



T.C.

SIVAS CUMHURİYET ÜNİVERSİTESİ

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

ORTAÖĞRETİM FEN VE MATEMATİK ALANLAR EĞİTİMİ

ANA BİLİM DALI

MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI

**SIFIR KAVRAMIYLA İLGİLİ ÖĞRENCİ ANLAYIŞLARININ VE
MATEMATİK ÖĞRETMENLERİNİN BU ANLAYIŞLARLA İLGİLİ
BİLGİLERİNİN İNCELENMESİ**

Naim Erdoğan

Yüksek Lisans Tezi

Tez Danışmanı

Dr. Öğr. Üyesi Mesut BÜTÜN

Sivas – 2019

SIFIR KAVRAMIYLA İLGİLİ ÖĞRENCİ ANLAYIŞLARININ VE
MATEMATİK ÖĞRETMENLERİNİN BU ANLAYIŞLARLA İLGİLİ
BİLGİLERİNİN İNCELENMESİ

Naim Erdoğan

Sivas Cumhuriyet Üniversitesi
Eğitim Bilimleri Enstitüsü

Lisansüstü Eğitim, Öğretim ve Sınav Yönetmeliğinin Ortaöğretim Fen ve Matematik
Alanlar Eğitimi Ana Bilim Dalı Matematik Eğitimi Bilim Dalı İçin Öngördüğü

YÜKSEK LİSANS TEZİ
Olarak Hazırlanmıştır.

Dr. Öğr. Üyesi Mesut BÜTÜN

Sivas – 2019

KABUL VE ONAY

Naim ERDOĞAN'ın hazırlamış olduğu “Sıfır Kavramıyla İlgili Öğrenci Anlayışlarının ve Matematik Öğretmenlerinin Bu Anlayışlarla İlgili Bilgilerinin İncelenmesi” başlıklı bu çalışma, 13.06.2019 tarihinde yapılan savunma sınavı sonucunda başarılı bulunarak jürimiz tarafından, “Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanlar Eğitimi Ana Bilim Dalı, Matematik Eğitimi Bilim Dalı’nda Yüksek Lisans Tezi olarak kabul edilmiştir.

Dr.Öğr.Üyesi Sevim SEVGİ

(Jüri Başkanı)



Dr.Öğr.Üyesi Mesut BÜTÜN

(Danışman)



Doç.Dr.Fatih KARAKUŞ

(Üye)



Yukarıdaki imzaların adı geçen öğretim üyelerine ait olduğunu onaylarım.

.../.../

Doç.Dr.Fatih KARAKUŞ

Enstitü Müdürü

ETİK SÖZÜ

Cumhuriyet Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Tez Yazım Kılavuzu (Yönerge)'nda belirlenen kurallara uygun olarak Dr. Öğr. Üyesi Mesut BÜTÜN danışmanlığında hazırladığım “Sıfır Kavramıyla İlgili Öğrenci Anlayışlarının Ve Matematik Öğretmenlerinin Bu Anlayışlarla İlgili Bilgilerinin İncelenmesi” adlı yüksek lisans tez çalışmasında;

- Bütün bilgi ve belgeleri akademik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- Görsel, işitsel ve yazılı tüm bilgi ve sonuçları bilimsel ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu,
- Başkalarının eserlerinden yararlanılması durumunda ilgili eserlere, bilimsel normlara uygun olarak atıfta bulunduğumu ve atıfta bulunduğum eserlerin tümünü kaynak olarak gösterdiğimi,
- Bütün bilgilerin doğru ve tam olduğunu, kullanılan verilerde herhangi bir değişiklik yapmadığımı,
- Tezin herhangi bir bölümünü, Cumhuriyet Üniversitesi veya bir başka üniversitede, bir başka tez çalışması olarak sunmadığımı; beyan ederim.

.../.../2019

Naim Erdoğan

ÖZET

ERDOĞAN, Naim. Sıfır Kavramıyla İlgili Öğrenci Anlayışlarının Ve Matematik Öğretmenlerinin Bu Anlayışlarla İlgili Bilgilerinin İncelenmesi. Yüksek Lisans Tezi, Sivas, 2019.

Matematiğin tarihsel gelişiminde olduğu gibi okul matematiğinde de önemli bir yer tutan sıfır, öğrenilmesi ve öğretilmesinde güçlük yaşanan temel kavramlardan biridir. Öğretmenlerin öğrencilerde bulunması muhtemel kavram yanlışlarının sebeplerini bilmeleri ve bu kavram yanlışlarını giderici çözüm önerileri geliştirebilmeleri, öğretimin daha sağlıklı gerçekleşebilmesi için çok önemlidir. Bu çalışmada ilk olarak ortaokul ve lise öğrencilerinin sıfır kavramıyla ilgili yaşadıkları zorluklar incelenmiştir. İkinci kısımda ise matematik öğretmenlerinin öğrencilerin sıfır kavramıyla ilgili anlayışları hakkındaki görüşleri ve sıfır kavramıyla ilgili yaşadıkları zorlukların giderilmesine yönelik çözüm önerileri incelenmiştir. Araştırma nitel araştırma yöntemlerinden birisi olan durum çalışması ile gerçekleştirilmiş olup, çalışma grubu 108 lise ve 96 ortaokul öğrencisi olmak üzere toplam 204 öğrenci ile 3 ilköğretim ve 3 ortaöğretim matematik öğretmeni olmak üzere 6 matematik öğretmeninden oluşmaktadır. Öğrencilere uygulanan 10 soruluk başarı testinden elde edilen veriler içerik analizi yapılarak analiz edilmiştir. Bu verilerden hareketle 6 soruluk yarı yapılandırılmış senaryo tipi mülakat sorusu hazırlanarak matematik öğretmenlerine uygulanmıştır.

Araştırma sonucunda öğrencilerin, özellikle içerisinde sıfır sayısı bulunan bölme ve kuvvet alma işlemlerinde zorlandıkları görülmüştür. Bu durum lise öğrencilerine nazaran ortaokul öğrencilerinde daha sık görülmüştür. Bununla birlikte bazı öğrencilerin sıfır kavramıyla sadece “yokluk” kavramını ilişkilendirdiği, bu durumun da bazı kavram yanlışlarına sebebiyet verdiği ortaya çıkmıştır. Öğretmenlerle yapılan mülakatlar sonucunda ise öğretmenlerin genellikle öğrencilerde bulunan kavram yanlışlarını ve sebeplerini tespit edebildikleri ancak kavram yanlışlarına herhangi bir çözüm önerisi getiremedikleri görülmüştür. Bu durum matematik öğretmenlerinin pedagojik alan bilgilerinin yeterli düzeyde olmadığına göstergesidir. Bunun dışında bazı matematik öğretmenlerinin öğrencilerin sahip olduğu kavram yanlışına benzer yanlışlara sahip olduğu görülmüştür.

Anahtar Sözcükler: Pedagojik Alan Bilgisi, Öğretmen Bilgisi, Sıfır Kavramı, Kavram Yanılgısı

ABSTRACT

**ERDOĞAN, Naim. Investigation of Students' Conceptions about the Concept of Zero and Mathematics Teachers' Knowledge about these Conceptions
Master Thesis, Sivas, 2019.**

Zero, which has an important place in the mathematics of school as it is in the historical development of mathematics, is one of the basic concepts that have difficulty in learning and teaching. It is very important for the teachers to know the reasons of misconceptions that may be present in the students and to develop solutions to eliminate these misconceptions and to provide a more healthy teaching. In this study, firstly, the difficulties experienced by secondary and high school students about zero concept were examined. In the second part, the opinions of mathematics teachers about the students' understanding of the concept of zero and their solutions to solve the difficulties experienced by the concept of zero are examined. The study was conducted with a case study, which is one of the qualitative research methods, and the study group consisted of 204 high school students and 96 secondary school students and 6 mathematics teachers including 3 elementary and 3 secondary mathematics teachers. The data obtained from the 10 question achievement test applied to the students were analyzed by content analysis. Based on these data, a semi-structured scenario-type interview question of 6 questions was prepared and applied to mathematics teachers.

As a result of the research, it was observed that the students had difficulty especially in the division and force taking operations with zero numbers. This situation was more common in secondary school students than in high school students. However, it has been revealed that some students associate only the concept of “nothingness” with the concept of zero and this situation causes some misconceptions. As a result of the interviews with teachers, it was seen that teachers were able to identify misconceptions and reasons that are usually found in the students but could not suggest any solution to the misconceptions. This indicates that the pedagogical field knowledge of mathematics teachers is not sufficient. In addition, some mathematics teachers have misconceptions similar to the students' misconceptions.

Keywords: Pedagogical Content Knowledge, Knowledge of Teacher, Zero.

İÇİNDEKİLER

Sayfa

KABUL VE ONAY

ETİK SÖZÜ iii

ÖZET iv

ABSTRACT v

İÇİNDEKİLER vi

ŞEKİLLER DİZİNİ viii

TABLolar DİZİNİ ix

1.GİRİŞ 1

1.1.Sıfır Sayısının Tarihçesi ve Matematikteki Yeri 4

1.2.Problem Durumu 5

1.2.1.Araştırmanın alt problemleri 5

1.3.Araştırmanın Amacı 5

1.4.Araştırmanın Önemi 5

1.5 Araştırmanın Sınırlılıkları 7

1.6.Varsayımlar 8

2.KURAMSAL BİLGİLER VE İLGİLİ ARAŞTIRMALAR 9

2.1.Tamsayılar ve Sıfır Kavramı İle İlgili Çalışmalar 9

2.2.Pedagojik Alan Bilgisi İle İlgili Çalışmalar 14

3.YÖNTEM 19

3.1. Veri Toplama Araçlarının Geliştirilmesi 19

3.2.Çalışma Grubu 26

3.3.Veritoplama Süreci 27

3.4.Verilerin Analizi 28

4.BULGULAR 29

4.1.Öğrencilere Uygulanan Başarı Testi 29

4.1.1. 1. Soru 29

4.1.1.1. “Sıfır çift sayıdır.” 30

4.1.1.2 “Sıfır ne tek ne de çift sayıdır.” 31

4.1.1.3. “Sıfır tek sayıdır” 32

4.1.2. 2. Soru 32

4.1.2.1. Bir“ sayıda sıfır ne kadar çok ise sayı o kadar büyüktür.” 33

4.1.2.1 “Sıfır etkisiz elemandır; dolayısıyla sayıların hepsi eşittir.”/”sıfırın nerede olduğunun bir önemi yoktur; dolayısıyla sayıların hepsi eşittir.” 34

4.1.3 3. Soru 34

1.1.1.1. “İmkânsız Olay”	35
4.1.3.1. “Dört işlem”	35
4.1.4. 4.Soru.....	36
4.1.4.1. “Sıfırı yokluğu ifade etmek için kullanırız”	37
4.1.4.2. “Sıfırı matematiksel işlemleri kolaylaştırmak ve sayıları büyütme için kullanırız.”	37
4.1.5. 5.Soru.....	38
4.1.6. 6.Soru.....	39
4.1.6.1. “ $X \in \mathbb{R}$ olmak üzere $x \div 0$ tanımsızdır.”	40
4.1.6.2. “ $X \in \mathbb{R}$ olmak üzere $X \div 0 = 0$ ’dır.”	40
4.1.6.3. “ $X \in \mathbb{R}$ olmak üzere $X \div 0 = X$ ’tir.”	41
4.1.7. 7.Soru.....	42
4.1.8. 8.Soru.....	43
4.1.9. 9.Soru.....	44
4.1.9.1. “ $0 \div 0 = 0$; Yani Sıfırın İçinde Sıfır Yoktur”	47
4.1.9.2. “ $00 = 1$; Yani sıfırın sıfırinci kuvveti 1’dir.”	48
4.1.9.3. “ $12 \div 0 = 12$ ve $14 \div 0 = 14$; yani $X \in \mathbb{R}$ için $X \div 0 = X$ ’tir.”	48
4.1.10. 10.Soru.....	49
4.1.10.1. “Bütün Sayılar Sayı Doğrusu Üzerinde Sıfıra Yaklaştıkça Küçülürler”	52
4.1.10.2. “Boş Küme ve Sıfır Aynı Kavramlardır.”	52
4.1.10.3. “Bir Sadeleştirme İşleminde Bütün Sayılar Birbirini Götürürse Sonuç Sıfır Olur.”	53
4.2. Öğretmenlerle Gerçekleştirilen Mülakatlar.....	53
4.2.1. 1.Senaryo	54
4.2.2. 2.Senaryo	61
4.2.3 3.Senaryo	67
4.2.4. 4.Senaryo	73
4.2.5. 5.Senaryo	74
4.2.6. 6.Senaryo	78
5.SONUÇ VE TARTIŞMA	83
6.ÖNERİLER	93
KAYNAKÇA	95
EKLER	102
Ek 1:Başarı Testi	102
Ek 2:Mülakat Soruları	106
Ek 3:Başarı Testi	109

ŞEKİLLER DİZİNİ

	Sayfa
Şekil 1. Üçüncü mülakat sorusunda kullanılan öğrenci cevabı.....	25
Şekil 2. Birinci soruya yönelik örnek bir öğrenci cevabı(1)	30
Şekil 3. Birinci soruya yönelik örnek bir öğrenci cevabı(11)	31
Şekil 4. İkinci soruya yönelik örnek bir öğrenci cevabı(1)	33
Şekil 5. İkinci soruya yönelik örnek bir öğrenci cevabı(II).....	34
Şekil 6. Üçüncü soruya yönelik örnek bir öğrenci cevabı(1).....	35
Şekil 7. Üçüncü soruya yönelik örnek bir öğrenci cevabı(11).....	36
Şekil 8. Dördüncü soruya yönelik örnek bir öğrenci cevabı(1)	37
Şekil 9. Dördüncü soruya yönelik örnek bir öğrenci cevabı(11)	38
Şekil 10. Beşinci soruya yönelik örnek bir öğrenci cevabı	38
Şekil 11. Altıncı soruya yönelik örnek bir öğrenci cevabı(1)	40
Şekil 12. Altıncı soruya yönelik örnek bir öğrenci cevabı(11)	41
Şekil 13. Altıncı soruya yönelik örnek bir öğrenci cevabı(111).....	41
Şekil 14. Yedinci Soruya Yönelik Örnek Bir Öğrenci Cevabı(I).....	43
Şekil 15. Yedinci Soruya Yönelik Örnek Bir Öğrenci Cevabı(II)	43
Şekil 16. Dokuzuncu soruya yönelik örnek bir öğrenci cevabı(1).....	48
Şekil 17. Dokuzuncu soruya yönelik örnek bir öğrenci cevabı(11).....	48
Şekil 18. Dokuzuncu soruya yönelik örnek bir öğrenci cevabı(111).....	48
Şekil 19. Onuncu soruya yönelik örnek bir öğrenci cevabı(1).....	52
Şekil 20. Onuncu soruya yönelik örnek bir öğrenci cevabı(11).....	52
Şekil 21. Onuncu soruya yönelik örnek bir öğrenci cevabı(111).....	53

TABLolar DİZİNİ

Sayfa

Tablo 1. Çalışmaya katılan öğrenci sayılarının sınıflara göre dağılımı	26
Tablo 2. Çalışmaya katılan öğretmenlerin mesleki deneyim süreleri	27
Tablo 3. Birinci soruya verilen cevaplar ve öğrenci sayıları (f)	30
Tablo 4. İkinci soruya verilen cevaplar ve öğrenci sayıları (f)	33
Tablo 5. Üçüncü soruya verilen cevaplar ve öğrenci sayıları (f)	35
Tablo 6. Dördüncü soruya verilen cevaplar ve öğrenci sayıları (f)	37
Tablo 7. Altıncı soruya verilen cevaplar ve öğrenci sayıları (f)	39
Tablo 8. Yedinci soruya verilen cevaplar ve öğrenci sayıları (f)	42
Tablo 9. Sekizinci soruya verilen cevaplar ve öğrenci sayıları (f)	44
Tablo 10. Dokuzuncu soruya verilen cevaplar ve öğrenci sayıları (f)	47
Tablo 11. Onuncu soruya verilen cevaplar ve öğrenci sayıları (f)	51
Tablo 12. Birinci senaryoya yönelik öğretmen görüşleri	56
Tablo 13. İkinci senaryoya yönelik öğretmen görüşleri	62
Tablo 14. Üçüncü senaryoya yönelik öğretmen görüşleri	69
Tablo 15. Dördüncü senaryoya yönelik öğretmen görüşleri	73
Tablo 16. Beşinci senaryoya yönelik öğretmen görüşleri	75
Tablo 17. Altıncı senaryoya yönelik öğretmen görüşleri	79

1.GİRİŞ

Son yıllarda matematik eğitiminde kavram yanlışlarıyla ilgili gerek ulusal gerekse uluslararası çapta yapılan çalışmalar, matematiği öğretmenin ne kadar zor ve karmaşık bir görev olduğunu tekrar tekrar ortaya çıkarmıştır. Altun (2005)'e göre matematik en genel anlamıyla yaşamın soyutlanmış biçimidir. Matematik eğitimcilerinin en temel amaçlarından birisi de soyut olan matematiği öğrencilerin zihninde olabildiğince somut hale getirmektir. Bununla birlikte matematik sadece soyut olan kavramları somutlaştırma işi değil, bir kültür işidir (Zengin, 2014). Ayrıca Ersoy (2003) da matematiği ulusların ortak bir kültürü olarak tanımlamaktadır. Tahmin edileceği üzere herhangi bir konunun bir ülkenin kültürü haline gelebilmesi için on yıllar, belki yüzyıllar gerekmektedir. İşte matematiğin bir kültür oluşu ve uzun yıllar nesilden nesile aktararak gelmesi beraberinde kavram yanlışlarını da ortaya çıkaracaktır. Sadece kavram yanlışlığı değil aynı zamanda önceki öğrenmelerin sonraki öğrenmeleri kolaylaştırabileceği, ancak bunun yanında zorlaştırabileceği de unutulmamalıdır. İşte bu nedenden dolayı öğrenci zorluklarını saptayıcı ve bu zorlukları giderici çalışmalar mutlaka yapılmalıdır (Pesen, Odabaş ve Bindak, 2000).

Günümüzde her bilim dalı süratle gelişmekte, daima ilerlemektedir. Teknolojiden eğitime, sağlıktan mühendisliğe akla gelebilecek her alanda müthiş bir değişim ve bu değişime alışma çabası gözlenmektedir. Matematik eğitimi henüz son 20 30 yıldır üzerinde çalışmalar yapılan bir alan olmasına rağmen bu değişim rüzgârından nasibini almıştır. Burada önemli olan öğrencilere bu değişimin farkındalığını kazandırmak ve onları bu değişimle birlikte yeniden donatmaktır. Her bir değişimin bir ihtiyaçtan ötürü ortaya çıktığı hesaba katılırsa matematiğin ve matematik eğitiminin de belirlenen yeni hedefler doğrultusunda yeniden tanımlanması ve gözden geçirilmesi gerekmektedir (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2009). Bu da öğretmen eğitimine verilen önemi ortaya koymaktadır. Çünkü her değişimin mutlaka bir rehberi olmalıdır ki eğitimde özellikle de matematik eğitiminde rehber bulunması karşılaşılabilecek olası tüm zorlukları minimize edecektir.

Bilindiği üzere matematik birikimli bir bilim dalıdır ve bugün bulunduğu noktaya sürekli kendini yenileyerek ve geliştirerek gelmiştir. Nasıl ki her bilim dalının bir ortaya çıkışı varsa ve bunun üzerine inşa edilmişse matematik de sayılar üzerine inşa edilmiştir. Sayıların varlığını neredeyse insanlık tarihine dayandırmak pek de yanlış

olmaz. Çünkü insanoğlu sahip olduğu varlıkların sayısını bilme ihtiyacını sürekli hissetmiştir. Bu ihtiyaç ise matematik biliminin doğmasına zemin hazırlamıştır. Her bilim dalında olduğu gibi matematikte de insanlar bazı zorluklarla karşılaşmışlardır. Henüz eğitim öğretim yıllarının başlarında bu zorluklarla tanışan öğrenciler bu nedenden dolayı da matematik dersinden soğuyabilmekte ve kaygı duyabilmektedirler (Tutak, Kükey, Zengin ve Gün, 2012). Ancak yine aynı öğrenciler sayıları günlük hayatta da sıklıkla kullanmaya başlarlar. Tüm öğrenimleri boyunca sayılarla iç içe olacak olan öğrencilerin sayılara karşı daha özgüvenli yaklaşım sahibi olmaları gerekir. Bilindiği üzere öğrenciler gerek matematik dersinde gerekse günlük hayatta sayılarla ilgilenirken zamanla doğal sayıların yetersiz olduğunu görecektir ve doğal sayılar kümesini genişletme ve içerisine -1, -2, -3 gibi sayıları da ekleme ihtiyacı duyacaklardır. Böylece tam sayılar kümesi ortaya çıkmış olacaktır (Baykul, 2002). Daha önce de değinildiği üzere matematiğin bir kültür oluşu ve bugünlere gelirken de beraberinde birçok yanılığın getirmesi tamsayılar konusunda da kendisini hissettirmiştir. Tamsayılar gibi bir konuda öğrencilerin yaşayacağı yanılıklar ileride büyük sıkıntılara sebebiyet vereceğinden bu konunun detaylı bir şekilde masaya yatırılması, üzerinde titizlikle çalışmalar yapılması gerekmektedir.

Öğrencilerin daha okul hayatı başlamadan tanıştıkları sayılar öğrenim hayatları boyunca onlara eşlik edecektir. Bu sayılar arasında sıfır sayısı çoğu zaman öğrencilerin korkulu rüyası olmuş, onlarda birçok yanlış öğrenmelere sebebiyet vermiş ve çoğu işlemde hata yapmalarına neden olmuştur. Sıfırın diğer bütün sayılardan çok farklı özellikler göstermesi, ele alınmasında titizlik gerektirmektedir (Cankoy, 2010). Aslında matematik tarihine de bakıldığında sıfırın çok parlak bir geçmişinin olmadığı, insanoğlunun sıfırını diğer sayılara göre oldukça geç fark ettiği hatta bazı uygarlıkların sıfır sayısını kullanmayı yasakladığı görülmüştür (Altoğ, 2016). Öyle ki sıfır bugün bile konunun uzmanlarınca farklı algılanabilmektedir. Nitekim doğal sayılar kümesinde sıfırın olmadığını kabul eden kaynakların yanı sıra sıfırın doğal sayılar kümesinde tanımlayan kaynaklar da bulunmaktadır. Bu konuda ortak bir fikir olduğunu söyleyemeyiz. Genel olarak ders kitaplarında sıfırın doğal sayı olduğu belirtilmiş olsa da bunu bir hata veya yanılığın ziyade öğrenme farklılığı şeklinde değerlendirmek daha doğru olacaktır (Özdeş, 2013). Bu ve bunun gibi sancılı durumlar sıfır sayısını öğrencilerin gözünde diğer sayılara göre daha anlaşılması zor kılmaktadır. Bunun bir neticesi olarak da sıfır sayısıyla ilgili kavram yanılığları ortaya çıkmaktadır. Matematik

eğitiminde öğrencilerde bulunan kavram yanlışlarını olabildiğince azaltmak, esas amaçlardan biri olmalıdır (Yenilmez ve Yaşa 2008). Öyleyse sıfır hakkında öğrencilerde bulunan kavram yanlışlarını, bu kavram yanlışlarının altında yatan olası sebepleri ve bu kavram yanlışlarının ortadan kaldırılabilmesi için alınabilecek tedbirleri araştırmak oldukça önem arz etmektedir.

Öğrencilerdeki kavram yanlışlarını ortadan kaldırabilmekte en büyük pay şüphesiz öğretmenlerin olacaktır. Her öğretmen mutlaka öğrencilerini faydalı ve zengin tartışmalar içerisine sokmak isteyecektir. Ancak bunu yapmak isteyen öğretmenin kendisinin de tartışılacak konu hakkında derin bilgiye sahip olması gerekmektedir (Fernandez, 2005). Öğretmenlerin sadece derin bilgiye sahip olması yetmez; aynı zamanda öğretmenler bilgi birikimlerini öğrenci algılamalarını kolaylaştıracak gösterimlere dönüştürmesini de iyi bilmelidir (Shulman, 1986). Başka bir ifadeyle güçlü matematik bilgisine sahip olan bir öğretmen öğrencilerinin daha iyi ve kalıcı öğrenmelerine yardımcı olurken, öğretmenin sınıfta sorduğu sorular, kullandığı etkinlikler güçlü bir alan bilgisine sahip olmasını gerektirir ve aynı zamanda güçlü bir pedagojik alan bilgisine sahip olmasını da zorunlu kılar (Even, 1989). Matematik öğretmenlerinin sahip olması gereken bilginin doğası ve boyutları ise uzun yıllar en önemli araştırma konularından biri olmuştur (Cankoy, 2005). Öğretmenler öğrencilere matematikle ilgili temel bilgi ve becerilerin yanında onu günlük hayatta kullanabilmeyi, problem çözme becerisine sahip olmayı ve matematiksel düşünmeyi öğretmelidir (MEB, 2005). Buradan da anlaşılacağı üzere öğretmenlerin matematik öğretiminin amaçlarını bilmesi ve doğru donanımlara sahip olması oldukça önem arz etmektedir.

Shulman 1987’de pedagojik alan bilgisi üzerinde derinlemesine bir çalışma yapmıştır. Bu çalışmada pedagojik alan bilgisinin neleri içerdiğinden de bahsetmiştir. Buna göre pedagojik alan bilgisi; belirli konuların öğrenilmesini nelerin kolaylaştıracağını veya zorlaştıracağını, farklı yaşlardaki ve birikimlerdeki öğrencilerin öğretilen konuya ilişkin barındırdıkları kavram ve ön bilgileri, öğrencilerin sahip oldukları kavram yanlışlarını ve bu yanlışların nasıl giderileceğine yönelik gösterimleri, örnekleri ve açıklamayı bilmeyi içerir. O halde pedagojik alan bilgisinin incelenmesi, anlaşılması ve ortaya konması ile öğrencilerin belirli konulara dair anlamalarının ve bu anlamalara bağlı pedagojik etkilerin tespiti mümkün olacaktır (Işıksal-Bostan ve Osmanoğlu, 2016).

Matematiğin birikimli bir bilim dalı olması her bir adımında dikkatli olmayı gerektirir. Zira önceki öğrenmeler eğer hatalı ise ilerleyen süreçlerde daha büyük hatalara, belki kavram yanlışlarına dönüşecektir. Bu durum dikkate alındığında matematiğin temel yapı taşlarından olan tamsayıların öğretimine de oldukça önem verilmesi gerektiği ortaya çıkmaktadır. Bilindiği üzere tamsayılar; negatif tamsayılar, sıfır ve pozitif tamsayılardan meydana gelmektedir. Sıfır sayısının diğer bütün tamsayılara göre farklı bir pozisyonunun olduğu aşikârdır. Çünkü sıfır sayısı öğrencilerin zihninde karışıklığa yol açabilmektedir. Bu durum öğretmenlerin de sıfır sayısının öğretimiyle ilgili zorluklar yaşamasına yol açmaktadır. Öğretmenlerin hangi konuların öğretiminde zorluklar yaşadığı, öğrencilerde mevcut olan hata ve kavram yanlışları hakkında ne düşündükleri, bu hata ve kavram yanlışlarını gidermek adına nasıl önerilerde buldukları; yani pedagojik alan bilgileri birçok çalışmada araştırma konusu olmuştur (Bütün,2005; Bütüner ve Filiz,2005; Cankoy,2010; Didiş, Erbaş ve Çetinkaya,2016; Dönmez,2009; Gökbulut 2010). Ancak bunun yanında öğretmenlerin sıfır ile ilgili pedagojik alan bilgilerini inceleyen çalışma sayısı oldukça azdır (Ball, 1990b; Quinn, Lamberg, ve Perrin, 2008; Cankoy, 2010; Karakuş, 2017). Bu yüzden bu çalışmada öncelikle öğrencilerin sıfır kavramıyla ilgili anlayışları, ardından öğretmenlerin bu anlayışlar hakkında neler düşündükleri incelenmiştir.

1.1.Sıfır Sayısının Tarihçesi ve Matematikteki Yeri

Sıfır sayısının tarihte ilk olarak Hintliler tarafından kullanıldığı birçok araştırmacı tarafından dile getirilmektedir (Pogliani, Randić ve Trinajstić, 1998; Kaplan, 1999; Cankoy, 2010; Altoğ, 2016). Hintli bir matematikçi olan Brahmagupta (M.Ö. 588-660) sıfır sayısını matematiğe kazandıran ilk kişi olarak bilinmektedir (Pogliani vd., 1998). Bilindiği üzere sıfır sayısı, oval ve içi boş bir görünüme sahiptir. Sıfır sayısına bu görünümünü Leonardo Pisano'dur. Sıfır kelimesi Arapların “boş” ya da “boşluk” anlamında kullanılan *as-sifr* sözcüğünden türemektedir. *As-sifr* sözcüğünün ise Latin kökenli *zephirum* ve onun varyantları olan *cipher* ve *zero* sözcüklerinin türemesine zemin teşkil ettiği ileri sürülmektedir (Cankoy, 2010).

Hintli matematikçi Bhaskara (M. S. 1114-1185) çok uzun yıllar önce *Vijaganita* adlı kitabında sıfırdan farklı bir sayının sıfıra bölünmesinin sonsuzluk olduğundan söz etmiştir (Pogliani vd., 1998). Bu ve buna benzer işlemlerin öğretiminde sürekli olarak zorluklarla karşılaşıldığı bir gerçektir. Sıfırdan farklı herhangi bir sayının sıfıra

bölümünün ne anlam geldiği ile ilgili yapılan bazı çalışmalar öğrenci ve matematik öğretmenlerinin kavramsal anlamda pek bilgi sahibi olmadığını göstermektedir (Arsham, 2008; Pogliani vd., 1998; Quinn vd., 2008). Bunu genişleterek sadece sıfırdan farklı bir sayının sıfıra bölümü değil içerisinde sıfır geçen tüm işlemler için de öğrenci ve öğretmenler üzerinde araştırmalar yapılmalıdır.

1.2.Problem Durumu

Araştırmada sıfır kavramı ile ilgili hem öğrenci anlayışlarının hem de bu anlayışlarla ilgili öğretmen bilgisinin incelenmesi amaçlandığından araştırmanın problem cümlesi; “Öğrencilerin sıfır kavramı ile ilgili yaşadıkları zorluklar ve bu zorluklarla ilgili matematik öğretmenlerinin görüşleri ve çözüm önerileri nelerdir?” şeklinde belirlenmiştir.

1.2.1.Araştırmanın alt problemleri

Bu çalışmada aşağıdaki alt problemler üzerinde durulacaktır;

1. Ortaokul ve lise öğrencilerinin sıfır kavramıyla ilgili yaşamış oldukları zorluklar nelerdir?
2. Ortaokul ve lisede görev yapan matematik öğretmenlerinin öğrencilerin sıfır kavramıyla ilgili anlayışları hakkındaki görüşleri nelerdir?
3. Ortaokul ve lisede görev yapan matematik öğretmenlerinin öğrencilerin sıfır kavramıyla ilgili zorluklarının giderilmesine yönelik önerdikleri yaklaşımlar nelerdir?

1.3.Araştırmanın Amacı

Bu araştırmanın amacı, öğrencilerin sıfır kavramı ile ilgili düşüncelerinin neler olduğunu tespit etmek ve matematik öğretmenlerinin bu düşüncelere yönelik görüşlerini incelemektir.

1.4.Araştırmanın Önemi

İnsanoğlu tarih boyunca sahip olduklarının miktarını bilme ihtiyacı duymuştur. Ticaretin ve alışverişin artmasıyla bu ihtiyaç kendisini iyiden iyiye hissettirmiştir. Bu ihtiyacın bir getirisi olarak insanlar “*Sayma Sayıları*” ile tanışmıştır. Ancak sayma sayıları bazı matematiksel işlemlerde yetersiz kalmış ve bu sayı kümesinin genişlemesiyle “*Tam Sayılar*” kümesi elde edilmiştir (Baykul, 2002). Bilindiği üzere

tamsayılar kümesinde negatif tamsayılar, sıfır ve pozitif tamsayılar mevcuttur. Tamsayılar konusu soyut bir konu olup öğrencilerin günlük hayatta birebir karşılığını bulmakta zorlandıkları bir konudur (Dereli, 2008). Tamsayıların öğretimi ise matematikte önemli bir yere sahiptir, çünkü tam sayıların anlaşılması ve tam sayılarla yapılan işlemlerin kavranması, daha sonraki matematik işlemlerinde öğrencilere yol göstermesi bakımından üzerinde durulması gereken bir konudur (Dereli,2008). Bir başka ifadeyle öğrencilerin tam sayılar ile ilgili yaptıkları hataları, bu hataların kaynaklarını ve bu hatalarla nasıl başa çıkılacağını araştırmak da yine önemli bir başlık oluşturacaktır (Sevim-Atayev, 2015). Ayrıca araştırmacılar arasında tam sayılar ve tam sayılarla işlemler konularının öğretim zamanı hakkında ortak bir fikir yoktur. Tam sayıların bu sorunlu tarafının yanında, literatür taraması yapıldığında tam sayılar konusu ile ilgili az sayıda çalışma bulunduğunu açığa çıkmaktadır (Dereli, 2008; Ercan, 2010; Işıksal Bostan, 2009; İşgüden, 2008; Köroğlu ve Yeşildere, 2004; Sevim-Atayev, 2015; Körükçü, 2008). Yukarıda belirtildiği üzere tamsayılar içerisinde sıfırı da barındırmaktadır. Sıfır sayısı rakam ve sayı olarak oldukça önem arz etmektedir (Sharma, 1993). Aynı zamanda öğrenciler sıfır sayısı ile ilgili dört işlemde; özellikle bölme işleminde çok zorlanmaktadır (Zuya, 2014). Daha da özele inmek gerekirse öğrencilerin bir sayının sıfıra bölümü işlemini yaparlarken zorlandıkları, kavram yanılgılarına düştükleri ve bu durumu ifade etmekte güçlük çektikleri literatürdeki bazı çalışmalarla tespit edilmiştir (Karakuş, 2017; Arsham, 2008; Cankoy, 2010; Pogliani vd., (1998); Quinn vd., 2008). Bununla birlikte, sıfırdan farklı bir sayıyı sıfıra bölme işlemi öğrencilerin ortaokul ve lisede karşılaştıkları çarpma ve bölme işlemleri arasındaki ilişkiler, rasyonel sayılar, oran-orantı ve fonksiyonlar gibi birçok konunun anlaşılması için temel oluşturduğu söylenebilir (Karakuş, 2017). Sıfır ile ilgili öğrencilerin zorluk yaşadığı bir diğer özel durum ise öğrencilerin sıfırı basamak değerinde kabul etme zorluğudur (Sharma, 1993). Ancak doğrudan sıfır kavramını ele alıp irdeleyen, sıfır kavramıyla ilgili öğrencilerde mevcut olan anlayışları açığa çıkaran çalışmaların sayısı yetersizdir. Buradan hareketle sıfır sayısının öğrencilerde kavram yanılgısına yol açabilecek bir potansiyele sahip olduğunu ve bu konunun öğrenciler açısından ele alınması gerektiğini söylemek mümkündür. Sıfır bir sayı olmasının yanında, “hiçlik”, “yokluk” vb. kavramları da içerdiğinden aynı zamanda bir kavram olarak da değerlendirilmektedir. Öğrencilerin bu kavramla ilgili anlayışlarını bilme ve bu bilgiye dayalı olarak öğretimi tasarlama nitelikli bir pedagojik alan bilgisi gerektirmektedir.

Pedagojik alan bilgisi, bir öğretmenin içerik bilgisini öğrencilerin öğrenme zorluklarını, önceki anlamalarını ve öğretimle ilgili kavramları bağlamında nasıl öğretime dönüştürdüğüünün bilgisidir (Shulman, 1986). Hata ve kavram yanlışlarının sebeplerinin ortaya çıkarılmasında öğretmenlerin görüşleri de önem arz etmektedir. (Dönmez, 2009). Başka bir ifadeyle öğrencilerin öğretilen kavramlarla ilgili olarak ne tür kavram yanlışlarına sahip olabileceği ve bu yanlışların nasıl giderilebileceğine ilişkin bilgi türlerinin, bir öğretmenin sahip olması gereken en önemli pedagojik bilgi türlerinden olduğu söylenebilir (Shulman, 1986). Öğretmenlerin, öğrencilerinin belli bir matematik konusunu nasıl anlayabileceklerini bilmesi, karmaşık bulabilecekleri noktaları tahmin edebilmesi, öğrencilerde var olabilecek kavram yanlışlarının farkında olması ve öğretim planını hazırlarken tüm bunları göz önünde bulundurması söz konusu bilginin varlığıyla mümkün olabilmektedir (Mumcu, 2017). Yapılan çalışmalar, öğretmen ve öğretmen adaylarının pedagojik alan bilgisinin öğrenci kavram yanlışlarının farkındalığı noktasında eksikliklerinin olduğunu ortaya koymaktadır (Bütüner ve Filiz, 2018). O halde öğretmenlerin pedagojik alan bilgilerini konu alan çalışmaların sayısı artırılmalıdır. Bütün (2005)' e göre pedagojik alan bilgisini irdeleyen çalışmalardaki öğretmenlerin hizmet içi görevine devam eden öğretmenlerden seçilmesi yapılacak olan araştırmalarda elde edilen verilerin birinci elden ve güvenilir olmasını sağlayacaktır. Pedagojik alan bilgisini temel alan araştırmaların sayıları ise her ne kadar çok olsa da sıfır sayısı ile ilgili bu alanda sınırlı sayıda çalışma bulunmaktadır.

Sonuç olarak; tam sayılar konusunun özellikle sıfır kavramının öğretiminde yaşanan zorlukların ve öğrencilerde bulunması muhtemel kavram yanlışlarının, öğretmenlerin bu durumla ilgili farkındalık düzeylerinin ve öğrencilerde bulunan kavram yanlışlarına yönelik çözüm önerisi geliştirebilme düzeylerinin araştırılması önem arz etmektedir. Bu çalışmada öğrencilerin sıfır kavramı ile ilgili kavram yanlışlarını ve öğretmenlerin bu yanlışların nedenleri ve giderilmelerine yönelik çözüm önerilerini ortaya çıkarmak amaçlanmıştır.

1.5 Araştırmanın Sınırlılıkları

Bu araştırmanın sınırlılıkları şunlardır;

1. Bu araştırma, Sivas ilinde eğitim öğretimlerine devam eden ortaokul ve lise öğrencileri ile MEB'e bağlı okullarda görevine devam eden matematik öğretmenleriyle sınırlıdır.

2. Bu çalışma, sıfırla ilgili öğrencilerin anlayışları ve matematik öğretmenlerinin bu anlayışlarla ilgili görüşleriyle sınırlıdır.

3. Bu araştırmada elde edilen veriler çalışma kapsamında edinilen bilgilerle sınırlıdır.

1.6.Varsayımlar

Bu araştırmada aşağıdaki varsayımlardan hareket edilmiştir.

1. Sıfır hakkındaki görüşleri incelenen öğrencilerin verdikleri cevapların samimi ve özgün oldukları varsayılmıştır.
2. Öğrencilerin düşünceleri hakkındaki görüşleri incelenen matematik öğretmenlerinin çalışma kapsamında verdikleri cevaplarda samimi ve özgün oldukları varsayılmıştır.

