

T.C.
ÇANAKKALE ONSEKİZ MART ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
YÜKSEK LİSANS TEZİ

LYRA MANİFOLDUNDA ÇEŞİTLİ
MADDELERİN UZAY-ZAMAN
GEOMETRİSİ

Gülçin NALBANT

Matematik Anabilim Dalı

Tezin Sunulduğu Tarih: **20/06/2013**

Tez Danışmanı:

Yrd. Doç. Dr. Can AKTAŞ

ÇANAKKALE

YÜKSEK LİSANS TEZİ SINAV SONUÇ FORMU

GÜLÇİN NALBANT tarafından **YRD. DOÇ. DR. CAN AKTAŞ** yönetiminde hazırlanan “**LYRA MANİFOLDUNDA ÇEŞİTLİ MADDELERİN UZAY ZAMAN GEOMETRİSİ**” başlıklı tez tarafımızdan okunmuş, kapsamı ve niteliği açısından bir Yüksek Lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

Yrd. Doç. Dr. Can AKTAŞ

Danışman

Prof. Dr. Hüsnü BAYSAL

Jüri Üyesi

Prof. Dr. İsmail TARHAN

Jüri Üyesi

Yrd. Doç. Dr. Çetin CAMCI

Jüri Üyesi

Yrd. Doç. Dr. Sezgin AYGÜN

Jüri Üyesi

Sıra No:

Tez Savunma Tarihi: 20/06/2013

Doç. Dr. Zeki KARACA

Müdür

Fen Bilimleri Enstitüsü

İNTİHAL (AŞIRMA) BEYAN SAYFASI

Bu tezde görsel, işitsel ve yazılı biçimde sunulan tüm bilgi ve sonuçların akademik ve etik kurallara uyularak tarafımdan elde edildiğini, tez içinde yer alan ancak bu çalışmaya özgü olmayan tüm sonuç ve bilgileri tezde kaynak göstererek belirttiğimi beyan ederim.

Gülçin NALBANT

TEŞEKKÜR

Bu tezin gerçekleŐtirilmesinde, çalıŐmam boyunca benden bir an olsun yardımlarını esirgemeyen saygı değer danışman hocam Yrd. Doç. Dr. Can AKTAŞ' a en derin saygı ve teŐekkürlerimi sunarım. Konuyla ilgili karŐılaŐtıęım problemlerin çözümünde benden yardımlarını esirgemeyen Yrd. Doç. Dr. Sezgin AYGÜN' e teŐekkürü bir borç bilirim. Hayatımın her anında bana maddi ve manevi destek olan değerli aileme sonsuz teŐekkürlerimi sunarım.

Gülçin NALBANT

SİMGELER VE KISALTMALAR

$\ddot{}$	Kovaryant türev
R	Ricci skaleri
R_{ik}	Ricci tensörü
T_{ik}	Enerji-Momentum tensörü
g_{ik}	Metrik tensör
u_i	4'lü hız vektörü
\dot{a}	Herhangi bir a fonksiyonunun t'ye göre türevi
SQL	Strange quark lineer
SQB	Strange quark bag
PCG	Pure chaplygin gaz
GCG	Genelleştirilmiş Chaplygin Gaz
Δ	Ortalama anizotropi parametresi
Θ	Genişleme skaleri
σ^2	Shear Skaleri
H	Hubble parametresi
q	Frenleme parametresi

ÖZET

LYRA MANİFOLDUNDA ÇEŞİTLİ MADDELERİN UZAY-ZAMAN GEOMETRİSİ

Gülçin NALBANT

Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü

MATEMATİK Anabilim Dalı Yüksek Lisans Tezi

Danışman : Doç. Dr. Can AKTAŞ

20/06/2013, 28

Bu çalışmada skaler tensör teorilerinden biri olan Lyra geometride, homojen ve anizotropik genelleştirilmiş Kaluza-Klein uzay-zamanı için kuark, acayip (strange) kuark madde ve chaplygin gaz çözümleri araştırılmıştır. Einstein alan denklemlerinin tam çözümünü elde edebilmek için evrenin ivmelenip ivmelenmediğini gösteren önemli parametrelerden biri olan frenleme parametresi kullanılmıştır. Bu çözümler araştırılırken iki farklı durum ortaya çıkmıştır. İki farklı durum için elde edilen çözümlere göre geometrik ve fiziksel davranışlar grafikler yardımıyla tartışılmıştır.

Anahtar sözcükler: Kuark, Acayip Kuark, Chaplygin Gaz, Kaluza-Klein Uzay-Zamanı, Lyra Geometri

ABSTRACT

SPACE-TIME GEOMETRY OF VARIOUS MATTER IN LYRA MANIFOLD

Gülçin NALBANT

Çanakkale Onsekiz Mart University

Graduate School of Natural and Applied Sciences

Master of Science Thesis in Mathematical Science

Advisor : Assoc. Yrd. Doc. Dr. Can AKTAŞ

20/06/2013, 28

In this study, one of the scalar theory of the gravitation in Lyra Geometry it has been investigated solutions of quark, strange quark and chaplygin gas in homogenous and anisotropic generalized Kaluza-Klein space-time. Since we have obtained exact solutions of Einstein field equations, it has been used deceleration parameter which is the most parameter if or not acceleration of the universe. It has been two different cases. We have discussed by physical and geometrical properties with helping graphs.

Keywords: Quark, Strange Quark, Chaplygin Gas, Kaluza-Klein Space-Time, Lyra Geometry.

İÇERİK

Sayfa

TEZ SINAVI SONUÇ FORMU.....	ii
İNTİHAL (AŞIRMA) BEYANNAMESİ.....	iii
TEŞEKKÜR.....	iv
SİMGELER VE KISALTMALAR.....	v
ÖZET.....	vi
ABSTRACT.....	vii
BÖLÜM 1- GİRİŞ.....	1
BÖLÜM 2-ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR.....	4
BÖLÜM 3-MATERYAL VE YÖNTEM.....	7
BÖLÜM 4-ARAŞTIRMA BULGULARI VE TARTIŞMA.....	11
4.1. Lyra Geometrisinde Yüksek Boyutlu Metrikte $m \neq 0$ Durumu İçin Einstein Alan Denklemlerinin Çözümü.....	13
4.2. Lyra Geometrisinde Yüksek Boyutlu Metrikte $m=0$ Durumu İçin Einstein Alan Denklemlerinin Çözümü.....	16
BÖLÜM 5-SONUÇ VE ÖNERİLER	20
5.1 $m \neq 0$ Durumu için Sonuç ve Öneriler.....	20
5.2 $m=0$ Durumu için Sonuç ve Öneriler.....	23
KAYNAKLAR.....	25
Şekiller.....	I
Özgeçmiş.....	II

BÖLÜM 1

GİRİŞ

Evrenin oluşumu hakkında birçok bilim adamı günümüze kadar değişik teoriler ve fikirler sunmuşlardır. Bu fikirler arasında zaman zaman fikir uyuşmazlıkları yaşamalarına rağmen Big Bang (Büyük Patlama) teorisi, evrenin başlangıcının ne olduğu konusunda bilim adamlarını ortak bir paydada buluşturmuştur. Big bang teorisine göre, evren yaklaşık 13.7 milyar yıl önce zamanın başlangıcı olarak varsaydığımız büyük patlama ile oluşmaya başlamıştır. Alexander Friedmann tarafından Big bang teorisi 1922 yılında ilk olarak ortaya atıldı. Ayrıca 1929 yılında ünlü astronomlardan biri olan Edwin Hubble, evrenin genişlemekte olduğunu yaptığı çeşitli gözlemlere dayanarak kanıtlamıştır. Bu kanıt Big Bang (Büyük Patlama) teorisi için oldukça önemlidir (Bilim ve teknoloji, Ağustos, 2002).

Evrenin nasıl oluştuğu ve evrenin bu ilk oluşum anlarında evrende ne olduğu bilim adamları tarafından araştırılan konulardan biri olmuştur. Yapılan araştırmacılar sonucunda bu ilk anlarda evrende hiç madde olmadığı sonucuna ulaşılmıştır. Bu ilk zamanlarda günümüzde evrende var olan dört temel kuvvet (kütle çekim kuvveti, elektromanyetik kuvvet, zayıf kuvvet ve güçlü kuvvet) birlikte ayırt edilemez şekilde bulunmaktaydı. Evrenin incelenmesini konu alan kozmoloji bilim dalına göre evren tekil bir noktadan meydana gelmiştir. Evrenin 10^{-43} saniyelik olan kısmı Plank Çağı olarak adlandırılır. Bu dönemde 4 temel kuvvet bir arada bulunmaktaydı. Plank çağından sonra yerçekimi kuvveti diğer üç kuvvet ayrıldı. Evrenin $10^{-35} \leq t \leq 10^{-32}$ aralığına şişme dönemi denir. Bu dönemde evrenin hacmi 10^{50} kat artmıştır. Şişme döneminin ardından güçlü kuvvet, diğer iki kuvvetten ayrılmıştır. 10^{-12} saniyede elektromanyetik kuvvet ve zayıf kuvvet de birbirinden ayrılmaya başlamıştır. 10^{-6} saniyede ise kuark-hadron geçişi meydana gelmiştir. Evrenin soğumasıyla kuarklar ve anti kuarklar birbirini yok etmiş ve kalan kuarklar birleşerek proton ve nötronları oluşturmuştur (Aktaş, 2008).

Yukarıda anlattığımız Higgs mekanizmasına benzeyen bu sürece kendiliğinden simetri kırımı denir. Simetri kırılması her yerde karşımıza çıkmaktadır. Evrenin oluşumunun ilk zamanlarında madde ve anti-madde bulunmaktaydı ve bunların sayıları eşitti. Evrenin sıcaklığı gittikçe düştükçe evren soğumaya başladı ve bu madde ile anti-madde arasında olan simetri dengesi bozuldu. Evrenin başlangıç anındaki sıcaklık yüz milyar kelvin derecesindeyken evrenin bu kadar yüksek sıcaklıkta olması parçacıkların birbiriyle etkileşiminde bulunmalarına neden oldu ve böylece varoluş ve yok ediliş süreci

başlamış oldu (Cankoçak, 2009).

