T. C.
BOLU ABANT İZZET BAYSAL ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
İLKÖĞRETİM ANABİLİM DALI
MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ BİLİM DALI

7. SINIF DÜZEYİNDEKİ ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN DEĞİŞKEN KAVRAMINI SOYUTLAMA SÜRECİNİN RBC MODELİ İLE ORTAYA ÇIKARILMASI

SULTAN ELDEKCİ

BOLU-2019

T. C.

BOLU ABANT İZZET BAYSAL ÜNİVERSİTESİ

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

İLKÖĞRETİM ANABİLİM DALI

MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ BİLİM DALI

7. SINIF DÜZEYİNDEKİ ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN DEĞİŞKEN KAVRAMINI SOYUTLAMA SÜRECİNİN RBC MODELİ İLE ORTAYA ÇIKARILMASI

Yüksek Lisans Tezi

Hazırlayan

Sultan ELDEKCİ

Danışman

Prof. Dr. Soner DURMUŞ

BOLU, AĞUSTOS -2019

YÜKSEK LİSANS TEZİ ONAY FORMU

Sultan ELDEKCİ tarafından hazırlanan '7. Sınıf Düzeyindeki Ortaokul Öğrencilerinin Değişken Kavramını Soyutlama Süreçlerinin RBC Modeliyle Ortaya Çıkarılması' başlıklı çalışma jüri tarafından Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Eğitimi Bilim Dalında Yüksek Lisans Tezi olarak kabul edilmiştir. 20/08/2019

Jüri Üyeleri

Akademik Unvan, Adı ve SOYADI	**İmza**
Üye : Prof. Dr. Soner DURMUŞ	....
Üye : Doç.Dr. Hakan YAMAN	....
Üye : Dr. Öğr.Üyesi.Bahadır Yıldız	....

Eğitim Bilimleri Enstitüsü'nün Onayı

Prof. Dr. Türkan Argon

Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürü

ETİK İLKELERE UYULDUĞUNA İLİŞKİN BEYAN

Yüksek Lisans Tezi olarak sunduğum, “7.Sınıf Düzeyindeki Ortaokul Öğrencilerinin Değişken Kavramını Soyutlama Süreçlerinin RBC Modeliyle Ortaya Çıkarılması” başlıklı çalışmanın yazılmasında bilimsel ve etik kurallara uyduğumu, başkalarının eserlerinden yararlanılması durumunda atıfta bulunduğumu, kullanılan verilerde herhangi bir tahrifat yapmadığımı, tezin tamamının ya da bir kısmının bu üniversite veya başka bir üniversitede bir tez çalışması olarak sunulmadığını beyan ederim. 20/08/2018

Sultan Eldekci

Canım Ailem'e…

TEŞEKKÜR

Öncelikle bu bilimsel çalışmayı gerçekleştirmeyi, master derecesine sahip olmayı nasip eylediği için alemlerin rabbine sonsuz şükürler olsun.Bu süreçte eleştiri ve önerileri, destek ve sonsuz hoşgörüsüyle bize çok şey öğreten, araştırma sürecinde ışık ve ilham kaynağımız olan ve rehberliğiyle farklı perspektifler kazandıran sayın danışmanım Prof.Dr.Soner Durmuş'a teşekkürlerimi sunuyor ve kendisini canı gönülden sevdiğimizi bilmesini istiyorum.

Hem lisans hem yüksek lisans sürecinde bizlerin gelişiminde yüksek katkıları bulunan ve görüşleriyle yeni hedeflerimizde bizleri cesaretlendiren değerli hocalarım; Doç.Dr. Recai Akkaya, Doç. Dr. Recai Akkuş, Doç. Dr. Selda Yıldırım, Doç. Dr. Hakan Yaman ve Prof.Dr. Zülbiye Toluk Uçar'a sonsuz teşekkürler.

Gülen yüzü ve sempatikliği ile destek veyardımlarını esirgemeyen Ülkü Ayvaz'a ve Nazan Gündüz'e çok teşekkür ederim.Ayrıca veri toplama sürecindeki katkılarından ötürü Sibel Çelebi Akkaya, Mehmet Akif Börk hocalarımıza da çok teşekkürler.

Her daim yanımda olan ve sevgileriyle sımsıkı saran maddi, manevi benimle olan sevgili anne ve babama şükranlarımı sunuyorum.Gerek araştırma sürecinde gerek tez yazım sürecinde neşe motivasyon kaynağım minik kardeşim (2, 5) Yavuz Selim'e, Aysun Seda ve Mert Erdoğan'a çok teşekkürler. Buradan isimlerini tek tek saymak istediğim, desteklerini her daim hissettiren bütün dost ve arkadaşlarıma kalpten teşekkürler.

Bu çalışmanın literatüre gerçek bir katkı sağlaması ve yeni araştırmalara ilham olması dileğiyle…

İÇİNDEKİLER

ETİK KURALLARA UYULDUĞUNA İLİŞKİN BEYAN.......................................iii
İTHAF...iv
TEŞEKKÜR..v
İÇİNDEKİLER..vi
TABLOLAR DİZİNİ...ix
ŞEKİLLER DİZİNİ..x
KISALTMALAR DİZİNİ...xii
ÖZET...xiii
ABSTRACT..xv
I. BÖLÜM
1. Giriş..1
1.1. Problem Durumu...16
1.2. Araştırmanın Amacı...18
1.3. Araştırmanın Önemi...19
1.4. Problem Cümlesi...20
1.4.1. Alt problemler..20
1.5. Sınırlılıklar...20
1.6. Sayıltılar/Varsayımlar...20
1.7. Tanımlar..20
II.BÖLÜM
2. Kuramsal Çerçeve ve İlgili Literatür...7
2.1. Kuramsal Çerçeve..22
2.1.1. Matematiksel kavramları anlamlandırma ve aritmetikten cebire geçiş süreci 22
2.1.2. Değişken kavramı ve öğretimi...29
2.1.3. Soyutlama ve bilgi oluşturma..31
2.1.4. RBC soyutlama modeli...31
2.2. İlgili Literatür/Araştırmalar...35
2.2.1. Cebirle ilgili yapılan çalışmalar...35
2.2.2.Değişken kavramı ile ilgili yapılan çalışmalar...36

2.2.3. Soyutlama ve RBC modeli ile ilgili yapılan çalışmalar 38
III. BÖLÜM
3.Yöntem..28
3.1. Araştırma Modeli 43
3.2. Katılımcılar 44
3.3. Veri Toplama 44
3.3.1. Veri toplama araçları 45
3.3.1.1. Chelsea tanılayıcı cebir testi 45
3.3.1.2. Çalışma yaprağı 47
3.4. Verilerin Toplanması 49
3.4.1. Araştırmacının rolü..49
3.5. Verilerin Analizi 50
3.6. Çalışmanın Geçerlik ve Güvenirliği 50
IV. BÖLÜM
4.Bulgular..36
4.1. Öğrenci Can ve Aysu'nun Değişken Kavramını Soyutlama Süreci 51
4.1.1.Tanıma epistemik eylemi (recognizing epistemic action) 54
4.1.2. Kullanma epistemik eylemi (building with epistemic action) 57
4.1.3. Oluşturma epistemik eylemi (constructing epistemic action) 62
4.2 Öğrenci Şeyma ve Hafize'nin Değişken Kavramını Soyutlama Süreci...............68
4.2.1. Tanıma epistemik eylemi (recognizing epistemic action) 71
4.2.2. Kullanma epistemik eylemi (building with epistemic action) 77
4.2.3. Oluşturma epistemik eylemi (constructing epistemic action) 81
4.3.Öğrenci Ali ve Kadir'in Değişken Kavramını Soyutlama Süreci 86
4.3.1. Tanıma epistemik eylemi (recognizing epistemic action) 88
4.3.2. Kullanma epistemik eylemi (building with epistemic action) 90
4.3.3.Oluşturma epistemik eylemi (constructing epistemic action) 94
V.BÖLÜM
5.1.Tartışma...85
5.2. Sonuç ve Öneriler...91
KAYNAKÇA...95
EKLER...98

Ek 1. Chelsea Tanılayıcı Cebir Testi 121
Ek 2. Çalışma Yaprağı 124
Ek 3. Araştırma İzni..129
Ek 4. Chelsea Cebir Tanılayıcı Testi Kullanım İzni..130
Ek 5. Etik Kurul İzni..131
ÖZGEÇMİŞ..132

TABLOLAR DİZİNİ

Tablo 2.1. Aritmetik ve cebir alanı arası farklılıklar ……………………………........12

Tablo 3.1. Chelsea Cebir Testi madde numaraları ve cebir tanı seviyeleri……..........34

Tablo 4.1. ÖC ve ÖA'nın epistemik eylemlere bağlı değişkeni soyutlama tanıları………………..40

Tablo 4.2. ÖŞ ve ÖH'nin epistemik eylemlere bağlı değişkeni soyutlama tanıları………………..57

Tablo 4.5. ÖA ve ÖK'nın epistemik eylemlere bağlı değişkeni soyutlama tanıları………………..75

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 2.1. Kieran'a (1990) göre bireylerin cebirsel gelişimine ilişkin evreler………..15
Şekil 2.2. Battista (1995) göre cebirsel kavramların gelişim sırası…………………….15
Şekil 4.1.ÖC ve ÖA'nın ilk soruya ilişkin yanıtları…………………………………...43
Şekil4.2.ÖCve ÖA'nın ilk sorunun c ve b şıkkına ilişkin yanıtları……………………45
Şekil 4.3.ÖC ve ÖA'nın ikinci soruya ilişkin yanıtları………………………………47
Şekil 4.4.ÖC ve ÖA'nın üçüncü soruya ilişkin yanıtları………………………………49
Şekil 4.5.ÖC ve ÖA'nın dördüncü soruya ilişkin yanıtları……………………........50
Şekil 4.6. ÖC ve ÖA'nın beşinci soruya ilişkin yanıtları……………………………...51
Şekil 4.7. ÖC ve ÖA'nın altıncı soruya ilişkin yanıtları………………………………54
Şekil4.8. ÖC ve ÖA'nın yedinci soruya ilişkin yanıtları………………………………55
Şekil 4.9. ÖŞ ve ÖH'nin ilk soruya ilişkin yanıtları…………………………………...61
Şekil4.10. ÖŞ ve ÖH'nin ilk sorunun c ve d şıkkına ilişkin yanıtları…………………64
Şekil 4.11. ÖŞ ve ÖH'nin ikinci soruya ilişkin yanıtları………………………………66
Şekil4.12.ÖŞ ve ÖH'nin dördüncü soruya ilişkin yanıtları……..................................68
Şekil 4.13. ÖŞ ve ÖH'nin beşinci soruya ilişkin yanıtları…………………………70
Şekil 4.14. ÖŞ ve ÖH'nin altıncı soruya ilişkin yanıtları…………………………...72
Şekil4.15.ÖŞ ve ÖH'nin yedinci soruya ilişkin yanıtları………………………………73
Şekil 4.16. ÖK ve ÖA'nın ilk soruya ilişkin yanıtları …………………….................77
Şekil 4.17.ÖK ve ÖA'nın ikinci soruya ilişkin yanıtları...79
Şekil 4.18. ÖK ve ÖA'nın ikinci sorunun e şıkkına ilişkin yanıtları............................81
Şekil 4.19.ÖK ve ÖA'nın beşinci soruya ilişkin yanıtları..84
Şekil 4.20. ÖK ve ÖA'nın altıncı soruya ilişkin yanıtları...85
Şekil 4.21. ÖK ve ÖA'nın yedinci soruya ilişkin yanıtları.......................................86
Şekil 5.1. Değişken kavramının RBC modeliyle soyutlanması sürecinin eylemsel aşamaları……………………………………………………………………….94

KISALTMALAR DİZİNİ

RBC: Recognizing, Building with, Constructing

CDAT: Chelsea Diagnostic Algebra Test

CSMST: Concepts in Secondary Mathematics and Science Team

ÖZET

7. SINIF DÜZEYİNDEKİ ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN DEĞİŞKEN KAVRAMINI SOYUTLAMA SÜRECİNİN RBC MODELİYLE ORTAYA ÇIKARILMASI

Eldekci, Sultan
Yüksek Lisans Tezi
İlköğretim Anabilim Dalı
Matematik Öğretmenliği Bilim Dalı
Tez Danışmanı: Prof. Dr. Soner Durmuş
Haziran-2019, xv+ 119 Sayfa

Bu çalışma ortaokul 7.Sınıf düzeyindeki öğrencilerin değişken kavramını aritmetikten cebire geçiş sürecindeki soyutlamalarını RBC modeli ile ortaya çıkarmak amacıyla yapılmıştır.Öğrencilerin değişken kavramını nasıl soyutladıklarını ortaya çıkarmak için RBC modeline uygun ve sınıf düzeyinin gerektirdiği öğrenmeleri içeren kazanımları da dikkate alarak hazırlanmış problemlerin oluşturduğu etkinliği çözmeleri istenmiştir.Bu etkinlikte öğrencilerin değişken kavramının özelliklerini hatırlamaya yönelten onu tanımalarına yönelik, değişkeni kullanmalarını gerektiren ve değişkeni kullanarak farklı bir yapı oluşturmalarını gerektiren eylemlere yönelik sorular yer almaktadır.Dreyfus, Herskowitz ve Schwarz (2001) çalışmalarında tanımladıkları soyutlama eylemlerinin tanımlanmasına göre problemler oluşturulmuştur.

Araştırma yöntemi nitel araştırma türünde olup örnek olay deseni içerisinde yer almaktadır.Araştırmanın katılımcı grubunu Bolu ilinde üç devlet ortaokulunun 7. Sınıf düzeyindeki 10 öğrenci oluşturmaktadır.Etkinlik öğrencilerin ikili gruplar şeklinde yer aldığı görüşmelerde uygulanarak değişken bilgisini oluşturma süreci incelenmiştir. Görüşme ses ve video kayıtları incelendiğinde öğrenciler değişken kavramını ‘bilinmeyen’ olarak açıklamışlardır.Aritmetik işlemlerdeki boşlukların, kutucukların yerine rahatlıkla değişken kavramını yerleştirdikleri gözlemlenmiştir. Problem çözümünde aritmetikten cebire yönelik öğrenmelerinde değişken kavramını farklı düzeylerde soyutladıkları bilgisine ulaşılmıştır.

Öğrencilerin değişken kavramına yönelik algıları onları hangi kelimelerle tanıdıkları hangi bağlamlar ile ilişkilendirerek yorumladıkları daha üst bir eylem olarak değişkeni kullanıp yeni bir yapıyı hangi zihinsel adımlarla oluşturdukları bilinirse bilgiyi oluşturma süreçleri daha iyi gözlemlenebilir.Öyle ki öğrenciler de değişken içeren sorularda, onları problem içerisinde kullanmakta zorlandıklarını belirtmişlerdir. Öğrenmedeki bu zorlukları gidermek adına bilgiyi oluşturma sürecini eylemlerle adım adım takip etmek etkili olabilir.Soyutlama sürecinde değişken bilgisini oluşturmalarını ortaya çıkarmalarına yönelik etkinliğin ikili gruplar şeklinde uygulanması öğrenmenin sosyal yönünü vurgular.Aralarındaki fikir tartışmaları sayesinde bu sürece yönelik detaylar kolaylıkla incelenmiştir. Öğrenciler en çok değişkeni kullanarak yeni yapıları oluştururken zorlanmakla birlikte değişken kavramına ait kullanımlarını sınırlı ifadelerle açıklamaları kavramsal düzeydeki soyutlamalarına dair eksikleri ortaya koymuştur.

Anahtar kelimeler: Bilgi oluşturma süreci, Cebir, Değişken, Soyutlama, Matematik eğitimi

ABSTRACT

REVEALING 7TH GRADE MIDDLE SCHOOL STUDENTS' ABSTRACTION PROCESSES OF VARIABLE CONCEPT WITH RBC MODEL

Eldekci, Sultan

Master of Science Thesis

Department of Elementary Education

Mathematics Education

Supervisor: Prof. Dr. Soner Durmuş

July – 2019, xv+119 Pages

This study was carried out to reveal the concept of variable of 7th grade students in the transition period from arithmetic to algebra by using RBC model.In order to find out how students abstracted the concept of variable, they were asked to solve of the problems which were prepared taking into account the aims of the learning required by the class level according to the RBC model. In this activity, students are asked questions about actions that require them to remember the characteristics of the concept of variable, which require them to use the variable and create a different structure by using the variable. In Dreyfus, Herskowitz and Schwarz (2001), problems were identified according to the definition of abstraction actions they defined.

The research method is of the qualitative research type and is included in the case study pattern. The participant group of the study consisted of 10 students in 7th grade level of three state middle schools in Bolu province. It was examined the process of forming variable concept information by applying the activity in the form of binary groups were in interview. When the audio and video recordings of the interview were examined, the students explained the concept of variable as 'unknown'. It has been observed that gaps in arithmetic operations can easily replace the boxes with the concept of variable. In the problem solving, it was learned that they abstracted the concept of variable from arithmetic to algebra at different levels.

Students' perceptions about the concept of variable, which context they are familiar with what context they are interpreted by using the variable as a higher action to create a new structure with mental steps is known that the process of information creation processes can be better observed. In such a way that students also stated that they had difficulty in using them in problems. It can be effective to follow the process of creating information with actions step by step to eliminate these difficulties in learning. Implementation of the activity in the form of binary groups to reveal the formation of variable information in the abstraction process emphasizes the social aspect of learning. Thanks to the discussions between them, the details of this process are easily examined. While students have difficulty in creating new structures by using the variable, they have revealed deficiencies in conceptual level abstractions with limited expressions and their use of variable concept.

Keywords: Mathematics education, Algebra, Variable, Abstraction, Knowledge construction process

I. BÖLÜM

I. Giriş

1.1. Problem Durumu

Eğitimde kavramsal öğrenmenin önemini vurgulayan pek çok araştırma söz konusudur.Özellikle matematik öğretiminde kavramsal anlamanın, işlemsel beceri kadar önemli olduğu düşünülmektedir.Kavramsal öğrenmenin sağlanması bireyin anlamlı ve güçlü bir matematik anlayışı kazanmasında önemlidir.

Dubinsky'e (2000) göre anlamak, soyut düşünceyi gerekli kılan bilişsel aktivitedir.Etkili kavramsal öğrenmenin sağlanması o kavramın soyutlanmasına bağlanmaktadır (Aydın, Erdoğan, Özbilen ve Sezgin Memnun, 2017).O halde, kavramsal öğrenmenin sağlanması yani kavramın bireyler tarafından içselleştirilmesi için soyut bilişsel aktiviteleri gerçekleştirmesi gerektiği sonucuna varılabilir.Bu sebepten bireylerin kavramları soyutlama aşamalarına dair detaylar matematik eğitimi alanında önemli araştırma alanı haline gelmiştir(Memnun vd., 2017).

Başarıya ulaşmayı sağlayan, bireylerin kavramları benimsemelerinde yardımcı bazı yöntemlerdir (Dubinsky, 2000).Bu yöntemler bireylerin bilişsel anlayışlarını geliştirerek kavrama dair özellikleri içselleştirmelerinde olumlu rol oynadığı düşünülen eylemleri gerçekleştirmelerinde etkili olabilmektedir.Soyutlamayı da soyut düşünmeyi de bu yöntemler içerisinde ele almak yerinde olacaktır.Peki nedir soyutlama?"Soyut düşünme", "soyut düşünce" ifadeleri ile ne anlatılmak istenmektedir?Bu tür sorular soyutlamanın tanımı üzerine düşünmeye yönlendirmektedir.

Soyutlama, en yalın haliyle somuttan soyuta doğru bir süreç olarak bilinmektedir (Sezgin Memnun, 2011).Soyutlamaya dair çok fazla tanım olmakla birlikte üzerine düşünülen tartışılan bir ifadedir.Önceleri bilgi kuramcılar tarafından vurgulanan soyutlama, öğrenme içerisindeki rolü üzerine araştırmaların artmasıyla eğitim kuramını benimseyen bireylerin de ilgilendiği bir kavram haline gelmiştir(Sezgin

Memnun, 2011).Anlamanın bir yolu olarak da ifade edilen soyutlamanın tanımına dair ifadeler incelendiği alana göre farklılıklar gösterebilir. Soyutlamanın, matematik alanındaki tanımı; var olan matematiksel bilgi yapılarının dikey biçimde yeniden düzenlenme aktivitesi olarak düşünülebilir (Dreyfus, Hershkowitz ve Schwarz, 2001).

Soyutlama, bir çeşit düşünce akışıdır; matematiksel yapıların zihinsel yapıları oluşturması ve zihinsel yapıların matematiksel yapıları meydana getirmesi olarak açıklanabilir (Memnun vd., 2017).Dubinsky'e (2000) göre soyutlama, matematiksel nesnelerin, matematiksel işlemlerin ya da her ikisinin kombinasyonu ile oluşturulan yapılarda, birey tarafından gerekli olanın belirlenmesi işlemidir.Gerekli görülen özelliklerin ortak olanların belirlenmesi ve bu düşüncelerin genellenerek adlandırılması da soyutlamaya dahildir(Memnun vd., 2017).Bu süreçte kavram üzerine derin düşünme ve düzenleme becerilerinin soyutlamalarında etkili olduğu düşünülmekle birlikte, matematiğe dair bilgilerini nasıl aktardığı da önem kazanmaktadır. Matematiksel soyutlama, bilgilerin alana özgü sembolik dil ve aksiyomlarla sistematik eylemler sonucunda oluşturulmasıyla belirtilebilir (Dubinsky, 2000).

