T.C.

ÇANAKKALE ONSEKİZ MART ÜNİVERSİTESİ

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

AÇIK KÜMELERİN ZAYIF FORMLARI ÜZERİNE

Sercan ÖLMEZ

Matematik Anabilim Dalı

Tezin Sunulduğu Tarih: **10/06/2011**

Tez Danışmanı:

Doç. Dr. Erdal EKİCİ

ÇANAKKALE

YÜKSEK LİSANS TEZİ SINAV SONUÇ FORMU

SERCAN ÖLMEZ tarafından **DOÇ. DR. ERDAL EKİCİ** yönetiminde hazırlanan **"AÇIK KÜMELERİN ZAYIF FORMLARI ÜZERİNE"** başlıklı tez tarafımızdan okunmuş, kapsamı ve niteliği açısından bir Yüksek Lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

Doç. Dr. Erdal EKİCİ
Danışman

Doç. Dr. Faruk SOYDUGAN	Yrd. Doç. Dr. İlhan HACIOĞLU
Jüri Üyesi	Jüri Üyesi

Sıra No:

Tez Savunma Tarihi: 10/06/2011

Prof. Dr. İsmet KAYA
Müdür
Fen Bilimleri Enstitüsü

İNTİHAL (AŞIRMA) BEYAN SAYFASI

Bu tezde görsel, işitsel ve yazılı biçimde sunulan tüm bilgi ve sonuçların akademik ve etik kurallara uyularak tarafımdan elde edildiğini, tez içinde yer alan ancak bu çalışmaya özgü olmayan tüm sonuç ve bilgileri tezde kaynak göstererek belirttiğimi beyan ederim.

Sercan ÖLMEZ

TEŞEKKÜR

Yüksek lisans tez çalışmamda engin bilgileriyle bizi büyük bir özenle yetiştiren tez danışmanım Sn. Doç. Dr. Erdal EKİCİ' ye, bizleri bugünlere getiren değerli hocalarıma ve yaşamımın her döneminde destek ve yardımlarını esirgemeyen değerli aileme çok teşekkür ederim.

Sercan ÖLMEZ

ÖZET

AÇIK KÜMELERİN ZAYIF FORMLARI ÜZERİNE

Sercan ÖLMEZ
Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Matematik Anabilim Dalı Yüksek Lisans Tezi
Danışman: Doç. Dr. Erdal EKİCİ
10/06/2011, 52

Bu çalışmada zayıf gδpr*-kapalı kümeler ve zayıf gδpr**-kapalı kümeler çalışılmıştır. Zayıf gδpr*-kapalı kümeler ile zayıf gδpr**-kapalı kümeler arasındaki ilişkiler ve gδpr*-kapalı kümeler ve gδpr**-kapalı kümeler ile olan ilişkileri araştırılmıştır. Zayıf gδpr* ve zayıf gδpr**-kapalı kümelerin özellikleri tartışılmıştır.

Anahtar sözcükler: zayıf gδpr*-kapalı küme, zayıf gδpr**-kapalı küme, gδpr*-kapalı küme, gδpr**-kapalı küme, zayıf gδpr*-açık küme, zayıf gδpr**-açık küme, gδpr*-açık küme, gδpr**-açık küme

ABSTRACT

ON WEAK FORMS OF OPEN SETS

Sercan ÖLMEZ
Çanakkale Onsekiz Mart University
Graduate School of Science And Engineering
Chair of Mathematics Thesis of Master of Science
Advisor : Assoc. Prof. Dr. Erdal EKİCİ

10/06/2011, 52

In this thesis, weak gδpr*-closed sets and weak gδpr**-closed sets are studied. The relationships between weak gδpr*-closed sets and weak gδpr**-closed sets and the relationships between weak gδpr*-closed sets, gδpr*-closed sets and weak gδpr**-closed sets, gδpr**-closed sets are investigated. Properties of weak gδpr*-closed sets and weak gδpr**-closed sets are discussed.

Keywords: weak gδpr*-closed set, weak gδpr**-closed set, gδpr*-closed set, gδpr**-closed set, weak gδpr*-open set, weak gδpr**-open set, gδpr*-open set, gδpr**-open set

İÇERİK **Sayfa**

BÖLÜM 1

GİRİŞ

Bu tezdeki amaç zayıf gδpr*-kapalı kümeler ve zayıf gδpr**-kapalı kümeleri çalışmaktır.

Zayıf gδpr*-kapalı kümeler ile zayıf gδpr**-kapalı kümeler arasındaki ilişkiler ve gδpr*-kapalı kümeler ve gδpr**-kapalı kümeler ile olan ilişkileri araştırılmıştır.

Öte yandan zayıf gδpr* ve zayıf gδpr**-kapalı kümelerin özellikleri tartışılmıştır.

Bu tez altı bölümden oluşmaktadır.

İlk bölümde tezin tanıtımına yönelik bilgiler sunulmaktadır.

İkinci bölümde tezde kullanılacak olan temel tanım ve teoremler sunulmaktadır.

Üçüncü bölümde zayıf gδpr*-kapalı kümeler ve özellikleri ve ilişkileri çalışılmıştır.

Öte yandan çeşitli temel özellikler çalışılmıştır.

Dördüncü bölümde zayıf gδpr*-kapalı kümeler ve gδpr*-kapalı kümeler arasındaki ilişkiler araştırılmıştır.

Beşinci bölümde zayıf gδpr**-kapalı kümeler ve özellikleri ve ilişkileri araştırılmıştır.

Aynı zamanda zayıf gδpr**-kapalı kümelerinin ek koşullarla ilişkilendirilmesi araştırılmıştır.

Son bölümde zayıf gδpr*-kapalı kümeler ve zayıf gδpr**-kapalı kümeler arasındaki ilişkiler incelenmiştir.

BÖLÜM 2

ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR

Bu tezde topolojik uzayları **(**X,τ) ya da kısaca X ile göstereceğiz.

X bir topolojik uzay ve $A \subset X$ olsun. A kümesinin kapanışını cl(A) ve içini int(A) ile göstereceğiz.

Tanım 2.1. (X,τ) bir topolojik uzay ve $A \subset X$ olsun. A=int(cl(A)) ise A kümesine düzenli açık denir (Stone,1937).

Tanım 2.2. (X,τ) bir topolojik uzay ve $A \subset X$ olsun. A= cl(int(A)) ise A kümesine düzenli kapalı denir (Stone,1937).

Tanım 2.3. (X,τ) bir topolojik uzay ve $A \subset X$ olsun. Eğer $A \subset$ int(cl(A)) ise A kümesine önaçık denir (Mashhour ve ark., 1982).

Tanım 2.4. (X,τ) bir topolojik uzay olsun. Önaçık kümelerin tümleyenlerine önkapalı kümeler denir (El-Deeb ve ark., 1983).

Tanım 2.5. (X,τ) bir topolojik uzay ve $A \subset X$ olsun. $\forall (x \in B) \in \tau$ için $\text{int}(\text{cl}(B)) \cap A \neq \varnothing$ ise x noktasına A kümesinin bir δ-kapanış noktası denir (Velicko, 1968).

A kümesinin tüm δ-kapanış noktalarının kümesine A nın δ-kapanışı denir ve δ-cl(A) ile gösterilir (Velicko, 1968).

Tanım 2.6. (X,τ) bir topolojik uzay ve $A \subset X$ olsun. $A \subset$ int(δ-cl(A)) ise A kümesine δ-önaçıktır denir (Raychaudhuri ve Mukherjee,1993).

Tanım 2.7. (X,τ) bir topolojik uzay olsun. δ -önaçık kümelerin tümleyenlerine δ-önkapalı kümeler denir (Raychaudhuri ve Mukherjee,1993).

Tanım 2.8. X bir topolojik uzay ve $A \subset X$ olsun. $x \in X$ alalım. Eğer x'i bulunduran her δ-önaçık küme A'nın x' ten farklı bir noktasını kapsarsa x noktasına A kümesinin bir δ-önyığılma noktası denir (Ekici, 2005).

A kümesinin tüm δ-önyığılma noktalarının kümesi $A^{\delta p\sim}$ ile gösterilir.

Tanım 2.9. (X,τ) bir topolojik uzay ve $A \subset X$ olsun. A kümesini kapsayan tüm δ-önkapalı kümelerin arakesitine A kümesinin δ-önkapanışı denir (Raychaudhuri ve Mukherjee, 1993).

Tanım 2.10. (X,τ) bir topolojik uzay ve $A \subset X$ olsun. A kümesinde bulunan tüm δ-önaçık kümelerin birleşimine A kümesinin δ-öniçi denir (Raychaudhuri ve Mukherjee, 1993).

Teorem 2.11. (X,τ) bir topolojik uzay ve A, $B \subset X$ olsun. Bu durumda $A \subset B$ ise δ-pcl(A) $\subset$ δ-pcl(B) olur (Raychaudhuri ve Mukherjee, 1993).

Teorem 2.12. (X,τ) bir topolojik uzay ve $A \subset X$ olsun. Bu durumda δ-pcl(A) kümesi δ-ön kapalıdır (Raychaudhuri ve Mukherjee, 1993).

Teorem 2.13. (X,τ) bir topolojik uzay ve $A \subset X$ olsun. Bu durumda δ-pcl(δ pcl(A)) = δ -pcl(A) olur (Raychaudhuri ve Mukherjee, 1993).

Teorem 2.14. (X,τ) bir topolojik uzay ve $A \subset X$ olsun. Bu durumda $x \in$ δ-pcl(A) olması için gerek ve yeter koşul $\forall (x \in) B \in$ δ-PO(X) için $A \cap B \neq \emptyset$ olmasıdır (Raychaudhuri ve Mukherjee, 1993).

