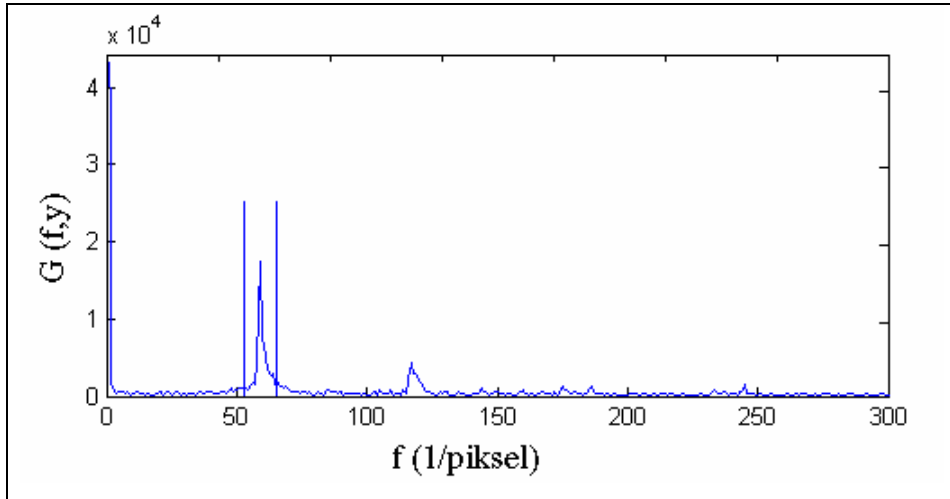
Şekil 4.3.1.7. Balık rölyefi üzerine x ve y yönlerinde iki taşıyıcı frekansla ( $f_0=0,3$ ) oluşturulmuş ızgara deseninin yansıtılmasıyla elde edilen görüntü ve referansı.

### 4.3.2. Fourier Dönüşümünün Deneysel Verilere Uygulanması

Fourier dönüşümü ilk olarak Şekil 4.3.1.5’de verilen ve Atatürk rölyefi ile yapılan deneyde elde edilen görüntülere uygulanmıştır. Bu görüntünün bir satırı için Fourier dönüşümü alındığında, örnek cismin bir satırının frekans genlik spektrumu Şekil 4.3.2.1’deki gibi elde edilir.



Şekil 4.3.2.1. Atatürk rölyefi için alınan referans düzlem görüntüsünün bir satırının genlik frekans spektrumu.

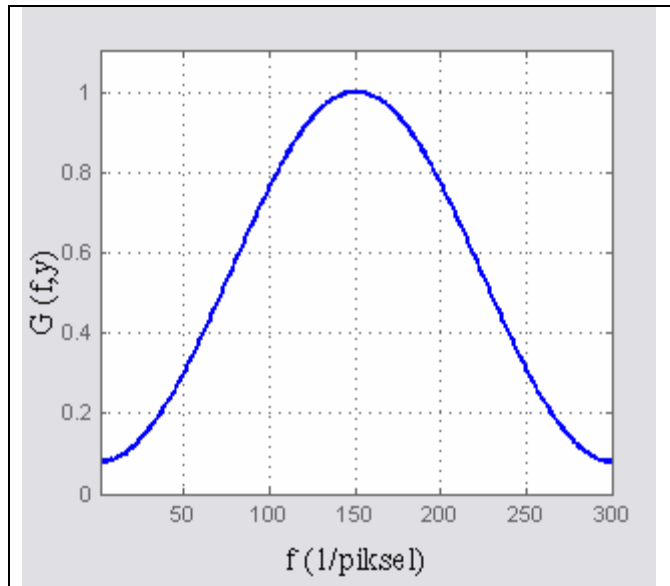


Şekil 4.3.2.2. Yükseklik değişimli Atatürk rölyefi görüntüsünün frekans spektrumundan seçilen bileşenin genlik spektrumu.

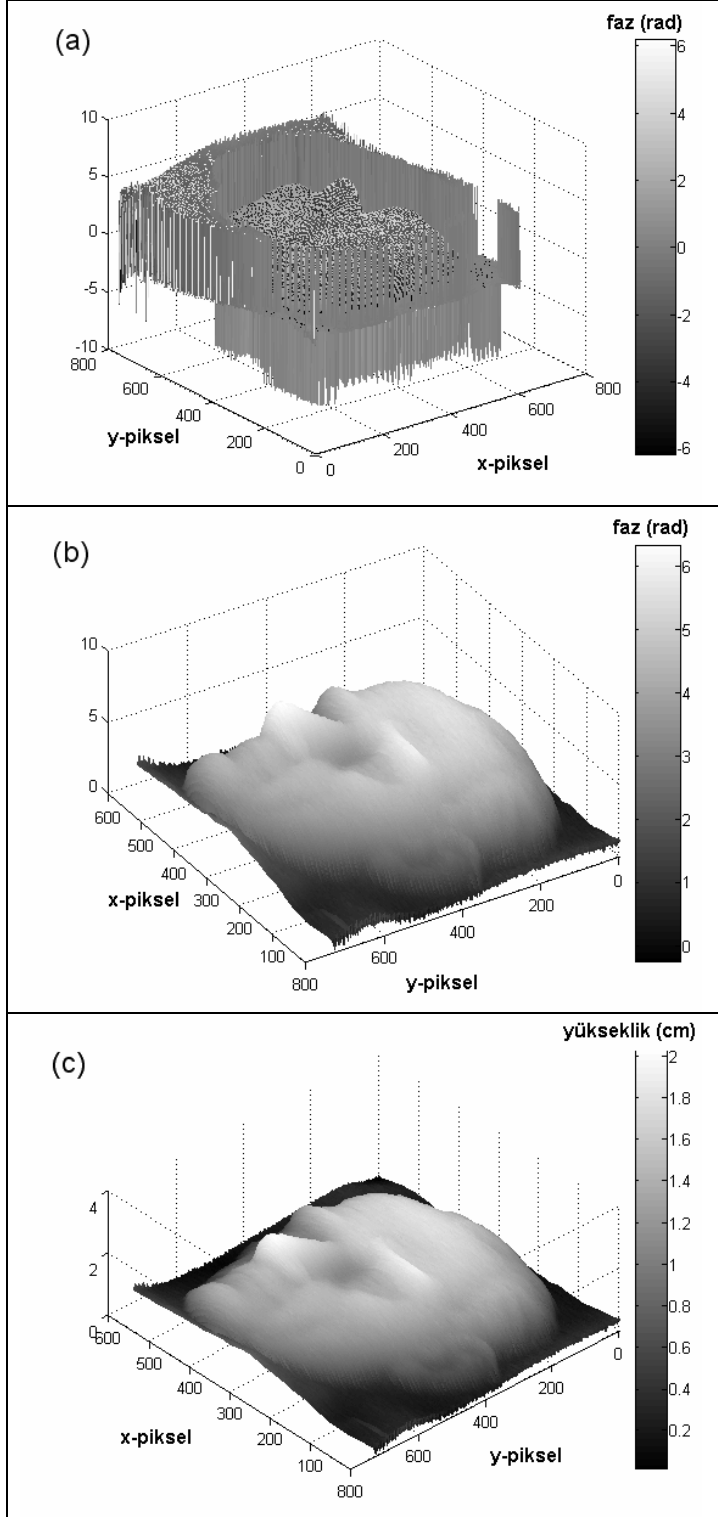
Bölüm 3.1.1’de açıklandığı gibi, görüntülerin her satırı için Fourier dönüşümü alındıktan sonra birinci temel frekans seçilir. Örnek cisim için seçilen frekans spektrumu Şekil 4.3.2.2’de gösterilmektedir.

Temel frekans seçildikten sonra, seçilen spektrum bileşenini düzgünleştirmek için, Şekil 4.3.2.3’de çizilen Hanning penceresi kullanılmıştır. Bu işlemde, seçilen her bir bileşen Hanning penceresiyle eleman eleman çarpılmıştır.

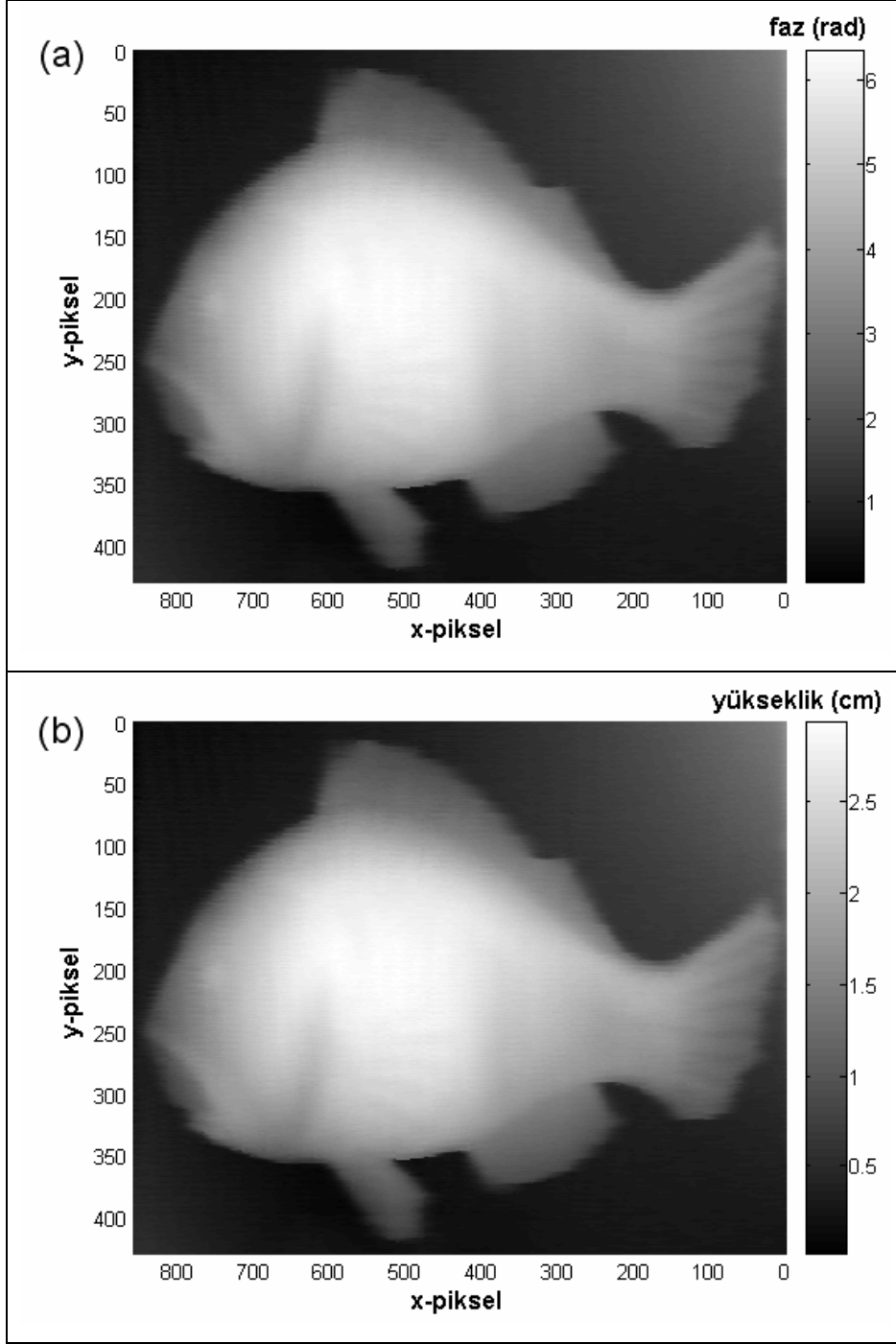
Hanning penceresi uygulanarak elde edilen fonksiyonun ters Fourier dönüşümü hesaplanmış ve böylece Atatürk rölyefinin ve referans görüntülerin fazları bulunmuştur.  $\varphi(x, y) = \varphi_O(x, y) - \varphi_R(x, y)$  faz dağılımı farkında süreksizlikler meydana gelmektedir (Şekil 4.3.2.4 (a)) Bu süreksizlikleri gidermek amacıyla faz düzeltme işlemi uygulanarak numunenin faz dağılımı Şekil 4.3.2.4 (b)’de verildiği gibi oluşturulmuştur. Son olarak, Denk. (3.1.3.3) kullanılarak numunenin üç boyutlu profili hesaplanmıştır (Şekil 4.3.2.4(c)). Aynı işlemler, diğer numunelere de uygulanmış, balık rölyefi faz dağılımı ve profili Şekil 4.3.2.5 (a) ve (b)’de gösterilmiştir. Çukur tabak için faz dağılımı ve profili Şekil 4.3.2.6 (a) ve (b)’de çizilmiştir.



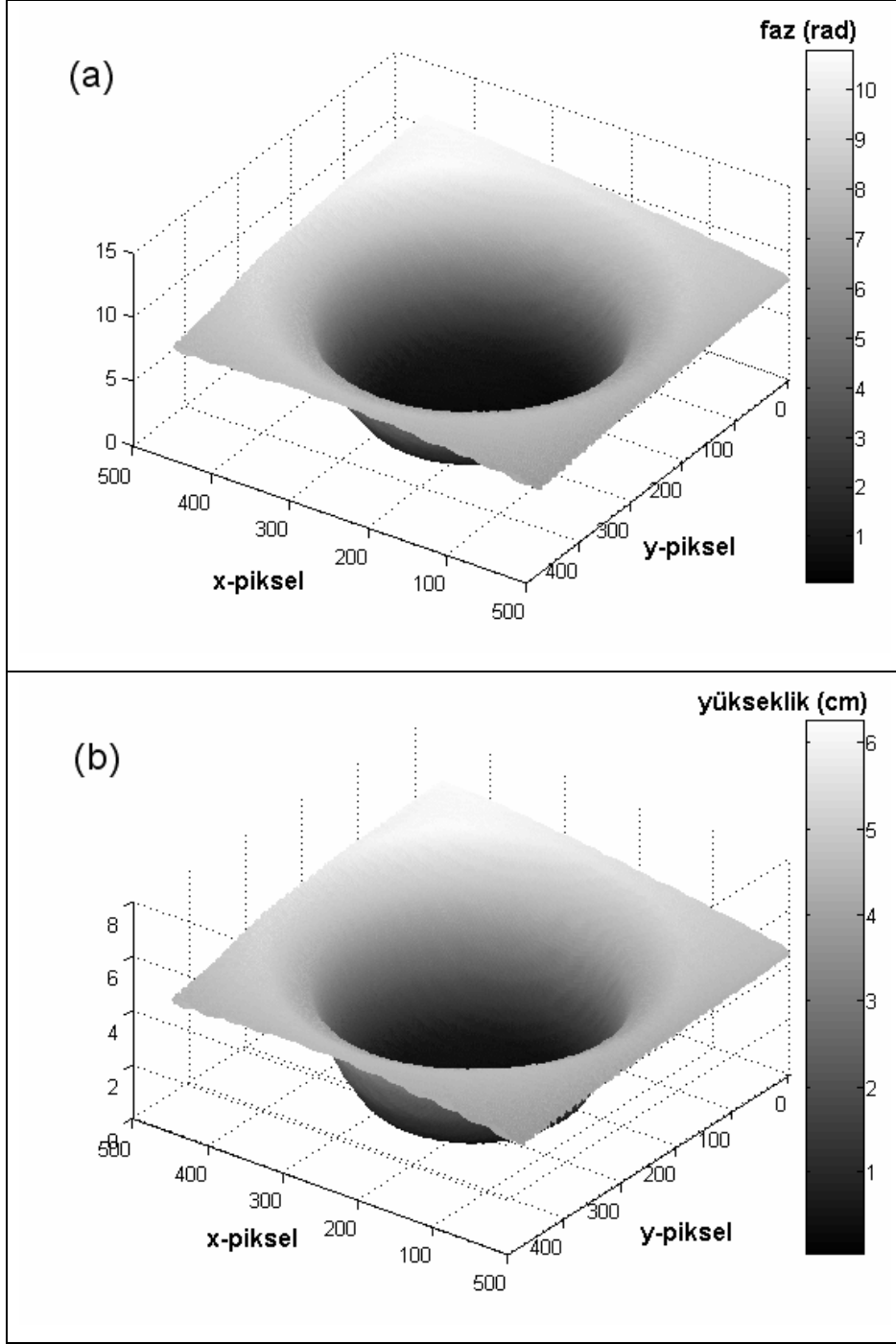
Şekil 4.3.2.3. Hanning penceresi.



Şekil 4.3.2.4. (a) Atatürk rölyefi görüntüsünün Fourier dönüşümünden elde edilen faz düzeltme işlemi uygulanmamış faz dağılımı; (b) Atatürk rölyefi görüntüsünün Fourier dönüşümünden elde edilen faz düzeltme işlemi uygulanmış faz dağılımı; (c) üç boyutlu profili.



Şekil 4.3.2.5. (a) Balık rölyefi görüntüsünün Fourier dönüşümünden elde edilen faz dağılımı; (b) üç boyutlu profili.



Şekil 4.3.2.6. (a) Çukur tabak görüntüsünün Fourier dönüşümünden elde edilen faz dağılımı; (b) üç boyutlu profili.

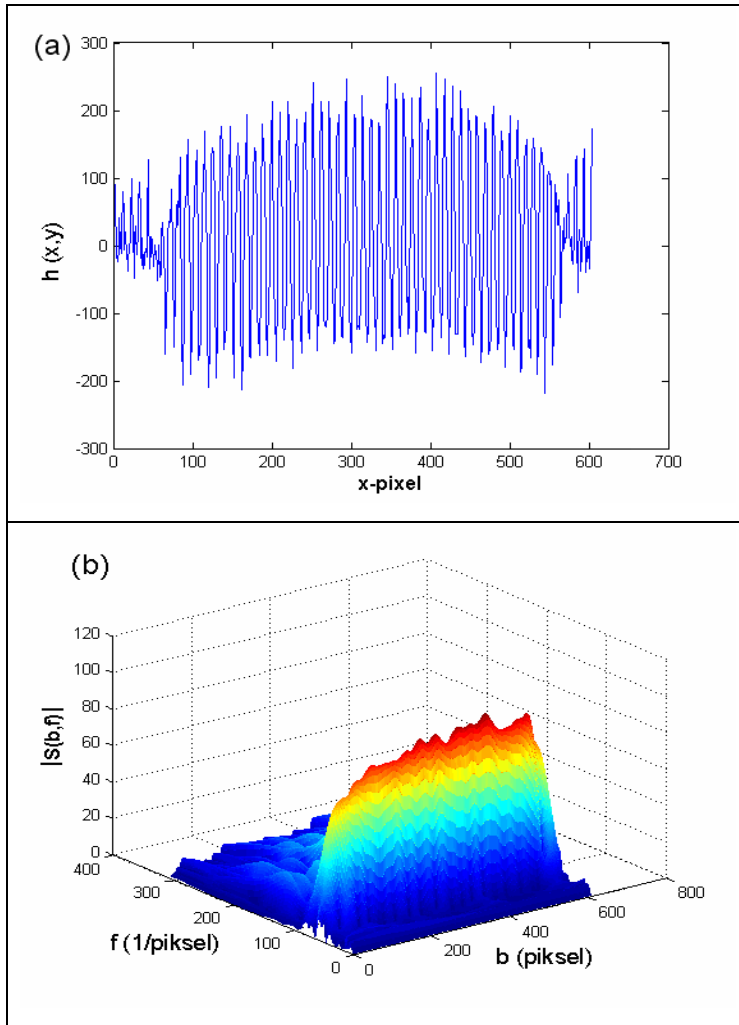
### 4.3.3. S-dönüşümünün Deneysel Verilere Uygulanması

Teorik olarak Bölüm 3.2.1’de açıklanan S-dönüşümü tekniği, x ve y yönünde çift taşıyıcı frekans kullanılarak elde edilen numune görüntülerine uygulanmıştır. Bu teknikte numune ve referans görüntülerin S-dönüşümü alındığında, iki yolla faz dağılımı bulmak mümkündür. Tekniklerden birincisi olan S-dönüşümü faz-gradyan yönteminde öncelikle her satır ve her sütun için ayrı ayrı maksimum frekans hesaplanmıştır (bkz. Denk. 3.2.22). Şekil 4.3.3.1 (a) ve (b)’de örnek olarak, Atatürk rölyefi görüntüsünün 300. satırını gösteren ham sinyal ( $y=300$ ) ve bu satır için S-dönüşümünden bulunan frekans dağılımı verilmektedir.

Şekil 4.3.3.1 (b)’de, çizimin tepe kısmı, 300. satır için  $|S(b,f)|$ ’nin maksimum olduğu frekansı aralığını,  $f_{\max}(b) = f_0 + \frac{\varphi'(b)}{2\pi}$  denklemi ise frekans ile faz-gradyanı arasındaki ilişkiyi vermektedir. Buradan, her satır ve sütun için faz-gradyanı hesaplanmıştır. Elde edilen sonucun integralinin alınmasıyla ve  $\varphi(x,y) = \varphi_O(x,y) - \varphi_R(x,y)$  farkının bulunmasıyla, iki yönde faz dağılımı bileşenlerine ulaşılmıştır. Atatürk rölyefi görüntüsünün S-dönüşümünden bulunan x (Şekil 4.3.3.2 (a)) ve y (Şekil 4.3.3.2 (b)) yönündeki faz dağılımlarının toplanmasıyla hesaplanan toplam faz dağılımı bilgisine (Şekil 4.3.3.2 (c)) ulaşılmıştır.

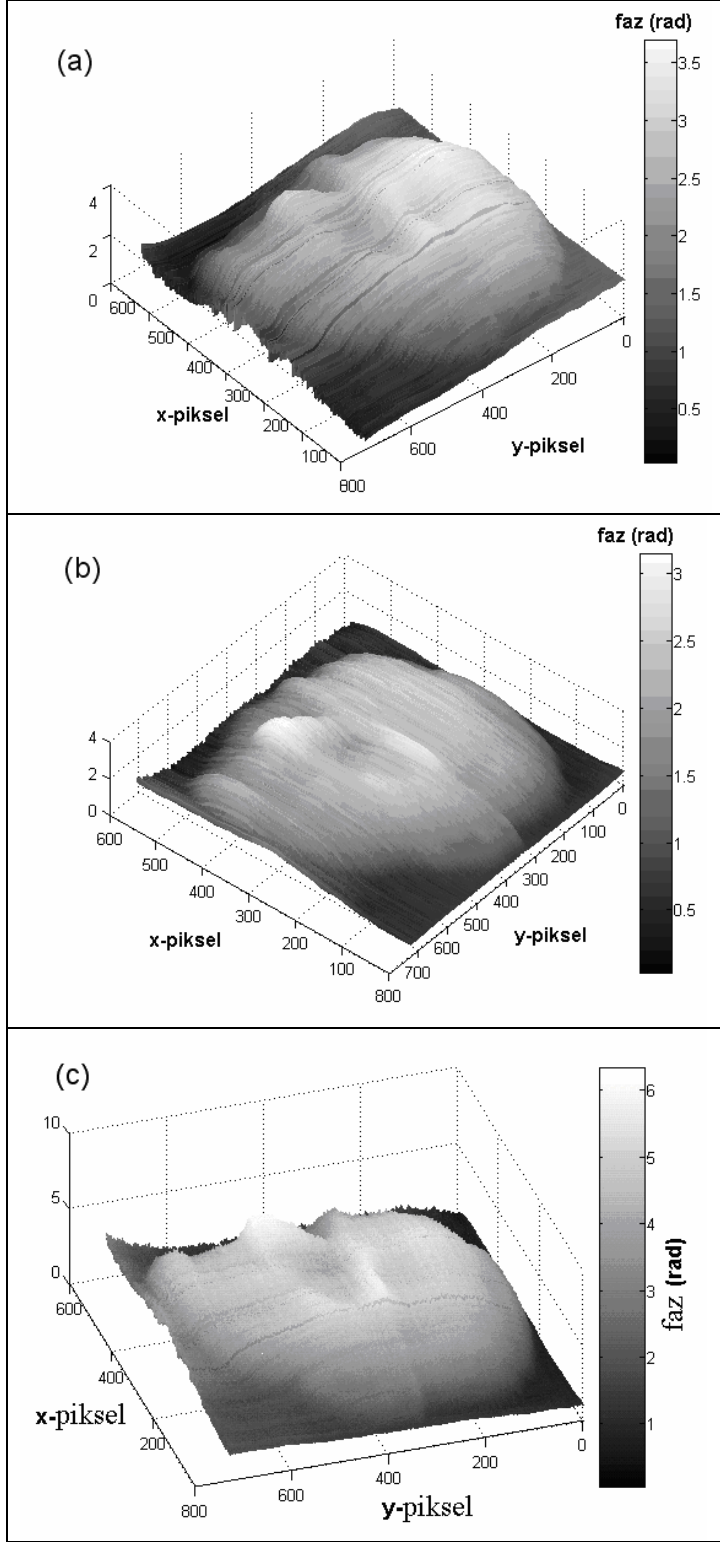
S-dönüşüm faz yönteminde ise, (3.2.21) eşitliğinden, faz  $\phi_s(b) = \tan^{-1}\left(\frac{\text{Im } S}{\text{Re } S}\right) = \varphi(b) + 2\pi b(f_0 - f)$  şeklinde elde edilmiştir. x ve y yönünde ayrı ayrı bulunan bu fazlarda süreksizlikler oluşmaktadır. Şekil 4.3.3.3 (a)’da, S-dönüşümü faz yöntemiyle x yönünde bulunan faz bileşeni örnek olarak gösterilmiştir. Daha sonra, aynı Fourier dönüşümünde olduğu gibi, süreksizlikleri gidermek amacıyla, faz düzeltme işlemi uygulanmıştır (Şekil 4.3.3.3 (b)). İki ayrı faz bileşenin toplanmasıyla aynı numune için toplam faz dağılımı (Şekil 4.3.3.3 (c)) bilgisi hesaplanmıştır.

Aynı işlemler uygulanarak balık rölyefi için elde edilen faz dağılımları Şekil 4.3.3.4 (a) ve (b)'de; çukur tabak için bulunan faz dağılımları da Şekil 4.3.3.5 (a) ve (b)'de verilmiştir. Son olarak, Denk. (3.1.3.3) kullanılarak tüm numunelerin üç boyutlu profili hesaplanmıştır (Şekil 4.3.3.6 (a), (b) ve (c): sırasıyla S-dönüşümü faz gradyan ve faz yöntemlerinden hesaplanan Atatürk rölyefi üç boyutlu profili ve  $y=300$ . satır için yükseklik karşılaştırması; Şekil 4.3.3.7 (a), (b) ve (c): sırasıyla S-dönüşümü faz-gradyan ve faz yöntemlerinden hesaplanan balık rölyefi üç boyutlu profili ve  $y=250$ . satır için yükseklik karşılaştırması; Şekil 4.3.3.8 (a), (b) ve (c): sırasıyla S-dönüşümü faz-gradyan ve faz yöntemlerinden hesaplanan çukur tabak üç boyutlu profili ve  $y=200$ . satır için yükseklik karşılaştırması).

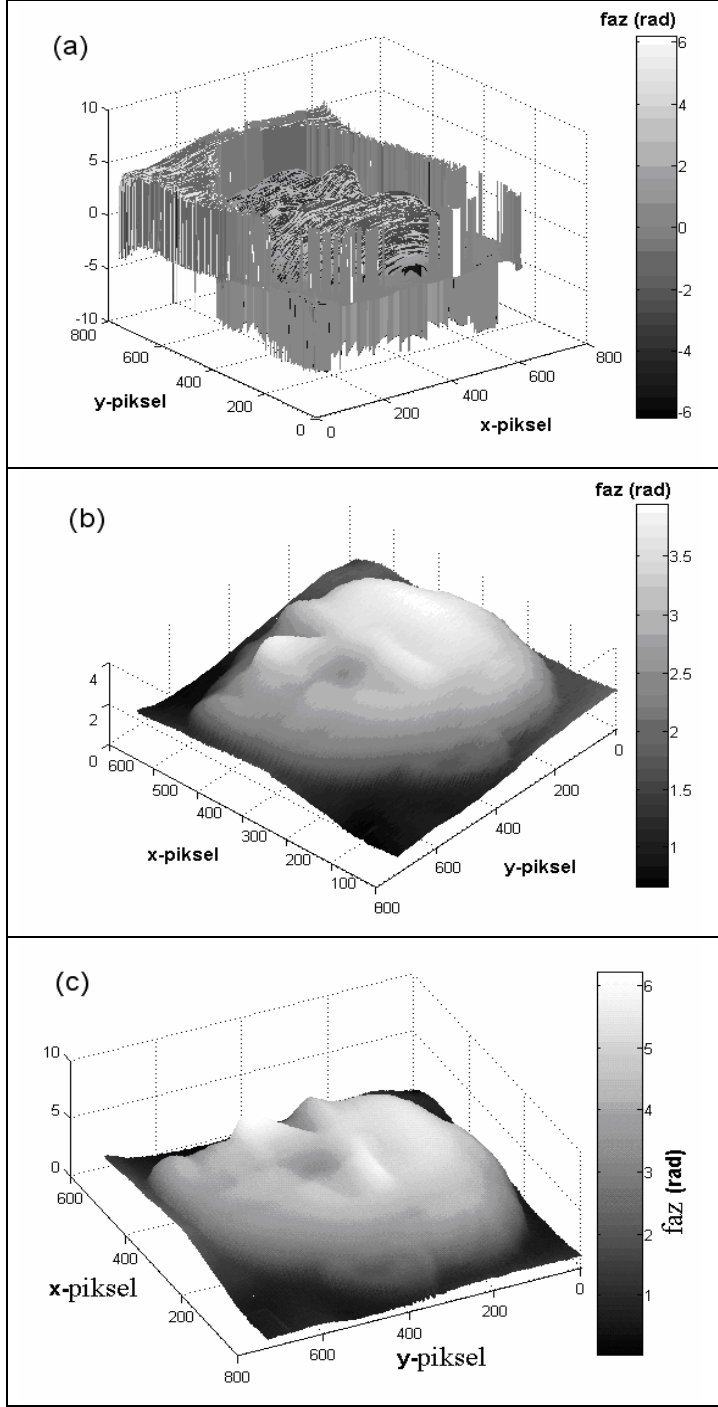


Şekil 4.3.3.1. (a) Atatürk rölyefi görüntüsünün 300. satırını gösteren ham sinyal ( $y=300$ ); (b) S-dönüşümünden elde edilen dönüşüm grafiği.

