

**T.C.  
BÜLENT ECEVİT ÜNİVERSİTESİ  
SAĞLIK BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ  
BİYOİSTATİSTİK ANABİLİM DALI**

**FARKLI ÖRNEKLEM GENİŞLİKLERİNDE  
NORMAL DAĞILIM TESTLERİNİN KARŞILAŞTIRILMASI**

**Mustafa Çağatay BÜYÜKUYSAL**

**DOKTORA TEZİ**

**TEZ DANIŞMANI  
Prof. Dr. Vildan SÜMBÜLOĞLU**

**ZONGULDAK**

**2014**

**T.C.**  
**BÜLENT ECEVİT ÜNİVERSİTESİ**  
**SAĞLIK BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**  
**BİYOİSTATİSTİK ANABİLİM DALI**

**FARKLI ÖRNEKLEM GENİŞLİKLERİNDE**  
**NORMAL DAĞILIM TESTLERİNİN KARŞILAŞTIRILMASI**

**Mustafa Çağatay BÜYÜKUYSAL**

**DOKTORA TEZİ**

**TEZ DANIŞMANI**  
**Prof. Dr. Vildan SÜMBÜLOĞLU**

**ZONGULDAK**

**2014**

## KABUL VE ONAY

Mustafa Çağatay BÜYÜKUYSAL tarafından hazırlanan “FARKLI ÖRNEKLEM GENİŞLİKLERİNDE NORMAL DAĞILIM TESTLERİNİN KARŞILAŞTIRILMASI” başlıklı bu çalışma jürimiz tarafından değerlendirilerek, Bülent Ecevit Üniversitesi Sağlık Bilimleri Enstitüsü, Biyoistatistik Anabilim Dalı’nda Doktora Tezi olarak kabul edilmiştir.

30/06/2014

**Başkan (Danışman)**

: Prof. Dr. Vildan SÜMBÜLOĞLU

**Üye**

: Prof. Dr. Füsun CÖMERT

**Üye**

: Prof. Dr. Şerefden AÇIKGÖZ

**Üye**

: Doç. Dr. Pınar ÖZDEMİR

**Üye**

: Yrd. Doç. Dr. Fürüzan KÖKTÜRK

### ONAY:

Yukarıdaki imzaların, adı geçen öğretim üyelerine ait olduğunu onaylarım.

TARİH: 06/08/2014

Doç. Dr. Gamze YURDAKAN

Sağlık Bilimleri Enstitüsü Müdürü

## ÖNSÖZ

Her konuda bilgi ve tecrübelerinden faydalandığım, bana her zaman destek olan ve arkamda olduğunu hissettiren Sayın Hocam Prof. Dr. Vildan SÜMBÜLOĞLU'na, tez çalışmam boyunca yardımlarını benden esirgemeyen Doç. Dr. Ertuğrul ÇOLAK'a, tezime ilgili resmi işlemlerde bana yardımcı olan tüm Sağlık Bilimleri Enstitüsü personeline, doktora eğitimim boyunca ve tez çalışmam sırasında göstermiş olduğu destek ve sabrından dolayı eşime ve aileme teşekkür ederim.

Mustafa Çağatay BÜYÜKUYSAL

Haziran 2014, ZONGULDAK

## ÖZET

**Mustafa Çağatay BÜYÜKUYSAL, Farklı Örneklem Genişliklerinde Normal Dağılım Testlerinin Karşılaştırılması. Bülent Ecevit Üniversitesi, Sağlık Bilimleri Enstitüsü, Biyoistatistik Anabilim Dalı, Doktora Tezi, Zonguldak 2014.**

Normal dağılım varsayımı parametrik testlerin uygulanabilmesi için olması gereken en önemli varsayımlardan biridir. Normallik testleri, ilgili dağılımın normal dağılıma uygunluğunu test etmektedirler. Literatürde pek çok normal dağılım testi geliştirilmiştir. Bu çalışmada normal dağılım testlerinden en yaygın kullanılan ve paket programlarda yer alan 5 normal dağılım testi belirlenmiştir. Bu testlerin kullanım yerleri verinin yapısına ve örneklem genişliğine göre farklılık göstermektedir. Bu amaç doğrultusunda belirli kuramsal dağılım ve farklı örneklem genişliklerinde dağılımlar türetilmiş ve Monte-Carlo simülasyonu ile bu testler Tip-I hata ve güç bakımından karşılaştırılmışlardır. Simülasyon sonucunda Shapiro-Wilk testi en iyi sonucu verirken, örneklem genişliği azaldıkça Anderson-Darling testi de Shapiro-Wilk testi kadar iyi sonuçlar vermiştir. Örneklem genişliği azaldıkça tüm testlerin güçlerinde düşüş olduğu ve bu durumda sadece test sonuçlarıyla değil, grafiksel yöntemlerle de desteklenmesi tavsiye edilmektedir.

**Anahtar Kelimeler:** Normal dağılım, Normal dağılım testleri, Tip-I hata, Güç, Monte-Carlo Simülasyonu

## ABSTRACT

**Mustafa Cagatay BUYUKUYSAL, Comparison of Normality tests with Different Sample Sizes. Bulent Ecevit University, Institute of Health Science, Department of Biostatistics, PhD Thesis, Zonguldak 2014.**

One of the most important assumption for parametric tests is normality of a distribution. Many normality tests are available in the literature. In our study we compare 5 normality tests which are most popular and available in statistical softwares. Usage of normality tests differs due to samples size or nature of data. For that purpose distributions are generated from different theoretical distributions and sample sizes by Monte-Carlo simulation. Type-I error and power used for comparison of normality tests. According to simulation results, Shapiro-Wilk test has the best results, when the sample size decreases, Anderson-Darling has also good results as Shapiro-Wilk test. All normality tests' power getting lower with a decrease of sample sizes. At that situation we suggest to provide normality test results with graphical techniques.

**Keywords:** Normal distribution, Normality tests, Type-I error, Power, Monte-Carlo Simulation

# İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
KABUL VE ONAY .....	iii
ÖNSÖZ .....	iv
ÖZET.....	v
ABSTRACT.....	vi
İÇİNDEKİLER .....	vii
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ .....	viii
ŞEKİL DİZİNİ .....	ix
TABLO DİZİNİ .....	x
1. GİRİŞ VE AMAÇ .....	1
2. GENEL BİLGİLER .....	3
2.1. Normal Dağılım .....	3
2.2. Normallik varsayımının denetlenmesi .....	5
2.2.1. Grafikselle yöntemler.....	5
2.2.2. Normal dağılıma uygunluk testleri.....	7
2.3. Normal dağılım testlerinin karşılaştırılmasında kullanılan kriterler .....	12
2.4. Normal dağılım testlerinin güçlerinin elde edilmesi için kullanılan teorik dağılımlar .....	13
2.4.1. Beta dağılımı .....	13
2.4.2. Gamma dağılımı.....	14
2.4.3. Ki-kare dağılımı .....	15
2.4.4. Üstel dağılım .....	16
2.4.5. Weibull dağılımı.....	17
3. GEREÇ VE YÖNTEM .....	20
3.1. Mersenne-Twister rassal veri üretici.....	20
4. BULGULAR .....	22
5. TARTIŞMA .....	30
6. SONUÇLAR .....	33
7. KAYNAKLAR .....	35
8. EKLER.....	37
Ek 1: Simülasyon Çıktıları .....	37
ÖZGEÇMİŞ .....	57

## SİMGELER VE KISALTMALAR

AD	: Anderson - Darling
CVM	: Cramer - von - Mises
JB	: Jarque - Bera
KS	: Kolmogorov - Smirnov
SW	: Shapiro – Wilk
RNG	: Random Number Generator
TGFSR	: Twisted Generalized Feedback Shift Register



## ŞEKİL DİZİNİ

<u>Sekil</u>	<u>Sayfa</u>
Şekil 1. Normal dağılım eğrisi .....	4
Şekil 2. Gövde-Yaprak grafiği .....	6
Şekil 3. P-P grafiği .....	6
Şekil 4. Q-Q grafiği.....	7
Şekil 5. Farklı $\alpha$ ve $\beta$ şekil parametrelili Beta dağılımlarının olasılık yoğunluk fonksiyon grafiği .....	14
Şekil 6. Farklı şekil ve ölçek parametrelili Gamma dağılımlarının olasılık yoğunluk fonksiyon grafiği.....	15
Şekil 7. Farklı serbestlik dereceli Ki-kare dağılımlarının olasılık yoğunluk fonksiyon grafiği.....	16
Şekil 8. Farklı $\lambda$ parametrelili üstel dağılımları için olasılık yoğunluk fonksiyon grafiği.....	17
Şekil 9. Farklı şekil ( $\gamma$ ) ve ölçek ( $\beta$ ) parametrelerinden elde edilen Weibull dağılımının olasılık yoğunluk fonksiyon grafiği.....	19
Şekil 10. Normal dağılımdan türetilmiş 50 birimlik bir örnekleme ait histogram grafiği.....	26
Şekil 11. Normal dağılımdan türetilmiş 50 birimlik bir örnekleme ait P-P grafiği .....	27
Şekil 12. Üstel dağılımdan türetilmiş 100 birimlik bir örnekleme ait histogram grafiği.....	27
Şekil 13. Üstel dağılımdan türetilmiş 100 birimlik bir örnekleme ait Q-Q grafiği..	28
Şekil 14. Beta (2, 5) dağılımdan türetilmiş 30 birimlik bir örnekleme ait histogram grafiği .....	28
Şekil 15. Beta (2, 5) dağılımdan türetilmiş 30 birimlik bir örnekleme ait Q-Q grafiği.....	29

## TABLO DİZİNİ

<b><u>Tablo</u></b>	<b><u>Sayfa</u></b>
<b>Tablo 1.</b> Tip-I ve Tip-II Hata.....	12
<b>Tablo 2.</b> Normal dağılım için Tip-I hata .....	22
<b>Tablo 3.</b> 1 serbestlik dereceli ki-kare dağılımı için güç .....	22
<b>Tablo 4.</b> 5 serbestlik dereceli ki-kare dağılımı için güç .....	22
<b>Tablo 5.</b> 22, 3 şekil parametrelili beta dağılımı için güç .....	23
<b>Tablo 6.</b> 2, 5 şekil parametrelili beta dağılımı için güç .....	23
<b>Tablo 7.</b> 3, 1 parametrelili gamma dağılımı için güç .....	23
<b>Tablo 8.</b> 2, 4 parametrelili Weibull dağılımı için güç .....	23
<b>Tablo 9.</b> Üstel dağılımı için güç .....	24

## 1. GİRİŞ VE AMAÇ

Verilerin analizindeki ilk aşama önemlilik testlerinin varsayımlarının denetlenmesidir. Eğer verinin dağılımsal varsayımları geçerli değilse, bu varsayımlara bağlı yapılan istatistiksel analizler geçersiz olacak ve çoğu zaman da yanlış sonuçlar elde etmemize sebep olacaktır (1).

Güçlü istatistiksel testlerin çoğu verinin normal dağılıma uygunluğu varsayımı altında çalışmaktadır. Bu sebeple verinin normal dağılıma uygunluğunun araştırılması istatistiksel analizin en önemli noktasıdır. Bu amaç doğrultusunda pek çok normallik testi geliştirilmiştir. Fakat bu testleri kullanırken her bir testin varsayım sınırlarına da dikkat etmek gerekmektedir. Çünkü normal dağılım testlerinin güçleri farklı durumlara göre farklılık göstermektedir (1). Uygun olmayan bir normallik testinin seçimi yanlış sonuçlar almamıza neden olabilir. Bu da çalışmanın sonraki aşamalarında test seçimlerini etkileyeceğinden sonuçların hatalı çıkmasına sebep olabilir. Bu yüzden hangi durumda hangi normallik testinin seçilmesi gerektiği çok önemli bir problemidir.

Bir verinin normal dağılıma uygunluğunu görebilmek için grafiksel yöntemlerden de yararlanabiliriz. Ancak sadece grafiksel yöntemlerden yola çıkarak verinin ilgili dağılıma uyup uymadığının söylenmesi mümkün değildir. Grafiksel yöntemler sadece verinin dağılımı hakkında fikir verebilir. Ancak kesinlikle karar verilebilecek bir yöntem değildir. Bununla birlikte önemlilik testleriyle elde edilecek sonuçların da hemen yorumlanmaması gerekmektedir. Önemlilik testlerinden elde edilen sonuçlar ile grafiksel yöntemlerle elde edilen sonuçlar birbirine paralel çıktıktan sonra sonucu kullanılması gerekmektedir.

Normallik testleri üzerindeki çalışmalar 1900'lerin başlarında başlamıştır. Öncelikle, Pearson tarafından ki-kare normallik testi önerilmiştir. 1933 yılında Kolmogorov ve Smirnov testlerini önermişlerdir. Ardından sırasıyla Kuiper (1960), Shapiro Wilk (1965), Anderson ve Darling (1974), Ajne (1968), Ajne ve Kuiper testlerinin modifikasyonları (1970) ve Kolmogorov - Smirnov testlerinin modifikasyonları (1972) ve Jarque Bera (1980) testleri geliştirilmiştir.

Önceki çalışmalarda farklı durumlar için bazı normallik testleri öne çıkartılırken bazı normallik testlerinin ise kullanılmaması gerektiği söylenmiştir. Örneğin, Öztuna D. ve arkadaşlarının (2006) yaptığı çalışmaya göre Kolmogorov-Smirnov testi eğer veri kuramsal bir dağılıma uyuyorsa güçlü sonuçlar verdiğini ancak pratikte ortalama ve varyansın önceden bilinmediği durumlarda Kolmogorov-Smirnov testi yerine Lilliefors düzeltmeli Kolmogorov-Smirnov testinin kullanılması gerektiğini, Shapiro-Wilk testinin özellikle veri setindeki çoğu veri aynı değere sahip olduğunda iyi sonuçlar vermediğini ancak özellikle normal dağılımdan sapmaları tespit etmede ve geniş aralıklara sahip alternatif dağılımlar üzerinde daha iyi olduğunu tespit etmişlerdir (2).

Razali N.M. ve arkadaşlarının (2011) yaptığı çalışmaya göre Shapiro-Wilk testi tüm dağılım ve örnek genişliklerinde en güçlü test olurken, Kolmogorov-Smirnov testi ise en zayıf test bulunmuştur. Ancak Shapiro-Wilk testinin örneklem genişliğinin az olduğu durumlarda gücünün düştüğü, Anderson-Darling testinin Shapiro-Wilk testine yakın (karşılaştırılabilir) düzeyde olduğu, Lilliefors testinin tüm dağılım ve örneklem genişliklerinde Kolmogorov-Smirnov testinden daha iyi olduğu görülmüştür (3).

Yazıcı B. ve arkadaşlarının (2006) yaptığı çalışmaya göre tüm önemlilik testlerinin güçlerinin örneklem genişlikleri arttıkça arttığı, bunun yanı sıra küçük örnekleme sahip simetrik dağılımlar için Kolmogorov-Smirnov, Düzeltilmiş Kolmogorov-Smirnov ve Anderson-Darling testleri, simetrik dağılımlar için ise Jarque-Bera testi önerilmektedir. Shapiro-Wilk testinin özellikle simetrik olmayan ve normal dağılmayan dağılımları ölçerken çok daha güçlü olduğu tespit edilmiştir (4).

Bu çalışmada farklı dağılımlar ve farklı örneklem genişliklerinde normal dağılım testlerinin karşılaştırılması amaçlanmıştır. Testleri birbirleriyle kıyaslarken testlerin Tip-I hata ve güç değerleri göz önüne alınmıştır. Çalışmanın sonunda farklı istatistiksel dağılımlar ve örneklem genişlikleri için hangi testlerin kullanılması gerektiği tartışılacaktır.

## 2. GENEL BİLGİLER

### 2.1. Normal Dağılım

Olasılık dağılımları, olayların ortaya çıkma olasılıklarını gözlemsel değil, kuramsal olarak veren dağılımlardır. Normal dağılım, Binom dağılımı ve Poisson dağılımı bunların arasında en bilinenleridir. Bununla birlikte bu dağılımlar arasında en önemlisi normal dağılımdır (5). Çoğu istatistiksel testin uygulanabilmesi bir takım varsayımların yerine getirilmesine bağlıdır. Bu varsayımların en önemlisi ilgilenilen dağılımın normal dağılıma uygunluğudur. Bu nedenle normal dağılım istatistikte en çok kullanılan ve üzerinde çalışılan dağılım olmuştur. De Moivre tarafından 1733’de bulunan bu dağılım 1800’lü yılların başlarında Fransız Pierre Simon LAPLACE ve Alman Carl Friedrich GAUSS tarafından geliştirilmiştir. Bu nedenle bu dağılıma literatürde normal dağılımın yanı sıra “Laplace-Gauss Dağılımı” ya da “Gauss Dağılımı” da denmektedir.

