T.C.
ÇANAKKALE ONSEKİZ MART ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
YÜKSEK LİSANS TEZİ

N BOYUTLU KALUZA-KLEIN EVRENİ İÇİN GENEL RELATİVİTE VE TELEPARALLEL GRAVİTASYON TEORİSİNDE ENERJİ MOMENTUMUN YERELLEŞTİRİLMESİ PROBLEMİ

Halit TOPRAK
Fizik Anabilim Dalı
Tezin Sunulduğu Tarih: **30/06/2014**

Tez Danışmanı:
Yrd. Doç. Dr. Sezgin AYGÜN

ÇANAKKALE

Halit TOPRAK tarafından Yrd. Doç.Dr. Sezgin AYGÜN yönetiminde hazırlanan ve **30/06/2014** tarihinde aşağıdaki jüri karşısında sunulan "**N Boyutlu Kaluza-Klein Evreni İçin Genel Relativite ve Teleparallel Gravitasyon Teorisinde Enerji Momentumun Yerelleştirilmesi Problemi**" başlıklı çalışma, Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü **Fizik Anabilim Dalı**'nda **YÜKSEK LİSANS TEZİ** olarak oybirliği ile kabul edilmiştir.

JÜRİ

Yrd. Doç. Dr. Melis ULU DOĞRU ……

Başkan

Yrd. Doç. Dr. Sezgin AYGÜN ……

Üye

Yrd. Doç. Dr. Can AKTAŞ ……

Üye

Sıra No:……

İNTİHAL (AŞIRMA) BEYAN SAYFASI

Bu tezde görsel, işitsel ve yazılı biçimde sunulan tüm bilgi ve sonuçların akademik ve etik kurallara uyularak tarafımdan elde edildiğini, tez içinde yer alan ancak bu çalışmaya özgü olmayan tüm sonuç ve bilgileri tezde kaynak göstererek belirttiğimi beyan ederim.

Halit TOPRAK

TEŞEKKÜR

Bu tezin gerçekleştirilmesinde, çalışmam boyunca benden bir an olsun yardımlarını esirgemeyen saygı değer danışman hocam Yrd. Doç. Dr. Sezgin AYGÜN, çalışma süresince tüm zorlukları benimle göğüsleyen yakın arkadaşlarıma ve hayatımın her evresinde bana destek olan değerli aileme sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Halit TOPRAK

Çanakkale, Haziran 2014

SİMGELER VE KISALTMALAR

GRT	Genel Relativite Teorisi
TGT	Teleparalel Gravitasyon Teorisi
θ^{α}	Tetrad Bileşenleri
$g_{\alpha\beta}$	Metrik Tensör
$\eta^{\alpha\beta}$	Minkowski Metriği (-1,+1,+1, ….)
$\Gamma^{\alpha}_{\mu\upsilon}$	Christoffel Sembolleri
Θ^{β}_{α}	GRT'de Einstein Enerji-Momentum Tensörü
$\mathrm{H}^{\nu\alpha}_{\mu}$	GRT'de Einstein Süper Potansiyeli
B^{β}_{α}	GRT'de Bergmann-Thomson Enerji-Momentum Tensörü
$\Pi^{\beta\upsilon\alpha}$	GRT'de Bergmann-Thomson Süper Potansiyeli
L^{β}_{α}	GRT'de Landau-Lifshitz Enerji-Momentum Tensörü
$S^{\upsilon\alpha\beta\rho}$	GRT'de Landau-Lifshitz Süper Potansiyeli
M^{β}_{α}	GRT'de Møller Enerji-Momentum Tensörü
$\chi^{\nu\alpha}_{\mu}$	GRT'de Møller Süper Potansiyeli
Σ^{β}_{α}	GRT'de Papapetrou Enerji-Momentum Tensörü
$N^{\mu\nu\alpha\beta}$	GRT'de Papapetrou Süper Potansiyeli
Ξ^{β}_{α}	GRT'de Tolman Enerji-Momentum Tensörü
Y^{ij}_{k}	GRT'de Tolman Süper Potansiyeli
hE^{β}_{α}	TGT'de Einstein Enerji-Momentum Tensörü
$hB^{\alpha\beta}$	TGT'de Bergmann-Thomson Enerji-Momentum Tensörü
$hL^{\alpha\beta}$	TGT'de Landau-Lifshitz Enerji-Momentum Tensörü
$U^{\upsilon\alpha}_{\mu}$	Freud Süper Potansiyeli
$\Gamma^{\alpha}_{\mu\upsilon}$	Weitzenböck Bağıntı Katsayıları
$\mathrm{T}^{\mu}_{\upsilon\alpha}$	Weitzenböck Torsion Tensörü
$\Lambda^{\upsilon\alpha}_{\mu}$	TGT de Møller Süper Potansiyeli
$\gamma_{\mu\upsilon\alpha}$	Con-Torsion Tensörü

Φ_μ	Basit Alan Vektörü
κ	Einstein Sabiti
λ	Boyutsuzluk Sabiti
n_η	Üçlü Vektör
$G_{\mu\nu}$	Einstein Alan Tensörü
$R_{\mu\nu}$	Ricci Tensörü
$g_{\mu\nu}$	Uzay-Zamanın Metrik Potansiyeli
R	Ricci Skaleri
Λ	Kozmolojik Sabit
χ	$\frac{8\pi G}{c^4}$ Değerindeki Çiftlenim Sabiti
$T_{\mu\nu}$	Enerji-Momentum Tensörü

ÖZET

N BOYUTLU KALUZA-KLEIN EVRENİ İÇİN GENEL RELATİVİTE VE TELEPARALLEL GRAVİTASYON TEORİSİNDE ENERJİ MOMENTUMUN YERELLEŞTİRİLMESİ PROBLEMİ

Halit TOPRAK
Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Fizik Anabilim Dalı Yüksek Lisans Tezi
Danışman : Yrd. Doç. Dr. Sezgin AYGÜN
30/06/2014, 33

Bu çalışmada, N-boyutlu Kaluza-Klein evren modeli için genel relativite teorisi çerçevesinde Einstein, Bergmann-Thomson, Landau-Lifshitz, Papapetrou, Møller ve Tolman enerji-momentum tanımları ve teleparalel gravitasyon teorisi çerçevesinde Einstein, Bergmann-Thomson, Landau-Lifshitz ve Møller enerji-momentum tanımları araştırılmıştır. Sonuç olarak, N-boyutlu Kaluza-Klein metriği için genel relativite teorisinde Einstein, Bergmann-Thomson, Landau-Lifshitz, Papapetrou, Møller, Tolman ve teleparalel gravitasyon teorisinde Einstein, Bergmann-Thomson, Landau-Lifshitz ve Møller enerji ve momentum yoğunlukları sıfır olarak elde edilmiştir. Ayrıca enerji-momentum dağılımlarının (n-1) gerekli bileşenleri sıfırdan farklı olarak bulunmuştur.

Anahtar sözcükler: Yüksek Boyutlu Uzay-Zamanlar, Kaluza-Klein Uzay-Zamanı, Enerji-Momentum Tanımlamaları, Genel Relativite, Teleparalel Gravitasyon Teorisi.

ABSTRACT

ENERGY MOMENTUM LOCALIZATION PROBLEM FOR N DIMENSIONAL KALUZA-KLEIN UNIVERSE IN GENERAL RELATIVITY AND TELEPARALLEL GRAVITY

Halit TOPRAK
Çanakkale Onsekiz Mart University
Graduate School of Natural and Applied Sciences
Master of Science Thesis in Physics
Advisor : Assist. Prof. Dr. Sezgin AYGÜN
30/06/2014, 33

In this study, we have researched the localization of energy-momentum for N-dimensional Kaluza-Klein universe model using Einstein, Bergmann-Thomson, Landau-Lifshitz, Papapetrou, Møller and Tolman energy-momentum distributions in general relativity and Einstein, Bergmann-Thomson, Landau-Lifshitz and Møller in teleparalel gravity. As a result, we have obtained that energy-momentum distributions of Einstein, Papapetrou, Bergmann-Thomson, Landau-Lifshitz, Møller and Tolman in general relativity also Einstein, Bergmann-Thomson, Landau-Lifshitz and Møller in teleparalel gravity are equal to zero for N-dimensional Kaluza-Klein universe. Also, (n-1) required components of energy-momentum distributions obtained non-equal to zero.

Keywords: Higher Dimensional Space-Times, Kaluza-Klein Universe, Energy-Momentum Localization, General Relativity, Teleparalel Gravity.

İÇİNDEKİLER

Sayfa No

TEZ SINAV SONUÇ FORMU ii
İNTİHAL (AŞIRMA) BEYAN SAYFASI iii
TEŞEKKÜR iv
SİMGELER VE KISALTMALAR v
ÖZET vii
ABSTRACT viii
ÇİZELGELER DİZİNİ xi
BÖLÜM 1 – GİRİŞ 1
1.1. Farklı Medeniyetlerde Kozmoloji Tanımları 2
1.2. Copernicus, Galileo ve Newton'un Keşifleri 3
BÖLÜM 2 – ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR 8
BÖLÜM 3 – MATERYAL VE YÖNTEM 10
3.1. N-Boyutlu Kaluza-Klein Metriği 10
3.2. Genel Relativite Teorisi Çerçevesinde Enerji-Momentum Tanımları 10
3.2.1. Einstein enerji-momentum tanımı 10
3.2.2. Bergmann-Thomson enerji-momentum tanımı 11
3.2.3. Landau-Lifshitz enerji-momentum tanımı 12
3.2.4. Møller enerji-momentum tanımı 12
3.2.5. Papapetrou enerji-momentum tanımı 13
3.2.6. Tolman enerji-momentum tanımı 14
3.3. Teleparalel Gravitasyon Teorisi Çerçevesinde Enerji-Momentum Tanımları 15
3.3.1 Einstein, Bergmann-Thomson ve Landau-Lifshitz enerji-momentum tanımları 15
3.3.2. Møller enerji-momentum tanımları 16
BÖLÜM 4 – ARAŞTIRMA BULGULARI VE TARTIŞMA 18
4.1. Genel Relativite Teorisi Çerçevesinde Enerji-Momentum Çözümleri 18
4.1.1. Einstein enerji-momentum çözümleri 18
4.1.2. Bergmann-Thomson enerji-momentum çözümleri 18
4.1.3. Landau-Lifshitz enerji-momentum çözümleri 19
4.1.4. Møller enerji-momentum çözümleri 20
4.1.5. Papapetrou enerji-momentum çözümleri 20

4.1.6. Tolman enerji-momentum çözümleri 21
4.2. Teleparalel Gravitasyon Teorisi Çerçevesinde Enerji-Momentum Çözümleri 21
4.2.1. Einstein, Bergmann-Thomson ve Landau-Lifshitz enerji-momentum çözümleri 22
4.2.2. Møller enerji-momentum çözümleri 24
BÖLÜM 5 – SONUÇLAR VE ÖNERİLER 25
KAYNAKLAR 29
ÖZGEÇMİŞ I

ÇİZELGELER DİZİNİ

Sayfa No

Çizelge 5.1. Genel relativite teorisinde N-boyutlu Kaluza-Klein metriği için enerji-momentum yoğunlukları 26

Çizelge 5.2. Teleparalel gravitasyon teorisinde N-boyutlu Kaluza-Klein metriği için enerji-momentum yoğunlukları 27