Tanım 2.15. (X,τ) bir topolojik uzay ve $A \subset X$ olsun. B açık küme olmak üzere $A \subseteq B$ iken $cl(A) \subseteq B$ oluyorsa A kümesine genelleştirilmiş kapalı küme denir (Levine, 1970).

Genelleştirilmiş kapalı kümeye kısaca g-kapalı küme denir (Levine, 1970).

Tanım 2.16. (X,τ) bir topolojik uzay ve $A \subset X$ olsun. Eğer $X \setminus A$ g-kapalı ise A kümesine genelleştirilmiş açık küme denir (Levine, 1970).

Genelleştirilmiş açık kümeye kısaca g-açık küme denir (Levine, 1970).

Tanım 2.17. (X,τ) bir topolojik uzay olmak üzere her g-kapalı küme kapalı küme ise uzaya $T_{1/2}$-uzay denir (Levine, 1970).

Tanım 2.18. (X,τ) bir topolojik uzay ve $A \subset X$ olsun. $A \subset B$ ve $B \subset X$ düzenli açık olduğunda δ-pcl(A) $\subset$ B oluyorsa A kümesine gδpr-kapalıdır denir (Ekici ve Noiri, 2006).

Tanım 2.19. (X,τ) bir topolojik uzay ve $A \subset X$ olsun. Eğer $X \setminus A$ gδpr-kapalı ise A kümesine gδpr-açık denir (Ekici ve Noiri, 2006).

Tanım 2.20. (X,τ) bir topolojik uzay ve $A \subset X$ olsun. A kümesi için $A \subset B$ ve $B \subset X$ gδpr-açık olduğunda cl(A) $\subset$ B oluyorsa A kümesine gδpr*-kapalı küme denir (Özen,2009).

Tanım 2.21. (X,τ) bir topolojik uzay ve $A \subset X$ olsun. $X \setminus A$ kümesi gδpr*-kapalı ise A kümesine gδpr*-açık küme denir (Özen,2009).

Tanım 2.22. (X,τ) bir topolojik uzay ve $A \subset X$ olmak üzere A kümesi için $A \subset B$ ve $B \subset X$ gδpr-açık olduğunda δ-pcl(A) $\subset$ B oluyorsa A kümesine gδpr**-kapalı küme denir (Özen,2009).

Tanım 2.23. (X,τ) bir topolojik uzay ve $A \subset X$ olsun. $X \setminus A$ kümesi gδpr**-kapalı ise A kümesine gδpr**-açık küme denir (Özen,2009).

Tanım 2.24. (X,τ) bir topolojik uzay olsun. Her $x, y \in X$ için $x \in cl(\{y\})$ iken $y \in cl(\{x\})$ oluyorsa bu uzaya simetrik uzay denir (Levine, 1970).

Tanım 2.25. (X,τ) bir topolojik uzay ve $A \subset X$ olsun. A kümesini kapsayan tüm açık kümelerin arakesitine A’ nın çekirdeği denir (Maki,1986).

Bir A kümesinin çekirdeği çek(A) ile gösterilir.

Tanım 2.26. (X,τ) bir topolojik uzay ve $A \subset X$ olsun. A kümesini kapsayan tüm önkapalı kümelerin arakesitine A kümesinin önkapanışı denir (El-Deeb ve ark., 1983).

Tanım 2.27. (X,τ) bir topolojik uzay ve $A \subset X$ olsun. $A \subset B$ ve $B \subset X$ açık olduğunda $pcl(A) \subset B$ oluyorsa A kümesine genelleştirilmiş p-kapalı küme denir (Maki ve ark., 1996).

Genelleştirilmiş p-kapalı kümeye kısaca gp-kapalı küme denir (Maki ve ark., 1996).

Tanım 2.28. (X,τ) bir topolojik uzay ve $A \subset X$ olsun. $A \subset B$ ve $B \subset X$ düzenli açık olduğunda $cl(A) \subset B$ oluyorsa A kümesine düzenli genelleştirilmiş kapalı küme denir (Palaniappan ve Rao, 1993).

Düzenli genelleştirilmiş kapalı kümeye kısaca rg-kapalı küme denir (Palaniappan ve Rao, 1993).

Tanım 2.29. (X,τ) bir topolojik uzay ve $A \subset X$ olsun. $A \subset B$ ve $B \subset X$ düzenli açık olduğunda $pcl(A) \subset B$ oluyorsa A kümesine genelleştirilmiş öndüzenli kapalı küme veya düzenli genelleştirilmiş önkapalı küme denir (Gnanambal, 1997; Noiri, 1998).

Düzenli genelleştirilmiş önkapalı kümeye kısaca gpr-kapalı küme denir (Gnanambal, 1997; Noiri, 1998).

Uyarı 2.30. (Ekici ve Noiri, 2006). **(**X,τ) bir topolojik uzay ve $A \subset X$ olsun.

Bu durumda aşağıdaki diyagram geçerlidir.

$$
\begin{array}{ccccc}
\text{kapalı} & \rightarrow & \text{g-kapalı} & \rightarrow & \text{rg-kapalı} \\
\downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\
\text{önkapalı} & \rightarrow & \text{gp-kapalı} & \rightarrow & \text{gpr- kapalı} \\
\downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\
\delta\text{-önkapalı} & \rightarrow & \text{g}\delta\text{p-kapalı} & \rightarrow & \text{g}\delta\text{pr-kapalı}
\end{array}
$$

BÖLÜM 3

TOPOLOJİK UZAYLARDA

ZAYIF gδpr*-KAPALI KÜMELER

VE

ÖZELLİKLERİ

Tanım 3.1. (X,τ) bir topolojik uzay ve $A \subset X$ olsun. A kümesi için $A \subset B$ ve $B \subset X$ gδpr-açık olduğunda $cl(int(A)) \subset B$ oluyorsa A kümesine zayıf gδpr*-kapalı küme denir.

Örnek 3.2. $X=\{a,b,c\}$ $\tau=\{X,\varnothing,\{a\},\{c\},\{a,b\},\{a,c\}\}$ olmak üzere $A=\{b,c\}$ kümesini alalım. Buradan $A \subset B$ olan B gδpr-açık kümesi için

$cl(int(A)) \subset B$ elde edilir.

Yani A zayıf gδpr*-kapalı kümedir.

Tanım 3.3. (X,τ) bir topolojik uzay ve $A \subset X$ olsun. $X \setminus A$ kümesi zayıf gδpr*-kapalı küme ise A kümesine zayıf gδpr*-açık küme denir.

Teorem 3.4. (X,τ) bir topolojik uzay ve $A \subset X$ olsun. A kapalı bir küme ise A zayıf gδpr*-kapalıdır.

İspat:

$A \subset X$ kapalı bir küme olsun. B gδpr-açık küme ve $A \subset B$ olsun.

Bu durumda

$$cl(int(A)) \subset cl(A)=A \subset B$$

olur.

Yani $cl(int(A)) \subset B$ elde ederiz. Böylece A zayıf gδpr*-kapalıdır.

Teorem 3.5. (X,τ) bir topolojik uzay ve $A \subset X$ olsun. A açık bir küme ise A zayıf gδpr*-açıktır.

İspat:

Kabul edelim ki $A \subset X$ açık bir küme olsun. O halde $X \setminus A$ kapalıdır. Bir önceki teoremden $X \setminus A$ zayıf gδpr*-kapalıdır.

O halde A zayıf gδpr*-açıktır.

Teorem 3.6. (X,τ) bir topolojik uzay ve $A \subset X$ olsun. A kümesinin zayıf gδpr*-açık olması için gerek ve yeter koşul, B gδpr-kapalı olmak üzere $B \subset A$ iken $B \subset int(cl(A))$ olmasıdır.

İspat:

(X,τ) bir topolojik uzay ve $A \subset X$ olsun. Kabul edelim ki A zayıf -gδpr*-açık ve B gδpr-kapalı olmak üzere $B \subset A$ olsun.

Buradan $X \setminus B$ gδpr-açık ve $X \setminus A \subset X \setminus B$ dir. $X \setminus A$ zayıf gδpr*-kapalı olduğundan

$$cl(int(X \setminus A)) \subset X \setminus B$$

dir.

Buradan

$$X \setminus int(cl(A)) \subset X \setminus B$$

ve

$$B \subset \mathrm{int}(\,\mathrm{cl}(A))$$

olur.

Sonuç olarak $B \subset \mathrm{int}(\mathrm{cl}(A))$ elde edilir.

Tersine B gδpr-kapalı olmak üzere $B \subset A$ iken $B \subset \mathrm{int}(\mathrm{cl}(A))$ olsun. $C \subset X$ gδpr-açık ve $X \setminus A \subset C$ alalım.

O halde $X \setminus C \subset A$ ve $X \setminus C$ gδpr kapalı olduğundan

$$X \setminus C \subset \mathrm{int}(\mathrm{cl}(A))$$

olur.

Buradan

$$X \setminus \mathrm{int}(\mathrm{cl}(A)) = \mathrm{cl}(\mathrm{int}(X \setminus A))$$

olduğundan $X \setminus A$ zayıf -gδpr*-kapalıdır.

Yani A zayıf gδpr*-açıktır.

Teorem 3.7. ((X,τ) bir topolojik uzay ve $A, B \subset X$ olsun. A ve B zayıf gδpr*-açık ve kapalı kümeler ise $A \cap B$ kümesi zayıf gδpr*-açıktır.

İspat:

(X,τ) bir topolojik uzay ve $A, B \subset X$ olsun. A ve B zayıf gδpr*-açık ve kapalı kümeler olsun.

Bu durumda $X \setminus A$ ve $X \setminus B$ zayıf gδpr*-kapalıdır.

$$(X \setminus A) \cup (X \setminus B) \subset C$$

olacak biçimdeki C kümesi gδpr-açık olsun. $X \setminus A$ ve $X \setminus B$ zayıf gδpr*-kapalı kümeler olduğundan

$$cl(int(X \setminus A)) \subset C$$

ve

$$cl(int(X \setminus B)) \subset C$$

olacaktır.

