

LYAPUNOV FONKSİYONU TABANLI
BULANIK DENETLEYİCİ TASARIMI

ONUR BAŞTÜRK

YÜKSEK LİSANS TEZİ
ELEKTRİK-ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ
ANABİLİM DALI
2009

CUMHURİYET ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

LYAPUNOV FONKSİYONU TABANLI BULANIK
DENETLEYİCİ TASARIMI

ONUR BAŞTÜRK

YÜKSEK LİSANS TEZİ

ELEKTRİK-ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ
ANABİLİM DALI

TEZ DANIŞMANI
DOÇ. DR. MANAFEDDİN NAMAZOV

SİVAS
2009

Bu alışma Cumhuriyet Üniversitesi Fen/Sağlık Bilimleri Enstitüsü tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanmış ve jürimiz tarafından Elektrik-Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı'nda yüksek lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

Başkan

Doç. Dr. Rafael HUSEYNOV

Üye

Yrd. Doç. Dr. Yavuz TÜRKAY

Üye (Danışman)

Doç. Dr. Manafeddin NAMAZOV

ONAY

Bu tez çalışması, 09/07/2009 tarihinde Enstitü Yönetim Kurulu tarafından belirlenen ve yukarıda imzaları bulunan jüri üyeleri tarafından kabul edilmiştir.

Prof. Dr. Sezai ELAGÖZ

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRÜ

Bu tez Cumhuriyet Üniversitesi Senatosu'nun 24.09.2008 tarihli ve 9 sayılı toplantısında kabul edilen Fen/Sağlık Bilimleri Enstitüsü Lisansüstü Tez Yazım Kılavuzu adlı yönergeye göre hazırlanmıştır.

ÖZET

LYAPUNOV FONKSİYONU TABANLI BULANIK DENETLEYİCİ TASARIMI

Onur BAŞTÜRK

Yüksek Lisans Tezi, Elektrik-Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı

Danışman: Doç. Dr. Manafeddin NAMAZOV

2009, 104 sayfa

Bu çalışmada kontrol sistemlerinde kullanılan bulanık denetleyicilerin kontrol kurallarının, Lyapunov kararlılık teoremine göre, Lyapunov fonksiyonları ve bu fonksiyonların türevleri kullanılarak oluşturulması konu edilmektedir.

Bulanık denetleyici (FLC), kontrol edilecek prosesin matematiksel modeline ihtiyaç duymadan, kontrol mühendisliği bilgisine ve operatör deneyimine bağlı olarak oluşturulabilir. Bu nedenle, özellikle doğrusal olmayan, parametreleri zamanla değişen ve modellenmesi zor olan karmaşık sistemlerin kontrolünde yaygın olarak kullanılmaktadır. Ancak bulanık kontrol kavramının ortaya çıktığı ilk zamanlarda oluşturulan bulanık kontrol sistemleri, geleneksel kontrol sistemlerinde var olan kararlılık ve performans analizlerinden yoksun olduğu için yüksek güvenlik gerektiren uygulamalarda bulanık denetleyicilerin kullanımı kısıtlıydı. Bu durum özellikle bulanık denetleyicilerin kararlılık analizlerinin gerçekleştirilmesi için yapılan çalışmaları artırdı.

Bulanık sistemlerin kararlılık analizleri için özellikle Lyapunov kararlılık anlayışı üzerinde çalışmalar yapıldı ve bulanık kontrol sistemlerinin kararlılığını garantilemeye yönelik birçok farklı yöntem geliştirildi.

Çalışmada öncelikle bulanık kümeler teorisi ve bulanık mantık kavramları açıklanarak, bulanık kontrol konusunun anlaşılması için gerekli olan temel bileşenlerin anlaşılması sağlanmıştır. Daha sonra bulanık denetleyicilerin yapısı ve bileşenlerinden bahsedilerek, DC motor konum kontrolü için bulanık oransal-türev denetleyici tasarlanmıştır. Kontrol sistemi MATLAB/Simulink ortamında modellenerek, geleneksel oransal-türev denetleyici ile bulanık denetleyici performansları karşılaştırılmıştır.

Çalışmanın devamında, Takagi-Sugeno bulanık model, paralel dağılımlı kompanzasyon ve Lyapunov kararlılık teoremi incelenerek, bulanık kontrol

sistemlerinin kararlılığını, Lyapunov kararlılık anlayışına bağı olarak garanti edecek denetleyici katsayılarının, doğrusal matris eşitsizlikleri kullanılarak nasıl belirleneceğinden bahsedilmiştir. Ters sarkaç sistemi için MATLAB/Simulink ortamında iki kurallı Takagi-Sugeno bulanık model oluşturularak, yazılan kod ile sistemin optimal performansa sahip kararlı bir sistem olmasını sağlayacak katsayılar belirlenmiştir.

Son olarak Lyapunov fonksiyonu tabanlı bulanık denetleyici tasarımında kullanılan iki farklı yöntem incelenmiştir. İlk yöntemde Lyapunov fonksiyonu ile bu fonksiyonun türevleri kullanılarak kontrol kuralları belirlenirken, ikinci yöntemde kararlılığı sağlayacak bulanık kurallar, Lyapunov fonksiyonunun değişimi ile kontrol sinyalinin değişimi arasındaki ilişkiden faydalanılarak belirlenmiştir ve elde edilen sonuçlar değerlendirilmiştir.

Anahtar kelimeler: Bulanık denetleyici, DC motor konum kontrolü, Takagi-Sugeno bulanık model, paralel dağılımlı kompanzasyon, doğrusal matris eşitsizlikleri, Lyapunov kararlılık teoremi

ABSTRACT

LYAPUNOV FUNCTION BASED FUZZY LOGIC CONTROLLER DESIGN

Onur BAŞTÜRK

Master of Science Thesis, Department of Electrical and Electronics Engineering

Supervisor: Assoc. Prof. Dr. Manafeddin NAMAZOV

2009, 104 pages

In this study, the design of fuzzy controllers by using Lyapunov functions and their derivatives, based on Lyapunov stability theorem is explained.

Fuzzy logic controllers can be implemented without the need of a mathematical model of the plant but just with control engineering knowledge and/or operator. Thus, they are widely used for control of systems that are highly nonlinear, time varying, complicated and difficult or impossible to be modelled. But for the fuzzy logic controllers implemented in the early times of fuzzy control concept, stability or performance analysis didn't exist while for the conventional controllers these analysis they did. This situation limited the use of fuzzy logic controllers for fail-safe applications. So, the studies about stability analysis of fuzzy logic controllers increased.

Studies about the stability of fuzzy control systems were especially on Lyapunov stability theorem and various techniques to satisfy the stability of fuzzy control systems were developed.

In this study, first of all fuzzy sets theory and fuzzy logic concept which are necessary to be able to understand the fuzzy control concept, were explained. Then the structure and components of fuzzy logic controllers were mentioned and a fuzzy proportional-derivative controller was designed for position control of a DC motor. Position control system was modelled in MATLAB/Simulink and system responses of conventional (crisp) proportional-derivative controller and fuzzy proportional-derivative controller were compared.

Then, Takagi-Sugeno fuzzy model, paralel distributed compensation and Lyapunov stability theorem were studied and it was explained how the linear matrix inequalities were used to determine the controller coefficients that guarantee the

stability of fuzzy control systems in the sense of Lyapunov. A two rule Takagi-Sugeno fuzzy model was constructed for inverted pendulum system in MATLAB/Simulink and a code was written to determine the controller coefficients which guarantee both the stability and the optimal performance of the system

Finally, two methods to construct the fuzzy rules which make the fuzzy control system stable in the sense of Lyapunov, were examined. While the first method uses Lyapunov functions and their derivatives to determine the control rules, the second method uses the relationship between the change of Lyapunov function and the change of the control signal. The results of the study were evaluated in the end.

Keywords: Fuzzy logic controller, DC motor position control, Takagi-Sugeno fuzzy model, paralel distributed compensation, linear matrix inequalities, Lyapunov stability theorem

TEŞEKKÜR

Çalıőmam boyunca bilgisini, desteğini ve emeğini esirgemeyen danıőmanım Doç. Dr. Manafeddin NAMAZOV'a katkılarından dolayı çok teşekkür ederim.

Matematiksel konularda yardımlarına baővurduęum Matematik Bölümü öğretim üyeleri Doç. Dr. Metin AKDAĞ, Öğr. Gör. Sevim DURAK ve Arő. Gör. Emine KOÇ'a teşekkür ederim.

Gerek proje aşamasında gerekse çalıőmam süresince yaptıkları yardımlardan dolayı baőta Doç. Dr. Rafael HUSEYNOV ve Yrd. Doç. Dr. Yavuz TÜRKEY olmak üzere Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü çalıőanlarına ve beni motive eden aileme teşekkür ederim.

İÇİNDEKİLER

ÖZET.....	iv
ABSTRACT.....	vi
TEŞEKKÜR.....	viii
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	xi
ÇİZELGELER DİZİNİ.....	xii
SİMGELER DİZİNİ.....	xiii
KISALTMALAR DİZİNİ.....	xiv
1 GİRİŞ.....	1
2 BULANIK KÜMELER TEORİSİ.....	6
2.1 Temel Kavramlar.....	6
2.1.1 Bulanık Küme.....	6
2.1.2 Destek (Support).....	6
2.1.3 Geçiş Noktası (Crossover Point).....	6
2.1.4 Bulanık Singleton (Fuzzy Singleton).....	6
2.1.5 Bulanık Kümelerin Gösterimi.....	7
2.1.6 α Seviye Kümesi.....	8
2.1.7 Normal Bulanık Küme.....	9
2.1.8 Dışbükeylik.....	9
2.2 Üyelik Fonksiyonları.....	9
2.3 Bulanık Kümeler Üzerinde İşlemler.....	12
2.3.1 Birleşim (Union).....	12
2.3.2 Kesişim (Intersection).....	12
2.3.3 Tümlen (Complement).....	12
2.3.4 Cebirsel Çarpım.....	13
2.3.5 Kuvvet.....	13
2.3.6 Cebirsel Toplam.....	13
2.3.7 Sınırlı Toplam (Bounded Sum).....	13
2.3.8 Sınırlı Fark (Bounded Difference).....	14
2.3.9 Konsantrasyon (Concentration).....	14
2.3.10 Genişleme (Dilation).....	14
2.3 Dilsel Değişkenler.....	15
3 BULANIK KONTROL.....	17
3.1 Bulanık Denetleyici (FLC).....	18
3.1.1 Bulanıklaştırma Arayüzü.....	21
3.1.2 Kural Tabanı.....	22
3.1.3 Çıkarım Mekanizması.....	24
3.1.4 Durulaştırma Arayüzü.....	31
3.2 Takagi-Sugeno Tipi Bulanık Denetleyiciler.....	35
4 TASARIM ÖRNEĞİ: DOĞRU AKIM MOTORU KONUM KONTROLÜ....	36
4.1 DC Motor Modeli.....	37

4.2 Oransal-İntegral-Türev (PID) Denetleyiciler.....	40
4.2.1 PID Parametrelerinin Ayarlanması.....	42
4.2.2 Oransal-Türev (PD) Denetleyici Tasarımı.....	43
4.3 Bulanık Oransal-Türev (FPD) Denetleyici Tasarımı.....	46
5 BULANIK KONTROL SİSTEMLERİNİN LYAPUNOV KARARLILIK ANALİZİ.....	53
5.1 Takagi-Sugeno Bulanık Modelleme.....	55
5.2 Bulanık Modelin Oluşturulması.....	56
5.2.1 Doğrusal Olmayan Sektör.....	57
5.2.2 Yerel Yaklaşım.....	61
5.3 Paralel Dağılımlı Kompanzasyon.....	63
5.4 Lyapunov Kararlılık Analizi.....	64
5.4.1 Matematiksel Temeller.....	64
5.4.2 Lyapunov'un Direk (İkinci) Yöntemi.....	66
5.4.3 Lyapunov'un Dolaylı (Birinci) Yöntemi.....	67
5.5 Bulanık Sistemlerin Lyapunov Kararlılık Analizinde LMI Yaklaşımı.....	68
5.5.1 Optimal Performans.....	69
5.5.2 Tasarım Örneği: Ters Sarkaç.....	73
5.6 Lyapunov Tabanlı Bulanık Denetleyici.....	77
5.6.1 Makro Değişken ve Türevlerine Bağlı Olarak Kontrol Sinyalinin Oluşturulması.....	78
5.6.2 Dilsel Kuralların Hareket Rejimlerine Göre Oluşturulması.....	78
5.6.3 Bulanık Rejim Analizörünün Ayarlanması.....	81
5.6.4 Denetleyici Kurallarının Lyapunov Kararlılık Kriterlerine Göre Oluşturulması.....	81
6 SONUÇLAR ve ÖNERİLER.....	88
KAYNAKLAR.....	91
EKLER	
EK-1 Doğrusal Matris Eşitsizlikleri.....	95
EK-2 Ağırlık Matrislerinin Seçimi ve Johnson Algoritması için Matlab Kodu.....	98
EK-3 Denetleyici Katsayılarının Hesaplanması için MATLAB Kodu.....	102
ÖZGEÇMİŞ.....	105

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 2.1	10'a yakın reel sayılar.....	8
Şekil 2.2	Dışbükeylik.....	9
Şekil 2.3	Üyelik fonksiyonları.....	10
Şekil 2.4	Tanjant hiperbolik ve genel çan eğrisi üyelik fonksiyonları.....	11
Şekil 2.5	“çok” niteleyicisinin etkisi.....	16
Şekil 3.1	Kapalı çevrim bulanık kontrol.....	18
Şekil 3.2	Ters sarkaç sistemi.....	19
Şekil 3.3	Ters sarkaç için giriş ve çıkış dilsel değişkenleri.....	21
Şekil 3.4	Farklı konumlarda ters sarkaç.....	23
Şekil 3.5	Önerme terimlerinin üyelik fonksiyonları.....	27
Şekil 3.6	Bir önerme için üyelik fonksiyonu.....	28
Şekil 3.7	Giriş değerleri ve giriş üyelik fonksiyonları.....	28
Şekil 3.8	(a) Sonuç üyelik fonksiyonu (b) İma edilen bulanık küme.....	30
Şekil 3.9	(a) Sonuç üyelik fonksiyonu (b) İma edilen bulanık küme.....	31
Şekil 3.10	İma edilen genel bulanık küme.....	31
Şekil 3.11	COG durulaştırma.....	33
Şekil 4.1	Yabancı uyartımlı DC motor modeli.....	37
Şekil 4.2	DC motor Simulink modeli.....	40
Şekil 4.3	PID kontrol sistemi.....	41
Şekil 4.4	PD denetleyici parametrelerinin optimizasyonu.....	45
Şekil 4.5	Hata, kontrol ve çıkış sinyalleri.....	45
Şekil 4.6	FPD denetleyici.....	47
Şekil 4.7	Kapalı çevrim FPD kontrol sistemi.....	48
Şekil 4.8	Bulanık giriş ve çıkış değişkenleri.....	48
Şekil 4.9	FPD denetleyici parametrelerinin optimizasyonu.....	49
Şekil 4.10	Bisektör durulaştırma yöntemi için hata, kontrol ve çıkış sinyalleri.....	50
Şekil 4.11	Farklı durulaştırma yöntemleri için kontrol ve çıkış sinyalleri.....	51
Şekil 4.12	Girişinde bozucu sinyal bulunan kapalı çevrim FPD kontrol sistemi.....	52
Şekil 4.13	Bozucu sinyal, hata sinyali ve sistem cevabı.....	52
Şekil 5.1	Model tabanlı bulanık denetleyici tasarımı.....	56
Şekil 5.2	Doğrusal olmayan global sektör yaklaşımı.....	57
Şekil 5.3	Doğrusal olmayan yerel sektör yaklaşımı.....	58
Şekil 5.4	Üyelik fonksiyonları.....	60
Şekil 5.5	Ters sarkaç modeli için üyelik fonksiyonları.....	63
Şekil 5.6	Fuzzy Operations bloğu.....	73
Şekil 5.7	İki kurallı ters sarkaç T-S bulanık modelinin Simulink implementasyonu.....	74
Şekil 5.8	İki kurallı kararsız ters sarkaç sisteminde sarkaç açısı ve açısal hız.....	75
Şekil 5.9	Kararlı ters sarkaç kontrol sistemi.....	76
Şekil 5.10	Ters sarkaç açısı (x_1) ve açısal hız (x_2).....	77
Şekil 5.11	Üyelik fonksiyonları.....	80
Şekil 5.12	Lyapunov fonksiyonunun istenilen zaman cevabı.....	84
Şekil 5.13	Giriş değişkenlerinin normalize edilmiş üyelik fonksiyonları.....	85
Şekil 5.14	Çıkış değişkeninin normalize edilmiş üyelik fonksiyonları.....	85
Şekil 6.1	Bulanık bir kavram olarak kararlılık.....	90

ÇİZELGELER DİZİNİ

Çizelge 1.1 Bulanık kontrol kullanım alanlarından bazıları.....	4
Çizelge 3.1 Ters sarkaç için kural tablosu.....	24
Çizelge 4.1 PID parametrelerinin manuel ayarlanması.....	42
Çizelge 4.2 Ziegler-Nichols yöntemine göre parametre değerleri.....	43
Çizelge 4.3 Kural tabanı.....	49
Çizelge 5.1 Lyapunov tabanlı denetleyici için kural tabanı.....	87

SİMGELER DİZİNİ

V_a	Armatür gerilimi, V
R_a	Armatür direnci, Ω
L_a	Armatür endüktansı, H
I_a	Armatür akımı, A
E_b	Zıt emf, V
w	Açısal hız, rad/s
T_m	Motor torku, Nm
θ	Rotor şaftının açısal konumu, rad
J_m	Rotor eylemsizliği, kgm^2
B_m	Viskoz sürtünme katsayısı, Nms/rad
K_t	Tork sabiti, Nm/A
K_b	Zıt emf sabiti, Vs/rad
$x_1(t)$	Sarkacın dikeyle yaptığı açı, rad
$x_2(t)$	Açısal hız, rad/s
g	Yerçekimi ivmesi, 9.8 m/s^2
m	Sarkacın kütlesi, kg
M	Aracın kütlesi, kg
$2l$	Sarkacın uzunluğu, m
u	Araca uygulanan kuvvet, N

KISALTMALAR DİZİNİ

FLC	Bulanık mantık denetleyicisi
LMI	Doğrusal matris eşitsizliği
COG	Ağırlık merkezi durulaştırma yöntemi
MOM	Maksimumun ortası durulaştırma yöntemi,
SOM	Maksimumun en küçüğü durulaştırma yöntemi
LOM	Maksimumun en büyüğü durulaştırma yöntemi
PID	Oransal-türev-integral
PI	Oransal-integral
PD	Oransal-türev
DC	Doğru akım
GUI	Grafik arayüzü
FPD	Bulanık oransal-türev
ATW	Gelişmiş teknoloji uçağı
T-S	Takagi-Sugeno
PDC	Paralel dağılımlı kompanzasyon
LTI	Doğrusal, zamanla değişmeyen
SISO	Tek giriş tek çıkış

1 – GİRİŞ

Geleneksel küme teorisi, nesnelere sınıflandırırken, üyelik kriterlerini kesin ve net sınırlarla belirler. Yani bir nesne bir sınıfın kesin olarak üyesidir veya kesin olarak üyesi değildir. Örneğin “5’den küçük pozitif tamsayılar” kümesi, sınırları ve elemanları son derece açık bir kümedir. Ancak gerçek dünyadaki nesne sınıfları, bu kadar net tanımlanmış üyelik kriterlerine sahip değildir. Kullandığımız dildeki belirsiz kavramlardan (örneğin çok, uzun, genç vb.), bilgi eksikliğinden, ölçüm hatalarından, dünyayı algılama ve muhakeme yeteneğimizin yetersizliğinden, doğrusal olmayan sistem yapılarından, parametreleri zamanla değişen sistemlerden vb. kaynaklanan belirsizlikler, nesnelere sınıflandırılmasında, sistem modelleme ve günlük hayatta karşılaştığımız mantıksal ifadelerin tanımlanmasında, geleneksel matematiğin ve klasik (ikili) mantığın kullanımını kısıtlamaktadır. Örneğin “uzun insanlar” kümesindeki **uzun** kavramı net olarak tanımlanmış bir kavram değildir. Çünkü normal insanlar için uzunluk kavramı ile bir basketbol oyuncusu için uzunluk kavramı farklıdır. Geleneksel matematikte bu kavramı kesinleştirebilmek için bir alt sınır belirlemek gerekir. Örneğin 175 cm’den uzun boylu insanların “uzun insanlar” kümesine dahil olduğunu varsayalım. Bu durumda klasik küme teorisine göre 174 cm boyundaki bir insan “uzun insanlar” kümesine kesinlikle dahil değildir. Ancak bu durum gerçek hayatla örtüşmemektedir.

Lotfi Zadeh, üyelik kriterlerinin kesin olarak tanımlanamamasından kaynaklanan belirsizlikler içeren problemlerle başa çıkabilmek için, klasik kümelerle paralellik gösteren ancak daha genel ve daha geniş uygulama alanına sahip olan bulanık kümeler teorisini ortaya atmıştır [1]. Zadeh, “Hayvanlar” kümesini bu duruma örnek olarak göstermiştir. Buna göre köpek, kuş, at, kedi vb. canlılar “Hayvanlar” kümesinin açık birer üyesidir. Taş, bitki, masa, sandalye vb. nesnelere ise “Hayvanlar” kümesine kesinlikle ait değildir. Ancak mantar, bakteri, denizyıldızı vb. canlıların “Hayvanlar” kümesine aitliği belirsizdir. Çünkü bu canlıların bazı özellikleri hayvanlara, bazı özellikleri ise bitkilere benzemektedir. Aynı şekilde “yaşlı insanlar”, “2’den çok büyük tam sayılar”, “çok hızlı arabalar” vb. kümeler de üyelik kriterleri net olarak tanımlanamayan kümelerle örnek olarak gösterilebilir. Bu tarz sınıflandırmalar gerçek hayatta sık karşılaşılan, insan iletişimde ve muhakemesinde önemli rol oynayan sınıflandırmalardır.

Klasik kümelerde, elemanların kümeye aitliğini belirleyen fonksiyona “karakteristik fonksiyon” denir ve bu fonksiyon sadece iki değer alabilir (0 veya 1). Pozitif mantıkta, herhangi bir eleman için karakteristik fonksiyonun değerinin 1 olması, elemanın kümeye ait olduğunu, 0 olması ise elemanın kümeye ait olmadığını ifade eder. Bulanık kümelerde ise elemanların kümeye üyelikleri derecelidir ve “üyelik fonksiyonu” (membership function) veya “üyelik derecesi” (grade of membership) adı verilen sürekli fonksiyonlarla veya kesikli değerlerle ifade edilir. Buna göre normal bir bulanık küme için bir elemanın kümeye aitliği $[0,1]$ aralığında bir değerdir.

Zadeh daha sonraki çalışmalarında büyük ölçekli toplumsal sistemlerin (örneğin ekonomi, yönetim bilimi vb.) ve çok karmaşık veya zayıf tanımlanmış sistemlerin (örneğin yapay zeka) analizinde geleneksel sistem analizi yöntemlerinin yetersiz olduğunu ifade etmiş, bu problemlerin üstesinden gelebilmek için bulanık kümeler teorisinin ve bulanık mantığın kullanılabilirliğini araştırmıştır [2,3]. Bir sistemin karmaşıklığı arttıkça, o sistemi anlamak ve davranışı hakkında kesin veya yeterli çıkarımlarda bulunmak zorlaşır. İnsan düşünce yapısında ve çıkarımında anahtar elemanlar sayılar değil, bulanık kümelerdir. Zadeh’in bu problemlerin gerçekçi bir biçimde çözülebilmesi için önerdiği yaklaşımın üç ana özelliği vardır:

- 1) Sayısal değişkenler yerine veya sayısal değişkenlerle birlikte “dilsel” değişkenlerin kullanılması
- 2) Değişkenler arasındaki basit ilişkilerin bulanık koşullu ifadelerle tanımlanması (eğer – o halde)
- 3) Karmaşık ilişkilerin bulanık algoritmalar kullanılarak tanımlanması

Bu yaklaşıma bağlı olarak Zadeh, bulanık değişken, dilsel değişken ve bulanık algoritma kavramlarını tanımlamış ve böylece bulanık kümeler teorisinin ve bulanık mantığın sistem analizi ve kontrol gibi alanlarda kullanımının önünü açmıştır.

Bulanık mantığın kontrol uygulamalarında ilk olarak kullanımı, Ebrahim (Abe) Mamdani ve öğrencisi Seto Assilian’ın, endüstriyel bir süreci kontrol etmeyi öğrenebilecek, adaptif bir sistem geliştirme çabaları ile olmuştur [4]. Çalışmanın başlangıçtaki amacı, öğrenme yeteneğine sahip bir denetleyici ile insan arasında bir etkileşim sağlamaktı. Son yıllarda, insanın öğrenme yeteneğinin bazı karakteristiklerini sergileyebilen, denetleyicinin tecrübesine bağlı olarak, optimizasyon algoritmaları ile kontrol stratejileri üreten, adaptif denetleyicilerle ilgili birçok çalışma yapılmıştı. Ancak insan zekasının öğrenme ve adaptasyon yeteneklerinin dışında, yönergeleri kavrama yeteneği ve deneyime değil, sözlü iletişime bağlı olarak kontrol stratejilerini

oluşturabilme yeteneği ile ilgili kontrol çalışmaları bulunmamaktaydı. Bu aşamada Mamdani ve Assilian, Zadeh'in bulanık mantığının, dilsel kuralları uygun bir kontrol stratejisine dönüştürebilecek bir araç olduğunu fark etmiş ve endüstriyel bir süreci kontrol edebilmek amacıyla bulanık mantık denetleyicisi (FLC) adını verdikleri yeni bir denetleyici oluşturarak, sistem performansını incelemişlerdir.

Mamdani ve Assilian'ın kontrol etmek istedikleri süreç, bir buhar kazanı ile buhar motorunun kombinasyonundan oluşmaktadır. Süreç modelinin girişleri, buhar kazanının sıcaklık girişi ve motor silindirin girişindeki valf açıklığı, çıkışları ise kazandaki buhar basıncı ve motorun hızıdır. Sistem doğrusal bir sistem olmadığı için farklı çalışma noktalarında farklı karakteristikler sergilemektedir. Denetleyicinin giriş ve çıkış değişkenleri bulanık değişkenler olarak tanımlanmış ve bulanık koşullu ifadeler kullanılarak kontrol kuralları oluşturulmuştur. Karşılaştırma yapmak amacıyla oluşturulan dijital denetleyicinin, en iyi performansı gösterebilmesi için birçok kez ayarlanması gerekmiştir. Bu ayarlama işlemini deneme-yanılma yoluyla gerçekleştirilmiştir. Buna karşılık, bulanık denetleyici ile her seferinde dijital denetleyiciden daha iyi sonuçlar elde edilmiştir.

Daha sonra Kickert ve van Nauta Lemke, doğrusal olmaması ve değişkenlik göstermesi nedeniyle kontrolü zor olan bir sıcak su sürecini bulanık denetleyici ile kontrol etmeyi başarmışlardır [5]. Karmaşık endüstriyel sistemlerin kontrolünde insan operatörlerin, modern kontrol teknikleri ile tasarlanan denetleyicilerden çok daha başarılı olduğunu söyleyen Kickert ve Lemke, operatörün kontrol stratejisini tanımlayan dilsel kuralları kullanarak bir kontrol algoritması oluşturmuşlar ve operatörün kullandığı kelimeleri bulanık kümelerle ifade etmişlerdir.

Mamdani bulanık denetleyicilerin implementasyonu aşamasında, seçilmesi gereken dört ana faktör bulunduğunu belirlemiştir [6]. Bunlar dilsel değişkenleri oluşturan bulanık kümelerin sayısı, ölçümlerin bulanık kümelerle eşleştirilmesi, kontrol stratejisini ifade eden bulanık kuralların oluşturulması ve bulanık kümelerin şeklidir. Sistemin kapalı çevrim tasarım kriterlerini sağlayacak biçimde, denetleyici performansının geliştirilmesi aşamasında en önemli etkiye sahip ve üzerinde en çok çaba harcanan faktör bulanık kurallardır. Ayrıca oluşturulan bulanık kuralların, sistemin kontrolü esnasında gerçekleşebilecek bütün olasılıkları içerip içermediği kesin değildir. Bu nedenle sistem cevabını istenilen duruma getirebilmek için, bulanık kuralları kendi kendine düzenleyebilecek denetleyicilerin tasarlanması gerektiğini düşünen Mamdani, Procyk ile birlikte yaptığı çalışmada bunu başarmıştır [7].

Laboratuvar ölçekli bir ısı eşanjörünün kontrolünde bulanık kontrol yöntemini kullanan Ostergaard [8], Holmblad ile birlikte, bulanık kontrolün endüstriyel alanda ilk uygulamasını çimento fabrikalarında geliştirmiştir [9]. Endüstriyel süreçlerin kontrolünde bulanık kontrol yönteminin başarılı bir şekilde uygulanabileceğini gösteren bu çalışmadan sonra, modellenmesi ve geleneksel yöntemlerle kontrolü zor olan endüstriyel süreçlerde, metro istasyonlarında, ev aletlerinde, toplumsal bilimlerde ve daha birçok alanda kullanılmaya başlanan bulanık kontrolün kullanım alanlarından bazıları Çizelge 1.1’de gösterilmiştir [10].

Çizelge 1.1 Bulanık kontrol kullanım alanlarından bazıları

Kullanım Alanı	Marka	İşlev
Çimento sanayi	Mitsubishi-Chen	Isı ve oksijen oranı denetimi yapar
Asansör denetimi	Fujitech, Toshiba	Yolcu trafiğini değerlendirir, bekleme zamanını ayarlar
Fotoğraf makinesi	Canon, Minolta	Ekranda birden fazla nesne olması durumunda en iyi odaklanmayı ve aydınlatmayı belirler
Çamaşır makinesi	Matsushita	Kirlilik, kumaş cinsi ve ağırlığa göre yıkama programını belirler
Klima	Mitsubishi	Ortam koşullarına en uygun çalışma durumunu saptar
Metro sistemi	Hitachi	Hızlanma ve yavaşlanmayı ayarlayarak yolculuk konforunu artırır, güç tasarrufu sağlar
ABS fren sistemi	Nissan	Fren sırasında tekerleklerin kilitlenmesini önler
Hisse senetleri	Yamaichi Securities	Portföy yönetimi yapar

Çalışmanın ikinci bölümünde, bulanık kümeler teorisine bir giriş yapılmış, bulanık kümelerle ilgili temel kavramlar ile bulanık kümeler üzerinde gerçekleştirilebilecek kümesel ve cebirsel işlemler açıklanmıştır.

Üçüncü bölümde bulanık kontrol kavramı üzerinde durulmuş, bulanık denetleyicinin ortaya çıkışı ve gelişimi ile birlikte denetleyici yapısı incelenmiştir. Denetleyici bileşenlerinin işlevleri detaylı bir biçimde örneklerle sunulmuştur.

Dördüncü bölümde, DC motor konum kontrolü için bulanık denetleyici tasarımı aşama aşama açıklanmış ve MATLAB/Simulink'te oluşturulan bulanık kontrol sistemi simüle edilerek elde edilen sonuçlar incelenmiştir.

Beşinci bölümde, bulanık kontrol sistemlerinin Lyapunov kararlılık analizlerinin gerçekleştirilmesi için kullanılan yöntemler incelenmiş, model tabanlı bulanık sistemlerin kararlılık analizlerinde doğrusal matris eşitsizlikleri (LMI) yaklaşımı örneklerle gösterilmiştir. Ayrıca, kontrol edilen süreç hakkında herhangi bir bilgi sahibi olmadan, bulanık kontrol sistemlerinin Lyapunov kararlılık kriterlerine göre analizini sağlayan iki farklı yöntem de incelenmiştir.

Son bölümde çalışmadan elde edilen sonuçlar maddeler halinde sıralanmış ve üzerinde durulan konunun önemine değinilerek, bulanık sistemlerin kararlılığı hakkında yapılan son çalışmaların ışığında, konunun gidişatı irdelenmiştir.

2 – BULANIK KÜMELER TEORİSİ

Bulanık kontrolde, denetleyicinin girişleri ve çıkışları bulanık kümelerle ifade edilen dilsel değişkenlerden oluşur. Bu nedenle bulanık kontrol kavramının iyi anlaşılabilmesi için öncelikle bulanık kümeler teorisinin ve bulanık kümeler üzerinde gerçekleştirilebilecek bazı işlemlerin anlaşılması gerekir.

2.1 Temel Kavramlar

2.1.1 Bulanık Küme

Bir U evrenindeki (universe of discourse) bir A bulanık kümesi, $\mu_A : U \rightarrow [0,1]$ üyelik fonksiyonu ile karakterize edilir. Üyelik fonksiyonu, U evrenindeki her bir x elemanına $[0,1]$ aralığında bir $\mu_A(x)$ değeri atar. Bu değer x elemanının A bulanık kümesine üyelik derecesini ifade eder. Yani $\mu_A(x)$ 1'e yaklaştıkça x elemanının A kümesine üyelik derecesi artar.

2.1.2 Destek (Support)

A kümesinin “desteği”, $\mu_A(x)$ değerinin pozitif olduğu U evrenindeki noktalar kümesidir. Yani

$$\text{supp}(A) = \{x \in U | \mu_A(x) > 0\} \quad [2.1]$$

2.1.3 Geçiş Noktası (Crossover Point)

A kümesindeki bir “geçiş noktası”, üyelik derecesi 0.5 olan bir elemandır.

