

DAĞITILMIŞ TURBO KODLAMALI SİSTEMLERDE RÖLE SEÇİMİ

Hakan KAYA

**Bülent Ecevit Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Elektrik-Elektronik Mühendisliği Dalında
Doktora Tezi
Olarak Hazırlanmıştır**

ZONGULDAK

Ocak 2015

KABUL:

Hakan KAYA tarafından hazırlanan “DAĞITILMIŞ TURBO KODLAMALI SİSTEMLERDE RÖLE SEÇİMİ” başlıklı bu çalışma jürimiz tarafından değerlendirilerek, Bülent Ecevit Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Elektrik-Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalında Doktora Tezi olarak oybirliğiyle kabul edilmiştir. 16/01/2015

Başkan : Prof. Dr. Ertan ÖZTÜRK
Bülent Ecevit Üniversitesi



Üye : Prof. Dr. İbrahim ALTUNBAŞ
İstanbul Teknik Üniversitesi



Üye : Doç. Dr. Zehra SARAÇ
Bülent Ecevit Üniversitesi



Üye : Yrd. Doç. Dr. Rifat HACIOĞLU
Bülent Ecevit Üniversitesi



Üye : Yrd. Doç. Dr. Zekeriya USTAOĞLU
Bülent Ecevit Üniversitesi



ONAY:

Yukarıdaki imzaların, adı geçen öğretim üyelerine ait olduğunu onaylarım./..../2015



Prof. Dr. Kemal BÜYÜKGÜZEL
Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

“Bu tezdeki tüm bilgilerin akademik kurallara ve etik ilkelere uygun olarak elde edildiğini ve sunulduğunu; ayrıca bu kuralların ve ilkelerin gerektirdiği şekilde, bu çalışmadan kaynaklanmayan bütün atıfları yaptığımı beyan ederim.”



Hakan KAYA

ÖZET

Doktora Tezi

DAĞITILMIŞ TURBO KODLAMALI SİSTEMLERDE RÖLE SEÇİMİ

Hakan KAYA

Bülent Ecevit Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü

Elektrik-Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Ertan ÖZTÜRK

Ocak 2015, 97 sayfa

Dağıtılmış Kodlama tekniği, kaynak ve röle görevini üstlenen iki kullanıcının, kod kelimesini iki parça halinde üreterek hedefe gönderdiği, böylece kodlamalı işbirliği çeşitlemesi sağlayan literatürde tanımlanmış bir tekniktir. Bu tekniğin turbo kodlamaya uygulandığı Dağıtılmış Turbo Kodlama (DTK), literatürde ilk olarak tek röle ile tanımlanmıştır, daha sonra çoklu rölelerin işbirliği yaptığı DTK yapı ve sonrasında çoklu röleler arasından en iyi rölenin seçilerek bu röle üzerinden işbirliğinin sağlandığı en iyi röle seçimli DTK yapı yine daha önce tanımlanmıştır. Sönümlmeli kanallarda DTK'nın çoklu röle kullanması veya aralarından en iyi röleyi seçerek kullanması durumunda, röle sayısının artmasıyla işbirliği seçim kazancı arttığından performans iyileşmesi de artmaktadır.

Bu çalışmada DTK yapısının performansını mevcut durumdakilerden daha da iyileştirmek için iki röle seçimli DTK yapı tasarlanmıştır. Tasarlanan yapıda, literatürde tanımlı DTK'lardan farklı olarak turbo kodlayıcının her iki bileşen kodu çoklu röle arasından seçilen sıralı en iyi iki röle üzerinde üretilmektedir. Böylelikle ortamdaki röle sayısının artmasıyla, sıralı röle seçiminin getirdiği ilave kazanç ile sistemdeki toplam röle seçim kazancının artırılması hedeflenmiştir.

ÖZET (devam ediyor)

Tasarlanan DTK içerisinde kullanılan turbo kodlayıcı, iki geri beslemeli sistematik katlamalı kodlayıcıdan oluşan, 1/3 oranlı paralel sıralı kodlayıcıdır. Sistematik dizi direkt yol ile hedefe yollanırken, serpiştirilmiş parite dizisi seçilen en iyi röle, diğer parite dizisi ikinci en iyi röle aracılığıyla hedefe yollanmaktadır. Ortamda bulunan tüm rölelerin çöz aktar protokol kullandıkları varsayılmıştır. Röle seçiminde öncelikle, rölelerin kod çözme kapasitelerine bakılarak doğru kod çözenlerin oluşturduğu bir küme oluşturulmuştur, sonra bu kümeden alıcıda en yüksek anlık işaret gürültü oranı sağlayan sıralı en iyi iki röle seçilmesi yöntemi uygulanmıştır.

Bu çalışmada tasarlanan DTK yapının ve literatürde tanımlı tek röle seçimli DTK yapının düz Rayleigh sönümlenmeli kanalda bit ve çerçeve hata olasılıkları için kapalı form birleşik sınır (union bound) ifadeleri türetilmiştir. Birleşik sınır ifadelerinin içerdiği çiftsel hata olasılıkları için sıralı istatistik kuramından faydalanarak üst sınır kapalı form ifadeler türetilmiştir. Son olarak türetilen ifadeler benzetimle doğrulanmıştır.

Tek röle seçimli DTK ile bu çalışmada tasarlanan sıralı en iyi iki röle seçimli DTK, (1,5/7,5/7), (1,7/5,7/5) ve (1,13/15,13/15) turbo kodlayıcılar kullanılarak hata performansları nümerik olarak karşılaştırıldığında; ortamdaki röle sayısının az olması durumunda (seçim kazancının düşük veya hiç olmadığı olduğu durum) tek röle seçimli DTK, iki direkt yol kullanmasından dolayı tasarlanan tek direkt yol kullanan DTK'ya göre ilave bir (+1) çeşitleme kazancıyla daha iyi performans sonucu vermektedir. Ortamdaki röle sayısının artmasıyla tasarlanan yapının, ilkinde göre daha fazla seçim kazancı sağladığı, böylece artan performans üstünlüğü verdiği gösterilmiştir. Yukarıda anlatılan sonuçlar; kaynak-hedef, kaynak-röle ve röle kaynak arasındaki yolların aynı ortalama işaret gürültü oranına sahip (aynı kalitede) olduğu durumda elde edilmiştir. Son olarak, direkt yolun kötüleşmesi (ya da röle-hedef arasındaki yolların, direkt yola göre daha iyi link kalitesine sahip olması) durumunda, ortamdaki röle sayısının sadece birkaç tane olması durumunda dahi tasarlanan yapının, tek röle seçimli yapıya göre daha fazla kodlamalı işbirliği kazancı sağlamasıyla daha iyi performans sonucu verdiği gösterilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Turbo kodlama, işbirlikli iletişim, röle seçimi, sıra istatistiği

Bilim Kodu: 609.02.00

ABSTRACT

Ph.D. Thesis

RELAY SELECTION IN DISTRIBUTED TURBO CODED SYSTEMS

Hakan KAYA

Bulent Ecevit University

Graduate School of Natural and Applied Sciences

Department of Electrical and Electronics Engineering

Thesis Advisor: Prof. Ertan ÖZTÜRK

January 2015, 97 pages

Distributed Coding technique defined in literature provides cooperative coded diversity gain by sending a codeword in two parts independently through a source and a relay. Distributed Turbo Coding (DTC) scheme is first defined in literature by using one relay. Then DTC schemes with multi relays and with a single best relay selected among multi relays are defined previously. In fading channels, the performance of a DTC scheme which uses multiple relays or a selected best relay improves due to the increment of selection gain, when the number of available relays increases.

In this work, we propose new DTC scheme with two relays selected among multi-relays, in order to further improve the performances of DTC schemes. On the other hand, the structure of the proposed DTC scheme is different than those defined earlier. In the proposed DTC scheme, the two component codes are generated in two ordered best relays selected among multi-relays, in order to further improve the performance of DTC schemes when the number of relays increases.

ABSTRACT (continued)

The considered turbo encoder is a rate of $1/3$ parallel concatenated code composed of two RSC codes which are separated by an interleaver. The systematic sequence is sent through the direct path, while the interleaved sequence is sent through the best relay, and the other sequence is sent through the second best relay. All relays in the transmission are assumed to utilize a DF protocol. In the selection of two relays, first the decoding set of relays which can decode the source message correctly is determined by considering source-relay instantaneous Signal to Noise Ratios (SNRs) of all available relays. Then, the two relays are selected from the decoding set regarding the highest and the second highest relay-destination link qualities (i.e., SNRs).

In this work, we derive closed form union bound expressions of bit and frame error probabilities over flat Rayleigh fading channels for the proposed DTC scheme, as well as for the DTC with single best relay. In order to derive upper bounded closed form expressions for the pairwise probabilities included in the union bound, we determine the statistical properties of the SNRs through the selected relays by using order of statistic. Moreover, the derived expressions are verified by computer simulations.

The performances of the DTC scheme with single best relay and the proposed DTC scheme with two ordered best relays are compared for three different turbo coding structures namely, $(1, 5/7, 5/7)$, $(1, 7/5, 7/5)$ and $(1, 13/15, 13/15)$. When the number of available relays (among which selection(s) is performed) is just a few, the DTC with single best relay outperforms the proposed DTC because of extra one diversity order, as a result of the previous scheme has two direct links whereas the proposed scheme has one direct link. However, when the number of available relays increases, the proposed scheme provides more selection gain compared to that of the previous one, hence it outperforms the previous scheme.

The above results are based on the condition that the links between the source and the destination, between the source and relays, and between relays and the destination have same average SNRs. Finally, in case of a worse direct link quality than the quality of the relayed links (in other words, the average SNR of the relayed links is higher than the average SNR of the direct link); it is shown that the proposed DTC scheme outperforms the DTC scheme with

ABSTRACT (continued)

single best relay, even if the number of available relays is just a few, as a result of a higher increment of coded cooperation gain for the proposed scheme.

Key Words: Turbo coding, cooperative communication, relay selection, order of statistics.

Science Code: 609.02.00

TEŞEKKÜR

Doktora eğitimimi başından sonuna kadar en iyi şekilde planlayarak mesleki bilgi, beceri ve deneyimimi geliştirmemde en büyük katkıyı sağlayan, çalışmalarım boyunca bilgi ve yardımlarını esirgemeyen, her konuda göstermiş olduğu hoşgörü ve anlayıştan dolayı değerli danışman hocam sayın Prof. Dr. Ertan ÖZTÜRK'e teşekkür ederim.

Tez izleme komitesi ve jürisinde yer alarak katkı sağlayan sayın Prof. Dr. Sırrı Sunay GÜRLEYÜK, sayın Doç. Dr. Zehra SARAÇ, sayın Yrd. Doç. Dr. Rıfat HACIOĞLU ve sayın Yrd. Doç. Dr. Zekeriya USTAOĞLU'na teşekkür ederim.

Derslerinde vermiş olduğu bilgiler ile çalışmalarına katkı sağlayan ve tez jürisinde bulunarak onurlandıran sayın Prof. Dr. İbrahim ALTUNBAŞ'a teşekkür ederim.

Sıkıştığım her konuda verdiği karşılıksız desteklerden dolayı Arş. Gör. Ferdi KARA'ya ve bana gösterdiği sabırdan dolayı değerli kardeşim Uzm. Ahmet EMİR'e teşekkür ederim.

Tezin düzenlenmesinde yardımları olan Sayın Murat HAMARAT'a teşekkür ederim.

Gösterdiği sabır, fedakarlık ve destek için her an yanımda olan bitanem sevgili eşim Gülhan USTABAŞ KAYA'ya teşekkür ederim.

Hayatım boyunca hiç bir zaman maddi ve manevi desteklerini esirgemeyerek bugünlere gelmemi sağlayan, sonsuz sevgi ve saygı duyduğum anneme, babama ve ablama teşekkür ederim.

Bu çalışma için maddi desteklerinden dolayı TÜBİTAK EEEAG'ye ve BEÜ Bilimsel Araştırma Projeleri (BAP) birimine teşekkür ederim.

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
KABUL.....	ii
ÖZET	iii
ABSTRACT	v
TEŞEKKÜR.....	ix
İÇİNDEKİLER	xi
ŞEKİLLER DİZİNİ	xv
ÇİZELGELER DİZİNİ.....	xvii
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ	xix
BÖLÜM 1 GİRİŞ.....	1
1.1. ÇALIŞMANIN LİTERATÜRDEKİ YERİ VE AMACI.....	3
1.2. LİTERATÜRDE TANIMLI DTK YAPILAR	5
1.2.1. Tek Röleli Dağıtılmış Turbo Kodlamalı Yapı	5
1.2.2. Genelleştirilmiş Dağıtılmış Turbo Kodlamalı Yapı.....	6
1.2.3. Tek Röle Seçimli DTK Yapı	7
1.3. TEZ PLANI	7
BÖLÜM 2 KABLOSUZ HABERLEŞME KANALI VE ÇEŞİTLEME	9
2.1. SÖNÜMLEME OLAYI VE MODELLERİ.....	9
2.1.1. Frekans Seçici ve Düz Sönümlemeli Kanallar	10
2.1.2. Hızlı ve Yavaş Sönümlemeli kanallar	10
2.1.3. Rayleigh Sönümleme	11
2.2. ÇEŞİTLEME	15
2.2.1. Çeşitleme Yöntemleri.....	16
2.2.1.1. Frekans Çeşitlemesi.....	16

İÇİNDEKİLER (devam ediyor)

	<u>Sayfa</u>
2.2.1.2. Zaman Çeşitlemesi	16
2.2.1.3. Uzay Çeşitlemesi (Anten Çeşitlemesi)	16
2.2.1.4. İşbirlikli Çeşitleme	16
2.3. BİRLEŞTİRME YÖNTEMLERİ	17
2.3.1. Seçmeli Birleştirme	17
2.3.2. Maksimum Oran Birleştirme	18
2.3.3. Genelleştirilmiş Seçmeli Birleştirme	20
BÖLÜM 3 İŞBİRLİKLİ HABERLEŞME VE RÖLE SEÇİMİ.....	21
3.1. İŞBİRLİKLİ HABERLEŞME	21
3.2. RÖLE SEÇİMİ	24
3.2.1. Tek Röle Seçimi.....	24
3.2.2. Genelleştirilmiş Röle Seçimi	27
3.2.2.1. AF Protokolü için GRS.....	29
3.2.2.2. DF Protokolü için GRS.....	30
BÖLÜM 4 TURBO KODLAMA	41
4.1. KANAL KODLAMA	41
4.2. KODLAYICI YAPISI.....	42
4.3. BİLEŞEN KODLAR	42
4.4. SERPİŞTİRİCİ	43
4.5. İTERATİF TURBO KOD ÇÖZÜCÜ	43
4.5.1. En Büyük Sonsal Olasılık Algoritması	44
BÖLÜM 5 DAĞITILMIŞ TURBO KODLAMALI SİSTEMLERİN PERFORMANS ANALİZİ	49
5.1. ÇİFT RÖLE SEÇİMLİ DTK YAPI.....	49
5.1.1. Çift Röle Seçimli DTK Yapının Performans Analizi	51

İÇİNDEKİLER (devam ediyor)

	<u>Sayfa</u>
5.2. TEK RÖLE SEÇİMLİ DTK YAPI.....	64
5.2.1. Tek Röle Seçimli DTK Yapının Performans Analizi	65
BÖLÜM 6 NÜMERİK SONUÇLAR	69
BÖLÜM 7 SONUÇ	81
KAYNAKLAR	83
EK AÇIKLAMALAR A.....	87
A.1. (1,7/5,7/5) Kodu İçin t(l,i,d)'nin Türetilmesi	89
A.2.(1,5/7,5/7) Kodu İçin t(l,i,d)'nin Türetilmesi	91
A.3. (1,13/15,13/15) Kodu İçin t(l,i,d)'nin Türetilmesi.....	93
ÖZGEÇMİŞ	97

ŞEKİLLER DİZİNİ

<u>No</u>		<u>Sayfa</u>
1.1	Dağıtılmış Turbo Kodlamalı yapı.	6
1.2	Genelleştirilmiş dağıtılmış turbo kodlamalı yapı.	6
2.1.	Rayleigh sönümlmeli kanal ve TBGG kanal için BER performansı.	14
2.2	Sönümlmeli ve sönümlemesiz kanalda BPSK hata olasılığı eğrileri ($M=1$ (çeşitleme yok), 2, 4, 10 , $M \rightarrow \infty$, Sadece TBGG).	20
3.1	Temel işbirlikli haberleşme yapısı.	21
3.2	Tek röle seçimli sistem.	25
3.3	$M=1, 2, 3, 4, 5, 6$ röleli ortamda, en iyi tek röle seçiminin Rayleigh kanalda BER eğrilerine etkisi.	26
3.4	$M=4$ röle arasından R. en iyi link kalitesine sahip rölenin seçilmesi.	27
3.5.	Genelleştirilmiş röle seçimi yapısı.	28
3.6.	$M=2, 3, 4$ röle arasından en iyi 1. röle seçimi için AF ve DF röle protokollerinin karşılaştırılması.	34
3.7	$M=4$ röle arasından $N=1, 2, 3, 4$ röle seçimi ile iletişim için DF röle protokolünün hata olasılığı eğrileri.	35
3.8.	$M=4$ röleli ortamda en iyi birinci ve ikinci; en iyi ikinci ve üçüncü; en iyi üçüncü ve dördüncü link kalitesine sahip röleler ile yapılan iletişimin hata olasılığı eğrileri.	36
3.9.	DF Protokolü için tek-çift röle seçiminin karşılaştırılması.	37
3.10.	Kodlamasız iki direkt yol içeren tek röle seçimli sistem ve kodlamasız tek direkt yol içeren çift röle seçimli sistem analizi.	39
4.1	Turbo kodlayıcı yapısı.	42
4.2.	İteratif kod çözücü.	43
4.3.	Durum diyagramı.	46
5.1.	Çift röle seçimli 1/3 oranlı turbo kodlayıcı genel yapısı.	50
5.2.	İki röle seçimli sistemde CDF ifadesi integral sınırları.	60
5.3.	Tek röle seçimli DTK yapı.	65

ŞEKİLLER DİZİNİ (devam ediyor)

<u>No</u>	<u>Sayfa</u>
6.1.	M=3 röle için çift röle seçimli DTK yapının FER performansı.70
6.2.	M=5 röle için çift röle seçimli DTK yapının FER performansı.70
6.4.	M=3 röle için tek röle seçimli DTK yapının FER performansı.72
6.3.	M=4 röle için çift röle seçimli DTK yapının BER performansı.71
6.5.	M=4 röle için tek röle seçimli DTK yapının BER performansı.72
6.6.	(1,7/5,7/5) kodu için tek ve çift röle seçimli DTK yapılarının karşılaştırılması.74
6.7.	(1,5/7,5/7) kodu için tek ve çift röle seçimli DTK yapılarının karşılaştırılması.74
6.8.	(1,13/15,13/15) kodu için tek ve çift röle seçimli DTK yapılarının karşılaştırılması. 75
6.9.	(1,13/15,13/15) kodu için tek ve çift röle seçimli DTK yapılarının $\sigma_{SD2} = 0.5, \sigma_{SR2} = 1, \sigma_{RD2} = 1$ için karşılaştırılması.76
6.10.	(1,13/15,13/15) kodu için tek ve çift röle seçimli DTK yapılarının $\sigma_{SD2} = 1, \sigma_{SR2} = 1, \sigma_{RD2} = 5$ için karşılaştırılması.77
A1.1.	(1,7/5,7/5) kodu.89
A1.2.	(1,7/5,7/5) kodu için durum diyagramı.89
A 1.3.	(1,7/5,7/5) kodu için işaret akış şeması.90
A 1.4.	(1,5/7,5/7) kodu.91
A 1.5.	(1,5/7,5/7) kodu için durum diyagramı.92
A 1.6.	(1,5/7,5/7) kodu için işaret akış şeması.92
A1.7.	(1,13/15,13/15) kodu.....93
A1.8.	(1,13/15,13/15) kodu için durum diyagramı.94

ÇİZELGELER DİZİNİ

<u>No</u>	<u>Sayfa</u>
5.1 Çift röle seçimli sistem için PDF ve MGF ifadelerindeki katsayı tablosu	61
5.2 Çift röle seçimli yapı için türetilen Eşitlik (5.38) için katsayı tablosu	64

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

$(.)^*$: Karmaşık sayı eşleniği
$f_X(.)$: Olasılık yoğunluk fonksiyonu
$F_X(.)$: Toplam Dağılım Fonksiyonu
$n(t)$: Gürültü işareti
$E[.]$: Beklenen (Ortalama) değer
P_b	: Bit hata olasılığı
P_f	: Çerçeve hata olasılığı
γ	: Ani işaret gürültü oranı
γ_{AB}	: A-B linkine ilişkin ani işaret gürültü oranı
$\bar{\gamma}$: Ortalama işaret gürültü oranı
$M(.)$: Moment üretme fonksiyonu
$L(u)$: u dizisinin logaritmik benzerlik oranı
$L_{ext}(u)$: u dizisine ilişkin ekstra (extrinsic) bilgi
P_0	: Kaynaktan gönderilen işaretin gücü
P_{DF}	: DF röleden gönderilen işaretin gücü
P_r	: Röleden gönderilen işaretin gücü
L	: Çerçeve uzunluğu
m	: Modülasyonlu simge
s	: Sistematik bit
p^1	: 1. parite biti
p^2	: 2. parite biti
$M_\gamma(.)$: Moment üreten fonksiyon
C	: Tam kod çözme yapan röle kümesi
g	: Kompleks sönümlenme katsayısı
E	: Simge enerjisi
$h_{x,y}$: $x \rightarrow y$ linkinin sönümlenme katsayısı
$\sigma^2_{x,y}$: $x \rightarrow y$ linkine ait sönümlenme katsayısının varyansı

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ (devam ediyor)

β_r	: AF röleye ait kanal katsayısı
β	: DF rölenin kaynaktan gelen sembolü yanlış çözme olasılığı
$\delta(x)$: Dirak fonksiyonu
$\mu(x)$: Birim basamak fonksiyonu,
$\gamma_{S,R,D}$: Uçtan uca ani işaret gürültü oranı
N_0	: Toplanır beyaz Gauss gürültü kanalın varyansı
(\cdot)	: Kombinasyon ifadesi
$Pr(\cdot)$: Olasılık
$t(l,i,d)$: Giriş-çıkış ağırlık sayma fonksiyonu
$p(d i)$: i uzunluklu giriş dizisinin d ağırlıklı kod kelimesi üretme koşullu olasılığı
$P(c \rightarrow e \gamma)$: Koşullu çiftsel hata olasılığı
$P_2(d)$: Ortalama çiftsel hata olasılığını
c	: Kod dizisi
e	: Hatalı kod dizisi
$Q(\cdot)$: Q fonksiyonu
Δ_{TH}	: DF rölede kullanılan eşik değeri
$f_{X,Y}(x,y)$: Ortak olasılık yoğunluk fonksiyonu

KISALTMALAR

AF	: Amplify and Forward (Kuvvetlendir ve Aktar)
SNR	: Bit Error Rate (Bit Hata Oranı)
CDF	: Cumulative Distribution Function (Birikimsel Dağılım Fonksiyonu)
CRC	: Cyclic Redundancy Check (Döngüsel artıklık denetimi)
CSI	: Channel State Information (Kanal Durum Bilgisi)
D	: Hedef
DF	: Decode and Forward (Çöz ve Aktar)
DTK	: Dağıtılmış Turbo Kodlama
GDTK	: Genelleştirilmiş Dağıtılmış Turbo Kodlama
EGC	: Equal Gain Combining (Eşit Kazanç Birleştirmesi)
FDM	: Frequency Division Multiplexing (Frekans Bölmeli Çoğullama)

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ (devam ediyor)

FER	: Frame Error Rate (Çerçeve Hata Oranı)
FRS	: Fırsatçı Röle Seçimi
GRS	: Genelleştirilmiş Röle Seçimi
i.i.d.	: Independent and Identically Distributed (Bağımsız ve özdeş dağılımlı)
IOWEF	: Input-Output Weight-Enumerating Function (Giriş-Çıkış Ağırlık Sayma Fonksiyonu)
LLR	: Log-Likelihood Ratio (Logaritmik Benzerlik Oranı)
Log-MAP	: Logarithmic MAP (Logaritmik MAP)
LOS	: Line of Sight (Direkt Görüş)
MAP	: Maximum A Posteriori (En Büyük Sonsallık)
Max Log-MAP	: Maximum Logarithmic MAP (En büyük Logaritmik MAP)
MGF	: Moment Generating Function (Moment Üretme Fonksiyonu)
MIMO	: Multiple Input Multiple Output (Çok Girişli Çok Çıkışlı)
ML	: Maximum Likelihood (En Büyük Benzerlik)
MRC	: Maximum Ratio Combining (En Büyük Oran Birleştirme)
NSC	: Non-Recursive Systematic Convolutional (Özyineli Olmayan Kodlayıcı)
PDF	: Probability Density Function (Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu)
PSK	: Phase Shift Keying (Faz Kaydırmalı Anahtarlama)
R	: Röle
RSC	: Geri Beslemeli Sistemik Katlamalı Kodlayıcı (Recursive Systematic Convolutional Code)
S	: Kaynak
SC	: Selection Combining (Seçmeli Birleştirme)
SNR	: Signal to Noise Ratio (İşaret Gürültü Oranı)
SOVA	: Soft Output Viterbi Algorithm (Yumuşak Çıkışlı Viterbi Algoritması)
TBGG	: Toplanır Beyaz Gauss Gürültüsü
TDM	: Time Division Multiplexing (Zaman Bölmeli Çoğullama)

BÖLÜM 1

GİRİŞ

Kablosuz haberleşme sistemlerinde performans; girişim, çok yollu sönümlenme, yol kaybı gibi birçok etkiden olumsuz olarak etkilenmektedir. Vericiden gönderilen sinyaller doğrudan görüş yolundaki (Line of Sight, LOS) engeller sebebiyle yansıma, kırılma ve saçılma gibi etkilerden dolayı hedefe birçok yoldan farklı güç ve zamanlarda ulaşmaktadır. Hedefe ulaşan bu sinyaller arasındaki etkileşim çokyollu sönümlenmeye (fading) sebep olmaktadır. Ayrıca sinyalin ortalama gücünde, kaynak-hedef arasındaki uzaklığa bağlı olarak azalma meydana gelmektedir.

Sayısal haberleşme sistemlerinin performansları genellikle alıcı çıkışındaki bit, sembol veya çerçeve hata oranlarıyla ölçülür. Performansı arttırmanın klasik yöntemlerinden birisi *kanal kodlama* kullanılmasıdır. Vericide yer alan kanal kodlayıcının işlevi ikili bilgi dizisinde kontrollü bir şekilde artıklık (parite) oluşturmaktır. Bu artıklık, alıcıda işaretin kanaldan iletimi esnasında gürültü ve sönümlemeden dolayı oluşan olumsuz etkilerinin azaltılması için kullanılır. Bilgi dizisindeki bu fazlalık, alıcıda yer alan kanal kod çözücü vasıtasıyla bilgi dizisinin kodunun çözülmesinde yardımcı olur. Dolayısı ile eklenen bu artıklık alınan işaretin güvenilirliğini arttırır ve orijinal işarete benzerliğini iyileştirir. En çok bilinen kanal kodlama teknikleri Blok Kodlama ve Katlamalı Kodlama, nispeten basit kodlama teknikleri olsalar da iletim performansı üzerinde sağladıkları iyileşmeler günümüz modern haberleşme sistemleri için yeterli değildir; bu yüzden daha karmaşık ancak çok daha fazla performans iyileştirmesi sağlayan Turbo Kodlama ve Düşük Yoğunluklu Eşlik Kontrol (Low Density Parity Check, LDPC) kodlama yeni nesil haberleşme sistemlerinde sıklıkla kullanılmaktadır.

1993 yılında tanıtılan turbo kodlar (Berrou et al. 1993), düşük işaret gürültü oranı (Signal to Noise Ratio, SNR) değerlerinde yapılan iletişimlerde düşük bit hata oranı (Bit Error Rate, BER) değerleri sağlayabilmektedir. Turbo Kodlama yapısal olarak sıralı kodlama tekniğinin geliştirilmiş bir versiyonu ile kod çözme için kullanılan bir iteratif kod çözme algoritmasından

oluşur (Berrou et al. 1993). Basit olarak turbo kodlayıcı, bileşen kodları üreten iki tane geri beslemeli sistematik katlamalı (Recursive Systematic Convolutional, RSC) kodlayıcının paralel olarak bağlanması ile oluşur. Bu yapıda her iki kodlayıcıda aynı veriyi alır. Fakat ikinci kodlayıcı giriş verisi serpiştiriciden geçtikten sonra oluşan yeni dizilimli veriyi işler.

Kanal kodlamanın yanı sıra aynı verinin farklı zaman dilimlerinde iletilmesiyle de hata performansının iyileştirilmesi sağlanabilir, bu teknik zaman çeşitleme (time diversity) olarak isimlendirilir. Genel olarak haberleşme sistemlerinde çeşitleme; bir mesaj işaretinin birbirinden bağımsız birden fazla yoldan iletilmesiyle iletim güvenilirliğinin artırılması tekniğidir. Çeşitlemenin bir kazanç dönüşmesi için, alıcıda farklı yollardan alınan aynı işaretin kopyalarının doğru biçimde birleştirilmesi (combining) gerekmektedir. Birleştirme teknikleri olarak maksimum oran birleştirme (Maksimum Ratio Combining, MRC), eşit kazanç birleştirme (Equal Gain Combining, EGC) veya seçimli birleştirme (Selection Combining, SC) tekniklerinden birisi kullanılabilir. Çeşitleme zaman ve frekans boyutlarında yapılabileceği gibi, birden fazla alıcı ve/veya verici anten (Multi Input Multi Output, MIMO) kullanılarak uzay boyutunda da sağlanabilir. Çoklu anten kullanılarak elde edilen uzay çeşitlemenin istenen iyileştirmeyi sağlaması için, antenlerin iletilen işarete sağlayacakları yolların karakteristiklerinin birbirlerinden farklı yani oluşturulan yolların birbirlerinden bağımsız olması gerekmektedir. Bunu elde etmek için verici veya alıcıya konuşlandırılan antenlerin kendi aralarındaki mesafenin en az iletilen işaret dalga boyunun yarısı mertebesinde olması gerekmektedir (Goldsmith 2005). Baz istasyonları için herhangi bir sorun teşkil etmeyen bu durum, mobil cihazlar için önemli bir kısıttır. Bu yüzden sanal MIMO olarak da adlandırılan, mobil cihazların birbirleriyle işbirliği yaparak elde edilen *İşbirlikli iletişim* çeşitleme yöntemi olarak uygulanmaktadır (Sendonaris et al. 1998, Laneman et al. 2001).

İşbirlikli iletişimde röle olarak adlandırılan cihaz sadece kendi verilerini değil, işbirliği içerisinde olduğu cihazın verilerini de alıp yollamakla sorumludur. Sistem performansını arttırmak için rölede alınan işaret kuvvetlendirilmekte ve iletilmekte (Amplify and Forward, AF) veya alınan işaret önce demodüle edilip (çözülüp) sonra tekrar modüle edilerek (kodlanarak) iletilmektedir (Decode and Forward, DF) (Laneman et al. 2004).

İşbirlikli çeşitleme, tek röle ile kullanıcılar arasında iletişim kalitesini arttırmak için kullanılabileceği gibi, iki kullanıcı arasında (kaynak ve hedef kullanıcılar) bulunan diğer

kullanıcılar, bu iki kullanıcı için röle kabul edilerek, çoklu röle kullanan işbirlikli yapılar da tasarlanabilir. Çoklu röle kullanan işbirlikli yapılarda, kaynak-hedef arasında bulunan ve röle olarak kabul edilen cihazlar, kaynak-hedef arasında iletim için çeşitleme sağlayarak iletişim kalitesini röle sayısı ile orantılı olarak iyileştirirler. Ancak bu yapının en önemli sorunu kaynakların verimli kullanılmamasıdır, tüm röleler frekans veya zaman boyutunda kaynakları iletim için işgal ederler. Bu sorunun çözümü, kaynak-röle arasında mevcut bulunan tüm rölelerin kullanılması yerine, bu röleler arasında en iyi link kalitesine sahip tek rölenin seçilmesi ve işbirliğinin bunun üzerinden yapılması yaklaşımıdır (Bletsas et al. 2006). Bu yöntemde çok röle arasından seçilen en iyi röle, kaynak-hedef arasında en yüksek SNR değerine sahip röledir ve sadece bu röle üzerinden yapılan iletimle tam çeşitleme yani tüm rölelerin kullanılmasında elde edilen çeşitleme derecesi elde edilebilir.

Bir diğer işbirlikli yöntem ise kanal kodlamasının, kullanıcılar arasında dağıtıldığı *kodlamalı işbirliği* yöntemidir (Hunter and Nosratinia 2002). *Dağıtılmış kodlama* tekniği olarakta isimlendirilen bu yapının ilk örneğinde (Hunter and Nosratinia 2006), hem kaynak hem de röle görevini üstlenen iki kullanıcı ve bir hedef bulunmaktadır. Bu yapıda röle olan kullanıcının görevi alınan veriyi tekrarlamak değildir, her bir kullanıcının kod kelimesi iki parça halinde, kendisi ve diğer kullanıcı (röle) vasıtasıyla hedefe gönderilerek çeşitleme sağlanmaktadır. Katlamalı kod kullanılarak elde edilen kodlamalı işbirliğinin, klasik AF işbirliği yöntemine göre 1-2 dB daha iyi performans verdiği literatürde gösterilmiştir (Hunter and Nosratinia 2006). İşbirliği çeşitlemenin ve işbirliği kodlama kazancının daha da iyileştirilmesi için, kodlamalı işbirlikli yapının uzay zaman blok kodlara (Stefenov and Erkip 2005) (Huo and Cao 2013), Uzay Zaman Kafes kodlara (Zhong et al. 2008, Demiroğlu ve Altunbaş 2013) ve düşük yoğunluklu parite kontrol kodlara (Hu and Duman 2007) uygulandıkları çalışmalar da literatürde verilmiştir. Turbo kodlamasının kullanıldığı ve röle kanalın kapasite sınırına yaklaşan Dağıtılmış Turbo Kodlamalı (DTK) işbirlikli yapılar yine literatürde ilk olarak (Zhao and Valenti 2003, Li et al. 2006) da önerilmiştir.

1.1. ÇALIŞMANIN LİTERATÜRDEKİ YERİ VE AMACI

Literatürde tanımlı ilk DTK sistemlerde (Zhao and Valenti 2003, Li et al. 2006), turbo kodlayıcının bileşen kodları, kaynak ve bir röle arasında paylaşılır ve alıcıda bu dağıtılmış kodlar iteratif kod çözücüye giriş olarak verilir. Bu DTK sistemde, turbo kodun sistematik biti ve serpiştirilmemiş bileşen kodu direkt yol ile hedefe gönderilirken, turbo kodun serpiştirilmiş

bileşen kodu ortamda bulunan tek röle kullanılarak hedefe gönderilmektedir. Genelde bu yapıda, röle üzerinden gönderilen bileşen kod serpiştirileceğinden DF röle kullanılmaktadır ve rölenin hatasız kod çözme yaptığı varsayılmıştır. (Li et al. 2006)'da ise kod çözme hatasının göz önüne alındığı ve performansın iyileştirilmesi için röleye gelen veriyi çözmeden yumuşak bilgi aktarımı ile verilerin ardıl olasılıkları hesaplanarak parite sembolleri hesaplandığı DTK yapı incelenmiştir. Diğer yandan, işbirlikli çeşitleme kazancını arttırabilmek için DTK sistemlerde çok röle kullanmakta mümkündür. (Li et al. 2008)'de yapılan çalışmada kaynak-hedef arasında bulunan rasgele dağılmış çoklu röleler, rölenin tam kod çözme yapıp yapmadığına bakılarak, tam kod çözme yapanlar DF, diğerleri AF gruplarına ayrılmıştır. DF grubundaki röleler önce alınan işareti kanal kod çözücünden geçirir, sonra serpiştirme yapar ve tekrar kodlayarak hedefe gönderirken, AF grubundaki röleler alınan işareti sadece kuvvetlendirir ve hedefe iletir. Hedefteki alıcıda, iteratif kod çözücünden önce her bir bileşen kod için röle gruplarından alınan işaretler (diğer bir ifadeyle DF ve AF gruplarından alınanlar ayrı olarak) birleştirme işlemine tabi tutulurlar. Bu yapı Genelleştirilmiş Dağıtılmış Turbo Kodlamalı (GDTK) yapı olarak adlandırılmaktadır (Li et al. 2011)'de ise Rayleigh kanalda çoklu röle ortamında dağıtılmış turbo kodlamalı sistem için BER ve kapsam dışı kalma olasılıkları araştırılmış ve üst sınırlar elde edilmiştir.

