

**T.C.**  
**ÇANAKKALE ONSEKİZ MART ÜNİVERSİTESİ**  
**FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**  
**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**KAYNAK FONKSİYONLU SKALER ALAN İÇEREN**  
**BAZI KOZMOLOJİK MODELLER**

**Özgür AYDOĞAN**

**Fizik Anabilim Dalı**

**Tezin Sunulduğu Tarih: 30.09.2010**

**Tez Danışmanı:**

**Prof. Dr. İsmail TARHAN**

**ÇANAKKALE**

## YÜKSEK LİSANS TEZİ SINAV SONUÇ FORMU

ÖZGÜR AYDOĞAN tarafından PROF.DR. İSMAİL TARHAN yönetiminde hazırlanan “KAYNAK FONKSİYONLU SKALER ALAN İÇEREN BAZI KOZMOLOJİK MODELLER” başlıklı tez tarafımızdan okunmuş, kapsamı ve niteliği açısından bir Yüksek Lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

Prof.Dr. İsmail TARHAN

---

Danışman

Prof.Dr. Hüsnü BAYSAL

---

Jüri Üyesi

Yrd.Doç.Dr. Muzaffer ÖZDEMİR

---

Jüri Üyesi

Sıra No: .....

Tez Savunma Tarihi : 08/07/2010

Prof. Dr. İsmail TARHAN

---

Müdür

Fen Bilimleri Enstitüsü

## İNTİHAL (AŞIRMA) BEYAN SAYFASI

**Bu tezde görsel, işitsel ve yazılı biçimde sunulan tüm bilgi ve sonuçların akademik ve etik kurallara uyularak tarafımdan elde edildiğini, tez içinde yer alan ancak bu çalışmaya özgü olmayan tüm sonuç ve bilgileri tezde kaynak göstererek belirttiğimi beyan ederim.**

Özgür AYDOĞAN

## TEŞEKKÜR

Bu tezin hazırlanması başta olmak üzere çalıŐmalarımın ve yüksek lisans öğrenimimin her aŐamasında değerli nerileri ile yardımcı olan ve kıymetli vaktini ayıran tez hocam sayın Prof. Dr. İsmail TARHAN'a, bilgisayar programlarının hazırlanması, düzenlenmesi ve sonuçların analizi sırasında yardımlarını esirgemeyen Yrd. Doç. Dr. Sezgin AYGÜN'e ve ArŐ. Gör. Neriman VARLIKLI'ya tüm samimiyetimle teşekkür etmeyi borç bilirim.

Ayrıca; hayatım boyunca maddi ve manevi desteklerini esirgemeyen AİLEME en içten sonsuz teŐekkürlerimi sunarım.

Özgür AYDOĞAN

## SİMGELER VE KISALTMALAR LİSTESİ

**i)** Signatür  $+2$  (+, +, +, -) dir.

**ii)**  $i, j, k, \ell, m, \dots$  Latin indisleri 1, 2, 3, 4 değerlerini alırlar.

**iii)** “ $\partial$ ” kısmi (parçalı) türevi gösterir.

**iv)** “ $\nabla$ ” kovaryant türevi gösterir.  $A_{k\ell}^i \nabla_{\ell} = \frac{\partial A_k^i}{\partial x^\ell} + \Gamma_{m\ell}^i A_k^m - \Gamma_{k\ell}^m A_m^i$

**v)** “ $\dot{\phantom{x}}$ ” zamana göre türevi gösterir.

**vi)** Koordinatlar  $x^1 = x, x^2 = y, x^3 = z, x^4 = t$  dir.

**vii)**  $u^i$  kozmik sicim bulutu dağılımının 4-lü hız vektörüdür.

Komoving koordinatlarda  $u^i = \frac{dx^i}{ds} = \frac{\delta_4^i}{\sqrt{-g_{44}}}$  dir.

## ÖZET

### KAYNAK FONKSİYONLU SKALER ALAN İÇEREN BAZI KOZMOLOJİK MODELLER

Özgür AYDOĞAN

Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi  
Fen Bilimleri Enstitüsü  
Fizik Anabilim Dalı Yüksek Lisans Tezi

Danışman: Prof.Dr. İsmail TARHAN

30.09.2010, 42

Evrenin global yapısı; yüksek enerji fiziği, astrofizik ve modern kozmoloji deneyleri ve gözlemleri sonucu elde edilen verilerin işlenerek değerlendirilmelerinden yola çıkılarak büyük ölçekte homojen kabul edilen uzay-zaman yapılarına dayanmaktadır. Ancak bir çok araştırmalarda ve çalışmalarda; uzay-zamanın eğriliğini oluşturan kozmik madde dağılımı ideal akışkan olarak varsayılmaktadır. Bu varsayıma dayalı kozmolojik modeller, bazı kozmolojik problemleri açıklamada yetersiz kalmaktadırlar. Bu nedenle; evrenin global yapısını incelemeye ideal akışkan madde formuna bazı ilaveler gerekmektedir.

Bu çalışmada, evrenin kozmolojik gelişiminde etkin olduğuna inanılan kaynak fonksiyonuna sahip skaler alan içeren ideal akışkan madde dağılımı, homojen fakat anizotrop bir evreni tanımlayan ve Marder metriği olarak bilinen Bianchi Tipi I metrik için Einstein alan denklemleri elde edilmeye çalışılmış, elde edilen denklemlere çeşitli çözümler araştırılmış ve çözümlerin fiziksel özellikleri ile birlikte asimptotik davranışları incelenerek yorumlanmaya çalışılmıştır.

Elde edilen çözümlerde; kaynaklı skaler alan içeren ideal akışkan madde dağılımına ait enerji momentum tensörü ve Klein-Gordon denklemi kullanılmaktadır.

**Anahtar sözcükler:** Kaynaklı Skaler Alan, İdeal Akışkan, Klein-Gordon Denklemi, Marder metriği, Einstein Alan Denklemleri, Bianchi Tipi Modeller, Kozmik Mikrodalga Fon Anizotropisi.

## ABSTRACT

# SOME COSMOLOGICAL MODELS WITH SCALAR FIELDS INCLUDING SOURCE FUNCTIONS

Özgür AYDOĞAN

Çanakkale Onsekiz Mart University

Graduate School of Science and Engineering

Chair for Physics Thesis of Master of Science

Advisor: Prof. Dr. İsmail TARHAN

30.09.2010, 42

The global structure of the universe in high energy physics, astrophysics and modern cosmology as a result of experiments and observations on the basis of assessment of the data obtained by processing a large-scale structure of space-time is based on the adopted uniform. However, many researches and studies, by the curvature of space-time distribution of cosmic matter is assumed as an ideal fluid. Cosmological models based on this assumption, the statement of some cosmological problems are insufficient. For this reason, the universe must be additions to the global structure of the examination, the ideal fluid substance in some form.

In this study, the function of the universe with a cosmological scalar field with the source believed to be active in the development of an ideal fluid matter distribution, a homogeneous but anisotropic universe of Bianchi type I metric that defines and Marder metric known as the Einstein field equations are obtained for the studied, and researched various solutions obtained from the equations interpreted by examining the asymptotic behavior of solutions with physical properties.

The resulting solutions, containing the scalar field from the ideal fluid energy-momentum tensor of the distribution of matter and the Klein-Gordon equation is used.

**Keywords :** Scalar Field with Source Function, Perfect Fluid, Klein-Gordon Equation, Marder's metrics, Einstein's Field Equations, Bianchi Type Models, Cosmic Microwave Background Anisotropy.

# İÇERİK

	Sayfa
TEZ SINAV SONUÇ BELGESİ .....	ii
İNTİHAL (AŞIRMA) BEYAN SAYFASI .....	iii
TEŞEKKÜR .....	iv
SİMGELER VE KISALTMALAR .....	v
ÖZET .....	vi
ABSTRACT .....	vii
<b>BÖLÜM 1 GİRİŞ .....</b>	<b>1</b>
1.1. Temel Etkileşimler .....	2
1.2. Skaler Alan ve Özellikleri .....	3
<b>BÖLÜM 2 ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR .....</b>	<b>6</b>
<b>BÖLÜM 3 MATERYAL VE YÖNTEM .....</b>	<b>9</b>
3.1. Einstein Alan Denklemleri .....	9
3.2. Enerji-Momentum Tensörü ve Türleri .....	12
<b>BÖLÜM 4 ARAŞTIRMA BULGULARI VE TARTIŞMA .....</b>	<b>15</b>
4.1. Kaynaklı Skaler Alan İçeren İdeal Akışkan Dolu Marder Uzay-Zamanı İçin Alan Denklemleri ve Bazı Temel Bağlıntılar .....	15
4.2. Alan Denklemlerinin Çözümü .....	17
I) $\varepsilon = 0$ Durumu .....	19
II) $\varepsilon = \varepsilon_0 = \text{Sabit}$ Durumu .....	20
III) $\varepsilon = (\varepsilon_1 t + \varepsilon_2)^k$ Durumu .....	21
IV) $\varepsilon = \varepsilon_3 e^{\ell t}$ Durumu .....	22
<b>BÖLÜM 5 SONUÇLAR VE ÖNERİLER.....</b>	<b>25</b>
5.1. Çözümlerin Asimptotik Davranışları ve Bazı Fiziksel Özellikleri .....	25
5.2. Sonuçların İrdelenmesi ve Bazı Öneriler .....	27
<b>KAYNAKLAR .....</b>	<b>39</b>
Şekiller.....	I
Özgeçmiş .....	II



**BÖLÜM 1****GİRİŞ**

Evrenin başlangıç anlarındaki birçok fiziksel ve kozmolojik olaylar hala tam olarak açıklanamamaktadır. Bu nedenle; özellikle evrenin ilk anlarını açıklamak için literatürlerde yer alan birçok çalışmada sicim teorisine dayalı modeller ortaya atılmıştır. Evrenin ilk anlarında kozmolojik açıdan önemli bazı faz geçiş evreleri gerçekleştiği bilinmektedir. Kozmolojik açıdan önemli olan bu faz geçişleri Big Bang'ten sonra sıcaklık, kritik sıcaklık ( $t = 10^{-43}$  s deki sıcaklık) altına düştüğünde meydana geldiğine inanılmaktadır. Evre geçişleri, uzayın simetrisinin bozulmasına ve çeşitli topolojik eksikliklere (defects) sebep olmuş ve bu eksiklikler uzayın simetri özelliğine bağlı olarak ortaya çıkmıştır (Letelier, 1983; Griffiths, 1987).

Örneğin; sürekli simetrisinin bozulması durumunda, 0-boyutlu monopoller ve 1-boyutlu sicimler, ayrık simetrisinin bozulması durumunda ise 2-boyutlu domain wallar oluştuğu çeşitli çalışmalarda vurgulanmaktadır (Hortaçsu, 1991). Literatürdeki çeşitli çalışmalardan da bilindiği gibi, monopoller iki kutup içerdiklerinden kısa sürede yok olmaktadır. Bundan dolayı, bunlar kozmolojik açıdan o kadar önemli değildirler. Domain wallar da yeteri derecede gravitasyon içermediklerinden kozmolojik açıdan fazla önem taşımamaktadırlar. Bunlardan sadece sicimler gravitasyonu içerdiği için çok önemlidir. Sicimler, evrenin ilk safhalarında parçacıklardan önce ortaya çıktıkları ve gravitasyon içerdikleri için hem kozmoloji hem de astrofizik açısından oldukça önemlidir (Vilenkin, 1976 ve 1981).

Birçok çalışmada da belirtildiği gibi; gözlemler evrende madde dağılımının bir kümeleşme oluşturduğu yönünde veriler ortaya koymuştur. Yıldızlar galaksilerde, galaksiler kümeler içinde ve kümeler süper kümeler içinde gruplaşmıştır. Bunun için sicimler, gravitasyonu içerdiğinden evrenin ilk safhalarında özellikle gravitasyonel merceklemler olarak etki yapmaktadırlar (Davies, 1984; Davies ve Brown, 1988).

Çeşitli çalışmalarda ortaya atılan kozmik sicimler, evrenin ilk evrelerinde ortaya çıktıkları için bilhassa galaksi oluşumuna götüren yoğunluk dalgalanmalarına yol açmaktadır. Bu bilgi ve verilerden yola çıkarak; doğadaki dört temel etkileşimin birleştirilmesi için sicim teorisinin ön görmesinin uygun olacağı bir çok çalışmada vurgulanmıştır (Tarhan, 2002 ve buradaki referanslar).

**1.1. Temel Etkileşimler**

Temel etkileşimlerin birleştirilmesi fikri ilk kez Weinberg - Glashow ve Salam tarafından ortaya atılmıştır. Bu fikre göre; 100 milyon eV 'dan daha büyük enerjilerde elektromagnetik etkileşimler ile zayıf etkileşimler birbirinden ayırt edilemez. Buradan 100 milyon eV üzerindeki enerjilerde, bu iki etkileşimin birleştirilebileceği fikri ortaya atılmıştır. Daha sonra Glashow ve Georgi GUT (Grand Unification Theory = Büyük Bileşik Alan Teorisi) teorisini önermişlerdir. Bunlara göre  $10^{14}$  GeV üstündeki enerjilerde kuvvetli, zayıf ve elektromanyetik etkileşimler birbirinden ayırt edilemiyordu. Daha sonraları birçok fizikçi, bu dört etkileşimin  $10^{19}$  GeV 'tan daha büyük enerjilerde birleştirilebileceğini önermiştir. Buna *Süper Büyük Bileşim Teorisi (Super Grand Unified Theory)* veya *Her Şeyin Teorisi (Theory of Everything)* denmektedir (Hawking, 2007).

Büyük Bileşim Teorisinin temel fikri, dört bağımsız etkileşimin tek bir etkileşimin bileşenleri şeklinde olmasına dayanmaktadır. Teorideki her bir kuvvet; tek bir kuvvet kanunu ile tanımlanabilecek olan diğer kuvvetlere daha önce varolan bir simetri ile bağlıdır.

Fakat bugün evrende bu dört temel etkileşim ayrıdır. Bundan dolayı, fizikçilere göre evrende bir simetri bozulması olmuştur. Simetri bozulmasına geçmeden önce kısaca simetri tanımına değinelim. Eğer bir teori veya bir işlem üzerinde belirli işlemler yapıldığında değişmiyorsa bu teori bu işlemlere göre simetriktir denir.

Fizikçilere göre evrende kendiliğinden bir simetri bozulması olmuştur. Bu simetri bozulmasını açıklamak için bir sıvıyı ele alalım. Sıvı bir dönme (rotasyonel) simetrisi göstermektedir. Çünkü sıvının döndürülmesi durumunda moleküllerin dağılımları aynıdır. Bununla birlikte sıvı, soğuyarak kristal hale geldiği zaman atomlar kendilerini kristal eksenleri boyunca dizilirler ve artık dönme simetrisi bozulmuştur.

Buna göre yüksek sıcaklık evresine, *simetrik evre* ve düşük sıcaklık evresine de *bozuk-simetri evre* denir. Eğer bozuk simetri durumundaki bir sistemin sıcaklığı artsaydı (Örneğin; bir kristalin sıvıya dönüşmesi gibi) sistemin simetrisi tekrar önceki haline dönerdi. Büyük Bileşik Alan Teorisine göre evrende birçok bu tür evre geçişleri olmuştur. Bu teoriye göre, Planck zamanı sonunda ( $10^{-43}$  s) evrendeki parçacıkların enerjileri  $10^{19}$  GeV altına düştüğünde evrenin sıcaklığı  $10^{32}$  K idi ve gravitasyon diğer kuvvetlerden ayrılmıştı. O halde  $t = 10^{-43}$  s de kendiliğinden bir simetri bozulması vardır (Barrow, 2008).

$t = 10^{-35}$  s de parçacıkların enerjileri  $10^{14}$  GeV altına ve evrenin sıcaklığı  $10^{27}$  K 'ne düşmüştü. Bu esnada kuvvetli etkileşim diğer iki etkileşimden ayrıldı. Bundan dolayı  $t = 10^{-35}$  s de ikinci bir simetri bozulması olmuştur (Griffiths, 1987).

$t = 10^{-12}$  s de sıcaklık  $10^{15}$  K düşmüş ve parçacıkların enerjileri 100 GeV olmuş. Bu esnada elektromanyetik etkileşim zayıf etkileşimden ayrılmıştır. GUT teorisine göre simetrik evreden bozuk simetrik evreye geçiş sırasında daha önce bahsedilmiş olan çeşitli topolojik eksiklikler oluşmuştur. Bu eksiklikler, simetri özelliğine bağlı olarak ortaya çıkmaktadırlar (Griffiths, 1987).