Big Bang (Büyük Patlama) teorisinin temelini oluşturan iki kabul vardır. Bu kabullerden birincisi Einstein' in genel görelilik kuramıdır diğeri ise kozmolojik sabit ilkesidir. İlk kabul olan genel görelilik kuramı, çekimsel etkileşimde bulunan cisimlerin bu etkileşimde oluşacak hata miktarının sıfır olduğunu öne sürer. 1915 yılında Einstein tarafından genel görelilik kuramı ortaya atıldı. Bu kuram, evrenin aşamalı bir şekilde oluşumunu genel görelilik kuramı ile bağdaştırdığından ve evreni bir bütün olarak tanımladığından evreni inceleyen bilim dalı olan kozmolojinin başlangıcı olduğu varsayılır.

Genel görelilik bağlamında cevaplayamadığımız sorular ortaya çıkmıştır. Bu sorunlardan en önemlisi evrenin genişlemesinde ve şişmesinde etken olduğu düşünülen karanlık enerji ve bunun yanında karanlık madde problemidir. İvmelenmenin kaynağının karanlık enerji ile yayıldığı düşünülmektedir. Chaplygin gaz karanlık enerji adayları arasında gösterilmektedir (Kamenshchik ve ark., 2001).

Einstein'in genel rölativite kuramına göre madde ve enerji birbiriyle iç içe olan kavramlardır. Einstein' in denklemlerinde bir dönüşüm vardır ve madde enerjiye, enerji de maddeye dönüşür. Bu enerji dengesinin kontrol altında kalması için günümüze kadar ne olduğunu bilmediğimiz, açıklanamayan ve görünmeyen bir karanlık etkinin var olduğu söylenir. Bu etkinin kökenine baktığımızda bu etki ne baryoniktir ne de baryonik değildir. Bu karanlık madde faktörü ve karanlık etkinin bir enerji olduğu ve bu enerjinin evrenin büyük bir kısmını doldurduğu söylenmektedir. Evrenin genişlediğini göstermek için yapılan gözlemler bu tip enerji olmadan yapılamaz. Evrenin bu enerjisine *Karanlık Enerji* adı verilir. Karanlık enerjinin olup olmadığını başka yollarla da tespit edebiliriz. Bir tür vakum enerjisi özelliği gösteren negatif basınçla da karanlık enerjinin olup olmadığını anlayabiliriz. Büyük patlamanın büyük gizemlerinden biri olan karanlık enerjinin varlığı olmakta ve bazı araştırmacılar bunun kozmolojik sabit olduğunu öne sürmektedir (Özkan, 2012). Karanlık maddenin kaynağı hala günümüzde yanıt bekleyen diğeri bir kozmolojik problemidir. Karanlık maddenin özellikleri, doğrudan görülemez, ışığı ne soğurur ne yansıtır ne de yayar. Yani hiçbir spektrum bölgesinde gözlenemez. Yıldızların gökadarlarında gösterdikleri hareketler “karanlık madde” varsayımı ile açıklanmaya çalışılmaktadır. Evrenin gözlenmesinde yapılan sonuçlar, bize galaksilerin çok hızlı döndüklerini söyler.

Bu galaksiler çok fazla maddenin çekim etkisi sonucu olması gereken maddeden daha hızlı döndükleri sonucuna ulaştırmıştır. Kaynağını tespit edemediğimiz söyleyemediğimiz bu madde *Karanlık Madde* dir. Bu bağlamda karanlık madde çekici bir güçtür ve evrenin içe çökmesini arttırıcı bir etki yapar. Öte yandan, son yıllarda yapılan gözlemler evrenin hızlanarak genişlemesinin sebebini itici bir karanlık enerji olduğunu söylemektedir. Bu madde ile karanlık enerjinin yoğunluğunu ölçebiliriz. Evrenin %23 lük olan kısmını karanlık madde oluşturur. Kaynağını bilemediğimiz karanlık enerji ise evrenin büyük bir çoğunluğunu yani % 73' lük kısmını oluşturmaktadır. Geri kalan kısım yani tanımladığımız evrenin %4' lük kısmını oluşturmaktadır. Bu yüzdeler sonuçları tutarlı bir şekilde açıklayan bazı fiziksel teoriler vardır (Özkan, 2012).

Bazı araştırmacılar evrenin ivmelenmesine sebep olduğu karanlık enerji ya da karanlık madde probleminin gizemini çözebilmek için Einstein'ın Genel Rölativite kuramını yeniden incelemişlerdir ve bu teorinin gravitasyonel etkileşmenin son teorisi olmadığı sonucuna ulaşmışlardır (Capozziello ve ark., 2008). Bunu yanında karanlık enerjiye ek olarak ivmelenmeyi açıklayabilmek için alternatif başka teoriler ileri sürülmektedir. Modifiye teoriler ve karanlık enerji son zamanlarda ivmelenen evren için kullanılan teorilerdir. Bu teoriler Einstein'ın genel relativite teorisine dayanmaktadır. Bu çalışmalarda Einstein alan denklemlerine kozmolojik sabit olmadan bazı terimler eklenmesi sonucu bu denklemler modifiye edilmiştir. Bu eklenen terimler, skaler, vektörel ve tensörel terimlerdir. Alternatif gravitasyon teorileri arasında olan teoriler, skaler tensör teoriler, skaler alan teorileri, tensörel teoriler, vektör tensör teorileri ve bimetrik teoriler gösterilebilir (Nojiri ve Odintsov, 2007). Evrenin ivmelenmesi probleminin çözümü için $f(R)$ teori, Lyra Geometri, Brans-Dicke ve Self creation (Barber Teori) field kozmoloji gibi çeşitli alternatif gravitasyonel teoriler modifiye edilerek bu probleme karanlık enerji ve karanlık madde olguları eklenerek sicim, domain wall, chaplygin gaz, kuark-gluon plazma gibi yapılar ile çözüm araştırılmaktadır.

BÖLÜM 2

ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR

Alternatif gravitasyon teorilerinden biri olan Lyra Geometrisi son zamanlarda birçok bilim adamı tarafından çalışılmıştır. Bu çalışmaları aşağıdaki gibi özetleyebiliriz. Halford (1970), modifiye Rieman geometrisi olan Lyra geometrisi çatısı altında statik olmayan ideal akışkanlı Robertson-Walker uzay-zamanını kullanarak çözüm elde etmiştir. Singh ve Singh (1990), Bianchi tipi III uzay-zamanı ve Kantowski-Sachs kozmolojik modeli için Lyra geometrisini kullanarak çözüm araştırmışlardır. Bu modelin fiziksel davranışları da tartışılmıştır. Yine Singh ve Singh (1990), ideal akışkanlı Bianchi-tipi V ve bianchi tipi VI uzay zamanı için Lyra geometride Einstein alan denklemlerinin çözümlerini yer değiştirme vektörünü zamana bağlı olarak ve sabit alarak her iki durum için çözüm araştırmışlardır ve bu uzay-zamanın fiziksel davranışları incelemiştir. Ayrıca anizotropik kozmolojik model olan Bianchi-tipi III ve bianchi tipi V uzay zamanı için Ram ve Singh (1992), Lyra geometrisi kapsamında Einstein denklemlerinin tam çözümünü elde etmişlerdir. Singh ve Agraval (1992), Bianchi tipi-II, Bianchi tipi-VIII ve Bianchi-tipi IX kozmolojik modelleri için Einstein denklemlerini çözümlerini araştırmışlardır. Yine Singh ve Agraval (1993), Bianchi tipi kozmolojik modellerde frenleme parametresini sabit alarak alan denklemlerinin tam çözümlerini elde etmişlerdir. Singh ve Desikan (1997), Lyra geometrisinde ideal akışkanlı 4 boyutlu Robertson-Walker uzay-zamanı için yer değiştirme vektörünü zamana bağlı olarak ve frenleme parametresini kullanarak denklemlerin çözümlerini araştırmışlardır. Frenleme parametresini sabit seçildiğinde elde edilen iki duruma göre denklemlerin tam çözümlerini incelemiştir. Ayrıca yer değiştirme vektörünün, enerji yoğunluğunun her iki durum için de davranışlarını incelemiştir. Sahu (2011), genel relativite kapsamında stiff akışkanlı LRS Bianchi Type-I uzay-zamanı için Einstein alan denklemlerinin çözümlerini araştırmışlardır ve elde edilen çözümleri yorumlanmıştır.

Chaubey (2013) Lyra geometrisinde ideal akışkanlı 4 boyutlu Kantowski-Sachs uzay-zamanı için yer değiştirme vektörünü zamana bağlı seçip Einstein denklemlerine çözüm bulmaya çalışmışlardır ve bu denklemleri çözebilmek için bir takım kabuller alarak sonuca ulaşmışlardır. Ayrıca Chaubey (2013) bu çalışmasında kinematik nicelikleri elde

etmiş ve bu sonuçları geometrik ve fiziksel olarak tartışmıştır.

Evren oluşumu sırasında sıcaklık yüksek sıcaklıktan düşük sıcaklığa doğru aniden değişir ve bu değişim evrende simetri bozulmaları meydana getirir. Bu bozulmalar çeşitli topolojik kusurlar oluşturmuştur. Örneğin uzayın sürekli simetri bozulması sonucunda sıfır boyutlu monopoller, tek boyutlu sicimler (stringler) gibi yapılar oluşmuştur ayrıca ayrık simetrinin bozulması iki boyutlu alan duvarları (domain wall) oluşumuna sebep olmuştur. Bu topolojik kusurlar birçok bilim adamı tarafından incelenmiştir. Örneğin, Yılmaz (2006) yılında genel relativite kapsamında 5 boyutlu Kaluza-Klein uzay-zamanı için kuark madde ile sicim bulutlu ve domain wall'lu çözümler elde etmiştir ve bu çözümler fiziksel olarak tartışılmıştır. Sicim bulutu ve domain wall topolojik kusurları için Adhav ve ark., (2007) genel rölativite kapsamında n boyutlu Kaluza-Klein uzay-zamanı için Einstein alan denklemlerini ve bazı kinematik nicelikleri genelleştirmiş ve alan denklemlerinin tam çözümlerini elde etmişlerdir. Yine kuark madde ile sicim bulutlu ve domain wall'u kullanarak alan denklemlerinin çözümünü araştıran diğer bilim adamlarından biri Mahanta ve Biswal (2012) dir. Mahanta ve Biswal (2012), Adhav ve ark., (2007)'dan farklı olarak 4 boyutlu uzay-zaman için tam çözüm elde etmişlerdir. Patil ve Pawar, (2012) Lyra geometrisinde viskoz akışkanlı ve elektromanyetik alanlı domain wall çözümlerini incelemişlerdir.