Daha önce belirtildiği gibi kodlamasız sistemlerde çoklu röle arasından en iyi rölenin seçimi, tam çeşitlemeyi bant genişliğini verimli kullanarak sağlamaktadır, dolayısıyla röle seçiminin DTK yapılara uygulanmasının getireceği avantajlar vardır (Li et al. 2008)'in devamı olan ve röle seçiminin DTK' ya uygulandığı literatürdeki tek çalışmada (Li et al. 2009); çoklu rölelerin AF ve DF röle gurupları olarak ayrılmasından sonra bu iki grup içinden alıcıda en yüksek SNR değerine sahip sadece bir röle seçilerek iletim için kullanılmaktadır.

Li et al. (2009)'da kaynak ve röleler arasındaki linkin kalitesinin artmasıyla hem GDTK yapıda hemde röle seçimli DTK yapıda sistem performansının artacağı gösterilmiştir. Ayrıca bu performans artışının, röle seçiminden kaynaklanan seçim kazancı ile GDTK yapıya oranla daha fazla olduğu gösterilmiştir. Son olarak kaynak-röleler arasındaki link kalitesinin arttırılmasıyla DF rölelerin tam kod çözme yaptığı (perfect DTC selection) ve bu durumdaki röle seçimli yapının en iyi çerçeve hata oranı (Frame Error Rate, FER) verdiği simülasyon çıktılarıyla gösterilmiştir (Li et al. 2009).

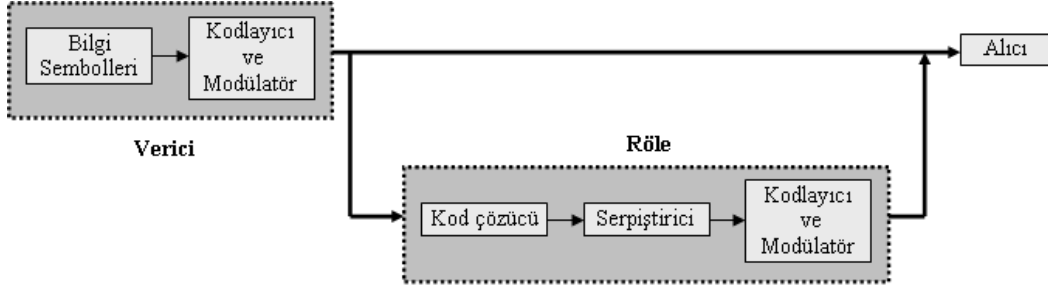
Yukarıda anlatıldığı gibi DTK yapıların performans hesaplamaları genellikle benzetim sonuçlarıyla verilmektedir. Sadece (Li et al. 2011)'de çok röleli DTK yapının teorik performans analizi yapılmıştır. Tek röle seçimli DTK yapı için de kapalı form teorik performans ifadeleri literatürde mevcut değildir.

Bu tezde; turbo kodlamanın bileşen kodlarından ilkinin kaynakta, ikinci bileşen kodun rölede üretildiği klasik yapıya alternatif olarak, her iki bileşen kodun çok röle arasından seçilen en iyi sıralı iki röle üzerinde üretildiği yeni bir DTK yapı tasarlanmıştır. Tek röle seçimli DTK yapı ve önerilen iki röle seçimli DTK yapı için kapalı form ortalama hata olasılığı için üst sınır ifadeleri sıra istatistiğinden yararlanılarak türetilmiştir. Türetilen ifadeler benzetimle doğrulanmıştır. Nümerik hata olasılığı sonuçları, önerilen yapının sıralı seçimden sağladığı dizi kazancı ile tek röle seçimli yapıya göre ortamdaki röle sayısının artmasıyla daha fazla kodlamalı işbirliği kazancı sağladığını göstermiştir.

1.2. LİTERATÜRDE TANIMLI DTK YAPILAR

1.2.1. Tek Röleli Dağıtılmış Turbo Kodlamalı Yapı

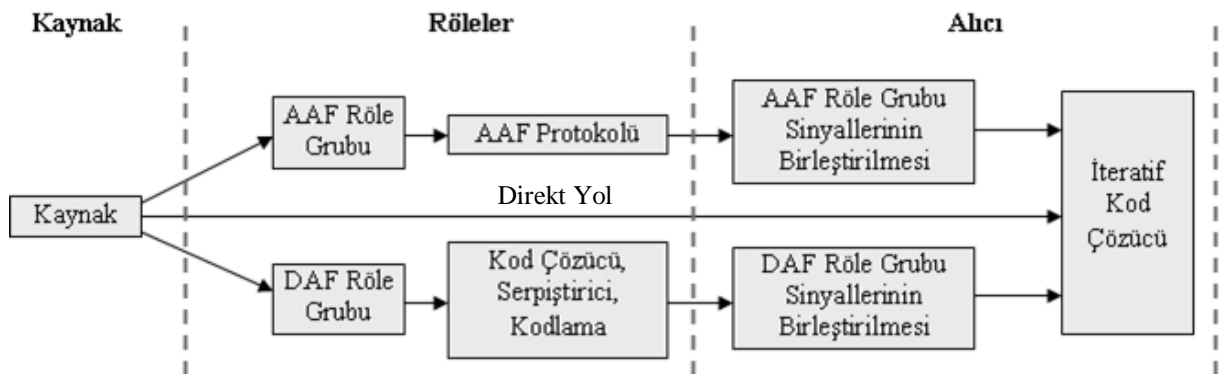
Sistem modeli Şekil 1.1'de gösterilen DTK yapıda (Zhao and Valenti 2003), bir direkt yol birde röle kullanılmıştır. Paralel sıralı turbo kodun bileşen kodlarından serpiştirilmemiş olan kısmı direkt yol ile serpiştirilmiş kısmı röle aracılığı ile alıcıya yollanmaktadır. Röleye gelen veri kod çözücü ile çözüldükten sonra serpiştiriciden geçirilerek ve tekrar kodlanarak alıcıya yollanır. Alıcıda kullanılan iteratif kod çözücü en büyük sonsal (maximum a posteriori, MAP) olasılık algoritması kullanan iki kod çözücünden oluşmaktadır. Bileşen kodun serpiştirilmemiş bölümünü direkt yol ile serpiştirilmiş bölümünü röle aracılığı ile alan iki ayrı kod çözücü logaritmik benzerlik oranı (log-likelihood ratio, LLR) değerlerini hesaplamaktadır. Daha sonra iki ayrı kod çözücü tarafından hesaplanan ekstra (extrinsic) bilgiler iteratif olarak diğer kod çözücüye yollanmaktadır. Maksimum iterasyon sayısına ulaşıldığında veri dizisine karar verilmektedir (Zhao and Valenti 2003).



Şekil 1.1 Dağıtılmış Turbo Kodlamalı yapı.

1.2.2. Genelleştirilmiş Dağıtılmış Turbo Kodlamalı Yapı

Şekil 1.2’de sistem modeli verilen (Li et al. 2009)’daki çalışmada kaynak-hedef arasında çoklu AF ve DF röle grupları kullanılmıştır. Kaynaktan gönderilen ve röleler tarafından alınan verilerin doğruluğu döngüsel artıklık denetimi (Cyclic Redundancy Check, CRC) kodları yardımıyla test edildikten sonra, verinin röle tarafından hatalı alındığı tespit edilen röle AF grubuna; doğru alındığı tespit edilen röle DF grubuna aktarılmaktadır. Bu röle gruplarından alıcıya gönderilen sinyaller kendi aralarında birleştirildikten sonra iteratif kod çözücüye giriş olarak verilmektedir. Böylece (Zhao et al. 2003)’te verilen sisteme oranla ortamdaki röle sayısının artmasıyla orantılı olarak çeşitleme kazancı artmakta ve daha iyi sistem performansı elde edilmektedir. Çeşitleme kazancının sebebi röle gruplarıdır. AF röle grupları ile parite 1 dizisi, DF röle grupları ile parite 2 dizisi yollanmaktadır.



Şekil 1.2 Genelleştirilmiş dağıtılmış turbo kodlamalı yapı.

1.2.3. Tek Rôle Seçimli DTK Yapı

(Li et al. 2009)'da önerilen tek rôle seçimli DTK yapıda, Bölüm 1.2.2'de anlatılan GDTK yapıda kullanılan rôle grupları yerine, bu rôle grupları içerisinde en iyi link kalitesine sahip tek bir rôle (RSC2) seçilerek parite 2 dizisi bu seçilen rôle üzerinden hedefe gönderilirken, verici (RSC1) çıkışındaki kodlanmış veri (sistemik dizi ve 1. parite dizisi) birinci ve ikinci zaman dilimlerinde direkt yol ile hedefe gönderilmektedir.

1.3. TEZ PLANI

Tezin ikinci bölümünde, kablosuz haberleşme kanallarında oluşan sönümlenme (özelde Rayleigh sönümlenme) matematiksel modelleriyle anlatılmıştır. Sönümlenmenin performans üzerindeki olumsuz etkisi gösterilerek, bu olumsuz etkiyi gidermek için kullanılan yöntemlerden birisi olan çeşitleme tekniği ve türleri, performansı nasıl iyileştirdiği anlatılmıştır.

Üçüncü bölümün başında, işbirlikli haberleşme ile ilgili genel bilgiler verilmiştir, sonrasında işbirlikli haberleşme sistemlerinde kullanılan protokollere göre literatürde kullanılan rôle seçim kuralları; tek rôle seçimi ve genelleştirilmiş rôle seçimi (GRS) tanıtılmıştır. Daha sonra detaylı olarak rôle seçim kurallarının sistem performansı üzerindeki etkileri teorik çıkartımlar yapılarak incelenmiştir. Bu çalışmada iki rôle seçimli yapı tasarlandığından; kodlamasız tek rôle ve iki rôle seçimlerinin nümerik bit hata olasılığı sonuçları, direkt yol kullanılmadan ve direkt yol/yollar kullanılarak karşılaştırılmıştır.

Dördüncü bölümde, önce turbo kodlama kısaca tanıtılıp, bu çalışmada önerilen DTK yapı için kullanılan turbo kodlayıcı ve kod çözücü yapıları anlatılmıştır. DTK yapıların performans sonuçlarının hesaplanması için kullanılan $(1,5/7,5/7)$, $(1,7/5,7/5)$ ve $(1,13/15,13/15)$ turbo kodlayıcıların transfer fonksiyonları ve giriş-çıkış ağırlık sayma fonksiyonların türetilmesi Ek A kısmında detaylı olarak verilmiştir.

Beşinci bölümde ilk olarak, tezde önerilen çift rôle seçimli DTK yapı için sistem modeli verilmiştir. Sonrasında bu yapının ortalama hata olasılığı için üst sınır ifadeleri sıra istatistiğinden yararlanılarak türetilmiş ve kapalı form çözümü elde edilmiştir. Son olarak tek rôle seçimli DTK yapı, literatürdekinden farklı olarak ortamdaki rôleler AF ya da DF

gruplarına ayrılmadan röle seçimi gerçekleştirilerek tasarlanmıştır. Önerilen yapıyla benzer olarak tek röle seçimli DTK yapı için de aynı yol izlenerek ortalama hata olasılığı için üst sınır ifadeleri kapalı form olarak elde edilmiştir.

Altıncı bölümde ilk olarak çift ve tek röle seçimli DTK için önceki bölümde türetilen kapalı formdaki FER ve BER ifadeleri benzetimle doğrulanmıştır. Sonra turbo kodun farklı bileşen kod yapıları ve ortamdaki farklı röle sayıları için her iki yapının FER performansları karşılaştırılmıştır.

Yedinci bölümde elde edilen çıkarımlar ve açık araştırma problemleri verilmiştir.

BÖLÜM 2

KABLOSUZ HABERLEŞME KANALI VE ÇEŞİTLEME

Bu bölümde ilk olarak, kablosuz haberleşme kanalında alıcının hatalı karar vermesine neden olarak sistem performansını olumsuz etkileyen *sönümleme* olayı açıklanmış ve tezde kullanılacak Rayleigh sönümlemeli kanalın kodlamasız sistemlerdeki etkisi incelenmiştir. Sonrasında sönümlemenin sistem üzerindeki etkisini azaltmak için kullanılan *çeşitleme* (*diversity*) yöntemi, çeşitlemenin kazanca dönüşmesi için kullanılan *birleştirme* (*combining*) yöntemi ile birlikte açıklanmıştır.

2.1. SÖNÜMLEME OLAYI VE MODELLERİ

Kablosuz gezgin haberleşmede vericiden alıcıya gönderilen elektromanyetik dalgalar, genellikle doğrudan görüş yolundaki engeller sebebiyle alıcıya doğrudan ulaşamaz. Kablosuz iletim sırasında meydana gelen kırılma, kırınım, saçılma, gölgeleme gibi nedenlerden dolayı vericiden alıcıya gönderilen sinyalin birçok kopyası farklı gecikme, zayıflama ve fazda alıcıya ulaşır ve bu kopyalar alıcıda birbirlerine yıkıcı ya da yapıcı bir etkide bulunabilirler, bu olaya sönümleme (*fading*) denir. İletilen işaretin ve iletim kanalının karakteristiğine bağlı olarak, iletilen işaretin bazı anlarda derin sönümlemeye uğraması toplanır beyaz Gauss gürültüsü (TBGG) ile beraber, alıcının hatalı karar vermesine, dolayısıyla haberleşme sisteminde performans düşmelerine sebep olmaktadır.

Sönümleme, iletilen işaretin ve iletilen ortamın karakteristiğine göre farklı yapılarda oluşur. Kablosuz kanallar sönümlemenin frekanstaki saçılıma göre yavaş veya hızlı sönümlemeli kanallar; zamandaki saçılıma göre frekans seçici veya düz sönümlemeli kanallar olarak sınıflandırılır.

2.1.1. Frekans Seçici ve Düz Sönümlenmeli Kanallar

Vericiden hedefe gönderilen dürtü sinyalinin yukarıda anlatılan nedenlerden dolayı farklı zaman gecikmeleri ile kopyalarının hedef tarafından alındığını varsayalım. Bu durumda gönderilen sinyalin alıcıya ulaşan fark edilebilir güçteki son yansıyan kopyasının T_m sürede (bu süreye *maksimum artık gecikme* de denmektedir) izlenebildiğini düşünürsek, T_m sürede alıcıya ulaşan yansıyan sinyallerin oluşturduğu profil kanalın dürtü cevabını vermektedir. Elde edilen dürtü cevabı frekans bölgesinde incelendiğinde kanalın yaklaşık $1/T_m$ band genişliğine sahip olduğu görülür. Uyumluluk bandgenişliği (coherence bandwidth) olarak adlandırılan bu frekans bandı B_c ile gösterildiğinde, eğer iletilen işaretin bandgenişliği (B_s), uyumluluk bandgenişliğinden küçükse ($B_s < B_c$) yani iletilen işaretin periyodu $T_s > T_m$ ise; iletilen işaretin tüm frekans bileşenleri kanalda aynı etkiye maruz kalır ve böylece kanalda *frekans seçici olmayan* (frequency nonselective) sönümleme ya da *düz sönümleme* (flat fading) oluşur. Bir diğer deyişle çok yollu sinyaller alıcıda çözülemez, ve alıcı tek bir sönümlenmeli yol algılar.

Şayet iletilen işaretin bandgenişliği uyumluluk bandgenişliğinden büyükse ($B_s > B_c$) yani iletilen işaretin periyodu $T_s < T_m$ ise iletilen işaretin frekans bileşenlerine kanal farklı tepki verir, bu durumda oluşan sönümlemeye *frekans seçici* (frequency selective) sönümleme denir. Frekans seçici kanallarda alıcı, iletilen bant genişliğinin kanalın uyumlu bant genişliğine oranının bir fazlası kadar sönümlenmeli yol algılar, bu durumda şayet alıcı her bir yolun sönümlemesini hesaba katan kanal denkleştirme yapmaz ise sönümlemeye ilave olarak performansı kötüleştiren semboller arası karışım (intersymbol interference, ISI) da oluşur (Proakis and Salehi 2008).

2.1.2. Hızlı ve Yavaş Sönümlenmeli kanallar

Kablosuz haberleşmede gezgin cihazların veya ortamın hareketli olması durumunda, iletilen sinyallerin frekansı bir miktar kayma ile alıcıya ulaşmaktadır. Bu olaya Doppler kayması (Doppler shift) adı verilmektedir ve sinyalin frekansındaki değişim miktarı f_d olarak gösterilmektedir. Doppler frekansı kanalın gönderilen sinyale tepkisinin zamanla nasıl değiştiğini belirler ve tersi yaklaşık olarak *kanalın uyumluluk süresini* (coherence time) belirler ($T_0 \approx 1/f_d$).

Kanalın uyumluluk süresi aralığında işaretlere verdiği tepki çok yüksek ilintilidir yani kanal bu süre aralığında gelen sinyallere yaklaşık aynı tepkiyi verir. Bu durumda kanalın tepkisi zamanla değişmeyendir. Bu durumu sembol süresi (T_s) cinsinden açıklayacak olursak iletilen işaret için sembol süresi, uyumluluk süresinden küçük ise ($T_s < T_0$) kanal zamanla değişmeyen yani *yavaş sönmülemeli* (slow fading) kanaldır ve kanalın iletilen işaretlere verdiği tepki sabittir. Eğer iletilen işaret için sembol süresi, uyumluluk süresinden büyük ise (yani $T_s > T_0$) kanal zamanla değişen yani *hızlı sönmülemeli* (fast fading) kanaldır ve kanalın iletilen işaretlere verdiği tepki sabit değildir, zamanın fonksiyonudur (Proakis and Salehi 2008).

2.1.3. Rayleigh Sönümleme

Bir kablosuz haberleşme kanalının düz sönmülemeli olması durumunda, iletişim sistemleri analizinde, sönmüleme aşağıdaki gibi karmaşık rasgele süreçle modellenir,

$$h(t) = x_1(t) + jx_2(t) \quad (2.1)$$

burada $x_1(t)$ ve $x_2(t)$ rasgele sürecin sırasıyla gerçek ve sanal bileşenleridir. Eşitlik (2.1)'de karmaşık formda verilen sönmüleme ifadesi aşağıdaki gibi kutupsal formda da verilebilir,

$$h(t) = \alpha(t)e^{j\theta(t)} \quad (2.2)$$

burada $\alpha(t)$, sönmülemenin zarfı olarak tanımlanır ($|h(t)|$) ve aşağıdaki gibi verilmektedir,

$$\alpha(t) = \sqrt{x_1^2(t) + x_2^2(t)} \quad (2.3)$$

Daha öncede değinildiği gibi kablosuz iletim sırasında meydana gelen kırılma, kırınım, saçılma, gölgeleme gibi nedenlerden dolayı alıcıya gönderilen sinyalin birçok kopyası ulaşmaktadır. Alıcıya ulaşan sinyallerin sayısının yeterince büyük olduğu düşünülürse merkezi limit teoremine göre eşitlik (2.1)'de verilen $x_1(t)$ ve $x_2(t)$ bileşenleri Gauss rasgele süreci olarak modellenmektedirler.

Eşitlik (2.1) ve eşitlik (2.2)'de rasgele süreç olarak tanımladığımız kompleks sönümleme ve eşitlik (2.3)'te verilen zarf, kanalın *yavaş sönümlemeli* olması durumunda, zamandan bağımsız yani rasgele değişken olurlar ($\alpha = \sqrt{X_1^2 + jX_2^2}$).

Kablosuz haberleşmede, verici ve alıcı antenler arasında hiçbir LOS yolunun olmadığı, sadece çevreden yansıyan çok yollu bileşenlerin alıcıya ulaştığı kanalda, X_1 ve X_2 bileşenleri sıfır ortalamalı Gauss rasgele değişkenleridir. Bu durumda eşitlik (2.3)'te tanımlanan sönümlemenin zarfı aşağıda verilen Rayleigh dağılıma sahiptir (Simon and Alouini 2005),

$$f(\alpha) = \frac{\alpha}{\sigma^2} e^{-\alpha^2/2\sigma^2} \quad , \quad \alpha \geq 0 \quad (2.4)$$

burada σ^2 , X_1 ve X_2 sıfır beklenen değerli Gauss rasgele değişkenlerin varyansdır. TBGG'li bir kanalın alıcıda düz sönümlemeli algılanması durumunda alıcıda alınan anlık SNR aşağıdaki gibidir,

$$\gamma = \alpha^2 \frac{E_b}{N_0} \quad (2.5)$$

burada E_b bit başına harcanan enerji, $N_0/2$ toplanır beyaz Gauss gürültüsünün çift yönlü güç spektral yoğunluğu değeridir. Sönümleme zarfı α 'nın Rayleigh dağılıma sahip olması durumunda, γ 'nın olasılık yoğunluk fonksiyonu (Probability Density Function, PDF) üstel (exponansiyel) dağılıma sahiptir (Simon and Alouini 2005) ve aşağıdaki gibi verilir,

$$f_\gamma(\gamma) = \begin{cases} \frac{1}{\bar{\gamma}} \exp\left(-\frac{\gamma}{\bar{\gamma}}\right), & \gamma \geq 0 \\ 0 & , \gamma < 0 \end{cases} \quad (2.6)$$

burada $\bar{\gamma}$ ifadesi anlık SNR'ın (γ) istatistiksel ortalaması yani beklenen değeridir ($E[\gamma] = \bar{\gamma}$).

Düz ve yavaş sönümlemeli bir kanalda hata olasılığı, sönümlemesiz bir kanalda oluşan hata olasılığının aşağıdaki gibi ortalamasının alınmasıyla bulunur,

$$\overline{P(e)} = \int_{-\infty}^{\infty} P(e|\gamma) f_{\gamma}(\gamma) d\gamma \quad . \quad (2.7)$$

İkili Faz Kaydırmalı Anahtarlama (Binary Phase Shift Keying, BPSK) modülasyonu varsayımı altında eşitlik (2.7)'deki $P(e|\gamma)$ hata olasılığı $Q(\cdot)$ fonksiyonu cinsinden aşağıdaki gibi verilmektedir,

$$P(e|\gamma) = Q(\sqrt{2\gamma}) \quad . \quad (2.8)$$

Eşitlik (2.8)'de verilen $Q(\cdot)$ fonksiyonu aşağıdaki gibi tanımlanabilir (Simon and Alouini 2005),

$$Q(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi/2} e^{-x^2/2\sin^2(\theta)} d\theta \quad , \quad x \geq 0 \quad (2.9)$$

Eşitlik (2.8), (2.9)'da verilen $Q(\cdot)$ fonksiyonu gösterimi ile eşitlik (2.7)'de yerine konulursa sönümlemeli kanalda ortalama hata olasılığı aşağıdaki gibi elde edilir,

$$\begin{aligned} \overline{P(e)} &= \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \left[\int_0^{\pi/2} e^{-(\gamma/\sin^2(\theta))} d\theta \right] f_{\gamma}(\gamma) d\gamma \\ &= \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi/2} \left[\int_0^{\infty} e^{-(\gamma/\sin^2(\theta))} f_{\gamma}(\gamma) d\gamma \right] d\theta = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi/2} M_{\gamma} \left(\frac{1}{\sin^2(\theta)} \right) d\theta \end{aligned} \quad (2.10)$$

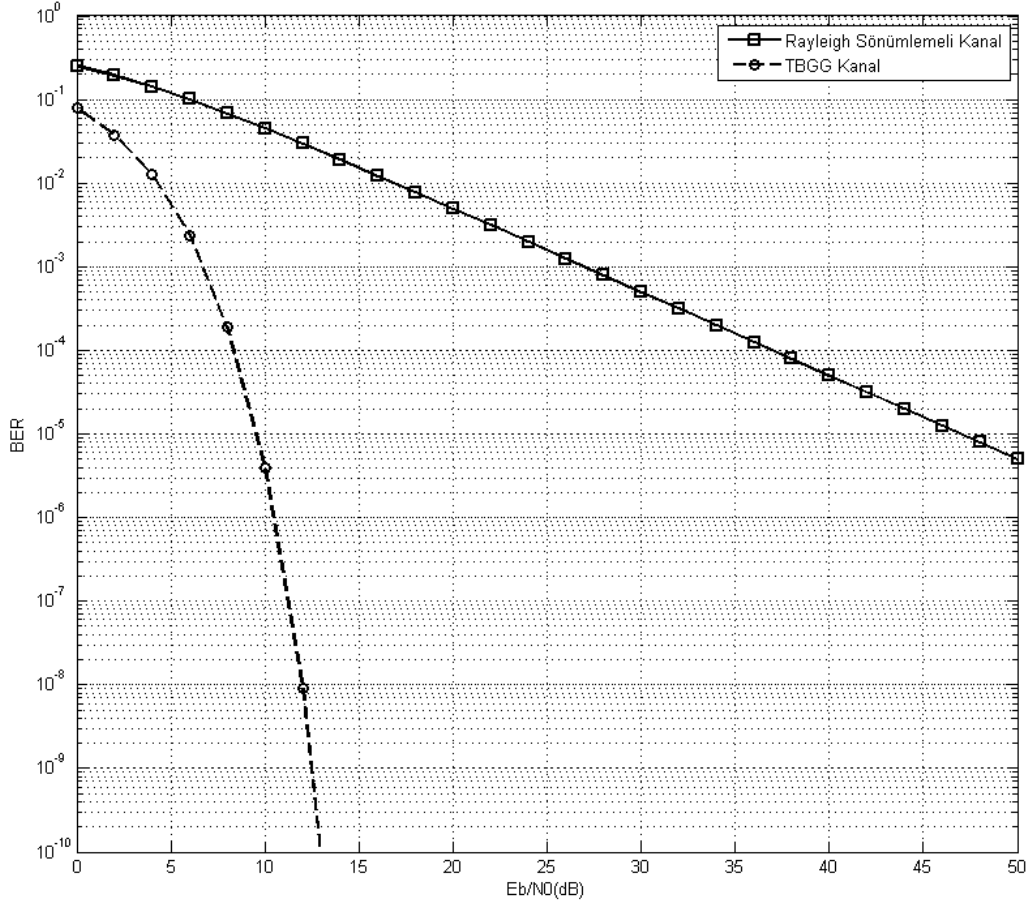
burada $M_{\gamma}(\cdot)$ sönümlemenin PDF'sine bağlı moment üreten fonsiyon (Moment Generating Function, MGF)'dur ve $M_{\gamma} = \int_0^{\infty} f_{\gamma}(\gamma) e^{-\gamma s} d\gamma$ eşitliği ile tanımlanmaktadır. Eşitlik (2.6)'da PDF'si verilen Rayleigh kanal için MGF aşağıda verilmiştir (Simon and Alouini 2005),

$$M_{\gamma}(s) = (1 + s\bar{\gamma})^{-1} \quad . \quad (2.11)$$

Eşitlik (2.9)'da verilen $Q(\cdot)$ fonksiyonu $Q(x) \leq \frac{1}{2} e^{-x^2/2}$ biçiminde üstten sınırlandırılırsa, $\bar{\gamma} \gg 1$ için Rayleigh kanalda ortalama hata olasılığı üst sınır aşağıdaki gibi elde edilir,

$$\overline{P(e)} \leq \frac{1}{2\gamma} \quad (2.12)$$

Sönümlenmenin iletişim performansına etkisinin gösterilmesi BPSK modülasyon için sadece TBGG kanalda ve Rayleigh sönümlenmeli TBGG 'li kanaldaki BER eğrileri Şekil 2.1'de çizdirilmiştir. TBGG kanaldaki BER ifadesi, eşitlik (2.8)'de $\bar{\gamma} = \frac{E_b}{N_0}$ kullanılarak elde edilir.



Şekil 2.1. Rayleigh sönümlenmeli kanal ve TBGG kanal için BER performansı.

Şekil 2.1'de görüldüğü gibi sönümlenme, performansı ciddi oranda düşürmektedir, örneğin $\bar{\gamma}$ 'nin 8 dB değeri için TBGG kanalda ve Rayleigh (artı TBGG) kanalda BER değerleri sırasıyla yaklaşık 10^{-4} ve 10^{-1} 'dirler.

Sönümlenmenin Şekil 2.1'de görülen olumsuz etkisinin azaltılması için en çok bilinen teknik kanal kodlamadır. Kanal kodlamasının yanı sıra sönümlenmeli kanallarda performansı

iyileştirmek için kullanılan bir diğer teknik çeşitlemedir (diversity). Aşağıda çeşitlemenin tanımı, performansı nasıl iyileştireceği ve türleri anlatılmıştır.

2.2. ÇEŞİTLEME

Çok yollu kanallar üzerinden alıcıya ulaşan işaretler derin sönümlemelere maruz kalmakta ve bundan dolayı alıcıda hata miktarı aşırı derecede artabilmektedir. Sönümlmeli kanallarda hata olasılığını azaltmak için çeşitleme yöntemi kullanılabilir. Aynı bilgiyi taşıyan işaretin birden çok kopyasının birbirinden bağımsız sönümlmeli kanallar üzerinden gönderilmesi ile işaretlerin hepsinin aynı anda sönümlmeye uğrama olasılıkları azalacaktır. Çeşitleme uygulanan bir sistem için yüksek SNR değerlerinde hata olasılığı kabaca aşağıdaki formda verilmektedir (Goldsmith 2005),

$$P_e \approx \frac{1}{\bar{\gamma}^M} \quad (2.13)$$

buradaki üstel düşüş değeri M çeşitleme derecesi olarak adlandırılmaktadır ve aynı bilgiyi taşıyan işaretin birden çok kopyasının birbirinden bağımsız olarak gönderildiği yol sayısını göstermektedir. Eşitlik (2.13)'te verilen çeşitlemeli sistemin yaklaşık hata olasılığı, (2.12)'de verilen çeşitlemesiz BPSK sistemin hata olasılığı ile karşılaştırıldığında; SNR'ın kuvveti olan M çeşitleme kazancı olarak da isimlendirilir. Çeşitleme derecesi M olan bir sistemde çeşitleme kazancı M elde ediliyorsa, bu kazançta *tam çeşitleme kazancı* denir.

Ayrıca çeşitleme derecesi, SNR'ın bir fonksiyonu olarak çizdirilen hata olasılığı eğrisinin (log-log skalasında) eğimi olarak adlandırılır ve aşağıdaki gibi ifade edilir (Weifeng et al. 2008),

$$M = \lim_{SNR \rightarrow \infty} - \frac{\log(P_e)}{\log(SNR)} \quad (2.14)$$

2.2.1. Çeşitleme Yöntemleri

2.2.1.1. Frekans eşitlemesi

Aynı işaretin birbirinden bağımsız birden çok sönümlenmeli kopyasını elde edebilmek için aynı işareti birbirinden farklı frekanslar ile iletilmesine *Frekans eşitlemesi* denir. Bu tekniğin dezavantajları ek band genişliği gereksiniminin yanında daha fazla iletim gücü gerektirmesidir.

2.2.1.2. Zaman eşitlemesi

Zaman eşitlemesinde yine birbirinden bağımsız sönümlenmeye uğramış işaretler elde edebilmek için aynı işaret bilgisi birbirinden farklı zaman dilimlerinde gönderilir. Bu tekniğin dezavantajlarından bazıları, gezgin birimin çok yavaş ilerlemesi durumunda istenmeyecek kadar gecikmelerin olması ve yüksek iletim gücü gerektirmesidir.

2.2.1.3. Uzak eşitlemesi (Anten eşitlemesi)

Uzak eşitlemesi, hücrel radyo şebekelerinde kullanılan en yaygın teknik olmasının yanında ek frekans spektrumu gerektirmeyen bir tekniktir. Bu eşitleme tekniğinde verici ve alıcının her ikisinin ya da sadece birinde çoklu anten kullanarak birbirinden bağımsız sönümlenmeli kanallar üzerinden iletişim sağlanmaktadır. Bu yapı çok giriş çok çıkış (Multi Input Multi Output, MIMO) olarak isimlendirilir. Kanallar arasında ilişkisiz sönümlenme elde edebilmek için verici ya da alıcı antenlerin yeteri kadar birbirinden uzak olmaları gerekmektedir. Bu nedenle cihaz-baz istasyonu yönünde uygulanabilirliği fiziksel kısıtlamalardan dolayı düşüktür (Goldsmith 2005).

2.2.1.4. İşbirlikli eşitleme

Yukarıda belirtildiği gibi gezgin cihazlarda birden fazla anten konuşlandırmanın pek mümkün olmamasından dolayı gezgin cihazların işbirliği uygulanır. Gezgini cihazların işbirliği mantığına dayalı işbirlikli eşitlemede röle olarak adlandırılan cihaz sadece kendi verilerini değil, işbirliği içerisinde olduğu cihazın verilerini alıp yollamakla da sorumludur. İşbirlikli eşitlemede, kaynak-hedef arasındaki bağımsız yollar röleli kanallar ile oluşturulur. Buradaki

temel düşünce, direkt yol haricinde kaynaktan gelen sinyalin bir kopyasını röle aracılığıyla hedefe iletmektir. Kullanıcıların birbirlerinin antenlerini kullanması şeklinde düşünülen bu yapı sanal MIMO olarak isimlendirilmektedir.

2.3. BİRLEŞTİRME YÖNTEMLERİ (COMBINING)

Kullanılan çeşitlemenin bir kazanca dönüşmesi ve alıcıdaki işaretten gönderilen işaretin olabildiğince doğru biçimde belirlenmesi için, alıcıya farklı bağımsız yollardan ulaşan aynı işaretin kopyalarının doğru biçimde birleştirilmesi gerekmektedir. Birleştirme yöntemlerinde genelde M adet bağımsız yoldan alıcıya ulaşan sinyallerden en yüksek SNR değerine sahip tek sinyal seçilmekte ya da alıcıya ulaşan sinyaller tek tek ağırlıklandırıldıktan sonra toplamı kullanılmaktadır.

Alıcıda M adet bağımsız kanaldan alınan işaret aşağıdaki gibi ifade edilir,

$$r_i = h_i s + n_i, \quad i = 1, \dots, M \quad (2.15)$$

burada s gönderilen simgeyi, n_i i . kanala ait çift yönlü güç spektral yoğunluğu $N_0/2$ olan toplanır beyaz Gauss gürültüsünü, $h_i = \alpha_i e^{-j\theta_i}$ i . kanala ait karmaşık sönmüleme katsayısını belirtmektedir. Literatürde, alıcıda birleştirme işlemi için kullanılan birkaç yöntem aşağıda verilmiştir.

2.3.1. Seçmeli Birleştirme

Bu teknikte bağımsız kanallar üzerinden alıcıya ulaşan her sinyalin SNR değerine bakılır ve en yüksek SNR değerine sahip olan sinyal kullanılmak üzere seçilir. Bu teknikte bir tane sinyal seçildiğinden ortak fazlaştırma (ağırlıklandırma) işlemine gerek yoktur.

Eşitlik (2.15)'te verilen alıcıya gelen sinyal için ani SNR (γ_i) değeri aşağıdaki gibi verilir,

$$\gamma_i = |h_i|^2 \frac{E_s}{N_0}, \quad i = 1, 2, \dots, M \quad (2.16)$$

burada E_s gönderilen işaretin ortalama enerjisidir. Seçmeli birleştirme yönteminde, $\gamma_{SC} = \max\{\gamma_i\}_{i=1}^M$ kuralı gereği M adet bağımsız yoldan alıcıya ulaşan sinyallerden en yüksek SNR değerine sahip tek sinyal birleştirici çıkışına verilmektedir.

2.3.2. Maksimum Oran Birleştirme

Bu yöntemde, bağımsız kanallardan gelen işaretler her bir kanalın kendi karmaşık kanal kazancına göre tek tek ağırlıklandırılarak (weighted) çıkıştaki SNR maksimum olacak şekilde birleştirilir. Her bir kanalın kendi kompleks kanal kazancına göre tek tek ağırlıklandırılması, her bir kanalın kendi kompleks kanal kazancının eşleniği ile çarpılması ile gerçekleştirilir. Bu ise, alıcıda kanal durum bilgisinin (channel state information, CSI) bilinmesini gerektirir.