2.KURAMSAL BİLGİLER VE İLGİLİ ARAŞTIRMALAR

Bu bölümde araştırmayla ilgili konularda yapılmış çalışmaların kısa özetlerine kronolojik sıraya göre yer verilecektir. Öncelikle tamsayılar ve sıfır sayısı, ardından pedagojik alan bilgisiyle ilgili çalışmalar sıralanacaktır.

2.1.Tamsayılar ve Sıfır Kavramı İle İlgili Çalışmalar

Sıfır kavramı tamsayılar içerisinde en çok dikkat çeken ve üzerinde en çok durulan sayılardan biridir. Aşağıda sıfır kavramıyla ilgili doğrudan ya da dolaylı olarak yapılmış çalışmalardan bazılarının yer verilecektir.

Karakuş (2017), dört farklı sınıf seviyesinden 197 ilköğretim matematik öğretmeni adayıyla yapmış olduğu çalışmada öğretmen adaylarının $6 \div 0$ ve $0 \div 0$ işlemlerine yönelik verilen öğretimsel açıklamalardan hangilerini tercih ettiklerini araştırmıştır. Bununla birlikte bu tercihlerin sınıf seviyesine göre nasıl değişim gösterdiğini araştıran Karakuş (2017); öğrencilerin her sınıf seviyesinde somut öğretimsel açıklamaları daha çok tercih ettiğini fark etmiştir. Bu somut öğretimsel açıklamalardan ise en çok *tekrarlı çıkarma* ve *eşit olarak paylaşma* yaklaşımlarının tercih edildiği görülmüştür. Bunun yanında öğretmen adaylarının hem $6 \div 0$ 'ın tanımsız hem de $0 \div 0$ 'ın belirsiz olmasına yönelik verilen soyut öğretimsel açıklamalardan her sınıf seviyesindeki öğretmen adayının en çok *çarpma işlemine göre tersi* yaklaşımındaki açıklamayı tercih ettikleri belirlenmiştir. Son olarak araştırmacı sınıf seviyesinin artmasına bağlı olarak öğretmen adaylarının $6 \div 0$ 'ın tanımsız olduğuna yönelik somut öğretimsel açıklama tercihlerinde azalma gözlenirken soyut öğretimsel açıklamaları tercihlerinde ise artış olduğunu belirtmiştir.

Altoğ (2016) çalışmasında ortaokul 8. sınıf öğrencilerinde sıfırla ilgili kavram yanlışlarını belirlemeye çalışmıştır. Araştırmada 8. sınıfta öğrenim gören 50 öğrenci kullanılmış ve öğrencilerin sıfır ile ilgili hata ve kavram yanlışlarını tespit etmek için 12 adet soru sorulmuştur. Teşhis testi ve yapılandırılmamış görüşme kullanılarak elde edilen veriler içerik çözümlemesi yapılarak 8 kategoride yüzde frekans olarak incelenmiştir. Araştırmacı çalışmasının sonucunda öğrencilerde birçok kavram yanlışlığı ve hata bulunduğunu tespit etmiş ve bu hata ve kavram yanlışlarının yapılan önceki çalışmalardaki bulgularla örtüştüğünü ileri sürmüştür.

Temel ve Eroğlu (2014) yaptıkları çalışmalarında 8. sınıf ğrencilerinin sayı, doğal sayı, tam sayı, rasyonel sayı ve irrasyonel sayı kavramlarını nasıl anlamlandırdıklarını ve bu sayı kavramlarıyla ilgili sahip oldukları kavram yanılgılarını ortaya koymaya çalışmışlardır. Araştırmanın örneklemini 2010 - 2011 yılında Bolu ilinde öğrenim gören 28 ilköğretim 8.sınıf öğrencisinden oluşturan araştırmacılar veri toplamak amacıyla uzman görüşü alınıarak ve n çalışmayla desteklenerek Sayı Kavrama Testi(SKT) oluşturmuşlardır. Uygulanan SKT sonuçlarında öğrencileri düşük orta ve yüksek olmak üzere 3 kısıma ayıran araştırmacılar her bir gruptan 2’şer ğrenci seçerek klinik mülakat yapmışlardır. Elde ettikleri verileri içerik analizi yöntemiyle analiz eden araştırmacılar öğrencilerin hangi sayıyı hangi sayı kümesine neden dhil ettiklerini ortaya koymaya çalışmışlardır. Araştırmacılar alışma sonucunda bazı bulgularla birlikte öğrencilerin sıfırı rasyonel sayı olarak dşnmediklerine değinmiş, bunun nedenini ise öğrencilerin sıfırın bir değerinin olmadığını düşünmelerine bağlamışlardır. Ayrıca “*Sıfırın değerini olmadığı için rasyonel sayı değeridir.*” şeklindeki ğrenci açıklamasının da bu bulgularını desteklediğini ileri sürmüşlerdir. Bu durumun nedenini sıfırın sadece yokluk belirttiğinin düşünülmesine bağlayan araştırmacılar, diğer anlamlarının üzerinde durulmadığını belirtmişlerdir. Bu yanılgının yaşanmaması için ğretim yapılırken sıfırın her zaman yokluk belirtmediği, değişik anlamlara sahip olabileceği ve bir sayı olduğu üzerinde durulması gerektiğini ifade etmişlerdir

zdeş (2013) yapmış olduğu çalışmasında 9. sınıf ğrencilerinin doğal sayılar konusundaki kavram yanılgılarını ve hataları belirlemeyi, ayrıca bu hata ve kavram yanılgılarının cinsiyete göre fark edip fark etmediğini araştırmıştır.2011-2012 İstanbul-şişli de çalışmasını yürüten araştırmacı veri toplama aracı olarak 26 sorudan oluşan teşhis testi kullanmıştır. Analizi SPSS 16 programıyla yapan çalışmacı araştırmasını nitel ve nicel yöntemleri kullanarak yapmıştır. Araştırma esnasında elde edilen tüm kavram yanılgısı ve hatalardan örnekler bilgisayar ortamında taranarak bulgular kısmına aktarılmıştır. Elde edilen sonuçlara göre; sıfırdan farklı bir doğal sayının, sıfıra bölümünün sıfır olduğunu düşünen (%23,36), sayının kendisine eşit olduğunu düşünen (%11,53) ve 1’e eşit olduğunu düşünen (%3,43) ğrencilere rastlanmıştır.

Bu alışma da göstermiştir ki öğrencilerde sıfır ile ilgili çok farklı kavram yanılgıları bulunabilmektedir. Bu kavram yanılgılarını ve görülme sıklıklarını araştırmak, ortaya çıkarmak ve öğretmenlerin bu yanılgılar hakkındaki düşünceleri ile

bu yanlışların önüne geçebilmek için sunacakları metotları araştırmak oldukça önemli olacaktır.

Avcu ve Durmaz (2011) ise yapmış oldukları çalışmalarında ilköğretim öğrencilerinde tamsayılarla ilgili mevcut olan kavram yanlışlarını ortaya çıkarmaya çalışmışlardır. Veri toplama aracını oluşturulurken ilköğretim 6-8 sınıflarda uygulanan matematik programı rehber olarak kullanılmış ve ders kitabından da bazı sorular alınmıştır. Çalışmada ölçme aracı olarak kullanılmak üzere 6. sınıf öğrencilerine 3'ü açık uçlu 3'ü çoktan seçmeli olmak üzere toplam 6 sorudan oluşan bir test uygulanmıştır. 7. sınıf öğrencilerine ise 1 tane doğru yanlış 9 tane açık uçlu sorudan oluşan 10 soruluk bir test uygulayan araştırmacılar çalışma grubunu Eskişehir'de 6.sınıfta okuyan 119 öğrenci ve Antalya'da 7.sınıf öğrencisi olan 148 öğrenci olmak üzere toplamda 267 öğrenciden oluşturmuşlardır. Araştırma sonucunda elde edilen veriler analiz edildiğinde öğrencilerin negatif ya da pozitif sayının ayırımını yapabilirken hangisi daha büyük ya da daha küçük bunun ayırımına varamamakta olduklarını ve 0'ı tam sayılar kümesi içerisinde nereye yerleştireceğini bilemediklerini belirtmişlerdir. Bu yüzden de 0'ın işareti çoğu zaman problem yaratmakta bazı öğrencilere göre pozitif bazı öğrencilere göre negatif olmaktadır. 0'ın işaretiyle ilgili zorluk yaşayan öğrencilerin çoğunlukta olduğunu belirtmişlerdir. Araştırmacılar ayrıca öğrencilerin 0'ın bir sayıya bölümünü ve herhangi bir sayının 0'a bölümünü genel olarak karıştırdıklarını, 0 ile bölme işlemlerinde 1 ile işlem kurallarını uygulayan öğrencilerin olduğunu ve ilköğretimin ilk yıllarından beri kullanılan sayı doğrusunu amaçlarına uygun ve etkili bir şekilde kullanamayan öğrencilerin bilgilerini transfer etmekte zorlandıklarını ve transfer ettikleri yanlış bilgilerinin de hatalara neden olduğunu belirtmişlerdir.

Bu çalışmada da öğrencilerin sıfırla ilgili kavram yanlışlarına sahip olduğu görülmüştür. Öğrencilerin sıfıra "yokluk" anlamını yüklemeleri onları yanlışya götürmüştür. Ayrıca çalışma sonucunda sayı doğrusu üzerinde de sıfırın ayrı bir yeri olduğu ve öğrencilerin bazen sıfırı sayı olarak bile görmedikleri anlaşılmaktadır. Bu ve benzeri kavram yanlışları ileride öğrencileri daha büyük kavram yanlışlarına sürükleyeceği için öğrencilerde bulunan sıfırla ilgili kavram yanlışlarının neler olduğu ve öğretmenlerinin bu konuyla ilgili neler düşündükleri ile bu kavram yanlışları için nasıl çözüm önerilerinde bulduklarının araştırılması gerektiği düşünülmektedir.

İşgüden (2008) yapmış olduğu çalışmada öğrencilerin tamsayılar konusunda yaşadıkları güçlükleri ortaya çıkarmaya çalışmıştır. Araştırmacı bu çalışmada 7. Ve 8. sınıf öğrencileriyle çalışmış ve araştırma grubunu Eskişehir ilinin Sivrihisar ilçesinde öğrenimine devam eden tüm 7. Ve 8. sınıf öğrenciler oluşturmuştur. Araştırmada veri toplama aracı olarak 24 soruluk çoktan seçmeli sorulardan oluşan bir test kullanan araştırmacı verilerini analiz ederken tablolardan yararlanmıştır. Elde ettiği bulguların başında ise öğrencileri sıfır sayısının tamsayılar kümesinde olup olmadığıyla ilgili güçlük yaşadığı gelmektedir. Bununla birlikte pozitif ve negatif tamsayıları tanımlama, negatif sayıları sayı doğrusuna yerleştirme, negatif sayıları birbiriyle karşılaştırma, mutlak değer anlamını kavrama, negatif sayıların kuvvetlerini alma ve işlem önceliği konularında güçlükler yaşadığı ortaya konmuştur. Araştırmacı çalışmasının sonucunda önerilerde bulunmuş ve sıfırın öğretiminde öğrencilere sıfırın bir tam sayı olduğunun, negatif ya da pozitif olmayacağının vurgulanmasının gerekliliğini dile getirmiştir. Ayrıca öğrencilere sayı doğrusu üzerinde hangi sayı kümesinin nerede olduğu öğretilirken pozitif sayıların farklı renklerde, negatif sayıların farklı renklerde ve sıfır sayısının da farklı renklerde gösterilerek öğrencilerin zihinlerinde daha kalıcı hale getirilebileceğini belirtmiştir.

Bu çalışmadan da anlaşılacağı gibi öğrencilerde sıfır sayısı ile ilgili birçok kavram yanılgısı bulunabilmektedir. Bu yüzden sıfır sayısının öğretmen ve öğrenci gözündeki yeri araştırılmalı ve öğrencilere öğretimi yapılırken nelere dikkat edilmesi gerektiği ile hangi yöntemlerin kullanılması gerektiğinin araştırılması oldukça önem arz etmektedir.

Karaaslan ise 2005 yılında yaptığı çalışmada doğal sayıların tarihsel gelişimini araştırmış ve ilköğretim matematik programındaki doğal sayıların öğretimi ile karşılaştırmıştır. Çalışmasında eski medeniyetlerde sayıların gösterimi ve öğretiminin yanında ünlü matematikçilere yer veren araştırmacı sıfır sayısına ve sıfırın tarihçesine ise özel bir yer ayırmıştır. Sıfır rakamı bulunmadan önce sayıların yazılmasında ve işlemlerdeki yaşanan güçlükler örnekler veren araştırmacı bugün kullandığımız sayma sistemi ve işlemlerin günümüzden beş bin yıl önce kullanılan sistemden anlam olarak fazla farklı olmadığına, ancak sıfırın matematiğe girmesi ile birlikte onluk sayma sistemine geçildiğine ve sadece sembol değişiklikleri ile sayıların ifadesi ve işlemlerde kolaylıklar sağladığına dikkat çekmiştir.

Doğal sayıların tarihini inceleyen bu çalışma da bir defa daha göstermiştir ki, sıfır sayısı özellikle de bugün kullandığımız onluk sayma sistemine geçişte büyük paya sahiptir. Bu yüzden öğrencilerin sıfır sayısına ve onluk sayma sistemindeki yerine ilişkin düşüncelerini gün yüzüne çıkarmak oldukça önemlidir.

Tamsayılar ve dolayısıyla sıfırla ilgili burada paylaşacağımız son çalışma ise Gökbaş (2005)' in *Tamsayılar Konusunun Öğretimindeki Hata ve Kavram Yanılgılarının Teşhisi ve Alınması Gereken Tedbirler* isimli çalışmasıdır. Gökbaş (2005) yapmış olduğu yüksek lisans çalışmasında öğrencilerde tamsayıların öğretimiyle ilgili bulunan hatalar ve kavram yanılgılarını tespit etmeyi ve bu hata ve yanılgılara ne gibi tedbirler alınabileceği üzerinde durmuştur. Araştırmacı çalışmasını yaparken Konya ilinin Meram ve Selçuklu ilçelerinde bulunan ortaokullarda öğrenimlerini sürdüren 396 7. sınıf öğrencisini kullanmış ve öğrencilere teşhis testi uygulayarak elde ettiği verileri analiz etmiştir. Sonuç olarak öğrencilerin tamsayılar kümesini oluşturmada, tamsayılar ile doğal sayılar kümesinin ayırımında, sayı doğrusu üzerindeki çalışmalarda vs. bazı kavram yanılgılarına sahip olduğu görülmüştür. Araştırmacı tamsayılarla ilgili belirlediği kavram yanılgılarına birtakım çözüm önerileri getirirken kavram yanılgılarının önüne geçebilmek için yanlış kavramların ve kavram yanılgılarının ortaya çıkarılmasının ve doğrusunu öğretmenin öneminden bahsetmektedir.

Köroğlu ve Yeşildere (2004) ise tamsayılar konusunu öğrencilere öğretirken çoklu zekâ teorisi tabanlı öğretimi kullanmanın etkilerini araştırmışlardır. Çalışmada tamsayıların öğretiminde kontrol grubunda gerçekleştirilen yapılandırılmış düz anlatım yöntemi ile deney grubunda gerçekleştirilen çoklu zekâ teorisine dayalı öğretimin öğrenci başarısına olan etkileri araştırılmıştır. Öğrencilerle 45 günlük bir çalışma gerçekleştiren araştırmacılar, kontrol ve deney gruplarının tamsayılar ünitesindeki başarılarını geliştirilen Tamsayılar Bilgi Ölçeği ile karşılaştırmışlardır. Yapılan istatistiksel analizler sonucunda da çoklu zekâ teorisine dayalı matematik öğretiminin öğrenci başarısı üzerine etkisi olduğu ve kontrol ve deney gruplarının başarıları arasında anlamlı bir farklılık olduğu tespit etmişlerdir. Çalışmada araştırmacılar genel olarak tüm sayılar kümesinin öğretimini araştırmış olmakla birlikte sıfırı da ayrı olarak ele almışlardır. Buna göre araştırmada kullanılan ölçekte yer alan on üçüncü soruda öğrencilere bir tam sayının 0 ile bölümünün sonucunun ne olduğunu sormuşlar, klâsik öğrenme modellerinde ezberlenerek hafızada tutulması beklenen bu bilginin, çoğu zaman 0'ın bir tam sayı ile bölümü ile karıştırıldığını fark ettiklerini ifade etmişlerdir.

Ayrıca öğrencilerin bir tam sayının 0'a bölümünün neden tanımsız olduğunu mantıksal olarak anlamadığı için ezberlemekte olduklarını; bu da öğrencinin söz konusu bilgiyi, başka bilgilerle karıştırmasına neden olduğunu belirtmişlerdir. Benzer duruma düz anlatım yöntemi ile matematik dersi işleyen kontrol grubunda da rastlayan araştırmacılar; kontrol grubundaki öğrencilerin %57'sinin bu basit bilgi sorusuna yanlış cevap verdiği ve yanlış cevap verenlerin büyük bir çoğunluğunun da "0" yanıtını verdiklerini belirtmişlerdir. Bu çalışmanın bir bölümünde deney ve kontrol gruplarında farklı yöntemlerle yapılan öğretimler sonucu öğrencilerin sıfırla ilgili işlemleri nasıl yaptıkları tespit edilmiştir.

2.2.Pedagojik Alan Bilgisi İle İlgili Çalışmalar

Bu konuda gerek ulusal gerekse uluslararası alanda çok sayıda çalışma yer almaktadır. Bu çalışmalar içerisinde ise Shulman (1986)'nın yapmış olduğu çalışma büyük önem taşımaktadır. Çünkü Shulman (1986) öğretmenlerin alan bilgilerini öğrencilerin anlamalarını kolaylaştıracak bir şekilde nasıl dönüştürdüklerinin öneminden bahsederek ilk defa pedagojik alan bilgisi kavramını ortaya atmıştır (Bütün, 2012). Böylece öğretmen eğitimi üzerine yapılmış ve yapılacak olan çoğu çalışmaya da yön vermiştir. Bu yüzden bu çalışmanın Pedagojik Alan Bilgisiyle İlgili Çalışmalar kısmında Shulman'ın çalışmasından bahsederek başlamak uygun görülmüştür.

Shulman öğretmenlerin sahip olması gereken bilgileri üç ana başlık altında toplamıştır. Ona göre öğretmenlerde; Alan Bilgisi, Müfredat Bilgisi ve Pedagojik Alan Bilgisi bulunmalıdır. Bir sene sonra yayınladığı çalışmasında ise kategori sayısını 7'ye çıkaran Shulman yine ilk üç kategoriye bu üçlüden oluşturmakta ve bu gruba bir konuya özgü olarak öğretmende bulunması gereken özellikler başlığını atmaktadır.

İlk olarak Shulman, alan bilgisinin farklı disiplinlerde farklı şekillerde ele alınabileceğini ve önemli olanın o alanın yapısına yönelik bilgi olduğunu vurgulamıştır. Shulman öğretmenlerin alan bilgisi denildiğinde sadece o alandaki kabul görmüş doğruları açıklayabilmenin akla gelmemesi gerektiğini belirtmiştir. Shulman'a göre öğretmenin alanı ile ilgili bilgi, kavram ve olguları bilmekten öte o alandaki belirli önermelerin neden geçerli olduğunu, bu önermelerin alan içindeki ve dışındaki diğer önermelerle teoride ve pratikte nasıl ilişkili olduğunu ve bu bilgilerin hangi koşullarda doğru olduğunu açıklayabilmesi gerektiğini vurgulamıştır.

Shulman öğretmende bulunması gereken diğer bir özellik olan müfredat bilgisini ise belirli bir sınıf seviyesinde konuları öğretmeye yönelik hazırlanmış öğretim müfredatı ve ilgili kaynakların nasıl kullanılacağına dair bilgi olarak tanımlamıştır. Shulman ayrıca öğretmenin müfredat bilgisine sahip olmasının ilgili alandaki geçmiş müfredatlara da hâkim olması anlamına geldiğini belirtmiş ve konunun veya kavramın diğer derslerle olan ilişkisini de bilmeyi öğretmenin görevi saymıştır.

Shulman'ın üzerinde durduğu ve çalışmamızın da asıl konusu olan bilgi türü ise pedagojik alan bilgisidir. Shulman pedagojik alan bilgisinin alan bilgisi ve pedagoji bilgisinin özel bir karışımı olduğunu belirtmiş ve pedagojik alan bilgisini tanımlarken de; "Öğretim için gerekli olan alan bilgisi" ifadelerini kullanmıştır. Diğer bir ifadeyle pedagojik alan bilgisi öğretmenin konuya dair sahip olduğu bilgi birikimini öğrenciye aktarabilme yeteneğidir. Pedagojik alan bilgisine farklı tanımlar geliştiren Shulman aynı zamanda öğretilen bilgi veya kavramın en anlaşılır şekliyle öğrenciye sunma yeteneğini de pedagojik alan bilgisi olarak tanımlar (Akt. Işıksal-Bostan ve Osmanoğlu, 2016).

Ball (1988) yapmış olduğu çalışmada öğretmen adaylarının matematik öğretmenliği ve matematik öğretmenliği ile ilgili bilgi ve inançlarına odaklanmaktadır. Ona göre belirli bir matematik pedagojisi vizyonuna dayanan çerçeveler, öğretmenlerin bilgi, inanç ve konu alanlarındaki, öğretme ve öğrenme, öğrenci ve bağlam alanlarındaki eğilimleri etrafında inşa edilmiştir. Ball(1988) çalışmasında öğretmen adaylarının matematiği, matematiğin öğretimini ve öğrenmesi hakkındaki fikirlerini ve düşüncelerini araştırmak için iki bölümden oluşan bir mülakat tasarlanmıştır. On dokuz aday öğretmenle mülakat yapan araştırmacıya göre çalışmanın sonuçları, katılımcıların konuyla ilgili düşünce ve anlayışlarını, öğretme ve öğrenmeyi, öğretmenin rolünü ve öğrencilerini anlama ve değerlendirmeyi içermektedir. Bu sonuçlar, öğretmen adaylarının matematik öğretmek için mesleki hazırlıklarının ne durumda olduğunu incelemek için yararlı kategoriler önermektedir. Öğretme ve öğrenme ile ilgili olarak, ana kategoriler öğretmenin rolü, öğrenmenin nasıl gerçekleştiği ve öğrencilerle ilgili olarak, matematikteki başarı ve başarısızlık kaynakları hakkındaki fikirler, öğrenciler hakkında bilgi edinme ve eğilimleri olmuştur. Analiz ayrıca, hem profesyonel hem de ortak yollarla kullanılacak "kavram" ve "açıklama" gibi terimlerin açıklığa kavuşturulmasının önemini vurgulamıştır.

Grossman (1990), öğretmenlerin alanı öğretme bilgilerini dört ana başlık altında sınıflandırmıştır. Bunlar; alan öğretiminin amaçlarına yönelik bilgi, öğrencilerin anlayışlarıyla ilgili bilgi, öğretim programı bilgisi ve öğretim stratejileri bilgisidir. Öğretmenlerin alan öğretiminin amaçlarına yönelik bilgileri; öğretilen konunun doğasına ve öğrencilerin neyi, niçin öğrenmesinin önemli olduğuna yönelik anlayışlarını içermektedir. Öğrenci anlayışları ile ilgili bilgi; öğrencilerin çeşitli konu ve kavramlarla ilgili ön bilgilerini, yanılgılarını ve öğrenme zorluklarını bilmeyi kapsamaktadır. Öğretim programı bilgisi; öğretmenin konuların öğretiminde kullandığı ders kitapları ve diğer materyaller hakkındaki bilgisidir. Öğretmen öğreteceği konuların müfredatta nasıl düzenlendiğini ve yapılandırıldığını bilmeli, aynı sınıf düzeyinde ya da başka sınıflarda hangi konu ve kavramlarla ilişkisi olduğunu belirleyebilmelidir. Öğretim stratejileri bilgisi; öğretilen konuyu öğrencilerin kavrayabilmesine yönelik uygulanabilecek farklı yöntem ve teknikleri bilmeyi içermektedir.

Ayrıca Grosman, alanı öğretme bilgisinin gelişiminde; öğretmenin kendi öğrencilik yıllarında sınıflardaki gözlemlerinin, görmüş olduğu alan bilgisi eğitiminin, öğretmen eğitimi programlarındaki derslerinin ve öğretmenlik uygulaması tecrübelerinin olmak üzere dört farklı kaynağın da etkisinin olabileceğini belirtmiştir.

Baki (1997) ise öğretmen eğitimi konusunu daha da özele indirgeyerek matematik öğretmeni eğitimini irdelemiş ve matematik öğretmeni eğitimini üç ana sacayağıyla modellemiştir. Buna göre matematik öğretmeni eğitimini; alan bilgisi, epistemolojik bilgi ve öğretim yöntemleri bilgisi başlıkları altında ele almıştır. Öğretmenin alan bilgisi sahip olduğu matematik bilgisidir. Epistemoloji bilgisi ise bilginin doğası, nasıl kurulduğu ve öğrencinin matematiği nasıl öğrendiği ile ilgili konuları ve felsefi tartışmaları kapsamaktadır. Diğer yandan, bir konu veya kavramın öğretilmesi sırasında öğretmenin epistemolojik prensipleri uygulayabilme becerisi öğretim yöntemleri bilgisi olarak tanımlanmıştır.

Bütün (2005) yapmış olduğu çalışmasında okul matematiğinin temel kavram ve konularında ilköğretim matematik öğretmenlerinin alan eğitimi bilgilerinin niteliklerini araştırmıştır. Araştırmasını nitel araştırma yöntemiyle gerçekleştirmiş ve iki aşamada veri toplamıştır. İlk aşamada öğretmenlerin kişisel geçmişlerini ve matematiğin doğası, matematik öğrenme-öğretme ile ilgili inançlarını incelemiştir. Elde ettiği verilerle ikinci aşamayı gerçekleştiren araştırmacı senaryo tipi sorularla mülakat yapmış ve sınıf içi gözlemler yaparak öğretmenlerin alan eğitimi bilgilerine dair veriler elde etmiştir. Son

olarak elde ettiği tüm verilerle nitel analiz yapmıştır. Çalışmaya göre öğretmenlerin öğretimsel faaliyetlerini daha çok kural ve yöntemler belirlemektedir. Bununla birlikte inançların da matematik öğretme yaklaşımlarını doğrudan etkilediği sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca sadece işlemsel yeteneğe hitap eden süreçlerin öğrencilerde derinlemesine düşünme becerilerini körelttiği, araştırmadan elde edilen bir diğer sonuçtur.

Cankoy (2010), yapmış olduğu çalışmada lise matematik öğretmenlerinin a^0 , $0!$ ve $a \div 0$ ile ilgili pedagojik alan bilgilerini saptamaya çalışmıştır. Öncelikle bu ifadeleri 639 lise son sınıf öğrencisine yönelten araştırmacı, öğrencilerden aldığı dönütlerin oldukça yetersiz olduğunu, bu durumun ise öğretmenle çalışılmasını anlamlı kıldığını belirtmiştir. Bu nedenden ötürü 58 lise matematik öğretmeniyle çalışan Cankoy (2010) verilerini içerik analiziyle analiz etmiştir. Araştırmanın sonucunda ise deneyimli öğretmenlerin yeni öğretmenlere göre kısmen de olsa daha kavramsal yaklaşımlar sergilediğini ifade etmiştir. Araştırmacı, elde ettiği bulgulardan hareketle matematiğin öğretildiği her ortamda kavramsal anlamının ön planda düşünülmesi ve aynı zamanda matematiğin kuruluşu ve matematiksel düşünme üzerinde de durulması ve son olarak da pedagojik alan bilgisinin geliştirilmesinde genel yaklaşımlardan çok, konu temelli pedagojik alan bilgisine ağırlık verilmesini önermiştir.

Gürbüz ve Erdem (2015) ise yukarıdaki çalışmaya benzer olarak “denklem” konusunu ele almışlardır. Bu çalışmada araştırmacılar 6 matematik öğretmeniyle görüşerek veriler elde etmişlerdir. Betimsel analiz yöntemiyle analiz ettikleri verilere göre öğretmenlerin öğrencilerde bulunan kavram yanlışlarının sebeplerini, öğretim metoduyla, zaman yetersizliğiyle, öğrencilerin hatalı öğrenmeleriyle ilişkilendirdikleri ve bu sorunların kaynağını oluşturan bilişsel yapıya yönelmeden ziyade matematik sorularının çözümlerini ezberletmeye çalıştıkları tespit edilmiştir. Ayrıca öğretmenlerin denklem çözümünde genellikle, ‘karşı tarafa geçirme’ stratejisine başvurdukları, daha kalıcı bir öğrenme sağladığını düşünen öğretmenlerin ise diğer stratejilere, zaman yetersizliği nedeniyle yeteri kadar değinmedikleri ve aynı zamanda çalışmaya katılan bütün öğretmenlerin, x’in farklı temsillerinden “bilinmeyen” kavramına yöneldikleri ve “değişken” kavramından genellikle bahsetmedikleri belirlenmiştir.

Bütüner ve Filiz (2018) yapmış oldukları çalışmada 16 matematik öğretmeniyle görüşerek bu öğretmenlerin öğrencilerde bulunan açı kavramı ile ilgili kavram yanlışları hakkındaki farkındalık durumlarını araştırmışlardır. İçerik analizi yaparak

elde ettikleri sonuçlara göre çalışmaya katılan öğretmenlerin tamamının, derslerde sadece açının statik tanımını üzerinde durduklarını ve öğrencilerin açılar konusunda yaşadıkları kavram yanlışlarını tespit etmede zorlandıklarını tespit etmişlerdir. Ayrıca araştırmacılara göre çalışmaya katılan öğretmenler, kavram yanlışlarını gidermek için kavramlarını yeniden anlatma, açının statik tanımına ek olarak açı konusunda ki bazı yaygın kavram yanlışlarına vurguda bulunma ve somut materyal kullanma gibi öğretim yöntemlerine başvurabileceklerini belirtmişlerdir.

Pedagojik alan bilgisi, alan bilgisi gibi konularda yapılan bu çalışmalar eğitimin, özellikle de matematik eğitiminin kalitesinin öğretmen eğitiminden geçtiğini tekrar tekrar göstermektedir. Böylece sıfır gibi temel bir kavram için öğretmenlerin pedagojik alan bilgilerini ortaya çıkarmak, belirlenecek olan eğitim politikalarına gerçekçi ve bilimsel yöntemlerle yön verebilmek için oldukça önemli olacaktır.

3.YÖNTEM

Bu araştırmada “durum çalışması” yöntemi kullanılmıştır. Bu yöntem genellikle “rnek olay” veya “case study” olarak karşımıza çıkmaktadır. Bu çalışmada yöntem olarak durum çalışması ibaresi kullanılacaktır. Durum alışması metodu bir olay ya da olaylar hakkında veri toplamayı, kaydetmeyi ve o olayın sunuşunun veya raporunun hazırlanmasını içermektedir.

Aynı zamanda durum çalışmaları, bir program, bir kişi, bir işlem, bir süreç, bir kurum ya da bir sosyal grup gibi spesifik bir olguyu derinlemesine araştırmak için oldukça elverişli bir desendir. Bununla birlikte, tek bir vakanın seçilmesi, “gerçek” hakkında olabildiğince çok ve anlamlı bilgi de verebilmektedir (Vural ve Cenkseven, 2005).

Durum çalışmalarında amaç genelleme yapmak değil, özel durumları ayrıntılı olarak ele alıp yansıtmaya çalışmaktır. Bir başka deyişle amaç; “yalnız parça bütünde değil, bütün de parçanın içinde gizlidir” düsturuna uygun olarak olaylara ve durumlara bütüncül olarak bakmaktır. Bu tip araştırmalarda araştırmacı geneli temsil edebilecek, özelin ayrıntılı bir resmini sunacaktır. Böylece resme ayrıntılı bakılarak genel hakkında fikir sahibi olunacaktır. Bu nedenle eğitim araştırmalarında durum çalışmalarının önemi büyüktür (Bütün, 2005). Bu çalışmada da genelden ziyade özelin; *sıfır kavramı*'nın gerek öğrenciler gerekse öğretmenler gözünden ayrıntılı olarak ele alınmasından dolayı durum çalışması yönteminin kullanılması uygun bulunmuştur.

3.1. Veri Toplama Araçlarının Geliştirilmesi

Bu araştırma, iki kısımdan oluşmaktadır. Dolayısıyla iki kısım için de ayrı veri toplama araçları kullanılmıştır. Bu veri toplama araçlarından ilki, araştırmanın ilk problemi olan; “*Ortaokul ve lise ğrencilerinin sıfır kavramıyla ilgili yaşamış oldukları zorluklar nelerdir?*” problemine yönelik öğrencilere uygulanan testtir. Diğeri ise ikinci ve üçüncü problem olan; “*Ortaokul ve lisede görev yapan matematik ğretmenlerinin; öğrencilerin sıfır kavramıyla ilgili anlayışları hakkındaki görüşleri nelerdir?* ve “*Ortaokul ve lisede görev yapan matematik ğretmenlerinin öğrencilerin sıfır kavramıyla ilgili yanılğlarının giderilmesine yönelik önerdikleri yaklaşımlar nelerdir?*” problemlerine yönelik ilköğretim ve ortaöğretim matematik öğretmenlerine uygulanan ve senaryo tipi mülakat sorularından oluşan veri toplama aracıdır. Her iki veri toplama aracı da sırasıyla Ek-1 ve Ek-2’de sunulmuştur.

Veri toplama araçlarından ilki öğrencilere uygulanan Ek-1’de yer alan testtir. Bu testte öğrencilerin sıfırla ilgili anlayışlarını belirlemeye yönelik 10 soru yer almaktadır. Başarı testi öncelikle ön uygulamaya tabi tutulmuş ve buradan alınan dönütlerle son hali verilmiştir. Başarı testindeki sorular hazırlanırken; literatür taraması yapılmış, MEB kazanımları ve müfredatı detaylı incelenmiş, uzman görüşü alınmış, ön çalışma yapılmış ve araştırmacının kendi tecrübelerinden de faydalanılmıştır.

Diğer veri toplama aracı olan ve Ek-2’de sunulan mülakat soruları ise öğretmenlere uygulanmış olup senaryo tipi mülakat sorularından oluşmaktadır. Her bir mülakat sorusu daha önce yapılan ve öğrencilere uygulanan başarı testinde elde edilen verilerden hareketle uzman görüşü alınarak hazırlanmıştır. Mülakat sorularının senaryo tipinde olmasının sebebi ise; senaryo tipi mülakat soruları kullanılarak elde edilen verilerin, doğrudan sınıftan geliyormuş gibi etkili olabilmesidir. Böylece, bir bakıma sınıfa girmeden sınıftan veri toplamak anlamına gelebilecek bu veri toplama yaklaşımının kullanılmasıyla araştırmacının gözlemci konumundayken sınıftaki etkisi de elimine edilmiş olur. Ayrıca senaryolar genellikle ilgi uyandırıcı, dikkat çekici ve meydan okuyucu nitelikte olmasından dolayı öğretmenleri ilgili konu üzerinde cevaplamaya ve düşünmeye sevk ederler. Senaryo tipi mülakat sorularının klasik mülakat sorularından bu bağlamda belirgin şekilde farklılaştığı söylenebilir (Bütün, 2011).

Bu araştırmada sıfır kavramı ile ilgili öğrencilere yöneltilen sorular, asıl çalışmada uygulanmadan önce Anadolu’da bir Çok Programlı Anadolu lisesinde ve bir İmam Hatip Ortaokulunda ön çalışma olarak uygulanmış ve gerekli görüldüğü noktalarda düzeltmeler, soru çıkarmalar ve soru eklemeler yapılarak son hali verilmiştir. Ön uygulama yapılan okullardan birisi olan lise aynı zamanda araştırmacının görev yapmakta olduğu lise olup uygulama esnasında araştırmacı bizzat tüm sınıf düzeylerinin başında bulunmuştur. Ön çalışma her sınıf seviyesinden öğrencinin bulunduğu toplam 82 lise öğrencisine uygulanmıştır. Bununla birlikte ön uygulama yapılan okullardan diğeri olan ortaokul ise araştırmacının görev yaptığı ilçede bulunmaktadır. Araştırmacı bu okulda uygulama esnasında sadece bir sınıfın başında bulunmuş, diğer sınıflarda ise okul öğretmenlerinden yardım istemiştir. Ortaokulda da yine tüm sınıf düzeylerinde uygulanan ön çalışma 88 öğrenciye uygulanmıştır. Ön çalışmada uygulanan sorular Ek-3’te sunulmuş olup, bu soruların hazırlanmasında literatür taraması yapılmış, hem 5-8. hem de 9-12. sınıflar matematik öğretim programları ile kazanımlar göz önünde

bulundurulmuş ve uzman görüşüne başvurulmuştur. Aşağıda soruların hazırlanması süreci ayrıntılı olarak anlatılmıştır.

Testte öğrencilere ilk olarak sıfırın bir tek sayı mı, çift sayı mı yoksa ne tek ne de çift sayı mı olduğu sorusu yöneltilmiştir. Bu soru ilköğretim 3. sınıf kazanımlarında; “*Tek ve çift doğal sayıları kavrar.*” ifadesiyle yer almaktadır. Bilindiği üzere sıfır sayısı çift sayılar kümesine dâhildir. Literatür incelendiğinde de sıfırın tek mi yoksa çift mi olduğu sorusunun gerek öğrencilere gerekse öğretmen adaylarına yöneltildiği çalışmalara denk gelinmektedir (Toluk Uçar, 2013; Özdeş, 2013; Altoğ, 2016). Bu çalışmalarda bazen öğrenci veya öğretmen adaylarının sıfır sayısını tek ya da çift kategorisine dâhil etmedikleri görülmüştür. Bu nedenle bu soruda öğrencilere üç seçenek sunularak sıfırın tek mi, çift mi yoksa ne tek ne de çift mi olduğu yöneltilmesi uygun bulunmuştur. Öğrencilerin vermiş oldukları cevaplar incelendiğinde ortaokul öğrencilerinin cevaplarının genellikle tek ve çift sayıların art arda geldiği, 1 in tek sayı olması nedeniyle de sıfırın çift sayı olacağı yönünde olduğu görülmüştür. Ancak lise öğrencilerinin ise bu konuda daha kararsız olduğu, bazılarının ise sıfırın ne tek ne de çift sayı olarak değerlendirmedeği görülmüştür. Buradan da anlaşılacağı üzere sıfırın tek sayı mı yoksa çift sayı mı olduğu bilgisinin ortaokul ve lise öğrencileri üzerinden araştırılması oldukça önem arz etmektedir. Dolayısıyla bu sorunun asıl çalışmada da yer almasında karar verilmiştir.