Bu durumda

$$cl(int(X \setminus A)) \cup cl(int(X \setminus B))$$

$$= cl(int(X \setminus A) \cup int(X \setminus B))$$

$$= cl(int(X \setminus (A \cap B)))$$

$$\subset C$$

olur.

Böylece $X \setminus (A \cap B)$ zayıf gδpr*-kapalı kümedir.
Yani $A \cap B$ zayıf gδpr*-açık kümedir.

Tanım 3.8. (X,τ) bir topolojik uzay ve $A \subset X$ olsun. A kümesini kapsayan tüm açık kümelerin arakesitine A' nın çekirdeği denir (Maki,1986).

Bir $A \subset X$ kümesinin çekirdeğini çek(A) ile göstereceğiz.

Tanım 3.9. (X,τ) bir topolojik uzay ve $A \subset X$ olsun. A kümesini kapsayan tüm gδpr-açık kümelerin arakesitine A kümesinin gδpr-çekirdeği denir.

Bir $A \subset X$ kümesinin gδpr-çekirdeğini gδpr-çek(A) ile göstereceğiz.

Teorem 3.10. **(**X,τ) bir topolojik uzay ve A⊂X olmak üzere A'nın zayıf gδpr*-kapalı olması için gerek ve yeter koşul cl(int(A))⊂gδpr-çek(A) olmasıdır.

İspat:

(X,τ) bir topolojik uzay ve A, B⊂X olmak üzere A⊂B ve B gδpr-açık olsun. A zayıf gδpr*-kapalı olduğundan cl(int(A))⊂B dir.

Buradan

$$\mathrm{cl}(\mathrm{int}(A)) \subset \mathrm{g}\delta\mathrm{pr}\text{-çek}(A)$$

elde ederiz.

Tersine cl(int(A))⊂gδpr-çek(A) olsun. A⊂B ve B gδpr-açık olsun. Bu durumda

$$\mathrm{cl}(\mathrm{int}(A)) \subset \mathrm{g}\delta\mathrm{pr}\text{-çek}(A) \subset B$$

olur.

O halde cl(int(A))⊂B olduğundan A zayıf gδpr*-kapalıdır.

Teorem 3.11. **(**X,τ) bir topolojik uzay olsun. X uzayında her gδpr-kapalı küme kapalı olmak üzere A kümesinin zayıf gδpr*-kapalı olması için gerek ve yeter koşul cl(int(A))⊂çek(A) olmasıdır.

İspat:

(X,τ) bir topolojik uzay ve A⊂X olsun. A zayıf gδpr*-kapalı, A⊂B ve B gδpr-açık olsun. A zayıf gδpr*-kapalı olduğundan cl(int(A)) ⊂B olur.

Buradan

$$\mathrm{cl}(\mathrm{int}(A)) \subset \text{çek}(A)$$

elde edilir.

Tersine

$$cl(int(A)) \subset çek(A)$$

ve $A \subset B$, B gδpr-açık olsun.

Buradan

$$cl(int(A)) \subset çek(A)$$

$$\subset B$$

olur.

Böylece $cl(int(A)) \subset B$ olup A zayıf gδpr*-kapalıdır.

Tanım 3.12. **(**X,τ) bir topolojik uzay olsun. $x \neq y$ olan her x, y noktası için $x \in A$ $y \notin A$ ve $x \notin B$, $y \in B$ olacak biçimde A ve B zayıf gδpr*-açık kümeleri varsa X uzayına zayıf gδpr*-T_1 uzaydır denir.

Teorem 3.13. **(**X,τ) bir topolojik uzay olsun. Her $x \in X$ için {x} kümesi zayıf gδpr*-kapalı ise **(**X,τ) zayıf gδpr*-T_1 uzaydır.

İspat:

Her $x \in X$ için {x} kümesi zayıf gδpr*-kapalı olsun. x, $y \in X$ olmak üzere $x \neq y$ alalım.

Bu durumda {x} ve {y} zayıf gδpr*-kapalı olur. O halde X \ {x} ve X \ {y} zayıf gδpr*-açıktır.

Ayrıca

$$x \notin X \setminus \{x\},\ y \in X \setminus \{x\}$$

ve

$$x \in X \setminus \{y\},\ y \notin X \setminus \{y\}$$

olur.

O halde (X,τ) zayıf gδpr*-T_1 uzaydır.

Tanım 3.14. (X,τ) bir topolojik uzay ve $A \subset X$ olsun. Bu durumda z-gδpr* cl(A) = ∩{B : $A \subset B$ ve B, X de zayıf gδpr*-kapalı küme} olarak tanımlanır.

Teorem 3.15. (X,τ) bir topolojik uzay ve $x \in X$ olsun. $x \in$ z-gδpr*-cl(A) olması için gerek ve yeter şart x i bulunduran her B zayıf gδpr*-açık kümesi için $B \cap A \neq \emptyset$ olmasıdır.

İspat:

(X,τ) bir topolojik uzay ve $A \subset X$ olsun. $x \in$ z-gδpr*-cl(A) ve kabul edelim ki $B \cap A = \emptyset$ olacak biçimde x i bulunduran bir B zayıf gδpr*-açık kümesi var olsun. Bu durumda $A \subset X \setminus B$ olduğundan

$$\text{z-g}\delta\text{pr*-cl}(A) \subset X \setminus B$$

olur.

Buradan $x \notin$ z-gδpr*-cl(A) olur ki bu bir çelişkidir.

O halde $A \cap B \neq \emptyset$ olmalıdır.

Tersine , kabul edelim ki $x \notin$ z-gδpr*-cl(A) olsun. O zaman $x \notin B$ olacak biçimde $A \subset B$ olan bir B zayıf gδpr*-kapalı alt kümesi vardır.

Buradan $x \in X \setminus B$ ve $X \setminus B$ zayıf gδpr*-açıktır.

$$(X \setminus B) \cap A = \emptyset$$

olur ki bu bir çelişkidir.

O halde $x \in$ z-gδpr*-cl(A) olmalıdır.

Teorem 3.16. **(**X,τ) bir topolojik uzay ve A, $B \subset X$ olsun.

$A \subset B$ ise z-gδpr*-cl(A) $\subset$ z-gδpr*-cl(B) olur.

İspat:

(X,τ) bir topolojik uzay ve A, $B \subset X$ olsun. $A \subset B$ olmak üzere $x \in$ z-gδpr*-cl(A) olsun. x i bulunduran her C zayıf gδpr*-açık kümesi için

$$C \cap A \neq \varnothing$$

olur.

$A \subset B$ olduğundan

$$C \cap B \neq \varnothing$$

dir.

Dolayısıyla $x \in$ z -gδpr*-cl(B) dir.

O halde z-gδpr*-cl(A) $\subset$ z-gδpr*-cl(B) olur.

Teorem 3.17. **(**X,τ) bir topolojik uzay ve A, $B \subset X$ olsun.

z -gδpr*-cl($A \cap B$) $\subset$ z-gδpr*-cl(A) $\cap$ z-gδpr*-cl(B) olur.

İspat:

(X,τ) bir topolojik uzay ve A, $B \subset X$ olsun. $x \in$ z-gδpr*-cl($A \cap B$) olarak alalım.

Bu durumda x i bulunduran her C zayıf gδpr*-açık kümesi için

$$C \cap (A \cap B) \neq \varnothing$$

dir.

Yani x i bulunduran her C açık kümesi için

$$C \cap A \neq \varnothing \text{ ve } C \cap B \neq \varnothing$$

olacaktır.

Dolayısıyla $x \in$ z-gδpr*-cl(A) ve $x \in$ z-gδpr*-cl(B) olur.

O halde

$$\text{z-g}\delta\text{pr*-cl}(A \cap B) \subset \text{z-g}\delta\text{pr*-cl}(A) \cap \text{z-g}\delta\text{pr*-cl}(B)$$

elde edilir.

Teorem 3.18. **(**X,τ) bir topolojik uzay ve $A \subset X$ olsun. A zayıf gδpr*-kapalı küme ise cl(int(A)) \ A kümesi boş kümeden farklı gδpr-kapalı altküme içermez.

İspat:

(X,τ) bir topolojik uzay ve $A \subset X$ olsun. A zayıf gδpr*-kapalı küme olmak üzere B gδpr-kapalı ve $B \subset cl(int(A)) \setminus A$ olsun.

Buradan $X \setminus B$ gδpr-açık olacaktır. A zayıf gδpr*-kapalı küme olduğundan $cl(int(A)) \subset X \setminus B$ ve buradan

$$B \subset X \setminus cl(int(A))$$

olacaktır.

Böylece

$$\begin{aligned} B &\subset cl(int(A)) \cap [X \setminus (cl(int(A)))] \\ &= \varnothing \end{aligned}$$

olacağından B = $\varnothing$ elde ederiz.

Sonuç olarak cl(int(A)) \ A kümesinin boş kümeden farklı gδpr-kapalı altkümesi yoktur.

Tanım 3.19. (X,τ) bir topolojik uzay olsun. Her zayıf gδpr*-kapalı küme kapalı ise uzaya z-gδpr*-$T_{1/2}$ uzay denir.

Teorem 3.20. Bir (X,τ) topolojik uzayı zayıf gδpr*- $T_{1/2}$ uzayı ise her tek nokta kümesi gδpr-kapalı ya da açıktır.

İspat:

(X,τ) topolojik uzayı zayıf gδpr*- $T_{1/2}$ uzay ve $x \in X$ olsun.

Kabul edelim ki {x} gδpr-kapalı olmasın. Bu durumda X \ {x} gδpr-açık değildir.