BÖLÜM 1
GİRİŞ

Kozmoloji veya evren bilimi, bir bütün olarak evreni konu alan, evreni en büyük boyutta inceleyen bilim dalıdır (Türk Dil Kurumu [TDK], 2007). Kozmoloji, evrenin yapısını, tarihini ve geleceğini inceler. Kozmoloji amacı doğrultusunda yaşadığımız Fiziksel Evren'in bir bütün olarak kavranıp anlaşılmasını sağlamak için doğa bilimleri, özellikle gök bilimi ve fizik gibi farklı disiplinleri bir araya getirir. Bildiğimiz her şeyi içine alan kozmoloji bilimi, her şeyin bilimi olarak tanımlamak yanlış olmaz. Bu sebeple kozmoloji her şeyden önce gözlemlere dayanan bir disiplin olmak zorundadır. Bu gözlemler galaksilerin sayımını, bunların sınıflandırılmalarını, boyutlarını, uzaklıklarını ve kütlelerinin değerlendirilmesini kapsadığı gibi çok büyük uzaklıktaki diğer nesnelerin incelenmesini de kapsar. Bu amaçla optik gözlemler yanında radyo teleskoplarının sağladığı bilgilerden ve çeşitli uydulardan da yararlanılır. Ancak en güçlü teleskoplar ile gözlenen en uzaktaki galaksiler evrenin sınırı demek değildir. Hiç kuşkusuz bu uzaklığın ötesinde de galaksiler vardır. Acaba bu galaksiler ne kadar uzaklığa yayılırlar? Gözlenen ve gözlenmeyen bu cisimlerde toplam enerji miktarı nedir? İşte bu soruların cevaplarını araştırmak, gözlemlerin ortaya koyduğu dağılımın temel bilim yasaları ışığında matematiksel ifadesini elde etmek kozmolojinin amacıdır. Bunun yanında kozmolojinin cevaplamaya çalıştığı temel sorunlar evrenin geçmişine, geleceğine ve yapısına ilişkin sorulardır (Silk, 1997). Kozmoloji kelimesi; Türkçeye Yunanca "kozmos" yani düzen, bütün kelimeleri ile "logia" yani söylev kelimesinden türemiştir (TDK, 2007). Kozmoloji bir sözcük olarak ilk kez 1730 yılında Christian Wolff'un "Cosmologia Generalis" isimli eserinde kullanılmıştır (Bertotti ve ark., 1990). Kozmoloji sözcüğünün tarihi çok eski olmasa da içinde yaşadığımız evren, tarih boyunca din, felsefe ve bilim gibi farklı olgular tarafından sürekli bir inceleme ve merak konusu olmuştur.

Kozmoloji yüzyıllar boyunca Dünya'nın farklı farklı bölgelerinde, farklı şekillerde, farklı medeniyetlerce keşfedilmiş ve her medeniyette Evren'in oluşumuna dair çok çeşitli hikâyeler ortaya atılmıştır. Yapılan araştırmalarda kozmoloji yaklaşık 60 farklı medeniyette ortak bir payda olarak kendini göstermiştir (Disney, 2007).

Kozmoloji ve din çok sık iç içe geçmiş, birçok kutsal dinî metinlerde yerini almıştır. Farklı tarihlerdeki farklı medeniyetlerin sahip olduğu dini farklılıklar, din ile çoğu zaman iç içe geçmiş kozmolojide de kendini göstermiştir.

1.1. Farklı Medeniyetlerde Kozmoloji Tanımları

Mezopotamya kozmolojisi; çağdaş fiziksel kozmolojinin temelleri ilk olarak Mezopotamya medeniyetleri tarafından ortaya atılmıştır. Bunun temel sebebi bu anlayışta matematik ve deneye dayalı gözlemlerin yer bulmuş olmasıdır. Babilliler, matematiksel hesaplamalar ve deneysel gözlemlerle gök cisimlerinin hareketlerini inceleme konusunda büyük ilerleme göstermişlerdir. Bunun sonucu olarak geliştirilen kozmoloji sağlam ve teorik bir alt yapı oluşturmuş ve buda bazı insanların fiziksel kozmolojinin kökenini Antik Yunan olarak düşünmesine sebep olmuştur (Horowitz, 2005a, s. 485).

Hindu kozmolojisi; bilinen en eski evren modeline sahiptir. Hindu kozmoloji modelinde evren sürekli bir genişleme ve yıkım yaşamaktadır. Bu modelde evren canlıdır sürekli yok olup yeniden oluşmaktadır (Horowitz, 2005b, s.481).

Çin kozmolojisi; son derece düzenli bir evren modeline sahiptir. Bu anlayışta evren yin-yang ve 5 element olan ateş, su, toprak, hava ve metal üzerinde kurulan kozmolojidir (Horowitz, 2005c, s.483-484). Bu modelin ilk örnekleri M.Ö. birinci binyılda Shang hanedanlığı döneminde olmuş ve oldukça sadedir (Horowitz, 2005d, s.482). Ayrıca Çin kozmolojisine göre dünya kare, gökyüzü daireseldir. Bu betimlemeler, daha sonra da kendini göstermiştir (http://tr.wikipedia.org/wiki/Kozmoloji).

Yunan Kozmolojisi, Batlamyus ve Orta Çağ; Aristo ve Eflatun'un görüşleri Yunan kozmolojisi ve aynı zamanda fiziksel kozmolojinin gelişimi ve tarihi açısından da önem arz etmektedirler. Platon, geometrik bir kozmoloji anlayışı benimsemiştir. Platon'a göre görünür evren düzensizken, görünmeyen ve gerçek olan evren ise oldukça düzenliydi.

Platon'un öğrencisi olan Aristo'ya göre ise gök cisimleri dönen kürelerdirler. Bu kozmoloji Orta Çağ boyunca korunmuştur. Evren anlayışının, batıdaki Hıristiyan anlayışı ile zıt düşmesi sonucu felsefi tartışmalarla beraber kozmolojik tartışmalara da sebep olmuştur. Daha sonraları Yunan kozmolojisini bir düzene oturtan M.S. ikinci yüzyılda yazmış olduğu başlıca eseri Almagest ile Batlamyus olmuştur. Bu eser yüzyıllar boyunca kullanılmıştır (Horowitz, 2005a, s.485). Batlamyus'a göre Evren sayısal ve hesap bazlı değil, geometri ile ilişkili kürelerden oluşan bir kozmolojidir. Merkezine insanı koyan ve Dünya'yı da Evren'in merkezinde gören bu kozmoloji anlayışı oldukça uzun bir süre kabul görmüştür (K. L. Lerner ve B. W. Lerner, 2003).

1.2. Copernicus, Galileo ve Newton'un Keşifleri

Nicolaus Copernicus, 16. yüzyılda heliosentrik adı verilen Güneş merkezli bir kuram ortaya atılmıştır. Copernicus'un ortaya attığı bu teori Galileo'nun yeni keşfedilen teleskop ile yaptığı gözlemlerce doğrulanmıştır. Ortaya çıkan bu yeni gelişmeler hem kozmoloji hem de tarih ile düşünce tarihi açısından da oldukça önemli olmuşlardır. Bu gelişmeler sonucu olarak önceleri bahsi geçen 'düzenli' Evren görüşü yerine 'düzensiz' ve 'kusurlu' bir Evren modeli ortaya çıkmıştır (Horowitz, 2005e, s.486).

Danimarkalı Tycho Brahe'nin yapmış olduğu çeşitli gözlemler sonucu Alman matematikçi ve astronom Kepler gök cisimlerinin elips benzeri yörüngelere sahip olduğunu, mükemmel dairelerde hareket etmediklerini ortaya koymuştur. Bu öngörüsü çağdaş astronomi biliminin temeli olarak ta kabul görür. Kepler kanunları şu şekilde özetlenebilir;

i) Tüm gezegenler, odak noktalarının birinde Güneş'in bulunduğu, eliptik yörüngelerde hareket ederler.

ii) Güneşten gezegenlere doğru çizilen bir yarıçap vektörü, eşit zaman aralıklarında eşit alanlar süpürür.

iii) Herhangi iki gezegenin yörünge periyodunun karesi, eliptik yörüngesinin büyük ekseninin yarısının küpüyle orantılıdır (Roy ve Clarke, 2003).

Fakat Kepler'in ortaya koyduğu bu kanun sadece Güneş ve gezegenler arasında sınırlıdır. Kepler'in bu sınırlı kanunları ise daha sonra bunları evrendeki tüm cisimler için geçerli olacak şekilde geliştiren Newton tarafından genişletilmiştir. Newton gök cisimlerinin hareketlerini, eliptik şekillerini ve bunların sebeplerini araştırmış ve yer çekimi ile ilgili çeşitli araştırmalar yapmış ve matematiksel olarak bu çekim kuvvetinin nasıl gök cisimlerinin eliptik yörüngelerde hareket etmesini sağladığını ispatlamıştır. Kozmoloji ile ilgili bu büyük gelişmeler sayesinde Dünya merkezli kozmoloji modeli yerine Güneş merkezli, Güneş etrafında dönen gök cisimlerini tanımlayan gezegen terimini kullanmaya başlanır. Bunun sonucu olarak da Dünya'nın aslında bir gezegen olduğu ortaya çıkmıştır (K. L. Lerner ve B. W. Lerner, 2003; Özemre, 1982).

Newton 1687 yılında Doğal Bilimlerin Matematik İlkeleri adlı kitabında çekim yasası ile ilgili çalışmasını yayınlamıştır. Buna göre; evrendeki bir noktasal kütleyi, bir kuvvet ile çeker. Bu kuvvet bu iki kütlenin çarpımıyla doğru orantılı, aralarındaki uzaklığın karesi ile de ters orantılıdır.

Newton'un bu teorisi gökyüzündeki hareketlerin incelenmesinde, mermilerin hareketlerinde, serbest düşüş hareketlerinin tanımlamasında, gök cisimlerinin ve uyduların hareketlerinin tanımlanmasında oldukça başarılı olmuştur. Neptün ve Plüton gezegenleri bu hesaplamalar sayesinde keşfedilmiştir. Newton'un klasik gravitasyon teorisinin bu şaşalı başarı ve keşiflerine rağmen, bu teori ile açıklanamayan bazı sorunlar da ortaya çıkmıştır. Bu sorunların başlıcaları ise; Merkür'ün enberi noktasının değişmesi, Tayf çizgilerinin kırmızıya kayması ve ışığın bir çekim alanından geçerken sapmasıdır. Newton'un çekim teorisi bu ve bunlar gibi gravitasyonel olayları açıklamada yetersiz kalmıştır (Özemre, 1982).

Bu ve bunlara benzer sorunlar yüzünden, içinde yaşadığımız evreni ve bu evrendeki olayları tam olarak açıklayabilmek için yeni yeni ve farklı teoriler ortaya atmıştır. Bu teoriler bazen skaler bazlı, bazen tensörel bazlı bazen de vektörel bazlıdır. Fakat her bir teori bir kusura, eksikliğe sahip olduğu için, gravitasyonel etkileşimleri açıklamakta yetersiz kalmıştır (Özemre, 1982).

Bu gelişmeler ışığında 1905 yılında klasik fizik ile açıklanamayan yüksek hızlı ve yüksek enerjili parçacıkların hareketlerini açıklayabilmek için Einstein tarafından izafiyet teorisi ya da diğer bir adıyla görelilik (relativite) teorisi ortaya atılmıştır. Özel ve genel görelilik adıyla iki kısımdan oluşmaktadır. Özel görelilik kuramı sistemin hızları ile ilgilidir ve temel olarak eylemsiz referans sistemlerine dayanır. Klasik fizikte maddenin bulunduğu ortam düz kabul edilir Öklid veya Minkowski geometrisi ile tanımlanır. Relativite teorisine göre eğer ortamda bir madde varsa bu madde kütle değerine paralel olarak bulunduğu ortamı büker ve ortamda uzay yanında zamanda rol alır. Böylece uzay-zaman birlikte alınıp, Riemann geometrisi ile tanımlanır (Silk, 1997).