## **1.2.Skaler Alan ve Özellikleri**

Teorik fiziğin genel amaçlarından bir tanesi yaşadığımız evreni en iyi şekilde ve gözlemlerle tutarlı olarak tanımlayacak bir model oluşturabilmektir. Böyle bir model oluşturabilmek için sunulan modelin a) iç-tutarlılık, b) tamlık, ya da kendi kendine yeterlilik, c) deney ve gözlemlerle uyumluluk gibi şartları sağlamış olması gerekmektedir. Bir teorinin iç tutarlılığa sahip olması demek, birbirleriyle mantıksal yada fiziksel açıdan çelişen sonuçlara yol açmaması demektir. Bu ölçütleri göz önüne alıp çeşitli gravitasyon teorilerini incelediğimiz zaman Einstein'ın genel relativite teorisi iç tutarlılığı, kendi kendine yeterliliği ve kavramsal basitliği ile deney ve gözlemlere uyumluluğu bakımından şu ana kadar gelmiş en tutarlı teoridir (Özemer, 1982). Einstein'ın genel relativite teorisinin alan denklemlerine formüle edildikleri zamandan beri çeşitli çözümler aranmaktadır.

Standart Friedman modellerinde, büyük patlama (big bang) teorisi temel alınır ve evreni dolduran kozmik madde dağılımı, genellikle ideal akışkan olarak alınır. İdeal akışkan kaynaklı kozmolojik modellerin çoğu evrenin termik geçmişini açıklamada oldukça yeterlidir. Fakat erken evren için madde oluşumları, nükleo sentez işlemler, entropi üretimi, kozmik fon anizotropisinin izotropiye bozunması gibi bazı fiziksel olaylar bu tür çözüm yöntemleriyle tam olarak açıklanamamaktadır. Bu yüzden ideal akışkana bazı ilave terimler eklenmesi gerektiği öne sürülmektedir. Çünkü çok yüksek sıcaklıklarda, maddeyi tanımlamak için, akışkan mekaniği yerine, kuantum alan teorisini kullanmak gerekmektedir. Bu da kozmolojik modellerle ilgili olarak bazı değişimlerin yapılmasını zorunlu kılar. Bu düşüncelerden ortaya çıkan bir görüş de, evrenin dinamik davranışında

skaler alan olarak adlandırılan bir tür kuantum alanının çok önemli yer tuttuğudur. Bu düşünce, modern kozmolojinin temelini oluşturmaktadır (Aygün, 2005).

Bu gibi nedenlerle son yıllarda evrenin ilk anlarında gerçekleştiğine inanılan birçok kozmolojik olayı ve oluşumları açıklamak için özellikle evrenin ilk anlarında etkin olduğuna inanılan skaler alan kaynaklı madde dağılımlarına dikkat çekilmektedir (Zhuk ve Günther, 2004).

Evrenin ilk anlarında oluşan nükleo-sentez işlemler sırasında etkin olduğuna inanılan kütleli skaler alanın değişiminin evrenin evrimini etkileyebileceği düşünülmektedir. Evrenin başlangıç anlarında birçok evre geçişleri oluşmuş ve bu evre geçişleri, Big Bang'tan sonraki sıcaklık kritik sıcaklığın ( $t = 10^{-43}$ s deki sıcaklık,  $\sim 10^{32}$  K) altına düştüğünde meydana gelmiştir. Evre geçişlerinin, kütleli skaler alanın değişimine ve bunun sonucu olarak ta kozmolojik yapı oluşumuna kaynak oluşturduğuna inanılmaktadır (Zhuk ve Günther, 2004).

Tarihsel olarak, skaler alan kavramına ilk kez Dirac (1938) tarafından Mach Prensibi'nin açıklanmaya çalışılmasında ortaya atılmıştır ve gravitasyonel sabitin bir sabit olmaması gerektiğine ancak zamana bağlı olduğu sonucuna götürmüştür (Ram ve Singh, 1999). Daha sonra ilk skaler-tensör teoriler Jordan, Brans ve Dicke tarafından çalışılmıştır. Bugünlerde ise parçacık fiziği teorileri boyunca yeni yaklaşımlar elde edilmiş ve Higgs mekanizması sayesinde parçacıkların kütleleri, kütleli skaler alan kullanılmasıyla açıklanmaya çalışılmıştır. Kozmolojide evrendeki genişlemenin son zamanlardaki hızlanması mükemmel (quintessence) skaler alan ile açıklanabilir. Bunun yanında skaler alan kavramı erken evrendeki enflasyon üretiminin en iyi mekanizmalarından bir tanesidir (Fay ve Lehner, 2005).

Bunlardan başka Weinberg, Glashow ve Salam'ın standart modelinde skaler alanlar ilk parçacıkların kütleleri için ihtiyaç duyulan ve başlangıçta var olan bileşendir. Son zamanlarda gravitasyonun skaler-tensör denklemleri tam çözümleri kullanılarak, skaler alanların spiral galaksilerdeki karanlık madde için çok iyi bir aday olabileceği üzerine çalışılmaktadır (Guzman ve Matos, 2000), (Matos ve Guzman, 2000). Çünkü madde ile etkileşimleri çok zayıftır bu yüzden şimdiye kadar gözlenememiştir. Fakat skaler alanlı teorilerin çoğu zayıf gravitasyonel alanlarda ölçümlerle uyumludur (Matos ve diğ., 2000a).

Birçok parçacık fiziği teorilerinde, temel kuvvetlerin birleştirmesini anlatabilmek için skaler alanlar kullanılır. Bununla beraber skaler alanlar, doğadaki bazı sabitlerin değişiminde örneğin gravitasyon sabiti ve kozmolojik sabit gibi bazı sabitlerin değişiminde rol oynarlar. Böylece erken evren zamanındaki öngörülen değerler ile bugün gözlemlerden elde edilen değerler arasındaki büyük farklılık açıklanabilir (Fay, 2005). Temel fizik teorilerinin çeşitliliği, skaler alanların var oluşunu öngörür ve kozmolojide bu tür alanların dinamik özelliklerinin çalışılması için harekete geçirir. Gerçekten skaler alanlı kozmolojik modeller, erken evrenin araştırılmasında özellikle evrenin şişme döneminin araştırılmasında büyük öneme sahiptirler (Billyard ve Coley, 2000). Skaler alanlar kozmoloji ve parçacık fiziğinde çok önemli yer tutarlar. Kütlesiz skaler alanlar, sıfır spinli nötr parçacıklar ile gravitasyonel alanın birleştirilmesi ve uzay-zamanın doğasının anlaşılabilmesi için çalışılmaya başlanmıştır (Ram ve Singh, 1999).

**BÖLÜM 2****ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR**

Gözlenen bugünkü evrenin durumunu tanımlayacak bir matematiksel model kurmak, bu modeller yardımıyla evrenin global yapısını ve kozmolojik özelliklerini açıklamak kozmolojinin temel amaçlarından biri ve hatta en önemlisidir. Bu bağlamda; global ölçülerde evrenin matematiksel bir modeli için hareket noktası Einstein'ın Genel Relativite Teorisi'nin alan denklemleridir. Einstein alan denklemlerine, formüle edildikleri 1915 yılından beri çözümler aranmaktadır. O zamandan beri birçok çözümler bulunmuştur.

Çoğunlukla incelenen kozmolojik modeller ideal akışkanlı modellerdir. Bazı durumlarda, böylesi yaklaşımlar yetersiz kalmaktadır. Örneğin, evrenin ilk anlarındaki fiziksel olaylar hala tam olarak açıklanamamaktadır. Bu nedenle evrenin ilk anlarını açıklamak için sicim (string) teorisi başta olmak üzere skaler alan kaynaklı teoriler ele alınmıştır (Hawking ve Israel, 1987; Chakraborty, 1991). İlk string teorisi 1960'lı yılların sonlarına doğru Veneziano'nun güçlü nükleer kuvveti tanımlamaya çalışması sırasında geliştirilmiştir (Davies ve Brown, 1988). Evrenin ilk anlarında bir çok evre geçişleri olmuş olması ve bu evre geçişlerinin; Big Bang'tan sonraki sıcaklık, kritik sıcaklığın ( $t = 10^{-43}$ s deki sıcaklık) altına düştüğünde meydana gelmiş olması, evre geçişlerinin, uzayın simetrisinin bozulmasına ve çeşitli olaylara sebep olmakta ve bu olayların uzayın simetri özelliğine bağlı olarak ortaya çıktığı düşüncesini kuvvetlendirmektedir (Kibble, 1976; Hindmarsh ve Kibble, 1994; Perivolaropoulos, 1994). Bilindiği gibi, evrende maddenin dağılımında bazı kümeleşmeler vardır. Yıldızlar galaksilerde, galaksiler kümeler içinde ve kümelerde süper kümeler içinde gruplaşmıştır. Bu nedenle kozmik sicimlerin, evrenin ilk dönemlerinde parçacıklardan önce ortaya çıktıklarına ve gravitasyonel merceklemler olarak etki yaptıklarına ve yine evrenin ilk evrelerinde galaksi oluşumuna yol açan yoğunluk değişimlerine neden olduklarına inanılmaktadır (Zeldovich, 1980).

Bu çalışmada, uzay-zamanın eğrilik kaynağı olarak, içerisindeki sicimlere tutturulmuş parçacıklar içeren kozmik sicim bulutu kaynaklı bir madde dağılımı alınarak, uzaysal homojen fakat anizotrop Bianchi tipi I metriğin (Marder metriği) çeşitli çözümleri elde edilmiştir. Elde edilen çözümlerin asimptotik davranışları ve fiziksel özellikleri tartışılmıştır.

Yeni çözümler bulmak ve onları yorumlamak temel bilimcilerin hala önemle üzerinde durdukları birkaç konudan biridir. Çözümler aranırken bir takım fiziksel ve formal varsayımlar yapılır. Bu varsayımlardan en çok kullanılanlardan biri uzay-zaman simetrilerini dikkate almaktır (Hawking ve Israel, 1979; Demianski, 1979; Kramer ve ark., 1980). Bu simetriden biride uzayın homojenliğidir. Büyük ölçekte (uzaklık  $\geq 50 - 100$  Mpc) bu durumu destekleyici bazı gözlemsel veriler vardır (MacCallum, 1979). Bianchi tipi çözümler de homojen varsayımli çözümlerdir. Bu nedenle; bugünkü evreni inceleme ve yorumlamada Bianchi tipi kozmolojiler büyük önem taşımaktadır. Ayrıca, Bianchi tipi modeller diğere bazı homojen modelleride (Friedmann ve Kantowski-Sachs modelleri) içerdiklerinden önemlidirler (Hawking ve Israel, 1979). Yukarıda sözü edilen gözlemsel gerçeklerden başka homojen evrenlerin incelenmesi matematiksel açıdan da büyük kolaylığa sahiptir. Çünkü; Einstein alan denklemleri, bu durumda kısmi diferansiyel denklemlerden adi diferansiyel denklemlere indirgenmektedir. Uzaysal homojen uzayların, uzay-zaman simetrideri ilk kez Bianchi (1897) tarafından incelenmiş ve uzay-zaman simetriderinin maksimum 9 farklı tipe izin verdiği görülmüştür (Ryan ve Shepley, 1975). Homojenlik, evrenin fiziksel özelliklerinin verilen bir zamanda ve seçilen bir doğrultu boyunca aynı olması şeklinde tanımlanmaktadır. Bir başka ifade ile bir metrik uzay, bir  $x^i$  noktasını komşuluğundaki bir  $\bar{x}^i$  noktasına dönüştüren  $\bar{x}^i = x^i + \varepsilon \xi^i(x)$  şeklindeki izometri dönüşümlerine sahipse bu metrik homojendir denir. Burada  $|\varepsilon| \ll 1$  dir. Uzay ve zamanın bütün noktalarında metriğin aynı olduğu bir kozmolojik modele uzay ve zamanda **homojen model** denir. Eğer  $t = \text{sabit}$  hiperyüzeyi üzerinde sadece uzay kısmına ait bütün noktalarda metrik aynı ise o zaman model **Uzaysal Homojen Model** adını alır. Böylece, Einstein alan denklemleri tek bir bağımsız değişken (*kozmetik zaman t*) cinsinden yazılabilir (Landau ve Lifshitz, 1987; Stephani, 1985; Hughston ve Tod, 1990).

Stringlerin genel relativistik açıdan ele alınışı Letelier (1979 ve 1983) ve Stachel (1980) tarafından genişletilmiştir. Gerilim (stress) enerjisine sahip ve gravitasyonel alanlar ile bağlantı kuran nesnelere olarak gözönüne alınan kozmik sicimlerin gravitasyonel etkileri Vilenkin (1981), Hogan (1984), Hogan ve Rees (1984), Turok ve Schramm (1984), Gott (1985) ve Garfinkle (1985) tarafından ayrıntısı ile incelenmiştir. Daha sonra, Letelier (1983) sicimlere ait enerji momentum tensörünü kullanarak Bianchi I ve Kantowski-Sachs uzay-zamanları için sicimlerin relativistik modellerini elde etmiş. Kaiser ve Stebbins (1984) mikrodalga fon ışınımında gözlenen anizotropinin kozmik sicimlerden

kaynaklanabileceğine dikkat çektiler. Diğer Bianchi tipleri ile temsil edilen uzay-zamanlar için relativistik sicim modelleri Kriori ve ark. (1990), Banerjee ve ark. (1990) ve Tikekar ve Patel (1992, 1994) tarafından elde edilmiştir. Gravitasyon alanın kaynağı olarak kozmik sicimler olarak Kantowski-Sachs simetrisine sahip küresel simetrik uzay-zamanlar için Einstein alan denklemlerinin çözümleri Matravers (1988) tarafından elde edilmiştir. Nevin (1991) statik küresel simetrik ve silindirik simetrik uzay-zamanlar için eğrilik kaynağı olarak sicimleri alarak çözümler elde etmiş. Kriori ve ark. (1994) bazı Bianchi tipi kozmolojik modellere ait Einstein alan denklemlerini ve çözümlerini kozmik sicim için incelemiştir. Kriori bu çalışmasında Bianchi tipi V kozmolojilerde, kozmik sicimlerin oluşmadığına dikkat çekmiştir. Tikekar ve ark. (1994) silindirik simetrik ve inhomojen uzay-zamanlar için sicim kozmolojinin bazı özel çözümlerini vermiştir. Küresel sicim akışkanların simetrisi Glass ve Krisch (1999) tarafından ayrıntıları ile tartışılmıştır.

Son yıllarda, evrenin evrimini ve bu evrim işlemleri sırasında karşılaşılan bazı astrofiziksel ve kozmolojik olayları açıklamada sicim bulutu yerine akışkanlık özelliği içeren sicim akışkan kaynaklı modeller üzerinde durulmaktadır. Yılmaz ve Yavuz (1997) ve Yılmaz ve ark. (1999) sicim akışkanların miras (inheritance) simetrisini ayrıntıları ile ele almışlardır. Rotasyon yapan uzay-zamanlarda skaler alanlı sicim modeller Baysal ve ark. (2001) tarafından tartışılmıştır.



## BÖLÜM 3

## MATERYAL VE YÖNTEM

## 3.1. Einstein Alan Denklemleri

Gravitasyonel etkileşimleri açıklamak için bir çok teori ileri sürülmüştür. Ancak, bu teorilerin hiçbiri *gezegenlerin enberi noktasının ilerlemesi, gravitasyonel kırmızıya kayma, gravitasyonel alanda ışığın sapması* gibi bazı gravitasyonel kökenli olayları tam olarak açıklayamamaktadır. Bu nedenle, Einstein büyük ölçekteki gravitasyonel etkileşimleri ve evrenin global yapısını daha iyi bir şekilde tanımlayabilmek ve açıklayabilmek için 1915 yılında kendi adıyla anılan *Einstein Genel Relativite Teorisini* ortaya atmıştır. Bu teorinin temel denklemleri uzay-zamanın geometrisi ile bu geometriyi oluşturan madde arasında bir ilişki olduğunu ön gören *Einstein Alan Denklemleri*dir.