O halde X \ {x} gδpr*-kapalıdır. X \ {x} gδpr*-kapalı ise zayıf gδpr*-kapalıdır. X uzayı zayıf gδpr*- $T_{1/2}$ uzay olduğundan X \ {x} kapalıdır.

Yani {x} açıktır.

Teorem 3.21. (X,τ) bir topolojik uzay ve $A \subset X$ olsun. A zayıf gδpr*-kapalı ve açık bir küme olsun. Bu durumda A kümesi kapalıdır.

İspat:

$A \subset X$ zayıf gδpr*-kapalı ve açık bir küme olsun. Bu durumda $A \subset A$ ve A zayıf gδpr*-kapalı küme olduğundan

$$cl(int(A)) = cl(A) \subset A$$

elde edilir.

Buradan cl(A) = A olur.

Dolayısıyla A kümesi kapalıdır.

Teorem 3.22. **(**X,τ) bir topolojik uzay olsun.

Bu durumda X in bir z-gδpr*-$T_{1/2}$ uzay olması için gerek ve yeter şart her $A \subset X$ zayıf gδpr*-açık alt kümesinin açık olmasıdır.

İspat:

(X,τ) bir topolojik uzay olmak üzere X z-gδpr*-$T_{1/2}$ uzay ve A bir zayıf gδpr*-açık bir alt küme olsun.

O halde X \ A zayıf gδpr*-kapalı kümedir. X uzayı z-gδpr**-$T_{1/2}$ uzay olduğundan X \ A kapalıdır.

Dolayısıyla A kümesi açık kümedir.

Tersine A zayıf gδpr*-kapalı küme olsun. Bu durumda X \ A zayıf gδpr*-açıktır.

Buradan X \ A açıktır. O halde A kapalıdır.

Sonuç olarak X bir z-gδpr**-$T_{1/2}$ uzaydır.

Teorem 3.23. **(**X,τ) bir topolojik uzay, A ve B, X' in iki altkümesi olsun. Bu durumda A ve B zayıf gδpr*-kapalı ve açık kümeler ise $A \cup B$ kümesi de zayıf gδpr*-kapalıdır.

İspat:

(X,τ) bir topolojik uzay, A ve B, X' in iki altkümesi olsun.

A ve B zayıf gδpr*-kapalı ve açık iki küme olsun. $A \cup B \subset C$ olmak üzere C gδpr-açık kümesini alalım. A ve B zayıf gδpr*-kapalı kümeler olduğundan

$$cl(int(A)) \subset C$$

ve

$$cl(int(B)) \subset C$$

olacaktır. Bu durumda

$$\begin{aligned} cl(int(A \cup B)) &= cl(int(A)) \cup cl(int(B)) \\ &= cl(A) \cup cl(B) \\ &= cl(A \cup B) \\ &\subset C \end{aligned}$$

olur.

Sonuç olarak $A \cup B$ zayıf gδpr*-kapalı kümedir.

Teorem 3.24. (X,τ) bir topolojik uzay ve A, X in bir zayıf gδpr*-kapalı altkümesi olsun. $A \subset B \subset cl(int(A))$ ise B kümesi de zayıf gδpr*-kapalı kümedir.

İspat:

(X,τ) bir topolojik uzay ve $A \subset X$ olsun. A, X' in bir zayıf gδpr*-kapalı altkümesi olmak üzere $A \subset B \subset cl(int(A))$ olsun.

$B \subset C$ ve C gδpr açık küme olsun. $A \subset B \subset C$ ve A zayıf gδpr*-kapalı olduğundan $cl(int(A)) \subset C$ ve buradan

$$\begin{aligned} cl(int(B)) &\subset cl(int(A)) \\ &\subset C \end{aligned}$$

olacaktır.

O halde B zayıf gδpr*-kapalı kümedir.

Teorem 3.25. **(**X,τ) bir topolojik uzay ve A $\subset$ X zayıf gδpr*-açık küme ve int(cl(A))$\subset$B$\subset$A ise B zayıf gδpr*-açık kümedir.

İspat:

(X,τ) bir topolojik uzay ve A$\subset$X olsun. A, X in zayıf gδpr*-açık alt kümesi ve int(cl(A))$\subset$B$\subset$A olsun.

Bu durumda

$$X \setminus A \subset X \setminus B$$

$$\subset X \setminus int(cl(A))$$

$$= cl(int(X \setminus A))$$

olur.

Bu durumda X \ A zayıf gδpr*-kapalı küme olduğundan X \ B zayıf gδpr*-kapalı olacaktır.

O halde B kümesi zayıf gδpr*-açıktır.

Teorem 3.26. **(**X,τ) bir topolojik uzay ve A$\subset$X olsun. A kümesi zayıf gδpr*-açık ve kapalı bir küme ise int(A) da zayıf gδpr*-açıktır.

İspat:

(X,τ) bir topolojik uzay ve A$\subset$X olsun. A, X in bir zayıf gδpr*-açık ve kapalı alt kümesi olmak üzere

$$int(cl(A)) \subset int(cl(A))$$

$$= int(A)$$

$$\subset A$$

olduğundan bir önceki teoremden int(A) kümesi de zayıf gδpr*-açıktır.

Teorem 3.27. (X,τ) bir topolojik uzay ve A $\subset$ X olsun. A zayıf gδpr*-açık, B gδpr-açık ve int(cl(A))$\cup$(X \ A)$\subset$B ise B = X olur.

İspat:

(X,τ) bir topolojik uzay ve A$\subset$X olsun.

A bir zayıf gδpr*-açık küme ve B bir gδpr-açık küme olmak üzere int(cl(A))$\cup$X \ A$\subset$B olsun.

Bu durumda

$$X \setminus B \subset X \setminus (\,\mathrm{int}(\mathrm{cl}(A)) \cup X \setminus A\,)$$

$$= (X \setminus \mathrm{int}(\mathrm{cl}(A))) \cap A$$

$$= \mathrm{cl}\,(\mathrm{int}(\,X \setminus A)) \setminus (X \setminus A)$$

olur.

Bu durumda

$$X \setminus B \subset \mathrm{cl}(\mathrm{int}(X \setminus A)) \setminus (X \setminus A)$$

olacaktır. X \ B gδpr-kapalı ve X \ A zayıf gδpr*-kapalı olduğundan cl (int(X \ A)) \ (X \ A) kümesinin boş kümeden farklı gδpr-kapalı altkümesi yoktur.

O halde X \ B = $\varnothing$ olmalıdır. Yani B = X elde edilir.

Teorem 3.28. (X,τ) bir topolojik uzay olmak üzere X in her alt kümesi zayıf-gδpr*-kapalı ise X in açık kümelerinin sınıfı, kapalı kümelerinin sınıfına eşittir.

İspat:

(X,τ) bir topolojik uzay olmak üzere her alt kümesi zayıf gδpr*-kapalı olsun. Bir A açık kümesi için $A \subseteq A$ ve A zayıf gδpr*-kapalı olduğundan $cl(int(A)) \subset A$ ve A açık olduğundan

$$cl\,(int(A)) = cl(A) \subset A$$

elde edilir.

Ayrıca $A \subset cl(A)$ olduğundan $A = cl(A)$ elde edilir.

O halde A kapalıdır.

A kapalı küme olsun. Bu durumda $X \setminus A$ açıktır.

$$X \setminus A \subseteq X \setminus A$$

ve $X \setminus A$ zayıf-gδpr*-kapalı olduğundan

$$cl(int(X \setminus A)) \subseteq X \setminus A$$

ve $X \setminus A$ açık olduğundan

$$\begin{aligned} cl\,(int(X \setminus A)) &= cl(X \setminus A) \\ &\subseteq X \setminus A \end{aligned}$$

dır.

Buradan $X \setminus A$ kapalı kümedir. Yani A açık kümedir.

Teorem 3.29. Her gδpr-açık küme açık ve **(**X,τ) bir regüler topolojik uzay olmak üzere $A \subset X$ olsun. Bu durumda A kompakt bir küme ise zayıf gδpr*-kapalıdır.

İspat:

Her gδpr-açık küme açık olmak üzere , **(**X,τ) bir regüler topolojik uzay ve A kompakt bir alt kümesi, ayrıca $A \subset B$ ve B gδpr-açık bir küme olsun.

Bu durumda

$$\mathrm{int}(A) \subset A \subset C$$

$$\subset \mathrm{cl}(C) \subset B$$

olacak biçimde C gδpr-açık kümesi vardır.

Böylece

$$\mathrm{cl}(\mathrm{int}(A)) \subset \mathrm{cl}(C) \subset B$$

ise $\mathrm{cl}(\mathrm{int}(A)) \subset B$ olur.

O halde A kümesi zayıf gδpr*-kapalıdır.

Teorem 3.30. **(**X,τ) bir topolojik uzay olmak üzere $A \subset X$ olsun. A zayıf gδpr*-kapalı ise cl(int(A)) \ A kümesi zayıf gδpr*-açıktır.

İspat:

(X,τ) bir topolojik uzay olmak üzere $A \subset X$ olsun.

A zayıf gδpr*-kapalı küme olmak üzere $B \subset \mathrm{cl}\ (\mathrm{int}(A)) \setminus A$ ve B gδpr-kapalı küme olsun.

A zayıf gδpr*-kapalı küme olduğundan B = $\varnothing$ olur.

Buradan

$$B \subset int(cl(cl\,(int(A)) \setminus A))$$

olacaktır.

Sonuç olarak cl (int(A)) \ A zayıf gδpr*-açık kümedir.

BÖLÜM 4

TOPOLOJİK UZAYLARDA

gδpr*-KAPALI KÜMELER

VE

ZAYIF gδpr*-KAPALI KÜMELER

Teorem 4.1. (X,τ) bir topolojik uzay ve $A\subset X$ olsun. A kümesi gδpr*-kapalı küme olsun.