Merkür'ün enberi noktasının değişmesi, tayf çizgilerinin kırmızıya çalması ve ışığın bir çekim alanından geçerken sapması gibi klasik fiziğin açıklayamadığı bir takım sorular Einstein'ın ortaya attığı genel görelilik teorisi ile açıklığa kavuşmuştur. Bunların yanında bu teori ile kara delik (black hole) kavramı ortaya atmıştır. Bu yenilikler kozmolojinin gelişiminde çok önemli rollere sahiptirler. Genel görelilik teorisi, eşdeğerlik prensibi ve genel kovaryans ilkesine dayanmaktadır (Silk, 1997).

Gravitasyonel etkileşimleri ve büyük ölçekte evrenin yapısını açıklayabilen en tutarlı teori sayılan genel görelilik teorisinin en temel denklemleri olan Einstein alan denklemleri;

$$G_{\mu\nu} \equiv R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R + \Lambda g_{\mu\nu} = -\chi T_{\mu\nu} \qquad \textbf{(1.1)}$$

şeklinde verilir. Burada;

$G_{\mu\nu}$: Einstein alan tensörü,

$R_{\mu\nu}$: Ricci tensörü,

$g_{\mu\nu}$: Uzay-zamanın metrik potansiyeli

R : Ricci skaleri

Λ : Kozmolojik sabit,

χ : $\left(\frac{8\pi G}{c^4}\right)$ sabit,

$T_{\mu\nu}$: Enerji-momentum tensörüdür.

Einstein alan denklemlerinin sol tarafı uzay-zamanın geometrisi ile sağ tarafı ise madde ve madde dağılımları ile (enerji-momentum tensörü ile) ilgilidir. Einstein alan denklemleri ikinci mertebeden ve lineer olmayan çözümü zor kısmi diferansiyel denklem sistemleridir. Bu sebeple Einstein alan denklemlerinin çözümleri aranırken bir takım fiziksel ve matematiksel yaklaşımlar yapılır. Alan denklemlerinin sol yanına izotropi, homojenlik ve küresel, silindirik simetri gibi özelliklerden biri veya birkaçı eklenir (Hawking ve Israel, 1979).

Yine alan denklemlerinin sağ yanına viskoz akışkan, skaler alan, toz akışkan, sicim bulutu, ısı akısı, elektromanyetik alan, karanlık enerji, kuark madde gibi niceliklerden biri ya da birkaçı eklenerek Einstein alan denklemlerinin çözümleri araştırılır (Aygün, 2008).

Evren büyük patlamadan (Big Bang) sonra genişlemeye başlamış ve bununla beraber bazı madde formları olmuştur. Bu madde formları $T_{\mu\nu}$ enerji-momentum tensörü adı verilen bir nicelik ile tanımlanır. $T_{\mu\nu}$ enerji-momentum tensörü;

i) Maddesel Enerjiyi

ii) Kinetik enerjiyi

iii) Gerilmeden ortaya çıkan enerjiyi

iv) Elektro manyetik alandan kaynaklanan enerjiyi

v) Diğer etkileşmelerin doğurduğu enerjiyi

ihtiva eder. Bu tensör uzay-zamanda enerji, momentum ve akı yoğunluklarını belirler. Enerji-momentum tensörü;

i) $T_{00} =$ Enerji yoğunluğu

ii) $T_{0\alpha} = j_\alpha$ Enerji akı yoğunluğu

iii) $T_{\alpha 0} = p_\alpha$ Momentum yoğunluğu

bileşenlerinin toplamından oluşur. Einstein tarafından ortaya atılan, Genel Görelilik Teorisi sayesinde Klasik Mekanik ile açıklanamayan birçok problem (Merkür'ün enberi noktasının değişmesi, tayf çizgilerinin kırmızıya kayması ve ışığın bir çekim alanından geçerken sapması, karadelikler, atarcalar vb.) gün ışığına çıkmıştır. Bu ve benzeri sebeplerden dolayı Einstein'in Genel Görelilik Teorisi kabul edilen ve gözlemler ile uyumlu, en tutarlı teoridir. Fakat herhangi bir sistem için büyük önem taşıyan korunumlu niceliklerden olan enerji-momentum korunumunun tam tanımının yapılmasında, gravitasyonel alan ile birlikte ele alınmasında, görelilik kapsamında değerlendirilmesinde bazı sıkıntılar mevcuttur.

Özel Görelilik kuramına göre, $T^{\beta\alpha}$ enerji-momentum tensörü olmak üzere, enerji-momentum yasaları ve gravitasyonel alanla ilgili olmayan yasalar düşünüldüğünde, korunum yasası;

$$\partial_\alpha T^{\beta\alpha} = 0 \tag{1.2}$$

şeklinde sağlanır. Genel Görelilik kuramında ise yine $T^{\beta\alpha}$ enerji-momentum tensörü olmak üzere bir gravitasyonel alanın olduğu durumda, genel kovaryans ilkesi gereğince enerji-momentumun korunumu aşağıdaki gibi genellenir;

$$\nabla_\alpha T^{\beta\alpha} = 0 \tag{1.3}$$

burada α ve β indisleri 4-boyutlu bir uzay zaman için 0, 1, 2, 3 yada 1, 2, 3, 4 değerlerini almaktadır (Sharif ve Fatima, 2005; Elhatısarı, 2009). Genel Görelilik Teorisi ile elde edilen bu korunum yasasını gravitasyonel alanı da kapsayacak şekilde yazarsak;

$$\frac{\partial}{\partial x^\beta}\left[\sqrt{-g}\,(T_\alpha^\beta + t_\alpha^\beta)\right] = 0 \tag{1.4}$$

eşitliğini elde ederiz (Einstein, 1915). Burada t_α^β bir tensörümsü ya da diğer bir adıyla pseudo tensörüdür. Daha sonraları ise korunum kanunlarını sağlayan, tutarlı birçok enerji ve momentum tanımı yapılmıştır. GRT kapsamında, Einstein'in (1915) enerji-momentum tanımından sonra, Tolman (1934), Papapetrou (1948), Bergmann-Thomson (1953), Møller (1958,1961), Weinberg (1972), Landau-Lifshitz (1987) ve Quadir-Sharif (1992) enerji-momentum tanımları yapılmıştır. Møller'in enerji-momentum tanımı, diğerlerinden ayrı olarak koordinat sistemlerinden bağımsızdır. Møller haricindeki diğer enerji-momentum tanımlarının anlamlı sonuçlar verebilmesi için Kartezyen koordinat sistemlerinde

çözümleri gerekmektedir (Radinschi, 2000; Vibhadra, 1990; Xulu, 2000a; Virbhadra, 1999).

Yapılan bu tanımlamalarına rağmen enerji ve momentum dağılımları için tutarlı bir tanımın olmayışından dolayı, enerjinin yerelleştirilmesi probleminin üstesinden gelinebilmek için yeni bir teori olan teleparalel gravitasyon teorisi kullanılmaya başlanmıştır. Teleparalel gravitasyon teorisi kütlesel çekim etkileşiminin değerini tanımlamak için genel relativite teorisinden farklı olarak Einstein-Cartan ve Poincare kuramlarında hem burulma (torsion) hem de eğrilik tanımlarını kullanmaktadır (de Andrade ve ark., 1997). Genel görelilik teorisinde kütle çekimi, maddenin uzayda sebep olduğu eğrilik ile açıklanırken, teleparalel gravitasyon teorisinde bu etkileşme burulma ile açıklanmaktadır. GRT'de cisimler jeodezik eğriler üzerinde hareket ederken teleparalel kuramda cisimlerin izledikleri yörünge elektrodinamikteki Lorentz kuvvetine benzer bir denklemle tanımlanır (Havare, 2007). Böylece görelilikteki Riemann geometrisi yerine, Weitzenböck geometrisi kullanılır ve görelilikteki $g_{\alpha\beta}$ metrik tensör yerine tetradlar ($\theta^{\alpha} = \theta_i^{\alpha} dx^i$) kullanılır (Weitzenböck, 1923).

1993 yılında Mikhail ve arkadaşları GRT'deki enerji-momentum problemine yeni bir bakış açısı getirebilmek için TGT'de, Møller enerji momentum dağılımını tanımlamışlardır. Ardından Vargas (2004) Einstein, Bergmann-Thomson ve Landau-Lifshitz enerji-momentum tanımlarını TGT'de elde etmiştir. Bu tanımlardan sonra da sık sık bu iki teori için çeşitli uzay-zamanlarda bu enerji-momentum tanımları araştırılmış ve sonuçlar karşılaştırılmıştır. Bu iki teori kullanılarak enerji-momentumun yerelleştirilmesi probleminin üstesinden gelinmeye çalışılmıştır.

Bu tezde N-boyutlu Kaluza-Klein evreni için GRT çerçevesinde Einstein, Bergmann-Thomson, Landau-Lifshitz, Papapetrou, Møller ve Tolman enerji-momentum dağılımları ve TGT çerçevesinde Einstein, Bergmann-Thomson, Landau-Lifshitz ve Møller enerji-momentum dağılımları ayrıntılı olarak araştırılmıştır.

BÖLÜM 2
ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR

Enerji-momentum teoreminin yerelleştirilmesi problemi ilk olarak Einstein (1915) tarafından ortaya atılmıştır. Bu çalışmanın ardından GRT çerçevesinde Tolman (1934), Papapetrou (1948), Bergmann-Thomson (1953), Møller (1958, 1961), Weinberg (1972), Landau-Lifshitz (1951) enerji momentum tanımlamaları yapılmıştır. Ardından TGT (tetrad teori) çerçevesinde Einstein, Landau-Lifshitz, Bergmann-Thomson (Vargas, 2004) ve Møller enerji-momentum tanımlamaları (Mikhail ve ark., 1993) elde edilmiştir (Virbhadra, 1990a). Møller enerji-momentum tanımı dışındaki diğer tanımların enerji-momentum dağılımlarının hesaplanması kartezyen koordinatlarla sınırlandırılmıştır (Virbhadra, 1990). Fakat Møller enerji-momentum tanımı bütün koordinat sisteminde anlamlı sonuçlar verir (Xulu, 2000b; Radinschi, 2001). Lessner (1996)'e göre "Møller'in tanımı, GRT'de enerji ve momentumu tanımlayan güçlü bir kavramdır." Çeşitli enerji momentum tanımları, genel relativite ve TGT'de incelenen çeşitli uzay-zaman modelleri için aynı enerji-momentum dağılımlarını verirler (Xulu, 1998; Nashed, 2002). Virbhadra (1992) Einstein, Bergmann-Thomson, Landau-Lifshitz, Møller ve Tolman enerji-momentum tanımlarını kullanarak Vaidya uzay-zamanı için enerji momentum dağılımlarını incelemiştir. Rosen (1994), Einstein enerji-momentum tanımını kullanarak Friedmann-Robertson-Walker (FRW) evreninin toplam enerjisini elde etti. Johri ve ark. (1995), Landau-Lifshitz enerji-momentum tanımı ile aynı FRW evreninin toplam enerjisi üzerinde çalıştı. Vargas (2004), TGT de FRW evreni için Landau-Lifshitz ve Einstein enerji-momentum yoğunlukları araştırıldı. FRW evreninin toplam enerjisi, farklı tanımlar ile her ikisi tarafından da sıfır olarak elde edildi. Tryon (1973), kapalı evrenin enerji-momentum yoğunluklarının sıfıra eşit olduğunu ileri sürdü. Loi ve Vargas (2005), tetrad teoride Bianchi Tip I ve II evrenleri için enerji lokalizasyonunu çalıştılar ve bu evrenler için sıfır buldular. Radinschi (2001) Bianchi Tip VI_0 metriğini kullanarak, Landau-Lifshitz ve Papapetrou çözümleri için sıfır net değerini elde etti ve sonra 4-boyutta Tolman, Bergmann-Thomson ve Møller enerji-momentum tanımları için de aynı çözümleri elde etti. Saltı ve Aydoğdu (2006) GRT ve TGT'de yüklü kurt deliğinin enerji ve momentum dağılımlarını incelemişler ve iki teorinin aynı sonucu verdiğini göstermişlerdir. Yine Aydoğdu ve Saltı (2006) Bianchi V uzay-zamanı için GRT ve TGT'de Einstein ve Bergmann-Thomson enerji momentum dağılımlarını incelemişler ve farklı iki teori için aynı sonuçları elde etmişlerdir. Vagenas (2006) (2+1) boyutlu BTZ kara deliği için Landau-Lifshitz ve Weinberg enerji-momentum dağılımlarını incelemiş ve 3 boyutta da aynı sonuçları elde etmiştir. (2+1) boyutlu statik