2.1.4 Bulanık Singleton (Fuzzy Singleton)

Bulanık singleton, desteği U 'da tek bir nokta olan bir bulanık kümedir. Bu durumda A , desteği x noktası olan bir bulanık singleton ve μ, x 'in A 'ya üyelik derecesi olmak üzere, A aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$A = \mu/x \quad [2.2]$$

2.1.5 Bulanık Kümelerin Gösterimi

Bir A bulanık kümesi kendisini oluşturan bulanık singleton kümelerinin birleşimi biçiminde düşünülebilir. Bu durumda A şu şekilde ifade edilebilir:

$$A = \int_U \mu_A(x)/x \quad [2.3]$$

Burada integral işareti bileşim anlamına gelmektedir. A kümesinin desteği sonlu ise $(\{x_1, x_2, \dots, x_n\})$ integral yerine toplam da kullanılabilir:

$$\begin{aligned} A &= \mu_1/x_1 + \mu_2/x_2 + \dots + \mu_n/x_n \\ &= \sum_{i=1}^n \mu_i/x_i \end{aligned} \quad [2.4]$$

Bu denklemlerdeki "+" işareti aritmetik toplam anlamında değil bileşim anlamında kullanılmıştır. Bu durumda $U = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ evreni de aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$\begin{aligned} U &= x_1 + x_2 + \dots + x_n \\ &= \sum_{i=1}^n x_i \end{aligned} \quad [2.5]$$

Yaygın olarak kullanılan bir diğer gösterim ise sıralı çiftler şeklinde listelemedir. Bu gösterimde çiftlerden ilki evrensel kümedeki bir elemanı, ikincisi ise o elemanın ilgili bulanık kümeye üyelik derecesini ifade eder. Üyelik derecesi sıfır olan elemanlar genellikle listelenmez.

$$A = \{(x, \mu_A(x))\}, \quad x \in U \quad [2.6]$$

Örnek: $A = "10'a yakın tam sayılar"$ bulanık kümesini listeleme ve singleton'ların birleşimi yöntemleriyle tanımlayalım ve A kümesinin desteği ile geçiş noktalarını belirleyelim:

$$A = \{(7,0.1), (8,0.5), (9,0.8), (10,1), (11,0.8), (12,0.5), (13,0.1)\}$$

$$A = 0.1/7 + 0.5/8 + 0.8/9 + 1/10 + 0.8/11 + 0.5/12 + 0.1/13$$

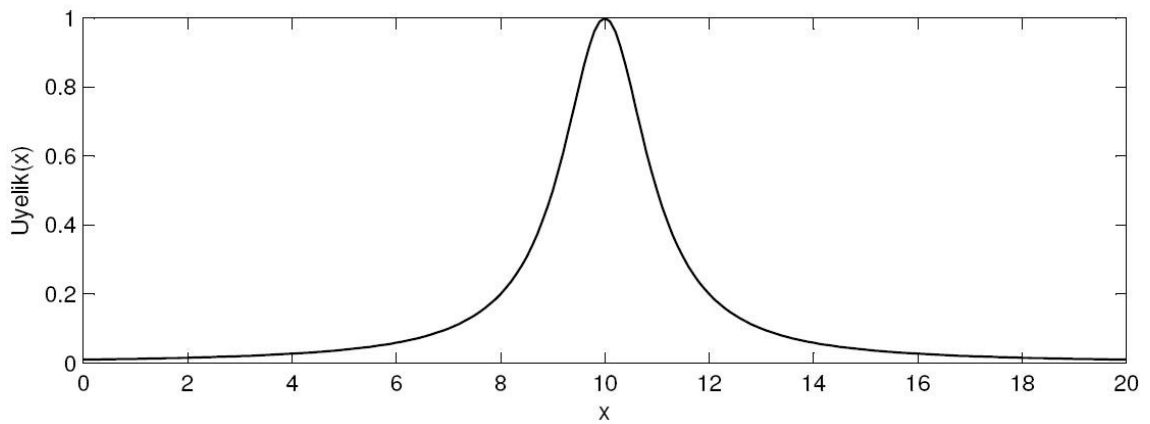
$$Supp(A) = \{7,8,9,10,11,12,13\}$$

GeçişNoktaları = {8,12}

Örnek: $A = "10'a\ yakın\ reel\ sayılar"$ bulanık kümesini aşağıdaki gibi bir fonksiyonla tanımlayalım:

$$A = \int_R \frac{1}{1+(x-10)^2} / x$$

Yukarıdaki üyelik fonksiyonu ile ifade edilen bulanık küme Şekil 2.1'de gösterilmektedir.



Şekil 2.1 $10'a\ yakın\ reel\ sayılar$

2.1.6 α – seviye kümesi (α – level set)

Bir A bulanık kümesine en azından α derecesinde ait olan elemanların kümesine α – seviye (veya α – kesim) kümesi denir:

$$A_\alpha = \{x \in U \mid \mu_A(x) \geq \alpha\} \quad [2.7]$$

$A'_\alpha = \{x \in U \mid \mu_A(x) > \alpha\}$ kümesine ise “*kuvvetli α – seviye kümesi*” veya “*kuvvetli α – kesim kümesi*” denir.

Örnek: $A = 0.2/1 + 0.4/2 + 0.75/3 + 1/4 + 0.8/5 + 0.5/6 + 0.1/7$ kümesi için $A_{0.7}$ ve $A_{0.4}$ kümelerini belirleyelim:

$$A_{0.7} = \{3,4,5\}$$

$$A_{0.4} = \{2,3,4,5,6\}$$

2.1.7 Normal Bulanık Küme

Bir A bulanık kümesinin normal bulanık küme olabilmesi için elemanlarından en az birinin maksimum üyelik derecesine sahip olması ($\mu_A(x) = 1$) gerekir.

Normal olmayan bulanık kümelere subnormal bulanık küme denir ve bu durumda her x elemanı için $\mu_A(x) < 1$ olur. Subnormal bir bulanık kümeyi normal hale dönüştürmek için bütün elemanların üyelik dereceleri, maksimum üyelik derecesine bölünür.

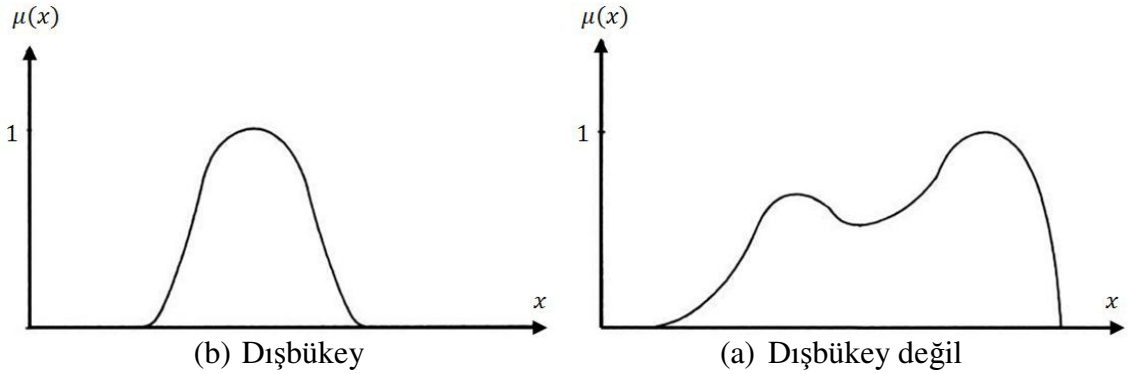
$$\frac{\mu_A(x)}{\max \mu_A(x)} \quad [2.8]$$

2.1.8 Dışbükeylik

Bir A bulanık kümesi aşağıdaki koşulu sağlıyorsa dışbükeydir:

$$\mu_A(\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2) \geq \min\{\mu_A(x_1), \mu_A(x_2)\}, \quad \lambda \in [0,1] \quad [2.9]$$

Daha basit ifade etmek gerekirse $x \leq y \leq z$ olmak üzere $\mu_A(y) \geq \min\{\mu_A(x), \mu_A(z)\}$ ise A kümesi dışbükeydir (Şekil 2.2).



Şekil 2.2 Dışbükeylik

2.2 Üyelik Fonksiyonları

Yaygın olarak kullanılan üyelik fonksiyonlarından bazıları üçgen (triangular), yamuk (trapezoidal), sigmoidal (S veya Z fonksiyonu) ve Gaussian fonksiyonlarıdır (Şekil 2.3).

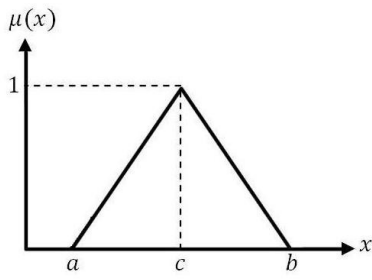
Bu üyelik fonksiyonları analitik olarak aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$(a) \mu(x) = \begin{cases} \left(\frac{x-a}{c-a}\right) & a \leq x \leq c \\ \left(\frac{x-b}{c-b}\right) & c \leq x \leq b \\ 0 & \text{diğer} \end{cases} \quad [2.10]$$

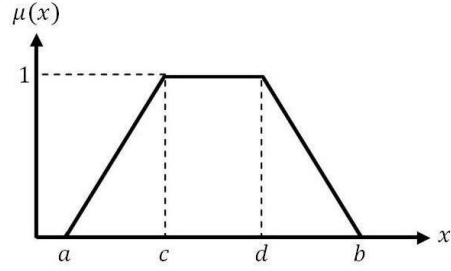
$$(b) \mu(x) = \begin{cases} \left(\frac{x-a}{c-a}\right) & a \leq x \leq c \\ 1 & c \leq x \leq d \\ \left(\frac{x-b}{d-b}\right) & d \leq x \leq b \\ 0 & \text{diğer} \end{cases} \quad [2.11]$$

$$(c) \text{ ve } (d) \mu(x) = \frac{1}{1+e^{-(x-m)\sigma}} \quad [2.12]$$

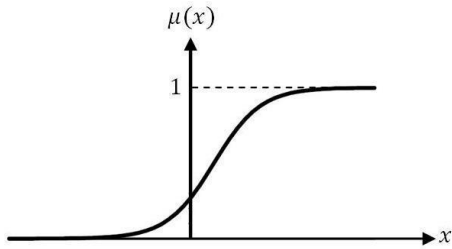
$$(e) \mu(x) = e^{-\frac{(x-c)^2}{2\sigma^2}} \quad [2.13]$$



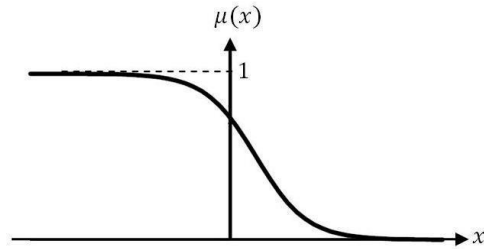
(a) Üçgen



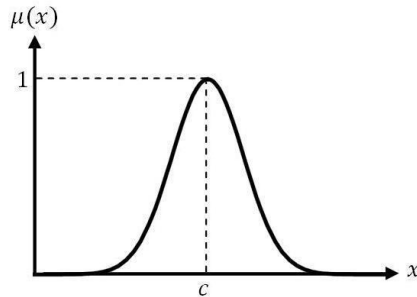
(b) Yamuk



(c) S fonksiyonu



(d) Z fonksiyonu



(e) Gaussian

Şekil 2.3 Üyelik fonksiyonları

Üçgen ve yamuk üyelik fonksiyonları parçalı doğrusal fonksiyonlardır ve uygulamalarda sıklıkla kullanılırlar. Simetrik veya asimetrik olabilirler.

Sigmoidal fonksiyonlarda σ değeri fonksiyonun artıp azalacağını belirlerken, m parametresi ise fonksiyonu sağa veya sola kaydırır. Benzer şekiller hiperbolik tanjant fonksiyonları kullanılarak da elde edilebilir çünkü

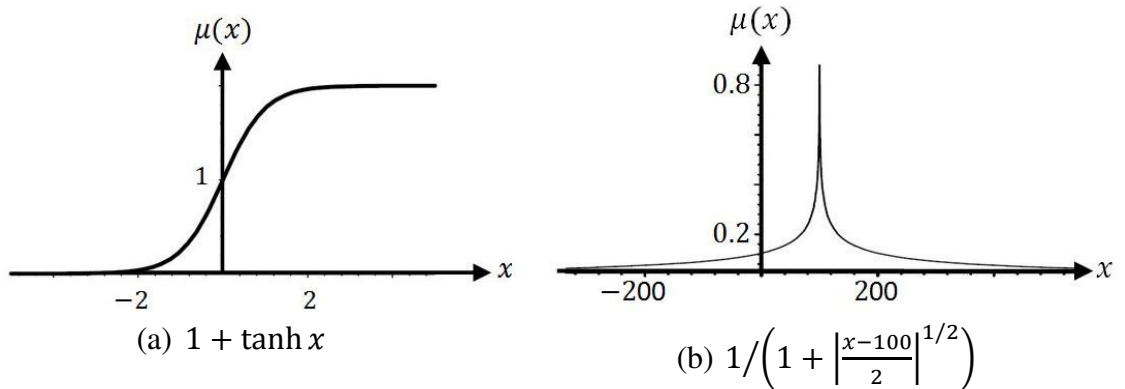
$$\frac{1}{2}(1 + \tanh x) = \frac{1}{1+e^{-2x}} \quad [2.14]$$

Çan eğrisi şeklindeki Gaussian fonksiyonları, olasılıkta sık kullanılan normal dağılımlarla ilişkilidir ve faydalı matematiksel özelliklere sahiptir. c ve σ parametreleri sırasıyla eğrinin merkezini ve şeklini belirler.

Bunların dışında genelleştirilmiş çan eğrisi (generalized bell) de yaygın olarak kullanılan bir üyelik fonksiyonudur. Genelleştirilmiş çan eğrisi aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$\mu(x) = \frac{1}{\left(1 + \left|\frac{x-c}{a}\right|^{2b}\right)} \quad [2.15]$$

Burada c parametresi eğrinin merkezini, a ve b parametreleri ise şeklini belirler. Şekil 2.4'te hiperbolik tanjant ve genelleştirilmiş çan eğrisi üyelik fonksiyonlarına birer örnek gösterilmektedir.



Şekil 2.4 Tanjant hiperbolik ve genel çan eğrisi üyelik fonksiyonları

2.3 Bulanık Kümeler Üzerinde İşlemler

2.3.1 Birleşim (Union)

A ve B bulanık kümelerinin birleşimi $A \cup B$ şeklinde gösterilir ve aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$\begin{aligned} A \cup B &\triangleq \int_U (\mu_A(x) \vee \mu_B(x)) / x \\ &\triangleq \int_U \max(\mu_A(x), \mu_B(x)) / x \end{aligned} \quad [2.16]$$

Birleşim işlemi “veya” bağlacına karşılık gelir. Yani $A \vee B \triangleq A \cup B$

2.3.2 Kesişim (Intersection)

A ve B bulanık kümelerinin kesişimi $A \cap B$ şeklinde gösterilir ve aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$\begin{aligned} A \cap B &\triangleq \int_U (\mu_A(x) \wedge \mu_B(x)) / x \\ &\triangleq \int_U \min(\mu_A(x), \mu_B(x)) / x \end{aligned} \quad [2.17]$$

Kesişim işlemi “ve” bağlacına karşılık gelir. Yani $A \vee B \triangleq A \cap B$

2.3.3 Tümleneyen (Complement)

Bir A bulanık kümesinin tümleneyeni \bar{A} ile gösterilir ve aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$\bar{A} \triangleq \int_U (1 - \mu_A(x)) / x \quad [2.18]$$

Örnek: Zimmermann’ın klasik ev örneğini kullanarak kesişim, bileşim ve tümleneyen işlemlerini görelim [11]. 4 kişilik bir aile bir ev satın almak istiyor. Aile, evdeki yatak odalarının sayısını konfor göstergelerinden birisi olarak değerlendiriyor ve evin büyük olmasını istiyor. $U = \{1,2,3, \dots, 10\}$ kümesi, $x = \text{yatak odalarının sayısı}$ olmak üzere, mevcut ev tiplerinin kümesi olsun. Bu durumda bu aile için $A = \text{Konforlu}$ ve $B = \text{Büyük}$ bulanık kümeleri şu şekilde tanımlanabilir:

$$A = \{(1, 0.2), (2, 0.5), (3, 0.8), (4, 1), (5, 0.7), (6, 0.3)\}$$

$$B = \{(3, 0.2), (4, 0.4), (5, 0.6), (6, 0.8), (7, 1), (8, 1), (9, 1), (10, 1)\}$$

Bu durumda

$$A \cap B = \text{Konforlu ve Büyük}$$

$$= \{(3, 0.2), (4, 0.4), (5, 0.6), (6, 0.3)\}$$

$$A \cup B = \text{Konforlu veya Büyük}$$

$$= \{(1, 0.2), (2, 0.5), (3, 0.8), (4, 1), (5, 0.7), (6, 0.8), (7, 1), (8, 1), (9, 1), (10, 1)\}$$

$$\bar{B} = \text{Büyük değil}$$

$$= \{(1, 1), (2, 1), (3, 0.8), (4, 0.6), (5, 0.4), (6, 0.2)\}$$

2.3.4 Cebirsel Çarpım

A ve B bulanık kümelerinin çarpımı AB şeklinde gösterilir ve aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$AB \triangleq \int_U (\mu_A(x) \mu_B(x)) / x \quad [2.19]$$

2.3.5 Kuvvet

Bir A bulanık kümesinin m . kuvveti üyelik fonksiyonu aşağıdaki gibi olan bir bulanık kümedir:

$$\mu_{A^m}(x) = [\mu_A(x)]^m \quad [2.20]$$

2.3.6 Cebirsel Toplam

A ve B bulanık kümelerinin cebirsel toplamı $A + B$ ile gösterilir ve şu şekilde tanımlanır:

$$A + B = \int_U \mu_{A+B}(x) / x$$

$$\mu_{A+B}(x) = \mu_A(x) + \mu_B(x) - \mu_A(x) \cdot \mu_B(x) \quad [2.21]$$

2.3.7 Sınırlı Toplam (Bounded Sum)

A ve B bulanık kümelerinin sınırlı toplamı $A \oplus B$ ile gösterilir ve aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$A \oplus B = \int_U \mu_{A \oplus B}(x)/x$$

$$\mu_{A \oplus B}(x) = \min\{1, \mu_A(x) + \mu_B(x)\} \quad [2.22]$$

2.3.8 Sınırlı Fark (Bounded Difference)

A ve B bulanık kümelerinin sınırlı farkı $A \ominus B$ ile gösterilir ve aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$A \ominus B = \int_U \mu_{A \ominus B}(x)/x$$

$$\mu_{A \ominus B}(x) = \max\{0, \mu_A(x) + \mu_B(x) - 1\} \quad [2.23]$$

2.3.9 Konsantrasyon (Concentration)

Bir A bulanık kümesinin konsantrasyonu $CON(A)$ ile gösterilir ve şu şekilde tanımlanır

$$CON(A) = A^2 \quad [2.24]$$

Bu işlem sonucunda A kümesinin bir alt kümesi olan yeni bir bulanık küme elde edilir öyle ki A kümesine üyelikleri bağlı olarak büyük olan elemanların üyelik derecelerinde çok fazla bir azalma yaşanmazken, üyelikleri düşük olan elemanların üyelik derecelerinde daha ciddi bir azalma olur.

2.3.10 Genişleme (Dilation)

Bir A bulanık kümesinin konsantrasyonu $DIL(A)$ ile gösterilir ve şu şekilde tanımlanır:

$$DIL(A) = A^{0.5} \quad [2.25]$$

Bu işlemin etkisi konsantrasyon işleminin tersidir.

Örnek: $A = 0.5/3 + 0.9/5 + 0.7/6 + 0.3/7$ ve $B = 0.2/2 + 0.8/3 + 0.6/5 + 0.4/7$ olmak üzere AB , B^3 , $A + B$, $A \oplus B$, $A \ominus B$, $CON(A)$, $DIL(B)$ bulanık kümelerini bulalım:

$$AB = 0.4/3 + 0.54/5 + 0.12/7$$

$$B^3 = 0.008/2 + 0.512/3 + 0.216/5 + 0.064/7$$

$$A + B = 0.2/2 + 0.9/3 + 0.96/5 + 0.7/6 + 0.58$$

$$A \oplus B = 0.2/2 + 1/3 + 1/5 + 0.7/6 + 0.7/7$$

$$A \ominus B = 0.3/5 + 0.7/6$$

$$CON(A) = 0.25/3 + 0.81/5 + 0.49/6 + 0.09/7$$

$$DIL(B) = 0.45/2 + 0.89/3 + 0.77/5 + 0.63/7$$

2.3 Dilsel Değişkenler

Dilsel değişkenler, değerleri doğal veya yapay bir dildeki kelimeler ya da cümleler olan değişkenlerdir [12]. Bu özellikleriyle sayısal değişkenlerden ayrılan dilsel değişkenler insanların bilgiyi ifade etmek için kullandıkları en temel elemanlardır. Örneğin bir aracın hızını radarla ölçtüğümüzde sonuç olarak 70 km/s, 100 km/s gibi nümerik değerler elde ederiz ancak aracı dışarıdan gözlemleyen birisinden aracın hızıyla ilgili değerlendirme yapmasını istediğimizde “yavaş”, “hızlı” vb. kelimelerle karşılık verir. Bulanık kümeler teorisi ve dilsel değişken kavramı ile, doğal dillerdeki belirsiz, zayıf tanımlanmış veya çok karmaşık kavramların anlamları yaklaşık olarak tanımlanabilir.

Bir dilsel değişkenin değerlerini ifade eden bulanık kümeler, bir dildeki kelimelerin veya cümlelerin görevini üstlenir. Örneğin “yakışıklı” sıfatı bir bireyin görünüşü ile ilgili karmaşık karakteristiklerin bir özetidir. Bu durumda “yakışıklı” kavramını bir bulanık küme olarak ele aldığımızda “çok yakışıklı, yakışıklı değil, son derece yakışıklı, az biraz yakışıklı” vb. terimler de bulanık kümelerdir. Bu kümeler “yakışıklı” bulanık kümesine etki eden “çok, değil, son derece, az biraz” vb. niteleyiciler ile oluşturulur. Bu niteleyicilerle birlikte “ve, veya” gibi bağlaçlar da kullanılabilir. Bu durumda “yakışıklı” bulanık kümesi ile niteleyiciler ve bağlaçlar kullanılarak oluşturulan diğer bulanık kümelerin hepsi birlikte “Görünüş” isimli dilsel değişkeni meydana getirir. Bu anlamda dilsel değişkenler bulanık değişkenleri de içinde barındıran, daha kapsamlı değişkenlerdir.

Yaygın olarak kullanılan niteleyiciler “çok” ve “az biraz” niteleyicileridir. Bunlar konsantrasyon ve genişleme işlemleri ile tanımlanabilirler.

A bir bulanık küme olmak üzere “çok A ” ve “az biraz A ” kümeleri, üyelik fonksiyonları aşağıdaki gibi olan bulanık kümelerdir:

$$\mu_{\text{çok } A}(x) = [\mu_A(x)]^2$$

$$\mu_{\text{az biraz } A}(x) = [\mu_A(x)]^{0.5} = \sqrt{\mu_A(x)} \quad [2.26]$$

Dilsel değişkenler (X, T, U, G, M) şeklinde karakterize edilirler. Burada X : değişkenin adı, T : X değişkeninin terim kümesi (dilsel değişkeni oluşturan bulanık kümelerin isimleri), U : evrensel küme, G : isimler oluşturulurken kullanılan sentaks kuralı, M ise dilsel değişkeni oluşturan her i bulanık kümesine anlamını $(M(i))$ atayan semantik kuraldır.

Örnek: “Yaşlılık” isimli dilsel değişkeni ele alalım ($X = \text{Yaşlılık}$). Bu değişkeni oluşturan bulanık kümelerden birisi “yaşlı” olsun. Evrensel küme $U = [0,100]$ olmak üzere, “Yaşlılık” dilsel değişkeninin terim kümesi şu şekilde tanımlanabilir:

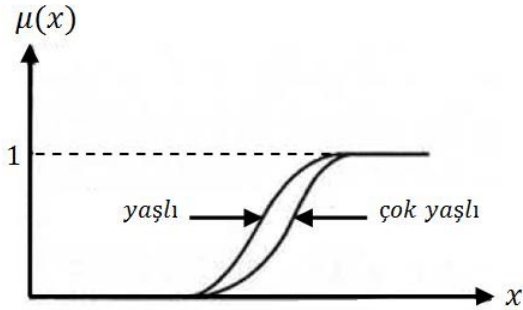
$$T(\text{Yaşlılık}) = \text{yaşlı} + \text{çok yaşlı} + \text{yaşlı değil} + \text{genç} + \text{az biraz genç} + \dots$$

Bu durumda “yaşlı” ve “çok yaşlı” bulanık kümelerinin anlamları:

$$M(\text{yaşlı}) = \text{yaşlı} = \int_{50}^{100} \left[1 + \left(\frac{x-50}{5} \right)^{-2} \right]^{-1} / x$$

$$M(\text{çok yaşlı}) = \text{çok yaşlı} = \int_{50}^{100} \left[1 + \left(\frac{x-50}{5} \right)^{-2} \right]^{-2} / x$$

Bu kümeler Şekil 2.5’te gösterilmektedir.



Şekil 2.5 “çok” niteleyicisinin etkisi

3 – BULANIK KONTROL

Klasik ve modern kontrol teorisinde bir kontrol problemi ile karşılaşıldığında, sistematik bir tasarım prosedürü izlenir. Bu prosedür şöyledir [13]:

- 1) Öncelikle kontrol edilmek istenen sürecin dinamikleri anlaşılmaya çalışılır ve tasarım amaçları (veya performans kriterleri) belirlenir.
- 2) Fizik kanunları, diferansiyel denklemler, gerçek süreç verileri vb. araçlar kullanılarak sistemin matematiksel modeli oluşturulur.
- 3) Matematiksel model veya bu modelin daha basit bir versiyonu kullanılarak sistemin kontrolü için bir denetleyici tasarlanır.
- 4) Süreç ve denetleyicinin bir arada yer aldığı kapalı çevrimli sistemin matematiksel modeli üzerinde, simülasyon tabanlı veya matematiksel analizler gerçekleştirilerek sistem performansı incelenir. Sistem performansı istenilen seviyeye gelene kadar model, denetleyici türü veya denetleyici parametreleri üzerinde değişiklikler yapılır.
- 5) Performans kriterleri sağlandıktan sonra denetleyici fiziksel olarak oluşturulur (örneğin bir mikroişlemci kullanılarak) ve sistem performansı tekrar incelenir. Bu aşamada herhangi bir problemle karşılaşıldığında tasarım sürecine tekrar dönülmesi gerekebilir.

Denetleyici performans kriterlerini sağladığında, pazarlama ve dağıtıma hazır olduğunda tasarım süreci sona erer.

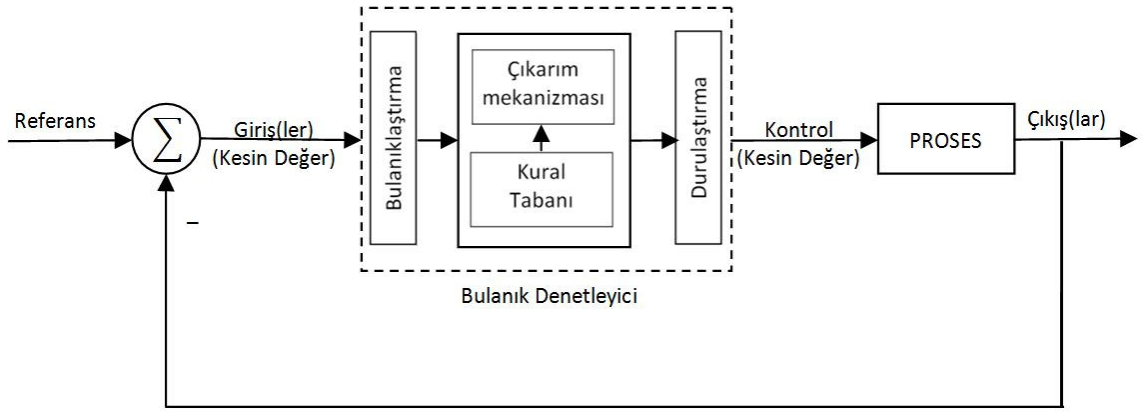
Burada dikkate alınması gereken en önemli aşamalardan birisi sistemin modellenmesidir. Çünkü oluşturulan model kontrol edilmek istenen sürece ne kadar çok benzerse, kontrol işlemi de o kadar başarılı olur. Ancak gerçek hayatta kontrol edilmek istenen süreçlerin birçoğu doğrusal olmayan, parametreleri zamanla değişen ve karmaşık yapıları nedeniyle birçok belirsizlik içeren süreçlerdir. Bu tarz süreçlerin klasik yöntemlerle modellenmesi çok zor veya imkansızdır. Bazı varsayımlar yapılarak oluşturulan modeller ise hiçbir zaman gerçek hayattaki sürecin bütün dinamiklerini ifade etmez.

Geleneksel kontrol yöntemlerinde modelleme ve bu modele bağlı olarak diferansiyel denklemlerle ifade edilen bir denetleyici oluşturma işlemleri ön plana çıkarken, bulanık kontrol yönteminde sürecin en iyi nasıl kontrol edileceğinin anlaşılmaya çalışılması ve elde edilen bu bilginin bulanık koşullu ifadeler biçiminde

(EĞER-O HALDE) direk olarak bulanık denetleyiciye yüklenmesi önem kazanmaktadır. Yani geleneksel kontrolün dili diferansiyel denklemler iken bulanık kontrolün dili kelimeler ve sistemin nasıl kontrol edileceğini belirten kurallardır. Daha önce de belirtildiği gibi, karmaşık endüstriyel süreçlerin kontrolünde insan operatörlerin, modern kontrol teknikleri ile tasarlanan denetleyicilerden daha başarılı olduğu gözlemlenmiştir. Bu nedenle, kontrol stratejisi insan muhakemesine benzer bir mantıkla oluşturulan bulanık denetleyiciler, günümüzde doğrusal olmayan, zamanla değişen, karmaşık yapıları sistemlerin kontrolünde yaygın olarak kullanılmaktadır.

3.1 Bulanık Denetleyici (FLC)

Şekil 3.1’de bulanık denetleyici kullanılarak oluşturulan bir kontrol sistemi ve bulanık denetleyicinin yapısı görülmektedir.



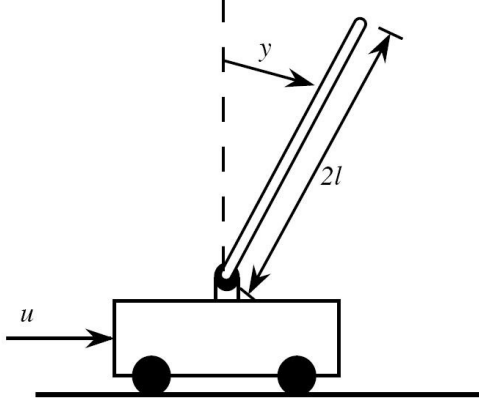
Şekil 3.1 Kapalı çevrim bulanık kontrol

Yukarıdaki kontrol sisteminde referans giriş sinyali $r(t)$ ile çıkış sinyali $y(t)$ karşılaştırılır ve bu iki sinyal arasındaki $e(t)$ fark (veya hata) sinyaline bağlı olarak bulanık denetleyici tarafından sürecin girişine uygulanacak olan kontrol sinyali $u(t)$ üretilir.

Şekilden de görüldüğü gibi bulanık denetleyicilerin dört ana bileşeni vardır:

- 1) Bulanıklaştırma (veya bulandırma) arayüzü (fuzzification interface)
- 2) Kural tabanı (rule base)
- 3) Çıkarım mekanizması (inference mechanism)
- 4) Durulaştırma (veya durulama) arayüzü (defuzzification interface)

Bu bileşenlerin nasıl çalıştığını daha iyi anlayabilmek için doğrusal olmayan ve akademik çalışmalarda sıklıkla incelenen ters sarkaç sisteminin (Şekil 3.2) dengelenmesi problemini ele alalım [14].



Şekil 3.2 Ters sarkaç sistemi

Burada y sarkacın dikeyle yaptığı açı (radyan cinsinden), l sarkacın boyunun yarısı (metre cinsinden), u ise arabayı hareket ettiren kuvvettir (Newton cinsinden). Referans sinyali r , sarkacın istenilen açısal konumunu ifade etmek üzere amacımız başlangıçta dikeyle arasındaki açı sıfırdan farklı olan ($y \neq 0$) sarkacı yukarıda dik konumda ($r = 0$) tutmaktır.

Denetleyici tasarımında izlenecek ilk adım denetleyicinin giriş ve çıkış (kontrol) değişkenlerinin belirlenmesidir. Bulanık denetleyicilerin girişleri ve çıkışları dilsel değişkenlerle ifade edilir. Örneğin giriş dilsel değişkenleri A ve B , çıkış dilsel değişkeni ise C olan, iki giriş tek çıkışlı bir bulanık denetleyiciyi ele alalım. Bu durumda dilsel değişkenler aşağıdaki gibi tanımlanabilir:

$$\begin{aligned}
 A &= \{A_i, A_{i+1}, \dots, A_n\}, \quad i = 1, \dots, n \\
 B &= \{B_j, B_{j+1}, \dots, B_m\}, \quad j = 1, \dots, m \\
 C &= \{C_k, C_{k+1}, \dots, C_l\}, \quad k = 1, \dots, l
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

A_i , B_j ve C_k terimleri aşağıdaki gibi tanımlanan bulanık kümelerdir:

$$\begin{aligned}
 A_i &= \{(x, \mu_{A_i}(x)) \mid x \in A_i \subset U_A\}, \quad i = 1, \dots, n \\
 B_j &= \{(y, \mu_{B_j}(y)) \mid y \in B_j \subset U_B\}, \quad j = 1, \dots, m
 \end{aligned} \tag{3.2}$$

$$C_k = \left\{ \left(z, \mu_{B_j}(z) \right) \mid z \in C_k \subset U_C \right\}, \quad k = 1, \dots, l$$

Bu durumda giriş ve çıkış dilsel değişkenlerinin tam olarak oluşturulabilmesi için

- 1) A , B ve C dilsel değişkenlerinin bağımsız değişkenleri x , y ve z için U_A , U_B ve U_C evrensel kümelerinin belirlenmesi gerekir. Bu durumda bu değişkenlerin alabileceği maksimum ve minimum değerler belirlenerek evrensel kümeler oluşturulabileceği gibi, ticari amaçla üretilen birçok denetleyicide veya bulanık kontrol ile ilgili birçok makalede kullanılan standart evrensel kümelerden de faydalanılabilir [15].
- 2) A_i , B_j ve C_k terimleri için üyelik fonksiyonlarının şekillerinin ve destek kümelerinin belirlenmesi gerekir. Genellikle üçgen, yamuk veya çan eğrisi tipinde üyelik fonksiyonları kullanılır ve komşu kümelerin kesişmesi, aralarında boşluk kalmaması sağlanır. Bunun nedeni denetleyicinin boş (örneğin herhangi bir kuralın geçerli olmadığı) bölgelere girerek yanlış çıkışlar üretmesini engellemektir.
- 3) Terim sayıları, yani n , m ve l belirlenmelidir. Bu sayılar genellikle 3 ile 7 arasındadır ve çoğunlukla tek sayılar tercih edilir.