Elektromanyetik alan da Lyra Geometri çalışmalarında sıkça karşımıza çıkan madde dağılımlarından biridir. Yadav (2010), tarafından elektromanyetik alanlı ve ideal akışkanlı inhomojen Marder uzay-zamanında yer değiştirme vektörünü zamana bağlı ve sabit olarak iki farklı durum için farklı evren modeli çalışmışlardır. Elektromanyetik alanlı ve ideal akışkanlı bir başka çalışma da Pradhan ve Mathur, (2010) tarafından yapılmıştır. Yer değiştirme vektörü zamana bağlı olarak alınmıştır. Çeşitli kabuller altında elde edilen çözümlerin fiziksel ve geometrik özellikleri tartışılmıştır. Ayrıca son zamanlarda karanlık enerji adayı olduğu tahmin edilen chaplygin gaz ile çalışan bir çok araştırmacı vardır. Örneğin Chaubey (2013) homojen anizotropik 4 boyutlu Bianchi tipi-I uzay-zamanı için alan denklem çözümleri araştırılmıştır ve elde edilen kinematik nicelikler geometrik ve fiziksel olarak tartışılmıştır.

Bu tez çalışmasında kuark, acayıp kuark ve chaplygin gaz gibi çeşitli madde formları alınarak Lyra geometrinde Einstein alan denklemleri yardımıyla genelleştirilmiş Kaluza-Klein uzay-zaman geometrisi araştırılmıştır. Kaluza-Klein uzay-zamanı kullanılarak yapılan çalışmalar aşağıdaki gibi özetlenebilir. Bu çalışmalardan ilki, Rahaman ve Bera (2001), zamana bağlı yer değiştirme vektörleri için ideal akışkanlı Kaluza-Klein uzay zamanı için Lyra Geometride alan denklemlerini ve bunları çeşitli kabuller altında çözümlerini araştırmışlardır. Mohanty ve Samanta (2010), tarafından ise Kaluza-Klein uzay zamanı sicim bulutu ve kütleli skaler alan modelleri Lyra Geometri kapsamında tartışılmıştır. Bu çalışmada yer değiştirme vektörü zamana bağlı olarak alınmıştır. Çeşitli kabuller altında alan denklemlerinin tam çözümleri elde edilmiştir. Rao ve ark. (2012), ideal akışkanlı Kaluza-Klein uzay-zamanının fiziksel ve geometrik özelliklerini tartışmışlardır. Lyra geometrinde Kaluza-Klein uzay-zamanı için ideal akışkan davranışını incelemişlerdir ve yer değiştirme vektörünü zamana bağlı olarak seçmişlerdir. Elde ettiği alan denklemini çözümlerini Einstein teorisindeki çözümlerle karşılaştırarak zamana bağlı yer değiştirme vektörünün kozmolojik sabit rolü oynadığını ileri sürmüşlerdir.

BÖLÜM 3

MATERYAL VE YÖNTEM

Einstein' in alan denklemleri doğrusal olmayan ikinci mertebeden diferansiyel denklemlerden meydana gelmektedir. 1915 yılında ilk defa Einstein bu denklemleri yayımlamıştır (Einstein, 1915). Einstein' in bu denklemleri, uzay-zamanın eğriliğini enerji dağılımı ile açıklayan 4 boyutlu uzayda 16 denklemden oluşur. Ancak Einstein alan denklemlerinin simetri özelliğinden dolayı bu denklemler 10 denkleme indirgenir. Genelleyecek olursak, Einstein alan denklemleri n-boyutlu uzay-zamanda toplam n^2 denklemden oluşur. Simetri özelliğinden dolayı bu denklemler $\frac{n(n+1)}{2}$ denkleme indirgenir. Einstein tensörü ile ilişkili olan tensör metrik tensördür. Bunlar biribiri ile bağlantılı olan tensörlerdir. Bundan dolayı bir problem verildiğinde bu problemin çözümünde verilen dağılım için amaç metrik tensörünü çözüp sonuca ulaşmaktır. Einstein' nın alan denklemlerini iki kısma ayırabiliriz. Birincisi, genel görelilik diğeri ise özel görelilik kuramıdır. Eğer bu denklemleri kütsüz bir ortam için çözümünü araştırırsak yani aşık bir çözüm edilirse bu özel görelilik kuramı ile ilgilidir. Özel görelilik kuramında zaman uzayın bir parçasıdır ve evrende bulunan limit hız ışık hızına eşittir ve sonuca çeşitli ispatlar sonucu varılmıştır. Genel görelilik kuramında özel görelilik kuramından farklı olarak ivme dahildir. Bu ivmelenme Newton' un kütle çekim yasasında uzayda eğrilik oluşumuna neden olmuştur ve bu sonuçlar ispatlanmıştır. Einstein denklemlerinde aşık olmayan tek bir çözüm mevcuttur bu çözüme Shchwartzshild çözümü adını vermekteyiz (Yıldız, 2012) . Einstein alan denklemleri kapalı formda

$$G_{ik} = -T_{ik} \quad (3.1)$$

şeklinde yazılabilir. Bilindiği üzere büyük ölçekte evrenin yapısını ve gravitasyonel etkileşimleri açıklayan Einstein alan denklemleri

$$G_{ik} : R_{ik} - \frac{1}{2}g_{ik}R + \Lambda g_{ik} = -\lambda T_{ik} \quad (3.2)$$

şeklinindedir. Burada R_{ik} , Ricci tensörü, R , Ricci skaleri, g_{ik} , metrik tensör, Λ kozmolojik sabit, ve T_{ik} , enerji momentum tensörüdür. Son yıllarda yapılan gözlemler evrenin

ivmelenerek genişlediğini göstermektedir. Araştırmacılar evrenin ivmelenmesini ve genişlemesini açıklayabilmek için çeşitli yaklaşımlar kullanmışlardır. Bu yaklaşımlardan biri karanlık enerji diğeri de Lyra, Brans-Dicke, f(R) vb. gibi alternatif gravitasyon teorileridir. Evrenin genişlemesini açıklayan çeşitli alternatif teoriler vardır. Bu teorilerden biri de 1951 yılında Lyra tarafından ortaya atılan Lyra Geometrisi teorisidir (Lyra, 1951).

1951 yılında Lyra, Einstein'in alan denklemlerine kozmolojik sabit gibi görev yapan bir terim ekleyerek Modifiye Einstein denklemlerini aşağıdaki gibi öne sürmüştür.

$$R_{ik} - \frac{1}{2}g_{ik}R + \frac{3}{2}\left(\Phi_i\Phi_k - \frac{1}{2}g_{ik}\Phi_j\Phi^j\right) = -\lambda T_{ik} \quad (3.3)$$

Yukarıda verilen semboller Riemann geometrisinde yer alan sembollerdir. Lyra geometrisinde bunlara ek olarak Φ_i yer değiştirme vektörü eklenir. n boyutlu uzay-zaman için yer değiştirme vektörü $\Phi_i = (0, 0, 0, \dots, 0, \beta(t)) = \delta_i^n \cdot \beta(t)$ şeklinde tanımlanır. Yer değiştirme vektörünün bileşenleri, koordinatlara bağlı skaler fonksiyonlardır. Alan denklemlerinin bir yanı uzay-zaman geometrisiyle diğeri yanı madde ve madde dağılımıyla ilgilidir. Einstein alan denklemleri bize maddenin geometriye, geometrinin de maddeye eşdeğer olduğunu ifade eder. Bu bağlamda bu çalışmada kullanılan madde formları aşağıdaki gibi özetlenebilir.

İdeal akışkan gibi davranan kuark madde için enerji momentum tensörü

Brookhaven Ulusal Laboratuvarında (<http://www.bnl.gov>) 2005 yılında yapılan deneyler sonucunda kuark maddenin ideal akışkan formda olduğu bulunmuştur. Bu nedenle kuark maddede için enerji momentum tensörü

$$T_{ik} = (p + \rho)u_i u_k + pg_{ik} \quad (3.4)$$

bağıntısı ile tanımlanır (Singh ve Agrawal, (1992). Burada, p basıncı, ρ ise enerji yoğunluğudur ve $u^i = \delta_n^i \frac{1}{\sqrt{-g_{n,n}}}$ n'li hız vektörüdür. ($u_i u^i = -1$).

İdeal akışkanın yoğunluğu ve basıncı, $p = w\rho$ durum denklemi ile birbirine bağlıdır. İdeal akışkan gibi davranan kuark madde için durum denklemi de

$$p = w\rho \quad (3.5)$$

şeklindedir (Adams ve ark., 2005). Acayip (strange) kuark madde için durum denklemi (Sharma ve ark., 2007; Yılmaz ve ark., 2012) ise

$$p = \varepsilon (\rho - \rho_0) \quad (3.6)$$

dir. Burada ε sabit ve ρ_0 , basınçsız enerji yoğunluğunu gösterir (Dey ve ark., 1998; Gondek-Rozinska, 2000; Sharma ve Maharaj, 2007).