olmayan (non-static) kara delik için Einstein, Landau-Lifshitz, Papapetrou ve Weinberg enerji-momentum dağılımları Vagenas (2003) tarafından çalışılmıştır. Aygün ve Tarhan (2012) GRT'de Einstein, Bergmann-Thomson, Landau-Lifshitz, Papapetrou, Tolman ve Møller tanımlarını, TGT'de ise Einstein, Bergmann-Thomson, Landau-Lifshitz ve Møller tanımlarını Bianchi IV tipi evren modeli için araştırmışlardır. Einstein ve Bergmann-Thomson tanımlarının farklı iki teoride aynı sonucu verdiğini görmüşlerdir. Aygün ve ark. (2006) GRT çerçevesinde Szekeres tip I ve II uzay-zamanı için Einstein, Bergmann-Thomson, Landau-Lifshitz ve Møller enerji-momentum dağılımlarını araştırmışlardır ve Einstein ile Bergmann-Thomson çözümlerinin aynı sonucu verdiğini göstermişlerdir. Aygün ve ark. (2008) TGT'de Szekeres I ve II evren modellerinde Einstein, Bergmann-Thomson ve Landau-Lifshitz enerji-momentum dağılımlarını araştırıp GRT ile uyumlu sonuçları elde etmişlerdir. Aygün ve ark. (2007a) GRT'de Marder evren modelinde Einstein, Bergmann-Thomson, Landau-Lifshitz ve Møller, Papapetrou, Qadir-Sharif ve Weinberg enerji-momentum dağılımlarını incelemişler ve aynı sonuçları elde etmişlerdir. Marder uzay zamanı için TGT'de Einstein, Bergmann-Thomson, Landau-Lifshitz ve Møller enerji-momentum dağılımları Aygün ve ark. (2007b) tarafından çalışılmış ve GRT ile uyumlu sonuçlar elde edilmiştir.

Yukarıda açıklanan bu çalışmalar, dört ve daha düşük boyutlarda enerji ve momentum lokalizasyonunu araştırmak için yapılmıştır. Literatürde, dört ve daha düşük boyutlar için çok sayıda çalışmalar varken, daha yüksek boyutlar için çok az sayıda çalışma vardır. Ulu (2011), GRT çerçevesinde yüksek boyutlu Vaidya uzay-zamanı ile ilişkili Møller enerji-momentum dağılımını çalıştı. Ulu Doğru ve ark. (2012), GRT çerçevesinde Møller tanımı ile yüksek boyutlu kara deliklerin enerji-momentum sorununu araştırdılar. Baykal ve arkadaşları (2012) beş boyutlu Kaluza-Klein evreni için GRT'de ve TGT'de enerji momentum dağılımlarını ayrıntılı olarak araştırmışlardır.

BÖLÜM 3
MATERYAL VE YÖNTEM

3.1. N-Boyutlu Kaluza-Klein Metriği

N-Boyutlu Kaluza-Klein metriği (Adhav K. S. ve ark., 2008) aşağıdaki gibi verilir.

$$ds^2 = -dt^2 + a^2 \sum_{i=1}^{n-2} dx_i^{\ 2} + b^2 dx_{n-1}^{\ 2} \tag{3.1}$$

Bu denklemde a ve b zamana bağlı bir fonksiyondur ve n evrenin boyutunu gösterir. Ayrıca x_i uzaysal koordinatları temsil eder ve i=1,2,3,…,(n-2)'ye kadar değerler almaktadır. Tetrad bileşenleri $\theta^\alpha = \theta_i^\alpha dx^i$ aşağıdaki gibi verilir.

$$\theta^0 = dt, \quad \theta^1 = adx, \quad \theta^2 = ady, \quad \theta^3 = adz, \quad \ldots, \quad \theta^{n-1} = bdu \tag{3.2}$$

Biz bu bölümde GRT çerçevesinde Einstein, Bergmann-Thomson, Landau-Lifshitz, Møller, Papapetrou ve Tolman enerji-momentum dağılımlarını ve TGT çerçevesinde Einstein, Bergmann-Thomson, Landau-Lifshitz ve Møller enerji-momentum dağılımlarını N-boyutlu Kaluza-Klein evreninde inceleyeceğiz.

3.2. Genel Relativite Teorisi Çerçevesinde Enerji-Momentum Tanımları

3.2.1. Einstein enerji-momentum tanımı

GRT çerçevesinde Einstein (1915) enerji-momentum ifadesi;

$$\Theta_\mu^\nu = \frac{1}{16\pi} \mathrm{H}_{\mu,\alpha}^{\nu\alpha} \tag{3.3}$$

şeklinde tanımlanmaktadır. Einstein süper potansiyeli olan $\mathrm{H}_\mu^{\nu\alpha}$, üst iki indisine göre anti-simetrik tensördür ve

$$\mathrm{H}_\mu^{\nu\alpha} = \frac{g_{\mu\beta}}{\sqrt{-g}} [-g(g^{\upsilon\beta} g^{\alpha\rho} - g^{\alpha\beta} g^{\upsilon\rho})]_{,\rho} \tag{3.4}$$

şeklinde tanımlanır. (3.3) eşitliğinde Θ_0^0 enerji yoğunluğunu, Θ_μ^0 momentum yoğunluğunu ve Θ_0^υ enerji akı yoğunluğunu göstermektedir. Einstein enerji-momentum yoğunluğu korunum yasalarını sağlar (Virbhadra, 1991);

$$\frac{\partial \Theta_{\mu}^{\upsilon}}{\partial x^{\upsilon}} = 0 \tag{3.5}$$

N-boyutlu bir uzay-zaman için Einstein enerji-momentum bileşenleri:

$$P_{\mu} = \iiint \cdots \int \Theta_{\mu}^{0} dx^{1} dx^{2} dx^{3} \cdots dx^{n-1} \tag{3.6}$$

$$E = \iiint \cdots \int \Theta_{0}^{0} dx^{1} dx^{2} dx^{3} \cdots dx^{n-1} \tag{3.7}$$

denklemlerinden elde edilebilir, burada $\mu = 1,2,\cdots,(n-1)$ 'e kadar değerler almaktadır.

3.2.2. Bergmann-Thomson enerji-momentum tanımı

Genel relativite teorisi çerçevesinde Bergmann-Thomson enerji-momentum ifadesi,

$$B^{\beta\upsilon} = \frac{1}{16\pi} \Pi_{,\alpha}^{\beta\upsilon\alpha} \tag{3.8}$$

şeklinde tanımlanmaktadır (Bergmann ve Thomson, 1953). Burada $\Pi^{\beta\upsilon\alpha}$ terimi Bergmann-Thomson süper potansiyelidir ve aşağıdaki gibi tanımlanır;

$$\Pi^{\beta\upsilon\alpha} = g^{\beta\mu} V_{\mu}^{\upsilon\alpha} \tag{3.9}$$

ve

$$V_{\mu}^{\upsilon\alpha} = -V_{\mu}^{\alpha\upsilon} = \frac{g_{\mu\beta}}{\sqrt{-g}} [-g(g^{\upsilon\beta} g^{\alpha\rho} - g^{\alpha\beta} g^{\vartheta\rho})]_{,\rho} \tag{3.10}$$

(3.8) eşitliğinde B^{00} enerji yoğunluğunu, $B^{\beta 0}$ momentum yoğunluğunu ve $B^{0\upsilon}$ enerji akı yoğunluğunu göstermektedir. Bergmann-Thomson enerji-momentum yoğunluğu korunum yasalarını sağlar.

$$\frac{\partial B^{\beta\upsilon}}{\partial x^{\upsilon}} = 0 \tag{3.11}$$

N-boyutlu bir uzay zaman için Bergmann-Thomson enerji-momentum bileşenleri;

$$P^{\mu} = \iiint \cdots \int B^{\mu 0} dx^{1} dx^{2} dx^{3} \cdots dx^{n-1} \tag{3.12}$$

$$E = \iiint \cdots \int B^{00} dx^1 dx^2 dx^3 \cdots dx^{n-1} \tag{3.13}$$

(3.12) ve (3.13) denklemlerinden elde edilebilir, burada $\mu = 1,2,3,\cdots,(n-1)$ 'e kadar değer almaktadır.

3.2.3. Landau-Lifshitz enerji-momentum tanımı

Genel relativite teorisi çerçevesinde Landau-Lifshitz (1987) enerji-momentum ifadesi;

$$L^{\upsilon\beta} = \frac{1}{16\pi} S^{\nu\alpha\beta\rho}_{,\alpha\rho} \tag{3.14}$$

şeklinde tanımlanmaktadır. Burada $S^{\nu\alpha\beta\rho}$ terimi Landau-Lifshitz süper potansiyelidir ve aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$S^{\nu\alpha\beta\rho} = -g(g^{\upsilon\beta} g^{\alpha\rho} - g^{\upsilon\rho} g^{\alpha\beta}) \tag{3.15}$$

(3.14) eşitliğinde L^{00} enerji yoğunluğunu, $L^{\nu 0}$ momentum yoğunluğunu, $L^{0\beta}$ ise enerji akı yoğunluğunu göstermektedir. Landau-Lifshitz enerji momentum yoğunluğu korunum yasalarını sağlar (Virbhadra, 1990b).

$$\frac{\partial L^{\nu\beta}}{\partial x^{\nu}} = 0 \tag{3.16}$$

N-boyutlu bir uzay-zaman için Landau-Lifshitz enerji-momentum bileşenleri;

$$P^{\mu} = \iiint \cdots \int L^{\mu 0} dx^1 dx^2 dx^3 \cdots dx^{n-1} \tag{3.17}$$

$$E = \iiint \cdots \int L^{00} dx^1 dx^2 dx^3 \cdots dx^{n-1} \tag{3.18}$$

(3.17) ve (3.18) denklemlerinden elde edilebilir, burada $\mu = 1,2,3,\cdots,(n-1)$ 'e kadar değerler almaktadır.

3.2.4. Møller enerji-momentum tanımı

Genel relativite teorisi çerçevesinde Møller (1958, 1961) enerji-momentum ifadesi;

$$M^{\nu}_{\mu} = \frac{1}{8\pi} \chi^{\nu\alpha}_{\mu,\alpha} \tag{3.19}$$

şeklinde tanımlanır. Burada anti simetrik $\chi_{\mu}^{\nu\alpha}$ süper potansiyeli aşağıdaki gibidir;

$$\chi_{\mu}^{\nu\alpha} = -\chi_{\mu}^{\alpha\nu} = \sqrt{-g}\left(g_{\mu\beta,\gamma} - g_{\mu\gamma,\beta}\right)g^{\nu\gamma}g^{\alpha\beta} \tag{3.20}$$

(3.20) eşitliğinde M_0^0 enerji yoğunluğunu, M_{μ}^{0} momentum yoğunluğunu, M_0^{ν} ise enerji akı yoğunluğunu göstermektedir. Møller enerji-momentum ifadesi korunum yasalarını sağlar (Virbhadra, 1991).

$$\frac{\partial M_{\mu}^{\nu}}{\partial x^{\nu}} = 0 \tag{3.21}$$

N-boyutlu bir uzay-zaman için Møller enerji momentum bileşenleri;

$$P_{\mu} = \iiint \cdots \int M_{\mu}^{0} dx^1 dx^2 dx^3 \cdots dx^{n-1} \tag{3.22}$$

$$E = \iiint \cdots \int M_0^0 dx^1 dx^2 dx^3 \cdots dx^{n-1} \tag{3.23}$$

(3.22) ve (3.23) denklemlerinden elde edilebilir, burada $\mu = 1,2,3,\cdots,(n-1)$ 'e kadar değer almaktadır.

