

**ESNEK TEMEL ÜZERİNE YAPILAN
PLAKLARIN SAYISAL METOTLARLA STATİK
ANALİZİ**

**Arzu TEL
YÜKSEK LİSANS TEZİ
İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI
2007**

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜNE

Bu çalışma jürimiz tarafından İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı'nda Yüksek Lisans Tezi olarak kabul edilmiştir.

Başkan: Yrd. Doç. Dr. Ahmet ŞENOL

Üye : Doç. Dr. Sahavat HANALI

Üye : Yrd. Doç. Dr. Züleyha ASLAN

ONAY

Yukarıdaki imzaların, adı geçen öğretim üyelerine ait olduğunu onaylıyorum.

...../ 07 / 2007

Prof. Dr. Hasan Hüseyin BAŞIBÜYÜK

Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

Bu tez Cumhuriyet Üniversitesi Senatosunun 05.01.1984 tarihli toplantısında kabul edilen ve daha sonra 30.12.1993 tarihinde CÜ Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğünce hazırlanan ve yayınlanan 'Yüksek Lisans ve doktora Tez Yazım Kılavuzu' adlı yönergeye göre hazırlanmıştır.

ESNEK TEMEL ÜZERİNE YAPILAN PLAKLARIN SAYISAL METOTLARLA
STATİK ANALİZİ

Arzu TEL
YÜKSEK LİSANS TEZİ
İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

DANIŞMAN: Doç. Dr. Sahavat HANALİ

İÇİNDEKİLER

İÇİNDEKİLER	i
ÖZET	iii
SUMMARY	iv
TEŞEKKÜR	v
ŞEKİLLER DİZİNİ	vi
TABLolar DİZİNİ	ix
SİMGELER DİZİNİ	xii
1. BÖLÜM. GİRİŞ	1
1.1. Problemin Tanımı	1
1.2. Konu İle İlgili Çalışmalar	1
2. BÖLÜM. ELASTİK ZEMİNE OTURAN PLAKLAR İÇİN YATAK KATSAYISI	3
2.1. Giriş	3
2.2. Yatak Katsayısı İçin Ortalama Değer	4
2.3. Yatak Katsayısı Hesabı	5
2.4. Yatak Katsayısı İçin Önerilen Bağlıntılar	7
2.5. Yatak Katsayısı Yöntemi	9
3. BÖLÜM. ELASTİK ZEMİN ÜZERİNE OTURAN PLAĞIN HESABI	11
3.1. Giriş	11
3.2. Plaklarla İlgili Genel Bilgiler	11
3.3. Plak Teorisi	13
3.3.1. Giriş	13
3.3.2. Elastisite teorisi	14
3.3.3. Elastik gerilme durumu	14
3.3.4. Plakta şekil değiştirme ve yerdeğiştirme bileşenleri	16
3.4. Hooke Elastisite Kanunu	20
3.5. Gerilme Fonksiyonu	22
3.6. Plakta Yerdeğiştirme ve Şekil Değiştirmelerin Eğilme Fonksiyonu ile Bağlıntıları	23
3.6.1. Plaktaki gerilme ve iç kuvvetlerin eğilme ile bağlantıları	24
3.7. Elastik Zemine Oturan Eğilmeye Maruz Kalmış Plağın Hesabı	26
3.7.1. Plak eğilmesine ait diferansiyel denklemin elde edilmesi	26
3.7.2. Elastik zemine oturan plağın diferansiyel denkleminin elde edilmesi	29
3.7.3. Elastik zemine oturan plaklar için çözüm metotları	32
3.8. Sonlu Farklar Metodu	33
3.8.1. Tek boyutlu modeller için sonlu farklar operatörü	33
3.8.2. Elastik zemin üzerine oturan plaklar için Sonlu Farklar Metodu	35
3.8.3. Sınır şartları	37
4. BÖLÜM. SAYISAL ÇÖZÜMLEMELER	41
4.1. Giriş	41
4.1.1. Çalışmanın amacı	41
4.2. Dört Kenarı Ankastre, Dört Kenarı Mafsallı ve İki Kenarı Ankastre İki Kenarı Mafsallı, 4*4, 8*8, 12*12'ye Bölünmüş Plağın $k=0$, $k=\text{sabit}$ ve $k=\text{değişken}$ Durumları İçin Hesabı ve Sonuçların Karşılaştırılması	41
4.2.1. Dört kenarı ankastre 4*4, 8*8, 12*12'ye bölünmüş plağın $k=0$, $k=\text{sabit}$ ve $k=\text{değişken}$ durumlarına göre hesabı ve $y=1.75$ m deki sonuçların karşılaştırılması	42
4.2.1.1. 4*4'e bölünmüş plağın yatak katsayısının farklı durumlarına göre karşılaştırılması	42
4.2.1.2. 8*8'e bölünmüş plağın yatak katsayısının farklı durumlarına göre karşılaştırılması	49
4.2.1.3. 12*12'ye bölünmüş plağın yatak katsayısının farklı durumlarına göre karşılaştırılması	56
4.2.2. Dört kenarı mafsallı 4*4, 8*8, 12*12'ye bölünmüş plağın $k=0$, $k=\text{sabit}$ ve $k=\text{değişken}$ durumlarına göre hesabı ve $y=1.75$ m için sonuçların karşılaştırılması	63

4.2.3. İki kenarı ankastre iki kenarı mafsallı 4*4, 8*8, 12*12'ye bölünmüş plağın k=0, k=sabit ve k=değişken durumlarına göre hesabı ve y=1.75 m için sonuçların karşılaştırılması.....	72
4.3. FORTRAN Bilgisayar Programlama Dilinde Geliştirilen STANANALİZ.f90 İle Çözümü Yapılan 4*4' Bölünmüş 36 kN/m ² Üniform Yayılı Yük Etkisinde Dört Kenarı Ankastre Plağın; k=0, k=Sabit ve k=Değişken Olmasına Göre Karşılaştırılması.....	81
4.4. Farklı Mesnet Şekillerine Göre 4*4'e Bölünmüş Plağın Yatak Katsayısının Farklı Durumları İçin Karşılaştırılması.....	88
5. SONUÇ ve ÖNERİ.....	94
6. KAYNAKLAR.....	95
7. ÖZGEÇMİŞ.....	96
8. EKLER	
EK- 1	
EK - 2	

ÖZET**Yüksek Lisans Tezi****ESNEK TEMEL ÜZERİNE YAPILAN PLAKLARIN SAYISAL METOTLARLA STATİK ANALİZİ****Arzu TEL****Cumhuriyet Üniversitesi****Fen Bilimleri Enstitüsü****İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı****Danışman: Doç. Dr. Sahavat HANALI**

Bu çalışmada değişik sınır şartlarına ve yüklemelere göre esnek temel üzerine yapılan dikdörtgen plakların sayısal metotlardan Sonlu Farklar Metodu ile statik analizinin yapılması amaçlanmıştır.

Esnek temel olarak kullanılmış elastik zeminin yatak katsayılarının farklı değişimlerine ve plakların değişik sınır şartlarına (dört kenarı ankastre, dört kenarı mafsallı, iki kenarı ankastre iki kenarı mafsallı plak) göre; Sonlu Farklar Metodu uygulayarak plaklarda oluşan çökme ve eğilme momenti değerleri; FORTRAN bilgisayar programlama dilinde geliştirilmiş STANANALİZ.f90 ve MATLAB bilgisayar programları yardımıyla bulunmuştur.

Zemin yatak katsayısı k 'nın; $k=0$, $k=$ sabit ve $k=$ değişken hallerine ve plağın değişik sınır şartlarına göre elde edilmiş çökme değerleri karşılaştırılmıştır. Aynı şekilde plakta oluşan eğilme momenti değerleri de karşılaştırılarak sonuçlar tablo ve grafiklerle sunulmuştur.

Zemin yatak katsayılarına göre plakta oluşan max. çökme değerleri karşılaştırıldığında $W_{k=0} > W_{k=değişken} > W_{k=sabit}$ olduğu; plağın değişik sınır şartlarına göre karşılaştırıldığında ise $W_{mafsal} > W_{ankastre-mafsal} > W_{ankastre}$ olduğu görülmüştür. Benzer şekilde plakta oluşan eğilme momentleri değerleri de karşılaştırılmıştır.

Anahtar kelimeler; elastik, yatak katsayısı, elastik zemin, plak, Sonlu Farklar Metodu

SUMMARY**M.Sc. Thesis****STATICALLY ANALYSIS OF THE PLATES BUILT ON THE ELASTICITY GROUNDS
WITH NUMERIC METHODS****Arzu TEL****Cumhuriyet University****Science Institution****Civil Engineering Department****Supervisor: Asst. Prof. Dr. Sahavat HANALI**

In this study, it is aimed that statically analysis of rectangle plates built on the elasticity grounds will be fulfilled with Finite Differences Method from numeric methods according to the different limits conditions and loadings.

According to the different changes of bed coefficients of elasticity ground used as elasticity ground and different limit conditions (plate's four edges are ancestry, plate's four edges are with joint, plate's two edges are ancestry, plate's two edges are with joint); by implementing Finite Differences Method, the collapse and inclination values moments values were found with help of STANANALIZ.f90 and MATLAB computer programs improved in FORTRAN computer program.

Collapse values obtained according to the $k=0$, $k=stable$ and $k=variable$ conditions of ground bed coefficient k were compared. By comparing inclination moment values formed on the ground at the same way, the results were given as plates and diagrams.

When maximum collapse values formed on the tablet were compared according to the ground bed coefficients, It was observed as $W_{k=0} > W_{k=variable} > W_{k=stable}$. When the plate was compared according to the different limit conditions, It was observed as $W_{joint} > W_{ancestry-joint} > W_{ancestry}$. Inclination moment values were also compared in the same way.

Key words: elasticity, bed coefficient, elasticity ground, plate, Finite Differences Methods

TEŞEKKÜR

Bu çalıőmayı bana önererek; alıőmamım her aőamasında öneri ve eleőtirileri ile bilgi ve tecrübelerinden yararlandığım danışman hocam **Doç. Dr. Sahavat HANALI'** ye teşekkür ve saygılarımı sunarım.

Ayrıca çalıőmam süresince yardımlarından dolayı Doç. Dr. Rafael HÜSEYİNOV'a teőekkürlerimi sunarım.

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 1. Elastik zemine oturan plak	3
Şekil 2. Zemin basıncı ve çökme arasındaki bağıntı.....	3
Şekil 3. Birbirinden bağımsız sıkışabilen yaylar.....	4
Şekil 4. Yükleme deneyinden yatak katsayısının bulunması	6
Şekil 5. Ortalama çökme mesafesi	6
Şekil 6. Plak elemanının statik dengesi.....	9
Şekil 7. Plak, koordinat sistemleri ve deplasmanlar.....	11
Şekil 8. Plak elemanının şekil değiştirme.....	13
Şekil 9. Cisimde meydana gelen elastik ve plastik davranışı.....	14
Şekil 10. Üç boyutlu gerilme hali	15
Şekil 11. Cisimde meydana gelen yerdeğiştirme.....	17
Şekil 12. Cisimde meydana gelen şekil değiştirme.....	18
Şekil 13. Sonsuz küçük AB elemanının yerdeğiştirme.....	18
Şekil 14. ABC sonsuz küçük dikdörtgen elemanın şekil değiştirme.....	19
Şekil 15. Plak elemanın yerdeğiştirme.....	23
Şekil 16. Plak elemanda gerilmeler	24
Şekil 17. Plak elemanında oluşan kesit tesirleri.....	25
Şekil 18. Plakta meydana gelen eğilme.....	27
Şekil 19. Gerilme –şekil değiştirme.....	27
Şekil 20. Elastik zemin üzerine oturmuş plak	29
Şekil 21. $q_z = \text{sabit}$ olması halinde zeminden plağa gelen sabit yük	30
Şekil 22. $q_z = \text{değişken}$ olması halinde zeminden plağa gelen farklı yükler	31
Şekil 23. $k(x)$ ' in değişim şekli.....	32
Şekil 24. Çözümü aranan $(i-1, i+1)$ aralığı	34
Şekil 25. Merkezi sonlu farklar operatörü	35
Şekil 26. Sonlu farklar ağ sistemi oluşturulmuş plak.....	35
Şekil 27. Kare elemanlar için biharmonik operatör şeması.....	37
Şekil 28. Dikdörtgen elemanlar için biharmonik operatör şeması	37
Şekil 29. Basit mafsallı mesnetli plak	38
Şekil 30. Plağın mafsallı mesnetli kenarı	38
Şekil 31. Ankastré mesnetli plak.....	39
Şekil 32. Plağın ankastré mesnetli kenarı.....	39
Şekil 33. Sonlu Farklar Metodu M_x ve M_y eğilme momentleri operatörleri	40
Şekil 34. Dört kenarı ankastré plak.....	42
Şekil 35. Dört kenarı ankastré, $q = 36 \text{ kN/m}^2$ yayılı yük etkisinde 4×4 e bölünmüş plaktaki sonlu farklar ağ sistemi.....	42
Şekil 36. Dört kenarı ankastré $q = 36 \text{ kN/m}^2$ yayılı yük etkisinde 4×4 e bölünmüş plaka zeminden gelen etki (reaktif kuvvet)	44
Şekil 37. 4×4 'e bölünmüş dört kenarı ankastré plaktaki çökme değerlerinin k 'nın değişik durumlarına göre karşılaştırılması.....	46
Şekil 38. 4×4 'e bölünmüş dört kenarı ankastré plaktaki eğilme momenti M_x değerlerinin k 'nin değişik durumlarına göre karşılaştırılması.....	47
Şekil 39. 4×4 'e bölünmüş dört kenarı ankastré plaktaki eğilme momenti M_y değerlerinin k 'nin değişik durumlarına göre karşılaştırılması.....	48
Şekil 40. Dört kenarı ankastré, $q = 36 \text{ kN/m}^2$ yayılı yük etkisinde 8×8 'e bölünmüş plaktaki sonlu farklar ağ sistemi.....	49
Şekil 41. Dört kenarı ankastré $q = 36 \text{ kN/m}^2$ yayılı yük etkisinde 8×8 e bölünmüş plaka zeminden gelen etki (reaktif kuvvet).....	51
Şekil 42. 8×8 'e bölünmüş dört kenarı ankastré plaktaki çökme değerlerinin k 'nin değişik durumlarına göre karşılaştırılması.....	53
Şekil 43. 8×8 'e bölünmüş dört kenarı ankastré plaktaki eğilme momenti M_x değerlerinin k 'nin değişik durumlarına göre karşılaştırılması.....	54

Şekil 44. 8*8'e bölünmüş dört kenarı ankastre plaktaki eğilme momenti M_y değerlerinin k'nın değişik durumlarına göre karşılaştırılması.....	55
Şekil 45. Dört kenarı ankastre, $q= 36 \text{ kN/m}^2$ yayılı yük etkisinde 12*12'ye bölünmüş plaktaki sonlu farklar ağ sistemi.....	56
Şekil 46. Dört kenarı ankastre $q= 36 \text{ kN/m}^2$ yayılı yük etkisinde 12*12 ye bölünmüş plaka zeminden gelen etki (reaktif kuvvet).....	58
Şekil 47. 12*12'ye bölünmüş dört kenarı ankastre plaktaki çökme değerlerinin k'nın değişik durumlarına göre karşılaştırılması.....	60
Şekil 48. 12*12'ye bölünmüş dört kenarı ankastre plaktaki eğilme momenti M_x değerlerinin k'nın değişik durumlarına göre karşılaştırılması.....	61
Şekil 49. 12*12'ye bölünmüş dört kenarı ankastre plaktaki eğilme momenti M_y değerlerinin k'nın değişik durumlarına göre karşılaştırılması.....	62
Şekil 50. Dört kenarı mafsallı plak.....	63
Şekil 51. 4*4'e bölünmüş dört kenarı mafsallı plaktaki çökme değerlerinin k'nın değişik durumlarına göre karşılaştırılması.....	66
Şekil 52. 4*4'e bölünmüş dört kenarı mafsallı plaktaki eğilme momenti M_x değerlerinin k'nın değişik durumlarına göre karşılaştırılması.....	67
Şekil 53. 8*8'e bölünmüş dört kenarı mafsallı plaktaki çökme değerlerinin k'nın değişik durumlarına göre karşılaştırılması.....	68
Şekil 54. 8*8'e bölünmüş dört kenarı mafsallı plaktaki eğilme momenti M_x değerlerinin k'nın değişik durumlarına göre karşılaştırılması.....	69
Şekil 55. 12*12'ye bölünmüş dört kenarı mafsallı plaktaki çökme değerlerinin k'nın değişik durumlarına göre karşılaştırılması.....	70
Şekil 56. 12*12'ye bölünmüş dört kenarı mafsallı plaktaki eğilme momenti M_x değerlerinin k'nın değişik durumlarına göre karşılaştırılması.....	71
Şekil 57. İki kenarı ankastre iki kenarı mafsallı plak	72
Şekil 58. 4*4'e bölünmüş iki kenarı ankastre iki kenarı mafsallı plaktaki çökme değerlerinin k'nın değişik durumlarına göre karşılaştırılması.....	75
Şekil 59. 4*4'e bölünmüş iki kenarı ankastre iki kenarı mafsallı plaktaki eğilme momenti M_x değerlerinin k'nın değişik durumlarına göre karşılaştırılması	76
Şekil 60. 8*8'e bölünmüş iki kenarı ankastre iki kenarı mafsallı plaktaki çökme değerlerinin k'nın değişik durumlarına göre karşılaştırılması.....	77
Şekil 61. 8*8'e bölünmüş iki kenarı ankastre iki kenarı mafsallı plaktaki eğilme momenti M_x değerlerinin k'nın değişik durumlarına göre karşılaştırılması.....	78
Şekil 62. 12*12'ye bölünmüş iki kenarı ankastre iki kenarı mafsallı plaktaki çökme değerlerinin k'nın değişik durumlarına göre karşılaştırılması	79
Şekil 63. 12*12'ye bölünmüş iki kenarı ankastre iki kenarı mafsallı plaktaki eğilme momenti M_x değerlerinin k'nın değişik durumlarına göre karşılaştırılması.....	80
Şekil 64. 4*4'e bölünmüş dört kenarı ankastre plaktaki çökme ve eğilme momenti değerlerinin $k=0$ olmasına göre grafikleri.....	82
Şekil 65. 4*4'e bölünmüş dört kenarı ankastre plaktaki çökme ve eğilme momenti değerlerinin $k=\text{sabit}$ olmasına göre grafikleri.....	83

Şekil 66. 4*4'e bölünmüş dört kenarı ankastre plaktaki çökme ve eğilme momenti değerlerinin k=değişken olmasına göre grafikleri.....	84
Şekil 67. 4*4'e bölünmüş dört kenarı ankastre plaktaki çökme değerlerinin k'nın değişik hallerine göre karşılaştırılması.....	85
Şekil 68. 4*4'e bölünmüş dört kenarı ankastre plaktaki eğilme momenti Mx değerlerinin k'nın değişik hallerine göre karşılaştırılması.....	86
Şekil 69. 4*4'e bölünmüş dört kenarı ankastre plaktaki eğilme momenti My değerlerinin k'nın değişik hallerine göre karşılaştırılması.....	87
Şekil 70. k=0 olmasına göre, 4*4 'e bölünmüş farklı mesnetli plaklarda oluşan çökme değerlerinin karşılaştırılması.....	88
Şekil 71. k=0 olmasına göre, 4*4 'e bölünmüş farklı mesnetli plaklarda oluşan eğilme momenti Mx değerlerinin karşılaştırılması	89
Şekil 72. k=sabit olmasına göre, 4*4 'e bölünmüş farklı mesnetli plaklarda oluşan çökme değerlerinin karşılaştırılması	90
Şekil 73. k=sabit olmasına göre, 4*4 'e bölünmüş farklı mesnetli plaklarda oluşan eğilme momenti Mx değerlerinin karşılaştırılması.....	91
Şekil 74. k=değişken olmasına göre, 4*4 'e bölünmüş farklı mesnetli plaklarda oluşan çökme değerlerinin karşılaştırılması	92
Şekil 75. k=değişken olmasına göre, 4*4 'e bölünmüş farklı mesnetli plaklarda oluşan eğilme momenti Mx değerlerinin karşılaştırılması.....	93

TABLolar DİZİNİ

Tablo 1. Çeşitli zemin türleri için ortalama k değerleri	8
Tablo 2. Dört kenarı ankastre, $q=36 \text{ kN/m}^2$ yayılı yük etkisinde $4*4'$ e bölünmüş dikdörtgen plağın; MATLAB bilgisayar programı ile $k=0$, $k=\text{sabit}$ ve $k=\text{değişken}$ olması durumlarına göre elde edilen sonuçlardan $y= 1,75 \text{ m}'$ deki çökme değerlerinin karşılaştırılması.....	46
Tablo 3. Dört kenarı ankastre, $q=36 \text{ kN/m}^2$ yayılı yük etkisinde $4*4'$ e bölünmüş dikdörtgen plağın; MATLAB bilgisayar programı ile $k=0$, $k=\text{sabit}$ ve $k=\text{değişken}$ olması durumlarına göre elde edilen sonuçlardan $y= 1,75 \text{ m}'$ deki M_x moment değerlerinin karşılaştırılması.....	47
Tablo 4. Dört kenarı ankastre, $q=36 \text{ kN/m}^2$ yayılı yük etkisinde $4*4'$ e bölünmüş dikdörtgen plağın; MATLAB bilgisayar programı ile $k=0$, $k=\text{sabit}$ ve $k=\text{değişken}$ olması durumlarına göre elde edilen sonuçlardan $y= 1,75 \text{ m}'$ deki M_y moment değerlerinin karşılaştırılması.....	48
Tablo 5. Dört kenarı ankastre, $q=36 \text{ kN/m}^2$ yayılı yük etkisinde $8*8'$ e bölünmüş dikdörtgen plağın; MATLAB bilgisayar programı ile $k=0$, $k=\text{sabit}$ ve $k=\text{değişken}$ olması durumlarına göre elde edilen sonuçlardan $y= 1,75 \text{ m}'$ deki çökme değerlerinin karşılaştırılması.....	53
Tablo 6. Dört kenarı ankastre, $q=36 \text{ kN/m}^2$ yayılı yük etkisinde $8*8'$ e bölünmüş dikdörtgen plağın; MATLAB bilgisayar programı ile $k=0$, $k=\text{sabit}$ ve $k=\text{değişken}$ olması durumlarına göre elde edilen sonuçlardan $y= 1,75 \text{ m}'$ deki M_x moment değerlerinin karşılaştırılması.....	54
Tablo 7. Dört kenarı ankastre, $q=36 \text{ kN/m}^2$ yayılı yük etkisinde $8*8'$ e bölünmüş dikdörtgen plağın; MATLAB bilgisayar programı ile $k=0$, $k=\text{sabit}$ ve $k=\text{değişken}$ olması durumlarına göre elde edilen sonuçlardan $y= 1,75 \text{ m}'$ deki M_y moment değerlerinin karşılaştırılması.....	55
Tablo 8. Dört kenarı ankastre, $q=36 \text{ kN/m}^2$ yayılı yük etkisinde $12*12'$ ye bölünmüş dikdörtgen plağın; MATLAB bilgisayar programı ile $k=0$, $k=\text{sabit}$ ve $k=\text{değişken}$ olması durumlarına göre elde edilen sonuçlardan $y= 1,75 \text{ m}'$ deki çökme değerlerinin karşılaştırılması.....	60
Tablo 9. Tablo-9 Dört kenarı ankastre, $q=36 \text{ kN/m}^2$ yayılı yük etkisinde $12*12'$ ye bölünmüş dikdörtgen plağın; MATLAB bilgisayar programı ile $k=0$, $k=\text{sabit}$ ve $k=\text{değişken}$ olması durumlarına göre elde edilen sonuçlardan $y= 1,75 \text{ m}'$ deki M_x moment değerlerinin karşılaştırılması.....	61
Tablo 10. Dört kenarı ankastre, $q=36 \text{ kN/m}^2$ yayılı yük etkisinde $12*12'$ ye bölünmüş dikdörtgen plağın; MATLAB bilgisayar programı ile $k=0$, $k=\text{sabit}$ ve $k=\text{değişken}$ olması durumlarına göre elde edilen sonuçlardan $y= 1,75 \text{ m}'$ deki M_y moment değerlerinin karşılaştırılması.....	62
Tablo 11. Dört kenarı mafsallı, $q=36 \text{ kN/m}^2$ yayılı yük etkisinde $4*4'$ e bölünmüş dikdörtgen plağın; MATLAB bilgisayar programı ile $k=0$, $k=\text{sabit}$ ve $k=\text{değişken}$ olması durumlarına göre elde edilen sonuçlardan $y= 1,75 \text{ m}'$ deki çökme değerlerinin karşılaştırılması.....	66
Tablo 12. Dört kenarı mafsallı, $q=36 \text{ kN/m}^2$ yayılı yük etkisinde $4*4'$ e bölünmüş dikdörtgen plağın; MATLAB bilgisayar programı ile $k=0$, $k=\text{sabit}$ ve $k=\text{değişken}$ olması durumlarına göre elde edilen sonuçlardan $y= 1,75 \text{ m}'$ deki M_x moment değerlerinin karşılaştırılması.....	67
Tablo 13. Dört kenarı mafsallı, $q=36 \text{ kN/m}^2$ yayılı yük etkisinde $8*8'$ e bölünmüş dikdörtgen plağın; MATLAB bilgisayar programı ile $k=0$, $k=\text{sabit}$ ve $k=\text{değişken}$ olması durumlarına göre elde edilen sonuçlardan $y= 1,75 \text{ m}'$ deki çökme değerlerinin karşılaştırılması.....	68
Tablo 14. Dört kenarı mafsallı, $q=36 \text{ kN/m}^2$ yayılı yük etkisinde $8*8'$ e bölünmüş dikdörtgen plağın; MATLAB bilgisayar programı ile $k=0$, $k=\text{sabit}$ ve $k=\text{değişken}$ olması durumlarına göre elde edilen sonuçlardan $y= 1,75 \text{ m}'$ deki M_x moment değerlerinin karşılaştırılması.....	69
Tablo 15. Dört kenarı mafsallı, $q=36 \text{ kN/m}^2$ yayılı yük etkisinde $12*12'$ ye bölünmüş dikdörtgen plağın; MATLAB bilgisayar programı ile $k=0$, $k=\text{sabit}$ ve $k=\text{değişken}$ olması durumlarına göre elde edilen sonuçlardan $y= 1,75 \text{ m}'$ deki çökme değerlerinin karşılaştırılması.....	70
Tablo 16. Dört kenarı mafsallı, $q=36 \text{ kN/m}^2$ yayılı yük etkisinde $12*12'$ ye bölünmüş dikdörtgen plağın; MATLAB bilgisayar programı ile $k=0$, $k=\text{sabit}$ ve $k=\text{değişken}$ olması durumlarına göre elde edilen sonuçlardan $y= 1,75 \text{ m}'$ deki M_x moment değerlerinin karşılaştırılması.....	71

- Tablo 17.**iki kenarı ankastre iki kenarı mafsallı, $q=36 \text{ kN/m}^2$ yayılı yük etkisinde $4*4$ 'e bölünmüş dikdörtgen plağın; MATLAB bilgisayar programı ile $k=0$, $k=\text{sabit}$ ve $k=\text{değişken}$ olması durumlarına göre elde edilen sonuçlardan $y= 1,75 \text{ m}$ 'deki çökme değerlerinin karşılaştırılması.....75
- Tablo 18.**iki kenarı ankastre iki kenarı mafsallı, $q=36 \text{ kN/m}^2$ yayılı yük etkisinde $4*4$ 'e bölünmüş dikdörtgen plağın; MATLAB bilgisayar programı ile $k=0$, $k=\text{sabit}$ ve $k=\text{değişken}$ olması durumlarına göre elde edilen sonuçlardan $y= 1,75 \text{ m}$ 'deki M_x moment değerlerinin karşılaştırılması.....76
- Tablo 19.**iki kenarı ankastre iki kenarı mafsallı, $q=36 \text{ kN/m}^2$ yayılı yük etkisinde $8*8$ 'e bölünmüş dikdörtgen plağın; MATLAB bilgisayar programı ile $k=0$, $k=\text{sabit}$ ve $k=\text{değişken}$ olması durumlarına göre elde edilen sonuçlardan $y= 1,75 \text{ m}$ 'deki çökme değerlerinin karşılaştırılması.....77
- Tablo 20.**iki kenarı ankastre iki kenarı mafsallı, $q=36 \text{ kN/m}^2$ yayılı yük etkisinde $8*8$ 'e bölünmüş dikdörtgen plağın; MATLAB bilgisayar programı ile $k=0$, $k=\text{sabit}$ ve $k=\text{değişken}$ olması durumlarına göre elde edilen sonuçlardan $y= 1,75 \text{ m}$ 'deki M_x moment değerlerinin karşılaştırılması.....78
- Tablo 21.**iki kenarı ankastre iki kenarı mafsallı, $q=36 \text{ kN/m}^2$ yayılı yük etkisinde $12*12$ 'ye bölünmüş dikdörtgen plağın; MATLAB bilgisayar programı ile $k=0$, $k=\text{sabit}$ ve $k=\text{değişken}$ olması durumlarına göre elde edilen sonuçlardan $y= 1,75 \text{ m}$ 'deki çökme değerlerinin karşılaştırılması.....79
- Tablo 22.**iki kenarı ankastre iki kenarı mafsallı, $q=36 \text{ kN/m}^2$ yayılı yük etkisinde $12*12$ 'ye bölünmüş dikdörtgen plağın; MATLAB bilgisayar programı ile $k=0$, $k=\text{sabit}$ ve $k=\text{değişken}$ olması durumlarına göre elde edilen sonuçlardan $y= 1,75 \text{ m}$ 'deki M_x moment değerlerinin karşılaştırılması.....80
- Tablo 23.**FORTRAN bilgisayar programlama dilinde geliştirilen STANANALİZ.f90 ile $4*4$ ' bölünmüş 36 kN/m^2 üniform yayılı yük etkisinde dört kenarı ankastre plağın, $k=0$ için $y=1,75 \text{ m}$ de oluşan çökme ve eğilme momenti değerleri82
- Tablo 24.**FORTRAN bilgisayar programlama dilinde geliştirilen STANANALİZ.f90 ile $4*4$ ' bölünmüş 36 kN/m^2 üniform yayılı yük etkisinde dört kenarı ankastre plağın, $k=\text{sabit}$ için $y=1,75 \text{ m}$ de oluşan çökme ve eğilme momenti değerleri.....83
- Tablo 25.**FORTRAN bilgisayar programlama dilinde geliştirilen STANANALİZ.f90 ile $4*4$ ' bölünmüş 36 kN/m^2 üniform yayılı yük etkisinde dört kenarı ankastre plağın, $k=\text{değişken}$ için $y=1,75 \text{ m}$ de oluşan çökme ve eğilme momenti değerleri.....84
- Tablo 26.**Dört kenarı ankastre, $q=36 \text{ kN/m}^2$ yayılı yük etkisinde $4*4$ 'e bölünmüş dikdörtgen plağın; FORTRAN bilgisayar programı ile $k=0$, $k=\text{sabit}$ ve $k=\text{değişken}$ olması durumlarına göre elde edilen sonuçlardan $y= 1,75 \text{ m}$ 'deki çökme değerlerinin karşılaştırılması.....85
- Tablo 27.**Dört kenarı ankastre, $q=36 \text{ kN/m}^2$ yayılı yük etkisinde $4*4$ 'e bölünmüş dikdörtgen plağın; FORTRAN bilgisayar programı ile $k=0$, $k=\text{sabit}$ ve $k=\text{değişken}$ olması durumlarına göre elde edilen sonuçlardan $y= 1,75 \text{ m}$ 'deki M_x moment değerlerinin karşılaştırılması.....86
- Tablo 28.**Dört kenarı ankastre, $q=36 \text{ kN/m}^2$ yayılı yük etkisinde $4*4$ 'e bölünmüş dikdörtgen plağın; FORTRAN bilgisayar programı ile $k=0$, $k=\text{sabit}$ ve $k=\text{değişken}$ olması durumlarına göre elde edilen sonuçlardan $y= 1,75 \text{ m}$ 'deki M_y moment değerlerinin karşılaştırılması.....87
- Tablo 29.**MATLAB bilgisayar programı ile çözülen, $q=36 \text{ kN/m}^2$ yayılı yük etkisinde $4*4$ 'e bölünmüş dikdörtgen plağın orta noktası için; $k=0$ olması durumuna göre elde edilen çökme (m) sonuçlarının; dört kenarı ankastre, dört kenarı mafsallı ve iki kenarı ankastre iki kenarı mafsallı olması durumlarına göre karşılaştırılması.....88
- Tablo 30.**MATLAB bilgisayar programı ile çözülen, $q=36 \text{ kN/m}^2$ yayılı yük etkisinde $4*4$ 'e bölünmüş dikdörtgen plağın orta noktası için; $k=0$ olması durumuna göre elde edilen M_x (kNm/m) eğilme momenti sonuçlarının; dört kenarı ankastre, dört kenarı mafsallı ve iki kenarı ankastre iki kenarı mafsallı olması durumlarına göre karşılaştırılması.....89
- Tablo 31.**MATLAB bilgisayar programı ile çözülen, $q=36 \text{ kN/m}^2$ yayılı yük etkisinde $4*4$ 'e bölünmüş dikdörtgen plağın orta noktası için; $k=\text{sabit}$ olması durumuna göre elde edilen çökme (m) sonuçlarının; dört kenarı ankastre, dört kenarı mafsallı ve iki kenarı ankastre iki kenarı mafsallı olması durumlarına göre karşılaştırılması.....90

Tablo 32.MATLAB bilgisayar programı ile çözülen, $q=36 \text{ kN/m}^2$ yayılı yük etkisinde $4*4$ 'e bölünmüş dikdörtgen plağın orta noktası için; k =sabit olması durumuna göre elde edilen M_x (kNm/m) eğilme momenti sonuçlarının; dört kenarı ankastre, dört kenarı mafsallı ve iki kenarı ankastre iki kenarı mafsallı olması durumlarına göre karşılaştırılması.....91

Tablo 33.MATLAB bilgisayar programı ile çözülen, $q=36 \text{ kN/m}^2$ yayılı yük etkisinde $4*4$ 'e bölünmüş dikdörtgen plağın orta noktası için; k =değişken olması durumuna göre elde edilen çökme (m) sonuçlarının; dört kenarı ankastre, dört kenarı mafsallı ve iki kenarı ankastre iki kenarı mafsallı olması durumlarına göre karşılaştırılması.....92

Tablo 34.MATLAB bilgisayar programı ile çözülen, $q=36 \text{ kN/m}^2$ yayılı yük etkisinde $4*4$ 'e bölünmüş dikdörtgen plağın orta noktası için; k =değişken olması durumuna göre elde edilen M_x (kNm/m) eğilme momenti sonuçlarının; dört kenarı ankastre, dört kenarı mafsallı ve iki kenarı ankastre iki kenarı mafsallı olması durumlarına göre karşılaştırılması.....93

SİMGELER DİZİNİ

a	:Plak elemanın x koordinat eksenine doğrultusundaki boyutu, m
A	: Denklemlerinin sağ tarafındaki sabit değer
b	:Plak elemanın y koordinat eksenine doğrultusundaki boyutu, m
d_x	:Sonsuz küçük prizmanın x koordinat eksenine paralel boyutu, m
d_y	:Sonsuz küçük prizmanın y koordinat eksenine paralel boyutu, m
d_z	:Sonsuz küçük prizmanın z koordinat eksenine paralel boyutu, m
D	:Plağın eğilme rijitliği, kNm
E	:Elastisite modülü, kN/m^2
f'_i	:f =f(x) fonksiyonunun i noktasındaki birinci türevi
f''_i	:f =f(x) fonksiyonunun i noktasındaki ikinci türevi
f'''_i	:f =f(x) fonksiyonunun i noktasındaki üçüncü türevi
f^{iv}_i	:f =f(x) fonksiyonunun i noktasındaki dördüncü türevi
G	:Kayma modülü, kN/m^2
k	:Yatak katsayısı
L	:Plak genişliği, m
m	:Plağın uzun kenarının kısa kenarına oranı
x	:Plak alanının şekline bağlı büyüklük
M_x	:x koordinat eksenine doğrultusundaki eğilme momenti, kNm
M_y	:y koordinat eksenine doğrultusundaki eğilme momenti, kNm
Q	:Plak elemanın üzerine etkiyen yayılı yük şiddeti, kN/m^2
T	:Plak elemanda oluşan kesme kuvveti, kN
SFM	:Sonlu Farklar Metodu
T_g	:Gerilme tansörü
T_x	:Yüzeyinin normali x koordinat eksenine paralel olan, yüzeyde oluşan kesme kuvveti, kN
T_y	:Yüzeyinin normali y koordinat eksenine paralel olan, yüzeyde oluşan kesme kuvveti, kN
u	:Plak elemanın x koordinat eksenine doğrultusundaki yerdeğiştirmesi, m
v	:Plak elemanın y koordinat eksenine doğrultusundaki yerdeğiştirmesi, m
w	:Plak elemanın z koordinat eksenine doğrultusundaki yerdeğiştirmesi, m
Δ	:Plak elemanda oluşturulan düğüm noktaları arasındaki mesafe, m
Δ_x	:Sonsuz küçük plak elemanın x koordinat eksenine doğrultusundaki boyutu, m
Δ_y	:Sonsuz küçük plak elemanın y koordinat eksenine doğrultusundaki boyutu, m
δ	:Plak elemanın kalınlığı, m
ϵ_x	:Plak elemanın x koordinat ekseninde yapmış olduğu birim şekil değiştirme
ϵ_y	:Plak elemanın y koordinat ekseninde yapmış olduğu birim şekil değiştirme
ϵ_z	:Plak elemanın z koordinat ekseninde yapmış olduğu birim şekil değiştirme
ϕ	:Gerilme fonksiyonu
θ_x	:Plak orta düzlemi üzerinde alınan bir noktanın normalinin x koordinat eksenine yaptığı dönme açısı, derece
σ	:Normal gerilme, kN/m^2
σ_x	:x koordinat eksenine doğrultusundaki normal gerilme, kN/m^2
σ_y	:y koordinat eksenine doğrultusundaki normal gerilme, kN/m^2
σ_z	:z koordinat eksenine doğrultusundaki normal gerilme, kN/m^2
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$:Asal gerilmeler, kN/m^2
τ_{xy}	:Normalinin yüzeyi x koordinat yüzeyine paralel olan, yüzeyde oluşan y koordinat eksenine doğrultusundaki kayma gerilmesi, kN/m^2
τ_{yz}	:Normalinin yüzeyi y koordinat yüzeyine paralel olan, yüzeyde oluşan z koordinat eksenine doğrultusundaki kayma gerilmesi, kN/m^2

- τ_{xz} :Normalinin yüzeyi x koordinat yüzeyine paralel olan, yüzeyde oluşan x koordinat eksenini doğrultusundaki kayma gerilmesi, kN/m^2
- ν :Poisson oranı
- ∇^2 :Laplas operatörü
- α :Zeminin heterojenliğini hesaba katan katsayı
- r :Zeminden gelen yayılı yük şiddeti, kN/m^2 :
- R :Zeminden gelen tekil yük, kN

1. BÖLÜM. GİRİŞ

1.1 Problemin Tanımı

Elastik zemine oturan plaklara ait çalışmalarda esas hipotez genellikle zemin hakkında yapılan çalışmalardır.

Zeminin fiziksel ve mekanik özelliklerini değişik araştırmacılar değişik şekillerde düşünmüş ve tanımlamışlardır. Elastik zemine oturan plaklara ait problemlerde temel konu, zemin tepkilerinin çökmeler ile orantılı olduğu kabulüne dayanan Winkler Hipotezi'dir. Bu hipotezde orantı katsayısı, plağın oturduğu zeminin yatak katsayısı olarak isimlendirilir. Yatak katsayısının fiziksel anlamı; birim çökme elde edebilmek için birim alana yüklenmesi gereken yüküdür. [Aşılıoğlu,1998]

Çeşitli yük etkisi altındaki elastik plağın, herhangi bir noktasındaki taban basıncının aynı noktadaki çökme ile orantılı olduğu varsayılmıştır. Bu kural, yatak ortamının elastik olduğunu belirtir. Bu zemin modelinde yatak katsayısının taban basıncından bağımsız olduğu ve bütün plak yüzeyi boyunca sabit kaldığı varsayılır. Bununla birlikte zeminin homojen olmaması nedeniyle yatak katsayısı noktadan noktaya değişebilir. Diğer bir başka hususta zemine etkiyen kuvvetlerin yalnız etkilediği noktada şekildeğişimi yapmasıdır. Yani bu durumda zemin birbirinden bağımsız, birbirine sonsuz yakın ve sıkışarak serbestçe hareket edebilen düşey yaylardan oluşan bir sistem olarak düşünülmüştür. Burada komşu yayın taban basıncı dikkate alınmaz.

Daha sonra yapılan araştırmalarda, bir noktadaki çökmenin belirlenmesinde, bütün noktalardaki yüklerin etkisi göz önüne alınmıştır. Bu durumda çökme bilinmeyen taban basıncına bağlı olarak bir integral formunda belirlenmektedir. İntegral ifadesinin fonksiyonu, elastik ortam olarak varsayılan zemin özelliklerine göre değişmektedir. [Köseoğlu,1986]

Mühendislikte Winkler hipotezine dayanarak iyi sonuçlar veren bazı önemli problemler vardır. Bina döşemeleri, bir ve iki doğrultudaki sürekli temeller, dönel kabuklar, yatay yük etkisindeki düşey kazıklar, palplanşlar bunlara önemli örneklerdir. [Doğan,1993]

1. 2. Konu İle İlgili Çalışmalar

Yatak katsayısının değeri birçok etkene, özellikle zeminin elastik özelliklerine ve yüklü alanın boyutlarına bağlıdır. Yatak katsayısı kavramı önce Winkler tarafından geliştirilmiş ve Zimmerman tarafından, bütün uzunlukları boyunca balast üzerine oturan demiryolu traverslerinin hesabı amacıyla kullanılmış ve bu araştırmacılar özel uygulamalarında belirli türdeki zeminler için buldukları ve kullandıkları 'k' değerlerini

geliştirmişlerdir. [Zimmerman,1942]

Ting tarafından, elastik zemine oturan iki ucundan basit mesnetle mesnetlenmiş yayılı yükü taşıyan plakların, çökmesine ve kesit tesirlerine ait tablolar verildiği, yine ayrıca elastik zemin üzerine oturan yayılı yük ve moment etkisi altındaki plakların statik ve dinamik davranışlarının incelenildiği ve bunlara ait grafiklerin verildiği belirtilmiştir. [Şahin,1997]

Terzaghi, şerit yük etkisindeki esnek radye plaklar için yatak katsayısı değerlerini belirleyen bir çalışma yayınlamıştır. Bu önemli çalışmada, yatak katsayısının sayısal değerlerinin seçilmesi durumunda, plak taban basınçları ve kesit zorlarına güvenebileceği belirtilmiş, yatak katsayısı teorilerinin oturma ve yer değiştirme hesabı amacıyla kullanılmaması önerilmiştir. Yine Terzaghi, yaptığı deneysel araştırmalar sonucunda aynı q taban basıncı değeri için çökmelerin plak genişliğine bağlı olarak değişimini gösteren bir bağıntı elde etmiştir. [Terzaghi,1955]

Şahin [1997] tarafından belirtildiğine göre; Biot tam elastik ortama oturan yüklü plaklar için k yatak katsayısının yalnız plak genişliğine bağlı olmayıp, plak eğilme rijitliğine bağlı olduğunu göstermiş ve bunun göz önüne alınabilmesini mümkün kılan bağıntılar ortaya çıkardığını belirtmiştir.

