

**CELAL BAYAR ÜNİVERSİTESİ \* FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**KIYI BÖLGELERİNDEKİ SIĞ SULARDA DALGA DENKLEMİNİN  
ANALİTİK VE NÜMERİK YOLLA ÇÖZÜMÜ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ  
İNŞAAT MÜHENDİSİ ÇİĞDEM DİREKÇİ**

**ANABİLİM DALI : İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ**

**PROGRAMI : HİDROLİK**

**MANİSA 2005**

## İÇİNDEKİLER

	Sayfa No
SEMBOLLER LİSTESİ.....	i
ŞEKİLLER LİSTESİ.....	ii
TABLO LİSTESİ.....	iii
TEŞEKKÜR.....	v
ÖZET.....	vi
SUMMARY.....	vii
1. GİRİŞ.....	1
2. DALGA MEKANİĞİ.....	5
2.1 Dalga Esasları ve Dalgaların Sınıflandırılması.....	9
3. LİNEER DALGA TEORİSİ (AIRY DALGA TEORİSİ).....	13
3.1 Dalga Hızı, Uzunluğu ve Periyodu.....	14
3.2 Sinüzoidal Su Profili.....	18
3.3 Bazı Faydalı Fonksiyonlar.....	19
3.4 Yerel Akışkan Hızları ve İvmeleri.....	19
4. KÜÇÜK GENLİKLİ SU DALGA TEORİSİ FORMÜLASYON VE ÇÖZÜMLERİ.....	21
4.1 Sınır Değer Problemleri.....	21
4.1.1 Düzenlenen diferansiyel denklem.....	22
4.1.2 Sınır şartları.....	23
4.2 İki Boyutlu Periyodik Su Dalgası Sınır Değeri Probleminin Özeti.....	30
4.3 Yatay Bir Taban İçin Lineer Su Dalgası Sınır Değeri Probleminin Çözümü.....	31
4.3.1 Değişkenlerin Ayrımı.....	31
4.3.2 Sınır Şartlarının Uygulanması.....	33
4.3.3 Duran Dalgalar.....	38
4.3.4 İlerleyen Dalgalar.....	39
4.3.5 Küçük Genlikli Dalgalar İçin Akım Fonksiyonu.....	44
5. YÜKSEK MERTEBE DALGA TEORİLERİ.....	46
6. CNOİDAL DALGA TEORİSİ.....	49

7. SOLİTARY DALGA TEORİSİ .....	59
8. ÖZEL LİE GRUP DÖNÜŞÜMLERİ.....	63
8.1 Öteleme Dönüşümü .....	63
8.1.1 Sabit Sürtünme Katsayısı .....	64
8.2 Ölçekleme Dönüşümü .....	66
8.2.1 Değişken sürtünme katsayısı .....	66
9. BENZERLİK ÇÖZÜMLERİ .....	68
9.1 Öteleme Dönüşümü .....	68
9.1.1 Sabit Sürtünme Katsayısı .....	68
9.2 Ölçekleme Dönüşümü .....	69
9.2.1 Değişken Sürtünme Katsayısı .....	69
10. ANALİTİK VE NÜMERİK ÇÖZÜMLERİN KARŞILAŞTIRILMASI .....	78
SONUÇLAR VE ÖNERİLER .....	94
REFERANSLAR.....	95
ÖZGEÇMİŞ .....	96

## SEMBOL LİSTESİ

<b>X</b>	: KOORDİNAT EKSENİ (HAREKEKETSİZ SU YÜZEYİ)
<b>T</b>	: ZAMAN
<b>U</b>	: SUYUN YATAY BİLEŞENLERİNİN HIZI
<b>W</b>	: SUYUN DÜŞEY BİLEŞENLERİNİN HIZI
<b>H</b>	: DENGELENMİŞ SU DERİNLİĞİ
<b>Z ,H</b>	: YÜKSELTİNİN SU YÜZEYİ
<b>H</b>	: TOPLAM YÜKSEKLİK
<b>G</b>	: YERÇEKİMİ İVMESİ
<b>K</b>	: SÜRÜKLENME KATSAYISI
<b>U, L, T</b>	: BOYUTSUZLAŞTIRMA YAPMAK İÇİN KULLANILAN SABİT PARAMETRELER
<b>B</b>	: BOYUTSUZ SÜRTÜNME KATSAYISI
<b>M</b>	: BENZERLİK DEĞİŞKENİ
<b>M, N</b>	: BAĞIMSIZ DEĞİŞKENLERDE KULLANILAN SABİTLER
<b>B<sub>0</sub></b>	: SABİT SÜRTÜNME KATSAYISI PARAMETRESİ

## ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 2.1 Bazı lineer olmayan (non –linear) dalga tipleri.....	7
Şekil 2.2 Dalga teorilerinin geçerlilik sınırları (Komar, 1979).....	8
Şekil 2.3 Dalga teorilerinin geçerlilik sınırları (Le Mehaute, 1969).....	12
Şekil 3.1 Basit, sinüzoidal, ilerleyen dalganın gösterimi .....	18
Şekil 3.2 Yerel akışkan hızları ve ivmeleri.....	20
Şekil 4.1 Sınır değer problemlerinin iki ölçülü su dalgaları için gösterimi .....	22
Şekil 4.2 İki boyutlu durum için taban sınır şartının gösterimi .....	25
Şekil 4.3 Yüzey elementi için tanım şekli .....	28
Şekil 4.4 Periyodik su dalgaları için sınır değer probleminin gösterimi.....	30
Şekil 4.5 Duran su dalgası ile birleşik su yüzeyi yerdeğişimi.....	39
Şekil 4.6 Yayılan dalga formunun gösterimi .....	40
Şekil 4.7 Hiperbolik fonksiyonlara bağlı derinlik ve asimptotlar .....	43
Şekil 6.1 Cnoidal dalga ve özellikleri .....	50
Şekil 6.2 $k^2$ nin fonksiyonu olarak Cnoidal dalga profili .....	55
Şekil 6.3 $k^2$ nin fonksiyonu olarak Cnoidal dalga profili .....	55
Şekil 6.4 $k^2$ , $H/d$ ve $T\sqrt{g/d}$ arasındaki bağıntı .....	56
Şekil 6.5 $k^2$ ve $L^2H/d^3$ arasındaki bağıntı.....	56
Şekil 6.6 $k^2$ ve $L^2H/d^3$ ile $(y_c - d)/H$ , $(y_t - d)/H + 1$ ve $L^2H/d^3$ arasındaki bağıntı.....	57
Şekil 6.7 $T\sqrt{g/d}(y_t/d)$ , $H/y_t$ ve $L^2H/d^3$ arasındaki bağıntı .....	57
Şekil 6.8 $c/\sqrt{gy_t}$ , $H/y_t$ ve $L^2H/d^3$ arasındaki bağıntı .....	58
Şekil 9.1 $\beta_0 = 0.1$ için boyutsuz hızın benzerlik değişkenine göre değişimi.....	74
Şekil 9.2 $\beta_0 = 0.1$ için su yükseltisinin benzerlik değişkenine göre değişimi.....	74
Şekil 9.3 $\beta_0 = 0.5$ için boyutsuz hızın benzerlik değişkenine göre değişimi .....	75
Şekil 9.4 $\beta_0 = 0.5$ için su yükseltisinin benzerlik değişkenine göre değişimi ....	75
Şekil 9.5 $\beta_0 = 1$ için boyutsuz hızın benzerlik değişkenine göre değişimi.....	76
Şekil 9.6 $\beta_0 = 1$ için su yükseltisinin benzerlik değişkenine göre değişimi.....	76
Şekil 9.7 $\beta_0 = 5$ için boyutsuz hızın benzerlik değişkenine göre değişimi .....	77
Şekil 9.8 $\beta_0 = 5$ için su yükseltisinin benzerlik değişkenine göre değişimi.....	77

## TABLO LİSTESİ

Tablo 2.1 Dalga tipleri ve sebepleri .....	5
Tablo 3.1 Dalgaların $d/L$ ve $\tanh(2\pi d/L)$ sınıflandırması .....	15
Tablo 4.1 Değişkenlerin ayırımına dayalı muhtemel Laplace denklem çözümleri .....	33
Tablo 4.2 Hiperbolik fonksiyonların asimptotik formu .....	42
Tablo 5.1 Lineer (Airy) dalga teorisinin özellikleri (Dalga karakteristikleri) .....	48
Tablo 6.1 Birinci mertebe cnoidal dalga (Battjes, 1984) .....	52
Tablo 6.2 Cnoidal dalga fonksiyonları (Battjes, 1984) .....	53
Tablo 10.1 $\beta_0 = 0,1$ ve $d=1,0$ m için Lineer (Airy) dalga teorisi çözümleri .....	81
Tablo 10.2 $\beta_0 = 0,1$ ve $d=2,0$ m için Lineer (Airy) dalga teorisi çözümleri .....	81
Tablo 10.3 $\beta_0 = 0,5$ ve $d=1,0$ m için Lineer (Airy) dalga teorisi çözümleri .....	82
Tablo 10.4 $\beta_0 = 0,5$ ve $d=2,0$ m için Lineer (Airy) dalga teorisi çözümleri .....	82
Tablo 10.5 $\beta_0 = 1,0$ ve $d=1,0$ m için Lineer (Airy) dalga teorisi çözümleri .....	83
Tablo 10.6 $\beta_0 = 1,0$ ve $d=2,0$ m için Lineer (Airy) dalga teorisi çözümleri .....	83
Tablo 10.7 $\beta_0 = 5,0$ ve $d=1,0$ m için Lineer (Airy) dalga teorisi çözümleri .....	84
Tablo 10.8 $\beta_0 = 5,0$ ve $d=2,0$ m için Lineer (Airy) dalga teorisi çözümleri .....	84
Tablo 10.9 $d=1,0$ m için Lineer dalga teorisinin $\beta_0 - U$ çözümleri .....	85
Tablo 10.10 $d=2,0$ m için Lineer dalga teorisinin $\beta_0 - U$ çözümleri .....	85
Tablo 10.11 $\beta_0 = 0,1$ ve $d=1,0$ m için Cnoidal dalga teorisi çözümleri .....	86
Tablo 10.12 $\beta_0 = 0,1$ ve $d=2,0$ m için Cnoidal dalga teorisi çözümleri .....	86
Tablo 10.13 $\beta_0 = 0,5$ ve $d=1,0$ m için Cnoidal dalga teorisi çözümleri .....	86
Tablo 10.14 $\beta_0 = 0,5$ ve $d=2,0$ m için Cnoidal dalga teorisi çözümleri .....	86
Tablo 10.15 $\beta_0 = 1,0$ ve $d=1,0$ m için Cnoidal dalga teorisi çözümleri .....	87
Tablo 10.16 $\beta_0 = 1,0$ ve $d=2,0$ m için Cnoidal dalga teorisi çözümleri .....	87
Tablo 10.17 $\beta_0 = 5,0$ ve $d=1,0$ m için Cnoidal dalga teorisi çözümleri .....	87
Tablo 10.18 $\beta_0 = 5,0$ ve $d=2,0$ m için Cnoidal dalga teorisi çözümleri .....	87
Tablo 10.19 $d=1,0$ m için Cnoidal dalga teorisinin $\beta_0 - U$ çözümleri .....	88

Tablo 10.20 $d=2,0$ m için Cnoidal dalga teorisinin $\beta_0 - U$ çözümleri .....	88
Tablo 10.21 $\beta_0 = 0,1$ ve $d=1,0$ m için Solitary dalga teorisi çözümleri .....	89
Tablo 10.22 $\beta_0 = 0,1$ ve $d=2,0$ m için Solitary dalga teorisi çözümleri .....	89
Tablo 10.23 $\beta_0 = 0,5$ ve $d=1,0$ m için Solitary dalga teorisi çözümleri .....	90
Tablo 10.24 $\beta_0 = 0,5$ ve $d=2,0$ m için Solitary dalga teorisi çözümleri .....	90
Tablo 10.25 $\beta_0 = 1,0$ ve $d=1,0$ m için Solitary dalga teorisi çözümleri .....	91
Tablo 10.26 $\beta_0 = 1,0$ ve $d=2,0$ m için Solitary dalga teorisi çözümleri .....	91
Tablo 10.27 $\beta_0 = 5,0$ ve $d=1,0$ m için Solitary dalga teorisi çözümleri .....	92
Tablo 10.28 $\beta_0 = 5,0$ ve $d=2,0$ m için Solitary dalga teorisi çözümleri .....	92
Tablo 10.29 $d=1,0$ m için Solitary dalga teorisinin $\beta_0 - U$ çözümleri .....	93
Tablo 10.30 $d=2,0$ m için Solitary dalga teorisinin $\beta_0 - U$ çözümleri.....	93

## **TEŞEKKÜR**

Bu tezin hazırlanması süresinde bilgi ve deneyimlerinden yararlandığım, çalışmalarım sırasında bana yol gösteren hocalarım Sayın Prof. Dr. Bekir SOLMAZ ve Sayın Prof. Dr. Ümit GÖKKUŐ'a teşekkürü bir borç bilirim.

Ayrıca benden maddi ve manevi yardımlarını esirgemeyen aileme ve değerli İnşaat ve Makine Mühendisi meslektaşlarıma teşekkürlerimi sunarım.

Çiğdem DİREKÇİ



## ÖZET

### “Kıyı Bölgelerindeki Sığ Sularda Dalga Denklemlerinin Analitik ve Nümerik Yolla Çözümü”

Çiğdem Direkçi

Bu çalışmada kıyı yapılaşmasında kullanılmak üzere, kıyı bölgelerinde derinliği fazla olmayan sığ sularda yüzey dalgalarını modelleyen dalga teorileri ele alınmıştır. Sığ su dalga teorilerinden Lineer (Airy) dalga teorisi, Cnoidal dalga teorisi ve Solitary dalga teorisi incelenmiş olup, son bölümde bunlar örneklendirilmiştir.

Burada öncelikle dalga mekaniği ve dalga terimleri açıklanmış ve dalgaların sınıflandırılması yapılmıştır. Lineer (Airy) dalga teorisi denklemleri anlatılarak sığ su için örnekleme yapılmıştır. Geliştirilen dalga teorisi için yapılan kabullerle küçük genlikli dalgaların sınır artları incelenmiştir. Lineer dalga teorisinin daha geçerli olmasına rağmen, tablo ve şekillerin kullanıldığı Cnoidal dalga teorisi pratik kullanımda daha avantajlıdır. Bununla birlikte sadece denklemler yardımı ile çözüm getiren Solitary dalga teorisi, Cnoidal dalga teorisine göre daha kolay uygulanabilir.

Sonraki bölümde Özel Lie Grup dönüşümlerinden alıntı yapılarak, öteleme ve ölçekleme dönüşümlerinin sabit sürtünme katsayısı ve de iken sürtünme katsayısı durumlarına yer verilmiştir.

Son bölümde belirli derinlikler için Lineer (Airy), Cnoidal ve Solitary dalga teorileri, tablolar şeklinde örneklendirilmiştir. daha sonra Özel Lie Grup dönüşümleri ile kullanılan sığ su dalga teorileri karşılaştırılmıştır.

Anahtar Kelimeler : Sığ su, kıyı bölge, dalga, analitik, nümerik, denklem, çözüm

## **SUMMARY**

### **“The Solution of Wave Equations by Analytical and Numerical Method at Shallow Water of Coastal Regions”**

**Çiğdem Direkçi**

In this study, the equation system which modelling wave equations of shallow water of coastal regions, to be applied at coastal constructions.

Lineer(airy) wave theory, cnoidal wave theory and solitary wave theory are investigated as shallow water wave theories and typical applications are mentioned at last section.

Primarily the wave mechanics and wave terms are explained and the classification of waves are done. The examples are given for shallow water by the explanation of lineer(airy) wave theory equations. The boundry conditions of the waves which have small amplitude by the acceptances for the wave theory which is developed, are investigated.

The using of cnoidal wave theory which gives the possibility to use tables and sketches, have more advantage in spite the validaty of lineer theory is more in practical use. However, the solitary wave theory that brings solutions only with the help of equations, is applied easierly in comparison with cnoidal wave theory.

The constant friction coefficient and variable friction coefficient of the translational and scaling transformation referring to special lie group transformations, take place at next section.

At last section, the typical tables are given for lieer(airy), cnoidal and solitary wave theories as example for the particular depths.afterwards the special lie group transformations are compared with shallow water wave theories.

**Key Words :** Shallow, water, coastal region, wave, analytical, numerical, equation, solution.

## 1. GİRİŞ

Su dalgalarının etkileri kıyı mühendisliğinde önemli bir yer tutar. Sahillerin geometrisi ve kompozisyonunu tesbit etmede dalgalar büyük faktördür ve limanların, su yollarının kıyı koruma önlemlerini, kıyı yapıların ve diğer kıyı işlerinin planlanması ve tasarımıyla ilgili olarak değer etkisi vardır. Yüzey dalgaları genellikle enerjilerini rüzgardan alırlar. Bu dalga enerjisinin önemli bir miktarı sonuç olarak kıyı bölgesi ve sahillerde yok olur.

Dalgaların sahillerin oluşmasında kıyı kesitinde taban çökeltilerinin değişkenliğinde, kıyılarda taban malzemesinin yer değiştirmesinde, kıyıda ve kıyı boyunca, kıyı yapılarına konu olan birçok kuvvetin oluşmasında, önemli bir enerji kaynağı oluştururlar. Seçilen teorilerin sonuçlarını göstermek ve dalga hareketinin matematiksel ve fiziksel ifadesini bulmak için, yapılarla taban arasındaki harekete bağlı olarak dalga transformasyonunu tanımlamada kullanılan teoriler; dalga enerjisi, yüzey ve su partikülleri hareketi olarak tarif edilir. Birkaç tane dalga teorisi ihmal edilmiştir. Tartışılmayan teoriler hakkında bilgi sağlamak ve sunulan teorilere ekleme yapmak için referanslardan söz edilmiştir.

Gerçek su dalgaları viskoz bir akışkanında değişken geçirgenliğin düzensiz taban üzerinden yayılır. Bununla beraber dikkat edilecek bir nokta, suyun hareketinin ana yapısı birçok durumda hemen hemen çevrintisizdir. Bu yüzden ki, viskoz etkileri genellikle yüzey ve taban arasında, ince sınırlı tabakalarda yoğunlaşmıştır. Bu sebeple, suyun sıkışmaz olduğu, dalgalar için bir hız potansiyeli ve akım fonksiyonu oluşacağı düşünülebilir. Kinematik ve dinamik serbest yüzey sınır şartlarının lineer şeklini sağlayan ve değerlendirilen su dalgaları küçük genlikli dalgalardır.

Sığ bölgelere yaklaşıldıkça su derinliği dalga boyunun yarısından daha küçük olmaya başladığında dalga deniz tabanının etkisini hissetmeye başlar. Dalga sığ su etkisi ile yavaşlar, dalga boyları kısalmaya ve dikliği artar. Bu olaya sığlaşma adı verilir. Sığ sularda dalganın ilerlemesi sırasında enerji harcanmasına esas faktör taban sürtünmesidir. İç viskoz harcanma o kadar

büyük değildir. Taban sürtünmesinin yanında çok küçük kalır. Geçirimli tabanda sızma kaybı da oluşur. Fakat o da sürtünmenin yanında çok küçük kalmaktadır.

Okyanus dalgaları dalga şeklinin düzensizliğinden ve yayılma yönündeki çeşitlilikten dolayı su yüzeyinde, sürekli değişen tepe ve çukurların denizi olarak görünürler. Bu, özellikle rüzgarın etkisi altında olan dalgalar için doğrudur. Dalga yayılmasının yönü münferit dalga yönlerinin bir ortalaması olarak değerlendirilebilir. Deniz yüzeyini tarif etmek münferit dalgalar arasındaki hareketten dolayı zordur. Daha hızlı dalgalar daha yavaş dalgaların arkasından yetişirler ve çeşitli yönlerde içinden geçerler. Birbirleri arkasındaki bu hareketten dolayı bazen biri diğerini güçlendirir veya iptal eder. Sık sık birbirleri ile çarpışır, türbülansa girerler ve püskürürler. Dalgalar direkt olarak rüzgardan etkilendiği bölge dışına hareket edince belirli tepe ve çukurlar, daha ritmik yükselme ve düşüşler ile daha düzenli oldukları kabul edilir. Bu dalgalar, oluştukları bölgeden yüzlerce hatta binlerce kilometre uzağa gidebilir. Dalga enerjisi sıvının içinde, üstündeki hava hareketleri ile kırlımanın üstündeki türbülans ile ve sığ derinlikte tabanda kaybolur.

Kıyı bölgelerine gelen dalgaların enerjilerinin büyük bir bölümünü yakındaki bölgesine genişletirler. Dalga kıyıya yaklaştıkça dalga enerjisi; kırlıma, tabandaki sürtünme ve sızma tarafından ortaya çıkan türbülant akışkan hareketi arasındaki sızma gibi kaybolabilir. İskandinav mühendisliği ile ilgili olmakla beraber, kırlımanın, hem sahillere hem de kıyı yapılarına olan etkisi önemlidir. Kıyı koruma önlemleri ve kıyı yapıları tasarımları dalga formlarının ve dalgaların altındaki sıvı hareketinin ve önceden bilinenlerin güvenilirliğine bağlıdır. Önceden bilme yöntemleri genel olarak dalga hareketini tarif etmekte kullanılan elementer matematik fonksiyonlarının olduğu basit dalgalar esas üzerine kurulur. Bazı durumlar için bu basit formüller önceden bilinen dalga şartlarının güvenilir olarak sağlarlar. Bununla birlikte diğer durumlar için mühendislik uygulamalarında önceden bilinenler yeterli olmayabilir. Karmaşık deniz dalgalarının tanımı için son iki yüzyılda birçok teorik kavramlar geliştirilmiş olmasına rağmen teori ile gözlem arasında tam bir anlaşma her zaman sağlanamamıştır.

Genel olarak gerç ek su dalgas olay karmaş kt r ve nonlinearitelerden dolay matematiksel tarifi üç boyutlu karakterli ve görünen rastgele davran ş ndan dolay zordur. Bununla birlikte iki klasik teori vard r. Bunlar; biri Airy (1845) taraf ndan, diğ eri Stokes (1880) taraf ndan basit dalgalar tarif etmek için geliştirilmiştir. Airy ve Stokes teorileri genel olarak su derinliğinin dalga uzunluğ una bağı ve çok küçük olmad ğ durumunda dalga hareketini daha iyi açıklarlar. S ğ su için bir Cnoidal dalga teorisi, basit dalgalar kabul edilebilir bir yaklaş mla sağı lar. K r lma bölgesinin yak n ndaki çok s ğ su için, Solitary dalga teorisi, dalga hareketinin belli özelliklerini tatmin edici olarak sağı lar. Bu teoriler dalga hareketini tarif eden matematiksel denklemlerle beraber baş lca karakteristiklerine göre tarif edilir. Baz spesifik durumlar için literatürde birçok dalga teorisi bulunmaktadır. Bunlar dalga hareketini burada verilen teorilerden çok daha iyi bir şekilde tarif edebilir. Bütün teorileri vermek bu tezin kapsam n n çok ötesinde olduğ undan burada değ inilmemiştir.

İlk dalga teorisi küçük genlikli veya lineer dalga teorisi olarak isimlendirilip Airy (1845) taraf ndan geliştirilmiştir. Sadece kolay uygulanabilir olmas ndan değil, bütün dalga rejimlerinin geniş bir bölümü üzerinde güvenilir olmas ndan dolay da, bu dalga teorisinin esas olarak önemi vard r. Matematiksel olarak Airy teorisi dalga hareketinin komple teorik tarifinin ilk yaklaş m olarak düşünülebilir. Dalgalar n daha komple teorik tarifi, serilerdeki her bir ilave terimin önceki terimlere bir düzeltme olduğ u, sonsuz say daki başar l yaklaş mlar n toplam olarak elde edilebilir. Baz durumlar için dalgalar, sonlu genlikli teoriler olarak isimlendirilen, bu yüksek mertebe teorileri taraf ndan daha iyi tarif edilir. Trochoidal teori olarak bilinen ilk sonlu genlik teorisi Gerstner (1802) taraf ndan geliştirilmiştir. Dalga profilinin bir trochoid olmas ndan yada serbest yüzeyinden dolay bu isim verilmiştir. Sadece klasik ilgisinden dolay bu teoriden bahsedilmiştir. Aç klanan su partikülü hareketinin gerç ek doğ ada gözlenenenden farklı olduğ undan uygulama için tavsiye edilmez. Trochoidal teori dalga profilini oldukça hassas bir şekilde açıklar. Stokes (1880) trochoidal teoriden çok daha tatmin edici olan bir sonlu genlikli teori geliş tirmiştir.

S ğ su bölgeleri için Korteweg ve DeVries (1895) taraf ndan orijinal olarak geliştirilen cnoidal dalga teorisi baz şartlar için dalga formunu ve birleşik hareketlerin oldukça güvenilir bir açıklamas n sağlar. Bununla birlikte cnoidal dalga teorisi, mühendislik problemlerinin çözümünde, gerçek uygulamalar dikkate alınmıştır. Bu, hesaplardaki zorluklara bağlı olabilir. Son zamanlarda cnoidal dalga teorisinin kullanılması gerektiren işler, fonksiyonlar n tablo ve grafiksel tanımla ile azalmıştır (Wiegel, 1960; Masch ve Wiegel, 1961); Fakat teorisinin uygulaması hala karmaşıktır. Cnoidal dalga teorisi s n r nda dalga hareketinin görüşü solitary dalga teorisi taraf ndan tatmin edici bir şekilde açıklanabilir. Cnoidal dalga teorisine benzemeyen solitary dalga teorisini kullanmak, özel tablolara gerek kalmaksızın elde edilebilen fonksiyonlara indirgenebildiğinden dolayı kullanılması kolaydır.

Bağımsız dalga teorilerinin gelişiminden bahsedilmemiştir. Pratik mühendislik problemlerinin çözümü için faydalı olabilecek bilgileri sunma amaçlı olduğundan sadece sonuçlar verilmiştir (Wiegel (1964), Kinsman (1965) ve Ippen (1966a) gibi). Burada kullanılan matematik, genellikle basit aritmetik ve cebirsel işlemlerle s n r l d r. Uygulamalar ve s n r lamalarla uyumlu olarak uygun bir teorisinin seçimine önem verilmiştir.

Uygun denklemleri veya grafik, tablo fonksiyonlar n kullanmada pratik sağlamak ve teoriyi açıklamak için çok sayıda örnek verilmiştir. Örnek hesaplamalar n bazıları pratik uygulamalar için verileden daha fazla sayısal değer verirler. Gerçek dalgalar hesaplarırken sonuç yuvarlatılacaktır. Sonuç olarak kıyışlarını planlama ve tasarımı nda dalga hareketinin, mekaniğini anlamak esastır.

## 2. DALGA MEKANİĞİ

Deniz ve okyanuslarda oluşan dalga hareketinin en tipik özelliği periyodik bir yapıya sahip olmasıdır. Periyodik dalgalar kendilerini oluşturan ağırlık, kapillarite gibi kuvvetlere, periyotlarına, yayılma hızı ortamın derinliğine v.b. göre sınıflandırılır.

Tablo 2.1 Dalga tipleri ve sebepleri

Dalga tipi	Periyot	Sebebi
Rüzgar dalgası	$\leq 15$ sn	Rüzgar gerilmesi
Ölü deniz dalgası, solmuş (Swell)	$\leq 30$ sn	Rüzgar dalgası
Surf salınımı (Surf beat)	1 -5 dak	Dalga grubu
Seiche	2 -40 dak	Rüzgar değişimi
Çalkantı	2 -40 dak	Tsunami, surf salınımı
Tsunami	5 -60 dak	Deprem
Gel -git	12 -24 saat	Güneş ve ay çekimi
Fırtına kabarması (Storm surge)	1 -30 gün	Rüzgar gerilmesi ve atmosfer basıncındaki azalma

Rüzgar etkisiyle oluşan ağırlık dalgaları rastgele karaktere sahiptirler, rüzgar etkisiyle suyun dengesi bozulduktan sonra, dalganın rüzgara karşı ve ona ters oluşan sırtlar arasında basınç farkı doğar. Böylece rüzgar enerjisi su yüzeyine geçer. Açık denizdeki, bu atmosferden su yüzeyine sürekli enerji geçişi rüzgar dalgalarının oluşturur. Meydana gelen rüzgar dalgaları yükseklikleri değişmekle beraber, periyotlarını koruyarak çok uzun mesafeler kat etmek suretiyle kıyıya ulaşır, bu işlem dispersiyon olarak adlandırılır. Uzunluğu yüksekliğine göre fazla olan dalga en basit olarak sinüzoidal tiptedir, böyle bir dalga üzerinde dalganın karakteristik özelliklerini başlangıçta tanımlamak faydalı olacaktır.

**Dalga boyu (L):** Ard ş k iki dalga tepesinin veya dalga çukurunun aras ndaki yatay mesafe.

**Dalga yüksekliği (H):** Ard ş k dalga tepesi ile dalga çukuru aras ndaki düşey mesafe.

**Genlik (a):** Dalga yüksekliğinin yar s .

**Periyot (T):** Ayn enkesitten ard ş k iki tepe veya çukurun geçmesi için gereken zaman aral ğ (saniye cinsinden).

**Derinlik (d):** Tabandan durgun su yüzeyine olan uzakl k.

**Dalga yayılma hızı (C):** Dalgalar n sabit bir eksen tak m na göre yay lma h z (m/sn cinsinden).

**Dalga dikliği (H/L):** Dalga yüksekliğinin dalga uzunluğuna oran .

**SSY:** Sakin su yüzeyi, dalga hareketinin olmad ğ durumda su seviyesi (SWL;Stil Water Level).

**OSY:** Ortalama su yüzeyi, dalga tepesi alt ndaki alan n dalga çukuru üstündeki alana eşit olmas için verilen su seviyesi (MWL;Mean Water Level).Sinüzoidal dalga için sakin su yüzeyi ortalama su yüzeyi ile ayn olur.

Genellikle dalga teorilerinde ş u kabuller yap l r;

1-Su partikülleri dairesel veya elips biçiminde yörünge çizerler,

2-Su s k ş t r lamaz,sürtünme kuvvetleri ihmal edilir,

3-Bir dalga periyodunda (her bir sal n m sonunda) partiküller yörünge hareketlerini tamamlarlar,

4-Su partikülleri yaln z çekim kuvvetlerinden etkilenirler,

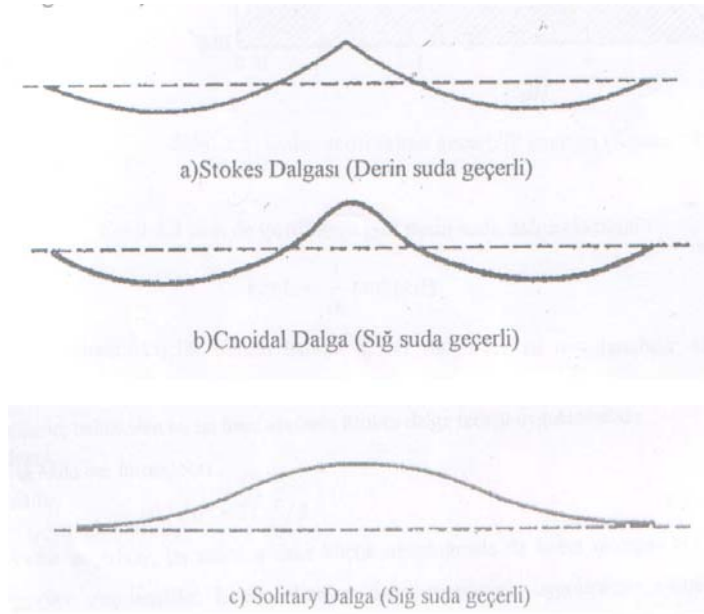
5-Hareket iki boyutlu, yani bir düzlem içindedir,

Yap lan bu kabullerde, su kütlesi transferinin olmad ğ kabulü sonucu gerçekte tam olarak doğru değildir.

Periyodik dalgalar n matematiksel olarak ifade edilmeleri oldukça zordur ve hala önemli bir araşt rma konusudur. Eğer dalga yüksekliği; dalga boyu ve su derinliği ile mukayese edildiğinde oldukça küçükse, matematiksel ifadeler lineer formda tariflenebildiğinden literatürde bu tip dalgalar lineer dalga veya Airy dalga olarak isimlendirilmektedir. Lineer dalga teorisi çok basit olmas n n yan

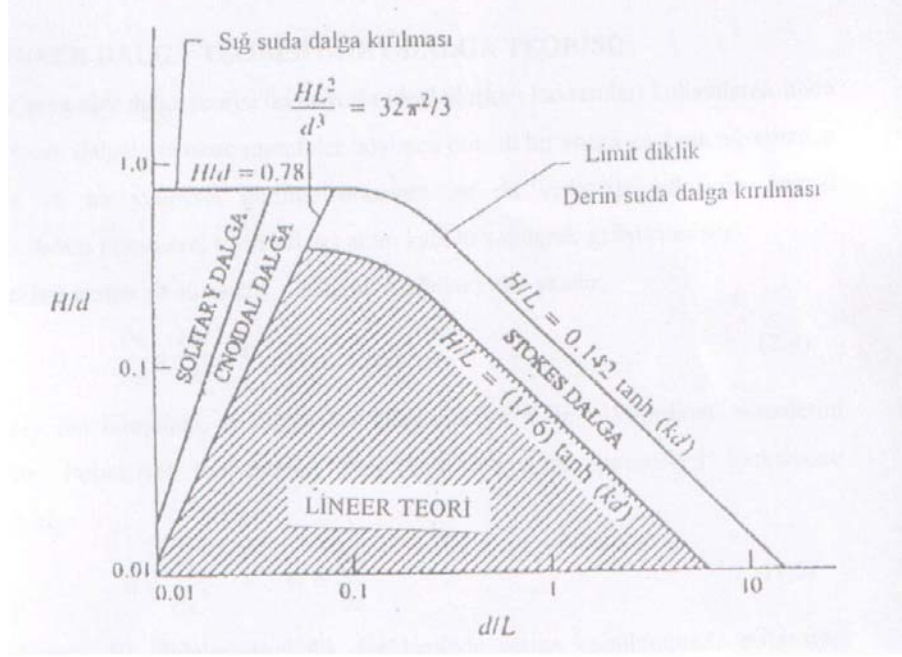


şimdi bu konuda birçok probleme gerçekten çok iyi çözüm getirmekte ve mühendisler tarafından tercih edilmektedir. Ancak bu, lineer teorinin her zaman uygulanabilir olduğu anlamına gelmemelidir. Lineer dalga teorisinin en önemli avantajı, süperpoze edilebilme imkânını sağlamasıdır. Bu teori ne yazık ki, sadece küçük genlikli dalgalar için geçerlidir ve bu dalgalar sinüzoidal formdadır. Büyük genlikli dalgalarda görülen dalga tepesi ve çukuru arasındaki asimetri ve kütle taşınımını lineer dalga teorisi ile açıklanamamakta ve dolayısıyla lineer olmayan teorilerin kullanılmasını gerektirmektedir. Bazı lineer olmayan dalga tipleri Şekil 2.2’de gösterilmiştir.



Şekil 2.1 Bazı lineer olmayan (non-linear) dalga tipleri

Lineer ve lineer olmayan dalga teorilerinin geçerlilik sınırları Komar (1976) tarafından  $H/d$  ve  $d/L$ 'ye bağlı olarak verilmiştir.



Şekil 2.2 Dalga teorilerinin geçerlilik sınırları (Komar, 1979)

Şekil 2.3'den de görüldüğü gibi derin suda dalga dikliğinin  $H/L = \frac{1}{16} \tanh(kd)$

$$(2.1)$$

değerinden küçük olması halinde lineer dalga teorisi uygulanabilir. Bu sınırdan itibaren daha üst bir limit olan dalga dikliğinin

$$H/L = \frac{1}{7} \tanh(kd) \quad (2.2)$$

olması halinde, bahsedilen bu iki limit arasında Stokes dalga teorisi uygulanmalıdır.

Sığ suda ise, lineer teori

$$HL^2/d^3 = 32\pi^2/3 \quad (2.3)$$

sınıra kadar geçerlidir, bu sınırdan daha küçük olduğunda da lineer olmayan (nonlineer) teoriler uygulanabilir. Lineer olmayan dalga teorilerinin uygulanması oldukça güçtür. Bu yüzden Skjelbreia ve Hendrickson (1961)

beşinci mertebeden Stokes dalga teorisini ve Weigel (1964) ise mühendislik uygulamalar için Cnoidal dalga teorisinin grafiksel çözümlerini vermişlerdir. Williams (1985), dalga karakteristiklerini geniş kapsamlı bir şekilde oldukça kullanışlı bir tablo haline getirmiştir.