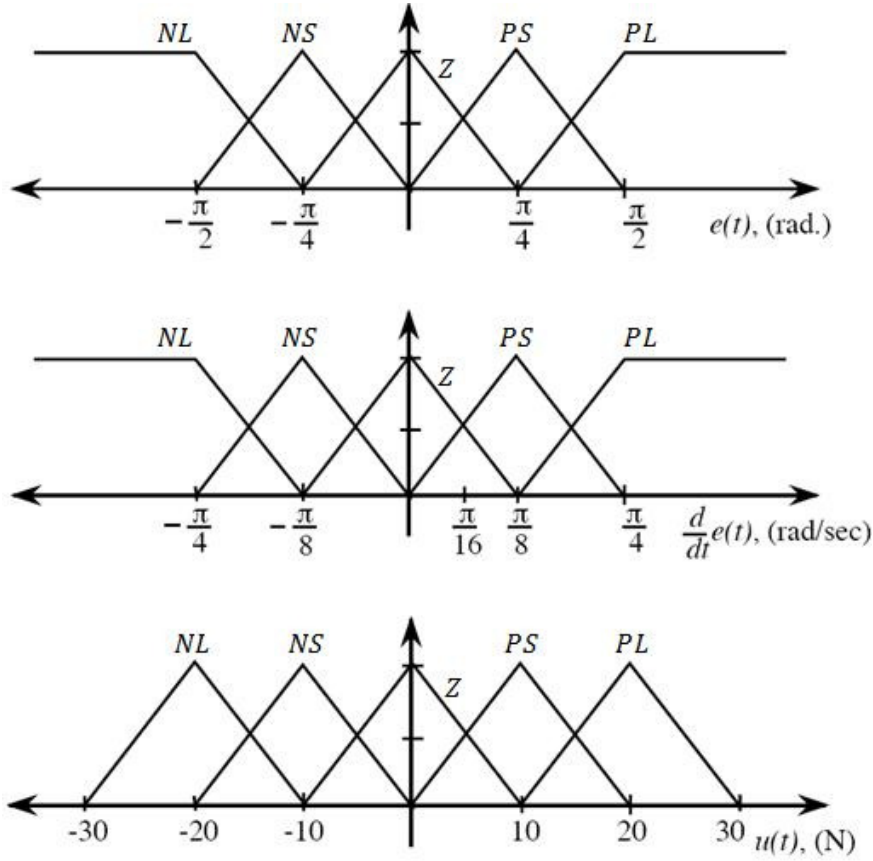
Ters sarkaç sisteminin kontrolünde kullanılacak giriş sinyalleri hata ($e(t) = r(t) - y(t)$) ve hatanın değişimi $\left(\frac{de(t)}{dt}\right)$, çıkış (veya kontrol) sinyali ise arabaya uygulanan kuvvet olsun. Bu durumda $r = 0$ ve $e = r - y$ olduğundan

$$e = -y$$

$$\frac{d}{dt}e = -\frac{d}{dt}y$$

Giriş ve çıkış sinyallerini tanımlayan dilsel değişkenleri sırasıyla “hata”, “hata_değişimi” ve “kuvvet” olarak adlandıralım. Dilsel değişkenlerden her biri isimleri aşağıdaki gibi olan 5 adet bulanık kümeden meydana gelsin (Şekil 3.3):

- “NL” – negatif büyük
- “NS” – negatif küçük
- “Z” – sıfır
- “PS” – pozitif küçük
- “PL” – pozitif büyük



Şekil 3.3 Ters sarkaç için giriş ve çıkış dilsel değişkenleri

Bu bulanık kümelerin ne anlama geldiklerini birkaç basit örnek ile açıklayalım:

- 1) “hata = PL” – Sarkaç dikeyin önemli ölçüde solunda
- 2) “hata = NS” – Sarkaç dikeyin biraz sağında ancak ne “Z” olarak değerlendirilebilecek kadar dikeye yakın ne de “NL” olarak değerlendirilebilecek kadar dikeyden uzak
- 3) “hata = PL ve hata_değişimi = PS” – Sarkaç dikeyin solunda ve $\frac{d}{dt}y < 0$ olduğu için sarkaç dikey konumdan uzaklaşıyor (saatin tersi yönünde hareket ediyor)
- 4) “hata = NS ve hata_değişimi = PS” – Sarkaç dikeyin biraz sağında ve $\frac{d}{dt}y < 0$ olduğundan sarkaç dikey konuma yaklaşıyor

3.1.1 Bulanıklaştırma Arayüzü

Adından da anlaşılacağı üzere bulanıklaştırma arayüzü, bulanık denetleyicinin girişindeki kesin (sayısal) değerleri, denetleyicinin algılayabileceği bulanık kümelere dönüştürür.

U_i^* , U_i evreninde tanımlı bütün bulanık kümeleri içeren evrensel küme olsun. Bu durumda herhangi bir $u_i \in U_i$ verildiğinde, bulanıklaştırma işlemi bu u_i değerini \tilde{A}_i ile gösterilen ve U_i^* evreninde tanımlı bir bulanık kümeye dönüştürür. Dönüştürme işlemi, bulanıklaştırma operatörü \mathcal{F} ile gerçekleştirilir. \mathcal{F} şu şekilde tanımlanır:

$$\mathcal{F}: U_i \rightarrow U_i^*$$

Burada

$$\mathcal{F}(u_i) = \tilde{A}_i$$

Bulanıklaştırma işlemlerinde genellikle “singleton bulanıklaştırma” yöntemi kullanılır. Bu yöntem, üyelik fonksiyonu aşağıdaki gibi olan bir $\tilde{A}_i \in U_i^*$ üretir:

$$\mu_{\tilde{A}_i}(x) = \begin{cases} 1 & x = u_i \\ 0 & \text{diğer} \end{cases} \quad [3.3]$$

Singleton bulanık küme u_i sayısının farklı biçimde ifade edilmesi olarak düşünülebilir. İmplementasyonda genellikle singleton bulanıklaştırma kullanılır. Bunun nedeni özellikle hesaplamalarda kolaylık sağlamasıdır [16].

3.1.2 Kural Tabanı

Kural tabanı, bulanık denetleyicinin girişleri ile çıkışları arasındaki ilişkiyi kurallar biçiminde depolar. Bu kurallar denetleyicinin kontrol stratejisini belirler ve aşağıdaki gibi oluşturulur:

koşul \rightarrow *eylem*

Örneğin giriş dilsel değişkenleri A ve B , çıkış dilsel değişkeni ise C olan, yukarıda daha önce tanımlanan bulanık denetleyici için kurallar şu şekildedir:

EĞER $A = A_i$ ve $B = B_j$ ise O HALDE $C = C_k$

Kontrol kurallarının belirlenmesinde kullanılacak en az dört ana kaynak vardır [17]:

- 1) Uzman deneyimine ve kontrol mühendisliği bilgisine bağlı olarak. FL Smidth çimento şirketinin oluşturduğu denetleyicinin (FLS denetleyici) kural tabanında çimento ocağı operatörlerinin el kitabındaki bilgileri kullanması bu duruma örnek olarak gösterilebilir [8]. Yaygın bir uygulama da uzmanlara veya operatörlere dikkatlice hazırlanmış bir anket yapmaktır.
- 2) Operatörün kontrol faaliyetlerine bağlı olarak. Bir operatörün sistemin kontrolünde gerçekleştirdiği işlemleri gözlemleyerek veya not defterlerini inceleyerek de kontrol kuralları oluşturulabilir.
- 3) Sürecin bulanık modeline bağlı olarak.
- 4) Öğrenmeye dayalı olarak. Kuralları kendiliğinden oluşturan (self-organizing) denetleyiciler buna örnek olarak verilebilir.

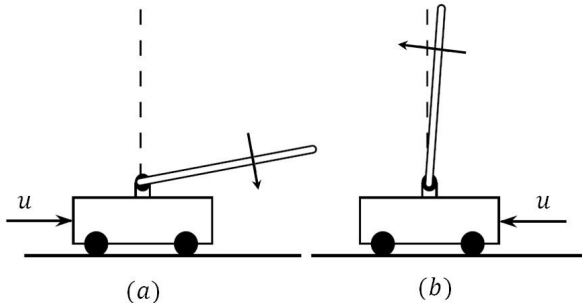
Ters sarkaç sistemi için bulanık kuralların oluşturulmasını iki örnekle açıklayalım:

- 1) EĞER hata = NL ve hata_değişimi = NL ise O HALDE kuvvet = PL

Bu durumda (Şekil 3.4(a)) sarkaç referans konumun oldukça sağındadır ve saat yönünde hareket etmektedir. Buradan da anlaşılacağı üzere sarkacı istenilen konuma getirebilmek için pozitif yönde (sağa doğru) büyük bir kuvvet uygulanmalıdır.

- 2) EĞER hata = Z ve hata_değişimi = PS ise O HALDE kuvvet = NS

Bu durumda (Şekil 3.4(b)) sarkacın dikeyle arasındaki açı sifıra yakındır ve sarkaç saatin tersi yönünde hareket etmektedir. Bu nedenle sarkacın hareketini karşılayabilmek için negatif yönde (sola doğru) küçük bir kuvvet uygulanması gerekir (pozitif yönde uygulanacak olan bir kuvvet sarkacın referans konumu aşmasına neden olabilir).



Şekil 3.4 Farklı konumlarda ters sarkaç

Yukarıdaki yaklaşım ile bütün kurallar belirlenerek liste halinde yazılır. Giriş değişkenlerinin sayısı az olan (2 veya 3) sistemlerde bulanık kuralların en uygun gösterim yöntemi liste yerine çizelge kullanmaktır. Çizelge 3.1’de ters sarkaç örneği için olası kural kümelerinden biri gösterilmektedir.

3.1.3 Çıkarım Mekanizması

Çıkarım mekanizması, herhangi bir anda hangi kuralların geçerli olduğunu ve bu kurallara bağlı olarak nasıl bir kontrol sinyali üretileceğini belirler.

Çıkarım süreci iki aşamalıdır:

- 1) Denetleyici girişleri bütün kural önermeleri ile karşılaştırılır ve o anki duruma kural tabanındaki hangi kuralların uyduğu (hangi kuralların aktif olduğu) ve aktif kuralların doğruluk derecesi (duruma ne kadar uyduğu) belirlenir. Bu işlem “eşleştirme (matching)” olarak adlandırılır.
- 2) Duruma uygunluk dereceleri belirlenen kurallar dikkate alınarak gerçekleştirilmesi gereken kontrol işlemleri belirlenir.

Çizelge 3.1. Ters sarkaç için kural tablosu

kuvvet (u)		hata_değişimi(\dot{e})				
		NL	NS	Z	PS	PL
hata(e)	NL	PL	PL	PL	PS	Z
	NS	PL	PL	PS	Z	NS
	Z	PL	PS	Z	NS	NL
	PS	PS	Z	NS	NL	NL
	PL	Z	NS	NL	NL	NL

Herhangi bir anda denetleyici girişlerinin $u_i, i = 1, 2, \dots, n$ olduğunu ve bulanıklaştırma işleminin sonucunda bu girişleri ifade eden bulanık kümelerin $\tilde{A}_1, \tilde{A}_2, \dots, \tilde{A}_n$ olduğunu varsayalım. Bu durumda eşleştirme aşamasında gerçekleştirilecek ilk adım, girişlerin bulanıklaştırılmasından elde edilen bulanık kümeler ile giriş dilsel değişkenlerindeki bulanık terimlerin birleştirilmesi sonucunda meydana gelecek $\hat{A}_1^j, \hat{A}_2^k, \dots, \hat{A}_n^l$ bulanık kümelerin belirlenmesidir. Bu bulanık kümelerin üyelik fonksiyonları aşağıdaki gibidir (bütün j, k, \dots, l için):

$$\begin{aligned}
\mu_{\hat{A}_1^j}(u_1) &= \mu_{A_1^j}(u_1) * \mu_{\tilde{A}_1}(u_1) \\
\mu_{\hat{A}_2^k}(u_2) &= \mu_{A_2^k}(u_2) * \mu_{\tilde{A}_2}(u_2) \\
&\vdots \\
\mu_{\hat{A}_n^l}(u_n) &= \mu_{A_n^l}(u_n) * \mu_{\tilde{A}_n}(u_n)
\end{aligned} \tag{3.4}$$

Bulanıklaştırma yöntemi olarak “singleton bulanıklaştırma” kullanıldığında bütün $i = 1, 2, \dots, n$ değerleri için $\mu_{\tilde{A}_i}(u_i) = 1$ olacağı için yukarıdaki üyelik fonksiyonları şu şekle dönüşür.:

$$\begin{aligned}
\mu_{\hat{A}_1^j}(u_1) &= \mu_{A_1^j}(u_1) \\
\mu_{\hat{A}_2^k}(u_2) &= \mu_{A_2^k}(u_2) \\
&\vdots \\
\mu_{\hat{A}_n^l}(u_n) &= \mu_{A_n^l}(u_n)
\end{aligned}$$

Basitçe ifade etmek gerekirse yapılan işlem, ilgili giriş değerleri için giriş dilsel değişkenlerindeki bulanık kümelerin üyelik derecelerini belirlemektir.

Örneğin $e(t) = \pi/4$ ve $\frac{de(t)}{dt} = \pi/16$ değerleri için $\mu_{PS}(e(t)) = 1$ ve $\mu_Z\left(\frac{de(t)}{dt}\right) = \mu_{PS}\left(\frac{de(t)}{dt}\right) = 0.5$ olarak elde edilir.

Kontrol kuralları incelendiğinde, kural önermelerinde birden çok bulanık kümenin “ve” bağlacı ile birbirine bağlandığı gözlemlenir. Bu durumda birbirine bağlı bu iki bulanık kümenin birlikte ne anlama geldiğinin anlaşılması gerekir. Bu nedenle “ve” mantıksal operatörünün anlamı üzerinde durulmalıdır. Burada dikkat edilmesi gereken nokta giriş dilsel değişkenlerinin farklı evrensel kümelere yer almasıdır.

Önceki bölümde bulanık kümelerin birleşimlerinden ve kesişimlerinden bahsederken, bu işlemleri aynı evrensel kümede yer alan bulanık kümeler için gerçekleştirmiştik. Farklı evrenlerde tanımlı bulanık kümeler üzerinde işlem yapabilmek için bulanık Kartezyen çarpım tanımlanmalıdır.

$A_1^j, A_2^k, \dots, A_n^l$ sırasıyla U_1, U_2, \dots, U_n evrenlerinde tanımlı bulanık kümeler olmak üzere, bu kümelerin Kartezyen çarpımı $A_1^j \times A_2^k \times \dots \times A_n^l$ ile gösterilen bir bulanık kümedir. Bu işlem bulanık bağıntı olarak da bilinir [1] ve üyelik fonksiyonu aşağıdaki gibidir:

$$\mu_{A_1^j \times A_2^k \times \dots \times A_n^l}(u_1, u_2, \dots, u_n) = \mu_{A_1^j}(u_1) * \mu_{A_2^k}(u_2) * \dots * \mu_{A_n^l}(u_n) \quad [3.5]$$

Burada “*” operatörü kuralların koşul kısmında yer alan “ve” operatörü anlamında kullanılmıştır.

Eşleştirme aşamasındaki ikinci adım ise herhangi bir t anında hangi kuralların ne kadar geçerli olduğunun belirlenmesidir. Burada her i kuralı için $\mu_{\text{önerme}}$ adı verilen önerme üyelik değeri $\mu_i(u_1, u_2, \dots, u_n)$ belirlenir. Herhangi bir t anında $\mu_{\text{önerme}} > 0$ olan kurallar aktiftir. Bu üyelik fonksiyonunun değeri, verilen giriş değerleri için hangi kuralın ne kadar doğru olduğunu ifade eder ve Kartezyen çarpım kullanılarak aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$\mu_i(u_1, u_2, \dots, u_n) = \mu_{\hat{A}_1^j}(u_1) * \mu_{\hat{A}_2^k}(u_2) * \dots * \mu_{\hat{A}_n^l}(u_n)$$

Bulanıklaştırma yöntemi olarak “singleton bulanıklaştırma” kullanıldığında

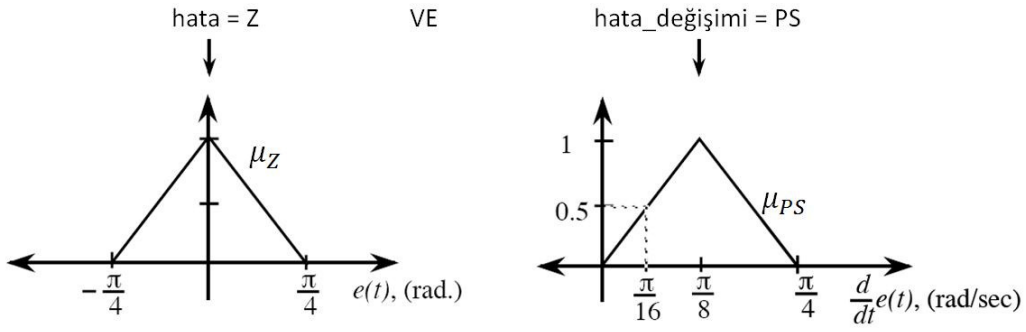
$$\mu_i(u_1, u_2, \dots, u_n) = \mu_{A_1^j}(u_1) * \mu_{A_2^k}(u_2) * \dots * \mu_{A_n^l}(u_n)$$

olur. Her u girişi için bütün değerler dikkate alındığında yukarıdaki fonksiyon çok boyutlu bir yüzeye karşılık gelir.

Ters sarkaç örneğindeki kural önermelerinden birisi için “ve” bağlacının anlamını ve önerme üyelik fonksiyonunu belirleyelim:

$$\text{EĞER hata} = Z \text{ ve hata_değişimi} = PS \text{ ise O HALDE kuvvet} = NS$$

Şekil 3.5’te “hata = Z” ve “hata_değişimi = PS” terimleri gösterilmektedir. Bu durumda “hata = Z ve hata_değişimi = PS” önermesinin anlamını bulmaya çalışalım.



Şekil 3.5 Önerme terimlerinin üyelik fonksiyonları

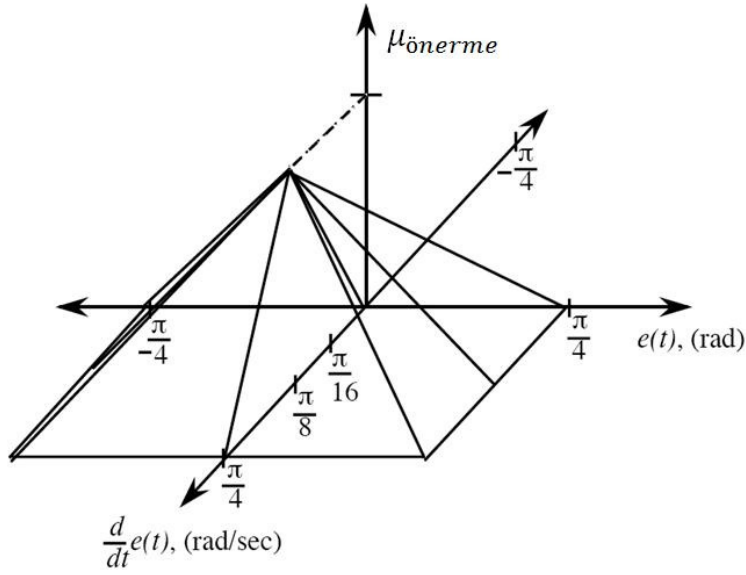
“ve” bağlacının anlamını kavrayabilmek için $e(t) = \pi/8$ ve $\frac{de(t)}{dt} = \pi/32$ olduğunu varsayalım. Bu durumda $\mu_Z(e(t)) = 0.5$ ve $\mu_{PS}\left(\frac{de(t)}{dt}\right) = 0.25$ olur.

“hata = Z ve hata_değişimi = PS” önermesinin doğruluk derecesini “ $\mu_{\text{önerme}}$ ” ile ifade edelim. Bu durumda bu ifade birçok şekilde tanımlanabilir ancak yaygın olarak daha önceden de belirtildiği gibi “ve” bağlacı yerine “minimum” operatörü kullanılır. Yani

$$\mu_{\text{önerme}} = \min(0.5, 0.25) = 0.25$$

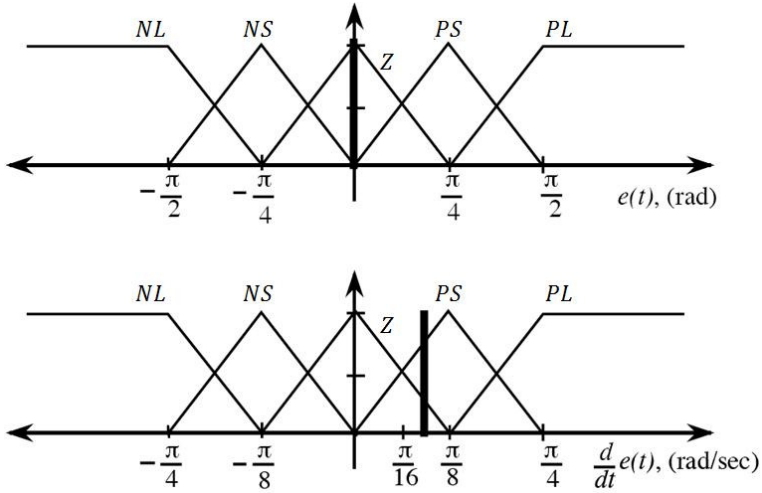
Bu değer akla yatkın bir değerdir çünkü bir ifadenin doğruluğundan çok emin olmadığımız halde, o ifade “ve” başka bir ifadenin doğruluğundan daha az emin olmamız gerekir.

Burada sadece $e(t)$ ve $\frac{de(t)}{dt}$ girişlerinin bir değeri için “ve” işleminin anlamını ifade ettik ancak bütün olası $e(t)$ ve $\frac{de(t)}{dt}$ değerlerini göz önüne aldığımızda, çok boyutlu $\mu_{\text{önerme}}\left(e(t), \frac{de(t)}{dt}\right)$ fonksiyonunu elde ederiz (Şekil 3.6). Herhangi bir $e(t)$, $\frac{de(t)}{dt}$ çifti için fonksiyonun değeri, “EĞER hata = Z ve hata_değişimi = PS ise O HALDE kuvvet = NS” kuralının doğruluk derecesini belirler. Bu fonksiyon her kural için $e(t)$ ve $\frac{de(t)}{dt}$ değerlerine bağlı olarak değişir.



Şekil 3.6 Bir önerme için üyelik fonksiyonu

Şimdi de ters sarkaç sisteminde $e(t) = 0$ ve $\frac{de(t)}{dt} = \pi/8 - \pi/32 (= 0.294)$ değerleri için hangi kuralların geçerli olduğunu ve geçerli olan kuralların doğruluk derecelerini belirlemeye çalışalım. Şekil 3.7’de giriş üyelik fonksiyonları ile birlikte, yukarıdaki giriş değerlerinin karşılık geldiği noktalar kalın dikey bir çizgiyle gösterilmektedir.



Şekil 3.7 Giriş değerleri ve giriş üyelik fonksiyonları

Şekilden de anlaşılacağı üzere $\mu_Z(e(t)) = 1$ ve $e(t)$ girişi için diğer bütün üyelik fonksiyonları sıfır, $\frac{de(t)}{dt}$ girişi için de $\mu_Z\left(\frac{de(t)}{dt}\right) = 0.25$ ve $\mu_{PS}\left(\frac{de(t)}{dt}\right) = 0.75$ ve diğer bütün üyelik fonksiyonları sıfırdır. Yani

“hata = Z”

“hata_değişimi = Z”

“hata_değişimi = PS”

terimleri aktiftir (diğer bütün kurallar için $\mu_{\text{önerme}}\left(e(t), \frac{de(t)}{dt}\right) = 0$ olur). Bu durumda

Çizelge 3.1’den geçerli kurallar aşağıdaki gibi belirlenir:

- 1) EĞER hata = Z ve hata_değişimi = Z ise O HALDE kuvvet = Z
- 2) EĞER hata = Z ve hata_değişimi = PS ise O HALDE kuvvet = NS

Bu önermelerin doğruluk dereceleri aşağıdaki gibidir:

$$\mu_{\text{önerme}_{(1)}} = \min(1, 0.25) = 0.25$$

$$\mu_{\text{önerme}_{(2)}} = \min(1, 0.75) = 0.75$$

Böylece eşleştirme aşaması tamamlanmış olur.

Çıkarım sürecinin ikinci aşamasında ise aktif kuralların sonuç kısmında yer alan bulanık küme ve kuralların geçerlilik dereceleri kullanılarak “ima edilen bulanık küme (implied fuzzy set)” belirlenir. Bu işleme “anlamlandırma (implication)” denir. i . kural için $(j, k, \dots, l; p, q)_i$, ima edilen bulanık küme \hat{B}_q^i olmak üzere, bu kümenin üyelik fonksiyonu aşağıdaki gibidir:

$$\mu_{\hat{B}_q^i}(y_q) = \mu_i(u_1, u_2, \dots, u_n) * \mu_{B_q^p}(y_q) \quad [3.6]$$

İma edilen bulanık küme \hat{B}_q^i , sadece i . kural dikkate alındığında, çıkışın Y_q evrensel kümesinde, bulanık olmayan spesifik bir y_q değeri olduğunun kesinlik derecesini belirtir. $\mu_i(u_1, u_2, \dots, u_n)$ fonksiyonu zamanla değişen bir fonksiyon olduğu için $\mu_{\hat{B}_q^i}(y_q)$ fonksiyonu da zamanla değişir. Bu durumda geçerli olan her kural için ima edilen kümeler farklıdır. Bu kümelerin hepsinin birlikte ima ettiği kümenin de belirlenmesi gerekir. Bu işlem “birleştirme (aggregation)” olarak adlandırılır.

\hat{B}_q , “ima edilen genel bulanık küme” olmak üzere, bu kümenin üyelik fonksiyonu aşağıdaki gibidir:

$$\mu_{\hat{B}_q}(y_q) = \mu_{\hat{B}_q^1}(y_q) \vee \mu_{\hat{B}_q^2}(y_q) \vee \dots \vee \mu_{\hat{B}_q^n}(y_q) \quad [3.7]$$

Bu fonksiyon, kural tabanındaki bütün kurallar dikkate alınarak elde edilen sonucu ifade etmektedir. Burada kullanılan “ \vee ” operatörü “veya” anlamındadır ve “maksimum” operatörünün görevini üstlenir.

Ters sarkaç örneğimize dönelim ve belirlediğimiz giriş değerleri için geçerli olan iki kuralın “ima edilen bulanık kümelerini” ve bu kümelerin bir araya getirilmesini inceleyelim.

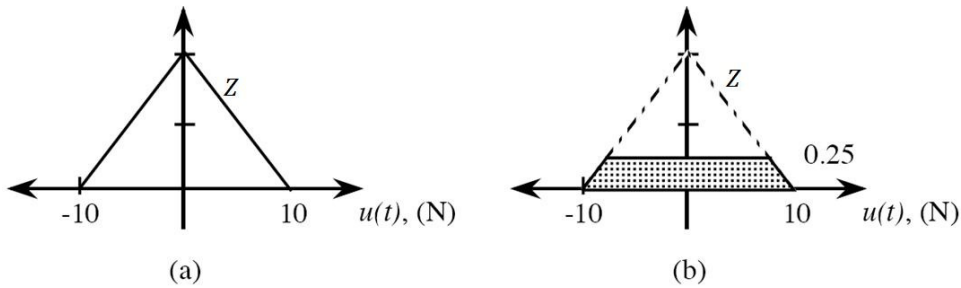
1) EĞER hata = Z ve hata_değişimi = Z ise O HALDE kuvvet = Z

Bu kural için önerme fonksiyonunun değerini $\mu_{\text{önerme}_{(1)}} = 0.25$ olarak belirlemiştik. Kuralın sonuç kısmındaki “kuvvet = Z” üyelik fonksiyonu Şekil 3.8(a)’da gösterilmektedir. Bu kural tarafından ima edilen bulanık kümenin üyelik fonksiyonu $\mu_{(1)}(u)$ ise Şekil 3.8(b)’de gösterilmektedir ve aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$\mu_{(1)}(u) = \min(0.25, \mu_Z(u))$$

Koşulundan emin olamadığımız bir durumun sonucundan daha az emin olmamız gerekir. Bu nedenle burada “minimum” operatörü kullanılmıştır.

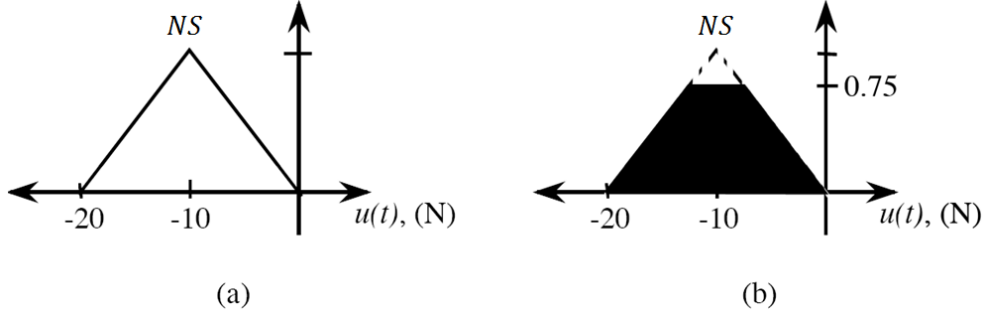
$\mu_{(1)}(u)$, u 'ya bağlı bir fonksiyondur ve minimum operatörü $\mu_{(1)}(u)$ fonksiyonunu oluşturabilmek için genellikle $\mu_Z(u)$ üyelik fonksiyonunun tepesini belli bir seviyeden keser. Farklı $e(t)$ ve $\frac{de(t)}{dt}$ değerleri için $\mu_{\text{önerme}_{(1)}}\left(e(t), \frac{de(t)}{dt}\right)$ değeri değişir ve minimum operatörü $\mu_Z(u)$ fonksiyonunun tepesini farklı noktalardan keseceği için farklı $\mu_{(1)}(u)$ fonksiyonları elde edilir.



Şekil 3.8 (a) Sonuç üyelik fonksiyonu (b) İma edilen bulanık küme

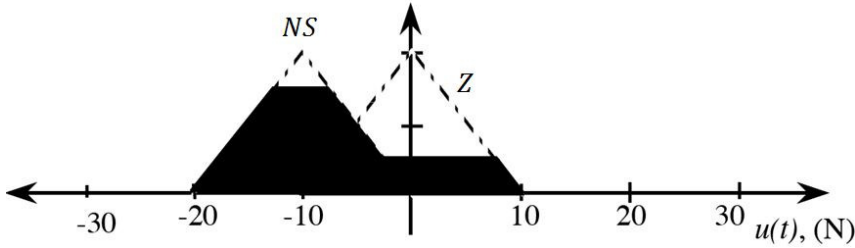
2) EĞER hata = Z ve hata_değişimi = PS ise O HALDE kuvvet = NS

Şekil 3.9(a)'da bu kuralın sonuç kısmındaki “kuvvet = NS” üyelik fonksiyonu, Şekil 3.9(b)'de ise ima edilen bulanık kümenin üyelik fonksiyonu $\mu_{(2)}(u)$ gösterilmektedir.



Şekil 3.9 (a) Sonuç üyelik fonksiyonu (b) İma edilen bulanık küme

Şekil 3.10'da ise bu iki kuralın birlikte ima ettikleri küme $\mu_{(1)}(u) \vee \mu_{(2)}(u)$ gösterilmektedir.



Şekil 3.10 İma edilen genel bulanık küme

Burada çıkarım süreci sonunda elde ettiğimiz bulanık küme, Zadeh'in “birleşimsel çıkarım kuralı (compositional rule of inference)” ile üretilir [2].

3.1.4 Durulaştırma Arayüzü

Durulaştırma arayüzü, ima edilen bulanık kümeleri veya ima edilen genel bulanık kümeyi kullanarak, kesin bir çıkış değeri (y_q^{kesin}) elde edilmesini sağlar. Birçok durulaştırma yöntemi vardır ancak bunlardan en yaygın olarak kullanılanları şöyledir:

- 1) Ağırlık merkezi (COG = center of gravity)
- 2) Bisektör (Bisector)
- 3) Maksimumun ortası (MOM = mean of maximum)

- 4) Maksimumun en küçüğü (SOM = smallest of maximum)
- 5) Maksimumun en büyüğü (LOM = largest of maximum)

Ağırlık merkezi: \hat{B}_q^i , i . kural için ima edilen bulanık küme olmak üzere bu yöntemde y_q^{kesin} aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$y_q^{kesin} = \frac{\sum_{i=1}^R b_i^q \int_{Y_q} \mu_{\hat{B}_q^i}(y_q) dy_q}{\sum_{i=1}^R \int_{Y_q} \mu_{\hat{B}_q^i}(y_q) dy_q} \quad [3.8]$$

Burada R kural sayısı, b_i^q ima edilen \hat{B}_q^i kümesi ile ilişkili B_q^p üyelik fonksiyonunun alanının merkezi, $\int_{Y_q} \mu_{\hat{B}_q^i}(y_q) dy_q$ ise $\mu_{\hat{B}_q^i}(y_q)$ üyelik fonksiyonunun altındaki alandır. Dilsel değişkenler tanımlanırken üçgen üyelik fonksiyonlarının kullanılması bu alanın hesaplanmasını kolaylaştırır çünkü bu durumda hesaplanacak alan bir üçgenin (veya tepesi kesilmiş bir üçgenin) alanıdır. Burada dikkat edilmesi gereken önemli noktalardan birisi hesaplanacak alan değerinin sonlu olması ve sıfır olmamasıdır.

$$\sum_{i=1}^R \int_{Y_q} \mu_{\hat{B}_q^i}(y_q) dy_q \neq 0$$

Alanın sonlu olabilmesi için çıkış dilsel değişkenlerinin en dış uçlarındaki bulanık kümelerin belli değerlerden sonra doyuma ulaşan şekillerde (örneğin yamuk) seçilmemesi gerekir. Alanın sıfır olmaması için giriş dilsel değişkenlerinin bütün terimlerinin olası bütün kombinasyonları için tanımlanmış bir kural olması ve ima edilen bulanık kümelerin alanının sıfırdan farklı olması gerekir.

Şimdi ters sarkaç örneğimize geri dönelim ve Şekil 3.8 ve 3.9'daki ima edilen bulanık kümeleri kullanarak Şekil 3.11'de gösterilen kesin çıkış değerini hesaplayalım. u^{kesin} kesin değer, b_i üyelik fonksiyonunun merkezi (burada tepe değerine ulaştığı nokta) ve $\int \mu_{(i)}$ üyelik fonksiyonu $\mu_{(i)}$ 'nin altında kalan alan olmak üzere ağırlık merkezi yöntemi ile kesin değer şu şekilde belirlenir:

$$u^{kesin} = \frac{\sum_i b_i \int \mu_{(i)}}{\sum_i \int \mu_{(i)}} \quad [3.9]$$

Buna göre $b_1 = 0$, $b_2 = -10$ olarak hesaplanır.

Çıkış dilsel değişkenlerinde, tepe değerleri 1 olan simetrik üçgen üyelik fonksiyonları kullanıldığında, taban uzunluğu w olan ve tepesi h yüksekliğinde kesilen bir üçgenin alanı basit olarak aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$w \left(h - \frac{h^2}{2} \right)$$

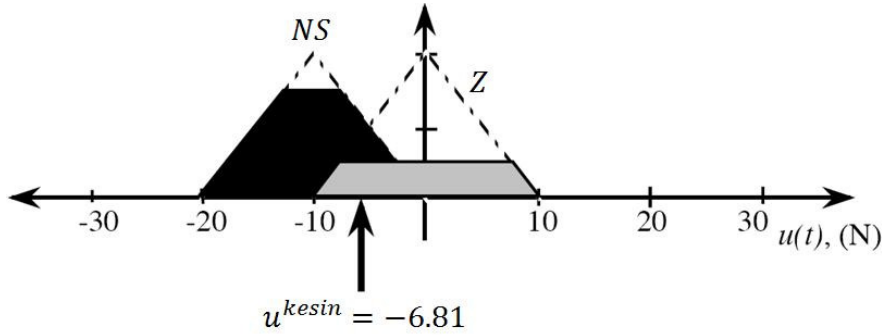
Bu durumda

$$u^{kesin} = \frac{(0)(a) + (-10)(b)}{a + b}$$

$$a = 20 \left(0.25 - \frac{0.25^2}{2} \right) = 4.375$$

$$b = 20 \left(0.75 - \frac{0.75^2}{2} \right) = 9.375$$

$$u^{kesin} = \frac{-93.75}{13.75} = -6.81$$



Şekil 3.11 COG durulaştırma

Bisektör durulaştırma yönteminde, ima edilen genel bulanık kümeyi (\hat{B}_q) iki eşit alana ayıran nokta y_q^{kesin} olarak belirlenir. Bu durumda $y_q \in [y_{qmin}, y_{qmax}]$ ($\mu_{\hat{B}_q}(y_{qmin}) > 0, \mu_{\hat{B}_q}(y_{qmax}) > 0$) olmak üzere aşağıdaki fonksiyonu minimize eden j değeri hesaplanır:

$$\left| \int_{y_{qmin}}^j \mu_{\hat{B}_q}(y_q) dy_q - \int_j^{y_{qmax}} \mu_{\hat{B}_q}(y_q) dy_q \right| \quad y_{qmin} < j < y_{qmax} \quad [3.10]$$

Maksimumun ortası yönteminde, ima edilen genel bulanık küme üyelikleri maksimum olan bütün elemanların orta değeri alınarak y_q^{kesin} hesaplanır. \hat{b}_q^{max} , Y_q evreni üzerindeki \hat{B}_q üyelik fonksiyonunun supremumu ve $\hat{B}_q^* \in Y_q$ ise üyelik fonksiyonu aşağıdaki gibi olan bir bulanık küme olsun:

$$\mu_{\hat{B}_q^*}(y_q) = \begin{cases} 1 & \mu_{\hat{B}_q}(y_q) = \hat{b}_q^{max} \\ 0 & \text{diğer} \end{cases} \quad [3.11]$$

Bu durumda kesin değer şu şekilde hesaplanır:

$$y_q^{kesin} = \frac{\int_{Y_q} y_q \mu_{\hat{B}_q^*}(y_q) dy_q}{\int_{Y_q} \mu_{\hat{B}_q^*}(y_q) dy_q} \quad [3.12]$$

Bu durumda bulanık sistem $\int_{Y_q} \mu_{\hat{B}_q^*}(y_q) dy_q \neq 0$ olacak şekilde tanımlanmalıdır.

