

**T.C.  
MANİSA CELAL BAYAR ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ  
İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI  
YAPI BİLİM DALI**

**POISSON ETKİSİ GÖZ ÖNÜNE ALINMIŞ EULER BERNOULLİ  
KİRİŞİNİN WINKLER TEMELİ İLE ETKİLEŞİMİNİN STATİK VE  
DİNAMİK ANALİZİ**

**Kabil ÇETİN**

**Danışman  
Doç. Dr. B. Gültekin SINIR**



**MANİSA-2017**

**Kabli  
ÇETİN**

**POISSON ETKİSİ GÖZ ÖNÜNE ALINMIŞ EULER BERNOULLI KIRIŞININ WINKLER  
TEMELİ İLE ETKİLEŞİMİNİN STATİK VE DİNAMİK ANALİZİ**

**2017**

## TEZ ONAYI

**Kabil ÇETİN** tarafından hazırlanan "**Poisson Etkisi Göz Önüne Alınmış Euler Bernoulli Kirişinin Winkler Temeli İle Etkileşiminin Statik Ve Dinamik Analizi**" adlı tez çalışması 20/07/2017 tarihinde aşağıdaki jüri üyeleri önünde Manisa Celal Bayar Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü **İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı**'nda **YÜKSEK LİSANS TEZİ** olarak savunulmuş ve **oybirliği** ile başarılı olarak kabul edilmiştir.

**Danışman**

**Doç. Dr. B. Gültekin SINIR**  
Manisa Celal Bayar Üniversitesi

**Jüri Üyesi**

**Doç. Dr. Erkan DOĞAN**  
Manisa Celal Bayar Üniversitesi

**Jüri Üyesi**

**Yrd. Doç. Dr. Devrim Şüfa ERDOĞAN**  
Ege Üniversitesi

## **TAAHHÜTNAME**

Bu tezin Manisa Celal Bayar Üniversitesi Mühendislik Fakültesi İnşaat Mühendisliği Bölümü'nde, akademik ve etik kurallara uygun olarak yazıldığını ve kullanılan tüm literatür bilgilerinin referans gösterilerek tezde yer aldığını beyan ederim.

**Kabil ÇETİN**



## İÇİNDEKİLER

	Sayfa
İÇİNDEKİLER.....	I
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ.....	II
ŞEKİLLER DİZİNİ .....	IV
TABLO DİZİNİ.....	VIII
TEŞEKKÜR .....	IX
ÖZET .....	X
ABSTRACT .....	XI
1. GİRİŞ .....	1
2. TEZİN AMACI.....	6
1. BÖLÜM KİRİŞ TEORİLERİ.....	7
1.1. Giriş .....	7
2.BÖLÜM ZEMİN MODELLERİ .....	11
2.1. Zemin - Yapı Etkileşimi .....	11
2.2. Tek Parametrelili Zemin Modelleri .....	11
2.2.1. Winkler Zemin Modeli (1867).....	11
2.3. İki Parametrelili Zemin Modelleri.....	13
2.3.1. Boussinesq Zemin Modeli (1885).....	13
2.3.2. Filonenko - Borodich Zemin Modeli (1940) .....	14
2.3.3. Hetenyi Zemin Modeli .....	15
2.3.4. Pasternek Zemin Modeli (1954) .....	16
2.3.5. Vlasov Zemin Modeli (1966) .....	16
2.4. Üç Parametrelili Zemin Modeli.....	18
2.5. Yatak Katsayısı.....	18
2.5.1. Yatak Katsayısının Arazi Üzerinde Yapılan Deney Yardımıyla Belirlenmesi.....	19
2.5.2. Yatak Katsayısının Zemin Analizi Neticesinde Ulaşılan Bilgiler Yardımıyla Belirlenmesi .....	20
2.5.3. Tablolardan Yararlanılarak Yatak Katsayısının Belirlenmesi .....	20
3.BÖLÜM HAREKET DENKLEMLERİNİN VE SINIR ŞARTLARININ ELDE EDİLMESİ .....	23
3.1. Green Lagrange Birim Şekil Değiştirme Tensoru.....	23
3.2. Euler Bernoulli Kiriş Teorisinin Kinematığı .....	26
3.3. Boyutsuzlaştırma .....	36
4. BÖLÜM HAREKET DENKLEMLERİNİN GALERKİN METODU İLE ÇÖZÜMÜ.....	39
4.1. Homojen Winkler Zemin Modeli .....	39
4.2. Değişken Winkler Zemin Modeli.....	39
4.3. Kısmi Winkler Zemin Modeli .....	39
4.4. Galerkin Yöntemi .....	40
4.5. Sayısal Sonuçlar .....	44
5.BÖLÜM SONUÇ VE ÖNERİLER .....	87
KAYNAKLAR.....	89
ÖZGEÇMİŞ.....	92

## SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

$I$	Atalet momenti
$r$	Atalet yarıçapı
$\wedge$	Boyutlu ifadeleri gösteren işaret
$u$	Boyutsuzlaştırılmış yatay yer değiştirme
$\varepsilon$	Çok küçük pozitif bir parametre
$\gamma$	Derinlik ile zemindeki düşey yer değiştirmenin değişimi
$\delta V$	Dış yüklerin yaptığı sanal işin varyasyonu
$\omega$	Doğal frekans
$q$	Düşey doğrultudaki yayılı yük
$T$	Elastik membrandaki sabit çekme kuvveti
$E$	Elastisite modülü
$\sigma_{ij}$	Kartezyen koordinatlarda gerilme bileşeni ( $i, j = 1, 2, 3$ )
$\varepsilon_{ij}$	Kartezyen koordinatlarda normal birim şekil değiştirme bileşeni ( $i, j = 1, 2, 3$ )
$A$	Kesit alanı
$\delta K$	Kinetik enerjinin varyasyonu
$\hat{\theta}$	Kirişin dönmesi
$\rho$	Kirişin kütle yoğunluğu
$L$	Kiriş uzunluğu
$\frac{\partial}{\partial \hat{x}_1}$	Konuma bağlı kısmi türev, $\hat{x}_1$
$\hat{w}(\hat{x}_1, t)$	Konuma ve zamana bağlı düşey yer değiştirme
$\nabla$	Laplace operatörü
$D$	Plak eğilme rijitliği
$h$	Plak kalınlığı
$\nu$	Poisson oranı
$\delta U$	Potansiyel enerjinin varyasyonu
$\delta$	Sanal deplasmanların prensibinde kullanılan varyasyon parametresi
$\hat{u}$	Yatay yer değiştirme
$\phi(z)$	Yer değiştirmenin derinlikle değişimi

$( \dot{ } )$	Zamana bağlı kısmi türev, $t$
$H$	Zemin derinliği
$Q$	Zemine gelen gerilme
$2t$	Zeminin kayma parametresi
$G_p$	Zemin kayma modülü
$p(x, y)$	Zemin tepkisi
$k$	Zemin yatak katsayısı



## ŞEKİLLER DİZİNİ

	Sayfa
Şekil 1.1. Kirişe etki eden kuvvetlerin gösterimi .....	8
Şekil 1.2. Farklı kiriş teorilerine göre şekil değiştirmiş kirişin genel görünümü a) Euler Bernoulli kiriş teorisi b) Timoshenko kiriş teorisi c) Reddy-Bickford kiriş teorisi.....	10
Şekil 2.1. Gerçek hayattaki zemin ve Winkler temelinde oluşacak olan deplasmanın şekli (a) .....	12
Şekil 2.2. Gerçek hayattaki zemin ve Winkler temelinde oluşacak olan deplasmanın şekli (b) .....	12
Şekil 2.3. Filonenko - Borodich zemin modeli.....	14
Şekil 2.4. Filonenko - Borodich zemin modeli.....	15
Şekil 2.5. Hetenyi zemin modeli .....	15
Şekil 2.6. Pasternak zemin modeli.....	16
Şekil 2.7. Vlasov zemin modeli.....	18
Şekil 2.8. Yatak katsayısının yükleme deneyi ile belirlenmesi .....	19
Şekil 3.1. Bir katının deformasyonu .....	24
Şekil 3.2. Şekil değişimine uğramış kiriş üzerindeki iki noktanın kesit gösterimi .....	26
Şekil 3.3. Şekil değişimine uğramış Euler Bernoulli kirişinin görünümü .....	27
Şekil 3.4. Euler Bernoulli kirişinin deformasyon öncesi ve sonrası.....	27
Şekil 3.5. Galerkin çözümünde analizi yapılan değişken kesitli kiriş .....	36
Şekil 4.1. Homojen Winkler zemin modeli.....	39
Şekil 4.2. Kısmi Winkler zemin modeli.....	40
Şekil 4.3. Mesnetli kirişin yaylarla gösterimi.....	40
Şekil 4.4. Farklı $\nu$ değerleri için yay katsayısının kirişin doğal frekansı üzerindeki etkisi ( Homojen Winkler zemin modeli, $m = 0$ , $n = 0$ ).....	46
Şekil 4.5. Farklı $\nu$ değerleri için yay katsayısının kirişin doğal frekansı üzerindeki etkisi ( Homojen Winkler zemin modeli, $m = 1$ , $n = 1$ , $c_b = 0.1$ , $c_h = 0.1$ ).....	47
Şekil 4.6. Farklı $\nu$ değerleri için yay katsayısının kirişin doğal frekansı üzerindeki etkisi ( Değişken Winkler zemin modeli, $\gamma = 0$ , $m = 0$ , $n = 0$ ).....	48
Şekil 4.7. Farklı $\nu$ değerleri için yay katsayısının kirişin doğal frekansı üzerindeki etkisi ( Değişken Winkler zemin modeli, $\gamma = 0$ , $m = 1$ , $n = 1$ , $c_b = 0.1$ , $c_h = 0.1$ ).....	49
Şekil 4.8. Farklı $\nu$ değerleri için yay katsayısının kirişin doğal frekansı üzerindeki etkisi ( Değişken Winkler zemin modeli, $\gamma = 1$ , $m = 0$ , $n = 0$ ) .....	50
Şekil 4.9. Farklı $\nu$ değerleri için yay katsayısının kirişin doğal frekansı üzerindeki etkisi ( Değişken Winkler zemin modeli, $\gamma = 1$ , $m = 1$ , $n = 1$ , $c_b = 0.1$ , $c_h = 0.1$ ).....	51
Şekil 4.10. Farklı $\nu$ değerleri için yay katsayısının kirişin doğal frekansı üzerindeki etkisi ( Değişken Winkler zemin modeli, $\gamma = 2$ , $m = 0$ , $n = 0$ ).....	52
Şekil 4.11. Farklı $\nu$ değerleri için yay katsayısının kirişin doğal frekansı üzerindeki etkisi ( Değişken Winkler zemin modeli, $\gamma = 2$ , $m = 1$ , $n = 1$ , $c_b = 0.1$ , $c_h = 0.1$ ).....	53
Şekil 4.12. Farklı $\gamma$ değerleri için yay katsayısının kirişin doğal frekansı	



üzerindeki etkisi ( Değişken Winkler zemin modeli, $\nu = 0.2, m = 0, n = 0$ )...	54
Şekil 4.13. Farklı $\gamma$ değerleri için yay katsayısının kirişin doğal frekansı üzerindeki etkisi ( Değişken Winkler zemin modeli, $\nu = 0.2, m = 1, n = 1, c_b = 0.1, c_h = 0.1$ ).....	55
Şekil 4.14. Farklı $\nu$ değerleri için yay katsayısının kirişin doğal frekansı üzerindeki etkisi ( Kısmi Winkler zemin modeli, $x_0 = \frac{1}{4}, m = 0, n = 0$ ).....	57
Şekil 4.15. Farklı $\nu$ değerleri için yay katsayısının kirişin doğal frekansı üzerindeki etkisi ( Kısmi Winkler zemin modeli, $x_0 = \frac{1}{4}, m = 1, n = 1, c_b = 0.1, c_h = 0.1$ ).....	58
Şekil 4.16. Farklı $x_0$ değerleri için yay katsayısının kirişin doğal frekansı üzerindeki etkisi ( Kısmi Winkler zemin modeli, $\nu = 0.2, m = 0, n = 0$ ).....	59
Şekil 4.17. Farklı $x_0$ değerleri için yay katsayısının kirişin doğal frekansı üzerindeki etkisi ( Kısmi Winkler zemin modeli, $\nu = 0.2, m = 1, n = 1, c_b = 0.1, c_h = 0.1$ ).....	60
Şekil 4.18. Farklı $x_0$ değerleri için yay katsayısının kirişin doğal frekansı üzerindeki etkisi ( Kısmi Winkler zemin modeli, $\nu = 0.2, m = 0, n = 0$ ).....	61
Şekil 4.19. Farklı $x_0$ değerleri için yay katsayısının kirişin doğal frekansı üzerindeki etkisi ( Kısmi Winkler zemin modeli, $\nu = 0.2, m = 1, n = 1, c_b = 0.1, c_h = 0.1$ ).....	62
Şekil 4.20. Farklı $x_0$ değerleri için yay katsayısının kirişin doğal frekansı üzerindeki etkisi ( Kısmi Winkler zemin modeli, $\nu = 0.2, m = 0, n = 0$ ).....	63
Şekil 4.21. Farklı $x_0$ değerleri için yay katsayısının kirişin doğal frekansı üzerindeki etkisi ( Kısmi Winkler zemin modeli, $\nu = 0.2, m = 1, n = 1, c_b = 0.1, c_h = 0.1$ ).....	64
Şekil 4.22. Farklı $m$ değerleri için yay katsayısının kirişin doğal frekansı üzerindeki etkisi ( Homojen Winkler zemin modeli, $\nu = 0.2, n = 1, c_b = 0.1, c_h = 0.1$ ) .....	65
Şekil 4.23. Farklı $m$ değerleri için yay katsayısının kirişin doğal frekansı üzerindeki etkisi ( Değişken Winkler zemin modeli, $\nu = 0.2, \gamma = 2, n = 1, c_b = 0.1, c_h = 0.1$ ).....	66
Şekil 4.24. Farklı $m$ değerleri için yay katsayısının kirişin doğal frekansı üzerindeki etkisi ( Kısmi Winkler zemin modeli, $x_0 = \frac{1}{4}, \nu = 0.2, n = 1, c_b = 0.1, c_h = 0.1$ ).....	67
Şekil 4.25. Farklı $n$ değerleri için yay katsayısının kirişin doğal frekansı üzerindeki etkisi ( Homojen Winkler zemin modeli, $\nu = 0.2, m = 1, c_b = 0.1, c_h = 0.1$ ).....	68
Şekil 4.26. Farklı $n$ değerleri için yay katsayısının kirişin doğal frekansı üzerindeki etkisi ( Değişken Winkler zemin modeli, $\nu = 0.2, \gamma = 2, m = 1, c_b = 0.1, c_h = 0.1$ ).....	69
Şekil 4.27. Farklı $n$ değerleri için yay katsayısının kirişin doğal frekansı	

üzerindeki etkisi ( Kısmi Winkler zemin modeli, $x_0 = \frac{1}{4}$ , $\nu = 0.2$ , $m = 1$ , $c_b = 0.1$ , $c_h = 0.1$ ).....	70
Şekil 4.28. Farklı $c_b$ değerleri için yay katsayısının kirişin doğal frekansı üzerindeki etkisi ( Homojen Winkler zemin modeli, $\nu = 0.2$ , $m = 1$ , $n = 1$ , $c_h = 0.1$ ).....	71
Şekil 4.29. Farklı $c_b$ değerleri için yay katsayısının kirişin doğal frekansı üzerindeki etkisi ( Değişken Winkler zemin modeli, $\nu = 0.2$ , $\gamma = 2$ , $m = 1$ , $n = 1$ , $c_h = 0.1$ ).....	72
Şekil 4.30. Farklı $c_b$ değerleri için yay katsayısının kirişin doğal frekansı üzerindeki etkisi ( Kısmi Winkler zemin modeli, $x_0 = \frac{1}{4}$ , $\nu = 0.2$ , $m = 1$ , $n = 1$ , $c_h = 0.1$ ).....	73
Şekil 4.31. Farklı $c_h$ değerleri için yay katsayısının kirişin doğal frekansı üzerindeki etkisi ( Homojen Winkler zemin modeli, $\nu = 0.2$ , $m = 1$ , $n = 1$ , $c_b = 0.1$ ).....	74
Şekil 4.32. Farklı $c_h$ değerleri için yay katsayısının kirişin doğal frekansı üzerindeki etkisi ( Değişken Winkler zemin modeli, $\nu = 0.2$ , $\gamma = 2$ , $m = 1$ , $n = 1$ , $c_b = 0.1$ ).....	75
Şekil 4.33. Farklı $c_h$ değerleri için yay katsayısının kirişin doğal frekansı üzerindeki etkisi ( Kısmi Winkler zemin modeli, $x_0 = \frac{1}{4}$ , $\nu = 0.2$ , $m = 1$ , $n = 1$ , $c_b = 0.1$ ).....	76
Şekil 4.34. Farklı $k_0$ değerleri için kirişin orta noktasındaki deplasmanın zamanla değişimi ( Homojen Winkler zemin modeli, $\nu = 0$ , $m = 1$ , $n = 1$ , $c_b = 0.1$ , $c_h = 0.1$ ).....	78
Şekil 4.35. Farklı $\nu$ değerleri için kirişin orta noktasındaki deplasmanın zamanla değişimi ( Homojen Winkler zemin modeli, $k_0 = 100$ , $m = 1$ , $n = 1$ , $c_b = 0.1$ , $c_h = 0.1$ ).....	79
Şekil 4.36. Farklı $\nu$ değerleri için kirişin orta noktasındaki deplasmanın zamanla değişimi ( Homojen Winkler zemin modeli, $k_0 = 10$ , $m = 1$ , $n = 1$ , $c_b = 0.1$ , $c_h = 0.1$ ).....	80
Şekil 4.37. Farklı $\gamma$ değerleri için kirişin orta noktasındaki deplasmanın zamanla değişimi ( Değişken Winkler zemin modeli, $k_0 = 100$ , $\nu = 0$ , $m = 1$ , $n = 1$ , $c_b = 0.1$ , $c_h = 0.1$ ).....	81
Şekil 4.38. Farklı $x_0$ değerleri için kirişin orta noktasındaki deplasmanın zamanla değişimi ( Kısmi Winkler zemin modeli, $k_0 = 100$ , $\nu = 0.2$ , $m = 1$ , $n = 1$ , $c_b = 0.1$ , $c_h = 0.1$ ).....	82
Şekil 4.39. Farklı $m$ değerleri için kirişin orta noktasındaki deplasmanın zamanla değişimi ( Homojen Winkler zemin modeli, $k_0 = 1000$ , $\nu = 0.2$ , $n = 1$ , $c_b = 0.1$ , $c_h = 0.1$ ).....	82

Şekil 4.40. Farklı $n$ değerleri için kirişin orta noktasındaki deplasmanın zamanla değişimi ( Homojen Winkler zemin modeli, $k_0 = 1000$ , $\nu = 0.2$ , $m = 1$ , $c_b = 0.1$ , $c_h = 0.1$ ).....	84
Şekil 4.41. Farklı $c_b$ değerleri için kirişin orta noktasındaki deplasmanın zamanla değişimi ( Homojen Winkler zemin modeli, $k_0 = 1000$ , $\nu = 0.2$ , $m = 1$ , $n = 1$ , $c_h = 0.1$ ).....	85
Şekil 4.42. Farklı $c_h$ değerleri için kirişin orta noktasındaki deplasmanın zamanla değişimi ( Homojen Winkler zemin modeli, $k_0 = 1000$ , $\nu = 0.2$ , $m = 1$ , $n = 1$ , $c_b = 0.1$ ) .....	86



## TABLO DİZİNİ

	<b>Sayfa</b>
Tablo 1.1. Sınır şartları .....	7
Tablo 2.1. Bowles, farklı zemin sınıflarına göre yay katsayısının değişim çizelgesi.....	20
Tablo 2.2. Terzaghi, yatak katsayısı değişim tablosu .....	21
Tablo 2.3. Ersoy, yay katsayısının zemin cinsine göre aldığı değerler.....	21
Tablo 2.4. Keskinel, yay katsayısının değişim tablosu.....	22



## TEŞEKKÜR

Yüksek lisans öğrenimim boyunca değerli bilgi ve deneyimleriyle beni destekleyen, sürekli bir arada bulunma fırsatı bulduğum ve bu süre zarfında yolumu çizmemde bana her türlü katkıyı sağlayan, öğrencisi olmaktan büyük gurur duyduğum danışman hocam Sayın Doç. Dr. B. Gültekin SINIR'a; 214M050 numaralı projede bursiyer olarak çalışarak, bu tezin ortaya çıkmasında katkı sağlayan TÜBİTAK'A; yüksek lisansta tanıdığım, her türlü konuda bana yardımcı olan, bilgi ve kişiliğine saygı duyduğum, ileride akademik bakımdan çok iyi yerlerde göreceğime inandığım şu an Ege Üniversitesinde Doktorasını yapan manevi abim Ali MORTAZAVİ'ye; her an yanımda olan bütün bu başarıların sahibi olan iki kadına; annem ve anneanneme; babama ve aileme; öğrenim hayatım boyunca her birinden farklı şeyler öğrendiğim öğretmenlerime, dostlarıma gönülden teşekkür ediyorum.

Kabil ÇETİN  
Manisa, 2017

## ÖZET

### Yüksek Lisans Tezi

#### Poisson Etkisi Göz Önüne Alınmış Euler Bernoulli Kirişinin Winkler Temeli İle Etkileşiminin Statik Ve Dinamik Analizi

**Kabil ÇETİN**

**Manisa Celal Bayar Üniversitesi  
Fen Bilimleri Enstitüsü  
İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı**

**Danışman: Doç. Dr. B. Gültekin SINIR**

Bu çalışmada Poisson oranı etkisi göz önüne alınmış Euler Bernoulli kiriş modeli elde edilmiştir. Temel kazıklarının ve temel kirişlerinin dizaynında yapı-zemin etkileşim analizine ihtiyaç duyulmaktadır. Yapı-zemin etkileşiminin kirişlerin davranışı üzerinde önemli derecede rolü olduğu bilinmektedir. Bu yüzden, önerilen kirişin zemin ile etkileşim içerisinde olduğu düşünülmüştür. Zemin, yaygın olarak kullanılan Winkler zemin modeliyle modellenmiştir. Bu modelde zemin, elastik, sonsuz sayıda bağımsız yay olarak kabul edilmiştir. Üç farklı zemin durumu dikkate alınmıştır. Winkler temeli üzerine oturan kirişin hareket denklemi ve sınır şartları, genişletilmiş Hamilton prensibi kullanılarak elde edilmiştir. Evrensel sonuçlar elde etmek için denklem boyutsuzlaştırılmıştır. Boyutsuz haldeki denklem Galerkin yöntemi ile çözülmüş ve basit-basit mesnet şartı için farklı zemin yay katsayılarında kirişin doğal frekans değerleri elde edilmiştir. Bu yeni denklem, değişken kesit alanlı kirişin zemin-yapı etkileşim özelliklerini araştırmak için kullanılmıştır. Poisson oranının kirişin doğal frekans değerini düşürdüğü görülmüştür. Son olarak, Poisson oranı ve zemin yay katsayısı önerilen kirişin, davranışı üzerindeki etkisi tartışılmış ve grafikler aracılığıyla gösterilmiştir.

**Anahtar Kelimeler: Euler-Bernoulli Kirişi, Winkler Temeli, Zemin-Yapı Etkileşimi, Galerkin, Poisson Oranı, Titreşim**

**2017, 92 sayfa**

## **ABSTRACT**

**M.Sc. Thesis**

### **Statics and Dynamics Analysis of the Interactions between Euler Bernoulli Beams Including Poisson Ratio Effect and Winkler Foundations**

**Kabil ÇETİN**

**Manisa Celal Bayar University  
Graduate School of Applied and Natural Sciences  
Department of Civil Engineering**

**Supervisor: Assoc. Doç. Dr. B. Gültekin SINIR**

In this study, Euler Bernoulli beam model including the Poisson ratio effect is obtained. Soil-structure interaction (SSI) analyses are necessary in design of foundation piles and beams lying on foundations. It is well-known that SSI has considerably role on the behavior of the beam or pile. Therefore, the proposed beam is thought to interact with the soil. The soil is modeled with widely used Winkler foundation model. In this model, the soil is considered as an elastic, infinite number of independent spring. Three different soil types is considered. The equations of motion and boundary conditions of the beam lying on Winkler foundation is derived via adopting the extended Hamilton principle. The equation is non-dimensionalized to obtain universal results. The dimensionless equation is solved by Galerkin method and the natural frequency values of the beam in different foundation spring coefficients are obtained for hinged-hinged support condition. This new equation is used to investigate the soil-structure interaction features of the beam with varying sectional area. It is seen that the natural frequencies of the beam is decreasing with the Poisson's ratio. Finally, the effect of the Poisson's ratio and foundation spring coefficient on the behavior of the proposed beam is discussed and demonstrated through given diagrams.

**Keywords: Euler-Bernoulli Beam, Winkler Foundation, Soil-Structure Interaction, Galerkin, Poisson's Ratio, Vibration**

**2017, 92 pages**

## 1. GİRİŞ

Kirişler birçok araştırmacı için oldukça önem verilen yapı elemanlarıdır. Yük etkisindeki kirişlerin tepkisini belirlemek için matematiksel modellerden yararlanılır. Bu modeller yapısal davranış ve deformasyon kinematiği ile ilgili üç boyutlu elastisite teorisindeki bir seri varsayımlara dayanılarak çıkartılır [1]. Sonucunda da bu yapı elemanlarının özelliklerinin kavranılması açısından yaygın olarak kiriş teorileri üzerine yoğunlaşmış ve neticesinde farklı kiriş teorileri ortaya çıkarılmıştır. Ortaya çıkan bu kiriş teorilerinden en bilinenleri Euler Bernoulli kiriş teorisi, Timoshenko kiriş teorisi ve Reddy-Bickford kiriş teorisidir. Euler Bernoulli kiriş teorisi merkez eksenine dik, düz çizgilerin varsayımına dayanmaktadır [2]. Kiriş teorileri ile ilgili genel bilgiler sonraki bölümde verilmiştir.

Bununla birlikte toprak üzerine inşa edilen bu yapıların, zemin ile direk temas halinde olması, zemine yük aktarımında sorun yaşanmaması ve zemin ile yapının ortak bir biçimde hareket etmesi yapı-zemin ilişkisinin önemini arttırmaktadır. Ancak burada önemli olan nokta zemindir. Ve bu araştırmacıların işini zorlaştırmaktadır. Zemin malzemesinin sahip olduğu özellikler nedeniyle zeminler üzerinde birtakım idealizasyonlar uygulanmış, bunun sonucunda da çeşitli araştırmacılar tarafından birtakım zemin modelleri ortaya çıkarılmıştır. Ve bu etkileşim ortaya çıkan bu zemin modelleriyle elastik zemin problemi adı altında çözülmeye çalışılmıştır. Dutta ve ark. [3] yapı-zemin etkileşiminin önemi üzerinde durup, literatürdeki mevcut zemin idealizasyonları ve zemin modelleri hakkında çalışma yapmışlardır.

Elastik zemine oturan kiriş problemi birçok araştırmacı tarafından incelenmiş, endüstriden, nükleer enerjiye, uçak ve uzay sanayisinden kompozit malzemelerin kullanıldığı yapılara ve demiryollarına, kısacası inşaat mühendisliğinin farklı birçok branşında kullanılmıştır. Aynı zamanda pahalı işlerde ve konumu bakımından özel yapılarda uygulandığından dolayı, dışarıdan gelebilecek tehlikelere karşı emniyetli olması gerekmektedir. Bu da elastik zemine oturan kirişler için yapılacak dinamik ve statik analizlerinin doğruluğunu önemli hale getirip, zemine oturan kiriş problemlerini popülerleştirmektedir. Elastik zemine oturan kiriş problemlerinde yaygın olarak Winkler tarafından bulunan Winkler zemin modeli kullanılmaktadır.



Tek zemin parametrelili model olan Winklerin doğru sonuç elde etmede sıkıntılı ve zemin sürekliliği bakımından noksanlarının olması yeni zemin modellerinin geliştirilmesine imkan sağlamıştır. Boussinesq (1885), Filonenko-Borodich (1940), Hetenyi (1946), Pasternak (1954), Vlasov ve Leontiev (1966) tarafından iki parametrelili zemin modelleri literatüre kazandırılmış ve geliştirilmiştir. Zemin parametrelerindeki eksikliklerinin giderilmesi için Vlasov modeli üzerinde çalışmalar yapılmış ve Geliştirilmiş Vlasov modeli olarak adlandırılan üç parametrelili zemin modeli ortaya çıkarılmıştır [4]. Bu zemin modelleri hakkındaki detaylı bilgiler ikinci bölümde verilmiştir.

Poisson oranı etkisi göz önüne alınmış Euler Bernoulli kirişinin matematiksel modeli elde edilmiştir. Kirişin zemin ile etkileşim içerisinde olduğu düşünülerek zemin, Winkler zemin modeliyle modellenmiştir. Bütün bu kiriş teorilerinde kiriş eksenine doğrultusundaki gerilme göz önüne alınmış olup diğer yönlerdeki gerilmeler ihmal edilmiştir. Bu tez kapsamında, ihmal edilen bu diğer yöndeki gerilme dikkate alınarak literatüre yeni bir denklem kazandırılmıştır. Mahaffey'in [1] ihmal edilen bu diğer yönlerdeki birim şekil değiştirmeleri dikkate aldığı çalışmaları bulunmaktadır. Kirişin yaptığı yer değiştirmeler deforme olmuş kirişin geometrisinden yararlanılarak yazılmıştır. Bu yer değiştirmeler Green Lagrange birim şekil değiştirme tensöründe yerine yazılarak yeni birim şekil değiştirmeler elde edilmiş, kirişin hareket denklemleri ve sınır şartları Genişletilmiş Hamilton prensibi kullanılarak çıkarılmıştır. Denklemler boyutsuzlaştırıldıktan sonra, sonlu elemanlar yönteminin bir türü olan Galerkin metoduyla çözümler gerçekleştirilerek kirişin analizi yapılmıştır. Bugüne dek elastik zemine oturan kiriş problemlerin çözümünde sonlu farklar, sonlu elemanlar, Ritz, Galerkin metodu, pertürbasyon kullanılmıştır [5]. Bu da çözüm aşamasında araştırmacılara geniş bir yelpaze sağlamaktadır. Kirişin üzerine oturduğu zemin, Winkler zemin modeliyle modellenmiş, homojen zemin, kiriş uzunluğu boyunca farklı özelliklere sahip homojen olmayan zemin ve kirişin belli bir kısmının zemin üzerine oturduğu parçalı zemin olmak üzere üç farklı zemin durumu için çözümler gerçekleştirilmiştir. Birinci durumda homojen Winkler zemin modeli [6], ikinci durumda değişken Winkler zemin modeli [7] ve son olarak ise kısmi Winkler zemin modeli [8] olmak üzere elastik zemin üzerine oturan kirişin davranışı incelenmiştir. Poisson oranı ve Winkler yay katsayısının kirişin doğal

frekansı üzerindeki etkileri ve kirişin yaptığı deplasmanın zamanla değişimi grafiklerle gösterilmiştir.

Bugüne dek, Winkler temeli üzerine oturan Euler Bernoulli kirişinin statik ve dinamik analizi birçok araştırmacı tarafından araştırılmıştır. İlk olarak Winkler zemin modelindeki yatak katsayısı kavramı üzerinde durulmuştur. Ve yatak katsayısının değişiminin nelere bağlı olduğu ve değeri hesaplanmaya çalışılmıştır. Engesser [4, 9] kiriş genişliğine bağlı olarak yatak katsayısının değişebileceğini ileri sürmüştür. Kiriş genişledikçe yatak katsayısının değerinin düşeceğini söylemiştir. Zimmermann [10] elastik zemin üzerine oturan kiriş problemini ele alarak, demiryolundaki hesaplamalarda yararlanmış. Farklı zeminlerdeki yatak katsayısı değerlerini hesaplamıştır. Terzaghi ve ark. [10] eşit taban basıncı altında farklı deplasmanların olmasını deneyler neticesinde kiriş genişliğiyle açıklamışlar, bunun sonucunda yatak katsayısı ile genişlik arasındaki ilişkiyi açıklayan bir korelasyonu ortaya çıkarmışlardır.

Çeşitli yüklemeler altında da çalışmalar yapılmıştır. De Rosa [10, 11] farklı mesnet koşulları için Hamilton prensibini kullanarak, eksenel yük altında Winkler temeli üzerindeki kirişlerin titreşim ve stabilitesini araştırmıştır. Sun [12] tarafından harmonik yük altında, Winkler temeli üzerindeki Euler Bernoulli kirişinin davranışını belirlemek için Fourer dönüşümü kullanılmıştır. Yapmış olduğumuz çalışmadan farklı olarak denkleme sönüm terimi eklenmiş ve kiriş üzerine kısmi olarak harmonik yük uygulanmıştır. Winkler zemin modelindeki yaylar lineer kabul edilerek hareket denklemi elde edilmiştir. Bu bakımdan yapmış olduğumuz çalışmadaki denklem ile benzerlik göstermektedir. Çalışmamızı farklı kılan nokta ise Poisson oranının denkleme dahil edilmesidir. Kim [13] Winkler temelindeki Euler Bernoulli kirişinin çeşitli genlik varyasyonları ile eksenel ve hareketli yük etkisi altında meydana gelecek titreşimi hakkında araştırma yapmıştır. Hetenyi [14, 15] Winkler zemin modelinden yararlanarak elastik zemin üzerine oturan kiriş problemini çözmüştür. Statik kuvvete maruz, bir tek eğilme şekli değişimi yapan kiriş ile zeminin birbirini etkilemesini iki boyutlu olarak araştırmıştır. Zhou [16, 17] elastik zemine oturan kirişlerin titreşimini Winkler modelinden yararlanarak hesaplamıştır. Doğal frekans değerlerini elde etmiştir. Farghalay ve ark. [18, 19]

Winkler kullanarak aksel yük etkisindeki kirişin sistem frekans denklemini elde etmiştir.

Winkler zemin modelinin üç farklı şekilde incelendiği çalışmalar da bulunmaktadır. Bu çalışmalarda yay katsayısının polinom formunda olabileceği gibi, linear veya nonlinear olarak ta alındığı görülmektedir. Mostafa [6] homojen Winkler temel üzerinde bulunan, sıkıştırılmaz sabit akışkan taşıyan bir borunun doğal frekansını sonlu elemanlar metodundan yararlanarak araştırmıştır. Zamana bağlı viskozite ve yay rijitliği gibi değişkenlere göre kritik akışı hesaplamıştır. Yay katsayısı lineer olarak alınmış ve homojen Winkler zemin modeli için çözüm gerçekleştirilmiştir. Bu çalışmada akış hızı sıfır kabul edilerek mevcut çalışmamızda elde edilen hareket denkleminin benzerine ulaşılabilmektedir. Djondjorov ve ark. [7] değişken yatak katsayısına sahip Winkler temeli üzerinde, içerisinden akışkan bir sıvı geçen dirsekli bir borunun, kararlılığını araştırmıştır. Yatak katsayısı polinom formunda alınmış olup, sıvının kritik akış hızının bu form veya yatak katsayısının büyüklüğü ile değişip değişmeyeceği görülmek istenmiştir. Eisenberger ve ark. [19] değişken yatak katsayısına sahip Winkler temel üzerindeki kirişlerin burkulma ve titreşim analizlerini yapmışlardır. Clastornic ve ark. [19] Winkler zemin modelindeki yay katsayısını sabit olarak değil de değişken alarak alıp, çeşitli çalışmalar yapmışlardır. Pavlovic ve ark. , Eisenberger ve ark. , Doyle ve ark. [19-22] bir kısmı veya bütünü elastik zemine basan kirişlerin tepkilerini sonlu elemanlar metodu kullanarak araştırmışlardır. Kukla [16, 23] kademeli değişken Winkler temeli üzerine oturan Euler-Bernoulli kirişinin serbest titreşimi üzerine çalışma yapmıştır. Eisenberger ve ark. [24] Winkler temeli üzerine kısmen veya tamamen oturan kirişlerin kütle matrislerini oluşturup, bunları kullanarak kirişin doğal frekans değerleri ile mod şekillerini elde etmişlerdir. Kirişin dinamik analizi için sonlu elemanlar yöntemi kullanarak, tüm sınır koşullarını sağlayacak genel bir çözüm üretme üzerinde çalışmışlardır. Coşkun [25], dinamik yük altında, doğrusal olmayan çekmesiz Winkler temeli üzerindeki kirişin titreşimini incelemiştir. Doğrusal olmayan yay katsayısı kullanmıştır.

Kiriş dışında başka elemanlar üzerinde de çalışmalar yapılmıştır. Müge Balkaya ve ark. [19] zemin altındaki boruyu, elastik zemin üzerindeki Euler Bernoulli kirişi ile tanımlayıp, Winkler zemin modelinden yararlanarak kirişin

serbest titreşimini, Diferansiyel Dönüşüm yöntemi ile hesaplamıştır. Elde edilen hareket denklemi, tezde ulaşılan Poisson oranı dahil edilmemiş haldeki denklemin aynısıdır. Lottati ve ark. [26, 27] Winkler temeli üzerinde akışkan taşıyan bir borunun, kritik akış hızının zeminsize göre daha fazla olacağını söylemiştir. Böylece Winkler temelini boru üzerindeki dengeleyici bir kuvvet olduğunu açıklamıştır. Değişken Winkler temeli üzerindeki borunun dinamik tepkisini araştırmıştır. Bu tez kapsamında Winkler temeli üzerindeki bir kirişin doğal frekans değerinin zemin üzerine oturmayana nazaran daha yüksek olacağı görülmektedir. Vassilev ve ark. [28] değişken Winkler temeli üzerindeki viskoz olmayan akışkan taşıyan viskoelastik bir borunun dinamik kararlılık problemini Galerkin yönteminden yararlanarak çözmüştür. Yeşilce [29] bir kısmı toprak altında bulunan kazığın, uçlarında seçilecek olan mesnet şartlarına göre değişken Winkler zemin modeli kullanılarak serbest titreşim analizini araştırmıştır.