## 2.1 Dalga Esasları ve Dalgaların Sınıflandırılması

Su dalgasının uygun fiziksel bir tanımı hem onun yüzey formunu hem de dalganın altındaki akışkan hareketini içerir. Basit matematik terimlerle ifade edilebilen dalgaya "basit dalga" denir. Birkaç bileşenden oluşan ve formu yada hareketi olarak tanımlanması zor olan dalgalara "kompleks dalgalar" denir. "Sinüzoidal" veya "basit harmonik dalgalar" yüzey profilinin sadece bir sinüs yada cosinüs fonksiyonu ile tanımlenebildiği "basit dalgalar" örnektir. Hareketi ve yüzey profili eşit zaman aralıkları ile tekrarlanıyorsa dalga "periyodiktir". Sabit bir noktaya bağlı olarak hareket eden dalga formuna "ilerleyen dalga" denir. Hareket ettiği yön "dalga yayılma yönü" olarak ifade edilir. Eğer bir dalga formu sabit bir pozisyonda sadece yukarı aşağı hareket ediyorsa buna "kompleks sürekli dalga" yada "clapotis" denir. İlerleyen dalga serbest yüzey konfigürasyonunda herhangi bir değişikliğe uğramadan yayılıyorsa "sürekli formun" dalgası olarak bilinir.

Eğer su partikülleri hareketi her bir dalga periyodu için kapalı ve yakını olan yörüngeler tarafından tanımlanıyor ise su dalgaları "titreşimli" veya "hemen hemen titreşimli" olarak düşünülür. Lineer veya Airy teorisi sadece titreşimli dalgaları tanımlar. Sonlu genlikli dalga teorileri başlıca her dalga tarafından dalga yönünde küçük bir miktar hareket eden akışkan olduğundan hemen hemen titreşimli dalgaları tanımlarlar. Bu hareket, dalgaların "kütle transportu" olarak tanımlanır. Su partikülleri dalga ile beraber ilerliyor ve orijinal pozisyonlarına dönmüyorsa bu dalgaya "çevrinti dalgası" denir. Solitary dalga buna (çevrinti dalgası) bir örnektir.

Üretilen ve yayılan çeşitli su dalga tipleri arasında seçim yapmak önemlidir. T'nin her ikisi tarafından dalganın sınıflandırılması ya T periyodu ile yada

T periyodu ve dalga frekansının her ikisi ile yapılr. 1'den 30 saniyeye kadar periyodu olan dalgalar yerçekimi dalgalarıdır. 5'ten 15 saniyeye kadar olan daha dar aralıklı dalga periyotları genellikle kıyı mühendisliğinde önemlidir. Yerçekiminin esas yenileme kuvveti olması nedeniyle bu dalgalara yerçekimi dalgaları denir. Yerçekimine bağlı olan bu kuvvet akışkan, denge pozisyonuna geri döndürür. Yerçekimi dalgaları ikiye ayrılabilir:

a) Denizler, rüzgarlı bir bölgede dalgalar rüzgar etkisi altında olduğu zaman,

b) Dalgalanma, dalgalar oluştuğları sahanın dışına çıktıkları ve sözkonusu rüzgarın etkisi altında olmadıkları zaman,

Denizler genellikle kısa periyotlar ve uzunluklarla daha dik (yüksek) dalgalardan oluşmuşlardır ve yüzey dalga için olandan çok daha fazla bozulmuş görülmektedir.

Dalgalanma (yani ana sebep olan karıştırmaya kuvvetinden bağımsız olarak) denizlerin bazı cebri dalgaları genişletmesinden ibaret olması nedeniyle (yani karıştırmaya kuvvetinin sürekli uygulandığı dalgalar) serbest bir dalga gibi davranır. Okyanus dalgaları karmaşıktır. Dalgaların durgun halde olan akışkan yüzeyindeki küçük pertürbasyonları olması genel kabullerin en önemli biridir. Bu, küçük genlik teorisi Lineer teori veya Airy teorisi olarak adlandırılan dalga teorilerinin önünde gelir. Küçük genlik teorisi bütün periyodik dalga davranışlarının ve pratik problemler için uygun olan periyodik akışkın tanımını sağlar. Bu teori dalgalara veya dalga tepelerine ana su seviyesinden daha uzakta ayrılmışlardan (dalga çukurlarını oluşturduğu gibi) kütle transportundan sorumlu tutulamaz. Dalgalar ile diğer akışkanlar arasındaki hareketlerde olduğu kadar bu olayların açıklaması sonlu genlikli yada nonlineer dalga teorileri gibi daha genel teoriler gerektirirler. Lineer olmayan dalga teorileri aynı zamanda bazı dalga özelliklerinin elde edilmesinde lineer teori ile elde edilenlerin daha hassas olması için izin verirler.

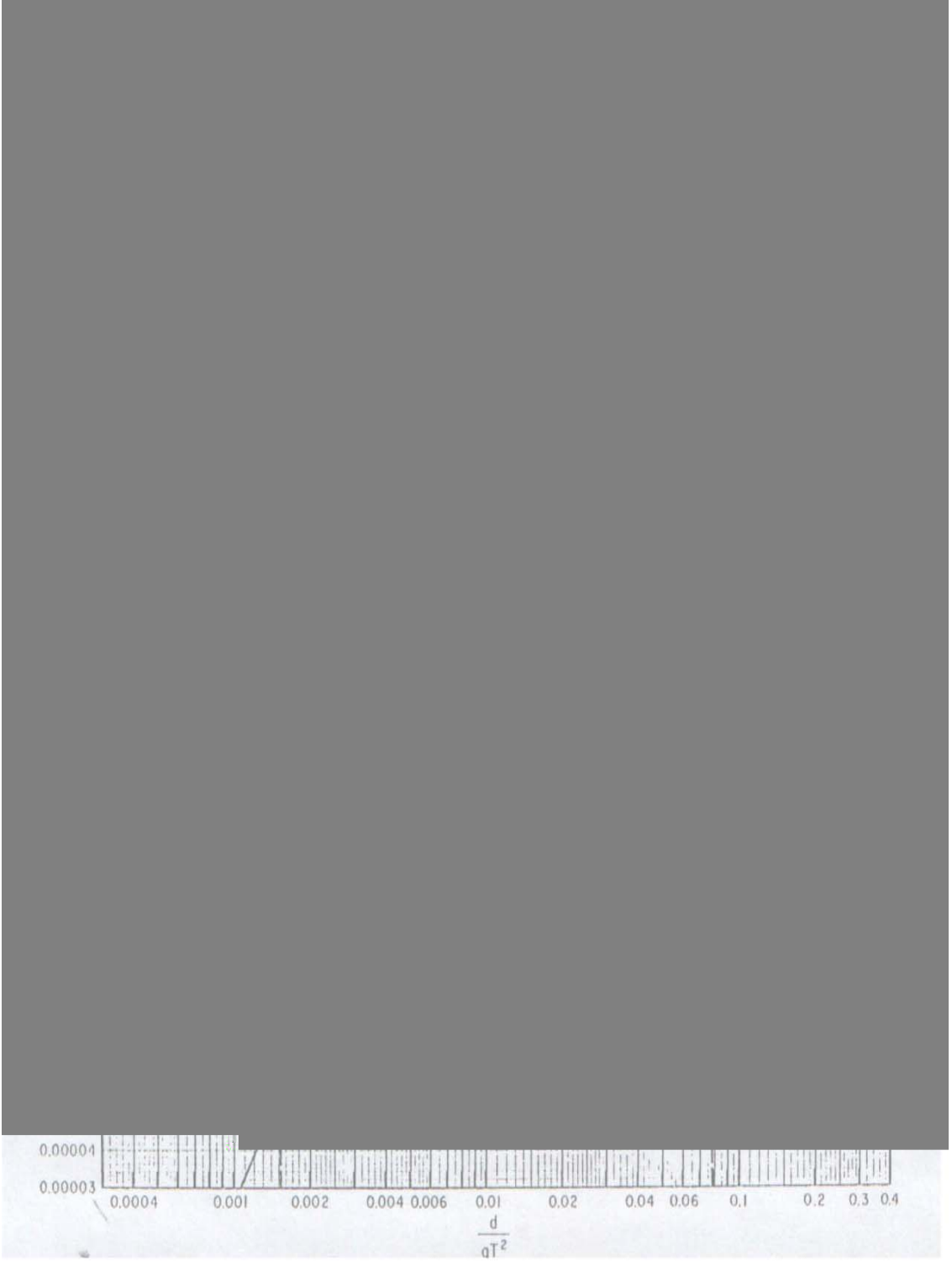
Basit bir dalga teorisinin geliştirilmesinde kullanılan birkaç kabul aşağıda sıralanmıştır:

a) Akışkan homojendir ve sıkıştırılmaz. Bu yüzden yoğunluk " $\rho$ " bir sabittir.

- b) Yüzey gerilimi ihmal edilebilir.
- c) Coriolis etkisi ihmal edilebilir.
- d) Serbest yüzeydeki basınç üniform ve sabittir.
- e) Akışkan idealdir veya viskoz değildir.
- f) Düşünülen belirli dalga diğer su hareketleri ile hareket etmez.
- g) Taban yatay ve sabittir. Tabanda düşey hızın sıfır olduğu sınırlar belirsizdir.
- h) Dalga genişliği küçüktür ve dalga formu zamana ve boşluğa göre değişmez.

i) Dalgalar düz veya uzun tepelidir (iki boyutlu).

İlk üç kabul bütün mühendislik problemlerinde geçerlidir. Dalgalar sahile yaklaşırken derinliğin değiştiği su dalgaları (g) kabulünün uygulanmasında genellikle yerel derinlik kullanılır. Taban eğiminin 1/10 'dan daha düz olduğu birçok pratik durum için bu durum kolaylıkla doğrulanabilir. Şiş su içinde ilerleyen dalga, şeklini dikkate değer biçimde değiştirecektir. Viskozite ve tabandaki düşey hızla bağlı etkiler bazı durumlarda ölçülebilir. Ancak bu etkiler birçok mühendislik probleminde ihmal edilebilir.



Şekil 2.3 Dalga teorilerinin geçerlilik s n rlar (Le Mehaute, 1969)

### 3. LİNEER DALGA TEORİSİ (AIRY DALGA TEORİSİ)

Lineer veya airy dalga teorisi iki boyutlu ideal akışkan kavramlar kullanılarak ifade edilebilir. Bu teori; dalgaların uzun mesafeler boyunca önemli bir enerji kaybına uğramadan ilerlemesinden ve ne yüzeysel gerilme etkisinin ne de viskozite etkisinin önemli olmamasından dolayı potansiyel (çevrintisiz) akışkan kabulü yapılarak geliştirilmiştir.

Çevrintisiz akışkanın süreklilik denklemi aşağıdaki gibi yazılır.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (3.1)$$

Burada  $u$  su partikülünün yatay  $h$   $z$  bileşenini,  $w$  düşey  $h$   $z$  bileşenini ve  $x$  ile  $z$  koordinat eksenlerini göstermektedir. Potansiyel (çevrintisiz) akışkan teorisine göre, potansiyel fonksiyonu cinsinden bu hızlar

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial x}, \quad w = \frac{\partial \phi}{\partial z} \quad (3.2)$$

şeklinde yazılabilir. Bu ifadeler süreklilik denkleminde yerine konulduğunda potansiyel (çevrintisiz) akışkanın Laplace diferansiyel denklemi elde edilmektedir.

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \quad (3.3)$$

Bu diferansiyel denklemin mevcut sınır şartlarını sağlayan çözümü istenmektedir. Potansiyel fonksiyon ile çalışmanın avantajı, hızlar yerine  $\phi$ 'nin sadece mevcut koordinatların bir fonksiyonu ( $\phi = \phi(x, z, t)$ ) olmasıdır, dezavantaj ise karşımıza ikinci mertebeden bir diferansiyel denklemin çıkmasıdır.

Kararsız akışkan için Bernoulli denklemi, enerjinin korunumu prensibinden

$$-\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{u^2 + w^2}{2} + \frac{p}{\rho} + gz = 0 \quad (3.4)$$

şeklinde yazılır. Burada  $p$  basıncı,  $\rho$  akışkanın özgül kütleliğini,  $g$  yerçekimi ivmesini,  $t$  zamanı göstermektedir.

Dalga boyuna ve derinliğine göre dalga yüksekliği küçük olan dalgalar için Bernoulli denkleminde kare halinde bulunan hız terimleri sadece ikinci mertebeden önemli olduklarından ihmal edilebilirler. Sonuçta bu denklem,

$$-\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{p}{\rho} + gz = 0 \quad (3.5)$$

şeklinde yazılır. Şekil 3.1 yukarıda verilen sembolleri kullanarak +x yönünde yayılan basit ilerleyen, iki boyutlu, sinüzoidal titreşimli bir dalgayı göstermektedir.  $\eta$  sembolü SWL'ye bağlı su yüzeyinin yer değişimini gösterir ve x ile t zamanın bir fonksiyonudur.  $\eta$  dalga tepesinde a dalgasının genliğine eşittir.

Hız potansiyeli, Laplace denklemi ve Bernoulli dinamik denklemi uygun sınır şartları ile beraber, küçük genlikli dalga formülünü türetmede gerekli bilgileri sağlarlar. Böyle bir gelişme Lamb (1932), Eagleson ve Dean (1966, Ippen 1966b) ve diğerleri tarafından gösterilmiştir.

### 3.1 Dalga Hızı, Uzunluğu ve Periyodu

Dalga formunun yayıldığı hız, faz hızı veya dalga hızı C olarak isimlendirilir. Katedilen mesafenin bir dalga periyodunun bir dalga uzunluğuna eşit olduğu dalga tarafından dalga hızı, dalga periyodu ve uzunluğu ile ilişkilendirilebilir.

$$C = \frac{L}{T} \quad (3.1)$$

Dalga hızı, dalga uzunluğu ve dalga derinliğine bağlayan bir ifade

$$C = \sqrt{\left( \frac{gL}{2\pi} \tanh\left( \frac{2\pi d}{L} \right) \right)} \quad (3.2)$$

ile verilir. (3.1) eşitliğinde (3.2) denkleminin aşağıdaki gibi yazılabileceği görülür.

$$C = \frac{gT}{2\pi} \tanh\left( \frac{2\pi d}{L} \right) \quad (3.3)$$



$\frac{2\pi}{L}$  ve  $\frac{2\pi}{T}$  değerleri s ras yla, dalga say s k ve dalga aç sal frekans  $\omega$  olarak isimlendirilir. (3.1), (3.3) denklemlerinden derinlik ve dalga periyodunun bir fonksiyonu olarak dalga uzunluğu için bir ifade elde edilebilir.

$$L = \frac{gT^2}{2\pi} \tanh\left(\frac{2\pi d}{L}\right) \quad (3.4a)$$

(3.4a) denkleminin kullan m L bilinmeyeninin denklemin her iki taraf nda yer almas ndan dolayı zordur.  $\frac{d}{L}$  ve  $\frac{d}{L_0}$  ( $\frac{d}{L_0}$  derin su dalga uzunluğudur.). Eckart

(1952) yaklaşık %5 doğrulukdaki (3.4a) denklemini için bir yaklaşık m ifadesi verir.

Bu ifade

$$L \approx \frac{gT^2}{2\pi} \sqrt{\tanh\left(\frac{4\pi^2 d}{T^2 g}\right)} \quad (3.4b)$$

ile verilir. (3.4b) denklemini T periyodu cinsinden L'yi kesin olarak verir ve bu birçok mühendislik hesaplaması için yeterince hassastır.  $\frac{2\pi d}{L} \approx 1$  olması halinde max hata oran %5 'tir.

Yerçekimi dalgaları k y ya doğru yaklaştıkça yükseklikleri ve boyları, s ęlaşma ve sapma olayları nedeniyle değişmektedir. Bu nedenle dalgalar derin su, geçiş ve s ę su dalgaları olarak s nflandırılmaktadır. Aşağıdaki s nflandırmalar,  $\frac{d}{L}$ 'nin büyüklüğüne ve  $\tanh\left(\frac{2\pi d}{L}\right)$  fonksiyonu tarafından alınan limit değerlerine göre yapılmıştır.

Tablo 3.1 Dalgaların d/L ve  $\tanh(2\pi d/L)$  s nflandırmaları

S nflandırma	d/L	$2\pi d/L$	$\tanh(2\pi d/L)$
Derin su dalgası	$1/2 < d/L$	$2\pi d/L > \pi$	$\tanh(2\pi d/L) \approx 1$
Geçiş derinliği dalgası	$1/25 < d/L < 1/2$	$1/4 < 2\pi d/L < \pi$	$\tanh(2\pi d/L)$
S ę su dalgası	$d/L < 1/25$	$2\pi d/L < 1/4$	$\tanh(2\pi d/L) \approx 2\pi d/L$

Dalgalar n, su derinliğinin dalga uzunluğuna olan oran na göre ikinci s n fland rmas ise,

$$d/L < 1/20 \quad \text{Uzun dalga}$$

$$1/20 < d/L \quad \text{K sa dalga}$$

şeklinde yap labilir.

Derin suda,  $\tanh\left(\frac{2\pi d}{L}\right)$  birime yaklaş r, (3.2) ve (3.3) denklemleri

$$C_o = \sqrt{\frac{gL_o}{2\pi}} = \frac{L_o}{T} \quad (3.5)$$

ve

$$C_o = \frac{gT}{2\pi} \quad (3.6)$$

denklemine indirgenir. Derin suyun gerçekte sonsuz derinlikte oluşmas na rağmen,  $\tanh\left(\frac{2\pi d}{L}\right)$  pratik amaçlar için çok daha küçük  $\frac{d}{L}$  oran nda birime yaklaş r. Yar s n n bağ l derinliği için (yani derinliğin, dalga uzunluğunun yar s olmas durumunda)  $\tanh\left(\frac{2\pi d}{L}\right) = 0,9964$  olur.

Bağ l derinlik  $\frac{d}{L}$ 'nin yar dan büyük olmas durumunda dalga karakteristikleri hemen hemen derinlikten bağ ms zd r. Derin su şartlar ,  $L_o$  ve  $C_o$  şeklinde kabul ederek gösterilir. T periyodu sürekli ve titreşimli dalga derinliğinden bağ ms z olarak kal r ve kabul ihmal edilir (Ippen,1966b). Eğer, uzunluk ve süreler belirlenirse,  $\frac{g}{2\pi}$  sabiti her saniye için 1.56 metreye eşit olur

ve

$$C_o = \frac{gT}{2\pi} = \frac{9.81}{2\pi} T = 1.56 T m / s \quad (3.7a)$$

ve

$$L_o = \frac{gT^2}{2\pi} = \frac{9.81}{2\pi} T^2 = 1.56T^2 m \quad (3.8a)$$

olur. Eğer birimler feet ve saniye cinsinden belirtilirse  $\frac{g}{2\pi}$  sabiti her saniye için

5.12 feet'e eşit olur ve

$$C_o = \frac{gT}{2\pi} = 5.12T ft / s \quad (2.7b) \quad (3.7b)$$

ve

$$L_o = \frac{gT^2}{2\pi} = 5.12T^2 ft \quad (2.8b) \quad (3.8b)$$

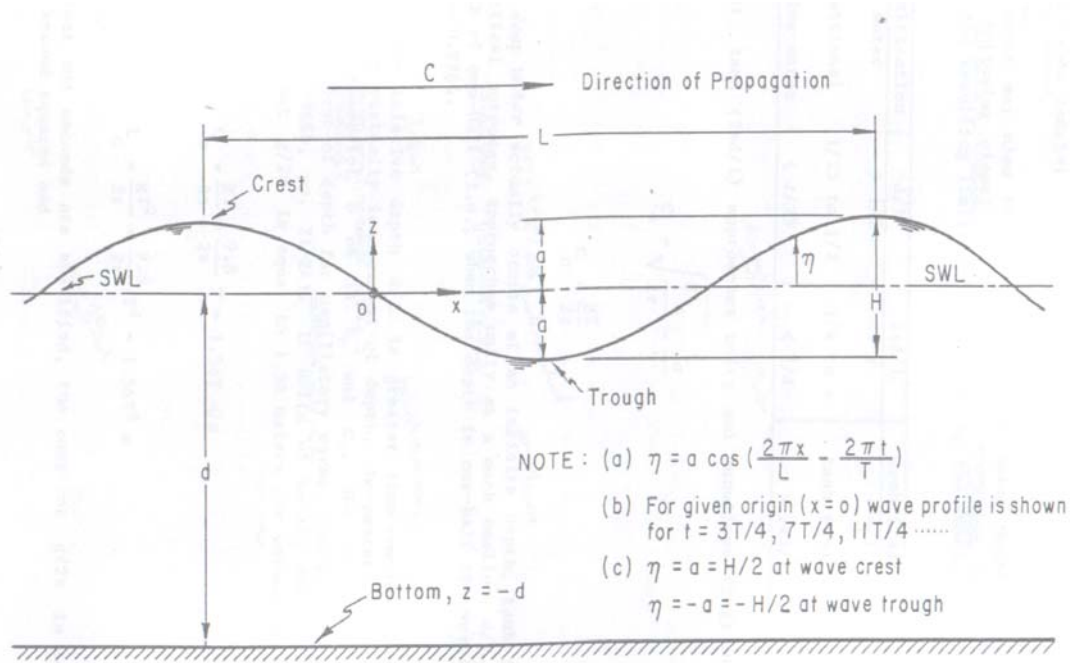
olur. Eğer bağ l derinlik  $\frac{d}{L} = 0,25$  olduğunda dalga h z n hesaplamada (3.7a) ve (3.7b) denklemleri kullan l rsa sonuç hata oran yaklaşık %9 olacaktır. 0,5 bağ l derinliğin derin su dalgalar n , geçiş derinliği suyundaki dalgalardan ayrılan tatminkar bir s n r olduğu bellidir.

Eğer bir dalga geçiş derinliklerinde geziniyorsa, (3.2) ve (3.3) denklemleri, basitleştirilmeden kullan lmalıdır. Bağ l derinlik yar m ile çeyrek arasında olduğunda (3.2) ve (3.3) denklemleri kullan l rken itina gösterilmelidir.

Bağ l su derinliği s ğlaş rsa yani  $\frac{2\pi d}{L} < \frac{1}{4}$  veya  $\frac{d}{L} < \frac{1}{25}$  olursa (3.2) denklemini

$$C = \sqrt{gd} \quad (3.9)$$

şeklinde basitleştirilebilir. S k s k uzun dalgalara başvurulduğu gibi, uzun periyot dalgalar ele al nd ğ nda Lagrange'a bağlanan bu bağ nt n n önemi ortaya ç kar. S ğ suda gezinen bir dalgan n dalga h z , sadece su derinliğine bağ l d r.



Şekil 3.1 Basit, sinüzoidal, ilerleyen dalga n gösterimi

### 3.2. Sinüzoidal Su Profili

Serbest yüzeyi, t'yi zaman n bir fonksiyonu ve x'i basit sinüzoidal bir dalga için yatay mesafe olarak tanımlayan denklem

$$\eta = a \cos\left(\frac{2\pi x}{L} - \frac{2\pi t}{T}\right) = \frac{H}{2} \cos\left(\frac{2\pi x}{L} - \frac{2\pi t}{T}\right) \quad (3.10)$$

olarak gösterilebilir. Burada  $\eta$ , SWL'ye ilişkin su yüzeyinin seviyesi  $H/2$ , dalga genliği a'ya eşit olan su yüksekliğinin yarıdır. Bu ifade, (+) x yönünde hareket eden periyodik, sinüzoidal ve ilerleyen bir dalgayı temsil eder. (-) x yönünde hareket eden bir dalga için  $\frac{2\pi t}{T}$  önündeki (-) işareti, (+) ile değiştirilir.

$\left(\frac{2\pi x}{L} - \frac{2\pi t}{T}\right)$  bağıntısı,  $0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}$ 'ye eşit olması durumunda  $\eta$ 'nin uygun değerleri, sırasıyla  $\frac{H}{2}, 0, -\frac{H}{2}$  ve 0 olur.

### 3.3 Bazı Faydalı Fonksiyonlar

(3.3) denklemini (3.6) 'ya, (3.4) denklemini de (3.8) 'e bölerek

$$\frac{C}{C_o} = \frac{L}{L_o} = \tanh\left(\frac{2\pi d}{L}\right) \quad (3.11)$$

olduğu gösterilebilir. Eğer (3.11) denkleminin her iki taraf  $\frac{d}{L}$  ile çarpırsa

$$\frac{d}{L_o} = \frac{d}{L} \tanh\left(\frac{2\pi d}{L}\right) \quad (3.12)$$

elde edilir.  $\frac{d}{L_o}$  terimi, Wiegel (1954) tarafından  $\frac{d}{L}$ 'nin bir fonksiyonu olarak tablo haline getirilmiştir.

### 3.4 Yerel Akışkan Hızları ve İvmeleri

Dalga kuvveti çalşmalarında, bir dalganın geçişi sırasında  $z$  ve  $t$ 'nin çeşitli değerleri için yerel akışkan hız ve ivmelerinin bilinmesi istenir. Yerel akışkan hızın  $u$ , yatay bileşeni ve  $w$  düşey bileşeni aşağıdaki denklemler ile ifade edilir ( $x$  ve  $t$  Şekil 3.1'de tanımlandığı gibi).

$$u = \frac{H}{2} \frac{gT}{L} \frac{\cosh[2\pi(z+d)/L]}{\cosh(2\pi d/L)} \cos\left(\frac{2\pi x}{L} - \frac{2\pi t}{T}\right) \quad (3.13)$$

$$w = \frac{H}{2} \frac{gT}{L} \frac{\sinh[2\pi(z+d)/L]}{\cosh(2\pi d/L)} \sin\left(\frac{2\pi x}{L} - \frac{2\pi t}{T}\right) \quad (3.14)$$

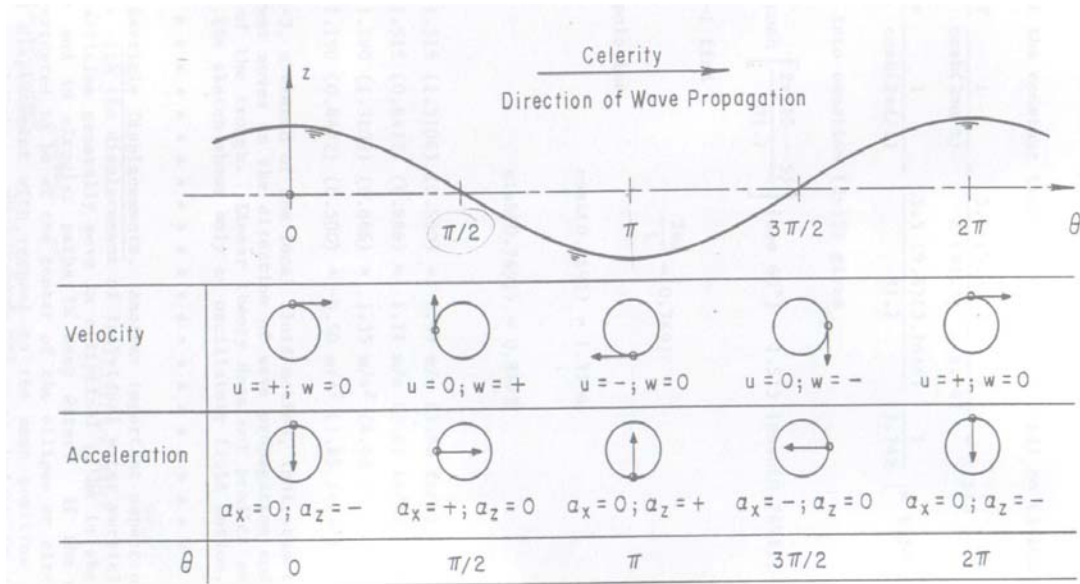
Bu denklemler tabanın üstünde herhangi bir uzaklıkta ( $z+d$ ) yerel akışkan hız bileşenlerini ifade eder. Hızlar,  $x$  ve  $t$ 'nin her ikisi için de harmoniktir. Faz açısı  $\theta = \left(\frac{2\pi x}{L} - \frac{2\pi t}{T}\right)$  'nin verilen bir değeri için serbest yüzeyin altında artan mesafe ile hız bileşenlerinin büyüklüğünün yaklaşık bir üs bozulmasında " $z$ " sonucunun bir fonksiyonu olarak  $\cosh$  ve  $\sinh$  hiperbolik fonksiyonlardır. Maksimum pozitif yatay hız  $\theta=0, 2\pi$  olduğunda, negatif yönde maksimum yatay

h z  $\theta = \frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}$  olduğunda ve negatif yöndeki maksimum düşey h z  $\theta = \frac{3\pi}{2}, \frac{7\pi}{2}$  olduğunda oluşur (Bknz. Şekil 3.2). Yerel ak şkan partikül ivmeleri t'ye bağı her bir denklemin diferansiyeli al narak (3.13) ve (3.14) denklemlerinden elde edilir.

$$a_x = + \frac{g\pi H}{L} \frac{\cosh[2\pi(z+d)/L]}{\cosh(2\pi d/L)} \sin\left(\frac{2\pi x}{L} - \frac{2\pi t}{T}\right) \quad (3.15)$$

$$a_z = - \frac{g\pi H}{L} \frac{\sinh[2\pi(z+d)/L]}{\cosh(2\pi d/L)} \cos\left(\frac{2\pi x}{L} - \frac{2\pi t}{T}\right) \quad (3.16)$$

$\theta = \left(\frac{2\pi x}{L} - \frac{2\pi t}{T}\right)$  'nin çeşitli değerleri için yatay ve düşey ak şkan ivmelerinin pozitif ve negatif değerleri şekil 3.2 'de gösterilmiştir.



Şekil 3.2 Yerel ak şkan h zlar ve ivmeleri

## 4. KÜÇÜK GENLİKLİ SU DALGA TEORİSİ FORMÜLASYON VE ÇÖZÜMLERİ

### 4.1 Sınır Değer Problemleri

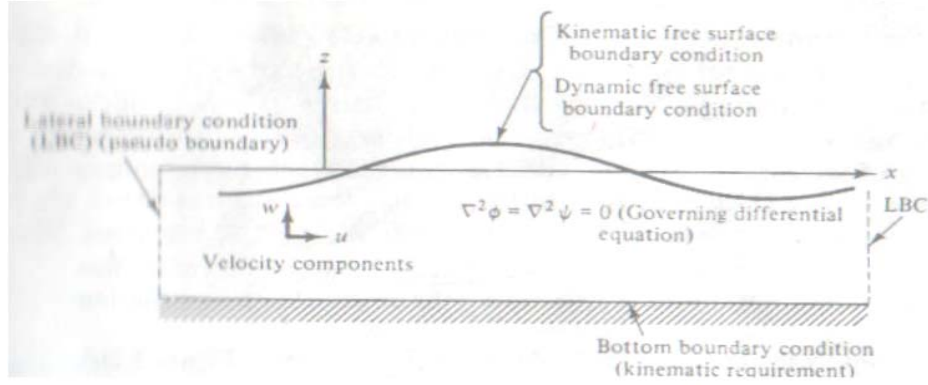
Küçük genlikli su dalgas problemlerinin formülasyonunda yukarıda sözü edilen probleme örnek teşkil eden,  $s$   $n$   $r$  değer probleminin yap  $s$   $n$  genel terimler çerçevesinde gözden geçirmek faydalıdır. Fiziğin klasik sayısal problemleri ve mühendislikte birçok analitik problem,  $s$   $n$   $r$  değer problemi olarak isimlendirilir. Fakat bazı gelişmeler de bu oluşmayabilir.

$S$   $n$   $r$  değer probleminin formülasyonu, var olan tek çözüm gibi, fiziki durumun matematiksel ifadesidir. Bu genellikle ilgili bölgede tatmin etme zorunluluğu olan bir diferansiyel eşitliği belirtmek ve ilgili bölgenin ilk kuruluşunu ihtiva etmek anlamına gelir.

Bu diferansiyel denklemlerin birçok çözümü vardır. Burada geri kalan iş, araştırmaya altındaki ilgili fizik problemini bir veya birkaç çözümünü seçmektir. Bu çözüm, bu şartlarla bağdaşmayan çözümleri reddeden  $s$   $n$   $r$  şartlarından etkilenir.

Üç boyutlu  $s$   $n$   $r$  şartlarına ilaveten bazı noktalarda ilginç çeşitli durumların geçici  $s$   $n$   $r$  şartları vardır. Bu geçici şart ilk şart olarak adlandırılır. Eğer boşlukta periyodik olan su dalgaları ile ilgilenirsek,  $+x$  yönünde  $t=0$  olan,  $x=0$  konumundaki dalga tepesi örneğindeki gibi, tanımlama yapmalıyız.

Lineer su dalgas teorisinin aşağıdaki gelişmesinin yukarıda değinilen  $s$   $n$   $r$  değer problemlerinin genel yap  $s$   $n$   $n$  her büyük basamağ ile ilişkilendirilmesinde fayda vardır. Şekil 4.1 ilgili bölgeyi ve etkileyen diferansiyel denklemi ve de genel durumda önemli  $s$   $n$   $r$  şartları gösterir.



Şekil 4.1 S n r değer problemlerinin iki ölçülü su dalgalar için gösterimi

#### 4.1.1 Düzenlenen Diferansiyel Denklemler

Çevrimsiz hareketin kabulü ile s k ş t r lamaz bir ak ş kan ve devamlı k denklemini doğrulayan bir h z potansiyeli oluşur.

$$\nabla \cdot u = 0 \quad (4.1a)$$

veya

$$\nabla \cdot \nabla \phi = 0 \quad (4.1b)$$

Eğimin diverjans , bütün ak ş kanlarda geçerli olan Laplace denklemine öncülük eder.

$$\nabla^2 \phi = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \quad (4.2)$$

Laplace denklemi fiziğin ve mühendisliğin birçok alan nda oluşur ve bu denklemin birçok say sal çözümü mevcut olup, bu yüzden, sadece belirli su dalgas hareketine uygulanabilir olanlar n seçmek gerekir.

Ek olarak, diverjan olmayan çevrimsiz ak m lar için Laplace denklemi ayn zamanda su ak m fonksiyonuna uygulanabilir. S k ş t r lamazlık veya eşdeğer şekilde iki boyut için diverjan olmama durumu, su ak m fonksiyonunun varl ğ n garanti eder ki buradan dalga alt ndaki h z lar bulunabilir. Su ak m fonksiyonu d ş nda bu h z lar çevrimsizlik şart nda yerine konursa yine Laplace denklemini verir.



$$\frac{\partial w}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial z} = 0 \quad (4.3a)$$

veya

$$\nabla^2 \psi = \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = 0 \quad (4.3b)$$

Bu denklem ak şkan n tamam nda geçerli olmal d r. Eğer hareket çevrintili ise, sürtünmenin olmad ğ durumda h z n  $\omega$  olduğu yerde etkileyen denklem (4.4) olacaktır.

$$\nabla^2 \psi = \omega \quad (4.4)$$

H z potansiyeli ve ak m fonksiyonundaki baz yorumlar daha sonraki uygulamalarda, daha kolay anlaş labilir olmas na yard mc olabilir. Öncelikle, daha önce bahsedildiği gibi, eğer ak m bir eksen etraf nda simetrik ise, (bu durumda ak m üç boyutta oluşmas na rağmen matematiksel olarak bu iki boyutludur) ak m fonksiyonunun tarifinin sadece üç boyutta tan mland ğ yerde, h z potansiyeli her iki veya üç boyut için tan mlanabilir.

Bundan dolayı bir dalga hareketinin tek düzlemde oluşmas halinde ak m fonksiyonu en faydal şeydir.

İkinci olarak, Laplace denklemi lineerdir. Bu herhangi bir ürün içermez. Bu şekilde süperpozisyonun enteresan ve değerli özelliğine sahiptir. Yani  $\phi_1$  ve  $\phi_2$  'nin her biri Laplace denklemine uygulanrsa bu durumda,  $\phi_3 = A\phi_1 + B\phi_2$  de eşitliği çözecektir. Burada  $A$  ve  $B$  keyfi birer sabittir. Bundan dolayı, çeşitli problemler için uygulanabilir çözümler üretmek amacıyla, çözümler ilave edebilir yada ç karabiliriz.