Hayashi, yatak katsayısı değerinin taban basıncına bağlı olacağı düşüncesiyle taban basıncı değeri arttıkça yatak katsayısı değeri azalacak şekilde bir kabul yaparak problemleri çözmüştür. Hayashi, elastik zemine oturan plak konusundaki ayrıntılı çalışmalarında yatak katsayısının yükleme deneyleri sonucunda bulunacağından bahsetmişken, deney sonuçlarının yüklü alanın büyüklüğüne bağlı olduğu gereğinden söz etmemiştir. [Hayashi,1921]

Bakioğlu ve Özkan tarafından, plakların çökmeler ile eğilme momenti arasındaki diferansiyel denklemini, Sonlu Farklar Denklemleri şeklinde ifade edilerek, taban basıncının bu noktalar arasında parabolik değiştiği varsayılmıştır. Ayrıca bu çalışmada taban basınçları cinsinden ifade edilen moment bağıntılarından yararlanarak, çökmeler ile taban basınçları arasında lineer denklem takımları elde edilebileceği belirtilmiştir. [Şahin,1997]

Grasshoff, yatak katsayısı kabulündeki hataları ortadan kaldırabilmek için plak üzerine bazı hesap yöntemleri uygulayıp değişken yatak katsayısını kullanmıştır. Burada yatak katsayısı üniform yükten oluşan oturmaların verilmesiyle hesaplanmaktadır. [Grasshoff, 1978]

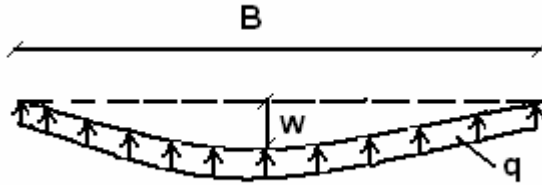
Doğan [1993] tarafından belirtildiğine göre; Durelli ve Parks, elastik zemine oturan sonlu ve sonsuz uzunluktaki plakların incelemesini yaparak, plakların bir veya iki noktadan yüklenerek davranışlarını incelemişler ve bulunan sonuçların kuramsal çözümlerle karşılaştırıldığını belirtmiştir.

2. BÖLÜM. ELASTİK ZEMİNE OTURAN PLAKLAR İÇİN YATAK KATSAYISI

2.1. Giriş

Bu bölümde yatak katsayısı hakkında bilgi verilecektir. Elastik zemine oturan plak problemi önce Winkler tarafından incelenmiş ve teorinin esasları verilmiştir

WİNKLER HİPOTEZİ: Elastik zemine oturan plağın herhangi bir noktasında zeminden birim uzunluğa gelen q tepki kuvvetinin o noktadaki çökme ile doğru orantılı olduğu kabul edilmiştir.

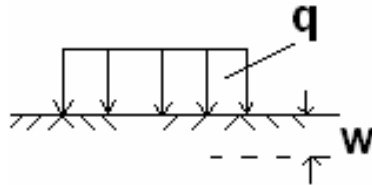


Şekil 1. Elastik zemine oturan plak

$$q = k \cdot w \quad (1)$$

Winkler hipotezinde, yatak katsayısının, taban basıncı değerinden bağımsız olduğu ve bütün temel yüzeyi boyunca sabit kaldığı düşünülür. Bu durum problemin matematiksel çözümünü oldukça basitleştirir. Bununla birlikte hipotezde bazı sakıncalar göze çarpar. Zeminin homojen olmadığı durumlarda yatak katsayısı farklı değerler alarak noktadan noktaya değişebilir. [Aşılıoğlu, 1998]

Deforme olabilen bir zemin üzerindeki plak hesabı için, en eski metot, yatak katsayısı metodudur. Bu metotta taban basıncı dağılımının plak oturmaları ile doğru orantılı olduğu varsayılır. Yani yatak katsayısı, zemin üzerinde, bir noktadaki basınç (q) ile oturma (w) arasında aşağıdaki gibi tanımlanır. [Uzuner, 2000]



Şekil 2. Zemin basıncı ve çökme arasındaki bağıntı

$$k = \frac{q}{w} \quad (2)$$

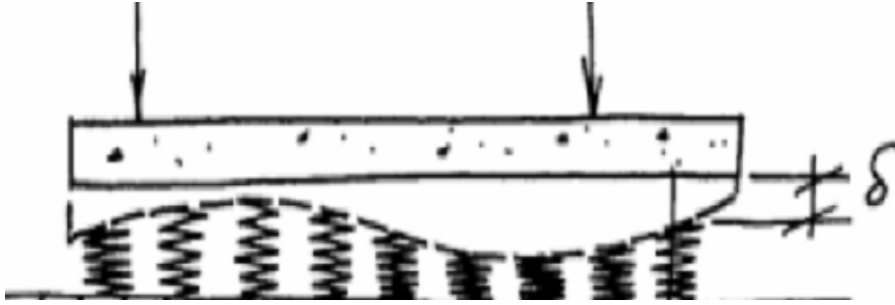
Burada;

k; yatak katsayısı

q; yük

w; zemindeki oturma miktarıdır.

Yatak katsayısı, birim çökme oluşması için, birim alana yüklenmesi gereken yük olarak tanımlanır ve bu katsayı elastisite modülünün tanımına benzetilebilir. Birimi t/m^3 'dür. Yatak katsayısı sadece zemine ve özellikle zeminin elastik özelliklerine bağlı bir değer olmayıp, aynı zamanda plak boyutlarına da bağlıdır. Yatak katsayısı kavramı ile yeter derecede doğru sonuçların bulunması için, yatak katsayılarının, zemin değiştirme karakteristiklerine ve plak alanının boyutlarına bağlı uygun değerler alınması gereklidir. Yatak katsayısı ile temel zemininin, birbirinden bağımsız ve birbirine sonsuz yakın sıkışabilen yaylardan oluşan bir sistem gibi davrandığı varsayılabilir. Böylece her yay, payına düşen taban basıncı tarafından sıkıştırılmaktadır. Komşu taban basınçlarının etkisi bu metotta göz önüne alınmaz.



Şekil 3. Birbirinden bağımsız sıkışabilen yaylar

Elastik zemine oturan plaklara ait bir problemin matematiksel bağıntılarla belirlenmesi, zeminin oldukça karışık ve belirsiz, elastik ve plastik deformasyon yapabilme olasılıkları, matematik çözümlerin geçerliliğini daima sınırlar. Bu yüzden, bu tür problemlerde zeminin elastikliğini bazı kabullere göre göz önüne alma zorunluluğu vardır. [Aşılıoğlu,1998]

2. 2. Yatak Katsayısı İçin Ortalama Bir Değer

$$k = \frac{q}{w_{ort}} = \frac{x \cdot K}{\sqrt{A}}; \text{ denklemleri ile} \quad (3)$$

$$K = \frac{E_s}{1 - \nu^2} \cdot \quad (4)$$

hesaplanabilir. [Aşılıoğlu,1998] Bu denklemlerde;

E_s ; elastisite modülü

ν ; poisson oranı

A ; plak alanı

x ise; plak alanının şekline bağlı bir büyüklüğü gösterir. Temel boyutları a ve b olmak üzere $\alpha=a/b$ olarak alınırsa x değerleri;

α	3,00	5,00	10,00	100,00
x	1,13	1,22	1,41	2,71

şeklinde bulunur.

2. 3. Yatak Katsayısı Hesabı

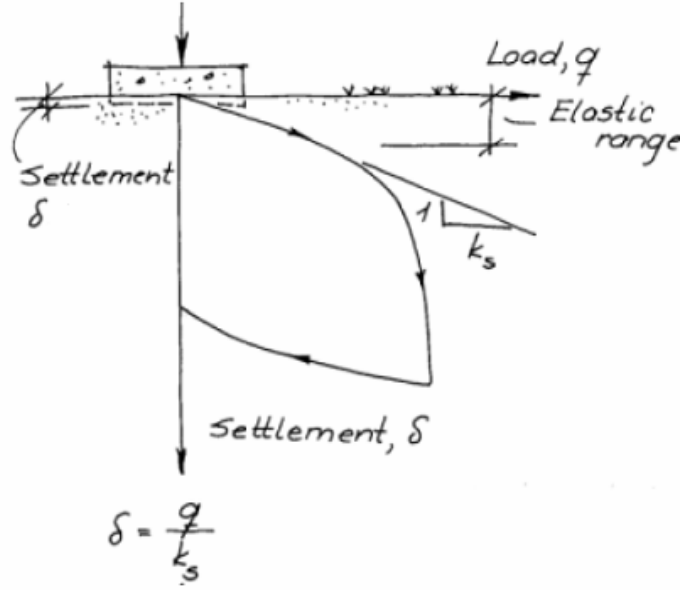
Mühendislik problemlerinin çözümü için gerekli k yatak katsayısının sayısal değerleri, gözlemlere dayanarak yaklaşık benzeşimle veya yapının inşa edileceği zeminde yapılacak arazi deneyleri sonuçlarından elde edilebilir. Pratik amaçlar için bunların yaklaşık değerlerinin yeterli olduğu söylenebilir. [Aşılıoğlu, 1998]

Yatak katsayısının belirlenmesi için birçok yöntem olup, bunlardan başlıcası, plaka yükleme deneyidir. Bu deneyin oturma-yük grafiğinin ilk doğrusal kısmından yatak katsayısı hesaplanır. (Şekil 4) [Uzuner, 2000]

Plaka yükleme deneyi; zeminin taşıma gücü ve sıkışma özelliklerinin arazide ölçülmesi için yapılan bir deneydir. Çapı en az 30cm olan rijit dairesel veya kare plakların temel alt kotu seviyesinde yüklenmeleri ile gerçekleştirilir. Tahmin edilen taşıma gücünün 1/5 i kadar yük kademesi seçilerek her bir yükleme arası eşit ve en az 1 saat olacak şekilde yükleme gerçekleştirilir. Kurulan deney düzeneğinin kapasitesi kadar veya 25 mm toplam oturma gerçekleşinceye kadar yüklemeye devam edilir. Deney sonucunda elde edilen oturma-yük eğrisi yardımı ile zeminin taşıma gücü bulunur ve deneyin oturma- yük grafiğinin ilk doğrusal kısmından yatak katsayısı bulunur.

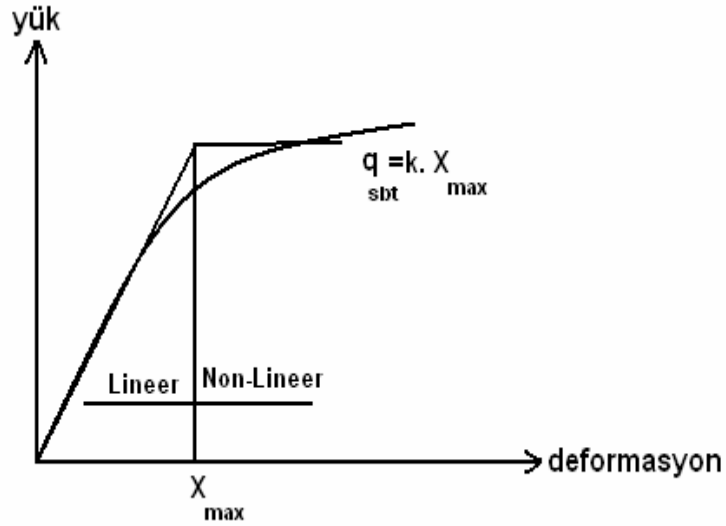
$$k = \tan \alpha = \frac{q}{w} \quad (5)$$

Ancak bu durumda deneyin geçerliliğini düşünmek gerekir. Bu yüzden yatak katsayısını yükleme deneyinden sabit bir değer alamayız. Küçük plaklar hariç, plaka yükleme testlerini yapmak zordur. (küçük plaklar 450, 600 ve 750 mm çapındadır)



Şekil 4. Yükleme deneyinden yatak katsayısının bulunması

Plağın ortalama çökme mesafesini bulmak için yük, herhangi bir noktasına etki eden zeminin o noktadaki yatak katsayısı değerine bölünür. (q/k) ortalama çökme mesafesini verir.[Şahin,1997]



Şekil 5. Ortalama çökme mesafesi

2. 4. Yatak Katsayısı İçin Önerilen Bağlıntılar

Terzaghi, k' yı elde edebilmek için plak yükleme testlerinde plak boyutlarının gerçek ölçülerinde alınmasını önermiştir. [Terzaghi, 1955]

Bu denklemler aşağıdaki gibidir;

Kare plaklar için verilen yatak katsayısı bağıntısı;

$$k = E_s \frac{a + 2h}{a.h} \quad (6)$$

şeklinde olur.

Burada;

a; plak kenar uzunluğu

h; sıkışabilir plak kalınlığını

E_s ; sıkışabilir tabakanın elastisite modülünü göstermektedir.

Dikdörtgen plaklar için yatak katsayısı bağıntısı;

$$k = k_1 \left(\frac{m + 0,5}{1,5m} \right)^2 \quad (7)$$

şeklinde verilmiştir.

Kil'e oturan plak için;

$$k = k_1 . b \quad (8)$$

Burada;

k_1 ; 1x1 boyutundaki dikdörtgen plak ile yapılan yük testinden elde edilen değer

m; temel plağının uzun kenarının kısa kenarına oranı

k; gerçek ölçülerindeki plakların, istenilen yatak katsayısı değeridir.

Vesic tarafından, yatak katsayısının hesabını, gerilme-şekil değiştirme modülü E_s 'den faydalanarak aşağıdaki gibi ifade edileceği belirtilmiştir. [Şahin, 1997]

$$k = 0,65_{12} \sqrt{\frac{E_s . b^4}{E_p . I_p}} \cdot \frac{E_s}{1 - \nu^2}, \quad (9)$$

Burada;

E_s ; zeminin elastisite modülü

E_p ; plak elastisite modülü

I_p ; plak enkesatine ait atalet momenti

b; plak genişliğidir.

Zeminlerin homojen ve heterojen özellik göstermesi yatak katsayısı hesabında yine çok önemlidir. Homojen olmasında her noktada yatak katsayısı aynı

olurken, heterojen olmasında ise aynı olmayacaktır.

Heterojen zeminler için yatak katsayısının zeminin azami ve asgari deformasyon modüllerine bağlı olarak ;

$$k_{(x)} = \alpha k_0 + \frac{k_0(1-\alpha)x^2}{L^2} \quad (10)$$

denklemini ile ifade edilir. [Hanali, 2001]

Burada;

α ; zeminin heterojenliğini hesaba katan katsayı

$$\alpha = \frac{E_{as}}{E_{az}} \quad (11)$$

E_{az}, E_{as} ; sırasıyla, zeminin azami ve asgari deformasyon modülleri

k_0 ; zeminin yatak katsayısının orta değeridir.

Yapının ve zeminin özellikleri, yapının yüklenme durumu bilindiği zaman yatak katsayısı tablolar yardımıyla kolaylıkla bulunur. Bununla birlikte yatak katsayısı k 'nın doğru değerini bilmeden hesaplanan yer değiştirmelerde, eğilme momentlerinde yapılan hata oranını da hesaplamak mümkün olmamaktadır. [Daloğlu, 2004]

Çeşitli zemin türleri için k yatak katsayılarının değerleri Tablo 1'de verilmiştir.

Tablo 1. Çeşitli Zemin Türleri İçin Ortalama k Değerleri [Uzuner, 2000]

Zemin Türü	k (t/m ³)
Balçık	< 200
Kil, Plastik	500- 1000
Kil, Yarı sert	1000- 1500
Kil, sert	1500- 3000
Dolma toprak	1000- 2000
Kum, Gevşek	1000- 2000
Kum, Orta sıkı	2000- 5000
Kum, Sıkı	5000- 10000
Kum+ çakıl, Sıkı	10000- 15000
Sağlam şist	> 50000
Kaya	>200000

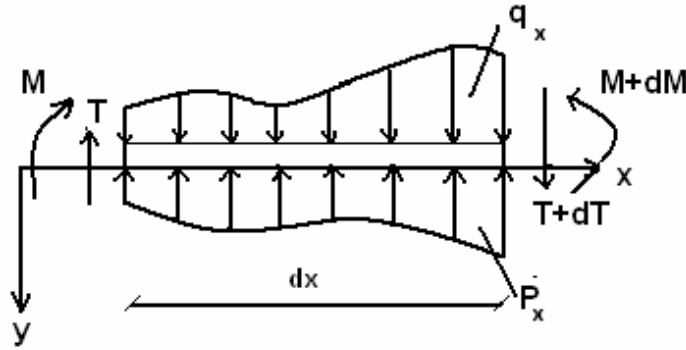
Görüldüğü gibi zeminin değişen yatak katsayılarını bulmak için (6), (7), (9), (10)'da ki formüller önerilmiştir. (10)'da gösterilmiş $k_{(x)}$ formülü heterojen zeminlerde yatak katsayısı değişimini ifade etmekle beraber; plak orta noktasından geçen y eksenine göre

simetrik olmasından dolayı (Şekil 23) farklı yüklere göre hesaplamalarda kolaylık sağlar. Sayısal çözümlerinde; $k=0$, $k=\text{sabit}$ değerleri ile k 'nın değişen hali $k=\text{değişken}$ için (10) formülü kullanılacaktır.

2. 5. Yatak Katsayısı Yöntemi

Bu yöntemde; plak tabanındaki bir noktanın oturmasına komşu noktadaki yüklerin etkisi göz önüne alınmaz. Plak elemanının çeşitli kısımlarında yük dağılımındaki farklılıklar oturmalarında (çökmelerinde) farklı olmasına neden olurlar. Yani farklı oturmaların olduğu yerde kuvvet (yük) dağılımı da farklıdır.

L uzunluğunda ve b genişliğinde bir plağın elastik zemin üzerine oturduğunu düşünelim. Bu plaktan dx uzunluğunda bir elemanın iç-dış kuvvetler altında statik dengesini inceleyelim ve arasındaki bağıntıları çıkaralım. (Şekil 6)



Şekil 6. Plak elemanının statik dengesi

$$\frac{dT}{dx} = -b.(q_x - P_x)$$

$$\frac{d^2M}{dx^2} = -b.(q_x - P_x) \quad \} \quad (12)$$

diğer taraftan elastik eğri denklemi,

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{M}{EI}, \quad (13)$$

şeklinde olup bu ifadeden yararlanarak;

$$\frac{d^4y}{dx^4} = \frac{b}{EI}(q_x - P_x), \quad (14)$$

denklemleri elde edilir.

(14) plağın belirli bir eğilme rijitliği (EI) için elastik eğrisinin diferansiyel denklemidir. Plağa etkileyen yapı yükleri, yayılı yük olarak etkidiği kabulü ile $P_x=0$ alınırsa;

$$\frac{d^4 y}{dx^4} - \frac{b \cdot q_x}{EI} = 0, \quad (15)$$

olur.

Yatak katsayısı tanımından;

$$q_x = k \cdot w$$

değeri (15) denklemin de yerine konursa,

$$\frac{d^4 y}{dx^4} - \frac{b \cdot k \cdot w}{EI} = 0, \quad (16)$$

diferansiyel denklemini elde edilir

3. BÖLÜM. ELASTİK ZEMİN ÜZERİNE OTURAN PLAĞIN HESABI

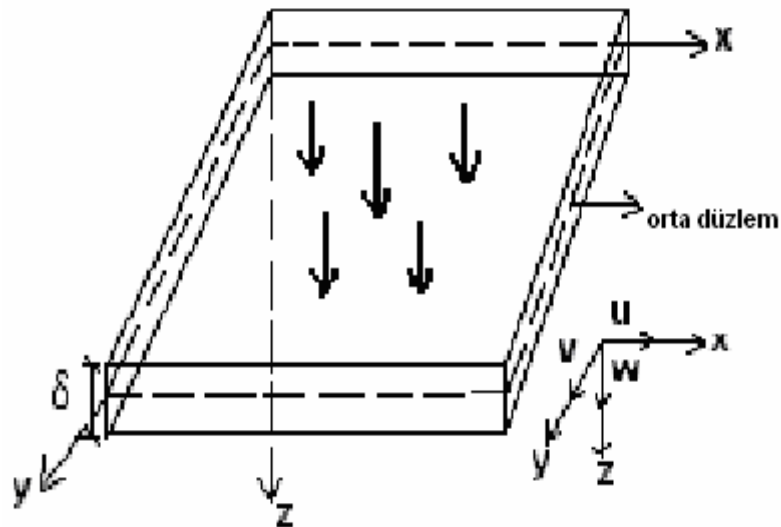
3. 1. Giriş

Son zamanlarda plaklar sanayiinin farklı alanlarında, inşaatta, makine sanayisinde, havacılıkta, gemi yapımında geniş ölçüde kullanılır. Bu yüzden mühendislikteki problemlerin karmaşıklığı, boyutlarının büyüklüğü, çözümlerinin kısa sürede ve ekonomik şekilde yapılması ihtiyacının doğması, bilgisayar programlarının gelişmesine de paralel olarak uygun olan çözüm yöntemlerinin gelişmesine neden olmuştur.

Bundan önceki konularda, elastik zemine oturan plaklar ile ilgili yapılan çalışmalar anlatılmış ve bu plakların hesabında yatak katsayısının esas alınacağından, nasıl belirleneceğinden ve farklı zemin türleri için ortalama yatak katsayısı değerlerinden bahsedilmiştir. Bu bölümde de öncelikle plaklar hakkında genel bilgiler verilir, gerekli bağıntı ve denklemler çıkarılarak, elastik zemine oturan eğilmeye maruz plağın diferansiyel denklemini elde edilecektir.

3. 2. Plaklarla İlgili Genel Bilgiler

Kalınlıkları taşıyıcı yöndeki boyutları yanında çok küçük olan ve orta düzlemine dik olarak yüklenmiş düzlemsel taşıyıcı sistemlere PLAK denir. Bu tür taşıyıcıların kalınlıklarının orta noktalarını birleştiren yüzeye "orta yüzey" denir. Dış yükler orta düzleme dik ise orta düzlemin eğilmesi ile bir elastik yüzey oluşmaktadır. [Berktaş, 1992]



Şekil 7. Plak, koordinat sistemleri ve deplasmanlar

Plak kalınlığı sabit ya da değişken olabilir. w çökmeleri; δ plak kalınlığı yanında küçük olan elastik zemine oturan plakların hesabı incelenecektir.

Hesaplarda plak noktaları; x , y eksenleri orta düzlem içinde ve z ekseni yük doğrultusunda olan bir kartezyen koordinat ekseni takımına karşılık gelecektir. [Özden,1970; 1975]

Plak şeklinin daire, elips, dikdörtgen, kare vs. olması halinde uygun bir koordinat eksenlerinin kullanılması uygun olacaktır.

Varsayımlar:

Plaklarda eğilmenin tarif edilebilmesi için, bazı büyüklükler hususunda aşağıda verilen kabuller yapılmıştır. [Berktaş, 1992]

1-) Plak geometrisi yönünden:

- Plak kalınlığı diğer boyutlarının yanında çok küçüktür.
- Plağın orta noktalarının geometrik yeri düzlemdir.
- Yükler orta düzleme diktir.
- Çökmeler plak kalınlığı yanında çok küçüktür. ($w \ll \delta$)
- Kalınlık doğrultusunda şekil değiştirmeleri ihmal edilmiştir.

2-) Malzeme yönünden:

Malzeme homojen (her noktada aynı fiziksel özelliklere sahip), izotrop (her doğrultuda aynı davranışı gösteren), lineer elastik, belirli sınırlar içinde Hooke Kanununa uyan lineer elastik bir malzemedir.

3-) Hesapları basitleştirme yönünden:

a-) Deformasyondan önce orta düzlemin herhangi bir noktasına dik olan mn parçası, deformasyondan sonra meydana gelen elastik yüzeyin o noktasına da dik olacaktır. (Şekil 8) Yani deformasyondan önce orta düzlemin bir noktadaki normali üzerinde bulunan bir nokta, deformasyondan sonrada elastik yüzeyin o noktadaki normali üzerinde bulunur.

b-) Plak orta düzlemine dik doğrultudaki σ_z normal gerilmeleri yok sayılabilecek kadar küçüktür. Gerçekte plakta üç doğrultuda gerilme durumu söz konusudur. $\sigma_z \ll \sigma_x, \sigma_y$ olduğundan dolayı $\sigma_z \cong 0$ alınabilir. Ayrıca plağın deformasyonu çok küçük olduğu için orta düzlemdeki yan kuvvetler ihmal edilebilir.

c-) $\sigma_z \cong 0$ alındığından dolayı $\varepsilon_z \cong 0$ alınabilir. Bu durumda, z doğrultusundaki boy değişimleri yok sayılabilecek kadar küçüktür. Böylece, deformasyon sırasında plak kalınlığının değişmediği kabul edilir. $w=w(x,y)$

L/δ oranına göre plaklar üçe ayrılır.

- $L/\delta \leq 8-10$ olduğunda kalın plak
- $8-10 \leq L/\delta < 80-100$ olduğunda ince plak
- $L/\delta \geq 80-100$ olduğunda çok ince plak olur. (Hanali, 2005)

Burada;

L ; plağın genişliği

δ ; plağın kalınlığıdır.

Plağın kalınlığı δ ; x ve y yönündeki boyutları ile karşılaştırıldığında çok daha küçüktür

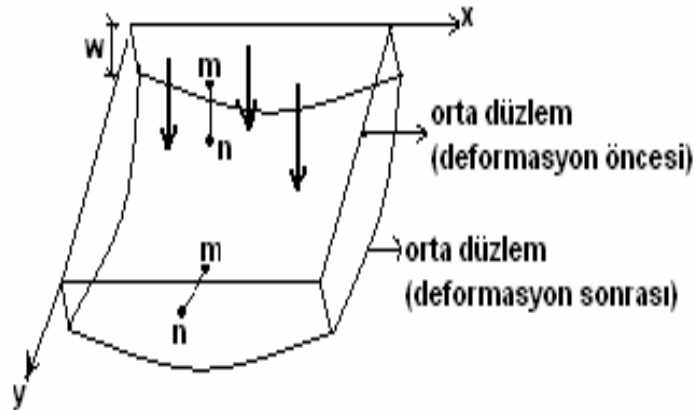
3. 3. Plak Teorisi

3. 3. 1. Giriş

Plaklar, bilim adamları ve mühendislerin yüzyıllardır ilgilendiği katı cisimlerdir. Bilim adamları için değişik tür yükleme şartları ve farklı sınır şartları için ilgili denklemin analitik çözümünü bulmak, analitiğin bir çözümü iken, mühendisler plak teorisi olarak modellenen mühendislik problemlerine pratik çözümler bulmaya uğraşmışlardır. [Hanali,2005]

Plakların ince ve hafif olması, hazırlama teknolojisinin kolaylığı onların diğer yapı elemanlarına göre daha geniş kullanımını sağlar. İnşaatta genellikle dikdörtgen ve yuvarlak plaklar daha geniş kullanılırlar.

x ve y eksenlerini plağın orta düzleminde alalım ve z eksenini aşağı doğru yöneltelim. Plağın orta düzleminin yerdeğiştirmesi w ile gösterilecek olursa meydana gelen deformasyon aşağıdaki gibi olur. (Şekil 8)

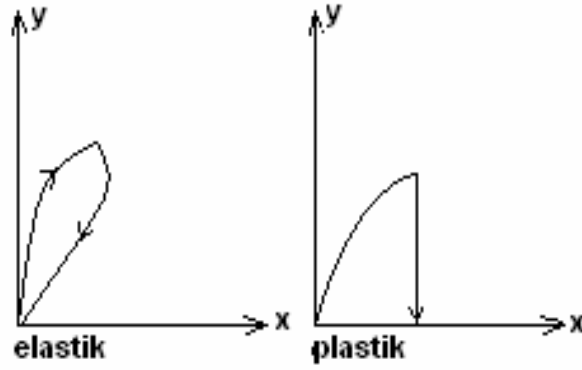


Şekil 8. Plak elemanının şekil değiştirmesi

Eğrilme durumunda plağın orta düzlemi eğrilir. Yeni durumda buna eğrilmiş plağın "orta düzlemi" denir. $w=w(x,y)$ ile gösterilir. Plağın kalınlığı onun eğrilmesinde önemli yer tutar.

3. 3. 2. Elastisite teorisi

Katı cisimlerin yükler altındaki şekil değiştirmeleri kullanılan malzemenin cinsine bağlı olarak çeşitli özellikler gösterir. Çeliğin, betonun, kilin aynı yük altındaki şekil değiştirmeleri farklıdır. Bir cisme dış yükler uyguladığımızda cisim şekil değiştirme yapacaktır. Birçok durumda yükler kaldırıldığı zaman cisim ilk haline dönmez ve şekil değiştirmiş olarak kalırsa bu davranışa “plastiklik” denir. Dış yükler kalktığında cisim birinci şekline yani ilk haline dönüyorsa buna “elastiklik”, böyle cisimler de “elastik cisim” denir. İşte elastik cisimlerin konusu olan bilim dalına “Elastisite Teorisi” denir. [Çakıroğlu ve Gençel; 2006]



Şekil 9. Cisimde meydana gelen elastik ve plastik davranış

Dolayısıyla Elastisite Teorisi, elastik cisimlerde yerdeğiştirmelerin, gerilmelerin, kuvvetlerin, şekil değiştirmelerin ilişkisini ortaya koymaktadır. Meydana gelen şekil değiştirmelerde; malzemelerin lineer elastik, homojen olması, malzeme özelliklerinden olan elastisite modülü ve poisson oranının her yönde aynı değeri alması ve yükler etkisinden meydana gelen yatay yerdeğiştirmelerin ihmal edilebilecek düzeyde olduğu kabul edilebilir. [Hanali, 2004]

3. 3. 3. Elastik gerilme durumu

Şekil 10 'daki küp şeklinde bir hacimsel elemanı dikkate alalım. Bu eleman dış yüke maruz kaldığında bu yükler altında cisimde gerilmeler oluşacaktır. x, y, z koordinat sistemi Şekil 10 'da gösterilmiştir. Bu cisimde boyutları dx, dy, dz olan ve koordinat eksenine paralel olan eleman dikkate alınacaktır.

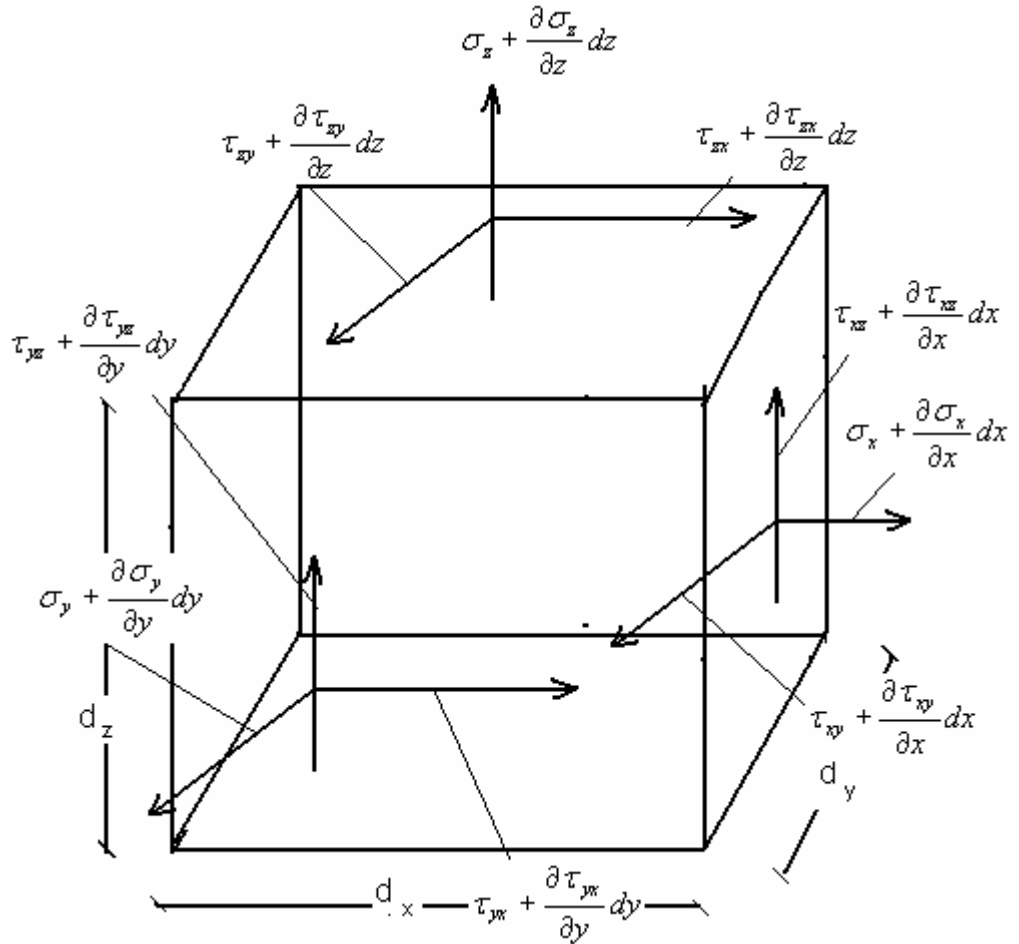
Cismin bir noktadaki gerilme durumu, eksenlere paralel olarak tespit edilen kesitlerdeki $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}$ gerilme bileşenleriyle belirlidir. Bu noktadan itibaren x doğrultusunda $\pm dx$ kadar bir mesafe kat edilecek olursa gerilme bileşenleri de bir

diferansiyel miktar kadar değişir ve $x+dx$ koordinatlarını içeren kenar yüzlerde $\sigma_x \pm d\sigma_x$, $\tau_{xy} \pm d\tau_{xy}$, $\tau_{zx} \pm d\tau_{zx}$ gerilmeleri elde edilir. Elemanın x doğrultusunda dx kadar ilerlendiği dikkate alındığı takdirde;

$$\sigma_x \pm d\sigma_x = \sigma_x \pm \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} dx + \dots \quad (17)$$

olur. [Tameröğlu, 1984]

Dolayısıyla Şekil 10'dan da görüldüğü gibi elemanın yüzeyindeki gerilme σ_x ise; koordinatı dx olan noktada gerilme fonksiyonu, bu fonksiyonun kısmi diferansiyelinin dx ' e çarpımına eşit artış gösterecektir. Yani gerilme (17) deki gibi olacaktır. Buradaki $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ sırasıyla x, y, z koordinat sisteminde normal gerilmeleri ifade eder. Kayma gerilmeleri de iki alt indiste ifade edilir, $\tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}$ kayma gerilmelerindeki indislerden birinci yüzeyin normalini, ikincisi ise yönünü ifade eder.



Şekil 10. Üç boyutlu gerilme hali

y ve z doğrultuları içinde benzer açılımlar yapılabilir. Bu suretle Şekil 10 'da görülen gerilme değerleri elde edilir. Elastik cisme bileşenleri X,Y,Z olan herhangi bir hacimli dış yüklerin etkimesi halinde noktaya etki eden kuvvetin bulunması için; X,Y,Z değerlerinin prizma hacmi ile (dx.dy.dz) çarpılması gerekir. Şekil 10' dan yararlanarak tüm kuvvetlerin, sırasıyla x,y,z koordinat eksenlerine göre izdüşümlerinin toplanması ile;

$$\begin{aligned}\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + X &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + Y &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + Z &= 0\end{aligned}\quad (18)$$

denklemleri elde edilir.

Bu bağıntılara Elastisite Teorisinin Statik Denklemleri denir. [Tameroğlu,1964]

Prizmanın yüzeylerindeki üç normal gerilme ve altı kayma gerilme bileşeni birlikte gerilme tansörünü oluşturur. [İnan, 1967]

Tansörün satırlarında sırasıyla x,y,z eksenine paralel gerilmeler, sütunlarında ise normali sırasıyla x,y,z eksenlerine paralel olan yüzeylerdeki gerilmeler bulunmaktadır.

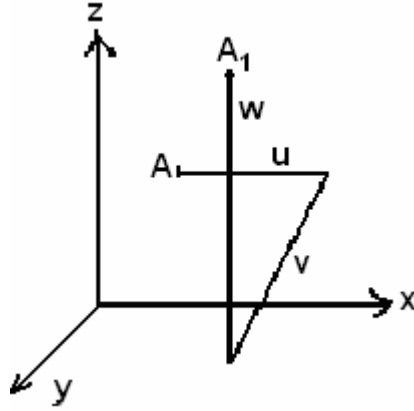
$\tau_{xy} = \tau_{yx}$, $\tau_{yz} = \tau_{zy}$, $\tau_{xz} = \tau_{zx}$ olduğu için (19) gerilme tansörü simetriktir.[Hanali, 2004]

$$T_g = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix}\quad (19)$$

3. 3. 4. Plakta şekil değiştirme ve yerdeğiştirme bileşenleri

a) Yerdeğiştirme bileşenleri

Bir elemandaki şekil değişimini, bu cisme ait olan noktaların x,y,z eksenlerine paralel olan u,v,w yerdeğiştirmeleri ile göstermek uygundur. (Şekil 11) Bu yerdeğiştirmeler uygun eksenlerin pozitif yönleriyle aynı olduğundan u,v,w > 0; aksi halde u,v,w < 0 olur.



Şekil 11. Cisimde meydana gelen yerdeğiştirme

Burada oluşan yerdeğiştirmeler arasında aşağıdaki bağıntılar vardır. [Tameroglu,1964]

$$du = \frac{\partial u}{\partial x} dx + \frac{\partial u}{\partial y} dy + \frac{\partial u}{\partial z} dz$$

$$dv = \frac{\partial v}{\partial x} dx + \frac{\partial v}{\partial y} dy + \frac{\partial v}{\partial z} dz \quad (20)$$

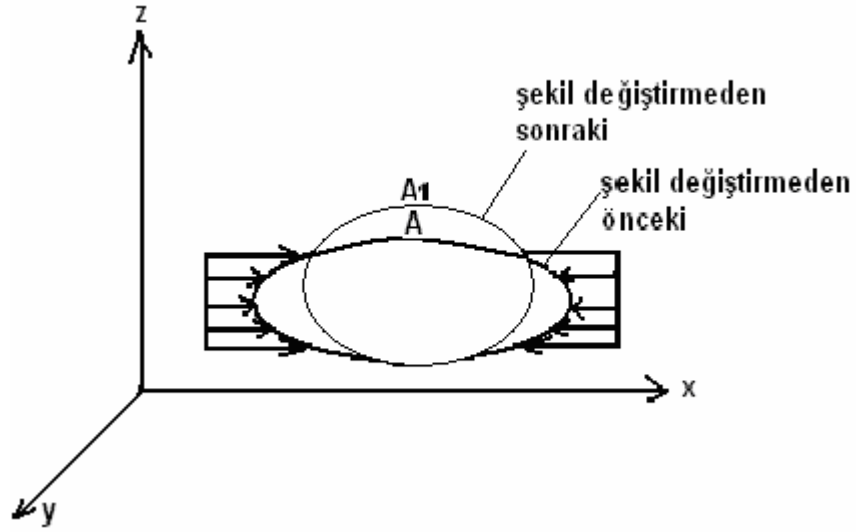
$$dw = \frac{\partial w}{\partial x} dx + \frac{\partial w}{\partial y} dy + \frac{\partial w}{\partial z} dz$$

(20) denklemleri şekil değiştiren cismin yerdeğiştirmeler alanını oluşturur. Komşu noktaların yerdeğiştirmeleri birbirlerinden sadece bir diferansiyel kadar fark eder. Yani $A(x,y,z)$ noktasında meydana gelen yerdeğiştirmeler u,v,w ise, A noktasına komşu olan $A_1(x+dx, y+dy, z+dz)$ noktasındaki yerdeğiştirmeler de $u+du, v+dv, w+dw$ olur.

(20) denklemleri elemanın yerdeğiştirmesinin diferansiyel denklemlerini göstermektedir.

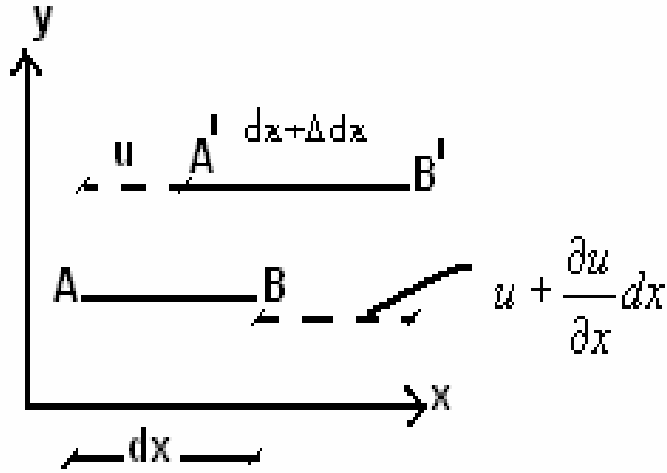
b) Şekil değiştirme bileşenleri

Bir cisme herhangi bir noktadan kuvvet uygulandığında; cisim önceki durumuna göre Şekil 12'deki gibi şekil değiştirecektir.



Şekil 12. Cismde meydana gelen şekil değişime

Burada A noktası sabit kalmak şartıyla koordinat eksen takımı değişecek olursa, bu yeni cisim elemanı için başka gerilme bileşenleri bulunur. Mesela Şekil 13'te gösterilmiş AB parçasını inceleyelim.



Şekil 13. Sonsuz küçük AB elemanının yerdeğiştirmesi

Buradaki şekil değiştirmeleri için sadece u yerdeğiştirmesinin etki ettiğini ve elemanın küçük eğiliminden dolayı v ve w yerdeğiştirmelerinin uzunluk boyunca etki etmediğini kabul edersek; x koordinatı dx kadar artış gösterdiğinden u fonksiyonun kısmi diferansiyeli $\frac{\partial u}{\partial x} dx$ olacaktır. Şekil 13' ten de görüldüğü gibi;

$$u+dx+\Delta dx = dx + u + \frac{\partial u}{\partial x} dx \quad (21)$$

$$\Delta dx = \frac{\partial u}{\partial x} dx, \text{ buradan } \varepsilon_x = \frac{\Delta dx}{dx} \text{ olursa; } \varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \text{ olur.}$$

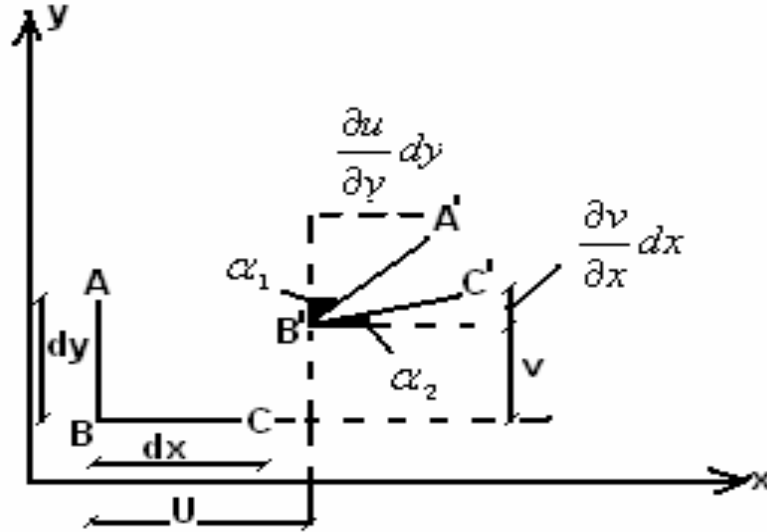
Aynı şekilde y,z koordinatları için elemanın yapmış olduğu şekil değiştirme;

$$\varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}, \varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z}$$

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}, \varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z} \quad (22)$$

şeklindeki denklemleriyle hesaplanır. [Hanali, 2006]

Benzer şekilde sonsuz küçük dikdörtgen elastik cismin yapmış olduğu açı değişiminin bulunması mümkündür. (Şekil 14)



Şekil 14. ABC sonsuz küçük dikdörtgen elemanın şekil değişimi

dx, dy, dz elemanları arasındaki dik açılarının değişme miktarlarını $\gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}$ büyüklükleri ile göstermek mümkündür. Burada;

$$\gamma_{xy} = \alpha_1 + \alpha_2 \quad (23)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\frac{\partial u}{\partial y} d_y}{d_y} + \frac{\frac{\partial v}{\partial x} d_x}{d_x} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \quad (24)$$

olur. Benzer şekilde γ_{yz} , γ_{zx} bulunur.

$$\begin{aligned}\gamma_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \\ \gamma_{yz} &= \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \\ \gamma_{zx} &= \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z}\end{aligned}\tag{25}$$

Böylece çıkarılan (22), (25) denklemleri sırasıyla elemanın şekil değiştirme ve açı değişim denklemlerini ifade eder ve bunlara Elastisite Teorisinin Geometrik Denklemleri denir.