## 2. TEZİN AMACI

Bu çalışma kapsamında, tezin birinci bölümünde literatürde bulunan kiriş teorileri tanıtılmıştır. Üzerinde çalışılan Euler Bernoulli kiriş teorisinin genel özellikleri belirtilmiştir. İkinci bölümünde yapı-zemin etkileşiminin önemi ve zemin modelleri hakkında bilgi verilmiştir. Çalışmada kullanılan Winkler zemin modelindeki yatak katsayısı kavramı üzerinde durulmuştur. Yatak katsayısının değerinin nasıl bulunacağı anlatılmıştır. Üçüncü bölümünde Green Lagrange birim şekil değiştirme tensörü hakkında bilgi verilmiştir. Genişletilmiş Hamilton prensibi kullanılarak hareket denklemleri ve sınır şartları elde edilmiş, elde edilen denklemler boyutsuzlaştırılmıştır. Dördüncü Bölümünde denklemlerin Galerkin metodu ile çözümü gerçekleştirilmiştir. Elde edilen grafikler yorumlanmıştır. Son bölümünde ise sonuç ve öneriler bulunmaktadır. Geliştirilen bu yeni model ile zemin-yapı etkileşimi göz önüne alınarak kiriş davranışının daha gerçekçi modellenmesi sağlanmıştır. Bu etkileşimi dikkate alırken literatürde yaygın olarak kullanılan Winkler zemin modeliyle çalışılmıştır. Üç farklı zemin durumu incelenerek gerçek hayatta karşılaşılabilecek benzer uygulamalara ve sorunlara karşı çözümlerin üretilmesi amaçlanmıştır. Poisson oranı etkisi göz önüne alınmış Euler Bernoulli kiriş modeli elde edilerek literatüre yeni bir denklem kazandırılmış ve bu Poisson oranının, kirişin doğal frekansı ve tepkisi üzerindeki etkisi grafikler üzerinde tartışılarak kirişin mekanik özellikleri daha iyi anlaşılmasına çalışılmıştır. Bu yeni formülasyon, geliştirilmiş bu kirişin, zemin-yapı etkileşim özelliklerinin ve yatak katsayısının etkisinin araştırılmasında kullanılacaktır. Poisson oranı dahil edilmiş, matematiksel modeli elde edilen kirişin Winkler zemini üzerindeki, dinamik davranışı incelenmiştir. Sayısal sonuçlar elde edilirken sonlu elemanların bir türü olan Galerkin methodu kullanılmıştır. Bu işlemler için Maple programından yararlanılmıştır. Ayrıca Sap gibi bilgisayar programlarında Poisson oranı dikkate alınmamaktadır. Belki de ileride bu programların yapı hesaplamalarını bizim elde edeceğimiz yeni denkleme göre yapılması sağlanabilir.

# 1. BÖLÜM KİRİŞ TEORİLERİ

## 1.1. Giriş

Kirişler yaygın olarak karşımıza çıkan yapı elemanlarıdır. Anizotropik, dönen ve düzensiz kesite sahip kirişler gibi, birçok kiriş problemi elastisite teorisi kullanılarak çözülememektedir. Bu da kiriş teorilerinin ortaya çıkmasına zemin hazırlamıştır [30]. Kiriş teorileri, bu elemanların mekanik davranışlarının açıklanmasında kullanılan temel teorilerdir [31]. Kiriş teorilerinin en bilinenleri Euler Bernoulli kiriş teorisi, Timoshenko kiriş teorisi ve Reddy-Bickford kiriş teorileridir. Kayma etkisinin dikkate alınıp alınmamasına göre teoriler birbirinden ayrılmaktadır.

Euler Bernoulli kiriş teorisi üniversitelerin lisans eğitiminde öğrencilere verilen ve en çok kullanılan kiriş teorisidir. Kısacası kirişin elastikliğini gösterir. Bu teoride tarafsız eksene dik doğrultudaki eksende kirişin uzamaz olduğu sadece eksen doğrultusundaki uzamaların olduğu dikkate alınır. Eksene dik olan düzlemsel kesitler eğilmeden sonrada elastik eğriye düzlem ve dikliğini sürdürür. Bir başka deyişle kayma gerilmesi dikkate alınmaz [31].

Kiriş eksenini  $x_1$  ile, kirişteki deplasmanı ise  $w(x_1)$  ile ifade edilen Euler Bernoulli genel denklemi:

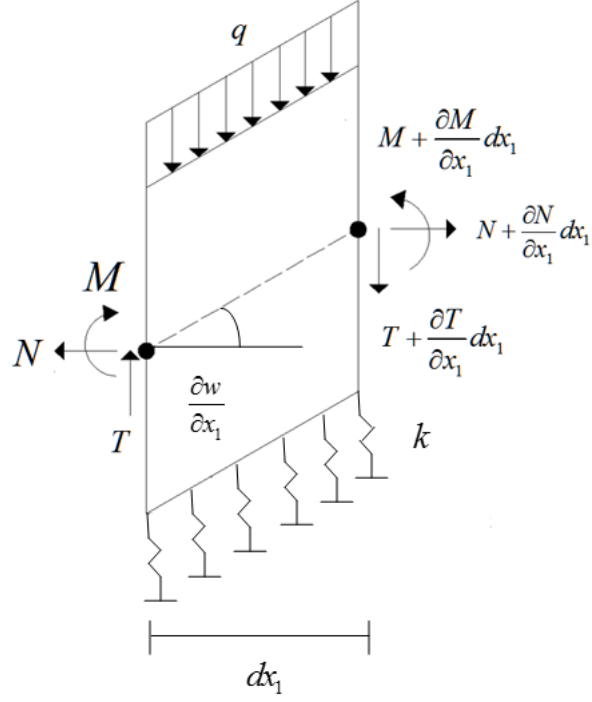
$$EIw^{IV}(x_1) = q(x_1) \quad (1.1)$$

yukarıda verilmektedir.  $E$  elastisite modülüne ve  $I$  ise atalet momentine karşılık gelmektedir. Kiriş üzerine etki eden yayılı yük  $q$  ile gösterilmiştir.

**Tablo 1.1.** Sınır şartları [32]

Yer değiştirme (deplasman)	$w$
Dönme	$\frac{\partial w}{\partial x_1}$

Eğilmeden kaynaklanan moment	$\pm EI \frac{\partial^2 w}{\partial x_1^2}$
Kesme kuvveti	$\pm \frac{\partial}{\partial x_1} \left( EI \frac{\partial^2 w}{\partial x_1^2} \right)$



Şekil 1.1. Kirişe etki eden kuvvetlerin gösterimi

Verilen noktaya göre denge denklemleri yazılır.

$$\sum F_x = 0 \quad N + \frac{\partial N}{\partial x_1} dx_1 - N = 0 \quad \frac{\partial N}{\partial x_1} = 0 \quad (1.2.a)$$

$$\sum F_y = 0 \quad T - T - \frac{\partial T}{\partial x_1} dx_1 - q dx_1 + k w dx_1 = 0 \quad \frac{\partial T}{\partial x_1} = -q + k w \quad (1.2.b)$$

$$\sum M = 0 \quad M - \frac{q dx_1 dx_1}{2} - M - \frac{\partial M}{\partial x_1} dx_1 + T dx_1 + N \frac{\partial w}{\partial x_1} dx_1 + k w dx_1 \frac{dx_1}{2} = 0 \quad \frac{\partial M}{\partial x_1} = T \quad (1.2.c)$$

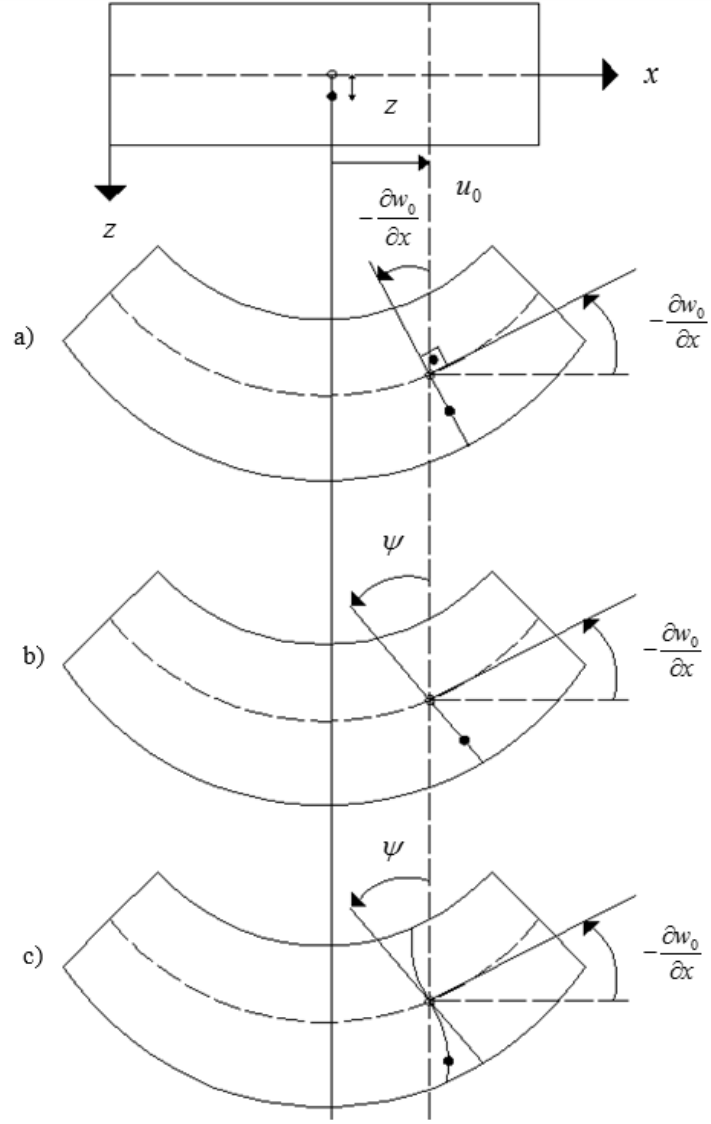
Euler Bernoulli kiriş teorisinde aşağıdaki kabuller yapılmaktadır [31]:

- A.** Her noktada malzemenin elastik özellikleri aynıdır (homojen). Aynı malzemeden meydana gelir ve aynı yük etkisinde eşit miktarda şekil değişimine uğrar.
- B.** Kirişin, esnek ve her doğrultudaki elastik özelliklerinin aynı olduğu düşünülür (izotropik). Birim şekil değiştirme ve gerilme ikilisi arasında Hooke yasası kullanılabilir.
- C.** Eğilmeye maruz kalan bir kirişin düzlem kesitleri değişikliğe uğramaz.
- D.** Kiriş şekil değişimine uğramış olsa bile eksen uzunluğu sabit kalır.

Timoshenko kiriş teorisinde düzleme dik olan kesitler eğilmeden sonra düzlemselliğini korur. Bu nedenle kayma açısı değişmez. Ancak kesitler eksene olan dikliğini koruyamamaktadır. Böylece kayma gerilmeleri dikkate alınmış olunur. Kayma gerilmesi kiriş yüksekliğinin her noktasında aynı kaldığından dolayı yapılan hatadan kurtulmak için düzeltme katsayısı kullanılır [33].

Reddy-Bickford kiriş teorisi, Reddy ve Bickford araştırmacılarınca, dikdörtgen kesitli kirişler ve kare plaklar için sunulduğundan dolayı adını buradan almaktadır. Bu teoride deplasman,  $z$  koordinatının üçüncü dereceden fonksiyonu olarak tanımlanarak açıklanmaya çalışılmıştır. Böylece, kayma gerilmeleri kesitin üst ve alt noktalarında sıfır olur. Kayma gerilmelerinde parabolik bir yayılım meydana geldiğinden dolayı düzeltme katsayısına ihtiyaç duyulmaz. Bunun yanında, kesit dikliğini koruyamadığı gibi düzlemselliğini de kaybedip kesitin çarpıldığı kabul edilmiştir [33].





**Şekil 1.2.** Farklı kiriş teorilerine göre şekil değiştirmiş kirişin genel görünümü  
a) Euler Bernoulli kiriş teorisi b) Timoshenko kiriş teorisi c) Reddy-Bickford kiriş teorisi [34]

## **2.BÖLÜM ZEMİN MODELLERİ**

### **2.1. Zemin - Yapı Etkileşimi**

Yapılar toprak üzerine inşa edildiğinden dolayı yapı-zemin etkileşimi üzerinde titizlikle araştırılma yapılması gerekmektedir. Çünkü bu etkileşim sayesinde zemin göz önüne alınıp yapılacak olan hesaplamalar etkilenmektedir. Ancak zemin ile yapı arasındaki bu etkileşimi saptamak düşünüldüğü kadar kolay değildir. Zemin ortamının karmaşık yapısı işimizi zorlaştırmaktadır. Çünkü zemin diğer malzemeler gibi homojen ve izotrop olmayıp, doğrusal olmayan bir davranış sergilemektedir. Oysaki beton ve çelik gibi malzemelerin zemine göre tam tersi özelliklere sahip olması yapının gerçeğe yakın bir şekilde analizinin yapılmasını mümkün kılmaktadır. Doğal zemini oluşturan taneciklerin biçimi, büyüklüğü, mekanik özellikleri, içerisinde bulunan nem miktarını ve permeabilitesini etkilemektedir. Bu yüzden değişkenlerin doğru bir şekilde tahmin edilmesi çok zordur [4]. Bütün bunlar da araştırmacıları daha güvenli sonuçlar elde etmek ve yapı-zemin etkileşimini dikkate almak için zemin ile ilgili bazı idealleştirmelerin yapılması gerektiği gerçeğine götürmektedir. Bunun neticesinde de şu anda literatürde bulunan, bilgisayar programları tarafından kullanılan çeşitli zemin modelleri gün yüzüne çıkmıştır.

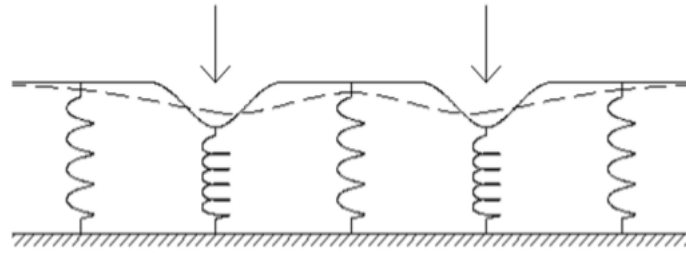
### **2.2. Tek Parametrelili Zemin Modelleri**

#### **2.2.1. Winkler Zemin Modeli (1867)**

Winkler, zemin-yapı etkileşimini düşünerek bu modelin ortaya çıkmasını ve geliştirilmesini sağlamıştır. İlk başlarda sadece demiryolu hesaplamalarında bu modelden yararlanılmış. Sonrası birçok alanda yaygın olarak uygulama alanı bulmuştur [4]. Winkler zemin modelinin tercih edildiği alanlar [10]:

- ❖ Yapı temelleri
- ❖ Kazıklar
- ❖ Karayolları
- ❖ Demiryolu inşaatı
- ❖ Gemi kabukları

Elastik zemin üzerine oturan kirişlerde yaygın olarak tercih edilmesinin nedeni öteki modellerden sayısal işlem bakımından daha yalın olmasından kaynaklanmaktadır. İsmi Winkler adı verilen araştırmacıdan alan bu zemin modelinde, zeminin elastik olduğu ve birbirini etkilemeyen sonsuz sayıda yan yana yaydan oluştuğu düşünülmektedir. Bu yayların üzerilerine gelen yük kadar, sadece düşey yönde sıkıştıkları ve bitişikteki diğer yayların birbirlerini etkilemedikleri kabul edilmektedir. Bu da demek oluyor ki sadece yükün etki ettiği yay deplasman yapmakta, ötekiler bundan etkilenmemektedir. Deformasyonun bir tek kuvvetin uygulandığı kısımda olacağı düşünülür. Böylelikle zemin tamamen süreksiz bir ortam olarak kabul edilir. Ayrıca bu yay katsayısının zemin sınıfına, temel boyutuna göre değişiklik göstermesi modelin sahip olduğu bir diğer olumsuz özelliktir [4]. Zeminin kesmesi göz ardı edilir. Bu da yer değiştirmelerin sadece düşey yönde olmasından kaynaklıdır.



**Şekil 2.1.** Gerçek hayattaki zemin ve Winkler temelinde oluşacak olan deplasmanın şekli (a) [35]



**Şekil 2.2.** Gerçek hayattaki zemin ve Winkler temelinde oluşacak olan deplasmanın şekli (b) [35]

Şekil 2.1.'deki sürekli çizgiler yayların birbirini etkilemediğini, kesikli çizgiler ise yaylar arasında etkileşim olduğunu gösterir. Şekil 2.2.'de soldaki şekil

Winkler zemin modeline göre, sađdaki Őekil ise gerçek hayata göre dűŐey deplasmanı gűstermektedir [35]. Winkler modelindeki yay katsayısı, yayın űzerine gelen gerilme ve yayın yapacađı deplasman arasında iliŐki olduđunu sűylemektedir. Uygulanan yűkleme deneyleri neticesinde zeminin elastik olarak hareket ettiđi ve Hooke cismine gűre Őekil deđiŐimine uđradıđı gűrűlműŐtűr [36]. Buradan yararlanılarak aŐađıdaki forműl yazılmıŐtır [37].

$$Q = kw \quad (2.3)$$

$Q$ , zeminin karŐılaŐtıđı gerilmeyi,  $w$  zeminin yapacađı deplasmanı ve  $k$  yay katsayısını, literatűrdeki zemin yatak katsayısını ifade etmektedir [37]. Bu nedenle bu katsayının dođru bir Őekilde tespit edilmesi bűyűk űnem taŐımaktadır. Ayrıca Winkler modeli bir tek bu katsayı űzerinden olduđu için bu modelin diđer bir adı tek parametrelili zemin modelidir. Bu yay katsayısı sabit ve deđiŐken deđerler alabilmektedir. Bu tez kapsamında Winkler zemin modeli űç farklı Őekilde modellenerek yay katsayısının, kiriŐin davranıŐı űzerindeki etkileri gűsterilmek istenmiŐtir.

### 2.3. İki Parametrelili Zemin Modelleri

Winklerin basitliğine karŐın, tatminkar sonuçlar vermemesi ve zemin sűrekliliđini karŐılayamaması sebebiyle bu zemin modelleri ortaya çıkmıŐtır [38]. Bu modellerde komŐu yaylar birbirini etkilemektedir. Bu etkileŐimi ifade eden ikinci bir parametre kullanılmıŐtır.

#### 2.3.1. Boussinesq Zemin Modeli (1885)

Boussinesq yapmıŐ olduđu çalıŐmada yapı-zemin etkileŐimi problemlerine farklı bir boyut kazandırmıŐtır. Winkler modelinden daha geliŐmiŐ bir modeldir. Nedeni kayma gerilmelerinin dikkate alınmasıdır. Ve dolayısıyla daha dođru sonuç vereceđi dűŐűnűlmektedir. Ancak model, karmaŐıklıđından dolayı çok fazla popűler olamamıŐtır [39].

### 2.3.2. Filonenko - Borodich Zemin Modeli (1940)

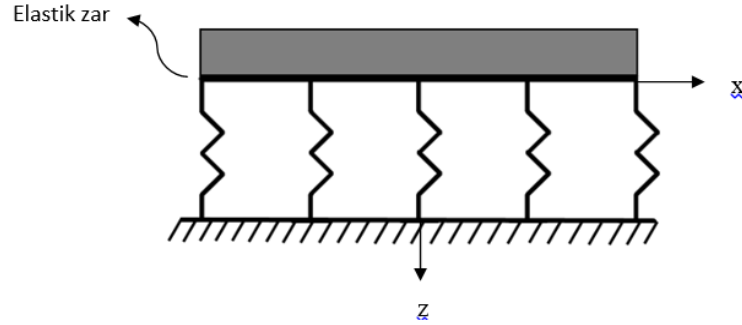
Bu zemin modelinde yay elemanların üzerinde elastik bir zar bulunmaktadır. Yaylar birbirini zar yardımıyla etkilemektedir. Bu şekilde ortam sürekliliği sağlanır. Bu modelde sistem herhangi bir yüke maruz kaldığında elastik zarda çekme gerilmeleri oluşur. Zeminin göstereceği tepki [39]:

$$q(x, y) = kw(x, y) - T\nabla^2 w(x, y) \quad (2.4)$$

yukarıdaki denklem ile ifade edilir. Laplace operatörü [39]:

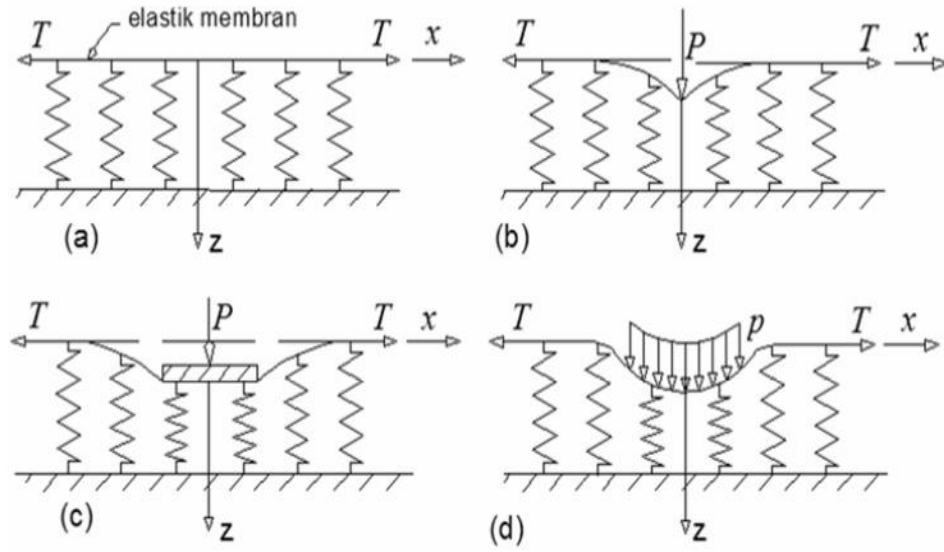
$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \quad (2.5)$$

yukarıda gösterilmiştir.



**Şekil 2.3.** Filonenko - Borodich zemin modeli [10]

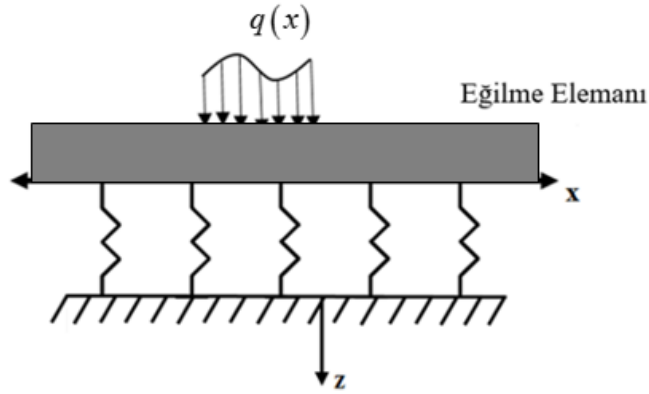
Bu denklemde  $T$ , elastik zardaki çekme kuvvetini ifade etmektedir. Zemin modeli  $k$  ve  $T$ 'den oluşmaktadır [39]. Şekil 2.4.'te bu zemin modeli için farklı yükleme koşullarında sistemin yapacağı deplasmanlar gösterilmektedir. (a) yük olmadığında (b) tekil yük etkisindeki deplasmanı (c) rijit plaka yardımıyla uygulanan yük etkisindeki deplasmanı (d) yayılı yük etkisinde zeminin yapacağı deplasmanı göstermektedir [38].



Şekil 2.4. Filonenko - Borodich zemin modeli [38]

### 2.3.3. Hetenyi Zemin Modeli

Bu model (1946) önceki modelden, yay elemanların üzerinde problemin boyutuna göre elastik plak veya kiriş bulunduğu kabul edilmesi yönünden ayrılmaktadır. Zemin ortamının sürekliliği bu şekilde sağlanmaktadır [39].



Şekil 2.5. Hetenyi zemin modeli [39]

Zeminin göstereceği tepki [39]:

$$q(x, y) = kw(x, y) - D\nabla^4 w(x, y) \quad (2.6)$$

yukarıdaki şekilde yazılır. Bu denklemde  $D$ , plak eğilme rijitliğidir [39]. Ve aşağıdaki formülasyonla ifade edilmektedir [10].

$$D = \left( \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \right) \quad (2.7)$$

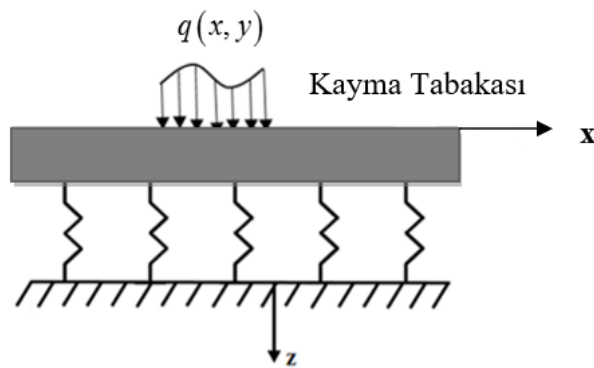
Burada  $h$  plak kalınlığı,  $E$  plağın elastisite modülü ve  $\nu$  ise Poisson oranıdır [10].

### 2.3.4. Pasternak Zemin Modeli (1954)

Bu zemin modelinde yaylar arasındaki kesme, Winkler yayları üstüne konulan kayma tabakası ile sağlanmıştır. Bu tabaka yaylar gibi hareket edebilmekte ve bu tabaka sayesinde zemin ortamının sürekliliği elde edilmektedir. Bu tabakanın  $x, y$  düzleminde izotrop olduğu kabul edilirse  $G_x = G_y = G_p$  şeklinde yazılabilir.  $G_p$  kayma parametresidir. Bu model için zeminin göstereceği tepki [40]:

$$q(x, y) = kw(x, y) - G_p \nabla^2 w(x, y) \quad (2.8)$$

yukarıdaki şekilde yazılır.



Şekil 2.6. Pasternak zemin modeli [40]

### 2.3.5. Vlasov Zemin Modeli (1966)

Bu zemin modelinde, koordinat eksenleri  $x-z$  olmak üzere zemin, bir kolon olarak düşünülmemekte,  $u(x, z)$  yatay,  $w(x, z)$  düşey yöndeki yer değiştirmeyi göstermektedir [40]. Yer değiştirmeler [40]:

$$u(x, z) = 0 \quad (2.9.a)$$

$$w(x, z) = w(x)\phi(z) \quad (2.9.b)$$

yukarıdaki şekilde ifade edilmiştir. Zeminin göstereceği tepki [40]:

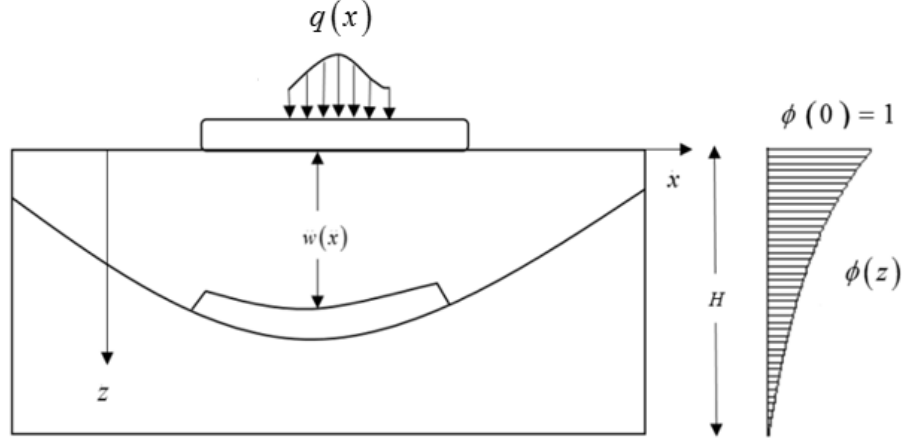
$$q(x, y) = kw(x, y) - 2t\nabla^2 w(x, y) \quad (2.10)$$

şeklinde yazılabilir.  $\phi(z)$ , düşey yöndeki deplasmanın, zeminin derinliği boyunca ( $z$  yönü) değişimini göstermektedir. Ve aşağıdaki formül ile hesaplanır [4].

$$\phi(z) = \frac{\sinh \gamma \left(1 - \frac{z}{H}\right)}{\sinh \gamma} \quad (2.11)$$

Zeminin derinliği  $H$  ile gösterilmiştir.  $2t$ , zemini temsil eden yayların birbirini etkilediğini gösteren parametredir. Bu yöntemde diğer iki parametreyi belirleyebilmek için 3. bir parametre olan  $\gamma$  kullanılmıştır.  $\gamma$ , derinlik ile zemindeki düşey yer değiştirmenin değişimini sunmaktadır [4].





Şekil 2.7. Vlasov zemin modeli [4]

#### 2.4. Üç Parametrelili Zemin Modeli

Tek parametrelili zemin modellerinde sadece zemini temsil eden yaylar dikkate alınıp, bu yayların birbiriyle etkileşimde olmadığı kabul edilmiştir. Eksik yönlerinden dolayı yeni zemin modelleri geliştirilmiş ve geliştirilen iki parametrelili modellerde öncekine ilaveten kayma parametresi eklenmiştir. Tabii ki bu modellerinde eksik yanları bulunmaktadır. Zemin özellikleri ile belirlenecek olan iki parametre arasındaki ilişkinin ne derece gerçek olduğu eksikliklerinden birisidir. Yapılan araştırmalarla da zemine ait bu verilerin yapıların davranışında ne derece önemli olduğu görülmüştür. Bu da araştırmacıları daha güvenilir veriler elde etmek için yeni zemin modellerinin geliştirilmesine itmiştir. Vlasov modeli üzerine gidilerek, bu iki parametrenin zeminin özellikleri kullanılarak belirlenmesi için araştırmalar yapılmıştır. Geliştirilmiş Vlasov modeli adında yeni bir model üretilerek, bu iki parametreyi elde ederken ilaveten yeni bir tane daha kullanılmasından dolayı üç parametrelili zemin modeli olarak isimlendirilmiştir [4].

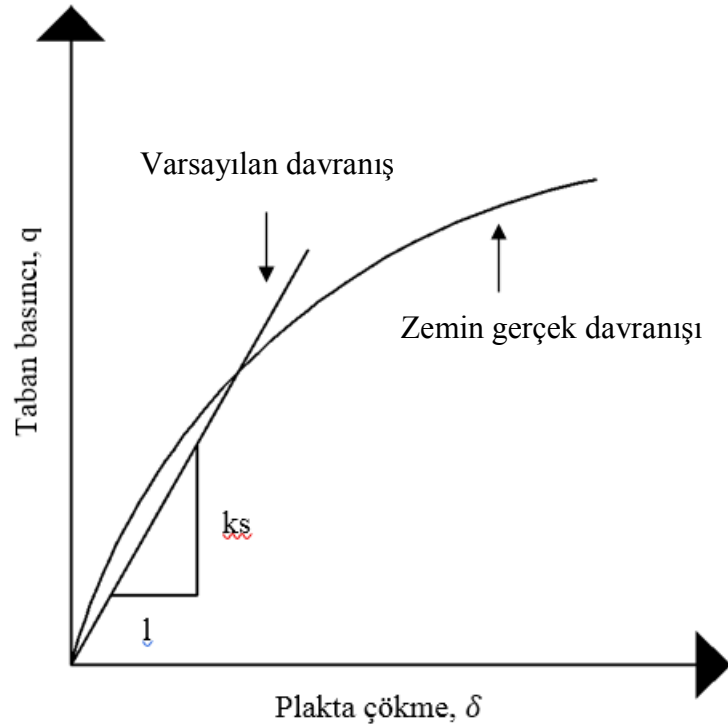
#### 2.5. Yatak Katsayısı

Winkler tarafından bulunan ve başlangıçta demir yolu hesaplamalarında kullanılan bu model daha sonraları yaygınlaşarak mühendisliğin her alanında kullanılmaya başlanmıştır. Modelin zemini yaylar ile temsil etmesinden dolayı yay katsayısı, yatak katsayısı olarak isimlendirilmiştir. Yapı analizlerinde doğru sonuçlar

elde etmek için bu katsayıya ihtiyaç duyulmaktadır. Bu nedenle yapı-zemin etkileşimi önemli bir yer tutmakta ve katsayının değerinin belirlenmesi kritik olmaktadır. Yatak katsayısı, zemin türüne ve üzerine oturacak olan temelin büyüklüğüne göre değişkenlik göstermektedir. Yani kısa mesafede farklı yatak katsayısı değerleri ile karşılaşmamız muhtemeldir. Ancak uygulamada, yeni yapılacak olan bina için civarındaki zemin değerleri kullanılmaktadır. Bu son derece yanlıştır. Bunun yanında ayrıca zemindeki tabakalanmanın ihmal edilmesi yapı elamanlarının davranışının doğru bir şekilde tanımlanamamasının en büyük nedenlerinden birisidir. Yatak katsayısı arazi üzerinde yapılan deneyler ile, zeminin analizi neticesi ulaşılan bilgiler yardımıyla ve hazırlanmış olan tablolardan yararlanılarak belirlenebilmektedir [40].

### 2.5.1. Yatak Katsayısının Arazi Üzerinde Yapılan Deneyle Belirlenmesi

Zemine plaka yükleme deneyi uygulanır. Böylece zeminin gerilme-oturma eğrisi elde edilir. Şekil 2.8.'de görüldüğü üzere yatak katsayısı belirlenir [40].



Şekil 2.8. Yatak katsayısının yükleme deneyi ile belirlenmesi [40]

### 2.5.2. Yatak Katsayısının Zemin Analizi Neticesinde Ulaşılan Bilgiler Yardımıyla Belirlenmesi

Daloğlu ve Vallabhan [40, 41] yapmış olduğu çalışmada Vlasov-Leontiev modelinde, yatak katsayısının belirlenmesi için çeşitli bağıntılar oluşturmuştur. Plâğın eğilme rijitliği  $D$  ve boyutsuz bir katsayı olan plak karakteristik uzunluğu  $r$ , [40];

$$D = \frac{E_p h^3}{12(1-\nu_p^2)} \quad (2.12)$$

$$r = \sqrt[4]{\frac{DH}{E_s}} \quad (2.13)$$

formülleri ile bulunur. Betonun elastisite modülü  $E_p$ , zeminin elastisite modülü  $E_s$ , plak kalınlığı  $h$ , betonun Poisson oranı  $\nu_p$  ile gösterilmektedir.  $H$  zemin tabaka kalınlığıdır. Temelde alınan her  $x^* = x/L$ ,  $y^* = y/B$ , ( $L$  temelin uzunluğu,  $B$  ise genişliği) boyutsuz koordinatlarına denk gelen noktada, grafikten okunan boyutsuz olan  $K_{nw}$  değeri formülde yerine yazılarak  $k$  elde edilir [40].

$$k = \frac{K_{nw} D}{r^4} \quad (2.14)$$

### 2.5.3. Tablolardan Yararlanılarak Yatak Katsayısının Belirlenmesi

Çeşitli araştırmacılar tarafından farklı zeminler için belirlenmiş yatak katsayısı değerleri aşağıda verilmiştir [40].

**Tablo 2.1.** Bowles, farklı zemin sınıflarına göre yay katsayısının değişim çizelgesi [36, 42]

Zemin Cinsi	$K_s$ ( $kN / m^3$ )
Gevşek kum	4800 - 16000

Orta sıkılıkta kum	9600 - 80000
Sıkı kum	64000 - 128000
Killi orta sıkılıkta kum	32000 - 80000
Siltli orta sıkılıkta kum	24000 - 48000
Killi zeminler :	
$q_a \leq 200 \text{ kPa}$	12000 - 24000
$200 < q_a \leq 800 \text{ kPa}$	24000 - 48000
$q_a > 800 \text{ kPa}$	>48000

**Tablo 2.2.** Terzaghi, yatak katsayısı değişim tablosu [40, 43]

Zemin sınıfı	Yatak katsayısı değerleri ( $\text{KN} / \text{m}^3$ )
Katı Kil	< 24 000 – 48 000
Sert Kil	48 000 – 96 000
Çok Sert Kil	>96 000
Gevşek Kum	8000 – 12 800
Orta Sıkı Kum	19 600 – 41 600
Sıkı Kum	96 000 – 160 000

**Tablo 2.3.** Ersoy, yay katsayısının zemin cinsine göre aldığı değerler [40, 44]

Zemin sınıfı	Yatak katsayısı değerleri ( $\text{KN} / \text{m}^3$ )
Balçık, Turba	<2000
Plastik Kil	5 000 – 10 000
Yarı Sert Kil	10 000 – 15 000
Sert Kil	15 000 – 30 000
Dolma Toprak	10 000 – 20 000
Gevşek Kum	10 000 – 20 000
Orta Sıkı Kum	20 000 – 50 000
Sıkı Kum	50 000 – 100 000

Sıkı Kumlu Çakıl	100 000 – 150 000
Sağlam Şist	>500 000
Kaya	>2 000 000

**Tablo 2.4.** Keskinel, yay katsayısının değişim tablosu [40, 45]

<b>Zemin sınıfı</b>	<b>Yatak katsayısı değerleri</b> ( $KN / m^3$ )
Balçık, Turba	<2000
Plastik Kil	5 000 – 10 000
Yarı Sert Kil	10 000 – 15 000
Sert Kil	15 000 – 30 000
Dolma Toprak	10 000 – 20 000
Gevşek Kum	10 000 – 20 000
Orta Sıkı Kum	20 000 – 50 000
Sıkı Kum	50 000 – 100 000
Sıkı Kumlu Çakıl	100 000 – 150 000
Sağlam Şist	>500 000

### 3.BÖLÜM HAREKET DENKLEMLERİNİN VE SINIR ŞARTLARININ ELDE EDİLMESİ

#### 3.1. Green Lagrange Birim Şekil Değişirme Tensörü

Bir kütle üzerinde alınan iki nokta arasındaki uzaklığın nasıl değiştiği alınan noktaların şekil değişiminden önceki ve sonraki koordinatları ile ifade edilir. Burada şekil değişimi öncesi koordinatlardan yararlanılmaktadır. Şekil 3.1.'de gösterildiği gibi şekil değişimine uğramamış durumdaki kütleden  $A$  ve  $B$  adında iki nokta alınsın. Vektör cinsinden konumları  $OA = r$  ve  $OB = r + dr$  olarak ifade edilir.  $A'$  ve  $B'$  noktaları  $A$  ve  $B$ 'nin şekil değişimi sonrası konumlarını ifade eder. İlk konum ile son konum arasındaki yer değiştirme vektörleri  $AA' = u$  ve  $BB' = u + du$  şeklinde yazılır [46].