#### 4.1.2 Sınır Şartları

**Kinematik Sınır Şartları:** Herhangi bir s n rda, eğer taban gibi sabitse ya da kuvvetler etkisi alt nda deformasyona aç k su yüzeyi gibi serbestse, ak şkan h zlar nca kesin fizik şartlar sağlanmal d r. Su parçac ğ kinematiğindeki bu şartlar, "kinematik s n r şartlar" olarak isimlendirilir. Herhangi bir yüzey yada ak şkan n ara yüzeyinde, ara yüz boyunca bir ak ş olmamas gerektiği aç kt r.

Aksi takdirde herhangi bir ara yüz olmayacaktır. Rhtm perde kazğ gibi su geçirmez sabit yüzey durumunda, yukarıdaki bu durum gayet açıktır.

Kinematik sınır şart için matematiksel ifade, yüzeyi oluşturan sınırdan mülkleyen denklemlerden türetilir. Herhangi bir sabit yada hareketli yüzey,  $F(x, y, z, t) = 0$  formunun matematiksel ifadesinin terimlerinde açılabilir. Örneğin, a yarıçapındaki bir küre için  $F(x, y, z, t) = x^2 + y^2 + z^2 - a^2 = 0$  olur. Eğer yüzey zamana göre değişiyorsa, su yüzeyi gibi, zamana bağlı olan yüzeyin toplam türevi yüzeyde sıfır olacaktır. Diğer bir deyimle eğer yüzeyi hareket ettirsek yüzeyin toplam türevi değişmez.

$$\frac{DF(x, y, z, t)}{Dt} = 0 = \frac{\partial F}{\partial t} + u \frac{\partial F}{\partial x} + v \frac{\partial F}{\partial y} + w \frac{\partial F}{\partial z} \Big|_{F(x, y, z, t)=0} \quad (4.5a)$$

yada

$$-\frac{\partial F}{\partial t} = u \cdot \nabla F = u \cdot n |\nabla F| \quad (4.5b)$$

yüzeyin normal birim vektörünün  $n = \frac{\nabla f}{|\nabla f|}$  gibi tanımlandığı yerde (4.5b) gibi olur.

$$|\nabla F| = \sqrt{\left[\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial z}\right)^2\right]} \text{ olduğu yerde kinematik sınır şartının tekrar}$$

düzenlenmesi aşağıdaki sonucu verir.

$$u \cdot n = \frac{-\partial F / \partial t}{|\nabla F|} \quad F(x, y, z, t) = 0 \quad (4.6)$$

Bu şart, yüzeyin yerel h z n n, yüzey normalinin akışkan h z bileşenine bağlı olmayı gerektirir. Eğer, yüzey zamanla değişmiyorsa  $u \cdot n = 0$  olur. Yani yüzey normali h z sıfır olur.

**Taban Sınır Şartı (BBC):** Orjinin durgun su seviyesinde olduğu ve derinliğin "h" ile belirtildiği yerde, genel olarak, ilgili bölgemizin alt sınırı, iki boyutlu durum için  $z = -h(x)$  olarak ifade edilir. Eğer taban su geçirmez ise ve taban zamana

göre hareket etmedikçe  $u.n = 0$  olmas beklenir. (deprem hareketi gibi baz durumlar için taban n zaman bağımlı bir şekilde düşünülmelidir.)

Taban için yüzey denklemi  $F(x, z) = z + h(x) = 0$  dır. Bundan dolayı ,

$$n = \frac{\nabla F}{|\nabla F|} = \frac{\frac{dh}{dx}i + 1k}{\sqrt{[(dh/dx)^2 + 1]}} \quad (4.7)$$

olduğu yerde

$$u.n = 0 \quad (4.8)$$

olur. Bu işlemin sonucu

$$u \frac{dh}{dx} + w = 0 \quad z = -h(x) \quad (4.9a)$$

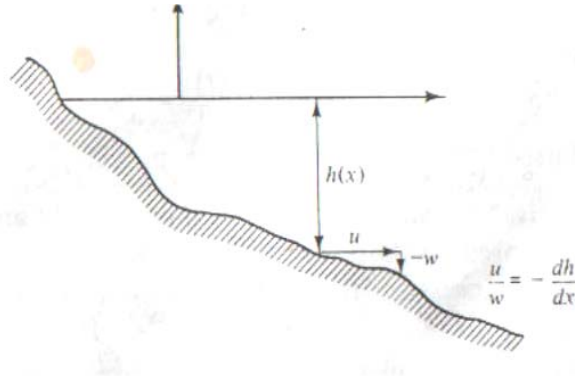
ve

$$w = -u \frac{dh}{dx} \quad z = -h(x) \quad (4.9b)$$

Yatay taban için,  $w = 0$   $z = -h$ . Eğimli taban için ,

$$\frac{w}{u} = -\frac{dh}{dx} \quad (4.10)$$

olur. Şekil 3.3 e göre, kinematik şart n, tabandaki akışın tabana teğet olduğunu ifade ettiği açı kça görülmektedir. Aslında akışın her yerde teğetsel olması gibi, taban akış çizgisi olarak kabul edebiliriz. Taban sınır şartı denklemi  $u.n = 0$ ,  $h'$  n  $h(x, y)$  olduğu üç boyutlu akışma direkt olarak uygulanır.



Şekil 4.2 İki boyutlu durum için taban sınır şartının gösterimi

**Kinematik Serbest Yüzey Sınır Şartı (KFSBC):** Yatay düzlemde serbest yüzeyin yerdeğişiminin  $\eta(x, y, t)$  ve  $z = 0$  olduğu yerde dalga n serbest yüzeyi  $F(x, y, z, t) = z - \eta(x, y, t) = 0$  gibi tanımlanabilir. Serbest yüzeyde kinematik sınır şart

$$n = \frac{-\frac{\partial \eta}{\partial x} i - \frac{\partial \eta}{\partial y} j + 1k}{\sqrt{[(\partial \eta / \partial x)^2 + (\partial \eta / \partial y)^2 + 1]}} \quad (4.11a)$$

olduğu yerde

$$u \cdot n = \frac{\partial \eta / \partial t}{\sqrt{[(\partial \eta / \partial x)^2 + (\partial \eta / \partial y)^2 + 1]}} \quad z = \eta(x, t) \quad (4.11b)$$

gibidir. Yukarıdaki denklemleri kullanarak

$$w = \frac{\partial \eta}{\partial t} + u \frac{\partial \eta}{\partial x} + v \frac{\partial \eta}{\partial y} \Big|_{z=\eta(x,y,t)} \quad (4.11c)$$

elde ederiz.

Ak m n yüzeye teğet olduğu yerde, yüzey ve tabanın normal olduğu yerde, elde edilen ifade çok daha karmaşıktır. Aslında denklem (4.11c) 'nin kontrolü bu çok genel şartın özel durumları olan KFSBC 'nin, diğer iki şartın bir kombinasyonu olduğunu doğrular.

**Dinamik Serbest Yüzey Sınır Şartı:** Önceki bölümde gösterildiği gibi, sabit yüzeyler için sınır şartının açıklaması nisbeten kolay olup, bilinen yüzey üzerinde uygulanır. Sabit yüzeylerin farklı bir özelliği, onların basınç değişimlerini desteklemesidir. Bununla birlikte hava-su arayüzeyi gibi serbest olan yüzeyler, basınç altında (ihmal edilen yüzey gerilmesi) ara yüze karşı değişimleri destekleyemez ve bu yüzden basınç uniform olarak sürdürebilmek için serbest olan yüzeyler yantı vermelidir. Dinamik sınır şartı olarak adlandırılan, ikinci bir sınır şartı, herhangi bir serbest yüzey veya arayüzde bu sınırda basınç dağılımının açıklamasını gerektirir. Serbest yüzeyin yerdeğişiminin ilginç bir etkisi, üst sınır pozisyonunun su dalga probleminde önceliğe sahip olmasının bilinmemesidir. Bu görüş, büyük dalga yüksekliklerine başvuran kesin çözümlere teşebbüste dikkate değer zorluğa neden olur.

Dinamik serbest yüzey sınır şartında olduğu gibi serbest yüzeydeki basıncın dalganın boyuna uniform olması gerektirir. Bernoulli denklemi

$$\left( -\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2}(u^2 + w^2) + \frac{P}{\rho} + gz = C(t) \right), \quad \rho_\eta = \text{sabiti} \text{ ile serbest yüzeyde uygulanır.}$$

$z = \eta(x, t)$ ,  $\rho_\eta$  bir sabit ve genellikle  $\rho_\eta = 0$  yani manometre basıncı olarak alındığında

$$-\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2}(u^2 + w^2) + \frac{\rho_\eta}{\rho} + gz = C(t) \quad (4.12)$$

gibi olur.

**Karşılık Veren Sınırlarda Şartlar:** Daha önce değinildiği gibi eklenen bir şart, basıncın sonsuz yada geçici değişimlere cevap veren bu şartların üzerine yüklenmelidir. Bir su yüzeyi boyunca esen bir rüzgar durumunda ve dalgaların oluşmasında, eğer basınç bağlantısı biliniyorsa rüzgar sahası ile dalganın kinematikini bağlamaya Bernoulli denklemi yardımcı eder. Dalga ve rüzgar sahası bağlantılı olarak tanımlanmalıdır. Eğer dalga hareket ettirilirse, fakat uygulanan yüzey basıncı dalganın etkilemezse, bu zorunlu dalga hareketi durumu olmalıdır ve yine sınır şartının açıklama için Bernoulli denklemi kullanılmalıdır. Basitleştirilmiş durum için, bu bölümde araştırılan bazı detayların daha basit durumunda, basıncın uniform olacağı ve bu yüzden dalga hareketinin serbest durumunun var olacağı düşünülmelidir.

Uniform yüzey basıncının  $\rho_\eta$  ile ifade edildiği Bernoulli denkleminde, serbest dalgalar için sınır şartı "Dinamik Serbest Yüzey Sınır Şartı (DFSBC)" olarak tanımlanır.  $\rho_\eta$ 'nin bir sabit olduğu ve genellikle manometre basıncı  $\rho_\eta = 0$  olarak alındığında

$$-\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\rho_\eta}{\rho} + \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 \right] + gz = C(t), \quad z = \eta(x, t) \quad (4.13)$$

gibi olur.

Eğer dalga uzunluklar çok k sa ise (birkaç cm mertebesinde) yüzey serbest değildir. Basıncın su yüzeyinde üniform olmasına rağmen, yüzey eğrisinin bir sonucu olarak yüzey filminin altında üniform olmayan bir basınç oluşacaktır. Yüzey gerilmesinin katsayısını  $\sigma'$  olarak belirterek, birim uzunluk başına düşen gerilimi basitçe

$$T = \sigma' \quad (4.14)$$

şeklinde gösterebiliriz. Şekil 4.3 ' de gösterildiği gibi bir eğrinin var olduğu bir yüzey için düşünelim. Serbest yüzey altındaki basıncı  $\rho$  ile gösterirsek, düşey yönde serbest bir gövde kuvveti analizi

$$T \left[ -\sin \alpha \Big|_x + \sin \alpha \Big|_{x+\Delta x} \right] + (\rho - \rho_\eta) \Delta x + \Delta x^2 \text{ mertebesindeki terimler} = 0$$

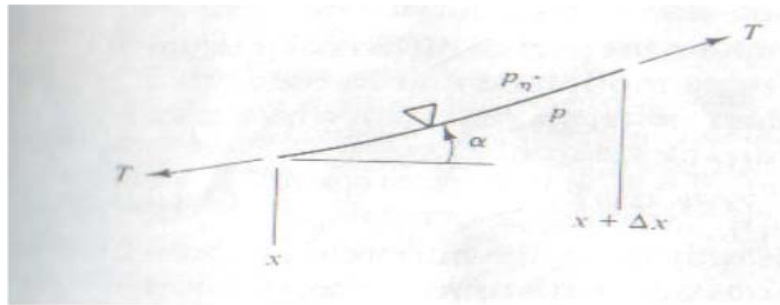
verir. Burada  $\partial \eta / \partial x \approx \sin \alpha$  kabul edilecektir. Taylor serisini açarsak ve elementin ölçüsünü  $\Delta x$  ile küçültmesine izin verirsek

$$\rho = \rho_\eta - \sigma' \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} \quad (4.15)$$

elde ederiz. Bu şekilde yüzey gerilmesi kuvvetlerinin önemli olduğu durumlarda dinamik serbest yüzey sınır şart

$$-\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\rho_\eta}{\rho} - \frac{\sigma'}{\rho} \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} + \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 \right] + gz = C(t), \quad z = \eta(x, t) \quad (4.16)$$

olarak değiştirilir.



Şekil 4.3 Yüzey elementi için tanımlanmış şekli

**Yanal sınır şartları:** Bu safhada taban ve üst yüzeyler için s n r şartlar ele alınmaktadır. S n r değer probleminin özelliğini tanımlayabilmek için kalan yan s n r larda da şartlar tanımlanmalıdır. Birkaç durum vardır. Eğer dalgalar tek yönde yayılıyorsa (diyelim ki x yönü) şartlar iki boyutludur ve "y" yönündeki hızlar için "akış yok" şart uygundur. x yönünde uygulanması gereken s n r şartlar, dikkate alınan probleme bağlıdır. Bir dalga tankında dalga yapıcı olarak bulunan düşey bir küre düşünelim. Eğer küreğin yer değişimi,  $x = S(z, t)$  olarak tanımlanabilirse kinematik s n r şart

$$n = \frac{1i - \frac{\partial S}{\partial z} k}{\sqrt{1 + (\partial S / \partial z)^2}} \quad \text{olduğu yerde}$$

$$u.n = \frac{\partial S(z, t)}{\partial t} / \sqrt{1 + \left(\frac{\partial S}{\partial z}\right)^2}$$

olur. Veya belirtilen sonucun uygulanması ile, oynayan duvarın, duvar kovaladığı yerdeki akışkan parçacıklar

$$u - w \frac{\partial S}{\partial z} = \frac{\partial S}{\partial t} \Big|_{x=S(z,t)} \quad (4.17)$$

bu şekilde bulunur. Muhtemel diğer yan s n r larda iki ayrı şart oluşur: sonsuzlukta sadece dışarı giden dalgaların oluşumunun gerektirdiği kinematik şart yada sabit bir kıyıda radyasyon s n r şartının uygulanması. Bu bir dalga yapıcı problemde fiziki olarak anlamsız gelen dalgalar engeller.

Boşluk ve zamanda periyodik olan dalgalar için, s n r şart bir periyodiklik şart olarak ifade edilir.

L dalga uzunluğu ve T dalga periyodunun olduğu yerde

$$\phi(x, t) = \phi(x + L, t) \quad (4.18a)$$

ve

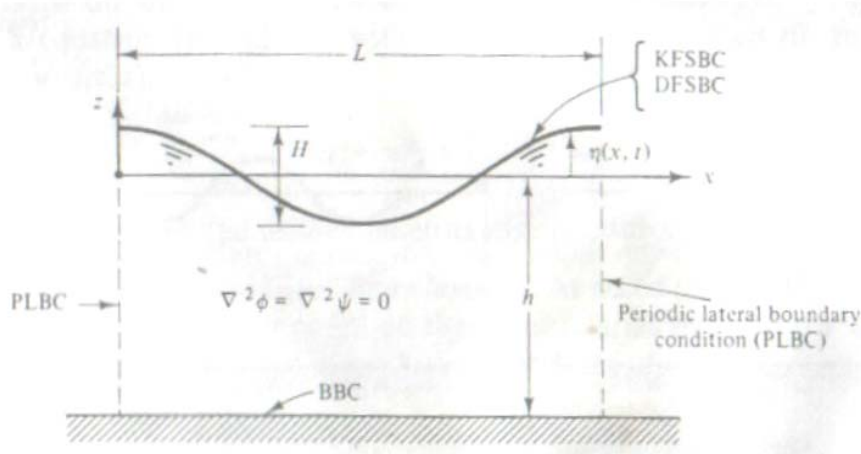
$$\phi(x, t) = \phi(x, t + T) \quad (4.18b)$$

bağantılar elde edilir.

## 4.2 İki Boyutlu Periyodik Su Dalgası Sınır Değeri Probleminin Özeti

Periyodik bir iki boyutlu su dalgası altındaki akışkan hareketi için ikinci mertebe diferansiyel denklemin düzenlenmesi Şekil 4.4 'de gösterildiği gibi tek dalgayı ihtiva eden akışkan sahanın tutaan Laplace denklemdir.

$$\nabla^2 \phi = 0, \quad 0 < x < L, \quad -h < z < \eta \quad (4.19)$$



Şekil 4.4 Periyodik su dalgaları için sınır değer probleminin gösterimi

Yatay olduğu kabul edilen tabanda "akış yok" durumu oluşur.

$$w = 0 \quad z = -h \quad (4.20a)$$

veya

$$-\frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \quad z = -h \quad (4.20b)$$

Serbest yüzeyde iki şart sağlanmalıdır. KFSBC (4.11c) denklemi,

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = \frac{\partial \eta}{\partial t} - \frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial \eta}{\partial x} \quad z = \eta(x, t) \quad (4.11c)$$

DFSBC (4.13) denklemi,  $\rho_\eta = 0$

$$-\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 \right] + g\eta = C(t) \quad z = \eta(x, t) \quad (4.13)$$



Sonuç olarak, periyodik yan s n r şartlar , hem zaman hem de belirli bir mesafede uygulan r (Denklem 3.18).

$$\phi(x, t) = \phi(x + L, t) \quad (4.18a)$$

$$\phi(x, t) = \phi(x, t + T) \quad (4.18b)$$

### 4.3 Yatay Bir Taban İçin Lineer Su Dalgası Sınır Değeri Probleminin Çözümü

Bu bölümde yatay bir taban üzerinde yer ve zamana göre periyodik olarak yay lan dalgalar temsil eden s n r değeri problemi için bir çözüm geliştirilmiştir. Bu, (4.19), (4.20b), (4.11c), (4.13) ve (4.18) denklemlerinde ifade edilen s n r şartlar ile Laplace denkleminin çözümünü gerektirir.

#### 4.3.1 Değişkenlerin Ayrımı

Baz lineer k smi diferansiyel denklemlerin çözümü için uygun bir metod değişkenlerin ayr m olarak adlandırılır. Kullan m n arkas ndaki kabul edilen çözümün, terimlerin sonucu gibi ifade edilebilir olmas , her birinin bağ ms z değişkenlerinden sadece birinin bir fonksiyonu olmas d r. Buradan  $X(x)$ 'in sadece  $x$ 'e bağı bir fonksiyon olmas , yatay koordinat n  $Z(z)$ 'nin sadece  $z$ 'nin bir fonksiyonu olmas , zaman n da  $T(t)$  fonksiyonunun da sadece zamana göre değişmesi halinde,

$$\phi(x, z, t) = X(x).Z(z).T(t) \quad (4.21)$$

gibi olur. Bilindiği gibi  $\phi$  'nin zaman içinde yan s n r şartlar nca periyodik olmas gerektiğinden  $T(t) = \sin \sigma t$  olarak belirtebiliriz. Dalgan n aç sal frekans  $\sigma$ 'y bulmak için, periyodik s n r şart n uygular z. Denklem (4.18b) için ,  $\sigma T = 2\pi$  veya  $\sigma = 2\pi / T$  için doğru olan

$$\sin \sigma t = \sin \sigma(t + T)$$

yada

$$\sin \sigma t = \sin \sigma t \cos \sigma T + \cos \sigma t \sin \sigma T$$

denklemini kullanır. Muhtemelen eşit olarak  $\cos \sigma$  'yi veya yukarıdaki iki denklemin bazı kombinasyonlarını seçebiliriz:  $A \cos \sigma + B \sin \sigma$

Çözülmesi gereken denklemlerin lineer ve süperpoze olması gereklidir. Çözümün genelleştirilmesini, zaman içerisinde çözüm bileşenlerinin elde edilip tartışılması sonrasında kadar erteleyebiliriz. Hz potansiyeli böylece aşağıdaki şekli alır:

$$\phi(x, z, t) = X(x) \cdot Z(z) \cdot \sin \sigma t \quad (4.22)$$

Laplace denkleminde yerine koyarsak aşağıdaki denklem bulunur.

$$\frac{d^2 X(x)}{dx^2} \cdot Z(z) \cdot \sin \sigma t + X(x) \cdot \frac{d^2 Z(z)}{dz^2} \cdot \sin \sigma t = 0$$

$\phi$  ile bölersek,

$$\frac{1}{X} \frac{\partial^2 X}{\partial x^2} + \frac{1}{Z} \frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} = 0 \quad (4.23)$$

elde edilir. Açıkçası bu denklemin ikinci terimi yalnızca  $z$ 'ye bağlı iken birinci terimi sadece  $x$ 'e bağlıdır. Eğer (4.23) denkleminde  $x$ 'i sabit tutarak  $z$ 'de bir değişiklik düşünersek, birinci terim değişmediğinden ikinci terimde dikkate değer bir değişim olacaktır. Bu, (4.23) denkleminde toplam sıfır olmayan bir eşitlik verir ki bu da tatmin edici olmaz. Bu denklemin tek bir çözümü vardır: işaret farklılığı hariç bütün terimler aynı sabite eşit ise geçerli olur. Yani

$$\frac{d^2 X(x)/dx^2}{X(x)} = -k^2 \quad (4.24a)$$

$$\frac{d^2 Z(z)/dz^2}{Z(z)} = +k^2 \quad (4.24b)$$

Burada işaret edilen husus  $x$  teriminin negatif bir sabit olmasının önemsizliği gibi hayali bir değer bulabilmek için " $k$ " ayrımsabitine bu problemde izin verilmesi ve genelde ayrımsabitinin kompleks olabileceğidir.

(4.24) denklemleri şimdi sıradan denklemler olup, ayrı ayrı çözülebilirler. " $k$ " nin doğasına bağlı olarak mümkün olabilen üç durum kontrol edilebilir: Bunlar,  $k$  gerçek,  $k=0$  ve hayali sayılar için " $k$ " dir. Tablo 4.1 ayrı durumları listeler. (Eğer " $k$ " hem gerçek hem de hayali kısmı içeriyorsa ve bunun,

sindirme veya rüzgarlı dalga büyümesi ile yayılan dalga durumları için geçerli olabilecek mesafe ile dalga yüksekliğinin değişimini ifade ettiğine dikkat ediniz.)

Tablo 4.1 Değişkenlerin ayrı ayrı muhtemel Laplace denklem çözümleri

Character of $k$ , the Separation Constant	Ordinary Differential Equations	Solutions
Real $k^2 > 0$	$\frac{d^2 X}{dx^2} + k^2 X = 0$ $\frac{d^2 Z}{dz^2} - k^2 Z = 0$	$X(x) = A \cos kx + B \sin kx$ $Z(z) = Ce^{kz} + De^{-kz}$
$k = 0$	$\frac{d^2 X}{dx^2} = 0$ $\frac{d^2 Z}{dz^2} = 0$	$X(x) = Ax + B$ $Z(z) = Cz + D$
Imaginary $k^2 < 0, k = i k $ $ k  = \text{magnitude of } k$	$\frac{d^2 X}{dx^2} -  k ^2 X = 0$ $\frac{d^2 Z}{dz^2} +  k ^2 Z = 0$	$X(x) = Ae^{i k x} + Be^{-i k x}$ $Z(z) = C \cos  k z + D \sin  k z$

### 4.3.2 Sınır Şartlarının Uygulanması

Sınır şartları, ilgili problemin, fiziksel durumuna uygun olan deneysel çözümün tablo 4.1'den seçimine yarar. Buna ilaveten sınır şartlarının kullanılması, bazı bilinmeyen sabitlerin (A, B, C, D gibi) bulunmasına yarar.

**Yanal devamlı şart:** Tablo 4.1'deki tüm çözümler, Laplace denklemini karşılar, ancak onların bazıları " $x$ " de periyodik değildir. Aslında çözüm, " $k$ " sadece gerçektir ( $k=0$  için  $A$  sınırdır. Bu, sonunda  $\phi = B \sin \sigma t$ 'yi verir.) ve sınırdan farklı ise uzaysal periyodiktir. Bu yüzden, Laplace denklemine bir çözüm olarak aşağıdaki  $h$  z potansiyeline sahip oluruz:

$$\phi(x, z, t) = (A \cos kx + B \sin kx)(Ce^{kz} + De^{-kz}) \sin \sigma t \quad (4.25)$$

Devamlılık gereğini (3.18a) belirgin olarak sağlamak için:  $\cos kL = 1$  ve  $\sin kL = 0$ 'nin sağlandığı  $kL = 2\pi$  veya  $k = 2\pi/L$  (dalga sayısı) anlamına gelen

$$\begin{aligned} A \cos kx + B \sin kx &= A \cos k(x + L) + B \sin k(x + L) \\ &= A(\cos kx \cos kL - \sin kx \sin kL) + B(\sin kx \cos kL + \cos kx \sin kL) \end{aligned}$$

yukarıdaki denklemi kullanır.

Süperpozisyon prensibini kullanarak  $\phi$  'yi birkaç parçaya bölebiliriz. Mevcut amaçlar için sadece  $\phi = A \cos kx (C e^{kz} + D e^{-kz}) \sin \sigma$  'yi tutalım. Burada  $B \sin kx$  terimi daha sonra süperpozisyonla ilave edilecektir.

**Yatay Taban İçin Taban Sınır Şartı:** Taban sınır şartında yerine koymak

$$w = -\frac{\partial \phi}{\partial z} = -A \cos kx (k C e^{kz} - k D e^{-kz}) \sin \sigma = 0 \quad z = -h \quad (4.26)$$

veya

$$-A k \cos kx (C e^{-kh} - D e^{kh}) \sin \sigma = 0$$

denklemini verir. Herhangi bir  $x$  ve  $t$  için bu eşitliğin doğru olması amacıyla parantez içindeki terimlerin sıfır olması

$$C = D e^{2kh}$$

eşitliğini verir.  $H$  z potansiyeli

$$\phi = A \cos kx (D e^{2kh} e^{kz} + D e^{-kz}) \sin \sigma$$

veya

$D e^{kh}$  olarak,

$$\phi = A D e^{kh} \cos kx (e^{k(h+z)} + e^{-k(h+z)}) \sin \sigma$$

veya

$G = 2 A D e^{kh}$  'nin yeni bir sabit olarak alındığı yerde,

$$\phi = G \cos kx \cosh k(h + z) \sin \sigma \quad (4.27)$$

olarak elde edilir.

**Dinamik Serbest Yüzey Sınır Şartı:** Daha önce değinildiği gibi Bernoulli denklemini, su yüzeyi üstünde sabit bir basınç belirlemek için kullanabiliriz. Bernoulli denklemini, önceden bilinmeyen  $z = \eta(x, t)$  üzerinden çözümlenmelidir.

Şart elde etmek için uygun bir yöntem; k salt  $Im$  ş Taylor serisi vas tas yla  $z = 0$  (bilinen bir konum) da şart n değerini genişleterek  $z = \eta(x, t)$  üzerinden elde etmektir.

$$(\text{Bernoulli denklemi})_{z=\eta} = (\text{Bernoulli denklemi})_{z=0} + \eta \frac{\partial}{\partial z} (\text{Bernoulli denklemi})_{z=0} + \dots \quad (4.28)$$

veya  $\rho = 0$   $z = \eta$  olduğu yerde,

$$\left( gz - \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{u^2 + w^2}{2} \right)_{z=\eta} = \left( gz - \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{u^2 + w^2}{2} \right)_{z=0} + \eta \left[ g - \frac{\partial^2 \phi}{\partial z \partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial z} (u^2 + w^2) \right]_{z=0} + \dots = C(t)$$

Çok küçük dalgalar için  $\eta$  küçüktür ve bu yüzden  $h$  zlar ve bas nçlar n küçük olduğu kabul edilir ve böylece bu değişkenler çok küçük olur:

$$\eta \ll 1, \text{ fakat } \eta^2 \ll \eta \text{ veya } u\eta \ll \eta .$$

Eğer bu küçük terimleri ihmal edersek Bernoulli denklemi aşağıdaki gibi yazılır:

$$\left( -\frac{\partial \phi}{\partial t} + g\eta \right)_{z=0} = C(t)$$

Bu işlem, linearizasyon olarak adlandırılır. Burada sadece değişkenlerimizden lineer olanları tuttuk. Sonuç olarak lineer dinamik serbest yüzey sınır şartı, serbest yüzeyin sürekli yer değişimi  $h$  z potansiyelinin değişiklik zaman mertebesine bağlıdır.

$$\eta = \frac{1}{g} \frac{\partial \phi}{\partial t} \Big|_{z=0} + \frac{C(t)}{g} \quad (4.29)$$

(4.27) denkleminde verilen  $h$  z potansiyelini yerine koyarsak

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{G\sigma}{g} \cos kx \cosh k(h+z) \cos \sigma t \Big|_{z=0} + \frac{C(t)}{g} \\ &= \left[ \frac{G\sigma \cosh kh}{g} \right] \cos kx \cos \sigma t + \frac{C(t)}{g} \end{aligned} \quad (4.30)$$

olur. Bizim tanımlamamızla  $\eta$ , s f r uzaysal ve geçici bir anlamı sahip olacaktır.  $C(t) = 0$

Parantez içindeki terimler sabit olup,  $\eta$  uzayda sabit zaman periyodik terimi ve zaman + zaman n fonksiyonu olarak verilir.

$\eta$  'yü tekrardan aşağıdaki gibi yazabiliriz:

$$\eta = \frac{H}{2} \cos kx \cos \sigma t \quad (4.31)$$

Son yerdeğiştirme, Şekil 4.4'de gösterildiği gibi  $\eta$  'nün fiziksel modele analitik temsili mukayesesi ile ortaya çıkmıştır.  $G$ , aşağıdaki formül ile bulunabilir.

$$G = \frac{Hg}{2\sigma \cosh kh}$$

H z potansiyeli

$$\phi = \frac{Hg \cosh k(h+z)}{2\sigma \cosh kh} \cos kx \sin \sigma t \quad (4.32)$$

$H, \sigma, h$  ve  $k$  cinsinden ifade edilmiştir. Bunların ilk üçü veriden bulunabilir veya alternatif olarak dalga uzunluğu bilinebilir,  $\sigma$  bilinmemektedir.

**Kinematik Serbest Yüzey Sınır Şartı:**  $\sigma$  ve  $k$  arasındaki bağlantıyı kurmak için kalan yüzey sınır şartından faydalanılacaktır. Bilinmeyen yükseklikteki sınır şartıyla bağlantı kurmak için genişletilmiş Taylor serisi kullanılarak;  $z=0$  da  $z = \eta(x,t)$  için,

$$\left( w - \frac{\partial \eta}{\partial t} - u \frac{\partial \eta}{\partial x} \right)_{z=\eta} = \left( w - \frac{\partial \eta}{\partial t} - u \frac{\partial \eta}{\partial x} \right)_{z=0} + \eta \frac{\partial}{\partial z} \left( w - \frac{\partial \eta}{\partial t} - u \frac{\partial \eta}{\partial x} \right)_{z=0} + \dots = 0$$

$\eta, u$  ve  $w$  gibi küçük parametrelerde sadece lineer olanlar tutarsak ve  $\eta$ 'nün bir  $z$  fonksiyonu olmadığını hatırlarsak, lineer kinematik serbest yüzey sınır şartı:

$$w = \frac{\partial \eta}{\partial t} \Big|_{z=0} \quad (4.33a)$$

veya

$$-\frac{\partial \phi}{\partial z} \Big|_{z=0} = \frac{\partial \eta}{\partial t} \quad (4.33b)$$

olur. Yerine koyarsak  $\phi$  ve  $\eta$  için

$$-\frac{H}{2} \frac{gk \sinh k(h+z)}{\sigma \cosh kh} \cos kx \sin \sigma t \Big|_{z=0}$$

$$= -\frac{H}{2} \sigma \cos kx \sin \sigma t$$

veya

$$\sigma^2 = gk \tanh kh \quad (4.34)$$

bulunur. Bu denklemi  $\sigma^2 h / gkh = \tanh kh$  olarak tekrar yazar ve  $\sigma^2 h / g$  'nin belli bir değeri için  $kh$  'a karşı her bir terimi belirlersek, çözüm, bu iki eğrinin kesiştiği yerde bulunur. Bu yüzden denklemin sadece bir çözümü veya  $\sigma$  ve  $h$  'n verilen değerleri için eşdeğer olarak bir tek " $k$ " değeri vardır. Burada dikkat edilmelidir ki yayın bir dalga tek bir uzunlukta ( $L$ ), tek bir periyotta ( $T$ ) yol alacaktır. Burada  $\sigma = 2\pi/T$  ve  $k = 2\pi/L$  olduğundan,  $C$  dalga yay hızının (4.34) denkleminde

$$\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = g \frac{2\pi}{L} \tanh kh$$

veya

$$C^2 = \frac{L^2}{T^2} = \frac{g}{k} \tanh kh \quad (4.35)$$

ile ifade edilir. (4.34) denkleminin cebirsel bir kullanımı dalga uzunluğu için bir bağlantı verir:

$$L = \frac{g}{2\pi} T^2 \tanh \frac{2\pi h}{L} \quad (4.36)$$

Derin suda  $kh$  büyüktür ve  $\tanh 2\pi h / L = 1.0$  olduğundan derin su değerlerini belirtmek için sifr paylaşımın olduğu yerde  $L = L_o = gT^2 / 2\pi$  'dir. Genel olarak

$$L = L_o \tanh kh \quad (4.37)$$

olur. Bu yüzden bir sürekli dalga periyodu için derinliğin azalması ile dalga uzunluğu sürekli olarak azalır.

(4.34), (4.35) ve (4.37) denklemleri ifade edilen küçük farklı değişkenlerle birbirinin aynı denklemlerdir. Bunlar, muhtelif frekans bileşenlerinin farklı

h zlar na göre ayr lan veya yay lan birçok frekans ihtiva eden yay lan dalga sahas ndaki durumu ifade ettiklerinden "yay lma" denklemi olarak ilişkilendirilirler. Dalga hız  $C$ ,  $C = L/T$  olarak tanımlanmıştır. Böylelikle

$$C = \frac{L_o}{T} \tanh kh \quad (4.38a)$$

veya

$$C = C_o \tanh kh \quad (4.38b)$$

olur. Daha sonra gösterileceği gibi dalga periyodu derinlikle değişmez. Sabit periyodun dalgalar sığ suya girdikçe yavaşlar.

### 4.3.3 Duran Dalgalar

Küçük genlikli dalgalar için sınır değeri probleminin bir çözümü olarak

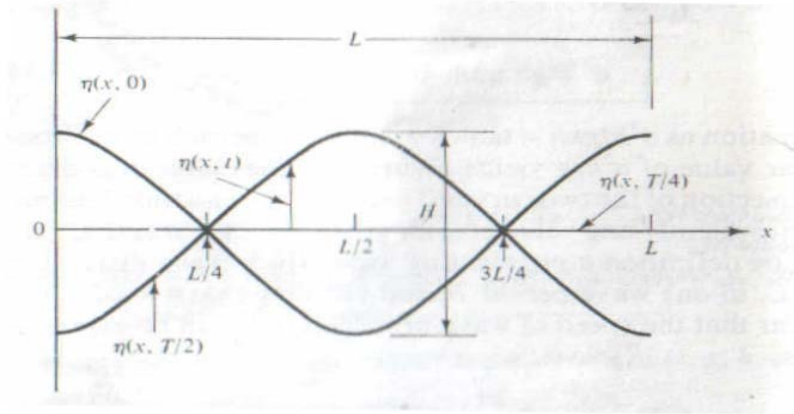
$\sigma^2 = gk \tanh kh$ , olduğu yerde

$$\phi = \frac{H}{2} \frac{g}{\sigma} \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} \cos kx \sin \sigma t$$

$$\eta(x,t) = \frac{1}{g} \frac{\partial \phi}{\partial t} \Big|_{z=0} = \frac{H}{2} \cos kx \cos \sigma t \quad (4.39)$$

bulunmuştur. Dalga formu Şekil 4.5 'te gösterilmiştir.  $\sigma = \pi/2$  'de dalga formu bütün  $x$ 'ler için sınırdır.  $\sigma = 0$  'da cosinüs şekline sahiptir ve diğer zamanlarda farklı büyüklüklerle aynı cosinüs şekline sahip olur. Bu dalga formu herhangi bir yönde yayılmaz, duran bir dalga formu olduğu açıktır.  $kx = \pi/2, 3\pi/2$  ve bunun gibi durumlarda düğümler mevcuttur ki buralarda serbest yüzeyin hareketi yoktur. Gelen dalgalar bütünüyle düşey duvarlar tarafından geri gönderildiği zaman sınırdaki duran dalgalar oluşur.