İkinci soruda ise öğrencilere içerisinde sıfırın geçtiği 12 adet işlem sorusu yöneltilmiştir. Bu işlem sorularında dört işlemin yanı sıra sıfırcı kuvvet, bir sayının sıfıra bölümü vb. işlemler de bulunmaktadır. Bu işlemler içerisinde $0 \div 0$ ve 0^0 ifadeleri öğrencilerde zorluklara sebep olmuş, hem lise hem de ortaokul öğrencileri her iki ifadeye de 1 diyebilmişlerdir. Aynı zamanda sıfırdan farklı bir sayının sıfıra bölümü, sıfırın sıfırdan farklı bir sayıya bölümü ve sıfırdan farklı bir sayısının sıfırcı kuvveti de öğrencilerin sıklıkla zorlandıkları konular arasında yer almaktadır. İçerisinde sıfır kavramının geçtiği kazanımlar genellikle ilköğretim matematik programında geçmektedir. Bu soru hazırlanırken bu kazanımlardan faydalanılmıştır. Aynı zamanda sıfırla işlem yapmayı konu alan farklı çalışmalar da mevcuttur (Cankoy, 2010; Altoğ, 2016, Karakuş, 2017). Bu ve buna benzer zorlukların karşımıza çıkmış olması bu çalışmada içerisinde sıfırın bulunduğu işlem sorularını öğrencilere yöneltmemiz gerektiğini göstermiştir. Dolayısıyla asıl çalışmada bu sorular yer almıştır.

Üçüncü soru olarak ise öğrencilerden içerisinde farklı miktarlarda ve basamaklarda sıfır bulunan ondalıklı sayıların büyüklüklerini kıyaslamaları istenmiştir. Konu ile ilgili kazanım beşinci sınıfta yer almakta olup “*Ondalık gösterimleri verilen sayıları sayı doğrusunda gösterir ve sıralar.*” şeklindedir. Bu çalışmada kullanılan soruda amaç, öğrencilerin ondalıklı sayılarda kıyaslama yaparken sıfıra nasıl anlam yüklediklerini öğrenmektir. Literatür taramasında ise; Altıparmak ve Palabıyık (2017)’nin çalışmalarında öğrencilerin, ondalık sayılarda virgülden sonra gelen sıfırın bir değerinin olmadığı düşüncesiyle hareket ettikleri görülmüştür. Ayrıca Gür ve Seyhan (2004)’in da öğrencilerde “*ondalık sayılarda sıfırı bir basamak değeri olarak görmeme*” ve “*ondalıklı sayılarda sıfırın bir anlamı olmadığını düşünme*” şeklinde bir kavram yanılgısı türünü tespit ettikleri görülmektedir. Konu ile ilgili kazanım ve literatür taramasının ardından çalışmada da böyle bir sorunun kullanılmasına karar verilmiştir. Ancak ön uygulamada ilgili soruda kullanılan sayılarda sıfır hep virgülden sonra yer almıştır. Ön çalışmada elde edilen veriler ışığında, asıl çalışmada ise sıfırın hem virgülden önce hem de virgülden sonra yer aldığı soruların kullanılmasının öğrencilerde olası farklı kavram yanılgılarını da ortaya çıkaracağı düşüncesinden dolayı uygun bulunmuştur.

Dördüncü soru, yedi adımda gerçekleşen bir işlemin sonucunda $1=2$ bulunmasında hangi basamakta hata yapıldığı sorusunun öğrencilere yöneltildiği sorudur. Ön çalışmada bu soruda gerek lise gerekse ortaokul öğrencilerinden hiçbiri doğru cevap verememiştir. İkinci soruda $0\div 0$ işleminde öğrencilerin hataya ve kavram yanılgısına düşmüş olması da bu sonuçla örtüşmektedir. Hem ilköğretim hem de lise matematik öğretim programlarında doğrudan $0\div 0$ işlemine yönelik kazanım bulunmamaktadır. Ancak ders kitaplarında rasyonel sayılar tanımlanırken paydanın sıfır olamayacağı belirtilmektedir. Bununla birlikte ders kitaplarında da $0\div 0$ işlemine değinilmemiştir. Literatür taramasında ise $0\div 0$ işlemi konu alan çalışmalara denk gelmek mümkündür (Karakuş, 2017). Bazı öğrencilerin ikinci soruda $0\div 0$ işlemine belirsiz diyebilmesine rağmen bu soruyu yine de çözemediği gözlemlenmiştir. Bu da öğrencilerin bu soru içerisinde gizlenen $(a-b):(a-b)$ ifadesinin aslında $0\div 0$ olduğunu fark edememelerinden kaynaklanmaktadır. Gerekli değerlendirmeler yapılmış ve gerçek çalışmada bu sorunun daha basit haliyle öğrencilere sunulması kararlaştırılmıştır. Asıl çalışmada değişken olarak kullanılan harfler değiştirilmiş ve ön çalışmada verilen sorunun doğrudan 4. adımdan sonrası kullanılmasına karar verilmiştir.

Beşinci soruda öğrencilere çözümlerini yaptıklarında sıfır elde edecekleri bir günlük yaşam problemi yazmaları ve bu problemi çözmeleri istenmiştir. İlköğretim ve ortaöğretim matematik öğretim programları incelendiğinde matematiğin amaçları arasında “Matematiksels kavramları anlayabilecek, bu kavramları günlük hayatta kullanabilecektir” ifadesini görmek mümkündür. Dolayısıyla öğrencilerin de sıfır kavramıyla ilgili günlük yaşam problemi yazabiliyor olmaları önemli olacaktır. Hem lise hem de ortaokul öğrencilerinin bu soruya genelde cevap verdikleri ve oluşturdukları problemlerin ise basit ve genelde tek adımda çözülen sorular olduğu görülmüştür. Bu sorunun da öğrencilerin sıfıra ve sıfırı soruda kullanmalarına yönelik düşüncelerini ortaya çıkarması nedeniyle gerçek çalışmada öğrencilere yöneltilmesine karar verilmiştir.

Bu ön çalışmada öğrencilere yöneltilen altıncı ve son soruda ise matematikte sıfıra neden ihtiyaç duyulmuş olabileceği sorusu yöneltilmiştir. Öğrencilerin bir kısmı sıfırın, büyük sayıları ifade etmede kullanıldığı için ihtiyaç duyulduğunu belirtmişlerdir. Bununla birlikte etkisiz eleman olarak kullanmak için, yokluğu temsil etmesi için gibi cevaplar da öğrencilerden elde edilen veriler arasındadır. Bu sorunun öğrencilerde sıfıra neden ihtiyaç duyulduğıyla ilgili hangi düşüncelerin olduğunu ve sıfırın öğrencilerin zihninde nasıl bir yere sahip olduğunu tespit etmek adına yararlı olacağı düşünülmüş ve gerçek çalışmada kullanılmasına karar verilmiştir.

Ön çalışmada kullanılan ve gerçek çalışmada da kullanılmasına karar verilen soruların sırası değişiklik gösterebilmektedir. Her iki uygulamada da sorular sıralanırken herhangi bir kriter dikkate alınmamıştır. Ayrıca ön çalışmada soruların dışında farklı sorular da eklenerek gerçek çalışma sorularının son hali verilmiştir. Bu sorulardan birisi;

“7406= (x 1000) + (x 100) + (x 10) + (x 1) işleminde boş kutucukları doldurunuz. Cevabı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.”

sorusudur. Bu sorunun eklenmesinde amaç öğrencilerin sıfır sayısı ile ilgili “*Yer Tutucu*” görevini bilip bilmediklerini öğrenmektir. Benzer bir soru ise Sharma (1993)’nin çalışmasında karşımıza çıkmaktadır.

Bir diğer eklenen soruda ise öğrencilere sıfırdan farklı bir sayının sıfıra bölümü dolaylı yoldan yöneltilmiştir. Daha önce de belirtildiği üzere bu konuya matematik öğretimi programlarında değinilmemiş olup ders kitaplarında rasyonel sayı tanımı

yapılırken değinilmiştir. Literatürde ise bu konuya odaklanan farklı çalışmalara denk gelmek mümkündür (Karakuş, 2017; Cankoy, 2010; Altoğ, 2016).

Çalışmada kullanılmak üzere eklenen diğer bir soruda öğrencilerden sıfır ile ilgili akıllarına gelen ilk üç kelimeyi yazmaları istenmiştir. Bu soruda amaç öğrencilerin zihninde sıfır kavramının uyandırdığı algıyı açığa çıkarmaktır.

Çalışmaya sonradan eklenen son soruda ise öğrencilere sıfır kavramıyla ilgili kimi doğru kimi yanlış 11 adet genelleme verilerek öğrencilerin bu genellemelere katılıp katılmama durumları sorulmuştur. Bu formatta soru sorulmasının nedeni daha kısa yoldan daha fazla veri elde edebilme çabasıdır. Verilen genellemeler ise araştırmacının tecrübelerinden uzman yardımı eşliğinde hazırlanmıştır.

Çalışmada öğretmenlere yöneltilen mülakat sorularının kullanılma amaçları ve diğer ayrıntıları ise aşağıda tek tek açıklanmıştır:

1.Soru

Öğretmenlere sorulan birinci mülakat sorusu öğrencilere uygulanan başarı testindeki ilk sorudan esinlenerek oluşturulmuştur. Yukarıda belirtildiği gibi öğrencilere ilk soruda sıfırın tek mi, çift mi ya da ne tek ne de çift mi olduğu sorulmuş ve düşüncelerini açıklamaları istenmişti. Öğrencilere uygulanan bu sorudan elde edilen veriler incelendiğinde birçok öğrencinin sıfır sayısını çift kabul ettiği görülmüştür. Ancak bir kısım öğrencinin de sıfırını ne tek ne de çift sayı kabul ettiği görülmüştür. Bu sorunun amacı ise öğretmenlerin, öğrencilerin neden böyle düşünmüş olabileceği ve böyle düşünen öğrencilere verebilecekleri dönütler konusunda ne cevap vereceklerinin merak ediliyor olmasıdır.

2.Soru

Öğretmenlere yöneltilen ikinci mülakat sorusunda ise yine öğrencilere uygulanan başarı testindeki ikinci soru dikkate alınmıştır. Yukarıda bahsedildiği üzere başarı testinde öğrencilerin bazı ondalıklı sayıları sıralamaları istenmiştir. Elde edilen cevaplar analiz edildiğinde bazı öğrencilerde “*bir sayıda ne kadar çok sıfır varsa o sayı o kadar büyüktür*” şeklinde bir algı olduğu ortaya çıkmıştır. Bu mülakat sorusunda diğerlerinden farklı olarak öncelikle öğretmene bu mantığa göre sıralanmış sayılar verilecek ve öğrencinin bu sıralamayı yaparken ne düşünmüş olabileceği sorulacaktır. Öğretmene verilen sıralama şu şekildedir;

$$“ 50,400 > 50,04 = 50,40 > 50,4 = 5,04 > 5,4 ”$$

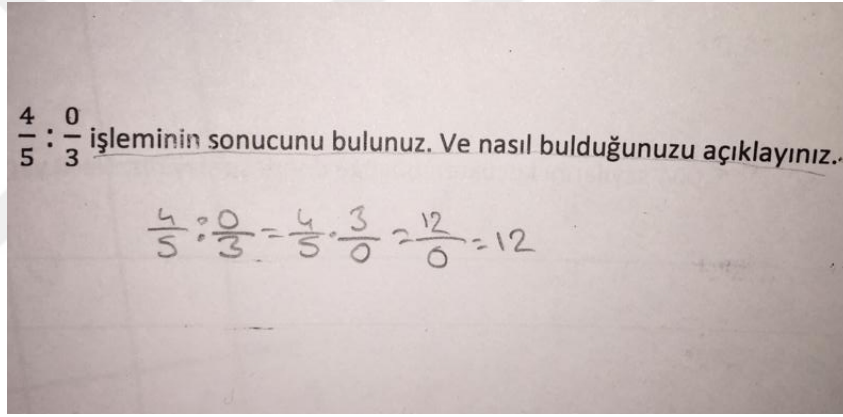
Öğretmenen alınan cevaba göre gerekirse öğrencinin bu sıralamayı yaparken ki düşüncesi öğretmenle paylaşılacak ve bu düşüncesinin altında yatan nedeni tahmin etmesi istenecektir. Ardından da böyle düşünen bir öğrenciye ne dönüt vereceği sorulacaktır.

3.Soru

Bu soru, öğrencilere uygulanan başarı testinin 6. Sorusu olan;

“ $\frac{4}{5} : \frac{0}{3}$ işleminin sonucunu bulunuz. Ve nasıl bulduğunuzu açıklayınız.”

sorusundan ilham alınarak hazırlanmıştır. Öğrencilerden elde edilen cevaplar incelendiğinde özellikle ortaokul öğrencilerinden bazılarının;



$\frac{4}{5} : \frac{0}{3}$ işleminin sonucunu bulunuz. Ve nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

$$\frac{4}{5} : \frac{0}{3} = \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{0} = \frac{12}{0} = 12$$

Şekil 1. Üçüncü mülakat sorusunda kullanılan öğrenci cevabı

Şeklinde cevaplar verdiği görülmüştür. Bu vesile ile öğretmene öğrencinin neden böyle düşünmüş olabileceği ve böyle düşünen bir öğrencisine nasıl dönüt vereceği soruları yöneltilecektir. Bu soruda öğrencilerden elde edilen cevaplardan birinin fotoğrafının konulması ise sorunun amaca hizmet etme noktasında değerli olduğunu göstermektedir.

4.Soru

Yukarıda belirtildiği üzere öğrencilerden, başarı testinin 8. sorusunda sıfırla ilgili üç kelime yazmaları istenmiştir. Elde edilen cevaplar sayılmış ve bir sıralama yapılmıştır. Sıralama en çok cevap verilen kelimedenden en az cevap verilen kelimeye doğru olmuştur. Bu sıralamaya göre öğrencilerin %41,17'si “*etkisiz eleman*”, % 38,23'ü “*yutan eleman*” ve % 32,84'ü “*yokluk, boşluk*” ifadelerini üç kelime içerisinde

yazmışlardır. Bu mülakat sorusunda ise öğretmenlerden bu kelimeleri tahmin etmeleri istenmiştir. Buradaki amaç öğretmenin öğrencide bulunan sıfır algısını tahmin etme yeteneğinin açığa çıkarılmasıdır.

5.Soru

Bu mülakat sorusunda öğretmenin meslek hayatında karşılaştığı durumlar ilham kaynağı olmuştur. Bu soruda öğretmene, boş küme ile sıfır kavramını karıştıran bir öğrencinin durumu senaryo halinde sunulmuş ve öğrencinin neden böyle düşünmüş olabileceği ve böyle düşünen bir öğrencisine nasıl dönüt vereceği sorulmuştur.

6.Soru

Bu soruya ise öğrencilere uygulanan başarı testinin 10. sorusunda verilen genellemelerden sonuncusu olan;

“Bir sadeleştirme işleminde bütün sayılar birbirini götürdüğünde sonuç; 0 (sıfır) olur.”

ifadesi kaynak olmuştur. Öğrencilerden alınan sonuçlar incelendiğinde bazı öğrencilerin sadeleştirme işleminde hata yaptığı, sadeleşme sonucunda hiçbir sayının kalmayacağı gibi düşüncelere sahip olduğu fark edilmiştir. Bu mülakat sorusunda da yine öğretmene öğrencinin neden böyle düşünmüş olabileceği ve böyle düşünen öğrencisine ne dönüt vereceği sorulmuştur.

3.2.Çalışma Grubu

Bu çalışmanın ilk basamağı, yani öğrencilerin anlayışları ile ilgili olan kısmı Sivas ilinin bir ilçesindeki ortaokul ve Sivas il merkezinde bir lise olmak üzere iki farklı okulda gerçekleştirilmiştir. Ortaokulda ve lisede bulunan öğrencilerin sayılarına ilişkin Tablo1 aşağıda verilmiştir.

Tablo 1. Çalışmaya katılan öğrenci sayılarının sınıflara göre dağılımı

Sınıflar	Öğrenci Sayıları	Sınıflar	Öğrencileri Sayıları
5.Sınıf	12	9.Sınıf	33
6.Sınıf	30	10.Sınıf	26
7.Sınıf	38	11.Sınıf	30
8.Sınıf	16	12.Sınıf	19
Toplam	96	Toplam	108

Çalışmanın ikinci basamağında ise 3 ilköğretim matematik öğretmeni ve 3 ortaöğretim matematik öğretmeni olmak üzere toplam 6 matematik öğretmeni ile

çalışılmıştır. Öğretmenlerin tamamı araştırmacı ile aynı ilçede görev yapmakta olup ortaöğretim matematik öğretmenleri araştırmacı ile aynı okulda görev yapmaktadırlar. (Bütün, 2011)'e göre senaryo tipi mülakat soruları uygulanmadan önce öğretmenler ile araştırmacı arasında belli düzeyde samimiyet oluşturulmalı ve karşılıklı güven tesis edilmelidir. Deneyimler göstermiştir ki, böyle bir samimiyet ve güven ortamının eksik olduğu durumlarda öğretmenler senaryolar hakkında fazla açıklama yapmaya yanaşmamakta ve cevaplarken tedirgin olmaktadır. Bu nedenle araştırmacı ve öğretmenlerin aynı okulda görev yapması elde edilecek verilerin güvenilirliğini artırmış olacaktır.

Çalışmada araştırmaya katılan öğretmenlerin isimleri gizli tutulmuş olup temsili olarak ilköğretim matematik öğretmenlerine Turgut, Mehtap ve Zeliha; ortaöğretim matematik öğretmenlerine ise Gül, Emre ve Ahmet isimleri verilmiştir. Öğretmenler ve mesleki deneyimleri aşağıdaki Tablo2'de verilmiştir.

Tablo 2. Çalışmaya katılan öğretmenlerin mesleki deneyim süreleri

Öğretmenler	TURGUT	MEHTAP	ZELİHA	GÜL	EMRE	AHMET
Mesleki Deneyimleri(yıl)	6	7	5	7	8	4

3.3. Veri Toplama Süreci

Bu çalışmada öğrencilere uygulanan test ekte sunulmuştur. Çalışmada görüşlerine başvuru yapılan öğrenciler Sivas il merkezinden bir Anadolu Lisesi öğrencileri ve Sivas-Ulaş ilçesinden bir ortaokul öğrencileridir. Uygulama yapılacak öğrencilerin okullarının seçiminde başarı yönünden orta düzeyde bulunan okulların seçilmesinin doğru olacağı düşünülmüştür. Uygulama esnasında öğrencilerle bazen bizzat ilgilenilmiş ve kontrolü sağlanmış bazen de okul öğretmenlerinden yardım istenmiştir. 12. sınıf öğrencilerinin çalışma sorularına cevap verdikleri esnada araştırmacı sınıfta bulunmuştur. Sınıfın matematik dersine giren öğretmen araştırmacıyı sınıfa takdim ettikten sonra, sınıfı araştırmacı ile baş başa bırakmıştır. Araştırmacı gerekli açıklamaları yaptıktan ve sınıfla samimiyet ortamı oluşturduktan sonra soru kağıtlarını dağıtmıştır. Sıraların arasında dolaşan araştırmacı gerekli yerlerde müdahale etmiş, öğrencilere sorularda kullanılan ifadeleri anlamalarına yönelik, gerektiğinde uygun ipuçları vermiştir. Araştırmacı uygulamalar bittikten sonra okul idaresine ve yardımcı olan öğretmenlere teşekkür ederek okuldan ayrılmıştır. Ortaokul öğrencilerine

uygulanan çalışmada ise araştırmacı okul müdürü ile görüşmüş ve çalışma kâğıtlarının her sınıf düzeyinde kontrollü olarak yapılmasını sağlamıştır. Ortaokul sınıflarında kendi matematik öğretmenleri sınıflarda gözetim yapmıştır. Ayrıca yapılan çalışma sonrasında elde edilen verilerden hareketle oluşturulan mülakat soruları öğretmenlere uygulanırken bir ilköğretim matematik öğretmeni de bu grubun derslerine giren öğretmen olmuştur.

3.4.Verilerin Analizi

Bu araştırma daha önce de belirtildiği üzere iki kısımdan oluşmaktadır. Bu kısımlarda veri kaynağı olarak önce öğrencilerin sıfır kavramına ilişkin anlayışlarını ortaya çıkarmak amacıyla bir başarı testi kullanılmıştır. Daha sonra bu kısımdan elde edilen veriler ışığında hazırlanan senaryo tipindeki mülakat soruları ilköğretim ve ortaöğretim matematik öğretmenlerine uygulanmıştır. Yapılan mülakatlardan ses kayıtları alınmış ve yazıya dökülmüştür. Dolayısıyla buradaki ses kayıtları bir diğer veri kaynağı olarak karşımıza çıkmaktadır.

Yukarıda belirtildiği üzere öğrencilere uygulanan başarı testinde 10 soru bulunmaktadır. Bu sorular araştırmacı tarafından titizlikle analiz edilmiş, her bir soru için verilen cevaplar kendi içerisinde kategorilere ayrılmıştır. Bu kategorilerden farklı temalar oluşturulmuş ve bu temalar başlıklar altında ilgili öğrenci cevaplarından örnekler kullanılarak irdelenmiştir.

İkinci kısımda ise matematik öğretmenlerine uygulanmak üzere uzman görüşü alınarak 6 adet senaryo tipi mülakat sorusu hazırlanmıştır. Bu sorular 3 ilköğretim matematik öğretmeni ve 3 ortaöğretim matematik öğretmeni olmak üzere 6 matematik öğretmenine uygulanmıştır. Öğretmenlerden izin alınarak mülakat esnasında ses kaydı yapılmıştır. Sonrasında ise bu ses kayıtları özenle yazıya dökülmüştür. Öğretmenlerle yapılan mülakatlar sonucu elde edilen veriler incelenmiş ve bu veriler üzerinde betimsel analizler yapılarak öğretmenlerin pedagojik alan bilgilerinin niteliği ile ilgili sonuçlar çıkarılmıştır.

4.BULGULAR

Bu araştırmanın bulguları; 108 ortaöğretim öğrencisi ile 96 ortaokul öğrencisine uygulanan çalışmanın verilerinden ve 3 ortaöğretim matematik öğretmeni ve 3 ilköğretim matematik öğretmeni olmak üzere 6 matematik öğretmeni ile yapılan mülakatlardan oluşmaktadır. Öncelikle uygulama yapılan okullardan her iki okul öğrencilerinden de elde edilen veriler soru soru incelenmiş ve temel bulgular tablolar halinde sunularak anlaşılır hale getirilmiştir. Ardından her bir soruya yönelik öğrenci cevaplarından örnekler sunulmuştur. İkinci olarak öğrenci cevaplarından hareketle oluşturulan mülakat soruları kullanılarak yapılan öğretmen görüşmelerinden bulgular sunulmuştur. Bu bulgular her bir senaryo tipi mülakat sorusu için ayrı başlıklar halinde sunulmuştur.

4.1.Öğrencilere Uygulanan Başarı Testi

Bu kısımda öğrencilere uygulanan 10 soruluk başarı testinden elde edilen bulgular sunulmuştur. Her bir soruya verilen cevaplar detaylı bir şekilde incelenmiş, temalar oluşturulmuş, temalara dair tablolar hazırlanmış ve bu temaları temsil eden öğrenci cevaplarından örnekler kullanılmıştır.

4.1.1. 1. Soru

Birinci soruda öğrencilerden elde edilen veriler incelendiğinde özellikle lise öğrencilerinin sıfır sayısını çift sayı olarak kabul ettiği görülmektedir. Ortaokul öğrencileri de genelde sıfır sayısını çift sayı olarak kabul etseler de lisede bu oran daha fazladır. Bunun yanında sıfır sayısını ne tek ne de çift kabul eden öğrencilerin varlığı da dikkat çekmektedir. Bu öğrenciler her iki öğrenci grubunda da bulunabilmektedir. Sıfır sayısına tek sayı diyen öğrenciler ise en az sayıda olanlardır. Hangi cevabın kaç öğrencide görüldüğünü ifade eden Tablo 3 aşağıda sunulmuştur.

Tablo 3. Birinci soruya verilen cevaplar ve öğrenci sayıları (f)

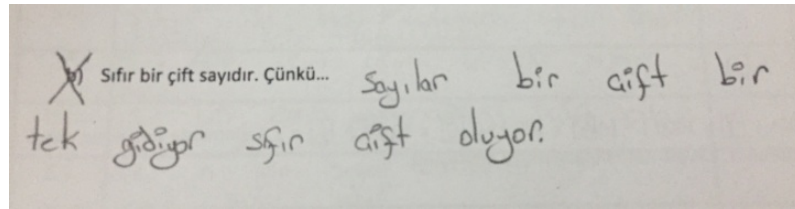
	Sıfır Tektir	Sıfır Çifttir	Sıfır Ne Tek Ne De Çifttir
Ortaokul (96)	3	17	21
Lise (108)	1	46	10

Tabloda görüldüğü gibi öğrencilerin çok az bir kısmı tek sayı cevabını tercih etmiştir. Bununla birlikte ortaokul öğrencilerinden de en çok ne tek ne de çifttir cevabı tercih edilmiştir. Ancak lisede durum farklı olup çift sayı cevabının daha çok tercih edildiği görülmektedir. Aşağıda öğrencilerin en çok kullandıkları cevaplar örneklerle açıklanmıştır.

4.1.1.1. “Sıfır çift sayıdır.”

Sıfırı çift sayı kabul eden öğrenciler her iki öğrenci grubunda da çoğunluğu oluşturmaktadır. Bu öğrenciler açıklama kısmına genelde “Çift sayılar 2’şer 2’şer artıp 2’şer 2’şer azalır, bu nedenle 0 da çifttir.” yazmışlardır. Bu cevabı “Sayılar bir tek bir çift olarak ilerler, bu nedenle 1’den önce gelen sıfır çifttir.” cevabı takip etmiştir. Üçüncü olarak elde edilen cevap ise “2’ye tam bölünen sayılar çifttir, dolayısıyla 0 da çifttir.” cevabı olmuştur.

Aşağıda sıfır sayısının neden çift olduğunu açıklayan bir öğrencinin cevabına yer verilmiştir.



Şekil 2. Birinci soruya yönelik örnek bir öğrenci cevabı(1)

Bu açıklamayı yapan öğrencilerin tamsayıların birer birer arttığından ve tek sayılarla çift sayıların birbirini takip etmesinden yola çıkarak bu cevabı verdiği söylenebilir. Burada dikkat çeken bir diğer nokta ise bu cevabı veren hiçbir öğrencinin -1 sayısını tek sayı kabul ederek ardışığı olan sıfır sayısının çift olduğunu belirtmemiş

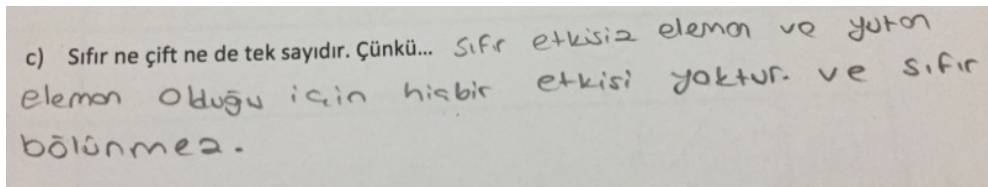
olmasıdır. Bu ise öğrencilerin negatif sayılarda teklik-çiftlik özelliğinin varlığından haberdar olmadığını göstermektedir.

4.1.1.2 “Sıfır ne tek ne de çift sayıdır.”

Sıfırı ne tek ne de çift sayı kabul eden öğrencilerden en sık elde edilen cevap ise “Sıfır etkisiz eleman olduğu için ne tektir ne de çifttir.” olmuştur. Bunu; “sıfır nötr bir sayı olduğu için ne tektir ne de çifttir.” cevabı izlemektedir. Son olarak öğrenciler; “sıfır hiçliktir, tek ya da çift olamaz.” açıklamasını kullanmışlardır. Ayrıca özellikle lise öğrencileri olmak üzere bazı öğrencilerin uç örnekler verdikleri görülmüştür. Sayıları 1’i geçmeyen bu öğrencilerin cevapları aşağıda verilmiştir.

- Sıfır bir sayma sayısı değildir.
- Koordinat düzlemine göre sıfır ortadadır.
- Tüm pozitif sayılarla tüm negatif sayıların toplamı sıfırdır.
- Sıfır çok fonksiyonludur.
- Tek sayıların çarpımı tek iken tek sayı ile sıfırı çarpınca sıfır oluyor. Çift sayıların çarpımı çiftken çift sayı ile sıfırı çarpınca yine sıfır oluyor. O halde sıfır ne çifttir ne de tektir.
- Bir sayı 2’ye bölünebiliyorsa çifttir bölünemiyorsa tektir. Fakat sıfır sayısı ikisini de sağlamaz. Bu yüzden ne çifttir ne de tektir.
- 2’şer 2’şer ritmik sayarken de 3’er 3’er ritmik sayarken de sıfırdan başlanır. O halde sıfır ne tektir ne de çifttir.

Öğrencilerin verdikleri cevaplar arasında sıfırın ne tek ne de çift olduğunu ifade eden öğrencilerin sayılarının da azımsanmayacak seviyede olduğu yukarıda belirtilmiştir. Bu cevabı veren öğrencilerin açıklamaları incelendiğinde genelde sıfırın etkisiz eleman, yutan eleman vs. özelliklerini ön plana sürerek tek sayılara ya da çift sayılara dâhil etmedikleri görülmektedir. Bahsedilen öğrencilerden birinin cevabı aşağıdaki gibidir.



c) Sıfır ne çift ne de tek sayıdır. Çünkü... sıfır etkisiz eleman ve yutan eleman olduğu için hiçbir etkisi yoktur. ve sıfır bölünmez.

Şekil 3. Birinci soruya yönelik örnek bir öğrenci cevabı(11)

Bu ve benzeri cevaplar; öğrencilerin sıfır sayısının toplama ve çarpmadaki özelliklerinden hareketle diğer tamsayılardan farklı olduğunu düşünmeleriyle açıklanabilir. Yani öğrenciler, sıfır sayısını yutan eleman olarak düşünmekte ve bu özelliğe sahip başka bir eleman olmadığı için sıfırın diğer sayılardan farklı olduğunu, dolayısıyla tek ya da çift olamayacağını düşünüyor olabilirler. Yukarıdaki öğrenci cevabı incelendiğinde öğrencinin “*Bir sayının 2 ile bölümünden kalan sıfır ise bu sayı çifttir.*” bilgisini kullanarak sıfırın hiçbir sayıya bölünemeyeceğini, dolayısıyla çift ya da tek olmadığını düşündüğü söylenebilir.

4.1.1.3. “Sıfır tek sayıdır”

Sıfır sayısını tek sayı kabul eden öğrencilerden bu kısma yazılabilecek bir cevap bulunmamaktadır. Bu öğrenciler ya hiç açıklama yapmamış ya da örneği olmayan açıklamalar yapmışlardır. Ayrıca sıfırı tek kabul eden öğrencileri de çoğunlukla ortaokul öğrencileri oluşturmaktadır. Bununla birlikte öğrencilerin sıfır sayısını ya çift ya da ne tek ne de çift kabul ettiği açıktır. Yani birçok öğrenci sıfırın tek sayı olmadığını bariz bir bilgi olduğunu farkındadır.

Buradan hareketle sıfır sayısının tekliği-çiftliği konusunda her iki öğrenci grubunun da zorluk yaşadığı söylenebilir. Bu konuda zorluk yaşayan öğrencilerin verdikleri cevaplardan ise özellikle sıfır sayısının ne tek ne de çift olduğunu düşündükleri görülmüştür.

4.1.2. 2. Soru

İkinci soruda öğrencilerden elde edilen veriler incelendiğinde hem ortaokul(%83,33) hem de lise(%87,03) öğrencilerin neredeyse tamamının doğru sıralama yaptıkları ve doğru olarak açıklamalarda buldukları görülmüştür. Bununla birlikte lise öğrencilerinin doğru cevaplama oranının daha yüksek olduğu da bir gerçektir. Doğru sıralama yapan öğrencilerde lise öğrencilerinin yüzdesinin daha fazla olması ise beklenen bir sonuçtur. Çünkü lise öğrencileri bu konuyu ortaokulda öğrenmişler ve aradan geçen senelerde gerekli işlemlerde de defalarca kez kullanmışlardır. Aşağıdaki tabloda doğru sıralama yapan ve bunun dışında en sık karşılaşılan iki cevap olan “*Bir sayıda ne kadar çok sıfır varsa o sayı o kadar büyüktür.*” ve “*Sayıların hepsi eşittir.*” cevaplarının hangi seviyede kaç öğrencide görüldüğüne dair tablo verilmiştir.

Tablo4. İkinci soruya verilen cevaplar ve öğrenci sayıları (f)

	Doğru Sıralama Yapanlar	Bir Sayıda Sıfır Ne Kadar Çok İse Sayı O Kadar Büyüktür	Sayıların Hepsini Eşittir.
Ortaokul(96)	80	10	2
Lise(108)	94	4	2

Öğrencilerin cevapları incelendiğinde doğru cevap veren öğrencilerin yöntemlerinin farklı olduğu; kiminin ondalıklı sayıyı kesre çevirdiği, kiminin ise virgülden sonraki basamak sayısını eşitleyerek sıralama yaptığı görülmüştür. Aşağıda ondalıklı sayıları kesre çevirdikten sonra sıralama yapan bir öğrencinin cevabına yer verilmiştir.

2. 5,4 5,40 5,04 50,4 5,004 sayılarını küçükten büyüğe doğru sıralayınız. Nasıl yaptığınızı açıklayınız.

Sıralama	$5,004 < 5,04 < 5,4 = 5,40 < 50,4$
Açıklama	Oncelikle 50,4 en büyüğüdür. Sonraki en büyük 5,4 = 5,40 birbirlerine eşittirler. Çünkü virgülden sonra istediği kadar sayı olsun bir şey fark etmez. Şöyle de ondalık biçim de yazarsak da sonucu bulabiliriz $\frac{54}{10}$, $\frac{540}{100}$, $\frac{504}{100}$, $\frac{504}{10}$, $\frac{5004}{1000}$

Şekil 4. İkinci soruya yönelik örnek bir öğrenci cevabı(1)

Aşağıda sıfır sayısı içeren ondalıklı sayıları sıralarken en sık yapılan iki hataya yer verilmiştir.

4.1.2.1. Bir“ sayıda sıfır ne kadar çok ise sayı o kadar büyüktür.”

Öğrencilerden elde edilen veriler incelendiğinde özellikle ortaokul öğrencileri olmak üzere farklı cevaplar da elde edilmiştir. Bunlardan en çok karşılaşılanı; “Bir sayıda ne kadar çok sıfır varsa o sayı o kadar büyüktür” ifadesidir. Ancak bu cevabı veren öğrencilerin açıklamalarına uygun sıralama yapmadıkları fark edilmiştir. Ortaokul ve lise öğrencilerinin küçük bir kısmı bu cevabı kullanmış olup ortaokul öğrencilerinin

kullanma oranı lise öğrencilerinden daha yüksektir. Aşağıda böyle düşünen bir öğrencinin cevabına yer verilmiştir.

2. 5,4 5,40 5,04 50,4 5,004 sayılarını küçükten büyüğe doğru sıralayınız. Nasıl yaptığınızı açıklayınız.

Sıralama	$50,4 < 5,004 < 5,40 < 5,04 < 5,4$
Açıklama	Pürne sıfır ne kadar çoksa sayı o kadar büyüktür.

Şekil 5. İkinci soruya yönelik örnek bir öğrenci cevabı(II)

Böyle bir cevap veren öğrencinin 10, 100, 1000... gibi sayılarda sıfır miktarının artmasının sayıyı büyütüyor olmasını gerekçe gösterdiği düşünülebilir. Öğrenci aşırı genelleme yaparak böyle bir sonuca ulaşmıştır. Bu cevapta dikkat çeken bir diğer nokta ise öğrencinin yaptığı açıklamaya uygun bir sıralama yapmamış olmasıdır. Bu ise öğrencinin savunduğu düşünceye hâkim olmadığı ve nasıl pratiğe döneceğini bilmediği göstermektedir.

4.1.2.1 “Sıfır etkisiz elemandır; dolayısıyla sayıların hepsi eşittir.”/”sıfırın nerede olduğunun bir önemi yoktur; dolayısıyla sayıların hepsi eşittir.”

Öğrencilerden elde edilen diğer iki cevap benzer olup sıfırın etkisiz eleman olmasıyla ilgilidir. Ortaokul öğrencilerinden bir kısmı sıfır sayısını etkisiz olarak kabul ettikleri için ondalıklı sayılarda bir öneminin olmadığını ve sayıların birbirine eşit olduğunu belirtmiştir. Diğer ifade ise lise öğrencisine ait olup bir ondalıklı sayıda sıfırın konumunun bir önemi olmadığı ve dolayısıyla sayıların birbirine eşit olduğu yönündedir.

4.1.3 3. Soru

Üçüncü soruda öğrencilerden elde edilen veriler incelendiğinde öğrencilerin büyük bir çoğunluğunun(%73,03) bir miktar çokluğun azalarak sonucun sıfır olduğu örnekler verdikleri görülmüştür. Bununla birlikte ilköğretim ve lise öğrencilerinden toplam 7 öğrencinin(%3,43) gerçekleşmesi imkânsız olan olayların olasılıkları üzerinden sonucu sıfır buldukları örnekler vermişlerdir. Bir lise öğrencisinin ise “15 elma hiç kimseye dağıtılmazsa kişi başı kaç elma düşer?” örneği verdiği görülmüştür. Bu öğrencinin cevabı çalışmada kullanılan ve öğretmenlere yöneltilen $12 \div 0$ sorusuyla

ilişkili olduğu için dikkatten kaçmamıştır. Zira öğrenci burada 15 elmayı sıfır kişiye dağıtmaktan bahsetmektedir. Sonucun da sıfır olacağı düşüncesindedir. Bir diğer dikkat çeken örnek ise “ $1987931259 \times 0 = 0$ Yani; ne kadar iş yaparsan yap bir hata yapınca insanların gözünde bir hiç olursun.” cevabı olmuştur. Bu cevabı veren öğrencinin lise öğrencisi olduğunu belirtmek gerekir. Aşağıdaki tabloda hangi cevabın kaç öğrencide görüldüğü verilmiştir.

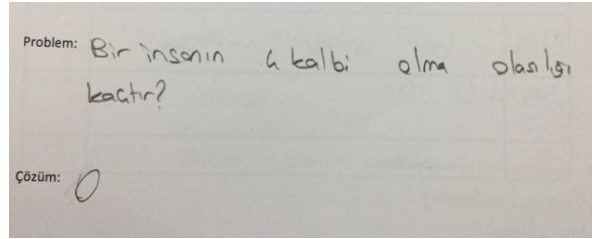
Tablo 5. Üçüncü soruya verilen cevaplar ve öğrenci sayıları (f)

	Dört İşlem	İmkânsız Olay
Ortaokul(96)	83	2
Lise(108)	86	5

Yukarıdaki tablodan da anlaşılacağı üzere her iki grupta da öğrenciler, sıfırın “yokluk” anlamına odaklanmakta ve belirli bir çokluğun azalarak bitmesi konusuna dayanan örnekler vermektedirler.

1.1.1.1. “İmkânsız Olay”

Yukarıda değinildiği üzere öğrencilerin bir kısmı içerisinde sıfır geçen günlük hayat problemi yazarken imkânsız olay üzerinden gitmiştir. Aşağıda böyle bir öğrenci cevabına örnek verilmiştir.