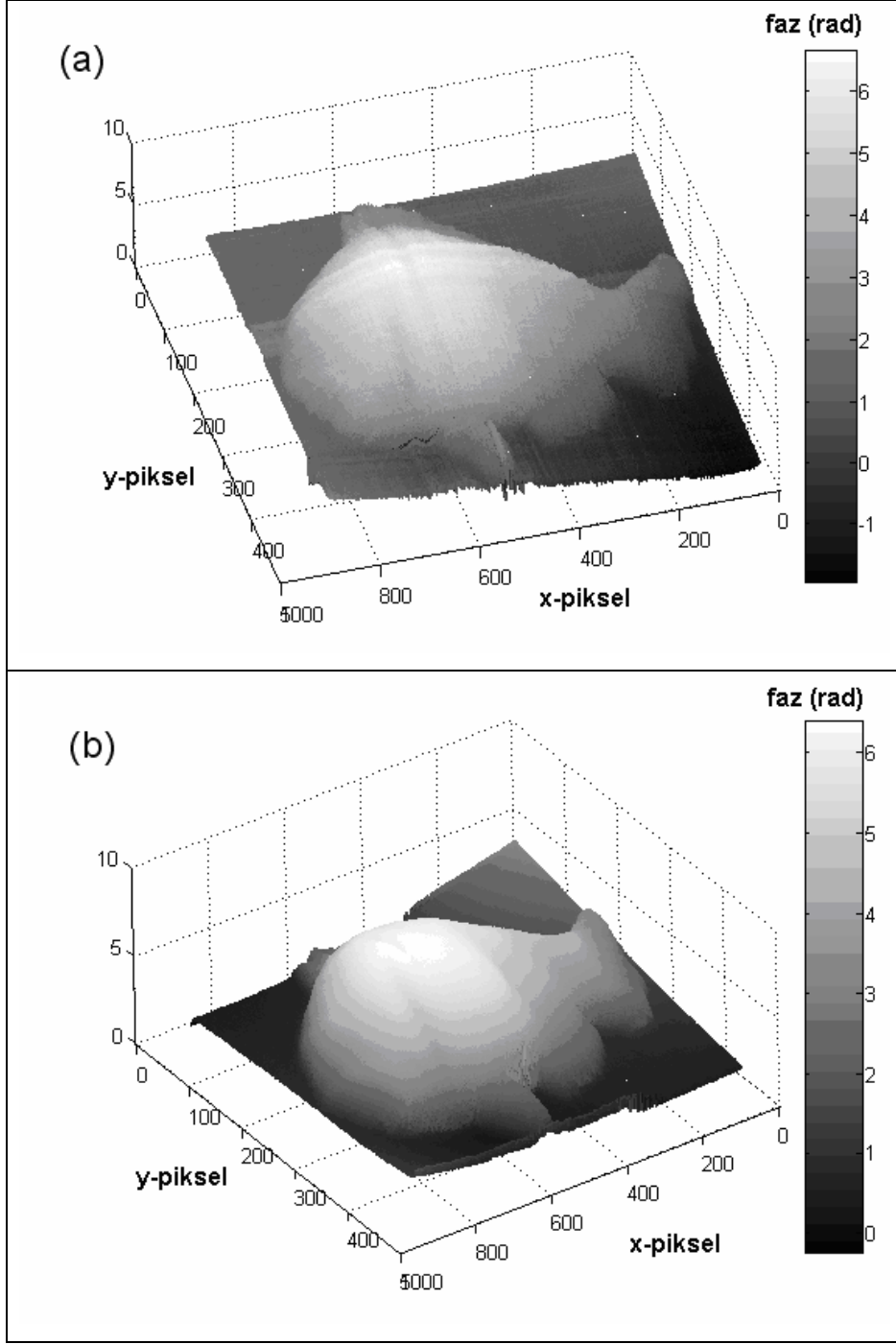




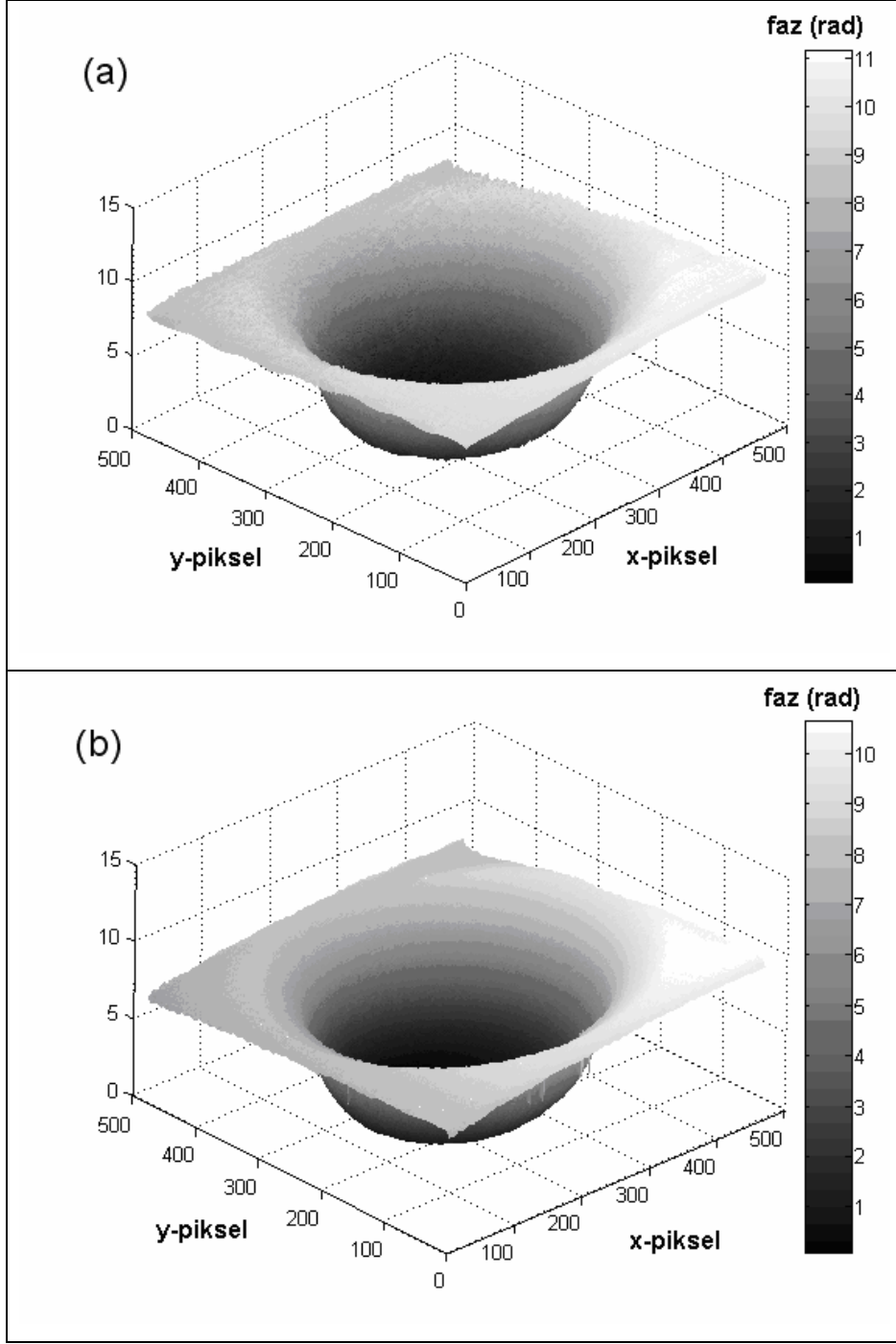
Şekil 4.3.3.2. Atatürk rölyefi görüntüsünün S-dönüşümü faz-gradyan yönteminden bulunan (a) x yönündeki faz bileşeni; (b) y yönündeki faz bileşeni; (c) toplam faz dağılımı.



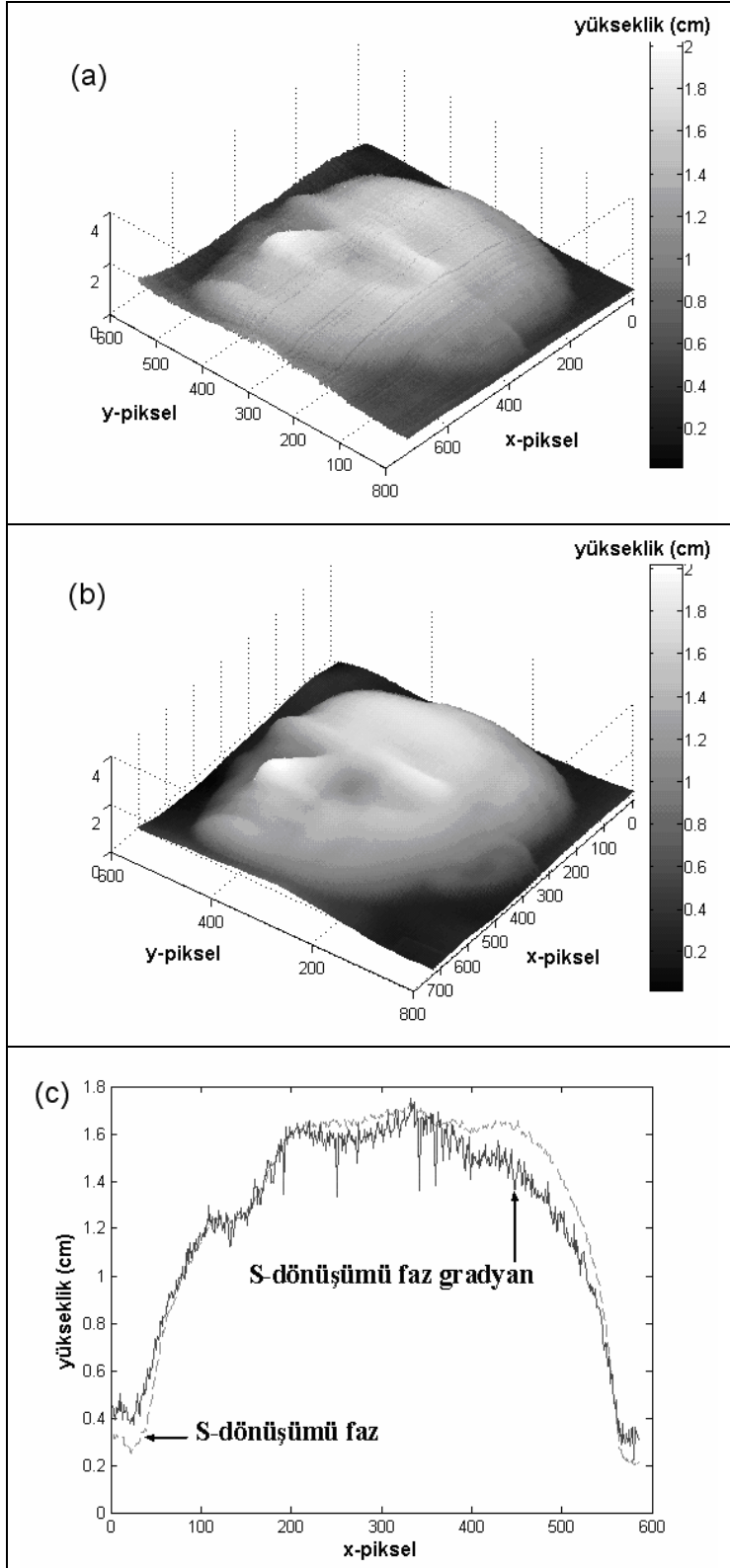
Şekil 4.3.3.3. Atatürk rölyefi görüntüsünün S-dönüşümü faz yöntemiyle (a) x yönünde bulunan faz bileşeni, faz düzeltme işlemi uygulanmadan önceki durumu; (b) x yönünde bulunan faz bileşeni, faz düzeltme işlemi uygulandıktan sonraki durumu; (c) toplam faz dağılımı.



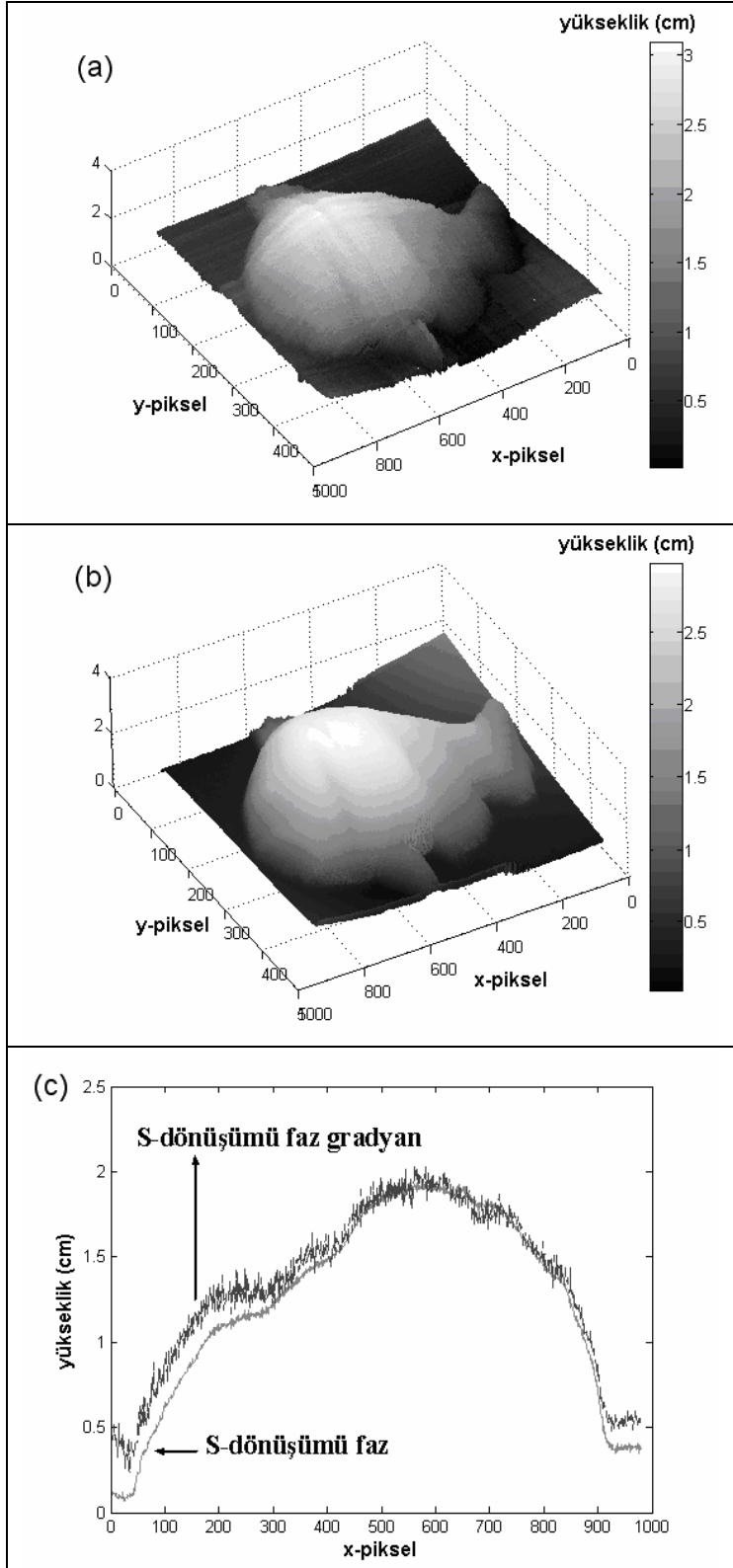
Şekil 4.3.3.4. Balık rölyefi görüntüsünün S-dönüşümü (a) faz-gradyan yönteminden bulunan toplam faz dağılımı; (b) faz yönteminden bulunan toplam faz dağılımı.



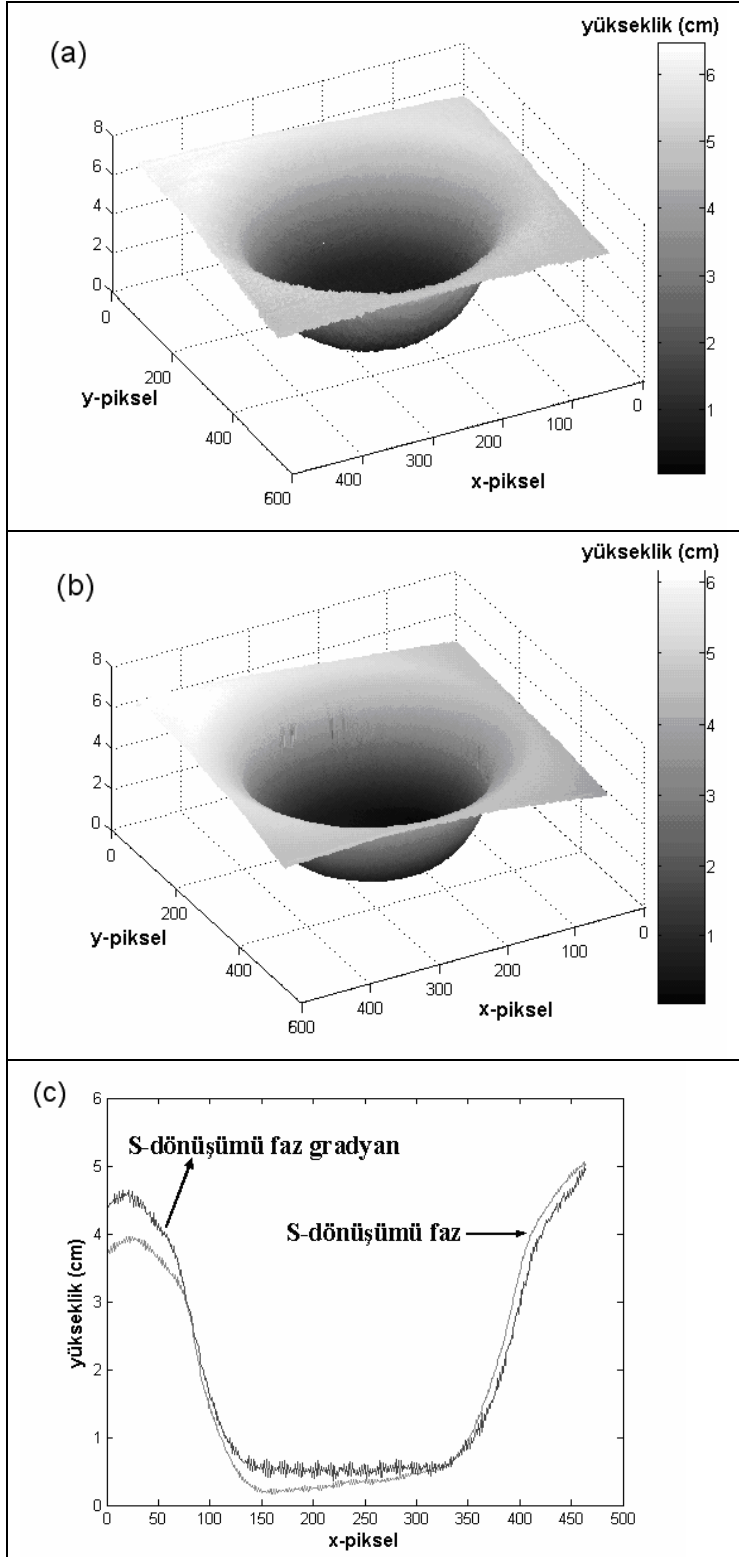
Şekil 4.3.3.5. Çukur tabak görüntüsünün S-dönüşümü (a) faz-gradyan yönteminden bulunan toplam faz dağılımı; (b) faz yönteminden bulunan toplam faz dağılımı.



Şekil 4.3.3.6. Atatürk rölyefi görüntüsünün (a) S-dönüşümü faz-gradyan yönteminden bulunan üç boyutlu profili; (b) S-dönüşümü faz yönteminden bulunan üç boyutlu profili; (c)  $y=300$ . satır için yükseklik karşılaştırması.



Şekil 4.3.3.7. Balık rölyefi görüntüsünün (a) S-dönüşümü faz-gradyan yönteminden bulunan üç boyutlu profili; (b) S-dönüşümü faz yönteminden bulunan üç boyutlu profili; (c)  $y=250$ . satır için yükseklik karşılaştırması.



Şekil 4.3.3.8. Çukur tabak görüntüsünün (a) S-dönüşümü faz-gradyan yönteminden bulunan üç boyutlu profili; (b) S-dönüşümü faz yönteminden bulunan üç boyutlu profili; (c)  $y=200$ . satır için yükseklik karşılaştırması.

#### 4.3.4. SDD'nin Deneysel Verilere Uygulanması

Teorik olarak Bölüm 3.3'de açıklanan SDD tekniği, x ve y yönünde çift taşıyıcı frekans kullanılarak elde edilen numune görüntülerine uygulanmıştır. Bu teknikte numune ve referans görüntülerin dalgacık dönüşümü alındığında, iki yolla faz dağılımı bulmak mümkündür. Tekniklerden birincisi olan SDD faz-gradyan yönteminde öncelikle her satır ve her sütun için ayrı ayrı  $a_{\max}$  hesaplanmıştır (bkz. Tablo 3.2). Şekil 4.3.4.1 (a) ve (b)'de örnek olarak Atatürk rölyefi görüntüsünün 300. satırını gösteren ham sinyal ( $y=300$ ) ve bu sütun için Morlet ( $c=6$ ) ana dalgacığı kullanılarak bulunan ölçek parametresi verilmektedir.

Şekil 4.3.4.1 (b)'de, çizimin tepesi, 300. satır için  $|W(a,b)|$ 'nin maksimum olduğu ölçek parametresi değerini vermektedir. Buna göre, her satır ve sütun için faz gradyanı hesaplanmıştır (bkz. Tablo 3.2). Elde edilen sonucun integralinin alınmasıyla ve  $\varphi(x,y) = \varphi_o(x,y) - \varphi_r(x,y)$  farkının bulunmasıyla, iki yönde faz dağılımı bileşenlerine ulaşılmıştır. Atatürk rölyefi görüntüsünün morlet ana dalgacığı ile dalgacık dönüşümünden bulunan x (Şekil 4.3.4.2 (a)) ve y (Şekil 4.3.4.2 (b)) yönündeki faz dağılımlarının toplanmasıyla hesaplanan toplam faz dağılımı bilgisine (Şekil 4.3.4.3 (a)) ulaşılmıştır.

SDD faz yönteminde ise, (3.3.22), (3.3.30) ve (3.3.38) eşitliklerinden, faz  $\phi_w(b) = \tan^{-1} \left( \frac{\text{Im } W}{\text{Re } W} \right) = \varphi(b) + 2\pi f_0 b$  şeklinde elde edilmiştir. x ve y yönünde ayrı ayrı bulunan bu fazlarda süreksizlikler oluşmaktadır. Aynı Fourier dönüşümünde ve S-dönüşümünde olduğu gibi, süreksizlikleri gidermek amacıyla, faz düzeltme işlemi uygulanmıştır. İki ayrı faz bileşenin toplanmasıyla aynı numune için toplam faz dağılımı (Şekil 4.3.4.3 (b)) bilgisi hesaplanmıştır.

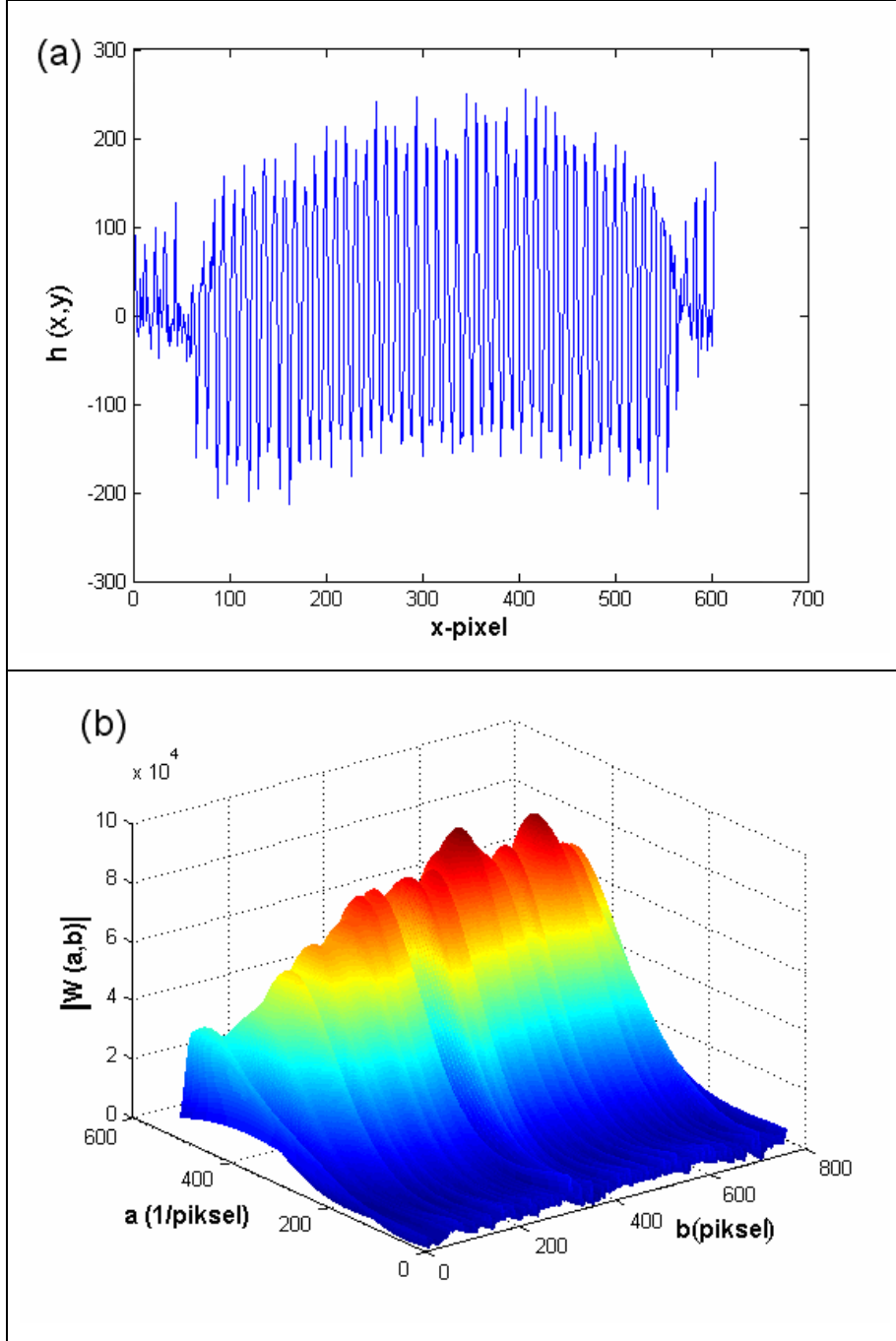
Aynı işlemler uygulanarak balık rölyefi için elde edilen faz dağılımları Şekil 4.3.4.4 (a) ve (b)'de; çukur tabak için bulunan faz dağılımları da Şekil 4.3.4.5 (a) ve (b)'de verilmiştir. Son olarak, denklem (3.1.3.3) kullanılarak tüm numunelerin üç boyutlu profili hesaplanmıştır (Şekil 4.3.4.6 (a), (b) ve (c)): sırasıyla Morlet ana



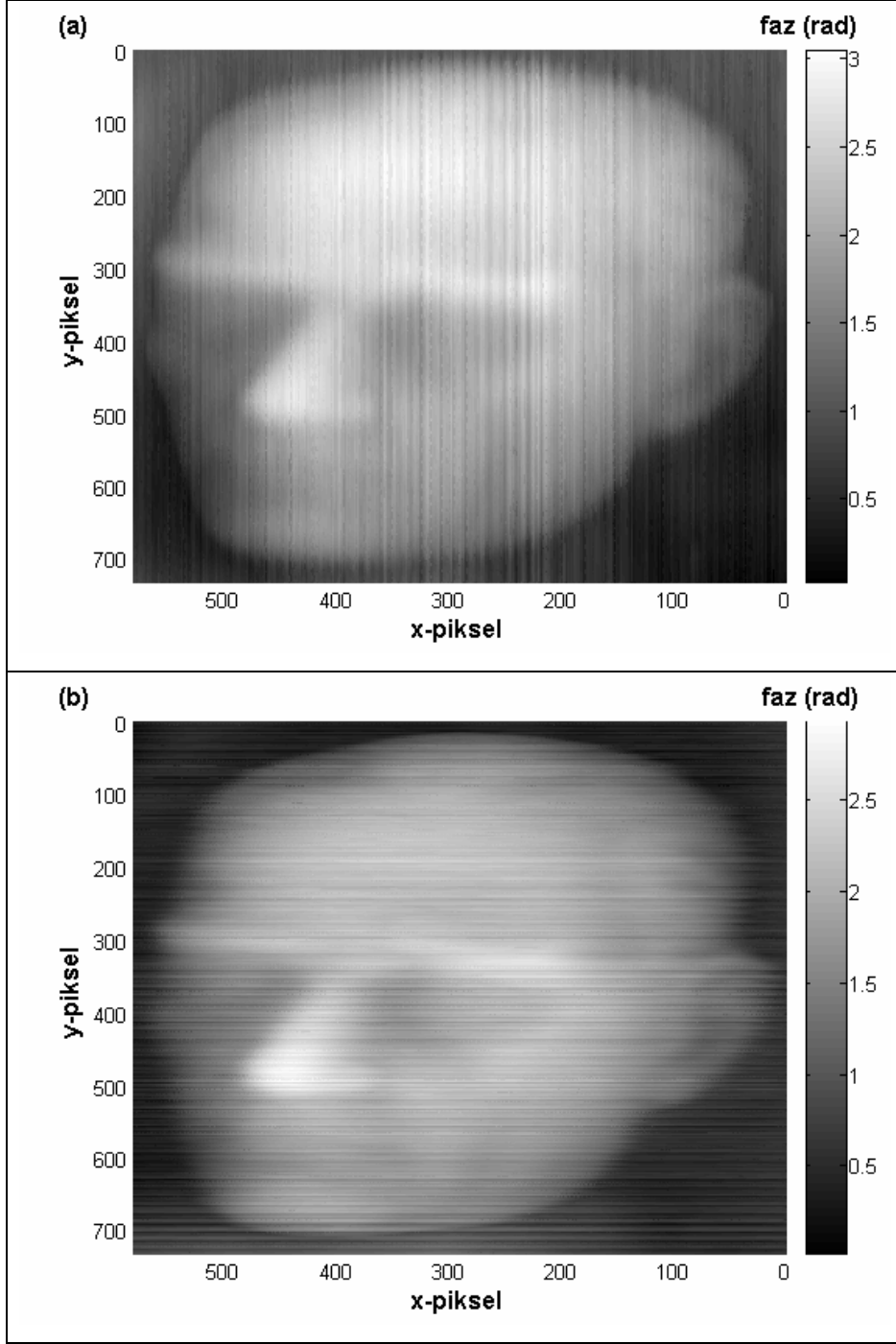
dalgacığı ile SDD faz-gradyan ve faz yöntemlerinden hesaplanan Atatürk rölyefi üç boyutlu profili ve  $y=300$ . satır için yükseklik karşılaştırması; Şekil 4.3.4.7 (a), (b) ve (c): sırasıyla Morlet ana dalgacığı ile SDD faz-gradyan ve faz yöntemlerinden hesaplanan balık rölyefi üç boyutlu profili ve  $y=250$ . satır için yükseklik karşılaştırması; Şekil 4.3.4.8 (a), (b) ve (c): sırasıyla Morlet ana dalgacığı ile SDD faz-gradyan ve faz yöntemlerinden hesaplanan çukur tabak üç boyutlu profili ve  $y=200$ . satır için yükseklik karşılaştırması).

Paul ana dalgacığında  $n=4$  alınarak bütün hesaplamalar tekrarlanmıştır. Atatürk rölyefi için, Şekil 4.3.4.9 (a) ve (b)'de sırasıyla SDD faz gradyan ve faz yöntemlerinden bulunan faz dağılımları; Şekil 4.3.4.10 (a), (b) ve (c)'de ise üç boyutlu profilleri ve  $y=300$ . satır için yükseklik karşılaştırması verilmektedir. Şekil 4.3.4.11 (a) ve (b), balık rölyefi için bulunan faz dağılımlarını ve Şekil 4.3.4.12 (a), (b), üç boyutlu profilleri ve (c)  $y=250$ . satır için yükseklik karşılaştırması göstermektedir. Şekil 4.3.4.13 (a) ve (b)'de çukur tabak faz dağılımları, Şekil 4.3.4.14 (a), (b), üç boyutlu profilleri ve (c)  $y=200$ . satır için yükseklik karşılaştırması çizilmiştir.