3.2.5. Papapetrou enerji-momentum tanımı

Genel relativite teorisi çerçevesinde Papapetrou (1948) enerji-momentum ifadesi;

$$\Sigma^{\mu\nu} = \frac{1}{16\pi} N_{,\alpha\beta}^{\mu\nu\alpha\beta} \tag{3.24}$$

şeklinde tanımlanır. Bu eşitlikteki $N^{\mu\nu\alpha\beta}$ süper potansiyeli aşağıdaki gibi tanımlanır;

$$N^{\mu\nu\alpha\beta} = \sqrt{-g}\left(g^{\mu\nu}\eta^{\alpha\beta} - g^{\mu\alpha}\eta^{\nu\beta} + g^{\alpha\beta}\eta^{\mu\nu} - g^{\nu\beta}\eta^{\mu\alpha}\right) \tag{3.25}$$

(3.24) eşitliğinde Σ^{00} enerji yoğunluğunu, $\Sigma^{\mu 0}$ momentum yoğunluğunu ve $\Sigma^{0\mu}$ ise enerji akı yoğunluğunu göstermektedir. Papapetrou enerji-momentum ifadesi korunum yasalarını sağlar (Aguiregabiria ve ark., 1996);

$$\frac{\partial \Sigma^{\mu\nu}}{\partial x^{\nu}} = 0 \tag{3.26}$$

N-boyutlu uzay-zaman için Papapetrou enerji-momentum bileşenleri;

$$P^{\mu} = \iiint \cdots \int \Sigma^{\mu 0} dx^1 dx^2 dx^3 \cdots dx^{n-1} \tag{3.27}$$

$$E = \iiint \cdots \int \Sigma^{00} dx^1 dx^2 dx^3 \cdots dx^{n-1} \tag{3.28}$$

(3.27) ve (3.28) denklemlerinden elde edilebilir, burada $\mu = 1,2,3,\cdots,(n-1)$ 'e kadar değer almaktadır.

3.2.6. Tolman enerji-momentum tanımı

Genel relativite teorisi çerçevesinde Tolman (1934) enerji-momentum ifadesi;

$$\Xi_k^i = \frac{1}{8\pi} \Upsilon_{k,j}^{ij} \tag{3.29}$$

şeklinde tanımlanır. Buradaki Υ_k^{ij} Tolman süper potansiyeli aşağıdaki gibi tanımlanır;

$$\Upsilon_k^{ij} = \sqrt{-g}\left[-g^{\rho i}(-\Gamma_{k\rho}^{j} + \frac{1}{2} g_k^j \Gamma_{\alpha\rho}^{\alpha} + \frac{1}{2} g_{\rho}^{j} \Gamma_{\alpha k}^{\alpha}) + \frac{1}{2} g_k^i g^{\rho m}(-\Gamma_{\rho m}^{j} + \frac{1}{2} g_{\rho}^{j} \Gamma_{\alpha m}^{\alpha} + \frac{1}{2} g_m^j \Gamma_{\alpha\rho}^{\alpha} \right] \tag{3.30}$$

(3.29) eşitliğinde Ξ_0^0 enerji yoğunluğunu, Ξ_k^0 momentum yoğunluğunu ve Ξ_0^i ise enerji akı yoğunluğunu göstermektedir. Tolman enerji-momentum ifadesi korunum yasalarını sağlar (Virbhadra, 1990b);

$$\frac{\partial \Xi_k^i}{\partial x^i} = 0 \tag{3.31}$$

N-boyutlu uzay-zaman için Tolman enerji-momentum bileşenleri;

$$P_{\mu} = \iiint \cdots \int \Xi_{\mu}^{0} dx^1 dx^2 dx^3 \cdots dx^{n-1} \tag{3.32}$$

$$E = \iiint \cdots \int \Xi_0^0 dx^1 dx^2 dx^3 \cdots dx^{n-1} \tag{3.33}$$

(3.32) ve (3.33) denklemlerinden elde edilir, burada $\mu = 1,2,3,\cdots,(n-1)$ 'e kadar değer almaktadır.

3.3. Teleparalel Gravitasyon Teorisi Çerçevesinde Enerji-Momentum Tanımları

3.3.1. Einstein, Bergmann-Thomson ve Landau-Lifshitz enerji-momentum tanımları

Teleparalel gravitasyon çerçevesinde Einstein, Bergmann-Thomson ve Landau-Lifshitz enerji-momentum tanımları aşağıdaki gibi verilmiştir (Vargas, 2004).

$$hE_{\nu}^{\mu} = \frac{1}{4\pi}\partial_{\gamma}(U_{\upsilon}^{\mu\gamma}) \tag{3.34}$$

$$hB^{\mu\upsilon} = \frac{1}{4\pi}\partial_{\gamma}(g^{\mu\alpha}U_{\alpha}^{\upsilon\gamma}) \tag{3.35}$$

$$hL^{\mu\upsilon} = \frac{1}{4\pi}\partial_{\gamma}(hg^{\mu\alpha}U_{\alpha}^{\upsilon\gamma}) \tag{3.36}$$

Burada $h = \det(h_{\mu}^{\theta})$ ve $U_{\alpha}^{\upsilon\gamma}$ Freud süper potansiyelleridir ve aşağıdaki gibi tanımlanır;

$$U_{\alpha}^{\upsilon\gamma} = h\Psi_{\alpha}^{\upsilon\gamma} \tag{3.37}$$

burada $\Psi^{\mu\upsilon\gamma}$ ifadesi;

$$\Psi^{\mu\upsilon\gamma} = m_1 \mathrm{T}^{\mu\upsilon\gamma} + \frac{m_2}{2}(\mathrm{T}^{\upsilon\mu\gamma} - \mathrm{T}^{\gamma\mu\upsilon}) + \frac{m_3}{2}(g^{\mu\gamma}\mathrm{T}_{\alpha}^{\alpha\upsilon} - g^{\upsilon\mu}\mathrm{T}_{\alpha}^{\alpha\gamma}) \tag{3.38}$$

şeklindedir. Burada m_1, m_2 ve m_3 boyutsuz çiftlenim sabitleridir (Hayashi ve Shirafuji, 1980) bu sabitler;

$$m_1 = \frac{1}{4}, \qquad m_2 = \frac{1}{2}, \qquad m_3 = -1 \tag{3.39}$$

şeklindedir. Bu ifadeyi hesaplaya bilmek için öncelikle Weitzenböck bağıntılarını hesaplamamız gerekir.

$$\Gamma_{\mu\upsilon}^{\sigma} = h_{\alpha}^{\sigma}\partial_{\upsilon}h_{\mu}^{\alpha} \tag{3.40}$$

ve daha sonra Weitzenböck torsion bağıntılarını elde edebiliriz;

$$\mathrm{T}_{\upsilon\gamma}^{\mu} = \Gamma_{\gamma\upsilon}^{\mu} - \Gamma_{\upsilon\gamma}^{\mu} \tag{3.41}$$

N-boyutlu bir uzay-zaman için Einstein, Bergmann-Thomson ve Landau-Lifshitz TGT

enerji-momentum bileşenleri:

$$P_{\mu}^{E} = \iiint \cdots \int hE_{\mu}^{0} dx^{1} dx^{2} dx^{3} \cdots dx^{n-1} \tag{3.42}$$

$$P_{\mu}^{B} = \iiint \cdots \int hB_{\mu}^{0} dx^{1} dx^{2} dx^{3} \cdots dx^{n-1} \tag{3.43}$$

$$P_{\mu}^{L} = \iiint \cdots \int hL_{\mu}^{0} dx^{1} dx^{2} dx^{3} \cdots dx^{n-1} \tag{3.44}$$

denklemlerinden elde edilebilir. Burada P_{μ} için $\mu = 1,2,3,\cdots,(n-1)$ değerlerinde momentum bileşenleri ve P_0 enerjiyi verir.

3.3.2. Møller enerji-momentum tanımları

Møller teleparalel süper potansiyelleri Mikhail ve ark. (1993) tarafından aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$\Lambda_{\mu}^{\upsilon\beta} = \frac{-\sqrt{g}}{2\kappa} \Omega_{x\rho\sigma}^{\tau\upsilon\beta} [\Phi^{\rho} g^{\sigma x} g_{\mu\tau} - \lambda g_{\tau\mu} \gamma^{x\rho\sigma} - (1-2\lambda) g_{\tau\mu} \gamma^{\sigma\rho x}] \tag{3.45}$$

Burada $\Omega_{x\rho\sigma}^{\tau\upsilon\beta}$ ifadesi;

$$\Omega_{x\rho\sigma}^{\tau\upsilon\beta} = \delta_{x}^{\tau} g_{\rho\sigma}^{\upsilon\beta} + \delta_{\sigma}^{\tau} g_{\sigma x}^{\upsilon\beta} - \delta_{\sigma}^{\tau} g_{x\rho}^{\upsilon\beta} \tag{3.46}$$

ile verilir ve $g_{\rho\sigma}^{\upsilon\beta}$ tensörü

$$g_{\rho\sigma}^{\upsilon\beta} = \delta_{\rho}^{\upsilon} \delta_{\sigma}^{\beta} - \delta_{\sigma}^{\upsilon} \delta_{\rho}^{\beta} \tag{3.47}$$

şeklinde yazılır ve $\gamma_{\mu\upsilon\beta}$ con-torsion tensörü

$$\gamma_{\mu\upsilon\beta} = h_{i\mu} h_{\upsilon;\beta}^{i} \tag{3.48}$$

şeklindedir. Basit alan vektörü Φ_{μ} aşağıdaki gibidir;

$$\Phi_{\mu} = \gamma_{\mu\rho}^{\rho} \tag{3.49}$$

(3.45) denkleminde κ Einstein sabiti ve λ boyutsuzluk sabitidir (Nashed, 2002). Enerji yüzey integrali aşağıdaki gibi verilir;

$$E^{\text{Møller}} = \lim_{r \to \infty} \int_{r=sabit} \Lambda_0^{0\eta} n_\eta dS \qquad \textbf{(3.50)}$$

şeklinde tanımlanır ve n_η ifadesi, dS yüzey elemanının üçlü vektörüdür.