Buna göre, 4-boyutlu bir  $(M^4, g_{ik})$  düzgün Riemann manifoldunda uzay-zamanın geometrisi, uzay ve zamanın koordinatlarının sürekli bir fonksiyonu olarak tanımlanan

$g_{ik} = g_{ik}(x^1, x^2, x^3, x^4)$  metrik tensörü yardımıyla,

$$ds^2 = g_{ik}(x^j) dx^i dx^k \quad (3.1)$$

şeklinde belirlenen  $ds^2$  yay elemanı ile karakterize edilmektedir. Burada  $g_{ik}$  genel olarak  $x^j$  koordinatlarına bağlı metrik tensör olup simetriktir ( $g_{ik} = g_{ki}$ ) ve  $dx^i$  'lerde koordinat diferansiyelleridir. Bu çerçevede; uzay-zamanın geometrik yapısı ile gravitasyonel alanlar arasında matematiksel bağıntı,

$$G_i \equiv R_i - \frac{1}{2} R g_i - \Lambda g_i = -\kappa T_i \quad , \quad \kappa = \frac{8\pi G}{c^4} \quad (3.2)$$

olarak verilen Einstein alan denklemleri ile tanımlanmaktadır. Burada  $R_{ik}$  Ricci tensörü olup simetrik tensördür,  $R$  eğrilik skaleri ( $R = R^i = g^{ik} R_{ik}$ ),  $G$  gravitasyon sabiti,  $\Lambda$  kozmolojik sabit,  $c$  ışık hızı ve  $T_{ik}$  enerji-momentum tensörüdür ve simetriktir. Einstein alan denklemleri, simetri ( $G_{ik} = G_{ki}$ ) nedeniyle 10 tane ikinci mertebeden lineer olmayan

kısmi diferansiyel denklem sistemi oluştururlar. Bu diferansiyel denklem sistemlerinin tam çözümleri oldukça zordur. Dolayısı ile; Einstein alan denklemlerine çözümler aranırken, uzay-zaman simetrilerinin büyük önemi vardır. Bu yüzden çoğu zaman; alan denklemlerinin sağ tarafına *homojenlik*, *izotropi*, *küresel simetri*, *silindirik simetri* ve *düzlemsel simetri* gibi bazı fiziksel ve matematiksel kabullerden biri veya bir kaç, sol tarafa ise ideal akışkan, viskoz akışkan, elektromanyetik alan, kozmik sicim gibi kozmik madde formları eklenerek denklemlerin çözümleri elde edilmeye çalışılır. Simetri özellikleri ise; matematiksel olarak

$$g_{i,j} \xi^j + g_{i,\xi^j,k} + g_{j,\xi^k,i} = 0 \quad (3.3)$$

şeklinde verilen Killing denklemleri'nin  $\xi^i$  çözümleri ile belirlenmektedir. Bu denklemler,  $\xi^i$  yer değiştirmeleri altında uzay-zamanın invaryant kalması için gerekli ve yeterli koşulları oluştururlar. Bu  $\xi^i$  çözümlerine *Killing vektör alanları* denir. Bu denklemlere; her zaman çözüm bulmak mümkün olmamaktadır. Eğer denklemlerin bir çözümü varsa, uzay-zaman bir hareket simetrisine ya da izometriye sahiptir denir (Ryan ve Sheply, 1975; Kramer , 1980; Stephani, 1985).

Uzay-zamanı tanımlayan bir  $ds^2$  yay elemanı verildiğinde, buna ait Einstein alan denklemlerini bulmak için öncelikle verilen yay elemanını oluşturan  $g_{ik}$  metrik potansiyel tensörlerinden yararlanarak,

$$\Gamma_{kl}^i = \frac{1}{2} g^i \left( \frac{\partial g_m}{\partial x^l} + \frac{\partial g_{ml}}{\partial x^k} - \frac{\partial g_{kl}}{\partial x^m} \right) \quad (3.4)$$

bağıntısı ile ifade edilen, 40 bileşeni bulunan ve alt indisler üzerinden simetrik olan Christoffel sembolleri ( $\Gamma_{kl}^i = \Gamma_{lk}^i$ ) hesaplanır. Bağlantı (connection) katsayıları olarak da anılan bu sembolleri kullanarak, Einstein alan denklemlerinde yer alan Ricci tensörü,

$$R_{i\ k} = R_{k\ i} = \frac{\partial \Gamma_{i\ k}^l}{\partial x^l} - \frac{\partial \Gamma_{il}^k}{\partial x^k} + \Gamma_{ik}^l \Gamma_{lm}^m - \Gamma_{il}^m \Gamma_{mk}^l \quad (3.5)$$

bağıntısından hesaplanır. Bu hesaplamalar sonucunda; 10 Ricci tensör bileşeni elde edilir. Ricci tensöründen yararlanarak R eğrilik skaleri hesaplanır. Ricci tensörü; uzay-zamanın eğriliğini gösteren ve

$$R^i{}_{k\ell m} = \frac{\partial \Gamma^i{}_k}{\partial x^\ell} - \frac{\partial \Gamma^i{}_{k\ell}}{\partial x^m} + \Gamma^i{}_{n\ell} \Gamma^n{}_k - \Gamma^i{}_{mn} \Gamma^n{}_{k\ell} \quad (3.6)$$

denklemlerle gösterilen *Riemann tensörü*'nün indisler üzerinden gençleşmiş (contraction) halidir. Riemann tensörünü hesaplamak oldukça zor ve zahmetlidir. Hesaplamalarda

çoğunlukla, Riemann tensörünün  $R_{ik/m} = R_{kim\ell} = R_{\ell mik}$  gibi simetri ve

$R_{ik/m} + R_{imk\ell} + R_{i\ell mk} = 0$  bağıntılarından dolayı 20 bağımsız bileşeni vardır. Tüm bu

hesaplanan nicelikler (4.2) denklemi ile verilen Einstein alan denklemlerinde kullanılarak,

$T_{ik}$  enerji-momentum tensörü ile karakterize edilen madde dağılımının uzay-zamana nasıl bir geometri kazandıracığı hakkında bilgi edinilir. Elde edilen Einstein alan

denklemlerinde  $T_{ik} \neq 0$  ve  $T_{ik} = 0$  durumları alınır sırasıyla  $T_{ik}$  madde dağılımı

içindeki (iç çözüm) ve dışındaki (dış çözüm) gravitasyonel alanları elde edilir.

Gravitasyonel alanda bir parçacığın hareket (geodezik) denklemi,

$$\frac{d^2 x^i}{ds^2} + \Gamma^i{}_k \frac{dx^k}{ds} \frac{dx^m}{ds} = 0 \quad (3.7)$$

ile verilir (Landau ve Lifshitz, 1987). Böylece; elde edilen alan denklemlerinin

çözümünde, ilave olarak metrik katsayıları veya maddenin fiziksel nicelikleri arasında

bağıntılar kuran durum denklemleri ( $p = p(\rho)$ ) gibi ek koşullarda kullanılmaktadır.

Önerildiği günden bu güne kadar, Einstein alan denklemlerine bir çok çözümler bulunmuş

ve çalışmalar devam etmektedir. Son zamanlarda; gerek astrofiziksel ve gerekse

kozmolojik önemi nedeniyle bu denklemlerin yeni çözümlerinin elde edilmesinde uzay-

zaman simetrisi ve yeni madde formları kullanılmaktadır.

### 3.2. Enerji-Momentum Tensörü ve Türleri

Enerji-momentum tensörünün tam anlamıyla bilinmesi ancak maddenin yapısı hakkında iyi bir teorinin tanımlanması ile mümkündür. Bu nedenle; bir yaklaşım yapılması kaçınılmaz olmaktadır. Bu yaklaşım; mükemmellik derecesine göre, az veya çok karmaşık haldeki bir enerji-momentum tensörüne karşılık gelecektir. Bu tensör; maddesel enerji, kinetik enerji, gerilimlerden ortaya çıkan enerji, elektromanyetik alanın doğurduğu enerji vb. gibi farklı enerji türlerine karşılık gelen farklı terimler içerir (Lichnerowicz, 1969). Kozmolojik açıdan önemli olabilecek farklı maddeleri tanımlayan bazı enerji-momentum tensörleri kısaca şu şekilde ifade edilirler:

#### i) Toz Bulutu

Basıncsız madde ( $p = 0, \rho \neq 0$ ) yumağı olarakta tanımlanan toz bulutu için enerji-momentum tensörü,

$$T_{ik} = \rho u_i u_k \quad (3.8)$$

olarak verilir. Burada  $u^i$  zamansal (time-like,  $u_i u^i < 0$ ) 4-lü hız vektörü  $u^i$  ye sahip bir gözlemci tarafından ölçülen akışkanın toplam enerji yoğunluğudur. Komoving koordinat sisteminde  $u^i$  4-lü hız vektörü,

$$u^i u_i = -1. \quad (3.9)$$

eşitliğini sağlar.

#### ii) İdeal Akışkan

Basıncılı toz bulutu  $p \neq 0, \rho \neq 0$  olarak ta adlandırılan ideal akışkan için enerji-momentum tensörü,

$$T_{ik} = (\rho + p)u_i u_k + p g_{ik} \quad (3.10)$$

olarak verilir. Burada  $p$ , akışkanın izotropik basıncıdır.

#### iii) Anizotropik Akışkan

Anizotropik (eş yönsüz) basınca sahip bir akışkanı tanımlayan anizotropik bir akışkanın enerji-momentum tensörü,

$$T_{ik} = \bar{\rho} (\rho + p_{\perp})u_i u_k + p_{\perp} g_{ik} + \frac{1}{k} (p_r - p_{\perp}) X_i X_k \quad (3.11)$$

dır. Burada  $p_{\perp}$  ve  $p_r$ , sırasıyla basıncın dik ve radyal bileşenleridir.  $X_i$  ise  $u^i$  zamansal 4-lü vektöre dik birim uzaysal (space-like,  $X_i X^i > 0$ ) 4-lü vektördür ve bu 4-lü vektörler ( $u^i X_i = 0$ ,  $u^i u_i = -X_i X^i = -1$ ) koşullarını sağlamaktadır.

#### iv) Viskoz Akışkan

Viskoziteli akışkan olarak ta adlandırılan viskoz akışkan için enerji-momentum tensörü,

$$T_{i\bar{k}} = (\rho + p - \xi \theta) u_i u_k + (p - \xi \theta) g_{i\bar{k}} - 2\eta \sigma_i \quad (3.12)$$

olarak verilir. Burada  $\eta$ ,  $\xi$  ve  $\theta$ , nicelikleri sırasıyla shear viskozite katsayısı, bulk viskozite katsayısı ve genişleme skaleridir.  $\sigma_{ik}$  ise shear tensörü olup aşağıdaki bağıntılar ile verilir:

$$\sigma_{i\bar{k}} = \frac{1}{2} (u_{i;k} + u_{k;i} + \dot{u}_i u_k + \dot{u}_k u_i) - \frac{1}{3} \theta h_i \quad (3.13)$$

$$\dot{u}_i = u_{i;k} u^k \quad (3.14)$$

$$\theta = u^i{}_{;i} \quad (3.15)$$

$$h_{i\bar{k}} = g_{i\bar{k}} + u_i u_k \quad (3.16)$$

#### v) Elektromanyetik Alan

Elektromanyetik alanı tanımlayan enerji momentum-tensörü,

$$T_{i\bar{k}} = F_{i\ell} F_k{}^{\ell} - \frac{1}{4} g_{i\bar{k}} F_m{}^n F_n{}^m \quad (3.17)$$

dır. Burada  $F_{ik} = -F_{ki}$ , elektromanyetik alan tensörü olup antisimetrik bir tensördür.

#### vi) Kozmik Nötrino

Kozmik nötrinoları karakterize eden enerji-momentum tensörü,

$$T_{ik} = \chi \ell_i \ell_k \quad (3.18)$$

olarak verilir. Burada  $\mathcal{X}$  ve  $\ell_i$ , sırasıyla, kozmik nötrinoları karakterize eden enerji yoğunluğu ve kozmik nötrinoların dağılımını tanımlayan 4-lü null vektördür ( $\ell_i \ell^i = 0$ ).

**vii) Sicim Bulutu**

1-boyutlu nesnelere olarak tanımlanan kozmik sicimlerden oluşan bir bulut için enerji-momentum tensörü,

$$T_{ik} = \rho u_i u_k - \lambda X_i X_k \quad (3.19)$$

olarak verilir. Burada  $\lambda$ ,  $\rho$  ve  $\rho_p = \rho - \lambda$ , sırasıyla, kozmik sicimleri karakterize eden sicim gerilim enerji yoğunluğu, sicim bulutunun toplam enerji yoğunluğu ve buluttaki sicimlere iliştilmiş parçacıkların durgun enerji yoğunluğudur.

**viii) Skaler Alan**

Bir tür sıfır kütleli parçacıkların alanını tanımlayan skaler alan için enerji-momentum tensörü

$$T_{ik} = \frac{1}{4\pi} \left[ V_{,i} V_{,k} - \frac{1}{2} g_{ik} V_{,\ell} V^{,\ell} \right] \quad (3.20)$$

olarak verilir. Burada  $V$ , skaler alanı tanımlayan ve aşağıdaki denklem ile verilen Klein-Gordon denklemini sağlayan potansiyeli ifade eder:

$$K : \frac{1}{\sqrt{-g}} (\sqrt{-g} V^{,i})_{,i} = 0 \quad (3.21)$$

## BÖLÜM 4

## ARAŞTIRMA BULGULARI VE TARTIŞMA

## 4.1. Kaynaklı Skaler Alan İçeren İdeal Akışkan Dolu Marder Uzay-Zamanı İçin Alan Denklemleri ve Bazı Temel Bağıntılar

Bu çalışmada, anizotropinin boşlanamadığı bir evreni karakterize eden uzaysal homojen ve anizotrop Bianchi tipi I uzay-zamanı temsil eden ve

$$d^2 = A^2(d^2 - \mathcal{A}^2) + tB^2d^2 + \mathcal{C}^2d^2 \quad (4.1)$$

Şeklinde ifade edilen Marder tipi metrik ele alınmıştır (Marder, 1958). Uzaysal homojen bir evreni temsil eden bu metrik;  $t \rightarrow \int A(t)dt$  koordinat dönüşümüyle Bianchi tip I formuna dönüştürülebilir. Burada A, B ve C nicelikleri alan denklemlerinin çözümünden belirlenecek metrik potansiyelleri olup, sadece kozmik zaman  $t$ 'nin fonksiyonlarıdır. (4.1) metriği ile tanımlanan evreni karakterize eden uzay-zamana eğrilik özelliği kazandıran madde olarak,

$$T_i^k = (\rho + p)u_i^k + p g_i^k + \frac{1}{4\pi} \left[ V_{,i} V_{,k} - \frac{1}{2} g_i^k V_{,\ell} V^{,\ell} \right] \quad (4.2)$$

şeklinde enerji-momentum tensörü ile verilen kaynaklı skaler alan içeren ideal akışkan dağılımı alınmıştır (Mohanty ve diğ., 2002 ve 2003). Burada,  $\rho$  kozmik madde dağılımının enerji yoğunluğu,  $p$  basıncı,  $u^i$  madde dağılımının zamansal 4-lü hız vektörünü ve  $V$  ise skaler alan potansiyelini gösterir.

Böylece (4.1) metriğinden komoving koordinat sisteminde 4-lü hız vektörü için,

$$u^i = (0, 0, 0, A^{-1}), \quad u_i = (0, 0, 0, -A), \quad u^i \cdot u_i = -1 \quad (4.3)$$

elde edilir. (4.1) metriği ve (4.2) denklemi ile verilen enerji momentum tensörü için Einstein alan denklemlerinden aşağıdaki denklem sistemi elde edilir ( $\kappa = 1$ ,  $\Lambda = 0$ ):

$$G_1 : \frac{\ddot{B}}{B} + \frac{\ddot{C}}{C} - \frac{\dot{A}\dot{B}}{A} - \frac{\dot{A}\dot{C}}{A} + \frac{\dot{B}\dot{C}}{B} = -\frac{\dot{V}^2}{\mathcal{C}} - p A^2 \quad (4.4)$$

$$G_2 : \dot{\left(\frac{\dot{A}}{A}\right)} + \frac{\ddot{C}}{C} = -\frac{\dot{V}^2}{2} - p^2 \quad (4.5)$$

$$G_3 : \dot{\left(\frac{\dot{A}}{A}\right)} + \frac{\ddot{B}}{B} = -\frac{\dot{V}^2}{2} - p^2 \quad (4.6)$$

$$G_4 : \frac{\dot{A}\dot{B}}{A} + \frac{\dot{A}\dot{C}}{A} + \frac{\dot{B}\dot{C}}{C} = \frac{\dot{V}^2}{2} + \rho A^2 \quad (4.7)$$

Burada “•” işareti kozmik zaman  $t$  'ye göre türevi göstermektedir. Einstein alan denklemlerinden görüleceği gibi;  $p$ ,  $\rho$  ve  $V$  nicelikleri sadece kozmik zaman  $t$  'nin fonksiyonudur.