$x$ ,  $y$  ve  $z$  doğrultusundaki birim vektörler  $e_x$ ,  $e_y$  ve  $e_z$  ile gösterilirken,  $u_x$ ,  $u_y$  ve  $u_z$ 'de bu yönlerdeki yer değiştirme bileşenlerine karşılık gelmektedir. Böylece  $A$  noktasının konumu ve yer değiştirme vektörü şu şekilde gösterilir [46]:

$$r = e_x x + e_y y + e_z z \quad (3.15)$$

$$u = e_x u_x + e_y u_y + e_z u_z \quad (3.16)$$

$A'$  noktasının konumu ise aşağıda belirtilmiştir [46]:

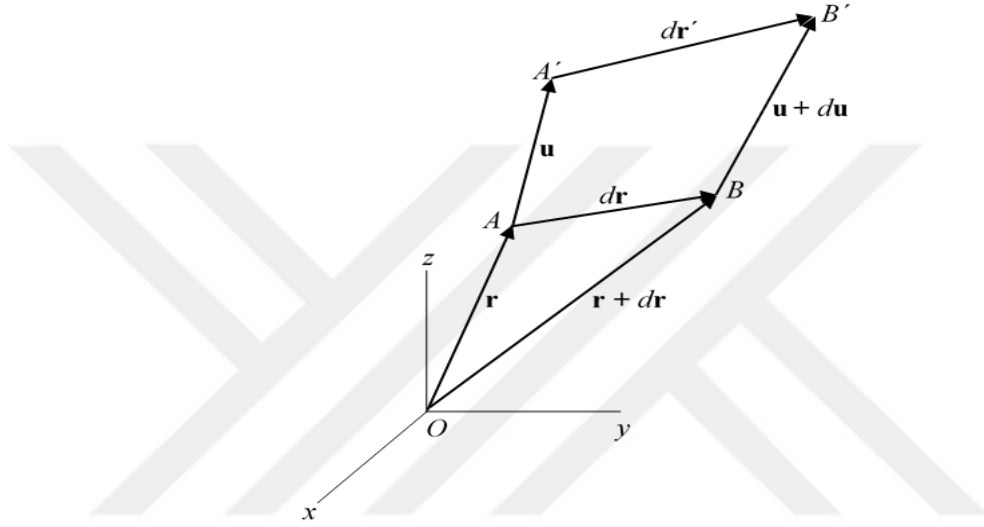
$$r' = r + u = e_x(x + u_x) + e_y(y + u_y) + e_z(z + u_z) \quad (3.17)$$

Bu iki nokta ve bunların şekil değişiminden sonraki yeni konumları arasındaki mesafe aşağıda belirtilmiştir [46].

$$AB = dr = e_x dx + e_y dy + e_z dz \quad (3.18)$$

$$A'B' = dr' = dr + du = dr + \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)dx + \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)dy + \left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)dz = g_x dx + g_y dy + g_z dz \quad (3.19.a)$$

$$= \left[ e_x \left(1 + \frac{\partial u_x}{\partial x}\right) + e_y \left(\frac{\partial u_y}{\partial x}\right) + e_z \left(\frac{\partial u_z}{\partial x}\right) \right] dx + \left[ e_x \left(\frac{\partial u_x}{\partial y}\right) + e_y \left(1 + \frac{\partial u_y}{\partial y}\right) + e_z \left(\frac{\partial u_z}{\partial y}\right) \right] dy + \left[ e_x \left(\frac{\partial u_x}{\partial z}\right) + e_y \left(\frac{\partial u_y}{\partial z}\right) + e_z \left(1 + \frac{\partial u_z}{\partial z}\right) \right] dz \quad (3.19.b)$$



Şekil 3.1. Bir katının deformasyonu [46]

Şekil değişimine maruz kalmış bir kütle için temel vektörleri  $g_x$ ,  $g_y$  ve  $g_z$  ile gösterilmiş, aşağıda elde edilmiştir [46]:

$$g_x = \frac{\partial r'}{\partial x} = e_x + \frac{\partial u}{\partial x} = e_x \left(1 + \frac{\partial u_x}{\partial x}\right) + e_y \left(\frac{\partial u_y}{\partial x}\right) + e_z \left(\frac{\partial u_z}{\partial x}\right) \quad (3.20)$$

$$g_y = \frac{\partial r'}{\partial y} = e_y + \frac{\partial u}{\partial y} = e_x \left(\frac{\partial u_x}{\partial y}\right) + e_y \left(1 + \frac{\partial u_y}{\partial y}\right) + e_z \left(\frac{\partial u_z}{\partial y}\right) \quad (3.21)$$

$$g_z = \frac{\partial r'}{\partial z} = e_z + \frac{\partial u}{\partial z} = e_x \left(\frac{\partial u_x}{\partial z}\right) + e_y \left(\frac{\partial u_y}{\partial z}\right) + e_z \left(1 + \frac{\partial u_z}{\partial z}\right) \quad (3.22)$$

$e_x$ ,  $e_y$  ve  $e_z$  şekil değişimi sonrası, yukarıdaki vektörlere dönüşmüştür.  $dr$  ve  $dr'$  in karelerinin farkları alınır [46]:

$$\begin{aligned} dr'.dr' - dr.dr &= (g_x^2 - 1)(dx)^2 + (g_y^2 - 1)(dy)^2 \\ &+ (g_z^2 - 1)(dz)^2 + 2g_x.g_y dx dy + 2g_y.g_z dy dz + 2g_z.g_x dz dx \end{aligned} \quad (3.23)$$

Denklemin içerisindeki katsayılar herhangi bir çizgi elemanı ile ilgili şekil değişimi öncesi  $dx$ ,  $dy$  ve  $dz$  bileşenlerine sahiptir. Doğrusal olmayan gerilmenin bileşenleri ifade edilirken yararlanır [46].

$$\varepsilon_{xx} = \frac{1}{2}(g_x.g_x - 1) = \left(\frac{\partial u_x}{\partial x}\right) + \frac{1}{2} \left[ \left(\frac{\partial u_x}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial u_y}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial u_z}{\partial x}\right)^2 \right] \quad (3.24.a)$$

$$\varepsilon_{yy} = \frac{1}{2}(g_y.g_y - 1) = \left(\frac{\partial u_y}{\partial y}\right) + \frac{1}{2} \left[ \left(\frac{\partial u_x}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial u_y}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial u_z}{\partial y}\right)^2 \right] \quad (3.24.b)$$

$$\varepsilon_{zz} = \frac{1}{2}(g_z.g_z - 1) = \left(\frac{\partial u_z}{\partial z}\right) + \frac{1}{2} \left[ \left(\frac{\partial u_x}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial u_y}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial u_z}{\partial z}\right)^2 \right] \quad (3.24.c)$$

$$\varepsilon_{xy} = \frac{1}{2}g_x.g_y = \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial u_y}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_x}{\partial x} \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial x} \frac{\partial u_z}{\partial y} \right] \quad (3.24.d)$$

$$\varepsilon_{yz} = \frac{1}{2}g_y.g_z = \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial u_z}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_x}{\partial y} \frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_y}{\partial y} \frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y} \frac{\partial u_z}{\partial z} \right] \quad (3.24.e)$$

$$\varepsilon_{zx} = \frac{1}{2}g_z.g_x = \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial z} \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial z} \frac{\partial u_y}{\partial x} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \frac{\partial u_z}{\partial x} \right] \quad (3.24.f)$$

Bulunan bu ifadeler Green Lagrange birim şekil değiştirme tensörü olarak ifade edilmektedir. Yukarıda bulunan bu ifadeler Einstein toplamı ile gösterilirse [46]:

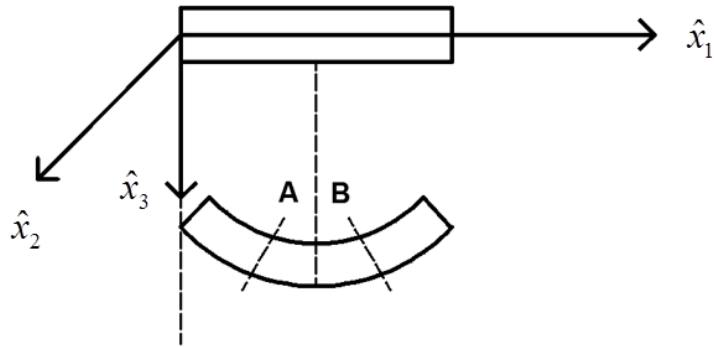


$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_m}{\partial x_i} \frac{\partial u_m}{\partial x_j} \right) \quad (3.25)$$

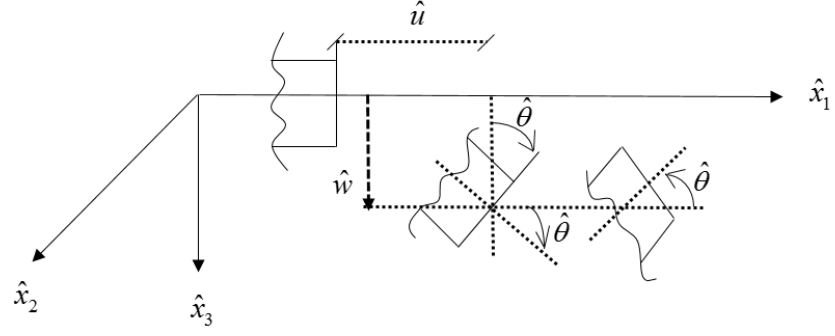
biçiminde yazılır.

### 3.2. Euler Bernoulli Kiriş Teorisinin Kinematığı

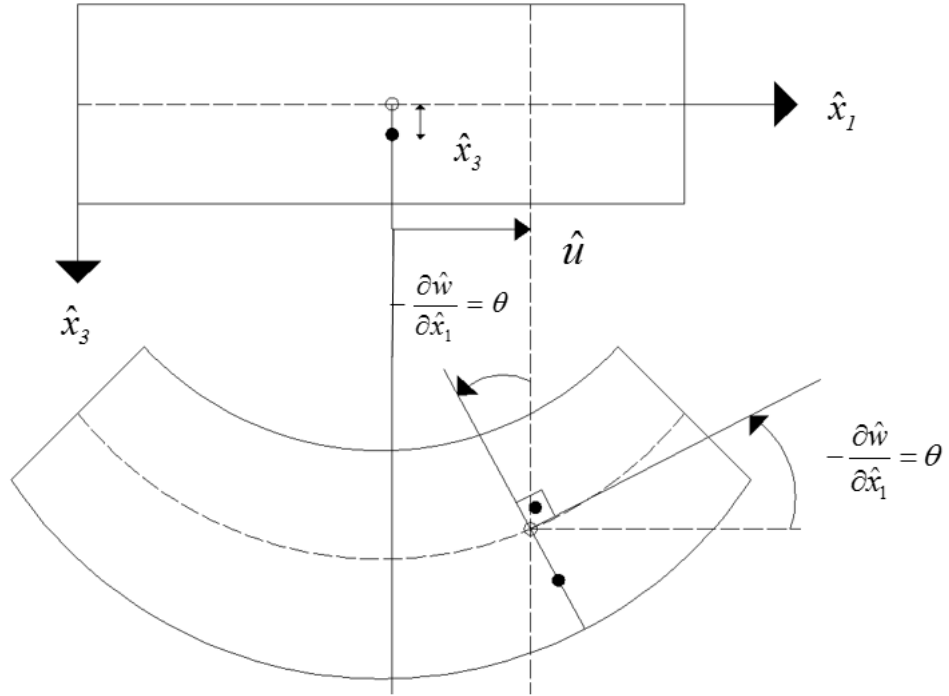
Bu teori kapsamında kiriş yatay ( $\hat{u}$ ) ve düşey ( $\hat{w}$ ) yer değişimini yapmaktadır.  $\hat{x}_1$ ,  $\hat{x}_2$  ve  $\hat{x}_3$  yönündeki deformasyonlar, deforme olmuş kirişin geometrisinden yararlanılarak yazılmıştır. Ve sırasıyla  $\hat{u}_1$ ,  $\hat{u}_2$  ve  $\hat{u}_3$  olarak gösterilmiştir. Bu yer değişimleri elde edilirken kirişin sadece basit eğilme etkisinde deformasyon yaptığı düşünülüp, kayma gerilme etkileri ihmal edilmiştir [47]. Bu çalışma kapsamında Winkler temeli üzerine oturan Euler Bernoulli kirişinin hareket denklemleri ve sınır şartları,  $\hat{u}$  yatay yer değişimi ile kesitin deformasyonla değişimi dikkate alınmadan, kirişe etkiyen herhangi bir yük olmadan elde edilmiştir.



**Şekil 3.2.** Şekil değişimine uğramış kiriş üzerindeki iki noktanın kesit gösterimi [47]



Şekil 3.3. Şekil değişimine uğramış Euler Bernoulli kirişinin görünümü [47]



Şekil 3.4. Euler Bernoulli kirişinin deformasyon öncesi ve sonrası [34]

$$\theta \ll 1 \quad \sin \theta \cong \theta \quad \cos \theta \cong 1 \quad (3.26)$$

$$\tan \theta = \theta = -\frac{\partial \hat{w}}{\partial \hat{x}_1} \quad (3.27)$$

$$\hat{u}_1 = \hat{u}_1(\hat{x}_1, \hat{x}_3, t) = -\hat{x}_3 \frac{\partial \hat{w}}{\partial \hat{x}_1} \quad (3.28.a)$$

$$\hat{u}_2 = 0 \quad (3.28.b)$$

$$\hat{u}_3 = \hat{u}_1(\hat{x}_1, t) = \hat{w}(\hat{x}_1, t) \quad (3.28.c)$$

Yukarıda elde edilen yer değiştirmeler, Green Lagrange birim Şekil değiştirme tensöründe yerine yazılır. Bu yazım esnasında bazı türevli ifadeler gelmektedir. Aşağıda bu türevli ifadeler elde edilmiştir.

$$\frac{\partial \hat{u}_1}{\partial \hat{x}_1} = -\hat{x}_3 \frac{\partial^2 \hat{w}}{\partial \hat{x}_1^2} \quad (3.29.a)$$

$$\frac{\partial \hat{u}_1}{\partial \hat{x}_3} = -\frac{\partial \hat{w}}{\partial \hat{x}_1} \quad (3.29.b)$$

$$\frac{\partial \hat{u}_3}{\partial \hat{x}_1} = \frac{\partial \hat{w}}{\partial \hat{x}_1} \quad (3.29.c)$$

$$\frac{\partial \hat{u}_3}{\partial \hat{x}_3} = 0 \quad (3.29.d)$$

$$\frac{\partial \hat{u}_2}{\partial \hat{x}_1} = 0 \quad (3.29.e)$$

$$\frac{\partial \hat{u}_2}{\partial \hat{x}_3} = 0 \quad (3.29.f)$$

Elde edilen yer değiştirmelerin Green Lagrange birim Şekil değiştirme tensöründe yerine konulmasıyla aşağıdaki birim Şekil değiştirme terimleri elde edilir.

$$\varepsilon_{11} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \hat{u}_1}{\partial \hat{x}_1} + \frac{\partial \hat{u}_1}{\partial \hat{x}_1} \right) + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \hat{u}_1}{\partial \hat{x}_1} \frac{\partial \hat{u}_1}{\partial \hat{x}_1} + \frac{\partial \hat{u}_2}{\partial \hat{x}_1} \frac{\partial \hat{u}_2}{\partial \hat{x}_1} + \frac{\partial \hat{u}_3}{\partial \hat{x}_1} \frac{\partial \hat{u}_3}{\partial \hat{x}_1} \right) \quad (3.30.a)$$

$$\varepsilon_{11} = -\hat{x}_3 \frac{\partial^2 \hat{w}}{\partial \hat{x}_1^2} + \frac{1}{2} \left( -\hat{x}_3 \frac{\partial^2 \hat{w}}{\partial \hat{x}_1^2} \right)^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \hat{w}}{\partial \hat{x}_1} \right)^2 \quad (3.30.b)$$

$$\varepsilon_{33} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \hat{u}_3}{\partial \hat{x}_3} + \frac{\partial \hat{u}_3}{\partial \hat{x}_3} \right) + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \hat{u}_1}{\partial \hat{x}_3} \frac{\partial \hat{u}_1}{\partial \hat{x}_3} + \frac{\partial \hat{u}_2}{\partial \hat{x}_3} \frac{\partial \hat{u}_2}{\partial \hat{x}_3} + \frac{\partial \hat{u}_3}{\partial \hat{x}_3} \frac{\partial \hat{u}_3}{\partial \hat{x}_3} \right) \quad (3.30.c)$$

$$\varepsilon_{33} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \hat{w}}{\partial \hat{x}_1} \right)^2 \quad (3.30.d)$$

$$\varepsilon_{13} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \hat{u}_1}{\partial \hat{x}_3} + \frac{\partial \hat{u}_3}{\partial \hat{x}_1} \right) + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \hat{u}_1}{\partial \hat{x}_1} \frac{\partial \hat{u}_1}{\partial \hat{x}_3} + \frac{\partial \hat{u}_2}{\partial \hat{x}_1} \frac{\partial \hat{u}_2}{\partial \hat{x}_3} + \frac{\partial \hat{u}_3}{\partial \hat{x}_1} \frac{\partial \hat{u}_3}{\partial \hat{x}_3} \right) \quad (3.30.e)$$

$$\varepsilon_{13} = \frac{1}{2} \left[ \left( \hat{x}_3 \frac{\partial^2 \hat{w}}{\partial \hat{x}_1^2} \right) \frac{\partial \hat{w}}{\partial \hat{x}_1} \right] \quad (3.30.f)$$

Elde edilen yukarıdaki ifadeler daha yalın bir şekilde yazılmak istenirse karşılaştırma yapılabilir.  $\varepsilon$ , çok küçük bir sayı olarak düşünülüp aşağıdaki derecelendirme yazılabilir:

$$\begin{aligned} \hat{x}_3 &\gg \hat{w} & \hat{x}_3 &\rightarrow O(1) \\ 1 &\gg \varepsilon & \hat{w} &\rightarrow O(\varepsilon) \end{aligned} \quad (3.31)$$

Deplasmanın konumla değişimi aşağıda gösterilmiştir.

$$\frac{\partial \hat{w}}{\partial \hat{x}_1} \rightarrow O(\varepsilon^2) \quad (3.32)$$

İşlemler yapılırken  $O(\varepsilon^5)$  ve üzerisi ihmal edilmiştir. Böylece aşağıdaki yeni birim şekil değiştirmeler elde edilmiştir.

$$\varepsilon_{11} = -\hat{x}_3 \frac{\partial^2 \hat{w}}{\partial \hat{x}_1^2} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \hat{w}}{\partial \hat{x}_1} \right)^2 \quad (3.33.a)$$

$$\varepsilon_{33} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \hat{w}}{\partial \hat{x}_1} \right)^2 \quad (3.33.b)$$

$$\varepsilon_{13}=0 \quad (3.33.c)$$

Klasik Euler Bernoulli kiriş teorisinde  $\varepsilon_{33}$  dikkate alınmamaktadır. Ancak geliştirilmiş bu modelde, göz önüne alınmıştır. Şekil değiştirmelerin birbiriyle ilişkisi, temel elastisite kurallarından yararlanılarak oluşturulmuştur. Euler Bernoulli kiriş teorisi genel kabulünde, kirişe eksenini doğrultusunda bir gerilme olan,  $\sigma_{11}$  gerilmesi etki etmektedir. Diğer yöndeki gerilmelerin dikkate alınmayacak kadar küçük olduğu düşünülmektedir. Tek bir gerilme, sadece  $\sigma_{11}$  vardır ve bu  $\varepsilon_{33}$ 'ü tek başına oluşturur. Bu nedenle gerilme tensöründe tek bir gerilme göz önüne alınmıştır.

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.34)$$

Homojen, izotrop elastik bir kiriş için aşağıdaki bağıntı kullanılabilir.

$$\varepsilon_{33} = -\nu \varepsilon_{11} \quad (3.35)$$

Poission oranı  $\nu$  ile ifade edilir. Kirişte  $\varepsilon_{11}$  olması kirişin  $\hat{x}_1$  doğrultusunda şekil değişimi yapabileceğini göstermektedir. Denklem (3.35)'deki bağıntıdan yararlanılarak yeni  $\varepsilon_{11}$  elde edilmiştir.

$$\frac{1}{2} \left( \frac{\partial \hat{w}}{\partial \hat{x}_1} \right)^2 = -\nu \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \hat{w}}{\partial \hat{x}_1} \right)^2 - \hat{x}_3 \frac{\partial^2 \hat{w}}{\partial \hat{x}_1^2} \right] \quad (3.36.a)$$

$$\frac{1}{2} \left( \frac{\partial \hat{w}}{\partial \hat{x}_1} \right)^2 (1+\nu) = -\nu \left[ -\hat{x}_3 \frac{\partial^2 \hat{w}}{\partial \hat{x}_1^2} \right] \quad (3.36.b)$$

$$\frac{1}{2} \left( \frac{\partial \hat{w}}{\partial \hat{x}_1} \right)^2 = \frac{-\nu}{(1+\nu)} \left[ -\hat{x}_3 \frac{\partial^2 \hat{w}}{\partial \hat{x}_1^2} \right] \quad (3.36.c)$$

$$\varepsilon_{11} = \frac{1}{1+\nu} \left( -\hat{x}_3 \frac{\partial^2 \hat{w}}{\partial \hat{x}_1^2} \right) \quad (3.36.d)$$

Hareket denklemleri ve sınır şartlarının elde edilmesinde Genişletilmiş Hamilton prensibinden yararlanılmıştır [48]. Genişletilmiş Hamilton prensibi:

$$\int_{t_2}^{t_1} (-\delta K + \delta U + \delta V) dt = 0 \quad (3.37)$$

şeklinde yazılır. Kinetik enerjinin varyasyonu ( $\delta K$ ), potansiyel enerjinin varyasyonu ( $\delta U$ ) ve dış kuvvetler tarafından yapılan iş ( $\delta V$ ) ile ifade edilmiştir.  $\rho$  kiriş materyalinin yoğunluğu ve  $l$  kiriş boyu olmak üzere, kinetik enerjinin varyasyonu:

$$K = \frac{1}{2} mv^2 = \int_0^l \int_A \frac{1}{2} \rho \dot{u}_i^2 \delta \dot{u}_i dA dx_1 \quad (3.38.a)$$

$$\delta K = \int_0^l \int_A \rho \dot{u}_3 \delta \dot{u}_3 dA dx_1 \quad (3.38.b)$$

şeklinde yazılır. Zamana bağlı türev ( $\dot{\quad}$ ) ile ifade edilmiştir. Potansiyel enerjinin varyasyonu aşağıdaki gibi yazılır.

$$\delta U = \int_0^l \int_A \sigma_{11} \delta \varepsilon_{11} dA dx_1 \quad (3.39)$$

Dış kuvvetler tarafından yapılan iş ise,

$$\delta V = - \int_0^l (-\hat{k} \hat{w} \delta \hat{w}) dx_1 \quad (3.40)$$

şeklinde yazılır. Burada Winkler zemin modelindeki yay katsayısı,  $k$  ile ifade edilmektedir. Buradaki iş, yayların yaptığı iştir. Aşağıda, işlemler ayrıntılı olarak gösterilmiştir.

$$\begin{aligned}
\delta K &= \int_0^l \int_A \rho (\dot{\hat{w}} \delta \dot{\hat{w}}) dA d\hat{x}_1 \\
&= \int_0^l \left[ \delta \dot{\hat{w}} (m^{(0)} \dot{\hat{w}}) \right] d\hat{x}_1 \\
&= - \int_0^l \left[ \delta \hat{w} (m^{(0)} \ddot{\hat{w}}) \right] d\hat{x}_1 \\
&= \int_{t_1}^{t_2} \delta K = - \int_{t_1}^{t_2} \int_0^l \left[ (m^{(0)} \ddot{\hat{w}}) \delta \hat{w} \right] d\hat{x}_1 dt
\end{aligned} \tag{3.41.a}$$

$$\begin{aligned}
\delta U &= \int_0^l \int_A \frac{1}{1+\nu} \sigma_{11} \left( -\hat{x}_3 \frac{\partial^2 \delta \hat{w}}{\partial \hat{x}_1^2} \right) dA d\hat{x}_1 \\
&= \int_0^l \frac{1}{1+\nu} \left( -M_{11}^{(1)} \frac{\partial^2 \delta \hat{w}}{\partial \hat{x}_1^2} \right) d\hat{x}_1 \\
&= \int_0^l \frac{1}{1+\nu} \left( + \frac{\partial M_{11}^{(1)}}{\partial \hat{x}_1} \frac{\partial \delta \hat{w}}{\partial \hat{x}_1} \right) d\hat{x}_1 + \frac{1}{1+\nu} \left( -M_{11}^{(1)} \frac{\partial \delta \hat{w}}{\partial \hat{x}_1} \right) \Bigg|_0^L \\
\delta U &= \int_0^l \frac{1}{1+\nu} \left( - \frac{\partial^2 M_{11}^{(1)}}{\partial \hat{x}_1^2} \delta \hat{w} \right) d\hat{x}_1 + \frac{1}{1+\nu} \left( -M_{11}^{(1)} \frac{\partial \delta \hat{w}}{\partial \hat{x}_1} + \frac{\partial M_{11}^{(1)}}{\partial \hat{x}_1} \delta \hat{w} \right) \Bigg|_0^L
\end{aligned} \tag{3.41.b}$$

$$\delta V = - \int_0^l \left( -\hat{k} \hat{w} \delta \hat{w} \right) d\hat{x}_1 \tag{3.41.c}$$

Birim kesitin kütlesi,  $m^{(0)}$  ile gösterilmiştir. Burada dış kuvvetler tarafından yapılan iş, Winkler temelindeki yayların yaptığı iştir. (3.41)'deki denklemlerin varyasyon ifadelerinin başındaki her bir türev kısmi integrasyon yapılarak taşınırsa  $\delta \hat{w}$ 'nin katsayıları hareket denklemlerini, kısmi integrasyon alınırken açığa çıkan sınır değer uygulamaları da sınır şartlarını vermektedir [47]. (3.41)'deki denklemler Genişletilmiş Hamilton prensibinde uygulanırsa,

$$\begin{aligned}
0 &= \int_{t_2}^{t_1} \int_0^l \left[ (m^{(0)} \ddot{\hat{w}}) \delta \hat{w} \right] d\hat{x}_1 dt \\
&+ \int_{t_2}^{t_1} \int_0^l \frac{1}{1+\nu} \left( -\frac{\partial^2 M_{11}^{(1)}}{\partial \hat{x}_1^2} \delta \hat{w} \right) d\hat{x}_1 dt \\
&+ \int_{t_2}^{t_1} \frac{1}{1+\nu} \left( -M_{11}^{(1)} \frac{\partial \delta \hat{w}}{\partial \hat{x}_1} + \frac{\partial M_{11}^{(1)}}{\partial \hat{x}_1} \delta \hat{w} \right) \Bigg|_0^L dt \\
&+ \int_{t_2}^{t_1} \int_0^l (\hat{k} \hat{w} \delta \hat{w}) d\hat{x}_1 dt
\end{aligned} \tag{3.42}$$

yukarıdaki denklem elde edilir. Bu denklemden de hareket denklemi ve sınır şartları ortaya çıkar. Hareket denklemi:

$$m^{(0)} \ddot{\hat{w}} - \frac{1}{1+\nu} \frac{\partial^2 M_{11}^{(1)}}{\partial \hat{x}_1^2} + \hat{k} \hat{w} = 0 \tag{3.43}$$

Sınır şartları:

$$\delta \hat{w} : \frac{1}{1+\nu} \frac{\partial M_{11}^{(1)}}{\partial \hat{x}_1} \tag{3.44.a}$$

$$\frac{\partial \delta w}{\partial x} = \frac{-M_{11}^{(1)}}{1+\nu} \tag{3.44.b}$$

Hareket denklemi ve sınır şartlarındaki ifadelerin ne olduğu aşağıda gösterilmiştir.

$$M_{11}^{(0)} = \int_A \sigma_{11} d\hat{A} = N \tag{3.45}$$

$$M_{11}^{(1)} = \int_A \sigma_{11} \hat{x}_3 d\hat{A} = M \tag{3.46}$$

$$(m^{(0)}, m^{(1)}, m^{(2)}) = \int_A \rho(1, \hat{x}_3, \hat{x}_3^2) d\hat{A} \tag{3.47}$$



Kirişin homojen, izotrop, elastik bir malzemeden meydana geldiği varsayılmıştır. Böylece aşağıdaki ifadeler elde edilmiştir [47].

$$m^{(0)} = \int_A \rho dA = \rho A \quad (3.48.a)$$

$$m^{(1)} = \int_A \rho x_3 dA = 0 \quad (3.48.b)$$

$$m^{(2)} = \int_A \rho x_3^2 dA = \rho I \quad (3.48.c)$$

$A$ , kirişin alanı ve  $I$  kirişin atalet momentidir. Lineer denklem elde edildiğinden  $A$  ve  $I$ 'nin kirişin yaptığı deplasman ile değişimi ihmal edilmiştir. Aşağıdaki ifadeler elde edilir.

$$M_{11}^{(0)} = N = \int_A \sigma_{11} dA = \int_A E \varepsilon_{11} dA = \int_A \frac{E}{1+\nu} \left( -\hat{x}_3 \frac{\partial^2 \hat{w}}{\partial \hat{x}_1^2} \right) dA = 0 \quad (3.49.a)$$

$$M_{11}^{(1)} = M = \int_A \sigma_{11} \hat{x}_3 dA = \int_A \frac{E}{1+\nu} \hat{x}_3 \left( -\hat{x}_3 \frac{\partial^2 \hat{w}}{\partial \hat{x}_1^2} \right) dA = -\frac{EI}{1+\nu} \left( \frac{\partial^2 \hat{w}}{\partial \hat{x}_1^2} \right) \quad (3.49.b)$$

$M_{11}^{(0)}$ , kirişteki aksenal kuvveti,  $M_{11}^{(1)}$  ise aynı kirişteki eğilme momentini göstermektedir. Yukarıda elde edilen bu ifadeler, denklemler (3.43) ve (3.44)'de yerine konulursa hareket denklemleri ve sınır şartları deplasman biçiminde yazılmış olur.

Hareket denklemi:

$$\rho A \ddot{\hat{w}} + \frac{EI}{(1+\nu)^2} \frac{\partial^2}{\partial \hat{x}_1^2} \left( \frac{\partial^2 \hat{w}}{\partial \hat{x}_1^2} \right) + k \hat{w} = 0 \quad (3.50)$$

Sınır şartları:

$$\delta \hat{w} : -\frac{EI}{(1+\nu)^2} \frac{\partial}{\partial \hat{x}_1} \left( \frac{\partial^2 \hat{w}}{\partial \hat{x}_1^2} \right) \quad (3.51.a)$$

$$\frac{\partial \delta w}{\partial x} : \frac{EI}{(1+\nu)^2} \left( \frac{\partial^2 \hat{w}}{\partial \hat{x}_1^2} \right) \quad (3.51.b)$$

Eğilme momenti ( $M_{11}^{(1)}$ ), Hooke kanununda yerine konulursa, literatürde bilinen 3.55'deki eğilme gerilmesi formülü elde edilir.

$$-\frac{\partial^2 \hat{w}}{\partial \hat{x}_1^2} = \frac{M(1+\nu)}{EI} \quad (3.52)$$

$$\sigma_{11} = E \varepsilon_{11} \quad (3.53)$$

$$\sigma_{11} = \frac{E}{(1+\nu)} \left[ \frac{M(1+\nu)}{EI} x_3 \right] \quad (3.54)$$

$$\sigma_{11} = \frac{M}{I} x_3 \quad (3.55)$$

Poisson oranı ilave edilmiş denkleme göre basit-basit mesnet şartına sahip bir kirişin maksimum momentinin değeri aşağıdaki gibi olmaktadır.

$$M_{\max} = (1+\nu) \frac{qL^2}{8} \quad (3.56)$$

Denklem 3.56'da basit basit mesnet şartı için maksimum momentin büyüdüğü görülmektedir. Bunun nedeni denklem 3.49.b'de eğilme rijitliğinin  $\frac{1}{1+\nu}$  ile çarpılarak küçülmesidir.

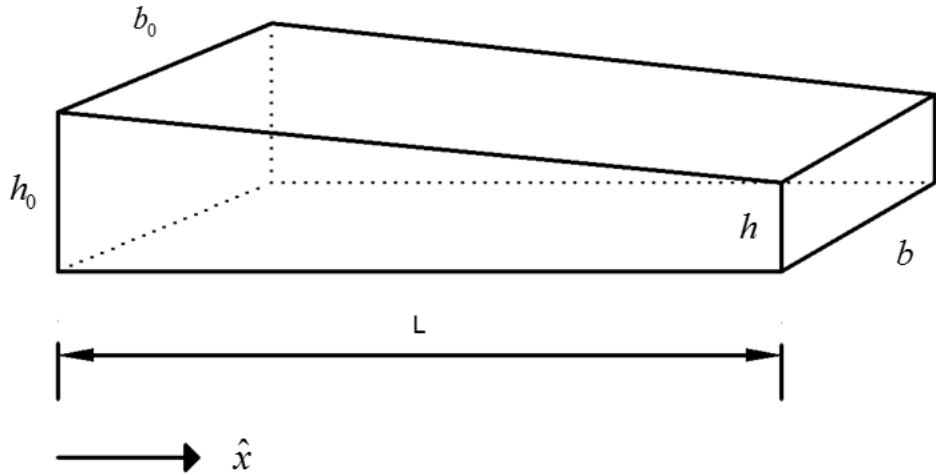
### 3.3. Boyutsuzlaştırma

Boyutsuzlaştırma 2 nedenle yapılmaktadır. Birinci neden, malzeme özelliklerine ve geometriye bağlı kalmadan evrensel sonuçlara ulaşmaktır. Bu araştırmacılara buldukları sonuçları her türlü kirişte deneme imkanı vermektedir. İkinci neden ise denklemleri ve sınır şartlarını daha yalın bir şekilde elde etmek içindir. Aşağıda hareket denkleminin bağımlı ve bağımsız değişkenlerin boyutsuz halleri yazılmıştır [47].

$$x = \frac{\hat{x}}{L}, \quad w = \frac{\hat{w}}{L}, \quad t = \hat{t} \sqrt{\frac{EI_0}{\rho A_0 L^4}}, \quad A(x) = \frac{\hat{A}(x)}{A_0(x)}, \quad I(x) = \frac{\hat{I}(x)}{I_0(x)}, \quad k(x) = \frac{\hat{k}(x)L^4}{EI_0} \quad (3.57)$$

Yukarıdaki boyutsuz ifadeler (3.50)'deki hareket denkleminde yerine konular ve gerekli işlemler yapılırsa aşağıdaki boyutsuz denklem elde edilir.

$$A(x_1) \frac{\partial^2}{\partial t^2} w + \frac{I(x_1)}{(1+\nu)^2} \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x_1^2} \right) + k(x_1) w = 0 \quad (3.58)$$



Şekil 3.5. Galerkin çözümünde analizi yapılan değişken kesitli kiriş

Galerkin yöntemini diğer metotların yanında uygulaması nispeten daha kolaydır. Bu nedenle standart kirişe göre yapılacak olan işlemlerin daha zor olacağı bilinmesine rağmen sıkıntı olmayacağı düşünülerek kiriş kesiti değişken kesit olarak alınmıştır. Kiriş modeli değişken bir kesit alana ve atalet momentine sahiptir.  $c_h$  kiriş yüksekliğini ve  $c_b$  ise kiriş genişliğini gösteren bir orandır. Kirişin uzunluğu ile genişliğinin ve yüksekliğinin değişimini ifade eden katsayılar ise  $m$  ve  $n$  ile gösterilmiş. Ve aşağıda yazılmıştır.

$$A_0 = b_0 h_0 \quad (3.59.a)$$

$$I_0 = \frac{b_0 h_0^3}{12} \quad (3.59.b)$$

$$c_b = 1 - \frac{b}{b_0} \quad (3.59.c)$$

$$c_h = 1 - \frac{h}{h_0} \quad (3.59.d)$$

$$b(x_1) = b_0 \left(1 - c_b \frac{\hat{x}_1}{L}\right)^m \quad (3.59.e)$$

$$h(x_1) = h_0 \left(1 - c_h \frac{\hat{x}_1}{L}\right)^n \quad (3.59.f)$$

Boyutsuzlaştırmalar yapıldıktan sonra kirişin alan ve atalet momenti aşağıdaki gibi elde edilir.

$$A(x_1) = \frac{b_0 \left(1 - c_b \frac{Lx_1}{L}\right)^m h_0 \left(1 - c_h \frac{Lx_1}{L}\right)^n}{b_0 h_0} \quad (3.60)$$

$$A(x_1) = (1 - c_b x_1)^m (1 - c_h x_1)^n \quad (3.61)$$

$$I(x_1) = \frac{b_0 \left(1 - c_b \frac{Lx_1}{L}\right)^m h_0^3 \left(1 - c_h \frac{Lx_1}{L}\right)^{3n}}{12} \frac{12}{b_0 h_0^3} \quad (3.62)$$

$$I(x_1) = (1 - c_b x_1)^m (1 - c_h x_1)^{3n} \quad (3.63)$$

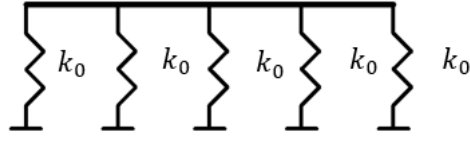


## 4. BÖLÜM HAREKET DENKLEMLERİNİN GALERKİN METODU İLE ÇÖZÜMÜ

### 4.1. Homojen Winkler Zemin Modeli

Zemin homojen ve sabit bir yay katsayısı ile modellenmiştir.

$$k = k_0 \quad (4.64)$$



Şekil 4.1. Homojen Winkler zemin modeli

### 4.2. Değişken Winkler Zemin Modeli

Yay katsayısının değeri kiriş boyunca değişmektedir. Yay katsayısının büyüklüğüne ve seçilen denklem formuna göre kirişin davranışı değişiklik göstermektedir.

$$k = k_0 \left( 4(1-\gamma) \left( \left( \frac{\hat{x}_1^2}{L^2} - \frac{\hat{x}_1}{L} \right) + 1 \right) \right) \quad (4.65)$$

$\gamma$ , zemin özellikleriyle değişen bir katsayıdır [7]. Farklı  $\gamma$  değerleri için yay katsayısının kirişin doğal frekansı üzerindeki etkisi şekil 4.6. ile 4.13. arasındaki grafiklerde gösterilmiştir.