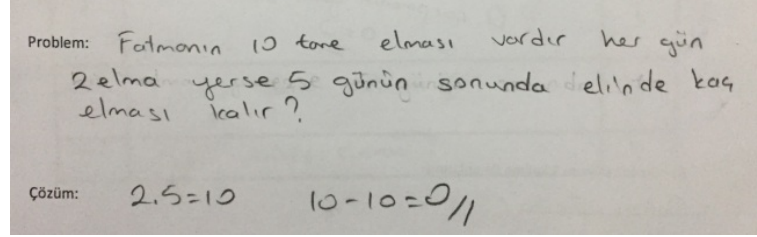
Şekil 6. Üçüncü soruya yönelik örnek bir öğrenci cevabı(1)

Burada dikkat çeken husus bu cevaba benzer cevaplar veren öğrencilerin çoğunun(%71,42) lisede olmasıdır. Bunun sebebi olarak ise lise öğrencilerinin olasılık konusuna daha hâkim olmaları nedeniyle akıllarına ilk olarak bu konudan örnek vermek gelmiş olabileceği ya da bu tip sorularda farklı ve orijinal cevap verme isteği gösterilebilir.

4.1.3.1. “Dört işlem”

Bunun dışında yukarıda da belirtildiği üzere öğrencilerin birçoğunun(%82,84) herhangi bir çokluğun azalarak bitmesini probleme çevirdikleri görülmüştür. Bu

öğrencilerin cevaplarına örnek olarak verilebilecek en tipik cevaplardan birisi aşağıdadır.



Şekil 7. Üçüncü soruya yönelik örnek bir öğrenci cevabı(11)

Örnekten de anlaşılacağı üzere öğrencilerin geneli sıfır sayısını sadece “Yokluk” olarak görmektedir. Sıfır sayısını sadece bu boyutuyla ele alan öğrenci matematiksel anlamda sıkıntılar yaşayacaktır. Çalışmamızda yer yer bu konuya değinilecektir.

4.1.4. 4.Soru

Dördüncü soruda öğrencilerden elde edilen bulgular incelendiğinde lise öğrencilerinin yaklaşık yarısı(%41,66) ortaokul öğrencilerinin ise bir kısmı(%18,75) sıfır sayısını yokluğu ifade etmek için kullandıklarını belirtmiştir. Bu cevap öğrencilerden elde edilen cevaplar arasında en sık karşılaşılan cevaptır. Bununla birlikte genellikle ortaokul öğrencileri sıfır sayısını sayıları büyütmek için kullanacaklarını; 10, 100, 1000 gibi sayıları yazarken kullanacaklarını belirtmiştir. Aynı zamanda sıfır sayısını, pozitif ve negatif sayıları ifade etmek için kullanacaklarını belirten öğrenciler de mevcuttur. Bir diğer popüler cevap ise genelde lise öğrencilerinde görülen; “İmkânsız olayları temsil etmek için sıfırı kullanırız.” olmuştur. Aşağıdaki tabloda hangi cevabı kaç öğrencinin tercih ettiği verilmiştir.

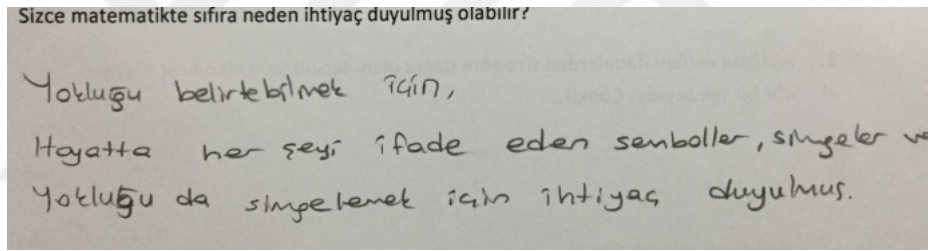
Tablo 6. Dördüncü soruya verilen cevaplar ve öğrenci sayıları (f)

	Yokluk	İmkânsız Olay	Matematiksel İşlemlerin Kolaylaştırılması
Ortaokul(96)	18	4	40
Lise(108)	45	7	19

Tabloda da görülmektedir ki ortaokul ve lise öğrencilerinin cevapları çok da örtüşmemektedir. Ortaokul öğrencileri “*Matematiksel işlemlerin kolaylaştırılması*” işlevine odaklanırken lise öğrencileri “*yokluk*” işlevini tercih etmektedirler.

4.1.4.1.“Sıfırı yokluğu ifade etmek için kullanırız”

Özellikle lise öğrencilerinin bir kısmının(%41,66) sıfırı yokluğu ifade etmeye yarayan bir sembol olarak gördükleri fark edilmiştir. Bir önceki soruda da benzer bir durumla karşılaşmıştır. Bu öğrencilerin vermiş oldukları cevapları temsilen aşağıda bir örnek cevap verilmiştir.

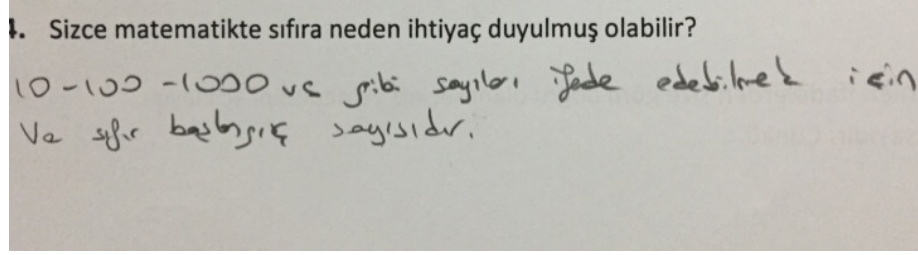


Şekil 8. Dördüncü soruya yönelik örnek bir öğrenci cevabı(1)

Daha önce de belirtildiği gibi bazı öğrenciler sıfırı sadece yokluktan ibaret görmektedirler. Bu durum öğrencilerde sıfır sayısını bir sayı olarak dahi görmemeye kadar gidebilmektedir. Çünkü öğrencinin gözünde diğer bütün sayılar bir miktarı, uzunluğu, alanı vs. ifade etmektedir. Bu öğrenciler neredeyse tamamen somut düşündükleri için herhangi bir çokluğu sıfır ile ifade edemiyor, dolayısıyla sıfırı bir sayı olarak görmüyor olabilirler.

4.1.4.2. “Sıfırı matematiksel işlemleri kolaylaştırmak ve sayıları büyütme için kullanırız.”

Bir diğer örnek öğrenci cevabında ise öğrenciler sıfır sayısının sayıları büyütme için kullanıldığından bahsetmektedir. Böyle düşünen öğrencilerden temsili bir cevap aşağıda verilmiştir.



Şekil 9. Dördüncü soruya yönelik örnek bir öğrenci cevabı(11)

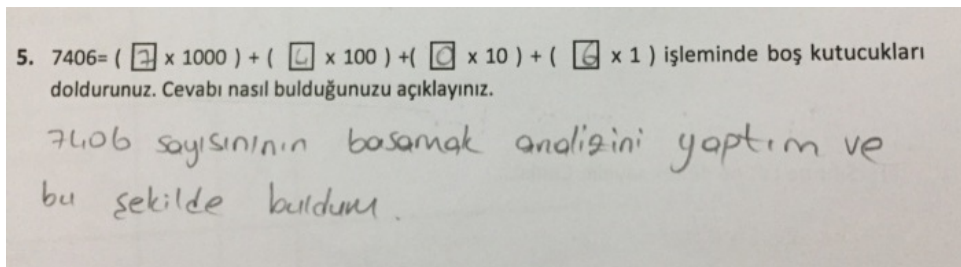
Bu öğrenci cevabından da anlaşılacağı üzere öğrenciler 10, 100, 1000 gibi sayıları büyük sayılar olarak kabul etmekte ve bu sayıları büyük yapan sayının sıfır olduğunu düşünmektedirler. Çalışmada kullanılan mülakat soruları hazırlanırken bu durum da dikkate alınmış ve öğrencilerin ondalıklı sayıları sıralarken neden sıfır sayısının miktarına göre sıralama yapıyor olabilecekleri sorusu öğretmenlere yöneltilmiştir.

4.1.5. 5.Soru

Beşinci soruda öğrencilerin, herhangi bir basamağında sıfır olan sayı hakkında ne düşündükleri öğrenilmek istenmiştir. Ortaokul ve lise öğrencilerinin hemen hemen hepsi bu soruda onlar basamağında sıfır tane onluk bulunduğunu ifade etmiştir. Bununla birlikte 7 adet binlik, 4 adet yüzlük ve 6 adet birlik yazan; sıfırı hiç kullanmayan öğrencilere de rastlanmıştır. Bu da göstermektedir ki ortaokul ve lise öğrencileri arasında sıfırın basamak değerine bakış açıları bakımından anlamlı bir farklılık bulunmamaktadır.

Aşağıda bu soruya verilen bazı öğrenci cevaplarından örnekler ve bu örneklerle ilişkin kısa açıklamalar yer almaktadır.

Yukarıda belirtildiği gibi öğrencilerin neredeyse tamamı bir sayıda herhangi bir basamakta yer alan sıfırın ne anlama geldiğini bilmektedir. Öğrenci cevaplarından birisi aşağıda verilmiştir.



Şekil 10. Beşinci soruya yönelik örnek bir öğrenci cevabı

Bu cevaptan da anlaşılacağı üzere öğrenciler onlar basamağında 0 tane onluk olduğunun farkındadırlar. Bu durum öğrencilerin sıfırın “*Yer Tutucu*” görevini bildiğini göstermektedir. Böyle düşünen öğrencilerin örneğin 12005 sayısını yazarken de hata yapmamaları beklenir.

4.1.6. 6.Soru

Hem ortaokul hem de lise öğrencilerinin işlemleri gerçekleştirirken ilk kesri sabit tutarak ve ikinci kesri ters çevirip çarparak işlemlerine devam ettikleri görülmüştür. Bu işlemleri yapan öğrenciler devamında $\frac{3}{0}$ sayısına ulaşmış ve $\frac{3}{0}$ sayısının sonucunu belirtmeden pay ile payı, payda ile paydayı çarpmış ve $\frac{12}{0}$ elde etmişlerdir. Bu kısımdan sonrasını inceleyecek olursak;

- Lise öğrencilerinin bir kısmı(%18,51) ve ortaokul öğrencilerinin bir kısmı(%9,3), $\frac{12}{0}$ ’ dan sonra yorum yapmayarak böylece bırakmışlardır.
- Bir grup lise öğrencisi ise(%24,07) ikinci kesri ters çevirip çarpıp $\frac{12}{0}$ sayısına ulaştıktan sonra kesrin sonucu olarak “Tanımsız” cevabını vermişlerdir. Burada dikkatleri çeken ise bu cevabı veren hiç ortaokul öğrencisinin olmamasıdır.
- Bu kısımda elde edilen bir diğer cevap ise “0”dır. Bu cevabı 11 ortaokul öğrencisi(%11,45), 5 lise öğrencisi(%4,62) kullanmıştır.
- Elde edilen bu üç farklı cevabın dışında cevaplar da görülmektedir. Bunlar ise sırası ile “∞”, “12” ve “1”dir. “∞” ve “1” cevaplarını lise öğrencisi kullanırken 12 ifadesine ise ortaokul öğrencilerinde denk gelinmiştir.

Elde edilen cevaplar aşağıdaki tabloda ele alınıp hangi cevabı kaç öğrencinin tercih ettiği ifade edilmiştir.

Tablo 7. Altıncı soruya verilen cevaplar ve öğrenci sayıları (f)

	Tanımsız	0	12	1	∞
Ortaokul(96)	0	11	1	1	0
Lise(108)	26	5	0	0	1

Yukarıdaki tablo incelendiğinde herhangi bir sayının 0’a bölümüne öğrencilerin farklı anlamlar yükleyebildikleri görülmektedir. Çalışmada elde edilen veriler detaylıca incelendiğinde lise öğrencilerinin büyük bir kısmının doğru cevap verdiği, bunun

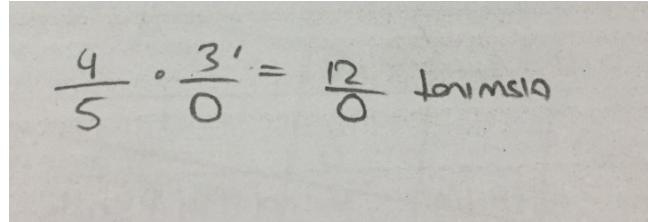
yanında yine buna yaklaşık bir kısmının da işlemleri bir noktaya getirdikten sonra yorum yapmadığı görülmüştür. Bununla birlikte ortaokul öğrencilerinin çoğunun(%75) bu soruya cevap vermediği, ancak bir kısmının(%11,45) 0 cevabına odaklandığı görülmüştür. Yine ortaokul öğrencilerinde herhangi bir sayının sıfıra bölümünün yine sayının kendisi olacağı inancı da mevcuttur. Ayrıca ortaokul öğrencilerinde “tanımsız” ifadesi karşılaşılmadığı da bir gerçektir.

Bunların dışında ortaokul öğrencilerinin az bir kısmının(%25), lise öğrencilerinin ise hemen hemen yarısının(%50,92) soruya cevap verdiği görülmektedir. Ayrıca ortaokul öğrencilerinden cevap verenlerin ise genelde aynı cevabı tercih ettikleri görülmüştür. Buradan hareketle ortaokul öğrencilerinin herhangi bir sayının sıfır sayısına bölümü durumunda nasıl davranacakları konusunda yeterli bilgiye sahip olmadıkları, bir diğer ifadeyle fikir sahibi olmadıkları söylenebilir.

Aşağıda bu soruya verilen bazı öğrenci cevaplarından örnekler ve bu örneklere ilişkin kısa açıklamalar yer almaktadır.

4.1.6.1. “ $X \in \mathbb{R}$ olmak üzere $x \div 0$ tanımsızdır.”

Bu soruda merak edilen öğrencilerin paydasında sıfır olan kesirler karşısında nasıl davrandıklarıdır. Öğrencilerin cevapları incelendiğinde bir kısım öğrencinin cevaba tanımsız dediği görülmektedir. Bu cevabı veren öğrencilerden birinin cevabı aşağıdadır.

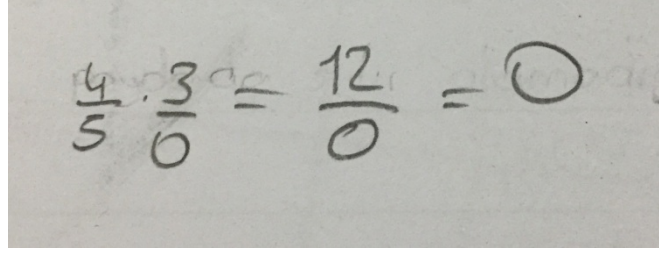

$$\frac{4}{5} \cdot \frac{3}{0} = \frac{12}{0} \text{ tanımsız}$$

Şekil 11. Altıncı soruya yönelik örnek bir öğrenci cevabı(1)

Bu cevaptan da anlaşılacağı üzere öğrenci öncelikle ikinci kesri ters çevirerek çarpmış ve cevabı $12 \div 0$ bulduktan sonra tanımsız olarak yorumlamıştır. Yukarıda belirtildiği gibi bu cevabı veren öğrencilerin tamamı lise öğrencisidir.

4.1.6.2. “ $X \in \mathbb{R}$ olmak üzere $X \div 0 = 0$ ’dır.”

Yine bu soruda aynı işlemleri yaptıktan sonra cevaba sıfır diyen öğrencilere de rastlanmıştır. Bu öğrencilerin cevaplarından alınan bir örnek aşağıda verilmiştir.

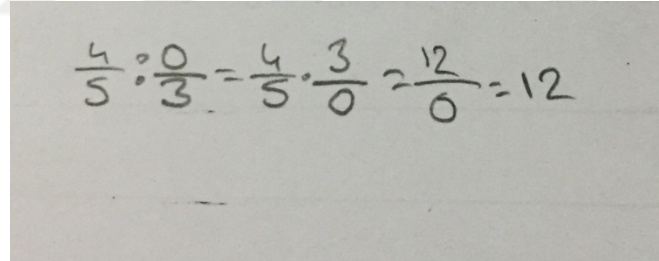

$$\frac{4}{5} \cdot \frac{3}{0} = \frac{12}{0} = 0$$

Şekil 12. Altıncı soruya yönelik örnek bir öğrenci cevabı(11)

Bu örnekten de anlaşılacağı üzere öğrenci yine ikinci kesri ters çevirip çarpmış ve $12 \div 0$ bulmuştur. Öğrencinin cevaba sıfır demesi, bölme işleminin anlamını kavrayamadığını göstermektedir. Bu ve benzeri örneklerde dikkatleri çeken bir durum söz konusudur; öğrenciler içerisinde sıfır geçen herhangi bir dört işlemin sonucuna sıfır diyebilmektedirler. Bu ise aşırı genelleme yapılarak ortaya çıkmış bir kavram yanılığı olarak nitelendirilebilir.

4.1.6.3. “ $X \in \mathbb{R}$ olmak üzere $X \div 0 = X$ ’ tir.”

Bu soruya verilen cevaplar incelendiğinde bazı öğrencilerin ise $12 \div 0$ işlemine kadar geldikleri, ancak sonuca 12 dedikleri görülmüştür. Bu öğrencilerin cevaplarını temsilen aşağıda bir örnek verilmiştir.


$$\frac{4}{5} \div \frac{0}{3} = \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{0} = \frac{12}{0} = 12$$

Şekil 13. Altıncı soruya yönelik örnek bir öğrenci cevabı(111)

Bu öğrencilerin de yine bölme işleminin anlamını kavrayamadığı söylenebilir. Burada farklı olarak öğrencilerin sıfırın toplamada “*Etkisiz eleman*” özelliğini aşırı genelleyerek bölme işleminde de kullandıkları söylenebilir. Ayrıca bölme işlemini somutlaştırırım derken hata yapmış olabilecekleri de düşünülebilir. Biraz daha açmak gerekirse; 12 adet elması olan birinin bu elmaları 0 kişiye dağıttığını, kişi başı hiç elma düşmediğini dolayısıyla 12 elmanın olduğu gibi durduğunu düşünüyor olabilirler. Bu durumun farklı olası nedenlerinin olabilecek olması ve öğrencilerde büyük sıkıntılara sebebiyet verebilecek olması; bu soruyu senaryo haline getirip öğretmenlere sunulması gerektiğini göstermektedir. Nitekim senaryo tipi 6 mülakat sorusundan birisi de bu durumla ilgilidir.

4.1.7. 7.Soru

Yedinci sorudan elde edilen cevaplar incelendiğinde, lise öğrencilerinin büyük bir kısmı(%80,55) ile ortaokul öğrencilerinin bir kısmı(%23,95) “ $4.0 = 5.0$ ” eşitliğinden sonra bir hata yapıldığını ve doğrusunun “ $0=0$ ” şeklinde olması gerektiğini belirtmiş ancak hatanın kaynağı hakkında fikir beyan etmemişlerdir. Bununla birlikte çoğu(%77,77) lise öğrencisi olmak üzere 9 öğrenci sıfır sayılarının sadeleştirilmesi işleminde bir hata olduğu düşüncesindedirler. Ancak 6 lise öğrencisi bu düşüncelerini; “*sıfırlar sadeleştirilemez.*” diyerek açıklarken bir ortaokul öğrencisi; “ $4.0 = 5.0$ *sadeleştirilemez.*” , bir lise öğrencisi; “*sayının sıfıra bölümü tanımsızdır.*” ve yine bir ortaokul öğrencisi; “ $4 = 5$ *sadeleştirilemez.*” şeklinde ifade etmiştir. Aşağıdaki tabloda bu cevaplara yönelik bilgiler verilmiştir.

Tablo 8. Yedinci soruya verilen cevaplar ve öğrenci sayıları (f)

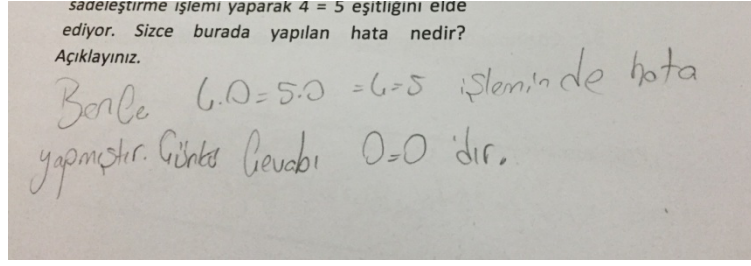
	Hatanın Kaynağını Doğru Tespit Edenler	Hatanın Kaynağını Yanlış Tespit Edenler
Ortaokul(96)	2	23
Lise(108)	7	87

Yukarıdaki tabloya bakarak özellikle ortaokul öğrencilerinin sıfır sayılarını sadeleştirmede bir mahsur görmedikleri söylenebilir. Bununla birlikte öğrencilerin hatanın kaynağını fark etmede sorun yaşıyor olabilecekleri de olası bir durumdur. Bu nedenle çalışmada bir başka soruda ise öğrencilere doğrudan “ $0 \div 0$ ” işleminin sonucu sorulmuştur.

Veriler incelendiğinde sıfır sayılarının sadeleştirilmesi işleminde ortaokuldan lise düzeyine doğru gidildikçe öğrencilerin daha bilinçli oldukları görülmektedir. Bununla birlikte ortaokul öğrencilerinin de yaklaşık 5’te biri işlemlerde bir sorun olduğunu fark etmiştir. Ancak hatanın kaynağını açıklayamamışlardır. Lise öğrencilerinde ise bu oran çok daha yüksek olup 5’te 4’tür.

Aşağıda bu soruya verilen bazı öğrenci cevaplarından örnekler ve bu örneklere ilişkin kısa açıklamalar yer almaktadır.

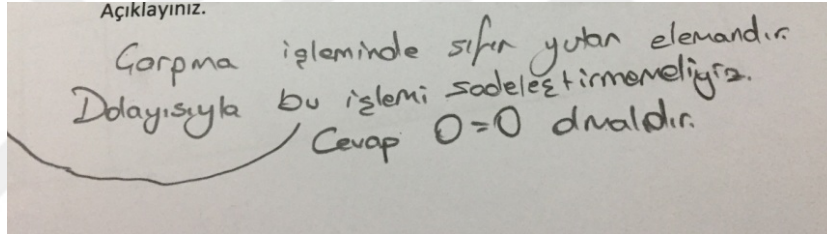
Öğrencilerin birçoğu(%53,92) soruda verilen işlemlerdeki hatanın sıfır sayısı ile ilgili adımda olduğunu anlamış, ancak tam olarak nedenini belirtmemişlerdir. Bu öğrencilerin cevaplarına örnek olarak aşağıdaki cevap verilmiştir.



Şekil 14. Yedinci Soruya Yönelik Örnek Bir Öğrenci Cevabı(I)

Bu cevaptan da anlaşılacağı üzere bazı öğrenciler sıfırların sadeleşmeyeceğinin farkında değildir. Bu soruda öğrencilerin sıfırların sadeleştiğini fark edememelerinden dolayı ilerleyen sorularda bu öğrencilere $0 \div 0$ işlemi yöneltilerek doğrudan ne düşündükleri öğrenilmeye çalışılmıştır.

Çoğunluğu(%77,77) lise öğrencileri olmak üzere bazı öğrencilerin ise hatanın kaynağını doğru tespit ettikleri ve sıfırların sadeleşmeyeceklerini belirttikleri görülmüştür. Bu öğrencilerin cevaplarından birisi aşağıdadır.



Şekil 15. Yedinci Soruya Yönelik Örnek Bir Öğrenci Cevabı(II)

Bu cevabı veren öğrencilerin ise sıfırların sadeleştiğini fark ettikleri ve buna müdahale ederek doğru açıklamayı yaptıkları görülmüştür.

4.1.8. 8.Soru

Sekizinci soruda öğrencilerden sıfır sayısı ile ilgili 3 kelime yazmaları istenmiştir. Öğrencilerin tamamından alınan cevaplar incelendiğinde en çok karşılaşılan ifadenin(%41,17); “*etkisiz eleman*” olduğu, ardından(%38,23) “*yutan eleman*” ifadesinin geldiği ve üçüncü olarak da(%32,84); “*yokluk, boşluk*” olduğu görülmüştür. Bu sıralama iki öğrenci grubundan alınan veriler toplamına göre yapılmış olup ortaokul ve lise öğrencilerinde sıralamalar fark etmektedir. Ortaokul öğrencilerinde 3. Sırayı “*çift sayı*” ifadesi alırken(Yani sırası ile; Etkisiz eleman, Yutan eleman ve Çift sayı), lise öğrencilerinde ise genel sıralamanın tam tersi bir durum söz konusudur.(Yani sırası ile; Yokluk-Boşluk, Yutan eleman ve Etkisiz eleman). Elde edilen listedeki ilk yedi kelime aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 9. Sekizinci soruya verilen cevaplar ve öğrenci sayıları (f)

Elde Edilen Kelimeler	Ortaokul (96)	Lise(108)	Toplam
Etkisiz Eleman	44	40	84
Yutan Eleman	34	44	78
Boş/Boşluk/Yokluk	19	48	67
Hiçbir şey	10	29	39
Çift Sayı	20	6	26
Nötr/Tarafsızlık	4	16	20
Başlangıç Noktası	1	12	13

Tablo incelendiğinde elde edilen cevaplardan oluşturulan sıralı listede hem ortaokul hem de lise öğrencilerinin sıfırın yokluğu çağrıştırmasına dayanarak cevaplar verdikleri görülmektedir. Bu cevaplara; “Hiçbir şey” , “Değersiz” , “Olmayan” , “Önemsiz” , “Yalnız” ve “ Eksik” gibi ifadeler örnek verilebilir. Bunların içerisinde “Hiçbir şey” ifadesi en sık görülen ifadedir(%19,11). Ayrıca her iki öğrenci grubundan da elde edilen ortak cevaplar incelendiğinde bu ifadelerden “Yokluk” ve “Hiçbir şey” ifadeleri karşımıza çıkmaktadır. Burada dikkat edilecek olursa bu ifadeleri kullanan öğrencilerin çoğunun(%71,64) lise öğrencisi olduğu görülecektir. Bulgular incelendiğinde özellikle bazı lise öğrencilerinde “Tanımsız, belirsiz” ifadeleriyle karşılaşmaktadır. Bu cevap lise öğrencilerinin oranından düşük olsa da ortaokul öğrencilerinde de karşımıza çıkmaktadır. Veriler incelendiğinde ortaokul ve lise öğrencilerinden elde edilen ortak cevapların sayısının 8 olduğu ancak bu cevaplarda öğrenci gruplarının oranları arasında farklılıklar olduğu görülmektedir. Ayrıca elde edilen cevapların çeşitliliğine bakıldığında ise lise öğrencilerin ifadelerinde çeşitliliğin daha çok olduğu görülmektedir.

4.1.9. 9.Soru

Dokuzuncu soruda öğrencilere 14 adet içerisinde sıfır sayısı geçen işlem sorulmuştur. Burada işlemlerin farklı olmasına veya farklı gösterimlerle ifade edilmesine önem verilmiştir. Aşağıda bu sorulardan elde edilen veriler üzerinde sırasıyla durulacaktır. Devamında ise öğrencilerin yaşadıkları zorluklar başlıklar halinde verilecektir.

- İlk olarak öğrencilere sıfırın toplama işlemindeki işlevine yönelik; “5 + 0” işlemi sorulmuştur. Ortaokul ve lise öğrencilerinin neredeyse tamamı bu

soruyu doğru cevaplayarak açıklama kısmına ise sıfırın toplama işleminde “Etkisiz eleman” olmasını belirtmişlerdir. Sadece 2 yedinci sınıf öğrencisi açıklama kısmına; “Yutan eleman” yazmışlardır.

- İkinci soru olarak öğrencilere “ 0^4 ” işlemi yöneltilmiştir. Bu soruda da özellikle lise öğrencilerinin sıfırın “Yutan eleman” olma özelliğini kullanarak cevaba sıfır dedikleri görülmüştür. Bununla birlikte özellikle ortaokul öğrencilerinden “4 ve 1” gibi cevaplar da elde edilmiştir. Ancak yanlış cevaplardan “Tanımsız” ifadesini 11. sınıf öğrencilerinden 5 öğrencinin verdiği görülmüştür.

- Sıfırın içerisinde geçtiği toplama işlemlerinden “ $0 + 0$ ” işleminin sorulduğu bu soruda hem ortaokul hem de lise öğrencilerinin neredeyse tamamının doğru cevap verdiği görülmüştür.

- Bir diğer soruda “ $0 : 0$ ” sorusu yöneltilen öğrencilerin ortaokul ağırlıklı bir kısmı cevaba sıfır demiştir. Bununla birlikte neredeyse tüm sınıf düzeylerinde; “Aynı sayıların birbirine bölümleri 1’dir.” açıklamasını yazarak cevaba 1 diyen ve sayıları az(1 ya da 2) olan öğrenciler bulunmaktadır. Özellikle lise düzeyinde ve son sınıflarda “Tanımsız” ve “Belirsiz” ifadelerine rastlanmıştır. Ayrıca bir 5. sınıf öğrencisi ve bir 9. sınıf öğrencisinin sırasıyla “Sıfırla 4 işlem yapılamaz.” ve “Cevap ∞ ’dur. Çünkü çözüm kümesinde sonsuz tane eleman olur.” açıklamalarında buldukları görülmüştür.

- Sıradaki soruda öğrencilere “ 0^0 ” işlemi yöneltilmiştir. Bu soruda 9. Ve 10. sınıf öğrencileri ağırlıklı olmak üzere; “Bütün sayıların sıfırinci kuvveti 1’dir.” Açıklaması yapılarak cevaba 1 demişlerdir. Bununla birlikte lise öğrencilerinden 11 ve 12. sınıf öğrencileri; “Tanımsız ve Belirsiz” ifadeleri kullanılmıştır. Son olarak özellikle ortaokul öğrencileri ve 9. sınıf öğrencileri de cevaba “sıfır” ifadesini vermişlerdir. Burada dikkat edilmesi gereken bir husus da 9. sınıf öğrencilerinin ortaokul öğrencilerine benzer cevaplar verdikleridir.

- Bu soruda öğrencilere “ 0×0 ” işlemi yöneltilmiş ve hem ortaokul hem de lise öğrencilerinin neredeyse tamamının “Yutan eleman” açıklamasına dayanarak cevaba sıfır dedikleri görülmüştür. Bununla birlikte daha önceki sonuçlara çelişki oluşturacak şekilde hiçbir lise öğrencisinin cevaba “Tanımsız” dememesine rağmen birkaç ortaokul öğrencisinin bu cevabı kullanmış oldukları görülmüştür.

- Bu soruda öğrencilere “ $14 \div 0$ ” işlemi yöneltilmiştir. Öğrencilerin farklı sembollere verecekleri cevapları incelemek adına bu soruya benzer bir soru farklı bir sembole oluşturulmuştur. Bu soruda öğrencilerden elde edilen cevaplar incelendiğinde özellikle ortaokul öğrencilerinin; “0 yutan elemandır” açıklamasını yaparak cevaba sıfır dedikleri görülmüştür. Bununla birlikte yine ortaokul öğrencilerinin; “Sıfır etkisiz elemandır” açıklaması yaparak sonuca 14 dedikleri görülmüştür. Lise öğrencilerinin ise neredeyse tamamı “Tanımsız” cevabını verirken çok az bir kısmı da “Belirsiz” cevabını kullanmıştır. Son olarak üç 12. sınıf öğrencisinin de cevaba “Sonsuz” dedikleri görülmüştür.
- Bu soruda öğrencilere “ 0×15 ” işlemi yöneltilmiş ve hem ortaokul hem de lise öğrencilerinin “Yutan Eleman” açıklamasını yaparak cevaba sıfır dedikleri görülmüştür. Bunun dışında sayıları çok az olan bir grup öğrencinin ise cevaba ”Tanımsız” ve “15” dedikleri görülmüştür.
- Bu soruda ise öğrencilere “ $12 \div 0$ ” sorusu yöneltilmiştir. Yukarıda da belirtildiği üzere burada bölme işlemi için farklı sembol kullanılmıştır. Yine burada da lise öğrencilerinin çoğunun(%86,53) cevaba “Tanımsız” dedikleri görülmüştür. Ortaokul öğrencilerinin çoğu(%67,70) ise cevaba “Etkisiz eleman” ve “ Yutan eleman” açıklamalarını yaparak sırasıyla “ 12 ” ve “ 0 ” cevaplarını vermişlerdir. Burada da az sayıda öğrencinin(%2,94); ”Belirsiz, 1 ve sonsuz” cevaplarını kullandıkları görülmüştür.
- Bir diğer soruda öğrencilere “ $8 - 0$ ” işlemi yöneltilmiş ve hem ortaokul hem de lise öğrencilerinin neredeyse tamamının “Etkisiz eleman” açıklamasını kullanarak cevaba 8 dedikleri görülmüştür. Ayrıca bazı ortaokul öğrencilerinin ise cevap olarak “0” ve “-8” ifadelerini kullandıkları görülmüştür.
- Bu soruda ise içerisinde sıfır geçen bir diğer bölme işlemi; “ $0 \div 4$ ” öğrencilere yöneltilmiştir. Elde edilen cevaplar incelendiğinde ise hem ortaokul hem de lise öğrencilerinin cevaba sıfır dedikleri görülmüştür. Bunun yanında bazı 7. Ve 10. sınıf öğrencileri cevaba “Tanımsız” demişlerdir. Ayrıca çoğunluğu(%81,25) ortaokul öğrencisi olmak üzere bazı öğrencilerin ise cevaba 4 dedikleri ve son olarak üç 9. sınıf öğrencisinin ise cevaba 0,4 dediği görülmüştür.
- Bir sonraki soruda öğrencilere “ 7^0 ” işlemi yöneltilmiş ve özellikle lise öğrencilerinin çoğunun(%98,14) cevaba 1 dedikleri görülmüştür. Bununla birlikte ortaokul öğrencilerinin ağırlıkta olduğu bir grup öğrenci ise cevaba “0” ve “7”

demıştır. Bu soruda dikkat çeken bir husus ise beşinci sınıf öğrencilerinin bu soruyu boş bırakmış olmalarıdır.

- Bu soruda öğrencilere çarpma işleminin farklı bir sembolü kullanılarak; “ $5 \cdot 0$ ” işlemi yöneltilmiştir. Elde edilen cevaplar incelendiğinde ise hem ortaokul hem de lise öğrencilerinin neredeyse tamamının “Etkisiz eleman” özelliğini kullanarak cevaba 0 dedikleri görülmüştür.
- Bu kısımda son soru olarak öğrencilere “ $0 - 7$ ” işlemi yöneltilmiş olup elde edilen cevaplar incelendiğinde özellikle lise öğrencileri olmak üzere öğrencilerin cevaba -7 dedikleri görülmüştür. Bununla birlikte ortaokul öğrencilerinden 24’ü cevaba 0 derken 19’u da cevaba 7 demişlerdir. Bu iki cevap lise öğrencilerinde yok denecek kadar azdır. Az sayıda öğrencinin ise bu soruya cevabı “Tanımsız” olmuştur.

Aşağıdaki Tablo10’da bu sorulardan sadece üçüyle ilgili bilgi verilmiştir.

Bu sorular seçilirken çalışmanın amacı dikkate alınmıştır.

Tablo10. Dokuzuncu soruya verilen cevaplar ve öğrenci sayıları (f)

	$0 \div 0$				0^0				$12 \div 0$		
	0	1	Tanımsız	Belirsiz	0	1	Tanımsız	Belirsiz	0	12	Tanımsız
Ortaokul(96)	70	3	15	0	57	14	12	1	40	25	20
Lise(108)	40	3	50	8	19	30	34	17	6	1	90

Veriler incelendiğinde ortaokul öğrencilerinin sıfırın içerisinde bulunduğu bölme işlemlerinde ve üslü ifadelerinde yani $0 \div 0$, 0^0 ve $12 \div 0$ işlemlerinde zorlandıkları görülmektedir. Bununla birlikte öğrencilerin verdikleri cevaplar incelendiğinde sonucun “Tanımsız” olduğu cevaplarda genellikle lise öğrencilerinin verdikleri cevapların doğru olduğu görülmüştür.

4.1.9.1. “ $0 \div 0 = 0$; Yani Sıfırın İçinde Sıfır Yoktur”

Öğrencilerin bazılarının $0 \div 0$ ifadesinin 0’a eşit olduğunu belirttikleri görülmüştür. Bu öğrenciler açıklama kısmına ise “Sıfırın içerisinde sıfır hiç yoktur.” yazmışlardır. Buradan bu öğrencilerin sıfır sayısıyla bölme işlemi yaparken diğer sayılar gibi düşündükleri ve bu durumun da kendilerini hataya götürdüğü söylenebilir. Böyle düşünen öğrencilerin cevabına örnek olarak aşağıda bir cevap verilmiştir.

0:0	Sıfırın kuvvetinde 0 yoktur.	0
-----	------------------------------	---

Şekil 16. Dokuzuncu soruya yönelik örnek bir öğrenci cevabı(I)

4.1.9.2. “ $0^0 = 1$; Yani sıfırın sıfıncı kuvveti 1’dir.”

0^0 işleminde ise yukarıda belirtildiği gibi öğrenciler sıfır hariç tüm sayıların sıfıncı kuvvetinin 1 olması bilgisinde aşırı genelleme yaparak kavram yanlışlığına düştükleri söylenebilir. Böyle düşünen öğrencilerin cevaplarından bir örnek aşağıda verilmiştir.

0^0	Bir sayının 0’ü 0 ise sonuç daima 1’dir.	1
-------	--	---

Şekil 17. Dokuzuncu soruya yönelik örnek bir öğrenci cevabı(II)

Yukarıdaki öğrenci cevabından da anlaşılacağı üzere bazı öğrencilerin sıfır içeren kuvvet alma işlemlerinde zorlandıkları görülmektedir.

4.1.9.3. “ $12 \div 0 = 12$ ve $14 \div 0 = 14$; yani $X \in \mathbb{R}$ için $X \div 0 = X$ ’tir.”

Öğrencilerin hata yaptığı bir diğer kısım ise 12 ve 14 sayılarını sıfır sayısına bölme işlemidir. Daha önce de belirtildiği üzere bu iki işlem farklı sembollerle verilerek öğrencilerin farklı semboller karşısındaki tutumları gözlenmiştir. Her iki soruda da bazı öğrencilerin cevaba 12 veya 14 dediği görülmüştür. Önceki sorularda da karşımıza çıkan bu durum, öğrencilerin toplama işleminde etkisiz eleman olan sıfır sayısının bu özelliğini aşırı genelleyerek bölme işleminde de kullanmaları sonucu açığa çıkmaktadır. Aşağıda böyle düşünen öğrenci cevaplarından bir örnek verilmiştir.

$\frac{14}{0}$	14’ü sıfıra böldüğümüzde birşey çıkmaz	14
0×15	Sıfırla çarpılan sayılar sıfır olur	0
$12 \mid 0$	12’yi sıfıra böldüğümüzde birşey çıkmaz	12
$8-0$		

Şekil 18. Dokuzuncu soruya yönelik örnek bir öğrenci cevabı(III)

Bu cevabın bir diğere açıklaması da; öğrencilerin belli bir miktar çokluğu hiç kimseye dağıtmamaları sonucu ellerindeki çokluğun değişmediğini düşünmeleri olabilir. Benzer bir durum 6. soruda da karşımıza çıkmıştır.