Şekil 4.5 Duran su dalgası ile birleşik su yüzeyi yerdeğişimi

#### 4.3.4 İlerleyen Dalgalar

Başka bir duran dalga düşünelim,

$$\phi(x, z, t) = \frac{H}{2} \frac{g}{\sigma} \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} \sin kx \cos \sigma t \quad (4.40)$$

Doğrulanabildikçe bu  $h$   $z$  potansiyeli, Laplace denkleminin ve bütün  $s$   $n$   $r$  şartları  $n$   $n$  da bir çözümdür. Bu aslında bizim uygulamak istemediğimiz çözümlerden biridir.  $x$  ve  $t$  terimlerinin fazları  $90^\circ$  dışında olduğu önceki çözümden farklıdır.

Birleşik su yüzey yerdeğişimi, lineerize DFSBC 'da bulunduğu

$$\eta(x, t) = \frac{1}{g} \frac{\partial \phi}{\partial t} \Big|_{z=0} = -\frac{H}{2} \sin kx \sin \sigma t \quad (4.41)$$

gibidir. Hatırlarsak Laplace denklemleri lineerdir ve süperpozisyon prensibi geçerlidir. Yeni çözümler üretmek için, lineer  $s$   $n$   $r$  değer probleminde çözümler ekleyip çarabiliriz. Eğer (4.40) denkleminde mevcut  $h$   $z$  potansiyelini çararsak, önceki (4.32) denklemindeki çözümden

$$\begin{aligned} \phi &= \frac{H}{2} \frac{g}{\sigma} \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} (\cos kx \sin \sigma t - \sin kx \cos \sigma t) \\ &= -\frac{H}{2} \frac{g}{\sigma} \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} \sin(kx - \sigma t) \end{aligned} \quad (4.42)$$

elde ederiz. Bu yeni  $h$   $z$  potansiyelinin bir su yüzeyi seviyesi,

$$\eta(x,t) = \frac{1}{g} \frac{\partial \phi}{\partial t} \Big|_{z=0} = \frac{H}{2} \cos(kx - \sigma t) \quad (4.43)$$

denkleminde verildiği gibidir. İki h z potansiyeli ile ilgili olarak iki değişkeni  $\eta(x,t)$  ç kar rsak ayn sonuç olan

$$\eta(x,t) = \frac{H}{2} \cos kx \cos \sigma t + \frac{H}{2} \sin kx \sin \sigma t = \frac{H}{2} \cos(kx - \sigma t)$$

denklemini elde ederiz. Toplam s n r değer probleminin lineerize olmas ve problemdeki bütün değişkenler için süperpozisyon prensibinin geçerli olmas gibi bu, bir sürpriz değildir. Su yüzey profili için denklem gözden geçirilirse, dalga formunun zamanla yer değiştireceği belirgin olacaktır. Hareketin yönünü belirlemek için,  $t_1$  ve  $t_2$  gibi iki farklı zaman değerinde, dalga formundaki aynı noktayı gözden geçirelim. Noktanın  $x$  yerleşimi de zamanla değişir. Şekil 4.6'da  $t_1$  ve  $t_2$  zamanlarında noktanın,  $x$ 'in yerleşimi gösterilmiştir. Dalganın bir noktadan diğerine yayıldığı hız  $C$

$$C = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$



Şekil 4.6 Yayılan dalga formunun gösterimi

olur. Bunun da ötesinde aynı fazdaki dalgayı gözden geçirirken, dalga tepesindeki aynı noktanın aynı fazdaki ( $x$  ve  $t$ 'nin trigonometrik fonksiyonunun sabit bir değerinde) anlamına geldiğine dikkat ederiz. Bundan dolayı

$$\eta(x_1, t_1) = \eta(x_2, t_2)$$

yada, aslında

$$kx_1 - \sigma t_1 = kx_2 - \sigma t_2$$

$$k(x_1 - x_2) = \sigma(t_1 - t_2)$$

veya önceden olduğu gibi

$$\frac{\sigma}{k} = \frac{2\pi/T}{2\pi/L} = C = \frac{x_1 - x_2}{t_1 - t_2} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

olması bekleriz. Bu yüzden, eğer  $t_2 > t_1$ ,  $x_2 > x_1$ , ise dalga formu soldan sağa yayılır. Trigonometrik fonksiyonların gösterilişi  $(kx + \sigma t)$ 'dir. Dalgalar sağdan sola yayılır (yani  $-x$  yönünde).

**Sığ ve Derin Su İçin Basitleştirmeler:** Hiperbolik fonksiyonların uygun sığ ve derin su asimptotları vardır ve çoğu zaman dalga hareketini tanımlayan denklemlerin basitleştirilmiş formların elde etmek için kullanmakta yarar vardır. Örneğin  $h$  z potansiyeli için adlandırılarak görünen  $\cosh kh$  fonksiyonu,

$$\cosh kh = \frac{e^{kh} + e^{-kh}}{2}$$

olarak tanımlanır. Küçük bir ipucu olarak eksponansiyel fonksiyon  $e^z$  sıfır civarında bir Taylor serisinde aşağıdaki gibi  $z = kh$  olarak genişletilebilir.

$$e^{(0+kh)} = e^0 + \frac{de^z}{dz} \Big|_{z=0} kh + \frac{d^2e^z}{dz^2} \Big|_{z=0} \frac{(kh)^2}{2!} + \dots$$

yada

$$e^{kh} = 1 + kh + \frac{(kh)^2}{2} + \dots$$

Tabii ki  $e^{-kh}$  aşağıdaki gibidir.

$$e^{-kh} = 1 - kh + \frac{(kh)^2}{2} + \dots$$

Bu yüzden küçük  $kh$  için,

$$\cosh kh = \frac{1}{2} \left[ \left( 1 + kh + \frac{(kh)^2}{2} + \dots \right) + \left( 1 - kh + \frac{(kh)^2}{2} + \dots \right) \right]$$

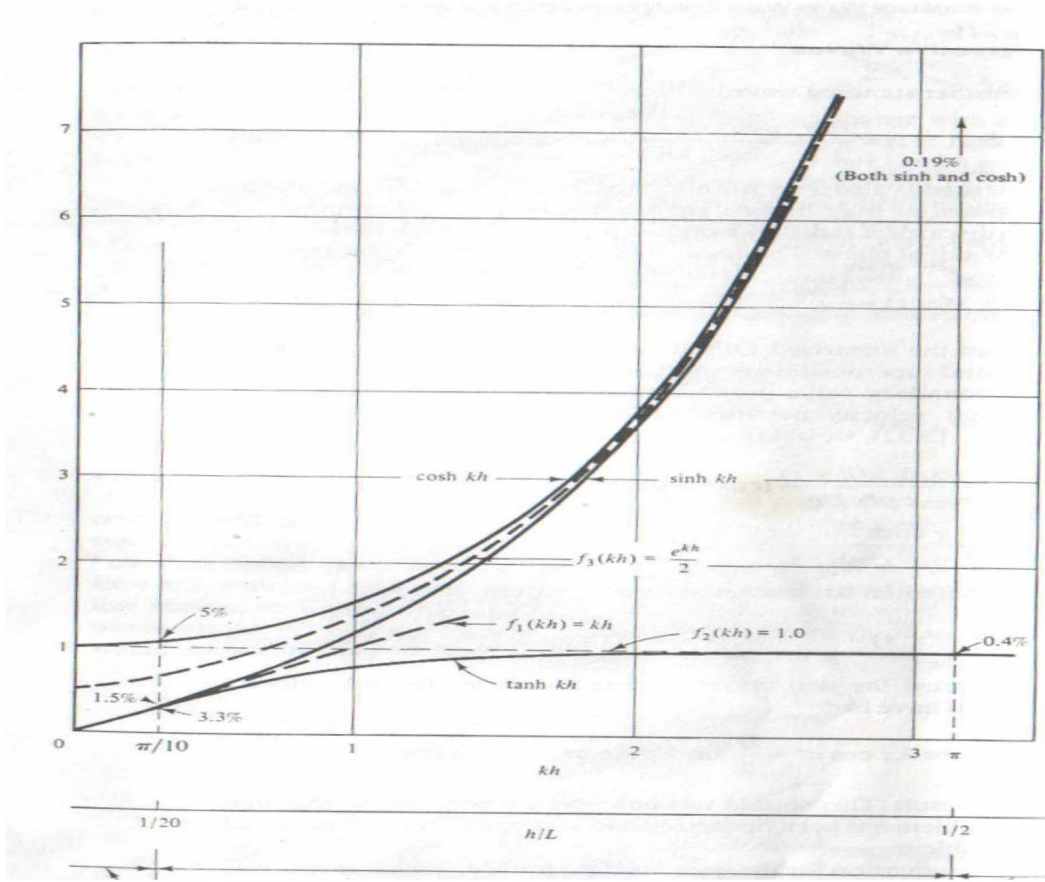
$$\cong 1 + \frac{(kh)^2}{2}$$

olur.  $e^{-kh}$  çok küçük olursa büyük  $kh$  için  $\cosh kh = e^{kh}/2$  gibi olur. Tablo 4.2 asimptotlar gösterir.

Tablo 4.2 Hiperbolik fonksiyonlar n asimptotik formu

Fonksiyon	Büyük kh	Küçük kh
$\cosh kh$	$e^{kh}/2$	1
$\sinh kh$	$e^{kh}/2$	kh
$\tanh kh$	1	kh

Bu asimptotik yaklaşımlar n hangilerinin geçerli olduğunu bölgelerinde ayrt etmek için zaman harcamak gerekir. Şekil 4.7  $f_1 = kh$ ,  $f_2 = 1.0$ ,  $f_3 = e^{kh}/2$  asimptotlar ile beraber hiperbolik fonksiyonlar n bir alan d r. Şekil 4.7 'de gösterilen oran değerleri fonksiyonun gerçek değerini kullanmaktan daha çok  $kh$ ' n belli aral klar için, asimptotlar kullanarak yakalanan hatalar temsil eder. En büyük hata %5'tir. Şekilde en düşük değer bağı l derinliktir. Dikkat ediniz ki bu boyutsuz temsile bağı l olarak suyun 1000 m'sinde 200 m uzunluğunda bir uzun dalga, 1.0 m suyun 0.2 m dalgas ile ayn bağı l derinliğe sahiptir. Üç bölge için limitler şekilde belirtilmiştir:  $kh < \pi/10$ ,  $\pi/10 < kh < \pi$ , ve  $kh > \pi$ . Bu bölgeler s ğ su ara derinlik ve derin su bölgeleri olarak s ras yla tan mlan r. Özel uygulamalar için bu bölgelerin s n rlar n değiştirmek doğru olabilir.



Sığ su dalgalar  
(Uzun dalgalar)

Orta derinlik dalgalar

Derin su dalgalar  
(Kısa dalgalar)

Şekil 4.7 Hiperbolik fonksiyonlara bağlı derinlik ve asimptotlar

**Sığ ve Derin Suda Yayılma Bağıntısı:** Sığ su için yayılma bağıntısı aşağıdaki durumda azalır:

$$\sigma^2 = gk \tanh kh = gk^2 h$$

veya

$$\frac{\sigma^2}{k^2} = C^2 = gh$$

ve

$$C = \sqrt{gh} \quad (4.44)$$

Sığ suda su hızı, yalnızca su derinliği ile bulunur. Sığ suyun tanımında bağlı derinlik baz alınmıştır. Okyanus için  $h \approx 1$  km olduğu yerde, 20 km'lik bir

dalga s ğ sudad r. Örne ğ in, okyanus s n rlar n n, deprem hareketlerinin sebep oldu ğ u Tsunamiler bundan çok daha uzun dalgalar d r. Bu uzun dalgalar n okyanus çukurundaki h z yaklaş k 100 m/sn'dir.

Derin su için  $kh > \pi$ ,

$$L_o = \frac{g}{2\pi} T^2$$

ve

$$C_o = \frac{g}{2\pi} T \quad (4.45)$$

oldu ğ u yerde

$$\sigma^2 = gk \tanh kh \approx gk$$

$L = L_o$  olur.

#### 4.3.5 Küçük Genlikli Dalgalar İçin Akım Fonksiyonu

Uygunluk için, h z potansiyeli küçük genlikli dalga teorisini geliştirmek için kullan lm ř t r. Ak m fonksiyonu ba ğ nt s n n s k s k kullan lmas uygundur. Bu yüzden h z potansiyellerinden onlar türetebilmek için Cauchy-Riemann

$\left(\frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{\partial \psi}{\partial z}\right)$  ve  $\left(\frac{\partial \phi}{\partial z} = -\frac{\partial \psi}{\partial x}\right)$  denklemini kullanabiliriz.

#### İlerleyen dalgalar

$$\phi(x, z, t) = -\frac{H}{2} \frac{g}{\sigma} \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} \sin(kx - \sigma t) \quad (4.46)$$

ve

$$\psi(x, z, t) = -\frac{H}{2} \frac{g}{\sigma} \frac{\sinh k(h+z)}{\cosh kh} \cos(kx - \sigma t) \quad (4.47)$$

Koordinat sistemini dalga h z ile yatay olarak çözebilmek için, form de ğ işikli ğ i olmaks z n, yay lan ilerleyen dalgalarda genellikle uygun olan  $C$  h z ile düzgün bir ak ř şart elde edilir.

$$\psi = Cz - \frac{H}{2} \frac{g}{\sigma} \frac{\sinh k(h+z)}{\cosh kh} \cos kx \quad (4.48)$$

### Duran Dalgalar

Daha önceden

$$\phi = \frac{H}{2} \frac{g}{\sigma} \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} \cos kx \sin \sigma \quad (4.49)$$

ve

$$\psi = -\frac{H}{2} \frac{g}{\sigma} \frac{\sinh k(h+z)}{\cosh kh} \sin kx \sin \sigma \quad (4.50)$$

denklemleri elde edilmişti.  $\psi$  ak m çizgisini,  $\phi$  potansiyel çizgisini temsil eder.





T, d ve H ' n verilen değerleri için uygun bir teorinin seçiminde Şekil 2.3 bir rehber olarak kullan labilir. Şekilde gösterilen  $U_r$  Ursell veya Stokes parametrelerinin büyüklüğü, belli bir dalga teorisinin kullan lacağ bölgelerin s n rlar n n tesbitinde kullan labilir. Denkleminin uzun dalgalar için geçerli olmas halinde parametreyi ilk ortaya atan Stokes (1847), parametrenin küçük olmas gerektiğini ifade etti.

$$U_r = \frac{L^2 H}{d^3} \quad (5.1)$$

Parametre (5.1) ile tan mlan r. Lineer teoride dalga karakteristiklerini önceden hassas bir Şekilde bilmek için, Şekil 2.3 'te gösterildiği gibi hem dalga dikliği  $\frac{H}{gT^2}$  'nin hem de Ursell parametresinin küçük olmas gerekir.

Tablo 5.1 Lineer (Airy) dalga teorisinin özellikleri (Dalga karakteristikleri)

RELATIVE DEPTH 1	SHALLOW WATER $\frac{d}{L} < \frac{1}{25}$	TRANSITIONAL WATER $\frac{1}{25} < \frac{d}{L} < \frac{1}{2}$	DEEP WATER $\frac{d}{L} > \frac{1}{2}$
1. Wave profile	Same As →	$\eta = \frac{H}{2} \cos \left[ \frac{2\pi x}{L} - \frac{2\pi t}{T} \right] = \frac{H}{2} \cos \theta$	← Same As
2. Wave celerity	$C = \frac{L}{T} = \sqrt{gd}$	$C = \frac{L}{T} = \frac{gT}{2\pi} \tanh \left( \frac{2\pi d}{L} \right)$	$C = C_0 = \frac{L}{T} = \frac{gT}{2\pi}$
3. Wavelength	$L = T \sqrt{gd} = CT$	$L = \frac{gT^2}{2\pi} \tanh \left( \frac{2\pi d}{L} \right)$	$L = L_0 = \frac{gT^2}{2\pi} = C_0 T$
4. Group velocity	$C_g = C = \sqrt{gd}$	$C_g = nC = \frac{1}{2} \left[ 1 + \frac{4\pi d/L}{\sinh(4\pi d/L)} \right] \cdot C$	$C_g = \frac{1}{2} C = \frac{gT}{4\pi}$
5. Water Particle Velocity (a) Horizontal	$u = \frac{H}{2} \sqrt{\frac{g}{d}} \cos \theta$	$u = \frac{H}{2} \frac{gT}{L} \frac{\cosh [2\pi(z+d)/L]}{\cosh(2\pi d/L)} \cos \theta$	$u = \frac{\pi H}{T} e^{\frac{2\pi z}{L}} \cos \theta$
(b) Vertical	$w = \frac{H\pi}{T} \left( 1 + \frac{z}{d} \right) \sin \theta$	$w = \frac{H}{2} \frac{gT}{L} \frac{\sinh [2\pi(z+d)/L]}{\cosh(2\pi d/L)} \sin \theta$	$w = \frac{\pi H}{T} e^{\frac{2\pi z}{L}} \sin \theta$
6. Water Particle Accelerations (a) Horizontal	$a_x = \frac{H\pi}{T} \sqrt{\frac{g}{d}} \sin \theta$	$a_x = \frac{g\pi H}{L} \frac{\cosh [2\pi(z+d)/L]}{\cosh(2\pi d/L)} \sin \theta$	$a_x = 2H \left( \frac{\pi}{T} \right)^2 e^{\frac{2\pi z}{L}} \sin \theta$
(b) Vertical	$a_z = -2H \left( \frac{\pi}{T} \right)^2 \left( 1 + \frac{z}{d} \right) \cos \theta$	$a_z = -\frac{g\pi H}{L} \frac{\sinh [2\pi(z+d)/L]}{\cosh(2\pi d/L)} \cos \theta$	$a_z = -2H \left( \frac{\pi}{T} \right)^2 e^{\frac{2\pi z}{L}} \cos \theta$
7. Water Particle Displacements (a) Horizontal	$\xi = -\frac{HT}{4\pi} \sqrt{\frac{g}{d}} \sin \theta$	$\xi = -\frac{H}{2} \frac{\cosh [2\pi(z+d)/L]}{\sinh(2\pi d/L)} \sin \theta$	$\xi = -\frac{H}{2} e^{\frac{2\pi z}{L}} \sin \theta$
(b) Vertical	$\zeta = \frac{H}{2} \left( 1 + \frac{z}{d} \right) \cos \theta$	$\zeta = \frac{H}{2} \frac{\sinh [2\pi(z+d)/L]}{\sinh(2\pi d/L)} \cos \theta$	$\zeta = \frac{H}{2} e^{\frac{2\pi z}{L}} \cos \theta$
8. Subsurface Pressure	$p = \rho g (\eta - z)$	$p = \rho g \eta \frac{\cosh [2\pi(z+d)/L]}{\cosh(2\pi d/L)} - \rho g z$	$p = \rho g \eta e^{\frac{2\pi z}{L}} - \rho g z$

## 6. CNOİDAL DALGA TEORİSİ

S ğ suda yay lan uzun sonlu genlikli dalgalar en iyi Cnoidal dalga teorisi ile tariflenebilir. Bu tip dalgalar ilk defa Boussinesq (1877) taraf ndan tan mlanmaya çal ş lm ş t r. Ancak teori orijinal olarak Korteweg De Vries (1895) taraf ndan geliştirilmiştir. Cnoidal ifadesi ise dalga profilinin, genellikle cn ile gösterilen Jacobian eliptik cosinüs fonksiyonuyla tariflenmesinden dolayı r (CERC, 1984).

Cnoidal dalga teorisinin kullan lma s n rlar  $d/L < 1/8$  ve Ursell (veya Stokes) say s n n  $L^2H/d^3 > 26$  oldu ğ u de ğ erlerdir. Dalga boyu uzarsa ve sonsuza giderse Cnoidal dalga teorisi Solitary dalga teorisine indirgenir. E ğ er dalga yüksekli ğ inin su derinli ğ ine oran küçülürse dalga profili lineer dalga profili (sinüzoidal profil) ile belirlenebilir. Cnoidal dalga teorisine ait denklemler Boussinesq denklemleri olarak da isimlendirilmektedir. S ğ su şartlar nda dalga boyu su derinli ğ inden büyük olmas na ra ğ men dalga eğrili ğ i oldukça fazlad r ve dalga tepesinin alt nda bas nç da ğ l m hidrostatik bas nç da ğ l m na uymayacaktır. Boussinesq denklemlerinin çözümleri k smen uzun dalga k smen de k sa dalga özelliklerine sahiptirler.

Cnoidal dalgalar için partiküllerin h zlar n n, ivmelerinin ve enerjisinin belirlenmesi oldukça zordur. Wiegel (1960 -1964) ve Mash (1964) taraf ndan teorik zorluklardan dolayı grafik olarak da izah edilmiştir. Ş ekil 6.2 – 6.8 dalga karakteristikleri, eliptik integralin k modülü ile verilen terimler yard m yla parametrik formda verilmiştir. k modülünün yaln z baş na fiziksel bir anlam yoktur, sadece farklı dalga parametreleri aras ndaki ba ğ nt y sağlamaktadır. Buna göre su yüzeyine ait ordinat de ğ eri tabandan itibaren  $y_s$  ile ölçülür.

$$y_s = y_t + Hcn^2 \left[ 2K(k) \left( \frac{x}{L} - \frac{t}{T} \right) k \right] \quad (6.1)$$

burada,  $y_t$  deniz taban ndan dalga çukuruna olan mesafe, cn eliptik cosine fonksiyonu,  $K(k)$  birinci mertebeden eliptik integral, k eliptik integralin modülüdür.  $cn^2$  genellikle literatürde ( ) şeklinde verilir, böylece (6.1) ifadesi a ş a ğ daki gibi yaz l r.

$$y_s = y_t + Hcn^2\left(\frac{x}{L} - \frac{t}{T}\right)k \quad (6.2)$$

Eliptik cosine fonksiyonu periyodik bir fonksiyondur, burada  $cn^2\left[2K(k)\left(\frac{x}{L} - \frac{t}{T}\right)k\right]$  bire eşit olan maksimum bir genliğe sahiptir. Böylece  $k$  modülü 0 ile 1 arasında değişir.  $k=0$  olduğunda dalga profili lineer dalga teorisinde olduğu gibi sinüzoidal olur.  $k=1$  olduğunda ise dalga profili Solitary dalgaya yaklaşır. Deniz tabanından dalga çukuruna olan  $y_t$  mesafesi aşağıdaki ifade ile verilebilir.

$$\frac{y_t}{d} = \frac{y_c}{d} - \frac{H}{d} = \frac{16d^2}{3L^2} K(k)[K(k) - E(k)] + 1 - \frac{H}{d} \quad (6.3)$$

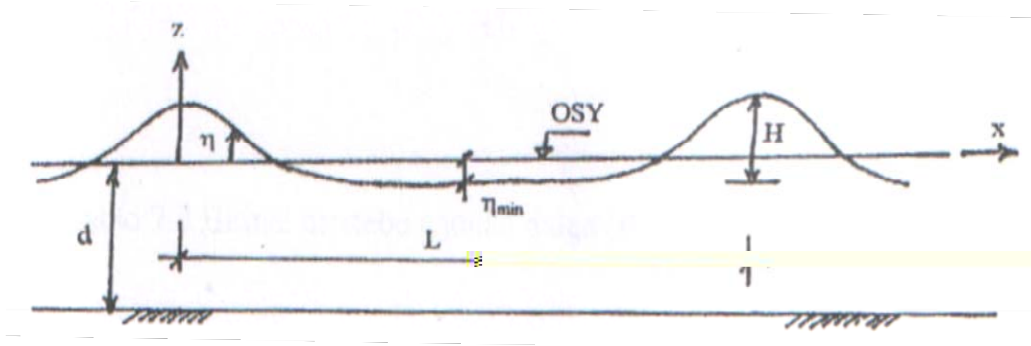
burada  $y_c$  deniz tabanından dalga tepesine olan mesafe,  $E(k)$  ikinci mertebeden eliptik integraldir. Dalga boyu (uzunluğu)

$$L = \sqrt{\frac{16d^3}{3H}} kK(k) \quad (6.4)$$

Dalga periyodu

$$T = \sqrt{\frac{g}{d}} = \sqrt{\frac{16y_t}{3H}} \frac{d}{y_t} \left[ \frac{kK(k)}{1 + \frac{H}{y_t k^2} \left( \frac{1}{2} - \frac{E(k)}{K(k)} \right)} \right] \quad (6.5)$$

Cnoidal dalgalar periyodik formlardır, böylece  $L=CT$  alınabilir.



Şekil 6.1 Cnoidal dalga ve özellikleri

Tabandan  $y$  kadar mesafede Cnoidal dalga n alt nda bas nç yerel su partikülünün  $h z$  na bağı d r ve bu nedenden dolayı ifade edilmesi oldukça zordur. Ancak problemi basite indirgemek amacıyla bas nç dağı l m n n hidrostatik bas nç dağı l m na uyduğı kabul edilir, bu takdirde;

$$p = \rho g (y_s - y) \quad (6.6)$$

ifadesiyle verilebilir.

S ğ su şartlar nda çözüm serilerinde pertürbasyon parametresi olarak art k Stokes dalga teorisinde kullanılan  $H/L$  dalga dikliği yerine  $H/d$  derinlik parametresi kullan l r. Korteweg ve De Vries  $(H/d)^2$  derinlik parametresine bağı ml olarak s ğ su dalgas na ait bir karakteristiğı tanımlam ş (burada  $d$  dalga çukurunun alt ndaki derinliktir) daha sonra Laitone (1960) bu teoriyi ikinci mertebeden terimler kullanarak geliştirmiştir. Ancak bu durumda çözüm bilgisayar desteğı ile mümkün olmaktadır.

İdeal olarak, bu teori dalga hareketini s ğ suya bağı l olarak en iyi tanımlayan teori olduğundan, s ğlaşma hesaplar Cnoidal dalga teorisi kullan larak en iyi şekilde gerçekleştirilebilir. Basitçe Cnoidal dalga teorisinin uygulanmas için tam olarak karşı lanmas prosedürü yoktur. Lineer dalga teorisinin s k kullan lmas na rağmen, 6.2 - 6.8 gibi şekillerin kullan lmas ile Cnoidal teori uygulanabilir.

$H/d$ 'nin birinci mertebeden değerleri (Tablo 6.1) kullan larak Cnoidal dalgaya ait (Şekil 6.1) temel denklemler ve çözüm algoritmas aşağ daki gibi verilmiştir (Battjes, 1984).

Tablo 6.1 Birinci merteye Cnoidal dalga (Battjes, 1984)

TEMEL DENKLEMLER		
Büyüklük	Birim	İfade
A	(--)	$A \equiv \frac{2}{k} - 1 - \frac{3}{k} \frac{E}{K}$
B	(--)	$B \equiv \frac{1}{k^2} \left[ \frac{1}{3} (3k_1^2 - k_1 + (2 - 4k_1) \frac{E}{K}) - (k_1 - \frac{E}{K})^2 \right]$
C	(m/s)	$\sqrt{gd \left( 1 + A \frac{H}{d} \right)}$
E	(W/m)	$\rho g H^2 B c$
$\eta$	(m)	$\eta_{\min} + H c n^2(0, k)$
$\eta_{\max}$	(m)	$\eta_{\min} + H$
$\eta_{\min}$	(m)	$H \left( \frac{1}{k} \left( 1 - \frac{E}{K} \right) - 1 \right)$
$\theta$	(--)	$\theta \equiv 2K \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{L} \right)$
$U_R$	(--)	$U_R \equiv \frac{HL^2}{d^3} = \frac{16}{3} kK^2$
$U_{\max}$	(m/s)	$c \left[ \frac{\eta_{\max}}{d} - \left( \frac{\eta_{\max}}{d} \right)^2 - 4 \left( \frac{1}{3} - \left( \frac{z+d}{d} \right)^2 \right) \frac{HK^2}{gT^2} \right]$
$U_{\min}$	(m/s)	$c \left[ \frac{\eta_{\min}}{d} - \left( \frac{\eta_{\min}}{d} \right)^2 - 4k_1 \left( \frac{1}{3} - \left( \frac{z+d}{d} \right)^2 \right) \frac{HK^2}{gT^2} \right]$
$k_1$	(--)	$k_1 \equiv 1 - k$
$W_{\max}$	(m/s)	$W_{\max} = \pm \frac{8\sqrt{3}}{g} K \frac{H}{L} c_0 \frac{z+d}{d} \quad (k \approx 1 \text{ için})$
$p^+_{\max}$	(N/m <sup>2</sup> )	$\rho g \left[ \eta_{\max} - 4d \left( 1 - \left( \frac{z+d}{d} \right)^2 \right) \frac{HK^2}{gT^2} \right]$
$p^+_{\min}$	(N/m <sup>2</sup> )	$\rho g \left[ \eta_{\min} - 4dk_1 \left( 1 - \left( \frac{z+d}{d} \right)^2 \right) \frac{HK^2}{gT^2} \right]$
p	(N/m <sup>2</sup> )	$p^+ - \rho g z$

Tablo 6.2 Cnoidal dalga fonksiyonlar (Battjes, 1984)

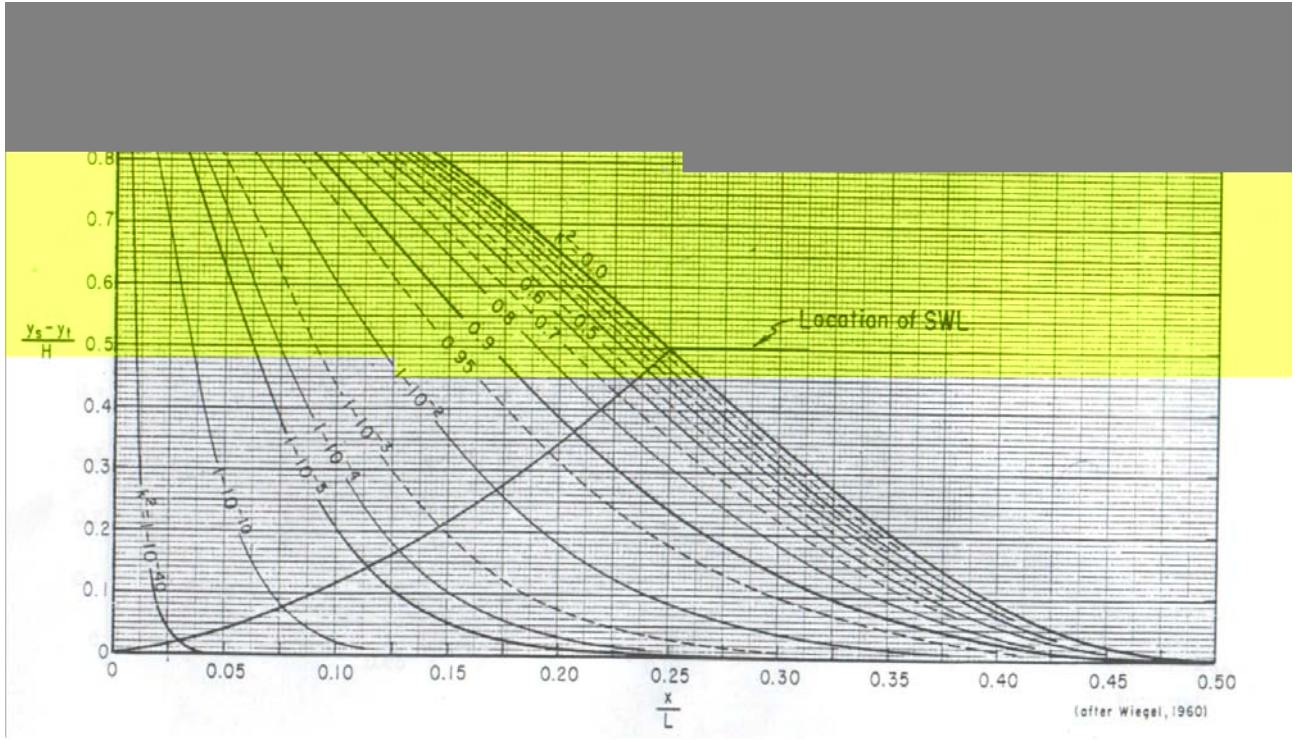


2	(-1)1.410	(-1)8.590	1.051	1.514			
3	(-1)2.038	(-1)7.962	1.662	1.487	-0.486	-4.365	0.1249
4	(-1)2.619	(-1)7.381	1.692	1.462	-0.481	-3.261	0.1249
5	(-1)3.157	(-1)6.843	1.723	1.438	-0.476	-2.596	0.1249
6	(-1)3.655	(-1)6.345	1.754	1.416	-0.472	-2.151	0.1248
7	(-1)4.116	(-1)5.884	1.786	1.394	-0.467	-1.830	0.1247
8	(-1)4.543	(-1)5.457	1.817	1.373	-0.462	-1.588	0.1246
9	(-1)4.937	(-1)5.063	1.849	1.354	-0.458	-1.399	0.1245
10	(-1)5.302	(-1)4.698	1.881	1.335	-0.453	-1.245	0.1244
11	(-1)5.639	(-1)4.361	1.912	1.318	-0.449	-1.119	0.1243
12	(-1)5.952	(-1)4.048	1.944	1.301	-0.444	-1.012	0.1242
13	(-1)6.240	(-1)3.760	1.976	1.285	-0.440	-0.921	0.1241
14	(-1)6.507	(-1)3.493	2.008	1.270	-0.435	-0.842	0.1239
15	(-1)6.754	(-1)3.246	2.041	1.256	-0.431	-0.773	0.1238
16	(-1)6.982	(-1)3.018	2.073	1.243	-0.426	-0.712	0.1236
17	(-1)7.194	(-1)2.806	2.105	1.230	-0.422	-0.657	0.1234
18	(-1)7.389	(-1)2.611	2.137	1.218	-0.418	-0.607	0.1233
19	(-1)7.570	(-1)2.430	2.169	1.207	-0.414	-0.652	0.1231
20	(-1)7.738	(-1)2.262	2.201	1.196	-0.410	-0.521	0.1229
22	(-1)8.036	(-1)1.964	2.266	1.176	-0.402	-0.449	0.1225
24	(-1)8.293	(-1)1.707	2.329	1.158	-0.394	-0.387	0.1220
26	(-1)8.513	(-1)1.487	2.393	1.142	-0.386	-0.333	0.1216
28	(-1)8.702	(-1)1.298	2.456	1.128	-0.379	-0.285	0.1211
30	(-1)8.866	(-1)1.134	2.519	1.116	-0.372	-0.243	0.1206
32	(-1)9.006	(-2)9.937	2.581	1.104	-0.365	-0.204	0.1201
34	(-1)9.128	(-2)8.720	2.643	1.094	-0.358	-0.170	0.1195
36	(-1)9.233	(-2)7.666	2.704	1.085	-0.352	-0.138	0.1190
38	(-1)9.325	(-2)6.753	2.764	1.077	-0.345	-0.109	0.1184
40	(-1)9.404	(-2)5.959	2.824	1.070	-0.339	-0.082	0.1179
42	(-1)9.473	(-2)5.268	2.883	1.063	-0.334	-0.056	0.1173
44	(-1)9.533	(-2)4.665	2.942	1.057	-0.328	-0.033	0.1167
46	(-1)9.586	(-2)4.139	3.000	1.052	-0.323	-0.011	0.1161
48	(-1)9.632	(-2)3.678	3.057	1.047	-0.317	0.009	0.1155
50	(-1)9.673	(-2)3.274	3.113	1.043	-0.312	0.029	0.1149