Bu durumda A kümesi zayıf gδpr*-kapalı kümedir.

İspat:

(X,τ) bir topolojik uzay ve $A\subset X$ olsun. A kümesi gδpr*-kapalı küme olsun. $A\subset B$ ve B gδpr-açık kümesini alalım.

$$cl(int(A))\subset cl(A)$$

ve A gδpr* kapalı olduğundan

$$cl(int(A))\subset cl(A)$$

$$\subset B$$

elde edilir.

O halde $cl(int(A))\subset B$ elde eldir.

Sonuç olarak A zayıf gδpr*-kapalı kümedir.

Uyarı 4.2. Her zayıf gδpr*-kapalı küme gδpr*-kapalı olmak zorunda değildir.

Örnek 4.3. X={a,b,c,d} τ={X,∅,{b,d},{a,b,d},{b,c,d}} olmak üzere A={a,d} kümesini alalım.

Buradan A zayıf gδpr*-kapalı kümedir.

Ancak A gδpr*-kapalı küme değildir.

.

Teorem 4.4. (X,τ) bir topolojik uzay ve $A \subset X$ ve A kümesi zayıf gδpr*-kapalı küme olsun. Bu durumda A açık bir küme ise A gδpr*-kapalı kümedir.

İspat:

A kümesi zayıf gδpr*-kapalı ve açık küme olsun. $A \subset B$ ve B gδpr-açık kümesini alalım.

Bu durumda A zayıf gδpr*-kapalı küme olduğundan $cl(int(A)) \subset B$ olacaktır. A açık bir küme olduğundan

$$cl(int(A)) = cl(A) \subset B$$

elde edilir.

O halde A kümesi gδpr*-kapalıdır.

Teorem 4.5. (X,τ) bir topolojik uzay ve $A \subset X$ olsun. A kümesi gδpr*-açık ise zayıf gδpr*-açıktır.

İspat:

A kümesi gδpr*-açık olsun. Bu durumda X \ A kümesi gδpr*-kapalıdır. $X \setminus A \subset B$ olacak biçimde B gδpr-açık kümesini alalım.

Bu durumda

$$\begin{aligned} int(X \setminus A) &\subset X \setminus A \\ &\subset B \end{aligned}$$

ve X \ A gδpr*-kapalı olduğundan

$$\begin{aligned} cl(int(X \setminus A)) &\subset cl(X \setminus A) \\ &\subset B \end{aligned}$$

elde edilir.

Buradan $cl(int(X \setminus A)) \subset B$ olduğundan X \ A zayıf gδpr*-kapalı kümedir.

O halde A kümesi zayıf gδpr*-açıktır.

Uyarı 4.6. Her zayıf gδpr*-açık küme gδpr*-açık olmak zorunda değildir.

Teorem 4.7. (X,τ) bir topolojik uzay ve $A \subset X$ olsun. A kümesi zayıf gδpr*-açık küme olmak üzere A kümesi kapalı ise gδpr*-açıktır.

İspat:

(X,τ) bir topolojik uzay ve $A \subset X$ olsun. A kümesi zayıf gδpr*-açık ve kapalı olsun.

Bu durumda X \ A zayıf gδpr*-kapalı ve açık kümedir. $X \setminus A \subset B$ olmak üzere G gδpr-açık kümesini alalım.

O halde

$$cl(int(X \setminus A)) = cl(X \setminus A) \subset B$$

elde edilir.

Bu durumda X \ A gδpr*-kapalıdır.

Sonuç olarak A kümesi gδpr*-açıktır.

BÖLÜM 5

TOPOLOJİK UZAYLARDA

ZAYIF gδpr**-KAPALI KÜMELER

VE

ÖZELLİKLERİ

Tanım 5.1. (X,τ) bir topolojik uzay ve $A \subset X$ olsun. A kümesi için $A \subset B$ ve $B \subset X$ gδpr-açık olduğunda δ-pcl(int(A)) $\subset B$ oluyorsa A kümesine zayıf gδpr**-kapalı küme denir.

Tanım 5.2. (X,τ) bir topolojik uzay ve $A \subset X$ olsun. $X \setminus A$ kümesi zayıf gδpr**-kapalı küme ise A kümesine zayıf gδpr**-açık küme denir.

Teorem 5.3. (X,τ) bir topolojik uzay ve $A \subset X$ olsun. A δ-önkapalı bir küme ise A zayıf gδpr**-kapalı kümedir.

İspat:

(X,τ) bir topolojik uzay, $A \subset X$ δ-önkapalı bir küme ve B gδpr-açık küme olmak üzere $A \subset B$ olsun.

Bu durumda $\text{int}(A) \subset A$ olduğundan

$$\begin{aligned}\delta\text{-pcl}(\text{int}(A)) &\subset \delta\text{-pcl}(A)\\ &= A\\ &\subset B\end{aligned}$$

dir.

Buradan δ-pcl(int(A)) $\subset$ B olduğundan A zayıf gδpr**-kapalı kümedir.

Teorem 5.4. (X,τ) bir topolojik uzay ve A $\subset$ X olsun. Eğer A zayıf gδpr**-kapalı ve açık bir küme ise A δ-önkapalıdır.

İspat:

(X,τ) bir topolojik uzay, A $\subset$ X zayıf gδpr**-kapalı ve açık bir küme olsun. Bu durumda A $\subset$ A ve A zayıf gδpr**-kapalı olduğundan

$$\delta\text{-pcl(int(A))} \subset \text{A}$$

olur.

O halde A kümesi δ-önkapalıdır.

Teorem 5.5. (X,τ) bir topolojik uzay ve A $\subset$ X olsun. A kümesi gδpr**-kapalı küme ise zayıf gδpr**-kapalı kümedir.

İspat:

(X,τ) bir topolojik uzay ve A $\subset$ X olsun. A kümesi gδpr**-kapalı küme olsun. A $\subset$ B ve B gδpr-açık kümesini alalım. int(A)) $\subset$ A ve A gδpr**-kapalı olduğundan

$$\delta\text{-pcl(int(A))} \subset \delta\text{-pcl(A)} \subset \text{B}$$

elde edilir.

O halde δ-pcl(int(A)) $\subset$ B olur.

Sonuç olarak A zayıf gδpr**-kapalı kümedir.

Teorem 5.6. (X,τ) bir topolojik uzay ve $A \subset X$ ve A kümesi zayıf gδpr**-kapalı küme olsun. Bu durumda A açık bir küme ise A gδpr**-kapalı kümedir.

İspat:

(X,τ) bir topolojik uzay ve $A \subset X$ olsun. A kümesi zayıf gδpr**-kapalı ve açık küme olsun. $A \subset B$ ve B gδpr-açık kümesini alalım.

Bu durumda A zayıf gδpr**-kapalı ve açık küme olduğundan

$$\delta\text{-pcl}(A) = \delta\text{-pcl}(\text{int}(A)) \subset B$$

olacaktır.

O halde δ-pcl(A) $\subset$ B ve A kümesi gδpr**-kapalıdır.

Teorem 5.7. (X,τ) bir topolojik uzay ve $A \subset X$ olsun. A kümesi gδpr**-açık ise zayıf gδpr**-açıktır.

İspat:

(X,τ) bir topolojik uzay, $A \subset X$ ve A kümesi gδpr**-açık olsun. Bu durumda $X \setminus A$ kümesi gδpr**-kapalıdır. $X \setminus A \subset B$ olacak biçimde B gδpr açık kümesini alalım.

Bu durumda

$$\text{int}(X \setminus A) \subset X \setminus A \subset B$$

ve $X \setminus A$ gδpr**-kapalı olduğundan

$$\delta\text{-pcl}(\text{int}(X \setminus A)) \subset \delta\text{-pcl}(X \setminus A) \subset B$$

elde edilir.

Buradan δ-pcl(int(X \ A)) $\subset$ B olduğundan X \ A zayıf gδpr**-kapalı kümedir.

O halde A kümesi zayıf gδpr**-açıktır.

Teorem 5.8. **(**X,τ) bir topolojik uzay ve $A \subset X$ olsun. A kümesi zayıf gδpr**-açık küme olmak üzere A kümesi kapalı ise gδpr**-açıktır.

İspat:

(X,τ) bir topolojik uzay ve $A \subset X$ olmak üzere zayıf gδpr**-açık ve kapalı olsun. X \ A $\subset$ B olmak üzere B gδpr-açık kümesini alalım. X \ A zayıf gδpr**-kapalı olduğundan

$$\delta\text{-pcl}(\text{int}(X \setminus A)) \subset B$$

olur.

A kümesi kapalı ise X \ A açık ve int(X \ A) = X \ A olduğundan

$$\delta\text{-pcl}(\text{int}(X \setminus A)) = \delta\text{-pcl}(X \setminus A) \subset B$$

elde edilir.

Bu durumda X \ A gδpr**-kapalıdır.

Sonuç olarak A kümesi gδpr**-açıktır.

Teorem 5.9. **(**X,τ) bir topolojik uzay ve $A \subset X$ olsun. Eğer A zayıf gδpr**-açık ve kapalı bir küme ise A δ-önaçıktır.

İspat:

(X,τ) bir topolojik uzay $A \subset X$ zayıf gδpr**-açık ve kapalı bir küme olarak alalım.

O halde X \ A zayıf gδpr**-kapalı ve açıktır. Teorem 5.4 den X \ A δ-önkapalıdır.

Sonuç olarak A δ-önaçıktır.

Teorem 5.10. (X,τ) bir topolojik uzay ve $A \subset X$ olsun. Her gδpr-açık küme açık olmak üzere A açık ve g-kapalı bir küme ise A zayıf gδpr**-kapalıdır.

