



T.C.

ÇANAKKALE ONSEKİZ MART ÜNİVERSİTESİ

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

YÜKSEK BOYUTLU BAZI EVREN MODELLERİ

Saadettin PİŞKİN

Matematik Anabilim Dalı

ÇANAKKALE

T.C.
ÇANAKKALE ONSEKİZ MART ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
YÜKSEK LİSANS TEZİ

YÜKSEK BOYUTLU BAZI EVREN MODELLERİ

Saadettin PİŞKİN

Matematik Anabilim Dalı

Tezin Sunulduğu Tarih: **22/06/2018**

Tez Danışmanı:

Prof. Dr. Hüsnü BAYSAL

ÇANAKKALE

Saadettin PİŞKİN tarafından Prof. Dr. Hüsnü BAYSAL yönetiminde hazırlanan ve 22/06/2018 tarihinde aşağıdaki jüri karşısında sunulan “**Yüksek Boyutlu Bazı Evren Modelleri**” başlıklı çalışma, Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü **Matematik Anabilim Dalı**’nda **YÜKSEK LİSANS TEZİ** olarak oybirliği/oyçokluğu ile kabul edilmiştir.

JÜRİ

Prof. Dr. Hüsnü BAYSAL

Başkan

Dr. Öğr. Üyesi Can AKTAŞ

Üye

Dr. Öğr. Üyesi Değer SOFUOĞLU

Üye

Prof. Dr. Levent GENÇ

Müdür

Fen Bilimleri Enstitüsü

Sıra No:.....

İNTİHAL (AŞIRMA) BEYAN SAYFASI



Bu tezde görsel, işitsel ve yazılı biçimde sunulan tüm bilgi ve sonuçların akademik ve etik kurallara uyularak tarafımdan elde edildiğini, tez içinde yer alan ancak bu çalışmaya özgü olmayan tüm sonuç ve bilgileri tezde kaynak göstererek belirttiğimi beyan ederim.

Saadettin PİŞKİN

TEŞEKKÜR

Bu tezin oluŐturulmasında, çalıŐmam boyunca benden desteğini esirgemeyen saygı değer danışman hocam Prof. Dr. Hüsnu BAYSAL'a, çalışmanın her evresinde yanımda olan aileme ve arkadaŐlarıma sonsuz teŐekkürlerimi sunarım.

Saadettin PİŞKİN
anakkale, Haziran 2018



SİMGELER VE KISALTMALAR

$“;”$	Kovaryant türev
Γ^i_{kl}	Christoffel sembolü
R	Ricci skaleri
R_{ik}	Ricci tensörü
T_{ik}	Enerji-Momentum tensörü
g_{ik}	Metrik tensör
u_i	4'lü hız vektörü
$“.”$	t 'ye göre türev
H	Hubble parametresi
θ	Genişleme skaleri
σ^2	Shear skaleri
Δ	Anizotropi parametresi
q	Frenleme parametresi
Λ	Kozmolojik sabit
z	Kırmızıya kayma
Myıl	Milyar yıl (10^9 yıl)
SN Ia	Type Ia Supernova
CMB	Cosmic Microwave Background Radiation
BAO	Baryonic Acoustic Oscillation
FRW	Friedmann-Robertson-Walker

ÖZET

YÜKSEK BOYUTLU BAZI EVREN MODELLERİ

Saadettin PİŞKİN

Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü

Matematik Anabilim Dalı Yüksek Lisans Tezi

Danışman: Prof. Dr. Hüsnü BAYSAL

22/06/2018, 29

Lineer değişkenli frenleme parametrelili ve ideal akışkan içeren Kaluza-Klein tipi evren modeli incelenmiştir. Bu modelde evren büyük çökme (big rip) ile son bulmaktadır. Evrenin yaşı ~ 32 Myıl'dır. Ayrıca frenleme parametresinin sabit olması durumları da incelenmiştir. Bu model FRW evreninin genelleştirilmiş halidir. Elde edilen sonuçlar gözlemlerle uyuşmaktadır.

Anahtar sözcükler: Kaluza-Klein Evreni, Değişken Frenleme Parametresi, Büyük Çökme.

ABSTRACT

SOME UNIVERSE MODELS IN HIGHER DIMENSION

Saadettin PİŞKİN

Çanakkale Onsekiz Mart University

Graduate School of Natural and Applied Sciences

Master of Science Thesis in Mathematics

Advisor: Prof. Dr. Hüsnü BAYSAL

22/06/2018, 29

We investigated Kaluza-Klein type universe model containing perfect fluid with the linearly varying deceleration parameter. In this model, the universe ends with a big rip. The age of universe is ~ 32 Gyr. Also, constant decelerating parameter cases are investigated. This model is generalized FRW universe. Obtained results are consistent with cosmological observations.

Keywords: Kaluza-Klein Universe, Variable Decelerating Parameter, Big Rip.

İÇİNDEKİLER

	Sayfa No
TEZ SINAVI SONUÇ FORMU	ii
İNTİHAL (AŞIRMA) BEYAN SAYFASI.....	iii
TEŞEKKÜR.....	iv
ÖZET	vi
ABSTRACT.....	vii
ŞEKİLLER DİZİNİ	ix
ÇİZELGELER DİZİNİ	x
BÖLÜM 1	
GİRİŞ	1
BÖLÜM 2	
ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR	3
BÖLÜM 3	
MATERYAL VE YÖNTEM.....	5
3.1. Yöntem.....	5
3.1.1. Einstein Alan Denklemleri	5
3.1.2. Einstein Alan Denklemlerinin Çözümleri	8
3.2.1 Lineer Frenleme Parametrelili Model.....	10
3.2.2. Sabit Frenleme Parametrelili Model	11
3.2.3. Üstel Genişlemeli Model.....	13
BÖLÜM 4	
ARAŞTIRMA BULGULARI VE TARTIŞMA	15
4.1. Lineer Frenleme Parametrelili Model'in Yorumu.....	15
4.2. Sabit Frenleme Parametrelili Model'in Yorumu.....	21
4.3. Üstel Genişlemeli Model'in Yorumu.....	24
BÖLÜM 5	
SONUÇ VE ÖNERİLER.....	25
KAYNAKLAR	26
ÖZGEÇMİŞ	I

ŞEKİLLER DİZİNİ

	Sayfa No
Şekil 4.1 $a(t)$ 'nin grafiği ($m = 2.032$ ve $k = 0.1277$).....	15
Şekil 4.2 H 'nin grafiği ($m = 2.032$ ve $k = 0.1277$).....	15
Şekil 4.3 Farklı m değerleri için q 'nun grafiği ($k = 0.1277$).....	16
Şekil 4.4 ρ 'nun zamana göre grafiği ($m = 2.032$ ve $k = 0.1277$).....	17
Şekil 4.5 p 'nin zamana göre grafiği ($m = 2.032$ ve $k = 0.1277$)	17
Şekil 4.6 ω 'nın zamana göre grafiği ($m = 2.032$ ve $k = 0.1277$).....	18
Şekil 4.7 z ye karşılık q 'nun grafiği	20
Şekil 4.8 A ve B 'nin grafiği	21
Şekil 4.9 H 'nin grafiği	21
Şekil 4.10 ρ 'nin grafiği.....	22
Şekil 4.11 Basınç p 'nin grafiği	22
Şekil 4.12 ω 'nın grafiği	23
Şekil 4.13 Δ anizotropi parametresinin t göre değişimi.....	23

ÇİZELGELER DİZİNİ

	Sayfa No
Çizelge 4.1 İvmelenme fazına ($q = 0$) geçiş zamanları.....	16
Çizelge 4.2 $t = 13.798$ Myıl için q 'nun bugünkü değerleri.....	16
Çizelge 4.3 Çeşitli m değerleri için z_t değerleri.....	19



BÖLÜM 1

GİRİŞ

Gravitasyonel (kütle çekim) olaylarını açıklamak için Einstein, 1905 yılında özel rölativite (görelilik) teorisini ortaya atmıştır. Fakat bu teori gravitasyonel olayları (Merkür gezegenin perihel (enberi) noktasının ilerlemesi, ışığın yolunun sapması, vb.) açıklayamamıştır. Bunun üzerine Einstein, 1915 yılında özel rölativiteden farklı olarak genel rölativite (görelilik) teorisini ortaya atmıştır. Bu teorinin sonuçları yapılan deneylerle (atmosfer dışında yapılan deneylerde dahil) doğrulanmıştır. Bu teori (Poisson denklemi gibi) geometri ile madde arasındaki bir bağıntıdır.

Einstein genel rölativite teorisinin denklemlerinin (sağ veya sol tarafına) skaler alan ekleyerek çeşitli alternatif teoriler ortaya atılmıştır (Brans-Dicke, Lyra Geometrisi, Saez-Ballester, C-field, Scale covariant teori vb.). Fakat bunların tümü en önemli test olan Merkür gezegenin enberi noktasının ilerlemesini açıklamada yetersiz kalmışlardır.

1998'de Type Ia Süpernova (SNIa) gözlemleri bugünkü evrenin ivmelenecek genişlediğini göstermiştir (Akarsu ve Dereli, 2012). Evrenin bugünkü davranışı, Type Ia Süpernova (SNIa) gözlemleri, evrenin büyük ölçekteki yapısı, mikrodalga fon ışınımı (CMB), vb. olduğu gözlemsel verilerle doğrulanmıştır. Ayrıca evren $z \sim 0.5$ kırmızıya kaymaya sahip ivmelenecek genişleme evresine girdiği sonucuna varılmıştır. (Cunha ve Lima, 2008) ve (Cunha, 2009) çalışmalarında günümüzdeki kırmızıya kaymadan ivmelenecek genişleyen evrene geçişini, kozmolojik verilere kinematik yaklaşım kullanılarak araştırmışlardır. Bu analiz, evrenin günümüzdeki ivmelenme evresini gösteren, ne genel rölativitenin geçerliliğine ne de evrenin madde içeriğine bağlı olmayan direkt deliller sağlamaktadır. Günümüzde sadece kozmik ivmelenmenin ne zaman başladığı ve frenleme (deceleration) parametresinin bugünkü değeri değil aynı zamanda ivmelenmenin (deceleration parameter) zamanla nasıl değiştiği araştırılmaktadır. (Li ve ark., 2011) son süpernova gözlemlerini (Union2) kullanarak evrenin ivmelenecek gelişmesini araştırmışlardır.