Eğer (3.5) denkleminde $\rho_0 = 4B_c$ ve $\varepsilon = \frac{1}{3}$ alınırsa çanta modelindeki acayip kuark madde için durum denklemi aşağıdaki denkleme dönüşür (Alcock ve ark., 1986; Xu, 2003; Aktaş ve Yılmaz, 2011).

$$p = \frac{\rho - 4B_c}{3} \quad (3.7)$$

Chaplygin Gaz için enerji-momentum tensörü

Karanlık enerji adaylarından biri olan chaplygin gaz için enerji momentum tensörü (3.4) denkleminde $p = -\frac{A}{\rho}$ alınarak chaplygin gaz için enerji momentum tensörü aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$T_{ij} = \frac{A}{\rho} \cdot (u_i u_k - g_{ik}) + \rho u_i u_k \quad (3.8)$$

Burada ρ chaplygin gaz ın yoğunluğu ve A ise negatif bir sabittir.

Pure chaplygin gaz, genelleştirilmiş chaplygin gaz ve modifiye chaplygin gaz için durum denklemleri aşağıdaki gibidir. İlk olarak **Modifiye Chaplygin Gaz** için durum denklemi:

$$p = A\rho - \frac{B}{\rho^k} \quad (3.9)$$

şeklindedir (Benaoum, 2002; Debnath ve ark., 2004). Burada A, B ve $0 \leq k \leq 1$ sabitlerdir.

k=1 için (3.9) denklemi

$$p = A\rho - \frac{B}{\rho} \quad (3.10)$$

şeklinde yazılır. Eğer (3.9) denkleminde $A=0$ olursa denklem **Genelleştirilmiş Chaplygin Gaz** halini alır. (Bento ve ark., 2002; Gorini ve ark., 2003; Alam ve ark., 2003)

$$p = - \frac{B}{\rho^k} \quad (3.11)$$

Eğer (3.9) denkleminde $A=0$ ve $k=1$ ise (3.9) denklemi **Saf (Pure) Chaplygin Gaz** durum denklemine dönüşür ve

$$p = - \frac{B}{\rho} \quad (3.12)$$

şeklindedir. Burada B negatif bir sayı ρ chaplygin gazın yoğunluğudur (Kamenshchik ve ark., 2001).

BÖLÜM 4

ARAŞTIRMA BULGULARI VE TARTIŞMA

Homojen ve anizotropik genelleştirilmiş Kaluza-Klein metriği

$$ds^2 = -dt^2 + a^2 \sum_{i=1}^{n-2} dx_i^2 + b^2 dx_{n-1}^2 \quad (4.1)$$

şeklinde tanımlanır (Adhav ve ark., 2008). Burada a ve b metrik potansiyelleri olup zamana bağlı fonksiyonlardır. Lyra geometrisi için n boyutlu yer değiştirme vektörü

$$\Phi_i = (0,0,0, \dots, \beta(t)) = \delta_i^n \cdot \beta(t) \quad (i=1, \dots, n) \quad (4.2)$$

olarak tanımlanır (Adhav ve ark., 2008).

(3.2), (3.3) ve (4.1) denklemlerinden Lyra Geometrisi için genelleştirilmiş Kaluza-Klein metriği için modifiye Einstein alan denklemleri aşağıdaki gibi elde edilir;

$$\frac{(n-2)\ddot{a}}{a} + \frac{(n-2)(n-3)}{2} \frac{\dot{a}^2}{a^2} + \frac{3}{4} \beta^2 = -p \quad (4.3)$$

$$\frac{(n-3)\ddot{a}}{a} + \frac{\ddot{b}}{b} + \frac{(n-3)(n-4)}{2} \frac{\dot{a}^2}{a^2} + \frac{(n-3)\dot{a}\dot{b}}{ab} + \frac{3}{4} \beta^2 = -p \quad (4.4)$$

$$\frac{(n-2)(n-3)}{2} \frac{\dot{a}^2}{a^2} + \frac{(n-2)\dot{a}\dot{b}}{ab} - \frac{3}{4} \beta^2 = \rho \quad (4.5)$$

Burada \dot{a} ve \dot{b} sırasıyla a ve b'nin zamana göre türevini göstermektedir. Homojen anizotropik genelleştirilmiş Kaluza-Klein uzay-zamanı için kinematik nicelikler; genişleme skaleri, shear skaleri, Hubble parametresi, ortalama anizotropi parametresi ve frenleme parametresi aşağıdaki gibi verilir:

$$\Theta = u_{;j}^i = g^{ik} u_{ik} = \frac{1}{\sqrt{-g}} (\sqrt{-g} u^i)_{;i} = \frac{(n-2)\dot{a}}{a} + \frac{\dot{b}}{b} \quad (4.6)$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{2} \sigma_{ij} \sigma^{ij} = \frac{2n^2 - 23n + 68}{5n^2 - 58n + 173} \cdot \left(\frac{\dot{a}}{a} - \frac{\dot{b}}{b} \right)^2 \quad (4.7)$$

$$H = \frac{\Theta}{n-1} = \frac{1}{n-1} \left[\frac{(n-2)\dot{a}}{a} + \frac{\dot{b}}{b} \right] \quad (4.8)$$

$$\Delta = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n-1} \left(\frac{H_i - H}{H} \right)^2 = \frac{(n-2)(\dot{a}b - b\dot{a})^2}{[(n-2)\dot{a}b + a\dot{b}]^2} \quad (4.9)$$

ve

$$q = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{H} \right) - 1 = - \frac{(n-2)(n-1) \frac{\ddot{a}}{a} + (n-1) \frac{\ddot{b}}{b} - (n-2) \left(\frac{\dot{a}}{a} \frac{\dot{b}}{b} \right)^2}{[(n-2)\dot{a} + \dot{b}]^2} \quad (4.10)$$

Yukarıda elde edilen modifiye Einstein alan denklemleri 5 bilinmeyenli (a, b, β, p, ρ) 3 denklemden ((4.3)-(4.5)) oluşur. Bu denklemlerin tam çözümünü elde edebilmek için bazı yardımcı denklemlere ihtiyaç vardır. Frenleme parametresi olan q evrenin ivmelenip ivmelenmediğini gösteren önemli parametrelerden biridir. Eğer ;

- i) q<1 ise evren süper üstel (exponential) genişleme,
- ii) q=-1 ise evren üstel genişleme,
- iii) -1<q<0 ise evren düşük hızda genişleme,
- iv) q=0 olduğunda evrende sabit genişleme,
- v) q>0 ise evren yavaşlayarak genişler (Adhav, 2011; Adhav ve ark., 2011; Akarsu ve Dereli, 2012)

Bu yardımcı denklemlerden frenleme parametresi olan q'yu kullanarak modifiye Einstein alan denklemlerinin çözümünü araştıracağız. Şimdi frenleme parametresini aşağıdaki gibi alıp Einstein alan denklemlerinin çözümünü araştıralım.

$$q = m - 1 \quad (4.11)$$

burada m sabittir. (4.10) ve (4.11) denklemlerinin çözümünden iki farklı durum ortaya çıkar. Bunlar;

$$b(t) = \left[\frac{m \cdot (c_1 t + c_2)}{n-1} \right]^{\frac{n-1}{m}} \cdot \frac{1}{a^{n-2}}, \quad m \neq 0 \text{ için} \quad (4.12)$$

$$b(t) = \frac{c_4 e^{c_3 t}}{a^{n-2}}, \quad m=0 \text{ için} \quad (4.13)$$

dır. Şimdi (4.12) ve (4.13) denklemlerinde elde edilen çözüm için Einstein alan denklemlerindeki diğer bilinmeyen fonksiyonları elde etmeye çalışalım. İlk olarak $m \neq 0$ durumu için çözüm araştıralım.

4.1 LYRA GEOMETRİSİNDE YÜKSEK BOYUTLU METRİKTE $m \neq 0$ DURUMU İÇİN EINSTEİN ALAN DENKLEMLERİNİN ÇÖZÜMÜ

(4.3) ve (4.4) denklemlerini taraf tarafa çıkarılıp çözümlerse;

$$a(t) = e^{-\frac{m(c_1 t + c_2)^{\frac{(m-n+1)}{m}} \cdot c_3^{\frac{(n-1)}{m}} c_5 - c_1 - m c_6}{c_1(m-n+1)}} \cdot (c_1 t + c_2)^{\frac{1}{m}} \quad (4.14)$$

bulunur. Burada c_5 ve c_6 integral sabitleridir. Bu durumda (4.12) denklemini aşağıdaki denkleme dönüştür.

$$b(t) = \left(\frac{m}{n-1}\right)^{\frac{n-1}{m}} (c_1 t + c_2)^{\frac{1}{m}} e^{\frac{m(c_1 t + c_2)^{\frac{(m-n+1)}{m}} \cdot c_1^{\frac{(n-1)}{m}} c_5 - c_1 - m c_6}{c_3(m-n+1)}} \quad (4.15)$$

Elde edilen $a(t)$ ve $b(t)$ fonksiyonunu (4.3)-(4.5) denklemlerinde yerine yazıp ortak çözüldüğünde basınç ve yoğunluğu aşağıdaki şekilde elde edilir:

$$p(t) = \frac{c_1^2(n-2)(2m-n+1)}{2m^2(c_1 t + c_2)^2} - \frac{(n-1)(n-2)c_5^2 c_1^{\frac{2(n-1)}{m}}}{(c_1 t + c_2)^{\frac{2(n-1)}{m}}} - \frac{3}{4} \beta^2 \quad (4.16)$$

ve

$$\rho(t) = \frac{c_1^2(n-2)(n-1)}{2m^2(c_1 t + c_2)^2} - \frac{(n-1)(n-2)c_5^2 c_1^{\frac{2(n-1)}{m}}}{(c_1 t + c_2)^{\frac{2(n-1)}{m}}} - \frac{3}{4} \beta^2 \quad (4.17)$$

Yukarıda görüldüğü gibi (4.16) ve (4.17) denklemleri üç bilinmeyenli iki denklem elde edilir. Bu denklemleri çözebilmek için bir denkleme daha ihtiyaç vardır. Bunun için çeşitli madde formları için kullanılan durum denklemlerinden yararlanabiliriz. Şimdi $m \neq 0$

durumunda kuark madde, acayip kuark madde ve chaplygin gaz için çözümleri elde edelim.