Eşitlik (2.15)'te verilen alıcıya gelen sinyal için ağırlıklandırma katsayısı, i . kanala ait karmaşık sönümlenme katsayısının eşleniği olarak verilmektedir ve h_i^* şeklinde ifade edilmektedir. Bu durumda MRC çıkışı aşağıdaki gibi ifade edilmektedir,

$$r = \sum_{i=1}^M r_i h_i^* = \sum_{i=1}^M s \alpha_i^2 + \sum_{i=1}^M n_i h_i^* , i = 1, \dots, M \quad . \quad (2.17)$$

MRC çıkışındaki SNR değeri ise aşağıdaki gibi verilmektedir (Goldsmith 2005),

$$\gamma_{MRC} = \frac{(\sum_{i=1}^M \alpha_i)^2 E_s}{\sum_{i=1}^M \alpha_i^2 N_0} = \sum_{i=1}^M \alpha_i^2 \frac{E_s}{N_0} = \sum_{i=1}^M \gamma_i \quad . \quad (2.18)$$

Alıcıda MRC yöntemi uygulandığında eşitlik (2.8)'de verilen şartlı hata olasılığı ifadesi aşağıdaki gibi olmaktadır,

$$P(e|\gamma) = Q \left(\sqrt{2 \sum_{i=1}^M \gamma_i} \right) \quad . \quad (2.19)$$

Ortalama hata olasılığının bulunması için (2.19) nolu eşitliğin $(\gamma_i)_{i=1}^M$ anlık SNR'lar üzerinden aşağıdaki gibi ortalamasının alınması gerekmektedir,

$$\overline{P_2(e)} = \int_{\gamma_1} \cdots \int_{\gamma_M} f_{\gamma_1, \dots, \gamma_M}(\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_M) Q \left(\sqrt{2 \sum_{i=1}^M \gamma_i} \right) d\gamma_1 \cdots d\gamma_M \quad . \quad (2.20)$$

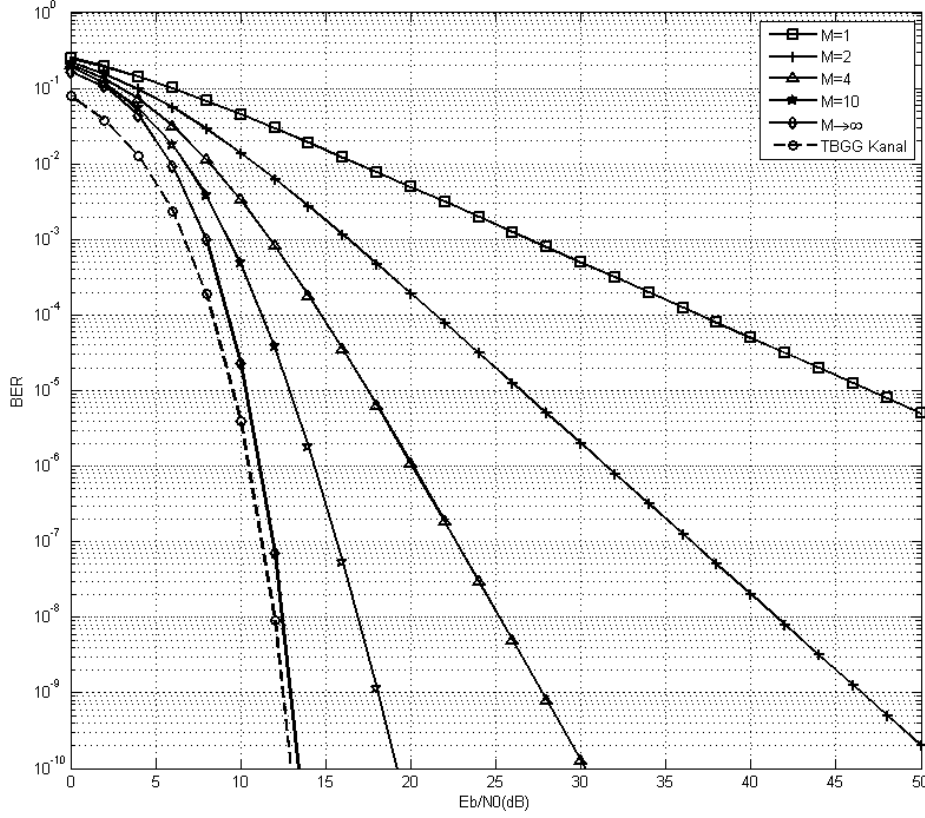
Kanalların bağımsız ve özdeş dağılımlı (independent and identically distributed, i.i.d.) olduğu varsayımı altında ortak PDF $f_{\gamma_1, \dots, \gamma_M}(\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_M) = \prod_{i=1}^M f_{\gamma_i}(\gamma_i)$ olarak verilir. Bu durumda MRC için alıcıda oluşacak ortalama hata olasılığı aşağıdaki gibi elde edilir,

$$\overline{P(e)} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi/2} \left[M_\gamma \left(\frac{1}{\sin^2(\theta)} \right) \right]^M d\theta \quad (2.21)$$

burada $M_\gamma(\cdot)$, γ 'nın MGF ifadesidir. Daha önce verildiği gibi $Q(\cdot)$ fonksiyonu üstten sınırlandırılırsa, Rayleigh kanalda MRC için alıcıda oluşacak ortalama hata olasılığı için üst sınır aşağıdaki gibi elde edilir,

$$\overline{P(e)} \leq \frac{1}{2} \left[\frac{1}{1 + \gamma} \right]^M \quad . \quad (2.22)$$

Şekil 2.2'de Rayleigh kanalda alıcıya ulaşan $M=1, 2, 4, 10, M \rightarrow \infty$ kanal sayısına göre BER eğrileri verilmiştir.



Sekil 2.2 Sönümlenmeli ve sönümlenmesiz kanalda BPSK hata olasılığı eğrileri ($M=1$ (çeşitleme yok), 2, 4, 10, $M \rightarrow \infty$, Sadece TBGG).

Şekil 2.2’de görüldüğü gibi çeşitleme derecesinin (M) artmasıyla BER eğrilerinin eğimi artmaktadır ve hata olasılığı artan SNR değeriyle daha hızlı azalarak, sönümlenmenin olmadığı kanala yaklaşmaktadır. Sonuç olarak MRC çıkışında tam çeşitleme elde edilmektedir. MRC yerine Bölüm 2.3.1’de anlatılan en yüksek SNR’ın seçilmesiyle yapılan birleştirme tekniği kullanıldığında da yine tam çeşitleme elde edilmektedir.

2.3.3. Genelleştirilmiş Seçmeli Birleştirme (Generalized Selection Combining, GSC)

GSC yöntemi SC ve MRC yöntemlerinin birlikte kullanılmasıyla uygulanır (Simon and Alouini 2005). Bu yöntemde bağımsız kanallar üzerinden alıcıya ulaşan her bir sinyalin SNR değerine bakılır ve sadece en yüksek SNR değerine sahip olan tek bir sinyal değil, en yüksek SNR değerlerine sahip birden çok sinyal seçilir. Sonrasında seçilen bu sinyaller kendi aralarında MRC kurallarına göre birleştirilir. GSC özellikle seçmeli birleştirmede en yüksek SNR’a sahip yolun alıcı için yeterince büyük olmaması durumunda 2., 3. vs. yüksek SNR’lı yollarında (yeterli SNR sağlayıncaya kadar) MRC ile birleştirildiği bir yöntemdir.

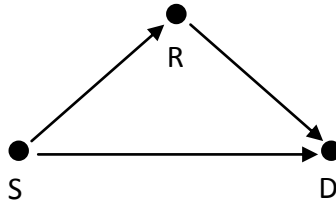
BÖLÜM 3

İŞBİRLİKLİ HABERLEŞME VE RÖLE SEÇİMİ

Bu bölümde, ilk olarak işbirlikli haberleşme ile ilgili genel bilgiler verilmiştir. Sonrasında işbirlikli haberleşme sistemlerinde kullanılan protokoller için literatürde tanımlanan röle seçim kuralları; tek röle seçiminin ve genelleştirilmiş röle seçiminin (GRS) detaylı olarak sistem performansı üzerindeki etkileri teorik çıkartımlar yapılarak incelenmiştir. Son olarak röle seçiminin, literatürde verilen tek röle seçimli DTK ve tezde önerilen iki röle seçimli DTK yapılar üzerindeki etkilerinin daha iyi anlaşılması için bu DTK yapıların kodlamasız eşdeğer tek röle ve iki röle seçimli yapılarının nümerik bit hata olasılığı sonuçları, direkt yol kullanılmadan ve direkt yol/yollar kullanılarak karşılaştırılmıştır.

3.1. İŞBİRLİKLİ HABERLEŞME

Tipik iki hoplamalı işbirlikli haberleşme, Şekil 3.1’de gösterildiği gibi bir kaynak (S), bir röle (R) ve bir hedef (D) terminalinden oluşmaktadır.



Şekil 3.1 Temel işbirlikli haberleşme yapısı.

İşbirlikli haberleşmenin gerçekleştirilmesi için rölede yapılan işleme göre farklı protokoller mevcuttur. *Kuvvetlendir-Aktar* protokolünde (*AF*), kaynaktan röleye gelen sinyal rölede kuvvetlendirilerek (kanalın etkisini dengelemek için) hedefe tekrar yollanır. *Çöz ve Aktar* protokolünde (*DF*) röleye gelen tüm sinyaller hedefe yollanmaz. Sadece belli bir SNR’ın üstündeki sinyaller çözülüp tekrar modüle edilerek hedefe yollanır.

Tipik iki hoplmalı işbirlikli haberleşme iki dik evre ile modellenebilir. İki faz arasındaki girişimleri önlemek için zaman bölmeli çoğullama (time division multiplexing, TDM), frekans bölmeli çoğullama (frequency division multiplexing, FDM) veya kod bölmeli çoğullama (Code Division Multiplexing, CDM) teknikleri kullanılabilir (Weifeng et al. 2008). Birinci fazda, kaynak tarafından hedefe bilgi gönderilirken eş zamanlı olarak aynı bilgi röleye de gönderilir. İkinci fazda ise röle birinci fazda aldığı bilgiyi işledikten sonra hedefe tekrar yollar. Şekil 3.1 düz ve yavaş sönmlemeli kanallar göz önüne alındığında ilk fazda alıcı ve röle tarafından alınan işaretler sırasıyla aşağıdaki şekilde ifade edilir,

$$y_{S,D} = \sqrt{P_0} h_{S,D} s + n_{S,D} \quad (3.1)$$

$$y_{S,R} = \sqrt{P_0} h_{S,R} s + n_{S,R} \quad (3.2)$$

burada s vericiden gönderilen sinyal, P_0 verici gücü, $n_{S,D}$ ve $n_{S,R}$ sırasıyla kaynak-hedef röle-hedef arasındaki sıfır ortalamalı $N_0/2$ varyanslı toplanır Gauss gürültüleridir. $h_{S,D}$ ve $h_{S,R}$ sırasıyla kaynak-hedef ve kaynak-röle arasındaki $\sigma_{S,D}^2$ ve $\sigma_{S,R}^2$ varyanslı sönmleme katsayılarıdır.

İkinci fazda röle vericiden aldığı sinyali kullandığı protokole göre işleyerek alıcıya gönderir,

$$y_{R,D} = h_{R,D} q(y_{S,R}) + n_{R,D} \quad (3.3)$$

burada $q(y_{S,R})$ rölede kullanılan protokole bağlıdır. Kuvvetlendir ve Aktar (AF) protokolünde birinci zaman diliminde kaynaktan röleye, vericiden hedefe gelen gürültülü dizi eşitlik (3.1) ve (3.2) ile aynıdır. İkinci zaman diliminde AF röleye gelen gürültülü sinyal, kaynak ve röle arasındaki kanalın etkisini dengelemek için β_r katsayısı ile çarpılarak kuvvetlendirilir ve hedefe gönderilir. Bu zaman diliminde hedef tarafından alınan sinyal aşağıdaki gibidir,

$$y_{R,D} = \beta_r h_{R,D} y_{S,R} + n_{R,D} \quad (3.4)$$

Eşitlik (3.4)'te görülen β_r kuvvetlendirme katsayısı aşağıdaki gibi seçilebilir,

$$\beta_r = \frac{\sqrt{P_r}}{\sqrt{P_0|h_{S,R}|^2 + N_0}} \quad (3.5)$$

burada P_r rölenin iletim gücüdür. Eşitlik (3.5)'in (3.4)'te yerine konmasıyla, hedefte röle üzerinden alınan işaret aşağıdaki gibi olur,

$$y_{R,D} = \frac{\sqrt{P_r}}{\sqrt{P_0|h_{S,R}|^2 + N_0}} h_{R,D} y_{S,R} + n_{R,D} \quad (3.6)$$

Hedefe, röle ve kaynak tarafından ulaşan iki yol bulunmaktadır. Bu sinyalleri hedefte birleştirmek için daha önce bahsedilen MRC tekniği kullanılabilir. MRC çıkışındaki sinyal aşağıdaki gibi ifade edilir,

$$y = a_1 y_{S,D} + a_2 y_{R,D} \quad (3.7)$$

burada a_1 ve a_2 birleştirme sonucunda çıkıştaki SNR değerini maksimize etmek için kullanılır. a_1 ve a_2 katsayıları aşağıda verilmiştir (Weifeng et al. 2008),

$$a_1 = \frac{\sqrt{P_0} h_{S,D}^*}{N_0} \text{ ve } a_2 = \frac{\sqrt{\frac{P_0 P_r}{P_0|h_{S,R}|^2 + N_0}} h_{S,R}^* h_{R,D}^*}{\left(\sqrt{\frac{P_r |h_{R,D}|^2}{P_0|h_{S,R}|^2 + N_0} + 1} \right) N_0} \quad (3.8)$$

burada $(.)^*$ karmaşık sönümlenme katsayısının eşleniğini belirtmektedir.

Çöz ve Aktar (DF) Protokolünde ise röleye gelen işaret önce çözülür sonra tekrar modüle edilerek alıcıya gönderilir (Weifeng et al. 2008). Birinci zaman diliminde kaynaktan röleye, kaynaktan hedefe gelen gürültülü dizi eşitlik (3.1) ve (3.2) ile aynıdır. İkinci zaman diliminde, röle kaynaktan gelen işareti çözer (demodülasyon). Eğer röle aldığı işareti doğru şekilde çözebilirse kodlayarak hedefe gönderir. Doğru çözemez ise röleden hedefe sinyal yollanmaz. DF röle aracılığıyla hedefte alınan işaret aşağıdaki gibi olur,

$$y_{R,D} = \sqrt{P_{DF}} h_{R,D} m + n_{R,D} \quad . \quad (3.9)$$

Eşitlik (3.9)'da röle doğru çözüme yaptı ise $P_{DF} = P_r$, doğru çözemez ise $P_{DF}=0$ olarak alınır. Hedefe, DF röle ve direkt yoldan olmak üzere iki kopyası ulaşmaktadır. Kanalin hedefte bilindiği (hatasız kestirildiği) varsayımıyla MRC kullanılarak hedef çıkışındaki SNR değeri maksimize edilir ve hedefte alınan işaret aşağıdaki gibi olur,

$$y = a_1 y_{s,d} + a_2 y_{r,d} \quad (3.10)$$

burada a_1 ve a_2 aşağıdaki gibi verilmektedir (Weifeng et al. 2008),

$$a_1 = \frac{\sqrt{P_0} h_{S,D}^*}{N_0} \quad ve \quad a_2 = \frac{\sqrt{P_{DF}} h_{R,D}^*}{N_0} \quad . \quad (3.11)$$

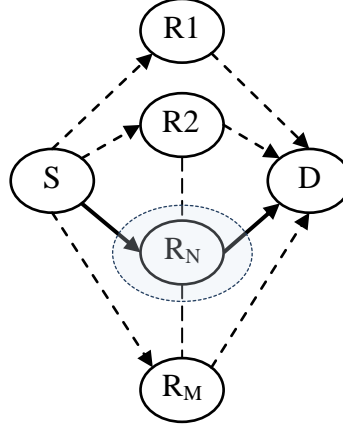
3.2. RÖLE SEÇİMİ

Bölüm 3.1'de, Şekil 3.1'de gösterildiği gibi ortamda tek rölenin olduğu sistem için incelenmiştir. Bu bölümde, birden fazla rölenin olduğu ortamdaki işbirlikli haberleşme uygulamaları ve röle seçimi incelenmiştir.

3.2.1. Tek Röle Seçimi

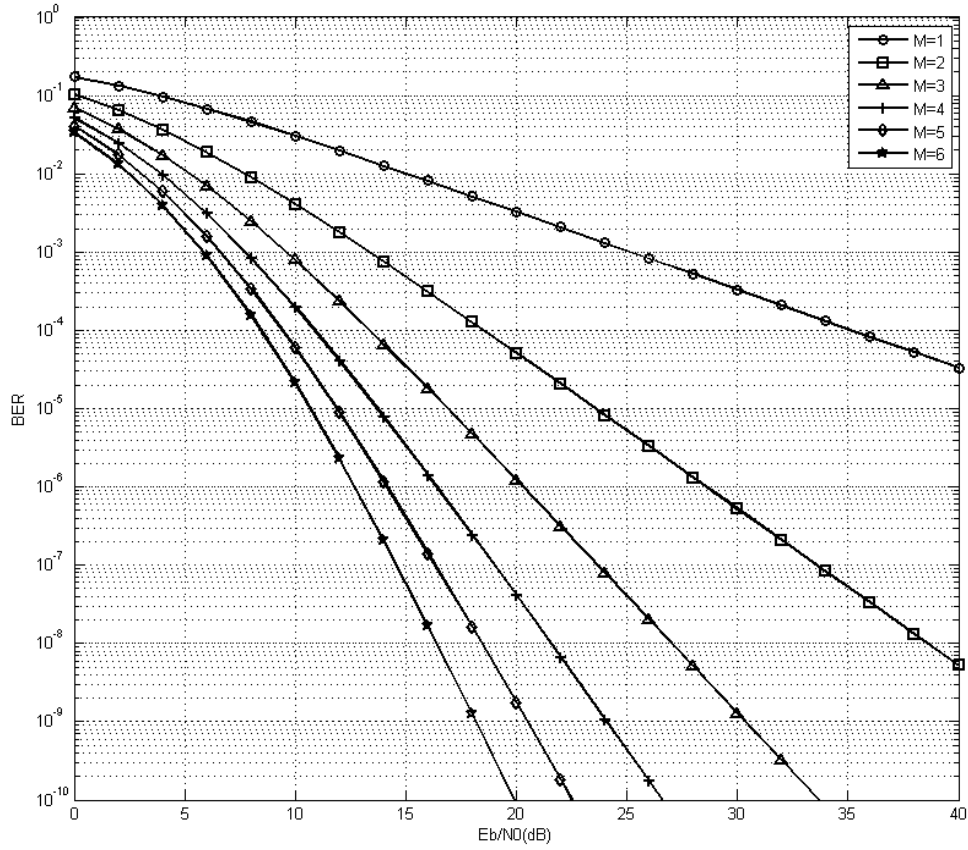
İşbirliği, kullanıcılar arasında iletişim kalitesini arttırmak için kullanılabilen gibi, iki kullanıcı arasında (kaynak ve hedef kullanıcılar) bulunan diğer kullanıcılar, bu iki kullanıcı için röle kabul edilerek, kaynak verilerinin hedefe en doğru biçimde iletilmesini sağlayan yapılarda da tasarlanabilir. Bu çoklu röle kullanan işbirlikli yapılarda, kaynak-hedef arasında bulunan ve röle olarak kabul edilen cihazlar, kaynak-hedef arasında iletim için çeşitleme sağlayarak iletişim kalitesini röle sayısı ile orantılı olarak iyileştirirler. Ancak bu yapının en önemli sorunu kaynak kullanımını verimli kullanılmamasıdır, şöyle ki kaynak-hedef arasında M adet röle ile işbirliği yapılması durumunda, rölelerinde aynı veriyi iletmek için M adet frekans bandı/zaman dilimi kullanılmalarından dolayı kaynak verimliliği M kadar azalmaktadır. Bu sorunun çözümü için kaynak-röle arasında mevcut bulunan tüm rölelerin kullanılması yerine, Şekil 3.2'de gösterildiği gibi bu röleler arasında en iyi link kalitesine (diğer bir

ifadeyle en iyi anlık SNR değerine) sahip tek rölenin seçilmesi ve işbirliğinin bu röle üzerinden yapılması yaklaşımıdır (Bletsas et al. 2006). Bu yaklaşım işbirlikli haberleşmeye Bölüm 2.3.1’de anlatılan seçimli birleştirmenin uygulanmasıdır.



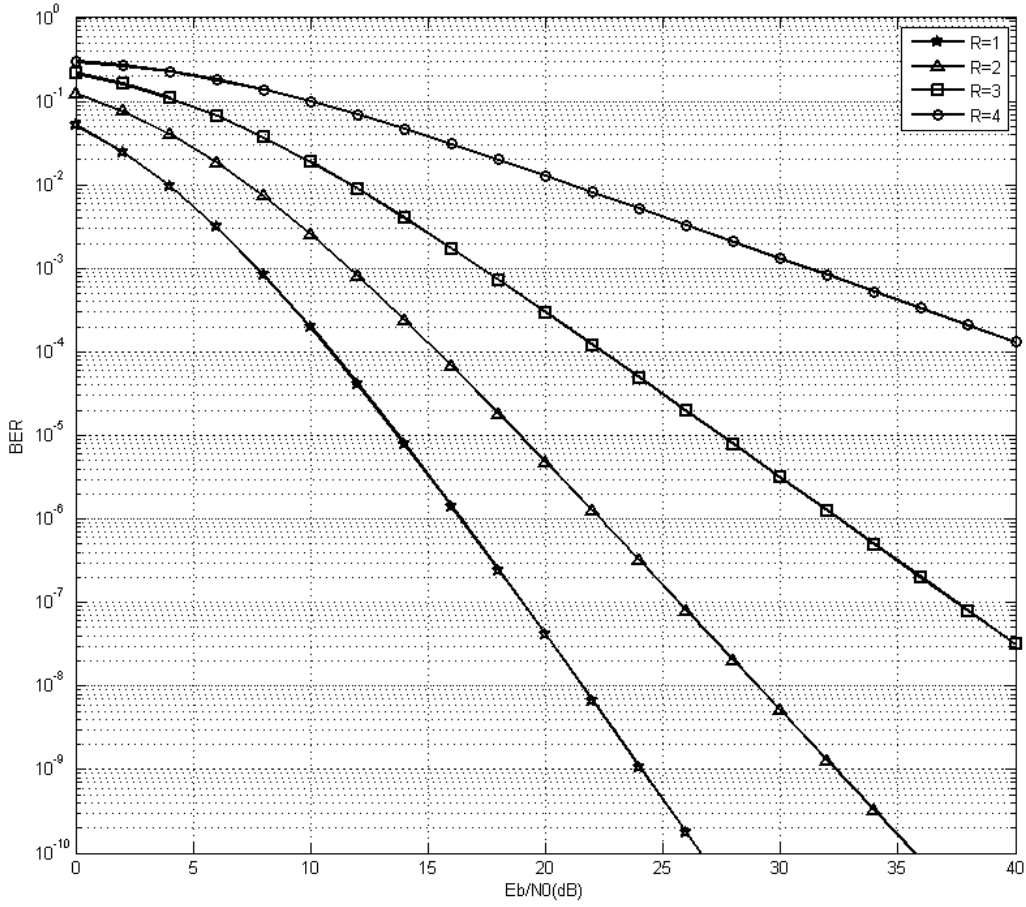
Şekil 3.2 Tek röle seçimli sistem.

M adet rölenin bulunduğu ortamdan en iyi link kalitesine sahip tek röle ile (yani röle seçimi) iletişimin düz Rayleigh sönmülemeli kanal üzerinden yapıldığı sistemin BER eğrileri Şekil 3.3’te verilmiştir. Görüldüğü gibi en iyi link kalitesine sahip tek röle ile iletişim yapıldığında sistemin çeşitleme derecesi yine M olmaktadır.



Şekil 3.3 M=1, 2, 3, 4, 5, 6 röleli ortamda, en iyi tek röle seçiminin Rayleigh kanalda BER eğrilerine etkisi.

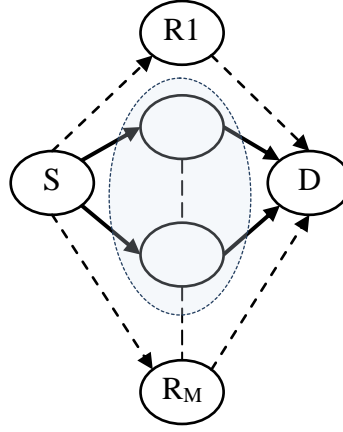
Röle seçiminde alıcının tüm röleler için kanal bilgisini bildiği varsayılır. Ancak bazen kanal kestiriminde yapılan hatalardan dolayı en iyi röle yanlış seçilebilir. Örneğin en iyi link kalitesine sahip birinci rölenin (R=1) seçilmesi yerine, kanal kestiriminde yapılacak hatadan dolayı en iyi link kalitesine sahip ikinci röle (R=2) seçilebilir ve bu durumda sistem performansı düşmektedir. Bu durumun gösterilmesi için Şekil 3.4'te ise M= 4 adet röle arasından seçilen en iyi link kalitesine sahip R. röle ile yapılan iletişim için verilen BER eğrileri grafiğinden sistem performansı ve çeşitleme derecesinin R'ye göre değiştiği gösterilmiştir.



Şekil 3.4 M=4 röle arasında R. en iyi link kalitesine sahip rölenin seçilmesi.

3.2.2. Genelleştirilmiş Röle Seçimi

Yukarıda anlatılan kanal kestirimi hatalarını göz önüne alarak Genelleştirilmiş Röle Seçimi (Generalized Relay Selection, GRS) fikri ortaya atılmıştır (Ikki and Ahmed 2009a, 2010a). GRS, Bölüm 2.3.3'te anlatılan Genelleştirilmiş Seçmeli Birleştirmenin işbirlikli iletişime uygulamasıdır. Şekil 3.5'te gösterildiği gibi bu yöntemde en iyi kaynak-hedef link kalitesine sahip olan tek bir röle değil, en iyi kaynak-hedef link kalitesine sahip birden çok röle seçilir. Sonrasında seçilen bu röleler üzerinden alıcıya ulaşan sinyaller kendi aralarında MRC kurallarına göre birleştirilirler.



Şekil 3.5. Genelleştirilmiş röle seçimi yapısı.

Bu yapıda, hedefte röleler üzerinden alınan SNR (direkt yol olmadan), seçilen en iyi link kalitesine sahip N tane röleden gelen SNR'ların toplamına eşittir ve aşağıdaki gibi verilmektedir,

$$\gamma_N = \sum_{i=1}^N \gamma^{R_i} \quad , \quad N \leq M \quad (3.12)$$

burada $\{\gamma^{R_i}\}_{i=1}^M$ olarak verilen SNR'lar, sıralanmamış $\{\gamma_{R_i}\}_{i=1}^M$ 'lerin $\gamma^{R_1} \geq \gamma^{R_2} \geq \dots \geq \gamma^{R_M} \geq 0$ olacak şekilde azalan sıraya göre dizilmiş olarak ifade edilmesidir. γ^{R_1} , $\{\gamma_{R_i}\}_{i=1}^M$ 'lerin en büyüğünü yani en iyi link kalitesine sahip birinci röleyi göstermektedir. Bu yapıda, BPSK modülasyonu için sönmülemeli bir kanalda alıcı tarafından alınan sinyalin ortalama hata olasılığı MGF cinsinden aşağıdaki gibi ifade edilir,

$$P(e) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi/2} M_{\gamma_N} \left(\frac{1}{\sin^2 \theta} \right) d\theta \quad (3.13)$$

burada $M_{\gamma_N}(\cdot)$ seçilen en iyi link kalitesine sahip ilk N tane röleden gelen SNR'ların toplamının MGF fonksiyonudur ve aşağıdaki tanımla heaplanabilmektedir.

Tanım 3.1: X_1, X_2, \dots, X_M M adet bağımsız ve özdeş dağılımlı i.i.d. rasgele değişken olduğu varsayılırsa X rasgele değişkenlerinin ilgili sıra istatistiği büyükten küçüğe doğru sıralandığında X^1, X^2, \dots, X^M şeklinde elde edilir. Burada X^1, X_i 'lerin en büyüğünü ifade

etmektedir. Eğer X_i rasgele değişkenleri $f(x) = \frac{1}{\bar{\gamma}} e^{-\frac{x}{\bar{\gamma}}}$ gibi exponansiyel dağılıma sahipse, büyükten küçüğe doğru sıralandığında ilk N tanesinin toplamının MGF ifadesi aşağıdaki gibi verilmektedir (Ikki and Ahmed 2010a),

$$M_{\gamma_N}(s) = \frac{1}{(1 + s\bar{\gamma})^{N-1}} \sum_{i=0}^{M-N} \frac{(-1)^i \binom{M}{N} \binom{M-N}{i}}{1 + \frac{i}{N} + s\bar{\gamma}} \quad (3.14)$$

■

Tanım 3.1’de $N=1$ alındığında en iyi link kalitesine sahip tek röle seçimi, $N \geq 2$ alındığında genelleştirilmiş röle seçimi olmaktadır.

Literatürde, rölede kullanılan protokole göre farklı röle seçim yöntemleri bulunmaktadır. Tüm kullanılan yöntemlerin amacı hedefe ulaşan SNR değerini maksimum yapan röle/röleleri bulmak ve bu röle/röleler üzerinden iletişimi gerçekleştirmektir. Aşağıda rölede kullanılan protokol türüne göre sıklıkla kullanılan röle seçim kuralları incelenecektir ve teorik türetmeler GRS için yapılacaktır.

3.2.2.1. AF Protokolü için GRS

AF protokolünde hedefte i . röle üzerinden alınan kaynak-hedef yolunun tümünü kapsayan SNR ifadesi aşağıdaki gibidir (Weifeng et al. 2008),

$$\gamma_{S,R_i,D} = \frac{\gamma_{S,R_i} \gamma_{R_i,D}}{\gamma_{S,R_i} + \gamma_{R_i,D} + 1} \quad , \quad i = 1, 2, \dots, M \quad (3.15)$$

burada $\gamma_{S,R_i} = |h_{S,R_i}|^2 P_0 / N_0$ kaynaktan i . röleye gelen anlık SNR değeri, $\gamma_{R_i,D} = |h_{R_i,D}|^2 P_0 / N_0$ i . röleden hedefe ulaşan anlık SNR değeridir. Bir diğer ifadeyle S-D arası SNR ($\gamma_{S,R_i,D}$), S-R_i ve R_i-D arası SNR’ların (γ_{S,R_i} ve $\gamma_{R_i,D}$) harmonik ortalamasından oluşmaktadır.

$\gamma_{S,R_i,D}$ ’nin iki rasgele değişkenin harmonik ortalaması olması nedeniyle istatistiksel özelliklerinin AF protokolü için yapılacak performans analizlerinde kullanılması, işlemleri oldukça karmaşıktır. İşlem karmaşıklığını azaltmak için literatürde sıklıkla kullanılan yöntem alt ya da üst sınır kullanmaktır (Ikki and 2009a). Literatürde, AF protokolü

kullanan röleli sistem performansının hesaplanmasındaki karmaşıklığı azaltmak için eşitlik (3.15) yerine $\gamma_{S,R_i,D}$ üst sınır olarak aşağıdaki gibi tanımlanmıştır,

$$\gamma_{S,R_i,D} \leq \gamma_i = \min(\gamma_{S,R_i}, \gamma_{R_i,D}), \quad i = 1, \dots, M \quad (3.16)$$

burada Rayleigh sönümlmeli kanal için eşitlik (3.16)'daki γ_i 'nin PDF'si $f_{\gamma_i}(x) = \frac{1}{\bar{\gamma}/2} e^{-\frac{x}{\bar{\gamma}/2}}$ olmaktadır. $\{\gamma_i\}_{i=1}^M$ 'ler, $\gamma^1 \geq \gamma^2 \geq \dots \geq \gamma^M \geq 0$ olacak şekilde azalan sıraya göre sıralandığında, hedefte ilk N tanesinin toplamının oluşturacağı üst sınır SNR ifadesi γ_{AF} aşağıda verilmiştir,

$$\gamma_{AF} = \sum_{i=1}^N \gamma^i, \quad N \leq M \quad (3.17)$$

Tanım 3.1 kullanılarak $M_{\gamma_{AF}}(\cdot)$ aşağıdaki gibi elde edilir,

$$M_{\gamma_{AF}}(s) = \frac{1}{(1 + s\bar{\gamma}/2)^{N-1}} \sum_{i=0}^{M-N} \frac{(-1)^i \binom{M}{N} \binom{M-N}{i}}{1 + \frac{i}{N} + s\bar{\gamma}/2} \quad (3.18)$$

Son durumda AF röle seçimi için BER üst sınır ifadesi aşağıda verilmiştir,

$$P_{AF}(e) \leq \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi/2} M_{\gamma_{AF}}\left(\frac{1}{\sin^2\theta}\right) d\theta \quad (3.19)$$

3.2.2.2. DF Protokolü için GRS

DF Protokolünde röle seçimi için literatürde sıklıkla kullanılan iki yöntem Fırsatçı Röle Seçimi (FRS) ve Seçme İşbirliği (Selection Cooperation, SC) olarak adlandırılmaktadır. Bu iki yöntem benzer olmakla birlikte farklı röle seçim kuralları vardır. Ortamda kaynak (S), hedef (D) ve M adet rölenin ($R_i, i \in \{1, \dots, M\}$) bulunduğu durumda kanal bilgilerinin bilindiği varsayımı altında iki yöntem aşağıda açıklanmıştır.

SC yaklaşımında, ilk olarak kaynaktan rölelere gelen sembolün SNR değeri γ_{SR_i} 'ye bakılmaktadır. Kaynaktan röleye gelen sembolün SNR değeri belirli bir eşik değerinden (Δ_{TH}) küçük olan rölenin, sembolü doğru çözemeyeceğine karar verilir ve sistem dışında bırakılır. SNR değeri eşik değerinden büyük olan rölelerin ($\gamma_{SR_i} > \Delta_{TH}$) ise gelen sembolü doğru çözdüğü varsayılır ve bu rölelerin oluşturduğu küme C olarak adlandırılmaktadır. İkinci aşamada bu röle grubu içerisinde röle-hedef arasındaki yolun SNR değeri en yüksek olan röle seçilmektedir $\max\{\gamma_{R_i}\}, i \in C$ (Michalopoulos and Karagiannidis 2008).

FRS yaklaşımında ise i . röle için kaynak-röle ve röle-kaynak arasındaki yolun SNR değerlerine bakılmaktadır ve bu değerlerden minimumu en fazla değere sahip olan röle seçilmektedir. Kural $\arg \max_{i \in \{1, \dots, M\}} \min(\gamma_{SR_i}, \gamma_{R_iD})$ olarak verilmektedir (Michalopoulos and Karagiannidis 2008). Dolayısıyla bu kurala max-min kuralı da denir. Son olarak seçilen bu röle belirlenen eşik değerinden büyük ise ilettime geçmektedir. Bu yöntem, AF rölede sistem performansının üst sınır ifadesini bulmak için kullanılan yaklaşımın aynısı olmakla birlikte tek fark seçilen rölenin eşik değerine bakılmasıdır.

DF protokolü kullanan röle için verilen iki röle seçim (SC ve FRS) yönteminde de M adet röle arasından seçilen en iyi röle, kaynak-hedef arasındaki kaskat yolun tümünü kapsayan ve en iyi link kalitesini sağlayan röledir ve seçilen bu tek röle üzerinden yapılan iletimle tam çeşitleme yani çeşitleme derecesi M elde edilebilir.

