T.C.

ÇANAKKALE ONSEKİZ MART ÜNİVERSİTESİ

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

FİZİK ANABİLİM DALI
DOKTORA TEZİ

SKALER ALAN KAYNAKLI BAZI KOZMOLOJİK MODELLER

Sezgin AYGÜN

Danışman:
Prof. Dr. İsmail TARHAN

Eylül, 2008
ÇANAKKALE

SKALER ALAN KAYNAKLI BAZI KOZMOLOJİK MODELLER

Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü

Doktora Tezi

Fizik Anabilim Dalı

Sezgin AYGÜN

Danışman:

Prof. Dr. İsmail TARHAN

Eş Danışman:

Doç. Dr. Hüsnü BAYSAL

Eylül, 2008

ÇANAKKALE

DOKTORA TEZİ SINAV SONUÇ FORMU

SEZGİN AYGÜN tarafından **Prof. Dr. İsmail TARHAN** ve eş danışman **Doç. Dr. Hüsnü BAYSAL** yönetiminde hazırlanan "**SKALER ALAN KAYNAKLI BAZI KOZMOLOJİK MODELLER**" başlıklı tez tarafımızdan okunmuş, kapsamı ve niteliği açısından bir doktora tezi olarak kabul edilmiştir.

....

Prof. Dr. İsmail TARHAN

Yönetici

....

Prof. Dr. Can BATTAL KILINÇ

Jüri Üyesi

....

Prof. Dr. Ömer Lütfi DEĞİRMENCİ

Jüri Üyesi

....

Prof. Dr. İhsan YILMAZ

Jüri Üyesi

....

Doç. Dr. Hüsnü BAYSAL

Jüri Üyesi

Sıra No: 2008/36

Tez Savunma Tarihi: 12/ 09/2008

Prof. Dr. Mehmet Emin ÖZEL

Müdür

Fen Bilimleri Enstitüsü

TEŞEKKÜR

Öğrencisi olduğum ilk günden itibaren öğrenimimin her aşamasında ve bu tezin hazırlanmasında desteklerini benden esirgemeyen değerli danışmanlarım Sayın Prof. Dr. İsmail TARHAN ve Sayın Doç. Dr. Hüsnü BAYSAL ile çok değerli hocalarım Sayın Prof. Dr. İhsan YILMAZ, Sayın Prof. Dr. Uğur CAMCI ve Sayın Prof. Dr. Can BATTAL KILINÇ'a saygılarımı ve teşekkürlerimi sunmayı borç bilirim.

Son olarak maddi ve manevi olarak her zaman yanımda olan eşime ve aileme içtenlikle teşekkür ederim.

Sezgin AYGÜN

SİMGELER VE KISALTMALAR

GR	: Genel Relativite Teorisi,
FRW	: Friedmann-Robertson-Walker uzay-zamanı,
g_{ik}	: Uzay-zamanın metrik potansiyeli olup, simetrik bir tensör
T^i_k	: Madde dağılımını tanımlayan enerji momentum tensörü,
G^i_k	: Uzay-zamanın geometrisini veren Einstein alan tensörü,
R^i_k	: Ricci tensörü,
R	: Ricci skaleri ($g^{ik}R_{ik}$),
R_{iklm}	: Riemann Eğrilik Tensörü,
Λ	: Kozmolojik sabit,
χ	: Einstein çiftlenim sabiti ($\frac{8\pi G}{c^4}$),
(;)	: Kovaryant türev,
(,) veya (∂)	: Kısmi (parçalı) türev,
(.)	: t koordinatına göre türev

Signatür +2 (+, +, +, -)'dir.

SKALER ALAN KAYNAKLI BAZI KOZMOLOJİK MODELLER

ÖZET

Bu çalışmada, ilk olarak statik olmayan Gödel evreninde viskoz akışkanlı, ısı akılı ve kütleli (massive) skaler alanlı madde topluluğu çözümleri kaynak yoğunluğunun değişimine göre ayrıntılı olarak incelenmiştir. Bununla beraber, yine statik olmayan Gödel metriği için sicim bulutuna iliştirilmiş acayip kuark madde (SQM), ısı akısı ve kütleli skaler alandan oluşan madde topluluğunun çözümleri kaynak yoğunluğuna bağlı olarak elde edilmiştir. Daha sonra statik Gödel evreninde kaynak yoğunluğuna göre kütleli skaler alanlı ve ideal akışkanlı çözümler ardından sicim bulutuna iliştirilmiş acayip kuark maddeli ve kütleli skaler alanlı çözümler araştırılmıştır.

Anahtar sözcükler: Gödel Evreni, Skaler Alan, Viskoz Akışkan, Isı Akısı, Acayip Kuark Madde, İdeal Akışkan

SOME COSMOLOGICAL MODELS WITH SCALAR FIELD SOURCE

ABSTRACT

In this study, firstly the solutions of the viscous fluid, heat flow and massive scalar field matter distributions have been investigated with the variation of source density for non-static Gödel type universe. Also, the solutions of strange quark matter (SQM) attached the string cloud, heat flow and massive scalar field with the source density for non-static Gödel type universe have been obtained. Later, the solutions of massive scalar field with the variation of source density and perfect fluid have been investigated in stationary Gödel universe. At the end of the solutions of strange quark matter attached the string cloud and massive scalar field have been obtained for stationary Gödel universe.

Keywords: Gödel Universe, Scalar Field, Viscous Fluid, Heat Flow, Strange Quark Matter, Perfect Fluid.

İÇERİK

BÖLÜM 1

GİRİŞ

1. Skaler Alan ve Özellikleri

Teorik fiziğin genel amaçlarından bir tanesi yaşadığımız evreni en iyi şekilde ve gözlemlerle tutarlı olarak tanımlayacak bir model oluşturabilmektir. Böyle bir model oluşturabilmek için sunulan modelin a) iç-tutarlılık, b) tamlık, ya da kendi kendine yeterlilik, c) deney ve gözlemlerle uyumluluk gibi şartları sağlamış olması gerekmektedir. Bir teorinin iç tutarlılığa sahip olması demek, birbirleriyle mantıksal yada fiziksel açıdan çelişen sonuçlara yol açmaması demektir. Bu ölçütleri göz önüne alıp çeşitli gravitasyon teorilerini incelediğimiz zaman Einstein'ın genel relativite teorisi iç tutarlılığı, kendi kendine yeterliliği ve kavramsal basitliği ile deney ve gözlemlere uyumluluğu bakımından şu ana kadar gelmiş en tutarlı teoridir (Özemre, 1982). Einstein'ın genel relativite teorisinin alan denklemlerine formüle edildikleri zamandan beri çeşitli çözümler aranmaktadır.

Standart Friedman modellerinde, büyük patlama (big bang) teorisi temel alınır ve evreni dolduran kozmik madde dağılımı, genellikle ideal akışkan olarak alınır. İdeal akışkan kaynaklı kozmolojik modellerin çoğu evrenin termik geçmişini açıklamada oldukça yeterlidir. Fakat erken evren için madde oluşumları, nükleo sentez işlemler, entropi üretimi, kozmik fon anizotropisinin izotropiye bozunması gibi bazı fiziksel olaylar bu tür çözüm yöntemleriyle tam olarak açıklanamamaktadır. Bu yüzden ideal akışkana bazı ilave terimler eklenmesi gerektiği öne sürülmektedir. Çünkü çok yüksek sıcaklıklarda, maddeyi tanımlamak için, akışkan mekaniği yerine, kuantum alan teorisini kullanmak gerekmektedir. Bu da kozmolojik modellerle ilgili olarak bazı değişimlerin yapılmasını zorunlu kılar. Bu düşüncelerden ortaya çıkan bir görüş de, evrenin dinamik davranışında skaler alan olarak adlandırılan bir tür kuantum alanının çok önemli yer tuttuğudur. Bu düşünce, modern kozmolojinin temelini oluşturmaktadır (Aygün, 2005).

Bu gibi nedenlerle son yıllarda evrenin ilk anlarında gerçekleştiğine inanılan birçok kozmolojik olayı ve oluşumları açıklamak için özellikle evrenin ilk anlarında etkin olduğuna inanılan skaler alan kaynaklı madde dağılımlarına dikkat çekilmektedir (Zhuk ve Günther, 2004).

Evrenin ilk anlarında oluşan nükleo-sentez işlemler sırasında etkin olduğuna inanılan kütleli skaler alanın değişiminin evrenin evrimini etkileyebileceği düşünülmektedir. Evrenin başlangıç anlarında birçok evre geçişleri oluşmuş ve bu evre geçişleri, Big Bang'tan sonraki sıcaklık kritik sıcaklığın ($t = 10^{-43}$ s deki sıcaklık, $\sim 10^{32}$ K) altına düştüğünde meydana gelmiştir. Evre geçişlerinin, kütleli skaler alanın değişimine ve bunun sonucu olarak ta kozmolojik yapı oluşumuna kaynak oluşturduğuna inanılmaktadır (Zhuk ve Günther, 2004).

Tarihsel olarak, skaler alan kavramına ilk kez Dirac (1938) tarafından Mach Prensibi'nin açıklanmaya çalışılmasında ortaya atılmıştır ve gravitasyonel sabitin bir sabit olmaması gerektiğine ancak zamana bağlı olduğu sonucuna götürmüştür (Ram ve Singh, 1999). Daha sonra ilk skaler-tensör teoriler Jordan, Brans ve Dicke tarafından çalışılmıştır. Bugünlerde ise parçacık fiziği teorileri boyunca yeni yaklaşımlar elde edilmiş ve Higgs mekanizması sayesinde parçacıkların kütleleri, kütleli skaler alan kullanılmasıyla açıklanmaya çalışılmıştır. Kozmolojide evrendeki genişlemenin son zamanlardaki hızlanması mükemmel (quintessence) skaler alan ile açıklanabilir. Bunun yanında skaler alan kavramı erken evrendeki enflasyon üretiminin en iyi mekanizmalarından bir tanesidir (Fay ve Lehner, 2005).

Bunlardan başka Weinberg, Glashow ve Salam'ın standart modelinde skaler alanlar ilk parçacıkların kütleleri için ihtiyaç duyulan ve başlangıçta var olan bileşendir. Son zamanlarda gravitasyonun skaler-tensör denklemleri tam çözümleri kullanılarak, skaler alanların spiral galaksilerdeki karanlık madde için çok iyi bir aday olabileceği üzerine çalışılmaktadır (Guzman ve Matos, 2000), (Matos ve Guzman, 2000). Çünkü madde ile etkileşimleri çok zayıftır bu yüzden şimdiye kadar gözlenememiştir. Fakat skaler alanlı teorilerin çoğu zayıf gravitasyonel alanlarda ölçümlerle uyumludur (Matos ve diğ., 2000a). Birçok parçacık fiziği teorilerinde, temel kuvvetlerin birleştirmesini anlatabilmek için skaler alanlar kullanılır. Bununla beraber skaler alanlar, doğadaki bazı sabitlerin değişiminde örneğin gravitasyon sabiti ve kozmolojik sabit gibi bazı sabitlerin değişiminde rol oynarlar. Böylece erken evren zamanındaki öngörülen değerler ile bugün gözlemlerden elde edilen değerler arasındaki büyük farklılık açıklanabilir (Fay, 2005). Temel fizik teorilerinin çeşitliliği, skaler alanların var oluşunu öngörür ve kozmolojide bu tür alanların dinamik özelliklerinin çalışılması için harekete geçirir. Gerçekten skaler alanlı kozmolojik modeller, erken evrenin araştırılmasında özelliklede evrenin şişme döneminin araştırılmasında büyük öneme sahiptirler (Billyard ve Coley, 2000). Skaler alanlar kozmoloji ve parçacık fiziğinde çok önemli yer tutarlar. Kütlesiz skaler alanlar, sıfır spinli nötür parçacıklar ile gravitasyonel alanın birleştirilmesi ve uzay-zamanın doğasının anlaşılabilmesi için çalışılmaya başlanmıştır (Ram ve Singh, 1999).

1.1. Temel Etkileşimler ve Parçacık Sınıflamaları

Bilindiği gibi doğada başlıca dört tür temel etkileşim vardır. Bu kuvvetler, evrendeki her şeyin birbiri ile etkileşim halinde olmasını sağlarlar. Bu kuvvetlerin her birinin işlevi, etki mesafesi, gücü ve aracılık eden parçacığı birbirinden farklıdır. Evrenin evriminde kritik rol oynayan temel parçacıkların özelliklerinin ve etkilerinin anlaşılmasında parçacıklar arasındaki bu etkileşim kuvvetlerinin tanımlanması önemlidir. Bu kuvvetler kütleçekimi (gravitasyonel kuvvet), elektromanyetik, zayıf ve güçlü çekirdek kuvvetleridir (Akoğlu, 2007; Weinberg, 1977).

Bu kuvvetlerden güçlü çekirdek kuvveti oldukça kısa etkileşim alanına sahip olup ($10^{-12}\,mm$) atom çekirdeğini oluşturan nötron ve protonları birbirine bağlayan kuvvettir. Bu kuvvet olmasaydı, aynı yüklü parçacıklar olan protonlar birbirlerini iterdi ve atom çekirdekleri bir arada kalmazdı. Etki menzili çok kısa olduğundan, yaklaşık 100 protondan fazlası bir çekirdekte bulunamaz. Bu nedenle, doğada bulunan element sayısı sınırlıdır. Bu kuvvet temel kuvvetler arasında en güçlü olanıdır ve aracılık eden parçacığı ise gluonlardır. Elektromanyetik kuvvet; elektronları çekirdeğe bağlayan, atomları ve molekülleri bir arada tutan kuvvettir. Elektrik yükü olan parçacıkların birbiriyle etkileşime girmesiyle oluşur. Etkisi parçacıklar arası uzaklığın karesi ile ters orantılı olarak azalan ve uzun etkileşim alanına sahip bir kuvvettir ve elektromanyetik kuvvet fotonlar tarafından taşınır. Kütle çekimi oldukça uzun etkileşim alanına sahip bir kuvvettir. Bilinen bu etkileşim; gezegenleri, yıldızları, galaksileri ve evrendeki diğer madde topluluklarını bir arada tutar ve hareketlerini belirler. Ancak diğer kuvvetlerle karşılaştırıldığında çok daha zayıf bir kuvvettir, kütle çekimin etkisi, uzaklığın karesi ile ters orantılı olarak azalır. Bu etkileşim graviton olduğu öne sürülen parçacıklar tarafından taşınır. Zayıf çekirdek kuvveti; proton ve nötronları oluşturan kuark ve lepton adlı parçacıkların birbiri ile etkileşmesini sağlar. Bu etkileşim kütle, enerji aktarımı ya da parçacıkların birbirine dönüşmesi biçiminde olur. Zayıf çekirdek kuvvetinin menzili diğerleri arasında en kısa (10^{-15} mm) olanıdır. Bu kuvvet, beta bozunması gibi radyoaktif bozunmalardan sorumlu olup bu etkileşim W^{+}, W^{-}, ve Z^{0} parçacıkları tarafından taşınır. Bu dört temel kuvveti karakterize eden temel özellikler aşağıda özetlenmiştir (Akoğlu, 2007; Weinberg, 1977).

Tablo 1. Temel kuvvetlerin karşılaştırılması (Akoğlu, 2007; Weinberg, 1977).

Kuvvetler	**Kütleçekimi**	**Zayıf Çekirdek**	**Elektromanyetik**	**Güçlü Çekirdek**
Menzil	Sonsuz	10^{-15} mm	Sonsuz	10^{-12} mm
Göreli Etki Şiddeti	10^{-38} mm	10^{-13} mm	10^{-2} mm	1
Aracılık Eden Parçaçığı	Graviton	W^{+}, W^{-}, ve Z^{0} Bozonları	Foton	Gluon

Ayrıca yukarıda zayıf çekirdek kuvvetini anlatırken lepton ve kuarklardan bahsetmişken kısaca temel parçacıklara değinmek gerekir. Foton haricindeki diğer tüm parçacıklar, etkisi altında kaldıkları etkileşimlere göre Hadronlar ve Leptonlar olmak üzere başlıca iki sınıfa ayrılırlar (Lee ve Okun, 1985; Griffiths, 1987).

Şiddetli kuvvet etkileşimi yapan parçacıklara hadronlar adı verilir. Hadronlar mezonlar ve baryonlar olarak iki alt sınıfa ayrılılar. Mezonlar ve baryonlar da kütlelerine ve spinlerine göre tekrar sınıflandırılırlar. Mezonların hepsi sıfır veya tam sayı (0 veya 1) spinlerine sahip, kütlesi elektronun kütlesi ile protonun kütlesi arasında olan parçacıklardır. Tüm mezonlar en sonunda elektrona (e^-), protona (p), nötrinoya (ν) ve fotona (γ) bozunurlar. Hadronların ikinci türü olan baryonların kütlesi protonun kütlesinden daha büyüktür ya da ona eşittir. Spinleri ise daima tam sayı olmayan (1/2 veya 3/2) değerlere sahiptir. Proton ve nötronlar, diğer birçok parçacık gibi, bu grubun içinde yer alırlar. Proton haricindeki tüm baryonlar en son ürünleri proton içerecek şekilde bozunurlar. Günümüzde hadronların kuark adı verilen daha temel birimlerden oluştuğuna inanılmaktadır (Lee ve Okun, 1985; Griffiths, 1987). Günümüzde bilinen tüm hadronların bileşimi üç temel kural ile belirlenebilir (Aygün, 2005);

a) Mezonlar sıfır baryon sayılı bir kuark ve bir anti kuarktan oluşmaktadır.
b) Baryonlar üç kuarktan ibarettir.
c) Antibaryonlar üç anti kuarktan oluşmaktadır.