Bilindiği gibi günümüzde evrende, dört kuvvet ((Elektromanyetik kuvvet, Güçlü nükleer kuvvet, Zayıf nükleer kuvvet ve Kütle çekim) ayrı ayrı, uzay-zaman homojen (türdeş) ve izotrop (eş yönlü) ve ivmelenecek (hızı gittikçe artan) genişleyen düz evren olduğu keşfedilmiştir. Buna ait direkt (doğrudan) delil, yüksek kırmızıya (bizden uzaklaşan) sahip süpernova gözlemleri, indirekt (dolaylı) deliller ise, Kozmik mikrodalga fon ışınımı gözlemleri ve evrenin büyük ölçekteki yapısıdır.

Bu deliller, evreni dolduran maddenin şeklini de değiştirdi. Şimdilerde evrenin karanlık madde (%23), karanlık enerji (%72) ve baryonik (atomlardan oluşan) madde (%5) ile dolu olduğuna inanılmaktadır. Özellikle (evrenin ivmelenmesine neden olduğu düşünülen) karanlık enerjinin ne olduğunu anlamak için çalışmalar yapılmaktadır. Durum denklemi olarak $p = \omega\rho$ alınır. Burada, toz $\omega = 0$, ışınım (radiation) $\omega = \frac{1}{3}$, vakum (boşluk) enerjisi ($\cong \Lambda$) $\omega = -1$, Stiff madde (veya Zeldovich akışkan) $\omega = 1$, Karanlık enerji ($\omega < -\frac{1}{3}$) (özel haller: quintessence $-1 \leq \omega \leq 1$, phantom $\omega \leq -1$). Bundan başka karanlık enerji problemine, durum denklemindeki ω parametresi $\omega(z) = \omega_0 + \omega_1 z$, $\omega(z) = \omega_0 + \frac{\omega_1 z}{1+\omega}$, $\omega(z) = \omega_0 + \omega_1 \ln(1+z)$ şeklinde ifade edilerek çözüm aranmaktadır (Xu ve ark., 2007).

Evrenin ivmelenerek genişlemesine neden olduğu düşünülen karanlık enerji Einstein alan denklemleri çerçevesinde incelenmektedir.

Son zamanlarda Einstein alan denklemleri modifiye edilerek (ilave terimler eklenerek) veya alternatif teoriler üretilerek ($f(R), f(R, T), f(G), f(G, T)$ v.b.) evrenin ivmelenerek genişlemesine çözümler aranmaktadır. Modifiye gravitasyon teorisinde karanlık enerji araştırmalarında frenleme parametresini kullanarak çeşitli kozmolojik modeller bulunmuştur (Mishra ve ark., 2016, Sahoo ve ark., 2015; Sahoo ve ark., 2017; Sahoo, 2017; Sahu ve ark., 2017, Singh ve Bishi, 2015).

Evrenin son ivmelenme zamanının keşfinden sonra birçok yazar genel rölativite çerçevesinde karanlık enerji içerikli kozmolojik modellerde ve $f(R), f(R, T)$ gibi modifiye gravitasyon teorilerinde sabit frenleme parametresini kullanmışlardır. Bununla birlikte sabit frenleme parametresinin geliştirilmesi bize daha çok duyarlı kozmolojik modeller verecektir.

Bu çalışmamızda ivmelenen kozmik çözümler bulmak için lineer frenleme parametresi ele alınacaktır. Ayrıca Frenleme parametresinin özel durumları için modeller oluşturulacaktır.

Bulduğumuz modeller, (Berman, 1983), (Berman ve Gomide, 1988) tarafından bulunan sabit frenleme parametrelili modeli de içermektedir. Bu model aynı zamanda (Cunha, 2008)'nın sonuçlarıyla uyum içindedir ve kırmızıya kaymanın ($z < 2$) fonksiyonu olarak frenleme (q) parametresinin grafiğini çizdiğimizde (Li ve ark., 2011) tarafından bulunan çözümlere benzer davranışlar göstermektedir. Kullandığımız frenleme parametrelili modelin sonuçlarının gözlemsel sonuçlarla çok iyi uyum içinde olduğu görülmüştür.

BÖLÜM 2

ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR

Dört temel kuvveti birleştirme araştırmaları sonucunda yüksek boyutlara gerek olduğu anlaşılmıştır. Günümüzdeki deneylerde ilave boyutların gözlenememesinin nedeni, ilave boyutların çok küçük olması ile açıklanabilmektedir (Weinberg, 1986). Birçok araştırmacı yüksek boyutlu evren modellerini incelemişlerdir (Chodos ve Detweiler, 1980; Ibanez ve Verdaguer, 1986; Gleiser ve Diaz, 1988).

Yüksek boyutlu evren modelleri bize, evrenin ilk anları, bugünkü hali ve geleceği hakkındaki bilgiler verebilir. Genellikle yüksek boyut olarak 5-boyutlu (Kaluza-Klein tipi) uzay-zamanlar üzerine çalışmalar yapılmaktadır. (Chatterjee ve Bhui, 1990) yüksek boyutta homojen kozmolojik modelleri çalışmışlardır. (Rahaman ve Bera 2001) Lyra Geometride yüksek boyutlu kozmolojik modeli çalışmışlardır. (Khadekar ve ark. 2005) yüksek boyutlu uzay-zamanda sicim kozmolojik modelleri çalışmışlardır. (Yılmaz ve Yavuz, 2006) acayip kuark maddeli yüksek boyutlu kozmolojik modelleri çalışmışlardır. (Yılmaz, 2006) kuark maddeli sicim bulutu ve domain wall içeren 5 boyutlu Kaluza-Klein kozmolojik modelleri çalışmıştır. (Baysal ve Yılmaz, 2007) beş boyutlu uzayda G ve A nın değişimini çalışmışlardır. (Khadekar ve ark., 2008) G ve A nın değişimini yüksek boyutlu evrenlerde incelemişlerdir. (Adhav, 2008) kuark maddeli sicim bulutu ve domain wall içeren n boyutlu kozmolojik modeli çalışmıştır. (Adhav, 2011) lineer değişken frenleme parametrelili LRS Bianchi-I kozmolojik modeli çalışmıştır. (Samanta ve Debata, 2012) Lyra manifoldunda 5 boyutlu Bianchi-I kozmolojik modelleri çalışmışlardır. (Sahoo ve Mishra, 2015) genel rölativite teorisinde sicim bulutu tutuşturulmuş acayip kuark maddeli yüksek boyutlu Bianchi-III evren modeli elde etmişlerdir. (Sahoo ve ark., 2017) A' lu $f(R, T)$ gravitasyon teorisinde LRS Bianchi-I kozmolojik modeli çalışmışlardır.

(Xu ve ark., 2007) 182 adet Sne Ia Gold verisi ile 9 adet gözlemsel Hubble verilerini kullanarak üç tür frenleme parametrelili model için hesaplama yapmışlardır.

A) $q(z) = a + \frac{bz}{(1+z)}$, modeli için $a = -0.657_{-0.153}^{+0.153}$, $b = 1.956_{-0.535}^{+0.535}$, $z_t = 0.505_{-0.052}^{+0.080}$,
 $q_0 = -0.657_{-0.153}^{+0.153}$, **B)** $q(z) = a + \frac{bz}{(1+z)^2}$ modeli için $a = -0.982_{-0.232}^{+0.232}$, $b =$
 $4.992_{-1.319}^{+1.319}$, $z_t = 0.368_{-0.036}^{+0.059}$, $q_0 = -0.982_{-0.232}^{+0.232}$, **C)** $q(z) = \frac{1}{2} + \frac{az+b}{(1+z)^2}$ modeli için
 $a = -0.849_{-0.069}^{+0.069}$, $b = -0.910_{-0.089}^{+0.089}$, $z_t = 0.767_{-0.126}^{+0.121}$, $q_0 = -0.410_{-0.080}^{+0.089}$. Burada q_0
değeri modelde $z = 0$ yazılarak, frenlemeden ivmelenmeye geçişteki kırmızıya kayma z_t

değeri için $q(z = z_t) = 0$ yazılarak bulunan değerlerdir.

(Cunha ve Lima, 2008) $q(z) = q_0 + q_1 z$ modelini kullanarak (Riess ve ark., 2007)'nin bulduğu modeli geliştirmiş ve Gold07 verileriyle doğrularak $z_t = 0.43$, Supernova Legacy Survey (SNLS) Type Ia örnekleri ile fit ederek High-z Supernovae Search (HZSNS) ekibinin (Astier ve ark. 2006) bulmuş olduğu $z_t = 0.46$ değeri yerine $z_t = 0.61$ değerini elde etmişlerdir. SNLS örneklerine dayanan bu sonuç (Davis ve ark., 2007) 'nin bulduğu $z_t = 0.60_{-0.11}^{+0.28}$ (1σ) değer ile uyuşum içindedir. Benzer olarak $q(z) = q_0 + \frac{q_1 z}{1+z}$ modeli için $z_t = 0.39$ (Riess ve ark. 2007), $z_t = 0.74$ (Astier ve ark. 2006), $z_t = 0.38$ (Davis ve ark. 2007) sonuçları elde edilmiştir.

Cunha (2009), genel rölativite teorisinin geçerliliğine ve evrenin madde-enerji içeriğine bağlı olmaksızın, evrenin günümüzdeki ivmelenme evresine doğrudan delil sağlayan kozmolojik gözlemleri kinematik olarak incelemişlerdir. (Gold, 2004) (157), (Astier, 2006) (115), (Gold, 2007) (182) ve (Davis, 2007) (192) verilerini kullanarak $q(z) = q_0 + q_1 z$ modeli için sırasıyla $z_{tr} = 0.46, 0.61, 0.43, 0.60$ değerlerinden $q_0 = -0.73, q_1 = 1.5$ ve $z_t = 0.49_{-0.07}^{+0.14}$ (1σ), $0.49_{-0.12}^{+0.54}$ (2σ) elde etmiştir ($0.42 \leq z_t \leq 0.63$).