Örneğin Şekil 3.10'daki ima edilen genel bulanık kümeyi ele aldığımızda u değerleri için -10 civarındaki bir aralıkta bulanık kümenin maksimum değerde olduğu görülmektedir ve hangi değer en iyi seçim olacağı konusunda bir belirsizlik vardır. MOM yönteminde durulaştırılmış değer olarak bu aralığın ortasındaki değer yani -10 değeri seçilecektir.

\hat{B}_q zamanla değiştiği için denklemdaki integraller de sürekli değişir. Ayrıca evrensel küme üzerinde maksimum değere ulaşılan bir çok aralık bulunabilir. Bu durumlarda durulaştırılmış değer hesaplanması zorlaşabilir. Bu nedenle çok sık tercih edilmez.

Maksimumun en küçüğü yönteminde, ima edilen genel bulanık kümenin üyelik derecesinin maksimum değere ulaştığı ilk nokta (üyelik derecesi maksimum olan en soldaki nokta) kesin değer olarak belirlenir. Buna göre Şekil 3.10 incelendiğinde SOM durulaştırma yöntemi ile elde edilecek kesin değer -12.5 olarak hesaplanır.

Maksimumun en büyüğü yönteminde ise ima edilen genel bulanık kümenin üyelik derecesinin maksimum değere ulaştığı son nokta (üyelik derecesi maksimum olan en sağdaki nokta) kesin değer olarak belirlenir. Bu durumda Şekil 3.10 incelendiğinde LOM durulaştırma yöntemi ile elde edilecek kesin değer -7.5 olarak hesaplanır.

3.2 Takagi-Sugeno Tipi Bulanık Denetleyiciler

Şimdiye kadar bahsedilen bulanık denetleyici tipi, Mamdani tipi bulanık denetleyici olarak adlandırılan ve hem giriş hem de çıkış değişkenleri bulanık kümelerle (üyelik fonksiyonlarıyla) ifade edilen denetleyicilerdir.

Takagi ve Sugeno, giriş değişkenleri bulanık kümelerle ifade edilen, çıkış değişkenleri ise giriş değişkenlerinin doğrusal kombinasyonu veya giriş değişkenlerine bağlı karmaşık fonksiyonlar biçiminde olan yeni bir denetleyici tipi ortaya atmışlardır [18].

Takagi-Sugeno tipi bulanık denetleyicinin kural yapısı şöyledir:

$$\text{EĞER } f(e_1 = A_1, e_2 = A_2, \dots, e_k = A_k) \text{ ise O HALDE } y = g(e_1, e_2, \dots, e_k)$$

Burada f , önerme kısmındaki bulanık kümeleri “ve/veya” vb. mantıksal ifadelerle birbirine bağlayan mantıksal bir fonksiyon, g ise girişlerin analitik bir fonksiyonu veya bir sabittir. Örneğin

$$\text{EĞER } hata = Sıfır \text{ ve } hata_degisimi = Sıfır \text{ ise O HALDE } y = c$$

Burada c bir sabittir (singleton). Daha karmaşık bir kuralı inceleyelim:

$$\text{EĞER } E = A \text{ ve } CE = B \text{ ise O HALDE } u = a * E + b * CE + c$$

Burada a, b ve c sabit, E ve CE ise $hata$ ve $hata_degisimi$ için kullanılan kısaltmalardır.

4 – TASARIM ÖRNEĞİ: DOĞRU AKIM MOTORU KONUM KONTROLÜ

Doğru akım (DC) motorları, konum ve hız kontrolü gerektiren endüstriyel uygulamalarda, robot manipülatörlerinde ve elektrikli ev aletlerinde esneklikleri, yüksek güvenilirlikleri ve düşük fiyatları nedeniyle sıklıkla kullanılırlar. DC motorların kontrolünde basit yapıları ve sezgisel olarak anlaşılabilir kontrol algoritmaları nedeniyle oransal-integral-türev (PID) denetleyici kombinasyonları (PI, PD, PID) tercih edilir. Bu denetleyicilerin parametreleri genellikle Ziegler-Nichols frekans cevabı yöntemi ile veya deneme-yanılma (manuel ayar) yoluyla sistem performans ölçütleri sağlanacak biçimde ayarlanır. Bu yöntemler başarılı sonuçlar vermektedir ancak istenen sistem cevabını elde edebilmek için gereken optimal değerleri bulmak uzun süre ve çaba gerektirir.

Doğrusal olmayan, matematiksel olarak modellenmesi zor veya imkansız olan, parametreleri kesin olarak belirlenemeyen veya zamana ve ortam koşullarına bağlı olarak değişen sistemlerin analizinde geleneksel yöntemlerin kullanımı zordur. Lotfi Zadeh'in ortaya attığı bulanık kümeler teorisi [1] bu tarz belirsizliklerle başa çıkabilecek yeni bir kontrol yöntemi olan bulanık kontrolün ortaya çıkmasına öncülük etmiştir. Bu yöntemin en büyük avantajı sistemlerin matematiksel modellerine ihtiyaç duyulmadan, bir sistem operatörünün kontrol deneyimine veya kontrol mühendisliği bilgisine bağlı olarak, doğrusal olmayan karmaşık yapıları süreçlerin kontrolünde dahi başarılı denetim sistemleri oluşturulabilmesidir [4,5]. Ayrıca oluşturulan denetim sistemlerinde giriş çıkış değişkenleri, bu değişkenler arasındaki ilişkiler ve kontrol algoritmaları gündelik hayatta da kullanılan, anlaşılması kolay bir dille ifade edilir.

Dc motor konum kontrolünde bulanık kontrol yönteminin kullanıldığı birçok çalışma vardır. Lin vd. konum kontrolünde PID denetleyici ile FLC'yi karşılaştırmış ve FLC'nin performansının daha iyi olduğunu belirtmişlerdir [19]. Azevedo vd. FLC'nin yük değişimlerine karşı PID'ye göre daha az duyarlı olduğunu göstermişlerdir [20]. Bal vd. geleneksel elektromanyetik motorlardan daha farklı bir çalışma prensibine sahip ultrasonik motorun konum kontrolü için FLC geliştirmişlerdir [21]. Mishra vd. servomotor konum kontrolü için FLC ile PID denetleyicileri karşılaştırmışlar ve motor parametrelerindeki değişikliklerde veya bozucu sinyal altında PID denetleyicinin parametrelerinin yeniden ayarlanması gerektiğini, FLC'nin ise parametrelerdeki değişikliklere ve bozucu sinyallere karşı sistem cevabını koruduğunu ifade

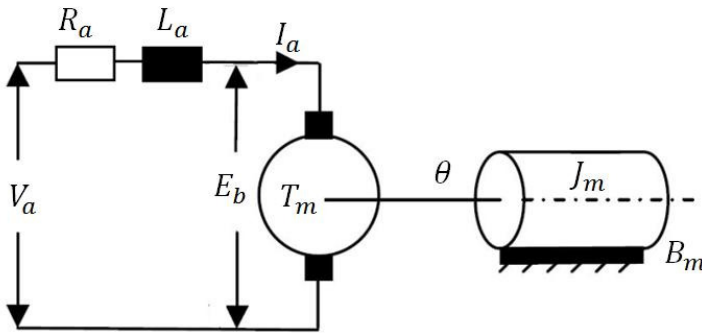
etmişlerdir [22]. Kwon vd. fırçasız DC motor için bir PI denetleyici tasarlamışlar ve çalışma sırasındaki yük değişikliklerinde denetleyicinin parametrelerini modifiye edebilmek için adaptif bulanık ayar sistemi oluşturmuşlardır [23]. M.H. Zadeh vd. parametreleri zamanla değişen bir DC motorun konum kontrolünde kullanılacak en iyi yöntemlerden birisinin kayan kipli bulanık kontrol olduğunu belirtmişlerdir [24]. Namazov vd. mekanik, elektriksel ve hidrolik sistemlerin birçoğunun modellenmesinde kullanılan çift integratör sisteminin kontrolü için röle tipi bulanık denetleyici tasarlamışlar ve bulanık denetleyicinin sistemin girişine etki eden bozucu sinyalin etkilerini giderebildiğini göstermişlerdir [25].

DC motorlar genellikle uygulanan armatür gerilimi ile kontrol edilir ancak alan sargı direncinin değiştirilmesi ve armatür devresine seri direnç eklenmesi gibi yöntemler de DC motor kontrolünde kullanılan yöntemlerdir [26].

Bu bölümde MATLAB/Simulink ortamında modellenen DC motorun konum kontrolü için öncelikle bir MATLAB/Simulink oransal-türev (PD) denetleyici tasarlanacak ve tasarlanan denetleyicinin parametreleri bir Simulink bloğu kullanılarak ayarlanacaktır. Daha sonra sistemin kontrolü için bir bulanık oransal-türev (FPD) denetleyici tasarlanacak, denetleyici parametreleri ayarlanacak ve farklı durulaştırma yöntemlerinin sistem cevabına etkisi incelenecektir. Ayrıca FPD kontrol sisteminin giriş ve çıkış sinyallerine eklenen bozucu sinyallere nasıl tepki verdiği de araştırılacaktır.

4.1 DC Motor Modeli

Yabancı uyarımlı DC motorun armatür gerilimi ile kontrolünde, alan sargılarına sabit gerilim uygulanarak alan akımı sabit tutulur. Şekil 4.1’de yabancı uyarımlı bir DC motor modeli gösterilmektedir.



Şekil 4.1 Yabancı uyarımlı DC motor modeli

$$v_a(t) = R_a \cdot i_a(t) + L_a \cdot \frac{di_a(t)}{dt} + e_b(t) \quad [4.1]$$

$$e_b(t) = K_b \cdot w(t) \quad [4.2]$$

$$T_m(t) = K_T \cdot i_a(t) \quad [4.3]$$

$$T_m(t) = J_m \cdot \frac{dw(t)}{dt} + B_m \cdot w(t) \quad [4.4]$$

Burada

V_a = armatür gerilimi (V)

R_a = armatür direnci (Ω)

L_a = armatür endüktansı (H)

I_a = armatür akımı (A)

E_b = zıt emf (V)

w = açısal hız (rad/s)

T_m = motor torku (Nm)

θ = rotor şaftının açısal konumu (rad)

J_m = rotor eylemsizliği (kgm^2)

B_m = viskoz sürtünme katsayısı (Nms/rad)

K_T = tork sabiti (Nm/A)

K_b = zıt emf sabiti (Vs/rad)

[4.1]-[4.4] numaralı denklemleri düzenlediğimizde:

$$v_a(t) = R_a \cdot i_a(t) + L_a \cdot \frac{di_a(t)}{dt} + K_b \cdot w(t) \quad [4.5]$$

$$K_T \cdot i_a(t) = J_m \cdot \frac{dw(t)}{dt} + B_m \cdot w(t) \quad [4.6]$$

[4.5] ve [4.6]'nın Laplace dönüşümleri:

$$V_a(s) = R_a \cdot I_a(s) + L_a \cdot I_a(s) \cdot s + K_b \cdot W(s) \quad [4.7]$$

$$K_T \cdot I_a(s) = J_m \cdot W(s) \cdot s + B_m \cdot W(s) \quad [4.8]$$

[4.8]'den akımı çekerek ilk [4.7]'de yerine koyalım ve denklemi yeniden düzenleyelim:

$$V_a(s) = W(s) \cdot \frac{1}{K_T} \cdot [L_a \cdot J_m \cdot s^2 + (R_a \cdot J_m + L_a \cdot B_m) \cdot s + (R_a \cdot B_m + K_b \cdot K_T)] \quad [4.9]$$

Bu durumda armatüre uygulanan gerilim ile rotor şaft hızı arasındaki ilişki aşağıdaki transfer fonksiyonu ile ifade edilebilir:

$$\frac{W(s)}{V_a(s)} = \frac{K_T}{L_a \cdot J_m \cdot s^2 + (R_a \cdot J_m + L_a \cdot B_m) \cdot s + (R_a \cdot B_m + K_b \cdot K_T)} \quad [4.10]$$

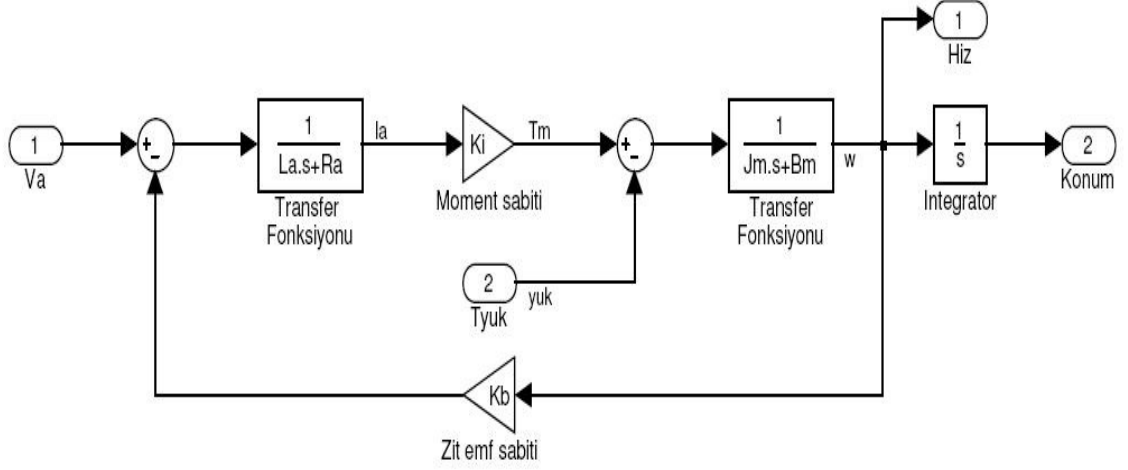
Açısal konum ile açısal hız arasındaki ilişki şöyledir:

$$\theta(s) = \frac{1}{s} W(s) \quad [4.11]$$

Yük momenti sıfır alındığında rotor konumu ile armatür gerilimi arasındaki ilişki ise aşağıdaki transfer fonksiyonuyla ifade edilebilir:

$$\frac{\theta(s)}{V_a(s)} = \frac{K_T}{L_a \cdot J_m \cdot s^3 + (R_a \cdot J_m + L_a \cdot B_m) \cdot s^2 + (K_T \cdot K_b + R_a \cdot B_m) \cdot s} \quad [4.12]$$

Şekil 4.2'de yukarıdaki ilişkiye göre MATLAB/Simulink ortamında oluşturulan DC motor modeli gösterilmektedir. Oluşturulan modelin parametrelerinin kolaylıkla atanabilmesi veya değiştirilebilmesi için model 2 giriş ve 2 çıkış portu bulunan bir alt sisteme dönüştürülmüştür. Giriş portları armatür gerilimi (Va) ve yük momenti (Tyuk), çıkış portları ise hız (Hiz) ve konum (Konum) portlarıdır.



Şekil 4.2 DC motor Simulink modeli

Çalışmada gücü 5hp, anma gerilimi 240V, maksimum dönüş hızı 1750rpm ve parametreleri aşağıdaki gibi olan bir dc motor kullanılmıştır:

$$R_a = 11.2 \Omega$$

$$L_a = 0.1215 H$$

$$J_m = 0.02215 \text{ kgm}^2$$

$$B_m = 0.002953 \text{ Nms/rad}$$

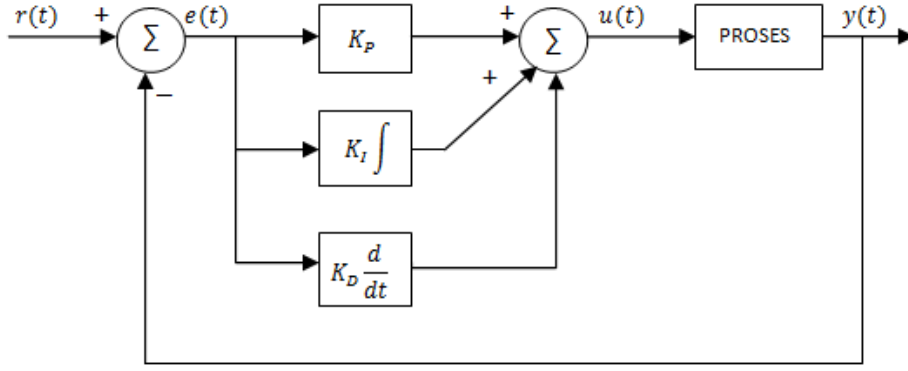
$$K_i = 1.28 \text{ Nm/A}$$

$$K_b = 1.28 \text{ Vs/rad}$$

4.2 Oransal-İntegral-Türev (PID) Denetleyiciler

Endüstriyel kontrol uygulamalarının birçoğunda, sezgisel olarak anlaşılabilir bir kontrol algoritmasına sahip olmaları, basit yapıları ve ucuzlukları nedeniyle oransal-türev-integral (PID) denetleyiciler veya bu denetleyicilerin farklı kombinasyonları (P, PD, PI) kullanılır.

Şekil 4.3'te PID denetleyici kullanılarak oluşturulan bir kontrol sisteminin şematik modeli gösterilmektedir.



Şekil 4.3 PID kontrol sistemi

PID denetleyicinin kontrol sinyali $u(t)$, sistemin takip etmesi istenen referans sinyal $r(t)$ ile çıkış sinyali $y(t)$ arasındaki hata sinyali ($e(t) = r(t) - y(t)$), hata sinyalinin integrali ve hata sinyalinin türevinin doğrusal bir kombinasyonudur. Buna göre kontrol sinyali aşağıdaki şekilde ifade edilebilir:

$$\begin{aligned}
 u(t) &= K_P e(t) + K_I \int e(t) dt + K_D \frac{de(t)}{dt} \\
 &= K_P \left(e(t) + \frac{1}{T_I} \int e(t) dt + T_D \frac{de(t)}{dt} \right)
 \end{aligned}
 \quad [4.13]$$

Burada

K_P = oransal kazanç

K_I = integral kazancı

K_D = türev kazancı

T_I = integral zamanı

T_D = türev zamanı

Kullanılan denetleyici dijital bir denetleyici ise türev terimini bir fark terimi ile, integral terimini ise bir toplam terimi ile yer değiştirdiğimizde, tercihen küçük bir örnekleme zamanı (T_s) için yukarıdaki denklemin yaklaşımı aşağıdaki gibidir:

$$u(n) = K_P \left(e(n) + \frac{1}{T_I} \sum_{j=1}^n e(j) T_s + T_D \frac{e(n) - e(n-1)}{T_s} \right)
 \quad [4.14]$$

4.2.1 PID Parametrelerinin Ayarlanması

PID denetleyicilerin parametrelerinin ayarlanmasında genellikle manuel ayar (deneme-yanılma) veya Ziegler-Nichols yöntemi kullanılır [27]. Manuel ayar işlemi, deneyimli süreç kontrol mühendisleri tarafından kullanılan ve Çizelge 4.1'deki kurallara bağlı olarak gerçekleştirilen bir yöntemdir. Ancak tablodaki kurallar her zaman geçerli değildir. Örneğin kontrol edilmek istenen süreçte bir integratör varsa K_p kazancındaki artış daha kararlı bir kontrol sağlar.

Çizelge 4.1 – PID parametrelerinin manuel ayarlanması

İşlem	Artış zamanı	Aşım Değeri	Kararlılık
$K_p \uparrow$	Daha hızlı	Artar	Azalır
$T_D \uparrow$	Daha yavaş	Azalır	Artar
$1/T_I \uparrow$	Daha hızlı	Artar	Azalır

Manuel ayar işleminde izlenen prosedür aşağıdaki gibidir:

- 1) Denetleyicinin türev ve integral bileşenlerini ortadan kaldır ($T_D = 0, \frac{1}{T_I} = 0$)
- 2) Oransal K_p kazancını, istenilen cevabı verecek biçimde, referans değerle arasındaki ofset değerini görmezden gelerek ayarla
- 3) K_p kazancını yavaşça artır ve T_D türev kazancını aşım sönümlenecek biçimde ayarla
- 4) İntegral kazancını final ofset değerini sıfırlayacak biçimde ayarla
- 5) K_p kazancı mümkün olduğunca büyük olana kadar 3. adımdan itibaren tekrarla

Bu işlemin dezavantajı optimal ayarların bulunmasının uzun zaman alabilmesidir.

Ziegler-Nichols frekans cevap yönteminde izlenen prosedür ise şöyledir:

- 1) Sistem sabit genlikli bir osilasyona girinceye kadar oransal kazancı artır. Bu durumdaki kazanç değerini (K_u) kaydet.
- 2) Osilasyonun periyodunu (T_u) belirle
- 3) Çizelge 4.2'yi kullanarak denetleyici parametrelerini ayarla

Çizelge 4.2 Ziegler-Nichols yöntemine göre parametre değerleri

Denetleyici	K_P	T_I	T_D
P	$0.5K_u$		
PI	$0.45K_u$	$T_u/1.2$	
PID	$0.6K_u$	$T_u/2$	$T_u/8$

Ziegler-Nichols yöntemi, özellikle sürecin baskın zaman sabitinden daha büyük bir zaman gecikmesine sahip olan sistemlerde hatalı sonuçlar vermektedir [27]. Elde edilen sonuçlarda genellikle sönümlenme zayıftır. Çizelgede PID denetleyiciler için elde edilen değerler PI denetleyicilere göre daha iyi sonuçlar vermektedir ancak tabloda PD denetleyiciler için parametre değerlerinin nasıl belirleneceğinden bahsedilmemektedir.

Ziegler ve Nichols tarafından önerilen bir diğer yöntem ise adım cevabı (veya reaksiyon eğrisi) yöntemidir. Bu yöntemde kazançların belirlenebilmesi için açık çevrimli sistemin adım cevabından faydalanılır. Ancak bu yöntemin uygulanabilmesi için sürecin integratör ve/veya baskın karmaşık eşlenikli kutuplar içermemesi gerekir [28].

4.2.2 Oransal-Türev (PD) Denetleyici Tasarımı

Sistemin kontrolünde ilk olarak geleneksel (crisp) PD denetleyici kullanılmıştır ($K_I = 0$). PD denetleyicinin kontrol sinyali aşağıdaki gibidir:

$$u(n) = K_P \left(e(n) + T_D \frac{e(n) - e(n-1)}{T_s} \right) \quad [4.15]$$

Denetleyici parametreleri geleneksel yöntemlerden farklı olarak Simulink Response Optimization blok kümesindeki Signal Constraint bloğu ile ayarlanmıştır. Signal Constraint bloğu, bir grafik arayüzü (GUI) ile Simulink modellerindeki cevap sinyallerinin grafiksel olarak ayarlanabildiği ve sistem cevabının istenilen kriterleri sağlayabilmesi için model parametrelerinin otomatik olarak optimize edilebildiği bir bloktur [29].

Sistemin performans kriterleri şöyle belirlenmiştir:

Artış zamanı ≤ 1 s

Yerleşme zamanı ≤ 2 s

Maksimum aşım değeri $\leq 10 \%$

Durağan hal hatası $\leq 1 \%$

Kontrol sistemlerinde amaç, performans kriterlerini sağlayan kontrol sinyalinin bulunmasıdır [30].

Kontrol edilmek istenen nesnenin matematiksel modelinin aşağıdaki gibi bir diferansiyel denklemle ifade edildiğini varsayalım:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{F}(t, \mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{f}) \quad [4.16]$$

Burada

$t \in [0, T]$ zaman vektörü,

\mathbf{x} -durum değişkenleri vektörü,

\mathbf{u} -kontrol vektörü

\mathbf{f} -bozucu sinyal vektörüdür.

Nesnenin matematiksel modeli ile birlikte kontrol sisteminde kullanılan denetleyicinin denkleminin de verilmiş olduğunu varsayalım:

$$\mathbf{u} = \mathbf{G}(p, \mathbf{h})\mathbf{x} \quad [4.17]$$

Burada

$p = \frac{d}{dt}$ – diferansiyel operatörü,

\mathbf{G} – denetleyicinin transfer matrisidir.

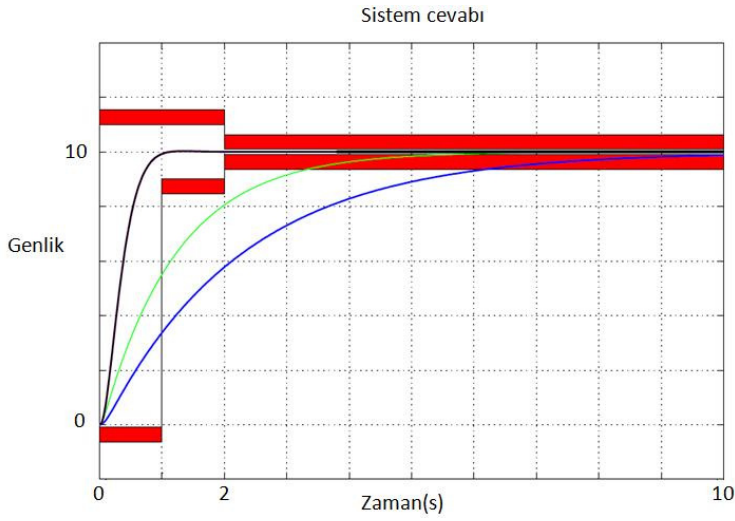
Denetleyici transfer matrisinin yapısının (veya denetleyici türünün) bilindiğini (örneğin PD, PID vb.) ve ayarlanması gereken denetleyici parametrelerinden oluşan \mathbf{h} vektörünün de bu yapıya dahil olduğunu varsayalım.

Herhangi bir anda kapalı çevrimli sistemin hareketini ifade eden makul bir Ω_x kümesi belirleyelim. Açıkça görülüyor ki, diğer bileşenler sabit tutulduğunda bu kümeye erişimi sağlayan tek faktör \mathbf{h} parametre vektörünün seçimidir.

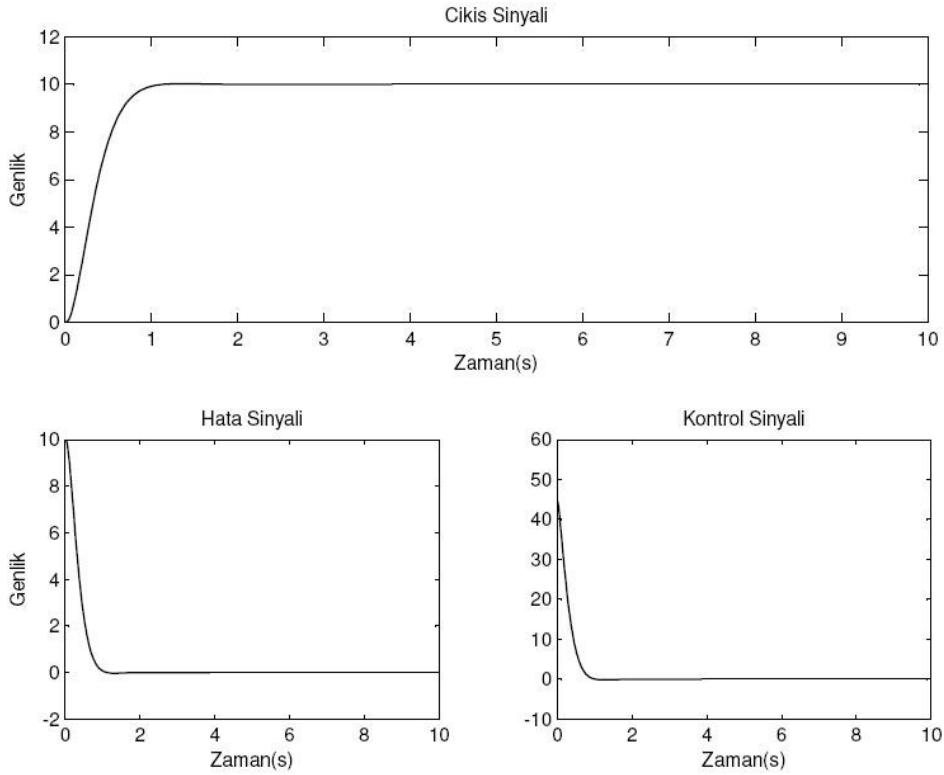
Bu durumda amaç performans kriterlerini sağlayan bir \mathbf{h} vektörünün bulunmasıdır. Yani

$$\mathbf{x}(t, \mathbf{h}) \in \Omega_x, \quad \forall t \in [0, T]$$

Parametrelerin optimizasyon süreci Şekil 4.4'te gösterilmektedir. Konum kontrolünde aşım istenmeyen bir durumdur. Şekilden de görüleceği üzere Signal Constraint bloğu parametreleri aşım sıfır olacak şekilde ayarlanmıştır. Buna göre optimal parametre değerleri $K_P = 4.4586$ ve $K_D = 0.3$ olarak belirlenmiştir. Bu değerler için çıkış, hata ve kontrol sinyallerinin değişimi ise Şekil 4.5'te gösterilmektedir.



Şekil 4.4 PD denetleyici parametrelerinin optimizasyonu



Şekil 4.5 Hata, kontrol ve çıkış sinyalleri

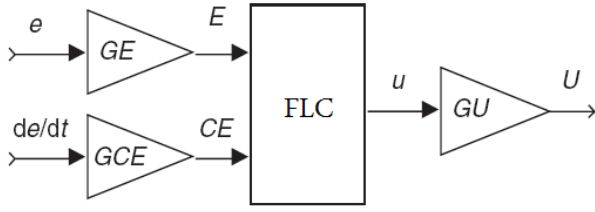
4.3 Bulanık Oransal-Türev (FPD) Denetleyici Tasarımı

Bulanık denetleyiciler genellikle doğrusal olmayan, karmaşık yapılı denetleyicilerdir. Bu nedenle kurallarda veya denetleyici parametrelerinde yapılan değişikliklerin, artış zamanı, aşım ve yerleşme zamanı gibi performans kriterlerine etkisini tahmin edebilmek zordur. PID denetleyiciler ise daha önce de anlatıldığı üzere, üç sinyalin doğrusal kombinasyonundan oluşan, basit yapılı denetleyicilerdir.

Bulanık denetleyicilerde kural tabanı, çıkarım mekanizması ve durulaştırma yöntemleri doğrusal olmayan karakteristiklerin kaynaklarıdır. Ancak doğrusal giriş-çıkış karakteristiklerine sahip bir kural tabanı oluşturmak da mümkündür. Kontrol sinyali, hata (E) ve hatanın değişiminin (CE) bir fonksiyonu ($U = F(E, CE)$) olan bir bulanık denetleyicinin doğrusal bir denetleyici ($U = E + CE$) olabilmesi için aşağıdaki şartlar sağlanmalıdır [31]:

- 1) Giriş dilsel değişkenlerinin destek kümeleri (veya evrenleri), giriş değerleri sınırlar içerisinde kalacak genişlikte olmalıdır.
- 2) Her dilsel değişken, herhangi bir giriş anında üyelik değerlerinin toplamı 1 olacak ve üyelik fonksiyonları kesişecek şekilde bulanık kümeler içermelidir. Bu koşulun sağlanabilmesi için dilsel değişkenler, komşu kümeler ile $\mu = 0.5$ üyelik değerinde kesişen, simetrik üçgen bulanık kümelerden oluşmalıdır.
- 3) Dilsel değişkenleri oluşturan bulanık kümeler kural sayısını belirler. Bütünlüğün sağlanabilmesi için kural tabanı bulanık kümelerin tamamını içeren \wedge - kombinasyonlarından oluşmalıdır.
- 4) Çıkış dilsel değişkenlerinde singleton bulanık kümeler ($\langle s_i, 1 \rangle$) kullanılmalıdır. s_i , giriş kümelerinin tepe pozisyonlarının toplamı şeklinde tanımlanmalıdır.
- 5) \wedge bağlacı için çarpım, durulaştırma yöntemi için ise ağırlık merkezi (COG) yöntemi seçilmelidir.

Şekil 4.6'da FPD denetleyicinin genel yapısı gösterilmektedir. Bulanık oransal-türev (FPD) denetleyici PD denetleyici ile aynı giriş sinyalleri üzerinde işlem yapar ancak kontrol stratejisi bulanık kurallar şeklinde oluşturulur [32].



Şekil 4.6 FPD denetleyici

Herhangi bir n anında, kontrol sinyali $U(n)$, hatanın ve hata değişiminin doğrusal olmayan bir fonksiyonudur. Yani

$$U(n) = f(GE \times e(n), GCE \times \dot{e}(n)) \times GU \quad [4.18]$$

Burada f fonksiyonu kontrol algoritmasını (kural tabanı) ifade etmektedir. Uygun bir seçimle aşağıdaki gibi doğrusal bir yaklaşım elde edilebilir:

$$f(GE \times e(n), GCE \times \dot{e}(n)) \approx GE \times e(n) + GCE \times \dot{e}(n) \quad [4.19]$$

Bu durumda

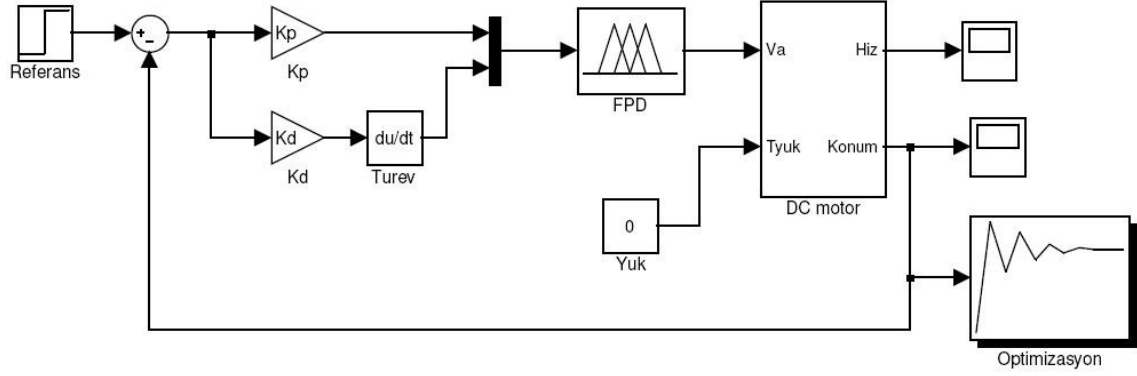
$$\begin{aligned} U(n) &= (GE \times e(n) + GCE \times \dot{e}(n)) \times GU \\ &= GE \times GU \times \left(e(n) + \frac{GCE}{GE} \times \dot{e}(n) \right) \end{aligned} \quad [4.20]$$

Bu denklem bulanık olmayan bir PD denetleyicinin kontrol sinyali ile karşılaştırıldığında, FPD denetleyicinin kazançları ile PD denetleyicinin kazançları arasındaki ilişki şu şekilde belirtilir:

$$\begin{aligned} GE \times GU &= K_p \\ \frac{GCE}{GE} &= T_D \end{aligned} \quad [4.21]$$

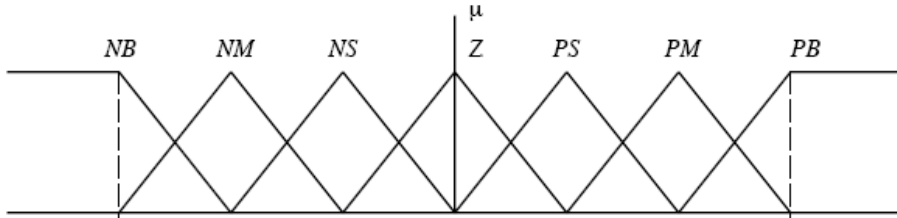
Sonuç olarak doğrusallık koşullarını sağlayan bir FPD denetleyicinin parametreleri, ayarlanmış bir PD denetleyicinin parametrelerinden belirlenebilir.