Kuarklar, kütle açısından hafiften ağıra doğru; yukarı ve aşağı, tılsım ve acayip, üst ve alt kuark şeklinde sıralanabilir. Bunların birer de karşıt (anti) kuarkları vardır. Parçacıklar İngilizce adlarının küçük baş harfleriyle; yukarı ve aşağı; **u** ve **d** ("up" ve "down"), tılsım ve acayip; **c** ve **s** ("charm" ve "strange"), üst ve alt; **t** ve **b**, ("top" ve "bottom") olarak gösterilir. Karşıt parçacıkları ise; "yukarı karşıt" ve "aşağı karşıt" kuark, "acayip karşıt" ve "tılsım karşıt" kuark, "üst karşıt" ve "alt karşıt" kuark olarak isimlendirilir ve karşıtı oldukları kuarkların simgelerinin üzerine birer çizgi konularak gösterilir (Altın, 2007; Hoyng, 2006). Son yıllarda evrenin ilk anlarını anlayabilmek için son derece önemli deneyler yapılmaktadır. Brookhaven Ulusal Laboratuarındaki RHIC'de (Rölativistik ağır iyon çarpıştırıcısı) kuark – gluon maddeyi elde edebilmek için deneyler yapılmış ve bu deneylerde altın iyonlarından faydalanmıştır. RHIC'deki bu çarpışma deneyleri evrenin ilk anlarını anlayabilmek için çok önemlidir. Çünkü evrenin ilk anlarında sadece kuarklar ve gluonlar vardı, proton ve nötronlar yoktu, işte bu çarpışmalar evrenin başlangıcındaki maddenin nasıl oluştuğuna dair bilgiler verdiği için fizikte çok önemlidirler. Kuark-gluon madde ile ilgili son yıllarda üç grup altında çeşitli çalışmalar yapılmıştır. Bu çalışmaları deneysel, evren ve yıldızlarla ilgili olmak üzere üç gruba ayırabiliriz (Aktaş, 2008).

Leptonlar ise Yunanca küçük veya hafif anlamına gelen leptos kelimesinden türetilmiş olup zayıf etkileşimde bulunan parçacıklar grubudur. Bütün leptonların spini 1/2 değerine sahiptir. En hafif hadronlardan daha hafif olan elektronlar (e^-), müonlar (μ) ve nötrinolar (ν) da bu grubun içinde yer alırlar. Hadronların büyüklüğü ve belli bir yapısı olmasına rağmen leptonlar herhangi bir yapısı olmayan (yani noktasal olan) gerçek temel parçacıklar olarak görünür. Leptonların, hadronlarla benzeşmeyen yönlerinden biri de bilinen lepton sayısının oldukça sınırlı olmasıdır. Günümüzde altı leptonun (her birinin antiparçacığı da vardır) var olduğuna inanılmaktadır: elektron, müon, tau (τ) ve bu parçacıkların her birine ait nötrinolar. Önceleri nötrinoların kütlesinin olmadığının sanılmasına karşın son yıllarda yüksek enerji fiziği alanında yapılan deney ve çalışmalar sonucunda küçük de olsa bir kütlesinin olduğu yönünde deliler elde edilmiştir. Nötrinoların ortalama kütlesi, elektronun kütlesinin milyonda biri olarak belirlenmiştir. Nötrinolar, özellikle yüksek enerji astrofiziği yanında kozmoloji teorilerinde ve evrenin evrimi işlemlerinin açıklanmasında büyük öneme sahiptir (Lee ve Okun, 1985; Griffiths, 1987; Aygün, 2005).

1.2. Einstein Alan Denklemleri ve Çözüm Yolları

Gravitasyonel etkileşimleri ve büyük ölçekte evrenin yapısını açıklayabilen en tutarlı teori sayılan genel relativite teorisinin en temel denklemleri olan Einstein alan denklemleri;

$$G_{ik} \equiv R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R + \Lambda g_{ik} = -\chi T_{ik} \tag{1}$$

şeklindedir. Burada ki bileşenler sırasıyla;

G_{ik} : Einstein alan tensörü,

R_{ik} : Ricci tensörü,

g_{ik} : Uzay-zamanın metrik potansiyeli,

R : Ricci skaleri,

Λ : Kozmolojik sabit,

χ : $\dfrac{8\pi G}{c^4}$ değerinde bir sabit,

T_{ik} : Enerji-momentum tensörüdür.

Einstein alan denklemlerinin sol tarafı uzay-zamanın geometrisi ile sağ tarafı ise madde ve madde dağılımları ile (enerji-momentum tensörü ile) ilgilidir. Einstein alan denklemleri ikinci mertebeden ve lineer olmayan çözümü zor kısmi diferansiyel denklem sistemleridir. Bu sebeple Einstein alan denklemlerinin çözümleri aranırken bir takım fiziksel ve matematiksel yaklaşımlar yapılır. Alan denklemlerinin sol yanına izotropi, homojenlik ve küresel, silindirik simetri gibi özelliklerden biri veya birkaçı eklenir (Hawking ve Israel, 1979). Yine alan denklemlerinin sağ yanına viskoz akışkan, skaler alan, toz akışkan, sicim bulutu, ısı akısı, elektromanyetik alan, karanlık enerji, kuark madde gibi niceliklerden biri ya da birkaçı eklenerek Einstein alan denklemlerinin çözümleri araştırılır (Yılmaz, 1995).

Bu çalışmada ikinci bölümde statik olmayan Gödel tipi metrik için skaler alanın kaynak yoğunluğunun değişimine göre ilk olarak kütleli skaler alan, ısı akısı ve viskoz akışkan çözümleri daha sonrada kütleli skaler alan, ısı akısı ve sicim bulutuna tutturulmuş acayip kuark maddenin (SQM) Einstein alan denklemlerinin çözümleri araştırılacaktır. Üçüncü bölümde ise statik Gödel tipi metrik için yine skaler alanın kaynak yoğunluğunun değişimine göre ilk olarak kütleli skaler alan ve ideal akışkan çözümleri daha sonrada kaynak yoğunluğunun değişimine göre kütleli skaler alan ve sicim bulutuna tutturulmuş acayip kuark maddenin (SQM) Einstein alan denklemlerinin çözümleri araştırılacaktır.

Uzay-zamanın geometrisi için Gödel metriği seçilmiştir. Çünkü parçacık fiziği ve astrofiziksel gözlemler evrenin rotasyon yaptığını göstermektedir (Birch, 1983; Obukhov, 2000; Burghardt, 2001) ve Gödel evreni doğal bir rotasyona sahiptir böylelikle gözlemler ile uyum içerisindedir. Rotasyon yapan kozmolojik modeller, evrenin erken dönemlerinde daha etkili olan rotasyonun gökada oluşumu gibi evrenin bazı özelliklerini anlamada önemli rol oynarlar. Gödel evreninde tekillik yoktur. Kapalı zamansal geodezik eğrilere sahiptir ve dolayısıyla teorik olarak zamanda yolculuğa izin verir (Kajari ve diğ., 2004).

İlk olarak Gödel (1949), kendi adı ile anılan homojen, anizotrop ve sabit rotasyonlu aşağıdaki metriği ortaya koymuştur.

$$ds^2 = a^2[(dt + e^x dy)^2 - \frac{1}{2}e^{2x}dy^2 - dz^2 - dx^2] \tag{2}$$

Burada *a* pozitif bir sayı olarak alınmıştır. Bu model ilk rotasyon yapan evren modelleri arasındadır ve çözümler basınçsız ($p = 0$) madde için Gödel tarafından yapılmıştır. Daha sonra Gödel metriği Koppar ve Patel (1988) tarafından aşağıdaki şekilde verilmiştir

$$ds^2 = -(dt + He^x dy)^2 + \frac{1}{2}H^2 e^{2x} dy^2 + dx^2 + dz^2 \tag{3a}$$

Burada *H* metrik potansiyeli olup zamana bağlı bir fonksiyondur. Shear'siz ($\sigma^2 = 0$), genişlemesiz ($\theta = 0$) ve ivmesiz ($\dot{u}_i = (0,0,0,0)$) zamandan bağımsız statik Gödel metriği ise yine Gödel (1949) tarafından aşağıdaki gibi ifade edilmiştir;

$$ds^2 = -(dt + H(x)\,dy)^2 + D(x)^2\,dy^2 + dx^2 + dz^2 \tag{3b}$$

Burada $H(x) = e^{m\,x}$, $D(x) = \frac{e^{m\,x}}{\sqrt{2}}$' ye eşit ve *m* ise bir sabittir. Gödel evreninin rotasyonu (Ω) bu modelde $\Omega = (1/2)(H_x / D) = m/\sqrt{2}$ değerine eşittir. 1980 yılında Raychaudhuri ve Thakurta (1980) Gödel tipi bir metriğin homojen olması için gerekli şartları elde etmişlerdir. Daha sonra 1983 yılında Rebouças ve Tiomno (1983) bu şartların ikisinin de gerekli ve yeterli olduklarını göstermişlerdir.

$$\frac{H_x}{D} = \text{sabit} \qquad \text{ve} \qquad \frac{D_{xx}}{D} = \text{sabit} \tag{3c}$$

BÖLÜM 2

STATİK OLMAYAN GÖDEL METRİĞİNDE EINSTEIN ALAN DENKLEMLERİNİN ÇÖZÜMLERİ

2.1. Statik Olmayan Gödel Evreninde Kaynak Yoğunluğuna Bağlı Olarak Kütleli Skaler Alan, Viskoz Akışkan ve Isı Akısı Çözümleri

Einstein alan denklemlerine çözümler bulabilmek için birçok araştırmacı çeşitli uzay-zamanlarda birçok madde türünü veya türlerini ele almış ve birtakım sonuçlar elde etmişlerdir. Kaynak yoğunluklu veya yoğunluksuz kütleli/kütlesiz skaler alanlar son zamanlarda alan denklemlerinin çözümleri ve birçok gravitasyon teorisinde sıkça kullanılmaya başlanmıştır. Bunun yanında viskoz akışkanlı modellerde birçok kere incelenmiştir. Viskozite homojen evren modellerinin birçok fiziksel özelliklerini açıklamada önemli bir rol oynar. Ayrıca, evrenin erken evren döneminde termal dengede olmadığı düşünülmektedir, bunun etkilerini araştırabilmek için evrende bir ısı akısı olmalıdır. Evrenin evrimini açıklayan kozmolojik modeller de ısı akısının etkileri çeşitli yazarlar tarafından çalışılmıştır (Suiestins, 1985; Mukherjee, 1986; Patel ve Dadhich, 1992). Roy ve Rao (1972) eksensel simetrik Einstein-Rosen metriği için kütleli skaler mezon alanının çözümlerini incelemişler ve kütleli skaler alanın mezon kütlesi değerinin ($M = 0$) Einstein-Rosen metriği için sıfır olduğunu elde etmişlerdir. Buradan hareketle de eksensel simetrik Einstein-Rosen metriği için kütleli skaler alanın kaynak terimi olamayabileceğini söylemişler ve daha sonra bu skaler alana elektromanyetik alan eklemişler fakat yine kütleli skaler alanın mezon kütlesi değerinin Einstein-Rosen metriği için sıfır olduğunu bulmuşlardır. Mohanty ve diğ. (2002) bi-metrik gravitasyon teorisinde Bianchi I metriği için ideal akışkan ve kütleli / kütlesiz mezonik skaler alanları araştırmışlar ve skaler mezon alanının bu modelde oluşmadığını göstermişlerdir ($M = 0$). Yine Mohanty ve diğ. (2003) sıfırdan farklı kaynak yoğunluklu, kütleli skaler alanların davranışını lokal rotasyonel simetrik (LRS) Bianchi I tipi evrende araştırmışlardır. Matos ve diğ. (2000b) FRW evreninde skaler alanı karanlık madde ve karanlık enerji olarak incelemişler ve bu hipotezin son zamanlarda yapılan süpernova gözlemleri ile uyum içinde olduğunu göstermişlerdir. Baysal ve diğ. (2001) statik olmayan Gödel evreninde sicim bulutu, skaler alan ve ısı akısından oluşan madde topluluğu için Einstein alan denklemlerinin tam sonuçlarını elde etmişlerdir. Yavuz ve Baysal (1994) statik olmayan Gödel evreninde ideal akışkan ve ısı akılı madde topluluğunu için Einstein alan denklemlerinin çözümlerini incelemişlerdir. Bunlarla beraber viskoz akışkanlı homojen kozmolojik modeller Banerjee ve diğ. (1987) ile Murphy (1973) tarafından çalışılmıştır. Chimento ve Jakubi (1996) viskoz akışkan ve skaler alanlı Einstein alan denklemlerini araştırmışlardır. Pradhan ve diğ. (2004) homojen olmayan evren modellerinde kozmolojik sabitin varlığında manyetize viskoz akışkanları incelemişlerdir.

Bu bölümde öncelikle kaynak yoğunluğu sıfır olan kütleli skaler alan, viskoz akışkan ve ısı akısından oluşan madde topluluğunun ve daha sonra da kaynak yoğunluğu sıfırdan farklı olan kütleli skaler alan, viskoz akışkan ve ısı akısından oluşan madde topluluğunun çözümleri rotasyon yapan Gödel evreninde araştırılacaktır.

2.1.1. Kaynaksız Kütleli Skaler Alan, Viskoz Akışkan ve Isı Akısının Statik Olmayan Gödel Evreninde Çözümleri

Kütleli skaler alan, viskoz akışkan ve ısı akısından oluşan madde topluluğunun enerji momentum tensörü aşağıdaki gibi verilir

$$\begin{aligned} T_{ik} &= \rho u_i u_k + (p-\xi\theta)h_{ik} - 2\eta\sigma_{ik} + q_i u_k + q_k u_i \\ &+ \frac{1}{4\pi}\left[\phi_{,i}\,\phi_{,k} - \frac{1}{2}g_{ik}(\phi_{,l}\phi^{,l} - M^2\phi^2)\right] \end{aligned} \tag{4}$$

burada p basınç, ρ akışkanın yoğunluğu, η, ξ ise sırasıyla shear ve bulk viskozite katsayılarıdır. u_i 4-lü hız vektörüdür ve (3a) Gödel metriği için aşağıdaki bağıntıları sağlar.

$$u^i u_i = -1, \quad u^i = (0,0,0,1), \quad u_i = (0,-He^x,0,-1) \tag{5}$$

(4) denkleminde enerji-momentum tensöründe ki h_{ik} izdüşüm tensörü ve σ_{ik} ise shear tensörüdür ve aşağıdaki gibi tanımlanırlar

$$h_{ik} = g_{ik} + u_i u_k , \quad \text{ve} \quad \sigma_{ik} = \frac{1}{2}\mu_{ik} - \frac{1}{3}\theta h_{ik} \tag{6}$$

Burada μ_{ik}, shear tensörünün bileşenidir ve

$$\mu_{ik} = u_{i;k} + u_{k;i} + \dot{u}_i u_k + \dot{u}_k u_i \tag{7}$$

şeklinde yazılır. Genişleme skaleri ise aşağıdaki gibi verilir

$$\theta = u^i_{;i} \tag{8}$$

Yine enerji-momentum tensöründeki q_i ısı iletim vektörü olup, 4-lü hıza diktir ve aşağıdaki eşitlikleri sağlar,

$$q_i q^i > 0 \quad \text{ve} \quad q_i u^i = 0. \tag{9}$$

Bununla beraber ϕ skaler alanı temsil eden bir fonksiyon olup bu çalışmada tüm uzaysal ve zaman koordinatlarına bağlı olarak alınmıştır ($\phi = \phi(x, y, z, t)$). Ayrıca M ise kütleli skaler alana kütle kazandıran sıfır spinli parçacığın (m) kütlesi ile ilgili bir kütle değeridir. Burada h Planck sabiti olmak üzere bu kütle $M = \frac{2\pi m}{h} = \frac{m}{\hbar}$, $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ değerine eşittir. Skaler alan mezon skaler alanı olarak alınırsa bu M kütlesi mezon'un durgun kütlesi olur (Singh ve Singh, 1988). Skaler alanın çözümü için

$$KG = g^{ik}\phi_{;ik} + M^2\phi = 0 \tag{10}$$

Klein-Gordon (KG) denklemini kullanarak, (3a) metriği için

$$KG = M^2\phi + \phi_{xx} + \frac{2e^{-2x}\phi_{yy}}{H^2} + \phi_x + \frac{H_t\phi_t}{H} - \frac{4e^{-x}\phi_{yt}}{H} + \phi_{zz} + \phi_{tt} = 0. \tag{11}$$

denklemini elde ederiz. Burada ki alt indisler *x, y, z ve t* koordinatlarına göre birinci ve ikinci türevleri göstermektedirler. (3a) statik olmayan Gödel metriği ve, (4) enerji-momentum tensörünü (1) denkleminde yerine yazarsak (Einstein alan denklemlerini) aşağıdaki gibi elde ederiz.