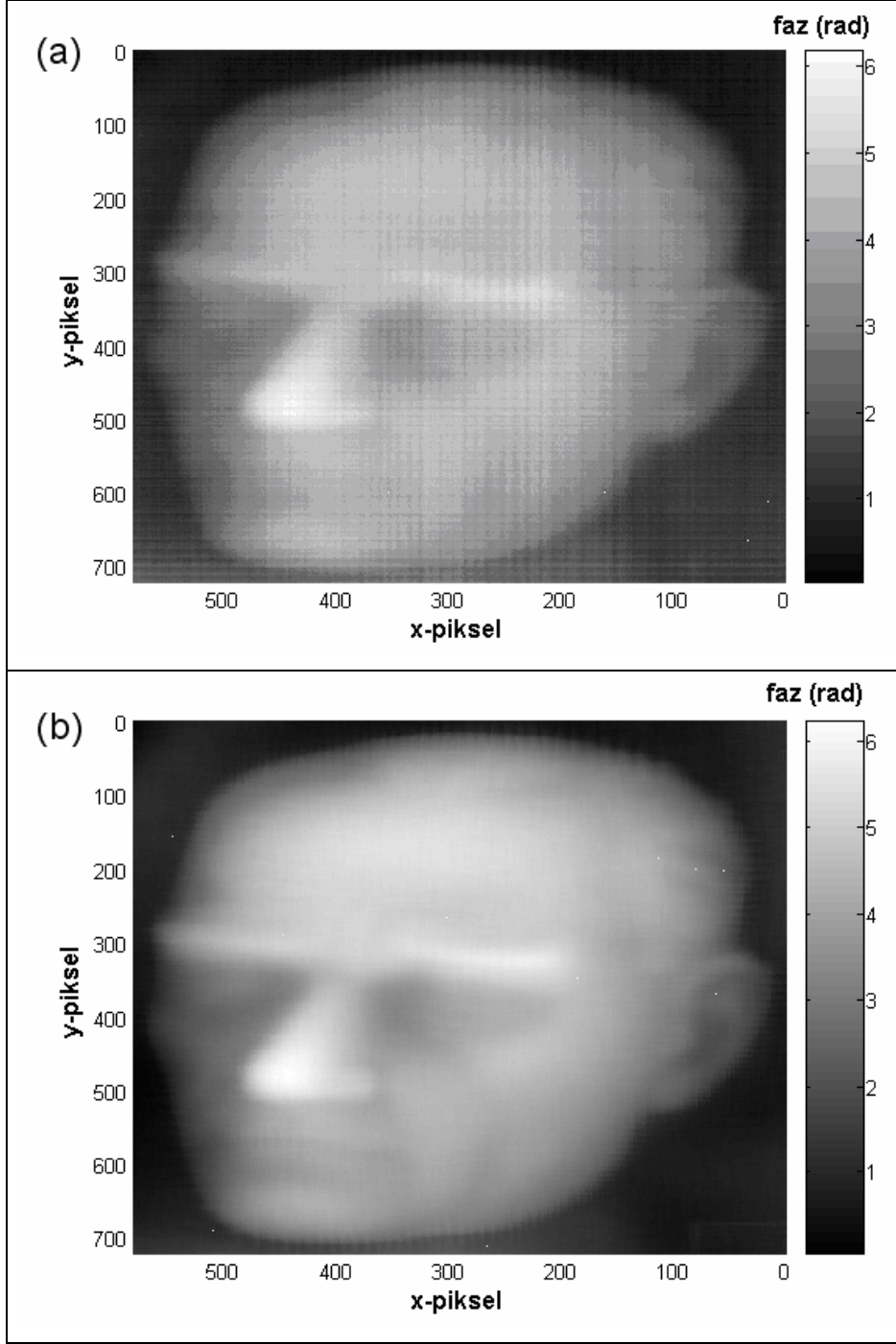
Benzer şekilde DOG ana dalgacığında  $m=2$  alınarak bütün hesaplamalar tekrarlanmıştır. Atatürk rölyefi için, Şekil 4.3.4.15 (a) ve (b)'de sırasıyla SDD faz-gradyan ve faz yöntemlerinden bulunan faz dağılımları; Şekil 4.3.4.16 (a), (b) ve (c)'de ise üç boyutlu profilleri ve  $y=300$ . satır için yükseklik karşılaştırması verilmektedir. Şekil 4.3.4.17 (a) ve (b), balık rölyefi için bulunan faz dağılımlarını; Şekil 4.3.4.18 (a), (b) ve (c), üç boyutlu profilleri ve  $y=250$ . satır için yükseklik karşılaştırması göstermektedir. Şekil 4.3.4.19 (a) ve (b)'de çukur tabak faz dağılımları; Şekil 4.3.4.20 (a), (b) ve (c)'de üç boyutlu profilleri ve  $y=200$ . satır için yükseklik karşılaştırması çizilmiştir.



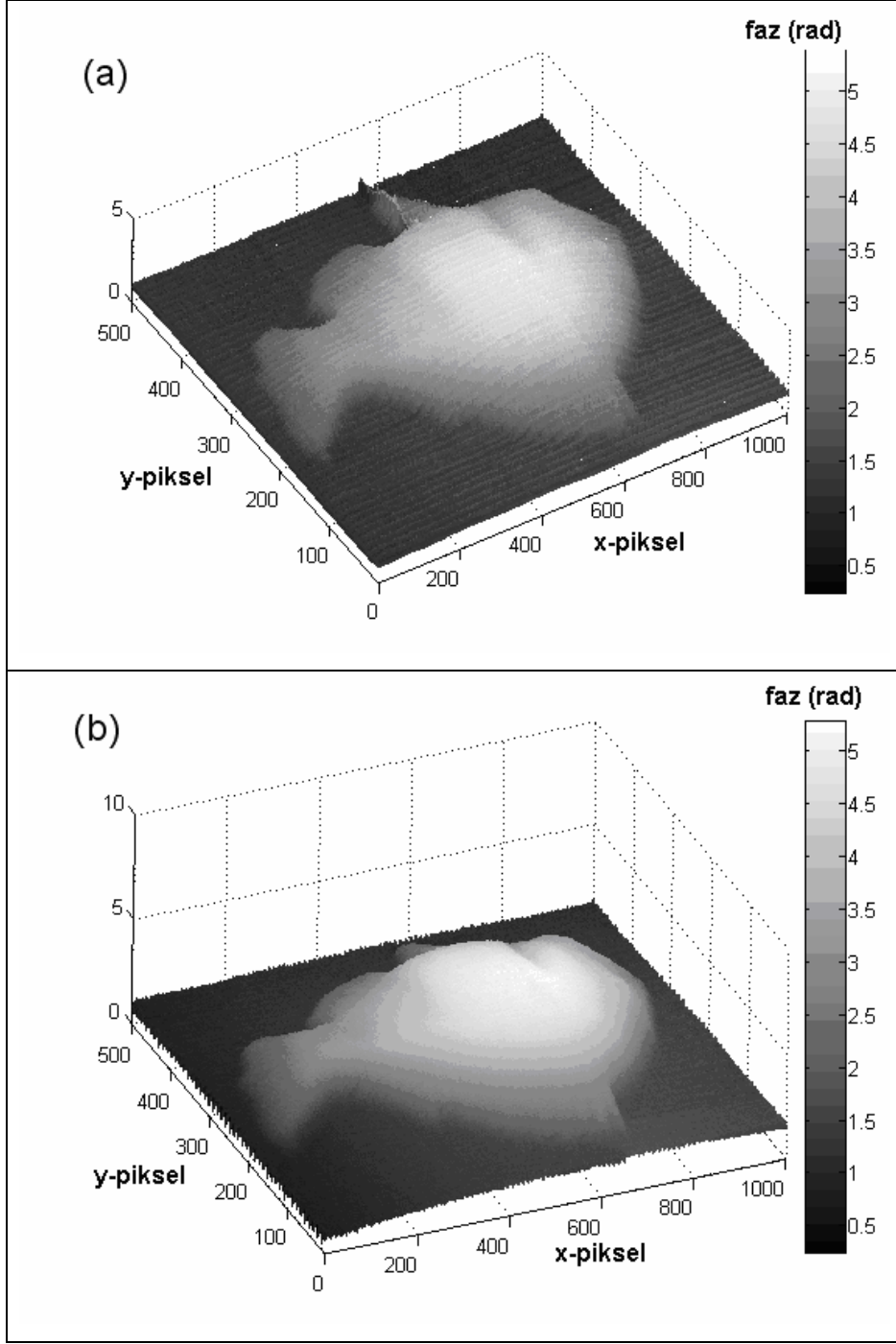
Şekil 4.3.4.1. (a) Atatürk rölyefi görüntüsünün 300. satırını gösteren ham sinyal ( $y=300$ ); (b) ham sinyalin ( $x=300$ ) SDD ile elde edilen dönüşüm grafiği.



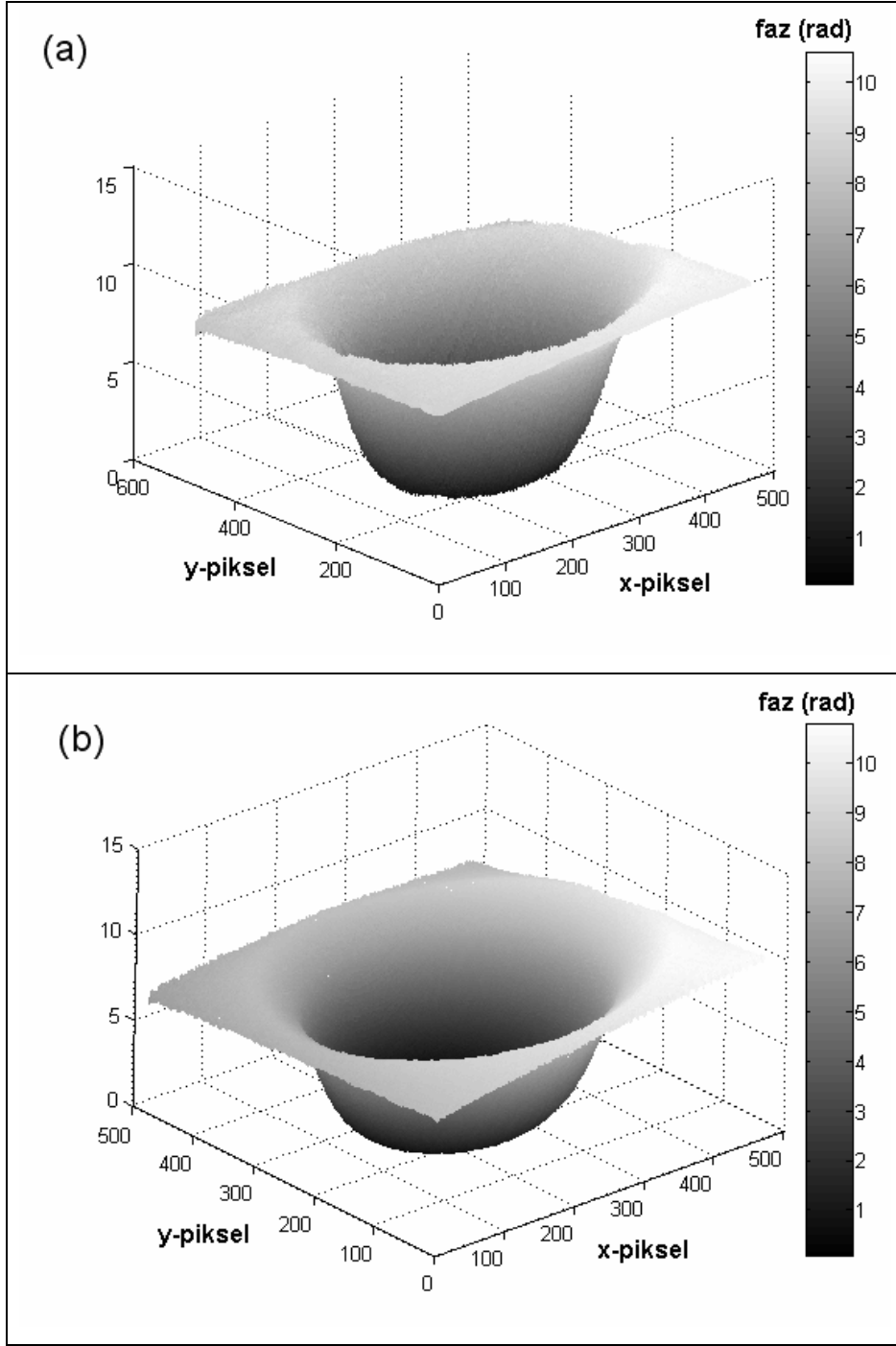
Şekil 4.3.4.2. Atatürk rölyefi görüntüsünün Morlet ( $c=6$ ) ana dalgacığı ile SDD faz-gradyan yönteminden bulunan (a) x yönündeki faz bileşeni; (b) y yönündeki faz bileşeni.



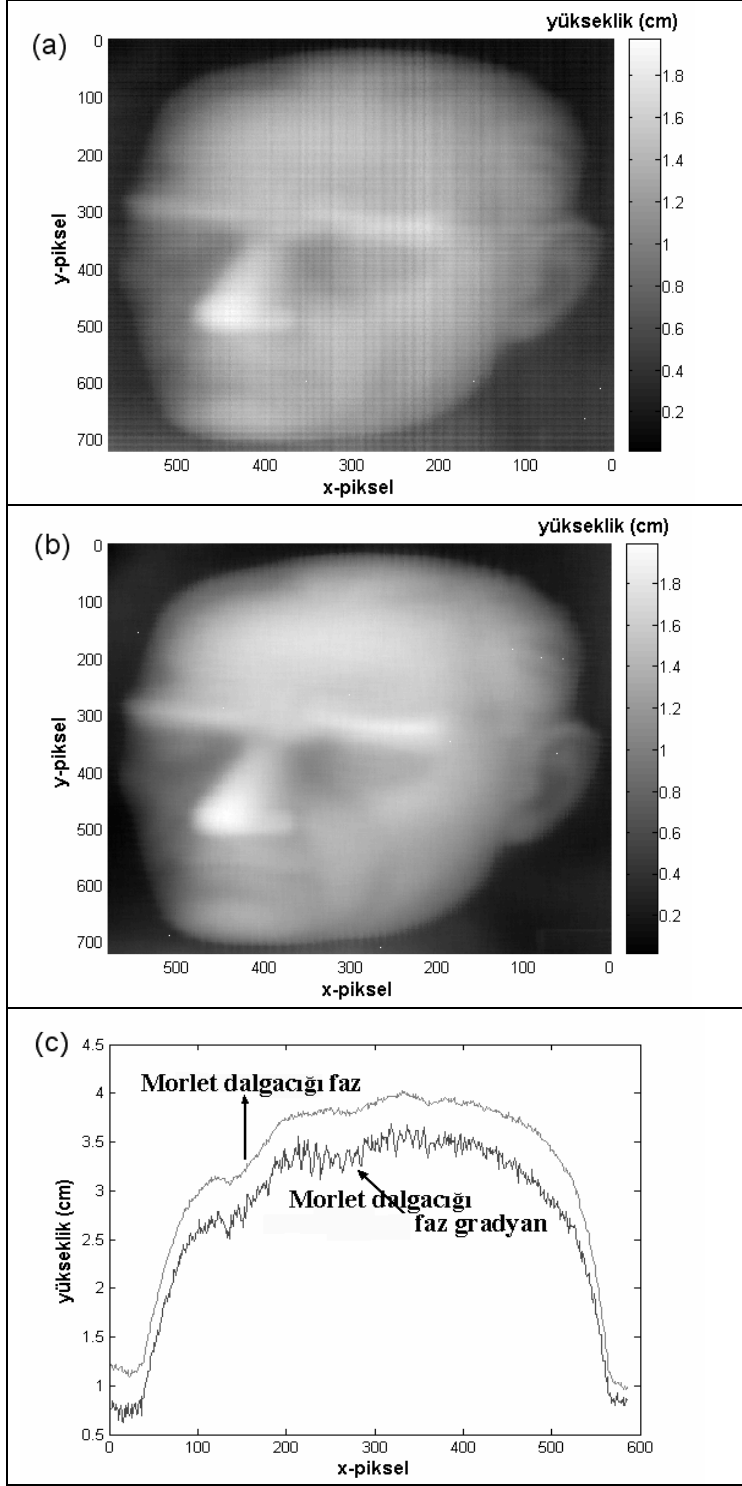
Şekil 4.3.4.3. Atatürk rölyefi görüntüsünün Morlet ( $c=6$ ) ana dalgacığı ile SDD (a) faz-gradyan yönteminden bulunan toplam faz dağılımı; (b) faz yönteminden bulunan toplam faz dağılımı.



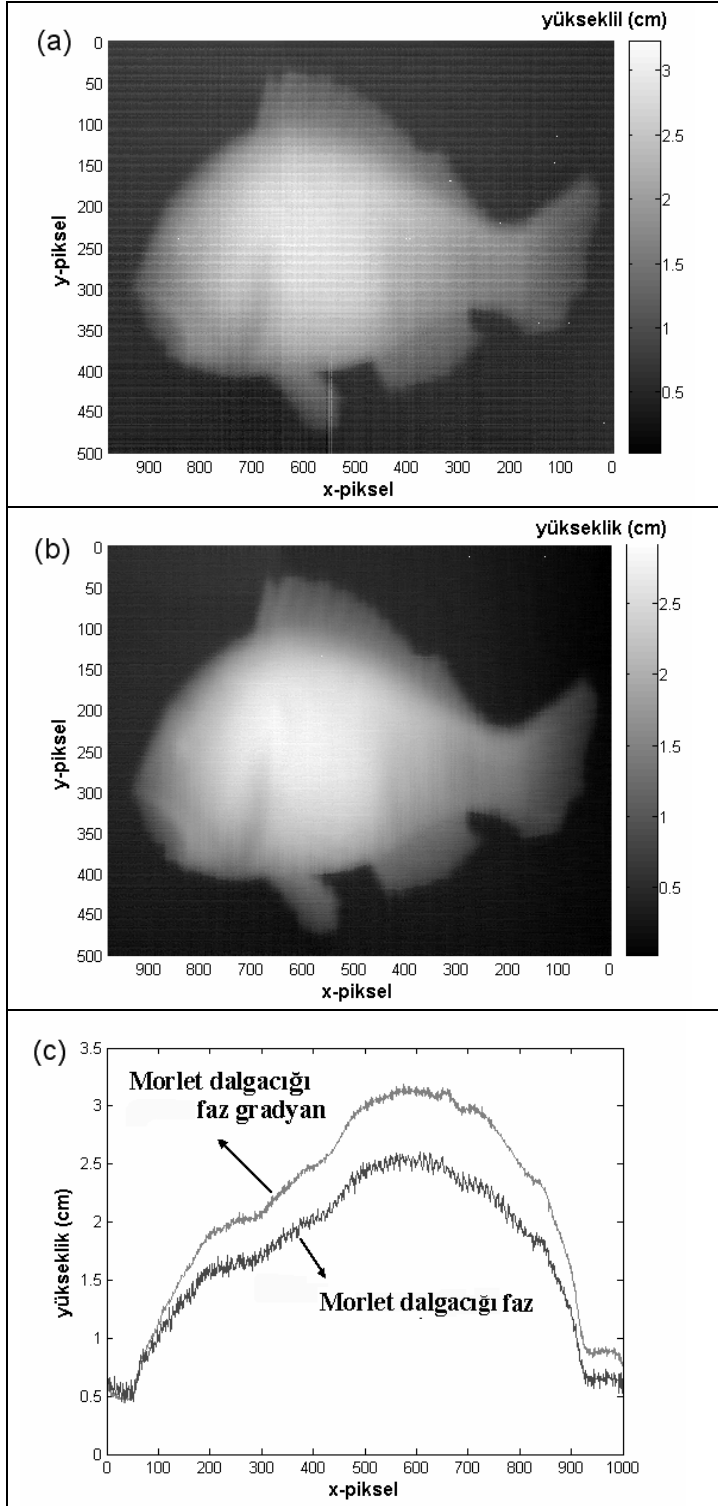
Şekil 4.3.4.4. Balık rölyefi görüntüsünün Morlet ( $c=6$ ) ana dalgacığı ile SDD (a) faz-gradyan yönteminden bulunan toplam faz dağılımı; (b) faz yönteminden bulunan toplam faz dağılımı.



Şekil 4.3.4.5. Çukur tabak görüntüsünün Morlet ( $c=6$ ) ana dalgacıyla SDD (a) faz-gradyan yönteminden bulunan toplam faz dağılımı; (b) faz yönteminden bulunan toplam faz dağılımı.

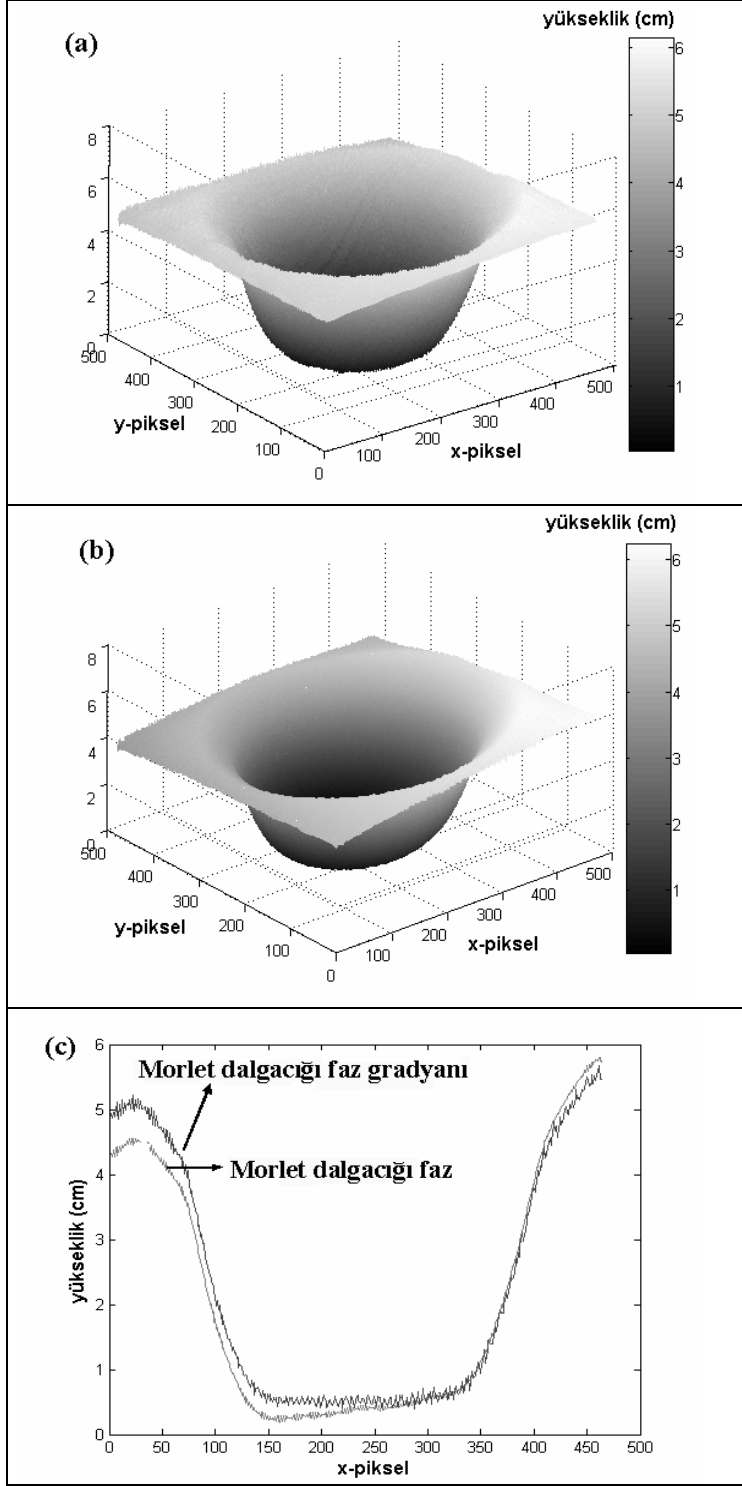


Şekil 4.3.4.6. Atatürk rölyefi görüntüsünün Morlet ( $c=6$ ) ana dalgacığı ile SDD (a) faz-gradyan yönteminden bulunan üç boyutlu profili; (b) faz yönteminden bulunan üç boyutlu profili; (c)  $y=300$ . satır için yükseklik karşılaştırması.

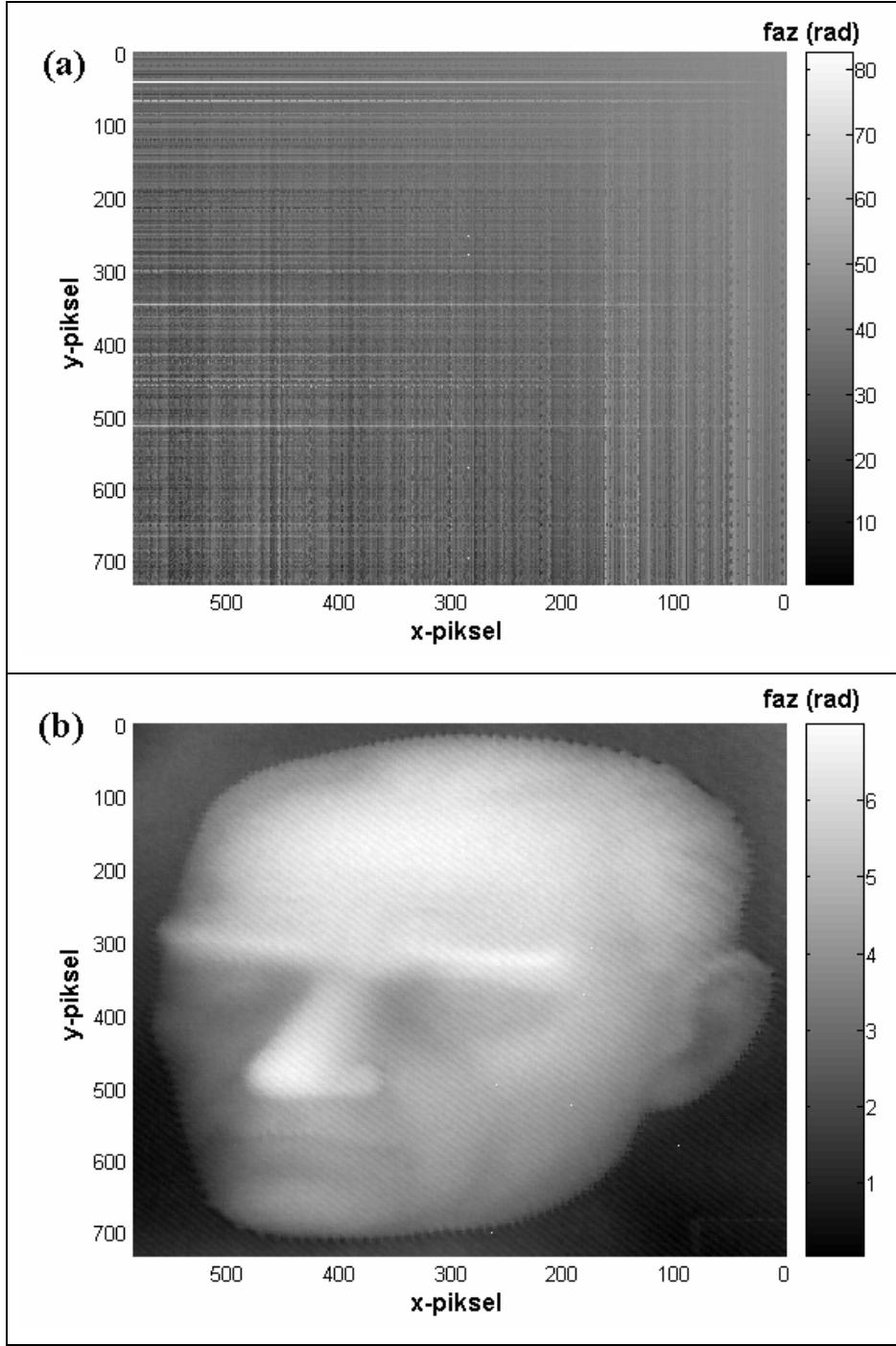


Şekil 4.3.4.7. Balık rölyefi görüntüsünün Morlet ( $c=6$ ) ana dalgacığı ile SDD (a) faz-gradyan yönteminden bulunan üç boyutlu profili; (b) faz yönteminden bulunan üç boyutlu profili; (c)  $y=250$ . satır için yükseklik karşılaştırması.

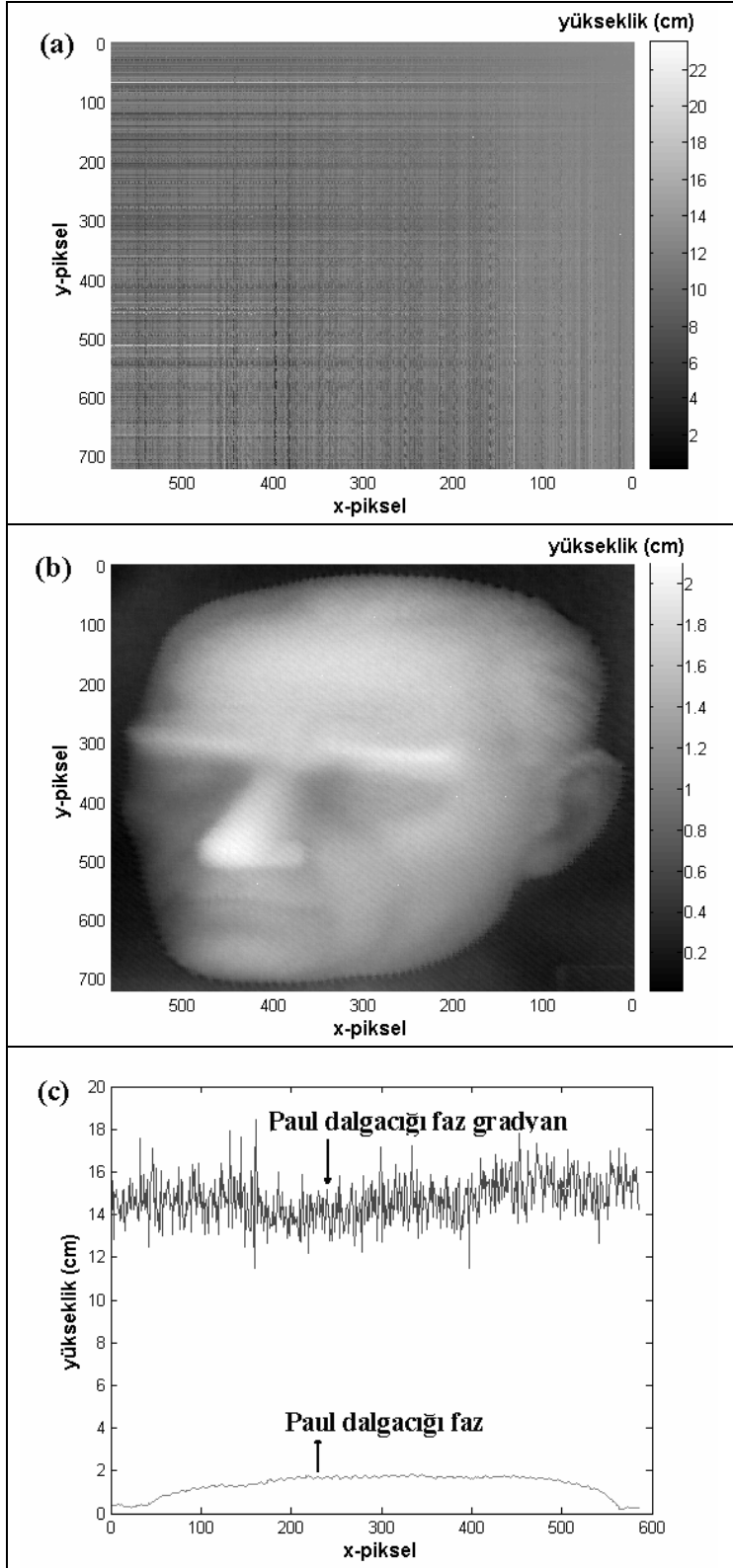




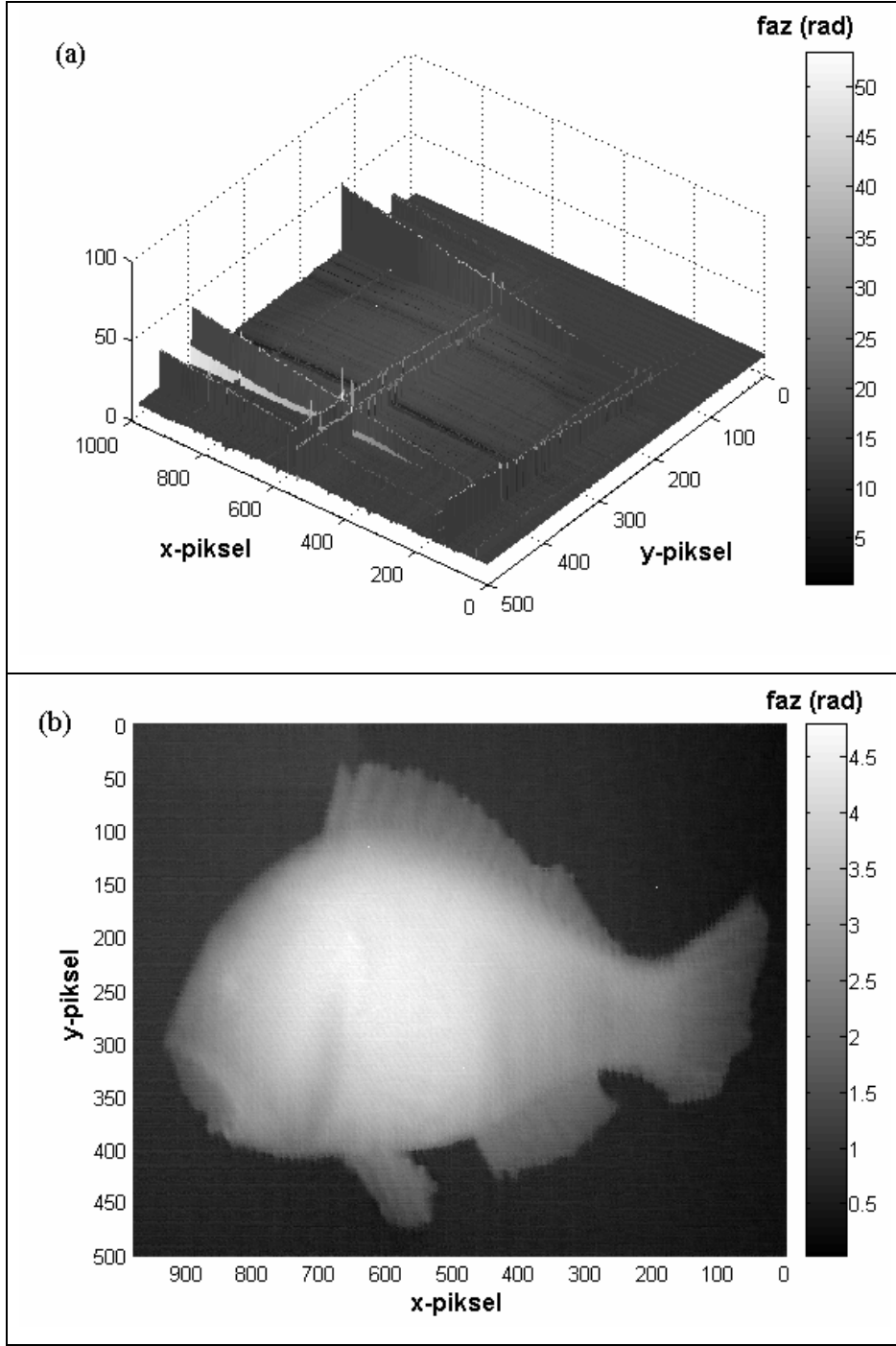
Şekil 4.3.4.8. Çukur tabak görüntüsünün Morlet ( $c=6$ ) ana dalgacığı ile SDD (a) faz-gradyan yönteminden bulunan üç boyutlu profili; (b) faz yönteminden bulunan üç boyutlu profili; (c)  $y=200$ . satır için yükseklik karşılaştırması.