Literatürde SC yönteminin kullanılan eşik değerine, FRS yöntemine göre daha çok bağımlı olduğu; fakat uygun seçilen eşik değerlerinde FRS yöntemine göre daha iyi sonuç verdiği gösterilmektedir ve literatürde sıklıkla SC yöntemi kullanılmaktadır (Michalopoulos and Karagiannidis 2008). Bu nedenle aşağıda röle seçimi için SC yönteminin kullanıldığı GRS için teorik BER hesabı verilecektir.

Röle seçimi için SC yönteminin kullanıldığı, DF protokolünü kullanan M adet rölenin bulunduğu ortamda, C kümesine ait aktif röle sayısı (x) binom dağılımına sahiptir ve olasılığı aşağıda verilmiştir.

$$\Pr(X = x) = \binom{M}{x} (1 - \beta)^x (\beta)^{M-x}, x = 0, 1, \dots, M \quad (3.20)$$

burada β , rölenin gelen sinyali yanlış çözme olasılığıdır ve $\beta = \Pr(\gamma_{SR_i} | h_{SR_i}|^2 < \Delta_{TH}) = 1 - e^{-\Delta_{TH} / \gamma_{SR_i} | h_{SR_i}|^2}$ olarak verilmektedir. En iyi link kalitesine sahip N adet röle ile iletimin gerçekleşeceği sistemde, C kümesine dahil aktif röle sayısının x olduğu şartı altında alıcıya ulaşan toplam SNR aşağıda verilmiştir.

$$\gamma_{DF-SC} = \begin{cases} \sum_{i=1}^x \gamma_{R_i D} & , x \leq N \\ \gamma_N = \sum_{i=1}^N \gamma^{R_i} & , x > N \end{cases} \quad (3.21)$$

burada yine $\gamma^{R_1} \geq \gamma^{R_2} \geq \dots \geq \gamma^{R_x} \geq 0$, C kümesindeki aktif rölelerin $(\{\gamma_{R_i D}\}_{i=1}^x)$ link kalitesine göre azalan sıraya göre sıralanması sonucu oluşan sıra istatistiğini göstermektedir. Eşitlik (3.21)'de ilk satırda, C kümesindeki aktif röle sayısının, iletimin gerçekleşeceği en iyi link kalitesine sahip N röle sayısından küçük olması durumu yani C kümesindeki tüm rölelerin iletimde kullanılacağı durum verilmiştir. Bu durumda sıralama yoktur. Çünkü aktif röleler kullanılmaktadır. İkinci satırda ise C kümesindeki aktif röle sayısının, iletimin gerçekleşeceği en iyi link kalitesine sahip N röle sayısından büyük olması durumu yani C kümesindeki x adet röleden sadece en iyi link kalitesine sahip N adet rölenin iletimde kullanılacağı durum verilmiştir.

γ_{DF-SC} ifadesinin x şartına göre MGF ifadesi aşağıda aşağıdaki gibi olmaktadır,

$$M_{DF-SC} = \begin{cases} \prod_{i=1}^x M_{\gamma_{R_i D}}(s) & , x \leq N \\ M_{\gamma_N}(s) & , x > N \end{cases} \quad (3.22)$$

burada $M_{\gamma_{R_i D}}(s)$ ve $M_{\gamma_N}(s)$ sırasıyla $\{\gamma_{R_i D}\}_{i=1}^x$ ve γ_N ifadelerinin MGF'si olarak verilmektedir. Rayleigh kanalda $M_{\gamma_{R_i D}}(s)$ için MGF ifadesi eşitlik (2.11)'de verilmiştir:

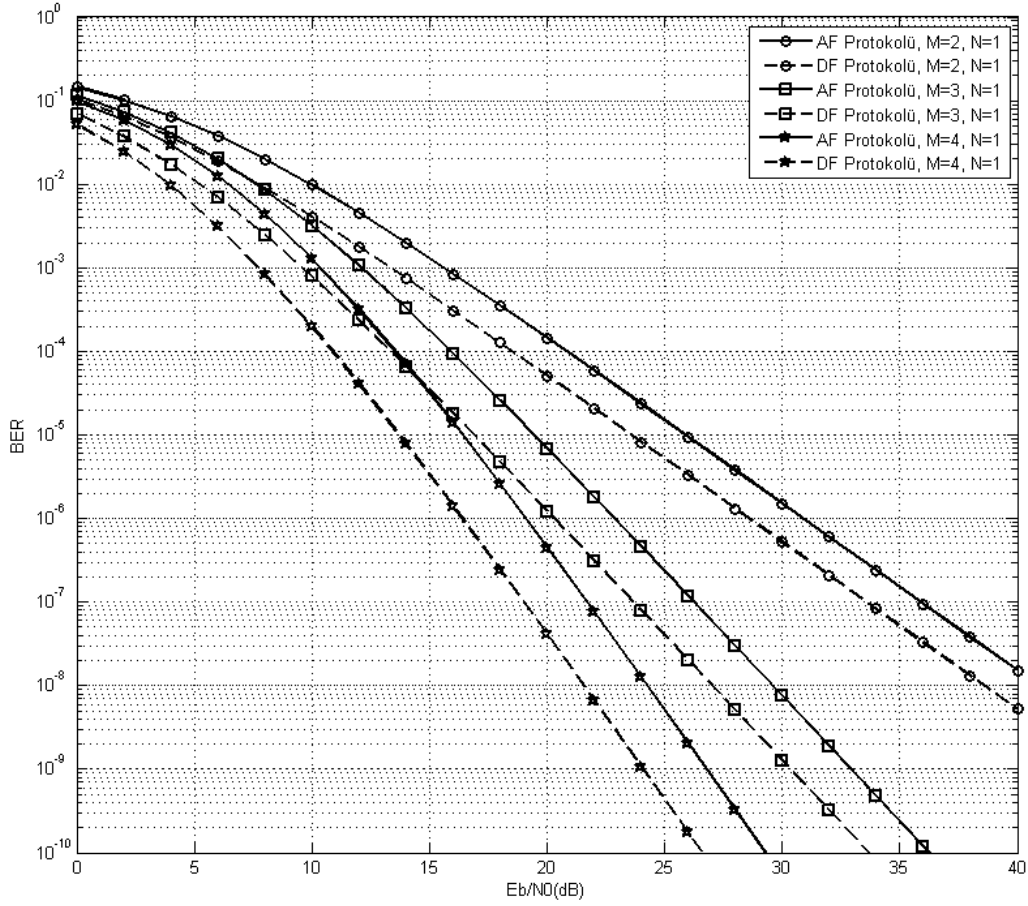
$M_{\gamma_N}(s)$ ise Tanım 3.1’de verilen sıra istatistiğinden yararlanılarak bulunur. C kümesine dahil aktif röle sayısının x olduğu şartı altında BER ifadesi aşağıdaki gibi tanımlanır,

$$P(e|x) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi/2} M_{DF-SC} \left(\frac{1}{\sin^2 \theta} \right) d\theta \quad . \quad (3.23)$$

Son olarak, en iyi link kalitesine sahip N adet röle ile iletimin gerçekleşeceği sistemde röle seçimi için SC yönteminin kullanıldığı GRS yönteminin teorik BER ifadesi eşitlik (3.20) ve (3.23) kullanılarak aşağıdaki gibi verilmektedir,

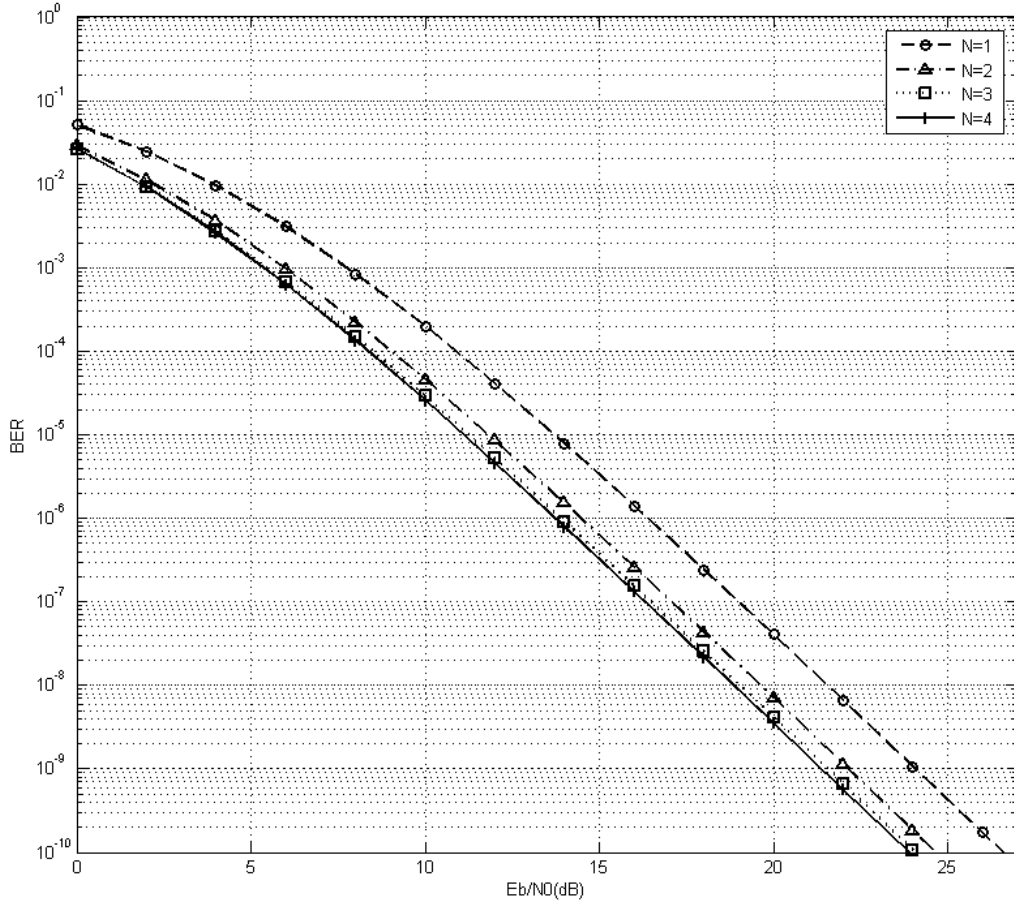
$$P_{DF-SC}(e) = \Pr(X = x) P(e|x) \quad . \quad (3.24)$$

Şekil 3.6’da AF ve DF protokolleri için ortamda bulunan $M=2, 3$ ve 4 röle içinden seçilen en iyi tek röle ile yapılan iletişim için BER eğrileri verilmiştir. AF protokolü için max-min yöntemi, DF protokolü için SC yöntemi kullanılmıştır. Şekil 3.6’da görüldüğü gibi seçilen en iyi link kalitesine sahip tek röle ile yapılan iletişimde çeşitleme derecesi ortamdaki röle sayısı M ile orantılı artmaktadır. DF protokolü ve röle seçimi için kullanılan SC yöntemi, AF protokolü ve röle seçimi için kullanılan max-min yöntemine göre tüm M değerlerinde aynı çeşitleme derecesi (M) verirken, daha iyi performans göstermektedir. Ayrıca artan röle sayısı ile birlikte bu iki yapı arasındaki performans farkı da artmaktadır. DF protokolünün kullanımının AF protokolüne göre daha iyi performans sonucu vermesinin nedeni, AF protokolünün kullanılması durumunda kaynak-röle arasındaki gürültünün AF röle tarafından kuvvetlendirilip hedefe iletilmesi anlamına gelmektedir ve sistem performansını kötü yönde etkilemektedir. Seçilen rölelerin tam kod çözme varsayımı altında DF protokolünün kullanılması durumunda ise kaynak-röle arasındaki gürültü hedefe iletilmemektedir.



Şekil 3.6. $M=2, 3, 4$ röle arasından en iyi 1. röle seçimi için AF ve DF röle protokollerinin karşılaştırılması.

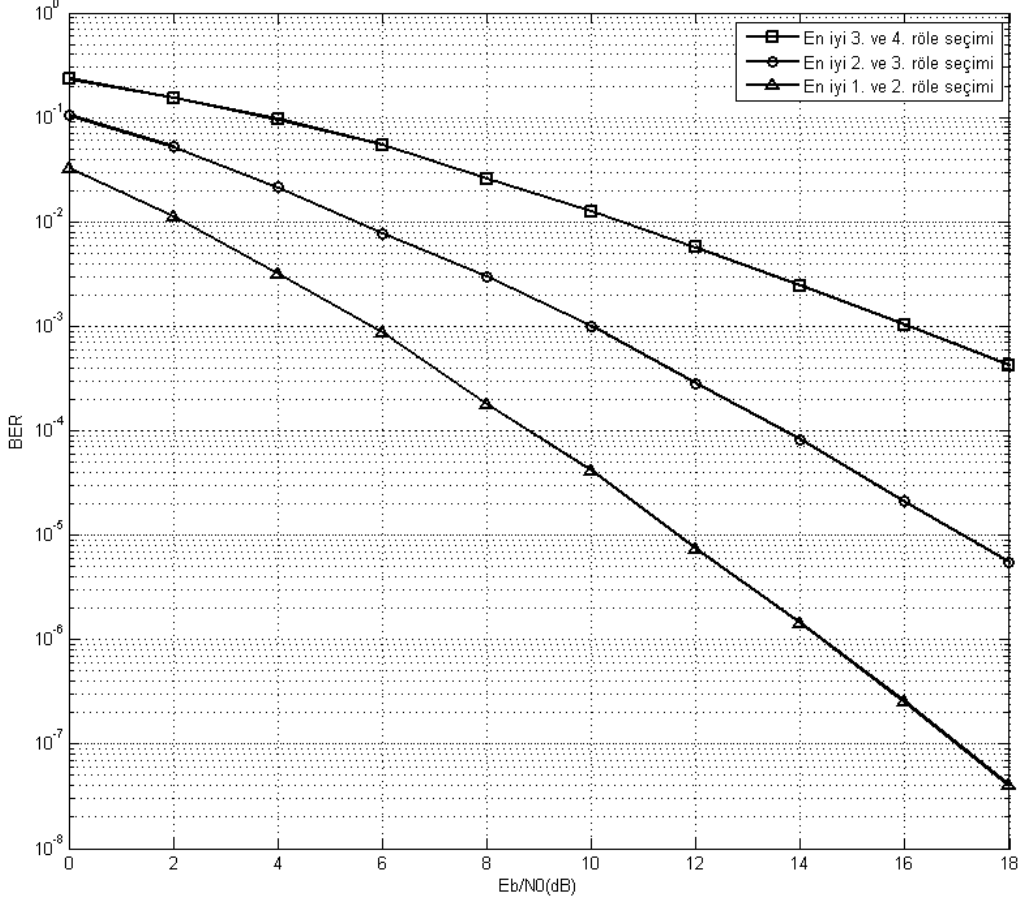
Bir sonraki adımda DF protokolü kullanan çoklu röle arasından sadece en iyi röle değil; iki, üç veya daha fazla rölenin seçildiği ve alıcıda birleştirildiği yani GRS yapının performansı incelenmiştir. Şekil 3.7'de ortamdaki DF protokolü kullanan $M=4$ adet röle arasından SC yöntemi ile seçilen en iyi link kalitesine sahip $N=1, 2, 3$ ve 4 adet röle ve direkt yol ile yapılan iletişim için BER eğrileri verilmiştir.



Şekil 3.7 $M=4$ röle arasından $N=1, 2, 3, 4$ röle seçimi ile iletişim için DF röle protokolünün hata olasılığı eğrileri.

Şekil 3.7’de görüldüğü gibi N sayısı arttıkça sistem performansında iyileşmektedir. Fakat $N=2$ ’den sonra sistemdeki performans artış miktarı azalmakta ve $N=3$ ve 4 için hemen hemen aynı performans elde edilmektedir. Sistemin çeşitleme derecesi ise artan N sayısı ile birlikte değişmemekte ve M olarak görülmektedir. Ayrıca GRS yöntemiyle birden fazla olacak şekilde sıralı röle seçimi hem daha önce değinildiği gibi kanal kestiriminde oluşacak hataların miktarı azalmaktadır hem de sıralı röle seçiminin getirdiği *dizi kazancı* sağlamaktadır.

Şekil 3.7, Şekil 3.4 ile birlikte incelendiğinde, M adet röle arasından en iyi link kalitesine sahip N tane röle seçildiğinde çeşitleme derecesini, seçilen N adet röle içindeki en iyi R . rölenin belirleyeceği anlaşılmaktadır. Bu durumun daha iyi anlaşılması için $M=4$ röleli ortamda en iyi birinci ve ikinci; en iyi ikinci ve üçüncü; en iyi üçüncü ve dördüncü link kalitesine sahip röleler ile yapılan iletişimin hata olasılığı eğrileri sadece benzetim olarak çizdirilmiştir.



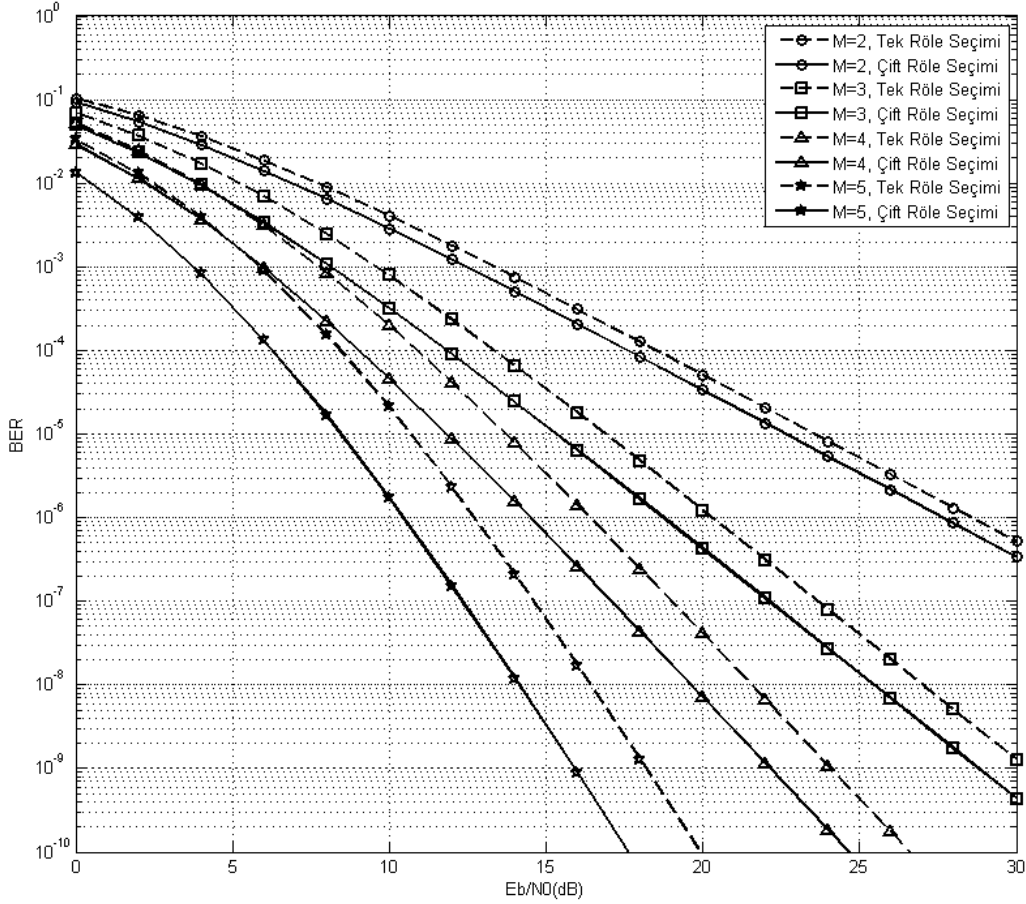
Şekil 3.8. $M=4$ röleli ortamda en iyi birinci ve ikinci; en iyi ikinci ve üçüncü; en iyi üçüncü ve dördüncü link kalitesine sahip röleler ile yapılan iletişimin hata olasılığı eğrileri.

Şekil 3.8'ten görüldüğü gibi çeşitleme derecesini, iletişimde olan en iyi link kalitesine sahip R . röle belirlemektedir. Örneğin, en iyi birinci ve ikinci; en iyi ikinci ve üçüncü; en iyi üçüncü ve dördüncü link kalitesine sahip röleler ile yapılan iletişimde çeşitleme derecesi sırasıyla dört, üç ve iki olmaktadır.

Şekil 3.7'de M adet rölenin bulunduğu ortamda N adet en iyi link kalitesine sahip röle ile yapılan iletimde tek ve çift röle seçimli sistemlerin ($N=1$ ve $N=2$) sistem performansı üzerindeki etkisi daha baskın olduğu gözükmektedir. Bu nedenle Şekil 3.9'da DF protokolü kullanan çoklu röle ortamında tek ve çift röle seçiminin (direkt yollar kullanılmadan) sistem performansına etkileri $M=2, 3, 4, 6$ adet röle bulunan ortamda incelenmiştir.

Şekil 3.9'da M adet röle arasından tek röle seçimi (en iyi 1. röle) ve iki röle seçimi (en iyi 1. ve 2. röle) için verilen hata performansı grafiklerinden her iki durum içinde çeşitleme derecesinin M olduğu gözükmektedir. Diğer bir ifade ile en iyi 2. rölenin de sisteme katılması

çeşitleme derecesine etki etmemektedir. Sadece artan röle sayısı ile orantılı olarak kod kazancı sağlamaktadır. Buna bağlı olarak çift röle seçimli sistem ile tek röle seçimli sistem arasındaki performans farkı röle sayısı ile artmaktadır.



Şekil 3.9. DF Protokolü için tek-çift röle seçiminin karşılaştırılması.

Şekil 3.4-3.9 arasında verilen performans eğrileri için kaynak-hedef arasında direkt yol olmadığı varsayılmıştır. Şu ana kadar anlatılan röle seçiminin DTK yapılara uygulanması durumunda elde edilecek sonuçların daha iyi yorumlanabilmesi için DTK yapılarda hedef e ulaşan yollar kodlamasız olarak düşünülerek analiz edilebilir. Bu durumda tek röle seçimli turbo kodlamalı sistem ve çift röle seçimli turbo kodlamalı sistem için verilen yapılar, kodlamasız olarak düşünüldüğünde bu bölüm altında şimdiye kadar verilen kodlamasız tek röle seçimli ve çift röle seçimli yapılardan farklı olarak direkt yol içermektedirler.

Kodlamasız tek röle seçimli sistemde kaynaktan gönderilen sembolün ilk iki zaman diliminde direkt yol üzerinden, üçüncü zaman diliminde seçilen en iyi link kalitesine sahip tek röle üzerinden, birbirlerinden bağımsız şekilde hedefe gönderildiği düşünülmektedir. Yani bu

systemde iki direkt yol ve bir röleli yol bulunmaktadır. Bu sistem için hedefte alınan toplam SNR $\gamma_T = \gamma_{SD_1} + \gamma_{SD_2} + \gamma^{R_1}$ olarak verilmektedir. Rayleigh kanalda γ_{SD_1} ve γ_{SD_2} direkt yollar üzerinden hedefe gelen SNR değerlerini; γ^{R_1} , en iyi birinci röle üzerinden hedefe gelen SNR değerini belirtmektedir. Kodlamasız tek röle seçimli sistem için hedefe ulaşan toplam SNR γ_T olması durumunda hata olasılığı aşağıda verilmiştir,

$$P_b = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi/2} M_{\gamma^{R_1}} \left(\frac{1}{\sin^2 \theta} \right) \prod_{i=1}^2 M_{\gamma_{SD_i}} \left(\frac{1}{\sin^2 \theta} \right) d\theta \quad (3.25)$$

burada $M_{\gamma^{R_1}}(\cdot)$, DF protokolü için eşitlik (3.22)'de $N=1$ alınarak elde edilir. $M_{\gamma_{SD}}(\cdot)$ ise eşitlik (2.11)'de verilmiştir.

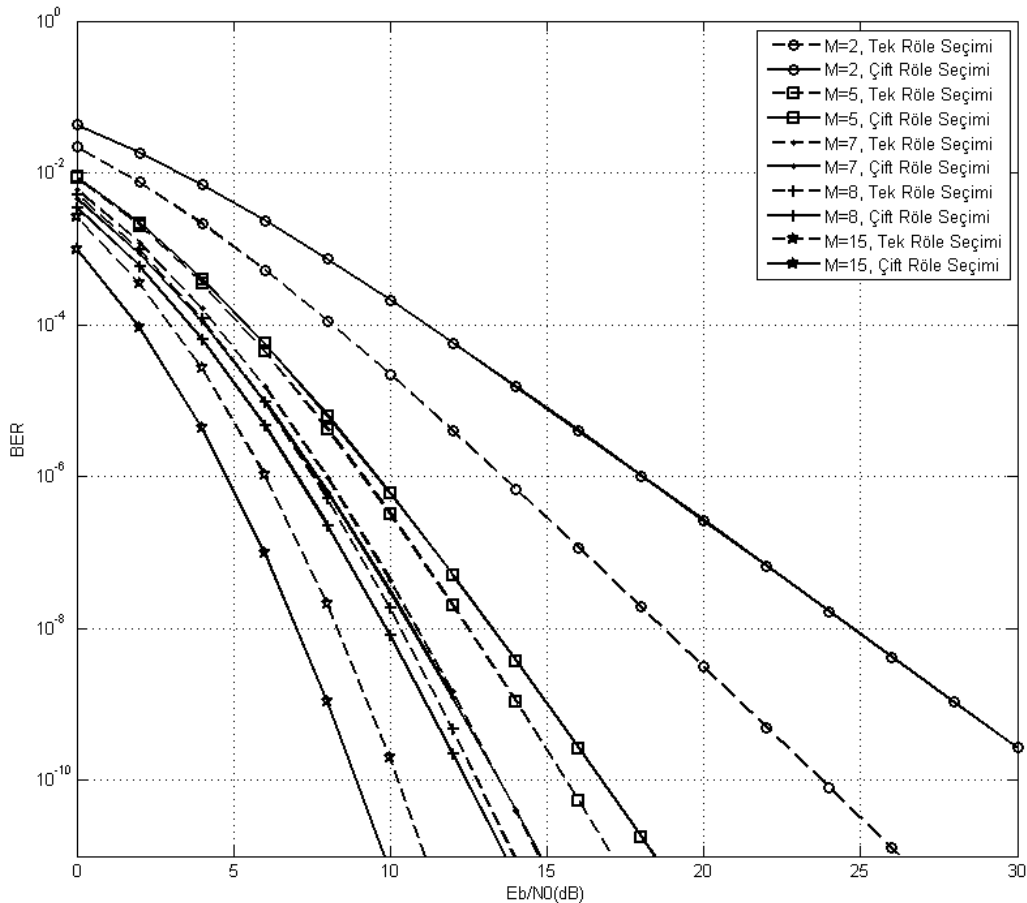
Kodlamasız çift röle seçimli sistemde ise kaynak ve hedef arasında bir direkt yol ve seçilen iki en iyi röle üzerinden hedefe gelen iki yol vardır. Bu sistem için hedefte alınan toplam SNR $\gamma_T = \gamma_{SD} + \gamma^{R_1} + \gamma^{R_2}$ olarak verilmektedir. γ_{SD} direkt yol üzerinden hedefe gelen SNR değerini; γ^{R_1} ve γ^{R_2} , sırasıyla en iyi birinci ve ikinci röle üzerinden hedefe gelen SNR değerini belirtmektedir. Kodlamasız çift röle seçimli sistem için hedefe ulaşan toplam SNR γ_T için hata olasılığı aşağıda verilmiştir,

$$P_b = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi/2} M_{\gamma_{SD}} \left(\frac{1}{\sin^2 \theta} \right) M_S \left(\frac{1}{\sin^2 \theta} \right) d\theta \quad (3.26)$$

burada $M_{\gamma_S}(\cdot)$, γ^{R_1} ve γ^{R_2} 'nin toplamının MGF'si olarak verilmektedir ve γ^{R_1} ve γ^{R_2} 'nin MGF'lerinin çarpımı olarak yazılamaz. Çünkü γ^{R_1} ve γ^{R_2} , sırasıyla 1. ve 2. en iyi link kalitesine sahip röle olarak C kümesinden seçildikleri için ortak PDF'leri mevcuttur ve istatistikleri bağımlıdır. DF protokolü için M_{γ_S} , eşitlik (3.22)'de $N=2$ yazılarak elde edilir.

Şekil 3.10'da kodlamasız çift röle seçimli sistem ve kodlamasız tek röle seçimli sistem yapılarının $M= 2, 5, 7, 8, 15$ röle için BER eğrileri verilmiştir. Kodlamasız iki direkt yol içeren tek röle seçimli sistem için çeşitleme derecesi $M+2$ olurken (M röle sayısı, +2 direkt yol sayısı); Kodlamasız tek direkt yol içeren çift röle seçimli sistem için çeşitleme derecesi, en iyi 2. rölenin sisteme katılmasının çeşitleme derecesine etki etmemesinden dolayı, $M+1$ (M

röle sayısı, +1 direkt yol sayısı) olmaktadır. Bu nedenle, iki direkt yol içeren tek röle seçimli sistem diğer sisteme göre çeşitleme derecesi bakımından bir derece daha fazladır. Bu derece farkından dolayı Şekil 3.10'dan da görüldüğü gibi 7 röleye kadar tek röle seçimli sistem daha iyi performans verirken, 7 röle için çift röle seçimli sistem yaklaşık 13 dB'ye kadar daha iyi sonuç vermektedir. Fakat 13 dB'den sonra tek röleli sistemde çeşitleme derecesinin +1 fazla olmasından dolayı BER eğrisi daha hızlı azalmakta ve 7 röle için 13 db'den sonra hemen hemen aynı sonucu vermektedirler. 8 ve daha üstü röle sayısı için tek direkt yol içeren çift röle seçimli sistem röle sayısı ile orantılı olarak daha iyi performans sağlamaktadır. $M=7$ röleden sonra çift röle seçimli sistemin tek röleli sisteme göre daha iyi olmasının nedeni, artan röle sayısı ile (M değerinin artmasıyla) ilk sistemdeki sıralı röle seçiminden gelen dizi kazancına oranla tek röleli yapıda çeşitleme derecesindeki bir derece fazlalığın (+1) önemsiz hale gelmesidir. Böylece çift röle seçimli sistemin performansı diğer sisteme oranla artan röle sayısı ile birlikte daha fazla artmaktadır.



Şekil 3.10. Kodlamasız iki direkt yol içeren tek röle seçimli sistem ve kodlamasız tek direkt yol içeren çift röle seçimli sistem analizi.

BÖLÜM 4

TURBO KODLAMA

Bu bölümde, benzetim proramlarında kullanılan turbo kodlayıcı ve iteratif kod çözücü yapıları ile ilgili temel bilgiler verilmiştir. Ayrıca iteratif kod çözücüde kullanılan *en büyük sonsal olasılık* (Maksimum a posteriori, MAP) algoritması matematiksel olarak ifade edilmiştir.

4.1. KANAL KODLAMA

Kablosuz sayısal haberleşmede kanal sönümlenme ve gürültüsünün sebep olduğu performansdaki azalmayı düzetmek için kanal kodlaması uygulanır. Vericide yapılan kanal kodlama ve alıcıda yapılan kanal kod çözme ile hatalı algılan bitlerin düzeltilmesi yapılır. Genel olarak kanal kodlama, vericide her seferinde k adet bitin alınarak bu k -sayıdaki bitin kod kelimesi olarak adlandırılan n -sayıdaki bite dönüştürülmesidir. Bu şekilde verinin kodlanması ile eklenen artıklık n/k oranı ile ölçülür. Bu oranın tersi, yani k/n , *kod oranı* olarak adlandırılır.

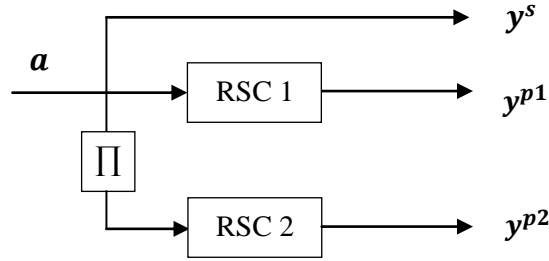
Kanal kodlama, temelde blok kodlama ve katlamalı kodlama olmak üzere iki ana başlığa ayrılır. Blok kodlama, hafızası olmayan kodlama tekniğidir ve kod sözcükleri birbirinden bağımsızdır. Katlamalı kodlayıcıda ise kodlayıcının çıkışı, sadece o anki girişteki veriye bağlı değil, aynı zamanda daha önceki giriş ve çıkışlara bağlıdır. Diğer yandan klasik blok kodlama ve katlamalı kodlama yöntemlerinin bir arada kullanıldığı sıralı kodlama yöntemi ile sistem performansı daha da arttırılmıştır. Bu yöntemde kullanılacak blok veya katlamalı kodlar seri ya da paralel şekilde bir serpiştirici ile bağlanarak sıralı biçimde kodlayıcı oluşturulmaktadır.

Shannon limitinin teorik olarak bir haberleşme sisteminde elde edilebilecek en yüksek verimliliği belirlediği 1950'li yıllardan bu yana birçok kanal kodlama yöntemi geliştirilmiştir. Bu yöntemlerin en önemlilerinden bir tanesi 1993 yılında (Berrou et al. 1993)'te önerilen ve

Shannon'un belirlediği limite oldukça yaklaşan paralel sıralı kodlama yöntemi olan turbo kodlama yöntemidir.

4.2. KODLAYICI YAPISI

Bir turbo kodlayıcı, birden fazla kodlayıcının (bileşen kodlayıcı) paralel olarak birleştirilmesinden oluşur. Basit olarak turbo kodlayıcı iki tane geri beslemeli sistematik katlamalı RSC kodlayıcıdan oluşur. Bu yapıda her iki kodlayıcıda aynı veriyi alır. Fakat ikinci kodlayıcı giriş verisi serpiştiriciden geçtikten sonra oluşan yeni dizilimli veriyi alır (Şekil 4.1).



Şekil 4.1 Turbo kodlayıcı yapısı.

Şekil 4.1, $R=1/3$ kod oranlı turbo kod kodlayıcısını göstermektedir. Π serpiştiriciyi temsil etmektedir. Giriş dizisi a , ilk RSC kodlayıcının eşlik kontrol çıkışı y^{p1} ve diğer RSC kodlayıcının eşlik kontrol çıkışı y^{p2} $1/3$ oranlı turbo kodlayıcıyı oluşturmuştur.

4.3. BİLEŞEN KODLAR

Genel olarak, turbo kodlayıcıda herhangi bir sistematik geri beslemeli kodlayıcı, bileşen kod olarak kullanılabilir. Fakat birçok avantajından dolayı RSC kodlar, turbo kodlayıcıda bileşen kod olarak kullanılmaktadır. Çünkü bu tür kodlayıcılar düşük sinyal gürültü oranında daha iyi performans gösterirler ve geri besleme sayesinde turbo kodlayıcının ağırlığını arttırmazlar (Hall and Wilson 1998).

RSC kodlar, özyinelemeli olmayan (Non-Recursive Systematic Convolutional, NSC) katlamalı kodlayıcının çıkışlarından birinin geri besleme olarak girişine verilmesiyle elde edilmektedir. RSC kodlayıcılar üreteç $g=[1, g_2/g_1]$ şeklinde üreteç matris ile gösterilir. Burada

ilk çıkış (g_1) geri besleme olarak girişe verilmiştir. $g=[1, g_2/g_1]$ gösteriminde 1 sistematik çıkışı, g_2 ileri besleme çıkışını, g_1 geri besleme girişini göstermektedir.

4.4. SERPİŞTİRİCİ

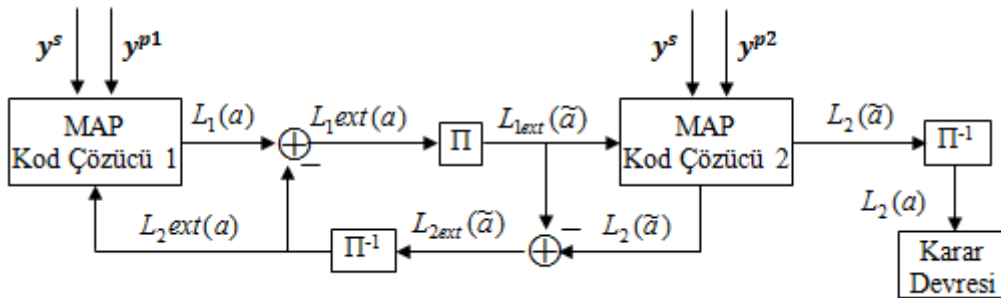
Serpiştirici, vericiden alıcıya gönderilen veri dizisindeki ardışık bitleri birbirlerinden uzaklaştırarak kanalda oluşabilecek hatalarını yayar ve düzeltilmesi daha kolay tek bit hatalarına dönüştürür.