Bulanık PD denetleyici kullanılarak oluşturulan sistem Şekil 4.7’de gösterilmektedir. Bulanık denetleyicinin girişleri “hata” ve “hataDegisimi”, çıkışı ise “kontrol” değişkenidir.

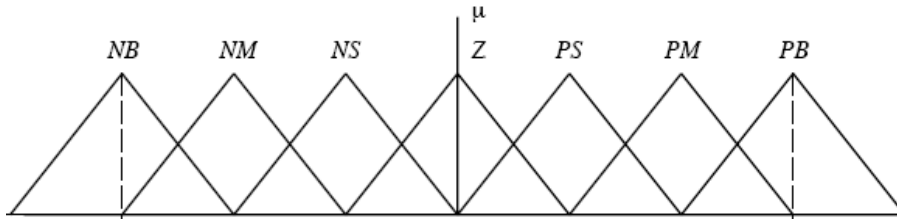


Şekil 4.7 Kapalı çevrim FPD kontrol sistemi

Bulanık denetleyicinin giriş ve çıkış dilsel değişkenleri, NB (negatif büyük), NM(negatif orta), NS(negatif küçük), Z(sıfır), PS(pozitif küçük), PM(pozitif orta) ve PB(pozitif büyük) olmak üzere 7’şer bulanık kümeden meydana gelmektedir (Şekil 4.8(a) ve (b)). Bulanık kurallar Çizelge 4.3’te gösterilmektedir.



(a) Bulanık giriş değişkenleri “hata” ve “hataDegisimi”



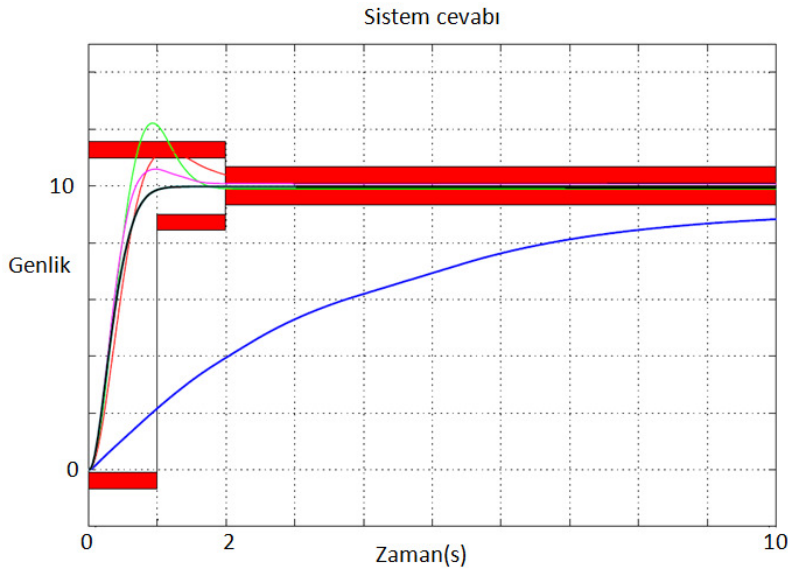
(b) Bulanık çıkış değişkeni “kontrol”

Şekil 4.8 Bulanık giriş ve çıkış değişkenleri

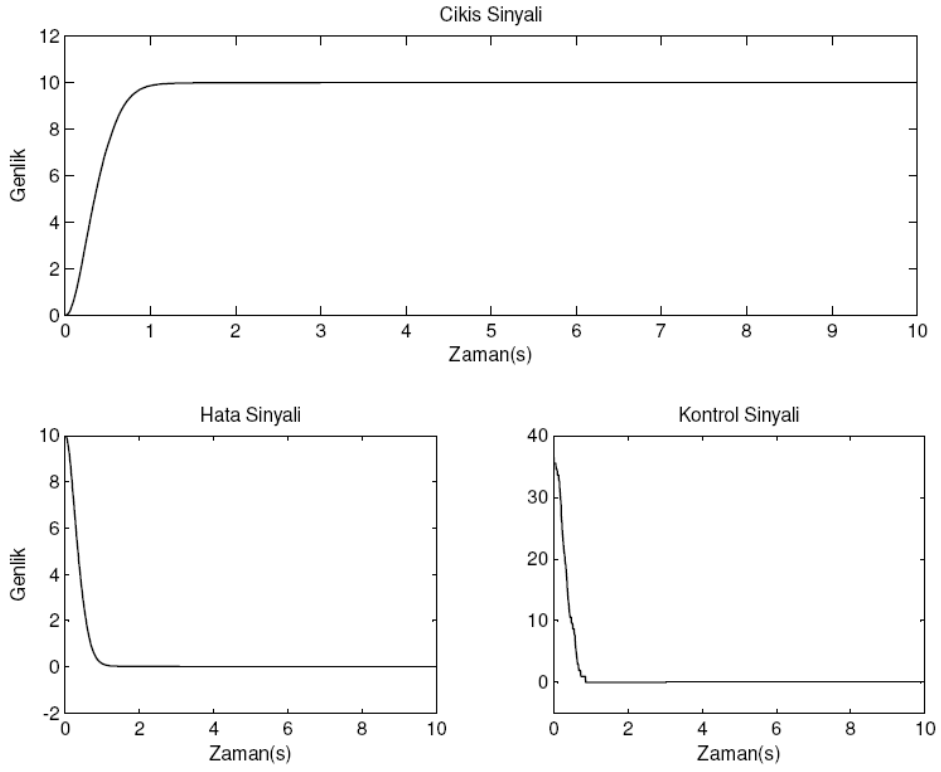
Çizelge 4.3 Kural tabanı

$e(t)$ \ $de(t)/dt$	NB	NM	NS	Z	PS	PM	PB
NB	NB	NB	NB	NB	NM	NS	Z
NM	NB	NB	NB	NM	NS	Z	PS
NS	NB	NB	NM	NS	Z	PS	PM
Z	NB	NM	NS	Z	PS	PM	PB
PS	NM	NS	Z	PS	PM	PB	PB
PM	NS	Z	PS	PM	PB	PB	PB
PB	Z	PS	PM	PB	PB	PB	PB

Şekil 4.9’da bisector durulaştırma yöntemi için FPD parametrelerinin optimizasyon süreci, Şekil 4.10’da ise optimal durumda çıkış, hata ve kontrol sinyalleri gösterilmektedir. Buna göre optimal parametre değerleri $K_P = 4.1699$ ve $K_D = 0.1$ olarak belirlenmiştir.

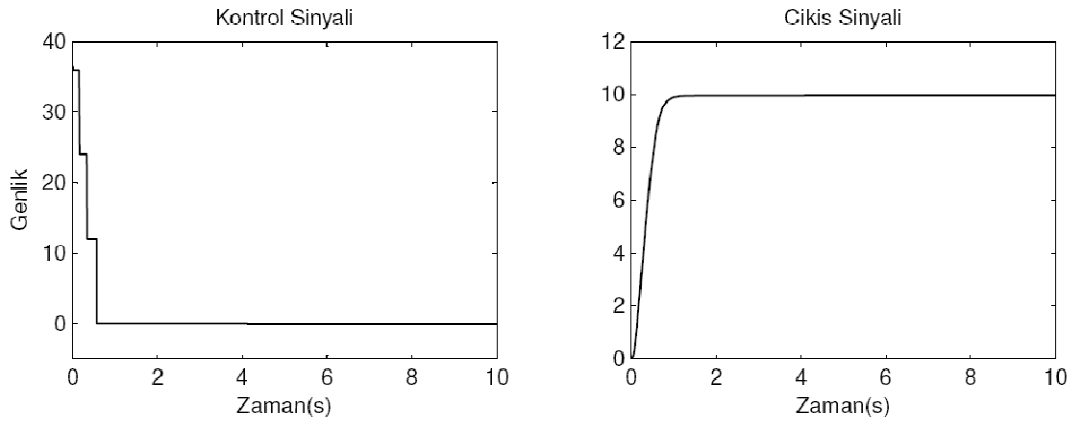


Şekil 4.9 FPD denetleyici parametrelerinin optimizasyonu

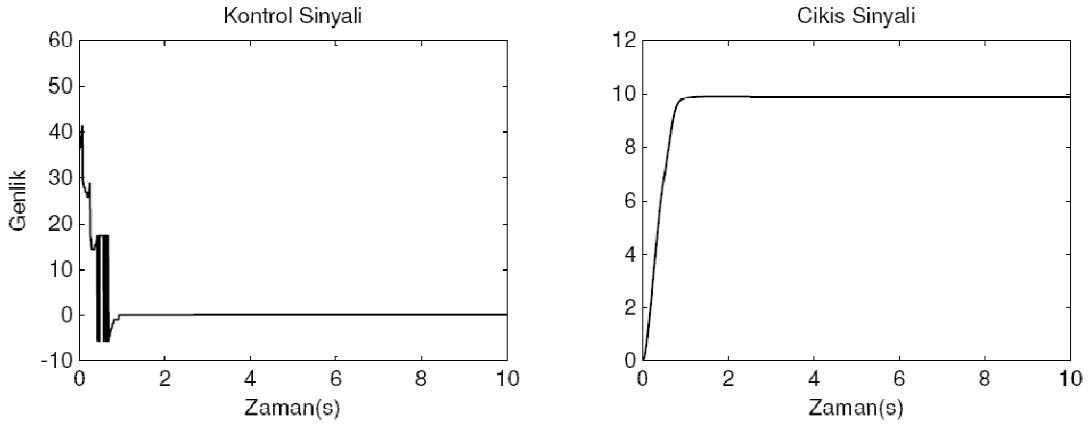


Şekil 4.10 Bisektör durulaştırma yöntemi için hata, kontrol ve çıkış sinyalleri

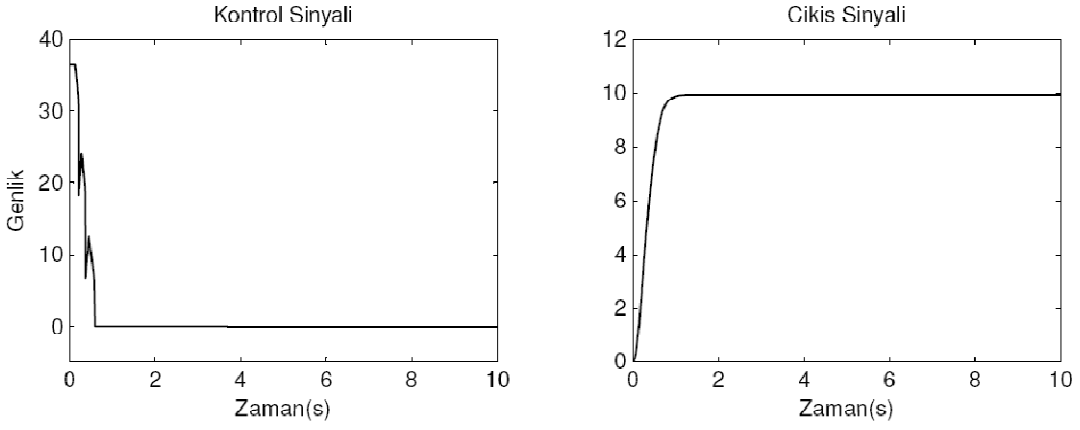
Şekil 4.11’de sırasıyla “MOM”, “LOM” ve “SOM” durulaştırma yöntemleri için kontrol ve çıkış sinyalleri gösterilmiştir.



(a) “MOM” durulaştırma yöntemi için kontrol ve çıkış sinyali



(b) “LOM” durulaştırma yöntemi için kontrol ve çıkış sinyali



(c) “SOM” durulaştırma yöntemi için kontrol ve çıkış sinyali

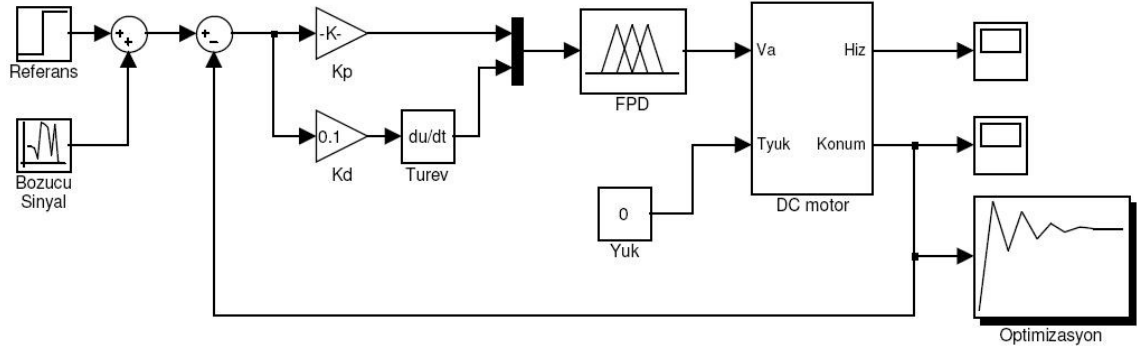
şekil 4.11 Farklı durulaştırma yöntemleri için kontrol ve çıkış sinyalleri

Bu durulaştırma yöntemleri için denetleyici parametrelerinin değerleri Çizelge 4.4’te gösterilmektedir.

Çizelge 4.4 Farklı durulaştırma yöntemleri için optimal parametre değerleri

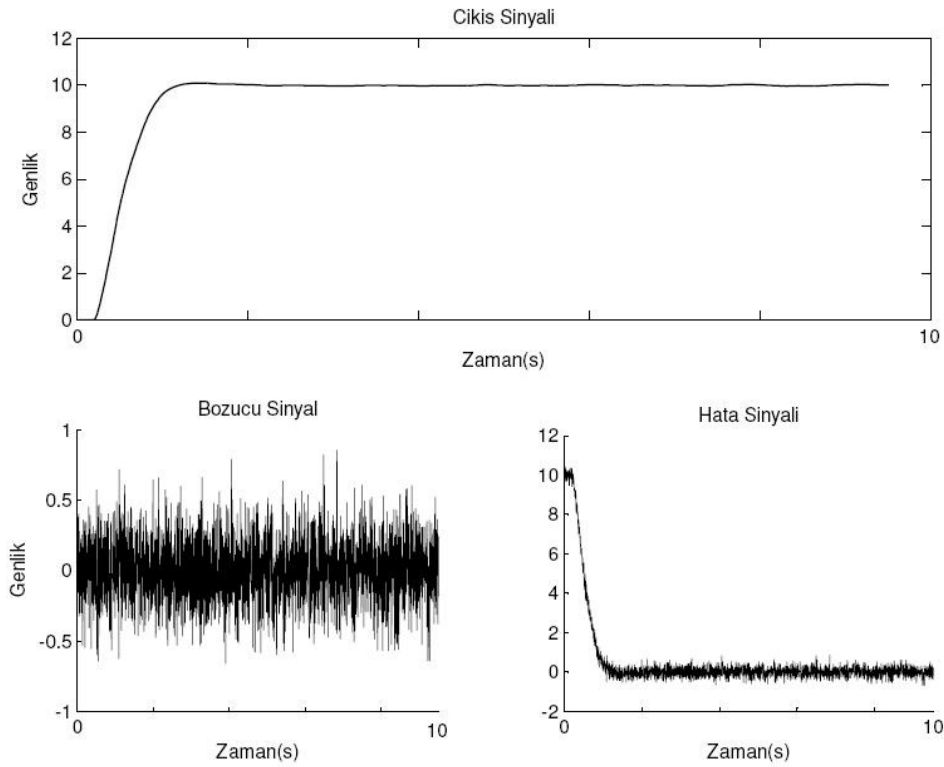
Durulaştırma Yöntemi	K_P	K_D
MOM	3.5847	0.1039
LOM	4.4867	0.2060
SOM	4.1245	0.0107

Otomatik kontrol sistemlerinde tasarlanan denetleyicilerin kullanılabilirliği, sadece performans kriterlerini sağlayabilmesi ile ilgili değildir. Tasarlanan denetleyicilerin özellikle sisteme etki edebilecek bozucu sinyallerin etkisini de minimuma indirmesi istenir. Bu nedenle tasarlanan kontrol sisteminin girişine bozucu sinyal ($d(t)$) uygulanmış ve sistem cevabı incelenmiştir (Şekil 4.12).



Şekil 4.12 Girişinde bozucu sinyal bulunan kapalı çevrim FPD kontrol sistemi

Uygulanan bozucu sinyal, parametreleri $m = 0$ ve $\sigma = 0.05$ olan Gaussian tipinde bir sinyaldir. Şekil 4.13'te bozucu sinyal, hata ve çıkış sinyalleri görülmektedir.



Şekil 4.13 Bozucu sinyal, hata sinyali ve sistem cevabı

5 – BULANIK KONTROL SİSTEMLERİNİN LYAPUNOV KARARLILIK ANALİZİ

Bulanık kontrol, doğrusal olmayan ve karmaşık yapılu birçok sistemin kontrolünde başarılı bir şekilde uygulanmasına rağmen, ilk uygulamalarda geleneksel kontrol yöntemlerinde var olan kararlılık ve gürbüzlük analizi gibi analiz yöntemlerinden yoksundu. Bu durum bulanık kontrolün yüksek güvenlik gerektiren uygulamalarda kullanımını kısıtlıyordu. Bu nedenle son zamanlarda bulanık kontrol sistemlerinin kararlılık analizleri üzerine çalışmalara ağırlık verildi.

Rockwell International’da çalışan Chand ve Hansen, Rockwell International’ın Gelişmiş Teknoloji Uçağı (ATW) adı verilen ve gerçek bir savaş uçağının 1/6 oranında ölçeklendirilmiş bir versiyonu olan uçağının, basitleştirilmiş sürekli zamanlı modeli ile uçağın alçalma-yükselme hızının kontrolü için tasarlanan ayırık zamanlı bulanık denetleyiciyi kombine etmiş ve Lyapunov teorisi ile enerji tabanlı bir yaklaşım kullanarak sistemin kararlılık analizini gerçekleştirmişlerdir [33]. Bu yaklaşıma göre bir sistemin toplam enerjisi, denge durumu sağlanıncaya kadar monoton olarak azalıyorsa, sistem karardır. Langari ve Tomizuka bulanık kontrol sistemlerinin kararlılık analizinde Lyapunov’un direk yöntemini kullanarak sistemin global kararlı olmasını sağlayan yeterli koşulları belirlemişlerdir [34]. Bunun için bulanık denetleyicinin giriş ve çıkış değişkenlerindeki bulanık kümeleri parametrize ederek, bu kümelerin basitleştirilmiş analitik fonksiyonlarla ifade edilmesini sağlamışlardır. Cao vd. kontrol edilecek sistemi, Takagi ve Sugeno tarafından ortaya atılan bulanık model (T-S modeli) yöntemini [18] kullanarak, bir dizi doğrusal durum uzayı modeli ile modellemiş ve her bir yerel durum uzayı modeli için bir durum geri beslemeli denetleyici kuralı elde etmişlerdir [35]. Daha sonra kapalı çevrim sistemin global kararlılığını sağlayacak kararlılık koşulunu belirsiz doğrusal sistem teorisini kullanarak belirlemişlerdir. Tanaka ve Sano, Lyapunov kararlılık anlayışına göre kararlı bulanık sistemler elde etmek için gerekli koşulları, önerme parametre belirsizliğine sahip ve önerme parametre belirsizliğine sahip olmayan sistemler için elde etmiş ve kararsız, doğrusal olmayan bir kamyon römork yükleme problemi için kontrol sistemi tasarlamışlardır [36]. Wang vd. doğrusal olmayan ters sarkaç sistemini T-S bulanık model yaklaşımı ile modelleyerek, “paralel dağılımlı kompanzasyon (PDC)” yöntemiyle sistemin kontrolü için bir denetleyici tasarlamışlar ve kararlılık analizinde kuadratik Lyapunov fonksiyonunu kullanarak sistemin asimptotik olarak kararlı olmasını

sağlayacak koşulları belirlemişlerdir [37]. Ayrıca kararlılık analizini ve tasarım problemlerini doğrusal matris eşitsizliklerine (LMI) indirgeyerek, problemin çözümünü kolaylaştırmışlardır. Abonyi vd. bir polistiren reaktörünün kontrolünde T-S bulanık kontrol yaklaşımını kullanmış ve oluşturulan bulanık denetleyicinin sistemin kararlılığını sağlayacak biçimde online olarak ayarlanmasını sağlayacak bir yöntem geliştirmişlerdir [38]. Mannani ve Talebi, bir makro-mikro manipülatör için herhangi bir süreç modeli kullanmadan, Lyapunov fonksiyonu tabanlı bir denetleyici oluşturmuşlar, bunun için öncelikle bir Lyapunov fonksiyonu seçerek, sistem dinamiklerinin yapısal özelliklerine bağlı olarak Lyapunov fonksiyonunun türevini negatif tanımlı yapmaya çalışmışlardır [39]. Mannani ve Talebi daha sonra bu konuyu deneysel olarak da çalışmış ve sonuçlarını sunmuşlardır [40]. T-S modelleme ve bulanık sistemlerin kararlılık koşullarının belirlenmesi gibi konular üzerinde birçok çalışma olduğunu ancak kararlılığa ek olarak performans konusunun da ele alınması gerektiğini düşünen Khaber vd. kuadratik bir performans kriteri belirlemiş ve bu kriterin beklenen değerini minimize etmeye çalışmışlardır [41]. Daha sonra Zadeh kararlılık kavramına yeni bir anlam kazandırmış ve aslında kararlılığın kendisinin de bulanık bir kavram olduğunu ifade etmiştir [42]. Li vd. kontrol edilecek olan sürece ait bilgi çok az olsa bile, Lyapunov kararlılık kriterlerine bağlı olarak kontrol kurallarını kendi kendine üretebilen yeni bir bulanık denetleyici geliştirmişlerdir [43].

Bu bölümde ilk olarak doğrusal olmayan sistemlerin T-S bulanık modelleme yöntemi ile modellenmesinden bahsedilecek ve doğrusal olmayan ters sarkaç sistemi için 2 kurallı bir T-S bulanık model oluşturulacaktır. Daha sonra paralel dağılımlı kompanzasyon (PDC) yöntemi ile denetleyici tasarımından bahsedilecek ve ters sarkaç sisteminin kontrolü için PDC yöntemi ile durum geri beslemeli bulanık denetleyici tasarlanacaktır. Son olarak sistemin Lyapunov kararlılık kriterlerine göre kararlı olmasını ve belli performans kriterlerini sağlayacak koşullar belirlenecek ve doğrusal matris eşitsizliklerinin (LMI) çözümünde kullanılan yöntemler kullanılarak ters sarkaç sistemini kararlı kılacak denetleyici katsayıları belirlenecektir. Böylece bulanık sistemlerin kararlılık analizleri yapılmış olacak ve sistemi kararlı hale getirecek denetleyici kuralları belirlenecektir.

5.1 Takagi-Sugeno Bulanık Modelleme

Dinamik bir T-S bulanık modeli, koşul kısmında bulanık kümeler, sonuç kısmında ise doğrusal, zamanla değişmeyen (LTI) dinamik sistemler barındıran ve doğrusal olmayan sistemin, yerel doğrusal giriş-çıkış bağıntıları ile ifade edilmesini sağlayan bir dizi “EĞER-O HALDE” bulanık kuralından meydana gelir.

Buna göre bir T-S bulanık modelin i . kuralı aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\text{EĞER } z_1(t) = M_{i1} \dots \text{ ve } z_n(t) = M_{in} \text{ ise O HALDE } \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}_i \mathbf{x} + \mathbf{B}_i \mathbf{u} \quad [5.1]$$

Burada

$z_1(t), \dots, z_n(t)$ önerme değişkenleri

$\mathbf{x} \in R^{n \times 1}$ durum vektörü,

r kuralların sayısı,

M_{ij} giriş bulanık kümeleri,

$\mathbf{u} \in R^{m \times 1}$ giriş,

$\mathbf{A}_i \in R^{n \times n}$ durum matrisi,

$\mathbf{B}_i \in R^{n \times m}$ giriş matrisidir.

$z_1(t), \dots, z_n(t)$ önerme değişkenleri, durum değişkenlerine, zamana ve/veya dış bozucu sinyallere bağlı fonksiyonlar şeklinde tanımlanabilir.

Singleton bulanıklaştırma, max-çarpım çıkarım ve ağırlık merkezi durulaştırma yöntemleri kullanıldığında birleştirilmiş bulanık model aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\dot{\mathbf{x}} = \frac{\sum_{i=1}^r w_i(\mathbf{z})(\mathbf{A}_i \mathbf{x} + \mathbf{B}_i \mathbf{u})}{\sum_{i=1}^r w_i(\mathbf{z})} \quad [5.2]$$

Burada

$$\mathbf{z} = [z_1(t) \ z_2(t) \ \dots \ z_n(t)]$$

$$w_i(\mathbf{z}) = \prod_{j=1}^n M_{ij}(z_j) \quad [5.3]$$

M_{ij} , i . kuraldaki j . bulanık değişkenin üyelik fonksiyonudur. Kolaylık olması açısından aşağıdaki gibi bir $\alpha_i(\mathbf{z})$ katsayısı tanımlayalım:

$$\alpha_i(\mathbf{z}) = \frac{w_i(\mathbf{z})}{\sum_{i=1}^r w_i(\mathbf{z})} \quad [5.4]$$

Bu durumda [5.2] no.lu denklem şu şekilde ifade edilebilir:

$$\dot{\mathbf{x}} = \sum_{i=1}^r \alpha_i(\mathbf{z})(\mathbf{A}_i \mathbf{x} + \mathbf{B}_i \mathbf{u}) \quad [5.5]$$

Burada $\alpha_i(\mathbf{z}) > 0$ ve $\sum_{i=1}^r \alpha_i(\mathbf{z}) = 1$

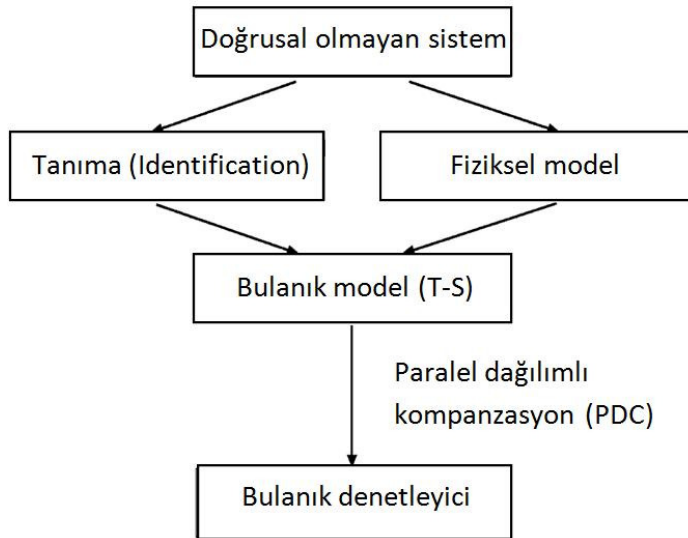
5.2 Bulanık Modelin Oluşturulması

Doğrusal olmayan bir sistemin kontrolünde kullanılacak bir bulanık denetleyici tasarlayabilmek için sistemi ifade eden bir Takagi-Sugeno bulanık modelinin oluşturulması gerekir.

Bulanık modellerin oluşturulmasında genellikle iki farklı yaklaşım vardır [44]:

- 1) Giriş-çıkış verilerini kullanarak sistem tanıma (identification)
- 2) Doğrusal olmayan sistem denklemlerinden model türetme

Şekil 5.1’de model tabanlı bulanık denetleyici tasarım prosedürü gösterilmektedir.



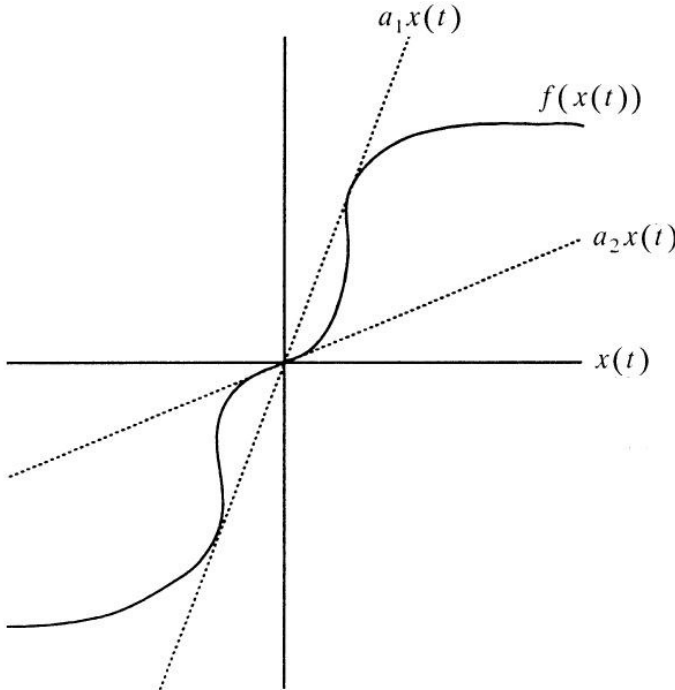
Şekil 5.1 Model tabanlı bulanık denetleyici tasarımı

Sistem tanıma genellikle analitik ve/veya fiziksel modellerle ifade edilmesi çok zor veya imkansız olan sistemler için uygun bir yaklaşımdır. Diğer taraftan mekanik sistemler için doğrusal olmayan dinamik modeller bazı yöntemlerle (örneğin Lagrange

ve Newton-Euler yöntemleri) elde edilebilir. Bu gibi durumlarda ikinci yaklaşımın kullanılması daha uygundur. Bu yaklaşım bulanık modelleri oluşturabilmek için “doğrusal olmayan sektör (sector nonlinearity)”, “yerel yaklaşım (local approximation)” veya bunların kombinasyonunu kullanır.

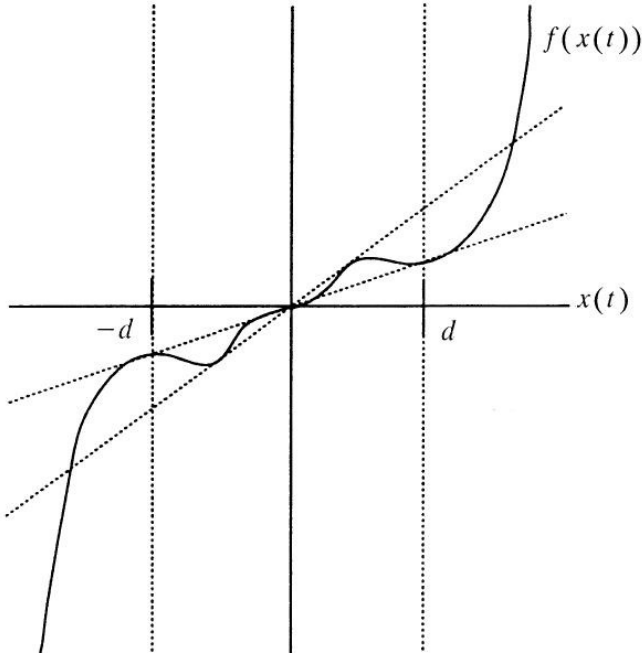
5.2.1 Doğrusal Olmayan Sektör

Doğrusal olmayan sektör yaklaşımı şu düşünceye dayanır. Doğrusal olmayan $\dot{x}(t) = f(x(t))$ sistemini ele alalım. Öyle ki $f(0) = 0$ olsun. Bu yaklaşımdaki amaç $\dot{x}(t) = f(x(t)) \in [\alpha_1 \ \alpha_2]x(t)$ olan global sektörün bulunmasıdır (Şekil 5.2). Bu yaklaşım sistem dinamiklerini tam olarak ifade eden bir bulanık modelin oluşturulmasını garantiler.



5.2 Doğrusal olmayan global sektör yaklaşımı

Ancak fiziksel sistemlerde değişkenler sınırlı olduğu için bu sistemlerde global sektörlerin bulunması zordur. Bu durumda doğrusal olmayan yerel sektör yaklaşımı dikkate alınabilir (Şekil 5.3). Burada $-d < x(t) < d$ aralığındaki iki doğru yerel sektörleri ifade etmektedir. Bulanık model, doğrusal olmayan sistemi $-d < x(t) < d$ aralığındaki “yerel bölgede” tam olarak ifade etmektedir.