Aritmetik ortalaması  $\mu$  ve standart sapması  $\sigma$  olan bir evrenden alınan  $n$  büyüklüğündeki örneklemelerin ortalamalarının oluşturduğu kuramsal örneklem dağılımının ortalaması  $\mu$ ’ye, standart hatası ise  $\sigma / \sqrt{n}$ ’e eşittir.  $n$  büyüdükçe ( $n \rightarrow \infty$ ) kuramsal örnekleme dağılımı normal dağılıma yaklaşır. Bu teoreme merkezi limit teoremi denmektedir (6).

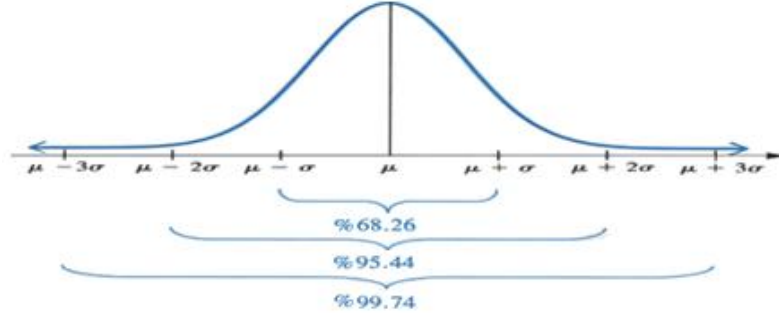
Kuramsal bir normal olasılık dağılımı eğrisinin denklemi aşağıdaki gibidir,

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} \quad (1)$$

Kuramsal normal dağılım eğrisinin özellikleri:

- Tek tepeli bir dağılımdır.
- Dağılım ortalamaya göre simetrik.
- Dağılımın aritmetik ortalaması, medyanı ve tepe değeri birbirine eşittir.
- Eğri altında kalan alan 1 birim kareye eşittir.

- $\mu \pm \sigma$  arasındaki alan toplam alanın % 68.26'sını,
- $\mu \pm 2\sigma$  arasındaki alan toplam alanın % 95.44'ünü,
- $\mu \pm 3\sigma$  arasındaki alan toplam alanın % 99.74'ünü kapsar.



**Şekil 1.** Normal Dağılım Eğrisi

$\mu$  ve  $\sigma$ 'nın farklı her bir değeri için ayrı bir normal dağılım tanımlanabileceğinden sonsuz sayıda normal dağılım eğrisi türetilir (7). Bunun için her dağılıma ayrı bir teorik tablo geliştirmek zorunluluğu ortaya çıkmıştır. Bu nedenle bu farklı dağılımları standart bir dağılıma dönüştürerek tek teorik tablo kullanmak daha kolay ve pratik bir yoldur. Sonsuz sayıda normal dağılımlardan en önemlisi ortalaması 0, standart sapması 1 olan normal dağılımdır (8). Bu dağılıma standart normal dağılım denir (9).  $X$  rastlantı değişkenininin  $z = \frac{x-\mu}{\sigma}$  şeklinde dönüştürülmesiyle elde edilen yeni dağılımın ortalaması 0, standart sapması 1'dir. Bu dağılımın olasılık yoğunluk fonksiyonu (8),

$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}(z)^2} \quad (2)$$

Standart normal dağılımı kullanmanın yararı, farklı  $\mu$  ve  $\sigma$ 'ya sahip bütün normal dağılımları standart tek bir normal dağılıma dönüştürmektir. Bunun sonucu olarak normal dağılım eğrisi altında kalan alan için tek tablo (z tablosu) yeterlidir (8).

## **2.2. Normallik Varsayımının Denetlenmesi**

Bir dağılımın normal dağılıma uygunluğu temel olarak grafiksel yöntemler ve önemlilik testleri olmak üzere 2 farklı yolla incelenebilir.

### **2.2.1. Grafiksel Yöntemler**

#### **2.2.1.1. Kutu-Çizgi Grafiği**

Verilerin ortanca değerine göre ortanca etrafındaki yayılışını çeyreklikler ve çeyreklikler arası genişlik (inter-quartile range) aracılığıyla belirleyen bir grafikdir. Ortancaya göre küçük ve büyük değerlerin yoğunluklarının simetriden uzaklaşıp uzaklaşmadığına ve sapan değerler (outliers) olup olmadığına göre belirlemeyi sağlayan bir grafikdir. Ortanca etrafındaki alanlar simetrik, sağ ve sol uç kuyrukları dar ve sapan değerler yok ise dağılımın çan eğrisi formunda olabileceği sonucu çıkarılabilir (10). Analitik çalışmalara başlamadan önce verileri tanıma bakımından çizilmesi uygun bir grafikdir.

#### **2.2.1.2. Histogram**

Sütun grafikle benzerlik gösteren ve sıklıkla karıştırılan histogram sürekli değişkenler için kullanılmaktadır. Sürekli değişkene ait sınıflandırılmış verilerde her bir sınıf bir dikdörtgen ile gösterilir. Her bir dikdörtgenin alanı da o sınıftaki gözlem sayısını göstermektedir. Eğer tüm sınıflar eşit aralıkta ise, bu durumda dikdörtgenlerin yükseklikleri de (y eksenini) sınıfların frekanslarını göstermektedir. Sütun grafiklerinden farklı olarak sınıfları temsil eden dikdörtgenler arasında boşluk bırakılmaz (11).

#### **2.2.1.3. Gövde-Yaprak Grafiği**

Örnekleme hacmi küçük olduğunda verileri özetlemede kullanılır. Gövde ve yaprak grafiği gözlenen değerlerin birli (1, 2, ...), onlu (10, 20, 30, ...), yüzü (100, 200, 300, ...) değerlere göre gövdelere ayıran ve bu birli değerlerden tekrarları, onlu değerler içinde gözlenen ara değerleri de (10-19 arası için; 12, 14, 18 gibi; 20-29

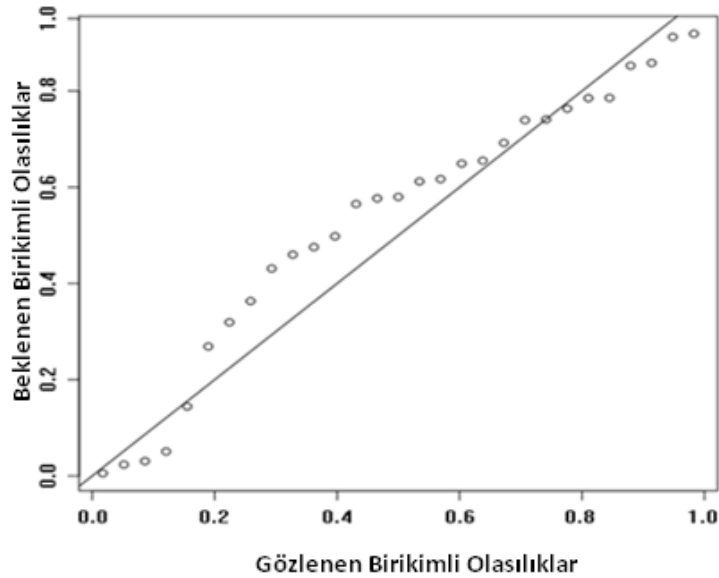
arası için 21, 23, 23, 28 gibi) yüzlü değerler için (yüzlü hanelerde tekrarlanan değerleri) yapraklar olarak alan grafiğdir (Şekil 2). Bu grafiğin çizilebilmesi için değişkenin sürekli değişken olması gerekir (10).

```
16 | 070355555588
18 | 00002223333333557777777777888822335777888
20 | 00002223378800035778
22 | 0002335578023578
24 | 00228
26 | 23
28 | 080
30 | 7
32 | 2337
34 | 250077
36 | 0000823577
38 | 2333335582225577
40 | 0000003357788888002233555577778
42 | 03335555778800233333555577778
44 | 0222233555778000000023333357778888
46 | 0000233357700000023578
48 | 00000022335800333
50 | 0370
```

Şekil 2. Gövde-Yaprak grafiği

#### 2.2.1.4. P-P Grafikleri

P-P grafikleri, Y ekseninde meydana gelen standartlaştırılmış artıkların gözlenen yığılımlı olasılıklarının yer aldığı; X ekseninde ise normal dağılıma ait beklenen olasılıkların yer aldığı ve gözlenen değerlerin beklenen değerlere uyum sağladığı zaman 45 derecelik bir açıda bir çizginin elde edileceği grafik türleridir (Şekil 3) (2).



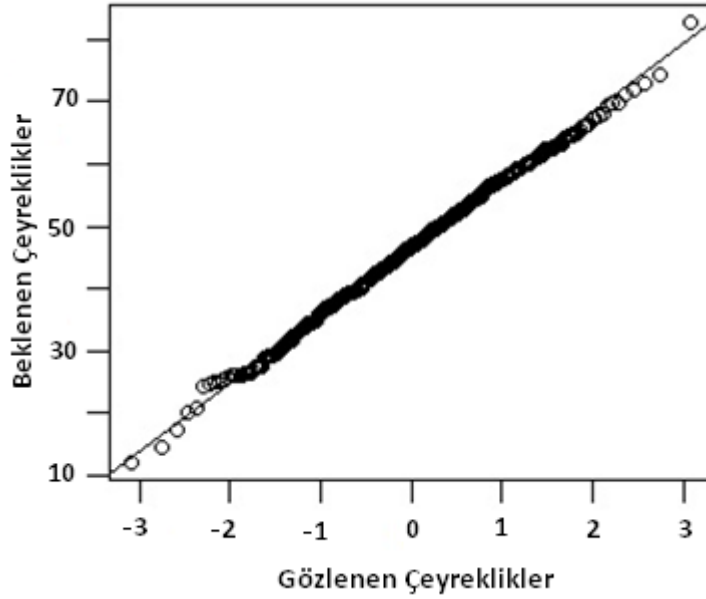
Şekil 3. P-P Grafiği (12).



### 2.2.1.5. Q-Q Grafikleri

Q-Q grafikleri populasyonun dağılımının teorik normal dağılımından ne kadar farklılık gösterdiğini belirlemede kullanılan en önemli grafiksel yöntemlerden biridir (Şekil 4). Q-Q grafikleri değişkenin dağılımın değerleri ile normal dağılımın beklenen değerleri arasındaki uyumu göstermektedir (2).

P-P ve Q-Q grafikleri, gözlemsel değerler ile teorik değerlerin nasıl bir uyum içinde olduğunu göstermek için kullanılır. Grafiksel yöntemler gözlemsel değerlerin teorik değerlere uygunluğunu sadece görsel olarak sunduğundan, normal dağılıma uygunluğunun belirlenmesinde objektiflikten uzaklaşmaktadır. Bu nedenle verilerin normal dağılıma uygunluğunu belirlemek için normallik testlerinin kullanılması gerekmektedir.



Şekil 4. Q-Q Grafiği (13).

### 2.2.2. Normal Dağılıma Uygunluk Testleri

#### 2.2.2.1. Shapiro-Wilk Testi

Shapiro-Wilk (SW) testi, Shapiro ve Wilk tarafından 1965'te geliştirilmiş, normallik testleri içinde en güçlü testlerden birisidir. Normal dağılım gösteren evrenden

rastgele seçilen n birimlik  $X_i$  değerlerinin normallik testi W test istatistiği ile test edilir. W test istatistiği, gözlenen  $X_i$  değerlerinin varyansını ve büyüklük sırasına dizilmiş  $X_i$  gözlemlerinin sıra istatistiklerinden hesaplanan ortalama, varyans ve kovaryansları aracılığıyla belirlenen  $a_i$  ağırlıkları aracılığı ile aşağıdaki gibi hesaplanır (10).

$$W = \frac{(\sum_{i=1}^n a_i X_i)^2}{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2} \quad (3)$$

Burada,  $X_{(i)}$  sıralı gözlemleri,  $a_i$ ; n sıralı gözlemin standart normal dağılım  $Z_i$  değerlerinden yararlanılarak hesaplanan ağırlık katsayılarıdır.

$$a_i = (a_1, \dots, a_n) = \frac{m^T V^{-1}}{(m^T V^{-1} V^{-1} m)^{1/2}} \quad (4)$$

Burada  $(m_1, \dots, m_n)^T$  standart normal dağılımdan türetilen rassal değişkenlerin sıra istatistiklerinin beklenen değerleri, V sıra istatistiklerinin kovaryans matrisidir (3).

W test istatistiği  $0 < W \leq 1$  aralığında değişim gösterir. 1'e yakın değerler değişkenin normal dağılıma sahip olduğunu, 0'a yakın değerler ise değişkenin normal dağılıma sahip olmadığını gösterir. W test istatistiğinin önemliliği, Shapiro ve Wilk tarafından verilen asimtotik kritik değerlere göre belirlenir (10).

Shapiro-Wilk testinin uygulanabilmesi için örnek hacminin 7'den büyük ve 2000'e eşit ve daha küçük olması ( $7 < n \leq 2000$ ) ve veri setinde uçlarda sapan değer olmaması gerekir. Shapiro Wilk testi sapan değerlere aşırı duyarlı bir testtir. Bu nedenle heterojen veri setlerinin ve sapan değer içeren veri setlerinin normal dağılıma yakın olsa bile dağılımın normal dağılıma uygun olmadığını göstermektedir (10).

W test istatistiği lineer uygunluğu test etmek için kullanılmış, genelleştirilmiş en küçük kareler analizindeki F oranı gibi hesaplanır (14).

W'nin hipotezi için olasılık noktaları  $p=0.01 ; 0.02 ; 0.05 ; 0.10 ; 0.50 ; 0.95 ; 0.98 ; 0.99$  ve  $n=3$ 'den 50'ye kadar tablolaştırılmıştır. W test istatistiği için Johnson  $S_B$  yaklaşımıyla normalleştirme dönüşümü  $n=7$ 'den 50'ye kadar için önerilmiş ancak yine de  $n=4, 5$  ve 6 için de tablolara ihtiyaç duyulmaktadır (14).

Pseudo random sayı türeterek bilgisayarda W test istatistiğinin diğer normallik testleriyle olan karşılaştırma sonuçlarında W test istatistiğinin pek çok yaygın alternatif dağılıma göre daha güçlü bulunmuştur. Bu sebeple geniş kapsamlı bir testtir. Daha sonra W tipi diğer istatistikler Y (D'Agustino, 1971), W'(Shapiro and Franchia) ve r (Filliben, 1970) geliştirilmiş ve çalışmalarda W'nin türevlerinin güçlerinin iyi olduğu gözlemlenmiştir (14).

### 2.2.2.2. Kolmogorov-Smirnov Testi

Kolmogorov-Smirnov (KS) testi teorik yığılımlı normal yoğunluk fonksiyonu ile deneysel yığılımlı yoğunluk fonksiyonu arasındaki farkların değerlendirilmesi üzerine kurulu bir testtir (10).

KS testini uygulayabilmek için n birimlik örneklemden elde edilen sıralı gözlemlerin Z dönüşüm değerlerine dayalı teorik yığılımlı standart normal yoğunluk fonksiyonu  $F_0(x)$  ve sıralı gözlemlerin gözlemsel yığılımlı yoğunluk fonksiyonu  $S_n(X)$  belirlenir (10).

$$Z_i = \frac{x_i - \bar{X}}{s} , D_{MAX} |F_0(X) - S_n(x)| \quad (3)$$

Her iki yığılımlı yoğunluk fonksiyonunun mutlak farkları belirlenir ve bu farklardan maksimum mutlak fark,  $D_{MAX}$  olarak alınır.  $D_{MAX}$  istatistiği yardımıyla verilerin dağılımının normal dağılıma uygunluğu test edilir.  $D_{MAX}$  değerinin önemliliği, normal yaklaşım ile ya da aşağıdaki kritik değerler aracılığıyla belirlenir.

$$\begin{aligned} D_{MAX} = 0.05 \quad \text{için } D_{(0.05)} &= 1.36 / \sqrt{n} \\ D_{MAX} = 0.01 \quad \text{için } D_{(0.01)} &= 1.63 / \sqrt{n} \\ D_{MAX} = 0.001 \quad \text{için } D_{(0.001)} &= 1.95 / \sqrt{n} \end{aligned} \quad (4)$$

Eğer,  $D_{MAX} > D_{(0.05)}$  ise örneklem dağılımı normal dağılmamaktadır kararı verilir. Gücü düşük bir testtir. Aşırı uç değerlere karşı duyarlılığı düşüktür.  $n < 10$  ve dizide tekrarlanan değerlerin az olduğu durumlarda uygulanmaktadır (10).

### 2.2.2.3. Anderson-Darling Testi

Anderson-Darling (AD) testi, Anderson ve Darling (1974) tarafından deneysel dağılım fonksiyonu istatistiklerine dayanarak geliştirilmiş bir testtir. Çok güçlü normallik testlerinden birisidir. KS testinin bir modifikasyonudur. Ancak KS testinin küçük ve büyük uç değerlere karşı duyarsızlığı giderilerek güçlendirilmiş bir modifikasyonudur. AD testinin, bazı koşullarda Shapiro-Wilk testi kadar güçlü bir test olduğu belirlenmiştir (10).