Xu ve ark., (2009), Friedmann-Robertson-Walker (FRW) metriği için, 307 SNIa dahil Supernovae Cosmology Project (SCP) Union verisi ile Baryon Acoustic Oscillation (BAO) ve gözlemsel Hubble verileri (OHD) verilerini kullanarak üç farklı model için hesaplamalar yapmıştır. Bunlar $q(z) = q_0 + q_1 z(1+z)$, $q_0 = -0.715_{-0.045}^{+0.045}$, $z_t = 0.609_{-0.070}^{+0.110}$ (**M1**), sabit jerk parametrelili model $j(z) = j_0, q_0 = -0.658_{-0.045}^{+0.045}$, $z_t = 0.592_{-0.064}^{+0.099}$ (**M2**) ve $d_L(z)$ ışınım uzaklığının üçüncü mertebeden açılımını içeren (**M3**) modeldir ($q_0 = -0.461_{-0.033}^{+0.031}, z_t = 0.946_{-0.081}^{+0.110}$). Bu modellerin ilk ikisinden kırmızıya kayma geçiş değeri olarak $z_t \sim 0.6$ ve üçüncüsünden daha büyük olan $z_t \sim 1$ değeri elde edilmiştir. M1 modeli 1σ ve M2 modeli 2σ güven düzeylerinde Λ Cold Dark Matter (Λ CDM) modeliyle uyuşum içinde olduğu, M3 modelinin ise 2σ güven düzeyinde Λ CDM modeli ile ($z_t \sim 1$ dolaylı) uyuşmadığını bulmuşlardır.

Xu ve Wang (2011), Friedmann-Robertson-Walker (FRW) metriği için, Type Ia süpernova (SN) Union2, Baryon Acoustic Oscillation (BAO), gözlemsel Hubble verileri (OHD) ve yüksek kırmızıya kaymaya sahip Gama ışınım patlamalarını analiz ederek, $q_0 = -0.386_{-0.618}^{+0.655}$ elde etmişlerdir.

Bu çalışmanın amacı Einstein alan denklemlerinin değişken frenleme (deceleration) parametrelili (Akarsu ve Dereli, 2011) yüksek boyutlu uzay-zamanlar için çözümler elde ederek evren modelleri oluşturmak ve modellerin evrimini incelemektir.

BÖLÜM 3

MATERYAL VE YÖNTEM

3.1. Yöntem

3.1.1. Einstein Alan Denklemleri

Gravitasyonel (kütle çekim) etkileşmeleri en iyi açıklayan Einstein rölativite teorisinin temel denklemleri

$$R_{ik} - \frac{1}{2}Rg_{ik} = \frac{-8\pi G}{c^4}T_{ik} + \Lambda g_{ik} \quad (3.1)$$

şeklindedir. Bu denklemlerin sol tarafına yüksek boyutlu uzay-zamanlara ait geometriler ve sağ tarafına ise çeşitli madde dağılımları (ideal akışkan, sicim bulutu, v.b.) alınarak alan denklemleri (diferansiyel denklem sistemi) oluşturulur. Bu denklem sistemi çözülerek günümüzdeki evren ile karşılaştırılır. Burada, g_{ik} metrik potansiyelleri (katsayıları), R_{ik} Ricci tensörü, R Ricci skaleri (skaler eğrilik), T_{ik} enerji-momentum tensörü, G gravitasyonel sabit ve Λ (lamda) kozmolojik sabittir. $8\pi G = c = 1$ ve $\Lambda = 0$ alınmıştır.

Ricci tensörü (R_{ik})

$$R_{ik} = R_{ki} = \frac{\partial \Gamma^l_{ik}}{\partial x^l} - \frac{\partial \Gamma^l_{il}}{\partial x^k} + \Gamma^l_{ik} \Gamma^m_{lm} - \Gamma^m_{il} \Gamma^l_{km}$$

Christoffel Sembolü (Γ^i_{kl})

$$\Gamma^i_{kl} = \Gamma^i_{lk} = \frac{1}{2}g^{im} \left(\frac{\partial g_{mk}}{\partial x^l} + \frac{\partial g_{ml}}{\partial x^k} - \frac{\partial g_{kl}}{\partial x^m} \right), \quad g^{ik} = (g_{ik})^{-1}$$

$x^i = (t, x, y, z, v)$ koordinatlar ve ∂x^i koordinatlara göre kısmi türevi gösterir.

Ricci Skaleri (R)

$$R = g^{ik} R_{ik}$$

Einstein alan denklemlerinin sol tarafı uzayın geometrisini gösterir. Geometri olarak, homojen ve izotrop evren için Friedmann-Robertson-Walker (FRW) metriği, homojen ve anizotrop olan Bianchi tipi metrikler (9 tane), rotasyon yapan (dönen) evren modeli olan

Gödel metriği, küresel simetrik metrikler v.b. alınır.

Einstein alan denklemlerinin sağ tarafı uzaydaki madde dağılımını gösterir. Madde dağılımı için, ideal (perfect) akışkan, sicimler (string), elektromanyetik alan, v.b. alınır.

Geometri olarak homojen ve anizotropik 5-boyutlu (Kaluza-Klein tipi)

$$ds^2 = -dt^2 + A^2(dx^2 + dy^2 + dz^2) + B^2 dv^2 \quad (3.2)$$

metriğini alalım (Rahaman ve Bera, 2001; Tiwari ve ark., 2010). Burada A ve B fonksiyonları metrik potansiyelleri olup, t ye bağlı fonksiyonlardır.

İdeal (perfect) akışkan için enerji-momentum tensörü

$$T_{ik} = (\rho + p)u_i u_k + p g_{ik} \quad (3.3)$$

dir. Burada ρ yoğunluk, p basınç ve u^i hız vektörüdür.

u^i akışkanın zamansal birim hız vektördür. Komoving koordinat sisteminde hız vektörü

$$u^i = (1,0,0,0,0), \quad u_i = g_{ik}u^k = (-1,0,0,0,0), \quad u^i u_i = -1 \quad (3.4)$$

dir.

(3.1)-(3.4) denklemlerinden Einstein alan denklemleri aşağıdaki gibi bulunur.

$$3 \left(\frac{\dot{A}}{A}\right)^2 + 3 \frac{\dot{A}\dot{B}}{AB} = \rho \quad (3.5)$$

$$2 \frac{\ddot{A}}{A} + \frac{\ddot{B}}{B} + 2 \frac{\dot{A}\dot{B}}{AB} + \left(\frac{\dot{A}}{A}\right)^2 = -p \quad (3.6)$$

$$3 \frac{\ddot{A}}{A} + 3 \left(\frac{\dot{A}}{A}\right)^2 = -p \quad (3.7)$$

Burada nokta işareti t ye göre türevi göstermektedir.

Bu metrik için kinematik nicelikler; shear tensörü, shear skaleri, hacim, genişleme skaleri, Hubble parametresi, anizotropi parametresi ve frenleme parametresi aşağıdaki gibi tanımlıdır:

Shear Tensörü

$$\sigma_{ik} = \sigma_{ki} = \frac{1}{2}(u_{i;k} + u_{k;i} + \dot{u}_{i;k} + \dot{u}_{k;i}) - \frac{1}{4}\theta h_{ik}$$

Burada $u_{i;k}$, u_i vektörünün kovaryant türevi ve h_{ik} izdüşüm tensörüdür ve

$$u_{i;k} = u_{i,k} - \Gamma_{ik}^l u_l, \quad u^i_{;k} = u^i_{,k} + \Gamma_{kl}^i u^l, \quad h_{ik} = g_{ik} + u_i u_k$$

olarak tanımlanır. Burada Einstein toplam kuralına göre altta ve üstte görünen aynı indisler (l) üzerinden toplam alınmaktadır.

İvme Vektörü (\dot{u}_i)

$$\dot{u}_i = u_{i;k} u^k = 0$$

Shear Skaleri

$$\sigma^2 = \frac{1}{2} \sigma_{ik} \sigma^{ik} = \frac{3}{8} \left(\frac{\dot{A}}{A} - \frac{\dot{B}}{B} \right)^2, \quad \sigma^{ik} = g^{il} g^{km} \sigma_{lm} \quad (3.8)$$

Hacim

$$V = a^4 = \sqrt{-g} = A^3 B \quad (3.9)$$

Hubble parametresi

$$H = \frac{\dot{a}}{a} = \frac{1}{4} \left(3 \frac{\dot{A}}{A} + \frac{\dot{B}}{B} \right) \quad (3.10)$$

Genişleme Skaleri

$$\theta = u^i_{;i} = g^{ik} u_{i;k} = \frac{1}{\sqrt{-g}} (\sqrt{-g} u^i)_{;i} = 4 \frac{\dot{a}}{a} = 4H = 3 \frac{\dot{A}}{A} + \frac{\dot{B}}{B} \quad (3.11)$$

Anizotropi (eş yönsüzlük) parametresi

$$\Delta = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 \left(\frac{H_i - H}{H} \right)^2 = \frac{3 \left(\frac{\dot{A}}{A} - \frac{\dot{B}}{B} \right)^2}{\left(3 \frac{\dot{A}}{A} + \frac{\dot{B}}{B} \right)^2} = 3 \left(\frac{\dot{A}B - \dot{B}A}{3\dot{A}B + \dot{B}A} \right)^2 \quad (3.12)$$

Burada H_i , ($i = 1,2,3,4$) Hubble çarpanlarıdır.

$$H_1 = H_2 = H_3 = \frac{\dot{A}}{A}, \quad H_4 = \frac{\dot{B}}{B} \quad (3.13)$$

Frenleme (deceleration) parametresi (q)

$$q = -\frac{a\ddot{a}}{\dot{a}^2} = \frac{1}{\dot{a}} \left(\frac{1}{H} \right) - 1 \quad (3.14)$$

şeklinde tanımlanır. Burada $a = (A^3B)^{1/4}$ olup evrenin yarıçapıdır.

q frenleme parametresi;

- a) $q > 0$ ise evren yavaşlayan genişleme
 - b) $q = 0$ ise sabit oranlı genişleme
 - c) $-1 < q < 0$ kuvvet-kanunlu ivmelenerek genişleme (**günümüz gözlemlerine uyan**)
 - d) $q = -1$ üstel genişleme (de Sitter genişlemesi)
 - e) $q < -1$ süper üstel genişleme
- olarak değerlendirilir. (Adhav, 2011; Shen ve Zhao, 2014).