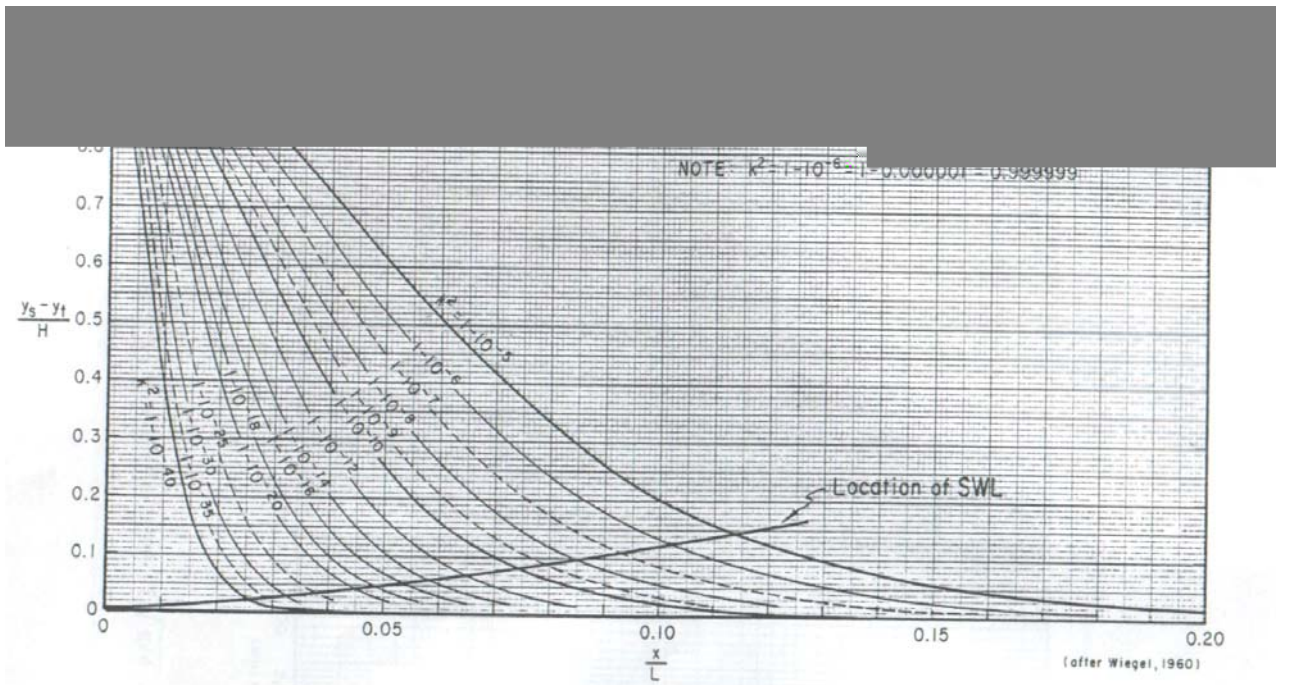


Tablo 6.2 Devam

$U_R$	$k$	$k_1$	$K$	$E$	$\frac{\eta_{\infty}}{H}$	$A$	$B$
50	(-1)9.673	(-2)3.274	3.113	1.043	-0.312	0.029	0.1149
55	(-1)9.753	(-2)2.466	3.252	1.034	-0.301	0.072	0.1134
60	(-1)9.813	(-2)1.874	3.386	1.027	-0.290	0.111	0.1119
65	(-1)9.856	(-2)1.438	3.516	1.022	-0.280	0.145	0.1104
70	(-1)9.889	(-2)1.112	3.643	1.017	-0.271	0.175	0.1090
75	(-1)9.913	(-3)8.668	3.766	1.014	-0.263	0.203	0.1075
80	(-1)9.932	(-3)6.805	3.886	1.012	-0.255	0.227	0.1061
85	(-1)9.946	(-3)5.379	4.003	1.009	-0.248	0.250	0.1048
90	(-1)9.957	(-3)4.278	4.117	1.008	-0.242	0.271	0.1034
95	(-1)9.966	(-3)3.423	4.228	1.006	-0.235	0.290	0.1021
100	(-1)9.972	(-3)2.753	4.336	1.005	-0.230	0.308	0.1009
150	(-1)9.996	(-4)3.995	5.304	1.001	-0.188	0.434	0.0902
200	(-1)9.999	(-5)7.674	6.124	1.000	-0.163	0.510	0.0822
250	1.000	(-5)1.808	6.847	1.000	-0.146	0.562	0.0760
300	1.000	(-6)4.894	7.500	1.000	-0.133	0.600	0.0711
350	1.000	(-6)1.471	8.101	1.000	-0.123	0.630	0.0671
400	1.000	(-7)4.807	8.660	1.000	-0.115	0.654	0.0636
450	1.000	(-7)1.681	9.186	1.000	-0.109	0.673	0.0607
500	1.000	(-8)6.224	9.682	1.000	-0.103	0.690	0.0582
550	1.000	(-8)2.419	10.155	1.000	-0.098	0.705	0.0560
600	1.000	(-9)9.803	10.607	1.000	-0.094	0.717	0.0540
650	1.000	(-9)4.122	11.040	1.000	-0.091	0.728	0.0522
700	1.000	(-9)1.791	11.456	1.000	-0.087	0.738	0.0506
750	1.000	(-10)8.015	11.849	1.000	-0.084	0.747	0.0491
800	1.000	(-10)3.682	12.247	1.000	-0.082	0.755	0.0478
850	1.000	(-10)1.733	12.654	1.000	-0.079	0.762	0.0465
900	1.000	(-11)8.333	12.990	1.000	-0.077	0.769	0.0454
950	1.000	(-11)4.089	13.346	1.000	-0.075	0.775	0.0443
1000	1.000	(-11)2.044	13.693	1.000	-0.073	0.781	0.0434
2000	1.000	(-16)2.421	19.365	1.000	-0.052	0.845	0.0318
3000	1.000	(-20)4.015	23.717	1.000	-0.042	0.874	0.0263
4000	1.000	(-23)2.611	27.386	1.000	-0.037	0.890	0.0230
5000	1.000	(-26)4.066	30.619	1.000	-0.033	0.902	0.0207
6000	1.000	(-26)1.117	33.541	1.000	-0.030	0.911	0.0190
7000	1.000	(-31)5.451	36.228	1.000	-0.028	0.917	0.0176
8000	1.000	(-33)3.663	38.730	1.000	-0.026	0.923	0.0165
9000	1.000	(-35)3.336	41.079	1.000	-0.024	0.927	0.0156
10000	1.000	(-37)3.918	43.301	1.000	-0.023	0.931	0.0149
$\infty$	1.000	0.000	$\infty$	1.000	-0.000	1.000	0.0000

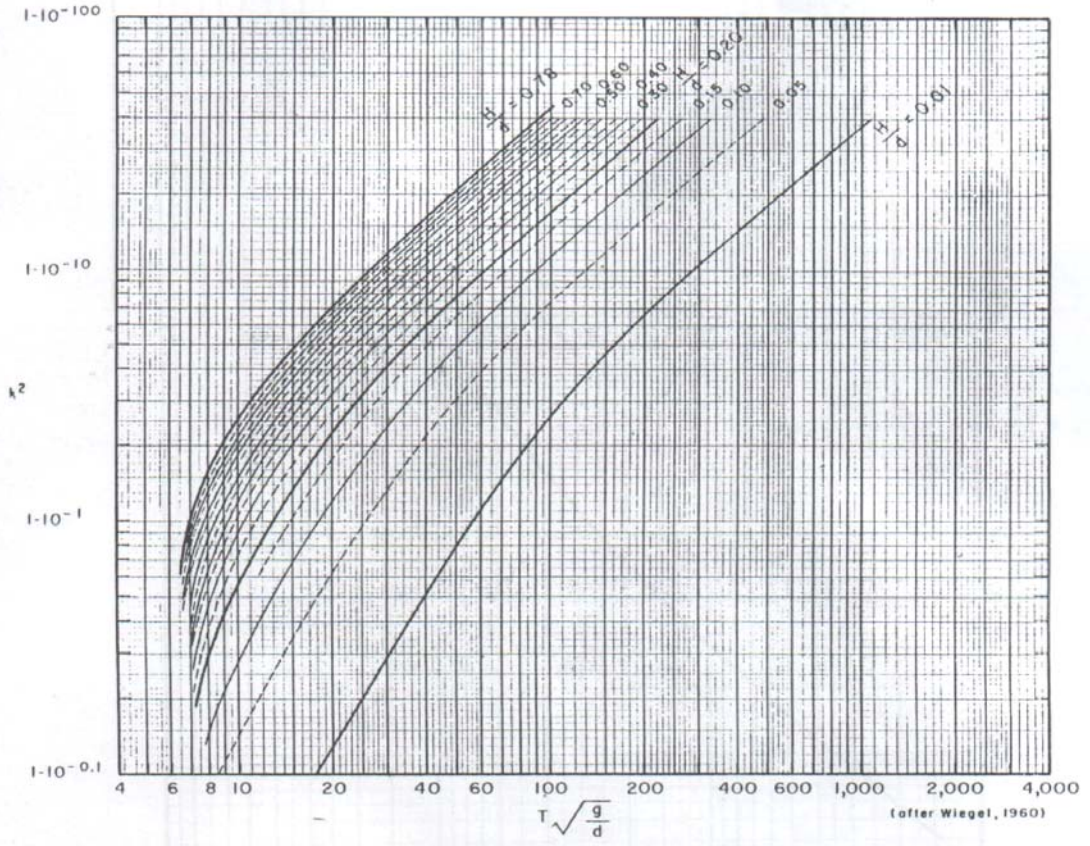


Şekil 6.2  $k^2$  nin fonksiyonu olarak Cnoidal dalga profili

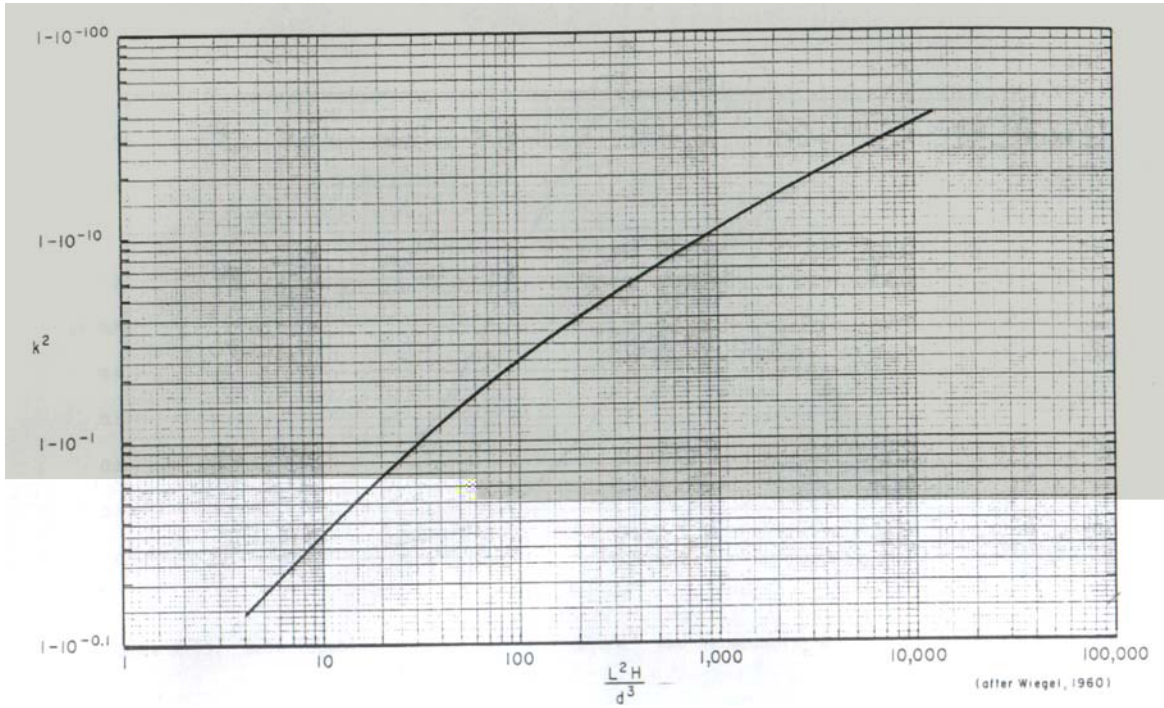


Şekil 6.3  $k^2$  nin fonksiyonu olarak Cnoidal dalga profili

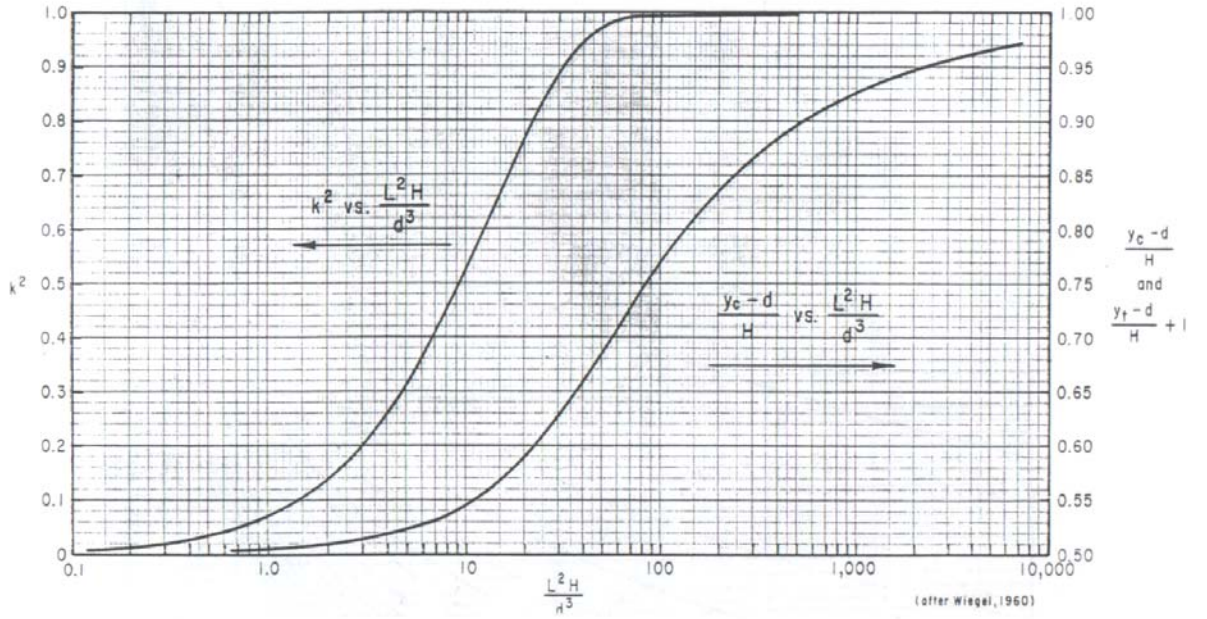




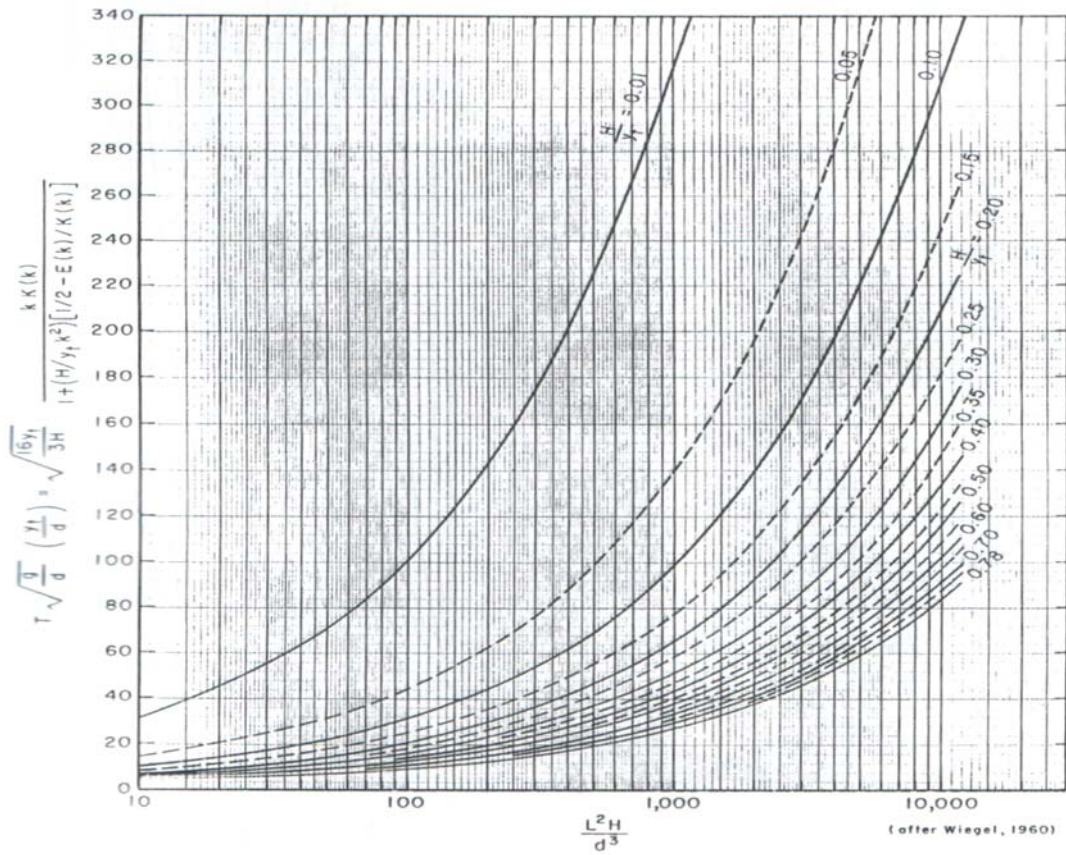
Şekil 6.4  $k^2$ ,  $H/d$  ve  $T\sqrt{g/d}$  arasındaki bağıntı



Şekil 6.5  $k^2$  ve  $L^2H/d^3$  arasındaki bağıntı

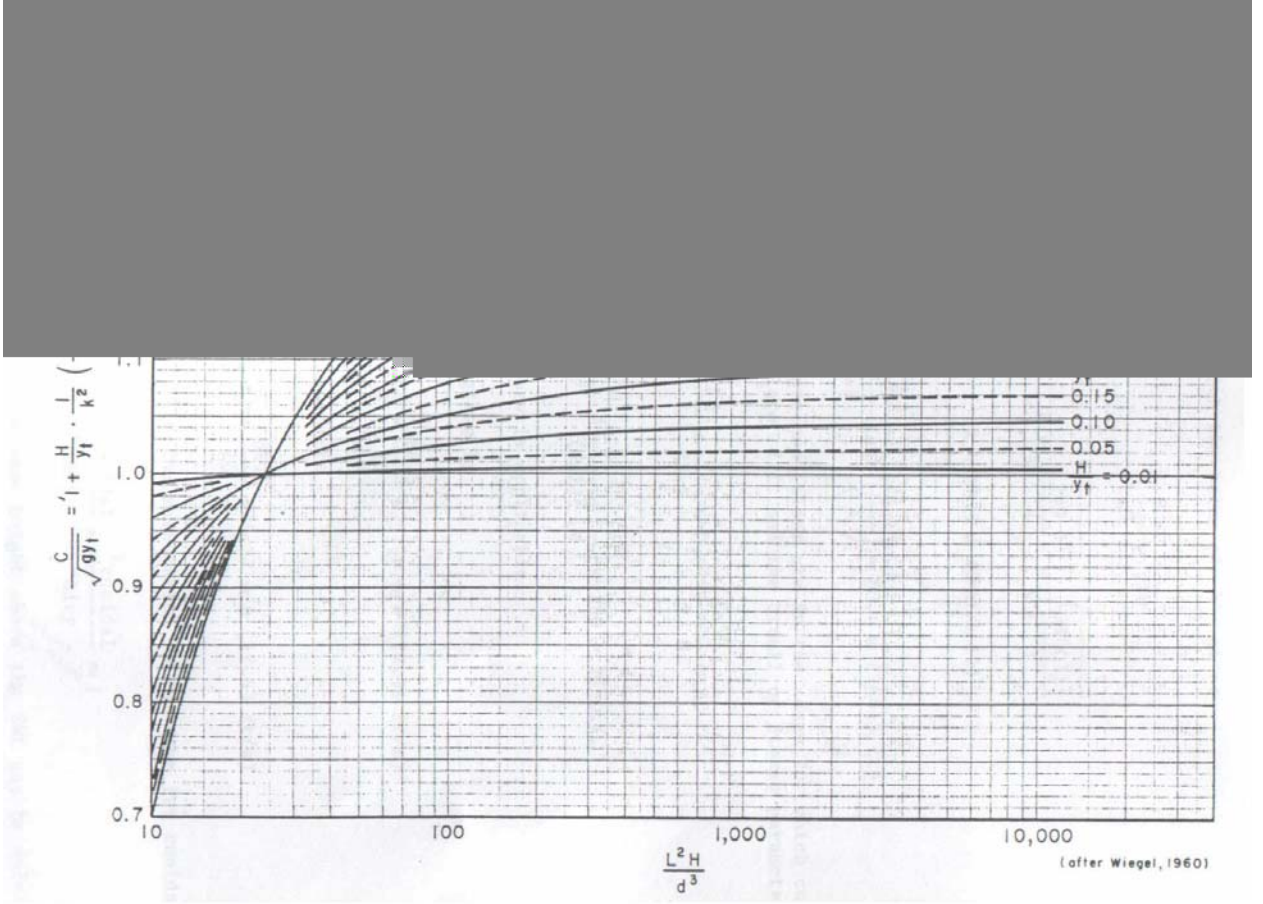


Şekil 6.6  $k^2$  ve  $L^2H/d^3$  ile  $(y_c - d)/H$ ,  $(y_t - d)/H + 1$  ve  $L^2H/d^3$  arasındaki bağıntı



Şekil 6.7  $T\sqrt{g/d}(y_t/d)$ ,  $H/y_t$  ve  $L^2H/d^3$  arasındaki bağıntı





Şekil 6.8  $c/\sqrt{gy_t}$ ,  $H/y_t$  ve  $L^2H/d^3$  arasındaki bağıntı

## 7. SOLİTARY DALGA TEORİSİ

Daha önceki bölümlerde değinilen dalgalar titreşimli yada titreşime yakın dalgalardır. Su partikülleri her bir dalga için geçişi ile ileri ve geri doğru hareket ederler. Su dalgaları için belirgin bir dalga tepesi ve bir dalga çukuru vardır. Bir Solitary dalga için ne bir titreşimi ne de bir çukuru vardır. Özet olarak Solitary dalga formu tamamen durgun su seviyesi üzerinde uzanır. Solitary dalga su kütlesine bağlı bir dalgadır.

Dalgalar üzerindeki ilk sistematik araştırmalar ve deneylerin Russell (1838, 1844) 'a ait olduğu söylenebilir. Russell ilk defa Solitary dalga için varlığını tanımlamıştır. Doğada deneysel olan Russell'in sonuçları daha sonra teorik olarak doğrulanmıştır. Orjinal teorik gelişmeler Boussinesq (1872), Rayleigh (1876), McCowan (1891) ve daha yeni olarak da Keulegan ve Patterson (1940), Keulegan (1948) ve Iwasa (1955) tarafından yapılmıştır.

Dalga için sürükleyen kenarında genellikle küçük dağılan dalgalar olduğundan gerçek Solitary dalga doğada oluşturmak zordur. Toprak kayması ve deprem gibi suyun büyük çapta yer değiştirmesine neden olan tsunamiler ve dalgalar gibi uzun dalgalar bazen hemen hemen Solitary dalgayı benzer şekilde hareket ederler. Titreşimli bir dalga sığ suya gelince, Solitary bir dalga tarafından sık sık yaklaşılabilir (Munk, 1949). Titreşimli bir dalga sığ suya girdikçe dalga genliği yavaş yavaş yükselir, tepeler daha kısa oluşur, daha belirginleşir ve çukur daha uzun ve daha düz hale dönüşür.

Çok sığ su şartlarında dalgalar uzun yatay dalga çukuru ve çok dik tepeli bir görünüm alırlar. Bu durumda ardışık dalgalar birbirlerinden bağımsız olarak göz önüne alınabilirler ve dalga periyodu artık dalga özelliklerinin gelişiminde etkin parametre olmaktan çıkar. Solitary dalga teorisi tekil bir dalga gibi düşünülür.

Solitary dalga Cnoidal dalgayı ait eliptik parametrenin ( $k$ ) birine yaklaştığı özel bir haldir.  $k^2=1$  olduğunda  $K(k)=K(1)=\infty$  olur ve eliptik cosinüs, hiperbolik sekant fonksiyonunu indirger,  $y_t=d$  ve (7.1) denklemi

$$y_s = d + H \operatorname{sech}^2 \left[ \sqrt{\frac{3}{4}} \frac{H}{d^3} (Ct - x) \right] \quad (7.1)$$

veya

$$\eta = H \operatorname{sech}^2 \left[ \sqrt{\frac{3}{4}} \frac{H}{d^3} (Ct - x) \right] \quad (7.2)$$

x'in başlangıcının dalga tepesinde olduğu yerde (7.2) olur. Durgun su yüzeyi üstündeki birim tepe genişliği başına düşen su hacmi (7.3) 'tür.

$$V = \left[ \frac{16}{3} d^3 H \right]^{\frac{1}{2}} \quad (7.3)$$

Birim tepe uzunluğu başına düşen eşdeğer miktar su, ilerleyen dalga yönüne dik, düşey bir düzleme ötelenir. Bir Solitary dalga için bulmak için birkaç bağlantı verilmiştir. Bu denklemler, yaklaşık derecesine bağlı olarak değişir. Daily ve Stephan (1953) tarafından yapılan laboratuvar ölçümleri hassas bir hız yaklaşımı olan (7.4) ifadesini gösterir.

$$C = \sqrt{g(H + d)} \quad (7.4)$$

Solitary dalga için su parçacık hızı (yatay hız),

$$cn^2 \theta = \frac{1}{3k} (2k - 1 + \sqrt{1 - k + k^2}) \quad (7.5)$$

$$h\eta_{xx} = -\frac{8K^2 H}{gT^2} (k - 1 - 2(2k - 1)cn^2 \theta + 3kcn^4 \theta) \quad (7.6)$$

$$u = \sqrt{gd} \left[ \frac{\eta}{d} - \left( \frac{\eta}{2d} \right)^2 + \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{2} \left( \frac{z+d}{d} \right)^2 \right) h\eta_{xx} \right] \quad (7.7)$$

olarak gösterilebilir. Bu sonlu dalga periyodu için sifirdan farklı olan ortalama dalga hızını ifade eder. Şekil 7.2'deki su yapıları üzerine gelen dalga kuvvetlerini önceden bildirmek için yatay hız "u" ifadesi sık sık kullanılır. x ve t'nin her ikisinin de sifir olması halinde, dalga tepesinin maksimum değeri altında, maksimum hız  $u_{\max}$  uygun bir yaklaşımla elde edilir.

$$u_{\max} = \sqrt{gd} \left[ \frac{H}{d} - \frac{3}{4} \left( \frac{H}{d} \right)^2 \left( 1 - \left( \frac{z+d}{d} \right)^2 \right) \right] \quad (7.8)$$

Solitary bir dalgadaki toplam enerji kinetik ve potansiyel enerji olarak yaklaşık eşit bir şekilde ikiye bölünür. Birim tepe genişliği baş na düşen toplam dalga enerjisi (7.9) 'dur.

$$E = \frac{8}{3\sqrt{3}} \rho g H^{3/2} d^{3/2} \quad (7.9)$$

Cnoidal bir dalga alt ndaki bas nçta olduğu gibi bir Solitary dalga alt ndaki bas nç da yerel ak şkan h z na bağı d r. Bas nç (7.10) formülü ile de bulunabilir. Bu formül Cnoidal dalga alt ndaki bas nç için de geçerlidir.

$$p = \rho g (y_s - y) \quad (7.10)$$

Solitary dalga s ğ suya girdikçe sonuçta dengesiz hale gelir ve k r l r. McCowan (1891) dalga tepesindeki su parçac k h z n n dalga h z na eşit hale geldiğinde Solitary dalgan n k r l d ğ n kabul etmiştir. Bu, (2.72a) durumunda oluşur.

$$\left( \frac{H}{d} \right)_{\max} = 0.78 \quad (7.11a)$$

Laboratuvar araşt r malar göstermiştir ki,  $(H/d)_{\max} = 0,78$  değeri, titreşimli dalgalar için Solitary dalgalardan daha uygundur. Ippen ve Kulin (1954), Galvin (1969), Camfield ve Street (1969) yak n k y eğiminin bu oranda bir yerdeğiştirme etkisi olduğunu göstermişlerdir. Taban yüzeyi gibi diğer faktörler de içerebilir. Galvin, 1 saniyeden 6 saniyeye kadar olan periyotlarda  $m=0.0, 0.05, 0.10$  ve  $0.20$  eğimlerinde periyodik dalgalar test etti ve  $H_b / d_b$  oranlar n n s ras yla  $0.83, 1.05, 1.19$  ve  $1.32$  'ye eşit olduğunu buldu. Camfield ve Street  $m=0.01$ 'den  $m=0.20$  'ye kadar eğimlerde tek Solitary dalgalar test etti ve (2.72b) denklemi ile verilen su derinliği -k r c yüksekliği oran ile eğim aras nda ampirik bir bağı nt kurdu.

$$\frac{H_b}{d_b} = 0.75 + 25m - 112m^2 + 3870m^3 \quad (7.11b)$$



Eğimin (m) yaklaşık 0.18'den büyük olması halinde dalgaların kırılma adığı bulunmuştur. Ayrıca eğim arttıkça dalga kırılma pozisyonunun sahile daha yaklaştığı tesbit edilmiştir. Bu hesaplar büyük eğimlerde  $H_b/d_b$  'nin büyük değerleri içindir; (yani  $d_b \rightarrow 0$ 'a yaklaştıkça). Genelde bazı şartların sağlanması gerekir, denklem (7.11) kırılma derinliğini bulabilmek için yeterli değildir.

## 8. ÖZEL LIE GRUP DÖNÜŞÜMLERİ

Lineer ve nonlinear diferansiyel denklemlerin analitik çözümlerini bulmada en etkili genel metotlardan birisi Lie Grubu teknikleridir. Bu teknikler Bluman ve Kumei (1989) ve Stephani (1989) tarafından detaylı olarak anlatılmıştır. Tekniklerin uygulanması karmaşık bir teori alt yapısını gerektirmektedir. Genel karmaşık teoriyi uygulamak yerine bazı özel Lie Grup dönüşümleri kullanılarak da benzerlik dönüşümleri ve çözümleri elde edilebilir. Bir çok problemde öteleme ve ölçekleme dönüşümleri ile faydalı çözümlere ulaşmak mümkün olabilmektedir. Pakdemirli ve Yürüsoy (1998) bu özel dönüşümleri detaylı olarak incelemiş ve bazı fiziksel problemlere uygulamışlardır.

Lie Grup dönüşümleri veya bunların özel şekilleri kullanılarak analitik çözümler farklı yollarla elde edilebilir. Dönüşüm sayesinde benzerlik çözümü şeklinde adlandırılan ve değişken sayısında indirime yol açan çözümler elde edilebilir. Bilinen bir çözümden dönüşüm sayesinde basit olmayan başka bir çözüme ulaşılabilir. Veya kanonik koordinat tanımları yapılarak denklem daha basit bir formda ifade edilebilir. Bu çalışmada ilk yol izlenerek benzerlik çözümleri araştırılmıştır.

Benzerlik dönüşümleri sayesinde  $n$  bağımsız değişkene sahip  $k$  sınıklı diferansiyel denklem sistemi  $n-1$  bağımsız değişkene sahip bir  $k$  sınıklı diferansiyel denklem sistemine indirgenebilir. Eğer bizim problemimizde de olduğu gibi 2 bağımsız değişken varsa denklem sistemi adi diferansiyel denklem sistemine dönüşür. Adi diferansiyel denklemlerin analitik ve nümerik çözümleri ise  $k$  sınıklı diferansiyel denklem sistemlerine göre çok daha kolaydır. Bu bölümde elde ettiğimiz denklemlerin öteleme ve ölçekleme simetrisi hesaplanacaktır.

### 8.1 Öteleme Dönüşümü

Bir çok diferansiyel denklem değişkenlerinin bir veya bir çoğunda ötelemeyi kabul eder. Ancak yalnızca kullanılan  $\xi$ ’de bu dönüşümler genellikle

önemsiz çözümlere sebep olur. Eğer diğer dönüşümlerle birleştirilirse yararlı sonuçlar elde edilebilir. Burada bu dönüşümü denklemlerimize uygulayacağız. Sabit sürtünme katsayısı  $s$  ve değişken sürtünme katsayısı  $s$  durumlarını ayrı ayrı inceleyeceğiz.

### 8.1.1 Sabit Sürtünme Katsayısı

$\beta = \beta_0$  alındığında denklemlerimiz şu şekli alır.

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial \zeta}{\partial x} = -\beta_0 u (1 - \zeta) \quad (8.1)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + (1 + \zeta) \frac{\partial u}{\partial x} + u \frac{\partial \zeta}{\partial x} = 0 \quad (8.2)$$

Öteleme dönüşümünde bağımlı ve bağımsız değişkenler aşağıdaki gibi ötelenir.

$$\begin{aligned} x^* &= x + \epsilon a, & t^* &= t + \epsilon b \\ u^* &= u + \epsilon c, & \zeta^* &= \zeta + \epsilon d \end{aligned} \quad (8.3)$$

Denklem (8.3)'de  $\epsilon$  çekilir ve  $dx = x^* - x$ ,  $dt = t^* - t$ ,  $du = u^* - u$ ,  $d\zeta = \zeta^* - \zeta$  tanımları yapılarak

$$\frac{dx}{a} = \frac{dy}{b} = \frac{du}{c} = \frac{d\zeta}{d} = \epsilon \quad (8.4)$$

adi diferansiyel denklem sistemi elde edilir. Bu adi diferansiyel denklem sistemi çözümlenerek yeni bağımlı ve bağımsız değişkenler tanımlanır. Bu değişkenler (benzerlik değişkenleri ve fonksiyonlar) orijinal denklemlere yerleştirilerek denklemlerin adi diferansiyel denklemlere dönüşmesi sağlanır.

Şimdi bu metodun bizim denklem sistemimize uygulamasını yapalım. Öncelikle denklemlerdeki bütün terimler ötelenmiş değişkenler cinsinden ifade edilmelidir.

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial t^*} (u^* - \epsilon c) \frac{dt^*}{dt} = \frac{\partial u^*}{\partial t^*} \\ \frac{\partial u}{\partial x} &= \frac{\partial}{\partial x^*} (u^* - \epsilon c) \frac{dx^*}{dx} = \frac{\partial u^*}{\partial x^*} \end{aligned} \quad (8.5)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x^*} (\zeta^* - \epsilon d) \frac{dx^*}{dx} = \frac{\partial \zeta^*}{\partial x^*}$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t^*} (\zeta^* - \epsilon d) \frac{dt^*}{dt} = \frac{\partial \zeta^*}{\partial t^*}$$

Türevler bu şekilde hesap edildikten sonra denklem (8.1) ve (8.2) 'ye yerleştirilirse denklemler ötelenmiş değişkenler cinsinden şöyle ifade edilir.

$$\frac{\partial u^*}{\partial t^*} + (u^* - \epsilon c) \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + \frac{\partial \zeta^*}{\partial x^*} = -\beta_0 (u^* - \epsilon c) (1 - \zeta^* + \epsilon d) \quad (8.6)$$

$$\frac{\partial \zeta^*}{\partial t^*} + (1 + \zeta^* - \epsilon d) \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + (u^* - \epsilon c) \frac{\partial \zeta^*}{\partial x^*} = 0 \quad (8.7)$$

Denklemin öteleme simetrisinin olabilmesi için ötelenmiş denklemin orijinal denkleme tam bir benzerlik göstermesi gerekir. Denklem (8.6) ve (8.7) ile denklem (8.1) ve (8.2) karşılaştırılarak

$$a = a, \quad b = b, \quad c = 0, \quad d = 0 \quad (8.8)$$

olması gerektiği bulunur. Denklemler bağımsız değişkenler üzerinde öteleme kabul etmekte, bağımlı değişkenlerde ise ötelemeye izin vermemektedir. Denklem (8.4) aşağıdaki özel şekli alır.

$$\frac{dx}{a} = \frac{dt}{b} = \frac{du}{0} = \frac{d\zeta}{0} \quad (8.9)$$

a ve b parametrelerinin her ikisi de keyfi olduğuna göre a=mb şeklinde aralarında bir ilişki kurulabilir. Burada m yine keyfi bir parametredir. Denklem (8.9) çözümlürse benzerlik değişkeni ve fonksiyonlar aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\mu = x - mt \quad (8.10)$$

$$u = u(\mu) \quad (8.11)$$

$$\zeta = \zeta(\mu) \quad (8.12)$$

Bölüm 9 'da bu benzerlik değişkenleri cinsinden orijinal denklem adi diferansiyel denkleme dönüştürülecek ve analitik çözümleri araştırılacaktır.

## 8.2 Ölçekleme Dönüşümü

Ölçekleme dönüşümü bir çok fiziksel problemde basit olmayan çözümler veren önemli bir özel dönüşümdür. Bilhassa akışkanlar mekaniği ile ilgili problemlerde iyi sonuçlar verebilmektedir. Bu k s mda olduğu gibi değişken  $\beta$  durumlar ele al nacaktır.

### 8.2.1 Değişken Sürtünme Katsayısı

$\beta = \beta(x)$  al nd ğ nda denklemlerimiz şu hali al r.

