**T.C.**
**BOLU ABANT İZZET BAYSAL ÜNİVERSİTESİ**
**EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**
**İLKÖĞRETİM ANA BİLİM DALI**
**MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ BİLİM DALI**

# ORTAOKUL 6. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN KESİRLERLE BÖLME ALGORİTMASI OLUŞTURMA SÜRECİNİN İNCELENMESİ

**Büşra YILDIRIM**

**BOLU-2019**

**T.C.**
**BOLU ABANT İZZET BAYSAL ÜNİVERSİTESİ**
**EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**
**İLKÖĞRETİM ANA BİLİM DALI**
**MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ BİLİM DALI**

# ORTAOKUL 6. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN KESİRLERLE BÖLME ALGORİTMASI OLUŞTURMA SÜRECİNİN İNCELENMESİ

**Yüksek Lisans Tezi**

**Hazırlayan**
**Büşra YILDIRIM**

**Danışman**
**Doç. Dr. Recai AKKAYA**

**BOLU, MART-2019**

## YÜKSEK LİSANS TEZ ONAY FORMU

Büşra YILDIRIM tarafından hazırlanan **"Ortaokul 6.Sınıf Öğrencilerinin Kesirlerle Bölme Algoritması Oluşturma Sürecinin İncelenmesi"** adlı çalışma İlköğretim Anabilim Dalı, Matematik Öğretmenliği Bilim Dalında Yüksek Lisans Tezi olarak kabul edilmiştir. **(15.03.2019)**

| **Akademik Unvan ve Adı Soyadı** | | **İmza** |
| --- | --- | --- |
| Üye (Tez Danışmanı) | :Doç. Dr. Recai AKKAYA | |
| Üye | :Prof. Dr. Soner DURMUŞ | |
| Üye | :Dr. Öğr. Üyesi Burcu DURMAZ | |

**Eğitim Bilimleri Enstitüsü'nün Onayı**

**Prof. Dr. Türkan ARGON**
**Eğitim Bilimleri Enstitü Müdürü**

Yüksek Lisans Tezi olarak sunduğum, “Ortaokul 6.Sınıf Öğrencilerinin Kesirlerle Bölme Algoritmasını Oluşturma Sürecinin İncelenmesi” başlıklı çalışmanın yazılmasında bilimsel ve etik kurallara uyduğumu, başkalarının eserlerinden yararlanılması durumunda atıfta bulunduğumu, kullanılan verilerde herhangi bir tahrifat yapmadığımı, tezin tamamının ya da bir kısmının bu üniversite veya başka bir üniversitede bir tez çalışması olarak sunulmadığını beyan ederim. 15/03/2019

İmza

Büşra YILDIRIM

**TEŞEKKÜR**

Araştırmanın ve hem lisans hem de yüksek lisans hayatımın tüm aşamalarında bana yol gösteren, her koşulda bana destek olan çok değerli danışman hocam Doç. Dr. Recai AKKAYA'ya teşekkürü bir borç bilirim.

Araştırmayı gerçekleştirmem için gerekli yardımı esirgemeyen Yunus Emre İmam Hatip Ortaokulu, Yunus Emre Ortaokulu idareci ve matematik öğretmenlerine en içten şükranlarımı sunuyorum. Kumluca Ortaokulu müdürü sayın Metin Akyüz'e desteklerinden ötürü teşekkür ediyorum. Ayrıca çalışmada gönüllü olarak yer alan öğrencilerime de teşekkür eder ve bundan sonraki yaşantılarında başarılar dilerim.

Sürekli yanımda olan ve desteklerini esirgemeyen, bu zorlu süreçte her zaman varlıklarını yanımda hissettiğim, bugünlere gelmemi en çok isteyen ve eğitim hayatım boyunca emek veren sevgili annem ve babam Aysel ve Metin YILDIRIM'a sonsuz teşekkürler ediyorum.

Büşra YILDIRIM

# İÇİNDEKİLER

# TABLOLAR DİZİNİ

## ŞEKİLLER DİZİNİ

# ÖZET

## ORTAOKUL 6. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN KESİRLERLE BÖLME ALGORİTMASI OLUŞTURMA SÜRECİNİN İNCELENMESİ


Yıldırım, Büşra Yüksek

Lisans Tezi İlköğretim

Anabilim Dalı

Matematik Öğretmenliği Bilim Dalı Tez

Danışmanı: Doç. Dr. Recai Akkaya

Mart-2019, xiii+135 Sayfa

Bu çalışmanın amacı, kesirlerle bölme algoritmasını kavramsal olarak oluşturmaları için uygun öğrenme ortamlarının tasarlanması ve tasarlanan öğretimin uygulanması, ardından rapor edip bu süreçteki bilgi oluşumunun niteliğinin incelenmesidir.

Çalışmada nitel araştırma yöntemlerinden, örnek olay çalışması kullanılmıştır. Amaçlı örnekleme yöntemlerinden ölçüt örnekleme yöntemi ile araştırmaya katılacak öğrenciler belirlenmiştir. Çalışmaya katılacak olan öğrenciler altıncı sınıf öğrencisi olup kesirlerle bölme işlemini henüz öğrenmemişlerdir. Öğrencilerin bilgi oluşturma sürecinde kullanılmak üzere tasarlanan etkinlikleri yapmaları için gerekli ön bilgilere sahip olup olmadıklarını belirlemek amacıyla Devlet Yatılı ve Bursluluk Sınav sorularından oluşan ve kesirlerle bölme işlemine kadar olan kazanımları kapsayan sorulardan oluşan "Kesir Başarı Testi" kullanılmıştır. Matematiğe karşı tutumlarını ölçmek için ise "Matematik Tutum Ölçeği" uygulanmıştır. Araştırma, 108 altıncı sınıf öğrencisine uygulanan testlerden elde edilen puanlar, beşinci sınıf dönem sonu notları, matematik öğretmenlerinin öğrenciler hakkındaki görüşleri ve öğrencilerin çalışmaya katılma konusundaki istekliliği dikkate alınarak belirlenen 12 öğrenci ile yürütülmüştür. Çalışma, matematik başarı düzeylerine göre belirlenmiş altı grup ile gerçekleştirilmiştir. Öğrenci gruplarına araştırmacı tarafından hazırlanmış "Kesirlerle Bölme Algoritması Oluşturma Etkinlik Kâğıdı" uygulanmıştır. Esas uygulamadan 2 hafta sonra ise pekiştirme etkinliği gerçekleştirilmiştir. Çalışma grupları ile gerçekleştirilen etkinlikler video kayıt altına

alınmış ve daha sonra yazılı metne çevrilmiştir. Elde edilen veriler RBC+C modeli analitik araç olarak kullanılarak betimsel analizi yapılmıştır.

Araştırmanın sonunda öğrenci gruplarının hemen hemen hepsinin kesirlerle bölme algoritması için çapraz çarpım kuralını oluşturdukları görülmüştür. Bu oluşturma eyleminin süresi ve yolu her gruba göre değişiklik göstermekte, başarı düzeyi yüksek-yüksek olan gruplarda sürecin daha iyi içselleştirildiği gözlemlenmiştir. Diğer başarı düzeyindekilerin algoritmayı daha geç oluşturmasının ise gerekli ön bilgilerin eksikliğinden kaynaklanıyor olabileceği düşünülmektedir. Öğrencilere uygulama esnasında bölme işleminin anlamı sorulduğunda hepsinin eşit paylaştırma anlamından bahsettiği, bölmenin ölçme anlamını bilmedikleri görülmüştür. Elde edilen verilerden yola çıkılarak kesirlerle bölme işlemi için hazırlanan etkinliklerin hem bölme işleminin anlamlarını içerdiği hem de algoritma oluşturma sürecini yansıttığı için bilgi oluşturma sürecine katkı sağladığı söylenebilir.

**Anahtar Kelimeler:** Kesir, Bölme İşlemi, RBC+C Modeli, Soyutlama.

# ABSTRACT

## AN INVESTIGATION INTO THE DEVELOPMENT PROCESS OF THE DIVISION ALGORITHM IN FRACTIONS BY 6'TH GRADE STUDENTS'

Yıldırım, Büşra

Master of Science Thesis Department

of Elementary Education Field of

Math Education

Advisor Assoc. Prof. Dr. Recai Akkaya

March-2019, xiii+135 Pages

The purpose of this study is to design appropriate learning environments and to apply them to the designed teaching in order to conceptually construct the division algorithm with fractions, then to report and examine the quality of the information formation in this process. In the study, case study was used among the qualitative research methods. The students who participated in the research were determined by using the sampling method of objective sampling methods. The students who will participate in the study are the sixth grade students and have not yet learned to divide by fractions. "Fractional Success Test" was used to determine whether the students had the necessary preliminary knowledge to perform the activities designed to be used in the information creation process, including the results of the State Boarding and Scholarship Exam questions up to the division by fractions. "Math Attitude Scale" was applied to measure attitudes towards math. The study was conducted with 12 students who were determined by considering the results of the tests applied to 108th grade students, fifth grade notes, opinions of mathematics teachers and the willingness of students to participate in the study. The study was conducted with six groups determined according to mathematics achievement levels. The "Fractional Division Algorithm Creation Activity Paper" prepared by the researcher was applied to student groups. Reinforcement was carried out two weeks after the actual application. Activities with the working groups were recorded in video and then the written text was transcribed. Descriptive analysis of the obtained data was performed using RBC + C model as an analytical tool.

At the end of the research, almost all of the student groups were found to form the cross product rule for the partitioning algorithm with fractions. The duration and path of this creation process varied according to each group, and it was observed that the process was better internalized in the groups with higher and higher success levels. It is thought that the other success levels are caused by the lack of preliminary knowledge which is required to construct the algorithm later. When the students were asked about the meaning of the division process during the application, it was seen that they did not know the meaning of measurement, instead, they all mentioned equal division. Judging from the obtained data, it can be said that the activities prepared for partitioning by fractions contribute both to the information creation process because it includes both the meanings of the partitioning process and the algorithm creation process.

**Keywords:** Fraction, Division, RBC+C Model, Abstraction

# I. BÖLÜM

## 1. Giriş

### 1.1. Problem Durumu

Son yıllarda öğrenme kuramlarında, çoğunlukla bilişsel süreçlerin açıklanmasıyla ilgili gelişmeleri temel alan önemli değişiklikler olmuştur. Bu değişimlerle birlikte matematiksel bilginin kendisinden ziyade öğrenilme şekli, öğrenilirken ne tür düşünsel girişimler ortaya koyulduğu öne çıkmış ve asıl geliştirilmesi gerekenin bu süreç olduğu vurgulanmıştır. Yani asıl önemli olan şey matematiksel bilgi değil matematiksel bilgiyi oluşturma sürecidir. Dolayısıyla, bu süreçte bireyin bilgiyi nasıl oluşturduğu, bilgiyi oluştururken hangi süreçlerden geçtiği ön plana çıkmaktadır. Bilginin oluşturulma süreci soyutlama ile doğrudan ilgilidir. Soyutlama kavramı özellikle matematik eğitiminde karşımıza çıkmaktadır. Çünkü matematik bir soyutlama bilimidir ve matematiksel kavramlar soyutlama sonucu elde edilmektedir (Altun, 2008).

Matematik genellikle soyut kavramlardan oluşmaktadır. Bu matematiksel kavramların oluşturulma sürecinde gerçekleşen eylemler soyutlama süreci olarak düşünülebilir. Soyutlama somuttan soyuta geçiş süreci olarak bilinir. Önceden soyutlama kavramı bilgi kuramcıları tarafından incelenmekte iken son yıllarda öğrenme süreci üzerindeki araştırmalardan elde edilen sonuçlarla eğitim kuramcılarının da dikkatini çekmiştir (Memnun, 2011). Soyutlamayı bu denli önemli yapan sebeplerden biri bireylerin bilgiyi oluşturma süreçlerinin derinlemesine incelenmesine ve bu süreçte öğrencilerin zorlandıkları eylemlerin anlaşılmasına fırsat vermesidir. Ayrıca zorlanılan noktalara odaklanılarak sorunun çözülmesine yardımcı olmasıdır. Bu durum ise, bilgi oluşturma sürecinin daha etkin bir şekilde gerçekleşmesini ve dolayısıyla da kavramların ya da konuların daha hızlı bir şekilde öğrenilmesini sağlar (Akkaya, 2010).

Bilgi oluşturma süreci iki farklı bakış açısına göre ele alınmaktadır. Bunlar bilişsel ve sosyokültürel soyutlamadır. Bilişsel soyutlamada temelde konu ile alakalı örneklerin benzerliklerinden yararlanarak öğrenmenin gerçekleşeceği savunulur. Bilişsel soyutlama görüşe göre matematiksel süreçlerden ortaya çıkmakta ve süreç sonunda ortaya çıkan kavramlarla zihinsel kavramlar arasında ilişki kurmayı gerektirmektedir. Kurulan ilişkinin neticesinde sınıflandırmaya gidilmektedir. Bunun sonucunda kavram zihine yerleştirilmiştir ve benzer durumlar için kullanılabilecek haldedir. Bir başka değişle bilgi soyutlanmıştır. Ayrıca soyutlanan bilginin yer ve zamandan bağımsız oluşu bilişsel soyutlama görüşünün önemli özellikleri arasındadır (Açıl, 2015).

Bilgi oluşturma sürecinin bir diğer bakış açısı olan sosyokültürel soyutlama ise bilişsel soyutlamanın aksine öğrenmeyi sosyal ve kültürel çevre ile birlikte düşünmektedir. Sosyokültürel soyutlama görüşüne göre birey için uygun çevre koşulları sağlanırsa öğrenme anlamlı hale gelecek ve ulaşılan bilgilerin soyutlanması sağlanacaktır (Hershkowitz ve diğerleri, 2001). Sosyo-kültürel bakış açısına göre ele alınan soyutlamanın gerçekleşebilmesi için çevre koşullarının istenilen düzeye getirilmesi gerekmektedir. Ancak bu sayede bilgi öğrenci için anlamlı hale gelir ve soyutlama kolaylaşır (Altun ve Memnun, 2012).

Soyutlama sürecinin nasıl gözlenebileceği sorusuna karşılık olarak Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus tarafından 2001 yılında ortaya atılan RBC+C (Recognizing- Building with- Constructing- Consolidation) soyutlama modeli sosyokültürel bakış açısıyla ele alınan ve ön plana çıkan soyutlama kuramlarından biridir. RBC+C soyutlama modelinin bireylerin bilgiyi öğrenme süreçlerinin analiz edilmesine imkân verdiği ve bu süreci kolaylaştırdığı için önemli olduğu düşünülmektedir. Bu sayede öğrencilerin bilgiyi soyutlama süreçleri analizinin daha etkili ve geçerli olacağı düşünülmektedir (Memnun ve Altun, 2012). RBC+C modeli dört epistemik eylemle (tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme) soyutlama sürecini analiz etme fırsatı verir (Dreyfus ve Tsamir, 2004). Alanyazında RBC+C modelinin birçok araştırmacı tarafından benimsendiği ve soyutlama sürecini incelemede kullanıldığı görülmüştür (Örneğin; Dreyfus, Hershkowitz ve Schwarz, 2001a ve 2001b; Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus, 2001; Bikner-Ahsbahs, 2004; Hershkowitz, 2004; Özmantar, 2004; Özmantar ve Roper, 2004; Dreyfus ve Tsamir, 2004; Özmantar, 2005; Schwarz, Hershkowitz ve Azmon, 2006; Yeşildere, 2006;

Özmantar ve Monoghan, 2007; Hershkowitz, Hadas, Dreyfus ve Schwarz, 2007; Yeşildere ve Türnüklü, 2008; Katrancı, 2010; Memnun, 2011; Altun ve Kayapınar, 2011; Altun ve Memnun, 2012; Altun ve Katrancı, 2013; Çelebioğlu, 2014; Türnüklü ve Özcan, 2014; Kaplan ve Açıl, 2015; Akkaya, 2010; Demir ve Gür, 2016; Memnun, Aydın ve Özbilen, 2017; Ulaş ve Yenilmez, 2017; Güler ve Arslan, 2018). Yapılan çalışmalar modelin farklı konulara uyarlanabileceğini göstermektedir. Bu çalışmada ise kesirlerle bölme algoritması oluşturma süreci, bu model üzerinden analiz edilerek incelenmiştir.

Kesirler ve kesirlerle işlemler konusu öğrenciler tarafından anlaşılması zor konuların başında yer almaktadır. Literatürde kesirlerle ilgili yapılan çalışmalara bakıldığında öğrencilerin bazı kavram yanılgılarına sahip oldukları (İnce, 2008; Okur ve Çakmak Gürel, 2016), kesirlerle ilgili tahmin becerilerinde (Aytekin ve Toluk Uçar, 2014), işlemsel bilgilerinde (Yurtsever, 2012), sözel problem kurma ve modelleme becerilerinde (Tabak, 2010) eksiklerinin olduğu yönünde tespitlerin olduğu görülmüştür. Bu çalışmalar gerek öğrenciler, gerekse öğretmenler ve öğretmen adayları üzerinden incelenmiştir.

Kesirler konusunda öğrencilerin eksiklerinin olduğu tespit edilen başka bir durum kavramsal bilgi oluşmadan, işlemsel bilginin oluşturulmaya çalışılmasıdır (Örmeci, 2012). Kesirlerle ilgili kurallara ve kesir işlemlerinin algoritmalarına odaklanılması, öğrencilerin işlemlerin anlamlarını öğrenmelerini sağlamaya yeterli olmayacaktır (Işık, 2011). Dolayısıyla kesir bilgilerinde çeşitli eksikliklerinin olmasına neden olacaktır. Algoritmaların ön planda olduğu kesir konulardan biri de kesirlerle bölme işlemi olarak örnek olarak gösterilebilir. Kesirlerle bölme işleminin ters çevirip çarpma algoritması üzerine kurulması bölme işleminin hem paylaştırma hem de ölçme anlamını yok saymaktadır. Öğrencilerde bölme işlemine dair işlemsel birtakım işlemsel bilgiler oluşurken kavramsal bilgileri geri planda kalmaktadır. Öğrenciler neden bölme işlemi yapmaları gerektiğini düşünmekten ziyade ters çevirip çarpma algoritmasını kullanarak sonuca ulaşmaktadır.

Yukarıdaki gerekçelerden yola çıkarak bu çalışmada, matematik öğreniminde zorlanılan kesirlerle bölme algoritmasını kavramsal olarak oluşturmaları için uygun öğrenme ortamlarının tasarlanması ve tasarlanan öğretimin uygulanması, ardından rapor edip bu süreçteki bilgi oluşumunun niteliğinin incelenmesi ve bilgi oluşturma süreci incelenirken RBC+C soyutlama modelinin kullanılması amaçlanmıştır.

## 1.2. Araştırmanın Amacı

Öğrenme kuramlarında meydana gelen gelişmelerin iyi öğrenmenin nasıl gerçekleştiği, bu öğrenmelere nelerin etki ettiği, hangi koşulların ve öğrenme ortamlarının bu süreci etkilediği, öğrencilerin bu süreçteki zihinsel aktivitelerin nasıl olduğu konularına yoğunlaştığını göstermektedir. Öğrenmenin düzeyi yerine nasıl gerçekleştiğinin incelenmesinin önemi gün geçtikçe artmaktadır. Bu nedenle matematikte zorlanılan konulardan biri olan kesirlerle bölme işlemi seçilerek öğrencilerin bu konuda nerelerde zorlandığı, bu konunun öğretiminde nasıl bir sürecin etkili olabileceği, bu süreçte öğrencilerin hangi zihinsel süreçlerden geçebileceği gibi durumlar ele alınarak açıklanmaya çalışılacaktır. Belirtilen durumların incelenmesi için bilgi oluşturma süreçlerini incelemeye gereksinim duyulmuştur.

Bilgi oluşturma sürecinin derinlemesine incelenmesinin gerekliliği ise bizi RBC+C soyutlama modeline yönlendirmektedir. Araştırmada kesirlerle bölme algoritmasına ilişkin tasarlanan öğretim sürecinde öğrencilerin bilgiyi tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme süreçlerinin incelenmesi kararlaştırılmıştır.

Tüm bu bilgiler ışığı altında kesirlerle bölme algoritmasını kavramsal olarak oluşturmaları için uygun öğrenme ortamlarının tasarlanması ve tasarlanan öğretimin uygulanması, ardından rapor edip bu süreçteki bilgi oluşumunun niteliğinin incelenmesi amaçlanmıştır.

## 1.3. Araştırmanın Önemi

Öğrenmenin nasıl gerçekleştiğine, öğrenme için hangi koşulların gerekli olduğuna yönelik çalışmalar önem kazanmıştır. Öğrencilerin bilgiyi nasıl oluşturduğu, bu soyutlama sürecinde ne gibi etkenlerin etkili olduğu, ne tür şartların öğrenmenin niteliğini zenginleştireceği *öğrenme, öğretim, bilgi oluşturma, soyutlama, soyutlama süreci* gibi başlıklar öğrenmenin önde gelen araştırma konuları haline gelmiştir (Altun ve Memnun, 2012). Soyutlama ve bilgi oluşturma süreci de öğrenmenin nasıl gerçekleştiğine yönelik olan çalışmaların ayrılmaz bir parçası haline gelmiştir. Bir soyutlama bilimi olan matematiğin birçok konu ve kavramı soyutlama sonucunda elde edilmekte olduğu için bu durum matematik eğitimi için de soyutlama sürecini ön plana çıkarmaktadır

Öğrencilerin bilgiyi soyutlayabildikleri bir ortamın tasarlanması araştırmacı ve öğreticilerin bu konuda bilgi ve tecrübe kazanmalarına destek sağlayabilir. Ayrıca öğrencilerin bilgi oluşturma esnasında hangi süreçte zorlandıklarının anlaşılmasına, ön bilgilerindeki eksiklerinin tespit edilmesine, bu eksiklik ve zorlukların doğru şekilde giderilmesine yardımcı olacağı düşünülmektedir. Bu sayede de kavramların ya da konuların daha hızlı bir şekilde öğrenilmesini sağlayabilir.

Bu araştırmada öğrencilerin kendi bilgilerini oluşturabilecekleri bir etkinlik hazırlanarak uygun bir öğrenme ortamında bilgi oluşturma süreçleri incelenmiştir. Bu durum süreç değerlendirmeyi gerektirmektedir. Bu çalışmada altıncı sınıf öğrencilerinin kesirlerle bölme algoritması bilgisini oluşturma süreçleri incelenecektir. Araştırma, öğrencilerin kesirlerle bölme işleminde kullandıkları algoritma bilgisinin anlamlandırılması ve bölme işleminin anlamı açısından önem taşımaktadır.

### 1.4. Araştırmanın Problemi

Ortaokul 6. Sınıf öğrencilerinin kesirlerle bölme algoritması oluşturma süreçleri nasıldır?

### 1.5. Sınırlılıklar

- Bu araştırma Düzce ili Merkez ilçesine bağlı 2 devlet okulunda öğrenim gören 108 6. sınıf öğrencisi arasından seçilmiş 12 öğrenci ile sınırlıdır.

- Bu araştırma kapsamında gerçekleştirilen görüşmelerde kullanılan 2 etkinlik ile sınırlıdır.

## 1.6. Sayıltılar

1- Araştırma kapsamında gerçekleştirilen görüşmelerde, araştırmaya katılan öğrencilerin etkinliklerin uygulanması esnasında gerçek güçlerini ve tercihlerini ortaya koydukları varsayılmıştır.

# II. BÖLÜM

## 2. Kuramsal Çerçeve ve İlgili Literatür

Bu bölümde kesirlerle bölme işlemi, soyutlama ve bilgi oluşturmayla ilgili çalışmalara yer verilmiştir. Ayrıca araştırmada teorik yapı ve analitik araç olarak kullanılan RBC+C soyutlama teorisi açıklanmakta ve bu teorik yapının seçilme nedenleri belirtilmektedir.

### 2.1. Kuramsal Çerçeve

#### 2.1.1. Soyutlama ve bilgi oluşturma

Soyutlama, uzun zamandır araştırılan ve güncelliğini de koruyan bir konudur. Soyutlama ile ilgili çeşitli tanımlar yapılmıştır. Davydov (1990) soyutlamayı " Bir niteliği diğer niteliklerden birkaç objeye/duruma ayırma süreci " olarak tanımlamıştır. En basit halinde düşünecek olursak soyutlama, somuttan soyuta geçiş sürecidir.

Aristotle başta olmak üzere birçok filozofun çalışmalarında soyutlama kavramının karşımıza çıkmaktadır. Ardından Locke soyutlama kavramında klasik görüşün oluşmasını sağlayan isim olmuştur. Dayandırdığı varsayımlar soyutlamanın üst düzeylerde gerçekleştiği ve zamandan, mekandan bağımsız olabileceğidir (Van Oers, 2001). 20 yüzyılda da bu varsayımlar üzerinden klasik anlayışın devam ettiği görülmüştür. Fakat daha sonra soyutlamanın birçok yönü olduğu için araştırmacılar soyutlamanın tek bir anlamı üzerinde fikir birliği sağlayamamışlardır (Tsamir ve Dreyfus, 2002).

Günümüz de soyutlama kavramı bilişsel ve sosyo-kültürel soyutlama görüşünü içermektedir. Bilişsel kuramcılara göre soyutlama birçok matematiksel süreç ve nesneden meydana gelmekte ve bireyler zihinlerindeki nesnelerin temel özelliklerini ilişkilendirerek farklı ve ileri matematiksel bir nesne ortaya çıkarmaktadırlar (Herskhowitz, Schwarz ve Dreyfus, 2001). Özmantar ve Monaghan (2007) bilişsel soyutlama görüşünü anlamaya yardımcı üç özelliğinden bahsetmişlerdir; i) Soyutlama belli örneklerin benzer noktalarını belirlemektir. ii) Soyutlama zaman ve yer gibi ortam koşullarından bağımsız bir süreçtir. iii) Soyutlama, somuttan soyuta çıkmaktır.

Bilişsel kuramcıların başında gelen en önemli isim Piaget'tir. Piaget soyutlamayı deneysel soyutlama (empirical abstraction), sözde-deneysel soyutlama (pseudo-empirical abstraction) ve yansıtıcı soyutlama (reflective abstraction) olmak üzere üç yönlü soyutlama teorisi olarak ortaya koymuştur. Deneysel soyutlamada sadece nesnelerin özelliklerini kullanarak soyutlama yapılır. Sözde-deneysel soyutlamada ise nesnelerin oluşturdukları eylemlerin özelliklerine bakarak soyutlama yapılır (Tall, 2004). Yansıtıcı soyutlama ise öğrenenin herhangi bir konu üzerinde çalışırken yaptığı eylemler üzerinden düşünerek, konu ile ilgili yeni çıkarımlarda bulunmasıdır (Zembat, 2007). Piaget matematiksel düşünmenin gelişmesi için yansıtıcı soyutlama yapılması gerektiğini savunmaktadır. Ancak böylelikle uğraşılan problemi ezberlemek yerine çözümü için gerekli olan yapıları oluşturan matematiksel ilişkileri soyutlayabilir (Akkaya, 2010).

Piaget'i izleyen matematikçilerden biri Dienes'tir. Dienes (1961) soyutlamayı bir süreç olarak ele almıştır ve soyutlamayı "Farklı durumlardan ortak özellik çıkarma süreci" olarak tanımlamıştır. Birey ortak özellikleri kullanarak kendi sınıflamasını yapar ve ayrıca farklı özellikleri de belirleyerek oluşturduğu bu sınıflamaya ekler.

Özetle bilişsel kuramcılar soyutlamanın bir dizi matematiksel süreç ve nesneden olustuğunu, ögrencilerin zihinlerindeki nesnelerin ortak özelliklerine göre ilişkilendirmek suretiyle daha ileri bir matematiksel nesneye ulaştıklarını belirtmişlerdir (Herskhowitz, Schwarz ve Dreyfus, 2001).

Soyutlamanın bilişsel görüşü öğrenmenin çevreden, öğrenme ortamının sahip olduğu koşullardan, kullanılan materyallerden ve sosyal ilişkilerden bağımsız olarak meydana gelmeyeceği düşüncesiyle eleştirilmiştir ve bu eleştiri sosyo-kültürel bakış açısını beraberinde getirmiştir. Sosyo-kültürel bakış açısının temelinde sosyal etkileşim ve çevre yer almaktadır. Bireye uygun çevre koşulları sağlanırsa bilginin soyutlanması sağlanarak öğrenme anlamlı hale gelecektir (Hershkowitz ve diğerleri, 2001). Bu çerçeveden soyutlama sürecine bakan Van Oers soyutlamayı, bir noktadan hareketle yeni ilişkiler oluşturulması olarak tanımlamaktadır (Yeşildere ve Türnüklü, 2008). Davydov'un düşüncelerine göre soyutlama süreci basitten başlar ve üzerine teorik bilgiler eklendikçe de son halini alarak süreç tamamlanır (Özmantar ve Monaghan, 2007).

Leont'ev (1981) sosyo-kültürel bakış açısına sahip olup "aktivite teorisi" adında bir teori geliştirmiştir. Bu teoriye göre bireylerin davranışlarının anlamlarını ve yapılarını belli bir düzene koyan etkenlerin toplamı çevreyi oluşturur. Çevre düzenlemesi yapılırken aktivitelere yer verilmelidir. Aktiviteler, karşılaşılan içeriğin içselleştirilmesi, yeni bilgiye ulaşılması ve ulaşılan yeni bilgilerin kalıcı olup soyutlanması amacıyla çevresel düzenlemenin dayanak noktasıdırlar. Aktiviteler aynı zamanda bireylerin duyuşsal özelliklerini geliştirecek şekilde de tasarlanmalıdır. Bireylerin sosyal çevreleri, hazırbulunuşlukları, iletişim becerileri gibi birçok öznel etkeni de içermelidir (Hershkowitz ve diğerleri, 2001).

Van Oers sosyo-kültürel bakış açısındaki soyutlamayı farklı şekilde ele alan bilim insanlarındandır. Van Oers'e (2001) göre soyutlama bir kavramın yeni keşfedilen bir özelliği değil, aksine sahip olunan düşünceleri geliştiren ve yeni kavramların elde edilmesini sağlayan bir faktördür.

Soyutlamanın bilişsel ve sosyo-kültürel görüşleri incelendiğinde ortaya çıkan farklılıklardan biri soyutlamanın diyalektik doğasıdır. Davydov somut ve soyut arasındaki diyalektik bağlantıyı açıklamak için bir teori geliştirmiştir (Hershkowitz ve diger. 2001). Davydov'a (1990/1972) göre iki düzeyde kavrama gerçekleşebilir. Günlük kavramların kazandırılması amaçlanıyorsa deneysel düşünce, bilimsel kavramların kazanılması amaçlanıyorsa teorik düşünce kullanılmalıdır. Soyut bilgilere sahip olmanın yolu diyalektik mantıktır. Öğrenciler eski matematiksel bilgileri ile yeni matematiksel bilgileri arasındaki ilişkileri tartışır, yorumlar ve onlar arasında yeni bir bağ kurmak ister. Davydov'un yaklaşımı bilişsel yaklaşımı içine alan daha geniş bir çerçeve sunmaktadır.

Soyutlamayı diyalektik yaklaşım ve sosyo-kültürel bakış açısı ile değerlendiren önemli bilim adamları Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus'tur. Hershkowitz ve diğerleri (2001) kendi çalışma ve tecrübelerini Davydov'un diyalektik kuramı ile bir araya getirerek soyutlamayı "Önceden edinilmiş matematiksel bilgilerin yeni bir matematiksel yapı oluşturmak üzere dikey olarak yeniden düzenlenmesi etkinliği" şeklinde ifade etmişlerdir. İfade edilen etkinlik; matematiksel soyutlama süreci için tasarlanıp düzenlenmiş öğrenme ortamlarındaki öğrenci davranışlarına karşılık gelmektedir. "Yeni bir matematiksel yapı" ise soyutlama sonucunda ulaşılan matematiksel düşünceyi yani kavram, bağıntı veya genellemeyi temsil etmektedir. "Dikey organizasyon" ile de var olan matematiksel kavramlardan ilişkiler kurularak formal bir matematiksel bağıntıya varmak anlatılmaya çalışılmaktadır (De Lange, 1996; Heuvel- Panhuizen, 1996). Bütün bunları bir araya getiren Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus (2001) RBC+C soyutlama modelini meydana getirmişlerdir. Aşağıdaki bölümde bu model ile ilgili bilgilere yer verilmiştir.

### 2.1.2. RBC + C (Recognizing- Building With- Constructing-Consolidation) modeli

Hershkowitz, Schwarz, Dreyfus (2001), soyutlama sürecini daha önce oluşturulmuş matematiksel bilgilerin dikey olarak yeniden düzenlenerek yeni bir matematiksel yapı oluşturulması aktivitesi olarak görmektedirler. Tanımda geçtiği üzere buradaki aktivite Leont'ev (1981)'in aktivite teorisidir. RBC kuramı Davydov'un (1990) bilgi oluşturma felsefesini benimseyen Leont'ev (1981)'in aktivite teorisine dayanmaktadır (Özmantar ve Monaghan, 2007, Dreyfus, 2007). Yani matematiksel soyutlama sürecinin gerçekleştiği ortamın önemine ve aktiviteyi çevreleyen koşulların tamamının göz önüne alınması gerektiğini ima etmektedir (Yeşildere, 2011). Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus aktivite teorisinden yola çıkarak matematiksel soyutlama sürecinin gelişiminde fiziksel, sembolik ve semiyotik araçların matematiksel bilginin oluşumuna olan etkilerini özellikle vurgulamışlardır. Bunun yanı sıra soyutlama sürecinde aktivitenin gerçekleşmiş olduğu sosyokültürel ve fiziksel koşulların bu gelişim sürecini etkilediğini ve çoğu zaman da belirlediğini örneklerle göstermeye çalışmışlardır (Yeşildere, 2006; 29).

RBC soyutlama modeli *Tanıma, Kullanma* ve *Oluşturma* olarak adlandırılan üç epistemik eylemden meydana gelmektedir. Sosyo-kültürel bakış açısından yola çıkılarak, soyutlama sürecini tüm yönleriyle ve derinlemesine analiz etmek için Herskhowitz, Schwarz ve Dreyfus (2001) tarafından RBC modeli geliştirilmiştir. Modeldeki R harfi epistemik (bilgi oluşumu ile ilgili) eylemlerden *tanıma* (recognizing), B harfi *kullanma* (building with), C harfi ise *oluşturma* (reconstruction) eylemlerini temsil etmektedir. Bu gözlemlenebilir epistemik eylemler soyutlama sürecini incelemek amacıyla tanımlanmıştır. Fakat soyutlama sonunda bu yapıların kırılgan olduğu görülmüş ve pekiştirilmesi gerektiği ortaya atılmıştır. Bu yüzden modele pekiştirme (consolodation) evresi eklenerek **RBC+C** halini almıştır (Dreyfus, 2007). Eylemler aşağıda açıklanmıştır.

**Tanıma;** önceden oluşturulmuş bir yapının fark edilmesidir. Genellikle nesnelerin benzer olan ve olmayan özelliklerini belirlerken tanıma gerçekleşir (Hershkowitz vd., 2001). Öğrencinin etkinlik sırasındaki matematiksel yapılarla daha önceki yaptığı etkinliklerdeki matematiksel yapılar arasında benzerlik kurması, içselleştirmesidir (Dreyfus, 1991). Tanıma analoji ve özelleştirme ile ortaya çıkabilir. Yeni durumla karşılaşıldığında yeni durum öncekine benziyorsa analoji, yeni durumun önceki durumla özdeş olduğu düşünülüyorsa özelleştirmedir (Dreyfus, Hershkowitz, Schwarz, 2001). Tanıma süreci kişiden kişiye göre farklılık gösterebilir.

**Kullanma;** istenilen bir amaca ulaşmak için eskiden oluşturulmuş matematiksel yapıların kullanılması şeklinde ifade edilir (Schwarz vd., 2004). Bu süreçte öğrenci mevcut bilgisini kullanmaktadır. Genellikle bir problem çözerken, bir matematiksel durumu anlama ve açıklarken veya bir süreç üzerinde dikkatle düşünme gibi hedefi başarırken kullanma gerçekleşir. Bir ön bilginin öğrenciye hatırlatılması ile de kullanma gerçekleşebilir (Hershkowitz vd., 2001). Akkaya (2010) yaptığı çalışmasında kullanma eylemine örnek olarak benzerlik bağıntılarını bilen birinin $h^2$= p.k bağıntısını elde etmede bu bağıntıları kullanmasını örnek göstermektedir.

Kullanma genellikle bir problem çözme, bir matematiksel durumu anlama ve bu durumu açıklama veya bir süreç üzerinde dikkatle düşünme gibi bir hedefi başarmaya odaklanıldığında gerçekleşir. Bu hedefi gerçekleştirmek için öğrenciler stratejilerin, kuralların veya teoremlerin yardımına başvurabilir. Öğrenciler bir hedefi başarmak için daha önceki aktiviteler aracılığıyla farkına vardıkları yapıları kullanırlar (Akkaya, 2010).

**Oluşturma;** var olan matematiksel yapıların bir araya getirilmesi ve bu bilgilerin yeniden düzenlenerek ortaya yeni bir anlam çıkmasıdır (Ahsbahs, 2004). Oluşturma eylemi olmadan soyutlama gerçekleşemez. Fakat matematiksel yapının oluştuğunu gözlemlemek oldukça zordur.

Oluşturma eylemine örnek olarak kullanma eyleminde verilen örnek düşünülebilir. Benzerlik kurallarından yola çıkılarak bir dik üçgende $h^2$=p.k formülüne ulaşılması bu eylemin gerçekleştiğine delil olarak gösterilebilir (Akkaya, 2010).

Eylemler ile ilgili olarak öğrencilerin bireysel farklılıkları ön plana çıkmaktadır. Aynı problem durumunda öğrencinin bir tanesi tanıma eylemini gerçekleştirirken, diğeri oluşturma eylemini gerçekleştirebilir. Dreyfus (2001) çalışmasında bu durum için öğrencilerin uyarıcılardan ne kadar etkilendiğinin de etkisi olduğunu söylemektedir. Uyarıcılar öğrencilerin öğrenmesiyle yeni yapı oluşturması arasında olan her şeydir. Ayrıca yine Dreyfus (2001) yaptığı çalışmasında oluşturmanın, tanıma ve kullanma evrelerinden daha farklı olduğunu, oluşturma evresinde bir problemi çözmek, bir çözümü kanıtlamak için yeni bir matematiksel yapının ortaya çıkması gerektiğini söylemektedir. Oluşturma eyleminde yeni bilgi oluşturmak amaçken, kullanma eyleminde amaç daha önceden kazanılan bilgilerin tanınmasıdır.

Öğrencilerin zihinlerinde gerçekleşen tanıma, kullanma ve oluşturma eylemleri iç içe geçmiş şekildedir. Oluşturma, tanıma ve kullanma eylemlerini de içermektedir. Tanıma eylemi oluşturma ve kullanma eylemlerinde, kullanma eylemi oluşturma eylemi içerisinde yer almaktadır (Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus, 2001).

Dreyfus (2007), soyutlama sürecinde oluşturulan yeni yapıların kılgan yapıda olduklarını ve bu kırılganlığın yeni yapıyı korumayı zorlaştırdığını belirtmiştir. Soyutlamaının yanında edinilen yeni kavramların pekiştirilmeye ihtiyacı olacağını söylemiştir. Soyutlanmış bir nesnenin pekişmesi halinde yeni bir yapı olarak tanınabileceğini ifade etmiştir. **Pekiştirme;** önceden oluşturulmuş matematiksel yapının öğrenciye tanıdık gelmesi olarak tanımlanabilir. Dreyfus ve Tsamir (2004), pekiştirmenin öğrencilerin yeni soyutladıkları bir durumu ya da kavramı daha ileri bir soyutlama için kullanırken ortaya çıkabileceğini açıklamışlardır. Pekiştirme soyutlamayı içine almaktadır ve öğrenciler bu süreçte esnek olarak düşünebilmektedir. Oluşturulan yapının pekiştirilmesi öğrencinin daha sonraki aktivitelerde bu yapıyı tanımasına ve kolaylıkla kullanmasına imkân verir (Monaghan ve Özmantar, 2006).

Dreyfus ve Tsamir (2004), soyutlamanın pekiştirilmesinde beş psikolojik ve bilişsel yapının varlığından bahseder. Bunlar; dolaysızlık, açıklık, güven, esneklik ve farkındalıktır. Dolaysızlık, bir hedefi başarmak için farkına kullanılan matematiksel yapıya ulaşma hızı ve doğrudanlığıdır. Açıklık, öğrencinin kullanılan yapıyla ilgili bir açıklamaya ihtiyaç duymamasıdır. Bu yapının öğrenci tarafından sık kullanılması ilişkilendirmelerin oturmasını sağlayacak yapının kullanımının esnekliği sağlanacaktır. Farkındalık, öğrencinin bir matematiksel yapıyı ustaca kullanabilmesi ve yaptıklarının farkında olmasıdır (Tsamir ve Dreyfus, 2005).