4.1.1 LYRA GEOMETRİSİNDE YÜKSEK BOYUTLU METRİKTE $m \neq 0$ İÇİN KUARK MADDE ÇÖZÜMÜ

(3.4), (3.16) ve (3.17) denklemlerinden kuark madde için yer değiştirme vektörünün karesi

$$\beta_{QM}^2 = \left[\frac{4c_1 \frac{2(n-1)}{m} c_5^2 (2-n)(n-1)}{3(c_1 t + c_2)^{\frac{2(n-1)}{m}}} - \frac{2c_1^2 (n-2)(2m-n+1+w(1-n))}{3m^2 (c_1 t + c_2)^2 (w-1)} \right] \quad (4.18)$$

olarak bulunur. (4.18) denklemini (4.16) ve (4.17) denklemlerinde yerine yazarsak kuark madde için basınç ve yoğunluğu aşağıdaki gibi elde ederiz;

$$p(t) = \frac{w(n-2)(m-n+1)c_1^2}{m^2 (c_1 t + c_2)^2 (w-1)} \quad (4.19)$$

ve

$$\rho(t) = \frac{c_1^2 (n-2)(m-n+1)}{m^2 (c_1 t + c_2)^2 (w-1)} \quad (4.20)$$

4.1.2 LYRA GEOMETRİSİNDE YÜKSEK BOYUTLU METRİKTE $m \neq 0$ İÇİN ACAYIP (STRANGE) KUARK MADDE ÇÖZÜMÜ (LINEER MODEL)

(3.5), (4.15) ve (4.16) denklemlerinden kuark madde için yer değiştirme vektörünün karesi

$$\beta_{SQL}^2 = \frac{4c_1 \frac{2(n-1)}{m} c_5^2 (2-n)(n-1)}{3(c_1 t + c_2)^{\frac{2(n-1)}{m}}} - \frac{2c_1^2 (n-2)(2m-n+1+\varepsilon(1-n))}{3m^2 (c_1 t + c_2)^2 (\varepsilon-1)} - \frac{4\varepsilon\rho_0}{\varepsilon-1} \quad (4.21)$$

şeklinde bulunur. (4.21) denklemini (4.16) ve (4.17) denklemlerinde yerine yazarsak acayip kuark madde için (lineer model) basınç ve yoğunluğu aşağıdaki gibi elde ederiz;

$$p(t) = \frac{\varepsilon c_1^2 (n-2)(m-n+1)}{m^2 (c_1 t + c_2)^2 (\varepsilon-1)} + \frac{\varepsilon\rho_0}{\varepsilon-1} \quad (4.22)$$

ve

$$\rho(t)=\frac{c_1^2(n-2)(m-n+1)}{m^2(c_1 t+c_2)^2(\varepsilon-1)}+\frac{\varepsilon\rho_0}{\varepsilon-1} \quad (4.23)$$

4.1.3 LYRA GEOMETRİSİNDE YÜKSEK BOYUTLU METRİKTE $m \neq 0$ İÇİN ACAYİP (STRANGE) KUARK MADDE ÇÖZÜMÜ (ÇANTA MODELİ)

(3.6) , (4.16) ve (4.17) denklemlerinden kuark madde için yer değiştirme vektörünün karesi

$$\beta_{SQB}^2 = \left[\frac{2c_1^2(n-2)(3m-2n+2)}{3m^2(c_1 t+c_2)^2} - \frac{4c_1 \frac{2(n-1)}{m} c_5^2(n-2)(n-1)}{3(c_1 t+c_2) \frac{2(n-1)}{m}} + \frac{8B_c}{3} \right] \quad (4.24)$$

olarak elde edilir. Elde edilen (4.24) denklemini (4.16) ve (4.17) denklemlerinde yerine yazarsak acayip kuark madde için (çanta modeli) basınç ve yoğunluk aşağıdaki gibi elde edilir;

$$p(t) = \frac{c_1^2(n-2)(n-m+1)}{2m^2(c_1 t+c_2)^2} - 2B_c \quad (4.25)$$

ve

$$\rho(t) = \frac{3c_1^2(n-2)(n-m+1)}{2m^2(c_1 t+c_2)^2} - 2B_c \quad (4.26)$$

4.1.4 LYRA GEOMETRİSİNDE YÜKSEK BOYUTLU METRİKTE $m \neq 0$ İÇİN SAF (PURE) CHAPLYGIN GAZ MADDE ÇÖZÜMÜ

(3.11), (4.16) ve (4.17) denklemlerinden saf chaplygin gaz için yer değiştirme vektörünün

karesi aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\beta_{PCG}^2 = \left[\frac{2c_1^2(n-2)}{3m^2(c_1 t+c_2)^4} - \frac{4c_1 \frac{2(n-1)}{m} c_5^2(n-1)(n-2)}{3(c_1 t+c_2) \frac{2(n-1)}{m}} \pm \frac{2\sqrt{c_1^4(n-2)^2(m-n+1)^2-4\alpha m^4(c_1 t+c_2)^4}}{3m^2(c_1 t+c_2)^2} \right] \quad (4.27)$$

Elde edilen (4.27) denklemini (4.16) ve (4.17) denklemlerinde yerine yazarsak saf chaplygin gaz için basınç ve yoğunluk aşağıdaki gibi elde edilir;

$$p(t)=\frac{c_1^2(n-2)(m-n+1)}{2m^2(c_1 t+c_2)^2} \pm \frac{\sqrt{c_1^4(n-2)^2(m-n+1)^2-4\alpha m^4(c_1 t+c_2)^4}}{2m^2(c_1 t+c_2)^2} \quad (4.28)$$

ve

$$\rho(t) = \frac{c_1^2(2-n)(m-n+1)}{2m^2(c_1 t + c_2)^2} \pm \frac{\sqrt{c_1^4(n-2)^2(m-n+1)^2 - 4\alpha m^4(c_1 t + c_2)^4}}{2m^2(c_1 t + c_2)^2} \quad (4.29)$$

4.1.5 LYRA GEOMETRİSİNDE YÜKSEK BOYUTLU METRİKTE $m \neq 0$ İÇİN GENELLEŞTİRİLMİŞ CHAPLYGİN GAZ MADDE ÇÖZÜMÜ

(3.9), (4.16) ve (4.17) denklemlerinden genelleştirilmiş chaplygin gaz için yer değiştirme vektörünün karesi

$$\beta_{GG}^2 = \left[\frac{2c_1^2(n-2)(3A-m)}{3m^2(c_1 t + c_2)^4(A-1)} - \frac{4c_1^{\frac{2(n-1)}{m}} c_5^2(n-1)(n-2)}{3(c_1 t + c_2)^{\frac{2(n-1)}{m}}} \pm \frac{2\sqrt{c_1^4(n-2)^2(m-n+1)^2 - 4B m^4(c_1 t + c_2)^4}}{3m^2(c_1 t + c_2)^2(A-1)} \right] \quad (4.30)$$

dir. (4.30) denklemini denklemini (4.16) ve (4.17) denklemlerinde yerine yazarsak genelleştirilmiş chaplygin gaz için basınç ve yoğunluk aşağıdaki gibi elde edilir;

$$p(t) = \frac{c_1^2(n-2)(m-n+1)(2A-1)}{2m^2(c_1 t + c_2)^2(A-1)} \pm \frac{\sqrt{c_1^4(n-2)^2(m-n+1)^2 - 4B m^4(c_1 t + c_2)^4}}{2m^2(c_1 t + c_2)^2(A-1)} \quad (4.31)$$

ve

$$\rho(t) = \frac{c_1^2(n-2)(m-n+1)}{2m^2(c_1 t + c_2)^2(A-1)} \pm \frac{\sqrt{c_1^4(n-2)^2(m-n+1)^2 - 4B m^4(c_1 t + c_2)^4}}{2m^2(c_1 t + c_2)^2(A-1)} \quad (4.32)$$

4.2 LYRA GEOMETRİSİNDE YÜKSEK BOYUTLU METRİKTE $m = 0$ DURUMU İÇİN EİNSTEİN ALAN DENKLEMLERİNİN ÇÖZÜMÜ

(4.3) ve (4.4) denklemlerini taraf tarafa çıkarılıp çözümlerse;

$$a(t) = e^{\frac{(1-n)c_8 + (n-1)c_7 e^{-c_3 t} + c_3^2 t - c_3}{c_3(n-1)}} \quad (4.33)$$

bulunur. c_7 ve c_8 integral sabitleridir. Bu durumda (4.13) denklemini aşağıdaki denkleme dönüşür.

$$b(t) = c_4 e^{\frac{(n-1)(n-2)[c_8 - c_7 e^{-c_3 t}] + c_3^2 t + (n-2)c_3}{c_3(n-1)}} \quad (4.34)$$

Burada elde edilen $a(t)$ ve $b(t)$ fonksiyonunu (4.3)-(4.5) denklemlerinde yerine yazıp ortak çözüldüğünde basınç ve yoğunluğu aşağıdaki şekilde elde edilir:

$$p(t) = \left[\frac{c_7^2(n-2)(n-1)^2 e^{-2c_3 t} + c_3^2(n-2)}{2(n-1)} \right] - \frac{3}{4} \beta^2 \quad (4.35)$$

ve

$$\rho(t) = \left[\frac{c_7^2(2-n)(n-1)^2 e^{-2c_3 t} - c_3^2(n-2)}{2(n-1)} \right] - \frac{3}{4} \beta^2 \quad (4.36)$$

Yukarıda görüldüğü gibi üç bilinmeyenli iki denklem elde edilir. Bu denklemleri çözebilmek için bir denkleme daha ihtiyaç vardır. Bunun için çeşitli madde formları için kullanılan durum denklemlerinden yararlanabiliriz. Bu denklemlerin çözümü için $m \neq 0$ durumundakine benzer çözümleri araştırılalım.