(4.1) metriği ile tanımlanan bir uzay zaman için oluşturulan modeli karakterize eden uzaysal hacim ( $U^3 = \sqrt{-g}$ ), ivme vektörü ( $\dot{u}_i = u_{i,k} u^k$ ), genişleme skaleri ( $\theta = u^i_{;i}$ ), rotasyon skaleri ( $\omega^2$ ) ve shear skaleri ( $\sigma^2$ ) gibi kinematik nicelikler sırasıyla aşağıdaki gibi elde edilmiştir:

$$U^3 = \sqrt{-g} = A^2 B C \quad (4.8)$$

$$\dot{u}_i = u_{i,k} u^k = 0 \quad (4.9)$$

$$\theta = u^i_{;i} = \frac{1}{A} \left( \frac{\dot{A}}{A} + \frac{\dot{B}}{B} + \frac{\dot{C}}{C} \right) \quad (4.10)$$

$$\omega^2 = \frac{1}{2} \omega_{ik} \omega^{ik} = 0 \quad (4.11)$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{2} \sigma_i^i \sigma_k^k \stackrel{\cong}{=} \frac{1}{3} \theta^2 - \frac{1}{A^2} \left( \frac{\dot{A}\dot{B}}{AB} + \frac{\dot{A}\dot{C}}{A} + \frac{\dot{B}\dot{C}}{BC} \right) \quad (4.12)$$

Burada  $g$ , (4.1) denklemi ile verilen  $g_{ik}$  metriğinin determinantıdır.  $\omega_{ik}$  ve  $\sigma_{ik}$  ise sırasıyla rotasyon (vorticity) ve shear tensörleri olup,

$$\omega_{ik} = \frac{1}{2} (u_{i;k} - u_{k;i} + \dot{u}_i u_k - \dot{u}_k u_i) \quad (4.13)$$



ve

$$\sigma_{ik} = \frac{1}{2}(u_{i;k} + u_{k;i} + \dot{u}_i u_k + \dot{u}_k u_i) - \frac{1}{3}\theta h_{ik} \quad (4.14)$$

bağıntıları ile verilmektedir.  $h_{ik}$  izdüşüm tensörüdür ve

$$h_{ik} = g_{ik} + u_i u_k \quad (4.15)$$

şeklinde tanımlanır.

$\mathcal{E}$  kaynak fonksiyonu olmak üzere, kaynaklı skaler alanı karakterize eden Klein-Gordon denklemi (Mohanty ve diğ., 2002 ve 2003) ise,

$$\ddot{V} + \left( \frac{\dot{B}}{B} + \frac{\dot{C}}{C} \right) \dot{V} = -\mathcal{E} A^2 \quad (4.16)$$

olarak elde edilir.

#### 4.2 Alan Denklemlerinin Çözümü

(4.4) – (4.7) denklemler takımı ile verilen Einstein alan denklemleri, altı bilinmeyenli (A, B, C,  $\rho$ , p ve V) dört diferansiyel denklem sisteminden oluşmaktadır. Bu nedenle, elde edilen alan denklemlerini çözebilmek için ilave kabuller yapmak gereklidir. (4.5) ve (4.6) alan denklemlerinden,

$$\frac{\ddot{B}}{B} = \frac{\ddot{C}}{C} \quad (4.17)$$

eşitliği ve K integral sabiti olmak üzere integre edilirse,

$$\dot{B}C - B\dot{C} = K = S \quad a \quad (4.18)$$

denklemini elde edilir. Burada,

$$\frac{B}{C} = \alpha \quad , \quad B.C = \beta \quad , \quad B^2 = \alpha.\beta \quad , \quad C^2 = \frac{\beta}{\alpha} \quad (4.19)$$

dönüşümü uygulanırsa, (4.18) denklemi,

$$\frac{\dot{\alpha}}{\alpha} \beta = K = S \quad a \quad i \quad (4.20)$$

ifadesi elde edilir. Öte yandan (4.4) ve (4.7) denklemlerinden,

$$\frac{\ddot{B}}{B} + \frac{\ddot{C}}{C} + 2\frac{\dot{B}\dot{C}}{BC} = A^2(\rho - p) \quad (4.21)$$

denklemini, (4.17) ve (4.21) denklemlerinden de,

$$\frac{\ddot{B}}{B} + \frac{\dot{B}\dot{C}}{BC} = \frac{A^2}{2}(\rho - p) \quad (4.22)$$

denklemini elde edilir. (4.4) ve (4.5) alan denklemlerinden,

$$\left(\frac{\dot{A}}{A}\right)^{\bullet} + \frac{\dot{A}}{A}\left(\frac{\dot{B}}{B} + \frac{\dot{C}}{C}\right) - \frac{\ddot{B}}{B} - \frac{\dot{B}\dot{C}}{BC} = 0 \quad (4.23)$$

denklemini elde edilir. Burada,  $p = \rho$  durum denklemi ile ifade edilen stiff akışkan durumu dikkate alınır, (4.22) ve (4.23) denklemlerinden,

$$\left(\frac{\dot{A}}{A}\right)^{\bullet} + \frac{\dot{A}}{A}\left(\frac{\dot{B}}{B} + \frac{\dot{C}}{C}\right) = 0 \quad (4.24)$$

denklemini elde edilir. L integral sabiti olmak üzere bu denklemin integre edilmesinden,

$$\frac{\dot{A}}{A} BC = L = S \quad a \rightarrow A(t) = A_0 e^{\int \frac{d}{B(t)C(t)}} \quad (4.25)$$

elde edilir. Ayrıca  $p = \rho$  durum denklemi, (4.22) denkleminde dikkate alınır

$$\frac{\ddot{B}}{B} + \frac{\dot{B}\dot{C}}{BC} = 0 \rightarrow B(t) = B_0 + B_1 \int \frac{d}{C(t)} \quad (4.26)$$

ifadesi elde edilir. Elde edilen bu denkleminde (4.19) ile verilen dönüşümler kullanılırsa,

$$\frac{1}{\beta} \left[ \left( \frac{\dot{\alpha}}{\alpha} + \frac{\dot{\beta}}{\beta} \right) \beta \right]^{\bullet} = 0 \quad (4.27)$$

denklemini elde edilir. Bu denkleminde (4.20) ifadesi kullanılırsa,  $\beta_0$  ve  $\beta_1$  integral sabitleri olmak üzere,

$$\beta = \beta_1 t + \beta_0 \quad (4.28)$$

sonucu elde edilir. Bu sonuç (4.20) denkleminde kullanılırsa,  $\alpha_0$  integral sabiti olmak üzere,

$$\alpha = \alpha_0 (\beta_1 t + \beta_0)^n \quad (4.29)$$

sonucu bulunur. Burada  $n = \frac{K}{\beta_1}$  dir. Elde edilen bu sonuçlar sırasıyla (4.19), (4.28) ve (4.29) denklemlerinde dikkate alınırsa aşağıdaki sonuçlar elde edilir:

$$B = b_0 (\beta_1 t + \beta_0)^{\frac{1+n}{2}} \quad (4.30)$$

ve

$$C = c_0 (\beta_1 t + \beta_0)^{\frac{1-n}{2}} \quad (4.31)$$

Burada  $b_0 = \sqrt{\alpha_0}$  ve  $c_0 = \frac{1}{b_0}$  dir. Elde edilen bu sonuçlar (4.25) denkleminde kullanılıp integre edilirse,  $a_0$  integral sabiti olmak üzere,

$$A = a_0 (\beta_1 t + \beta_0)^m \quad (4.32)$$

sonucu elde edilir. Burada  $m = \frac{L}{\beta_1}$  dir.

(4.6) denkleminde de uzay-zamanı dolduran kozmik madde dağılımının basınç ve yoğunluğu için,

$$p = \rho = -\frac{1}{A^2} \left[ \left( \frac{\dot{A}}{A} \right)^2 + \frac{\ddot{B}}{B} + \frac{\dot{V}^2}{2} \right] \quad (4.33)$$

ifadesi elde edilir.

Elde edilen bu sonuçlar (4.24) ve (4.26) denklemlerini sağlamaktadır. Elde edilen A, B ve C metrik potansiyellerinden yararlanarak V kaynaklı skaler alan potansiyeli,  $\eta$  kaynak fonksiyonuna bağlı olarak (4.16) denkleminde aşağıdaki gibi elde edilir:

**I)  $\varepsilon = 0$  Durumu:**

Bu durum kaynaksız skaler alan durumuna karşılık gelir. Bu durumda (4.16) ile verilen Klein-Gordon denklemi,

$$\ddot{V} + \left( \frac{\dot{B}}{B} + \frac{\dot{C}}{C} \right) \dot{V} = 0 \quad (4.34)$$

olur. Kaynaksız skaler alanı karakterize eden bu denklem (4.30) ve (4.31) sonuçları dikkate alınarak çözümlerse,  $V_0$  ve  $V_1$  integral sabitleri olmak üzere,

$$V(t) = V_0 + V_1 \ln \left( \frac{\beta_1 t + \beta_0}{\beta_1} \right) \quad (4.35)$$

sonucu elde edilir. Bu sonuç; (4.30), (4.31) ve (4.32) denklemler ile birlikte (4.5) denkleminde kullanılırsa, elde edilen modeli karakterize eden kozmik madde dağılımının kozmik basıncı veya yoğunluğu için aşağıdaki sonuç elde edilir:

$$p = \rho = \frac{\beta_1 \left[ \beta_1 (2m - V_1^2) - (1+n)(\beta_1 t + \beta_0) \right]}{2a_0^2 (\beta_1 t + \beta_0)^{2(1+n)}} \quad (4.36)$$

## II) $\varepsilon = \varepsilon_0 = S a b$ Durumu:

Bu durum sabit kaynaklı skaler alan durumuna karşılık gelmektedir. Bu durumda (4.16) denklemi ile verilen Klein-Gordon denklemi,

$$\ddot{V} + \left( \frac{\dot{B}}{B} + \frac{\dot{C}}{C} \right) \dot{V} = \varepsilon_0 A^2 \quad (4.37)$$

haline gelir. (4.30), (4.31) ve (4.32) ile verilen metrik potansiyel ifadeleri bu denklemde kullanılırsa,

$$\ddot{V} + \frac{\beta_1}{\beta_1 t + \beta_0} \dot{V} + a_0^2 \varepsilon_0 (\beta_1 t + \beta_0)^{2n} = 0 \quad (4.38)$$

denklemi ve bu denklemin çözümünden de,

$$V(t) = \frac{2(m+1)\beta_1 V_2 \ln \left[ (\beta_1 t + \beta_0)^{2(m+1)} \right] - a_0^2 \varepsilon_0 (\beta_1 t + \beta_0)^{2(m+1)}}{4\beta_1^2 (m+1)^2} + V_3 \quad (4.39)$$

elde edilir. Burada  $V_2$  ve  $V_3$  integral sabitleridir. Böylece; (4.5) denkleminden de, sabit kaynaklı skaler alan içeren ideal akışkandan oluşan kozmik madde dağılımının kozmik basıncı veya yoğunluğu için aşağıdaki sonuç elde edilir:

$$p = \rho = \frac{4(m+1)^2 \beta_1^2 [2m \beta_1^2 - (1+n) \beta_1 (\beta_1 t + \beta_0)] + [a_0^2 \varepsilon_0 (\beta_1 t + \beta_0)^{2(m+1)} - 2(m+1) \beta_1 V_2]^2}{8 a_0^2 \beta_1^2 (m+1)^2 (\beta_1 t + \beta_0)^{2(m+1)}} \quad (4.40)$$

**III)  $\varepsilon = (\varepsilon_1 t + \varepsilon_2)^k$  Durumu:**

Bu durumda skaler alanı karakterize eden kaynak fonksiyonu kuvvet yasasına uymaktadır. (4.16) denklemi ile verilen Klein-Gordon denklemi,

$$\ddot{V} + \left( \frac{\dot{B}}{B} + \frac{\dot{C}}{C} \right) \dot{V} = (\varepsilon_1 t + \varepsilon_2)^k A^2 \quad (4.41)$$

haline gelir. A, B ve C metrik potansiyel ifadeleri burada kullanılırsa,

$$\ddot{V} + \frac{\beta_1}{\beta_1 t + \beta_0} \dot{V} + a_0^2 (\varepsilon_1 t + \varepsilon_2)^k (\beta_1 t + \beta_0)^{2m} = 0 \quad (4.42)$$

Denklemi,  $V_4$  ve  $V_5$  nicelikleri integral sabitleri olmak üzere çözümünden de,

$$V(t) = V_4 - \int \frac{a_0^2 \int (\beta_1 t + \beta_0)^{2m+1} (\varepsilon_1 t + \varepsilon_2)^k d - V_5 t}{\beta_1 t + \beta_0} d \quad (4.43)$$

elde edilir. Bu integralin çözümü için  $\varepsilon_1 = \beta_1$  ve  $\varepsilon_2 = \beta_0$  olduğu özel durumu alırsak,

$$V(t) = V_4 + \frac{\beta_1 V_5 [k + 2(m+1)] \ln [(\beta_1 t + \beta_0)^{k+2(m+1)}] - a_0^2 (\beta_1 t + \beta_0)^{k+2(m+1)}}{\beta_1^2 [k + 2(m+1)]^2} \quad (4.44)$$

sonucunu elde ederiz. Bu sonucu (2) denkleminde kullanırsak kozmik basıncı veya yoğunluğu için aşağıdaki sonucu elde ederiz:

$$p = \rho = \frac{\beta_1^2 [k + 2(m+1)]^2 [2m\beta_1^2 - (1+n)\beta_1(\beta_1 t + \beta_0)]}{2a_0^2 [k + 2(m+1)]^2 \beta_1^2 (\beta_1 t + \beta_0)^{2(m+1)}} - \frac{\{V_5 \beta_1 [k + 2(m+1)] - a_0^2 (\beta_1 t + \beta_0)^{k+2(m+1)}\}^2}{2a_0^2 [k + 2(m+1)]^2 \beta_1^2 (\beta_1 t + \beta_0)^{2(m+1)}} \quad (4.45)$$

IV)  $\varepsilon = \varepsilon_3 e^{\ell t}$  Durumu:

Bu durumda da skaler alanı karakterize eden kaynak fonksiyonu kozmik zamanın üstel fonksiyonu olarak değişmektedir ve (4.16) denklemi ile verilen Klein-Gordon denklemi,  $\varepsilon_3$  ve  $\ell$  integral sabitleri olmak üzere,

$$\ddot{V} + \left( \frac{\dot{B}}{B} + \frac{\dot{C}}{C} \right) \dot{V} = \varepsilon_3 e^{\ell t} A^2 \quad (4.46)$$

haline gelir. Bu denklemde A, B ve C metrik potansiyel ifadeleri kullanıldığında,

$$\ddot{V} + \frac{\beta_1}{\beta_1 t + \beta_0} \dot{V} + a_0^2 \varepsilon_3 e^{\ell t} (\beta_1 t + \beta_0)^{2m} = 0 \quad (4.47)$$

diferansiyel denklemi ve bu denklemin çözümünden de,  $V_6$  ve  $V_7$  nicelikleri integral sabitleri olmak üzere,

$$V(t) = V_6 - \int \frac{a_0^2 \varepsilon_3 \int (\beta_1 t + \beta_0)^{2m+1} e^{\ell t} dt - V_7 t}{\beta_1 t + \beta_0} dt \quad (4.48)$$

elde edilir. Bu integralin çözümü bazı özel değerler için sırasıyla aşağıdaki gibi elde edilmektedir:

i)  $a_0 = 1, \varepsilon_3 = 1, \beta_1 = 1, \beta_0 = 0, \ell = 1$  değerlerini alması durumunda,

$$V(t) = \begin{cases} V_8 - E(1, -\dot{t}) - e^t + V_9 \ln(t) & , \quad m = 0 \\ V_8 - 6E(1, -\dot{t}) - (t^2 - 5t + 1) e^t + V_9 \ln(t) & , \quad m = 1 \\ V_8 - 1 E(1, -\dot{t}) - e^t (t^4 - 9t^3 + 4t^2 - 7t + 4) + V_9 \ln(t) & , \quad m = 2 \\ V_8 + 2E(1, -\dot{t}) - e^t (t - 3) + V_9 \ln(t) & , \quad m = 1/2 \\ V_8 + 2E(1, -\dot{t}) - e^t (t^3 - 7t^2 + 2t - 5) + V_9 \ln(t) & , \quad m = 3/2 \\ V_8 + E(1, -\dot{t}) + V_9 \ln(t) & , \quad m = -1/2 \end{cases} \quad (4.49)$$