Bilgi oluşturma sürecinde karşılaşılan başka bir durum ise kısmı bilgi yapılarıdır. Kısmi bilgi yapıları, öğrencilerin daha önceden oluşturdukları yapıları farklı bağlamlarda tanıyıp tanımamadaki veya kullanıp kullanamamadaki başarısızlıkları sonucu ortaya çıkabilir (Ron, Dreyfus ve Hershkowitz 2006; 2007). Modelin her eyleminde kısmi yapılar oluşabileceği göülmüştür.

### 2.1.3. Kesirlerle bölme işlemi

Kesirlerle bölme işlemi öğrencilerin matematiksel gelişimlerinde önemli bir yere sahip olup hem öğretmenler hem de öğrenciler tarafından zorlanılan konuların başında gelmektedir. Bu konu hem kesirler konusunu hem de bölme konusunun kesişiminde yer almaktadır (Simon, 1993; Ma, 1999).

Öğrenciler kesirlerle ilgili kavramları düşünürken farklı modellerden yararlanmaktadır. Aytekin (2016), yaptığı çalışmasında bu modellerin, parçalamalı (partitivedivision) ve gruplamalı (quotitivedivision) bölme olduğundan bahsetmiştir. Parçalamalı bölme “eşit paylaştırma anlamı”, gruplamalı bölme ise “ölçme anlamı” olmak üzere bölme işleminin iki anlamını oluşturmaktadır. Bu iki anlam birbirinden farklı süreçler barındırmaktadır.

Toluk ve Olkun (2003) eşit paylaşım anlamı için, bir kümede bulunan eleman sayısının eşit gruplara ayırmak, ölçme anlamı içinse grup büyüklüğünün bilindiği fakat grup sayısının bilinmediği bölme problemleri olduğunu söylemişlerdir. 12 ÷ 4 işleminde 12'nin içinde kaç tane 4 olduğu ölçme anlamı ile ilgili olurken, 12 kalemi 4 kişiye eşit olarak paylaştırıp her bir kişiye kaç tane kalem düştüğünün sorulması eşit paylaşım anlamı ile ilgilidir.

Bölme işleminin diğer anlamı olan ölçme anlamı günlük hayatta paylaşma anlamına göre daha anlamlıdır (Ball, 1990). Baki ve Bütün (2009) yaptıkları çalışmada öğretmenlerin bölmenin farklı anlamlarına vurgu yapamadıklarını ve modelleme yaparken sadece paylaştırma anlamı ile düşündüklerini ifade etmişlerdir. Sadece eşit paylaşım anlamına odaklanmak bazı sınırlılıklar getirmektedir. Tirosh (2000) bu sınırlılıkların bölen bölünenden küçük olmalı, bölen sadece doğal sayı olabilir, bölmenin sonucu bölünen sayıdan küçük çıkmalıdır şeklinde olduğunu söylemiştir.

Kesirlerle bölme işleminde yapılan hatalar üç kategori altında toplanmıştır (Tirosh, 2000; akt. Bulgar, 2003).

a) Algoritmik tabanlı hatalar: İşlemlerdeki hesaplamalarda yapılan hatalardır.
b) Sezgiye dayalı hatalar: Kesirlerle bölme işlemini yanlış yorumlamaktan kaynaklanan hatalardır.
c) Formal becerilerden kaynaklanan hatalar: Kesirlerle yapılan işlemlerin özelliklerine yönelik sınırlı bilgiye sahip olunması yer almaktadır.

Kesirlerle bölme işlemini öğrenmeyi zorlaştıran bir durumun işlemin algoritmasının öğretiminden kaynaklandığı söylenebilir. Kesirlerle bölme işlemi yapılırken kullanılan iki algoritma ters çevirip çarpma ve ortak payda algoritmalarıdır. İki algoritmada da sıkıntılar vardır. Ortak payda algoritması daha kolay görünmesine rağmen kalan olursa ya da bölen bölünenden daha büyük olursa öğrenciler algoritmada sıkıntı yaşamaktadır (Sharp ve Adams, 2002). İşlemsel olarak kolay olması sebebiyle ters çevir çarp algoritması daha yaygın kullanılmaktadır. Bu algoritma öğretmenler tarafından öğrencilere ezberletilerek verildiği için öğrenciler işlemi hatasız yapsalar bile nedenini sorgulamazlar (Arslan Kılcan, 2006). Tirosh (2000) ters çevirip çarpma algoritmasının ezbere öğretilmesinde öğrencilerin işlemsel hatalar yapabileceklerine dikkat çekmiştir. Örneğin öğrencilerin ikinci kesir yerine birinci kesri ters çevirmeleri buna örnektir. Kesirlerle yapılan öğretim etkinliklerinde kural ezberletmek yerine kavramsal etkinliklerin kullanılması gerektiği vurgulanmaktadır (Zembat, 2007; Işık, 2011).

Kesirle bölme işlemi içeren problem oluşturmak da konunun başka bir güç noktasıdır. Öğretmen ve öğretmen adayları ile yapılan çalışmalarda kesirlerle bölme ile ilgili sözel problem yazamadıkları ve genellikle çarpma işlemi problemi yazdıkları görülmüştür (Tirosh, 2000). Özellikle bölünen ve bölenin basit kesir olduğu ve bölenin bölünenden büyük olduğu işlemlerde problem oluşturma becerileri düşüktür ( Toluk Uçar, 2009). Kesirlerle bölme işlemi içeren problem kurma becerileri, bölme işlemi içeren problemleri çözme becerilerinden daha düşüktür. Bu becerilerin düşük olmasının sebebi, kesirlerle bölme işleminin gerçek yaşam ile ilişkilendirilmesinin zorluğudur (Işık ve Kar, 2012).

## 2.2. İlgili Literatür

Bu bölümde çalışmaya yol haritası oluşturacak araştırmalar iki kısım halinde incelenmiştir. Birinci kısımda soyutlama ve RBC+C modeli ile ilgili yapılan çalışmalar, ikinci kısımda ise kesirlerle bölme işlemi konusunu temel alan çalışmalara yer verilecektir.

### 2.2.1. Soyutlama ve RBC+C modeliyle ilgili yapılan çalışmalar

Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus (2001) çalışmalarında soyutlamanın problem çözme esnasında ortaya çıktığından bahsetmişlerdir. Dokuzuncu sınıf öğrencisiyle görüşmeler yapmışlar ve dört açık uçlu soru kullanmışlardır. Sorular üç tane hayvan topluluğuyla ilgilidir. Öğrenciyi gözlemlediklerinde soruların bir kısmını önceden zihninde olan fonksiyon kavramı ile çözdüğü görülmüştür. Sonraki sorularda öğrenciden grafik çizmesi istenmiştir. Öğrencinin problemdeki yapıları tanıyıp, gerekli yerlerde kullandığı gözlemlenmiştir. Öğrenciye bu süreçte araştırmacı tarafından zorlandıkları yerde bazı ipuçları verilerek yeni bilginin oluşturulmasına bakılmıştır. Çalışmanın sonunda öğrencinin problemdeki sayısal verilerin değişimi için fonksiyon kavramını yapılandırdığı ve kısmen oluşturma sürecine geçtiği söylenmiştir. Ayrıca araştırmanın sonucunda soyutlamanın tanıma, kullan ve oluşturma epistemik eylemlerini barındırdığı sonucuna ulaşılmıştır.

Dreyfus, Hershkowitz ve Schwarz (2001a ve 2001b) yaptıkları çalışmada RBC modelini bir durum çalışması ile beraber kullanmayı düşünerek hem daha geniş bir bağlamda hem de grup çiftleri etkileşimi bağlamında incelemeyi amaçlamışlardır. Örneklem olarak yedinci sınıf öğrencileri seçilmiştir ve bu öğrenciler ikişerli grup yapılmıştır. Öğrencilere tam sayı dizisi örnekleri verilmiş, çarpım özelliği üzerine yoğunlaştırılarak, tüm örnekler için bu özelliğin doğru olup olmayacağı konusundaki düşünceleri sorulmuştur. Verilen etkinlik çapraz çarpım özelliğinin toplamanın çarpma üzerinde dağılım kuralını gerektirmesi nedeniyle, kuralı oluşturmak için öğrencilere fırsat vermektedir. Uygulama sırasında öğrenciler önce bir değişkeni bir harfle nasıl gösterebileceklerini anlamış daha sonra çarpmanın toplama üzerine dağılma özelliğini ($a(c+d)=ac+ad$) kullanmış fakat toplamanın çarpma üzerine dağılma özelliğini ($(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$) kullanmamışlardır. Ayrıca araştırmanın sonunda soyutlamayı etkileyen sosyal süreçlerden de bahsedilmiştir.

Tsamir ve Dreyfus (2002), sonsuzluk kavramı ile ilgili bilgi oluşturma sürecini incelemişlerdir. Onuncu sınıf öğrencisiyle yaptıkları çalışmada seçilen öğrencinin durumları analiz edebilen ve eleştirebilen bir yapıya sahip olduğunu belirtmişlerdir. Birbirine zıt iki farklı yöntem kullanmışlardır. Veriler değerlendirildiğinde bilişsel eylemlerin birbiriyle iç içe olduğu ve ortaya çıkan yeni yapının sağlamlaştırılması gerektiği söylenmiştir.

Schwarz, Dreyfus, Hadas ve Hershkowitz (2004) farklı bir boyut olarak öğretmenlerin bilgi oluşturma sürecindeki rolünü araştırmışlardır. Bu sürece asıl rehberlik ettikleri ve süreci nasıl etkiledikleri amaçlanmıştır. Çalışmada olasılık konunu işlemişlerdir. Bilginin oluşturulmasıyla alakalı diyalog türlerine değinmişlerdir. Öğretmenin kullandığı yöntemler doğrultusunda öğrencilerin yer aldığı diyalog türlerini belirlemek ve öğretmenin tartışmaları nasıl yönettiğini göstermek amacıyla uygulanan bir etkinliğe ait analizler verilmiştir. Sonucunda ise bilgi oluşturulma sürecinde rehber olan öğretmenin sınıfta diyalog türlerini nasıl düzenlediğine, bu süreçte hangi öğretme yöntemlerini kullandığına ve öğrencilerin bilişsel eylemlerine ne ölçüde katıldığı belirtilmiştir.

Özmantar (2005), mutlak değer fonksiyonları konusunda dış destek yoluyla matematiksel bilginin yapılanması, pekiştirme sürecinin incelenmesi ve RBC+C modelinin geçerliliğinin araştırılması amacı içeren bir çalışma yapmıştır. Çoklu örnek olay çalışması deseni kullanılmıştır. çalışma için dört farklı grup belirlemiştir. Bunlar öğretici yardımı alan ve bireysel çalışan, öğretici yardımı almayan ve bireysel çalışan, öğretici yardımı alan ve grupla çalışılan ve öğretici yardımı olmadan grupla çalışılan şeklinde sınıflandırılmıştır. Veri toplama aracı olarak mutlak değer fonksiyonlarının grafikleri ile ilgili dört farklı test kullanılmıştır ve görüşmeler kayıt altına alınmıştır. Öğreticinin müdahalelerinin öğrencilin bilgi oluşturmalarıyla doğrudan ilgili olduğu araştırmanın bulguları arasındadır. Öğretici yardımı olan görüşmelerde ise elde edilen bulgu analizlerinin sosyal, kültürel, tarihsel ve durumsal konuların karmaşık bir şeklini içeren zor ve karmaşık olaylar olduğu belirtilmiştir. Pekiştirme ile ilgili olarak yeni oluşturulmuş bilgilerin kırılgan bir yapıya sahip olduğu ve mutlaka pekiştirilmesi gerektiği söylenmiştir.

Monaghan ve Özmantar (2006), yaptıkları nitel çalışmada $y=f(x)$, $y=f(|x|)$, $y=|f(x)|$, $y=|f(|x|)|$ fonksiyonlarının birinden yararlanarak diğer fonksiyonu oluşturma sürecini incelemişlerdir. Ayrıca çalışmada pekiştirmenin önemine vurgu yapılmıştır. Araştırma bir öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Öğrencinin yeni yapılar ile kurduğu matematiksel bilgi arasında bağlantılar kurabildiği görülmüştür. Soyutlamanın kırılgan yapısı ve pekiştirilmesi gerektiği vurgulanmıştır. Ayrıca bir yapının ancak başka bir yapının oluşumunda kullanıldığında pekiştirilebileceğini ve bir yapının pekiştirildiğinde yeni bir yapı olarak ifade edilebileceğini söylemişlerdir.

Yeşildere (2006) çalışmasında matematiksel gücü yüksek ve düşük olan öğrencilerin matematiksel düşünme ve bilgi oluşturma süreçlerini karşılaştırmıştır. Ortaokul öğrencileri ile çalışmıştır. Çalışma her sınıf düzeyinden ikisi düşük diğer ikisi yüksek matematiksel güce sahip 12 öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Öğrencilere üçgen konusu ile ilgili açık uçlu sorular sorularak farklı RBC süreçlerini ortaya çıkarmak amaçlanmıştır. Farklı matematiksel güce sahip öğrencilerin izledikleri yol ve yöntemler arasında farklılıklar olduğu tespit edilmiştir. Bulgular RBC+C modeli ile analiz edildiğinde yüksek matematiksel güce sahip öğrencilerin, düşük olanlara göre soyutlama sürecinde tanıma, kullanma ve oluşturma eylemlerinde daha başarılı oldukları gözlenmiştir.

Özmantar ve Monaghan (2007) çalışmalarında soyutlamayı deneysel ve diyalektik olarak ele almışlardır. Akran etkileşimi, insan ve maddenin aracılığı, dışarıdan destek kavramlarının RBC modeli üzerindeki etkisini incelemek amaçlanmıştır. Konu olarak mutlak değer lineer fonksiyonunu seçmişlerdir. Öğrencilerin etkileşim halinde olduğu ve araştırmacının yardım edebileceği bir ortam hazırlanmıştır. Araştırmanın bulgularına bakıldığında matematiksel yorumlama için öğretmen yardımı ve yönlendirmesi, insan ve maddenin aracılığı, öğrencilerin gelişim düzeylerine uygun diyalektik ortam ve soyutlanacak herhangi bir şey olmak üzere dört önemli madde ortaya çıkmıştır.

Dreyfus (2007) yaptığı çalışmasından öğrencilerin x.(x+6) cebirsel ifadesindeki bildikleri yapıdan hareketle (x+2).(x+8) cebirsel ifadesinin bilgi oluşumu sürecini incelemiştir. Araştırmanın sonucunda soyutlamanın tanıma, kullanma ve oluşturma eylemlerinin birbiri ile iç içe olduğu elde edilmiş ve bu eylemlerin bazen ard arda sıralı şekilde, bazen de birbirini tamamlayan veya birbirine paralel olabileceği söylenmiştir.

Yeşildere ve Türnüklü (2008a), matematiksel gücü yüksek olan iki öğrenci ve düşük olan iki sekizinci sınıf öğrencisi ile çalışmayı gerçekleştirmişlerdir. İkizkenar bir üçgende tabanda alınan bir noktadan kenarlara indirilen dikmelerin uzunlukları ile ikizkenarlara ait dikmenin uzunluğu arasındaki ilişkiyi içeren bir problem seçilip kullanılmıştır. Matematiksel gücü farklı olan öğrenciler arasında verilen ipucunu kullanarak tanıma eylemini gerçekleştirip problem çözümüne ulaşmalarında farklılıklar gözlemlenmiştir. Matematiksel gücü yüksek olan öğrencilerin ipuçlarını doğru kullanarak sonuca ulaştıkları, matematiksel gücü düşük öğrencilerin ise ipuçlarını kullanamadıkları görülmüştür.

Yeşildere ve Türnüklü (2008b), bu çalışmalarında ise farklı matematiksel güce sahip altıncı sınıf öğrencilerinin soyutlamanın içerisinde yer alan bilgi oluşturma süreçlerini incelenmiş ve bilgi oluşturma sürecinin matematiksel güce göre nasıl farklılık gösterdiğini açıklamak istemişlerdir. Öncelikle 282 öğrenciye matematiksel güç ölçeği uygulanmıştır. İki düşük, iki yüksek matematiksel güce sahip olan öğrencilerle örnek olay çalışması yapılmıştır. Verilerin analizi sonucunda matematiksel gücü düşük olan öğrencilerin ilişkilendirmede sıkıntı çektikleri söylenmiştir. Ayrıca matematiksel gücü düşük öğrencilerin sadece tanıma eylemini gerçekleştirdikleri belirtilmiştir.

Altun ve Yılmaz (2008) çalışmasında yapılandırmacı öğrenme ve bilginin soyutlanma süreci düşünülerek, lise öğrencilerinin Tam Değer Fonksiyonu bilgisini oluşturma süreçleri incelenmiştir. İki lise öğrencisi ile grup çalışması yapılmıştır. Araştırma örnek olay çalışmasına örnektir. İkisi parçalı fonksiyon, biri tam değer fonksiyonu ile ilgili olmak üzere toplam üç problem kullanılmıştır. Hedef kavram için gerekli ön bilgileri kazandırmak amacıyla öncelikle parçalı fonksiyon içeren problemler öğrencilere verilmiş ve uygulama kayıt altına alınmıştır. Çalışmanın sonunda tanıma, kullanma ve oluşturma eylemlerinin düzgün ve doğrusal olarak değil birbiri içinde yer aldıkları görülmüştür. Günlük yaşam problemlerinin fonksiyon konusu kapsamında soyutlamaya katkı sağladığı sonucuna ulaşılmıştır.

Akkaya (2010) çalışmasında olasılık ve istatistik öğrenme alanındaki kavramların gerçekçi matematik eğitimi ve yapılandırmacı öğrenme kuramına göre bilgi oluşturma sürecinin incelenmesi amaçlanmıştır. 118 yedinci sınıf öğrencisi arasından seçilen on öğrenci başarı durumlarına göre sınıflandırılarak ikişerli grup haline getirilmiştir. Araştırmacı tarafından oluşturulan etkinlik öğrenci gruplarına uygulanarak veriler kayıt altına alınmıştır. Toplanılan verilerin analizinde RBC+C kuramını araç olarak kullanmışlardır. Çalışmanın sonucunda öğretimde öğrencilerin keşfetmesine yönelik ortamların öğretimde niteliği artıracağından bahsedilmiştir. Ayrıca çalışma gerçek problem durumlarının ya da oyun tarzı etkinliklerin matematiksel bilginin daha kaliteli olarak oluşturulabileceğini ortaya koymuştur.

Katrancı (2010) yaptığı çalışmada olasılığın öğrenilmesindeki bilgi oluşturma süreçlerinin belirlenmesi, yapılandırmacılık teorisi çerçevesinde incelenmiştir. 102 yedinci sınıf öğrencisi arasından ön bilgileri yeterli olan 65 öğrenci seçilmiştir. Bu öğrencilerden matematik not ortalaması ve SBS (Seviye Belirleme Sınavı) notlarına göre 4'ü düşük, 4'ü yüksek başarılı 8 öğrenci belirlenmiştir. Çalışma örnek olaydır ve nitel durum analizi yapılmıştır. Süreçteki bileşenleri ve soyutlamayı incelemek amaçlanmıştır. Sonuçta her iki düzeydeki öğrencilerin olasılığın temel kavram ve kuralları hakkındaki bilgileri kısmen de olsa soyutlayabildikleri gözlemlenmiştir.

Memnun (2011) çalışmasında Analitik Geometri'ye ilişkin kavramların öğrenilmesi sırasında bilgi oluşumunun niteliğinin incelenmesini amaçlamıştır. Koordinat Sistemi ve Doğru Denklemi kavramlarının Yapılandırmacı Öğrenme ile Gerçekçi Matematik Eğitimi kuramlarına uygun olarak tasarlanan öğrenme ortamlarında uygulamaları gerçekleştirilmiştir. Öncesinde uygulanan pilot çalışma ile araştırmacının rolü ve etkinliklerin yeterliliği incelenmiştir. Uygulama farklı matematik başarı düzeylerindeki ikişer kişilik öğrenci gruplarında gerçekleştirilmiştir. Araştırmacı katılımcı gözlemci konumunda katılmıştır. Veri toplama yöntemleri olarak nitel araştırmalarda kullanılan görüşme, katılımcı gözlem ve doküman analizi kullanılmıştır. Verilerin analizi, nitel veri analizi türlerinden betimsel analiz ile gerçekleştirilmiştir. Soyutlama sürecinin analizi için RBC+C modeli referans alınmıştır. Sonuç olarak Gerçekçi Matematik Eğitimi'ne göre hazırlanmış olan etkinliklerin uygulandığı örnek olay çalışmasına katılan öğrencilerin büyük bir bölümünün koordinat sistemi kavramını oluşturduğu söylenmiştir.

Çelebioğlu (2014) çalışmasında Kesirler konusuna ait kavramların öğrenilmesinde soyutlamanın niteliğinin değerlendirilmesini amaçlamıştır. Yapılandırmacı Öğrenme ile Gerçekçi Matematik Eğitimi Kuramlarına Uygun Olarak Tasarlanan öğrenme ortamlarında uygulama gerçekleştirilmiştir. Araştırmanın örneklemi ilköğretim dördüncü sınıf öğrencileri arasından farklı matematik başarı düzeylerindeki ikişer kişilik öğrenci gruplarından oluşmaktadır. Veri toplama yöntemleri olarak görüşme, katılımcı gözlem ve doküman analizi kullanılmıştır. Veri analizinde ise betimsel analiz kullanılmıştır. Soyutlama sürecinin yorumlanması için ise RBC+C modeli kullanılmıştır. Sonuç olarak Gerçekçi Matematik Eğitimi'ne ve Yapılandırmacı Öğrenme' ye göre hazırlanmış olan etkinliklerin uygulandığı örnek olay çalışmasına katılan öğrencilerin büyük bir bölümünün kesirler kavramını oluşturduğu düşünülmektedir.

Türnüklü ve Özcan (2014)'ın çalışmaları amacı farklı geometrik düşünme düzeylerine sahip olan öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerinin incelenmesidir. Bu çalışma için geometrik düşünme düzeyleri düşük ve yüksek seviyede olan iki tane 7. sınıf öğrencisi seçilmiştir. Araştırmanın yöntemi örnek olaydır. Veri toplama aracı olarak açık uçlu problemler kullanılmıştır. Veriler analiz edilirken her bir örnek olay kendi içinde ve diğerleri ile benzerlik, farklılıkları ortaya konularak içerik analizi yapılmıştır. Düşük geometrik düşünme düzeyindeki öğrencinin bilgi oluşturmada tahmine dayalı bir yol izlediği söylenmiştir.

Kaplan ve Açıl (2015) çalışmalarında 4. sınıf öğrencilerini eşitsizlik konusunda soyutlama süreçlerini incelemişlerdir. Erzurum ilinde bir devlet okulunda öğrenim gören başarı düzeyleri birbirinden farklı olan 3 tane 4. sınıf öğrencisi araştırmanın örneklemini oluşturmaktadır. Öğrencilerin zihinlerindeki yapıları ortaya çıkaracak iki matematik problemi veri toplamak için kullanılmıştır. Araştırma betimleyici durum çalışmasıdır. Araştırmanın bulguları arasında yeni bir kavram oluşturulmasında ön bilgi niteliğinde olan kavramların içselleştirilmesi yer almaktadır. Tanıma eyleminin matematiksel bilgi oluşturma sürecinin temel yapı taşı olduğunu kanıtlar nitelikte sonuçlar elde edilmiştir.

Gür ve Demir (2016) araştırmalarında öğretmen adaylarının bilgi oluşturma süreçlerinin incelenmesi ve bu süreçte öğretmenin rolünün belirlenmesini amaçlamışlardır. Marmara Bölgesindeki bir devlet üniversitesinde öğrenim gören 17 öğrenci ve 1 öğretmen ile çalışma gerçekleştirilmiştir. Veriler RBC+C teorisi referans alınarak betimsel ve içerik analizi kullanılarak analiz edilmiştir. Araştırmanın sonunda öğrencilerin bu süreçte ön bilgilerinin önemli olduğu ve öğretmenin öğrencilerin ön bilgilerini hatırlatıcı yönde etkinlikleri geliştirmesi gerektiği söylenmiştir. Öğretmenin tartışma ortamı yaratması, ipuçları vermesi, öğrenciye yeterli zaman tanıması gibi rollerinin bilgi oluşturma sürecini olumlu etkilediği görülmüştür.

Memnun, Aydın ve Özbilen (2017) çalışmalarında limit bilgisinin soyutlama sürecini incelemişlerdir. Araştırma iki gönüllü öğrencinin katılımı ile gerçekleştirilmiştir. Öğrencilerin limit bilgileri üzerinde tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme eylemlerinin gözlemlenmesi amaçlanmıştır. Öğrencilerin ön bilgilerin kullanmaları gereken üç problem tasarlanmıştır ve veriler bu problemler üzerinden toplanmıştır. Veri toplama aracı olarak yarı yapılandırılmış görüşme ve gözlem teknikleri kullanılmıştır. Araştırmacılardan bir tanesi katılımcı gözlemci olarak sürece katılmıştır. Sonuç olarak öğrencilerin limit kavramı ile ilgili sıralama, fonksiyon ve sonsuzluk kavramlarına ait bilgileri oluşturdukları görülmüştür.

Ulaş ve Yenilmez (2017), sekizinci sınıf öğrencilerin özdeşlik kavramına yönelik kavram oluşturma süreçlerini incelemişlerdir. Araştırmada durum çalışması kullanılmıştır. Çalışma, üç farklı matematik başarı düzeyindeki üçer kişilik öğrenci grupları ile gerçekleştirilmiştir. Uygulama için üç farklı etkinlik hazırlanmıştır. Verileri analiz etmek için betimsel analiz kullanılmıştır. Ayrıca RBC+C modeli ise analitik araç olarak kullanılmıştır. Sonuç olarak (�+ �)$^{2}$ özdeşliğini matematik başarısı düşük ve orta olan katılımcıların oluşturamadığı gözlemlenmiştir. Başarı seviyeleri iyi ve orta olan katılımcılar bu özdeşliği kullanma eyleminde gerçekleştirdiği söylenmiştir. Matematik başarısı yüksek olan öğrencilerin süreci diğerlerine göre daha iyi bir şekilde içselleştirdiği görülmüştür.

Güler ve Arslan (2018) yaptıkları çalışmada analitik geometri dersini almış ve almakta olan ortaokul matematik öğretmeni adaylarının düzlemde dönme dönüşümü formüllerini oluşturma süreçlerini incelemeyi amaçlamışlardır. 57 ortaokul matematik öğretmeni ile çalışma yürütülmüştür. Verilen iki soru dönme dönüşümü kullanılmadan çözülebilecek, bir soru ise dönüşümün formülünü oluşturmaları gerekecek niteliktedir. Önce verilerin frekans değerleri belirlenmiş, daha sonra betimsel analizi yapılmıştır. Çalışmanın sonucunda üç soruyu doğru yapan 23 öğretmen adayı içinden 17'sinin formülleri oluşturdukları görülmüştür. Diğer öğretmen adaylarının doğrudan formülleri yazdıkları gözlemlenmiştir. Bu durumun öğretmenlerin söz konusu formülleri ezberlediklerinden kaynaklandığını belirtmişlerdir.

Yukarıda bahsedilen çalışmalar bu araştırmaya çeşitli yönlerden katkı sağlamaktadır.

### 2.2.2. Kesirler ve kesirlerle bölme işlemi ile ilgili yapılan çalışmalar

Kesirlerle bölme işlemiyle ilgili ön bilgi, kavram ve becerilerin önemli olduğu aşikârdır (denk kesir, birim kesir, toplama-çıkarma-çarpma işlemleri vb. gibi). Bu çalışmaların da kesirlerle bölme işlemi ile birlikte ele alınması öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerinde ortaya çıkan birçok durumu açıklamada kullanılabileceği düşünülmektedir. Zira öğrenciler sadece sadece bölmenin kendi algoritmasından değil, bu işleme ilişkin temel kavram ve becerilerde de sorunlar yaşadıkları için hatalar yapabilmektedir. Bu yüzden önce kesirlerle ilgili yapılan çalışmalara yer verildikten sonra kesirlerle bölme işlemine ilişkin yapılan çalışmalara yer verilecektir. Kesirlerle ilgili yapılan çalışmalara bakıldığında modelleme, kesirlerle işlemler, kesir hata ve kavram yanılgısı, teknoloji desteği, problem kurma becerileri gibi konular karşımıza çıkmaktadır. Bu çalışmalara aşağıda değinilmiştir.

Ahi ve arkadaşları (2010) yaptıkları çalışmada ilköğretim 4. ve 5. sınıf öğrencilerinin matematik dersi, kesirler konusunda modelleme becerilerini belirlemişlerdir. Araştırmanın örneklemi 4. sınıfından 28 erkek, 22 kız; 5. sınıfından 25 erkek, 25 kız toplamda 100 öğrenciden oluşmaktadır. Veriler hazırlanan yarı yapılandırılmış sorular ile toplanmıştır. Öğrencilerin sayı doğrusu, alan ve küme modelleme çeşitlerine göre bir kesri yazabilme becerileri; sayı doğrusu modeli üzerinde düşük oranda başarılı; alan ve küme modeli üzerinde ise yüksek oranda başarılı olduğu görülmüştür. Alan ve küme modelinde kesir sayılarını yazmada başarılı olmalarına rağmen öğrencilerden kesirleri alan modelinde çeşitli geometrik şekiller kullanarak yorumlamaları istendiğinde, kare, dikdörtgen, daire ve paralel kenar geometrik şekillerinde başarılı; üçgen ve dik yamuk geometrik şekillerinde başarısız oldukları görülmüştür.

Kesirlerle ilgili hata ve kavram yanılgısı ile ilgili yapılan çalışmalara bakıldığında ise Karaağaç ve Köse'nin (2015) matematik öğretmenleri ve öğretmen adaylarının, öğrencilerin kesirler konusundaki kavram yanılgılarına ilişkin mevcut bilgilerini araştırmak amaçlı çalışmasına rastlanılmıştır. Bu çalışma 2 öğretmen adayından, ortaokullarda görev yapmakta olan 4 öğretmenden ve bir ortaokulun 7.sınıfında okuyan 90 öğrenciden oluşmaktadır. Veri toplama aracı olarak kavram yanılgısı testleri ve öğretmen ve öğretmen adaylarına yarı yapılandırılmış mülakatlar uygulanmıştır. Veri analizi için betimsel analiz kullanılmıştır. Sonuç olarak, öğrencilerin büyük bir çoğunluğunun bir kesir ifadesindeki sayısal değerin referans alınan bütüne göre değişeceği konusunda kavram yanılgısına sahip oldukları bulunmuştur. Tüm öğretmenler ve öğretmen adayları bu durumu öngörebilmişlerdir ama bu öğretmenin öğrencilerinin kavram yanılgısına sahip oldukları bulunmuştur. Ayrıca bu kavram yanılgısına ait açıklama yapmakta güçlük çektikleri gözlemlenmiştir.

İnce (2008) yaptığı çalışmada beşinci sınıf öğrencilerinin kesirler ve rasyonel sayılar konusunda öğrencilerin öğrenme güçlüklerini ve onlarda oluşan kavram yanılgılarını tespit etmek ilk amaç olarak belirlenmiştir. Çalışmanın ikinci amacı; öğrenme güçlüklerini ve kavram yanılgılarını ortadan kaldırmak için etkili bir öğretim hazırlamak, üçüncü amacı; beşinci sınıf kesirler ve rasyonel sayılar konusu için geliştirilen öğretimin başarısını ölçmek amacıyla akademik başarı testi geliştirmektir. 72 beşinci sınıf öğrencisiyle çalışılmıştır. Araştırmacı tarafından geliştirilen "akademik başarı testi" ve "matematik tutum ölçeği" yardımıyla elde edilmiştir. Elde edilen bulgular öğrencilerin; rasyonel sayıları parça - bütün ilişkisi içinde görselleştirmede, sayı doğrusuna aktarımında ve rasyonel sayı içeren hesaplamalarda ciddi yanılgılara düştükleri görülmüştür. Kesirlerin sayı doğrusu üzerindeki gösteriminde kavram yanılgıları olduğu tespit edilmiştir. Kesrin tamamını ifade eden bütünün şekli değiştiğinde öğrencilerin bütünü eş parçalara ayırmada zorlandıkları görülmüştür.

Okur ve Çakmak Gürel (2016) çalışmalarında ortaokul 6. ve 7. sınıf öğrencilerinin kesirler konusundaki yaygın kavram yanılgılarının belirlenmesini amaçlamışlardır. 26 altıncı sınıf ve 34 yedinci sınıf olmak üzere toplam 60 öğrenci ile çalışma yürütülmüştür. Kesirler konusuna ilişkin literatürde var olan sekiz adet kavram yanılgısı belirlenmiş ve her bir kavram yanılgısına yönelik toplam 16 soruluk bilgi testi geliştirilmiştir. Çalışmanın sonucunda öğrencilerin en fazla parça-bütün ilişkisi; en az kesirlerde toplama işlemi konusunda kavram yanılgısına sahip oldukları tespit edilmiştir. Kavram yanılgısı rasyonel sayıların tam sayıları ve doğal sayıları kapsamadığı bu nedenle tam sayıların rasyonel sayı olmadığı şeklindedir.

Kesirler konusunu farklı öğretim yaklaşımlarında inceleyen bazı çalışmalar da olmuştur. Demirdöğen ve Kaçar (2010) çalışmalarında ilköğretim 6. sınıfta kesirler kavramının gerçekçi matematik eğitimi yaklaşımı ve geleneksel öğretim yaklaşımı ile işlenmesinin öğrenci başarısı üzerine etkileri incelenmiştir. 45 altıncı sınıf öğrencisine başarı testi uygulanmıştır. Çalışmanın sonucunda Gerçekçi Matematik Eğitimi yaklaşımına göre işlenen dersin geleneksel öğretim yaklaşımına göre anlamlı şekilde etkili olduğu görülmektedir.

Kesirlerle işlemler ile ilgili yapılan çalışmalara bakıldığında Işık ve Kar (2015) tarafından araştırılan ilköğretim matematik öğretmenlerinin yedinci sınıf öğrencilerinin kesirlerle toplama işlemine yönelik kurdukları hatalı problem cümlelerine yönelik görüşlerinin belirlenmesini amaçlayan çalışma karşımıza çıkmaktadır. Yedi farklı ilköğretim okulunun yedinci sınıflarında öğrenim gören 210 öğrenci ve 10 ilköğretim matematik öğretmeni ile çalışma yürütülmüştür. Veri toplama aracı olarak yedinci sınıf öğrencilerine kesirlerle toplama işlemine yönelik hazırlanan Problem Kurma Testi uygulanmıştır. Öğretmenler ile mülakat yapılmıştır. Çalışmanın sonucunda öğretmenlerin, öğrencilerin kurdukları problemlerdeki hataları belirleyebilmede güçlükler yaşadıkları, birden çok hatayı barındıran problem cümlelerinde başarının daha düşük olduğu ve yaptıkları açıklamalarda yeni hatalar sergiledikleri tespit edilmiştir. Yine yedinci sınıf öğrencileriyle 2014 yılında yaptıkları çalışmalarında ise öğrencilerin kesirlerle çıkarma işlemine yönelik kurdukları problemlerde karşılaşabilecekleri olası hataların belirlenmesini amaçlanmışlardır. 143 öğrenci ile gerçekleştirilen çalışmada veri toplama aracı olarak çıkarma işlemine yönelik dört maddeden oluşan Problem Kurma Testi uygulanmıştır. Araştırmanın sonucunda eksilen ve çıkan kesir sayılarının tam sayılı kesir olduğu işlemlerde öğrencilerin daha fazla hata yaptıkları da tespit edilmiştir.

Işık (2011) yaptığı çalışmada öğretmen adaylarının kesirlerde çarpma ve bölmeye yönelik kurdukları problemlerin kavramsal analizini yapmayı amaçlamıştır. Araştırmanın deseni betimsel araştırmadır. Çalışma 127 öğretmen adayıyla yürütülmüştür. Problem kurma testi ile veriler toplanmıştır. Çalışmanın sonucunda öğretmen adaylarının tam sayılı kesirlerde çarpma ve iki kesrin bölümüne yönelik olarak işlem ve kesir sayılarına anlam yüklemekte eksikliklerinin olduğu görülmüştür.

Ball (1990) öğretmen adaylarının bölme ile ilgili düşüncelerini öğrenmek için üç farklı durum kullanmıştır. Kesirlerle bölme bu durumlardan bir tanesidir. Her durum için öğretmen adaylarının temsiller oluşturmaları istenmiştir. $1\frac{3}{4} : \frac{1}{2}$ işlemi için uygun bir sözel problem söylemelerini ve bu işlemi çözmelerini istemiştir. Öğretmenlerin çoğu işlemi doğru yapmış fakat çok az bir kısmı problem cümlesi yazabilmiştir. Öğretmen adayları tarafından en çok yapılan hata ½'e bölmek ile 2'ye bölmenin karıştırılmasıdır. Bölmeyi bir paylaştırma işlem olarak düşündüklerinden ½'ye paylaştırma işlemi yapılamayacağını düşünmüşlerdir. Bu yüzden bu yanılgıya düştükleri belirtilmiştir.

Sharp ve Adams (2002), daha önce bölme işlemi görmemiş 5. Sınıf öğrencilerini incelemişlerdir. Gerçek hayat durumlarının etkili öğretim için önemli olduğunu savunmuşlardır. Öğrencilere kesirlerde bölme işlemi içeren gerçek hayat problemleri verilerek kişisel beceri oluşturma fırsatı verilmiştir. Araştırmanın sonunda ters çevir çarp algoritmasının hiçbir öğrenci tarafından bulunamadığı görülmüştür. Algoritmayla önceden karşılaşmış bir öğrenci kuralı kullanmak yerine kendi yöntemini bulmaya çalışmıştır.

Zembat (2004) tarafından yapılan çalışmada öğretmen adaylarının kesirlerle bölme ile ilgili anlamaları ve kavramsal gelişimleri incelenmiştir. Üç ilköğretim matematik öğretmen adayı çalışmaya katılmış ve iki ay süren öğretim deneyi uygulanmıştır. Öğretmen adayları a÷b şeklinde matematiksel bir ifade ile karşılaştıklarında bu ifadeyi "a'nın içinde kaç tane b var?" şeklinde açıklamışlar ve çözüme ulaşmak için ters çevirip çarpma algoritmasına yönelmişlerdir. Araştırmacı, öğretmen adaylarının kesirlerle bölme işlemi içeren matematiksel ifadeleri sözel probleme çevirirken zorlandıklarını görmüştür. Öğretim aşamasında öğretmen adaylarının işlem yapması yasaklanarak şekil çizmeye yönelmeleri sağlanmıştır. Bu şekilde bölme işlemini kavramsal olarak anlamaları sağlanmıştır.

İpek, Işık ve Albayrak (2005) çalışmalarında sınıf öğretmeni adaylarının kesir işlemleri konusundaki kavramsal performanslarını incelemişlerdir. Kesir işlemleri ile ilgili hazırlanan test veri toplama için kullanılmıştır. bir devlet üniversitesinde öğrenim gören 66 sınıf öğretmeni adayı araştırmanın örneklemini oluşturmuştur. Elde edilen verileri analiz etmek için betimsel analiz yöntemi kullanılmıştır. Araştırmanın sonunda öğretmen adaylarının kesirlerde çarpma ve bölme işlemindeki kavramsal performanslarının toplama ve çıkarma işlemlerine göre düşük olduğu görülmüştür. Kesir öğretiminde yaşanan sıkıntının kavramların kuralcı bir yöntemle öğretilmesinden kaynaklandığı düşünülmüştür. Ezbere dayanan öğretimin kavramsal bilgiye katkısının olmadığı kanısına varılmıştır. Çalışmanın önemli bulgularından biri de sınıf öğretmeni adaylarının kesirlerde bölme işlemiyle alakalı işlem performanslarının yüksek olmasına rağmen şekil ile yorumlama becerilerinin düşük olduğudur. Kesirlerde bölme ve çarpma işleminin şekille ilişkilendirmesinin zor olduğu söylenmiştir.

Durmuş (2005) tarafından yapılan çalışmada ilköğretim öğrencilerinin rasyonel sayılarda bölme işlemini nasıl algıladıkları araştırılmıştır. Öğrencilerin rasyonel sayılarda bölme işleminde hem kavramsal hem de işlemsel açıdan zorluk çektikleri görülmüştür. Öğrencilerin bölme işlemini genellikle ters çevirip çarpma algoritmasıyla yaptıkları gözlemlenmiştir. Algoritmanın yanında işlemsel anlamına yönelik düşüncelerinin az olduğu söylenmiştir. Öğrencilerin hemen hemen hepsinin bölme kavramı ile işlem arasında bir ilişki kuramadıkları anlaşılmıştır. Kesir kavramında eşit paylaşıma dikkat etmeyerek şekil çizdikleri ve genel olarak şekil çizmekte zorlandıkları görülmüştür. Öğrencilerin işlemleri ezbere yapmalarına bağlı olarak sözel problemlerde yanlış işlem seçtikleri gözlemlenmiştir. Araştırmanın sonunda öğrencilerin doğal sayılarda bölme ile kesirlerde bölme arasında ilişki kurabilecekleri, önce kavramsal bilgi oluştuktan sonra işlemsel bilginin oluşturulacağı ortamların hazırlanması gerektiği vurgulanmıştır.