3.1.2. Einstein Alan Denklemlerinin Çözümleri

(3.5)-(3.7) alan denklemleri 4 bilinmeyenli (A, B, p, ρ) 3 denklemden oluşur. Bu denklemlerin çözümünü elde edebilmek için ilave bir denkleme gerek vardır. Bunun için:

- i) Metrik katsayıları arasında bir bağıntı ($A \sim B^n$)
- ii) Durum denklemleri ($p = \omega\rho$)
- iii) Hubble parametresi ile hacim arasındaki bağıntı ($H \sim V^{-n}$)
- iv) Shear skaleri (veya shear tensörünün bileşenleri) ile genişleme arasında bir bağıntı ($\sigma^2 \sim \theta$, $\sigma_1^1 \sim \theta$) kabul edilir.

v) q frenleme parametresi üzerine yapılan kabuller:

$$q = -kt + m - 1 \text{ (Akarsu ve Dereli, 2011; Adhav, 2011; Sahoo ve ark., 2017),}$$

$$q = m \cos kt - 1 \text{ (Shen ve Zhao, 2014; Sahoo ve ark. 2017),}$$

$$q = n(1 - \tanh^2 at) - 1 \text{ (Chawla ve ark., 2013; Ahmed ve Pradhan, 2014).}$$

(3.7) denkleminde (3.6) denklemini çıkarılırsa

$$\frac{\ddot{A}}{A} - \frac{\ddot{B}}{B} + 2 \left(\frac{\dot{A}}{A} \right)^2 - 2 \frac{\dot{A}\dot{B}}{AB} = 0 \quad (3.15)$$

elde edilir. Bu denklem

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\dot{A}}{A} - \frac{\dot{B}}{B} \right) + \left(\frac{3\dot{A}}{A} + \frac{\dot{B}}{B} \right) \left(\frac{\dot{A}}{A} - \frac{\dot{B}}{B} \right) = 0$$

olarak yazılır. Bu denklemin integrali alınır önce

$$\frac{\dot{A}}{A} - \frac{\dot{B}}{B} = \frac{k_1}{a^4}$$

denklemini, ardından tekrar integral alınır

$$A = k_2 B e^{k_1 \int \frac{dt}{a^4}} \quad (3.16)$$

elde edilir. Burada k_1 ve k_2 integral sabitleridir. (3-16) denklemini (3-9) ile birlikte düşünüldüğünde

$$A = k_2^{1/4} a e^{\frac{k_1}{4} \int \frac{dt}{a^4}} \quad (3.17)$$

$$B = k_2^{-3/4} a e^{-3 \frac{k_1}{4} \int \frac{dt}{a^4}} \quad (3.18)$$

olarak bulunur. $A(t)$ ve $B(t)$ metrik katsayılarını, dolayısıyla ρ ve p yi bulmak için $a(t)$ yi bulmamız gerekir.

$a(t)$ yi bulmak için q frenleme parametresi t 'nin lineer fonksiyonu, yani

$$q = -kt + m - 1 \quad (3.19)$$

olduğunu kabul edelim (Akarsu ve Dereli, 2011). Burada $k \geq 0$ ve $m \geq 0$ olan sabitlerdir. (3.14) ve (3.19) denklemlerinden

$$a(t) = a_1 e^{\frac{2}{\sqrt{m^2-2c_1k}} \operatorname{arctanh}\left(\frac{kt-m}{\sqrt{m^2-2c_1k}}\right)}, \quad k > 0 \text{ ve } m \geq 0 \quad (3.20)$$

$$a(t) = a_2 (mt + c_2)^{\frac{1}{m}}, \quad k = 0 \text{ ve } m > 0 \quad (3.21)$$

$$a(t) = a_3 e^{c_3 t}, \quad k = 0 \text{ ve } m = 0 \quad (3.22)$$

elde edilir. Burada a_1, a_2, a_3, c_1, c_2 ve c_3 integral sabitleridir.

3.2.1 Linear Frenleme Parametrelili Model

$a(t)$ olarak (3.20) denklemini göz önüne alalım: Kolaylık için $c_1 = 0$ seçelim. Bu durumda (3.20) denkleminde

$$a(t) = a_1 e^{\frac{2}{m} \operatorname{arctanh}\left(\frac{k}{m}t-1\right)} \quad (3.23)$$

olarak yazılır. (3.23) denklemini (3.17) ve (3.18) denklemlerinde yazılır ve bulunan $A(t)$ ve $B(t)$ değerleri (3.5)-(3.7) alan denklemlerinde kullanılarak ρ ve p aşağıdaki gibi bulunur.

$$\rho = \frac{24}{t^2(kt-2m)^2} + \frac{3k_1^2}{8a_1^8} e^{\frac{16}{m} \operatorname{arctanh}\left(\frac{k}{m}t-1\right)} \quad (3.24)$$

$$p = -\frac{12(kt-m+2)}{t^2(kt-2m)^2} - \frac{3k_1^2}{8a_1^8} \left(\frac{kt}{m}\right)^{-8/m} \left(2 - \frac{kt}{m}\right)^{8/m} \quad (3.25)$$

$A(t)$ ve $B(t)$ metrik katsayıları çok uzun ifadeler olduğundan burada verilmemişlerdir.

(3.8)-(3.13) denklemleriyle verilen kinematik nicelikler ve ω durum parametresi aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\sigma^2 = \frac{3k_1^2}{8a_1^8} e^{-\frac{16}{m} \operatorname{arctanh}\left(\frac{k}{m}t-1\right)} \quad (3.26)$$

$$V = a^4 = A^3 B = a_1^4 e^{\frac{8}{m} \operatorname{arctanh}\left(\frac{k}{m}t-1\right)} \quad (3.27)$$

$$H = \frac{2}{t(2m-kt)} \quad (3.28)$$

$$\theta = 4H = \frac{8}{t(2m-kt)} \quad (3.29)$$

$$\Delta = \frac{3k_1^2}{64a_1^8} t^2 (kt - 2m)^2 e^{-\frac{16}{m} \operatorname{arctanh}\left(\frac{k}{m}t-1\right)} \quad (3.30)$$

$$H_1 = H_2 = H_3 = \frac{2}{t(2m-kt)} + \frac{k_1}{4a_1^4} e^{-\frac{8}{m} \operatorname{arctanh}\left(\frac{k}{m}t-1\right)} \quad (3.31)$$

$$H_4 = \frac{2}{t(2m-kt)} + \frac{3k_1}{4a_1^4} e^{-\frac{8}{m} \operatorname{arctanh}\left(\frac{k}{m}t-1\right)} \quad (3.32)$$

$$\omega = \frac{p}{\rho} = -\frac{32a_1^8(kt-m+2)-k_1^2 t^2 (kt-2m)^2 e^{-\frac{16}{m} \operatorname{arctanh}\left(\frac{k}{m}t-1\right)}}{64a_1^8 - k_1^2 t^2 (kt-2m)^2 e^{-\frac{16}{m} \operatorname{arctanh}\left(\frac{k}{m}t-1\right)}} \quad (3.33)$$

3.2.2. Sabit Frenleme Parametrelili Model

$a(t)$ olarak (3.21) denklemini

$$a(t) = a_2 (mt + c_2)^{\frac{1}{m}} \quad (3.34)$$

alınır ($q = m - 1$). (3.34) denklemini (3.17) ve (3.18) denklemlerinde yazılırsa

$$A = a_2 k_2^{1/4} (mt + c_2)^{\frac{1}{m}} e^{\frac{k_1}{4(m-4)a_2^4} (mt+c_2)^{\frac{m-4}{m}}} \quad (3.35)$$

$$B = a_2 k_2^{-3/4} (mt + c_2)^{\frac{1}{m}} e^{-\frac{3k_1}{4(m-4)a_2^4} (mt+c_2)^{\frac{m-4}{m}}} \quad (3.36)$$

bulunur.

(3.35) ve (3.36) denklemleri (3.5)-(3.7) alan denklemlerinde yerlerine yazılarak ρ ve p aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\rho = \frac{6}{(mt+c_2)^2} - \frac{3k_1^2}{8a_2^8} (mt + c_2)^{-8/m} \quad (3.37)$$

$$p = \frac{3(m-2)}{(mt+c_2)^2} - \frac{3k_1^2}{8a_2^8} (mt + c_2)^{-8/m} \quad (3.38)$$

(3.8)-(3.13) denklemleriyle verilen kinematik nicelikler ve ω durum parametresi aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\sigma^2 = \frac{3k_1^2}{8a_2^8} (mt + c_2)^{-8/m} \quad (3.39)$$

$$V = a^4 = A^3 B = a_2^4 (mt + c_2)^{\frac{4}{m}} \quad (3.40)$$

$$H = \frac{1}{mt+c_2} \quad (3.41)$$

$$\theta = \frac{4}{mt+c_2} \quad (3.42)$$

$$\Delta = \frac{3k_1^2}{16a_2^8} (mt + c_2)^{\frac{2(m-4)}{m}} \quad (3.43)$$

$$H_1 = H_2 = H_3 = \frac{1}{mt+c_2} + \frac{k_1}{4a_2^4} (mt + c_2)^{-\frac{4}{m}} \quad (3.44)$$

$$H_4 = \frac{1}{mt+c_2} - \frac{3k_1}{4a_2^4} (mt + c_2)^{-\frac{4}{m}} \quad (3.45)$$

$$\omega = \frac{p}{\rho} = \frac{\frac{3(m-2)}{(mt+c_2)^2} \frac{3k_1^2}{8a_2^8} (mt+c_2)^{-8/m}}{\frac{6}{(mt+c_2)^2} \frac{3k_1^2}{8a_2^8} (mt+c_2)^{-8/m}} \quad (3.46)$$

3.2.3. Üstel Genişlemeli Model

$a(t)$ olarak (3.22) denklemi

$$a(t) = a_3 e^{c_3 t} \quad (3.47)$$

Alınır. Burada $q = -1$ ve $a_3, c_3 > 0$ dır. (3.47) denklemi (3.17) ve (3.18) denklemlerinde yazılırsa

$$A = a_3 k_2^{1/4} e^{c_3 t - \frac{k_1}{16c_3 a_3^4} e^{-4c_3 t}} \quad (3.48)$$

$$B = a_3 k_2^{-3/4} e^{c_3 t + \frac{3k_1}{16c_3 a_3^4} e^{-4c_3 t}} \quad (3.49)$$

bulunur.