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial \zeta}{\partial x} = -\beta(x)u(1 - \zeta) \quad (8.13)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + (1 + \zeta) \frac{\partial u}{\partial x} + u \frac{\partial \zeta}{\partial x} = 0 \quad (8.14)$$

Bu durumda bağı ml ve bağı ms z değişkenlere ilaveten sürtünme katsayısı  $\beta$ 'n da ölçeklenmesi gerekir.

$$\begin{aligned} x^* &= e^{\epsilon a} x, & t^* &= e^{\epsilon b} t, & \beta^* &= e^{\epsilon e} \beta \\ u^* &= e^{\epsilon c} u, & \zeta^* &= e^{\epsilon d} \zeta \end{aligned} \quad (8.15)$$

Bu dönüşümle ilgili denklem sistemi genel halde aşağı daki gibi yaz l r.

$$\frac{dx}{ax} = \frac{dt}{bt} = \frac{du}{cu} = \frac{d\zeta}{d\zeta} = \frac{d\beta}{e\beta} \quad (8.16)$$

Orjinal denklemlerdeki bütün terimler ölçeklenmiş parametreler cinsinden ifade edilir.

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} &= \frac{\partial u^*}{\partial t^*} e^{\epsilon(b-c)} \\ \frac{\partial u}{\partial x} &= \frac{\partial u^*}{\partial x^*} e^{\epsilon(a-c)} \\ \frac{\partial \zeta}{\partial x} &= \frac{\partial \zeta^*}{\partial x^*} e^{\epsilon(a-d)} \\ \frac{\partial \zeta}{\partial t} &= \frac{\partial \zeta^*}{\partial t^*} e^{\epsilon(b-d)} \end{aligned} \quad (8.17)$$

Yeni değişkenler cinsinden (8.13) denklemini aşağ daki şekli al r.

$$e^{\epsilon(b-c)} \frac{\partial u^*}{\partial t^*} + e^{\epsilon c(a-2c)} u^* \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + e^{\epsilon(a-d)} \frac{\partial \zeta^*}{\partial x^*} = -\beta^* e^{\epsilon(-c-e)} u^* (1 - \zeta^* e^{-\epsilon d}) \quad (8.18)$$

Denklemini  $e^{\epsilon(c-b)}$  ile arparsak

$$\frac{\partial u^*}{\partial t^*} + e^{\epsilon(a-b-c)} u^* \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + e^{\epsilon(a+c-b-d)} \frac{\partial \zeta^*}{\partial x^*} = -\beta u^* e^{\epsilon(-b-e)} (1 - \zeta^* e^{-\epsilon d}) \quad (8.19)$$

elde ederiz. Denklem (8.14) 'de yeni değişkenler cinsinden yaz l r

$$e^{\epsilon(b-d)} \frac{\partial \zeta^*}{\partial t^*} + e^{\epsilon(a-c)} (1 + e^{-\epsilon d} \zeta^*) \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + e^{\epsilon(a-d-c)} u^* \frac{\partial \zeta^*}{\partial x^*} = 0 \quad (8.20)$$

Denklemini  $e^{\epsilon(d-b)}$  ile arparsak

$$\frac{\partial \zeta^*}{\partial t^*} + e^{\epsilon(a+d-b-c)} (1 + e^{-\epsilon d} \zeta^*) \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + e^{\epsilon(a-b-c)} u^* \frac{\partial \zeta^*}{\partial x^*} = 0 \quad (8.21)$$

Ölçekleme uygulanm ř (8.21) ve (8.19) denklemleri ölçekleme uygulanmam ř (8.13) ve (8.14) denklemleri ile karş laş t r l rsa, her iki denklem sisteminin benzer olabilmesi için

$$a - b - c = 0, \quad a + c - b - d = 0, \quad a + d - b - c = 0 \quad (8.22)$$

$$b + e = 0, \quad b + e + d = 0$$

şartlar sağlanmal d r. Buradan

$$a = b, \quad e = -b, \quad c = d = 0 \quad (8.23)$$

ozümleri elde edilir. Bu durumda denklem (8.16) aşağ daki özel formu al r.

$$\frac{dx}{bx} = \frac{dt}{bt} = \frac{du}{0} = \frac{d\zeta}{0} = \frac{d\beta}{-b\beta} \quad (8.24)$$

Yukar daki denklem sistemi çözülürse benzerlik değişken ve fonksiyonlar aşağ daki gibi elde edilir.

$$\mu = \frac{x}{t} \quad \beta = \frac{\beta_0}{x} \quad (8.25)$$

$$u = u(\mu) \quad \zeta = \zeta(\mu)$$

Sürtünme katsay s fonksiyonunun mekan koordinat ile ters orant l olarak azald ę özel durumda denklem sistemi ölçekleme dönüşümünü kabul etmektedir. Sürtünme katsay s n n olmad ę  $\beta = 0$  durumu, özel bir durum olup denklem sistemi bu özel durumda da ölçekleme dönüşümünü kabul eder.

## 9. BENZERLİK ÇÖZÜMLERİ

Bu bölümde önceki bölümde öteleme ve ölçekleme dönüşümleri ile elde edilen benzerlik değişken ve fonksiyonlar kullanılarak orijinal kısmi diferansiyel denklemlerin adi diferansiyel denklem formuna indirgenmesi yapılacaktır. Adi diferansiyel denklem formuna indirgenen sistemin tam ve yaklaşık seri çözümleri elde edilecektir.

### 9.1 Öteleme Dönüşümü

Bu kısımda sabit sürtünme katsayısı ele alınacaktır.

#### 9.1.1 Sabit Sürtünme Katsayısı

Bu duruma ait benzerlik değişkeni ve fonksiyonlar denklem (8.10) – (8.12)'de verilmişti.

$$\mu = x - mt, \quad u = u(\mu), \quad \zeta = \zeta(\mu) \quad (9.1)$$

Orijinal denklemlere ait her bir terimi yeni değişkenler cinsinden hesaplayalım.

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{du}{d\mu} \frac{d\mu}{dt} = u'(-m)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{du}{d\mu} \frac{d\mu}{dx} = u' \quad (9.2)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial x} = \frac{d\zeta}{d\mu} \frac{d\mu}{dx} = \zeta'$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = \frac{d\zeta}{d\mu} \frac{d\mu}{dt} = \zeta'(-m)$$

Hesaplanan terimler denklem (8.1) ve (8.2) 'ye yerleştirilirse aşağıdaki adi diferansiyel denklem sistemi elde edilir.

$$-mu' + uu' + \zeta' = -\beta_0 u(1 - \zeta) \quad (9.3)$$

$$-m\zeta' + (1 + \zeta)u' + u\zeta' = 0 \quad (9.4)$$

Denklem (9.4) 'ün integralini alrsak

$$-m\zeta + u + u\zeta = k \quad (9.5)$$

elde ederiz. Burada k bir keyfi sabittir.  $\zeta$  fonksiyonunu u fonksiyonu cinsinden ifade edersek

$$\zeta = \frac{k-u}{u-m} \quad (9.6)$$

olur. Bu ifadeyi denklem (9.3) 'e yerleştirirsek

$$\frac{(u-m)^3 + (m-k)}{(u-m)^2} u' = -\beta_0 u \frac{(u-m) - (k-u)}{(u-m)} \quad (9.7)$$

Yukarıdaki ifadede  $m=k$  özel durumunu seçersek integral almak kolaylaşır ve terimleri düzenlersek

$$\int du - m \int \frac{du}{u} = -2\beta_0 \mu + c \quad (9.8)$$

Sonuçta bu özel durum için benzerlik fonksiyonları

$$u - m \ln u = -2\beta_0 \mu + c, \quad \zeta = -1 \quad (9.9)$$

şeklinde kapalı formda elde edilir. Orijinal denklemlere dönersek

$$u - m \ln u = -2\beta_0 (x - mt) + c, \quad \zeta = -1 \quad (9.10)$$

şeklinde nihai sonuç elde edilir. Bu analitik çözüm çok özel bir sınır değer problemi için geçerli olabilecek bir çözümdür.

## 9.2 Ölçekleme Dönüşümü

Bu bölümde değişken sürtünme katsayısı için ölçekleme dönüşümü ile benzerlik çözümlerinin elde edilmesi üzerinde durulacaktır.

### 9.2.1 Değişken Sürtünme Katsayısı

Değişken sürtünme katsayısı için benzerlik değişken ve fonksiyonları aşağıdaki gibi bulmuştuk.

$$\mu = \frac{x}{t}, \quad \beta = \frac{\beta_0}{x}, \quad u = u(\mu), \quad \zeta = \zeta(\mu) \quad (9.11)$$



Denklem (8.13) ve (8.14) 'teki her bir terimin yeni değişkenler cinsinden hesaplanmas gerekmektedir.

$$\begin{aligned}\frac{\partial u}{\partial t} &= \frac{du}{d\mu} \frac{d\mu}{dt} = -\frac{x}{t^2} u' \\ \frac{\partial u}{\partial x} &= \frac{du}{d\mu} \frac{d\mu}{dx} = \frac{u'}{t} \\ \frac{\partial \zeta}{\partial x} &= \frac{d\zeta}{d\mu} \frac{d\mu}{dx} = \frac{\zeta'}{t} \\ \frac{\partial \zeta}{\partial t} &= \frac{d\zeta}{d\mu} \frac{d\mu}{dt} = -\frac{x}{t^2} \zeta'\end{aligned}\tag{9.12}$$

Denklem (9.11) ve (9.12) 'de verilen ifadeler denklemler (8.13) ve (8.14) 'e yerleştirilir gerekli dzenlemeler yap lrsa sonuçta aşağ daki adi diferansiyel denklem sistemi elde edilir.

$$-\mu u' + uu' + \zeta' = -\frac{\beta_0 u}{\mu} (1 - \zeta)\tag{9.13}$$

$$-\mu \zeta' + (1 + \zeta)u' + u\zeta' = 0\tag{9.14}$$

Elde edilen (9.13) ve (9.14) denklemleri değişken katsayı nonlinear denklemlerdir. Bu denklemlerin tam çözümlerini bulmak zordur. Polinom serileri cinsinden yaklaşık bir çözümleri araşt ralm. Bunun için aşağ daki serilerin denklemlerin çözümleri olduğu varsay l r.

$$u = a_0 + a_1\mu + a_2\mu^2 + a_3\mu^3 + \dots + a_n\mu^n + \dots = \sum_{k=0}^{\infty} a_k \mu^k\tag{9.15}$$

$$\zeta = b_0 + b_1\mu + b_2\mu^2 + b_3\mu^3 + \dots + b_n\mu^n + \dots = \sum_{k=0}^{\infty} b_k \mu^k\tag{9.16}$$

Seri çözümleri öncelikle denklem (9.14) 'e yerleştirilir ve gerekli dzenlemeler yap lrsa

$$a_1 + a_1 b_0 + a_0 b_1 + \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ -k b_k + (k+1) a_{k+1} + \sum_{j=0}^k a_{j+1} (j+1) b_{k-j} + a_j (k-j+1) b_{k-j+1} \right\} \mu^k = 0\tag{9.17}$$

denklemi elde edilir. Denklem,  $\mu$  değişkeni cinsinden bir polinom ifade ettiğine göre bu polinomun s f ra eşdeğer olabilmesi ancak ve ancak bütün

+ -

katsay lar n n s f r olmas ile mümkündür. Bu durumda katsay lar aras nda aşağıdaki bağıntılar elde edilir.

$$a_1 + a_1 b_0 + a_0 b_1 = 0 \quad (9.18)$$

$$-b_1 + 2a_2 + 2a_1 b_1 + 2a_0 b_2 + 2a_2 b_0 = 0 \quad (k=1) \quad (9.19)$$

$$-2b_2 + 3a_3 + 3a_1 b_2 + 3a_0 b_3 + 3a_2 b_1 + 3b_0 a_3 = 0 \quad (k=2) \quad (9.20)$$

$$-3b_3 + 4a_4 + 4a_1 b_3 + 4a_0 b_4 + 4a_2 b_2 + 4a_3 b_1 + 4a_4 b_0 = 0 \quad (k=3) \quad (9.21)$$

$$-4b_4 + 5a_5 + 5a_1 b_4 + 5a_0 b_5 + 5a_2 b_3 + 5a_3 b_2 + 5a_4 b_1 + 5a_5 b_0 = 0 \quad (k=4) \quad (9.22)$$

$$-nb_n + (n+1)a_{n+1} + (n+1)[a_0 b_{n+1}] + a_1 b_n + a_2 b_{n-1} + \dots + a_n b_1 + a_{n+1} b_0 = 0 \quad (k=5) \quad (9.23)$$

Son bağıntı  $k = n$  için verilmiş olan genel bağıntıdır. Şimdi denklem (9.13)'ü ele alalım. Seri çözümleri yerleştirilir ve gerekli düzenlemeler yapırsa,

$$\begin{aligned} & a_0 a_1 + b_1 + \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ -ka_k + (k+1)b_{k+1} + \sum_{j=0}^k a_j a_{k-j+1} (k-j+1) \right\} \mu^k \\ & = \mu^{-1} (-\beta_0 a_0 + \beta_0 a_0 b_0) + \left( -\beta_0 a_1 + \beta_0 \sum_{j=0}^1 a_j b_{1-j} \right) + \sum_{k=1}^{\infty} \left( -\beta_0 a_{k+1} + \beta_0 \sum_{j=0}^{k+1} a_j b_{k+1-j} \right) \mu^k \end{aligned} \quad (9.24)$$

elde edilir. Eşitliğin iki tarafındaki polinomların katsayıları eşitlenirse aşağıdaki denklem sistemleri elde edilir.

$$-\beta_0 a_0 + \beta_0 a_0 b_0 = 0 \quad (k=-1) \quad (9.25)$$

$$a_0 a_1 + b_1 = -\beta_0 a_1 + \beta_0 (a_0 b_1 + a_1 b_0) \quad (k=0) \quad (9.26)$$

$$-a_1 + 2b_2 + 2a_0 a_2 + a_1^2 = -\beta_0 a_2 + \beta_0 (a_0 b_2 + a_1 b_1 + a_2 b_0) \quad (k=1) \quad (9.27)$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 3 & 0 & 0 & 3 & 1 & 2 & 2 & 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$

(9.18) – (9.22) ve (9.25) – (9.30) denklemleri birlikte çözümlenerek katsayılar hesaplanır. Yapılan hesaplamalarda basit çözüm vermeyecek seçimler yapılması dikkat edilmelidir. Sonuçta aşağıdaki katsayılar elde edilir.

$$\begin{aligned}
 a_0 &= 0, & a_1 &= 1/2, & a_2 &= \frac{1}{40\beta_0}(2\beta_0^2 - 1) \\
 a_3 &= \frac{(4\beta_0^2 + 13)(2\beta_0^2 - 1)}{4000\beta_0^2} \\
 b_0 &= -1, & b_1 &= -\beta_0, & b_2 &= -\frac{3}{20}(2\beta_0^2 - 1) \\
 b_3 &= -\frac{(2\beta_0^2 - 1)(17\beta_0^2 - 1)}{500\beta_0} \tag{9.31}
 \end{aligned}$$

$a_4$ ,  $b_4$  ve takip eden katsayıların keyfi bir  $\beta_0$  için ifadesi gittikçe karmaşık hale gelmektedir. Onun için bu ifadelerin genel formda sembolik işlem yapan Mathematica gibi bir paket programla hesaplanması gerekmektedir. Yaklaşık çözüm son hali ile şöyledir.

$$u = \frac{1}{2}\mu + \frac{1}{40\beta_0}(2\beta_0^2 - 1)\mu^2 + \frac{(4\beta_0^2 + 13)(2\beta_0^2 - 1)}{4000\beta_0^2}\mu^3 + \dots \tag{9.32}$$

$$\zeta = -1 - \beta_0\mu - \frac{3}{20}(2\beta_0^2 - 1)\mu^2 - \frac{(2\beta_0^2 - 1)(17\beta_0^2 - 1)}{500\beta_0}\mu^3 + \dots \tag{9.33}$$

$\beta_0$ ' n baz özel durumlar için daha fazla miktarda katsayı hesaplanarak aşağıdaki yaklaşık çözümler üretilmiştir.

$$\underline{\beta_0 = 0.1}$$

$$u = \frac{1}{2}\mu - \frac{49}{200}\mu^2 - \frac{123}{385}\mu^3 - \frac{67}{574}\mu^4 + \frac{414}{691}\mu^5 + \frac{3994}{279}\mu^6 + \frac{1597}{218}\mu^7 + \dots \quad (9.34)$$

$$\zeta = -1 - \frac{1}{10}\mu + \frac{71}{483}\mu^2 - \frac{15}{922}\mu^3 - \frac{12}{115}\mu^4 - \frac{106}{763}\mu^5 - \frac{553}{115}\mu^6 + \frac{3838}{837}\mu^7 + \dots \quad (9.35)$$

$$\underline{\beta_0 = 0.5}$$

$$u = \frac{1}{2}\mu - \frac{1}{40}\mu^2 + \frac{1}{143}\mu^3 - 0.00059\mu^4 + 0.000219\mu^5 + 7.86 \times 10^{-5}\mu^6 - 5.4167 \times 10^{-6}\mu^7 \quad (9.36)$$

$$\zeta = -1 - \frac{1}{2}\mu + \frac{3}{40}\mu^2 + \frac{6}{923}\mu^3 - \frac{1}{766}\mu^4 - 0.000501\mu^5 - 1.4 \times 10^{-5}\mu^6 + 2.931 \times 10^{-5}\mu^7 \quad (9.37)$$

$$\underline{\beta_0 = 1}$$

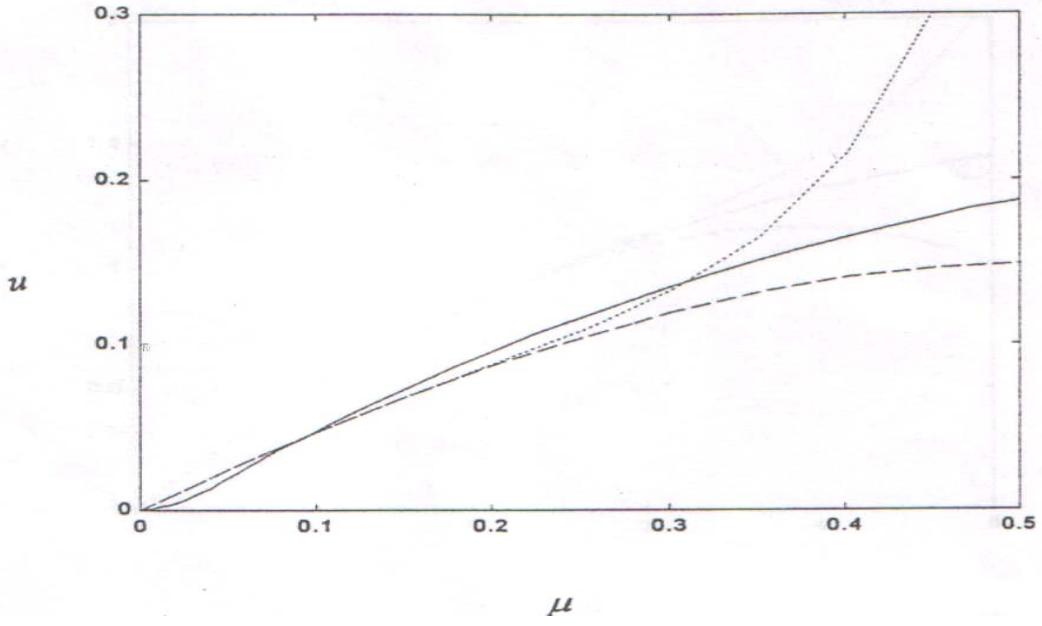
$$u = \frac{1}{2}\mu + \frac{1}{40}\mu^2 + \frac{17}{4000}\mu^3 + \frac{1}{6186}\mu^4 + 1.15 \times 10^{-5}\mu^5 - 4.26101 \times 10^{-6}\mu^6 + 1.92931 \times 10^{-6}\mu^7 \quad (9.38)$$

$$\zeta = -1 - \mu - \frac{3}{20}\mu^2 - \frac{4}{125}\mu^3 - \frac{29}{5440}\mu^4 - 9.151 \times 10^{-4}\mu^5 - 1.3495 \times 10^{-4}\mu^6 - 1.18535 \times 10^{-5}\mu^7 \quad (9.39)$$

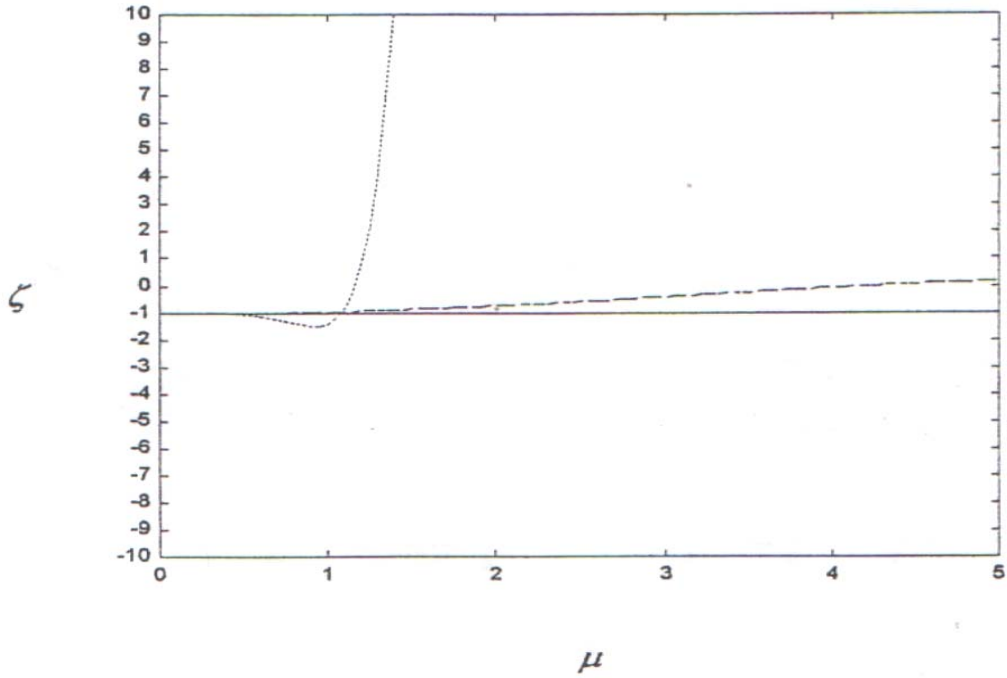
$$\underline{\beta_0 = 5}$$

$$u = \frac{1}{2}\mu + \frac{49}{200}\mu^2 + \frac{33}{596}\mu^3 - \frac{163}{404}\mu^4 + \frac{758}{117}\mu^5 - \frac{9217}{99}\mu^6 + \frac{974635}{547}\mu^7 + \dots \quad (9.40)$$

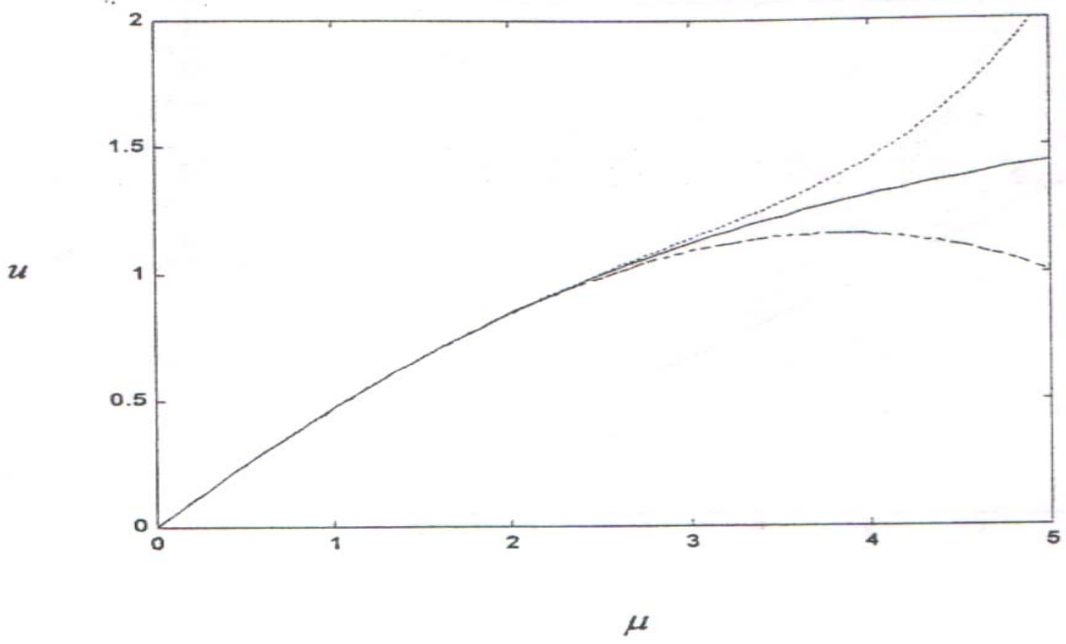
$$\zeta = -1 - 5\mu - \frac{147}{20}\mu^2 - \frac{5194}{625}\mu^3 - \frac{911}{134}\mu^4 - \frac{10370}{613}\mu^5 + \frac{62168}{501}\mu^6 - \frac{1049622}{469}\mu^7 + \dots \quad (9.41)$$



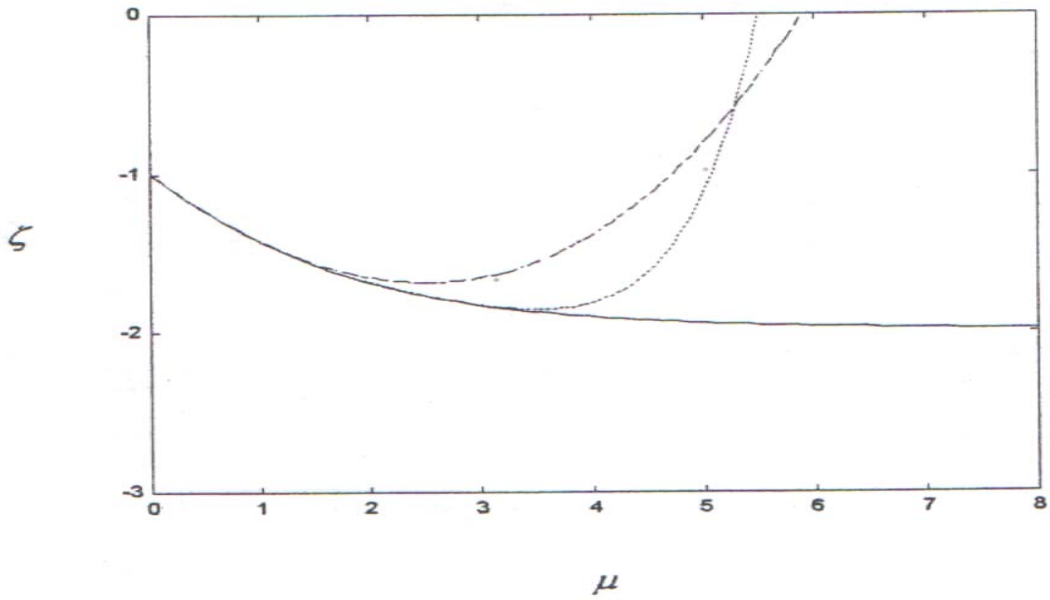
Şekil 9.1  $\beta_0 = 0.1$  için boyutsuz  $h z n$  benzerlik değişkenine göre değişimi ( — nümerik çözüm, ----- 3 terimli analitik seri çözüm, . . . . . 7 terimli analitik seri çözüm)



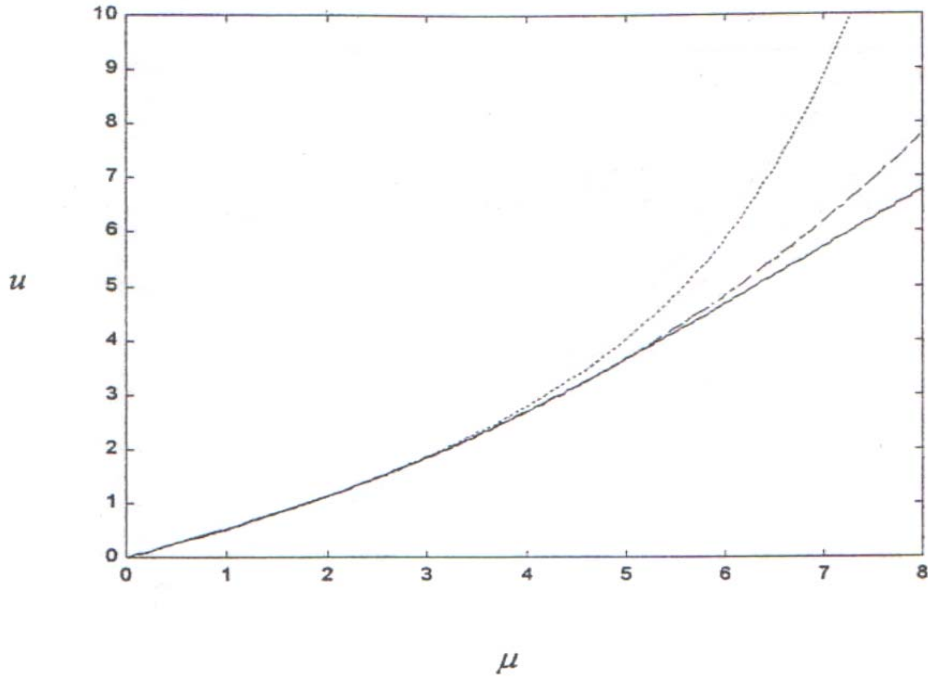
Şekil 9.2  $\beta_0 = 0.1$  için su yükseltisinin benzerlik değişkenine göre değişimi ( — nümerik çözüm, ----- 3 terimli analitik seri çözüm, . . . . . 7 terimli analitik seri çözüm)



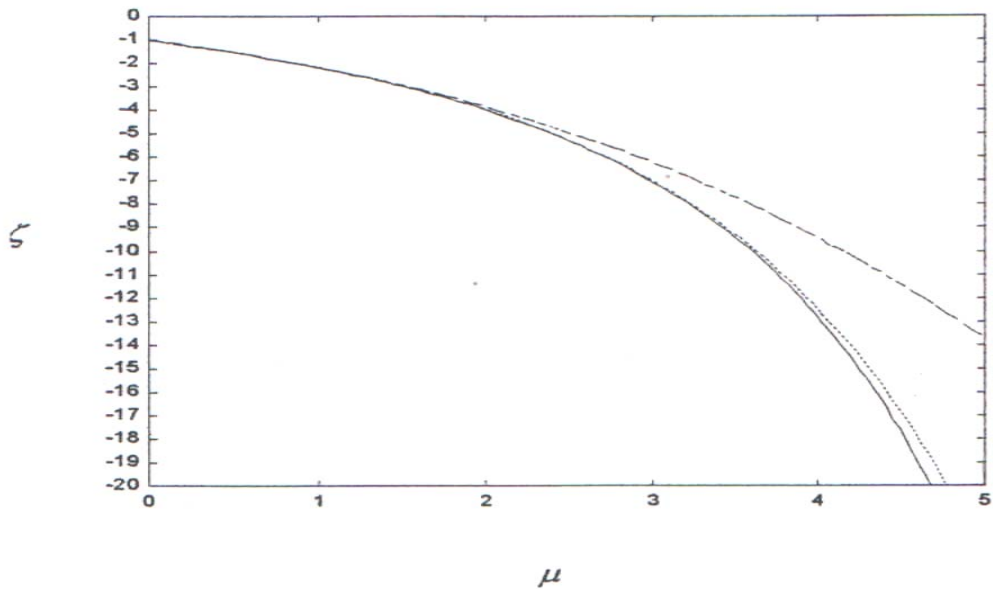
Şekil 9.3  $\beta_0 = 0.5$  için boyutsuz  $h$  z  $n$  benzerlik değişkenine göre değişimi ( ——— nümerik çözüm, ----- 3 terimli analitik seri çözüm, ..... 7 terimli analitik seri çözüm)



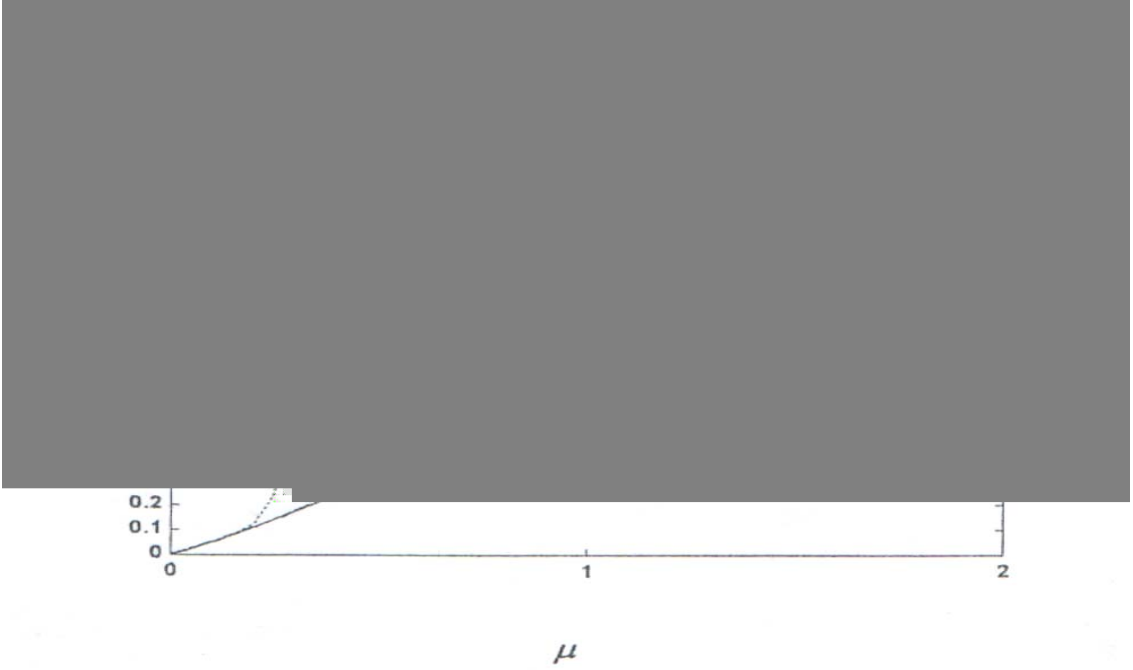
Şekil 9.4  $\beta_0 = 0.5$  için su yükseltisinin benzerlik değişkenine göre değişimi ( ——— nümerik çözüm, ----- 3 terimli analitik seri çözüm, ..... 7 terimli analitik seri çözüm)



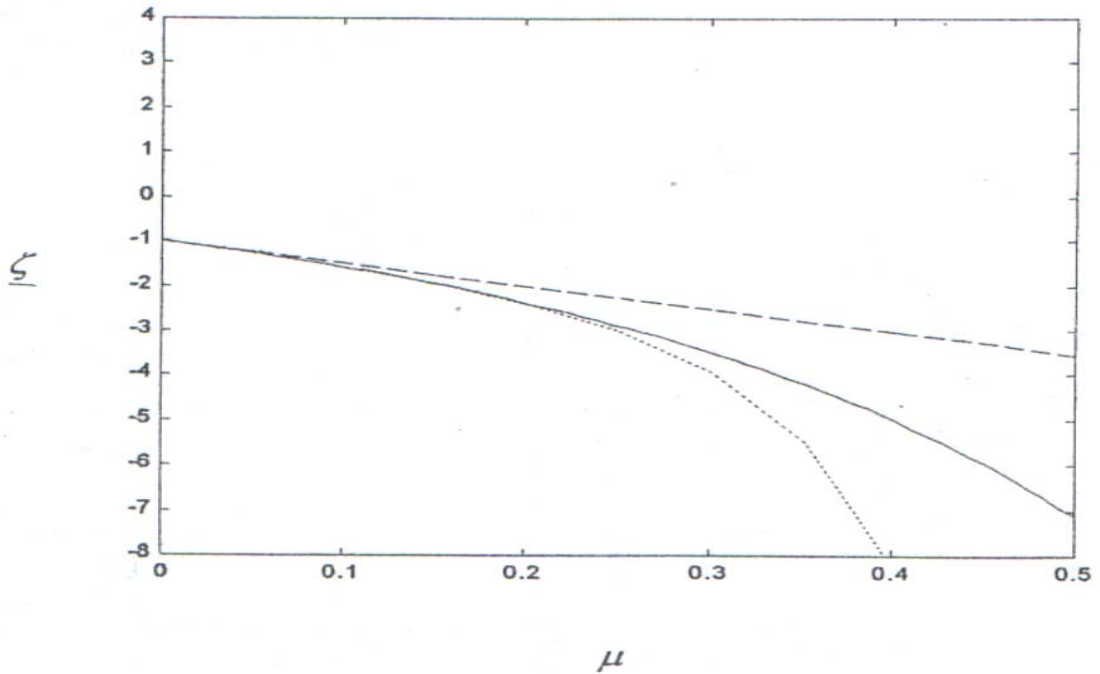
Şekil 9.5  $\beta_0 = 1$  için boyutsuz  $h$  z  $n$  benzerlik değişkenine göre değişimi ( ——— nümerik çözüm, - - - - - 3 terimli analitik seri çözüm, . . . . . 7 terimli analitik seri çözüm)



Şekil 9.6  $\beta_0 = 1$  için su yükseltisinin benzerlik değişkenine göre değişimi ( ——— nümerik çözüm, - - - - - 3 terimli analitik seri çözüm, . . . . . 7 terimli analitik seri çözüm)



Şekil 9.7  $\beta_0 = 5$  için boyutsuz  $h z n$  benzerlik değişkenine göre değişimi ( ——— nümerik çözüm, - - - - - 3 terimli analitik seri çözüm, . . . . . 7 terimli analitik seri çözüm)



Şekil 9.8  $\beta_0 = 5$  için su yükseltisinin benzerlik değişkenine göre değişimi ( ——— nümerik çözüm, - - - - - 3 terimli analitik seri çözüm, . . . . . 7 terimli analitik seri çözüm)



## 10. ANALİTİK VE NÜMERİK ÇÖZÜMLERİN KARŞILAŞTIRILMASI

Bu bölümde önceki bölümlerde elde edilen analitik çözümler, yani Özel Lie Grup dönüşümleri ve sığ su dalga teorileri karşılaştırılacaktır. Önceki bölümlerde anlatılan sığ su dalga teorileri Lineer (Airy) dalga teorisi, Cnoidal dalga teorisi ve Solitary dalga teorisi,  $d=1.0$  m ve  $d=2.0$  m derinlik için elde edilen değişik dalga uzunluğu ve dalga hızları ile aşağıdaki tablolarda örneklendirilmiştir. 8. ve 9. bölümde ifade edilen denklemler Matlab Ode45 paket programı yardımı ile nümerik olarak integre edilmiş ve 9. bölümde analitik seri çözümleri karşılaştırılmıştır. (Şekil 9.1-9.8). İlk önce  $\beta_0 = 1/\sqrt{2}$  özel durumu için nümerik çözümlere ait algoritmanın, doğru sonuçlar verip vermediğine bakılmıştır.  $\beta_0 = 1/\sqrt{2}$  durumda nümerik çözümlerin doğrusal çözümler verdiği görülmüştür.