Arslan Kılcan (2006) araştırmasında ilköğretim matematik öğretmenlerinin kesirlerde bölme işlemini nasıl yorumladıkları ve öğretimlerine bu durumu nasıl yansıttıklarını incelemiştir. Farklı okullarda görevli olan dört öğretmenin kesirlerde bölme işlemi ile ilgili dersleri gözlemlenmiştir. Sonrasında öğretmenlerle görüşme yapılmıştır. Araştırmaya katılan öğretmenlerin kesirlerde bölme işlemi bilgisinin işlemsel düzeyde olduğu görülmüştür. Üç öğretmen ters çevirip çarpma algoritmasına yönelmiştir fakat kuralın neden böyle olduğu ile ilgili bir açıklama yapamamışlardır. İki öğretmen bölme işleminin eşit paylaştırma anlamıyla sınırlı kalmıştır. Bir öğretmen ölçme anlamından bahsetmiştir fakat bu anlamı problem durumlarına uyarlayamamıştır. Dört öğretmenden sadece biri iki anlamdan da bahsetmiş ve farklı çözüm yolları geliştirebilmiştir. Kesirlerde bölme işlemi ile ilgili bilgileri işlemsel düzeyde olan öğretmenlerin derslerini işlerken kuralın öğretimi ve ezberlenmesi gerektiğini vurguladıkları görülmüştür. Kavramsal bilgi düzeyinde olan bir öğretmen ise öğrencilerin fikirlerine daha çok önem vermiştir ve öğrencilerin kendilerinin anlayacakları bir öğrenme ortamı hazırlamıştır.

Zembat (2007) sınıf öğretmeni adayları ile yaptığı çalışmada kesirlerde işlemleri yorumlarken kavramsal anlamlardan nelere odaklandıklarını incelemiştir. 153 sınıf öğretmeni adayıyla çalışma yürütülmüştür. Öğretmen ve öğretmen adaylarının en çok zorlandığı konulardan birisinin kesirler olduğu söylenmiştir. Öğrencilere yeterli alt yapı verilmeden öğretim yapılmasının onları ters çevirip çarpma algoritmasına yönelttiği vurgulanmıştır. Çarpma ve bölme işlemi arasında sadece işlemsel bağ kurulmasının kavramsal anlamını geri plana attığı düşünülmüştür. Öğretmen adaylarının kesirlerde bölme işlemi yerine çarpma işlemi için problem oluşturdukları, anlam yerine formüle odaklandıkları, soru oluştururken gerçek hayatta olmayan durumlardan bahsettikleri gözlemlenmiştir. İşlemlerin sonuçları öğrenmenin öğrencileri düşünmeye sevk etmediğini ve öğretmen adaylarına verile eğitimin bu yönde değişmesi gerektiği belirtilmiştir. Öğretmen adaylarının kesirlerde bölmeyi kavramsal olarak incelemeleri gerektiği önerilmiştir.

Işıksal ve Çakıroğlu (2008) çalışmalarında matematik öğretmen adaylarının ilköğretim öğrencilerinin kesirlerde bölme işlemine ilişkin sahip olabilecekleri kavram yanılgılarını ve karşılaştıkları sorunlar hakkında bilgilerini incelemişlerdir. Araştırma durum çalışmasına örnek olup, bir devlet üniversitesinde öğrenim gören 17 öğretmen adayı ile çalışılmıştır. Kavramları iyi anlayan öğretmenlerin işlemlerin kavramsal yapısını daha iyi anlayacaklarına dikkat çekilmiştir. Öğretmen adayları kesirlerde bölme işlemi ile ilgili öğrencilerin bölme sorularını diğer işlemlerle karıştırabilecekleri, ters çevirip çarpma kuralını yanlış uygulayabileceklerini söylemişlerdir.

Toluk Uçar (2009), öğretmen adayları ile yaptığı çalışmada öğrencilerin kesirlerle ilgili anlayışlarını geliştirmek için problem oluşturmaya dayalı bir eğitim tasarlamıştır. 50 tanesi deney, 45 tanesi kontrol grubu olmak üzere 95 öğretmen adayı ile çalışmayı yürütmüştür. Deney grubuna 2 derslik problem oluşturma ile ilgili eğitim verilmiştir. Deney grubunda 6 hafta süre ile öğretmen adaylarından problem üretmeleri istenmiş, bu etkinlikler sırasında öğretmen adaylarına kimi zaman bireysel, kimi zaman da grup tartışması yaptırılmıştır. Araştırmanın sonunda deney grubunda kesirlerde çarpma ve bölme ile ilgili önemli ilerlemeler görülmüştür.

Baki ve Bütün (2009) tarafından ilköğretim matematik öğretmenlerinin bölme kavramı ile ilgili alan eğitimleri incelenmiştir. Çalışma farklı okullarda görev yapan, meslekteki çalışma süreleri farklı olan 3 öğretmen ile yürütülmüştür. Öğretmenlere bölme kavramı ile ilgili 3 mülakat sorusu yöneltilmiş daha sonra yarı yapılandırılmış gözlem formuyla sınıf içi gözlem yapılmıştır. Gözlemlerin sonucunda öğretmenlerin bölmenin farklı anlamlarını vurgulamadıkları, kural ve işlem odaklı bir öğretim benimsedikleri görülmüştür. Öğretmenlerin bölme işleminin sadece paylaştırma anlamına yöneldikleri ve modellerken de bunu baz aldıkları belirtilmiştir. Bölenin ½ olduğu bir örnekte, işlemi 2'ye bölmek gibi algıladıkları görülmüştür. İşlemlerin altında yatan kavramsal yapıyı anlamadıkları ve işlemi çözerek modelin doğru olup olmadığına karar verdikleri belirtilmiştir. Bölmenin farklı anlamı üzerine yoğunlaşılması gerektiği önerilmiştir.

Işık (2011) ilköğretim matematik öğretmen adaylarının kesirlerde çarpma ve bölme işlemine yönelik kurdukları problemlerin kavramsal analizini yapmayı amaçlamıştır. 127 öğretmen adayıyla yaptığı çalışmada veri toplama aracı olarak problem kurma testi kullanmıştır. Araştırmanın deseni betimsel araştırmadır. Araştırmada kesirler ile ilgili eksikliklerin kuralları ezberletmek yerine kavramsal etkinliklere yönelerek aşılabileceği belirtilmiştir. Kurala dayalı öğretimin yapay bir başarı getireceği söylenmiştir. Öğretmen adaylarının kesirlerde bölme işleminin anlamını kavramakta zorlandıkları, iki kesrin oranına ait soru yazdıkları gözlemlenmiştir.

Gökkurt, Şahin ve Soylu (2012) matematik öğretmenlerinin matematiksel alan bilgileri ile pedagojik alan bilgileri arasındaki ilişkiyi incelemiştir. Öğretmenlerin kesirlerde bölme işlemini kavramsal olarak açıklamakta zorlandıkları görülmüştür. Ortak payda algoritmasını ve şekilleri kullanan öğretmen sayısının az olduğu görülmüştür.

Öğretmenlerin birbirleri ile bilgi alışverişinde bulunması gerektiğini ve hizmet içi eğitime ihtiyaç duyulduğunun altı çizilmiştir.

Işık ve Kar (2012), ilköğretim matematik öğretmen adaylarının kesirlerde bölme işlemine yönelik kurdukları problemlerin hata analizini yapmayı amaçlamışlardır. 64 öğretmen adayı ile çalışılmıştır ve öğretmen adaylarına problem kurma testi uygulanmıştır. Öğretmen adaylarının kurdukları problemlerde bölme işleminin kavramsal boyutunu göz ardı ettikleri görülmüştür. Farkında olmadan çarpma işlemine yönelik problem oluşturdukları gözlemlenmiştir. Çalışmada öğretmen adaylarının yedi farklı hata çeşidi yaptıkları ortaya konmuştur. Küçük kesir için büyük kesir arandığı problem oluşturma soruları için birim karmaşası yaşadıkları görülmüştür. Oran orantı yoluyla problem yazma diğer bir hata türü olarak karşılarına çıkmıştır. Bölen kesrin paydasına bölme, bölme yerine çarpma kullanma, bölen kesrin ters çevrilip çarpılması ile ilgili problem kurma da öğretmen adaylarının yaptıkları hatalar arasındadır.

Lo ve Luo (2012), öğretmen adaylarının kesirlerde bölme ile ilgili bilgilerini incelemişlerdir. Araştırmalarında kesirlerde bölme işleminin hem öğrenciler hem de öğretmenler tarafından anlaşılmasının zor olduğundan bahsetmişlerdir. Bölme işleminin anlamına hakim olabilmek için bazı ön bilgilere sahip olmak gerektiği söylenmiştir. Bunlar; kesir ve birim kesir kavramı, toplama ve çarpmanın doğal sayılardaki anlamı, bölmenin doğal sayılardaki anlamı, bölmenin kesirlerdeki anlamı, ters çevir çarp kuralının anlamı olarak sıralanmıştır. Öğretmen adaylarının verilen bir işleme uygun sözel problem oluşturamadıkları ve uygun şekiller çizemedikleri görülmüştür.

Aytekin (2016) tarafından yapılan çalışmada ilköğretim matematik öğretmen adaylarının kesirlerde bölme konusunun anlamlı olarak ya da kural şeklinde öğretme davranışları incelenmiştir. Araştırmanın konusu üç katmanlı öğretim deneyi içerisinde ele alınmıştır. Çalışmaya 6 öğretmen adayı katılmıştır ve kavram yanılgıları, kesirlerde bölmenin şekillerle gösterimi, iyi yapılan öğretimler konularında öğretim yapılmıştır. Öğretmen adayları "bir doğal sayıyı birim kesre, bir birim kesri doğal sayıya, bir doğal sayıyı kesre ve bir kesri bir doğal sayıya bölme" kazanımları ile ilgili öğretim planları hazırlamışlardır. Her öğretmen adayı en az 3 en fazla 5 kişilik 6. sınıf öğrencisinden oluşan öğrenci grubuna öğretim yapmıştır. Veriler incelendiğinde öğrencilerin yaptıklarını fark etme, anlamlı dönüt verme ve kavram yanılgılarını tespit etme durumlarının en çok zorlandıkları noktalar olduğu belirtilmiştir. Üç katmanlı öğretim deneyinin tekrarlı uygulanmasının öğretmen adaylarını anlamlı öğretmeye yönlendirdiği, kural şeklinde öğretimlerini azalttığı gözlemlenmiştir.

Seçir (2017) çalışmasında ilköğretim matematik öğretmen adaylarının kesirlerle çarpma ve bölme işlemlerine ilişkin özelleştirilmiş alan bilgilerinin (ÖAB) gelişiminin incelenmesini amaçlamıştır. Öğretmen adaylarına kesirlerle çarpma ve bölmeye ilişkin kavramsal anlama kazandıracak şekilde bir öğretim hazırlanmıştır. Öğretim boyunca öğretmen adaylarına kesirlerle çarpma ve bölmenin anlamları verilmiştir, bunlara ilişkin model çizme, problem kurma, verilen model veya problem için matematiksel ifade yazma, verilen durum için gerekçelendirme ve açıklama yapma fırsatı bulmuşlardır. Bu şekilde öğretmelerin kesirlerle çarpma ve bölme işlemlerine ilişkin kavramsal bilgilerinin geliştirilmesi amaçlanmıştır. ÖAB'nin 3 bileşeni olduğu öne sürülmüştür; temsiller, gerekçelendirme ve açıklama. Çalışmada bu 3 bileşen temel alınmıştır. Çalışma Ankara'da bulunan bir devlet üniversitesinde İlköğretim Matematik Öğretmenliği programının 3. sınıfında öğrenim gören 6 öğretmen adayı ile yürütülmüştür. Öğretmen adayları KÇB'ye (kesirlerle çarpma ve bölme) ilişkin kavramsal anlama kazandırmak üzere hazırlanan öğretimi gerçekleştirmek üzere öğretimden önce uygulanan KÇB'ye ilişkin hazırlanan testten (KÇB testi) aldıkları puanlar ve gönüllü olmaları dikkate alınarak belirlenmiştir. 6 hafta boyunca her hafta 1 saat olmak üzere öğretim gerçekleştirilmiştir. Çalışmada durum çalışması yöntemi kullanılmıştır. Sonuç olarak öğretmen adaylarının kesirlerle çarpma ve bölmeye ilişkin anlamalarındaki gelişim en çok pay ile pay, payda ile payda çarpma ve ters çevir çarp algoritmasına ilişkin yaptıkları açıklamalarda görülmüştür. Öğretmen adayları bu algoritmaların öğretimden önce neden işe yaradıklarını açıklayamıyorlarken öğretimden sonra model çizerek, gerçek yaşamdan örnekler verip problem kurarak ve/veya matematiksel olarak açıklamışlardır. Öğretmen adaylarının KÇB'ye ilişkin ÖAB'lerinin model çizme, problem kurma, matematiksel ifade yazma, gerekçelendirme ve açıklama yapma deneyimleri yoluyla geliştiği elde edilen bulgular arasındadır.

Duran (2017) yaptığı çalışmada ortaokul matematik öğretmeni adaylarının kesirlerde model kullanımına yönelik AB'lerini (alan bilgisi) incelemek, kesirlerle çarpma ve bölme işlemlerinde model kullanımına yönelik PAB'larını (pedagojik alan bilgisi) incelemek ve öğretmen adaylarının kesirlerle çarpma ve bölme işlemlerinde model kullanımına yönelik AB'lerini öğretimlerine nasıl yansıttıklarını incelemeyi amaçlamıştır. Çalışma bir devlet üniversitesinin Matematik Eğitimi Anabilim dalında okuyan ve Özel Öğretim Yöntemleri I ve II derslerini almış dört son sınıf öğretmen adayından oluşmaktadır. Araştırmada durum çalışması deseni kullanılmıştır. Öğretmen adaylarının kesirlerde model kullanımına yönelik AB'lerini ortaya çıkarmak amacı ile yarı-yapılandırılmış görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Öğretmenlerin PAB'larını incelemek için Kovarik'in (2008) PAB çerçevesindeki "öğrenci bilgisi" ve "matematiksel temsiller bilgisi" bileşenleri kullanılmıştır. Kesirlerle çarpma ve bölme işlemlerinde model kullanımına yönelik AB'lerini öğretimlerine nasıl yansıttıklarını ortaya çıkarmak için AB görüşme formu ve staj okullarında gerçekleştirilen ders gözlemleri birlikte kullanılmıştır. Çalışmanın sonunda öğretmen adaylarının kesirlerin ve kesirlerle çarpma ve bölme işlemlerinin temsilinde öncelikle alan modeli, en az uzunluk modeli kullandıkları görülmüştür. Kesirlerle bölme işleminde ise öğretmen adaylar sadece alan modeli kullanmışlardır. Kesirlerle çarpma ve bölme işlemlerinde model kullanımına yönelik AB'lerinin sınıf içi öğretimlerinde etkili olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Osmanoğlu ve Özgeldi (2018) çalışmalarında sınıf öğretmeni adaylarının kesirlerde çarpma ve bölme işlemine dair kavramsal anlamalarını incelemeyi amaçlamışlardır. Araştırmanın örneklemini üçüncü sınıfta eğitim gören 142 öğretmen adayı oluşturmaktadır. Adayların kesirlerde çarpma ve bölme işlemlerine verdikleri yanıtlardan yola çıkılarak kavramsal anlamaları incelenmiştir. Açık uçlu sorulardan oluşan bir yazılı-görüşme protokolü gönüllü adaylara uygulanmıştır. Analiz için içerik analizi kullanılmıştır. Sonuç olarak sınıf öğretmeni adaylarının referans birimleri belirlemede zorlandıklarını ve kavramsal anlama eksiği nedeniyle hatalar yaptıklarını, büyük çoğunluğunun işlemleri doğru modelleyemediklerini ve adayların genellikle dörtgensel alan modelini tercih ettiklerini gözlemlemişlerdir.

# III. BÖLÜM

## 3. Yöntem

Bu bölümde araştırmanın modeli, araştırmanın katılımcıları, uygulama, veri toplama araçları, verilerin nasıl toplandığı ve verilerin analizinde kullanılan istatistiksel yöntem ve teknikler açıklanacaktır.

### 3.1. Araştırmanın Modeli

Bu araştırmada, ortaokul altıncı sınıf öğrencilerinin kesirlerle bölme algoritması oluşturma süreçlerinin nasıl gerçekleştiği açıklanmaya çalışılmıştır. Araştırmanın yöntemi "Örnek Olay" olarak belirlenmiştir. Örnek olay; bir olguyu kendi sınırları içerisinde incelemeye çalışan, bağlantıların kesin çizgilerle belirgin olmadığı, birden fazla veri kaynağının olduğu durumlarda kullanılan bir araştırma yöntemidir (Yin, 1984, s.23). Bu tür araştırmaların amacı, elde ettikleri sonuçları istatistiksel olarak genellemek yerine analitik genellemeler yaparak kuramsal önermelerde bulunmaktır (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Dört tür durum çalışması deseni vardır. Bunlar;

**1.Bütüncül tek durum deseni:** Bir birey, bir okul, bir program,… gibi tek bir analiz birimi vardır. Bütüncül tek durum deseninin kullanılması için;

a.) İyi formüle edilmiş bir kuramın teyit edilmesi ve çürütülmesi amacının olması

b.) Standartlara uymayan kendine özgü durum çalışmalarının olması

c.) Literatürde daha önce çalışılmamış ve araştırmacılar tarafından bilinmeyen durumların olması gerekmektedir.

**2. İç içe geçmiş tek durum deseni:** Tek bir durumda birden fazla alt tabaka olduğunda, analiz birimi de yine birden fazla olacaktır.

**3. Bütüncül çoklu durum deseni:** Birden fazla algılanabilecek durum vardır. Her bir durum kendi içinde ele alınarak birbirleriyle karşılaştırılır. Bu desende önemli olan her boyutta karşılaştırılacak olan verinin toplanmasıdır.

**4. İç içe geçmiş çoklu durum deseni:** Bütüncül çoklu durum deseninde olduğu gibi birden fazla durum söz konusudur. Her bir durum kendi içinde alt birimlere ayrılır ( Yıldırım ve Şimşek, 2013).

Bu araştırmada ortaokul altıncı sınıf öğrencilerinin kesirlerle bölme algoritması oluşturma süreçlerinin RBC+C modeline göre nasıl gerçekleştiği açıklanmaya çalışılmıştır. Bu nedenlerle araştırmanın yöntemi örnek olay çalışması (durum çalışması) olup, bu çalışma nitel bir araştırmadır. Ayrıca öğrencilerin bölme algoritma oluşturma süreçleri kendi içlerinde değerlendirilerek karşılaştırıldığı için bütüncül çoklu durum desenine örnek oluşturmaktadır.

Nitel araştırma gözlem, görüşme ve doküman analizi gibi nitel veri toplama tekniklerinin kullanıldığı, algıları ve olayları doğal ortamda gerçekçi ve bütünsel biçimde ortaya koymaya yönelik bir sürecin izlendiği, sosyal çevrenin ayrıntılı bir betimlemesinin yapıldığı araştırmalar olarak tanımlanabilir (Yıldırım ve Şimşek, 2013; Kuş, 2003, Işıkoğlu, 2005). Örnek olay (durum) çalışmasında temel dayanak noktası, bir olayın ona uygun olarak seçilmiş bir yöntemle ayrıntılı bir şekilde analiz edilmesidir. Belirgin amaçlar ve araştırma soruları mevcut olsa da bir olayı tüm yönleriyle anlamak amaçlanır (Gürler, 2007).

Bu araştırma öğrencilerin kesirlerle bölme işlemi bilgisini oluşturmada, süreç içinde meydana gelen düşünsel yapıları ortaya çıkaracağı amaçlandığından ve aynı zamanda bu düşünsel süreçleri derinlemesine inceleme olanağı sunacağından nitel araştırmaya uygun olduğu düşünülmektedir. Öğrencilerin sahip oldukları düşünsel süreçler hakkında genellemeye varmak hedeflenmemektedir. Aksine örnek olay çalışmasına uygun olarak kesirlerle bölme işleminde öğrencilerin algoritma oluşturmaya kadar olan süreçteki olayların bütün yönleriyle ele alınması düşünülmektedir.

Veri toplama tekniklerinden olan görüşme ve gözlem bu çalışmada kullanılmıştır. Örnek olay çalışmalarında en sık kullanılan veri toplama yöntemlerinden bir tanesi görüşmedir. Görüşme tekniği ile araştırılan kaynaktan durumu anlamayı ve açıklamayı sağlayacak bilgilere ulaşılabilir. Görüşme birkaç farklı şekilde gerçekleştirilebilir. Görüşme tekniklerinden bir tanesi odaklanmış görüşmedir (Yeşildere, 2006). Odaklanmış görüşme yaklaşık bir saat gibi kısa bir sürede gerçekleşir. Görüşmede örnek olay çerçevesinde hazırlanmış açık uçlu sorular kullanılır ve görüşme karşılıklı konuşma şeklinde gerçekleştirilir (Yin, 1994). Araştırma odaklanılmış görüşmeye uygundur ve etkinlik sırasında öğrencilerin eylemlerini anlamlandırmak amacıyla yapılandırılmamış sorulara başvurulmuştur.

## 3.2. Katılımcılar

Deneklerin seçiminde 2 farklı örnekleme yöntemine gidilmiştir. Araştırmaya katılacak öğrencilerin seçileceği okulun belirlenmesinde, amaçlı örnekleme yöntemlerinden biri olan tipik durum örneklemesi yöntemi kullanılmıştır. Düzce ili Merkez ilçesinde bulunan iki devlet okulundan öğrenci seçilmiştir. Bunun ardından araştırmaya katılacak öğrencileri belirlemek için yine amaçlı örnekleme yöntemlerinden biri olan ölçüt örnekleme yöntemi kullanılmıştır. Bu araştırmada öğrenci seçimi: (1) istenilen kavramları daha önceden herhangi bir şekilde oluşturmamış olması, (2) istenen kavramları oluşturabilmek için gerekli ön bilgiye sahip olmak ölçütlerine göre yapılmıştır. Araştırmaya katılacak altıncı sınıf öğrencilerinin bilgi oluşturma sürecinde kullanılacak etkinlikleri yapmaları için gerekli ön bilgilere sahip olup olmadıklarını belirlemek için "Kesir Başarı Testi" kullanılmıştır. Bu test 5. ve 6. sınıf Devlet Parasız Yatılılık ve Bursluluk Sınavı sorularından oluşturulmuştur. Test 20 adet çoktan seçmeli sorudan oluşmaktadır.

Matematik öğretim programı incelendiğinde kesirlerle bölme işleminin 6. sınıfın 2. ünitesi olduğu için ve uygulamalar bu süreden önce tamamlanmıştır. Araştırmaya katılacak öğrencilerin belirlenmesi aşamasında öncelikle ilköğretim 5-8. sınıf Matematik Dersi Programı incelenmiş ve araştırma kapsamında incelenecek olan kesirlerle bölme işlemi konusunun altıncı sınıf matematik öğretim programında yer aldığı belirlenmiştir. Ayrıca beşinci ve altıncı sınıf matematik programında yer alan konuların araştırma kapsamında incelenecek olan kavramlar için yeterli ön bilgileri içerdiği tespit edilmiştir. Bundan dolayı, araştırmaya katılacak olan öğrencilerin oluşturulmak istenen kavramları henüz öğrenmediği ve ön bilgilerinin yeterli düzeyde olan altıncı sınıf öğrencileri olmasına karar verilmiştir.

Bu aşamadan sonra altıncı sınıf öğrencileri arasında eleme yapmak amacıyla öğrencilerin beşinci sınıf matematik ders notları ve matematik öğretmenlerinin değerlendirmeleri dikkate alınarak öğrencilerin başarı düzeyleri tespit edilmiştir. Bu verilere göre beşinci sınıf matematik dersi not ortalaması 85-100 arasında olan öğrenciler yüksek başarılı, beşinci sınıf matematik dersi not ortalaması 65-80 arası olan öğrenciler orta başarılı, beşinci sınıf matematik dersi not ortalaması 30-60 arası öğrenciler ise düşük başarılı olarak gruplanmıştır.

Araştırmaya katılan öğrencilerin duyuşsal özelliklerini belirlemek için öğrencilere Matematik Dersine Yönelik Tutum Ölçeği uygulanmıştır. Ölçek 2002 yılında Nergiz Nazlıçiçek ve Emine Erktin tarafından geliştirilmiştir. Ölçeği kullanmadan önce Emine ERKTİN ’den gerekli izinler alınmıştır. Bu izinlere ilişkin yazışmalar Ek-2’de verilmiştir.

108 altıncı sınıf öğrencisine “Kesir Başarı Testi” ve “Matematik Dersine Yönelik Tutum Ölçeği” uygulanmıştır. Bu öğrenciler arasından yukarıda bahsedilen ölçütlerine uyan öğrenciler başarı düzeyleri de dikkate alınarak yüksek-yüksek, yüksek-orta, orta-orta başarılı olmak üzere ikişerli öğrenci grupları oluşturulmuştur. Her bir gruptan iki uygulama yapılması düşünülerek toplamda altı çift öğrenci seçilmiştir. Araştırmaya katılacak öğrencilerin belirlenmesinin ardından, okul yönetimi ile birlikte öğrencilerin velileri ile de görüşülecek ve çocuklarının araştırmaya katılmaları konusunda gerekli izinleri alınmıştır.

Araştırmaya katılacak olan öğrencilerin gerçek isimleri yerine belirlenen isimler kullanılmıştır ve bunlar Tablo 3.1’de gösterilmiştir.

**Tablo 3.1.** Araştırmaya katılmış öğrenci gruplarına ilişkin bilgiler

| Başarı Düzeyi | Adı | Ders Notu | Tutum Puanı |
|---|---|---|---|
| Yüksek-Yüksek | Yiğit<br>Özer | 99<br>97 | 96<br>84 |
| Yüksek-Yüksek | Tahir<br>Beyza | 92<br>95 | 94<br>90 |
| Yüksek-Orta | Berkay<br>Ali | 85<br>83 | 97<br>83 |
| Yüksek-Orta | Kerem<br>Emir | 89<br>78 | 92<br>100 |
| Orta-Orta | Kaan<br>Zeynep | 80<br>78 | 87<br>89 |
| Orta-Orta | Mine<br>Fatih | 81<br>82 | 86<br>85 |

## 3.3. Veri Toplama

Bu çalışmada veri toplama tekniklerinden görüşme ve gözlem kullanılmıştır. Örnek olay çalışmalarında en sık kullanılan veri toplama yöntemlerinden bir tanesi görüşmedir.

Örnek olay çalışmasında araştırmaya katılan öğrencilerin düşünsel süreçlerini ortaya koyacak iki etkinlik kullanılmıştır. Aynı zamanda etkinlikler gerçekleştirilirken görüşmeler yapılıp bu görüşmeler sırasında öğrenci düşüncelerini yansıtacak şekilde yapılandırılmamış sorular kullanılmıştır.

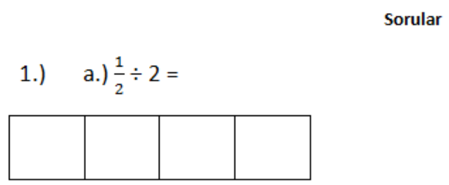
Araştırmada katılımcı gözlem yoluyla da veri toplanmıştır. Öğrencilerin etkinlikler sırasında gözlemlenmeleri, matematiksel düşünmelerini ve bilgi oluşturmalarını anlamlandırmada katkı sağlayacağı düşünülmektedir. Ayrıca katılımcı gözlem yoluyla öğrencilerin etkinlikler sırasında ortaya koydukları kayıt edilemeyen davranışları ve birbiriyle olan etkileşimleri gözlenmiş olacaktır. Katılımcı gözlem, araştırmacının sadece pasif olarak gözlem yaptığı gözlem türü değil, örnek olay çalışması içinde birbirinden farklı rollerin de oynandığı bir gözlem türüdür (Yin, 1994).

### 3.3.1. Veri toplama araçları

Araştırmada öğrencilerin gerekli ön bilgilerini ölçmek amacıyla 20 tane çoktan seçmeli sorudan oluşan, 5. ve 6. sınıf Devlet Parasız Yatılılık ve Bursluluk Sınavı'nda çıkmış olan sorulardan oluşan "Kesir Başarı Testi" uygulanmıştır. Test hazırlanırken 5. ve 6. Sınıf kesirler ünitesindeki kazanımlar belirlenmiştir. Kesirlerle bölme işlemi kazanımına kadar olan tüm kazanımlardan sorular seçilerek testin kapsam geçerliliği sağlanmaya çalışılmıştır.

Araştırmada kullanılan diğer veri toplama aracı ise "Matematik Dersine Yönelik Tutum Ölçeği" dir. Bu ölçek, genel olarak matematiğe karşı tutumu ölçmenin yanında, algılanan matematik başarı düzeyini, matematiğin algılanan yararlarını ve matematik dersine ilgiyi ölçen 3 bölüme sahiptir. 8'i olumsuz, 20 maddeden oluşmaktadır. 5'li likert tipindedir. Ölçeğin güvenirlik katsayısı hazırlayan araştırmacılar tarafından 0,8413 olarak hesaplanmıştır (Nazlıçiçek, 2002,s.3). Bu çalışma için güvenirlik 0,8378'dir.

Araştırmada uygulanmak amacıyla "Kesirlerle Bölme Algoritması Etkinlik Kâğıdı" tasarlanmıştır. Kesirlerle bölme algoritması oluşturma sürecine uzanan toplamda 7 soruluk bir soru dizisi hazırlanmıştır. Yapılan pilot çalışmalarda öncelikle sorular işlem formatında verilmiştir.




**Şekil 3.1.** Pilot çalışmada kullanılan soru örneği.

Daha sonra verilen modelin öğrencileri kısıtlayacağını düşünerek sadece işlem üzerinden sorular denenmiştir. Tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme gibi bilişsel eylemlerin kanıtlarının problem çözümünde ortaya çıktığı dikkate alınarak işlemler problem çözme odaklı olarak hazırlanmıştır ve asıl uygulamada da problem temelli sorular kullanılmıştır.

**Sorular**

1.) a.) Bir pastanın yarısını iki arkadaş paylaşmak isterse, her birine pastanın ne kadarı düşer?

b.) Bir ekmeğin 1/5 'ini iki arkadaş paylaşmak isterse, her birine ekmeğin ne kadarı düşer?

c.) Dikdörtgen şeklindeki bir kağıdın 1/3 'ini 4 arkadaşıma eşit olarak paylaştırdım. Bir arkadaşıma kağıdın kaçta kaçını vermiş olurum?

**Şekil 3.2.** Etkinliğin 1. sorusu.

Birinci sorudaki problemler bölme işleminin "paylaştırma" anlamıyla ilgilidir. Bu sorularda öğrencilerden bir birim kesrin doğal sayıya bölünmesi beklenmektedir. Bu soruları çözebilmek için öğrencilerin sahip olması gereken ön bilgiler ve soruları çözerken kullanılacak olan eylemler dizisi aşağıda verilmiştir:

**Tablo 3.2.** Etkinliğin birinci sorusunun gerekli ön bilgileri ve eylemler dizisi

| Gerekli ön bilgiler | Eylemler dizisi |
|---|---|
| Ön Bilgi 1: Verilen kesrin işlemsel anlamını belirleyebilme, | Eylem 1: Verilen problemin matematiksel cümlesini yazma |

| | |
|---|---|
| Ön Bilgi 2: Verilen birim kesri modelleye-bilme, | Eylem 2: Kesir bilgisini kullanma |
| Ön Bilgi 3: Birim kesri tanıma. | Eylem 3: Bölmenin anlamını belirleme |
| | Eylem 4: Bölmenin anlamına uygun gösterimi yapma. |

2.) a.) Bir bütün pastanın $\frac{3}{4}$'ü üç kardeşe eşit miktar düşecek şekilde paylaştırılacaktır. Her birine pastanın ne kadarlık kısmı düşer?

b.) Bir duvarın 2/3'si 4 eşit parçaya ayrılarak farklı renklere boyanacaktır. Her bir renge duvarın kaçta kaçı düşer?

c.)Bir pizzanın 5/6'ini 2 kardeş paylaşacaktır. Her bir kardeşe ne kadar pizza dilimi düşer?

**Şekil 3.3.** Etkinliğin ikinci sorusu.

İkinci soruda ise birinci soruda verilen bölme işleminin "paylaştırma" anlamı vardır fakat birim kesir yerine basit kesir kullanılmıştır.

**Tablo 3.3.** Etkinliğin ikinci sorusunun gerekli ön bilgileri ve eylemler dizisi

| Gerekli ön bilgiler | Eylemler dizisi |
|---|---|
| Ön Bilgi 1: Verilen basit kesri modelleye-bilme, | Eylem 1: Verilen problemin matematiksel cümlesini yazma |

| | |
|---|---|
| Ön Bilgi 2: Basit kesri tanıma. | Eylem 2: Verilen kesri tarayarak( ya da materyal üzerinde) belirleme, |
| | Eylem 3: Eylem 1'de taranan kesri eşit paylaştırma, |
| | Eylem 4: Oluşan şeklin bütününün kaçta kaçı olduğunu bulma. |

3.)

a.) 2 litre süt her biri $\frac{1}{4}$ litre süt alan bardaklara boşaltılmak isteniyor. Bu iş için kaç bardak gerekir?

b.) Öğrencilerin her biri pizzanın $\frac{1}{3}$'lik dilimini yemek şartıyla 3 tane pizza sipariş ediyor. Sipariş edilen pizzalar kaç öğrenciye yeter?

c.) 5 litre su her biri ½ litre su alan şişelere doldurulacaktır. Bu iş için kaç şişe gereklidir?

**Şekil 3.4.** Etkinliğin üçüncü sorusu

Üçüncü soruda ise bölme işleminin diğer anlamı olan "ölçme" anlamını içeren problemler kullanılmıştır. Öğrencilerden doğal sayıları birim kesirlere bölmeleri beklenmektedir.

**Tablo 3.4.** Etkinliğin üçüncü sorusunun gerekli ön bilgileri ve eylemler dizisi

| Gerekli ön bilgiler | Eylemler dizisi |
|---|---|
| Ön bilgi 1: Kesirlere ait kavramları tanıma, (pay-payda..) | Eylem 1: Verilen problemin matematiksel cümlesini yazma, |

| | |
|---|---|
| Ön bilgi 2: Kesri modelleyebilme, | Eylem 2: Matematik cümlesinde yer alan kesirleri modelleme, |
| | Eylem 3: Bölünen durumundaki kesirde bölüm durumundaki kesirden kaç tane olduğunu belirleme (bölmenin ölçme anlamını kullanarak) |
| | Eylem 4: İşlemin sonucunu bulma |

4.)

c.) 2 tane pasta $\frac{2}{3}$’lik parçalara ayrılacaktır. Elimde bu parçalardan kaç tane olur?

b.) 3 tane pizzada $\frac{3}{5}$’lük dilimlerden kaç tane vardır?

d.) Bir bütünün içinde kaç tane $\frac{3}{4}$’lük kısım vardır?

**Şekil 3.5.** Etkinliğin dördüncü sorusu

Dördüncü soruda ise üçüncü sorudan farklı olarak birim kesir yerine basit kesirler kullanılmıştır. Bölme işleminin “ölçme” anlamını içeren problemlerden oluşmaktadır. Farklı olarak c şıkkında bir bütünün içinde ¾ ’lük dilimlerden 1 tane vardır ve geriye ¼’lik bir kısım kalmaktadır. Burada “¼’lik olan kısım ¾’lük olan kısmın kaçta kaçıdır?” sorusunun düşünülmesi gerekmektedir. Sonuç a ve b şıklarındaki gibi tamsayı çıkamamaktadır.

**Tablo 3.5.** Etkinliğin dördüncü sorusunun gerekli ön bilgileri ve eylemler dizisi

| Gerekli ön bilgiler | Eylemler dizisi |
|---|---|
| Ön Bilgi 1: Kesirlere ait kavramları tanıma, | Eylem 1: Verilen problemin matematiksel |

| | |
|---|---|
| (pay-payda..) | cümlesini yazma |
| Ön Bilgi 2: Kesri modelleyebilme, | Eylem 2: Matematik cümlesinde yer alan kesri modelleme |
| | Eylem 3: Bölünen durumundaki kesirde bölüm durumundaki kesirden kaç tane olduğunu belirleme (bölmenin ölçme anlamını kullanarak) |
| | Eylem 4: Bölüm durumundaki kesirden bölünenin içinde tam sayı kadar olmadığında kalan parçanın bütündeki değerinin bulunması. |

5.) a.) ½'in içinde kaç tane ¼ vardır?

b.) $\frac{5}{3}$'in içinde kaç tane $\frac{1}{2}$ vardır?

**Şekil 3.6.** Etkinliğin beşinci sorusu

Beşinci soruda ise ölçme anlamı kullanılmıştır fakat bu sefer sorular hem birim kesir hem de bileşik kesir içermektedir. Öğrencilerin yavaş yavaş modellemede zorlanmaları beklenerek diğer soruya hazırlık yapılmaktadır.

**Tablo 3.6.** Etkinliğin beşinci sorusunun gerekli ön bilgileri ve eylemler dizisi

| Gerekli ön bilgiler | Eylemler dizisi |
|---|---|
| Ön Bilgi 1: Kesirlere ait kavramları tanıma, | Eylem 1: Verilen problemin matematiksel |

| | |
|---|---|
| (pay-payda..) | cümlesini yazma |
| Ön bilgi 2: Kesri modelleyebilme, | Eylem 2: Verilen kesri tarayarak (ya da materyal üzerinde) belirleme, |
| Ön bilgi 3: Bileşik kesri tanıma | Eylem 3: Eylem 1'de taranan kesri eşit paylaştırma, |
| | Eylem 4: Oluşan şeklin bütünün kaçta kaçı olduğunu bulma. |

6.) Aşağıdaki soruları şekil ya da materyal kullanmadan nasıl çözeriz?

a.) $\frac{5}{9} \div \frac{25}{32} =$

| Adımlar | Neden? |
|---|---|
| | |
| | |
| | |
| | |

**Şekil 3.7.** Etkinliğin altıncı sorusu

Altıncı soruda kesirlerin pay ve paydaları büyük sayılarla değiştirilerek, öğrencilerin modellemekte zorlanmaları beklenmektedir. Bu şekilde farklı bir yapıya ihtiyaç duyma isteği artırılarak algoritma bulmaya yönlendirilmek istenmektedir.

7.) Şimdi yaptığın bölme işlemlerini (1'den 5. Soruya kadar) aşağıdaki tabloya sonuçları ile birlikte yazalım. Kesirlerde bölme işlemi yaparken çizim yaparak mı işlem sonucunu bulabiliriz? Başka bir yol var mıdır? Tabloyu dikkatli bir şekilde inceleyerek kesirlerle bölme işlemi yaparken kullanabileceğimiz bir yöntem bulabilir misiniz?

| Birinci kesir | | İkinci kesir | Sonuç |
|---|---|---|---|
| | ÷ | | |
| | ÷ | | |
| | ÷ | | |
| | ÷ | | |

**Şekil 3.8.** Etkinliğin yedinci sorusu

Son soruda ise öğrencilerin şimdiye kadar çözdükleri işlemleri tabloya yazmaları istenmektedir. Bu sorunun sorulmasındaki amaç işlemlerin bir arada görünerek pay ve paydalar arasındaki bağlantıların daha rahat görünmesini sağlamaktır. Yedinci soru etkinlik kâğıdının son sorusudur. Böylelikle hem bölme işleminin iki anlamını da içeren ve algoritmaya uzanan bir süreç hazırlandığı düşünülmektedir.

**Tablo 3.7.** Etkinliğin yedinci sorusunun gerekli ön bilgileri ve eylemler dizisi

| Gerekli ön bilgiler | Eylemler dizisi |
|---|---|
| Ön Bilgi 1: Kesir bilgisi | Eylem 1: Bilgilerin tabloya yazılması. |
| Ön Bilgi 2: Doğal sayılar da kesirdir ve paydasında 1 rakamı bulunur. | Eylem 2: Sonuçların karşılaştırılması ortak ve farklı yönlerin belirlenmesi |
| | Eylem 3: Eylem 1 göz önünde bulundurularak bölme algoritması bilgisinin oluşturulması. |

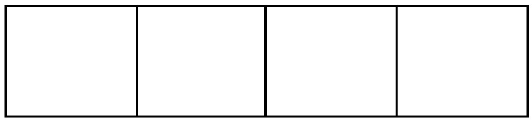
3.3.1.1 Örnek Olay Çalışmasında Kullanılacak Öğretim Etkinliği ve Pilot Uygulama

Örnek olay çalışmasında kullanılacak etkinlikte öğrencilerin kesirlerle bölme algoritması bilgisi oluşturmaları amaçlanmıştır. Bu etkinlik tasarlanırken gelişimsel araştırma yaklaşımı esas alınmıştır. Bu araştırma, teorik bilgi dikkate alınarak hazırlanmış bir öğretim tasarımının elde edilen sonuçlara ve uygulama esnasındaki izlenimlere göre yeniden düzenleme fırsatı vermektedir (Gravemeijer, 1994).