Ayrıca turbo kodun performansındaki en etkili faktör turbo kodun kod ağırlığıdır (Hamming uzaklığı). Bu nedenle turbo kodun performansının azalmaması için kod ağırlığının maksimum yapılması istenir. Bu bağlamda serpiştiricinin turbo kod içerisinde sağladığı avantaj şöyle açıklanabilir: Eğer turbo kodun bileşen kodlarından birincisinin girişinde düşük ağırlıklı kod kelimesi oluşturacak bir yapı varsa serpiştirici yardımıyla girişteki yapı yeniden düzenlenerek diğer bileşen kodlayıcının çıkışında düşük ağırlıklı kod kelimesinin oluşma olasılığını oldukça azaltmaktadır. Böylelikle, düşük ağırlıklı kod kelimeleri önlenerek turbo kodun bit hata oranı önemli derecede düşürülmektedir.

4.5. İTERATİF TURBO KOD ÇÖZÜCÜ

Turbo kod çözümler iteratif kod çözme yapılarına sahiptir. Döngü (iterasyon) sayısı arttıkça, kod çözümlerin BER performansı artmaktadır.

Turbo kod çözümleri Şekil 4.2’de gösterildiği gibi iki adet kod çözümlerin seri bağlanmasından meydana gelmektedir. Seri bağlı bu kod çözümler arasında logaritmik benzerlik oranları (Log Likelihood Ratio, LLR) döngülü bir şekilde iletilmektedir.



Şekil 4.2. İteratif kod çözümlü.

Şekil 4.2’de $L_1(u)$ Kodçözücü1; $L_2(u)$ Kodçözücü2 tarafından üretilen LLR bilgileridir. $L_1ext(u)$ ve $L_2ext(u)$ sırasıyla Kodçözücü1 ve Kodçözücü2 tarafından üretilen ekstra (extrinsic) bilgileridir. Bu bilgiler diğer kod çözücü için bir sonraki iterasyonda öncül bilgi olmaktadır (priori). MAP Kodçözücü1 y^s ve y^{p1} dizisini ve $L_2ext(u)$ ekstra bilgisini; MAP Kodçözücü2 y^s ve y^{p2} dizisini ve $L_{1ext}(\tilde{u})$ ekstra bilgisini giriş olarak almaktadır.

Verici tarafından gönderilen \mathbf{a} dizisine karar vermek için alıcıda Şekil 4.2’deki iteratif kod çözücü kullanılmıştır. Kullanılan MAP kodçözücüler yukarıdaki bilgi dizilerini ve ekstra bilgi LLR’ları kullanarak bilgi dizisine ait LLR bilgisini maksimum iterasyon sayısına kadar döngü boyunca birbirlerine göndermektedirler. Maksimum iterasyon sayısına ulaşıldığında ikinci MAP kod çözücü tarafından üretilen LLR değerlerine bağlı olarak bilgi dizisine karar verilmektedir.

4.5.1. En Büyük Sonsal Olasılık Algoritması (Maximum A Posteriori - MAP)

Turbo kodlamada serpiştirici kullanımı ve kod çözücüdeki iteratif yapı kod çözme işlemini oldukça karmaşıklarıdır. Bundan dolayı, katlamalı kodlayıcılar için kullanılan Viterbi algoritması turbo kod çözme için kullanılmamaktadır. Bunun yerine kod çözme işlemi MAP algoritması ile iteratif olarak yapılmaktadır. MAP algoritmasının katlamalı kodlar için uyarlanmış biçimine BCJR algoritması denmektedir (Bahl et al. 1974). BCJR algoritmasının Viterbi algoritmasından farkı yumuşak çıkışlar üretmesidir. Viterbi algoritması her bir bit için 0 ya da 1 çıkışı üretirken, BCJR algoritması her bir tahmini bit için logaritmik benzerlik oranını LLR çıkış olarak üretir. Ayrıca turbo kod çözücüde yumuşak çıkışlar elde edilmek için Viterbi algoritması geliştirilerek yumuşak çıkışlı Viterbi algoritması (Soft Output Viterbi Algorithm, SOVA) oluşturulmuştur.

Turbo kod çözücüde MAP algoritması en iyi sonucu vermesine karşın işlem karmaşıklığından dolayı (çok sayıda toplama ve çarpma işlemi içermesi), logaritmik olarak türetilen Log-MAP ve max-log-MAP gibi daha basit versiyonları geliştirilmiştir. Bu sayede işlem karmaşıklığı azaltılmıştır. Fakat bu versiyolardan en basiti olan max-log-MAP, MAP algoritması kadar iyi performans verememektedir. Log-MAP ise max-log-MAP’ten daha iyi MAP algoritması ile aynı sonuçlar verebilmektedir (Ali 2007).

MAP algoritmasında, kod çözücünde gürültülü olarak alınan dizi $Y=[y^s / y^p]$ olmak üzere girişteki k . bite ait LLR aşağıdaki gibi tanımlanmıştır,

$$LLR = \log \frac{P(a_k = 1|Y)}{P(a_k = 0|Y)} = L(a_k) \quad (4.1)$$

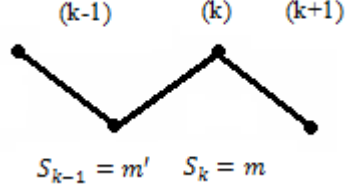
burada $P(a_k = i|Y)$, Y dizisindeki k . bitin 1 yada 0 olmasının sonsal (posteriori) olasılığıdır. Bu bilgiye göre kod çözücü aşağıdaki karar kuralını uygulayarak gönderilen bilgi bitine karar vermektedir,

$$\hat{a}_k = \begin{cases} 1, & L(a_k) \geq 0 \\ 0, & L(a_k) < 0 \end{cases} \quad (4.2)$$

Turbo kodlayıcıda kullanılan v tane kaydırmalı belleğe sahip RSC bileşen kodlar için kafes diyagramında $q=2^v$ durum mevcuttur ve bu durumlar k . an için 0'dan $(q-1)$ 'e kadar S_k ile gösterilir. Ayrıca kullanılan RSC kodlayıcının $\frac{1}{2}$ oranlı olduğu düşünülürse durumlar arasında geçişlerde k . giriş biti için kodlayıcı çıkışında sistematik (y_k^s) ve eşlenik (y_k^p) bitleri oluşturulur. Bu bilgiler ışığında $L(a_k)$, daha açık olarak aşağıdaki şekilde yazılabilir (Robertson 1994),

$$L(k) = \log \frac{\sum_{m=0}^{q-1} \sum_{m'=0}^{q-1} \gamma^1(y_k^s, y_k^p, m', m) \alpha_{k-1}(m') \beta_k(m)}{\sum_{m=0}^{q-1} \sum_{m'=0}^{q-1} \gamma^0(y_k^s, y_k^p, m', m) \alpha_{k-1}(m') \beta_k(m)} \quad (4.3)$$

burada m' , $(k-1)$. andaki bulunulan durumu; m , k . anda bulunulan durumu göstermektedir. $\alpha_{k-1}(m')$, $(k-1)$. anda Şekil 4.3'te verilen durum diyagramında m' durumundan ileri yönde (soldan sağa) giderek m durumunda bulunma olasılığıdır. Aynı şekilde $\beta_k(m)$, k . anda geri yönde gelerek (sağdan sola) m durumunda bulunma olasılığıdır. $\gamma^i(y_k^s, y_k^p, m', m)$ k . anda m' durumundan m durumuna geçiş olasılığını belirtmektedir ve sırasıyla aşağıdaki gibi matematiksel olarak ifade edilmektedir,



Şekil 4.3. Durum diyagramı.

$$\alpha_k(m) = \frac{\sum_{m'=0}^{q-1} \sum_{i=0}^1 \gamma^i(y_k^s, y_k^p, m', m) \alpha_{k-1}(m')}{\sum_{m=0}^{q-1} \sum_{m'=0}^{q-1} \sum_{i=0}^1 \gamma^i(y_k^s, y_k^p, m', m) \alpha_{k-1}(m')} \quad (4.4)$$

$$\beta_k(m) = \frac{\sum_{m'=0}^{q-1} \sum_{i=0}^1 \gamma^i(y_k^s, y_k^p, m', m) \beta_{k+1}(m')}{\sum_{m=0}^{q-1} \sum_{m'=0}^{q-1} \sum_{i=0}^1 \gamma^i(y_k^s, y_k^p, m', m) \alpha_k(m')} \quad (4.5)$$

Eğer turbo kodlayıcıda kafes sonlandırma yapılmış ise başlangıç koşulları aşağıdaki gibi seçilir,

$$\begin{aligned} \alpha_0(0) &= 1, \\ \alpha_0(m) &= 0, m \neq 0 \end{aligned} \quad (4.6a)$$

$$\begin{aligned} \beta_N(m_N) &= 1, \\ \beta_N(m) &= 0, m \neq m_N \end{aligned} \quad (4.6b)$$

burada m_N kafes diyagramındaki en son durumu ifade etmektedir. Eğer turbo kodlayıcıda kafes sonlandırma yapılmamış ise tüm m değerlerinde $\beta_N(m) = \alpha_N(m)$ alınabilir.

Eşitlik (4.3)'te verilen k . anda m' durumundan m durumuna geçiş olasılığı $\gamma^i(y_k^s, y_k^p, m', m)$ aşağıdaki gibi ifade edilmektedir,

$$\begin{aligned} \gamma^i(y_k^s, y_k^p, m', m) &= p(y_k^s | a_k = i, S_k = m, S_{k-1} = m') p(y_k^p | a_k = i, S_k = m, S_{k-1} \\ &= m') \times q(a_k = i, S_k = m, S_{k-1} = m') Pr(S_k = m, S_{k-1} = m') \end{aligned} \quad (4.7)$$

burada $q(a_k = i, S_k = m, S_{k-1} = m')$, bit i 'nin m' durumundan m durumuna geçişle ilişkili olup olmamasına göre 0 yada 1 değerini almaktadır. $Pr(S_k = m, S_{k-1} = m')$ olasılığı ise a_k bitine ait diğer kod çözücünden gelen öncül bilginin olasılığıdır ve aşağıdaki gibi verilmektedir,

$$Pr(S_k = m, S_{k-1} = m') = \frac{e^{L(a_k)}}{1 + e^{L(a_k)}} \text{ eğer } q(a_k = 1, S_k = m, S_{k-1} = m') = 1 \text{ ise} \quad (4.8)$$

$$\begin{aligned} Pr(S_k = m, S_{k-1} = m') &= 1 - \frac{e^{L(a_k)}}{1 + e^{L(a_k)}} \text{ eğer } q(a_k = 0, S_k = m, S_{k-1} = m') \\ &= 1 \text{ ise} \end{aligned} \quad (4.9)$$

$L(a_k)$ terimi, diğer kodçözücü tarafından üretilen ve a_k bitine ait ekstra (extrinsic) LLR bilgisidir. Bu bilgi mevcut kod çözücü için ise diğer kod çözücünden gelen öncül (a-priori) bilgidir. Eşitlik (4.7)'teki diğer olasılıklar ise aşağıdaki gibidir,

$$p(y_k^s | a_k = i, S_k = m, S_{k-1} = m') = k_s e^{\frac{-(y_k^s - b^s(i, m', m))^2}{N_0}} \quad (4.10)$$

$$p(y_k^p | a_k = i, S_k = m, S_{k-1} = m') = k_p e^{\frac{-(y_k^p - b^p(i, m', m))^2}{N_0}} \quad (4.11)$$

burada k_s ve k_p sabit değerlerdir ve basitlik amacıyla 1 değerine eşitlenebilir. $b^{slp}(i, m', m)$, $(k-1)$. adımdaki m' durumundan k . adımdaki m durumuna geçişteki kodlayıcı çıkışlarını belirtmektedir. Son durumda a_k biti için eşitlik (4.3) ile verilen MAP çıkışı aşağıdaki gibi yeniden yazılabilir.

$$\begin{aligned} L(k) &= \log \left[\frac{(y_k^s | a_k = 1)}{(y_k^s | a_k = 0)} \right] \\ &+ \log \left[\frac{Pr(a_k = 1)}{Pr(a_k = 0)} \right] \\ &+ \log \frac{\sum_{m=0}^{q-1} \sum_{m'=0}^{q-1} \gamma_1'(y_k^p, m', m) \alpha_{k-1}(m') \beta_k(m)}{\sum_{m=0}^{q-1} \sum_{m'=0}^{q-1} \gamma_0'(y_k^p, m', m) \alpha_{k-1}(m') \beta_k(m)} \end{aligned} \quad (4.12)$$

$$L(k) = L_{sys} + L_{ap} + L_{ext} \quad (4.13)$$

Burada $Pr(\alpha_k = i) = q(a_k = i, S_k = m, S_{k-1} = m')Pr(S_k = m, S_{k-1} = m')$ olarak verilmiştir ve eşitlik (4.8) ve (4.9)'da tanımlanmıştır. $\gamma'_i(y_k^p, m', m) = p(y_k^p | a_k = i, S_k = m, S_{k-1} = m') \times q(a_k = i, S_k = m, S_{k-1} = m')$ olarak verilmektedir. L_{sys} sistematik bitlere, L_{ap} bir önceki adımda diğer kodçözücüden gelen bilgiye, L_{ext} ise kod çözme işleminin o anki adımında üretilen bilgiye ait terimlerdir.

BÖLÜM 5

DAĞITILMIŞ TURBO KODLAMALI SİSTEMLERİN PERFORMANS ANALİZİ

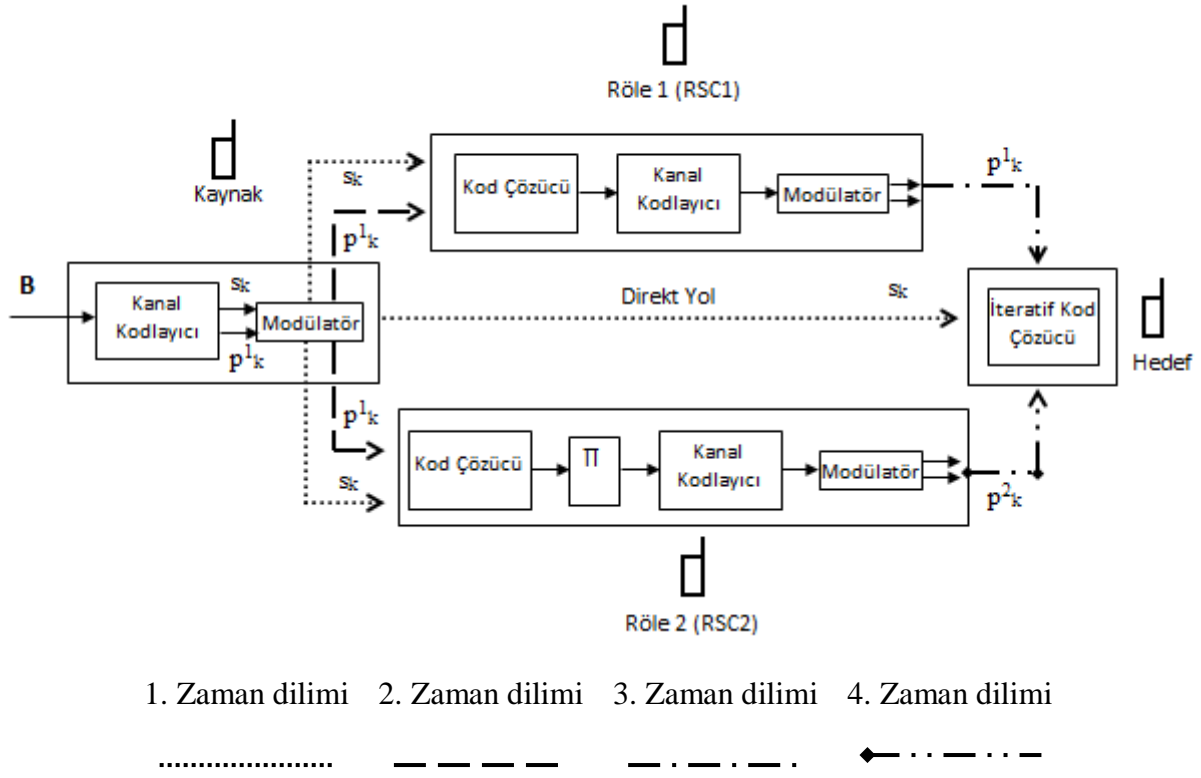
Bu bölümde ilk olarak çift röle seçimli DTK yapı anlatılacaktır. Daha sonra bu yapının düz sönümlmeli Rayleigh kanalda performans analizi yapılarak, çerçeve ve bit hata olasılıkları için birleşik sınır (union bound) ve birleşik sınır hesaplamalarında kullanılan çiftsel hata olasılığının kapalı form ifadesi türetilmiştir. Son olarak bu çalışmada önerilen çift röle seçimli DTK yapıyla karşılaştırmak için literatürde tanımlı tek röle seçimli DTK yapının yine çerçeve ve bit hata olasılıkları için birleşik sınır (union bound) ve birleşik sınır hesaplamalarında kullanılan çiftsel hata olasılığının kapalı form ifadesi türetilmiştir.

5.1. ÇİFT RÖLE SEÇİMLİ DTK YAPI

Şekil 5.1’de gösterilen çift röle seçimli DTK yapıda ilk olarak kaynak ürettiği sistematik ve parite dizilerini ortamdaki tüm rölelere ve hedefe göndermektedir. Bu zaman diliminde sistematik dizi hedef tarafından alınmaktadır. Sonrasında en iyi röleye gelen sinyaller çözülüp serpiştiriciden geçirildikten sonra tekrar kodlanarak parite 2 dizisi hedefe gönderilir. Serpiştiriciden geçirme hariç aynı işlemler en iyi ikinci röle tarafından da yapılarak parite 1 dizisi hedefe gönderilir. En iyi röle içerisindeki katlamalı kodlayıcı RSC2 olarak adlandırılırken, en iyi ikinci röle içerisindeki katlamalı kodlayıcı RSC1 olarak adlandırılır.

Çift röle seçimli DTK yapıda röle seçimi, mevcut tüm rölelerin kaynak-röle-hedef kaskat yolunun link kalitesine göre yapılmaktadır ve bu röleler arasından en iyi link kalitesine sahip iki röle seçilmektedir. Röle seçimi iki adımda tamamlanmaktadır. İlk adımda kaynaktan rölelere gelen sembolün SNR değerine bakılmaktadır. Kaynaktan röleye gelen sembolün SNR değeri belirli bir eşik değerinden küçük olan rölenin, sembolü doğru çözemeyeceğine karar verilir ve sistem dışında bırakılır. Eşik değerinden büyük olan rölelerin ise gelen sembolü doğru çözdüğü varsayılır. İkinci adımda eşik değerinden büyük olan rölelerin oluşturduğu kümeden en iyi röle-hedef link kalitesine sahip iki röle seçilmektedir. En iyi ve ikinci en iyi

rölelere karar verdikten sonra, hedef tüm rölelere birinci ve ikinci en iyi röleyi bildirmektedir ve bu iki seçilen röle haricindeki tüm diğer röleler diğer sembole kadar bekleme konumuna geçmektedir. Sistemdeki tüm röleler DF protokolünü kullanmaktadır. Ayrıca $\frac{1}{2}$ oranlı katlamalı kodlayıcıya ve serpiştiriciye sahiptir. Hangi röle en iyi röle seçildiyse o röle serpiştirici kullanmaktadır; eğer röle ikinci en iyi olarak seçildiyse serpiştirici kullanmamaktadır.



Şekil 5.1. Çift röle seçimli 1/3 oranlı turbo kodlayıcı genel yapısı.

Şekil 5.1’de verilen sistemde, \mathbf{B} kaynak girişine gelen kodlamasız veri dizisini göstermektedir ve $\mathbf{B} = (b_1, \dots, b_k, \dots, b_L)$ olarak verilmektedir. Burada b_k k . veriyi, L ise giriş dizisinin uzunluğunu belirtmektedir.

Kaynak girişine gelen veri dizisi \mathbf{B} öncelikle $\frac{1}{2}$ oranlı RSC katlamalı kodlayıcıdan ve sonrasında BPSK modülatöründen geçirilerek \mathbf{S} dizisine dönüşmektedir ve \mathbf{S} dizisi kaynaktan ortamdaki tüm rölelere ve hedefe yollanmaktadır. \mathbf{S} dizisi $\mathbf{S} = (m_1, \dots, m_k, \dots, m_L)$ olarak verilmektedir. Burada m_k k . kaynak çıkışındaki modüleli veriyi belirtmektedir.

Düz sönümlenmeli ve toplanır beyaz gauss gürültülü kanalda birinci ve ikinci zaman dilimlerinde ($t=1,2$) hedef, en iyi ve ikinci en iyi röleler (R^i , $i=1,2$) tarafından alınan semboller sırasıyla aşağıda verilmiştir,

$$y_D(t) = \sqrt{P_s} h_{SD} m_k(t) + n_{SD} \quad (5.1)$$

$$y_{R^i}(t) = \sqrt{P_s} h_{SR^i} m_k(t) + n_{SR^i} \quad i = 1,2 \quad (5.2)$$

burada P_s kaynak gücünü; h_{SR^i} ve h_{SD} sırasıyla kaynak- i . röle arasındaki σ_{SR}^2 varyansa sahip, kaynak-hedef arasındaki σ_{SD}^2 varyansa sahip sönümlenme katsayısıdır. $m_k(t)$, k . verinin kaynak çıkışındaki modüle edilmiş sistematik ve parite biti için k . sembolü göstermektedir. İlk zaman dili için $m_k(t=1) = s_k$ sistematik biti ve ikinci zaman dilimi için $d_k(t=2) = p_{1k}$ birinci parite bitini belirtmektedir. n_{SD} ve n_{SR^i} ise çift yönlü güç spektral yoğunluğu $N_0/2$ olan toplanır beyaz Gauss gürültüsünü göstermektedir.

Üçüncü ve dördüncü zaman dilimlerinde ($t=3,4$) en iyi ve ikinci en iyi röleler (R^i , $i=1,2$) tarafından hedefe gönderilen işaretler aşağıdaki gibidir,

$$y_D(t=3) = \sqrt{P_{R^1D}} h_{R^1D} p_{2k} + n_{R^1D} \quad (5.3)$$

$$y_D(t=4) = \sqrt{P_{R^2D}} h_{R^2D} p_{1k} + n_{R^2D} \quad (5.4)$$

burada P_{R^iD} i . röle gücü, h_{R^1D} ve h_{R^2D} sırasıyla en iyi ve ikinci en iyi röle ve hedef arasındaki yol katsayılarını göstermektedir. n_{R^1D} ve n_{R^2D} ise çift yönlü güç spektral yoğunluğu $N_0/2$ olan toplanır beyaz Gauss gürültüsünü göstermektedir.

5.1.1. Çift Röle Seçimli DTK Yapının Performans Analizi

Bu bölümde, tasarlanan çift röle seçimli DTK yapısının BER ve FER hata olasılıkları türetilmiştir. Turbo kodlamalı sistemlerin performans analizleri oldukça karmaşıktır ve çeşitlik zorluklar içermektedir. Turbo kodların yüksek SNR bölgelerinde analizlerinin yapılabilmesi için yüksek işlem sayısına sahip bilgisayar benzetim programlarından ya da analitik sınırlardan yararlanmak gerekmektedir (Hall and Wilson 1998). Genellikle düşük

SNR bölgelerinde analitik üst sınırların ıraksama (diverging) özelliğinden dolayı bu SNR değerlerinde bilgisayar benzetimlerinden yararlanılırken, yüksek SNR bölgelerinde bilgisayar benzetim programlarının işlem kapasitesinin artmasından dolayı analitik üst sınırlardan yararlanılmaktadır (Ali 2007).

Özellikle yüksek SNR değerlerinde performans hesaplamaları için kullanılmaya elverişli olan analitik sınırlar, turbo kodu oluşturan katlamalı koda ait giriş-çıkış ağırlık sayma fonksiyonu (IOWEF) yardımı ile Divsalar ve Benedetto tarafından ortaya konmuştur (Chatzigeorgiou et al. 2006). IOWEF her iki teknikte de katlamalı kodun geçiş diyagramından elde edilmektedir. Divsalar tekniğinde, IOWEF'in bulunması için katlamalı kodun geçiş diyagramından elde edilen tekrarlamalı yapı kullanılırken; Benedetto tekniğinde, katlamalı kodun geçiş diyagramının iki aşamada yeniden düzenlenmesi ile elde edilen yeni transfer fonksiyonunu yardımıyla IOWEF hesaplanmaktadır. Divsalar tekniği, Benedetto tekniğine göre biraz daha avantajlı olsa da, hemen hemen aynı sonuçları vermektedirler. Fakat yüksek serpiştirici boyutlarında Divsalar tekniğinde işlem yükü oldukça artmaktadır. Benedetto tekniğinde ise yüksek serpiştirici boyutlarında işlem yükü daha azdır (Divsalar et al. 1995, Chatzigeorgiou et al. 2006).

Bu çalışmada turbo kodlama ile birlikte röle seçimi kullanılacağından, röle sayısı arttıkça sistemin bit hata oranı azalmakta buna bağlı olarak bu düşük hata oranlarında güvenilir sonuçlar elde etmek zorlaşmaktadır. Bundan dolayı benzetimlerde, kullanılacak sistemde artan röle sayısına bağlı hata oranının incelenebilmesi için giriş biti 100 alınarak, hata performansının incelenebilir düzeylerde olması sağlanmıştır. Kullanılacak sistemde giriş bitinin 100 olarak alınması nedeniyle Divsalar tekniğindeki işlem yükü göz ardı edilebilir düzeydedir. Bu nedenle bu çalışmada literatürdeki diğer DTK sistemler için verilen teorik ifadelerden farklı olarak analitik üst sınır elde edilmesi için Divsalar tekniği kullanılmıştır.

Tasarlanan çift röle seçimli DTK yapının temel 1/3 oranlı turbo kodlayıcı yapısı Şekil 4.1'de verilmiştir. Şekil 4.1'de verilen paralel sıralı 1/3 oranlı turbo kodlayıcı çıkışındaki kod kelimesini, i hamming ağırlıklı giriş dizisi (performans analizlerinde d_0 olarak tanımlanacaktır) ile d_1 ve d_2 hamming ağırlıklı iki parite dizisi oluşturmaktadır. Turbo kodlayıcı çıkışındaki kod kelimesi paralel sıralı üç diziden oluştuğundan, turbo kodlayıcının Hamming ağırlığı d , bu paralel sıralı dizilerin ayrı ayrı toplamı şeklindedir ($d=i+d_1+d_2$) (Ince et al. 2005).

Turbo kodun ortalama bit hata olasılığı ve çerçeve hata olasılığı üst sınır ifadeleri en büyük benzerlik (Maximum Likelihood, ML) kod çözücü için literatürde aşağıdaki gibi verilmektedir (Ince et al. 2005),

$$P_b \leq \sum_{i=1}^L \frac{i}{L} \binom{L}{i} \sum_{d_1=0}^L \sum_{d_2=0}^L p(d_1|i) p(d_2|i) P_2(d) \quad (5.5)$$

$$P_f \leq \sum_{i=1}^L \binom{L}{i} \sum_{d_1=0}^L \sum_{d_2=0}^L p(d_1|i) p(d_2|i) P_2(d) \quad (5.6)$$

burada $P_2(d)$ çiftsel hata olasılığını, L giriş bit sayısını, $p(d|i)$ ise rasgele seçilen i uzunluklu giriş dizisinin d ağırlıklı kod kelimesi üretme koşullu olasılığını belirtmektedir ve aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır,

$$p(d_p|i) = \frac{t(l, i, d_p)}{\binom{K}{i}} \quad (5.7)$$

Eşitlik (5.7)'de verilen ve giriş-çıkış ağırlık sayma fonksiyonu olarak adlandırılan $t(l, i, d)$ RSC kodlayıcının transfer fonksiyonundan elde edilmektedir ve giriş ağırlığı i , çıkış ağırlığı d olan l uzunluklu toplam yol sayısını ifade etmektedir. (1, 5/7, 5/7), (1, 7/5, 7/5) ve (1, 13/15, 13/15) RSC kodları için $t(l, i, d)$ tekrarlamalı denklem ifadeleri Ek A'da verilmiştir.

Turbo kodun ortalama hata olasılığı için verilen üst sınır denkleminde, $P_2(d)$ çiftsel hata olasılığı haricindeki tüm ifadeler turbo kodlayıcıyı meydana getiren RSC kodlar ile ilgilidir. $P_2(d)$ çiftsel hata olasılığı hesabı ise kod çözücüye ulaşan sistematik ve parite bitlerinin SNR ifadelerinin istatistik özelliklerine göre değişiklik göstermektedir.

Denklem (5.5) ve (5.6)'da verilen üst sınır hata olasılığı ifadesindeki $P_2(d)$ çiftsel hata olasılığı, sönmülemeli bir kanalda kanal bilgisinin bilindiğinde, c olarak alıcıdan gönderilen dizinin d adet bitinin yanlış olarak e dizisi şeklinde çözüldüğü durumda aşağıdaki gibi ifade edilir (Hall and Wilson 1998),

$$P(c \rightarrow e|\gamma) = Q\left(\sqrt{2 \sum_{k=1}^d \gamma_k}\right) \quad (5.8)$$

burada $\gamma_k = h_k^2 P_s / N_0$ anlık SNR'dır ve h_k ($k=1, \dots, d$) kanalın sebep olduğu sönümleme katsayılarıdır.

Ortalama hata olasılığının bulunması için (5.8) nolu eşitliğin $(\gamma_k)_{k=1}^d$ anlık SNR'lar üzerinden aşağıdaki gibi ortalamasının alınması gerekmektedir,

$$P_2(d) = \int_{\gamma_1} \cdots \int_{\gamma_d} f_{\gamma_1, \dots, \gamma_d}(\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_d) P(c \rightarrow e|\gamma) d\gamma_1 \cdots d\gamma_d \quad (5.9)$$

Denklem (5.8), (5.9) nolu denklemde yerine konulursa ortalama çiftsel hata olasılığı aşağıdaki gibi elde edilir,

$$P_2(d) = \int_{\gamma_1} \cdots \int_{\gamma_d} f_{\gamma_1, \dots, \gamma_d}(\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_d) Q\left(\sqrt{2 \sum_{k=1}^d \gamma_k}\right) d\gamma_1 \cdots d\gamma_d \quad (5.10)$$

Kanalların bağımsız olduğu varsayımı altında $f_{\gamma_1, \dots, \gamma_d}(\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_d)$ PDF'si aşağıdaki gibi olur.

$$f_{\gamma_1, \dots, \gamma_d}(\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_d) = \prod_{k=1}^d f_{\gamma_k}(\gamma_k) \quad (5.11)$$

Eşitlik (5.10), (5.11) kullanılarak yeniden düzenlenirse aşağıdaki gibi elde edilir,

$$P_2(d) = \int_{\gamma_k} \prod_{k=1}^d f_{\gamma_k}(\gamma_k) Q\left(\sqrt{2 \sum_{k=1}^d \gamma_k}\right) d\gamma_k \quad (5.12)$$

Eşitlik (2.9)'da verilen $Q(\cdot)$ fonksiyonunun tanımı (5.12)'de kullanılarak ortalama $P_2(d)$ aşağıdaki gibi elde edilir,

$$P_2(d) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi/2} \prod_{k=1}^d \int_{\gamma_k} f_{\gamma_k}(\gamma_k) e^{-\frac{\gamma_k}{\sin^2 \theta}} d\gamma_k d\theta \quad . \quad (5.13)$$

Eşitlik (5.13)'te verilen $P_2(d)$ hata olasılığı, MGF kullanılarak aşağıdaki gibi tekrar yazılabilir,

$$P_2(d) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi/2} \prod_{k=1}^d M_{\gamma_k} \left(\frac{1}{\sin^2 \theta} \right) d\theta \quad . \quad (5.14)$$

Bağımsız kanallar özdeş (identical) olduğu varsayımı altında (yani $\gamma_k = \gamma, k = 1, 2, \dots, d$) tüm $M_{\gamma_k}(s)$ 'ler aynı olacağından eşitlik (5.14)'teki $M_{\gamma_k}(s)$ ifadesi, c_0 ve c_j dizileri arasındaki Hamming uzaklığı d üssü ile aşağıdaki gibi yazılabilir,

$$P_2(d) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi/2} \left[M_{\gamma} \left(\frac{1}{\sin^2 \theta} \right) \right]^d d\theta \quad . \quad (5.15)$$

Rayleigh sönümlmeli kanal için SNR'ın PDF ve MGF ifadeleri sırasıyla (2.6) ve (2.11)'de verilmiştir.

Şekil 4.1'de verilen röle seçimsiz 1/3 oranlı kodlayıcı için kanallar i.i.d. olduğundan, eşitlik (2.11), eşitlik (5.15)'te yerine konularak Rayleigh kanalda ortalama $P_2(d)$ ifadesi aşağıdaki şekilde yazılabilir (Ince et al. 2005),

$$P_2(d) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[\frac{\sin^2 \theta}{\bar{\gamma} + \sin^2 \theta} \right]^d d\theta \quad . \quad (5.16)$$

Bu aşamadan sonra tasarlanan DTK yapı için $P_2(d)$ ifadesi elde edilecektir. Çift röle seçimli DTK yapısında alıcıda üç yoldan alınan toplam SNR ifadesi aşağıdaki gibi yazılır.

$$\gamma_R = \gamma_{SD} + \gamma^{R_1} + \gamma^{R_2} \quad (5.17)$$

burada γ_{SD} , sistematik dizinin yollandığı kanalın SNR'si, γ^{R_1} seçilen en iyi röle üzerinden alıcıya ulaşan en yüksek anlık SNR değeridir ve $\gamma^{R_1} = \max\{\gamma_{R_i}\}_{i=1}^M$ ile verilebilir. $\{\gamma_{R_i}\}_{i=1}^M$, kaynaktan hedefe olan tüm yolu kapsayan ve sıralanmamış anlık SNR değerleridir. γ^{R_1} 'deki üst indis ise en yüksek anlık SNR değerinden en düşük anlık SNR değerine sıralanan rölelerin birinci sıradakini belirtmektedir, yani $\gamma^{R_1} > \gamma^{R_2} > \dots > \gamma^{R_M}$. γ^{R_2} ise seçilen en iyi ikinci röle üzerinden alıcıya ulaşan en yüksek ikinci anlık SNR değeridir ve $\gamma^{R_2} = \max\{\gamma_{R_i}\}_{i=1}^{M-1}$, $\gamma_{R_i} \neq \gamma^{R_1}$ ile verilebilir.