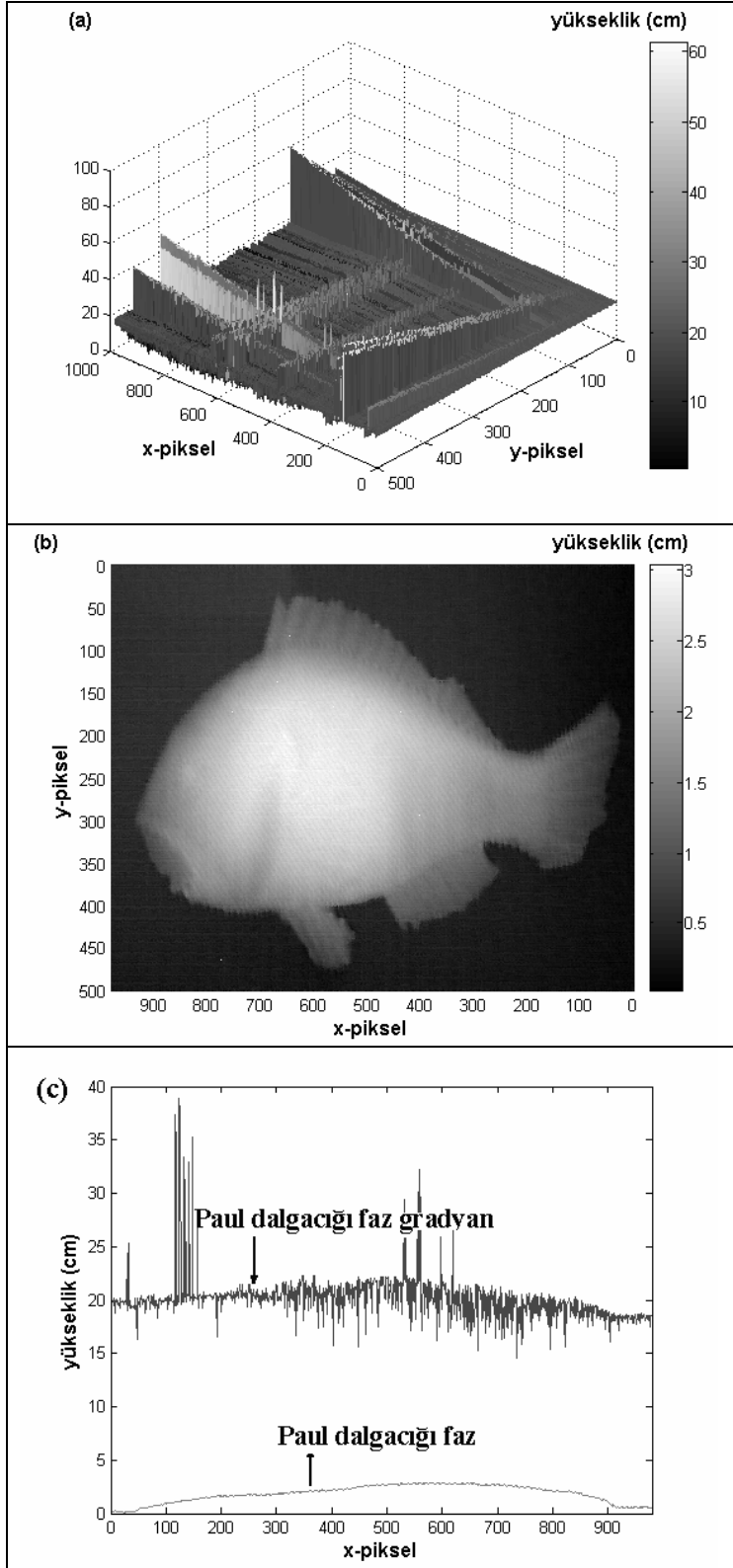
Şekil 4.3.4.9. Atatürk rölyefi görüntüsünün Paul ( $n=4$ ) ana dalgacığı ile SDD (a) faz-gradyan yönteminden; (b) faz yönteminden bulunan faz dağılımları.



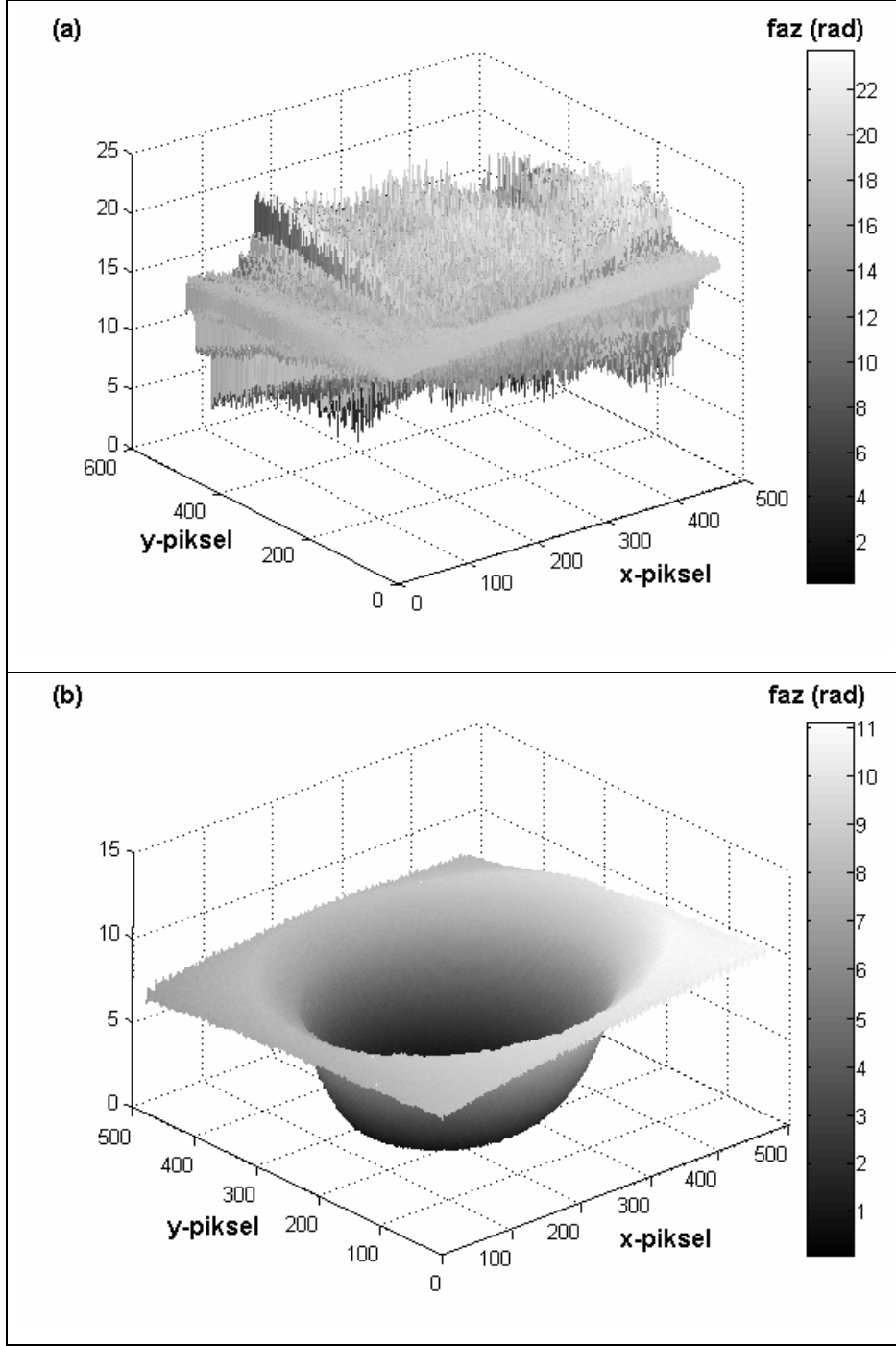
Şekil 4.3.4.10. Atatürk rölyefi görüntüsünün Paul ( $n=4$ ) ana dalgacığı ile SDD (a) faz-gradyan yönteminden; (b) faz yönteminden bulunan üç boyutlu profili; (c)  $y=300$ . satır için yükseklik karşılaştırması.



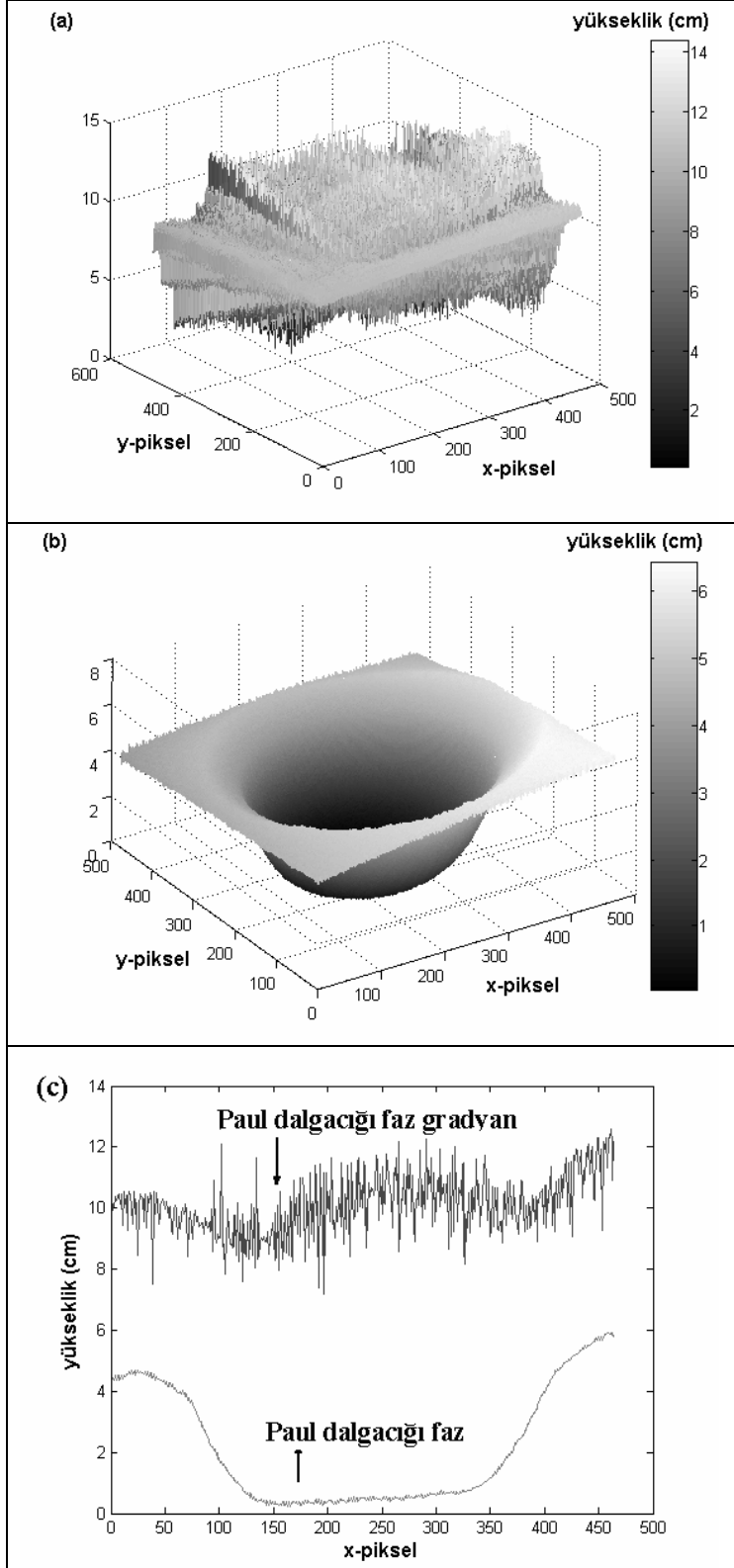
Şekil 4.3.4.11. Balık rölyefi görüntüsünün Paul ( $n=4$ ) ana dalgacığı ile SDD (a) faz-gradyan yönteminden; (b) faz yönteminden bulunan faz dağılımları.



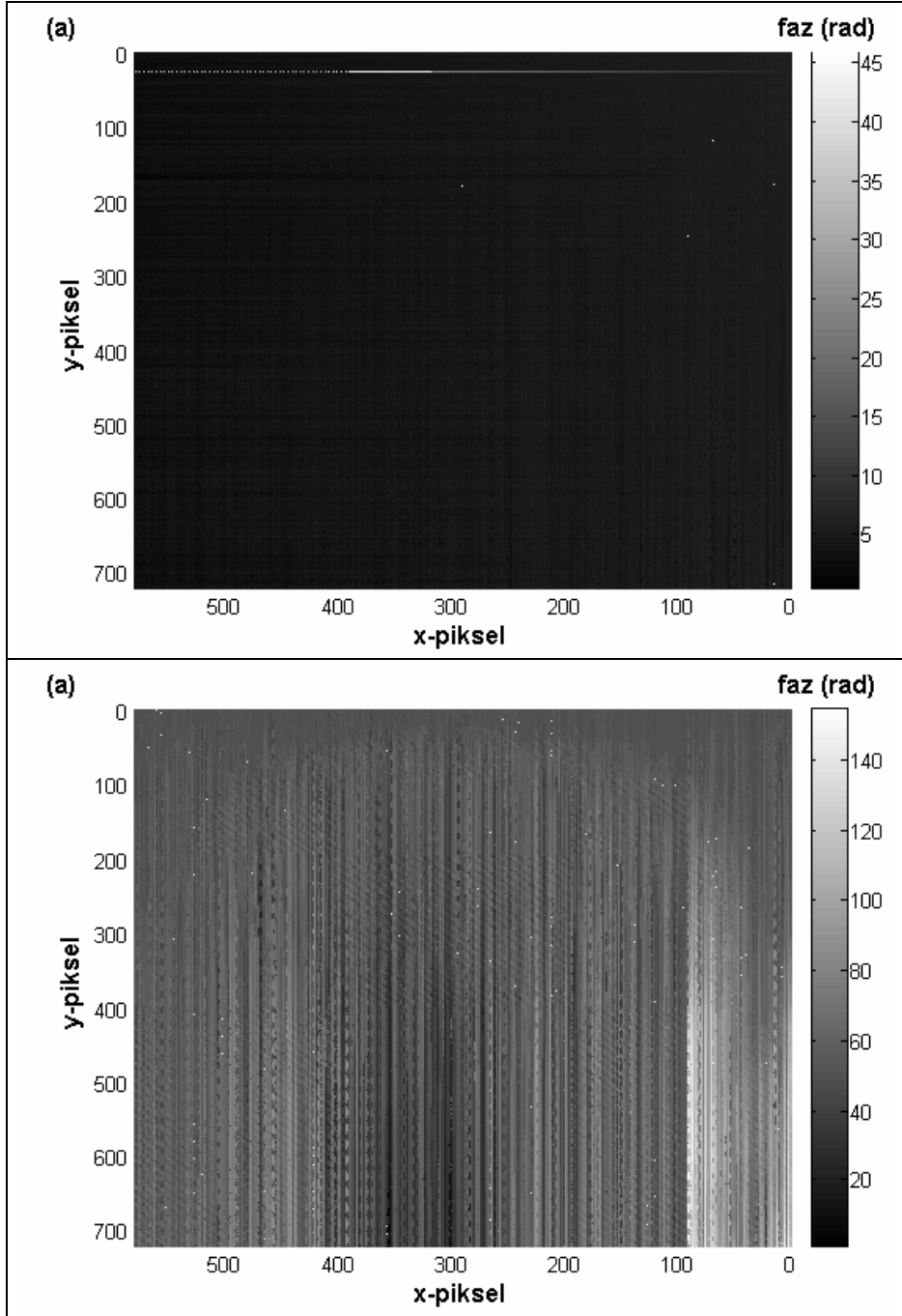
Şekil 4.3.4.12. Balık rölyefi görüntüsünün Paul ( $n=4$ ) ana dalgacığı ile SDD (a) faz-gradyan yönteminden; (b) faz yönteminden bulunan üç boyutlu profili; (c)  $y=250$ . satır için yükseklik karşılaştırması.



Şekil 4.3.4.13. Çukur tabak görüntüsünün Paul ( $n=4$ ) ana dalgacığı ile SDD (a) faz-gradyan yönteminden; (b) faz yönteminden bulunan faz dağılımları.

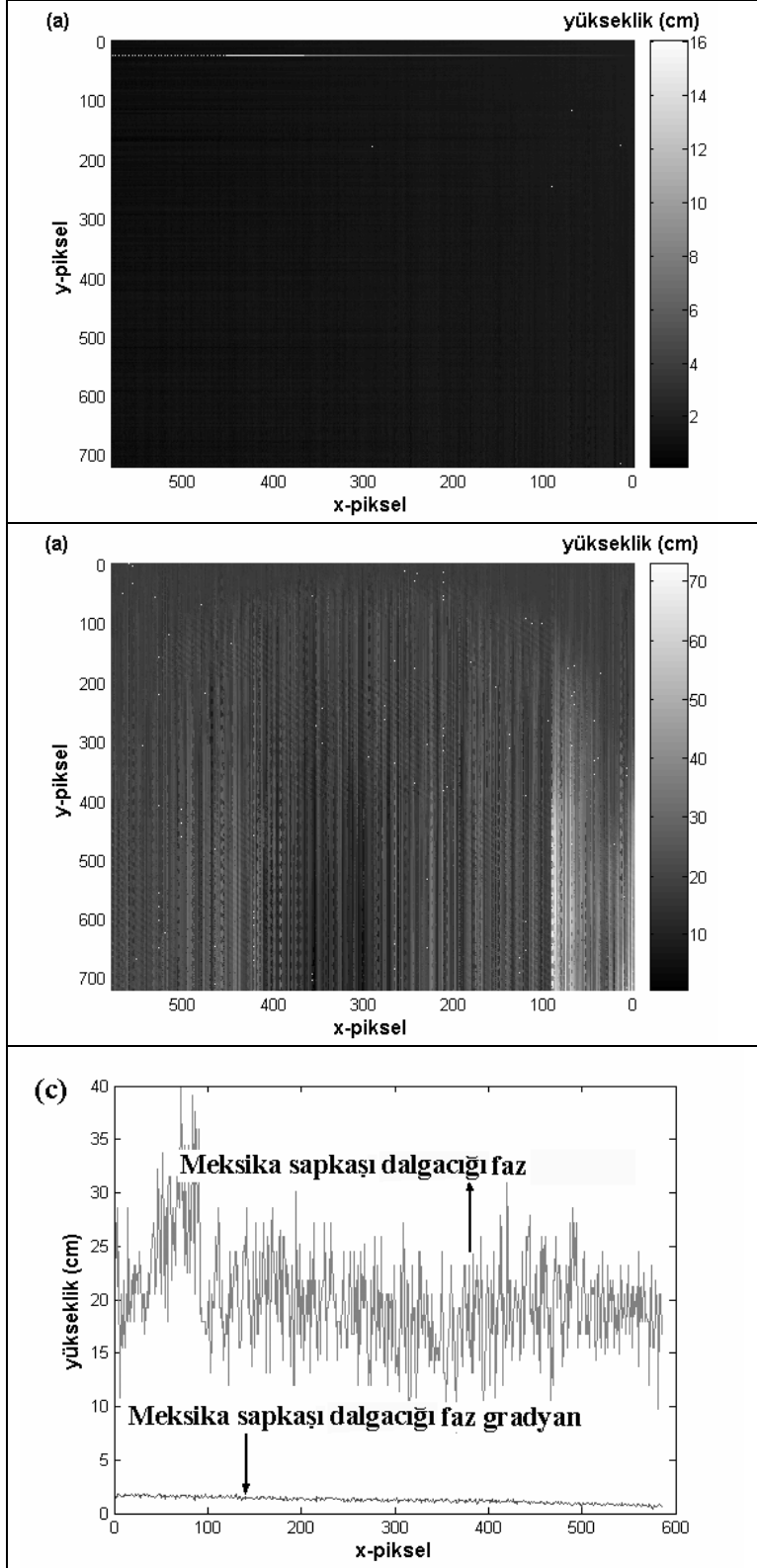


Şekil 4.3.4.14. Çukur tabak görüntüsünün Paul ( $n=4$ ) ana dalgacığı ile SDD (a) faz-gradyan yönteminden; (b) faz yönteminden bulunan üç boyutlu profili; (c)  $y=200$ . satır için yükseklik karşılaştırması.

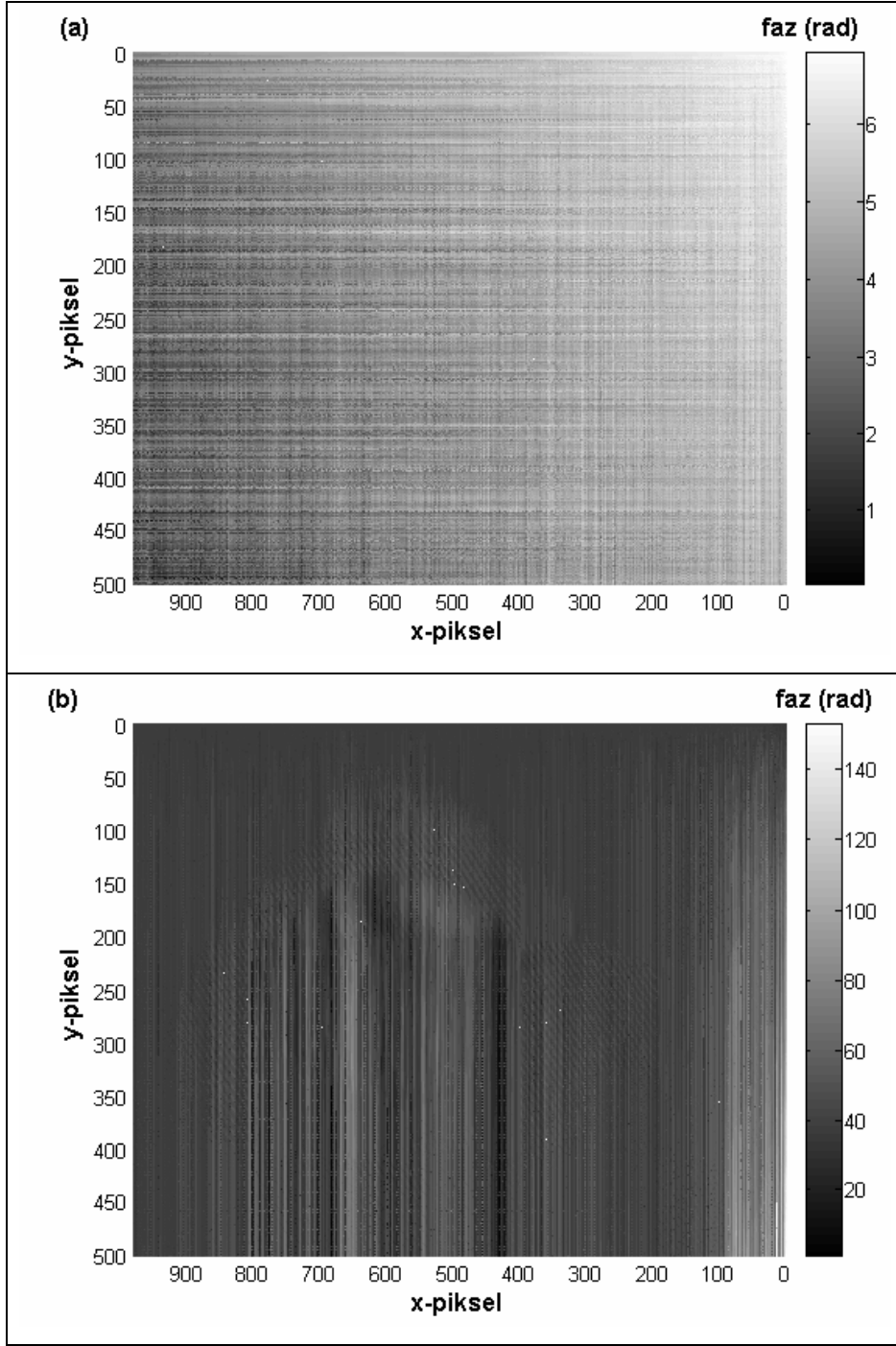


Şekil 4.3.4.15. Atatürk rölyefi görüntüsünün DOG ( $m=2$ ) ana dalgacığı ile SDD (a) faz-gradyan yönteminden; (b) faz yönteminden bulunan faz dağılımları.

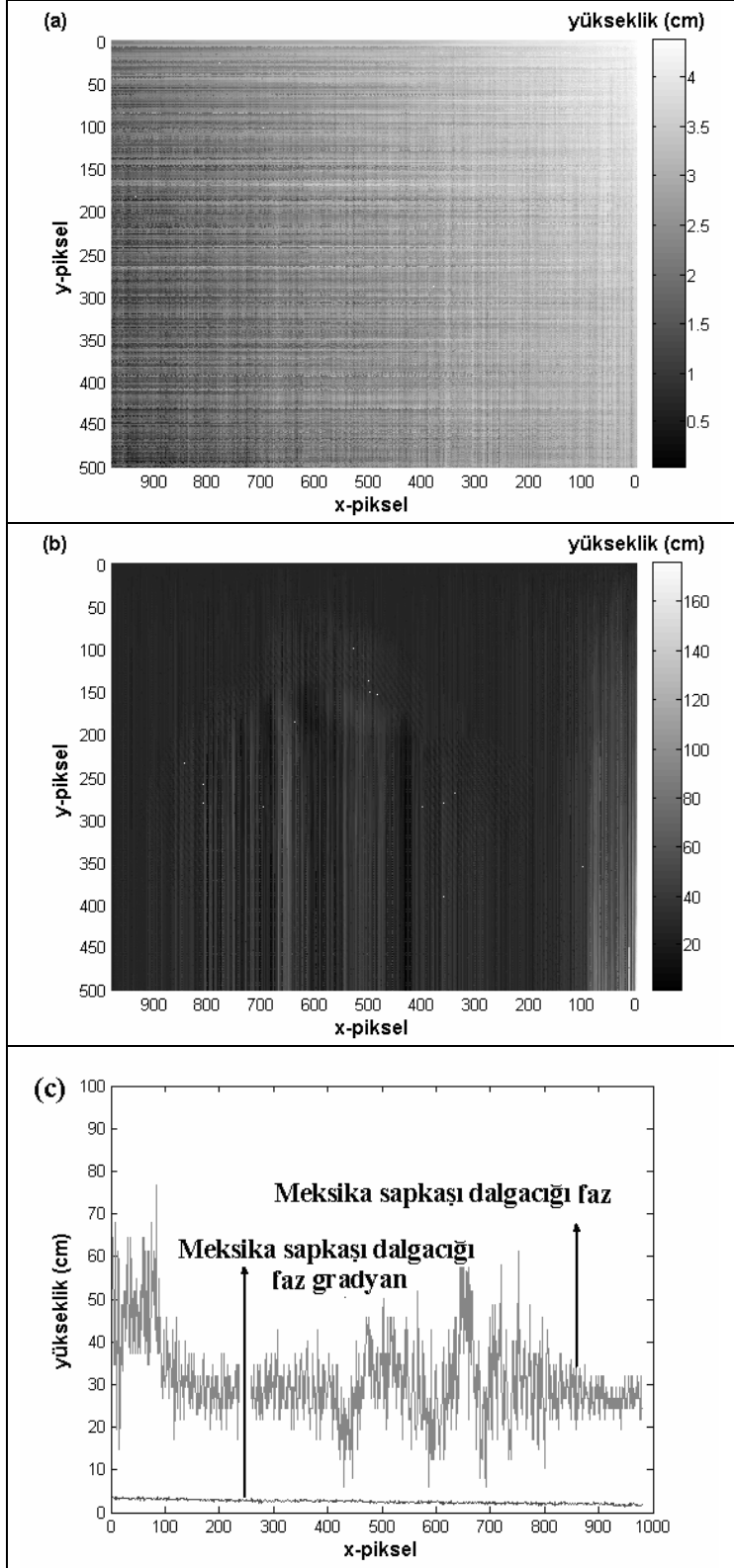




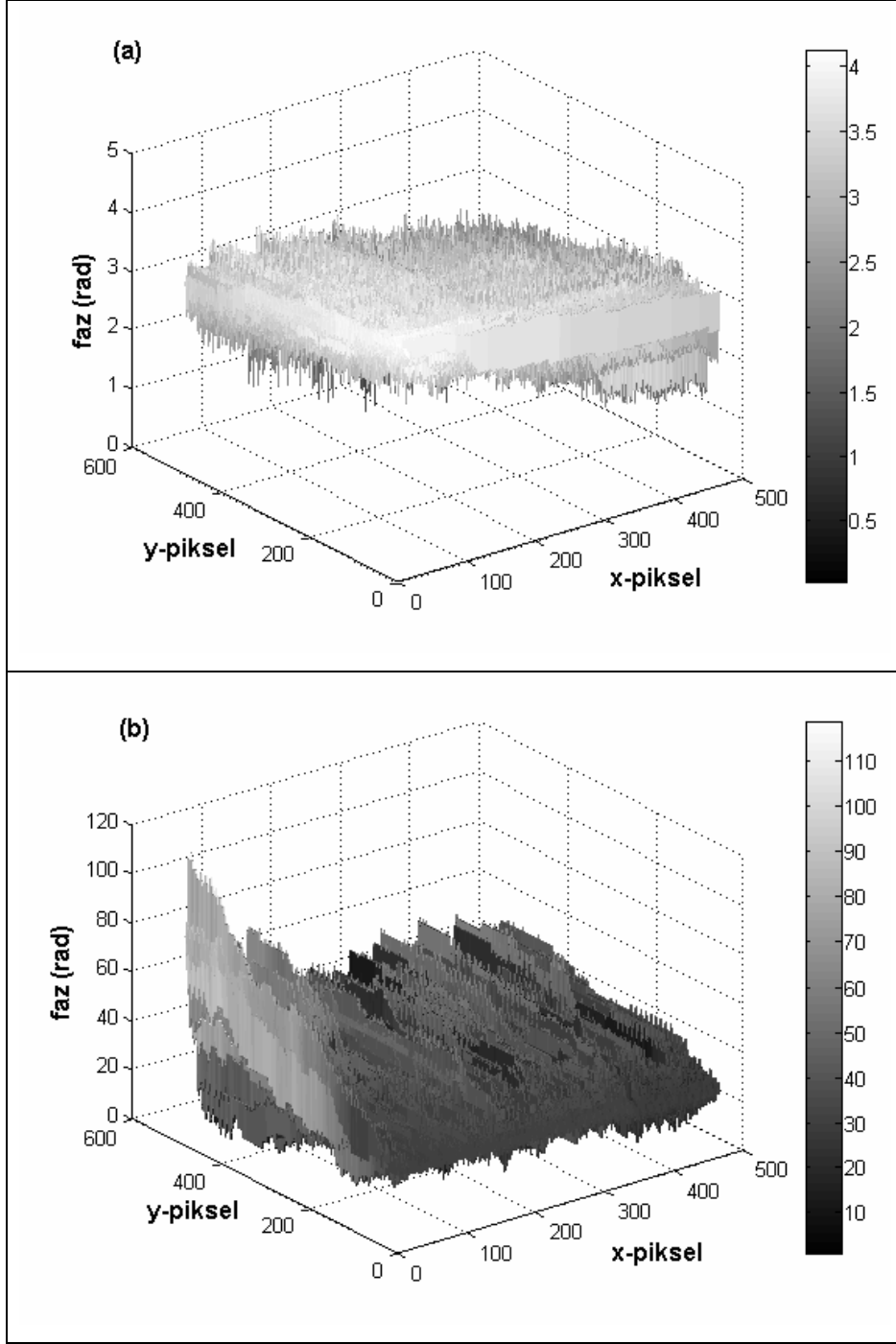
Şekil 4.3.4.16. Atatürk rölyefi görüntüsünün DOG ( $m=2$ ) ana dalgacığı ile (a) faz-gradyan yönteminden; (b) faz yönteminden bulunan üç boyutlu profili; (c)  $y=300$ . satır için yükseklik karşılaştırması.