AD testinde uygulanacak verilerin ham veriler olması gerekir. AD testi, Normal, Weibull, Lognormal ve fonksiyonları bilinen dağılımlara uygulanabilir. Anderson-Darling testi, gözlenen birikimli dağılım fonksiyonunun beklenen birikimli dağılım fonksiyonuna uyumunu karşılaştırmak için kullanılan genel bir testtir. KS testinin modifiye edilmiş hali olan bu test kuyruklara KS testinden daha fazla ağırlık vermektedir (15). Bu özellik, sağa çarpık olan yaşam süresi dağılımlarının ayırımı için önemli bir avantaj oluşturur (10).

AD testi büyüklük sırasına dizilmiş  $X_{(i)}$  gözlemlerinin deneysel yığılımlı olasılık dağılımının yığılımlı standart normal dağılıma uygunluğunu test eder. Bu nedenle her bir gözlemin standart dönüşümleri yapılarak elde edilen standart  $z_i$  değerlerinin olasılıklarının standart normal dağılım ile uygunluğu araştırılır. Bu amaçla AD testinde  $A^2$  test istatistiği hesaplanarak verilerin normal dağılım formunda olup olmadığı test edilir (10).

AD test istatistiği  $A^2$  şu şekilde hesaplanır;

$$A^2 = -n - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (2i - 1) [\ln(F_0(Z_i)) + \ln(F_0(Z_{n-i+1}))] \quad (5)$$

Burada  $F_0(Z_i)$ , standart normal dağılımın  $Z_i$  noktasındaki yığılımlı olasılık değerini;  $Z_i$ ,  $X_i$  gözlemlerin standardize dönüşüm değerini ve  $n$  örnek birim sayısını,  $i$  ise yığılımlı olasılık değeri hesaplanan  $i$ . gözlemi belirtmektedir (10).  $A^2$  test istatistiği küçük hacimli örnekler için düzeltilerek kullanılır. Düzeltilmiş  $A^2$  test istatistiği aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$A_{düz}^2 = A^2 \left(1 + \frac{0.75}{n} + \frac{2.25}{n}\right) \quad (6)$$

$A^2$  değerinin önemliliği, Normal dağılım varsayımı için türetilen  $A^2$  kritik değerleri  $A_{0.05}^2 = 0.752$ ,  $A_{0.025}^2 = 0.873$  ve  $A_{0.01}^2 = 1.035$  aracılığıyla belirlenir (10).

#### 2.2.2.4. Cramer-Von-Mises Testi

Cramer-Von-Mises testi (CVM), Cramer (1928), Von Mises (1931) ve Smirnov (1936) tarafından geliştirilmiştir (3). CVM testi deneysel yığılımlı yoğunluk fonksiyonuna dayalı bir testtir. Bu testin uygulanabilmesi için örnek hacmi 7'den büyük olmalı, veriler homojen olmalı ve orta değerlerde tekrarlanan ölçümlerin uçlara göre daha fazla olmalıdır. Cramer Von Mises  $W^2$  test istatistiği;

$$W^2 = n \int_{-\infty}^{\infty} [F_n(X) - F(X)]^2 dF(X) \quad (7)$$

$$W^2 = \sum_{i=1}^n \left(F_i(X) - \frac{2i-1}{2n}\right)^2 + \frac{1}{12n} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (8)$$

Burada  $F_n(X)$  deneysel gözlenen dağılım fonksiyonu,  $F(X)$  ise teorik dağılım fonksiyonudur.

#### 2.2.2.5. Jarque-Bera Testi

Normal dağılım testlerinin çoğu ya deneysel yığılımlı dağılımlarla teorik yığılımlı dağılımları karşılaştırmaya dayalı ya da deneysel değerlerle teorik değerleri karşılaştırmaya dayalı testlerdir. Jarque-Bera testi (JB) bunlardan farklı olarak dağılımın basıklık ve çarpıklık ölçülerini kullanmaktadır.

$$JB = \left[ \frac{(\text{çarpıklık})^2}{6/n} + \frac{(\text{basıklık})^2}{24/n} \right] \quad (9)$$

Burada  $6/n$  çarpıklık ölçüsü varyansını,  $24/n$  ise basıklık ölçüsü varyansını belirtmektedir.

JB test istatistiğinin önemliliği, 2 serbestlik dereceli ki-kare dağılımının kritik değerine göre belirlenir.

JB testi uç değerlerden az etkilenen örnek hacmi arttıkça normal dağılım çarpıklık ve basıklık ölçülerine yaklaşımın artacağı varsayımı nedeniyle JB testi iyi bir asimtotik özelliğe sahiptir.

Çarpıklık ölçüsü ( $\alpha_3$ ) değişkenin dağılımın simetriden sapmasını değerlendirirken, basıklık ölçüsü ( $\alpha_4$ ) dağılımın normal dağılıma göre basık ya da tepeleşme gösterip göstermediğini değerlendirir.

Çarpıklık ve basıklık ölçüleri aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$\text{Çarpıklık (Skewness)} = \alpha_3 = \frac{E[(X-\mu)^3]}{[Var(X)]^{3/2}} = \frac{\sum_{i=1}^n (X-\bar{X})^3}{[\sum_{i=1}^n (X-\bar{X})^2]^{3/2}} \quad (10)$$

$$\text{Basıklık (Kurtosis)} = \alpha_4 = \frac{E[(X-\mu)^4]}{[Var(X)]^{4/2}} = \frac{\sum_{i=1}^n (X-\bar{X})^4}{[\sum_{i=1}^n (X-\bar{X})^2]^{4/2}} \quad (11)$$

### 2.3. Testlerin Karşılaştırılmasında Kullanılan Kriterler

Bir hipotez testinde  $H_0$  hipotezini kabul ya da reddederken iki tür hata yapılabilir. Bu hatalardan birincisi Tip-I hata olarak tanımlanan  $H_0$  hipotezi gerçekten doğru iken bu hipotezin yanlışlıkla reddedilmesidir ve  $\alpha$  ile gösterilir. Diğer hata türü ise Tip-II hata olarak tanımlanan  $H_0$  hipotezi gerçekte yanlış iken kabul edilmesidir ve  $\beta$  ile gösterilir (Tablo-1).

**Tablo 1.** Tip-I ve Tip-II Hata

Hipotez	Karar	
	$H_0$ Kabul	$H_0$ Red
$H_0$ Doğru	Doğru Karar	Tip I Hata ( $\alpha$ )
$H_0$ Yanlış	Tip II Hata ( $\beta$ )	Doğru Karar

Bir hipotez reddedildiğinde, gerçek durum tam olarak bilinmediği için bu iki tip hatadan hangisinin ortaya çıktığı da bilinemez. Ancak, istatistiksel yöntemler kullanırken alfa türü hata olasılığı araştırmacı tarafından belirlenir ve 0.05 ; 0.01 yada 0.001 gibi küçük tutulur. Diğer taraftan, beta tipi hatalar konusunda bir denetimimiz yoktur.  $\alpha$  ve  $\beta$  türü hatalar arasında  $\alpha$  azalırken  $\beta$  artar şeklinde bir ilişki vardır. Ancak  $\alpha$  sabit tutulurken denek sayısının artması  $\beta$  türü hata olasılığını azaltır. (16).

## **2.4. Normal Dağılım Testlerinin Güçlerinin Elde Edilmesi İçin Kullanılan Teorik Dağılımlar**

### **2.4.1. Beta Dağılımı**

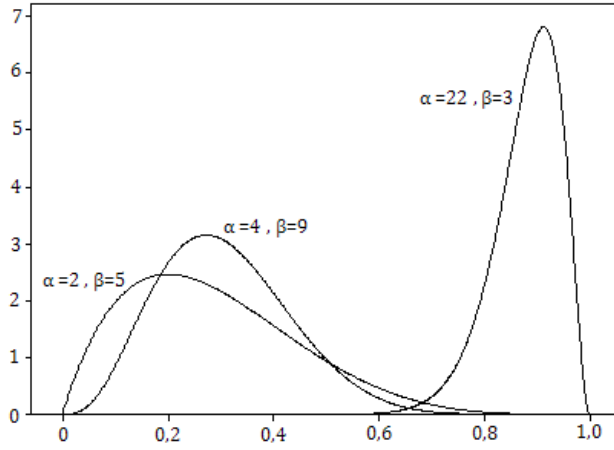
Beta dağılımı simülasyonlar için çok uygundur çünkü dağılımın  $\alpha$  ve  $\beta$  şekil parametresi çok geniş bir aralığa sahiptir. Bu şekil parametreleriyle çarpık, tek düze, yaklaşık normal ve binomial şekiller elde edilebilir (17).

Son yıllarda beta dağılımı, bayesgil çıkarsamada önemli uygulamalara konu olmuştur. Bu çalışmalarda evren katsayıları rassal değişkenler olarak alınır ve binomial dağılımın yalnızca 0 ile 1 arasında değerler alan  $\theta$  evren katsayısı için oldukça “esnek” bir olasılık yoğunluğuna gerek olduğu söylenir. Esnek sözüyle olasılık yoğunluğunun çok çeşitli biçimlere bürünebileceği kastedilmektedir (18).

$0 < x < 1$  ise  $f(x)=0$  olan tekdüze yoğunluk, aşağıdaki gibi tanımlanan beta dağılımının özel bir durumudur. Bir X rassal değişkeni ancak olasılık yoğunluk fonksiyonu aşağıdaki gibi olduğunda beta dağılımına uyar (18).

$$f(x) = \left\{ \frac{\Gamma(\alpha+\beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} x^{\alpha-1} (1-x)^{\beta-1} \right\} ; 0 < x < 1 \quad (12)$$

Farklı  $\alpha$  ve  $\beta$  şekil parametrelili Beta dağılımlarına ait olasılık yoğunluk fonksiyon grafikleri aşağıda gösterilmiştir.



**Şekil 5.** Farklı  $\alpha$  ve  $\beta$  şekil parametrelili Beta dağılımlarının olasılık yoğunluk fonksiyon grafikleri

Beta dağılımına sahip rassal bir değişkenin ortalama ve varyansı gamma dağılımından aşağıdaki gibi elde edilir;

$$E(x) = \frac{\alpha}{\alpha+\beta} \quad , \quad V(x) = \frac{\alpha\beta}{(\alpha+\beta)^2(\alpha+\beta+1)} \quad (13)$$

#### 2.4.2. Gamma Dağılımı

$t$  şekil ve  $\lambda$  ölçek parametresi olmak üzere ( $t > 0$  ve  $\lambda > 0$ ), gamma dağılımının olasılık yoğunluk fonksiyonu şu şekilde bir gamma fonksiyonu ile ifade edilebilir (17).

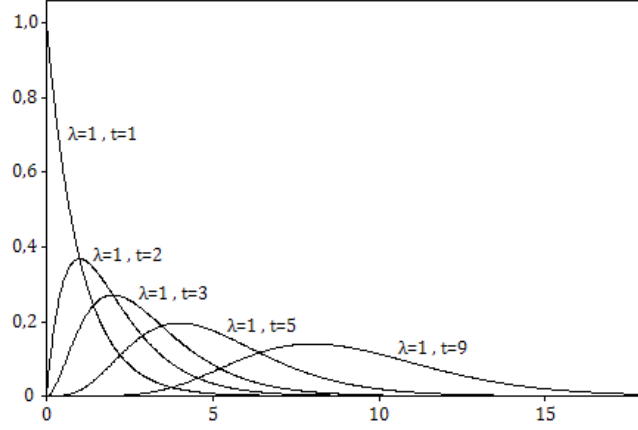
$$g(x; t, \lambda) = \begin{cases} x^{t-1} \frac{e^{-x/\lambda}}{\lambda^t \Gamma(t)} & ; \quad x > 0 \end{cases} \quad (14)$$

Gamma dağılımına sahip rassal bir değişkenin ortalama ve varyansı gamma dağılımından aşağıdaki gibi elde edilir;

$$E(x) = t\lambda \quad , \quad V(x) = t\lambda^2 \quad (15)$$

Gamma dağılımı farklı şekil ve ölçek parametrelerine göre farklı şekillerde dağılımlar elde edilebilir. Bunun için farklı şekil ve ölçek parametreleri için elde edilen olasılık yoğunluk fonksiyon grafikleri aşağıda gösterilmiştir (18).





**Şekil 6.** Farklı şekil ve ölçek parametrelili Gamma dağılımlarının olasılık yoğunluk fonksiyon grafikleri

### 2.4.3. Ki-kare Dağılımı

$v$  pozitif tam sayı olmak üzere;  $\lambda = 0.5$  ve  $t = v/2$  olan gamma dağılımına  $v$  serbestlik derecesinde ki-kare dağılımı denir ve  $\chi_v^2$  ile gösterilir (17).

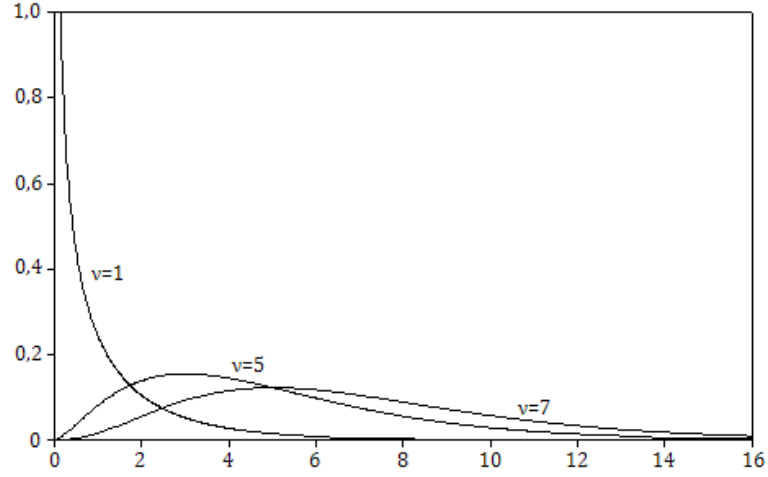
$v$  serbestlik dereceli ki-kare dağılan rassal bir değişkenin olasılık yoğunluk fonksiyonu;

$$f(x; v) = \frac{1}{\Gamma(v/2)} \left(\frac{1}{2}\right)^{v/2} x^{v/2-1} e^{-\frac{1}{2}x} ; x \geq 0 \quad (16)$$

Ki-kare dağılımına sahip rassal bir değişkenin ortalama ve varyansı gamma dağılımından aşağıdaki gibi elde edilir (17),

$$E(x) = v , \quad V(x) = 2v \quad (17)$$

Farklı serbestlik dereceli ki-kare dağılımları için elde edilen olasılık yoğunluk fonksiyon grafikleri aşağıda gösterilmiştir.



**Şekil 7.** Farklı serbestlik dereceli Ki-kare dağılımlarının olasılık yoğunluk fonksiyon grafikleri

#### 2.4.4. Üstel Dağılım

Üstel dağılım, belirli bir olayın gözlenmesine kadar geçen sürenin modellenmesinde veya bağımsız olaylar arasındaki zamanı modellemede kullanılabilir. Örneğin bir klinikte bir cihazın bozulmasına kadar geçen süre veya acil servise gelen iki hasta arasındaki süre üstel dağılım ile incelenebilir (17).

$\lambda$  parametrelü üstel olasılık yoğunluk fonksiyonu;

$$f(x; \lambda) = \lambda e^{-\lambda x} ; x \geq 0 ; \lambda \geq 0 \quad (18)$$

üstel dağılan rassal bir değişkenin ortalaması ve varyansı aşağıdaki gibi elde edilir;

$$E(x) = \frac{1}{\lambda} ; V(x) = \frac{1}{\lambda^2} \quad (19)$$

Üstel dağılan rassal bir değişkenin yığılımlı dağılım fonksiyonu;

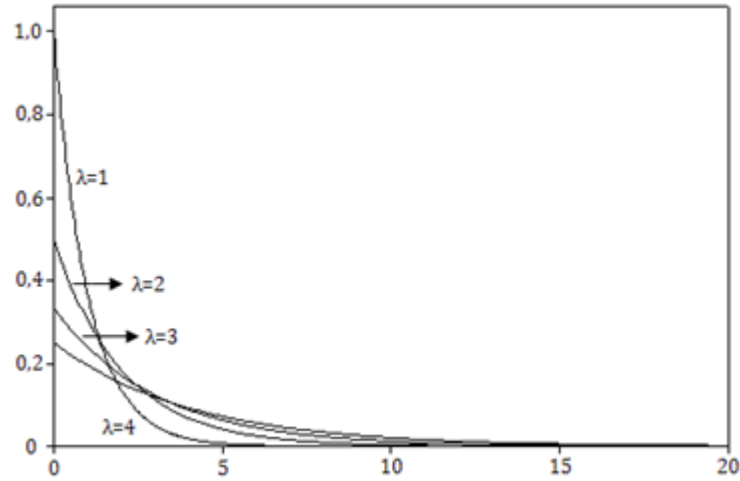
$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 1 - e^{-\lambda x} & x \geq 0 \end{cases} \quad (20)$$

Üstel dağılımı diğer sürekli dağılımlardan ayıran en önemli özelliği ilgilenilen yaşam süresi üstel dağılan bir bireyin kalan yaşam süresi o ana kadar yaşadığı süreye bağlı değildir. Bu özellik aşağıdaki eşitlikte gösterilmiştir ( $s$  ve  $t \geq 0$ ) (17);

$$P(X > s + t | X > s) = P(X > t) \quad (21)$$

Eşitliği açıklarsak,  $s$  kadar sürede gerçekleşmiş bir olayın  $s+t$  zamanda gerçekleşme olasılığı  $t$  zamanda gerçekleşme olasılığına eşittir. Olaylar arası zamanları üstel dağılımla tanımladığımızda,  $\lambda$  parametresi, olayların birim zamanda gerçekleşme oranı (sayısı) olmaktadır. Herhangi bir başarısızlık gerçekleşinceye kadar geçen süre üstel dağılım ile modellendiğinde,  $\lambda$  parametresi başarısızlık oranı olacaktır (17).