5.3 Doğrusal olmayan yerel sektör yaklaşımı

Örnek: Aşağıdaki doğrusal olmayan sistemi ele alalım:

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x_1(t) + x_1(t)x_2^3(t) \\ -x_2(t) + (3 + x_2(t))x_1^3(t) \end{pmatrix} \quad [5.6]$$

Basit olması açısından $x_1(t) \in [-1,1]$ ve $x_2(t) \in [-1,1]$ olduğunu varsayalım ve [5.6] no.lu denklemi şu şekilde düzenleyelim:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} -1 & x_1(t)x_2^2(t) \\ (3 + x_2(t))x_1^2(t) & -1 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t) \quad [5.7]$$

Burada $\mathbf{x}(t) = [x_1(t) \ x_2(t)]^T$, $x_1(t)x_2^2(t)$ ve $(3 + x_2(t))x_1^2(t)$ terimleri ise doğrusal olmayan terimlerdir. Doğrusal olmayan terimleri $z_1(t) \equiv x_1(t)x_2^2(t)$ ve $z_2(t) \equiv (3 + x_2(t))x_1^2(t)$ şeklinde tanımlarsak [5.7] no.lu denklem şu hali alır:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} -1 & z_1(t) \\ z_2(t) & -1 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t)$$

Daha sonra $z_1(t)$ ve $z_2(t)$ 'nin maksimum ve minimum değerleri hesaplanır. Buna göre

$$\begin{aligned} \max_{x_1(t), x_2(t)} z_1(t) &= 1, & \min_{x_1(t), x_2(t)} z_1(t) &= -1 \\ \max_{x_1(t), x_2(t)} z_2(t) &= 4, & \min_{x_1(t), x_2(t)} z_2(t) &= 0 \end{aligned}$$

Maksimum ve minimum değerler kullanılarak $z_1(t)$ ve $z_2(t)$ şu şekilde ifade edilebilir:

$$\begin{aligned} z_1(t) &= x_1(t)x_2^2(t) = M_1(z_1(t)).1 + M_2(z_1(t)).(-1) \\ z_2(t) &= (3 + x_2(t))x_1^2(t) = N_1(z_2(t)).4 + N_2(z_2(t)).0 \end{aligned}$$

Burada

$$\begin{aligned} M_1(z_1(t)) + M_2(z_1(t)) &= 1 \\ N_1(z_2(t)) + N_2(z_2(t)) &= 1 \end{aligned}$$

Buna göre üyelik fonksiyonları aşağıdaki gibi hesaplanabilir:

$$\begin{aligned} M_1(z_1(t)) &= \frac{z_1(t) + 1}{2}, & M_2(z_1(t)) &= \frac{1 - z_1(t)}{2} \\ N_1(z_2(t)) &= \frac{z_2(t)}{4}, & N_2(z_2(t)) &= \frac{4 - z_2(t)}{4} \end{aligned}$$

Üyelik fonksiyonlarını sırasıyla “Pozitif”, “Negatif”, “Büyük” ve “Küçük” olarak isimlendirelim (Şekil 5.4). Bu durumda doğrusal olmayan sistem aşağıdaki bulanık model ile ifade edilir:

Model Kuralı 1:

$$\text{EĞER } z_1(t) = \text{Pozitif ve } z_2(t) = \text{Büyük ise O HALDE } \dot{x}(t) = \mathbf{A}_1 x(t)$$

Model Kuralı 2:

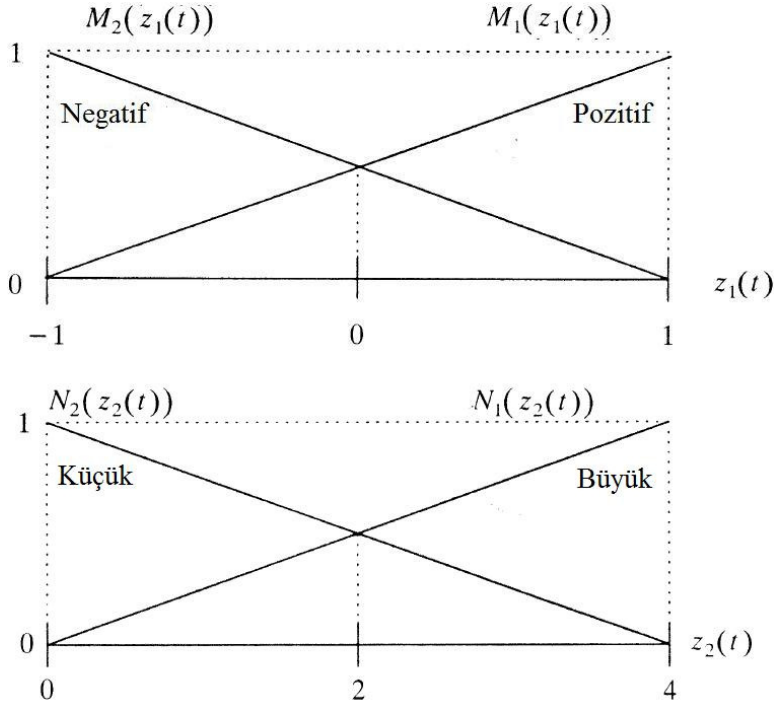
$$\text{EĞER } z_1(t) = \text{Pozitif ve } z_2(t) = \text{Küçük ise O HALDE } \dot{x}(t) = \mathbf{A}_2 x(t)$$

Model Kuralı 3:

$$\text{EĞER } z_1(t) = \text{Negatif ve } z_2(t) = \text{Büyük ise O HALDE } \dot{x}(t) = \mathbf{A}_3 x(t)$$

Model Kuralı 4:

EĞER $z_1(t) = \text{Negatif}$ ve $z_2(t) = \text{Küçük}$ ise O HALDE $\dot{x}(t) = A_4 x(t)$



Şekil 5.4 Üyelik fonksiyonları

Burada

$$A_1 = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}, \quad A_4 = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Durulaştırma işlemi şu şekilde gerçekleştirilir:

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^4 \alpha_i(z(t)) A_i x(t)$$

Burada

$$\alpha_1(z(t)) = M_1(z_1(t)) \times N_1(z_2(t))$$

$$\alpha_2(z(t)) = M_1(z_1(t)) \times N_2(z_2(t))$$

$$\alpha_3(z(t)) = M_2(z_1(t)) \times N_1(z_2(t))$$

$$\alpha_4(z(t)) = M_2(z_1(t)) \times N_2(z_2(t))$$

Oluşturulan bulanık model, doğrusal olmayan sistemi $x_1 - x_2$ düzleminde $[-1,1] \times [-1,1]$ bölgesinde tam olarak ifade eder.

Bir ters sarkaç sistemi doğrusal olmayan sektör yöntemi ile $(-\pi/2, \pi/2)$ aralığında 16 kuraldan meydana gelen bir T-S bulanık modelle ifade edilir [45].

5.2.2 Yerel Yaklaşım

T-S bulanık modelleri elde etmenin bir diğer yolu bulanık partisyon uzaylarında yerel yaklaşım yöntemidir. Bu yöntemde doğrusal olmayan terimler mantıklı bir şekilde seçilen doğrusal terimlerle değiştirilir. Bu prosedür model kurallarının önemli ölçüde azaltılmasını sağlar. Örneğin doğrusal olmayan sektör yöntemi ile 16 kuralla ifade edilen ters sarkaç sistemi yerel yaklaşım yöntemi ile 2 kuralla ifade edilebilir.

Örnek: Bir ters sarkaç sistemi için hareket denklemleri şu şekildedir:

$$\dot{x}_1(t) = x_2(t)$$

$$\dot{x}_2(t) = \frac{g \sin(x_1(t)) - a m l x_2^2(t) \sin(2x_1(t)) / 2 - a \cos(x_1(t)) u(t)}{4l/3 - a m l \cos^2(x_1(t))} \quad [5.8]$$

Burada

$$x_1(t) = \text{sarkacın dikeyle yaptığı açı(rad)}$$

$$x_2(t) = \text{açısal hız(rad/s)}$$

$$g = 9.8 \text{ m/s}^2$$

$$m = \text{sarkacın kütlesi(kg)}$$

$$M = \text{aracın kütlesi(kg)}$$

$$2l = \text{sarkacın uzunluğu(m)}$$

$$u = \text{araca uygulanan kuvvet(N)}$$

$$a = 1/(m + M)$$

$x_1(t)$ sıfır civarında iken, [5.8] ile ifade edilen denklemler aşağıdaki gibi sadeleştirilebilir:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= \frac{gx_1(t) - au(t)}{4l/3 - aml}\end{aligned}\quad [5.9]$$

$x_1(t) \pm \pi/2$ ($|x_1(t)| < \pi/2$) civarında iken, [5.8] ile ifade edilen denklemler aşağıdaki gibi sadeleştirilebilir:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= \frac{2gx_1(t)/\pi - a\beta u(t)}{4l/3 - aml\beta^2}\end{aligned}\quad [5.10]$$

Burada $\beta = \cos(88^\circ)$

Bu durumda [5.9]-[5.10] no.lu denklemler kullanılarak doğrusal olmayan ters sarkaç sistemi 2 kurallı bir T-S bulanık modeli ile ifade edilebilir.

Model Kuralı 1:

EĞER $x_1(t) 0$ civarında ise O HALDE $\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}_1\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_1\mathbf{u}(t)$

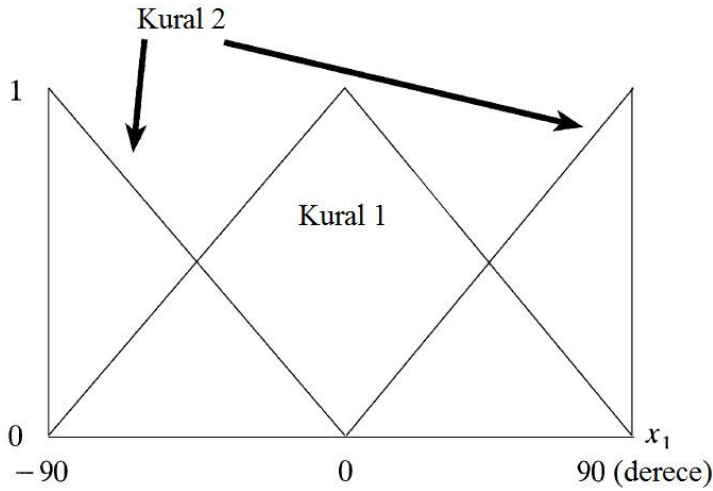
Model Kuralı 2:

EĞER $x_1(t) \pm \frac{\pi}{2}$ ($|x_1(t)| < \pi/2$) civarında ise O HALDE $\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}_2\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_2\mathbf{u}(t)$

Burada

$$\begin{aligned}A_1 &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{g}{\frac{4l}{3} - aml} & 0 \end{bmatrix} & B_1 &= \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{a}{\frac{4l}{3} - aml} \end{bmatrix} \\ A_2 &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{2g}{\pi(\frac{4l}{3} - aml\beta^2)} & 0 \end{bmatrix} & B_2 &= \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{a\beta}{\frac{4l}{3} - aml\beta^2} \end{bmatrix}\end{aligned}$$

2 kurallı bulanık model için üyelik fonksiyonları Şekil 5.5'te gösterilmektedir.



Şekil 5.5 Ters sarkaç modeli için üyelik fonksiyonları

5.3 Paralel Dağılımlı Kompanzasyon

Paralel dağılımlı kompanzasyon (PDC) yöntemi, bir T-S model ile ifade edilen, doğrusal olmayan bir sistemin kontrolü için bulanık denetleyici tasarımında kullanılır.

PDC tasarımında, her T-S model kuralına karşılık gelen bir denetleyici kuralı oluşturulur. Tasarlanan bulanık denetleyici, kontrol edilecek sürecin T-S bulanık modelindeki kuralların önerme kısımlarında yer alan bulanık kümelerle aynı kümeleri kullanır. Bu durumda PDC ile oluşturulan bir denetleyici kuralı aşağıdaki gibidir:

$$EĞER z_1(t) = M_{i1} \dots ve z_n(t) = M_{in} ise O HALDE u = -K_i x, \quad i = 1, 2, \dots, r \quad [5.11]$$

Kontrol kurallarının sonuç kısmında doğrusal denetleyiciler bulunur. Örneğin burada kontrol kuralları durum geri beslemeli denetleyici tipindedir. Bunun yerine çıkış geri beslemeli veya dinamik çıkış geri beslemeli denetleyiciler de kullanılabilir.

Denetleyicinin bütünü aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$u = -\frac{\sum_{i=1}^r w_i(z) K_i x}{\sum_{i=1}^r w_i(z)} = -\sum_{i=1}^r \alpha_i(z) K_i x \quad [5.12]$$

Amaç sonuç kısmındaki yerel geri besleme katsayılarını (K_i) belirlemektir. PDC diğer doğrusal olmayan kontrol tekniklerine göre daha basit ve doğal bir prosedüre sahiptir.

5.4 Lyapunov Kararlılık Analizi

Kontrol sistemlerinin tasarımında genellikle tasarımcının ilk olarak ele aldığı konu tasarlanan kontrol sisteminin kararlılığının incelenmesidir. Çünkü sistem kararsız olduğunda diğer performans kriterlerinin sağlanması da imkansızdır. Bu nedenle bu bölümde ilk olarak kararlılık ile ilgili bazı temel kavramlardan bahsedilecek, daha sonra kararlılık analizlerinde Lyapunov'un direk ve dolaylı yöntemleri basit örneklerle incelenecektir [46].

5.4.1 Matematiksel Temeller

Bir dinamik sistemin aşağıdaki gibi tanımlandığını varsayalım:

$$\dot{x}(t) = f(x(t)) \quad [5.13]$$

Burada

$x \in R^n$, n boyutlu bir vektör ve $f: D \rightarrow R^n$

$D = R^n$ veya $\exists h > 0$ için $D = B(h)$

Burada

$B(h) = \{x \in R^n : |x| < h\}$, merkezi orijin, yarıçapı h olan bir dairedir. $|\cdot|$ ise R^n üzerinde bir normdur (örneğin $|x| = \sqrt{x^T x}$). Eğer $D = R^n$ ise sistem dinamikleri global tanımlı, $D = B(h)$ ise sistem dinamikleri yerel tanımlı denir. Her x_0 için aşağıdaki başlangıç değer probleminin x_0 'a bağlı tek bir $\phi(t, x_0)$ çözümü olduğunu varsayalım.

$$\dot{x}(t) = f(x(t)), \quad x(0) = x_0 \quad [5.14]$$

[5.13] no. lu denklemde, her $t \geq 0$ için $f(x_e) = 0$ koşulunu sağlayan $x_e \in R^n$ noktası “denge noktası” olarak adlandırılır. Eğer aşağıdaki gibi ifade edilen x_e civarındaki çemberde, x_e dışında başka bir denge noktası içermeyecek şekilde bir $h' > 0$ varsa bu durumda x_e “izole denge noktası” olarak adlandırılır.

$$B(x_e, h') = \{x \in R^n : |x - x_e| < h'\} \quad [5.15]$$

Standart olarak ele alacağımız denge noktasının R^n üzerinde orijinde yer alan izole bir denge noktası olduğunu varsayalım. Bu varsayım genellemeyi bozmaz çünkü eğer $x_e \neq 0$, [5.13] no.lu denklemin dengesi ise ve $\bar{x}(t) = x(t) - x_e$ olmak üzere $\bar{x} = 0$ aşağıdaki dönüştürülmüş sistemin denge noktasıdır.

$$\dot{\bar{x}}(t) = \bar{f}(\bar{x}(t)) = f(\bar{x}(t) + x_e)$$

Her $\epsilon > 0$ için, $|x_0| < \delta(\epsilon)$ olduğunda $|\phi(t, x_0)| < \epsilon$ (her $t \geq 0$ için) koşulunu sağlayan bir $\delta(\epsilon) > 0$ varsa, [5.13] no.lu denklemdaki $x_e = 0$ denge noktası Lyapunov anlayışına göre kararlıdır (yani sistem denge noktasına yaklaştığında bu noktaya yakın kalıyorsa kararlıdır).

Eğer [5.13] no.lu denklemda $x_e = 0$ denge noktası kararlıysa ve $|x_0| < \eta$ olduğunda $\lim_{t \rightarrow \infty} \phi(t, x_0) = 0$ olacak şekilde bir $\eta > 0$ varsa bu durumda $x_e = 0$ denge noktası “asimptotik kararlı” olarak adlandırılır (yani sistem denge noktasına yaklaştığında bu noktaya yakınsıyorsa asimptotik olarak kararlıdır).

$t \rightarrow \infty$ iken $\phi(t, x_0) \rightarrow 0$ durumunu sağlayan bütün $x_0 \in R^n$ noktalarının kümesi $X_d \cap R^n$, [5.14] no.lu denklemin denge noktası $x_e = 0$ 'ın “çekim domeni” olarak adlandırılır. Eğer $X_d = R^n$ ise (yani sistem nereden başlarsa başlasın, durumu asimptotik olarak denge noktasına yaklaşıyorsa) denge noktası $x_e = 0$ “global asimptotik kararlı” denir.

Örnek olarak aşağıdaki diferansiyel denklemi ele alalım:

$$\dot{x}(t) = -2x(t)$$

Bu sistem için $D = R^1$ olsun (yani sistem dinamikleri sadece sıfır civarındaki bir bölgede değil, bütün reel doğrudaki tanımlı olsun). $0 = -2x_e$ eşitliğinde $x_e = 0$ bu sistemin bir denge noktası olarak belirlenir. Herhangi bir x_0 için, $t \rightarrow \infty$ iken

$$\phi(t, x_0) = x_0 e^{-2t} \rightarrow 0$$

çözümü, $x_e = 0$ denge noktasını kararlı yapar çünkü herhangi bir $\epsilon > 0$ için, $|x_0| < \delta$ olduğunda $|\phi(t, x_0)| \leq \epsilon$ koşulunu sağlayan bir $\delta > 0$ vardır. Belirlenen herhangi bir $\epsilon > 0$ için $\delta = \epsilon$ seçerek bu durumu daha da basit bir biçimde görebiliriz.

Ayrıca bütün $x_0 \in R^n$ için $\phi(t, x_0) \rightarrow 0$ olduğundan sistem global asimptotik kararlıdır. Bu sistem basit olduğu için, belli başlı kararlılık kriterlerini sağlayıp sağlamadığını belirlemek çok basittir ancak karmaşık yapıli sistemlerde bu durum o kadar basit değildir. Bunun nedenlerinden biri, doğrusal olmayan karmaşık yapıli sistemler için adi diferansiyel denklemleri çözenin (yani bütün t ve x_0 için $\phi(t, x_0)$ 'ı bulmak) bile zor olmasıdır. Ancak Lyapunov'un direk ve dolaylı yöntemleri ile adi diferansiyel denklemleri çözmeye gerek kalmadan sistemin kararlılık özellikleri belirlenebilir.

5.4.2 Lyapunov'un Direk (İkinci) Yöntemi

[5.13] no.lu denklemin denge noktası $x_e = 0$ için belirlenen kararlılık sonuçları, $V: D \rightarrow R$ şeklinde tanımlanan uygun bir Lyapunov fonksiyonunun varlığına bağlıdır. Burada global sonuçlar için $D = R^n$ (örneğin global asimptotik kararlılık) yerel sonuçlar için ise $\exists h > 0$ için $D = B(h)$ (örneğin Lyapunov kararlılık anlayışı veya asimptotik kararlılık) olur. Eğer V , argümanlarına bağlı olarak sürekli türevlenebilir bir fonksiyon ise bu durumda V 'nin t 'ye bağlı türevi, [5.13] no.lu denklem çözümleri ile birlikte şu şekilde ifade edilir:

$$\dot{V}_{[5.13]}(x(t)) = \nabla V(x(t))^T f(x(t)) \quad [5.16]$$

Burada

$$\nabla V(x(t)) = \left[\frac{\partial V}{\partial x_1}, \frac{\partial V}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial V}{\partial x_n} \right]^T \quad [5.17]$$

V 'nin x 'e göre gradyantıdır.

Lyapunov'un direk metodu aşağıdaki gibi tanımlanır:

- 1) $x_e = 0$ [5.13] no.lu denklem için bir denge noktası olsun. $V: B(h) \rightarrow R$ ise, $B(h)$ üzerinde sürekli türevlenebilir ve aşağıdaki koşulları sağlayan bir fonksiyon olsun

- a) $V(0) = 0$
- b) $V(x) > 0, B(h) - \{0\}$
- c) $\dot{V}_{[5.13]}(x) \leq 0, B(h)$

Bu durumda $x_e = 0$ kararlıdır. Ayrıca $x \neq 0$ için $\dot{V}_{[5.13]}(x) < 0$ ise bu durumda $x_e = 0$ asimptotik kararlıdır.

2) $x_e = 0$ [5.13] no.lu denklem için bir denge noktası olsun. $V: R^n \rightarrow R$ ise sürekli türevlenebilir ve aşağıdaki koşulları sağlayan bir fonksiyon olsun

- a) $V(0) = 0$
- b) $V(x) > 0, \forall x \neq 0$
- c) $|x| \rightarrow \infty$ iken $V(x) \rightarrow \infty$
- d) $\dot{V}_{[5.16]}(x) < 0, \forall x \neq 0$

Bu durumda $x_e = 0$ global asimptotik kararlıdır.

Örnek olarak $\dot{x}(t) = -2x^3$ sistemini ele alalım:

Bu sistemin denge noktası $x_e = 0$ 'dır. Lyapunov denklemini $V(x) = \frac{1}{2}x^2$ olarak seçelim.

Bu durumda

$$\dot{V} = \frac{\partial V}{\partial x} \frac{dx}{dt} = x\dot{x} = -2x^4$$

Açıkça görülüyor ki $x \neq 0$ için $-2x^4 < 0$ 'dır. Böylece Lyapunov'un direk yöntemine göre $x_e = 0$ global asimptotik kararlıdır.

Lyapunov'un direk yöntemi geleneksel kontrolde geniş bir uygulama alanına sahiptir ancak sistemin kararlı olmasını garanti edebilecek ve yukarıda belirtilen özellikleri taşıyacak bir Lyapunov fonksiyonunun bulunması her zaman kolay değildir.

5.4.3 Lyapunov'un Dolaylı (Birinci) Yöntemi

$\frac{\partial f}{\partial x} = \left[\frac{\partial f_i}{\partial x_j} \right]$, $n \times n$ boyutlu bir Jacobian matrisini ifade etsin. Bir sonraki sonuç için $D \cap R^n$ olmak üzere $f: D \rightarrow R^n$, $x_e \in D$ olduğunu ve f 'nin sürekli türevlenebilir olduğunu varsayalım.

Lyapunov'un dolaylı metodu şu şekilde tanımlanabilir:

$x_e = 0$, [5.13] no.lu denklem için bir denge noktası ve

$$\bar{A} = \frac{\partial f}{\partial x}(x) \Big|_{x=x_e=0} \tag{5.18}$$

$n \times n$ matris olmak üzere

- 1) \bar{A} matrisinin bütün λ_i öz değerleri için $Re[\lambda_i] < 0$ (λ_i 'nin reel kısmı) ise $x_e = 0$ asimptotik kararlıdır.
- 2) \bar{A} matrisinin bir veya daha fazla öz değeri için $Re[\lambda_i] > 0$ ise $x_e = 0$ kararsızdır.
- 3) Eğer herhangi bir öz değer için $Re[\lambda_i] = 0$ ise $x_e = 0$ noktasının kararlılığı hakkında hiçbir şey söylenemez.

Örnek olarak $\dot{x} = -x^2$ sistemini ele alalım.

Bu sistemin denge noktası $x_e = 0$ 'dır. Bu durumda

$$\bar{A} = \left. \frac{\partial f}{\partial x}(x) \right|_{x=x_e=0} = -2x = 0$$

Bu nedenle kararlılık hakkında hiçbir fikir yürütemeyiz.

Sonuç olarak, bulanık kontrol sistemlerinin Lyapunov teoremlerine göre kararlılığını incelemek için aşağıdaki prosedür izlenir:

Adım 1: Lyapunov fonksiyonunun seçimi

Adım 2: Lyapunov fonksiyonunun hesaplanması

Adım 3: Lyapunov fonksiyonunun türevinin bulunması

Adım 4: Lyapunov fonksiyonunun türevine göre kararlılığın incelenmesi

- a) $\forall x \in R^n$ için $\dot{V}(x) \leq 0$ ise x_e noktası kararlıdır.
- b) $\forall x \in R^n$ için $\dot{V}(x) < 0$ ise x_e noktası asimptotik kararlıdır
- c) $\forall x \in R^n$ için $\dot{V}(x) > 0$ ise x_e noktası kararsızdır

5.5 Bulanık Sistemlerin Lyapunov Kararlılık Analizinde LMI Yaklaşımı

[5.12] ile ifade edilen bulanık denetleyicinin kontrol sinyalinin [5.5] no.lu denklemde yerine koyduğumuzda, kapalı çevrim sistem için aşağıdaki denklemi elde ederiz:

$$\dot{x} = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \alpha_i(\mathbf{z}) \alpha_j(\mathbf{z}) (\mathbf{A}_i - \mathbf{B}_i \mathbf{K}_j) \mathbf{x} \quad [5.19]$$

Teorem 1 : Lyapunov kararlılık anlayışına göre, aşağıdaki Lyapunov eşitsizliklerini sağlayan pozitif tanımlı bir P matrisi varsa, [5.19] ile ifade edilen kapalı çevrimli sistem global asimptotik kararlıdır:

$$\begin{cases} (A_i - B_i K_i)^T P + P(A_i - B_i K_i) < 0, & i = 1, 2, \dots, r \\ G_{ij}^T P + P G_{ij} < 0, & i < j \leq r \end{cases} \quad [5.20]$$

Burada

$$G_{ij} = A_i - B_i K_j + A_j - B_j K_i \quad [5.21]$$

[5.20] no.lu denklemdaki eşitsizliklerin her iki tarafını baştan ve sondan P^{-1} ile çarpalım ve aşağıdaki değişken dönüşümlerini gerçekleştirelim:

$$\begin{cases} Y = P^{-1} \\ X_i = K_i Y \end{cases} \quad [5.22]$$

Bu durumda aşağıdaki doğrusal matris eşitsizliklerini (LMI) elde ederiz:

$$\begin{cases} Y A_i^T + A_i Y - B_i K_i - X_i^T B_i^T < 0, & i = 1, 2, \dots, r \\ Y(A_i + A_j)^T + (A_i + A_j)Y - (B_i X_j + B_j X_i) - (B_i X_j + B_j X_i)^T < 0, & i < j \leq r \end{cases} \quad [5.23]$$

Yukarıdaki doğrusal matris eşitsizliklerinin pozitif tanımlı ortak bir çözümü varsa, kararlılık garantilenir. EK-1'de doğrusal matris eşitsizlikleri ve bu eşitsizliklerin çözümü için kullanılan LMI Control Toolbox [47] ile ilgili kısa bilgi verilmektedir. Konu ile ilgili daha ayrıntılı bilgi edinmek isteyenler [48]'i inceleyebilir.

[5.23]'te belirtilen koşullar kararlı bir sistem oluşturmak için yeterlidir ancak kontrol uygulamalarında kararlılık dışında dikkate alınması gereken başka hususlar da vardır. Bunların başında denetleyicinin performansı gelmektedir. Yani tasarlanan denetleyici belli başlı tasarım kriterlerini sağlamalıdır.

5.5.1 Optimal Performans

Garanti değer yaklaşımını kullanarak [5.19] ile ifade edilen sistemin belirli bir performans seviyesine erişmesini sağlayalım. Değer fonksiyonu aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$J = \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u) dt \quad [5.24]$$

Burada

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad u = -Kx$$

Değer fonksiyonunu minimize etmek için aşağıdaki Lyapunov denklemini sağlayan pozitif tanımlı bir $P > 0$ bulunmalıdır:

$$(A - BK)^T P + P(A - BK) + Q + K^T R K = 0 \quad [5.25]$$

Burada $Q \geq 0$ ve $R > 0$ ağırlık matrislerdir. Bu matrislerin değerlerinin seçimi için farklı yöntemler bulunmaktadır [49,50]. EK-2’de bu yöntemlerden bazıları ile ilgili kısa bilgi ve Johnson algoritmasına göre bu matrislerin hesaplanması için kullanılacak bir MATLAB kodu verilmektedir.

J 'nin minimum değerini $\min\{J\} = x(0)^T P x(0)$ şeklinde ifade edebiliriz.

Eğer [5.25] no.lu Lyapunov denklemini eşitlik yerine matris eşitsizliği şeklinde yazarsak, eşitsizliğin çözümü performans kriteri J 'nin üst sınırı olacaktır ve bu üst sınır minimize edilerek $\min\{J\}$ 'ye erişilebilir. Bu sonuç tek bir LTI sistemi için geçerlidir ancak [5.19] no.lu denklemdeki duruma da genişletilebilir. Değer fonksiyonu J 'nin başlangıç koşullarına bağlılığını engellemek için, başlangıç koşullarının sıfır ortalamaya ve birim kovaryansa sahip olduğunu varsayalım. Yani

$$\begin{cases} E\{x(0)\} = 0 \\ E\{x(0)x(0)^T\} = I \end{cases}$$

Burada E beklenen değer operatörüdür.

Amacımız performans göstergesi J 'nin beklenen değerini, sıfır ortalama ve birim kovaryansa sahip bütün olası başlangıç koşulları kapsamında minimize etmektir.

Sıfır ortalamaya ve birim kovaryansa sahip başlangıç koşulları için aşağıdaki denklemi yazabiliriz:

$$E_x(0)\{x(0)^T P x(0)\} = \text{tr}(P)$$

Burada $\text{tr}(\cdot)$ matrisin izini ifade etmektedir. Bu bilgiyi kullanarak aşağıdaki teoremi ifade edebiliriz.

Teorem 2: [5.19] ile ifade edilen kapalı çevrim bulanık sistemi ele alalım. Performans kriteri J üzerindeki sınır koşulu şu şekildedir:

$$J = E_{x(0)} \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u) dt < tr(P) \quad [5.26]$$

Burada P aşağıdaki eşitsizliklerin çözümüdür:

$$\begin{cases} (A_i - B_i K_i)^T P + P(A_i - B_i K_i) + Q + \sum_{i=1}^r K_i^T R K_i < 0 \\ G_{ij}^T P + P G_{ij} + Q + \sum_{i=1}^r K_i^T R K_i < 0, \quad i = 1, 2, \dots, r; \quad i < j \leq r \end{cases} \quad [5.27]$$

Kontrol kuralı ise [5.12] no.lu denklemde tanımlandığı gibidir.

Şimdi [5.22] no.lu denklemdeki değişken dönüşümlerinin aynılarını kullandığımızda, [5.27] no.lu denklemdeki eşitsizliğin her iki tarafını P^{-1} ile çarparak ve birinci teoremi kullanarak [5.27] ile ifade edilen eşitsizlikleri aşağıdaki gibi yazabiliriz:

$$\begin{cases} N_i + Y Q Y + \sum_{i=1}^r X_i^T R X_i < 0, \quad i = 1, 2, \dots, r \\ T_{ij} + Y Q Y + \sum_{i=1}^r X_i^T R X_i < 0, \quad i < j \leq r \end{cases} \quad [5.28]$$

Burada

$$N_i = Y A_i^T + A_i Y - B_i X_i - X_i^T B_i^T$$

$$T_{ij} = Y(A_i + A_j)^T + (A_i + A_j)Y - S_{ij} - S_{ij}^T$$

$$S_{ij} = B_i X_j + B_j X_i$$

Yukarıdaki matris eşitsizlikleri şu şekilde yazılabilir [51]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \begin{bmatrix} N_i & YQ^{1/2} & X_1^T R^{1/2} & \dots & X_r^T R^{1/2} \\ Q^{1/2}Y & -I_n & 0 & \dots & 0 \\ R^{1/2}X_1 & 0 & -I_m & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ R^{1/2}X_1 & 0 & 0 & \dots & -I_m \end{bmatrix} < 0, & i = 1, 2, \dots, r \\ \\ \begin{bmatrix} T_{ij} & YQ^{1/2} & X_1^T R^{1/2} & \dots & X_r^T R^{1/2} \\ Q^{1/2}Y & -I_n & 0 & \dots & 0 \\ R^{1/2}X_1 & 0 & -I_m & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ R^{1/2}X_r & 0 & 0 & \dots & -I_m \end{bmatrix} < 0, & i < j \leq r \end{array} \right. \quad [5.29]$$

Kuadratik bir Lyapunov fonksiyonu kullanarak, olası en küçük üst sınırı elde etmek için, [5.29]'daki matris eşitsizlikleri kapsamında aşağıdaki optimizasyon problemini çözmemiz gerekir:

$$\mathbf{min} \operatorname{tr}(Y^{-1}) \quad [5.30]$$

[5.30]'da belirtilen problem LMI Control Toolbox kullanılarak çözülebilir. Ancak LMI Control Toolbox kullanımını mümkün kılabilmek için Y^{-1} üzerindeki üst sınırı Z ile ifade edersek problem $\operatorname{tr}(Z)$ 'nin minimize edilmesi problemine dönüşür. Bu durumda [5.29]'daki eşitsizliklere ve

$$\begin{bmatrix} Z & I_n \\ I_n & Y \end{bmatrix} > 0 \quad [5.31]$$

eşitsizliğine bağlı olarak problem aşağıdaki forma dönüşür:

$$\mathbf{min} \operatorname{tr}(Z) \quad [5.32]$$

Eğer [5.29] ve [5.31] ile ifade edilen doğrusal matris eşitsizliklerinin olası bir çözümü varsa denetleyici katsayıları şu şekilde hesaplanır:

$$K_i = X_i Y^{-1} \quad [5.33]$$

5.5.2 Tasarım Örneği: Ters Sarkaç

Bu bölümde, 5.2.2’de modellenen 2 kurallı ters sarkaç sistemi için yukarıda bahsedilen kararlılık ve performans koşullarını sağlayan denetleyici katsayıları belirlenecektir. Ters sarkaç sisteminin parametre değerleri aşağıdaki gibidir:

$$m = 2 \text{ kg}$$

$$M = 8 \text{ kg}$$

$$2l = 1 \text{ m}$$

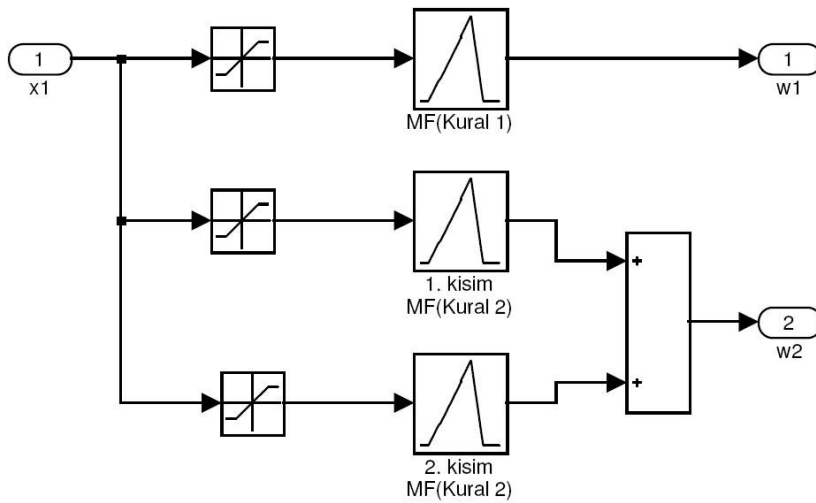
$$\alpha = \frac{1}{m + M} = 0.1 \text{ kg}^{-1}$$

Bu durumda

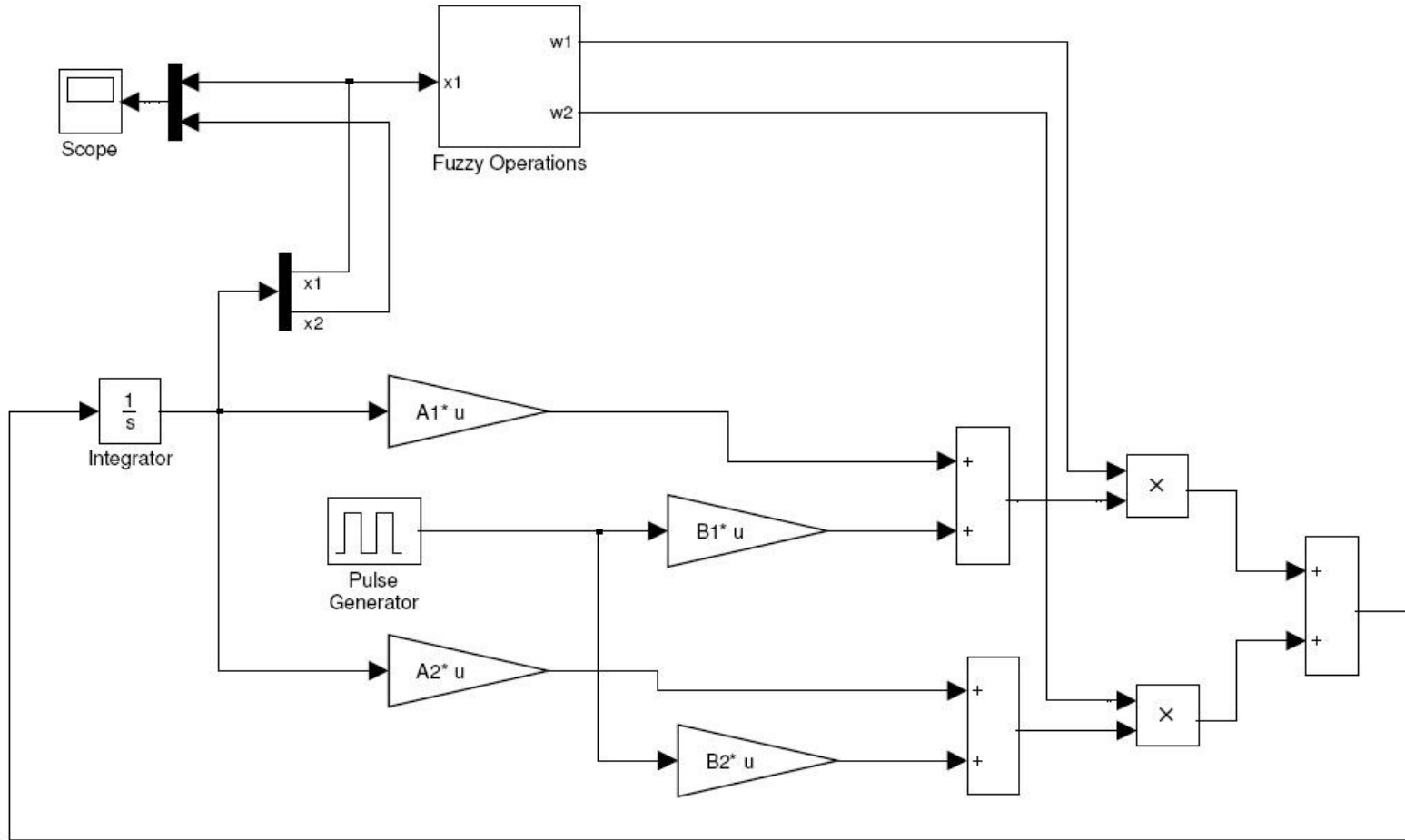
$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 17.3 & 0 \end{bmatrix} \quad B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ -0.177 \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 9.36 & 0 \end{bmatrix} \quad B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ -0.005 \end{bmatrix}$$

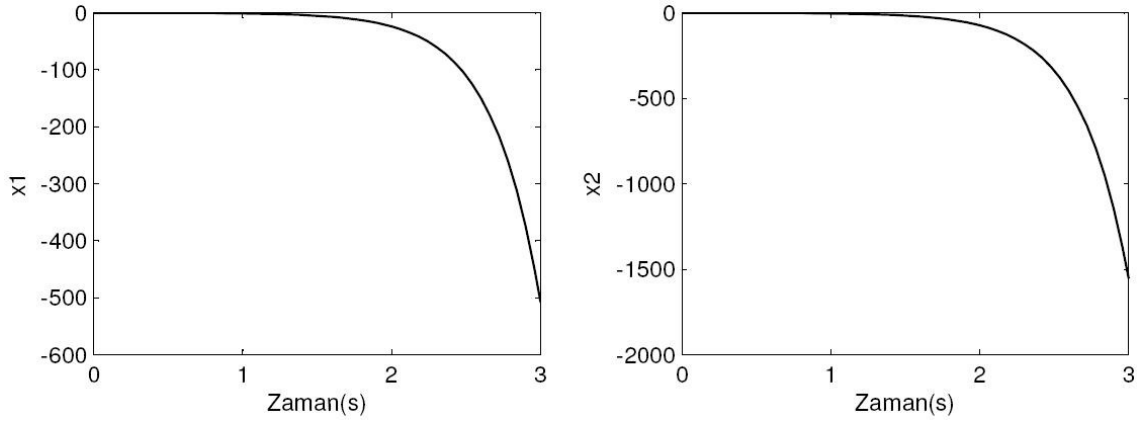
Şekil 5.6’da, 2 kurallı ters sarkaç T-S bulanık modelinin oluşturulması için gerekli bulanık işlemlerin gerçekleştirildiği “Fuzzy Operations” alt bloğu, Şekil 5.7’de ise, 2 kurallı ters sarkaç T-S modeli gösterilmektedir. Sisteme bir giriş sinyali uygulanmış ve sistem cevabı gözlemlenmiştir (Şekil 5.8).