(3.48) ve (3.49) denklemleri (3.5)-(3.7) alan denklemlerinde yerlerine yazılarak ρ ve p aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\rho = 6c_3^2 - \frac{3k_1^2}{8a_3^8} e^{-8c_3 t} \quad (3.50)$$

$$p = -6c_3^2 - \frac{3k_1^2}{8a_3^8} e^{-8c_3 t} \quad (3.51)$$

(3.8)-(3.13) denklemleriyle verilen kinematik nicelikler ve ω durum parametresi aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\sigma^2 = \frac{3k_1^2}{8a_3^8} e^{-8c_3 t} \quad (3.52)$$

$$V = a^4 = A^3 B = a_3^4 e^{4c_3 t} \quad (3.53)$$

$$H = c_3 \quad (3.54)$$

$$\theta = 4c_3 \quad (3.55)$$

$$\Delta = \frac{3k_1^2}{16c_3^2 a_3^8} e^{-8c_3 t} \quad (3.56)$$

$$H_1 = H_2 = H_3 = c_3 + \frac{k_1}{4a_3^4} e^{-4c_3 t} \quad (3.57)$$

$$H_4 = c_3 - \frac{3k_1}{4a_3^4} e^{-4c_3 t} \quad (3.58)$$

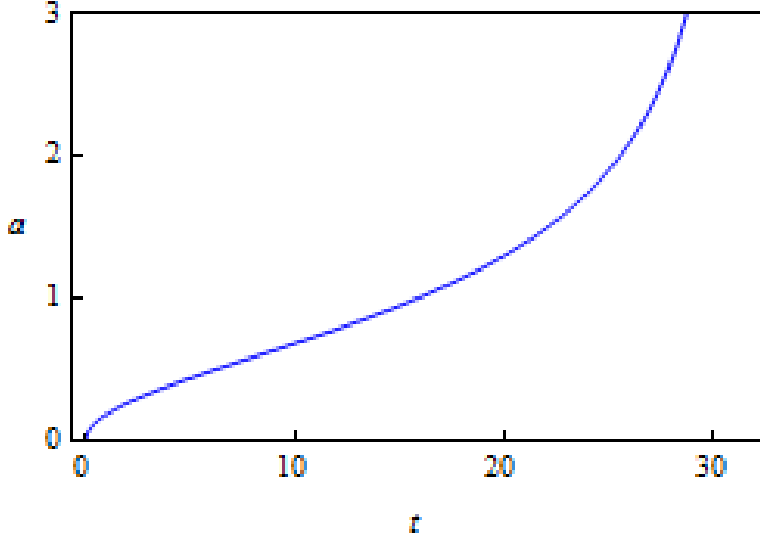
$$\omega = \frac{p}{\rho} = \frac{-6c_3^2 - \frac{3k_1^2}{8a_3^8} e^{-8c_3 t}}{6c_3^2 - \frac{3k_1^2}{8a_3^8} e^{-8c_3 t}} \quad (3.59)$$

BÖLÜM 4

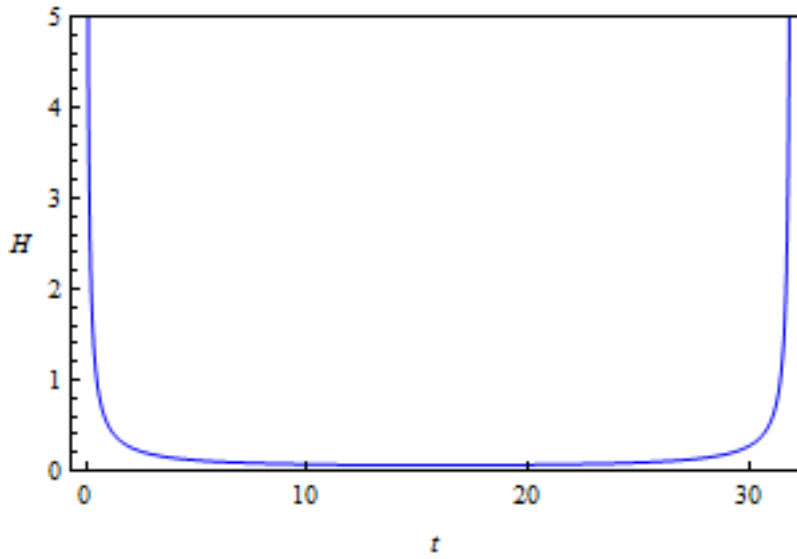
ARAŞTIRMA BULGULARI VE TARTIŞMA

4.1. Lineer Frenleme Parametrelili Model'in Yorumu

Modelin denklemleri (3.23)-(3.33) denklemleriyle verilmiştir. Burada $m = 2.032$ ve $k = 0.1277$ alınmıştır.



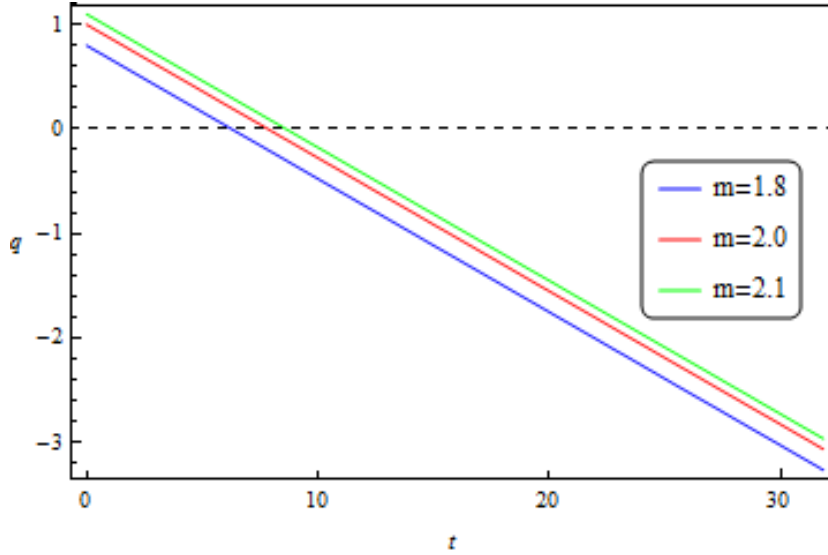
Şekil 4.1 $a(t)$ 'nin grafiği ($m = 2.032$ ve $k = 0.1277$)



Şekil 4.2 H 'nin grafiği ($m = 2.032$ ve $k = 0.1277$)

H Hubble parametresi $t = 0$ ve $t = \frac{2m}{k}$ için $H \rightarrow \infty$ olur. Yani $t = 0$ ve $t = \frac{2m}{k}$ için

evren tekilliğe sahiptir. $t \rightarrow \infty$ için $H \rightarrow 0$ olmaktadır. $t = \frac{m-1}{k}$ faz geçişinde ($q = 0$) $H = \frac{2k}{m^2-1}$ olur. Genişleyen evren için θ genişlemesinin değeri pozitif olmak zorundadır. Modelimiz $t < \frac{2m}{k}$ için genişleyen evrendir. $m = 2.032$ ve $k = 0.1277$ için $t \sim 32$ Myıl bulunur.



Şekil 4.3 Farklı m değerleri için q 'nun grafiği ($k = 0.1277$)

Çizelge 4.1 İvmelenme fazına ($q = 0$) geçiş zamanları

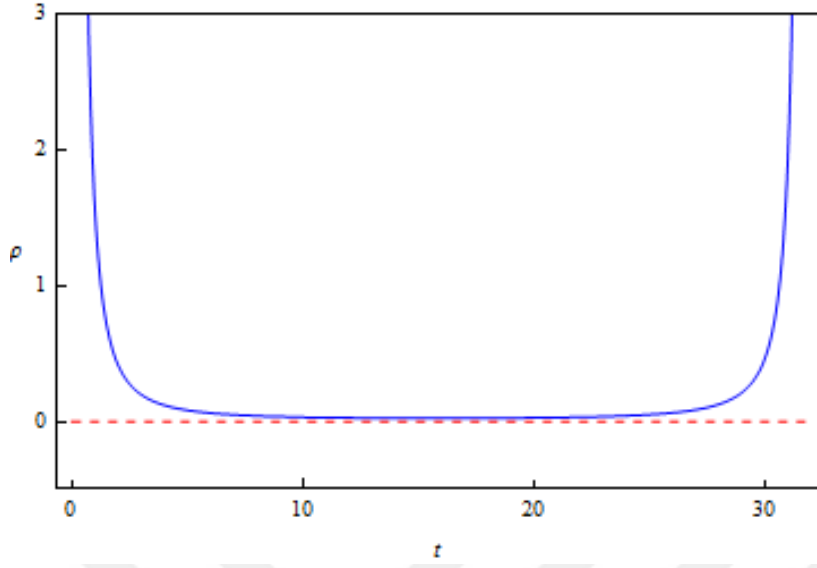
m	t (Myıl)
1.8	6.26
2.0	7.83
2.1	8.61

Çizelge 4.2 $t = 13.798$ Myıl için q 'nun bugünkü değerleri

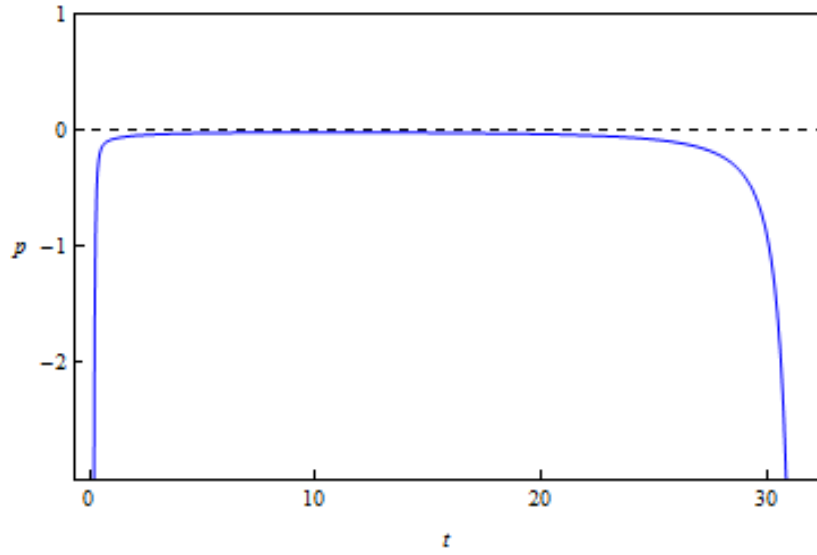
m	q
1.8	-0.962
2.0	-0.762
2.1	-0.662

$t = 0$ için $q_{ilk} = m - 1 = 1.032 > 0$ ve $t \cong 32$ Myıl için $q_{son} = -3.032$ elde edilir. Evren $t \cong 6.2$ de ivmelenerek genişleme evresine girer ve frenleme parametresinin (q) bugünkü değeri ($t = 13.798$ Myıl için) $q \cong -0.73$ 'tür. Her iki değer gözlemlerle

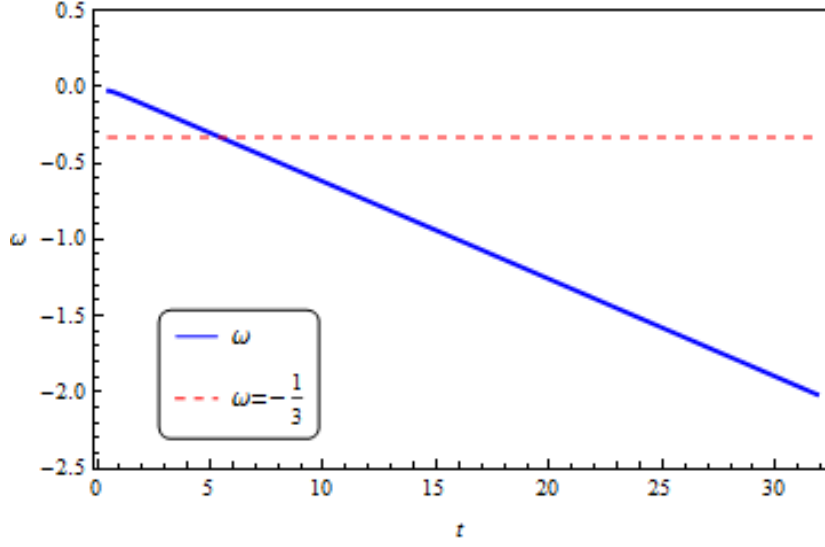
uyuşum içindedir.