Soyutlama süreci öğrenenler üzerinde doğrudan incelenebilir bir durum değildir, kavramı ezberleme yoluyla değil kavrama yoluyla anlamayı sağlar (Can, 2011; Sezgin Memnun vd., 2017).Dahası, matematiksel kavramların birçoğu soyutlama süreci içerisinde elde edilir bu durum soyutlamayı matematik eğitiminde önemli bir noktaya taşımıştır(Altun, 2014; Sezgin Memnun vd., 2017). Beraberinde matematik eğitiminde soyutlama nasıl gerçekleşir, soyutlama sürecine ait aşamalar nelerdir, bu sürecin bilişsel ögeleri nasıl gözlemlenebilir sorularının cevapları öğrenmeyi etkili kılmak adına elzemdir.Bundan dolayı bireylerin soyutlama ve genellemelerinin nasıl gerçekleştirileceğinin bilinmesi önem arz etmektedir.(Bukova-Güzel, 2006-2007; Sezgin Memnun vd., 2017).Soyutlamanın öğrenmenin doğal ortamına bağlı olarak sosyal bir çevrede gelişmesi olasıdır.Dreyfus vd., (2001) göre soyutlama sosyal ortamda gerçekleşen, zaman gerektiren bir süreç olmakla birlikte farklı nesnelerden faydalanmayı da gerektirebilecek bir aktivitedir.Öğrencilerin soyutlamayı gerçekleştirmek için izlediği yöntemlerin ve süreç akışının derinlik içerisinde incelenmesi, hangi evrede ya da hangi eylemlerde zorlandıklarının belirlenmesi bilgiyi oluşturma sürecini hızlandırarak kavramların daha kolay anlaşılmasını sağlar(Sezgin Memnun, 2011).

Bireylerin kavram üzerinde düşündüğü, onu kullanmasını ya da düzenlemesini gerektiren her bir soru soyutlamaya dair kendi süreçlerini, ortaya koymaları için bir fırsat olabilir.Öyle ki soruların çözümünde kullandıkları yapılar, bu konudaki düşünme yolları hakkında bilgi edinmeyi sağlayabilmektedir (Eldekci, 2018). Literatürde soyutlamayı inceleyen, onu ortaya çıkarmayı amaçlayan, pek çok model olmakla birlikte Dreyfus vd. (2001) soyutlamayı iç içe geçmiş hareketli eylemler üzerinden ele alan RBC modelini geliştirmişlerdir. Bu model bilgi oluşum sürecindeki zihinsel arkaplanı epistemik yani birbirine bağımlı eylemler yardımıyla gözlemlemeyi amaçlayarak soyutlamaya dair detayları incelemeyi hedeflemiştir. Sezgin Memnun'a (2011) göre RBC modeli soyutlamayı kendi sosyokültürel ortamı içerisinde ele alan ve yapılandırmacı ve gerçekçi matematik eğitimi anlayışı açısından uygundur.

Matematik eğitiminde ortaokul düzeyi, bireylerin ileri matematiksel düşüncelerine temel oluşturacağından bu dönemdeki matematiksel düşünceleri, matematiksel kavramlara bakış açıları aslında soyutlamaları önemli görülmektedir.Özellikle cebir alanı bu düzeydeki öğrencilerin kimi zaman önyargı ile yaklaştıkları öğrenme alanı olabilmektedir.Bunun altındaki sebepler incelendiğinde aslında değişken kavramını nasıl soyutladıkları, bu süreçte hangi eylemleri gerçekleştirdikleri, hangi aşamalarda zorlandıkları konusu dikkate değerdir.Bu nedenle ortaokul düzeyinde değişken kavramının RBC modeli ile ele alınmasının, yapılandırmacı yaklaşıma uygunluğu ve soyutlamayı incelemeyi sağlaması, bilişsel eylemleri epistemik eylemler aracılığıyla gözlemlemeye fırsat sunması nedeniyle uygun olacağı düşünülmektedir.

1.2. Araştırmanın Amacı

Bu çalışmanın amacı ortaokul yedinci sınıf düzeyindeki öğrencilerin değişken kavramını nasıl soyutladıklarını açıklamak ve aritmetikten cebire matematiksel bilgilerin kavramı oluşturmaya yönelik dönüşümünde ne tür eylemlerin soyutlamayı yansıttığını ortaya çıkarmaktır.

Bu amaç doğrultusunda Bolu il merkezinde yer alan üç ortaokulda 67 öğrenciye Chelsea Tanılayıcı Cebir Testi uygulanmıştır.Test sonuçlarına göre uzman görüşü alınıp ifade yeteneği kuvvetli on öğrenci seçilerek klinik görüşmeler gerçekleştirilmiştir.Görüşme sırasında çalışma yaprağındaki açık uçlu problemler yöneltilerek öğrencilerin birbirleriyle ve araştırmacı ile olan sözlü ve sözsüz iletişimi gözlemlenmiştir.Görüşme video kamera kayıt altına alınmıştır. Bu bağlamda öğrencilerin değişken kavramına ilişkin bilgi oluşturma süreçlerine dair genellemeye varmaktan ziyade derinlemesine ve detaylı bir biçimde incelenmesine ve bu düşünsel süreçleri etkileyen ilişkiler ağının belirli bir sistematik yaklaşımla açıklanmasına yer verilmiştir.Bu araştırma uygulamaların yapılması ve soruların cevaplandırılması sürecinde bilgiyi oluşturma süreçlerinin anlamlandırılması konusunda fayda sağlayacağı düşünülerek katılımcı gözlemci yöntemi kullanarak öğrencilerin problemlerin çalışıldığı uygulama sürecindeki davranışları da gözlemlenmesi amaçlanmıştır.

Bu çalışmada öğrencilerin yapılandırmacı yaklaşıma uygun tasarlanmış öğrenme ortamında bilgiyi oluşturma süreci durum çalışması deseninde incelenmiştir.Öğrencilerin bilgiyi oluşturma süreçlerini incelemede RBC teorisine ait aşamalar dikkate alınmıştır.Araştırma verilerinin analizi, nitel veri analiz türlerinden içerik analiz ile gerçekleştirilmiştir.Bu tür araştırmalar bilgi oluşum sürecinin nasıl olduğunu ortaya çıkarmayı amaçladığından varsa kavram yanılgıları, bilgi eksiklikleri ya da kavramın bireyler tarafından anlaşılması güç yönleri de tespit edilebilmektedir.Sürece dair ulaşılan sonuç ve öneriler soyutlamanın daha etkili bir şekilde gerçekleştirilmesi için önemlidir.

1.3. Araştırmanın Önemi

Araştırma değişken kavramına ait soyutlama sürecinin yedinci sınıf seviyesindeki öğrencilerde nasıl gerçekleştiğini ortaya çıkarmak amacıyla yapılmıştır.Çalışmanın kuramsal çerçevesini RBC teorisi oluşturmuştur.Sezgin Memnun ve Altun (2012) çalışmalarında doğru denkleminin soyutlama süreci incelemiş ve bu bilginin deneysel anlamda soyutlanamamasının sebebini rakam ve matematiksel ifadelerin genellenmesinde yetersiz kalınmasına bağlanmıştır.Bu durum matematiksel ifadelerin değişkene genellenmesi yani değişken kavramının soyutlanma sürecinin incelenmesine duyulan gerekliliği vurgulamıştır.Soyutlama sürecinin bu teori kapsamında ele alınması; değişken kavramına ait bilgiyi oluşturmada nerede sıkıntı yaşadıklarını ve ne düzeyde uygulama ve anlamlandırmaya dair aktiviteleri yaparak kavramı içselleştirdiklerini ortaya çıkarmak açısından önemlidir.

1.4. Problem Cümlesi

7. Sınıf düzeyindeki ortaokul öğrencilerinin değişken kavramını RBC modeline göre soyutlama süreçleri nasıldır?

1.4.1. Alt problemler

1. Aritmetikten cebire geçiş sürecinde değişken kavramına ilişkin bilgi oluşturma sürecinde öğrenciler tarafından kavram nasıl anlamlandırılmaktadır?
2. Yedinci sınıf düzeyindeki ortaokul öğrencilerinin değişkeni soyutlamaya yönelik eylemleri nelerdir?

1.5. Sınırlılıklar

Çalışma 2017-2018 eğitim öğretim yılı içerisinde gerçekleştirilmiş olup bu dönemin müfredatına bağlı olarak yedinci sınıf düzeyindeki öğrencilerin değişken kavramına ilişkin görüşleri o düzeye ait kazanımlar kapsamında sınırlandırılarak gerçekleştirlmiştir.

1.6. Sayıltılar/Varsayımlar

Araştırmanın katılımcılarının görüşme esnasında değişken kavramına ilişkin düşünce, deneyim ve bilgilerini eylemlere dönüştürerek sözlü ya da sözsüz bir biçimde yansıttıkları varsayılmıştır.

1.7. Tanımlar

Araştırmanın teorik çerçevesi kapsamında RBC modeli tanıma (recognizing), kullanma (building with) ve oluşturma (constructing) eylemlerinin tanımlarına bağlı olarak incelenmiştir.RBC'nin teorisyenleri tarafından soyutlama birbirine bağımlı bu üç eylemle bağlantılı şekilde açıklanmıştır.

Tanıima eylemi (recognizing): Öğrencilerin daha önce aşina olduğu bilgi ve belirli matematiksel yapıları yeni bir problem durumunda fark ederek tanımasıdır (Hershkowitz vd., 2001).Kullanma (building with) eylemi: Bireylerin bir problemi anlamak, açıklamak ya da çözüm sürecini yansıtmak gibibir hedefe ulaşmak için mevcut yapısal bilgiyi daha ileri eylemlere dönüştürmek amacıyla kullanmalarıdır (Hershkowitz vd., 2001).Oluşturma (constructing) eylemi: Mevcut bilgilerin hatırlanması ve bilgi yapılarının birleştirilerek kullanılıp yeniden düzenlenmesi ile yeni bir yapının, stratejinin, yöntemin ya da bir kavramın oluşturulması eylemidir (Hershkowitz vd., 2001).Yeni bir yapının oluşturulması yönüyle kullanma eyleminden farklılık gösterirken, yeni yapıyı oluştururken var olan bilgi yapılarını kullanması yönüyle tanıma ve kullanma eylemlerine bağlıdır (Hershkowitz vd., 2001).

II. BÖLÜM

2. Kuramsal Çerçeve ve İlgili Literatür

2.1. Kuramsal Çerçeve

2.1.1. Matematiksel kavramları anlamlandırma ve aritmetikten cebire geçiş süreci

Birey sosyal etkileşimin hüküm sürdüğü bir ortamda deneyimlerine bağlı olarak anlamlandırdığı bir süreç içerisinde öğrenmeyi gerçekleştirir.Öğrencilerin öğrenmelerini anlamlı kılan nitelikler; kavramlar arasında bilgi transferini iyi sağlayabilmeleri, işlemsel ve kavramsal bilgilerini anlamlı olarak birleştirmeleri, bilgiyi farklı türdeki temsil biçimleriyle ifade edip öğrenme alanıyla ilişkilendirebilmeleri ve yeni bir durumda bilgilerini uyarlayabilmeleri farklı ortamlara uygun olarak düzenleyebilme eylemleriyle ilgilidir. Matematiksel kavramlar birbirine bağlı bir yapıda olduğundan bu ilişki ağı içerisinde meydana gelebilecek bir hata ya da bir kopma bu alanda ileri matematiksel düşünme gerektiren kavramları öğrenmelerinde zorluklar ya da kavram yanılgıları oluşturabilir(Swadener ve Soedjadi, 1988 ; Akkan, Baki ve Çakıroğlu, 2011).Bu yüzden kavramlar arasındaki bilgi ağının nasıl bir durumda olduğu önemlidir.Matematikte yeni bir bilginin oluşturulması, üst düzey zihinsel beceriler gerektirebilir bundan dolayı bilişsel yapıda bilgiyi içeren yeni ve birbiriyle ilişkili kompleks yapılara ihtiyaç duyulabilir (Hadas ve Hershkowitz, 2007).

Öğrencilerin ileri seviye matematiksel becerilerinden; ilişkilendirme becerilerinin gelişimi için aritmetik ve cebir arasındaki bağlantıları kurabilmeleri önemlidir (MEB, 2006; Akkan vd., 2004).Matematiğin kalbi cebir ise kalbi çalıştıran temel fonksiyonlar aritmetik olarak düşünülebilir.Bu durum tarih boyunca arimetikle ilgili pekçok tanımın yapılmasına neden olmuştur.Aritmetik bileşenleri; sayılar, sayılar arası ilişkiler ve dört işlem bilgisi ile sayı-işlem birbirine dayalı hesaplamalar olan bir alandır(NCTM, 1991; Mason, 1996; Akkan vd., 2011).Aritmetik genel anlamda bilinen dört işlem ve sayı bilgisinden yola çıkarak sayılar arası ilişkileri keşfetmeyi amaçlayan dört temel işleme dayalı hesaplamalar içeren bir alan olarak düşünülebilir.

Sayıların mukayese edilmesiyle ilgili özellikleri keşfetmek amacıyla dört işlem hesaplamalarının ilişkilendirilip, aritmetiğin soyutlanması ile cebir açığa çıkmıştır (Akgün, 2006; Akkan vd., 2011).“Genelleştirilmiş aritmetik” biçiminde de adlandırılan cebir aritmetiğin sembol içeren tarafı olarak düşünülebilir (Tabach ve Friedlander, 2003; Akkan vd., 2011).Cebir sadece sayıları temsil eden bir alan olarak değil aynı zamanda polinom, denklem gibi yapıları da içeren, harfli sembol ile hesap yapmayı fikir yürütmeyi de sağlayan bir araç olarak tanımlanmıştır (Kieran, 1992; Akkan vd., 2011).Bu nedenle cebirin, matematiğin farklı konuları üzerinde de önemli bir etkisi olduğu düşünülebilir.Cebir soyut düşüncelerin ifadesini sağlayan niteliklere sahiptir kanısına varılabilir.

İşlem önceliği ve parantez kullanımı cebirsel bilginin oluşumunda önemlidir (Linchevski ve Hersovics, 1996; Akkan vd., 2011). İşlem önceliğine yönelik özellikler ve parantez kullanımı cebirsel bilgilerin ifadesinde farklı anlamlar oluşturabileceğinden bu bilgilerin kullanımında dikkatli olunmalıdır.Yalnızca işlemsel özellikler değil akıl yürütme ve genelleme becerileri de soyut düşüncelerin cebirsel ifadesinde etkili olabilmektedir.Sayılar arasındaki örüntüden yola çıkarak genellemelerle cebirsel düşüncelerin oluşması mümkündür (Tall, 1992; Akkan vd., 2011).Sayılar arasındaki ilişkilerin örüntüleme yoluyla cebirsel ifadelere dönüştüğü kanısına varılabilir.

Akkan vd., (2011) göre sayıların dört işlemle manipülasyonu, tümü için geçerli olmakla birlikte yerini harfli sembollerle devam ettirebilir.Öyleyse cebir, sayıları ve aralarındaki ilişkileri; bilinmeyen, formül, örüntü, yer tutucu ve ilişkileri ifade eden yapı bağlamlarında ele alan bir dildir.Karşılaştırma, sayma ve sayılarla işlem yapma eylemlerini içeren aritmetiğin soyutlanmasıyla matematiğin önemli bir dalı olan cebir doğmuştur (Akgün, 2006; Akkan vd., 2011).Cebir aritmetiğin genelleştirilmiş halidir ve sembol içeren bir yapıdadır (Tabach ve Friedlander, 2003; Akkan vd., 2011).Cebir harflerle hesap yapabilen bir araç ve sayısal ilişkileri ve nitelikleri içeren bir alandır (Kieran, 1992; Akkan vd., 2011). Cebir hem matematik hem de diğer disiplinlerdeki fikirleri anlatmak için kullanılan bir dildir (Rojano, 1993 ; Usiskin, 1997; Akkan vd., 2011).Cebiri, genelleştirilmiş aritmetik veya aritmetiği genelleştirmek için gerekli bir dil olarak tanımlamıştır (Vance, 1998; Akkan vd., 2011).O halde cebir matematik ve farklı disiplinlerdeki bilgileri hem sembolle anlatan bir dil hem de sembolleri ve sayıları kullanarak hesap yapabilen bir araç olduğu yorumu yapılabilir.

Cebir alanına ait tanımlarında; aritmetiksel işlemlerin ve kuvvetlerinin manipülasyonu olduğun bahsetmişler ve bu manipülasyonların sadece sayılar için değil sayıların yerine alan tüm semboller için de geçerli kurallar içeren bir alan olarak açıklamışlardır (Harvey,Waits ve Demana, 1995; Akkan vd., 2011).Bu durumda cebirin aritmetiksel manipülasyonların içerisinde yer alan sayılar yerine sembollerin almasıyla oluştuğu sonucuna varılabilir.

Sayı aritmetiğin temelini oluşturursa, aritmetik de cebirin köklerini oluşturduğundan bu alanlar arasında kuvvetli bir bağ olduğu söylenebilir (Akkan vd., 2011).Aritmetik ve cebir arasındaki karşılıklı etkileşim durumu öğrencilerin soyut düşüncelerinin oluşmasında önemlidir.Cebirin öğretiminde öğrencilere somuttan soyuta doğru bir geçişle verilmesi onların ileri matematiksel kavramları anlamalarında yardımcı olacaktır (Akkan vd., 2011).Öğrenciler cebirsel fikirleri ile daha önceki deneyimlerinde oluşturdukları aritmetik fikirleri ilişkilendirir (Herscovics ve Linchevski, 1994; Akkan vd., 2011).

Aritmetik ve cebir farklı tabiatlara sahip olmakla birlikte bir o kadar da bağlantılı iki alandır (Kieran, 1992; Sfard, 1995; Stacey ve Macgregor, 1997; Van Amerom, 2002; Akkan vd., 2011).Cebir öğretiminde; örüntülerden yararlanmanın cebirsel fikirleri genellemede kolaylık sağlayacağı konusuna vurgu yapmışlardır (Tall, 1992; Armstrong, 1995; Akkan vd., 2011). Benzer bir yaklaşım da NCTM içinde yer alan ve cebir öğretimi üzerinde çalışan tarafından ekip tarafından önerilerek örüntülerden yararlanmanın cebir öğretiminde yararlı olacağı görüşü aktarılmıştır (NCTM, 2000; Akkan vd., 2011).

Cebirsel akıl yürütmelerin aritmetiksel bilgilerden yararlanılarak yapılması bu iki alan arasındaki ilişkinin bir kanıtıdır.Aritmetiğe bağlı ön deneyimler cebirsel düşünce ve cebirsel akıl yürütmelerin oluşmasında etkili olabilmektedir.Cebirsel düşüncelerin geliştirilerek yeterli düzeyde soyutlanmasının sağlanması için bireylerin aritmetikle bağlantı kurarak cebirsel bilgileri oluşturmayı gerektiren problem durumlarıyla karşılaştırılması uygun olacaktır.Aritmetikten cebire geçiş düzeyinde öğrencilere matematiksel kavramların somut bir bağlam içerisinde aktarılması ileri bir seviyede soyutlama için yarar sağlayacaktır.

Doğaları farklı olsa da aritmetik cebir arasında güçlü bir bağ vardır. Aritmetik ve cebir metal paranın her iki yönü gibi birbirine tamamen bağlıdır (Sfard, 1991; Akkan vd., 2011). Aritmetikteki deneyimlerin cebire transfer edilmesi bu iki alanı birbirine bağlı kılmıştır.Aritmetikten cebire geçişte; öğrencilerin farklı problem durumlarıyla karşılaştırılması, ortaokul matematik müfredatının somuttan soyuta geçiş gösteren yapısıyla uyum sağlamayı kolaylaştırmakla birlikte üstbilişsel becerileri geliştirmeye sağlamaktadır.Aritmetik ve cebirin tabiatı gereği birbirinden farklı oluşu içerdiği bilgi türlerinin de çeşitli olmasını sağlayarak bireylerin öğrenmesinde zorluklara neden olmuştur (Hersovics, 1989; Kieran, 1992; Stacey ve MacGregor, 2000; Akkan vd., 2011).Bazı araştırmacıların aritmetik ve cebir alanlarına ait özelliklerin farklı yönlerine dair tanımlamaları verilen tabloda aktarılmıştır.

Tablo 2.1. Aritmetik ve cebir alanı arası farklılıklar (Akkan vd., 2011 s.817-818).

	Aritmetik	Cebir
Stacey (2008)	Bilinenlerden bilinmeyenlere çalışma	Bilinmeyenlerle çalışma
	Kısa süreli bilinmeyenler	Sabit bilinmeyenler
	Cevaplar üretmede bir formül olarak denklem	Durumu tanımlayan denklem
	Başarılı hesaplama zincirleri	Mantıksal bağlantılı denklem zincirleri
Hersovics ve Linchevski (1994) Filloy ve Rojano (1989)	Odak sayısal bir cevabı belirleme.	Odak ilişkileri ve işlemleri genelleştirebilme.
	"+" ve "=" gibi semboller yapılacak olan işlemlerin ya da eylemlerin var olduğunu gösterir.	Semboller işlemler(eylemler), ilişkiler ve sonuçların bir parçasıdır.
	Aritmetikte eşittir işareti, bir hesaplamanın sayısal sonucunu ifade eder, yani eşittir işareti sonuç bildirir.	Cebirdeki eşittir işareti ise denge durumunu ifade eder yani eşittir işareti dengeyi ifade eder.
	Harfler birim etiketleri olarak kullanılır (metre için m) ve tek bir sayısal değere sahiptir.	Harfler belirli miktarları (nicelikleri) gösterir ("m" metrelerin sayısı olarak) veya değerler dizisidir.
	İşlemler sayılarla sınırlıdır.	İşlemler bilinmeyenlere genişletilir.
Lodholz (1990)	$35 \neq 3 \times 5$ ve $35 \neq 53$	$ab = a \times b$ ve $ab = ba$
	$7 + \frac{1}{2} = 7\frac{1}{2}$ veya $4 + 0{,}75 = 4{,}75$	$2a + b \neq 2ab$
Molina ve Ambrose (2008)	"=" işareti cevap için bir uyarıcıdır. Aritmetikte eşittir işareti "işlem işareti" dir.	Denge ile ilgili ifade. İlişkisel bir şekilde eşittir işaretini yorumlama. Cebirde "ilişkisel sembol" olarak algılanır.
Van Dooren vd. (2003)	Problem çözümünde bilinen sayısal değerlerle işlemler yapılarak bilinmeyen değerler hesaplanır	Problem çözümünde bir denklem yazılır ve bilinmeyeni hesaplamaya dönüştürülür.