Gelişimsel araştırma yaklaşımı doğrultusunda araştırma için kullanılacak olan etkinliğin pilot çalışması yapılmıştır. Pilot çalışmanın gerçekleştirilmesinin amacı, etkinlikte kullanılan soruların öğrencilerin bölme algoritma bilgisini oluşturma süreçlerinde etkili olup olmadığını belirlemek ve bu süreçte oluşan matematiksel yapıyı incelemektir. Pilot çalışma ayrıca oluşturulan etkinliği yeniden düzenleme fırsatı vermektedir.

2015-2016 eğitim öğretim yılının ikinci döneminde araştırma için gerekli ölçütleri sağlayan beşinci sınıf öğrencileri ile görüşmeler yapılmıştır. Düzce ili merkez ilçesinde bir devlet okulunda öğrenim gören bir çift öğrenci ile yapılmıştır. Bu çalışmada etkinlik kâğıdındaki sorular aşağıdaki formatta verilmiştir:

1.) a.) $\frac{1}{2} \div 2 =$



"47A: Tamam ben size hazır bir şekil verdim. 4 parçaya bölünmüş bir bütün. Şimdi bunun üzerinden modelleyelim mi? Şimdi bu bütünün yarısı ½ si neresi? Karalayabilirsiniz.
(İkbal gösterir)
48A: Grup arkadaşın karalasın. Bu ½'lik kısım. Bunu 2 parçaya mı böleceğiz?
49B: 2'ye bölersek.
50A: Neresi 2'ye bölünmüş hali?
51B: O zaman burası olur.
52A: Evet.
53İ: Yani çeyreği."

Yukarıdaki diyalogda görüldüğü gibi öğrenciler belli bir kesir bilgisine sahiplerse, hazır model verildiğinde işlemi modellemeleri daha kolay olmaktadır.

106A: Peki şöyle yapalım: Şu a şıkkına bakın. ¾ ÷ 3 peki ben bunun için size hangi şekli vermeliyim? Kaça bölünmüş bir şekil vermeliyim? Sizin teorinize göre? ( gülüşmeler)
107B: 16'ya bölünmüş bir şekil de verebilirsiniz.
108İ: ıııııı…..
109B: Değil mi?
110A: Bilmiyorum.
111B: Bence 16 ya bölünmüş bir şekil.
112A: Kaç vermişim?
113B: 1,2,3,4,5…12.
114A: Neden acaba? ( gülüşmeler)
115B: Hocam 2 dakika müsaade, düşüneyim.
116A: Peki.
117A: Sesli düşünseniz de ben de öğrensem.
118B: İlk işlemden bakarsak hocam bunu.. Aaaaaa!
119A: Noldu?
120B: Bir şey olmadı. Hocam şöyle yapabiliriz 2 ile 2 yi çarpınca 4 ediyor.
121A: Hıı..

“122B: 4 ile 3’ü çarpınca 12 ediyor. Bitti.

Öğrenciler verilen şekillerin kaç parçaya bölünmesiyle ilgili diyalogdaki gibi kendilerince bir kural *oluşturmuşlardır.* Ve oluşturdukları kuralı bundan sonraki sorular için kullanarak sürekli test etmişlerdir. Öğrencilere işlemlerin sonuçlarını bulabildikleri hazır parçalara ayrılmış şekiller verdiklerinde paylaştırma anlamında sonuca kolaylıkla ulaşabildikleri görülürken, ölçme anlamı içeren sorulara geçildiğinde zorlandıkları görülmüştür. Ayrıca şekillerin hazır olarak verilmesi öğrencinin zihinsel süreçlerini sınırlandırmıştır. Bu yüzden 2016-2017 yılında yapılan diğer pilot çalışmada sadece bölme işlemleri verilerek sonuçlar değerlendirilmiştir.

1.) a.) $\frac{1}{2} \div 2 =$

b.) $\frac{1}{3} \div 4 =$

Uygulamada öğrencilerin hazır şekiller yerine kesir takımı kullanmalarına izin verilmiştir. Öğrencilerin bazen şekiller çizmek istedikleri bazen de verilen materyaller üzerinden sonuca ulaşmaya çalıştıkları görülmüştür. Bir önceki pilot çalışmada olduğu gibi bölmenin ölçme anlamı öğrencileri daha çok zorlamıştır. Sonuca ulaşma ve kural buldurma açısından bu etkinlik kâğıdı değerlendirildiğinde öğrencilerin “ters çevir çarp” kuralını kendilerince oluşturdukları gözlemlenmiştir. Fakat her iki etkinlik kâğıdında da eksik olan nokta kesirlerle bölme işleminin “ölçme” anlamıdır. Öğrenciler kural oluşturmaya çalışırken sorularda bu anlamların geri planda kaldığı fark edilerek etkinlik kağıdı düzenlenmiştir. Uzman görüşüne de başvurularak verilen işlemlere uygun, basit problem cümleleri yazılmıştır.

1.) a.) $\frac{1}{2} \div 2 =$

**Sorular**

1.) a.) Bir pastanın yarısını iki arkadaş paylaşmak isterse, her birine pastanın ne kadarı düşer?

Örneğin pilot çalışmada verilen 1. sorunun yerine aynı anlamı içeren bir problem durumu yazılmıştır. Uygulama yapılarak problem içeren etkinlik kâğıdının araştırmanın amacına daha uygun olduğuna karar verilerek gerçek uygulamada kullanılmasına karar verilmiştir.

#### 3.3.1.2. Pekiştirme Uygulaması

Pekiştirme etkinliği, uygulama yapıldıktan 2 hafta sonra gruplara uygulanmıştır. Bunun için kesirlerle bölme işlemi ile ilgili her birinde 2 problem bulunan 5 soru sorulmuştur. Esas uygulama etkinliğinde olduğu gibi sorular problem formatında sorulmuştur. Problem durumları yine paylaştırma ve ölçme anlamlarını içermektedir.

## 3.4. Verilerin Toplanması

Araştırmada yapılacak olan görüşmelerden önce, araştırmaya katılacak öğrencilere araştırmanın amacı hakkında bilgi verilmiştir. Öğrencilere araştırmanın amacının onlara not vermek ve başarı durumlarını değerlendirmek olmadığı söylenmiştir. Öğrencilerden düşüncelerini yanlış olduğunu düşünseler bile açıkça belirtmeleri istenmiştir. Görüşmelerin araştırmacı ve grup arkadaşıyla beraber yürütüleceği belirtilerek görüşmelerin kayıt altına alınacağı söylenmiştir. Araştırmaya katılan öğrenciler için gerekli izinler alınmıştır.

Görüşmeler boş bir sınıfta araştırmacı ve öğrenci çiftleri ile beraber gerçekleştirilmiştir. Video kamera öğrencilerin görebilecekleri bir yere yerleştirilerek görüşmeler kayıt altına alınmıştır. Görüşmeler yaklaşık bir saat sürmüştür. Her bir görüşmede Kesirlerle Bölme Algoritması Oluşturma Süreci için hazırlanmış etkinlik kağıdı uygulanmıştır. Ayrıca görüşmelerin üzerinden iki hafta geçtikten sonra pekiştirme uygulamalar yapılmıştır. Pekiştirme uygulamasında ise bu uygulama için hazırlanmış pekiştirme etkinlik kağıdı çalışılmıştır. Pekiştirme uygulamaları ise yaklaşık yarım saat sürmüştür. Uygulamalar esnasında öğrencilerin düşüncelerini ortaya çıkarmak için çeşitli sorular sorulmuş ve birbirleri ile olan etkileşimler gözlenmiştir.

## 3.5. Verilerin Analizi

Araştırmanın veri kaynaklarını öğrencilerle yapılan görüşmeler oluşturmaktadır. Görüşme esnasında araştırmacının aldıkları notlar ve grupların etkinlik kâğıtları da bir diğer veri kaynağıdır. İlk olarak videoların transkriptleri çıkarılmıştır. Video kayıtları yazılı hale dönüştürüldükten sonra tekrar izlenmiştir ve yazılı metindeki eksiklikler tamamlanmıştır.

Çalışmada veriler arasında neden-sonuç ilişkisini inceleyerek öğrencilerde gerçekleşen soyutlamaları ortaya çıkarmak amaçlandığından betimsel analiz tercih edilmiştir. Elde edilen verilerin öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerinin bilişsel analizi yapılmıştır. Bu analiz yapılırken RBC+C modeli analitik araç olarak kullanılmıştır. RBC+C modelinde dört epistemik eylemi gözlemleyerek soyutlama sürecinin anlaşılmasını sağlamaktadır (Dreyfus ve Tsamir, 2004) . Veriler analiz edilirken tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme temaları dikkate alınmıştır. Bu analizler sonunda öğrencilerin Kesirlerle Bölme Algoritması Oluşturma bilgisini ne derecede oluşturdukları incelenmiştir.

## 3.6. Çalışmanın Geçerlik ve Güvenirliği

Nitel araştırmalarda geçerlik ve güvenirlik nicel araştırmalardan farklıdır. Nicel araştırmalarda kullanılan iç geçerlik, dış geçerlik, iç güvenirlik, dış güvenirlik (tekrar edilebilirlik) kavramları yerine nitel araştırmalarda sırasıyla inandırıcılık, aktarılabilirlik, tutarlık, teyit edilebilirlik kavramları gelmektedir. Aşağıda bu kavramlar açıklanacaktır.

İnandırıcılık için; araştırmacının elde ettiği bulguların gerçekliğine, birbiri ile tutarlı olmasına, benzer ortamlarda sonuçların geçerliğine, verilerin toplanırken nesnel olduğuna dair kanıtların sunulması gerekir. Lincoln ve Guba (1985) inandırıcılığın sağlanabilmesi için uzun süreli etkileşim, derinlik odaklı veri toplama, çeşitleme, uzman incelemesi, katılımcı teyidi gibi stratejiler önermektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Bu araştırmada inandırıcılığı sağlamak için uzman incelemesi ve çeşitleme stratejileri kullanılmıştır. Çeşitleme, yapılan çalışmalarda iki ya da daha fazla veri toplama yönteminin kullanılmasıdır (Akkaya, 2010). Gözlem ve görüşme teknikleri kullanılarak bu çeşitlilik sağlanmaya çalışılmıştır. Ayrıca hem etkinlik kâğıdı oluşturulurken hem de araştırmanın bulguları incelenirken tarafsız bir akademisyen ve benzer bir konuda çalışan yüksek lisans öğrencisinin fikirleri alınmıştır. Verilerin bir kısmı soyutlama üzerine çalışan aynı zamanda öğretmen kimliği olan bir araştırmacı tarafından analiz edilerek karşılaştırılmıştır.

Aktarılabilirlik, elde edilen bulguların benzer durumlara genellenebilmesidir. Erlandson ve diğerleri (1993) aktarılabilirliği artırmak için ayrıntılı betimleme ve amaçlı örnekleme olmak üzere iki yöntem önermiştir. Bu araştırmada da örneklemin ve kullanılan yöntemin yeterli düzeyde betimlendiği düşünülmektedir. Ayrıca çoklu durum deseni kullanılarak bu durumun sağlanabildiği düşünülmektedir.

Tutarlılık, bilgilerin zaman içerisinde geçerliliğini korumasıdır. Araştırmaya dışarıdan bir gözle bakıldığında süreç içerisinde araştırmacının davranışlarının tutarlı olması gerekmektedir. Bu araştırmada yapılan görüşmeler teker teker çözümlenmiş ve her biri için rapor hazırlanmıştır. Ayrıca görüşmeler esnasında araştırmacı kendi notlarını da almıştır.

Teyit edilebilirlik; sonuçların gerçeği yansıtması, araştırmacının öznel yargılardan ve varsayımlardan uzak olmasıdır. Ulaşılan sonuçlar verilerle karşılaştırılarak teyit edilir. Yin (1994) delil zinciri oluşturularak teyit edilebilirliğin artırılabileceğini söylemiştir. Araştırmada öğrencilerin bilgi oluşturma süreçleri ve akran etkileşimleri analiz edilerek desenler ortaya çıkarılmıştır. Bu desenler için yapılan görüşmeler, araştırmacının notları, öğrencilerin etkinlik kâğıtları delil olarak kullanılmıştır.

## 3.7. Araştırmacının Rolü

Nitel araştırmalarda araştırmacıya oldukça önemli görevler düşmektedir. Araştırmacı; araştıracağı konu ile alakalı alan çalışması yapan, alanın içinde olan, alanda olup biten olayları yakından takip eden, veri topladığı bireylerle yakın iletişim halinde olan kişi olarak tanımlanmaktadır. Araştırmacının gözlemleri ve yorumları sonuç için oldukça etkili olmaktadır. Bu yüzden araştırmacının rolü açık bir şekilde ortaya konulmalıdır (Yıldırım ve Şimşek, 2013).

Örnek olay çalışmasını yapacak olan araştırmacı iyi soru sormalı onları cevaplandırabilmeli, önyargılarını bir kenara bırakmalı, iyi bir dinleyici olmalı, karşılaştığı durumları fırsat olarak görerek esnek olmalı, çalışılan konuyu iyi bilmeli ve tüm bu süreçte tarafsız olmalıdır ( Yin, 1994: 56).

Ortaokul altıncı sınıf öğrencilerinin kesirlerle bölme algoritma bilgisi oluşturma süreçlerinin incelendiği bu çalışmada araştırmacının genel olarak iki görevi vardır. Birincisi algoritma oluşturma sürecine uygun etkinlik oluşturmak, ikincisi ise bu etkinlik uygulanırken doğru diyaloglar başlatarak süreci yönlendirmektir. Schwarz ve arkadaşları (2004) bu etkinlikte oluşturulacak diyalogları beş başlık altında toplamışlardır:

a.) Temel Oluşturma Diyaloğu: Katılımcılar genel bilgileri paylaşırlar. Öğretici bir konu söyler ve öğrencilerin işlenen konuya aşina olup olmadıklarını, gerekli geçmiş bilgisine sahip olup olmadıklarını kontrol eder.

b.) Hazırlayıcı Diyalog: Öğrencileri öğrenmeye hazırlamak bu diyalog türünün amacıdır. Müdahaleler planlayarak yapılmaz, öğretici ulaşılacak hedefi ve problemi açıklar. Öğrencileri cesaretlendirerek katılım göstermelerini sağlar.

c.) Eleştirel Diyalog: Bu diyalogda katılımcıların sorumluluğu farklı bakış açılarını anlama ve uyum sağlamadır. Yeni fikirleri mantıklı tartışma ortamları sağlayarak geliştirirler ve birbirlerinin düşüncelerini değerlendirerek gerekli gördükleri noktalarda itiraz ederler.

d.) Yansıtıcı Diyalog: Katılımcıların sorumluluğunda kabul ettikleri tartışmayı tanımlamak ve eksik yönlerini tamamlamak vardır. Yapılan eylemleri özet haline getirirler ve deneyimlerinden ders çıkarırlar. Bu diyalogdaki konuşmalar sonuçtan çok süreçle ilgilidir.

e.) Ders Verim Diyaloğu: Bu diyalog türünde katılımcılar bilgi iletirler. Ders açıklamalarla beraber katılımcıya sunulur. Ders verimi ders kitabı okunarak yapılan sunumdan öğreticinin önceden hazırlanıp ders sunumu yapmasına kadar çeşitlilik gösterebilir.

Etkinlik uygulanırken etkinlik ile ilgili bilgilerin anlaşılıp anlaşılmadığı araştırmacı tarafından kontrol edilmiştir. Öğrencilerin fikirlerini rahatlıkla ifade edebilmeleri için soruları çözmeye geçmeden önce onlara konu ile alakalı sorular yöneltilmiştir. Bu şekilde öğrencilerin düşünceleri alınarak grup arkadaşları ve araştırmacı ile birlikte bilgilerini paylaşacakları bir ortam oluşturulmuştur. Tartışmaları belirlenen amaç doğrultusuna çekmek için öğrencilerin iddiaları yakalanmaya ve daha sonra birleştirilmeye çalışılmıştır. Başlangıçta temel oluşturucu ve hazırlayıcı diyalog türleri etkin olurken tartışma esnasında eleştirel diyalog türü daha çok kullanılmıştır.

# IV. BÖLÜM

## 4. Bulgular

Bu bölümde, araştırma kapsamında elde edilen bulgulara yer verilmiştir.

Bu çalışmada matematik eğitimine katkı sunacak şekilde uygun öğrenme ortamları tasarlanıp uygulamak ve bu uygulamalar sırasında bilgi oluşumu süreci değerlendirilip, öğretimin kalitesini artıracak veriler elde etmek amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda örnek olay çalışmaları her birinde iki tane altıncı sınıf öğrencisi olan 6 farklı grup ile gerçekleştirilmiştir. Her gruba ait örnek olay çalışmalarına ait bulgular bilişsel olarak analiz edilmiştir. Bu analizlere aşağıda yer verilmektedir.

Öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerinin analiz edilmesinde RBC+C modeli araç olarak kullanılmıştır. Süreç tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme epistemik eylemleri baz alınarak incelenmiştir. Aşağıda her bir grupla yapılan görüşme bulgu ve yorumları yer almaktadır.

### 4.1. Özer ve Yiğit'in Kesirlerle Bölme Algoritma Bilgisi Oluşturma Süreci

Örnek olay çalışmasının yapıldığı ilk grup Özer ve Yiğit'tir. (Araştırmadaki öğrencilerin gerçek isimlerinin yerine takma isimler kullanılmıştır.) Özer beşinci sınıf matematik dersi karne notu 97, öğrencilerin ön bilgilerini ölçmek için hazırlanan testten 85 alan öğretmenleri tarafından başarılı olarak bilinen öğrencilerden biridir. Matematiğe karşı tutumu oldukça yüksektir. Yiğit'in ise beşinci sınıf ders notu 99 olup testten de 90 puan almıştır. Matematiğe karşı olan tutumu yüksek bir öğrencidir. Bu görüşme yaklaşık 70 dakika sürmüştür. Bu çalışmanın devamı olarak hazırlanan pekiştirme çalışması uygulamadan 2 hafta sonra gerçekleştirilmiştir. Bu görüşme de yaklaşık 30 dakika sürmüştür. Araştırmaya ait bulgulara aşağıda yer verilmiştir. ( Ö: Özer, Y: Yiğit, A: Araştırmacı)

Etkinlik kâğıdı öğrencilere verilmeden önce araştırmacı tarafından “Bölme işlemi ne anlama geliyor?” sorusu yöneltilmiştir. Buradaki amaç öğrencilerin bölme işleminin anlamına yönelik olan zihinlerindeki yapıyı öğrenmektir.

7A:Bölme işlemi size ne anlatıyor? Bölme ne demek sizce?
8A: Söyleyebilirsin ( güler)
9Ö: Paylaşmak hocam.
10A: Paylaşmak. Başka?
11Y: Bir sayıyı eşit şekilde herkese paylaştırmak.
12A: Paylaşırken eşit olması gerektiğini söylüyorsun sen de. Başka bir şey geliyor mu aklınıza?
13Ö: Yani, bir şeyi birkaç parçaya eşit şekilde bölmek.

Verilen diyalog öğrencilerin bölme işleminin sadece paylaştırma anlamını bildiklerini göstermektedir. Özellikle 11Y’de Yiğit paylaştırmanın eşit olması gerektiğine vurgu yapmıştır. Bu da paylaştırma anlamı için oldukça önemlidir.

Etkinlik kâğıdı öğrencilere verildikten sonra ilk soruyu okuyarak başlamışlardır. Soruyu okuduktan sonra araştırmacının “Matematik cümlesini yazabilir misiniz?” sorusunu yöneltmesi öğrencilerin kafasını karıştırmıştır. Fakat Özer matematik cümlesi ifadesinin sayılarla anlatmak olduğunu söylemiştir.

60A: Bir pastayı yarı yarıya mı paylaşıyorlar yarısını mı paylaşıyorlar acaba?
61Ö: Yarı yarıya paylaşıyorlar. Yookk. Bir pastayı….
(Öğretmen eline materyal alır 1 tam.)
62A: Bu bir pasta.
63Ö: Bunu bir pasta sayalım. Bunu ikiye bölüyorlar. ( ½ olan kesir takımlarını alır). Birini bu arkadaş yiyiyor. Birini diğeri. Pasta bitmiş oluyor.
64A: Öyle mi oluyor Yiğit sence de?
(Yiğit soruyu bir kez daha okuyor)
65Y: Yarısını hocam! Bir dilimini alıyorlar ve yiyiyorlar hocam. (Aynı zamanda 2 tane ¼ alarak ½ lik dilimi parçalıyor).
66A: Evet. O zaman her birine ne kadarlık bir dilim düşer?
67Ö: ¼.
68Y: Çeyreği.

Öğrenciler 1. sorunun kastettiği yarımın yarısı işlemini başta karıştırmışlardır. Daha sonra materyaller ile problemi modellediklerinde hata yaptıklarının farkına varmışlardır. Burada öğrencilerin kesirleri modelleyebilmeleri, ½ kesrinin yarım, ¼ kesrinin çeyrek olduğunu tanıdıklarını söyleyebiliriz (67Ö, 68Y).

65Y diyaloğunda Yiğit'in problemin işleminin farkına varması başta yazdıkları matematik cümlesini de değiştirmeleri gerektiğini göstermiştir. Bu karara varmada Yiğit'in muhakemeden ortaya çıkan fikri etkili olmuştur.

> 83Ö: O zaman materyal kullanalım. Şu bir ekmek (1 tamı göstererek) o ekmeği 5'e bölüyorlar. (Birlikte 1 tamı 1/5'lere ayırıyorlar) ekmeği 5 e bölüyorlar. yani ekmek 5e bölündüğünde o 2 arkadaş şu parçayı paylaşıyorlar. (Elinde 1/5 lerden 1 tanesini göstererek) 5'te 1'ini paylaşıyorlar yani.
> 84A: Yani.. ( Yiğit sessizce oradan 1/10 ları alır ve 1/5 i parçalar).
> 85Y: Yani 1/10 oluyor hocam.
> 86Ö: O zaman 1/10 oluyor. Yani her biri 1/10 kadar ekmek yiyor.
> 88Ö: Bir ekmeği önce 5'e bölüyorlar sonra o böldükleri parçaların bir tanesini alıyorlar. 2'ye bölüyorlar birini bir arkadaş öbürünü bir arkadaş yiyiyor. 1/10'ununu bir arkadaş 1/10'unu bir arkadaş yiyor. Yani 1/5'lik bir dilimi bölüyorlar.
> 89A: Peki bunun matematiksel cümlesi neydi sizce?
> 90Ö: Burada da 1/5'i 2'ye böldük. Aynı öbür işlemdeki gibi.

Öğrencilerin materyalle işlemleri daha rahat yaptıkları gözlemlenmiştir. Kesirleri tanıdıkları için sorunun çözümüne çabuk ulaşmışlardır. 89A'da araştırmacı matematik cümlesini sorduğunda Özer "Aynı öbür işlemdeki gibi" ifadesini kullanmıştır (90Ö). Bu durum önceki soruda oluşturduğu matematik yapısını bu soruda tekrar kullandığına delil olabilir.

Diğer soruda 1/3 ÷ 4 = 1/12 işlemine karşılık gelen problem durumu söz konusudur. Fakat bu soruda öğrencilerin elinde 1/12'lik materyal olmadığı için öğrenciler sonucu bulmakta zorlandılar ve şekil çizerek devam ettiler.

> 121Ö: 4 arkadaşıma eşit olarak paylaştırdım 1/3'ini. 12'yi 3'e böldüğümüzde 4 işlemi çıkıyor. 4 arkadaşa da eşit olarak 1 parça düşüyor. Yani 12'de 1 oluyor her bir parça.
> 122A: Yani 12'de 1 mi olmuş oluyor?
> 123Ö: Evet. Yani her bir parça 12'de 1 oluyor. 12'de 1 parçalarının hepsini topladığımız zaman 12 cevabına ulaşıyoruz.
> 124A: O zaman bu problemin matematik cümlesi ne oldu?

123Ö'deki ifadelerde öğrencilerin birim kesir kavramını ve bütünün kaç tane birim kesirden oluştuğunu tanıdığını görmekteyiz. Burada öğrenci yaptığı işlemlerin kendince sağlamasını yapmıştır. Daha sonra matematiksel cümle yazma ile alakalı tartışmalar başlamıştır. Burada öğrencilerin karıştırdıkları noktanın problemde verilen asıl işlemden uzaklaşmalarından kaynaklandığı düşünülmektedir.

132Ö: Hocam bence Yiğit yanlış söylüyor. 4'e bölmeyeceğiz 3'e böleceğiz. Çünkü 1/3'ü diyor kâğıdı 3'e böl diyor.
133Y: Sonra 4 arkadaşıma eşit vereceğiz diyor ama.
134Ö: Evet işte. (Birbirleriyle konuşuyorlar) 1/3'ünü 4'e bölüyor 4 arkadaşına paylaştırabilmek için.
135A: Yani cevabınız 1/3'ini 4'e bölmüş olmanız mı?
136Ö: Evet yani bir kâğıdı 3'e bölüyoruz.
137A: Yazalım.
138Ö: Yani 1/3. Yani bunu bölüyoruz 4'e bölüyoruz. Bunun 1 parçasını alıyoruz 4'e bölüyoruz. Arkadaşlarımıza paylaştırıyoruz.

Yukarıda verilen diyalogda akran etkileşiminin bilgiyi oluşturma sürecine katkısına delil olduğu düşünülmektedir. 133Y ve 134Ö' de görüldüğü gibi öğrenciler birbirlerinin fikirlerini reddederek ve mantıklı bir yol bulmaya çalışarak ortak bir noktada buluşmuşlardır.

2. soruya geçildiğinde ise basit kesrin bir doğal sayıya bölünmesi ile alakalı sorulardan oluştuğu görülmüştür. Öğrenciler 1. soruda kurdukları mantığı bu sorularda da devam ettirmişlerdir.

157A: ¾'ü 3 kardeşe paylaştıracaklar.
158Y: Hocam zaten 3'e böldük ¾'ünü kullanıyorduk zaten. Hepsine ¼ kadar düşer.
159A: Nasıl oldu şimdi ben tam anlayamadım?
160Y: Hocam 4 parçaya ayırdık. 1 parçasını kullanmayacağız zaten 3'e bölmemizi istiyor. 3 parça var zaten. Her birine ¼ parça düşer.
161Ö: Yani 3 kardeş var bizim de elimizde 3 pastamız var biz o 3 parçayı 3 kardeşe her biri ¼ olacak şekilde. Bölüyoruz yani böldüğümüz gibi veriyoruz.
162A: Hmm anladım. O zaman ¾'ü 3 kardeşe paylaştırdığımızda yani böldüğümüzde…
163Ö: Her kardeşe ¼ düşüyor.
……………………………….
171Ö: Şunları topladığımızda ¾ oluyor. ( İlk önce yazdığı ¼ + ¼ + ¼'i kastediyor) Biz 4/4'ten ¾'ü çıkaracağız. Elimizde ¼ kalacak. Geriye kalanları da bölüştüreceğiz 1, 1 ,1.

Diyalogda da görüldüğü gibi öğrencilerin paylaştırma anlamı içeren sorulardaki mantığı kavradıkları düşünülmektedir. Bunda öğrencilerin kesirler konusundaki ön bilgilerinin etkili olduğu söylenebilir (171Ö). Öğrencinin ¾'ün ¼+1/4+1/4'lerden oluştuğunu bilmesi onu 3 eşit parçaya ayırma işleminde kullandığı düşünülmektedir. Öğrencilerin ¾'ün 3 tane ¼'ün toplanması bilgisini tanıdığı görülmüştür.

240Ö: Yani şu an biz 5/6'in 2'ye bölünmesinin cevabını arıyoruz.
241A: Evet.
242Ö: Yani acaba… Yiğit sence.
243Y: Belki 1/8 olabilir.
244Ö: Tamam onu deneyelim. Ama 6'nın yarısı 3.
245Y: 3'te… Deneyelim yine de.
246Ö:Bir dakika bir şey deneyebilir miyim? (1/3'leri yerleştirmeye çalışır) Tamam tamam. Sen 1/8'leri bir dene. Benim aklımdan da 1/5'lere bir bakayım.
247Y: (1/8'ler) Olmadı.

Yukarıda öğrencilerin arasında geçen konuşmalarda bölme işlemini yapabilmek için materyallerle deneme yaptıkları görülmektedir. Bunu yaparken içlerinden birinin ortaya bir fikir attığı ve diğerinin de ona destek verdiği görülmektedir. Bu tür konuşmaların bilginin oluşturulması ve soyutlanması için gerekli olduğu düşünülmektedir (244Ö, 245Y, 246Ö).

Ellerindeki materyaller 5/6÷2 işlemini yapmak için yeterli olmamıştır bu yüzden materyalleri kendileri paylaştırmayı tercih etmişlerdir.

253Ö: Bu ikisini ben aldım bu 2'sini Yiğit aldı. Ortada 1 parça kaldı bunu 2'ye böldük yarısı Yiğit'e yarısı bana.
254Y: Evet hocam.
255Ö: Yani 2 buçuk olmuş olacak.
256A: Tamam tahta kalemiyle de bölebilirsiniz. ( Yiğit tahta kalemi çıkarır) O zaman bu parçayı ortadan 2'ye böleceksiniz. Bölün.
257Ö: Ortadan 2'ye. Böldük.
258A: Şimdi ne yapacaksınız bunu bölmenizin amacı neydi?
259Ö: Bunu böldük eşit paylaştırmak için.
260Y: Biri Özer'e biri de bana gelecek.
261A: O zaman Yiğit ne kadarlık bir parça aldı ya da Özer?
262Ö: 2 buçuk aldı hocam. 2 buçuğu nasıl hesaplayacağız onu düşünmeye çalışıyorum.

2 parçanın bir öğrenciye diğer 2 parçanın da başka öğrenciye gideceği konusunda hemfikir olmuşlardır. Burada artan 1 parça kafalarını karıştırmıştır ve onu da or-

tadan 2’ye bölerek eşit paylaşım yapmışlardır (259Ö). Öğrencilerin etkinliğe başlamadan önce de bölme işlemine karşı eşit paylaştırma fikri olduğunu diyaloglarda görmüştük. Bu fikrin öğrenciler tarafından sorularda pekiştirildiği görülmüştür. Özer tarafından sorunun cevabının 2,5 olduğu önerisi ortaya atılmıştır. Burada paylaştırma işleminde değil de kesirlerin birimleri konusunda bir sıkıntı yaşanmıştır. 1/6’lik parçayı 1 birim kabul ettiğinden cevap 2,5 çıkmaktadır. Tam bu sırada Yiğit’ten başka bir öneri gelmiştir;

> 263Y:Hocam. 1/6’i 2’ye böldük mü 2/12 oluyor. Bu da 2/12 olduğundan 4/12 oluyor. (Yani diğer parçaları da ikiye bölmüş) bir de 1 parça düşüyor. 5/12.
> 264A: Mantıklı mı?
> 265Ö: Ben biraz anlamadım hocam.
> 266A: Bir daha anlat.
> 267Y: 5/12 bana düşüyor 5/12 Ömer’e düşüyor. 10/12 oluyor. 2 parça da zaten burada kalıyordu. 12/12 oluyor.
> 269Ö: Yiğit 2 ile çarptığımızda 12 çıkıyor ( 6 ile 2’nin çarpımının 12 olduğunu gösteriyor). Ben oradan yola çıktım yani.

Yiğit 263Y’de bahsettiği gibi 1/6 kesrinin denk kesrini bularak sonuca ulaşmıştır. Öğrencinin denk kesir bilgisini tanıdığı ve yeni bir yapının çözümünde kullandığı görülürken, denk kesir ifadesini açıklamasında kullanmadığı görülmüştür. 267Y ifadesinde ise süreci tersten sararak çözümün sağlamasını yapmıştır.

269Ö’de artık öğrencilerin algoritmaya ait bazı yapıları oluşturmaya başladıklarının delili olarak gösterilebilir. Burada pay ve paydayı çarparak sonucun paydasını bulduğunu söylemektedir. Bir çapraz çarpım söz konusudur ve algoritmasal sürecin başladığını düşünebiliriz.

Etkinlikteki ilk 2 soru çözüldükten sonra araştırmacı tarafından “Bölmenin nasıl bir anlamı vardı?” sorusu yöneltilmiştir.

> 287A: Eşit bölme anlamı olabilir. Başka?
> 288Y: Şu mantıkta çözüyoruz hocam. (Bir şekil çizer.)
> 289Ö: Yiğit bu ne oluyor şimdi?
> 290Y: 2/4’ünü boyadık diyelim. Burada da ½’sini boyadık. (Yani denk kesir mantığını gösteriyor) İkisine de eşit pay düşmüş oluyor.

Yiğit burada soruların çözümleri için denk kesirler mantığını fikir olarak sunmuştur (290Y). Bu sorular için denk kesir mantığını kullandığı görülürken etkinliğin devamında bu mantığı kullanamayacaktır. Ayrıca diyalogdan anlaşıldığı gibi Yiğit'te böyle bir süreç başlarken Özer'de bu sürecin başlamadığı görülmektedir ( 289Ö).

298Ö: 2 litre sütümüz var bizim. ¼'e bölüyoruz. Yani daha demin düşündüğümüz gibi denk kesirlerle alakalı biraz bu.
299Ö: Biz sütü 4'e bölüyoruz. Yani 2 paket sütümüz var her biri 1 litre.
300A:Bir litreniz bu olsun.
301Ö: 1 litremiz bu bir paketimiz. ( 1 tam materyal)
302A: ¼ litre süt alan bardaklara boşaltıyorsunuz.
303Ö:Yani biz bunu 4 e böleceğiz.
304Y:4'e bölmemizi istiyorsa her birine ½ gelir. ¼ olur.
305Ö: Bence de ½. 2 litre sütümüz var buna ½ buna 1/2 yapınca 4 oluyor.

Bir önceki soruda oluşturdukları denk kesir mantığını bu soruya taşımaya hatta bu oluşturdukları bilgiyi kullanmaya çalıştıkları görülmüştür (298Ö). Fakat bu soruda bölme işleminin paylaştırma anlamından farklı olan ölçme anlamı ile alakalı problem örnekleri olduğu için öğrencilerin bölmenin anlamında ve işlemlerde bocaladıkları görülmektedir. 300A'da olduğu gibi araştırmacı öğrencileri materyal kullanmaya yönlendirmiştir. Öğrencilerin materyal kullanarak kurdukları düzenek 2÷½ işlemine karşılık gelmektedir.

Öğrencilerin ¼'e bölmeleri yerine 4'e böldüklerini gören araştırmacı gruba bir soru sorar;

307A: 4'e bölmekle 1/4 aynı şey mi?
308Ö: Ama ¼ süt alan…
309A: Yani senin bardakların 1/4.
310Ö: Yani şu kadarlık (½'yi gösterir)
311A: O ¼ mü?
312Y: Hocam 2 tama göre ¼ !
313Ö: Ama 1 tamın ¼'ü. ¼'ler nerede Yusuf?
314Y: Burada. ( ¼'leri getirir)
315Ö: Yani bizim bardaklarımız şu kadar alıyor. ( ¼'ü kastediyor) Yani 2 pakette 8 tane yapıyor. 8 bardak 2 litre sütü alıyor.

Burada Özer 310Ö konuşmasında ½'i gösterdiğinde öğrencilerin kesirleri karıştırdıkları düşünülmüştür. Fakat 312Y'de açıklaması yapılmıştır. Yiğit 2 tama göre ¼'in ½ olduğunu ifade etmiştir. Burada anlatmaya çalıştığı şey 2 tamı ½'lere ayırırsak 4 parça elde edildiğidir. İfade etmeye çalıştığı mantık bu olsa da burada ¼ ve 4'e bölme işleminde sorun olduğu görülmektedir. Fakat Yiğit'in bu ifadesi Özer için bir aydınlanmaya neden olmuştur. 2 tamda ¼'lerden 8 tane olduğu sonucuna ulaşmıştır (315Ö).

3. sorunun b şıkkına geçildiğinde öğrencilerin müdahaleye gerek kalmadan a şıkkında oluşturdukları mantıkla materyal kullanarak çözüme ulaştıkları görülmüştür.

343Ö: Burada 3 tam var. Şimdi bizim 3 tane pizzamız var. Biz bu pizzaların her birini 3 e böleceğiz.
344Y: Yani… ( 1/3'lik materyalleri alıp paylaştırmaya başlar)
345Ö: 3 tane tamımız var ya hani Yiğit...
346Y: Evet.
347Ö: Biz 3'ünü de 3'e böldüğümüzde 9 yapmıyor mu?
348Y: 9… Yapıyor aynen.
349Ö: Yani 9 dilim oluyor.
350Y: Evet hocam 9.
351Ö: O zaman 9 öğrenciye yetiyor.

Öğrencilere bu sorunun matematiksel cümlesini yazmaları istendiğinde paylaştırma anlamına göre oldukça zorlandıkları görülmüştür. Sonuca ulaşırken birden fazla işlem yaptıkları için asıl işlemin ne olduğunu karıştırmışlardır.

355Ö: Bir tamı 3'e böldük yani bu 1/3'leri aldık. 3 tane tamımız vardı bizim 3' ünü de böldük diye varsaydık. 1,2,3. 3 ile 3'ü çarptık hepsi 9 yaptı. Yani işlemi olarak da 3'ü 3 ile çarpacağız.

Öğrenciler 3 sayısının yani 3 tamın bir kesre bölünmesini garipsediklerini belirtmişlerdir. Bundan dolayı matematiksel ifadesinde zorlanmışlardır.

373Ö: 1'de 3 olacak hocam. 3/1'i 1/3'lere böldük! 9 çıktı cevabımız. 3/1 yani 3 tam anlamına geliyor.
374Y: Aynen.
375Ö: Bence mantıklı Yiğit sence? Ne düşünüyorsun sen?
376Y: 9 cevabı da. 3 tamı böldük 1/3'e.

Öğrenciler 3 ve 3 tam tartışması yaparken 3'ün aslında 3/1 kesri olduğu Özer tarafından ortaya atılmıştır ( 373Ö). Öğrenciler her doğal sayının aslında kesir olduğu ve paydasında 1 rakamı bulundurduğu bilgisini tanımışlardır. Bu bilgi özellikle ölçme anlamı taşıyan problemler için önemli bir ön bilgi olduğu düşünülmektedir.

Sorunun c şıkkına geçildiğinde öğrencilerin bir önceki ölçme sorularında oluşturdukları mantığı kullanarak çözüme zorlanmadan ulaştıkları görülmüştür.

381Ö: Şimdi bizim 5 litre suyumuz var. Her biri ½ litre… (Diye konuşmaya devam ederken Yiğit materyallerle oluşturmaya başlar) Bu sefer ½ olacak. (Materyallerin üzerinde gösteriyorlar) Her biri bu kadar alacak. Yani bu kadar bardağımız var. Biz 2'yi 5 ile çarptığımızda 2 kere 5 10 bardağa ihtiyacımız var.
382Y: Aynen hocam.

Problemin işlemini yazmaları istendiğinde yine aynı noktada takıldıkları görülmüştür. Araştırmacının yönlendirmeleriyle işlemi yazmışlardır.

390Ö: Yani 2/2'yi böldük 2'ye. Eşittir 1/1 çıktı yine.
391A: Şey yapalım bütün olarak yani 5 tane tamda.
392Ö: Yani 2/2 1 tama gelir. ½'leri 10 ile çarptığımızda ulaşacağımız cevap bence. ½'yi çarpacağız 10'la. Kaç ediyor?
393Y: 10/2.
394Ö: 10/2 ediyor.
395Y: 5 tam ediyor cevap doğru hocam.
396A: Ama siz 10 buldunuz az önce cevabı.
………………………………………………
406Ö: 5/1'i yani. Burada yaptığımız gibi (Bir önceki soruyu kastediyor) 5/1'i ½'ye böleceğiz değil mi Yiğit sence?
407Y: Aynen.
408Ö: 1/5'i ½'ye...(İşlemi kâğıda yazar)
409A: Cevabımız ne olmuş olacak?
410Ö: Cevabımız aynı buradaki gibi 10. Yani şuraya benziyor (Bir önceki soru). Bağlantılı yani.

Özer'in burada bir önceki soruyla bağlantı kurması dikkat çekmektedir ( 406Ö). Başlangıçta zorlansalar da daha sonradan nasıl yaptıklarını hatırlamaları oluşturdukları bilginin pekiştirilmeye başlandığını gösteriyor olabilir (410Ö).

412Ö: Bu sefer 2 pastamız var hocam. 2 tane tamımız var. (Materyalden yapıyorlar)
413A: 2/3'lik parçalara ayrılacak. Ne lazım size?
414Ö: Bize 1/3'lük parçalar lazım. (2 tamı 1/3'lere ayırdılar) Yani şu kadarlık bir pastamız olduğu zaman. 6'ya bölmüş oluruz. 6 tane pastamız oluyor.