Şekil 5.6 Fuzzy Operations bloğu



Şekil 5.7 İki kurallı ters sarkaç T-S bulanık modelinin Simulink implementasyonu



Şekil 5.8 İki kurallı kararsız ters sarkaç sisteminde sarkaç açısı (x_1) ve açısal hız (x_2)

Şekil 5.8 incelendiğinde sistemin kararsız olduğu görülmektedir.

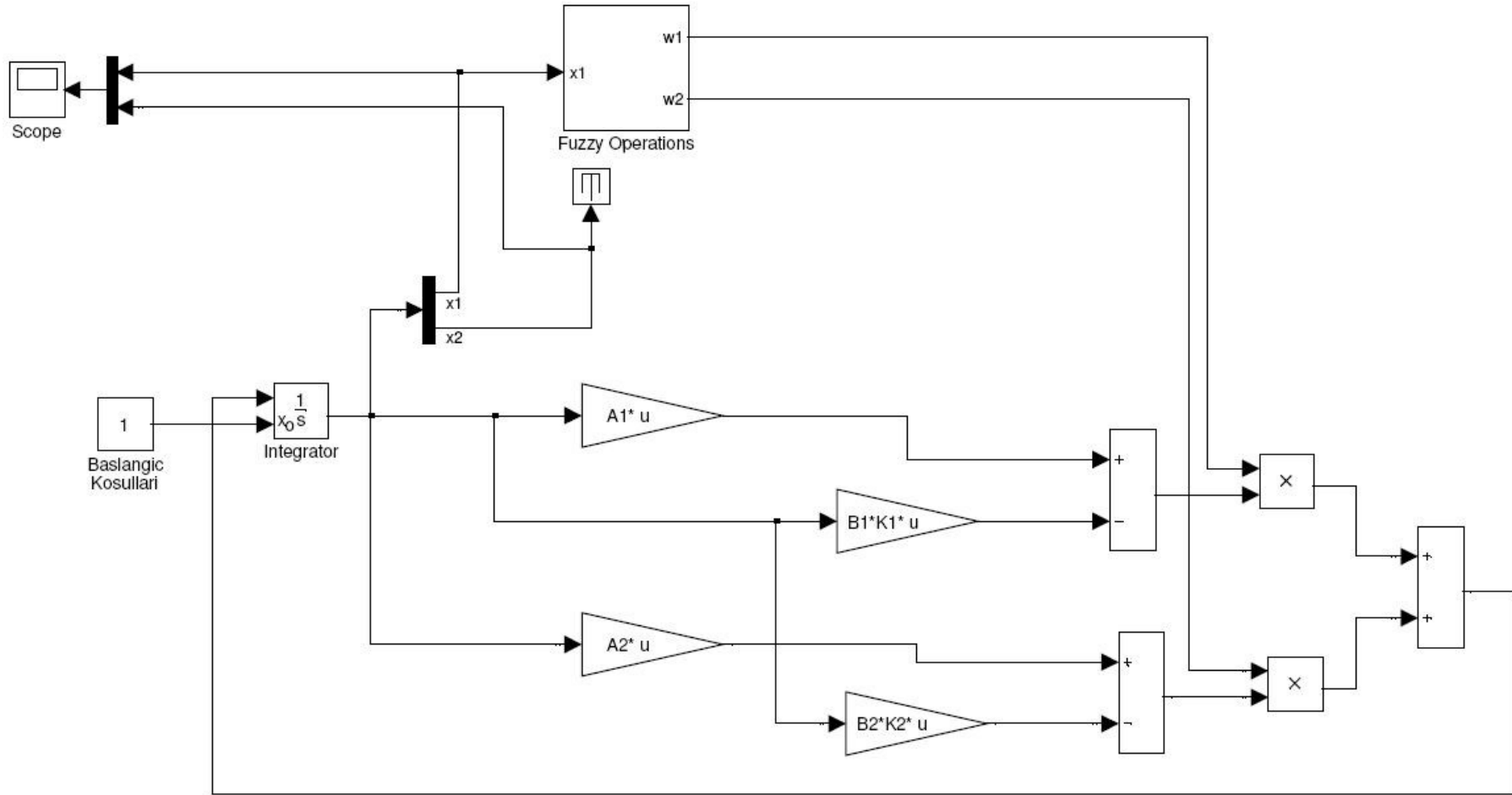
Kararlılık ve performans koşullarını sağlayan denetleyici katsayılarının bulunması için LMI Control Toolbox'ta yazılan kod EK-3'te verilmiştir.

Buna göre bulunan katsayılar

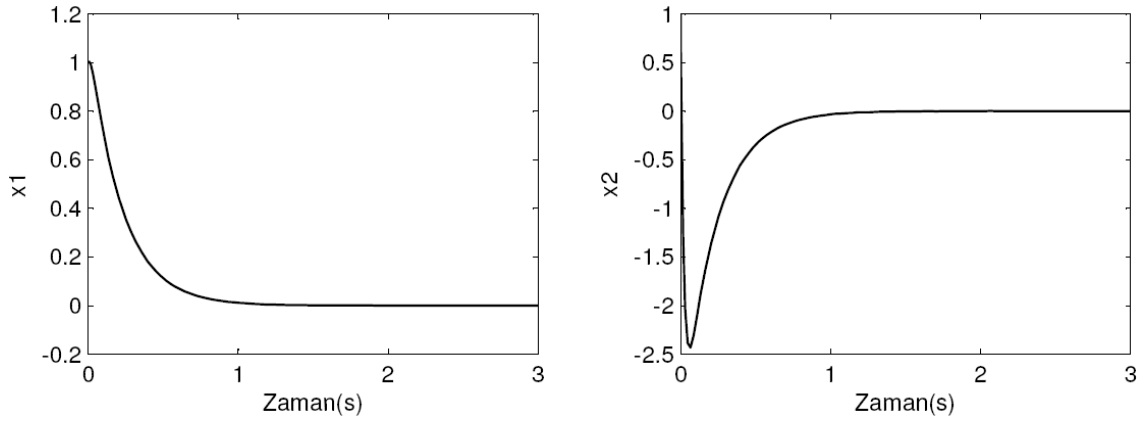
$$K_1 = [-2006.9 \quad -637.71]$$

$$K_2 = [-5648.9 \quad -1824.7]$$

Şekil 5.9'da 2 kurallı ters sarkaç T-S modeline, sistemi kararlı hale getiren denetleyici katsayılarının da dahil edildiği kontrol sistemi gösterilmektedir. Ters sarkaç sistemi, başlangıç açısı $1 \text{ rad} (\approx 58^\circ)$ için test edilmiş ve sistemin çok kısa sürede ters sarkacı dik pozisyona (0°) getirdiği gözlemlenmiştir (Şekil 5.10).



Şekil 5.9 Kararlı ters sarkaç kontrol sistemi



Şekil 5.10 Ters sarkaç açısı(x_1) ve açısal hız (x_2)

5.6 Lyapunov Tabanlı Bulanık Denetleyici

Tanaka ve Sugeno tarafından önerilen kararlı bulanık kontrol sistemi tasarım yaklaşımı, kontrol edilecek süreci T-S bulanık modelleme yöntemi ile modelledikten sonra, her alt sistem için oluşturulan bulanık denetleyicinin, Lyapunov kararlılık kriterlerine göre kararlılığını analiz eder ve sistemin tamamının kararlılığını sağlayacak pozitif tanımlı matrisin varlığını araştırır. Ancak bu yöntemdeki dezavantajlardan birisi, bütün bulanık alt sistemlerin kararlı olmasını sağlayabilecek ortak Lyapunov fonksiyonunun bulunmasıdır. Yöntemin bir diğer dezavantajı ise, bulanık modelin oluşturulabilmesi için sistemin matematiksel modelinin bilinmesinin gerekliliğidir. Rustamov ve Namazov, bulanık röle regülatör sentezinde, anahtarlama fonksiyonu (switching function) için optimal anahtarlama zamanlarını makro değişken adını verdikleri bir fonksiyona (durum değişkenlerinin Euclidean normları) ve bu fonksiyonun türevlerine bağlı olarak belirlemişler ve böylece matematiksel modeli bilinmeyen birçok dinamik nesne için bulanık kontrol stratejisi oluşturulabileceğini göstermişlerdir [52]. Daha sonraki çalışmalarında, Rustamov ve Namazov bu anlayışı biraz daha geliştirerek, matematiksel modeli bilinmeyen nesnelere kararlı hale getirebilecek bulanık sistem sentezinde yeni bir yöntem geliştirmişlerdir [53]. Li vd. ise kuralları uzman bilgisine, operatör deneyimine veya kontrol edilecek sistem hakkında detaylı bilgiye sahip olmadan, sistematik bir biçimde oluşturulan yeni bir bulanık denetleyici önermişlerdir [43]. Bu yeni yöntem bulanık denetleyicinin sentezinde harcanan çaba ve zamanın minimize edilmesine yardımcı olmaktadır. Denetleyici kurallarının sistematik olarak oluşturulduğu çalışmalar daha önceden de gerçekleştirilmiştir [7,54] ancak bu

çalışmalarda kararlılık analizi bulunmamaktadır. Li vd.'nin önerdiği yöntemde ise denetleyici kurallarının oluşturulmasında Lyapunov kararlılık kriterleri kullanılmaktadır. Bu nedenle önerilen denetleyici yapısı, kontrol edilen süreci doğal olarak kararlı hale getirmektedir.

şimdi kontrol edilecek sürecin matematiksel modeli olmadan ve nesne hakkında çok az bilgiye sahip olarak, Lyapunov kararlılık kriterlerine göre kararlı bulanık kontrol sistemleri oluşturmak için kullanılan bu yöntemleri yukarıda bahsedildikleri sırayla inceleyelim.

5.6.1 Makro Değişken ve Türevlerine Bağlı Olarak Kontrol Sinyalinin Oluşturulması

Optimal hıza sahip kontrol sistemlerinin oluşturulmasında en önemli problem kontrol sinyalinin anahtarlama zamanlarının belirlenmesidir. Anahtarlama fonksiyonunun gerçek zamanlı implementasyonunda birçok problem bulunmaktadır. Genel durumda anahtarlama fonksiyonu, başlangıç koşulları bilinmeyen bir konjüge denklem sisteminin çözümü ile belirlenir. Elde edilen sonuç geri besleme formunda değil, zamana bağlı bir fonksiyon biçimindedir. Ayrıca konjüge denklemlerde nesne parametreleri de yer almaktadır ki bu durum nesnenin tam bir matematiksel modelinin bilinmesini gerektirir.

Önerilen yöntemde ise optimal anahtarlama zamanları, pozitif tanımlı bir $V(x)$ fonksiyonunun ve bu fonksiyonun türevlerinin analizi ile, matematiksel hesaplamalardaki zorluklar ortadan kaldırılacak biçimde belirlenir.

Modeli bilinmeyen dinamik bir nesnenin, herhangi bir $x_0 \in R^n$ başlangıç koşulundan $x = 0$ noktasına yaklaştırılması ve bu nokta civarında tutulması problemini ele alalım.

Problemlerle ilgili sadece şunlar bilinmektedir:

- 1) Nesne bir boyutludur (yani tek giriş tek çıkışlı (SISO) bir nesnedir)
- 2) Nesne kontrol edilebilir
- 3) $V(x)$ fonksiyonu ve türevleri bilinmektedir

Kontrol sinyali $u = \pm 1$ şeklinde iki konumlu röle formundadır. Bu durumda sentez problemi, nesneyi $x = 0$ civarına getirecek anahtarlama zamanlarının, nesnenin hareket rejimleri incelenerek bulanık olarak belirlenmesi problemine indirgenir.

5.6.2 Dilsel Kuralların Hareket Rejimlerine Göre Oluşturulması

Makro değişken olarak adlandırılan aşağıdaki pozitif tanımlı fonksiyonu ele alalım:

$$V(x) = x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2 \quad [5.34]$$

Bu fonksiyon nesnenin koordinat ekseninin orijin noktasından uzaklığı olarak düşünülebilir. Bu özelliğe bağlı olarak eğer $\dot{V}(x) > 0$ ise $V(x)$ artıyor, $\dot{V}(x) < 0$ ise $V(x)$ azalıyor demektir. Buna göre aşağıdaki hareket rejimleri belirlenebilir:

- 1) Hızlanarak uzaklaşma - $\dot{V} > 0, \ddot{V} > 0$
- 2) Yavaşlayarak uzaklaşma - $\dot{V} > 0, \ddot{V} < 0$
- 3) Hızlanarak yaklaşma - $\dot{V} < 0, \ddot{V} < 0$
- 4) Yavaşlayarak yaklaşma - $\dot{V} < 0, \ddot{V} > 0$ [5.35]

Son iki durumda (3 ve 4) kontrol sinyalinin anahtarlanmasına gerek yoktur çünkü nesne $x = 0$ noktasına yaklaşmaktadır. Kontrol sinyalinin ikinci durumda anahtarlanmasına da gerek yoktur çünkü yavaşlama durumunda nesne belli bir süre sonra duracak, daha sonra rejimde değişiklik meydana gelecektir.

Birinci durumu daha detaylı biçimde ele alalım. Bu durum iki alt rejime bölünebilir. Bunlardan ilki şöyledir:

$$\lim_{t \rightarrow t_k} \dot{V}(t) = \text{sabit} > 0, \quad \lim_{t \rightarrow t_k} \ddot{V}(t) = 0 \quad [5.36]$$

İkinci alt rejim ise aşağıdaki gibidir:

$$\lim_{t \rightarrow t_k} \dot{V}(t) = N_1, \quad \lim_{t \rightarrow t_k} \ddot{V}(t) = N_2 \quad [5.37]$$

Burada t_k sonlu bir zaman, N_1 ve N_2 ise yeterince büyük sayılardır.

İlk alt rejim, t_k zamanı boyunca nesne $x = 0$ noktasının kabul edilebilir derecede yakınında kalacağı için “doğru” olarak değerlendirilecek, $t > t_k$ zamanında ise nesne farklı rejimlere girecektir. İkinci alt rejimle karşılaştığında ise, nesne engellenemeyecek biçimde istenilen durumdan uzaklaşabileceği için kontrol sinyali anahtarlanmalıdır. Bu durum kararsız nesnelere için tipik bir durumdur.

Bu alt rejimlerin, ikinci türevin işaretine bağlı olarak belirlenmesi mümkün değildir çünkü her iki durumda da $\dot{V} > 0$ 'dır. İlk alt rejimde \dot{V} 'nin azaldığı, ikinci alt rejimde ise arttığı göz önünde bulundurulursa, bu rejimler üçüncü türevin ($\ddot{\dot{V}}$) işaretine

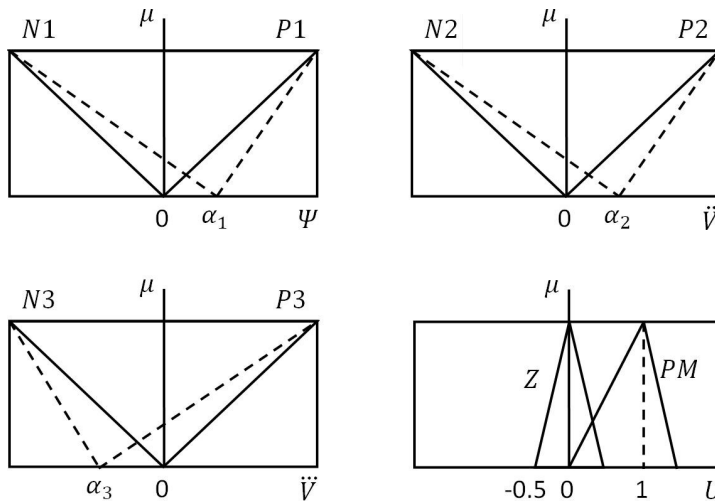
bakılarak belirlenebilir. İlk durumda $\dot{V} > 0$, $\ddot{V} > 0$, $\ddot{V} < 0$, ikinci durumda ise $\dot{V} > 0$, $\ddot{V} > 0$, $\ddot{V} > 0$ olur.

Bu nedenle sadece $\dot{V} > 0$, $\ddot{V} > 0$, $\ddot{V} > 0$ durumu “yanlış” olarak nitelendirilir ve sadece bu durumla karşılaşıldığında kontrol sinyali anahtarlanmalıdır. Röle sistemlerinde karşılaşılan kayma rejimlerini ve eğrilerin $x = 0$ noktası civarının dışında sıkışmasını engellemek için anahtarlama belli bir gecikmeden sonra gerçekleştirilmelidir. Bu gecikmenin süresi üyelik fonksiyonları yeniden düzenlenerek ayarlanabilir.

Yukarıdaki hareket rejimlerinin analizinden bulanık anahtarlama algoritması aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$\begin{aligned}
 &E\check{G}ER \dot{V} = P1 \text{ ve } \ddot{V} = P2 \text{ ve } \ddot{V} = P3 \text{ ise } O \text{ HALDE } U = PM \\
 &E\check{G}ER \dot{V} = P1 \text{ ve } \ddot{V} = P2 \text{ ve } \ddot{V} = N3 \text{ ise } O \text{ HALDE } U = Z \\
 &E\check{G}ER \dot{V} = P1 \text{ ve } \ddot{V} = N2 \text{ ise } O \text{ HALDE } U = Z \\
 &E\check{G}ER \dot{V} = N1 \text{ ise } O \text{ HALDE } U = Z
 \end{aligned}
 \tag{5.38}$$

Burada N – negatif, P – pozitif, PM – pozitif orta, Z – sıfır anlamındadır. $U = PM$ iken kontrol sinyali anahtarlanır, $U = Z$ iken olduğu gibi korunur. Yukarıdaki bulanık terimlere karşılık gelen bulanık kümeler Şekil 5.11’de gösterilmektedir. [5.38] no.lu denklemdeki anahtarlama algoritması bir bulanık rejim analizörü aracılığı ile oluşturulur.



Şekil 5.11 Üyelik fonksiyonları

5.6.3 Bulanık Rejim Analizörünün Ayarlanması

Optimal hıza sahip röle sistemlerinin anahtarlama stratejileri analiz edildiğinde, anahtarlamanın belli bir gecikme ile gerçekleştiği görülmektedir. Bu gecikmedeki değişim, α_1, α_2 ve α_3 noktalarının x eksenindeki yerlerinin değiştirilmesi ile gerçekleştirilebilir.

Ayrıca durağan haldeki osilasyonların genliğini azaltabilmek için, $\dot{V}(x)$ fonksiyonunun değerinin, nesnenin $x = 0$ noktasına yakınlığına bağlı bir fonksiyona bağlı olarak düzenlenmesi gerekir. Bunun için [5.38]'de \dot{V} yerine aşağıdaki fonksiyon kullanılır:

$$\Psi(x) = K(t)\dot{V}(x) \quad [5.39]$$

Burada $K(t)$ aşağıdaki gibi tanımlanan pozitif tanımlı bir kazançtır:

$$K(t) = \frac{k}{[V(x)+0.01]^\alpha} \quad [5.40]$$

$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, k$ ve α parametreleri manuel olarak ayarlanmalıdır.

5.6.4 Denetleyici Kurallarının Lyapunov Kararlılık Kriterlerine Göre Oluşturulması

Ayrık zamanlı, tek girişli, doğrusal olmayan ve aşağıdaki gibi ifade edilen sistemi ele alalım:

$$\begin{aligned} x(k+1) &= f(x(k), u(k)) \\ y(k) &= g(x(k)) \end{aligned} \quad [5.41]$$

Burada

$u(k) = \textit{kontrol sinyali}$

$x(k) = \textit{durum}$

$y(k) = \textit{çıkış sinyali}$

Amaç, çıkış sinyalinin referans sinyalini ($y_d(k)$) izlemesini sağlayacak $u(k)$ 'nin bulunmasıdır.

Kararlı bulanık kural kümesini elde etmek için aşağıdaki Lyapunov fonksiyon adayını ele alalım:

$$V(e(k), \Delta e(k)) = \frac{1}{2}(\omega_e \times e^T \cdot e + \omega_c \times \Delta e^T \cdot \Delta e) \quad [5.42]$$

Burada

$$e(k) = y(k) - y_d(k)$$

$$\Delta e(k) = e(k) - e(k - 1)$$

ω_e ve ω_c ise $e(k)$ ve $\Delta e(k)$ 'nin ağırlık sabitleridir. İzleme probleminde sürecin ataletinden kaynaklanan osilasyonlar oluşabilir. Bu nedenle osilasyonu azaltmak için hata değişim hızının da dikkate alınması faydalıdır. Kararlılık için, aşağıdaki koşul sağlanmalıdır:

$$\Delta V(k) = V(k) - V(k - 1) < 0 \quad [5.43]$$

[5.43] no.lu denklemdeki kararlılık kriterinin sağlanabilmesi için, $\Delta V(k)$ ile $\Delta u(k)$ (kontrol girişinin değişim hızı) arasındaki ilişki belirlenmelidir. Kontrol kuralının aşağıdaki gibi olduğunu varsayalım:

$$u(k + 1) = u(k) + \Delta u(k + 1) \quad [5.44]$$

Kontrol sinyalinin artışının, Lyapunov fonksiyonunun değişimi ile orantılı olduğunu varsayarsak

$$\frac{\Delta V(k+1)}{\Delta u(k+1)} = \frac{\Delta V(k)}{\Delta u(k)} \quad [5.45]$$

[5.44] no.lu denklemdeki $\Delta u(k + 1)$ teriminin işareti $V(k)$ 'nin değişiminin $u(k)$ 'nin değişimine oranından belirlenebilir. Yani

$$\text{sign}(\Delta u(k + 1)) = -\text{sign}\left(\frac{\Delta V(k)}{\Delta u(k)}\right) \quad [5.46]$$

Bu durumda

$$\Delta V(k+1) = \left(\frac{\Delta V(k)}{\Delta u(k)} \right) \cdot \Delta u(k+1) < 0 \quad [5.47]$$

Tasarım amacı, kontrol sinyalinin artışını ($\Delta u(k+1)$), [5.47] no.lu denklemi sürekli sağlayacak biçimde elde etmektir. Yukarıdaki kontrol işlemleri, aşağıdaki dilsel kurallar biçiminde özetlenebilir:

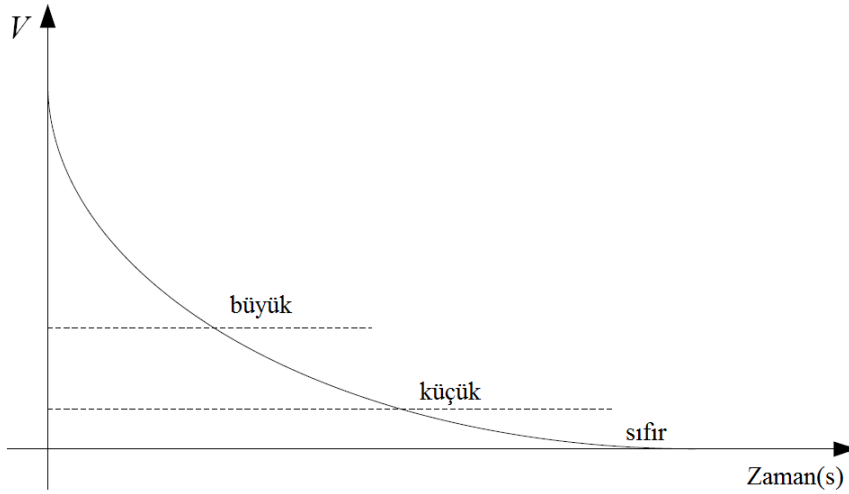
$$\begin{aligned} E\check{G}ER \Delta V(k)/\Delta u(k) \text{ negatif ise } O \text{ HALDE } \Delta u(k+1)'in \text{ i\ss areti pozitif} \\ E\check{G}ER \Delta V(k)/\Delta u(k) \text{ pozitif ise } O \text{ HALDE } \Delta u(k+1)'in \text{ i\ss areti negatif} \end{aligned} \quad [5.48]$$

Böylece kontrol sinyalinin değeri, Lyapunov fonksiyonunun değerini azaltacak şekilde ayarlanabilir. Ancak [5.48]'deki kontrol komutu, kontrol sinyalinin genliği hakkında herhangi bir bilgi vermemektedir.

Yukarıdaki sonuçlara göre $\Delta V(k)/\Delta u(k)$ ile $\Delta u(k+1)$ arasındaki ilişki belirlenebilir ancak bu ilişki sadece ΔV 'nin negatif olması gerektiğini söylemektedir. Δu 'nun genliği hakkında herhangi bir bilgi bulunmamaktadır. Bu nedenle [5.48] no.lu denklem bir sistemin kontrolünde yeterince iyi değildir. Örneğin $\Delta V(k)$ negatif büyük ve $V(k)$ yaklaşık sıfır iken, [5.48] no.lu denklemle belirlenen kontrol işlemleri, sistem cevabının osilasyon yapmasına ve yerleşme zamanının artmasına neden olur. Aynı şekilde $\Delta V(k)$ negatif küçük ve $V(k)$ büyük iken, kontrol işlemleri yavaş bir yaklaşma hızına sebep olacaktır. Yani $\Delta V(k)$ ve $V(k)$ 'nin koşulları sistem cevabını ciddi bir şekilde etkileyebilir ve kontrol stratejisinin elde edilmesinde dikkate alınmalıdır. $\Delta V(k)$ ve $V(k)$ 'nin koşullarından, kontrol performansını artıracak ve osilasyon ve/veya uzun yerleşme zamanı gibi istenmeyen durumları ortadan kaldıracak bir kontrol stratejisi elde edebiliriz.

[5.42] no.lu denklemde tanımlanan Lyapunov fonksiyonu, o anki durumlarla istenilen durumlar arasındaki uzaklık olarak düşünülebilir. Kontrol işleminin amacı, sistem durumlarını istenilen durumlara mümkün olan en kısa zamanda getirmektir. $V(k)$ 'nin beklenen zaman cevabının Şekil 5.12'de gösterildiği gibi üstel olarak azalan bir fonksiyon olduğunu varsayalım. Bu üstel azalan fonksiyonu üç kısma ayıralım ve bu

kısımları büyük, küçük ve sıfır adını verdiğimiz dilsel değişkenler biçiminde tanımlayalım. Ayrıca $V(k)$ 'nin değişim hızını da $(\Delta V(k))$ pozitif, sıfır ve negatif olarak ifade edelim. Bu durumda $\Delta V(k)$ 'nin işareti, $V(k)$ 'nin değişim yönünü, yani istenilen eğriden uzaklaşıp yaklaşmasını ifade eder. İstenmeyen bir durumdan geri dönebilmek için daha büyük bir kontrol sinyali gerekirken, sistemi istenilen eğride tutabilmek için orta şiddette bir kontrol sinyali gerekir. $V(k)$ sıfır ve $\Delta V(k)$ küçük iken, sistem $y_d(k)$ 'ya ulaşır ve bu durumda osilasyonu azaltmak ve yerleşme zamanını düşürmek için sadece küçük bir kontrol sinyali gerekir.



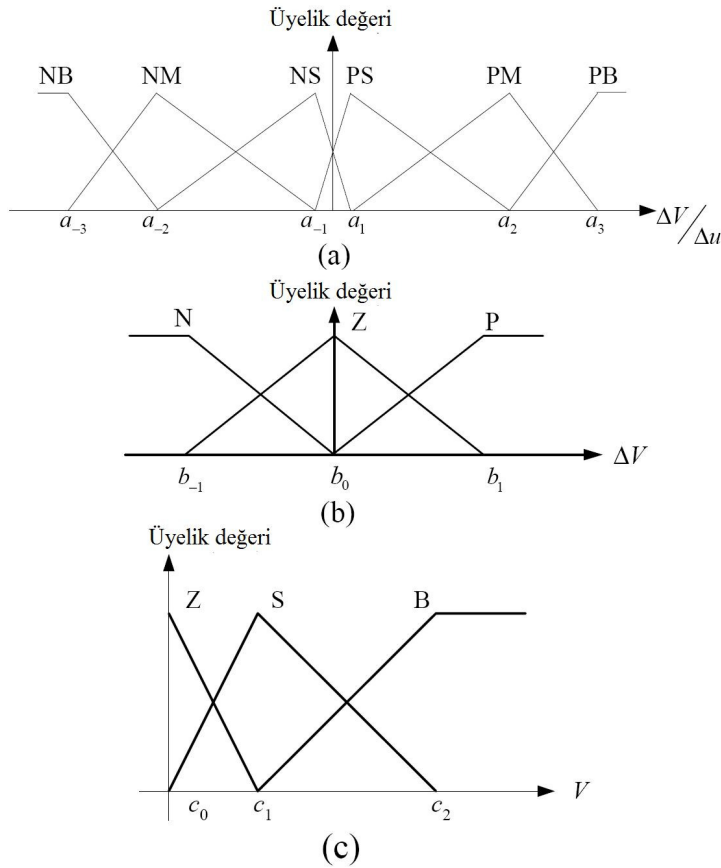
Şekil 5.12 Lyapunov fonksiyonunun istenilen zaman cevabı

Oluşturulan bulanık denetleyici aşağıdaki gibi ifade edilen bulanık PI tipi bir denetleyicidir:

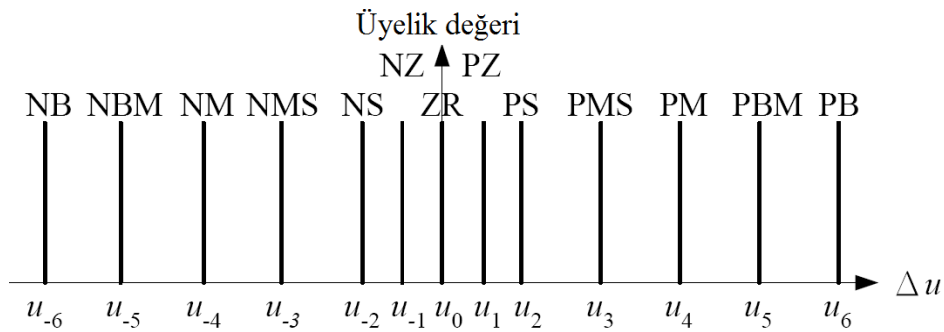
$$\Delta u(k + 1) = F \left(V(k), \Delta V(k), \frac{\Delta V(k)}{\Delta u(k)} \right) \quad [5.49]$$

Burada F , $V(k)$, $\Delta V(k)$ ve $\Delta V(k)/\Delta u(k)$ bulanık değişkenlerinin bulanık bir bağıntısıdır. [5.47] no.lu denklemden, $\Delta V(k + 1)$ 'in, $\Delta V(k)/\Delta u(k)$ ile $\Delta u(k + 1)$ 'in çarpımı ile orantılı olduğu görülebilir. İstenilen duruma hızlı bir şekilde yaklaşan bir regülasyon elde edebilmek için, denetleyici $\Delta V(k + 1) < -\sigma_i$ olacak şekilde tasarlanmalıdır. Burada i, S, MS, M, MB ve B bulanık kümelerini ifade etmektedir ve $\sigma_B > \sigma_{MB} > \sigma_M > \sigma_{MS} > \sigma_S$ şeklindedir. Giriş değişkenlerinin bulanık kümeleri, $V(k)$ için $\{Z, S, B\}$, $\Delta V(k)$ için $\{N, Z, P\}$ ve $\Delta V(k)/\Delta u(k)$ için de $\{NB, NM, NS, PS, PM, PB\}$

şeklinde tanımlanmıştır. Bunlara karşılık gelen, normalize edilmiş üyelik fonksiyonları Şekil 5.13'te gösterilmektedir. Çıkış değişkeni $\Delta u(k+1)$ için tanımlanan bulanık kümeler ise $\{NB, NBM, NM, NMS, NS, NZ, ZR, PZ, PS, PMS, PM, PBM, PB\}$ şeklindedir ve Şekil 5.14'te gösterildiği gibi singleton tipinde üyelik fonksiyonları kullanılmıştır.