4.1.10. 10.Soru

Onuncu soruda öğrencilerde karşılaşılan ve bazıları kavram yanılgıları içeren genel ifadeler öğrencilere sunulmuş; öğrencilere, bu ifadelere katılıp katılmadıkları sorulmuştur. Aşağıda bu ifadelere öğrencilerin verdikleri cevaplar incelenmiştir.

İlk ifade öğrencilere “*0(Sıfır) doğal sayıdır.*” ifadesi verilmiştir. Ortaokul ve lise öğrencilerinin neredeyse tamamı bu ifadeye katıldıklarını belirtmiştir. Bu ifadeye katılmayan öğrencilerin ise ortaokulda daha çok oldukları ancak yine de tüm öğrencilere oranla sayılarının oldukça az olduğu görülmüştür.

İkinci ifade olarak öğrencilere; “*Bir sayıyı 10 ile çarpmak demek sayının yanına 0(sıfır) yazmak demektir.*” ifadesi sunulmuştur. Elde edilen cevaplar incelendiğinde çoğu(%87,74) öğrencinin bu ifadeye katıldığı görülmüştür. Bu ifadeye “*Evet*” diyen öğrencilerden ise lise öğrencilerinin oranının ortaokul öğrencilerinden daha çok olduğu da dikkat çeken bir husustur.

Üçüncü ifade olarak öğrencilere; “*Bütün sayılar sayı doğrusu üzerinde 0(sıfır)'a yaklaştıkça küçülürler.*” ifadesi kullanılmıştır. Bu ifadeye lise öğrencileri katılmazken ortaokul öğrencilerinde ise durum daha farklıdır. Ortaokul öğrencilerinin yarısına yakın bir kısmı(%40,62) bu ifadeye katıldıklarını bildirmiştir.

Dördüncü ifade öğrencilere; “*Elimde hiç elma yok.*” ifadesiyle “*Elimde 0(sıfır) tane elma var.*” ifadesi aynı anlama gelmektedir.” ifadesi verilmiştir. Öğrencilerden elde edilen cevaplar incelendiğinde özellikle lise öğrencilerinin neredeyse tamamının bu ifadeye katıldığı görülmüştür.

Beşinci olarak öğrencilere; “*Matematikte 0(Sıfır) sayısı olmasa da olurdu.*” ifadesi sunulmuş ve elde edilen cevapların incelenmesiyle lise öğrencilerinin tamamına yakınının bu ifadeye katılmadığı görülmüştür. Ortaokul öğrencilerinde ise bu oran daha düşük olup %75 şeklindedir.

Altıncı ifade olarak öğrencilere; “*Pozitif sayılar 0(sıfır)'la başlar.*” ifadesi verilmiştir. Bu ifadeye de bir önceki ifadeye olduğu gibi lise öğrencilerinin neredeyse

tamamının katılmadığı görülürken ortaokul öğrencilerinde bu oranın %64,58 olduğu görülmüştür.

Yedinci ifade olarak öğrencilere; “*Boş kümenin eleman sayısı 0(sıfır)’dır.*” ifadesi verilmiştir. Bu ifadeye lise öğrencilerinin çoğu(%86,11) katılmıştır. Ortaokul öğrencilerinin de çoğunun(%71,87) bu ifadeye katıldığı ancak oranın lise öğrencilerinden daha düşük olduğu görülmüştür.

Sekizinci ifade olarak öğrencilere; “*Bütün sayıların 0.(sıfır) kuvveti 1’dir.*” ifadesi verilmiştir. Burada öğrencilerin sıfırın sıfır kuvvetinin 1 olmayacağını fark etmeleri beklenmiştir. Bu ifadeye her iki öğrenci grubunun bir kısmının(%57,35) katıldığı görülmüştür. Burada dikkat çeken nokta ise lise öğrencilerinden bu ifadeye katılanların oranının ortaokul öğrencilerinin oranına göre daha fazla olmasıdır.

Dokuzuncu ifade olarak öğrencilere; “*Matematikte ilk keşfedilen sayı 0(sıfır)’dır.*” ifadesi verilmiştir. Öğrencilerden elde edilen veriler incelendiğinde her iki grupta da bu ifadeye katılmayanların oranı daha yüksektir. Bununla birlikte lise öğrencilerinden bu ifadeye katılmayanların oranı ortaokul öğrencilerine göre daha yüksektir.

Onuncu ifade olarak öğrencilere; “*Hava sıcaklığının 0°C olması ortamda hiçbir sıcaklık değerinin bulunmadığını gösterir.*” ifadesi verilmiştir. Öğrencilerden elde edilen veriler incelendiğinde; lise öğrencilerinin neredeyse tamamının bu ifadeye katılmadığı, ortaokul öğrencilerinin ise yaklaşık olarak yarısının katılmadığı görülmektedir.

Son ifade olarak ise öğrencilere; “*Bir sadeleştirme işleminde bütün sayılar birbirini götürdüğünde sonuç; 0 (Sıfır) olur.*” ifadesi verilmiştir. Öğrencilerden elde edilen cevaplar incelendiğinde ortaokul ve lise öğrencilerinin katılım oranları arasında önemli ölçüde farklılık görülmüştür. Lise öğrencilerinin çoğu(%83,65) bu ifadeye katılmazken; ortaokul öğrencilerinin bir kısmının (%54,16) bu ifadeye katıldığı görülmüştür.

Aşağıdaki tabloda öğrencilerin tercihleri verilmiştir.

Tablo11. Onuncu soruya verilen cevaplar ve öğrenci sayıları (f)

	Ortaokul(96)		Lise(108)			Ortaokul(96)		Lise(108)	
	Evet	Hayır	Evet	Hayır		Evet	Hayır	Evet	Hayır
0(Sıfır) doğal sayıdır.	84	7	103	3	Bir sayıyı 10 ile çarpmak demek sayının yanına 0(sıfır) yazmak demektir.	81	10	98	10
Bütün sayılar sayı doğrusu üzerinde 0(sıfır)'a yaklaştıkça küçülürler.	39	52	6	102	“Elimde hiç elma yok” ifadesiyle “Elimde 0(sıfır) tane elma var” ifadesi aynı anlamda gelmektedir.	90	1	100	10
Matematikte 0(Sıfır) sayısı olmasa da olurdu.	15	72	1	105	Pozitif sayılar 0(sıfır)'la başlar.	25	62	9	96
Boş kümenin eleman sayısı 0(sıfır)'dır.	69	8	93	10	Bütün sayıların 0.(sıfır) kuvveti 1'dir.	52	30	65	43
Matematikte ilk keşfedilen sayı 0(sıfır)'dır.	35	43	22	71	Hava sıcaklığının 0°C olması ortamda hiçbir sıcaklık değerinin bulunmadığını gösterir.	44	45	5	100
Bir sadeleştirme işleminde bütün sayılar birbirini götürdüğünde sonuç; 0 (Sıfır) olur.	52	33	20	87					

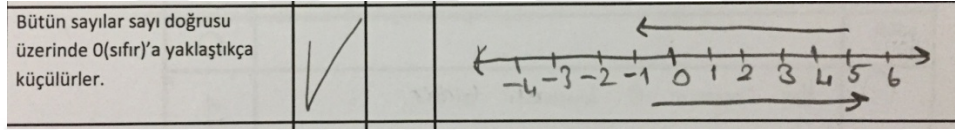
Yukarıdaki tabloda öğrencilere yöneltilen ifadeler ve öğrencilerin cevapları incelendiğinde ortaokul ve lise öğrencilerinin ifadelerin neredeyse tamamında ortak

cevaplara yoğunlaştıkları görülmektedir. Sadece son ifadede ortaokul öğrencileri ile lise öğrencileri farklı cevaplara yoğunlaşmışlardır. Bununla birlikte iki grup öğrencileri de aynı cevaba yoğunlaşmış olsalar da oranları arasında önemli fark olan ifadeler de mevcuttur(Örneğin 3. ifade). Genel olarak, sıfırla ilgili verilen ifadelere ortaokul ve lise öğrencilerinin aynı istikamette cevaplar verdiği söylenebilir.

Aşağıda bu soruya verilen bazı öğrenci cevaplarından örnekler ve bu örneklere ilişkin kısa açıklamalar yer almaktadır.

4.1.10.1. “Bütün Sayılar Sayı Doğrusu Üzerinde Sıfıra Yaklaştıkça Küçülürler”

Öğrencilerin verdikleri cevaplar incelendiğinde bazı öğrencilerin sayı doğrusu üzerinde sıfır ve sıfırın çevresindeki sayılar hakkında yanlışya düştükleri görülmüştür. Bu öğrenciler bütün sayıların sayı doğrusu üzerinde sıfır sayısına yaklaştıkça küçüleceğini düşünmektedirler. Böyle düşünen öğrencilerden birinin cevabı aşağıda verilmiştir.

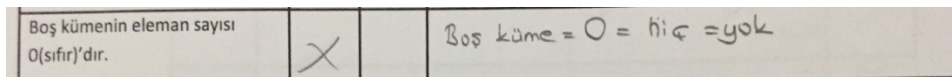


Şekil 19. Onuncu soruya yönelik örnek bir öğrenci cevabı(1)

Böyle düşünen öğrencinin negatif sayıların sayı doğrusu üzerindeki konumları ve sıfır ile aralarındaki mesafenin anlamı konusunda yanlışya düştüğü söylenebilir.

4.1.10.2. “Boş Küme ve Sıfır Aynı Kavramlardır.”

Bir grup öğrenci ise “boş küme” ve “sıfır” kavramlarını birbirine karıştırmışlardır. Boş kümenin elemanının olmaması ile sıfırın taşıdığı “Yokluk” anlamlarını bütünleştiren öğrencilerin aşağıdaki örnek açıklamaya benzer açıklamalar yaptıkları görülmektedir.



Şekil 20. Onuncu soruya yönelik örnek bir öğrenci cevabı(11)

Daha önce de belirtildiği üzere sıfır sayısının sadece “Yokluk” anlamı üzerinde durmak öğrencilerdeki hata ve yanlışların sebebi olarak karşımıza çıkabilmektedir.

4.1.10.3. “Bir Sadeleştirme İşleminde Bütün Sayılar Birbirini Götürürse Sonuç Sıfır Olur.”

Bu soru ile ilgili bir grup öğrencinin sadeleştirme işleminde hata yaptığı ve yanılığa düştüğü görülmüştür. Bu öğrenciler bir sadeleştirme işleminde tüm sadeleşmeler gerçekleşikten sonra cevabın sıfır olacağını belirtmişlerdir. Açıklama kısmına ise “Götürmek”, “Geriye bir şey kalmaması” vb. ifadeleri yazmışlardır. Aşağıda örnek cevap mevcuttur.

Bir sadeleştirme işleminde bütün sayılar birbirini götürdüğünde sonuç; 0 (Sıfır) olur.	✓	Bütün sayılar birbirini götürdüğü için
--	---	--

Şekil 21. Onuncu soruya yönelik örnek bir öğrenci cevabı(111)

Bu cevaptan da anlaşılacağı üzere öğrenciler yine sıfırın “Yokluk” anlamıyla “Götürmek” kelimelerini eşleştirerek ortada bir sayı kalmadığını düşünmüş ve cevaba sıfır demişlerdir.

Onuncu soruda öğrencilere bazı genellemeler sunulmuş ve verdikleri cevaplar incelenmiştir. Bu genellemeler literatürden, araştırmacının öğretmenlik tecrübelerinden ve uzman görüşü alınarak elde edilmiştir. Öğrencilerden alınan dönütler ortaokul ve lise düzeyinde ayrı ayrı incelenmiş olup, inceleme sonucu elde edilen kategoriler yukarıda gösterilmiştir.

4.2. Öğretmenlerle Gerçekleştirilen Mülakatlar

Bu kısma kadar sunulanlar öğrencilerden elde edilen bulguları kapsamaktaydı. Bulguların bu kısmı ise öğretmenlerle yapılan mülakatlarda elde edilen verilerin irdelenmesi sonucunda ortaya çıkmıştır. Daha önce de belirtildiği üzere 3 ilköğretim ve 3 ortaöğretim matematik öğretmeniyle gerçekleştirilen mülakatlarda seçilen öğretmenlerin araştırmacının çevresinden, tanıdığı öğretmenler olmasına özen gösterilmiştir. Bunun sebebi; araştırmacı ve öğretmen arasında yeterince samimi ortam oluşturulursa elde edilecek olan verilerin daha güvenilir olacağı düşüncesidir. Bu sebeple çalışmaya dâhil edilen ortaöğretim matematik öğretmenleri araştırmacı ile aynı okulda görev yapan 3 öğretmen olup ilköğretim matematik öğretmenlerinden birisi de araştırmacının daha önceden tanıdığıdır. Diğer iki ilköğretim matematik öğretmeni ise

mülakat öncesi tanışılmış olup gerekli samimi ortamın oluşması sağlanmaya çalışılmıştır. Bu iki öğretmen de araştırmacı ile aynı ilçede görev yaptıklarından samimi ortamın oluşması çok vakit almamıştır. Böylece yapılan 6 mülakat da yeterince güvenilir veriler sunmuştur.

Araştırma kapsamında mülakat yapılan öğretmenlerden çalışmada söz ederken kesinlikle gerçek isimlerinin çalışmada geçmeyeceği, bunun yerine takma ad kullanılacağı mülakat öncesi kendilerine bildirilmiştir. Böylece kendilerini güvende hissetmişler ve sorulara daha objektif cevaplar vermişlerdir. Bu nedenle ilköğretim matematik öğretmenlerinden bahsederken Turgut, Mehtap ve Zeliha; ortaöğretim matematik öğretmenlerinden bahsederken de Gül, Emre ve Ahmet isimleri kullanılacaktır. Ayrıca araştırmacı için de A ifadesinin kullanılması uygun bulunmuştur.

Yapılan mülakatların öğretmenleri kasmaması ve heyecanlandırmaması adına her bir öğretmene bu mülakatların çalışmanın bir parçası olduğunun ve bunu yapmaktaki amacın kesinlikle kendilerinin matematik ve matematik öğretme becerilerini ölçmek olmadığını altı çizilmiştir. Böylece öğretmenlerin kendilerini rahat hissetmeleri sağlanmıştır.

Aşağıda öğretmenlerle yapılan mülakatlardan elde edilen bulgular her bir senaryo için ayrı başlıklar halinde sunulmuştur.

4.2.1. 1.Senaryo

Aşağıda ilk sorunun analizinden elde edilen bulgular yer almaktadır. Bu soruda öğretmenlere, bazı öğrencilerin neden sıfır sayısını ne tek ne de çift kabul ettiği ve bu düşünceye sahip bir öğrenciye vereceği dönütün ne olduğu yöneltmiştir. Elde edilen bulgular incelendiğinde üç ilköğretim matematik öğretmenin de öğrencilerin düşünceleri hakkında fikir beyanında bulunduğu görülmüştür. Buna karşın üç ortaöğretim matematik öğretmeninden ise ikisi öğrencilerin düşünceleri hakkında farkındalık sahibidir. Diğerleri ise öğrencilerin neden böyle düşündükleri konusunda fikir yürütememiş, sorunun ortaokulda öğrendikleriyle ilişkili olduğunu belirtmiştir. Araştırmacının soruyu derinleştirme üzerine öğretmen; ortaokulda matematik öğretmenlerinin çift sayıları anlatırken 2'den başlamış olabileceğini belirtmiştir. Buradan hareketle ilköğretim matematik öğretmenlerinin ortaöğretim matematik öğretmenlerine nazaran öğrencilerin düşünceleri ile ilgili farkındalıklarının daha yüksek olduğu sonucu çıkarılabilir.

Elde edilen cevaplar analiz edildiğinde; genelde öğretmenlerin birbirinden farklı cevaplar vermesinin yanında altı öğretmenden dördü bu durumu öğrencilerin çift sayıları öğrenirken 2,4,6,8...; tek sayıları da 1,3,5,7... şeklinde öğrenmelerine bağlamaktadırlar. Yani öğretmenlere göre öğrenciler; ilk çift sayıyı 2; ilk tek sayıyı 1 olarak öğrendikleri için sıfır sayısını tek ya da çift sayılara dâhil etmiyorlar.

Öğretmenlerin çözüm önerileri incelendiğinde ilköğretim matematik öğretmenlerinden ikisinin takılmadan çözüm önerisinde bulunduğu görülmüştür. Diğer öğretmen ise önce cevap verememiş, ardından araştırmacının ipucu vererek cesaretlendirmesi üzerine çözüm önerisini belirtmiştir. Diğer taraftan ortaöğretim matematik öğretmenlerinden ise sadece biri çözüm önerisi geliştirebilmiştir. Diğer ikisi ise herhangi bir yorum yapamamıştır. Yorum yapamayan öğretmenlerden biri öğrencilere konuyu anlatırken sıfırın bir çift sayı olduğunu ve bunun bir kural olduğunu belirteceğini ifade etmiştir. Buradan da ilköğretim matematik öğretmenlerinin ortaöğretim matematik öğretmenlerine göre çözüm önerisi geliştirme konusunda daha iyi oldukları söylenebilir.

Çözüm önerileri incelendiğinde ise cevapların genelde farklılık gösterdiği görülmüştür. Bununla birlikte altı öğretmenden üçünün çözüm önerisinin; *“2’den bir önceki çift sayıyı bularak sıfırın çift olduğunu keşfetmesi”* olduğu görülmüştür.

Öğretmenlerden elde edilen cevaplardan hareketle öğrenci düşüncelerinin olası nedenleri ve çözüm önerileri aşağıda Tablo12’de belirtilmiştir. Tabloda bir öğretmenden elde edilen farklı cevaplar farklı satırlarda yer alabilmektedir.

Tablo 12. Birinci senaryoya yönelik öğretmen görüşleri

f	Olası Nedenleri	f	Çözüm Önerileri
4	En küçük çift sayının 2 olduğunu düşünmek	3	2'den bir önceki çift sayının keşfettirilmesi
1	Sıfırın negatiflik ve pozitifliği ile teklik ve çiftliğini karıştırmak		
1	Sıfır hem 2'ye, hem 3'e, hem 4'e vs. tam bölüdüğü için	1	Birler basamağı sıfır olan sayıların çiftliğinin sorgulanması
1	Öğrenci $2n$ veya $2n+1$ kalıbını oturtamamış	1	$2n$ kalıbının oluşturulması ve n yerine tamsayı değerlerinin verilmesi
1	Tek ve çift sayıların ardışık olduğunun bilinmemesi		

Tablo12'den hareketle öğretmenlerin bazı olası nedenleri ve çözüm önerilerini daha çok tercih ettikleri ortadadır. Olası nedenler konusunda 6 öğretmenden toplam 5 farklı cevap alınırken, çözüm önerileri konusunda ise 3 cevap alınmıştır. Bu da öğretmenlerin farkındalık düzeylerinin çözüm önerisi geliştirme düzeylerine göre daha ileride olduğunu göstermektedir.

Aşağıda her bir öğretmenle Senaryo 1 hakkında yapılan konuşmalardan örnek kesitler sunulmuş ve yorumlanmıştır.

Turgut ve araştırmacı arasında bu senaryo ile ilgili geçen konuşmada Turgut; *“Öğrenciler en küçük çift sayıyı 2 olarak kabul ediyor olabilirler. Bu nedenle ikiye bölünebiliyorsa çifttir bölünemiyorsa tektir diyor olabilirler.”* şeklinde bir ifade

kullanmıştır. Ardından meslek hayatında böyle öğrencilere pek denk gelmediğini belirten Turgut; *“İşin açığı ben çok denk gelmedim ama şöyle bir durum oluyor; sıfır tek midir çift midir diye soru yönelttiğimde çifttir diyorlar fakat çift sayıları söyleyin dediğimde 2 den başlıyorlar.”* demiştir. Bunun üzerine; araştırmacı; *“Anladım hocam. Hocam bu maddeyle ilgili ikinci sorumuz şöyle; siz sıfırı tek ya da çift kabul etmeyen bir öğrenciye denk gelerseniz ona nasıl bir dönüt verirdiniz?”* diye sormuş ve Turgut ise 2'nin çift bir sayı olmasından hareketle; *“Belki şöyle anlatmaya çalışırım; çocuk ikinin çift olduğunu, sonrasında 4,6,8 vs geldiğinin farkında. Yani ikişer ikişer artarak gittiğini bildiğine göre 2 den bir önce hangi çift sayı olduğunu sorarım. Böylece sıfırın da çift sayı olduğunu görmüş olur.”* demiştir.

Buradan hareketle Turgut öğretmenin öğrencilerin düşüncelerinin nedenleri hakkında fikir sahibi olduğu, ayrıca öğrencilerdeki bu düşüncenin nasıl düzeltilebileceği ile ilgili çözüm önerilerine de sahip olduğu söylenebilir.

Mehtap ve araştırmacı arasında bu senaryo ile ilgili geçen konuşmada ise Mehtap öğrencilerin sıfır sayısının pozitif veya negatif olmayışını tek ya da çift değildir şeklinde genellediklerini düşündüğünü belirterek; *“Sıfır sayısını pozitif ya da negatif sayılara dâhil etmiyoruz, bence bunu öğrenci karıştırıyor olabilir. Yani 0 pozitif ya da negatif değildir diyeceğine tek ya da çift değildir diyor olabilir.”* demiştir. Bunun üzerine araştırmacı, öğrencilerin böyle düşünmelerinin farklı nedenlerinin neler olabileceğini sorması üzerine Mehtap; *“Şöyle düşünmüş olabilirler belki; sayma sayılar birden başladığı için sıfırı hiç saymıyor da olabilirler.”* demiştir. Araştırmacı ve öğretmen arasında ilerleyen süreçte ise şöyle bir konuşma geçmiştir.

A: Şunu mu demek istiyorsunuz hocam; öğrenci ilk olarak 1 sayısıyla karşılaşır. Sıfırla tanışması biraz zaman alır. O yüzden aklına ilk 1 gelir.

Mehtap: Evet, bence öyle. Bu yüzden de sıfıra sayı gözüyle bile bakmayan öğrenciler vardır.

Bunun üzerine araştırmacı; *“Peki, size böyle bir iddiada bulunsa öğrenci, sıfır ne tektir ne de çifttir dese ona nasıl bir dönüt verirdiniz?”* diyerek öğretmenin çözüm önerisi sormuştur. Mehtap ise birler basmağı sıfır olan sayıların çift olmasını örnek göstereceğini belirterek; *“Peki 20 sayısı nedir diye sorardım, ya da 30, 40...”* demiştir. Araştırmacı öğretmenin söylemek istediğinden emin olmak için birler basamağında sıfır olduğu için mi böyle dönüt vereceğini sormuştur. Mehtap ise; *“Aynen, 20 sayısına*

öğrenci çifttir diyecektir. Çünkü normalde bilmesi gerekiyor bunu. Ben de o zaman derim ki; bak burada sıfırı çift kabul ettiğin için 20'ye de çift diyorsun. Demek ki sıfır da çift bir sayıymış.” demiştir.

Yukarıdaki kesitlerden de anlaşılacağı üzere, Mehtap öğretmenin öğrencilerinin düşünceleri ile ilgili farkındalığının bulunduğu, bunu birkaç olası nedenle açıklayabildiği görülmektedir. Bununla birlikte Mehtap öğretmenin öğrencilerine verebileceği dönütler sorulduğunda verdiği cevaplardan çözüm önerilerine sahip olduğu da anlaşılmaktadır.

Zeliha ile araştırmacı arasında geçen konuşmada Zeliha, öğrencilerin ezber bilgi ile hareket ettiklerini ve konunun mantığını pek sorgulamadıklarını belirterek; *“Öğrenciler daha çok ezbere bilgi ile hareket ediyorlar. İşin mantığını, nereden geldiğini çok fazla yorumlamıyorlar, sorgulamıyorlar ve soyut olarak öğreniyorlar.”* demiştir. Araştırmacının “soyut öğrenme” ifadesini biraz daha açmasını istemesi üzerine Zeliha; *“Yani 2,4... gibi sayılar daha somut bence, sıfır soyut bir kavram sonuçta.”* demiştir. Öğretmenin mülakat esnasında konuşmaya pek istekli olmadığı ve farklı cevaplar veremediği araştırmacı tarafından fark edilmiştir. Zeliha'nın farklı bir olası neden belirtemeyeceği anlaşılınca araştırmacı tarafından öğretmenin vereceği dönüt sorulmuş ve araştırmacı ile öğretmen arasında şu konuşma geçmiştir;

A: Anladım hocam. Öğrenci bu yüzden zorlanıyor diyorsunuz. Peki, size böyle bir şey diyen bir öğrencinize nasıl bir dönüt verirdiniz?

Zeliha: Bilemiyorum nasıl cevap verirdim. Yardımcı olur musunuz?

Öğretmenin heyecanlı olabileceği ve sağlıklı düşünememiş olabileceği düşünülerek bazı ipuçları verilmiştir; *“Hocam mesela 2 sayısı, 4 sayısı, 6 sayısı hep çift ve ...”*. Öğretmen yeterli ipucunu almış olmalı ki araştırmacı sözünü bitirmeden; *“Örüntü oluşturmalarını sağlayabilirim, evet. Yani 2'den başlayarak ikişer ikişer artırıp çift sayıları elde ederlerken, geri giderek de yine tek sayıları bulabileceğini fark ettiririm. Nihayetinde 2'den bir önceki çift sayının sıfır olduğunu görecektir öğrenci.”* demiştir. Araştırmacı diğer soruya geçecek iken Zeliha; *“Yalnız burada şuna da dikkat etmek lazım. Öğrenci sıfıra gelince durmalı, negatif sayılara girmemeli.”* demiştir. Zeliha'nın cevabından emin olmak isteyen araştırmacı; *“Negatif sayılarda teklik çiftlik yoktur diyorsunuz yani?”* diye sormuştur. Bunun üzerine; *“Evet. Yoksa hata yapmış olur öğrenci.”* demiştir.

Bu konuşmadan da anlaşılmaktadır ki Zeliha öğretmen öğrencilerin neden bu düşünceye sahip olabilecekleri konusunda fikir beyan edememiş, öğrencilerin düşünmeden, mantık yürütmeden ezbere cevap verdiklerini iddia etmiştir. Çalışmanın yapıldığı ortaokulda görev yapan Zeliha öğretmen ayrıca öğrencilere vereceği dönüt konusunda da sıkıntı yaşamış ve ilk aşamada cevap verememiştir. Bunun üzerine araştırmacı ipucu vermiş ve öğretmen bir çözüm önerisinde bulunmuştur. Ayrıca Zeliha öğretmen negatif sayılarda teklik ve çiftlik kavramlarının tanımlı olmadığını, teklik ve çiftlik kavramlarının sadece doğal sayılarda sorgulanması gerektiğini de iddia etmiştir.

Gül ile araştırmacı arasında geçen konuşmada Gül, sıfırın hem 2'ye hem 3'e hem 4'e tam bölünebiliyor olmasından dolayı öğrencilerin sıfırı ne tek ne de çift olarak kabul ettiklerini belirtmiştir. Bu konuda sözlerini; *“Hocam biz öğrenciye çift sayıları anlatırken ikiye tam bölünebilen sayılar çift sayılardır diyoruz. Düşündüğümüz zaman sıfır sayısı hem 2'ye hem 3'e hem 4'e kalansız bölünüyor. Öğrenci bence bu kuralı karıştırmış olmalı ki sıfırı çift sayılara da tek sayılara da dâhil etmiyor.”* diyerek belirten Gül; araştırmacının bu konuda başka fikri olup olmadığını sorması üzerine; *“ $2n$ ya da $2n+1$ kuralına uydurmaya çalışsa belki anlayacak doğrusunu. Ya da daha genel düşünseler mesela; tekten önceki sayı çift, çiftten önceki sayı tek olduğunu görseler sıfırın çift sayı olduğunu daha iyi anlayacaklar bence.”* demiştir.

Gül'ün başka bir fikir beyan etmeyeceğini anlayan araştırmacı Gül'e bu konuda öğrencilerine nasıl bir dönüt verebileceğini sormuştur. Gül ise öğrencilerin çift sayıları ifade ederken kullanılan $2n$ kalıbını iyi anlamaları gerektiğini belirterek; *“ $2n$ kalıbını oturtmaya çalışırdım. Sonra n yerine sayılar vererek elde ettiği tüm sayıların çift olduğunu görmesini sağladım ve son olarak n yerine sıfır sayısını vermesini isterim. Böylece öğrenci sıfırı elde edecek ve sıfırın da bir çift sayı olduğunu kabul edecektir.”* demiştir. Araştırmacı Gül'ün öğrencilere verebileceği başka bir dönütün olup olmadığını sorması üzerine gül; *“Şöyle diyebilirim, mesela ardışık çift sayılar arasında hep 2 fark olduğunu keşfetmesini sağladım önce. Sonrasında da 2'den bir önceki çift sayının sıfır olduğunu görmesini sağladım.”* demiştir.

Bu konuşmadan da anlaşılacağı üzere Gül, öğrencilerin neden sıfırı tek ya da çift kabul etmedikleri konusunda olası iki sebep belirtmiş ve bu durumu çözmek için ise yine 2 farklı çözüm önerisinde bulunmuştur.

Emre ile araştırmacı arasında geçen konuşmada araştırmacının öğrencilerin neden sıfırı tek ya da çift kabul etmemiş olabileceklerini sorması zerine Emre kendi meslek hayatında bazı öğrencilerin negatif sayılarda teklik ve çiftlik kavramlarının geçerli olduğunu bilmediklerini grdğunu belirtmiştir. Ardından sıfırın tek ya da çift kabul edilmemesinin sebebinin ortaokulda aldıkları eğitimle alakalı olduğunu belirten Emre; *“Ben hatta bazı öğrencilerin negatif sayılarda teklik çiftlik kavramından da bihaber olduğuna şahit oldum. Sıfırı tek ya da çift sayı kabul etmemeleri sanırım ortaokulla alakalı. Yani ortaokuldan kalan bir anlam kargaşası sanki, kavramı tam öğrenmemiş olabilir.”* demiştir. Bunun zerine araştırmacı ortaokulda nelerin eksik ya da hatalı verilmiş olabileceğini sormuştur. Araştırmacı sorusunun daha iyi anlaşılması için; *“Ne olmuş olabilir peki hocam? Yani ortaokulda bu ğrenci neyi eksik öğretmiş ya da ğretmen ne demiş de ocuk böyle anlamış olabilir sizce?”* demiştir. Bunun zerine Emre; *“ğretmen tek sayıları sayarken 1,3,5,7...; çift sayıları sayarken de 2,4,6,... diye başlamış ve sıfırı ihmal etmiş olabilir.”* diyerek ortaokuldaki matematik ğretmenlerinin vermiş olabilecekleri hatalı ya da ihmal edilmiş olası bilgileri belirtmiştir.

Araştırmacının Emre’ye öğrencilerine bu konuda vereceği dönütü sorması zerine Emre; *“Bunun bir kural olduğunu söylerim. Sıfır çifttir derim. Ama nasıl anlatırım ben de bilmiyorum açıkçası.”* demiştir. Öğretmenin başka bir çözüm nerisi belirtmeyeceğinin anlaşılması üzerine diğer soruya geçilmiştir.

Bu konuşmadan da anlaşılacağı üzere Emre ğretmen öğrencilerin düşüncelerinin altında yatan neden olarak ortaokulda aldıkları matematik eğitimini göstermektedir. Ayrıca ğretmen öğrencilere verilebilecek bir çözüm önerisinde bulunamamış; sıfırın çift bir sayı olduğu bilgisinin bir kural olduğunu belirteceğini söylemiştir.

Ahmet ile araştırmacı arasında geçen konuşmada ise Ahmet; ğrencilerin sayma yaparken sıfırı ihmal etmelerine değinerek; *“Sanki şey gibi geldi bana; ğrenci sayarken 1,2,3,4,5... diye sayıyor. Yani bir tek bir çift gidiyor. İlk tek sayıyı 1, ilk çift sayıyı da 2 kabul ediyorlar, öyle olunca da sıfır akıllarına hiç gelmiyor bence. Sıfırı sonradan ğreniyoruzya hani, o yüzden de böyle düşünüyor olabilirler bence.”* demiştir. Bunun zerine araştırmacı “Sonradan ğrenme” ifadesinde ne demek istediğini sormuş ve Ahmet; *“Yani önce 1 tane, 2 tane vs. ğretiliyor. Yokluk ise sonraları karşılarına çıkıyor. Öyle olduğu için belki oradan sıfıra çift diye geri dönüş yapamıyor olabilirler.”* demiştir.

Ahmet'e öğrencilerine vereceği dönüt sorulduğunda ise öğrencilere sıfırın bir çift sayı olduğunu belirteceğini söylemiştir. Ancak bunu söylemenin yetersiz olduğunu farkında olan Ahmet; *“Sıfırın çift sayı olduğunu söylerim ama neden çift olduğunu ispatlamak lazım tabi.”* demiştir. Bir süre düşünen Ahmet; *“Aklıma bir şey gelmedi valla.”* diyerek öğrencilere nasıl bir açıklama yapacağını bilmediğini belirtmiştir.

Bu konuşmadan da anlaşılacağı üzere Ahmet öğretmen öğrencilerinin düşüncelerinin altında yatan sebep hakkında olası bir neden belirtirken bu düşüncenin düzeltilmesi için herhangi bir çözüm önerisi belirtememiştir.

4.2.2. 2.Senaryo

Bu soruda öğretmenlere öğrencilerin içerisinde sıfır bulunan ondalıklı sayıları kıyaslarken yaptıkları hata doğrudan verilmemiştir. Öncelikle öğrencinin cevabı verilmiş ve hatalı düşüncenin ne olabileceği sorulmuştur. 3 ilköğretim ve 3 ortaöğretim matematik öğretmeninden hiçbiri öğrencinin hatalı düşüncesini fark edememişlerdir. Bunun üzerine araştırmacı öğrencinin nasıl düşündüğünü açıklamış ve her bir öğretmene öğrencinin neden böyle düşünmüş olabileceği sorusunu yöneltmiştir.

İlköğretim ve ortaöğretim matematik öğretmenlerinin her biri öğrencilerin neden böyle düşünmüş olabilecekleri konusunda fikir beyan etmişlerdir. En çok karşılaşılan fikir ise; *“10, 100, 1000 gibi sayılarda sıfır arttıkça sayının değerinin artmasını ondalıklı sayılara genelleme.”* dir. Bu cevap bir ilköğretim ve 2 ortaöğretim matematik öğretmeninden elde edilmiştir. Bunun dışında bir ilköğretim matematik öğretmeni öğrencilerin virgülden sonra gelen sıfırın nerede, ne anlama geldiğini bilmediklerini düşünmektedir. Diğer ilköğretim matematik öğretmeni ise öğrencilerin doğal sayılarda basamak sayısı arttıkça sayının değerinin büyümesini ondalıklı sayılara da genellediklerini düşünmektedir. Son olarak ortaöğretim matematik öğretmenlerinden biri; öğrencilerin bu düşüncelerinin sebebi olarak 10 sayısının çarpım tablosunda en sağda yer almasını göstermiştir. Öğretmene göre öğrenciler, bu yüzden 10 ile çarpmanın ve dolayısıyla sıfır miktarının artmasının da sayıyı büyüteceğini düşünmüş olabilirler.

Öğretmenlerden elde edilen çözüm önerileri incelendiğinde ise bir ilköğretim matematik öğretmenin fikir beyanında bulunamayıp doğrudan cevabı söyleyeceğini belirttiği görülmüştür. Bununla birlikte bir ilköğretim ve 2 ortaöğretim matematik öğretmenin ise aynı öneride bulunmuşlardır. Bu öğretmenlere göre sayıları kesirli olarak ifade ettikten sonra kıyaslamalarını sağlamak gerekmektedir. Diğer ilköğretim

matematik öğretmeni bu durumu düzeltmek için virgülden sonraki basamak sayılarını eşitlemek gerektiğini belirtmiştir. Son olarak diğer ortaöğretim matematik öğretmeni ise öğrencilerden 0001 ve 1 sayılarını kıyaslamalarını isteyeceğini, böylece öğrencilerin her zaman sıfırın sayının değerini artırmayacağını keşfedeceklerini belirtmiştir.

Aşağıdaki Tablo13'te öğretmenlerden alınan olası nedenler ve çözüm önerileri verilmiştir. Tabloda her bir öğretmenin bir cevabı bulunmaktadır.

Tablo 13. İkinci senaryoya yönelik öğretmen görüşleri

f	Olası Nedenler	f	Çözüm Önerileri
3	10, 100, 1000 gibi sayılarda sıfır arttıkça sayının değerinin artmasını ondalıklı sayılara genelleme.	3	Ondalıklı sayıyı kesre çevirerek kıyaslama yapmalarını sağlamak
1	Doğal sayılarda basamak sayısı arttıkça sayının değerinin artmasını ondalıklı sayılara genelleme	1	Virgülden sonraki basamak sayılarını eşitleyerek kıyaslama yapmalarını sağlamak
1	Virgülden sonra gelen sıfır sayısının nerede ne anlama geldiğini bilmeme	1	0001 ve 1 sayılarını kıyaslatarak doğru sonucu keşfetmelerini sağlamak
1	10 sayısının çarpım tablosunda en sağda olmasının ve bir sayıyı 10 ile çarpmanın sayı değerini artırmasını genelleme		

Yukarıdaki Tablo13'ten de anlaşılacağı üzere öğretmenlerde gerek öğrenci düşüncelerinin olası nedenleri gerekse bu düşüncelere getirilen çözüm önerileri düşünce birliği olduğu söylenebilir. Zira her bir kategoride 6 öğretmenden 3'ü (%50) aynı cevabı vermiştir. Buradan hareketle hem ortaokul hem de ortaöğretim matematik

öğretmenlerinin ondalıklı sayılarda sıfır sayısının durumu ile ilgili hem farkındalıkları hem de çözüm geliştirme stratejileri benzerlik göstermektedir.

Turgut ile araştırmacı arasında geçen konuşmada Turgut, öğrencinin bu işlemde virgülden sonraki basamakların değerine bakmadan sıralama yaptığını ifade etmiş ancak ilerleyen kısımlarda bu kurala uymadığını fark etmiştir. Daha sonrasında ise; “*Şöyle olabilir; virgülden sonra 3 basamağı olan en büyük almış ama hayır yine bu kurala uymuyor son kısımlar.*” diyerek bu fikrinin de ilerleyen kısımlarda isabetli olmadığını görmüştür. Bunun üzerine araştırmacı; “*Hocam bu kısmı ben açıklayayım sonra sorularımıza geçelim. Burada öğrencinin mantığı şu; bir sayıda ne kadar çok sıfır varsa o sayı o kadar büyüktür. Görüldüğü üzere 3 sıfır barındıran sayı 2 sıfır barındıran sayıdan büyük, o da 2 sıfır barındırana eşit şekilde ilerliyor. Şimdi; sizce bu öğrenci neden böyle düşünmüş olabilir?*” diyerek gerekli açıklamayı yapmış ve öğrencinin neden böyle düşünmüş olabileceği konusunda tekrar öğretmenin fikrine başvurmuştur. Bunun üzerine Turgut; “*Sıfırın hangi durumlarda sayının değerini büyüttüğünü, hangi durumlarda değiştirmedini bilmediği için olabilir. Yani virgülden sonraki en sağdaki sıfırla en soldaki sıfırın sen anlama geldiğini, sayının değerine nasıl bir etki yaptığını bilmediğinden böyle düşünüyor.*” demiştir. Araştırmacı kendi tecrübelerinden esinlenerek bir fikir beyanında bulunmuş ve öğretmenin bu fikir hakkındaki düşüncelerini sormuştur. Araştırmacının öne sürdüğü fikir ise; “*Öğrenciye bana büyük bir sayı söyle dediğimizde ne diyor mesela? 1.000.000, 1.000.000.000 vs. gibi sonu bol sıfırlı sayıları söylüyor değil mi?*” şeklindedir. Bunun üzerine Turgut; “*Evet mesela 999.000.000.000 demiyor. Bu da olabilir. Yani öğrenci sıfırı hep sayının değerini büyüten bir rakam olarak görüyor olabilir.*” demiştir.