$$\begin{aligned} G_{11} &\equiv -\frac{H_{tt}}{H} - \frac{1}{2} + \Lambda = \frac{H_t}{H}(\xi - \frac{2\eta}{3}) - p + \frac{\phi_y}{2\pi He^x}(\frac{\phi_y}{2He^x} - \phi_t) \\ &+ \frac{1}{8\pi}(\phi_z^2 + \phi_t^2 - \phi_x^2 - M^2\phi^2) \end{aligned} \tag{12}$$

$$G_{12} \equiv H_t e^x - \frac{\phi_x\phi_y}{4\pi} + q_1 He^x = 0 \tag{13}$$

$$G_{13} \equiv \frac{\phi_x\phi_z}{4\pi} = 0 \tag{14}$$

$$G_{14} \equiv \frac{H_t}{H} - \frac{\phi_x\phi_t}{4\pi} + q_1 = 0 \tag{15}$$

$$\begin{aligned} G_{22} &\equiv \frac{3}{4} + \frac{\Lambda}{2} = \rho + \frac{p}{2} - \frac{H_t}{H}(\frac{\xi}{2} + \frac{2\eta}{3}) + \frac{\phi_y}{4\pi He^x}(\frac{3\phi_y}{2He^x} - \phi_t) \\ &+ \frac{1}{16\pi}(\phi_x^2 + \phi_z^2 + \phi_t^2 - M^2\phi^2) - \frac{2q_2}{He^x} \end{aligned} \tag{16}$$

$$G_{23} \equiv q_3 He^x - \frac{1}{4}\frac{\phi_y\phi_z}{\pi} = 0 \tag{17}$$

$$G_{24} \equiv \frac{1}{2} + \Lambda = \rho - \frac{\phi_y}{4\pi He^x}(\phi_t - \frac{\phi_y}{He^x}) + \frac{1}{8\pi}(\phi_x^2 + \phi_z^2 + \phi_t^2 - M^2\phi^2) - \frac{q_2}{He^x} \tag{18}$$

$$G_{33} \equiv -\frac{H_{tt}}{H} - \frac{1}{2} + \Lambda = \frac{H_t}{H}(\xi - \frac{2\eta}{3}) - p + \frac{\phi_y}{2\pi He^x}(\frac{\phi_y}{2He^x} - \phi_t)$$
$$+\frac{1}{8\pi}(\phi_x^2 - \phi_z^2 + \phi_t^2 - M^2\phi^2) \tag{19}$$

$$G_{34} \equiv q_3 - \frac{\phi_z\phi_t}{4\pi} = 0 \tag{20}$$

$$G_{44} \equiv -\frac{1}{2} - \Lambda = -\rho - \frac{\phi_y}{2\pi He^x}(\frac{\phi_y}{2He^x} - \phi_t) - \frac{1}{8\pi}(\phi_x^2 + \phi_z^2 + 3\phi_t^2 - M^2\phi^2) \tag{21}$$

(12) ve (21) Einstein alan denklemlerini kullanarak denklemlerdeki bilinmeyen parametreleri bulabiliriz. Viskoz akışkan enerji-momentum tensöründe yer alan ve Einstein alan denklemlerinin çözümlerinde ortaya çıkan shear ve bulk viskozite katsayıları sabit ya da zamana bağlı fonksiyonlar olarak alınabilirler (Saha, 2004). Bu çalışmada her ikisi de sabit olarak alınmıştır. İlk olarak (13) ile (15) ya da (17) ile (20) eşitliklerinden

$$\phi_y = \phi_t \, He^x \tag{22}$$

değerini elde ederiz. (12) ve (19) denklemlerinden

$$\phi_x^2 = \phi_z^2 \tag{23}$$

eşitliğini buluruz. Denklem (14)'ten skaler alanın *x* ve *z* yönlerindeki türevlerini

$$\phi_x = 0 \quad \text{veya} \quad \phi_z = 0 \tag{24}$$

sıfır olarak elde ederiz. (23) ve (24)'ten de kütleli skaler alanın *x* ve *z* yönlerinden bağımsız olduğunu buluruz. Böylece aşağıdaki eşitlikleri yazabiliriz.

$$\phi_x = \phi_z = 0 \quad \text{ve} \qquad \phi(x,y,z,t) = \phi(y,t) \tag{25}$$

(13), (15) ve (25) ‘ten q_1 ısı akısı değeri

$$q_1 = -\frac{H_t}{H} \tag{26}$$

olarak bulunur. (17), (20) ve (24) ‘ten de q_3 ısı akısı değeri,

$$q_3 = 0 \tag{27}$$

olarak elde edilir. (5) eşitliğini ve $q_i\, u^i = 0$ şartını kullanırsak $q_4 = 0$ değerini elde ederiz. Eğer (25) ve (22) denklemlerine göz atacak olursak, (22) denkleminin sağlanabilmesi için sıfıra eşit olması gerektiğini buluruz. Çünkü denklemin sol yanı yalnız y ve t koordinatlarına bağlı iken, sağ tarafı ise x, y ve t koordinatlarına bağlıdır. Böylece (22)’den

$$\phi_y = \phi_t\, He^x = 0 \;\; \text{ve} \quad \phi_y = \phi_t = 0, \quad (He^x \neq 0) \tag{28}$$

eşitliğini elde ederiz. Bu durumda Gödel evreninde kütleli skaler alanı tüm koordinatlardan bağımsız, sabit olarak elde ederiz yani $\phi(x, y, z, t) = \beta$ gibi bir değer buluruz. Burada β, skaler alanı temsil eden herhangi bir sabittir. (25) ve (28) eşitliklerini (11) numaralı Klein-Gordon denkleminde yerlerine yazarsak kaynak yoğunluğu sıfır olan model için Gödel evreninde sabit skaler alan ve kütleli skaler alanın kütle değerini de sıfır olarak aşağıdaki gibi buluruz.

$$KG = M^2\phi = 0, \quad \text{ve} \quad \phi = \beta = \text{sabit} \neq 0 \quad \text{ise} \quad M = 0 \tag{29}$$

(25), (28) ve (29) denklemlerini (21) denkleminde yerine yazarsak kozmik madde dağılımının yoğunluğunu

$$\rho = \frac{1}{2} + \Lambda \qquad (30)$$

olarak buluruz. (25), (28)-(30) eşitliklerini (18)' de yerine yazarsak q_2, ısı akısı değerini aşağıdaki gibi elde ederiz.

$$q_2 = 0 \qquad (31)$$

(25) ve (28)-(31) arası bulunan sonuçları (16) denkleminde yerlerine yazarsak madde dağılımının basıncını aşağıdaki gibi elde ederiz.

$$\mathrm{p} = \frac{1}{2} - \Lambda + \frac{\mathrm{H}_t}{\mathrm{H}}(\xi + \frac{4\eta}{3}) \qquad (32)$$

(12) denkleminde (25), (28), (29) ve (32) sonuçlarını yerlerine yazarsak Gödel evreninin metrik potansiyeli zamana bağlı olarak aşağıdaki gibi bulunur,

$$\mathrm{H} = \mathrm{b} + \mathrm{a}e^{2\eta t} \qquad (33)$$

Burada *a* ve *b* sabitlerdir. (33)' teki metrik potansiyelini (26)'da ısı akısında yerine yazarsak, q_1 ısı akısı değerini

$$\mathrm{q}_1 = -\frac{2\eta\, \mathrm{a}\, e^{2\eta t}}{\mathrm{b} + \mathrm{a}\, e^{2\eta t}} \qquad (34)$$

yukarıda ki gibi elde ederiz. (33) sonucunu (32) 'de yerine yazarsak basınç değerini

$$\mathrm{p} = \frac{1}{2} - \Lambda + \frac{2\eta\, \mathrm{a}\, e^{2\eta t}}{\mathrm{b} + \mathrm{a}\, e^{2\eta t}}(\xi + \frac{4\eta}{3}) \qquad (35)$$

olarak buluruz. Çeşitli durumlar için kozmolojik sabitin değişimlerini bakacak olursak, aşağıdaki sonuçları elde ederiz;

a) Toz Madde Durumu ($p = 0$): (35) denkleminden, kozmolojik sabit değeri aşağıdaki gibi elde edilir,

$$\Lambda = \frac{1}{2} + \frac{2\eta a e^{2\eta t}}{b + a e^{2\eta t}}(\xi + \frac{4\eta}{3}) \qquad (36)$$

b) Zeldovich Evreni ($p = \rho$): (30) ve (35) denklemlerinden, kozmolojik sabit değeri aşağıdaki gibi elde edilir,

$$\Lambda = \frac{\eta a e^{2\eta t}}{b + a e^{2\eta t}}(\xi + \frac{4\eta}{3}) \qquad (37)$$

c) Radyasyon Evreni ($p = \rho/3$): (30) ve (35) denklemlerinden, kozmolojik sabit değeri aşağıdaki gibi elde edilir,

$$\Lambda = \frac{1}{4} + \frac{3}{2}\frac{\eta a e^{2\eta t}}{b + a e^{2\eta t}}(\xi + \frac{4\eta}{3}) \qquad (38)$$

d) Karanlık Enerji Dağılımı ($p = -\rho$): (30) ve (35) denklemlerini kullanırsak, bu durumda kozmolojik sabit değeri gözlenememektedir, fakat shear ve bulk viskozite katsayısı arasında aşağıdaki gibi bir denklem elde edilmektedir.

$$\xi = -(\frac{b + a e^{2\eta t}}{2\eta a e^{2\eta t}} + \frac{4\eta}{3}) \qquad (39)$$

2.1.2. Kaynaklı Kütleli Skaler Alan, Viskoz Akışkan ve Isı Akısının Statik Olmayan Gödel Evreninde Çözümleri

Bir önceki bölümde kaynak yoğunluğu sıfır olan skaler alanlı Gödel metriği için Einstein alan denklemlerinin çözümlerini araştırdık. Bu bölümde ise belli bir kaynak yoğunluğuna sahip skaler alan, viskoz akışkan ve ısı akısından oluşan madde topluluğu için alan denklemlerinin çözümlerini elde edeceğiz. Eğer skaler alanımız bir kaynak yoğunluğuna sahip ise (10) numaralı Klein-Gordon denklemimizi aşağıdaki gibi yazarız,

$$KG = g^{ik}\phi_{;ik} + M^2\phi = \delta \tag{40}$$

burada δ, skaler alanın kaynak yoğunluğunu göstermektedir. δ, bir sabit yada zamanın bir fonksiyonu olarak alınabilir (Mohanty ve diğ., 2003). (3a) ve (40) denklemlerinden kaynak yoğunluğuna sahip olan kütleli skaler alan için aşağıdaki değeri elde ederiz.

$$KG = M^2\phi + \phi_{xx} + \frac{2e^{-2x}\phi_{yy}}{H^2} + \phi_x + \frac{H_t\phi_t}{H} - \frac{4e^{-x}\phi_{yt}}{H} + \phi_{zz} + \phi_{tt} = \delta. \tag{41}$$

(1),(3a), (4) ve (41) numaralı denklemlerden, kaynak yoğunluklu kütleli skaler alan içeren, ısı akılı ve viskoz akışkanlı Gödel tipi rotasyon yapan evren modeli için bilinmeyen parametreleri tam olarak aşağıdaki gibi elde ederiz.

$$p = \frac{1}{2} - \Lambda - \frac{M^2\beta^2}{8\pi} + \frac{2\eta a e^{2\eta t}}{b + a e^{2\eta t}}(\xi + \frac{4\eta}{3}) \tag{42}$$

$$\rho = \frac{1}{2} + \Lambda + \frac{\delta\beta}{8\pi} \tag{43}$$

$$q_1 = -\frac{2\eta a e^{2\eta t}}{b + a e^{2\eta t}} \tag{44}$$

$$q_2 = q_3 = q_4 = 0 \tag{45}$$

$$H = b + a e^{2\eta t} \tag{46}$$

$$\phi = \beta = \text{sabit}, \qquad \delta = M^2\beta, \qquad M \neq 0. \tag{47}$$

Çeşitli durumlar için kozmolojik sabitin değişimlerini bakacak olursak, aşağıdaki sonuçları elde ederiz;

e) Toz Madde Durumu ($p = 0$ **):** (42) denkleminden, kozmolojik sabit değeri aşağıdaki gibi elde edilir,

$$\Lambda = \frac{1}{2} + \frac{2\eta a e^{2\eta t}}{b + a e^{2\eta t}}(\xi + \frac{4\eta}{3}) - \frac{M^2\beta^2}{8\pi} \tag{48}$$

f) Zeldovich Evreni ($p = \rho$ **):** (42) ve (43) denklemlerinden, kozmolojik sabit değeri aşağıdaki gibi elde edilir,

$$\Lambda = \frac{\eta a e^{2\eta t}}{b + a e^{2\eta t}}(\xi + \frac{4\eta}{3}) - \frac{M^2\beta^2}{8\pi} \tag{49}$$

g) Radyasyon Evreni ($p = \rho / 3$ **):** (42) ve (43) denklemlerinden, kozmolojik sabit değeri aşağıdaki gibi elde edilir,

$$\Lambda = \frac{1}{4} + \frac{3}{2}\frac{\eta a e^{2\eta t}}{b + a e^{2\eta t}}(\xi + \frac{4\eta}{3}) - \frac{M^2\beta^2}{8\pi} \tag{50}$$

h) Karanlık Enerji Dağılımı ($p=-\rho$): (42) ve (43) denklemlerini kullanırsak, bu durumda kozmolojik sabit değeri gözlenememektedir, fakat shear ve bulk viskozite katsayısı arasında aşağıdaki gibi bir denklem elde edilmektedir.

$$\xi = -\left(\frac{b + a e^{2\eta t}}{2\eta a e^{2\eta t}} + \frac{4\eta}{3}\right) \tag{51}$$

2.2. Statik Olmayan Gödel Evreninde Kaynak Yoğunluğuna Göre Kütleli Skaler Alan, Sicim Bulutuna İliştirilmiş Acayip Kuark Madde ve Isı Akısının Çözümleri

Bir önceki bölümlerde, kaynak yoğunluğuna bağlı olarak kütleli skaler alan, viskoz akışkan ve ısı akısından oluşan madde topluluğunun statik olmayan ve rotasyon yapan Gödel metriği için tam çözümlerini elde ettik. Bu bölümde ise yine kaynak yoğunluğunu göz önüne alarak kütleli skaler alan, ısı akısı ve sicim bulutuna tutturulmuş acayip kuark maddenin statik olmayan Gödel metriği için tam çözümlerini elde edeceğiz ve elde edilen sonuçları karşılaştıracağız.

Bodmer (1971) ve Witten (1984), acayip kuark maddenin yukarı-aşağı ve acayip kuarklardan oluştuğunu önerdiler. Bu maddenin oluşumu ile ilgili birkaç görüş önerilmektedir. Bunlardan biri, nötron yıldızlarının merkezinde gravitasyon etkisiyle artan yoğunluklarda protonların ve nötronların kuarklara bozunmasıyla bu maddenin oluşabileceğidir (Aubin ve diğ., 2004) ve bu tip yıldızlara ise acayip kuark yıldızlar (Strange Quark Stars) denmektedir. Bu yıldız modelinde yaklaşık olarak eşit miktarda yukarı aşağı ve acayip kuark mevcuttur (Alcock, 1986 ve 1988; Alford, 2001; Rajagopal ve Wilczek, 2001). Bu maddenin oluşumu ile ilgili diğer bir görüş ise erken evrendeki evre geçişleri esnasında $T \approx 200\,MeV$ sıcaklığında kuark-hadron (quark-hadron phase transition) geçişidir (Xu, 2005; Yavuz ve diğ., 2005), (Aktaş, 2008).

Acayip kuark maddeler, kuark maddenin çanta – modeline bağlı olarak durum denklemiyle modellenirler (Drake ve diğ., 2002; Haensel ve diğ., 1986). Bu model, α_c şiddetli etkileşim için etkileşim sabiti, B_c çanta sabiti ve m_S acayip kuarkın kütlesi olmak üzere üç parametre ile karakterize edilir. Yıldız özelliklerinin B_c sabitine bağımlılığı α_c ve m_S 'lere bağımlılığından daha fazladır. Çanta modelin en basit sürümünde kuarklar birbirleriyle etkileşmesiz kabul edilir. Bu modelde kuarklar, hacimle orantılı enerji terimiyle açıklanır. Kuark maddenin bu modelinde, kuarklar yukarı kuark, aşağı kuark, ağır acayip kuarklar ve elektronlardan oluşur (Gondek ve diğ., 2003), (Aktaş, 2008). Bu modelde toplam basınç

$$p = p_q - B_c, \tag{52}$$

ve toplam yoğunluk ise

$$\rho = \rho_q + B_c \tag{53}$$

ile verilmektedir. Burada p_q kuark basıncını ve ρ_q ise kuark enerji yoğunluğu göstermektedir. Bu ikisi arasında ise $p_q = \frac{\rho_q}{3}$ şeklinde bir bağıntı mevcuttur. Yukarıdaki $p_q = \frac{\rho_q}{3}$ bağıntısı ile (52) ve (53) denklemlerinden acayip kuark maddenin çanta modeli için durum denklemi aşağıdaki gibi elde edilir (Alcock ve diğ., 1986; Xu, 2003).

$$p = \frac{\rho - 4B_c}{3} \tag{54}$$

Yakın zamanda acayip kuark maddeli birçok çalışma yapılmıştır. Mak ve Harko (2004) statik küresel simetrik uzay-zamanda elektrik alandaki acayip kuark yıldızları incelemişlerdir. Yavuz ve diğ. (2005), konformal dönüşümler yardımıyla sicim bulutuna iliştirilmiş acayip kuark madde ve elektromanyetik alan çözümlerini küresel simetrik metrik için araştırmışlardır. Yılmaz (2006) konformal dönüşümler yardımıyla acayip kuark maddenin davranışını 5-boyutlu Kaluza-Klein metriğinde incelemiştir. Yılmaz ve diğ., (2007) acayip kuark madde çözümlerini FRW uzay-zamanı için araştırmışlardır. Adhav ve diğ. (2008) n-boyutlu Kaluza-Klein kozmolojik modeli için sicim bulutlu ve domain wall'lı kuark maddeyi incelemişlerdir. Pradhan ve diğ. (2007) ise n-boyutlu küresel simetrik metrik için konformal dönüşümler yardımıyla sicim bulutuna iliştirilmiş acayip kuark maddeyi araştırmışlardır.

Bu bölümde ise skaler alanın kaynak yoğunluğunu göz önüne alarak kütleli skaler alan, ısı akısı ve sicim bulutuna iliştirilmiş acayip kuark maddenin statik olmayan Gödel metriği için tam çözümleri elde edilecektir.