Burada  $Ei(a, z)$  üstel integral (The Exponential Integral) ifadesidir. Kozmik madde dağılımının basınç veya enerji yoğunluğu için,

$$p = \rho = \begin{cases} \frac{(\beta_1 t + \beta_0) [e^t (1-t) + V_9] + (1+n) \beta_1 t^2}{2a_0^2 t^2 (\beta_1 t + \beta_0)} & , \quad m = 0 \\ \frac{2\beta_1^2 t^2 - (1+n) \beta_1 (\beta_1 t + \beta_0) t^2 - (\beta_1 t + \beta_0)^2 [V_9 - e^t (t^3 + 7t^2 + 6t - 6)]}{2a_0^2 t^2 (\beta_1 t + \beta_0)^4} & , \quad m = 1 \\ \frac{4\beta_1^2 t^2 - (1+n) \beta_1 (\beta_1 t + \beta_0) t^2 - (\beta_1 t + \beta_0)^2 [V_9 - e^t (t^5 - 5t^4 + 2t^3 - 6t^2 + 12t - 12)]}{2a_0^2 t^2 (\beta_1 t + \beta_0)^6} & , \quad m = 2 \\ \frac{\beta_1^2 t^2 - (1+n) \beta_1 (\beta_1 t + \beta_0) t^2 - (\beta_1 t + \beta_0)^2 [V_9 - e^t (t^2 - 2t + 2)]}{2a_0^2 t^2 (\beta_1 t + \beta_0)^3} & , \quad m = 1/2 \\ \frac{3\beta_1^2 t^2 - (1+n) \beta_1 (\beta_1 t + \beta_0) t^2 - (\beta_1 t + \beta_0)^2 [V_9 - e^t (t^4 - 12t^3 + 4t^2 - 7t - 2)]}{2a_0^2 t^2 (\beta_1 t + \beta_0)^5} & , \quad m = 3/2 \\ \frac{\beta_1^2 t^2 - (1+n) \beta_1 (\beta_1 t + \beta_0) t^2 - (\beta_1 t + \beta_0)^2 [V_9 - e^t (t^2 - 2t + 2)]}{2a_0^2 t^2 (\beta_1 t + \beta_0)^3} & , \quad m = 1/2 \\ \frac{\beta_1^2 t^2 + (1+n) \beta_1 (\beta_1 t + \beta_0) t^2 + (\beta_1 t + \beta_0)^2 (V_9 - e^t)^2}{2a_0^2 t^2 (\beta_1 t + \beta_0)} & , \quad m = -1/2 \end{cases} \quad (4.50)$$

sonuçları elde edilir.

ii)  $a_0 = 1, \varepsilon_3 = 1, \beta_1 = 1, \beta_0 = 0, \ell = -1$  değerlerini alması durumunda,

$$V(t) = \begin{cases} V_8 - E(1, -it) - e^{-t} + V_9 \ln(-t) & , \quad m = 0 \\ V_8 - 6E(1, -it) - (t^2 - 5t + 1)e^{1t} + V_9 \ln(-t) & , \quad m = 1 \\ V_8 - 1 E(1, it) - e^{-t} (t^4 - 9t^3 + 4t^2 - 7t - 1) + V_9 \ln(-t) & , \quad m = 2 \\ V_8 + 2E(1, -it) - e^{-t} (t - 3) + V_9 \ln(-t) & , \quad m = 1/2 \\ V_8 + 2 E(1, it) - e^{-t} (t^3 - 7t^2 + 2t - 6) + V_9 \ln(-t) & , \quad m = 3/2 \\ V_8 + E(1, -it) + V_9 \ln(-t) & , \quad m = -1/2 \end{cases} \quad (4.51)$$

ve kozmik madde dağılımının basınç veya enerji yoğunluğu için aşağıdaki sonuçlar elde edilir:

$$p = \rho = \begin{cases} \frac{(\beta_1 t + \beta_0)[e^t + t e^{-t} + V_9] + (1+n)\beta_1 t^2}{2a_0^2 t^2 (\beta_1 t + \beta_0)} & , \quad m = 0 \\ \frac{2\beta_1^2 t^2 - (1+n)\beta_1(\beta_1 t + \beta_0)t^2 - (\beta_1 t + \beta_0)^2 [V_9 + 6e^t + t e^{-t} (t^2 + 7t - 1)]}{2a_0^2 t^2 (\beta_1 t + \beta_0)^4} & , \quad m = 1 \\ \frac{2\beta_1^2 t^2 - (1+n)\beta_1(\beta_1 t + \beta_0)t^2 - (\beta_1 t + \beta_0)^2 [V_9 + 12e^0 + t e^{-t} (t^4 - 1) + 7t^3 - 2t^2 - 4t - 2]}{2a_0^2 t^2 (\beta_1 t + \beta_0)^6} & , \quad m = 2 \\ \frac{\beta_1^2 t^2 - (1+n)\beta_1(\beta_1 t + \beta_0)t^2 - (\beta_1 t + \beta_0)^2 [V_9 + t e^{-t} (t - 4) - 2e^t]}{2a_0^2 t^2 (\beta_1 t + \beta_0)^3} & , \quad m = 1/2 \\ \frac{3\beta_1^2 t^2 - (1+n)\beta_1(\beta_1 t + \beta_0)t^2 - (\beta_1 t + \beta_0)^2 [V_9 - e^t (t^4 - 1) + 4t^3 - 7t^2 - 6t - 2]}{2a_0^2 t^2 (\beta_1 t + \beta_0)^5} & , \quad m = 3/2 \\ \frac{3\beta_1^2 t^2 - (1+n)\beta_1(\beta_1 t + \beta_0)t^2 - (\beta_1 t + \beta_0)^2 [V_9 + t e^{-t} (t^3 - 1) + 4t^2 - 7t - 2]}{2a_0^2 t^2 (\beta_1 t + \beta_0)^5} & , \quad m = 1/2 \\ \frac{\beta_1^2 t^2 + (1+n)\beta_1(\beta_1 t + \beta_0)t^2 + (\beta_1 t + \beta_0)^2 (V_9 - e^t)}{2a_0^2 t^2 (\beta_1 t + \beta_0)} & , \quad m = -1/2 \end{cases} \quad (4.52)$$



## BÖLÜM 5

## SONUÇ VE ÖNERİLER

## 5.1. Çözümlerin Asimptotik Davranışları ve Bazı Özellikleri.

Kaynaklı skaler alan içeren ideal akışkan dolu uzay zamanı karakterize eden kozmik basınç yada toplam enerji yoğunluğu, skaler alan fonksiyonu ve diğer niceliklerin değerlerinden çözümlerin bazı kozmolojik özelliklerini ve davranışlarını belirlemek, tartışmak ve elde edilen sonuçları yorumlamak mümkündür. Öncelikle, (4.9) ve (4.11) denklemlerinden ( $\dot{u}^i = 0$  ve  $\omega^2 = 0$ ), elde edilen modelde gravitasyonel alanın kaynağı olarak alınan ve (4.2) denklemi ile verilen kozmik madde dağılımının irrotasyonel ve geodezik olduğu görülür. Bu sonuç, uzay zamanı dolduran ve kaynaklı skaler içeren ideal akışkan dağılımının hareketinin bir sonucu olarak ortaya çıkan akı çizgilerinin (3.7) denklemi ile tanımlanan geodezik eğriler boyunca hareket ettiğini ve rotasyon yapmadığını gösterir. (4.10) ve (4.12) denklemlerinin yardımıyla kozmolojik modellerin anizotropiğini veren  $(\sigma/\theta)$  oranı tahmin edilebilir. Kara cisim ışınımı ile ilgili niceliklerden  $\sigma / \theta$  için üst limit  $10^{-3}$  olarak verilmiştir (Collins et al., 1980). Ayrıca; (4.36) ve (4.33) denklemleri kullanarak kozmik madde dağılımının kaynak fonksiyonuna bağlı olarak skaler alanı ile enerji yoğunluğu (yada kozmik basıncı) arasındaki ilişki hakkında fikir edinilebilir.

Elde edilen ve yukarıda verilen çözümler için (genelliği bozmaksızın  $a_0 = 1$ ,  $\beta_0 = 0$  ve 1 alınabilir) fiziksel niceliklerin limit durumlarındaki ( $t \rightarrow 0$  ve  $t \rightarrow \infty$ ) asimptotik davranışları incelendiğinde aşağıdaki sonuçlar elde edilir.

*Genişleme başlangıcında ( $t \rightarrow 0$ );*

$$\lim_{t \rightarrow 0} \mathbf{A} \rightarrow \begin{cases} 1 & , & m = 0 \\ 0 & , & m > 0 \\ \infty & , & m < 0 \end{cases} , \quad \lim_{t \rightarrow 0} \mathbf{B} \rightarrow \begin{cases} 0 & , & n \geq 0 \\ 1 & , & n = -1, \\ \infty & , & n \leq -2 \end{cases}$$

$$\lim_{t \rightarrow 0} i m \rightarrow \begin{cases} 0 & , \quad m > -1 \\ 1 & , \quad m = 1 \\ \infty & , \quad m > 1 \end{cases} \quad (5.1)$$

$$\lim_{t \rightarrow 0} i m \sqrt{-g} \rightarrow \begin{cases} 0 & , \quad n > 0 \quad v \quad m > 0 \\ 1 & , \quad m = 0 = n \quad v \quad em = -\frac{n}{2} \\ \infty & , \quad m < -\frac{n}{2} \end{cases} \quad (5.2)$$

$$\lim_{t \rightarrow 0} i \sigma^2 m \rightarrow \begin{cases} 0 & , \quad m = 1/2, \quad n = 0 \quad v \quad m = -2 = n \\ 1 & , \quad m = -1 = n \\ \infty & , \quad m \geq 0, \quad n \geq 0 \quad v \quad m = -1/2 = n \end{cases} \quad (5.3)$$

$$\lim_{t \rightarrow 0} i m \rightarrow \begin{cases} 0 & , \quad m \leq -1 \\ \infty & , \quad m > -1 \end{cases} \quad (5.4)$$

$$\lim_{t \rightarrow 0} |V| \rightarrow \infty \quad (5.5)$$

ve genişlemenin sonlarına ( $t \rightarrow \infty$ ) doğru ise,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} i m A \rightarrow \begin{cases} 0 & , \quad m < 0 \\ 1 & , \quad m = 0 \\ \infty & , \quad m > 0 \end{cases} , \quad \lim_{t \rightarrow \infty} i m B \rightarrow \begin{cases} 0 & , \quad n > 0 \\ 1 & , \quad n = -1 \\ \infty & , \quad n < -1 \end{cases} \quad (5.6)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} i m C \rightarrow \begin{cases} 0 & , \quad n > 1 \\ 1 & , \quad n = 1 \\ \infty & , \quad n < 1 \end{cases} \quad (5.7)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} i m \sqrt{-g} \rightarrow \begin{cases} 0 & , \quad m < -\frac{n}{2} \\ 1 & , \quad m = -\frac{n}{2} \\ \infty & , \quad m > 0, \quad n > 0 \end{cases} \quad (5.8)$$

## 5.2. Sonuçların İrdelenmesi ve Öneriler

Kozmolojide oldukça önemli yer tutan ve bir çok kozmolojik verilerin kaynağı olan mikrodalga fon ışınım anizotropisi problemi gibi bazı temel olayların açıklanmasında kaynaklı skaler alan içeren ideal akışkan kaynaklı modeller ile ilgili çalışmalar son yıllarda gittikçe artan bir öneme sahip olmuştur. Bu nedenle; özellikle evrenin ilk dönemlerinde, kaynaklı skaler alan içeren kozmik madde dağılımlarının oluşumunun ve kozmolojik etkilerinin incelenmesi önemli olmaktadır.

Elde edilen modelde;  $n \geq 0$ ,  $m < 0$  ve  $m > -1/2$  için uzay-zaman büyük patlama (big bang) tekilliği ile genişlemeye başlar.  $n \geq 0$ ,  $m > 0$  ve  $m > -1/2$  ise uzay zaman çizgisel (line singularity) tekillikten genişlemeye başlar.

Modeli karakterize eden ve uzay-zamanı dolduran katı (stiff) akışkan ( $p = \rho$ ) kozmik madde dağılımının basıncı ve enerji yoğunluğu skaler alan ile değişmektedir. Skaler alanın varlığı, kozmik madde dağılımının enerji yoğunluğunu ve basıncını artıracak şekilde eki etmektedir.

$\eta = 0$  olması halinde skaler alan kaynaksız olmakta ve bu durumda skaler alan kozmik zaman ile logaritmik olarak değişmektedir. Kozmik madde dağılımının basıncı ve enerji yoğunluğu kozmik zamanın kuvvet yasasına uygun olarak değişmektedir.

$\eta = \eta_0 = S a^b$  olduğu sabit skaler alan varlığında, skaler alan (4.39) bağıntısına göre kozmik zamanla logaritmik artarken üstel olarak ta azalma eğilimi göstermektedir. Benzer durum kaynak fonksiyonu  $\eta$ 'nin kuvvet yasasına uyduğu durumda da gerçekleşmektedir. Kaynak fonksiyonunun kozmik zaman  $t$ 'ye göre üstel olarak değiştiği durumda skaler alan bazı özel değerler için çözüm vermekte ve bu çözüm üstel integral (The Exponential Integral) ifadeleri içermektedir. Bu durumda kozmik madde dağılımının basıncı ve enerji yoğunluğu kuvvet yasası yanında üstel olarak ta değişmektedir.

Elde edilen niceliklerden yararlanarak; modeli karakterize eden kinematik nicelikler aşağıdaki şekilde elde edilir:

$$\sqrt{-g} = a_0^2 (\beta_1 t + \beta_0)^{2m+n} \quad (5.9)$$

$$\theta = \frac{\beta_1 (m+n)}{a_0 (\beta_1 t + \beta_0)^{m+1}} \quad (5.10)$$

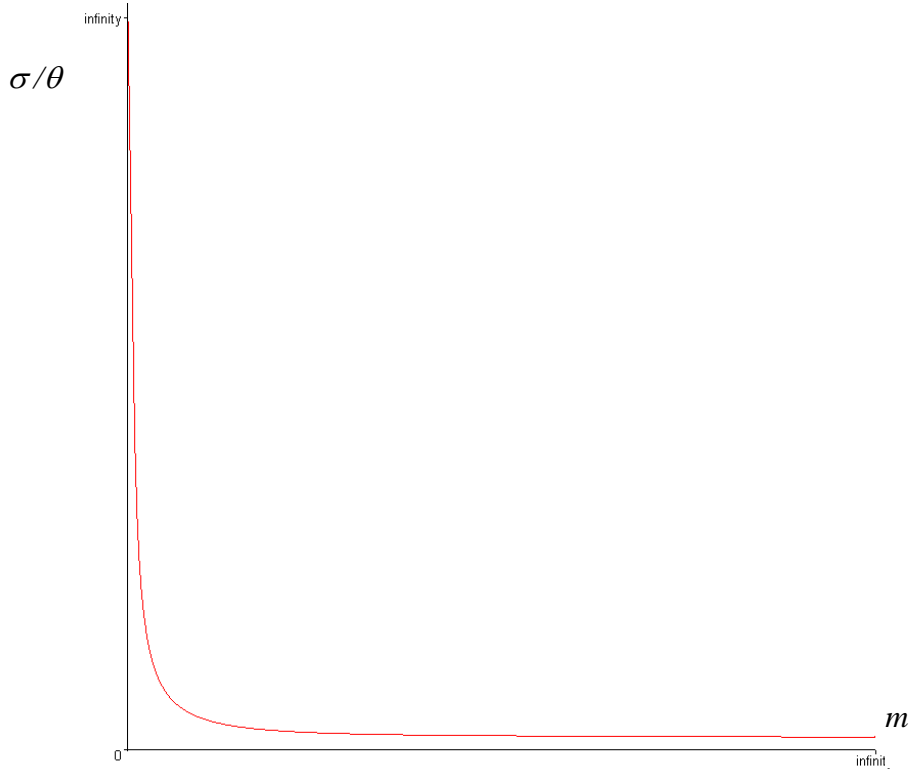
$$\sigma^2 = \frac{\beta_1^2 [(2m-n)^2 + 3]}{1 - a_0^2 (\beta_1 t + \beta_0)^{2(m+1)}} \quad (5.11)$$

$$\frac{\sigma}{\theta} = \frac{\sqrt{(2m-n)^2 + 3}}{2\sqrt{3}(m+n)} \quad (5.12)$$

Burada  $m = -n$  olması durumunda  $\theta = 0$  ve  $\frac{\sigma}{\theta} = \infty$  olmaktadır. Buna göre genişlemenin olmadığı durağan modelde anizotropi en büyük değerine sahip olmaktadır. Bu da bize genişlemenin başlaması ile birlikte anizotropinin hızla azalabileceğini düşündürmektedir. Ancak; anizotropi asla sıfır olmamaktadır. Buna göre; böyle bir uzay-zamanda anizotropi azalsa dahi etkisini hissettirmektedir.