Şekil 4.4 ρ 'nun zamana göre grafiği ($m = 2.032$ ve $k = 0.1277$)



Şekil 4.5 p 'nin zamana göre grafiği ($m = 2.032$ ve $k = 0.1277$)



Şekil 4.6 ω 'nın zamana göre grafiği ($m = 2.032$ ve $k = 0.1277$)

$t \cong 32$ Myıl için $\omega \cong -2$ olmaktadır. $t = 5.4$ için $\omega = -\frac{1}{3}$ ve $t = t_{son} = \frac{2m}{k}$ için $\omega = -\frac{m}{2} - 1 \cong -2$ elde edilir.

Evren modeli sonlu zamana sahiptir. $t_{ilk} = 0$ da big bang (büyük patlama) ile başlar ve $t_{son} = \frac{2m}{k} \cong 32Myıl$ zamanında son bulur. Sonuçta izotropik model ($\Delta = 0$) elde edilir. Akışkanın enerji yoğunluğu ve evren yarıçapı ($a(t)$) $t \rightarrow t_{son}$ için ∞ olur. Bu da (Caldwell ve ark., 2003) nın önerdiği big rip'tir (büyük çökme). Evren $q_{ilk} = m - 1$ ile başlar ve $t_{ivme} = \frac{m-1}{k} \cong 8.08$ de ($m > 1$) ivmelenme evresine ($q < 0$) girer. $t_{sü} = \frac{m}{k} \cong 15.9$ de süper-üstel genişleme evresine ($q < -1$) girer ve $t = \frac{2m}{k} \cong 32Myıl$ de $q_{son} = -m - 1 = -3.032$ ile son bulur. Modelde basınç $p = \omega\rho < 0$ olduğundan karanlık enerji şartına uymaktadır. $t \rightarrow t_{son}$ için $\sigma^2 \rightarrow 0$, $\Delta \rightarrow 0$ izotropik model elde edilir.

Kırmızıya Kayma:

$$z + 1 = \frac{a_0}{a} \quad (4.1)$$

olarak tanımlanır. Buradaki a_0 günümüzdeki evren yarıçapının (ölçek çarpanının) değerini gösterir. İşlem kolaylığı için çoğu zaman $a_0 = 1$ alınır. Bu durumda (3.19) ve (3.23) denklemlerinden

$$z + 1 = e^{\frac{z}{m}} \left[\operatorname{arctanh}\left(\frac{1+q}{m}\right) - \operatorname{arctanh}\left(\frac{1+q_0}{m}\right) \right] \quad (4.2)$$

olarak yazılır. Buradaki q_0 değeri günümüzdeki frenleme parametresinin değeridir. Yavaşlama (decelerating, $q > 0$) evresinden ivmelenme (accelerating, $q < 0$) evresine geçişteki z_{tr} kırmızıya kayma değeri ($q = 0$)

$$z + 1 = e^{\frac{z}{m}} \left[\operatorname{arctanh}\left(\frac{1}{m}\right) - \operatorname{arctanh}\left(\frac{1+q_0}{m}\right) \right] \quad (4.3)$$

den hesaplanır. Günümüzde q_0 ve z_t değerleri $-0.8 \leq q_0 \leq -0.4$, $0.3 < z_t < 0.8$ aralığında olduğu bilinmektedir (Akarsu ve Dereli, 2011; Cunha, 2009).

Çizelge 4.3 Çeşitli m değerleri için z_t değerleri

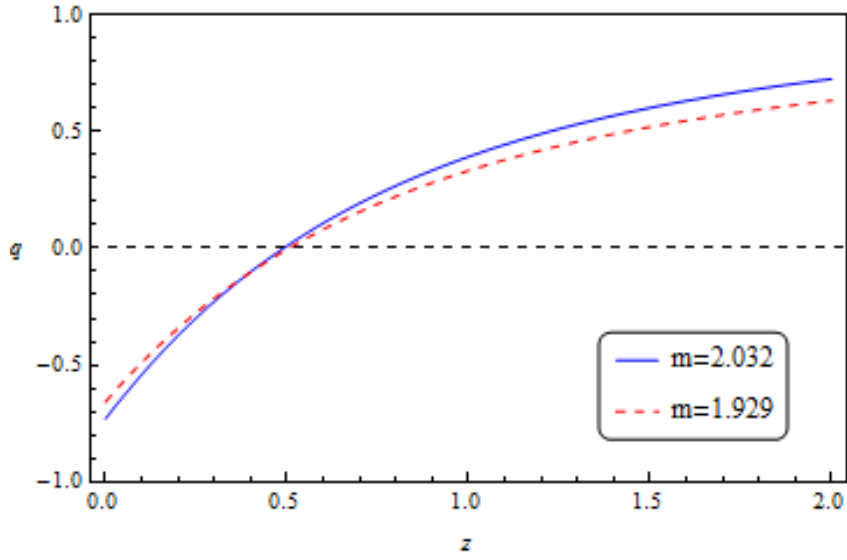
m	z_t	q
1.698	0.61	-0.55
1.929	0.505*	-0.657
2.032	0.49 **	-0.73

* Xu ve ark. (2007) ve **Cunha (2009) sonuçlarıyla uyum içindedir.

(4.2) denkleminde

$$q = -1 + m \tanh \left[\frac{m}{2} \ln(z + 1) + \operatorname{arctanh} \left(\frac{1+q_0}{m} \right) \right] \quad (4.4)$$

bulunur.

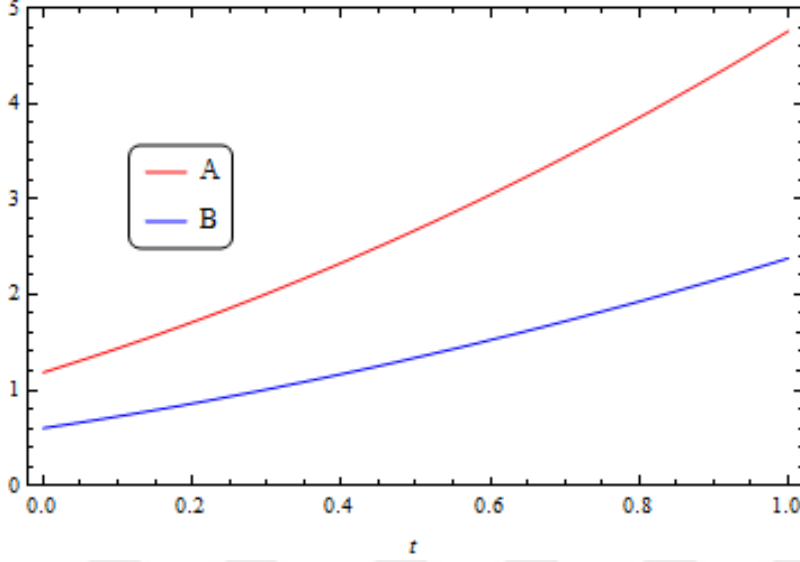


Şekil 4.7 z ye karşılık q'nun grafiği

(Cunha, 2009) için $m = 2.032$, $k = 0.1277$, (Xu ve ark., 2007) için $m = 1.929$, $k = 0.1149$ alınmıştır.

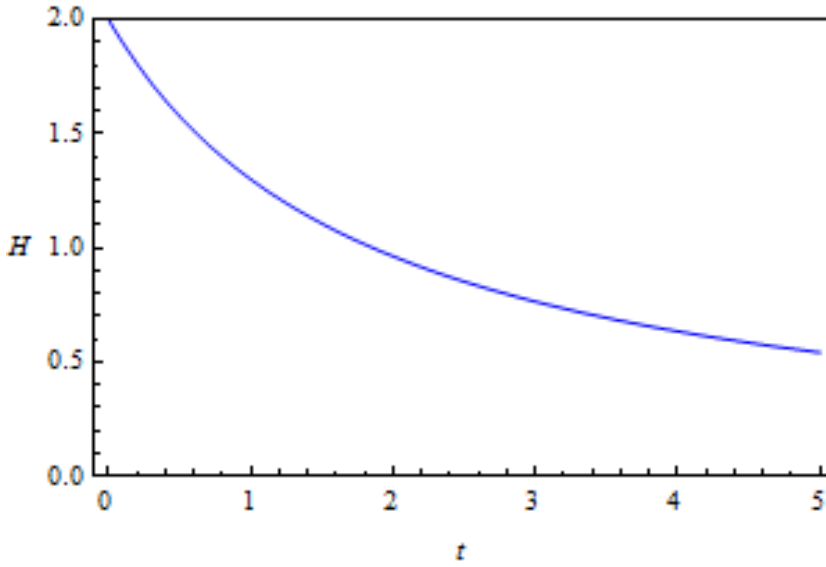
4.2. Sabit Frenleme Parametrelili Model'in Yorumu

Modele ait denklemler (3.34)-(3.46) da verilmiştir.