4.2.1 LYRA GEOMETRİSİNDE YÜKSEK BOYUTLU METRİKTE $m=0$ İÇİN KUARK MADDE ÇÖZÜMÜ

(3.4), (4.35) ve (4.36) denklemlerinden kuark madde için yer değiştirme vektörünün karesi,

$$\beta_{QM}^2 = \frac{2}{3} \cdot \left[\frac{(n-2)[(n-1)^2(1-w)c_7^2 e^{-2c_3 t} + c_3^2(w+1)]}{(w-1)(n-1)} \right] \quad (4.37)$$

olarak bulunur. (4.37) denklemini (4.35) ve (4.36) denklemlerinde yerine yazarsak kuark madde çözümü için basınç ve yoğunluğu aşağıdaki gibi elde ederiz;

$$p = \frac{c_3^2 w(2-n)}{(w-1)(n-1)} \quad (4.38)$$

ve

$$\rho = \frac{c_3^2(2-n)}{(w-1)(n-1)} \quad (4.39)$$

4.2.2 LYRA GEOMETRİSİNDE YÜKSEK BOYUTLU METRİKTE $m=0$ İÇİN ACAYİP (STRANGE) KUARK MADDE ÇÖZÜMÜ (LINEER MODEL)

(3.5), (4.35) ve (4.36) denklemlerinden lineer formdaki acayip kuark madde için yer değiştirme nün karesi

$$\beta_{SQL}^2 = -\frac{2}{3} \cdot \left[\frac{(n-2)[(n-1)^2(\varepsilon-1)c_7^2 e^{-2c_3 t} - c_3^2(\varepsilon+1)(n-2)]}{(\varepsilon-1)(n-1)} + \frac{2\varepsilon\rho_0}{\varepsilon-1} \right] \quad (4.$$

dir. Elde edilen (4.40) denklemini (4.35) ve (4.36) denklemlerinde yerine yazarsak kuark madde için (lineer modeli) yazarsak basınç ve yoğunluk

$$p = \frac{\varepsilon\rho_0}{\varepsilon-1} - \frac{\varepsilon c_3^2(n-2)}{(\varepsilon-1)(n-1)} \quad (4.41)$$

ve

$$\rho = \frac{\varepsilon\rho_0}{\varepsilon-1} - \frac{c_3^2(n-2)}{(\varepsilon-1)(n-1)} \quad (4.42)$$

olarak elde edilir.

4.2.3 LYRA GEOMETRİSİNDE YÜKSEK BOYUTLU METRİKTE $m=0$ İÇİN ACAYİP (STRANGE) KUARK MADDE ÇÖZÜMÜ (ÇANTA MODELİ)

(3.5), (4.35) ve (4.36) denklemlerinden çanta modelindeki acayip kuark madde için yer değiştirme vektörünün karesi aşağıdaki fonksiyon şeklinde bulunur:

$$\beta_{SQB}^2 = \frac{2}{3} \cdot \left[\frac{4B_c(n-1) - 2c_3^2(n-2) - c_7^2(n-2)(n-1)^2 e^{-2c_3 t}}{(n-1)} \right] \quad (4.43)$$

Elde edilen (4.43) denklemini (4.35) ve (4.36) denklemlerinde yerine yazarsak acayip kuark madde için (çanta modeli) basınç ve yoğunluk aşağıdaki gibi elde edilir;

$$p = \frac{c_3^2(n-2)}{2(n-1)} - 2B_c \quad (4.44)$$

ve

$$\rho = \frac{3 c_3^2(n-2)}{2(n-1)} - 2B_c \quad (4.45)$$

4.2.4 LYRA GEOMETRİSİNDE YÜKSEK BOYUTLU METRİKTE $m=0$ İÇİN PURE CHAPLYGİN GAZ MADDE ÇÖZÜMÜ

(3.11), (4.35) ve (4.36) denklemlerinden pure chaplygin gas için yer değiştirme vektörünün karesi

$$\beta_{PCG}^2 = \frac{2}{3} \cdot \left[\frac{(2-n)(n-1)^2 c_7^2 e^{-2c_3 t} \pm \sqrt{c_3^4(n-2)^2 - 4\alpha(n-1)^2}}{(n-1)} \right] \quad (4.46)$$

olarak bulunur. (4.46) denklemini (4.35) ve (4.36) denklemlerinde yerine yazıldığında saf (pure) chaplygin gaz için basınç ve yoğunluk aşağıdaki gibidir

$$p = \left[\frac{c_3^2(2-n) \pm \sqrt{c_3^4(n-2)^2 - 4a(n-1)^2}}{2(n-1)} \right] \quad (4.47)$$

ve

$$\rho = \left[\frac{c_3^2(n-2) \pm \sqrt{c_3^4(n-2)^2 - 4a(n-1)^2}}{2(n-1)} \right] \quad (4.48)$$

4.2.5 LYRA GEOMETRİSİNDE YÜKSEK BOYUTLU METRİKTE $m=0$ İÇİN GENELLEŞTİRİLMİŞ CHAPLYGIN GAZ MADDE ÇÖZÜMÜ

(3.9), (4.35) ve (4.36) denklemlerinden genelleştirilmiş chaplygin gaz için yer değiştirme vektörünün karesi

$$\beta_{GG}^2 = \frac{2}{3} \left[\frac{(A-1)(2-n)(n-1)^2 c_7^2 e^{-2c_3 t} + A(n-2)c_3^2 \pm \sqrt{4B(n-1)^2(A-1) + c_3^4(n-2)^2}}{(A-1)(n-1)} \right] \quad (4.49)$$

olarak elde edilir. (4.49) denklemini (4.35) ve (4.36) denklemlerinde yerine yazarsak genelleştirilmiş chaplygin gaz için basınç ve yoğunluk

$$p = \left[\frac{c_3^2(2-n)(2A-1) + \sqrt{c_3^4(n-2)^2 + 4B(n-1)^2(A-1)}}{2(A-1)(n-1)} \right] \quad (4.50)$$

ve

$$\rho = \left[\frac{c_3^2(2-n) - \sqrt{c_3^4(n-2)^2 + 4B(n-1)^2(A-1)}}{2(A-1)(n-1)} \right] \quad (4.51)$$

olarak elde edilir.

BÖLÜM 5 SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu tez çalışmasında homojen ve anizotropik genelleştirilmiş Kaluza-Klein uzay-zamanında kuark madde, acayip (strange) kuark madde ve chaplygin gazın davranışları incelendi. Frenleme parametresini kullanarak iki farklı çözüm elde edildi ve bu çözümlerin fiziksel özellikleri tartışıldı.

5.1 $m \neq 0$ Durumu İçin Sonuç ve Öneriler

$m \neq 0$ durumunda Hubble parametresi, genişleme skaleri, shear skaleri ve ortalama anizotropi parametresi aşağıdaki şekilde bulunmuştur.

$$H = \frac{c_1}{m(c_1 t + c_2)} \quad (5.1.1)$$

$$\Theta = \frac{(n-1)c_1}{m(c_1 t + c_2)} \quad (5.1.2)$$

$$\sigma^2 = \left(\frac{2n^2 - 23n + 68}{5n^2 - 58n + 173} \right) \cdot \frac{2 \cdot c_1^{\frac{2(n-1)}{m}} \cdot c_2^2 (n-1)^2}{(c_1 t + c_2)^{\frac{2(n-1)}{m}}} \quad (5.1.3)$$

ve

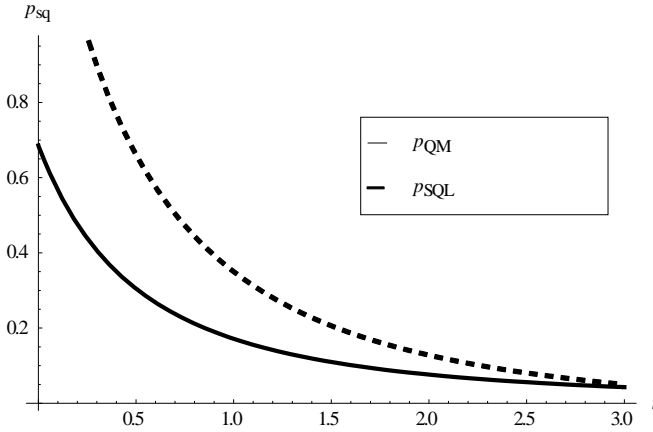
$$\Delta = \left(\frac{2n^2 - 23n + 68}{5n^2 - 58n + 173} \right) \cdot \frac{4 \cdot m^2 \cdot c_1^{\frac{2(n-m-1)}{m}} \cdot c_2^2 (n-1)}{(c_1 t + c_2)^{\frac{2(n-m-1)}{m}}} \quad (5.1.4)$$

Şimdi kinematik niceliklerin limit durumlarını irdeleyecek olursak, $t \rightarrow 0$ için Hubble parametresi, genişleme skaleri, shear ve ortalama anizotropi parametresi değerleri sabit olurken, $t \rightarrow \infty$ için durumunda ise için tüm kinematik nicelikler sıfır olur.