(9.34) – (9.41) denklemlerinin grafikleri, 9. bölümde (9.1) – (9.8) şekillerinde boyutsuz hız ve su yükseltisinin benzerlik değişkenine göre değişimleri gösterilmiştir. 3 terimli ve 7 terimli analitik seri çözümler nümerik çözüm ile karşılaştırılmıştır. Boyutsuz hızın benzerlik değişkenine göre değişiminde  $\beta_0$  değeri arttıkça 7 terimli analitik seri çözümün nümerik çözüme daha fazla yakınsadığı gözlenmiştir ve buradan 7 terimli analitik seri çözümün 3 terimli analitik seri çözüme göre daha doğru sonuçlar verdiği ispatlanmıştır. Su yükseltisinin benzerlik değişkenine göre değişiminde ise  $\beta_0$  değeri arttıkça 3 terimli analitik seri çözümün nümerik çözüme daha fazla yakınsadığı gözlenmiştir. Burada 3 terimli analitik seri çözümün 7 terimli analitik seri çözüme göre daha doğru sonuçlar verdiği ispatlanmıştır.

Şekil (9.1), (9.3), (9.5) ve (9.7)'de boyutsuz hızın benzerlik değişkenine göre  $\beta_0$ 'nın değişik değerleri için değişimi incelenmiştir. Şekil (9.1)'de  $\beta_0$ 'nın 0.1 değeri için boyutsuz hızın benzerlik değişkenine göre değişimi incelendiğinde benzerlik değişkenininin 0.1 değerinden sonra, çözümleri raksadığı görülmüştür. Şekil (9.3)'de  $\beta_0$ 'nın 0.5 değeri için boyutsuz hızın benzerlik değişkenine göre değişimi incelendiğinde benzerlik değişkenininin 2.3 değerinden sonra, çözümleri raksadığı görülmüştür. Şekil (9.5)'de  $\beta_0$ 'nın 1.0 değeri için boyutsuz hızın benzerlik değişkenine göre değişimi incelendiğinde benzerlik değişkenininin 3.0

değerinden sonra, çözümleri raksad ğ görülmüştür. Şekil (9.7)'de  $\beta_0$ ' n 5.0 değeri için boyutsuz  $h z n$  benzerlik değişkenine göre değişimi incelendiğinde benzerlik değişkeninin 0.2 değerinden sonra, çözümleri raksad ğ görülmüştür.

Şekil (9.2), (9.4), (9.6) ve (9.8)'de su yükseltisinin benzerlik değişkenine göre  $\beta_0$ ' n değişik değerleri için değişimi incelenmiştir. Şekil (9.2) 'de  $\beta_0$ ' n 0.1 değeri için su yükseltisinin benzerlik değişkenine göre değişimi incelendiğinde benzerlik değişkeninin 0.5 değerinden sonra, çözümlerin raksad ğ görülmüştür. Şekil (9.4) 'de  $\beta_0$ ' n 0.5 değeri için su yükseltisinin benzerlik değişkenine göre değişimi incelendiğinde benzerlik değişkeninin 1.6 değerinden sonra, çözümleri raksad ğ görülmüştür. Şekil (9.6) 'da  $\beta_0$ ' n 1.0 değeri için su yükseltisinin benzerlik değişkenine göre değişimi incelendiğinde benzerlik değişkeninin 1.7 değerinden sonra, çözümleri raksad ğ görülmüştür. Şekil (9.8) 'de  $\beta_0$ ' n 5.0 değeri için su yükseltisinin benzerlik değişkenine göre değişimi incelendiğinde benzerlik değişkeninin 0.08 değerinden sonra, çözümleri raksad ğ görülmüştür.

Lineer(Airy) dalga teorisi tablosundan al nan noktalarda  $H/d < 0,78$  s ğ su şart sağland ğ için al nan değerler uygun değerlerdir. Öteleme dönüşümünün sabit sürtünme katsay  $s$  durumu ile  $k = m$  için elde edilen analitik çözümün geçerli olabileceği ispatlanm ş t r.  $\zeta = -1$  değerinde  $h z$  denklemi geçerli olabilmektedir. Airy dalga teorisinde toplam su yüksekliğine ( $H$ ) bağı olarak,  $h z$  değerleri tüm derinliklerde sabit değerler almaktadır.

Sürüklenme katsay  $s k$  ve bağı  $ms z$  değişken  $m$  değerleri, Airy teoremi ile tablodaki  $c, u, h$  değerleri kullan ld ğ nda  $\beta_0$ ' a göre sabit değerler al p, tablodaki gibi bir değişim gösterir.  $K=m$  durumu lineer dalga teorisi tablosunda sağlanamad ğ için öteleme dönüşümü, sabit sürtünme katsay  $s$  durumu ile uyumlu bir çözüm değildir. Ölçekleme dönüşümünün değişken sürtünme katsay  $s$  ile benzerlik çözümlerinin üretilebileceği ispatlanm ş t r. Buna göre  $h z$  değerleri benzerlik değişkenine bağı olarak değişim göstermektedir. Lineer teorideki  $h z$  değerleri, ölçekleme dönüşümünün değişken sürtünme katsay  $s$  ile benzerlik çözümlerinde uyum göstermemektedir.

Cnoidal dalga teorisi tablosunda al nan noktalarda  $d/L < 1/8$  ve  $d/L < 0,040$  s ğ su şartlar sağland ğ için al nan değerler uygun değerlerdir. Öteleme

dönüşümünün sabit sürtünme katsay  $s$  durumu için,  $k=m$  durumu Cnoidal dalga teorisi tablosunda sağlanamadığından uyumlu bir çözüm değildir.  $k$  ve  $m$  değerleri, derinliğe ve  $\beta_0$  değerlerine bağlı olarak  $h/z$  ve dalga boyu ile değişim göstermektedir. Yükseltinin su yüzeyi ise  $\beta_0$  ve  $d$ 'ye göre sabit değerler alıp, tablodaki gibi bir değişim meydana getirmektedir. Cnoidal dalga teorisindeki  $h/z$  değerleri ölçekleme dönüşümünün değişken sürtünme katsay  $s$  ile benzerlik göstermemektedir.

Solitary dalga teorisi tablosunda alnan noktalarda  $H/d > 0,78$  olduğu şart sağlandığı için alnan değerler uygun değerlerdir. Öteleme dönüşümünün sabit sürtünme katsay  $s$  durumu için,  $k=m$  durumu Solitary dalga teorisi tablosunda sağlanamadığı için uygun bir tablo değildir.  $m$  değerleri tabloya göre her noktada sabit bir değer almaktadır.  $k$  değeri ise,  $\beta_0$  ve  $d$ 'ye bağlı olarak  $u$  ve  $L$  ile değişmektedir. Yükseltinin su seviyesi ise,  $\beta_0$  ve  $u$ 'ya bağlı olarak sabit değerler almaktadır.  $d=2$  m derinlik için yükseltinin su seviyesi değerleri negatif ve  $\beta_0$ 'a göre sabit değerler almaktadır.  $H/z$  değerleri ise, yükseltinin su seviyesine bağlı olarak değişken değerler almaktadır. Solitary dalga teorisindeki  $h/z$  değerleri ölçekleme dönüşümünün değişken sürtünme katsay  $s$  ile benzerlik göstermemektedir.

## LİNEER (AİRY) DALGA TEORİSİ

Tablo 10.1  $\beta_0 = 0,1$  ve  $d=1,0$  m için Lineer (Airy) dalga teorisi çözümleri

h=d(m)	d/(g*T <sup>2</sup> )	T (sn)	H/(g*T <sup>2</sup> )	H (m)	L (m)	C (m/sn)	u (m/sn)	z (m)	w (m/sn)	H/d (*)		U <sub>r</sub>	$\beta_0$	k	$\eta$	m
1,00	0,00120	9,22	0,000034	0,03	28,87	3,132	0,044	0,01	0,010	0,03	Uygun	23,6	0,1	0,00015	0,014	3,17
1,00	0,00140	8,53	0,000036	0,03	26,73	3,132	0,040	0,01	0,010	0,03	Uygun	18,4	0,1	0,00015	0,013	3,16
1,00	0,00130	8,86	0,000040	0,03	27,74	3,132	0,048	0,02	0,011	0,03	Uygun	23,7	0,1	0,00017	0,015	3,17
1,00	0,00140	8,53	0,000042	0,03	26,73	3,132	0,047	0,02	0,011	0,03	Uygun	21,4	0,1	0,00018	0,015	3,17
1,00	0,00140	8,53	0,000048	0,03	26,73	3,132	0,054	0,02	0,013	0,03	Uygun	24,5	0,1	0,00020	0,017	3,17
1,00	0,00145	8,38	0,000052	0,04	26,26	3,132	0,056	0,02	0,014	0,04	Uygun	24,7	0,1	0,00021	0,018	3,18

## LİNEER (AİRY) DALGA TEORİSİ

Tablo 10.2  $\beta_0 = 0,1$  ve  $d=2,0$  m için Lineer (Airy) dalga teorisi çözümleri

H=d(m)	d/(g*T <sup>2</sup> )	T (sn)	H/(g*T <sup>2</sup> )	H (m)	L (m)	C (m/sn)	u (m/sn)	z (m)	w (m/sn)	H/d		U <sub>r</sub>	$\beta_0$	k	$\eta$	m
2,00	0,00120	13,03	0,000034	0,06	57,74	4,429	0,063	0,03	0,014	0,03	Uygun	23,6	0,1	0,00022	0,028	2,27
2,00	0,00140	12,07	0,000036	0,05	53,45	4,429	0,057	0,03	0,014	0,03	Uygun	18,4	0,1	0,00021	0,026	2,26
2,00	0,00130	12,52	0,000040	0,06	55,47	4,429	0,068	0,03	0,016	0,03	Uygun	23,7	0,1	0,00025	0,031	2,27
2,00	0,00140	12,07	0,000042	0,06	53,45	4,429	0,066	0,03	0,016	0,03	Uygun	21,4	0,1	0,00025	0,030	2,27
2,00	0,00140	12,07	0,000048	0,07	53,45	4,429	0,076	0,03	0,018	0,03	Uygun	24,5	0,1	0,00028	0,034	2,28
2,00	0,00145	11,86	0,000052	0,07	52,52	4,429	0,079	0,04	0,019	0,04	Uygun	24,7	0,1	0,00030	0,036	2,29

\* Şu şart  $H/d < 0,78$  sağlanmalı d r.

\*d/(g\*T<sup>2</sup>) ve H/(g\*T<sup>2</sup>) Şekil 2.3 'ten alınmıştır r.

\* k=m değerleri Tablo 6.2'den alınmıştır r.

## LİNEER (AİRY) DALGA TEORİSİ

Tablo 10.3  $\beta_0 = 0,5$  ve  $d=1,0$  m için Lineer (Airy) dalga teorisi çözümleri

h=d(m)	d/(g*T <sup>2</sup> )	T (sn)	H/(g*T <sup>2</sup> )	H (m)	L (m)	C (m/sn)	u (m/sn)	z (m)	w (m/sn)	H/d	Ur	$\beta_0$	k	$\eta$	m	
1,00	0,00120	9,22	0,000034	0,03	28,87	3,132	0,044	0,01	0,010	0,03	Uygun	23,6	0,5	0,00077	0,014	3,12
1,00	0,00140	8,53	0,000036	0,03	26,73	3,132	0,040	0,01	0,010	0,03	Uygun	18,4	0,5	0,00075	0,013	3,11
1,00	0,00130	8,86	0,000040	0,03	27,74	3,132	0,048	0,02	0,011	0,03	Uygun	23,7	0,5	0,00087	0,015	3,12
1,00	0,00140	8,53	0,000042	0,03	26,73	3,132	0,047	0,02	0,011	0,03	Uygun	21,4	0,5	0,00088	0,015	3,12
1,00	0,00140	8,53	0,000048	0,03	26,73	3,132	0,054	0,02	0,013	0,03	Uygun	24,5	0,5	0,00100	0,017	3,13
1,00	0,00145	8,38	0,000052	0,04	26,26	3,132	0,056	0,02	0,014	0,04	Uygun	24,7	0,5	0,00107	0,018	3,13

## LİNEER (AİRY) DALGA TEORİSİ

Tablo 10.4  $\beta_0 = 0,5$  ve  $d=2,0$  m için Lineer (Airy) dalga teorisi çözümleri

h=d(m)	d/(g*T <sup>2</sup> )	T (sn)	H/(g*T <sup>2</sup> )	H (m)	L (m)	C (m/sn)	u (m/sn)	z (m)	w (m/sn)	H/d	Ur	$\beta_0$	k	$\eta$	m	
2,00	0,00120	13,03	0,000034	0,06	57,74	4,429	0,063	0,03	0,014	0,03	uygun	23,6	0,5	0,00109	0,028	2,24
2,00	0,00140	12,07	0,000036	0,05	53,45	4,429	0,057	0,03	0,014	0,03	uygun	18,4	0,5	0,00107	0,026	2,23
2,00	0,00130	12,52	0,000040	0,06	55,47	4,429	0,068	0,03	0,016	0,03	uygun	23,7	0,5	0,00123	0,031	2,24
2,00	0,00140	12,07	0,000042	0,06	53,45	4,429	0,066	0,03	0,016	0,03	uygun	21,4	0,5	0,00124	0,030	2,24
2,00	0,00140	12,07	0,000048	0,07	53,45	4,429	0,076	0,03	0,018	0,03	uygun	24,5	0,5	0,00142	0,034	2,25
2,00	0,00145	11,86	0,000052	0,07	52,52	4,429	0,079	0,04	0,019	0,04	uygun	24,7	0,5	0,00151	0,036	2,25

\* Şu şart  $H/d < 0,78$  sağlanmalıdır.

\*  $d/(g*T^2)$  ve  $H/(g*T^2)$  Şekil 2.3 'ten alınmıştır.

\*  $k=m$  değerleri Tablo 6.2'den alınmıştır.

### LİNEER (AİRY) DALGA TEORİSİ

Tablo 10.5  $\beta_0 = 1,0$  ve  $d=1,0$  m için Lineer (Airy) dalga teorisi çözümleri

h=d(m)	d/(g*T <sup>2</sup> )	T (sn)	H/(g*T <sup>2</sup> )	H (m)	L (m)	C (m/sn)	u (m/sn)	z (m)	w (m/sn)	H/d		U <sub>r</sub>	$\beta_0$	k	$\eta$	m
1,00	0,00120	9,22	0,000034	0,03	28,87	3,132	0,044	0,01	0,010	0,03	uygun	23,6	1,0	0,00154	0,014	3,07
1,00	0,00140	8,53	0,000036	0,03	26,73	3,132	0,040	0,01	0,010	0,03	uygun	18,4	1,0	0,00151	0,013	3,06
1,00	0,00130	8,86	0,000040	0,03	27,74	3,132	0,048	0,02	0,011	0,03	uygun	23,7	1,0	0,00174	0,015	3,07
1,00	0,00140	8,53	0,000042	0,03	26,73	3,132	0,047	0,02	0,011	0,03	uygun	21,4	1,0	0,00176	0,015	3,06
1,00	0,00140	8,53	0,000048	0,03	26,73	3,132	0,054	0,02	0,013	0,03	uygun	24,5	1,0	0,00201	0,017	3,07
1,00	0,00145	8,38	0,000052	0,04	26,26	3,132	0,056	0,02	0,014	0,04	uygun	24,7	1,0	0,00214	0,018	3,07

### LİNEER (AİRY) DALGA TEORİSİ

Tablo 10.6  $\beta_0 = 1,0$  ve  $d=2,0$  m için Lineer (Airy) dalga teorisi çözümleri

h=d(m)	d/(g*T <sup>2</sup> )	T (sn)	H/(g*T <sup>2</sup> )	H (m)	L (m)	C (m/sn)	u (m/sn)	z (m)	w (m/sn)	H/d		U <sub>r</sub>	$\beta_0$	k	$\eta$	m
2,00	0,00120	13,03	0,000034	0,06	57,74	4,429	0,063	0,03	0,014	0,03	uygun	23,6	1,0	0,00217	0,028	2,20
2,00	0,00140	12,07	0,000036	0,05	53,45	4,429	0,057	0,03	0,014	0,03	uygun	18,4	1,0	0,00213	0,026	2,19
2,00	0,00130	12,52	0,000040	0,06	55,47	4,429	0,068	0,03	0,016	0,03	uygun	23,7	1,0	0,00246	0,031	2,20
2,00	0,00140	12,07	0,000042	0,06	53,45	4,429	0,066	0,03	0,016	0,03	uygun	21,4	1,0	0,00249	0,030	2,20
2,00	0,00140	12,07	0,000048	0,07	53,45	4,429	0,076	0,03	0,018	0,03	uygun	24,5	1,0	0,00284	0,034	2,21
2,00	0,00145	11,86	0,000052	0,07	52,52	4,429	0,079	0,04	0,019	0,04	uygun	24,7	1,0	0,00302	0,036	2,21

\* Şu şart  $H/d < 0,78$  sağlanmalıdır.

\*  $d/(g*T^2)$  ve  $H/(g*T^2)$  Şekil 2.3'ten alınmıştır.

\*  $k=m$  değerleri Tablo 6.2'den alınmıştır.

## LİNEER (AİRY) DALGA TEORİSİ

Tablo 10.7  $\beta_0 = 5,0$  ve  $d=1,0$  m için Lineer (Airy) dalga teorisi çözümleri

h=d(m)	d/(g*T <sup>2</sup> )	T (sn)	H/(g*T <sup>2</sup> )	H (m)	L (m)	C (m/sn)	u (m/sn)	z (m)	w (m/sn)	H/d		U <sub>r</sub>	$\beta_0$	k	$\eta$	m
1,00	0,00120	9,22	0,000034	0,03	28,87	3,132	0,044	0,01	0,010	0,03	uygun	23,6	5,0	0,00769	0,014	2,63
1,00	0,00140	8,53	0,000036	0,03	26,73	3,132	0,040	0,01	0,010	0,03	uygun	18,4	5,0	0,00753	0,013	2,59
1,00	0,00130	8,86	0,000040	0,03	27,74	3,132	0,048	0,02	0,011	0,03	uygun	23,7	5,0	0,00869	0,015	2,62
1,00	0,00140	8,53	0,000042	0,03	26,73	3,132	0,047	0,02	0,011	0,03	uygun	21,4	5,0	0,00879	0,015	2,59
1,00	0,00140	8,53	0,000048	0,03	26,73	3,132	0,054	0,02	0,013	0,03	uygun	24,5	5,0	0,01005	0,017	2,60
1,00	0,00145	8,38	0,000052	0,04	26,26	3,132	0,056	0,02	0,014	0,04	uygun	24,7	5,0	0,01069	0,018	2,59

## LİNEER (AİRY) DALGA TEORİSİ

Tablo 10.8  $\beta_0 = 5,0$  ve  $d=2,0$  m için Lineer (Airy) dalga teorisi çözümleri

h=d(m)	d/(g*T <sup>2</sup> )	T (sn)	H/(g*T <sup>2</sup> )	H (m)	L (m)	C (m/sn)	u (m/sn)	z (m)	w (m/sn)	H/d		U <sub>r</sub>	$\beta_0$	k	$\eta$	m
2,00	0,00120	13,03	0,000034	0,06	57,74	4,429	0,063	0,03	0,014	0,03	uygun	23,6	5,0	0,01087	0,028	1,89
2,00	0,00140	12,07	0,000036	0,05	53,45	4,429	0,057	0,03	0,014	0,03	uygun	18,4	5,0	0,01065	0,026	1,86
2,00	0,00130	12,52	0,000040	0,06	55,47	4,429	0,068	0,03	0,016	0,03	uygun	23,7	5,0	0,01229	0,031	1,88
2,00	0,00140	12,07	0,000042	0,06	53,45	4,429	0,066	0,03	0,016	0,03	uygun	21,4	5,0	0,01243	0,030	1,87
2,00	0,00140	12,07	0,000048	0,07	53,45	4,429	0,076	0,03	0,018	0,03	uygun	24,5	5,0	0,01421	0,034	1,88
2,00	0,00145	11,86	0,000052	0,07	52,52	4,429	0,079	0,04	0,019	0,04	uygun	24,7	5,0	0,01512	0,036	1,87

\* Şu şart  $H/d < 0,78$  sağlanmalıdır.

\*  $d/(g*T^2)$  ve  $H/(g*T^2)$  Şekil 2.3'ten alınmıştır.

\*  $k=m$  değerleri Tablo 6.2'den alınmıştır.

## CNO DAL DALGA TEOR S

Tablo 10.11  $\sigma=0,1$  ve  $d=1,0$  m için Cnoidal dalga teorisi çözümleri

h=d(m)	d/(gT <sup>2</sup> )	T(sn)	H/(gT <sup>2</sup> )	H(m)	H/d	T*(g/d)	k <sup>2</sup>	L <sup>2</sup> H/d <sup>4</sup>	L(m)	d/L	<1/8	<0,040	C(m/sn)	(y <sub>c</sub> -d)/H	y <sub>c</sub> (m)	[(y <sub>c</sub> -d)/H]+1	y <sub>1</sub> (m)	η <sub>1</sub> (m)	η <sub>2</sub> (m)	η <sub>3</sub> /h	η <sub>4</sub> /h	z	Ur	K	k <sub>1</sub>	η <sub>max</sub>	(z+h)/h	U <sub>min</sub>	U <sub>max</sub>	β <sub>0</sub>	k <sub>(max)</sub>	m <sub>(max)</sub>	m <sub>(min)</sub>
1,00	0,0005	14,28	0,000060	0,12	0,12	44,72	1*10 <sup>-4</sup>	200	40,82	0,024	Uygun	Uygun	2,859	0,83	1,10	0,83	0,98	0,100	0,020	0,020	0,100	0,10	200	6,124	7,67E-05	0,140	1,10	0,057	0,279	0,1	0,001	3,07	2,82
1,00	0,0009	10,64	0,000050	0,06	0,06	33,33	1*10 <sup>1,6</sup>	55	31,46	0,032	Uygun	Uygun	2,956	0,68	1,04	0,68	0,98	0,038	0,018	0,018	0,038	0,04	55	3,252	0,02466	0,073	1,04	0,052	0,112	0,1	0,000	3,07	2,93
1,00	0,0010	10,10	0,000100	0,10	0,10	31,62	1*10 <sup>2,5</sup>	100	31,62	0,032	Uygun	Uygun	3,132	0,77	1,08	0,77	0,98	0,077	0,023	0,023	0,077	0,08	100	4,336	0,002753	0,123	1,08	0,070	0,242	0,1	0,001	3,38	3,09
1,00	0,0006	13,03	0,000170	0,28	0,28	40,82	1*10 <sup>6</sup>	360	35,65	0,028	Uygun	Uygun	2,735	0,86	1,24	0,86	0,96	0,244	0,040	0,040	0,244	0,24	360	6,847	1,81E-05	0,323	1,24	0,104	0,610	0,1	0,002	3,11	2,69
1,00	0,0007	12,07	0,000090	0,13	0,13	37,80	1*10 <sup>4</sup>	200	39,44	0,025	Uygun	Uygun	3,268	0,92	1,12	0,92	0,99	0,118	0,010	0,010	0,118	0,12	200	12,990	8,33E-11	0,139	1,12	0,033	0,523	0,1	0,001	4,93	3,14
1,00	0,0004	15,96	0,000150	0,38	0,38	50,00	1*10 <sup>12</sup>	1000	51,64	0,019	Uygun	Uygun	3,235	0,93	1,35	0,93	0,97	0,349	0,026	0,026	0,349	0,35	1000	13,693	2,04E-11	0,401	1,35	0,083	1,275	0,1	0,002	4,93	3,14

## CNO DAL DALGA TEOR S

Tablo 10.12  $\sigma=0,1$  ve  $d=2,0$  m için Cnoidal dalga teorisi çözümleri

h=d(m)	d/(gT <sup>2</sup> )	T(sn)	H/(gT <sup>2</sup> )	H(m)	H/d	T*(g/d)	k <sup>2</sup>	L <sup>2</sup> H/d <sup>4</sup>	L(m)	d/L	<1/8	<0,040	C(m/sn)	(y <sub>c</sub> -d)/H	y <sub>c</sub> (m)	[(y <sub>c</sub> -d)/H]+1	y <sub>1</sub> (m)	η <sub>1</sub> (m)	η <sub>2</sub> (m)	η <sub>3</sub> /h	η <sub>4</sub> /h	z	Ur	K	k <sub>1</sub>	η <sub>max</sub>	(z+h)/h	U <sub>min</sub>	U <sub>max</sub>	β <sub>0</sub>	k <sub>(max)</sub>	m <sub>(max)</sub>	m <sub>(min)</sub>
2,00	0,0005	20,19	0,000060	0,24	0,12	44,72	1*10 <sup>-4</sup>	200	81,65	0,024	Uygun	Uygun	4,044	0,83	2,20	0,83	1,96	0,199	0,041	0,020	0,100	0,20	200	6,124	7,67E-05	0,281	1,10	0,081	0,394	0,1	0,001	2,37	2,04
2,00	0,0009	15,05	0,000050	0,11	0,06	33,33	1*10 <sup>1,6</sup>	55	62,93	0,032	Uygun	Uygun	4,181	0,68	2,08	0,68	1,96	0,076	0,036	0,018	0,038	0,08	55	3,252	0,02466	0,147	1,04	0,073	0,159	0,1	0,001	2,25	2,11
2,00	0,0010	14,28	0,000100	0,20	0,10	31,62	1*10 <sup>2,5</sup>	100	63,25	0,032	Uygun	Uygun	4,429	0,77	2,15	0,77	1,95	0,154	0,046	0,023	0,077	0,15	100	4,336	0,002753	0,246	1,08	0,099	0,342	0,1	0,001	2,56	2,24
2,00	0,0006	18,43	0,000170	0,57	0,28	40,82	1*10 <sup>6</sup>	360	71,29	0,028	Uygun	Uygun	3,867	0,86	2,49	0,86	1,92	0,487	0,079	0,040	0,244	0,49	360	6,847	1,81E-05	0,646	1,24	0,147	0,862	0,1	0,002	2,83	1,97
2,00	0,0007	17,07	0,000090	0,26	0,13	37,80	1*10 <sup>4</sup>	200	78,88	0,025	Uygun	Uygun	4,622	0,92	2,24	0,92	1,98	0,237	0,021	0,010	0,118	0,24	200	12,990	8,33E-11	0,278	1,12	0,047	0,740	0,1	0,002	3,86	2,24
2,00	0,0004	22,58	0,000150	0,75	0,38	50,00	1*10 <sup>12</sup>	1000	103,28	0,019	Uygun	Uygun	4,575	0,93	2,70	0,93	1,95	0,698	0,053	0,026	0,349	0,70	1000	13,693	2,04E-11	0,803	1,35	0,117	1,804	0,1	0,003	4,38	2,28

## CNO DAL DALGA TEOR S

Tablo 10.13  $\sigma=0,5$  ve  $d=1,0$  m için Cnoidal dalga teorisi çözümleri

h=d(m)	d/(gT <sup>2</sup> )	T(sn)	H/(gT <sup>2</sup> )	H(m)	H/d	T*(g/d)	k <sup>2</sup>	L <sup>2</sup> H/d <sup>4</sup>	L(m)	d/L	<1/8	<0,040	C(m/sn)	(y <sub>c</sub> -d)/H	y <sub>c</sub> (m)	[(y <sub>c</sub> -d)/H]+1	y <sub>1</sub> (m)	η <sub>1</sub> (m)	η <sub>2</sub> (m)	η <sub>3</sub> /h	η <sub>4</sub> /h	z	Ur	K	k <sub>1</sub>	η <sub>max</sub>	(z+h)/h	U <sub>min</sub>	U <sub>max</sub>	β <sub>0</sub>	k <sub>(max)</sub>	m <sub>(max)</sub>	m <sub>(min)</sub>
1,00	0,0005	14,28	0,000060	0,12	0,12	44,72	1*10 <sup>-4</sup>	200	40,82	0,024	Uygun	Uygun	2,859	0,83	1,10	0,83	0,98	0,100	0,020	0,020	0,100	0,10	200	6,124	7,67E-05	0,140	1,10	0,057	0,279	0,5	0,003	3,05	2,69
1,00	0,0009	10,64	0,000050	0,06	0,06	33,33	1*10 <sup>1,6</sup>	55	31,46	0,032	Uygun	Uygun	2,956	0,68	1,04	0,68	0,98	0,038	0,018	0,018	0,038	0,04	55	3,252	0,02466	0,073	1,04	0,052	0,112	0,5	0,002	3,03	2,85
1,00	0,0010	10,10	0,000100	0,20	0,10	31,62	1*10 <sup>2,5</sup>	100	31,62	0,032	Uygun	Uygun	3,132	0,77	1,08	0,77	0,98	0,077	0,023	0,023	0,077	0,08	100	4,336	0,002753	0,123	1,08	0,070	0,242	0,5	0,004	3,34	2,96
1,00	0,0006	13,03	0,000170	0,28	0,28	40,82	1*10 <sup>6</sup>	360	35,65	0,028	Uygun	Uygun	2,735	0,86	1,24	0,86	0,96	0,244	0,040	0,040	0,244	0,24	360	6,847	1,81E-05	0,323	1,24	0,104	0,610	0,5	0,009	3,08	2,51
1,00	0,0007	12,07	0,000090	0,13	0,13	37,80	1*10 <sup>4</sup>	200	39,44	0,025	Uygun	Uygun	3,268	0,92	1,12	0,92	0,99	0,118	0,010	0,010	0,118	0,12	200	12,990	8,33E-11	0,139	1,12	0,033	0,523	0,5	0,007	4,89	2,62
1,00	0,0004	15,96	0,000150	0,38	0,38	50,00	1*10 <sup>12</sup>	1000	51,64	0,019	Uygun	Uygun	3,235	0,93	1,35	0,93	0,97	0,349	0,026	0,026	0,349	0,35	1000	13,693	2,04E-11	0,401	1,35	0,083	1,275	0,5	0,012	4,90	2,76

## CNO DAL DALGA TEOR S

Tablo 10.14  $\sigma=0,5$  ve  $d=2,0$  m için Cnoidal dalga teorisi çözümleri

h=d(m)	d/(gT <sup>2</sup> )	T(sn)	H/(gT <sup>2</sup> )	H(m)	H/d	T*(g/d)	k <sup>2</sup>	L <sup>2</sup> H/d <sup>4</sup>	L(m)	d/L	<1/8	<0,040	C(m/sn)	(y <sub>c</sub> -d)/H	y <sub>c</sub> (m)	[(y <sub>c</sub> -d)/H]+1	y <sub>1</sub> (m)	η <sub>1</sub> (m)	η <sub>2</sub> (m)	η <sub>3</sub> /h	η <sub>4</sub> /h	z	Ur	K	k <sub>1</sub>	η <sub>max</sub>	(z+h)/h	U <sub>min</sub>	U <sub>max</sub>	β <sub>0</sub>	k <sub>(max)</sub>	m <sub>(max)</sub>	m <sub>(min)</sub>
2,00	0,0005	20,19	0,000060	0,24	0,12	44,72	1*10 <sup>-4</sup>	200	81,65	0,024	Uygun	Uygun	4,044	0,83	2,20	0,83	1,96	0,199	0,041	0,020	0,100	0,20	200	6,124	7,67E-05	0,281	1,10	0,081	0,394	0,5	0,005	2,35	1,94
2,00	0,0009	15,05	0,000050	0,11	0,06	33,33	1*10 <sup>1,6</sup>	55	62,93	0,032	Uygun	Uygun	4,181	0,68	2,08	0,68	1,96	0,076	0,036	0,018	0,038	0,08	55	3,252	0,02466	0,147	1,04	0,073	0,159	0,5	0,003	2,22	2,05
2,00	0,0010	14,28	0,000100	0,20	0,10	31,62	1*10 <sup>2,5</sup>	100	63,25	0,032	Uygun	Uygun	4,429	0,77	2,15	0,77	1,95	0,154	0,046	0,023	0,077	0,15	100	4,336	0,002753	0,246	1,08	0,099	0,342	0,5	0,005	2,53	2,14
2,00	0,0006	18,43	0,000170	0,57	0,28	40,82	1*10 <sup>6</sup>	360	71,29	0,028	Uygun	Uygun	3,867	0,86	2,49	0,86	1,92	0,487	0,079	0,040	0,244	0,49	360	6,847	1,81E-05	0,646	1,24	0,147	0,862	0,5	0,012	2,61	1,85
2,00	0,0007	17,07	0,000090	0,26	0,13	37,80	1*10 <sup>4</sup>	200	78,88	0,025	Uygun	Uygun	4,622	0,92	2,24	0,92	1,98	0,237	0,021	0,010	0,118	0,24	200	12,990	8,33E-11	0,278	1,12	0,047	0,740	0,5	0,009	3,83	1,88
2,00	0,0004	22,58	0,000150	0,75	0,38	50,00	1*10 <sup>12</sup>	1000	103,28	0,019	Uygun	Uygun	4,575	0,93	2,70	0,93	1,95	0,698	0,053	0,026	0,349	0,70	1000	13,693	2,04E-11	0,803	1,35	0,117	1,804	0,5	0,017	4,36	2,01

\*d/(gT<sup>2</sup>) ve H/(gT<sup>2</sup>) ekil 2.3'ten alınmıştır.Kk<sup>2</sup> de erleri ekil 6.4'ten alınmıştır.\*L<sup>2</sup>H/d<sup>4</sup> de erleri ekil 6.5'ten alınmıştır.\*(y<sub>c</sub>-d)/H ve [(y<sub>c</sub>-d)/H]+1 de erleri ekil 6.6'dan alınmıştır.\*K ve m<sub>1</sub> de Tablo 6.2'den alınmıştır.