Devamında araştırmacı öğretmene böyle düşünen öğrenciye vereceği dönütünün ne olacağını sormuştur. Araştırmacı ise öğrencilerinin böyle yanlışlar yapmamaları için ne gibi tedbirler aldığından, nasıl bir yöntem kullandığından bahsederek; “*Ben dersimde öğrencilerin böyle bir yanlışlığa uğramamaları için virgülden sonraki basamak sayılarını eşitliyorum. Mesela burada hepsinin virgülden sonraki basamak sayılarını 3 basamak şeklinde yazdırırım. 40 değil 040, 4 değil 400 gibi. Sağ tarafına sıfır ekleterek basamak sayılarını çoğaltmalarını söylüyorum.*” demiştir.

Yukarıdaki kesitlerden de anlaşılacağı üzere, Turgut ilk etapta öğrencinin düşüncesindeki yanlışlığın ne olduğunu fark edememiş, öğrenci düşüncesi araştırmacı tarafından ifade edildiğinde ise bu durumun olası nedenleri hakkında fikir beyan

etmiştir. Araştırmacının farklı bir fikir ortaya atması durumunda ise bu fikri desteklediğini belirtmiştir. Ayrıca Turgut öğrencilerine bu gibi durumlarda vereceği dönütlerden bahsetmiş, daha çok bu durumun ortaya çıkmaması için alacağı tedbirleri öne sürmüştür.

Mehtap ile araştırmacı arasında geçen konuşmada Mehtap öğrencinin cevabındaki kavram yanlışlığının ne olduğunu fark edememiş ve; *“Burada en büyük sayıya 50 tan binde 400 demiş. Binde dediği için bunu en büyük alıyor bence öğrenci. Diğerinde ise yüzde 04 ve yüzde 40 var. Burada 4 ve 0 sayılarının yerleri değiştiği için aynı kabul etmiş olmalı bunları çünkü eşit demiş. İlerleyen kısımda ise virgülden sonra sayının sağına gelen sıfırın sayıyı etkilememesini karıştırıyor bence öğrenci. Soluna gelince de etkilemiyor diyor. Ama pek anlamadım öğrenci ne yapmaya çalışmış.”* demiştir. Bunun üzerine araştırmacı, öğrencinin cevabındaki düşünceyi açıklamış ve bu düşüncenin nedeninin ne olabileceğini sormuştur. Mehtap ise öğrencinin bu cevabı vermiş olmasına şaşırarak; *“Ama öğrencinin bunu bilmesi lazım, virgülden sonra sayının sağına konulan sıfırın sayının değerine hiçbir katkısı olmadığını bilmesi gerekiyor. Galiba öğrenci ondalıklı olmayan sayılarda sayının yanında bulunan sıfırların her birinin sayının değerini 10 kat artırmasını genellemiş. Her gördüğü sıfırı sayıyı büyüten bir şey gözüyle bakıyor.”* demiştir.

İkinci kısımda araştırmacı öğretmene böyle bir cevapla karşılaşması durumunda nasıl bir dönüt vereceğini sormuştur. Mehtap ise kendi dersinde öğrencilerine anlattığı yöntemi aktararak; *“Bunları ayrı ayrı incelerim, önce tam kısmı büyük olan sayının büyük olduğunu, virgülden sonraki kısımda ise sayının sağına konulan sıfırın bir değer katmadığını, soluna eklenen sıfırın ise değeri değiştirdiğini ondalıklı sayıları kesir haline getirerek gösteririm.”* demiştir.

Bu alıntılardan da anlaşılacağı üzere, Mehtap öğrencinin cevabındaki yanlışlığı fark edememiştir. Öğrenci düşüncesindeki yanlışlığı araştırmacı tarafından açıklanınca Mehtap, öğrencinin neden böyle düşünmüş olabileceği ve böyle bir cevapla karşılaşması durumunda öğrenciye vereceği dönüt konusunda fikir beyanında bulunmuştur.

Zeliha ile araştırmacı arasında geçen konuşmada Zeliha öğrencinin nasıl düşündüğü hakkında farklı fikirler yürütmüş ancak sıralamanın ilerleyen kısımlarında bu fikirlerinin geçerli olmadığını fark etmiş ve ; *“Kesir kısmına bakmış sanırım, virgülden sonrasına yani. Ama yok önce tam kısma bakmış. Kıyaslama yaparken de*

kesir kısmından hareket etmiş; 40, 4'ten büyük olduğu için böyle demiş gibi. Öğrenci açısından bakıyorum tamamen. Ama anlamadım işin açığı.” demiştir. Araştırmacın öğrenci düşüncesindeki mantığı açıklaması üzerine Zeliha; “Basamak sayısı olarak mı düşündü acaba? Normalde doğal sayılarda basamak sayısı daha büyük olan sayı daha büyük oluyor. Burada da böyle düşünmüş olabilir.” demiştir.

Diğer kısımda ise araştırmacı, öğretmene böyle düşünen bir öğrenciye nasıl dönüt verebileceğini sormuştur. Zeliha burada bir fikir beyan edememiş ve; “Düşüncesinin yanlış olduğunu doğrudan söylerim. Doğrusu anlatırım.” demiştir.

Buradan da Zeliha'nın ilk etapta verilen öğrenci cevabındaki mantığı fark edemediği görülmüştür. Bunun üzerine araştırmacı öğrenci düşüncesinin altındaki nedeni belirttikten sonra öğretmen olası bir neden belirtmiştir. Ancak Zeliha, öğrencilere verebileceği dönüt olarak cevabı doğrudan aktarma yolunu seçmiştir.

Gül ile araştırmacı arasında geçen konuşmada Gül, öğrenci cevabını incelemiş ancak bu cevap altında yatan yanılığın fark edememiştir. Gül burada; “Virgülden sonraki sıfırı önemsiz olarak mı kabul ediyor acaba öğrenci? Mesela virgülden sonraki 04 ile 40 aynı mı oluyor öğrencinin gözünde?” şeklinde bir fikir beyan etmiş ancak araştırmacının; “Devamına bakarak aynı şeyi söyleyebilir misiniz peki?” demesi üzerine; “Hmm, yok devamı için geçerli değil bu. Virgülden sonraki hane sayısı desek? Ama hayır devamında bu kural da geçerliliğini yitiriyor. Anlamadım valla.” demiştir. Bunun üzerine araştırmacı; “Hocam bazı öğrencilerin kıyaslaması bu şekilde ve açıklamaları da; bir sayıda ne kadar çok sıfır varsa o sayı o kadar büyüktür şeklinde.” diyerek öğrencinin düşüncesini aktarmış ve sebebinin ne olabileceğini sormuştur. Ardından Gül ile araştırmacı arasında;

GÜL: Sağına ya da soluna bakmamışlar yani hiç.

A: Yok hocam.

GÜL: İlk başta sıfırı önemsememişler gibi düşündüm ama asıl sıfıra bir anlam yüklemiş öğrenci.

A: Neden böyle düşünmüş olabilir sizce hocam?

GÜL: Yani 10'un katı gibi düşünüyor sanki öğrenci. 10 sayısı çarpım tablosundaki en son sayı olduğu için hep büyülen bir sayı olarak görmüş demek ki.

şeklinde bir konuşma geçmiştir.

İkinci kısımda ise araştırmacı öğretmene böyle dūřünen bir öğrencisine verebileceği dönütün ne olacağını sormuştur. Gül ise akademik bir açıklama yapacağını belirterek; *“Yine akademik bir açıklama yapardım herhalde, sayının sağında ya da solunda sıfır olmasının aynı řey olmadığını açıklardım. Önce tam kısma bakmaları gerektiğinden falan bahsederdim. Veya ondalıklı sayıları kesir haline getirip kıyaslama yapmaları gerektiğini belirtirdim.”* demiştir.

Bu konuşmadan da anlaşılacağı üzere Gül öğretmen öğrenci cevabını inceleyerek bir fikir beyanında bulunmuş ancak öğrencinin nasıl dūřündüđünü bulamamıştır. Araştırmacının gerekli açıklamaları yapması üzerine bir olası neden belirten Gül, dönüt olarak ise öğrencilere akademik bir açıklama yapacağını belirtmiştir.

Emre ile araştırmacı arasında geöen konuşmada Emre öğrencinin burada nasıl dūřündüđü konusunda; *“Demek ki, virgülden sonraki sayılara bakmış ve virgülden sonrası büyük olan her zaman daha büyüktür demiş herhalde. Ama ileride eşitlik var olmaz.”* diyerek bir fikir beyan etse de doğru cevabı bulamamıştır. Bunun üzerine araştırmacı açıklama yaparak öğrencinin nasıl dūřündüđünü söylemiş ve öğretmene öğrencinin neden böyle dūřünmüř olabileceğini sormuştur. Emre ise; *“Demek ki sıfır sayıyı büyüten bir etkiye sahip, mesela 100 sayısında 2 sıfır varken 10 sayısında 1 sıfır var. Demek ki 100, 10’dan daha büyük diye dūřünüyor. Böyle dūřünüyor ama bunu ondalıklı sayılara da genelleyince sıkıntı çıkıyor. Yine ortaokuldan kaynaklı bir sorun bence.”* demiştir.

İkinci kısımda araştırmacı, öğretmene böyle dūřünen bir öğrencisi olması halinde ona nasıl bir dönüt vereceğini sormuştur. Emre ise 00001 ile 1 sayılarını kıyaslayacağını belirterek; *“Mesela şöyle bir soru sorsam öocuğa; 00001 sayısı 1’den daha mı büyük? Bence hatasını fark edecektir. Böyle örnekler vererek doğruyu fark etmesini sağlardım. Aslında yine öğretmenin kullandığı yanlış bir ifadenin sonucu olabilir bu durum.”* demiştir.

Bu konuşmadan da anlaşılacağı üzere Emre ilk durumda öğrencinin nasıl dūřündüđü konusunda fikir beyana etmiş ancak doğru cevabı bulamamıştır. Araştırmacının durumu açıklaması üzerine olası bir neden belirten Emre bu sorunun öözümüne yönelik de öözüm önerisinde bulunmuştur.

Ahmet ile araştırmacı arasında geöen konuşmada ise Ahmet de diğer öğretmenler gibi öğrencinin cevabındaki dūřünceyi açıklayamamıştır. Araştırmacı

öğrenci düşüncesini açıklayıp bu düşüncenin olası nedenlerinin neler olacağını sorması üzerine Ahmet; *“Değişikmiş. Hiç duymadım daha önce. Şöyle düşünmüşler bence; 10,100,1000 gibi sayılarda sıfır sayısı arttıkça sayı da artıyor. Dolayısı ile burada da sıfır sayısı arttıkça sayının değerinde bir artış oluyordur”* demiştir.

Araştırmacı bunun üzerine Ahmet’e böyle düşünen bir öğrenciye verebileceği dönütü sormuştur. Ahmet ise; *“Rasyonel hale getirip kıyaslamalarını söyledim. Ya da tam kısımlarına baktıktan sonra virgülden sonraki kısımlarına bakmalarınız söyledim. Sıfırın yerine göre anlamının değişeceğinden falan bahsedirdim.”* diyerek farklı fikirleri bir arada söylemiştir.

Buradan Ahmet öğretmenin de diğer beş öğretmen gibi öğrenci cevabın açıklayamadığı görülmüştür. Araştırmacının gerekli açıklamaları yapması üzerine olası bir neden belirten Ahmet, bu sorunun giderilmesine yönelik de çözüm önerisi ileri sürmüştür.

4.2.3 3.Senaryo

Üçüncü mülakat sorusunda öğretmenlere sıfırdan farklı bir sayının(12) sıfıra bölümünün sayının kendisine eşit olacağını iddia eden bir öğrencinin cevabı yöneltilmiştir. Yapılan görüşmelerden elde edilen veriler incelendiğinde, üç ilköğretim matematik öğretmeninden ikisi ve üç ortaöğretim matematik öğretmeninden biri aynı cevabı vermiştir. Bu öğretmenlere göre öğrenciler 12’yi sıfıra bölerken 12 sayısına hiç dokunmuyor, dolayısıyla 12 sayısı olduğu gibi kalıyor diye düşünmüş olabilir. Diğer ilköğretim matematik öğretmeni ise öğrencilerin çarpmada etkisiz eleman olan 1 sayısı ile 0 sayısını karıştırmış olabileceğini düşünmektedir. Ortaöğretim matematik öğretmenlerinden diğer ikisi ise öğrencilerin düşünceleri ile ilgili fikir beyanında bulunamamışlardır. Bu iki öğretmenden birisi hiç cevap verememiş, diğeri ise öğrencilerin bu işlemi yaparken mantık yürütmediğini ve cevabı ezbere verdiklerini söylemiştir.

Elde edilen veriler göstermektedir ki ilköğretim matematik öğretmenlerinin bu konuda daha çok fikir sahibi oldukları görülmüştür. Dolayısıyla ilköğretim matematik öğretmenlerinin farkındalık düzeyleri, ortaöğretim matematik öğretmenlerinden daha yüksektir denebilir.

Öğretmenlerden elde edilen çözüm önerileri incelendiğinde ise benzer cevaplara denk gelinmemiştir. Bir ilköğretim matematik öğretmeninden iki çözüm önerisi

gelmiştir. Bunlardan birisi öğretmenin problemi ortadan kaldırmaya yönelik dönütü olurken diğeri ise öğrencilerin bu hataya düşmemeleri için verdiği dönüttür. Bu öğretmen ilk olarak bu işlemi somutlaştıracağını ve öğrencilerin daha iyi anlaması için ceviz üzerinden örnek vereceğini belirtmiştir. Öğrencilere; 2 adet cevizi sıfır kişiye dağıtamayacaklarını anlatacağını belirten öğretmen diğer cevabında ise öğrencilere bir sayının paydası 0 olursa bu sayının rasyonel olmayacağını belirteceğini ifade etmiştir. Öğretmen böylelikle öğrencilerin bu hataya düşmelerinin önüne geçeceğini düşünmektedir. Diğer iki ilköğretim matematik öğretmeni bu konu ile ilgili çözüm önerisi geliştirememiş olup; öğretmenlerden birisi öğrencilere $12 \div 0$ ifadesinin sonucunun bilinmediğini belirteceğini, diğeri ise 12'nin sıfıra bölünmediğini belirteceğini ifade etmişlerdir. Ortaöğretim matematik öğretmenlerinden birisi cevabının lise öğrencilerine yönelik olduğunu belirterek; “ Öncelikle $12 \div 0$ ifadesine x demelerini söylerim ve içler dışlar çarpımı yaptırarak $12 = 0 \cdot x$ elde etmelerini sağlarım. Ardından; 0 ile hangi sayıyı çarparsak sonuç 12 olur, diye sorarım. Öğrenci muhtemelen hiçbir sayıyı diyecektir. Böylece 12'nin sıfıra bölünemeyeceğini öğrencinin fark etmesini sağlamış olurum.” demiştir. Diğer iki ortaöğretim matematik öğretmeni ise çözüm önerisi geliştirememiştir. Bu öğretmenlerden birisi hiç cevap verememişken diğeri ise öğrencilere 12 sayısının 0'a bölünemeyeceğini söyleyeceğini belirtmiştir.

Buradan hem ilköğretim hem de ortaöğretim matematik öğretmenlerinin çözüm önerisi geliştirme konusunda ortak fikirlere sahip olmadığı ve genelde bu konuda yetersiz oldukları görülmüştür. Öğretmenlerden elde edilen cevaplar aşağıdaki Tablo14'te yer almaktadır.

Tablo 14. Üçüncü senaryoya yönelik öğretmen görüşleri

f	Olası Nedenler	f	Çözüm Önerisi
3	Öğrenciler 12 sayısına hiç dokunmadıklarını düşünüyor olabilirler.	1	Somutlaştırarak 2 cevizi sıfır kişiye dağıtamayacaklarını belirtirim.
1	Çarpmadaki etkisiz elamanı 0 olarak düşünüyor olabilirler.	2	12'nin sıfıra bölünemeyeceğini belirtirim.
1	Kural olarak düşünüyor olabilirler, ezberlemişlerdir.	1	12÷0 ifadesine x demelerini söylerim ve içler dışlar çarpımı yaptırarak $12=0.x$ elde etmelerini sağlarım. Ardından; 0 ile hangi sayıyı çarparsak sonuç 12 olur, diye sorarım. Öğrenci muhtemelen hiçbir sayıyı diyecektir. Böylece 12'nin sıfıra bölünemeyeceğini öğrencinin fark etmesini sağlamış olurum.
		1	Paydası 0 olan sayıların rasyonel olmayacağını belirtirim.

Tablo14'ten de anlaşılacağı üzere matematik öğretmenlerinden 3'ü(%50) aynı olası neden üzerinde durmuştur. Öğretmenlerden elde edilen çözüm önerileri incelendiğinde ise 2 öğretmenin benzer cevap verdiği görülmektedir. Bununla birlikte hem *olası nedenler* hem de *çözüm önerileri* kategorisinde cevap veremeyen öğretmenler de bulunmaktadır.

Aşağıda üçüncü senaryo ile ilgili araştırmacı ve öğretmenler arasında geçen konuşmaların ilgili kısımları verilmiştir.

Turgut ve araştırmacı arasında bu senaryo ile ilgili geçen konuşmada öğrencinin verdiği cevapta izlediği adımları tekrar ederek; “*Hmm, ikinciye ters çevirmiş çarpmış, payları çarpıp pay kısmına, paydaları çarpıp payda kısmına yazmış ve $12÷0$ elde etmiş. Bunu cevabına da 12 demiş.*” demiştir. Araştırmacı ise öğrencinin neden böyle düşündüğünü tekrar sormuştur. Bunun üzerine Turgut; “*Aslında yapması gereken işlem; önce $0÷3$ ifadesine sıfır demeliydi. Oradan da $(4÷5)÷0$ olurdu. Buradan sonra da*

normalde tanımsız demeliydi.” diyerek öğrencinin aslında yapması gereken işlemleri ve vermesi gereken cevabı dile getirmiştir. Öğrencinin cevaba “*tanımsız*” demesi gerektiğini belirten Turgut araştırmacının sorusu üzerine tanımsızlık kavramına değinip değinmediğini; “*Yok değinmiyoruz, ama “rasyonel değildir” kavramı var 7’lerde. Biz paydası 0 olan ifadelerin rasyonel olmayacağını belirtiyoruz.*” sözleriyle açıklamıştır. Araştırmacının konunun dışına çıktığını fark edince; “*Tamam hocam sorumuzun köküne dönecek olursak öğrenci sıfıra nasıl bir anlam yüklemiş olmalı ki sıfıra böldüğü halde sonuç yine 12 olmuş olabilir sizce?*” diyerek öğretmenin soruya tekrar odaklanmasını sağlamıştır. Bunun üzerine Turgut; “*Hiçbir işlem yapmamış gibi, 12’yi hiç bölmemiş gibi düşünmüş sanki. Yani 12’yi sıfıra bölmek 12 üzerinde hiçbir işlem yapmamak, 12 ye dokunmamak gibi düşünmüş bence.*” demiştir.

İkinci kısımda ise araştırmacı, öğretmene böyle bir durumla karşılaşması halinde nasıl bir dönüt vereceğini sormuştur. Turgut ise öğrenciyi sıfıra bölemeyeceği konusunda nasıl ikna edeceğinden bahsederek; “*Böyle durumlarda mesela bu soru için 12’nin neden sıfıra bölünmediğini ben şöyle anlatıyorum. Diyelim ki olmayan bir şeyi mesela sıfır tane cevizi 2 kişi paylaşırsa sıfır tane ceviz düşer ama 2 tane cevizi olmayan kişilere yani 0 kişiye paylaştıramadığımızı anlatıyorum. Kişi başı kaç ceviz düşer diye soramıyoruz çünkü ortada kişi yok. Yani bu şekilde somutlaştırarak anlatmaya çalışıyorum.*” demiştir.

Bu alıntılardan da anlaşılacağı üzere, Turgut ilk durumda öğrencinin ne yaptığından ve ne yapması gerektiğinden bahsetmiş ancak neden böyle düşündüğü hakkında fikir beyan edememiştir. Ancak bir süre sonra öğrencinin sıfır sayısına nasıl bir anlam yükleyerek bu cevaba ulaştığı konusunda bir görüş belirtmiştir. Öğrencisine vereceği dönüt olarak da 12’yi neden sıfıra bölemeyeceğini somut örneklerle açıklayacağından bahsetmiştir.

Mehtap ve araştırmacı arasında bu senaryo ile ilgili geçen konuşmada Mehtap öğrencini verdiği cevabı sesli olarak okumuş ve birkaç defa tekrar etmiştir. Öğretmenin herhangi bir açıklama yapmadığını fark eden araştırmacı öğretmeni rahatlatmak amacıyla daha önce böyle bir durumla karşı karşıya gelip gelmediğini sormuştur. Mehtap ise daha önce böyle düşünen bir öğrencisinin olmadığını belirtmiştir. Biraz daha düşündükten sonra ise; “*12’yi hiçbir şeye bölmüyoruz. O yüzden 12 alıyoruz diye düşünmüş olabilir. Kesir sorularını daha çok pasta ekmek üzerinden anlatıyoruz.*”

Ekmeği hiçbir şeye bölmezsen olduğu gibi kalıyor diyordur herhalde öğrenci. Ama soracağım ben bu soruyu öğrencilerime, merak ettim.” demiştir.

Öğretmen ikinci kısımda ise böyle düşünen bir öğrencisinin olması halinde ona nasıl bir dönüt vereceğini sormuştur. Mehtap öğrencisine bunun cevabını uzun uzun anlatmayacağını belirterek; *“Aslında bu sorunun cevabının ne olduğunu bilmiyoruz diyoruz burada. Üniversitelerde bize anlatıldığı gibi uzun uzadıya anlatmıyoruz.”* demiştir.

Yukarıdaki söylemden de yansıdığı gibi, Mehtap ilk durumda biraz düşünmüş sonrasında ise öğrencinin sıfır sayısına yüklediği anlamı belirterek bir olası neden belirtmiştir. Böyle bir durumla karşılaşması durumunda ise öğrencilere dönüt olarak bu işlemin bir kural olduğundan ve bir sayının sıfıra bölünemeyeceğinden bahsedeceğini belirtmiştir.

Zeliha ve araştırmacı arasında bu senaryo ile ilgili geçen konuşmada Zeliha, bu cevabı veren öğrenciyi kaçınıcı sınıfta olduğunu göz önüne alarak değerlendirmek gerekeceğini belirtmiştir. Araştırmacının bu cevabı veren farklı sınıf seviyelerinde öğrencinin olması ile birlikte ağırlık olarak yedinci sınıf öğrencilerinin bu cevabı verdiğini belirtmesi üzerine Zeliha; *“Normalde bunu biliyor olması lazım. Öğrenci buradaki sıfırı sanki 1 gibi düşünmüş. Sanki çarpmada ya da bölmede etkisiz eleman olan 1 ile sıfırı karıştırmış gibi.”* demiştir.

İkinci kısımda araştırmacının, böyle bir durumla karşılaşması halinde vereceği dönütü sorması üzerine Zeliha; *“Biz böyle durumlarda öğrencilere çok açıklama yapmıyoruz, sadece bilgi olarak 12 sayısı 0’a bölünmez diyoruz. Bende böyle bir dönüt verirdim.”* diyerek açıklama yapmayacağını belirtmiştir.

Bu ifadelerden hareketle; Zeliha, öğrencinin neden böyle bir cevap verdiği konusunda olası bir neden belirtmiş ancak çözüm önerisi olarak bu işlemin bir kural olduğunu ve 12’nin sıfıra bölünmeyeceğini belirteceğini söylemekle yetinmiştir.

Gül ve araştırmacı arasında bu senaryo ile ilgili geçen konuşmada Gül; öğrencinin verdiği cevapta olası bir neden olarak *“Şöyle düşünmüştür muhtemelen; 12’yi hiçbir şeye bölersen yine 12 olur. Mesela 12’yi 2 parçaya bölsem 6, 6 düşer ama hiç parçalamazsam olduğu gibi kalır diye algılıyor demek ki.”* ifadesini kullanmıştır. Araştırmacı öğretmenin farklı cevaplar da verebileceği ihtimaline karşın bir süre daha beklemiş ancak öğretmenden farklı bir yorum gelmeyince öğretmenin öğrenciye

verebileceği dönütü sormuştur. Bunun üzerine Gül; *“Hocam öğrenci lise seviyesinde ise doğrudan tanımsız, belirsiz açıklaması yapardım. İşlemin sonucunu x 'e eşitletirim mesela, içler dışlar çarpımı yaptırırım. Sonra; $12=0.x$ işleminde sıfırı herhangi bir sayı ile çarpıp 12 bulabilir misin diye sorarım. Öğrenci de muhtemelen öyle bir sayı olmadığını söyleyecek. Ama öğrenci lise seviyesinden küçük bir öğrenci ise, onu tam bilmiyorum şu an. Ama 12'yi sıfır kişiye paylaştıramayacağını belirtirim kesinlikle.”* diyerek öğrencinin bir çelişki elde etmesini sağlatacağını belirtmiştir. Bu ifadeler Gül'ün, öğrencinin neden böyle düşündüğü konusunda görüş belirttiğini ve bu durumun düzeltilmesi adına da bir çözüm önerisi ileri sürebildiğini yansıtmaktadır.

Emre ve araştırmacı arasında bu senaryo ile ilgili geçen konuşmada Emre, öğretmenlerin kesirlerde bölme işleminde öğrencilere yanlış kural öğrettiğini savunarak; *“Bizim burada öğretmenler olarak yanlışımız şu oluyor o zaman; demek ki birinci kesri aynen yazıp ikinci kesri ters çevirip çarpmamak gerekiyor.”* demiştir. Araştırmacı ise öğretmenin farklı bir nokta üzerine odaklandığını fark etmesi üzerine; *“Hocam şu kısma bakalım. Öğrenci 12'yi sıfıra bölüyor ve yine 12 buluyor. Bunun nedeni ne olabilir?”* demiştir. Bunun üzerine Emre; *Ben de tam kestiremedim şimdi nedenini. Bunu çocuğa sormak lazım aslında. 12'yi 3'e bölsen, 3 kişiye dağıtırsın. 0 kişiye nasıl dağıttın? Ama tekrar söylüyorum şurada yapılan ters çevirip çarpma konusunda yanlış yapıyor olabiliriz.”* diyerek herhangi bir olası neden belirtememiştir. Araştırmacı ikinci kısımda öğretmene, öğrenciye nasıl bir dönüt vereceğini sormuştur. Ancak Emre öğrenciye cevabın *“tanımsız”* olduğunu söylemek gerektiğini ancak bunu nasıl açıklayacağını bilmediğini belirtmiştir. Böylece Emre'nin öğrencinin neden böyle bir cevap verdiği konusunda ve bu cevabı veren öğrenciye verilebilecek dönüt konusunda herhangi bir görüşe sahip olmadığı söylenebilir.

Ahmet ve araştırmacı arasında bu senaryo ile ilgili geçen konuşmada ise Ahmet öğrencinin bu cevabı verirken sıfır sayısına herhangi bir anlam yüklenmediğini belirterek; *“Bence doğrudan kural gibi düşünmüş, sıfır demiş. Sıfıra bir mana yüklememiş, yorum yapmamış yani.”* demiştir. Öğretmenin söyleyeceği farklı bir şey olmadığı anlaşıldığında diğer soruya, yani öğretmenin böyle düşünen bir öğrenciye verebileceği dönütün ne olabileceği sorusuna geçilmiştir. Bu kısımda ise Ahmet; *“Eksik olan bilgiyi verirdim, sayı=0 'ın sayıya eşit olmayacağını belirtirim. Tanımsız belirsiz derim.”* diyerek herhangi bir çözüm önerisinde bulunmamıştır.

Bu konuşmadan da anlaşılacağı üzere Ahmet, öğrencinin cevabının herhangi bir olası nedenini belirtememiş ve böyle düşünen bir öğrencisinin olması halinde bu durumun düzelmesi için herhangi bir çözüm önerisi geliştirememiştir.

4.2.4. 4.Senaryo

Bu soruda öğretmenlerden, öğrencilere yöneltilen; “*Sıfır sayısını 3 kelime ile anlatınız.*” sorusundan elde edilen cevapları tahmin etmeleri istenmiştir. Bu kısımda bu soru ile ilgili bulgular yer almaktadır. Öğrencilerden elde edilen cevaplar sıralandığında ilk sırada(%41,17) “*Etkisiz Eleman*”, ikinci sırada(%38,23); “*Yutan eleman*” ve üçüncü sırada(%32,84) “*Yokluk*” yer almaktaydı. Üç ilköğretim matematik öğretmeni ve üç ortaöğretim matematik öğretmeni ile yapılan görüşmelerde öğretmenlerin tamamı ilk tahmin olarak “*Yokluk*” demişlerdir. Bununla birlikte öğrencilerin cevaplarını 3’te 3 doğru tahmin eden sadece bir ilköğretim matematik öğretmenidir. Ancak bu öğretmenin sıralaması doğru olmayıp, “*yokluk, etkisiz eleman ve yutan eleman*”dır. Diğer taraftan öğrenci cevaplarından ikisini doğru tahmin eden bir ilköğretim matematik öğretmeni ve bir ortaöğretim matematik öğretmeni olmak üzere 2 öğretmen vardır. Bu öğretmenlerin doğru tahminleri; “*yokluk, yutan eleman*” olup diğer cevapları ise sırası ile “*en küçük sayı*” ve “*tanımsızlık*”tır. Bir ilköğretim ve iki ortaöğretim matematik öğretmeni ise sadece bir doğru tahminde bulunmuşlardır.

Aşağıdaki Tablo15’te öğretmenlerin verdikleri cevaplar yer almaktadır.

Tablo 15. Dördüncü senaryoya yönelik öğretmen görüşleri

Öğretmenler	Cevaplar		
	1.Cevap	2.Cevap	3.Cevap
TURGUT	Yokluk	Etkisiz Eleman	Yutan Eleman
MEHTAP	Yokluk	En Küçük Sayı	Yutan Eleman
ZELİHA	Yokluk	Çift Sayı	Ne Pozitif Ne Negatif
GÜL	Yokluk	Tanımsız	Yutan Eleman
EMRE	Yokluk	İşareti Olmayan	Başlangıç Noktası
AHMET	Yokluk	Sayı	Rakam

Tablo15 incelendiğinde ilköğretim matematik öğretmenlerinin doğru tahminde bulunma oranlarının daha yüksek olduğu görülmektedir. Ayrıca öğretmenlerin verdikleri diğer cevapların oranlarına bakıldığında yine ilk üç kelime arasında olmasa da ilköğretim matematik öğretmenlerinin cevapları daha sık karşılaşılan cevaplar

arasındadır. Bununla birlikte ortaöğretim matematik öğretmenlerinden elde edilen cevaplarda hiçbir öğrencinin vermediği bir cevapla da(*rakam*) karşılaşılmıştır.

4.2.5. 5.Senaryo

Beşinci mülakat sorusunda öğretmenlere boş küme ve sıfır kavramlarının ayrımını yapmakta zorlanan öğrencilerden bahsedilmiştir. Öğretmenlerin, öğrencilerin düşüncelerinin olası nedenleri için verdikleri cevaplar incelendiğinde bir ilköğretim matematik öğretmeni hariç hepsi; bu düşüncenin altında sıfır sayısının yokluk kavramıyla ilişkilendirilmesinin yattığını belirtmişlerdir. Bazı öğretmenler düşüncelerine dayanak olarak; bir önceki mülakat sorusunda öğrencilerin sıfır kavramıyla ilgili akıllarına gelen ilk üç kelimedenden birisinin “*yokluk*” olmasını ileri sürmüşlerdir. Bunun yanında bir ilköğretim ve iki ortaöğretim matematik öğretmeni öğrencilerin sıfırı sayı olarak görmedikleri için küme içerisinde de eleman olarak algılanmadıklarını belirtmiştir. Bunların dışında bir ilköğretim matematik öğretmeni sorunu öğrencinin kümeler konusundaki bilgi yetersizliğine bağlıyorken, bir ortaöğretim matematik öğretmeni ise; öğretmenlerin sıfır sayısını “*Nötr*” olarak tanımlamalarına bağlamaktadırlar.

Buradan da anlaşılacağı üzere, hem ilköğretim matematik öğretmenleri hem de ortaöğretim matematik öğretmenleri öğrencilerin neden sıfır sayısıyla boş kümeyi ilişkilendirdikleri konusunda fikir sahipleridir.

Öğretmenlerden alınan cevaplar doğrultusunda elde edilen çözüm önerileri incelendiğinde; iki ilköğretim ve bir ortaöğretim matematik öğretmenin; “*Sıfır sayısını denklemde yerine yazdırarak sağlamadığını görmesini sağlamak*” cevabını verdikleri görülmüştür. Bununla birlikte yine iki ilköğretim ve bir ortaöğretim matematik öğretmeni ise sıfırın da bir sayı olduğunu belirteceklerini söylemişlerdir. Ayrıca bir ortaöğretim matematik öğretmeni; “*Sıfır ile boş küme aynı olsaydı sembolleri farklı olmazdı*” “*{}* ve *{0}* ifadelerini karşılaştırmalarını istemek”, “*Sıfır sayı olmasaydı sayı doğrusunda yer alamazdı.*” cevaplarını vermiştir.

Buna göre yine ilköğretim ve ortaöğretim matematik öğretmenlerinin tamamı öğrencilerdeki bu düşünceyi değiştirmek adına çözüm önerisinde bulunmuşlardır. Aşağıda Tablo16’da öğretmenlerin verdikleri cevaplar yer almaktadır.

Tablo 16. Beşinci senaryoya yönelik öğretmen görüşleri

f	Olası Nedenler	f	Çözüm Önerileri
5	Sıfır sayısı ile Yokluk kavramının ilişkilendirilmesi	3	Sıfır sayısını denklemde yerine yazdırarak denklemi sağlamadığını görmelerini sağlamak
3	Sıfırı bir sayı olarak kabul etmeme	3	Sıfırın da bir sayı olduğunu belirtmek
1	Kümeler bilgisinin yetersizliği		Sıfır ve boş kümenin sembollerinin farklı olduğunu, sıfırın da sayı doğrusunda bir yerinin olduğunu hatırlatmak ve { } ile {0} ifadelerini karşılaştırmalarını sağlamak
1	Sıfırın nötr olarak algılanması	1	

Yukarıdaki Tablo16 incelendiğinde öğretmenlerin her birinin gerek öğrencilerdeki anlayışın olası nedenleri gerekse bu durum için geliştirecekleri çözüm önerileri konusunda fikir sahibi oldukları görülmektedir. Ayrıca bazı öğretmenlerin birden fazla çözüm önerisinde bulunduğu da bir gerçektir. Şimdi aşağıda öğretmenler ve araştırmacı arasında ilgili soru ile ilgili geçen konuşmalar verilmiştir.

Turgut ile araştırmacı arasında geçen konuşmada Turgut, öğrencinin sıfır ile yokluğu özdeşleştirdiğini belirterek; “*Sıfır ile yokluğu özdeşleştiriyor aslında öğrenci. Sıfır demek orada bir şey yok demek. Yani bu kümede hiçbir şey yoksa sıfır vardır orada demektir diye düşünüyor bence.*” ifadelerini kullanmıştır. Turgut’un bu konuda farklı bir görüş belirtmeyeceğinin anlaşılması üzerine araştırmacı böyle bir durumla karşılaşması halinde nasıl bir dönüt vereceğini sormuştur. Turgut ise; “*Aslında sıfırın da bir sayı olduğunu söyledim. Ama çok karşılaşmıyoruz ortaokulda bu durumla. Çünkü bizim müfredatımızda yok bu konu. O yüzden pek aklıma bir şey gelmedi. Ama denklemler konusunda sıfırı da bir sayı olarak yerine yazmanız gerekebilir derdim herhalde.*” demiştir.

Bu kesitlerden de anlaşılacağı üzere Turgut, öğrencinin cevabının olası bir nedenini belirtmiş ve bu durumla karşılaşması halinde öğrencilere verebileceği dönüt olarak da bir çözüm önerisinde bulunmuştur.

Mehtap ile araştırmacı arasında geçen konuşmada Mehtap, böyle düşünen öğrencilerin kümeler konusunda bilgi eksikliğine sahip olduklarından bahsederek; *“Onlar boş kümeyi sıfır olarak kabul ediyorlar. Bu da kümeler bilgilerinin zayıflığından kaynaklanıyor bence. Biz kümeleri işlerken boş kümenin içine sıfırı almıyoruz.”* demiştir. Araştırmacı, ğretmenin öğrencilerin neden böyle düşündüklerine yönelik fikir beyan etmediğini fark edince sorusunu yinelemiş ve biraz daha cesaret kazanıp fikir sahibi olabilmesi için kendi düşüncelerinden bahsetmiştir; *“Peki ğrenci neden böyle düşünüyor sizce? Sıfırı bir sayı olarak kabul etmiyor mu yoksa?”*. Mehtap ise; *“Evet olabilir. Ya da boş kümenin tanımını bilmiyor”* diyerek bu fikre katıldığını belirtmiştir.

İkinci kısımda araştırmacı, öğretmene bu durumda öğrencilere verebileceği dönütünün ne olduğu sorusunu yöneltmiştir. Mehtap ise; *“Biraz önce bahsettiğim gibi sıfırın da bir sayı olduğunu, boş kümenin içerisine yazılamayacağını söylerdim.”* demiştir. Bunun zerine araştırmacı; *“Sayıları sağlatma yoluna gider miydiniz?”* diyerek farklı bir zm nerisi teklifinde bulunmuştur. Mehtap ise; *“Evet, sıfırı denklemde yerine yazdırır, sağlamadığını görmesine olanak tanırdım. Birkaç sayı daha yazdırırdım hatta sıfır da bu sayılar gibi sağlamıyorsa sıfırı da diğerleri gibi zm kümesine almamamız gerektiğini belirtirdim.”* demiştir.

Bu alıntılar Mehtap’ın öğrencilerin düşünceleri üzerine olası bir neden belirttiğini ve böyle düşünen öğrencilere vereceği dönüt konusunda da bir zm önerisinde bulunabildiğini yansıtmaktadır.