Buradan; bir cismin herhangi bir noktası için bunlar bilindiği takdirde bu nokta ile herhangi bir komşu nokta arasındaki bütün açı değişimleri (ya da boy değişimi) ve doğru parçalarının teşkil ettiği açılardaki değişimin kolaylıkla bulunabileceğini söyleyebiliriz.

3. 4. Hooke Elastisite Kanunu

Uzama ile kuvvet arasındaki bağıntı Hooke tarafından ifade edilmiştir. Hooke uzama ile kuvvetin orantılı olduğunu şu cümle ile ifade etmiştir. "Kuvvet ne kadarsa uzama o kadardır". Böyle cisimlere Hooke yasasına uyan cisimler denir. Bu kabule göre şekil değiştirme onu meydana getiren kuvvet ile orantılıdır. [Çakıroğlu ve Gençel; 2006]

Hooke kanununa göre; birim alana gelen kuvvet ile birim boyun uzaması arasındaki bağıntı aşağıdaki gibidir.

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E}\tag{26}$$

(26) bağıntısına Hooke Kanunu denir.[Köksal E. ve Köksal T.; 1996]

Burada;

E; elastisite modülü; 'malzemeye uygulanan gerilmelerde meydana gelen şekil değişiminin yük kaldırıldıktan sonra tamamen ortadan kalkması, geri kazanılması özelliği' denir. Yani yük altında deformasyona uğramış malzemenin tekrar eski halini alma özelliğidir.

ε ; şekil değiştirmedir. Boyutsuz bir büyüklük olduğundan dolayı "E" gerilme boyutunda olur ve birimi kg/cm^2 dir.

ν ; poisson oranı ' uygulanan gerilme yönündeki deformasyonun gerilmeye dik eksendeki deformasyon oranına' denir. [Çakıroğlu ve Gençel, 2006]

x,y,z doğrultularındaki normal gerilmelerden $\frac{\sigma_x}{E}, \frac{\sigma_y}{E}, \frac{\sigma_z}{E}$ boy değişimleri, dik doğrultularda ise $-\nu \frac{\sigma_x}{E}, -\nu \frac{\sigma_y}{E}, -\nu \frac{\sigma_z}{E}$ değişimleri meydana gelir. Yukarıdaki ifadeler bir araya getirildiğinde aşağıdaki genel denklemler elde edilir.

$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= \frac{1}{E}(\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)) \\ \varepsilon_y &= \frac{1}{E}(\sigma_y - \nu(\sigma_x + \sigma_z)) \quad \} \\ \varepsilon_z &= \frac{1}{E}(\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y))\end{aligned}\quad (27)$$

Ayrıca kayma gerilmeleri ve bunların meydana getirdiği açı değişimleri arasında da;

$$\begin{aligned}\gamma_{xy} &= 2(1+\nu) \frac{\tau_{xy}}{E} \\ \gamma_{yz} &= 2(1+\nu) \frac{\tau_{yz}}{E} \\ \gamma_{zx} &= 2(1+\nu) \frac{\tau_{zx}}{E}\end{aligned}\quad (28)$$

bağıntıları vardır.

(27) denklemlerinden z koordinat sisteminde meydana gelecek plağın σ_z gerilmesi $\sigma_z \cong 0$ ve $\varepsilon_z \cong 0$ alınırsa aşağıdaki denklemleri almak mümkündür. [Berktaş, 1992] $\sigma_z \cong 0$ ve $\varepsilon_z \cong 0$ alındığında;

$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= \frac{1}{E}(\sigma_x - \nu\sigma_y) \\ \varepsilon_y &= \frac{1}{E}(\sigma_y - \nu\sigma_x) \quad \} \\ \gamma_{xy} &= \frac{\tau_{xy}}{G}\end{aligned}\quad (29)$$

denklemleri elde edilir. Burada;

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}\quad (30)$$

olur.G; kayma modülüdür. Birimi kg/cm^2 ' dir.

(27) ve (28) denklemlerine Elastisite Teorisinin Fiziki Denklemleri denir.

(27) ve (28) denklemlerinden şu sonucu çıkarabiliriz. Dik kenarlı bir elemanın kenar boylarındaki değişimler sadece normal gerilmeler tarafından; dik açılarda

meydana gelen değişmeler ise sadece kayma gerilmeleri tarafından meydana gelmektedir. $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ boy değişimine sadece her üç normal gerilime etki ederken açı değişimine ise sadece kayma gerilmesi etki eder.

3. 5. Gerilme Fonksiyonu

σ_x, σ_y, τ gibi üç bilinmeyen fonksiyonlar yerine gerilme fonksiyonu denilen bir $\varphi = \varphi(x, y)$ fonksiyonu ifade edildiğinde , problemlerin gerilmelerle çözümü basitleştirilebilir. Hacimsel yüklerin sabit olduğunu düşünelim. ($X=Y=\text{sabit}$) Bu durumda gerilmelerin φ fonksiyonu ile bağıntılarını aşağıdaki gibi gösterebiliriz. [Hanali, 2004]

$$\begin{aligned}\sigma_x &= \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} \\ \sigma_y &= \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} \\ \tau_{xy} &= -\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial y} - Xy - Yx\end{aligned}\tag{31}$$

Aynı zamanda gerilme alanı aşağıdaki durumu da sağlamalıdır. Yani;

$$\nabla^2 \nabla^2 \varphi = 0\tag{32}$$

$$\frac{\partial^4 \varphi}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 \varphi}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \varphi}{\partial y^4} = 0\tag{33}$$

olmalıdır. Burada;

∇ ; laplas operatörüdür ve;

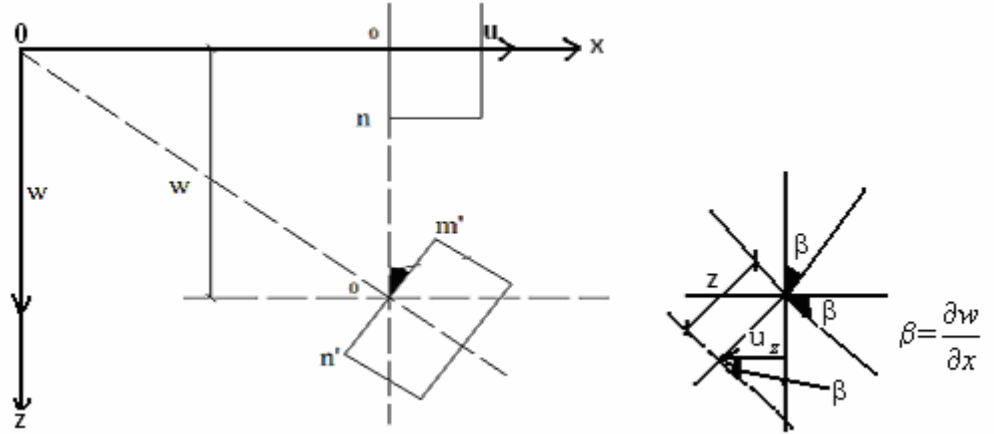
$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\tag{34}$$

ile gösterilir. Buradaki (33) denklemi ile φ fonksiyonu bulunduktan sonra, hacimsel yüklerde hesaba katılmadığı takdirde, (31) denkleminde ki σ_x, σ_y aynı kalırken

$$\tau_{xy} = -\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial y} \text{ şeklinde yazılır.}$$

3. 6. Plaktaki Yerdeğiştirme ve Şekil Değiştirmelerin Eğilme Fonksiyonu İle Bağlıları

Bu bölümde, deformasyon (şekil değiştirme) bileşenleri ile deplasman (yerdeğiştirme) bileşenleri arasındaki bağıntılar çıkarılacaktır. Bir plâğı deformasyondan önce ve sonra $y=\text{sabit}$ düzlemiyle keselim. [Berktaş,1992]



Şekil 15. Plak elemanın yerdeğiştirmesi

Orta düzleme ait bir $(x,y,0)$ noktası z doğrultusunda bir w yerdeğiştirmesine maruz kalır ve bu anda, bu noktadan geçen orta düzleme dik olan normal bir miktar eğilir. [Tameröğlü,1964]

Plâğın x doğrultusundaki eğimi $\text{tg} \cong \beta = \frac{\partial w}{\partial x}$ olacaktır. Orta düzlemden z mesafede

bulunan bir (x,y,z) noktası ise plâğın şekil değiştirmesi esnasında u_z, v_z, w_z yerdeğiştirmelerine maruz kalacaktır. Burada plak kalınlığının küçük olduğu farz edilirse $w_z = w$ kabul edilebilir. u_z, v_z 'nun yönüne ters yönde olduğu için ;

$$u_z = -z \frac{\partial w}{\partial x} \quad \text{ve} \quad v_z = -z \frac{\partial w}{\partial y} \quad (35)$$

şeklinde ifade edilir. [Tameröğlü,1964; Berktaş,1992]

z derinliğinde birim boy değişimi;

$$\begin{aligned} \epsilon_x &= \frac{\partial u_z}{\partial x} = -z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ \epsilon_y &= \frac{\partial v_z}{\partial y} = -z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \end{aligned} \quad (36)$$

olurken açı değişimleri;

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u_z}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial x} = -2z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (37)$$

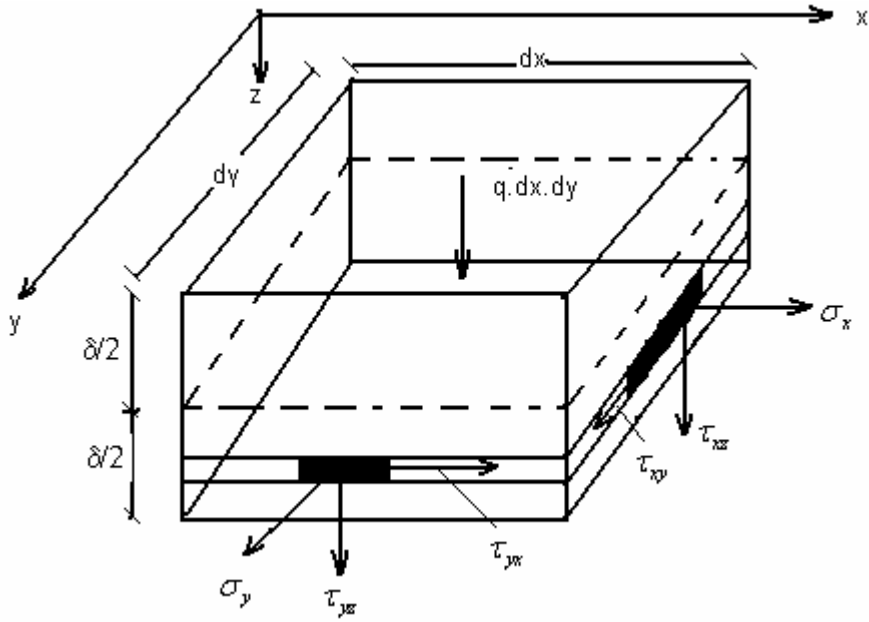
şeklinde olur:

3. 6. 1. Plaktaki gerilme ve iç kuvvetlerin eğilme ile bağlantıları

a) Plaktaki gerilmelerin eğilme ile bağlantıları

Plaktan kesilip çıkarılmış $dx \cdot dy$ boyutlu bir plak elemanının yüzlerindeki gerilmeler Şekil 16' da gösterilmiştir. [Özden,1970; 1975]

Şekil 16' dan da görüldüğü $\sigma_z = 0$, $\varepsilon_z = 0$ kabullerinin olmasından dolayı buradaki gerilmeler $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}, \tau_{yx}, \tau_{xz}, \tau_{zx}, \tau_{yz}, \tau_{zy}$ dir. Bu gerilmelerin hesabı da Hooke kanununda anlatılmıştı.



Şekil 16. Plak elemanda gerilmeler

Hooke kanundaki bağıntılardan gerilmeler çekilecek olursa;

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_x + \nu \varepsilon_y) \\ \sigma_y &= \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_y + \nu \varepsilon_x) \\ \tau_{xy} &= \frac{E}{2(1+\nu)} \gamma_{xy} \end{aligned} \quad (38)$$

denklemleri elde edilir. (38) denklemlerini 'w' yerdeğiştirmeleri yönünden yazacak olursak;

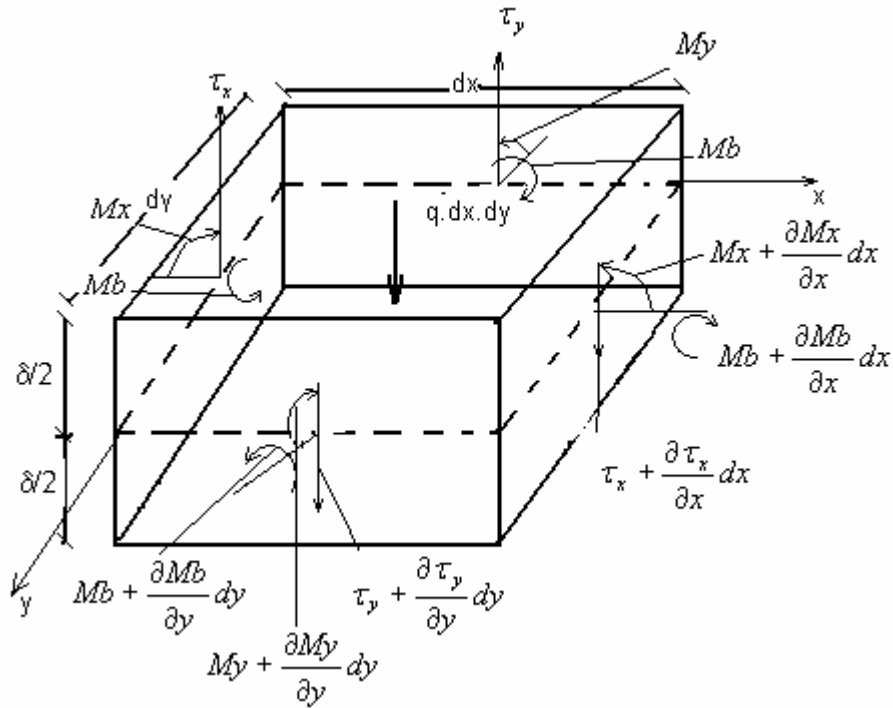
$$\begin{aligned}\sigma_x &= \frac{Ez}{1-\nu^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \\ \sigma_y &= \frac{E}{1-\nu^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \\ \tau_{xy} &= \frac{E}{2(1+\nu)} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)\end{aligned}\quad (39)$$

denklemleri elde edilir.

(39) denklemleri gerilmelerin yer değiştirmeler cinsinden ifadesini gösterir.

b) Plaktaki iç kuvvetlerin eğilme ile bağıntıları

(39) denklemlerindeki gerilme bileşenleri, plak elemanında momentlerin oluşmasına neden olurlar. (Şekil 17) Birim boya etki eden momentleri M_x , M_y , M_{xy} ile gösterelim. Demek ki $dy = 1$ için σ_x gerilmesinin momentine M_x diyoruz. σ_x gerilmesine z yüksekliğinde etkiyen kuvvet $\sigma_x \cdot z \cdot dz$ olur. [Berktaş, 1992]



Şekil 17. Plak elemanında oluşan kesit tesirleri

σ_x gerilmesine ait denklem yukarıda belli olduğundan bu ifadeyi entegrasyon yaparak aşağıdaki M_x eğilme momenti bulmak mümkündür.

$$M_x = \int_{\delta/2}^{\delta/2} \sigma_x z \cdot dz = - \int_{\delta/2}^{\delta/2} \frac{Ez^2}{1-\nu^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) dz = - \frac{E\delta^3}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \quad (40)$$

Burada;

$$D = \frac{E\delta^3}{12(1-\nu^2)} \quad (41)$$

şeklinde ifade edilecek olursa; $M_x = -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)$ olarak bulunur.

M_x 'e benzer işlemler M_y, M_{xy} içinde yapılacak olursa aşağıdaki denklemler elde edilir.

M_x ve M_y, M_{xy} için genel denklemler;

$$\begin{aligned} M_x &= -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \\ M_y &= -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \} \quad (42) \\ M_{xy} &= -D(1-\nu) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right) \end{aligned}$$

olarak bulunur. [Doğangün, 2000]

Burada;

D; plağın eğilme rijitliği

E; plağın elastisite modülü

δ ; plağın kalınlığı

ν ; poisson oranıdır.[Gedizli, 1973]

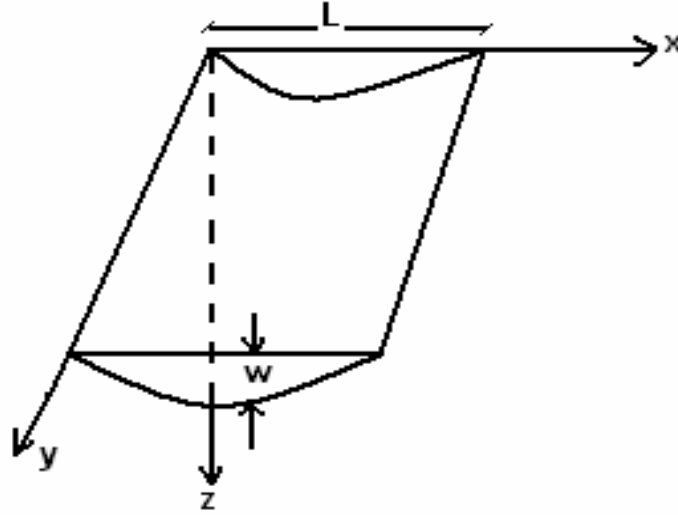
3. 7. Elastik Zemine Oturan Eğilmeye Maruz Kalmış Plağın Hesabı

Bu bölümde elastik zemine oturan plakların eğilmesine ait diferansiyel denklemleri çıkarılacaktır.

3. 7. 1. Plak eğilmesine ait diferansiyel denklemin elde edilişi

Elastik eğri denklemini elde etmek için üniform kalınlığı δ olan bir plak ele alalım. z eksenin pozitif yönü de Şekil 18' de gösterildiği gibi aşağıya doğru olsun. Buna göre

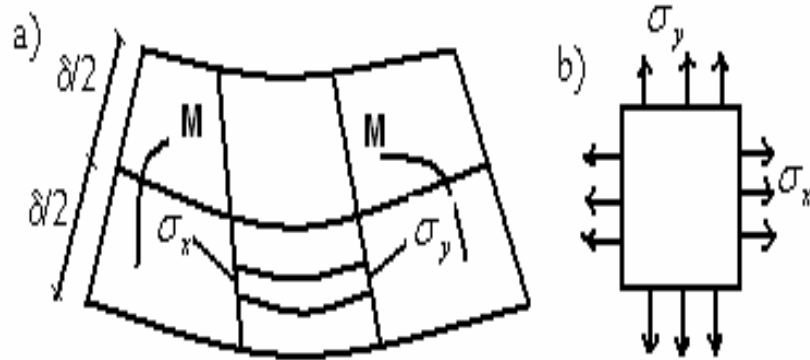
plağın genişliği L ile gösterilirse elemanter şerit, uzunluğu L ve yüksekliği δ olan dikdörtgen bir çubuk gibi göz önüne alınabilir. [Timoshenko,1964]



Şekil 18. Plakta meydana gelen eğilme

Elastik eğrinin eğriliği $-\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$, ye eşit alınabilir. Burada plağın z doğrultusundaki sehimini gösteren w ' nin, çubuğun L uzunluğuna göre küçük olduğu kabul edilir. Buna göre elemanın orta yüzeyden z uzaklığındaki birim uzaması ; $-z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$ şeklinde olur.

(Şekil 19) [Timoshenko,1964]



Şekil 19. Gerilme –şekil değiştirme

Hooke kanunundan yararlanılırsa, eğilme sırasında y doğrultusundaki yerdeğiştirme ve dolayısıyla uzama oranları sıfırdır. Bu takdirde Hooke kanunu denklemlerindeki $\sigma_y = \nu\sigma_x$ olarak bulunur. Yani;

$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= \frac{(1-\nu^2)\sigma_x}{E} \\ \sigma_x &= \frac{E\varepsilon_x}{1-\nu^2} = -\frac{Ez}{1-\nu^2} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\end{aligned}\quad (43)$$

denklemini elde edilir.

σ_x eğilme gerilmesine ait ifade belli ise integrasyon yapılarak elamanın M_x eğilme momenti aşağıdaki gibi elde edilir.

$$M_x = -\frac{E\delta^3}{12(1-\nu^2)} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\quad (44)$$

Buradan;

$$M_x = -D \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\quad (45)$$

şeklinde yazılabilir. [Timeshenko,1964]

Şimdide, plak elemanına etkiyen yük ile plak elemanının yapacağı şekil değiştirme (eğrilme) arasındaki ilişkiyi kurmak için plağın eğrilme cinsinden ifade edilen kesme kuvveti bağıntılarını yazacak olursak,

$$T_x = \left[-D \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left((1-\nu) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right) \right)\quad (46)$$

şeklinde olur.

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}, \text{ ile gösterilirse;}$$

$$T_x = -D \frac{\partial}{\partial x} \nabla^2 w\quad (47)$$

olur. Benzer şekilde T_y ' de ;

$$T_y = -D \frac{\partial}{\partial y} \nabla^2 w\quad (48)$$

şeklini almaktadır.

$$(47) \text{ ve } (48) \text{ bağıntılarını } \frac{\partial T_x}{\partial x} + \frac{\partial T_y}{\partial y} = -q \text{ denkleminde yerine konursa;}$$

$$-D \left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} \nabla^2 w + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \nabla^2 w \right] = -q$$

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{q}{D} \quad (49)$$

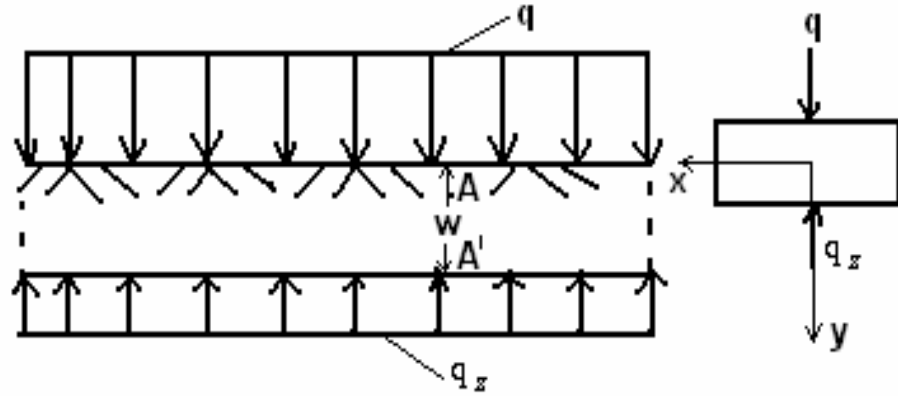
denklemini elde edilir. [Gedizli,1973; Berktaş, 1992]

Bu denkleme Plâğın Eğrilmesinin Diferansiyel Denklemi denir.

3. 7. 2. Elastik zemine oturan plâğın diferansiyel denkleminin elde edilmesi

Bütün yüzeyi boyunca elastik bir zemine oturan üniform yayılı yüklü dikdörtgen plâğın eğilmesini göz önüne alalım. Plaktan elemanter bir şerit keserek inceleyelim. [Timoshenko, 1964]

Bu elemanter şeritin dayandığı ortamın şekil değiştirebileceğini (elastiklik özellik göstermesi) kabul edersek q yükleri plâğa w çökmelerinin yaptırır ve q_z tepkilerini görür. Buna göre elemanter şerite etki eden bileşke yük, $q - q_z$ olduğundan elastik eğriye ait diferansiyel denklem, zeminin herhangi bir noktasındaki reaksiyonun bu noktadaki w çökmesiyle orantılı olduğunu kabul edilecektir.



Şekil 20. Elastik zemin üzerine oturmuş plâk

Burada $M_x = -D \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$ denklemini kullanıp bu denklemin ikinci türevini alacak

olursak;

$$D \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} = q - q_z \quad (50)$$

şeklinde olacaktır.

Buradaki;

q ; plağa etki eden üniform yayılı yük

q_z ; zeminden gelen reaktif (kuvvet) yüküdür.

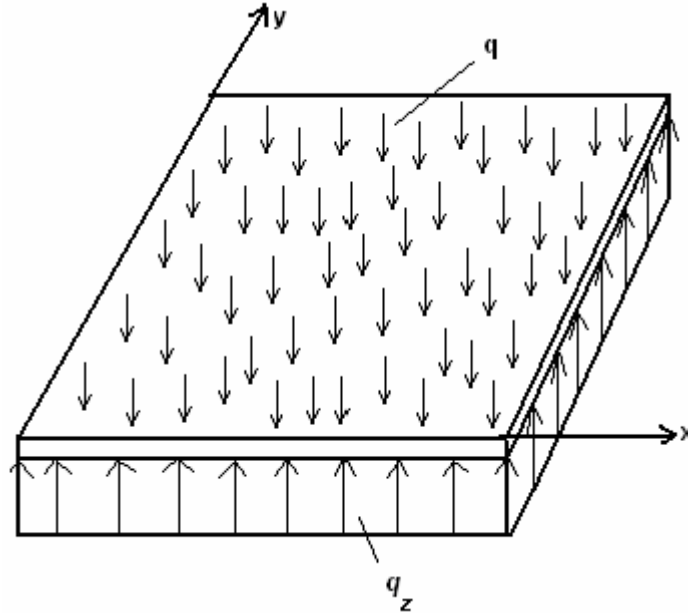
(50) denklemi;

$$D \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + q_z = q \quad (51)$$

şeklinde yazılabilir. (51) denkleminin ELASTİK ZEMİNE OTURAN PLAKLARIN DİFERANSİYEL DENKLEMİ denir.

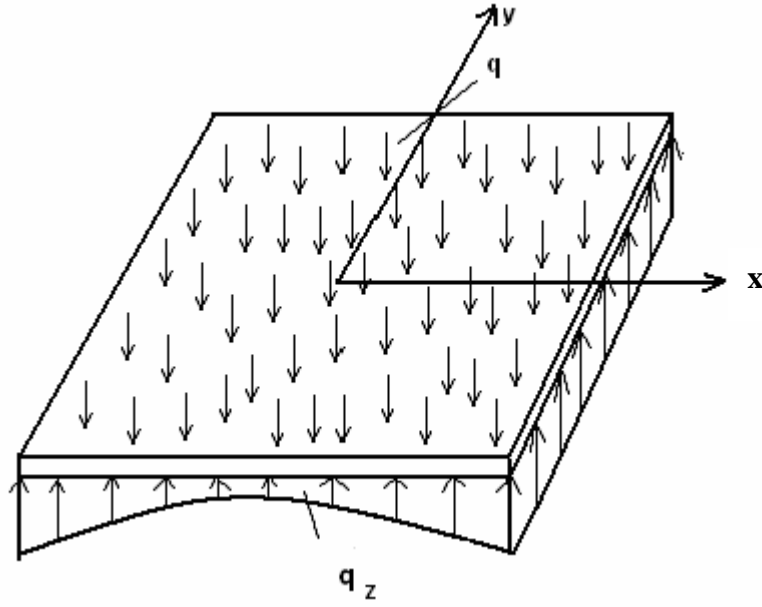
Bir problemde q_z yükleri verildiğinde problemi çözebilmek için, yayılı yüklerin bilinmesine ihtiyaç vardır. Kabul edelim ki ortam elastik ve herhangi bir A noktasında q_z tepkisi aynı noktadaki w çökmesiyle orantılı olsun; yani her noktada, $q_z = kw$ dir. [İnan, 1967]

Yatak katsayısı, plağın her noktasında sabit kalabildiği gibi, değişkende olabilir. Yatak katsayısının plağın her noktasında aynı (sabit) olması halinde kullanılan denklem $q_z = k_{sabit} w$ dir. (Şekil 21) Burada plağa etki eden q yükünden; zeminden gelen q_z yükü çıkarılır ve plağa etki eden net yük bulunur.



Şekil 21. $q_z = \text{sabit}$ olması halinde zeminden plağa gelen sabit yük

Ama yatak katsayısı eğer plağın her noktasında aynı (sabit) değilse bu durumda, plağa zeminden gelen yük sabit olmayıp her noktasında farklı değer olacaktır. (Şekil 22)



Şekil 22. $q_z =$ değişken olması halinde zeminden plağa gelen farklı yükler

Bu durumda zeminden gelen yük aşağıdaki formül ile bulunur.

$$q_z = k_{deg.} \cdot w \quad (52)$$

olur. Buradaki $k_{deg.}$ değeri her noktada farklı değer alacağından her nokta için ayrı ayrı aşağıdaki denklem kullanılır. [Hanali, 2001]

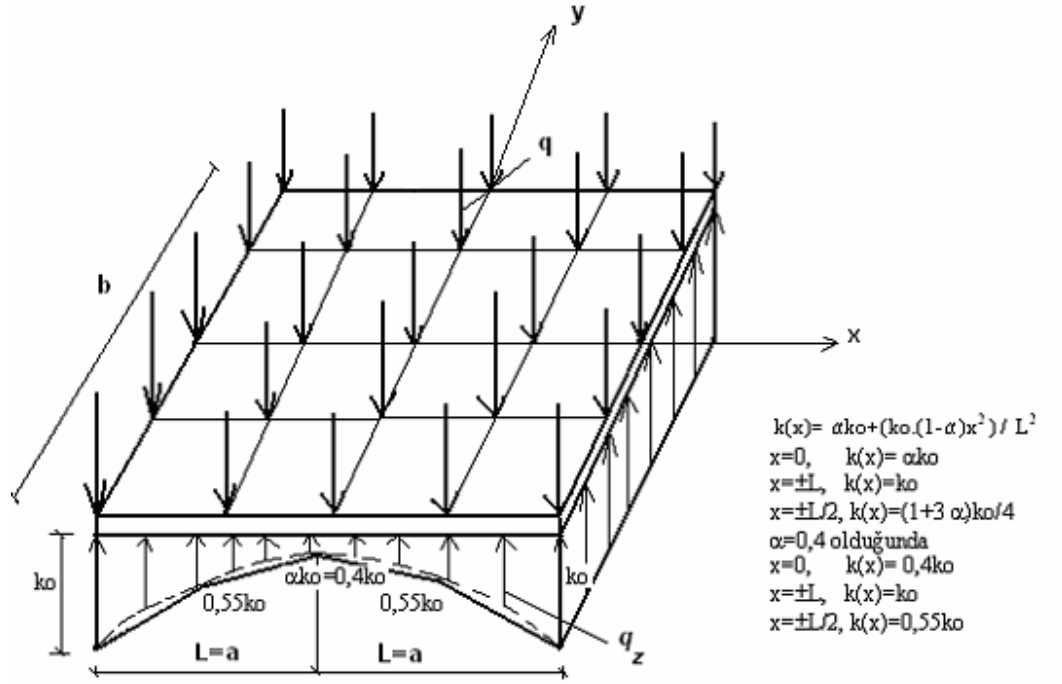
$$k(x) = \alpha k_0 + \frac{k_0(1 - \alpha) x^2}{L^2} \quad (53)$$

α ; zeminin heterojenliğini hesaba katan katsayı

k_0 ; zeminden zemine farklı olup, zemin özelliğine göre belirlenen yatak katsayısının orta değeri

L ; plak genişliği

$k(x)$; plağın herhangi bir noktasında bulunması istenen yatak katsayısıdır.

Şekil 23. $k(x)$ ' in değişim şekli

Yukarıdaki şekilden de görüldüğü gibi k değerleri her noktada farklıdır. Burada zeminin elastiklik özelliği, zemin cinsi vs. önemlidir. Buradaki istenilen her noktaya (53) formülü uygulanarak her noktaya düşen k değerleri bulunur. Yine plağa etki eden net yük; plağa etki eden yükten zeminden gelen yük çıkarılarak bulunur.

3. 7. 3. Elastik zemin üzerine oturan plaklar için çözüm metotları

Şekli, sınır şartları ve üzerindeki yükü belli bir plak problemini çözmek için; $\nabla^2 w = \frac{\Sigma q}{D}$ denkleminin sınır şartlarını gerçekleyen çözüm; $w(x,y)$ elastik yüzey ifadesini bulmaktır. Bunu yaparken elbette ki plak şekline uygun bir koordinat sistemi kullanmak kolaylık sağlar. Bununla beraber $w(x,y)$ elastik yüzey ifadesini elde etmek her zaman kolaylıkla olmaz. Onun içindir ki bazı çözüm yolları vardır. Bunlar;

1) Doğrudan doğruya varyasyon metotları

-Ritz Metodu

-Galerkin Metodu

2) Problemin ters problem haline getirilmesi

3) Sayısal metotlar

a) Sonlu Elemanlar Metodu

b) Sonlu Farklar Metodu'nda türevleri diferanslarla ifade etmek

b) Sonlu Farklar Metodu'nda plağı sonlu sayıda elemana bölünmüş farz ederek çözüm yoluna gitmek. [Özden, 1970; 1975]

Bu çalışmada, elastik zemine oturan plağın çözümünde Sonlu Farklar Metodundan yararlanacağız.

3. 8 . Sonlu Farklar Metodu

Sonlu Farklar Metodu (SFM), çeşitli diferansiyel denklemlerin kapalı çözümleri elde edilemeyeceğinden, kullanılan sayısal yöntemlerdendir. [Ergün ve Kumbasar; 2003]

Sonlu Farklar Metodu'nda, cismin tüm bölgesi, kesişme noktaları düğüm olarak adlandırılan elemanlara bölünür. Aranılan fonksiyon elemanların düğümlerindeki değerleri bilinmeyen olarak alınır. Bunun için fonksiyonun türevlerinden oluşan ve bu fonksiyonun düğüm ordinatlarına bağlı yaklaşım denklemleri kurulur. Fonksiyon türevlerinden oluşan sonlu farklar operatörleri diferansiyel denklemde yerine konular. Bu elemanların her bir düğümde sağlanması istenir. Bakılan problemin sınır koşulları da sonlu farklar operatörü yardımı ile bulunur. Sonuçta bu işlem aranılan fonksiyon düğüm ordinatlarına bağlı cebirsel denklemler sistemi haline getirilir ve denklemin çözümü cisimdeki fonksiyonun sayısal alanını verir. [Hanali, 2005]

Plakların kısmi türevli diferansiyel denklemi;

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{\Sigma q}{D} \quad (54)$$

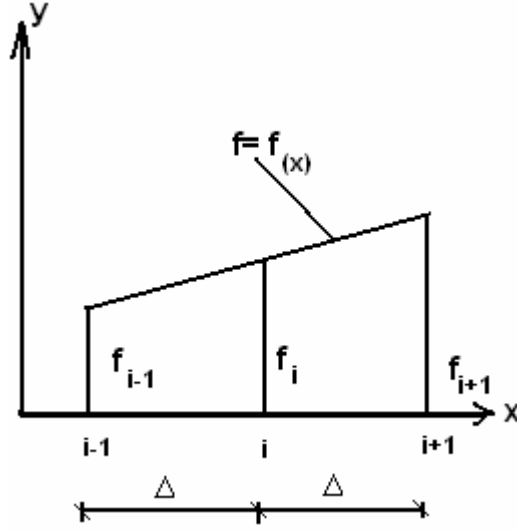
için Sonlu Farklar Metodu kullanıldığında seçilen ağ düğümlerinde diferansiyel büyüklüklere göre denklemdeki türevler bulunmakta ve problem için sonlu farklar operatörü elde edilmektedir.

[Ergün ve Kumbasar; 2003]

Kısacası; bu metottaki amaç, plakta dikdörtgen, kare vs. elemanlardan oluşan bir ağ sistemi yaratarak, ağ sistemi üzerindeki düğüm noktalarında plak diferansiyel denklemlerini sonlu farklardan oluşan cebirsel denklemleri sistemine dönüştürmektir. Plakta oluşturulan bu ağ sistemine 'sonlu farklar ağı' denilmektedir.

3. 8. 1. Tek boyutlu modeller için sonlu farklar operatörü

Sonlu Farklar Metodu, analitik çözümü güç olan birçok plak probleminde başvurulan, uygulama alanı çok geniş sayısal bir metottur. Bu metodun özü plak diferansiyel denklemini sonlu farklarda oluşan bir yaklaşık cebirsel denkleme dönüştürmektedir. Problemi tek boyutlu olarak dikkate alalım. [Berktaş, 1992]



Şekil 24. Çözümü aranan (i-1,i+1) aralığı

Eğer $(x_i, x_i + \Delta)$ bölgesinde f fonksiyonu ve türevi sürekli ise o halde $x = x_i + \Delta$ noktasında bu fonksiyonun $x = x_i$ noktasındaki türevlerle aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$f(x_i + \Delta) = f(x_i) + f'(x_i)\Delta + \frac{1}{2!} f''(x_i) \Delta^2 + \dots \quad (55)$$

$i+1, i-1$ noktaları göz önüne alınırsa;

$$\left. \begin{aligned} f(i+1) &= f_i + f'_i(\Delta) + \frac{1}{2!} f''_i \Delta^2 + \frac{1}{3!} f'''_i \Delta^3 + \dots \\ f(i-1) &= f_i - f'_i(\Delta) + \frac{1}{2!} f''_i \Delta^2 - \frac{1}{3!} f'''_i \Delta^3 + \dots \end{aligned} \right\} \quad (56)$$

(56) serisi, ilk üç terimiyle sınırlandırılabilir. f fonksiyonunun i noktasındaki I. ve II türevleri (56) denklemlerinden kolaylıkla;

$$f'_i = \frac{-f_{i-1} + f_{i+1}}{2\Delta} \quad (57)$$

$$f''_i = \frac{f_{i-1} - 2f_i + f_{i+1}}{\Delta^2} \quad (58)$$

şeklinde bulunabilir. (57) ve (58) denklemlerinden görüldüğü gibi yapılan yaklaşımda f_i 'nin I. türevi komşu ordinarların farkının 2Δ parçasına bölümüne eşittir. f_i 'nin III. türevi ise; II. türevin f''_i operatörün değişimi ile elde edilir.

$$f'''_i = \frac{df''_i}{dx} = \frac{1}{\Delta^2} d \left(\frac{f_{i-1} - 2f_i + f_{i+1}}{dx} \right) = \frac{-f_{i-2} + 2f_{i-1} - 2f_{i+1} + f_{i+2}}{2\Delta^3} \quad (59)$$

$$f''''_i = \frac{f_{i-2} - 4f_{i-1} + 6f_i - 4f_{i+1} + f_{i+2}}{\Delta^4} \quad (60)$$

Bulunan operatörleri aşağıdaki gibi gösterebiliriz.[Köksal E. ve Köksal T., 1996]

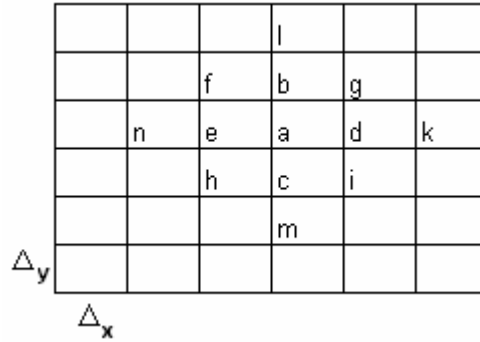
TÜREV	KATSAYILAR	ÇARPAN
f_i^I (dönme)	$\textcircled{-1} \text{---} \boxed{0} \text{---} \textcircled{+1}$	$^* \frac{1}{2\Delta}$
f_i^{II} (moment)	$\textcircled{+1} \text{---} \boxed{-2} \text{---} \textcircled{+1}$	$^* \frac{1}{\Delta^2}$
f_i^{III} (kesme kuvveti)	$\textcircled{-1} \text{---} \textcircled{2} \text{---} \boxed{0} \text{---} \textcircled{-2} \text{---} \textcircled{1}$	$^* \frac{1}{2\Delta^3}$
f_i^{IV} (çökme)	$\textcircled{1} \text{---} \textcircled{-4} \text{---} \boxed{6} \text{---} \textcircled{-4} \text{---} \textcircled{1}$	$^* \frac{1}{\Delta^4}$

Şekil 25. Merkezi sonlu farklar operatörü

3. 8. 2. Elastik zemine oturan plaklar için Sonlu Farklar Metodu

Plak denkleminde $w=w(x,y)$ iki doğrultuda değişkenlik gösterir. Burada türev alınırken diğer değişken sabit kabul edileceğinden, tek bir değişkene göre türevi de bulunan ifadeler geçerli olur. [Hanali, 2005]

Plağı Şekil 26' da görüldüğü gibi bir ağ biçiminde Δx ve Δy genişliğinde dilimlere ayırdığımız farz edelim ve plaktaki düğüm noktalarını şekildeki gibi harflendirelim.



Şekil 26. Sonlu farklar ağ sistemi oluşturulmuş plak

$$\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)_a = \frac{w_e - 2w_a + w_d}{\Delta x^2} \quad (61)$$

$$\left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right)_a = \frac{w_c - 2w_a + w_b}{\Delta y^2} \quad (62)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial y^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)_a = \frac{\partial^2}{\partial y^2} \frac{(w_e - 2w_a + w_d)}{\Delta x^2} \quad (63)$$

$$\left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} \right)_a = \frac{4w_a - 2(w_e + w_b + w_d + w_c)}{\Delta x^2 \Delta y^2} \quad (64)$$

$$\left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} \right)_a = \frac{w_n - 4w_e + 6w_a - 4w_d + w_k}{\Delta x^4} \quad (65)$$

$$\left(\frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right)_a = \frac{w_m - 4w_c + 6w_a - 4w_b + w_c}{\Delta y^4} \quad (66)$$

Bu durumda sonlu farklar metodu uygulanarak bulunan (64), (65), (66) denklemleri, plak denkleminde yerine yazılırsa;

$$\frac{w_n - 4w_e + 6w_a - 4w_d + w_k}{\Delta x^4} + \frac{4w_a - 2(w_e + w_b + w_d)}{\Delta x^2 \Delta y^2} + \frac{w_m - 4w_c + 6w_a - 4w_b + w_c}{\Delta y^4} = \frac{q}{D} \quad (67)$$

elde edilir. Denklem her iki tarafı $\Delta x^2 \Delta y^2$ ile çarpılır ve $\Delta x/\Delta y = \alpha$ denirse dikdörtgen elemanlar için plak denkleminin sonlu farklarla ifadesi;

$$w_a \left[6\left(\alpha^2 + \frac{1}{\alpha^2}\right) + 8 \right] - 4 \left[\left(1 + \frac{1}{\alpha^2}\right)(w_e + w_d) + (1 + \alpha^2)(w_e + w_b) \right] + 2(w_f + w_g + w_i + w_h) + \frac{1}{\alpha^2}(w_n + w_k) + \alpha^2(w_m + w_l) = \frac{q}{D} \alpha^2 \Delta y^4 \quad (68)$$

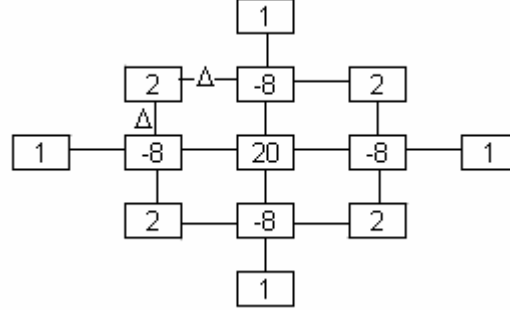
şeklinde yazılır. Eğer $\Delta x = \Delta y$ olarak alınırsa $\alpha = 1$ olur.