Farklı  $\lambda$  parametrelili üstel dağılımları için elde edilen olasılık yoğunluk fonksiyon grafiği aşağıda gösterilmiştir.



**Şekil 8.** Farklı  $\lambda$  parametrelili üstel dağılımlarının olasılık yoğunluk fonksiyon grafikleri

#### 2.4.5. Weibull Dağılımı

Weibull dağılımı, 1939'da İsveçli fizikçi Waloddi Weibull'ın alet dirençlerinin bozulma sürelerinin dağılımını göstermesinden sonra isimlendirilmiştir (19). Weibull dağılımı çoğunlukla, sağkalım çalışmalarında yaşam süresi verilerinin

analizinde kullanılmaktadır. Weibull dağılımı artan, azalan yada sabit kalan başarısızlık oranlarını açıklamada kullanılmaktadır.

Birçok durumda, üstel dağılımın zamana karşı dayanma modeli olarak yetersiz kalması, sabit başarısızlık fonksiyonundan kaynaklanır. Bu nedenle başarısızlık olasılığının zamana bağlı olarak değiştiği Weibull dağılım gibi daha genel ve esnek bir dağılıma gereksinim duyulur. Weibull dağılımı çarpık verileri modellemek için kullanılır. Risk oranı (hazard rate, failure rate) gösteren veri seti için uygundur. Ancak bu dağılımı, diğer risk oranları için uygun olan dağılımlardan (gamma dağılımı gibi) ayırmak için oldukça geniş veri setine ihtiyaç duyulur. Aksi takdirde ayırt edilemeyecek kadar benzerlik gösterirler. Buna rağmen Weibull dağılımı, esnek bir model olması bakımından güvenilirlik ve sağkalım çalışmalarında daha sık kullanılır (19).

Üç parametrelili ( $\gamma$ : şekil parametresi ;  $\beta$ : ölçek parametresi ;  $\omega$ : yer parametresi) Weibull dağılımı için olasılık yoğunluk fonksiyonu aşağıda verilmiştir:

$$f(x) = \frac{\gamma}{\beta} \left( \frac{x - \omega}{\beta} \right)^{\gamma-1} \exp \left( - \left( \frac{x - \omega}{\beta} \right)^{\gamma} \right)$$

$$f(x) \geq 0, x \geq 0, \gamma > 0, \beta > 0, \omega > 0, \omega \leq x \leq +\infty \quad (22)$$

Üç parametrelili olasılık yoğunluk fonksiyonu parametrelerin tahmininde yaşanan zorluklardan dolayı pek fazla tercih edilmez (20).

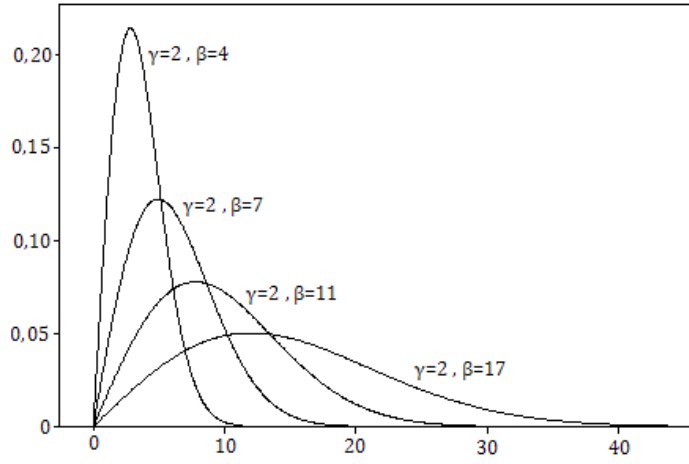
İki parametrelili Weibull dağılımı özellikle malzeme biliminde yoğun bir şekilde kullanılmaktadır. Ayrıca rüzgar dağılımı ve değişimi ile ilgili bilgilere gerek duyulduğunda yine Weibull dağılımının bu versiyonu kullanılır. Bu dağılıma ait olasılık yoğunluk eğrisi simetrik değil çarpıktır ve dağılım şekil ve ölçek parametreleriyle belirtilir. Bu dağılımın altında kalan alanın toplam olabirliği '1' dir. İki parametrelili Weibull dağılımı için olasılık yoğunluk fonksiyonu, üç parametrelili Weibull dağılımı olasılık yoğunluk fonksiyonunda  $\omega \equiv 0$  alınarak elde edilir (20, 21).

$$f(x) = \frac{\gamma}{\beta} \left( \frac{x}{\beta} \right)^{\gamma-1} \exp \left( - \left( \frac{x}{\beta} \right)^{\gamma} \right), f(x) \geq 0, x \geq 0, \gamma \geq 0, \beta \geq 0 \quad (23)$$

Weibull dağılan rassal bir değişkenin ortalaması ve varyansı aşağıdaki gibi elde edilir;

$$E(x) = \beta \Gamma\left(\frac{1}{\gamma} + 1\right) ; V(x) = \beta^2 \left[ \Gamma\left(\frac{2}{\gamma} + 1\right) - \Gamma\left(\frac{1}{\gamma} + 1\right)^2 \right] \quad (24)$$

Farklı şekil ( $\gamma$ ) ve ölçek ( $\beta$ ) parametreleri için elde edilen Weibull olasılık yoğunluk fonksiyon grafikleri aşağıdaki grafikte verilmiştir.



**Şekil 9.** Farklı şekil ( $\gamma$ ) ve ölçek ( $\beta$ ) parametrelerinden elde edilen Weibull dağılımlarının olasılık yoğunluk fonksiyon grafikleri.

### 3. GEREÇ VE YÖNTEM

Bu çalışmada farklı örneklem genişlikleri ve farklı dağılımlarda normal dağılım testlerinin Tip-I hata ve güçleri bakımından karşılaştırılması amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda Shapiro-Wilk, Kolmogorov-Smirnov, Anderson-Darling, Cramer-Von-Mises ve Jarque-Bera testleri incelenmiştir.

Shapiro-Wilk, Kolmogorov-Smirnov, Anderson-Darling, Cramer-Von-Mises ve Jarque-Bera testlerinin Tip-I hataları 0.05 alınmıştır. Farklı örneklem genişliklerinden (n=7, 10, 30, 50 ve 100) ve her bir normallik testine ait varsayım sınırlarında normal dağılım gösteren örneklemelerden 500 000'er adet türetilmiştir. Daha sonra ilgili testlerin Tip-I hata olasılıkları 500 000 deneme sonucunda reddedilen  $H_0$  hipotezlerinin oranı bulunarak elde edilmiştir.

Sözü edilen testlerin güçleri (1- $\beta$ ) bakımından karşılaştırılmasında ise normal dağılım göstermeyen, 1 serbestlik dereceli ki-kare ( $\chi_1^2$ ), 5 serbestlik dereceli ki-kare ( $\chi_5^2$ ), Beta (22, 3), Beta (2, 5), Gamma (3,1), Weibull (2,4) ve Üstel dağılımları kullanılmıştır. Tip-I hata çalışmasında olduğu gibi farklı örneklem genişliklerinden (n=10, 30, 50 ve 100) ve her bir normallik testine ait varsayım sınırları için belirtilen dağılımlarından türetilmiş örneklemelerden 500 000'er adet türetilmiştir. Daha sonra ilgili testlerin güçleri 500 000 deneme sonucunda kabul edilen  $H_0$  hipotezlerinin oranı bulunarak elde edilmiştir.

Söz konusu simülasyon SAS paket programında yapılmıştır. SAS paket programı "RAND" fonksiyonu ile veri üretirken Mersenne-Twister rassal veri üretici (Random Number Generator; RNG) kullanılmaktadır.

#### 3.1. Mersenne-Twister Rassal Veri Üretici

Mersenne-Twister rassal veri üreticisi 1998 yılında Matsumoto ve Nishimura tarafından üretilmiştir. Veri üreticinin aralığı çok geniştir ( $2^{19937}-1$ ) ve istatistiksel olarak çok uygundur. Veri aralığındaki sayı üreticiye de adını veren bir Mersenne asalıdır (22).

Rassal veri üreticisinin algoritması TGFSR olarak kısaltılan "Twisted Generalized Feedback Shift Register" algoritmasıdır. Bu algoritma üreticiye çok

yüksek düzeyde eşit dağılım sağlamaktadır. Bunun anlamı Mersenne-Twister rassal veri üreticisi 32 bitlik değerler için 623 boyutta eşdağılımlı olduğu ispatlanmış olup pek çok üreteçten daha hızlı çalışmaktadır. Bu algoritma bir süredir istatistik simülasyonlarında ve üretimsel modellemede tercih edilen rastsal sayı üretici olmaya başlamıştır (23).

#### 4. BULGULAR

Elde edilen simülasyon sonuçları Tablo 2–9’da belirtilmiştir. Tablo 2’de Tip-I hata oranları, Tablo 3’den Tablo 9’a kadar ise ilgili testlerin farklı dağılımlar için güçleri gösterilmektedir.

**Tablo 2.** Normal dağılım için Tip-I hata

	n=7	n=10	n=30	n=50	n=100
Anderson Darling	0.0502	0.0504	0.0500	0.0501	0.0505
Cramer Von Mises	0.0470	0.0488	0.0503	0.0502	0.0505
Jarque Bera	0	0.0047	0.0266	0.0334	0.0393
Kolmogorov Smirnov	0.0527	0.0507	0.0493	0.0496	0.0512
Shapiro Wilk	0.0503	0.0495	0.0505	0.0503	0.0496

**Tablo 3.** 1 serbestlik dereceli ki-kare dağılımı için güç

	n=7	n=10	n=30	n=50	n=100
Anderson Darling	0.4845	0.6976	0.9983	1	1
Cramer Von Mises	0.4541	0.6619	0.9954	1	1
Jarque Bera	0	0.2254	0.9137	0.9983	1
Kolmogorov Smirnov	0.3752	0.5357	0.9823	0.9999	1
Shapiro Wilk	0.5100	0.7334	0.9996	1	1

**Tablo 4.** 5 serbestlik dereceli ki-kare dağılımı için güç

	n=7	n=10	n=30	n=50	n=100
Anderson Darling	0.1255	0.1851	0.5549	0.8043	0.9871
Cramer Von Mises	0.1150	0.1699	0.4952	0.7367	0.9679
Jarque Bera	0	0.0424	0.3842	0.6661	0.9727
Kolmogorov Smirnov	0.1107	0.1453	0.3810	0.5918	0.8931
Shapiro Wilk	0.1300	0.1982	0.6450	0.8885	0.9979



**Tablo 5.** 22, 3 şekil parametrelili beta dağılımı için güç

	n=7	n=10	n=30	n=50	n=100
Anderson Darling	0.0878	0.1188	0.3353	0.5439	0.8730
Cramer Von Mises	0.0802	0.1097	0.2931	0.4740	0.8023
Jarque Bera	0	0.0205	0.2133	0.4083	0.8178
Kolmogorov Smirnov	0.0814	0.0992	0.2281	0.3652	0.6595
Shapiro Wilk	0.0902	0.1261	0.4096	0.6622	0.9536

**Tablo 6.** 2, 5 şekil parametrelili beta dağılımı için güç

	n=7	n=10	n=30	n=50	n=100
Anderson Darling	0.0690	0.0849	0.2241	0.3936	0.7572
Cramer Von Mises	0.0628	0.0796	0.1960	0.3323	0.6519
Jarque Bera	0	0.0084	0.0717	0.1485	0.5101
Kolmogorov Smirnov	0.0664	0.0755	0.1575	0.2551	0.5055
Shapiro Wilk	0.0707	0.0884	0.2727	0.5005	0.8966

**Tablo 7.** 3, 1 parametrelili gamma dağılımı için güç

	n=7	n=10	n=30	n=50	n=100
Anderson Darling	0.1112	0.1602	0.4766	0.7199	0.9644
Cramer Von Mises	0.1020	0.1471	0.4226	0.6492	0.9307
Jarque Bera	0	0.0355	0.3327	0.5924	0.9428
Kolmogorov Smirnov	0.0994	0.1286	0.3254	0.5121	0.8258
Shapiro Wilk	0.1151	0.1710	0.5624	0.8203	0.9912

**Tablo 8.** 2, 4 parametrelili Weibull dağılımı için güç

	n=7	n=10	n=30	n=50	n=100
Anderson Darling	0.0664	0.0805	0.1871	0.3105	0.6115
Cramer Von Mises	0.0612	0.0751	0.1640	0.2625	0.5114
Jarque Bera	0	0.0100	0.1043	0.2006	0.5005
Kolmogorov Smirnov	0.0650	0.0720	0.1349	0.2067	0.3945
Shapiro Wilk	0.0676	0.0835	0.2356	0.4137	0.7898

**Tablo 9.** Üstel dağılımı için güç

	n=7	n=10	n=30	n=50	n=100
Anderson Darling	0.2642	0.4137	0.9338	0.9968	1
Cramer Von Mises	0.2433	0.3829	0.8977	0.9904	1
Jarque Bera	0	0.1135	0.7098	0.9526	1
Kolmogorov Smirnov	0.2095	0.3023	0.7808	0.9605	0.9999
Shapiro Wilk	0.2789	0.4449	0.9673	0.9995	1

Anderson-Darling, Cramer-von-Mises, Kolmogorov-Smirnov, Shapiro-Wilk ve Jarque-Bera testlerinin öncelikle Tip-I hata oranları karşılaştırılmıştır. Tablo 2’de elde edilen sonuçlar incelendiğinde n=10 için Jarque-Bera testinin Tip-I hata oranı 0.0047 bulunmuştur. Diğer 4 teste göre bu kadar düşük Tip-I hata oranına sahip olması sanki Jarque-Bera testinin n=10 için daha güvenilir olduğu izlenimi verse de Tip-I hatanın bu kadar düşük olması Tip-II hatayı arttırdığından kullanılması doğru olmayacaktır. Bunun yanında diğer 4 testin Tip-I hata oranlarının % 5’e yakın çok yakın değerler aldığı bulunmuştur. Ancak n=10 için Anderson-Darling ve Kolmogorov-Smirnov test istatistiklerinin Tip-I hata oranları teorik beklenen Tip-I hata oranına (% 5) en yakın testler olmuştur (sırasıyla 0.0504 ve 0.0495).

Örnekleme genişliğini 30’a çıkartıldığında Jarque-Bera testinin Tip-I hata oranı yine çok düşük kalırken (0.0266) diğer 4 teste ait Tip-I hata oranları neredeyse birbirlerine denk çıkmıştır. Örnekleme genişliğini sırasıyla n=50 ve n=100 yaptığımızda da Anderson-Darling, Cramer-von-Mises, Kolmogorov-Smirnov, Shapiro-Wilk testlerine ait Tip-I hata oranlarında çok fazla bir değişiklik olmamakta, Jarque-Bera testine ait Tip-I hata oranı örneklem hacmi arttıkça artış göstermiş ve n=30, n=50 ve n=100 için sırasıyla 0.0266, 0.0334 ve 0.0393 bulunmuştur.

İlgili testler, normal dağılım göstermeyen dağılımlar üzerinde güçleri (1- $\beta$ ) bakımından karşılaştırılmıştır. Elde edilen sonuçlar Tablo 3 - 9’da gösterilmiştir. Sonuçlar incelendiğinde, n=10 için incelenen tüm normal dağılım testlerinin güçleri çok düşük bulunmuştur. 1 serbestlik dereceli ki-kare dağılımında n=10 için Jarque-Bera testinin gücü % 22.54, Kolmogorov-Smirnov testinin gücü % 53.57, Cramer-von-Mises testinin gücü % 66.19, Anderson-Darling testinin gücü % 69.76, Shapiro Wilk testinin gücü % 73.34 bulunmuştur.

5 serbestlik dereceli ki-kare dağılımı için  $n=10$  için testlerin güçleri incelendiğinde Jarque-Bera testi için % 4.24, Kolmogorov-Smirnov testi için % 14.53, Cramer-von-Mises testi için % 16.99, Anderson-Darling testi için % 18.51 ve Shapiro Wilk testi için % 19.82 bulunmuştur.