412Ö'de öğrencilerin 2 pastanın 2 tam olduğu ve materyallerden de 2 tane 1/1'lik parçayı seçmeleri gerektiği bilgisini tanıdıklarını görmekteyiz. 2 tamı 2/3'lere ayırmak için 1/3'lük materyalleri kullanmışlardır. 2/3'nin 2 tane 1/3 olduğu bilgisini tanıdıkları ve çözüm için kullandıkları görülmüştür. Daha sonra ayırdıkları 1/3'leri sayarak cevabı 6 bulmuşlardır (414Ö). Burada öğrencilerin yaptıkları tek hata 2/3 kesri yerine 1/3'leri saymalarıdır. Fakat bu aşamaya kadar araştırmacının müdahalesi olmadan kesir bilgileri ve etkinliğin bu sorusuna kadar oluşturdukları yapılarla gelmişlerdir. Birim kesir ve kesirlerin modellenmesi ön bilgilerinin yapıyı inşa etmede oldukça etkili olduğu düşünülmektedir. Bu diyalogda bu fikre örnek oluşturmaktadır.

> 417A: Yani 1/3'lik kısımlara ayırdınız değil mi? 1/3'lik kısımlara ayırınca elinizde 6 tane oldu.
> 418Ö: Yani 1'de 2'yi 1/3'lere bölünce 6 oldu.
> 419A: Ama sana 1'de 2'yi 2/3'ye bölmeni istiyor?
> 420Y: Yani 2 tane parça yok. ( 2 tane 1/3'lik kısmı çıkarır)
>
> ……………………………………………..
> 428Ö: Hee 2/3 diyor.! Yani şu 2'si 2/3 yapar. Biiirrr, (Saymaya başlar) iki, üç.

Aslında 418Ö konuşmasında görüldüğü gibi öğrencilerden bir tanesi bir önceki diyalogda yaptıkları işlemin 2/1'yi 1/3'lere bölmek olduğunu ifade etmiştir ve bunun farkında olduğunu göstermektedir. Araştırmacı 2/3 kesrine vurgu yaptığı sırada Yiğit'in 2 tane 1/3'lik materyali ayırdığı görülmüştür (420Y). Bütün 2/3'leri gruplayarak bu sorular için bir yol çizmişlerdir (428Ö). Oluşturdukları bu yapıyı sorunun diğer şıklarında da kullanabileceklerdir.

> 444Ö: Şimdi biz bunu 5 e böldük. ( 1/5'lere ayırıyorlar) Şimdi başlayalım hocam. 1 tane 3/5 bulduk Yiğit. ( Yiğit kafasını sallar. 3/5'leri ayırmaya başlarlar) Bir tane daha bulduk 2 yaptı. 3,4,5 tane. Şimdi biz materyalden saydık hocam bizim onun işlemini de düşünmemiz lazım.
> 445A: Tamam düşünün.
> 446Y: 3/1.
> 447Ö: Bence 3/1 hocam. 3/1'i böleceğiz 3/5'lere. Bizim de cevabımız 5 çıkacak.
> 448Y: Aynen hocam doğru.
> 449A: Mantıklı bence de.
> 450Ö: Yiğit bak 3 tane tam var. 3/5'lere bölüyoruz. 5 çıkıyor cevabımız.

Örneğin verilen diyalogda araştırmacının müdahalesine gerek kalmadan bir önceki soruda oluşturdukları mantıkla çözüme ulaştıkları görülmüştür (444Ö). Diğerlerinden farklı olarak bu soruda matematiksel cümleyi eksiksiz yazdıkları görülmüştür ayrıca 3 tamın 3/1 kesriyle denk olduğunu tanıyıp kullanmışlardır (447Ö).

Sorunun c şıkkında bir bütünün içinde kaç tane ¾ olduğunu sormaktadır. Bu soruda diğerlerinden farklı olarak ¾'lük kısma tam olarak ayrılmamasıdır. Farklı bir mantık yürütmek gerekmektedir. Öğrencilerin bu duruma yaklaşımları aşağıdaki diyalogda verilmiştir.

dan kesir bilgileri ve etkinliğin bu sorusuna kadar oluşturdukları yapılarla gelmişlerdir.

rada ¼'leri getirir)

452A: Yiğit ¼'leri topluyor oradan.( ¼'leri yerleştirirler)

453Ö: Ama hocam… 1 tane var o da bu. ( ¾'ü ayırır gülerler…)(Geriye 1 tane 1/4 kaldı)

454A: Bunu ne yapacağız? ( ¼'ü göstererek )

455Ö: Bu beni rahatsız etti. Kalanını ne yapacağız? O kalacak hocam. Bize kaç tane ¾ diyor bize kalan malan demiyor hocam. Yani biz şuan 1/1'i böleceğiz ¾'e (Diyerek matematiksel cümleyi yazar). Eşittir 1 tane çıkacak.

…………………………………………………………………………….

462A: 1 bütünün içinde 1 tane ¾ var bir de şu kalan kısım var. Acaba bu kısım ne? Bu kalan kısım acaba kaçta kaçlık bir dilim?

463Ö: ¼'lik bir dilim hocam. ¾'ün 1/3'ü hocam.

464A: ¾'ün 1/3'ü mü nasıl karar verdin buna?

465Ö: ¾ şu hocam. ¾'ü 3'e böldüğümüzde. 3'e böldük buna eşit oldu ( ¼'e).

Önce kalan kısma dokunmayacakları fikrini savunuyorlar. Fakat sonra Özer kalan kısmın yani ¼'lik kısmın ¾'ün 1/3'i oldu fikrini öne sürüyor (463Ö, 465Ö). Böylece sorunun kritik noktası olan bu duruma öğrenci tarafından açıklama getirildiği görülmüştür. Burada materyaller ile sürecin modellenmesi de öğrencilere avantaj sağlamaktadır. Görselliğin etkinlikteki sorular için önemli olduğu düşünülmektedir.

486Ö: Hocam bu 1 tam 2/3. (Yani 5/3 ü tama çevirdi) Bunu tam sayılı kesre çevirdik daha kolay olsun diye. 1 tam 2/3 ün içinde kaç tane ½ vardır? Daha basit olur. ½ ile ½'yi topladığımızda 1 tam yapıyor hocam yani 2 tane ½ 1 tam yapıyor. Yiğit ½ var mı? He burada varmış. (Materyalleri kastediyor) 2 tane 1/2 tam yapıyor şimdi bizim bir tane daha ½'miz olsun hocam. 1'i attık bir köşeye hocam geriye 2/3 kaldı. 2/3'ün içinde kaç tane 1/2 vardır?

487A: 2/3'ü modelleyelim mi?

488Ö: (1 tamın 1/3'lere ayırır). (Öğretmen yarımlardan birini alarak 2/3'ün içindeki ½'yi gösterir)

489A: Şurada eksik bir parça var burayı ne ile tamamlayacağız?

490Ö: 1/3 ile hocam.

491A: Bilmem bakalım.

492Y: Şu olur. ( 1/6'i getirir koyar) Oldu.

486Ö'de öğrenci sorunun bir kısmına kadar gelmiştir. 5/3 kesrini 1 tam 2/3 haline çevirerek soruya başlamıştır. Yani öğrenci bileşik kesri tam sayılı kesre çevirme bilgisini tanımış ve kullanmıştır bu da sorunun çözümünde ona kolaylık sağlamıştır. Önce 1 tamı yarımlara ayırmıştır ve geriye kalan 2/3'lik kısımla ilgilenmeye başlamıştır.

507Ö: Bizim 3 tane tamımız var 1/6'ları koysana Yiğit. (3 tamı 1/6'lara ayırıyor) Evet Yiğit buldum hocam işte böyle olacak yani. Her bir ½'ye 3 tane 1/6 düşüyor hocam. Yani 3,6,9 tane 1/6'mız.
508A: Sen bütünü 3 seçtin ama bizim bütünümüz 1 tam 2/3 idi. Bir önceki soruda şey yapmıştık hatırlıyor musunuz? 4. soruda. (Öğretmen soruyu gösterir) Kalan parçamız vardı kafamızı karıştırmıştı. Bu kalan parça bu parçanın kaçta kaçı? Bunu bulmuştuk.
509Ö: Tamam biz ona bakalım mı?
510A: Acaba 1/6 ½'nin kaçta kaçı?
511Ö: 2/3 ü… 3/6'sı...
512A: Bakın 1,2,3. 1/3'ü olmuyor mu? 3 tane tamımız var bir de şu kalan kısım var o kalan kısım da ½'nin 1/3'ü.
513Ö: O zaman hocam cevabımız 3 tam 1/6.

Bir önceki soruda kalan kısmın değerini bulma fikrini bu soruda kullanamadıklarını görmekteyiz (511Ö). Bu da bu bilginin aslında tam olarak oluşmadığını göstermektedir. Sadece kalan kısmın kesir değerini bulurken zorlanmışlardır.

6. soruda öğrencilere daha büyük sayılar verilerek işlem yapmaları istenmiştir. Amaç öğrencileri algoritma oluşturma sürecine yönlendirmektir.

521Ö: 25/32 diyor hocam. (Sessizlik) Denk kesrini bulmaya çalıştık. 5'i 5 ile çarptığımızda 25 yapıyor hocam. Ama 9'u da 5'le çarpmamız gerekiyor hocam. 25/45 oluyor.
522A: Denk kesrini yazdıktan sonra ne yapacaksınız?
523Ö: Eğer eşitleyebilirsek hocam işimiz daha kolaylaşacak.

Denk kesir oluşturmanın işlemleri daha kolaylaştıracağını söylüyorlar. Daha sonra7. soru için bütün işlemler kâğıda yazılmıştır.

527A: Şimdi bana öyle bir kural söyleyin ki bu örneklerde de geçerli olsun kesirlerde bölme işlemlerinde de geçerli olsun. Materyal kullanmadan şekil çizmeden nasıl bir yol izlersek sonuca ulaşırız?
528Ö: Hocam 2 ile 5'i çarpmışız 10 olmuş. 2 ile 2'yi çarpmışız 4 çıkmış.
529A: Şunu bir dener misiniz? ¾'ü 3'e bölmüşüz ¼ çıkmış.
530Ö: Hocam ¾'ü bölmüşüz 3/1'e... (Buradaki paydadaki 1 yazmaları önemli)

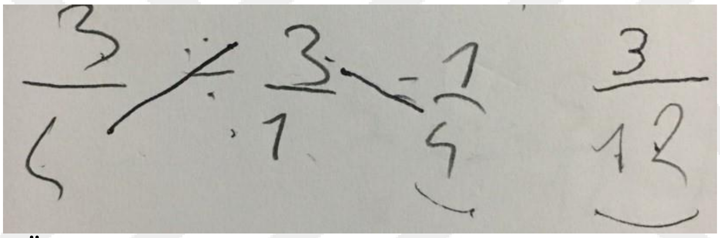
Tabloya kesirler yazıldığında öğrenciler ilk önce pay ile payda çarpılıp paya yazılmış algoritmasını keşfetmişlerdir (528Ö). Sonra diğer kesirlerde denemeye başlarlar.

532Y:Hocam ½'nin denk kesri 2/4. 2/4'ü 2'ye ( paya) böldük mü 1 kalır. Paydayı zaten hiç bölmeyeceğiz o zaman cevap ¼ çıkıyor.

Yiğit ilk sorulardan itibaren denk kesir oluşturarak soruların çözülebileceğini söylemektedir. Bu soruya da önerisi bu olmaktadır. Fakat sonra tartışma Özer'in söylediği çapraz çarpım algoritmasına kaymıştır.

544Ö: 4 ile 3'ü çarptık 12. Nereye yazacağız?
545A: Kuralınıza göre?
546Y: Hocam cevap 3/12 oluyor kuraldan.
547A: ¼ ile 3/12 aynı cevap mı?
548Ö: (Parmaklarını sayarak) Aynı hocam!!!

Öğrencilerin ikinci kesri ters çevirip çarpmak yerine çapraz çarparak sonuca ulaştıkları görülmüştür. Materyal ile kuraldan buldukları sonucun aynı olduklarını görmüşlerdir.



**Şekil 4.1.** Özer ve Yiğit'in etkinliğin sonunda oluşturduğu kural

## 4.2. Yiğit ve Özer'in Pekiştirme Etkinliği

Uygulamadan 2 hafta sonra yine uygulamadaki sorular ile benzer yapıda olan pekiştirme etkinliği uygulanmıştır. Ortalama yarım saat sürse de gruplara göre farklılık göstermektedir. Pekiştirme etkinliğinde amaç oluşturdukları ya da oluşturmaya çalıştıkları algoritmanın ne kadarının akıllarında kaldığıdır.

Yiğit ve Özer'in pekiştirme etkinliğinde öncelikle problemlerin matematiksel cümlesini yazarken yine zorlandıkları görülmüştür. İşlemi yazdıktan sonra algoritma sürecine geçmişlerdir.

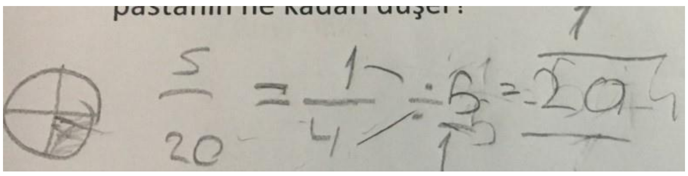
29Ö: ¼'i 5'e böleceğiz. Bir dakika Yiğit 4 ile 5'i çarpalım 20 yapıyor değil mi? 1 kere 5'de 5. 25 yapıyor. Ondan sonra 5'den 2'yi çıkaralım 3 kalsın.
30Y: … (güler)
31A: Öyle mi yapmıştınız 2 hafta önce?

32Ö: Hayır.
33Y: ¼'i denk kesir yapalım.
34A: 5'in paydasında ne var?
35Ö: 5 tam 1 var yani. (Yazarlar) Şimdi 4 ile 5'i çarpalım hocam. Şuraya yazalım. Sonra 1 ile 1'i çarpacağız 1 olacak.
36A: Bunu ne yapacaksın?
37Ö: Düşünür. 1'de 20 değil. 1/20. Sonra Yiğit biz böyle böyle yapıyorduk sonra bir tarafı alta bir tarafı üste yazıyorduk.
38Y: Evet evet. Zik zak giderek yapıyorduk.
39Ö: Oh hatırladım. 1/20 oluyor.

29Ö'de önce çapraz çarpım kuralı ile alakalı karıştırdıkları noktalar olduğu görülmektedir. Daha sonra 5 tamın paydasına 1 yazdıklarında 2 hafta önce oluşturdukları kuralı hatırlamışlardır (35Ö). 38Y'de bu duruma Yiğit'in de destek verdiği görülmektedir. Çapraz ifadesi yerine zikzak ifadesini kullanmıştır. Burada dikkat çeken noktalardan biri de 33Y'de Yiğit'in denk kesir oluşturma mantığıdır.

40Y:1/4'ün bileşik kesri (Denk kesri demeye çalışıyor) 5/20. 5 arkadaş paylaşacak her birine 1/20 düşecek. (Sağlamasını yaptı)
41Ö: 5/20 ile ¼ aynı kesirler onda haklısın. Tamam, 1/20 işte bulduk Yiğit.

40Y'de görüldüğü gibi Yiğit denk kesir oluşturarak kuralın sağlamasını yapmış olduğu görülüyor. Her ne kadar kuralı da oluştursa da yine kendi oluşturduğu denk kesir mantığını da unutmadığına delil olarak gösterilebilir. Bu şekilde de kontrol ettikten sonra öğrencilerin kendilerinden daha emin oldukları görülmüştür. Sonraki pekiştirme sorularını da hem kuraldan hem de denk kesir mantığından çözmüşlerdir. Bu sayede oluşturdukları kuralı etkinlik aracılığıyla pekiştirdiklerini görmüş olmaktayız.



**Şekil 4.2.** Yiğit ve Özer'in pekiştirme sorusunu hem kuraldan hem denk kesirden çözdüğü çalışma

43Ö: 1/5'i 7'ye böleceğiz. Şimdi bir pasta var 5'e bölmüşler bir bölümünü almışlar onu 7'ye bölecekler nasıl böleceğiz Yiğit? 1/5'i yazalım bölü 7. Şimdi 7'nin altına da 1 yazalım da. 5 kere 7 35 yapıyor biz 35'i alta (paydaya) yazacağız. 1 kere 1 1 üste de 1 yazacağız.
44Y: Oldu bence.

Yukarıdaki diyalog öğrencilerin 1.sorunun b şıkkındaki problemi nasıl çözdüklerini göstermektedir. Özellikle Özer'in bir önceki soruda yaşadığı tereddüt yerine daha kesin ifadeler kullandığını görmekteyiz (43Ö). Bu süreçte araştırmacı müdahalesine gerek kalmadan sonuca doğru şekilde ulaşmışlardır.

45Ö: Bir pizza dilimi var ama kaça böldüklerini söylememişler.
46A: Yani kaç kişiye bölmüş oluyorsun?
47Y: 2 kişiye.
48Ö: 2. Bir yazalım şimdi 4/9 ÷2. 2 kere 9 18. 1 kere 4 = 4.4/18 oluyor değil mi?
49Y: Aynen.
50Ö: 4/9'ün denk kesri ne Yiğit? 8/18 değil mi?
51Y: 8/18.
52Ö: 8/18 olduğuna göre cevap 4/18 evet.

Öğrencilerin hatırladıkları çapraz çarpım kuralına göre bölme işemini yaptıktan sonra, uygulamada Yiğit tarafından alternatif yöntem olarak söylenen denk kesrini bulma yöntemi ile cevaplarını kontrol ettikleri görülmüştür (50Ö). Bundan sonraki problemleri de önce çapraz çarpım kuralından çözdükleri ve sonra denk kesir mantığıyla teyit ettikleri görülmüştür.

### 4.3. Tahir ve Beyza'nın Kesirlerle Bölme Algoritma Bilgisi Oluşturma Süreci

Uygulama yapılan ikinci grup Tahir ve Beyza'dır. Tahir'in beşinci sınıf matematik dersi karne notu 92, Beyza'nın ise 95'tir. Kesirler konusunda ön bilgilerini ölçmek için hazırlanan testten Tahir ve Beyza 85'er puan almıştır. Tutum testinden ise Tahir 85 puan alırken Beyza 94 puan almıştır. İkisinin de matematik ders başarıları yüksek olup, derse karşı olan ilgileri de oldukça iyidir. Bu görüşme yaklaşık 60 dakika sürmüştür. Pekiştirme uygulaması ise yaklaşık 20 dakika sürmüştür. Araştırmaya ait bulgulara aşağıda yer verilmiştir. ( T:Tahir, B:Beyza, A:Araştırmacı)

1A:Çocuklar bugün sizinle kesirlerle bölme ile alakalı bir etkinlik yapacağız. Bölme işlemi ne demek? Bölme işlemi deyince aklınıza ne geliyor?
2T: Bıçak, ekmek.
3A: Yani bir şeyi bölmek..
4T: Azaltmak ya da çoğaltmak.
5A: Neden böleriz mesela ne yapmak için böleriz?
6T: Paylaşmak için!
7A: Başka
8T: Küçültmek için.

Burada öğrencinin aklına bölme işleminin anlamına yönelik paylaşmak, azaltmak, küçültmek gelmiştir. Genel olarak bilinen anlamını dile getirmişlerdir. Daha sonra 1. soruya geçişmiştir. Öğrencilerin yarımın yarısını ifade eden problemi anlamakta zorlandıkları görülmüştür. Araştırmacı tartışmanın tıkandığı bu noktada öğrencileri materyal kullanmaya yönlendirerek çözümü sağlamıştır.

32A: O zaman materyal kullanalım. Tahir oradan bize bir pasta ver. ( Tahir 1 tam verir.) Yarısını ver. (Tahir ½ materyali verir) Bir pasta bir pastanın yarısı. Yarısını 2 arkadaş paylaşacakmış.
33T: Hıı yarısınııı…
34A: Ne oldu ne değişti?
35T: Ben bir tanenin yarısı sanmıştım.
36A: Peki yarısını 2 arkadaş nasıl paylaşacak?
37T: ¼.
38A: ¼'i nasıl buldun?
39T: 2'ye böldüm.

32A'da araştırmacının kesirleri öğrenciden istemesi ve öğrencinin doğru kesir modellerini vermesi kesirleri tanıdığını göstermektedir. Araştırmacının problemi materyale dökmesi öğrencilerin yarımın yarısını anlamalarına yardımcı olmuştur ve sonra çözüm gelmiştir (33T, 35T, 37T). İşlemin matematik cümlesi sorulduğunda ise öğrencilerin bocaladıkları gözlemlenmiştir. Bu karışıklığın sebebinin bir önceki öğrenci grubunda da olduğu gibi problemdeki bütünü karıştırmalarından kaynaklandığı düşünülmektedir (46B).

45A: Peki işlemi ne?
46B: (Sessiz)… Hocam 1 tamı 2'ye bölüyoruz. Onun yarısını da 2'ye bölüyoruz.
47T: Çeyrek oluyor.

Sorunun b şıkkına geçilmiştir.

52A: 1/5'ini 2 arkadaş paylaşacak. 1. soruyla bir benzerliği var mı?
53T: Vaar.
54A: Nasıl yapacağız mesela?
( Tahir 1/5 getirir ve hemen arkasından 1/10'u yerleştirir)
55A: Neden 1/10'u seçtin?
56T: Çünkü yarısı. 2 katına çoğalttım.
57A: Yani 2 tane 1/10 bir tane 1/5'e eşit. Her birine ne kadar düşüyor?
58T: 1/10.
59A: Beyza bunun matematik cümlesini yazabilir misin?

60B: Hocam 1/5 ÷ 2.

Öğrencilerin bu soruyu zorlanmadan çözdükleri görülmüştür. Soruyu çözerken az önceki çözüm ile benzerlikler kurmuşlardır. Tahir 1/5'in yarısı için 1/10 materyalini kullanmıştır. Bunun nedenini ise 5'in 2 katının 10 olduğu şeklinde açıklamıştır (56T). İlk sorular için öğrencilerde bazı algoritma yapıları oluşmaya başladığı düşünülmektedir. Bahsettiğimiz durumun bir benzeri de bundan sonraki soruda yaşanmıştır.

63T: 1/12.
64A: Nasıl yaptın?
65T: Hocam bölmek için çarptım. 3 ile 4'ü çarptım.

Tahir soruyu okur okumaz cevabın 1/12 olduğunu söyler. Fakat oluşturmuş olduğu bu kural hepsi için geçerli olmayacaktır. Daha doğrusu eksik kalacaktır. Araştırmacı öğrencinin sadece işlemden yaptığını fark ederek şekil çizerek de sorunun cevabını bulmasını istemiştir.

68A: Çizelim mi? Bir dikdörtgen çizelim 3'e ayıralım. 1/3'ini 4 arkadaşa paylaştıralım. (Tahir küçük bir dikdörtgen çizer 1/3'ini işaretler) 4'e böldün.
69T: Bütünü de parçalamak gerekiyor. (parçalar)
70A: Toplam kaç parçanız oldu?
71T: 12.
72A: Peki her birine kaçta kaçı düşecek?
73T: 4/12.
74B: 1/12. Hocam 4 arkadaşına birer tane.
75A: Hangi parçasını verecek gösterir misin?
76B: Herhangi bir parçasını hocam.
77A: O zaman bir çocuğa 1/12'lik mi kâğıt düşecek?
78T: Yok hocam. Hocam her birine 3/12 düşmesi lazım eşit olarak.

Diyalogda görüldüğü gibi Tahir ilk önce cevabın 1/12 olduğunu düşünürken, şekil ile yaptığı zaman cevabın 4/12 olduğunu söylemektedir (73T). Bu durum Tahir'in kavramsal olarak soruyu anlayamadığına delil olabilir. Tahir'in karıştırdığı durum bütünü 4 arkadaşa paylaştırmasıdır. Beyza problemi şekil ile daha iyi anlarken Tahir'in paylaştırılan bütünü karıştırdığı görülmektedir (74B, 78T). Ayrıca 69T'de paylaştırma işlemi yapılırken öğrencinin bütünün tamamını parçalamak istemesi bölme işleminin eşitlik anlamını tanıdığını ve kullandığını gösteriyor olabilir.

Tahir 5/6 kesrini materyallerden oluşturmak için 5 tane 1/6 kesrini kullanmıştır. Bu da birim kesir bilgisini tanıdığını göstermiştir.

103T: Hımm. ( 1/6'i ortadan ikiye bölmeye çalışır).
104A: İkiye mi bölmeye çalışıyorsun?
105T: Evet.
106A: Kalemle çizebilirsin.
107T: 2,5-2,5 hocam.

Burada öğrencilerin 2,5 demesindeki sebep paylarına 2 tane tam bir de yarım pasta düşeceğini söylemeleridir. Fakat bu ondalık kesir sorunun cevabını tam olarak yansıtmamaktadır.

116A: Şöyle yapalım bunların hepsini 2'ye böldüğümüzü düşünürsek bütünüm ne olur? Yani bu parçaların hepsini 2'ye böldünüz.
117B: 1/12.
118A: Evet 12. O zaman her birinize 2 parça ve şunun yarısı kadarlık bir dilim düşüyor. Bu kadarlık bir kısım ne kadar?
119B: 1/12.
120A: Evet. Bir de buradaki 2 parça var.
121T: 1/12, 2/12, 3/12, 4/12, 5/12.

116A'da araştırmacının bütünü parçalamaya yönelik yönlendirmesini görmekteyiz. Bütün 12 parçaya ayrıldıktan sonra 2 arkadaşa paylaştırmak daha kolay olmuştur. Bu konu denk kesirler ile ilgilidir fakat öğrenciler bunu tanıyamamışlardır.

130T: 1 litreye 4 bardak koyuyorum hocam. Hocam 2 litre diyor bir de 1/4 kadar bardak koyuyormuşuz. ¼'leri de bardak sayıyorum.
131A: Tamam kaç bardağa ihtiyacın varmış?
132B: 8.
133T: 8 bölü… 8 bardak hocam.
134A: Tamam yazalım. (Beyza yazar) Tahir sence Beyza doğru mu yazdı?
135T: Hayır hocam.
136A: Siz cevabı 8 bulmuştunuz burada 1/8 yazıyor.
137T: İşlem yanlış gibi hocam.
138A: Düzelt o zaman sen. Siz 2 parçayı ¼'lere mi ayırdınız, ¼ parçayı 2'ye mi ayırdınız?
139T: 2 parçayı ¼'lere ayırdık hocam.

……………………………………………………………

142A: O zaman hangisi sizin problemin karşılığı?
143T: 2 tamı ¼'lere bölmek.

Ölçme anlamı içeren sorulara geçildiğinde öğrencilerin bocalamadıkları problemin anlamına göre soruyu kolayca çözdükleri görülmektedir (130T). Problemin matematik cümlesi yazılırken cevap 8 olmasına rağmen 1/8 yazmışlarıdır. Muhtemelen burada 8'i tek başına yazmak onları rahatsız etmektedir. Bunu 133T'de 8 bölü ifadesinin devam etmemesinden de anlayabiliriz. Burada her doğal sayının paydasında 1 olması bilgisinin eksikliğini görmekteyiz. 138A'da araştırmacının vurguladığı işlemler genellikle öğrencilerin karıştırdıkları sıralamadan kaynaklanmaktadır. Öğrenciler doğru işleme problemin anlamından ulaşmışlardır.

145T: 9 hocam. 9 kişiye yeter.
146A: Neden 9.
147T: 3 tane tam getiriyorlar. 1/3,1/3,1/3 dokuz kişi olur hocam.
……………………………………………………………………
153A: 9'un paydasında ne var?
154T: 3 tam.
155A: Bir doğal sayının paydasında ne var?
156B: 1.
157A: 9/1. 9 tam.

3 tamın 1/3'lere ayrılması sorusunda da materyal kullanmadan ya da şekil çizmeden cevaba ulaştıkları görülmüştür. Burada öğrenciler 9 tane 1/3'ün 3 tam olduğu bilgisini kullanmışlardır. Araştırmacı sorularda gerekli olan doğal sayıların paydasında bulunan 1 rakamını tekrar sorgulamıştır (153A). Beyza'nın bu bilgiyi tanıdığı görülmüştür ve bu sayede Tahir de bu bilgiyi tanımıştır (156B).

174T: Hocam. 1,2,3. (diyerek 2/3'leri sayar) Hocam 6 tane 1/3'i, 2/3 2/3 bölüyoruz.
175A: 2 tam yerine 6/3 mü kullandın?
176T: Evet hocam o 2 tam oluyor.
…………………………………………………………
181T: 1 tane 3/5 , 2 tane 3/5, 3 tane 3/5 , 4 tane 3/5 , 5 tane 3/5…
182A: Cevabımız 5. Sen şunu tercih ediyorsun, 3 yerine 15/5 yazmayı...

Tahir'in diyalogda verildiği gibi 2 tam yerine işlemi çözerken işini kolaylaştıracak ve bu kesrin dengi olan 6/3'yı tercih ettiği görülmüştür (175Ö, 176T, 182Ö). Tahir denk kesir bilgisini kullanmıştır ve onun ön bilgilerinin oldukça yeterli olduğu görüldüğünden kesirlerle istediği gibi değişiklikler yapabilmektedir. Bu da esnek düşünmesini sağlamaktadır.

( Tahir 1 bütün alır ve ¼'lere ayırır)
183T: 1 tane var hocam 3/4.
184A: Beyza kaç tane var?
185B: 1 tane hocam.
186A: Hangisi gösterin bana ( Tahir ¾'ü ayırır) Ee peki bu kalan parçayı ne yapacağız?
……………………………………………
191A: Peki ne rahatsız etti seni?
192T: Artakalan.
193A: Ne yapabiliriz? Artakalan parça acaba ¾'lük kısmın kaçta kaçı?
194T: ¼'i.
195B: Çeyreği.

Kalan kısmın kesir değerinin bulunacağı soruya gelindiğinde ise öğrencilerin her ikisinin de ¼'lik kısım ¾'lük kısmın çeyreğidir düşüncesinde birleştiği görülmüştür (194T, 195B). Bu bilgiyi oluşturamadıklarını görmekteyiz. Dolayısıyla bu bilgiyle alakalı olan diğer soruda aynı yerde tıkanacaklardır.

237A: Tamam şöyle yapalım ben sizin elinizden materyalleri falan alsam şekil falan da çizemeseniz bu 6. soruyu nasıl çözersiniz?
238T: 5 ile çarparız hocam.
239A: Genişletiyorsun yani. Bu şekilde paylarını eşitleyebiliriz diyorsun.
240T: Evet hocam.
241A: Peki paylarını eşitledikten sonra ne yapacağız? Payı sıfır olacaksa paydası ne olacak?
242T: Bu ikisini birbirinden çıkartacağız.
243A: Peki bu senin söylediğin kural bütün kesirlerde bölmede geçerli mi sence?
244B: Olmaz hocam.

Tahir'den algoritma için paylarını eşitlemek ve sonra birbirinden çıkarmak gibi bir fikir ortaya atılmıştır. Grup arkadaşı Beyza bu kuralın olmayacağı kanaatindedir (244B). Doldurulan tabloda bu fikri denerler.

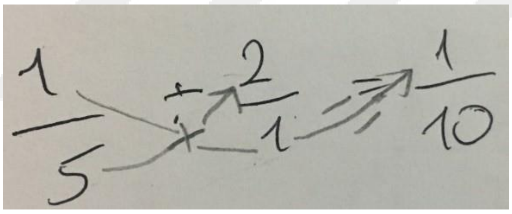
251T: Yani benim aklıma sadeleştirmek ya da genişletmek geliyor.
252A: Peki bu rakamları kullanarak bu sonuca ulaşamaz mıyız? Mesela 5 -2 ve 10, 2 -2 ve 4 arasında…
253T: Çarparak olabilir.
254A: Peki paydayı nasıl bulacağız? (Bu sırada Tahir çapraz işaretler koyar)

255T: 1 ile de 1’i çarpınca 1 olur.
256A: Yani çapraz mı gidiyor diyorsun?
257T: Evet hocam.

Kesirlerle bölme algoritması için çapraz çapma kuralını kısmi olarak oluşturmuşlardır (253T, 255T). Çünkü burada araştırmacının yönlendirmesi ile kuralı ortaya çıkarmışlardır.

260A: ¼ bulmuşsunuz burada da 3/12 çıkmış farklı mı?
261T: Yoo hocam.
262A: Neden?
263T: Çünkü ¼’i 3 ile çarpınca 3/12 olur.
264A: O zaman aynısı mı?
265T: Evet.

Araştırmacı burada materyalle bulduğu sonuç ¼ iken kuraldan 3/12 çıktığı üzerinde sorgulama yaptırmıştır. Fakat öğrenciler iki kesrin de aynı olduğunu tanımışlardır (263T).




**Şekil 4.3.** Talha ve Beyza’nın etkinliğin sonunda oluşturulduğu kural

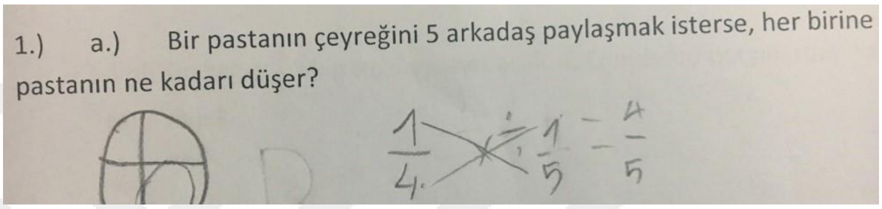
4.4. Tahir ve Beyza’nın Pekiştirme Etkinliği

Öğrencilerin 2 hafta önce oluşturdukları çapraz çarpım kuralını pekiştirme etkinliklerinde büyük ölçüde hatırladıkları gözlemlenmiştir. Fakat burada 2 sorun ile karşılaşılmıştır. Bunlardan bir tanesi öğrencilerin problemin matematiksel cümlesini yazarken kesirlerin yerini yanlış yazmaları ve diğeri ise çapraz çarpım kuralını pay ile paydayı çarpıp paydaya yazmak şeklinde sonuç kısmının yanlış hatırlanmasıdır.

7A: Yapacağınız bölme işlemi ne?
8T: ¼’i 5’e bölmek.
9A: Peki kuralla nasıl çözüyorduk? (Çapraz çizer)
10A: Çapraz.
11T: Bununla bunu, bununla bunu çarpıyorduk. ( ¼÷1/5 için)

12A: 1 ile 5'i çarptın 5 paydaya yazdın (Yanlış çünkü paya yazmalıydı) 1 ile 4'ü çarptın 4. Sence nasıl Beyza?
13B: Hocam böyle.

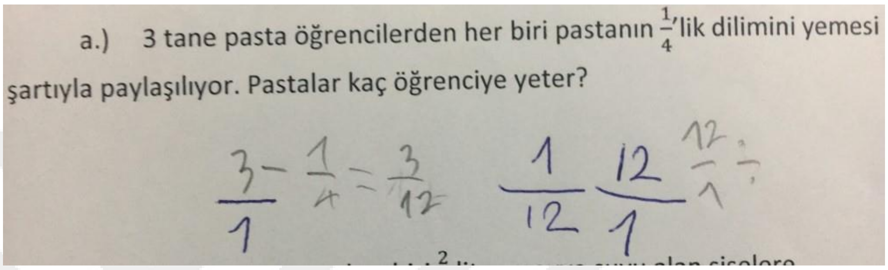
Örneğin ilk soruda yapacakları işlemin ¼'i 5'e bölmek olduğunu söyledikten sonra işlem olarak ¼÷1/5 yazmışlardır (8T, 11T). 12A'da ise çapraz çarpım kuralının sonuç kısmında sayıların yerlerinin ters yazıldığı görülmüştür. Her iki öğrencinin de kuralı aynı şekilde pekiştirdikleri düşünülmektedir. Diğer sorulardan birinde Tahir işlemi zihinden yapmak istediğini söyler.




**Şekil 4.4.** Tahir ve Beyza'nın işlemin sonucunu ters yazdıkları durum

( Tahir 3 ÷¼ yazar)
29T: Zihinden yapsak olmuyor mu?
30A: Zihinden 3 pizzayı ¼'lere mi ayıracaksın?
31T: Evet hocam. 12. ( 12 yazar)
32A: Zihinden mi yaptın?
33T: Evet hocam.
34A: Kuralı niye deneyemediniz bu soruda?
35T: Yapınca saçma oluyor hocam. ( 1/12 yazar sonuç olarak)
36A: Ee sen zihinden yapınca 12 buldun, kuraldan yapınca 1/12 çıktı.
37T: 12 tane insan birer birer sayınca öyle oluyor ama hocam.
38A: Sen 12 öğrenciye yeter diye buluyorsun, cevapta 1/12 öğrenciye yeter oluyor. Bu ikisi aynı şey mi?
39T: Değil hocam.
40A: Hangisi doğru?
41T: Burada 1 kişiye yetiyor gibi oluyor.
42A: Kaç öğrenciye yetiyor?
43T: 12.
44A: O zaman cevabın 12 çıkması gerekmiyor mu? Hata nerede?
45T: Cevap yanlış.
46A: Peki nasıl düzeltebiliriz? Cevabın 12 çıktığına eminsiniz.
47T: Evet hocam.
48A: Peki bu işlemin sonucu asıl 12 çıkar?
49T: 1'i silersek hocam. ( 1/12 deki 1'i kastediyor)
50B: Hocam 1 ile 1'i çarpınca 1 bunu paydaya yazacağız. (Beyza tersliği fark eder) 3 ile de 4'ü çarp 12 bunu da paya yazacağız.

3 tamı ¼’lere ayırdığında cevabın 12 çıktığını fakat kuraldan yapıldığında cevabın 1/12 olduğunu dile getirirler (31T, 35T). 1/12 ile 12 tamın farklı olduğunu tanıdıklarını görmekteyiz (38A, 39T). Ayrıca 1/12’in 1 tam bile olmadığının hâlbuki pizzaların 12 kişiye yeteceğinin farkında oldukları da görülmektedir. Buradaki mantıksızlığı çözmek için Beyza 50B’de kuralı ters hatırladıklarını fark eder. Bu hatırlamadan sonra çözdükleri işlemlerdeki kural hatalarını düzeltirler ve diğer soruları kuraldan çözmeye devam ederler.




**Şekil 4.5.** Tahir ve Beyza’nın kuraldaki hatalarını düzelttiği çalışma

## 4.5. Cem ve Berkay’ın Kesirlerle Bölme Algoritma Bilgisi Oluşturma Süreci

Kesirlerle bölme algoritması oluşturma süreçlerinin incelendiği üçüncü grup Cem ve Berkay’dır. Cem’in matematik dersi ders notu 83 olup kesirler ile ilgili ön bilgilerini ölçmek için yapılan testten 75 puan almıştır. Matematiğe karşı olan tutumunu ölçmek için uygulanan anket puanı ise 90’dır. Berkay’ın ise matematik dersi notu 85 olup ön bilgilerini ölçmek için uygulanan testten 85 puan almıştır. Matematiğe karşı tutumu yüksek bir öğrencidir ve öğretmenleri tarafından da öyle bilinmektedir. Uygulama yaklaşık 80 dakika sürmüştür ve 2 hafta sonra uygulanan pekiştirme uygulaması da yaklaşık 35 dakika sürmüştür. (C: Cem, B: Berkay, A: Araştırmacı)

Öncelikle öğrencilere bölme işleminden ne anladıkları sorusu yöneltilmiştir. Öğrenciler bu soruya “Bölüştürmek” cevabını vermiştir. Diğer gruplarda da rastlandığı gibi paylaştırma anlamından bahsetmişlerdir.

14A: Bu problemin sizce matematiksel cümlesi ne olabilir? Matematiksel cümle ne demek?
15C: İlk önce kesirlerle alakalı bir şeyler yapmak olmayacak mı? Mesela bir pasta 2 tamsa biri bir kardeşe düşer diğeri bir kardeşe düşer.

Matematiksel cümlenin öğrencide çağrıştırdığı durum diyalogda verilmiştir. Öğrenci sorunun çözümüne dair fikirleri kapsadığını söylemiştir bu yanlış değil sadece eksiktir (15C).

25B: Bu pasta olsun (1 tamı gösterir)
26C: Bunu 2'ye böleriz.
27A:Her birine ne kadarı düşer?
28C:Hımm… Nasıl desem… Berkay buna da sen cevap ver.
29B: Bir tamın yarısı.
30A: Yani yarısını sen yiyeceksin diğer yarısını sen mi yiyeceksin?
31C: Evet.
32A: Soruya bir daha bakalım. Yarısını 2 arkadaş paylaşıyor.
33B: Hmm şunun yarısını paylaşacaklar. ( ½'yi gösteriyor)

İlk soru için öğrencilerin yarımın yarısı ifadesi yerine problemi bir bütünün yarısı şeklinde anladıkları görülmüştür. Ancak 32A'da sorunun tekrar okunması üzerine 33B'de Berkay probleme uygun materyali seçmiştir. Fakat öğrencilerin yarım kavramının ½ olduğunu tanıdığı gözlemlenmiştir (33B).