Çift röle seçimli DTK yapıda direkt yol ile hedefe gönderilen sistematik dizi için kullanılan kanal, diğer parite dizileri için kullanılan kanallardan bağımsızdır ve MGF ifadesi eşitlik (2.11) ile verilir. Farklı zaman dilimlerinde en iyi ve ikinci en iyi röle üzerinden hedefe ulaşan 1. ve 2. parite dizileri çift röle seçiminden dolayı kendi aralarında bağımsız değildir. Çünkü çoklu röle ortamında seçilen, iki röle üzerinden hedefe ulaşan γ^{R_1} ve γ^{R_2} SNR'ların istatistikleri bağımlıdır. Bu durumda öncelikle γ^{R_1} ve γ^{R_2} 'nin ortak PDF'si ve sonrasında bu ortak PDF kullanılarak $\gamma_S = \gamma^{R_1} + \gamma^{R_2}$ olarak verilen toplamın PDF'si elde edilmelidir. Diğer bir ifadeyle çift röle seçimli DTK yapısında sistematik (direkt yol) ve parite dizileri (röle üzerinden) için kanal özdeş olmamaktadır bu nedenle koşullu çiftsel hata olasılığı genel ifadesi $P(c \rightarrow e|\gamma)$ ve ortalama çiftsel hata olasılığı $P_2(d)$ sırasıyla eşitlik (5.8) ve eşitlik (5.15) ile ifade edilemez. Koşullu çiftsel hata olasılığı, iki röle seçimli DTK yapısı için aşağıdaki gibi yeniden tanımlanmıştır.

$$P_2(d|\gamma_{SD}, \gamma_S) = Q \left(\sqrt{2 \left[\sum_{k=1}^{d_0} \gamma_{SD_k} + \sum_{l=1}^{d_S} \gamma_{S_l} \right]} \right) \quad (5.18)$$

burada d_0 giriş dizisinin hamming ağırlığına ($d_0=i$); d_S ise parite 1 ve parite 2 için verilen Hamming ağırlıklarının (d_1 ve d_2) maksimumuna eşittir. Çiftsel hata olasılığını elde etmek için (5.18) ile verilen koşullu çiftsel hata olasılığının tüm SNR'lar üzerinden ortalamasının alınması gerekmektedir. Alıcıya direkt yoldan ulaşan SNR'ların $\{\gamma_{SD_k}\}_{k=1}^{d_0}$ ve röleler üzerinden ulaşan

SNR'ların $\{\gamma_{S_l}\}_{l=1}^{d_S}$ bağımsız rasgele değişkenler ve kendi aralarında da i.i.d. kanallar olduğunu varsayarsak, ortalama çiftsel hata olasılığı MGF'ler cinsinden aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$P_2(d) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi/2} \left[M_{\gamma_{SD}} \left(\frac{1}{\sin^2 \theta} \right) \right]^{d_0} \left[M_{\gamma_S} \left(\frac{1}{\sin^2 \theta} \right) \right]^{d_S} d\theta \quad (5.19)$$

burada $M_{\gamma_{SD}}$ Rayleigh kanal için (2.11)'de verilmiştir. $\gamma_S = \gamma^{R_1} + \gamma^{R_2}$ 'in MGF'si M_{γ_S} 'in türetilmesi γ^{R_1} ve γ^{R_2} 'nin bağımsız olmamasından ve toplamlarının ortak PDF'sinin mevcut olmasından dolayı oldukça karmaşıktır. $M_{\gamma_S}(\cdot)$ 'in türetilmesi için eşitlik (3.14)'te sıralı rasgele değişkenlerin ilk N tanesinin toplamı için verilen $M_{\gamma_N}(\cdot)$ ifadesi kullanılabilir. Fakat, ortalama çiftsel hata olasılığının kapalı form ifadelerinin elde edilmesi aşamasında eşitlik (3.14)'ün kullanılması işlem karmaşıklığını arttırmaktadır. Bu çalışmada, ortalama çiftsel hata olasılığının elde edilmesi ve dolayısı ile $M_{\gamma_S}(\cdot)$ 'in türetilmesi için eşitlik (3.14)'ün kullanılması yerine yine sıralı istatistik konusundan yararlanılarak öncelikle $\gamma_S = \gamma^{R_1} + \gamma^{R_2}$ için ortak PDF elde edilmiştir. (Yang and Alouini 2011)'de, sıra istatistiği kullanılarak $1 \leq R < N \leq M$ olmak üzere M adet rasgele değişken arasından R . ve N . sıralı rasgele değişkenlerin ortak PDF'si aşağıda Tanım 5.1 ile verilmiştir.

Tanım 5.1: X_1, X_2, \dots, X_M M adet bağımsız rasgele değişken olsun. X rasgele değişkenlerinin ilgili sıra istatistiği büyükten küçüğe doğru sıralandığında X^1, X^2, \dots, X^M elde edilir. Burada $X^1, X_i (i=1,2,\dots,M)$ 'lerin en büyüğünü ifade etmektedir. $1 \leq R < N \leq M$ olmak üzere X^R ve X^N gibi iki rasgele değişkenin ortak olasılık yoğunluk fonksiyonu ifadesi sıra istatistiği ile genel olarak aşağıdaki gibi verilir,

$$f_{X^R X^N}(x, y) = \frac{M!}{(R-1)!(N-R-1)!(M-N)!} f(x)f(y)[F(x)]^{R-1}[F(y)]^{N-R-1}[1-F(x)]^{N-R-1}[1-F(y)]^{M-N} \quad (5.20)$$

■

En iyi link kalitesine sahip birinci ve ikinci rölenin seçilmesi durumunda eşitlik (5.20)'de $R=1, N=2$ yazılır ve bu iki röleden alıcıya ulaşan, γ^{R_1} ve γ^{R_2} SNR ifadelerinin ortak olasılık yoğunluk fonksiyonu aşağıdaki gibi bulunur,

$$f_{\gamma^{R_1}, \gamma^{R_2}}(x, y) = M(M-1)f(x)f(y)[1-F(y)]^{M-2} \quad (5.21)$$

burada $f(x)$ ve $f(y)$ en iyi birinci ve en iyi ikinci röleler için sıralanmamış PDF'ler, $F(x)$ ve $F(y)$ en iyi 1. ve en iyi 2. röleler için sıralanmamış toplam dağılım fonksiyonudur (Cumulative Distribution Function, CDF). Yani DF protokolü için vericiden alıcıya olan tüm yolu kapsayan ve sıralanmamış anlık SNR değerlerinin ($\{\gamma_{R_i}\}_{i=1}^M$) istatistikleridir ve öncelikle DF protokolü kullanan röleler için sıralı olmayan γ_{R_i} 'lerin PDF ve CDF ifadelerinin türetilmesi gerekmektedir.

DF protokolü kullanan rölenin gelen sembolü doğru çözemediği durumda (alıcıdan röleye gelen sembolün SNR değerinin, belirli bir eşik değerinden küçük olması durumu) röle alıcıya sembolü göndermemekte ve röle tarafından alıcıya ulaşan SNR ifadesi sıfır olmaktadır. Diğer ifadeyle röle, sadece kaynak tarafından gelen kodu doğru çözer ise sembolü tekrar kodlayarak alıcıya göndermektedir. Bu durumda, kaynaktan röle aracılığı ile hedefe ulaşan SNR ifadesinin (γ_{R_i}) PDF'si aşağıdaki şekilde yazılabilir (Ikki and Ahmed 2010b),

$$f_{\gamma_{R_i}}(x) = f_{\gamma_{R_i}|yanlış\ kod\ çözmeye}(x) \Pr(\text{yanlış kod çözmeye}) \\ + f_{\gamma_{R_i}|doğru\ kod\ çözmeye}(x) \Pr(\text{doğru kod çözmeye}) \quad (5.22)$$

Kanalın Rayleigh olması durumunda eşitlik (2.1) ile verilen PDF ifadesi (5.22)'de yerine konulursa, γ_{R_i} için DF protokolü altında PDF ve CDF ifadeleri aşağıdaki gibi yazılır,

$$f_{\gamma_{R_i}}(x) = \beta\delta(x) + (1-\beta)\frac{1}{\bar{\gamma}_{R_iD}}e^{-x/\bar{\gamma}_{R_iD}}\mu(x) \quad (5.23)$$

$$F_{\gamma_{R_i}}(x) = \left(1 - (1-\beta)e^{-\frac{x}{\bar{\gamma}_{R_iD}}}\mu(x)\right) \quad (5.24)$$

burada $\delta(x)$ dirak fonksiyonu, $\mu(x)$ birim basamak fonksiyonu, $\gamma_0 = \frac{P_s}{N_0}$ ve P_s kaynak gücü, N_0 toplanır Gauss gürültü kanalın varyansı olmak üzere, $\bar{\gamma}_{R_iD} = \gamma_0 E\{|h_{R_iD}|^2\}$ röle-hedef arasındaki SNR ifadesidir. $\bar{\gamma}_{R_iD}$, kaynaktan röle aracılığı ile hedefe ulaşan SNR γ_{R_i} ile

kariştırılmamalıdır. γ_{R_i} , kaynak-röle-hedef arasındaki iki atlamalı tüm yolu kapsayan anlık SNR iken $\bar{\gamma}_{R_iD}$ sadece röle-hedef arasını kapsayan ortalama SNR'dır. β , rölenin kaynaktan gelen sembolü yanlış çözme olasılığıdır ve

$$\beta = Pr\left(\gamma_{SR_i}|h_{SR_i}|^2 < \Delta_{TH}\right) = 1 - e^{-\frac{\Delta_{TH}}{\bar{\gamma}_{SR_i}}} \quad (5.25)$$

biçimindedir.

Burada $\bar{\gamma}_{SR}$ kaynak-röle arasındaki ortalama SNR ifadesi, h_{SR} kaynak-röle arasındaki anlık sönümlenme katsayısıdır. Δ_{TH} eşik değeri ve birinci zaman dilimi için,

$$\log\left(1 + \bar{\gamma}_{SR_i}|h_{SR_i}|^2\right) \geq 2R \quad (5.26)$$

eşitsizliğinden hareketle,

$$\bar{\gamma}_{SR_i}|h_{SR_i}|^2 \geq \Delta_{TH} = (2^{2R} - 1) \quad (5.27)$$

olarak bulunabilir (Al-Tous and Barhumi 2012).

Rayleigh kanal ve DF protokolü için sırasıyla (5.23) ve (5.24) nolu eşitlikler ile verilen röle aracılığı ile alınan SNR ifadesinin PDF ve CDF ifadeleri eşitlik (5.21)'de yerine konulursa, en iyi link kalitesine sahip birinci ve ikinci rölenden alıcıya ulaşan SNR ifadesinin ortak olasılık yoğunluk fonksiyonu aşağıdaki gibi verilir,

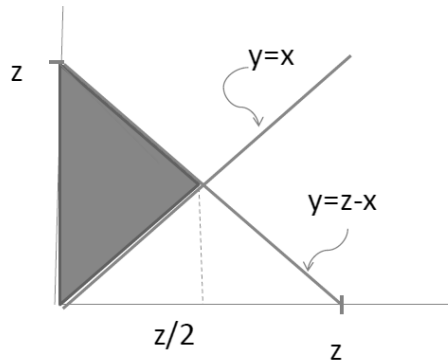
$$\begin{aligned} f_{\gamma^{R_1}, \gamma^{R_2}}(x, y) &= M(M-1) \left[\left(1 - (1-\beta)e^{-\frac{x}{\bar{\gamma}_{RD}}\mu(x)} \right) \right]^{M-2} \\ &\quad \times \left(\beta\delta(x) + (1-\beta)\frac{1}{\bar{\gamma}_{RD}}e^{-\frac{x}{\bar{\gamma}_{RD}}\mu(x)} \right) \\ &\quad \times \left(\beta\delta(y) + (1-\beta)\frac{1}{\bar{\gamma}_{RD}}e^{-\frac{y}{\bar{\gamma}_{RD}}\mu(y)} \right) \end{aligned} \quad (5.28)$$

burada tüm rölelerden hedefe ulaşan SNR ifadelerinin ortalamalarının aynı olduğu varsayılmıştır ($\bar{\gamma}_{R_iD} = \bar{\gamma}_{RD}, \forall i \in \{1, \dots, M\}$). Eşitlik (5.28)'de verilen ortak PDF kullanılarak röleler üzerinden gelen $\gamma_S = \gamma^{R_1} + \gamma^{R_2}$ toplam SNR'ın PDF ifadesi $f_{\gamma_S}(z)$ 'nin elde edilebilmesi için olasılık teorisinden yararlanır. X ve Y gibi iki bağımlı rasgele değişkenin toplamının Z rasgele değişkeni olsun ($Z=X+Y$). Z rasgele değişkeninin CDF'sinin bulunması için $f_{X,Y}(x,y)$ ortak PDF'nin $x + y \leq z$ bölgesi üzerinden aşağıdaki gibi integralinin alınması gerekmektedir (Papoulis and Pillai 2002),

$$F_Z(z) = P(Z \leq z) = P(X + Y \leq z) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{z-y} f_{X,Y}(x,y) dx dy \quad . \quad (5.29)$$

Çift röle seçimli sistemde toplam olasılık yoğunluk fonksiyonunun hesaplanması için $x + y \leq z$ şartının yanında, Tanım 5.1'de belirtilen birinci en iyi rölenin SNR ifadesinin ikinci rölenin SNR ifadesinden büyük olması şartının da göz önünde bulundurulması gerekmektedir ($0 \leq Y < X \leq \infty$).

Bu durumda toplam olasılık yoğunluk fonksiyonunun hesaplanması için eşitlik (5.29)'da verilen çift katlı integralin sınırları değiştirilmelidir. İntegral sınırları için $y=z-x$ ve $y=x$ eşitlikleri yardımıyla aşağıdaki şekilden integral sınırları çıkartılabilir. Şekil 5.2'de verilen koyu alan toplam olasılık yoğunluk fonksiyonunun tanımlandığı bölgedir.



Şekil 5.2. İki röle seçimli sistemde CDF ifadesi integral sınırları.

Son durumda integral sınırlarının değişmesiyle olasılık yoğunluk fonksiyonu aşağıdaki gibi elde edilir,

$$f_{\gamma_Z}(z) = \frac{d}{dz} \left[\int_0^{z/2} \int_y^{z-y} f_{X,Y}(x,y) dx dy \right] . \quad (5.30)$$

Eşitlik (5.28)'de verilen $f_{\gamma^{R_1}, \gamma^{R_2}}(\cdot)$ eşitlik (5.30)'da yerine koyularak en iyi link kalitesine sahip birinci ve ikinci rölenin seçilmesi durumunda, bu iki röleden alıcıya ulaşan toplam SNR ifadesinin PDF'si aşağıdaki gibi bulunur (Al-Tous and Barhumı 2012),

$$f_{\gamma_S}(z) = A e^{-\frac{z}{\bar{\gamma}_{RD}}} \mu(z) + B z e^{-\frac{z}{\bar{\gamma}_{RD}}} \mu(z) + D \delta(z) + \sum_{k=3}^M E_k e^{-\frac{kz}{2\bar{\gamma}_{RD}}} \mu(z) \quad (5.31)$$

Eşitlik (5.31) için ilgili katsayılar Çizelge 5.1'de verilmiştir ve $c_k = \binom{M}{k} k(k-1)(-1)^{k-2}$ olarak tanımlanmıştır.

Çizelge 5.1. Çift röle seçimli sistem için PDF ve MGF ifadelerindeki katsayı çizelgesi.

A	$\sum_{k=3}^M \frac{1}{\bar{\gamma}_{RD}} c_k (1-\beta)^{k-1} \left(\beta + \frac{1-\beta}{k-2} \right) + c_2 (1-\beta) \beta \frac{1}{\bar{\gamma}_{RD}}$
B	$\frac{c_2}{2} (1-\beta)^2 \left(\frac{1}{\bar{\gamma}_{RD}} \right)^2$
D	$\sum_{k=2}^M c_k \beta^2 (1-\beta)^{k-2}$
E	$\frac{c_k}{2} (1-\beta)^k \left(\frac{-2}{k-2} \right) \frac{1}{\bar{\gamma}_{RD}}$

γ_S rasgele değişkeni için MGF tanımından (5.31) nolu Eşitliğin MGF ifadesi aşağıdaki gibi bulunur,

$$M_{\gamma_S}(s) = E \left\{ e^{-sz} f_{\gamma_{p_1, p_2}}(z) \right\} = \frac{A}{s + \frac{1}{\bar{\gamma}_{RD}}} + \frac{B}{\left(s + \frac{1}{\bar{\gamma}_{RD}} \right)^2} + \sum_{k=3}^M \frac{E_k}{s + \frac{k}{2\bar{\gamma}_{RD}}} + D . \quad (5.32)$$

Sonuç olarak, eşitlik (5.19)'da verilen ortalama çiftsel hata olasılığından, çoklu röle ortamında röle seçimi ile oluşturulan, çift röle seçimli DTK yapısı için ortalama çiftsel hata olasılığı $P_2(d)$ 'yi bulmak için direkt yol için eşitlik (2.11)'de verilen MGF ve diğer iki yol için eşitlik (5.32)'de bulunan ortak MGF eşitlik (5.19)'da yerine konulursa,

$$P_2(d) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi/2} \left[\left(1 + \frac{\bar{\gamma}_{SD}}{\sin^2 \theta} \right)^{-1} \right]^{d_0} \times \left[\frac{A \sin^2 \theta}{\left(1 + \frac{\sin^2 \theta}{\bar{\gamma}_{RD}} \right)} + \frac{B \sin^4 \theta}{\left(1 + \frac{\sin^2 \theta}{\bar{\gamma}_{RD}} \right)^2} + \sum_{k=3}^M \frac{2E_k \sin^2 \theta}{\left(2 + k \frac{\sin^2 \theta}{\bar{\gamma}_{RD}} \right)} + D \right]^{d_S} d\theta \quad (5.33)$$

olarak elde edilir.

Eşitlik (5.32)'de verilen denklemde yer alan integralden kurtulmak ve kapalı form (closed form equation) denklemin elde edilebilmesi için (2.9)'da verilen $Q(\cdot)$ fonksiyonunun üstten sınırlandırılması yaklaşımı kullanılacaktır. Bunun için $Q(\cdot)$ fonksiyonu aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır,

$$Q(\sqrt{x+y}) \leq \frac{1}{2} Q(\sqrt{x}) e^{-\frac{y}{2}}, \quad x, y \geq 0 \quad . \quad (5.34)$$

Eşitlik (5.34) kullanılarak, (5.19) nolu eşitlikte verilen ortalama çiftsel hata olasılığı içerisinde yer alan $Q(\cdot)$ fonksiyonu aşağıdaki gibi yeniden yazılabilir,

$$Q \left(\sqrt{2 \left[\sum_{k=1}^{d_0} \gamma_{SD_k} + \sum_{l=1}^{d_S} \gamma_{S_l} \right]} \right) = Q \left(\sqrt{2(\gamma_{SD} + \gamma_S) + 2 \left[\sum_{k=2}^{d_0} \gamma_{SD_k} + \sum_{l=2}^{d_S} \gamma_{S_l} \right]} \right) \leq \frac{1}{2} Q \left(\sqrt{2(\gamma_{SD} + \gamma_S)} \right) e^{-\left(\sum_{k=2}^{d_0} \gamma_{SD_k} + \sum_{l=2}^{d_S} \gamma_{S_l} \right)} \quad (5.35)$$

Eşitlik (5.35), (5.9)'da yerine konulur ve integral çözülürse $P_2(d)$ aşağıdaki gibi elde edilir,

$$\begin{aligned}
P_2(d) &= \frac{1}{2} \left[\frac{1}{1 + \bar{\gamma}_{SD}} \right]^{d_0-1} \left[\frac{A}{\left(1 + \frac{1}{\bar{\gamma}_{RD}}\right)} + \frac{B}{\left(1 + \frac{1}{\bar{\gamma}_{RD}}\right)^2} + \sum_{k=3}^M \frac{2E_k}{\left(2 + \frac{k}{\bar{\gamma}_{RD}}\right)} + D \right]^{d_S-1} \\
&\quad \times \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi/2} \left[M_{\gamma_{SD}} \left(\frac{1}{\sin^2 \theta} \right) M_{\gamma_S} \left(\frac{1}{\sin^2 \theta} \right) \right] d\theta
\end{aligned} \tag{5.36}$$

Eşitlik (5.36)'da yer alan ve MGF'lerin θ üzerinden alınan integral ifadelerinden kurtulmak için kısmi kesirlere ayırma yöntemi ve aşağıda verilen $F^n(\cdot)$ belirli integral tanımı kullanılır (Al-Tous and Barhumi 2012),

$$F^n(u) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi/2} \frac{1}{\left(1 + \frac{u}{\sin^2 \theta}\right)^n} d\theta = \left(\frac{1 - k_u}{2}\right)^n \sum_{t=0}^{n-1} \binom{n-1+t}{t} \left(\frac{1 - k_u}{2}\right)^t \tag{5.37}$$

burada $k_u = \sqrt{\frac{u}{1+u}}$ olarak verilmektedir ve n tam sayıdır. Son durumda çift röle seçimli DTK yapı için elde edilen çiftsel hata olasılığının kapalı form denklemi aşağıdaki gibi elde edilir,

$$\begin{aligned}
P_2(d) &\leq \frac{1}{2} \left[\frac{1}{1 + \bar{\gamma}_{SD}} \right]^{d_0-1} \left[\frac{A}{\left(1 + \frac{1}{\bar{\gamma}_{RD}}\right)} + \frac{B}{\left(1 + \frac{1}{\bar{\gamma}_{RD}}\right)^2} + \sum_{k=3}^M \frac{2E_k}{\left(2 + \frac{k}{\bar{\gamma}_{RD}}\right)} + D \right]^{d_S-1} \\
&\quad \times \left[\frac{a}{2} \left(1 - \sqrt{\frac{\bar{\gamma}_{RD}}{1 + \bar{\gamma}_{RD}}} \right) + \frac{b}{4} \left(1 - \sqrt{\frac{\bar{\gamma}_{RD}}{1 + \bar{\gamma}_{RD}}} \right)^2 \right. \\
&\quad \times \sum_{t=0}^2 \binom{t+1}{t} \left(\frac{1 + \left(\frac{\bar{\gamma}_{RD}}{1 + \bar{\gamma}_{RD}}\right)}{2} \right)^t \\
&\quad \left. + \sum_{k=3}^M \frac{e_k}{2} \left(1 - \sqrt{\frac{2\bar{\gamma}_{RD}}{2\bar{\gamma}_{RD} + k}} \right) + \frac{f}{2} \left(1 - \sqrt{\frac{2\bar{\gamma}_{SD}}{1 + \bar{\gamma}_{SD}}} \right) \right]
\end{aligned} \tag{5.38}$$

burdaki a, b, f, e_k katsayıları $\bar{\gamma}_{RD} \neq \bar{\gamma}_{SD}$ şartı altında Çizelge 5.2'te verilmiştir.

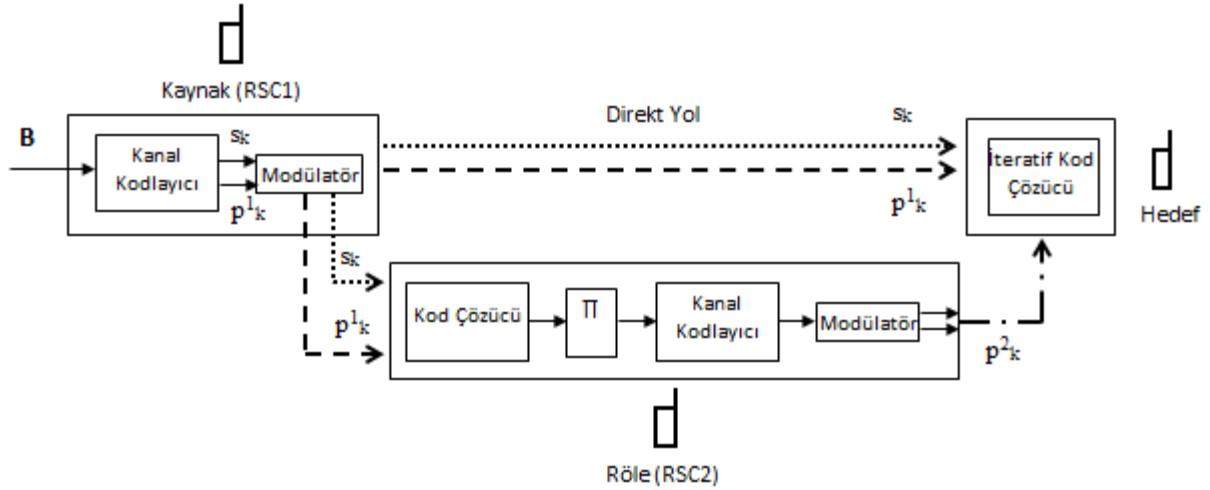
Çizelge 5.2. Çift röle seçimli yapı için türetilen eşitlik (5.38) için katsayı çizelgesi.

a	$\bar{\gamma}_{RD} \left(\frac{A\bar{\gamma}_{RD}}{\bar{\gamma}_{RD} - \bar{\gamma}_{SD}} - \frac{B\bar{\gamma}_{RD}^2 \bar{\gamma}_{SD}}{(\bar{\gamma}_{RD} - \bar{\gamma}_{SD})^2} \right)$
b	$\frac{1}{\bar{\gamma}_{RD}^2} \left(\frac{B\bar{\gamma}_{RD}}{\bar{\gamma}_{RD} - \bar{\gamma}_{SD}} \right)$
f	$\frac{A\bar{\gamma}_{RD}\bar{\gamma}_{SD}}{\bar{\gamma}_{SD} - \bar{\gamma}_{RD}} + \frac{B(\bar{\gamma}_{RD}\bar{\gamma}_{SD})^2}{(\bar{\gamma}_{SD} - \bar{\gamma}_{RD})^2} + \sum_{k=3}^M \frac{2E_k \bar{\gamma}_{RD} \bar{\gamma}_{SD}}{\bar{\gamma}_{SD} - 2\bar{\gamma}_{RD}} + D$
e_k	$\frac{\bar{\gamma}_{RD}}{k} \left(\frac{4E_k \bar{\gamma}_{RD}}{2\bar{\gamma}_{RD} - \bar{\gamma}_{SD}^k} \right)$

Son olarak çift röle seçimli DTK için BER ya da FER birleşik üst sınır ifadeleri eşitlik (5.38)'in sırasıyla (5.5) ve (5.6)'da yerine konmasıyla elde edilir.

5.2. TEK RÖLE SEÇİMLİ DTK YAPI

Bu alt bölümde literatürde tanımlı tek röle seçimli DTK yapının da performans analizi yapılmıştır. Bu çalışmada tasarlanan tek röle seçimli DTK yapının, literatürdekinden farkı, ortamdaki röleleri AF ya da DF gruplarına ayırmadan röle seçiminin yapılmasıdır. Bu yapıda DF rölelerin tam kod çözme yaptığı varsayılmıştır, bu yüzden (Li et al. 2009)'da tanımlı mükemmel DTK seçimi (perfect DTC-Selection) yapısıyla aynıdır. Şekil 5.3'te verilen tek röle seçimli DTK yapıda ilk olarak kaynak, sistematik ve parite dizilerini ortamdaki tüm rölelere ve hedefe göndermektedir. Bu zaman diliminde sistematik ve parite 1 dizileri direkt yol ile hedef tarafından alınmaktadır. Sonrasında en iyi röleye gelen sinyaller çözülüp serpiştiriciden geçirildikten sonra rölede tekrar kodlanarak parite 2 dizisi hedefe gönderilmektedir.



1. Zaman dilimi 2. Zaman dilimi 3. Zaman dilimi

..... ——— —

Şekil 5.3. Tek röle seçimli DTK yapısı.

Şekil 1.3'te s_k , p_k^1 ve p_k^2 sırasıyla k . giriş bitine ait sistematik, parite 1 ve parite 2 bitleridir.

Çift röle seçimli DTK yapısındaki gibi düz sönümlenmeli ve TBGG kanalda birinci ve ikinci zaman dilimlerinde ($t=1,2$) hedef, en iyi röle (R^1) tarafından alınan semboller sırasıyla aşağıda verilmiştir,

$$y_D(t) = \sqrt{P_s} h_{SD} m_k(t) + n_{SD} \quad (5.39)$$

$$y_{R^1}(t) = \sqrt{P_s} h_{SR^1} m_k(t) + n_{SR^1} \quad (5.40)$$

Üçüncü zaman diliminde en iyi röle (R^1) tarafından hedefe gönderilen işaret aşağıdaki gibidir,

$$y_D(t) = \sqrt{P_{R^1D}} h_{R^1D} p_{2k} + n_{R^1D} \quad (5.41)$$

5.2.1. Tek Röle Seçimli DTK Yapısının Performans Analizi

Tek röle seçimli DTK yapısında alıcıda üç yoldan alınan toplam SNR ifadesi aşağıdaki gibi ifade edilir,

$$\gamma_R = \gamma_{SD} + \gamma_{p1} + \gamma^{R1} \quad (5.42)$$

burada γ_{SD} ve γ_{p1} bağımsız direkt yollar ile sistematik dizinin ve parite 1 dizisinin yollandığı kanalların SNR'larının; γ^{R1} seçilen en iyi röle üzerinden parite 2 dizisinin alıcıya yollandığı kanaldaki anlık SNR değeridir ve $\gamma^{R1} = \max\{\gamma_{R_i}\}_{i=1}^M$ olarak verilmektedir. Bu yapı için çiftsel hata olasılığı aşağıdaki gibi verilmektedir,

$$P_2(d|\gamma_{SD}, \gamma_{p1}, \gamma^{R1}) = Q \left(\sqrt{2 \left[\sum_{k=1}^{d_0} \gamma_{SD_k} + \sum_{l=1}^{d_1} \gamma_{p1_l} + \sum_{m=1}^{d_2} \gamma_m^{R1} \right]} \right) \quad (5.43)$$

Eşitlik (5.43)'te verilen $P_2(d|\gamma_{SD}, \gamma_{p1}, \gamma^{R1})$ ifadesinin, eşitlik (5.9)-(5.15) arasında anlatıldığı gibi ortalaması alınır, ortalama çiftsel hata olasılığı aşağıdaki gibi MGF'ler cinsinden ifade edilir,

$$P_2(d) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi/2} \left[M_{\gamma_{SD}} \left(\frac{1}{\sin^2 \theta} \right) \right]^{d_0} \left[M_{\gamma_{p1}} \left(\frac{1}{\sin^2 \theta} \right) \right]^{d_1} \left[M_{\gamma^{R1}} \left(\frac{1}{\sin^2 \theta} \right) \right]^{d_2} d\theta \quad (5.44)$$

Tek röle seçimli DTK sistemde, sistematik bit ve birinci parite dizileri birinden bağımsız olarak direkt yol ile hedefe ulaşır, böylece bu iki bağımsız yol Rayleigh kanal için hedefte alınan SNR'ların Rayleigh kanal için PDF ve MGF'leri eşitlik (2.6) ve (2.11)'de verilenlerle aynı olur. Ancak 2. parite dizisi, röle tarafından hedefe gönderildiği ve röle DF protokolünü kullandığı için röle üzerinden hedefe gelen SNR'ın (γ^{R1}) PDF ve MGF ifadesi değişmiştir ve yeniden türetilmesi gerekmektedir.

Bu çalışmada, çok röleli ortamda tek röle seçimi için γ^{R1} 'nin MGF ifadesi (Li et al. 2009)'dakinden farklı bir yöntem olan sıra istatistiği (order of statistics) kullanılarak hesaplanacaktır.

Röle-hedef arası SNR γ^{R1} , M adet röle arasından seçilen en yüksek değerdedir. Bu nedenle γ^{R1} 'nin PDF ve CDF ifadeleri sıra istatistiği kullanılarak aşağıda verilen tanımdaki gibi hesaplanabilir (Ikki and Ahmed 2009b):

Tanım 5.2: X_1, X_2, \dots, X_M M adet bağımsız rasgele değişken olsun. X rasgele değişkenlerinin ilgili sıra istatistiği büyükten küçüğe doğru sıralandığında X^1, X^2, \dots, X^M elde edilir. Burada X^1, X_i 'lerin en büyüğünü ifade etmektedir. Nth sıra istatistiğinin PDF'si aşağıdaki gibi verilir (Ikki and Ahmed 2009b),

$$f_{X^N}(x) = M \binom{M-1}{N-1} [F(x)]^{M-N} [1-F(x)]^{N-1} f(x) \quad . \quad (5.45)$$

■

Eşitlik (5.45)'te verilen $f(x)$ ve $F(x)$ sırasıyla, M adet sıralanmamış özdeş bağımsız rasgele değişkenlerin PDF ve CDF ifadeleridir ve Rayleigh kanalda rölelerin DF protokolünü kullandığı durum için sırasıyla eşitlik (5.23) ve eşitlik (5.24)'te verilmiştir.

Bu sistemde, Rayleigh kanal altında DF protokolü kullanan M adet röle arasından en iyi link kalitesine sahip birinci röle seçileceğinden eşitlik (5.45)'te $N=1$ yazılırsa, γ^{R_1} 'nin PDF ifadesi $f_{\gamma^{R_1}}$ aşağıdaki gibi elde edilir,

$$f_{\gamma^{R_1}}(x) = M[F(x)]^{M-1} f(x) \quad . \quad (5.46)$$

Eşitlik (5.23) ve eşitlik (5.24)'te verilen $f(x)$ ve $F(x)$ yerlerine konulursa,

$$f_{\gamma^{R_1}}(x) = \beta^M \delta(x) + M \frac{1}{\bar{\gamma}_{RD}} \sum_{k=0}^{M-1} (-1)^k \binom{M-1}{k} \times (1-\beta)^{k+1} e^{-\frac{x(k+1)}{\bar{\gamma}_{RD}}} \quad (5.47)$$

elde edilir. Burada $\binom{M-1}{k}$ kombinasyonu ifade eder; β , rölenin kaynaktan gelen sembolü yanlış çözüme olasılığıdır ve (5.25)'te tanımlanmıştır.

Eşitlik (5.47)'de verilen γ^{R_1} 'nin PDF'sinin MGF ifadesi $M_{\gamma^{R_1}}(s)$ aşağıdaki gibi elde edilir,

$$M_{\gamma^{R_1}}(s) = E \left\{ e^{-sx} f_{\gamma^{R_1}}(x) \right\} = \beta^M + M \times \sum_{k=0}^{M-1} (-1)^k \binom{M-1}{k} \frac{(1-\beta)^{k+1}}{k+1 + \bar{\gamma}_{RD}s} \quad . \quad (5.48)$$

Sonuç olarak çok röleli ortamda, tek röle seçimli 1/3 oranlı kodlayıcı için $M_{\gamma^{R_1}}(s)$ eşitlik (5.48) ile hesaplanır ve genel ortalama çiftsel hata olasılığı ifadesi aşağıdaki gibi olur,

$$\begin{aligned}
P_2(d) &= \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi/2} \left[\left(1 + \frac{\bar{\gamma}_{SD}}{\sin^2 \theta} \right)^{-1} \right]^{d_0+d_1} \left[\beta^M + M \right. \\
&\quad \left. \times \sum_{k=0}^{M-1} (-1)^k \binom{M-1}{k} \frac{(1-\beta)^{k+1} \sin^2 \theta}{(k+1) \sin^2 \theta + \bar{\gamma}_{RD}} \right]^{d_2} d\theta
\end{aligned} \tag{5.49}$$

Eşitlik (5.49)'da verilen denklemde yer alan integralden kurtulmak amacıyla çift röle seçimli DTK yapıda kullanılan yöntem kullanılarak $P_2(d)$ için kapalı form eşitlik (close form equation) aşağıdaki gibi elde edilir,

$$\begin{aligned}
P_2(d) &= \left[\frac{1}{1 + \bar{\gamma}_{SD}} \right]^{d_0+d_1-1} \left[\beta^M + M \times \sum_{k=0}^{M-1} (-1)^k \binom{M-1}{k} \frac{(1-\beta)^{k+1}}{(k+1) + \bar{\gamma}_{RD}} \right]^{d_2-1} \\
&\quad \times \frac{\beta^M}{2} \left(1 - \sqrt{\frac{\bar{\gamma}_{SD}}{\bar{\gamma}_{SD} + 1}} \right) \\
&\quad + M \sum_{k=0}^{M-1} (-1)^k \binom{M-1}{k} \frac{(1-\beta)^{k+1}}{2} \\
&\quad \times \left[\frac{\bar{\gamma}_{RD}}{(\bar{\gamma}_{RD} - k\bar{\gamma}_{SD} - \bar{\gamma}_{SD})(k+1)} \left(1 - \sqrt{\frac{\bar{\gamma}_{RD}}{\bar{\gamma}_{RD} + k + 1}} \right) \right. \\
&\quad \left. + \frac{\bar{\gamma}_{SD}}{(k\bar{\gamma}_{SD} - \bar{\gamma}_{RD} - \bar{\gamma}_{SD})} \left(1 - \sqrt{\frac{\bar{\gamma}_{SD}}{\bar{\gamma}_{SD} + 1}} \right) \right]
\end{aligned} \tag{5.50}$$

Son olarak tek röle seçimli DTK için BER ya da FER birleşik üst sınır ifadeleri eşitlik (5.50)'nin sırasıyla (5.5) ve (5.6)'da yerine konmasıyla elde edilir.