Literatürdeki kaynakların çoğunda belirtilen  $n=30$  kritik noktası için testleri incelendiğinde, tüm farklı dağılımlar için Shapiro-Wilk testi diğer testlere kıyasla en güçlü test olmuş ancak yine de istenen düzeyde olmadığı görülmüştür. Sadece 1 serbestlik dereceli ki-kare dağılımı ve üstel için dağılımı için Shapiro-Wilk testinin gücü çok yüksek çıkarken (%99,96 ve %96,73), 5 serbestlik dereceli ki-kare dağılımı için % 64.5, Beta (22,3) dağılımı için % 40.96, Beta (2,5) dağılımı için % 27.27, Gamma (3,1) dağılımı için % 56.4 Weibull (2,4) dağılımı için %23,56 ve Üstel dağılım için %96,73 bulunmuştur. İlgili dağılımlarda diğer testlerin güçleri bu değerlerin çok altında kalmıştır. Bununla beraber her dağılımda Shapiro-Wilk testine en yakın güce sahip test Anderson-Darling testi olurken, en zayıf testler her dağılımda Kolmogorov-Smirnov ve Jarque-Bera testleri olmuştur.

Örneklem genişliği 50'ye çıkartıldığında, testlerin güçlerinin  $n=30$ 'a göre arttığını ancak tüm dağılımlarda yine Shapiro-Wilk testi en güçlü test (her bir dağılım için testin gücü sırasıyla % 100, % 88.85, % 66.22, % 50.05, % 82.03, % 41.37 ve % 99.95), onu takip eden en güçlü testin Anderson-Darling testi (her bir dağılım için testin gücü sırasıyla % 100, % 80.43, % 54.39, % 39.36, % 71.99, % 31.05 ve % 99.68) çıkmıştır. Beta (2,5) dağılımı hariç tüm dağılımlarda Kolmogorov-Smirnov testi en zayıf test olmuştur.

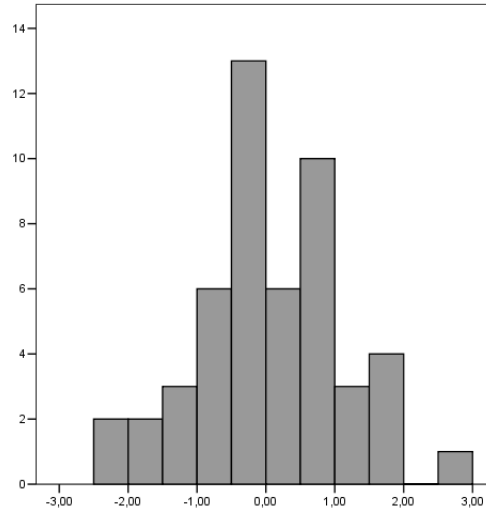
$n=100$  için simülasyon sonuçları incelendiğinde tüm testlerin güçleri  $n=50$ 'ye göre artmıştır. Sonuçlar detaylı bir şekilde incelendiğinde her dağılımda yine Shapiro-Wilk testi en fazla güce sahip test olmuştur. 1 serbestlik dereceli ki-kare dağılımı için Shapiro-Wilk testinin gücü % 100 çıkarken, 1 serbestlik dereceli ki-kare dağılımı için % 99.79, Beta (22,3) dağılımı için % 95.36, Beta (2,5) dağılımı için % 89.66, Gamma (3,1) dağılımı için % 99.12, Weibull (2,4) dağılımı için % 78.98, Üstel dağılım için % 100 bulunmuştur.

Bunların dışında Shapiro-Wilk ve Cramer-von-Mises testlerinin varsayım alt sınırı olan  $n=7$  için de örneklemeler türetilmiştir.  $n=7$  için testlerin Tip-I hataları

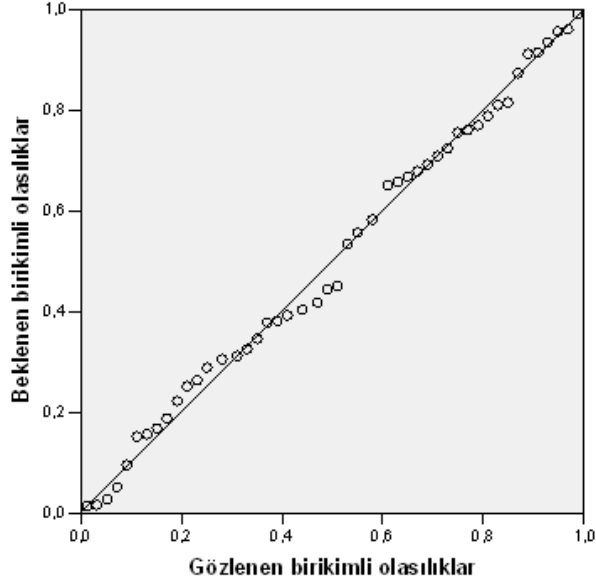
incelendiğinde, Jarque-Bera testinin Tip-I hata oranı % 0 çıkarken, Anderson-Darling testinin % 5.02, Cramer-von-Mises testinin % 4.70, Kolmogorov-Smirnov testinin % 5.27 ve Shapiro-Wilk testinin % 5.03 çıkmıştır. Shapiro-Wilk testinin varsayım üst sınırı 2000 test edildiğinde bu örneklem genişliğinde Shapiro-Wilk testinin Tip-I hatası %4,99 çıkmıştır.

$n=7$  için testlerin güçleri incelendiğinde, tüm dağılım tiplerinde testlerin güçleri oldukça düşük çıkmıştır. Şöyle ki; 5 serbeslik dereceli ki-kare dağılımı için testlerin güçleri Anderson-Darling için % 12.55, Cramer-von-Mises için % 11.5, Kolmogorov-Smirnov için % 11.07, Shapiro-Wilk için % 13 çıkmıştır. Beta (2,5) için testlerin güçleri Anderson-Darling için % 6.90, Cramer-von-Mises için % 6.28, Kolmogorov-Smirnov için % 6.64, Shapiro-Wilk için % 7.07 çıkmıştır. Tüm dağılım türlerinde  $n=7$  için Jarque-Bera testinin gücü % 0 çıkmıştır.

Normal dağılım testlerinden elde edilen sonuçların bir kısmı grafiksel yöntemlerle karşılaştırılmıştır. İlk önce normal dağılımdan türetilen  $n=50$  birimlik bir örneklem için normal dağılım testlerinin sonuçları incelendiğinde tüm testler ilgili dağılımın normal dağıldığı sonucunu vermiştir. Aynı örneklemin dağılımını grafiksel olarak gösterildiğinde elde edilen grafikler aşağıda verilmiştir (Şekil 10 ve Şekil 11).

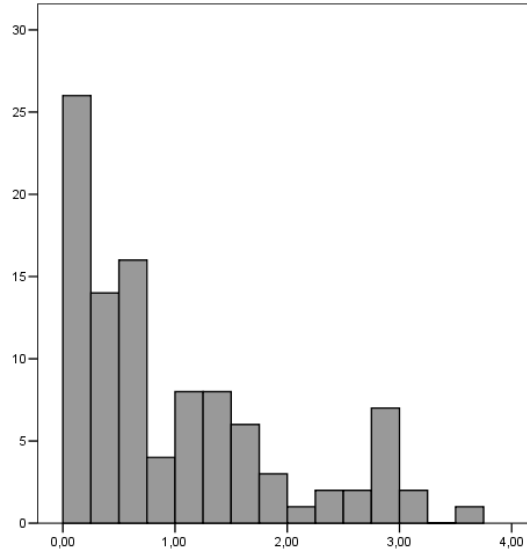


**Şekil 10.** Normal dağılımdan türetilmiş 50 birimlik bir örnekleme ait histogram grafiği

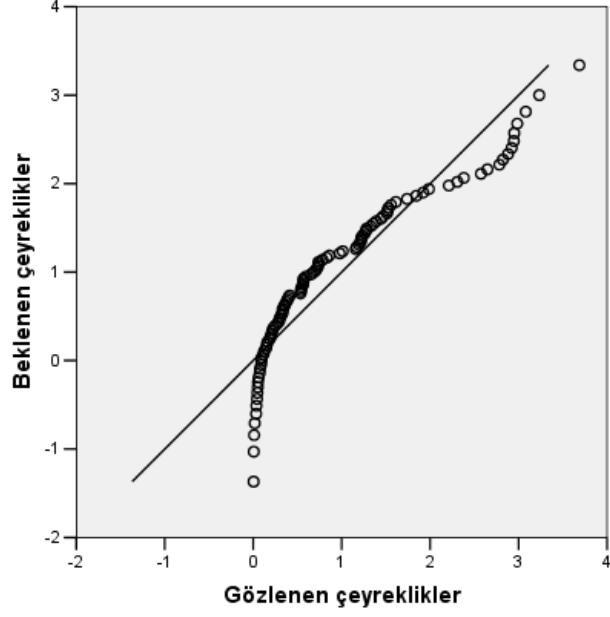


**Şekil 11.** Normal dağılımdan türetilmiş 50 birimlik bir örnekleme ait P-P grafiği

İkinci durumda üstel dağılımdan türetilen  $n=100$  birimlik bir örneklem için normal dağılım testlerinin sonuçları incelendiğinde tüm testler ilgili dağılımın normal dağılmadığı sonucunu vermiştir. Aynı örneklemin dağılımını grafiksel olarak gösterildiğinde elde edilen grafikler aşağıda verilmiştir (Şekil 12 ve Şekil 13).

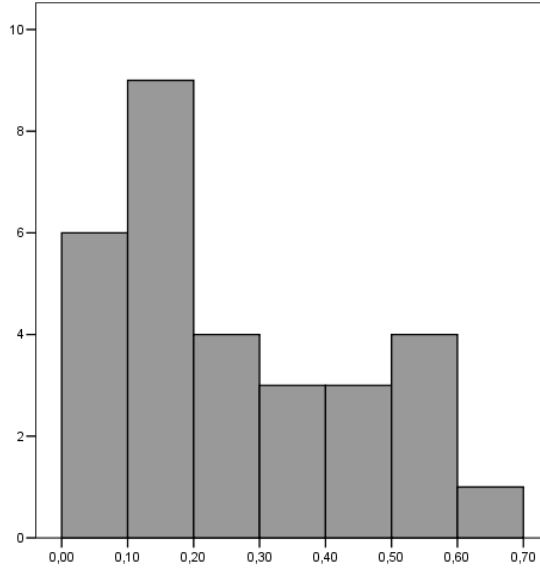


**Şekil 12.** Üstel dağılımdan türetilmiş 100 birimlik bir örnekleme ait histogram grafiği

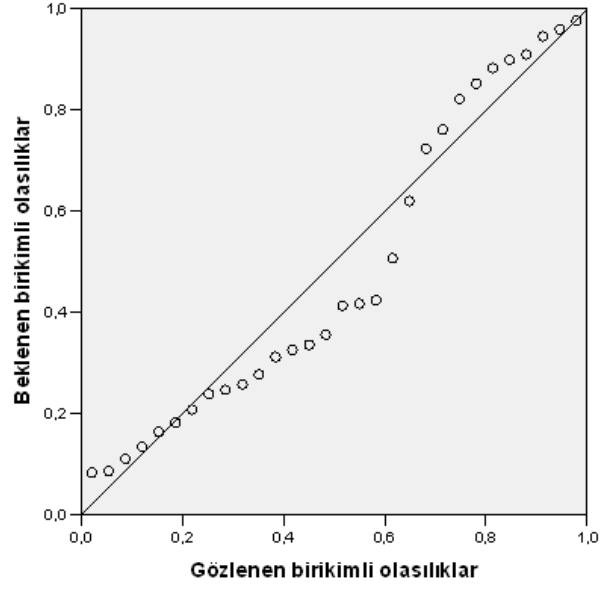


**Şekil 13.** Üstel dağılımdan türetilmiş 100 birimlik bir örnekleme ait Q-Q grafiği

Son olarak 2,5 Beta dağılımından türetilen 30 birimlik bir örneklem seçilmiştir. Bu durum için JB testi en zayıf test olduğundan JB'nin  $H_0$  hipotezini kabul ettiği; AD, CVM, KS ve SW testlerinin  $H_0$  hipotezini reddettiği bir örneklem seçilmiştir. İlgili örnekleme ait grafikler aşağıda verilmiştir (Şekil 14 ve Şekil 15).



**Şekil 14.** Beta (2, 5) dağılımdan türetilmiş 30 birimlik bir örnekleme ait Histogram grafiği



Şekil 15. Beta (2, 5) dağılımdan türetilmiş 30 birimlik bir örnekleme ait P-P grafiği

## 5. TARTIŞMA

Elde edilen simülasyon sonuçlarına dayanılarak öncelikle ilgili testlerin Tip-I hataları incelendiğinde, Jarque Bera testinin tüm örneklem genişliklerinde Tip-I hata oranının çok düşük çıktığı görülmüştür. Örneklem genişliği 7'den 100'e doğru arttıkça Jarque-Bera testinin Tip-I hata oranı 0'dan % 3.93'e kadar çıkabilmiştir ve görülmektedir ki Jarque-Bera testi bu örneklem genişliklerinde tercih edilmemesi gereken bir testtir. Jarque-Bera testi için örneklem genişliğini sırasıyla 500 ve 1000'e çıkartığımızda Tip-I hata oranları sırasıyla 4.62 ve 4.82 bulunmuştur. Bu sonuçlara göre açıkça görülmektedir ki örneklem genişliği 500'ün üzerine çıkıldığında bile Jarque-Bera testi beklenen Tip-I hata oranlarına ancak yaklaşabilmektedir. Bu nedenle küçük örneklerde Jarque-Bera testi kesinlikle önerilmemektedir.

$n=7$  için diğer testler incelendiğinde 4 testin (AD, CVM, KS, SW) Tip-I hata oranlarının % 5'e yakın olmakla birlikte Cramer-von-Mises ve Kolmogorov-Smirnov testlerini beklenenden biraz uzak Tip-I hata oranlarına sahip oldukları görülmüştür (sırasıyla % 4.70 ve % 5.27 ). Bu nedenle  $n=7$  için Anderson-Darling ve Shapiro Wilk testlerinin kullanılması tavsiye edilmektedir. Örneklem genişliği 10'a çıktığında Cramer-von-Mises testinin Tip-I hatası % 5'e biraz daha yaklaşırsa da (% 4.88) bu örneklem genişliğinde Anderson-Darling testi önerilmektedir (Tip-I hata oranı % 5.04).

Örneklem genişliği 30'a çıkartıldığında Anderson-Darling testinin Tip-I hatası % 5 bulunurken diğer testlerin Tip-I hataları da % 5'e çok yakın (% 4.93 – % 5.05) çıkmakla birlikte % 5'e en uzak test Kolmogorov-Smirnov testi olmuştur (% 4.93). Bu durumda  $n=30$  için Anderson-Darling test istatistiğinin kullanılması önerilmektedir. Örneklem genişliği sırasıyla 50 ve 100'e çıktığında Kolmogorov-Smirnov en düşük Tip-I hataya sahip test olurken Anderson-Darling, Cramer-von-Mises ve Shapiro-Wilk testleri benzer sonuçlar vermiştir. Örneklem genişliği sırasıyla 50 ve 100 yapıldığında Tip-I hata bakımından en kötü test Kolmogorov-Smirnov olurken, en iyi test sırasıyla Anderson-Darling, Cramer-von-Mises ve Shapiro-Wilk testi gelmekle birlikte bu testlerin Tip-I hataları birbirlerine çok yakın çıkmıştır.



İlgili testlerin güçleri incelendiğinde; örneklem genişliği  $n=7$  alındığında, farklı dağılım tipleri için tüm testlerin güçleri çok düşük çıkmakla birlikte hepsinde Shapiro-Wilk testi en güçlü test çıkmıştır. Örneklem genişliği sırasıyla  $n=10, 30$  ve  $100$  alındığında tüm testlerin güçlerinin arttığı ve tüm dağılım tipleri için belirtilen tüm örneklem genişliklerinde Shapiro-Wilk testi en güçlü test çıkmıştır. Anderson-Darling testi 2. en güçlü test olurken bu testleri sırasıyla Anderson-Darling, Cramer-von-Mises, Kolmogorov-Smirnov ve Jarque-Bera testleri takip etmektedir.

Literatürde normal dağılım testlerinin farklı senaryolar üzerinde karşılaştırıldığı pek çok çalışma yayınlamıştır. Gelişen bilgisayar teknolojisi ve algoritmalarla farklı durumlar için en ideal test ya da testler bulunmaya çalışılmaktadır. Bu çalışmalardan Thadewald, Büning ve arkadaşlarının yaptıkları 10 000 tekrarlı simülasyon sonuçlarına göre Jarque-Bera testi özellikle ki-kareden türetilen dağılımlar üzerinde gücü düşük bulunmuştur. Jarque-Bera testinin daha çok simetrik dağılımlar ile orta ve uzun kuyruklu ve çarpık dağılımları test ederken güçlü olduğu görülmüştür. Bunların dışındaki dağılımlarda Jarque-Bera testi yerine Cramer-von-Mises ve Shapiro-Wilk testlerini önermişlerdir (24).