2.2.1. Kaynaksız Kütleli Skaler Alan, Sicim Bulutuna İliştirilmiş Acayip Kuark Madde ve Isı Akısının Çözümleri

Sicim bulutuna iliştirilmiş acayip kuark maddenin enerji-momentum tensörünü yazabilmek için ilk önce sicim bulutunun enerji-momentum tensörünü yazmamız gerekir. Sicim bulutunun enerji-momentum tensörü aşağıdaki gibi verilir (Letelier, 1979),

$$T_{ik}^{\text{Sicim}} = \rho u_i u_k - \rho_s X_i X_k \tag{55}$$

burada X^i uzaysal birim vektördür ve bulut içerisinde sicimlerin yönünü, yani anizotropi yönünü verir. ρ, parçacık ve sicimlerin durgun enerji yoğunluğudur, ρ_s ise sicim gerilim yoğunluğudur ve aralarında aşağıdaki gibi bir bağıntı vardır.

$$\rho = \rho_p + \rho_s \quad \text{veya} \quad \rho_p = \rho - \rho_s \tag{56}$$

(56) eşitliğinde ki ρ_p ise parçacık enerji yoğunluğudur. Bu çalışmada daha önce yapılan çalışmalara benzer olarak sicim bulutunda, parçacık enerji yoğunluğu yerine kuark madde enerji yoğunluğu (ρ_q) alınacaktır. Böylece aşağıdaki eşitlik elde edilir,

$$\rho = \rho_q + \rho_s + B_c \quad \text{veya} \quad \rho_q + B_c = \rho - \rho_s \tag{57}$$

(57) eşitliğini (55) numaralı sicim bulutunun enerji-momentum tensöründe yerine yazarsak, sicim bulutuna iliştirilmiş acayip kuark maddenin enerji-momentum tensörünü aşağıdaki gibi elde ederiz (Yavuz ve diğ., 2005),

$$T_{ik}^{SQM} = (\rho_q + \rho_s + B_c)\, u_i\, u_k - \rho_s\, X_i\, X_k \tag{58}$$

Böylece, kütleli skaler alan, sicim bulutuna iliştirilmiş acayip kuark madde ve ısı akısından oluşan madde topluluğunun enerji momentum tensörü aşağıdaki gibi verilir,

$$\begin{aligned} T_{ik} = \frac{1}{4\pi}\left[\phi_{,i}\,\phi_{,k} - \frac{1}{2} g_{ik}\,(\phi_{,l}\,\phi^{,l} - M^2\phi^2)\right] + q_i u_k + q_k u_i \\ + (\rho_q + \rho_s + B_c) u_i u_k - \rho_s X_i X_k \end{aligned} \tag{59}$$

Bununla beraber ϕ kütleli skaler alanı temsil eden ve *t* koordinatına bağlı bir fonksiyondur ve $\phi(t)$ olarak çözümleri aranacaktır ve ısı akısı sadece q_1 yönünde seçilmiştir, yani $q = (q_1, 0,0,0)$ 'dır. Kaynak yoğunluğu sıfır olan kütleli skaler alan için Klein-Gordon denklemi, (10) denklemi yardımıyla aşağıdaki gibi verilir,

$$KG = M^2\phi(t) + \frac{H_t}{H}\phi_t + \phi_{tt} = 0. \tag{60}$$

(1), (3a) ve (59) denklemlerinin yardımıyla statik olmayan Gödel evreni için kütleli skaler alan, sicim bulutuna iliştirilmiş acayip kuark madde ve ısı akısından oluşan madde topluluğunun alan denklemleri aşağıdaki gibi verilir,

$$G_{11} \equiv -\frac{H_{tt}}{H} - \frac{1}{2} + \Lambda = \rho_s + \frac{\phi_t^2}{8\pi} - \frac{M^2\phi^2}{8\pi} \qquad (61)$$

$$G_{12} \equiv -H_t\, e^x = q_1\, H\, e^x = 0 \qquad (62)$$

$$G_{14} \equiv -\frac{H_t}{H} = q_1 = 0 \qquad (63)$$

$$G_{22} \equiv -\frac{3}{4} - \frac{\Lambda}{2} = -\rho_q - \rho_s - B_c - \frac{\phi_t^2}{16\pi} + \frac{M^2\phi^2}{16\pi} \qquad (64)$$

$$G_{24} \equiv -\frac{1}{2} - \Lambda = -\rho_q - \rho_s - B_c - \frac{\phi_t^2}{8\pi} + \frac{M^2\phi^2}{8\pi} \qquad (65)$$

$$G_{33} \equiv -\frac{H_{tt}}{H} - \frac{1}{2} + \Lambda = \frac{\phi_t^2}{8\pi} - \frac{M^2\phi^2}{8\pi} \qquad (66)$$

$$G_{44} \equiv -\frac{1}{2} - \Lambda = -\rho_q - \rho_s - B_c - \frac{3\phi_t^2}{8\pi} + \frac{M^2\phi^2}{8\pi} \qquad (67)$$

(60), (67) arası denklemleri kullanarak, alan denklemlerindeki bilinmeyen parametreleri bulabiliriz. İlk olarak (61) ve (66) numaralı denklemlerden sicimlerin gerilim yoğunluğunu,

$$\rho_s = 0 \qquad (68)$$

olarak elde ederiz. (62) ve (63)'den ısı akısı değeri ise

$$q_1 = -\frac{H_t}{H} \qquad (69)$$

olarak bulunur. (67) ve (68) denklemlerinden acayip kuark maddenin enerji yoğunluğunu

$$\rho_q + B_c = \frac{1}{2} + \Lambda - \frac{3\phi_t^2}{8\pi} + \frac{M^2\phi^2}{8\pi} \tag{70}$$

olarak elde ederiz. (68) ve (70) denklemlerini (65) denkleminde yerine yazarsak koordinattan bağımsız olarak sabit bir skaler alan değeri elde ederiz,

$$\frac{\phi_t^2}{4\pi} = 0, \text{ buradan } \quad \phi_t = 0 \text{ ve } \phi = \beta = \text{sabit} \tag{71}$$

Burada β, sıfırdan farklı herhangi bir sabittir. Bulduğumuz sabit skaler alan sonucunu (60) numaralı Klein-Gordon denkleminde yerine yazarsak

$$KG = M^2\phi = 0 \quad \text{ve} \quad \phi = \text{sabit} \neq 0 \quad \text{ise } M = 0 \tag{72}$$

sonucunu elde ederiz. Böylece kaynak yoğunluğu sıfır olan model için Gödel evreninde, kütleli skaler alanın kütlesini temsil eden M değerini sıfır olarak buluruz yani kütlesiz ve sabit bir skaler alan elde etmiş oluruz. (68), (70)-(72) arası denklemleri (64) denkleminde yerine yazacak olursak, kozmolojik sabit terimini aşağıdaki gibi elde etmiş oluruz,

$$\Lambda = \Omega^2 = \frac{1}{2} \tag{73}$$

(61) denkleminde (68), (71), (72) ve (73) eşitliklerini yerlerine yazacak olursak, Gödel evreninin H(t) metrik potansiyelini elde ederiz,

$$H(t) = h_1 t + h_2 \tag{74}$$

burada h_1 ve h_2'ler keyfi sabitlerdir. (69) ve (74) denklemlerinden ısı akısı değeri

$$q_1 = -\frac{h_1}{h_1 t + h_2} \tag{75}$$

olarak elde edilir. (70)-(73) arası denklemlerden acayip kuark maddenin enerji yoğunluğu aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\rho_q + B_c = 1 \quad \text{veya} \quad \rho_q = 1 - B_c \tag{76}$$

2.2.2. Kaynaklı Kütleli Skaler Alan, Sicim Bulutuna İliştirilmiş Acayip Kuark Madde ve Isı Akısının Çözümleri

Bu bölümde statik olmayan Gödel metriğinde, sicim bulutuna iliştirilmiş acayip kuark madde, ısı akısı ve belirli bir kaynak yoğunluğuna sahip kütleli skaler alan içeren madde topluluğunun Klein-Gordon denklemi yardımıyla çözümlerini araştıracağız. Çözüm yapabilmek için kullanacağımız alan denklemleri (61) ve (67) arası denklemlerle aynıdır. Sadece kaynak yoğunluklu bu model için Klein-Gordon denklemi aşağıdaki gibi elde edilir,

$$KG = M^2\phi(t) + \frac{H_t}{H}\phi_t + \phi_{tt} = \delta. \tag{77}$$

Burada δ kütleli skaler alanın kaynak yoğunluğudur. (61) ve (66) numaralı denklemlerden sicimlerin gerilim yoğunluğunu yine sıfır olarak aşağıdaki gibi elde ederiz,

$$\rho_s = 0 \tag{78}$$

(62) ve (63)'den ısı akısı değeri ise

$$q_1 = -\frac{H_t}{H} \tag{79}$$

şeklinde elde edilir. (67) ve (78) denklemlerinden acayip kuark maddenin enerji yoğunluğunu

$$\rho_q + B_c = \frac{1}{2} + \Lambda - \frac{3\phi_t^2}{8\pi} + \frac{M^2\phi^2}{8\pi} \tag{80}$$

olarak elde ederiz. (78) ve (80) denklemlerini (65) denkleminde yerine yazarsak koordinattan bağımsız olarak sabit bir skaler alan değeri elde ederiz,

$$\frac{\phi_t^2}{4\pi} = 0, \text{ buradan } \quad \phi_t = 0 \text{ ve } \phi = \beta = \text{sabit} \tag{81}$$

Burada β, sıfırdan farklı skaler alanı temsil eden herhangi bir sabittir. Bulduğumuz sabit skaler alan sonucunu (77) numaralı Klein-Gordon denkleminde yerine yazarsak

$$KG = M^2\phi = M^2\beta = \delta \quad \text{ve} \quad M^2 = \frac{\delta}{\beta} \tag{82}$$

sonucunu elde ederiz. Böylece Gödel evreninde kaynak yoğunluğuna sahip ve kütleli fakat sabit skaler alan elde etmiş oluruz. (80), (81) ve (82)'den

$$\rho_q + B_c = \frac{1}{2} + \Lambda + \frac{M^2\beta^2}{8\pi} \qquad \text{veya} \quad \rho_q + B_c = \frac{1}{2} + \Lambda + \frac{\delta\beta}{8\pi} \tag{83}$$

sonucuna ulaşırız. (78), (81), (82) ve (83) denklemlerini (64) denkleminde yerlerine yazarsak, kozmolojik sabitin değerini aşağıdaki gibi elde ederiz,

$$\Lambda = \frac{1}{2} - \frac{M^2\beta^2}{8\pi} \qquad \text{veya} \qquad \Lambda = \frac{1}{2} - \frac{\delta\beta}{8\pi} \tag{84}$$

(83) ve (84)'ten kolayca görüleceği gibi acayip kuark maddenin enerji yoğunluğu bir önceki model ile aynı olarak aşağıdaki gibi elde edilir,

$$\rho_q + B_c = 1 \qquad \text{veya} \quad \rho_q = 1 - B_c \tag{85}$$

(81), (82) ve (84) denklemlerini (66) denkleminde yerlerine yazarsak, metrik potansiyelini aşağıdaki gibi elde ederiz,

$$H(t) = h_1 t + h_2 \tag{86}$$

(79) ve (86) denklemlerinden ise ısı akısı değerini aşağıdaki gibi elde ederiz.

$$q_1 = -\frac{h_1}{h_1 t + h_2} \tag{87}$$

BÖLÜM 3

STATİK GÖDEL METRİĞİNDE EINSTEIN ALAN DENKLEMLERİNİN ÇÖZÜMLERİ

3.1. Statik Gödel Evreninde Kaynak Yoğunluğuna Bağlı Olarak Kütleli Skaler Alan ve İdeal Akışkan Çözümleri

Bir önceki bölümde statik olmayan Gödel evreninde ilk önce kaynak yoğunluğunun değişimine göre kütleli skaler alan, viskoz akışkan ve ısı akısından oluşan madde topluğunun çözümleri ve daha sonra ise aynı metrik için sicim bulutuna iliştirilmiş acayip kuark madde, kütleli skaler alan ve ısı akısından oluşan madde topluluğunun çözümleri incelenmiştir. Bu bölümde ise kaynak yoğunluğuna göre, statik Gödel evreni için sırasıyla kütleli skaler alan ve ideal akışkan çözümü ile yine kütleli skaler alan ve sicim bulutuna iliştirilmiş acayip kuark madde çözümleri incelenecektir. Statik Gödel metriği shear'siz, genişlemesiz ve ivmesiz bir evren modeli olduğu için viskoz akışkan çözümüne izin vermemektedir. Bu yüzden (4) eşitliğinde shear tensörünü ($\sigma_{ik} = 0$) ve genişleme skalerini ($\theta = 0$) sıfır aldığımızda viskoz akışkan enerji momentum tensörü ideal akışkan enerji-momentum tensörüne dönmektedir. Bu sebeple viskoz akışkan yerine ideal akışkan enerji-momentum tensörünü kullanacağız. Statik Gödel metriği ile ilgili daha öncede çeşitli araştırmacılar tarafından birçok çalışma yapılmıştır. Raychaudhuri ve Thakurta (1980) Gödel tipi bir metriğin homojen olması için gerekli şartları elde etmişlerdir. Daha sonra Rebouças ve Tiomno (1983) bu şartların gerekli ve yeterli olduklarını göstermişlerdir. Rebouças ve Tiomno (1985) statik Gödel metriği için kütlesiz skaler alan ve ısı akılı çözümleri araştırmışlar ve ısı akısının ortadan kalktığında homojen çözümlerin elde edildiğini göstermişlerdir. Dunn (1989), statik Gödel metriğinde ilk önce ideal akışkanlı ve ışınım yapan (radiation) madde topluluğunu ve daha sonra yine aynı metrik için ideal akışkanlı, ışınım yapan ve elektromanyetik alan içeren madde topluluklarını incelemiş ve Einstein alan denklemlerinin çözümlerini araştırmıştır.

3.1.1. Kaynaksız Kütleli Skaler Alan ve İdeal Akışkanın Statik Gödel Evreninde Çözümleri

Statik Gödel metriği için kütleli skaler alan ve ideal akışkandan oluşan madde topluluğunun enerji-momentum tensörü aşağıdaki gibi verilir

$$T_{ik} = (p+\rho)\, u_i\, u_k + p\, g_{ik} + \frac{1}{4\pi}\left[\phi_{,i}\,\phi_{,k} - \frac{1}{2} g_{ik}\,(\phi_{,l}\phi^{,l} - M^2\phi^2)\right] \tag{88}$$

Burada ilk terim ideal akışkanın, ikinci terim de kütleli skaler alanın enerji-momentum tensörüdür ve yine p akışkanın basıncını ve ρ ise akışkanın yoğunluğunu göstermektedir. ϕ ise skaler alanı temsil eden bir fonksiyon olup $\phi = \phi(x, y, z, t)$ şeklinde alınmıştır. Skaler alanın çözümü için (10) numaralı Klein-Gordon denklemini kullanırsak aşağıdaki denklemi elde ederiz,

$$\begin{aligned} KG = M^2\phi + \phi_{xx} + \frac{\phi_{yy} - (HH_x - DD_x)\phi_x}{D^2} - \frac{H(2\phi_{t,y} - H_x\phi_x)}{D^2} \\ + \phi_{zz} - \frac{(D^2 - H^2)\phi_{tt}}{D^2} = 0. \end{aligned} \tag{89}$$

(3b) numaralı statik Gödel metriğini, (88) numaralı kütleli skaler alan ve ideal akışkandan oluşan madde topluluğunun enerji momentum tensörünü (1) denkleminde yerine yazarsak Einstein alan denklemlerini aşağıdaki gibi elde ederiz.

$$\begin{aligned} G_{11} \equiv \Lambda - \frac{H_x^2}{4D^2} = -p - \frac{\phi_x^2}{8\pi} + \frac{\phi_y^2}{8\pi D^2} - \frac{H\phi_y\phi_t}{4\pi D^2} + \frac{\phi_z^2}{8\pi} - \frac{\phi_t^2}{8\pi} \\ + \frac{\phi_t^2 H^2}{8\pi D^2} - \frac{M^2\phi^2}{8\pi} \end{aligned} \tag{90}$$

$$G_{12} \equiv \frac{\phi_x\,\phi_y}{4\pi} = 0 \tag{91}$$

$$G_{13} \equiv \frac{\phi_x \phi_z}{4\pi} = 0 \tag{92}$$

$$G_{14} \equiv \frac{\phi_x \phi_t}{4\pi} = 0 \tag{93}$$

$$\begin{aligned} G_{22} \equiv & \frac{D_x H_x}{H D} - \frac{H_x^2}{4H^2} - \frac{H_{xx}}{H} - \frac{3H_x^2}{4D^2} + \frac{D_{xx}}{D} + \frac{D^2 \Lambda}{H^2} - \Lambda = -\rho - \frac{D^2 p}{H^2} \\ & - \frac{\phi_y^2}{8\pi H^2} + \frac{D^2 \phi_x^2}{8\pi H^2} - \frac{\phi_y \phi_t}{4\pi H} + \frac{D^2 \phi_z^2}{8\pi H^2} - \frac{D^2 \phi_t^2}{8\pi H^2} + \frac{\phi_t^2}{4\pi} - \frac{D^2 M^2 \phi^2}{8\pi H^2} \\ & - \frac{\phi_x^2}{8\pi} - \frac{\phi_y^2}{8\pi D^2} + \frac{H\phi_t \phi_y}{4\pi D^2} - \frac{\phi_z^2}{8\pi} - \frac{\phi_t^2 H^2}{8\pi D^2} + \frac{M^2 \phi^2}{8\pi} \end{aligned} \tag{94}$$

$$G_{23} \equiv \frac{\phi_y \phi_z}{4\pi} = 0 \tag{95}$$

$$\begin{aligned} G_{24} \equiv & \frac{D_x H_x}{2HD} - \frac{H_{xx}}{2H} - \frac{3H_x^2}{4D^2} + \frac{D_{xx}}{D} - \Lambda = -\rho - \frac{\phi_t \phi_y}{4\pi H} - \frac{\phi_x^2}{8\pi} - \frac{\phi_y^2}{8\pi D^2} \\ & + \frac{H\phi_t \phi_y}{4\pi D^2} - \frac{\phi_z^2}{8\pi} + \frac{\phi_t^2}{8\pi} - \frac{\phi_t^2 H^2}{8\pi D^2} + \frac{M^2 \phi^2}{8\pi} \end{aligned} \tag{96}$$

$$\begin{aligned} G_{33} \equiv & \frac{H_x^2}{4D^2} - \frac{D_{xx}}{D} + \Lambda = -p + \frac{\phi_x^2}{8\pi} + \frac{\phi_y^2}{8\pi D^2} - \frac{H\phi_y \phi_t}{4\pi D^2} - \frac{\phi_z^2}{8\pi} - \frac{\phi_t^2}{8\pi} \\ & + \frac{\phi_t^2 H^2}{8\pi D^2} - \frac{M^2 \phi^2}{8\pi} \end{aligned} \tag{97}$$

$$G_{34} \equiv -\frac{\phi_z \phi_t}{4\pi} = 0 \tag{98}$$

$$\begin{aligned} G_{44} \equiv & \frac{D_{xx}}{D} - \frac{3H_x^2}{4D^2} - \Lambda = -\rho - \frac{\phi_t^2}{8\pi} - \frac{\phi_x^2}{8\pi} - \frac{\phi_y^2}{8\pi D^2} + \frac{H\phi_y \phi_t}{4\pi D^2} - \frac{\phi_z^2}{8\pi} \\ & - \frac{\phi_t^2 H^2}{8\pi D^2} + \frac{M^2 \phi^2}{8\pi} \end{aligned} \tag{99}$$