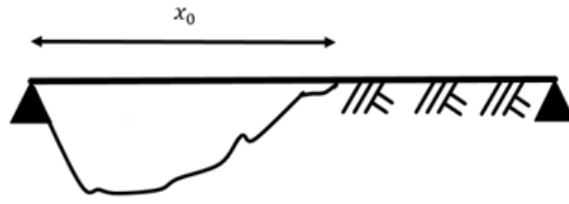
### 4.3. Kısmi Winkler Zemin Modeli

Kirişin bir bölümünün altında zemin bulunurken, öteki bölümünün zemine oturmadığı kademeli zemin modelidir.

$$k = k_0 H(x_1 - x_0) \quad (4.66)$$

Kirişin, Winkler temeli üzerine oturmayan kısmının uzunluğu  $x_0$  ile ifade edilmiştir.  $H$ , birim basamak fonksiyonudur. Ve aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır.

$$H(x_1 - x_0) = \begin{cases} 0 & x_1 < x_0 \\ 1 & x_1 \geq x_0 \end{cases} \quad (4.67)$$

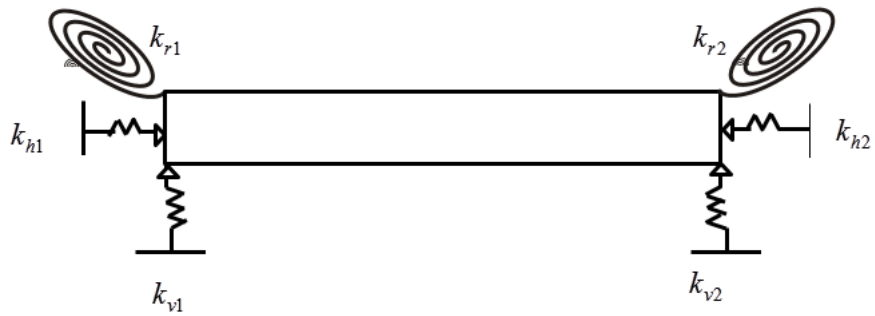


Kirişin zemin üzerine oturmayan kısmı

Şekil 4.2. Kısmi Winkler zemin modeli

#### 4.4. Galerkin Yöntemi

Galerkin sonlu elemanların bir çeşididir. Kirişi parça parça elemanlara ayırmayıp, sınır şartlarını karşılayan bir fonksiyon belirlenmesi esasına dayanır. Polinom veya trigonometrik formda fonksiyonlar tercih edilebilir. Ancak genellikle trigonometrik fonksiyonlar seçilmektedir.



Şekil 4.3. Mesnetli kirişin yaylarla gösterimi

Yaylı mesnet kullanılmasının nedeni tüm mesnet şartlarını sağlamak içindir. Yay katsayıları değiştirilerek istenilen mesnet şartları elde edilmektedir. Şekil 4.3.'de  $k_{r1}$  sol dönen yay katsayısı,  $k_{r2}$  sağ dönen yay katsayısı,  $k_{v1}$  sol düşey yay katsayısı,  $k_{v2}$  sağ düşey yay katsayısı,  $k_{h1}$  sol yatay yay katsayısı ve  $k_{h2}$  sağ yatay yay katsayısıdır.  $k_{r1} = k_{r2} = 0$ ,  $k_{v1} = k_{v2} = 100000$  ve  $k_{h1} = k_{h2} = 0$  alınarak basit - basit mesnet şartı için çözüm yapılmıştır. Galerkin yöntemi için, sınır şartlarını karşılayacak şekil fonksiyonuna ihtiyaç bulunmaktadır. Hareket denkleminde  $w$ ,  $x_3$  yönünde ve 4. mertebeden bir denklemdir. Dördüncü mertebeden lineer sabit katsayılı homojen en yalın bir diferansiyel denklem:

$$X^{IV} - \mu^4 X = 0 \quad (4.68)$$

şeklinde verilmiştir. Karakteristik denklem :

$$r^4 - \mu^4 = 0 \rightarrow r^2 = \pm \mu^2 \rightarrow r_{1,2} = \pm \mu$$

$$r_{3,4} = \pm i\mu \quad (4.69)$$

$$X = \alpha_1 e^{\mu x} + \alpha_2 e^{-\mu x} + \alpha_3 \cos \mu x + \alpha_4 \sin \mu x \quad (4.70)$$

$$X = \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} e^{\mu x} + \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2} e^{-\mu x} + \frac{\alpha_2 + \alpha_1}{2} e^{-\mu x} + \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2} e^{-\mu x} + \alpha_3 \cos \mu x + \alpha_4 \sin \mu x \quad (4.71)$$

$$X = (\alpha_1 + \alpha_2) \frac{1}{2} (e^{\mu x} + e^{-\mu x}) + (\alpha_1 - \alpha_2) \frac{1}{2} (e^{\mu x} - e^{-\mu x}) + \alpha_3 \cos \mu x + \alpha_4 \sin \mu x \quad (4.72)$$

$$X = c_3 \cosh \mu x + c_4 \sinh \mu x + c_1 \cos \mu x + c_2 \sin \mu x \quad (4.73)$$

Analitik çözümü :

$$X = c_1 \cos \mu x + c_2 \sin \mu x + c_3 \cosh \mu x + c_4 \sinh \mu x \quad (4.74)$$



Elde edilen  $X$  şekil fonksiyonudur. Şekil 4.3'ün sınır şartları:

$$X = 0 \text{ için} \quad X''' - k_{v1}X = 0, \quad X'' + k_{r1}X' = 0$$

$$X = L \text{ için} \quad X''' + k_{v2}X = 0, \quad X'' - k_{r2}X' = 0$$

yukarıda verilmiştir. Burada  $X$ 'in birinci türevi dönmeye,  $X$ 'in ikinci türevi momente,  $X$ 'in üçüncü türevi ise kesme kuvvetine karşılık gelmektedir.  $L=1$ 'dir. Sınır şartlarında  $X$  yerine yazılırsa;

$$\begin{bmatrix} -k_{v1} & -\mu^3 & -k_{r1} & \mu^3 \\ -\mu^2 & k_{r1}\mu & \mu^2 & k_{r1}\mu \\ \mu^3 \sin(\mu) + k_{v2} \cos(\mu) & -\mu^3 \cos(\mu) + k_{v2} \sin(\mu) & \mu^3 \sinh(\mu) + k_{v2} \cosh(\mu) & \mu^3 \cosh(\mu) + k_{v2} \sin(\mu) \\ k_{r2} \sin(\mu)\mu - \mu^2 \cos(\mu) & -\mu^2 \sin(\mu) - k_{r2} \cos(\mu)\mu & -k_{r2} \sinh(\mu)\mu + \mu^2 \cosh(\mu) & \mu^2 \sinh(\mu) - k_{r2} \cos(\mu)\mu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.75)$$

yukarıdaki matris elde edilir. Basit çözümden farklı bir çözüm bulmak için katsayılar matrisinin determinantını sıfıra eşitleyerek  $\mu$ 'lere ulaşılır.  $\mu$  elde etmede sınır bulunmamaktadır. Yapılan bu çalışmada kesim sayısı kadar  $\mu$  bulunmuştur. Burada  $\mu$ 'ler, basit – basit mesnet şartına sahip kiriş için frekans denkleminin kökleridir. Ve  $\mu_n = n\pi$ 'dir.  $\mu_1 = 3.1419$  ve  $\mu_2 = 6.2856$  bulunmuştur.  $\mu$  değerleri yerine yazıldıktan sonra denklem sistemi çözülerek kesim sayısı kadar  $X(x_1)$ 'e ulaşılır. Yapılan bu çalışmadaki denklem lineer, ve zaman ile değişimi harmoniktir. Bilinmeyen yer değiştirme ifadesi yerine denklemini sağlayacak yaklaşık çözüm kabulü yapılır.

$$w(x_1, t) \cong \sum_{j=1}^N X_j(x_1) q_j e^{i\omega t} \quad (4.76)$$

Çözüm kabulünde tam çözüme ulaşmak için kirişi sonsuz kez kesmek gerekmektedir. Tabi ki bu mümkün olamamaktadır. Kirişte  $N=2$  kesim sayısı uygulanmıştır. Bu yaklaşık çözüm denklemde yerine konulursa denklemini yüzde yüz karşılamaz. Sonucunda  $R(x_1, t)$ , hata fonksiyonu meydana gelir.

$$R = \sum_{j=1}^N -A(x_1) X_j(x_1) q_j e^{i\omega t} \omega^2 + \frac{I(x_1)}{(1+\nu)^2} \left( \sum_{j=1}^N X_j(x_1) q_j e^{i\omega t} \right)^{iv} + k(x_1) \sum_{j=1}^N X_j(x_1) q_j e^{i\omega t} \quad (4.77)$$

Homojen Winkler zemin modeli:

$$R_H = \sum_{j=1}^N -A(x_1) X_j(x_1) q_j e^{i\omega t} \omega^2 + \frac{I(x_1)}{(1+\nu)^2} \left( \sum_{j=1}^N X_j(x_1) q_j e^{i\omega t} \right)^{iv} + k_0 \sum_{j=1}^N X_j(x_1) q_j e^{i\omega t} \quad (4.78)$$

Değişken Winkler zemin modeli:

$$R_D = \sum_{j=1}^N -A(x_1) X_j(x_1) q_j e^{i\omega t} \omega^2 + \frac{I(x_1)}{(1+\nu)^2} \left( \sum_{j=1}^N X_j(x_1) q_j e^{i\omega t} \right)^{iv} + k_0 (4(1-\gamma)(x_1^2 - x_1) + 1) \sum_{j=1}^N X_j(x_1) q_j e^{i\omega t} \quad (4.79)$$

Kısmi Winkler zemin modeli :

$$R_K = \sum_{j=1}^N -A(x_1) X_j(x_1) q_j e^{i\omega t} \omega^2 + \frac{I(x_1)}{(1+\nu)^2} \left( \sum_{j=1}^N X_j(x_1) q_j e^{i\omega t} \right)^{iv} + k_0 H(x_1 - x_0) \sum_{j=1}^N X_j(x_1) q_j e^{i\omega t} \quad (4.80)$$

Çözüm kabulündeki keyfi sabitleri ( $q_j$ ), bulmak için hata fonksiyonu,  $X_j(x_1)$  ile çarpılarak tanım aralığında integrali alınır.

$$\int_0^1 R(x_1, t) X_j(x_1) dx_1 = 0 \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (4.81)$$

Yukarıdaki işlem sonucunda elde edilen denklemlerin oluşturduğu matrisin çözümünden kirişin birinci ve ikinci doğal frekans değerleri bulunmuştur. Tek hareket denklemi olduğundan kirişi kaç parçaya ayırıyorsak o kadar denklem ortaya çıkmış ve yay katsayısı arttırılarak, bu katsayının her bir değeri için kirişin doğal frekans değerleri bulunmuştur. Herhangi bir zemin ile etkileşim içerisinde

bulunmayan basit basit mesnet şartına sahip bir kirişin doğal frekans değeri  $\pi^2$  olarak bilinmektedir. Poisson oranı eklenmiş yeni modelde yay katsayısının sıfır değeri için denkleminiz şu hali almaktadır.

$$\rho A \ddot{\hat{w}} + \frac{EI}{(1+\nu)^2} \frac{\partial^2}{\partial \hat{x}_1^2} \left( \frac{\partial^2 \hat{w}}{\partial \hat{x}_1^2} \right) = 0 \quad (4.82)$$

Yukarıdaki denklemde  $\hat{w} = X(x_1) e^{i\omega t}$  yazılıp gerekli işlemler yapılırsa;

$$-\rho A X(x_1) \omega^2 e^{i\omega t} + \frac{EI}{(1+\nu)^2} X^{IV}(x_1) e^{i\omega t} = 0 \quad (4.83.a)$$

$$\frac{EI}{\rho A (1+\nu)^2} \frac{X^{IV}(x_1)}{X(x_1)} = \omega^2 \quad (4.83.b)$$

$$X^{IV}(x_1) - X(x_1) \frac{\rho A (1+\nu)^2}{EI} \omega^2 = 0 \quad (4.83.c)$$

Denklem 4.83.c'de,  $\frac{\rho A (1+\nu)^2}{EI} \omega^2 = \mu^4$  yazılır. Basit basit mesnet şartına

sahip kiriş için,  $\mu = \frac{n\pi}{L}$  'dir. Gerekli işlemler yapılırsa;

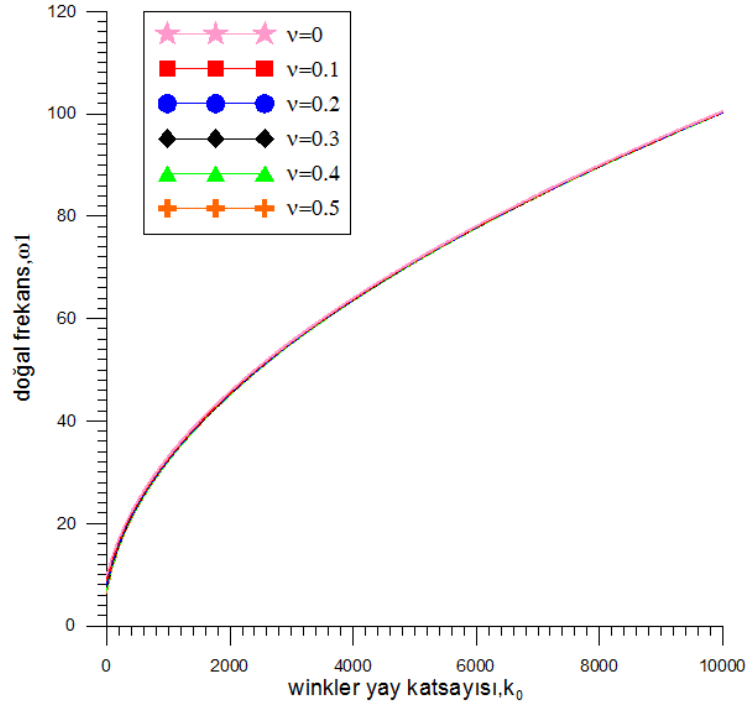
$$\mu^4 = \frac{n^4 \pi^4}{L^4} = \frac{\rho A (1+\nu)^2}{EI} \omega^2 \quad (4.84.a)$$

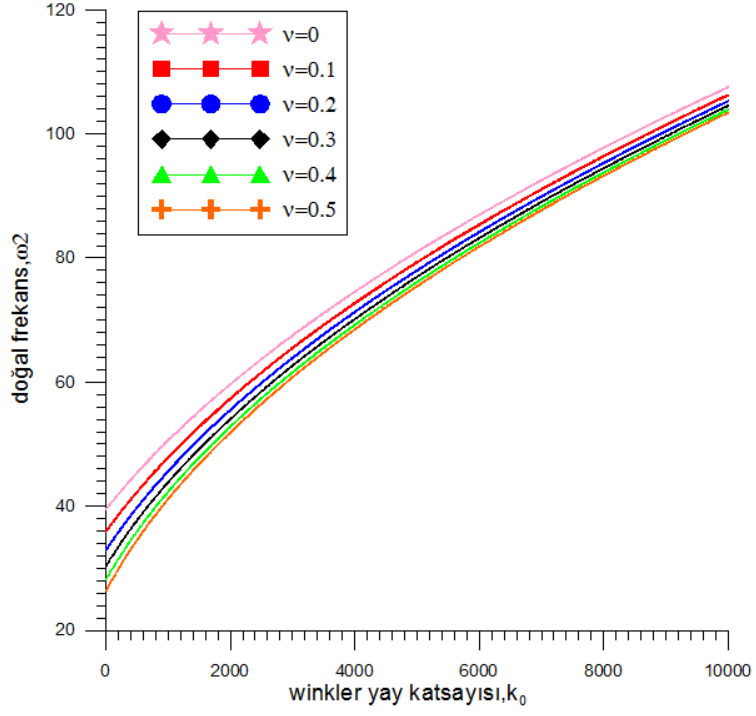
$$\omega = \sqrt{\frac{EI}{\rho A L^4 (1+\nu)}} \frac{n^2 \pi^2}{L^2} = \omega \quad (4.84.b)$$

Böylece Poisson oranı eklenmiş yeni modelde yay katsayısının sıfır değeri için kirişin doğal frekans değeri  $\frac{\pi^2}{1+\nu}$  elde edilir.

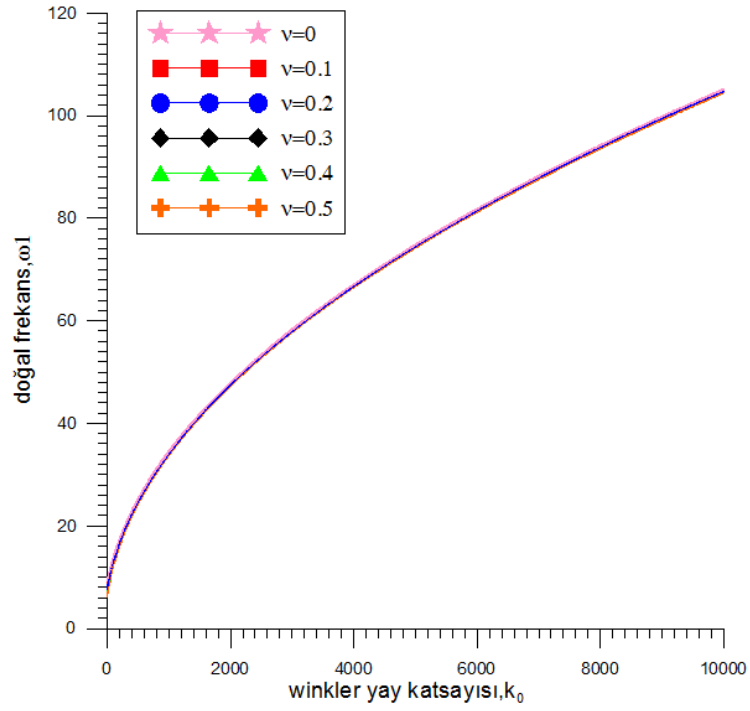
#### 4.5. Sayısal Sonuçlar

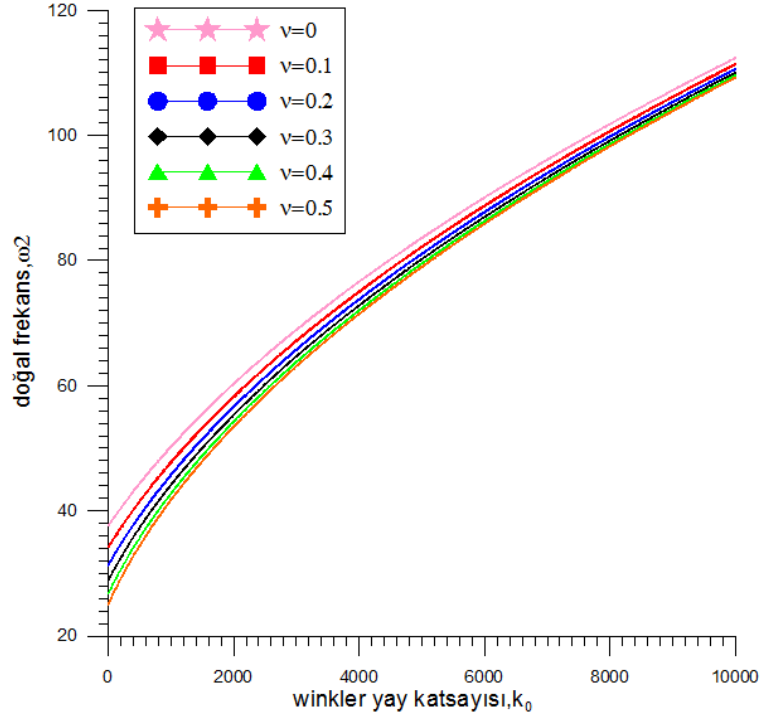
Mevcut çalışmada iki farklı grafik elde edilmiştir. İlk elde edilen grafiklerde yatay eksen Winkler yay katsayısının değerini, dikey eksen ise birinci ve ikinci doğal frekans değerlerini göstermektedir. Üzerinde çalışılan üç zemin durumunda, farklı parametreler için yay katsayısının kirişin doğal frekansı üzerindeki etkisi gösterilmiştir. İkinci elde edilen grafiklerde yatay eksen zamanı, dikey eksen ise deplasmanı göstermektedir. Üç zemin durumunda, farklı parametreler için kirişin orta noktasındaki deplasmanın zamanla değişimi grafikler aracılığıyla gösterilmiştir.





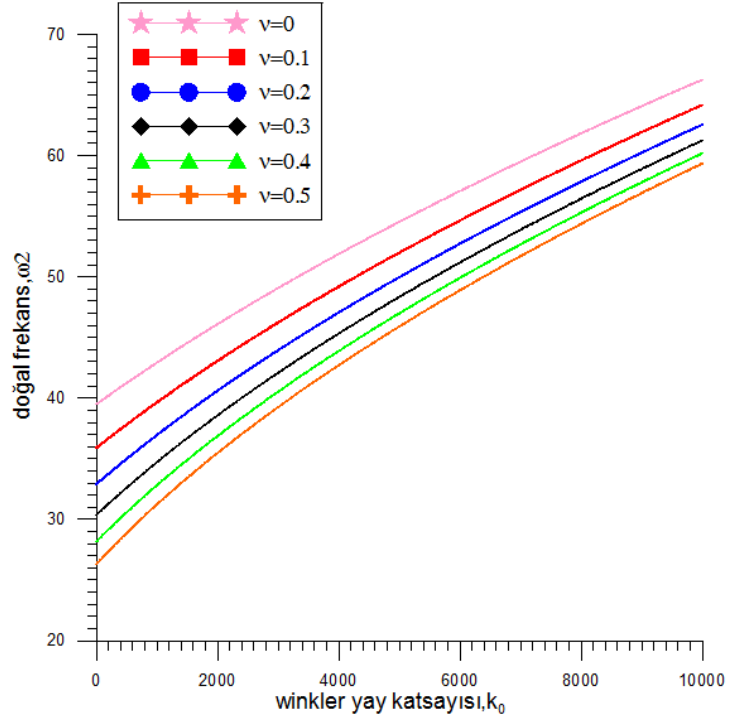
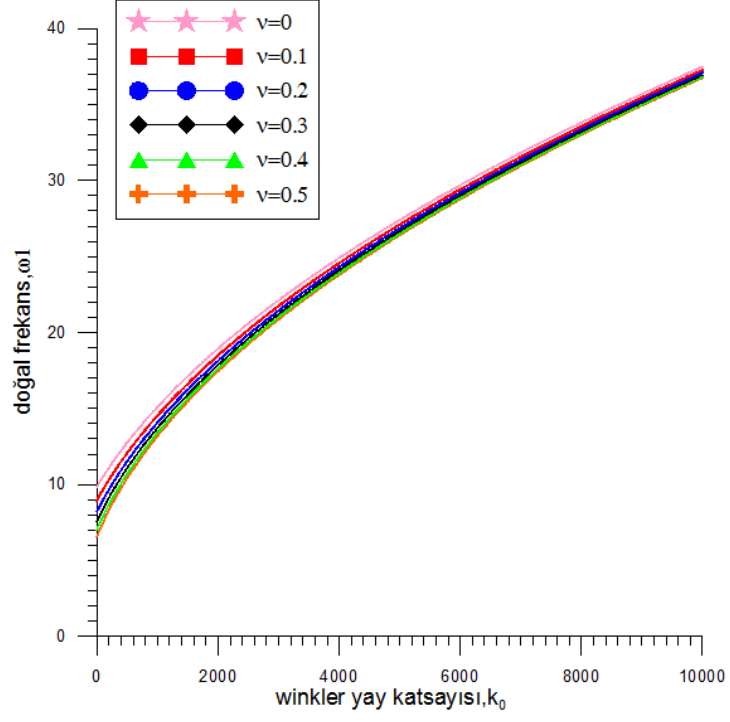
**Şekil 4.4.** Farklı  $\nu$  değerleri için yay katsayısının kirişin doğal frekansı üzerindeki etkisi ( Homojen Winkler zemin modeli,  $m = 0$ ,  $n = 0$  )



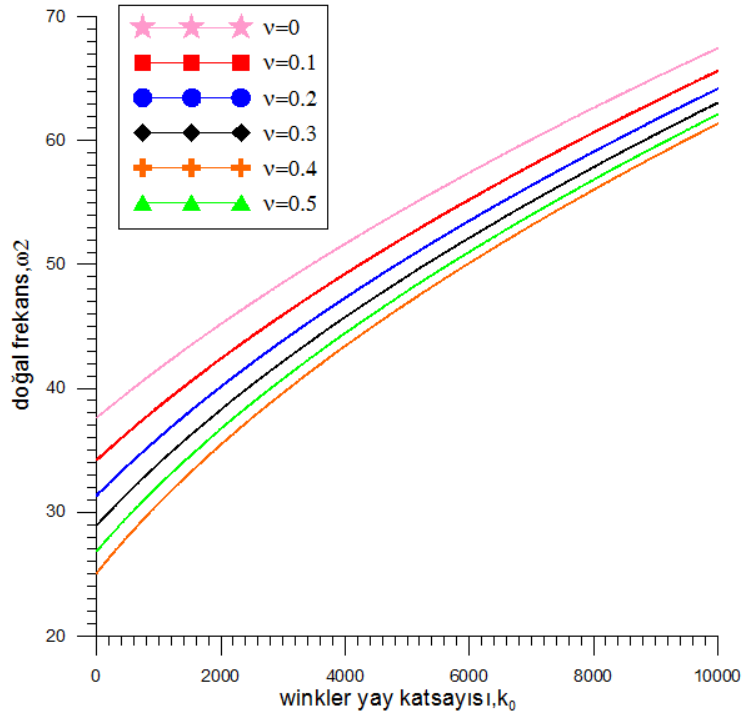
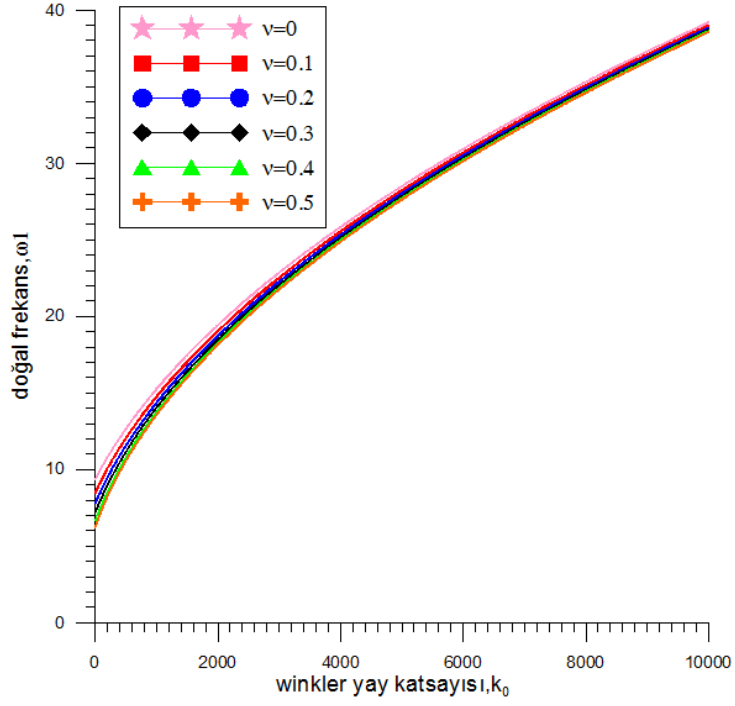


**Şekil 4.5.** Farklı  $\nu$  değerleri için yay katsayısının kirişin doğal frekansı üzerindeki etkisi ( Homojen Winkler zemin modeli,  $m=1$ ,  $n=1$ ,  $c_b=0.1$ ,  $c_h=0.1$  )

Basit basit mesnet şartına sahip bir kirişin, 1. doğal frekans değeri  $\pi^2$ , 2. doğal frekans değeri ise  $4\pi^2$ 'dir. Şekil 4.4.'de üniform kesitli bir kirişte Poisson oranı ve yay katsayısının değeri sıfır için, yani klasik Euler Bernoulli kirişinde, kirişin 1. doğal frekans değeri 9,8715530, 2. doğal frekans değeri ise 39.509593 bulunmuştur. Poisson oranı 0.2 ve yay katsayısının sıfır değeri için 1. doğal frekans değeri 8.2262941 ve 2. doğal frekans değeri 32.924661 elde edilmiştir. Poisson oranı arttıkça kirişin doğal frekans değerleri küçülmektedir. Dolayısıyla periyodu büyümekte, rijitliği azalmaktadır. Şekil 4.5.'de ise kiriş değişken kesitli olduğundan dolayı, genişliği ve yüksekliğindeki değişimler dikkate alınmıştır.  $m$  ve  $n$  arttırılarak kiriş küçülmüş, daha büyük doğal frekans değerleri elde edilmiştir.

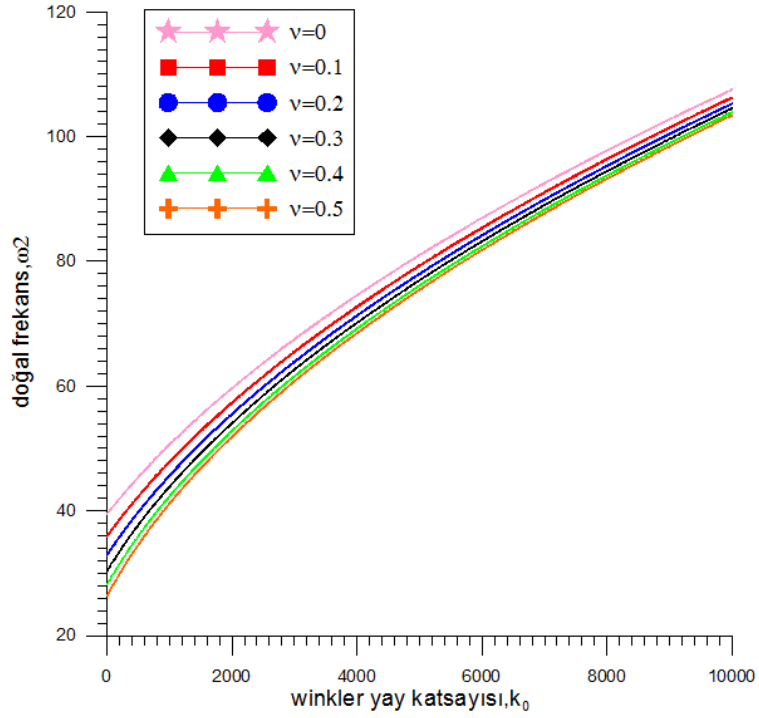
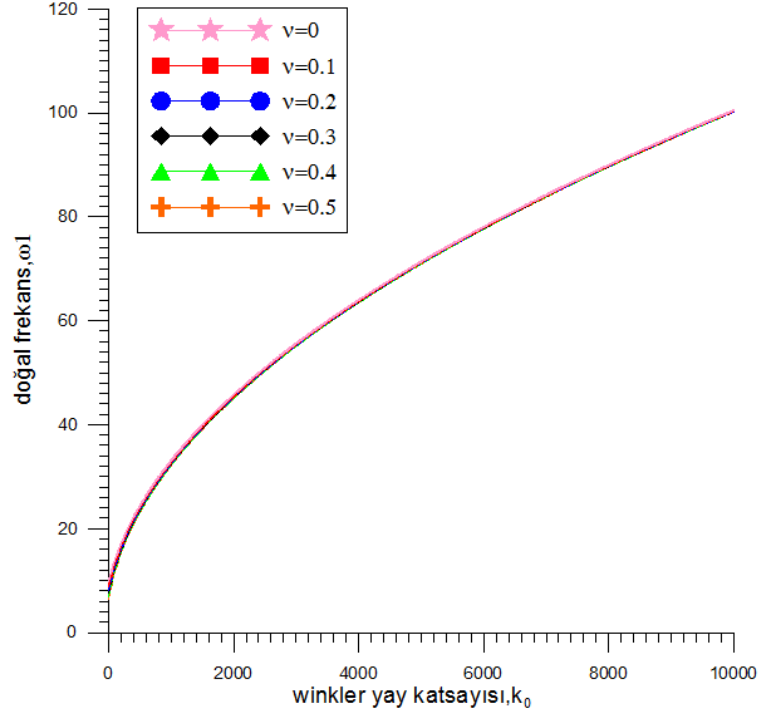


Şekil 4.6. Farklı  $\nu$  değerleri için yay katsayısının kirişin doğal frekansı üzerindeki etkisi ( Değişken Winkler zemin modeli,  $\gamma = 0$ ,  $m = 0$ ,  $n = 0$  )

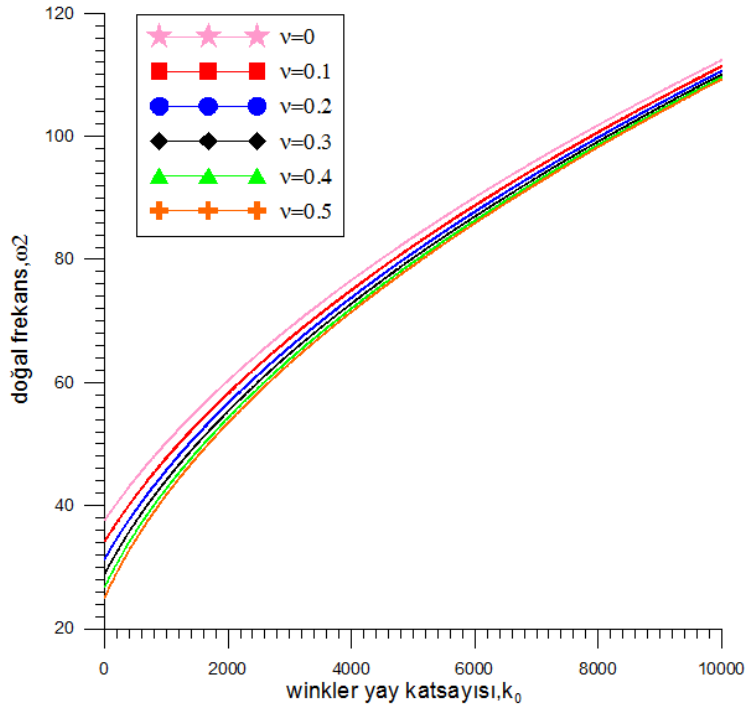
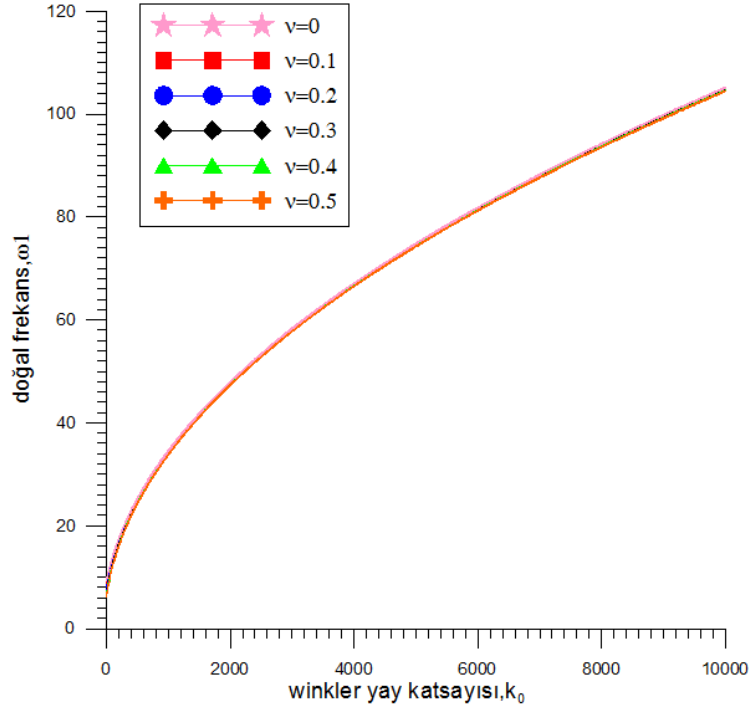


Şekil 4.7. Farklı  $\nu$  değerleri için yay katsayısının kirişin doğal frekansı üzerindeki etkisi ( Değişken Winkler zemin modeli,  $\gamma = 0$ ,  $m = 1$ ,  $n = 1$ ,  $c_b = 0.1$ ,  $c_h = 0.1$  )