Razali ve Wah 'ın 2011 yılında yaptıkları 50 000 tekrarlı simülasyon çalışmasında Shapiro-Wilk, Anderson-Darling, Lilliefors ve Kolmogorov-Smirnov testleri incelenmiştir. Simülasyon sonuçlarında göre çarpıklığı 3'ten küçük simetrik dağılımlarda Shapiro-Wilk testi diğer testlerden daha güçlü bulunmuştur. Örneklem hacmi 30'un altında olduğunda 4 testin de gücü % 40'ın altında bulunmuş. Benzer şekilde çarpıklığı 3'ten büyük simetrik dağılımlarda yine Shapiro-Wilk testi diğer testlerden daha güçlü bulunmuştur. Genel olarak simetrik dağılımlar için en iyi test Shapiro-Wilk olurken onu sırasıyla Anderson-Darling, Lilliefors ve Kolmogorov-Smirnov testleri izlemiştir. Örneklem hacmi küçükdükçe testlerin güçlerinin de düştüğü görülmüştür. Asimetrik dağılımlarda da Shapiro-Wilk testi diğer 3 testten daha güçlü bulunmuştur. Shapiro-Wilk testi örneklem genişliği en az 50 olduğunda güçlü bir test iken, Anderson-Darling ve Lilliefors testlerinin güçlü olabilmeleri için örneklem genişliğinin en az 100 olması gerektiği bulunmuştur. Kolmogorov-Smirnov testi bunların arasında en zayıf test ve çok daha fazla geniş örneklere ihtiyaç duymaktadır. Sonuç olarak Shapiro-Wilk testi en güçlü test olurken Kolmogorov-Smirnov testi en zayıf test bulunmuştur. Ancak bununla beraber Shapiro-Wilk testi

örneklem genişliği az olduğunda zayıf kalmıştır. Anderson-Darling testi Shapiro-Wilk testi ile benzer sonuçlar yakalarken Lilliefors testi tüm durumlarda Kolmogorov Smirnov testinden daha güçlü bulunmuştur (3).

Yazıcı ve Yolacan'ın 2006 yılında yaptıkları 100 000 tekrarlı simülasyon çalışmasında Gamma dağılımına göre bakıldığında Shapiro-Wilk testi en zayıf test olmuştur. Gamma dağılımı için Jarque-Bera testi hariç tüm testler için örneklem genişliği arttıkça testlerin güçleri düşüş gösterdiği bulunmuştur. Weibull dağılımı için incelenen tüm testlerin güçleri oldukça yüksek bulunmakla birlikte burada da örneklem genişliği arttıkça Shapiro-Wilk testinin gücünün düştüğü görülmüştür (4).

Tanweer-UI-Islam'in 2011 yılında yaptığı 100 000 tekrarlı simülasyon çalışmasında Log-normal (1; 1,3) dağılımında Anderson-Darling testi tüm örneklem genişliklerinde (n=30, 50 ve 100 için) ve anlamlılık seviyelerinde en güçlü test olurken, Weibull (0.5; 0.5) dağılımında da Anderson-Darling testi en güçlü test olmuştur. Jarque-Bera testi özellikle ekonomi alanındaki çalışmalarda çok yaygın kullanılmakla birlikte elde edilen sonuçlar ışığında Anderson-Darling testinin kullanılması önerilmiştir (25).

Normal dağılım testlerinden elde edilen sonuçlarla grafiksel yöntemler karşılaştırıldığında normal dağılımdan türetilen 50 birimlik örneklem için normal dağılım testlerinden elde edilen sonuçlarla grafikler paralel sonuçlar vermiştir. Histogram ve P-P grafikleri ile de incelendiğinde ilgili örneklemin normal dağılıma uyduğu söylenebilir. Üstel dağılımdan türetilen 100 birimlik örneklem için grafiklerden elde edilen sonuçlar normal dağılım testlerinden elde edilen bilgilerle paralellik göstermektedir. İki grafik de ilgili dağılımın normal dağılıma uymadığını göstermektedir. Beta (2, 5) dağılımından türetilen 30 birimlik örneklem için grafikler incelendiğinde açıkça görülmektedir ki ilgili örneklem normal dağılıma uymamaktadır. Ancak JB testi ilgili dağılımın normal dağılıma sahip olduğu sonucunu vermektedir. Ancak sadece test sonucu grafiksel yöntemlerle desteklenirse ilgili örneklemin normal dağılıma uymadığı, JB testinin ilgili durum için zayıf olduğu sonucuna ulaşılabilir.

## 6. SONUÇLAR

Bu çalışmada farklı örneklem genişlikleri ve farklı teorik dağılımlar üzerinde normallik testlerinin Tip-I hata ve güç bakımından karşılaştırılması amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda yapılan simülasyon sonuçlarında görüşmüştür ki, Jarque-Bera testi hariç diğer 4 testin Tip-I hataları örneklem genişliği arttıkça artmakta ve beklenen değere yaklaşmaktadır. Jarque-Bera testinin Tip-I hatası örneklem genişliği sırasıyla 500 ve 1000 yapıldığında bile istenen düzeye gelememektedir. Bu nedenle hiçbir durumda Jarque-Bera testinin kullanılması önerilmemektedir.

Örneklem genişliği çok düşükken bile ( $n=7$ ) Shapiro-Wilk ve Anderson-Darling testleri en iyi sonucu vermiştir. Cramer-von-Mises testi örneklem genişliği 30'a çıktığında ancak istenen Tip-I hata düzeyine ulaşabilmiş, Kolmogorov-Smirnov test için beklenen Tip-I hata düzeyine ulaşmak için örneklem genişliğinin 100'den fazla olması gerektiği görülmüştür. Bu sonuçlardan yola çıkarak düşük örneklem genişliğinde Anderson-Darling ya da Shapiro-Wilk testleri tercih edilmelidir. Örneklem genişliği arttıkça (30'u geçtikten sonra) Cramer-von-Mises testi de kullanılabilir. Kolmogorov-Smirnov testi tüm durumlarda en kötü test olduğundan önerilmemektedir.

Testlerin güçlerini incelediğimizde tüm teorik dağılımlarda örneklem genişliği arttıkça testlerin de güçlerinin arttığı görüşmüştür. Tüm durumlar için Jarque-Bera ve Kolmogorov-Smirnov testleri en zayıf testler olduğundan kullanılmaları önerilmemektedir. Tüm örneklem genişlikleri ve farklı teorik dağılımlarda Shapiro-Wilk testi en güçlü test olurken buna en yakın test Anderson-Darling testi olmuştur. Bu sebeple öncelikle Shapiro-Wilk testi olmak üzere Anderson-Darling testi de normallik varsayımlarını denetlemek için kullanılması önerilmektedir. Cramer-von-Mises testi, Jarque-Bera ve Kolmogorov-Smirnov testler kadar zayıf olmasa da elimizde daha güçlü testler olduğundan kullanılması önerilmemektedir.

Özellikle örneklem genişliğinin düşük olduğu durumlarda, tüm örneklem genişliklerinde normallik testlerinden elde edilen sonuçların mutlaka grafiksel yöntemlerle desteklenmesi önerilmektedir. Bu şekilde bir çalışma olası Tip-I ve Tip-II hataların önüne geçilmesini sağlayacaktır.

## 7. KAYNAKLAR

1. Peng G, Lilly E. Testing normality of data using SAS. PharmaSug SAS Conference, San Diego, California, USA, May 23-26, 2004.
2. Öztuna D, Elhan AL, Tüccar E. Investigation of four different normality tests in terms of type-I error rate and power under different distributions. Turk J Med Sci 36(3):171-176, 2006.
3. Razali NM, Wah YB. Power comparisons of Shapiro-Wilk, Kolmogorov-Smirnov, Lilliefors and Anderson-Darling tests. Journal of Statistical Modeling and Analytics 2(1):21-33, 2011.
4. Yazıcı B, Yolaçan Ş. A comparison of various tests of normality. Journal of Statistical Computation and Simulation 77(2):175-183, 2006.
5. Alpar R. Spor, Sağlık ve Eğitim Bilimlerinde Örneklerle Uygulamalı İstatistik ve Geçerlik-Güvenirlilik. 2. Baskı, s.130, Detay Yayıncılık, Ankara, 2012.
6. Dişçi R. Temel ve Klinik Biyoistatistik. 1. Baskı, s.81, İstanbul Tıp Kitabevi, İstanbul, 2008.
7. Kan İ. Biyoistatistik. 5. Baskı, s.115, Uludağ Üniversitesi Basımevi, Bursa, 2009.
8. Poyraz V. Varsayımların bozulmasının iki ortalama arasındaki farkın önemlilik testine etkisi. Hacettepe Üniversitesi Sağlık Bilimleri Fakültesi, Biyoistatistik Anabilim Dalı Doktora Tezi, Ankara, 1982.
9. Sümbüloğlu K, Sümbüloğlu V. Biyoistatistik. 13. Baskı, s. 45-46, Hatiboğlu Yayınevi, Ankara, 2009.
10. Özdamar K. Paket Programlar ile İstatistiksel Veri Analizi, 5. Baskı, Cilt 1, s.290, Kaan Kitabevi, Eskişehir, 2004.
11. Forthofer RN, Lee ES, Hernandez M. Biostatistics: A Guide to Design Analysis, and Discovery. 2nd Edition, p.30, Academic Press, USA, 2008.
12. Quick J. R Tutorial Series: Graphic Analysis of Regression Assumptions. Erişim adresi: <http://rtutorialseries.blogspot.com.tr/2009/12/r-tutorial-series-graphic-analysis-of.html>. Erişim tarihi: 13.01.2014.

13. Radziwill N. Normal Probability plots (QQ Plots) in R. Erişim adresi: <http://qualityandinnovation.com/category/r/>. Erişim tarihi: 01.12.2013.
14. Royston JP. An extension of Shapiro Wilk's w test for normality to large samples. *Appl Statist* 31(2):115-124, 1982.
15. National Institute of Standards and Technology, Engineering Statistics Handbook. Erişim adresi : <http://www.itl.nist.gov/div898/handbook/eda/section3/eda35e.htm>. Erişim tarihi: 09.04.2014.
16. Alpar R. Spor Bilimlerinde Uygulamalı İstatistik. 2. Baskı, s.114-115, Nobel Yayıncılık, Ankara, 2001.
17. Martinez WL, Martinez AR. Computational Statistics Handbook with MATLAB. p.33-40, Chapman&Hall/CRC, USA, 2002.
18. Miller I, Miller M. John E. Freund'dan Matematiksel İstatistik (Çev.Ed: Şenesen Ü) s.210, Literatür Yayıncılık, İstanbul, 2006.
19. Günel P. Ters normal dağılım (inverse gaussian distribution) ve sağkalım analizi ile bir uygulama. Marmara Üniversitesi Sağlık Bilimleri Enstitüsü, Biyoistatistik Anabilim Dalı Yüksek Lisans Tezi, İstanbul, 2009.
20. Elitok Ö. Weibull dağılımı ve uygulama. Kırıkkale Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Matematik Anabilim Dalı Yüksek Lisans Tezi, Kırıkkale, 2006.
21. Bury K. Statistical Distributions in Engineering. 1st Edition. p.311, Cambridge University Press, UK, 1999.
22. Caldwell CK. Mersenne Primes: History, Theorems and Lists. Erişim adresi: [http://en.wikipedia.org/wiki/Mersenne\\_prime](http://en.wikipedia.org/wiki/Mersenne_prime). Erişim tarihi: 03.05.2014.
23. Japan Society For The Promotion Of Science. What is Mersenne Twister. Erişim adresi: <http://www.math.sci.hiroshima-u.ac.jp/~m-mat/MT/ewhat-is-mt.html>. Erişim tarihi: 03.05.2014.
24. Thorsten T, Herbert B. Jarque-Bera test and its competitors for testing normality: a power comparison. School of Business & Economics Discussion Paper: Economics, Berlin, September 2004.
25. Islam TU. Normality testing - a new direction. *International Journal of Business and Social Science* 2(3):115-118, 2011.

## 8. EKLER

### Ek.1: Simülasyon Çıktıları

#### The FREQ Procedure

Table 1 of TEST by DURUM  
Controlling for TABLO=1 TIP=1

TEST	DURUM			Total
Frequency,				
Percent ,				
Row Pct ,				
Col Pct ,	H0KABUL	H0RED		
AD	474886	25114	500000	
	19.00	1.00	20.00	
	94.98	5.02		
	19.79	25.10		
CM	476500	23500	500000	
	19.06	0.94	20.00	
	95.30	4.70		
	19.85	23.48		
JB	500000	0	500000	
	20.00	0.00	20.00	
	100.00	0.00		
	20.83	0.00		
KS	473668	26332	500000	
	18.95	1.05	20.00	
	94.73	5.27		
	19.74	26.31		
SW	474871	25129	500000	
	18.99	1.01	20.00	
	94.97	5.03		
	19.79	25.11		
Total	2399925	100075	2500000	
	96.00	4.00	100.00	

n=7 ; r=500 000 ; Normal Dağılım

#### The FREQ Procedure

Table 3 of TEST by DURUM  
Controlling for TABLO=2 TIP=1

TEST	DURUM			Total
Frequency,				
Percent ,				
Row Pct ,				
Col Pct ,	H0KABUL	H0RED		
AD	474818	25182	500000	
	18.99	1.01	20.00	
	94.96	5.04		
	19.80	24.67		
CM	475606	24394	500000	
	19.02	0.98	20.00	
	95.12	4.88		
	19.83	23.90		
JB	497658	2342	500000	
	19.91	0.09	20.00	
	99.53	0.47		
	20.75	2.29		
KS	474626	25374	500000	
	18.99	1.01	20.00	
	94.93	5.07		
	19.79	24.86		
SW	475232	24768	500000	
	19.01	0.99	20.00	
	95.05	4.95		
	19.82	24.27		
Total	2397940	102060	2500000	
	95.92	4.08	100.00	

n=10 ; r=500 000 ; Normal Dağılım

The FREQ Procedure

Table 5 of TEST by DURUM  
Controlling for TABLO=3 TIP=1

TEST	DURUM			Total
Frequency,				
Percent ,				
Row Pct ,				
Col Pct ,	H0KABUL	H0RED		
AD	474995	25005	500000	
	19.00	1.00	20.00	
	95.00	5.00		
	19.90	22.07		
CM	474856	25144	500000	
	18.99	1.01	20.00	
	94.97	5.03		
	19.90	22.19		
JB	486712	13288	500000	
	19.47	0.53	20.00	
	97.34	2.66		
	20.39	11.73		
KS	475368	24632	500000	
	19.01	0.99	20.00	
	95.07	4.93		
	19.92	21.74		
SW	474773	25227	500000	
	18.99	1.01	20.00	
	94.95	5.05		
	19.89	22.27		
Total	2386704	113296	2500000	
	95.47	4.53	100.00	

n=30 ; r=500 000 ; Normal Dağılım

The FREQ Procedure

Table 7 of TEST by DURUM  
Controlling for TABLO=4 TIP=1

TEST	DURUM			Total
Frequency,				
Percent ,				
Row Pct ,				
Col Pct ,	H0KABUL	H0RED		
AD	474945	25055	500000	
	19.00	1.00	20.00	
	94.99	5.01		
	19.93	21.45		
CM	474877	25123	500000	
	19.00	1.00	20.00	
	94.98	5.02		
	19.93	21.50		
JB	483297	16703	500000	
	19.33	0.67	20.00	
	96.66	3.34		
	20.28	14.30		
KS	475188	24812	500000	
	19.01	0.99	20.00	
	95.04	4.96		
	19.94	21.24		
SW	474864	25136	500000	
	18.99	1.01	20.00	
	94.97	5.03		
	19.93	21.52		
Total	2383171	116829	2500000	
	95.33	4.67	100.00	

n=50 ; r=500 000 ; Normal Dağılım



The FREQ Procedure

Table 2 of TEST by DURUM  
Controlling for TABLO=1 TIP=2

TEST	DURUM		Total
Frequency,	H0KABUL	H0RED	
Percent ,			
Row Pct ,			
Col Pct ,			
AD	257761	242239	500000
	10.31	9.69	20.00
	51.55	48.45	
	16.23	26.56	
CM	272931	227069	500000
	10.92	9.08	20.00
	54.59	45.41	
	17.19	24.90	
JB	500000	0	500000
	20.00	0.00	20.00
	100.00	0.00	
	31.48	0.00	
KS	312383	187617	500000
	12.50	7.50	20.00
	62.48	37.52	
	19.67	20.57	
SW	244990	255010	500000
	9.80	10.20	20.00
	49.00	51.00	
	15.43	27.96	
Total	1588065	911935	2500000
	63.52	36.48	100.00

n=7 ; r=500 000 ; Ki-kare 1 s.d.