(90) ve (99) arası alan denklemlerinden bilinmeyen parametreleri bulabiliriz. İlk olarak (91)-(93) arası denklemlerden

$$\phi_x = 0 \tag{100}$$

değerini elde ederiz. (95) ve (98) numaralı alan denklerinden ise

$$\phi_z = 0 \tag{101}$$

sonucunu buluruz. Böylece skaler alanımız x ve z koordinatlarından bağımsız olarak sadece y ve t koordinatlarına bağlı olmuş olur yani $\phi(x,y,z,t) = \phi(y,t)$ olur. Bununla beraber $\Omega = (1/2)(H_x / D) = m/\sqrt{2}$ şartından dolayı

$$\Omega^2 = \frac{H_x^2}{4D^2} = \frac{m^2}{2} = \mathrm{sabit} \tag{102}$$

olur. (90), (97) ve (100)-(102) denklemlerinden ise

$$\frac{D_{xx}}{D} = 2\Omega^2 = m^2 = sabit \tag{103}$$

olarak elde edilir buda statik Gödel metriğinin homojen olma şartıdır. (103) denkleminin çözümünden de *D(x)* metrik potansiyeli aşağıdaki gibi elde edilir,

$$\mathrm{D(x)} = \mathrm{D_1\, e^{m\,x}} + \mathrm{D_2\, e^{-m\,x}} \tag{104}$$

Burada D_1 ve D_2' ler keyfi sabitlerdir. (100)-(103) arası denklemleri (99)'da yerlerine yazarsak ve buradan ρ ' yu çekersek aşağıdaki eşitliği elde ederiz

$$\rho = \Omega^2 + \Lambda - \frac{\phi_t^2}{8\pi} - \frac{\phi_y^2}{8\pi D^2} + \frac{H\phi_y\phi_t}{4\pi D^2} - \frac{\phi_t^2 H^2}{8\pi D^2} + \frac{M^2\phi^2}{8\pi} \tag{105}$$

(100)-(103) ve (105) denklemlerini (96) denkleminde yerlerine yazarsak

$$\frac{D_x\, H_x}{2HD} - \frac{H_{xx}}{2H} = \frac{\phi_t^2}{4\pi} - \frac{\phi_y\, \phi_t}{4\pi H} \tag{106}$$

eşitliğini elde ederiz. (106) denklemine göz atarsak denklemin sol tarafı sadece x koordinatına bağlı iken, sağ tarafı ise x, y ve t koordinatlarına bağlı olduğunu görürüz. Bu denklemin sağlanabilmesi için sıfıra eşit olması gerekir. Böylece

$$\frac{D_x}{D} = \frac{H_{xx}}{H_x} \tag{107}$$

ve

$$\phi_y = H(x)\, \phi_t \tag{108}$$

denklemlerini elde ederiz. (100), (101) ve (108) denklemlerinden, $\phi(x, y, z, t) = \phi(y, t)$ eşitliğinden ve $H(x) \neq 0$ olduğundan dolayı

$$\phi_y = \phi_t = 0 \tag{109}$$

sonucunu elde ederiz. Böylece statik Gödel evreninde kütleli skaler alanı tüm koordinatlardan bağımsız olarak, $\phi(x, y, z, t) = \beta$ şeklinde buluruz. Burada β, skaler alanı temsil eden herhangi bir sabittir. (100), (101) ve (109) eşitliklerini (89) numaralı Klein-Gordon denkleminde yerlerine yazarsak kaynak yoğunluğu sıfır olan model için statik Gödel evreninde sabit skaler alan ve kütleli skaler alanın kütle değerini de sıfır olarak aşağıdaki gibi buluruz.

$$KG = M^2\phi = 0, \quad \text{ve} \quad \phi = \beta = \text{sabit} \neq 0 \quad \text{ise} \quad M = 0 \tag{110}$$

(102), (109) ve (110) eşitliklerini (105) denkleminde yerlerine yazarsak, kozmik madde dağılımının yoğunluğunu aşağıdaki gibi elde ederiz.

$$\rho = \Omega^2 + \Lambda = \frac{m^2}{2} + \Lambda \tag{111}$$

(90), (100)-(102) ile (109) ve (110) denklemlerinden de madde dağılımının basıncını

$$p = \Omega^2 - \Lambda = \frac{m^2}{2} - \Lambda \tag{112}$$

olarak elde ederiz. (100)-(102) ile (108)-(112) arası denklemleri (94) denkleminde yerine yazarsak

$$\Omega^2 = \frac{H_x^2}{4D^2} = \frac{m^2}{2} = \text{sabit} \tag{113}$$

sonucunu elde ederiz. (104) ve (113) denklemlerinden de *H(x)* metrik potansiyelini aşağıdaki gibi elde ederiz.

$$H(x) = \sqrt{2}(D_1 e^{mx} - D_2 e^{-mx}) + H_0 \tag{114}$$

Burada H_0 keyfi bir sabittir. Çeşitli durumlar için kozmolojik sabitin değişimine bakacak olursak aşağıdaki sonuçları elde ederiz.

i) Toz Madde Durumu ($p = 0$ **):** (112) denkleminden, kozmolojik sabit değeri aşağıdaki gibi elde edilir,

$$\Lambda = \Omega^2 \quad \text{yada} \quad \Lambda = \frac{m^2}{2}. \tag{115}$$

j) Zeldovich Evreni ($p = \rho$ **):** (111) ve (112) denklemlerinden, kozmolojik sabit değeri aşağıdaki gibi elde edilir,

$$\Lambda = 0. \tag{116}$$

k) Radyasyon Evreni ($p = \rho/3$): (111) ve (112) denklemlerinden, kozmolojik sabit değeri aşağıdaki gibi elde edilir,

$$\Lambda = \frac{\Omega^2}{2} \quad \text{yada} \quad \Lambda = \frac{m^2}{4} \tag{117}$$

l) Karanlık Enerji Dağılımı ($p = -\rho$): (111) ve (112) denklemlerinden kozmolojik sabit değeri elde edemeyiz ve rotasyon değeri de sıfıra eşit olmaktadır.

$$\Omega^2 = 0. \tag{118}$$

3.1.2. Kaynaklı Kütleli Skaler Alan ve İdeal Akışkanın Statik Gödel Evreninde Çözümleri

Bu bölümde belirli bir kaynak yoğunluğuna sahip kütleli skaler alan ve ideal akışkandan oluşan madde topluluğu için statik Gödel metriğinde Einstein alan denklemlerinin çözümlerini elde edeceğiz. Eğer skaler alanımız bir kaynak yoğunluğuna sahip ise (40) numaralı Klein-Gordon denklemi yardımıyla kütleli skaler alan için aşağıdaki denklemi elde ederiz,

$$\begin{aligned} KG = M^2\phi + \phi_{xx} + \frac{\phi_{yy} - (HH_x - DD_x)\phi_x}{D^2} - \frac{H(2\phi_{t,y} - H_x\phi_x)}{D^2} \\ + \phi_{zz} - \frac{(D^2 - H^2)\phi_{tt}}{D^2} = \delta. \end{aligned} \tag{119}$$

(1), (3b) ve (88) denklemlerinden elde edilen (90)-(99) numaralı Einstein alan denklemleri kaynak yoğunluklu bu model içinde aynıdır bir tek yukarıdaki (119) numaralı Klein-Gordon denklemi farklıdır. Bu yüzden kaynak yoğunluksuz modelden elde edilen (100) ile (109) arası çözümler bu model içinde geçerlidir, skaler alan koordinatlardan bağımsız ve sabit olarak $\phi(x, y, z, t) = \beta$ şeklinde elde edilir. Fakat kaynak yoğunluğu içeren bir model olduğu için (119) numaralı Klein-Gordon denkleminin sonucu aşağıdaki gibi elde edilir.

$$KG = M^2\phi = \delta, \quad \text{ve} \quad \phi = \beta = \text{sabit} \quad \text{ise} \quad M^2 = \frac{\delta}{\beta} \tag{120}$$

(1), (3b), (88), (90)-(99) ve (119)-(120) denklemlerinin yardımıyla statik Gödel metriğinde kaynak yoğunluklu kütleli skaler alan ve ideal akışkanlı model için bilinmeyen parametreler aşağıdaki gibi elde edilir,

$$\rho = \Omega^2 + \Lambda + \frac{M^2\beta^2}{8\pi} \quad \text{yada} \quad \rho = \frac{m^2}{2} + \Lambda + \frac{M^2\beta^2}{8\pi} \tag{121}$$

$$p = \Omega^2 - \Lambda - \frac{M^2\beta^2}{8\pi} \quad \text{yada} \quad p = \frac{m^2}{2} - \Lambda - \frac{M^2\beta^2}{8\pi} \tag{122}$$

$$H(x) = \sqrt{2}(D_1\, e^{m\,x} - D_2\, e^{-m\,x}) + H_0 \tag{123}$$

$$D(x) = D_1\, e^{m\,x} + D_2\, e^{-m\,x} \tag{124}$$

$$\phi(x, y, z, t) = \beta = \text{sabit} \quad \text{ve} \quad M^2 = \frac{\delta}{\beta} \neq 0. \tag{125}$$

Çeşitli durumlar için statik Gödel evreninde kozmolojik sabitin değişimine bakacak olursak aşağıdaki sonuçları elde ederiz.

m) Toz Madde Durumu ($p = 0$): (122) denkleminden, kozmolojik sabit değeri aşağıdaki gibi elde edilir,

$$\Lambda = \Omega^2 - \frac{M^2\beta^2}{8\pi} \quad \text{yada} \quad \Lambda = \frac{m^2}{2} - \frac{M^2\beta^2}{8\pi}. \tag{126}$$

n) Zeldovich Evreni ($p=\rho$): (121) ve (122) denklemlerinden, kozmolojik sabit değeri aşağıdaki gibi elde edilir,

$$\Lambda = -\frac{M^2\beta^2}{8\pi} \tag{127}$$

o) Radyasyon Evreni ($p=\rho/3$): (121) ve (122) denklemlerinden, kozmolojik sabit değeri aşağıdaki gibi elde edilir,

$$\Lambda = \frac{\Omega^2}{2} - \frac{M^2\beta^2}{8\pi} \quad \text{yada} \quad \Lambda = \frac{m^2}{4} - \frac{M^2\beta^2}{8\pi} \tag{128}$$

p) Karanlık Enerji Dağılımı ($p=-\rho$): (121) ve (122) denklemlerinden kozmolojik sabit değeri gözlenememektedir ve rotasyon değeri de sıfıra eşit olmaktadır.

$$\Omega^2 = 0. \tag{129}$$

3.2. Kaynaksız Kütleli Skaler Alan ve Sicim Bulutuna İliştirilmiş Acayip Kuark Maddenin Statik Gödel Evreninde Çözümleri

Bu bölümde statik Gödel evreninde kütleli skaler alan ve sicim bulutuna iliştirilmiş acayip kuark maddenin çözümleri elde edilecektir. Bu iki madde topluluğunun enerji momentum tensörü aşağıdaki gibi verilir,

$$T_{ik} = \frac{1}{4\pi}\left[\phi_{,i}\,\phi_{,k} - \frac{1}{2}g_{ik}(\phi_{,l}\,\phi^{,l} - M^2\phi^2)\right] + (\rho_q + \rho_s + B_c)u_i u_k - \rho_s X_i X_k \tag{130}$$

Bununla beraber ϕ kütleli skaler alanı temsil eden ve t koordinatına bağlı bir fonksiyondur ve $\phi(t)$ olarak çözümleri aranacaktır. Kaynak yoğunluğu sıfır olan kütleli skaler alan için Klein-Gordon denklemi, (10) eşitliğinin yardımıyla aşağıdaki gibi verilir,

$$KG = M^2\phi(t) - \frac{(D^2 - H^2)\phi_{tt}}{D^2} = 0. \tag{131}$$

(1), (3b) ve (130) denklemlerinin yardımıyla statik Gödel evreni için kütleli skaler alan, sicim bulutuna iliştirilmiş acayip kuark maddenin alan denklemleri aşağıdaki gibi verilir,

$$G_{11} \equiv -\frac{H_x^2}{4D^2} + \Lambda = \rho_s - \frac{\phi_t^2}{8\pi} + \frac{\phi_t^2 H^2}{8\pi D^2} - \frac{M^2\phi^2}{8\pi} \tag{132}$$

$$\begin{aligned} G_{22} &\equiv -\frac{H_x^2}{4H^2} - \frac{H_{xx}}{H} + \frac{D_x H_x}{HD} - \frac{3H_x^2}{4D^2} + \frac{D_{xx}}{D} + \frac{D^2\Lambda}{H^2} - \Lambda = \\ &-\rho_q - \rho_s - B_c - \frac{D^2\phi_t^2}{8\pi H^2} + \frac{\phi_t^2}{4\pi} - \frac{D^2 M^2\phi^2}{8\pi H^2} - \frac{H^2\phi_t^2}{8\pi D^2} + \frac{M^2\phi^2}{8\pi} \end{aligned} \tag{133}$$

$$\begin{aligned} G_{24} &\equiv -\frac{H_{xx}}{2H} + \frac{D_x H_x}{2HD} - \frac{3H_x^2}{4D^2} + \frac{D_{xx}}{D} - \Lambda = -\rho_q - \rho_s - B_c \\ &+ \frac{\phi_t^2}{4\pi} - \frac{H^2\phi_t^2}{8\pi D^2} + \frac{M^2\phi^2}{8\pi} \end{aligned} \tag{134}$$

$$G_{33} \equiv \frac{H_x^2}{4D^2} - \frac{D_{xx}}{D} + \Lambda = -\frac{\phi_t^2}{8\pi} - \frac{H^2\phi_t^2}{8\pi D^2} - \frac{M^2\phi^2}{8\pi} \tag{135}$$

$$G_{44} \equiv -\frac{3H_x^2}{4D^2} + \frac{D_{xx}}{D} - \Lambda = -\rho_q - \rho_s - B_c - \frac{\phi_t^2}{8\pi} - \frac{H^2\phi_t^2}{8\pi D^2} + \frac{M^2\phi^2}{8\pi} \tag{136}$$

Bununla beraber enerji-momentum korunumundan ($T^{ik}_{;k} = 0$) aşağıdaki denklemleri elde ederiz,

$$T^{ik}_{;k} = \left(-\frac{\rho_s D_x}{D}, 0, 0, \rho_{s_t} + \rho_{q_t}\right) \tag{137}$$

(131)-(137) arası denklemleri kullanarak bilinmeyen parametreleri bulabiliriz. İlk olarak (137) denkleminden sicimlerin yoğunluğu,

$$\rho_s = 0 \tag{138}$$

olarak elde edilir. $\Omega = (1/2)(H_x / D) = m/\sqrt{2}$ eşitliğinden ve (132) ile (135) denklemlerinden

$$\frac{D_{xx}}{D} = 2\Omega^2 = m^2 = \text{sabit} \tag{139}$$

değeri elde edilir ve bu denklemin çözümünden de *D(x)* metrik potansiyeli aşağıdaki gibi elde edilir,

$$D(x) = D_1 e^{mx} + D_2 e^{-mx} \tag{140}$$

(136), (138) ve (139) denklemlerinden de acayip kuark maddenin yoğunluğu

$$\rho_q + B_c = \Omega^2 + \Lambda - \frac{\phi_t^2}{8\pi} - \frac{\phi_t^2 H^2}{8\pi D^2} + \frac{M^2 \phi^2}{8\pi} \tag{141}$$

olarak bulunur. (134),(137)-(139) ve (141)'den aşağıdaki denklemi elde ederiz,

$$\frac{D_x H_x}{2HD} - \frac{H_{xx}}{2H} = \frac{\phi_t^2}{4\pi} \tag{142}$$

(142) denkleminden ve (3c)'den yani Gödel evreninin homojen olma şartlarının beraber çözümünden

$$\frac{H_{xx}}{H_x} = \frac{D_x}{D} \qquad (143)$$

ve

$$\phi_t = 0 \quad \text{ve} \quad \phi = \beta = \text{sabit} \qquad (144)$$

denklemlerini elde ederiz. Böylece sabit skaler alan elde etmiş oluruz. (131) ve (144) denklemlerinden

$$KG = M^2\beta = 0 \quad \text{ve} \quad \phi = \beta \neq 0 \quad \text{ise} \quad M = 0 \qquad (145)$$

kaynaksız kütleli skaler alanın kütle değerini statik Gödel metriğinde sıfır olarak buluruz. (133), (138), (139), (141), (143)-(145) arası denklemlerden de kozmolojik sabitin değeri elde edilir.