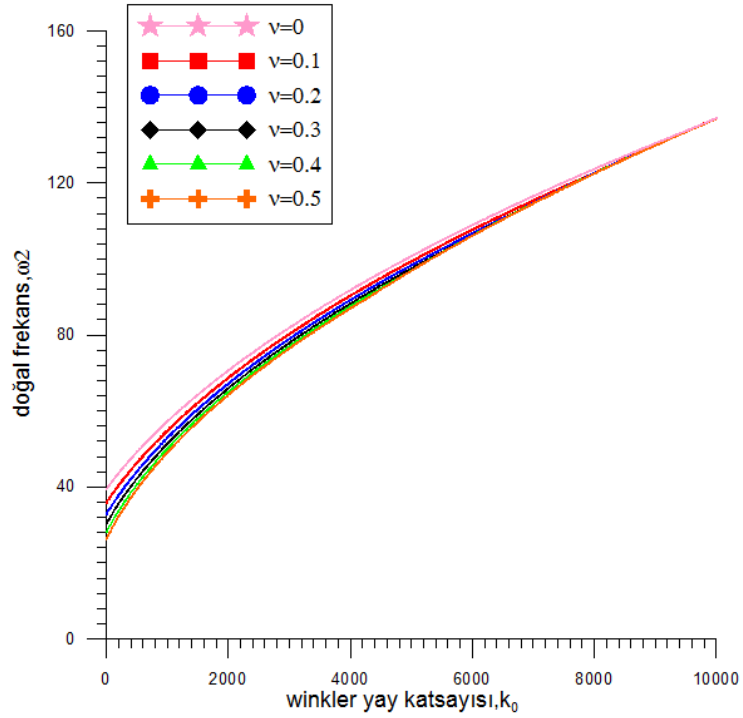
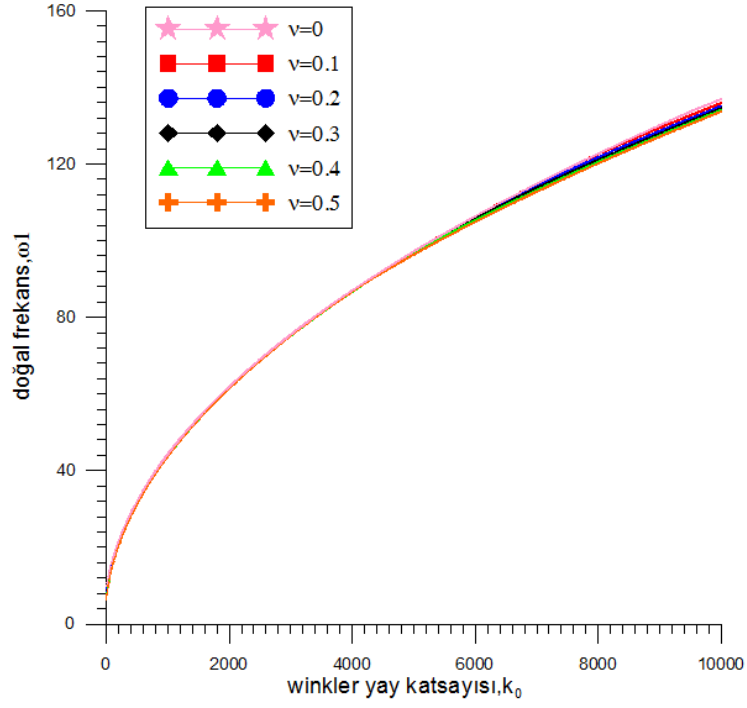




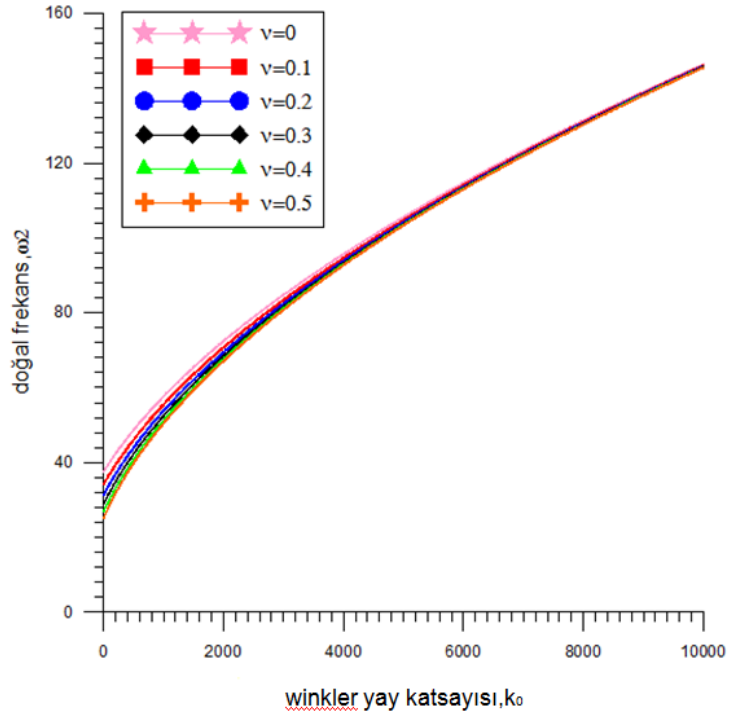
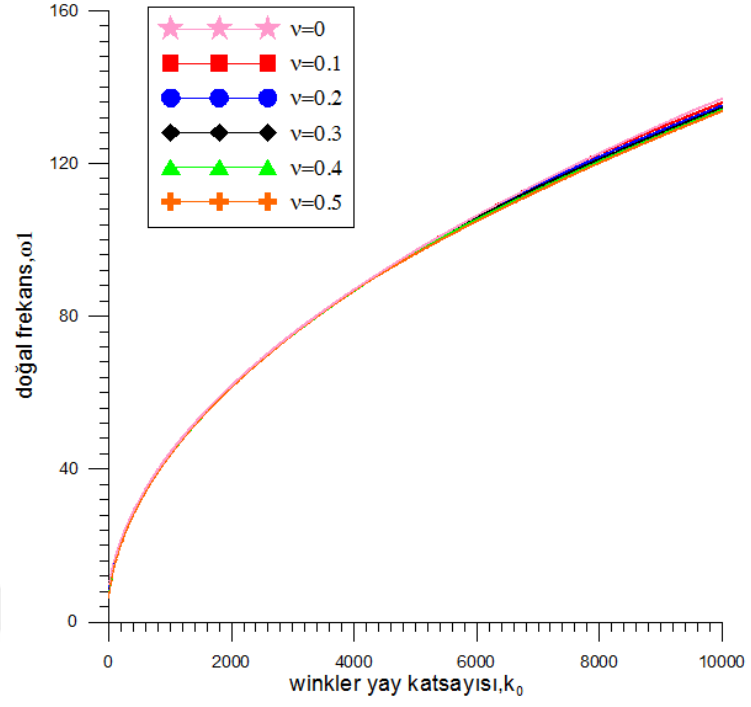
**Şekil 4.8.** Farklı  $\nu$  değerleri için yay katsayısının kirişin doğal frekansı üzerindeki etkisi ( Değişken Winkler zemin modeli,  $\gamma = 1$ ,  $m = 0$ ,  $n = 0$  )



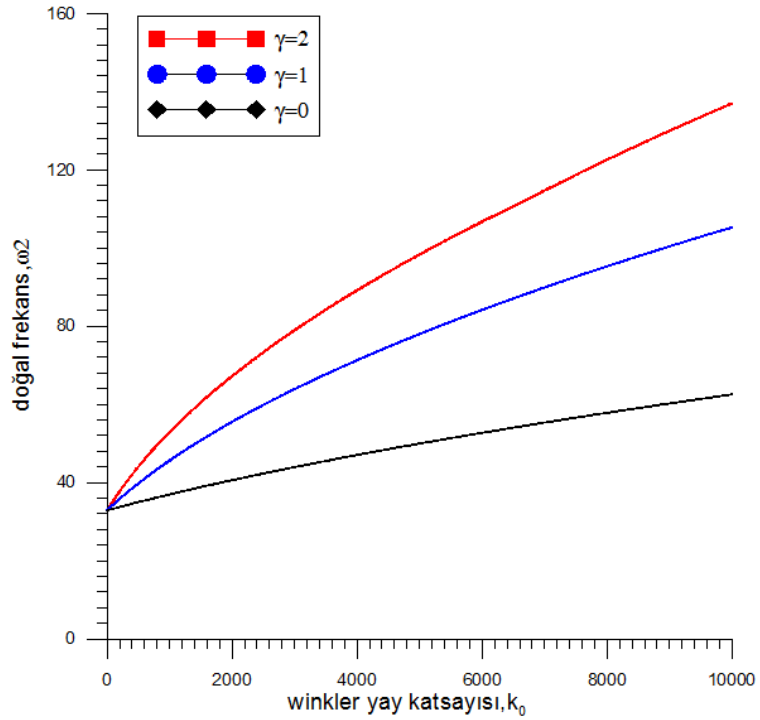
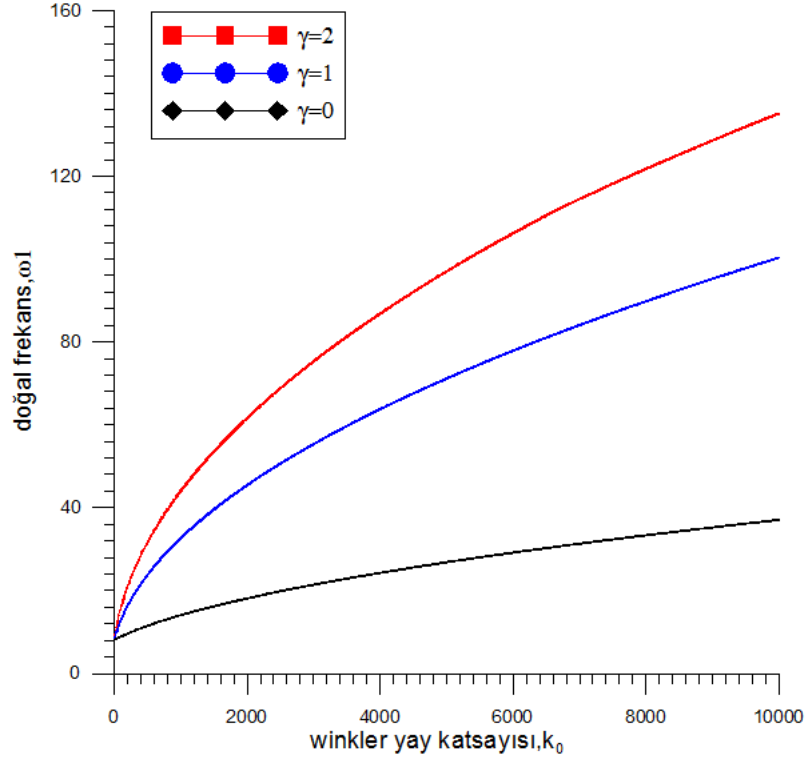
**Şekil 4.9.** Farklı  $\nu$  değerleri için yay katsayısının kirişin doğal frekansı üzerindeki etkisi ( Değişken Winkler zemin modeli,  $\gamma = 1$ ,  $m = 1$ ,  $n = 1$ ,  $c_b = 0.1$ ,  $c_h = 0.1$ )



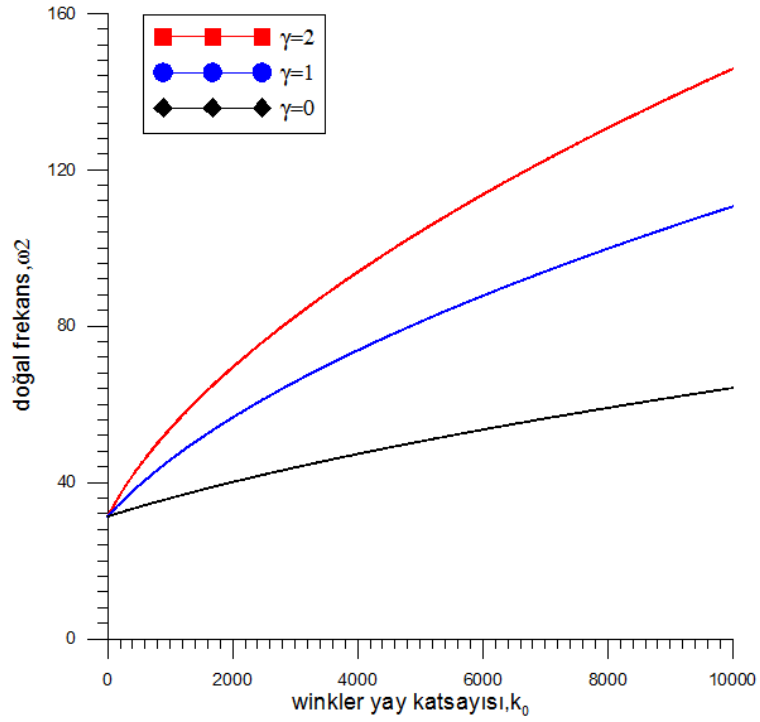
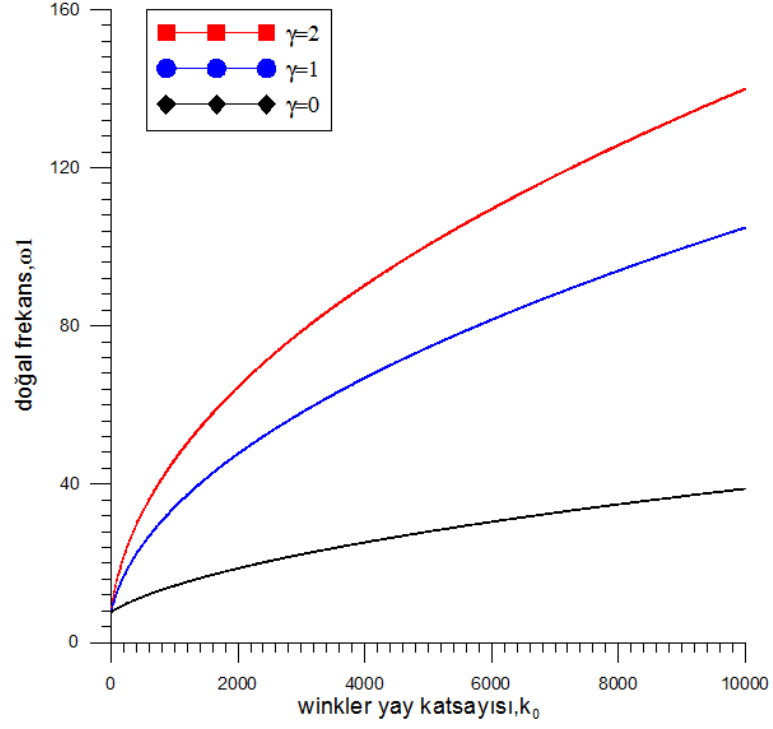
**Şekil 4.10.** Farklı  $\nu$  değerleri için yay katsayısının kirişin doğal frekansı üzerindeki etkisi ( Değişken Winkler zemin modeli,  $\gamma = 2$ ,  $m = 0$ ,  $n = 0$  )



**Şekil 4.11.** Farklı  $\nu$  değerleri için yay katsayısının kirişin doğal frekansı üzerindeki etkisi ( Değişken Winkler zemin modeli,  $\gamma = 2$ ,  $m = 1$ ,  $n = 1$ ,  $c_b = 0.1$ ,  $c_h = 0.1$  )

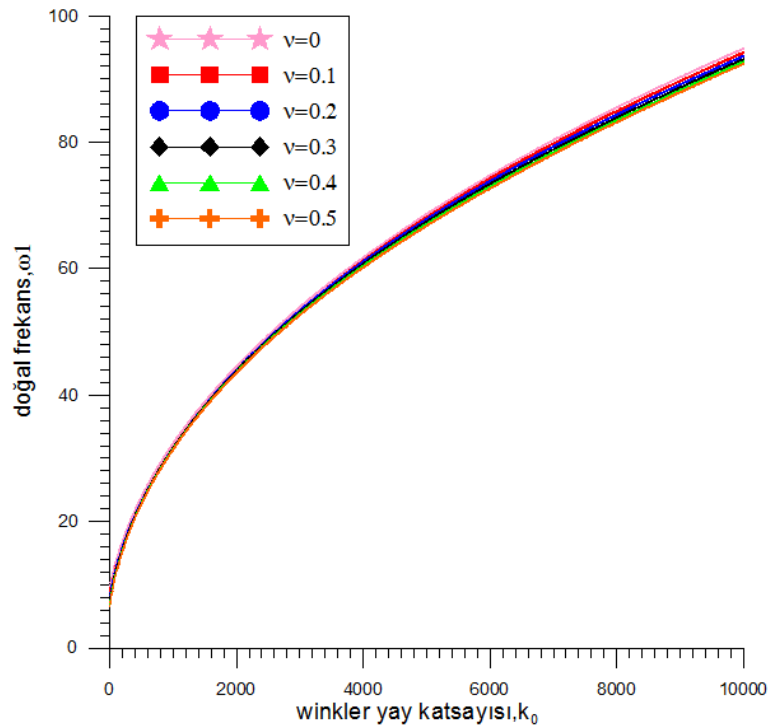


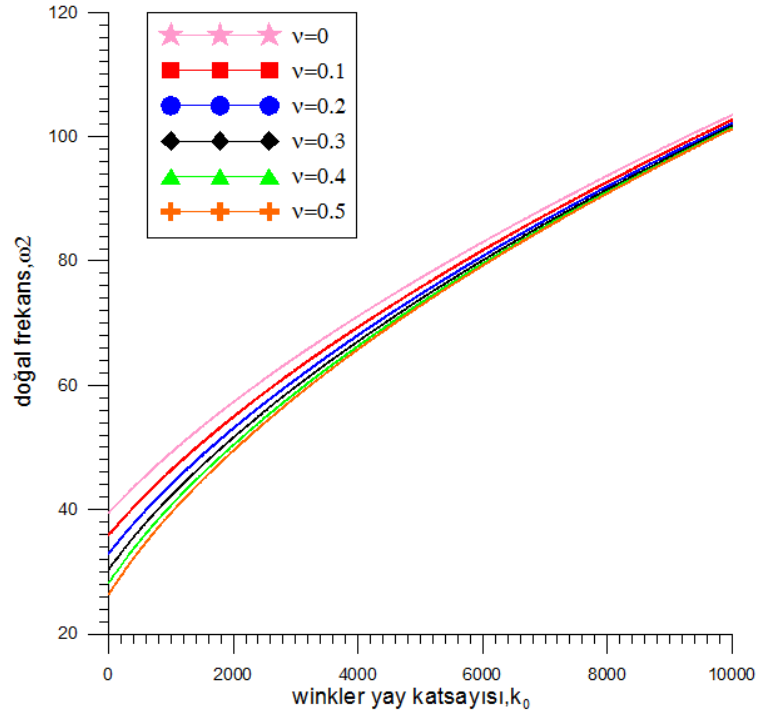
Şekil 4.12. Farklı  $\gamma$  değerleri için yay katsayısının kirişin doğal frekansı üzerindeki etkisi ( Değişken Winkler zemin modeli,  $\nu = 0.2$ ,  $m = 0$ ,  $n = 0$  )



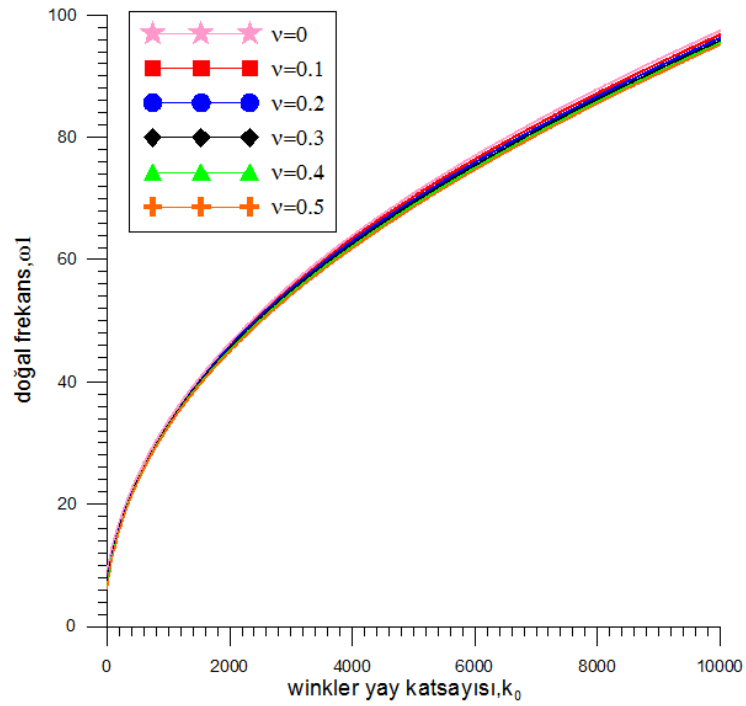
**Şekil 4.13.** Farklı  $\gamma$  değerleri için yay katsayısının kirişin doğal frekansı üzerindeki etkisi ( Değişken Winkler zemin modeli,  $\nu = 0.2$ ,  $m = 1$ ,  $n = 1$ ,  $c_b = 0.1$ ,  $c_h = 0.1$ )

Değişken Winkler zemin modelinde yay katsayısı sabit olmayıp, kiriş uzunluğu boyunca değişmektedir.  $\gamma$ , zemin özelliklerine bağlı bir katsayıdır. Bu değer kiriş uzunluğu, zemin derinliği, zeminin cinsi vs. bağlı olarak değişkenlik göstermektedir. Bu çalışmada üç farklı zemin katsayısı kullanılmıştır. Bu zemin modeli, formülasyonundan dolayı  $\gamma=1$  için homojen Winkler zemin modeline dönüşmektedir. Yani üniform kesitli kirişte  $\gamma=1$ 'de homojen Winkler temeline ait değerler ve grafikler elde edilmektedir. Şekil 4.6.'da  $\gamma=0$  için Homojen Winkler zemin modelinden daha düşük frekans değerleri elde edilmektedir. Şekil 4.7. ile Şekil 4.11. arasındaki grafiklerde Poisson oranı arttıkça doğal frekans değerleri küçülmeğe,  $m$  ve  $n$  değerleri büyüdükçe ise daha büyük doğal frekans değerleri elde edilmektedir. Poisson oranının artması ile doğal frekansta meydana gelen bu düşüş 2. doğal frekans grafiklerinde daha belirgin bir şekilde görülmektedir. Şekil 4.12. ve Şekil 4.13. grafiklerinde ise zemine bağlı katsayı olan  $\gamma$  arttıkça zeminin rijitliği artmakta dolayısıyla kirişin doğal frekans değerleri artmaktadır.

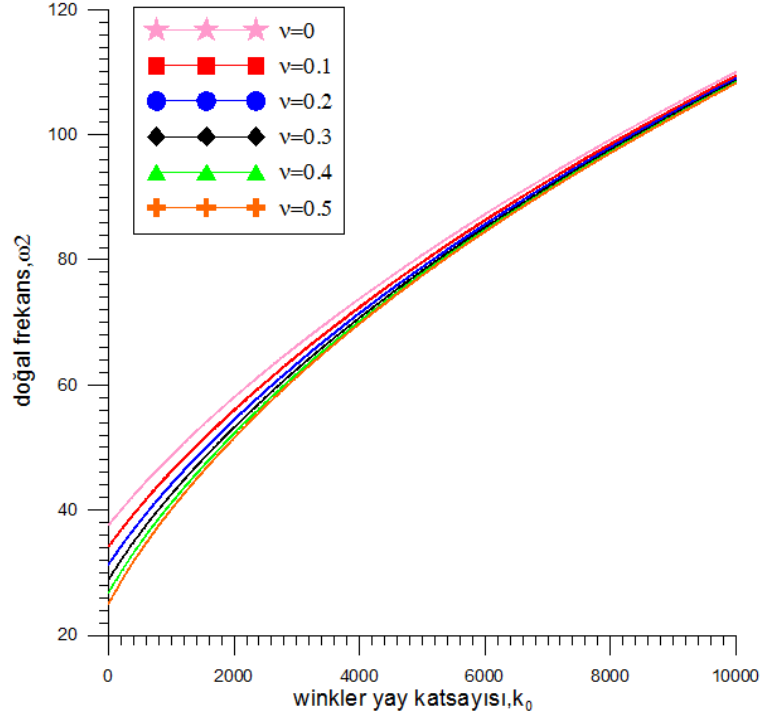




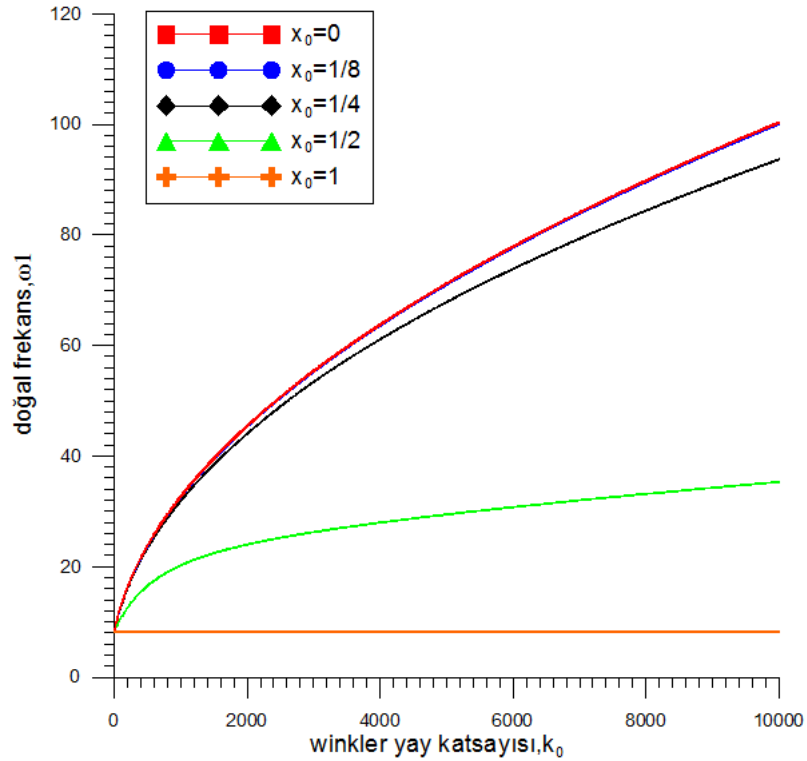
**Şekil 4.14.** Farklı  $\nu$  değerleri için yay katsayısının kirişin doğal frekansı üzerindeki etkisi ( Kısmi Winkler zemin modeli,  $x_0 = \frac{1}{4}$ ,  $m = 0$ ,  $n = 0$  )

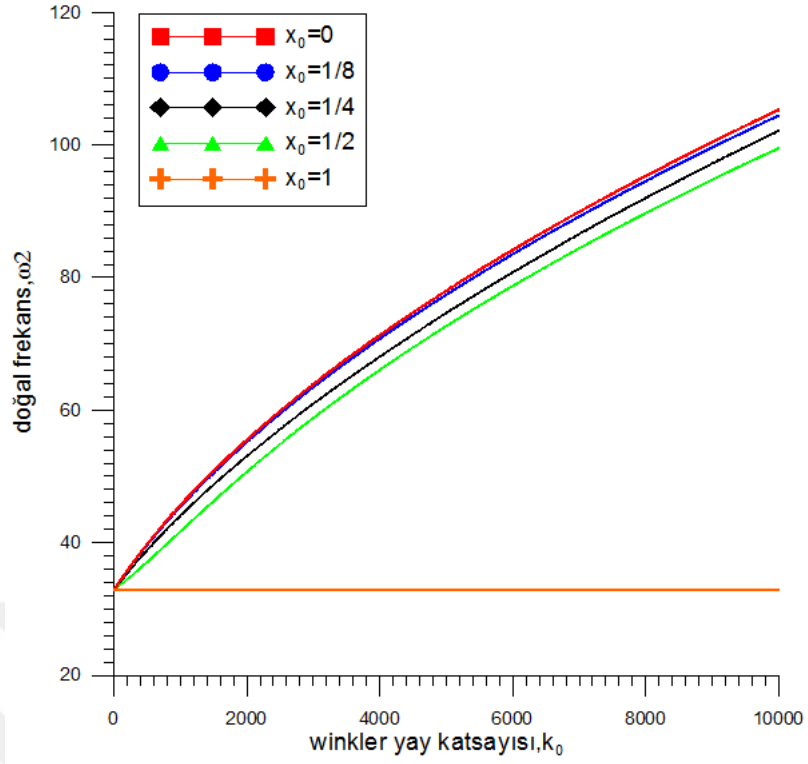




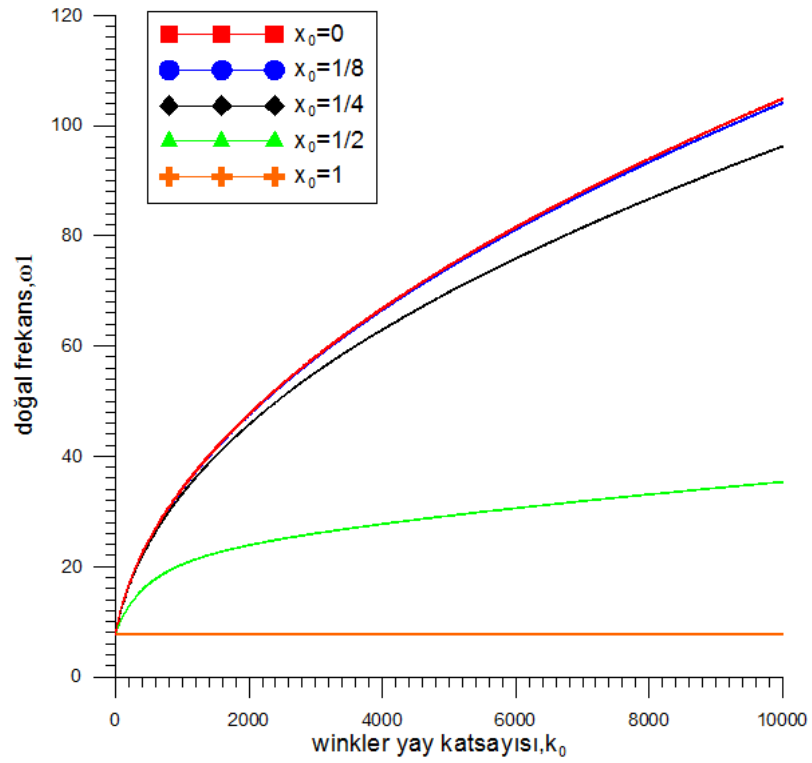


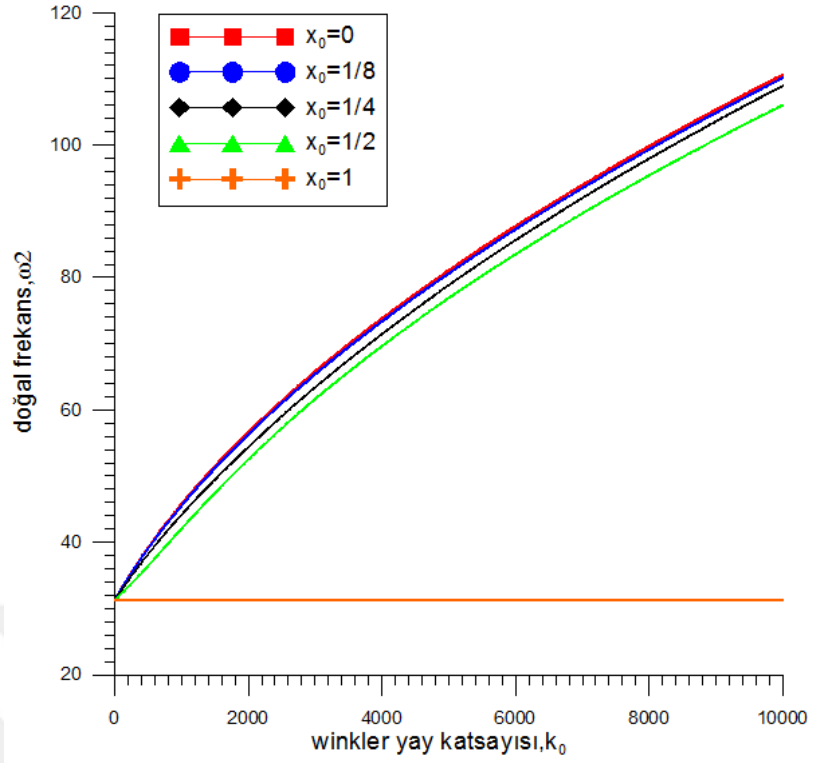
**Şekil 4.15.** Farklı  $\nu$  değerleri için yay katsayısının kirişin doğal frekansı üzerindeki etkisi ( Kısmi Winkler zemin modeli,  $x_0 = \frac{1}{4}$ ,  $m = 1$ ,  $n = 1$ ,  $c_b = 0.1$ ,  $c_h = 0.1$ )



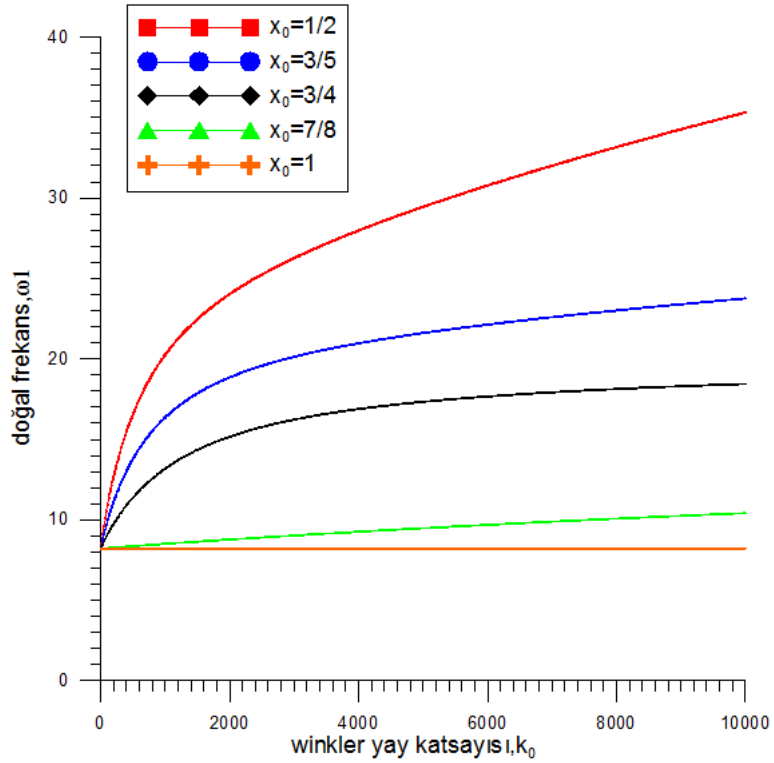


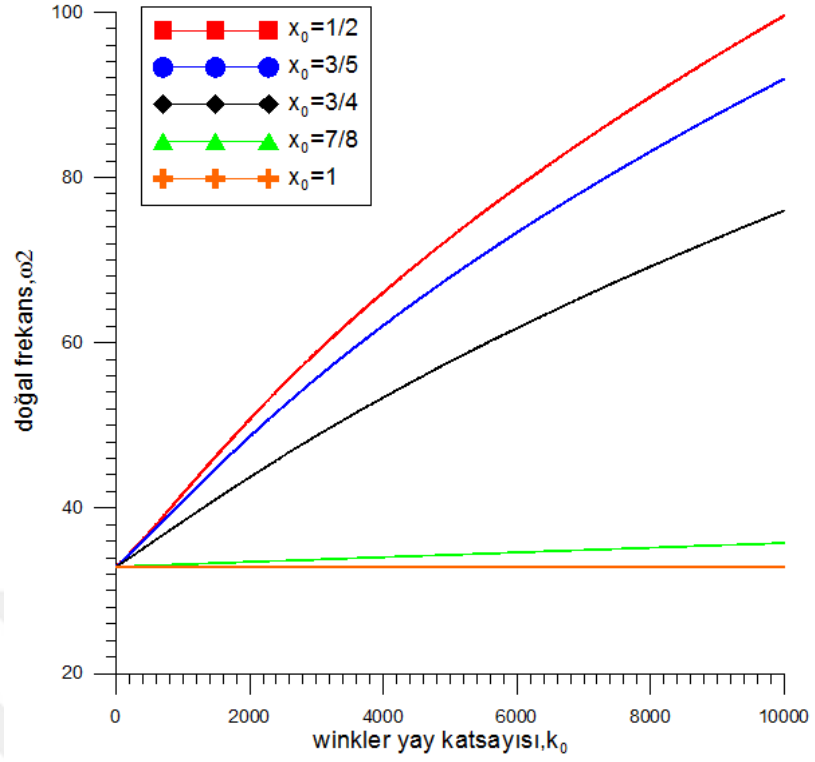
**Şekil 4.16.** Farklı  $x_0$  değerleri için yay katsayısının kirişin doğal frekansı üzerindeki etkisi ( Kısmi Winkler zemin modeli,  $\nu = 0.2$ ,  $m = 0$ ,  $n = 0$  )