$m = n$  için  $\frac{\sigma}{\theta} = \frac{\sqrt{m^2 + 3}}{4\sqrt{3}m}$  olmaktadır.  $m > 0$  için  $\frac{\sigma}{\theta}$  anizotropi değeri hızla

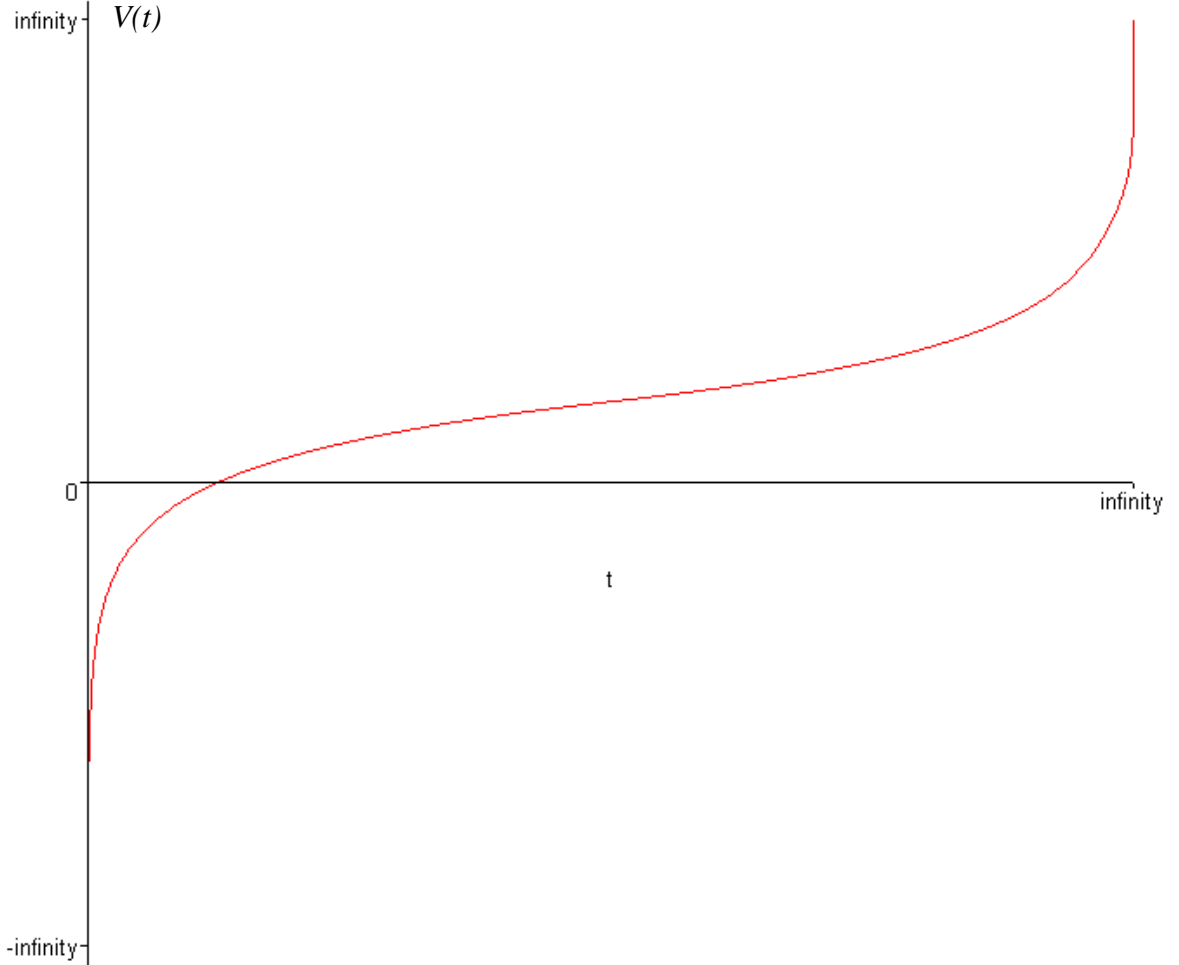
azalmaktadır (Şekil 5.1).



Şekil 5.1.  $m = n$  için  $m$  değerine bağlı olarak anizotropinin değişimi.

$n = 2m$  olması halinde  $\frac{\sigma}{\theta} = \frac{1}{6m}$  olmaktadır ve  $m$  değerine bağlı olarak anizotropi hızla azalmaktadır.

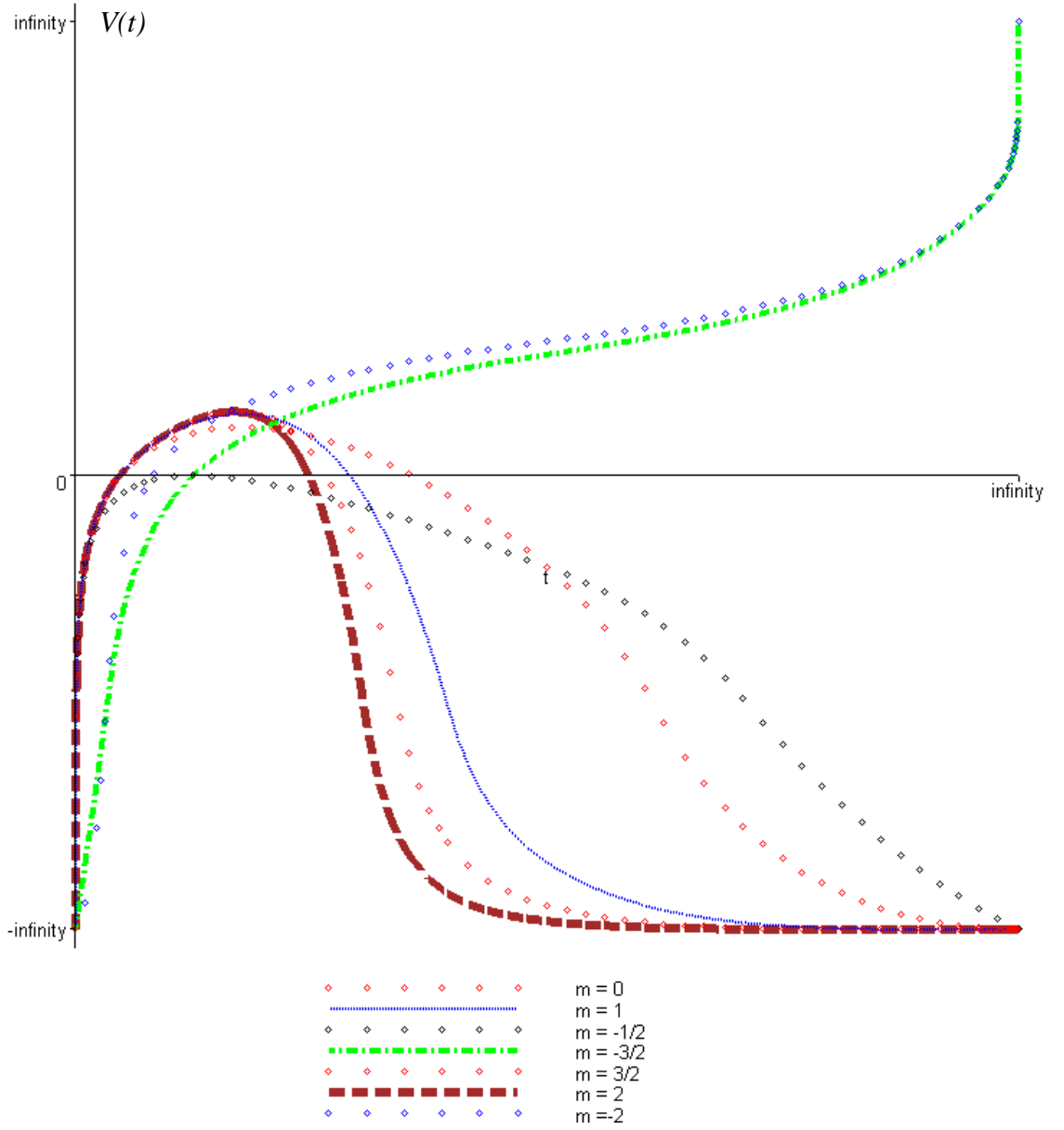
$\eta = 0$  durumunda, yani kaynaksız skaler alan varlığında, skaler alanın değişimi Şekil 2 'deki gibi olmaktadır.  $t = e^{-1} \cong 0,367$  değeri için  $V(t) = 0$  olmaktadır.  $t < e^{-1}$  için  $V(t) < 0$  olurken,  $t > e^{-1}$  için  $V(t) > 0$  olmaktadır.



Şekil 5.2 .Kaynaksız ( $\varepsilon = 0$ ) skaler alanın kozmik zaman  $t$  ile değişimi.

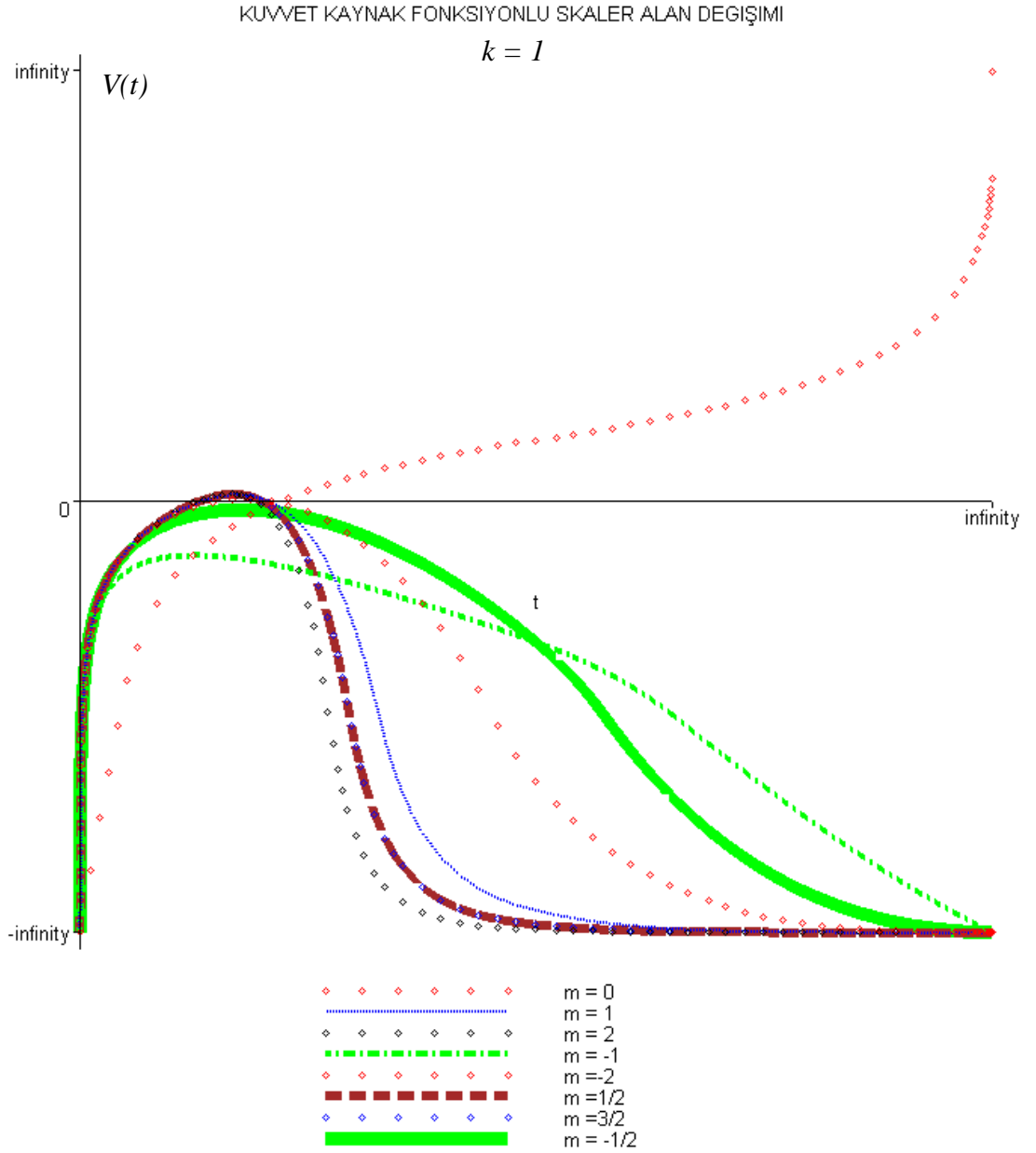
$\varepsilon = \varepsilon_0 = s a b$  olduğunda, sabit kaynak fonksiyonlu skaler alan için skaler alan fonksiyonunun değişimi Şekil 5.3'teki gibidir:

## SABİT KAYNAK FONKSİYONLU SKALER ALAN DEĞİŞİMİ

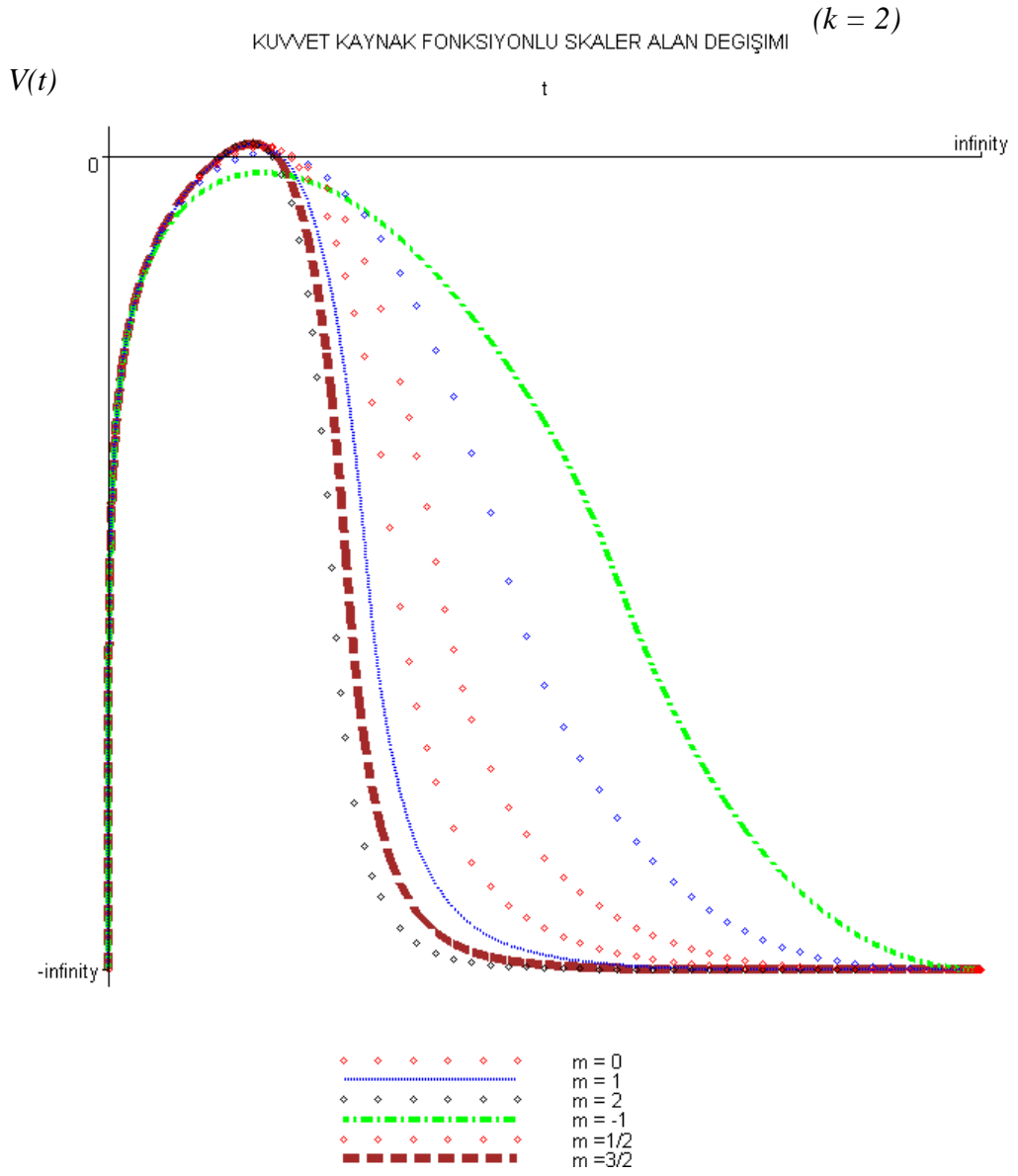


Şekil 5.3. Sabit kaynak fonksiyonlu ( $\varepsilon = \varepsilon_0 = s a b$ ) skaler alanın değişimi.

$\varepsilon = (\varepsilon_1 t + \varepsilon_2)^k$  olduğunda, kozmik zaman  $t$ 'nin kuvvet kanununa göre değiştiği kaynak fonksiyonlu skaler alanın  $k$  değerine bağlı olarak değişimleri aşağıda Şekil 5.4, Şekil 5.5, Şekil 5.6, Şekil 5.7, Şekil 5.8, Şekil 5.9, Şekil 5.10 ve Şekil 5.11'de verilmiştir.