$$\Omega^2 = \frac{H_x^2}{4D^2} = \Lambda \qquad (146)$$

$\Omega = (1/2)(H_x / D) = m/\sqrt{2}$ değerinden ve (146) denkleminden kozmolojik sabit

$$\Lambda = \Omega^2 = \frac{m^2}{2} \qquad (147)$$

olarak bulunur. (140), (146) ve (147) den *H(x)* metrik potansiyeli aşağıdaki gibi elde edilir.

$$H(x) = \sqrt{2}(D_1 e^{mx} - D_2 e^{-mx}) + H_0 \qquad (148)$$

3.3. Kaynaklı Kütleli Skaler Alan ve Sicim Bulutuna İliştirilmiş Acayip Kuark Maddenin Statik Gödel Evreninde Çözümleri

Bu bölümde statik Gödel metriğinde, sicim bulutuna iliştirilmiş acayip kuark madde ve belirli bir kaynak yoğunluğuna sahip kütleli skaler alanın Klein-Gordon denklemi yardımıyla çözümlerini araştıracağız. Eğer skaler alanımız bir kaynak yoğunluğuna sahip ise (40) numaralı Klein-Gordon denklemi yardımıyla kütleli skaler alan için aşağıdaki denklemi elde ederiz,

$$KG = M^2\phi(t) - \frac{(D^2 - H^2)\phi_{tt}}{D^2} = \delta. \tag{149}$$

Burada δ kütleli skaler alanın kaynak yoğunluğudur. (1), (3b) ve (130) denklemlerinden elde edilen (132)-(137) arası denklemler kaynak yoğunluklu bu model içinde aynıdır bir tek yukarıdaki (149) numaralı Klein-Gordon denklemi farklıdır. Bu yüzden kaynak yoğunluksuz modelden elde edilen (138) ile (144) arası çözümler bu model içinde geçerlidir. Bununla beraber skaler alan yine koordinattan bağımsız ve sabit olarak $\phi(t) = \beta$ şeklinde elde edilir. Fakat kaynak yoğunluğu içeren bir model olduğu için bunu (149) numaralı Klein-Gordon denklemde yerine yazarsak aşağıdaki sonucu elde ederiz.

$$KG = M^2\beta = \delta, \quad \text{ve} \quad \phi = \beta = \text{sabit} \quad \text{ise} \quad M^2 = \frac{\delta}{\beta} \neq 0. \tag{150}$$

(1), (3b), (3c), (130), (132)-(137) ve (150) denklemlerinden statik Gödel metriği için kaynak yoğunluklu kütleli skaler alan ve sicim bulutuna iliştirilmiş acayip kuark madde için bilinmeyen parametreler aşağıdaki gibi verilir,

$$\rho_s = 0 \tag{151}$$

$$D(x) = D_1 e^{mx} + D_2 e^{-mx} \tag{152}$$

$$\phi_t = 0 \quad \text{ve} \quad \phi = \beta = \text{sabit} \;\; \text{ve}\; M^2 = \delta / \beta \neq 0 \tag{153}$$

$$\Lambda = \Omega^2 - \frac{M^2\beta^2}{8\pi} = \frac{m^2}{2} - \frac{M^2\beta^2}{8\pi} \tag{154}$$

$$H(x) = \sqrt{2}(D_1\, e^{m\, x} - D_2\, e^{-m\, x}) + H_0 \tag{155}$$

$$\rho_q + B_c = 2\Omega^2 = m^2 \tag{156}$$

(153) ve (154) denklemlerinden ise skaler alanın kaynak yoğunluğunun değeri

$$\delta = \frac{8\pi}{\beta}(\frac{m^2}{2} - \Lambda) \tag{157}$$

olarak elde edilir.

BÖLÜM 4
SONUÇLAR VE TARTIŞMA

4.1. Kaynaksız Kütleli Skaler Alan, Viskoz Akışkan ve Isı Akısının Statik Olmayan Gödel Evreninde Sonuçları

Einstein alan denklemlerini statik olmayan Gödel metriğinde çözebilmek için seçtiğimiz skaler alanın kütle değeri sıfırdan farklı olmasına ve tüm yönlerde seçilmiş olmasına rağmen, (29) denkleminden de görüleceği gibi kütle değeri sıfır olmaktadır (M=0) ve skaler alan sabit hale gelmektedir. Yani statik olmayan Gödel evreninde, eğer skaler alan kaynak yoğunluğuna sahip değilse, kütleli skaler alan gözlenememektedir ve skaler alan koordinatlardan bağımsız sabit olmaktadır. Bununla beraber (27), (31) ve (34) eşitliklerinden de görüleceği gibi, ısı akısı ise sadece q_1 yönünde olup shear viskozite katsayısı ve zamana bağlı olarak değişmektedir. *H* metrik potansiyeli zamana ve shear viskozite katsayısına bağlı üstel olarak elde edilmiştir. Bu da erken evren için savunulan hipotezlere uymaktadır. Kozmolojik sabit, Gödel evreninde önemli bir rol oynamaktadır, yoğunluğu arttırırken, basıncı azaltmaktadır. Ayrıca shear ve bulk viskozite katsayıları zaman ile evrenin basıncını arttırmaktadırlar. (30), (33)-(35) arası denklemlerden de kolayca görüleceği gibi shear viskozite katsayısı (η), belirli bir kaynak yoğunluğuna sahip olmayan skaler alanlı, ısı akılı ve viskoz akışkanlı Gödel evreninde, bulk viskozite katsayısından (ξ) çok daha önemli bir rol oynamaktadır. Shear viskozite katsayısı ısı akısı, basınç, metrik potansiyeli, kozmolojik sabit ve kinematik nicelikler üzerinde etkili iken, bulk viskozite katsayısı sadece basınç değerinde, basıncı arttırıcı rolde kendini göstermektedir.

Sonuçlarımızı çeşitli durumlar için daha ayrıntılı inceleyecek olursak, aşağıdaki verileri elde ederiz.

4.1.1. b = 0 Durumu

(33) eşitliğinde metrik potansiyelimizi $H = b + a e^{2\eta t}$ olarak elde ettik. Burada a ve b keyfi sabitlerdir eğer b sabitini sıfır alırsak bulduğumuz sonuçlar büyük ölçüde sadeleşir ve aşağıdaki gibi elde edilir;

$$H = a\, e^{2\eta t},$$

$$\rho = \frac{1}{2} + \Lambda,$$

$$p = \frac{1}{2} - \Lambda + 2\eta\,(\xi + \frac{4\eta}{3}), \tag{158}$$

$$q_1 = -2\eta \quad \text{ve} \quad q_2 = q_3 = q_4 = 0,$$

$$\phi = \beta = \text{sabit} \quad \text{ve} \quad M = 0.$$

(158) denklemlerinden yoğunluk ve basınç arasındaki çeşitli $p = 0,\ p = \rho,\ p = \frac{\rho}{3}\ ve\ \ p = -\rho$ gibi durumlar için kozmolojik sabitin değişimini incelersek sırasıyla aşağıdaki sonuçları elde ederiz.

$$\Lambda_{(p=0)} = \frac{1}{2} + 2\eta\,(\xi + \frac{4\eta}{3})$$

$$\Lambda_{(p=\rho)} = \eta\,(\xi + \frac{4\eta}{3})$$

$$\Lambda_{(p=\rho/3)} = \frac{1}{4} + \frac{3\eta}{2}(\xi + \frac{4\eta}{3}) \tag{159}$$

$$\Lambda_{(p=-\rho)} \ \text{için} \quad \xi = -\left(\frac{1}{2\eta} + \frac{4\eta}{3}\right)$$

(159) denklemlerinden de görüleceği gibi $p = -\rho$ durumunda kozmolojik sabit yerine shear ve bulk viskozite katsayıları arasında bir ifade elde edilmektedir. Shear ve bulk viskozite katsayılarının sıfırdan büyük olması şartını göz önüne alırsak Gödel evreninde karanlık enerji dağılımı için anlamlı sonuçlar elde edilememektedir.

4.1.2. $\eta = \xi = 0$ Durumu

Kaynak yoğunluğuna sahip olmayan skaler alan, ısı akısı ve viskoz akışkan madde topluğundan oluşan Gödel tipi evren modelinde eğer shear ve bulk viskozite katsayıları sıfır olarak alınırsa ($\eta = \xi = 0$), viskoz akışkan enerji-momentum tensörü ideal akışkan enerji-momentum tensörüne indirgenir. Isı akısının tüm bileşenleri sıfır olduğu için modelimiz statik olmayan Gödel metriğinde kütlesiz ve sabit skaler alanlı ve ideal akışkanlı evren modeline dönüşür. Bu yeni model için alan denklemlerinden elde edilen parametreler aşağıdaki gibidir,

$$\begin{aligned}
&\mathrm{H} = \mathrm{a} + \mathrm{b} = \text{sabit}, \\
&\rho = \frac{1}{2} + \Lambda, \\
&\mathrm{p} = \frac{1}{2} - \Lambda, \qquad\qquad (160) \\
&\mathrm{q}_1 = \mathrm{q}_2 = \mathrm{q}_3 = \mathrm{q}_4 = 0, \\
&\phi = \beta = \text{sabit} \quad \text{ve} \quad \mathrm{M} = 0.
\end{aligned}$$

(160) denkleminden yararlanarak $p = 0,\ p = \rho,\ p = \dfrac{\rho}{3}$ durumları için ideal akışkanlı ve skaler alanlı modelde kozmolojik sabitin değişimini incelersek sırasıyla aşağıdaki sonuçları elde ederiz.

$$\Lambda_{(p=0)} = \frac{1}{2}$$

$$\Lambda_{(p=\rho)} = 0 \qquad (161)$$

$$\Lambda_{(p=\rho/3)} = \frac{1}{4}$$

$p = -\rho$ durumu için bu modelde kozmolojik sabit değeri elde edilememektedir (Aygün ve Tarhan, 2008).

4.2. Kaynaklı Kütleli Skaler Alan, Viskoz Akışkan ve Isı Akısının Statik Olmayan Gödel Evreninde Sonuçları

Bir önceki bölümde kaynak yoğunluğuna sahip olmayan kütleli skaler alanın, sabit olduğu ve M kütle değerinin sıfıra eşit çıktığını yani kütleli skaler alanın kaynak yoğunluğuna sahip değilse, Gödel evreninde oluşmadığını gördük. Şimdi ise belirli bir kaynak yoğunluğunda elde edilen çözümlerin sonuçlarını Gödel tipi bir evren için araştıracağız. (41) ve (47) denklemlerinden de görüldüğü gibi, eğer skaler alan için bir kaynak fonksiyonu var ise, kütleli skaler alanın M kütle değeri bu durumda sıfırdan farklı ve kaynak yoğunluğuyla alakalı bir değer almaktadır. Fakat yine kütleli skaler alan değeri koordinatlardan bağımsız, sabittir. Bu modelde kütleli skaler alan, (42) ve (43) denklemlerinden görüleceği gibi basıncı azaltıcı ve yoğunluğu arttırıcı bir şekilde davranmaktadır. Kaynak yoğunluğunun ısı akısı ve metrik potansiyeli üzerinde bir etkisi olmamaktadır, bu değerler, bir önceki elde edilen kaynak yoğunluksuz skaler alan modeli ile aynıdır. Yine kozmolojik sabit evrenin basıncı ve yoğunluğu üzerinde önemli bir etkiye sahiptir, basıncı azaltırken yoğunluğu arttırmaktadır. Yine bu modelde de shear viskozite katsayısının, bulk viskozite katsayısından çok daha etkin bir rol oynadığı (42)-(51) arası denklemlerden kolayca görülmektedir. Ayrıca (42) ve (50) arası denklemlerde $M = 0$ ifadesini yerine yazarsak sonuçlarımız, bir önceki kaynaksız skaler alan sonuçlarına indirgenir ve buradan da sonuçların tutarlılığını kontrol edebiliriz. Sonuçları çeşitli durumlar için incelersek, aşağıdaki verileri elde ederiz.

4.2.1. b = 0 Durumu

(46) eşitliğinde metrik potansiyelimizi $H = b + a e^{2\eta t}$ olarak elde ettik. Burada a ve b keyfi sabitlerdir eğer b sabitini sıfır alırsak bulduğumuz sonuçlar büyük ölçüde sadeleşir ve aşağıdaki gibi elde edilir;

$$H = a e^{2\eta t},$$

$$\rho = \frac{1}{2} + \Lambda + \frac{M^2\beta^2}{8\pi},$$

$$p = \frac{1}{2} - \Lambda + 2\eta(\xi + \frac{4\eta}{3}) - \frac{M^2\beta^2}{8\pi}, \tag{162}$$

$$q_1 = -2\eta \quad \text{ve} \quad q_2 = q_3 = q_4 = 0,$$

$$\phi = \beta = \text{sabit} \quad \text{ve} \quad \delta = M^2\beta \quad \text{ve} \quad M \neq 0.$$

(162) denklemlerinden $b = 0$ için $p = 0,\ p = \rho,\ p = \frac{\rho}{3}$ *ve* $p = -\rho$ durumlarını kozmolojik sabitin değişimini için incelersek sırasıyla aşağıdaki sonuçları elde ederiz.

$$\begin{aligned}
\Lambda_{(p=0)} &= \frac{1}{2} + 2\eta(\xi + \frac{4\eta}{3}) - \frac{M^2\beta^2}{8\pi} \\
\Lambda_{(p=\rho)} &= \eta(\xi + \frac{4\eta}{3}) - \frac{M^2\beta^2}{8\pi} \\
\Lambda_{(p=\rho/3)} &= \frac{1}{4} + \frac{3\eta}{2}(\xi + \frac{4\eta}{3}) - \frac{M^2\beta^2}{8\pi} \\
\Lambda_{(p=-\rho)} &\ \text{için} \quad \xi = -\left(\frac{1}{2\eta} + \frac{4\eta}{3}\right)
\end{aligned} \tag{163}$$

(163) denklemlerinden de görüleceği gibi $p=-\rho$ durumunda kozmolojik sabit yerine shear ve bulk viskozite katsayıları bir bağıntı elde edilmektedir ve Gödel evreninde karanlık enerji dağılımı ($p=-\rho$) için anlamlı sonuçlar elde edilememektedir.

4.2.2. $\eta=\xi=0$ Durumu

Belirli bir kaynak yoğunluğuna sahip kütleli skaler alan, ısı akısı ve viskoz akışkan madde topluğundan oluşan Gödel tipi evren modelinde eğer shear ve bulk viskozite katsayıları sıfır olarak alınırsa ($\eta=\xi=0$), viskoz akışkan enerji-momentum tensörü ideal akışkan enerji-momentum tensörüne indirgenir. Isı akısının tüm bileşenleri sıfır olduğu için modelimiz statik olmayan Gödel metriğinde kütleli ve sabit skaler alanlı ve ideal akışkanlı evren modeline dönüşür. Bu yeni model için alan denklemlerinden elde edilen parametreler aşağıdaki gibidir,

$$H = a + b = \text{sabit},$$

$$\rho = \frac{1}{2} + \Lambda + \frac{M^2\beta^2}{8\pi},$$

$$p = \frac{1}{2} - \Lambda - \frac{M^2\beta^2}{8\pi}, \qquad (164)$$

$$q_1 = q_2 = q_3 = q_4 = 0,$$

$$\phi = \beta = \text{sabit} \quad \text{ve} \quad \delta = M^2\beta \quad \text{ve} \quad M \neq 0.$$

(164) denkleminden yararlanarak $\eta=\xi=0$ olarak alındığında $p=0,\ p=\rho,\ p=\dfrac{\rho}{3}$ durumları için ideal akışkanlı ve kütleli skaler alanlı kaynak yoğunluğuna sahip modelde kozmolojik sabitin değişimini incelersek sırasıyla aşağıdaki sonuçları elde ederiz.

$$\Lambda_{(p=0)} = \frac{1}{2} - \frac{M^2\beta^2}{8\pi}$$

$$\Lambda_{(p=\rho)} = -\frac{M^2\beta^2}{8\pi} \tag{165}$$

$$\Lambda_{(p=\rho/3)} = \frac{1}{4} - \frac{M^2\beta^2}{8\pi}.$$

$p = -\rho$ durumu için bu modelde de kozmolojik sabit değeri elde edilememektedir.