Bu durumda kare elemanlar için plak denkleminin sonlu farklar ifadesi;

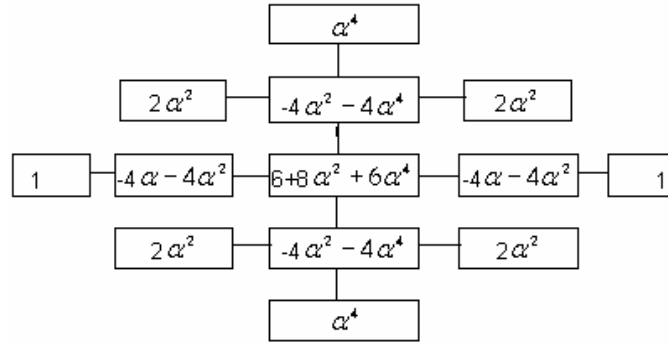
$$20w_a - 8(w_e + w_b + w_d + w_c) + 2(w_f + w_g + w_i + w_h) + (w_l + w_m + w_n + w_k) = \frac{q}{D} \Delta y^4 \quad (69)$$

şeklinde olur.

Şekil 27' de kare, Şekil 28 ' de dikdörtgen elemanlar için biharmonik operatör şemaları verilmiştir.[Berktaş,1992]



Şekil 27. Kare elemanlar için biharmonik operatör şeması



Şekil 28. Dikdörtgen elemanlar için biharmonik operatör şeması

Yukarıdaki operatörler, çökmeleri bulmak için Sonlu Farklar Metodu kullanılarak bulunan biharmonik operatörlerdir. Yapacağımız çalışmada dikdörtgen elemanlar için kullanılan biharmonik operatör şeması kullanılacaktır.

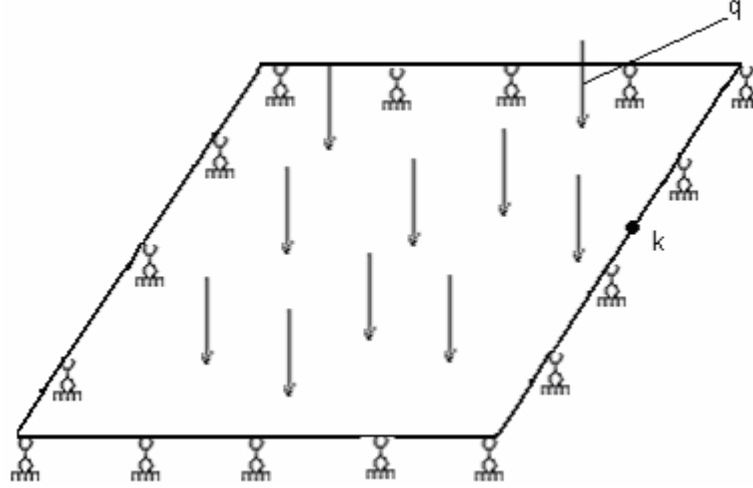
3. 8. 3. Sınır şartları

Plakların çökmesinin Sonlu Farklar Metodu ile hesaplanması için plağın sınır şartlarının incelenmesi gerekmektedir. Çünkü plak problemlerinin dış yükler altında çözümünün sağlanabilmesi için diferansiyel denkleminin çözümü yanında bu sınır şartlarını da sağlaması gerekir. Bunlar; basit mesnetli ve ankastre mesnetli durumlardır. [Ergün ve Kumbasar,2003]

a)Basit mesnetli plak

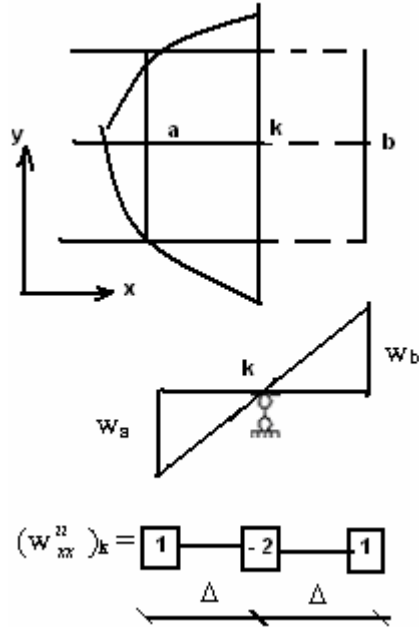
Plak kenarının Şekil 29' da görüldüğü gibi mafsalla mesnetlenmiş olması halinde, plak kenarındaki noktalarda çökme sıfırdır. Şekildeki k noktasında çökme

($w_k = 0$) sıfıra eşit olur. Çökmenin sıfır olduğu yerde momentte sıfır olduğundan çökmenin II. türevi de sıfıra eşit olacaktır.



Şekil 29. Basit mafsallı mesnetli plak

Burada her bir plak için basit mesnet kenarına eşit uzaklıkta bulunan komşu plak düğümlerinin çökmeleri birbirleriyle zıt işaretli olarak sonlu fark operatöründe hesaba katılır. [Ergün ve Kumbasar, 2003]



Şekil 30. Plakın mafsallı mesnetli kenarı

$$w_k = 0$$

$$\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)_k = \frac{w_a - 2w_k + w_b}{\Delta^2} = 0, \text{ olursa;}$$

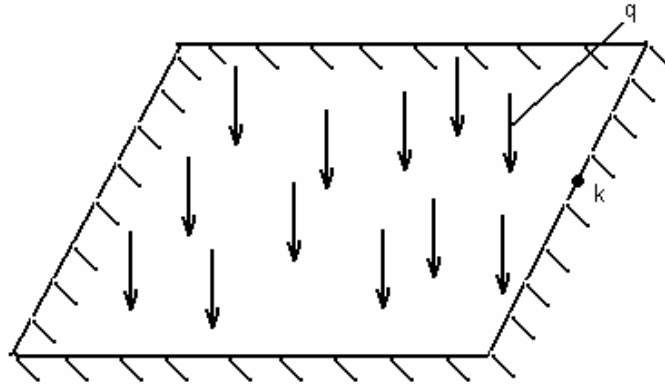
$$w_b = -w_a$$

(70)

elde edilir.

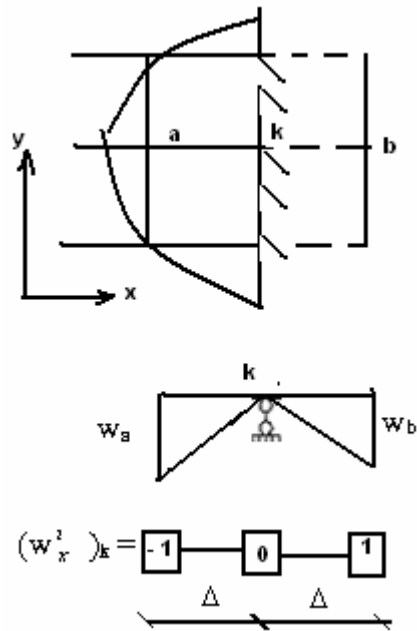
b) Ankastre mesnetli plak

Plak kenarının ankastre bağlanması durumunda kenarlarda çökme sıfır olur. Ankastre mesnetli plaklarda dönme de sıfır olduğundan k noktasındaki çökmenin I. türevi de sıfıra eşit olur.



Şekil 31. Ankastre mesnetli plak

Burada da sınır koşulları ankastre mesnet kenarına eşit uzaklıkta bulunan komşu plak düğümlerinin çökmeler birbirleriyle aynı işaretli olarak sonlu farklar operatöründe hesaba katılır.



Şekil 32. Plakın ankastre mesnetli kenarı

$$w_k = 0$$

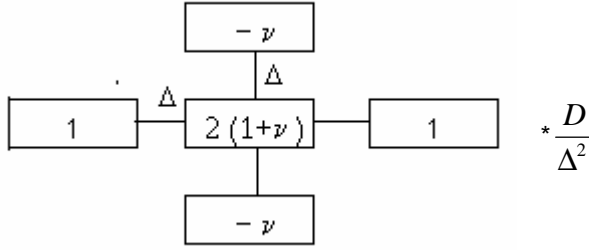
$$\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right) = \frac{-w_a + w_b}{2\Delta} = 0, \text{ olursa;}$$

$$w_b = w_a$$

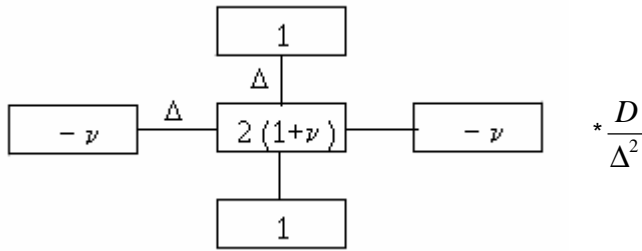
(71)

elde edilir. SFM'yi kullanarak çökmeleri bulmak için biharmonik operatörlerden yararlanıldığı gibi, SFM kullanılarak sınır şartları için eğilme momenti operatörleri de yazılabilir.

M_x için SFM ' nin operatörü



M_y için SFM ' nin operatörü



Şekil 33. Sonlu Farklar Metodu M_x ve M_y eğilme momentleri operatörleri

4. BÖLÜM. SAYISAL ÇÖZÜMLEMELER

4.1. Giriş

Sonlu Farklar Metodu' nu kullanarak, yapısal çözümlenmeleri yapılan plaklarda düğüm noktası arttıkça daha hassas sonuçlar elde edilmektedir. Öncelikle buradaki problemin çözümünde FORTRAN bilgisayar programlama dilinde geliştirilen STANANALİZ.f90 ve MATLAB bilgisayar programından yararlanılmıştır.

4. 1. 1. Çalışmanın Amacı

1- Çalışmada 36 kN/m^2 üniform yayılı yük etkisinde farklı mesnetlenmiş (dört kenarı ankastre plak, dört kenarı mafsallı plak ve iki kenarı ankastre iki kenarı mafsallı) plakları; $4*4$, $8*8$, $12*12$ 'ye bölerek; yatak katsayısı k'nın farklı durumlarına ($k=0$, $k=\text{sabit}$ ve $k=\text{değişken}$) göre, bulunması istenen çökme ve eğilme momenti değerlerinin MATLAB bilgisayar programı ile çözülerek; plağın $y=1,75$ metresinde meydana gelen çökme ve eğilme momenti değerlerinin tablo ve grafiklerle karşılaştırılması

2- FORTRAN bilgisayar programlama dilinde geliştirilen STANANALİZ.f90 ile $4*4$ bölünmüş 36 kN/m^2 üniform yayılı yük etkisinde dört kenarı ankastre plağın; $y=1,75$ m de oluşan çökme ve eğilme momenti değerlerinin yatak katsayısının farklı durumlarına göre karşılaştırılması;

3- Yatak katsayısı k'nın farklı durumları için, farklı mesnetlenme şekillerine göre plağın orta noktasında meydana gelen çökme ve eğilme momenti değerlerinin tablo ve grafiklerle karşılaştırılması istenmektedir.

4.2. Dört Kenarı Ankastre, Dört Kenarı Mafsallı ve İki Kenarı Ankastre İki Kenarı Mafsallı, $4*4$, $8*8$, $12*12$ 'ye Bölünmüş Plağın $k=0$, $k=\text{sabit}$ ve $k=\text{değişken}$ Durumları İçin Hesabı ve Sonuçların Karşılaştırılması

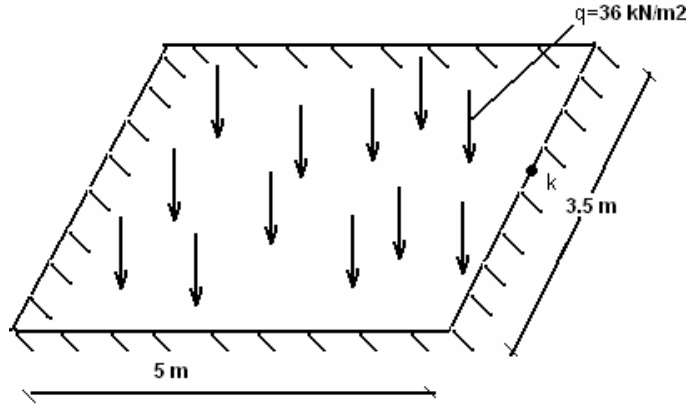
x eksenini doğrultusundaki boyu 5.m, y eksenini doğrultusundaki boyu 3.5 m, kalınlığı $\delta=0,12$ m olan farklı mesnetlenmiş plaklar, 36 kN/m^2 üniform yayılı yük etkisinde yatak katsayısının farklı durumlarına göre incelenmiştir. Burada plaklar $4*4$, $8*8$, $12*12$ 'ye bölünüp her nokta için SFM yazılarak çökme ve eğilme momenti denklem takımları elde edilmiştir. Bunlardan çökme için yazılan denklem takımları MATLAB bilgisayar programında çözülmüştür. (EK-2) Bulunan çökme değerleri de eğilme momenti denklem takımlarında yazılarak eğilme momenti değerleri bulunmuştur.

Malzeme özelliklerinden, Elastisite modülü $E=2,8.10^7 \text{ kN/m}^2$; poisson oranı

$\nu = 0.20$; yatak katsayısı $k=1600 \text{ t/m}^3$ olarak alınmıştır.

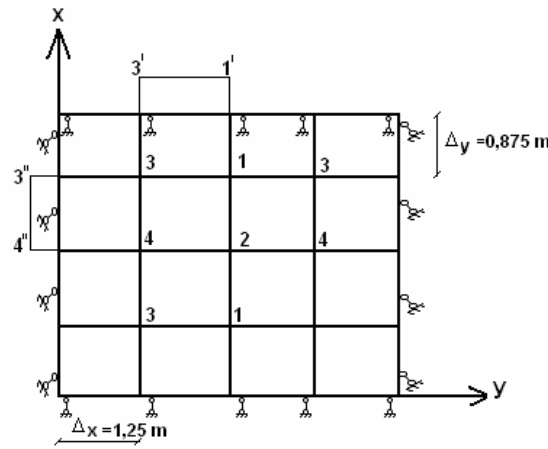
4.2.1. Dört kenarı ankastre 4×4 , 8×8 , 12×12 'ye bölünmüş plağın $k=0$, $k=\text{sabit}$ ve $k=\text{değişken}$ durumlarına göre hesabı ve $y=1.75 \text{ m}$ deki sonuçların karşılaştırılması

k 'nın değişen halleri için plak değişik bölüm sayılarına (4×4 , 8×8 , 12×12) bölünüp her noktaya çökme ve eğilme momentini bulmada kullanılan SFM operatörleri kullanılarak çökme ve eğilme momenti denklem takımları yazılmıştır. (Çalışmada elde edilen denklem takımları $k=0$, $k=\text{sabit}$ ve $k=\text{değişken}$ halleri için aynı olacaktır. Sadece burada değişen denklem takımlarının sağ tarafındaki A değerleridir.)



Şekil 34. Dört kenarı ankastre plak

4.2.1.1. 4×4 'e bölünmüş plağın yatak katsayısının farklı durumlarına göre karşılaştırılması



Şekil 35. Dört kenarı ankastre, $q= 36 \text{ kN/m}^2$ yayılı yük etkisinde 4×4 e bölünmüş plaktaki sonlu farklar ağı sistemi

Çökme için ;

4*4 bölünümü için SFM denklemleri

1 nokta → $55,646-24,823W_2-24,326W_3+8,164W_4=A$

.....

4 nokta → $8,164W_1-12,163W_2-49,646W_3+49,316W_4=A$

şeklinde yazılır.

Eğilme momenti için;

4*4 bölünümü için SFM denklemleri

Mx Denklemleri

1 nokta → $2,4W_1-0,2W_2-2W_3$

2 nokta → $2,4W_2-2W_4-0,4W_1$

3 nokta → $2,4W_3-W_1-0,2W_4$

4 nokta → $2,4W_4-W_2-0,4W_3$

My Denklemleri

1 nokta → $2,4W_1-W_2-0,4W_3$

2 nokta → $2,4W_2-0,4W_4-2W_1$

3 nokta → $2,4W_3-0,2W_1-W_4$

4 nokta → $2,4W_4-0,2W_2-2W_3$

şeklinde yazılır.

Öncelikle çökme değerlerinin bulunması için A değerlerinin bulunması gerekir. A değerini bulmada kullanılacak formül;

$$A = \frac{q}{D} \Delta_x^2 \Delta_y^2 \quad (72)$$

şeklindedir. Burada;

q; plağa etki eden net yük

D; plağın eğilme rijitliği (4200 kNm)

Δ_x, Δ_y ; sırasıyla x, y eksenlerine göre düğüm noktaları arasındaki mesafedir.

1- k=0 için A değerinin bulunması

Plağa etki eden üniform yayılı yük 36 kN/m^2 dir. Burada zeminin etkisi olmadığından dolayı plağa etki eden net yükte bu değer olacaktır. $k=0$ olması hali için (72) denklemindeki değerler yerine yazılarak A değerleri bulunur.

2- k=sabit için A değerini bulunması

$k=sabit$ olması durumunda plağa zeminden de yük gelmektedir. Bu yük plak yüzeyi boyunca sabittir. Bu durumda öncelikle (72) denkleminde kullanılacak olan, plağa etki eden net yükü bulmamız gereklidir. Bu yükü de plağa etki eden yükten zeminden gelen yükü çıkararak bulunur. Bu durumda zeminden gelen yük; $q_z = k.W$ 'dir. q_z yükünü

plağa etki eden yükten (36 kN/m^2) çıkararak plağa etki eden net yük bulunur. (72) denkleminde yerine konarak A değeri bulunmuş olur.

3- k=değişken için A değerinin bulunması

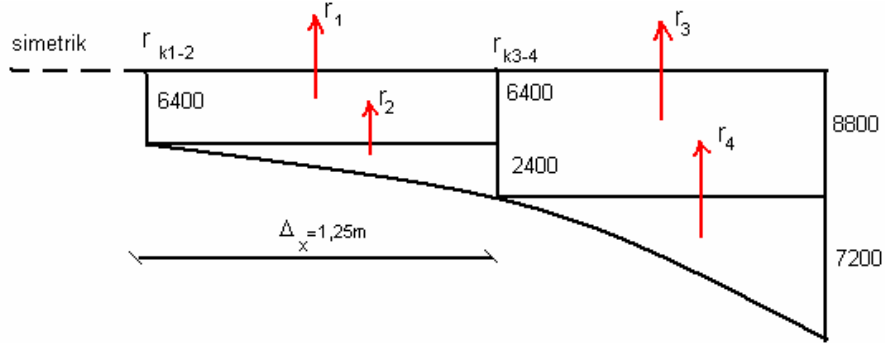
Burada k' mız değişkendir. Yani plağımız boyunca k değeri sabit değildir. Bu yüzden plak altındaki her noktada farklı değer alır. Bu durum tamamen zeminin cinsine, elastiklik özelliklerine göre değişmektedir.

k değerleri sabit olmadığından öncelikle istenilen noktalardaki k değerlerini bulmak gerekir. Bu durumda heterojen olan zeminler için kullanılan, k'nın değişimine göre, aşağıdaki formül kullanılır.

$$k_{(x)} = \alpha k_0 + \frac{k_0(1-\alpha)x^2}{L^2} \quad (73)$$

k_0 ; 1600 t/m^3 , α ; 0,4 olarak alınmıştır.

İstenilen x noktasındaki değerleri de (73) denkleminde yazarak her nokta için k değerleri bulunur. 4*4'e bölünmüş plak için k=değişken haline göre A değerinin bulunması aşağıda gösterilmiştir.



Şekil 36. Dört kenarı ankastre $q= 36 \text{ kN/m}^2$ yayılı yük etkisinde 4*4 e bölünmüş plağa zeminden gelen etki (reaktif kuvvet)

Zeminden gelen net bileşke yükü R ile gösterecek olursak ;

$$R=r_k W \quad (74)$$

ile bulunur. Her bir nokta için $k(x)$ değerlerini ve yukarıdaki şekilden de görüldüğü gibi düğüm noktalarına gelen r_k yükleri bulalım.

$$x \rightarrow 2,5 \text{ m}; k_1=16000 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2},$$

$$x \rightarrow 1,25 \text{ m}; k_2=8800 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2},$$

$$x \rightarrow ; k_3=6400 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

olarak bulunur.

Şekilden gösterilen r değerleri de;

$$r_1=6400\Delta x$$

$$r_2=1200\Delta x$$

$$r_3=8800\Delta x$$

$$r_4=3600\Delta x$$

olur. r_k değerleri de aşağıdaki gibi bulunur.

$$r_{k1-2} = (r_1 + 2/3 r_2) \Delta y = 7875 \text{ kN/m}$$

$$r_{k3-4} = ((r_1 + r_3)/2 + 2/3 r_2 + r_4 / 3) \Delta y = 10500 \text{ kN/m}$$

(74) denkleminde yararlanarak,

$$R_{1-2} = 14,9625 \text{ kN}$$

$$R_{3-4} = 19,95 \text{ kN}$$

olarak bulunur.

$$q = 36 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}; \text{ olduğundan R yüklerini yayılı yük şeklinde ifade etmek gerekirse;}$$

$$q_{1-2} = 14,9625 / (\Delta x \Delta y) = 13,68 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$q_{3-4} = 19,95 / (\Delta x \Delta y) = 18,24 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

şeklinde olur. Plağa etki eden net yükte;

$$\Sigma q_{1-2} = 36 - 13,68 = 22,32 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$\Sigma q_{3-4} = 17,76 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2};$$

olarak bulunur. Bu değerler (72) denkleminde yerine yazılarak A değerleri bulunur.

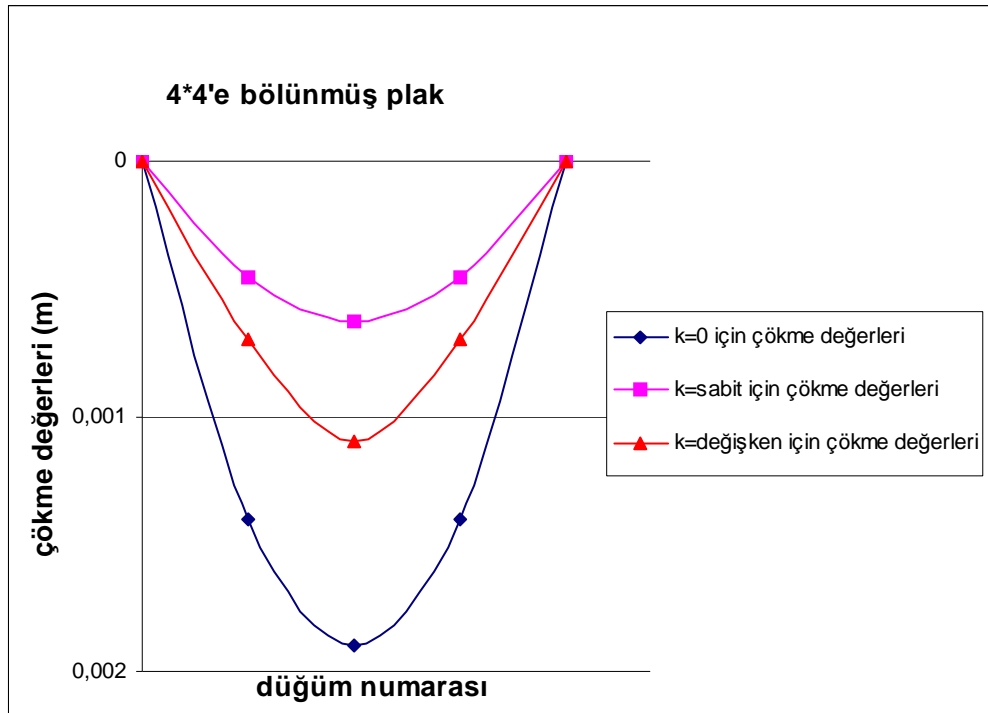
Dört kenarı ankastre $4 \times 4'$ bölünmüş plağın; $k=0$, $k=\text{sabit}$ ve $k=\text{değişken}$ olmasına göre bulunan A değerleri EK-1 'de sunulmuştur.

Yatak katsayısının farklı durumları için bulunan bu A değerleri, çökme denklem takımlarında yerine yazılıp MATLAB bilgisayar programında çözülerek çökme değerleri elde edilir. Bu çökme değerleri de eğilme momenti için yazılan denklem takımlarında yerine yazılarak eğilme momenti değerleri bulunur. (Tablo ve grafikler sadece istenilen kesit için, yani $y=1,75$ m deki değerler için gösterilmiştir.)

k 'nın değişen halleri için çökme değerleri Tablo 2'de, eğilme momenti değerleri ise Tablo 3, Tablo 4'te gösterilmiş ve sonuçlar karşılaştırılmıştır.

Tablo-2 Dört kenarı ankastre, $q=36 \text{ kN/m}^2$ yayılı yük etkisinde $4*4$ 'e bölünmüş dikdörtgen plâğın; MATLAB bilgisayar programı ile $k=0$, $k=\text{sabit}$ ve $k=\text{değişken}$ olması durumlarına göre elde edilen sonuçlardan $y=1,75 \text{ m}$ 'deki çökme değerlerinin karşılaştırılması

X (m)	Y(m)	Düğüm Numarası	Çökme (m) $k=0$ için	Çökme (m) $k=\text{sabit}$ için	Çökme (m) $k=\text{değişken}$ için
0	1,75	8	0	0	0
1,25	1,75	4	0,0014	0,0004558	0,0007
2,5	1,75	2	0,0019	0,0006289	0,0011
3,75	1,75	4	0,0014	0,0004558	0,0007
5	1,75	8	0	0	0

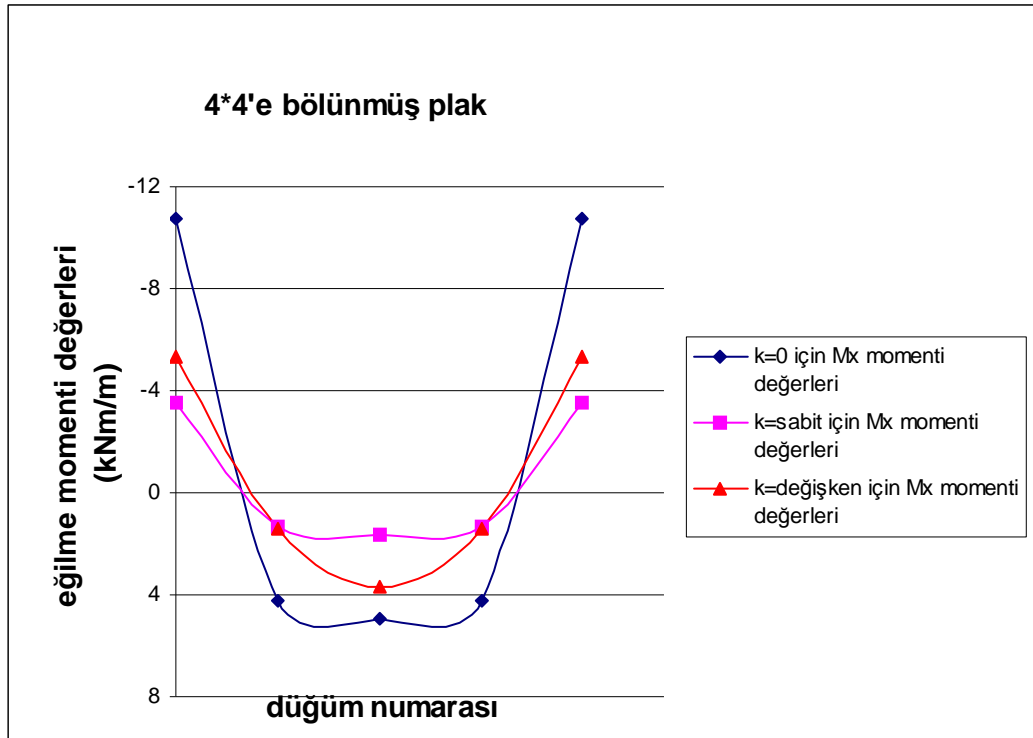


Şekil 37. $4*4$ 'e bölünmüş dört kenarı ankastre plaktaki çökme değerlerinin k 'nın değişik durumlarına göre karşılaştırılması

Sonuçlardan $4*4$ 'e bölünmüş plâğın orta noktasında meydana gelen çökmeler karşılaştırıldığında $k=\text{sabit}$ için elde edilen sonuçların; $k=0$ için elde edilen sonuçlardan %67; $k=\text{değişken}$ için elde edilen sonuçlardan %42 daha az olduğu görülmektedir.

Tablo-3 Dört kenarı ankastre, $q=36 \text{ kN/m}^2$ yayılı yük etkisinde $4*4$ 'e bölünmüş dikdörtgen plağın; MATLAB bilgisayar programı ile $k=0$, $k=\text{sabit}$ ve $k=\text{değişken}$ olması durumlarına göre elde edilen sonuçlardan $y=1,75 \text{ m}$ 'deki M_x moment değerlerinin karşılaştırılması

X (m)	Y(m)	Düğüm Numarası	Eğilme Momenti M_x (kNm/m) $k=0$ için	Eğilme Momenti M_x (kNm/m) $k=\text{sabit}$ için	Eğilme Momenti M_x (kNm/m) $k=\text{değişken}$ için
0	1,75	8	-10,75	-3,5	-5,37
1,25	1,75	4	4,22	1,33	1,45
2,5	1,75	2	4,91	1,67	3,68
3,75	1,75	4	4,22	1,33	1,45
5	1,75	8	-10,75	-3,5	-5,37

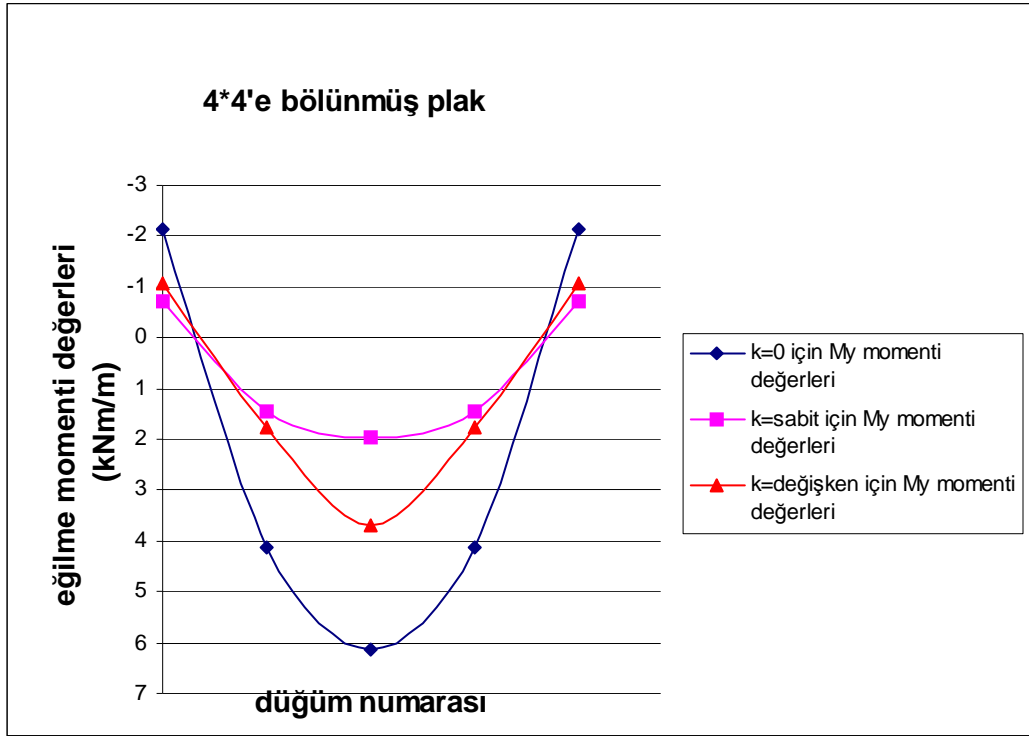


Şekil 38. $4*4$ 'e bölünmüş dört kenarı ankastre plaktaki eğilme momenti M_x değerlerinin k 'nın değişik durumlarına göre karşılaştırılması

Sonuçlardan plağın orta noktasında meydana gelen M_x momentleri karşılaştırıldığında $k=\text{sabit}$ için elde edilen sonuçların; $k=0$ için elde edilen sonuçlardan %66, $k=\text{değişken}$ için elde edilen sonuçlardan %55 daha az olduğu görülmektedir.

Tablo-4 Dört kenarı ankastre, $q=36 \text{ kN/m}^2$ yayılı yük etkisinde 4×4 'e bölünmüş dikdörtgen plâğın; MATLAB bilgisayar programı ile $k=0$, $k=\text{sabit}$ ve $k=\text{değişken}$ olması durumlarına göre elde edilen sonuçlardan $y=1,75 \text{ m}$ 'deki M_y moment değerlerinin karşılaştırılması

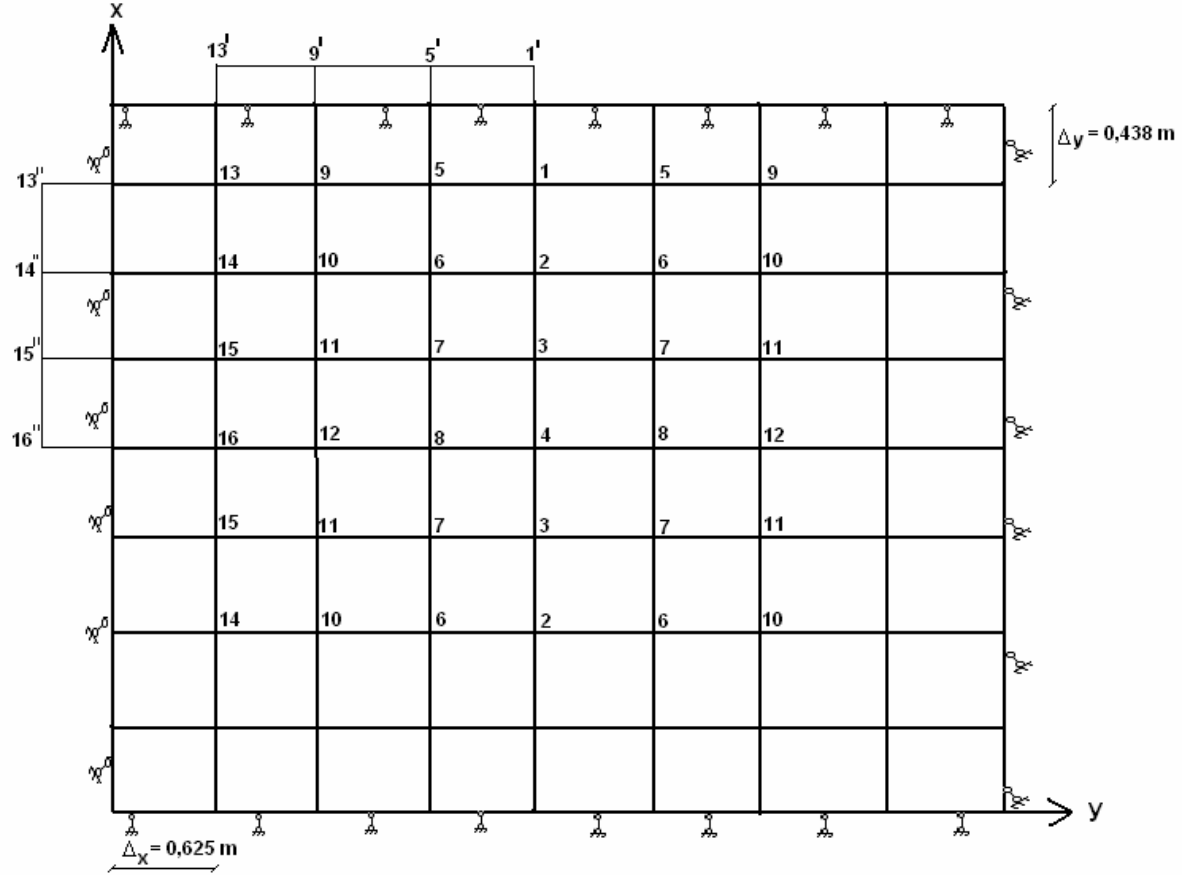
X (m)	Y(m)	Düğüm Numarası	Eğilme Momenti M_y (kNm/m) $k=0$ için	Eğilme Momenti M_y (kNm/m) $k=\text{sabit}$ için	Eğilme Momenti M_y (kNm/m) $k=\text{değişken}$ için
0	1,75	8	-2,15	-0,7	-1,07
1,25	1,75	4	4,13	1,44	1,77
2,5	1,75	2	6,144	1,98	3,68
3,75	1,75	4	4,13	1,44	1,77
5	1,75	8	-2,15	-0,7	-1,07



Şekil 39. 4×4 'e bölünmüş dört kenarı ankastre plaktaki eğilme momenti M_y değerlerinin k 'nın değişik durumlarına göre karşılaştırılması

Aynı şekilde M_y momenti için karşılaştırıldığında; $k=\text{sabit}$ için elde edilen sonuçların; $k=0$ için elde edilen sonuçlardan %68, $k=\text{değişken}$ için elde edilen sonuçlardan %46 daha az olduğu görülmektedir.

4.2.1.2. 8*8'e bölünmüş plağın yatak katsayısının farklı durumlarına göre karşılaştırılması



Şekil 40. Dört kenarı ankastre, $q = 36 \text{ kN/m}^2$ yayılı yük etkisinde 8*8'e bölünmüş plaktaki sonlu farklar ağı sistemi

Çökme için;

8*8 bölünümü için SFM denklemleri

$$1 \text{ nokta} \rightarrow 51,311W_1 - 24,728W_2 + 4,146W_3 - 24,29W_5 + 8,144W_6 + 2W_9 = A$$

$$2 \text{ nokta} \rightarrow -24,728W_1 + 47,165W_2 - 24,728W_3 + 4,146W_4 + 8,144W_5 - 24,29W_6 + 8,144W_7 + 2W_{10} = A$$

$$3 \text{ nokta} \rightarrow 4,146W_1 - 24,728W_2 + 51,311W_3 - 24,728W_4 + 8,144W_6 - 24,29W_7 + 8,144W_8 + 2W_{11} = A$$

.....

.....

.....

$$14 \text{ nokta} \rightarrow W_6 + 4,072W_9 - 12,145W_{10} + 4,072W_{11} - 24,728W_{13} + 46,165W_{14} - 24,728W_{15} + 4,146W_{16} = A$$

15 nokta → $W_7+4,072W_{10-12},145W_{11+4},072W_{12+4},146W_{13-24},728W_{14+52},311W_{15-24},728 W_{16}=A$

16 nokta → $W_8+8,144W_{11-12},145W_{12+8},292W_{14-49},456W_{15+48},165W_{16}=A$ şeklinde yazılır.

Eğilme momenti için;

8*8 bölünümü için SFM denklemleri

Mx Denklemleri

1 nokta → $2,4W_{1-0},2W_2-2W_5$

2 nokta → $2,4W_2-2W_6-0,2W_{1-0},2W_3$

3 nokta → $2,4W_3-2W_7-0,2W_2-0,2W_4$

.....

.....

14 nokta → $2,4W_{14}-W_{10-0},2W_{13-0},2W_{15}$

15 nokta → $2,4W_{15}-W_{11-0},2W_{14-0},2W_{16}$

16 nokta → $2,4W_{16}-W_{12-0},4W_{15}$

My Denklemleri

1 nokta → $2,4W_{1-0},4W_5-W_2$

2 nokta → $2,4W_2-0,4W_6-W_1-W_3$

3 nokta → $2,4W_3-0,4W_7-W_2-W_4$

.....

.....

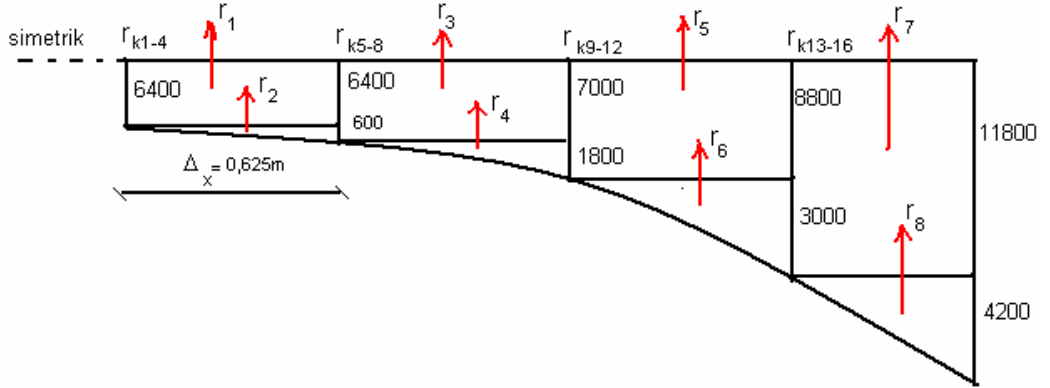
14 nokta → $2,4W_{14-0},2W_{10}-W_{13}-W_{15}$

15 nokta → $2,4W_{15-0},2W_{11}-W_{14}-W_{16}$

16 nokta → $2,4W_{16-0},2W_{12}-2W_{15}$

şeklinde yazılır.

Öncelikle yine A değerlerini bulmak gerekir. Burada da $k=0$, $k=\text{sabit}$ için kullanılacak A değerleri 4*4'e bölünmüş plaktaki gibi bulunur. $k=\text{değişken}$ olması haline göre de kullanılacak A değerleri de aşağıdaki gibi bulunur.



Şekil 41. Dört kenarı ankastre $q = 36 \text{ kN/m}^2$ yayılı yük etkisinde 8×8 e bölünmüş plağa zeminden gelen etki (reaktif kuvvet)

(73) denkleminde yararlanarak yatak katsayısı k , istenilen noktalar için aşağıdaki gibi bulunur.

$$x \rightarrow 2,5 \text{ m}; \quad k_1 = 16000 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$x \rightarrow 1,875 \text{ m}; \quad k_2 = 11800 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$x \rightarrow 1,25 \text{ m}; \quad k_3 = 8800 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$x \rightarrow 0,625 \text{ m}; \quad k_4 = 7000 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$x \rightarrow 0 \quad ; k_5 = 6400 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

Şekilden gösterilen r değerleri de;

$$r_1 = 6400 \Delta x$$

$$r_2 = 3000 \Delta x$$

$$r_3 = 7000 \Delta x$$

$$r_4 = 9000 \Delta x$$

$$r_5 = 8800 \Delta x$$

$$r_6 = 10000 \Delta x$$

$$r_7 = 11800 \Delta x$$

$$r_8 = 2100 \Delta x$$

şeklinde olur. r_k değerleri de aşağıdaki gibi bulunur.

$$r_{k1-4} = (r_1 + 2/3 r_2) \Delta y = 1806,75 \text{ kN/m}$$

$$r_{k5-8} = ((r_1 + r_3)/2 + 2/3 r_2 + r_4 / 3) \Delta y = 1971 \text{ kN/m}$$

$$r_{k9-12} = ((r_3 + r_5)/2 + 2/3 r_4 + r_6/3) \Delta y = 2418,125 \text{ kN/m}$$

$$r_{k13-16} = ((r_5 + r_7)/2 + 2/3 r_6 + r_8/3) \Delta y = 3193,75 \text{ kN/m}$$

Plâğın düğüm noktalarına etki eden R net bileşke yükü de (74) denkleminde yararlanarak;

$$R_{1-4} = 2,7101 \text{ kN}$$

$$R_{5-8} = 2,9565 \text{ kN}$$

$$R_{9-12} = 3,6956 \text{ kN}$$

$$R_{13-16} = 4,927 \text{ kN}$$

şeklinde bulunur.

$$q = 36 \frac{kN}{m^2}; \text{ olduğundan R yüklerini yayılı yük şeklinde ifade etmek gerekirse;}$$

$$q_{1-4} = 9,8999 \frac{kN}{m^2}$$

$$q_{5-8} = 10,8 \frac{kN}{m^2}$$

$$q_{9-12} = 13,4999 \frac{kN}{m^2}$$

$$q_{13-16} = 18 \frac{kN}{m^2}$$

olur. Plâğa etki eden net yükte;

$$\Sigma q_{1-4} = 26,1001 \frac{kN}{m^2}$$

$$\Sigma q_{5-8} = 25,2 \frac{kN}{m^2}$$

$$\Sigma q_{9-12} = 2,5501 \frac{kN}{m^2}$$

$$\Sigma q_{13-16} = 18 \frac{kN}{m^2}$$

olarak bulunur. Bu değerler (72) denkleminde yerine yazılarak A değerleri bulunur.