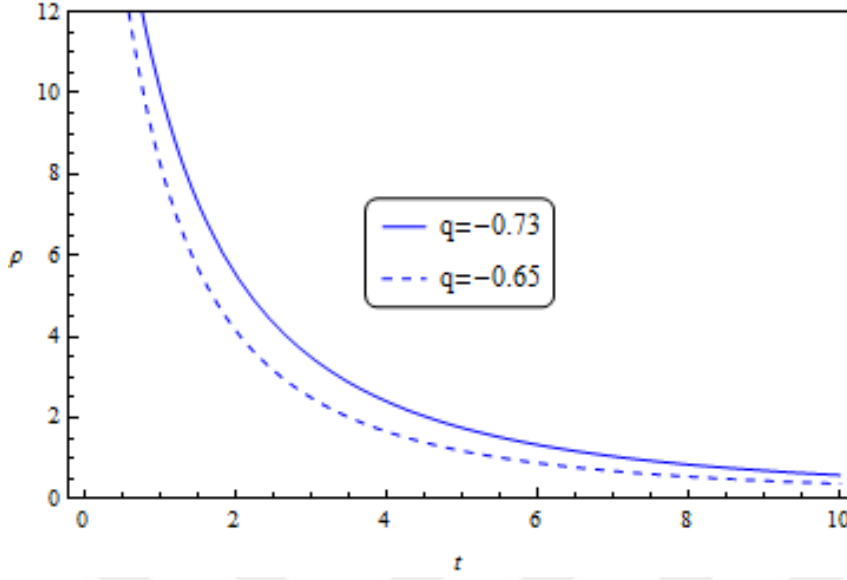
Şekil 4.8 A ve B'nin grafiği

A ve B metrik katsayıları (ölçek çarpanları) monoton olarak artan fonksiyonlardır. $t = -\frac{c_2}{m}$ için tüm parametreler sonsuz ve $V \rightarrow 0$ olur. Bu yüzden model $t = -\frac{c_2}{m}$ de tekilliğe sahiptir. Bu tekilliğe nokta tipi tekillik denir. $t = 0$ olması için $c_2 = 0$ olmalıdır. Evren big bang tekilliği ile genişlemeye başlar.



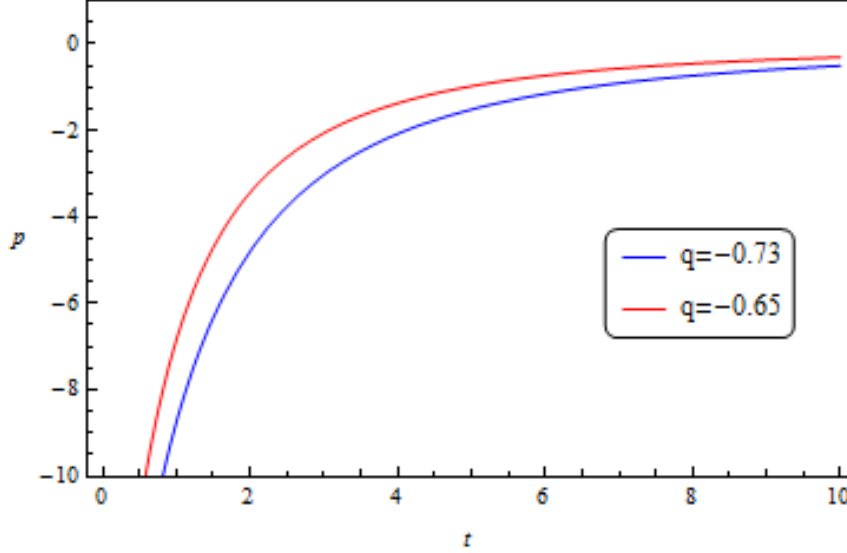
Şekil 4.9 H'nin grafiği

$c_2 = 0$ için $t \rightarrow 0$ olduğunda $H \rightarrow \infty$ ve $t \rightarrow \infty$ için $H \rightarrow 0$ olur.



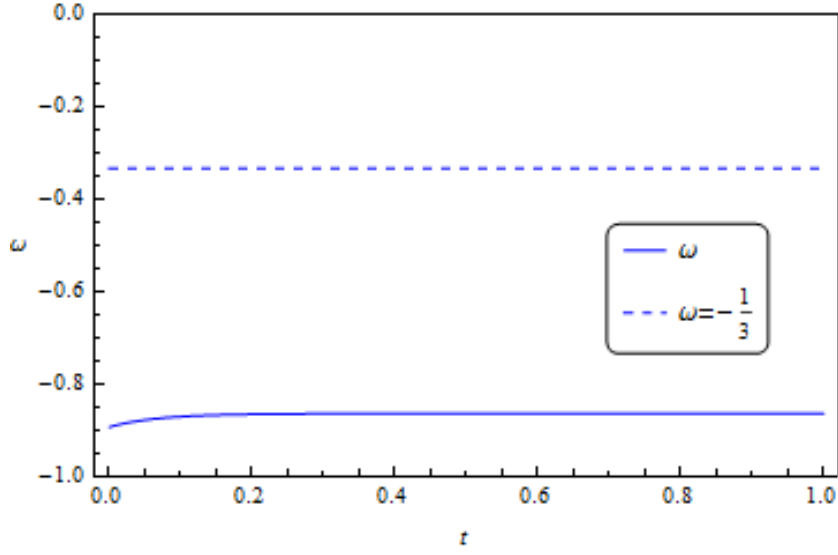
Şekil 4.10 ρ 'nin grafiği

$t \rightarrow 0$ için $\rho \rightarrow \infty$ ve $t \rightarrow \infty$ için $\rho \rightarrow 0$ olur. ρ enerji yoğunluğu daima pozitifdir.



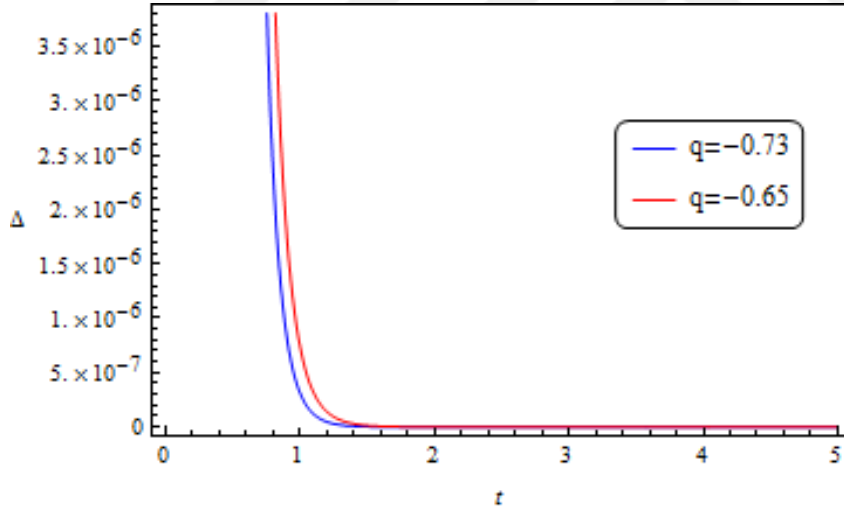
Şekil 4.11 Basınç p 'nin grafiği

$t \rightarrow 0$ için $p \rightarrow \infty$ ve $t \rightarrow \infty$ için $p \rightarrow 0$ olur. p basıncı, ivmelenen (accelerating) evrende ($q < 0$) beklediğimiz gibi daima negatiftir.



Şekil 4.12 ω 'nın grafiği

$\omega < 0$ olup evrende negatif basınç ($p = \omega\rho < 0$) baskındır ve zaman artıkça sabit kalmaktadır ($\omega \cong -0.8$). Burada $\omega \cong -\frac{1}{3}$ karanlık enerjinin durum parametresidir.



Şekil 4.13 Δ anizotropi parametresinin t göre değişimi

Δ anizotropi parametresi $m > 4$ için zamanla artar ve $0 < m < 4$ ise zamanla azalır. $t \rightarrow \infty$ için $\sigma^2/\theta^2 \rightarrow 0$ olup evren izotrop evrene dönüşür.

4.3. Üstel Genişlemeli Model'in Yorumu

Modelin denklemleri (3.47)-(3.58) de verilmiştir. Üstel formlu modeldir. $t = 0$ da tüm fiziksel (p ve ρ) ve kinematik nicelikler ($H, \theta, \Delta, \sigma^2, V$) sabit olur. $t \rightarrow \infty$ için kinematik nicelikler sıfır ve $V \rightarrow \infty$ olur ($c_3 > 0$). Modeldeki genişleme ($\theta = 4c_3$) evrenin evrimi süresince sabittir. Model izotropiye yaklaşır. Modelde tekillik yoktur.



BÖLÜM 5

SONUÇ VE ÖNERİLER

Zamanın lineer fonksiyonu olan frenleme parametrelili Kaluza-Klein tipi (beş boyutlu) uzay-zaman için çözümler elde edilmiştir ($q = -kt + m - 1$). Modelde frenleme parametresinin eğimi negatiftir. Bu modelde evren sonlu zamana sahiptir. Modelde evren $t = 0$ da big bang ile başlar ve $t_{son} = \frac{2m}{k} \cong 32 \times 10^9$ yıl yaş ile son bulur. Bu da (Caldwell ve ark., 2003) ün önerdiği 35×10^9 yıl ile uyuşum içindedir. ρ enerji yoğunluğu, p basıncı ve A, B ölçek çarpanları $t \rightarrow t_{son} = \frac{2m}{k}$ için sonsuz olur. Bu duruma big rip (büyük çökme) denir. Evren, frenleme parametresi $q_{ilk} = m - 1$ ile başlar, $t = \frac{m-1}{k}$ da ivmelenme evresine ($q < 0$), $t = \frac{m}{k}$ da süper-üstel genişleme evresine ($q < -1$) girer. Sonunda $q_{son} = -m - 1$ ile biter. Burada k ve m değerleri günümüzdeki frenleme parametre değerlerine ($q_0 = -0.73$ ve $q_0 = -0.657$) ve frenlemeden ivmelenmeye geçiş kırmızıya kayma değerlerine ($z \sim 0.5$) uygun olacak şekilde seçilmiştir. Ayrıca (Berman, 1983)'ün $q = m - 1$, $m > 1.5$ değerine uygun seçilmiştir.

q nun seri açılımındaki lineer terim $q = q_0 + q_1z = -0.73 + 2.03z$ olarak elde edilir. Bu da (Cunha ve Lima, 2008) in verdiği $q = q_0 + q_1z = -0.73 + 1.5z$ değerine yakındır. Farklılık, (Cunha ve Lima, 2008) 4 boyutlu homojen ve **izotrop** FRW metriğini, burada ise homojen ve **anizotropi** 5-boyutlu Kaluza-Klein metriği için hesap yapmış olmamızdan kaynaklanmaktadır.