İspat:

(X,τ) bir topolojik uzay $A \subset X$ açık ve g-kapalı bir küme, $A \subset B$ ve B gδpr-açık küme olsun.

Hipotezden B açık bir küme olup; A g-kapalı olduğundan $cl(A) \subset B$ dir. O halde A kümesinin açık küme olduğu da dikkate alınırsa

$$\delta\text{-}pcl(int(A)) = \delta\text{-}pcl(A) \subset B$$

elde ederiz.

Sonuç olarak

$$\delta\text{-}pcl(int(A)) \subset B$$

olur.

O halde A kümesi zayıf gδpr**-kapalıdır.

Teorem 5.11. Her gδpr-kapalı küme kapalı ve her tek nokta kümesi açık olsun. Bu durumda X uzayı simetrik ise $\forall\ x \in X$ için $\{x\}$ zayıf gδpr**-kapalıdır.

İspat:

(X,τ) simetrik bir topolojik uzay olsun. Kabul edelim ki bir $x \in X$ için $\{x\}$ zayıf gδpr**-kapalı olmasın.

O halde $\{x\} \subset B$ ve B gδpr-açık olmak üzere δ-pcl(int({x}))$\not\subset B$ olacak biçimde B kümesi vardır. Yani cl(int({x}))$\not\subset B$ dir.

Bu durumda

$$cl(int(\{x\})) \cap X \setminus B \neq \emptyset$$

olur.

O halde

$$y \in cl(int(\{x\})) \cap X \setminus B$$

olacak biçimde y vardır. {x} açık olduğundan

$$y \in cl(int(\{x\}) = cl(\{x\})$$

ve X uzayı simetrik olduğundan

$$x \in cl(\{y\}) \subset X \setminus B$$

elde ederiz.

Bu durumda $x \notin B$ olur. Bu ise $\{x\} \subset B$ olmasıyla çelişir.

O halde $\forall x \in X$ için {x} zayıf gδpr**-kapalıdır.

Teorem 5.12. (X,τ) bir topolojik uzay olmak üzere X' in her alt kümesi zayıf gδpr**-kapalı ise her açık küme δ-önkapalıdır.

İspat:

(X,τ) bir topolojik uzay olmak üzere X' in her alt kümesi zayıf gδpr**-kapalı olsun. $A \subset X$ açık kümesini alalım.

Bu durumda A gδpr-açıktır. Hipotezden A zayıf gδpr**-kapalı olduğundan $A \subset A$ ve dolayısıyla

$$\delta\text{-pcl}(A) \subset \delta\text{-pcl}(\text{int}(A)) \subset A$$

olur.

Aynı zamanda $A \subset \delta$-pcl(A) olduğundan A = δ-pcl(A) elde edilir.

O halde A δ-önkapalıdır.

Teorem 5.13. **(**X,τ) bir topolojik uzay olmak üzere X'in her alt kümesi zayıf gδpr**-açık ise her açık küme δ-önkapalıdır.

İspat:

Kabul edelim ki **(**X,τ) bir topolojik uzay ve X'in her alt kümesi zayıf gδpr** -açık olsun. $A \subset X$ alalım.

Buradan $X \setminus A \subset X$ ve X \ A zayıf gδpr**-açıktır. O halde A zayıf gδpr**-kapalıdır. Bir önceki teoremden A δ-önkapalı kümedir.

Teorem 5.14. **(**X,τ) bir topolojik uzay ve $A \subset X$ olsun. A zayıf gδpr**-kapalı küme ise δ-pcl(int(A)) \ A kümesinin boştan farklı gδpr-kapalı alt kümesi yoktur.

İspat:

(X,τ) bir topolojik uzay ve $A \subset X$ olsun. A zayıf gδpr**-kapalı küme olmak üzere B gδpr-kapalı ve $B \subset \delta$-pcl(int(A)) \ A olsun.

Bu durumda X \ B gδpr-açık ve A zayıf gδpr**-kapalı olduğunda

$$\delta\text{-pcl}(\text{int}(A)) \subset X \setminus B$$

ve

$$B \subset X \setminus \delta\text{-pcl}(\text{int}(A))$$

olur.

Böylece

$$B \subset \delta\text{-pcl}(\text{int}(A)) \cap (X \setminus \delta\text{-pcl}(\text{int}(A))) = \varnothing$$

olduğundan $B = \varnothing$ dir.

Teorem 5.15. **(**X,τ) bir topolojik uzay ve $A \subset X$ olsun. A zayıf gδpr**-açık, B gδpr-açık olmak üzere $\delta\text{-pint}(\text{cl}(A)) \cup (X \setminus A) \subset B$ ise B = X olur.

İspat:

(X,τ) bir topolojik uzay, A bir zayıf gδpr**-açık küme ve B bir gδpr-açık küme olmak üzere

$$\delta\text{-pint}(\text{cl}(A)) \cup (X \setminus A) \subset B$$

olsun.

Buradan

$$X \setminus B \subset X \setminus ((\delta\text{-pint}(\text{cl}(A)) \cup (X \setminus A))$$

$$= (X \setminus \delta\text{-pint}(\text{cl}(A)) \cap A$$

$$= \delta\text{-pcl}(\text{int}(X \setminus A)) \setminus (X \setminus A)$$

olur.

Bu durumda

$$X \setminus B \subset \delta\text{-pcl}(\text{int}(X \setminus A)) \setminus (X \setminus A)$$

olacaktır. $X \setminus B$ gδpr-kapalı ve $X \setminus A$ zayıf gδpr**-kapalı olduğundan δ-pcl(int($X \setminus A$)) \ ($X \setminus A$) kümesinin boş kümeden farklı gδpr-kapalı alt kümesi yoktur.

O halde $X \setminus B = \varnothing$ dir. Yani $X = B$ olur.

Teorem 5.16. **(**X,τ) bir topolojik uzay ve $A \subset X$ olsun. A kümesinin zayıf gδpr**-açık olması için gerek ve yeter şart B gδpr-kapalı olmak üzere $B \subset A$ iken $B \subset$ δ-pint(cl(A)) olmasıdır

İspat:

(X,τ) bir topolojik uzay ve $A \subset X$ olsun. A zayıf gδpr**-açık bir küme olmak üzere B gδpr-kapalı ve $B \subset A$ olsun. Bu durumda $X \setminus B$ gδpr-açık ve

$$X \setminus A \subset X \setminus B$$

olur.

Ayrıca $X \setminus A$ zayıf gδpr**-kapalı olduğundan

$$\delta\text{-pcl}(\text{int}(X \setminus A)) = X \setminus \delta\text{-pint}(\text{cl}(A))$$

$$\subset X \setminus B$$

olur.

Sonuç olarak $B \subset$ δ-pint(cl(A)) elde edilir.

Tersine B gδpr-kapalı bir küme olmak üzere $B \subset A$ iken $B \subset$ δ-pint(cl(A)) olsun. $C \subset X$ gδpr-açık bir küme olmak üzere $X \setminus A \subset C$ kümesini alalım.

Bu durumda $X \setminus C \subset A$ olacağından $X \setminus C \subset$ δ-pint(cl(A)) olur. Böylece

$$X \setminus \delta\text{-pint}(\text{cl}(A)) = \delta\text{-pcl}(\text{int}(X \setminus A))$$

$$\subset C$$

elde edilir.

Sonuç olarak X \ A zayıf gδpr**-kapalıdır. Yani A kümesi zayıf gδpr**-açıktır.

Teorem 5.17. **(**X,τ) bir topolojik uzay ve A zayıf gδpr**-kapalı bir alt küme olmak üzere $A \subset B \subset \delta\text{-pcl}(\text{int}(A))$ ise B zayıf gδpr**-kapalı kümedir.

İspat:

(X,τ) bir topolojik uzay olmak üzere $A \subset B \subset \delta\text{-pcl}(\text{int}(A))$ ve $B \subset C$, C gδpr-açık olsun. $A \subset B \subset C$ ve A zayıf gδpr**-kapalı küme olduğundan

$$\delta\text{-pcl}(\text{int}(A)) \subset C$$

ve

$$\text{int}(B) \subset B \subset \delta\text{-pcl}(\text{int}(A))$$

olduğundan $\delta\text{-pcl}(\text{int}(B)) \subset C$ elde edilir.

Yani B zayıf gδpr**-kapalı kümedir.

Teorem 5.18. **(**X,τ) bir topolojik uzay ve $A \subset X$ zayıf gδpr**-açık küme olmak üzere $\delta\text{-pint}(\text{cl}(A)) \subset B \subset A$ ise B zayıf gδpr**-açık kümedir.

İspat:

(X,τ) bir topolojik uzay ve $A \subset X$ zayıf gδpr**-açık küme ve

$$\delta\text{-pint}(\text{cl}(A)) \subset B \subset A$$

olsun.

Bu durumda

$$X \setminus A \subset X \setminus B$$

$$\subset X \setminus \delta\text{-pint}(cl(A))$$

$$= \delta\text{-pcl}(int(X \setminus A))$$

olur.

Buradan $X \setminus A$ zayıf gδpr**-kapalı olduğundan $X \setminus B$ zayıf gδpr**-kapalıdır. Yani B kümesi zayıf gδpr**-açık kümedir.

Teorem 5.19. **(**X,τ) bir topolojik uzay ve $A \subset X$ zayıf gδpr**-açık küme ve kapalı olmak üzere δ-pint(cl(A)) zayıf gδpr**-açıktır.

İspat:

A zayıf gδpr**-açık küme ise

$$\delta\text{-pint}(cl(A)) \subset \delta\text{-pint}(cl(A)) \subset A$$

olduğundan δ-pint(cl(A)) kümesi zayıf gδpr**-açıktır.