## CNO DAL DALGA TEOR S

Tablo 10.15  $\sigma=1$  ve  $d=1,0$  m için Cnoidal dalga teorisi çözümleri

h=d(m)	d/(gT <sup>2</sup> )	T(sn)	H/(gT <sup>2</sup> )	H(m)	H/d	T*(g/d)	k <sup>2</sup>	L <sup>2</sup> H/d <sup>3</sup>	L(m)	d/L	<1/8	<0,040	C(m/sn)	(y <sub>c</sub> -d)/H	y <sub>c</sub> (m)	(y <sub>c</sub> -d)/H+1	y <sub>c</sub> (m)	η <sub>c</sub> (m)	η <sub>c</sub> (m)	η <sub>c</sub> /h	η <sub>c</sub> /h	z	Ur	K	k <sub>1</sub>	η <sub>max</sub>	(z+h)/h	U <sub>min</sub>	U <sub>max</sub>	β <sub>0</sub>	k <sub>max</sub>	m <sub>max</sub>	m <sub>min</sub>
1,00	0,0005	14,28	0,000060	0,12	0,12	44,72	1*10 <sup>-4</sup>	200	40,82	0,024	Uygun	Uygun	2,859	0,83	1,10	0,83	0,98	0,100	0,020	0,020	0,100	0,10	200	6,124	7,67E-05	0,140	1,10	0,057	0,279	1,0	0,007	3,01	2,52
1,00	0,0009	10,64	0,000050	0,06	0,06	33,33	1*10 <sup>-1/8</sup>	55	31,46	0,032	Uygun	Uygun	2,956	0,68	1,04	0,68	0,98	0,038	0,018	0,018	0,038	0,04	55	3,252	0,02466	0,073	1,04	0,052	0,112	1,0	0,004	2,99	2,75
1,00	0,0010	10,10	0,000100	0,10	0,10	31,62	1*10 <sup>-2/8</sup>	100	31,62	0,032	Uygun	Uygun	3,132	0,77	1,08	0,77	0,98	0,077	0,023	0,023	0,077	0,08	100	4,336	0,002753	0,123	1,08	0,070	0,242	1,0	0,006	3,29	2,80
1,00	0,0006	13,03	0,000170	0,28	0,28	40,82	1*10 <sup>-6</sup>	360	35,65	0,028	Uygun	Uygun	2,735	0,86	1,24	0,86	0,96	0,244	0,040	0,040	0,244	0,24	360	6,847	1,81E-05	0,323	1,24	0,104	0,610	1,0	0,017	3,04	2,30
1,00	0,0007	12,07	0,000090	0,13	0,13	37,80	1*10 <sup>-4</sup>	200	39,44	0,025	Uygun	Uygun	3,268	0,92	1,12	0,92	0,99	0,118	0,010	0,010	0,118	0,12	200	12,990	8,33E-11	0,139	1,12	0,033	0,523	1,0	0,013	4,83	1,98
1,00	0,0004	15,96	0,000150	0,38	0,38	50,00	1*10 <sup>-12</sup>	1000	51,64	0,019	Uygun	Uygun	3,235	0,93	1,35	0,93	0,97	0,349	0,026	0,026	0,349	0,35	1000	13,693	2,04E-11	0,401	1,35	0,083	1,275	1,0	0,025	4,86	2,29

## CNO DAL DALGA TEOR S

Tablo 10.16  $\sigma=1$  ve  $d=2,0$  m için Cnoidal dalga teorisi çözümleri

h=d(m)	d/(gT <sup>2</sup> )	T(sn)	H/(gT <sup>2</sup> )	H(m)	H/d	T*(g/d)	k <sup>2</sup>	L <sup>2</sup> H/d <sup>3</sup>	L(m)	d/L	<1/8	<0,040	C(m/sn)	(y <sub>c</sub> -d)/H	y <sub>c</sub> (m)	(y <sub>c</sub> -d)/H+1	y <sub>c</sub> (m)	η <sub>c</sub> (m)	η <sub>c</sub> (m)	η <sub>c</sub> /h	η <sub>c</sub> /h	z	Ur	K	k <sub>1</sub>	η <sub>max</sub>	(z+h)/h	U <sub>min</sub>	U <sub>max</sub>	β <sub>0</sub>	k <sub>max</sub>	m <sub>max</sub>	m <sub>min</sub>
2,00	0,0005	20,19	0,000060	0,24	0,12	44,72	1*10 <sup>-4</sup>	200	81,65	0,024	Uygun	Uygun	4,044	0,83	2,20	0,83	1,96	0,199	0,041	0,020	0,100	0,20	200	6,124	7,67E-05	0,281	1,10	0,081	0,394	1,0	0,010	2,33	1,82
2,00	0,0009	15,05	0,000050	0,11	0,06	33,33	1*10 <sup>-1/8</sup>	55	62,93	0,032	Uygun	Uygun	4,181	0,68	2,08	0,68	1,96	0,076	0,036	0,018	0,038	0,08	55	3,252	0,02466	0,147	1,04	0,073	0,159	1,0	0,005	2,19	1,98
2,00	0,0010	14,28	0,000100	0,20	0,10	31,62	1*10 <sup>-2/8</sup>	100	63,25	0,032	Uygun	Uygun	4,429	0,77	2,15	0,77	1,95	0,154	0,046	0,023	0,077	0,15	100	4,336	0,002753	0,246	1,08	0,099	0,342	1,0	0,011	2,50	2,03
2,00	0,0006	18,43	0,000170	0,57	0,28	40,82	1*10 <sup>-6</sup>	360	71,29	0,028	Uygun	Uygun	3,867	0,86	2,49	0,86	1,92	0,487	0,079	0,040	0,244	0,49	360	6,847	1,81E-05	0,646	1,24	0,147	0,862	1,0	0,024	2,58	1,70
2,00	0,0007	17,07	0,000090	0,26	0,13	37,80	1*10 <sup>-4</sup>	200	78,88	0,025	Uygun	Uygun	4,622	0,92	2,24	0,92	1,98	0,237	0,021	0,010	0,118	0,24	200	12,990	8,33E-11	0,278	1,12	0,047	0,740	1,0	0,019	3,79	1,42
2,00	0,0004	22,58	0,000150	0,75	0,38	50,00	1*10 <sup>-12</sup>	1000	103,28	0,019	Uygun	Uygun	4,575	0,93	2,70	0,93	1,95	0,698	0,053	0,026	0,349	0,70	1000	13,693	2,04E-11	0,803	1,35	0,117	1,804	1,0	0,035	4,34	1,68

## CNO DAL DALGA TEOR S

Tablo 10.17  $\sigma=5$  ve  $d=1,0$  m için Cnoidal dalga teorisi çözümleri

h=d(m)	d/(gT <sup>2</sup> )	T(sn)	H/(gT <sup>2</sup> )	H(m)	H/d	T*(g/d)	k <sup>2</sup>	L <sup>2</sup> H/d <sup>3</sup>	L(m)	d/L	<1/8	<0,040	C(m/sn)	(y <sub>c</sub> -d)/H	y <sub>c</sub> (m)	(y <sub>c</sub> -d)/H+1	y <sub>c</sub> (m)	η <sub>c</sub> (m)	η <sub>c</sub> (m)	η <sub>c</sub> /h	η <sub>c</sub> /h	z	Ur	K	k <sub>1</sub>	η <sub>max</sub>	(z+h)/h	U <sub>min</sub>	U <sub>max</sub>	β <sub>0</sub>	k <sub>max</sub>	m <sub>max</sub>	m <sub>min</sub>
1,00	0,0005	14,28	0,000060	0,12	0,12	44,72	1*10 <sup>-4</sup>	200	40,82	0,024	Uygun	Uygun	2,859	0,83	1,10	0,83	0,98	0,100	0,020	0,020	0,100	0,10	200	6,124	7,67E-05	0,140	1,10	0,057	0,279	5,0	0,034	2,74	1,18
1,00	0,0009	10,64	0,000050	0,06	0,06	33,33	1*10 <sup>-1/8</sup>	55	31,46	0,032	Uygun	Uygun	2,956	0,68	1,04	0,68	0,98	0,038	0,018	0,018	0,038	0,04	55	3,252	0,02466	0,073	1,04	0,052	0,112	5,0	0,018	2,61	1,95
1,00	0,0010	10,10	0,000100	0,10	0,10	31,62	1*10 <sup>-2/8</sup>	100	31,62	0,032	Uygun	Uygun	3,132	0,77	1,08	0,77	0,98	0,077	0,023	0,023	0,077	0,08	100	4,336	0,002753	0,123	1,08	0,070	0,242	5,0	0,038	2,89	1,46
1,00	0,0006	13,03	0,000170	0,28	0,28	40,82	1*10 <sup>-6</sup>	360	35,65	0,028	Uygun	Uygun	2,735	0,86	1,24	0,86	0,96	0,244	0,040	0,040	0,244	0,24	360	6,847	1,81E-05	0,323	1,24	0,104	0,610	5,0	0,086	2,76	0,57
1,00	0,0007	12,07	0,000090	0,13	0,13	37,80	1*10 <sup>-4</sup>	200	39,44	0,025	Uygun	Uygun	3,268	0,92	1,12	0,92	0,99	0,118	0,010	0,010	0,118	0,12	200	12,990	8,33E-11	0,139	1,12	0,033	0,523	5,0	0,066	4,38	-3,18
1,00	0,0004	15,96	0,000150	0,38	0,38	50,00	1*10 <sup>-12</sup>	1000	51,64	0,019	Uygun	Uygun	3,235	0,93	1,35	0,93	0,97	0,349	0,026	0,026	0,349	0,35	1000	13,693	2,04E-11	0,401	1,35	0,083	1,275	5,0	0,123	4,58	-1,47

## CNO DAL DALGA TEOR S

Tablo 10.18  $\sigma=5$  ve  $d=2,0$  m için Cnoidal dalga teorisi çözümleri

h=d(m)	d/(gT <sup>2</sup> )	T(sn)	H/(gT <sup>2</sup> )	H(m)	H/d	T*(g/d)	k <sup>2</sup>	L <sup>2</sup> H/d <sup>3</sup>	L(m)	d/L	<1/8	<0,040	C(m/sn)	(y <sub>c</sub> -d)/H	y <sub>c</sub> (m)	(y <sub>c</sub> -d)/H+1	y <sub>c</sub> (m)	η <sub>c</sub> (m)	η <sub>c</sub> (m)	η <sub>c</sub> /h	η <sub>c</sub> /h	z	Ur	K	k <sub>1</sub>	η <sub>max</sub>	(z+h)/h	U <sub>min</sub>	U <sub>max</sub>	β <sub>0</sub>	k <sub>max</sub>	m <sub>max</sub>	m <sub>min</sub>
2,00	0,0005	20,19	0,000060	0,24	0,12	44,72	1*10 <sup>-4</sup>	200	81,65	0,024	Uygun	Uygun	4,044	0,83	2,20	0,83	1,96	0,199	0,041	0,020	0,100	0,20	200	6,124	7,67E-05	0,281	1,10	0,081	0,394	5,0	0,048	2,13	0,88
2,00	0,0009	15,05	0,000050	0,11	0,06	33,33	1*10 <sup>-1/8</sup>	55	62,93	0,032	Uygun	Uygun	4,181	0,68	2,08	0,68	1,96	0,076	0,036	0,018	0,038	0,08	55	3,252	0,02466	0,147	1,04	0,073	0,159	5,0	0,025	1,92	1,41
2,00	0,0010	14,28	0,000100	0,20	0,10	31,62	1*10 <sup>-2/8</sup>	100	63,25	0,032	Uygun	Uygun	4,429	0,77	2,15	0,77	1,95	0,154	0,046	0,023	0,077	0,15	100	4,336	0,002753	0,246	1,08	0,099	0,342	5,0	0,054	2,21	1,08
2,00	0,0006	18,43	0,000170	0,57	0,28	40,82	1*10 <sup>-6</sup>	360	71,29	0,028	Uygun	Uygun	3,867	0,86	2,49	0,86	1,92	0,487	0,079	0,040	0,244	0,49	360	6,847	1,81E-05	0,646	1,24	0,147	0,862	5,0	0,121	2,38	0,48
2,00	0,0007	17,07	0,000090	0,26	0,13	37,80	1*10 <sup>-4</sup>	200	78,88	0,025	Uygun	Uygun	4,622	0,92	2,24	0,92	1,98	0,237	0,021	0,010	0,118	0,24	200	12,990	8,33E-11	0,278	1,12	0,047	0,740	5,0	0,094	3,47	-2,22
2,00	0,0004	22,58	0,000150	0,75	0,38	50,00	1*10 <sup>-12</sup>	1000	103,28	0,019	Uygun	Uygun	4,575	0,93	2,70	0,93	1,95	0,698	0,053	0,026	0,349	0,70	1000	13,693	2,04E-11	0,803	1,35	0,117	1,804	5,0	0,175	4,14	-0,98

\*d/(gT<sup>2</sup>) ve H/(gT<sup>2</sup>) ekil 2.3'ten alınmıştır.\*k<sup>2</sup> de erleri ekil 6.4'ten alınmıştır.\*L<sup>2</sup>H/d<sup>3</sup> de erleri ekil 6.5'ten alınmıştır.\*(y<sub>c</sub>-d)/H ve [(y<sub>c</sub>-d)/H]+1 de erleri ekil 6.6'dan alınmıştır.\*K ve m<sub>1</sub> de Tablo 6.2'den alınmıştır.

## CNO DAL DALGA TEOR S

Tablo 10.19 d=1,0 m için Cnoidal dalga teorisinin  $\beta_0 - U$  çözümleri

d=1,0		o=0,1			o=0,5			o=1,0			o=5,0		
$U_{min}$	$U_{max}$	K		m	k		m	k		m	k		m
0,057	0,279	0,001	0,100	3,07	0,003	0,100	3,05	0,007	0,100	3,01	0,034	0,100	2,74
0,052	0,112	0,004	0,038	2,98	0,002	0,038	3,03	0,004	0,038	2,99	0,018	0,038	2,61
0,070	0,242	0,016	0,077	3,18	0,004	0,077	3,34	0,008	0,077	3,29	0,038	0,077	2,89
0,104	0,610	0,053	0,244	2,89	0,009	0,244	3,08	0,017	0,244	3,04	0,086	0,244	2,76
0,033	0,523	0,054	0,118	4,48	0,007	0,118	4,89	0,013	0,118	4,83	0,066	0,118	4,38
0,083	1,275	0,126	0,349	4,57	0,012	0,349	4,90	0,025	0,349	4,86	0,123	0,349	4,58

## CNO DAL DALGA TEOR S

Tablo 10.20 d=2,0 m için Cnoidal dalga teorisinin  $\beta_0 - U$  çözümleri

d=2,0		o=0,1			o=0,5			o=1,0			o=5,0		
$U_{min}$	$U_{max}$	k		m	k		m	k		m	k		m
0,081	0,394	0,001	0,199	2,37	0,005	0,199	2,35	0,010	0,199	2,33	0,048	0,199	2,13
0,073	0,159	0,001	0,076	2,25	0,003	0,076	2,22	0,005	0,076	2,19	0,025	0,076	1,92
0,099	0,342	0,001	0,154	2,56	0,005	0,154	2,53	0,011	0,154	2,50	0,054	0,154	2,21
0,147	0,862	0,002	0,487	2,63	0,012	0,487	2,61	0,024	0,487	2,58	0,121	0,487	2,38
0,047	0,740	0,002	0,237	3,86	0,009	0,237	3,83	0,019	0,237	3,79	0,094	0,237	3,47
0,117	1,804	0,003	0,698	4,38	0,017	0,698	4,36	0,035	0,698	4,34	0,175	0,698	4,14

\*u ve w değerleri Tablo 10.11 - 10.18 'den alınmıştır.

## SOL TARY DALGA TEOR S

Tablo 10.21  $\beta_0 = 0$ , ve  $d=1,0$  m için Solitary dalga teorisi çözümleri

<b>h=d(m)</b>	<b>d/(g*T<sup>2</sup>)</b>	<b>T(sn)</b>	<b>H/(g*T<sup>2</sup>)</b>	<b>H(m)</b>	<b>C (m/sn)</b>	<b>t=T/4</b>	<b>t=3T/4</b>	<b>x</b>	<b>L (m)</b>	<b>Ur</b>	<b>K</b>	<b>z(m)</b>	<b>m</b>	<b>(max)</b>	<b>(min)</b>	<b>(max)</b>	<b>(min)</b>	<b>U<sub>max</sub></b>	<b>°</b>	<b>k</b>
1,00	0,00060	13,03	0,0010	1,67	5,115	3,26	9,78	0,00	66,67	7407,4	36,228	0,00	1,00	18,63	55,90	57,480	172,440	5,220	0,1	0,008
1,00	0,00100	10,10	0,0012	1,20	4,646	2,52	7,57	0,00	46,90	2640,0	23,717	0,00	1,00	11,12	33,37	24,707	74,120	3,759	0,1	0,008
1,00	0,00070	12,07	0,0014	2,00	5,425	3,02	9,05	0,00	65,47	8571,4	41,079	0,00	1,00	20,04	60,13	74,198	222,593	6,264	0,1	0,010
1,00	0,00080	11,29	0,0017	2,13	5,537	2,82	8,47	0,00	62,50	8300,8	38,730	0,00	1,00	19,73	59,18	77,580	232,741	6,656	0,1	0,011
1,00	0,00110	9,63	0,0020	1,82	5,258	2,41	7,22	0,00	50,62	4658,2	41,079	0,00	1,00	14,78	44,33	49,725	149,176	5,695	0,1	0,011
1,00	0,00050	14,28	0,0006	1,20	4,646	3,57	10,71	0,00	66,33	5280,0	30,619	0,00	1,00	15,73	47,20	34,941	104,822	3,759	0,1	0,006

## SOL TARY DALGA TEOR S

Tablo 10.22  $\beta_0 = 0$ , ve  $d=2,0$  m için Solitary dalga teorisi çözümleri

<b>h=d(m)</b>	<b>d/(g*T<sup>2</sup>)</b>	<b>T(sn)</b>	<b>H/(g*T<sup>2</sup>)</b>	<b>H(m)</b>	<b>C (m/sn)</b>	<b>t=T/4</b>	<b>t=3T/4</b>	<b>x</b>	<b>L (m)</b>	<b>Ur</b>	<b>K</b>	<b>z(m)</b>	<b>m</b>	<b>(max)</b>	<b>(min)</b>	<b>(max)</b>	<b>(min)</b>	<b>U<sub>max</sub></b>	<b>°</b>	<b>k</b>
2,00	0,00060	18,43	0,0010	3,33	7,233	4,61	13,83	0,00	133,33	7407,4	36,228	0,00	1,00	18,63	55,90	-95,026	-285,077	7,382	0,1	0,011
2,00	0,00100	14,28	0,0012	2,40	6,570	3,57	10,71	0,00	93,81	2640,0	23,717	0,00	1,00	11,12	33,37	-40,845	-122,536	5,315	0,1	0,011
2,00	0,00070	17,07	0,0014	4,00	7,672	4,27	12,80	0,00	130,93	8571,4	41,079	0,00	1,00	20,04	60,13	-	-367,991	8,859	0,1	0,014
2,00	0,00080	15,96	0,0017	4,25	7,830	3,99	11,97	0,00	125,00	8300,8	38,730	0,00	1,00	19,73	59,18	-	-384,768	9,413	0,1	0,015
2,00	0,00110	13,61	0,0020	3,64	7,436	3,40	10,21	0,00	101,23	4658,2	41,079	0,00	1,00	14,78	44,33	-82,206	-246,618	8,054	0,1	0,016
2,00	0,0005	20,19	0,0006	2,40	6,570	5,05	15,14	0,00	132,66	5280,0	30,619	0,00	1,00	15,73	47,20	-57,764	-173,292	5,315	0,1	0,008

\*d/(g\*T<sup>2</sup>) ve H/(g\*T<sup>2</sup>) Şekil 2.3 'ten alınmıştır.

\*k = m değerleri Tablo 6.2 'den alınmıştır.

### SOL TARY DALGA TEOR S

Tablo 10.23  $\beta_0 = 0,5$  ve  $d=1,0$  m için Solitary dalga teorisi çözümleri

$h=d(m)$	$d/(g*T^2)$	$T(sn)$	$H/(g*T^2)$	$H(m)$	$C (m/sn)$	$t=T/4$	$t=3T/4$	$x$	$L (m)$	$U_r$	$K$	$z(m)$	$m$	(max)	(min)	(max)	(min)	$U_{max}$	$\sigma$	$k$
1,00	0,00060	13,03	0,0010	1,67	5,115	3,26	9,78	0,00	66,67	7407,4	36,228	0,00	1,00	18,63	55,90	57,480	172,440	5,220	0,5	0,039
1,00	0,00100	10,10	0,0012	1,20	4,646	2,52	7,57	0,00	46,90	2640,0	23,717	0,00	1,00	11,12	33,37	24,707	74,120	3,759	0,5	0,040
1,00	0,00070	12,07	0,0014	2,00	5,425	3,02	9,05	0,00	65,47	8571,4	41,079	0,00	1,00	20,04	60,13	74,198	222,593	6,264	0,5	0,048
1,00	0,00080	11,29	0,0017	2,13	5,537	2,82	8,47	0,00	62,50	8300,8	38,730	0,00	1,00	19,73	59,18	77,580	232,741	6,656	0,5	0,053
1,00	0,00110	9,63	0,0020	1,82	5,258	2,41	7,22	0,00	50,62	4658,2	41,079	0,00	1,00	14,78	44,33	49,725	149,176	5,695	0,5	0,056
1,00	0,0005	14,28	0,0006	1,20	4,646	3,57	10,71	0,00	66,33	5280,0	30,619	0,00	1,00	15,73	47,20	34,941	104,822	3,759	0,5	0,028

### SOL TARY DALGA TEOR S

Tablo 10.24  $\beta_0 = 0,5$  ve  $d=2,0$  m için Solitary dalga teorisi çözümleri

$h=d(m)$	$d/(g*T^2)$	$T(sn)$	$H/(g*T^2)$	$H(m)$	$C (m/sn)$	$t=T/4$	$t=3T/4$	$x$	$L (m)$	$U_r$	$K$	$z(m)$	$m$	(max)	(min)	(max)	(min)	$U_{max}$	$\sigma$	$k$
2,00	0,00060	18,43	0,0010	3,33	7,233	4,61	13,83	0,00	133,33	7407,4	36,228	0,00	1,00	18,63	55,90	-95,026	-285,077	7,382	0,5	0,055
2,00	0,00100	14,28	0,0012	2,40	6,570	3,57	10,71	0,00	93,81	2640,0	23,717	0,00	1,00	11,12	33,37	-40,845	-122,536	5,315	0,5	0,057
2,00	0,00070	17,07	0,0014	4,00	7,672	4,27	12,80	0,00	130,93	8571,4	41,079	0,00	1,00	20,04	60,13	-122,664	-367,991	8,859	0,5	0,068
2,00	0,00080	15,96	0,0017	4,25	7,830	3,99	11,97	0,00	125,00	8300,8	38,730	0,00	1,00	19,73	59,18	-128,256	-384,768	9,413	0,5	0,075
2,00	0,00110	13,61	0,0020	3,64	7,436	3,40	10,21	0,00	101,23	4658,2	41,079	0,00	1,00	14,78	44,33	-82,206	-246,618	8,054	0,5	0,080
2,00	0,0005	20,19	0,0006	2,40	6,570	5,05	15,14	0,00	132,66	5280,0	30,619	0,00	1,00	15,73	47,20	-57,764	-173,292	5,315	0,5	0,040

\* $d/(g*T^2)$  ve  $H/(g*T^2)$  Şekil 2.3 'ten alınmıştır.

\* $k = m$  değerleri Tablo 6.2 'den alınmıştır.

## SOL TARY DALGA TEOR S

Tablo 10.25  $\beta_0 = ,0$  ve  $d=1,0$  m için Solitary dalga teorisi çözümleri

h=d(m)	d/(g*T <sup>2</sup> )	T(sn)	H/(g*T <sup>2</sup> )	H(m)	C (m/sn)	t=T/4	t=3T/4	x	L (m)	Ur	K	z(m)	m	(max)	(min)	(max)	(min)	U <sub>max</sub>	o	k
1,00	0,00060	13,03	0,0010	1,67	5,115	3,26	9,78	0,00	66,67	7407,4	36,228	0,00	1,00	18,63	55,90	57,480	172,440	5,220	1,0	0,078
1,00	0,00100	10,10	0,0012	1,20	4,646	2,52	7,57	0,00	46,90	2640,0	23,717	0,00	1,00	11,12	33,37	24,707	74,120	3,759	1,0	0,080
1,00	0,00070	12,07	0,0014	2,00	5,425	3,02	9,05	0,00	65,47	8571,4	41,079	0,00	1,00	20,04	60,13	74,198	222,593	6,264	1,0	0,096
1,00	0,00080	11,29	0,0017	2,13	5,537	2,82	8,47	0,00	62,50	8300,8	38,730	0,00	1,00	19,73	59,18	77,580	232,741	6,656	1,0	0,106
1,00	0,00110	9,63	0,0020	1,82	5,258	2,41	7,22	0,00	50,62	4658,2	41,079	0,00	1,00	14,78	44,33	49,725	149,176	5,695	1,0	0,113
1,00	0,0005	14,28	0,0006	1,20	4,646	3,57	10,71	0,00	66,33	5280,0	30,619	0,00	1,00	15,73	47,20	34,941	104,822	3,759	1,0	0,057

## SOL TARY DALGA TEOR S

Tablo 10.26  $\beta_0 = ,0$  ve  $d=2,0$  m için Solitary dalga teorisi çözümleri

h=d(m)	d/(g*T <sup>2</sup> )	T(sn)	H/(g*T <sup>2</sup> )	H(m)	C (m/sn)	t=T/4	t=3T/4	x	L (m)	Ur	K	z(m)	m	(max)	(min)	(max)	(min)	U <sub>max</sub>	o	k
2,00	0,00060	18,43	0,0010	3,33	7,233	4,61	13,83	0,00	133,33	7407,4	36,228	0,00	1,00	18,63	55,90	-95,026	-285,077	7,382	1,0	0,111
2,00	0,00100	14,28	0,0012	2,40	6,570	3,57	10,71	0,00	93,81	2640,0	23,717	0,00	1,00	11,12	33,37	-40,845	-122,536	5,315	1,0	0,113
2,00	0,00070	17,07	0,0014	4,00	7,672	4,27	12,80	0,00	130,93	8571,4	41,079	0,00	1,00	20,04	60,13	-122,664	-367,991	8,859	1,0	0,135
2,00	0,00080	15,96	0,0017	4,25	7,830	3,99	11,97	0,00	125,00	8300,8	38,730	0,00	1,00	19,73	59,18	-128,256	-384,768	9,413	1,0	0,151
2,00	0,00110	13,61	0,0020	3,64	7,436	3,40	10,21	0,00	101,23	4658,2	41,079	0,00	1,00	14,78	44,33	-82,206	-246,618	8,054	1,0	0,159
2,00	0,0005	20,19	0,0006	2,40	6,570	5,05	15,14	0,00	132,66	5280,0	30,619	0,00	1,00	15,73	47,20	-57,764	-173,292	5,315	1,0	0,080

\*d/(g\*T<sup>2</sup>) ve H/(g\*T<sup>2</sup>) Şekil 2.3 'ten alınmıştır.

\*k = m değerleri Tablo 6.2 'den alınmıştır.

## SOL TARY DALGA TEOR S

Tablo 10.27  $\beta_0 = 5,0$  ve  $d=1,0$  m için Solitary dalga teorisi çözümleri

T(sn)	H/(g*T <sup>2</sup> )	H(m)	C (m/sn)	t=T/4	t=3T/4	x	L (m)	Ur	K	z(m)	M	(max)	(min)	(max)	(min)	U <sub>max</sub>	o	k
13,03	0,0010	1,67	5,115	3,26	9,78	0,00	66,67	7407,4	36,228	0,00	1,00	18,63	55,90	57,480	172,440	5,220	5,0	0,392
10,10	0,0012	1,20	4,646	2,52	7,57	0,00	46,90	2640,0	23,717	0,00	1,00	11,12	33,37	24,707	74,120	3,759	5,0	0,401
12,07	0,0014	2,00	5,425	3,02	9,05	0,00	65,47	8571,4	41,079	0,00	1,00	20,04	60,13	74,198	222,593	6,264	5,0	0,478
11,29	0,0017	2,13	5,537	2,82	8,47	0,00	62,50	8300,8	38,730	0,00	1,00	19,73	59,18	77,580	232,741	6,656	5,0	0,532
9,63	0,0020	1,82	5,258	2,41	7,22	0,00	50,62	4658,2	41,079	0,00	1,00	14,78	44,33	49,725	149,176	5,695	5,0	0,563
14,28	0,0006	1,20	4,646	3,57	10,71	0,00	66,33	5280,0	30,619	0,00	1,00	15,73	47,20	34,941	104,822	3,759	5,0	0,283

## SOL TARY DALGA TEOR S

Tablo 10.28  $\beta_0 = 5,0$  ve  $d=2,0$  m için Solitary dalga teorisi çözümleri

T(sn)	H/(g*T <sup>2</sup> )	H(m)	C (m/sn)	t=T/4	t=3T/4	x	L (m)	Ur	K	z(m)	M	(max)	(min)	(max)	(min)	U <sub>max</sub>	o	k
18,43	0,0010	3,33	7,233	4,61	13,83	0,00	133,33	7407,4	36,228	0,00	1,00	18,63	55,90	-95,026	-285,077	7,382	5,0	0,554
14,28	0,0012	2,40	6,570	3,57	10,71	0,00	93,81	2640,0	23,717	0,00	1,00	11,12	33,37	-40,845	-122,536	5,315	5,0	0,567
17,07	0,0014	4,00	7,672	4,27	12,80	0,00	130,93	8571,4	41,079	0,00	1,00	20,04	60,13	-122,664	-367,991	8,859	5,0	0,677
15,96	0,0017	4,25	7,830	3,99	11,97	0,00	125,00	8300,8	38,730	0,00	1,00	19,73	59,18	-128,256	-384,768	9,413	5,0	0,753
13,61	0,0020	3,64	7,436	3,40	10,21	0,00	101,23	4658,2	41,079	0,00	1,00	14,78	44,33	-82,206	-246,618	8,054	5,0	0,796
20,19	0,0006	2,40	6,570	5,05	15,14	0,00	132,66	5280,0	30,619	0,00	1,00	15,73	47,20	-57,764	-173,292	5,315	5,0	0,401

\*d/(g\*T<sup>2</sup>) ve H/(g\*T<sup>2</sup>) Şekil 2.3 'ten alınmıştır.

\*k = m değerleri Tablo 6.2 'den alınmıştır.

## SOLITARY DALGA TEORİSİ

Tablo 10.29  $d=1,0$  m için Solitary dalga teorisinin  $\beta_0 - U$  çözümleri

<b>d=1,0</b>	<b><math>\beta_0=0,1</math></b>			<b><math>\beta_0=0,5</math></b>			<b><math>\beta_0=1,0</math></b>			<b><math>\beta_0=5,0</math></b>		
<b><math>U_{max}</math></b>	<b>k</b>		<b>m</b>	<b>k</b>		<b>m</b>	<b>k</b>		<b>m</b>	<b>k</b>		<b>m</b>
5,220	0,008	57,480	1,00	0,039	57,480	1,00	0,078	57,480	1,00	0,392	57,480	1,00
3,759	0,008	24,707	1,00	0,040	24,707	1,00	0,080	24,707	1,00	0,401	24,707	1,00
6,264	0,010	74,198	1,00	0,048	74,198	1,00	0,096	74,198	1,00	0,478	74,198	1,00
6,656	0,011	77,580	1,00	0,053	77,580	1,00	0,106	77,580	1,00	0,532	77,580	1,00
5,695	0,011	49,725	1,00	0,056	49,725	1,00	0,113	49,725	1,00	0,563	49,725	1,00
3,759	0,006	34,941	1,00	0,028	34,941	1,00	0,057	34,941	1,00	0,283	34,941	1,00

## SOLITARY DALGA TEORİSİ

Tablo 10.30  $d=2,0$  m için Solitary dalga teorisinin  $\beta_0 - U$  çözümleri

<b>d=2,0</b>	<b><math>\beta_0=0,1</math></b>			<b><math>\beta_0=0,5</math></b>			<b><math>\beta_0=1,0</math></b>			<b><math>\beta_0=5,0</math></b>		
<b><math>U_{max}</math></b>	<b>k</b>		<b>m</b>	<b>k</b>		<b>m</b>	<b>k</b>		<b>m</b>	<b>k</b>		<b>m</b>
7,382	0,011	-95,026	1,00	0,055	-95,026	1,00	0,111	-95,026	1,00	0,554	-95,026	1,00
5,315	0,011	-40,845	1,00	0,057	-40,845	1,00	0,113	-40,845	1,00	0,567	-40,845	1,00
8,859	0,014	-122,664	1,00	0,068	-122,664	1,00	0,135	-122,664	1,00	0,677	-122,664	1,00
9,413	0,015	-128,256	1,00	0,075	-128,256	1,00	0,151	-128,256	1,00	0,753	-128,256	1,00
8,054	0,016	-82,206	1,00	0,080	-82,206	1,00	0,159	-82,206	1,00	0,796	-82,206	1,00
5,315	0,008	-57,764	1,00	0,040	-57,764	1,00	0,080	-57,764	1,00	0,401	-57,764	1,00

## SONUÇLAR VE DEĞERLENDİRME

Bu çalışmada kıyı yapılaşmasında kullanılmak üzere, kıyı bölgelerinde derinliği fazla olmayan sığ sularda yüzey dalgalarını modelleyen dalga teorileri ele alınmıştır. Sığ su dalga teorilerinden Lineer (Airy) dalga teorisi, Cnoidal dalga teorisi ve Solitary dalga teorisi üzerinde durulmuştur. Küçük genlikli dalgaların sınır şartları incelenmiştir. Özel Lie Grup dönüşümlerinden alıntı yapılmıştır.

Sığ su dalga teorileri ile bulunan keyfi sabitler ve partikül hızları, Özel Lie Grup dönüşümlerinin öteleme ve ölçekleme dönüşümlerinin sabit sürtünme katsayısı ve değişken sürtünme katsayısı durumlarına göre karşılaştırmaları yapılmıştır. Yapılan karşılaştırmada sığ su dalga teorileri ile bulunan benzerlik değişkenleri Özel Lie Grup dönüşümlerinin öteleme dönüşümünün sabit sürtünme katsayısı durumu ile farklılık gösterdiği görülmüştür. Bununla birlikte bazı noktalarda partikül hızları için sığ su dalga teorilerinin, ölçekleme dönüşümünün değişken sürtünme katsayısı durumu ile yakın değerler aldığı gözlenmiştir.

Sığ su dalga teorileri kullanılarak farklı nümerik çözümler elde edilebilir ve bu sayede çalışma genelleştirilebilir. Sığ suda rastgele alınan noktalarda sonuçların sabit değerler aldığı ve belirli aralıklarda değiştiği gözlenmiştir.



**REFERANSLAR**

Dean, R.G., and Dalrymple, R.A., 1991. Water wave mechanics for engineers and scientists, World Scientific.

Johnson, I.G., and Svendsen I., 1976. Hydrodynamics water waves. O.D.T.U. Library.

Kapdaşlı, S., 1992. Kıyı mühendisliği, İstanbul.

Mehaute, B.L., 1990. An Introduction to hydrodynamics and water waves, Springer – Verlag, New York, Heidelberg, Berlin.

Pakdemirli, M., Kılıç, M. A., 2003. Açık kanallarda dalga denkleminin analitik yolla çözümü, 8-32.

Sabuncu, T., 2000. Free surface hydrodynamics. İ.T.Ü.

Taşpınar, N., 1980. Dalga teorisi, İzmir.

Ünsal, İ., 1984. Oceanography. İ.T.Ü. İnşaat Fakültesi.

Yüksel, Y., 1994. Coastal engineering. Yıldız Technical University.

Yüksel, Y., Çevik, E., and Çelikoğlu, Y., 1998. Kıyı ve Liman Mühendisliği.

## ÖZGEÇM

Doğum Tarihi : 22. 07. 1977

Doğum Yeri : Savur

Haziran 1994 : İzmir Şirinyer Lisesi mezuniyeti.

Haziran 2002 : Celal Bayar Üniversitesi Mühendislik Fakültesi İnşaat Mühendisliği Bölümü Lisans Programı mezuniyeti.

Eylül 2002 : Celal Bayar Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İnşaat Mühendisliği Bölümü Hidrolik Anabilim Dalında Yüksek Lisans Programına başlama.