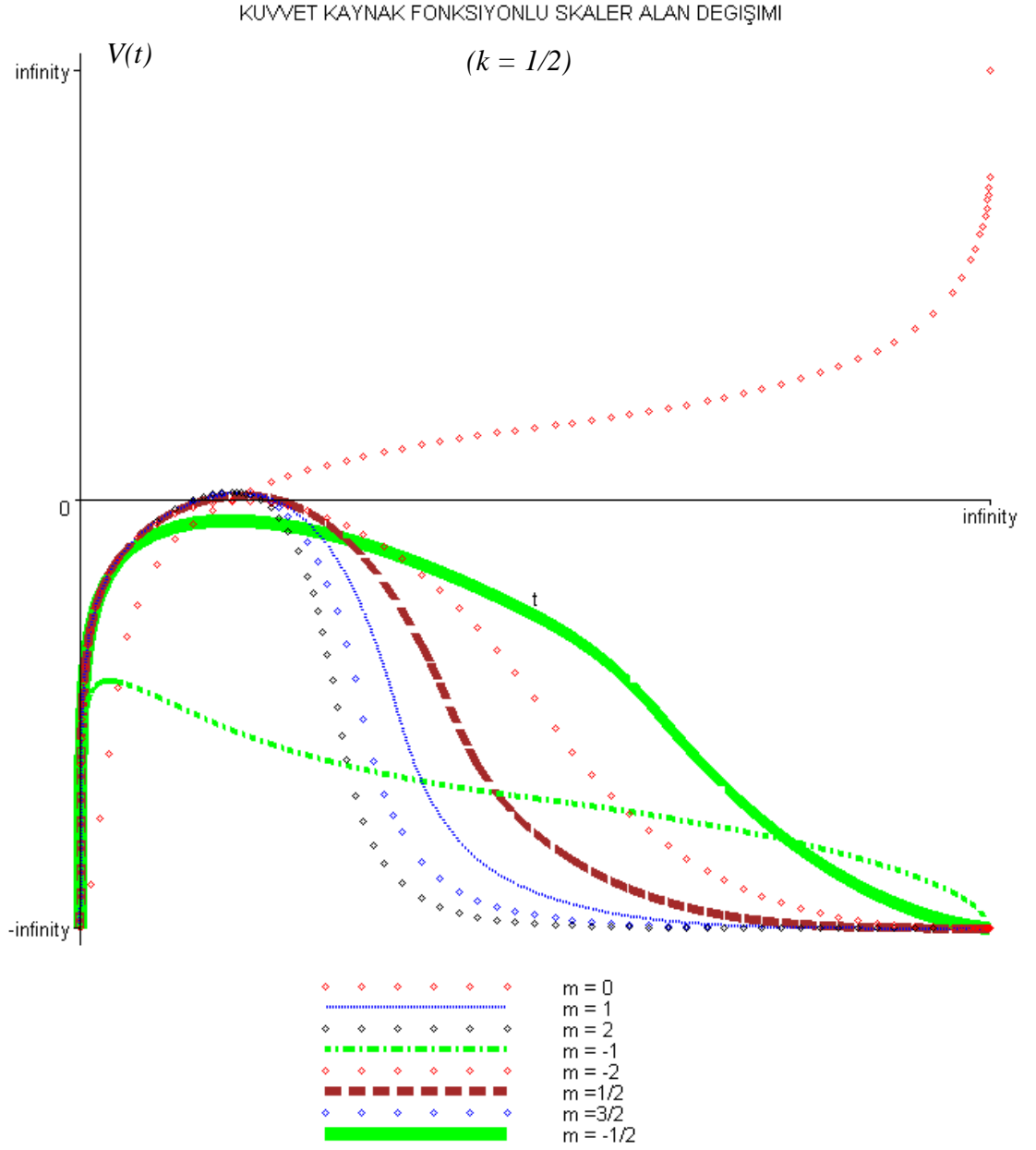


Şekil 5.4. Kuvvet ( $k = 1$ ) fonksiyonuna sahip kaynak fonksiyonlu,  $\varepsilon = (\varepsilon_1 t + \varepsilon_2)^k$  skaler alanın değişimi.

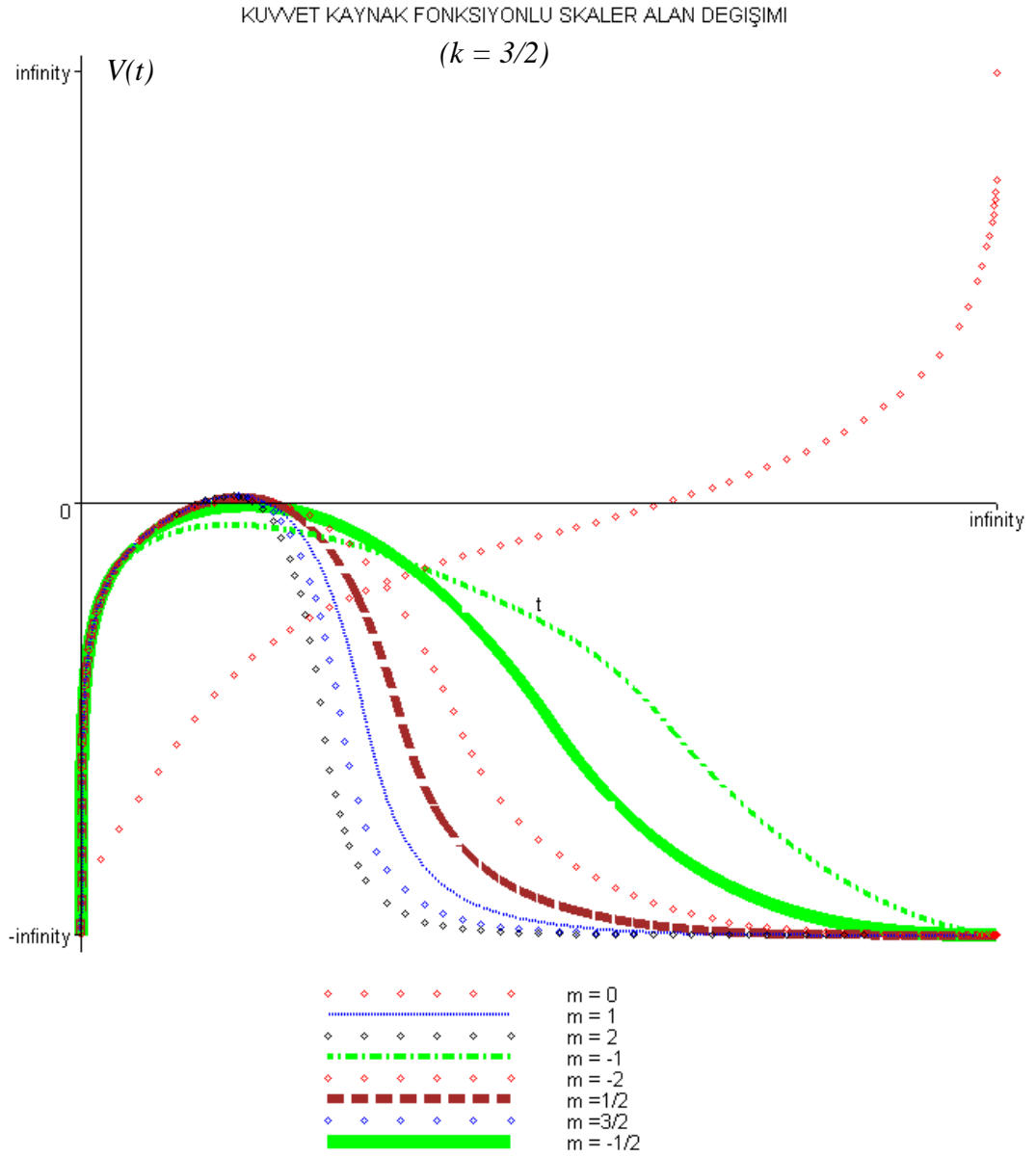


Şekil 5.5. Kuvvet  $(k = 2)$  fonksiyonuna sahip kaynak fonksiyonlu,  $\varepsilon = (\varepsilon_1 t + \varepsilon_2)^k$  skaler alanın değişimi.

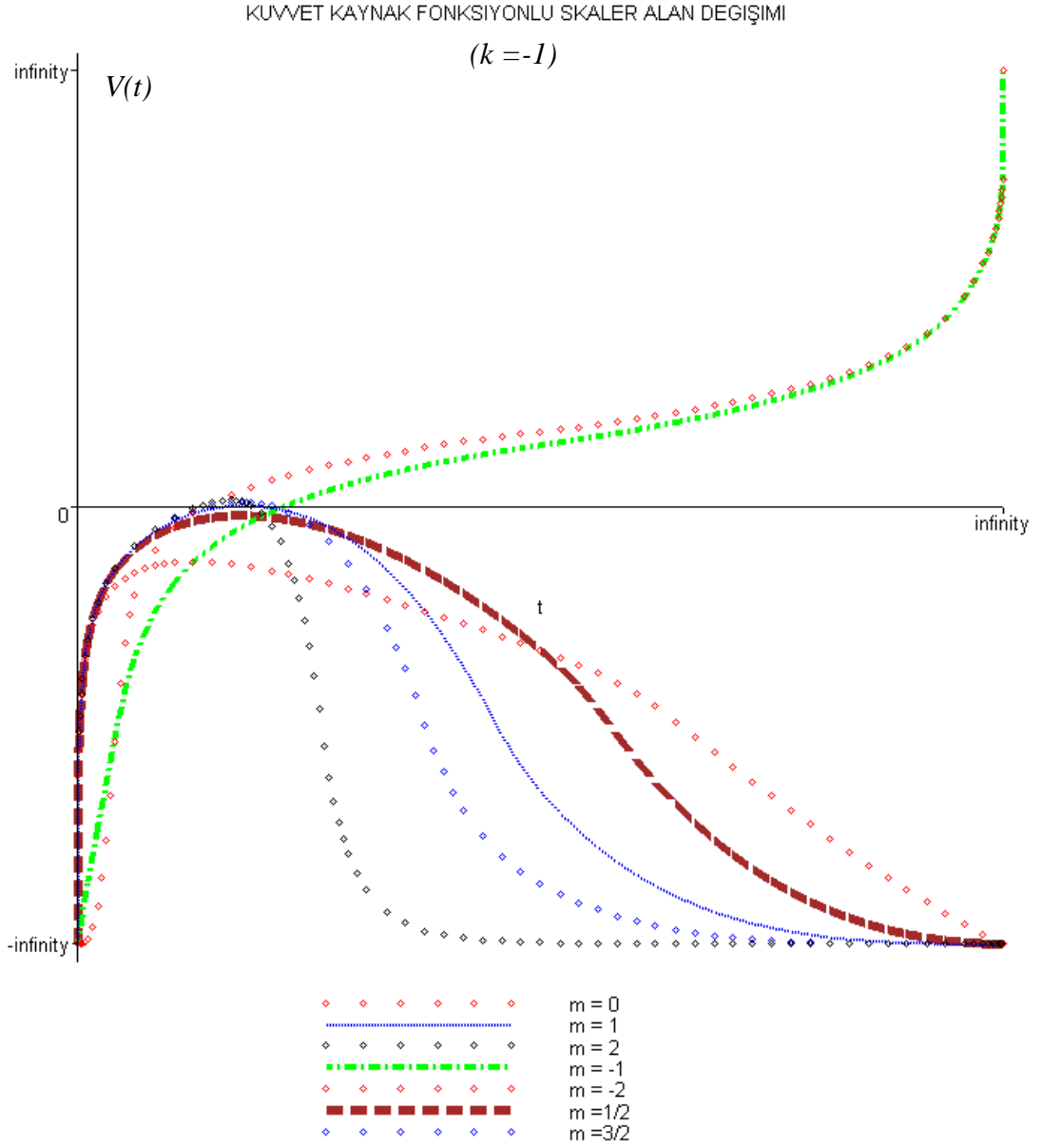




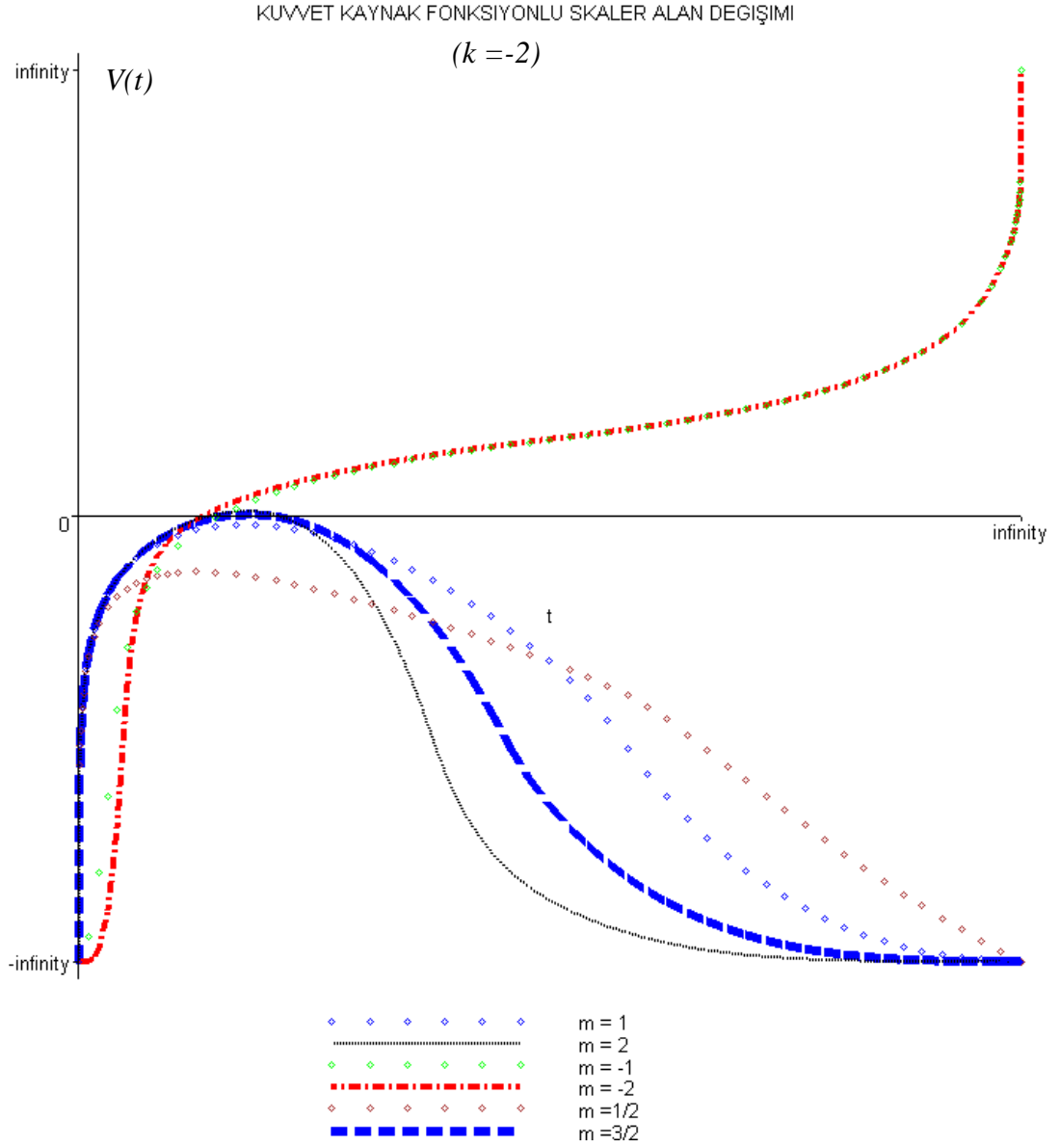
Şekil 5.6. Kuvvet ( $k = 1/2$ ) fonksiyonuna sahip kaynak fonksiyonlu,  $\varepsilon = (\varepsilon_1 t + \varepsilon_2)^k$  skaler alanın değişimi.