Tanım 5.20. **(**X,τ) bir topolojik uzay olsun. X de her zayıf gδpr**-kapalı küme δ-önkapalı ise uzaya z-gδpr**-$T_{1/2}$ uzay denir.

Teorem 5.21. **(**X,τ) bir topolojik uzay olmak üzere X, z-gδpr**-$T_{1/2}$ uzayı ise her tek nokta kümesi gδpr-kapalı ya da δ-önaçıktır.

İspat:

X bir z-gδpr**-$T_{1/2}$ uzay ve $x \in X$ olmak üzere kabul edelim ki {x} kümesi gδpr-kapalı olmasın. Bu durumda X \ {x} kümesi gδpr-açık değildir.

O halde X \ {x} zayıf gδpr**-kapalıdır. X bir z-gδpr**-$T_{1/2}$ uzay olduğundan X \ {x} δ-önkapalıdır.

Yani {x} kümesi δ-önaçıktır.

Teorem 5.22. (X,τ) bir topolojik uzay olmak üzere X in bir z-gδpr**-$T_{1/2}$ uzay olması için gerek ve yeter şart her A zayıf gδpr**-açık kümesinin δ-önaçık olmasıdır.

İspat:

(X,τ) bir topolojik uzay ve $A \subset X$ olmak üzere A zayıf gδpr**-açık olsun. Bu durumda X \ A zayıf gδpr**-kapalıdır. X bir z-gδpr**-$T_{1/2}$ uzay ise X \ A δ-önkapalıdır.

O halde A kümesi δ-önaçıktır.

Tersine $A \subset X$ için her A zayıf gδpr**-açık kümesi δ-önaçık olsun. Bu durumda X \ A zayıf gδpr**-kapalıdır. Aynı zamanda A kümesi δ-önaçık olduğundan X \ A δ-önkapalıdır.

O halde **(**X,τ) uzayı z-gδpr**-$T_{1/2}$ uzaydır.

Teorem 5.23. (X,τ) bir z-gδpr**-$T_{1/2}$ uzay olmak üzere X' in δ-önaçık kümelerinin sınıfı δ-önkapalı kümelerinin sınıfına eşitse X' in her alt kümesi zayıf gδpr**-kapalıdır.

İspat:

(X,τ) bir z-gδpr**-$T_{1/2}$ uzay olmak üzere X' in δ-önaçık kümelerinin sınıfı δ-önkapalı kümelerinin sınıfına eşit olsun. $A \subset X$ kümesi için $A \subset B$ ve B gδpr-açık olsun. Bu durumda

$$\delta\text{-pcl}(\text{int}(A)) \subset \delta\text{-pcl}(B) = B$$

olacaktır.

O halde A kümesi zayıf gδpr**-kapalıdır.

Tanım 5.24. (X,τ) bir topolojik uzay ve $A \subset X$ olsun. $x \in X$ alalım. Eğer x'i bulunduran her δ-önaçık küme A' nın x' ten farklı bir noktasını kapsarsa x noktasına A nın bir δ-önyığılma noktası denir (Ekici, 2005).

Uyarı 5.25. (X,τ) bir topolojik uzay ve $A \subset X$ olsun. A' nın tüm δ-önyığılma noktalarının kümesini $A^{\delta P\sim}$ ile göstereceğiz.

Teorem 5.26. (X,τ) bir topolojik uzay ve A, $B \subset X$ olmak üzere A ve B zayıf gδpr**-kapalı ve açık kümeler ve $A^{\sim} \subset A^{\delta P\sim}$ ve $B^{\sim} \subset B^{\delta P\sim}$ ise $A \cup B$ zayıf gδpr**-kapalıdır.

İspat:

(X,τ) bir topolojik uzay ve A, $B \subset X$ olmak üzere A ve B zayıf gδpr**-kapalı ve açık kümeler olsun. $A^{\sim} \subset A^{\delta P\sim}$ ve $B^{\sim} \subset B^{\delta P\sim}$ olmak üzere $A \cup B \subset C$ olacak biçimde C gδpr-açık alalım.

Bu durumda A, $B \subset C$ ve A, B kümeleri zayıf gδpr**-kapalı olduğundan

$$\delta\text{-pcl}(\text{int}(A)) \subset C$$

ve

$$\delta\text{-pcl}(\text{int}(B)) \subset C$$

olacaktır.

$$A^{\delta P\sim} \subset \delta\text{-pcl}(A)$$

ve

$$B^{\delta P\sim} \subset \delta\text{-pcl}(B)$$

ise

$$cl(A) \subset \delta\text{-pcl}(A) \quad \text{ve} \quad cl(B) \subset \delta\text{-pcl}(B)$$

olur.

Buradan

$$cl(A) = \delta\text{-pcl}(A) \quad \text{ve} \quad cl(B) = \delta\text{-pcl}(B)$$

elde edilir. Ayrıca A ve B kümeleri açık olduğundan

$$\begin{aligned} \delta\text{-pcl}(int(A \cup B)) &\subset \delta\text{-pcl}(A \cup B) \\ &\subset cl(A \cup B) \\ &= cl(A) \cup cl(B) \\ &= \delta\text{-pcl}(A) \cup \delta\text{-pcl}(B) \\ &= \delta\text{-pcl}(int(A)) \cup \delta\text{-pcl}(int(B)) \\ &\subset C \end{aligned}$$

olur.

Sonuç olarak

$$\delta\text{-pcl}(int(A \cup B)) \subset C$$

olacaktır.

Buradan $A \cup B$ zayıf gδpr**-kapalı kümedir.

Teorem 5.27. **(**X,τ) bir topolojik uzay ve A⊂X olmak üzere A nın zayıf gδpr**-kapalı olması için gerek ve yeter şart δ-pcl(int(A))⊂gδpr-çek(A) olmasıdır.

İspat:

(X,τ) bir topolojik uzay ve A ⊂ X olmak üzere A zayıf gδpr**-kapalı olsun. A ⊂ C ve C gδpr-açık küme olarak alırsak A zayıf gδpr**-kapalı olduğundan

$$\delta\text{-pcl}(\text{int}(A)) \subset C$$

olur.

Buradan

$$\delta\text{-pcl}(\text{int}(A)) \subset g\delta\text{pr-çek}(A)$$

elde ederiz.

Tersine; δ-pcl(int(A))⊂gδpr-çek(A) olsun. A⊂C ve C gδpr-açık kümesini alalım.

$$\delta\text{-pcl}(\text{int}(A)) \subset g\delta\text{pr-çek}(A)$$

$$\subset C$$

olacağından

$$\delta\text{-pcl}(\text{int}(A)) \subset C$$

elde ederiz.

O halde A kümesi zayıf gδpr**-kapalıdır.

Teorem 5.28. **(**X,τ) bir topolojik uzay ve $A \subset X$ olsun. Her gδpr-açık küme açık olmak üzere A' nın zayıf gδpr**-kapalı olması için gerek ve yeter koşul δ-pcl(int(A)) ⊂ çek(A) olmasıdır.

İspat:

(X,τ) bir topolojik uzay ve $A \subset X$ olsun. Her gδpr-açık küme açık olmak üzere $A \subset B$ ve B gδpr-açık olsun. A kümesi zayıf gδpr**-kapalı olduğundan

$$\delta\text{-pcl}(\text{int}(B)) \subset B$$

olur.

Buradan δ-pcl(int(A)) ⊂ çek(A) elde ederiz.

Tersine δ-pcl(int(A)) ⊂ çek(A) olmak üzere $A \subset B$ ve B gδpr-açık olsun. Bu durumda

$$\delta\text{-pcl}(\text{int}(A)) \subset \text{çek}(A) \subset B$$

olur.

O halde δ-pcl(int(A)) ⊂ B olduğundan A zayıf gδpr**-kapalıdır.

Teorem 5.29. **(**X,τ) bir topolojik uzay ve $A \subset X$ olsun. A zayıf gδpr**-kapalı ise δ-pcl(int(A)) \ A kümesi zayıf gδpr**-açıktır.

İspat:

(X,τ) bir topolojik uzay ve $A \subset X$ olsun. Kabul edelim ki A zayıf gδpr**-kapalı ve B gδpr-kapalı olmak üzere B ⊂ δ-pcl(int(A)) \ A olsun. O halde $B = \emptyset$ ve bu durumda

$$B \subset \delta\text{-pint}(\text{cl}(\delta\text{-pcl}(\text{int}(A)) \setminus A))$$

olacaktır.

O halde δ-pcl(int(A)) \ A kümesi zayıf gδpr**-açıktır.

Teorem 5.30. (X,τ) bir topolojik uzay ve A, B $\subset$ X olsun. A ve B zayıf gδpr**-açık ve kapalı kümeler; $(X \setminus A)^{\sim} \subset (X \setminus A)^{\delta p\sim}$ ve $(X \setminus B)^{\sim} \subset (X \setminus B)^{\delta p\sim}$ ise $A \cap B$ kümesi zayıf gδpr**-açık kümedir.

İspat:

(X,τ) bir topolojik uzay ve A, $B \subset X$ olsun. A ve B zayıf gδpr**-açık kümeler olsun. O halde X \ A ve X \ B zayıf gδpr**-kapalı kümelerdir. $(X \setminus A) \cup (X \setminus B) \subset C$ ve gδpr-açık olsun. X \ A ve X \ B zayıf gδpr**-kapalı kümeler olduğundan

$$\delta\text{-pcl}(\text{int}(X \setminus A)) \subset C$$

ve

$$\delta\text{-pcl}(\text{int}(X \setminus B)) \subset C$$

olur.