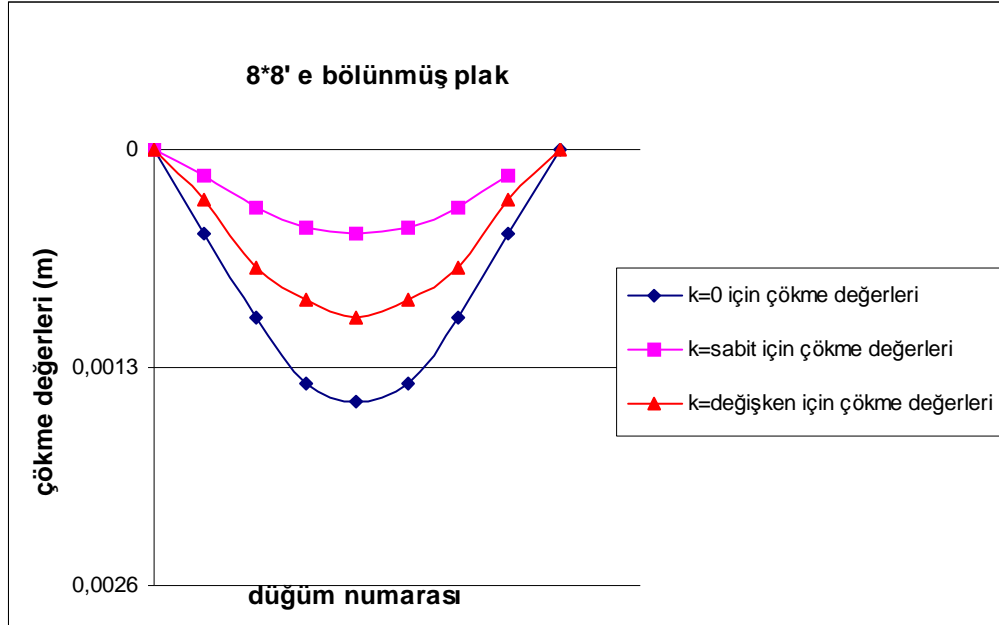
Dört kenarı ankastre 8*8'e bölünmüş plâğın; k=0, k=sabit ve k=değişken olması hali için bulunan A değerleri EK-1'de sunulmuştur.

Yatak katsayısının farklı durumları için bulunan bu A değerleri, çökme denklem takımlarında yerine yazılıp MATLAB bilgisayar programında çözülerek çökme değerleri elde edilir. Bu çökme değerleri de eğilme momenti için yazılan denklem takımlarında yerine yazılarak eğilme momenti değerleri bulunur.

$k=0$, $k=\text{sabit}$ ve $k=\text{değişken}$ için çökme değerleri Tablo 5’de, eğilme momenti değerleri ise Tablo 6, Tablo 7’de gösterilmiş ve sonuçlar karşılaştırılmıştır.

Tablo-5 Dört kenarı ankastre, $q=36 \text{ kN/m}^2$ yayılı yük etkisinde $8*8$ 'e bölünmüş dikdörtgen plâğın; MATLAB bilgisayar programı ile $k=0$, $k=\text{sabit}$ ve $k=\text{değişken}$ olması durumlarına göre elde edilen sonuçlardan $y= 1,75 \text{ m}$ 'deki çökme değerlerinin karşılaştırılması

X (m)	Y(m)	Düğüm Numarası	Çökme (m) $k=0$ için	Çökme (m) $k=\text{sabit}$ için	Çökme (m) $k=\text{değişken}$ için
0	1,75	24	0	0	0
0,625	1,75	16	0,0005	0,0001605	0,0003
1,25	1,75	12	0,001	0,0003435	0,0007
1,875	1,75	8	0,0014	0,0004612	0,0009
2,5	1,75	4	0,0015	0,0005	0,001
3,125	1,75	8	0,0014	0,0004612	0,0009
3,75	1,75	12	0,001	0,0003435	0,0007
4,375	1,75	16	0,0005	0,0001605	0,0003
5	1,75	24	0	0	0

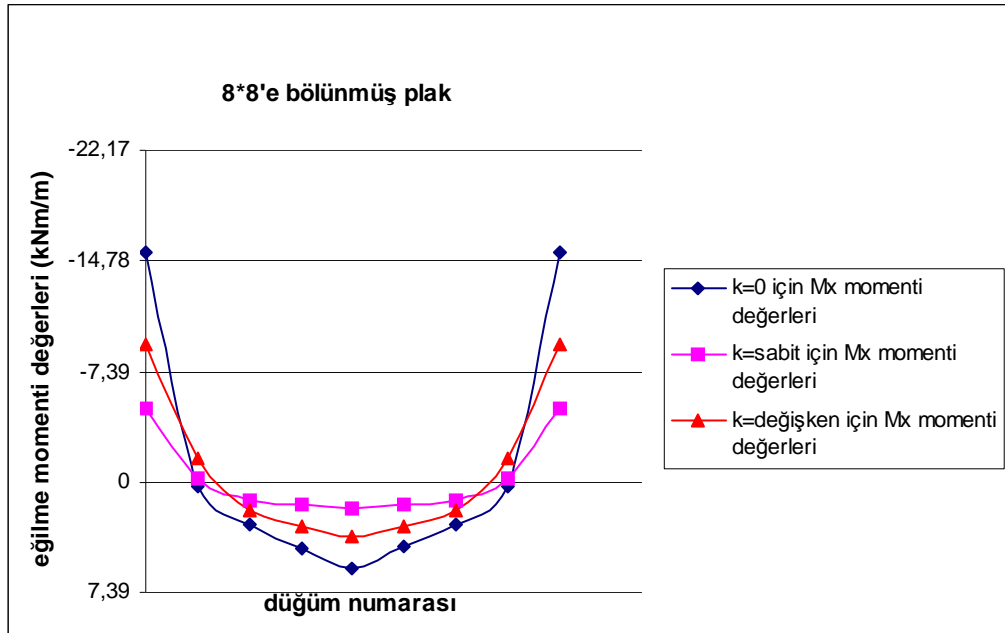


Şekil 42. $8*8$ 'e bölünmüş dört kenarı ankastre plaktaki çökme değerlerinin k 'nın değişik durumlarına göre karşılaştırılması

Sonuçlardan $8*8$ 'e bölünmüş plâğın orta noktasında meydana gelen çökmeleri karşılaştırıldığında $k=\text{sabit}$ için elde edilen sonuçların; $k=0$ için elde edilen sonuçlardan %67; $k=\text{değişken}$ için elde edilen sonuçlardan ise % 50 daha az olduğu görülmektedir.

Tablo-6 Dört kenarı ankastre, $q=36 \text{ kN/m}^2$ yayılı yük etkisinde $8*8$ 'e bölünmüş dikdörtgen plağın; MATLAB bilgisayar programı ile $k=0$, $k=\text{sabit}$ ve $k=\text{değişken}$ olması durumlarına göre elde edilen sonuçlardan $y=1,75 \text{ m}$ 'deki M_x moment değerlerinin karşılaştırılması

X (m)	Y(m)	Düğüm Numarası	Eğilme Momenti M_x (kNm/m) $k=0$ için	Eğilme Momenti M_x (kNm/m) $k=\text{sabit}$ için	Eğilme Momenti M_x (kNm/m) $k=\text{değişken}$ için
0	1,75	24	-15,34	-4,92	-9,21
0,625	1,75	16	0,62	-0,25	-1,53
1,25	1,75	12	2,14	1,22	1,84
1,875	1,75	8	4,29	1,51	2,14
2,5	1,75	4	5,83	1,75	3,68
3,125	1,75	8	4,29	1,51	2,14
3,75	1,75	12	2,14	1,22	1,84
4,375	1,75	16	0,62	-0,25	-1,53
5	1,75	24	-15,34	-4,92	-9,21

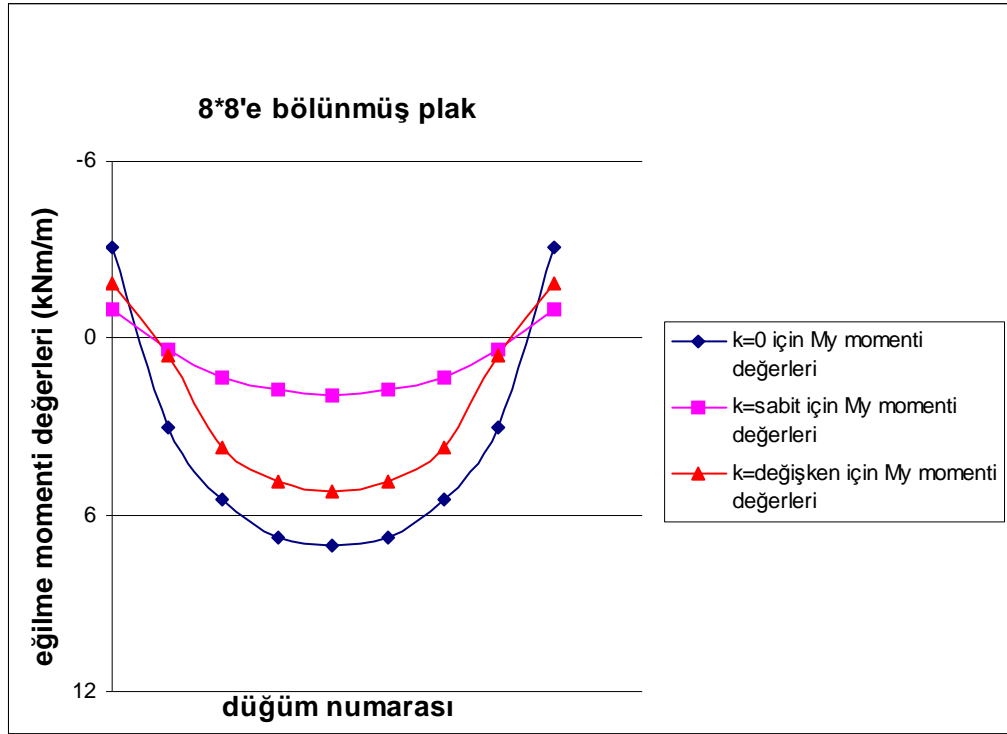


Şekil 43. $8*8$ 'e bölünmüş dört kenarı ankastre plaktaki eğilme momenti M_x değerlerinin k 'nin değişik durumlarına göre karşılaştırılması

Sonuçlardan plağın orta noktasında meydana gelen M_x momentleri karşılaştırıldığında $k=\text{sabit}$ için elde edilen sonuçların; $k=0$ için elde edilen sonuçlardan %69, $k=\text{değişken}$ için elde edilen sonuçlardan % 52 daha az olduğu görülmektedir.

Tablo-7 Dört kenarı ankastre, $q=36$ kN/m² yayılı yük etkisinde 8*8'e bölünmüş dikdörtgen plâğın; MATLAB bilgisayar programı ile $k=0$, $k=\text{sabit}$ ve $k=\text{değişken}$ olması durumlarına göre elde edilen sonuçlardan $y=1,75$ m'deki M_y moment değerlerinin karşılaştırılması

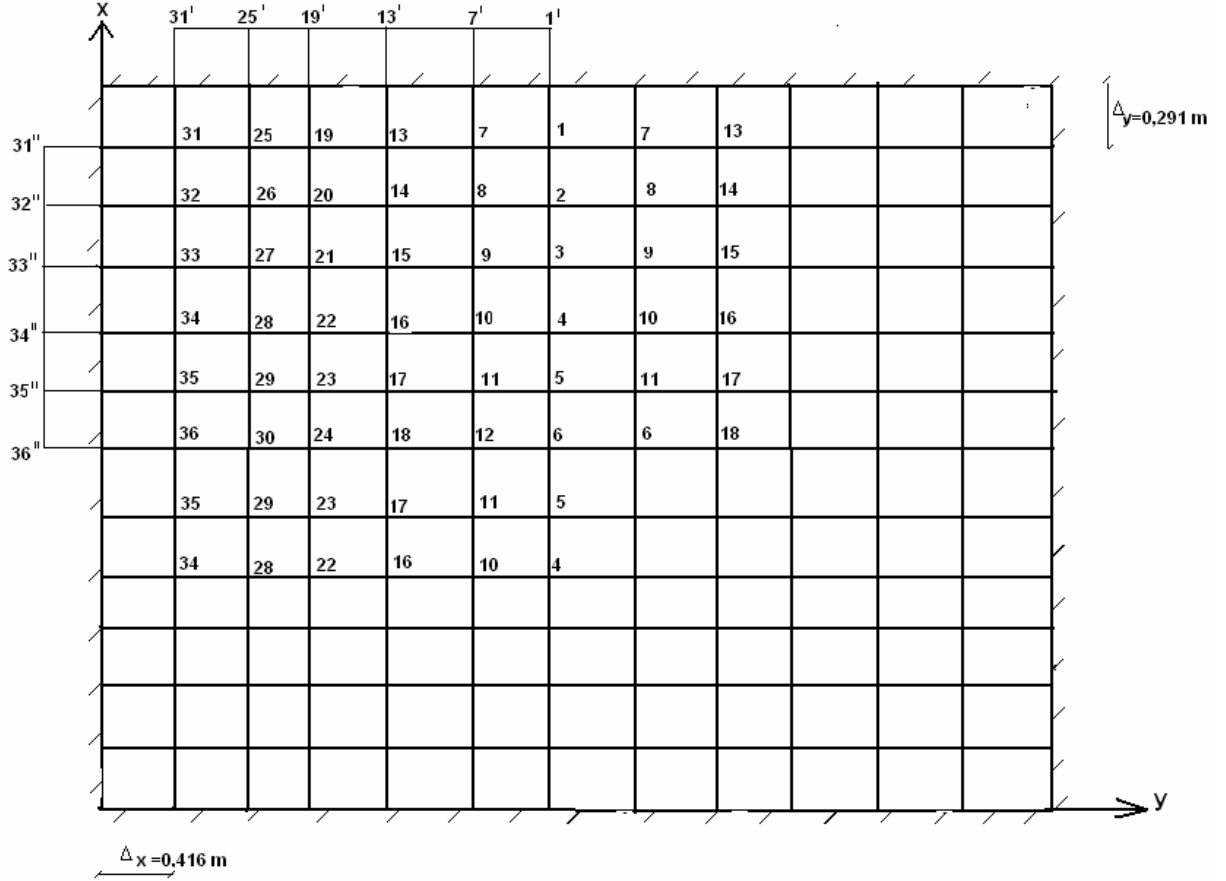
X (m)	Y(m)	Düğüm Numarası	Eğilme Momenti M_y (kNm/m) $k=0$ için	Eğilme Momenti M_y (kNm/m) $k=\text{sabit}$ için	Eğilme Momenti M_y (kNm/m) $k=\text{değişken}$ için
0	1,75	24	-3,07	-0,98	-1,84
0,625	1,75	16	3,06	0,37	0,61
1,25	1,75	12	5,21	1,31	3,68
1,875	1,75	8	6,75	1,77	4,29
2,5	1,75	4	7,06	1,92	5,22
3,125	1,75	8	6,75	1,77	4,29
3,75	1,75	12	5,21	1,31	3,68
4,375	1,75	16	3,06	0,37	0,61
5	1,75	24	-3,07	-0,98	-1,84



Şekil 44. 8*8'e bölünmüş dört kenarı ankastre plaktaki eğilme momenti M_y değerlerinin k 'nın değişik durumlarına göre karşılaştırılması

Aynı şekilde M_y momenti için karşılaştırıldığında $k=0$ için elde edilen sonuçların; $k=0$ için elde edilen sonuçlardan %72, $k=\text{değişken}$ için elde edilen sonuçlardan %63 daha az olduğu görülmektedir.

4.2.1.3. 12*12'ye bölünmüş plağın yatak katsayısının farklı olmasına göre karşılaştırılması



Şekil 45. Dört kenarı ankastre, $q = 36 \text{ kN/m}^2$ yayılı yük etkisinde 12*12'ye bölünmüş plaktaki sonlu farklar ağ sistemi

Çökme için;

12*12 bölünümü için SFM denklemleri

$$1 \text{ nokta} \rightarrow 51,42W_1 - 24,795W_2 + 4,159W_3 - 24,316W_7 + 8,158W_8 + 2W_{13} = A$$

$$2 \text{ nokta} \rightarrow -24,795W_1 + 47,271W_2 - 24,795W_3 + 4,159W_4 + 8,158W_7 - 24,316W_8 + 8,158 + 2W_{14} = A$$

.....

$$35 \text{ nokta} \rightarrow W_{23} + 4,079W_{28} - 12,158W_{29} + 4,079W_{30} + 4,159W_{33} - 24,795W_{34} + 52,43W_{35} - 24,795W_{36} = A$$

$$36 \text{ nokta} \rightarrow W_{24} + 8,158W_{29} - 12,158W_{30} + 8,318W_{34} - 49,59W_{35} + 48,271W_{36} = A$$

şeklinde yazılır.

Eğilme momenti için;

12*12 bölünümü için SFM denklemleri

Mx Denklemleri

$$1 \text{ nokta} \rightarrow 2,4W_1-0,2W_2-2W_7$$

$$2 \text{ nokta} \rightarrow 2,4W_2-0,2W_1-0,2W_3-2W_8$$

$$3 \text{ nokta} \rightarrow 2,4W_3-0,2W_2-0,2W_4-0,2W_9$$

.....

.....

$$34 \text{ nokta} \rightarrow 2,4W_{34}-0,2W_{33}-0,2W_{35}-W_{28}$$

$$35 \text{ nokta} \rightarrow 2,4W_{35}-0,2W_{34}-0,2W_{36}-W_{29}$$

$$36 \text{ nokta} \rightarrow 2,4W_{36}-0,4W_{35}-W_{30}$$

My Denklemleri

$$1 \text{ nokta} \rightarrow 2,4W_1-W_2-0,4W_7$$

$$2 \text{ nokta} \rightarrow 2,4W_2-W_1-W_3-0,4W_8$$

$$3 \text{ nokta} \rightarrow 2,4W_3-W_2-W_4-0,4W_9$$

.....

.....

$$34 \text{ nokta} \rightarrow 2,4W_{34}-W_{33}-W_{35}-0,2W_{28}$$

$$35 \text{ nokta} \rightarrow 2,4W_{35}-W_{34}-W_{36}-0,2W_{29}$$

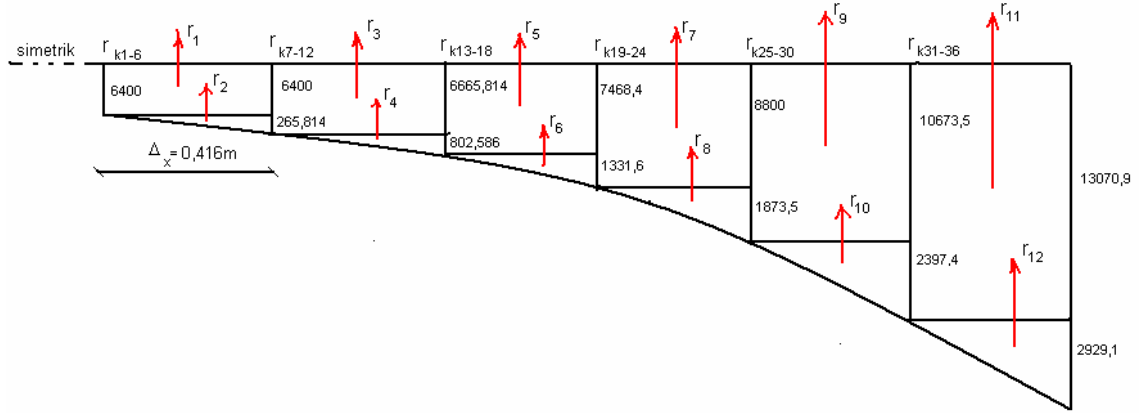
$$36 \text{ nokta} \rightarrow 2,4W_{36}-2W_{35}-0,2W_{30}$$

şeklinde yazılır.

Not: Dört kenarı ankastre plak için kullanılan sınır şartlarındaki diğer Mx, My denklemleri aşağıda gösterilmiştir.

4*4	Mx Değerleri	My Değerleri
8 nokta →	-2W ₄	-0,4W ₄
8*8		
24 nokta →	-2W ₁₆	-0,4W ₁₆
12*12		
48 nokta →	-2W ₃₆	-0,4W ₃₆

Yatak katsayısının farklı durumları için kullanılacak çökme ve eğilme momenti denklemleri yukarıdaki gibidir. Bu k=0, k=sabit için bulunan A değerleri 4*4'e bölünmüş plakta anlatıldığı gibi bulunur. k=değişken için bulunacak A değeri aşağıdaki gibi bulunur.



Şekil 46. Dört kenarı ankastre $q = 36 \text{ kN/m}^2$ yayılı yük etkisinde 12×12 ye bölünmüş plağa zeminden gelen etki (reaktif kuvvet)

(73) denklemlerinden yararlanarak;

$$x \rightarrow 2,5 \text{ m}; \quad k_1 = 16000 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$x \rightarrow 2,084 \text{ m}; \quad k_2 = 13070,9 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$x \rightarrow 1,668 \text{ m}; \quad k_3 = 10673,5 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$x \rightarrow 1,25 \text{ m}; \quad k_4 = 8800 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$x \rightarrow 0,834 \text{ m}; \quad k_5 = 7468,4 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$x \rightarrow 0,416 \text{ m}; \quad k_6 = 6665,814 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$x \rightarrow 0 \quad ; \quad k_7 = 6400 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

şeklinde yatak katsayısı değerleri bulunur. Şekilden de görüldüğü gibi r değerleri;

$$r_1 = 6400 \Delta x$$

$$r_2 = 265,814 / 2 \Delta x$$

$$r_3 = 6665,814 \Delta x$$

$$r_4 = 802,586 / 2 \Delta x$$

$$r_5 = 7468,4 \Delta x$$

$$r_6 = 1331,6 / 2 \Delta x$$

$$r_7 = 8800 \Delta x$$

$$r_8 = 1873,5 / 2 \Delta x$$

$$r_9=10673,5\Delta x$$

$$r_{10}=2397,4/2\Delta x$$

$$r_{11}=13070,9\Delta x$$

$$r_{12}=2929,1/2\Delta x$$

gibi bulunur. r_k değerleri de aşağıdaki gibidir.

$$r_{k1-6}=785,4845 \text{ kN/m}$$

$$r_{k7-12}=817,767 \text{ kN/m}$$

$$r_{k13-18}=914,768 \text{ kN/m}$$

$$r_{k19-24}=1076,2262 \text{ kN/m}$$

$$r_{k25-30}=1302,6614 \text{ kN/m}$$

$$r_{k31-36}=1593,0384 \text{ kN/m}$$

Plâğa etki eden net yükü de (R) (74) denkleminde yararlanarak ;

$$R_{1-6}=1,0996 \text{ kN}$$

$$R_{7-12}=1,1448 \text{ kN}$$

$$R_{13-18}=1,2806 \text{ kN}$$

$$R_{19-24}=1,5067 \text{ kN}$$

$$R_{25-30}=1,8237 \text{ kN}$$

$$R_{31-36}=2,2302 \text{ kN}$$

olarak bulunur.

İşlemler 4×4 , 8×8 'e bölünmüş örneklerdeki gibi yapıp " Σq " değeri bulunduktan sonra (72) denkleminde yerine konularak A değerleri bulunur.

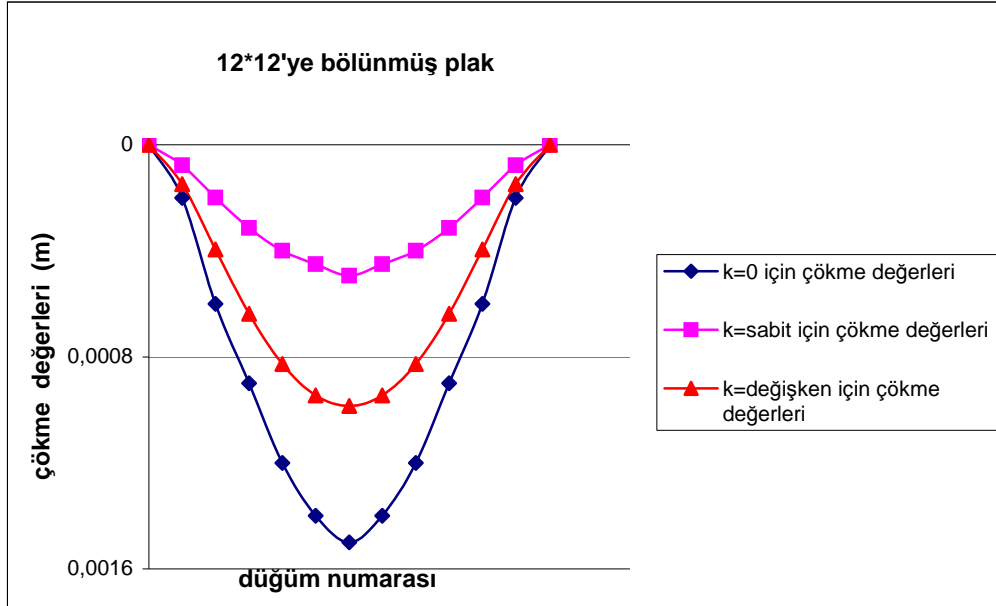
Dört kenarı ankastre 12×12 'ye bölünmüş plâğın; $k=0$, $k=\text{sabit}$ ve $k=\text{değişken}$ için bulunan A değerleri EK-1'de sunulmuştur.

Yatak katsayısının farklı durumları için bulunan bu A değerleri, çökme denklem takımlarında yerine yazılıp MATLAB bilgisayar programında çözümlenerek çökme değerleri bulunur. Bu çökme değerleri de eğilme momenti için yazılan denklem takımlarında yerine yazılarak eğilme momenti değerleri bulunur.

$k=0$, $k=\text{sabit}$ ve $k=\text{değişken}$ için çökme değerleri Tablo 8'de, eğilme momenti değerleri ise Tablo 9, Tablo 10'da gösterilmiş ve sonuçlar karşılaştırılmıştır.

Tablo-8 Dört kenarı ankastre, $q=36$ kN/m² yayılı yük etkisinde 12*12' ye bölünmüş dikdörtgen plağın; MATLAB bilgisayar programı ile $k=0$, $k=\text{sabit}$ ve $k=\text{değişken}$ olması durumlarına göre elde edilen sonuçlardan $y=1,75$ m'deki çökme değerlerinin karşılaştırılması

X (m)	Y(m)	Düğüm Numarası	Çökme (m) $k=0$ için	Çökme (m) $k=\text{sabit}$ için	Çökme (m) $k=\text{değişken}$ için
0	1,75	48	0	0	0
0,416	1,75	36	0,0002	0,0000776	0,0001482
0,832	1,75	30	0,0006	0,0001996	0,0003947
1,25	1,75	24	0,0009	0,0003136	0,0006371
1,666	1,75	18	0,0012	0,0003992	0,0008273
2,082	1,75	12	0,0014	0,0004505	0,0009457
2,5	1,75	6	0,0015	0,0004938	0,0009856
2,916	1,75	12	0,0014	0,0004505	0,0009457
3,332	1,75	18	0,0012	0,00039921	0,0008273
3,75	1,75	24	0,0009	0,0003136	0,0006371
4,166	1,75	30	0,0006	0,0001996	0,0003947
4,58	1,75	36	0,0002	0,0000776	0,0001482
5	1,75	48	0	0	0

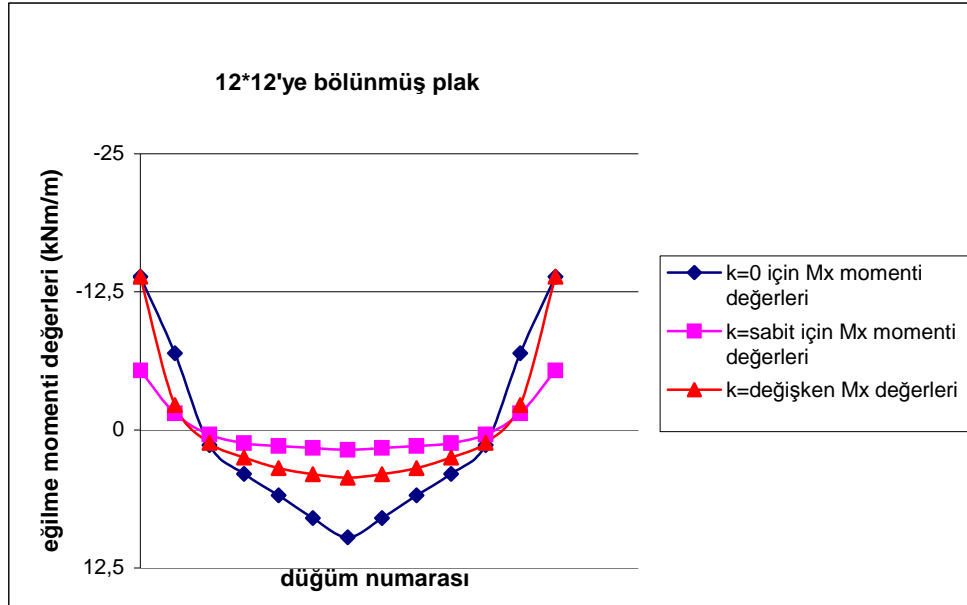


Şekil 47. 12*12'ye bölünmüş dört kenarı ankastre plaktaki çökme değerlerinin k 'nın değişik durumlarına göre karşılaştırılması

Sonuçlardan 12*12'ye bölünmüş plağın orta noktasında meydana gelen çökmeleri karşılaştırıldığında; $k=\text{sabit}$ için elde edilen sonuçların $k=0$ için elde edilen sonuçlardan %67; $k=\text{değişken}$ için elde edilen sonuçlardan ise %50 daha az olduğu görülmektedir.

Tablo-9 Dört kenarı ankastre, $q=36 \text{ kN/m}^2$ yayılı yük etkisinde $12*12'$ ye bölünmüş dikdörtgen plağın; MATLAB bilgisayar programı ile $k=0$, $k=\text{sabit}$ ve $k=\text{değişken}$ olması durumlarına göre elde edilen sonuçlardan $y=1,75 \text{ m}'$ deki M_x moment değerlerinin karşılaştırılması

X (m)	Y(m)	Düğüm Numarası	Eğilme Momenti M_x (kNm/m) $k=0$ için	Eğilme Momenti M_x (kNm/m) $k=\text{sabit}$ için	Eğilme Momenti M_x (kNm/m) $k=\text{değişken}$ için
0	1,75	48	-13,88	-5,38	-10,28
0,416	1,75	36	-6,94	-1,49	-3,31
0,832	1,75	30	1,38	0,41	0,68
1,25	1,75	24	3,47	1,19	2,24
1,666	1,75	18	4,85	1,46	3,06
2,082	1,75	12	6,24	1,64	3,38
2,5	1,75	6	9,71	1,82	3,45
2,916	1,75	12	6,24	1,64	3,38
3,332	1,75	18	4,85	1,46	3,06
3,75	1,75	24	3,47	1,19	2,24
4,166	1,75	30	1,38	0,41	0,68
4,58	1,75	36	-6,94	-1,49	-3,31
5	1,75	48	-13,88	-5,38	-10,28

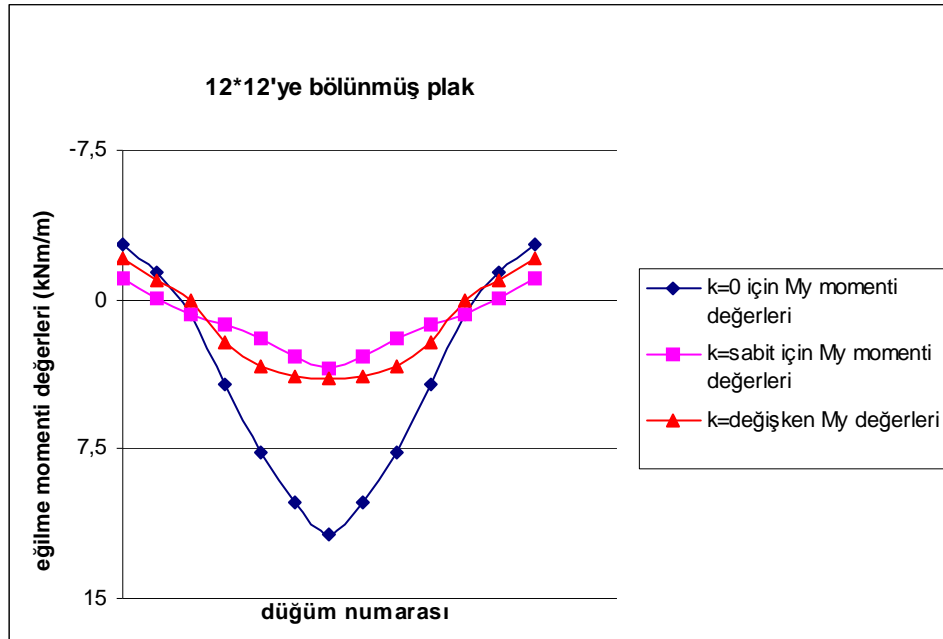


Şekil 48. $12*12'$ ye bölünmüş dört kenarı ankastre plaktaki eğilme momenti M_x değerlerinin k 'nin değişik durumlarına göre karşılaştırılması

Sonuçlardan plağın orta noktasında meydana gelen M_x momentleri karşılaştırıldığında; $k=\text{sabit}$ için elde edilen sonuçların; $k=0$ için elde edilen sonuçlardan %81, $k=\text{değişken}$ için elde edilen sonuçlardan %42 daha az olduğu görülmektedir.

Tablo-10 Dört kenarı ankastre, $q=36 \text{ kN/m}^2$ yayılı yük etkisinde $12*12'$ ye bölünmüş dikdörtgen plağın; MATLAB bilgisayar programı ile $k=0$, $k=\text{sabit}$ ve $k=\text{değişken}$ olması durumlarına göre elde edilen sonuçlardan $y=1,75 \text{ m}$ 'deki M_y moment değerlerinin karşılaştırılması

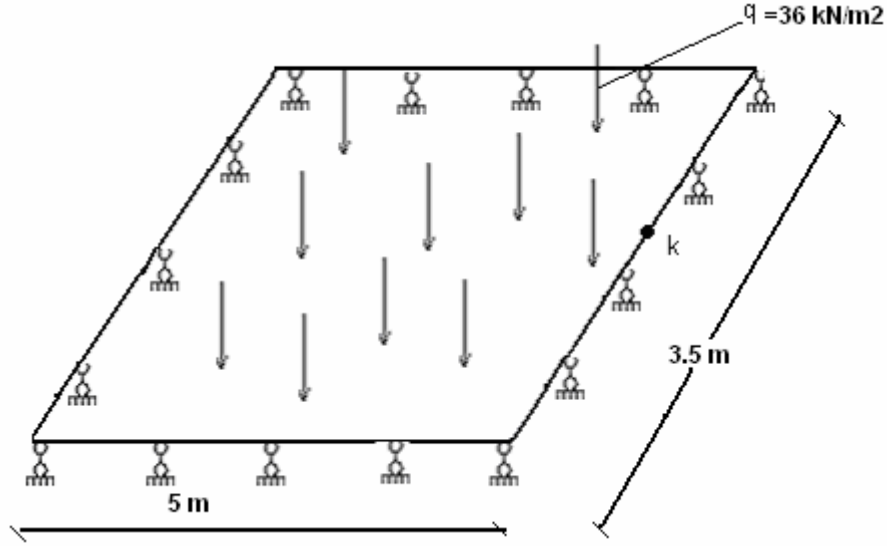
X (m)	Y(m)	Düğüm Numarası	Eğilme Momenti M_y (kNm/m) $k=0$ için	Eğilme Momenti M_y (kNm/m) $k=\text{sabit}$ için	Eğilme Momenti M_y (kNm/m) $k=\text{değişken}$ için
0	1,75	48	-2,77	-1,08	-2,06
0,416	1,75	36	-1,39	-0,05	-0,19
0,832	1,75	30	0,69	0,72	-0,35
1,25	1,75	24	4,22	1,26	2,55
1,666	1,75	18	7,63	1,62	3,37
2,082	1,75	12	9,14	2,33	3,85
2,5	1,75	6	11,79	3,78	4
2,916	1,75	12	9,14	2,33	3,85
3,332	1,75	18	7,63	1,62	3,37
3,75	1,75	24	4,22	1,26	2,55
4,166	1,75	30	0,69	0,72	-0,35
4,58	1,75	36	-1,39	-0,05	-0,19
5	1,75	48	-2,77	-1,08	-2,06



Şekil 49. $12*12'$ ye bölünmüş dört kenarı ankastre plaktaki eğilme momenti M_y değerlerinin k 'nin değişik durumlarına göre karşılaştırılması

Aynı şekilde M_y momentleri için karşılaştırıldığında $k=\text{sabit}$ için elde edilen sonuçların; $k=0$ için elde edilen sonuçlardan %68, $k=\text{değişken}$ için elde edilen sonuçlardan % 5,5 daha az olduğu görülmektedir. Bölüm sayısı arttıkça daha hassas sonuçlar elde edilmektedir. Tablolardan $W_{k=0} > W_{k=\text{değişken}} > W_{k=\text{sabit}}$ ve $M_{x,y (k=0)} > M_{x,y (k=\text{değişken})} > M_{x,y (k=\text{sabit})}$ olduğu görülmektedir.

4.2.2. Dört kenarı mafsallı 4*4, 8*8, 12*12'ye bölünmüş plağın k=0, k=sabit ve k=değişken durumlarına göre hesabı ve y=1.75 m için sonuçların karşılaştırılması



Şekil 50. Dört kenarı mafsallı plak

Burada yine 4*4, 8*8, 12*12 'ye bölünmüş plaklar için yatak katsayısının farklı olması durumları incelenecektir. Çökme ve eğilme momenti için yazılan denklem takımlarının k=0, k=sabit ve k=değişken olması durumlarına göre çözümü, dört kenarı ankastre plakta yapıldığı gibidir.

Bu mesnet şartında; dört kenarı ankastre plak için kullanılan moment denklemleri aynı kalırken, çökme denklem takımları değişecektir. Çünkü burada SFM yazmak için kullanılan sınır şartları değişmiştir.

Yatak katsayısının farklı olması hali için A değerlerinin bulunması, dört kenarı ankastre plağın çözümü ile aynıdır. (SFM uygulamak için çizilen şekiller de; dört kenarı ankastre 4*4, 8*8 ve 12*12'ye bölünmüş plak için çizilen şekillerle aynıdır.)

Dört kenarı mafsallı plağın yatak katsayısının farklı olması için bulunan A değerleri EK-1'de sunulmuştur.

Aşağıda sadece 4*4, 8*8 ve 12*12'ye bölünmüş plağa SFM uygulayarak elde edilen çökme denklem takımları yazılmıştır. Eğilme momenti için yazılan denklem takımları dört kenarı ankastre plakta yazıldığı gibidir.

1- 4*4'e bölünmüş plak için (Şekil 35)

Çökme denklemleri;

4*4 bölünümü için SFM denklemleri

1 nokta → 47,316W₁-24,823W₂-24,326W₃+8,164W₄=A

$$2 \text{ nokta} \rightarrow -49,646W_1+47,316W_2+16,328W_3-24,326W_4 =A$$

$$3 \text{ nokta} \rightarrow -12,163W_1+4,082W_2+47,316W_3-24,823W_4=A$$

$$4 \text{ nokta} \rightarrow 8,164W_1-12,163W_2-49,646W_3+47,316W_4=A$$

şeklinde yazılır.

2- 8*8'e bölünmüş plak için (Şekil 40)

Çökme denklemleri;

8*8 bölünümü için SFM denklemleri

$$1 \text{ nokta} \rightarrow 43,019W_1-24,728W_2+4,146W_3-24,29W_5+8,144W_6+2W_9=A$$

$$2 \text{ nokta} \rightarrow -24,728W_1+47,165W_2-24,728W_3+4,146W_4+8,144W_5+24,29W_6+8,144W_7+2W_{10} \\ =A$$

$$3 \text{ nokta} \rightarrow 4,146W_1-24,728W_2+51,311W_3-24,728W_4+8,144W_6-24,29W_7+8,144W_8 +2W_{11} \\ =A$$

.....
.....

$$14 \text{ nokta} \rightarrow W_6+4,072W_9-12,145W_{10}+4,072W_{11}-24,728W_{13}+46,165W_{14}+24,728W_{15} \\ +4,146 W_{16} =A$$

$$15 \text{ nokta} \rightarrow W_7+4,072W_{10}-12,145W_{11}+4,072W_{12}+4,146W_{13}-24,728W_{14}+50,311W_{15}- \\ 24,728 W_{16}=A$$

$$16 \text{ nokta} \rightarrow W_8+8,144W_{11}-12,145W_{12}+8,292W_{14}-49,456W_{15}+46,165W_{16}=A$$

şeklinde yazılır.

3- 12*12'ye bölünmüş plak için (Şekil 45)

Çökme denklemleri;

12*12 bölünümü için SFM denklemleri

$$1 \text{ nokta} \rightarrow 43,11W_1-24,795W_2+4,159W_3-24,316W_7+8,158W_8+2W_{13}=A$$

$$2 \text{ nokta} \rightarrow -24,795W_1+47,271W_2-24,795W_3+4,159W_4+8,158W_7-24,316W_8+8,158 \\ +2W_{14}=A$$

$$3 \text{ nokta} \rightarrow 4,159W_1-24,795W_2+47,271W_3-24,795W_4+4,159W_5+8,158W_8-24,316 \\ W_9+8,158 W_{10}+2W_{15}=A$$

.....
.....

$$34 \text{ nokta} \rightarrow W_{22}+4,079W_{27}-12,158W_{28}+4,079W_{29}+4,159W_{32}-24,795W_{33}+46,271W_{34}- \\ 24,795 W_{35}+4,159W_{36}=A$$

$$35 \text{ nokta} \rightarrow W_{23}+4,079W_{28}-12,158W_{29}+4,079W_{30}+4,159W_{33}-24,795W_{34}+50,43W_{35}- \\ 4,795W_{36} =A$$

$$36 \text{ nokta} \rightarrow W_{24}+8,158W_{29}-12,158W_{30}+8,318W_{34}-49,59W_{35}+46,271W_{36}=A$$

şeklinde yazılır.

A değerleri bulunduktan sonra çökme için kullanılan denklem takımlarında yerine yazılır ve çözümü yapılarak çökme değerleri bulunur. Bu değerlerde moment denklem takımlarına yazılarak eğilme momenti değerleri bulunur.