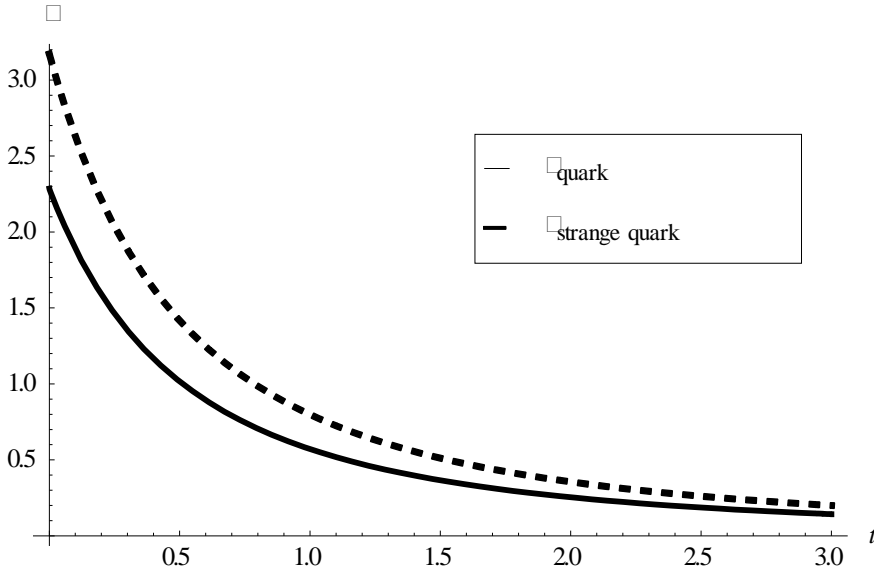
Ayrıca $t \rightarrow 0$ için kuark maddenin basıncı, yoğunluğu ve β^2 'nin sabit olduğu, zaman arttıkça kuark maddenin basıncının, yoğunluğunun ve β^2 nin azalarak sıfıra yaklaştığı görülmektedir. Buradan da kuarkların enerjilerini proton ve nötronlara aktararak zaman ilerledikçe kuarkların birleşerek nötron ve proton oluşturduğunu söyleyebiliriz. Acayip kuark madde durumunda ise $t \rightarrow 0$ ve $t \rightarrow \infty$ için basınç, yoğunluk ve β^2 sabit

sonucuna ulaşırız (Şekil1, Şekil2 ve Şekil3). $t \rightarrow 0$ ve $t \rightarrow \infty$ limit durumunda hem saf chaplygin gaz hem de genelleştirilmiş chaplygin gaz için basınç, yoğunluk ve β^2 değeri sabit olur.

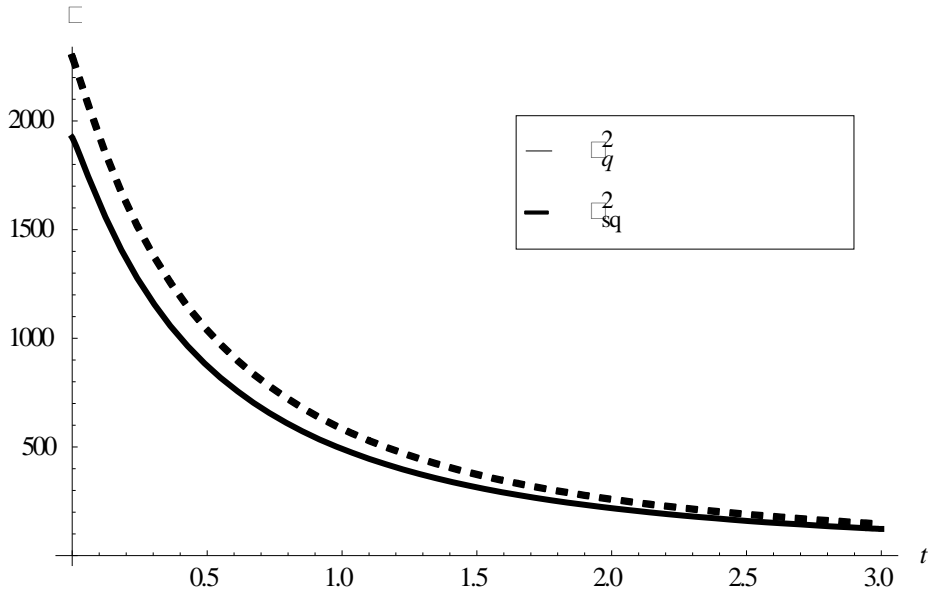
Lyra geometrisi ile Riemann geometrisini karşılaştıracak olursak Lyra geometrisinden Riemann geometrisine geçiş yapabilmek için yer değiştirme vektörünün sifira eşit olması gerekmektedir. Yukarıda Einstein alan denklemlerinin çözümünde elde edilen yer değiştirme vektörü $c_1 = 0$ alınması durumunda ve $n=2$ durumunda sıfır olmaktadır ve Lyra geometrisi Riemann geometrisine dönüşmektedir. $c_1 = 0$ olduğunda metrik potansiyelleri olan a ve b fonksiyonları sabit olur. Ayrıca genelleştirilmiş Kaluza-Klein uzay-zamanın basınç ve yoğunluğu $c_1 = 0$ ya da $n=2$ alındığında $p = \rho = 0$ olur. Bu da bize vakum çözüm elde ettiğimizi söyler. Yani bu durumda vakum çözüm elde edilmiş olur. Buradan hareketle elde ettiğimiz çözümlere göre Riemann geometrisine ancak a ve b fonksiyonlarının sabit olması durumunda inilir. Homojen ve anizotropik genelleştirilmiş Kaluza-Klein uzay-zamanında $t = -\frac{c_2}{c_1}$ e karşılık gelen noktalar bu modelin tekil noktalarıdır. Yoğunluğun ve basıncın sürekli olabilmesi için $t \neq -\frac{c_2}{c_1}$ durumu göz önüne alınmalıdır.



Şekil 1. $m \neq 0$ durumu için kuark ve acayıp kuark madde basınç-zaman grafiği.



Şekil 2. $m \neq 0$ durumu için kuark ve acayıp kuark madde yoğunluk-zaman grafiği.



Şekil 3. $m \neq 0$ durumu için kuark ve acayıp kuark madde β^2 -zaman grafiği.

5.2 $m = 0$ Durumu İçin Sonuç ve Öneriler

$m=0$ durumunda Hubble parametresi, genişleme skaleri, shear skaleri ve ortalama anizotropi parametresi aşağıdaki şekilde bulunmuştur.

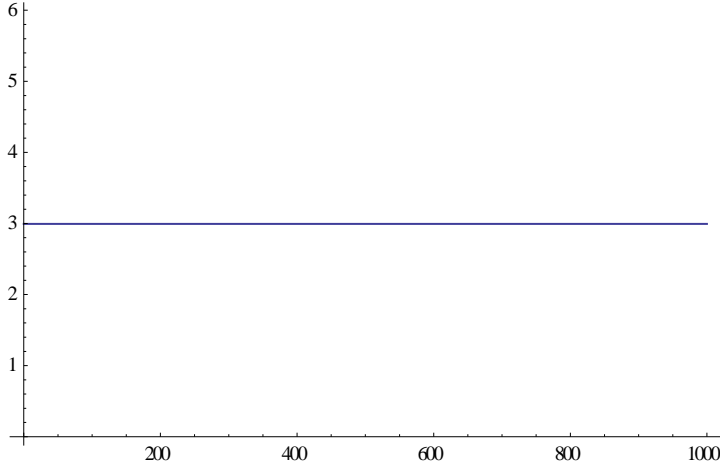
$$H = c_3 \quad (5.2.1)$$

$$\Theta = \frac{c_3}{n-1} \quad (5.2.2)$$

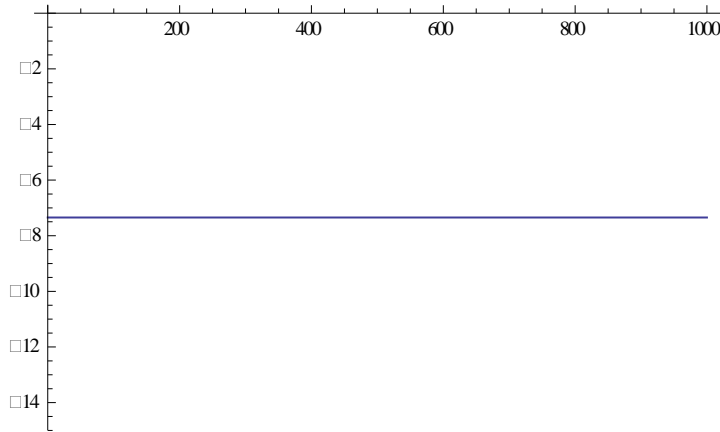
$$\sigma^2 = \left(\frac{2n^2-23n+68}{5n^2-58n+173} \right) \cdot \frac{(n-1)^2 c_3^2}{e^{2c_3 t}} \quad (5.2.3)$$

$$\Delta = \frac{2 \cdot c_3^2 \cdot (n-1) \cdot (2n^2-23n+68)}{(5n^2-58n+173) \cdot c_3^2 \cdot e^{2c_3 t}} \quad (5.2.4)$$

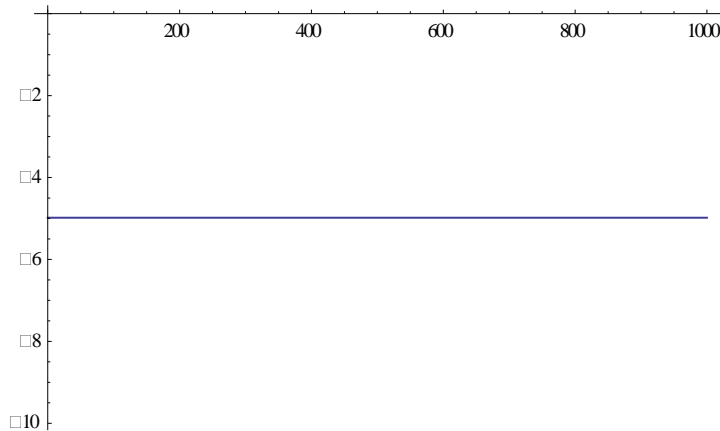
$t \rightarrow 0$ için shear ve ortalama anizotropi parametresi değerleri sabit olurken $t \rightarrow \infty$ için ise c_3 'in işaretine göre iki farklı durum ortaya çıkar. Fakat Hubble parametresi negatif olamayacağından $c_3 < 0$ durumunu ele alamayız. $c_3 > 0$ olması durumunda shear ve ortalama anizotropi parametresi sıfır olur. Kuark madde, acayıp kuark madde (lineer), acayıp kuark madde (çanta modeli), saf chaplygin gaz ve genelleştirilmiş chaplygin gaz denklemlerine bakıldığında basınçlarının ((4.38), (4.41), (4.44), (4.47) ve (4.50)) ve yoğunluklarının ((4.39), (4.42), (4.45), (4.48) ve (4.51)) zamana bağlı olmadıkları görülmektedir. Bu durumda bu maddeler için basınç ve yoğunluk sabittir (şekil4, şekil5 ve şekil6). Kuark madde, acayıp kuark madde ve chaplygin gaz için verilen maddelerde β^2 değerlerini yorumlayacak olursak $t \rightarrow 0$ durumu için tüm β^2 değerleri sabit olmaktadır. $t \rightarrow \infty$ için ise $c_1 > 0$ olduğundan kuark, acayıp kuark ve chaplygin gaz maddeleri için β^2 sabit olur.