Ayrıca her iki model için, statik olmayan Gödel evreninin genişleme (θ), shear (σ), rotasyon (Ω), ivme ($\dot{u}_i$) ve evrenin hacmi ($\sqrt{-g}$) gibi kinematik nicelikler sırasıyla aşağıdaki gibi verilir.

$$\theta = \frac{H_t}{H} = \frac{2\eta a e^{2\eta t}}{b + a e^{2\eta t}}$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{3}\theta^2 = \frac{1}{3}\left(\frac{2\eta a e^{2\eta t}}{b + a e^{2\eta t}}\right)^2$$

$$\Omega^2 = \frac{1}{2} \tag{166}$$

$$\dot{u}_i = (0, -2\eta a e^{2\eta t + x}, 0, 0)$$

$$\sqrt{-g} = \frac{\sqrt{2} H e^x}{2} = \frac{\sqrt{2}(b + a e^{2\eta t}) e^x}{2}$$

Yukarıdaki ifadelerden, evrenin modele uygun olarak sabit rotasyon yaptığı, genişleyen bir evren olduğu ve sıfırdan farklı bir shear'e sahip olduğu ve üstel olarak genişlediği açıkça görülmektedir. Shear viskozite katsayısı kinematik nicelikler üzerinde de önemli bir role sahiptir. (30), (43), (158), (162) ve (164) denklemlerini incelediğimiz evrenin yoğunluk değerinin çeşitli uygulamalar altında değişmediğini, aynı kaldığını görürüz. Homojen, anizotrop, rotasyon yapan ve statik olmayan Gödel metriği (3a), (33) ve (46) denklemlerinin yardımıyla kaynak yoğunluğundan bağımsız olarak skaler alan, ısı akısı ve viskoz akışkan içeren madde topluluğu için aşağıdaki gibi yazılabilir (Aygün ve Tarhan, 2008).

$$ds^2 = -dt^2 - \frac{1}{2}(b + a e^{2\eta t})^2 e^{2x} dy^2 - 2(b + a e^{2\eta t}) e^x dy\, dt + dx^2 + dz^2 \qquad (167)$$

4.3. Kaynaksız Kütleli Skaler Alan, Sicim Bulutuna İliştirilmiş Acayip Kuark Madde ve Isı Akısının Statik Olmayan Gödel Evreninde Sonuçları

Bölüm 4.1. ve 4.2'de statik olmayan Gödel metriğinin kaynak yoğunluğunun durumuna bağlı olarak kütleli skaler alan, ısı akısı ve viskoz akışkandan oluşan madde topluluğu için sonuçları araştırıldı ve kütleli skaler alanın kaynak yoğunluğuna bağlı olduğu, eğer kaynak yoğunluğu yok ise kütleli skaler alanın değil, kütlesiz skaler alanın gözlenebildiği ve her iki durumda da statik olmayan Gödel evreninde skaler alan değerinin sabit olduğu sonuçları elde edildi.

Şimdi ise sicim bulutuna iliştirilmiş acayip kuark madde, sıfır kaynak yoğunluklu kütleli skaler alan ve ısı akılı madde topluluğu için sonuçları tartışacağız. İlk olarak (68) denkleminden sicimlerin yoğunluğunu sıfır olarak elde edildi. Buda bize bu modelin sicimler ile acayip kuarkların birlikte çözümlerine izin vermediğini göstermektedir. (71) ve (72) denkleminden sicim bulutuna iliştirilmiş acayip kuark madde, kaynak yoğunluksuz kütleli skaler alan ve ısı akılı madde topluluğu çözümlerinin diğer viskoz akışkanlı modelde olduğu gibi kütleli skaler alana izin vermediği ve kütle değerinin $M = 0$ olarak bulunduğu, skaler alanında yine sabit olarak elde edildiği görülmektedir. Kozmolojik sabit değeri de sabit olarak elde edilmiştir. Isı akısı değeri, zamanla değişen şekilde ve metrik potansiyeline bağlı olarak elde edilmiştir. Kuarkların yoğunluğu da sabit olarak bulunmuştur.

Şimdi skaler alanın çeşitli durumları için çözümleri tekrar incelersek aşağıdaki sonuçları elde ederiz,

4.3.1. $\phi(t) = at+b$ Durumu

(59) ile (67) arası denklemlerde $\phi(t)$ gördüğümüz yere $\phi(t) = at+b$ değerini yazarsak kaynak yoğunluksuz Gödel evreni için aşağıdaki sonuçları elde ederiz.

$$
\begin{aligned}
&\frac{a^2}{4\pi} = 0 \quad \text{ve } a = 0, \\
&KG = M^2 b, \qquad b \neq 0 \ \text{ ve } \ M = 0, \\
&\phi = b = \text{sabit}, \\
&H = h_1 t + h_2, \\
&\rho_q + B_c = 1, \\
&\Lambda = \frac{1}{2}, \\
&q_1 = -\frac{h_1}{h_1 t + h_2}, \\
&\rho_s = 0.
\end{aligned}
\tag{168}
$$

(168) denkleminden de açıkça görüleceği gibi $\phi(t) = at+b$ durumu için yine kütleli skaler alanın kütle değeri sıfır ve skaler alan ise sabit olarak elde edilmektedir. Sicim yoğunluğu, metrik potansiyeli, ısı akısı, kozmolojik sabit değeri ise bir önceki bulunan sonuçlarla uyum içerisindedir.

4.3.2. $\phi(t) = a\, e^{bt}$ Durumu

(59) ile (67) arası denklemlerde $\phi(t)$ gördüğümüz yere $\phi(t) = a\, e^{bt}$ değerini yazarsak kaynak yoğunluksuz Gödel evreni için aşağıdaki sonuçları elde ederiz.

$$
\begin{aligned}
& b = 0, \\
& M = 0 \text{ ve } \phi = a = \text{sabit}, \\
& H = h_1 t + h_2, \\
& \rho_q + B_c = 1, \\
& \Lambda = \frac{1}{2}, \\
& q_1 = -\frac{h_1}{h_1 t + h_2}, \\
& \rho_s = 0.
\end{aligned}
\tag{169}
$$

(169) denkleminden de açıkça görüleceği gibi yine kütleli skaler alanın kütle değeri sıfır ve skaler alan ise sabit olarak elde edilmektedir. Sicim yoğunluğu, metrik potansiyeli, ısı akısı, kozmolojik sabit değeri ise önceki bulunan sonuçlarla uyum içerisindedir. Skaler alanın üstel olarak seçilmesi bu parametreler üzerinde bir etki oluşturmamaktadır.

4.4. Kaynaklı Kütleli Skaler Alan, Sicim Bulutuna İliştirilmiş Acayip Kuark Madde ve Isı Akısının Statik Olmayan Gödel Evreninde Sonuçları

Kaynak yoğunluğuna sahip olmayan kütleli skaler alanın, acayip kuark madde ve ısı akısıyla Gödel evreninde çözümlerinden, kütle değerinin sıfıra eşit olduğunu gördük. Bu bölümde kaynak yoğunluğuna sahip modelin sonuçlarına bakacak olursak, yine (78) denkleminden sicimlerin yoğunluğunun bu modelde de sıfıra eşit olduğunu görürüz, yani sicim yoğunluğu skaler alanın kaynak yoğunluğundan bağımsız olarak bu modellerde gözlenememektedir. (81) ve (82) denklemlerinden ise modelin δ gibi bir kaynak yoğunluğuna sahip olduğu zaman, kütleli skaler alanın kütle değerinin sıfırdan farklı olduğu ve kütleli skaler alanın gözlenebildiği görülmektedir. Kütleli skaler alanın M kütle değeri kaynak yoğunluğu ile ilişkili şekilde ortaya çıkmaktadır. Bunun yanında skaler alan ilk başta t yönünde seçilmiş olmasına rağmen yine koordinatlardan bağımsız olarak karşımıza çıkmaktadır. Kozmolojik sabit kaynak yoğunluğuna bağlıdır ve skaler alanın kaynak yoğunluğu, kozmolojik sabitin değerini azaltmaktadır. Isı akısı, metrik potansiyeli bir önceki model ile aynı değere sahip ve zamana bağlı olarak çıkmaktadır, yani bu iki parametrede kaynak yoğunluğundan etkilenmemektedir. Ayrıca (85) denkleminden, kuarkların yoğunluğu zamandan ve kaynak yoğunluğundan bağımsız, sabit ve yine bir önceki model ile uyum içersinde çıkmaktadır. Eğer bu modelde kaynak yoğunluğunu olan δ 'yı ya da kütle parametresi olan M değerini sıfır alacak olursak, çözümlerin hepsi kaynak yoğunluksuz modele indirgenir. Ayrıca bu çözümler statik olmayan Gödel evreni, kütlesiz skaler alan, ısı akısı ve sicim bulutuna iliştirilmiş acayip kuark madde çözümlerini de kapsamaktadır.

Şimdi skaler alanın çeşitli durumları için çözümleri tekrar incelersek aşağıdaki sonuçları elde ederiz,

4.4.1. $\phi(t) = at + b$ Durumu

(59), (61)-(67) ve (77) arası denklemlerde $\phi(t)$ gördüğümüz yere $\phi(t) = at + b$ değerini yazarsak kaynak yoğunluklu Gödel evreni için aşağıdaki sonuçları elde ederiz.

$$
\begin{aligned}
&\frac{a^2}{4\pi} = 0 \quad \text{ve } a = 0, \\
&KG = M^2 b = \delta \ \text{ ve } \ M^2 = \frac{\delta}{b}, \\
&\phi = b = \text{sabit}, \quad H = h_1 t + h_2, \\
&\rho_q + B_c = 1, \quad \Lambda = \frac{1}{2} - \frac{\delta b}{8\pi}, \\
&q_1 = -\frac{h_1}{h_1 t + h_2}, \quad \rho_s = 0.
\end{aligned}
\tag{170}
$$

(170) denkleminden de açıkça görüleceği gibi $\phi(t) = a\,t + b$ durumu için sadece kozmolojik sabit ve M kütle değeri bir önceki modelden farklılık göstermiştir. $\delta = 0$ için sonuçlar, 4.3.1 bölümünde elde edilen sonuçlara indirgenmektedir. Skaler alan sabit olarak elde edilmektedir. Sicim yoğunluğu, metrik potansiyeli, ısı akısı değerlerinde ise bir değişiklik ortaya çıkmamıştır.

4.4.2. $\phi(t) = a\ e^{b\,t}$ Durumu

(59), (61)-(67) ve (77) arası denklemlerde $\phi(t)$ gördüğümüz yere $\phi(t) = a\ e^{b\,t}$ değerini yazarsak kaynak yoğunluklu Gödel evreni için aşağıdaki sonuçları elde ederiz.

$$\begin{aligned}
&b = 0, \\
&M^2 = \frac{\delta}{a} = \text{sabit} \quad \text{ve} \quad \phi = a = \text{sabit}, \\
&H = h_1\, t + h_2, \\
&\rho_q + B_c = 1, \\
&\Lambda = \frac{1}{2} - \frac{\delta a}{8\pi}, \\
&q_1 = -\frac{h_1}{h_1\, t + h_2}, \\
&\rho_s = 0.
\end{aligned} \tag{171}$$

(171) denkleminden de görüleceği gibi $\phi(t) = a\ e^{b\,t}$ durumu için sadece kozmolojik sabit ve M kütle değeri bir önceki modelden farklılık göstermiştir. $\delta = 0$ için sonuçlar, 4.3.2. bölümünde elde edilen sonuçlara indirgenmektedir. Skaler alan sabit olarak elde edilmektedir. Sicim yoğunluğu, metrik potansiyeli, ısı akısı değerlerinde ise bir değişiklik ortaya çıkmamıştır.

Statik olmayan Gödel evreninde, sicim bulutuna iliştirilmiş acayip kuark madde, ısı akısı ve kaynak yoğunluğuna bağlı olarak değişen kütleli skaler alanlı modelin alan denklemlerinin çözümlerinden elde edilen sonuçlar ve çeşitli durumlar için elde edilen parametreler aşağıdaki tabloda özetlenmiştir.

Tablo 2. Skaler alanın kaynak yoğunluğuna göre değişiminden elde edilen sonuçlar.

$\phi = \phi(t)$ için	
$\delta \neq 0$	$\delta \neq 0$
$\phi = \beta,$	$\phi = \beta,$
$M^2 = 0$	$M^2 = \frac{\delta}{\beta}$
$\rho_q = 1 - B_c$	$\rho_q = 1 - B_c$
$q_1 = -\frac{h_1}{h_1 t + h_2}$	$q_1 = -\frac{h_1}{h_1 t + h_2}$
$H = h_1 t + h_2$	$H = h_1 t + h_2$
$\Lambda = \frac{1}{2}$	$\Lambda = \frac{1}{2} - \frac{\delta\beta}{8\pi}$
$\rho_s = 0$	$\rho_s = 0$

Ayrıca kaynak yoğunluğuna bağlı ve kaynak yoğunluğundan bağımsız her iki model için, statik olmayan Gödel evreninin genişleme (θ), shear (σ), rotasyon (Ω), ivme ($\dot{u}_i$) ve evrenin hacmi ($\sqrt{-g}$) gibi kinematik nicelikler sırasıyla aşağıdaki gibi verilir.

$$\theta = \frac{H_t}{H} = \frac{h_1}{h_1 t + h_2}, \qquad \sigma^2 = \frac{1}{3}\theta^2 = \frac{1}{3}\left(\frac{h_1}{h_1 t + h_2}\right)^2$$

$$\Omega^2 = \frac{1}{2}\ ;\ \dot{u}_i = (0, -h_1 e^x, 0, 0)\ ,\ \sqrt{-g} = \frac{\sqrt{2}\,H e^x}{2} = \frac{\sqrt{2}(h_1 t + h_2)e^x}{2} \qquad (172)$$

Yukarıdaki ifadelerden, evrenin modele uygun olarak sabit rotasyon yaptığı, genişleyen bir evren olduğu ve sıfırdan farklı bir shear'e sahip olduğu görülmektedir. Homojen, anizotrop, rotasyon yapan ve statik olmayan Gödel metriği (3a), (74) ve (86) denklemlerinin yardımıyla kaynak yoğunluğundan bağımsız olarak skaler alan, ısı akısı ve sicim bulutuna iliştirilmiş acayip kuark madde topluluğu için aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$ds^2 = -dt^2 - \frac{1}{2}(h_1 t + h_2)^2 e^{2x} dy^2 - 2(h_1 t + h_2) e^x dy\, dt + dx^2 + dz^2 \qquad (173)$$

4.5. Kaynaksız Kütleli Skaler Alan ve İdeal Akışkanın Statik Gödel Evreninde Sonuçları

Statik Gödel evreninde Einstein alan denklemlerinin çözümlerini elde edebilmek için madde topluluğu olarak kaynak yoğunluğu sıfır olan ve tüm koordinatlara bağlı kütleli skaler alan ile ideal akışkan almamıza rağmen, statik olmayan Gödel evreninde olduğu gibi, elde edilen çözümlerden kütleli skaler alanın kütle değerinin sıfır *(M=0)* ve skaler alanın koordinatlardan bağımsız ve sabit olduğunu bulduk. Yani, statik Gödel evreninde eğer skaler alan kaynak yoğunluğuna sahip değilse, kütleli skaler alan gözlenememektedir ve skaler alan sabit olmaktadır. Evreni dolduran maddenin yoğunluğu ve basıncı sabit olup kozmolojik sabit evrenin yoğunluğunu arttırırken basıncını da aynı oranda azaltmaktadır. Kozmolojik sabit statik Gödel evreninde önemli rol oynamaktadır. Skaler alanın evrenin yoğunluk ve basıncı üzerine bir etkisi yoktur. Metrik potansiyelleri *x* koordinatına bağlı ve üstel olarak elde edilmiştir. Elde ettiğimiz sonuçların statik Gödel evreni için (3c) homojenlik şartını sağlaması gerekmektedir. (3c), (104) ve (114) denklemlerinden,

$$\frac{H_x}{D} = \sqrt{2}\, m = \text{sabit}$$

$$\frac{D_{xx}}{D} = m^2 = \text{sabit} \tag{174}$$

sonuçlarını elde ederiz. Böylece elde ettiğimiz sonuçlardan statik Gödel metriğinin homojenlik şartlarını sağladığını ve homojen bir evren modeli olduğunu görüyoruz. Ayrıca elde ettiğimiz basınç ve yoğunluk değerleri Dunn (1989)'un elde ettiği sonuçlar ile uyum içerisindedir. Dunn, statik Gödel metriğinde ilk önce ideal akışkanlı ve ışınım yapan madde topluluğunu ve daha sonra yine aynı metrik için ideal akışkanlı, ışınım yapan ve elektromanyetik alan içeren madde topluluklarını incelemiş ve Einstein alan denklemlerinin çözümlerini araştırmıştır. Ayrıca (118) denkleminden de açıkça görüleceği gibi karanlık enerji dağılımı için Gödel evreninin rotasyonu ortadan kalkmaktadır ve buda Gödel evreninin özellikleri ile uyuşmamaktadır, karanlık enerji dağılımı için anlamlı sonuçlar vermemektedir.

4.6. Kaynaklı Kütleli Skaler Alan ve İdeal Akışkanın Statik Gödel Evreninde Sonuçları

Bir önceki bölümde statik Gödel evreninde, kaynak yoğunluğu sıfır olan kütleli skaler alanın, sabit bir değere eşit olduğunu *M* skaler alan kütle değerinin sıfıra eşit çıktığını yani kütleli skaler alanın kaynak yoğunluğuna sahip değilse, Gödel evreninde oluşmadığını gördük. Şimdi ise belirli bir kaynak yoğunluğunda elde edilen çözümlerin sonuçlarını statik Gödel tipi bir evren için araştıracağız. (119) ve (120) denklemlerinden de görüldüğü gibi, eğer skaler alan için bir kaynak fonksiyonu var ise, kütleli skaler alanın M kütle değeri bu durumda sıfırdan farklı ve kaynak yoğunluğuyla alakalı bir değer almaktadır. Fakat yine kütleli skaler alan değeri koordinatlardan bağımsız, sabittir. Bu modelde kütleli skaler alan ve kaynak fonksiyonu, (121) ve (122) denklemlerinden görüleceği gibi basıncı azaltıcı ve yoğunluğu arttırıcı bir şekilde davranmaktadır. Yine kozmolojik sabit evrenin basıncı ve yoğunluğu üzerinde önemli bir etkiye sahiptir, basıncı azaltırken yoğunluğu arttırmaktadır. Evrenin rotasyonunun basınç ve yoğunluk üzerine arttırıcı etkisi vardır.