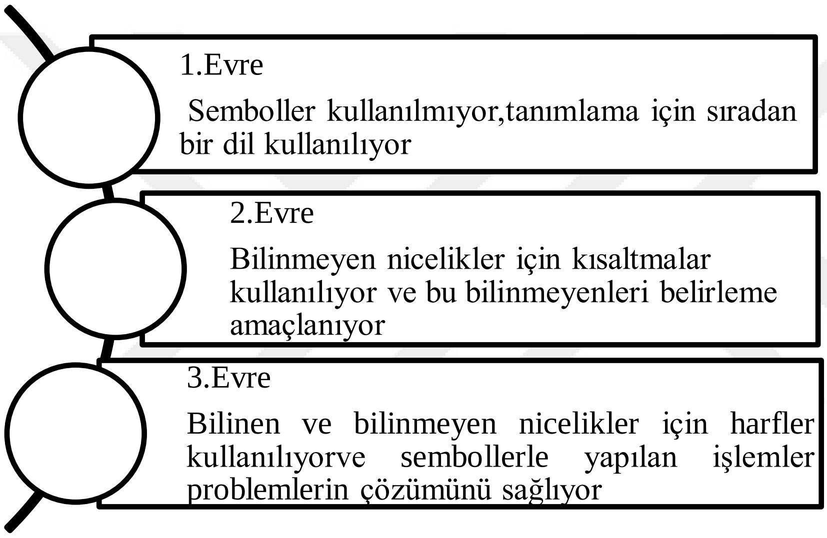
Linchevski (1995)	Eşittir işareti bir dönüşüm yöntemidir, yani soldan sağa yönsel bir işareti ifade eder.	Eşittir işareti bir denkliği ifade eder yani işaretin her iki yanında aynı miktarda nicelik olduğunu ifade eder.
	Parantez işareti statik olarak yani "ilk onu yap "olarak görürler ve başka bir düşünce için, içinden işlem yapmadan ayrılmazlar. Yani parantez kullanımı özellikle işlem önceliğinde kullanılır.	Cebirde parantez kullanımı aritmetikteki gibi özellikle işlem önceliğinde kullanılır ve içeridekiler ilk değerlendirilen terimlerdir. Fakat değişken kavramıyla birlikte daha dinamik bir yapıya değişir[(x+y).(x-y) gibi.
	"=" işaeri aritmetik işlemlerin sonucunu gösteren bir komuttur	İki miktarı kıyaslamaya yarayan ilişkisel bir sembol
	Aritmetikte bilinmeyenler hesaplamalar içinde yer almaz, bilinmeyenler son nokta olarak alınır.	Bilinmeyen çözüm sürecinin başlangıç noktasıdır ve çözüm sürecinde sembolün kendisi işlem yapılan nesnedir.
Borchert (2003) Alibali vd. (2007)	Eşittir işareti sembolü "işlem işareti" olarak algılanır yani işaretten sonra "sonuç" gelir.	Eşittir işareti sembolü "ilişkisel sembol" olarak algılanır yani dengeyi ifade eder.

Van Amerom (2002)	Genel amaç: sayısal bir çözüm bulma.	Genel amaç: problem çözme ile ilgili yöntemleri sembolleştirme ve genelleştirme.
	Belirli sayı durumlarını genelleştirme.	Sayılar arasındaki ilişkileri genelleştirme.
	Hesaplama aracı olarak tabloyu kullanma.	Problem çözme aracı olarak tabloyu kullanma.
	Sabit sayılarla (4+?=7) işlem yapma.	Değişkenler ile işlem yapma.
	Harfler ölçüm etiketleri veya bir nesnenin kısaltmalarıdır.	Harfler bilinmeyenler veya değişkenlerdir.
	Sembolik ifadeler süreçleri temsil eder.	Sembolik ifadeler süreçler ve ürünler olarak görülür.
	İşlemler hareketlerle(actions) ile ilgilidir.	İşlemler irade dışı nesnelerdir.
	Eşittir işareti sonuç bildirir.	Eşittir işareti denkliği gösterir.
	Bilinenlerle akıl yürütme.	Bilinmeyenlerle akıl yürütme.
	Son nokta olarak bilinmeyenler.	Başlangıç noktası olarak bilinmeyenler.
	Bir bilinmeyenli lineer problemler.	Çok bilinmeyenli problemler: denklem sistemleri.
Kieran(1990; 1992)	Aritmetikte harfler belirli bir kavramın yer tutucularıdır (örneğin; santimetre için cm veya metre için m gibi)	Cebirde ise harfler değişkenler veya herhangi bir sayıyı temsil eden bir harf olarak kullanılır.
	Aritmetik bilgi "3 ile 4'ün toplamı nasıl olur?" gibi matematiksel işlemleri hedefler.	Cebirsel bilgi kavramsal olarak işlemler ve sayılarla ilgili dizilerin gösterimini hedefler.
	Problemlerin çözümleri belirli durumlarla ilgili sayısal çözümlerin keşfine odaklıdır. Yani genel amaç sayısal bir çözüm bulmadır.	Problemlerin çözümü genellikle yöntemi belirlemeye ve keşfetmeye odaklıdır. Yani genel amaç problem çözme ile ilgili yöntemleri sembolleştirme ve genelleştirmedir.
	Aritmetikte problem çözülürken bilinen sayılarla hesaplamalar yapılır ve cevaba doğru çalışılır.	Cebirde ise ilişkiler aynı bir yol içinde hem bilinen hem de bilinmeyenler kullanılarak tanımlanır ve problemin cevabını elde edinceye kadar eşitliklerden faydalanılır

Linchevski (1995)	Eşittir işareti bir dönüşüm yöntemidir, yani soldan sağa yönsel bir işareti ifade eder.	Eşittir işareti bir denkliği ifade eder yani işaretin her iki yanında aynı miktarda nicelik olduğunu ifade eder.
	Parantez işareti statik olarak yani "ilk onu yap "olarak görürler ve başka bir düşünce için, içinden işlem yapmadan ayrılmazlar. Yani parantez kullanımı özellikle işlem önceliğinde kullanılır.	Cebirde parantez kullanımı aritmetikteki gibi özellikle işlem önceliğinde kullanılır ve içeridekiler ilk değerlendirilen terimlerdir. Fakat değişken kavramıyla birlikte daha dinamik bir yapıya değişir[(x+y).(x-y) gibi.
	"=" işaeri aritmetik işlemlerin sonucunu gösteren bir komuttur	İki miktarı kıyaslamaya yarayan ilişkisel bir sembol
	Aritmetikte bilinmeyenler hesaplamalar içinde yer almaz, bilinmeyenler son nokta olarak alınır.	Bilinmeyen çözüm sürecinin başlangıç noktasıdır ve çözüm sürecinde sembolün kendisi işlem yapılan nesnedir.
Borchert (2003) Alibali vd. (2007)	Eşittir işareti sembolü "işlem işareti" olarak algılanır yani işaretten sonra "sonuç" gelir.	Eşittir işareti sembolü "ilişkisel sembol" olarak algılanır yani dengeyi ifade eder.

Van Amerom (2002)	Genel amaç: sayısal bir çözüm bulma.	Genel amaç: problem çözme ile ilgili yöntemleri sembolleştirme ve genelleştirme.
	Belirli sayı durumlarını genelleştirme.	Sayılar arasındaki ilişkileri genelleştirme.
	Hesaplama aracı olarak tabloyu kullanma.	Problem çözme aracı olarak tabloyu kullanma.
	Sabit sayılarla (4+?=7) işlem yapma.	Değişkenler ile işlem yapma.
	Harfler ölçüm etiketleri veya bir nesnenin kısaltmalarıdır.	Harfler bilinmeyenler veya değişkenlerdir.
	Sembolik ifadeler süreçleri temsil eder.	Sembolik ifadeler süreçler ve ürünler olarak görülür.
	İşlemler hareketlerle(actions) ile ilgilidir.	İşlemler irade dışı nesnelerdir.
	Eşittir işareti sonuç bildirir.	Eşittir işareti denkliği gösterir.
	Bilinenlerle akıl yürütme.	Bilinmeyenlerle akıl yürütme.
	Son nokta olarak bilinmeyenler.	Başlangıç noktası olarak bilinmeyenler.
	Bir bilinmeyenli lineer problemler.	Çok bilinmeyenli problemler: denklem sistemleri.
Booth (1984)	"l" ve "m" harfleri aritmetikte "litre" ve "metre"yi temsil eder.	Cebirde ise metrelerin veya litrelerin çokluğunu veya miktarlarını gösterir.
Kieran(1990; 1992)	Aritmetikte harfler belirli bir kavramın yer tutucularıdır (örneğin; santimetre için cm veya metre için m gibi)	Cebirde ise harfler değişkenler veya herhangi bir sayıyı temsil eden bir harf olarak kullanılır.
	Aritmetik bilgi "3 ile 4'ün toplamı nasıl olur?" gibi matematiksel işlemleri hedefler.	Cebirsel bilgi kavramsal olarak işlemler ve sayılarla ilgili dizilerin gösterimini hedefler.
	Problemlerin çözümleri belirli durumlarla ilgili sayısal çözümlerin keşfine odaklıdır. Yani genel amaç sayısal bir çözüm bulmadır.	Problemlerin çözümü genellikle yöntemi belirlemeye ve keşfetmeye odaklıdır. Yani genel amaç problem çözme ile ilgili yöntemleri sembolleştirme ve genelleştirmedir.
	Aritmetikte problem çözülürken bilinen sayılarla hesaplamalar yapılır ve cevaba doğru çalışılır.	Cebirde ise ilişkiler aynı bir yol içinde hem bilinen hem de bilinmeyenler kullanılarak tanımlanır ve problemin cevabı elde edinceye kadar eşitliklerden faydalanılır

Bireylerin aritmetiği kavramasına dair; ilişkisel ifadeleri anlamadaki eksiklik, işlemsel özellikleri soyutlamadaki yanılgılar, örüntü kavramı ve genlleme yapmaya ait zorluklarve cebirsel soyut düşünceleri gösterimlerleri ifade etmedeki zorluklar cebir alanıyla ilgili bilgileri öğrenmede engeller oluşturmaktadır (Cooper, 1997; Demana ve Leitzel, 1988; Ohlson, 1993; Akkan vd., 2011).Cebirin öğrenciler tarafından kavranmasını sağlamak için; sayılar arası bağlantıları inceleyebilmesi için gereksinim duyduğu kadar zaman tanınmalı, bu tür bilgileri kendi sözcükleri ya da ifadeleriyle anlatmasına olanak verilmeli ve sembollere ihtiyaç duyarak ilişkileri aktarması sağlanmalıdır (Kieran, 1990; Akkan vd., 2011).



Şekil 2.1. Kieran'a (1990) göre bireylerin cebirsel gelişimine ilişkin evreler (Akkan vd., s.815).

Battista (1995), cebirin anlaşılmasını sağlamak için; aritmetikten genellemeler yaparak cebirsel bilgilere ulaşmayı hedefleyen bir yaklaşım sunmuştur.Bu yaklaşıma dair detaylar şekildeki gibi yer almaktadır.

Aritmetik işlemleri yapılandırarak, kullanmak ve tanımlamak için teşvik edecek etkinliklere yer verilir.

↓

Öğrenciler etkinliği tamamlamak için işlem yolları tanımlar ve kullanır.

↓

Etkinliği başarmak için bu işlem yollarını genelleştirir.

Şekil 2.2. Battista (1995) göre cebirsel kavramların gelişim sırası (Akkan vd., s.816).

2.1.2. Değişken Kavramı ve Öğretimi

Diophantus (MS.250) matematik içerisinde bilinmeyen bir miktarı temsil için sembol kullanmayı tercih eden ilk matematikçidir (Boyer, 1991; Dogbey, 2016).Değişken kavramı ilk Leibniz ve Newton tarafından çeşitli miktarları anlatan ifadeler olarak sunulmuş olsa da Tonesson'un 1950-1980 yılları arasında yayınlanan eserlerinde harfli sembolleri değişken olarak ele aldığı tespit edilmiştir (Dede, 2005).Rajaratnam, değişkenin bulunuşunu matematik tarihinin en önemli olayı olarak ifade ederken; Percy Nunn (1919), "Değişkenlerin icadı, belki insanlığın gelişimindeki en önemli olaydır.O'nun kullanımını bilmek, bireysel gelişimi tarihindeki en önemli başarı olarak kalmaya devam edecektir." sözüyle değişkenin önemini anlatmıştır (Philipp, 1992 ; Reconceptualising School Algebra, 1997; Dede , 2005).

Değişken kavramı; farklı içeriklerde farklı görevler üstlenerek anlam kazanması sebebiyle bir cümle ya da bir sözcükle anlatılabilecek bir kavram olmadığı gibi, müfredatın tamamanı etkileyebilecek düzeyde bir güce sahiptir (Dede, 2005).Bu nedenle değişken kavramının çeşitli kullanımları önemsenmeli ve öğrencilerin bu konudaki farkındalığı artırılarak kavramı kendilerinin oluşturması sağlanmalıdır.

Değişken kavramı, fonksiyonlar, küme, ispat, denklem gibi konuları ve ileri matematiksel kavramları öğrenmede temel sağlaması nedeniyle matematik eğitiminde oldukça önemlidir (Dominguez, 2001; Schoenfeld ve Arcavi, 1988; Ursini ve Trigerous, 2001; Dede, 2005).

Değişken kavramı aritmetik alanı içerisinde örüntü genelleyici rolünde yer almakla birlikte, farklı kulanımları kompleks cebirsel yapılarla ayrılmaz ilişkisini ortaya koyduğundan mutlaka keşfettirilmelidir (Usiskin, 1988; Dogbey, 2016; Özgeldi,2013). Özgeldi'ye (2013) göre bahsedilen farklı kullanımlar matematiksel genelleme yapmayı sağlayarak soyutlamaya imkan vermektedir.Matematikte tüm soyut düşünsel süreçlerin anlamlandırılmasını değişken kavramının farklı kullanımlarının anlaşılmasına bağlamaktır (Eisenberg, 1991; Dogbey, 2016).Çelik ve Güneş (2013) yedinci sınıf düzeyindeki öğrencilerin değişkenin farklı rollerini anlamada ve kullanmada zorluk yaşadıklarını belirtmişlerdir. Değişkenlerin farklı kullanımlarından bazıları Dede'ye (2005) göre şu şekilde yer almaktadır:

1. Etiket (3e = 2f ; e ,f).
2. Sabit (π , e,c).
3. Bilinmeyen (5x -9 =16 ; x).
4. Genelleştirilmiş sayılar (b+c =c+b ; c ,b).
5. Çeşitli nicelikler (y= 3x + 6 ; x ,y).
6. Parametreler (y = ax +b ; a, b).
7. Soyut semboller (x *e = e*x ; e, x).

Ortaokul matematik düzeyinde öğrenciler bu kullanımlardan ; etiketler, π , bilinmeyenler ,genelleştirilmiş sayılar ve değişkenler ile karşılaşmaktadır.Değişken kavramının bağlam bağımlı yapısı nedeniyle, farklı kullanımların yeni bir duruma uygulanması durumunda zorluklar oluşturabilmektedir(Dede, 2005; Çelik ve Güneş, 2013; Dogbey, 2016).Bu nedenle değişken kavramının öğretiminde farklı stratejiler uygulanabilir.Bu stratejiler Dede'ye (2005) göre şu şekilde yer alır :

- Yerel Stratejiler: Fonksiyon türlerinin öğretiminde birim planı gösteren stratejiler.
- Bölgesel Stratejiler: Limit, türev, integral gibi sıralı öğretimlerde anahtar kavramların öğrenilmesine yönelik stratejiler.
- Kapsamlı Stratejiler: Diğer matematiksel kavramların öğrenilmesini sağlayan kavramlara yönelik stratejiler.

2.1.3. Soyutlama ve bilgi oluşturma

Matematiksel kavramların soyutlama sonucu elde edilmeleri, matematiğin bir soyutlama bilimi olması beraberinde matematik eğitiminde soyutlamayı yani bilgi oluşturmayı önemli kılmıştır (Altun, 2008; Sezgin Memnun, 2011). Soyutlama, bireyin bir bilgiyi anlamlandırmasıyla oluşur.Soyutlama fikri, belli bir durumun var olduğu ve bireyin bu durumun işaret ettiği anlamı kavramış olduğunu varsayar (Dubinsky, 2000). Soyutlama kendi yapısı içerisinde pek çok bilişsel eylemi içerir.Bilginin kavranması, sınıflandırılması ve anlamlandırılması bilginin farklı yönlerine odaklanmayı sağlar. Dubinsky'e (2000) göre soyutlama, düşüncelerin bir ya da daha fazla yönünün anlamlandırılması yani matematiksel problem durumlarında nesne, süreç ya da ikisinin kombinasyonunda soyut düşüncelerin harekete geçirilerek gerekli olanın belirlenmesidir.

Bireylerin, matematiksel kavramları öğrenmeleriyle yeni düşünceler meydana gelir ve bu düşünceler eylemlere dönüşerek açığa çıkabilir.Matematiksel anlamlandırmalar eylemlerin yorumlanmasına bağlı olarak oluşur (Bikner-Ahsbahs, 2004).Eylemlerin yorumlanmasında bireyin içerisinde bulunduğu toplumsal yapı etkileşim alanını oluşturur.Etkileşim alanı içinde matematiksel bilgilerin uygulanabilir olduğunu kanıtlamasıyla bilgiyi oluşturma süreci başlar (Bikner-Ahsbahs, 2004).Dubinsky'e (2000) göre , kavram yanılgıları düşük düzeyde soyutlamaya, bu düzeydeki soyutlamalar da öğrenciyle matematik başarısı arasında engel oluşturmaya neden olabilir.Soyutlama, araştırma kapsamında "dikey matematikleştirme" olarak ele alınmıştır.Dikey matematikleştirme, matematiksel bilgilerin ,matematiksel araçlarla düzenlenerek yeniden yapılandırılmasını içeren bilgi oluşum sürecidir(Hershkowitz ve Hadas, 2007).

2.1.4. RBC soyutlama modeli

Dreyfus, Hershkowitz ve Schwarz (2001) çalışmalarında soyutlamayı RBC adını verdikleri bir teori ile açıklamışlardır.Bu teorinin temel yapısını Davydov'un (1990) bilgi oluşturma felsefesi ile Leont'ev'in (1981) Aktivite Teorisi oluşturmaktadır

(Türnüklü ve Yeşildere İmre, 2016). Bilgi oluşturma felsefesi; bilginin doğal tabiatı içerisinde yeniden düzenlenerek oluşturulması, Aktivite Teorisi ise gerçekleştirilen eylemlerin arkasındaki aktiviteleri yönlendiren güdüyü anlama çalışmasıdır.Yani bireyler tarafından gerçekleştirilen aynı eylem aslında onların zihinde gerçekleştirdikleri farklı aktivitelere işaret ediyor olabilir bu nedenle o aktiviteleri gerçekleştirmelerinin ardındaki sebebi öğrenmek önemlidir. Bu iki temel kuramın birleştirilmesi ile soyutlama süreci "önceden oluşturulan bilgilerin öğrenme ortamının doğal yapısı içerisinde yeniden düzenlenme aktivitesi" olarak düşünülebilir.

Sezgin Memnun'a (2011) göre bireyin matematiksel anlamlandırma süreci; deneyimlerle ilişki olmakla birlikte içerisinde bulunduğu sosyal etkileşimin bir ürünüdür.Soyutlama süreci gözlemlenerek, öğrencilerin problem çözerken bilgileri eylem dönüştürme sürecinde gerçekleştirdiği işlemler derinden sezilebilir (Hershkowitz vd., 2001; Altun ve Yılmaz, 2008; Sezgin Memnun vd., 2017). Soyutlama daha fazla yapı oluşturmayı gerektirerek zihinsel olarak güçlenmeyi sağlar (Dreyfus ve Tsamir, 2002; Sezgin Memnun vd., 2017).

Bilgi oluşum sürecini incelemek amacıyla farklı soyutlama modelleri önerilmiş ve kullanılmıştır.Araştırma kapsamında kullanılan soyutlama modeline göre; yeni bilişsel yapıları oluşturmak için bilgiler arasında ilişkileri yeniden düzenemeye ihtiyaç vardır (Sezgin Memnun vd.,2017).Bu model, bilgi edinme sürecini iç içe geçmiş "tanıma", "kullanma", "oluşturma" gibi zihinsel eylemler yoluyla incelemeyi sağlar (Dreyfus vd., 2004 ; Sezgin Memnun vd., 2017).

Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus tarafından laboratuvar ortamında bireyler gözlemlenip iki durum çalışması şeklinde detaylandırılarak matematiksel soyutlamanın analizi için pratik bir teorik model sunulmuştur (Herskowitz ve Hadas, 2007).Bu modele göre; bireysel ve ikili gruplar halinde öğrenilerle görüşmeler yapılarak etkileşimli ortamın soyutlama sürecinde etkili olduğu sonucuna ulaşılmıştır (Hershkowitz ve Hadas, 2007). RBC adını verdikleri bu teorik modelin soyutlama sürecini analizindeki başarısı pek çok araştırmacı tarafından ifade edilmiştir (Bikner-Ahsbahs, 2004; Dreyfus ve Kidron, 2006; Ozmantar ve Roper, 2004; Ron, Dreyfus ve Hershkowitz, 2006; Stehlíková, 2003; Tabach ve Hershkowitz, 2002; Tabach, Hershkowitz ve Schwarz, 2001, 2006; Tsamir ve Dreyfus, 2002; Williams, 2002, 2003, 2004, 2005; Wood ve McNeal, 2003; Wood, Williams ve McNeal, 2006; Hershkowitz ve Hadas, 2007).

Bilginin soyutlanması süreci RBC modeline göre üç gözlemlenebilir eylemle incelenebilir.Bu eylemler; tanıma (recognizing), kullanma (building with) ve oluşturma (constructing) olup kısaltılarak modele RBC adı verilmiştir (Hershkowitz ve Hadas, 2007).Tanıma eylemi; bireyin karşılaştığı problem durumunun sahip olduğu önceki bilgi yapısıyla ilişkili olduğunu farketmesi durumunda gerçkleşir (Hershkowitz ve Hadas, 2007).Yani tanıma bilginin geçmiş deneyimlerle ilgili olduğunun anlaşılmasıdır(Dreyfus vd., 2004).Kullanma eylemi; problemin çözümünde farklı yapılarla bağlantı kurularak birlikte kombinasyonunu içeren yapıların kullanılmasıdır(Hershkowitz ve Hadas, 2007).Oluşturma eylemi ise, yeni yapıları ortaya çıkarmak için eski bilgilerin düzenlenerek dikey matematikleşmenin sağlanmasıyla yeni soyut ürünün ortaya çıkarılmasıdır (Dreyfus vd., 2004).Bu üç eylem iç içe yer alır diğer bir deyişle bireyin önceki bilgilerini farkedip tanımadan yeni bilişsel yapıyı oluşturması beklenmez, birbirine bağlı durumlardır.Bu nedenle epistemik eylemler olarak adlandırılırlar.Bilgiyi oluşturma sürecinde; birey önceki bilgilerini hatırlayarak yeni bir yapı oluşturmaya ihtiyaç duyar,sonraki aşamada farklı tanım ve bilgilerle ilişkilendirerek o yapıları kompleks hale getirir.En son aşamada bilgilerin yeniden düzenlenmesi sağlanarak yeni bilgi yapısımeydana getirilir.Epistemik eylemler süreci ifae etmesi nedeniyle tarih içeren bir boyuta sahiptir (Dreyfus vd., 2004).

Dreyfus ve diğerlerleri (2004)'ne göre modelin sunulması için gerçekleştirilen araştırmada bireysel soyutlama sürecinde olasılık konusuna ait problemleri ele alınırken, cebir öğrenme alanına ait problemlerde ikili gruplar halinde soyutlanma süreci incelenmiştir.Sınıf ortamında soyutlamanın gerçekleşmesinde öğretmeneler de önemli rol üstlenmektedir.Bunun nedeni akıl yürütmeler bireysel gelişimin sosyal deneyimlere bağlı olmasından kaynaklanır(Mercer, 1995-1996; Dreyfus vd., 2004). Bu sosyal süreçte de öğretmenin neyi nasıl söylediği tartışma sürecine nasıl katkıda bulunduğu önemli olabilmektedir.Öğretmenlerin görevi soyutlamaya imkan veren aktiviteler sunarak uygun diyaloğu kullanmak ve süreci buna göre yürütmek olmalıdır (Dreyfus vd., 2004). "Peki soyutlama sürecinde diyalog türleri nelerdir?" sorusu akla gelmektedir.Bilginin inşasına dair süreçte beş farklı diyalog türü Dreyfus vd. (2004) tarafından tanımlanmıştır: “

- ✓ Temel Bilgi Diyalogu: Katılımcılar bilgiyi paylaşmaya kararlıdır.
- ✓ Aday Diyalog: Öğretmen söz konusu problem durumunu ve hedefleri açıklığa kavuşturmalı ve öğrencileri ilk bakış açısıyla katılmaya teşvik etmelidir.
- ✓ Kritik Diyalog: Katılımcılar farklı bakış açılarını anlamaya ve uymaya kararlıdır.Öğretmen tüm öğrencileri katılmaya teşvik eder.
- ✓ Yansıtıcı Diyalog: Katılımcılar kabul edilen kanıtları bütünleştirmeye ve genelleştirmeye söz verir.Eylemleri tekrar ederek deneyimlerinden ders çıkarır.
- ✓ Ders dağıtım diyaloğu: Katılımcılar bilginin iletimini sağlayacaklarına söz verirler.”

RBC modeli ile soyutlama sürecinde bireylere eleştirel bakış açısı kazanması sağlayan diyalog türleri önerilmektedir.Didiş Kabar’a (2018) göre bazı sembol içeren problemlerin çözümünde yaşanan zorluklar; bireylerin aritmetik ve cebir arasında kurduğu ilişkilerdeki hatalar ve problem bağlamının net olarak anlaşılmamasından kaynaklanan hatalardan dolayı oluşmaktadır.Bu ifadeden hareketle soyutlama sürecinde diyalog türleri kadar bağlamın kullanımının da önemli olduğu söylenebilir.RBC soyutlama modeli ile yapılmış pek çok çalışma ve konuları literatürde şu şekilde yer almaktadır: Altun ve Yılmaz (2008) tam sayı fonsiyonlarının oluşturulma süreci, Dreyfus vd. (2001) aritmetik ve cebirsel işlemlere dair özelliklerin soyutlanması, Hassan ve Mitchelmore (2006) oran kavramı ,Dreyfus vd. (2004), Sezgin Memnun vd. (2017), Akkaya (2010) olasılık alanına yönelik kavramlar, Özmantar (2004) mutlak değer kavramına ait bilgilerin oluşturulması,Sezgin Memnun ve Altun (2012) doğrusal denklemlerin oluşturulması, Tsamir ve Dreyfus (2002) sonsuzluk kavramının soyutlanması, Yeşildere ve Türnüklü (2008) üçgen kavramına ait bilgilerin soyutlanması süreci bu modelle incelenmiştir.

2.2. İlgili Literatür/Araştırmalar

2.2.1. Cebirle ilgili yapılan çalışmalar

Cebir ile ilgili çalışmalar gennellikle aritmetikten cebire geçiş süreci ve cebir sürecinde bireylerin yaşadğı zorluklar, kavram yanılgıları ve cebirsel ifadelerin anlamlandırılması üzerinedir.Akkan vd., (2012) çalışmalarını aritmetikten cebire geçiş sürecinde ortaokul 5-8 sınıf seviyesindeki öğrencilerin problem çözme süreçlerini karşılaştırmak amaçlanmıştır.Yapılan çalışmada; cebir, cebir öncesi dönem ve aritmetik düzeyindeki öğrencilere ait özellikler verilerek sınıf seviyesi arttıkça aritmetikten cebire geçişin olumlu yönde değiştiği sonucuna ulaşılmıştır. Melillo (1999) tarafından gerçekleştirilen çalışmada ise; öğrencilerin aritmetikten cebirsel düşünceye geçişini Battista'nın üç seviyesinin teorik çerçevesine bağlı olarak ele alınmıştır. Akkan ve diğerleri (2011) tarafından aritmetik ve cebirsel bilgiler arasındaki farklar literatür bazlı olarak incelenmiştir.Cebir öncesi sürece ait özelliklere vurgu yapılmıştır.Subramaniam ve Banerjee (2004) çalışmalarını cebir için başlangıç sayılabilecek iki durum arasındaki bağlantıyı araştırmak amacıyla gerçekleştirmişlerdir.Bir öğretim deneyi çalışması olduğundan sonuçların düşündürücü ancak kesin olmadığı ifadesi yer alır.Kavramlar kuralların oluşturulmasında kullanılır ve bu nedenle daha iyi bir kavramsal anlayış kuralların daha iyi öğrenilmesine yol açabilir.Cebirsel ifadelerin dönüşümünde kavram ve kuralların arasındaki bağlantının araştırılması gerektiği sonucuna ulaşılmıştır.Özgeldi'ye (2013) göre öğrencilerin önceki aritmetiksel deneyimlerinden yararlanmaları cebiri anlamalarında yardımcı olmaktadır.Geleneksel anlamda "genelleşmiş aritmetik" olarak tanımlanan cebir, çoğunlukla aritmetiğin sembolik tarafı üzerinde yoğunlaşmıştır (Tabach ve Friedlander, 2003; Akkan vd.,2012).

Dede ve Argün (2003) bu çalışma cebirin öğrenciler tarafından anlamlandırılmasını zor hale getiren nedenleri incelemiştir.Sonuç olarak cebir öğretimine yönelik olumsuz bakış açısının giderilmesi için yeni yaklaşım ve modellerin sınıf ortamına taşınması önerilmiştir.Şahin ve Soylu (2017) her kademeden matematik eğitimi öğretmen adaylarının cebir içerik bilgisi karma bir yöntemle incelenmiştir. Öğrenim düzeyi arttıkça bilgi seviyesinin arttığı sonuçlarına ulaşılmıştır.Mbonambi ve Bansilal (2014) 11.Sınıf düzeyindeki öğrencilerle, sıcaklık dönüşüm formülünden yararlanarak matematiksel okuryazarlıkta cebirsel becerilerini ortaya çıkarmak amaçlanmıştır.Cebir konusundaki eksiklerin bu sınıf düzeyinde ortaya çıktığı, cebirsel becerilerin geliştirilmesine yönelik adımların önceki dönemlerde de odaklanılması gerektiği yorumları ifade edilmiştir. Akkaya ve Durmuş (2006), ortaokul altıncı sınıf düzeyindeki öğrencilerin cebir alanındaki kavram yanılgılarının tespiti ve giderilmesinde çalışma yaprağının etkiliğini incelemiştir.Cebirde harf kulanımını anlama, değişkenlerle ilgili eşitlik kavramı ile ilgili bir takım kavram yanılgılarının varlığı tespit edilmiştir.

2.2.2. Değişken kavramı ile ilgili yapılan çalışmalar

Değişken kavramı ile ilgili literatürdeki çalışmalarda, değişkenin tanımlanması, değişkenin farklı kullanımları, bu kavrama ait yanılgılar,harfli sembolleri anlamlandırma, değişken kavramı ile ilgili öğrenmede yaşanan zorluklar, bu konudaki müfredat ve program incelemeleri gibi konular ele alınmıştır. Boz (2004) çalışmasında öğretmenlerin değişken kavramı ile ilgili alan bilgisi ve alana özgü pedogojik bilgileri arasındaki bağlantıları araştırılmıştır. Sonuçlara göre öğretmenlerin değişken kavramını denklemde bilinmeyen olarak açıklarken cebirsel ifadede semboller sayı olarak ifade edildiği yorumlarına ulaşılmıştır.Dede (2005) Bu çalışmada, değişken kavramına ait tanımları ve tarihsel süreç üzerinde durulmuştur.Ayrıca, değişken kavramının öğretimindeki güçlüklerin aşılabilmesi için bazı modeller hakkında bilgi verilmiştir.

Philipp (1992) çalışmada ise değişkenlerin birçok kullanımı nedeniyle oluşabilecek zorlukları incelenmiştir.Öğretmen adayları katılımcı olarak yer almıştır.Sonuç olarak sembollerin cebirdeki farklı kullanımları hakkında daha dikkatli düşünmeleri için teşvik edilirse değişkenlerin daha kavramsal bir şekilde anlaşılacağı düşünülmektedir.Bununla ilgili cebir öğrencilerinin söz lü ifade olarak güçlü anlamaya dayalı eylemler açısından zayıf bulunmuştur.

Dogbey (2016) okul matematik müfredatının değişken kavramı ile ilgili uygulamalara sağladığı destek incelenmiştir.Sonuç olarak incelenen üç müfredatın farklı miktar ve kalitede yarar sağladığı sonucuna varılmıştır.Ely ve Adams (2012) 8. Sınıf düzeyindeki öğrencilerin harflerin değişkenlere dönüşüm sürecinde bilinmeyenlerle yaşadıkları deneyimler açısından incelemişlerdir.Ayrıca müfredata odaklanarak bu geçiş sürecinde nasıl etkili olduğu konusu üzerinde durulmuştur.Sonuç olarak görsel desen örüntülerini kullanmaka ya da gerçek hayat bağlamlarını kullanmak öğrencilerin öğrenme sürecinde erken anlamlandırma sağladığı gibi kanılara yer verilmiştir.Linsell, Cavanagh ve Tahir (2013) değişkenlerin anlaşılmasını sağlamak için anlamlı bağlamların kullanılması üzerine çok yönlü bir inceleme gerçekleştirilmiştir.Bu çalışmanın önerileri arasında öğretmenlerin her adımda cebir kullanma fırsatını öğrencilere vermesi yer almaktadır.Akgün (2009) bu çalışmada değişken kavramı ile sözel problem durumları arasındaki ilişkiden yola çıkarak 8. Sınıf düzeyindeki öğrencilerin iki durum arasındaki ilişki kurma becerileri incelenmiştir.Sonuç olarak öğrencilerin değişkeni problem durumuna dönüştürmede kısacası matematiksel bir kavramı kendi dillerinde anlamlandırmakta sorun yaşadıkları gözlemlenmiştir.

Çelik ve Güneş (2013) tarafından gerçekleştirilen çalışmada 7. ,8. ve 9. sınıf düzeyindeki öğrencilerin harf sembollerini anlamlandırmaya yönelik hatalarını ortaya koymak ve yorumlama, karşılaştırma seviyelerini belirlemek amaçlanmıştır. Çalışmanın sonucunda 7. ve 8.Sınıf düzeyinde harfli sembollerin rolünü anlamada 9. Sınıf seviyesindeki öğrencilerin sadece değişken rolünü anlamada sıkıntı yaşadıklarını ve genel olarak nesne isimlerin kısaltılması olarak düşünme eğiliminde oldukları sonucuna varılmıştır.Sorulardaki karmaşıklık arttıkça harf sembollerinin anlamlandırılmasında da karışıklıkların olduğu düşünülmektedir.Özgeldi (2013) çalışmadaki amaç 6.Sınıf düzeyindeki öğrencilerin cebire geçiş sürecinde bilinmeyen ve değişken kullanımlarının nasıl ele alındığını incelemektir.Denklem yapısı çerisinde ve örüntü ilişkilerini bulmaya yönelik sorularda her iki kullanımı da bilinmeyen olarak algıladıklarını göstermektedir.

Knuth, Alibali, McNeil, Weinberg ve Stephens (2005) çalışmada ortaokul öğrencilerinin eşitlik ve değişkeni anlamalarını ve her ikisini beraber kullanmalarını gerektiren durumlardaki anlayışlarını incelenmiştir.Problem çözme becerilerinin temel kavramları anlamalarında etkili olduğu vurgusu yapılmıştır.Harfli sembollere sayısal değer verme ve cebirsel eşitliğin sağ tarafını sayıya eşitleme eğiliminin var olduğu sonuçlarına ulaşılmıştır.

Didiş Kabar (2018) lise öğrencilerinin bir bilinmeyenli denklemlerde değişken ikinci derecede değişekn kavramının tanımı araştırılmıştır. Öğrencilerin üç ön bilgiye ; polinom derecesi, değişken ve eşitlik işareti ile ilgili bilgilere sahip olmadıkları görülmüştür.Bu knuda kavram imajlarının oldukça sınırlı olduğu kanısına varılmıştır.

2.2.3. Soyutlama ve RBC modeli ile ilgili yapılan çalışmalar

Soyutlama ; öğrencilerin kavramı anlamlı ve derinlemesine öğrenmelerinin bir yolu olduğundan bilişsel bir süreci simgeler. Bu nedenle literatürde; soyutlama, soyutlamanın meydana geldiği bilgi oluşum süreci , bu sürecin bilişsel adımlarını epistemik eylemler yoluyla gözlemlemeyi sağlayan RBC modeli, bu modelin geliştirilmesi ve pekiştirme eyleminin gelişimi ile RBC+C modeline dönüşümü , pekçok kavramın bilgi oluşum sürecinin RBC+C modeliyle incelendiği bir süreç gözlemlenmiştir.

Dubinsky'e (2000) göre soyutlama, düşüncelerin bir ya da daha fazla yönünün anlamlandırılması yani bir matematiksel durumda; nesne, süreç veya bu ikisinin kombinasyonunda soyut düşüncelerin harekete geçirilerek gerekli olanın belirlenmesidir.Bu nedenle soyutlama matematik eğitiminde başarılı olmayı sağlayan özel yöntemlerden biridir.

Dreyfus ve diğerleri (2001) gerçekleştirdikleri çalışma ile bir kavramın, bir bilginin soyutlanmasının bir süreç olduğunu bu nedenle soyutlamayı iç içe yer alan aktiviteler şeklinde ele aldıklarından bahsetmişlerdir. RBC modelinin ilk kez sunulduğu bu araştırmada epistemik aktiviteler hakkında tanımlamalar yapılmıştır.RBC ile ilgili bir başka çalışmada da Schwarz, Dreyfus, Hadas ve Hershkowitz (2004) tarafından gerçekleştirilen bilginin inşası sürecinde öğretmenin rolüne nasıl rehberlik ettiğini, bilginin oluşturulmasında öğretmenin epistemik eylemlerin içerisinde rolünün ne olduğuna dikkat çekilen çalışmadır.Çalışmanın bulgularına göre bilginin oluşturulmasında öğretmenin rollerine göre diyalog türlerinden hangi yöntem ve tekniklerle eylemlere ne ölçüde katıldığı önemlidir.Schwarz ve diğerlerinin (2004) çalışmaları, öğretmenlerin sınıflardaki bilginin inşasında rolünü RBC modeline dahil etme yönündeki ilk adımdır.

Kidron ve Dreyfus (2004) RBC modeli ile tanımlanan epistemik eylemlerin doğrusal bir yapıda olmadıklarını paralel bir şekilde dallanma olarak tanımladıkları eylemler arası geçişin neden oluştuğunu incelemişlerdir.Epistemik eylemlerin hareketli bir biçimde yuvalanmış belki bilinenden daha fazla çeşitlilik gösteren epistemik eylemlerin daha önceki RBC teorisi temelli çalışmalardan daha karmaşık yapıda olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Dreyfus, Hadas , Hershkowitz ve Schwarz (2006) tarafından gerçekleştirilen bir başka çalışmada bilgi yapılarının pekiştirlmesine yönelik işleyişin yapısını araştırmak hedeflenmiştir.Olasılık öğrenme alanına yönelik görevlerde beş sınıf ve ek olarak altı öğrencinin gözlemlendiği bir çalışma olmakla birlikte pekiştirmenin süreç içerisinde ortaya çıktığı görüşü hakimdir.Sadece epistemik eylemlerin tanımlanmasının yeterli olmadığı içselleştirmenin ne anlama geldiği ve tanımlanmasına olan gereklilik vurgulanmıştır.Sınıf tartışmasında katılımcı olan öğrencilere dair elde edilen kısıtlı bilgi elde edilen verilerin varlığını sınırlamıştır.

Bikner-Ahsbahs (2004) bir dizi öğretim deneyi sonucunda yeni bir model geliştirmişlerdir.Matematik derslerinde matematiksel anlamları oluşturmalarını destekleyen ya da engelleyen koşulları tanımlayan bu model ; epistemik yani iç içe geçmiş eylemleri içerir ve sürecin sosyal öğrenme tarafına değinir.Bu çalışmada öğrenci metaforları nesneler aracılığıyla eylemleri birbirine bağlayarak matematiksel yapıları oluşturduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Özmantar ve Roper (2004) tarafından gerçekleştirilen bu çalışma RBC teorisi kapsamında görevler iskelesinin soyutlama üzerindeki oynadığı role odaklanan bir çalışma olmuştur.Mutlak değer grafiklerini oluşturma sürecine yönelik dört görev üzerinden çalışma gerçekleştirilmiştir.Bu iskele yapısının destekleyici ve hassas müdahalesiyle çalışma ve çabalarını düzenlemelerine yönelterek onları teşvik eder. Monaghan ve Özmantar (2004) yeni bir matematiksel düşüncenin soyutlanması sürecinin pekiştirilmesinde neyin gerekli olduğu üzerine odaklanmışlardır.Mutlak değer fonksiyonlarının oluşturulmasından kısa bir sürede bağlamdan yararlanarak soyutlamaya elverişli bir etkinlik üzerinde pekiştirme gözlemlenmiştir.Sonuç olarak pekiştirme soyutlama yapılarının yeniden düzenlenmesinde ; zorluklara karşı dirençli olma ve esnek bir anlayışla soyutlamaya dair bir dil geliştirme olarak tanımlanmıştır.