BÖLÜM 4
ARAŞTIRMA BULGULARI VE TARTIŞMA

4.1. Genel Relativite Teorisi Çerçevesinde Enerji-Momentum Çözümleri

4.1.1. Einstein enerji-momentum çözümleri

(3.3) denkleminde N-boyutlu Kaluza-Klein metriği ile ilişkilendirilen Einstein ifadesinin enerji-momentum yoğunluğunu elde etmek için (3.1) ve (3.4) denklemlerinden faydalanılır. Einstein süper potansiyellerinin sıfırdan farkı gerekli bileşenleri aşağıdaki gibi elde edilir.

$$H_{x_i}^{t\,x_i} = 2a^{n-3}[(n-3)\dot{a}b + a\dot{b}] \tag{4.1}$$

$$H_{x_{n-1}}^{t\,x_{n-1}} = 2(n-2)b\dot{a}a^{(n-3)} \tag{4.2}$$

Burada x_i uzaysal koordinatı için $i = 1,2,3,\cdots,(n-2)$ 'ye kadar değer almaktadır. Ayrıca burada nokta (.) zamana göre türevi ifade etmektedir. (4.1) ve (4.2) denklemlerini (3.3) denkleminde yerine yazdığımızda N-boyutlu Kaluza-Klein metriği için Einstein enerji ve momentum yoğunluklarını aşağıdaki gibi elde ederiz.

$$\Theta_t^t = 0 \quad \text{ve} \quad \Theta_{x_k}^t = 0 \tag{4.3}$$

Burada $k = 1,2,3,\cdots,(n-1)$ 'e kadar değer alır. (4.3) denklemini (3.6) ve (3.7) denklemlerinde yerine yazdığımızda N-boyutlu Kaluza-Klein metriğinin Einstein enerji-momentum bileşenleri aşağıdaki gibi olur.

$$E = 0 \quad \text{ve} \quad P_\mu = 0 \tag{4.4}$$

4.1.2. Bergmann-Thomson enerji-momentum çözümleri

(3.8) denkleminde N-boyutlu Kaluza-Klein metriği ile ilişkilendirilen Bergmann-Thomson ifadesinin enerji-momentum yoğunluğunu elde etmek için (3.1), (3.9) ve (3.10) numaralı denklemlerden faydalanılır. Bergmann-Thomson süper potansiyellerinin sıfırdan farkı gerekli bileşenleri aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\Pi^{x_i\,t\,x_i} = 2a^{n-5}[(n-3)\dot{a}b + a\dot{b}] \tag{4.5}$$

$$\Pi^{x_{(n-1)}\,t\,x_{(n-1)}} = 2(n-2)\frac{\dot{a}}{b}a^{n-3} \tag{4.6}$$

Burada x_i uzaysal koordinatı için $i = 1,2,3,\cdots,(n-2)$ 'ye kadar değer almaktadır. (4.5) ve (4.6) denklemlerini (3.8) denkleminde yerine yazdığımızda N-boyutlu Kaluza-Klein metriği için Bergmann-Thomson enerji ve momentum yoğunluklarını aşağıdaki gibi elde ederiz.

$$B_t^t = 0 \quad \text{ve} \quad B_{x_k}^t = 0 \tag{4.7}$$

Burada $k = 1,2,3,\cdots,(n-1)$ 'e kadar değer alır. (4.7) denklemini (3.12) ve (3.13) denklemlerinde yerine yazdığımızda N-boyutlu Kaluza-Klein metriğinin Bergmann-Thomson enerji-momentum bileşenleri aşağıdaki gibi olur.

$$E = 0 \quad \text{ve} \quad P^\mu = 0 \tag{4.8}$$

4.1.3. Landau-Lifshitz enerji-momentum çözümleri

(3.14) denkleminde N-boyutlu Kaluza-Klein metriği ile ilişkilendirilen Landau-Lifshitz ifadesinin enerji-momentum yoğunluğunu elde etmek için (3.1) ve (3.15) numaralı denklemlerden faydalanılır. Landau-Lifshitz süper potansiyellerinin sıfırdan farkı gerekli bileşenleri aşağıdaki gibi elde edilir.

$$S^{t\,x_i\,t\,x_i} = -b^2 a^{2(n-3)} \tag{4.9}$$

$$S^{t\,x_{(n-1)}\,t\,x_{(n-1)}} = -a^{2(n-2)} \tag{4.10}$$

Burada x_i uzaysal koordinatı için $i = 1,2,3,\cdots,(n-2)$ 'ye kadar değer almaktadır. (4.9) ve (4.10) denklemlerini (3.14) denkleminde yerine yazdığımızda N-boyutlu Kaluza-Klein metriği için Landau-Lifshitz enerji ve momentum yoğunluklarını aşağıdaki gibi elde ederiz.

$$L_t^t = 0 \quad \text{ve} \quad L_{x_k}^t = 0 \tag{4.11}$$

Burada $k = 1,2,3,\cdots,(n-1)$ 'e kadar değer alır. (4.11) denklemini (3.17) ve (3.18) denklemlerinde yerine yazdığımızda N-boyutlu Kaluza-Klein metriğinin Landau-Lifshitz enerji-momentum bileşenleri aşağıdaki gibi olur.

$$E = 0 \quad \text{ve} \quad P^\mu = 0 \tag{4.12}$$

4.1.4. Møller enerji-momentum çözümleri

(3.19) denkleminde N-boyutlu Kaluza-Klein metriği ile ilişkilendirilen Møller ifadesinin enerji-momentum yoğunluğunu bulmak için (3.1) ve (3.20) denklemlerinden faydalanılır. Møller süper potansiyellerinin sıfırdan farkı gerekli bileşenleri aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\chi_{x_i}^{t\,x_i} = -2b\dot{a}a^{n-3} \tag{4.13}$$

$$\chi_{x_{(n-1)}}^{t\,x_{(n-1)}} = -2\dot{b}a^{n-2} \tag{4.14}$$

Burada x_i uzaysal koordinatı için $i = 1,2,3,\cdots,(n-2)$ 'ye kadar değer almaktadır. (4.13) ve (4.14) denklemlerini (3.19) denkleminde yerine yazdığımızda N-boyutlu Kaluza-Klein metriği için Møller enerji ve momentum yoğunluklarını aşağıdaki gibi elde ederiz;

$$M_t^t = 0 \quad \text{ve} \qquad M_{x_k}^t = 0 \tag{4.15}$$

burada $k = 1,2,3,\cdots,(n-1)$ 'e kadar değer alır. (4.15) denklemini (3.22) ve (3.23) denklemlerinde yerine yazdığımızda N-boyutlu Kaluza-Klein metriğinin Møller enerji-momentum bileşenleri aşağıdaki gibi olur.

$$E = 0 \quad \text{ve} \qquad P^{\mu} = 0 \tag{4.16}$$

4.1.5. Papapetrou enerji-momentum çözümleri

(3.24) denkleminde N-boyutlu Kaluza-Klein metriği ile ilişkilendirilen Papapetrou ifadesinin enerji-momentum yoğunluğunu bulmak için (3.1) ve (3.25) denklemlerinden faydalanılır. Papapetrou süper potansiyellerinin sıfırdan farkı gerekli bileşenleri aşağıdaki gibi elde edilir.

$$N^{x_i t x_i t} = b(a^2+1)a^{n-4} \tag{4.17}$$

$$N^{x_{(n-1)} t x_{(n-1)} t} = \frac{1}{b}(b^2+1)a^{n-2} \tag{4.18}$$

Burada x_i uzaysal koordinatı için $i = 1,2,3,\cdots,(n-2)$ 'ye kadar değer almaktadır. (4.17) ve (4.18) denklemlerini (3.24) denkleminde yerine yazdığımızda, N-boyutlu Kaluza-Klein metriği için Papapetrou enerji ve momentum yoğunluklarını aşağıdaki gibi elde ederiz.

$$\Sigma_t^t = 0 \quad \text{ve} \quad \Sigma_{x_k}^t = 0 \tag{4.19}$$

Burada $k = 1,2,3,\cdots,(n-1)$'e kadar değer alır. (4.19) denklemini (3.27) ve (3.28) denklemlerinde yerine yazdığımızda N-boyutlu Kaluza-Klein metriğinin Papapetrou enerji-momentum bileşenleri aşağıdaki gibi olur.

$$E = 0 \quad \text{ve} \quad P^{\mu} = 0 \tag{4.20}$$

4.1.6. Tolman enerji-momentum çözümleri

(3.29) denkleminde N-boyutlu Kaluza-Klein metriği ile ilişkilendirilen Tolman ifadesinin enerji-momentum yoğunluğunu bulmak için (3.1) ve (3.30) denklemlerinden faydalanılır. Tolman süper potansiyellerinin sıfırdan farkı gerekli bileşenleri aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\Upsilon_{x_i}^{t\,x_i} = -\frac{1}{2} a^{n-5}[(n-4)\dot{a}b + a\dot{b}] \tag{4.21}$$

$$\Upsilon_{x_{(n-1)}}^{t\,x_{(n-1)}} = -\frac{1}{2b^2} a^{n-3}[(n-2)\dot{a}b - a\dot{b}] \tag{4.22}$$

Burada x_i uzaysal koordinatı için $i = 1,2,3,\cdots,(n-2)$ 'ye kadar değer almaktadır. (4.21) ve (4.22) denklemlerini (3.29) denkleminde yerine yazdığımızda N-boyutlu Kaluza-Klein metriği için Papapetrou enerji ve momentum yoğunluklarını aşağıdaki gibi elde ederiz.

$$\Xi_t^t = 0 \quad \text{ve} \quad \Xi_{x_k}^t = 0 \tag{4.23}$$

Burada $k = 1,2,3,\cdots,(n-1)$'e kadar değer alır. (4.23) denklemini (3.32) ve (3.33) denklemlerinde yerine yazdığımızda N-boyutlu Kaluza-Klein metriğinin Tolman enerji-momentum bileşenleri aşağıdaki gibi olur.

$$E = 0 \quad \text{ve} \quad P^{\mu} = 0 \tag{4.24}$$

4.2. Teleparalel Gravitasyon Teorisi Çerçevesinde Enerji-Momentum Çözümleri

(3.2) denklemindeki Tetrad bileşenlerimizi bulmak için denklem (3.1)'de yerine yazdığımızda;

$$ds^2 = -(\theta^0)^2 + (\theta^1)^2 + (\theta^2)^2 + (\theta^3)^2 + \cdots + (\theta^{n-1})^2 \tag{4.25}$$

şeklinde olur. Buradan tetrad bileşenlerimizi;

$$h^{0}{}_{0} = 1, \qquad h^{1}{}_{1} = a, \qquad h^{2}{}_{2} = a, \qquad \ldots, \qquad h^{n-1}_{n-1} = b \tag{4.26}$$

şeklinde elde ederiz ve bu bileşenlerin tersleri;

$$h_{0}{}^{0} = 1, \qquad h_{1}{}^{1} = \frac{1}{a}, \qquad h_{2}{}^{2} = \frac{1}{a}, \qquad \ldots, \qquad h_{n-1}^{n-1} = \frac{1}{b} \tag{4.27}$$

şeklinde olur.

4.2.1. Einstein, Bergmann-Thomson ve Landau-Lifshitz enerji-momentum çözümleri

(4.26) ve (4.27) denklemlerini (3.40) denkleminde yerine yazdığımızda sıfırdan farklı (non-vanishing) Weitzenböck bağıntılarının bileşenleri

$i = 1,2,3,\cdots,(n-2)$ için;

$$\Gamma^{x_i}_{x_i t} = \frac{\dot{a}}{a} \tag{4.28}$$

$i = (n-1)$ için;

$$\Gamma^{x_i}_{x_i t} = \frac{\dot{b}}{b} \tag{4.29}$$

şeklinde olur. (4.28) ile (4.29) denklemlerini (3.41) denkleminde yerine yazdığımızda sıfırdan farklı Torsion bileşenleri

$i = 1,2,3,\cdots,(n-2)$ için;

$$\mathrm{T}^{x_i}_{t x_i} = -\mathrm{T}^{x_i}_{x_i t} = \frac{\dot{a}}{a} \tag{4.30}$$

$i = (n-1)$ için;

$$\mathrm{T}^{x_i}_{t x_i} = -\mathrm{T}^{x_i}_{x_i t} = \frac{\dot{b}}{b} \tag{4.31}$$

şeklinde elde edilir. (4.30), (4.31) denklemlerinde elde ettiğimiz bileşenleri ve (3.39)' daki sabitlerimizi (3.38) denkleminde yerine yazdığımızda sıfırdan farklı $\Psi^{\mu\upsilon\gamma}$ bileşenleri

$i = 1,2,3,\cdots,(n-2)$ için;

$$\Psi^{x_i t x_i} = -\Psi^{x_i x_i t} = \frac{(n-3)\dot{a}b + a\dot{b}}{2a^3 b} \tag{4.32}$$

$i = (n-1)$ için;

$$\Psi^{x_i t x_i} = -\Psi^{x_i x_i t} = \frac{(n-2)\dot{a}}{2b^2} \tag{4.33}$$

şeklinde olur. (4.32) ve (4.33)'da elde ettiğimiz bileşenleri (3.37) numaralı denklemde yerine yazdığımızda Freud süper potansiyelleri

$i = 1,2,3,\cdots,(n-2)$ için;

$$U^{t x_i}_{x_i} = -U^{x_i t}_{x_i} = \frac{1}{2} a^{(n-3)}[(n-3)\dot{a}b + a\dot{b}] \tag{4.34}$$

$i = (n-1)$ için;

$$U^{t x_i}_{x_i} = -U^{x_i t}_{x_i} = \frac{1}{2}(n-2)a^{(n-3)}b\dot{a} \tag{4.35}$$

şeklinde olur. (4.34) ve (4.35) numaralı denklemlerimizi (3.34), (3.35), (3.36) denklemlerinde ayrı ayrı yerine yazdığımızda Einstein, Bergmann-Thomson ve Landau-Lifshitz enerji-momentum yoğunluklarını TGT çerçevesinde aşağıdaki gibi elde ederiz.

$$hE^t_t = hB^t_t = hL^t_t = 0 \tag{4.36}$$

ve $i = 1,2,3,\cdots,(n-1)$ için;

$$hE^t_{x_i} = hB^t_{x_i} = hL^t_{x_i} = 0 \tag{4.37}$$

4.2.2. Møller enerji-momentum çözümleri

(4.26) ve (4.27) denklemlerindeki sonuçlarımızı (3.48) denkleminde yerine yazdığımızda $\gamma_{\mu\upsilon\beta}$ con-torsion tensörü aşağıdaki gibi elde edilir.