Dört kenarı mafsallı plağın ;

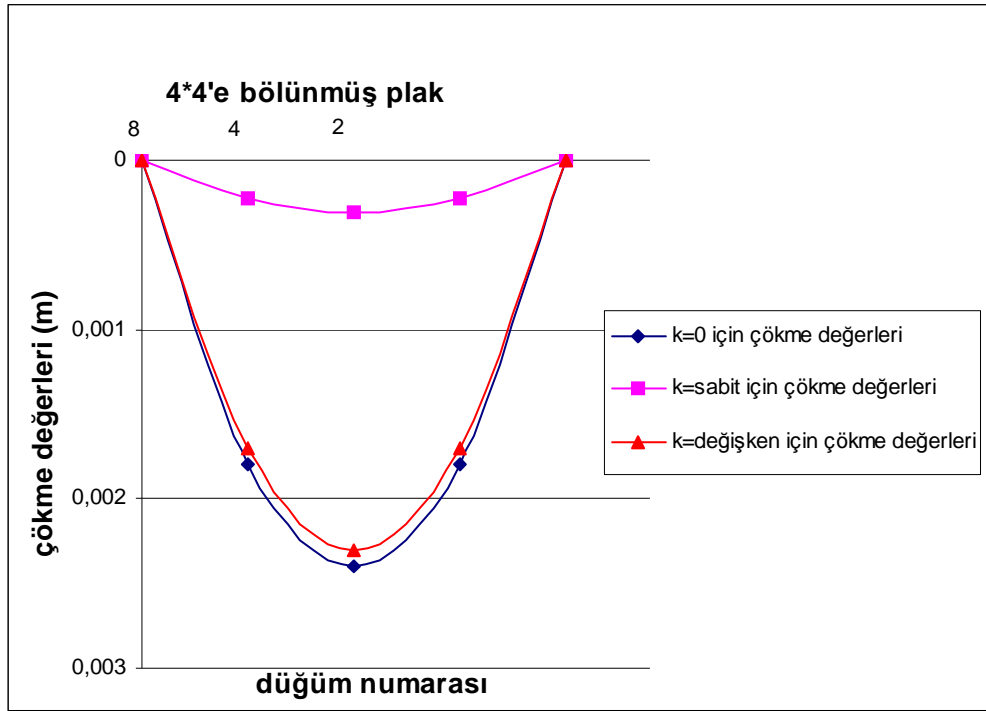
4*4'e bölünmüş plağın; $k=0$, $k=\text{sabit}$ ve $k=\text{değişken}$ için çökme değerleri Tablo 11'de, eğilme momenti değerleri ise Tablo 12'de gösterilmiş ve sonuçlar karşılaştırılmıştır.

8*8'e bölünmüş plağın; $k=0$, $k=\text{sabit}$ ve $k=\text{değişken}$ için çökme değerleri Tablo13'te, eğilme momenti değerleri ise Tablo14'de gösterilmiş ve sonuçlar karşılaştırılmıştır.

12*12'ye bölünmüş plağın; $k=0$, $k=\text{sabit}$ ve $k=\text{değişken}$ için çökme değerleri Tablo 15'te, eğilme momenti değerleri ise Tablo 16'da gösterilmiş ve sonuçlar karşılaştırılmıştır.

Tablo-11 Dört kenarı mafsallı, $q=36 \text{ kN/m}^2$ yayılı yük etkisinde 4×4 'e bölünmüş dikdörtgen plağın; MATLAB bilgisayar programı ile $k=0$, $k=\text{sabit}$ ve $k=\text{değişken}$ olması durumlarına göre elde edilen sonuçlardan $y=1,75 \text{ m}$ 'deki çökme değerlerinin karşılaştırılması

X (m)	Y(m)	Düğüm Numarası	Çökme (m) $k=0$ için	Çökme (m) $k=\text{sabit}$ için	Çökme (m) $k=\text{değişken}$ için
0	1,75	8	0	0	0
1,25	1,75	4	0,0018	0,0002253	0,0017
2,5	1,75	2	0,0024	0,0003031	0,0023
3,75	1,75	4	0,0018	0,0002253	0,0017
5	1,75	8	0	0	0

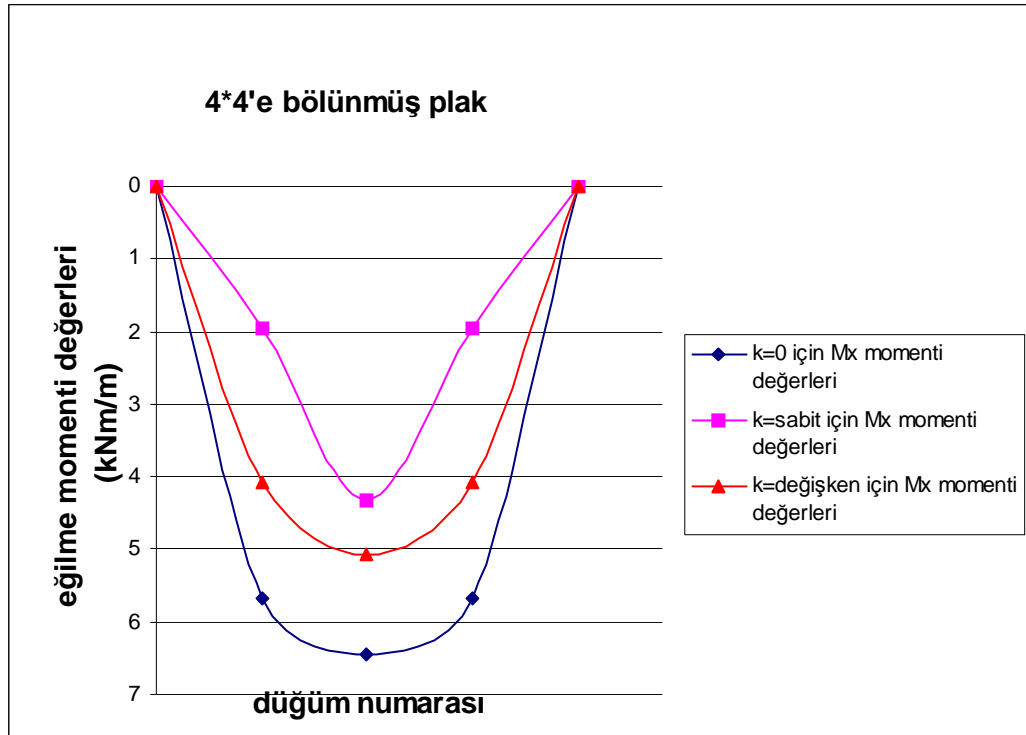


Şekil 51. 4×4 'e bölünmüş dört kenarı mafsallı plaktaki çökme değerlerinin k 'nın değişik durumlarına göre karşılaştırılması

Sonuçlardan 4×4 'e bölünmüş plağın orta noktasında meydana gelen çökmeleri karşılaştırıldığında $k=\text{sabit}$ için elde edilen sonuçların; $k=0$ için elde edilen sonuçlardan %87; $k=\text{değişken}$ için elde edilen sonuçlardan ise %86 daha az olduğu görülmektedir.

Tablo-12 Dört kenarı mafsallı, $q=36 \text{ kN/m}^2$ yayılı yük etkisinde $4*4$ 'e bölünmüş dikdörtgen plağın; MATLAB bilgisayar programı ile $k=0$, $k=\text{sabit}$ ve $k=\text{değişken}$ olması durumlarına göre elde edilen sonuçlardan $y=1,75 \text{ m}$ 'deki M_x moment değerlerinin karşılaştırılması

X (m)	Y(m)	Düğüm Numarası	Eğilme Momenti M_x (kNm/m) $k=0$ için	Eğilme Momenti M_x (kNm/m) $k=\text{sabit}$ için	Eğilme Momenti M_x (kNm/m) $k=\text{değişken}$ için
0	1,75	8	0	0	0
1,25	1,75	4	5,68	1,95	4,07
2,5	1,75	2	6,46	4,32	5,06
3,75	1,75	4	5,68	1,95	4,07
5	1,75	8	0	0	0

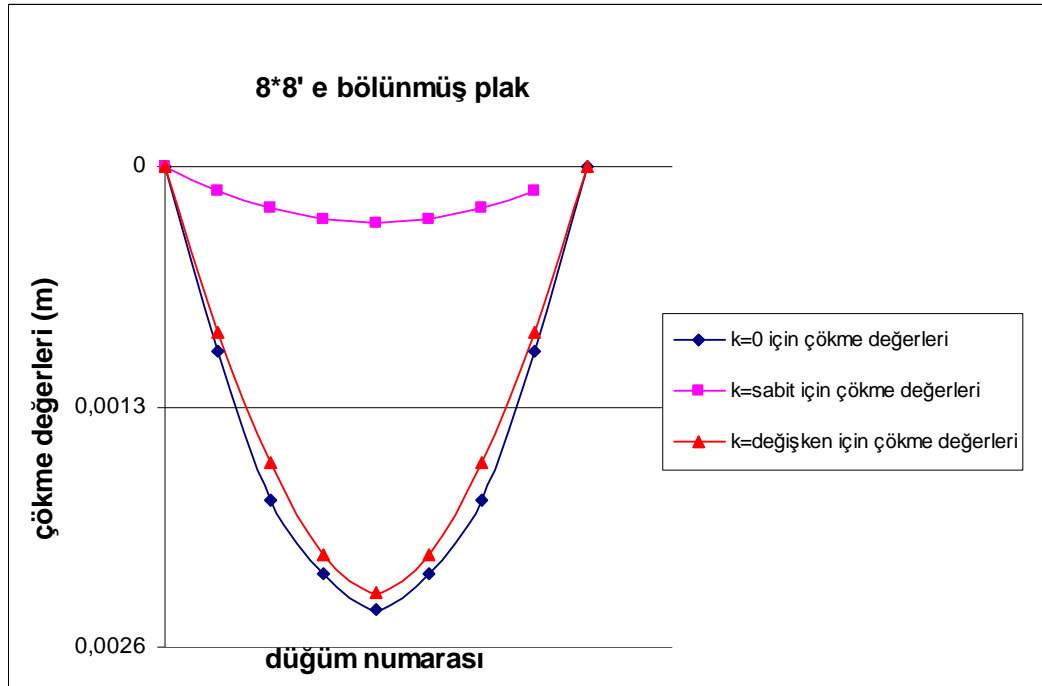


Şekil 52. $4*4$ 'e bölünmüş dört kenarı mafsallı plaktaki eğilme momenti M_x değerlerinin k 'nın değişik durumlarına göre karşılaştırılması

Sonuçlardan plağın orta noktasında meydana gelen M_x momentleri karşılaştırıldığında $k=\text{sabit}$ için elde edilen sonuçların; $k=0$ için elde edilen sonuçlardan %33, $k=\text{değişken}$ için elde edilen sonuçlardan %15 daha az olduğu görülmektedir.

Tablo-13 Dört kenarı mafsallı, $q=36 \text{ kN/m}^2$ yayılı yük etkisinde $8*8$ 'e bölünmüş dikdörtgen plağın; MATLAB bilgisayar programı ile $k=0$, $k=\text{sabit}$ ve $k=\text{değişken}$ olması durumlarına göre elde edilen sonuçlardan $y=1,75 \text{ m}$ 'deki çökme değerlerinin karşılaştırılması

X (m)	Y(m)	Düğüm Numarası	Çökme (m) $k=0$ için	Çökme (m) $k=\text{sabit}$ için	Çökme (m) $k=\text{değişken}$ için
0	1,75	24	0	0	0
0,625	1,75	16	0,001	0,0001286	0,0009
1,25	1,75	12	0,0018	0,0002279	0,0016
1,875	1,75	8	0,0022	0,000288	0,0021
2,5	1,75	4	0,0024	0,0003079	0,0023
3,125	1,75	8	0,0022	0,000288	0,0021
3,75	1,75	12	0,0018	0,0002279	0,0016
4,375	1,75	16	0,001	0,0001289	0,0009
5	1,75	24	0	0	0

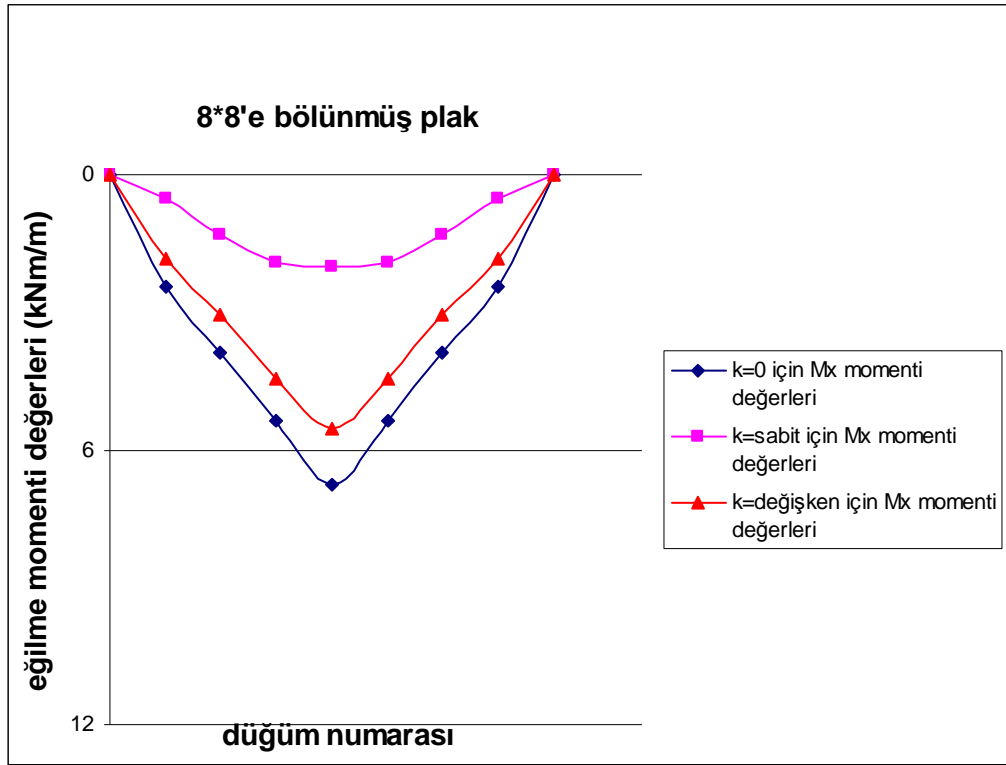


Şekil 53. $8*8$ 'e bölünmüş dört kenarı mafsallı plaktaki çökme değerlerinin k 'nin değişik durumlarına göre karşılaştırılması

Sonuçlardan $8*8$ ' e bölünmüş plağın orta noktasında meydana gelen çökmeleri karşılaştırıldığında $k=\text{sabit}$ için elde edilen sonuçların; $k=0$ için elde edilen sonuçlardan %87; $k=\text{değişken}$ için elde edilen sonuçlardan ise %86 daha az olduğu görülmektedir.

Tablo-14 Dört kenarı mafsallı, $q=36 \text{ kN/m}^2$ yayılı yük etkisinde $8*8$ 'e bölünmüş dikdörtgen plağın; MATLAB bilgisayar programı ile $k=0$, $k=\text{sabit}$ ve $k=\text{değişken}$ olması durumlarına göre elde edilen sonuçlardan $y=1,75 \text{ m}$ 'deki M_x moment değerlerinin karşılaştırılması

X (m)	Y(m)	Düğüm Numarası	Eğilme Momenti M_x (kNm/m) $k=0$ için	Eğilme Momenti M_x (kNm/m) $k=\text{sabit}$ için	Eğilme Momenti M_x (kNm/m) $k=\text{değişken}$ için
0	1,75	24	0	0	0
0,625	1,75	16	2,45	0,52	1,84
1,25	1,75	12	3,37	1,82	2,76
1,875	1,75	8	4,36	1,92	3,98
2,5	1,75	4	6,75	2,01	5,52
3,125	1,75	8	4,36	1,92	3,98
3,75	1,75	12	3,37	1,82	2,76
4,375	1,75	16	2,45	0,52	1,84
5	1,75	24	0	0	0

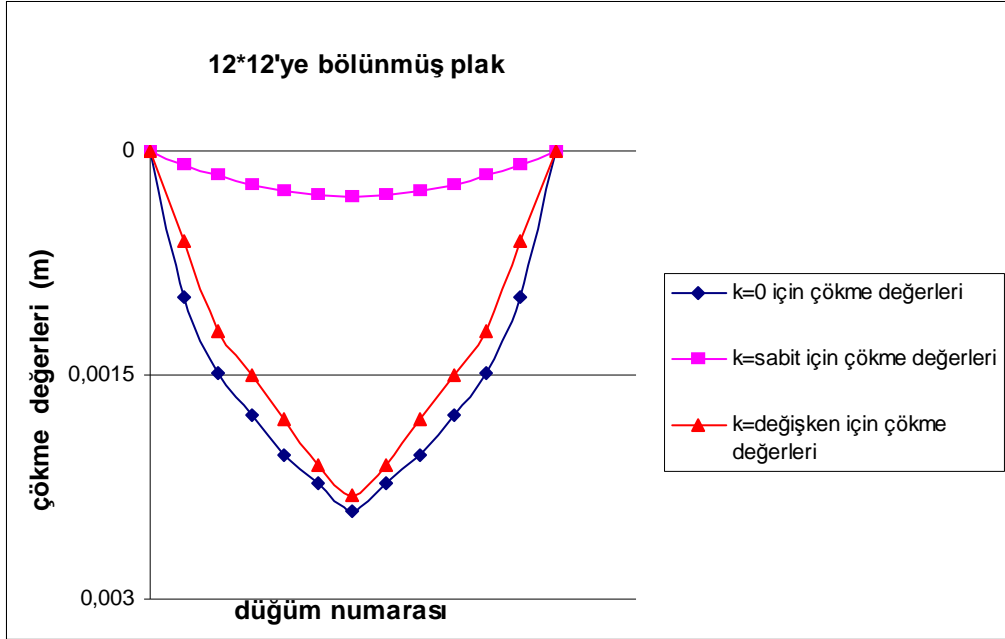


Şekil 54. $8*8$ 'e bölünmüş dört kenarı mafsallı plaktaki eğilme momenti M_x değerlerinin k 'nın değişik durumlarına göre karşılaştırılması

Sonuçlardan plağın orta noktasında meydana gelen M_x momentleri karşılaştırıldığında $k=\text{sabit}$ için elde edilen sonuçların; $k=0$ için elde edilen sonuçlardan %70, $k=\text{değişken}$ için elde edilen sonuçlardan % 63 daha az olduğu görülmektedir.

Tablo-15 Dört kenarı mafsallı, $q=36 \text{ kN/m}^2$ yayılı yük etkisinde $12*12$ 'ye bölünmüş dikdörtgen plağın; MATLAB bilgisayar programı ile $k=0$, $k=\text{sabit}$ ve $k=\text{değişken}$ olması durumlarına göre elde edilen sonuçlardan $y=1,75 \text{ m}$ 'deki çökme değerlerinin karşılaştırılması

X (m)	Y(m)	Düğüm	Çökme (m) k=0 için	Çökme (m) k=sabit için	Çökme (m) k=değişken için
		Numarası			
0	1,75	48	0	0	0
0,416	1,75	36	0,00098	0,0000878	0,0006
0,832	1,75	30	0,00144	0,0001653	0,0012
1,25	1,75	24	0,00162	0,0002277	0,0015
1,666	1,75	18	0,00183	0,0002727	0,0017
2,082	1,75	12	0,00202	0,0002997	0,0019
2,5	1,75	6	0,00241	0,0003087	0,0023
2,916	1,75	12	0,00202	0,0002997	0,0019
3,332	1,75	18	0,00183	0,0002727	0,0017
3,75	1,75	24	0,00162	0,0002277	0,0015
4,166	1,75	30	0,00144	0,0001653	0,0012
4,58	1,75	36	0,00098	0,0000878	0,0006
5	1,75	48	0	0	0

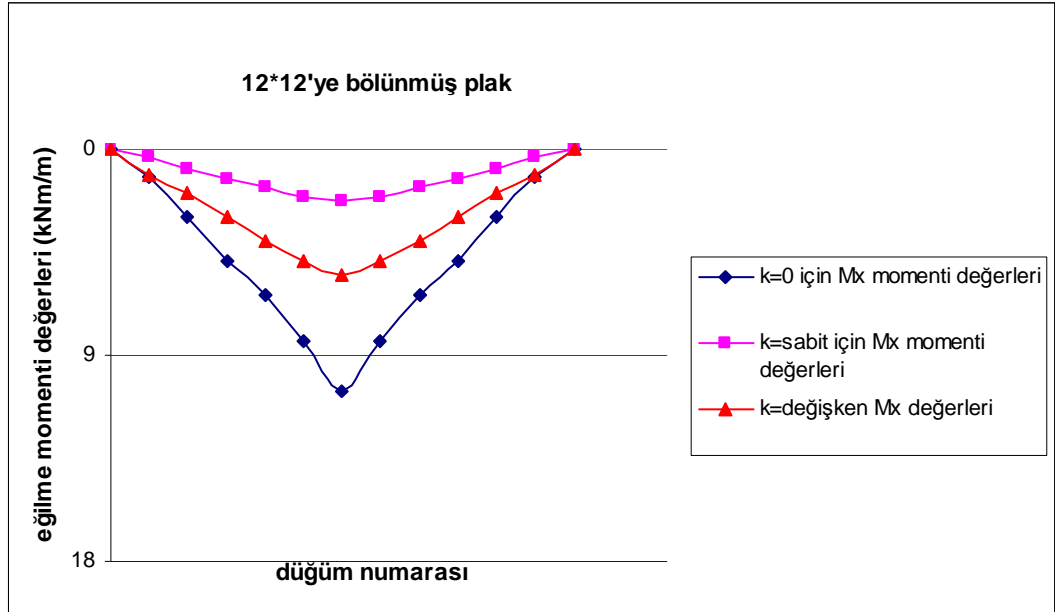


Şekil 55. $12*12$ 'ye bölünmüş dört kenarı mafsallı plaktaki çökme değerlerinin k 'nin değişik durumlarına göre karşılaştırılması

Sonuçlardan $12*12$ 'ye bölünmüş plağın orta noktasında meydana gelen çökmeleri karşılaştırıldığında $k=\text{sabit}$ için elde edilen sonuçların; $k=0$ için elde edilen sonuçlardan %87; $k=\text{değişken}$ için elde edilen sonuçlardan ise % 86 daha az olduğu görülmektedir.

Tablo-16 Dört kenarı mafsallı, $q=36 \text{ kN/m}^2$ yayılı yük etkisinde $12*12'$ ye bölünmüş dikdörtgen plağın; MATLAB bilgisayar programı ile $k=0$, $k=\text{sabit}$ ve $k=\text{değişken}$ olması durumlarına göre elde edilen sonuçlardan $y=1,75 \text{ m}$ 'deki M_x moment değerlerinin karşılaştırılması

X (m)	Y(m)	Düğüm Numarası	Eğilme Momenti M_x (kNm/m) $k=0$ için	Eğilme Momenti M_x (kNm/m) $k=\text{sabit}$ için	Eğilme Momenti M_x (kNm/m) $k=\text{değişken}$ için
0	1,75	48	0	0	0
0,416	1,75	36	1,38	0,39	1,11
0,832	1,75	30	2,22	0,6	1,53
1,25	1,75	24	3,53	1,32	2,76
1,666	1,75	18	4,99	1,66	3,68
2,082	1,75	12	6,38	1,89	4,9
2,5	1,75	6	10,26	2,25	5,52
2,916	1,75	12	6,38	1,89	4,9
3,332	1,75	18	4,99	1,66	3,68
3,75	1,75	24	3,53	1,32	2,76
4,166	1,75	30	2,22	0,6	1,53
4,58	1,75	36	1,38	0,39	1,11
5	1,75	48	0	0	0

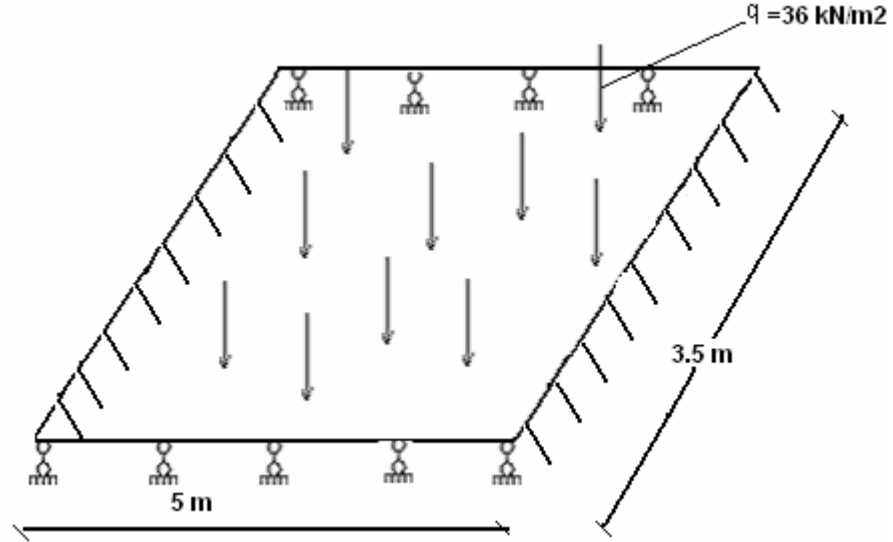


Şekil 56. $12*12'$ ye bölünmüş dört kenarı mafsallı plaktaki eğilme momenti M_x değerlerinin k 'nin değişik durumlarına göre karşılaştırılması

Sonuçlardan plağın orta noktasında meydana gelen M_x momentleri karşılaştırıldığında $k=\text{sabit}$ için elde edilen sonuçların; $k=0$ için elde edilen sonuçlardan %78, $k=\text{değişken}$ için elde edilen sonuçlardan % 59 daha az olduğu görülmektedir. Bölüm sayısı arttıkça hassas sonuçlar vermektedir. Tablolardan $W_{k=0} > W_{k=\text{değişken}} > W_{k=\text{sabit}}$ ve $M_{x(k=0)} > M_{x(k=\text{değişken})} > M_{x(k=\text{sabit})}$ olduğu görülmektedir.

4.2.3. İki kenarı ankastre iki kenarı mafsallı 4*4, 8*8, 12*12'ye bölünmüş plağın k=0, k=sabit ve k=değişken durumlarına göre hesabı ve y=1.75 m için sonuçların karşılaştırılması

4*4, 8*8, 12*12'ye bölünmüş iki kenarı ankastre iki kenarı mafsallı plağın k=0, k=sabit ve k=değişken durumlarına göre sonuçları karşılaştırılmıştır. Burada yapılacak işlemlerde dört kenarı ankastre, dört kenarı mafsallı plak örneklerinde olduğu gibidir. Sadece değişen plağa SFM uygulayarak çökme için yazılan denklem takımlarıdır. Çünkü plağın sınır şartları değişmiştir. Eğilme momenti için yazılan denklem takımları dört kenarı ankastreli plakta olduğu gibidir. (4*4, 8*8, 12*12'ye bölünmüş plaklara SFM yazmak için kullanılan şekillerde aynıdır.)



Şekil 57. İki kenarı ankastre iki kenarı mafsallı plak

Aşağıda sadece 4*4, 8*8, 12*12'ye bölünmüş plağa SFM uygulanarak yazılan çökme denklem takımları yazılmıştır.

1- 4*4'e bölünmüş plak için (Şekil 35)

Çökme denklemleri;

4*4 bölünümü için SFM denklemleri

$$1 \text{ nokta} \rightarrow 47,316W_1 - 24,823W_2 - 24,326W_3 + 8,164W_4 = A$$

$$2 \text{ nokta} \rightarrow -49,646W_1 + 47,316W_2 + 16,328W_3 - 24,326W_4 = A$$

.....

$$4 \text{ nokta} \rightarrow 8,164W_1 - 12,163W_2 - 49,646W_3 + 49,316W_4 = A$$

şeklinde yazılmıştır.

2- 8*8'e bölünmüş plak için (Şekil 40)

Çökme denklemleri;

8*8 bölünümü için SFM denklemleri

$$1 \text{ nokta} \rightarrow 43,019W_1-24,728W_2+4,146W_3-24,29W_5+8,144W_6+2W_9=A$$

$$2 \text{ nokta} \rightarrow -24,728W_1+47,165W_2-24,728W_3+4,146W_4+8,144W_5+24,29W_6+8,144W_7+2W_{10}=A$$

$$3 \text{ nokta} \rightarrow 4,146W_1-24,728W_2+51,311W_3-24,728W_4+8,144W_6-24,29W_7+8,144W_8+2W_{11}=A$$

.....

$$14 \text{ nokta} \rightarrow W_6+4,072W_9-12,145W_{10}+4,072W_{11}-24,728W_{13}+46,165W_{14}+24,728W_{15}+4,146W_{16}=A$$

$$15 \text{ nokta} \rightarrow W_7+4,072W_{10}-12,145W_{11}+4,072W_{12}+4,146W_{13}-24,728W_{14}+52,311W_{15}-24,728W_{16}=A$$

$$16 \text{ nokta} \rightarrow W_8+8,144W_{11}-12,145W_{12}+8,292W_{14}-49,456W_{15}+48,165W_{16}=A$$

şeklinde yazılmıştır.

3- 12*12'ye bölünmüş plak için (Şekil 45)

Çökme denklemleri;

12*12 bölünümü için SFM denklemleri

$$1 \text{ nokta} \rightarrow 43,11W_1-24,795W_2+4,159W_3-24,316W_7+8,158W_8+2W_{13}=A$$

$$2 \text{ nokta} \rightarrow -24,795W_1+47,271W_2-24,795W_3+4,159W_4+8,158W_7-24,316W_8+8,158W_9+2W_{14}=A$$

$$3 \text{ nokta} \rightarrow 4,159W_1-24,795W_2+47,271W_3-24,795W_4+4,159W_5+8,158W_8-24,316W_9+8,158W_{10}+2W_{15}=A$$

.....

$$34 \text{ nokta} \rightarrow W_{22}+4,079W_{27}-12,158W_{28}+4,079W_{29}+4,159W_{32}-24,795W_{33}+48,271W_{34}-24,795W_{35}+4,159W_{36}=A$$

$$35 \text{ nokta} \rightarrow W_{23}+4,079W_{28}-12,158W_{29}+4,079W_{30}+4,159W_{33}-24,795W_{34}+52,43W_{35}-24,795W_{36}=A$$

$$36 \text{ nokta} \rightarrow W_{24}+8,158W_{29}-12,158W_{30}+8,318W_{34}-49,59W_{35}+48,271W_{36}=A$$

şeklinde yazılmıştır.

A değerleri bulunduktan sonra çökme için yazılan denklem takımında yazılır ve çözümü yapılarak çökme değerleri bulunur. Bu değerlerde moment denklem takımlarına yazılarak eğilme momenti değerleri bulunur.

Dört kenarı mafsallı plağın ;

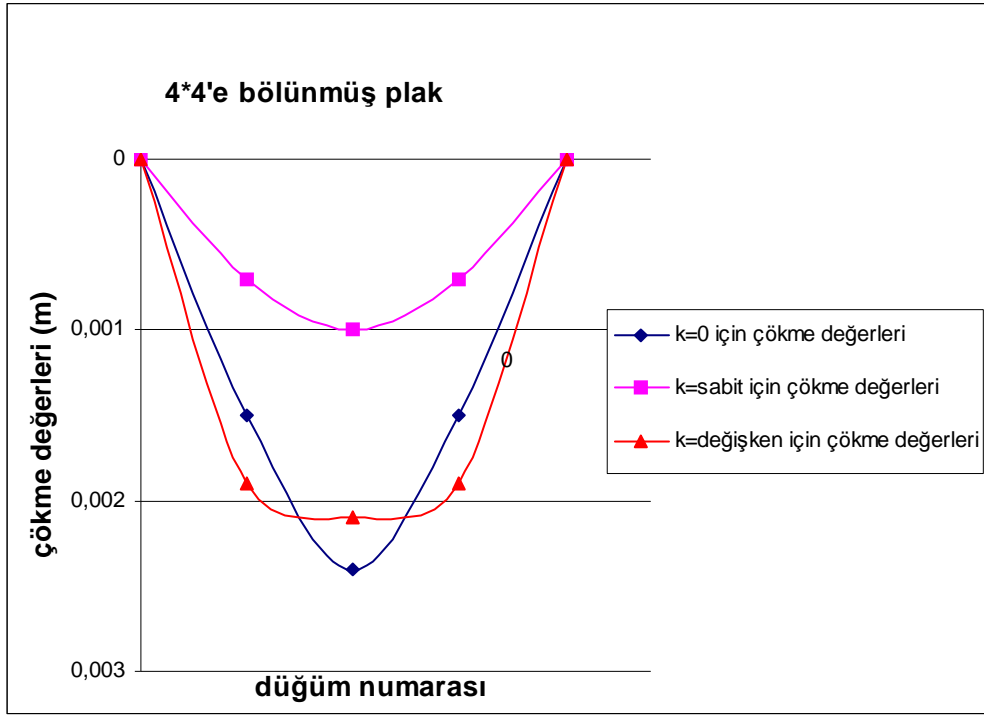
4*4'e bölünmüş plağın; $k=0$, $k=\text{sabit}$ ve $k=\text{değişken}$ için çökme değerleri Tablo 17'de, eğilme momenti değerleri ise Tablo 18'de gösterilmiş ve sonuçlar karşılaştırılmıştır.

8*8'e bölünmüş plağın; $k=0$, $k=\text{sabit}$ ve $k=\text{değişken}$ için çökme değerleri Tablo 19'da, eğilme momenti değerleri ise Tablo 20'de gösterilmiş ve sonuçlar karşılaştırılmıştır.

12*12'ye bölünmüş plağın; $k=0$, $k=\text{sabit}$ ve $k=\text{değişken}$ için çökme değerleri Tablo21'de, eğilme momenti değerleri ise Tablo22'de gösterilmiş ve sonuçlar karşılaştırılmıştır.

Tablo-17 iki kenarı ankastre iki kenarı mafsallı, $q=36 \text{ kN/m}^2$ yayılı yük etkisinde 4×4 'e bölünmüş dikdörtgen plağın; MATLAB bilgisayar programı ile $k=0$, $k=\text{sabit}$ ve $k=\text{değişken}$ olması durumlarına göre elde edilen sonuçlardan $y=1,75 \text{ m}$ 'deki çökme değerlerinin karşılaştırılması

X (m)	Y(m)	Düğüm Numarası	Çökme (m) $k=0$ için	Çökme (m) $k=\text{sabit}$ için	Çökme (m) $k=\text{değişken}$ için
0	1,75	8	0	0	0
1,25	1,75	4	0,0015	0,0007	0,0019
2,5	1,75	2	0,0023	0,001	0,0021
3,75	1,75	4	0,0015	0,0007	0,0019
5	1,75	8	0	0	0

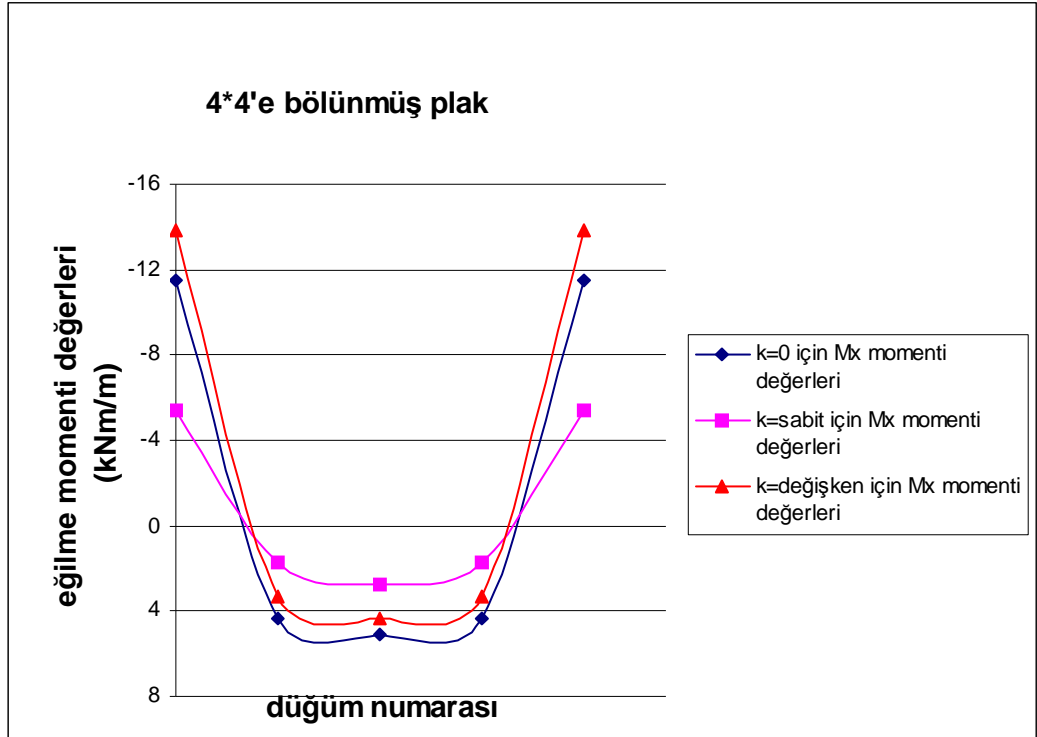


Şekil 58. 4×4 'e bölünmüş iki kenarı ankastre iki kenarı mafsallı plaktaki çökme değerlerinin k 'nin değişik durumlarına göre karşılaştırılması

Sonuçlardan 4×4 'e bölünmüş plağın orta noktasında meydana gelen çökmeleri karşılaştırıldığında $k=\text{sabit}$ için elde edilen sonuçlar; $k=0$ için elde edilen sonuçlardan %58; $k=\text{değişken}$ için elde edilen sonuçlardan ise %52 daha az olduğu görülmektedir.

Tablo-18 iki kenarı ankastre iki kenarı mafsallı, $q=36 \text{ kN/m}^2$ yayılı yük etkisinde 4×4 'e bölünmüş dikdörtgen plağın; MATLAB bilgisayar programı ile $k=0$, $k=\text{sabit}$ ve $k=\text{değişken}$ olması durumlarına göre elde edilen sonuçlardan $y=1,75 \text{ m}$ 'deki M_x moment değerlerinin karşılaştırılması

X (m)	Y(m)	Düğüm Numarası	Eğilme Momenti M_x (kNm/m) $k=0$ için	Eğilme Momenti M_x (kNm/m) $k=\text{sabit}$ için	Eğilme Momenti M_x (kNm/m) $k=\text{değişken}$ için
0	1,75	8	-11,52	-5,38	-13,82
1,25	1,75	4	4,36	1,68	3,3
2,5	1,75	2	5,06	2,76	4,3
3,75	1,75	4	4,36	1,68	3,3
5	1,75	8	-11,52	-5,38	-13,82

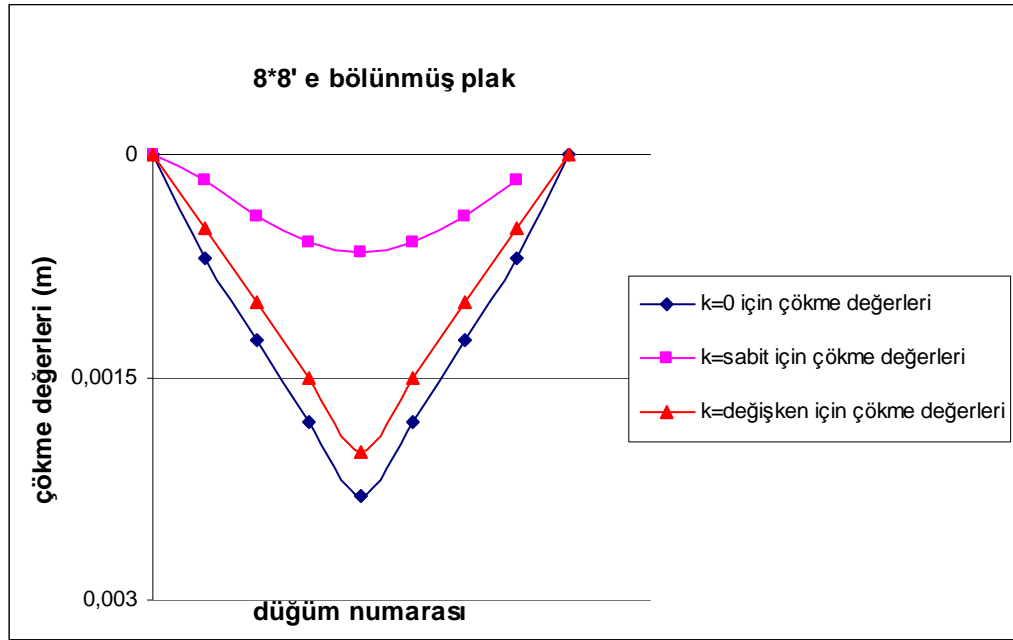


Şekil 59. 4×4 'e bölünmüş iki kenarı ankastre iki kenarı mafsallı plaktaki eğilme momenti M_x değerlerinin k 'nin değişik durumlarına göre karşılaştırılması

Sonuçlardan plağın orta noktasında meydana gelen M_x momentleri karşılaştırıldığında $k=\text{sabit}$ için elde edilen sonuçların; $k=\text{sabit}$ için elde edilen sonuçlardan %45, $k=\text{değişken}$ için elde edilen sonuçlardan %36 daha az olduğu görülmektedir.

Tablo-19 iki kenarı ankastre iki kenarı mafsallı, $q=36 \text{ kN/m}^2$ yayılı yük etkisinde $8*8$ 'e bölünmüş dikdörtgen plağın; MATLAB bilgisayar programı ile $k=0$, $k=\text{sabit}$ ve $k=\text{değişken}$ olması durumlarına göre elde edilen sonuçlardan $y=1,75 \text{ m}$ 'deki çökme değerlerinin karşılaştırılması

X (m)	Y(m)	Düğüm Numarası	Çökme (m) $k=0$ için	Çökme (m) $k=\text{sabit}$ için	Çökme (m) $k=\text{değişken}$ için
0	1,75	24	0	0	0
0,625	1,75	16	0,0008	0,0001786	0,0006
1,25	1,75	12	0,0012	0,0004175	0,0010
1,875	1,75	8	0,0018	0,0005911	0,0015
2,5	1,75	4	0,0023	0,0006527	0,002
3,125	1,75	8	0,0018	0,0005911	0,0015
3,75	1,75	12	0,0012	0,0004175	0,0010
4,375	1,75	16	0,0008	0,0001786	0,0006
5	1,75	24	0	0	0

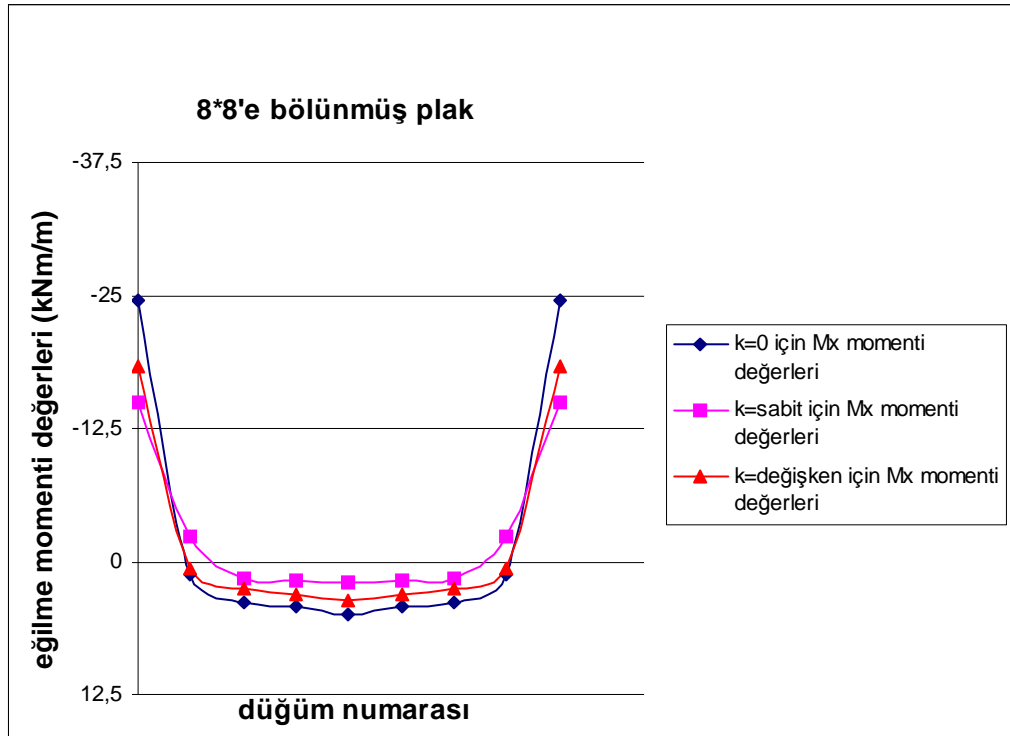


Şekil 60. $8*8$ 'e bölünmüş iki kenarı ankastre iki kenarı mafsallı plaktaki çökme değerlerinin k 'nin değişik durumlarına göre karşılaştırılması

Sonuçlardan $8*8$ ' e bölünmüş plağın orta noktasında meydana gelen çökmeleri karşılaştırıldığında $k=\text{sabit}$ için elde edilen sonuçların; $k=0$ için elde edilen sonuçlardan %71; $k=\text{değişken}$ için elde edilen sonuçlardan ise %67 daha az olduğu görülmektedir.