Mitchelmore ve White (2004) çalışmalarında matematiksel soyutlama ile matematik öğrenimindeki soyutlama arasındaki farka odaklanarak matematiksel nesneler ile düşünme süreçleri arasındaki ilişkiyi incelemiştir.Yeşildere (2006) bu çalışmada farklı matematiksel güce sahip ilköğretim altı, yedi ve sekizinci sınıf öğrencilerinin matematiksel düşünme ve bilgi oluşturma süreçlerini RBC teorisi kapsamında incelemek amaçlanıştır.Düşük matematiksel güce sahip öğrencilerin bilgi oluşturmada yavaş ve sorunlu olduğu yüksek matematiksel güce sahip olanların epistemik eylemleri gerçekleştirmede daha başarılı olduğu sonucuna ulaşılmıştır.Benzer bir çalışmada da Yeşildere ve Türnüklü (2008) tarafından farklı seviyelerdeki matematiksel güçlüklere sahip 8. sınıf düzeyindeki öğrencilerin bilgiyi oluşturma süreçleri incelenmiştir.RBC teorisi kapsamında incelenen bu çalışma sonucunda farklı güçlüklere sahip öğrencilerin bilgiyi oluşturma yani soyutlama süreçlerinde de farklılıklar olduğu gözlemlenmiştir.

Hershkowitz ve Hadas (2007) çalışmalarında öğrencilerin soyutlama sürecinde diğer bireylerle nasıl iletişim kurdukları konusuna yoğunlaşmışlardır.Hershkowitz ve Hadas (2007) bu çalışmada epistemik eylem temelli, bilgiyi soyutlama süreçlerini içeren bir model olarak RBC+C modeli sunulmuştur.Pekiştirme eyleminin daha geniş bir bilgi oluşturma sürecinde gözlemlenilebileceği düşünülmektedir.

Altun ve Yılmaz (2010) tarafından gerçekleştirilen çalışmada parçalı fonksiyon bilgisinin bireyler tarafından oluşturulma süreci RBC+C teorisi kapsamında incelenmiş ve bu bilginin oluşturulduğu bilgisine ulaşmışlardır.Ayrıca pekiştirmenin bu bilginin soyutlanmasındaki etkisinin büyük olduğuna dikkat çekilmiştir.

Akkaya (2010), olasılık ve istatistik konu alanına yönelik bilgilerin oluşturulma süreci incelenmiş ve öğretimde kullanılan gerçekçi bağlam içeren problem durumu ve oyun etkinliklerinin süreci verimli kıldığı sonucuna ulaşılmıştır.Yine aynı öğrenme alanında Katrancı (2010) çalışmasında RBC teorisi kapsamında olasılıkla ilgili kavramların oluşturulma süreçleri , matematik başarısı ile ilişkilendirilerek incelemiş ve kısmen de olsa her düzeyde bu kavramların oluşturulduğu bilgisine ulaşmıştır.

Sezgin Memnun (2011) doğru denklemi bilgisinin soyutlanma sürecinin incelenmesine yönelik gerçekleştirdikleri çalışmada araştırmaya katılan tüm bireylerin bu bilgiyi oluşturduğu ve pekiştirdiği sonucuna ulaşmışlardır.Aynı konu alanında benzer bir çalışma da Sezgin Memnun ve Altun (2012) tarafından gerçekleştirilerek altıncı sınıf düzeyindeki öğrencilerin doğru denklemini soyutlama sürecini RBC Teorisi ile inceleyip, bu düzeydeki öğrencilerin bu bilgiyi oluşturdukları sonucuna ulaşmışlardır.

Sezgin Memnun ve diğerleri (2017) iki öğrencinin katılımıyla gerçekleştirdikleri çalışmalarında limit bilgisinin oluşturulma süreci RBC+C modeli bağlamında incelemişlerdir.Çalışma sonucunda katılımcılar dizi, sonsuzluk ve fonksiyon kavramlarına ait bilgilerini tanıyarak limit bilgisini oluşturdukları sonucuna ulaşmışlardır. Bu araştırmacılar aynı konu üzerinde 2017 yılı içerisinde 12. Sınıf düzeyindeki iki katılımcı ile gerçekleştirdikleri çalışmalarında da benzer sonuçlara ulaştıkları görülmüştür.

Cebir öğrenme alanında Ulaş (2015) tarafından ortaokul 8. sınıf düzeyinde özdeşlik kavramını RBC+C modeli perspektifinde bilgiyi oluşturma süreci incelenmiştir.Araştırma sonucunda soyutlama hızları değişiklik gösterse de bilgi yapılarının oluşturulduğu ve başarılı öğrencilerin bu süreci daha iyi içselleştirildiği bilgisine ulaşılmıştır.

Bu model kapsamında farklı bir disiplinde gerçekleştirilen bir çalışma da Ergül (2013) tarafından gerçekleştirilmiş ve momentum kavramının lise öğrencileri tarafından oluşturulma süreci incelenmiş ve bu bilgiyi oluşturabildikleri gözlemlenmiştir.Dooley (2012) sınıf tartışması şeklinde diyalog süreci içeren çalışmalarında matematiksel bilgilerin RBC Teorisi kapsamında oluşturulması ve pekiştirilmesini incelemişlerdir.Bu çalışma ile de bu modelin sosyal iletişim yönüne dikkat çekilmiştir.

Geometri öğrenme alanı içerisinde Güler ve Arslan (2017) lise, lisans, yüksek lisans gibi farklı düzeylerdeki bireylerin katılımıyla gerçekleştirdikleri bu çalışmada üçgende benzerlik bilgisini pisagor teoremi üzerinden yola çıkarak RBC+C teorisi kapsamında incelemişlerdir.Bu çalışma sonucunda pekiştirme eyleminin bireyin cevaplarını, kendi gerçekleştirdiği sürece bağlamasında etkili olduğunu vurgulamışlardır.Budiarto, Rahaju ve Hartono (2017) gerçekleştirdikleri çalışmada yine geometri alanı içerisinde yer alan dörtgenler kavramına ilişkin bilgiyi oluşturma süreciniincelemişlerdir.

III. BÖLÜM

3. Yöntem

Bu kısımda araştırmaya ait model, katılımcılar hakkındaki detaylar, veri toplama süreci ve bu süreçte kullanılan araçlar,veri analizinin nasıl yapıldığına dair yöntem ve teknikler sunulmuştur.

3.1. Araştırma Modeli

Çalışma nitel araştırma yöntemi kapsamında ele alınmıştır.Nitel araştırmaların en iyi yaptığı şey algıların, tutumların ve süreçlerin daha iyi anlaşılmasını sağlamaktır (Glesne, 2015).Değişken kavramının soyutlanması, bu kavrama ait bilgilerin edinilmesi aritmetikten cebire geçiş sürecinde ele alınması nedeniyle bu yöntemin kullanılmasının uygun olduğu düşünülmektedir.

Değişken kavramnın soyutlanmasına yönelik süreçte yedinci sınıf düzeyindeki öğrencilerin hangi soyutlama düzeyinde aynı kavramı nasıl anlamlandırdıkları ve hangi eylemleri kullandıklarının ortaya çıkarılması amaçlandığından çalışma durum çalışması deseni içeriğinde gerçekleştirilmiştir.Ortaokul öğrencilerinin değişken kavramını soyutlama süreçlerinin nasıl olduğunu ortaya çıkarmak istendiğinden bu desen seçilmiştir.Amaç, yedinci sınıf düzeyindeki öğrencilerin değişken kavramını nasıl soyutladıkları, aritmetikten cebire matematiksel bilgilerin kavramı oluşturmaya yönelik dönüşümünde ne tür eylemlerin soyutlamayı yansıttığını ortaya çıkarmak adına detaylı olarak incelenmiştir.

Çalışma nitel araştırma yöntemi kapsamında durum çalışması deseninde ele alınmıştır.Çalışmada araştırmacı katılımcı gözlemci rolünü üstlenmiştir.Durum çalışması deseninde ortaokul öğrencilerinin değişken kavramını soyutlamaya yönelik zihinsel süreçleri ve bağlantılı eylemlerini ortaya çıkarmak hedeflenmiştir.

3.2. Katılımcılar

Katılımcılar seçilirken ölçüt örnekleme yöntemi kullanılmıştır.Yıldırım ve Şimşek'e (2016) göre bu örnekleme yöntemindeki temel anlayış önceden belirlenmiş bir dizi ölçütü karşılayan bütün durumların çalışılmasıdır.Bu nedenle araştırmaya ortaokul yedinci sınıf düzeyindeki öğrencilerden Chelsea Tanılayıcı Cebir Testinden başarılı olup, matematik dersi öğretmenlerinin gözlemlerine göre, cebir konusunda ifade yeteneği kuvvetli öğrenciler çalışmaya dahil edilmiştir.

Çalışma kapsamında; üç ayrı devlet okulundan yedinci sınıf düzeyindeki 67 öğrenciye Chelsea Tanılayıcı Cebir Testi gerekli izinler alınarak uygulanmıştır.Bu testten başarılı olan ve ifade yeteneği kuvvetli olan ikili gruplar halinde on öğrenci seçilmiştir.İkili gruplar halinde seçilmesinin nedeni RBC teorisine göre DNS olarak adlandırılan ve matematiksel kavramlarına yönelik öğrenmelerin ifadesi ikili iletişimin meydana getirdiği sosyokültürel ortamın bilgiyi soyutlama sürecine yönelik eylemlerin gözlemlenmesine olanak veren bir ortamı gerektirmesidir.

3.3. Veri Toplama

Bu araştırmaya dair verilerin elde edilmesinde klinik görüşme ve döküman analizi olmak üzere iki farklı veri toplama tekniği kullanılmıştır.Klinik görüşmeler ikili gruplar halinde ortalama kırk dakika süren beş farklı görüşme gerçekleştirilmiştir.Görüşmelerde yedi ayrı açık uçlu soru sorularak öğrencilerin değişken kavramını nasıl soyutladıkları pek çok soru içerisinde ayrı ayrı gözlemlenmiştir.Klinik görüşmelerde açık uçlu sorular üzerinden yorumlarla öğrencilerin iletişimi sonucunda oluşturdukları kavramlar hakkında görüşleri alınmıştır.Görüşmelerin video kayıt edilmesiyle soyutlamaya yönelik aktivitelerde bireysel ve etkileşimli olarak bilgiyi elde etme sürecinde bilişsel tepkilerini nası açığa vurdukları da araştırılmıştır.

Veri toplama sürecinde veriler okul tarafından tahsis edilen sadece araştırmacı ve katılımcıların bulunduğu bir ortamda elde edilmiştir.Video kayıt cihazı öğrencilerin de görebileceği yakın bir konumda tutularak onların da bu konudaki izinleri alınmıştır.Çalışmaya ait veriler Chelsea Tanılayıcı Cebir Testi ve çalışma yaprağındaki sorulara verilen yanıtların bulunduğu yazılı dökümanlar ile görüşme kayıtlarının transkriptlerinden yararlanılmıştır.

3.3.1. Veri toplama araçları

Araştırmanın katılımcılarını oluşturmak üzere ön bilgileri taşıyıp taşımadıklarını belirlemek ve bu konuda verileri elde etmek üzere Chelsea Tanılayıcı Cebir Testi (Ek 1) kullanılmıştır.Ön bilgileri sağlayarak diğer ölçütleri de geçerli kılan ikili gruplara da araştırmacı arafından o bilgi alanına yönelik kazanımları temel alan ve bu alanda bazı yerli ve yabancı kaynaklar incelenerek oluşturulan çalışma yaprağı (Ek 2) kullanılmıştır.

3.3.1.1. Chelsea tanılayıcı cebir testi

1970’lerde İngiltere’de “The Concepts in Secondary Mathematics and Science” (CSMS) adlı bir proje yürütülmüştür (Çelik ve Güneş,2013).Bu proje on farklı öğrenme alanında gerçekleştirilmiş, bireylerin matematiksel anlayışlarını geliştirmek ve çok sık yapılan yanlışlarını ortaya çıkarmak hedeflenmiştir (Çelik ve Güneş,2013).1985’te CSMST (Concepts in Secondary Mathematics and Science Team) tarafından 12-15 yaş düzeyindeki İngiliz öğrencilerin cebir alanında kavramsal düşünme seviyelerini belirlemek için CDAT (Chelsea Diagnostic Algebra Test) geliştirilmiştir(Hart,Brown, Kerslake,Küchemann ve Ruddock , 1985; Kaya,2015).

CSMST tarafından geliştirilen CDAT, “Chelsea Tanılayıcı Cebir Testi” olarak tanınmaktadır.Birçok ülkede bu alandaki araştırmalar tarandığında CDAT ya da CSMS projesi kapsamında elde edilen sonuçlar kullanılmakta, cebirsel harf sembollerini kullanmaya yönelik kavramsal anlayışları ölçmek amacıyla "Chelsea Tanılayıcı Cebir Testi" kullanılmaktadır (Bateman, 1997; Gray, Loud ve Sokolowski, 2007; Gray vd., 2009; Klanderman, 1996; Lin, 1994; MacGregor ve Stacey, 1997; Sokolowski, 1997; Wyllie, 1996; Çelik ve Güneş, 2013).

Birçok araştırmada CDAT; Hong Kong, Amerika, Kanada ve Türkiye'deki öğrencilere uygulanması yönüyle farklı ülkelerdeki öğrencilerin cebiri soyutlama düzeyleri ile karşılaştırılması fırsatı sunmaktadır (Çelik ve Güneş , 2013).CSMST cebirsel harf sembollerini kullanım düzeyini altı farklı faktör üzerinden ele almış ve ilk üç faktörün cebirsel anlayışın düşük düzeyini ifade etmiştir(Küchemann, 1998; Çıkla-Akkuş, 2004).

1. Cebirsel Sembole Değer Verme:

Öğrenciler cebirsel sembol yerine belirli bir sayı değeri vermektedirler(Çelik ve Güneş, 2013).

2. Cebirsel Sembolü İhmal Etme :

Öğrencilerin cebirsel sembole bir anlam vermeden varlığını kabul etmesi durumudur (Çelik ve Güneş, 2013).Yani cebirsel ifade dikkate alınmadan soru yanıtlanabilir.

3. Cebirsel Sembolü Nesne Olarak Kullanma:

Cebirsel sembolün, nesnenin sayısı yerine doğrudan nesnenin yerine kullanılması durumudur(Çelik ve Güneş, 2013).

4. Cebirsel Sembolü Bilinmeyen Olarak Kullanma:

İlk üç kategoriye göre; öğrenciler cebirsel sembolleri bilinmeyen olarak kullanmakta ve üzerinde işlem yapabilmektedirler (Çelik ve Güneş, 2013).

4. Cebirsel Sembolü Genelleştirilmiş Sayı Olarak Kullanma:

Öğrenciler cebirsel sembolleri, genelleştirilmiş sayılar olarak düşünmekte ve cebirsel sembol içeren işlem ve yapıları yorumlayabilmektedir(Çelik ve Güneş, 2013).

6. Cebirsel Sembolü Değişken Olarak İfade Etme:

Değişen, farklı sayı niceliklerini alabilen cebirsel semboller değişken kavramını oluşturur. Bu durumda öğrenciler "*2n ve n+2'den hangisi daha büyüktür? Açıklayınız.*" sorusunda cebirsel sembolleri karşılaştırırken değişken olarak anlamlandırmaktadır (Küchemann, 1988; Çelik ve Güneş, 2013).

Altı faktöre bağlı olarak öğrenciler dört ayrı düzeyde incelenmiştir. Birinci ve ikinci düzeydeki öğrenciler cebirsel sembole rastgele sayı değeri verme , onu ihmal etme eğilimi gösterirler (Küchemann, 1998 ; Çelik ve Güneş, 2013).Üçüncü düzeydeki öğrenciler cebirsel sembolleri bilinmeyen olarak anlamlandırma yeterliliğinde iken dördüncü düzeydeki öğrenciler üçüncü düzeye göre daha karmaşık soruları çözebilmekte ve cebirsel sembolü genelleştirilmiş sayılar ve ya değişken olarak yorumlayabilirler(Çelik ve Güneş, 2013).

Tablo.3.1. Chelsea tanılayıcı cebir testi madde numaraları ve cebir tanı seviyeleri (Küchemann 1998; Akkuş Çıkla, 2004 s.76)

Madde Numaraları	**Seviyeler**
5a, 6a, 8, 7b, 9a, 13a	1
7c, 9b, 9c, 11a, 11b, 13d, 15a	2
1, 2, 4c, 5c, 9d, 13b, 13h, 14, 15b, 16	3
3, 4e, 7d, 13e, 17a, 18b, 20, 21, 22, 23	4

Chelsea Tanılayıcı Cebir testi içerisinde yer alan ve farklı seviyelerde yer alan sorulardan bazıları Akkuş Çıkla (2004)'e göre aşağıdaki gibidir:

Seviye 1(5a maddesi): "a + b = 43 ise a + b + 2 = ..."

Seviye 2 (11a maddesi): "Eğer u = v+3 ve v =1 ise, u =?"

Seviye 3 (2 maddesi): "Aşağıdakilerden en küçük ve en büyük olanı yazınız.

n+1, n+4, n-3, n, n-7 ...."

Seviye 4 (3 maddesi): "Hangisi daha büyüktür, 2n ya da n+2 ? Yanıtınızı açıklayınız:....................."

3.3.1.2. Çalışma yaprağı

Öğrencilere kazanımları temel alan örüntü, formülleştirme ve cebirsel işlemleri temel alan değişken kavramının farklı kullanımlarını içeren soruları barındıran çalışma kağıdı sunulmuştur.Çalışma yaprağı oluşturulma nedenleri ;

1. Kavramın keşfine uygun problem durumu verilmesi
2. Kazanımların temel alınması
3. Değişkenin farklı kullanımlarını içeren bağlamda ele alınması
4. Örüntüleme, formül ve cebirsel işlemler yönünden soyutlamaya elverişli olması

olarak düşünebilir.

MEB (2018)'e göre 7.sınıf düzeyinde cebir öğrenme alanında aritmetikten cebire geçişte değişken kavramı ile ilgili kazanımlar şu şekilde yer alır:

"M.7.2.1 Cebirsel İfadeler

M.7.2.1.1. Cebirsel ifadelerde toplama ve çıkarma işlemlerini yapar.

M.7.2.1.2. Bir doğal sayı ile bir cebirsel ifadeyi çarpar.

M.7.2.1.3. Sayı örüntülerinin kuralını harfle ifade eder. Kuralı harfle ifade edilen örüntünün istenilen terimini bulur.

M.7.2.2. Eşitlik ve Denklem

M.7.2.2.1. Eşitliğin korunumu ilkesini anlar.

M.7.2.2.2.Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemi tanır ve verilen gerçek hayat durumlarına uygun birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözer.

M.7.2.2.3.Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözer.

M.7.2.2.4.Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kurmayı gerektiren problemleri çözer."

Bu kazanımlarla bağlantılı olarak gerçek hayat durumlarına uygun problem durumlarının sayı ve şekil örüntülerinin kuralını harfle ifade edebileceği,uzak ve yakın hedeflerdeki terimlerin bulunmasının istendiği,kuralın cebirsel ifadeye dönüştürülüp toplama ve çıkarma yapabileceği, sayı ve cebirsel ifadeyi çarparak daha sade yazabileceği, denklem yapısı oluşturup değişken kavramının soyutlanmasını iç içe geçmiş adımlar içerisinde RBC teorisine uygun olarak incelemeye olanak veren bir çalışma kağıdı hazırlanmıştır.

Sorular hazırlanırken kazanımlar temel alınmış pekçok yerli kaynak incelenmiştir.Bunun dışında Plymouth Üniversitesi ile matematik eğitiminde uzmanlaşma üzerine www.cimt.org.uk adresinde cebir öğrenme alanındaki bazı kaynaklar , 'California Mathematics Macmillan Mcgraw-Hill' 5.sınıf düzeyindeki Californiya matematik eğitiminde değişken kavramının işlenişini ele alan bir kitap ve 2006 yılına ait matematik müfredatını içeren Wisconsin Eğitim Araştırmaları Merkezi ve Freudenthal Enstitüsü editörlüğünde cebir alanında hazırlanan; 'Building Formulas','Comparing Quantities' ve 'Patterns and Figures' başlıklı kaynaklar incelenmiştir.

3.4. Verilerin Toplanması

Çalışmanın verileri yedinci sınıf düzeyindeki on öğrencinin ikili gruplar halinde görüşme kayıtları, sorulara verdikleri cevapları içeren yazılı dökümanlar ve Chelsea Cebir Tanılayıcı Testine verdikleri cevaplar incelenerek elde edilmiştir.Değişken kavramını soyutlama süreçlerini problem bağlamı içerisinde yedi soruya verdikleri cevaplar ve klinik görüşmelerle elde edilmiştir.Değişken kavramının soyutlanmasına yönelik sorular yedinci sınıf düzeyindeki kazanımlar temelinde RBC teorisi kapsamında problem bağlamı içerisinde oluşturulmuş ve alan eğitimi uzmanlarının da görüşü alınmıştır.Çalışmaya dair görüşmelerin video kayıt alınmasıyla sadece öğrenci görüşleri değil eylemleri, soyut düşünme tepkileri de detaylı olarak incelenmiştir.Soruların bir kısmı ingilizce matematik kitabındaki soruların türkçeye çevirilmesi ve konuya uygunluğunun kontrol edilmesiyle oluşturulmuştur.

3.4.1. Araştırmacının rolü

Çalışmada araştırmacı katılımcı gözlemci rolünü üstlenmiştir.Durum çalışması deseninde ortaokul öğrencilerinin değişken kavramını soyutlamaya yönelik zihinsel süreçlerini ortaya çıkarmak için klinik görüşmelerde yanıtlarını açıklamalarına fırsat veren 'Genel bir formül yazabilir misin?','Her bir harf neyi ifade ediyor?','Daha sade olarak ifade edebilir misin?', 'Matematiksel olarak düşündüğümüzde x ve y neyi ifade ediyor sizin için?', 'Bilinmeyen dediğiniz şey nedir?' gibi sorular sorularak süreci detaylı inceleme imkanı bulunmuştur.