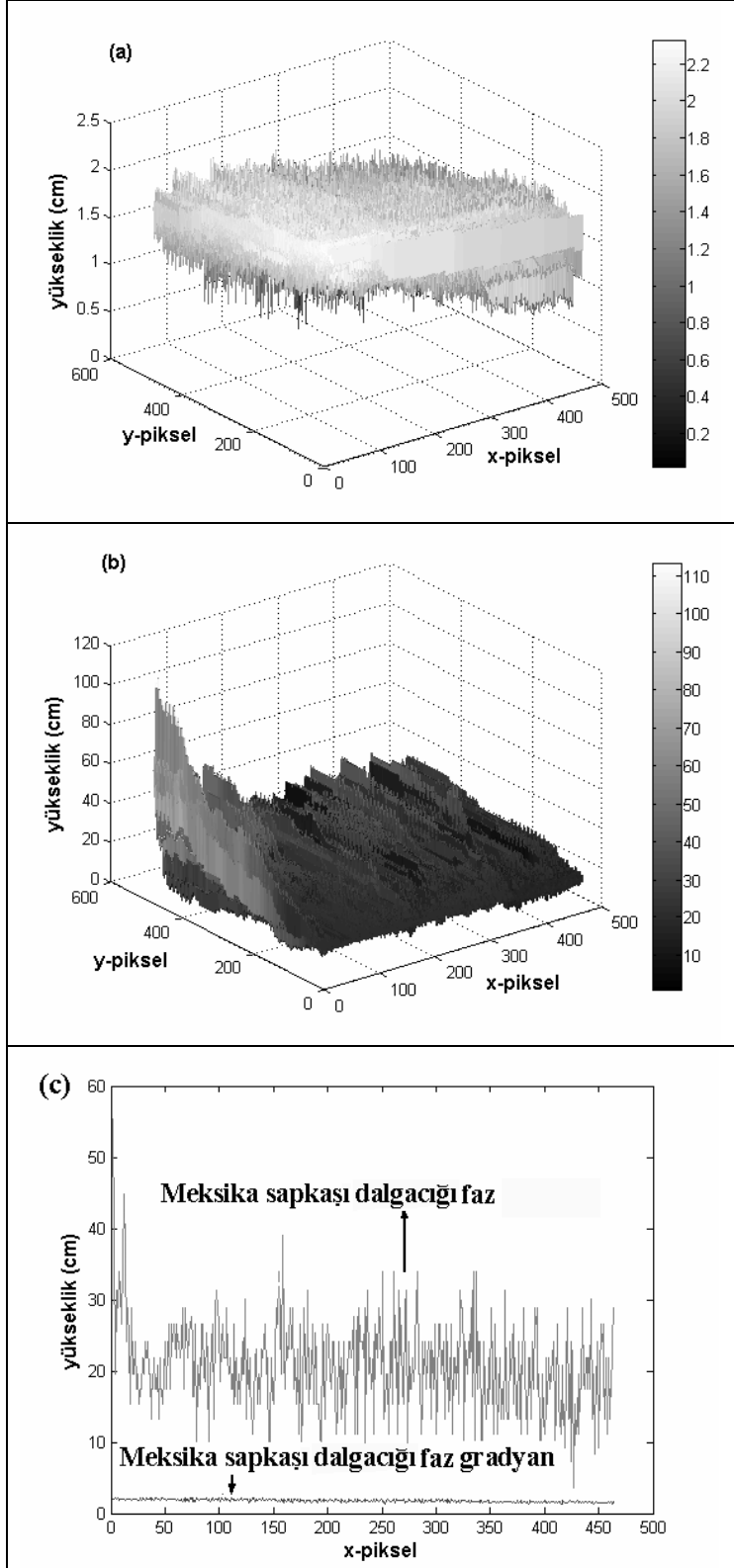
Şekil 4.3.4.17. Balık rölyefi görüntüsünün DOG ( $m=2$ ) ana dalgacığı ile SDD (a) faz-gradyan yönteminden; (b) faz yönteminden bulunan faz dağılımları.



Şekil 4.3.4.18. Balık rölyefi görüntüsünün DOG ( $m=2$ ) ana dalgacığı ile (a) faz-gradyan yönteminden; (b) faz yönteminden bulunan üç boyutlu profili; (c)  $y=250$ . satır için yükseklik karşılaştırması.



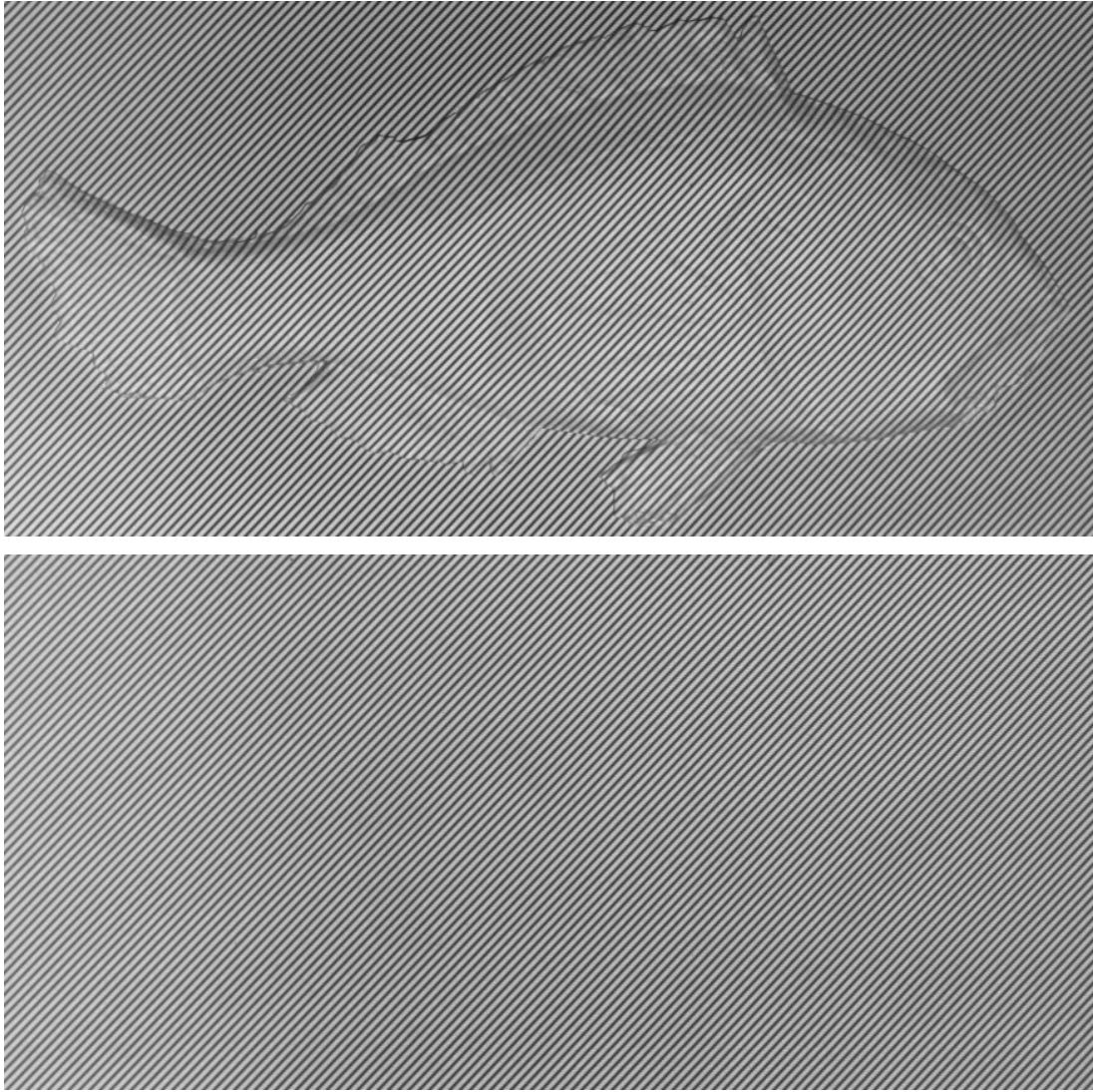
Şekil 4.3.4.19. Çukur tabak görüntüsünün DOG ( $m=2$ ) ana dalgacığı ile SDD (a) faz-gradyan yönteminden; (b) faz yönteminden bulunan faz dağılımları.



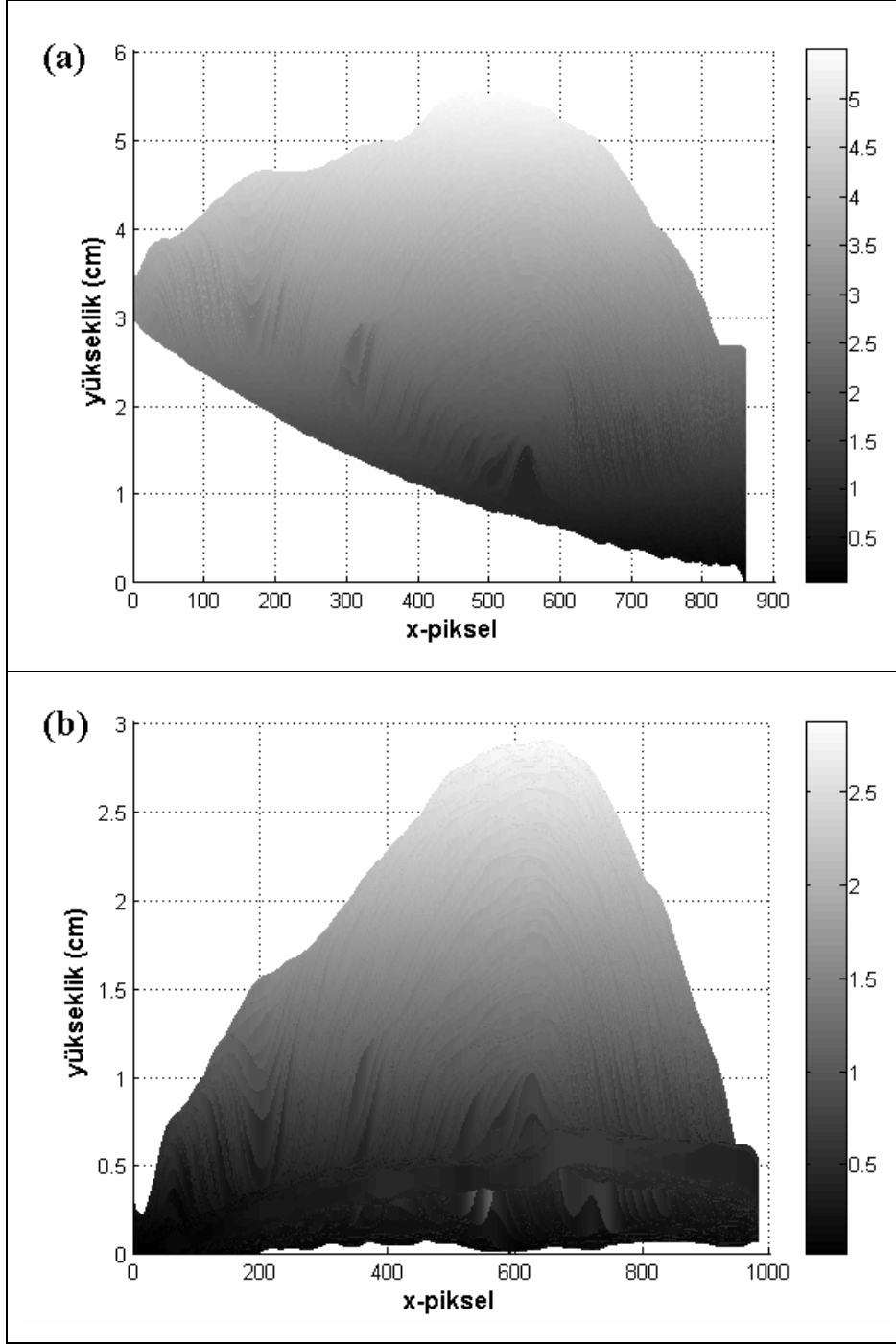
Şekil 4.3.4.20. Çukur tabak görüntüsünün DOG ( $m=2$ ) ana dalgacığı ile (a) faz-gradyan yönteminden; (b) faz yönteminden bulunan üç boyutlu profili; (c)  $y=200$ . satır için yükseklik karşılaştırması.



Yukarıdaki şekilden görülebileceği gibi projeksiyon ile kamera birbirlerine paralel olarak kullanılmışlardır ( $\beta = 90^\circ$ ).  $\beta$  açısı, çapraz optik eksenli geometride daha küçüktür ve geometriden de anlaşılacağı üzere L ve d uzaklıklarına bağlı olarak değişmektedir. Şekil 5.1.2’de paralel optik eksenli geometri kullanılarak alınan görüntü verilmiştir. Her iki geometri ile elde edilen görüntüler Fourier dönüşümü ile işlenmiş ve üç boyutlu profillerinin yandan görünüşleri Şekil 5.1.3’de çizilmiştir.



Şekil 5.1.2. Balık rölyefi üzerine x ve y yönlerinde iki taşıyıcı frekansla ( $f_0=0,3$ ) oluşturulmuş ızgara deseninin yansıtılmasıyla elde edilen görüntü ve referansı.



Şekil 5.1.3. (a) Paralel optik eksenli geometri ile elde edilen balık rölyefi görüntüsünün Fourier dönüşümünden hesaplanan üç boyutlu profili; (b) Çapraz optik eksenli geometri ile elde edilen balık rölyefi görüntüsünün Fourier dönüşümünden hesaplanan üç boyutlu profili.



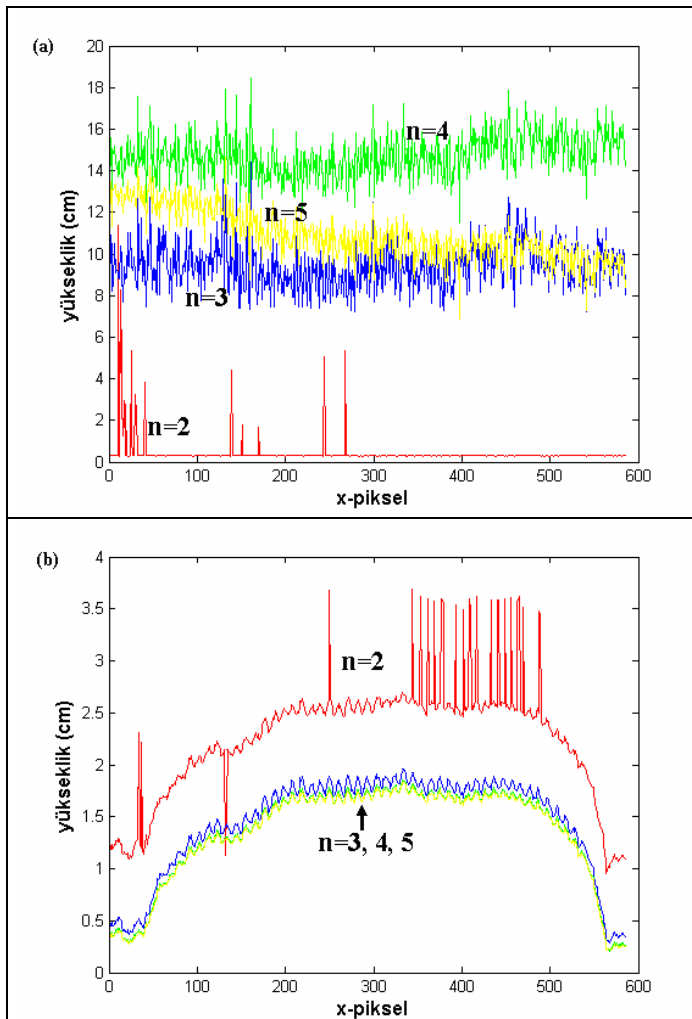
Bu şekillerden de anlaşılacağı üzere, çözümlerden elde edilen profillerin eğimleri farklıdır. Bu farkın,  $\beta$  açısına bağlı olduğunu söylemek mümkündür.  $\beta$  açısı büyüdükçe eğim artmaktadır, ancak açı çok küçük olduğunda da  $d$  uzaklığı artacağından Bölüm 3.1.4’de açıklanan ölçülebilir en büyük yükseklik koşulu sağlanamaz, dolayısıyla çözüm doğru sonuç vermez. Başka bir deyişle  $\beta$  açısının kullanılan numunenin büyüklüğüne,  $L$  ve  $d$  uzaklıklarına bağlı olarak optimize edilmesi gerekir. Şekil 5.1.3 (b)’den görülebileceği gibi uygun açı ayarlanmıştır ve çözüm herhangi bir eğim olmadan elde edilebilmiştir.  $L = 220\text{cm}$  ve  $d = 15,7\text{cm}$  olarak ölçüldüğüne göre  $\beta = 85,9^\circ$  olarak hesaplanabilir.

## 5.2 İntegral Dönüşümler ile Hesaplanan Profillerin Karşılaştırılması

Bu bölümde Fourier, SDD ve S-dönüşümleri ile hesaplanan profiller karşılaştırılmıştır. Fourier dönüşümünde, sadece faz düzeltme işlemi ile faz hesaplanabilirken, diğer iki dönüşümle aynı zamanda faz-gradyan yöntemi ile de faz bulunması mümkündür.

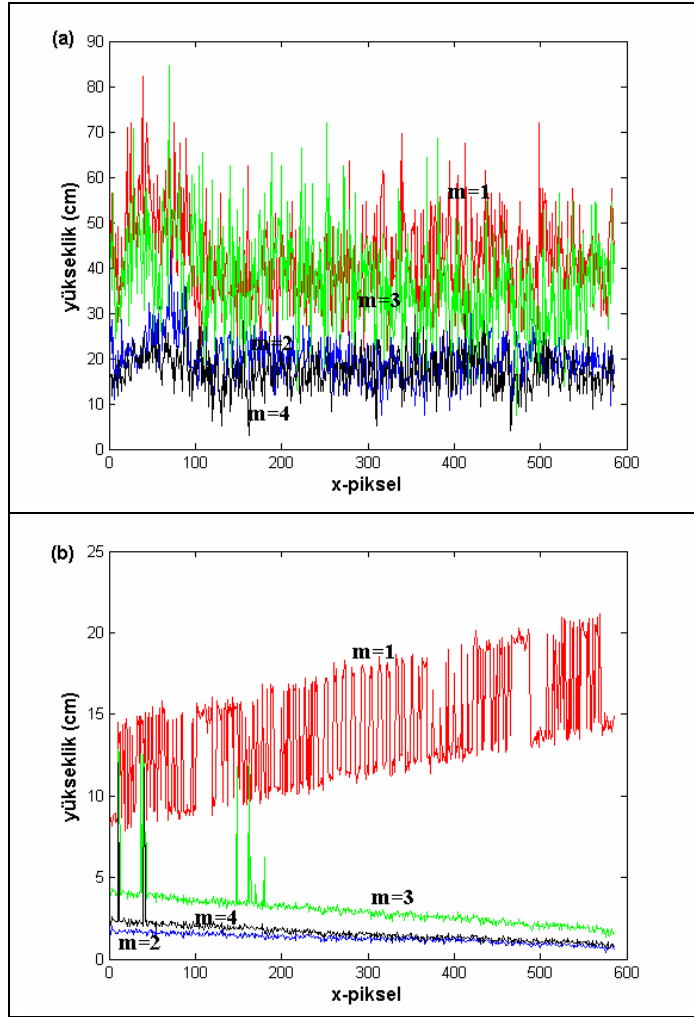
SDD ve S-dönüşümü öncelikle, çevresel şartların etkilerinden kurtulmak amacıyla test fonksiyonlarıyla denenmiştir. Seçilen test faz fonksiyonunun ızgara deseni altındaki görüntüsü bilgisayar ortamında oluşturulmuştur. Bu görüntüye SDD ve S-dönüşümü algoritmaları uygulanarak, üç boyutlu test fonksiyonu yeniden elde edilmiştir (bkz. Bölüm 4.2.1 ve 4.2.2). S-dönüşümü ve Morlet ana dalgacığı ile SDD’den elde edilen sonuçlar gösteriyor ki, tamamıyla ideal ortamda yapılan bu benzeşim çalışmasında, başlangıçtaki faz fonksiyonu hatasız bir şekilde elde edilebilmektedir. Paul dalgacığı faz yönteminde doğru faz elde edilmiştir fakat faz-gradyan yönteminde hatalar ortaya çıkmaktadır. SDD’de DOG dalgacığı algoritması ile yapılan benzeşimde de, yine Paul dalgacığında olduğu gibi, faz-gradyan yönteminden yeniden oluşturulan faz fonksiyonu yüksek hataya sahiptir. Bunun yanında, faz yönteminde de DOG dalgacığı kullanımı Şekil 4.2.2.6 (b)’den görülebileceği gibi sonuç vermemektedir.

SDD ile cismin yüksekliğinin hesaplanması tekniğinde Paul ana dalgacı kullanılırken farklı  $n$  değerleri seçmek mümkündür.  $n=2, 3$  ve  $5$  alınarak Paul ana dalgacı ile Atatürk rölyefinin profili tekrar hesaplanmış ve karşılaştırma amacıyla,  $y=300$  satırında elde edilen sonuçlar üst üste Şekil 5.2.1 (a) ve (b)'de çizilmiştir. Faz-gradyan tekniğiyle hesaplanan yükseklik bilgisi, Şekil 5.2.1 (a)'da verilen grafikten de görülebileceği gibi, gerçek yükseklikten oldukça farklıdır. Şekil 5.2.1 (b)'de ise,  $n=3, 4$  ve  $5$  durumunda faz yönteminden doğru profil elde edilmiş olmasına rağmen, yükseklik değeri  $n=2$  durumunda farklıdır.



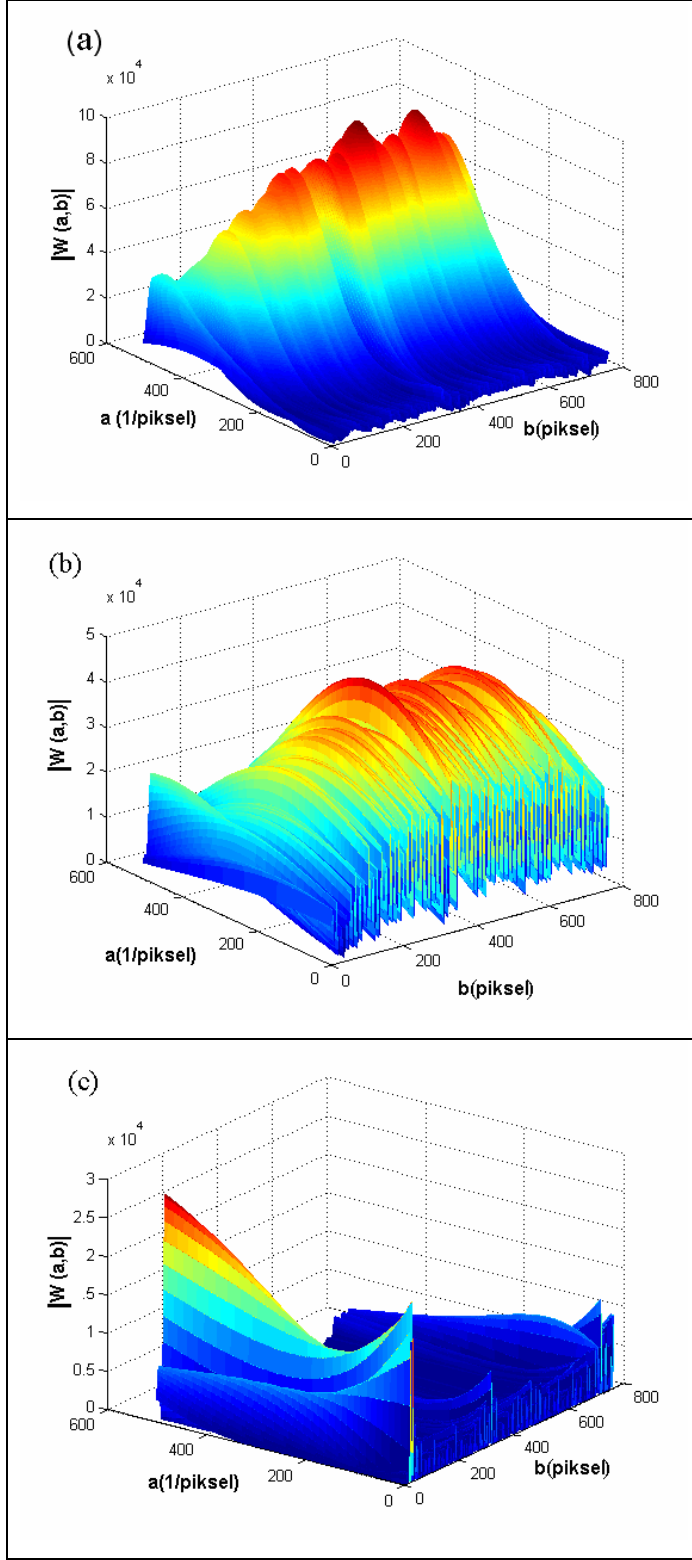
Şekil 5.2.1. Atatürk rölyefi görüntüsünün,  $y=300$  satırı için, Paul ana dalgacı  $n=2, 3, 4$  ve  $5$  ile SDD (a) faz-gradyan yönteminden (b) faz yönteminden bulunan yüksekliklerinin karşılaştırması.

Sürekli dalgacık ile cismin yüksekliğinin hesaplanması tekniğinde DOG ana dalgacığında  $m=1, 3$  ve  $4$  alınarak, Atatürk rölyefinin profili tekrar hesaplanmış ve  $y=300$  satırında elde edilen sonuçlar üst üste Şekil 5.2.2 (a) ve (b)'de çizilmiştir. Faz-gradyan ve faz tekniğiyle hesaplanan yükseklik bilgisi, bu şekillerden de görülebileceği gibi, gerçek yükseklikten oldukça farklıdır.



Şekil 5.2.2. Atatürk rölyefi görüntüsünün,  $y=300$  satırı için, DOG ana dalgacığı  $m=1, 2, 3$  ve  $4$  ile SDD (a) faz-gradyan yönteminden (b) faz yönteminden bulunan yüksekliklerinin karşılaştırması.

Karşılaştırma amacıyla Şekil 5.2.3 (a), (b) ve (c)'de Atatürk rölyefi görüntüsünün 300. satırını gösteren ham sinyalin Morlet ( $c=6$ ), Paul ( $n=4$ ) ve DOG ana dalgacığı kullanılarak bulunan SDD dönüşüm grafikleri verilmektedir.

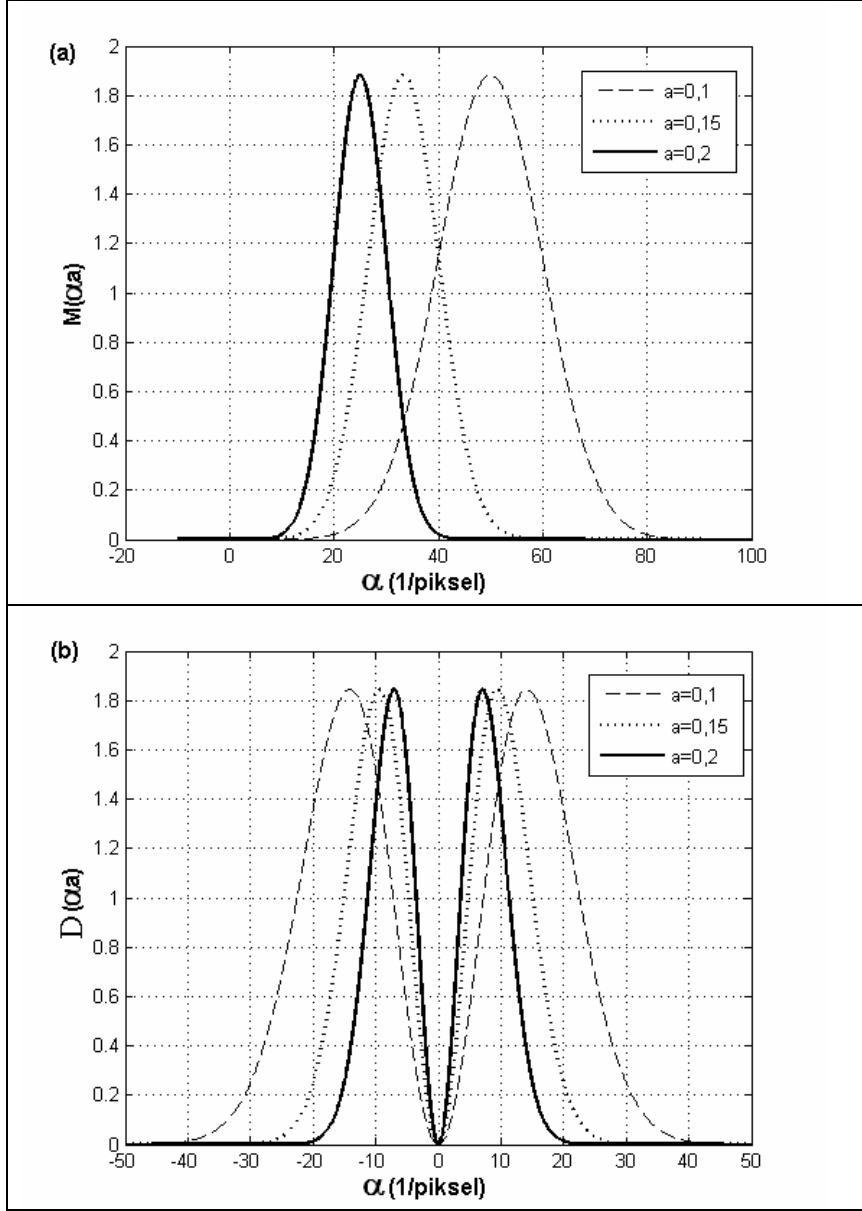


Şekil 5.2.3. Atatürk rölyefi görüntüsünün 300. satırını gösteren ( $x=300$ ) ham sinyalin (a) Morlet dalgacığı ( $c=6$ ); (b) Paul dalgacığı ( $n=4$ ); (c) DOG dalgacığı ( $m=2$ ) SDD ile elde edilen dönüşüm grafiği.