34A: Nasıl paylaşacaklar?
35B: 1/3'ünü.
36A: Önünüze çekebilirsiniz. Bu yarısı. Bunu 2 arkadaş paylaşacak Berkay diyor ki 1/3. (O sırada 2 tane 1/3'leri yerleştirirler)
37C: Bu da çeyreği gibi bir şey.
38A: Peki bu pastayı tam olarak karşılıyor mu? Şu artan taraf nasıl olacak? Tam olarak 2'ye bölmüş olduk mu?
39B: Hayır. Şu olur mu?
40A: Deneyin.
41C: Ama o daha küçük olmaz. ( ¼'ü denerler) aaa oldu.
42A: Her birine pastanın ne kadarı düşüyor?
43B: ¼'i.
44C: Yarısını paylaşacaksak çeyrek düşecek bize. Yarısını bitirmiş olacağız.

Paylaşma işlemini yaparken diğer gruplardan farklı olarak kesirleri tek tek denediklerini görmekteyiz. Bu da yarım, bütün ve çeyrek arasındaki ilişkiye tam olarak hakim olamadıklarını gösteriyor olabilir. Daha sonra 44C'de öğrencinin çeyrek ve yarım bilgisini soruda kullandığını görmekteyiz. 41C'de ¼'in olmayacağını düşünürler. Cevaba ulaştıktan sonra problemin işlemini yazmaya sıra gelmiştir. Bu süreçte ciddi derecede zorlandıkları görülmüştür.

49A: Peki kaçı kaça böldünüz sizce? Hangi kesri hangi kesre böldünüz burada?
50C: 1/1'i bölmedik. ½'yi böldük.

51A: O zaman yazabilir misiniz şuraya? ½. ( Cem 2'de 1 şeklinde yazar)
52A: Kesir olarak yazamaz mısınız? ( Bu sefer de 2/1 yazar)
53A: Bu yazdığın ½ mi?
54C: Hayırr. Yanlış yazdım. ( ½ olarak düzeltir)

51A, 52A, 53A'de araştırmacının sürekli müdahale ettiği görülmektedir. Öğrenciler ½ kesrinin yazımını karıştırdıkları için araştırmacı bu düzeltmelerde bulunmuştur. 50C'de Cem bir önceki diyalogda karıştırdıkları duruma ithafen asıl böldükleri kesrin 1/1 yerine ½ olduğunu vurgulamıştır.

66C: ( 1/5'leri getirir) O zaman sadece birini paylaşacaksak ikimize de eşit düşer. Zaten eşit düşmesi gerekiyor. Ekmeği bu olarak düşünürsek…( 2 tane 1/5 koymuşlar) (1/10'u seçer)
67A: Neden onu seçtin?
68C: 1/5'in yarısı olduğu için.
69A: O zaman her birine ekmeğin ne kadarı düşer?
70B: 10/1.
71C: Hayır 1/10.

Burada 1/5'i 2'ye paylaştırma işlemi vardır. Öğrencilerin eşit paylaştırma fikrini kullandıkları görülmektedir (66C). İlk soruda yaptıkları gibi kesirleri tek tek denemek yerine Cem 1/5'in yarısının 1/10 olduğunu söylemiştir. Fakat burada her birine düşen miktarın 1/10 mi 10/1 mu olduğuna dair bir anlaşmazlık yaşanmıştır (70B, 71C). Sonunda Berkay da 1/10 olduğuna kanaat getirir fakat 1/10 ve 10/1 formatında olan kesirlerin karıştırılması gruplarda sıkça görülen yanılgılardan bir tanesidir. Bu durum da kesirlerin büyüklüklerini tam olarak tanıyamadıklarından kaynaklanmaktadır.

125A: Şunu vereyim o zaman. (Başka bir boş kâğıt verir) 1/3'e nasıl ayırırsınız?
126C: Keseriz.
127A: Kestiğin yerleri çizebilir misiniz? (Berkay eşit olmayan bir paylaştırma yapar)
128C: Ama öyle olmaz. Hiç birine eşit düşmez.
……………………………………………………………………………………
136A: Peki az önceki gibi tahmini olarak bölmeye çalışın. Ne yaptık 1/3'ini 4 arkadaşa paylaştırdık. Her bir arkadaşa bunun bir parçasını vereceğiz. Peki, burası kâğıdın kaçta kaçı?
137C: Burası ¼'i. Yani 1/3'lik kısmın ¼'i.
138A: Peki 1/3'in ¼'i kaç yapıyor yani?
139C: Kesir olarak ¼ yapıyor.

Dikdörtgen kâğıdı 1/3'lere ayırırken Berkay eşitlik kuralını ihlal ederek böldüğü için Cem tarafından uyarılır (127A). Bu da öğrencilerin birbirlerinin ön bilgilerini tamamladıklarını göstermektedir ve bu düzeltmeler sayesinde tartışma istenilen noktaya gelmektedir. Eşit paylaştırdıktan sonra 137C'deki Cem'in bahsettiği kesrin kesri ifadesi önemli bir yapının oluştuğunu göstermektedir. 1/3'lik kısmın ¼'i ifadesi kavramsal olarak zordur. Şeklini çizdikleri yapıdan bu kavramsal yapıyı çıkarmak oldukça önemli bir basamak olduğu düşünülmektedir. Fakat bu yapının devamı olarak bütünün 12 parçaya ayrılması gerektiğini tanıyamadığı için oluşan kesrin değerini yanlış söylemiştir. Araştırmacının bütünü parçalama önerisinden sonra öğrenciler kâğıdın tamamını eşit parçalara ayırmışlardır. Bu da eşit paylaştırma bilgisini tam olarak kullanamadıklarını göstermektedir.

162C: Aslında hepsini onlara versek. Bak bunu bir kardeşe veririz, bunu bir kardeşe, bunu bir kardeşe veririz. Ama bir tane artıyor yine. Hm ben yanlış yaptım çünkü soruda da ¾ diyor. ¼ yani eşit düşüyor.
163B: Öyle paylaştığımızda oluyor evet.
164A: Aslında yaptığınızda doğru oluyor. Peki işlemini nasıl yazarsınız?
165C: ¾ ÷ 3 yazarız.
166A: Cevap ne?
167B: Çeyreği oluyor.
168C: 25 kuruş olarak düşünürsek 75 oluyor. Ama aslında mantıklı birşey bence.

Öğrencinin bu soruda müdahaleye gerek kalmadan paylaştırma işlemini görmekteyiz. Hatta kendi yanlışını kendi düzeltmektedir (162C). Birim kesir kavramını doğru bir şekilde kullandıkları görülmektedir. Problemde verilen duruma uygun bir de paralardan örnek vermişlerdir (168C). ¼'lik kesri 25 kuruşa benzeterek ¾ ve 4/4 kesirlerinin de aynı şekilde değerlerini bulmuşlardır. Bu da kesirler arasındaki ilişkiyi doğru oluşturdukları ve yeni bir örnekle alakasını kurduklarını göstermektedir.

Ölçme anlamı içeren problem durumlarına geçildiğinde ise kesirleri modellerken öğrencilerin 2 ve ½ kesirlerinden hangisini seçmelerine karar veremedikleri, bu kesirleri tam olarak tanıyamadıkları ve bunların sonucunda problemin işlemini yazarken ciddi sorunlar yaşadıkları görülmüştür. Aşağıda bu durumlara ait diyaloglar verilmiştir.

220C: 2 litre süt her biri ¼. ¼ şu. 2 litre sütümüz varsa o zaman 1/2. ( ½'yi 2 tane ¼ ile paylaştırdı) 2 bardak gerekiyor gibi.
221A: Bizim sütümüz 2 litre mi ½ litre mi?

222C: O zaman bundan bir tane daha olması lazım. ( ½'den)
223A: Şuan kaç litre sütün var?
224C: 2/2.

220C'deki 2 litre süt için öğrencilerin 1/2 kesrini kullanması ve materyal olarak da onu seçmesi 2 tamı yanlış tanıdıklarını göstermektedir. 2 tane ½ kesrinin 2/2 kesrini oluşturduğunu tanıdıklarını fakat 2/2 kesrinin 2 litre süte denk olduğunu düşünmüşlerdir.

235C: Orada da bunlara benzer işlemler yok ki.
236A: Bu onlardan farklı mı?
237C: Soruları farklı.
238A: Başka nesi farklı?
239B: Aynı soruyu soruyor da.
240C: Sadece birimleri farklı. Benim kafam çok karıştı.
241B: Benimki de.

Öğrenciler paylaştırma anlamı içeren problem durumlarındaki işlemlerle benzerlik kuramaya çalışmışlardır. Fakat bu sorularda bir farklılık olduğunu dile getirmişlerdir (240C).

243C: ¼ ÷2 yapsak?
244A: şimdi ¼ sütü 2'ye mi ayırıyorsun, 2 litreyi mi ¼'lere ayırıyorsun. Yazdığın işlemle problemin aynısı olması gerekiyor. (2 ÷1/4 yazarlar) Cevap neydi?

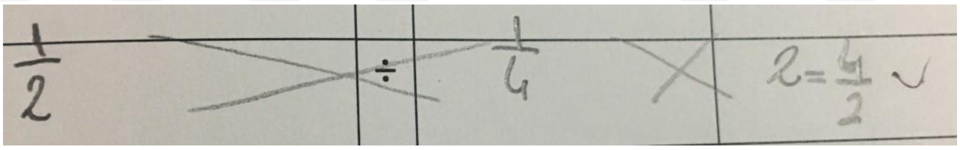
Öğrenciler ölçme anlamı içeren soruları paylaştırma anlamı gibi yazmaya çalışmışlardır. Onlara sorulduğunda ise 2 ÷1/4 işleminin kulağa mantıksız ve tuhaf geldiğini söylemişlerdir.

339A: Şimdi size şöyle sorsaydım (6. soru) şekilde çizmeyeceksin materyalde kullanmayacaksın nasıl çözerdiniz?
340C: Materyal kullansaydık iyiydi ya. İlk önce 32 ile 25'i toplardım sonra 5'e bölerdim.
341A: Neden?
342C: İçimden öyle geldi. Bir deneyelim mi benimkini ya?
343A: Deneyelim. (Denemeye başlar)
344C: Şimdi de mantıksız geldi ya. 57 çıktı 5'e bölersek.
345B: 11 kere var.
346C: Tam olarak bölünmedi ama.

Kendileri bir formül bulmaya çalışmışlar fakat denediklerinde bu fikirlerinden vazgeçmişlerdir. Daha sonra 7. sorudaki tablo ile ilgilenmeye başlamışlardır.

351A: Acaba 1. kesirle 2. kesir arasında nasıl bir bağlantı var da sonuç böyle çıkıyor?
352C: 2 ile 2'yi toplamışız 4 çıkmış.
353A: Şimdi aynısını burada yapalım. 2 ile 5'i toplamışız 7 oldu 10 çıkmış. Yöntemimizi değiştiriyoruz.
354C: 5 ile 2'yi çarparız 10 çıkar üstüne de 1 ekleriz.

Öğrencilerin yine çapraz olarak sayılar arasında bağlantı kurmaya yöneldiğini görüyoruz (352C). İlk işlemde toplama işlemi yaptıklarında sonucun tesadüfen doğru çıkması öğrencilerin doğru yolda olduklarını düşünmelerine neden olmuştur. Fakat başka bir örnekte denediklerinde kuralın uygun olmadığını görmüşlerdir. Çapraz çarparak sonucun paydasını bulabildikleri görülürken payı bulmak için araştırmacının yönlendirmesine ihtiyaç duymuşlardır. Buradaki kilit nokta "Her doğal sayının paydasında 1 rakamı vardır" ön bilgisidir. Araştırmacı bu yönlendirmeyi yaptıktan sonra öğrenciler çapraz çarpım kuralının eksik kalan parçasını tamamlamışlardır.




**Şekil 4.6.** Cem ve Berkay'ın etkinliğin sonunda bulduğu kural

4.6. Cem ve Berkay'ın Pekiştirme Etkinliği

Öğrencilerin pekiştirme etkinliğinde oluşturdukları kuralın başta çapraz olduğunu hatırladıkları görülmüştür. Fakat uygulama esnasında takıldıkları yerde yani işlemin sonucunun payını bulmaya çalışırken bu etkinlikte de zorlandıkları görülmüştür. Çünkü öğrencilerin her doğal sayının da paydası 1 olan bir kesir olduğu bilgisini uygulama sırasında fark edemedikleri ve dolayısıyla benzer sorularda kullanamadıkları görülmüştür.

20C: Hocam şöyle bir şey (Çapraz gösterir) şöyle yazıyorduk çarpıyorduk. Ama 5'in üzerinde de bir sayı olması lazım.
21A: 5 tam o.

22C: Geçen haftada onu onunla çarpıyorduk onu onunla. (Pay ve paydayı işaret eder) Ama bunda olmuyor 4 çarpı 5 yaptığımızda büyük bir sayı çıkıyor.
23A: 4 kere 5.
24C: 20
25A: Nereye yazacağız?
26C: Eşittir yazarız. (İşlemin sonucunun paydasına 20 yazar)
27A: peki 1'i ne yapacaksınız?
28C: 1 ile de 5'i çarparız.
29A: 5'in paydasında ne var?
30C: O bile aklımda yok. 1 ile 5'i çarparsak 5 yapar. Çizgiyi çekeriz üstüne (paya) yazarız.

¼ ÷5 işlemini yapmaya çalıştıklarında payda ve payı çarpıp paydaya yazmaları gerektiğini pekiştirdiklerini görmekteyiz (22C, 26C). 20C'deki 5 tamın üzerinde bir sayı olması gerekiyor ifadesi öğrencilerin 5 tamın 5/1 kesrine eşit olduğu bilgisini fark edemediklerini gösteriyor olabilir.

33C: Paydası neresiydi yaa?
34B: Alt taraf. ( Cem ¼ ÷ 5/1 = yazar)
35C: 1 ile 1'i çarparız 1 çıkar. 4 ile 5'i çarparız 20 çıkar.
36A: Nasıl yerleştireceksiniz?
37B: Payı 1 olabilir mi? Çünkü çapraz çarptım.

Berkay'ın yardımıyla 5'in paydasının 1 olması gerektiğini yazarlar ve kuralı uygulamaya başlarlar. Öğrencilerin tam olarak pekiştirdikleri durumun çapraz çarpmak olduğunu görmekteyiz (37B). Diğer bilgilerde eksikleri oldukları görülse de çapraz çarpım durumunu unutmadıklarına dair deliller olduğu düşünülmektedir.

42C: Buraya 1/5 yazsak. ( 1/5÷7 yazar) ( Daha sonra 1/5 ÷ 1/7 yazar)
43A: Berkay, Cem doğru mu yaptı?
44B: Yok.
45C: Ayyy. Yaa yine mi ya... (Yanlışını anlar 7/1 yazar) 7 ile 5'i çarparsak 35 çıkar buraya (paydaya) 35 yazarız. 1 ile 1'i çarparsak 1 çıkar.

Yukarıdaki diyalogda yine 7 tam kesri yerine 1/7 kesri yazılmasından dolayı bir sorun yaşanmıştır. Fakat 45C'de görüldüğü gibi yanlışını anladıktan sonra oluşturdukları kuralı uyguladıkları görülmüştür.

2. sorunun a şıkkında ise müdahaleye gerek duymadan kuralı kullanarak soruyu çözerler.

46C: 4/9. O zaman bölü 2 yaparız. Yukarıdaki gibi yapabilir miyiz?
47B: Yapabiliriz bence.
48C: ( ½ yazmaya yeltenir çok geçmeden yanlışını anlar) Ay yine yanlış yazıyordum. ( 4/9 : 2/1 = yazar) 9 ile 2yi çarparsak 18. 4 ile 1 i çarparsak 4 çıkar. ( 4/18)
49B: Bence oldu.

Cem, 48C'de 2 tam yerine ½ yazacakken yanlış yaptığını anlayarak işlemi doğru bir şekilde yazar.

53C: Buraya ¼ yazsak. Sadece 1 kısmını 3 öğrenci yiyormuş.
54A: 3 öğrenci mi yiyormuş 3 pasta mı varmış?
55B: Öğrenci demiyor ki.
56C: O zaman pastayı yazacağız.
57B: Bence yukardakilerin tam tersi yazacağız. ( 3/1 : ¼ = yazar)
58C: 1 ile 1'i çarparız 1. 3 ile 4'ü çarparız 12. (12/1) Ama bak diğerlerinde 12 paydada oluyor. Biz paydaya 1 yazmışız.
59A: Çıkamaz mı böyle sonuç?
60C: Yok çıkar.
61B: Bence böyle bir soru çıkabilir.

Ölçme anlamı içeren pekiştirme sorularına geçildiğinde ise Cem işlemi yazmakta sorun yaşamıştır. Burada grup arkadaşı Berkay'ın müdahalesi sürecin devam etmesini sağlamıştır (57B). Cem ise sonucun 12 tam çıkmasını diğer sorulardaki cevaplardan farklı bulmuştur (58C). Berkay'ın Cem'i sessizce takip etmesi ve gerekli yerlerde müdahale etmesi onun bu süreci daha çok içselleştirdiğini gösteriyor olabilir. Bundan sonraki soruları da aynı şekilde çözerek pekiştirme etkinliğini tamamlamışlardır.

## 4.7. Kerem ve Emir'in Kesirlerle Bölme Algoritma Bilgisi Oluşturma Süreci

Uygulamanın dördüncü grubu Kerem ve Emir'dir. Kerem'in matematik dersi beşinci sınıf not ortalaması 89 olup matematik dersi için yapılan tutum ölçeğinden 99 puan almıştır. Öğretmenleri tarafından başarılı bir öğrenci olarak tanınmaktadır. Ön bilgilerini ölçmek için yapılan testten 90 puan almıştır. Emir'in ise beşinci sınıf matematik dersi not ortalaması 78, tutum ölçeğinden aldığı puan 86, ön bilgilerini ölçmek için yapılan testten ise 70 puan almıştır. Başarı seviyesi orta düzey olarak bilinmektedir.

Yapılan uygulama yaklaşık olarak 50 dakika ve pekiştirme uygulaması ise 30 dakika sürmüştür. ( K: Kerem, E: Emir, A: Araştırmacı)

Bölme işleminin anlamı sorularak başlandığında öğrencilerin “Bir şey, ortadan ikiye bölmek” ve “Paylaştırmak için” ifadelerini kullanmışlardır. Bölme işleminin en genel bilinen anlamından örnekler vermişlerdir.

Öğrenciler bu sorularda materyal kullanmayı reddederek, kâğıt üzerine şekil çizerek çözmeye çalışmışlardır.

8K: Bir pasta çizelim. Bunu ikiye bölelim. Bunu da bölelim. Bir tanesi sana bir tanesi bana.
9A: Peki o zaman her birine pastanın ne kadarı düşüyor?
10E:Çeyreği.
11A:Çeyrek olduğunu nereden anladınız?
12E:Çünkü yarımı böldük.

İlk soru için problemin içerdiği yarımın yarısı durumunu bu gruptaki öğrencilerin hemen çözdüğü gözlemlenmiştir. Yarım kesri ikiye böldüklerinde çeyrek elde edileceği bilgisini tanıdıkları ve kullandıklarını görmekteyiz (11A, 12E). Problem durumunu hemen anlamaları öğrencilerin problem çözme becerilerindeki farklılıklarından kaynaklanıyor olabilir.

20A: Yarım kaçta kaçlık bir kesir?
21K: ½.
22A: O zaman ½’yi yazalım. Hangi işlemi yaptık?
23K: Bölme. İki nokta koy.
24A: Kaç arkadaşa paylaştırdınız?
25K: 2.
26A: Sonucu ne buldunuz?
27K: ¼. (Emir bu sırada işlemi yazar)
28A: O zaman ½’i 2’ye böldüğünüzde ¼ buldunuz.

Yukarıdaki diyalogda öğrencilerin problemin matematiksel cümlesini yazarken zorlandıkları ve araştırmacının bu durum için yaptığı yönlendirmeler görülmektedir. Yönlendirmeler sonunda öğrencilerin işlemi yazdıkları, adımları tanımaya çalıştıkları gözlemlenmiştir. Fakat öğrencilerin bir problemi matematiksel ifadeye çevirmekte sıkıntılarının olduğu düşünülmektedir.

33A: 1/3’i neresi?
34K: (Bir parça gösterir)

35E: Bir tanesi.
36A: Orayı 4 arkadaşa nasıl paylaştırışınız?
37K: Yine 1. sorudaki gibi böleriz.
38A: Peki böl. ( Emir 4 parçaya ayırır)
39K: 4 tane çıktı 4'ünü de arkadaşa vereceğiz.
40A: Peki bir arkadaşa kâğıdın kaçta kaçı düşüyor?
41K: 1,2,3,4,5,6,.. 1/6'i. ( 4+2 parça olarak saydı)

1/3'lik bir kısmı 4 parçaya ayırdıklarında bütünün tamamını parçalayamadıklarını görülmektedir. Her bir arkadaşa düşen parçanın 1/6 olduğunu söylemişlerdir. Bu ifadeler öğrencilerin bölme işleminin eşit paylaştırma bilgisini tanıyamadıklarına delil olabilir (41K). Eşit paylaşım olması gerektiğine dair araştırmacı tarafından uyarıldıktan sonra bu bilgiyi oluşturmuşlardır.

57K: 5'e böleceğiz. 1,2,3,4,5,.. 1/5'i yani şu. (1 tane parçayı seçer ve 2'ye ayırır). Hatta ben bunun tamamını böleyim. Yani bu iki parçayı paylaşacaklar. Yani 1/10.

Bir sonraki soruya bakıldığında ise biraz önce oluşturmuş oldukları eşit paylaştırma bilgisini kullandıklarını görmekteyiz. Öğrenci bütünün tamamını parçalamayı tercih etmiştir (57K).

93K: Bir pizza. Şimdi 5/6 i. Şu 5 parçasını iki kardeş paylaşacak. Ortadan ikiye böleriz. İkisine de 5 -5 veririz!
94A: Burayı da bölelim o zaman. Peki kaçta 5 parça?
95K: 5/12.
96A:İşlemini yazalım mı?
97K: Ben yazayım. $5/6 \div 2 = 5/12$

Diğer grupların bu soruyu materyal kullanarak çözdüklerinde artan 1/6'lık parçayı 2 eşit parçaya bölerken zorlandıkları ve bu noktada takıldıkları görülmüştür. Fakat bu grup çizim yaptıkları için bu soruyu daha kısa sürede ve doğru olarak çözüme ulaştırmışlardır. Bu da kesirlerde şekil çizmenin bazı avantajları olduğunu göstermektedir. Şekil çizmek ve modelleme yapabilmeleri için de öğrencilerin kesirleri tanımaları ve bu bilgilere sahip olmaları gerekmektedir.

98A: Diğer sayfaya geçmeden önce bu sorularda bölme işleminin hangi anlamını kullandık sizce?
99K: Böldük. Hiç toplama çıkarma çarpma yapmadık.
100E: Hepsini böldük.

Öğrencilerin kavramsal olarak bölme işleminin anlamı ile ilgili çağrıştırdığı ifadelerin sadece toplama, çıkarma gibi dört işlemden oluştuğunu görüyoruz (99K, 100E).

101K: 2 litre süt. 2'yi ¼'e mi böleceğiz?
102A: Bu ne şimdi çizdiğin?
103K: ¼'lik bardaklar. ( 1 bütünü ¼'lere ayırdı)
104A: Kaç tane ¼ var?
105K: 4 tane.
106A: Ne farklı geldi bu soruda size?
107K: 2 litre.
108A: Şimdi şu senin 1 litre sütün olsun.( 1 tam materyali verir) Bu da 2 litre sütün.
109K: Birleştirdiğimizdeee…
110A: Birleştirdiğimizde 2 litre süt oluyor. Bunları ¼'lik bardaklara boşaltacağız. ¼'leri kullanabiliriz oradan. Her birini doldurun. (Doldururlar) Kaç tane bardağa ihtiyacınız var şu an?
111K ve E: (Birlikte söylerler) 8.

Ölçme anlamı içeren problem durumlarına geçildiğinde öğrencilerin 2 litre süt ifadesi için sadece 1 tam çizdikleri yani bu kesri 2 tam olarak tanıyamadıkları görülmüştür (103K). 107K'de öğrenci tarafından 2 litrenin farklı geldiği söylenmiştir. Bu esnada araştırmacı tarafından materyale yöneldikleri görülmüştür. Daha sonra öğrencilerin zihinlerinde tam kesirlerin modellenmesine ilişkin yapılar oluşmaya başlamıştır. Bundan sonraki ölçme anlamı içeren problem durumlarını ise materyalden çözmek istemişlerdir.

121K: Bunlar 3 tane pizzamız. ( 3 tane dikdörtgen) Yani… ( Her birini 1/3'lere ayırır)
122A: Kaç öğrenci bu pizzaları yiyebilir?
123K: 3 öğrenci şu bir tane pizzayı yer.
124A: Tamam toplamda?
125E: 9.
126A: 10 öğrenci olsaydı ne olurdu sizce?
127K: Bir tane daha 1/3 pizza sipariş ederlerdi.
128A: O zaman işlem ve sonucunu yazabilir misiniz?
129K: $3 \div 1/3=9$

Öğrencilerin problemlerin matematiksel cümlesini yazarken müdahale etmeye gerek kalmadan işlemleri yazabildikleri görülmüştür. Bu durum problemin matematiksel cümlesini yazmanın bilgisini oluşturmaya başladıklarına delil olabilir.

134K: 5 tane tam. ( ½'leri yerleştirmeye başlarlar) 1 tanesi 2 tane oluyor. Yani 10 tane olacak.( Emir paylaştırmaya devam eder)
135A: Peki burada hangi işlemi yaptınız? İşlemini yazın.
136K: 5 ile 2'yi çarpınca 10 oluyor. (Kuralın bir kısmını söylüyor)
137A: Tamam bunu unutmayalım bir aklımızda kalsın.

5 tamı 1/2 kesrine bölme işleminde öğrencilerin cevabı 10 olarak bulduktan sonra çapraz çarpma kuralına ait belirli bir kısmı ifade ettiklerine rastlanmıştır (136K).

162A: Bir bütünün içinde 1 tane ¾ var. 1 tane de 1/4 kaldı. Ben diyorum ki bu ¼ şuradaki ¾'ün kaçta kaçı?
163K: Onu atalım bence. Hmm anladım 1/3'i.

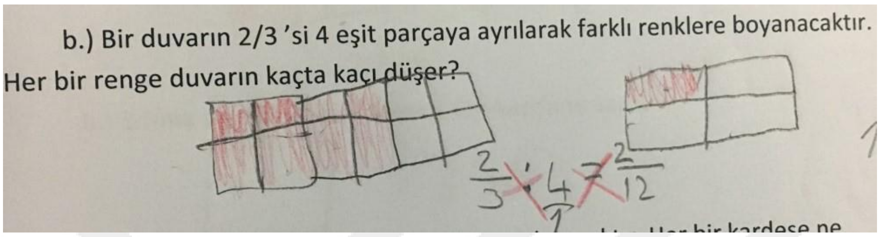
Kalan ¼'lik kısmın bütündeki değerini bulma bilgisini 163K'de materyal kullanmanın da yardımıyla yeni tanıdıklarını görmekteyiz.

183A: Peki 1/6'lik bu kısım ½'in kaçta kaçı?
184K: 1/3'i.

Başka bir soruda aynı mantığı içeren durumla karşılaşıldığında öğrencilerin az önce tanıdıkları bilgiyi kullandıklarını görmekteyiz. Bu da kesirlerle bölme işlemi için önemli bir adım oluşturmaktadır.

190A: Peki sizden başka bir şey isteyeceğim. Materyalleri vermesem çizim de yapamasanız bu işlemleri nasıl yaparsınız?
191K: Bölsek 9'u 32'ye mesela.
192A: Bölünür mü?
193K: Hayır. 5'i 25'e bölsek 5 çıkıyor da. Alttaki olmuyor.
194A: Siz az önce bir soruda 5 ile 2'yi çarptık 10 demiştiniz. Sorular bitince geri döneriz demiştik. Şimdi sizden öyle bir kural bulmanızı istiyorum ki bütün bu işlemlerde doğru olacak. Acaba 5÷ ½=10 nasıl bulmuş olabiliriz?
195K: 5 ile 2'yi çarpmışız 10.
196A: 1 ne olacak peki?
197K: Şu 1 oraya gelmiştir.
198A: Peki mesela şurada. Söylediğin kuralı uygulayacak olursak.
199K: 3 ile 3'ü çarptık ya da 4 ile 3'ü çarpacağız 3'e böleceğiz.
200A: 4 ile 3'ü çarptık 12. Peki bir soru 4'ün paydasında ne var?
201K: 1. Aaa evet şöyle çapraz çarparak buluyoruz.

Öğrencilerden bir kural oluşturmaları istendiğinde öğrencilerin payı paydaya bölerek denediklerini görüyoruz (191K, 193K). Fakat buldukları kuralın diğer örnek için de doğru çıkması gerektiği bilgisinin oluştuğunu düşünebiliriz. Çünkü payı paydaya bölme fikrinden vazgeçtiklerini görüyoruz. Araştırmacının uygulama esnasında öğrenci-lerin bir kural geliştirmeye çalıştıkları tekrar gündeme getirilmiştir (194A). Yine kuralı oluşturmak için kilit bilgilerden biri olan doğal sayıların da kesir olduğu ve paydalarında 1 olduğu bilgisi kullanılarak çapraz çarpım kuralı öğrenciler tarafından oluşturulmuştur (201K).




**Şekil 4.7.** Kerem ve Emir'in etkinliğin sonunda oluşturduğu kural

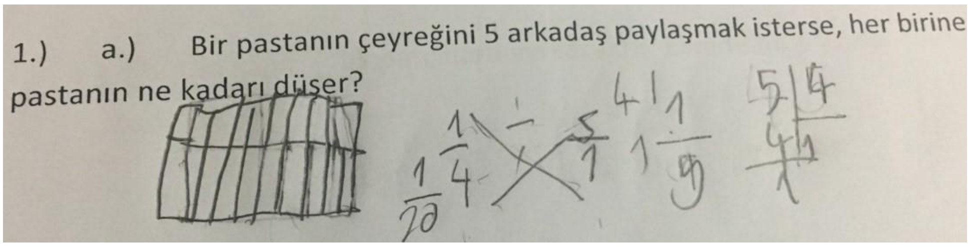
## 4.8. Kerem ve Emir'in Pekiştirme Etkinliği

Kerem ve Emir'in pekiştirme etkinliğinde oluşturdukları kuralın sadece çapraz olacağını hatırlamışlardır. Öğrencilerden materyalle ya da şekil çizerek soruları çözmek istediklerini dile getirmişlerdir.

11A: Burada yapacağım işlem ne?
12K: Çıkarma ya da toplama.
13A: Nasıl çözüyordunuz?
14E: Bölme.
15K:Çarpma.

Sorulan problemin anlamını bölme işlemi olduğunu tanıyamadıklarını görmekteyiz. Bu da bölme işleminin anlamında bazı sorunlar olduğunu göstermektedir.

19K: Aaa hatırladım! 5'i kesir yapmayı hatırladım. ( Emir ¼ yazar )
20K: Hocam 5'in her şeyi 1 ya hani ( paydası) ( 5/1 ) yazar.
21A: Aradaki işlem ne?
22K: Bölme.
23A: Kuraldan nasıl yapıyorduk? ( Kerem çapraz işaret koyar)




**Şekil 4.8.** Kerem ve Emir'in kuralı hatırlamak için yaptıkları çizim ve işlemler

Gerçek uygulamanın son kısmındaki kullandıkları doğal sayıların paydasında 1 vardır bilgisini bu etkinlikte de pekiştirdikleri görülmüştür (20K). Bu bilgiyi pekiştirmiş olmaları kuralın bir çapraz çarpım olduğunu da hatırlamalarını sağlamıştır. Fakat çapraz olarak hangi işlemi yaptıklarını tanıyamamışlarıdır. Bunun üzerine araştırmacı şekil çizmelerine ya da materyal kullanmalarına müsaade etmiştir.

37K: (Sevinir). Çeyreği olacağı için 4'e bölelim. 10+10=20. 1/20 cevap. Aaaa çarpmaymış.

Şekil çizerek cevabı bulduklarında kuraldaki işlemin çarpma olduğunu bilgisi öne sürdükleri görülmüştür.

50A: Yukardakilerden bakarsak?
51K: Çarptık. Bu sefer de başka bir şey yapacağız sanırım.
52A: Kuralı niye değiştiriyorsun?
53K: Çünkü burada 2 kişi 5 kişi diyor.
54A: O zaman kural değişiyor.

………………………………………………………………………………………

67K: Bence bunları (paydaları) eşitleyeceğiz de bu sefer kuralın dışına çıkmış oluyoruz.

Yukarıdaki diyaloglardan da anlaşıldığı gibi kuraldaki işlemin çarpma olduğu bilgisinin oluşturulamadığı görülmektedir (51K). Her soruda işlemi değiştirmeyi teklif etmişlerdir. Dolayısıyla uygulamada oluşturulduğu düşünülen çapraz çarpım kuralının aslında bu gruptaki öğrenciler tarafından oluşturulamadığı görülmüştür.

## 4.9. Kaan ve Zeynep'in Kesirlerle Bölme Algoritma Bilgisi Oluşturma Süreci

Uygulamanın beşinci grubu olan Kaan ve Zeynep'in beşinci sınıf matematik dersi notlarına bakıldığında Kaan'ın notu 80, Zeynep'in ise 78'dir. Kaan'ın matematik dersi tutum ölçeğinden aldığı puan 87, Zeynep'in ise aldığı puan 80'dir. Ön bilgilerini ölçmek için yapılan testten ise Kaan 75 puan, Zeynep ise 70 puan almıştır. İki öğrencinin de ders başarısı öğretmenleri tarafından orta düzey olarak bilinmektedir. Uygulama yaklaşık olarak 1 saat ve iki hafta sonra yapılan pekiştirme uygulaması ise 25 dakika sürmüştür. Öğrencilerin uygulama sonunda çapraz çarpım kuralını oluşturdukları görülmüştür. ( K: Kaan, Z: Zeynep, A: Araştırmacı).

Sorulara başlamadan önce öğrenciler bölme işleminin anlamı için "Eşit parçalara bölmek" ifadesini kullanmışlardır.

12A:Hemen bir pasta alalım mı oradan? Zeynep oradan bize bir bütün pasta ver. (Zeynep bir tam verir) şimdi bu pastanın yarısı 2 arkadaş paylaşacak. Nasıl yaparsınız?
13Z:Ortadan böleriz.
14A:Ortadan böleriz. Peki orada ortadan bölünmüşü var mı?
15K:Var hocam kırmızı (1/2).
16Z: Evet.
17A: Tamam onu da koyalım. ( Zeynep ½'yi getirir) Bu pastanın yarısı mı?
18K ve Z: Evet.
19A: Bunu 2 arkadaşa paylaştıracağız nasıl paylaştırırsınız?
20K: Tekini ona hocam. ( Zeynep'e)
21A: Peki bunu ½'yi nasıl paylaştırırsın Kaan?
22K: Çeyrekk.

İlk soruyu araştırmacının yönlendirmesiyle beraber çözdüklerini görüyoruz. Fakat sorunun çözümünün ana hatlarını öğrencilerin bilgileri oluşturmaktadır. Yarım ve çeyrek kesirlerini tanıdıklarını, materyallerin arasından doğru kesirleri tercih ettiklerini görmekteyiz (15K, 22K).

47A: Evet ½'si. Burada yaptığının matematik cümlesini yazabilir misin? Yani işlemini yazabilir misin bana?
48K: Hocam 1 tane tam pastayı aldık koyduk. Sonra yarısını paylaştık.
49A: Tamam yarısını paylaştınız değil mi? ½'yi 2'ye böldünüz.
50Z: Evet.
51A: Evet peki bunu yazabilir misiniz? ( Zeynep sözel olarak yazar)
52A: Normal işlem olarak yazalım Zeynep sözel olarak değil de. ½ sonra hangi işlem gelecek Kaan?
53K: ¼.

54Z: Ee ¼ cevap da… Hangi işlemi kullanacağım toplama, çıkarma, çarpma, bölme?

Öğrencilerin yukarıdaki diyalogdan anlaşıldığı gibi sorunun çözümünü sözel olarak ifade edebildikleri fakat matematiksel cümlesini tanıyamadıkları, araştırmacının yönlendirmesine ihtiyaç duydukları görülmektedir (48K, 51A).

76A: O zaman her birine ne kadar düşecek?
77K: 1'de 10.
78A: 1'de 10 mu 10'da 1 mi?
79K: 10'da 1 hocam.

Burada 1/10 mi 10/1 mu anlaşmazlığı yaşanmıştır. Fakat diğer gruplardan farklı olarak bu grupta kesirleri okumayı eksik tanımadan dolayı bu sıkıntı yaşandığı düşünülmektedir. Öğrenci kesir olarak 1/10 kesrini seçmiştir fakat okurken 77K konuşmasında olduğu gibi 1'de 10 olarak okumuştur.

190K: Hocam 5/6'ini diyor.
191A: Peki bunu ikiniz aranızda paylaşacaksınız. (Kaan materyal denemeye başlar)
192K:Daha büyük lazım. ( ½'yi seçer) Bu da çok büyük. Hocam 1/3 nerede?
193K:Hocam 1/4 çıkacak kesin bir deneyelim. (¼'leri dener yine kalan parça vardır) Yine kalıyor ya…

5/6 kesrini 2 arkadaşa eşit paylaştırmak için materyalleri kullandıklarında 1/6'lik kısmı paylaştıramamışlardır. Bunun için farklı birimlerde kesirler kullanarak sanki o parçanın hiç artmayacağı fikrini yürütürler.

229K: ( 2 tane ¼ koyar) İki oldu hocam.
230A: Tamam bitti mi?
231K: 1 litre bitti hocam. ( Aslında ½ litre bitti) Bir tane daha sütüm var hocam.

Kaan 2 tane ¼'lik materyal koyar ve 1 litreyi doldurduğunu söyler. Burada kesirleri tanımada sorun yaşadığını görmekteyiz (231K).

264K: 3 tam olacak o zaman hocam. (3 tam seçerler)
265A: Zeynep başlayabilirsin ayırmaya.
266K: 1/3. ( Materyalleri getirir)
267A: Kaç öğrenci yiyecek pizzaları?
268K: 9 kişi falan yiyecek hocam. 3,6,9.
269A: 10 kişi gelse bu pizzaları yiyebilir mi? Yani 10 çocuk olsa?

270K: Yeeerr. ¼'e bölerler.
271A: O zaman daha küçük parçalar mı gelecek?
272K: Evet hocam. Az gelir herkese.

Ölçme anlamı içeren problemi materyal ile zorlanmadan çözdükleri görülmüştür. Araştırmacının öğrenci sayısının artması durumunda izleyecekleri yöntemi sorduğunda ise diğer gruplar genellikle bir pizza daha sipariş etmek ya da gelen öğrencilere pizza yetmeyeceği gibi çözüm yolları bulmuşlardır. Bu grupta farklı olarak kesir birimini değiştirdiklerini görmekteyiz (270K). Burada ¼ kesrinin 1/3 kesrinde daha küçük parça olduğu bilgisini kullanmışlardır (272K). Farklı bir bilgi kullanarak değişik bir açıdan yorumlamışlardır.

352A: Bu soruyu şekil ya da materyal kullanmadan nasıl çözersiniz?
353K: Hocam normal böleriz. 32'yi 25'e böleriz. ( Payı payla –paydayı paydayla bölmek fikri) Sonra bulduğumuz sonuçları toplarız veya çıkartırız.
354A: Tamam bu kural bir aklımızda bulunsun. Şimdi ben size başından beri yaptığımız işlemlerin sonuçlarını söyleyeceğim siz de bu tabloyu dolduracaksınız. (Tabloyu beraber doldurmaya başlarlar) şimdi bunlara bakarak bir kural geliştirmenizi istiyorum sizden.
355K: Normal böleriz.
356A: Nasıl mesela örnek üzerinde göster. (İlk soru üzerinde denerler fakat olmadığını görürler)
357K: Hocamm 5 ile 2'yi çarpacağız. 1/10 çıkar.
358A: Diğerleri için de geçerli olması lazım.
359K: Hocam bunu da çarparız (Heyecanlı) 12 çıkmış.

Alternatif kural oluşturma fikri olarak payı paya bölmek, payda ile paydayı bölmek olabileceğini düşünmüşlerdir fakat örnek üzerinde olmadığını görürler (353K, 356A). Yaptıkları işlemleri tablo üzerine yazdıklarında hemen heyecanlı olarak payda ile payı çarparak sonucun paydasının bulunacağını söyleyerek kuralın bir kısmını oluşturmuşlardır (257K).