3.5. Verilerin Analizi

Öğrenci gruplarıyla yapılan görüşmeler transkript edilerek yazılı dökümanlar haline getirilmiştir. Ayrıca görüşme sırasında çalışma kağıtlarına verdikleri yanıtlar ve Chelsea Tanılayıcı Cebir testine verdikleri yanıtlar da dikkate alınarak RBC teorisi kapsamında incelenmiştir.RBC teorisi kapsamında içerik analizi yapılmıştır.Epistemik eylemlere göre tanıma, kullanma ve oluşturmayı tanımlayan eylemlerle kodlar ortaya çıkarılmıştır.

3.6. Çalışmanın Geçerlik Ve Güvenirliği

Çalışmada video kayıtları ve döküman analizi incelemeleri yapılarak iki farklı araştırma tekniği kullanılmıştır.Sorular sınıf düzeyine uygun kazanımlar kapsamında uzman görüşü alınarak oluşturulmuştur.Görüşmenin transkriptleri ve katılımcılara ait dökümanların birbiriyle uyumu derinlemesine incelenmiştir.Araştırma sorularının güvenirliği üç matematik öğretmeni tarafından incelenmiştir.

IV. BÖLÜM

4. Bulgular

Ortaokul düzeyindeki öğrencilerin değişken kavramı hakkındaki bilgilerini aritmetikten yararlanarak nasıl oluşturdukları incelenmiştir.Değişken kavramına nasıl anlamlandırdıklarına yönelik bulgulara yer verilmiştir.Belirlenen sınıf seviyesindeki on öğrenciyle ikişerli gruplar halinde gerçekleştirilen bu çalışma RBC teorisine bağlı olarak değişken kavramına soyutlama süreci; tanıma(recognizing), kullanma (building with) ve oluşturma (constructing) epistemik eylemleri içerisinde incelenerek bulgulara ulaşılmıştır.

Araştırmanın katılımcılarıyla gerçekleştirilen klinik görüşmeler sonrasında soyutlanma sürecinin en iyi gözlemlendiği üç gruba dair bulgular bu bölümde paylaşılmıştır.Soyutlama süreçlerine dair iç içe eylemler yedinci sınıf düzeyindeki öğrencilere yöneltilen farklı sorularda gözlemlenmiştir.Bu nedenle soyutlama eylemlerine dair çözümleri aktarılırken gözlemlendiği sorular hakkında da bilgiler verilerek açıklanmıştır.Bulgularda aktarılan verilerin analizi RBC teorisine ait perspektifle ele alınarak soyutlama süreci bu teorinin karakteristiğini açıklayan epistemik eylemler yoluyla ortaya konulmuştur.

4.1. Öğrenci Can ve Aysu'nun Değişken Kavramını Soyutlama Süreci

Can ve Aysu'nun değişken kavramını soyutlama süreci iç içe geçmiş tanıma (recognizing), kullanma (building with) ve oluşturma (constructing) eylemleri kapsamında bilgiyi oluşturmaya dair düşünceleri, eylemleri ikili tartışma boyutlarında ele alınmıştır.(ÖC: Can, ÖA: Aysu ve A: Araştırmacı olarak aktarılmış öğrencilerin isimleri farklı olarak ifade edilmiştir).Çalışma yaprağında; öğrencilerin değişkeni nasıl tanımladıkları, sayı değerleri vererek farklı kavramlarla ilişkilendirip anlamlandırmaları , genellemeleri ve değişkeni içeren farklı yapıları nasıl oluşturduklarını gözlemlemeyi sağlayan pek çok soru olmakla birlikte bu sürecin bu grupta en iyi gözlemlendiği yanıt , diyalog ve eylemler aktarılmıştır.Ayrıca tanıma, kullanma ve oluşturma eylemlerine yönelik kullanım ve anlamlandırmaları farklı soruların perspektifleriyle derin bir şekilde incelenmiştir.Öğrencilerin soyutlama süreçlerine ilişkin tanılar, eylem ve yanıtları ile tablo halinde aktarılmıştır.

Tablo 4.1. ÖC ve ÖA'nın epistemik eylemlere bağlı değişkeni soyutlama tanıları

Epistemik Eylem	**Katılımcılar**	**Sözel ifade/Uygulama**	**Soyutlama Tanıları**
Recognizing (Tanıma)	20ÖA 24ÖA 30ÖC 22ÖA 29ÖA 30ÖC 43ÖA 66ÖA	"dörder dörder artıyor" "dört eksi bir mi" "dörtle çarptım bir çıkardım" "dört katının bir eksiği" "x artı dört mü" "cebirsel ifade" "x yerine 50 koydum"	- Geometrik desenlere ait sayı örüntülerini keşfetme - Sayı örüntüleri arasındaki aritmetik fark ilişkisi - Kat ilişkisi ve harfli sembol kullanma

Building With (Kullanma)	97ÖC 99ÖA 125ÖC 127ÖC 137ÖA 139ÖC 143ÖC 172ÖC	“2x artı 2y” “bilinmeyen” “dört dört artıyor n artı dört olur”	- Sembol + sayı denemeleriyle cebirsel ifade oluşturma - Harfli sembolü bilinmeyen olarak adlandırma - Hafli sembol yerine sayı koyma
Constructing (Oluşturma)	197ÖC 200ÖC 202ÖA 203ÖC 205ÖC 213ÖA 234ÖA 238ÖA 253ÖA 285ÖC 288ÖC 291ÖA 298ÖA	“iki iki artıyordu” “formülünü bulalım” “cebirsel ifadeyi bulalım” “iki katının bir fazlası” “x’e 20 dedik” “çap bölü iki” “π ile ikiyi çarptığımız zaman altı” “kısa kenar n uzun kenar da n+1 olur” “denklem” “verileri sayıları” “hepsini toplayıp dörde böleceğiz aritmetikortalaması	- Cebirsel ilişkileri genelleyerek harfli sembol içeren yapılarla ifade etme - Değişkenin farklı kullanımları ile ilişkilendirme - Harfi sembolü özel bir sayı yerine - herhangi bir sayı olarak genelleme

4.1.1. Tanıma epistemik eylemi (recognizing epistemic action)

Tanıma epistemik eylemi bu grupta en iyi ilk soruda gözlemlenmiştir.İlk soru; film setine dair çalışmalarda kullanılacak kiriş sayısı ve uzunluğu hakkında bilgi vermektedir.Kiriş uzunluğu şeklin alt kenarını oluşturan çubuk sayısı olarak hesaplanmakta ve buna bağlı olarak kirişi oluşturan çubuk sayısını bulmaları ve tabloya aktarmaları beklenmektedir.Bu sorunun temel amacı soyutlamaya uygun olarak ilgi çekici bir problem durumu içerisinde kirişin uzunluğu ile kirişi oluşturan çubuk sayıları arasındaki ilişkiyi örüntüler yardımıyla keşfederek değişkenlerin tanınmasını değerlendirmektir.Soruya ait detaylar ve diyalog süreci aşağıda yer almaktadır.

10A: Evet kirişi biliyordunuz değil mi?
11ÖA: Evet.
12A: Kirişi oluşturan çubuk sayısı mesela şu kiriş için (örnekteki) üç verilmiş.Bunları dolduralım şimdi.Kaç olabilir?
...
15ÖC: Çizgileri saydık.
16ÖA: Aynen çizgileri saydık.
17A: Şöyle bir baktığınız zaman kiriş sayısı ile kirişi oluşturan sayılar arasında bir ilişki var mı?
18ÖA: Var.
19A: Nasıl bir ilişki var?
20ÖA: (kalemi ağzına aldı düşünüyor) Buna 'x' desek kirişlere…x artı dört mü acaba?
21ÖC: x artı dört değil.
22ÖA: Dörder dörder artıyor.Bak üçten yedi olmuş dört.Yediden on bir dört. On birden on beş dört, x artı dört.
23ÖC: Evet.
24ÖA: Evet x artı dört.
25A: Neye göre x artı dört dediniz?

26ÖA: Aralarındaki ilişki kirişe x dedik.

27A: Kirişe x dediğiniz zaman kirişte kullanılan çubuk sayısını veriyor mu? Nasılbir ilişki olabilir?

28ÖC: Dört eksi bir olabilir.Şunlara göre dört eksi bir (onaylanmayı bekler gibi diğer öğrenciye bakıyor).

29ÖA: Dört eksi bir mi?

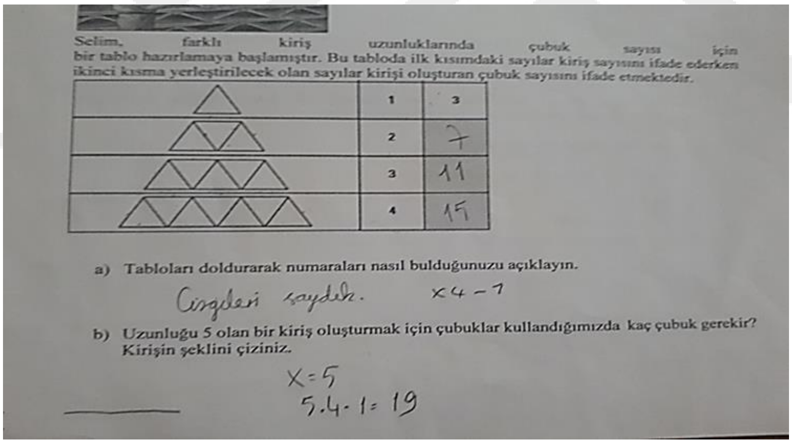
30ÖC: Dört katının bir eksiği.

31ÖA: Hmm.

32A: Nasıl buldunuz?

33ÖC: Dörtle çarptım bir çıkardım.

34ÖA: Evet dört katının bir eksiğidir.



Şekil 4.1. ÖC ve ÖA’ nın ilk soruya ilişkin yanıtları

Bu ikili tartışma sürecinde öğrenciler çubuk sayılarını sayarak tabloyu oluşturduktan sonra kirişi oluşturan çubuk sayısı ile çubuğun uzunluğu arasında bir ilişki olup olamayacağı sorulduğunda 20ÖA tarafından harfli sembol kullanmak ihtiyacı duyularak, değişken kavramını “x desek kirişlere” sözüyle dile getirilip sayılar arasındaki aritmetik farka bakıldığı gözlemleniyor.24ÖA ifadesinde aritmetik farktan yola çıkarak ‘x artı dört’ kullanımıyla değişken kavramını harfli sembol olarak ifade ettikleri ve aritmetik işlemleri ile bağlantı kurarak tanıma eyleminin gerçekleştirdikleri gözlemlenmektedir.Tanıdığı kanısına varılmasının nedeninde “x+4” kısatlmalarıyla ikili (sayı+işlem) cebir kullanımlarının ortaya çıkması etkili olmuştur.Burada iki öğrencinin aynı kanıda olduğu ve birbirini desteklediği anlaşılmaktadır (30ÖC). “Dörder dörder artıyor”, “Dört eksi bir mı ne?” ve “Dört katının bir eksiği” anlatımıyla değişkeni tanımalarında aritmetikten kalan sayma, fark ve kat bilgilerinin etkili olduğu gözlemlenmektedir (22ÖA, 29ÖA,30ÖC).

35A: Bunu bir formül haline getirebilir misin?

...

40A: Bu yazdığın şey nedir tam olarak? Neyi ifade ediyor senin için ?

41ÖC: Kirişte kullanılacak çubuk sayısını.

42A: Peki matematiksel olarak düşündüğünde şu x çarpı dört eksi bir dediğin şey senin için neyi ifade ediyor?

43ÖA: Cebirsel ifade.

Yukarıdaki konuşma akışında bu gruptaki öğrencilerin değişkeni kavramsal olarak tanıma eylemi içerisinde nasıl soyutladıklarını anlamak üzere formül olarak ifade edip edilemeyeceği sorulmuştur.Sayılar arasındaki örüntü ilişkisini harfli sembol kullanarak yazdıkları gözlemlenmektedir.“Cebirsel ifade” yanıtını vererek harfli sembolü cebirsel ifade yapısı içerisinde tanımladıkları bilgisine ulaşılmıştır (43ÖA).

...

47A: Nasıl bulursunuz? Uzunluğu beş iken kullanılacak çubuk sayısını nasıl bulursunuz?

48ÖC: On dokuz.

49A: Nasıl buldun?

50ÖC-ÖA: (Aynı anda söze başladılar).

51ÖC: x’e beş dedik .Beş çarpı dört yirmi.Eksi birden on dokuz.

...

53ÖA: (Soruyu okuyor) Uzunluğu altı olan bir kiriş için…

54A: Nasıl yapıcaksınız?

55ÖA: Uzunluğu altı.Önce uzunluğu altı olanı mı bulmamız gerekiyor?

56ÖC: (kısık sesle) bence de bulalım.Bir altı dört yirmi dört.Yirmi üç.

57ÖA: Toplam çubuk sayısını nasıl bulabiliriz?

58ÖC: Uzunluğu on diyor.Onla çarpıcaksın direk otuz dokuz oluyor.

59ÖA: (Soruyu okuyor) Biraz önce formül bulmadık mı?

....

61ÖA: (Formülü yazıyor)

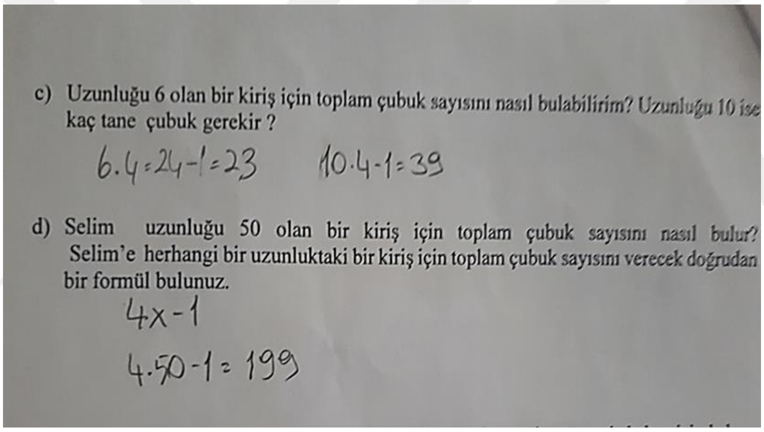
62ÖC: (işlemleri zihinden yaparak) Doksan dokuz.

63A: 4x eksi bir dediğin şey neyi ifade ediyor?

64ÖA: Cebirsel ifade.

65A: Peki şurada x yerine ne yaptın?

66ÖA: x yerine elli koydum.



c) Uzunluğu 6 olan bir kiriş için toplam çubuk sayısını nasıl bulabilirim? Uzunluğu 10 ise kaç tane çubuk gerekir ?

6.4=24-1=23   10.4-1=39

d) Selim uzunluğu 50 olan bir kiriş için toplam çubuk sayısını nasıl bulur? Selim'e herhangi bir uzunluktaki bir kiriş için toplam çubuk sayısını verecek doğrudan bir formül bulunuz.

4x-1

4.50-1=199

Şekil 4.2. ÖC ve ÖA'nın ilk sorunun c ve b şıkkına ilişkin yanıtları

Verilen konuşma akışında ise öğrencilerden farklı adımlardaki örüntü sayılarını bulmaları istenmektedir.Bu sorunun çözümünde oluşturdukları formülü genelleyerek harfli sembol yerine farklı sayılar yerleştirerek değişken kavramını tanıma düzeyinde soyutladıkları gözlemlenmektedir.Harfli sembolle cebirsel ilişkiyi genellerken zihinden işlem yaptıkları dikkat çekmekte ve "x yerine 50 koydum" ifadesi harfli sembolü değişken kavramını tanıma aşamasında tanımladıklarının bir kanıtıdır(66ÖA).

4.1.2. Kullanma epistemik eylemi (building with epistemic action)

ÖC ve ÖA'nın değişken kavramına ait bilgilerini kullanması gerektiren çözümler ikinci ve üçüncü soru kapsamında değerlendirilmiştir.Bu grup için sürecin biraz daha hızlı ilerlediğini söylememiz mümkündür.Bilinmeyen yerine ‘x’ sembolü diğer gruplara oranla erken kullanmakla birlikte aynı şekilde aritmetik fark, kat ilişkisi, sembole dönüştürme, formülün kısa biçimde yazılması, sayılar deneme , değişkeni bir sonraki adımı bulmak için kullanma ve değişken yapısını bilinmeyen sınıflamasında cebirsel ifade şeklinde kullandıkları kanısına bulgulardan varılabilir.

Soru 2: Soru temelinde şekil örüntülerinden harfli sembol kullanımına yönelik genellemeye dayalı süreci gözlemlemeye yöneliktir.Bir problem durumu verilerek örüntü şeklinin devam ettirilmesi istenmiştir.Çoğunukla gruplar tarafından örüntü şeklinin çizimi devam ettirilemediğinden araştırmacı tarafından ekstra soru yöneltilerek verilen şeklin çevresini ifade eden genel bir formül bulmaları istenmiştir.Bu eylemi gerçekleştirirken soru ve aralarında geçen diyalog aşağıdaki gibidir:

...

92A: Çevresini bulunuz desem ne dersiniz?

93ÖA: bütün kenarları toplarız yani dışındaki kenarları.

95ÖC: çevresi uzun kenarı x desek. Kısa kenara “ y” desek.

96ÖA: o zaman…

97ÖC: 2x artı 2y.

98A: nasıl buldunuz?

99ÖA: uzun kenara “x” dedik kısa kenara “y” dedik.İki tane var kısa kenardan dışarıyı alacağız sadece uzun kenardan da iki tane 2x artı 2y.

100A: Şu yazdığın şey ne?Çevre eşittir 2x artı 2y neyi anlatıyor?

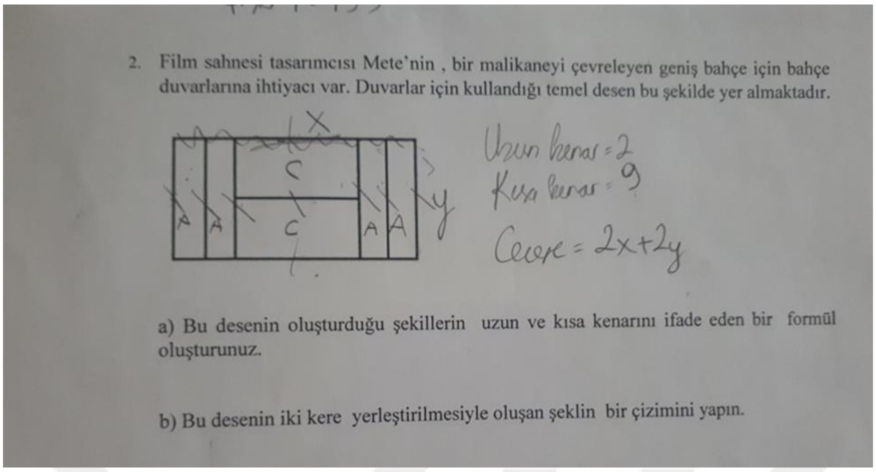
101ÖC: Çevreyi ifade ediyor.

102A: Matematiksel olarak hangi yapıyı ifade ediyor sizin için?

103ÖA: cebirsel ifade.

104A: Sen ne düşünüyorsun?

105ÖC: cebirsel ifade.



Şekil 4.3. ÖC ve ÖA'nın ikinci soruya ilişkin yanıtları

Verilen konuşma akışında, öğrencilerin verilen şekli iki boyutlu düşünerek kısa ve uzun kenarı harfli sembol ile adlandırdıkları gözlemlenmektedir.Harfli sembolleri çevre kavramıyla ilişkilendirerek cebirsel ifadeleri katsayılar yardımıyla toplayıp cebirsel ifadeyi oluşturmuşlardır (97ÖC, 99ÖA).Harfli sembolleri kısa ve uzun kenarın birbirinden farklı özel sayı değerine sahip olacağını düşünerek "x" ve "y" olarak adlandırdıklarını belirtmişlerdir.Sorunun diğer şıkkında yazdıkları cebirsel ifadeyi verilen formüle benzeterek "x" , "y" yerine "a" ve "b" harfli sembolünü kullanmışlardır.

114A: Peki c şıkkında ne diyor?

115ÖA: (soruyu okudu).

116A: Bu formüldeki harfler neyi ifade ediyor sizce ?

121ÖC: b'ler ve a'lar ayrı.

…

124A: O b'ler ve a'lar cebirsel ifadede neyi ifade ediyor?

125ÖC: Bilinmeyen.

126A: Peki niye "b" ve "a" demişler ikisine de "a" demek yerine?

127ÖC: farklı olduklarını belirtmek için.

128ÖA: Çünkü farklılar ikisine de "a" deseydi ikisine de "b" deseydi aynı olurdu.

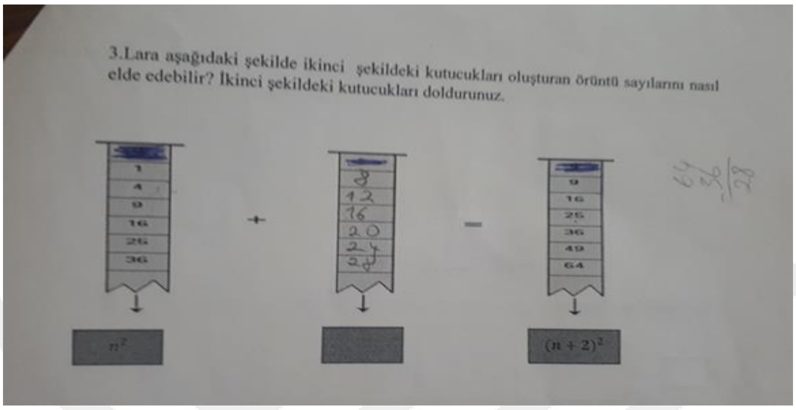
Yukarıdaki konuşma akışında “b” ve “a” olarak ifade ettikleri harfli sembolleri ilk kez bilinmeyen olarak adlandırmışlardır (125ÖC).Bu bilinmeyenlerin herhangi bir değer yerine özel sayı değerlerini ifade ettiğini düşünerek bu şekilde adlandırmışlardır (127ÖC).