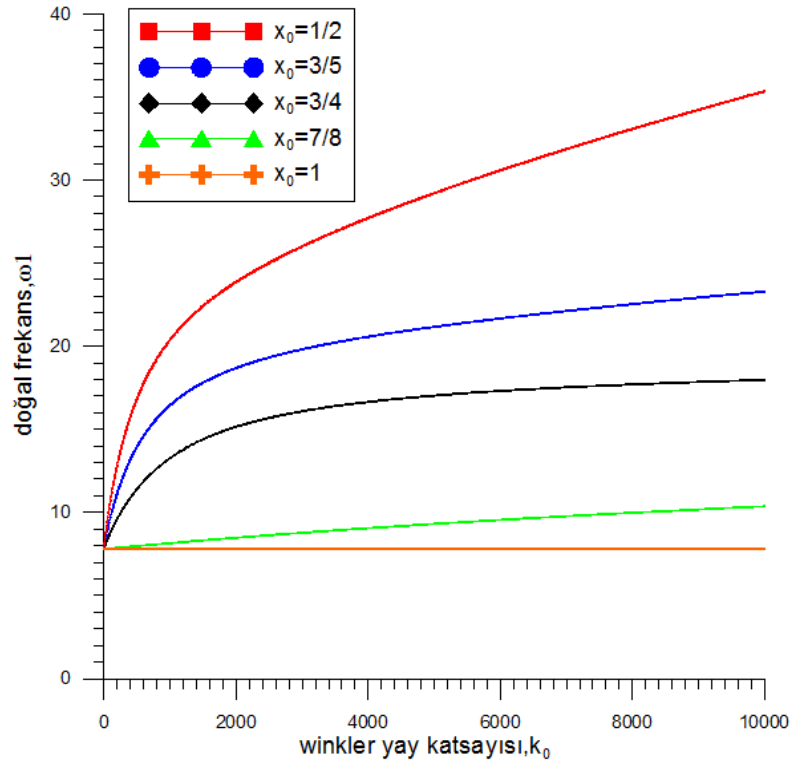


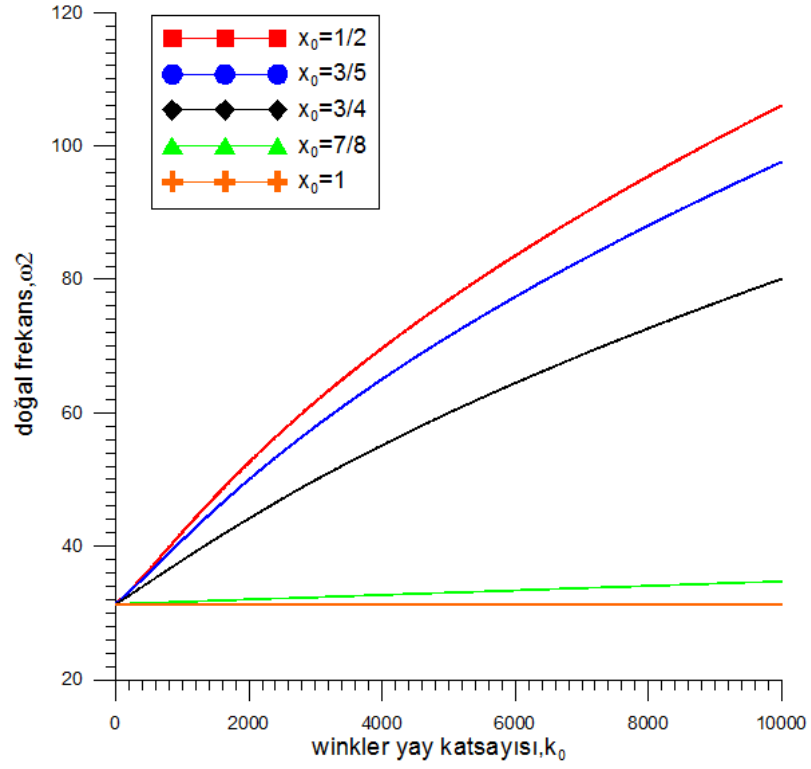
Şekil 4.17. Farklı  $x_0$  değerleri için yay katsayısının kirişin doğal frekansı üzerindeki etkisi ( Kısmi Winkler zemin modeli,  $\nu = 0.2$ ,  $m = 1$ ,  $n = 1$ ,  $c_b = 0.1$ ,  $c_h = 0.1$ )



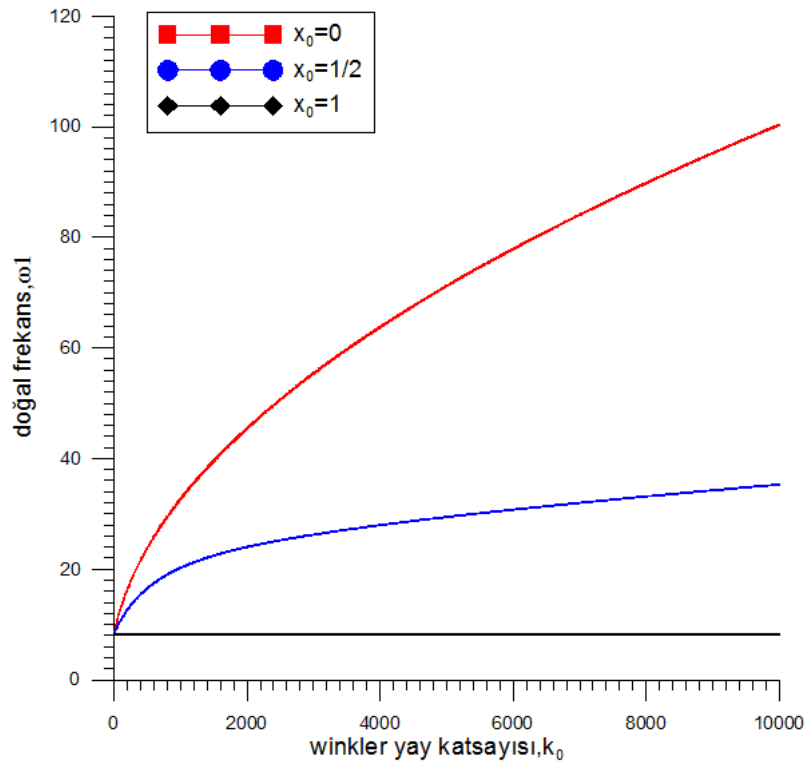


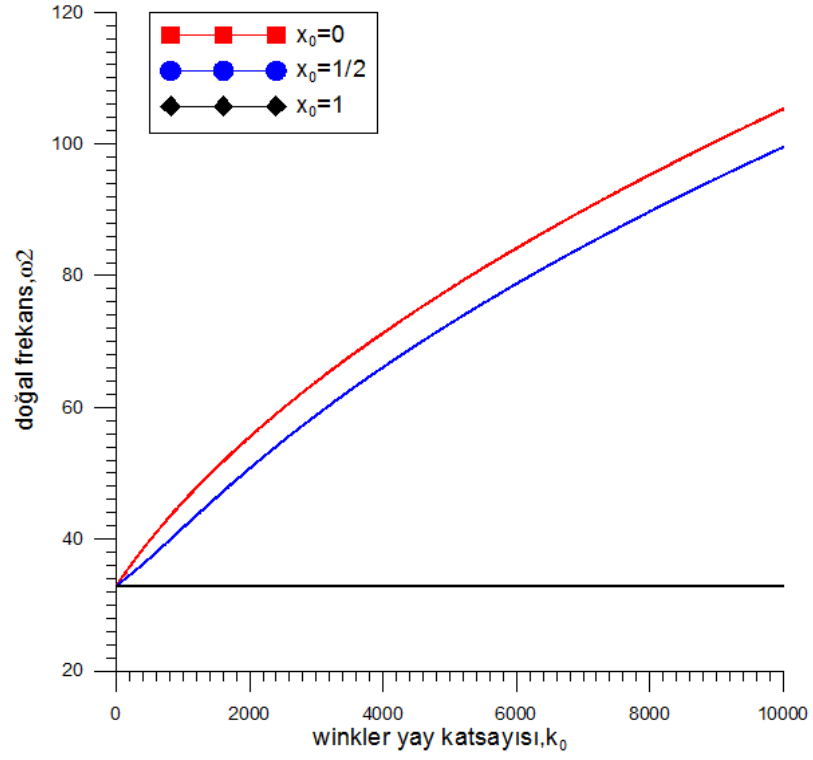
**Şekil 4.18.** Farklı  $x_0$  değerleri için yay katsayısının kirişin doğal frekansı üzerindeki etkisi ( Kısmi Winkler zemin modeli,  $\nu = 0.2$ ,  $m = 0$ ,  $n = 0$  )



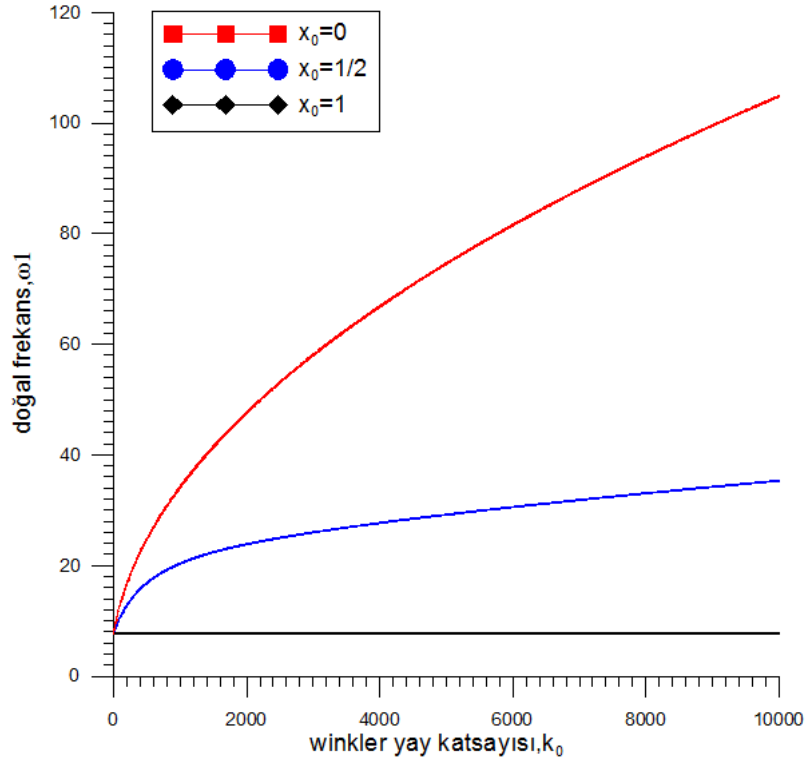


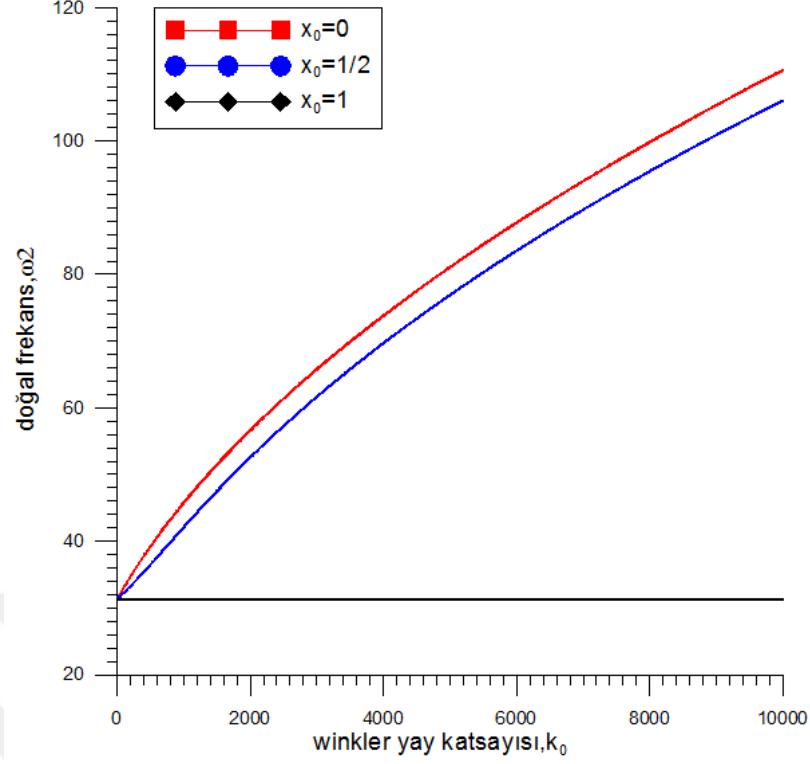
Şekil 4.19. Farklı  $x_0$  değerleri için yay katsayısının kirişin doğal frekansı üzerindeki etkisi ( Kısmi Winkler zemin modeli,  $\nu = 0.2$ ,  $m = 1$ ,  $n = 1$ ,  $c_b = 0.1$ ,  $c_h = 0.1$ )





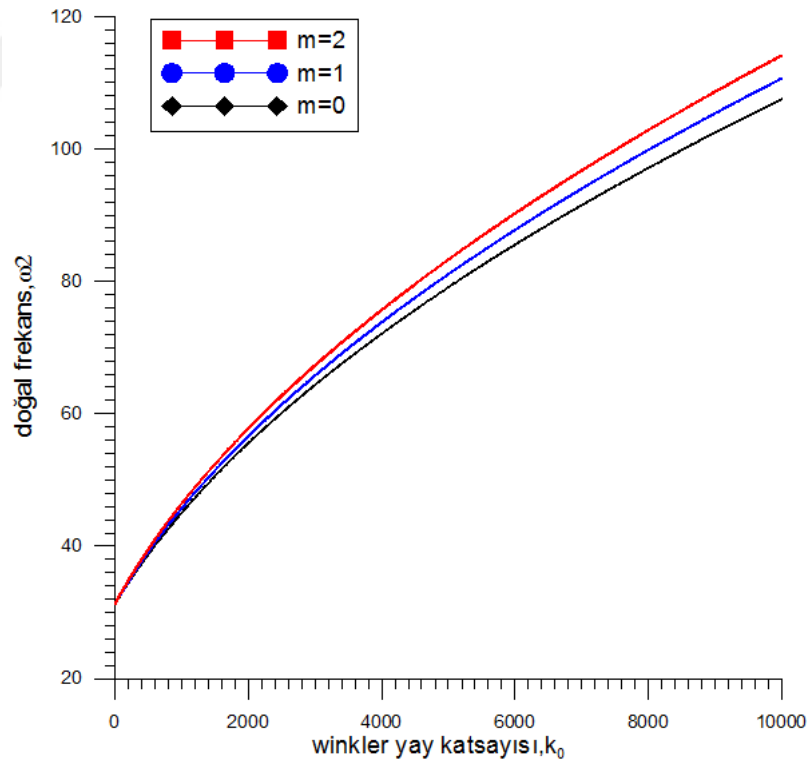
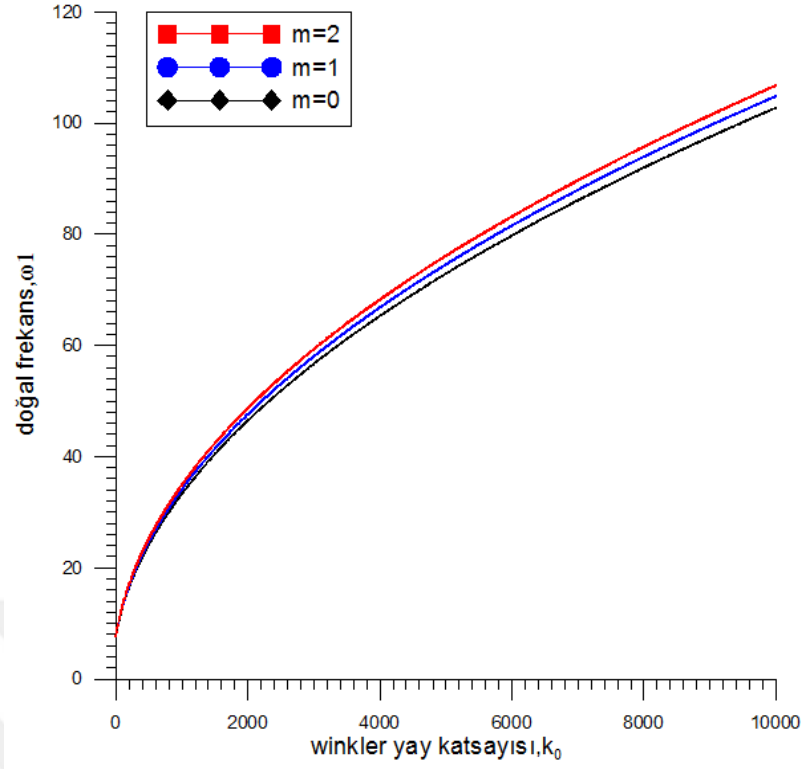
**Şekil 4.20.** Farklı  $x_0$  değerleri için yay katsayısının kirişin doğal frekansı üzerindeki etkisi ( Kısmi Winkler zemin modeli,  $\nu = 0.2$ ,  $m = 0$ ,  $n = 0$  )





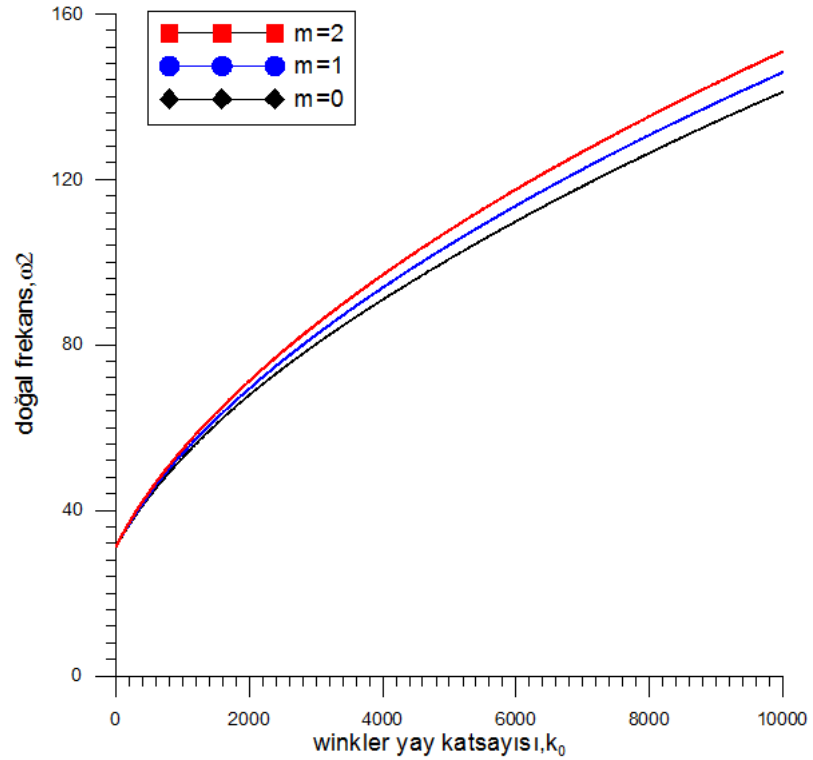
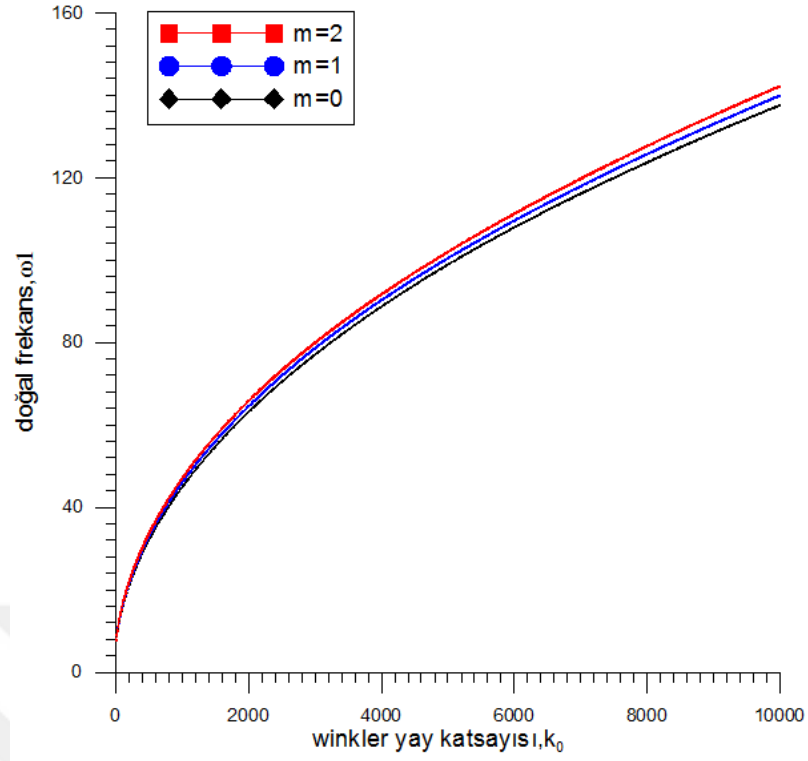
**Şekil 4.21.** Farklı  $x_0$  değerleri için yay katsayısının kirişin doğal frekansı üzerindeki etkisi ( Kısmi Winkler zemin modeli,  $\nu = 0.2$ ,  $m = 1$ ,  $n = 1$ ,  $c_b = 0.1$ ,  $c_h = 0.1$ )

Kısmi Winkler zemin modelinde kirişin bir kısmının zemin üzerine oturduğu kademeli kiriş anlayışı mevcuttur. Şekil 4.14. ile Şekil 4.15.'de kirişin dörtte üçünün zemin üzerine oturduğu durum için, doğal frekans grafiği elde edilmiştir. Poisson oranının artması doğal frekansı düşürmekte,  $m$  ve  $n$ 'nin artması ise kirişin daha büyük doğal frekans değerleri göstermesini sağlamaktadır. Elde edilen doğal frekans değerleri bir tek  $\gamma = 0$  değişken Winkler zemin modelinden yüksektir. Şekil 4.16. ile Şekil 4.21. arasındaki grafiklerde farklı  $x_0$  değerleri için doğal frekans değerleri elde edilmiştir.  $x_0 = 0$  için zemin modeli, Homojen Winkler zemin modeline dönüşmektedir. Ve  $x_0$ 'nın artmasıyla kirişin zemin üzerine oturmayan kısmı artacağından doğal frekans değerleri düşmektedir.  $x_0 = 1/2$ 'den daha büyük değerlerde, doğal frekansta daha büyük düşüşler gerçekleşmektedir.  $x_0 = 1$  değeri için ise kiriş zemine oturmadığından yay katsayısının değişiminin etkilenmemiş ve doğal frekansı sabit bir şekilde ilerlemiştir.

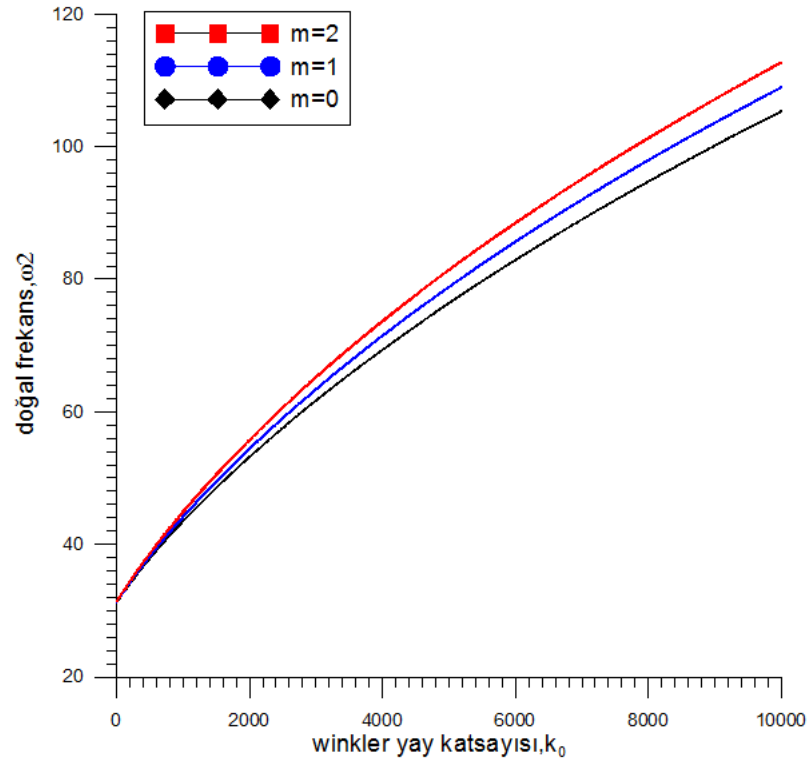
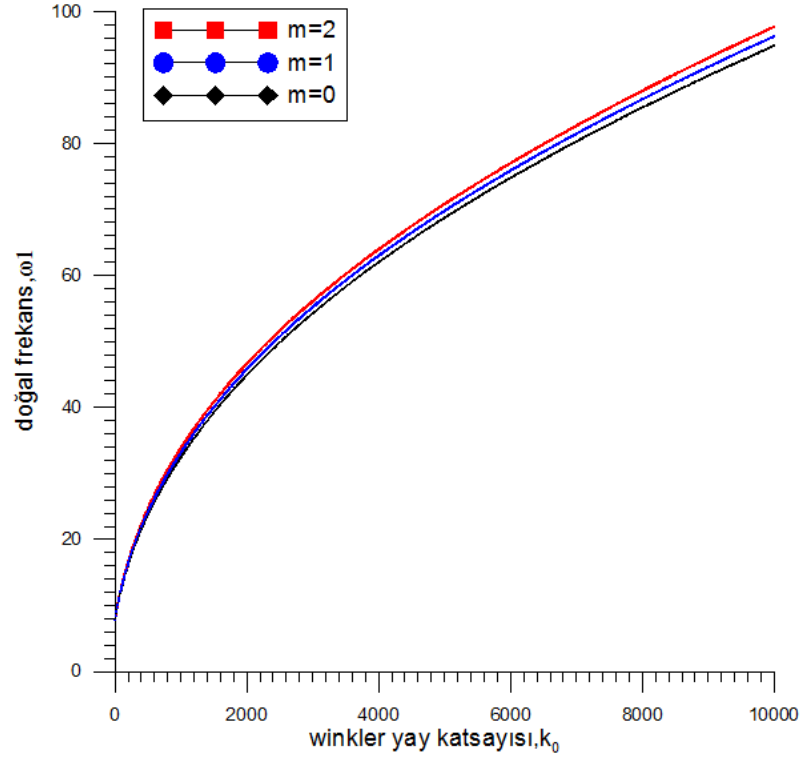


**Şekil 4.22.** Farklı  $m$  değerleri için yay katsayısının kirişin doğal frekansı üzerindeki etkisi ( Homojen Winkler zemin modeli,  $\nu = 0.2$   $n = 1$ ,  $c_b = 0.1$ ,  $c_h = 0.1$ )



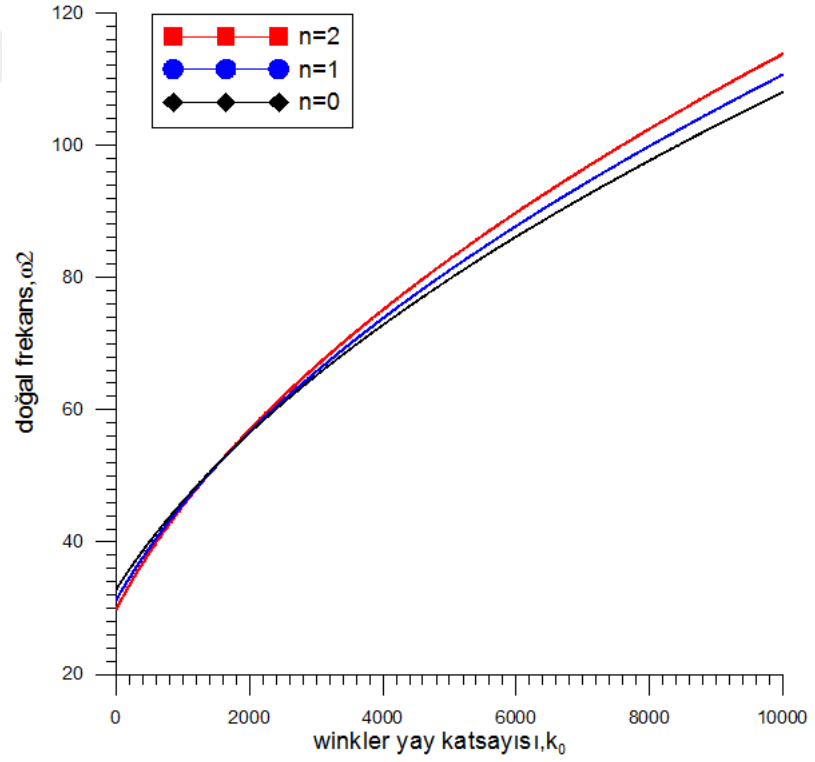
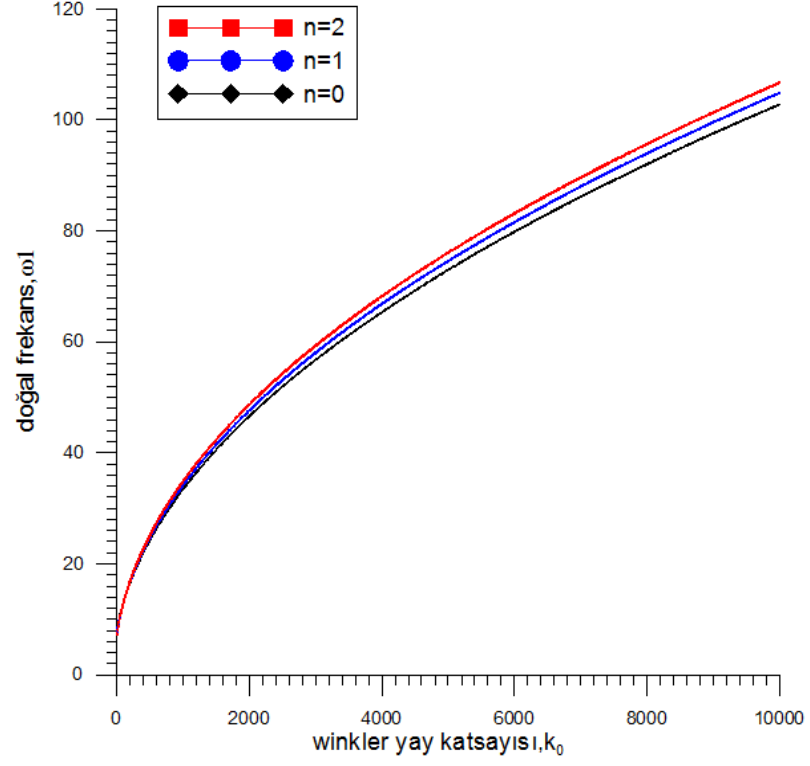


**Şekil 4.23.** Farklı  $m$  değerleri için yay katsayısının kirişin doğal frekansı üzerindeki etkisi ( Değişken Winkler zemin modeli,  $\nu = 0.2$ ,  $\gamma = 2$ ,  $n = 1$ ,  $c_b = 0.1$ ,  $c_h = 0.1$ )

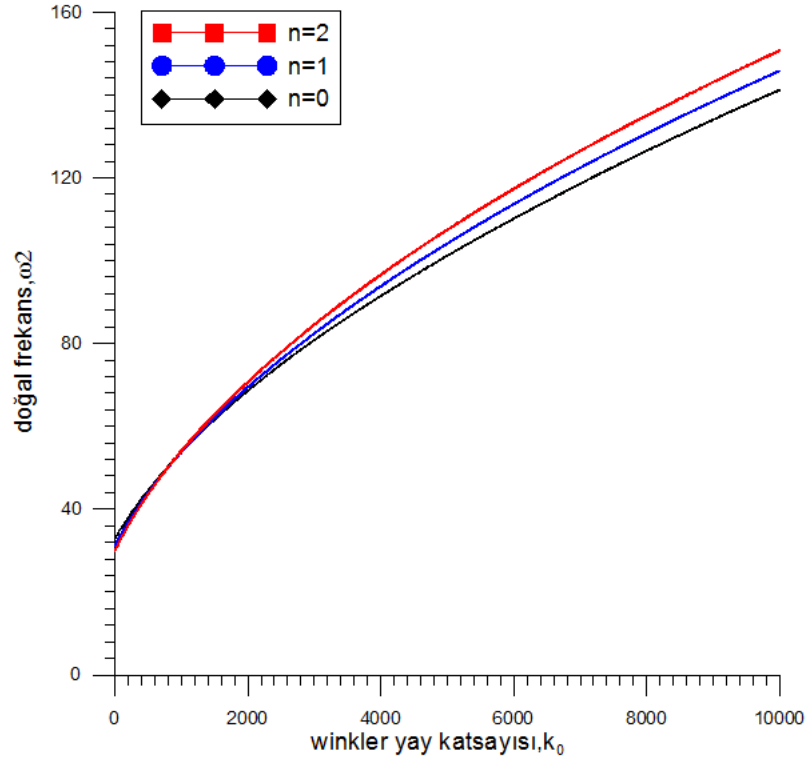
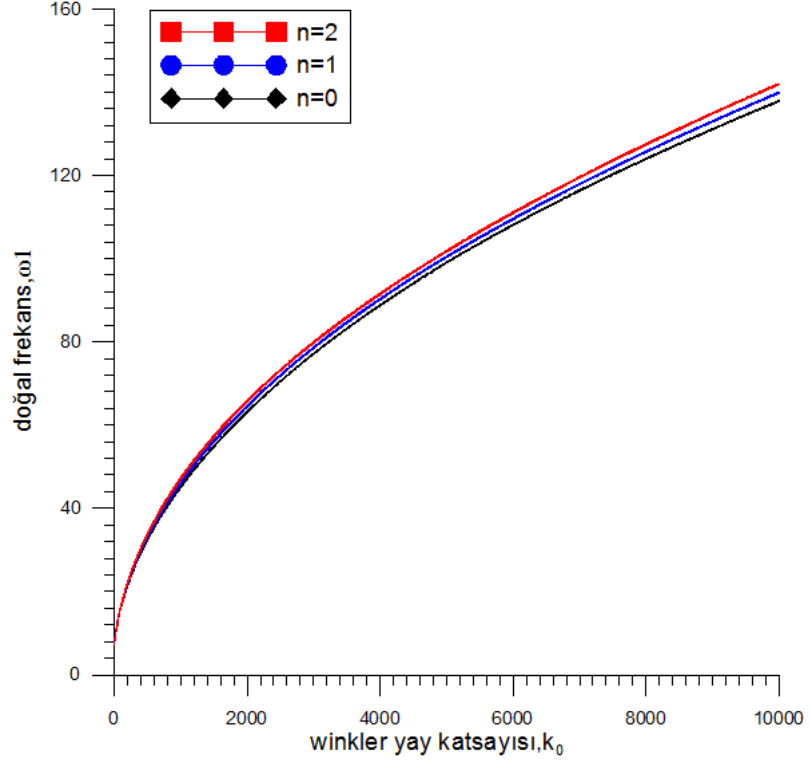


**Şekil 4.24.** Farklı  $m$  değerleri için yay katsayısının kirişin doğal frekansı üzerindeki

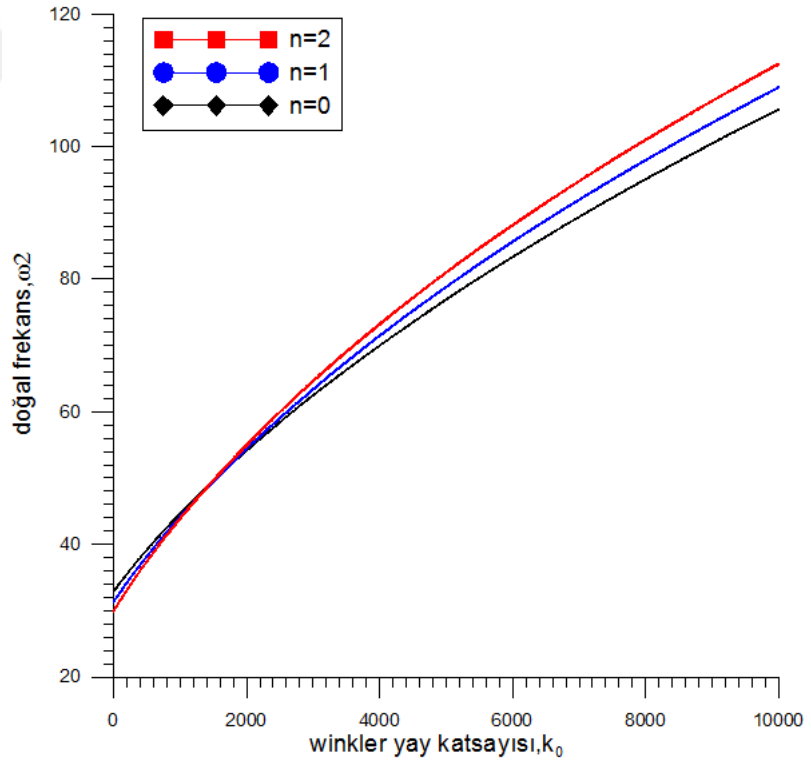
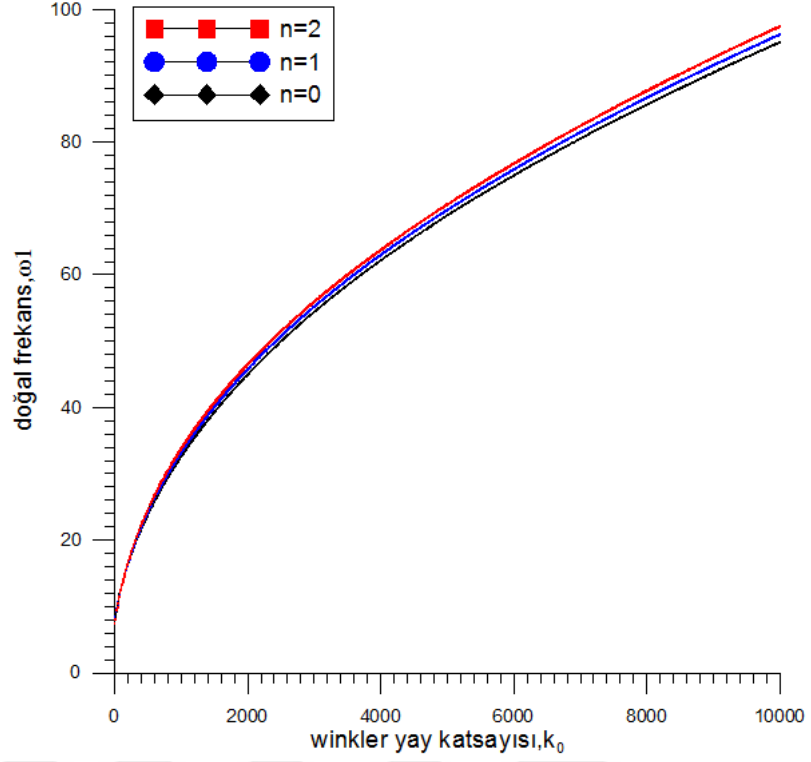
etkisi ( Kısmi Winkler zemin modeli,  $x_0 = \frac{1}{4}$ ,  $\nu = 0.2$   $n = 1$ ,  $c_b = 0.1$ ,  $c_h = 0.1$ )