Tablo-20 iki kenarı ankastre iki kenarı mafsallı, $q=36 \text{ kN/m}^2$ yayılı yük etkisinde $8*8$ 'e bölünmüş dikdörtgen plağın; MATLAB bilgisayar programı ile $k=0$, $k=\text{sabit}$ ve $k=\text{değişken}$ olması durumlarına göre elde edilen sonuçlardan $y=1,75 \text{ m}$ 'deki M_x moment değerlerinin karşılaştırılması

X (m)	Y(m)	Düğüm Numarası	Eğilme Momenti M_x (kNm/m) $k=0$ için	Eğilme Momenti M_x (kNm/m) $k=\text{sabit}$ için	Eğilme Momenti M_x (kNm/m) $k=\text{değişken}$ için
0	1,75	24	-24,55	-15,02	-18,41
0,625	1,75	16	1,22	-2,44	0,61
1,25	1,75	12	2,95	1,64	1,96
1,875	1,75	8	4,32	1,81	3,06
2,5	1,75	4	4,9	1,93	4,29
3,125	1,75	8	4,32	1,81	3,06
3,75	1,75	12	2,95	1,64	1,96
4,375	1,75	16	1,22	-2,44	0,61
5	1,75	24	-24,55	-15,02	-18,41

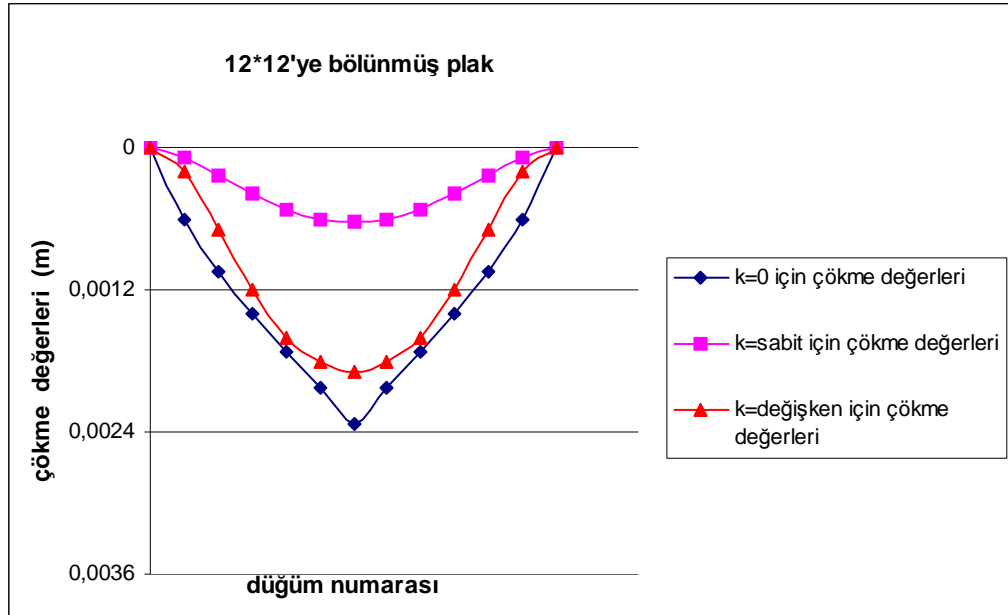


Şekil 61. $8*8$ 'e bölünmüş iki kenarı ankastre iki kenarı mafsallı plaktaki eğilme momenti M_x değerlerinin k 'nin değişik durumlarına göre karşılaştırılması

Sonuçlardan plağın orta noktasında meydana gelen M_x momentleri karşılaştırıldığında $k=\text{sabit}$ için elde edilen sonuçların; $k=0$ için elde edilen sonuçlardan %61, $k=\text{değişken}$ için elde edilen sonuçlardan %55 daha az olduğu görülmektedir.

Tablo-21 iki kenarı ankastre iki kenarı mafsallı, $q=36$ kN/m² yayılı yük etkisinde 12*12'ye bölünmüş dikdörtgen plağın; MATLAB bilgisayar programı ile $k=0$, $k=\text{sabit}$ ve $k=\text{değişken}$ olması durumlarına göre elde edilen sonuçlardan $y=1,75$ m'deki çökme değerlerinin karşılaştırılması

X (m)	Y(m)	Düğüm Numarası	Çökme (m) $k=0$ için	Çökme (m) $k=\text{sabit}$ için	Çökme (m) $k=\text{değişken}$ için
0	1,75	48	0	0	0
0,416	1,75	36	0,0008	0,0000854	0,0002
0,832	1,75	30	0,00091	0,0002367	0,0007
1,25	1,75	24	0,00131	0,0003933	0,0012
1,666	1,75	18	0,00172	0,0005212	0,0016
2,082	1,75	12	0,00183	0,0006031	0,0018
2,5	1,75	6	0,00234	0,0006312	0,0019
2,916	1,75	12	0,00183	0,0006031	0,0018
3,332	1,75	18	0,00172	0,0005212	0,0016
3,75	1,75	24	0,00131	0,0003933	0,0012
4,166	1,75	30	0,00091	0,0002367	0,0007
4,58	1,75	36	0,0008	0,0000854	0,0002
5	1,75	48	0	0	0

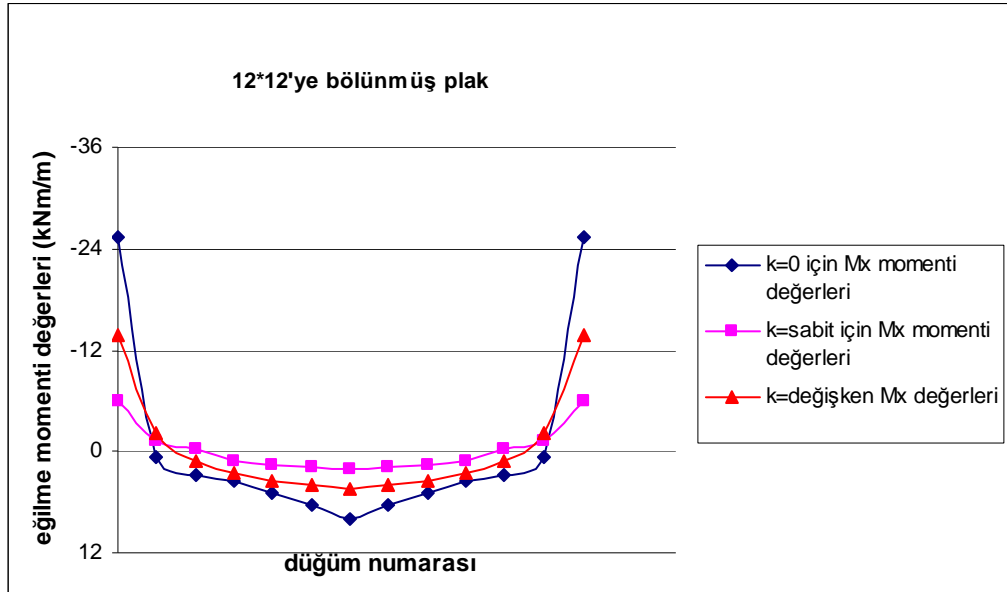


Şekil 62. 12*12'ye bölünmüş iki kenarı ankastre iki kenarı mafsallı plaktaki çökme değerlerinin k 'nin değişik durumlarına göre karşılaştırılması

Sonuçlardan 12*12'ye bölünmüş plağın orta noktasında meydana gelen çökmeleri karşılaştırıldığında $k=\text{sabit}$ için elde edilen sonuçların; $k=0$ için elde edilen sonuçlardan %73; $k=\text{değişken}$ için elde edilen sonuçlardan ise %66 daha az olduğu görülmektedir.

Tablo-22 iki kenarı ankastre iki kenarı mafsallı, $q=36 \text{ kN/m}^2$ yayılı yük etkisinde $12*12$ 'ye bölünmüş dikdörtgen plağın; MATLAB bilgisayar programı ile $k=0$, $k=\text{sabit}$ ve $k=\text{değişken}$ olması durumlarına göre elde edilen sonuçlardan $y=1,75 \text{ m}$ 'deki M_x moment değerlerinin karşılaştırılması

X (m)	Y(m)	Düğüm Numarası	Eğilme Momenti M_x (kNm/m) $k=0$ için	Eğilme Momenti M_x (kNm/m) $k=\text{sabit}$ için	Eğilme Momenti M_x (kNm/m) $k=\text{değişken}$ için
0	1,75	48	-25,38	-5,93	-13,87
0,416	1,75	36	0,62	-1,26	-2,25
0,832	1,75	30	2,08	-0,88	1,18
1,25	1,75	24	3,53	1,23	2,49
1,666	1,75	18	4,92	1,54	3,46
2,082	1,75	12	6,25	1,73	4,02
2,5	1,75	6	9,99	1,98	4,34
2,916	1,75	12	6,25	1,73	4,02
3,332	1,75	18	4,92	1,54	3,46
3,75	1,75	24	3,53	1,23	2,49
4,166	1,75	30	2,08	-0,88	1,18
4,58	1,75	36	0,62	-1,26	-2,25
5	1,75	48	-25,38	-5,93	-13,87



Şekil 63. $12*12$ 'ye bölünmüş iki kenarı ankastre iki kenarı mafsallı plaktaki eğilme momenti M_x değerlerinin k 'nin değişik durumlarına göre karşılaştırılması

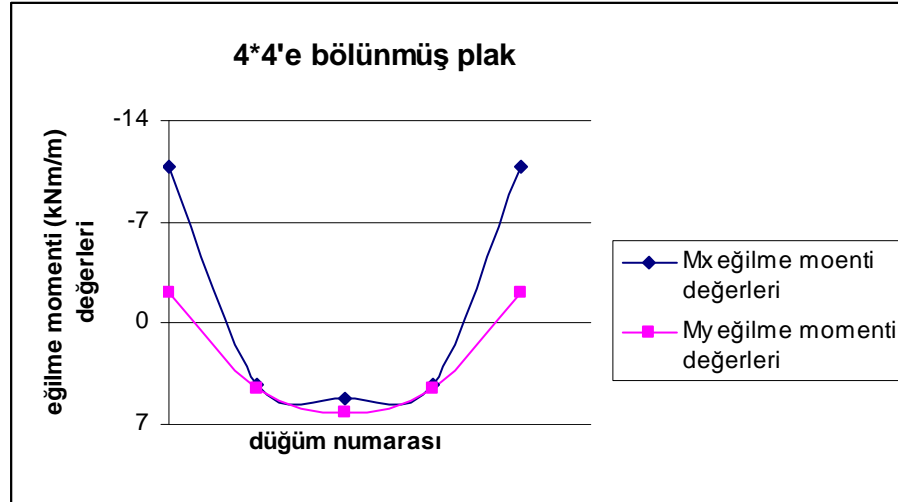
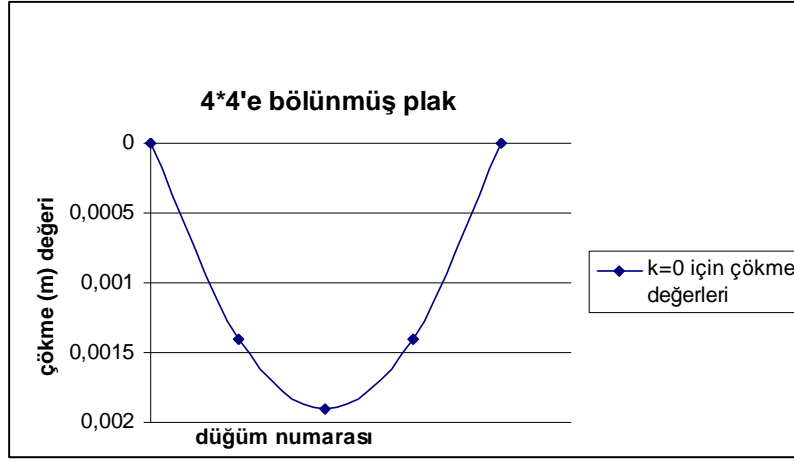
Sonuçlardan plağın orta noktasında meydana gelen M_x momentleri karşılaştırıldığında $k=\text{sabit}$ için elde edilen sonuçların; $k=0$ için elde edilen sonuçlardan %80, $k=\text{değişken}$ için elde edilen sonuçlardan %54,3 daha az olduğu görülmektedir. Bölüm sayısı arttıkça hassas sonuçlar vermektedir. Tablolardan $W_{k=0} > W_{k=\text{değişken}} > W_{k=\text{sabit}}$ ve $M_{x_{k=0}} > M_{x_{k=\text{değişken}}} > M_{x_{k=\text{sabit}}}$ olduğu görülmektedir.

4.3. FORTRAN Bilgisayar Programlama Dilinde Geliştirilen STANANALİZ.f90 İle Çözümü Yapılan 4*4' Bölünmüş 36 kN/m² Üniform Yayılı Yük Etkisinde Dört Kenarı Ankastre Plağın; k=0, k=Sabit ve k=Değişken Olmasına Göre Karşılaştırılması

FORTRAN bilgisayar programlama dilinde geliştirilen STANANALİZ.f90 ile 4*4' bölünmüş 36 kN/m² üniform yayılı yük etkisinde dört kenarı ankastre plağın, y=1,75 m de oluşan çökme ve eğilme momenti değerleri; Tablo23, Tablo 24, Tablo 25'te gösterilmiştir. k=0, k=sabit, k=değişken olmasına göre çökme değerleri Tablo 26'da, eğilme momenti değerleri ise Tablo 27, Tablo 28'de gösterilerek sonuçlar karşılaştırılmıştır.(Çökme için bulunan sonuçlar EK-2'de sunulmuştur.)

Tablo-23 FORTRAN bilgisayar programlama dilinde geliştirilen STANANALİZ.f90 ile 4*4' bölünmüş 36 kN/m² üniform yayılı yük etkisinde dört kenarı ankastre plâkın, k=0 için y=1,75 m de oluşan çökme ve eğilme momenti değerleri

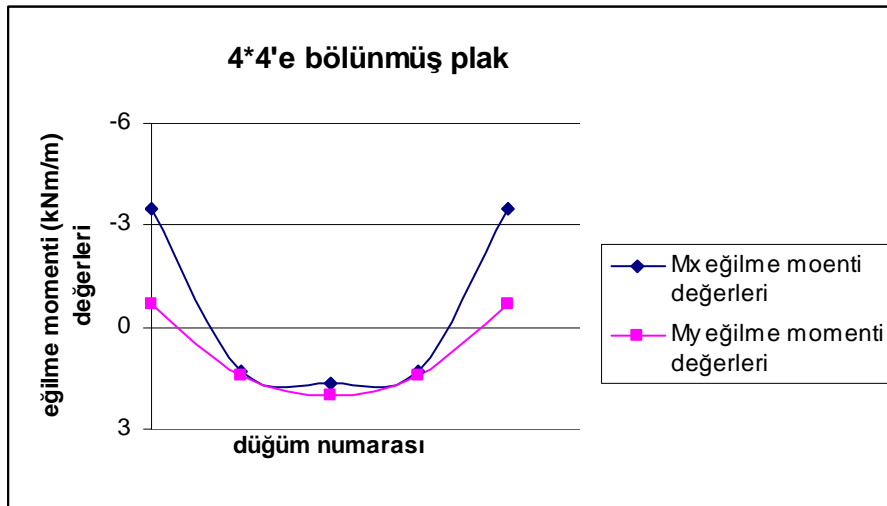
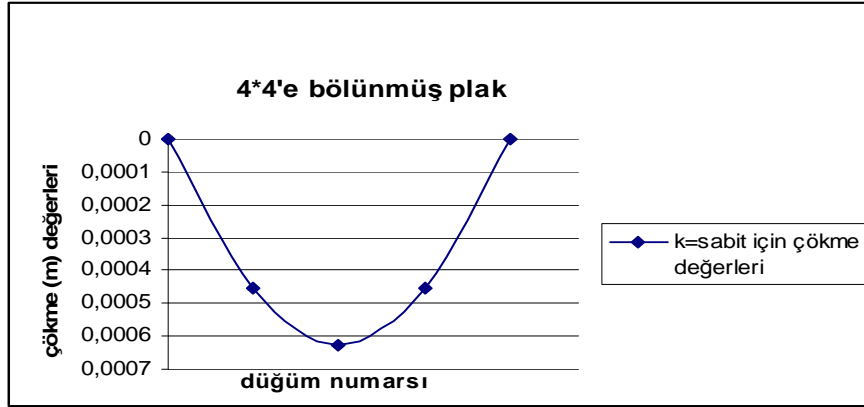
X (m)	Y(m)	Düğüm Numarası	Çökme (m) k=0 için	Eğilme Momenti Mx (kNm/m) k=0 için	Eğilme Momenti My (kNm/m) k=0 için
0	1,75	8	0	-10,757	-2,151
1,25	1,75	4	0,0014007	4,223	4,529
2,5	1,75	2	0,001901	4,919	6,143
3,75	1,75	4	0,0014007	4,223	4,529
5	1,75	8	0	-10,757	-2,151



Şekil 64. 4*4'e bölünmüş dört kenarı ankastre plaktaki çökme ve eğilme momenti değerlerinin k=0 olmasına göre grafikleri

Tablo-24 FORTRAN bilgisayar programlama dilinde geliştirilen STANANALİZ.f90 ile 4*4' bölünmüş 36 kN/m² üniform yayılı yük etkisinde dört kenarı ankastre plağın, k=sabit için y=1,75 m de oluşan çökme ve eğilme momenti değerleri

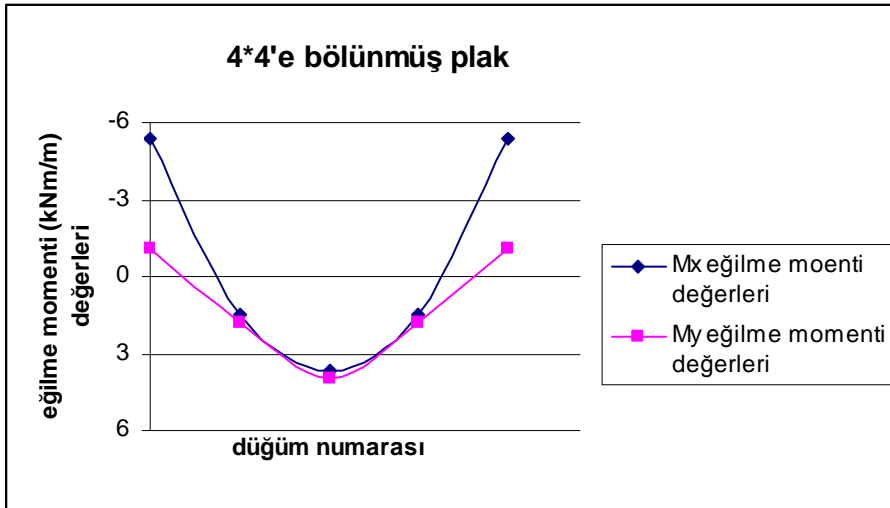
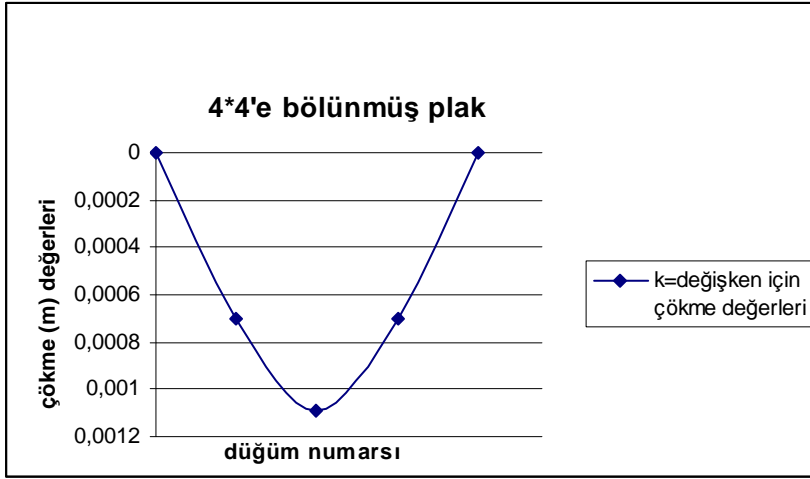
X (m)	Y(m)	Düğüm		Eğilme Momenti	
		Numarası	Çökme (m) k=sabit için	Mx (kNm/m) k=sabit için	My (kNm/m) k=sabit için
0	1,75	8	0	-3,5	-0,7
1,25	1,75	4	0,0004558	1,33	1,44
2,5	1,75	2	0,0006289	1,67	1,98
3,75	1,75	4	0,0004558	1,33	1,44
5	1,75	8	0	-3,5	-0,7



Şekil 65. 4*4'e bölünmüş dört kenarı ankastre plaktaki çökme ve eğilme momenti değerlerinin k=sabit olmasına göre grafikleri

Tablo-25 FORTRAN bilgisayar programlama dilinde geliştirilen STANANALİZ.f90 ile 4*4' bölünmüş 36 kN/m² üniform yayılı yük etkisinde dört kenarı ankastre plâğın, k=değişken için y=1,75 m de oluşan çökme ve eğilme momenti değerleri

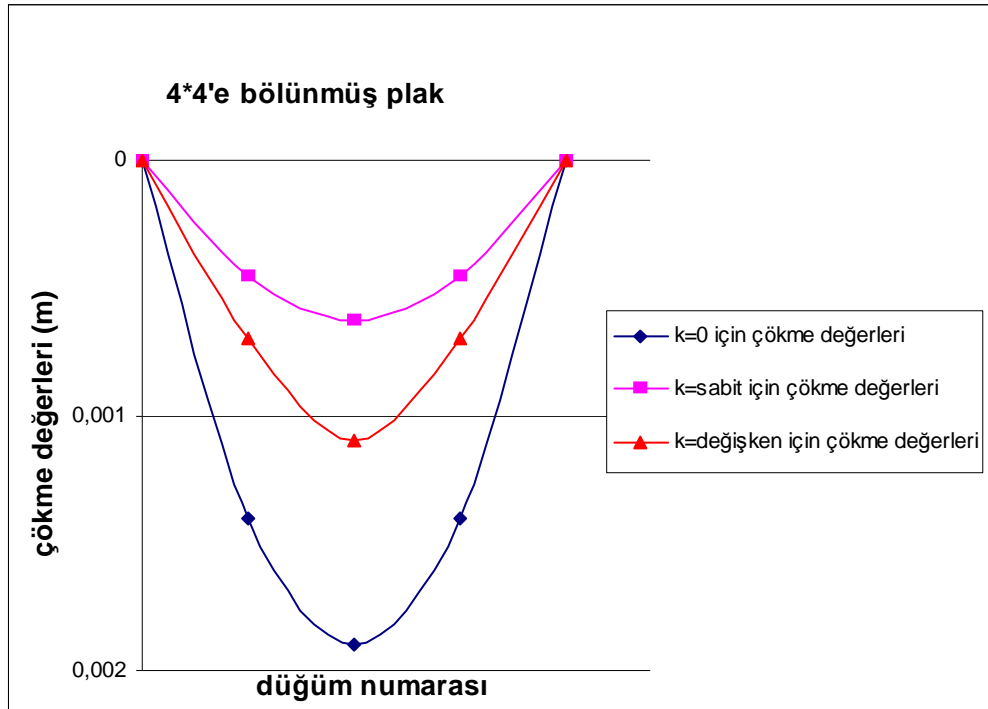
X (m)	Y(m)	Düğüm Numarası	Çökme (m) k=değişken için	Eğilme Momenti Mx (kNm/m) k=değişken için	Eğilme Momenti My (kNm/m) k=değişken için
0	1,75	8	0	-5,36	-1,07
1,25	1,75	4	0,000699	1,45	1,76
2,5	1,75	2	0,001089	3,68	3,98
3,75	1,75	4	0,000699	1,45	1,76
5	1,75	8	0	-5,36	-1,07



Şekil 66. 4*4'e bölünmüş dört kenarı ankastre plaktaki çökme ve eğilme momenti değerlerinin k=değişken olmasına göre grafikleri

Tablo-26 Dört kenarı ankastre, $q=36 \text{ kN/m}^2$ yayılı yük etkisinde 4×4 'e bölünmüş dikdörtgen plağın; FORTRAN bilgisayar programı ile $k=0$, $k=\text{sabit}$ ve $k=\text{değişken}$ olması durumlarına göre elde edilen sonuçlardan $y=1,75 \text{ m}$ 'deki çökme değerlerinin karşılaştırılması

X (m)	Y(m)	Düğüm Numarası	Çökme (m) k=0 için	Çökme (m) k=sabit için	Çökme (m) k=değişken için
0	1,75	8	0	0	0
1,25	1,75	4	0,0014007	0,0004558	0,0007
2,5	1,75	2	0,0019001	0,0006289	0,001099
3,75	1,75	4	0,0014007	0,0004558	0,0007
5	1,75	8	0	0	0

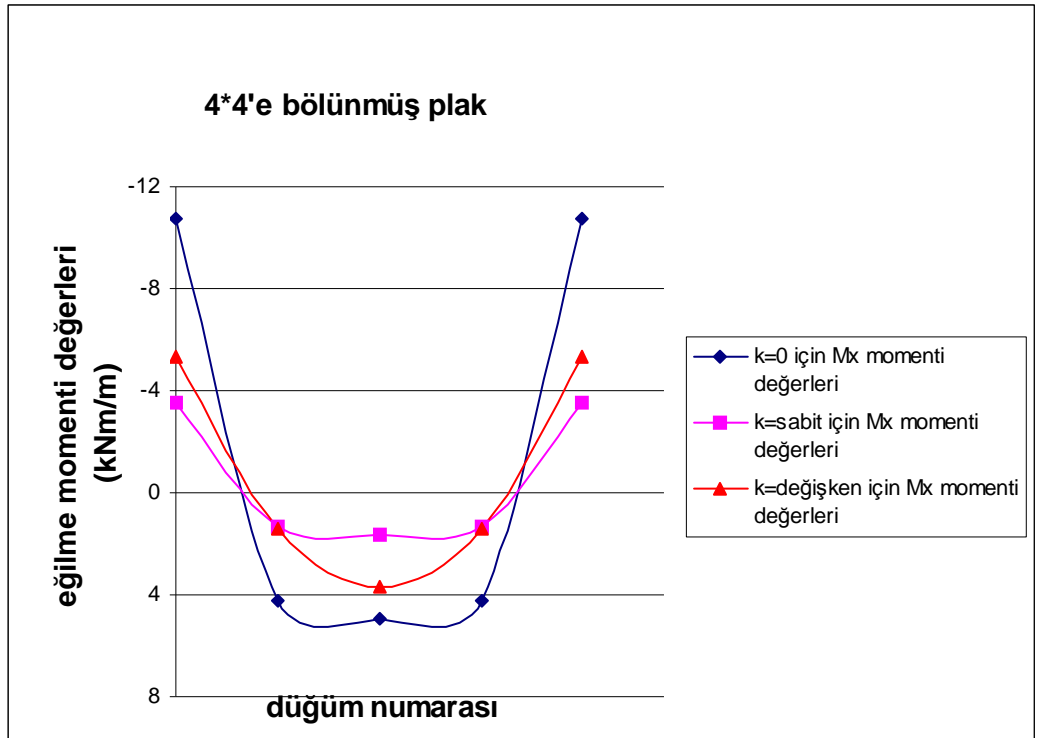


Şekil 67. 4×4 'e bölünmüş dört kenarı ankastre plaktaki çökme değerlerinin k 'nın değişik hallerine göre karşılaştırılması

Sonuçlardan 4×4 'e bölünmüş plağın orta noktasında meydana gelen çökmeleri karşılaştırıldığında $k=\text{sabit}$ için elde edilen sonuçların; $k=0$ için elde edilen sonuçlardan %67; $k=\text{değişken}$ için elde edilen sonuçlardan %42 daha az olduğu görülmektedir.

Tablo-27 Dört kenarı ankastre, $q=36 \text{ kN/m}^2$ yayılı yük etkisinde 4×4 'e bölünmüş dikdörtgen plağın; FORTRAN bilgisayar programı ile $k=0$, $k=\text{sabit}$ ve $k=\text{değişken}$ olması durumlarına göre elde edilen sonuçlardan $y=1,75 \text{ m}$ 'deki M_x moment değerlerinin karşılaştırılması

X (m)	Y(m)	Düğüm Numarası	Eğilme Momenti M_x (kNm/m) $k=0$ için	Eğilme Momenti M_x (kNm/m) $k=\text{sabit}$ için	Eğilme Momenti M_x (kNm/m) $k=\text{değişken}$ için
0	1,75	8	-10,757	-3,5	-5,36
1,25	1,75	4	4,223	1,33	1,45
2,5	1,75	2	4,919	1,67	3,68
3,75	1,75	4	4,223	1,33	1,45
5	1,75	8	-10,757	-3,5	-5,37

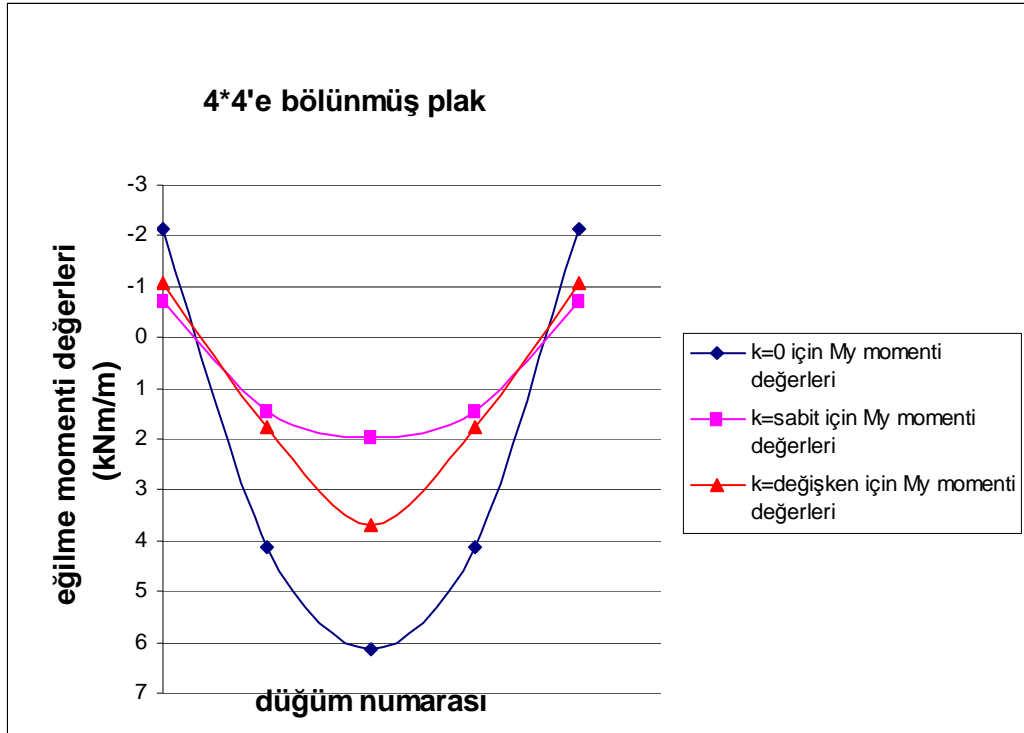


Şekil 68. 4×4 'e bölünmüş dört kenarı ankastre plaktaki eğilme momenti M_x değerlerinin k 'nin değişik hallerine göre karşılaştırılması

Sonuçlardan plağın orta noktasında meydana gelen M_x momentlerini karşılaştırıldığında $k=\text{sabit}$ için elde edilen sonuçların; $k=0$ için elde edilen sonuçlardan %66, $k=\text{değişken}$ için elde edilen sonuçlardan %55 daha az olduğu görülmektedir.

Tablo-28 Dört kenarı ankastre, $q=36 \text{ kN/m}^2$ yayılı yük etkisinde $4*4$ 'e bölünmüş dikdörtgen plâğın; FORTRAN bilgisayar programı ile $k=0$, $k=\text{sabit}$ ve $k=\text{değişken}$ olması durumlarına göre elde edilen sonuçlardan $y=1,75 \text{ m}$ 'deki M_y moment değerlerinin karşılaştırılması

X (m)	Y(m)	Düğüm Numarası	Eğilme Momenti M_y (kNm/m) $k=0$ için	Eğilme Momenti M_y (kNm/m) $k=\text{sabit}$ için	Eğilme Momenti M_y (kNm/m) $k=\text{değişken}$ için
0	1,75	8	-2,15	-0,7	-1,07
1,25	1,75	4	4,13	1,44	1,77
2,5	1,75	2	6,144	1,98	3,68
3,75	1,75	4	4,13	1,44	1,77
5	1,75	8	-2,15	-0,7	-1,07



Şekil 69. $4*4$ 'e bölünmüş dört kenarı ankastre plaktaki eğilme momenti M_y değerlerinin k 'nin değişik hallerine göre karşılaştırılması

Aynı şekilde M_y momenti için karşılaştırıldığında; $k=\text{sabit}$ için elde edilen sonuçların; $k=0$ için elde edilen sonuçlardan %68, $k=\text{değişken}$ için elde edilen sonuçlardan %46 daha az olduğu görülmektedir.

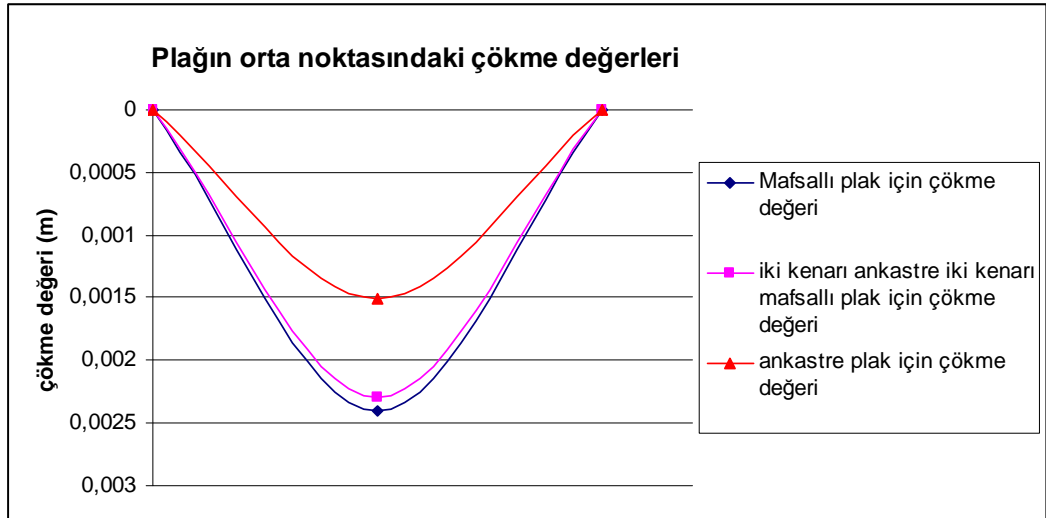
4.4. Farklı Mesnet Şekillerine Göre 4*4'e Bölünmüş Plağın Yatak Katsayısının Farklı Durumları İçin Karşılaştırılması

Yatak katsayısı k 'nin değişen durumlarına göre farklı mesnetlenme şekilleri için plağın orta noktasında meydana gelen çökme değerleri Tablo 29, Tablo 31, Tablo 33'te; eğilme momenti değerleri ise Tablo 30, Tablo 32, Tablo 34'te gösterilerek sonuçlar karşılaştırılmıştır

Burada sadece 4*4'e bölünmüş plak için karşılaştırma yapıldı ama bu durum benzer şekilde 8*8, 12*12'ye bölünmüş plak içinde yapılabilir.

Tablo-29 MATLAB bilgisayar programı ile çözülen, $q=36 \text{ kN/m}^2$ yayılı yük etkisinde 4*4'e bölünmüş dikdörtgen plağın orta noktası için; $k=0$ olması durumuna göre elde edilen çökme (m) sonuçlarının; dört kenarı ankastre, dört kenarı mafsallı ve iki kenarı ankastre iki kenarı mafsallı olması durumlarına göre karşılaştırılması

$k=0$	Dört kenarı ankastre plak	Dört kenarı mafsallı plak	İki kenarı ankastre iki kenarı mafsallı plak
4*4	0,0015	0,0024	0,0023

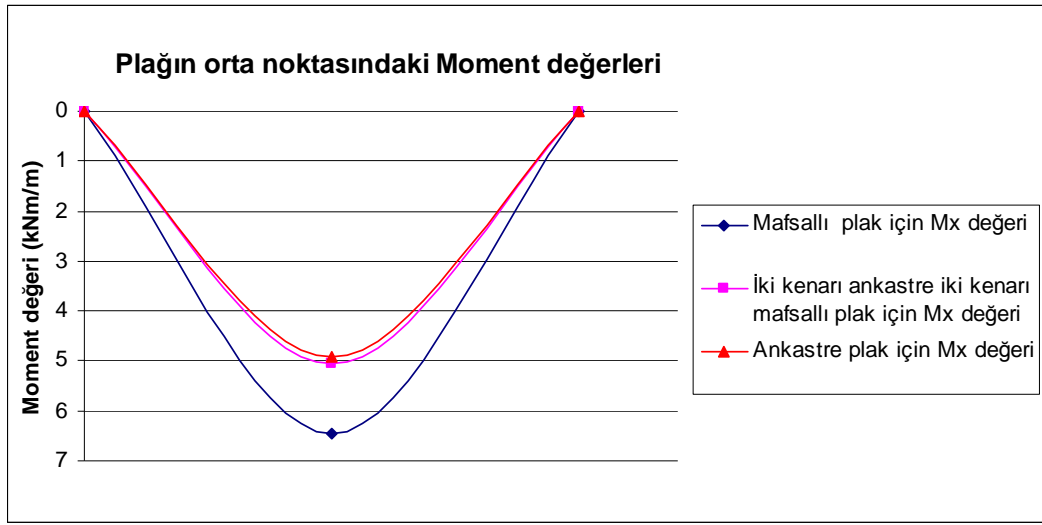


Şekil 70. $k=0$ olmasına göre, 4*4 'e bölünmüş farklı mesnetli plalarda oluşan çökme değerlerinin karşılaştırılması

Farklı mesnetlenme şekillerine göre, $k=0$ için, plağın orta noktasında meydana gelen çökmeler karşılaştırıldığında; dört kenarı ankastre plak için elde edilen sonuçların, dört kenarı mafsallı plak için elde edilen sonuçlardan %37.5, iki kenarı ankastre iki kenarı mafsallı plak için elde edilen sonuçlardan ise %34.7 daha az olduğu görülmektedir.

Tablo-30 MATLAB bilgisayar programı ile çözülen, $q=36$ kN/m² yayılı yük etkisinde 4*4'e bölünmüş dikdörtgen plağın orta noktası için; $k=0$ olması durumuna göre elde edilen M_x (kNm/m) eğilme momenti sonuçlarının; dört kenarı ankastre, dört kenarı mafsallı ve iki kenarı ankastre iki kenarı mafsallı olması durumlarına göre karşılaştırılması

$k=0$	Dört kenarı ankastre plak	Dört kenarı mafsallı plak	İki kenarı ankastre iki kenarı mafsallı plak
4*4	4,91	6,46	5,06

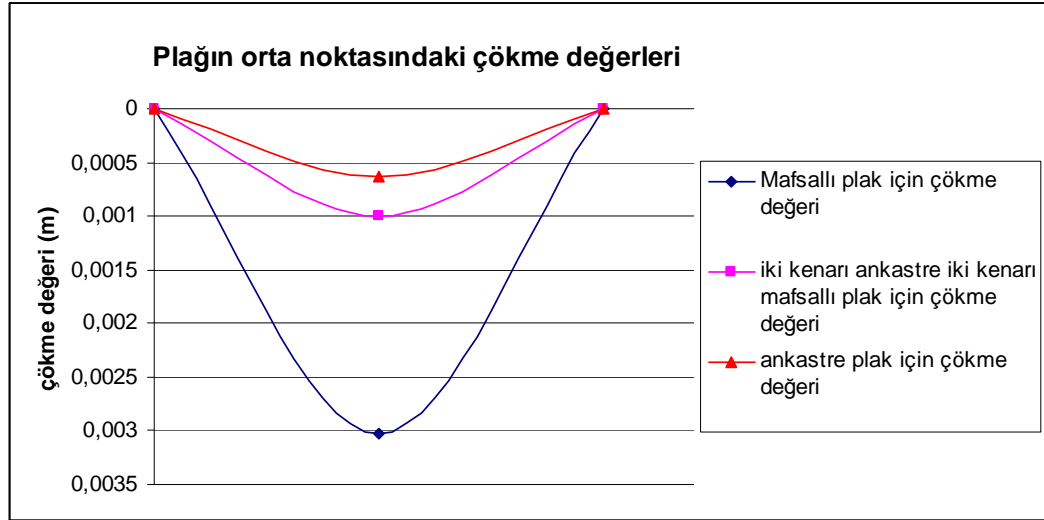


Şekil 71. $k=0$ olmasına göre, 4*4 'e bölünmüş farklı mesnetli plaklarda oluşan eğilme momenti M_x değerlerinin karşılaştırılması

Farklı mesnetlenme şekillerine göre, $k=0$ için, plağın orta noktasında meydana gelen M_x moment değerleri karşılaştırıldığında; dört kenarı ankastre plak için elde edilen sonuçların, dört kenarı mafsallı plak için elde edilen sonuçlardan %24 , iki kenarı ankastre iki kenarı mafsallı plak için elde edilen sonuçlardan ise %2,96 daha az olduğu görülmektedir.