Zeliha ile araştırmacı arasında geçen konuşmada Zeliha yokluk ve sıfırın aynı Şey olup olmadığı sorusunu kendisine sorarak ; *“Yokluk ile sıfır aynı Şey mi? Öğrenciler de böyle düşünüyor bence. Ama bizim öğrenciler ne demiş merak ettim.”* demiştir. Çalışmanın yapıldığı ortaokulda görev yapan Zeliha bu soruya oldukça sığ cevaplar vermiştir. Araştırmacı bir süre bekledikten sonra öğretmenin bir Şey söylemeyeceğini anlamış ve devam etmiştir; *“Peki dntünüz ne olurdu hocam?”*. Zeliha ise x yerine sıfır sayısını yazacağından bahsederek; *“Oradaki x yerine hangi sayıyı yazarsak yazalım sonuç hiçbir Şekilde sağlamayacaktır. X yerine sıfır yazdığımızda da sağlamayacağını söylerim öğrenciye.”* demiştir.

Gl ile araştırmacı arasında geçen konuşmada Gl ğrencilerin sıfır sayısını yokluk olarak düşündüklerini ve sıfır sayısına bir eleman gözüyle bakmadıklarını belirtmiş ve ; *“Yokluk olarak düşündükleri için, boş kümenin içinde sıfır elemanının*

bulunabileceğini düşünüyorlar. Onlar sanıyor ki bir kümenin içinde sadece sıfır varken bile o küme boş küme olmaya devam ediyor. Sıfırı bir eleman olarak görmüyorlar yani. Onlar için bir sayı değeri ifade etmiyor çünkü. Biz tam sayılarda sıfırı nötr olarak anlattığımız için belki de. 1'in, 2'nin, 3'ün denkleme bir katkısı olduğunu ama sıfırın hiçbir katkısı olmadığını düşünüyorlar.” demiştir. Bunun üzerine araştırmacı, öğretmene böyle bir durumla karşılaşması halinde nasıl bir dönüt vereceğini sormuştur. Gül ise sıfır ve boş küme kavramlarının sembollerini kıyaslayacağını ve sıfırın da bir sayı olduğunu sayı doğrusu yardımıyla göstereceğini belirterek; *“Neden sıfır ayrı, boş küme ayrı gösteriliyor diye sorardım önce. Sonuçta sembolleri farklı. Eğer boş küme ile sıfır aynı şey olsaydı ayrı bir sıfır sembolüne ve ayrı bir boş küme sembolüne ihtiyaç olmazdı herhalde. Kümelerden anlatırdım. Mesela içinde hiçbir eleman olmayan bir kümeyi liste yöntemi ile gösterir, yanına da içerisinde sadece 0 elemanı olan bir kümeyi liste yöntemi ile gösterirdim. Kıyaslamasını sağlardım. Ayrıca sıfırın da bir sayı olduğunu, eğer sayı değilse neden sayı doğrusunda negatif sayılarla pozitif sayıların arasında yer aldığını vs. sorgulatmaya çalışırdım.”* demiştir.

Bu konuşmadan da anlaşılacağı üzere Gül öğrencilerin neden böyle düşünmüş olabilecekleri konusunda görüş beyana etmiş ve bu durumun düzelmesi için ise öğrencilere nasıl bir dönüt vereceğini belirtmiştir.

Emre ile araştırmacı arasında geçen konuşmada Emre kendi meslek hayatında da böyle durumlarla karşılaştığını söylemiş ve bu duruma benzer farklı örneklerde vererek; *“Evet bazen denk geliyoruz. Liste yöntemi ile boş kümeyi gösteriyorum, içine sıfır yazınca çocuk buna da boş küme diyor. Demek ki sıfırın eleman olabileceğinin farkında değil. Demek ki öğrenci hakikaten de sıfırı yokluk olarak düşünüyor ve sıfır olmasıyla hiç eleman olmamasını aynı olarak görüyor.”* demiştir. Araştırmacının, öğretmene böyle bir durumla karşılaşması halinde dönütünün ne olacağını sorması üzerine Emre; *“Sıfırın da bir sayı olduğunu ifade etmek lazım. 2,3,5 nasıl bir kümenin elemanı olabiliyorsa sıfırın da bir kümenin elemanı olabileceği anlatırdım.”* demiştir.

Yukarıdaki kesitten de anlaşılacağı üzere Emre, öğrencilerin neden böyle düşündükleri konusunda fikir sahibidir. Ayrıca böyle düşünen öğrencilere verebileceği dönüt konusunda da çözüm önerisine sahiptir.

Ahmet ile araştırmacı arasında geçen konuşmada ise Ahmet de öğrencilerin sıfır kavramıyla yokluk kavramını ilişkilendirdiğinden bahsederek; *“Boş küme, elemanı sıfır*

diyor demek ki. Yani yokluk dediğya hani sıfırı duyunca, boş kümenin elemanı olmayışını sıfıra bağlıyor burada.” demiştir. Bunun üzerine araştırmacı, öğretmene böyle bir durumda öğrenciye vereceği dönütünün ne olacağını sormuştur. Ahmet ise; “Sonuç sıfır olsa denklemleri sağlardı derim. Yaz bakalım yerine sağlayacak mı derim.” diyerek bilişsel çelişki oluşturacağını belirtmiştir.

Bu konuşmadan da anlaşılacağı üzere Ahmet, öğrencilerinin düşüncelerinin olası nedenleri hakkında ve böyle düşünen öğrencilere verilebilecek dönütler hakkında görüş sahibidir.

4.2.6. 6.Senaryo

Son mülakat sorusunda ise öğretmenlere bir sadeleştirme işlemi sırasında bütün sayıların sadeleşmesi sonucu cevabın 0 olacağını iddia eden öğrenciden bahsedilmiştir. Yapılan çalışmada öğretmenlerden alınan cevaplar incelenmiş ve bütün öğretmenlerin, öğrencilerin düşüncelerinin sebebi olarak sadeleştirme işlemlerinde kullanılan “Götürmek” ifadesini yanlış anlamalarını gördükleri ortaya çıkmıştır. Bazı öğretmenlerin öğrenci anlayışının olası nedeni olarak sadece bu sebebi belirttikleri, bazılarının ise farklı ihtimaller üzerinde de durduğu gözlemlenmiştir. Örneğin bir ilköğretim matematik öğretmeni, öğrencilerin çarpmada etkisiz elemanın 1 olduğunu unutmuş olabileceğini ve bunun da sadeleştirmede hata yapmalarına neden olabileceğini belirtmiştir. Yani öğretmen, öğrencilerin örneğin; $(x-2)$ ifadesinde gizli bir “1” çarpanı olduğunu unutmuş olabileceklerini belirtmiştir. Bir diğer ilköğretim matematik öğretmeni ise farklı bir ihtimal olarak öğrencilerin bölme işleminde sonuç olarak “bölme işleminin kalanı”nı kabul ediyor olabileceklerini belirtmiştir. Yani öğretmene göre öğrenci 5 sayısını 5’e böldüğünde kalan sıfırı sonuç olarak almış olabilir. Bahsi geçen iki ilköğretim matematik öğretmenin dışında farklı bir fikir belirten olmamıştır.

Bu durum göz önüne alındığında özellikle ortaöğretim matematik öğretmenlerinin bu konu ile farkındalıklarının kısıtlı olduğu söylenebilir.

Çalışmanın bu kısmından elde edilen veriler incelendiğinde iki ilköğretim matematik öğretmeni ve iki ortaöğretim matematik öğretmeninden oluşan 4 öğretmen; öğrencilerdeki bu anlayışı değiştirmek için basit örnekler üzerinden konuyu anlatacaklarını belirtmişlerdir. Bunun dışında bir ilköğretim matematik öğretmeni öğrencilere sadeleşen ifadelerdeki gizli 1 çarpanını hatırlatacağını belirtmiştir. Böylece öğretmen, öğrencilerin sadeleşme işleminin ardından 1 çarpanı kaldığında sonucun 1

olacağını göreceklerini düşünmektedir. Son olarak bir ortaöğretim matematik öğretmeni ise sorunun öğretmenlerin “Götürmek” ifadesini kullanmalarına bağlamakta ve çözüm önerisi olarak da öğretmenlerin bu ifadeyi kullanmamalarını önermektedir.

Bu durum göstermektedir ki iki öğretmen grubunun da öğrencilerdeki anlayış için verebilecekleri farklı dönütler bulunmamaktadır. Aşağıdaki Tablo17’de öğretmenlerden elde edilen cevaplara yer verilmiştir.

Tablo 17. Altıncı senaryoya yönelik öğretmen görüşleri

f	Olası Nedenler	f	Çözüm Önerileri
6	Öğrencilerin “Götürmek” kavramını yanlış anlamaları	4	Basit örnekler vererek konunun anlaşılması sağlanır.
1	Bölme işlemi yaparken sonuç olarak bölümü değil kalanın alınması	1	Sadeleştirme işlemi yapmadan önce ifadelerde gizli “1” çarpanı olduğu hatırlatılır.
1	Öğrencilerin çarpmada etkisiz eleman olan 1 sayısının gizli çarpan olduğunu unutmaları	1	Öğretmenler “Götürmek” ifadelerini kullanmazlar.

Tablo17’den de anlaşılacağı üzere iki öğretmen grubunun da gerek mevcut durumun olası nedenleri hakkında, gerekse bu duruma karşı ürettikleri çözüm önerisi konusunda kısıtlı cevaplar verdikleri görülmüştür. Aşağıda araştırmacı ve öğretmenler arasında ilgili soru hakkında geçen konuşmalara yer verilmiştir.

Turgut ile araştırmacı arasında geçen konuşmada Turgut bu durumun kendi öğrencileri arasında da yaygın olduğunu belirterek; “Evet bizde de çok çıkıyor bu durum. Yine yokluk kavramıyla alakalı bence. Öğrenci hepsi birbirini götürünce hiçbir şey kalmadıysa cevap sıfırdır diye düşünüyor. Onlara göre bir şey yoksa o sıfır demektir.” demiştir. Bunun üzerine araştırmacı, öğretmene böyle bir durumla karşılaşması durumunda nasıl bir dönüt vereceğini sormuştur. Turgut ise daha basit sayılarla işlem yaparak anlatacağından bahsederek; “Somutlaştırdım. Mesela 5’i 5’e bölünce nedir diye sordum. Öğrenci 1 olduğunu biliyor tabi. Aynen bunun gibi $x-2$ ’yi $x-2$ ’ye bölünce de cevap 1 olur derdim.” demiştir. Devamında ise “Evet, aynen öyle. Aslında öğrenci acaba burada kalanı mı düşünüyor. Yani 5’i 5’e böldünüz 1 defa kalan

sıfır mı diyor? Ama yine de en iyisi kolay bir örnek üzerinden anlatmak derim ben.” diyerek öğrencilere vereceği dönütler konusunda farklı bir çözüm önerisi daha belirtmiştir.

Bu konuşmadan da anlaşıldığı üzere Turgut, öğrencilerin neden böyle düşündükleri konusunda olası bir neden belirtmiştir. Ayrıca böyle düşünen öğrencilere verilebilecek dönüt olarak da iki farklı çözüm önerisi geliştirmiştir.

Mehtap ile araştırmacı arasında geçen konuşmada Mehtap da öğrencilerin “Götürmek” kavramına takılmış olabileceğinden bahsederek; *“Demek ki bu öğrenci aynı sayıların birbirine bölümünün 1 olduğunu bilmiyor. Pay ve paydadaki ifadeler birbirini götürüyorsa, hiçbir şey kalmadı diye düşünüyorlar bence. Yokluk hiçlik anlamlarını aklına getiriyor ve sonuç sıfır diyor bence. Aslında öğrenci her sayının 1 ile çarpımının kendisi olduğunu bilmiyor burada. Pay kısmında $x-2$ ifadesini $1.(x-2)$ olarak düşünmesi gerektiğini bilmemesinden kaynaklanıyor olabilir.”* demiştir. Öğretmenin farklı bir olası neden belirtmeyeceğinin anlaşılması üzerine araştırmacı, öğretmene böyle bir durumla karşılaşması halinde öğrencilere nasıl bir dönüt vereceğini sormuştur. Mehtap ise; *“Aynı sayıların birbirine bölümünün 1 olduğunu söylerim. İfadelerin yanlarına gizli birleri yazarak soruyu çözerim. Eğer böyle düşünürsek pay kısmında $1.1.1$ ve payda kısmında yine $1.1.1$ kalacaktır. Sonuç $1÷1$ den 1 olacaktır.”* diyerek ifadelerin yanlarına “gizli 1” sayılarını yazacağından bahsetmiştir.

Bu konuşmadan da anlaşılacağı üzere Mehtap öğrencilerin düşüncelerinin olası nedenleri hakkında bir görüş bildirmiştir. Ayrıca bu durumun giderilmesi için diğer öğretmenlerden farklı bir çözüm önerisinde de bulunmuştur.

Zeliha ile araştırmacı arasında geçen konuşmada Zeliha da diğer birkaç öğretmen gibi öğrencilerin “Götürmek” ifadesine takıldığını belirterek; *“Sadeleşince sayıların yok olduğunu düşünüyorlar sanırım. Sadeleştirirken “Birbirini Götürmek” kavramını kullanınca da öğrenci sayıların yok olduğuna inanıyor bence.”* demiştir. Öğretmenin farklı bir olası neden belirtmeyeceğini anlaşılması üzerine araştırmacı öğrencilere verilebilecek dönütlerin neler olabileceği sorusunu yöneltmiştir. Bunun üzerine Zehra; *“Mesela en basitinden oradaki gibi cebirsel ifade değil de 4 ile 4’ü birbirine böldürürdüm. İşin içine x girince öğrencilerin kafası çok karışır. Basite indirgemek en iyisi bence.”* diyerek basitleştirme yöntemini kullanacağını belirtmiştir.

Bu konuşmadan da anlaşılacağı üzere Zehra öğrencilerin düşüncelerinin olası nedenlerinden bir tanesini belirtmiş ve bu durumun çözümü için de bir öneride bulunmuştur.

Gül ile araştırmacı arasında geçen konuşmada Gül; *“Görüntüde hiçbir şey kalmadıya hocam, bütün ifadeler birbirini götürdü ve hiçbir şey kalmadı ise sonuç sıfır diyor sanki. Zaten böyle cevap veren bir öğrenci sıfıra muhtemelen yokluk manasıyla yaklaşıyordur.”* diyerek diğer birkaç öğretmen gibi öğrencilerin *“Götürmek, hiçbir şey kalmaması”* gibi kavramlara takıldığını düşündüğünü belirtmiştir. Öğretmenin farklı bir olası neden belirtmeyeceğinin anlaşılması üzerine araştırmacı dönütünün ne olacağını sormuştur. Bunun üzerine Gül; *“Bu işlemi x’lerle değil de önce basit olması için doğal sayılarla yapardım. Mesela $5 \div 5$ işleminin sonucu sıfır mı hakikaten? Muhtemelen öğrenci burada doğru cevap verecektir. O halde genellemesini isterdim ve hatasını anlamasını sağlardım.”* diyerek basitleştirme yolunu seçeceğini belirtmiştir.

Bu konuşmadan da anlaşılacağı üzere Gül, öğrencilerin düşünceleri hakkında olası bir neden ve bu durumun düzeltilmesi adına da bir çözüm önerisi belirtmiştir.

Emre ile araştırmacı arasında geçen konuşmada Emre, *“Hiç bir şey kalmadığı için sıfır demiş çocuk. Bunu bazen basit işlemlerde de yapıyorlar. $5 \div 5$ ’e sıfır diyor. Hani yokluk diyoruza sıfıra. Öğrenci her şeyin yok olmasını böyle ifade ediyor. Demek ki biz sıfırı tam olarak anlatamıyoruz çocuklara.”* demiştir. Burada Emre’nin de diğer öğretmenler gibi öğrencilerin bazılarının *“Hiçbir şey kalmaması”* ifadesini yanlış anladıklarını düşündüğü görülmektedir. Bunun üzerine araştırmacı, öğretmene öğrencilere vereceği dönütün ne olabileceğini sormuştur. Emre ise; *“Basitleştirdim. Mesela $5 \div 5$ işlemi ele alırdım. 5’in içinde 5 kaç defa var diye sorardım.”* demiştir.

Bu konuşmadan da anlaşılacağı üzere Emre öğrencilerin düşüncelerinin olası bir nedenini belirtmiş ve bu düşüncelerin giderilmesi için bir çözüm önerisinde bulunmuştur. Burada dikkat çeken noktalardan birisi ise Emre’nin öğrencilerin olası düşüncelerini belirtirken kullandığı *“Öğrenci $5 \div 5$ ’e sıfır diyor.”* ifadesini çözüm önerisinde de örnek olarak kullanarak, *“Mesela $5 \div 5$ işlemi ele alırdım”* demesidir.

Ahmet ile araştırmacı arasında geçen konuşmada ise Ahmet, öğrencilerin böyle düşünmelerinin nedenini öğretmenlerin konuyu anlatırken kullandığı kelimelerin yanlış anlaşılmaya müsait olması olarak değerlendirmektedir. Bunu ise; *“O da biraz da bizden kaynaklı olabilir. Sayılar sadeleşirken birbirini götürme deyince tamamen yok oldu gibi*

düşünebiliyor öğrenciler. Götürmek yerine farklı bir şekilde ifade etsek belki bu hataya düşmeyecekler.” diyerek dile getirmiştir. Araştırmacının, bu durum karşısında nasıl bir dönüt vereceğini sorması üzerine Ahmet; *“Götürmek ifadesini kullanmadan açıklarım sadeleştiklerini. Genelde de öyle yapıyorum zaten.”* diyerek kendine göre öğretmenlerden kaynaklı olan bu durumu yine öğretmenlerin doğru kelimeleri kullanarak düzeltebileceğini belirtmiştir.

Yukarıda verilen diyalog incelendiğinde Ahmet’in öğrencilerin düşüncelerinin olası nedeni olarak öğretmen söylemlerini gördüğü ve çözüm olarak da öğretmenlerin konuyu anlatırken doğru kelimeleri seçmelerini önerdiği söylenebilir.



5.SONUÇ VE TARTIŞMA

Bu kısımda araştırmanın aşağıda verilen problem durumlarına yönelik elde edilen sonuçlarına yer verilecektir. Gerekli yerlerde literatür taraması sonucu araştırma konusu ile benzer konulara sahip çalışmalardan bahsedilecek ve gerekli kıyaslamalarda bulunarak tartışılacaktır.

Bu çalışmada üzerinde durulan problem durumları şunlardır;

1. Ortaokul ve lise öğrencilerinin sıfır kavramıyla ilgili yaşamış oldukları zorluklar nelerdir?
2. Ortaokul ve lisede görev yapan matematik öğretmenlerinin öğrencilerin sıfır kavramıyla ilgili anlayışları hakkındaki görüşleri nelerdir?
3. Ortaokul ve lisede görev yapan matematik öğretmenlerinin öğrencilerin sıfır kavramıyla ilgili yaşadıkları zorlukların giderilmesine yönelik önerdikleri yaklaşımlar nelerdir?

Bu problemler doğrultusunda ortaokul ve lise öğrencilerinden oluşan 204 öğrenciye sıfır sayısı ile ilgili bir başarı testi uygulanmıştır. Elde edilen veriler analiz edilerek ilk problem durumu hakkında bulgular elde edilmiştir. Daha sonra bu bulgulara dayanarak matematik öğretmenlerine uygulamak üzere senaryo tipi mülakat sorularından oluşan bir test hazırlanmıştır. 3 ilköğretim ve 3 ortaöğretim olmak üzere 6 matematik öğretmeniyle yapılan mülakatlar sonucu ikinci ve üçüncü araştırma problemlerine yönelik veriler elde edilmiştir.

Yapılan çalışmada öncelikle ortaokul ve lise öğrencilerinin sıfır kavramıyla ilgili anlayışları hakkındaki sonuçlara, ardından çalışmanın öğretmenlerle ilgili olan kısmına değinilecektir. Ortaokul ve lise öğrencilerinin sıfır kavramıyla ilgili anlayışları maddeler halinde incelenecek olursa;

- Ortaokul ve lise öğrencilerine uygulanan başarı testinin ilk sorusunda öğrencilere sıfır sayısının tek mi, çift mi yoksa ne tek ne de çift mi olduğu sorulmuştur. Tam sayılarda teklik çiftlik konusunun ilkököl 3. sınıf kazanımları arasında yer aldığı göz önünde bulundurulursa 5. sınıf öğrencileri de dâhil ortaokul öğrencilerinin bu soruya doğru cevap vermeleri beklenir (MEB, 2018). Ancak elde edilen cevaplar göstermektedir ki hem ortaokul hem de lise öğrencilerinin sıfırı çift sayı kabul etmelerinin yanında ortaokul öğrencilerinde (%20,83) ve lise öğrencilerinde(%9,25)

sıfırın ne tek ne de çift sayı olduğunu düşünen öğrenciler mevcuttur. Toluk Uçar (2013), Özdeş (2013) ve Altoğ (2016)'nın sırasıyla sınıf öğretmen adayları, 9. sınıf öğrencileri ve 8. sınıf öğrencileriyle yapmış olduğu çalışmalarda da benzer sonuçlarla karşılaştıkları görülmüştür.

Ortaokul öğrencilerinin bu kavram yanlışlığına düşmeleri sıfır sayısının pozitif ve negatif olmamasını aşırı genellemeleriyle açıklanabilir. Çünkü ortaokulda pozitif ve negatif sayı; tek ve çift sayı kavramları anlatılmakla birlikte öğrencilerin bu kavramları uzun süredir kullandıkları söylenemez. Ancak lise öğrencileri hem ortaokulda hem de lisede bu kavramlarla karşılaştıklarından hata yapma olasılıkları daha düşük olacaktır. Bu da iki grup arasında kavram yanlışlığına düşme oranının farklılığını açıklamaktadır.

Yukarıda bahsedildiği gibi lise öğrencilerinden de sıfır sayısını ne tek ne de çift kabul eden öğrencilere rastlamak mümkündür. Ancak bu öğrencilerin oranı ortaokul öğrencilerine göre daha azdır. Burada dikkat çeken bir diğer nokta ise lise öğrencilerinin sıfır sayısını ne tek ne de çift kabul ederken açıklama kısımlarına yazdıkları cevaplardır. Bazı öğrencilerin cevaplarından bu konuda çok ayrıntıya takıldıkları anlaşılmaktadır. Bu cevaplara örnek olarak; *“Tek sayıların çarpımı tek iken tek sayı ile sıfırı çarpınca sıfır oluyor. Çift sayıların çarpımı çiftken çift sayı ile sıfırı çarpınca yine sıfır oluyor. O halde sıfır ne çifttir ne de tektir”* , *“2’şer 2’şer ritmik sayarken de 3’er 3’er ritmik sayarken de sıfırdan başlanır. O halde sıfır ne tektir ne de çifttir.”* cevapları verilebilir. Buradan bazı lise öğrencilerinin bu soruyu yanıtlarken fazla derinlemesine düşündükleri, farklı bakış açısı geliştirerek dikkat çekme çabası içerisinde olmaları veya sorunun beklediğinden daha kolay gelmesi üzerine soru arkasında gizli bir durum olduğundan şüphelenerek detaylı düşünmüş olabilecekleri sonuçlarına ulaşılabilir.

- İkinci soruda öğrencilerden içerisinde sıfır sayısının bulunduğu ondalıklı sayılar vererek sıralama yapmaları istenmiştir. 5. sınıf kazanımları arasında; *“Ondalık gösterimleri verilen sayıları sayı doğrusunda gösterir ve sıralar.”* kazanımının yer alması nedeniyle bu soruyu da ortaokul öğrencilerinin tamamının doğru yapması beklenmektedir (MEB, 2018). Çalışmanın ikinci dönemin sonlarına doğru yapılmış olması ise öğrencilerin bu konuyu işlediklerini göstermektedir. Hem ortaokul hem de lise öğrencilerinin genelinde doğru sıralama yaptığı görülen bu soruda lise öğrencilerinin doğru cevap verme oranının ortaokul öğrencilerinden daha fazla olduğu bir gerçektir. Bunun nedeni olarak lise öğrencilerinin hemen hemen her yıl işledikleri konularda ondalık gösterimleri kullanıyor olmaları onların bu sayıları

tanımlarına, aşına olmalarına ve bu sayılarla daha rahat işlem, sıralama vs. yapabilmelerine olanak sağlaması gösterilebilir. Ayrıca özellikle ortaokul öğrencilerinde görülen bazı kavram yanılgıları mevcuttur. Bunlardan birisi ise öğrencilerin ondalık gösterimleri sıralarken virgül gözetmeksizin içerisinde en çok sıfır bulunduran sayıyı en büyük kabul etmeleridir. Bu durum öğretmenlerle yapılan mülakatta da dile getirilmiş ve öğretmen görüşleri alınmıştır. İlerleyen kısımlarda bu konudan bahsedilecektir. Öğrencilerin böyle düşünüyor olmalarının sebebi olarak, sıfır sayısını sürekli sayıyı büyüten bir rakam olarak düşünmeleri gösterilebilir. Bu cevabı veren hiçbir lise öğrencisinin olmaması da göstermektedir ki lise öğrencileri ondalık gösterimlerde yer alan sıfır sayılarının anlamlarını öğrenmiştir. Çalışmanın bu kısmından elde edilen bir başka kavram yanılgısı ise Temel ve Eroğlu (2014)'in çalışmalarında da karşılaştıkları; bir ondalıklı sayıda ondalık kısmın basamak sayısı ne kadar fazla ise sayı o kadar küçüktür yanılgısıdır.

- Üçüncü soruda öğrencilere; “Çözümünü yaptığınızda 0(sıfır) sonucuna ulaşabileceğiniz bir günlük yaşam problemi yazınız ve çözünüz.” sorusu yöneltilmiştir. Öğrencilerin büyük bir çoğunluğu bu soruya bir miktar çokluğun(%73,03) azalarak bitmesi durumunu örnek vermişlerdir. Bu ise öğrencilerin gözünde sıfır sayısının bir “Yokluk” olduğu sonucunu doğurmaktadır. Bununla birlikte lise öğrencileri ağırlıkta olmak üzere bazı öğrenciler sıfır sayısını “İmkânsız Olay” kavramıyla ilişkilendirerek gerçekleşmesi mümkün olmayan örnekler vermişlerdir. Bu örnekleri veren öğrencilerin lisede ağırlıkta olması beklenen bir durumdur. Çünkü olasılık konusunda lise öğrencileri daha bilgilidir. Bununla birlikte yine lise öğrencilerini farklı(örneği olmayan) cevaplar verdikleri gözlemlenmiştir. Bu sonuç ile çift sayılarda bazı lise öğrencilerinin verdikleri farklı cevaplar benzerlik göstermektedir. O halde bu durumda da lise öğrencileri için aynı yorumlar yapılabilir.
- Dördüncü soruda öğrencilere matematikte sıfır sayısına neden ihtiyaç duyulmuş olabileceği sorusu yöneltilmiştir. Her iki grupta da öğrencilerden bir kısmı sıfıra yokluğu ifade etmek için ihtiyaç duyulacağını belirtmiştir. Bu durum bir önceki sorudan elde edilen sonuçla benzerlik göstermektedir. Çünkü bir önceki soruda öğrencilerden sıfırla ilgili bir günlük yaşam problemi yazmaları istendiğinde neredeyse hepsi bir miktar çokluğun azalarak bitmesini örnek vermişlerdi. Bu soruda ise sıfıra yokluğu ifade etmek için ihtiyaç duyulacağı cevabını vermişlerdir. Buradan öğrencilerin farklı sorularda aynı görüşlerini dile getirdikleri anlaşılmaktadır. Ayrıca

bu cevabı veren öğrencilerden lise öğrencilerinin ortaokul öğrencilerine göre daha fazla olmaları lise öğrencilerinin soru üzerinde fazla düşünmeden, akıllarına gelen ilk cevabı vermeleriyle de açıklanabilir. Ortaokul öğrencilerinde bir cevapta yığılma olmaması, ancak lise öğrencilerinin ise hemen hemen yarısının aynı cevabı vermesi bu durumun göstergesidir.

- Beşinci soruda öğrencilere onlar basamağı sıfır olan dört basamaklı bir sayı verilerek çözümlenmeleri istenmiştir. Bu sorunun amacı öğrencilerin onlar basamağına kaç adet onluk yazacağını veya yazıp yazmayacağını gözlemlemektir. Elde edilen verilerde öğrencilerin her iki grupta da neredeyse tamamının doğru cevap vererek sıfır adet onluk bulunduğunu belirttikleri görülmüştür. Birkaç öğrenci ise onlar basamağını atlayarak diğer basamakları doğru bir şekilde çözümlenmiştir. Bu durum göstermektedir ki iki gruptaki öğrenciler de herhangi bir basamağında sıfır bulunan sayılarda sıfırın ne anlama geldiğinin bilincindedirler.
- Altıncı soruda öğrencilerden kesirlerde bölme işlemi yapmaları istenmiştir. Bu kesirlerden bölen kesrin ise payı sıfırdır. Böylece öğrencilerin paydası sıfır olan bir kesre nasıl baktıklarını ortaya çıkarmak amaçlanmıştır. Elde edilen veriler incelendiğinde ortaokul öğrencilerinin birçoğunun bu soruyu boş bıraktığı gözlenmiştir. Her iki grupta da cevap veren öğrencilerin neredeyse tamamı ikinci kesri ters çevirerek çarpma yoluna gitmişlerdir. Böyle yapan öğrenciler paydası sıfır olan bir kesir elde etmişlerdir. Bu noktadan sonra öğrencilerin cevabı farklılık göstermektedir. Bir grup öğrenci ise bölen kesrin sıfır olacağını belirterek yine paydası sıfır olan bir kesir elde etmiştir.

Her iki yönden de aynı durumla karşı karşıya kalan öğrencilerden özellikle lise öğrencileri cevaba “Tanımsız” demiştir. Bu cevabı kullanan ortaokul öğrencisi ise bulunmamaktadır. Bu durum, tanımsızlık, tanımlı olma vs. kavramlarının lisede sık kullanılmasıyla açıklanabilir. Ortaokul öğrencilerinden cevap verenlerin en çok tercih ettiği cevap ise; “Sıfır”dır. Bu ise öğrencilerin çarpma işleminde yutan eleman olan sıfır sayısını bölme işleminde de genellemeleriyle açıklanabilir. Araştırmanın bu kısmı Özdeş (2013)’in çalışmasıyla örtüşmektedir. Ortaokul öğrencilerinde görülen kavram yanılgılarından birisi ise öğrencilerin herhangi bir sayının sıfıra bölümünün sayının kendisine eşit olacağı yanılgısıdır. Avcu ve Durmaz (2011) de çalışmalarında bu durumla karşılaşmış ve bölme işleminde sıfır ve 1 sayılarını karıştıran öğrencilerin varlığından bahsederek bu durumu öğrencilerin sayı doğrusu bilgilerini güncel

tutamamaları ve ileriki sınıflara doğru bir şekilde aktaramamalarıyla açıklamışlardır. Sonuç olarak ortaokul öğrencilerinin paydası sıfır olan bir kesrin ne anlama geldiğini bilmedikleri ve nasıl cevap verecekleri hakkında fikir sahibi olmadıkları, lise öğrencilerinin ise bir kısmının(yaklaşık çeyreği) doğru cevap verdiği söylenebilir. Zuya (2014) çalışmasında içerisinde sıfır işlemi geçen dört işlemde öğrencilerin en çok zorlandıklarının bölme işlemi olduğunu belirtmiştir. Nitekim bu çalışmada da benzer bir durumla karşı karşıya kalınmıştır.

- Yedinci soruda öğrencilere sıfır sayılarının sadeleşmesi sonucu yanlış sonuç çıkan bir denklem verilmiş ve bu işlemdeki hatanın kaynağı sorulmuştur. Bu soruda öğrencilere $0 \div 0$ işleminin sonucu doğrudan sorulmamış, hatayı fark ederek bu işlem hakkında yorum yapmaları beklenmiştir. Elde edilen verilerden yine ortaokul öğrencilerinin çok az bir kısmının cevap verdiği görülmüştür. Her iki grupta da cevap veren öğrencilerin neredeyse tamamı işlemleri düzeltme yoluna giderek doğru sonucu bulmuşlardır. Ancak bu öğrenciler hatanın nereden kaynaklandığını belirtmemişlerdir. Sıfır sayılarının sadeleşmesine değinen ise ikisi ortaokul olmak üzere 9 öğrencidir. Buradan iki öğrenci grubu için de öğrencilerin $0 \div 0$ işleminin sonucunun bir reel sayı olmadığını fark edemedikleri sonucu çıkmaktadır.
- Sekizinci soruda öğrencilerden sıfır sayısını üç kelime ile anlatmaları istenmiştir. Böylece sıfır kavramı hakkında öğrencilerin bakış açıları tahmin edilmeye çalışılmıştır. Bulgular kısmında öğrencilerden elde edilen kelimelerin sıralanmış halinden bahsedilmiştir. Sıralamaya göre öğrenciler sırasıyla; “Etkisiz Eleman, Yutan Eleman ve Yokluk” kavramlarını kullanmışlardır. Yokluk kavramının ilk üçte yer alması beklenen bir durumdur. Çünkü önceki sorularda da her iki grup öğrencinin sıfır sayısı ile yokluk kavramını ilişkilendirdikleri görülmüştür. İlk iki kelime ise öğrencilerin işlem odaklı düşündüklerini göstermektedir. Bir başka deyişle özellikle ortaokul öğrencileri sıfır sayısını doğrudan toplama ve çarpma işlemlerindeki işleviyle anmaktadır. İlk üç kelime her ne kadar iki grup arasında aynı olsa da sıralamalar kendi arasında farklılık göstermektedir. Yukarıda verilen sıralama hem genelin hem de ortaokul öğrencilerinin sıralaması olup lise öğrencilerinde en çok görülen kelime *Yokluk*'tur. Bu ise dördüncü sorudan elde edilen sonuçla benzerlik göstermektedir. Çünkü dördüncü soruda lise öğrencilerinin neredeyse yarısının sıfır yokluğu ifade etmek için kullanacağı belirtilmiştir. Ayrıca her iki grupta da ilk üçe girememiş ancak yine de üst sıralarda yer alan kavram ise; “Çift Sayı” kavramıdır.

Öğrencilerin bu cevaba yönelmeleri çalışma kâğıdında yer alan ilk sorunun öğrencilere ip ucu vermiş olmasıyla da açıklanabilir.

- Dokuzuncu soruda öğrencilere içerisinde sıfır sayısı kullanılan 14 adet işlem sorusu yöneltilmiştir. Bu işlemlerden toplama ve çıkarma işlemini her iki öğrenci grubunun da neredeyse tamamının doğru cevapladığı görülmüştür. Yine aynı şekilde sıfır ile çarpma işleminde de öğrencilerin neredeyse tamamının hata yapmadıkları görülmüştür. Ancak sıfırcı kuvvet ve sıfır içeren bölme işlemlerinde özellikle ortaokul öğrencilerinin yanlış cevaplar verdiği ortaya çıkmıştır.

Ortaokul öğrencilerinin $0 \div 0$, 0^0 , $14 \div 0$ gibi sorulara doğru cevap vermeleri beklenmemektedir. Çünkü ortaokul matematiğinde bu işlemler kazanımlara dâhil değildir (MEB, 2018). Ortaokul öğrencileri de zaten bu soruları genelde ya boş bırakmış ya “Sıfır” cevabını vermiş ya da “Tanımsız” diyerek cevaplamıştır. Ancak bazı öğrencilerin $0 \div 0$ işlemine 1 dediği görülmüştür. Bu öğrencilerin aynı sayıları birbirine bölme işleminin sonucunun 1 olmasını ($0 \div 0$ hariç) genelleyerek cevaba 1 dedikleri sonucu çıkarılabilir. Yine aynı şekilde 0^0 işleminin sonucuna da 1 diyen öğrencilere de rastlamıştır. Bu durum ise bütün sayıların sıfırcı kuvvetinin 1 olması (Sıfır hariç) bilgisinin genellenmesi şeklinde açıklanabilir. Ayrıca $14 \div 0$ işleminde de öğrencilerden bir kısmının cevaba 14 dediği görülmüştür. Buradan ise öğrencilerin çarpma ve bölme işleminde etkisiz eleman olan 1 sayısı ile 0 sayısını karıştırarak sıfır sayısına da etkisiz eleman gözüyle baktıkları sonucu çıkarılabilir. Yukarıda belirtildiği gibi benzer bir durum Avcu ve Durmaz (2011)’in çalışmasında da mevcuttur. Ayrıca sayıları çok az olan bir öğrenci grubu ise sıfırla dört işlem yapılamayacağını belirtmiştir. Bu durum ortaokul matematiğinde ve özellikle bölme, kuvvet alma konularında sıfır sayısının işlemlere pek dâhil edilmemesiyle açıklanabilir. Özetle; ortaokul öğrencilerinin müfredat dışı soruları genelde boş bıraktığı ancak cevap verenlerin de daha önce öğrendikleri bilgileri “Aşırı Genelleme” yaparak kavram yanılgısına düştükleri sonucuna ulaşmıştır.

Lise öğrencilerinin cevapları incelendiğinde ise ortaokul öğrencilerine göre çok daha az kavram yanılgısına düştükleri gözlemlenmiştir. Bununla birlikte 9. sınıf öğrencilerinin bir kısmının ortaokul öğrencilerine benzer hatalar yaptığı fark edilmiştir. Bu durum öğrencilerin henüz ortaokuldan kalan düşüncelerini değiştirememiş olmalarıyla açıklanabilir. Bunun yanında $14 \div 0$ işleminde genelde 11. ve 12. sınıfların cevaba “Tanımsız”, “Belirsiz” dedikleri görülmektedir. Ayrıca son sınıf

öğrencilerinden bir kaçının cevaba “Sonsuz” dediği görülmüştür. Bu durum ise 12. sınıf matematik müfredatında yer alan “Limit” konusunda $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x}$ ifadesinin limitinin sonsuz olarak verilmesiyle açıklanabilir.

Öğrencilere yöneltilen sorularda $14 \div 0$ ve $12 \div 0$ ifadeleri yer almış ancak gösterim şekilleri farklı verilmiştir. Burada öğrencilerin farklı sembollere nasıl cevaplar vereceklerinin açığa çıkarılması amaçlanmıştır. Elde edilen cevaplar incelendiğinde her iki grupta da öğrencilerin farklı sembollere aynı yanıtları verdiği sonucuna ulaşılmıştır.

- Onuncu soruda ise öğrencilere araştırmacının meslek hayatında karşılaştığı; uzman görüşüne ve literatür taramasına da başvurularak hazırlanmış; kimisi doğru kimisi yanlış olan ifadeler verilerek öğrencilerin bu ifadelere katılıp katılmadıkları sorulmuştur. Elde edilen bulgular incelendiğinde bazı ifadelere lise öğrencilerinin ortaokul öğrencilerine oranla daha çok hata yaptığı görülmüştür. Örneğin “Bir sayıyı 10 ile çarpmak demek sayının yanına 0(sıfır) yazmak demektir.” ifadesine lise öğrencilerinin daha çok “Evet” dediği görülmüştür. Bununla birlikte “Bütün sayıların 0.(sıfırcı) kuvveti 1’dir.” ifadesinde de lise öğrencilerinden “Evet” diyenlerin oranının daha fazla olduğu görülmüştür. Bu iki örnekte lise öğrencilerinin istisnai durumları göz ardı ettikleri; ilk örnekte ondalıklı sayıları rasyonel sayıları vs., ikinci örnekte ise sıfır sayısını ihmal ettikleri görülmektedir. Bu durum lise öğrencilerinin bu iki ifade için aceleci davrandıklarını, sorular üzerinde yeterince düşünmediklerini; ortaokul öğrencilerinin ise daha dikkatli okuduklarını ve istisnai durumları göz önünde bulundurduklarını göstermektedir.