Şekil 4. $m=0$ durumu için kuark madde basınç -zaman grafiği.



Şekil 5. $m=0$ durumu saf (pure) chaplygin gaz için basınç -zaman grafiği.



Şekil 6. $m=0$ durumu genelleştirilmiş chaplygin gaz için basınç -zaman grafiği

KAYNAKLAR

- Adhav K.S., Nimkar A.S. ve Dawande M.V., 2008. String Cloud and Domain Walls with Quark Matter in n-Dimensional Kaluza-Klein Cosmological Model. *Int. J. Theor. Phys.* 47: 2002-2010.
- Adhav K.S., 2011. Bianchi type-I cosmological model with linearly varying deceleration parameter *Eur Phys J.*, 122-128.
- Adhav K.S., Gadodia P.S. ve Bansod, A.S., 2011. Stiff Domain Walls in Creation-Field Cosmology. *Int J. Theory Phys* 275-288.
- Akarsu Ö. ve Dereli T., 2011. Coamological Models with Linearly varying Deceleration Parameter *Int J. Theor.* 612-621.
- Aktaş C., 2008. Kuark Gluon Maddenin Uzay-Zaman Geometrisi. Doktora Tez.
- Aktaş C. ve Yılmaz I., 2011. Is the universe homogeneous and isotropic in the time when quark-gluon plasma exists. *Gen Relativ Gravit* 43:1577-1591.
- Alam U., Sahni, V. ve Starobinsky A.A., 2003. Exploring the expanding Universe and dark energy using the statefinder diagnostic. *Mon Not. R. Astron Soc.*, 344:1057-1074.
- Alcock C., Fahri E. ve Olinto A., 1986. Strange stars. *Astrophysical Journal*, 310(1): 261-272.
- Benaoum H.B., 2002. Accelerated Universe from Modified Chaplygin Gas and Tachyonic Fluid. *hep-th/0205140*.
- Bento, M.C., Bertolami O. ve Sen, A.A., 2002. Generalized accelerated expansion and dark energy-matter unification. *Phys. Rev. D*, 66: 043507.
- Bilim ve teknoloji (01-08-2002) http://www.akat.org/sizin_icin/evrininyaradiliseveyapisi/.
- Cankocak. K. (CERN, Cenevre, Eylül 2009) <http://web.itu.edu.tr/kcankocak/docs/cogito-evrim-kerem-cankocak.pdf>.
- Capozziello S. ve Francaviglia M., 2008. Extended theories of gravity and their cosmological and astrophysical applications. *Gen Rel Grav.* 40: 357-420.
- Chaubey R., 2013. Kantowski-Sachs Cosmological Model in Lyra Geometry. *Int J Theor Phys.* 51: 3933-3940.

- Debnath U., Banerjee, A. ve Chakraborty S., 2004. Role of Modified Chaplygin Gas in Accelerated Universe *Class. Quant. Grav.* 21: 5609-5617.
- Dey M., Bombaci I., Dey J., Ray S. ve Samanta B. C., 1998. Strange stars with realistic quark vector interaction and phenomenological density-dependent scalar potential. *Phys. Lett. B*, 438(1):123-128.
- Einstein A., 1915. Erklärung der Perihelionbewegung der Merkur aus der allgemeinen Relativitätstheorie. *Sitzungsber. preuss.Akad. Wiss.*, 47: 831-839.
- Halfrod W.D., 1970. Cosmological theory based on Lyra's Geometry. *Austr. J. Phys.* 23: 863-870.
- Gondek-Rosinska D., Bulik T., Zduńik L., Gourgoulhon E., Ray S., Dey J. ve Dey M., 2000. Rapidly rotating compact strange stars. *Astronomy and Astrophysics*, 363: 1005-1012.
- Gorini V., Kamenshchik A., ve Moschella U., 2003. Can the chaplygin gas be a plausible model for dark energy. *Phys. Rev. D* 67: 063509.
- Kamenshchik A., Moschella U. ve Pasquier, V. 2001. An alternative to quintessence. *Phys Lett. B*, 511:265-268.
- Mahanta K.L. ve Biswal K.B., 2012. String Cloud and Domain walls with Quark Matter in Lyra geometry. *Journal of Modern Physics*. 1479-1486.
- Nojiri S. ve Odintsov S.D., 2007 Introduction to Modified Gravity and Gravitational Alternative for Dark Energy. *Int J Geom Meth Phys.* 04, 115.
- Patil V.R. ve Pawar D.D., 2012. Thick Domain walls coupled with viscous fluid and Elektromagnetic Field in Lyra Geometry. *Int J Theor Phys.* 51:2101-2108.
- Pradhan A. ve Mathur P., 2009. Inhomogeneous Perfect Fluid Universe with Elektromagnetic Field in Lyra Geometry. *Fizika B*, 18: 243-264.
- Rahaman F., Chakraborty S ve Bera J., 2002. Inhomogeneous Cosmological Model in Lyra Geometry. *Int. Mod. Phys.* D 11, 1501.
- Ram S. ve Singh P., 1992. Anisotropic Cosmological Models of Bianchi types III and V in Lyra Geometry. *International Journal of Theoretical Physics.*, 31: 2095-2102.
- Rao V.U.M., Kumari G.S. ve Rao B.J.M., 2012. Kaluza-Klein radiating model in a general scalar-tensor theory. *Astrophys. Space. Sci.* 337: 795-798.

- Rahaman F. ve Bera J.K., 2001. Higher dimensional cosmological model in Lyra geometry. 2001. *International Journal of Modern Physics. D*, 10: 729-733.
- Özkan, Y. 7 Ekim 2012 <http://www.yasarozkan.net/makaleler/evrenin-en-buyuk-sirlarindan-birisi-karanlik-madde/makale26.html>.
- Sahu S.K., 2011. Tilted LRS Bianchi Type-I Mesonic Stiff Fluid Cosmological Model. *Int J Theor Phys.* 50:3368-3374.
- Sharma R., ve Maharaj S.D., 2007. A class of relativistic stars with a linear equation of state. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* 375, 1265-1268.
- Singh T. ve Singh G.P., 1990. Bianchi III ve Kantowski-Sachs Cosmological Model in Lyra Geometry. *Astrophys. Space Sci.*, 181:89-101.
- Singh T. ve Anil K. Agrawal., 1993 Bianchi-type cosmological models in Lyra's geometry with constant deceleration parameter. *II Nuovo Cimento B. Series 11.* 541-558.
- Singh G.P. ve Desikan K., 1997. A new class of cosmological models in Lyra geometry. *Pramana journal of physics.* 49: 205-212.
- Singh T. ve Agrawal A.K., 1992 Bianchi-II, VIII, ve IX cosmological models in Lyra's geometry. *International Journal of Theoretical Physics.*, 31: 553-573.
- Singh T. ve Singh G.P., 1990. Bianchi Type V ve VI Cosmological Model in Lyra Geometry. *Astrophys. Space Sci.*, 182:189-200.
- Xu R. X., 2003. Strange Quark Stars – A Review, High Energy Processes and Phenomena in Astrophysics. *Proceedings of the 214th Symposium of the International Astronomical Union held at Suzhou, China.*
- Yadav A.K., 2010. Lyra's Cosmological of Inhomogeneous Universe with Electromagnetic Field. *Fizika B*, 19:53-80.
- Yıldız A., 3 Kasım 2012 <http://www.makaleler.com/egitim-makaleleri/einstein-alan-denklemleri.htm>.
- Yılmaz İ, 2006. String cloud and Domain walls with quark Matter in 5-D Kaluza-Klein Cosmological Model. *Gen Relativ Gravit.* 38: 1397-1406.
- Yılmaz A., (3 Kasım 2004 .Online. 11 Subat 2004 <http://www.makaleler.com/egitim-makaleleri/einstein-alan-denklemleri.htm>.

Yılmaz İ., Baysal H. ve Aktaş C., 2012. Quark and strange quark matter in $f(R)$ gravity for Bianchi Type I and V space-times. *Gen Relativ Gravit* 44: 2313-2328.

ŞEKİLLER

SayfaNo

Şekil 1. $m \neq 0$ durumu için kuark ve acayıp kuark madde basınç-zaman grafiği.....	21
Şekil 2. $m \neq 0$ durumu için kuark ve acayıp kuark madde yoğunluk-zaman grafiği	22
Şekil 3. $m \neq 0$ durumu için kuark ve acayıp kuark β^2 -zaman grafiği	22
Şekil 4. $m = 0$ durumu için kuark madde basınç-zaman grafiği	24
Şekil 5. $m = 0$ durumu için saf (pure) chaplygin gaz basınç-zaman grafiği	24
Şekil 6. $m = 0$ durumu için genelleştirilmiş chaplygin gaz basınç-zaman grafiği.....	24

ÖZGEÇMİŞ

KİŞİSEL BİLGİLER:

Adi Soyadı: Gülçin NALBANT

Doğum Yeri: Lüleburgaz / Kırklareli

Doğum Tarihi: 01.06.1988

EĞİTİM DURUMU:

İlköğretim Öğrenimi: Evrensekiz İlköğretim Okulu-Lüleburgaz / Kırklareli

Lise Öğrenimi: Lüleburgaz Yabancı Dil Ağırlıklı Lise (Y.D.A)-2006-Lüleburgaz

Lisans Öğrenimi: Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi, Fen-Edebiyat Fakültesi

Matematik Bölümü- 2011

Bildiği Yabancı Diller: İngilizce (YADEM 48)

İLETİŞİM:

Email: rosemat8@gmail.com