The FREQ Procedure

Table 4 of TEST by DURUM  
Controlling for TABLO=2 TIP=2

TEST	DURUM		Total
Frequency,	H0KABUL	H0RED	
Percent ,			
Row Pct ,			
Col Pct ,			
AD	151221	348779	500000
	6.05	13.95	20.00
	30.24	69.76	
	14.09	24.44	
CM	169066	330934	500000
	6.76	13.24	20.00
	33.81	66.19	
	15.76	23.19	
JB	387305	112695	500000
	15.49	4.51	20.00
	77.46	22.54	
	36.09	7.90	
KS	232168	267832	500000
	9.29	10.71	20.00
	46.43	53.57	
	21.64	18.77	
SW	133308	366692	500000
	5.33	14.67	20.00
	26.66	73.34	
	12.42	25.70	
Total	1073068	1426932	2500000
	42.92	57.08	100.00

n=10 ; r=500 000 ; Ki-kare 1 s.d.

The FREQ Procedure

Table 6 of TEST by DURUM  
Controlling for TABLO=3 TIP=2

TEST	DURUM			Total
Frequency,				
Percent ,				
Row Pct ,				
Col Pct ,	H0KABUL	H0RED		
~~~~~				
AD	873	499127	500000	
	0.03	19.97	20.00	
	0.17	99.83		
	1.58	20.42		
~~~~~				
CM	2283	497717	500000	
	0.09	19.91	20.00	
	0.46	99.54		
	4.12	20.36		
~~~~~				
JB	43171	456829	500000	
	1.73	18.27	20.00	
	8.63	91.37		
	77.92	18.69		
~~~~~				
KS	8867	491133	500000	
	0.35	19.65	20.00	
	1.77	98.23		
	16.00	20.09		
~~~~~				
SW	211	499789	500000	
	0.01	19.99	20.00	
	0.04	99.96		
	0.38	20.44		
~~~~~				
Total	55405	2444595	2500000	
	2.22	97.78	100.00	

n=30 ; r=500 000 ; Ki-kare 1 s.d.

The FREQ Procedure

Table 8 of TEST by DURUM  
Controlling for TABLO=4 TIP=2

TEST	DURUM			Total
Frequency,				
Percent ,				
Row Pct ,				
Col Pct ,	H0KABUL	H0RED		
~~~~~				
AD	1	499999	500000	
	0.00	20.00	20.00	
	0.00	100.00		
	0.11	20.01		
~~~~~				
CM	13	499987	500000	
	0.00	20.00	20.00	
	0.00	100.00		
	1.38	20.01		
~~~~~				
JB	875	499125	500000	
	0.04	19.97	20.00	
	0.18	99.83		
	92.79	19.97		
~~~~~				
KS	54	499946	500000	
	0.00	20.00	20.00	
	0.01	99.99		
	5.73	20.01		
~~~~~				
SW	0	500000	500000	
	0.00	20.00	20.00	
	0.00	100.00		
	0.00	20.01		
~~~~~				
Total	943	2499057	2500000	
	0.04	99.96	100.00	

n=50 ; r=500 000 ; Ki-kare 1 s.d.

The FREQ Procedure

Table 10 of TEST by DURUM  
Controlling for TABLO=5 TIP=2

TEST	DURUM			Total
Frequency,				
Percent ,				
Row Pct ,				
Col Pct ,	H0KABUL	H0RED		Total
AD	0	500000		500000
	0.00	20.00		20.00
	0.00	100.00		
	.	20.00		
CM	0	500000		500000
	0.00	20.00		20.00
	0.00	100.00		
	.	20.00		
JB	0	500000		500000
	0.00	20.00		20.00
	0.00	100.00		
	.	20.00		
KS	0	500000		500000
	0.00	20.00		20.00
	0.00	100.00		
	.	20.00		
SW	0	500000		500000
	0.00	20.00		20.00
	0.00	100.00		
	.	20.00		
Total	0	2500000		2500000
	0.00	100.00		100.00

n=100 ; r=500 000 ; Ki-kare 1 s.d.

The FREQ Procedure

Table 12 of TEST by DURUM  
Controlling for TABLO=6 TIP=2

TEST	DURUM			Total
Frequency,				
Percent ,				
Row Pct ,				
Col Pct ,	H0KABUL	H0RED		Total
AD	437256	62744		500000
	17.49	2.51		20.00
	87.45	12.55		
	19.35	26.08		
CM	442476	57524		500000
	17.70	2.30		20.00
	88.50	11.50		
	19.58	23.91		
JB	500000	0		500000
	20.00	0.00		20.00
	100.00	0.00		
	22.13	0.00		
KS	444629	55371		500000
	17.79	2.21		20.00
	88.93	11.07		
	19.68	23.01		
SW	435023	64977		500000
	17.40	2.60		20.00
	87.00	13.00		
	19.25	27.00		
Total	2259384	240616		2500000
	90.38	9.62		100.00

n=7 ; r=500 000 ; Ki-kare 5 s.d.

The FREQ Procedure

Table 14 of TEST by DURUM  
Controlling for TABLO=7 TIP=2

TEST	DURUM			Total
Frequency,				
Percent ,				
Row Pct ,				
Col Pct ,	H0KABUL	H0RED		
AD	407456	92544	500000	
	16.30	3.70	20.00	
	81.49	18.51		
	19.13	24.98		
CM	415074	84926	500000	
	16.60	3.40	20.00	
	83.01	16.99		
	19.49	22.93		
JB	478790	21210	500000	
	19.15	0.85	20.00	
	95.76	4.24		
	22.48	5.73		
KS	427361	72639	500000	
	17.09	2.91	20.00	
	85.47	14.53		
	20.07	19.61		
SW	400913	99087	500000	
	16.04	3.96	20.00	
	80.18	19.82		
	18.83	26.75		
Total	2129594	370406	2500000	
	85.18	14.82	100.00	

n=10 ; r=500 000 ; Ki-kare 5 s.d.

The FREQ Procedure

Table 16 of TEST by DURUM  
Controlling for TABLO=8 TIP=2

TEST	DURUM			Total
Frequency,				
Percent ,				
Row Pct ,				
Col Pct ,	H0KABUL	H0RED		
AD	222539	277461	500000	
	8.90	11.10	20.00	
	44.51	55.49		
	17.53	22.55		
CM	252398	247602	500000	
	10.10	9.90	20.00	
	50.48	49.52		
	19.88	20.13		
JB	307890	192110	500000	
	12.32	7.68	20.00	
	61.58	38.42		
	24.25	15.62		
KS	309498	190502	500000	
	12.38	7.62	20.00	
	61.90	38.10		
	24.37	15.49		
SW	177488	322512	500000	
	7.10	12.90	20.00	
	35.50	64.50		
	13.98	26.22		
Total	1269813	1230187	2500000	
	50.79	49.21	100.00	

n=30 ; r=500 000 ; Ki-kare 5 s.d.

The FREQ Procedure

Table 18 of TEST by DURUM  
Controlling for TABLO=9 TIP=2

TEST	DURUM		Total
Frequency,			
Percent ,			
Row Pct ,			
Col Pct ,	H0KABUL	H0RED	
AD	97860	402140	500000
	3.91	16.09	20.00
	19.57	80.43	
	14.91	21.81	
CM	131626	368374	500000
	5.27	14.73	20.00
	26.33	73.67	
	20.06	19.98	
JB	166930	333070	500000
	6.68	13.32	20.00
	33.39	66.61	
	25.44	18.07	
KS	204096	295904	500000
	8.16	11.84	20.00
	40.82	59.18	
	31.10	16.05	
SW	55760	444240	500000
	2.23	17.77	20.00
	11.15	88.85	
	8.50	24.09	
Total	656272	1843728	2500000
	26.25	73.75	100.00

n=50 ; r=500 000 ; Ki-kare 5 s.d.

The FREQ Procedure

Table 20 of TEST by DURUM  
Controlling for TABLO=10 TIP=2

TEST	DURUM		Total
Frequency,			
Percent ,			
Row Pct ,			
Col Pct ,	H0KABUL	H0RED	
AD	6469	493531	500000
	0.26	19.74	20.00
	1.29	98.71	
	8.26	20.38	
CM	16071	483929	500000
	0.64	19.36	20.00
	3.21	96.79	
	20.51	19.98	
JB	1363	498637	500000
	0.05	19.95	20.00
	0.27	99.73	
	1.74	20.59	
KS	53429	446571	500000
	2.14	17.86	20.00
	10.69	89.31	
	68.18	18.44	
SW	1027	498973	500000
	0.04	19.96	20.00
	0.21	99.79	
	1.31	20.60	
Total	78359	2421641	2500000
	3.13	96.87	100.00

n=100 ; r=500 000 ; Ki-kare 5 s.d.

The FREQ Procedure

Table 22 of TEST by DURUM  
Controlling for TABLO=11 TIP=2

TEST	DURUM			Total
Frequency,				
Percent ,				
Row Pct ,				
Col Pct ,H0KABUL ,H0RED ,				
AD	456093	43907	500000	
	18.24	1.76	20.00	
	91.22	8.78		
	19.57	25.85		
CM	459882	40118	500000	
	18.40	1.60	20.00	
	91.98	8.02		
	19.74	23.62		
JB	500000	0	500000	
	20.00	0.00	20.00	
	100.00	0.00		
	21.46	0.00		
KS	459291	40709	500000	
	18.37	1.63	20.00	
	91.86	8.14		
	19.71	23.97		
SW	454876	45124	500000	
	18.20	1.80	20.00	
	90.98	9.02		
	19.52	26.57		
Total	2330142	169858	2500000	
	93.21	6.79	100.00	

n=7 ; r=500 000 ; 22,3 Beta Dağılımı

The FREQ Procedure

Table 24 of TEST by DURUM  
Controlling for TABLO=12 TIP=2

TEST	DURUM			Total
Frequency,				
Percent ,				
Row Pct ,				
Col Pct ,H0KABUL ,H0RED ,				
AD	440577	59423	500000	
	17.62	2.38	20.00	
	88.12	11.88		
	19.47	25.05		
CM	445134	54866	500000	
	17.81	2.19	20.00	
	89.03	10.97		
	19.67	23.13		
JB	489728	10272	500000	
	19.59	0.41	20.00	
	97.95	2.05		
	21.64	4.33		
KS	450379	49621	500000	
	18.02	1.98	20.00	
	90.08	9.92		
	19.90	20.92		
SW	436973	63027	500000	
	17.48	2.52	20.00	
	87.39	12.61		
	19.31	26.57		
Total	2262791	237209	2500000	
	90.51	9.49	100.00	

n=10 ; r=500 000 ; 22,3 Beta Dağılımı

The FREQ Procedure

Table 26 of TEST by DURUM  
Controlling for TABLO=13 TIP=2

TEST	DURUM		Total
Frequency,			
Percent ,			
Row Pct ,			
Col Pct ,	H0KABUL	H0RED	
AD	332334	167666	500000
	13.29	6.71	20.00
	66.47	33.53	
	18.88	22.67	
CM	353464	146536	500000
	14.14	5.86	20.00
	70.69	29.31	
	20.08	19.81	
JB	393368	106632	500000
	15.73	4.27	20.00
	78.67	21.33	
	22.35	14.42	
KS	385958	114042	500000
	15.44	4.56	20.00
	77.19	22.81	
	21.93	15.42	
SW	295218	204782	500000
	11.81	8.19	20.00
	59.04	40.96	
	16.77	27.69	
Total	1760342	739658	2500000
	70.41	29.59	100.00

n=30 ; r=500 000 ; 22,3 Beta Dağılımı

The FREQ Procedure

Table 28 of TEST by DURUM  
Controlling for TABLO=14 TIP=2

TEST	DURUM		Total
Frequency,			
Percent ,			
Row Pct ,			
Col Pct ,	H0KABUL	H0RED	
AD	228074	271926	500000
	9.12	10.88	20.00
	45.61	54.39	
	17.91	22.17	
CM	262999	237001	500000
	10.52	9.48	20.00
	52.60	47.40	
	20.66	19.32	
JB	295868	204132	500000
	11.83	8.17	20.00
	59.17	40.83	
	23.24	16.64	
KS	317414	182586	500000
	12.70	7.30	20.00
	63.48	36.52	
	24.93	14.88	
SW	168907	331093	500000
	6.76	13.24	20.00
	33.78	66.22	
	13.27	26.99	
Total	1273262	1226738	2500000
	50.93	49.07	100.00

n=50 ; r=500 000 ; 22,3 Beta Dağılımı

The FREQ Procedure

Table 28 of TEST by DURUM  
Controlling for TABLO=14 TIP=2

TEST	DURUM		Total
Frequency,			
Percent ,			
Row Pct ,			
Col Pct ,	H0KABUL	H0RED	
AD	228074	271926	500000
	9.12	10.88	20.00
	45.61	54.39	
	17.91	22.17	
CM	262999	237001	500000
	10.52	9.48	20.00
	52.60	47.40	
	20.66	19.32	
JB	295868	204132	500000
	11.83	8.17	20.00
	59.17	40.83	
	23.24	16.64	
KS	317414	182586	500000
	12.70	7.30	20.00
	63.48	36.52	
	24.93	14.88	
SW	168907	331093	500000
	6.76	13.24	20.00
	33.78	66.22	
	13.27	26.99	
Total	1273262	1226738	2500000
	50.93	49.07	100.00

n=50 ; r=500 000 ; 22,3 Beta Dağılımı

The FREQ Procedure

Table 30 of TEST by DURUM  
Controlling for TABLO=15 TIP=2

TEST	DURUM		Total
Frequency,			
Percent ,			
Row Pct ,			
Col Pct ,	H0KABUL	H0RED	
AD	63503	436497	500000
	2.54	17.46	20.00
	12.70	87.30	
	14.21	21.26	
CM	98866	401134	500000
	3.95	16.05	20.00
	19.77	80.23	
	22.12	19.54	
JB	91104	408896	500000
	3.64	16.36	20.00
	18.22	81.78	
	20.38	19.92	
KS	170226	329774	500000
	6.81	13.19	20.00
	34.05	65.95	
	38.09	16.06	
SW	23219	476781	500000
	0.93	19.07	20.00
	4.64	95.36	
	5.20	23.22	
Total	446918	2053082	2500000
	17.88	82.12	100.00

n=100 ; r=500 000 ; 22,3 Beta Dağılımı



The FREQ Procedure

Table 32 of TEST by DURUM  
Controlling for TABLO=16 TIP=2

TEST	DURUM			Total
Frequency,				
Percent ,				
Row Pct ,				
Col Pct ,H0KABUL ,H0RED ,				
AD	465513	34487	500000	
	18.62	1.38	20.00	
	93.10	6.90		
	19.68	25.66		
CM	468625	31375	500000	
	18.75	1.26	20.00	
	93.73	6.28		
	19.81	23.35		
JB	500000	0	500000	
	20.00	0.00	20.00	
	100.00	0.00		
	21.14	0.00		
KS	466820	33180	500000	
	18.67	1.33	20.00	
	93.36	6.64		
	19.73	24.69		
SW	464652	35348	500000	
	18.59	1.41	20.00	
	92.93	7.07		
	19.64	26.30		
Total	2365610	134390	2500000	
	94.62	5.38	100.00	

n=7 ; r=500 000 ; 2,5 Beta Dağılımı

The FREQ Procedure

Table 34 of TEST by DURUM  
Controlling for TABLO=17 TIP=2

TEST	DURUM			Total
Frequency,				
Percent ,				
Row Pct ,				
Col Pct ,H0KABUL ,H0RED ,				
AD	457565	42435	500000	
	18.30	1.70	20.00	
	91.51	8.49		
	19.62	25.20		
CM	460190	39810	500000	
	18.41	1.59	20.00	
	92.04	7.96		
	19.74	23.65		
JB	495800	4200	500000	
	19.83	0.17	20.00	
	99.16	0.84		
	21.26	2.49		
KS	462260	37740	500000	
	18.49	1.51	20.00	
	92.45	7.55		
	19.83	22.42		
SW	455821	44179	500000	
	18.23	1.77	20.00	
	91.16	8.84		
	19.55	26.24		
Total	2331636	168364	2500000	
	93.27	6.73	100.00	

n=10 ; r=500 000 ; 2,5 Beta Dağılımı

The FREQ Procedure

Table 36 of TEST by DURUM  
Controlling for TABLO=18 TIP=2

TEST	DURUM		
Frequency,			
Percent ,			
Row Pct ,			
Col Pct ,H0KABUL ,H0RED , Total			
AD	387932	112068	500000
	15.52	4.48	20.00
	77.59	22.41	
	19.03	24.31	
CM	401998	98002	500000
	16.08	3.92	20.00
	80.40	19.60	
	19.72	21.26	
JB	464128	35872	500000
	18.57	1.43	20.00
	92.83	7.17	
	22.76	7.78	
KS	421264	78736	500000
	16.85	3.15	20.00
	84.25	15.75	
	20.66	17.08	
SW	363672	136328	500000
	14.55	5.45	20.00
	72.73	27.27	
	17.84	29.57	
Total	2038994	461006	2500000
	81.56	18.44	100.00