**Şekil 4.25.** Farklı  $n$  değerleri için yay katsayısının kirişin doğal frekansı üzerindeki etkisi ( Homojen Winkler zemin modeli,  $\nu = 0.2$ ,  $m = 1$ ,  $c_b = 0.1$ ,  $c_h = 0.1$ )

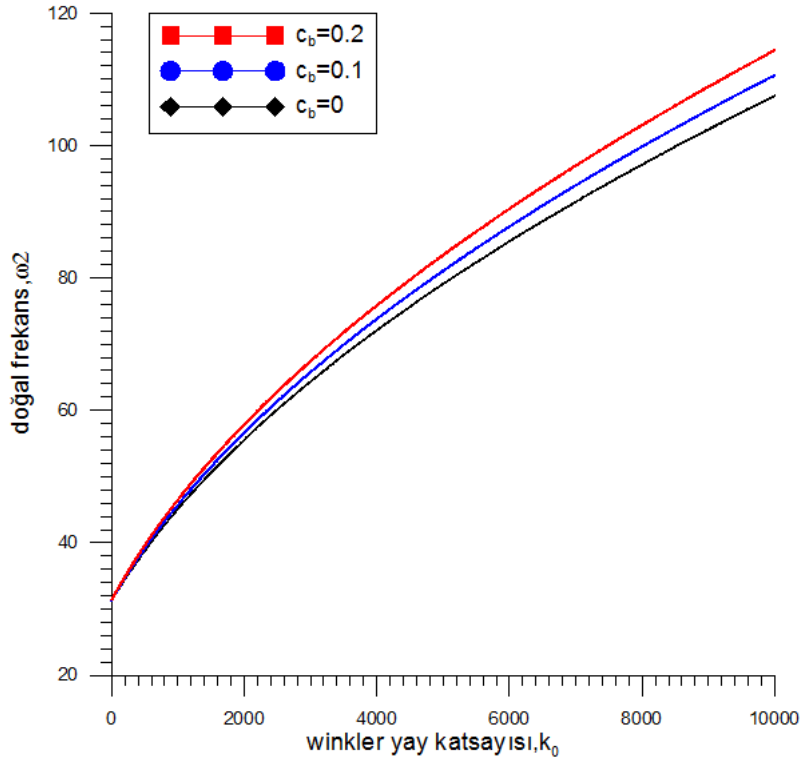
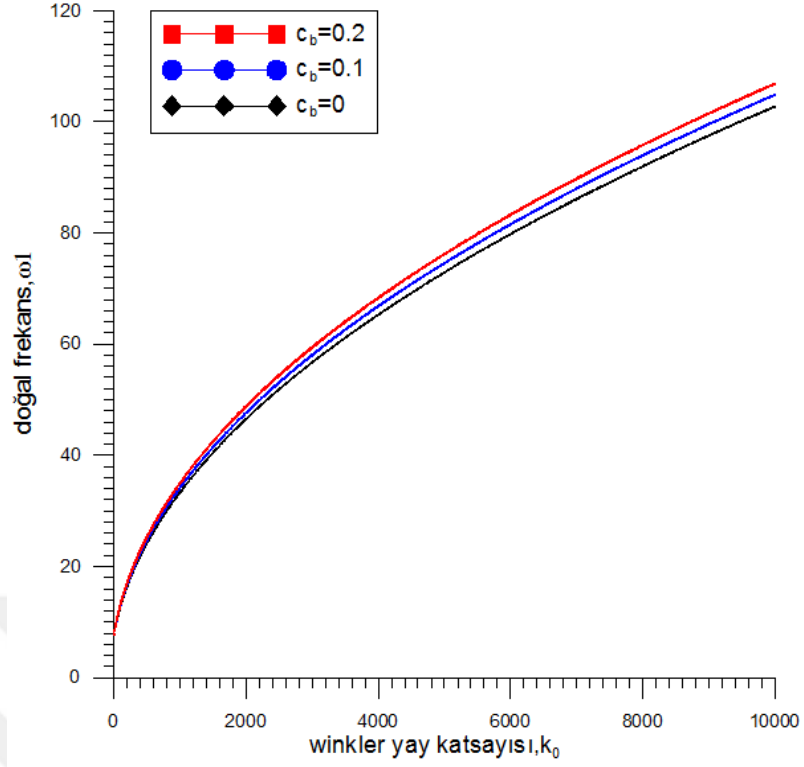


**Şekil 4.26.** Farklı  $n$  değerleri için yay katsayısının kirişin doğal frekansı üzerindeki etkisi ( Değişken Winkler zemin modeli,  $\nu = 0.2$ ,  $\gamma = 2$ ,  $m = 1$ ,  $c_b = 0.1$ ,  $c_h = 0.1$ )

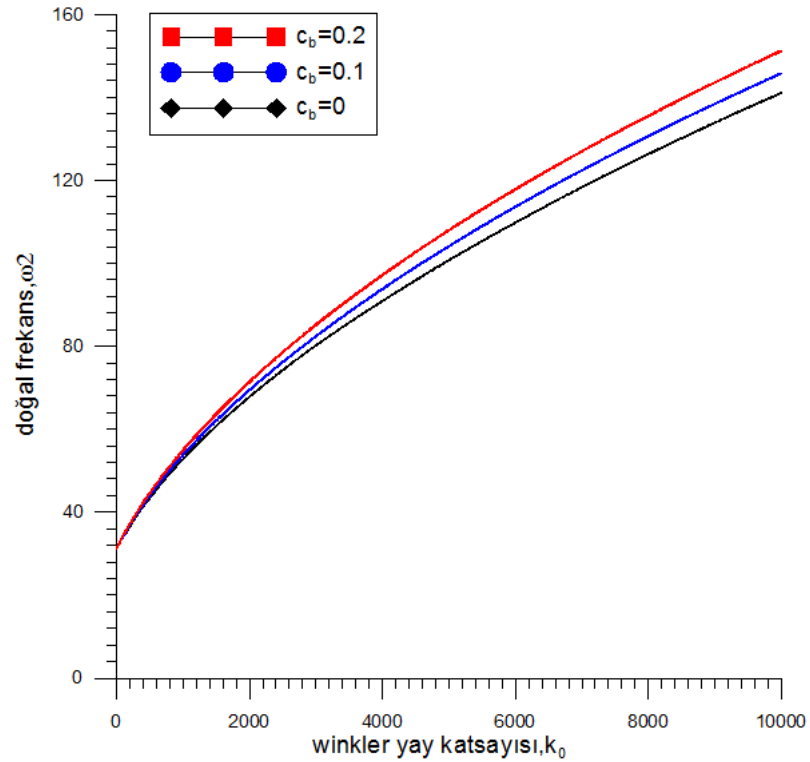
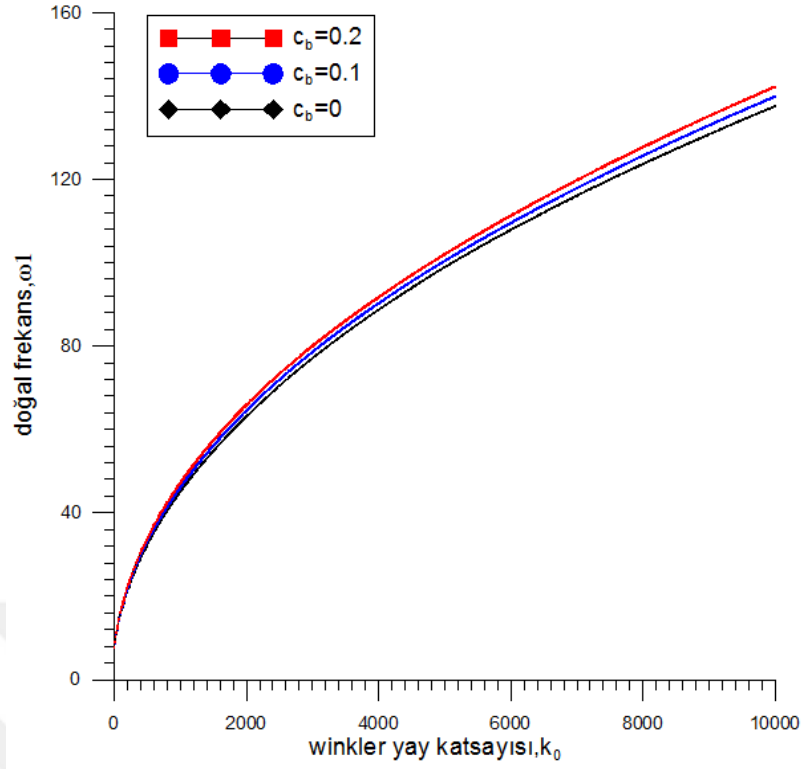


**Şekil 4.27.** Farklı  $n$  değerleri için yay katsayısının kirişin doğal frekansı üzerindeki

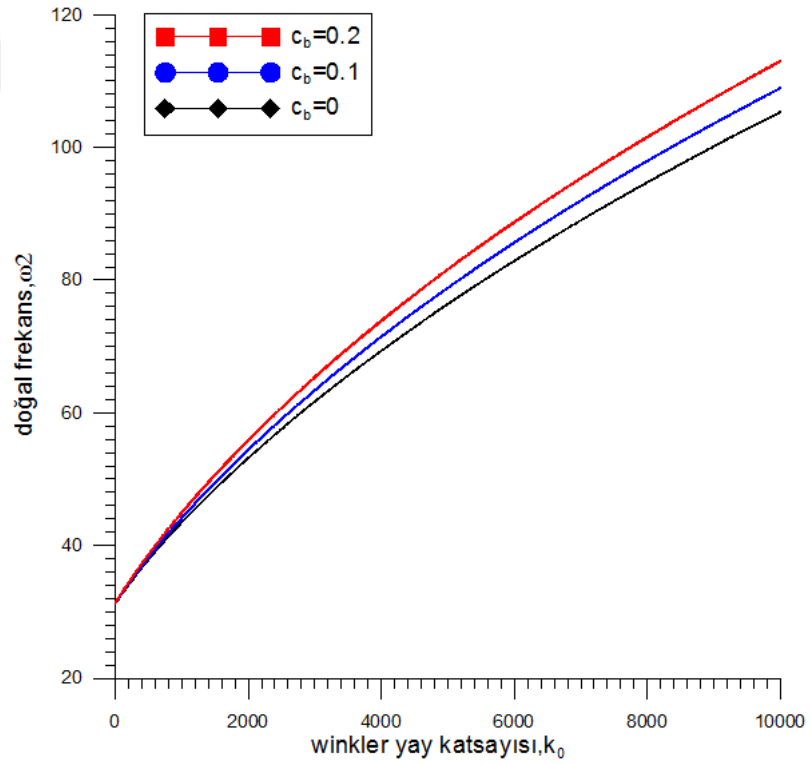
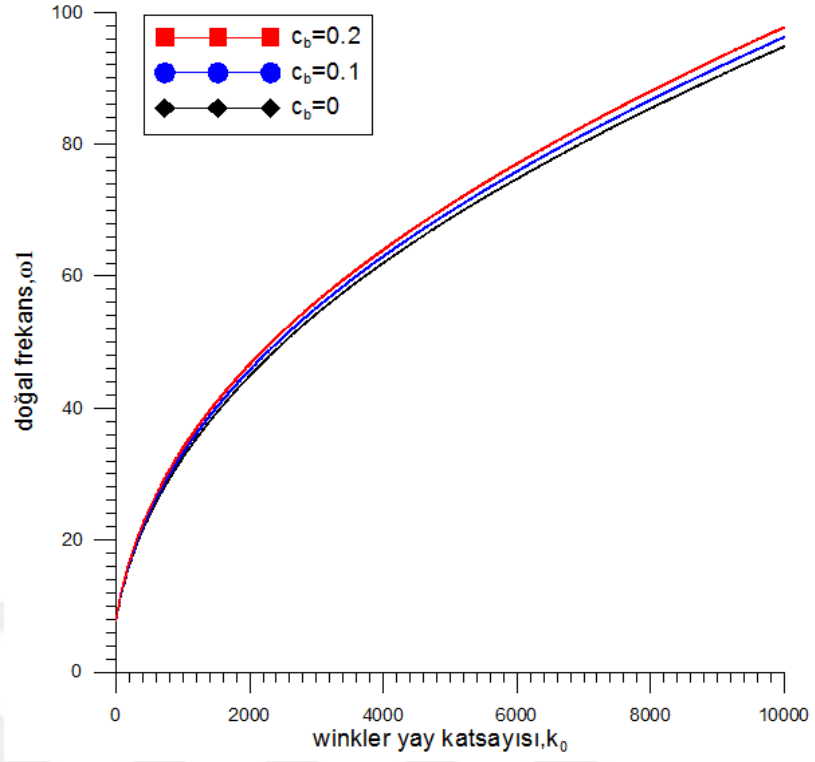
etkisi ( Kısmi Winkler zemin modeli,  $x_0 = \frac{1}{4}$ ,  $\nu = 0.2$   $m = 1$ ,  $c_b = 0.1$ ,  $c_h = 0.1$ )



**Şekil 4.28.** Farklı  $c_b$  değerleri için yay katsayısının kirişin doğal frekansı üzerindeki etkisi ( Homojen Winkler zemin modeli,  $\nu = 0.2$ ,  $m = 1$ ,  $n = 1$ ,  $c_h = 0.1$ )



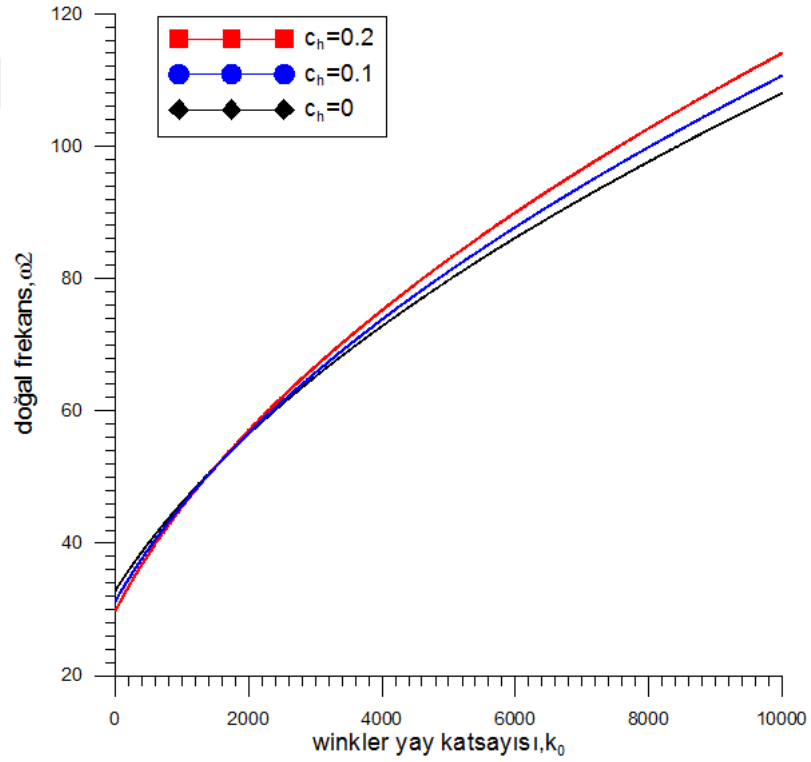
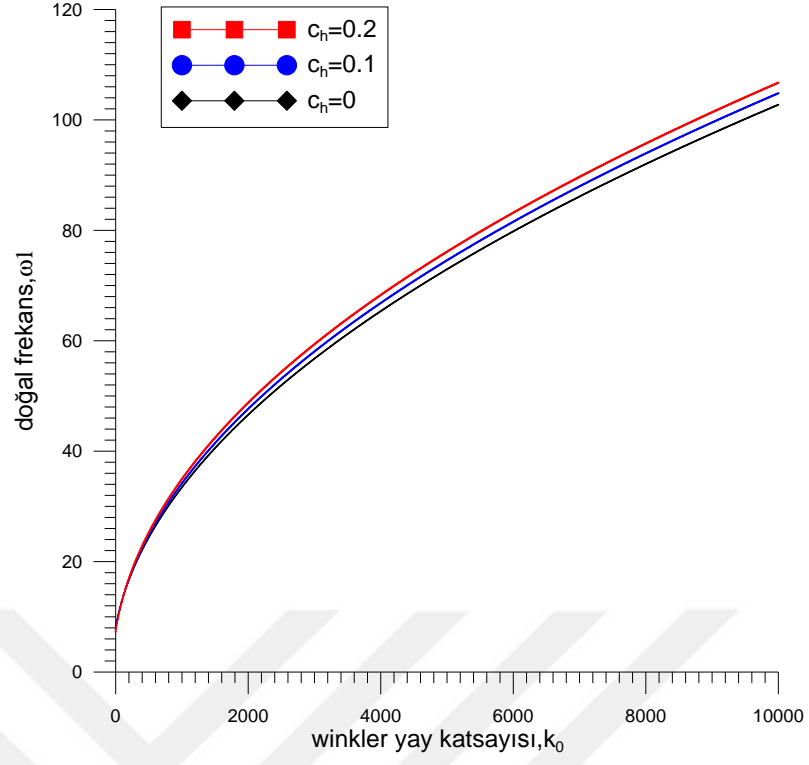
**Şekil 4.29.** Farklı  $c_b$  değerleri için yay katsayısının kirişin doğal frekansı üzerindeki etkisi ( Değişken Winkler zemin modeli,  $\nu = 0.2$ ,  $\gamma = 2$ ,  $m = 1$ ,  $n = 1$ ,  $c_h = 0.1$  )



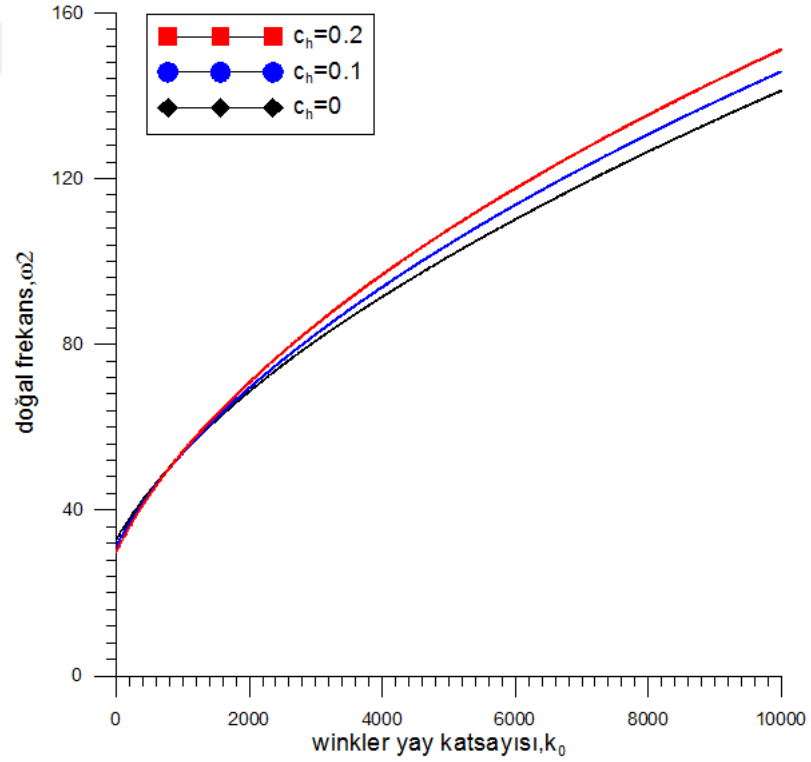
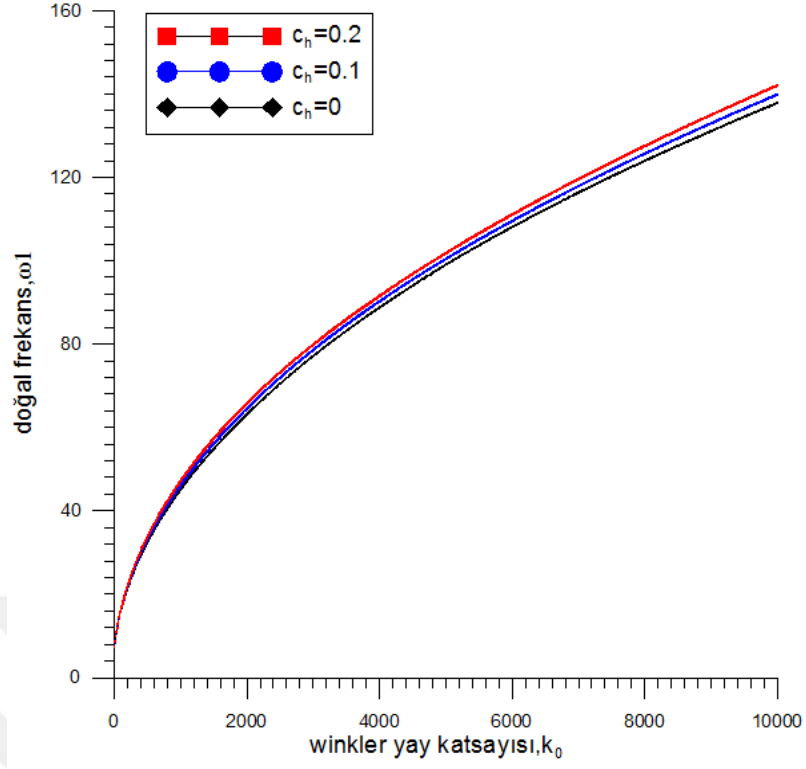
**Şekil 4.30.** Farklı  $c_b$  değerleri için yay katsayısının kirişin doğal frekansı üzerindeki

etkisi ( Kısmi Winkler zemin modeli,  $x_0 = \frac{1}{4}$ ,  $\nu = 0.2$   $m = 1$ ,  $n = 1$ ,  $c_h = 0.1$ )

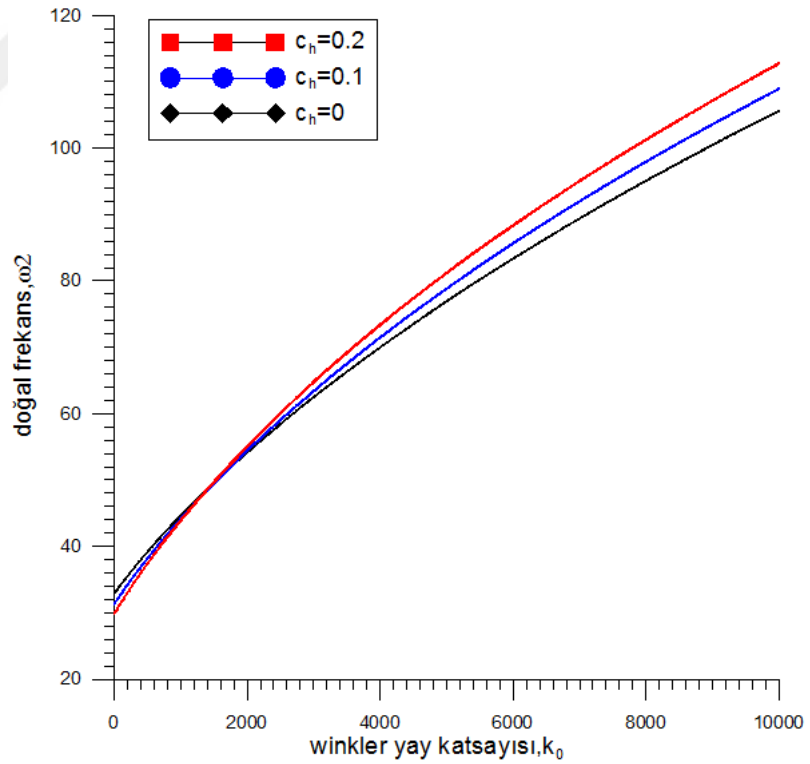
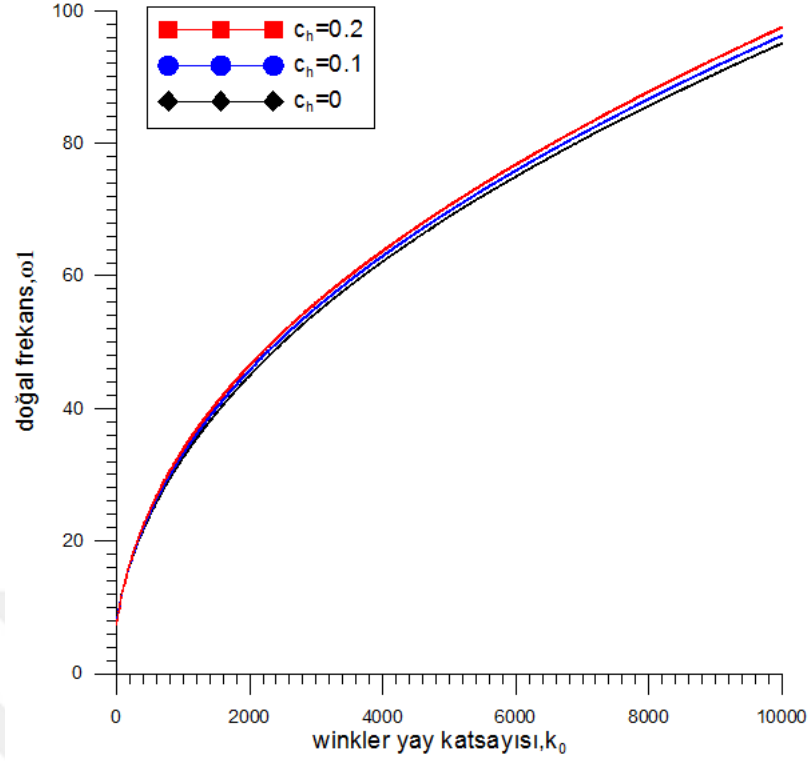




**Şekil 4.31.** Farklı  $c_h$  değerleri için yay katsayısının kirişin doğal frekansı üzerindeki etkisi ( Homojen Winkler zemin modeli,  $\nu = 0.2$ ,  $m = 1$ ,  $n = 1$ ,  $c_b = 0.1$ )



**Şekil 4.32.** Farklı  $c_h$  değerleri için yay katsayısının kirişin doğal frekansı üzerindeki etkisi ( Değişken Winkler zemin modeli,  $\nu = 0.2$ ,  $\gamma = 2$ ,  $m = 1$ ,  $n = 1$ ,  $c_b = 0.1$ )

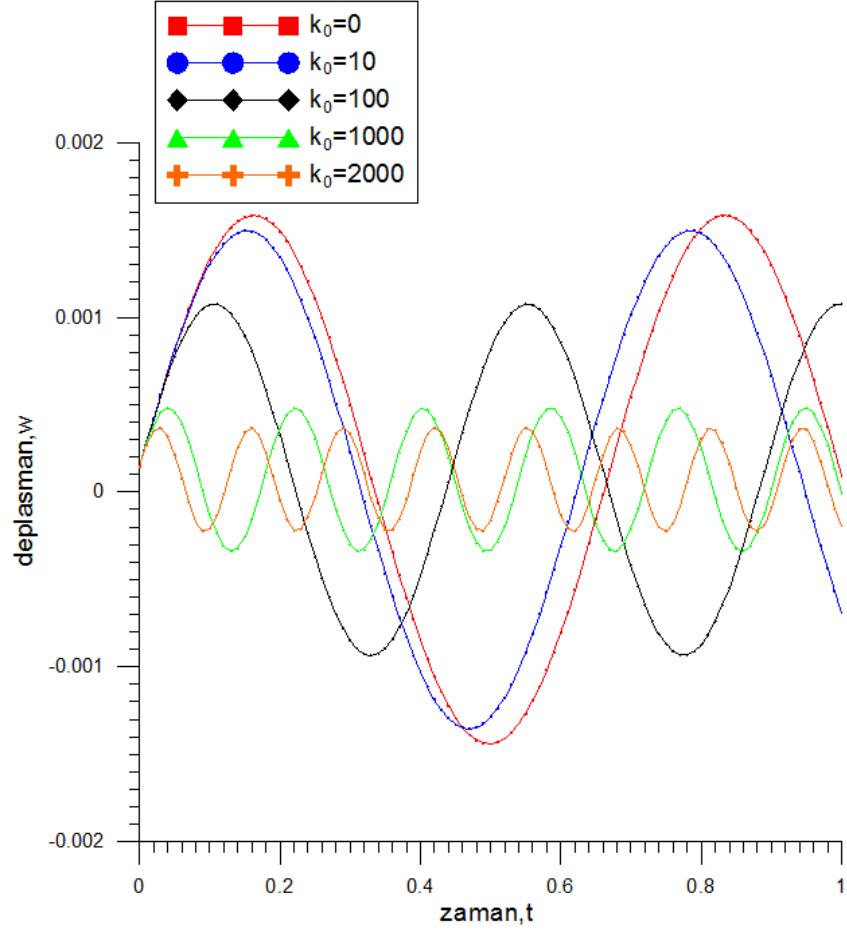


**Şekil 4.33.** Farklı  $c_h$  değerleri için yay katsayısının kirişin doğal frekansı üzerindeki

etkisi ( Kısmi Winkler zemin modeli,  $x_0 = \frac{1}{4}$ ,  $\nu = 0.2$   $m = 1$ ,  $n = 1$ ,  $c_b = 0.1$ )

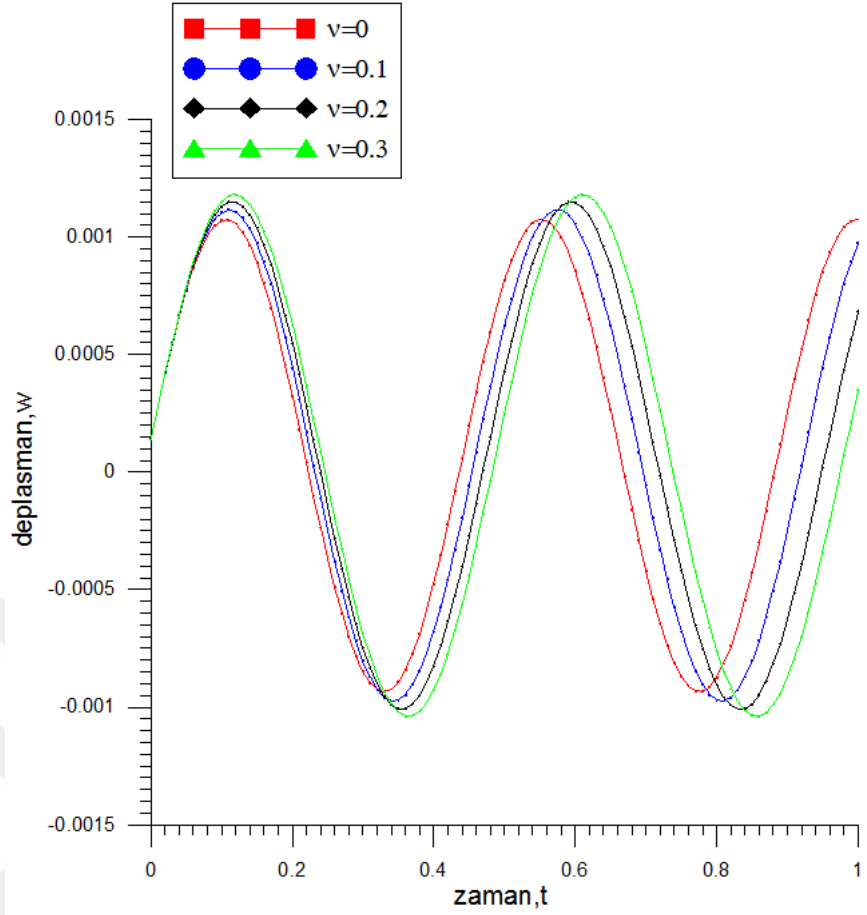
Şekil 4.22. ile Şekil 4.27. arasındaki grafiklerde kirişin uzunluğu boyunca, genişliğinin ve yüksekliğinin değişimini gösteren terimler  $m$  ve  $n$ 'nin doğal frekans üzerindeki etkisi gösterilmiştir. Burada  $m=0$  için kiriş kesiti üniformdur. Yani kiriş genişliği sabittir.  $m=1$ , kiriş kesitinin genişliğinin doğrusal olarak küçüldüğünü,  $m=2$  ise bu küçülmenin parabolik olduğunu ifade etmektedir.  $n$ , kiriş atalet momentinde kübik olarak değişikliğe neden olduğu için  $n$ 'nin büyümesi daha büyük bir küçülme meydana getirmektedir.  $m$  ve  $n$ 'nin artmasıyla daha büyük doğal frekans değerleri elde edilmiştir. Elde edilen en büyük doğal frekans değerlerine değişken Winkler zemin modelinden, en düşük değerlere ise kısmi Winkler zemin modelinden ulaşılmıştır.

Şekil 4.28. ile Şekil 4.33. arasındaki grafiklerde, kirişimiz değişken kesitli olduğundan dolayı kiriş kesiti, kiriş uzunluğu boyunca doğrusal değişim göstermektedir. Kiriş genişliğinde, yüksekliğinde veya ikisinde aynı anda değişim meydana gelebilmektedir.  $c_h$ , kirişin yükseklik oranını ve  $c_b$  ise genişlik oranını ifade etmektedir. Bu grafiklerde kiriş genişlik veya yükseklik değişiminin kirişin doğal frekansı üzerindeki etkileri anlaşılmasına çalışılmıştır.  $c_b$ 'nin büyümesi kesitin küçüldüğünü göstermektedir. Aynı şeyler  $c_h$  içinde geçerlidir.  $c_b$  ve  $c_h$ 'nin artmasıyla daha yüksek doğal frekans değerleri elde edilmektedir. Şekil 4.25.'de  $n=0$  için yay katsayısının değeri sıfır iken kirişin doğal frekans değeri  $n=1$ 'e göre daha yüksek çıkmaktadır. Ancak yay katsayısının değerinin yükselmesiyle  $n=1$ 'in doğal frekansı diğerini geçmektedir. Ve neticesinde  $n=1$  değeri için kirişin ulaşabileceği maksimum doğal frekans değeri daha büyük olmaktadır. Aynı durum  $c_b$ ,  $c_h$ , ve  $m$  içinde geçerli olmaktadır. Böylelikle kiriş küçüldükçe yay katsayısının değerinin artmasıyla daha büyük doğal frekans değerleri elde edilmektedir.

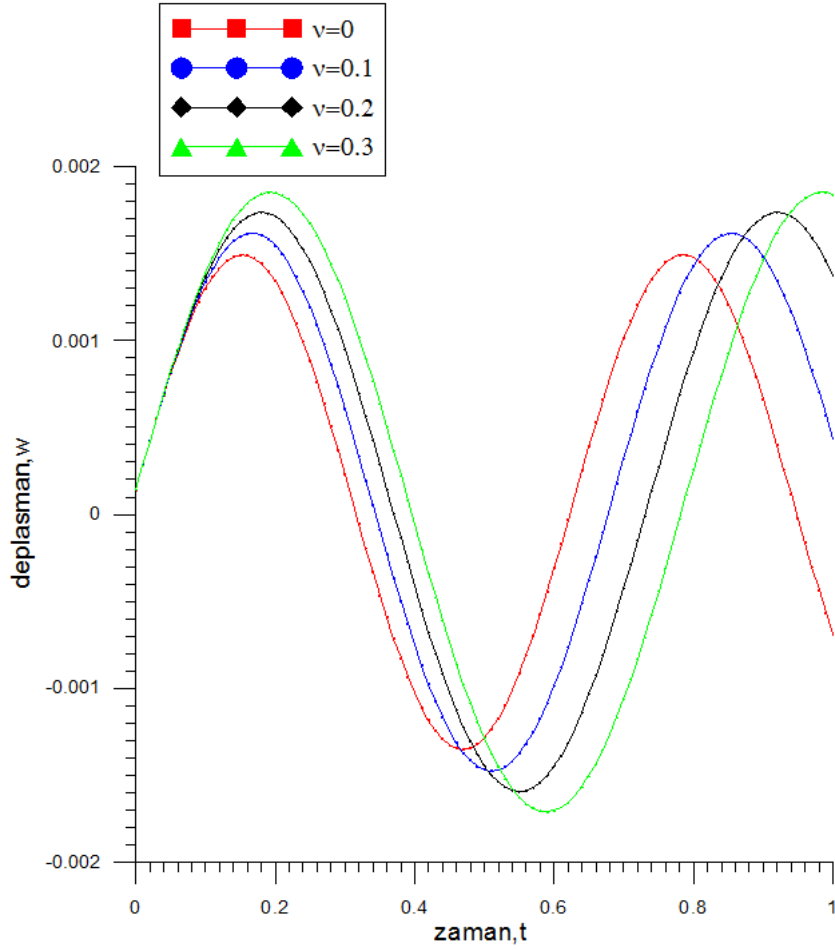


**Şekil 4.34.** Farklı  $k_0$  değerleri için kirişin orta noktasındaki deplasmanın zamanla değişimi ( Homojen Winkler zemin modeli,  $\nu = 0$ ,  $m = 1$ ,  $n = 1$ ,  $c_b = 0.1$ ,  $c_h = 0.1$ )

Şekil 4.34.'de yay katsayısının değeri arttıkça kirişin yapacağı deplasman azalmaktadır. Altında zemin olmayan bir kiriş ile sağlam bir zemin üzerine oturan kiriş arasında önemli deplasman farkı görülmektedir.