Buradan X \ A ve X \ B kümelerinin açık kümeler olduğunu da dikkate alırsak

$$\begin{aligned} \delta\text{-pcl}(\text{int}((X \setminus A) \cup (X \setminus B))) &\subset \text{cl}(\text{int}(X \setminus A)) \cup \text{cl}(\text{int}(X \setminus B)) \\ &= \delta\text{-pcl}(\text{int}(X \setminus A)) \cup \delta\text{-pcl}(\text{int}(X \setminus B)) \\ &\subset C \end{aligned}$$

olur.

Sonuç olarak

$$(X \setminus A) \cup (X \setminus B) = X \setminus (A \cap B)$$

zayıf gδpr**-kapalı kümedir.

Yani $A \cap B$ zayıf gδpr**-açık küme olur.

BÖLÜM 6

TOPOLOJİK UZAYLARDA

ZAYIF gδpr*-KAPALI KÜMELER

VE

ZAYIF gδpr**-KAPALI KÜMELER

Teorem 6.1. (X,τ) bir topolojik uzay ve $A \subset X$ olsun. Eğer A kümesi zayıf gδpr*-kapalı küme ise zayıf gδpr**-kapalı kümedir.

İspat:

(X,τ) bir topolojik uzay ve $A \subset X$ olsun. $A \subset B$ ve B gδpr-açık küme kümesini alalım. A kümesi zayıf gδpr*-kapalı olduğundan $cl(int(A)) \subset B$ dir. Bu durumda

$$\delta\text{-}pcl(int(A)) \subset cl(int(A)) \subset B$$

olur.

Yani

$$\delta\text{-}pcl(int(A)) \subset B$$

elde ederiz.

O halde A kümesi zayıf gδpr**-kapalıdır.

Uyarı 6.2. Her zayıf gδpr**-kapalı küme zayıf gδpr*-kapalı olmak zorunda değildir.

Örnek 6.3. X={a,b,c,d} τ={X,∅,{b,d},{a,b,d},{b,c,d}} olmak üzere A={b,d} kümesini alalım.

Buradan A zayıf gδpr**-kapalı kümedir.

Ancak A zayıf gδpr*-kapalı küme değildir.

Teorem 6.4. (X,τ) bir topolojik uzay ve $A \subset X$ olsun. $(\mathrm{int}(A))^{\sim} \subset (\mathrm{int}(A))^{\delta p\sim}$ olsun. Bu durumda A kümesi zayıf gδpr**-kapalı ise zayıf gδpr*-kapalıdır.

İspat:

(X,τ) bir topolojik uzay ve $A \subset X$ olsun. $A \subset B$ ve B gδpr-açık küme olsun. $(\mathrm{int}(A))^{\sim} \subset (\mathrm{int}(A))^{\delta p\sim}$ olduğundan

$$\mathrm{cl}(\mathrm{int}(A)) \subset \delta\text{-}\mathrm{pcl}(\mathrm{int}(A))$$

olacaktır.

Ayrıca

$$\delta\text{-}\mathrm{pcl}(\mathrm{int}(A)) \subset \mathrm{cl}(\mathrm{int}(A))$$

olduğundan

$$\delta\text{-}\mathrm{pcl}(\mathrm{int}(A)) = \mathrm{cl}(\mathrm{int}(A))$$

olacaktır.

Bu durumda A kümesi zayıf gδpr**-kapalı olduğundan

$$\mathrm{cl}(\mathrm{int}(A)) = \delta\text{-}\mathrm{pcl}(\mathrm{int}(A)) \subset B$$

elde ederiz.

O halde A kümesi zayıf gδpr*-kapalıdır.

Teorem 6.5. **(**X,τ) bir topolojik uzay ve $A \subset X$ olsun. A kümesi zayıf gδpr*-açık ise zayıf gδpr**-açıktır.

İspat:

(X,τ) bir topolojik uzay ve $A \subset X$ olsun. A kümesi zayıf gδpr*-açık olsun. X \ A zayıf gδpr*-kapalıdır. $X \setminus A \subset B$ ve B gδpr-açık kümesini alalım.

Bu durumda

$$\delta\text{-pcl}(\text{int}(X \setminus A)) \subset \text{cl}(\text{int}(X \setminus A)) \subset B$$

elde ederiz. O halde $\delta\text{-pcl}(\text{int}(X \setminus A)) \subset B$ ve X \ A zayıf gδpr**-kapalı olur. Yani A kümesi zayıf gδpr**-açıktır.

Uyarı 6.6. Her zayıf gδpr**-açık küme zayıf gδpr*-açık olmak zorunda değildir.

Teorem 6.7. **(**X,τ) bir topolojik uzay ve $A \subset X$ olsun. A kümesi zayıf gδpr**-açık ve $(\text{int}(X \setminus A))^{\sim} \subset (\text{int}(X \setminus A))^{\delta p\sim}$ ise A kümesi zayıf gδpr*-açıktır.

İspat:

(X,τ) bir topolojik uzay ve $A \subset X$ olsun. A kümesi zayıf gδpr**-açık ise X \ A zayıf gδpr**-kapalıdır. Ayrıca $(\text{int}(X \setminus A))^{\sim} \subset (\text{int}(X \setminus A))^{\delta p\sim}$ olduğundan

$$\text{cl}(\text{int}(X \setminus A)) = \delta\text{-pcl}(\text{int}(X \setminus A))$$

olacaktır.

O halde $X \setminus A \subset B$ olan her B gδpr-açık için

$$\text{cl}(\text{int}(X \setminus A)) = \delta\text{-pcl}(\text{int}(X \setminus A)) \subset B$$

elde ederiz.

Yani X \ A kümesi zayıf gδpr*-açıktır.

O halde A kümesi zayıf gδpr*-kapalıdır.

KAYNAKLAR

Ahmad B. ve Noiri T., 1985. The Inverse Images of Hyperconnected Sets. *Mat. Vesnik*, 37 : 177-181.

Blumberg H., 1922. New Properties of All Real Functions. *Trans. Amer. Math. Soc.*, 24 : 113-128.

Caldas M., Jafari S., Noiri T., 2008. On λ-generalized Closed Sets in Topological Spaces. *Acta Math. Hungar*., 118 (4) : 337-343.

Cao J., Ganster M., Reilly I., 2002. On Generalized Closed Sets. *Proceedings of the Janos Bolyai Mathematical Society 8th International Topology Conference (Gyula,1998). Topology Appl.* 123 (1) : 37-46.

Ekici E., 2004. (δ-pre, s)-continuous Functions. *Bull. Malay. Math. Sci. Soc.*,27 (2) : 237-251.

Ekici E., 2005. On δ-preopen Sets. *Mathematica*, 47 (70), (2) : 157-164.

Ekici E. ve Noiri T., 2006. On a Generalization of Normal, Almost Normal and Mildly Normal Spaces-I. *Math. Moravica*, 10 : 9-20.

Ekici E. ve Noiri T., 2006. On a Generalization of Normal, Almost Normal and Mildly Normal Spaces-II. *Filomat*, 20 (2) : 67-80.

El-Deeb S. N., Hasanein I. A., Mashhour A. S. ve Noiri T., 1983. On p-regular Spaces. *Bull. Math. Soc. Sci. Math. R. S. Roumanie*, 27 (75) : 311-315.

Gnanambal Y., 1997. On Generalized Preregular Closed Sets in Topological Spaces. *Indian J. Pure Appl. Math.*, 28 (3) : 351-360.

Levine N., 1970. Generalized Closed Sets in Topology. *Rend. Circ. Mat. Palermo*,19 (2): 89-96.

Maki H., 1986. The Special Issue in Commemoration of Prof. Jazuda Ikeda's Retirement.: 139-146.

Maki H., Umehara J. ve Noiri T., 1996. Every Topological Space is pre-$T_{1/2}$. *Mem. Fac. Sci. Kochi Univ. Ser. A Math.*, 17 : 33-42.

Mashhour A. S., Abd El –Monsef M. E. ve El-Deeb S. N., 1982. On Precontinuous and Weak Precontinuous Mappings. *Proc. Math. Phys. Soc. Egypt*, 53 :47- 53.

Noiri T., 1998. Almost p-regular Spaces and Some Functions. *Acta Math. Hungar.*, 79 (3) : 207-216.

Özen S., 2009. gδpr*-kapalı ve gδpr**-kapalı kümeler üzerine, ÇOMÜ, Fen-Bilimleri Enstitüsü, Yüksek lisans tezi.

Palaniappan N. ve Rao K. C., 1993. Regular Generalized Closed Sets. *Kyungpook Math. J.*, 33 (2) : 211-219.

Raychaudhuri S. ve Mukherjee M. N., 1993. On δ-almost Continuity and δ-preopen Sets. *Bull. Inst. Math. Acad. Sinica*, 21 (4) : 357-366.

Rose D. A., 1984. Weak Continuity and Almost Continuity. *International Journal of Mathematics and Mathematical Sciences*, 7 (2) : 311-318.

Stone M. H., 1937. Applications of the Theory of Boolean Rings to General Topology. *TAMS*, 41 : 375-381.

Velicko N. V., 1968. H-closed Topological Spaces. *Amer. Math. Soc. Transl.*, 78 : 103-118.

ÖZGEÇMİŞ

KİŞİSEL BİLGİLER

Adı Soyadı : Sercan ÖLMEZ

Doğum Yeri : İzmir

Doğum Tarihi : 04/06/1987

EĞİTİM DURUMU

Lisans Öğrenimi : Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi Matematik Bölümü

Yüksek Lisans Öğrenimi : Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi

Bildiği Yabancı Diller : İngilizce

BİLİMSEL FALİYETLER

a) Yayınlar-SCI-Diğer

b) Bildiriler-Uluslar arası- Ulusal

c) Katıldığı Projeler

İŞ DENEYİMİ

Çalıştığı kurumlar ve Yıl

Çanakkale Uğur Dershanesi 2009-2010 ve 2010-2011 Öğretim Yılı

İLETİŞİM

E-posta Adresi : karpediim@hotmail.com