$i = 1,2,3,\cdots,(n-2)$ için;

$$\gamma_{t\,x_i\,x_i} = -\gamma_{x_i\,t\,x_i} = a\dot{a} \tag{4.38}$$

$i = (n-1)$ için;

$$\gamma_{t\,x_i\,x_i} = b\dot{b} \tag{4.39}$$

(4.38) ve (4.39) de elde ettiğimiz sonuçları (3.49) numaralı denklemde kullandığımızda basit alan vektörü;

$$\Phi^t = \frac{(n-2)\dot{a}b + a\dot{b}}{ab} \tag{4.40}$$

şeklinde olur. (4.38), (4.39) ve (4.40) numaralı denklemler (3.45) numaralı denklemde yerine yazıldığında Møller süper potansiyellerini aşağıdaki gibi elde etmiş oluruz.

$i = 1,2,3,\cdots,(n-2)$ için;

$$\Lambda^{t\,x_i}_{x_i} = -\Lambda^{x_i\,t}_{x_i} = \frac{1}{2}\frac{a^{(n-3)}[(n-3)\dot{a}b + a\dot{b}]}{\kappa} \tag{4.41}$$

$i = (n-1)$ için;

$$\Lambda^{t\,x_i}_{x_i} = -\Lambda^{x_i\,t}_{x_i} = \frac{1}{2}\frac{(n-2)a^{(n-2)}\dot{a}b}{\kappa} \tag{4.42}$$

(4.41) ve (4.42) denklemlerinden elde ettiğimiz sonuçları (3.50) numaralı denklemde yerine yazdığımızda Møller enerji-momentum yoğunluklarını TGT çerçevesinde aşağıdaki gibi elde edilir.

$i = (n-1)$ olmak üzere;

$$\kappa M^t_t = \kappa M^t_1 = \kappa M^t_2 = \cdots = \kappa M^t_{x_i} = 0 \tag{4.43}$$

BÖLÜM 5
SONUÇ VE ÖNERİLER

Enerji-momentumun yerelleştirilmesi problemi GRT çerçevesinde son yıllarda oldukça önem kazanmış ilginç konular arasındadır. Birçok araştırmacı çeşitli uzay-zamanlar ve çeşitli enerji-momentum tanımları kullanarak bu problemin üstesinden gelmeye çalışmıştır. Son zamanlarda yukarıdaki çalışmalara ek olarak TGT'de çeşitli çalışmalar yapılıp bu problemin üstesinden gelinmeye çalışılmıştır. Elde edilen çözümlerin bir kısmı GRT ile tamamen uyumlu sonuçlar verirken, bazı sonuçlar GRT'deki sonuçlarla uyuşmamaktadır. Genellikle bu problemi çözmek için ele alınan uzay-zamanlar dört ya da daha az boyuta sahiptir. Literatürde beş ve daha yüksek boyutlu uzay-zaman modelleri için çok az sayıda çalışma mevcuttur. Bu da yüksek boyutlu evren modelleri için bu problemin çözümünde bir eksiklik olarak gözükmektedir. Enerji-momentumun yerelleştirilmesi problemi belki de yüksek boyuttaki çalışmaların çoğalması sonucunda bir çözüme ulaşabilir.

Bu sebeple bu tezde N-boyutlu Kaluza-Klein metriği için GRT'de ve buna ek olarak TGT'de enerji-momentum yerelleştirilmesi problemi ayrıntılı olarak araştırılmıştır. Bu amaç doğrultusunda ilk olarak GRT'de Einstein, Bergmann-Thomson, Landau-Lifshitz, Papapetrou, Tolman ve Møller enerji momentum ifadeleri N-boyutta tanımlanmış ve yukarıda bahsi geçen enerji momentum ifadeleri için gerekli bileşenler ve sonuçlar elde edilmiştir.

Bunun yanında N-boyutlu Kaluza-Klein uzay-zamanı için TGT'de Einstein, Bergmann-Thomson, Landau-Lifshitz ve Møller enerji momentum ifadeleri N-boyutta genelleştirilmiş ve bu ifadeler için sıfırdan farklı gerekli bileşenler elde edilip, sonuçlar bulunmuştur.

N-boyutlu Kaluza-Klein metriği için GRT'de Einstein, Bergmann-Thomson, Landau-Lifshitz, Papapetrou, Møller, Tolman ve TGT'de Einstein, Bergmann-Thomson, Landau-Lifshitz ve Møller enerji ve momentum dağılımlarının (n-1) gerekli bileşenlerinin sıfırdan farklı olarak elde edilmiştir.

GRT çerçevesinde (4.4) denkleminden Einstein enerji ve momentum dağılımlarının sıfır olduğu açıkça görülmektedir. (4.8) numaralı denklemden Bergmann-Thomson enerji ve momentum dağılımları sıfır olarak bulunmuştur. (4.12) denkleminden Landau-Lifshitz enerji ve momentum bileşenleri sıfır olarak elde edilir. (4.16) denkleminden Møller enerji

ve momentum dağılımları sıfır olarak bulunmuştur. (4.20) numaralı denklemden Papapetrou enerji ve momentum dağılımının genelleştirilmiş hali sıfır olarak elde edilmiştir. Yine (4.24) denkleminden N-boyutlu Kaluza-Klein evreni için Tolman enerji ve momentum dağılımları sıfır olarak bulunmuştur.

TGT kapsamında N-boyutlu Kaluza-Klein metriği için (4.36) denkleminden Einstein, Bergmann-Thomson ve Landau-Lifshitz enerji dağılımları GRT'deki sonuçlara paralel olarak sıfır bulunmuştur. (4.37) denkleminden Einstein, Bergmann-Thomson ve Landau-Lifshitz momentum dağılımları GRT'deki gibi yine sıfır olarak elde edilmiştir. (4.43) denklemine baktığımızda Møller enerji ve momentum dağılımlarının GRT'deki gibi sıfır olduğunu görmekteyiz. Genellikle dört boyutlu evren modelleri için enerji-momentum dağılımları sıfır olarak elde edildiğinde madde ve gravitasyonel alandan kaynaklanan katkıların birbirini nötrlediği ve bunun sonucu olarak sonucun sıfıra eşit olduğu söylenmektedir (Aygün ve ark., 2007a). Bizim çalışmamızda da hem GRT'de hem de TGT'de enerji ve momentum dağılımları sıfır olarak elde edilmiştir. N-boyutlu Kaluza-Klein metriği için yukarıda bahsedilen sebepten dolayı enerji-momentum dağılımları sıfıra eşit olmuş olabilir.

Bu sonuçlar GRT ve TGT için tablolar halinde aşağıdaki gibi ayrı ayrı gösterilmiştir.

Çizelge 5.1. Genel relativite teorisinde N-boyutlu Kaluza-Klein metriği için enerji-momentum yoğunlukları

	Enerji Yoğunluğu	Momentum Yoğunluğu
Einstein	$\Theta_t^t = 0$	$\Theta_{x_k}^t = 0$
Bergmann-Thomson	$B_t^t = 0$	$B_{x_k}^t = 0$
Landau-Lifshitz	$L_t^t = 0$	$L_{x_k}^t = 0$
Papapetrou	$\Sigma_t^t = 0$	$\Sigma_{x_k}^t = 0$
Møller	$M_t^t = 0$	$M_{x_k}^t = 0$
Tolman	$\Xi_t^t = 0$	$\Xi_{x_k}^t = 0$

$k = 1,2,3,\cdots,(n-1)$

Çizelge 5.2. Teleparalel gravitasyon teorisinde N-boyutlu Kaluza-Klein metriği için enerji-momentum yoğunlukları

	Enerji Yoğunluğu	Momentum Yoğunluğu
Einstein	$hE_t^t = 0$	$hE_{x_k}^t = 0$
Bergmann-Thomson	$hB_t^t = 0$	$hB_{x_k}^t = 0$
Landau-Lifshitz	$hL_t^t = 0$	$hL_{x_k}^t = 0$
Møller	$\kappa M_t^t = 0$	$\kappa M_{x_k}^t = 0$

$k = 1,2,3,\cdots,(n-1)$

Baykal ve arkadaşları (2012) beş boyutlu Kaluza-Klein evreni için GRT'de Landau-Lifshitz, Møller, Einstein, Papapetrou, Bergmann-Thomson ve Tolman enerji-momentum dağılımlarını TGT'de ise Landau-Lifshitz, Møller ve Einstein enerji momentum dağılımlarını incelemişler ve tüm tanımlar için sonucu sıfır olarak elde etmişlerdir. Sonuçlarımızı beş boyuta indirgediğimiz zaman Baykal ve arkadaşlarının (2012) çalışmaları ile uyum içerisinde olduğunu görmekteyiz.

Bununla beraber elde edilen bu sonuçlar dört boyutlu uzay-zamanda aşağıdaki çalışmalar gibi birçok çalışma ile de uyum içerisindedir. Aygün ve ark. (2007a) GRT'de dört boyutlu Marder evren modelinde Einstein, Bergmann-Thomson, Landau-Lifshitz Møller, Papapetrou, Qadir-Sharif ve Weinberg enerji-momentum dağılımlarını incelemişler ve sonuçları sıfır olarak elde etmişlerdir. Yine dört boyutlu Marder uzay zamanı için TGT'de Einstein, Bergmann-Thomson, Landau-Lifshitz ve Møller enerji-momentum dağılımları Aygün ve ark. (2007b) tarafından çalışılmış ve sonuçları sıfır olarak elde edilmiştir. Vargas (2004), TGT'de FRW evreni için Landau-Lifshitz ve Einstein enerji-momentum yoğunlukları araştırmış ve FRW evreni için toplam enerji dağılımını sıfır olarak elde etmiştir. Yine Tryon (1973), kapalı evrenin enerji-momentum yoğunluklarını sıfıra eşit bulmuştur. Loi ve Vargas (2005), TGT'de Bianchi Tip I ve II evrenleri için enerji lokalizasyonunu sıfır bulmuşlardır. Radinschi (2001) Bianchi Tip VI_0 metriğini kullanarak, Landau-Lifshitz ve Papapetrou çözümleri için sıfır net değerini elde etmiş ve sonra 4-boyutta Tolman, Bergmann-Thomson ve Møller enerji-momentum tanımları için de aynı çözümleri bulmuştur (Radinschi, 2001). Dört boyuttaki bu ve bunlara benzer çalışmalar bizim sonuçlarımızla uyum içerisindedir.