Şekil 5.13 Giriş değişkenlerinin normalize edilmiş üyelik fonksiyonları



Şekil 5.14. Çıkış değişkeninin normalize edilmiş üyelik fonksiyonu

Bütün kurallar Çizelge 5.1’de verilmiştir. Toplamda 54 kuraldan oluşan kural tabanı özetle aşağıdaki 9 dilsel ifade ile açıklanabilir:

- 1) *EĞER $V(k)$ büyük ve $\Delta V(k)$ pozitif ise O HALDE $\Delta u(k + 1)$,
 $\left(\frac{\Delta V(k)}{\Delta u(k)}\right) \times \Delta u(k + 1)$ negatif büyük
 olacak biçimde ayarlanmalıdır yani $\Delta V(k + 1) < -\sigma_B$,*
- 2) *EĞER $V(k)$ büyük ve $\Delta V(k)$ sıfır ise O HALDE $\Delta u(k + 1)$,
 $\left(\frac{\Delta V(k)}{\Delta u(k)}\right) \times \Delta u(k + 1)$ negatif orta büyük
 olacak biçimde ayarlanmalıdır yani $\Delta V(k + 1) < -\sigma_{MB}$*
- 3) *EĞER $V(k)$ büyük ve $\Delta V(k)$ negatif ise O HALDE $\Delta u(k + 1)$,
 $\left(\frac{\Delta V(k)}{\Delta u(k)}\right) \times \Delta u(k + 1)$ negatif orta
 olacak biçimde ayarlanmalıdır yani $\Delta V(k + 1) < -\sigma_M$*
- 4) *EĞER $V(k)$ küçük ve $\Delta V(k)$ pozitif ise O HALDE $\Delta u(k + 1)$,
 $\left(\frac{\Delta V(k)}{\Delta u(k)}\right) \times \Delta u(k + 1)$ negatif orta büyük
 olacak biçimde ayarlanmalıdır yani $\Delta V(k + 1) < -\sigma_{MB}$*
- 5) *EĞER $V(k)$ küçük ve $\Delta V(k)$ sıfır ise O HALDE $\Delta u(k + 1)$,
 $\left(\frac{\Delta V(k)}{\Delta u(k)}\right) \times \Delta u(k + 1)$ negatif orta
 olacak biçimde ayarlanmalıdır yani $\Delta V(k + 1) < -\sigma_M$*
- 6) *EĞER $V(k)$ küçük ve $\Delta V(k)$ negatif ise O HALDE $\Delta u(k + 1)$,
 $\left(\frac{\Delta V(k)}{\Delta u(k)}\right) \times \Delta u(k + 1)$ negatif orta küçük
 olacak biçimde ayarlanmalıdır yani $\Delta V(k + 1) < -\sigma_{MS}$*
- 7) *EĞER $V(k)$ sıfır ve $\Delta V(k)$ pozitif ise O HALDE $\Delta u(k + 1)$,
 $\left(\frac{\Delta V(k)}{\Delta u(k)}\right) \times \Delta u(k + 1)$ negatif orta
 olacak biçimde ayarlanmalıdır yani $\Delta V(k + 1) < -\sigma_M$*
- 8) *EĞER $V(k)$ sıfır ve $\Delta V(k)$ sıfır ise O HALDE $\Delta u(k + 1)$,
 $\left(\frac{\Delta V(k)}{\Delta u(k)}\right) \times \Delta u(k + 1)$ negatif küçük
 olacak biçimde ayarlanmalıdır yani $\Delta V(k + 1) < -\sigma_S$*

- 9) EĞER $V(k)$ sıfır ve $\Delta V(k)$ negatif ise 0 HALDE $\Delta u(k+1)$,
 $\left(\frac{\Delta V(k)}{\Delta u(k)}\right) \times \Delta u(k+1)$ negatif orta küçük
 olacak biçimde ayarlanmalıdır yani $\Delta V(k+1) < -\sigma_{MS}$

Bu denetleyici, düşük veya yüksek mertebeden, doğrusal veya doğrusal olmayan ve kararlı veya kararsız bütün sistemlere uygulanabilir. Önerilen kontrol stratejisinin tek sınırı, kontrol edilecek sürecin çıkışının kararlı hale getirilebilir olmasıdır.

Çizelge 5.1 Lyapunov tabanlı denetleyici için kural tabanı

$\Delta u(k+1)$				$\Delta V(k)/\Delta u(k)$					
				PB	PM	PS	NS	NM	NB
$V(k)$	B	$\Delta V(k)$	P	u_{-4}	u_{-5}	u_{-6}	u_6	u_5	u_4
			Z	u_{-3}	u_{-4}	u_{-5}	u_5	u_4	u_3
			N	u_{-2}	u_{-3}	u_{-4}	u_4	u_3	u_2
	S	$\Delta V(k)$	P	u_{-3}	u_{-4}	u_{-5}	u_5	u_4	u_3
			Z	u_{-2}	u_{-3}	u_{-4}	u_4	u_3	u_2
			N	u_{-1}	u_{-2}	u_{-3}	u_3	u_2	u_1
	Z	$\Delta V(k)$	P	u_{-2}	u_{-3}	u_{-4}	u_4	u_3	u_2
			Z	u_0	u_{-1}	u_{-2}	u_2	u_1	u_0
			N	u_{-1}	u_{-2}	u_{-3}	u_3	u_2	u_1

Li vd. bu yöntemi doğrusal ve doğrusal olmayan sistemlerin kontrolü için uygulamış ve oluşturulan kontrol algoritmasının, sistemin Lyapunov kararlılık anlayışına göre kararlı olmasını garanti edecek bir yaklaşım olduğunu ifade etmişlerdir.

6 – SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Çalışmada elde edilen sonuçlar aşağıdaki gibi sıralanabilir:

- 1) DC motor konum kontrolü için MATLAB/Simulink ortamında PD ve FPD denetleyici tasarlanmış ve tasarlanan denetleyicilerin parametreleri geleneksel parametre ayarlama yöntemlerinden farklı olarak bir Simulink bloğu ile gerçekleştirilmiştir. Ayarlama esnasında parametrelerin başlangıç değerleri $K_p = K_D = 1$ olarak atanmıştır. PD denetleyicinin parametrelerinin optimizasyon süreci incelendiğinde (Şekil 4.4), optimal parametre değerlerinin birkaç iterasyonda bulunduğu gözlemlenebilir. Bu durum deneme-yanılma veya Ziegler-Nichols yöntemlerine göre harcanan çaba ve zamanı oldukça azaltmıştır. Tasarlanan FPD denetleyicinin diğer özellikleri sabit tutulmak üzere durulaştırma yöntemleri değiştirilmiş ve bütün yöntemler için denetleyici parametreleri ayarlanarak, sistem cevabı incelenmiştir. Şekil 4.11 ve Çizelge 4.4 incelendiğinde durulaştırma yöntemleri değiştirildiğinde, özellikle kontrol sinyallerinde ve sistem cevabında değişiklikler (artış zamanı, yerleşme zamanı, durağan hal hatası) olduğu ve farklı durulaştırma yöntemleri için optimal parametre değerlerinin değiştiği gözlemlenebilir.

Parametreleri sabit tutulan FPD denetleyicinin sistem girişine etki eden bozucu sinyalin etkisini giderebildiği ve sistem cevabını referans değer civarında tutabildiği ancak PD denetleyicinin bozucu sinyal altında kontrolü sağlayamadığı görülmüştür.

- 2) Ters sarkaç sistemi, yerel yaklaşım yöntemi ile 2 kurallı Takagi-Sugeno bulanık modeli şeklinde modellenmiş, sistemin kontrolü için paralel dağılımlı kompanzasyon yöntemi kullanılmıştır. Oluşturulan bulanık denetleyicinin kontrol stratejisi, durum geri beslemeli denetleyici biçimindedir.

Lyapunov kararlılık anlayışı incelenmiş, Lyapunov'un birinci ve ikinci yöntemleri açıklanarak, PDC yöntemi ile tasarlanan durum geri beslemeli bulanık denetleyici için yerel geri besleme katsayıları belirlenmiştir.

Katsayıların hesaplanması için çözülmesi gereken Lyapunov eşitsizlikleri, doğrusal matris eşitsizliği formundadır. Ayrıca sisteminin kararlı olmasının yanı sıra, performansının da optimal olması arzu edilmiş, bu nedenle garanti değer fonksiyonu ile belirlenen performans kriterini de sağlayacak bir çözüm

aranmıştır. Bu durum daha karmaşık doğrusal matris eşitsizliklerinin çözümünü gerektirmektedir ancak çözüm için oluşturulan algoritmaya bağlı olarak, LMI Control Toolbox ile bir kod yazılmış ve hem sistemi kararlı hale getiren hem de performans kriterlerini sağlayan katsayılar bu kod ile belirlenmiştir.

İki kurallı T-S ters sarkaç sistemi MATLAB/Simulink ortamında modellenerek (Şekil 5.7), sistemi kararlı hale getiren denetleyici de modele dahil edilmiş (Şekil 5.9) ve başlangıç açısı yaklaşık 58° olan ters sarkacın çok kısa sürede dik konuma geldiği ve bu konumu koruduğu gözlemlenmektedir (Şekil 5.10).

- 3) Son olarak, uzman bilgisi ve operatör deneyiminden yoksun, nesne hakkında çok az bilgiye sahip olunan durumlarda, sistemi kararlı hale getirecek bulanık denetleyicinin oluşturulmasında kullanılan bazı yöntemler incelenmiştir.

Bu yöntemlerin ilkinde, sistem durumlarının istenilen durumdan uzaklığını ifade eden bir Lyapunov fonksiyonu (çalışmada makro değişken olarak adlandırılmıştır) ve bu fonksiyonun birinci, ikinci ve üçüncü türevleri kullanılarak, röle tipi bulanık denetleyici ile kontrol edilen sistemi kararlı hale getirecek anahtarlama zamanlarının nasıl belirlenebileceği araştırılmıştır. Burada Lyapunov fonksiyonunun türevleri, sistemin hareket rejimlerini ifade etmektedir. Yöntemin en önemli dezavantajlarından birisi, bulanık denetleyicinin giriş-çıkış değişkenlerindeki bulanık kümelerin ve kontrol sistemindeki bazı parametrelerin, istenilen performansı elde edebilmek için manuel olarak ayarlanmasıdır.

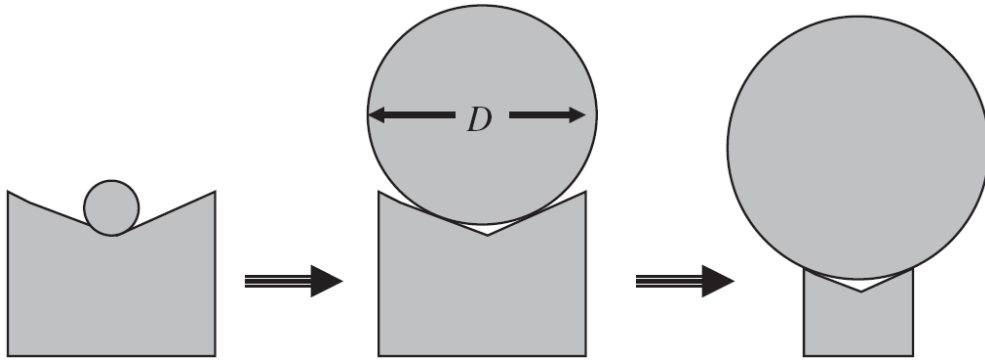
İkinci yöntemde ise sistemin kararlı olmasını sağlayacak bulanık kuralların elde edilmesi için, seçilen Lyapunov fonksiyonunun değişim hızı ile kontrol sinyalinin değişim hızı arasındaki ilişkiden faydalanılır. Seçilen Lyapunov fonksiyonu hataya ve hatanın değişim hızına bağlı bir fonksiyondur ve ilk yöntemdekine benzer biçimde, o anki durum ile istenilen durum arasındaki uzaklığı ifade etmektedir.

Tasarım amacı, sistemin kararlılığını sürekli olarak sağlayacak kontrol sinyali artışının belirlenmesidir. Bu artış, Lyapunov fonksiyonunun değerini azaltacak şekilde ayarlanmalıdır.

Bu yöntemde oluşturulan denetleyici bulanık PI tipi bir denetleyicidir ve kural tabanı toplamda 54 kuraldan meydana gelmektedir (Çizelge 5.1). Bu yöntem, düşük veya yüksek mertebeden, doğrusal veya doğrusal olmayan, kararlı veya kararsız bütün sistemlere uygulanabilir.

Çalışmanın genelinde bahsedilen avantajları nedeniyle bulanık kontrol sistemleri, gerek günlük hayatta gerekse bilimsel literatürde ağırlığını hissettirmeye başlamış, özellikle de son dönemlerde bulanık kontrol sistemlerinin kararlılığı ile ilgili çalışmalar artmıştır. Zadeh, son çalışmalarından birinde [42], bilimde artık iki değerli (bivalence) mantıktan vazgeçilerek, bulanık mantığa geçilmesi gerektiğini ima etmiş ve kararlılık kavramının da aslında bulanık bir kavram olduğunu, Lyapunov kararlılık tanımından yola çıkarak ifade etmiştir.

Ağız genişliği d olan bir kutunun üzerine çapı D olan bir topun yerleştirildiğini düşünelim (Şekil 6.1). D , d 'den az biraz büyük olduğu durumda sistem kararlı olacaktır. D arttıkça sistemin kararlılığı giderek azalacaktır. Ancak Lyapunov'un kararlılık tanımına göre, $D > d$ koşulunu sağlayan bütün D değerleri için sistem kararlıdır. Buradaki problem, Lyapunov'un iki değerli kararlılık tanımına göre sistemin kararlı ya da kararsız olması, kararlılığın derecelendirilmemesidir.



Şekil 6.1 Bulanık bir kavram olarak kararlılık

7 – KAYNAKLAR

- [1] Zadeh, L. A. (1965). Fuzzy Sets, *Information and Control*, 8, 338-353
- [2] Zadeh, L. A. (1973). Outline of a New Approach to the Analysis of Complex Systems and Decision Processes, *IEEE Trans. Syst., Man, and Cyber.*, 3(1), 28-44
- [3] Zadeh, L. A. (1974). On the Analysis of Large-Scale Systems. *Systems Approaches and Environment Problems*, Gottinger, H. (Ed.), Vandenhoeck and Ruprecht, Göttingen, 23-27
- [4] Assilian, S. and Mamdani, E.H. (1974). An Experiment in Linguistic Synthesis with a Fuzzy Logic Controller, *Int. J. Man-Machine Studies*, 7(1), 1-13
- [5] Kickert, W. J. M. and van Nauta Lemke, H. R. (1976). Application of a Fuzzy Controller in a Warm Water Plant, *Automatica*, 12(4), 301-308
- [6] Mamdani, E. H. (1977). Application of Fuzzy Logic to Approximate Reasoning Using Linguistic Synthesis, *IEEE Trans. Computers*, 26(12), 1182-1191
- [7] Procyk, T. J. and Mamdani, E. H. (1979). A Linguistic Self-Organizing Process Controller, *Automatica*, 15(1), 15-30
- [8] Østergaard, J. J. (1977). Fuzzy Logic Control of a Heat Exchanger System, *Fuzzy Automata and Decision Processes*, Eds. Gupta, M. M., Saridis, G. N. and Gaines, B. R., North-Holland, Amsterdam, 285-320
- [9] Holmblad, L. P. and Østergaard, J. J. (1982). Control of a Cement Kiln by Fuzzy Logic, *Fuzzy Automata and Decision Processes*, Eds. Gupta, M. M., Saridis, G. N. and Gaines, B. R., North-Holland, Amsterdam, 389-399
- [10] Elmas, Ç. (2003). Bulanık Mantık Denetleyiciler: Kuram, Uygulama, Sinirsel Bulanık Mantık, *Dördüncü Bölüm*, Seçkin Yayıncılık, 4-5
- [11] Zimmermann, H. J. (1993). *Fuzzy Set Theory – and Its Applications*, Kluwer Academic Publishers, Boston
- [12] Zadeh, L. A. (1975). The Concept of a Linguistic Variable and Its Applications to Approximate Reasoning, *Information Sciences*, 8, 199-249
- [13] Passino, K. M. and Yurkovich S. (1997). *Fuzzy Control*, Addison Wesley Longman, Inc., California, 1-2
- [14] Passino, K. M. and Yurkovich S. (1997). *Fuzzy Control*, Addison Wesley Longman, Inc., California, 25-49

- [15] Jantzen, J. (2007). Foundations of Fuzzy Control, John Wiley & Sons, Ltd., West Sussex, England, 52
- [16] Passino, K. M. and Yurkovich S. (1997). Fuzzy Control, Addison Wesley Longman, Inc., California, 61-62
- [17] Jantzen, J. (2007). Foundations of Fuzzy Control, John Wiley & Sons, Ltd., West Sussex, England, 47-48
- [18] Takagi, T. and Sugeno, M. (1985). Fuzzy Identification of Systems and Its Applications to Modeling and Control, IEEE Trans. Syst., Man, and Cyber., 15, 116-132
- [19] Lin, P.H., Hwang, S. and Chou J. (1994). Comparison on Fuzzy Logic and PID Controls for a DC Motor Position Controller, Conf. Rec. 1994 IEEE Industry App. Soc. Annu. Meet., 1930-1935
- [20] Azevedo, H.R., Brandao, S.F.M. and Mota Alves J.B. (1993). A Fuzzy Logic Controller for dc Motor Position Control, IEEE 2nd Int. Work. Emerging Tech. and Factory Automation. Design and Op. of Int. Factories. Workshop Proc., 18-27
- [21] Bal, G., Bekiroglu, E., Demirbas, S. and Colak, I. (2004). Fuzzy logic based DSP controlled servo position control for ultrasonic motor, Energy Conv. and Management, 45, 3139–3153
- [22] Mishra, M.K., Kothari A.G., Kothari, D.P. and Ghosh, A. (1998). Development of a Fuzzy Logic Controller for Servo Systems, IEEE Reg. 10 Int. Conf. Global Connectivity in Energy, Comp., Comm. and Cont. (TENCON '98), 204-207
- [23] Kwon, C. J., Han, W.Y., Kim, S.J. and Lee, C.G. (2003). Speed controller with adaptive fuzzy tuning for BLDC motor drive under load variations, SICE Annu. Conf., 3118-3121
- [24] Zadeh, M. H., Yazdian A. and Mohamadian M. (2006). Robust Position Control in DC Motor by Fuzzy Sliding Mode Control, Int. Symp. Power Elec., Electrical Drives, Automation and Motion (SPEEDAM 2006), 1413-1418
- [25] Namazov, M., Samet, R. and Huseynov R. (2007). Modelling and Simulation of the Fuzzy Relay Type Controller for Solving the Double Integrator Control Problems, Proc. 9th WSEAS Int. Conf. Auto. Control, Modelling&Sim., 7-11
- [26] Chapman, S. J. (2005). Electric Machinery Fundamentals, McGraw Hill, New York, 547-558
- [27] Jantzen, J. (2007). Foundations of Fuzzy Control, John Wiley & Sons, Ltd., West Sussex, England, 79-83
- [28] Ogata, K. (1997). Modern Control Engineering, Prentice Hall, New Jersey, 670-672

- [29] Anonim (2008). Simulink® Response Optimization™ Getting Started Guide, The MathWorks Inc., Natick
- [30] Veremey and S.B. Pogojev, Nonlinear Control Design Blockset (<http://matlab.exponenta.ru/nonlinecondes/book1/preface.php>)
- [31] Jantzen, J. (2007). Foundations of Fuzzy Control, John Wiley & Sons, Ltd., West Sussex, England, 64-65
- [32] Jantzen, J. (2007). Foundations of Fuzzy Control, John Wiley & Sons, Ltd., West Sussex, England, 74-75
- [33] Chand, S. and Hansen, S. (1989). Energy Based Stability Analysis of a Fuzzy Roll Controller Design for a Flexible Aircraft Wing, IEEE Proc. 28th Conf. Decision and Control, Florida, 705-709
- [34] Langari, G. and Tomizuka, M. (1990). Stability of Fuzzy Linguistic Control Systems, IEEE Proc. 29th Conf. Decision and Control, Hawaii, 2185-2190
- [35] Cao, S. G., Rees, N. W. and Feng, G. (1994). Stability Analysis of Fuzzy Control Systems, Proc. of 2nd Australian and New Zealand Conf. Int. Info. Syst., Australia, 219-223
- [36] Tanaka, K. and Sano, M. (1994). A Robust Stabilization Problem of Fuzzy Control Systems and Its Application to Backing Up of a Truck-Trailer, IEEE Trans. Fuzzy Syst., 2(2), 119-134
- [37] Wang, H. O., Tanaka, K. and Griffin, M. F. (1996). An Approach to Fuzzy Control of Nonlinear Systems: Stability and Design Issues, IEEE Trans. Fuzzy Syst., 4(1), 14-23
- [38] Abonyi, J., Nagy, L. and Szeifert, F. (1997). Takagi-Sugeno Fuzzy Control of Batch Polymerization Reactors, Proc. 2nd Online World Conf. Soft Computing (WSC2), Budapest, 251-255
- [39] Mannani, A., Talebi, H. A. (2003). A Fuzzy Lyapunov-based Control Strategy for a Macro-Micro Manipulator, Proc. IEEE Conf. Control App., Istanbul, 368-373
- [40] Mannani, A., Talebi, H. A. (2007). A Fuzzy Lyapunov-based Control Strategy for a Macro-Micro Manipulator: Experimental Results, IEEE Trans. Control Syst. Tech., 15(2), 375-383
- [41] Khaber, F., Zehar, K. and Hamzaoui, A. (2006). State Feedback Controller Design via Takagi-Sugeno Fuzzy Model: LMI Approach, Int. J. Comp. Int., 2(3), 148-153
- [42] Zadeh, L. A. (2006). Generalized Theory of Uncertainty (GTU) – Principal Concepts and Ideas, Comp. Stat. & Data Analysis, 51, 15-46

- [43] Li, J.H., Li, T. S. and Chen, C.Y. (2007). Design of Lyapunov Function Based Fuzzy Logic Controller for a Class of Discrete-Time Systems, *Int. J. Fuzzy Syst.*, 9(1), 1-7
- [44] Tanaka, K. and Wang, H. O. (2001). *Fuzzy Control Systems Design and Analysis: A Linear Matrix Inequality Approach*, John Wiley & Sons, Inc., New York, 9-13
- [45] Tanaka, K. and Wang, H. O. (2001). *Fuzzy Control Systems Design and Analysis: A Linear Matrix Inequality Approach*, John Wiley & Sons, Inc., New York, 14-22
- [46] Passino, K. M. and Yurkovich S. (1997). *Fuzzy Control*, Addison Wesley Longman, Inc., California, 193-197
- [47] Gahinet, P., Nemirovski, A., Laub, A. J. and Chilali, M. (1995). *LMI Control Toolbox for Use with MATLAB*, The MathWorks, Inc., Natick
- [48] Boyd, S., Ghaoui, L., Feron, E. and Balakrishnan, V. (1994). *Linear Matrix Inequalities in Systems and Control Theory*, Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM) Books, Philadelphia
- [49] Xue, D., Chen, Y. Q. and Atherton, D. P. (2007). *Linear Feedback Control: Analysis and Design with MATLAB*, Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM) Books, Philadelphia, 156-159
- [50] Johnson, C. (1988). The Unreachable Poles Defect in LQR Theory: Analysis and Remedy, *Int. J. Control*, 47, 697-709
- [51] Dorato, P., Abdallah, C. T. and Cerone, V. (1995). *Linear Quadratic Control: An Introduction*, Prentice Hall, New Jersey
- [52] Rustamov, G. A., Namazov, M. B. and Misrikhanov, L. M. (2007). Synthesis of a Relay Regulator with Fuzzy Switching Times on the Basis of a Macro-variable, *Automatic Control and Comp. Sci.*, 41(3), 158-163
- [53] Rustamov G. A. and Namazov, M. B. (2007). An Approach to the Synthesis of Fuzzy Stabilization Systems with a Priori Unknown Model of an Object, *Automatic Control and Comp. Sci.*, 41(5), 259-264
- [54] Pal, N. R., Mudi, R. K., Pal, K. and Patranabis, D. (2004). Rule Extraction Through Exploratory Data Analysis for Self-Tuning Fuzzy Controller, *Int. J. Fuzzy Syst.*, 6(2), 71-80

EK-1
DOĞRUSAL MATRİS EŞİTSİZLİKLERİ

DOĞRUSAL MATRİS EŞİTSİZLİKLERİ

Bir doğrusal matris eşitsizliği (LMI) aşağıdaki formda ifade edilen herhangi bir sınır şartıdır:

$$A(x) := A_0 + x_1 A_1 + \dots + x_n A_n < 0 \quad [E1.1]$$

Burada

$x = (x_1, \dots, x_n)$ bilinmeyen skalar vektörü

A_0, \dots, A_n bilinen simetrik matrisler

" < 0 " negatif tanımlı anlamına gelmektedir. Yani $A(x)$ 'in en büyük öz değeri negatiftir.

Yukarıdaki LMI x üzerinde konveks bir sınırdır çünkü $A(y) < 0$ ve $A(z) < 0$ ise $A\left(\frac{y+z}{2}\right) < 0$ olur. Sonuç olarak

Bu eşitsizliğin çözüm kümesi "olası küme" (feasible set) olarak adlandırılır ve R^n 'in konveks bir alt kümesidir.

Bu durumda yukarıdaki denklemin çözümünü bulmak (eğer çözümü varsa) bir konveks optimizasyon problemidir.

Konvekslik önemli bir sonuç doğurur: [E1.1]'in analitik olarak çözümü mümkün olmasa bile nümerik olarak çözümün bulunması garantidir. Birçok LMI koşulu tek bir LMI gibi algılanabilir çünkü

$$\begin{cases} A_1(x) < 0 \\ \vdots \\ A_K(x) < 0 \end{cases}$$

$A(x) := \text{diag}(A_1(x), \dots, A_K(x))$ ile eşdeğerdir.

Burada $\text{diag}(A_1(x), \dots, A_K(x))$ köşegeni üzerinde $A_1(x), \dots, A_K(x)$ bulunan blok diyagonal matristir. Yani birden çok LMI, konveksliği bozmadan karar değişkenleri vektörü x üzerine yüklenebilir.

Kontrol uygulamalarının çoğunda doğrusal matris eşitsizlikleri [E1.1]'deki gibi kanonik formda yer almazlar, daha çok aşağıdaki formdadırlar:

$$L(X_1, \dots, X_n) < R(X_1, \dots, X_n)$$

Burada $L(\cdot)$ ve $R(\cdot)$ yapısal matris değişkenleri X_1, \dots, X_n 'e bağlı fonksiyonlardır. Buna örnek olarak aşağıdaki Lyapunov eşitsizliği gösterilebilir:

$$A^T X + XA < 0 \quad [E1.2]$$

Burada X bilinmeyen simetrik bir matristir. x_1, \dots, x_n , X matrisinin bağımsız skalar değişkenleri olarak tanımlandığında bu LMI [E1.1] formunda yazılabilir.

LMI teknikleri kullanılarak çözülen bazı problemler şunlardır:

- a) LTI belirsizlik içeren sistemlerin gürbüz kararlılığı
- b) Parametre bağımlı sistemlerin Lyapunov kararlılığı
- c) Çok modellenli/çok amaçlı durum geri beslemeli tasarım
- d) Optimal doğrusal kuadratik Gaussian (LQG) kontrol
- e) Gürbüz H_∞ kontrol
- f) Stokastik sistemlerin kontrolü

Doğrusal matris eşitsizlikleri ve LMI teknikleri, kontrol mühendisliğinden sistem tanımayaya ve yapısal tasarıma kadar uzanan birçok alanda güçlü tasarım araçları sağlamaktadır. Aşağıdaki üç faktör LMI tekniklerini çekici kılmaktadır:

- 1) Birçok tasarım kriteri ve sınır koşulları LMI şeklinde ifade edilebilir.
- 2) LMI şeklinde formülize edilen problemler, etkili konveks optimizasyon algoritmaları ile tam olarak çözülebilir
- 3) Çoklu sınır koşullarına veya amaçlara sahip problemler, matris denklemleri şeklindeki analitik çözümlerden yoksun olmasına rağmen LMI çerçevesinde kolaylıkla çözülebilir. Bu durum LMI tabanlı tasarımı klasik analitik yöntemlere kıyasla değerli alternatif bir yöntem kılmaktadır.

LMI Control Toolbox iki amaca hizmet eder:

- 1) LMI tabanlı analiz ve gürbüz kontrol sistemleri tasarımı için araçlar sunar
- 2) Genel LMI problemlerinin tanımlanması ve çözümünü için esnek ve kullanıcı dostu bir ortam sunar.

EK-2
AĞIRLIK MATRİSLERİNİN SEÇİMİ
VE
JOHNSON ALGORİTMASI İÇİN MATLAB KODU

AĞIRLIK MATRİSLERİNİN SEÇİMİ VE JOHNSON ALGORİTMASI İÇİN MATLAB KODU

8.1 Ağırlık Matrislerinin Seçimi

Doğrusal kuadratik regülasyon (LQR) sistemlerinde performansın, ağırlık matrislerinin seçiminden de etkilendiği görülmektedir. Bu nedenle seçilen bir Q ve R çifti için optimal olan bir LQR çözümü, başka bir seçimle optimal olmayabilir. Uygulamada, bir kontrol sisteminin performans kriterleri, Q ve R terimleri ile ifade edilmez, bu nedenle tasarımcı performans kriterlerini sağlayan Q ve R değerlerinin bulunması problemi ile karşı karşıya kalacaktır.

Tek giriş tek çıkışlı (SISO) durumlarda, R matrisi sıfır olmayan bir skalar olduğu için, bu matrise birim değer atanarak sadece Q matrisi ayarlanabilir. Aşağıda ağırlık matrislerinin seçiminde yaygın olarak kullanılan birkaç stratejiden bahsedilmektedir.

8.1.1 Ucuz Kontrol

Ucuz kontrol kavramı kontrol çabasının pahalı olmadığını ve sistemin dinamik davranışını garanti altına alabilmek için herhangi bir büyüklükteki kontrol sinyalinin kullanılabilmesi anlamına gelmektedir. Bu durumda $u(t)$ üzerindeki ağırlık (yani R) çok küçük seçilebilir. $R = 1$ ise, $u(t)$ üzerindeki ağırlık (yani Q) çok büyük olmalıdır.

8.1.2 Pahalı Kontrol

Ucuz kontrol ile karşılaştırıldığında, pahalı kontrol stratejisinde kontrol değerinin çok yüksek olduğu varsayılır. Bu nedenle kontrol sinyali $u(t)$ mümkün olduğu kadar küçük olmalıdır. Bu durumda büyük bir R kullanılabilir. $R = 1$ ise Q çok küçük olmalıdır.

8.1.3 Kararlılık Derecesi Tasarımı

Eğer denetleyici tasarımında bütün kapalı çevrim kutupları, $\alpha > 0$ olmak üzere $s = -\alpha$ 'nın solunda yer alırsa, bu duruma “ $-\alpha$ kararlılık derecesi” denir. Bunun için aşağıdaki gibi bir performans indisi tanımlanmalıdır:

$$J = \int_0^{\infty} e^{2\alpha t} (x^T Q x + u^2) dt \quad [E2.1]$$

Burada Q sabit bir matristir. $\xi(t) = e^{\alpha t}x(t)$ şeklinde yeni bir durum değişkeni ve $v(t) = e^{\alpha t}u(t)$ şeklinde yeni bir kontrol sinyali tanımlarsak, orijinal durum uzayı denklemini $\dot{\xi} = (A + \alpha I)\xi + Bv$ şeklinde yazılabilir. Bu durumda [E2.1] denklemini aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$J = \int_0^{\infty} [\xi^T(t)Q\xi(t) + v^2(t)]dt \quad [E2.2]$$

Bu durumda modifiye edilmiş cebirsel Riccati denklemi şu şekildedir:

$$(A + \alpha I)^T P + P(A + \alpha I) + Q - PBB^T P = 0 \quad [E2.3]$$

Burada optimal kontrol kanunu $u^*(t) = -B^T P x(t)$ şeklindedir.

8.2 Johnson Algoritması için MATLAB Kodu

```

1. function q = weight(a,b,p)
2. s = size(a);
3. n = s(1);
4. c = eye(s);
5. d = zeros(size(b));
6. q = zeros(s);
7. p = rot90(poly(p),2);
8. f = rot90(poly(a),2);
9. f = f(2:n+1);
10. m = f;
11. for ii = 1:n-1,
12.     c = [ f(ii+1:n) zeros(1,ii) ];
13.     m = [m;c];
14. end;
15. g = ctrb(a,b(:,1));
16. if rcond(g) < eps
17.     error('System must be controllable from first input.');
```

```

30.                                     q(k,k)=q(k,k)+(p(ii)*p(t)-a(n,ii)*a(n,t))*(1)^(k+ii);
31.                                     end;
32.                                     end;
33.                                     q(k,k) = q(k,k) + 2*(-1)^(n+k-1)*(p(2*k-n-1)+a(n,2*k-n-1));
34.                                     end;
35.                                     end;
36.                                     q = inv(T)*q*inv(T);
37.                                     return;

```

EK-3
DENETLEYİCİ KATSAYILARININ HESAPLANMASI
İÇİN MATLAB KODU

DENETLEYİCİ KATSAYILARININ HESAPLANMASI İÇİN MATLAB KODU

```
1. % Model parametreleri
2. A1=[0 1;17.3 0]; B1=[0;-0.177];
3. A2=[0 1;9.36 0]; B2=[0;-0.005];
4. Q=[3 0;0 0]; SQ=sqrt(Q);
5. R=2; SR=sqrt(R);
6. A3=A1+A2;
7. % P, K1 ve K2'nin hesaplanması
8. setlmis([]);
9. X1=lmivar(2,[1 2]);
10. X2=lmivar(2,[1 2]);
11. Y=lmivar(1,[2 1]);
12. Z=lmivar(1,[2 1]);
13. lmiterm([1 1 1 Y],1,A1','s');
14. lmiterm([1 1 1 X1],B1,-1,'s');
15. lmiterm([1 2 1 Y],SQ,1);
16. lmiterm([1 2 2 0],-1);
17. lmiterm([1 3 1 X1],SR,1);
18. lmiterm([1 3 3 0],-1);
19. lmiterm([1 4 1 X2],SR,1);
20. lmiterm([1 4 4 0],-1);
21. lmiterm([2 1 1 Y],1,A2','s');
22. lmiterm([2 1 1 X2],B2,-1,'s');
23. lmiterm([2 2 1 Y],SQ,1);
24. lmiterm([2 2 2 0],-1);
25. lmiterm([2 3 1 X1],SR,1);
26. lmiterm([2 3 3 0],-1);
27. lmiterm([2 4 1 X2],SR,1);
28. lmiterm([2 4 4 0],-1);
29. lmiterm([3 1 1 Y],1,A3','s');
30. lmiterm([3 1 1 X1],B2,-1,'s');
31. lmiterm([3 1 1 X2],B1,-1,'s');
32. lmiterm([3 2 1 Y],SQ,1);
33. lmiterm([3 2 2 0],-1);
34. lmiterm([3 3 1 X1],SR,1);
35. lmiterm([3 3 3 0],-1);
36. lmiterm([3 4 1 X2],SR,1);
37. lmiterm([3 4 4 0],-1);
38. lmiterm([-4 1 1 Z],1,1);
39. lmiterm([-4 2 1 0],1);
40. lmiterm([-4 2 2 Y],1,1);
41. lmiterm([-5 1 1 Y],1,1);
42. lmis=getlmis;
43. [tmin,xffeas]=feasp(lmis);
44. x1=dec2mat(lmis,xffeas,X1);
45. x2=dec2mat(lmis,xffeas,X2);
46. y=dec2mat(lmis,xffeas,Y);
47. z=dec2mat(lmis,xffeas,Z);
```

- 48. $P = \text{inv}(y);$
- 49. $K1 = x1 * P;$
- 50. $K2 = x2 * P;$

ÖZGEÇMİŞ

Kişisel bilgiler

Adı Soyadı	Onur Baştürk
Doğum Yeri ve Tarihi	Sivas, 29/02/1984
Medeni Hali	Bekar
Yabancı Dil	İngilizce
İletişim Adresi	Cumhuriyet Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü, 58140-Sivas
E-posta Adresi	obasturk@cumhuriyet.edu.tr

Eğitim ve Akademik Durumu

Lise	Sivas Fen Lisesi, 2002
Lisans	Anadolu Üniversitesi Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü (İngilizce), 2006

İş Tecrübesi

Cumhuriyet Üniversitesi Araştırma görevlisi, 2006-

Ödüller, Teşvikler ve Üyelikler

TMMOB/EMO Üye, 2006-