BÖLÜM 6

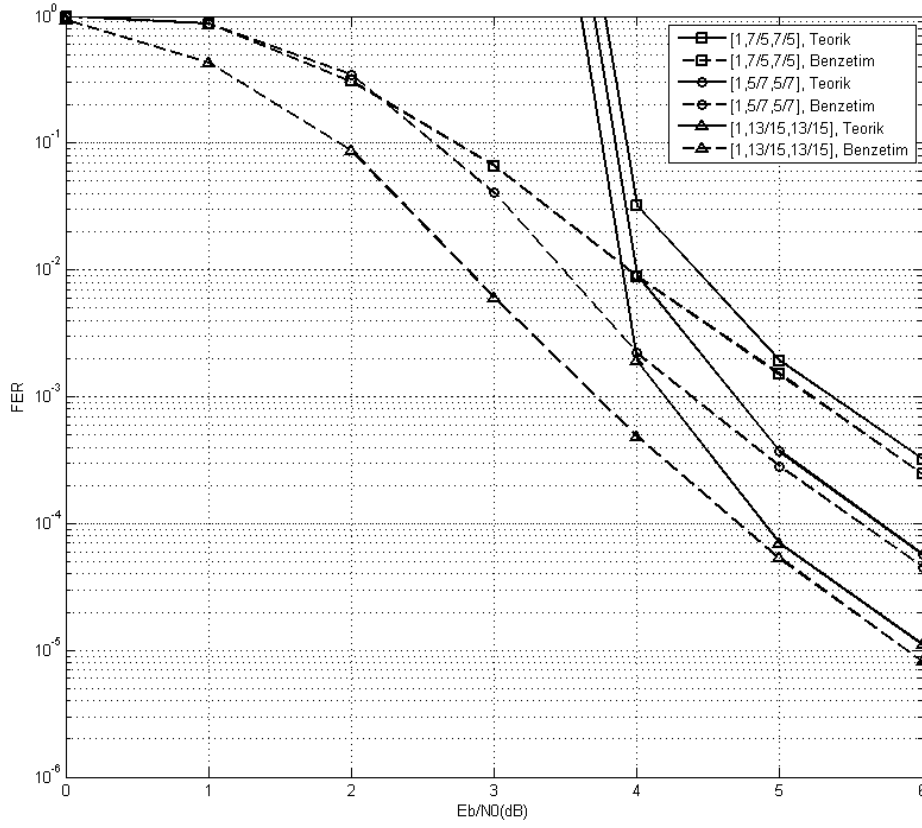
NÜMERİK SONUÇLAR

Bu bölümde öncelikle, nümerik hesaplamalar için DTK yapılarında kullanılan parametrelerin değerleri verilmiştir. Bir önceki bölümde türetilen teorik hata olasılığı ifadelerinin doğrulanması için analitik sonuçlar, benzetim sonuçlarıyla farklı turbo kodlayıcılar kullanılarak her iki DTK yapı için ayrı ayrı karşılaştırılmıştır. Sonrasında tasarlanan iki röle seçimli DTK ile literatürde tek röle seçimli DTK yapı analitik sonuçlar kullanılarak yine farklı turbo kodlayıcılar için karşılaştırılmıştır.

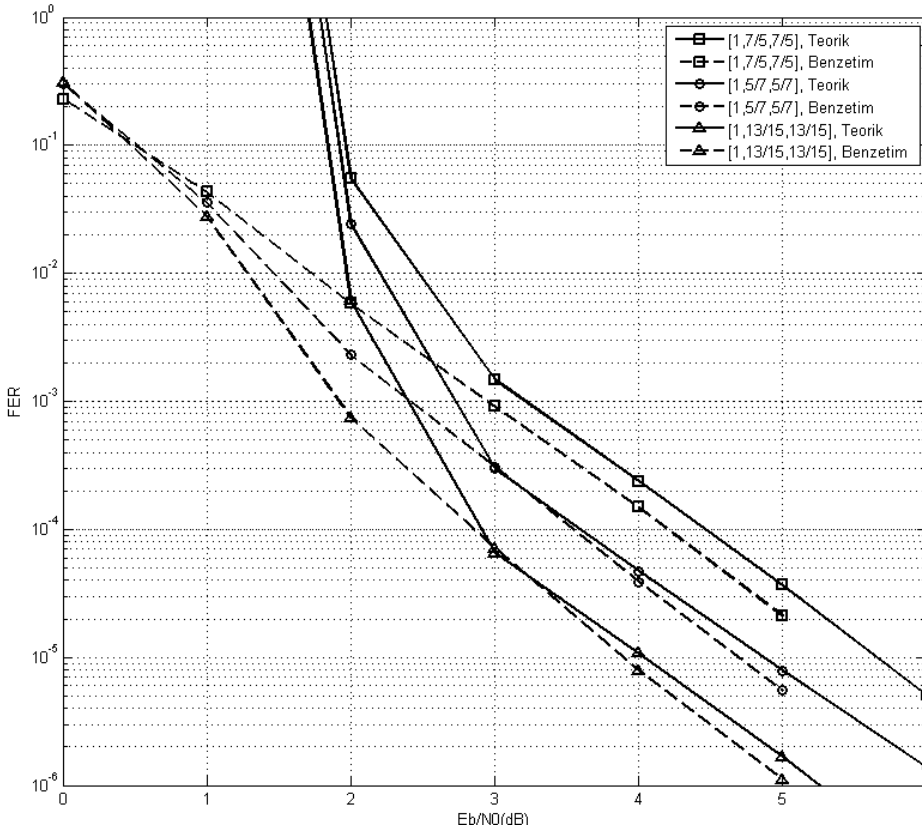
Turbo kodlayıcının bileşen kodları için üç farklı RSC kodlayıcı kullanılmıştır. Bunlardan iki tanesi (1,5/7) ve (1,7/5) üreteç matrislerine sahip $\frac{1}{2}$ oranlı 4 durumlu RSC kodlayıcıdır. Sonuncusu ise (1,13/15) üreteç matrisine sahip $\frac{1}{2}$ oranlı 8 durumlu RSC kodlayıcıdır. Bu RSC kodlayıcıların oluşturduğu paralel sıralı turbo kodlayıcıların üreteç matrisleri ise (1,5/7,5/7), (1,7/5,7/5) ve (1,13/15,13/15) olarak verilmektedir ve bu üreteç diziler ile adlandırılmaktadır.

Tüm çalışma boyunca (Zhao and Valenti 2003, Li et al. 2008, 2009) çalışmalarında olduğu gibi rasgele serpiştirici kullanılmıştır. Kullanılan modülasyon türü BPSK'dır ve giriş bit sayısı 100 alınmıştır. Ayrıca RSC kodlayıcıların girişinde sonlandırma bitleri kullanılmıştır. Kanal aksi söylenmediği sürece birim enerjiye sahip Rayleigh kanal olarak alınmıştır. Kanal katsayılarının tek BPSK sembol süresince sabit kaldığı, ancak kod kelimesi boyunca her sembol için değiştiği varsayılmıştır.

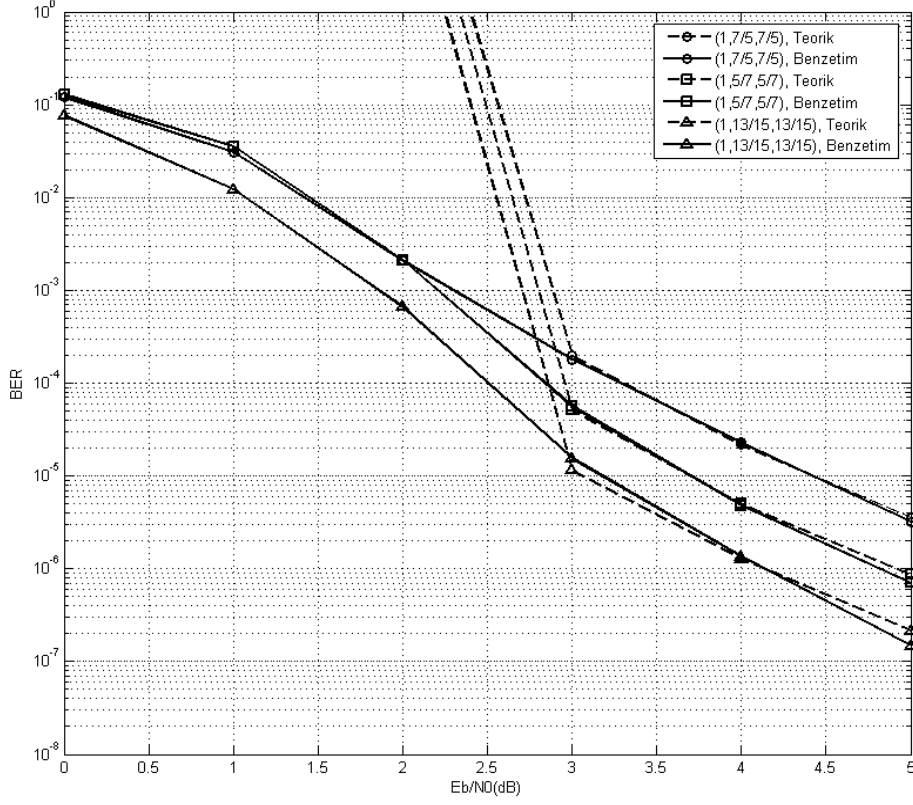
Şekil 6.1 ve Şekil 6.2'de çift röle Seçimli DTK yapı için FER performans eğrileri sırasıyla $M=3$ ve 5 röle için, Şekil 6.3'te BER performans eğrileri $M=4$ röle için, hem teorik hem de benzetim sonuçlarıyla verilmiştir.



Şekil 6.1. $M=3$ röle için çift röle seçimli DTK yapının FER performansı.



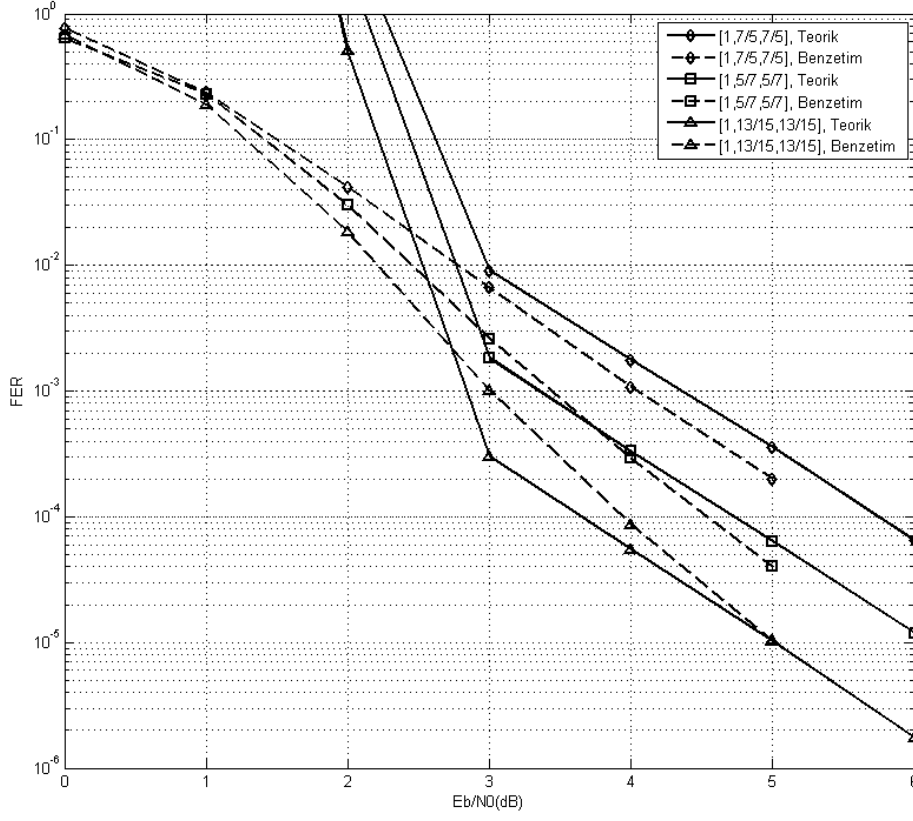
Şekil 6.2. $M=5$ röle için çift röle seçimli DTK yapının FER performansı.



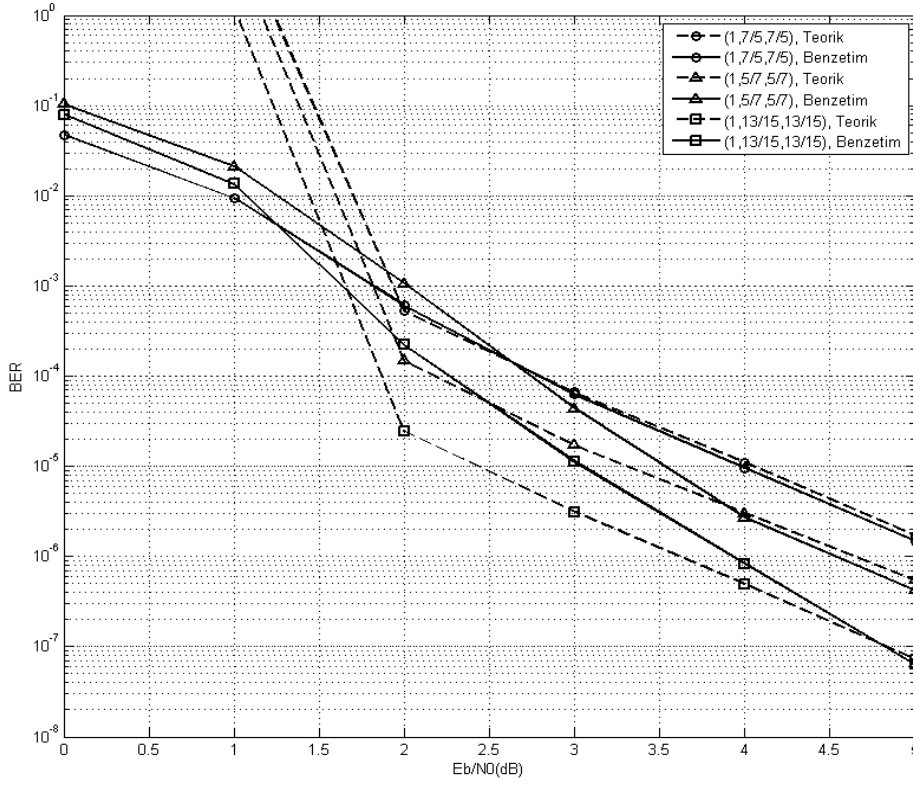
Şekil 6.3. $M=4$ röle için çift röle seçimli DTK yapının BER performansı.

Şekil 6.1-6.3'ten görüldüğü gibi hesaplanan teorik üst sınırlar, düşük SNR değerlerindeki iraksama bölgelerinin haricinde benzetim sonuçlarıyla uyuşmaktadır. Teorik ve benzetim sonuçları arasındaki az fark teorik sonuçların ML kod çözücü için birleşik sınır ile elde edilmesinden kaynaklanmaktadır. Her üç şekilde incelendiğinde ortamdaki artan röle sayısı ile birlikte sistem performansında artış görülmektedir. Ayrıca bileşen kod olarak kullanılan RSC kodun yapısı da sistem performansını etkilemektedir. En iyi sistem performansını (1,13/15,13/15) kodu sağlarken sırasıyla (1,5/7,5/7) ve (1,7/5,7/5) kodlarında sistem performansı giderek düşmektedir. Bunun nedeni turbo kod yapısını oluşturan bileşen kodların uzaklık özelliklerinin (Hamming uzaklıkları ve herhangi bir uzaklığa sahip yol sayısı) farklı olmasıdır.

Tek röle seçimli DTK yapı için Şekil 6.4'te FER performans eğrileri $M=3$ röle için; Şekil 6.5'te BER performans eğrileri $M=4$ röle için hem teorik hem de benzetim sonuçlarıyla verilmiştir.



Şekil 6.4. $M=3$ röle için tek röle seçimli DTK yapının FER performansı.

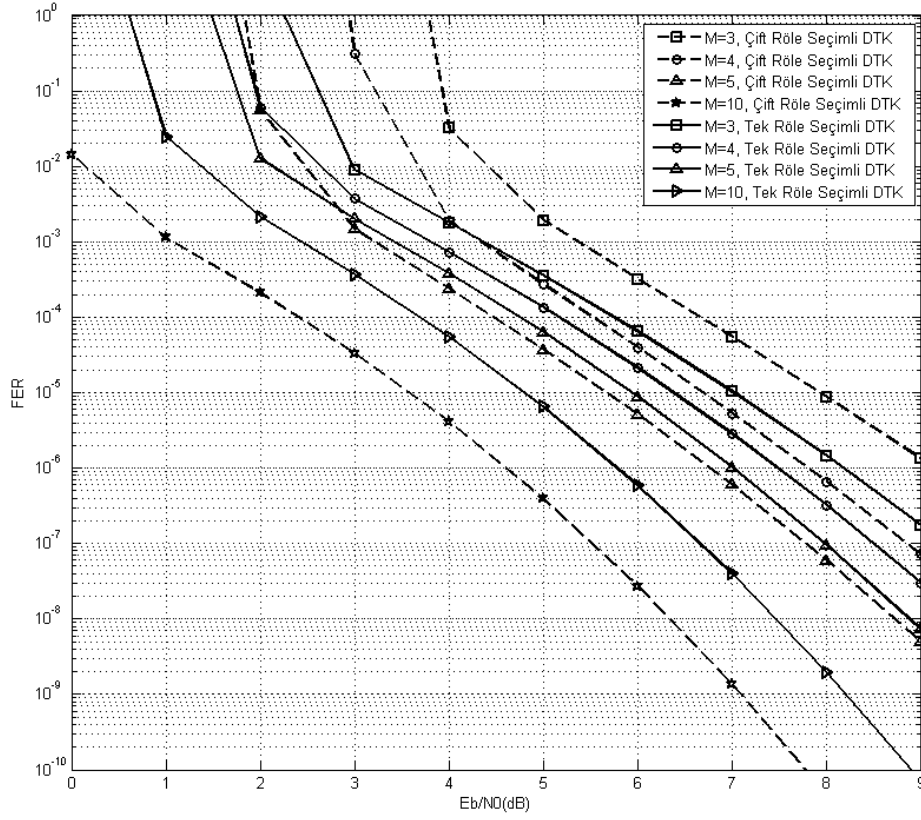


Şekil 6.5. $M=4$ röle için tek röle seçimli DTK yapının BER performansı.

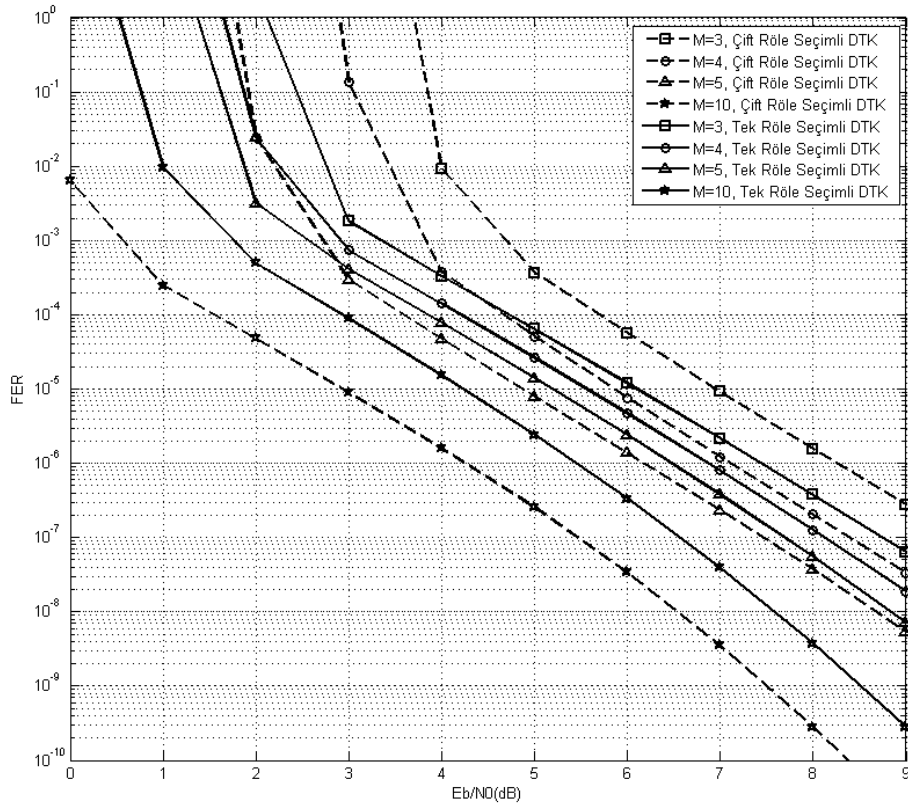
Tek röle seçimli DTK yapıda da çift röle seçimli DTK yapıda olduğu gibi en iyi sistem performansını (1,13/15,13/15) kodu sağlarken sırasıyla (1,5/7,5/7) ve (1,7/5,7/5) kodlarında sistem performansı giderek düşmektedir. Tek röle seçimli DTK yapıda (1,13/15,13/15) ve (1,5/7,5/7) kodları için türetilen teorik üst sınırlar ile benzetim sonuçları sırasıyla $E_b/N_0=3.5-4$ dB ve $E_b/N_0=5$ dB'den sonra uyuşmaktadır. Bu sorun (Divsalar et al. 1995)'te belirtildiği gibi giriş bit sayısının düşük olduğu durumlarda ortaya çıkan kalıtsal nümerik hassasiyet (inherent numerical precision) probleminden kaynaklanmaktadır.

Şekil 6.1-6.5'ten görüldüğü gibi sistem performansı hem ortamdaki artan röle sayısı hem de turbo kodlayıcıda kullanılan bileşen kodun yapısına bağlı olarak artmaktadır. Buna bağlı olarak benzetim programları ile bulunan ve artan SNR değerleri ile azalan FER-BER değerlerinin doğruluğunu kaybetmemesi için benzetim programlarının işlem yükünün oldukça arttırılması gerekmektedir. Bundan dolayı, bu aşamadan sonra artan röle sayısına bağlı olarak elde edilecek performans sonuçları sadece analitik üst sınırlardan yararlanılarak FER eğrileri için verilecektir.

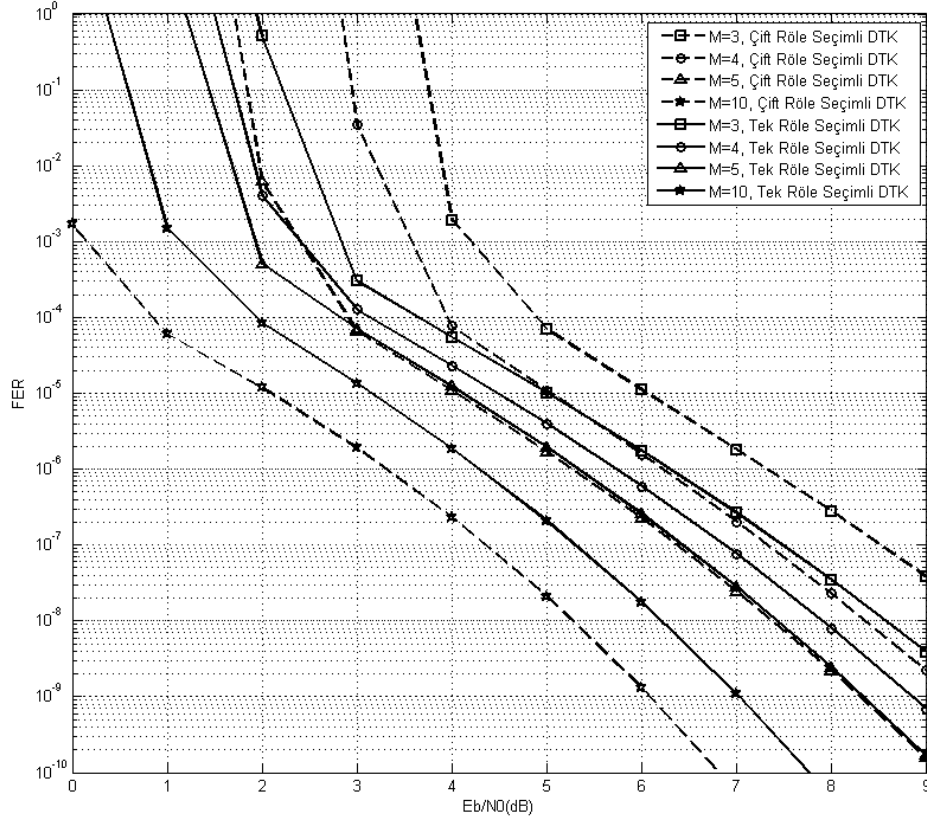
Şekil 6.6-6.8'de tek ve çift röle seçimli DTK sistemlerin FER performans karşılaştırmaları (1,7/5,7/5), (1,5/7,5/7) ve (1,13/15,13/15) yapıları için sadece türetilen teorik üst sınırlar kullanılarak verilmiştir.



Şekil 6.6. (1,7/5,7/5) kodu için tek ve çift röle seçimli DTK yapılarının karşılaştırılması.



Şekil 6.7. (1,5/7,5/7) kodu için tek ve çift röle seçimli DTK yapılarının karşılaştırılması.

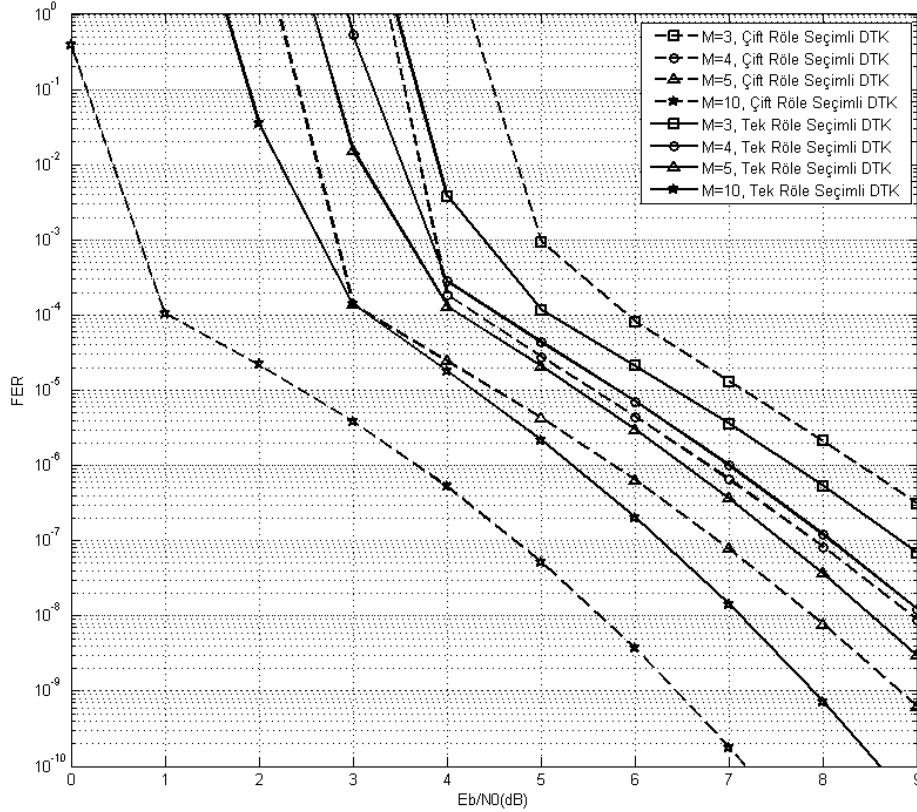


Şekil 6.8. (1,13/15,13/15) kodu için tek ve çift röle seçimli DTK yapılarının karşılaştırılması.

Şekil 6.6 - 6.8'den görüldüğü gibi çift röle seçimli DTK sistem (1,7/5,7/5) ve (1,5/7,5/7) kod yapılarında $M \geq 5$ için, (1,13/15,13/15) kod yapısında $M > 5$ için tek röle seçimli DTK sisteme göre daha iyi performans göstermektedir.

Bunun nedeni daha önce Bölüm 3'te kodlamasız tek ve çift röle seçimli sistemlerin analizinde de açıklandığı gibi iki direkt yola sahip tek röle seçimli DTK yapının içerdiği yol sayısı bakımından çeşitleme derecesi $M+2$ olurken (M röle sayısı, +2 direkt yol sayısı); tek direkt yol içeren çift röle seçimli DTK yapının içerdiği yol sayısı bakımından çeşitleme derecesi, en iyi ikinci rölenin sisteme katılmasının çeşitleme derecesine etki etmemesinden dolayı, $M+1$ (M röle sayısı, +1 direkt yol sayısı) olmasıdır. Düşük M değerlerinde çeşitleme derecesi, sistem performansı üzerinde daha etkili olduğundan, tek röle seçimli DTK yapı daha iyi sonuç vermektedir. Çift röle seçimli DTK yapının belirli artan M değeri ile performansının daha iyi olmasının nedeni, tek röle seçimli DTK yapının çeşitleme derecesindeki bir derece fazlalığının (+1), artan röle sayısı ile (M değerinin artmasıyla), çift röle seçimli yapıda sıralı röle seçiminin getirdiği dizi kazancı yanında önemsiz hale gelmesi ve bu yapının dizi kazancının artan röle sayısı ile orantılı artmasıdır.

Şekil 6.9'da kaynak-hedef arasındaki direkt yolların her iki sistem üzerindeki etkisini araştırmak için, direkt yolların link kalitesinin röle-hedef arasındaki yolların link kalitesinden daha kötü olduğu durum incelenmiştir. Bunun için $\sigma_{SD}^2 = 0.5$ alınırken, Şekil 6.1 - 6.6'da olduğu gibi σ_{SR}^2 ve σ_{RD}^2 birim değerli bırakılmıştır. Şekil 6.9'da çift röle seçimli ve tek röle seçimli DTK sistem yapıları (1,13/15,13/15) kod yapısı için $\sigma_{SR}^2 = \sigma_{RD}^2 = 1, \sigma_{SD}^2 = 0.5$ değerlerinde karşılaştırılmıştır.

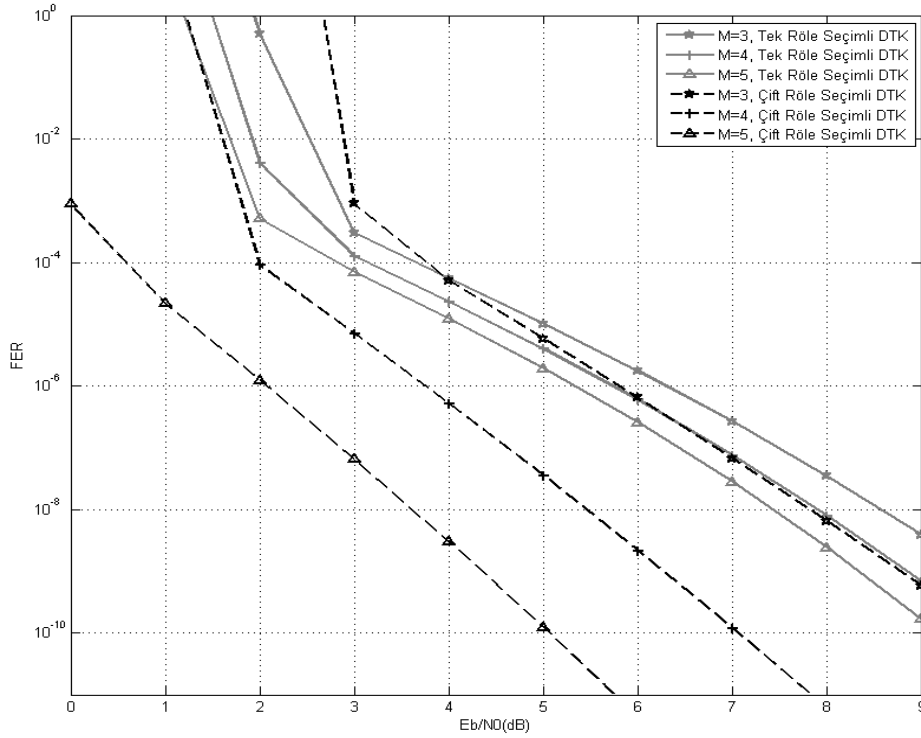


Şekil 6.9. (1,13/15,13/15) kodu için tek ve çift röle seçimli DTK yapılarının $\sigma_{SD}^2 = 0.5, \sigma_{SR}^2 = 1, \sigma_{RD}^2 = 1$ için karşılaştırılması.

Şekil 6.8'de $\sigma_{SR}^2 = \sigma_{RD}^2 = 1, \sigma_{SD}^2 = 1$ değerleri için çift röle seçimli DTK sistem (1,13/15,13/15) kod yapısında $M > 5$ değerlerinde tek röle seçimli DTK sistemden üstünken; Şekil 6.9'da $\sigma_{SR}^2 = \sigma_{RD}^2 = 1, \sigma_{SD}^2 = 0.5$ değerleri için çift röle seçimli DTK sistem (1,13/15,13/15) kod yapısında $M \geq 4$ değerlerinde tek röle seçimli DTK sistemden üstün duruma gelmektedir. Bunun başlıca nedeni tek röle seçimli sistemde hem sistematik ve hemde birinci parite dizilerinin direkt yoldaki kötüleşmeden etkilenmeleridir.

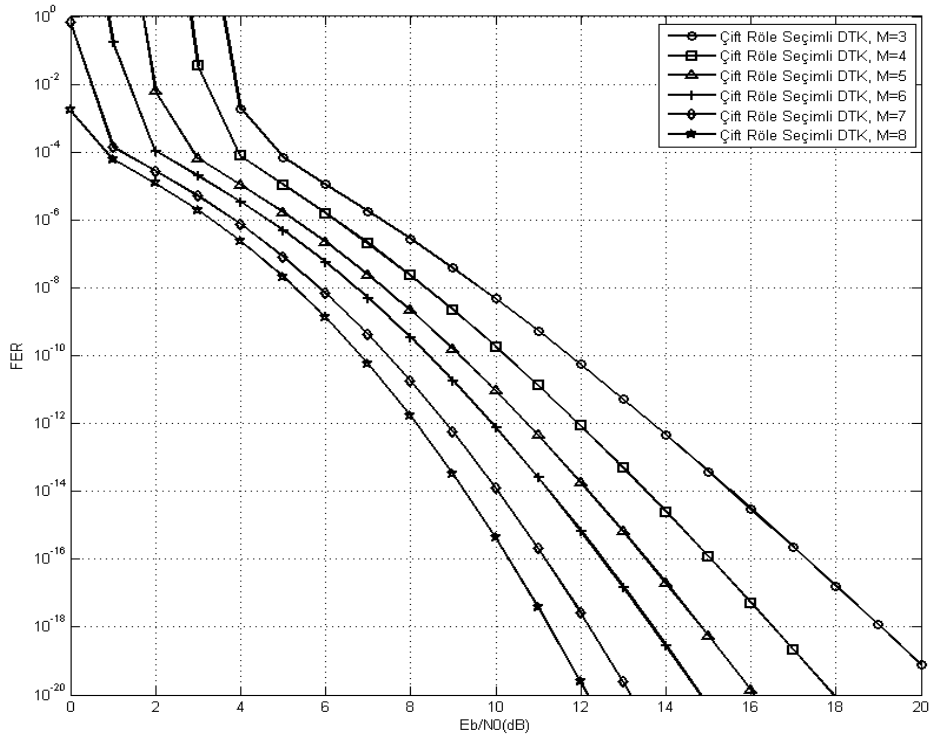
Son olarak Şekil 6.9'da olduğu gibi, kaynak-hedef arasındaki direkt yolların her iki sistem üzerindeki etkisinin incelenmesi için Şekil 6.9'dan farklı olarak Şekil 6.10'da direkt yolların

link kalitesi değiştirmemiş (birim enerjili bırakarak) röle-hedef arasındaki yolların link kalitesini iyileştirilmiştir. Bunun için $\sigma_{SR}^2 = 1, \sigma_{SD}^2 = 1$ alınırken $\sigma_{RD}^2 = 5$ alınmıştır. Böylece kaynak-hedef arasındaki direkt yolların link kalitesinin, röle-hedef arasındaki yolların link kalitesinden daha kötü olduğu durum modellenmiştir. Şekil 6.10'dan da görüldüğü gibi tüm M değerleri için çift röle seçimli DTK sistem, tek röle seçimli DTK sisteme göre daha iyi sonuç vermektedir.