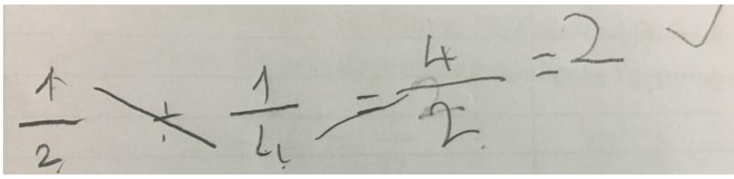
362A: 5 ile 2'yi çarptın 10 mu oldu? Peki 2'nin paydasında ne var? Her doğal sayının paydasında ne vardı?
363Z: 1.
364A: 1 var. 5 ile 2'yi çarptım 10 yazdım. Peki paydasını nasıl bulacağım?
365K: Hocam onları da çarpacağız. 1 çıkıyor hocam.
366A: Kaan'ın söylediği kural şöyle galiba. (Kaan çapraz çizgileri çeker) Tamam bu örnek için geçerli oldu. Başka bir örnekte denememiz lazım ki hepsinde kullanabilelim.

367K: Şunda deneyelim hocam.
368A: Deneyin bakalım.
369K: Hocam 4 ile 3'ü çarpıyoruz 12 burayı bulduk. 1 ile 1'i çarpıyoruz 1. Bu kadar ( 3÷1/4=12 işlemi için).

Öğrencilerin doğal sayıların da kesir oldukları ve paydalarında 1 olduğu bilgisini tanıdıkları ve kuralın geri kalanını oluşturmak için kullandıkları görmekteyiz (365K). Çapraz çarpım kuralını oluşturduktan sonra diğer örneklerde deneyerek geçerli olup olmadıklarına bakmışlardır.

371K: Hocam bu olmuyor sanki. Cevap 2 diyor ama 4/2 bulduk.
372A: Farklı mı?
373KZ: Evet.
374A: 4/2 kaça eşit?
375K: Hııı oldu hocam. 2'ye eşit.
376A: O zaman tuttu mu kuralınız?
377K:  Aaa oldu (diyerek sevinir) gerçekten oldu hocam.

Materyal ile çözerken 2 buldukları işlemin, kuraldan 4/2 çıktığını gördüklerinde öncelikle bu iki kesrin denk olduğu bilgisini tanıyamamışlardır (371K, 373KZ). Daha sonra Kaan isimli öğrenci bu bilgiyi tanımış ve aslında bir hata olmadığını düşünmüş-tür. Kuralı buldukları için sevindiklerini dile getirmişlerdir.



**Şekil 4.9.** Kaan ve Zeynep'in etkinliğin sonunda oluşturduğu kural

## 4.10. Kaan ve Zeynep'in Pekiştirme Etkinliği

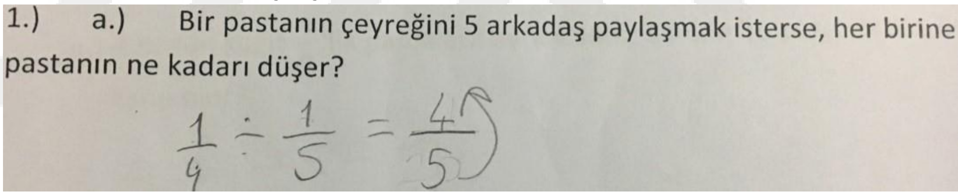
Pekiştirme etkinliğinde ise öğrenciler materyal ile soruları çözmek istemişlerdir. Kuralın nasıl olduğu sorulduğunda ise doğal sayıların paydasında 1 olduğu ve pay ile paydayı çarptıktan sonra paya yazma kuralını tanıyamadıkları gözlemlenmiştir.

21K: Hocam ¼'i 5'e böleriz. Hocam ¼ ÷ 1/5. Hocam şimdi (pay) 1 olacak aynı olduğu için. Hocam bunları çarpıyorduk (5 kere 4) 20.

……………………………………………………………………………………..
25Z: Hocam bunu şöyle (çapraz) çarpıyorduk bir kere.
26K: Evet hocam öyle bir şeyler yapıyorduk.
27A: Bir yapın bakalım.
28K: He hocam 5 ile 1'i çarpıyorduk. 4 ile 1'i diyeceğim ama olmaz ki. 45 olur. ( 4 ile 5'i yan yana yazdı)

Problemi okuduklarında problemin işlemini hemen yazmalarından matematiksel cümlesini pekiştirdiklerini düşünmekteyiz (21K). Fakat 5 tamı payına 1 rakamını yazarak bilgiyi yanlış hatırlamışlardır. 25Z'de çapraz işaretler çizerek kuralın çapraz çarpmak bilgisinin pekiştiğini söyleyebiliriz. 28Z'ye bakıldığında ise yerlerini yazmakta hata yaptıklarını görmekteyiz. Bunun sonucunda ise uygulamada kuralın tam olarak oluşturulamadığını ya da zamandan kaynaklı unutma olabileceği ve dolayısıyla pekiştirilemediği düşünülmektedir.

31A: Mesela 1 ile 5'i çarptık nereye yazıyorduk?
32Z: Buraya ( paydaya) ( ¼ ÷ 1/5 = 4/5 yazdı)
33K: Alta. He hocam böyleydi.




**Şekil 4.10.** Kaan ve Zeynep'in sorunun matematiksel cümlesindeki hatası

Sonradan fikirlerini değiştirmişlerdir. Bu sefer kuralın pay ile paydayı çarpıp paydaya yazma fikrini ortaya atarlar (32Z).

35K: Hocam aynı bunun gibi. 1/5 ÷ 1/7 böyle hocam.
36A:Soruda 7 arkadaşıma paylaştırıyorum diyor. Siz 1/7 arkadaşa paylaştırdınız. Aynı şey mi?
37Z: Hayır. 7 olacak.
38K: Onun için 1 koyalım hocam.
39A: Nereye 1'i koyacaksınız?
40K: Alta. (paydaya) 7'nin altına. 7 kere 5, 35 oluyor. Sonra alt ya da üstten biri 1 olacak diğeri de 35.

Bir sonraki soruya baktıklarında ise araştırmacının 7 arkadaş mı 1/7 arkadaş mı uyarısından sonra paydanın 1 olması gerektiği bilgisini kullanmışlardır (40K). Fakat çapraz çarpım kuralının sonuç kısmını yine karıştırdıklarını görmekteyiz.

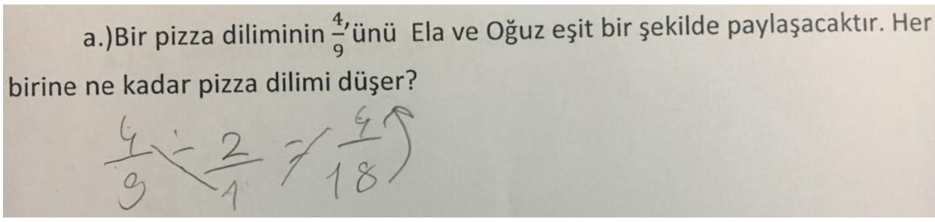
Kuralların karıştığı araştırmacı tarafından fark edilince bir sonraki ölçme anlamı içeren problemi materyalden yapabileceklerini söyler.

60K: 3 tane tam varmış ¼ e böleceğiz. Hocam üste 1 koyup aşağıya 3 koysak olmaz mı?
61A: 1/3 ve 3 aynı şeyler mi?
62K: Hayır.
63Z: 3/12 yazar.
64A: Bu sefer de payla payı çarptınız paydayla paydayı çarptınız. Bu kural da farklı oldu.
65K: Hocam tam olduğu için farklı oldu bu 1 koyacağız altına. (Çok karıştırdılar)
66Z: Heh şöylee. 1/12.
67A: Peki Kaan'ın materyallerinden düşünelim. 3 tane pastam var ¼'lere ayırıyorum. Elimde kaç parça olur?
68Z: 12.
69A:Şimdi bu soruyu düşününce materyallerle yapınca cevap 12 çıkıyor. Kuralla yapınca 1/12 çıktı. 1/12 ile 12 aynı mı?
70Z: Hayır.

Nitekim materyal mantığıyla düşündüklerinde iki sonucun farklı çıktığını kendileri de görmüştür.

84A: Neyi fark ettin?
85K:Hocam biz daha demin üste yazdık. (Paydayla payı çarpıp paydaya yazmamız gerekiyordu)
86A: Nasıl düzeltiriz?
87K: Hocam 2b için 3/20 yazarız. ( Pay ile paydanın yeri değiştirilir)

Sonrasında 1/12 den 12 elde edebilmek için kuraldaki çaprazlamayı yanlış yazdıklarının farkına varırlar (85K). Bundan önceki soruların doğru cevapları içinse buldukları sonuçlarda işlemleri baştan yapmak yerine sadece pay ve paydanın yerini değiştirdiklerini görmekteyiz. Bu da yeni bir bilginin oluştuğunu söyleyebiliriz. Yukarıdaki diyalog pekiştirme uygulamalarında kuralı bir kısmını yeniden oluşturduklarını görürken, materyal ile işlemleri çözme mantığının kuralı yeniden ve kısa sürede bulabildiğine delil sayılabilir.


a.)Bir pizza diliminin $\frac{4}{9}$'ünü Ela ve Oğuz eşit bir şekilde paylaşacaktır. Her birine ne kadar pizza dilimi düşer?

$\frac{4}{9} \div \frac{2}{1} = \frac{4}{18}$

**Şekil 4.11.** Kaan ve Zeynep'in kuraldaki hatalarını düzelttiği çizim

## 4.11. Mine ve Fatih'in Kesirlerle Bölme Algoritma Bilgisi Oluşturma Süreci

Örnek olay çalışmamızın altıncı grubu Mine ve Fatih'tir. Mine'nin beşinci sınıf matematik dersi ortalaması 81, ön bilgilerini ölçmek için yapılan testten aldığı puan ise 70'dur. Matematiğe karşı tutum ölçeğinden ise 80 puan almıştır. Fatih'in beşinci sınıf matematik dersi not ortalaması 82 olup, testten 70 puan almıştır. Tutum ölçeğinden ise 89 puan almış olup her iki öğrenci de başarı düzeyleri olarak orta derecede oldukları söylenebilir. Uygulama yaklaşık 60 dakika ve pekiştirme etkinliği ise 20 dakika sürmüştür. (M: Mine, F: Fatih, A: Araştırmacı)

Öğrencilere bölme işleminin anlamı hakkındaki ön bilgileri sorulduğunda bölen, kalan gibi bölme işleminin elemanlarını saymakla beraber, eşitlemek için bölme yaparız ifadesi de kullanıldığı görülmüştür.

25A: Yarısı kaç?
26F: 2/1.
27A: 2/1 mi ½ mi önce buna karar verelim?
28M: ½.

Fatih yarım kesrini tanıyamamıştır (26F). Fakat Mine yarımı tanıyarak işlemlerin hızlı ilerlemesini sağlamıştır. Öğrencilerin matematik cümlesini yazarken araştırmacının yönlendirmesine ihtiyaç duydukları görülmüştür.

75M: Yok hocam ¾ burada. Hocam biz hani toplamıştık bu materyallerden de toplasak olur mu?
76A: Bir deneyelim.
77M: Alttaki yine aynı 4 kalacak.
78A: Üstleri toplasam 3/4 olur mu acaba?
79M: Hıh öyle.
80A: Bunlardan ¾'ü nasıl elde edersiniz?
81M: Toplasak?

82F: Olmaz bence.
83A: Mesela ¼. Yanına bir tane daha ¼ koyarsak ne olur?
84M: Alttaki yine aynı değil mi hocam. Üstteki… 2/4 olur.
85A: O zaman yanına 1 tane daha eklesem?
86M: ¾.

¼ kesrini kullanarak ¾ kesrini oluşturmaya çalışırlarken kesirlerle toplama işlemi bilgisini kullanmışlardır (75M, 81M, 84M). Paydanın aynı kalacağı ve payların toplanacağını bu şekilde 3 tane ¼'den ¾ elde edileceğini düşünmüşlerdir.

104A: 5/6'i nasıl oluşturacaksınız bakalım.
105M: Bunlardan bir tane daha bulalım. (1/6'yı gösteriyor) 2 kardeş paylaşacak. Ama burada 5 parça var.
106A: Bu 3 parçayı biriniz alsa 2 parçayı biriniz alsa?
107FM: Eşit olmuyor!

Araştırmacı 106A'de bölme işleminin eşit paylaştırma kuralına aykırı bir öneride bulunmuştur. Fakat 107FM'de öğrencilerin bu öneriye karşı çakarak eşit paylaştırma kuralını tanıdıklarını ve kullandıklarını görmekteyiz.

123A: Peki bu çözdüğünüz sorularda bir şey dikkatinizi çekti mi aynı ya da farklı?
124M: Aynı hocam hep bölüyoruz.
125A: Bölmenin nasıl bir anlamı var burada?
126M: Paylaştırma!

Paylaştırma anlamı içeren soruların bitişinde araştırmacı sorularda genel olarak dikkat çeken noktaların ne olduğunu sorduğunda öğrencilerin başlangıçta söylemediği ve problemlerin çözümünden sonra söylediği paylaştırma anlamını oluşturduklarını düşünmekteyiz.

128A: 2 litre sütünüz var.
129M: Diğerleri gibi değil ama?
130A: Farklı mı geldi?
131M: Evet.
132A: Neden farklı geldi sana?
133M: Öncekinde kaç kişiye böleceğimiz vardı burada yok. O yüzden böyle yaptım buraya da kaç kişi olduğunu yerleştireceğim. Önce onu bulalım kaç kişi olduğunu.
134A: 2 litreyi malzemelerle nasıl modelleyebilirsiniz?
135M: 1/1… 2/1… (düşünüyor) (2 tane ½ koydu yan yana)
136A: Bu kaç litre süt şimdi?

137M: 2.

Ölçme anlamı içeren sorulara geçildiğinde ise öğrencilerin anlamın değiştiğini hemen tanıdıklarını söylemişlerdir (133M). 133M'de söyledikleri ifade paylaştırma anlamı ile ölçme anlamının kendilerince farkını söylemektedir. Fakat 2 litrenin 2 tama eşit olduğu bilgisini tanıyamamışlardır (135M). Burada modelleme bilgileri eksik kalmıştır.

164A: 3/3 ne yapar?
165M: 3 tam. Hayır, 3 tam değil de 3'de 3.
166A: 3'de 3 kaç tam yapar?
167M: Benim bir fikrim yok...
…………………………………………………………………….
199A: Peki 5 tamın paydası var mı?
200M: Yok.
201A: Paydasında bir sayı var mı sizce? Her doğal sayının paydasında…
202F: Yok bir şey.

Tam kesirlerde öğrencilerin bilgi eksikliği yaşadıklarını söyleyebiliriz. Bu eksikliğin temelinde ise her doğal sayının aynı zamanda kesir olduğu bilgisinin yatmakta olduğu söylenebilir. 3 tam ile 3/3 kesrinin eşit olduğunu düşünmüşler ve yanlış tanımışlardır. Başka bir soruda yine aynı durumda karşılaşılmıştır ve öğrenciler paydasında bir sayı olmadığını dile getirmiştir (200M, 202F).

237A: Peki bu son yaptığınız sayfada bölmenin nasıl bir anlamı var diğeri anlamından farklı mı aynı mı?
238M: Bence burada paylaştırma yok gibi. Paylaştırma var ama kişilere paylaştırmıyoruz.
239A: Hımm yani bu yaptıklarınız paylaştırmadan farklı ama adını bulamadın.
240M: Evet.

Ölçme anlamı içeren sorular bittikten sonra araştırmacı tekrar sorularda nelerin dikkatlerini çektiğini sormuştur. Öğrenciler anlamda bir farklılığın olduğunu işlemlerin değiştiğini fark etmişler sadece bölme işleminin diğer anlamına bir isim bulamamışlardır.

244A: Az önce yapamadığımız soru gibi değil mi? Peki şu diğer soruya bakarsak. Materyallerinizi aldım elinizden şekil çizmek de yok 6. soruyu nasıl çözerdiniz?
245M: Bölelim desem 9'u 32 ye bölemem. Yer değiştirsek nasıl olur?
246A: Yer değiştirsem acaba sonuç değişir mi?

247F: Hepsinin yerini değiştirsek.
248A: Yani payı paya bölerim, paydayı da paydaya bölerim diyorsun.
249M: Evet anlamında başını sallar.

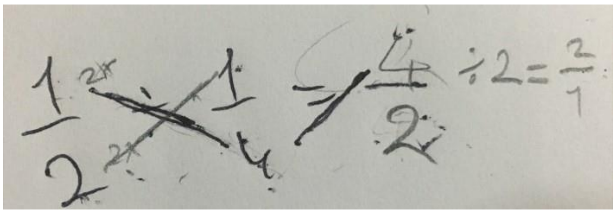
Kural olarak önce payı pay ile paydayı payda ile bölmek fikrini söylemişlerdir. Kural test ettiklerinde doğru olmadığını görürler ve farklı bir kural düşünmeye başlamışlardır.

254F: Çarpacağız.
255A: Nasıl çarpacağız?
256M: Hocam 2 kere 2 4. 2 kere 1 de 2 ama sonuç 1 çıkmış.
257F: Hocam şunda da 3 kere 4 12. 5 kere 2 10.
258A: Evet tutuyor sanki. Ama payları nasıl bulacağız?

Diğer gruplarda olduğu gibi kuralın payda ile pay çarpılır ve sonucun paydasına yazılır kısmını oluşturmuşlarıdır (257F).

266A: Paydasına ne yazacağım?
267M: 1 yazalım sonra bunları da böyle ters çarparsak cevap çıkar.

Doğal sayıların paydalarında 1 olduğu bilgisi üzerinden çapraz çarpmak fikrini de denediklerinde kuralın tamamına ulaşmışlardır.



**Şekil 4.12.** Mine ve Fatih'in etkinliğin sonunda oluşturduğu kural

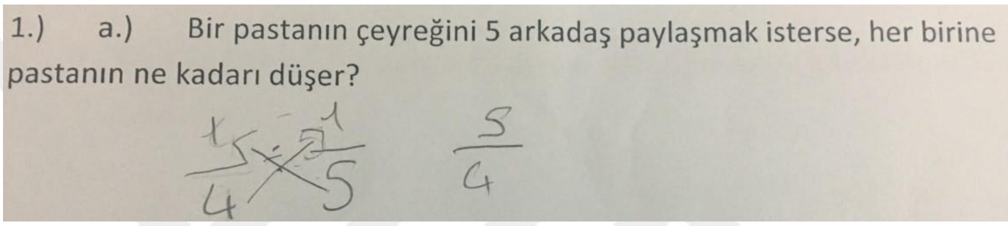
4.12. Mine ve Fatih'in Pekiştirme Etkinliği

Pekiştirme uygulamasında öğrencilerin problemlerin matematiksel cümlesini kolaylıkla yazarak pekiştirdikleri gözlemlenmiştir. Çapraz çarpım kuralını hatırlamışlardır fakat 5 tamın 5/1 kesriyle eşit olması gerektiği yerine 1/5 yazmışlardır.

21A: Kuraldan nasıl buluyordunuz?

22M: Böyle şey yapmıştık ama… (Çapraz gösterir) Çaprazı yapmıştık bunun.
23A: Fatih, Mine 5’in de böyle olmasını söylüyor. 5’i kesir halinde yazamaz mıyız?
24M: 5’i 5’e böleceğiz o zaman.
25A: O zaman 5/5 olur. 5’in paydasında ne vardı?
26M: Böyle hocam. ( 1/5 yazar)
27F: Aa evet...

25A’da araştırmacı tarafından 5’in paydasında ne olduğu sorusuna Mine 1/5 olarak cevap vermiştir ve grup arkadaşı Fatih bu cevabı onaylamıştır. Paydasında 1 olacağı bilgisini pekiştiremedikleri görülmüştür.



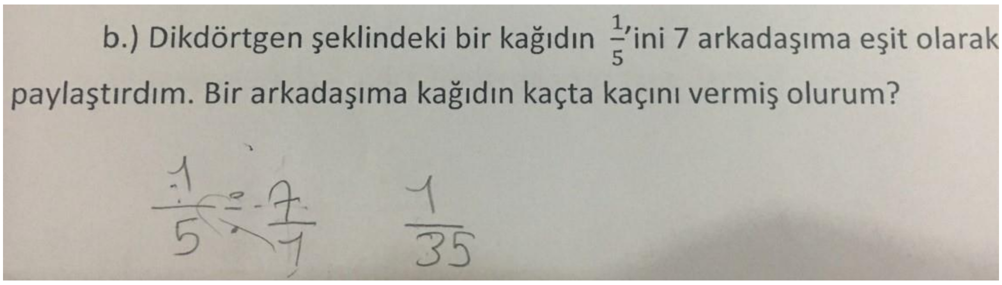

**Şekil 4.13.** Mine ve Fatih’in sorunun matematiksel cümlesindeki hatası

( ¼ ÷ 1/5 işlemi için)
28F: 5 kere 1
29M: 5. 4 kere 1 4.
30A: Nasıl yazacaksınız?
31M: Önce 5’i üste. 4’ü alta.

Yukarıdaki diyalogda öğrencilerin kuralı pekiştirdikleri görülmektedir.

33A: Arkadaşlarım 7 tane mi 1/7 tane mi?
34M: 7 tane.
35A: O zaman 1/7 yanlış oluyor.
36M: 7.
37A: Paydam da ne var? (sessizlik) Paydam da 1.
38F: Altına yazacağız.

Problemin anlamından arkadaş sayısının 1/7 olamayacağını tanımışlardır (36M). Araştırmacının paydada 1 olması gerektiği bilgisi hatırlatıldıktan sonra öğrencilerin uygulama içinde oluşturamadığı bilgi tekrar tanıtılmıştır. Fakat bu bilgi hatırlatıldıktan sonra bile hangilerini çarpıp paya yazıyorduk, hangilerini çarpıp paydaya yazıyorduk bilgisinin oluşturulamadığını görmekteyiz. Araştırmacının müdahale etmesiyle aşağıda verilen sonuca ulaşmışlardır.



b.) Dikdörtgen şeklindeki bir kağıdın $\frac{1}{5}$'ini 7 arkadaşıma eşit olarak paylaştırdım. Bir arkadaşıma kağıdın kaçta kaçını vermiş olurum?

$\frac{1}{5} : \frac{7}{1} \quad \frac{1}{35}$

**Şekil 4.14.** Mine ve Fatih'in araştırmacının müdahaleleriyle pekiştirdikleri soru

# V. BÖLÜM

## 5.1. Tartışma

Bu bölüm "Kesirlerle bölme algoritması oluşturma süreci ile ilgili sonuçlar" ve "Öğretimsel sonuçlar" başlıkları altında incelenecektir.

### 5.1.1. Kesirlerle Bölme Algoritması Oluşturma Süreci ile İlgili Sonuçlar

Bu çalışmada, öğrencilerin kesirlerle bölme işlemi ile ilgili algoritmaya ait bazı yapıları oluşturdukları anlaşılmaktadır. Algoritma oluşturma sürecinde RBC+C Soyutlama Teorisinin tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme eylemlerinin gerçekleştiği hem uygulama esnasında hem de pekiştirme etkinliğinde gözlemlenmiştir. Aşağıda öğrencilerin bilgi oluşturma süreçleri değerlendirilmiştir.

Öğrencilerin tanıma süreçleri incelendiğinde tüm grupların kesirlerin temel elemanlarını (pay, payda) tanıdıkları görülmüştür. ½ kesrinin yarım, ¼ kesrinin ise çeyrek olduğu öğrenciler tarafından tanınmıştır. Ayrıca basit kesir ve bileşik kesir gibi kesir çeşitlerinin de grupların tamamı tarafından tanındığı anlaşılmıştır. Fakat başarı düzeyi orta olan gruplarda "2 tamın" aynı zamanda bir bileşik kesir olduğu bilgisini tanıyamadıkları görülmüştür. Problem durumlarının "Matematiksel cümlesini yazınız" ifadesinde matematiksel cümle kavramının gruplar tarafından tanınmadığı ve bu konuda araştırmacının yardımına ihtiyaç duyulduğu gözlemlenmiştir. Gruplarda işlem için gerekli olan modellerin kesir takımından kolaylıkla tanıdıkları görülmüştür. Başarı düzeyi orta olan grupların materyal kullanmak yerine daha çok şekil çizme eğiliminde oldukları gözlemlenmiştir.

Kullanma süreçlerine bakıldığında ise gruplar arasında tanıdıkları kesir bilgilerini kullanma eylemlerinin farklılaştığı görülmüştür. Başarı düzeyi yüksek-yüksek olan gruplarda verilen kesirlerin modelleme becerilerinin oldukça yüksek olduğu, başarı düzeyi orta olan gruplarda ise verilen kesirleri modelleyebilme, model üzerinde denk kesrini gösterme becerilerinin eksik olduğu anlaşılmıştır. Eşit paylaştırma yapmak için verilen kesir yerine denk kesrini model üzerinde kullanarak sonuca ulaşma eyleminin başarı düzeyi yüksek olarak belirlenen gruplarda daha başarılı olduğu gözlemlenmiştir. ¾ kesrinin modellenmesi durumunda "kesirlerin kaç tane birim kesrinden oluştuğu bilgisi"ni grupların çoğunun kullandıkları yalnızca başarı düzeyi orta-orta olan gruplarda araştırmacı müdahalesine gerek duyulduğu görülmüştür. Ölçme anlamı içeren sorulara geçildiğinde bölüm durumundaki kesirden bölünenin içinde tamsayı kadar olmadığında kalan parçanın bütündeki değerinin bulunmasında grupların tamamının zorlandığı ve bu bilgiyi kullanamadıkları görülmüştür. Fakat araştırmacının yönlendirmesiyle bu durumu en hızlı kavrayan grup Yiğit ve Özer olmuştur. Daha sonra bu bilgiyi benzer durumlarda kullandıkları gözlemlenmiştir (252Ö).

Etkinliğin yedinci sorusu tabloya bütün işlemler doldurulduktan sonra öğrencilerin kesirlerle bölme algoritmasını oluşturmalarıyla ilgilidir. Beklenenin aksine öğrenciler ne ortak payda ne de ters çevirip çarpma algoritmalarını kullanmışlardır. Etkinliğin sonunda öğrenci gruplarının tamamı çapraz çarpım kuralını bulmuşlardır. Yani birinci kesrin paydasıyla ikinci kesrin payını çarparak sonucun paydasına; birinci kesrin payı ile ikinci kesrin paydasını çarparak sonucun payına yazmışlardır. Uygulamadan iki hafta sonra yapılan pekiştirme etkinliğinde oluşturulan bilgi yapılarının kullanılması ve pekiştirmeleri amaçlanmıştır. Fakat pekiştirme uygulamasında bazı öğrenci gruplarının çapraz çarpım kuralını oluşturamadıkları ortaya çıkmıştır. Örneğin başarı düzeyi yüksek- orta olan Kerem ve Emir uygulamada çapraz çarpım kuralına ulaşırlarken, pekiştirme etkinliklerinde etkinliği tamamlayamadıkları ve dolayısıyla kuralı oluşturamadıkları görülmüştür. Başarı düzeyi orta-orta olan gruplardan biri olan Mine ve Fatih de pekiştirme uygulamasında kuralı hatırlayamamışlarıdır. Başarı düzeyi orta-orta olan gruplardan bir diğeri olan Kaan ve Zeynep'in pekiştirme uygulamasında kuralı eksik hatırladıkları fakat soruları tekrar çözdükten sonra kuralı yeniden oluşturdukları gözlemlenmiştir. Bu grubun kuralı kısmi oluşturdukları düşünülmektedir. Tahir ve Beyza (yüksek-yüksek), Berkay ve Ali (yüksek-orta) ise pekiştirme uygulamasında belli bir soruya gelene kadar kuralı eksik hatırlamışlardır. Daha sonra pay ve paydanın yerini yanlış hatırladıklarını fark ederek gerekli düzeltmeleri yapmışlarıdır. Başarı düzeyi yüksek- yüksek olan gruplardan biri olan Yiğit ve Özer ise pekiştirme uygulamalarında kuralı oluşturdukları kanısına varılmıştır. Hatta bu grup kuralı oluşturmalarının yanında, alternatif olarak denk kesir kavramını kullanmış ve sorunun çözümünü farklı bakış açısı ile yorumlamışlardır.

### 5.1.2. Öğretimsel Sonuçlar

Uygulamaya başlamadan önce bölme işleminin anlamı üzerine öğrencilere sorular sorulduğunda daha çok paylaştırma anlamına dair cevaplar verdikleri görülmüştür (511Y,6T). Literatüre bakıldığında eşit paylaştırma anlamının ölçme anlamından daha yaygın olduğundan bahsedilmiştir. Örneğin Tirosh (2000), sezgisel olarak yapılan hatalar kategorisinde bölme işlemde sadece eşit paylaşım anlamının düşünülmesinden bahsetmektedir. Bu durumun bölenin sadece doğal sayı olacağı, bölen bölünenden küçük olmalıdır, bölüm bölünenden küçük olmalıdır gibi bazı sınırlılıkları da beraberinde getirdiğini söylemektedir (Işık ve Kar, 2012). Çalışmada ölçme anlamı içeren sorulara geçildiğinde öğrencilerin bir farklılık sezdiği fakat bu farklılığa bir isim bulamadıkları görülmüştür (239A, 240M).

Öğrencilerin ölçme anlamı içeren problemlere paylaştırma anlamı gibi davrandıkları görülmüştür. 307Ö, 138A, 244Ö diyaloglarında araştırmacının aynı soru cümlelerini kullandıklarını görmekteyiz. Burada problem "2 parçanın ¼'lere ayrılması" durumunu içerirken, öğrenciler işlem olarak "1/4'i 2'ye" bölmüşlerdir. Çalışma yapılan tüm gruplarda bu sorunla karşılaşılmıştır. Literatüre bakıldığında ise Baki ve Bütün (2009) yaptıkları çalışmada öğretmenlerin de benzer yanılgıya düştüklerinden bahsetmiştir. Öğretmenlerin ½'e bölmeyi 2 ile bölmek gibi düşündükleri görülmüştür. Benzer bir sonuç Ball (1990) tarafından yapılan çalışmada öğretmen adayları ile elde edilmiştir.

Çalışmamızdaki öğrenci gruplarının tamamına yakınının etkinliğin dördüncü sorusunda bulunan 1 ÷ ¾ işlemini çözerken zorlandıkları görülmüştür. Bu soruda öğrenciler 1 tamın içinde bir tane ¾ olduğunu düşünmüşlerdir fakat geriye kalan ¼'lik kısmı yorumlayamamışlardır. Bazı gruplar bu parçayı ihmal etmeyi teklif etmişlerdir. Sadece iki grup ¼'lik kısmın ¾'ün 1/3'i olduğunu söylemiştir (Özer-Yiğit, Kerem-Emir). Bu bağlamı öğrencilerin müdahalesiz ve materyal yardımı olmadan oluşturamadıkları görülmüştür. Bu konuyla ilgili literatüre bakıldığında Sharp ve Adams'ın (2002) bölme işlemi görmemiş 5. sınıf öğrencileri ile yaptıkları çalışma karşımıza çıkmaktadır. Öğrencilerin kalanı yorumlamada ciddi sıkıntılar yaşadıklarını ve bölenin ne kadarının bölünenin içinde olduğunu düşünemediklerini belirtmişlerdir.

Öğrencilerin sahip oldukları ön bilgilerin uygulamanın ilerlemesinde ve etkililiğinde oldukça önemli olduğu görülmüştür. Ön bilgilerin önemli olacağı düşünülerek, etkinlik tasarlanırken hangi soruda hangi ön bilgilerin gerekli olabileceği ve problemlerin çözümünde gereken eylemler dizisi araştırmacı tarafından belirtilmiştir. Örneğin kuralı oluşturan gruplara bakıldığında "denk kesir bilgisi" ne sahip oldukları görülmüştür (374A, 375K, 263T, 175A, 176T, 532Y). Kesirlerin farklı denk kesir gösterimlerini yazmaları sürecin daha hızlı ve doğru ilerlemesine yardımcı olmuştur. Hatta iyi-iyi grubu olarak belirlenen Yiğit ve Özer isimli öğrenciler alternatif bir yol olarak denk kesirleri kullanarak problemleri çözmüşlerdir. "Bir kesrin kaç tane birim kesrinden oluştuğu" bilgisi ise hatırlayan grupların materyallerle işlemi modellemeleri sürecine katkıda bulunmuştur (451Ö, 174T). Etkinliğin sonunda gruplarda kural oluşturmaları istendiğinde "Her doğal sayının paydasında 1 olan bir kesir" olduğu ön bilgisinin sıklıkla araştırmacı tarafından gündeme getirildiğini görmekteyiz (511A, 356A, 411A). Bu ön bilginin kuralı oluştururken gruplara yardımcı olduğu düşünülmektedir. Bazı gruplarda bu bilginin fark edilmediği görülmüştür. Literatüre bakıldığında ise öğrencilerin rasyonel sayıların tam sayıları ve doğal sayıları kapsamadığı bu nedenle tam sayıların rasyonel sayı olmadığı yanılgısına sahip oldukları görülmüştür (Okur ve Çakmak Gürel, 2016).

Grupların etkileşimlerine bakıldığında karşılaşılan durumlardan biri olarak birbirlerinin ön bilgilerini tamamladıkları ve problemlerin çözümü için alternatif fikirler öne sürdükleri görülmüştür (68Ö,69Y). Öğrenciler arasındaki bu etkileşim sürece olumlu yönde katkı sağlamıştır. Bazı gruplarda ise bir öğrencinin diğerine göre daha aktif olduğu görülmüştür (56T,57B). Burada sessiz kalan öğrencinin zihninde oluşan yapıları tespit etmek oldukça güç olmuştur. Dolayısıyla hangi bilgilere sahip ya da eksik olduğunu aynı zamanda oluşturduğu yapıları ispatlayacak delillere ulaşılamamıştır.

Durmuş (2005) tarafından yapılan çalışmada öğrencilerin ters çevirip çarpma algoritmasını ezberden yaptıkları ve anlamlandıramadıkları görülmüştür. Benzer bir sonuca Zembat'ın 2004 yılında yaptığı çalışmada rastlanmıştır. Ayrıca Zembat (2004) öğretmen adaylarının da kesirlerle bölme işlemi yaparken ters çevirip çarpma algoritmasını kullandıklarını fakat bu algoritmanın neden doğru sonuç verdiğini açıklayamadıklarını görmüştür. Bizim çalışmamızda öğrencilerin elde ettiği çapraz çarpım kuralının, ters çevirip çarpma algoritmasından farklı olmadığı söylenebilir. Fakat öğrenciler tarafından çapraz çarpımın tercih edilmesi çalışmanın önemli bulgularındandır.

## 5.2. Sonuç ve Öneriler

Beşinci sınıf matematik başarı düzeylerine göre oluşturulan öğrenci grupları ile yapılan bu çalışmada istenilen yapıların oluşma yolu ve hızı farklı olup çeşitlilik içermektedir. Bilgi oluşturma süreçleri gruplar hatta gruptaki öğrenciler arasında bile farklılık göstermektedir. Başarı düzeyleri yüksek olan gruplarda ön bilgilerinin daha fazla olmasından kaynaklı olarak sürecin daha iyi içselleştirildiği, daha hızlı ve pratik şekilde istenilen hedeflere ulaştıkları görülmüştür. Yüksek-orta öğrenci gruplarında ise yüksek başarı seviyesindeki öğrencilerin bilgi yapılarını daha önce oluşturdukları orta seviyedeki öğrencilerin ise etkileşim halinde daha geç oluşturdukları gözlemlenmiştir. Bu bulgular (Hershkowitz, Hadas, Dreyfus ve Schwarz, 2006; Voight, 1995; Cobb ve diğerleri, 2001) ile benzerlik göstermektedir.

Dreyfus (2007), RBC+C modelinde yer alan eylemlerin iç içe olduğundan bahsetmiştir. Hazırlanan etkinlikte her soru birkaç alt sorudan oluşmaktadır. Böylece öğrenciler ilk soruda tanıdıkları bazı yapılar diğer sorularda kullanmışlardır. Örneğin 2 tane pastadaki 2/3'lik parçaları bulurken tanıdıkları yapıyı sorunun b şıkkında tanıyıp kullanmışlarıdır ve diğer sorular da bu şekilde ilerlemektedir. Bu bulgu birçok araştırmacı (Dreyfus, 2007; Dreyfus, Hadas, Hershkowitz ve Schwarz, 2006; Özmantar, 2004; Altun ve Yılmaz, 2008; Yeşildere ve Türnüklü, 2008; Akkaya, 2010) tarafından dile getirilmiştir.

Kesirlerle bölme işleminin hem öğretilmesi aynı zamanda bu öğretimle beraber anlamının da öğrenilmesi gerekmektedir. Bunu sağlayan etkinliklere öncelikle öğretmen ve öğretmen adaylarından başlanılmalıdır. Konu ile ilgili alan bilgileri genişletilmelidir ( Işık ve Kar, 2012).

Yapılan bu çalışmada öğrenci grupları ile çalışılmıştır. Araştırmanın başka bir boyutu olarak bu etkinlik sınıf içine taşınabilir. Yine bu etkinlik üzerinde çeşitli düzenlemeler yapılarak farklı düzeydeki gruplarda uygulanabilir. Çalışmada kesirlerle bölme algoritması oluşturma süreci materyal ve etkinlik kâğıdı ile uygulanmıştır. Çalışmanın içerisine teknoloji eklenerek farklı bir çalışma yapılabilir. Başka bir konu seçilerek öğrencilerin bilgi oluşturma süreçleri incelenebilir.

# KAYNAKÇA


Açıl, E. (2015). *Ortaokul 3. Sınıf Öğrencilerin Denklem Kavramına Yönelik Soyutlama Süreçlerinin İncelenmesi: Apos Teorisi.* Yayınlanmamış Doktora Tezi, Atatürk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.

Ahsbahs, B. A. (2004). Towards the emergence of constructing mathematical meanings. *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*: *Vol 2.* (pp. 119-126).

Akkaya, R. (2010). *Olasılık ve istatistik öğrenme alanındaki kavramların gerçekçi matematik eğitimi ve yapılandırmacılık kuramına göre bilgi oluşturma sürecinin incelenmesi.* Yayınlanmamış Doktora Tezi, Uludağ Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Bursa.

Albayrak, M. (2010). *İlköğretimde matematik ve öğretimi –I (3. Baskı).* Ankara: Hegem Yayınları.

Altun, M. (2005). *İlköğretim ikinci kademede (6, 7 ve 8. sınıflarda) matematik öğretimi.* Bursa: Aktüel Yayıncılık.

Altun, M. (2008). *Eğitim fakülteleri ve ilköğretim öğretmenleri için matematik öğretimi*. Bursa: Alfa Yayınları.

Altun, M. (2008). *Matematik Öğretimi*. Bursa: Alfa Basım Yayım Dağıtım.

Altun, M., ve Memnun, D. S. (2012). Rbc+c modeline göre doğrunun denklemi kavramının soyutlanması üzerine bir çalışma: özel bir durum çalışması**.** *Uluslararası Cumhuriyet Eğitim Dergisi Cumhuriyet, International Journal of Education, 1* (1), 17-37.

Altun, M., ve Yılmaz, A. (2008). Lise öğrencilerinin tam değer fonksiyonu bilgisini oluşturma süreci. *Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi Dergisi, 41* (2), 237-271.

Altun, M., ve Yılmaz, A. (2010). Lise öğrencilerinin parçalı fonksiyon bilgisini oluşturma ve pekiştirme süreci. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 23* (1), 311-337.

Altunışık, R.,Yıldırım, R. ve Bayraktaroğlu, S. (2002). *Sosyal Bilimlerde Araştırma Yöntemleri.* Sakarya: Sakarya Kitabevi.

Ayanoğlu, P. (2012). *7. sınıf öğrencilerinin birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem ve eşitsizlik grafiği bilgisi oluşturma süreçleri.* Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Kastamonu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Kastamonu.

Baki, A., ve Kartal, T. (2004). Kavramsal ve işlemsel bilgi bağlamında lise öğrencilerinin cebir bilgilerinin karekterizasyonu. *Türk Eğitim Bilimleri Dergisi, 2* (1), 27–46.

Baturo, A. & Nason, R. (1996). Student teachers‟ subject matter knowledge within the domain of area measurement. *Educational Studies in Mathematics, 31(3),* 235–268.

Bikner-Ahsbahs, A. (2004). Towards The Emergence of Constructing Mathematical Meanings. In M. J. Hoines and A. B. Fuglestad (Eds.), *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Pychology of Mathematics Education*, (Vol. 2, pp. 119-126). Bergen, Norway: International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME).

Bishop, J. A. (1988). *Mathematical Enculturation*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Cobb. P. and Bauersfeld, H. (Eds.), (1995). *The emergence of mathematical meaning: Interaction in classroom cultures.* Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

Cobb, P., Stephan, M., McClain, K. and Gravenmeijer, K. (2001). Participating in Classroom Mathematical Practices. *The Journal of the Learning Science*, 10, 113-163.

Creswell, J. W. (1998). *Qualitative inquiry and research design: Choosing among five traditions.* Thousand Oaks, CA: Sage Publications.

Çelebioğlu, B. (2014). *Kesir kavramına ilişkin bilgi oluşturma sürecinin incelenmesi.* Doktora Tezi, Uludağ Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Bursa.

Dağlı, H. (2010). *İlköğretim beşinci sınıf öğrencilerinin çevre, alan ve hacim konularına ilişkin kavram yanılgıları.* Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Afyon Kocatepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Afyon.