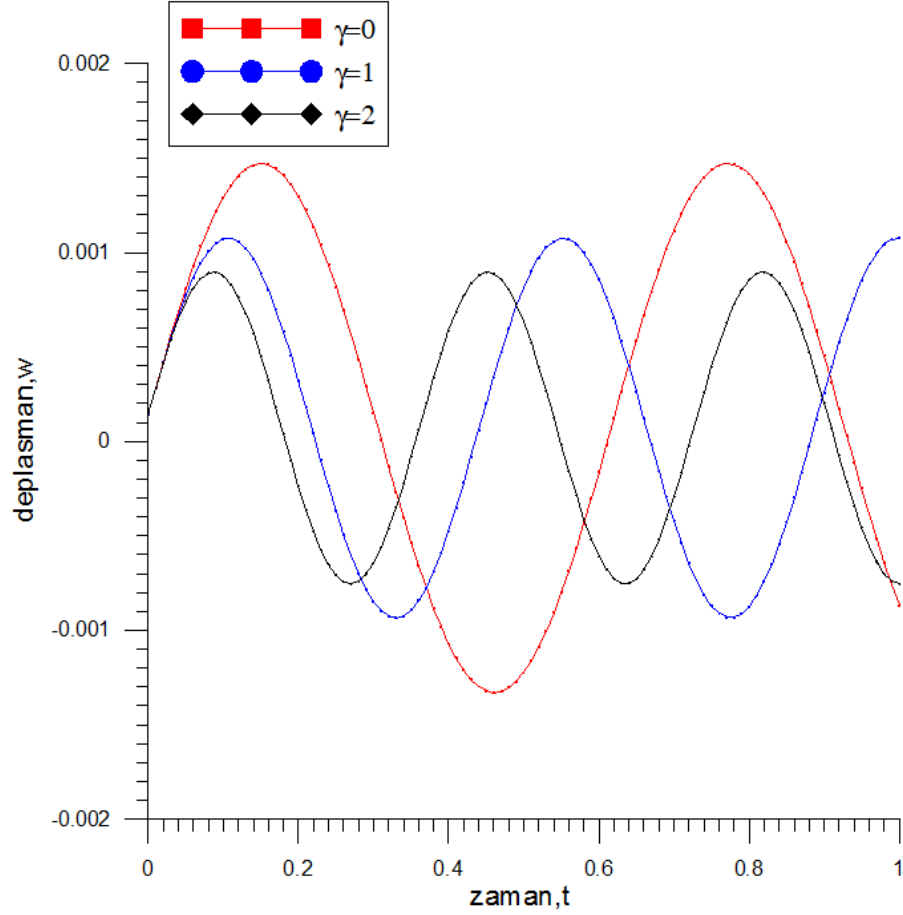


**Şekil 4.35.** Farklı  $\nu$  değerleri için kirişin orta noktasındaki deplasmanın zamanla değişimi ( Homojen Winkler zemin modeli,  $k_0 = 100$ ,  $m = 1$ ,  $n = 1$ ,  $c_b = 0.1$ ,  $c_h = 0.1$ )



**Şekil 4.36.** Farklı  $\nu$  değerleri için kirişin orta noktasındaki deplasmanın zamanla değişimi ( Homojen Winkler zemin modeli,  $k_0 = 10$ ,  $m = 1$ ,  $n = 1$ ,  $c_b = 0.1$ ,  $c_h = 0.1$ )

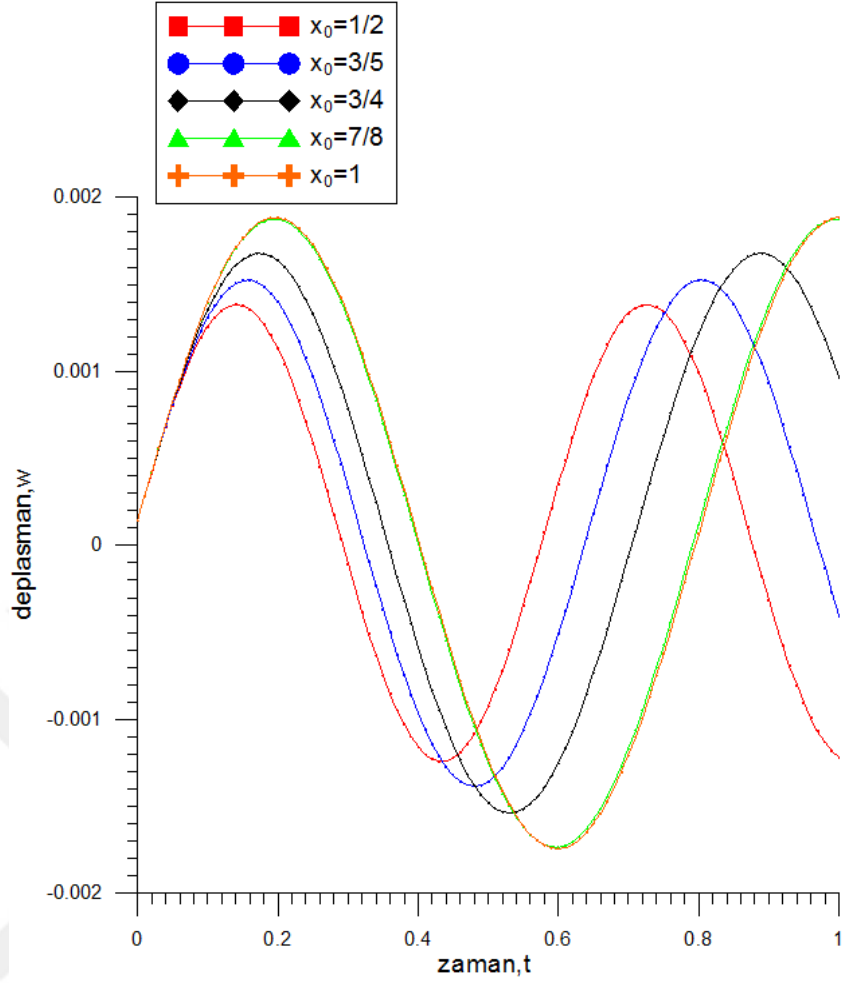
Şekil 4.35. ve Şekil 4.36.'da sabit bir yay katsayısı altında farklı Poisson değerleri için kirişin orta noktasının alacağı deplasman değerleri elde edilmiştir. Elde edilen yeni denklemde doğal frekansın Poisson oranı ile küçüleceği hem matematiksel hem de grafiksel olarak gösterilmiştir. Dolayısıyla kirişin periyot değeri yükselmekte bu da sistemin daha fazla deplasman yapmasına neden olmaktadır. Ancak yay katsayısının değerinin arttırılmasıyla, deplasmandaki büyüme küçülmekte hatta gözükmemektedir. Dolayısıyla Poisson oranındaki değişim zayıf zeminlerde önem kazanmaktadır.



**Şekil 4.37.** Farklı  $\gamma$  değerleri için kirişin orta noktasındaki deplasmanın zamanla değişimi ( Değişken Winkler zemin modeli,  $k_0 = 100$ ,  $\nu = 0$ ,  $m = 1$ ,  $n = 1$ ,  $c_b = 0.1$ ,  $c_h = 0.1$ )

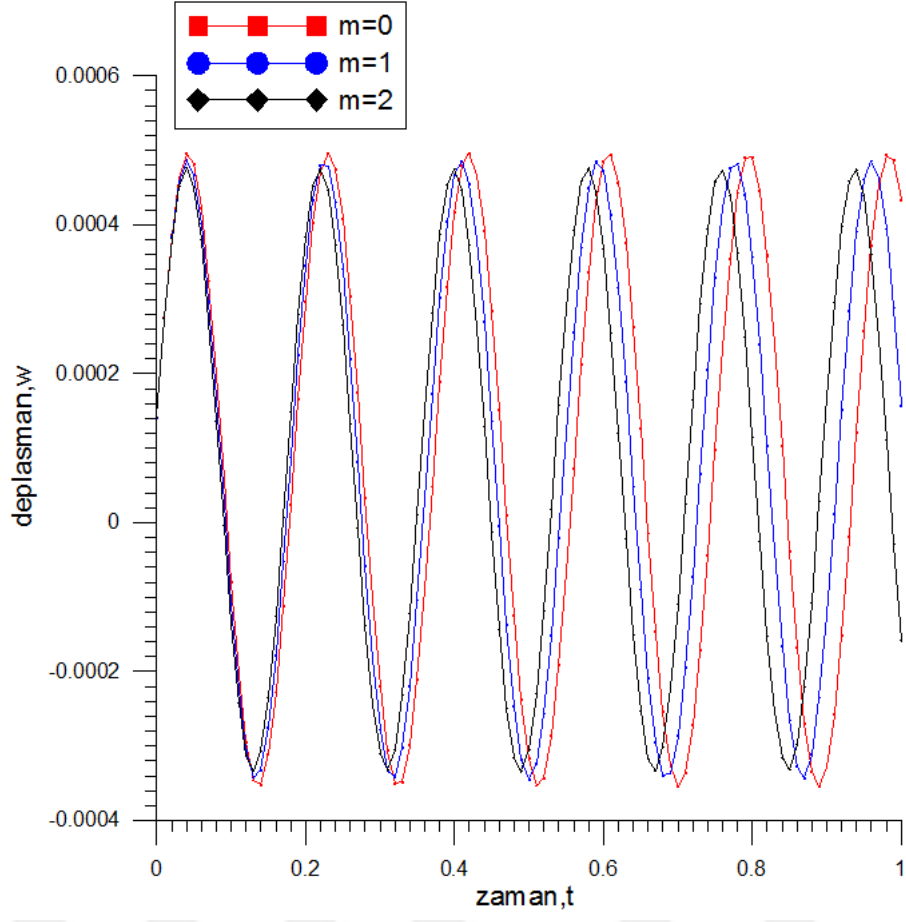
Şekil 4.37.'de değişken Winkler zemin modelinde, zeminin özelliklerine göre değişen bir katsayı vardır. Bunun farklı değerleri için grafikler elde edilmiştir.  $\gamma$  değeri arttıkça daha önce doğal frekansın yükseldiği görülmüştür. Bunun sonucunda zeminin rijitliği artmakta ve kiriş daha az deplasman yapmaktadır.



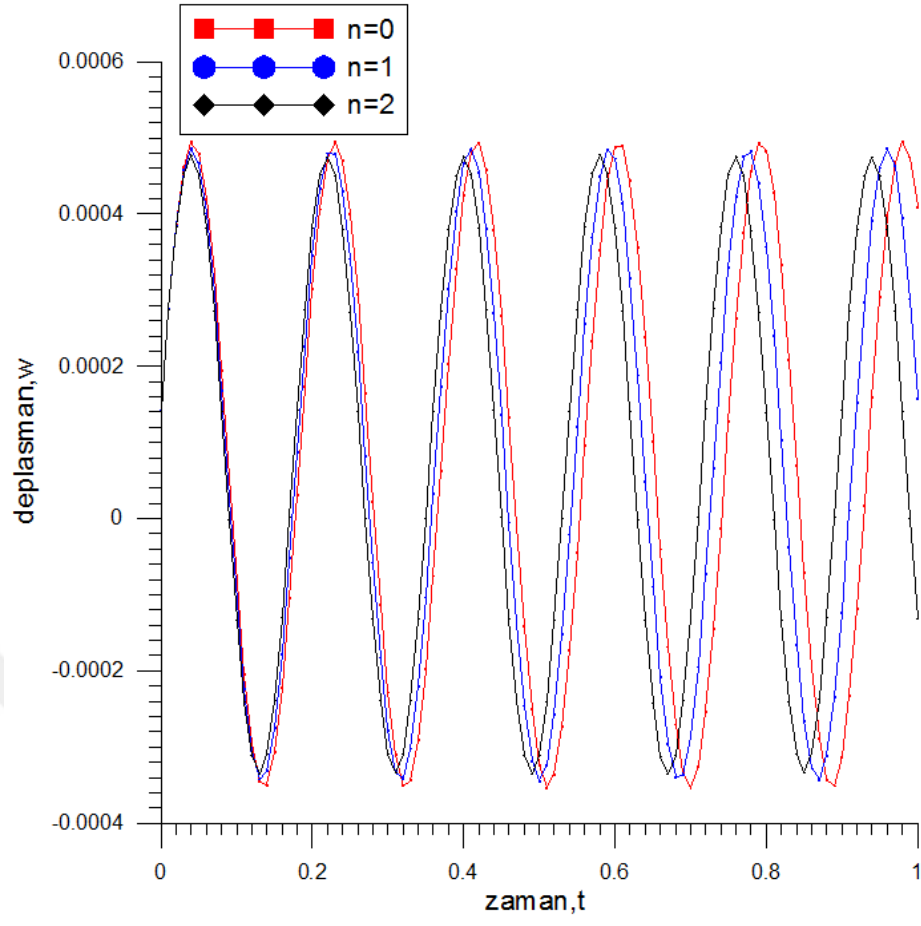


**Şekil 4.38.** Farklı  $x_0$  değerleri için kirişin orta noktasındaki deplasmanın zamanla değişimi ( Kısmi Winkler zemin modeli,  $k_0 = 100$ ,  $\nu = 0.2$ ,  $m = 1$ ,  $n = 1$ ,  $c_b = 0.1$ ,  $c_h = 0.1$ )

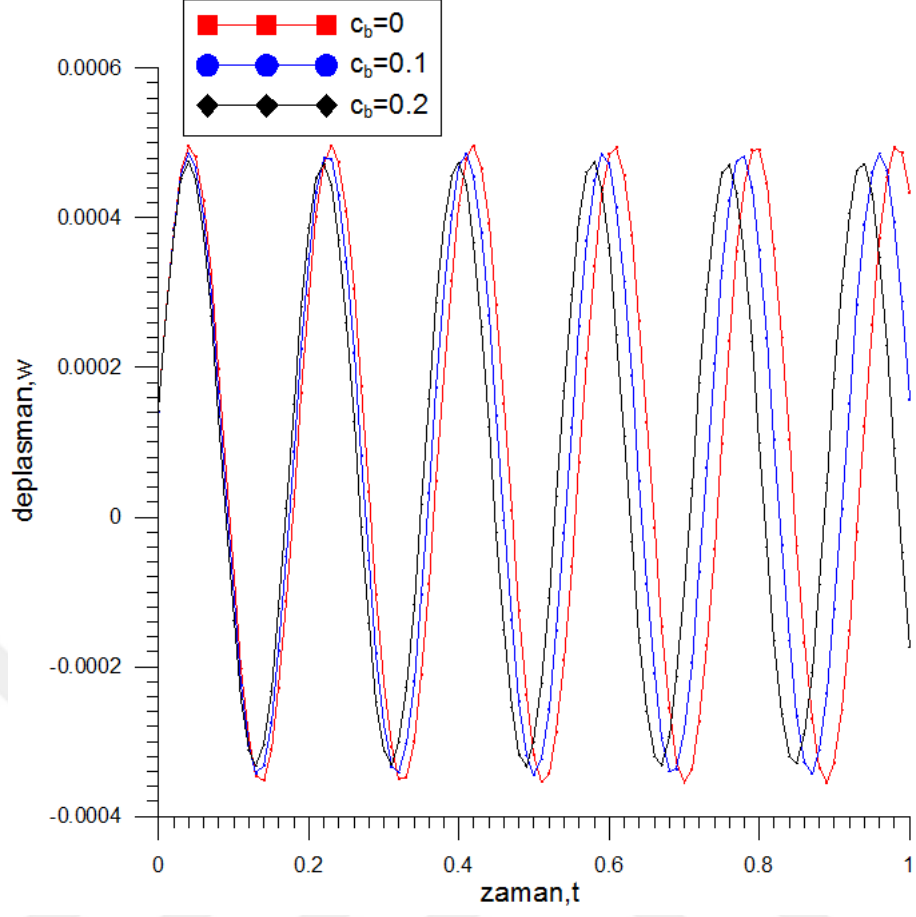
Şekil 4.38.'de kısmi Winkler zemin modelinde kirişin zemine oturmayan kısmının uzunluğu arttıkça yapacağı deplasman büyümekte, bu büyüme zemin yay katsayısının değerinin artırılmasıyla azalmaktadır.



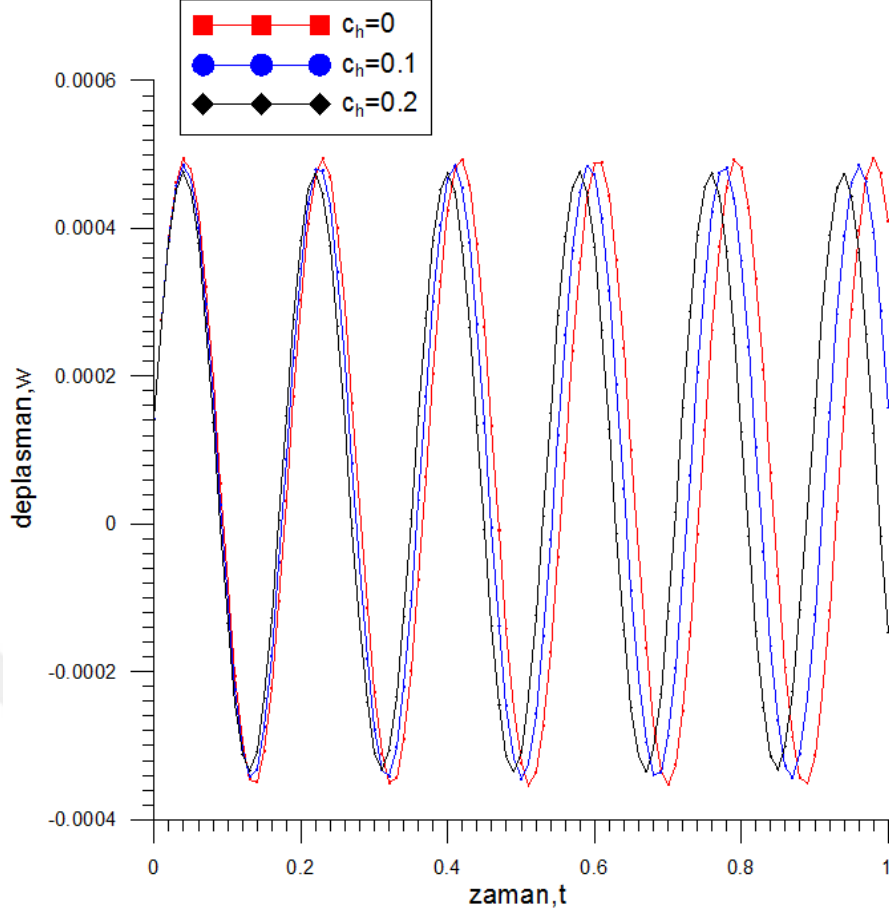
**Şekil 4.39.** Farklı  $m$  değerleri için kirişin orta noktasındaki deplasmanın zamanla değişimi ( Homojen Winkler zemin modeli,  $k_0 = 1000$ ,  $\nu = 0.2$ ,  $n = 1$ ,  $c_b = 0.1$ ,  $c_h = 0.1$ )



**Şekil 4.40.** Farklı  $n$  değerleri için kirişin orta noktasındaki deplasmanın zamanla değişimi ( Homojen Winkler zemin modeli,  $k_0 = 1000$ ,  $\nu = 0.2$ ,  $m = 1$ ,  $c_b = 0.1$   $c_h = 0.1$ )



**Şekil 4.41.** Farklı  $c_b$  değerleri için kirişin orta noktasındaki deplasmanın zamanla değişimi ( Homojen Winkler zemin modeli,  $k_0 = 1000$ ,  $\nu = 0.2$ ,  $m = 1$   $n = 1$ ,  $c_h = 0.1$ )



**Şekil 4.42.** Farklı  $c_h$  değerleri için kirişin orta noktasındaki deplasmanın zamanla değişimi ( Homojen Winkler zemin modeli,  $k_0 = 1000$ ,  $\nu = 0.2$ ,  $m = 1$ ,  $n = 1$   $c_b = 0.1$ )

Şekil 4.39. ile Şekil 4.42. arasındaki grafiklerde kirişin yükseklik ve genişliğindeki değişimin deplasman üzerindeki etkisine bakılmış ve daha yüksek yay katsayısı değerlerinde bu değişimin deplasman üzerinde etkili olduğu görülmüştür. Yukarıdaki grafiklerde  $m, n, c_b$  ve  $c_h$ 'nin arttırımıyla kiriş kesidi küçülmekte ve dolayısıyla deplasmanda ufak miktarda düşüş gözlemlenmektedir.

## 5.BÖLÜM SONUÇ VE ÖNERİLER

Kirişler bir yapıyı, sistemi meydana getiren önemli yapı elemanlarından bir tanesidir. Bu elemanların mekanik davranışlarının daha iyi anlaşılması, araştırmacıların yapı çözümlerinde daha gerçekçi sonuçlar elde etmesine imkan sağlamaktadır. Bu sebeple literatürde çeşitli giriş teorileri ortaya çıkmıştır. Bunlardan en bilineni Euler Bernoulli giriş teorisidir. Giriş teorilerinde tek bir yöndeki gerilme dikkate alınmış olup diğer yönlerdeki gerilmeler ihmal edilmektedir. Neticesinde giriş bu yönde uzayıp kısalırken Poisson oranının etkisiyle diğer yönlerdeki şekil değiştirmeler ihmal edilmiştir. Bu tez kapsamında ihmal edilen bu şekil değiştirmeler dikkate alınıp, bu giriş teorisine Poisson oranı eklenerek yeni Euler Bernoulli giriş denklemi elde edilmiştir. Elde edilen bu yeni giriş denklemi kullanılarak girişin Winkler temeline karşı vereceği tepkiler grafiklerle gösterilmiştir. Homojen, değişken ve kısmi olarak düşünülen üç farklı zemin durumunda girişin doğal frekans değerleri elde edilmiştir. Zemin durumlarının yanında, yay katsayısının değeri de girişin doğal frekansını değiştirmektedir. Yay katsayısının değerinin artması doğal frekansta artışa neden olmaktadır. Bu davranışın nedeni sistemin genel rijitliğinin artmasından dolayıdır. Klasik Euler Bernoulli giriş teorisinde Poisson oranı sıfıra eşittir. Ancak Poisson oranını hesaba katarak elde etmiş olduğumuz bu denklem, Poisson oranının yanında, ikinci mertebe etkiler olarak adlandırılan büyük yer değiştirmelerin etkisini de içermektedir. Bu yüzden Poisson oranı büyüdükçe daha küçük doğal frekans değerleri elde edilmiştir. Ayrıca elde edilen moment formülüne bakılarak, eğilme rijitliğinin  $(1+\nu)$ 'a bölünmesinden dolayı girişin maksimum momentinin  $(1+\nu)$  kadar büyüyeceği söylenebilir. Yeni elde edilen denklem sonucunda yay katsayısının değeri sıfır iken basit basit mesnet şartı için girişin doğal frekans değeri  $\frac{\pi^2}{(1+\nu)}$  elde edilmiştir. Böylece Poisson oranı arttıkça doğal frekansın düştüğü görülmüştür.

Formülasyondan dolayı Değişken Winkler zemin modelinde  $\gamma=1$  ve Kısmi Winkler zemin modelinde  $x_0=0$  için Homojen Winkler zemin modelinin vermiş olduğu doğal frekans değerleri elde edilmektedir. Yine Değişken Winkler zemin

modelinde zeminin özelliklerine bağlı bir katsayı olan  $\gamma$  arttırıldıkça kirişin doğal frekans değerlerinin arttığı görülmektedir.  $\gamma$ 'nin artması zeminin rijitliğini arttırmaktadır. Bu da zemin-yapı etkileşiminin önemini bir kez daha göstermektedir. Kirişin belli bir zemin üzerine oturması doğal frekansını arttırmaktadır. Bu nedenle Kısmi Winkler zemin modelinde  $x_0$ 'nin büyümesi doğal frekansı düşürmektedir.

Kirişin genişlik ve yükseklik değişiminin kirişin doğal frekansı üzerindeki etkileri anlaşılmaya çalışılmıştır.  $c_b$ 'nin büyümesi kesitin küçüldüğünü göstermektedir. Aynı şey  $c_h$  için de söylenmektedir. Böylelikle  $c_b$  ve  $c_h$ 'nin artması doğal frekansta artışa neden olmaktadır. Aynı şekilde  $m$ 'nin artması da kesitin genişliğinin küçülmesini,  $n$ 'nin büyümesi de küçülmenin daha fazla olmasını sağlayıp doğal frekansta artışı sağlamaktadır.

Üç farklı zemin modeli için kirişin orta noktasının deplasmanının zamanla değişim grafikleri elde edilmiştir. Yay katsayısının değerinin artmasıyla kiriş daha rijit bir zemin üzerine oturacağından kirişin yapmış olduğu deplasman azalmaktadır. Poisson oranı değişiminin deplasman üzerindeki etkisi deplasmanı arttırıcı yöndedir. Farklı yay katsayıları için elde edilen grafiklerde Poisson oranı arttıkça deplasmanın arttığı gözlemlenmiştir. Ancak yüksek yay katsayısı değerlerinde Poissondaki değişimle meydana gelen bu artış küçülmekte hatta olmamaktadır. Bu nedenle Poisson oranı zayıf zeminlerde, deplasman üzerinde etkili olmaktadır. Değişken Winkler zemin modelinde ise zemine bağlı katsayı olan  $\gamma$  arttıkça zemin rijit davranış göstermekte ve kirişin deplasmanı azalmaktadır. Kısmi Winkler zemin modelinde kirişin zemine oturmayan uzunluğu büyüdükçe kiriş daha fazla deplasman yapmaktadır. Kirişimiz değişken kesitli olduğundan dolayı,  $m$ ,  $n$ ,  $c_b$  ve  $c_h$ 'nin etkisi grafiklerle gösterilmiştir. Değerlerin artmasıyla kiriş kesidi küçüleceğinden yapacağı deplasman değeri küçülmektedir. Ancak kesit boyutlarından dolayı deplasmandaki azalma ufak bir miktar olmaktadır. Daha rijit zeminlerde deplasmandaki düşüş daha net görülebilmektedir. Elde edilen bu yeni denklem ile zemin-yapı etkileşimi göz önüne alınarak kiriş davranışının daha gerçekçi modellenmesi sağlanmıştır. Farklı zeminlerde kirişin davranışı ve Poisson oranının etkisi incelenmiş yeni sonuçlar elde edilmiştir.

## KAYNAKLAR

- [1] Mahaffey, P. B. Bending, Vibration and Buckling Response of Conventional and Modified Euler–Bernoulli and Timoshenko Beam Theories Accounting for the Von Karman Geometric Nonlinearity. A&M University, Mechanical Engineering, Texas, 2013, 106 s. (Master Thesis).
- [2] Reddy, J. N. An Introduction to Nonlinear Finite Element Analysis. Oxford University Press, Oxford, 2004, 679 s.
- [3] Dutta, S. C., Roy, R. Critical review on idealization and modeling for interaction among soil–foundation–structure system. Computers and Structures. 2002, 80, 1579-1594.
- [4] Evcan, N. Pasternak Zemin Oturan Sonsuz Bir Kirişin Hareketli Tekil Yük Altındaki Dinamik Davranışının İncelenmesi. İstanbul Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı, İstanbul, 2012, 35 s. (Yüksek Lisans Tezi).
- [5] Civalek, Ö. Elastik Zemin Oturan Yapıların Hesap Yöntemlerine Genel Bir Bakış, Türkiye Mühendislik Haberleri Dergisi, Ankara, 432, 2004/4, 45-54 s.
- [6] Mostafa, N. H. Effect of a viscoelastic foundation on the dynamic stability of a fluid conveying pipe. International Journal of Applied Science and Engineering. 2014, 12(1), 59-74.
- [7] Djondjorov, P., Vassilev, V., Dzhupanov, V. Dynamic stability of fluid conveying cantilevered pipes on elastic foundations. Journal of Sound and Vibration. 2001, 247(3), 537-546.
- [8] Cazzani, A. On the dynamics of a beam partially supported by an elastic foundation: An exact solution-set. International Journal of Structural Stability and Dynamics. 2013, 13, 30.
- [9] Engesser, F. Zur Theorie Des Baugrundes, Centralblatt Der Bauverwaltung, Berlin, 1893, 306-308 s.
- [10] Özdemir, Ö. Elastik Zemin Oturan Kirişlerin Sonlu Titreşimi. İstanbul Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı, İstanbul, 2009, 53 s. (Yüksek Lisans Tezi).
- [11] De Rosa, M. A. Stability and dynamics of beams on Winkler Foundations. Earthquake Engineering & Structural Dynamics. 1989, 18(3), 377-388.
- [12] Sun, L. A. Closed-form solution of a Bernoulli-Euler Beam on a viscoelastic foundation under harmonic line loads. Journal of Sound and Vibration. 2001, 242(4), 619-627.
- [13] Kim, S. M. Vibration and stability of axial loaded beams on elastic foundation under moving harmonic loads. Engineering Structures. 2004, 26, 95-105.
- [14] Hızal, Ç. Elastik Zemin Üzerine Oturan Kirişlerin Zorlanmış Titreşimi. Dokuz Eylül Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı, İzmir, 2012, 180 s. (Yüksek Lisans Tezi).
- [15] Hetenyi, M. Beams on Elastic Foundations. The University of Michigan Press, Michigan, 1946, 255 s.
- [16] Ayvaz, Y., Özgan, K. Application of modified Vlasov model to free vibration analysis of beams resting on elastic foundations. Journal of Sound and Vibration. 2002, 255(1), 111-127.
- [17] Zhou, D. A. General solution to vibrations of beams on variable Winkler elastic foundation. Computers & Structures. 1993, 47, 83-90.



- [18] Farghaly, S. H., Zeid, K. M. An exact frequency equation for an axially loaded beam-mass-spring system resting on a Winkler elastic foundation. *Journal of Sound and Vibration*. 1995, 185, 357-363.
- [19] Balkaya, M., Kaya, M. O., Sağlamer, A. Zemin Gömülü Bir Borunun Dinamik Analizi. *Zemin Mekaniği ve Temel Mühendisliği 1. Özel Konulu Sempozyum*, 8 Kasım, 2007, İstanbul (Bildiri Özetleri Kitabı, 43-250 s).
- [20] Pavlovic, M. N., Wylie, G. B. Vibration of beams on non-homogenous elastic foundations. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*. 1983, 11, 797-808.
- [21] Eisenberger, M., Yankelevsky, D. Z., Clastornik, J. Stability of beams on elastic foundations. *Computers & Structures*. 1986, 24(1), 135-139.
- [22] Doyle, P. F., Pavlovic M. N. Vibration of beams on partial elastic foundations. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*. 1982, 13, 651-660.
- [23] Kukla, S. Free vibration of a beam supported on a stepped elastic foundation. *Journal of Sound and Vibration*. 1991, 149(2), 259-265.
- [24] Eisenberger, M., Yankelevsky, D. Z., Adın, M. A. Vibrations of beams fully or partially supported on elastic foundations. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*. 1985, 13, 651-660.
- [25] Coşkun, İ. Non-linear vibrations of a beam resting on a tensionless Winkler foundation. *Journal of Sound and Vibration*. 2000, 236(3), 401-411.
- [26] Djondjorov, P. A. On the critical velocities of pipes on variable elastic foundations. *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*. 2001, 31, 73-81.
- [27] Lottati, I., Korneckı, A. The effect of an elastic foundation and of dissipative forces on the stability of fluid-conveying pipes. *Journal of Sound and Vibration*. 1986, 109, 327-338.
- [28] Vassilev, V. M., Djondjorov, P. A. Dynamic stability of viscoelastic pipes on elastic foundations of variable modulus. *Journal of Sound and Vibration*. 2006, 297, 414-419.
- [29] Yeşilce, Y. Yatak Katsayısı Değişken Elastik Zemin Kısmi Gömülü Kazıkların Serbest Titreşim Analizi. *Dokuz Eylül Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı, İzmir, 2004, 169 s. (Yüksek Lisans Tezi)*.
- [30] Nayfeh, A. H., Pai, P. F. *Linear and Nonlinear Structural Mechanics*. Wiley Vch, Mörlenbach, 2004, 746 s.
- [31] Sunguroğlu, N. G. Sivriltilmiş Ankastre Yapılarda Kiriş Teorilerinin İncelenmesi Ve Titreşim Analizi Uygulamaları. *İstanbul Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Uçak ve Uzay Mühendisliği Anabilim Dalı, İstanbul, 2015, 93 s. (Yüksek Lisans Tezi)*.
- [32] Omurtag, M. H. *Mukavemet Cilt 2*. Birsen Yayınevi, İstanbul, 2013, 480 s.
- [33] Hasan, A. G. Hareketli Yüke Maruz Euler – Bernoulli Tipi Kirişlerin Dinamik Davranışlarının İncelenmesi. *İstanbul Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Makine Mühendisliği Anabilim Dalı, İstanbul, 2012, 97 s. (Yüksek Lisans Tezi)*.
- [34] Bickford, W. B. A consistent higher order beam theory. *Developments in Theoretical and Applied Mechanics*. 1982, 11, 137-150.
- [35] Aron, Ö., Jonas, E. *Structural Element Approaches for Soil-Structure Interaction*. Chalmers University of Technology, Department of Civil and Environmental Engineering, Göteborg, 2012, 62 s. (Master Thesis).
- [36] Karaca, Z., Kasımzade, A. A., Ak, M. Zemin Fiziksel Parametreleri İle Zemin Yatak Katsayıları Arasındaki Bağlantı Ve Zemin Yapı Etkileşiminde

- Uygulama. Zemin Mekaniği ve Temel Mühendisliği 1. Özel Konulu Sempozyum, 8 Kasım, 2007, İstanbul (Bildiri Özetleri Kitabı, 213-218 s).
- [37] Balcı, M. İki Parametrelili Kademeli Vlasov Tipi Zemin Modelinin İncelenmesi. İstanbul Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı, İstanbul, 2005, 71 s. (Yüksek Lisans Tezi).
- [38] Hamarat, M. A. İki Parametrelili Zeminler Üzerine Oturan Yapı Sistemlerinin Dinamik Analizi. İstanbul Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı, İstanbul, 2012, 72 s. (Yüksek Lisans Tezi).
- [39] Güraslan, M. O. İki Parametrelili Zemine Oturan Kirişler. İstanbul Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı, İstanbul, 2008, 105 s. (Yüksek Lisans Tezi).
- [40] Mamuk, F. Üç Boyutlu Dinamik Zemin-Yapı Etkileşimi. İstanbul Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı, İstanbul, 2010, 83 s. (Yüksek Lisans Tezi).
- [41] Daloğlu, A. T., Vallabhan, C. V. G. Values of k for slab on Winkler foundation. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering. 2000, 126(5), 463-471.
- [42] Bowles, J. E. Foundation Analysis and Design. McGraw-Hill Companies, Inc., New York, 1996, 1169 s.
- [43] Terzaghi, K. Evaluation of coefficients of subgrade reaction. Geotechnique. 1995, 5(4), 297-326 s.
- [44] Ersoy, U. Betonarme 2 Döşeme ve Temeller. Evrim Yayınevi, İstanbul, 1995, 245 s.
- [45] Keskinel, F. Elastik Zemine Oturan Sonlu Kiriş Tesir Çizgileri ve Sürekli Temellerin Çözümüne Uygulanması, İstanbul Teknik Üniversitesi Yayınları, İstanbul, 1970.
- [46] Yu, Y. Y. Vibrations of Elastic Plates: Linear and Nonlinear Dynamical Modeling of Sandwiches, Laminated Composites, and Piezoelectric Layers. Springer-Verlag, New York, 1996, 228 s.
- [47] Usta, L. Singülerite Fonksiyonlarına Sahip Yapı Dinamiği Problemlerinin Çözümüne Yeni Bir Yaklaşım. Manisa Celal Bayar Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Matematik Anabilim Dalı, Manisa, 2017, 43 s. (Yüksek Lisans Tezi).
- [48] Wang, C. M., Reddy, J. N., Lee, K. H. Shear Deformable Beams and Plates. Elsevier Science, Oxford, 2000, 312 s.

## ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı : Kabil ÇETİN  
Doğum Yeri ve Yılı : İZMİR, 1991  
Medeni Hali : Bekar  
Yabancı Dili : İngilizce  
E-posta : kabilcetin@hotmail.com

### Eğitim Durumu

Lise : Karşıyaka Merkez Anadolu Lisesi, 2005  
Lisans : Manisa Celal Bayar Üniversitesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, 2009  
Yüksek Lisans : Manisa Celal Bayar Üniversitesi, İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı, 2015

### Mesleki Deneyim

- (1) Sağel İnşaat Taahhüt, Ticaret 2013-2014  
(2) Epsilon Proje Mühendislik 2014-2014  
(3) Yüzyıl Yapı Denetim A.Ş 2014-2015  
(4) TÜBİTAK PROJESİ Asistanı, Manisa Celal Bayar Üniversitesi / Hafif Eğrili Geliştirilmiş Euler-Bernoulli ve Timoshenko kirişinin eğilme, titreşim ve burkulma tepkisi, Yürütücü: B. Gültekin SINIR, Proje No: 214M050, 2015-2016.

### Uluslararası Bilimsel Toplantılarda Sunulan ve Bildiri Kitaplarında Basılan Bildiriler

[1] ÇETİN, K., USTA, L., SINIR, B.G., Effect of soil coefficients and Poisson's ratio on the behavior of modified Euler-Bernoulli beam lying on Winkler foundation, International Conference on Computational and Experimental Science and Engineering (ICCESEN 2016), 19-24 Ekim, 2016, Antalya.

[2] MORTAZAVİ, A., ÇETİN, K., SINIR, B.G., Modify the Euler-Bernoulli beam theory considering the Poisson's effect, International Conference on Computational and Experimental Science and Engineering (ICCESEN 2016), 19-24 Ekim, 2016, Antalya.