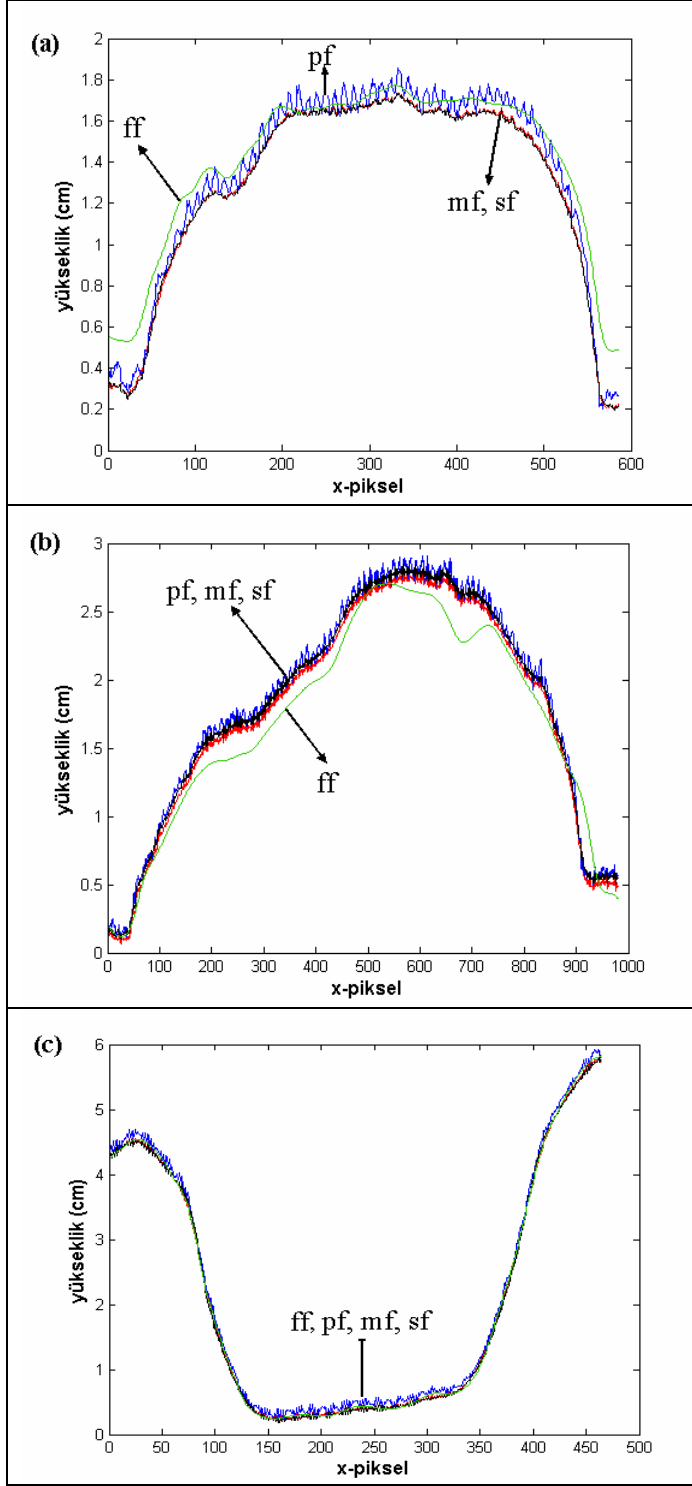
Bu çizimin tepesi, 300. satır için  $|W(a,b)|$ 'nin maksimum olduğu ölçek parametresi değerini vermektedir. Faz-gradyan yönteminde, her satır ve sütun için faz gradyanı bu grafikten hesaplanmaktadır (bkz. Tablo 3.2). Elde edilen sonucun integralinin alınmasıyla, faz dağılımı bileşenlerine ulaşılır. Dönüşüm sonucunda elde edilen faz gradyan eğrisinin başlangıç ve bitiş noktalarında kenar etkileri meydana gelmektedir (bkz. Şekil 4.2.1.1.3 ve Bölüm 4.2.1.1). Faz gradyanının integrali alınırken bu kenar etkilerinden dolayı hatalar artarak sonucu etkilemektedir.

Dönüşüm grafiklerinin bu şekilde farklı çıkmasının nedeni farklı dalgacık fonksiyonları kullanılmasıdır. Bunu daha net bir şekilde görebilmek için Şekil 5.2.4'de Morlet ve DOG ( $m=2$ ) dalgacık fonksiyonlarının Fourier dönüşümlerinin ilerleyişi çizilmiştir. Bu şekilden de görülebileceği gibi; DOG dalgacığının Fourier dönüşümü (Şekil 5.2.4 (b))  $\alpha(1/piksel)$  eksenini boyunca Morlet'te (Şekil 5.2.4 (a)) olduğu gibi ilerlemez, merkezi her zaman sıfırda olacak şekilde farklı ölçek parametrelerinde b öteleme parametresine bağlı olarak açılarak sinyali tarar.

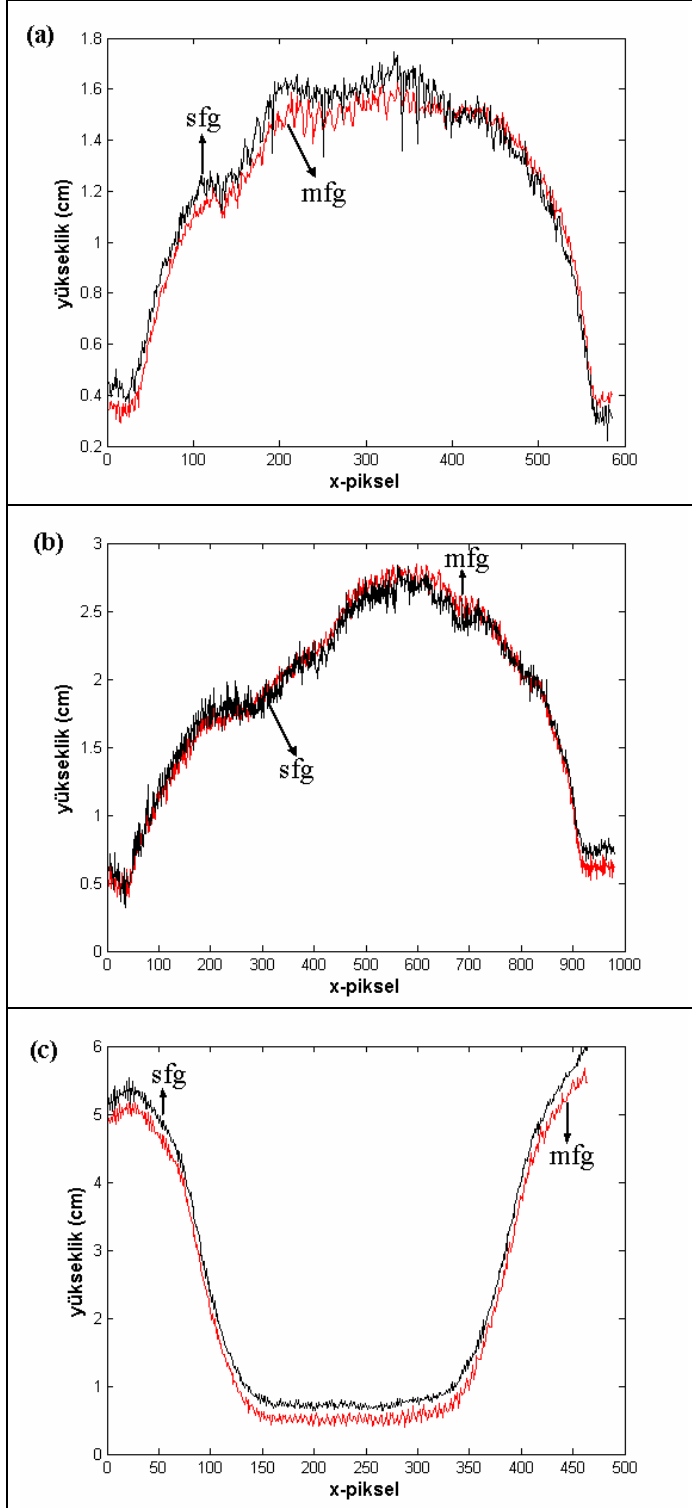
Bölüm 4.3.2, 4.3.3 ve 4.3.4'da her bir dönüşüm için, üç cismin de belirli bir satırındaki faz ve faz-gradyan yöntemlerinden elde edilen yükseklik bilgileri üst üste çizilmişti. Bu bölümde, çalışmamızda kullanılan faz-gradyan ve faz yöntemlerinden elde edilen yükseklikler, farklı üç integral dönüşüm için karşılaştırılmıştır. Şekil 5.2.5'da üç cisim için, Fourier dönüşümü; S-dönüşümü; Morlet ve Paul dalgacıkları ile SDD faz yöntemlerinden elde edilen yükseklikler birlikte verilmiştir. S-dönüşümü ve Morlet dalgacığı ile SDD faz-gradyan yöntemlerinden elde edilen, her bir cisim için yükseklik bilgileri ise Şekil 5.2.6'de karşılaştırılmıştır. Ayrıca her bir numune için bütün teknikler ile hesaplanan yükseklikler Şekil 5.2.7 (Atatürk rölyefi), Şekil 5.2.8 (balık rölyefi) ve Şekil 5.2.9 (çukur tabak)'da üst üste çizilmiştir.



Şekil 5.2.4. Farklı  $a$  ölçek parametresi değerleri için (a) Morlet dalgacığının ( $c=6$ ); (b) DOG dalgacığının ( $m=2$ ) Fourier dönüşümlerinin  $\alpha(1/piksel)$  eksenini üzerinde ilerleyişi.

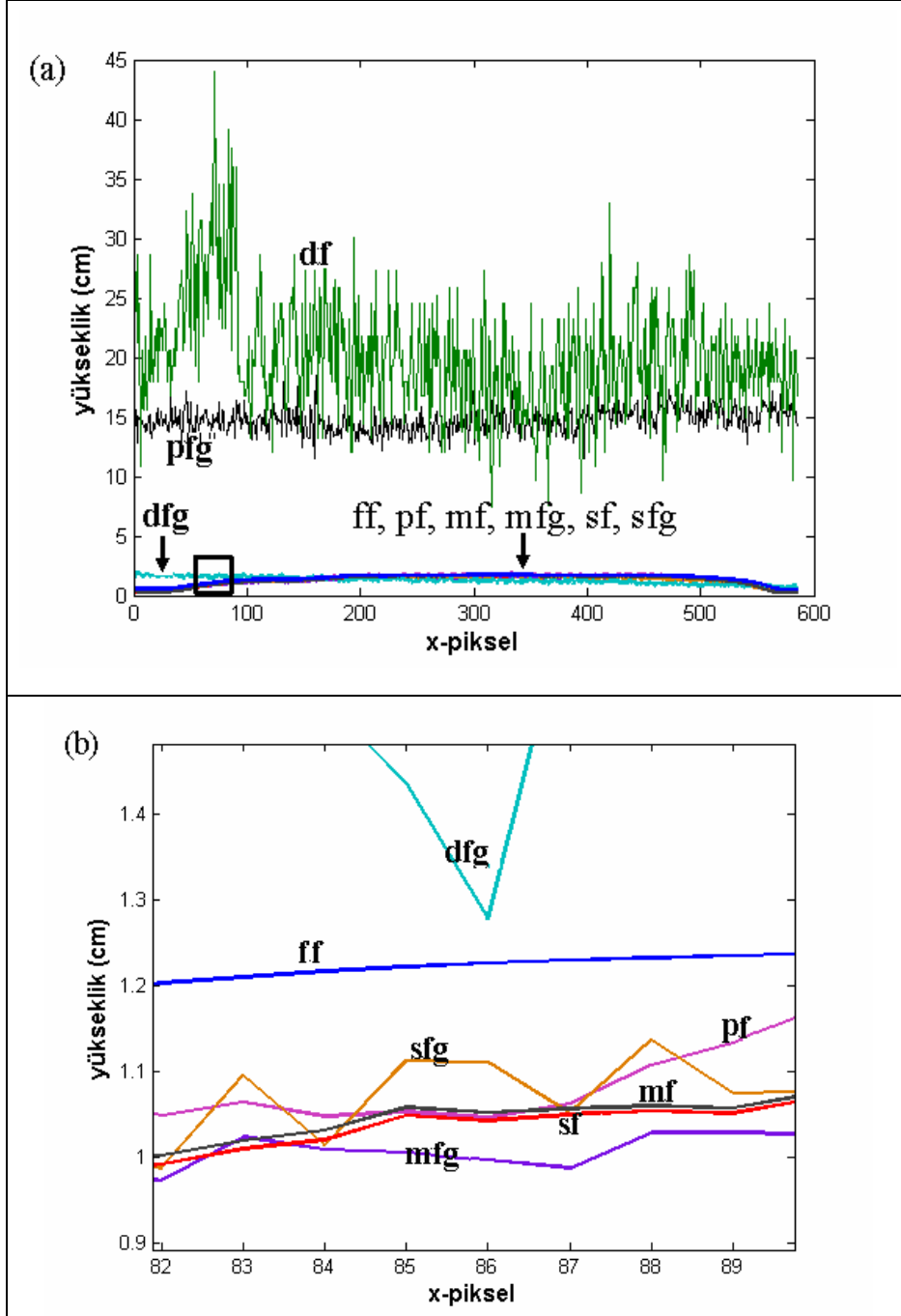


Şekil 5.2.5. (a) Atatürk rölyefi y=300. satır; (b) Balık rölyefi y=250. satır; (c) Çukur tabak y=200. satır için Fourier dönüşümü (ff); S-dönüşümü (sf); Morlet (mf) ve Paul (n=4) (pf) dalgacıkları ile SDD faz yöntemlerinden elde edilen yükseklikler.

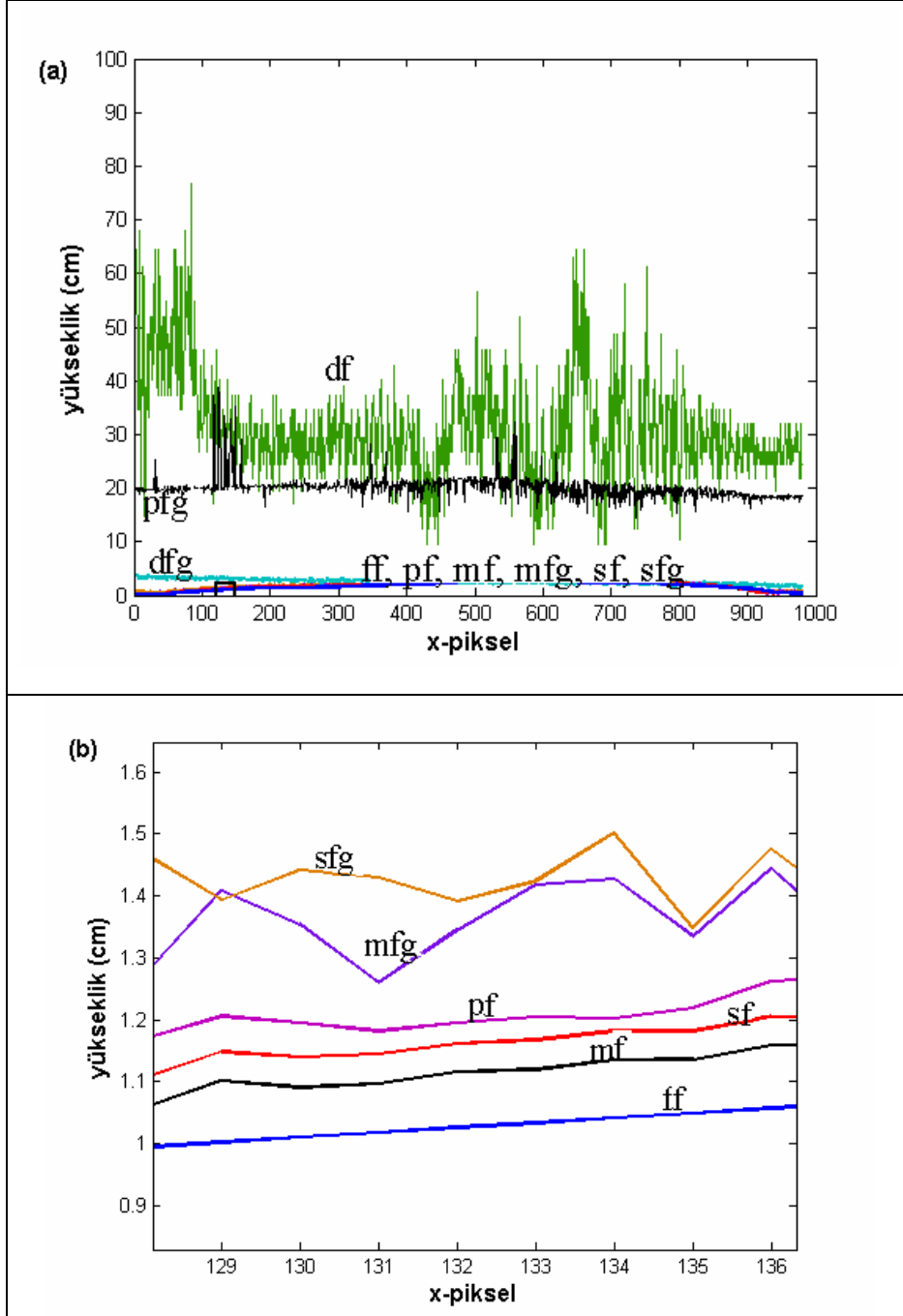


Şekil 5.2.6. (a) Atatürk rölyefi y=300. satır; (b) Balık rölyefi y=250. satır; (c) Çukur tabak y=200. satır için S-dönüşümü (sfg), Morlet (mfg) dalgacığı ile SDD faz-gradyan yöntemlerinden elde edilen yükseklikler.

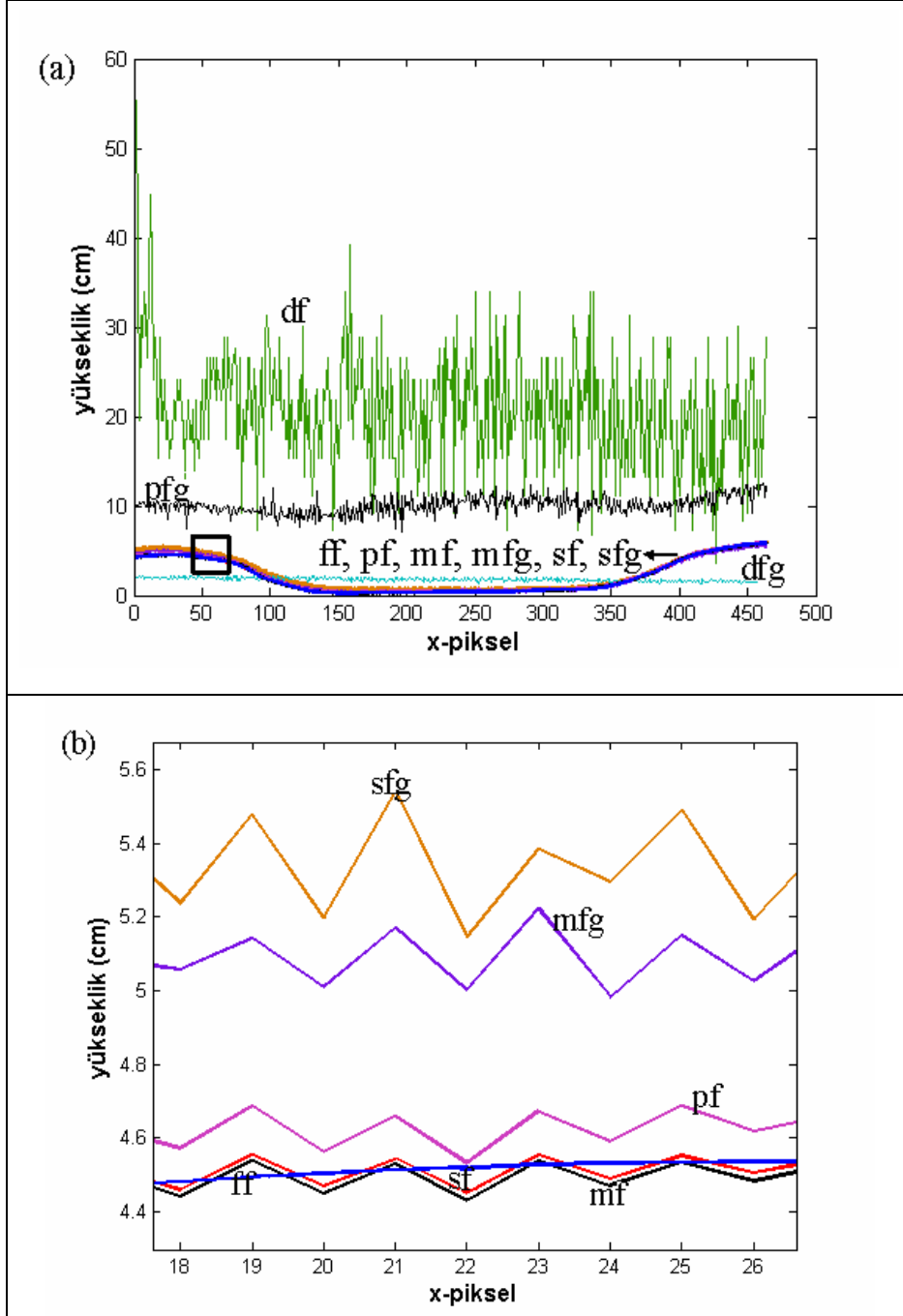




Şekil 5.2.7. (a) Atatürk rölyefi  $y=300$ . satır için; S-dönüşümü (sfg), Morlet (mfg), Paul ( $n=4$ ) (pfg) ve DOG ( $m=2$ ) (dfg) dalgacıları ile SDD faz-gradyan; Fourier dönüşümü (ff), S-dönüşümü (sf), Morlet (mf), Paul (pf) ve DOG (df) dalgacıları ile SDD faz yöntemlerinden elde edilen yükseklikler. (b) Kare içindeki bölümün yakından görünümü.



Şekil 5.2.8. (a) Balık rölyefi  $y=250$ . satır için; S-dönüşümü (sfg), Morlet (mfg), Paul ( $n=4$ ) (pfg) ve DOG ( $m=2$ ) (dff) dalgacıkları ile SDD faz-gradyan; Fourier dönüşümü (ff), S-dönüşümü (sf), Morlet (mf), Paul (pf) ve DOG (df) dalgacıkları ile SDD faz yöntemlerinden elde edilen yükseklikler. (b) Yakından görünüm.



Şekil 5.2.9. (a) Çukur tabak  $y=200$ . satır için; S-dönüşümü (sfg), Morlet (mfg), Paul ( $n=4$ ) (pfg) ve DOG ( $m=2$ ) (dfg) dalgacıkları ile SDD faz gradyan; Fourier dönüşümü (ff), S-dönüşümü (sf), Morlet (mf), Paul (pf) ve DOG (df) dalgacıkları ile SDD faz yöntemlerinden elde edilen yükseklikler. (b) Kare içindeki bölümün büyütülmüş hali.

Her üç cisim için yapılan profil hesaplamalarında, Şekil 5.2.5’de çizildiği gibi, S-dönüşümü, Fourier dönüşümü, Morlet ve Paul dalgacığı ile SDD faz tekniklerinin sonuçları, aralarında çok az farklılıklarla benzerdirler. Ayrıca, Şekil 5.2.6’da da, S-dönüşümü ve Morlet dalgacığı kullanılarak uygulanan faz-gradyan yöntemlerinden ortaya çıkan yüksekliklerin hemen hemen aynı olduğu söylenebilir. Buna ek olarak, faz ve faz-gradyan yöntemlerinden elde edilen profiller üst üste gösterildiğinde (bkz. Şekil 5.2.7, 8 ve 9) S-dönüşümü, Morlet, Paul dalgacıkları ile SDD faz ile S-dönüşümü ve Morlet dalgacığı SDD faz-gradyan sonuçlarının kendi içlerinde uyumlu ama Fourier dönüşümünden bulunan yüksekliklerden farklı olduğu söylenebilir. Şekil 5.2.7, 8 ve 9’dan da anlaşılacağı üzere, DOG dalgacığı SDD faz, faz-gradyan ve Paul dalgacığı SDD faz-gradyan ile hesaplanan yükseklik bilgileri doğru sonucu vermemektedir ve diğer bütün teknikler ile bulunan yükseklik değerlerinden çok farklı sonuçlar ortaya çıkmaktadır. Atatürk rölyefi, balık rölyefi ve çukur tabak için uygulanan dönüşüm teknikleri ile hesaplanan maksimum yükseklikler ve maksimum yüksekliğin ölçüldüğü pikseller etrafında yapılan yaklaşık mekanik ölçüme göre IDP ile hesaplanan yükseklik değerlerinin hata yüzdeleri sırasıyla Tablo 5.1, Tablo 5.2 ve Tablo 5.3’de verilmiştir. Yapılan bu deneysel çalışmaların benzeşim ile uyumlu olduğu görülmektedir.

Tablo 5.1. Atatürk rölyefi için maksimum yüksekliğin bulunduğu piksel değerlerinde integral dönüşümler faz ve faz-gradyan yöntemlerinden hesaplanan yükseklikler; (444, 481) değerli pikselde bulunan yükseklikleri; bu yükseklik değerlerinin mekanik ölçümlere göre hata yüzdeleri (444, 481) piksel etrafında mekanik ölçüm 2.045 cm.

Uygulanan integral dönüşümler	Maksimum yükseklikler (cm) ve bulunduğu piksel değerleri		(444, 481) değerli pikselde bulunan yükseklikler (cm)		Mekanik ölçüme göre hata yüzdeleri	
	Faz-gradyan yöntemi	Faz yöntemi	Faz-gradyan yöntemi	Faz yöntemi	Faz-gradyan yöntemi	Faz yöntemi
Fourier	-	2.029-(444, 481)	-	2.029	-	%0,78
Stockwell	2,035-(444, 481)	2,042-(444, 481)	2,035	2,042	%0,48	%0,15
Morlet dalgacığı	1,9832-(444, 480)	2,0039-(444, 481)	1,9341	2,0039	%5,42	%2,00
Paul dalgacığı	31,1282-(583, 41)	2,1414-(444, 480)	11,9941	2,1347	-	%4,38
DOG dalgacığı	16,1341-(584, 26)	73,5252-(87, 566)	1,1077	30,2869	-	-

Tablo 5.2. Balık rölyefi için maksimum yüksekliğin bulunduğu piksel değerlerinde integral dönüşümler faz ve faz-gradyan yöntemlerinden hesaplanan yükseklikler; (637, 240) değerli pikselde bulunan yükseklikleri; bu yükseklik değerlerinin mekanik ölçümlere göre hata yüzdeleri (637, 240) piksel etrafında mekanik ölçüm 3.00 cm.

Uygulanan integral dönüşümler	Maksimum yükseklikler (cm) ve bulunduğu piksel değerleri		(637, 240) değerli pikselde bulunan yükseklikler (cm)		Mekanik ölçüme göre hata yüzdeleri	
	Faz-gradyan yöntemi	Faz yöntemi	Faz-gradyan yöntemi	Faz yöntemi	Faz-gradyan yöntemi	Faz yöntemi
Fourier	-	2,9944–(637, 240)	-	2,9944	-	%0,18
Stockwell	3,1722–(608, 225)	2,9620–(637, 240)	2.8449	2,9620	%5,17	%1,26
Morlet dalgacığı	3,2451–(627, 247)	2,9500–(638, 240)	2,9327	2,9473	%2,24	%1,75
Paul dalgacığı	61,6862–(980, 134)	3,0553–(636, 241)	15,7314	3,0142	-	%0,47
DOG dalgacığı	4,3971–(1, 4)	176,5969–(1, 500)	2,1705	48,7530	-	-

Tablo 5.3. Çukur tabak için maksimum yüksekliğin bulunduğu piksel değerlerinde integral dönüşümler faz ve faz-gradyan yöntemlerinden hesaplanan yükseklikler; (422, 8) değerli pikselde bulunan yükseklikleri; bu yükseklik değerlerinin mekanik ölçümlere göre hata yüzdeleri (422, 8) piksel etrafında mekanik ölçüm 6.280 cm.

Uygulanan integral dönüşümler	Maksimum yükseklikler (cm) ve bulunduğu piksel değerleri		(422, 8) değerli pikselde bulunan yükseklikler (cm)		Mekanik ölçüme göre hata yüzdeleri	
	Faz-gradyan yöntemi	Faz yöntemi	Faz-gradyan yöntemi	Faz yöntemi	Faz-gradyan yöntemi	Faz yöntemi
Fourier	-	6,2781–(422, 8)	-	6,2781	-	%0,03
Stockwell	6,5006–(412, 9)	6,1847–(422, 6)	6,2345	6,2663	%0,72	%0,21
Morlet dalgacığı	6,1568–(422, 8)	6,2701–(422, 8)	6,1568	6,2701	%1,96	%0,15
Paul dalgacığı	14,4863–(461, 203)	6,4578–(424, 9)	11,0875	6,2283	-	%0,82
DOG dalgacığı	2,3402–(1, 472)	114,000–(5, 472)	1,4012	15,3253	-	-

## BÖLÜM 6

### SONUÇ

Bu tez çalışmasında; Fourier dönüşümü, S-dönüşümü, SDD (Morlet, Paul ve DOG dalgacıkları) faz ve S-dönüşümü ve SDD faz-gradyan yöntemleri olmak üzere toplam 9 farklı yöntemle üç ayrı cismin yükseklikleri hesaplanmış; üç boyutlu profil belirlenmesinde bu yöntemler birbirleri ile karşılaştırılmıştır. Bunun yanında, literatürde ilk olarak S-dönüşüm tekniği, profil belirleme amacıyla uygulanmış ve iki yönlü taşıyıcı faz kullanılarak elde edilen görüntüler çözümlenmiştir (Özder, 2007). Yapılan deneysel çalışmalar benzeşim ile desteklenmiştir.

Şekil 5.2.7, 8 ve 9'da; Fourier dönüşümü, S-dönüşümü, Morlet, Paul, DOG dalgacıkları ile SDD faz yöntemleri ve S-dönüşümü, Morlet, Paul ve DOG dalgacıkları ile SDD faz-gradyan yöntemleri ile elde edilen profiller için belirli satırlardaki yükseklikler verilmiştir. Fourier dönüşümü ile hesaplanan yüksekliklerin diğer çözümlere göre daha düz olduğu bu şekillerden görülebilir. Ancak bu tez çalışmasında kullanılan örnek cisimlere yakından bakıldığında yüzeyde pürüzlülükler olduğu net bir şekilde ortaya çıkmaktadır. Dolayısıyla, FDP'nin çözünürlüğünün düşük olduğunu söylemek mümkündür. S-dönüşümü ve SDD'de pencere ve ana dalgacık fonksiyonları kullanılmaktadır, fakat Fourier dönüşümünde bu yoktur. Buradan, pencere ve ana dalgacık fonksiyonunun kullanılmasının çözünürlüğü artırdığı görülmektedir.

Bölüm 3.3'de verilen çözünürlük değerleri (Paul:  $\Delta x \times \Delta \alpha = (1/2)\sqrt{(2n+1)/(2n-1)}$ ; DOG:  $\Delta x \times \Delta \alpha = (1/m)\sqrt{(3m+1)(2m+1)/3}$ ), S-dönüşümü ve Morlet dalgacığı belirsizliğinden ( $\Delta x \times \Delta \alpha = 1/2$ ) oldukça farklıdır. Bölüm 5.2' de verilen karşılaştırma grafiklerine göre, S-dönüşümü ve Morlet dalgacığı ile SDD sonuçları, en küçük belirsizlik değerleri aynı olduğu için, birbirine çok yakındır. Ancak Paul ve DOG dalgacıklarının çözünürlük değerleri bunlardan farklıdır, dolayısıyla elde edilen profiller de farklıdır.



Paul ve DOG dalgacığı faz-gradyan yöntemi kullanılarak ulaşılan çözümlerde doğru sonuçlar elde edilememektedir. Bunların nedeni, Bölüm 3.3'den de anlaşılabilceğı gibi (bkz. Şekil 3.3.1.1; Şekil 3.3.2.1; Şekil 3.3.3.1) kullanılan ana dalgacık fonksiyonunun uygun olmamasıdır. Eğer SDD'den bulunan dönüşüm grafiğı kesikli bir yapıya sahipse (Şekil 5.2.3 (c), DOG dalgacığı ile hesaplanan dönüşüm grafiğinde olduğı gibi) ya da maksimumlar çok belirgin değılse (Şekil 5.2.3 (c), Paul dalgacığı ile hesaplanan dönüşüm grafiğinde olduğı gibi), doğru faz gradyan hesaplanamayacağı için doğru bir profil elde edilemeyecektir. Başka bir deyişle, eğer elde edilen dönüşüm grafiğı Şekil 5.2.3 (a) ve (b)'de olduğı gibi uygun bir sonuç vermiyorsa, faz gradyan yönteminden doğru bir yükseklik değıeri elde etmek mümkün olmaz. Bu nedenle Paul ve DOG dalgacıkları ile SDD faz-gradyan yönteminden örnek cisimlerin profilleri doğru olarak hesaplanamamıştır. Dönüşüm grafiğinden, faz-gardyan yönteminde, integral işleminde faz dağılımına ulaşırken, kenar etkilerinden dolayı hatalar artmaktadır. Faz yönteminde ise her bir piksel değıeri için, bir öncekinden bağımsız olarak faz hesaplanmaktadır. Başka bir deyişle, bir pikseldeki faz hesabında yapılan bir hata, bir sonraki piksele yansımaz ve kenar etkilerinin hatalarından etkilenmez. Böylece, daha az hata ile profil elde etmek mümkün olur. Buna göre, S-dönüşümü ve uygun dalgacık ile SDD faz tekniklerinin cisimlerin profillerinin belirlenmesinde, faz-gradyan tekniğine göre daha doğru sonuçlar verdiğini söylemek mümkündür.