Davydov, V. V. (1990). Types of generalization in ınstruction: logical and psychological problems in the structuring of school curricula. ın j. Kilpatrick (ed.) and j. teller (trans.). *Soviet Studies in Mathematics Education, 2,* NCTM.

De Lange, J. (1996). Using and applying mathematics in education. In A. J. Bishop, K. Clements. C. Keitel. J. Kilpatrick, and C. Laborde (Eds.), *International handbook of mathematics education* (pp. 49- 97). The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Demir, M. ve Gür, H. (2016). Öğretmen adaylarının parabol bilgisini oluşturma süreçleri ve bu süreçte öğretmenin rolü: durum çalışması. *Education Sciences (NWSAES), 11(4)*, 195-216.

Demirdöğen, N. ve Kaçar, A. (2010). İlköğretim 6. sınıfta kesir kavramının öğretiminde gerçekçi matematik eğitimi yaklaşımının öğrenci başarısına etkisi. *Erzincan Eğitim Fakültesi Dergisi*, *12-1.*

Dienes, Z. P. (1961). On abstraction and generalization. *Harvard Educational Review, 31,* 281-301.

Dreyfus, T. (2007). Processes of Abstraction in Context the Nested Epistemic Actions Model.EBSCO veri tabanından 20.06.2008 tarihinde http://escalate.org.il/construction_knowledge/papers/dreyfus.pdf sitesinden alınmıştır.

Dreyfus, T., Hershkowitz, R., and Schwarz, B. (2001a). Abstraction in context ıı: the case of peer interaction. *Cognitive Science Quarterly, 1* (3), 307-368.

Dreyfus, T., Hershkowitz, R., and Schwarz, B. (2001b). The construction of abstract knowledge in interaction. In M. Van Den Heuvel-Panhuizen (Eds.), *Proceedings of the 25th Annual Conference for the Psychology of Mathematics Education*: *Vol. 2*. (pp. 377 384). Utrecht, The Netherlands: Freudenthal Institute.

Dreyfus, T., and Tsamir, P. (2004). Ben's Consolidation of Knowledge Structures about Infinite Sets. *Journal of Mathematical Behavior*, 23, 271-300.

Dreyfus, T. (1991). Advanced Mathematical Thinkin Processess. In D. Tall (Ed.), *Advanced Mathematical Thinking* (pp. 25-41). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Dreyfus, T., and Tsamir, P. (2001). Ben's consolidation of knowledge structures about infinite sets. *Journal of Mathematical Behavior*, *23,* 271-300.

Dreyfus, T., Hadas, N., Hershkowitz R., and Schwarz B. B. (2006). Mechanisms for consolidating knowledge constructs. In J. Novotná, H. Moraová, M. Krátká, and N. Stehliková (Eds.), *Proceedings of the 30th Conference of the International*

*Group for Psychology of Mathematics Education*: *Vol. 2*. (pp. 465-472). Prague, Czech Republic: Charles University Faculty of Education.

Duran, N. B. (2017). *Ortaokul matematik öğretmen adaylarının alan ve pedagojik alan bilgileri çerçevesinde kesirlerle çarpma ve bölme işlemlerinin öğretimine ilişkin kullandıkları modeller.* Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Pamukkale Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Denizli.

Durmuş, S. (2005). Rasyonel sayılarda bölme işlemini ilköğretim öğrencilerin algılayışları. *Sakarya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi***.** *9*, 97-109.

Erlandson, D. A., Harris, E. L., Skipper, B. L. ve Allen, S. T. (1993). *Doing naturalistic inquiry: A guide to methods*. Beverly Hills, CA:Sage.

Gökkurt, B., Şahin, Ö. ve Soylu, Y. (2012). Matematik öğretmenlerinin matematiksel alan bilgileri ile pedagojik alan bilgileri arasındaki ilişkinin incelenmesi. *The Journal of Academic Social Science Studies, 5(8)*, 997-1012.

Güler, H. K. ve Arslan, Ç. (2018). Matematik Öğretmeni Adaylarının Düzlemde Dönme Dönüşümü Formüllerini Oluşturma Sürecinin İncelenmesi. *GEFAD / GUJGEF, 38(2)*, 615-636.

Gravemeijer, K. (1994). *Developing Realistic Mathematics Education*. Freudenthal Instute, Utrecht, Netherlands.

Hauvel-Panhuizen, M. (1996). *Assessment and Realistic Mathematics Education*. Netherlands: Technipress.

Hershkowitz, R., Schwarz, B. B., and Dreyfus, T. (2001). Abstraction in contexts: epistemic actions. *Journal for Research in Mathematics Education, 32* (2), 195-222.

Hershkowitz, R. (2004) "From Diversity to Inclusion and Back: Lenses on Learning (Plenary Lecture)", *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, eds. M. J. Hoines and A.B. Fuglesad, 1, pp. 55-68, Bergen University College, Norway.

Hershkowitz, R., Hadas, H., and Dreyfus, T. (2006). Diversity in the construction of a group's shared knowledge. In Novotna, J., Moraova, M., Stehlikova, N. (Eds). *Proceedings of the 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*: *Vol. 2*. (pp.297-304). Prague, Czech Republic: Charles University.

Hershkowitz, R., Hadas, N., Dreyfus, T., and Schwarz, B. (2007). Abstracting processes, from individuals constructing of knowledge to a group's shared knowledge. *Mathematics Education Research*, *19* (2), 41-68.

Işık, C. (2011). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının kesirlerde çarpma ve bölmeye yönelik kurdukları problemlerin kavramsal analizi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 41,* 231-243.

Işık, C. ve Kar, T. (2012). 7. sınıf öğrencilerinin kesirlerde toplama işlemine kurdukları problemlerin analizi. *İlköğretim Online, 11(4),* 1021-1035.

Işık, C. ve Kar, T. (2014). Ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin kesirlerle çıkarma işlemine kurdukları problemlerin analizi. *İlköğretim Online, 13(4),* 1223-1239.

Işık, C. ve Kar, T. (2015). İlköğretim matematik öğretmenlerinin öğrencilerin kurdukları problemlere yönelik görüşlerinin incelenmesi: kesirlerle toplama işlemi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 30 (1),* 122-136.

Işıkoğlu, N. (2005). Eğitimde Nitel Araştırma. *Eğitim Araştırmaları,* 20, 158-165.

Işıksal, M., Çakıroğlu, E. (2008). Preservice teachers' knowledge of students' cognitive processes about the division of fractions. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi,* 35: 17-785.

İnce, S. (2008). *İlköğretim 5. Sınfta rasyonel sayılar konusundaki yanılgılar ve bu yanılgıların ortadan kaldırılması için öneriler.* Yüksek Lisans Tezi, Ege Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, İzmir.

İpek, A. S., Işık, C. ve Albayrak, M. (2005).Sınıf öğretmeni adaylarının kesir işlemleri konusundaki kavramsal performansları. *Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi Dergisi, 1*, 537-547.

Katrancı, Y. (2010). *Olasılığın temel kuralları bilgisinin yapılandırmacı kurama göre oluşturulması sürecinin incelenmesi.* Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Uludağ Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Bursa.

Kocaoğlu, T. ve Yenilmez, K. (2010). Beşinci sınıf öğrencilerinin kesir problemlerinde yaptıkları hatalar ve kavram yanılgıları. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi, 14,* 71-85.

Kuş, E. (2003). *Nicel-Nitel Araştırma Teknikleri*. Ankara: Anı Yayıncılık.

Lo, J.J. & Luo, F. (2012). Prospective elementary teachers' knowledge of fraction division. *J Math Teacher Educ,* 15:481-500.

Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics: Teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States.* Mahwah, NJ:Lawrence Erlbaum Associates, Inc.

Milli Eğitim Bakanlığı. (2009). *İlköğretim matematik dersi (6, 7, 8. sınıflar) öğretim programı*. Ankara: Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı.

Milli Eğitim Bakanlığı. (2013).*Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programı.* Ankara.

Milli Eğitim Bakanlığı. (2018). *Ortaokul matematik dersi (5, 6, 7, 8. sınıflar) öğretim programı*. Ankara: Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı.

Monaghan, J., and Özmantar, M. F. (2004). Abstraction and consolidation. *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*: *Vol. 3*. (pp. 353-360).

Monaghan, J. and Özmantar, M. F. (2006). Abstraction and Consolidation, *Educational Studies in Mathematics*, Springer. EBSCO veritabanından 20.06.2008 tarihinde http://www.springerlink.com/content/c134370723467362/fulltext.pdf sitesinden alınmıştır.

Nazlıçiçek, N. ve Erktin, E. (2002). İlköğretim matematik öğretmenleri için kısaltılmış matematik tutum ölçeği. *Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi.*

Okur, M. ve Çakmak Gürel, Z.(2016). Ortaokul 6. Ve 7. sınıf öğrencilerinin kesirler konusundaki kavram yanılgıları. *Erzincan Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 18(2),* 922-952.

Osmanoğlu, A. ve Özgeldi, M. (2018). Sınıf Öğretmeni Adaylarının Kesirlerde Çarpma ve Bölme İşlemlerine Yönelik Kavramsal Anlamalarının İncelenmesi. *İlköğretim Online, 17(4),* s.1812-1829.

Örmeci, Ş. (2012). *Seventh grade students' conceptual and procedural understanding of fractions: Comparison between successful and less successful students.* Unpublished Master's Thesis. Bilkent University.

Özmantar, M. F. (2005a). *An investigation of the formation of mathe-matical abstractions through scaffolding.* Yayınlanmamış Doktora Tezi, University of Leeds.

Özmantar, M. F. (2005b). Mathematical Abstraction: A Dialegtical View. In the *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics, 25* (2). Retrieved on February 18, 2007 from http://www.bsrlm.org.uk/IPs/ip25-2/BSRLM-IP-25-2-14.pdf.

Özmantar, M. F., and Monaghan, J. (2007). A dialectical approach to the formation of mathematical abstractions. *Mathematics Education Research Journal, 19* (2), 89-112.

Özmantar, M. F., and Roper, T. (2004). Mathematical abstraction through scaffolding. *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*: *Vol. 3*. (pp. 481–488).

Schwarz, B., Dreyfus, T., Hadas, N. and Hershkowitz, R. (2004). Teacher guidance of knowledge construction. In M. J. Hoines and A.B. Fuglesad (Eds.), *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*: *Vol. 4*. (pp. 169-176). Bergen, Norway: PME.

Schwarz, B., Hershkowitz, R. & Azmon, S. (2006). The Role of the Teacher in Turning Claims to Arguments. In J. Novotná, H. Moraová, M. Krátká and N. Stehliková (Eds.), *Proceedings of the 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education,* (Vol. 5, pp. 65-72). Prague, Czech Republic: PME.

Seçir, S. (2017). *İlköğretim matematik öğretmen adaylarının kesirlerle çarpma ve bölme işlemlerine ilişkin özelleştirilmiş alan bilgilerinin gelişiminin incelenmesi.* Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Sezgin Memnun, D. (2011). *İlköğretim altıncı sınıf öğrencilerinin analitik geometrinin koordinat sistemi ve doğru denklemi kavramlarını yapılandırmacı öğrenme ve gerçekçi matematik eğitimine göre oluşturması süreçlerinin araştırılması.* Doktora Tezi, Uludağ Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Bursa.

Sezgin Memnun, D., Aydın, B., Özbilen, Ö., & Erdoğan, G. (2017). The abstraction process of limit knowledge. *Educational Sciences: Theory & Practice, 17,* 345–371.

Sharp, J., & Adams, B. (2002). Children’s constructions of knowledge for fraction division after solving realistic problems. *Journal of Educational Research, 95(6),* 333-348.

Simon, M. A. (1993). Prospective elementary teachers’ knowledge of division. *Journal for Research in Mathematics Education,* 24, 233-254.

Skemp, R. ( 1986). The Psychology of Learning Mathematics (2.Baskı), Penguin Books, USA.

Tabach, M., Hershkowitz, R., and Schwarz, B. B. (2001). The struggle towards algebraic generalisation and its consolidation, *Proceedings Of The 26th* International *Conference For The Psychology Of Mathematics Education*, Sayı:4, Netherlands.

Tabach, M. and Hershkowitz, R. (2002). Construction of knowledge and ıts consolidation. In A. D. Cockburn and E. Nardi (Eds.), *Proceedings of the 26th* 110 *International Conference for the Psychology of Mathematics Education*: *Vol. 4*. (pp. 265-272). Norwich, United Kingdom: PME.

Tabak, H., Ahi, B., Bozdemir, H. ve Sarı, M. (2010). İilköğretim 4. ve 5. Sınıf öğrencilerinin matematik dersinde kesirleri modelleme becerileri. *e-Journal of New World Sciences Academy Education Sciences, 5(4),* 1513-1522.

Tirosh, D. (2000). Enhancing pre-service teachers' knowledge of children's conceptions: The case of division of fractions. *Journel for Research in Mathematics Education, 31(1),* 5-25.

Toluk, Z. & Olkun, S. (2003). lkögretimde Etkinlik Temelli Matematik Ögretimi. Ankara: Anı Yayıncılık.

Toluk Uçar, Z. (2009). Developing pre-service teachers understanding of fractions throgh problem posing. *Teaching and Teacher Education*, 25, 166-175.

Tsamir, P. and Dreyfus, T. (2002). Comparing infinite sets – a process of abstraction: The case of ben. *Journal of Mathematical Behaviour*, *21*, 00001-23.

Türnüklü, E. ve Özcan, B. (2014). Öğrencilerin geometride RBC teorisine göre bilgiyi oluşturma süreçleri ile Van Hiele geometrik düşünme düzeyleri arasındaki ilişki: Örnek olay çalışması. *Mustafa Kemal Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi, 11(27),* 295-316.

Ulaş, T. ve Yenilmez, K. (2017). Sekizinci sınıf öğrencilerinin özdeşlik kavramını oluşturma süreçlerinin incelenmesi. *International e-Journal of Educational Studies (IEJES). 1 (2),* 103-117.

Van de Walle, J. A., Karp, K. S., Bay-Williams, J.M. (2013). *İlkokul ve ortaokul matematiği, gelişimsel yaklaşımla öğretim.* (S. Durmuş, Çev.). Ankara: Nobel.

Van Oers, B. (2001). Contextualisation for abstraction. *Cognitive Science Quarterly, 1* (3), 279-305.

Voigt, J. (1995). Thematic patterns of interaction and socio-mathematical norms. In P. Cobb and H. Bauersfield (Eds.), The emergence of mathematical meaning (pp.163-203). New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

Yeşildere, S. (2006). *Farklı matematiksel güce sahip ilköğretim 6., 7. ve 8. Sınıf öğrencilerinin matematiksel düşünme ve bilgiyi oluşturma süreçlerinin incelenmesi.* Yayınlanmamış doktora tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.

Yeşildere, S. ve Türnüklü, E.B. (2008). İlköğretim sekizinci sınıf öğrencilerinin bilgi oluşturma süreçlerinin matematiksel güçlerine göre incelenmesi. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *22* (1).

Yeşildere, S. ve Türnüklü, E. B. (2008a). İlköğretim Sekizinci Sınıf Öğrencilerin Bilgi Oluşturma Süreçlerinin Matematiksel Güçlerine Göre İncelenmesi. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *21*(2), 485-510.

Yeşildere, S. ve Türnüklü, E. B. (2008b). An Investigation of the Components Affecting Knowledge Construction Processes of Students with Differing Mathematical Power. *Eurasian of Educational Research (Eğitim Araştırmaları)*, *31*, 151-169.

Yeşildere, S. ve Türnüklü, E. (2016). RBC Soyutlama Teorisi. *Matematik Eğitiminde Teoriler* (459-473). Ankara: Pegem Akademi.

Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2013). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Seçkin Yayınevi, Ankara.

Yin, R. (1994). *Case Study Research: Design and Methods,* USA: Sage.

Yin, R. K. (1994b). Evaluation: A singular craft. In C. Reichardt and S. Rallis (Eds.), *New directions in program evaluation* (pp. 71-84). San Francisco: Jossey- Bass.

Yurtsever, N. (2012). *Beşinci sınıf öğrencilerinin kesirler ve kesirlerle işlemler konusu ile ilgili hataları, zorlukları ve kavram yanılgıları üzerine bir çalışma.* Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Orta Doğu Teknik Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ankara.

Zembat, İ. Ö. (2004). *Conceptual development of prospective elementary teachers: the case of division of fractions*. Yayınlanmamıs Doktora Tezi.

Zembat, İ. Ö. (2007). Yansıma Dönüşümü, Doğrudan Öğretim ve Yapılandırmacılığın Temel Bileşenleri. *Gazi Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *27*(1), 195-213.

Zembat, İ.Ö.,(2016). Piaget'ye Göre Soyutlama ve Çeşitleri. *Matematik Eğitiminde Teoriler* (447-458). Ankara: Pegem Akademi.

# EKLER

EK-l-Al3$1mnaDegerlendinneFom>u

EK-2. A...,mma izni

A.İ.B.Ü - Gelen Evrak No: 27/11/2017-E.30007

T.C- O(lz.CE
Vh).JLiOl
II M.dlt Eatn.n MM riuali

Sayı : 10240236-20-E.19679958
Konu : Araştırma İzni

21111/)llll

VALİLİK MAKAMINA

11111 ••)07.(1}1012•lllll••o111!.0.\' ET.II0.2000b 1616 W •!*(2Uilf U)C- .
b) Abaal laell f) IC:II R.drWIORO21/IQ/2(117 urilak Ye

,__u.....,..- .- - ...... fliiWo::d MIIIlill•o.lll
,., sAr..- Bilia M _...._. ,..... a.-- Min
1¥(bl ,_chide .. SllMf •'''''-- ......b(lhe ....*_ ....._,y
b.oudu
buiii(l;U|c:tw ..k P*15 ki (1.SuldO IIC\lcrl•• t. YIlJIl.u.)fl rt-likn - .
\lsi Noentlr'*!!ni\11+• I h,...,mla inNIInnflllll.
$('a Oiu tu ••qurnuoiW' Ciito''' '''' IIP"rln ..J!A!m•k $d,llek. J:(iftflllllllk ...,__
.,.,._h < lllllt uyQIIIMmttM ,.. !i)'llll...,...lllfda ...SOC• ella. l"lunm nt.Obllrlb l'bnnul!
)-- - - J> il t)'fi!U MMlld •)'BIlfln11li*l-. b.
'0'11* puldiG8D w:.cill'lk - M!:d:rie

Murat YİĞİT
İl Milli Eğitim Müdürü

OWl<
!1/Jir.:!OI'?

Turgut SERİMER
Vali a.
Vali Yardımcısı

!oMUbill1ilJlo111'1(o) Sly(\)
2.-KOJI!!lilri)'oo Kattn CI S:lyt.)

,....C. .•-_...ll

— ·..- n••••

... •••• ••••..o'JIU

-AJ.

## EK-3. Emine Erktin Yazışmalar

Re: matematik tutum ölçeği hakkında

EE Emine Erktin <erktin@boun.edu.tr>
14.06.2017 (Çar), 23:43
Siz

Yanıtla

14.06.2017 23:59 tarihinde yanıt verdiniz.

Tabii , kullanabilirsiniz. Çok memnun olurum.
Kolaylıkları dilerim.

E. E.

On 14 Jun 2017, at 21:57, büşra yıldırım <busra_yildirim14@hotmail.com> wrote:

> Hocam merhaba. Ben Büşra Yıldırım. Abant İzzet Baysal Üniversitesi'nde Matematik Eğitimi alanında yüksek lisans yapmaktayım. Tez çalışmam için geliştirmiş olduğunuz "Matematik Tutum Ölçeği"ni izniniz olursa kullanabilir miyim?
>
> İyi Çalışmalar

## EK-4. Kesir Başarı Testi

### KESİR BAŞARI TESTİ

**1.)** **Aşağıdaki kesirlerden hangisi $\frac{59}{79}$ kesrine <u>en yakındır</u>?**

A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{7}{10}$ D) $\frac{3}{4}$

**2.)** **$\frac{6}{8}$ kesri aşağıdakilerden hangisi ile çarpılırsa 1 tam elde edilir?**

A) $\frac{3}{8}$ B) $\frac{8}{3}$ C) $\frac{4}{8}$ D) $\frac{4}{3}$

**3.)** **$1\frac{1}{6}, \frac{5}{3}, \frac{35}{36}$ kesirlerinin doğru sıralanışı aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $1\frac{1}{6} < \frac{35}{36} < \frac{5}{3}$ B) $\frac{5}{3} < 1\frac{1}{6} < \frac{35}{36}$

C) $\frac{35}{36} < \frac{5}{3} < 1\frac{1}{6}$ D) $\frac{35}{36} < 1\frac{1}{6} < \frac{5}{3}$

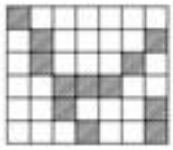
**4.)** **Aşağıdaki çuvalların her birinde aynı miktarda un bulunmaktadır. Her çuvaldaki unun kaçta kaçının kullanılacağı altında belirtilmiştir. Buna göre, kullanıldıktan sonra <u>en çok</u> un hangisinde kalır?**

A) $\frac{5}{8}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{4}{7}$ D) $\frac{3}{5}$

**5.)** **Aşağıdakilerden hangisi $\frac{3}{15}$ kesrine denktir?**

A) $\frac{5}{25}$ B) $\frac{6}{18}$ C) $\frac{9}{30}$ D) $\frac{12}{45}$

**6.)**



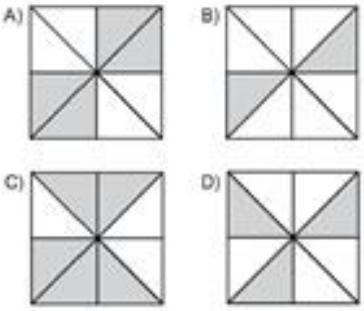
**Verilen şekilde taralı kısmın ifade ettiği kesre denk olan kesir aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\frac{13}{42}$ B) $\frac{2}{7}$ C) $\frac{12}{35}$ D) $\frac{2}{5}$

**7.)** **$a > \frac{7}{4} > b$ sıralamasında a ve b birer doğal sayıdır. Buna göre, a + b 'nin alacağı <u>en küçük</u> değer kaçtır?**

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4

**8.)** **Aşağıda eş parçalara bölünmüş şekillerin hangisindeki gri boyalı bölgelerin tamamı $\frac{100}{160}$ kesri ile ifade edilebilir?**




**9.)** **A firmasının ürünlerinin $\frac{5}{6}$'i, B firmasının ürünlerinin $\frac{3}{5}$'ü kadardır. A firmasının 36 000 ürünü olduğuna göre, B firmasının ürün sayısı kaçtır?**

A) 50 000 B) 30 000
C) 24 000 D) 18 000

10) Kerem, aynı bisküviden iki paket alarak birisinin $\frac{2}{5}$'sini kardeşine, diğerinin $\frac{3}{10}$'ünü arkadaşına veriyor. Kerem'e, iki paketin toplam kaçta kaçı kalmıştır?

A) $\frac{5}{3}$ B) $\frac{13}{20}$ C) $\frac{7}{10}$ D) $\frac{1}{3}$

11.) Aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) $\frac{9}{4} < 2$ B) $3 < \frac{7}{2}$

C) $4 < \frac{31}{8}$ D) $\frac{16}{3} < 5$

12.) Ömer bir hikaye kitabının $\frac{2}{5}$'sini, Ayşe ise aynı kitabın $\frac{6}{15}$'sını okuduğuna göre, aşağıdakilerin hangisi doğrudur?

A) Her ikisinin okuduğu sayfa sayıları eşittir.
B) Ayşe, Ömer'den 4 sayfa daha fazla okumuştur.
C) Ömer'in okuduğu sayfa sayısı daha fazladır.
D) Ayşe, Ömer'in okuduğu sayfa sayısının 3 katı kadar okumuştur.

13.) Didem cevizlerinin $\frac{1}{3}$'ini Mehmet'e, $\frac{2}{9}$'sini Türkan'a, $\frac{5}{18}$'ini Hülya'ya veriyor. Didem'e cevizlerin kaçta kaçı kalmıştır?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{9}$ D) $\frac{1}{18}$

14.) Bir matematik testinde, Beril soruların $\frac{4}{5}$'ünü, Kaan $\frac{11}{20}$'ini, Sena da $\frac{7}{10}$'sini doğru cevaplamıştır. Bu öğrencilerin doğru cevap sayılarına göre, büyükten küçüğe doğru sıralanışı aşağıdakilerden hangisidir?

A) Beril, Sena, Kaan
B) Sena, Kaan, Beril
C) Sena, Beril, Kaan
D) Kaan, Beril, Sena

15.) Selma'nın annesi, yaptığı yaş pastanın $\frac{4}{5}$'ünü Selma'ya veriyor. Selma aldığı bu pastanın $\frac{1}{2}$'ini arkadaşlarına ikram ediyor. Selma, arkadaşlarına annesinin yaptığı pastanın kaçta kaçını ikram etmiştir?

A) $\frac{2}{5}$ B) $\frac{3}{7}$ C) $\frac{3}{10}$ D) $\frac{3}{5}$

16.) Yalçın 8 eş dilime ayrılmış pizzanın 3 dilimini yemiştir. Kaç dilim daha yerse pizzanın $\frac{3}{4}$'ünü yemiş olur?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5

17.) Asiye, harçlığının $\frac{2}{7}$'sini yol parası için, $\frac{5}{14}$'ini yemek için harcıyor. Geriye kalan parası harçlığının kaçta kaçıdır?

A) $\frac{3}{14}$ B) $\frac{5}{14}$ C) $\frac{3}{7}$ D) $\frac{5}{7}$

18.) Özge, Can, Efe ve Gökçe, 2 litre meyve suyunu beraber içtiler. Meyve suyunun Özge $\frac{3}{8}$'ünü, Can $\frac{1}{4}$'ini, Efe $\frac{1}{8}$'ini, Gökçe ise $\frac{4}{16}$'ünü içti. Buna göre, <u>en fazla</u> meyve suyunu kim içmiştir?

A) Özge B) Can
C) Efe D) Gökçe

19.) Biri 5, diğeri 10 kişiden oluşan iki aile, birer ekmeği eşit olarak paylaşmaktadır. Her bir ailenin 2'şer ferdi hariç diğerleri paylarına düşen ekmeği yedikten sonra kalan toplam ekmek, bir ekmeğin kaçta kaçıdır?

A) $\frac{2}{5}$ B) $\frac{4}{5}$

C) $\frac{11}{15}$ D) $\frac{13}{15}$

20.) $3-\frac{3}{8}=\triangle$ $5+\frac{3}{4}=\square$

Yukarıdaki işlemlere göre $\triangle+\square$ kaçtır?

A) $3\frac{42}{8}$ B) $2\frac{27}{8}$ C) $5\frac{4}{8}$ D) $8\frac{3}{8}$

## EK-5. Tutum Ölçeği

### MATEMATİKLE İLGİLİ DÜŞÜNCELERİNİZ

**Ad Soyad:** **Yaş:**

**Okul:** **Sınıf:**

**Cinsiyet:**

**AÇIKLAMA:** Aşağıdaki maddeleri dikkatlice okuyunuz. Her madde sizin matematikle ilgili görüşünüzü almaya yöneliktir. Lütfen bu maddelerdeki durumların sizin için ne kadar geçerli olduğunu belirtiniz.

| | | Asla | Nadiren | Bazen | Sık Sık | Her Zaman |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **1** | Matematik dersleri zevkli geçer. | | | | | |
| **2** | Matematik dersinde canım sıkılıyor. | | | | | |
| **3** | Matematiğim kuvvetlidir. | | | | | |
| **4** | İleride matematik öğretmeni olmak istiyorum. | | | | | |
| **5** | Matematik dersinde başka şeylerle ilgilenirim. | | | | | |
| **6** | Matematik dersinde konuları anlaya-mıyorum. | | | | | |
| **7** | Matematik bilgisi gerektiren konularda başarılıyımdır. | | | | | |
| **8** | Matematik dersi benim için keyifli bir oyun saati gibidir. | | | | | |
| **9** | Matematik dersi yerine ilgilendiğim başka bir derse girmeyi tercih ederim. | | | | | |
| **10** | Matematik bilmek ileride işime yarayacak. | | | | | |
| **11** | Belli temel bilgilerin dışında matematik bilmek gereksizdir. | | | | | |

| | | Asla | Nadiren | Bazen | Sık Sık | Her Zaman |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **12** | Matematik ödevlerinden nefret ederim. | | | | | |
| **13** | Matematik başarılı olduğum bir derstir. | | | | | |
| **14** | İleride matematikle ilgili bir alanda çalışırsam başarılı olabilirim. | | | | | |
| **15** | Matematiği neden okumak zorunda olduğumuzu anlayamıyorum. | | | | | |
| **16** | Matematik insanı daha iyi düşünmeye zorlar. | | | | | |
| **17** | Matematik dersi beni bunaltıyor. | | | | | |
| **18** | Matematik bilgisi iyi olan bir kişi diğer bilimleri rahatça anlar. | | | | | |
| **19** | Çalışırsam matematikten iyi notlar alabilirim. | | | | | |
| **20** | Matematik öğretmenleri çalışkandır. | | | | | |

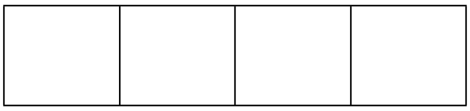
Bu anket Emine Erktin ve Nergis Koyuncu-Nazlıçiçek tarafından hazırlanmıştır.

Bilgi için: Boğaziçi Üniversitesi Eğitim Fakültesi. Bebek 34342 İstanbul

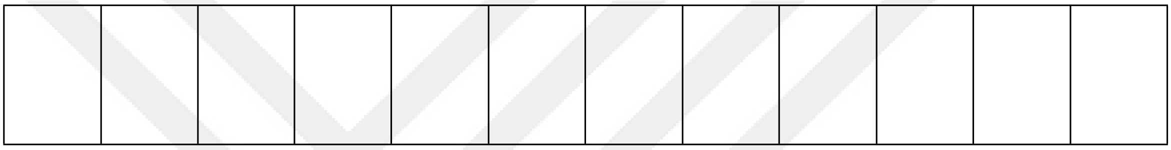
## EK-6. Etkinliğin İlk Hali (Pilot Çalışma)

**Sorular**

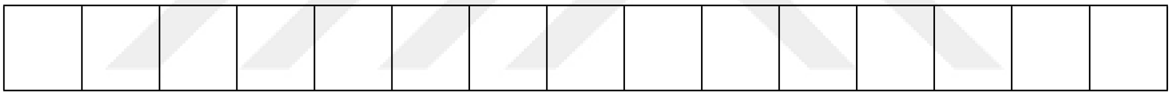
1.) a.) $\frac{1}{2} \div 2 =$



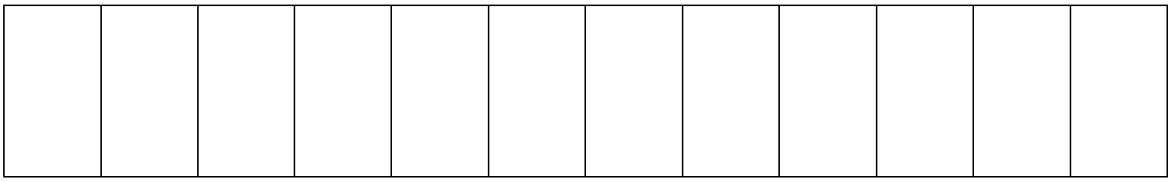
b.) $\frac{1}{3} \div 4 =$



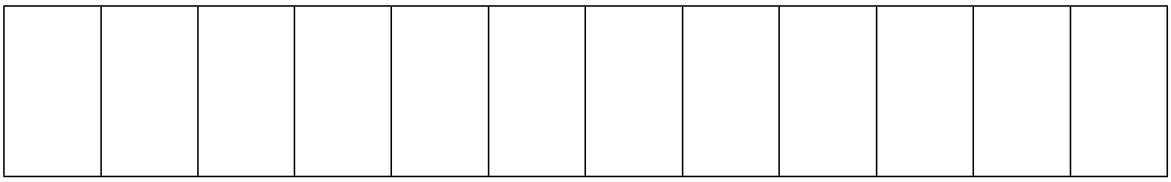
c.) $\frac{1}{5} \div 3 =$



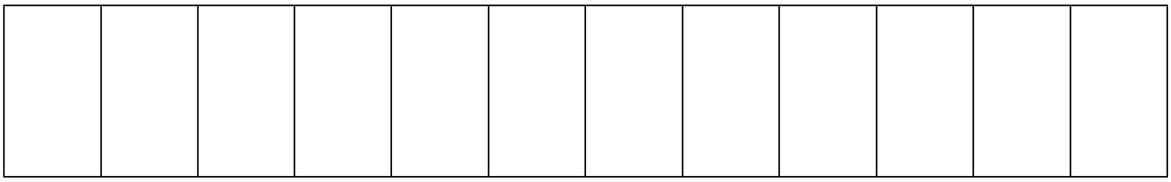
2.) a.) $\frac{3}{4} \div 3 =$



b.) $\frac{2}{3} \div 4=$

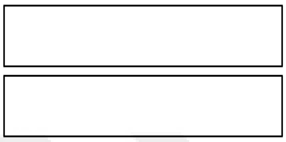


c.) $\frac{5}{6} \div 2$

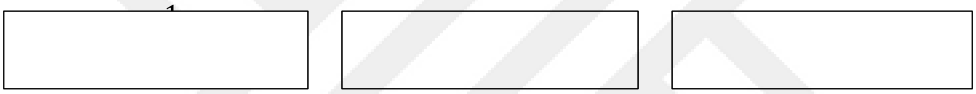


3.)

a.) $2 \div \frac{1}{4} =$



b.) $3 \div \frac{1}{3} =$



4.)

a.) $2 \div \frac{2}{3} =$

b.) $1 \div \frac{3}{4} =$

c.) $3 \div \frac{2}{5} =$

5.)

a.) $\frac{5}{3} \div \frac{1}{2} =$

b.) $\frac{1}{2} \div \frac{3}{8} =$

c.) $\frac{2}{4} \div \frac{3}{5} =$

6.) Aşağıdaki soruları şekil çizdiğini düşünerek adımları ve nedenleriyle birlikte düşündüklerini bizimle paylaş.

a.) $\frac{5}{9} \div \frac{25}{32} =$

| Adımlar | Neden? |
|---|---|
| | |
| | |
| | |
| | |

b.) $\frac{18}{70} \div \frac{11}{35} =$

| Adımlar | Neden? |
|---|---|
| | |
| | |
| | |
| | |

7.) Şimdi yaptığın bölme işlemlerini (1'den 5. soruya kadar) aşağıdaki tabloya sonuçları ile birlikte yazalım. Kesirlerde bölme işlemi yaparken çizim yaparak mı işlem sonucunu bulabiliriz? Başka bir yol var mıdır? Tabloyu dikkatli bir şekilde inceleyerek kesirlerle bölme işlemi yaparken kullanabileceğimiz bir yöntem bulabilir misiniz?

| Birinci kesir | | İkinci kesir | Sonuç |
|---|---|---|---|
| | ÷ | | |
| | ÷ | | |
| | ÷ | | |
| | ÷ | | |
| | ÷ | | |
| | ÷ | | |
| | ÷ | | |
| | ÷ | | |
| | ÷ | | |
| | ÷ | | |
| | ÷ | | |
| | ÷ | | |
| | ÷ | | |
| | ÷ | | |
| | ÷ | | |

**EK-7. Kesirlerle Bölme İşlemi Etkinlik Kâğıdı**

**Sorular**

1.) a.) Bir pastanın yarısını iki arkadaş paylaşmak isterse, her birine pastanın ne kadarı düşer?

b.) Bir ekmeğin 1/5 'ini iki arkadaş paylaşmak isterse, her birine ekmeğin ne kadarı düşer?

c.) Dikdörtgen şeklindeki bir kâğıdın 1/3 'ini 4 arkadaşıma eşit olarak paylaştırdım. Bir arkadaşıma kâğıdın kaçta kaçını vermiş olurum?

2.) a.) Bir bütün pastanın $\frac{3}{4}$ 'ü üç kardeşe eşit miktar düşecek şekilde paylaştırılacaktır. Her birine pastanın ne kadarlık kısmı düşer?

b.) Bir duvarın 2/3 'si 4 eşit parçaya ayrılarak farklı renklere boyanacaktır. Her bir renge duvarın kaçta kaçı düşer?

c.)Bir pizzanın 5/6'ini 2 kardeş paylaşacaktır. Her bir kardeşe ne kadar pizza dilimi düşer?

3.)

a.) 2 litre süt her biri $\frac{1}{4}$ litre süt alan bardaklara boşaltılmak isteniyor. Bu iş için kaç bardak gerekir?

b.) Öğrencilerin her biri pizzanın $\frac{1}{3}$'lik dilimini yemek şartıyla 3 tane pizza sipariş ediyor. Sipariş edilen pizzalar kaç öğrenciye yeter?

c.) 5 litre su her biri ½ litre su alan şişelere doldurulacaktır. Bu iş için kaç şişe gereklidir?

4.)

c.) 2 tane pasta $\frac{2}{3}$'lik parçalara ayrılacaktır. Elimde bu parçalardan kaç tane olur?

b.) 3 tane pizzada $\frac{3}{5}$'lük dilimlerden kaç tane vardır?

d.) Bir bütünün içinde kaç tane $\frac{3}{4}$'lük kısım vardır?

5.) a.) ½'in içinde kaç tane ¼ vardır?

b.) $\frac{5}{3}$'in içinde kaç tane $\frac{1}{2}$ vardır?

6.) Aşağıdaki soruları şekil ya da materyal kullanmadan nasıl çözeriz?

a.) $\frac{5}{9} \div \frac{25}{32} =$

| Adımlar | Neden? |
|---|---|
| | |
| | |
| | |
| | |

b.) $\frac{18}{70} \div \frac{11}{35} =$

| Adımlar | Neden? |
|---|---|
| | |
| | |
| | |
| | |

7.) Şimdi yaptığın bölme işlemlerini (1'den 5. soruya kadar) aşağıdaki tabloya sonuçları ile birlikte yazalım. Kesirlerde bölme işlemi yaparken çizim yaparak mı işlem sonucunu bulabiliriz? Başka bir yol var mıdır? Tabloyu dikkatli bir şekilde inceleyerek kesirlerle bölme işlemi yaparken kullanabileceğimiz bir yöntem bulabilir misiniz?

| Birinci kesir | | İkinci kesir | Sonuç |
|---|---|---|---|
| | ÷ | | |
| | ÷ | | |
| | ÷ | | |
| | ÷ | | |
| | ÷ | | |
| | ÷ | | |
| | ÷ | | |
| | ÷ | | |
| | ÷ | | |
| | ÷ | | |
| | ÷ | | |
| | ÷ | | |
| | ÷ | | |
| | ÷ | | |
| | ÷ | | |

**EK-8. Kesirlerle Bölme İşlemi Pekiştirme Kâğıdı**

**Sorular**

1.) a.) Bir pastanın çeyreğini 5 arkadaş paylaşmak isterse, her birine pastanın ne kadarı düşer?

b.) Dikdörtgen şeklindeki bir kâğıdın $\frac{1}{5}$'ini 7 arkadaşıma eşit olarak paylaştırdım. Bir arkadaşıma kâğıdın kaçta kaçını vermiş olurum?

2.)

a.)Bir pizzanın $\frac{4}{9}$'ünü Ela ve Oğuz eşit bir şekilde paylaşacaktır. Her birine ne kadar pizza dilimi düşer?

b.) Bir bütün pastanın $\frac{3}{5}$ 'ü dört kardeşe eşit miktar düşecek şekilde paylaştırılacaktır. Her birine pastanın ne kadarlık kısmı düşer?

3.)

a.) 3 tane pasta öğrencilerden her biri pastanın $\frac{1}{4}$'lik dilimini yemesi şartıyla paylaşılıyor. Pastalar kaç öğrenciye yeter?

d.) 8 litre meyve suyu her biri $\frac{2}{5}$ litre meyve suyu alan şişelere doldurulacaktır. Bu iş için kaç şişe gereklidir?

4.)

a.) 4 bütün kâğıt $\frac{4}{9}$ 'lük parçalara ayrılacaktır. Elimde bu parçalardan kaç tane olur?

b.) 3 tane pizzada $\frac{6}{5}$'lık dilimlerden kaç tane vardır?

5.)

a.) $\frac{15}{13}$ kesrinin içinde kaç tane $\frac{6}{7}$ vardır?

b.) $\frac{10}{11}$ kesrinin içinde kaç tane $\frac{20}{12}$ vardır?

# ÖZ GEÇMİŞ

1992 Bolu doğumlu Büşra YILDIRIM, ilk ve orta öğrenimini Bolu' da tamamladı. 2011 yılında başladığı Bolu Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği lisans programındaki eğitimini 2015 yılında yine aynı üniversitede tamamladı. Aynı yıl Milli Eğitim Bakanlığı'nda matematik öğretmeni olarak göreve başladı. 2015 yılında Bolu Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Matematik Eğitimi programında yüksek lisansa başladı.

İletişim Adresleri

e-mail : busra_yildirim14@hotmail.com

Telefon : 05345986622