Tablo-31 MATLAB bilgisayar programı ile çözülen, $q=36 \text{ kN/m}^2$ yayılı yük etkisinde $4*4$ 'e bölünmüş dikdörtgen plağın orta noktası için; k =sabit olması durumuna göre elde edilen çökme (m) sonuçlarının; dört kenarı ankastre, dört kenarı mafsallı ve iki kenarı ankastre iki kenarı mafsallı olması durumlarına göre karşılaştırılması

k =sabit	Dört kenarı ankastre plak	Dört kenarı mafsallı plak	İki kenarı ankastre iki kenarı mafsallı plak
$4*4$	0,0006289	0,003031	0,001

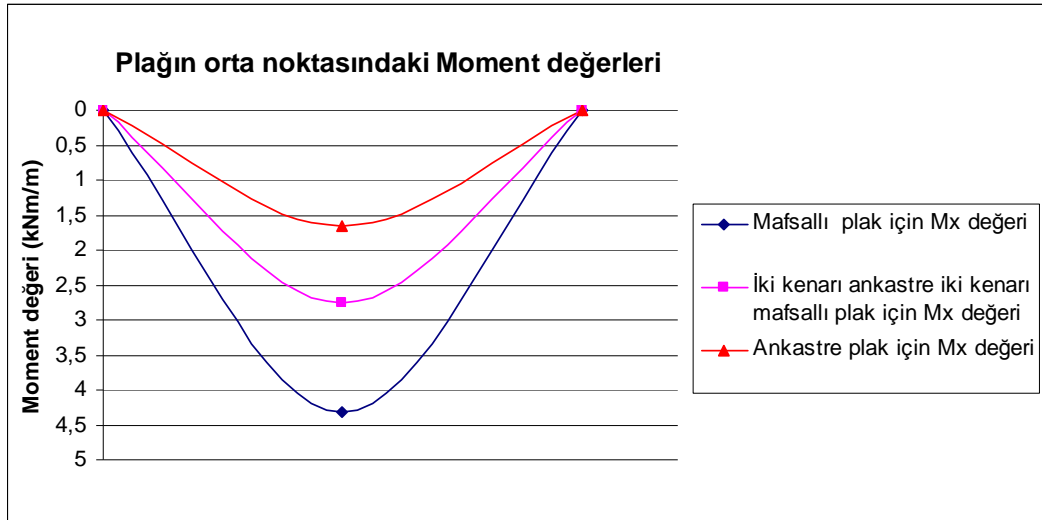


Şekil 72. k =sabit olmasına göre, $4*4$ 'e bölünmüş farklı mesnetli plaklarda oluşan çökme değerlerinin karşılaştırılması

Farklı mesnetlenme şekillerine göre, k =sabit için, plağın orta noktasında meydana gelen çökmeler karşılaştırıldığında; dört kenarı ankastre plak için elde edilen sonuçların, dört kenarı mafsallı plak için elde edilen sonuçlardan %79 , iki kenarı ankastre iki kenarı mafsallı plak için elde edilen sonuçlardan ise %37 daha az olduğu görülmektedir.

Tablo-32 MATLAB bilgisayar programı ile çözülen, $q=36 \text{ kN/m}^2$ yayılı yük etkisinde $4*4$ 'e bölünmüş dikdörtgen plağın orta noktası için; $k=\text{sabit}$ olması durumuna göre elde edilen M_x (kNm/m) eğilme momenti sonuçlarının; dört kenarı ankastre, dört kenarı mafsallı ve iki kenarı ankastre iki kenarı mafsallı olması durumlarına göre karşılaştırılması

$k=\text{sabit}$	Dört kenarı ankastre plak	Dört kenarı mafsallı plak	İki kenarı ankastre iki kenarı mafsallı plak
$4*4$	1,67	4,32	2,76

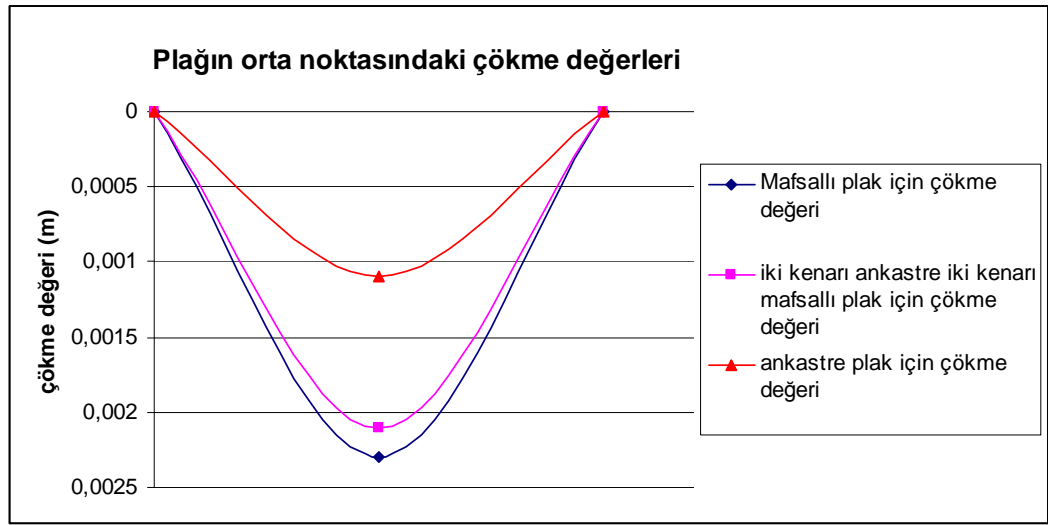


Şekil 73. $k=\text{sabit}$ olmasına göre, $4*4$ 'e bölünmüş farklı mesnetli plaklarda oluşan eğilme momentii M_x değerlerinin karşılaştırılması

Farklı mesnetlenme şekillerine göre, $k=\text{sabit}$ için, plağın orta noktasında meydana gelen M_x moment değerleri karşılaştırıldığında; dört kenarı ankastre plak için elde edilen sonuçların, dört kenarı mafsallı plak için elde edilen sonuçlardan %61, iki kenarı ankastre iki kenarı mafsallı plak için elde edilen sonuçlardan ise %39,5 daha az olduğu görülmektedir.

Tablo-33 MATLAB bilgisayar programı ile çözülen, $q=36 \text{ kN/m}^2$ yayılı yük etkisinde 4×4 'e bölünmüş dikdörtgen plağın orta noktası için; k =değişken olması durumuna göre elde edilen çökme (m) sonuçlarının; dört kenarı ankastre, dört kenarı mafsallı ve iki kenarı ankastre iki kenarı mafsallı olması durumlarına göre karşılaştırılması

k =değişken	Dört kenarı ankastre plak	Dört kenarı mafsallı plak	İki kenarı ankastre iki kenarı mafsallı plak
4×4	0,0011	0,0023	0,0021

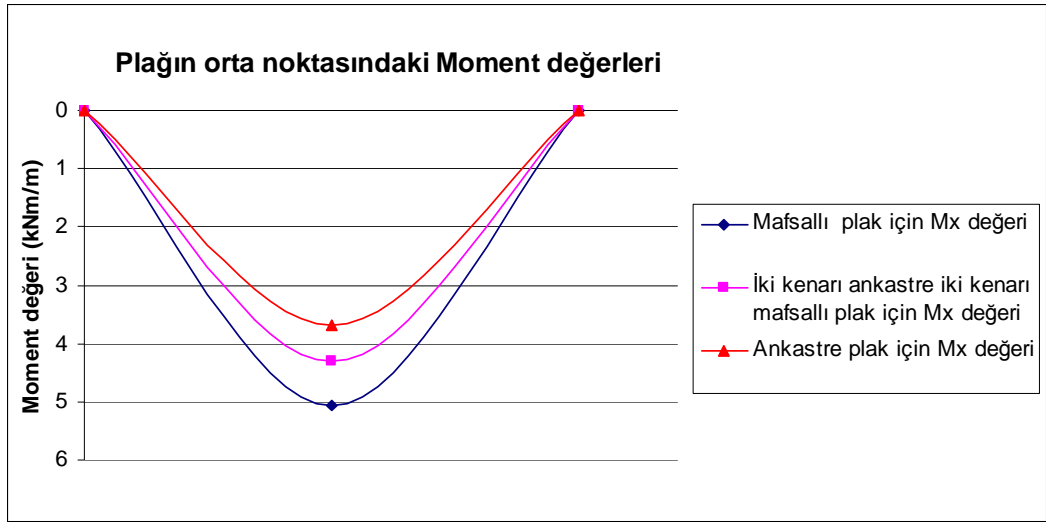


Şekil 74. k =değişken olmasına göre, 4×4 'e bölünmüş farklı mesnetli plaklarda oluşan çökme değerlerinin karşılaştırılması

Farklı mesnetlenme şekillerine göre, k =değişken için, plağın orta noktasında meydana gelen çökmeler karşılaştırıldığında; dört kenarı ankastre plak için elde edilen sonuçların, dört kenarı mafsallı plak için elde edilen sonuçlardan %52 , iki kenarı ankastre iki kenarı mafsallı plak için elde edilen sonuçlardan ise %47,6 daha az olduğu görülmektedir.

Tablo-34 MATLAB bilgisayar programı ile çözülen, $q=36 \text{ kN/m}^2$ yayılı yük etkisinde $4*4$ 'e bölünmüş dikdörtgen plağın orta noktası için; k =değişken olması durumuna göre elde edilen M_x (kNm/m) eğilme momenti sonuçlarının; dört kenarı ankastre, dört kenarı mafsallı ve iki kenarı ankastre iki kenarı mafsallı olması durumlarına göre karşılaştırılması

k =değişken	Dört kenarı ankastre plak	Dört kenarı mafsallı plak	İki kenarı ankastre iki kenarı mafsallı plak
$4*4$	3,68	5,06	4,30



Şekil 75. k =değişken olmasına göre, $4*4$ 'e bölünmüş farklı mesnetli plaklarda oluşan eğilme momenti M_x değerlerinin karşılaştırılması

Farklı mesnetlenme şekillerine göre, k =değişken için, plağın orta noktasında meydana gelen M_x moment değerleri karşılaştırıldığında; dört kenarı ankastre plak için elde edilen sonuçların, dört kenarı mafsallı plak için elde edilen sonuçlardan %27, iki kenarı ankastre iki kenarı mafsallı plak için elde edilen sonuçlardan %14,4 daha az olduğu görülmektedir.

Burada $k=0$, k = sabit ve k =değişken durumları için; dört kenarı ankastre, dört kenarı mafsallı ve iki kenarı ankastre iki kenarı mafsallı plaklar, çökme ve eğilme momenti değerleri yönünden karşılaştırıldığında sırasıyla, $W_{\text{mafsal}} > W_{\text{ankastre-mafsal}} > W_{\text{ankastre}}$ ve $M_{x\text{ mafsal}} > M_{x\text{ ankastre-mafsal}} > M_{x\text{ ankastre}}$ sonuçları elde edilmiştir.

5. SONUÇ ve ÖNERİ

Bu çalışmada değişik sınır şartları ve yüklemelere göre elastik zemin üzerine yapılan dikdörtgen plakların sayısal metotlardan Sonlu Farklar Metodu ile statik analizi incelenmiştir.

İncelemede; FORTRAN bilgisayar programında geliştirilmiş STANANLİZ.f90 ve MATLAB bilgisayar programları kullanılmıştır.

1- Dört kenarı ankastre plak için yatak katsayısı k 'nın değişik hallerine göre çökmeler karşılaştırıldığında; k =sabit için bulunan değerlerin $k=0$ için bulunan değerlerden ortalama % 67, k =değişken için bulunan değerlerden ise ortalama % 47 az olduğu görülmektedir. Eğilme momentlerinden M_x karşılaştırıldığında; k =sabit için bulunan değerlerin $k=0$ için bulunan değerlerden ortalama % 72, k =değişken için bulunan değerlerden ise ortalama % 50 daha az olduğu görülmektedir.

2- Dört kenarı mafsallı plak için yatak katsayısı k 'nın değişik hallerine göre çökmeler karşılaştırıldığında; k =sabit için bulunan değerlerin k =değişken için bulunan değerlerden ortalama % 86 az olduğu görülmektedir. Eğilme momentlerinden M_x karşılaştırıldığında; k =sabit için bulunan değerlerin $k=0$ için bulunan değerlerden ortalama % 60, k =değişken için bulunan değerlerden ise ortalama % 47 daha az olduğu görülmektedir.

3- İki kenarı ankastre iki kenarı mafsallı plak için yatak katsayısı k 'nın değişik hallerine göre çökmeler karşılaştırıldığında; k =sabit için bulunan değerlerin $k=0$ için bulunan değerlerden ortalama % 67, k =değişken için bulunan değerlerden ise ortalama % 62 az olduğu görülmektedir. Eğilme momentlerinden M_x karşılaştırıldığında; k =sabit için bulunan değerlerin $k=0$ için bulunan değerlerden ortalama % 62, k =değişken için bulunan değerlerden ise ortalama % 48 daha az olduğu görülmektedir.

Çalışmanın sonuçlarından görüldüğü gibi SFM kullanıldığında; plakların bölüm sayısı arttıkça daha hassas sonuçlar vermektedir.

4- Yatak katsayısı k 'nın değişik durumlarına göre; plağın farklı mesnet durumları için çökmeler karşılaştırıldığında; $W_{\text{mafsal}} > W_{\text{ankastre-mafsal}} > W_{\text{ankastre}}$, eğilme momentleri karşılaştırıldığında ise $M_{\text{mafsal}} > M_{\text{ankastre-mafsal}} > M_{\text{ankastre}}$ olduğu görülmektedir.

5- Bu çalışmada statik analiz yalnız zemin yatak katsayısı sıfır, sabit ve bir değişken olması hali için yapılmıştır. Yatak katsayısı k 'nın diğer değişimlerine ve farklı sınır şartlarına göre de, plaklarda oluşan çökme ve iç kuvvetler bulunup karşılaştırılabilir.

6.KAYNAKLAR

- [1] AŞILIOĞLU, M., (1998), Elastik Zemin Üzerine Oturan Sürekli Temeller, Yük.Lis. Tezi
- [2] BERKTAY, İ., (1992), Plak Teorisi ve Uygulamaları, İst.
- [3] DALOĞLU, A., (2004), Elastik Zemine Oturan Plaklar İçin Parametreler, İMO Teknik Dergi
- [4] DOĞANGÜN, A., (2002), Betonarme Yapıların Hesap ve Tasarımı, KTÜ
- [5] DOĞAN, O., (1993), Elastik Zemine Oturan Kirişler, Yük. Lis. Tezi
- [6] ERGÜN, A., KUMBASAR, N., (2003), İnce Plaklar İçin Geliştirilmiş Sonlu Farklar Metodu, İTÜ Dergisi/d, Cilt:2, Sayı:1
- [7] GRASSHOFF, H., (1978), Einflusslinien für Flachengrundungen, Berlin, München, Dusseldorf
- [8] GEDİZLİ, H.S., (1973), Pratik Betonarme, Ank.
- [9] HANANALİ, S., (2006), Mukavemet, Ank.
- [10] HANANALİ, S., (2005), Plakların Sayısal Yöntemle Hesabı Ders Notları, CÜ
- [11] HANANALİ, S., (2004), Elastisite ve Plastisite Teorisi Ders Notları, CÜ
- [12] HANALİ, S., (2001), Heterojen Zemin Üzerindeki Basamaklı Kirişin Hesaplanması, Mekanik Alanda İlmi Eserlerin Toplusu No:11 AzİMÜ, BAKÜ
- [13] HAYASHİ, K., (1921), Theorie des Tragers auf Elastischer Unterlage J. Springer, Berlin
- [14] İNAN, M., (1967), Cisimlerin Mukavemeti, İst.
- [15] KÖKSAL, E., KÖKSAL, T., (1996), Çubuk Plak Kabuk Stabilitesi, YTÜ
- [16] KÖSEOĞLU, S., (1986), Yüzeysel Temeller, İstanbul
- [17] ÖZDEN, K., (1975; 1970), İnce Plaklar Teorisine Kısa Bir Bakış, İTÜ
- [18] ŞAHİN, H., (1997), Elastik Zemine Oturan Plaklar ve Temel Sistemlerinin Çözümü, Yük. Lis. Tezi
- [19] TAMEROĞLU, S.S., (1964), Yüzeysel Taşıyıcı Sistemler, İTÜ,
- [20] TİMESHENKO, S., (1964), Plak ve Kabuklar Teorisi, Çevirenler, İNAN, M., SÖNMEZ, F., İTÜ
- [21] TERZAGHİ, K., (1955), Evaluation of Coefficient of Subgrade Reaction Geotechnique, Volume V, London
- [22] UZUNER, B.A., (2000), Temel Mühendisliğine Giriş, Trabzon,
- [23] ZİMMERMAN, H., (1942), Die Berechnung der Sohlendruck verteilung unter Grundungskörpern, Der Bavingenever

7. ÖZGEÇMİŞ

1981 yılında Sivas' ta doğdu. İlk orta ve lise öğrenimini 1987–1998 yılları arasında Sivas'ta tamamlayarak 2000–2001 öğretim yılında Cumhuriyet Üniversitesi Mühendislik Fakültesi İnşaat Mühendisliği Bölümü'ne girdi. Bu bölümden 2004 yılında 3. olarak mezun oldu ve 2004 yılında Cumhuriyet Üniversitesi Mühendislik Fakültesi İnşaat Mühendisliği Bölümü Yapı Anabilim Dalı' nda Yüksek Lisansa başladı. 2007 yılında Sivas İli Merkez İlçe Köylere Hizmet Götürme Birliği 'ne İnşaat Mühendisi olarak göreve başladı ve halen görevine devam etmektedir.

8. EKLER

EK-1 A DEĞERLERİ

1- DÖRT KENARI ANKASTRE PLAK İÇİN A DEĞERLERİ

k=0 için

4*4, A= 0,01025
8*8, A= 0,00064233
12*12, A= 0,00012561

k= sabit

4*4, A= 0,0034179
8*8, A= 0,00021412
12*12, A= 0,00004187

k= değişken

4*4, A₁₋₂ = 0,0063574218; A₃₋₄ = 0,0050585937
8*8, A₁₋₄ = 0,000465692; A₅₋₈ = 0,000449634; A₉₋₁₂ = 0,000405919; A₁₃₋₁₆ = 0,000330088
12*12, A₁₋₆ = 0,0000939146; A₇₋₁₂ = 0,0000926119; A₁₃₋₁₈ = 0,0000886977; A₁₉₋₂₄ = 0,0000821826; A₂₅₋₃₀ = 0,0000730455; A₃₁₋₃₆ = 0,0000613282

1- DÖRT KENARI MAFSALLI PLAK İÇİN A DEĞERLERİ

k=0 için

4*4, A= 0,01025
8*8, A= 0,00064233
12*12, A= 0,00012561

k= sabit

4*4, A= 0,00068359
8*8, A= 0,00004282
12*12, A= 0,000008374

k= değişken

4*4, A₁₋₂ = 0,0059473; A₃₋₄ = 0,0045117
8*8, A₁₋₄ = 0,00039503; A₅₋₈ = 0,00037255; A₉₋₁₂ = 0,00031135; A₁₃₋₁₆ = 0,00020519
12*12, A₁₋₆ = 0,000078066; A₇₋₁₂ = 0,000076112; A₁₃₋₁₈ = 0,000070241; A₁₉₋₂₄ = 0,60468; A₂₅₋₃₀ = 0,000046762;
A₃₁₋₃₆ = 0,000029187

1- İKİ KENARI ANKASTRE İKİ KENARI MAFSALLI PLAK İÇİN A DEĞERLERİ

k=0 için

4*4, A= 0,01025
8*8, A= 0,00064233
12*12, A= 0,00012561

k= sabit

4*4, A= 0,00205078
8*8, A= 0,0012846
12*12, A= 0,00002512

k= değişken

4*4, A₁₋₂ = 0,0065625; A₃₋₄ = 0,005332
8*8, A₁₋₄ = 0,00043036; A₅₋₈ = 0,000411094; A₉₋₁₂ = 0,00035863; A₁₃₋₁₆ = 0,000267639
12*12, A₁₋₆ = 0,000084858; A₇₋₁₂ = 0,0000831837; A₁₃₋₁₈ = 0,0000781512; A₁₉₋₂₄ = 0,0000697746; A₂₅₋₃₀ = 0,0000580269; A₃₁₋₃₆ = 0,0000429618

EK-2 FORTRAN BİLGİSAYAR PROGRAMINDA GELİŞTİRİLEN STANANALİZ.f90 ve MATLAB BİLGİSAYAR PROGRAMI ÇÖZÜMLERİ

1- STANANALİZ.f90 PROGRAMINDAKİ ÇÖZÜMLER

A- Dört tarafı ankastre plak için

4*4 'lük plak

1- k=0 haline göre

```
READ(*,10)A
10 FORMAT(F9.7)
    B=0.0004995+1.1672*A
    C=0.0004856+0.0624*B+0.2466*A
    D=0.0002246+1.0067*C+0.2466*B-0.1655*A
    WRITE(*,20)B,C,D
20 FORMAT(5X,'B=',F9.7,5X,'C=',F9.7,5X,'D=',F9.7)
    STOP
    END

0.0012
0,0019001
0,000901
0,0014007
```

2- k=sabit haline göre

```
READ(*,10)A
10 FORMAT(F9.7)
    B=0.00015665+1.1672*A
    C=0.000157382+0.0624*B+0.2466*A
    D=0.0000692886+1.0067*C+0.2466*B-0.1655*A
    WRITE(*,20)B,C,D
20 FORMAT(5X,'B=',F9.7,5X,'C=',F9.7,5X,'D=',F9.7)
    STOP
    END

0,0004046
0,0006289
0,0002964
0,0004558
```

3- k=değişken haline göre

```
READ(*,10)A
10 FORMAT(F9.7)
    B=0.0002829+1.1672*A
    C=0.0002587+0.0624*B+0.2466*A
    D=0.0000412+1.0067*C+0.2466*B-0.1655*A
    WRITE(*,20)B,C,D
20 FORMAT(5X,'B=',F9.7,5X,'C=',F9.7,5X,'D=',F9.7)
    STOP
    END

0,0007
0,001099
0,0005
0,000699
```

2- MATLAB PROGRAMINDAKİ ÇÖZÜMLER

A-dört kenarı ankastre plak için

k=sabit için

4*4

A=[55.646,-24.823,-24.326,8.164;-49.646,47.316,16.328,-24.326;-12.163,4.082,57.646,-24.823;8.164,-12.163,-49.646,49.316]

A =

```
55.6460 -24.8230 -24.3260 8.1640
-49.6460 47.3160 16.3280 -24.3260
-12.1630 4.0820 57.6460 -24.8230
8.1640 -12.1630 -49.6460 49.3160
```

>> B=[0.0034179;0.0034179;0.0034179;0.0034179]

B =

```
0.0034
0.0034
0.0034
0.0034
```

>> X=A\B

X =

```
1.0e-003 *
0.4047
0.6289
0.2964
0.4558
```

8*8'

```
A=[51.311,-24.728,4.146,0,-24.29,8.144,0,0,2,0,0,0,0,0,0;-24.728,47.165,-24.728,4.146,8.144,-
24.29,8.144,0,0,2,0,0,0,0,0;4.146,-24.728,51.311,-24.728,0,8.144,-24.29,8.144,0,0,2,0,0,0,0;0,8.292,-
49.456,47.165,0,0,16.288,-24.29,0,0,0,2,0,0,0,0;-12.145,4.072,0,0,52.311,-24.728,4.146,0,-
12.145,4.072,0,0,1,0,0,0;4.072,-12.145,4.072,0,-24.728,48.165,-24.728,4.146,4.072,-
12.145,4.072,0,0,1,0,0,0;4.072,-12.145,4.072,4.146,-24.728,52.311,-24.728,0,4.072,-
12.145,4.072,0,0,1,0,0,0;8.144,-12.145,0,8.292,-49.456,48.165,0,0,8.144,-12.145,0,0,0,1;1,0,0,0,-
12.145,4.072,0,0,51.311,-24.728,4.146,0,-12.145,4.072,0,0,0,1,0,0,4.072,-12.145,4.072,0,-24.728,47.165,-
24.728,4.146,4.072,-12.145,4.072,0,0,0,1,0,0,4.072,-12.145,4.072,4.146,-24.728,51.311,-24.728,0,4.072,-
12.145,4.072;0,0,0,1,0,0,8.144,-12.145,0,8.292,-49.456,47.165,0,0,8.144,-12.145;0,0,0,0,1,0,0,0,-
12.145,4.072,0,0,52.311,-24.728,4.146,0;0,0,0,0,1,0,0,4.072,-12.145,4.072,0,-24.728,48.165,-
24.728,4.146;0,0,0,0,0,1,0,0,4.072,-12.145,4.072,4.146,-24.728,52.311,-24.728;0,0,0,0,0,0,1,0,0,8.144,-
12.145,0,8.292,-49.456,48.165]
```

A =

Columns 1 through 7

```
51.3110 -24.7280 4.1460 0 -24.2900 8.1440 0
-24.7280 47.1650 -24.7280 4.1460 8.1440 -24.2900 8.1440
4.1460 -24.7280 51.3110 -24.7280 0 8.1440 -24.2900
0 8.2920 -49.4560 47.1650 0 0 16.2880
-12.1450 4.0720 0 0 52.3110 -24.7280 4.1460
4.0720 -12.1450 4.0720 0 -24.7280 48.1650 -24.7280
0 4.0720 -12.1450 4.0720 4.1460 -24.7280 52.3110
0 0 8.1440 -12.1450 0 8.2920 -49.4560
1.0000 0 0 0 -12.1450 4.0720 0
0 1.0000 0 0 4.0720 -12.1450 4.0720
0 0 1.0000 0 0 4.0720 -12.1450
0 0 0 1.0000 0 0 8.1440
0 0 0 0 1.0000 0 0
0 0 0 0 0 1.0000 0
0 0 0 0 0 0 1.0000
0 0 0 0 0 0 0
```

Columns 8 through 14

```
0 2.0000 0 0 0 0 0
0 0 2.0000 0 0 0 0
8.1440 0 0 2.0000 0 0 0
```


Columns 15 through 21

0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0
2.0000	0	0	0	0	0	0
0	2.0000	0	0	0	0	0
0	0	2.0000	0	0	0	0
0	0	0	2.0000	0	0	0
0	0	0	0	1.0000	0	0
4.0790	0	0	0	0	1.0000	0
-12.1580	4.0790	0	0	0	0	1.0000
4.0790	-12.1580	4.0790	0	0	0	0
0	4.0790	-12.1580	4.0790	0	0	0
0	0	8.1580	-12.1580	0	0	0
4.1590	0	0	0	-12.1580	4.0790	0
-24.7950	4.1590	0	0	4.0790	-12.1580	4.0790
47.2710	-24.7950	4.1590	0	0	4.0790	-12.1580
-24.7950	47.2710	-24.7950	4.1590	0	0	4.0790
4.1590	-24.7950	51.4300	-24.7950	0	0	0
0	8.3180	-49.5900	47.2710	0	0	0
0	0	0	0	51.4300	-24.7950	4.1590
4.0790	0	0	0	-24.7950	47.2710	-24.7950
-12.1580	4.0790	0	0	4.1590	-24.7950	47.2710
4.0790	-12.1580	4.0790	0	0	4.1590	-24.7950
0	4.0790	-12.1580	4.0790	0	0	4.1590
0	0	8.1580	-12.1580	0	0	0
0	0	0	0	-12.1580	4.0790	0
0	0	0	0	4.0790	-12.1580	4.0790
1.0000	0	0	0	0	4.0790	-12.1580
0	1.0000	0	0	0	0	4.0790
0	0	1.0000	0	0	0	0
0	0	0	1.0000	0	0	0
0	0	0	0	1.0000	0	0
0	0	0	0	0	1.0000	0
0	0	0	0	0	0	1.0000
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0

Columns 22 through 28

0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0
1.0000	0	0	0	0	0	0
0	1.0000	0	0	0	0	0
0	0	1.0000	0	0	0	0
0	0	0	1.0000	0	0	0
0	0	0	0	1.0000	0	0
4.0790	0	0	0	0	1.0000	0
-12.1580	4.0790	0	0	0	0	1.0000
4.0790	-12.1580	4.0790	0	0	0	0
0	8.1580	-12.1580	0	0	0	0
0	0	0	-12.1580	4.0790	0	0
4.1590	0	0	4.0790	-12.1580	4.0790	0
-24.7950	4.1590	0	0	4.0790	-12.1580	4.0790
47.2710	-24.7950	4.1590	0	0	4.0790	-12.1580
-24.7950	47.2710	-24.7950	0	0	0	4.0790
8.3180	-49.5900	47.2710	0	0	0	0
0	0	0	51.4300	-24.7950	4.1590	0
0	0	0	-24.7950	47.2710	-24.7950	4.1590
4.0790	0	0	4.1590	-24.7950	47.2710	-24.7950

X =

1.0e-003 *

0.0527
0.1573
0.2743
0.3759
0.5791
0.4675
0.0511
0.1520
0.2648
0.3625
0.3523
0.4505
0.0460
0.1359
0.2358
0.3219
0.3792
0.3992
0.0371
0.1084
0.1868
0.2538
0.2982
0.3136
0.0244
0.0704
0.1202
0.1623
0.1900
0.1996
0.0098
0.0281
0.0474
0.0636
0.0740
0.0776

k= 0 için

4*4

A=[55.646,-24.823,-24.326,8.164;-49.646,47.316,16.328,-24.326;-12.163,4.082,57.646,-24.823;8.164,-12.163,-49.646,49.316]

A =

55.6460 -24.8230 -24.3260 8.1640
-49.6460 47.3160 16.3280 -24.3260
-12.1630 4.0820 57.6460 -24.8230
8.1640 -12.1630 -49.6460 49.3160

>> B=[0.01025;0.01025;0.01025;0.01025]

B =

0.0103
0.0103
0.0103
0.0103

>> X=A\B

X =

0.0012
0.0019

0.0009
0.0014

8*8

A=[51.311,-24.728,4.146,0,-24.29,8.144,0,0,2,0,0,0,0,0,0;-24.728,47.165,-24.728,4.146,8.144,-
24.29,8.144,0,0,2,0,0,0,0,0,0;4.146,-24.728,51.311,-24.728,0,8.144,-24.29,8.144,0,0,2,0,0,0,0,0;0,8.292,-
49.456,47.165,0,0,16.288,-24.29,0,0,0,2,0,0,0,0;-12.145,4.072,0,0,52.311,-24.728,4.146,0,-
12.145,4.072,0,0,1,0,0,0;4.072,-12.145,4.072,0,-24.728,48.165,-24.728,4.146,4.072,-
12.145,4.072,0,0,1,0,0,0;4.072,-12.145,4.072,4.146,-24.728,52.311,-24.728,0,4.072,-
12.145,4.072,0,0,1,0,0,8.144,-12.145,0,8.292,-49.456,48.165,0,0,8.144,-12.145,0,0,0,1;1,0,0,0,-
12.145,4.072,0,0,51.311,-24.728,4.146,0,-12.145,4.072,0,0,0,1,0,0,4.072,-12.145,4.072,0,-24.728,47.165,-
24.728,4.146,4.072,-12.145,4.072,0,0,0,1,0,0,4.072,-12.145,4.072,4.146,-24.728,51.311,-24.728,0,4.072,-
12.145,4.072,0,0,1,0,0,8.144,-12.145,0,8.292,-49.456,47.165,0,0,8.144,-12.145,0,0,0,1,0,0,0,-
12.145,4.072,0,0,52.311,-24.728,4.146,0,0,0,0,0,0,1,0,0,4.072,-12.145,4.072,0,-24.728,48.165,-
24.728,4.146,0,0,0,0,0,1,0,0,4.072,-12.145,4.072,4.146,-24.728,52.311,-24.728,0,0,0,0,0,0,1,0,0,8.144,-
12.145,0,8.292,-49.456,48.165]

A =

Columns 1 through 7

51.3110	-24.7280	4.1460	0	-24.2900	8.1440	0
-24.7280	47.1650	-24.7280	4.1460	8.1440	-24.2900	8.1440
4.1460	-24.7280	51.3110	-24.7280	0	8.1440	-24.2900
0	8.2920	-49.4560	47.1650	0	0	16.2880
-12.1450	4.0720	0	0	52.3110	-24.7280	4.1460
4.0720	-12.1450	4.0720	0	-24.7280	48.1650	-24.7280
0	4.0720	-12.1450	4.0720	4.1460	-24.7280	52.3110
0	0	8.1440	-12.1450	0	8.2920	-49.4560
1.0000	0	0	0	-12.1450	4.0720	0
0	1.0000	0	0	4.0720	-12.1450	4.0720
0	0	1.0000	0	0	4.0720	-12.1450
0	0	0	1.0000	0	0	8.1440
0	0	0	0	1.0000	0	0
0	0	0	0	0	1.0000	0
0	0	0	0	0	0	1.0000
0	0	0	0	0	0	0

Columns 8 through 14

0	2.0000	0	0	0	0	0
0	0	2.0000	0	0	0	0
8.1440	0	0	2.0000	0	0	0
-24.2900	0	0	0	2.0000	0	0
0	-12.1450	4.0720	0	0	1.0000	0
4.1460	4.0720	-12.1450	4.0720	0	0	1.0000
-24.7280	0	4.0720	-12.1450	4.0720	0	0
48.1650	0	0	8.1440	-12.1450	0	0
0	51.3110	-24.7280	4.1460	0	-12.1450	4.0720
0	-24.7280	47.1650	-24.7280	4.1460	4.0720	-12.1450
4.0720	4.1460	-24.7280	51.3110	-24.7280	0	4.0720
-12.1450	0	8.2920	-49.4560	47.1650	0	0
0	-12.1450	4.0720	0	0	52.3110	-24.7280
0	4.0720	-12.1450	4.0720	0	-24.7280	48.1650
0	0	4.0720	-12.1450	4.0720	4.1460	-24.7280
1.0000	0	0	8.1440	-12.1450	0	8.2920

Columns 15 through 16

0	0
0	0
0	0
0	0
0	0
0	0
1.0000	0
0	1.0000
0	0

0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0

Columns 8 through 14

8.1580 0 0 0 0 2.0000 0
-24.3160 8.1580 0 0 0 0 2.0000
8.1580 -24.3160 8.1580 0 0 0 0
0 8.1580 -24.3160 8.1580 0 0 0
0 0 8.1580 -24.3160 8.1580 0 0
0 0 0 16.3160 -24.3160 0 0
-24.7950 4.1590 0 0 0 -12.1580 4.0790
48.2710 -24.7950 4.1590 0 0 4.0790 -12.1580
-24.7950 48.2710 -24.7950 4.1590 0 0 4.0790
4.1590 -24.7950 48.2710 -24.7950 4.1590 0 0
0 4.1590 -24.7950 52.4300 -24.7950 0 0
0 0 8.3180 -49.5900 48.2710 0 0
4.0790 0 0 0 0 51.4300 -24.7950
-12.1580 4.0790 0 0 0 -24.7950 47.2710
4.0790 -12.1580 4.0790 0 0 4.1590 -24.7950
0 4.0790 -12.1580 4.0790 0 0 4.1590
0 0 4.0790 -12.1580 4.0790 0 0
0 0 0 8.1580 -12.1580 0 0
0 0 0 0 0 -12.1580 4.0790
1.0000 0 0 0 0 4.0790 -12.1580
0 1.0000 0 0 0 0 4.0790
0 0 1.0000 0 0 0 0
0 0 0 1.0000 0 0 0
0 0 0 0 1.0000 0 0
0 0 0 0 0 1.0000 0
0 0 0 0 0 0 1.0000
0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0

Columns 15 through 21

0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0
2.0000 0 0 0 0 0 0
0 2.0000 0 0 0 0 0
0 0 2.0000 0 0 0 0
0 0 0 2.0000 0 0 0
0 0 0 0 1.0000 0 0
4.0790 0 0 0 0 1.0000 0
-12.1580 4.0790 0 0 0 0 1.0000
4.0790 -12.1580 4.0790 0 0 0 0
0 4.0790 -12.1580 4.0790 0 0 0
0 0 8.1580 -12.1580 0 0 0
4.1590 0 0 0 -12.1580 4.0790 0
-24.7950 4.1590 0 0 4.0790 -12.1580 4.0790
47.2710 -24.7950 4.1590 0 0 4.0790 -12.1580
-24.7950 47.2710 -24.7950 4.1590 0 0 4.0790
4.1590 -24.7950 51.4300 -24.7950 0 0 0
0 8.3180 -49.5900 47.2710 0 0 0
0 0 0 0 51.4300 -24.7950 4.1590
4.0790 0 0 0 -24.7950 47.2710 -24.7950
-12.1580 4.0790 0 0 4.1590 -24.7950 47.2710
4.0790 -12.1580 4.0790 0 0 4.1590 -24.7950
0 4.0790 -12.1580 4.0790 0 0 4.1590
0 0 8.1580 -12.1580 0 0 0
0 0 0 0 -12.1580 4.0790 0

0.0004
0.0005
0.0006
0.0006
0.0001
0.0001
0.0001
0.0002
0.0002
0.0002

k=değişken için

4*4

A=[55.646,-24.823,-24.326,8.164;-49.646,47.316,16.328,-24.326;-12.163,4.082,57.646,-24.823;8.164,-12.163,-49.646,49.316]

A =

55.6460	-24.8230	-24.3260	8.1640
-49.6460	47.3160	16.3280	-24.3260
-12.1630	4.0820	57.6460	-24.8230
8.1640	-12.1630	-49.6460	49.3160

>> B=[0.0063574218;0.0063574218;0.0050585937;0.0050585937]

B =

0.0064
0.0064
0.0051
0.0051

>> X=A\B

X =

0.0007
0.0011
0.0005
0.0007

8*8

A=[51.311,-24.728,4.146,0,-24.29,8.144,0,0,2,0,0,0,0,0,0;-24.728,47.165,-24.728,4.146,8.144,-24.29,8.144,0,2,0,0,0,0,0,0;4.146,-24.728,51.311,-24.728,0,8.144,-24.29,8.144,0,0,2,0,0,0,0,0;0,8.292,-49.456,47.165,0,0,16.288,-24.29,0,0,0,2,0,0,0,0;-12.145,4.072,0,0,52.311,-24.728,4.146,0,-12.145,4.072,0,0,1,0,0,0;4.072,-12.145,4.072,0,-24.728,48.165,-24.728,4.146,4.072,-12.145,4.072,0,0,1,0,0,0;4.072,-12.145,4.072,4.146,-24.728,52.311,-24.728,0,4.072,-12.145,4.072,0,0,1,0;0,0,8.144,-12.145,0,8.292,-49.456,48.165,0,0,8.144,-12.145,0,0,0,1;1,0,0,0,-12.145,4.072,0,0,51.311,-24.728,4.146,0,-12.145,4.072,0,0;0,1,0,0,4.072,-12.145,4.072,0,-24.728,47.165,-24.728,4.146,4.072,-12.145,4.072,0;0,0,1,0,0,4.072,-12.145,4.072,4.146,-24.728,51.311,-24.728,0,4.072,-12.145,4.072;0,0,0,1,0,0,8.144,-12.145,0,8.292,-49.456,47.165,0,0,8.144,-12.145,0,0,0,1,0,0,0,-12.145,4.072,0,0,52.311,-24.728,4.146,0;0,0,0,0,1,0,0,4.072,-12.145,4.072,0,-24.728,48.165,-24.728,4.146;0,0,0,0,0,1,0,0,4.072,-12.145,4.072,4.146,-24.728,52.311,-24.728,0,0,0,0,0,0,1,0,0,8.144,-12.145,0,8.292,-49.456,48.165]

A =

Columns 1 through 7

51.3110	-24.7280	4.1460	0	-24.2900	8.1440	0
-24.7280	47.1650	-24.7280	4.1460	8.1440	-24.2900	8.1440
4.1460	-24.7280	51.3110	-24.7280	0	8.1440	-24.2900
0	8.2920	-49.4560	47.1650	0	0	16.2880
-12.1450	4.0720	0	0	52.3110	-24.7280	4.1460
4.0720	-12.1450	4.0720	0	-24.7280	48.1650	-24.7280

```

0 4.0720 -12.1450 4.0720 4.1460 -24.7280 52.3110
0 0 8.1440 -12.1450 0 8.2920 -49.4560
1.0000 0 0 0 -12.1450 4.0720 0
0 1.0000 0 0 4.0720 -12.1450 4.0720
0 0 1.0000 0 0 4.0720 -12.1450
0 0 0 1.0000 0 0 8.1440
0 0 0 0 1.0000 0 0
0 0 0 0 0 1.0000 0
0 0 0 0 0 0 1.0000
0 0 0 0 0 0 0

```

Columns 8 through 14

```

0 2.0000 0 0 0 0 0
0 0 2.0000 0 0 0 0
8.1440 0 0 2.0000 0 0 0
-24.2900 0 0 0 2.0000 0 0
0 -12.1450 4.0720 0 0 1.0000 0
4.1460 4.0720 -12.1450 4.0720 0 0 1.0000
-24.7280 0 4.0720 -12.1450 4.0720 0 0
48.1650 0 0 8.1440 -12.1450 0 0
0 51.3110 -24.7280 4.1460 0 -12.1450 4.0720
0 -24.7280 47.1650 -24.7280 4.1460 4.0720 -12.1450
4.0720 4.1460 -24.7280 51.3110 -24.7280 0 4.0720
-12.1450 0 8.2920 -49.4560 47.1650 0 0
0 -12.1450 4.0720 0 0 52.3110 -24.7280
0 4.0720 -12.1450 4.0720 0 -24.7280 48.1650
0 0 4.0720 -12.1450 4.0720 4.1460 -24.7280
1.0000 0 0 8.1440 -12.1450 0 8.2920

```

Columns 15 through 16

```

0 0
0 0
0 0
0 0
0 0
0 0
1.0000 0
0 1.0000
0 0
4.0720 0
-12.1450 4.0720
8.1440 -12.1450
4.1460 0
-24.7280 4.1460
52.3110 -24.7280
-49.4560 48.1650

```

>>

```

B=[0.000465693;0.000465693;0.000465693;0.000465693;0.000449634;0.000449634;0.000449634;0.0004496
34;0.000405919;0.000405919;0.000405919;0.000405919;0.000330088;0.000330088;0.000330088;0.00033008
8]

```

B =

1.0e-003 *

```

0.4657
0.4657
0.4657
0.4657
0.4496
0.4496
0.4496
0.4496
0.4059
0.4059
0.4059

```


0
0
0
0
0
0
0
0
0
0
0
0
0
0
0
0
0
0
0
0
0
0
1.0000
0
0
0
0
4.0790
-12.1580
0
0
0
4.1590
-24.7950
48.2710

>>
B=[0.0000939146;0.0000939146;0.0000939146;0.0000939146;0.0000939146;0.0000939146;0.0000939146;0.0000926119;0.0000926119;0.0000926119;0.0000926119;0.0000926119;0.0000926119;0.0000886977;0.0000886977;0.0000886977;0.0000886977;0.0000886977;0.0000886977;0.0000821826;0.0000821826;0.0000821826;0.0000821826;0.0000821826;0.0000821826;0.0000730455;0.0000730455;0.0000730455;0.0000730455;0.0000730455;0.0000730455;0.0000613282;0.0000613282;0.0000613282;0.0000613282;0.0000613282;0.0000613282]

B =
1.0e-004 *
0.9391
0.9391
0.9391
0.9391
0.9391
0.9391
0.9261
0.9261
0.9261
0.9261
0.9261
0.9261
0.8870
0.8870
0.8870
0.8870
0.8870
0.8870
0.8218
0.8218
0.8218
0.8218
0.8218
0.8218
0.7305

0.7305
0.7305
0.7305
0.7305
0.7305
0.6133
0.6133
0.6133
0.6133
0.6133
0.6133

>> X=A\B

X =

1.0e-003 *

0.1121
0.3333
0.5798
0.7934
0.9358
0.9856
0.1079
0.3204
0.5569
0.7616
0.8980
0.9457
0.0954
0.2819
0.4887
0.6672
0.7859
0.8273
0.0745
0.2189
0.3781
0.5148
0.6055
0.6371
0.0467
0.1368
0.2355
0.3197
0.3554
0.3947
0.0172
0.0514
0.0888
0.1204
0.1411
0.1482