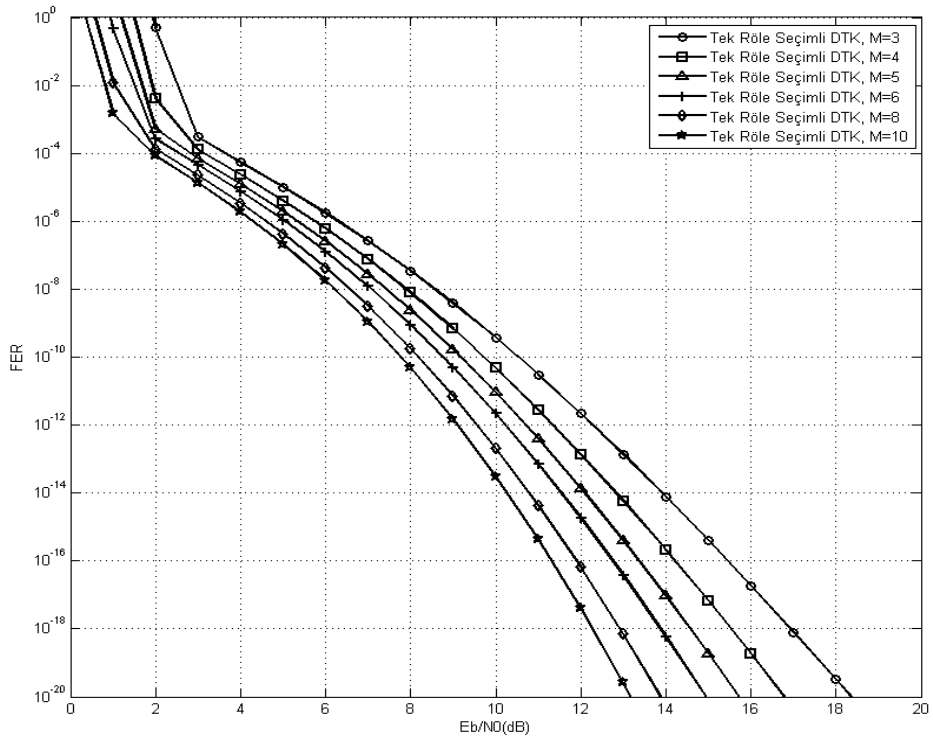


Şekil 6.10. (1,13/15,13/15) kodu için tek ve çift röle seçimli DTK yapılarının $\sigma_{SD}^2 = 1, \sigma_{SR}^2 = 1, \sigma_{RD}^2 = 5$ için karşılaştırılması.

Bu bölümde son olarak DTK yapıların çeşitleme dereceleri incelenmiştir. Kodlamasız röle seçimli yapılarda çeşitleme derecesini ortamdaki röle sayısı belirlerken, dağıtılış kodlama yapısının da için içine girmesiyle çeşitleme derecesini kullanılan kanal kodlamanın minimum Hamming ağırlığı da etkilemektedir. Şekil 6.11'de çift röle seçimli DTK yapısının, Şekil 6.12'de tek röle seçimli DTK yapısının (1,13/15,13/15) kodu için ortamdaki farklı röle sayısı M değerlerinde çeşitleme derecelerinin değişim grafikleri verilmiştir.



Şekil 6.11. (1,13/15,13/15) kodu için çift röle seçimli DTK yapısının farklı M değerlerinde çeşitleme derecesinin değişimi.



Şekil 6.12. (1,13/15,13/15) kodu için tek röle seçimli DTK yapısının farklı M değerlerinde çeşitleme derecesinin değişimi.

Şekil 6.11 ve Şekil 6.12'den görüldüğü gibi ortamdaki artan röle sayısı M ile birlikte her iki sistem için performans eğrilerindeki eğim artmaktadır ve hata olasılığı artan röle sayısı ile birlikte daha hızlı azalmaktadır. Burada her iki DTK yapıda çeşitleme dercesi eğrilerden hesaplandığında yaklaşık olarak; ortamdaki röle sayısı artı direkt yol sayısı artı kodun minimum Hamming ağırlığı toplamına eşit olmaktadır.

BÖLÜM 7

SONUÇ

Bu çalışmada tasarlanan DTK yapının sistematik kodu direkt yol ile hedefe ulaşırken, iki parite kodu, çok röle arasından seçilen sıralı en iyi iki röle üzerinde ayrı ayrı üretilerek hedefe iletilmektedir. Burada amaç dağıtılmış kodlama ve işbirlikli röle seçim kazancının birlikte kullanılmasıdır. Tasarlanan DTK yapıda iki röle seçiminin, tek röle seçimine göre getirdiği kazancın gösterilmesi için, öncelikle üçüncü bölümde kodlamasız işbirlikli yapılarda röle seçimin performansa etkisi detaylı olarak incelenmiştir. Üçüncü bölümde gösterildiği gibi kodlamasız işbirlikli sistemlerde tek röle seçimi tam çeşitleme kazancı sağlarken, genelleştirilmiş röle seçimi (birden fazla röle seçimi) tek röle seçimine göre ilave kaynak kullanarak, tam çeşitlemenin yanı sıra fazladan bir kazanç sağlamaktadır. Bu kazanç sıralı röle seçiminden kaynaklanan *dizi kazancıdır* (array gain). Özellikle sıralı en iyi iki rölenin kullanılması durumunda yüksek kod kazancı sağlanırken, en iyi üçüncü röle ve ötesinin de kullanılması durumunda kod kazancı çift röle seçimli yapıya göre çok fazla artmamaktadır. Bu yüzden çift röle seçimi; tek röle seçimi ve genelleştirilmiş röle seçimi arasında performans ve kaynak kullanımı açısından bir denge durumu olarak düşünülebilir. Diğer yandan DTK yapılarda olduğu gibi direkt yollar varsayıldığında, en iyi bir röle ve iki direkt yoldan oluşan kodlamasız yapı, en iyi iki röle ve bir direkt yoldan oluşan kodlamasız yapıya göre çeşitleme kazancı bir fazla olmaktadır. Bu durumda ortamdaki röle sayısının az olmasıyla tek röle seçimli kodlamasız yapı iki röle seçimli yapıya göre 7 röleye (ortamda bulunan röle sayısı) kadar daha iyi performans vermektedir. Ortamdaki röle sayısı 8 ve daha büyük olduğunda; iki röle seçimli yapının sıralı röle seçimi ile getirdiği *dizi kazancı* tek röle seçimli yapının sağladığı ilave çeşitleme kazancını aşarak daha iyi performans vermesini sağlamaktadır.

Ancak bu çalışmada tasarlanan yapı, dağıtılmış kodlamalı olduğu için yukarıda anlatılan kodlamasız mekanizmadan farklı çalışmaktadır. Altınca bölümde verilen, tek röle seçimli DTK ve çift röle seçimli DTK yapıların performansları farklı turbo kodlayıcılar için karşılaştırıldığında, iki röle seçimli yapının performans üstünlüğü, kodlamasız yapıya göre

ortamda daha az röle varken ortaya çıkmaktadır. Şöyleki (1, 5/7, 5/7), (1, 7/5, 7/5) ve (1, 13/15, 13/15) turbo kodlayıcılar için, tasarlanan DTK, tek röle seçimli DTK'ya göre ortamdaki röle sayısı 5 iken daha iyi sonuç vermektedir. Röle sayısının artmasıyla iki DTK arasındaki performans farkı tasarlanan yapı lehine artmaktadır. Üçüncü bölümde verilen kodlamasız işbirlikli yapıya göre daha az röle sayısı ile iki röle seçimli yapının tek röle seçimli yapıyı yakalamasının sebebi DTK'nın sağladığı ilave *dağıtılmış kodlama kazancıdır*. Bu kazanç kaynak-hedef yolunun kalitesinin azalmasıyla daha da ortaya çıkmakta ve ortamda sadece birkaç röle varken tasarlanan yapı daha iyi performans vermektedir. Diğer yandan kaynak-röle, röle-hedef, kaynak-hedef arasındaki yolların ortalama kalitelerinin (kanal katsayı varyanslarının) eşit olmadığı yani röle konumlarının rasgele olması durumu ve röle seçiminde kanal kestriminin doğru yapılamaması sonucunda ortaya çıkan iletim hatalarının sistem performansına etkisi veya gecikmeli erişilmesi durumlarında iki röle seçimli yapının sağlayabileceği röle seçim ve dağıtılmış kodlama kazançları halen açık araştırma konularıdır.

KAYNAKLAR

- Ali S A** (2007) Performance Analysis of Turbo Codes over Fading Channels with Additive White Gaussian and Impulsive Noise, (PhD), Eastern Mediterranean University Institute of Graduate Studies and Research, pp.156
- Al-Tous H and Barhumi I** (2012) Performance Analysis of Relay Selection in Cooperative Networks Over Rayleigh Flat Fading Channels, *EURASIP Jour. on Wirel. Commun. and Networking*, 1: pp.1-16.
- Bahl L, Cocke J, Jeinek F and Raviv J** (1974) Optimal decoding of linear codes for minimizing symbol error rate, *IEEE Trans. Inform. Theory*, 20: pp. 248-287
- Benedetto S and Montorsi G** (1996) Unveiling Turbo codes: Some results on parallel concatenated coding schemes, *IEEE Trans. Inform. Theory*, 42: pp. 409-428.
- Berrou C, Glavieux A and Thitimajshima P** (1993) Near Shannon limit errorcorrecting coding and decoding: turbo-codes, *ICC 1993*, Geneva, Switzerland, pp. 1064-1070
- Bletsas A, Khisti A, Reed D P and Lippman A** (2006) A simple Cooperative diversity method based on network path selection. *IEEE Jour. on Select. Areas in Commun.*, 24 (3): pp. 659-672.
- Chatzigeorgiou I, Rodrigues M R D, Wassell I J and Carrasco R** (2006) A novel technique for the evaluation of the transfer function of parallel concatenated convolutional codes, *4th Int. Sym. on Turbo Codes and Related Topics (ISTC)*, Munich-Germany, pp.1-6.
- Demiroğlu A S and Altunbaş İ**, (2013) Distributed space-time trellis codes with continuous phase modulation for amplify and forward relaying, *IET Commun.*, 7 (2): pp. 110-118.
- Divsalar D, Dolinar S, McEliece R J and Pollara F** (1995) Transfer Function Bounds on the Performance of Turbo Codes, *JPL TDA Progress Report*, pp.42-122.
- Goldsmith A** (2005) *Wireless Communications*, Cambridge University Press., pp. 674
- Hall E K and Wilson SG** (1998) Design and Analysis of Turbo Codes on Rayleigh Fading Channels, *IEEE Jour. on Selec. Areas in Commun.*, 16(2): pp.160-174.
- Hu J and Duman T** (2007) Low density parity check codes over wireless relay channels, *IEEE Trans. Wirel. Commun.*, 6(9): pp.3384 – 3394.
- Huo P and Cao L** (2013) BER analysis and power allocation for cooperative diversity networks with distributed Alamouti code, *Wirel. Commun. Mob. Comput.*, pp. 1-16, doi: 10.1002/wcm.2400.

KAYNAKLAR (devam ediyor)

- Hunter T E and Nosratinia A** (2002) Cooperative diversity through coding, *Proc. IEEE Int. Symp. Info. Theory*, Lausanne-Switzerland, pp. 220.
- Hunter T E and Nosratinia A** (2006) Diversity through Coded Cooperation, *IEEE Trans. on Wirel. Commun.*, 5(2): pp.283-289.
- Ikki S S and Ahmed M H** (2010a) Performance Analysis of Generalized Selection Combining for Decode and Forward Cooperative Diversity Networks, *Proc. VTC Fall*, pp.1-5.
- Ikki S and Ahmed M H** (2010b) On the Performance of the Cooperative-Diversity Networks with the Nth Best-Relay Selection Scheme, *IEEE Trans. on Commun.*, 58(11): pp.3062-3069.
- Ikki S S and Ahmed M H** (2009a) Performance analysis of generalized selection combining for amplify-and-forward cooperative-diversity networks. In *Proceedings of the 2009 IEEE Int. Conf. on Commun. (ICC'09)*. IEEE Press, Piscataway, NJ, USA, pp.3621-3626.
- Ikki S S and Ahmed M H** (2009b) On the Performance of Adaptive Decode-and-Forward Cooperative Diversity with the Nth Best-Relay Selection Scheme, *Proc. Globecom'09*, Hawaii-America, pp.1-6.
- İlhan H and Altunbaş İ** (2011) Dağıtılmış Turbo Kodlamalı İşbirlikli Sistemlerin Kaskat Sönümlenmeli Kanallardaki Hata Performansı, SIU, pp.1137-1140
- Ince E A R, Kambo N S and Ali S A** (2005) Efficient expression and bound for pairwise error probability in Raleigh fading channels, with application to union bounds for Turbo codes, *IEEE Commun. Lett.*, 1(9): pp. 25-27.
- Laneman J N, Tse D N C and Wornell G W** (2004) Cooperative diversity in wireless networks: efficient protocols and outage behavior, *IEEE Trans. Inf. Theory*, 50: pp. 3062-3080.
- Laneman J N, Tse D N C and Wornell G W**, (2001) An efficient protocol for realizing cooperative diversity in wireless networks, *Proc. IEEE ISIT, Washington, DC*, pp. 294.
- Li Y, Vucetic B and Yuan J** (2008) Distributed Turbo coding with hybrid relaying protocols, *IEEE PIMRC*, Cannes-France, pp.1-5.
- Li Y, Vucetic B, Chen Z and Yuan J** (2009) Distributed Turbo Coding with Selective Relaying, *PIMRC*, Tokyo- Japan, pp. 1702-1706.
- Li Y, Vucetic B, Wong T F and Dohler M** (2006) Distributed Turbo coding with soft information relaying on multi-hop relaying networks, *IEEE J. Select. Area Commun.*, 24: pp.2040-2050.

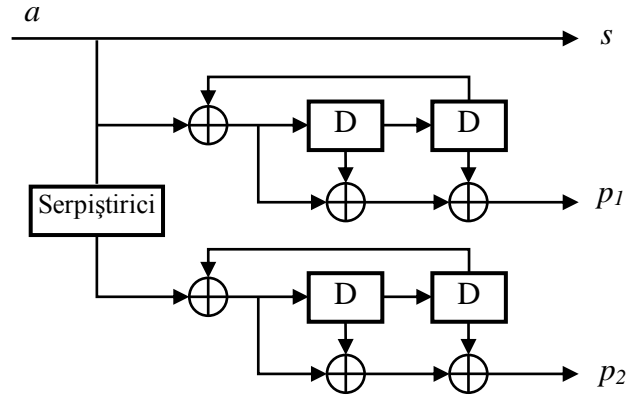
KAYNAKLAR (devam ediyor)

- Li C, Wang Y, Xiang W and Yang D** (2011) Performance Analysis for Coded Cooperative Multi Relay in Distributed Turbo Channels, 22. *Int. PIMRC*, Toronto, ON, Sept., pp. 1511-1515.
- Michalopoulos D and Karagiannidis G** (2008), Performance analysis of single relay selection in rayleigh fading. *IEEE Trans. on Wirel. Commun.*, 7(10): pp. 3718 -3724.
- Papoulis A and Pillai S U** (2002) Probability, Random Variables and Stochastic Processes, 4th Ed., McGraw-Hill., pp. 852
- Proakis J G and Salehi M** (2008) Digital Communications, 5th Ed., McGraw Hill., pp. 1150
- Robertson P** (1994) Illuminating the structure of code and decoder of parallel concatenated recursive systematic (turbo) codes. *Global Telecommunications Conf., 1994. GLOBECOM'94. Commun.: The Global Bridge., IEEE.*, 3: pp. 1298-1303
- Sendonaris A, Erkip E and Aazhang B** (1998) Increasing uplink capacity via user cooperation diversity, in *Proc. IEEE ISIT*, Cambridge, MA., pp.156
- Simon K and Alouini M S** (2005) Digital Communication over Fading Channels, 2nd Ed. New York-Wiley, pp. 936
- Sklar B** (2001) Digital Communications: Fundamentals and Applications, Prentice Hall, pp. 1079
- Stefenov A and Erkip E** (2005) Cooperative space-time coding for wireless networks, *IEEE Trans. Commun.*, 53(11), pp. 1804-1809.
- Weifeng S, Sadek A K and Liu K J R** (2008) Cooperative communication protocols in wireless networks: performance analysis and optimum power allocation, *Wireless Pers. Commun.*, 44(1): pp. 81-217.
- Yang H C and Alouini M S** (2011) Order Statistics in Wireless Communications: Diversity, Adaptation, and Scheduling in MIMO and OFDM Systems, Cambridge University Press, pp. 272
- Zhao B and Valenti M C** (2003) Distributed Turbo coded diversity for relay channel, *Electron. Lett.*, 39(10): pp.786-787.
- Zhong Z, Zhu S and Nallanathan A** (2008) A novel distributed space-time trellis code for asynchronous cooperative communications under frequency-selective channels. *IEEE GLOBECOM*, New Orleans, LO, November, pp. 1–5.

EK AÇIKLAMALAR A
FARKLI KODLAYICI YAPILARI İÇİN GİRİŞ-ÇIKIŞ AĞIRLIK SAYMA
FONKSİYONUNUN ELDE EDİLMESİ

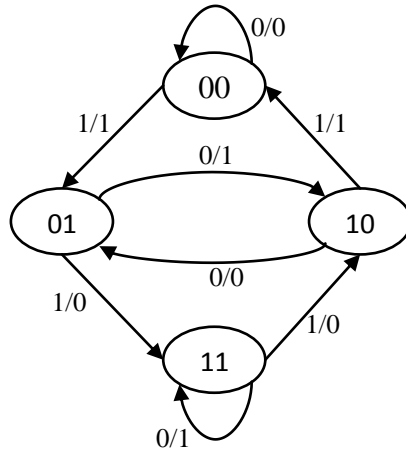
Bu ek bölümde, turbo kodun ortalama hata olasılığı için verilen üst sınır denkleminde yer alan giriş-çıkış ağırlık sayma fonksiyonu olarak adlandırılan $t(l,i,d)$ 'nin, Şekil A1.1, Şekil A1.4 ve Şekil A1.7'de verilen $(1, 7/5, 7/5)$, $(1, 5/7, 5/7)$ ve $(1, 13/15, 13/15)$ kodları için türetilmesi gösterilecektir.

A.1. $(1,7/5,7/5)$ Kodu İçin $t(l,i,d)$ 'nin Türetilmesi



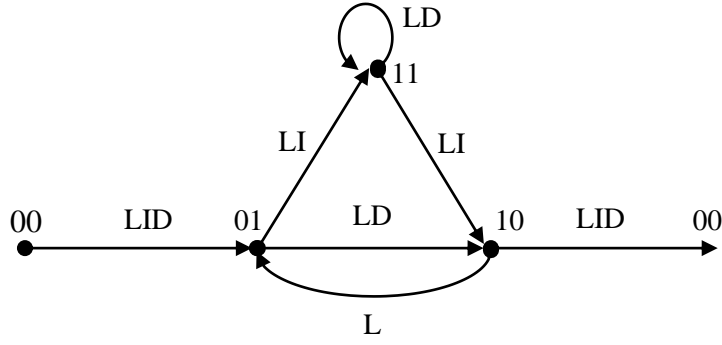
Şekil A1.1. $(1,7/5,7/5)$ kodu.

Şekil A1.2'de, Şekil A1.1'de verilen $(1,7/5,7/5)$ kodu için durum diyagramı verilmiştir.



Şekil A1. 2. $(1,7/5,7/5)$ kodu için durum diyagramı.

Şekil A1.3'te, $(1,7/5,7/5)$ kodu için Şekil A1.2'deki durum diyagramından elde edilen işaret akış şeması verilmiştir.



Şekil A 1.3. (1,7/5,7/5) kodu için işaret akış şeması.

Aşağıda (1,7/5,7/5) kodu işaret akış şemasından elde edilen durum geçiş matrisi verilmiştir,

$$\mathbf{A}_{7/5}(L, I, D) = \begin{bmatrix} L & LID & 0 & 0 \\ 0 & 0 & LD & LI \\ LID & L & 0 & 0 \\ 0 & 0 & LI & LD \end{bmatrix} . \quad (\text{A1.1})$$

İşaret akış şemasında ve durum geçiş matrisinde verilen tek terimli ifade $L^l I^i D^d$ 'de, L durumlar arasındaki geçişi, I bilgi bitlerinin ağırlığını, D çıkış bitlerinin ağırlığını göstermektedir. Yine bu ifadede l durumlar arasında geçiş olup olmadığına bağlı olarak 0 ya da 1, i ve d giriş ve çıkıştaki ağırlık sayısını göstermektedir. RSC koda ait transfer fonksiyonu aşağıdaki gibi hesaplanır (Ali, 2007),

$$T(L, I, D) \approx \frac{\det(\mathbf{I} - \mathbf{A}(L, I, D))}{\det(\mathbf{I} - \mathbf{X})} \quad (\text{A1.2})$$

burada, $\det(\cdot)$ Determinant, \mathbf{I} birim matris, \mathbf{X} $\mathbf{A}(L, I, D)$ 'nin ilk satır ve sütununun elenmesiyle oluşan indirgenmiş matrisi belirtmektedir.

Eşitlik A1.1, eşitlik A1.2'de kullanılarak, (1,7/5,7/5) kodu için yinelemeli giriş-çıkış ağırlık sayma fonksiyonu $t(l, i, d)$ aşağıdaki gibi elde edilir,

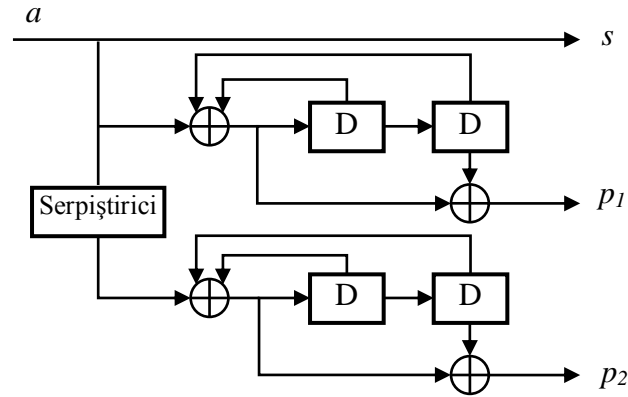
$$T_{7/5}(L, I, D) \approx \frac{1 - LD - L^2 + L^3(D^2 - I^2)}{1 - L(1 + D) + L^3(D + D^2 - I^2 - I^2 D^3) - L^4(D^2 - I^2 - I^2 D^4 + I^4 D^2)} . \quad (\text{A1.3})$$

Eğer eşitlik (A1.3)'te her iki taraf, sağda yer alan paydadaki terimle çarpılıp, her bir $T(L, I, D)$ ifadesi, L, I, D terimlerinin üs ifadeleri sırasıyla a, b, c olacak biçimde, $t(l - a, i - b, d - c)$ şeklinde yazılırsa. Aynı şekilde sağ taraftaki payda delta fonksiyonu $\delta(l - a, i - b, d - c)$ ile değiştirilirse, (1,7/5,7/5) kodu için giriş-çıkış ağırlık sayma fonksiyonu aşağıdaki gibi elde edilir (Divsalar et al. 1995, Ali 2007),

$$\begin{aligned}
t(l, i, d) = & t(l - 1, i, d - 1) + t(l - 1, i, d) + t(l - 3, i - 2, d - 3) \\
& + t(l - 3, i - 2, d) - t(l - 3, i, d - 2) - t(l - 3, i, d - 1) \\
& + t(l - 4, i - 4, d - 2) - t(l - 4, i - 2, d - 4) - t(l - 4, i - 2, d) \\
& + t(l - 4, i, d - 2) + \delta(l, i, d) - \delta(l - 1, i, d - 1) \\
& - \delta(l - 2, i, d - 1) + \delta(l - 3, i, d - 2) - \delta(l - 3, i - 2, d) \quad (A1.4)
\end{aligned}$$

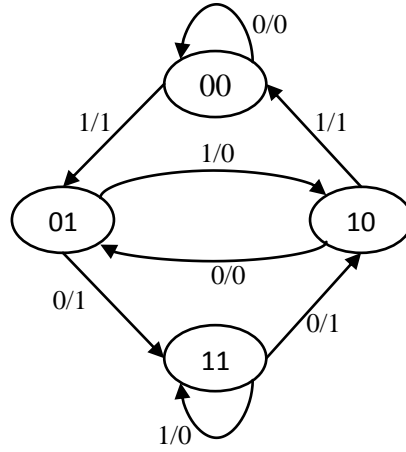
burada, eğer $l = i = d = 0$ ise $\delta(l, i, d) = 1$, diğer durumlarda $\delta(l, i, d) = 0$; eğer $t(l, i, d)$ negatif indekse sahip ise $t(l, i, d) = 0$ değerini almaktadır.

A.2. (1,5/7,5/7) Kodu İçin $t(l, i, d)$ 'nin Türetilmesi



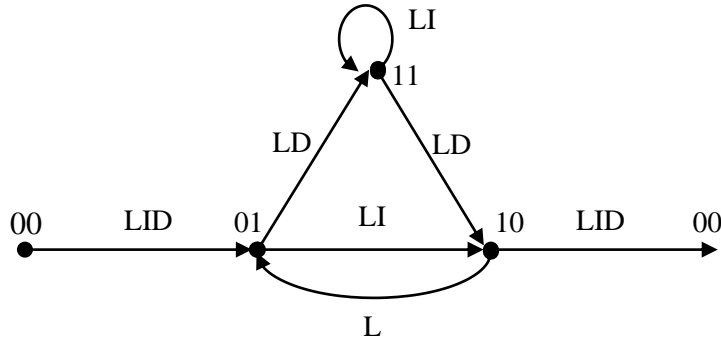
Şekil A 1.4. (1,5/7,5/7) kodu.

Şekil A1.5'te, Şekil A1.4'te verilen (1,5/7,5/7) kodu için durum diyagramı verilmiştir.



Şekil A 1.5. (1,5/7,5/7) kodu için durum diyagramı.

Şekil A1.6’da, (1,5/7,5/7) kodu için Şekil A1.5’teki durum diyagramından elde edilen işaret akış şeması verilmiştir.



Şekil A 1.6. (1,5/7,5/7) kodu için işaret akış şeması.

Aşağıda, (1,5/7,5/7) kodu işaret akış şemasından elde edilen durum geçiş matrisi verilmiştir,

$$A_{5/7}(L, I, D) = \begin{bmatrix} L & LID & 0 & 0 \\ 0 & 0 & LI & LD \\ LID & L & 0 & 0 \\ 0 & 0 & LD & LI \end{bmatrix} . \quad (A1.5)$$

Eşitlik A 1.5, eşitlik A1.2’de kullanılarak, (1,5/7,5/7) RSC kodlayıcı için aşağıdaki yinelemeli giriş-çıkış ağırlık sayma fonksiyonu $t(l, i, d)$ aşağıdaki gibi elde edilir,

$T_{5/7}(L, I, D)$

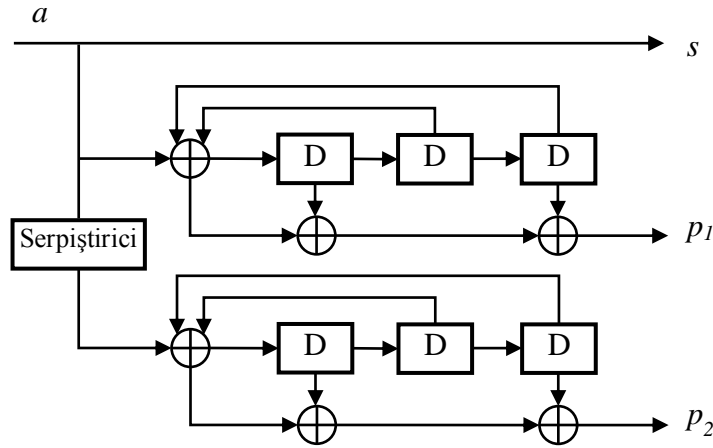
$$\approx \frac{1 - LI - L^2I + L^3(D^2 - I^2)}{1 - L(1 + I) + L^3(D^2 - I - I^2 - I^3D^2) - L^4(D^2 - I^2 - I^2D^4 + I^4D^2)} \quad . \quad (A1.6)$$

(1,5/7,5/7) kodu için giriş-çıkış ağırlık sayma fonksiyonu, (1,7/5,7/5) kodu için yapılan işlemlerden geçtikten sonra aşağıdaki gibi elde edilir,

$$\begin{aligned} t(l, i, d) = & t(l - 1, i - 1, d) + t(l - 1, i, d) + t(l - 3, i - 3, d - 2) \\ & - t(l - 3, i - 2, d) - t(l - 3, i - 1, d) + t(l - 3, i, d - 2) \\ & - t(l - 4, i - 4, d - 2) + t(l - 4, i - 2, d - 4) + t(l - 4, i - 2, d) \\ & - t(l - 4, i, d - 2) + \delta(l, i, d) - \delta(l - 1, i - 1, d) \\ & - \delta(l - 2, i - 1, d) - \delta(l - 3, i, d - 2) + \delta(l - 3, i - 2, d) \end{aligned} \quad (A1.7)$$

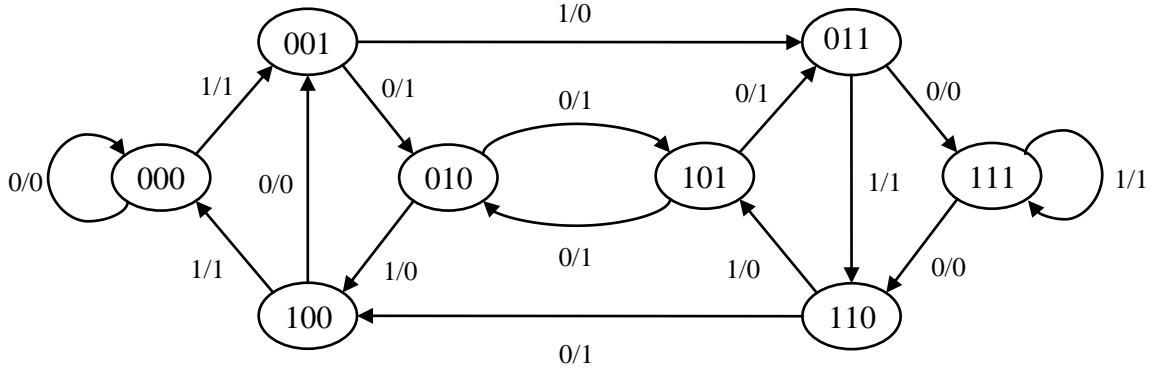
burada eğer $l = i = d = 0$ ise $\delta(l, i, d) = 1$, diğer durumlarda $\delta(l, i, d) = 0$; eğer $t(l, i, d)$ negatif indekse sahip ise $t(l, i, d) = 0$ değerini almaktadır.

A.3. (1,13/15,13/15) Kodu İçin $t(l,i,d)$ 'nin Türetilmesi



Şekil A1.7. (1,13/15,13/15) kodu.

Şekil A1.8'de, Şekil A1.7'de verilen (1,13/15,13/15) kodu için durum diyagramı verilmiştir.



Şekil A1.8. (1,13/15,13/15) kodu için durum diyagramı.

Aşağıda, (1,13/15,13/15) kodu durum diyagramından elde edilen durum geçiş matrisi verilmiştir,

$$A_{13/15}(L, I, D) = \begin{bmatrix} L & LID & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & LD & LI & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & LI & LD & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & LID & L \\ LID & L & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & LI & LD & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & LD & LI & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L & LID \end{bmatrix} \quad (A1.8)$$

Eşitlik (A1.8), eşitlik (A1.2)'de kullanılarak, (1,13/15,13/15) kodu için aşağıdaki yinelemeli giriş-çıkış ağırlık sayma fonksiyonu $t(l, i, d)$ aşağıdaki gibi elde edilir,

$$T_{13/15}(L, I, D) \approx \frac{PAY}{PAYDA} \quad (A1.9)$$

$$\begin{aligned} PAY &= 1 - L(1 + ID) - L^6(I^5D + ID^5 - ID - I^5D^5) \\ &\quad - L^7(2I^3D^3 - I^6D^2 + 2D^4I^4 - 2I^2D^2 - ID^5 + I^7D^3 + D^4 - I^5D \\ &\quad - 2I^5D^5 + I^3D^7 - I^2D^6 + I^4)L^8(2I^6D^2 + 2I^6D^6 - D^4 - 4I^4D^4 \\ &\quad + 2I^2D^2 + 2I^2D^6 - I^4 - I^8D^4 - I^4D^8) \end{aligned} \quad (A1.9a)$$

$$\begin{aligned}
PAYDA = & 1 - LID - L^2ID - L^3ID - L^4(-I^3 + ID) \\
& - L^5(-I^3D^3 + ID) - L^6(I^5D - 2I^3D^3 + ID^5) \\
& - L^7(-I^6D^2 + I^4 + 2I^4D^4 - 2I^2D^2 - I^2D^6 + D^4) \quad . \quad (A1.9b)
\end{aligned}$$

(1,13/15,13/15) kodu için giriş-çıkış ağırlık sayma fonksiyonu, (1,7/5,7/5) kodu için yapılan işlemlerden geçtikten sonra aşağıdaki gibi elde edilir,

$$\begin{aligned}
t(l, i, d) = & t(l-1, i, d) + t(l-1, i-1, d-1) + t(l-6, i-5, d-1) \\
& + t(l-6, i-1, d-5) - t(l-6, i-1, d-1) \\
& - t(l-6, i-5, d-5) + 2t(l-7, i-3, d-3) \\
& - t(l-7, i-6, d-2) + 2t(l-7, i-4, d-4) \\
& - 2t(l-7, i-2, d-2) - t(l-7, i-1, d-5) \\
& + t(l-7, i-7, d-3) + t(l-7, i, d-4) - t(l-7, i-5, d-1) \\
& - 2t(l-7, i-5, d-5) + t(l-7, i-3, d-7) \\
& - t(l-7, i-2, d-6) + t(l-7, i-4, d) \\
& + 2t(l-8, i-6, d-2) + 2t(l-8, i-6, d-6) \\
& - t(l-8, i, d-4) - 4t(l-8, i-4, d-4) \\
& + 2t(l-8, i-2, d-2) + 2t(l-8, i-2, d-6) \\
& - t(l-8, i-4, d) - t(l-8, i-8, d-4) - t(l-8, i-4, d-8) \\
& + \delta(l, i, d) - \delta(l-1, i-1, d-1) - \delta(l-2, i-1, d-1) \\
& - \delta(l-3, i-1, d-1) + \delta(l-4, i-3, d-3) \\
& - \delta(l-4, i-1, d-1) + \delta(l-5, i-3, d-3) \\
& - \delta(l-5, i-1, d-1) - \delta(l-6, i-5, d-1) \\
& + 2\delta(l-6, i-3, d-3) - \delta(l-6, i-1, d-5) + \delta(l-7, i, i \\
& - 6, d-2 - \delta(l-7, i-4, d) - 2\delta(l-7, i-4, d-4) \\
& + 2\delta(l-7, i-2, d-2) + \delta(l-7, i-2, d-6) \\
& - \delta(l-7, i, d-4) \quad (A1.10)
\end{aligned}$$

burada eğer $l = i = d = 0$ ise $\delta(l, i, d) = 1$, diğer durumlarda $\delta(l, i, d) = 0$; eğer $t(l, i, d)$ negatif indekse sahip ise $t(l, i, d) = 0$ değerini almaktadır.

ÖZGEÇMİŞ

Hakan KAYA 1985'de Zonguldak'ta doğdu; lise öğrenimini Zonguldak Mehmet Çelikel Anadolu Lisesinde tamamladı. Bülent Ecevit Üniversitesi (Zonguldak Karaelmas Üniversitesi) Mühendislik Fakültesi Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü'nden 2007 yılında, BEÜ Fen Bilimleri Enstitüsü Elektrik-Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı yüksek lisans programından 2010 yılında mezun oldu. Halen BEÜ Elektrik–Elektronik Mühendisliği, Telekomünikasyon Anabilim Dalı'nda araştırma görevlisi olarak çalışmaktadır.

ADRES BİLGİLERİ

Adres : Bülent Ecevit Üniversitesi Elektrik-Elektronik Müh. Bölümü
Merkez – ZONGULDAK

Tel : 0372 257 4010-(2355)

E-posta : hakan.kaya@beun.edu.tr