n=30 ; r=500 000 ; 2,5 Beta Dağılımı

The FREQ Procedure

Table 38 of TEST by DURUM  
Controlling for TABLO=19 TIP=2

TEST	DURUM		
Frequency,			
Percent ,			
Row Pct ,			
Col Pct ,H0KABUL ,H0RED , Total			
AD	303196	196804	500000
	12.13	7.87	20.00
	60.64	39.36	
	17.99	24.15	
CM	333875	166125	500000
	13.36	6.65	20.00
	66.78	33.23	
	19.81	20.38	
JB	425773	74227	500000
	17.03	2.97	20.00
	85.15	14.85	
	25.27	9.11	
KS	372449	127551	500000
	14.90	5.10	20.00
	74.49	25.51	
	22.10	15.65	
SW	249759	250241	500000
	9.99	10.01	20.00
	49.95	50.05	
	14.82	30.71	
Total	1685052	814948	2500000
	67.40	32.60	100.00

n=50 ; r=500 000 ; 2,5 Beta Dağılımı

The FREQ Procedure

Table 40 of TEST by DURUM  
Controlling for TABLO=20 TIP=2

TEST	DURUM		Total
Frequency,			
Percent ,			
Row Pct ,			
Col Pct ,	H0KABUL	H0RED	
AD	121397	378603	500000
	4.86	15.14	20.00
	24.28	75.72	
	14.46	22.80	
CM	174063	325937	500000
	6.96	13.04	20.00
	34.81	65.19	
	20.74	19.63	
JB	244961	255039	500000
	9.80	10.20	20.00
	48.99	51.01	
	29.18	15.36	
KS	247239	252761	500000
	9.89	10.11	20.00
	49.45	50.55	
	29.45	15.22	
SW	51724	448276	500000
	2.07	17.93	20.00
	10.34	89.66	
	6.16	26.99	
Total	839384	1660616	2500000
	33.58	66.42	100.00

n=100 ; r=500 000 ; 2,5 Beta Dağılımı

The FREQ Procedure

Table 42 of TEST by DURUM  
Controlling for TABLO=21 TIP=2

TEST	DURUM		Total
Frequency,			
Percent ,			
Row Pct ,			
Col Pct ,	H0KABUL	H0RED	
AD	444402	55598	500000
	17.78	2.22	20.00
	88.88	11.12	
	19.44	25.99	
CM	448976	51024	500000
	17.96	2.04	20.00
	89.80	10.20	
	19.64	23.86	
JB	500000	0	500000
	20.00	0.00	20.00
	100.00	0.00	
	21.87	0.00	
KS	450287	49713	500000
	18.01	1.99	20.00
	90.06	9.94	
	19.70	23.24	
SW	442450	57550	500000
	17.70	2.30	20.00
	88.49	11.51	
	19.35	26.91	
Total	2286115	213885	2500000
	91.44	8.56	100.00

n=7 ; r=500 000 ; 3,1 Gamma Dağılımı

The FREQ Procedure

Table 44 of TEST by DURUM  
Controlling for TABLO=22 TIP=2

TEST	DURUM		Total
Frequency,			
Percent ,			
Row Pct ,			
Col Pct ,	H0KABUL	H0RED	
AD	419919	80081	500000
	16.80	3.20	20.00
	83.98	16.02	
	19.27	24.94	
CM	426472	73528	500000
	17.06	2.94	20.00
	85.29	14.71	
	19.57	22.90	
JB	482265	17735	500000
	19.29	0.71	20.00
	96.45	3.55	
	22.13	5.52	
KS	435702	64298	500000
	17.43	2.57	20.00
	87.14	12.86	
	20.00	20.02	
SW	414509	85491	500000
	16.58	3.42	20.00
	82.90	17.10	
	19.02	26.62	
Total	2178867	321133	2500000
	87.15	12.85	100.00

n=10 ; r=500 000 ; 3,1 Gamma Dağılımı

The FREQ Procedure

Table 46 of TEST by DURUM  
Controlling for TABLO=23 TIP=2

TEST	DURUM		Total
Frequency,			
Percent ,			
Row Pct ,			
Col Pct ,	H0KABUL	H0RED	
AD	261716	238284	500000
	10.47	9.53	20.00
	52.34	47.66	
	18.17	22.48	
CM	288710	211290	500000
	11.55	8.45	20.00
	57.74	42.26	
	20.05	19.94	
JB	333634	166366	500000
	13.35	6.65	20.00
	66.73	33.27	
	23.17	15.70	
KS	337303	162697	500000
	13.49	6.51	20.00
	67.46	32.54	
	23.42	15.35	
SW	218782	281218	500000
	8.75	11.25	20.00
	43.76	56.24	
	15.19	26.53	
Total	1440145	1059855	2500000
	57.61	42.39	100.00

n=30 ; r=500 000 ; 3,1 Gamma Dağılımı

The FREQ Procedure

Table 48 of TEST by DURUM  
Controlling for TABLO=24 TIP=2

TEST	DURUM		
Frequency,			
Percent ,			
Row Pct ,			
Col Pct ,H0KABUL ,H0RED , Total			
AD	140046	359954	500000
	5.60	14.40	20.00
	28.01	71.99	
	16.42	21.86	
CM	175422	324578	500000
	7.02	12.98	20.00
	35.08	64.92	
	20.56	19.71	
JB	203790	296210	500000
	8.15	11.85	20.00
	40.76	59.24	
	23.89	17.99	
KS	243932	256068	500000
	9.76	10.24	20.00
	48.79	51.21	
	28.60	15.55	
SW	89863	410137	500000
	3.59	16.41	20.00
	17.97	82.03	
	10.53	24.90	
Total	853053	1646947	2500000
	34.12	65.88	100.00

n=50 ; r=500 000 ; 3,1 Gamma Dağılımı

The FREQ Procedure

Table 50 of TEST by DURUM  
Controlling for TABLO=25 TIP=2

TEST	DURUM		
Frequency,			
Percent ,			
Row Pct ,			
Col Pct ,H0KABUL ,H0RED , Total			
AD	17783	482217	500000
	0.71	19.29	20.00
	3.56	96.44	
	10.31	20.72	
CM	34649	465351	500000
	1.39	18.61	20.00
	6.93	93.07	
	20.08	19.99	
JB	28591	471409	500000
	1.14	18.86	20.00
	5.72	94.28	
	16.57	20.25	
KS	87106	412894	500000
	3.48	16.52	20.00
	17.42	82.58	
	50.49	17.74	
SW	4393	495607	500000
	0.18	19.82	20.00
	0.88	99.12	
	2.55	21.29	
Total	172522	2327478	2500000
	6.90	93.10	100.00

n=100 ; r=500 000 ; 3,1 Gamma Dağılımı

The FREQ Procedure

Table 52 of TEST by DURUM  
Controlling for TABLO=26 TIP=2

TEST	DURUM			Total
Frequency,				
Percent ,				
Row Pct ,				
Col Pct ,H0KABUL ,H0RED ,				Total
AD	466784	33216	500000	
	18.67	1.33	20.00	
	93.36	6.64		
	19.70	25.53		
CM	469425	30575	500000	
	18.78	1.22	20.00	
	93.89	6.12		
	19.81	23.50		
JB	500000	0	500000	
	20.00	0.00	20.00	
	100.00	0.00		
	21.10	0.00		
KS	467482	32518	500000	
	18.70	1.30	20.00	
	93.50	6.50		
	19.73	24.99		
SW	466184	33816	500000	
	18.65	1.35	20.00	
	93.24	6.76		
	19.67	25.99		
Total	2369875	130125	2500000	
	94.80	5.21	100.00	

n=7 ; r=500 000 ; 2,4 Weibull Dağılımı

The FREQ Procedure

Table 54 of TEST by DURUM  
Controlling for TABLO=27 TIP=2

TEST	DURUM			Total
Frequency,				
Percent ,				
Row Pct ,				
Col Pct ,H0KABUL ,H0RED ,				Total
AD	459762	40238	500000	
	18.39	1.61	20.00	
	91.95	8.05		
	19.65	25.07		
CM	462472	37528	500000	
	18.50	1.50	20.00	
	92.49	7.51		
	19.77	23.38		
JB	494994	5006	500000	
	19.80	0.20	20.00	
	99.00	1.00		
	21.16	3.12		
KS	464007	35993	500000	
	18.56	1.44	20.00	
	92.80	7.20		
	19.83	22.42		
SW	458241	41759	500000	
	18.33	1.67	20.00	
	91.65	8.35		
	19.59	26.01		
Total	2339476	160524	2500000	
	93.58	6.42	100.00	

n=10 ; r=500 000 ; 2,4 Weibull Dağılımı

The FREQ Procedure  
 Table 56 of TEST by DURUM  
 Controlling for TABLO=28 TIP=2

TEST	DURUM			Total
Frequency,				
Percent ,				
Row Pct ,				
Col Pct ,	H0KABUL	H0RED		
AD	406460	93540	500000	
	16.26	3.74	20.00	
	81.29	18.71		
	19.48	22.65		
CM	418007	81993	500000	
	16.72	3.28	20.00	
	83.60	16.40		
	20.03	19.86		
JB	447850	52150	500000	
	17.91	2.09	20.00	
	89.57	10.43		
	21.46	12.63		
KS	432528	67472	500000	
	17.30	2.70	20.00	
	86.51	13.49		
	20.72	16.34		
SW	382212	117788	500000	
	15.29	4.71	20.00	
	76.44	23.56		
	18.31	28.52		
Total	2087057	412943	2500000	
	83.48	16.52	100.00	

n=30 ; r=500 000 ; 2,4 Weibull Dağılımı

The FREQ Procedure  
 Table 58 of TEST by DURUM  
 Controlling for TABLO=29 TIP=2

TEST	DURUM			Total
Frequency,				
Percent ,				
Row Pct ,				
Col Pct ,	H0KABUL	H0RED		
AD	344767	152233	500000	
	13.79	6.21	20.00	
	68.95	31.05		
	19.12	22.27		
CM	368740	131260	500000	
	14.75	5.25	20.00	
	73.75	26.25		
	20.45	18.83		
JB	399701	100299	500000	
	15.99	4.01	20.00	
	79.94	20.06		
	22.17	14.39		
KS	396670	103330	500000	
	15.87	4.13	20.00	
	79.33	20.67		
	22.00	14.83		
SW	293136	206864	500000	
	11.73	8.27	20.00	
	58.63	41.37		
	16.26	29.68		
Total	1803014	696986	2500000	
	72.12	27.88	100.00	

n=50 ; r=500 000 ; 2,4 Weibull Dağılımı

The FREQ Procedure

Table 60 of TEST by DURUM  
Controlling for TABLO=30 TIP=2

TEST	DURUM		Total
Frequency,			
Percent ,			
Row Pct ,			
Col Pct ,	H0KABUL	H0RED	
AD	194231	305769	500000
	7.77	12.23	20.00
	38.85	61.15	
	17.72	21.78	
CM	244278	255722	500000
	9.77	10.23	20.00
	48.86	51.14	
	22.29	18.22	
JB	249743	250257	500000
	9.99	10.01	20.00
	49.95	50.05	
	22.78	17.83	
KS	302770	197230	500000
	12.11	7.89	20.00
	60.55	39.45	
	27.62	14.05	
SW	105093	394907	500000
	4.20	15.80	20.00
	21.02	78.98	
	9.59	28.13	
Total	1096115	1403885	2500000
	43.84	56.16	100.00

n=100 ; r=500 000 ; 2,4 Weibull Dağılımı

The FREQ Procedure

Table 62 of TEST by DURUM  
Controlling for TABLO=31 TIP=2

TEST	DURUM		Total
Frequency,			
Percent ,			
Row Pct ,			
Col Pct ,	H0KABUL	H0RED	
AD	367879	132121	500000
	14.72	5.28	20.00
	73.58	26.42	
	18.38	26.53	
CM	378331	121669	500000
	15.13	4.87	20.00
	75.67	24.33	
	18.90	24.43	
JB	500000	0	500000
	20.00	0.00	20.00
	100.00	0.00	
	24.97	0.00	
KS	395273	104727	500000
	15.81	4.19	20.00
	79.05	20.95	
	19.74	21.03	
SW	360549	139451	500000
	14.42	5.58	20.00
	72.11	27.89	
	18.01	28.00	
Total	2002032	497968	2500000
	80.08	19.92	100.00

n=7 ; r=500 000 ; Üstel Dağılım



The FREQ Procedure

Table 64 of TEST by DURUM  
Controlling for TABLO=32 TIP=2

TEST	DURUM		Total
Frequency,			
Percent ,			
Row Pct ,			
Col Pct ,	H0KABUL	H0RED	
AD	293136	206864	500000
	11.73	8.27	20.00
	58.63	41.37	
	17.54	24.96	
CM	308544	191456	500000
	12.34	7.66	20.00
	61.71	38.29	
	18.46	23.10	
JB	443236	56764	500000
	17.73	2.27	20.00
	88.65	11.35	
	26.52	6.85	
KS	348840	151160	500000
	13.95	6.05	20.00
	69.77	30.23	
	20.87	18.24	
SW	277544	222456	500000
	11.10	8.90	20.00
	55.51	44.49	
	16.61	26.84	
Total	1671300	828700	2500000
	66.85	33.15	100.00

n=10 ; r=500 000 ; Üstel Dağılım

The FREQ Procedure

Table 66 of TEST by DURUM  
Controlling for TABLO=33 TIP=2

TEST	DURUM		Total
Frequency,			
Percent ,			
Row Pct ,			
Col Pct ,	H0KABUL	H0RED	
AD	33092	466908	500000
	1.32	18.68	20.00
	6.62	93.38	
	9.31	21.77	
CM	51155	448845	500000
	2.05	17.95	20.00
	10.23	89.77	
	14.40	20.93	
JB	145086	354914	500000
	5.80	14.20	20.00
	29.02	70.98	
	40.83	16.55	
KS	109617	390383	500000
	4.38	15.62	20.00
	21.92	78.08	
	30.85	18.20	
SW	16361	483639	500000
	0.65	19.35	20.00
	3.27	96.73	
	4.60	22.55	
Total	355311	2144689	2500000
	14.21	85.79	100.00

n=30 ; r=500 000 ; Üstel Dağılım

The FREQ Procedure

Table 68 of TEST by DURUM  
Controlling for TABLO=34 TIP=2

TEST	DURUM		Total
Frequency,			
Percent ,			
Row Pct ,			
Col Pct ,	H0KABUL	H0RED	
AD	1580	498420	500000
	0.06	19.94	20.00
	0.32	99.68	
	3.15	20.34	
CM	4824	495176	500000
	0.19	19.81	20.00
	0.96	99.04	
	9.63	20.21	
JB	23687	476313	500000
	0.95	19.05	20.00
	4.74	95.26	
	47.27	19.44	
KS	19767	480233	500000
	0.79	19.21	20.00
	3.95	96.05	
	39.45	19.60	
SW	248	499752	500000
	0.01	19.99	20.00
	0.05	99.95	
	0.49	20.40	
Total	50106	2449894	2500000
	2.00	98.00	100.00

n=50 ; r=500 000 ; Üstel Dağılım

The FREQ Procedure

Table 70 of TEST by DURUM  
Controlling for TABLO=35 TIP=2

TEST	DURUM		Total
Frequency,			
Percent ,			
Row Pct ,			
Col Pct ,	H0KABUL	H0RED	
AD	0	500000	500000
	0.00	20.00	20.00
	0.00	100.00	
	0.00	20.00	
CM	7	499993	500000
	0.00	20.00	20.00
	0.00	100.00	
	13.21	20.00	
JB	9	499991	500000
	0.00	20.00	20.00
	0.00	100.00	
	16.98	20.00	
KS	37	499963	500000
	0.00	20.00	20.00
	0.01	99.99	
	69.81	20.00	
SW	0	500000	500000
	0.00	20.00	20.00
	0.00	100.00	
	0.00	20.00	
Total	53	2499947	2500000
	0.00	100.00	100.00

n=100 ; r=500 000 ; Üstel Dağılım

## ÖZGEÇMİŞ

1985 yılında Bursa'da doğdu. İlk, orta ve lise öğrenimini Bursa'da tamamladıktan sonra 2003 yılında girdiği Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Fen Edebiyat Fakültesi İstatistik Bölümü'nden 2007 yılında mezun oldu. 2007-2010 yılları arasında Uludağ Üniversitesi Sağlık Bilimleri Enstitüsü Biyoistatistik Anabilim Dalı'nda yüksek lisans öğrenimini tamamladı. 2008-2010 yılları arasında Uludağ Üniversitesi Tıp Fakültesi Biyoistatistik Anabilim Dalı'nda araştırma görevlisi olarak çalıştı. 2010 yılında Bülent Ecevit Üniversitesi Tıp Fakültesi Biyoistatistik Anabilim Dalı'nda öğretim görevlisi olarak çalışmaya başladı. Halen aynı üniversitede öğretim görevlisi olarak çalışmaya devam etmektedir.