Bunun yanında, Morlet ve Paul dalgacığı faz yöntemiyle ile yapılan hesaplamalarda çözümler diğer tekniklerle uyumludur, ancak DOG dalgacığı faz yöntemi kullanılarak ulaşılan çözümlerde doğru sonuçlar elde edilememektedir. Bunların nedeni, Bölüm 3.3'den de anlaşılabilceğı gibi (bkz. Şekil 3.3.1.1; Şekil 3.3.2.1; Şekil 3.3.3.1) kullanılan ana dalgacık fonksiyonunun uygun olmamasıdır. Eğer Morlet ve DOG dalgacıklarının Fourier dönüşümlerinin a ölçek parametresine göre  $\alpha(1/\text{piksel})$  ekseni üzerinde ilerleyişini inceleyecek olursak (Şekil 5.2.4), DOG dalgacığının Fourier dönüşümünün merkezini her zaman sıfır noktasında olduğunu ve bu noktadan itibaren açılarak devam ettiğini görürüz. Ancak Morlet dalgacığı Fourier dönüşümü ise, Bölüm 3.3'de açıklandığı gibi, her bir a ölçek parametresinde, b'ye bağılı olarak, sinyalin Fourier dönüşümü üzerinde ilerlemektedir. Bu sayede,

dalgacık ve sinyalin uyumlu olduğu noktada büyük bir dönüşüm değeri elde edilir (Şekil 3.3.1). Sinyal ve dalgacığın uyumlu olarak kullanıldığı dönüşüm grafiğinden, faz yöntemi ile doğru profil hesaplamak mümkündür. Dolayısıyla, SDD ile üç boyutlu profil belirleme tekniğinde kullanılan ana dalgacığın seçiminin çok önemli olduğu söylenebilir. Buradan, DOG dalgacığı ile SDD faz yönteminin cisimlerin üç boyutlu profillerinin belirlenmesinde kullanışlı olmadığı ortaya çıkmaktadır.

Bu çalışmada, iki yönlü taşıyıcı faz kullanımı (bkz. Bölüm 4.1) ve deney düzeneği için çapraz ve paralel optik eksen geometrileri tartışılmıştır (bkz. Bölüm 5.1). Yapılan benzeşim çalışmaları ve deneylere göre, iki yönlü taşıyıcı faz ile oluşturulan ve çapraz optik eksen geometrisi ile kurulan düzencekle doğru sonuçlar elde edilmektedir. Sonuç olarak, bu tür düzencek ve ızgara ile yapılan bu tez çalışmasında, cisimlerin üç boyutlu profilinin hesaplanmasında; S-dönüşümü, Morlet ve Paul (n=4) dalgacığı ile SDD faz; S-dönüşümü ve Morlet dalgacığı ile SDD faz-gradyan yöntemlerinin, Fourier dönüşümüne göre daha avantajlı olduğu, DOG dalgacığının ise profil belirlemede uygun olmadığı söylenebilir.

Üç boyutlu profil belirleme teknikleri endüstri, tıp ve yeryüzü modelleme gibi bir çok alanda ve farklı boyutlarda ( $\mu\text{m}$  mertebesinden km mertebesine kadar) uygulanmaktadır. Dünyada yürütülen çalışmalar son dönemde özellikle ince film yüzeyleri gibi çok küçük boyutlarda modellemeye kaymıştır. Bu tez çalışmasının devamında, dünyada uygulanan ancak ülkemizde eksikliği hissedilen bu yöntemin plastik cerrahide kullanımıyla ilgili projeler yapılması mümkündür. Ayrıca, laboratuvar olanaklarının geliştirilmesiyle ince film çalışmalarına yönelme imkanı bulunmaktadır.

Dalgacık dönüşümüyle ızgara desenlerinin incelenmesi, özellikle inSAR (İnterferometrik Yapay Açıklıklı Radar – Interferometric Synthetic Aperture Radar) görüntülerinde yeryüzündeki değişimlerin gözlenmesi (deprem uygulamaları v.b.) ve yüzeyin sayısal yükseklik modellemesi (SYM) (DEM – digital elevation model) konularında kullanılmaktadır. Literatürde, genellikle SAR görüntülerindeki süreksizlikleri gidermek, görüntüyü daha kaliteli hale getirmek (filtrelemek),

temizlemek, görüntülerde otomatik desen bulunması ya da iyi bir interferometrik görüntü elde etmek amacıyla dalgacık dönüşümü kullanılmıştır (Zou ve diğ., 2007; Neidermeier ve diğ., 2005; Nyongui ve diğ., 2002; Gupta ve Gupta, 2007; Tello ve diğ., 2006; Caiafa ve diğ., 2005; Ovarlez ve diğ., 2003). Ayrıca deprem ile ilgili çalışmalarda, inSAR görüntüleri fay geometrisini, kinematığını ve yeryüzü deformasyonunu incelemek amacıyla sıkça kullanılmaktadır (Çakır ve diğ., 2003 a, b; Papadopoulos ve diğ., 2004; Biggs ve diğ., 2006; Biggs ve diğ., 2007; Motagh ve diğ., 2007). Dalgacık dönüşümünün, inSAR görüntülerinden SYM oluşturulmasında genellikle yardımcı araç olarak kullanıldığı birçok çalışmaya rastlanmaktadır (Baran, 2004; Colin ve diğ., 2004; Ferretti ve diğ., 1999). Ancak, interferometrik görüntünün dalgacık dönüşümüyle fazının bulunması ve bu yolla yükseklik modeli oluşturulması ile ilgili bir çalışmaya ulaşamamıştır.

Bu çalışmada kullanılan çukur tabak örneği ile derinlik ölçümü denenmiştir. Minyatür bir krater yapısını andırdığı için seçilen bu örnek cisim ile yapılan ölçümler, integral dönüşümler ile profil belirleme tekniklerinin, yeryüzü şekillerinin profillerinin belirlenmesi amacıyla kullanılabilceğini göstermektedir. Laboratuvar ortamında kontrollü olarak oluşturulacak bir inSAR görüntüsü üzerine, bu tezde kullanılan tekniklerin uygulanması ile yükseklik modellemesi denenecek sonuçlar, buradaki teorik ve deneysel sonuçlar ışığında değerlendirilmelidir. Çalışmanın devamında, bu yönde bir çalışma, literatürdeki bu alandaki eksikliğin giderilmesi açısından oldukça önemlidir.

## KAYNAKLAR

- Acquisto L. D., Frantini L. ve Siddiolo A. M., 2002. A Modified Moire Technique for Three-dimensional Surface Topography. *Meas. Sci. Technol* 13: 613–22.
- Addison P.S., 2002. *The Illustrated Wevelet Transform Handbook*. Napier Univ. Edinburgh, UK, 143 s.
- Afifi M., Fassi-Fihri A., Marjane M., Nassim K., Sidki M. ve Rachafi S., 2002. Paul Wavelet-based Algorithm for Optical Phase Distribution Evaluation. *Optics Communications* 211: 47–51.
- Baran I., 2004. Advanced satellite radar interferometry for small-scale surface deformation detection. PhD Dissertation (Doktora Tezi). Curtin University of Technology, Western Australia.
- Berryman F., Pynsent P. ve Cubillo J., 2003. A Theoretical Comparison of Three Fringe Analysis Methods for Determining the Three-dimensional Shape of an Object in the Presence of Noise. *Optics and Lasers in Eng.* 39: 35 – 50.
- Biggs J., Bergman E., Emmerson B., Funning G. J., Jackson J., Parsons B. ve Wright T. J., 2006. Fault identification for buried strike-slip earthquake using InSAR: The 1994 and 2004 Al Hoceima, Morocco earthquakes. *Geophys. J. Int.*, 166: 1347 – 1362.
- Biggs J., Wright T., Lu Z. ve Parson B., 2007. Multi-interferogram method for measuring interseismic deformation: Denali Fault, Alaska. *Geophys. J. Int.*, 170: 1165 – 1179.
- Cadevall C., Oriach-Font C., Artigas R., A. Pintó ve Laguarda F., 2007. Improving the measurement of thick and thin films with optical profiling techniques. *Proc. Optical Metrology Conference SPIE*, Münih. 6616: 21.
- Caiafa C. F., Sassano M. P. ve Proto A. N., 2005. Wavelet and Karhunen Loe` ve transformations applied to SAR signals and images. *Physica A* 356: 172–177.
- Chen W., Bu P., Zheng S. ve Su X., 2006a. Study on Fourier Transforms Profilometry Based on Bi-color Projecting. *Optics and Laser Technology*, Baskıda (In press).

- Chen, W., Su, X., Cao, Y., Xiang, L. ve Zhang, Q., 2006b. Fourier Transform Profilometry Based on a Fringe Pattern with two Frequency Components. *Optik - International Journal for Light and Electron Optic*, Baskıda (In press).
- Colin E., Tria M., Titin-Schnaider C., Ovarlez J. P. ve Benidir M., 2004. SAR imaging using multidimensional continuous wavelet transform and applications to polarimetry and interferometry. *International Journal of Imaging Systems and Technology* 14: 206 – 212.
- Çakır Z., Chabalier J. B., Armijo R., Meyer B., Barka A. ve Peltzer G., 2003a. Coseismic and early post-seismic slip associated with the 1999 İzmit earthquake (Turkey), from SAR interferometry and tectonic field observations. *Geophys. J. Int.*, 155: 93 – 110.
- Çakır Z., Barka A., Chabalier J. B., Armijo R. ve Meyer B., 2003b. Kinematics of the November 12, 1999 (Mw=7.2) Düzce Earthquake Deduced from SAR Interferometry. *Turkish Journal of Earth Sciences*, 12: 105 – 118.
- Daubechies I., 1990. The Wavelet Transform, Time-Frequency Localization and Signal Analysis. *IEEE Transactions on Information Theory*, 36 (5): 961 – 1005.
- Dursun A., 2003. Projeksiyon Yöntemiyle Cisimlerin Profillerinin Belirlenmesi. (Yüksek Lisans Tezi). Gebze İleri Teknoloji Enstitüsü, Türkiye.
- Dursun A., Özder S. ve Ecevit, F. N., 2004. Continuous Wavelet Transform Analysis of Projected Fringe Patterns. *Meas. Sci. Technol.* 15: 1768–1772.
- Ferretti A. Prati C. ve Rocca F., 1999. Multibaseline InSAR DEM reconstruction: the wavelet approach. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 37 (2): 705 – 715.
- Farge M., 1992. Wavelet transforms and their applications to turbulence. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 24: 395 – 457.
- Frankowski G. J. ve Messtechnik G. F., 2007. Phase-measuring micro-fringe projection as an inline 3D measuring technology for industrial manufacturing facilities. *Proc. Optical Metrology Conference SPIE*, Münih. 6616: 16.

- Gupta K. K. ve Gupta R., 2007. Despeckle and geographical feature extraction in SAR images by wavelet transform. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, Baskıda (In press).
- Hwang Y. M., Yoon S. W., Kim J. H., Kim S., Pahk H. J., 2007. Thin-film thickness profile measurement using wavelet transform in wavelength-scanning interferometry. *Optics and Lasers in Eng.*, Baskıda (In press).
- Karaoğlu B., 1997. Fizikte ve Mühendislikte Matematik Yöntemler (2. basım). BilgiTek Yayıncılık, İstanbul. 169 – 188.
- Kemao Q., 2007. Two-dimensional Windowed Fourier Transform for Fringe Pattern Analysis: Principles, Applications and Implementations. *Optics and Lasers in Eng.* 45: 304 – 317.
- Kocahan Ö., Özder S. ve Coşkun E., 2007. S-transform analysis of projected fringe patterns. *Proc. Optical Metrology Conference SPIE*, Münih. 6616: 18.
- Leonardi M., Ruzic A.R. ve Lenarcic J., 1997. A System for Measurement and Visualisation of Human Back Shape for Estimation of 3D Deformities. *ITAP'97*: 95 – 97.
- Meyers S. D., Kelly B. G. ve O'Brien J. J., 1993. An Introduction to Wavelet Analysis in Oceanography and Meteorology: with Application to the Dispersion of Yanai Waves. *Mon. Weather Rev.* 121: 2858 – 2866.
- Moore C.J., Burton D.R., Skydan O., Sharrock P.J. ve Lalor M., 2006. 3D Body Surface Measurement and Display in Radiotherapy Part I: Technology of Structured Light Surface Sensing. *IEEE - MediVis'06*.
- Motagh M., Hoffmann J., Kampes B., Baes M. ve Zschau J., 2007. Strain accumulation across the Gazikoy–Saros segment of the North Anatolian Fault inferred from Persistent Scatterer Interferometry and GPS measurements. *Earth and Planetary Science Letters* 255: 432–444
- Neidermeier A., Hoja D. ve Lehner S., 2005. Topography and morphodynamics in the German Bight using SAR and optical remote sensing data. *Ocean Dynamics* 55: 100–109.
- Nicchiotti G., 1997. A System for 3D Reconstruction and VRLM Conversion for Virtual Museums Applications. *IEEE - DSP97*: 421 – 424.

- Nicola S.D. ve Ferraro P., 1998. A two dimensional fast Fourier transform method for measuring the inclination angle of paralel fringe patterns. *Optics and Laser Technology* 30: 167 – 173.
- Nyoungui N. A., Tonye E. ve Akonu A., 2002. Evaluation of speckle filtering and texture analysis methods for land cover classification from SAR images. *Int. J. Remote Sensing* 23 (9): 1895–1925.
- Ovarlez J. P., Vignaud L., Castelli J. C., Tria M. ve Benidir M., 2003. Analysis of SAR images by multidimensional wavelet transform. *IEEE - 20030671*: 234 – 241.
- Özder S., Kocahan Ö., Coşkun E. ve Göktaş H., 2007. Optical phase distribution evaluation by using an S-transform. *Opt. Lett.* 32: 591–593.
- Papadopoulos G. A., Matsumoto H., Ganas A., Karastathis V. ve Pavlides S., 2004. Deformation patterns associated with the M5.9 Athens (Greece) earthquake of 7 September 1999. *Journal of Seismology*, 8: 381 – 394.
- Pedrotti F. L. ve Pedrotti L. S., 1993. *Introduction to optics*. Prentice-Hall International, USA, 172 s.
- Pinnegar C.R. ve Mansinha L., 2004. Time-local Fourier analysis with a scable, phase modulated analyzing function: the S-transform with a complex window. *Signal Processing* 84: 1167 – 1176.
- Polikar R., 1999. *The Wavelet Tutorial*. Retrieved May 2006, from <http://users.rowan.edu/~polikar/WAVELETS/WTtutorial.html>.
- Rembe C., Bödecker S. ve Armbruster B., 2007. Measuring 3D geometries of microstructures with the laser scanning confocal vibrometer microscope. *Proc. Optical Metrology Conference SPIE*, Münih. 6616: 22.
- Ross S. L., 1984. *Differential equations*. John Wiley and Sons Inc., Canada, 803 s.
- Quan C., Tay C.J. ve Chen L.J., 2006. A study on carrier-removal techniques in fringe projection profilometry. *Optics and Laser Technology*, Baskıda (In press).
- Quan C., Tay C.J. ve Shang H.M., 1999. Fringe Projection Technique for the 3D Shape Measurement of Hydroformed Shell. *Journal of Metarials Processing Technology* 89 (90): 88 – 91.

- Sheu J.Y., 2002. The Applications of Optical System by Wavelet Transformation Method. PhD Dissertation (Doktora Tezi). National Central University, Çin.
- Sinha A. ve Singh K., 2005. The design of a composite wavelet matched filter for face recognition using breeder genetic algorithm. *Optics and Lasers in Eng.* 43: 1277–1291.
- Singh H. ve Sirkis J.S., 1994. Direct Extraction of Phase Gradients from Fourier-transform and Phase-step Fringe Patterns. *Applied Optics* 33 (22): 5016 – 5020.
- Skydan O.A., Lalor M.J. ve Burton D.R., 2005. Using Coloured Structured Light in 3-D Surface Measurement. *Optics and Lasers in Eng.* 43: 801 – 814.
- Smith III O. J., (2007). *Mathematics of the Discrete Fourier Transform (DFT), with Audio Applications --- Second Edition*. Retrieved August 2007, from [http://ccrma.stanford.edu/~jos/mdft/Zero\\_Padding.html](http://ccrma.stanford.edu/~jos/mdft/Zero_Padding.html)
- Stockwell R.G., Mansinha L. ve Lowe R.P., 1996. Localization of the Complex Spectrum: The S Transform. *IEEE Transactions on Signal Processing* 44: 998 – 1001.
- Stockwell R.G., 1999. S-Transform Analysis of Gravity Wave Activity from a Small Scale Network of Airglow Imagers. PhD Dissertation (Doktora Tezi). University of Western Ontario, USA.
- Su X. ve Chen W., 2001a. Fourier Transform Profilometry: A Review. *Opt. Lasers Eng.* 35: 263–84.
- Su X., Chen W., Zhang Q. ve Chao Y., 2001b. Dynamic 3D Shape Measurement Method Based on FTP. *Optics and Lasers in Eng.* 36: 49 – 64.
- Takeda M. ve Mutoh K., 1983. Fourier Transform Profilometry for the Automatic Measurement of 3-D Object Shapes. *Applied Optics* 22 (24) : 3977 – 82.
- Tello M., López-Martínez C. ve Mallorqui J. J., 2006. Automatic vessel monitoring with single and multidimensional SAR images in the wavelet domain. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing* 61:260 – 278.
- Torrence C. ve Compo G. P., 1998. A Practical Guide to Wavelet Analysis. *Bull. Am. Meteorol. Soc.* 79: 61 – 78.



- Utsumi Y., Iwai Y. ve Yachida M., 2006. Performance evaluation of face recognition in the wavelet domain. *IEEE - RSJ*: 3344 – 3351.
- Vanherzeele J., Guillaume P. ve Vanlanduit S., 2005 Fourier Fringe Processing Using a Regressive Fourier-transform Technique. *Optics and Lasers in Eng.* 43: 645 – 658.
- Watkins L. R., Tan S. M. ve Barnes T. H. 1999. Determination of Interferometer Phase Distributions by use of Wavelets. *Optics Letters* 24: 905 – 907.
- Watkins L.R., 2007. Phase recovery from fringe patterns using the continuous wavelet transform. *Optics and Lasers in Eng.* 45: 298 – 303.
- Wikipedia (n.d.). Retrieved September, 2007, from [http://en.wikipedia.org/wiki/Fourier\\_transform](http://en.wikipedia.org/wiki/Fourier_transform).
- Yangik J., Siva G.S., Ramakrishnan K.R. ve Rao L.K., 2005. 3D Shape Extraction of Human Face in Presence of Facial Hair: A Profilometric Approach. *IEEE - TENCON2005*: 1 – 5.
- Zhu H., Brown R.A, Villanueva R.J., Villanueva-Oller J., Lauzon M.L., Mitchell J.R. ve Law A.G., 2004. Progressive imaging: S-transform order *ANZIAM J.* 45: C1002–C1016.
- Zou W., Li Z. ve Ding X., 2007. Determination of optimum window size for sar image co-registration with decomposition of auto-correlation. *The Photogrammetric Record* 22 (119): 238–256.

## Optical phase distribution evaluation by using an S-transform

Serhat Özder, Özlem Kocahan, Emre Coşkun, and Hilal Göktaş

Department of Physics, Çanakkale Onsekiz Mart University, 17100 Çanakkale, Turkey

Received December 19, 2006; revised December 19, 2006; accepted December 20, 2006; posted January 3, 2007 (Doc. ID 73460); published February 15, 2007

An experimental study of the use of an S-transform to evaluate the phase distribution from a two-dimensional fringe pattern by introducing the carrier frequencies in two spatial directions,  $x$  and  $y$ , is presented. The phase distribution is extracted from the optical fringe pattern by using an S-transform gradient and S-transform phase methods. The experimental result for the Fourier transform profilometry algorithm is compared with the results of the S-transform analysis. © 2007 Optical Society of America  
OCIS codes: 070.4560, 070.6020.

The analysis of optical fringe patterns is becoming increasingly popular as a method of testing and measurement because of its inherent accuracy and its nondestructive nature.<sup>1</sup> Optical three-dimensional noncontact profilometry has been widely used for three-dimensional sensing in mechanical engineering, machine vision, intelligent robots control, industry monitoring, biomedicine, etc.<sup>2</sup> Determination of the absolute phase change distribution from the fringe pattern is still an important problem to be presented in a form useful to an engineer, so the fringe pattern needs to be processed further.<sup>2,3</sup>

There are many techniques for extracting phase distributions from two-dimensional fringe patterns.<sup>4</sup> The Fourier transform and phase gradient methods are two commonly used ones. In the Fourier transform method the fringe pattern is converted into a complex-valued analytic signal and the phase distribution is generated pixel by pixel from this signal. The process of converting this wrapped phase distribution to a continuous phase distribution is known as phase unwrapping. It is this phase unwrapping process that has led to many difficulties. Many algorithms have been proposed for solving the phase unwrapping problem, and they differ in their method of solution, area of application, and robustness.<sup>4,5</sup>

In this study, the S-transform method is used to determine the phase distribution of fringes, which is explained below. One method, in which the phase distribution of the fringe pattern is obtained without using any unwrapping algorithms, directly gives the phase gradient from the S-transform of the fringe pattern. In the other method, the phase of the S-transform is calculated and unwrapped to obtain the phase distribution of fringes.

We propose a new phase evaluation method in this work by introducing the carrier frequencies in two spatial directions,  $x$  and  $y$ . In this case, the phase distribution from the S-transform method is evaluated for each row and column in turn, and afterwards they are added to find the final phase distribution  $\varphi(x, y)$ .

Consider the following one-dimensional fringe signal corresponding to any  $y$ -pixel (row) of the fringe pattern:

$$h(x) = I_0(x)[1 + V(x)\cos(2\pi f_0 x + \varphi(x))], \quad (1)$$

where  $I_0(x)$  is the background intensity,  $V(x)$  is the visibility of the fringe,  $\varphi(x)$  is the height-modulated phase of the fringe, and  $f_0$  is the spatial carrier frequency in the  $x$  direction, which must satisfy the following condition to recover the phase<sup>4</sup>:

$$2\pi f_0 > \left| \frac{d\varphi}{dx} \right|_{\max}. \quad (2)$$

The one-dimensional S-transform of the fringe signal is defined by<sup>6-8</sup>

$$S(b, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(x)w(b-x, f)\exp(-i2\pi fx)dx, \quad (3)$$

where  $w(b-x, f)$  is the frequency-dependent Gaussian window,

$$w(b-x, f) = \frac{|f|}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{f^2(b-x)^2}{2}\right); \quad (4)$$

$b$  is a parameter that controls the position of the Gaussian window on the  $x$ -axis, and  $f$  is the frequency that is proportional to the inverse of the width of window.<sup>6</sup> The Gaussian window,  $w(b-x, f)$ , localizes the complex Fourier sinusoid  $\exp(-i2\pi fx)$ .

The S-transform can be written as operations on the Fourier spectrum  $H(\alpha)$  of  $h(x)$  and  $W(\alpha, f) = \exp(-2\pi^2\alpha^2/f^2)$  of  $w(x, f)$ <sup>8</sup>:

$$\begin{aligned} S(b, f) &= \int_{-\infty}^{+\infty} H(\alpha + f)W(\alpha, f)\exp(i2\pi\alpha b)d\alpha \\ &= IFT\{H(\alpha + f)W(\alpha, f)\}. \end{aligned} \quad (5)$$

This form serves as the basis for an algorithm that utilizes the fast Fourier transform repeatedly for computation of the S-transform and facilitates implementation on a computer.

Based on the localization property of the S-transform, the phase of the fringe can be approximated by  $\varphi(x) \cong \varphi(b) + (x-b)\varphi'(b)$ . Furthermore, as-

suming a slow variation of  $I_0(x)$  and  $V(x)$ , the Fourier transform of the fringe signal is evaluated as

$$H(\alpha) = I_0(b)\pi \left\{ 2\delta(\alpha) + V(b) \left[ \delta\left(\alpha - f_0 - \frac{\varphi'(b)}{2\pi}\right) \times \exp(i(\varphi(b) - b\varphi'(b))) + \delta\left(\alpha + f_0 + \frac{\varphi'(b)}{2\pi}\right) \times \exp(-i(\varphi(b) - b\varphi'(b))) \right] \right\}. \quad (6)$$

Then, inserting Eq. (6) and the Fourier transform of the Gaussian window given by Eq. (4) into Eq. (5), the S-transform is obtained as

$$S(b, f) = I_0(b)\pi V(b) \exp\left(-\frac{2\pi^2}{f^2} \left(-f + f_0 + \frac{\varphi'(b)}{2\pi}\right)^2\right) \times \exp(i(\varphi + 2\pi b f_0 - 2\pi b f)). \quad (7)$$

The extremum frequency  $f_{\max}$  obtained from the modulus  $|S(\alpha, f)|$  is given by

$$f_{\max}(b) = f_0 + \frac{\varphi'(b)}{2\pi}. \quad (8)$$

This leads to the phase distribution for that row by integration without using any unwrapping algorithm that is inherent in the Fourier transform method.

In the S-transform method, the wrapped phase distribution is also directly acquired from the phase of the S-transform,  $\phi_s(b) = \tan^{-1}(\text{Im } S / \text{Re } S) = \varphi(b) + 2\pi b(f_0 - f)$ , and the unwrapped phase  $\varphi$  is obtained by unwrapping  $\phi_s$  using a suitable algorithm to correct phase discontinuities.

The two-dimensional fringe pattern with the carrier frequency in two spatial directions,  $x$  and  $y$ , is defined as

$$h(x, y) = I_0(x, y)[1 + V(x, y)\cos(2\pi f_0 x + 2\pi f_0 y + \varphi(x, y))]. \quad (9)$$

To extract the phase distribution  $\varphi(x, y)$  from this fringe pattern, the above-mentioned S-transform method has been applied to each  $y$  pixel (row) and the phase component along the  $x$  direction is obtained. Then, the phase component along the  $y$  direction is acquired by repeating this process for each  $x$  pixel (column). These two phase components are added to find the final phase distribution  $\varphi(x, y)$ .

A relief of Atatürk was used as a test object to recover the phase distribution. A sinusoidal fringe pattern with the carrier frequency in two spatial directions,  $x$  and  $y$ , was projected by a projector (Sharp XGA XR-10X) with a resolution of  $1024 \times 768$  pixels onto the object by using crossed optical axes geometry proposed by Takeda and Mutoh.<sup>4</sup>

The distance from the camera to the reference plane,  $L$ , was 146 cm, and the distance between the projector and the CCD camera (HP Photosmart 735, 3.2 megapixels),  $d$ , was 17 cm. The CCD camera was focused on the center of the reference plane to obtain

the carrier frequency of the projected fringe. The reference image was captured and stored in the camera's memory as an RGB image. Then the relief of Atatürk was put into the reference plane, and the object's image was captured as shown in Fig. 1. These two stored images were later downloaded to computer and converted to gray-scale images for analysis.

The computations were performed in the Matlab environment using the S-transform subroutine provided by Stockwell.<sup>6</sup> The phase distribution of the object is calculated by three methods, i.e., using the phase gradient of the S-transform, the phase of the S-transform and Fourier transform profilometry (FTP) algorithm.

In the phase gradient method, one-dimensional S-transforms of the reference and object images were calculated for each  $x$  and  $y$ . The phase gradient distributions were calculated from Eq. (8) with  $f_0 = 0.25 \text{ pixel}^{-1}$  as determined from the reference image. These phase gradients were then integrated to obtain the phase distribution of the reference image  $\varphi_R(x, y)$  and the object image  $\varphi_O(x, y)$ . Finally, the phase distribution of the object  $\varphi(x, y) = \varphi_O(x, y) - \varphi_R(x, y)$  was calculated.

In the phase-of-S-transform method, the phase is calculated at S-transform for each row. Then, the obtained phase, as wrapped in the  $[-\pi, +\pi]$  range, is unwrapped using the *unwrap* procedure of Matlab to correct discontinuities in the wrapped phase. The phase distribution of the object obtained by using this unwrapped phase distribution and the phase gradient method are shown in Figs. 2(a) and 2(b), respectively. Furthermore the FTP method was used for calculating phase distribution of the object as proposed by Takeda and Mutoh,<sup>4</sup> which is plotted in Fig. 2(c).

The S-transform of the optical fringe pattern was used to recover the phase distribution of projected fringes with two-dimensional fringe patterns, for the first time in the literature to our knowledge. The recovered phase distributions by both S-transform gra-

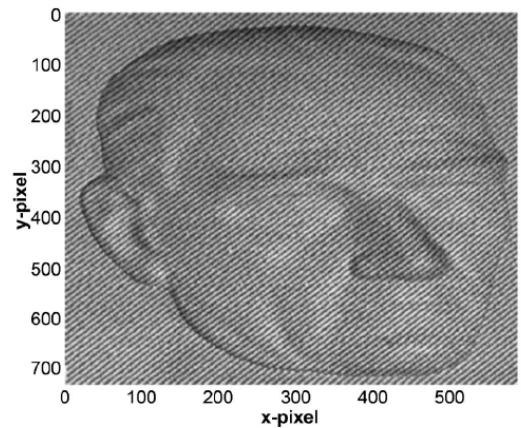


Fig. 1. Sinusoidal fringe projected image of the relief of Atatürk.

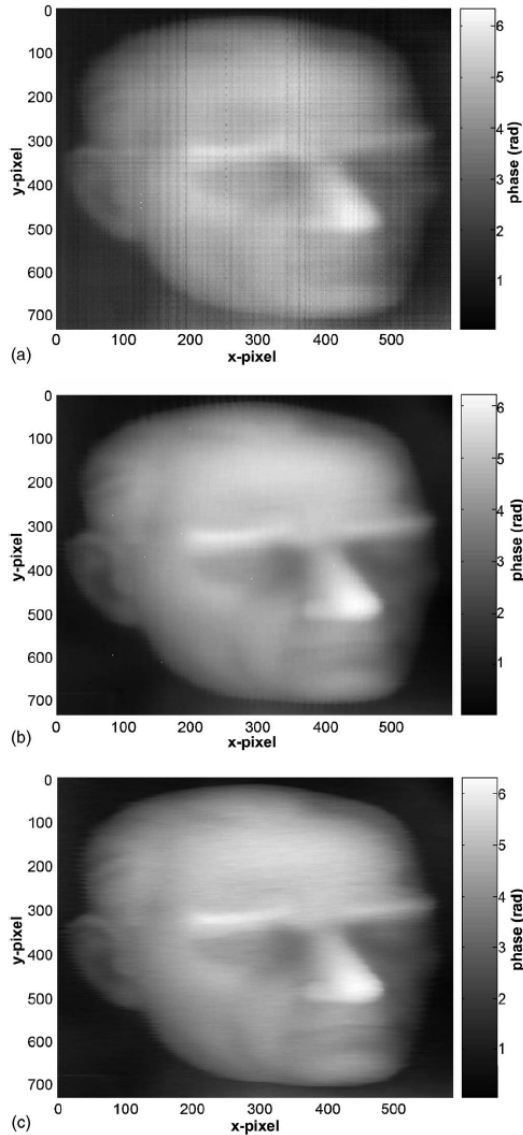


Fig. 2. Recovered phase distribution of the relief of Atatürk by (a) the S-transform phase gradient method, (b) the S-transform phase method, (c) the FTP method.

dient method and the phase method were compared with the obtained by the FTP method. The S-transform gradient method has the advantage of not requiring any unwrapping process, unlike the FTP and phase-of-S-transform methods. For comparison, at  $x=441$  pixels and  $y=476$  pixels around the nose, the phase obtained by FTP is 6.355 rad, that obtained by S-transform phase is 6.256 rad, and that obtained by the S-transform gradient method is 6.451 rad. The relative difference between FTP and the S-transform is around 1.5%. The results are attractive in the sense of comfortable applicability of the S-transform method for the analysis of the optical fringe pattern.