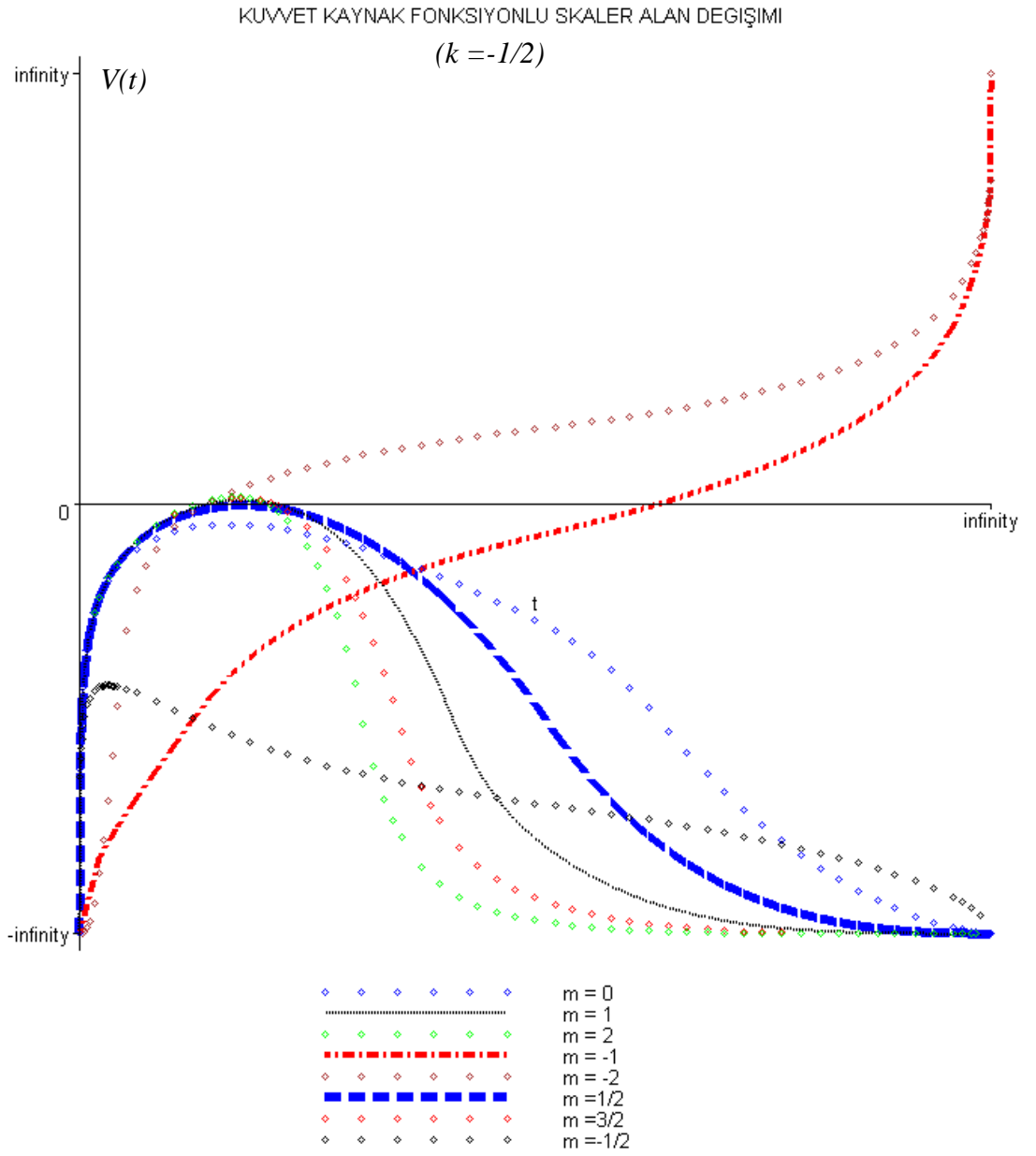
Şekil 5.7. Kuvvet ( $k = 3/2$ ) fonksiyonuna sahip kaynak fonksiyonlu,  $\varepsilon = (\varepsilon_1 t + \varepsilon_2)^k$  skaler alanın değişimi.



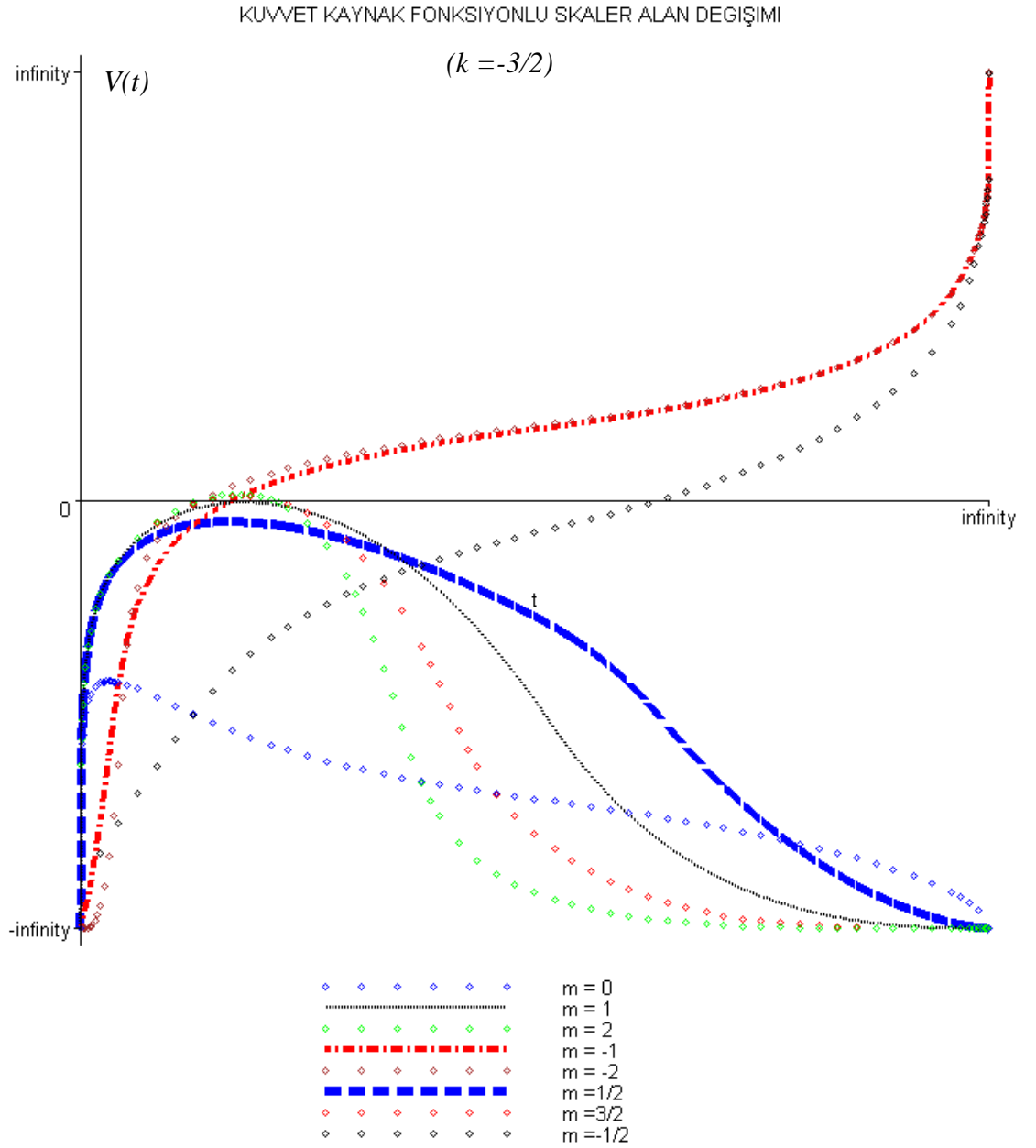
Şekil 5.8. Kuvvet ( $k = -1$ ) fonksiyonuna sahip kaynak fonksiyonlu,  $\varepsilon = (\varepsilon_1 t + \varepsilon_2)^k$  skaler alanın değişimi.



Şekil 5.9. Kuvvet ( $k = -2$ ) fonksiyonuna sahip kaynak fonksiyonlu,  $\varepsilon = (\varepsilon_1 t + \varepsilon_2)^k$  skaler alanın değişimi.



Şekil 5.10. Kuvvet ( $k = -1/2$ ) fonksiyonuna sahip kaynak fonksiyonlu,  $\varepsilon = (\varepsilon_1 t + \varepsilon_2)^k$  skaler alanın değişimi.



Şekil 5.11. Kuvvet ( $k = -3/2$ ) fonksiyonuna sahip kaynak fonksiyonlu,  $\varepsilon = (\varepsilon_1 t + \varepsilon_2)^k$  skaler alanın değişimi.

## KAYNAKLAR

- Aygün, S., 2005. Kütleli (Massive) Skaler Alan Kaynaklı Bazı Kozmolojik Modeller ve Özellikleri. (Yüksek Lisans Tezi). Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi. Çanakkale. Türkiye.
- Banerjee A., Sanyal A.K. ve Chakraborty S., 1990. *Pramana*, 34: 1.
- Barrow J.D., 2008. *New Theories of Everything*.
- Baysal H., Yılmaz İ. ve Tarhan İ., 2001. *Int. J. Mod. Phys., D10*: 935
- Bianchi I., 1897. *Mem. Soc. Ital. Sci., Ser. III a*, 11.
- Chakraborty S., 1991. *Indian J. Pure Appl. Phys.*, 29: 31.
- Collins C.B., Glass E.N. ve Wilkinson D.A., 1980. *Gen. Rel. Grav.* 12: 805.
- Davies P.C.W., 1984. *Phys. Rev.*, D30: 737.
- Davies P.C.W. ve Brown J., 1988. *Superstrings*, Cambridge University Press, Cambridge.
- Demianski M., 1979. *Physics of the Expanding Universe*. Springer-Verlag, Berlin.
- Garfinkle D., 1985. *Phys. Rev.*, D32: 1323.
- Glass E.W. ve Krisch J.P., 1999. *J. Math. Phys.*, 40: 4056.
- Gott J.R., 1985. *Astrophys. J.* 288: 422.
- Griffiths D., 1987. *Introduction to Elementary Particles*. Jhon Wiley & Soons Inc. N.Y. ISBN 0-471-60386-4.
- Hawking S.W. ve Ellis G.F.R., 1973. *The Large Scale Structure of Space-Time*. Cambridge University Press. Cambridge.
- Hawking S.W. ve Israel W., 1979. *General Relativity: An Einstein Centenary Survey*, Cambridge University Press, Cambridge.
- Hawking S., 2007. *The Theory of Everything: The Origin and Fate of the Universe*.
- Hindmarsh M.B. ve Kibble T.W.B., 1994. *Cosmic Strings*, hep-ph/9411342, SUSEX-TP-94-74.
- Hogan C.J., 1984. *Nature*, 310: 365.
- Hogan C.J. ve Rees M.J., 1984. *Nature*, 311: 109.

- Hortaçsu M.O., 1991. *Proceedings of the Fifth Regional Conference on Mathematical Physics*, Edited by A. Baran ve M. Koca, Edirne – TÜRKİYE.
- Hughston L.P., ve Tod K.P., 1990. *An Introduction to General Relativity*. Cambridge University Press, Cambridge.
- Jantzen R.T., 1986. *Class. Quan. Grav.*, 3: 281.
- Kaiser N. Ve Stebbins A., 1984. *Nature*, 310: 391.
- Kibble T.W.S., 1976. *J. Phys.*, A9: 1387.
- Kramer D., Stephani H., Herlt E., MacCallum M.A.H. ve Schmutzer E., 1980. *Exact Solutions of Einstein's Field Equations*. Cambridge Univ. Press. Cambridge.
- Kriori K.D., Chaudhury T. Mahanta C.R. ve Mazumdar A., 1990. *Gen. Rel. Grav.*, 22:123.
- Kriori K.D., Chaudhury ve T. Mahanta, C.R., 1994. *Gen. Rel. Grav.*, 26: 265.
- Landau L.D. ve Lifshitz, E.M., 1987. *The Classical Theory of Fields*. Bergamon Press.
- Letelier P.S., 1979. *Phys. Rev.*, D20: 1294.
- Letelier P.S., 1983. *Phys. Rev.*, D28: 2414.
- Lichnerowicz A., 1969. *Tensör Hesabı Elemanları, İstanbul Üniversitesi Yayınları*, Sayı:1456.
- MacCallum M.A.H., 1979. *In General Relativity and Einstein Centenary Survey*. Cambridge University Press, Cambridge
- Marder L., 1958. *Proc. Roy. Soc. Lond.*, A246: 133. (A244, 524).
- Matravers D.R., 1988. *Gen. Rel. Grav.*, 20: 279.
- Mohanty G., Sahoo P.K., ve Mishra B., 2002. On Bianchi Type-I Mesonic Cosmological Model in Bimetric Theory. *Astrophysics and Space Science*, 281 (3): 609-612.
- Mohanty G., Sahu S.K. ve Sahoo P.K., 2003. Massive Scalar Field in Bianchi Type I Space Time, *Astrophysics and Space Science*, 288: 523-529.
- Nevin J.M., 1991. *Gen. Rel. Grav.*, 23: 253.
- Perivolaopoulos L., 1994. *Cosmic String Theory. The Current Status*. MIT-CTP-2375.



- Raychaudhuri A., 1955. *Phys. Rev.* 98: 1123.
- Ryan M.P. ve Shaply, L.C. 1975. *Homogeneous Relativistik Cosmologies*. Princeton Univ. Press, N.J.
- Stachel J., 1980. *Phys. Rev.*, D21: 2171.
- Stephani H., 1985. *Genel Relativity*. Cambridge Univ. Press. Cambridge.
- Tarhan İ., 2002. *Astron. Nachr.*, 323: 494.
- Tikekar R., ve Patel, L.K., 1992. *Gen. Rel. Grav.*, 24: 397.
- Tikekar R., ve Patel L.K. ve Dadhich N., 1994. *Gen. Rel. Grav.*, 26: 647.
- Turok N. ve Schramm, D.N., 1984. *Nature*, 312: 598.
- Vilenkin A., 1976. *Phys. Rev. Lett.*, 46: 1169.
- Vilenkin A., 1981. *Phys. Rev.*, D24: 2082.
- Yılmaz İ., ve Yavuz, İ., 1997. *Gen. Rel. Grav.*, 29: 1295.
- Yılmaz İ., Tarhan İ., Yavuz İ., Baysal H., ve Camcı, U., 1999. *Int. J. Mod. Phys.* D8: 659.
- Zel'dovich Y.B., 1980. *Mon. Not. R. Astr. Soc.*, 192: 663.

## ŞEKİLLER LİSTESİ

<b>Şekil No</b>	<b>Sayfa No</b>
Şekil 5.1. $m = n$ için $m$ değerine bağlı olarak anizotropinin değişimi .....	28
Şekil 5.2. Kanaksız ( $\varepsilon = 0$ ) skaler alanın kozmik zaman $t$ ile değişimi .....	29
Şekil 5.3. Sabit kaynak fonksiyonlu ( $\varepsilon = \varepsilon_0 = \text{sabit}$ ) skaler alanın değişimi .....	30
Şekil 5.4. Kuvvet ( $k = 1$ ) fonksiyonuna sahip kaynak fonksiyonlu $\varepsilon = (\varepsilon_1 t + \varepsilon_2)^k$ skaler alanın değişimi .....	31
Şekil 5.5. Kuvvet ( $k = 2$ ) fonksiyonuna sahip kaynak fonksiyonlu $\varepsilon = (\varepsilon_1 t + \varepsilon_2)^k$ skaler alanın değişimi .....	22
Şekil 5.6. Kuvvet ( $k = 1/2$ ) fonksiyonuna sahip kaynak fonksiyonlu $\varepsilon = (\varepsilon_1 t + \varepsilon_2)^k$ skaler alanın değişimi .....	33
Şekil 5.7. Kuvvet ( $k = 3/2$ ) fonksiyonuna sahip kaynak fonksiyonlu $\varepsilon = (\varepsilon_1 t + \varepsilon_2)^k$ skaler alanın değişimi .....	34
Şekil 5.8. Kuvvet ( $k = -1$ ) fonksiyonuna sahip kaynak fonksiyonlu $\varepsilon = (\varepsilon_1 t + \varepsilon_2)^k$ skaler alanın değişimi .....	35
Şekil 5.9. Kuvvet ( $k = -2$ ) fonksiyonuna sahip kaynak fonksiyonlu $\varepsilon = (\varepsilon_1 t + \varepsilon_2)^k$ skaler alanın değişimi .....	36
Şekil 5.10. Kuvvet ( $k = -1/2$ ) fonksiyonuna sahip kaynak fonksiyonlu $\varepsilon = (\varepsilon_1 t + \varepsilon_2)^k$ skaler alanın değişimi .....	37
Şekil 5.11. Kuvvet ( $k = -3/2$ ) fonksiyonuna sahip kaynak fonksiyonlu $\varepsilon = (\varepsilon_1 t + \varepsilon_2)^k$ skaler alanın değişimi .....	38

## ÖZGEÇMİŞ

### KİŞİSEL BİLGİLER

Adı Soyadı : Özgür AYDOĞAN

Doğum Yeri : Ordu

Doğum Tarihi : 01.05.1976

### EĞİTİM DURUMU

Lisans Öğrenimi: (1992-1997) Çukurova Üniversitesi Fizik Bölümü.

Yüksek Lisans Öğrenimi: (2008-2010) Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi Fizik Bölümü

Bildiği Yabancı Diller: İngilizce, İspanyolca.

### İŞ DENEYİMİ

Çalıştığı Kurumlar ve Yıl:

(1997-2000) Özbekistan Silm Eğitim Şirketi Fizik Öğretmeni.

(2000-2004) Azerbaycan Çağ Eğitim Şirketi Fizik Öğretmeni.

(2004-2006) Çanakkale Fem Dershanesi Fizik Öğretmeni.

(2006-2010) Bursa Nilüfer Eğitim Kurumları Fizik Öğretmeni.

(2010-Bugün) İstanbul Çoşkun Eğitim Kurumları Fizik Öğretmeni.

### İLETİŞİM

E-posta Adresi : ozguray76@hotmail.com