134A: Formüldeki harfleri ne olarak anlamlandırdınız? Neden iki farklı harf kullanılmış?Şuradaki cebirsel ifadeyi (100b +200a) parantez kullanarak daha sade bir şekilde yazabilir misiniz?
136ÖC: (gülüyor) hiçbir şey yok ki aklımızda.
137ÖA: 200 ile 100'ü toplasak 300 etse .
138A: Ayrı ayrı toplayabilir miyiz?
139ÖC: Hayır toplayamayız ikisi farklı.
140A: neden toplayamayız?
141ÖC: ikisi farklı.
142A: Ne açıdan farklı
143ÖC: Şekli biçimi farklı olabilir, ikisi birbirinden farklı olabilir.
144A: Yani bu formülü parantez kullanarak daha sade bir şekilde yazamaz mısınız?
145ÖA: Bence yok ya.
146ÖC: Bence de yazamayız.
147ÖA: Çünkü ikisi de farklılar paranteze ikisini de toplasak alsak olmaz sayıları toplasak olmaz değil mi?
148ÖC: Aynen

Verilen konuşma akışında öğrencilerden 100b+200a şeklindeki cebirsel ifadeyi parantez kullanarak daha sade yazmaları istenmiştir.Öğrenciler verilen harfli sembollerin katsayılarının birlikte toplanıp toplanamayacağını tartışmışlardır (137ÖA, 139ÖC, 143ÖC).Sonuç olarak bu ifadeyi parantez kullanarak daha sade yazmakta zorlandıkları ve kararsız kaldıkları gözlemlenmiştir.

Soru 3: Üçüncü soru, sayı ve işlemleri arasındaki ilişkileri genelleme,ters işlemsel düşünme gibi eylemlerle cebirsel düşünme sürecinde etkili olduğu düşünülen

"Fact Families" etkinliğine örnek aşamalar da içermektedir.Bu örnekte öğrencilerden önce sayıları yerleştirmeleri daha sonra harfli sembollerle ilişkilendirerek genel kuralı bulmaları beklenmektedir.Bu sürece dair detaylar aşağıdaki diyalogda verilmiştir.



Şekil 4.4. ÖC ve ÖA' nın üçüncü soruya ilişkin yanıtları

159A: Diğer soruya geçebiliriz kalan kısma göre soruyu cevaplandıralım nasıl doldurursunuz kutucukları?
160ÖC: Burası 8 olur.
161A: Neye göre söyledin bunu?
162ÖC: Ne ile biri toplarsak 9 olur dedim.
163A: Tamam tabloyu dolduralım
166ÖA: neye göre gidiyor?
167ÖC: 25 den 9 çıkardım 16 yapıyor.
168ÖA: Tamam.Evet doğru.
...
170ÖC: Dört dört artıyor değil mi?
171ÖA: Bir daha söyle
172ÖC: Dört dört artıyor n artı 4 olur.
173A: ilk tabloyu inceleyebilirsiniz bununla ilgili ne olabilir sesli düşünün.
174ÖA: Ben anlamadım bu nasıl yani?
185A: Neyi anlamadınız mesela söyleyin.
186ÖC: neye göre n üssü iki dedi onu anlamadım ben de.
187A: n üssü 2 demek ne demek?

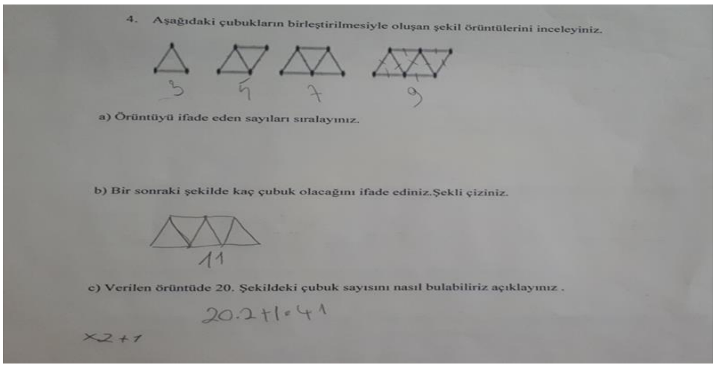
188ÖA: n'i 2 defa yan yana yazıp çarpmak demek.

Verilen konuşma akışında öğrenciler tabloda verilen sayılar arasındaki aritmetik farka bakarak tabloyu doldurmuşlardır.Tabloyu doldururken aritmetiksel işlemlerden yararlanmışlar fakat aradaki farkı adımla ilişkilendirmeden cebirsel olarak ifade etmek istemişlerdir (172ÖC).Tabloyu inceledikten sonra cebirsel ifade ile üs kavramını ilişkilendirmekte zorlanmışlar ve genel kuralı bilinmeyenleri kullanarak ifade edememişlerdir.

4.1.3. Oluşturma epistemik eylemi (constructing epistemic action)

Oluşturma eyleminin yansıtan eylem ve diyalog süreci çalışma yaprağında yer alan 4., 5., 6. ve 7. sorular kapsamında değerlendirilerek analiz edilmiştir.

Soru 4: Bu soruda şekil örüntüleri verilerek örüntüye dair sayıları bulmaları istenmiştir.Verilmeyen bir sonraki örüntü ve 20. şekildeki örüntü için kullanılması gereken çubuk sayılarını belirtmeleri istenerek bu durum için bir yapı oluşturup oluşturmadıkları gözlemlenmiştir.Örüntü bilgilerini hatırlamaları, harfli sembollere ihtiyaç duyarak oluşturdukları cebirsel ifade kullanımları ve sahip oldukları bilgi yapılarını genelleyerek değişken kavramını nasıl oluşturdukları gözlemlenmiştir.



Şekil 4.5. ÖC ve ÖA'nın dördüncü soruya ilişkin yanıtları

192A: Buradan çubuk sayısını sayabilirsiniz.

195ÖA: (örüntüyü ifade eden sayıları yazınız) Yazdık.

196ÖA: Bir sonraki şekilde kaç çubuk olacağını ifade ediniz, şekilleri çiziniz demiş.

197ÖC: On bir olur.

198ÖA: Evet on bir, şeklini de çizelim.

199A: Nasıl buldunuz?

200ÖC: İki iki artıyordu oradan buldum.

201ÖC-ÖA: çiziyorlar bir tane daha yap tamam

202ÖA: (soruyu okudu) formülünü bulalım Aman cebirsel ifadeyi bulalım.

203ÖC: Sanırım iki katının bir fazlası mı ?Birinci sırada iki katının *bir fazlası.İkinci sırada iki katının bir fazlası olamaz mı?x çarpı iki artı bir olamaz mı ?*

204ÖA: Yaz buraya.

205ÖC: Yani birinci sıradan ikiyle çarpınca bir toplayınca üç.

...

208A: Ne yaptınız?

209ÖC: İki katının bir fazlası.

210A: Peki ona göre yirminci şekildeki ne olur?

211ÖC: Kırk bir.

212A: Nasıl buldunuz?

213ÖA: x'e 20 dedik

214ÖC: Yirmiyi iki ile çarpıp bir topladık.

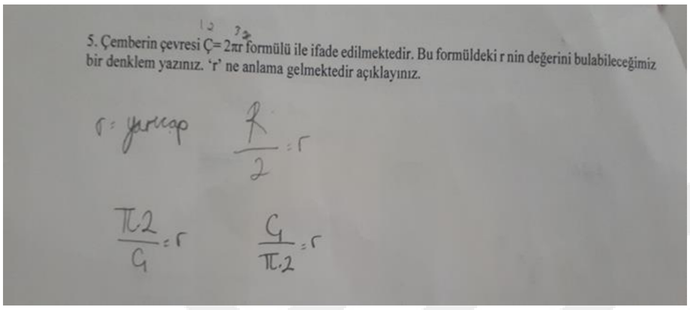
215A: "x" dediğiniz şey ne ?

216ÖA: Bilinmeyen.Sen ne düşünüyorsun?

218ÖC: Bilinmeyen.

Verilen görüşme akışında, beşinci şekil için gerekli çubuk sayısı sorulmuştur. Katılımcılar öncelikle diğer şekilleri oluşturan sayı örüntülerine odaklanarak aritmetik fark bilgisiyle gerekli çubuk sayısını bulmuşlardır (197ÖC, 200ÖC).20. şekildeki çubuk sayısı istendiğinde kat ilişkisine odaklanarak formül geliştirmeye yönelmişlerdir(202ÖA, 203ÖC).Oluşturdukları formülü genelleyerek değişkeni kullanma ihtiyacı duyarak harfli sembol ile ifade etmişlerdir(203ÖC).Bir sonraki aşamada yazdıkları cebirsel ifadede bilinmeyen yerine sayı denemeleri ile sağlama yaparak genelleme yaptıkları gözlemlenmiştir (205ÖC).

Soru 5: Beşinci soruda çemberin çevresine ait formül verilerek önceden var olan bilgileri hatırlayarak bu formülü nasıl yeniden oluşturdukları gözlemlenmiştir.Bu süreçte 'r' değişkenini kavramsal olarak nasıl anlamlandırdıkları incelemiş ve 'π' sayısına yönelik sorular da yöneltilerek değişken kavramının oluşturulmasında harfli sembollerin farklı kullanımlarına dair farkındalık durumu gözlemlenmiştir.



Şekil 4.6. ÖC ve ÖA'nın beşinci soruya ilişkin yanıtları

220ÖA: (soruyu okuyor) "r" yarıçap.

ÖC: "r"yarıçap aynen.

221A: Çevre eşittir 2πr formülü verilmiş değil mi Neyi bulmamızı sağlıyor?

222ÖA: Çemberin çevresini.

223A: Peki yarıçapı veren formülü bu formül üzerinden ortaya çıkarabilir misiniz?

224ÖA: Sayı olarak mı?

225A: Formül olarak.

226ÖC: (Elindeki kalemi sallıyor)Ne yaparsak yarıçapı verir ?

227ÖA: Çevre eşittir 2πr.

228A: π dediğimiz şey nedir?

229ÖA: Sonsuza dek devam eden bir sayı .

230ÖC: π yi vermemiş.

231A: π yi vermese yarıçapı ifade eden denklemi bulamaz mıyız?

232ÖC: Çevreye göre buluruz.

233A: Nasıl bulucaz?

234ÖC: Çap bölü iki.

235ÖA: Evet çap bölü iki olmaz mı?

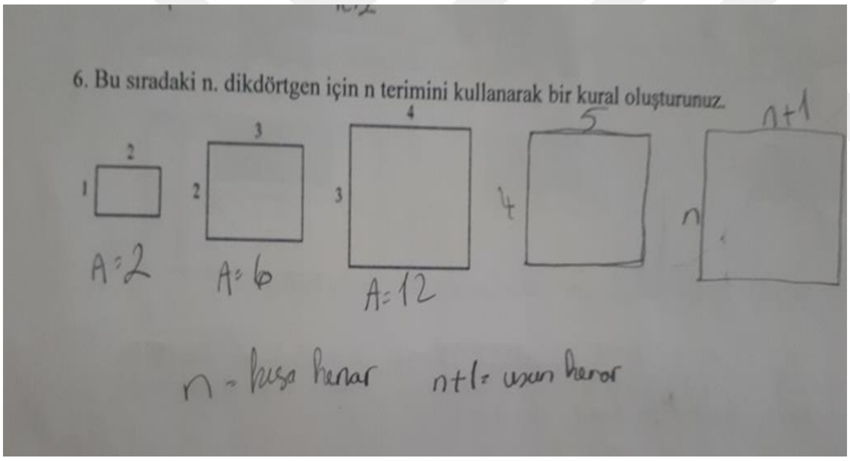
237ÖC: (gülüyor) Çap bölü iki.
238ÖA: Üçü al, çapın da yarısı yarıçap.

Yukarıdaki konuşma akışında bireyler “r” bilinmeyenini yarıçap olarak anlamlandırmaktadırlar.Çemberin çevresine dair formül verilirip, bu formülü kullanarak doğrudan yarıçapı veren formülü inşa etmeleri beklenmektedir.Çap ve yarıçap kavramları arasında bağlantı kurarak “çap bölü iki” şeklinde yorumlamışlardır (234ÖA).Değişken kavramının farklı kullanımlarından biri olan “π” nin ne olduğu sorulduğunda “sonsuza dek devam eden sayı” şeklinde anlandırmışlar fakat formülü düzenlerken ısrarla değerini üç olarak kullanmışlardır (238ÖA).

239A: Peki çevrenin formülünden hareket edersek nasıl bulursunuz?
240ÖC: π yi iki ile çarpıp ç ye bölerim
241A: O zaman yarıçapı verir mi bize?
242ÖC: Verir.
243ÖA: (biraz düşündükten sonra) Evet verir.
244A: Nasıl bulduğunuzu söyleyin? Neye göre yaptınız bu işlemleri?
245ÖC: π yerine üç dedim, çevre o zaman kaç olur on iki dedim sayılandırarak yaptım ben.
246A: Bir örnek üzerinden bize anlatır mısın?
247ÖC: Mesela π ye üç dedim “r” iki olursa dedim üç kere iki altı, altı kere iki on iki.
248A: Sağladı mı?
249ÖA: Sağlamadı mı çarparsak on iki eder formülden gitsek üç kere iki altı. Altıyı on iki hayır.
250ÖA: Üç kere iki altı, altıyı on ikiye bölersek ikiyi mi verir? Tam tersi olması gerekiyor değil mi?
251ÖC: Çevre bölü olacak.
252A: Nasıl yaptınız şimdi söyleyin.
253ÖA: Değer verdik, yani sayılarla değer verdik denediğimiz zaman on iki eder π ile ikiyi çarptığımız zaman 6, on ikiye böldüğümüzde veriyor zaten yarıçapı , değer verdik sağlıyor.

Konuşma akışında formülü doğrudan yarıçapı verecek şekilde yazmaları istendiğinde öncelikle zihinsel olarak sayı denemeleriyle "π yi iki ile çarpıp çevreye bölerim" şeklinde yorumlamış ve her iki öğrencide cevabı onaylamışlardır (240ÖC,243ÖA).Cevabın sağlamasını yapmaları istendiğinde yine sayı denemeleriyle cevabı kontrol edip hatayı farketmişledir.Daha sonraki aşamada yazdıkları cebirsel ifadeyi değiştirip yeniden düzenleyerek değişkeni genellemişlerdir (253ÖA).

Soru 6: Bu soruda dikdörtgen şekil örüntüleri ve kenar uzunluklarına dair bilgiler verilmiştir.Üç şekil verilmiş ve n. sıradaki dikdörtgene ait uzun ve kısa kenar bilgisini veren yapıların oluşturulma süreci gözlemlenmiştir.



Şekil 4.7. ÖC ve ÖA'nın altıncı soruya ilişkin yanıtları

275A: İnceleyelim dikdörtgenleri ne görüyorsunuz onlarda?

276ÖA: Kenar uzunluklarında bir artış görüyoruz. Kısa kenarları da uzun kenarları da.

277A: Kısa kenarları kaçıncı dikdörtgende nasıl?

278ÖC: Kısa kenarlarda uzun kenarlarda bir arta arta gidiyor.

279A: Şeklin sırasıyla kenarları arasında nasıl bir bağlantı var?

280ÖA: Sayısıyla yani kaçıncı sırada olduğu ile kısa kenarları eş.

281ÖC: Uzun kenarı bir kısa kenarının bir fazlası.

282A: Peki n. dikdörtgen için ne söyleyebilirsiniz o zaman?

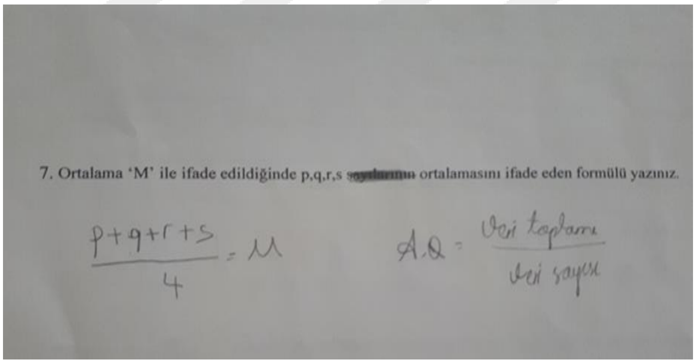
283ÖC: " n" eşittir kısa kenar.

284ÖA: (çiziyor).

285ÖC: kısa kenar "n" olur uzun kenarda "n artı 1" olur.

Verilen görüşme akışında bireyler şekil örüntülerini kenarların uzunluklarından yararlanarak genellemişlerdir.Genelleme yoluyla ulaştıkları yapıları "n" ve "n+1" olarak belirleyerek örüntüyü devam ettirebilecek olan tüm şekiller için genel bir ifade yazmışlardır(285ÖC).Böylece harfli sembolü değişken olarak anlamlandırmaya yönelik eylemleri gerçekleştirmektedirler.

Soru 7: M, p,q,r,s harfli sembolleri verilerek ortalamayı veren yapıyı oluştururken değişken kavramını nasıl soyutladıkları gözlemlenmiştir.Eşittir sembolü ile cebirsel fikirlerin nasıl birleştirildiği, p,q,r,s harfli sembollerini özel bir sayı mı yoksa herhangi bir sayı değeri olan değişken olarak mı anlamlandırıldığı, ortalama bilginin değişken ile nasıl ilişkilendirildiği gözlemlenmiştir.



Şekil 4.8. ÖC ve ÖA' nın yedinci soruya ilişkin yanıtları

287ÖA: (soruyu okuyor) Şey değil mi?

288ÖC: Hepsini toplayıp dörde böleceğiz aritmetik ortalamasını.

289ÖA: Hıhı…Aynen.

290A: Burada p,q,r,s ne olabilir?

291ÖA: (kendinden emin) Sayılar.

292A: Sence?

293ÖC: Sayıdır.

…

296A: Nasıl yaptınız?Bu ifade size neyi anlatıyor cebirsel olarak?

297ÖA: Aritmetik ortalamadan gittik aslında, veri toplam bölü veri sayısı aritmetik ortalamayı verir.

298ÖA: Denklem.

299A: Peki bu denklemde p,q,r,s neyi ifade ediyor?

300ÖA: Verileri, sayıları.

301A: Yazdığınız iki şey arasındaki fark nedir?

302ÖA: Bu formül bu da denklem.

Yukarıda yer alan görüşme akışında bireyler değişkeni ortalama kavramıyla anlamlandırarak tüm verilerde kullanabilecekleri genel bir formül üretmişlerdir(288ÖC, 291ÖA, 297ÖA).Daha sonra bu formülü değişken içeren denklem yapısında düzenlemişlerdir (302ÖA).Bu soruyla birlikte bu gruptaki öğrencilerin harfli sembolü değişken olarak anlamlandırmışlardır.Ancak harfli sembol için "değişken" kelimesini hiç kullanmamakla birlikte sınırlı açıklamalarla harfli sembollerden bahsetmişlerdir.

4.2.Öğrenci Şeyma ve Hafize'nin Değişken Kavramını Soyutlama Süreci

Bu gruptaki öğrencilerin soyutlama süreci de üç epistemik eylem kapsamında ilk grupta olduğu gibi ele alınmıştır.Katılımcılardan ÖŞ ve ÖH olarak kısaltmalarla bahsedilmiştir.Soyutlamaya yönelik tanılar beraberinde yer alan eylem ve Sözel ifadelerle birlikte tablo halinde sunulmuştur.

Tablo 4.2. ÖŞ ve ÖH'nin epistemik eylemlere bağlı değişkeni soyutlama tanıları

Epistemik Eylem	Katılımcılar	Sözel ifade/Uygulama	Soyutlama Tanıları
Recognizing(Tanıma)	17ÖH 26ÖŞ 28ÖH 35ÖŞ 37ÖŞ 41ÖH 43ÖH 45ÖH 46ÖŞ 48ÖŞ 49ÖH 51ÖH 58ÖŞ 63ÖH 72ÖH 86ÖŞ 87ÖH	“bir örüntü ile gidebilirdi” “ dört dört artıyor” “örüntü” “on beşe dört ekleriz” “buna x buna y desek” “y mesela ordaki kiriş sayısı” “hepsinde üçer fark var” “x artı bir desek” “3x artı bir” “cebirsel ifade” “bilinmeyen”	- Sayı örüntülerini keşfetme - Aritmetik fark ilişkisini kullanma - Aritmetiksel işlemleri kullanma - Harfli sembolle ifade etmeye ihtiyaç duyma - Sayılar yerine cebirsel yapıları harfli sembolle göstermeye yakınlık

Building With(Kullanma)	118ÖH	“buralara a	-	Harfli
	119ÖŞ	desek buralara		sembolleri kat
	133ÖH	b”		sayılarını
	168ÖŞ	“çevresi de		kullanarak
	174ÖH	a+a+b+b”		işlem yapma
	231ÖŞ	“iki çarpı a artı	-	Harfli
	239ÖH	iki çarpı b”		sembol+sayı
		“n artı dört		yapılarıyla
		desek”		ifade
		“kaçıncı sayıyı	-	Harfli sembol
		bulmak		yerine sayı
		istiyorsak onu”		yerleştirme
Constructing (Oluşturma)		“yarıçap”	-	Formülleri
		“r’yi ç’nin		harfli
		yerine alsak”		sembollere göre
	245ÖŞ	“r eşittir 2π		düzenleme
	264ÖH	çarpı çevre mi”	-	Özel bir değer
	265ÖŞ	“başka sayılar		yerine sayılar
	267ÖŞ	verelim		olarak
	272ÖH	çevreye”		genelleme
	277ÖŞ	“r eşittir çevre	-	Cebirsel
	281ÖH	bölü 2 π”		ilişkileri
	282ÖŞ	“sayılar farklı ki		genelleyerek
	284ÖH	farklı harfler”		harfli
	285ÖŞ	“formüllerin		sembollerden
	299ÖH	yerine		formüle
	316ÖŞ	değiştirerek”		dönüştürerek
	369ÖH	“değer verdik		genelleme
	367ÖŞ			

		yani π yi üç aldık" "formülü ters çevirerek" "yarıçapla çevrenin yerine değiştirerek" "burası n olursa burası n+1 olur" "bilinmeyen"

4.2.1. Tanıma epistemik eylemi (recognizing epistemic action)

Bu grupta da tanıma eylemi ilk soruda da net gözlemlendiğinden birinci soruya dair detay ve açıklamalar verilmiştir.