Ortaokul öğrencileri ise “Bütün sayılar sayı doğrusu üzerinde 0(sıfır)’a yaklaştıkça küçülürler.” ifadesinde ve “Bir sadeleştirme işleminde bütün sayılar birbirini götürdüğünde sonuç; 0 (Sıfır) olur.” ifadesinde lise öğrencilerine göre daha çok hata yapmışlardır. İlk ifadeye verilen cevaplardan öğrencilerin sayı doğrusunu çizerken sadece doğal sayıları kullandığı, negatif sayılara yer vermediği, dolayısıyla bu yanılgıya düştükleri sonucu çıkarılabilir. İkinci ifadeye verilen cevaplardan ise yine ortaokul öğrencilerinin herhangi bir sadeleştirme işleminde sadeleştirme sonrası pay ve paydada hiçbir sayının kalmamasını “Yokluk” kavramıyla ilişkilendirerek cevaba “Sıfır” dedikleri sonucu çıkmaktadır. Temel ve Eroğlu (2014) ise çalışmalarında sıfır sayısını rasyonel sayı olarak kabul etmeyen öğrencilerin varlığından bahsetmiş ve bunun nedeni olarak öğrencilerin sıfır sayısına “Yokluk” gözüyle bakmalarını belirtmişlerdir.

Bu kısma kadar araştırmanın ilk problemine, yani öğrencilerle ilgili olan bölümüne yönelik elde edilen sonuçlara değinilmiştir. Buradan sonra araştırmanın ikinci ve üçüncü problemine, yani öğretmenlerle ilgili olan bölümüne yönelik sonuçlara değinilecektir.

Öğretmenlerle yapılan görüşmeler sonucu elde edilen bulgular analiz edildiğinde genel olarak her iki öğretmen grubunun da sıfır kavramıyla ilgili öğrenci anlayışları hakkında görüş bildirdiği ancak kavram yanlışlarının giderilmesine yönelik çözüm önerisinde bulunurken kısmen zorlandıkları görülmüştür. Bu durum Gök Kurt, Şahin ve Soylu (2016); Mumcu (2017) ve Gökbulut (2010)'un çalışmalarında da karşımıza çıkmaktadır. Ayrıca Tükenmez (2014) de yapmış olduğu çalışmada, öğrencilerin yaşadığı kavramsal zorlukları belirleme noktasında başarılı olan öğretmenlerin her ne kadar derslerde anlaşılmayan konu ve kavramları bazı yöntemler kullanarak anlaşılır hale getirdiklerini düşünseler de bu durumun öğrencilerin kavram yanlışlarını tespit etme ve bu yanlışları giderici öneriler getirme boyutunda yetersiz kaldığını belirtmiştir. Bununla birlikte bu çalışmada ilköğretim matematik öğretmenlerinin ortaöğretim matematik öğretmenlerine göre öğrencilerin sıfır kavramıyla ilgili anlayışları hakkında daha çok görüş beyan ettikleri görülmüştür. Bu durumun sebebi olarak ilköğretim matematik öğretmenlerinin senaryolarla verilen örneklerle benzer durumları okulda daha sık yaşıyor olmaları gösterilebilir. Ayrıca her iki öğretmen grubunun da sıfır kavramıyla ilgili yanlışların giderilmesine yönelik önerdikleri yaklaşımların nicelik olarak aynı olduğu görülmüştür.

Öğretmenlerle yapılan görüşmelerin detayları incelendiğinde ise bazı öğretmenler öğrencilerde bulunan kavram yanlışlarını giderirken sorunun doğru cevabını doğrudan vereceğini ve bu bilginin bir kural olduğunu, bu kuralı ezberlemesi gerektiğini söyleyeceğini belirtmiştir. Bu durum Bütün ve Baki (2019); Son ve Sinclair (2010); Son (2013); Didiş, Erbaş, Çetinkaya (2016) ve Cankoy (2010)'un çalışmalarındaki bulgularla örtüşmektedir. Bu yöntemi kullanacak olan öğretmenlerin ise ağırlık olarak ortaöğretim matematik öğretmenlerinden olduğu görülmüştür. Bununla birlikte bazı öğretmenler ise öğrencilerde bulunan kavram yanlışlarının giderilmesine yönelik çözüm önerisi belirtmek yerine çözümü detaylı olarak yapacaklarını ifade etmişlerdir. Bu öğretmenler biraz önce bahsedilen öğretmenler gibi yapılan işlemlerin kural olduğunu ve öğrencilerin ezberlemesi gerektiğini belirtmemişlerdir. Ancak kavram yanlışlarının sebebini anlamak ve çözüm geliştirmek yerine ayrıntılı olarak çözme

yoluna gitmişlerdir. Bu durum; yani bazı öğretmenlerin öğrencilerdeki kavram yanlışlarıyla karşılaşmaları halinde herhangi bir çözüm önerisi geliştirmektense öğrenciyi bizzat yönlendirerek cevabı buldurması hali Chick ve Baker (2005); Ma (1999); Son (2013); Didiş, Kabar, Amaç (2017) nin çalışmalarıyla benzerlik göstermektedir.

Yöneltelen soruların tamamına cevap veren iki öğretmenden birisi olan bir ilköğretim matematik öğretmeni, bir senaryo hakkında konuşulurken öğrencide bulunan kavram yanlışını nasıl giderebileceği sorulduğunda çözüm önerisi geliştirmek yerine bu kavram yanlışının oluşmasına zemin hazırlayan anlatımlardan uzak duracağını belirterek konuyu nasıl anlatacağını ifade etmiştir. Bütün (2005) de çalışmasında bazı öğretmenlerin öğrencide mevcut olan kavram yanlışını gidermek yerine konuyu sınıfta nasıl anlattığından bahsettiğini belirtmektedir. Bunlara ek olarak gerek ilköğretim gerekse ortaöğretim matematik öğretmenlerinden neredeyse hiçbiri, öğrencilerde bulunan kavram yanlışlarını giderirken kullanacakları yöntemler sorulduğunda önce öğrencinin hatasını fark etmesini sağlayacaklarını belirtmemiştir. Sadece bir ilköğretim matematik öğretmeni sıfır sayısını ne tek ne de çift kabul eden öğrenciye dönüt olarak birler basamağı sıfır olan sayıların çift olduğunu fark etmesini sağlayacağını, dolayısıyla bilişsel çelişki yöntemiyle öğrencinin kendi hatasını fark edeceğini ifade etmiştir. Didiş, Erbaş ve Çetinkaya (2016)'nın çalışmalarında ise öğretmenlerin önemli bir kısmının, önce öğrencilerin hatalarını fark etmelerini sağlayacaklarını belirttiği ancak bunu yaparken gerekli yönlendirmeleri yapamadıkları belirtilmiştir. Ayrıca Şimşek (2011) de benzer bir çalışmada öğretmen adaylarının en çok bilişsel çelişki yöntemini kullanarak öğrenci zorluklarını gidereceklerini ifade etmiştir.

Zuya (2014), yapmış olduğu çalışmada ilköğretim matematik öğretmen adaylarının bazı rakamlarla ilgili öğrenci bilgileri hakkındaki görüşlerini incelemiştir. Çalışmada “Sıfır” rakamıyla ilgili bölümde öğretmenlerin yaklaşık beşte ikisinin öğrencilerde mevcut olan kavram yanlışlarını fark edemediklerini ileri sürmüştür. Dolayısıyla bu öğretmenlerle öğrencilere verebileceği dönütler hakkında fikir alışverişinde bulunamamıştır. Bu çalışmada ise yukarıda belirtildiği üzere öğretmenlerin neredeyse tamamı öğrencilerde mevcut olan kavram yanlışlarının farkındadırlar. Ancak bu kavram yanlışlarına yönelik çözüm önerisi geliştirme konusunda kısmen daha başarısız oldukları söylenebilir. Benzer bir çalışmada ise Karakuş (2017), ilköğretim

matematik öğretmen adaylarının $6 \div 0$ ve $0 \div 0$ işlemlerine yönelik verilen öğretimsel açıklamalardan hangilerini tercih edeceklerini ve bu tercihlerin sınıf düzeyine göre nasıl değişim göstereceğini incelemiştir. Araştırmacı, öğretmen adaylarının her sınıf düzeyinde somut öğretimsel açıklamaları tercih ettiğini ancak sınıf seviyesi arttıkça soyut öğretimsel açıklamaların tercih edilme oranının arttığını belirtmiştir. Bu çalışmada da öğretmenlere yöneltilen sorular arasında $12 \div 0$ ifadesine yer verilmiş ve öğrencinin bu soruya 12 cevabını verdiği belirtilerek öğretmenin bu durumda nasıl dönüt vereceği sorulmuştur. Öğretmenlerden biri 12 adet cevizi sıfır kişiye dağıtamayacağını, bir diğer öğretmen ise cevabın herhangi bir sayı olması halinde içler dışlar çarpımı yapıldığında çelişki elde edileceğini belirterek 12'nin sıfıra bölünemeyeceğini, cevabın tanımsız olması gerektiğini belirtmişlerdir. Bu cevaplar sırası ile Karakuş (2017)'nin çalışmasındaki somut öğretimsel açıklama olan *eşit olarak paylaşırma* ve soyut öğretimsel açıklama olan *çarpma işlemine göre tersi* yaklaşımlarına dâhil edilebilir.

Ortaöğretim matematik öğretmenlerinden birisi özellikle sıfıra bölme işlemleriyle karşılaştığında öğrencilerde bulunan kavram yanlışlarının sebebi olarak öğrencilerin ilköğretimde gördükleri matematik derslerini göstermiştir. Buna karşın hiçbir ilköğretim matematik öğretmeni verilen senaryolardaki soruların lise konularına dâhil olduğunu ileri sürmemiştir. Ayrıca ilköğretim matematik öğretmenlerinden birisi negatif sayılarda teklik ve çiftliğin aranmayacağını belirtmiştir. Öğretmenin bu yanlış bilgisi araştırma konusu ile doğrudan ilgili olmasa da öğrencilerin verdikleri hatalı cevapların kaynağını gösterir niteliktedir. Zira Dönmez (2009) yapmış olduğu çalışmada öğretmen adaylarının, öğrencilerin kavram yanlışlarına sahip olabileceğini iddia ettikleri noktalarda kendilerinin de kavram yanlışına sahip olduklarını belirtmiştir. Öğretmen adaylarının bu durumun farkında olmadıklarını ifade eden Dönmez (2009); öğretmen adaylarının alan bilgileri ile pedagojik alan bilgileri arasında sıkı bir ilişki olduğundan alan bilgisinden kaynaklanan eksikliklerin öğretmen adayının ders anlatımını etkilediğini savunmuştur. Dolayısıyla yeterli düzeyde alan bilgisi olmayan bir öğretmenin pedagojik alan bilgisinin de yeterli düzeyde olmayacağını söylemek mümkündür (Ma,1996,1999; Akt. Mumcu, 2017). Buradan bir öğretmenin etkili bir şekilde matematik öğretimi yapabilmesi için matematik bilgisinin ne kadar önemli olduğu açığa çıkmaktadır. Benzer bir sonuç Ball (1990a) ve Toluk Uçar (2013) in çalışmalarında da görülmektedir.

6.ÖNERİLER

Bu çalışmada ilköğretim ve lise öğrencilerinin sıfır kavramıyla ilgili anlayışları ve ilköğretim matematik öğretmenleri ile ortaöğretim matematik öğretmenlerinin bu anlayışlar hakkındaki görüşleri, öğrencilerde bulunan kavram yanlışlarının giderilmesine yönelik çözüm önerileri araştırılmıştır. Araştırmadan elde edilen sonuçlar ışığında aşağıdaki önerilerde bulunulabilir.

- Öğrencilerin sıfır sayısının pozitif ya da negatif olmamasını genelleyerek tek ya da çift olmamasıyla ilişkilendirdikleri görülmüştür. O halde öğretmenler bu durumun önüne geçmek için bu iki kavramın farklılığının üzerinde durmalıdır.
- Öğrencilerde mevcut olan kavram yanlışlarından birisi ise bölme işleminin etkisiz elemanı olan 1 sayının işlevini sıfır sayısı ile da bütünleştirmeleridir. Böyle düşünen öğrenciler herhangi bir sayıyı sıfıra böldüklerinde cevap olarak sayının kendisini vermektedirler. Bu durumun önüne geçebilmek için öğretmenlerin çarpmada ve bölmede etkisiz eleman olan 1 sayısını kavratmaları ve sıfır sayısı ile karıştırmamalarını özellikle belirtmeleri önerilir.
- Yapılan çalışmada birçok öğrencinin sıfır sayısının sadece “Yokluk” belirttiğini düşünmeleri onları kavram yanlışına itmiştir. Nitekim böyle düşünen öğrenciler sıfır sayısına bir sayı gözüyle bakmamakta, dolayısıyla yukarıda belirtildiği üzere boş küme ile sıfır sayısını ilişkilendirmektedirler. Bunu önlemek için öğretmenlerin sıfır sayısının yokluktan ibaret olmadığını ve sıfırın da bir sayı olduğunu, farklı anlamlara sahip olabileceğini belirtmeleri önerilir.
- Sadeleştirme işleminde bazı öğrencilerin tüm sadeleşmelerden sonra cevabın sıfır olduğunu belirttikleri görülmüştür. Bu durumun kaynağı ise yukarıda belirtildiği gibi öğrencilerin sadeleştirme işlemi yaparken “Götürmek”, “Gitti” gibi kavramları kullanarak cevaba sıfır demeleridir. Bu durum da yine bir önceki maddede geçen “Yokluk” kavramıyla ilişkilidir. Bunun dışında öğretmenlere bu konuyu anlatırken veya herhangi bir sadeleştirme işlemi yaparken bu ifadeleri kullanmamaları önerilebilir.
- Bu çalışmada bazı öğrencilerin sıfırın sayı doğrusundaki yerini, sıfıra sağdan veya soldan yaklaşmanın ne demek olduğunu, dolayısıyla sıfıra yaklaştıkça sayının büyüyüp küçüldüğü konusunda nasıl davrandığını kestiremedikleri görülmüştür. Bu nedenle sayı doğrusu anlatılırken öğrencilerin her yönüyle anladığından emin

olunmalıdır. Ayrıca öğrencilerin bu bilgilerini ileriki sınıflara doğru bir şekilde aktardıklarından emin olunmalıdır.

- Bazı öğretmenlerin öğrencilerdeki mevcut kavram yanlışlarının sebeplerini bilmemeleri, öğretmenlerin bu konuda yetersiz olduğunun göstergesidir. Bu durumun düzeltilmesi adına öğretmenlerin hizmet öncesi eğitimlerinde gerçek sınıf ortamında uygulamaya dayalı eğitimlerinin nicelik ve nitelik olarak artırılmasında fayda olacağı düşünülmektedir.
- Öğretmenlerin öğrencilerdeki kavram yanlışlarını gidermeye yönelik etkili çözüm önerileri geliştiremedikleri görülmüştür. Bu durumun düzeltilmesi için ise görev başındaki öğretmenlere hizmet içi eğitimler vererek bilgilendirmeler yapılabilir.
- Bu çalışmada 204 öğrenci ve 6 matematik öğretmeni ile çalışılmıştır. Ancak bu öğretmenlerden sadece bir tanesi söz konusu öğrencilerin dersine girmektedir. Diğer 5 öğretmen ise 204 öğrencinin eğitim öğretime devam ettiği okullarda görev yapmamaktadır. Benzer çalışmalar yapacak olan araştırmacılara öğrenci ve öğretmenleri aynı okuldan seçmeleri önerilebilir.
- Bu çalışmada sıfır sayısı konu olarak seçilmiş ve 204 öğrenci, 6 öğretmen ile çalışılmıştır. İlerleyen dönemlerde çalışma grubu genişletilerek daha kapsamlı çalışmalar yapılabilir. Ayrıca sıfır sayısının yerine “1” sayısı için de benzer bir çalışma yapılabilir.
- Yapılan bu çalışmada görüşülen 6 öğretmenin hizmet süreleri arasında çok fark bulunmamaktadır. Bu ve benzeri konularda yapılabilecek bir başka çalışmada farklı hizmet sürelerine sahip öğretmenlerle çalışılması önerilmektedir.

KAYNAKÇA

- Altıparmak, K, Palabıyık, E. (2017). 4. ve 5. Sınıf Öğrencilerinin Ondalık Gösterim Konusundaki Kavram Yanılgılarının ve Hatalarının Tespiti ve Analizi. *Anemon Muş Alparslan Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 5 (2), 447-470. DOI: 10.18506/anemon.290744
- Altoğ, Ö. (2016). Ankara İli Yeni Mahalle İlçesi 8. Sınıf Öğrencilerinin Matematik Öğreniminde Bazı Matematik Konularında Sıfır ile İlgili Hata ve Kavram Yanılgıları. Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Altun, M. (2005). Eğitim Fakülteleri ve İlköğretim Öğretmenleri İçin Matematik Öğretimi. Bursa, Aktüel Yayıncılık.
- Arsham, H. (2008). Zero in four dimensions: Historical, psychological, cultural and logical. Retrieved December 17, 2008, from <http://www.pantaneto.co.uk/issue5/arsham.html>.
- Avcu, T., Durmaz, B. (2011). Tam Sayılarla İlgili İşlemlerde İlköğretim Düzeyinde Yapılan Hatalar ve Karşılaşılan Zorluklar. 2nd International Conference on New Trends in Education and Their Implications, Antalya-Turkey www.iconte.org, 1648-1656.
- Baki, A. (1997). Çağdaş gelişmeler ışığında matematik öğretmenliği eğitimi programları. *Eğitim ve Bilim*, 21(103), 46-54.
- Ball, D. L. (1988). Unlearning to teach mathematics. *For the Learning of Mathematics*, 8(1), 40-48.
- Ball, D. L. (1990a). The mathematical understandings that prospective teachers bring to teacher education. *The Elementary School Journal*, 90(4), 449-466
- Ball, D. L. (1990b). Prospective elementary and secondary teachers' understanding of division. *Journal for Research in Mathematics Education*, 21(2), 132-144.
- Baykul, Y. (2002). İlköğretimde Matematik Öğretimi (6-8. Sınıflar İçin) Pegem A Yayıncılık. 1.baskı. Ankara.
- Bütün, M. (2005). İlköğretim Matematik Öğretmenlerinin Alan Eğitimi Bilgilerinin Nitelikleri Üzerine Bir Çalışma. Yüksek Lisans Tezi, Karadeniz Teknik

Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, TRABZON.

- Bütün, M. (2011). Matematik öğretmenlerinin alan eğitimi bilgi yapılarının incelenmesinde senaryo tipi mülakat sorularının kullanımı. Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi, (16) 105- 115.
- Bütün, M. (2012). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının uygulanan zenginleştirilmiş program sürecinde matematiği öğretme bilgilerinin gelişimi. Yayınlanmamış doktora tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon
- Bütün, M., Baki, A. (2019). İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Matematiği Öğretme Bilgilerinin Gelişimi. Cumhuriyet International Journal of Education, 8 (1), 300-322. DOI: 10.30703/cije.493676
- Bütün, S., Filiz, M. (2018). İlköğretim Matematik Öğretmenlerinin Açılar Konusundaki Öğrenci Kavram Yanılgılarının Farkındalıklarının Belirlenmesi. Sakarya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, (35), 123-144. Retrieved from <http://dergipark.org.tr/sakaefd/issue/38142/345560>
- Cankoy, O. (2005). Negatif ve pozitif sayıların çarpımının öğretiminde öğretmen adaylarının önerdiği yöntemlerdeki benzetimler. Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 29, 63-68.
- Cankoy, O. (2010). Matematik Öğretmenlerinin a^0 , $0!$ Ve $a \div 0$ İle İlgili Konu Temelli Pedagojik Alan Bilgileri. Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri. 10 (2) • Bahar 2010 • 729-769
- Chick, H. L., Baker, M. K. (2005). Investigating teacher's responses to student misconceptions. In H. L. Chick & J. L. Vincent (Eds.). Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (Vol.2, pp. 249-256). Melbourne, Victoria, Australia: PME.
- Dereli, M. (2008). Tam Sayılar Konusunun Karikatürle Öğretiminin Öğrencilerin Matematik Başarılarına Etkisi. Yüksek Lisans Tezi. Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İSTANBUL
- Didiş Kabar, M. G., Amaç, R. (2018). Ortaokul matematik öğretmen adaylarının öğrenci bilgisinin ve öğretim stratejileri bilgisinin incelenmesi: cebir örneği. Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 18 (1), 157-185.

- Didiş, M., Erbaş, A. ve etinkaya, B. (2016). Matematik ğretmen Adaylarının ğrenci Hatalarına Yönelik Pedagojik Yaklaşımları. *İlköğretim Online*, 15 (4), 0-0. DOI: 10.17051/io.2016.75429
- Dönmez, G. (2009). Matematik ğretmen Adaylarının Limit Ve Süreklilik Kavramlarına İlişkin Pedagojik Alan Bilgilerinin Değerlendirilmesi. Yüksek Lisans Tezi, Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İSTANBUL
- Ercan, B. (2010). İlköğretim Yedinci Sınıf ğrencilerinin Tam Sayı Kavramı ile İlgili Bilgilerinin Değerlendirilmesi. (Yüksek Lisans Tezi), Çukurova Üniversitesi/ Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Adana.
- Ersoy, Y. (2003). Teknoloji Destekli Matematik ğretimi-II: Hesap Makinesinin Matematik Etkinliklerinde Kullanılması. *İlköğretim Online*, 2(2). <http://ilkogretim-online.org.tr/index.php/io/article/view/2047> adresinden erişildi.
- Even, R. D. (1989). Prospective Secondary Mathematics Teachers' Knowledge and Understanding of Mathematical Functions. Unpublished Doctorial Dissertation. Michigan State University
- Fernandez, C. (2005). Lesson Study. A Means For Elementary Teachers to Develop the Knowledge of Mathematics Neededfor Reform-Minded Teaching and Learning 7(4),265-289
- Gökbaş, H. (2005). Tamsayılar Konusunun ğretimindeki Hata ve Yanılgıların Teşhisi ve Alınması Gereken Önlemler. Yüksek Lisans Tezi, Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, KONYA.
- Gökbulut, Y. (2010). Sınıf ğretmeni Adaylarının Geometrik Cisimler Konusundaki Pedagojik Alan Bilgileri. Doktora Tezi, Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- Gökkurt, B., şahin, Ö. ve Soylu, Y. (2016). Öğretmen Adaylarının Değişken Kavramına Yönelik Pedagojik Alan Bilgilerinin ğrenci Hataları Bağlamında İncelenmesi. Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 39 (39), 17-31. Retrieved from <http://dergipark.org.tr/pauefd/issue/33882/375163>
- Grossman, P. L. (1990). The Making of a Teacher: Teacher Knowledge and Teacher

Education, New York, NY: Teachers College Press, 185 s.

Gür, H. ve Seyhan, G. (2004). İlköğretim 7. Ve 8. Sınıf Öğrencilerinin Ondalık Sayılar Konusundaki Öğrenciler Ve Kavram Yanılgıları. Matematikçiler Derneği. www.matder.org.tr

Gürbüz, R. ve Erdem Çavuş, Z. (2015). Öğrenci Hata ve Yanılgılarına İlişkin Öğretmen Görüşleri: Denklem Örneği. Kuramsal Eğitimbilim Dergisi, 8(3), 360-379

Işıksal Bostan, M. (2009). Negatif sayılara ilişkin zorluklar, kavram yanılgıları ve bu yanılgıların giderilmesine yönelik öneriler. E. Bingölbali ve M. F. Özmantar (Ed.), İlköğretimde karşılaşılan matematiksel zorluklar ve çözüm önerileri, Ankara: Pegem Akademi Yayınları.

Işıksal Bostan M. ve Osmanoglu, A. (2016). Pedagojik alan bilgisi. Erhan Bingölbali, Selahattin Arslan, İsmail Özgür Zembat (Ed.), Matematik eğitiminde teoriler içinde (s. 677-699). Ankara: Pegem.

İşgüden, E. (2008). 7. ve 8. Sınıf Öğrencilerinin Tam Sayılar Konusunda Karşılaştıkları Güçlükler. Yüksek Lisans Tezi, Osmangazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, ESKİŞEHİR.

Kaplan, R. (1999). The Nothing That Is – A Natural History Of Zero, Oxford University Press, NEW YORK.

Karaarslan, B. (2015). Doğal Sayıların Tarihsel Gelişimi Ve İlköğretim Matematik Programındaki Doğal Sayıların Öğretimi İle Karşılaştırılması. Yüksek Lisans Tezi, Başkent Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, ANKARA

Karakuş, F. (2017). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının öğretimsel açıklamalara ilişkin tercihleri: Sıfıra bölme konusu. Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi, 8(3), 352-377.

Köroğlu, H. ve Yeşildere, S. (2004). “İlköğretim Yedinci Sınıf Matematik Dersi Tamsayılar Ünitesinde Çoklu Zekâ Teorisi Tabanlı Öğretimin Öğrenci Başarısına Etkisi.” GÜ, Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi, 2(24): 25-41.

Körükçü, E. (2008). Tam Sayılar Konusunun Görsel Materyal İle Öğreniminin 6. Sınıf Öğrencilerinin Matematik Başarılarına Etkisi. Yüksek Lisans Tezi,

Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İSTANBUL.

- Mumcu, H.Y. (2017). Pedagojik Alan Bilgisi Bağlamında Öğretmen Adaylarının Kesirlerle İlgili Kavram Yanılgılarını Giderme Yeterliklerinin Farklı Değişkenlere Göre İncelenmesi. Bartın Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 6(3), 1264-1292.
- Ma, L. (1999). Knowing and teaching elementary mathematics: Teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States. Mahwah, NJ: Erlbaum.
- MEB. (2005). İlköğretim matematik dersi 9-12. sınıflar öğretim programı ve kılavuzu. Ankara:MEB.
- MEB. (2009). İlköğretim matematik dersi 1-5. sınıflar öğretim programı ve kılavuzu. Ankara:MEB.
- MEB. (2009). İlköğretim matematik dersi 6-8. sınıflar öğretim programı ve kılavuzu. Ankara:MEB.
- MEB. (2018). İlköğretim matematik dersi 5-8 sınıflar öğretim programı ve kılavuzu. Ankara:MEB.
- Özdeş, H. (2013). 9. Sınıf Öğrencilerinin Doğal Sayılar Konusundaki Kavram Yanılgıları. Yüksek Lisans Tezi, Adnan Menderes Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, AYDIN
- Pesen, C., Odabaş, A. ve Bindak, R. (2000). İlköğretim Okullarında Kullanılan Matematik Öğretim Yöntemleri Üzerine. EĞİTİM VE BİLİM, 25(118).<http://egitimvebilim.ted.org.tr/index.php/EB/article/view/5299> adresinden erişildi.
- Pogliani, L., Randic, M. ve Trinajstic, N. (1998). Much ado about nothing-an introductory inquiry about zero. International Journal of Mathematics Education, Science and Technology, 29(5), 729-744.
- Quinn, J. R., Lamberg, T. D., & Perrin, J. R. (2008). Teacher perceptions of division by zero. The Clearing House, 81(3), 101-104.
- Sevim-Atayev, G. (2015). Altıncı Sınıf Öğrencilerinin Tam Sayıları Kavrama ve Sıralama Kavramlarındaki Başarı Düzeyleri, Yaptıkları Hatalar ve Bu

- Hataların Nedenleri. (Yüksek Lisans Tezi), Orta Doğu Teknik Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ankara
- Sharma M. C. (1993). Place Value Concept: How Children Learn It And How to Teach It. *Math Notebook*, 10(1-2), 1-26.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand; knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.
- Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, 57(1), 61-77.
- Son, J. W. (2013). How preservice teachers interpret and respond to student errors: Ratio and proportion in similar rectangles. *Educational Studies in Mathematics*, 84(1), 49-70.
- Son, J. W. ve Sinclair, N. (2010). How preservice teachers interpret and respond to student geometric errors. *School Science and Mathematics*, 110(1), 31-46
- Şimşek, N. (2011). Matematik Öğretmen Adaylarının Çevre Ve Alan Konularına İlişkin Alan Eğitimi Bilgilerinin Öğrenci Zorlukları Bağlamında İncelenmesi. Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, ANKARA.
- Temel, H. ve Eroğlu, A. O. (2014). İlköğretim 8. Sınıf öğrencilerinin sayı kavramlarını anlamlandırmaları üzerine bir çalışma. *Kastamonu Eğitim Fakültesi Dergisi*, 22(3), 1263-1278.
- Toluk Uçar, Z. (2013). Öğretmen Adaylarının Pedagojik İçerik Bilgisi: Öğretimsel Açıklamalar. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, 2 (2), . Retrieved from <http://dergipark.org.tr/turkbilmat/issue/21564/231439>
- Tutak, T., Kükey, E., Zengin, Ş. ve Gün, Z. (2012). İlköğretim 8. sınıf permütasyon ve olasılık konularının kavranmasına ilişkin öğretmen görüşleri. X. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi, 27-30 Haziran 2012, Niğde Üniversitesi Eğitim Fakültesi, Niğde.
- Tükenmez, S. (2014). İlköğretim matematik öğretmenlerinin farklı hizmet sürelerine sahip olma durumlarına göre pedagojik alan bilgilerinin incelenmesi (Doktora tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi'nden edinilmiştir (Tez No.

372289)

- Vural, R. ve Cenkseven, F. (2005). Eğitim Araştırmalarında Örnek Olay (Vaka) Çalışmaları: Tanımı, Türleri, Aşamaları Ve Raporlaştırılması. Burdur Eğitim Fakültesi Dergisi, 6 (10), 25-38.
- Yenilmez, K. ve Yaş, E. (2008). İlköğretim öğrencilerinin geometrideki kavram yanlışları. Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 21 (2), 461-483.
- Zengin, Ş. (2014). Tam Sayıların Tarihçesi Ve Tam Sayılar Konusunun Öğretimine İlişkin Öğretmen Görüşleri. Yüksek Lisans Tezi, Fırat Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, ELAZIĞ.
- Zuya, H. E. (2014). Investigating elementary school mathematics teachers' knowledge of students about some numbers. International Journal for Innovation Education and Research, 2(12), 150-160.

EKLER

Ek 1:Başarı Testi

Ad-Soyad

Sınıf

1. Aşağıda verilen ifadelerden size göre doğru olanı seçiniz ve nedenini açıklayınız.

- a) Sıfır bir tek sayıdır. Çünkü...
- b) Sıfır bir çift sayıdır. Çünkü...
- c) Sıfır ne çift ne de tek sayıdır. Çünkü;

2. 5,4 5,40 5,04 50,4 5,004 sayılarını küçükten büyüğe doğru sıralayınız. Nasıl yaptığınızı açıklayınız.

Sıralama	
Açıklama	

3. Çözümünü yaptığımızda 0(sıfır) sonucuna ulaşabileceğiniz bir günlük yaşam problemi yazınız ve çözünüz.

Problem:

Çözüm:

4. Sizce matematikte sıfıra neden ihtiyaç duyulmuş olabilir?

5. $7406 = (\square \times 1000) + (\square \times 100) + (\square \times 10) + (\square \times 1)$ işleminde boş kutucukları doldurunuz. Cevabı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

6. $\frac{4}{5} : \frac{0}{3}$ işleminin sonucunu bulunuz. Ve nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

7. $4(x-x) = 5(y-y)$ İpek bir problemin çözümünde
 $4.0 = 5.0$ yandaki gibi bir eşitlik elde ediyor. Daha
 $4 = 5$ sonra sadeleştirme işlemi yaparak $4 = 5$
eşitliğini elde ediyor. Sizce burada yapılan
hata nedir? Açıklayınız.

8. 0(sıfır) sayısını 3 kelime ile anlatınız.

1.....

2.....

3.....

Ad-Soyad

Sınıf

9. Aşağıda verilen işlemlerin sonucunu bulunuz. Kısaca açıklayınız.

Soru	Açıklama	Cevap
5+0		
0^4		
0+0		
0:0		
0^0		
0x0		
$\frac{14}{0}$		
0x15		
$12 \overline{)0}$		
8-0		
$0 \div 4$		
7^0		
5 · 0		
0 - 7		

10. Aşağıdaki öğrencilerin sıfır sayısı ile ilgili kullandıkları genellemeler verilmiştir.

Bunlardan hangilerine katılıyorsunuz?

Düşünceler	Evet	Hayır	Çünkü..
0(Sıfır) doğal sayıdır.			
Bir sayıyı 10 ile çarpmak demek sayının yanına 0(sıfır) yazmak demektir.			
Bütün sayılar sayı doğrusu üzerinde 0(sıfır)'a yaklaştıkça küçülürler.			
“Elimde hiç elma yok” ifadesiyle “Elimde 0(sıfır) tane elma var” ifadesi aynı anlama gelmektedir.			
Matematikte 0(Sıfır) sayısı olmasa da olurdu.			
Pozitif sayılar 0(sıfır)'la başlar.			
Boş kümenin eleman sayısı 0(sıfır)'dır.			
Bütün sayıların 0.(sıfır) kuvveti 1'dir.			
Matematikte ilk keşfedilen sayı 0(sıfır)'dır.			
Hava sıcaklığının 0°C olması ortamda hiçbir sıcaklık değerinin bulunmadığını gösterir.			
Bir sadeleştirme işleminde bütün sayılar birbirini götürdüğünde sonuç; 0 (Sıfır) olur.			

Ek 2:Mülakat Soruları

1. Ortaokul ve lise öğrencilerinden bir kısmı sıfır sayısını tek veya çift sayı olarak kabul etmiyorlar.

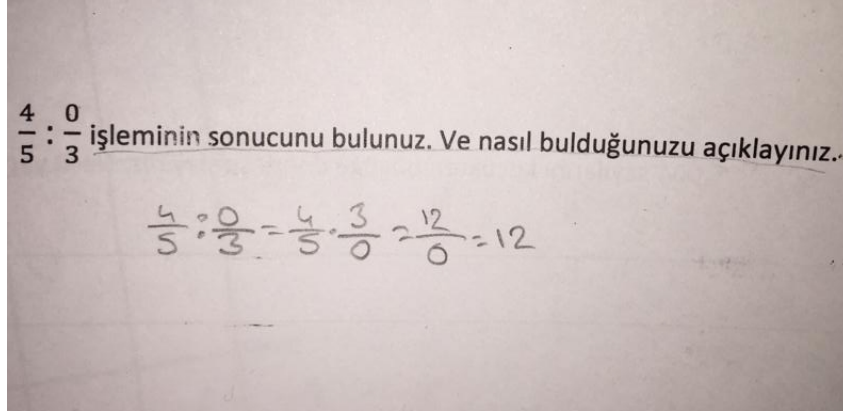
- Sizce bunun sebebi ne olabilir?
- Sizin öğrenciniz size böyle bir cevap verseydi nasıl dönüt verirdiniz?

2. Bir gün Ali Öğretmen öğrencilerinden 5,4; 5,04; 50,4; 50,04; 0,540 ve 50,004 sayılarını kıyaslamalarını istemiştir. Öğrencisi Buğra'nın cevabı şu şekildedir;

“ $50,400 > 50,04 = 50,40 > 50,4 = 5,04 > 5,4$ ”

- Sizce Buğra'nın böyle düşünmesinin sebebi ne olabilir?
- Sizin öğrenciniz size böyle bir cevap verseydi nasıl dönüt verirdiniz?

3. Yazılı sorularını okuyan Murat Öğretmen öğrencisi Arda'nın sınav kâğıdında aşağıdaki işlemi görmüştür.



- a. Sizce bunun sebebi ne olabilir?
 - b. Sizin öğrenciniz size böyle bir cevap verseydi nasıl dönüt verirdiniz?
4. Yaptığımız çalışmada ortaokul ve lise öğrencilerine sıfırla ilgili akıllarına gelen ilk üç kelimeyi sorduk. Sizce öğrencilerden aldığımız cevaplarda en çok hangi kelimelerle karşılaşmış olabiliriz?
5. Ahmet öğretmen derste birinci dereceden denklemleri işlemektedir. Tahtada çözülen bir örnek soruda $0x + 7 = 12$ işlemi elde edilmiş ve Ahmet öğretmen bu denklemi sağlayan hiçbir sayı olmayacağı için cevabı boş küme olarak belirtmiştir. Söz hakkı isteyen Cemre; “Öğretmenim, sonuç boş küme çıktı. Yani cevap sıfır mı?” demiştir.
- a. Sizce bunun sebebi ne olabilir?
 - b. Sizin öğrenciniz size böyle bir cevap verseydi nasıl dönüt verirdiniz?

6. $\frac{(x^2-4).(x+1)}{(x-2)(x^2+3x+2)}$ yandaki sorunun çözümünü tahtaya çözen Selim şöyle bir işlem yapmıştır:

$$\frac{(x^2-4).(x+1)}{(x-2)(x^2+3x+2)} = \frac{(x-2)(x+2)(x+1)}{(x-2)(x+1)(x+2)} = \frac{\cancel{(x-2)}\cancel{(x+2)}\cancel{(x+1)}}{\cancel{(x-2)}\cancel{(x+1)}\cancel{(x+2)}} = 0$$

Buna göre;

- Sizce bunun sebebi ne olabilir?
- Sizin öğrenciniz size böyle bir cevap verseydi nasıl dönüt verirdiniz?



Ek 3:Başarı Testi (Ön Uygulama)

Ad-Soyad

Sınıf

1.Aşağıda verilen ifadelerden size göre doğru olanı seçiniz ve nedenini açıklayınız.

a)Sıfır bir tek sayıdır. Çünkü...

b)Sıfır bir çift sayıdır. Çünkü...

c)Sıfır ne çift ne de tek sayıdır. Çünkü...

2. Aşağıda verilen işlemlerin sonucunu bulunuz. Kısaca açıklayınız.

$$5+0 =$$

$$0 \times 15 =$$

$$0^4 =$$

$$12 \div 0 =$$

$$0+0 =$$

$$5 \cdot 0 =$$

$$0:0 =$$

$$0 \div 4 =$$

$$0^0 =$$

$$7^0 =$$

$0 \times 0 =$

$8 - 0 =$

3. 5,4 5,04 5,004 5,0004 sayılarını küçükten büyüğe doğru sıralayınız. Nasıl yaptığınızı açıklayınız.

4.

$a = b \dots\dots\dots(1)$	Yandaki işlem yapılırken bir basamakta hata yapılmış ve sonuç olarak $1=2$ çıkmıştır. Sizce hangi basamakta hata vardır ve neden?
$a^2 = a \cdot b \dots\dots\dots(2)$	
$a^2 - b^2 = a \cdot b - b^2 \dots\dots\dots(3)$	
$(a - b) \cdot (a + b) = b \cdot (a - b) \dots\dots\dots(4)$	
$a + b = b \dots\dots\dots(5)$	
$2b = b \dots\dots\dots(6)$	
$2 = 1 \dots\dots\dots(7)$	

5. Çözümünü yaptığınızda 0 sonucuna ulaşabileceğiniz bir günlük yaşam problemi yazınız ve çözümünüzü gösteriniz.

6. Sizce matematikte sıfıra neden ihtiyaç duyulmuş olabilir?

7. Bir sayı doğrusu çizin. Pozitif tamsayıları, negatif tamsayıları ve sıfırı bu sayı doğrusu üzerinde gösteriniz.