This work was partially supported by the Turkish Scientific and Technological Research Council (TUBITAK-TBAG no. 105T136). We thank Huseyin Cavus for his help. O. Kocahan's e-mail address is okocahan@comu.edu.tr.

#### References

1. R. J. Green and J. G. Walker, *Opt. Lasers Eng.* **8**, 25 (1988).
2. X. Su and W. Chen, *Opt. Lasers Eng.* **35**, 263 (2001).
3. L. D. Acquisto, L. Frantini, and A. M. Siddiolo, *Meas. Sci. Technol.* **13**, 613 (2002).
4. M. Takeda and K. Mutoh, *Appl. Opt.* **22**, 3977 (1983).
5. H. Singh and J. S. Sirkis, *Appl. Opt.* **33**, 5016 (1994).
6. R. G. Stockwell, "S-transform analysis of gravity wave activity from a small scale network of airglow imagers" (Faculty of Graduate Studies, the University of Western Ontario, 1999), pp. 52–100. The S-transform subroutine is available at URL: <http://www.cora.nwra.com/~stockwel/>.
7. C. R. Pinnegar and L. Mansinha, *Fluct. Noise Lett.* **3**, L357 (2003).
8. R. G. Stockwell, L. Mansinha, and R. P. Lowe, *IEEE Trans. Signal Process.* **44**, 998 (1996).

## TABLULAR

	<b>Sayfa</b>
Tablo 3.1. Metinde geçen S-dönüşümü, dalgacık dönüşümü, ızgara sinyali fonksiyonları ve bunların Fourier dönüşümleri	46
Tablo 3.2. Metinde geçen üç ana dalgacık fonksiyonları, bunların Fourier dönüşümleri ile $f_{\max}$ maksimum frekans ve $a_{\max}$ maksimum ölçek parametresi denklemleri	47
Tablo 3.3. Metinde geçen Gaussian penceresi ve ana dalgacık fonksiyonları en küçük belirsizlik değerleri	48
Tablo 5.1. Atatürk rölyefi için maksimum yüksekliğin bulunduğu piksel değerlerinde integral dönüşümler faz ve faz-gradyan yöntemlerinden hesaplanan yükseklikler; (444, 481) değerli pikselde bulunan yükseklikleri; bu yükseklik değerlerinin mekanik ölçümlere göre hata yüzdeleri (444, 481) piksel etrafında mekanik ölçüm 2.045 cm	122
Tablo 5.2. Balık rölyefi için maksimum yüksekliğin bulunduğu piksel değerlerinde integral dönüşümler faz ve faz-gradyan yöntemlerinden hesaplanan yükseklikler; (637, 240) değerli pikselde bulunan yükseklikleri; bu yükseklik değerlerinin mekanik ölçümlere göre hata yüzdeleri (637, 240) piksel etrafında mekanik ölçüm 3.00 cm	123
Tablo 5.3. Çukur tabak için maksimum yüksekliğin bulunduğu piksel değerlerinde integral dönüşümler faz ve faz-gradyan yöntemlerinden hesaplanan yükseklikler; (422, 8) değerli pikselde bulunan yükseklikleri; bu yükseklik değerlerinin mekanik ölçümlere göre hata yüzdeleri (422, 8) piksel etrafında mekanik ölçüm 6.280 cm	124

## ŞEKİLLER

	<b>Sayfa</b>
Şekil 2.1.1. Çapraz optik eksenli geometri (Takeda ve Mutoh, 1983).	7
Şekil 2.2.1. Paralel optik eksenli geometri (Takeda ve Mutoh, 1983).	9
Şekil 3.1.1.1. Değişime uğramış ızgara görüntüsünün filtrelenmesinin genlik-frekans spektrumunda gösterimi (Takeda ve Mutoh, 1983).	13
Şekil 3.1.1.2. $h(x, y) = 0$ durumunda ızgara görüntüsünün filtrelenmesinin genlik-frekans spektrumunda gösterimi (Takeda ve Mutoh, 1983).	14
Şekil 3.1.3.1. Üçgenlerin benzerliğinden yükseklik bilgisinin elde edilmesi (Takeda ve Mutoh, 1983).	16
Şekil 3.1.4.1. $Q_1$ bileşeninin tüm spektrumdan ayrılması (Takeda ve Mutoh, 1983).	17
Şekil 3.1.5.1 (a) Her $\Delta t$ zaman aralığında aynı frekans bileşenlerine sahip sinyal (b) Her $\Delta t$ zaman aralığında farklı frekans bileşenlerine sahip sinyal (c) Birinci sinyalin Fourier dönüşümü (d) ikinci sinyalin Fourier dönüşümü (Polikar, 1999).	20
Şekil 3.2.1. (a) Gaussian pencere fonksiyonu $w(b-x, f)$ . (b) Gaussian pencere fonksiyonu ile $\exp(-i2\pi fx)$ teriminin çarpımı (çizgi ve kesikli çizgi sırasıyla fonksiyonun gerçel ve sanal kısımlarını göstermektedir). (c) $\alpha$ tanım kümesinde Gaussian pencere fonksiyonu (hesaplamalarda $b = 3$ piksel ve $f = 2$ (1/piksel) olarak alınmıştır).	24
Şekil 3.3.1. Dalgacık, sinyal ve dönüşüm (Addison, 2002).	29

Şekil 3.3.2. (a) Üç farklı $b$ değeri için, $x$ eksenini boyunca sinyal üzerinde ilerleyen analiz dalgacığı; (b) $bxa$ boyutlu SDD sonuç matrisi (Hwang ve diğ., 2007).	30
Şekil 3.3.1.1. $c=5$ ve $b=4$ için (a) Morlet dalgacığı (çizgi ve kesikli çizgi sırasıyla fonksiyonun gerçel ve sanal kısımlarını göstermektedir); (b) (a)'daki Morlet analiz dalgacığının Fourier dönüşümü.	34
Şekil 3.3.2.1. $b=3$ için (çizgi ve kesikli çizgi sırasıyla fonksiyonun gerçel ve sanal kısımlarını göstermektedir) (a) $n=2$ için Paul dalgacığı; (b) $n=2$ için Paul dalgacığının Fourier dönüşümü. (c) $n=3$ için Paul dalgacığı; (d) $n=3$ için Paul dalgacığının Fourier dönüşümü.	39
Şekil 3.3.2.2. $b=3$ için (çizgi ve kesikli çizgi sırasıyla fonksiyonun gerçel ve sanal kısımlarını göstermektedir) (a) $n=4$ için Paul dalgacığı; (b) $n=4$ için Paul dalgacığının Fourier dönüşümü. (c) $n=5$ için Paul dalgacığı; (d) $n=5$ için Paul dalgacığının Fourier dönüşümü.	40
Şekil 3.3.3.1. $b=3$ için (çizgi ve kesikli çizgi sırasıyla fonksiyonun gerçel ve sanal kısımlarını göstermektedir) (a) $m=1$ için DOG dalgacığı ve (b) $m=1$ için DOG dalgacığının Fourier dönüşümü (c) $m=2$ için DOG dalgacığı ve (d) $m=2$ için DOG dalgacığının Fourier dönüşümü.	43
Şekil 3.3.3.2. $b=3$ için (çizgi ve kesikli çizgi sırasıyla fonksiyonun gerçel ve sanal kısımlarını göstermektedir) (a) $m=3$ için DOG dalgacığı ve (b) $m=3$ için DOG dalgacığının Fourier dönüşümü (c) $m=4$ için DOG dalgacığı ve (d) $m=4$ için DOG dalgacığının Fourier dönüşümü.	44
Şekil 4.2.1.1.1. (a) Denk. 4.2.1.1.1. ile verilen benzeşim faz fonksiyonu. (b) Denk. 4.2.1.1.2. ile verilen ızgara sinyali (c) ızgara deseninin S-dönüşümünün normalize modülü $ S(b,f) $ kontur çizimi.	53



Şekil 4.2.1.1.2. (a) Benzeşim faz fonksiyonun gradyanı (kesikli çizgi) ve S-dönüşümü faz gradyan yönteminden elde edilen faz gradyanı (düz çizgi). (b) Hesaplanan fazlar: S-dönüşümü faz yöntemi (düz çizgi); S-dönüşümü faz gradyan yöntemi (kesikli çizgi). (c) Faz gradyan ve Faz yöntemlerinden elde edilen fazların farkı.	54
Şekil 4.2.1.1.3. (a) S-dönüşümünden elde edilen gradyan eğrisi (b) sıfır dolgusu uygulanmış hali.	56
Şekil 4.2.1.1.4. Faz kaymasının sıfır olduğu durumda, x ve y yönünde iki taşıyıcı frekansla oluşturulmuş ızgara sinyalinin iki boyutlu görünümü ( $f_{0x} = f_{0y} = 0,3$ ).	58
Şekil 4.2.1.1.5. x ve y yönünde taşıyıcı frekanslı benzeşim ızgara deseni.	58
Şekil 4.2.1.1.6. Benzeşim ızgara deseninin S-dönüşümü faz gradyan yönteminden bulunan (a) x yönündeki faz bileşeni; (b) y yönündeki faz bileşeni; (c) toplam faz $\varphi(x, y)$ .	59
Şekil 4.2.1.1.7. Benzeşim ızgara deseninin S-dönüşümü faz yönteminden bulunan, faz düzeltme işlemi uygulanmadan önceki x yönündeki faz bileşeni.	60
Şekil 4.2.1.1.8. Benzeşim ızgara deseninin S-dönüşümü faz yönteminden bulunan, faz düzeltme işlemi uygulandıktan sonraki toplam faz $\varphi(x, y)$ .	60
Şekil 4.2.1.2.1. Faz kaymasının sıfır olduğu durumda, x ve y yönünde iki taşıyıcı frekansla oluşturulmuş ızgara sinyalinin iki boyutlu görünümü ( $f_{0x} = f_{0y} = 0,2$ ).	62
Şekil 4.2.1.2.2. x ve y yönünde taşıyıcı frekanslı benzeşim ızgara deseni.	62



Şekil 4.2.1.2.3. Benzeşim ızgara deseninin Morlet ana dalgacığı ile SDD faz-gradyan yönteminden bulunan (a) x yönündeki faz bileşeni; (b) y yönündeki faz bileşeni; (c) toplam faz $\varphi(x, y)$ .	63
Şekil 4.2.1.2.4. Benzeşim ızgara deseninin Morlet ana dalgacığı ile SDD faz yönteminden bulunan toplam faz $\varphi(x, y)$ .	64
Şekil 4.2.1.2.5. Paul ana dalgacığı (n=4) ile SDD (a) faz-gradyan yönteminden, (b) faz yönteminden elde edilen toplam faz $\varphi(x, y)$ .	64
Şekil 4.2.1.2.6. (a) DOG ana dalgacığı (m=2) ile SDD faz gradyan yönteminden, (b) DOG ana dalgacığı (m=2) ile SDD faz yönteminden elde edilen toplam faz $\varphi(x, y)$ .	65
Şekil 4.3.1.1. Çapraz optik eksenli geometride kurulan deney düzeneğinin şeması.	66
Şekil 4.3.1.2. x ve y yönünde iki taşıyıcı frekansla oluşturulmuş ızgara sinyalinin iki boyutlu görünümü ( $f_0 = 0,25$ (1/piksel)).	67
Şekil 4.3.1.3. Deney düzeneğinin çeşitli fotoğrafları.	67
Şekil 4.3.1.4 Tezde kullanılan cisimler (a) Atatürk rölyefi; (b) çukur tabak; (c) balık rölyefi.	69
Şekil 4.3.1.5. Atatürk rölyefi üzerine x ve y yönlerinde iki taşıyıcı frekansla ( $f_0=0,25$ ) oluşturulmuş ızgara deseninin yansıtılmasıyla elde edilen görüntü ve referansı.	69
Şekil 4.3.1.6. Çukur tabak üzerine x ve y yönlerinde iki taşıyıcı frekansla ( $f_0=0,25$ ) oluşturulmuş ızgara deseninin yansıtılmasıyla elde edilen görüntü	70

ve referansı.

Şekil 4.3.1.7. Balık rölyefi üzerine x ve y yönlerinde iki taşıyıcı frekansla ( $f_0=0,3$ ) oluşturulmuş ızgara deseninin yansıtılmasıyla elde edilen görüntü ve referansı. 70

Şekil 4.3.2.1. Atatürk rölyefi için alınan referans düzlem görüntüsünün bir satırının genlik frekans spektrumu. 71

Şekil 4.3.2.2. Yükseklik değişimli Atatürk rölyefi görüntüsünün frekans spektrumundan seçilen bileşenin genlik spektrumu. 71

Şekil 4.3.2.3. Hanning penceresi. 72

Şekil 4.3.2.4. (a) Atatürk rölyefi görüntüsünün Fourier dönüşümünden elde edilen faz düzeltme işlemi uygulanmamış faz dağılımı; (b) Atatürk rölyefi görüntüsünün Fourier dönüşümünden elde edilen faz düzeltme işlemi uygulanmış faz dağılımı; (c) üç boyutlu profili. 73

Şekil 4.3.2.5. (a) Balık rölyefi görüntüsünün Fourier dönüşümünden elde edilen faz dağılımı; (b) üç boyutlu profili. 74

Şekil 4.3.2.6. (a) Çukur tabak görüntüsünün Fourier dönüşümünden elde edilen faz dağılımı; (b) üç boyutlu profili. 75

Şekil 4.3.3.1. (a) Atatürk rölyefi görüntüsünün 300. satırını gösteren ham sinyal ( $y=300$ ); (b) S-dönüşümünden elde edilen dönüşüm grafiği. 77

Şekil 4.3.3.2. Atatürk rölyefi görüntüsünün S-dönüşümü faz-gradyan yönteminden bulunan (a) x yönündeki faz bileşeni; (b) y yönündeki faz bileşeni; (c) toplam faz dağılımı. 78

Şekil 4.3.3.3. Atatürk rölyefi görüntüsünün S-dönüşümü faz yöntemiyle (a) x yönünde bulunan faz bileşeni, faz düzeltme işlemi uygulanmadan önceki durumu; (b) x yönünde bulunan faz bileşeni, faz düzeltme işlemi uygulandıktan sonraki durumu; (c) toplam faz dağılımı.	79
Şekil 4.3.3.4. Balık rölyefi görüntüsünün S-dönüşümü (a) faz-gradyan yönteminden bulunan toplam faz dağılımı; (b) faz yönteminden bulunan toplam faz dağılımı.	80
Şekil 4.3.3.5. Çukur tabak görüntüsünün S-dönüşümü (a) faz-gradyan yönteminden bulunan toplam faz dağılımı; (b) faz yönteminden bulunan toplam faz dağılımı.	81
Şekil 4.3.3.6. Atatürk rölyefi görüntüsünün (a) S-dönüşümü faz-gradyan yönteminden bulunan üç boyutlu profili; (b) S-dönüşümü faz yönteminden bulunan üç boyutlu profili; (c) $y=300$ . satır için yükseklik karşılaştırması.	82
Şekil 4.3.3.7. Balık rölyefi görüntüsünün (a) S-dönüşümü faz-gradyan yönteminden bulunan üç boyutlu profili; (b) S-dönüşümü faz yönteminden bulunan üç boyutlu profili; (c) $y=250$ . satır için yükseklik karşılaştırması.	83
Şekil 4.3.3.8. Çukur tabak görüntüsünün (a) S-dönüşümü faz-gradyan yönteminden bulunan üç boyutlu profili; (b) S-dönüşümü faz yönteminden bulunan üç boyutlu profili; (c) $y=200$ . satır için yükseklik karşılaştırması.	84
Şekil 4.3.4.1. (a) Atatürk rölyefi görüntüsünün 300. satırını gösteren ham sinyal ( $y=300$ ); (b) ham sinyalin ( $x=300$ ) SDD ile elde edilen dönüşüm grafiği.	87
Şekil 4.3.4.2. Atatürk rölyefi görüntüsünün Morlet ( $c=6$ ) ana dalgacığı ile SDD faz-gradyan yönteminden bulunan (a) x yönündeki faz bileşeni; (b) y yönündeki faz bileşeni.	88

Şekil 4.3.4.3. Atatürk rölyefi görüntüsünün Morlet ( $c=6$ ) ana dalgacığı ile SDD (a) faz-gradyan yönteminden bulunan toplam faz dağılımı; (b) faz yönteminden bulunan toplam faz dağılımı.	89
Şekil 4.3.4.4. Balık rölyefi görüntüsünün Morlet ( $c=6$ ) ana dalgacığı ile SDD (a) faz-gradyan yönteminden bulunan toplam faz dağılımı; (b) faz yönteminden bulunan toplam faz dağılımı.	90
Şekil 4.3.4.5. Çukur tabak görüntüsünün Morlet ( $c=6$ ) ana dalgacığı ile SDD (a) faz-gradyan yönteminden bulunan toplam faz dağılımı; (b) faz yönteminden bulunan toplam faz dağılımı.	91
Şekil 4.3.4.6. Atatürk rölyefi görüntüsünün Morlet ( $c=6$ ) ana dalgacığı ile SDD (a) faz-gradyan yönteminden bulunan üç boyutlu profili; (b) faz yönteminden bulunan üç boyutlu profili; (c) $y=300$ . satır için yükseklik karşılaştırması.	92
Şekil 4.3.4.7. Balık rölyefi görüntüsünün Morlet ( $c=6$ ) ana dalgacığı ile SDD (a) faz-gradyan yönteminden bulunan üç boyutlu profili; (b) faz yönteminden bulunan üç boyutlu profili; (c) $y=250$ . satır için yükseklik karşılaştırması.	93
Şekil 4.3.4.8. Çukur tabak görüntüsünün Morlet ( $c=6$ ) ana dalgacığı ile SDD (a) faz-gradyan yönteminden bulunan üç boyutlu profili; (b) faz yönteminden bulunan üç boyutlu profili; (c) $y=200$ . satır için yükseklik karşılaştırması.	94
Şekil 4.3.4.9. Atatürk rölyefi görüntüsünün Paul ( $n=4$ ) ana dalgacığı ile SDD (a) faz-gradyan yönteminden; (b) faz yönteminden bulunan faz dağılımları.	95

Şekil 4.3.4.10. Atatürk rölyefi görüntüsünün Paul (n=4) ana dalgacığı ile SDD (a) faz-gradyan yönteminden; (b) faz yönteminden bulunan üç boyutlu profili; (c) y=300. satır için yükseklik karşılaştırması.	96
Şekil 4.3.4.11. Balık rölyefi görüntüsünün Paul (n=4) ana dalgacığı ile SDD (a) faz-gradyan yönteminden; (b) faz yönteminden bulunan faz dağılımları.	97
Şekil 4.3.4.12. Balık rölyefi görüntüsünün Paul (n=4) ana dalgacığı ile SDD (a) faz-gradyan yönteminden; (b) faz yönteminden bulunan üç boyutlu profili; (c) y=250. satır için yükseklik karşılaştırması.	98
Şekil 4.3.4.13. Çukur tabak görüntüsünün Paul (n=4) ana dalgacığı ile SDD (a) faz-gradyan yönteminden; (b) faz yönteminden bulunan faz dağılımları.	99
Şekil 4.3.4.14. Çukur tabak görüntüsünün Paul (n=4) ana dalgacığı ile SDD (a) faz-gradyan yönteminden; (b) faz yönteminden bulunan üç boyutlu profili; (c) y=200. satır için yükseklik karşılaştırması.	100
Şekil 4.3.4.15. Atatürk rölyefi görüntüsünün DOG (m=2) ana dalgacığı ile SDD (a) faz-gradyan yönteminden; (b) faz yönteminden bulunan faz dağılımları.	101
Şekil 4.3.4.16. Atatürk rölyefi görüntüsünün DOG (m=2) ana dalgacığı ile SDD (a) faz-gradyan yönteminden; (b) faz yönteminden bulunan üç boyutlu profili; (c) y=300. satır için yükseklik karşılaştırması.	102
Şekil 4.3.4.17. Balık rölyefi görüntüsünün DOG (m=2) ana dalgacığı ile SDD (a) faz-gradyan yönteminden; (b) faz yönteminden bulunan faz dağılımları.	103

Şekil 4.3.4.18. Balık rölyefi görüntüsünün DOG ( $m=2$ ) ana dalgacığı ile (a) faz-gradyan yönteminden; (b) faz yönteminden bulunan üç boyutlu profili; (c) $y=250$ . satır için yükseklik karşılaştırması.	104
Şekil 4.3.4.19. Çukur tabak görüntüsünün DOG ( $m=2$ ) ana dalgacığı ile SDD (a) faz-gradyan yönteminden; (b) faz yönteminden bulunan faz dağılımları.	105
Şekil 4.3.4.20. Çukur tabak görüntüsünün DOG ( $m=2$ ) ana dalgacığı ile (a) faz-gradyan yönteminden; (b) faz yönteminden bulunan üç boyutlu profili; (c) $y=200$ . satır için yükseklik karşılaştırması.	106
Şekil 5.1.1 Paralel optik eksenli geometride kurulan deney düzeneğinin şeması.	107
Şekil 5.1.2. Balık rölyefi üzerine x ve y yönlerinde iki taşıyıcı frekansla ( $f_0=0,3$ ) oluşturulmuş ızgara deseninin yansıtılmasıyla elde edilen görüntü ve referansı.	108
Şekil 5.1.3. (a) Paralel optik eksenli geometri ile elde edilen balık rölyefi görüntüsünün Fourier dönüşümünden hesaplanan üç boyutlu profili; (b) Çapraz optik eksenli geometri ile elde edilen balık rölyefi görüntüsünün Fourier dönüşümünden hesaplanan üç boyutlu profili.	109
Şekil 5.2.1. Atatürk rölyefi görüntüsünün, $y=300$ satırı için, Paul ana dalgacığı $n=2, 3, 4$ ve $5$ ile SDD (a) faz-gradyan yönteminden (b) faz yönteminden bulunan yüksekliklerinin karşılaştırması.	111
Şekil 5.2.2. Atatürk rölyefi görüntüsünün, $y=300$ satırı için, DOG ana dalgacığı $m=1, 2, 3$ ve $4$ ile SDD (a) faz-gradyan yönteminden (b) faz yönteminden bulunan yüksekliklerinin karşılaştırması.	112

Şekil 5.2.3. Atatürk rölyefi görüntüsünün 300. satırını gösteren ( $x=300$ ) ham sinyalin (a) Morlet dalgacığı ( $c=6$ ); (b) Paul dalgacığı ( $n=4$ ); (c) DOG dalgacığı ( $m=2$ ) SDD ile elde edilen dönüşüm grafiği.	113
Şekil 5.2.4. Farklı $a$ ölçek parametresi değerleri için (a) Morlet dalgacığının ( $c=6$ ); (b) DOG dalgacığının ( $m=2$ ) Fourier dönüşümlerinin $\alpha(1/\text{ piksel})$ ekseninde ilerleyişi	115
Şekil 5.2.5. (a) Atatürk rölyefi $y=300$ . satır; (b) Balık rölyefi $y=250$ . satır; (c) Çukur tabak $y=200$ . satır için Fourier dönüşümü (ff); S-dönüşümü (sf); Morlet (mf) ve Paul ( $n=4$ ) (pf) dalgacıkları ile SDD faz yöntemlerinden elde edilen yükseklikler.	116
Şekil 5.2.6. (a) Atatürk rölyefi $y=300$ . satır; (b) Balık rölyefi $y=250$ . satır; (c) Çukur tabak $y=200$ . satır için S-dönüşümü (sfg), Morlet (mfg) dalgacığı ile SDD faz-gradyan yöntemlerinden elde edilen yükseklikler.	117
Şekil 5.2.7. (a) Atatürk rölyefi $y=300$ . satır için; S-dönüşümü (sfg), Morlet (mfg), Paul ( $n=4$ ) (pfg) ve DOG ( $m=2$ ) (dfg) dalgacıkları ile SDD faz-gradyan; Fourier dönüşümü (ff), S-dönüşümü (sf), Morlet (mf), Paul (pf) ve DOG (df) dalgacıkları ile SDD faz yöntemlerinden elde edilen yükseklikler. (b) Kare içindeki bölümün yakından görünümü.	118
Şekil 5.2.8. (a) Balık rölyefi $y=250$ . satır için; S-dönüşümü (sfg), Morlet (mfg), Paul ( $n=4$ ) (pfg) ve DOG ( $m=2$ ) (dfg) dalgacıkları ile SDD faz-gradyan; Fourier dönüşümü (ff), S-dönüşümü (sf), Morlet (mf), Paul (pf) ve DOG (df) dalgacıkları ile SDD faz yöntemlerinden elde edilen yükseklikler. (b) Yakından görünüm.	119

Şekil 5.2.9. (a) Çukur tabak  $y=200$ . satır için; S-dönüşümü (sfg), Morlet (mfg), Paul ( $n=4$ ) (pfg) ve DOG ( $m=2$ ) (dfg) dalgacıları ile SDD faz gradyan; Fourier dönüşümü (ff), S-dönüşümü (sf), Morlet (mf), Paul (pf) ve DOG (df) dalgacıları ile SDD faz yöntemlerinden elde edilen yükseklikler. (b) Kare içindeki bölümün büyütülmüş hali.



# YAŞAM ÖYKÜSÜ

## I. KİŞİSEL BİLGİLER

**Adı Soyadı:** ÖZLEM KOCAHAN

**Doğum Tarihi:** 13 Eylül 1976

**Görevler:**

Unvanı	Görev Yeri	Yıl
Arş. Gör.	Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi, Fizik Bölümü	1999-

**Öğrenim Durumu:**

Derece	Bölüm/Program	Üniversite	Yıl
Lisans	FİZİK	ODTÜ	1999
Y. Lisans	FİZİK	ÇOMÜ	2002
Doktora	FİZİK	ÇOMÜ	2008

## II. BİLİMSEL ALTYAPI

**Yüksek Lisans Tezi:**

“Çanakkale Yerleşim Alanında Uzaktan Algılama ve Coğrafi Bilgi Sistemi Yöntemleri İle Olası Bir Depremde Beklenen Hasarların Değerlendirilmesi”

1. Danışman: Prof. Dr. Ramazan AYDIN (ÇOMÜ, Fizik Bölümü)
2. Danışman: Prof. Dr. Can AYDAY (Anadolu Üniversitesi, Uydu ve Uzay Bilimleri Enstitüsü)

**Doktora Yeterlilik Sınavı Tarihi:** 3 Kasım 2007

**Doktora Tezi:**

“İntegral Dönüşümler Kullanılarak Cisimlerin Profillerinin Belirlenmesi”

1. Danışman: Prof. Dr. Mehmet Emin ÖZEL (ÇOMÜ, Fizik Bölümü)
2. Danışman: Prof. Dr. Serhat ÖZDER (ÇOMÜ, Fizik Bölümü)

### **Katıldığı Projeler ve Yürüttüğü Görevler:**

1. Araştırmacı; Türkiye'nin Meteorit Çarpma Kraterleri Envanteri: Kraterlerin Morfolojik Özellikleri ve Uydu Görüntüleriyle Bulunması, Haziran 2005 – 2008, TUBİTAK (Proje Yürütücüsü: Prof. Dr. Mehmet Emin ÖZEL).
2. Araştırmacı; Morötesi ve Yakın Morötesi Işığın Silika İçerikli Maddelere ve Silika Fiberlere Etkisi, Mayıs 2003, Araştırma Fonu Projesi, ÇOMÜ (Proje Yürütücüsü: Prof. Dr. Ramazan AYDIN).
3. Araştırmacı; Çanakkale ili ormanlık alanlarının uydu verileriyle tespiti, Mayıs 2003, Araştırma Fonu Projesi, ÇOMÜ (Proje Yürütücüsü: Prof. Dr. Hülya YILDIRIM).
4. Araştırmacı; Çanakkale Yerleşim Alanında Uzaktan Algılama ve Coğrafi Bilgi Sistemi Yöntemleri İle Olası Bir Depremde Beklenen Hasarların Değerlendirilmesi, Nisan 2001, Araştırma Fonu Projesi, ÇOMÜ (Proje Yürütücüsü: Prof. Dr. Ramazan AYDIN).
5. Araştırmacı; GPS ve Pasif Yer Tayin Sisteminin Koordinasyonu, Kasım 2000, Araştırma Fonu Projesi, ÇOMÜ (Proje Yürütücüsü: Prof. Dr. Ramazan AYDIN).

### **III. YAYINLAR**

#### **A. Uluslararası hakemli dergilerde yayımlanan makaleler :**

- A1. S. Özder, **Ö. Kocahan**, E. Coşkun, and H. Göktaş, " **Optical phase distribution evaluation by using an S-transform,**" Opt. Lett. **32**, 591–593 (2007)
- A2. S. Özder, E. Coşkun, O. Köysal and **Ö. Kocahan**, " **Determination of birefringence dispersion in nematic liquid crystals by using an S-transform**", Opt. Lett. **32**, No 14 (2007)

#### **B. Uluslararası bilimsel toplantılarda sunulan bildiriler :**

- B1. " **Birefringence dispersion measurement in nematic liquid crystals by using a Stockwell transform**" (Özet), E. Coşkun, **Ö. Kocahan**, O. Köysal and S. Özder,

International School and Conference on Optics and Optical Materials (ISCOM), September 3-7, 2007, Belgrad - Sırbistan.

**B2. “S-transform analysis of projected fringe patterns” (Tam Metin), Ö. Kocahan, S. Özder, E. Coşkun, Optical Metrology Conference, Proc. SPIE Vol. 6616, 66161A, 18 – 22 Haziran, 2007, Almanya – Münih.**

**B3. “Optical phase distribution evaluation by using S-transform” (Özet), Ö. Kocahan, S. Özder, E. Coşkun, 6th International Conference of the Balkan Physical Union, p. 899, 22 – 26 Ağustos 2006, İstanbul**

**B4. “The Determination of Birefringence Dispersion in Nematic Liquid Crystals by Using the S-transform” (Özet), E. Coşkun, S. Özder, Ö. Kocahan, 6th International Conference of the Balkan Physical Union, p. 430, 22 – 26 Ağustos 2006, İstanbul**

**B5. “Meteorite Impact Crater Inventory of Turkey”, Ö. Kocahan, M.E. Özel, E. Şengül, 2<sup>nd</sup> International Conference on Recent Advances in Space Technologies Space in the Service of Society, RAST 2005, p. 710 – 713, 09 – 11 Haziran 2005, İstanbul**

**B6. “Chemical Analysis of Some Meteorite Claims in Turkey”, E. Şengül, M.E. Özel, Ö. Kocahan, 2<sup>nd</sup> International Conference on Recent Advances in Space Technologies Space in the Service of Society, RAST 2005, p. 714 – 716, 09 – 11 Haziran 2005, İstanbul.**

**C. Ulusal bilimsel toplantılarda sunulan bildiriler:**

**C1. “Amorf Yarıiletken İnce Filmlerin Optik Özelliklerinin Sürekli Dalgaçık Dönüşüm Yöntemiyle Belirlenmesi”, E. Coşkun, K. Sel, S. Özder ve Ö.Kocahan, FOTONİK 2007, ASELSAN AŞ. MGEO Tesisleri, 28 Eylül 2007, Ankara**

**C2. “5CB Nematik Sıvı Kristalinin Sinyal Analiz Yöntemleri ile Çift Kırılıminın Belirlenmesi”, E. Coşkun, Ö. Kocahan, O. Köysal, S. Özder, 13. Yoğun Madde Fiziği – Ankara Toplantısı, ODTÜ, 3 Kasım 2006, Ankara**

**C3. “Türkiye’nin Meteorit Çarpma Kraterleri Envanteri Çalışmaları”, Ö. Kocahan, M.E. Özel, E. Şengül, XV. Ulusal Astronomi Kongresi, p. 61, 28 Ağustos – 1 Eylül 2006, Kültür Üniversitesi, İstanbul**

**C4. “Bazı Meteorit Adaylarının Kimyasal Yöntemlerle Sınıflandırılması”, E. Şengül, Ö. Kocahan, M.E. Özel, XV. Ulusal Astronomi Kongresi, p. 136, 28 Ağustos – 1 Eylül 2006, Kültür Üniversitesi, İstanbul**

**F. Diğer yayınlar:** Optik ve Dalgalar Laboratuar Deneyleri, Laboratuar El Kitabı, A. Yılmaz, Ö. Kocahan, B. Atalay, ÇOMÜ, Fizik Bölümü, Nisan 2001.