$q = m - 1$ sabit modelde $q = 1$ ve $q = -0.6$ seçilerek sırasıyla sönümlenen ve ivmelenen evren için çözümler elde edilmiştir. Bu evren $t = -\frac{c_2}{m}$ de tekilliğe sahiptir. Evren big bang tekilliği ile genişlemeye başlar ve $t \rightarrow \infty$ için $\rho \rightarrow 0$, $p \rightarrow 0$ olmaktadır. İvmelenen evrende ($q < 0$) beklediğimiz gibi negatif basınç baskındır. Zaman artıkça $\omega \cong -0.8$ olmaktadır.

$q = -1$ olduğu üstel genişlemeli modelde, genişleme evrenin evrimi süresince üniformdur. Model izotropiye yaklaşır. Modelde tekillik yoktur.

KAYNAKLAR

- Adhav K.S., 2011. LRS Bianchi type-T cosmological models with linearly varying deceleration parameter, *Eur. Phys. J. Plus*, 126: 122.
- Adhav K.S., Nimkar A. S., Dawande M.V., 2008. String Cloud and Domain Walls with Quark Matter in n-Dimensional Kaluza-Klein Cosmological Model, *Int. J. Theor. Phys.*, 47: 2002-2010.
- Ahmed N., Pradhan A., 2014. Bianchi Type-V Cosmology in $f(R,T)$ Gravity with $\Lambda(T)$ *Int. J. Theor. Phys.*, 53: 289–306.
- Akarsu Ö., Dereli T., 2011. Cosmological Models with Linearly Varying Deceleration Parameter, *Int. J. Theor. Phys.*, 51: 612–621.
- Astier P., Guy J., Regnault N., Pain R., Aubourg E., Balam D., Basa S., Carlberg R. G., Fabbro S., Fouchez D., Hook I. M., Howell D. A., Lafoux H., Neill J. D., Palanque-DeLabrouille N., Perrett K., Pritchett C. J., Rich J., Sullivan M., Taillet R., Aldering G., Antilogus P., Arsenijevic V., Balland C., Baumont S., Bronder J., Courtois H., Ellis R. S., Filiol M., Gonçalves A. C., Goobar A., Guide D., Hardin D., Lisset V., Lidman C., McMahon R., Mouchet M., Mourao A., Perlmutter S., Ripoche P., Tao C., Walton N., 2006. The supernova legacy survey: measurement of Ω_m , Ω_Λ and ω from the first year data set. *Astron. Astrophys.*, 447: 31-48.
- Baysal H., Yılmaz İ., 2007. Five-Dimensional Cosmological Model with Variable G and Λ . *Chin. Phys. Lett.*, 24: 2188.
- Berman M. S., 1983. A Special Law Variation for Hubble's Parameter, *Nuovo Cimento* B74: 182-186.
- Berman M.S., Gomide F.M., 1988. Cosmological models with constant deceleration parameter. *Gen. Relativ. Gravit.*, 20: 191–198.
- Caldwell R. R., Kamionkowski M., Weinberg N. N., 2003. Phantom energy: dark energy with $\omega < -1$ causes a cosmic doomsday, *Phys. Rev. Lett.*, 91 (7): 071301-4.
- Chatterjee S., Bhui B., 1990. Homogeneous Cosmological Model in Higher Dimension, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 247: 57-61.

- Chawla C., Mishra R. K., Pradhan A., 2013. Anisotropic Bianchi-I Cosmological Models in String Cosmology With Variable Deceleration Parameter, *Rom. J. Phys.*, 58: (7-8), 1000-1013.
- Chodos A., Detweiler S., 1980. Where Has The Fifth Dimension Gone?, *Phys. Rev. D*21: 2167-2170.
- Cunha J.V., Lima J.A.S., 2008. Transition Redshift: New Kinematic Constraints From Supernovae. *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 390: 210–217.
- Cunha J.V., 2009. Kinematic constraints to the transition Redshift from SNe Ia union data. *Phys. Rev. D, Part. Fields*, 79: 047301-4.
- Davis T. M., Mörtzell E., Sollerman J., Becker A. C., Blondin S., Challis P., Clocchiatti A., Filippenko A. V., Foley R. J., Garnavich P. M., Jha S., Krisciunas K., Kirshner R. P., Leibundgut B., Li W., Matheson T., Miknaitis G., Pignata G., Rest A., Riess A. G., Schmidt B. P., Smith R. C., Spyromilio J., Stubbs C. W., Suntzeff N. B., Tonry J. L., Wood-Vasey W. M., Zenteno A., 2007. Scrutinizing Exotic Cosmological Models Using Essence Supernova Data Combined with Other Cosmological Probes. *Astrophysical J.*, 666: 716-725.
- Gleiser R. J., Diaz M.C., 1988. Perfect-fluid cosmologies with extra dimensions, *Phys. Rev.*, D37 (12): 3761-3764.
- Ibanez J., Verdaguer E., 1986. Radiative Isotropic Cosmologies With Extra Dimensions, *Phys. Rev.*, D34: 1202-1204.
- Khadekar G. S., Patki V., Radha R., 2005. String Dust Cosmological Model in Higher Dimensional Space-Time. *Int. J. Modern Phys.*, D14:162-1634.
- Khadekar G.S., Sarada B., Özel C., 2008. Higher Dimensional Unified Description of Early Universe with Variable G and Λ . *Int. J. Theor. Phys.*, 47: 1542-1551.
- Li Z., Wu P., Yu H., 2011. Examining The Cosmic Acceleration With The Latest Union2 Supernova Data. *Phys.Lett.*, B695: 1–8.
- Mishra R. K., Chand A. ve Pradhan A., 2016. Dark Energy Models in $f(R, T)$ Theory with Variable Deceleration Parameter, *Int. J. Theor. Phys.*, 55:1241–1256.

- Moraes P. H. R. S. ve Sahoo, P. K., 2017. The simplest non-minimal matter–geometry coupling in the $f(R, T)$ Cosmology, *Eur. Phys. J. C*, 77, 480-487.
- Rahaman F., Bera J. K., 2001. Higher Dimensional Cosmological Model In Lyra Geometry, *Int. J. Mod. Phys.*, D10: 729-733.
- Riess A. G., Strolger L. G., Casertano S., Ferguson H. C., Mobasher B., Gold B., Challis P. J., Filippenko A. V., Jha S., Li W., Tonry J., Foley R., Kirshner R. P., Dickinson M., MacDonald E., Eisenstein D., Livio M., Younger J., Xu C., Dahle'n T., Stern D., 2007. New Hubble Space Telescope Discoveries of Type Ia Supernovae at $z > 1$ Narrowing Constraints on the Early Behavior of Dark Energy. *Astrophysical J.*, 659: 98-121.
- Samanta G.C., Debata S., 2012. Five Dimensional Bianchi Type-I Cosmological Models in Lyra Manifold, *J. Mod. Phys.*, 3: 180-183.
- Sahoo P. K., Mishra B., 2015. Higher-Dimensional Bianchi Type-III Universe With Strange Quark Matter Attached to String Cloud in General Relativity, *Turk. J. Phys.*, 39: 43-53.
- Sahoo, P. K. Ve Sivakumar, M., 2015. LRS Bianchi type-I cosmological model in $f(R, T)$ theory of gravity with $\Lambda(T)$, *Astrophys Space Sci*, 357, 60.
- Sahoo P. K., Sahoo P., Bishi B. K., Aygün S., 2017. Magnetized Strange Quark Model with Big Rip singularity in $f(R, T)$ gravity, *Modern Physics Letters*, A32: 1750105.
- Sahoo P. K., 2017. Kaluza-Klein Universe Filled with Wet Dark Fluid in $f(R, T)$ Gravity. *Acta Physica Polonica*, B10, 369-372.
- Sahu S.K., Tripathy S.K., Sahoo P.K. ve Nath, A., 2017. Cosmic Transit and Anisotropic Models in $f(R, T)$ Gravity, *Chinese J. Phys.* 55, 862-869.
- Shen M. ve Zhao L., 2014. Oscillating Quintom Model With Time Periodic Varying Deceleration Parameter, *Chin. Phys. Lett.*, 31 (1): 010401-3.
- Singh, G. P. ve Bishi, B., 2015. FRW Universe With Variable G and Λ term in $f(R, T)$ Gravity, *Rom. J. Phys.* 60,32-43.
- Tiwari R.K., Rahaman F., Ray S., 2010. Five Dimensional Cosmological Models In General Relativity, *Int. J. Theor. Phys.*, 49: 2348-2357.

- Weinberg S., 1986. *Physics in Higher Dimensions*, World Scientific, Singapore.
- Xu L., Li, W. ve Lu J., 2009. Constraints on Kinematic Model From Recent Cosmic observations: SN Ia, BAO and Observational Hubble data, *JCAP*, 07: 031.
- Xu L., Wang Y., 2011. Cosmography: Supernovae Union2, Baryon Acoustic Oscillation, Observational Hubble Data and Gamma Ray Bursts, *Physics Letters*, B702: 114–120.
- Xu L., Zhang C., Chang B., Liu H., 2007. Reconstruction of Deceleration Parameters from Recent Cosmic Observations., *arXiv:astro-ph/0701519*.
- Yılmaz İ., Yavuz A. A., 2006. Higher-Dimensional Cosmological Models with Strange Quark Matter, *Int. J. Mod. Phys.*, D15:477.
- Yılmaz İ., 2006. String Cloud and Domain Walls With Quark Matter in 5-D Kaluza Klein Cosmological Model, *Gen. Relativ. Gravity*, 38: 1397-1406.

ÖZGEÇMİŞ

KİŞİSEL BİLGİLER

Adı Soyadı: Saadettin PİŞKİN

Doğum Yeri: Keşan/EDİRNE

Doğum Tarihi: 19.04.1990

EĞİTİM DURUMU

Lisans Öğrenimi: Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi Fen Edebiyat
Fakültesi Matematik Bölümü

Yüksek Lisans Öğrenimi: Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü
Matematik Anabilim Dalı

Bildiği Yabancı Diller: İngilizce

BİLİMSEL FAALİYETLERİ

Trakya Üniversiteler Birliği II. Lisansüstü Öğrenci Kongresi'nde Sözlü Bildiri

İŞ DENEYİMİ

Çalıştığı Kurumlar ve Yıl: Halk Eğitim Merkezi KPSS Kursu (2015-2016)

Sınav Özel Öğretim Kursu Üniversiteye Hazırlık Lise Düzeyi (2015-devam ediyor)

İLETİŞİM

E-posta Adresi: saadettinpiskin@gmail.com