Literatürde çalışılan dört boyutlu evren modellerinden farklı olarak bu çalışmada N-boyutlu Kaluza-Klein metriği incelenmiş, sonuçlar genelleştirilmiş ve her iki farklı

gravitasyon teorisinde de tamamen aynı sonuçlara ulaşılmıştır. Bunun sonucu olarak bu iki gravitasyon teorisinin birbirine eş ya da benzer teoriler olduğunu söyleyebiliriz.

KAYNAKLAR

Adhav K., Nimkar A. S., Dawande M. V., 2008. String Cloud and Domain Walls With Quark Matter in n-Dimensional Kaluza-Klein Cosmological Model. *Int. J. Theor. Phys.,* 47 (7): p. 2002-2010.

Aguiregabiria J. M., Chamorro A., Virbhadra K. S., 1996. Energy and Angular Momentum of Charged Rotating Black Hole. *Genel. Relativ. Gravity.* 28: p. 1393-1400.

Aydoğdu O., Saltı M., 2006. The Momentum 4-Vector in Bulk Viscous Bianchi Type-V Space-Time. *Czechoslovak Journal of Physcs.,* 56 (8): p. 789-798.

Aygün S., Aygün M., Tarhan İ., 2006. Energy Distributions in Szekeres Type I and II Space-Times. *Acta Physica Polonica B.,* 37 (10): p. 2781-2793.

Aygün S., Aygün M., Tarhan İ., 2007. Energy Momentum Localization in Marder Space-Time. *Pramana J. Physics,* 68 (1): p. 21-30.

Aygün S., Baysal H., Tarhan İ., 2007. Energy Momentum of Marder Universe in Teleparllel Gravity. *Int. J. Theor. Phys.,* 46: p. 2607-2616.

Aygün S., Tarhan İ., Baysal H., 2008. Energy Distributions of the Szekeres Universes in Teleparalel Gravity. *Int. J. Theor Phys.,* 47: p. 722-731.

Aygün S., 2008. Skaler Alan Kaynaklı Bazı Kozmolojik Modeller (Doktora Tezi). Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi, Çanakkale, Türkiye.

Aygün S., Tarhan İ., 2012. Energy-Momentum Localization for Bianchi Type-IV Universe in General Relativity and Teleparalel Gravity. *Pramana Journal of Phsysics,* 78 (4): p. 531-548.

Baykal D., Ulu Doğru M., Kıy G., Taşer D., Çağlar H., Varlıklı N., 2012. Total Energy and Momentum of Five Dimensional Kaluza-Klein Space-Time. *Balkan Physics Letters,* 20: p. 255-268.

Bertotti B., Balbinot R., Bergia S., Messina A., 1990. *Modern Cosmology in Retrospect*. Cambridge University Press. New York. P. 424.

Bergmann P. G., Thomson R., 1953. Spin and Angular Momentum in General Relativity. *Phys. Rev.,* 89 (2): p. 400.

de Andrade V. C., Guillen L.C.T., Pereira J. G., 1997. Gravitational Lorentz Force and the Description of the Gravitational Interaction. *Phys. Rev. D.,* 56: p. 4689-4695.

Disney M. J., 2007. *Modern Cosmology: Science of Folktale?.* 95 (5): p. 383.

Doğru U. M., Varlıklı N., Baykal D., Kıy G., Taşer D., Çağlar H., Gündüz E., 2012. Energy and Momentum of Higher Dimensional Black Holes. *Int. J. Theor. Phys.,* 51: p. 1545-1554.

Einstein A., 1915. *Preuss. Akad. Wiss.,* Berlin. 47: p. 778.

Elhatısarı S., 2009. Bazı Evren Modelleri İçin Gravitasyonel Enerji ve Momentumun Hesaplanması (Yüksek Lisans Tezi). Dicle Üniversitesi, Diyarbakır, Türkiye.

Havare A. K., 2007. Teleparalel Kuramında Genişleyen ve Dönen Evren Modelleri için Klein-Gordon Denkleminin Çözümlerinin Araştırılması. Yüksek Lisans Tezi. Mersin Üniversitesi, Mersin, Türkiye.

Horowitz C. M., 2005a. *New Dictionary of The History of Ideas*. Charles Scribner's Sons. p. 485.

Horowitz C. M., 2005b. *New Dictionary of The History of Ideas*. Charles Scribner's Sons. p. 481.

Horowitz C. M., 2005c. *New Dictionary of The History of Ideas*. Charles Scribner's Sons. p. 483-484.

Horowitz C. M., 2005d. *New Dictionary of The History of Ideas*. Charles Scribner's Sons. p. 482.

Horowitz C. M., 2005e. *New Dictionary of The History of Ideas*. Charles Scribner's Sons. p. 486

Hawking S. W., Israel W., 1979. *General Relativity: An Einstein Centenary Survey*. Cambridge University Press. Cambridge, Great Britain.

Johri V. B., Kalligas D., Singh G. P., Everitt C. W. F., 1995. Gravitational Energy in the Expanding Universe. *Gen. Rel. Grav.,* 27 (3): p. 313-318.

Landau L. D., Lifshitz E.M., 1951. *The Classical Theory of Fields.,* (Addison-Wesley Press, Reading).

Landau L. D., Lifshitz E. M., 2008. *The Classical Theory of Fields* (4th ed.). Peragamon Press, Oxford.

Lerner K. L., Lerner B. W., 2003. *Encyclopedia of Science* (3th ed.). Canada. p.1075.

Lessner G., 1996. Møller's Energy-Momentum Complex – Once Again. *Gen. Rel. Gravity.,* 28 (5): p. 527-535.

Mikhail F. I., Wanas M. I., Hindawi A., Lashin E. I., 1993. Energy-Momentum Complex in Møller's Tetrad Theory of Gravitation. *Int. J. Theor. Phys.,* 32 (9): p. 1627-1642.

Møller C., 1958. On the Localization of the Energy of a Physical System in the General Theory of Relativity. *Ann. Phys.,* 4 (4): p. 347-371.

Møller C., 1961. Further Remarks on the Localization of the Energy in the General Theory of Relativity. *Ann. Phys.,* 12 (1): p. 118-133.

Nashed G. G. L., 2002. General Spherically Symmetric Nonsingular Black Hole Solutions in a Teleparalel Theory of Gravitation. *Phys. Rev. D.,* 66 (6): p. 064015-064023.

Özemre A. Y., 1982. *Gravitasyonun Relativistik Teorileri.* İstanbul Üniversitesi Yayınları, İstanbul. Türkiye. s.207.

Papapetrou A., 1948. The Question of Non-Singular Solutions in the Generalized Theory of Gravitation. *Proc. R. Ir. Acad. A.,* 52: p. 11.

Radinschi I., 2000. Energy of a Conformal Scalar Dyon Black Hole. *Mod. Phys. Let. A,* 15 (35): p. 2171-2175.

Radinschi I., 2001. The Energy Distribution of the Bianchi Type VI_0 Universe. *Chin. Jour. Phys.,* 39: p. 3.

Radinschi I., 2001. Energy Associated With the Bianchi Type VI_0 Universe. *Chin. Jour. Phys.,* 39: p. 5.

Rosen N., 1994. The Energy of the Universe. *Gen. Rel. Grav.,* 26 (3): p. 319-321.

Roy A. E., Clarke D., 2003. *Astronomy Principles and Practise* (4th ed.). Institute of Physics Publishin, Bristol and Philadelphia. P. 166-169-442.

Saltı M., Aydoğdu O., 2006. Energy of a Charged Wormhole. *IJTP.,* 45 (10): p. 1891-1900.

Sharif M., Fatima T., 2005. Energy-Momentum Distribution: A Crucial Problem in General Relativity, *Int. J. Mod. Phy. A.,* 20 (18): p. 4309-4330.

Silk J., 1997. *Evrenin Kısa Tarihi*. TÜBİTAK Yayınları, Ankara.

So L. L., Vargas T., 2005. The Energy of Bianchi Type I and II Universes in Teleparalel Gravity. *Chin. J. Phys.,* 43 (5): p. 901.

Tolman R. C., 1934. *Relativity, Termodynamics and Cosmology.* (London, Oxford University Press).

Tryon E. P., 1973. Is the Universe a Vacuum Fluctuation?. *Nature.,* 246 (5433): p. 396-397.

Türk Dil Kurumu Güncel Türkçe Sözlük, (28 Ekim 2007). "Evren Bilimi" Maddesi, http://tr.wikipedia.org/wiki/Kozmoloji.

Türk Dil Kurumu Güncel Türkçe Sözlük, (28 Ekim 2007). "Kozmoloji" Maddesi, http://tr.wikipedia.org/wiki/Kozmoloji.

Ulu M., 2011. Møller Energy-Momentum Distribution of Higher Dimensional Vaidya Space-Time. *Int. J. Theor. Phys.,* 50 (2): p. 356-363.

Vagenas E. C., 2003. Energy and Momentum Distributions of a (2+1) Dimensional Black Hole Background. *Int. J. Mod. Phys. A.,* 18: p. 5949-5963.

Vagenas E. C., 2005. Energy Distribution in a BTZ Black Hole Space-Time. *Inter. J. Mod. Phys., D.,* 14: p. 573.

Vargas T., 2004. The Energy of the Universe in Teleparalel Gravity. *Gen. Rel. and Gravity.,* 36 (6): p. 1255-1264.

Vikipedi, *Özgür Ansiklopedi.* (b.t.). Haziran, 2014, http://tr.wikipedia.org/wiki/Kozmoloji

Virbhadra K.S., 1990a. Energy Distribution in Kerr-Newman Spacetime in Einstein's as well as Møller's Prescriptions. *Phys. Rev. D,* 42 (8): p. 2919-2921.

Virbhadra K. S., 1990b. Energy Associated With a Kerr-Newman Black Hole. *Phys. Rev. D.,* 41 (4): p. 1086-1090.

Virbhadra K. S., 1991. Kerr-Newman Metric and Energy-Momentum Pseudotensors of Einstein, Tolman, Landau-Lifshitz and Møller. *Math. Today.,* 9: p. 39-48.

Virbhadra K. S., 1992. Energy and momentum in Vaidya spacetime. *Pramana-J. Phys.,* 38 (1): p. 31-35.

Virbhadra K. S., 1999. Naked Singularities and Seifert's Conjecture. *Phys. Rev. D,* 60 (10): p. 104041.

Weinberg S., 1972. *Gravitation and Cosmology: Principles and Applications of General Theory of Relativity*. New York, Wiley.

Weitzenböck R., 1923. *Invariantentheorie*. University of Michigan Library, Gronningen, Netherland. p. 132.

Xulu S. S., 1998. Tolman Energy of a Stringy Charged Black Hole. *Int. J. Theor. Phys.,* 37: p. 1773-1777.

Xulu S. S., 2000a. Energy Associated with Schwarzschild Black Hole in a Magnetic Universe. *Int. J. Mod. Phys. A,* 15 (19): p. 2979-2986.

Xulu S. S., 2000b. Total Energy of the Bianchi Type I Universes. *Int. J. Theor. Phys.,* 39: p. 1153-1161.

ÖZGEÇMİŞ

KİŞİSEL BİLGİLER

Adı Soyadı : Halit TOPRAK

Doğum Yeri : Sinop

Doğum Tarihi : 01/04/1987

EĞİTİM DURUMU

Lisans Öğrenimi : Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi

Yüksek Lisans Öğrenimi : Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi

Bildiği Yabancı Diller : İngilizce (Yadem-51)

İŞ DENEYİMİ

Çalıştığı Kurumlar ve Yıl : Bursa Sınav Dergisi Dershaneleri (2 yıl)

İLETİŞİM

E-posta Adresi : halit_toprak1963@hotmail.com