Ayrıca (121) ve (129) arası denklemlerde $M = 0$ ifadesini yerine yazarsak sonuçlarımız, bir önceki kaynaksız skaler alan sonuçlarına indirgenir. (174) denkleminde ki gibi bu model de homojenlik şartlarını sağlamaktadır. Metrik potansiyelleri ise üstel olarak ve daha önceki sonuçlarla uyum içerisinde çıkmaktadır. Bu evren modeli ivmesiz, genişlemesiz ve shear'siz olduğu için bu değerler kaynak yoğunluklu ve yoğunluksuz modellerde sıfıra eşit çıkmaktadır. (129) denkleminden görüleceği gibi karanlık enerji dağılımı, Gödel evreninin rotasyonunu ortadan kaldırdığı için bu evren modeli için anlamlı sonuçlar vermemektedir.

Eğer (123) ve (124) denklemlerinde bulduğumuz *D(x)* ve *H(x)* metrik potansiyellerindeki keyfi sabitleri aşağıdaki değerlere eşitlersek (Rebouças ve Tiomno, 1983)

$$D_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad D_2 = 0, \quad \text{ve} \quad H_0 = 0. \tag{175}$$

(3b), (123), (124) ve (175) denklemlerinden statik Gödel metriğini aşağıdaki gibi elde ederiz.

$$ds^2 = -(dt + e^{mx}dy)^2 + \frac{e^{2mx}}{2}dy^2 + dx^2 + dz^2 \tag{176}$$

4.7. Kaynaksız Kütleli Skaler Alan ve Sicim Bulutuna İliştirilmiş Acayip Kuark Maddenin Statik Gödel Evreninde Sonuçları

Bu bölümde statik Gödel metriğinde kaynak yoğunluksuz kütleli skaler alan ve sicim bulutuna iliştirilmiş acayip kuark maddenin sonuçlarını araştıracağız. (137) denkleminden de görüleceği gibi sicimlerin yoğunluğu sıfır olarak elde edilmiştir. Bu sonuçta bize modelin sicimler ile acayip kuarkların çözümlerine aynı anda izin vermediğini göstermektedir. Kuarkların yoğunluğu ise statik olmayan Gödel evreni ile uyum içerisinde ve sabit olarak elde edilmiştir. (144) ve (145) denklemlerinden de görüleceği gibi kütleli skaler alanın kütle değeri kaynak yoğunluğu olmayan bu modelde de sıfır olarak elde edilmiş ve kütleli skaler alan, kütlesiz skaler alana indirgenmiştir. Skaler alan koordinattan bağımsız sabit olarak elde edilmiştir. Kozmolojik sabit değeri de rotasyon ile alakalı olarak elde edilmiştir. Metrik potansiyellerinin değerleri daha önce bulunan değerler ile uyum içerisindedir.

4.8. Kaynaklı Kütleli Skaler Alan ve Sicim Bulutuna İliştirilmiş Acayip Kuark Maddenin Statik Gödel Evreninde Sonuçları

Kaynak yoğunluğuna sahip olmayan kütleli skaler alan ve acayip kuark maddenin statik Gödel metriğinde *M* kütle parametresinin sıfıra eşit olduğunu ve skaler alanın sabit olarak elde edildiğini gördük. Bu bölümde kaynak yoğunluklu modelde sonuçları incelersek, (151) denkleminden yine sicimlerin yoğunluğunu sıfır olarak elde ederiz ve buda modelin sicimler ile acayip kuarkların aynı anda çözümüne izin vermediğini göstermektedir. (150) denkleminden de görüleceği gibi eğer bir kaynak yoğunluğu varsa, kütleli skaler alan yine bir sabit olarak elde edilir fakat *M* kütle değerini sıfırdan farklıdır. Kuarkların yoğunluğu ise diğer bulunan modellerde olduğu gibi sabit olarak elde edilmiştir. (154) denkleminden görüldüğü gibi kozmolojik sabit ve skaler arasında bir ilişki olup, kütleli skaler alan statik Gödel evreninde kozmolojik sabitin varlığını azaltmaktadır. (157) denkleminden ise kaynak yoğunluğunun değeri skaler alan, kozmolojik sabit ve *M* kütle parametresine bağlı olarak sabit elde edilmiştir. Her iki modelde

$$\frac{H_x}{D} = \sqrt{2}\, m = \text{sabit}$$

$$\frac{D_{xx}}{D} = m^2 = \text{sabit} \tag{177}$$

homojenlik şartlarını sağlamaktadır ve eğer (152) ve (155) denklemlerinde bulduğumuz *D(x)* ve *H(x)* metrik potansiyellerindeki keyfi sabitleri aşağıdaki değerlere eşitlersek (Rebouças ve Tiomno, 1983)

$$D_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad D_2 = 0, \quad \text{ve} \quad H_0 = 0. \tag{178}$$

(3b), (152), (155) ve (178) denklemlerinin yardımıyla, kaynaklı / kaynaksız skaler alanlı ve acayip kuark maddeli statik Gödel evrenini

$$ds^2 = -(dt + e^{mx} dy)^2 + \frac{e^{2mx}}{2} dy^2 + dx^2 + dz^2 \tag{179}$$

şeklinde elde ederiz.

KAYNAKLAR

Adhav K.S., Nimkar A.S. ve Dawande M.V., 2008. String Cloud and Domain Walls with Quark Matter in n-Dimensional Kaluza-Klein Cosmological Model. *Int. J. Theor. Phys.*, DOI 10.1007/s10773-007-9644-3, Baskıda (In press).

Akoğlu A., (2007), http://www.biltek.tubitak.gov.tr/bilgipaket/evren/

Aktaş C., 2008. Kuark-Gluon Maddenin Uzay-Zaman Geometrisi. PhD Dissertation (Doktora Tezi). Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi, Çanakkale, Türkiye.

Alcock C., Farhi E. ve Olinto A., 1986. Strange Stars. *Astrophysical Journal*, 310 (1): 261 – 272.

Alcock C. ve Olinto A., 1988. Exotic Phases of Hadronic Matter and Their Astrophysical Application. *Annual Review of Nuclear and Particle Sciences*, 38 (38): 161 – 184.

Alford M., 2001. Color-Superconducting Quark Matter. *Annual Reviews of Nuclear and Particle Science*, 51: 131 – 160.

Altın V., (2007), http://www.biltek.tubitak.gov.tr/bilgipaket/madde/

Aubin C., Bernard C., Davies C. T., Detar C., Gottlieb Steven A., Gray A., Gregory E. B., Hein J., Heller U. M., Hetrick J. E., Lepage G. P., Mason Q., Osborn J., Shigemitsu J., Sugar R., Toussaint D., Trottier H. ve Wingate M., 2004. First Ddetermination of the Strange and Light Quark Masses from Full Lattice QCD. *Phys. Rev. D*, 70: 031504.

Aygün S., 2005. Kütleli (Massive) Skaler Alan Kaynaklı Bazı Kozmolojik Modeller ve Özellikleri. (Yüksek Lisans Tezi). Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi, Çanakkale, Türkiye.

Aygün S. ve Tarhan İ., 2008. The Decay of Massive Scalar Field in Non-Static Gödel type Universe with Viscous Fluid and Heat Flow. *International Journal of Theoretical Physics,* DOI: 10.1007/s10773-008-9761-7, Baskıda (In press).

Banerjee A., Ribeiro M.B. ve Santos N.O., 1987. Anisotropic viscous-Fluid Cosmological Model. *Astrophysics and Space Science,* 136: 331-336.

Baysal H., Yılmaz İ. ve Tarhan İ., 2001. Rotating String Cosmologies with Scalar Field and Heat Flux. *International Journal of Modern Physics D,* 10 (6): 935-942.

Bilyard A.P. ve Coley A.A., 2000. Interactions in Scalar Field Cosmology. *Phys. Rev. D,* 61: 083503.

Birch P., 1983. Reply to "Is There Evidence for Universal Rotation? by E. S. Phinney,R. L. Webster". *Nature*, 301 (5902): 736.

Bodmer A.R., 1971. Collapsed Nuclei, *Phys. Rev. D,* 4: 1601 – 1606.

Burghardt R., 2001. Constructing the Gödel Universe. *Science Edition, Bremen,* p 47 (arXiv:gr-qc/0106070).

Chimento L.P. ve Jakubi A.S., 1996. Scalar Field Cosmologies With Viscous Fluid. *Int. J. Mod. Phys. D,* 5 (3): 313 – 318.

Dirac P.A.M., 1938. A New Basis for Cosmology. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*, 165 (921): 199-208.

Drake J. J., Marshall H. L., Dreizler S., Freeman P. E., Fruscione A., Juda M., Kashyap V., Nicastro F., Pease D. O., Wargelin B. J. ve Werner K., 2002. Is RX J1856.5-3754 a Quark Star? *The Astrophysical Journal*, 572 (2): 996 – 1001.

Dunn K., 1989. Two-Cosmological Models in Gödel-Type Spacetimes. *General Relativity and Gravitation.* 21 (2): 137-147.

Fay S. ve Lehner T., 2005. Bianchi Type IX Asymptotical Behaviours with a Massive Scalar Field: Chaos Strikes Back. *Gen. Rel. Grav.,* 37 : 1097-1117.

Fay S., 2005. Homogeneous Cosmology Dynamics Revealed by Hamiltonian ADM Formalism. *Quantum Cosmology Research Trends. Horizons in World Physics,* Nova publishers, vol 246.

Gondek – Rosińska D., Gourgoulhon E. ve Haensel P., 2003. Are Rotating Strange Quark Stars Good Sources of Gravitational Waves? *Astronomy and Astrophysics*, 412: 777 – 790.

Gödel K., 1949. An Example of a New Type of Cosmological Solutions of Einstein's Field Equations of Gravitation. *Reviews of Modern Physics*, 21 : 3, 447-450.

Griffiths D., 1987. Introduction to Elemantary Particles. *Jhon Wiley and Soons Inc.* N.Y. ISBN 0-471-60386-4.

Guzman F.S. ve Matos T., 2000. Scalar Fields as Dark Matter in Spiral Galaxies. *Class. Quant. Grav.* 17 : L9-L16.

Haensel P., Zdunik J. L. ve Schaeffer R., 1986. Strange quark stars. *Astronomy and Astrophysics*, 160 (1): 121 – 128.

Hawking S.W. ve Israel W., 1979. *General Relativity: An Einstein Centenary Survey.* Cambridge University Pres., Cambridge, Great Britain.

Hoyng P., 2006, *Relativistic Astrophysics and Cosmology*, Springer.

Kajari E., Walser R., Schleich W.P. ve Delgado A., 2004. Sagnac Effect of Gödel's Universe. *General Relativity and Gravitation*, 36 (10): 2289-2316.

Kopar S.S. ve Patel L.K., 1988, Rotating Universes with Viscous Fluid and Heat Flux. *Nuovo Cimento B,* 102 (4) : 419 – 424.

Lee T.D. ve Okun, L.B., 1985. Particle Physics. *Harwood Academic Publishers.* N.Y. ISSN 0272-2488.

Letelier P.S., 1979. Clouds of Strings in General Relativity. *Phys. Rev. D* 20: 1294-1302.

Mak M. K. ve Harko T., 2004. Quark Stars Admitting a One-Parameter Group of Conformal Motions. *International Journal of Modern Physics D*, 13 (01): 149 – 156.

Matos T., Guzman F.S. ve López L. A., 2000a. Scalar Field as Dark Matter in the Universe. *Classical Quantum Gravity*, 17 (7): 1707 – 1712.

Matos T., Nunez D. ve Rios M., 2000b. Class of Eistein-Maxwell Dilatons. *Class. Quant. Grav*. 17 : 3917-3934.

Matos T. ve Guzman F.S., 2000. Quintessence at Galactic Level? *Annalen Phys*. 9: S1-S133.

Mohanty G., Sahoo P.K., ve Mishra B., 2002. On Bianchi Type-I Mesonic Cosmological Model in Bimetric Theory. *Astrophysics and Space Science,* 281 (3): 609-612.

Mohanty G., Sahu S.K. ve Sahoo P.K., 2003. Massive Scalar Field in Bianchi Type I Space Time, *Astrophysics and Space Science*, 288: 523-529.

Mukherjee G., 1986. Shear-Free Homogeneous Cosmological Model With Heat Flux. *Journal of Astrophysics and Astronomy,* 7: 259-273.

Murhpy G.L., 1973. Big-bang Model Without Singularities. *Phys. Rev. D,*. 8: 4231 – 4233.

Obukhov Y.N., 2000. On Physical Foundations and Observational Effects of Cosmic Rotation. *Wissenschaft und Technik Verlag,* Berlin, p.23.

Özemre A.Y., 1982*. Gravitasyonun Rölativist Teorileri.* İst. Üniv. Fen-Edeb. Fak. Yayınları, 192-197.

Patel L.K. ve Dadhich N., 1992. Cylindrical Universes with Heat and Null radiation Flow. *Astrophysical Journal*, 401 (2): 433-436.

Pradhan A., Srivastav S.K. ve Kanti J., 2004. Some Inhomogeneous Magnetized Viscous-Fluid Cosmological Models with Varying Λ. *Czechoslovak Journal of Physics*, 54 (2): 255-272.

Pradhan A., Khadekar G.S., Mishra M.K. ve Kumbhare S., 2007. Higher Dimensional Strange Quark Matter Coupled to the String Cloud with Electromagnetic Field Admitting One Parameter Group of Conformal Motion. *Chinese Phys. Lett.* : 3013-3016.

Rajagopal K. ve Wilczek F., 2001. Enforced Electrical Neutrality of the Color-Flavor Locked Phase. *Physical Review Letters*, 86 (16): 3492 – 3495.

Ram S. ve Singh C.P., 1999. Early Viscous Fluid Cosmological Model with Zero-Rest-Mass Scalar Fields. *Astrophysics and Space Science*, 260 (4): 541-549.

Raychaudhuri A.K. ve Thakurta S.N., 1980. Homogeneous Space-Times of the Gödel Type. *Phys. Rev. D.* 22: 802-806.

Rebouças M.J. ve Tiomno J., 1983. Homogeneity of Riemannian Space-Times of Gödel Type. *Phys. Rev. D.* 28 (6): 1251-1264.

Rebouças M.J. ve Tiomno J., 1985. A Class of Inhomogenous Gödel-Type Models. *Nuovo Cimento.* 90 (2): 204-210.

Roy A.R. ve Rao J.R., 1972. Non-Existence of Axially Symmetric Massive Scalar Fields. *Commun. Math. Phys*., 27: 162-166.

Saha B., 2004. Bianchi Type I Universe with Viscous Fluid. *Modern Physics Letters A*, 20 (28): 2127-2143.

Singh R.K.T ve Singh N.I., 1988. Massive Scalar Field Interacting with Viscous Fluid Distribution in Cosmological Models. *Astrophysics and Space Science*, 150 (1): 65-74.

Suiestins E., 1985. Some Rotating, Time-Dependent Bianchi Type-IX Cosmologies with Heat Flow. *General Relativity and Gravitation,* 17: 521-523.

Weinberg, S., 1977. The First Three Minutes. *Bantam Books.*

Witten E., 1984. Cosmic Separation of Phases. *Physical Review D*, 30 (2): 272 – 285.

Xu R. X., 2003. Strange Quark Stars - A Review, High Energy Processes and Phenomena in Astrophysics. *Proceedings of the 214th Symposium of the International Astronomical Union held at Suzhou*, China, 6-10 August.

Xu R. X., 2005. Astrophysical Quark Matter. *Chinese Journal of Astronomy & Astrophysics*, 5(Supplement): 353 – 358.

Yavuz İ. ve Baysal H., 1994. Nonstatic Gödel-type Cosmological Model with Perfect Fluid and Heat Flow. *International Journal of Theoretical Physics*, 33 (11): 2285-2289.

Yavuz İ., Yılmaz İ. ve Baysal H., 2005. Strange Quark Matter Attached to the String Cloud in the Spherical Symmetric Space-Time Admitting Conformal Motion. *International Journal of Modern Physics D*, 14 (08): 1365 – 1372.

Yılmaz İ., 1995. Sicim Kaynaklı Bazı Kozmolojik Modeller (Yüksek Lisans Tezi). Ege Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İzmir, Türkiye.

Yılmaz İ., 2006. String Cloud and Domain Walls with Quark Matter in 5-D Kaluza Klein Cosmological Model. *General Relativity and Gravitation*, 38 (09): 1397 – 1406.

Yılmaz İ., Küçükarslan A. ve Özder S., 2007. The Behavior of the Strange Quark Matter in the FRW Universes. *International Journal of Modern Physics A*, 22 (12): 2283 – 2291.

Zhuk A. ve Günther U., 2004. Massive Scalar Fields in the Early Universe. *International Journal of Modern Physics D*, 13 (07): 1167-1175.

Tablolar

Sayfa

Yaşam Öyküsü

05 Ocak 1980 tarihinde İstanbul'da doğmuştur. İlkokul eğitimini İstanbul'da Kuleli İlkokulu'nda, ortaokul eğitiminin bir kısmını Yenibosna Ortaokulunda ve diğer kısmını ise Atatürk Ortaokulunda, lise eğitimini ise Antakya Lisesinde tamamlamıştır. 1997 yılında kayıt yaptırdığı Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi, Fen Edebiyat Fakültesi, Fizik Bölümü'nden 2001 yılında başarıyla mezun olmuştur. 2002 yılında Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Fizik Anabilim Dalı'nda Yüksek Lisans öğrenimine başlamış, 2005'te "Kütleli (Massive) Skaler Alan Kaynaklı Bazı Kozmolojik Modeller ve Özellikleri" üzerine hazırladığı yüksek lisans teziyle mezun olmuştur. 2003 tarihinden bu yana Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi, Fen Edebiyat Fakültesi, Fizik Bölümü'nde Araştırma Görevlisi olarak görev yapmaktadır. Çalışma alanları matematiksel fizik, genel relativite, teleparalel gravitasyon teorisi, skaler alanlı modeller, enerji-momentum problemi olarak sıralanabilir.