Soru 1: Çalışma yaprağında yer alan ilk soruda tanıma eylemi detaylı olarak incelenmiştir.İlk soru problem durumu biçiminde yer almaktadır. Bir film setine ait kirişlerin oluşturulmasında; kiriş sayısı ve kirişi oluşturan çubuklara ait görseller tabloda verilmiştir.Film seti bağlamı kullanılarak soru yöneltilmiş kiriş ve kirişi oluşturan çubuklar öğrenciler tarafından tespit edilmiştir.Bu soru ile öğrencilerin değişkeni soyutlama sürecinde aritmetik bilgilerinden nasıl yararlandığı bu aşamada hangi bilgileriyle ilişkilendirerek kavramı tanıdığı incelenmiştir (ÖH:Hafize, ÖŞ: Şeyma , A:Araştırmacı).

1A: Evet okuyabilirsiniz ne diyor?
2ÖŞ: (soruyu okuyor)
3A: Kirişin uzunluğu neresi sizce?
4ÖŞ: Şuralar herhalde.
5ÖH: Üçgenlerin bir kenarı.

6ÖŞ: Alt taraftaki kenarları.

7A: Devam edelim

8ÖŞ: (okumaya devam ediyor)

9A: Evet ilkine baktığımızda kiriş sayısı kaç? Kaç tane çubuk kullanılır?

10ÖŞ: üç.

11A: Ona göre dolduralım tabloyu.

12ÖH: Beş. İçini de mi sayacağız acaba?

13ÖŞ: Sayarız herhalde

14ÖH: Sayar mıyız (gülüyor).

15A: Bütün çubukları sayınız.

16ÖŞ: 1,2,3,4,5,6,7… Bunu da sayalım 1,2,3,4,5,6,7… 11.

17ÖH: Bir örüntü ile de gidebilirdi aslında.

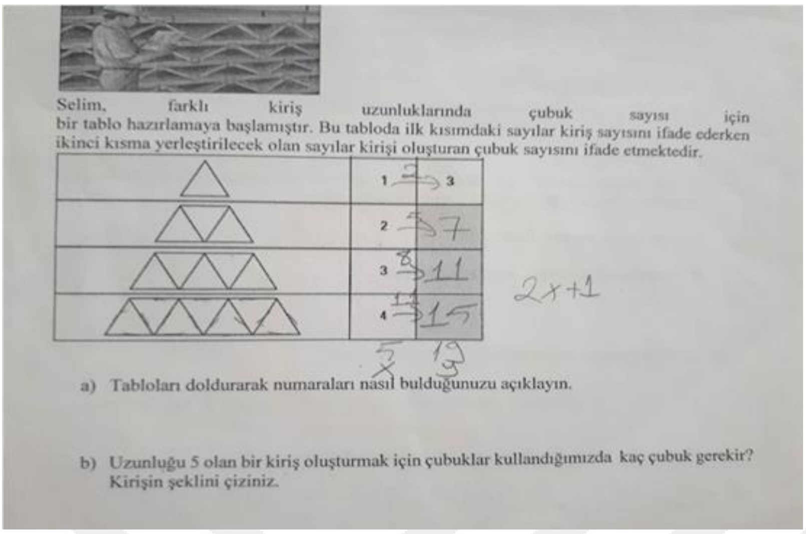
18A: Tabloyu doldurun üzerine konuşalım.

19ÖŞ: (arkadaşına yönelerek) Biz yazalım da yanlış olursa şey yaparız.12,3,4,5,6,7,8,9. Sen de say.

20ÖH: (çubukları sayıyorlar) Ben yanlış sayarsam… 1,2,3,4,5,6,7,8,9…15

21ÖH: (kafa sallayarak onaylıyor).

Öğrenciler soruyu okuduktan sonra şekildeki çubukları sayarak tabloyu doldurmuşlardır.Sayma işlemini birlikte gerçekleştirirken ‘örüntü’ konusu ile ilişkilendirilebileceği yorumunda bulunarak aritmetik bilgilerini nasıl kullanacaklarına dair bilgi vermişlerdir (17ÖH).


Selim, farklı kiriş uzunluklarında çubuk sayısı için bir tablo hazırlamaya başlamıştır. Bu tabloda ilk kısımdaki sayılar kiriş sayısını ifade ederken ikinci kısma yerleştirilecek olan sayılar kirişi oluşturan çubuk sayısını ifade etmektedir.

	1	3
	2	7
	3	11
	4	15
	5	19

2x+1

a) Tabloları doldurarak numaraları nasıl bulduğunuzu açıklayın.

b) Uzunluğu 5 olan bir kiriş oluşturmak için çubuklar kullandığımızda kaç çubuk gerekir? Kirişin şeklini çiziniz.

Şekil 4.9. ÖH ve ÖŞ'nın ilk soruya ilişkin yanıtları

22A: Evet tablodaki sayıları nasıl buldunuz ?

23ÖH: Bütün kenarları...

24ÖŞ: Çubuk sayılarını sayarak.

25A: Peki tablodaki çubukların sayıları ile kiriş sayıları arasında nasıl bir ilişki var?

26ÖŞ: 8,9,10,11. Burası bir bir , burası dört dört artıyor.

27A: Yani nasıl bir ilişki var aralarında?

28ÖH: Örüntü.

29A: Peki b şıkkına geçelim.

30ÖŞ: (soruyu okuyor).

31ÖH: Bir tanesi bir birim değil miydi?

32A: Uzunluğu beş ise kaç çubuk kullanmamız gerekir?

33ÖŞ: Beş.

34A: (ilk soru yeniden açılıyor)Uzunluk bir olduğunda, kirişte üç çubuk kullanılıyordu değil mi ? Uzunluğu beş olduğunda kaç çubuk kullanacağınızı nasıl bulacağız?

35ÖŞ: O zaman on beşe dört ekleriz çünkü öyle gidiyordu ya. Burası beş olur (uzunluğu kastediyor).

36ÖH: Hıhı… Evet.

37ÖŞ: O zaman on beşe dört eklersek, burası da on dokuz olur.

Katılımcılar tabloyu kirişi oluşturan çubuk sayısını sayarak doldurduklarını açıklamışlardır.Çubuk sayıları arasında bir ilişki olup olmadığı sorulduğunda öğrencilerden biri aritmetik farka yöneldiği, diğer öğrencinin ise örüntü olabileceği tahmini üzerinde yoğunlaştığı gözlemlenmiştir(26ÖŞ ve 28ÖH).İlk sorunun a şıkkı ile farklı adımlardaki kiriş örneklerine yönelik çubuk sayısını tahmin etmeleri istenmiştir.Her adımda çubuk sayıları arasındaki farkın dört olmasında yola çıkarak son şekilde saydıkları çubuk sayısı üzerine dört ekleyerek şekli verilmeyen bir sonraki adımı on dokuz olarak tahmin etmişlerdir(35ÖŞ).Bir sonraki aşamada daha uzak bir adımdaki çubuk sayısı sorulduğunda ise oluşan tartışma süreci aşağıda yer almaktadır.

38A:Peki daha genel bir yöntem bulamaz mıyız ? Mesela büyük bir rakam verse o zaman nasıl bulacağız?

39ÖŞ: Cebirsel ifade gibi bir şey bulmamız lazım.

40A: Bir bakın bakalım.

41ÖH: (tablodaki kiriş uzunluk ve kullanılan çubuk sayısını düşünerek) Buna ‘x’ desek buna ‘y’ desek.

42ÖŞ: İki değişkeni öğrenmedik biz.

43ÖH: ‘y’ mesela ordaki kiriş sayısı çubuklara dört... Çubuklara dört ekleyip gidiyoruz ya...

44ÖŞ: iki, beş.

45ÖH: Hep ikişer ikişer mi artıp gitmiş? İki artmış beş , iki artmış yedi.Yani hep ikişer ikişer artarak.

46ÖŞ: Hıhı…Evet. Ama iki-beş üç artmamış mı?

47ÖH: Nerede ikiden beşe çıkmış?

48ÖŞ: Tamam burada beş artmış burda iki artmış üç fark var.Burda 11,10,9,8.Burda da üç fark var.

49ÖH: Hepsinden üçer fark var.

50ÖŞ: Aynen üç üç gidiyor yani.

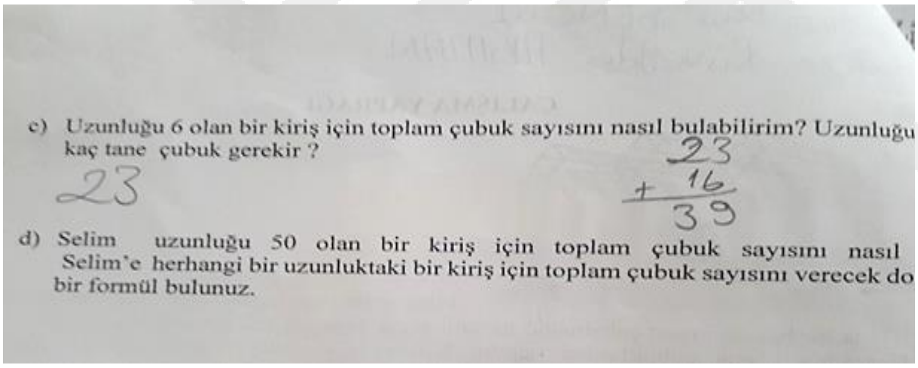
51ÖH: Hımm…Ne dicez bu durumda? Buna “x” desek (kiriş uzunluğu) . x artı... Şuna ne dicez ? (kullanılan çubuk sayısı)

Araştırmacının sorusu üzerine cebir konusu ile ilişkilendirerek bir harfli sembol kullanma düşüncesine ulaşmışlardır (39ÖŞ ve 41ÖH).Harfli sembol öğrenciler tarafından 'kiriş sayısı' 'çubuk sayısı' gibi ifadelerde nesne yerine sayı olarak anlamlandırıldığı görülmüştür (43ÖH).Harfli sembolü nasıl kullanmaları gerektiği konusunda ortak bir görüşle aritmetik farka odaklanarak tartışma sürdürülmüştür (45ÖH-46ÖŞ, 48ÖŞ-49ÖH).Harfili sembolü kullanma ihtiyacı ile "x desek" yorumunda bulunmuşlardır.Adımlar arasındaki aritmetik farka odaklanarak örüntüyü bulma çabası içerisinde uzak hedefleri bulmak üzere genel bir ifade kullanmaları istendiğinde cebirle ilişkilendirerek 'x' sembolünü kullanmak istemişlerdir(51ÖH).

52A: Ne için x dedin?
53ÖH: Şu kirişin uzunluğuna.
54ÖŞ: Kirişin uzunluğuna x desek.Çubuk sayısına y desek.
55ÖH: Nasıl anladın?
56ÖŞ: (gülüyor) Olmaz ki öyle .
57ÖH: Üç üç artmasına da bir sayı verilebilir aslında.
58ÖŞ:Dört kere üç on iki (katını deniyor) olmaz. İki kere bir iki desek. Artı bir desek, yani iki x artı bir desek.
59ÖH: (sayıları deniyor) Dört.
60A: İki x artı bir desen oluyor mu?
61ÖŞ: Oluyor ama diğerleri olmuyor.
…
63ÖH: Artı beş olur. Burada hep artış sayısını göstermiyor o yüzden üç x artı bir.Evet üç kere iki altı.Hayır yedi oldu (sayıları deniyor).Bilmiyorum ki.
64A: Burdan bulduğunuz şey ne peki '2x+1' yazdın ya ne demek?
65ÖH: Yani bu kirişin uzunluğuyla çarpıp bir eklemek.
…
69A: Peki matematiksel olarak neyi ifade ediyor 2x+1?
70ÖH: Cebirsel ifade.
71A: Bu cebirsel ifadede 'x' neyi anlatıyor?
72ÖH: Bilinmeyen.

Bu tartışma sürecinde öğrencilerden biri iki tane harfli sembol kullanma isteği içerisinde olsa da ÖŞ adlı öğrenci adımlar arasındaki ilişkiye odaklanmıştır.Bu ilişkiye bağlı olarak sayı denemeleri yapmış ve bir formül geliştirme anlayışı içerisinde yer almıştır (58ÖŞ, 63ÖH).

Öğrencilerin işlemler sonucunda ulaştıkları '2x+1' ifadesini matematik dersi kapsamında cebirsel ifade olarak tanımlamışlardır (70ÖH).'x' harfli sembolünü bilinmeyen olarak ifade ettikleri ancak yüzeysel açıklamalarda bulunarak yalnızca tanımaya yönelik eylemlerine dair ipuçları verdikleri görülmektedir.Tartışma sürecinde zaman zaman farklı yaklaşımları olsa da birbirinin düşüncesini destekleyip geliştirerek bir sonraki aşamaya geçme çabası içerisinde oldukları gözlemlenmektedir.



Şekil 4.10. ÖH ve ÖŞ'nın ilk sorunun c ve d şıkkına verdikleri yanıt

75ÖH: (soruyu okuyo) Bir ise altı bu da onuncu on çubuk olmaz mı ?

76A: Uzunluğu altı ama kullanılan çubuk sayısını soruyor.

77ÖŞ: O zaman bir arkaya bakalım mı? Burada beş kirişte on dokuza dört eklersek yirmi üç o zaman.Buna bir denklem bulsak aslında hiç fena olmaz ama.

78A: Denklem dediğin şey ne?

79ÖH: Bilinmeyeni bulmak için işte kurduğumuz cebirsel ifade.

80A: Cebirsel ifade ile denklem arasında farklı ne var?

81ÖŞ: Denklemde eşittir kullanmamız gerekiyor.

82A: Peki

83ÖŞ: O zaman buna yirmi üç dedik.

84ÖH: (arka sayfayı çevirdi) Bir dakika.

85ÖH: (gülüyor) Buna 23 dediysek 40 filan olur.

86ÖŞ: Kaç tane kullanılıyor o zaman?Altıda yirmi üç ise yedide kaç olur?

87ÖH: Altı kere dört yirmi dört mü eklicez? Ne yapıcaz?Ya da on altı dört tane arasında var dört ekleyip…

88ÖŞ: Yani o zaman kırk yedi olur.

89ÖŞ: O zaman toplam on altı olur.

90 ÖH: Yirmi üç artı on altıdan da onuncuyu bulacağız işte.

91ÖŞ: Otuz dokuz olur

92A: Nasıl buldunuz?

93ÖŞ: Ya eğer ki altıda yirmi üç ise Onda otuz dokuz olur.

94A: Neye göre söyledin bunu ?

95ÖH: Arasındaki mmm...Kiriş uzunluğuna baktık dört.

96ÖŞ: Toplam uzunluk yani uzunluk farkı dört oluyor buradan bulabiliriz.

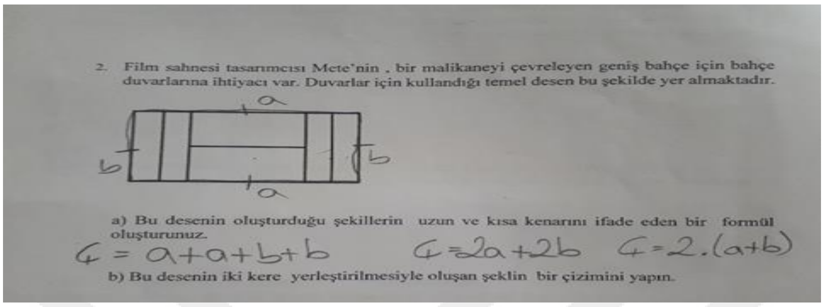
97ÖH: Buradan da dört tanesini ne kadar olduğunu bulduk ona da ekleyip onuncuyu bulduk.

Harfli sembolü formülde kullanarak cebirsel ifade içerisinde bilinmeyen olarak tanımladıktan sonra bu cebirsel ifadeyi sayı örüntülerine göre düzenlemek üzere aritmetik farktan ve kat ilişkilerinden yararlanmışlardır.Harfli sembolü sayı olarak düşünerek katsayı ve sabit terimi belirlemek, doğru formülü bulmak için sayı denemeleriyle verilen hedeflere ulaşmışlardır (86ÖŞ,87ÖH,89ÖŞ).

4.2.2. Kullanma epistemik eylemi (building with epistemic action)

Bu grupta kullanmak epistemik eylemi en iyi iki, üç ve dördüncü soru üzerinden gözlemlenmiştir.Bu nedenle iki, üç ve dördüncü soruya ait görüşme akışı ve cevap kağıtlarından örneklerle açıklanmıştır.

2.Soru: Soru şekil örüntülerinden harfli sembol kullanımına yönelik genellemeye dayalı süreci gözlemlemeye yöneliktir.Bir problem durumu verilerek örüntü şeklinin devam ettirilmesi istenmiştir.Çoğunukla gruplar tarafından örüntü şeklinin çizimi devam ettirilemediğinden araştırmacı tarafından ekstra soru yöneltilerek verilen şeklin çevresini ifade eden genel bir formül bulmaları istenmiştir.Bu eylemi gerçekleştirirken aralarında geçen diyalog şu şekildedir:


2. Film sahnesi tasarımcısı Mete'nin . bir malikaneyi çevreleyen geniş bahçe için bahçe duvarlarına ihtiyacı var. Duvarlar için kullandığı temel desen bu şekilde yer almaktadır.

a) Bu desenin oluşturduğu şekillerin uzun ve kısa kenarını ifade eden bir formül oluşturunuz.

Ç = a+a+b+b   Ç=2a+2b   Ç=2.(a+b)

b) Bu desenin iki kere yerleştirilmesiyle oluşan şeklin bir çizimini yapın.

Şekil 4.11. ÖH ve ÖŞ’nin ikinci soruya ilişkin yanıtları

117A: Peki çevresine ifade eden bir kural yazabilir misiniz, genel bir formül yazabilir misiniz?

118ÖH: Buralara “a” desek buralara “b” desek uzun ve kısa kenarları işaret ederek .

119ÖŞ: aynen yazıyor buraları a desek çevresi de “ a+a+b+b” .

120ÖH :Eşittir yazarız ya da 2 çarpı a,2 çarpı b toplayıp hani

121ÖŞ: ya da çevreyi “2a+2b” diye de yapabiliriz.

122A: Evet bu yazdığınız şey nedir?

123ÖŞ: Çevresi.

124ÖH: Çevresini ifade eden yapının ne olduğunu soruyor .

125ÖŞ: formül

126A: “a” dediğiniz şey ne “b” dediğiniz şey ne?

127ÖH: a dediğimiz uzun kenar, b dediğimiz kısa kenar.

128ÖŞ: (kafa sallıyor.)

129A: Peki çevreyi bulmak için ne yaptınız?

130ÖŞ: Tüm kenarları topladık.

131A: Toplarken nasıl bir yöntem izlediniz?

132ÖH: ya bütün kenarları toplayarak ya da bir uzun kenarı 2 ile çarpıp diğeri ile toplayarak işte.

133ÖŞ: iki çarpı a artı iki çarpı b.

Verilen görüşme akışında öğrencilerden şeklin çevresini bulmaları istenmiş fakat hiçbir şekilde sayı değeri vermeden onlardan kenar uzunlukları değişse dahi çevreyi veren bir formül bulmaları istenmiştir.Öğrenciler kısa ve uzun kenar uzunluklarını "a" ve "b" olarak adlandırarak a ve b değerleri değişse dahi çevreyi veren genel bir formül üreterek değişkeni katsayılarla toplayıp a+a+b+b gibi bir ifade yazmışlardır(118ÖH, 119ÖŞ, 132ÖH).Daha sonra çarpma işlemini kullanarak cebirsel ifadeyi daha sade bir biçimde yazmışardır.Diğer gruplarda olduğu gibi bu grupta da 100b+200a biçiminde verilen yapıyı daha sade olarak yazmakta zorlandıkları gözlemlenmiştir.

Soru 3: Bu soruda öğrencilerin tabloyu doldurmaları ve aralarında bir örüntü bulunan sayılar arasındaki ilişkiyi harfli sembol ile ifade edilmesi ve değişken kavramının üs bilgisi ile nasıl ilişkilendirilerek kullanıldığı gözlemlenmek istenmiştir.Çoğunlukla bireyler bu soru için tabloyu doldurup sayı örüntülerini oluşturmakta ancak üs bilgisi ile birleştiremediklerinden sorunun çözümüne yönelik adımlar tamamlanamamıştır.

165A: bu sayıların diziliş sırasına göre genel bir kural bulabilir misiniz?

166ÖŞ: dörder dörder artıyor

167A: Mesela birinci sıradaki sayımız 8 2.sıradaki 12.

168ÖŞ: n artı 4 desek

169ÖH: üstteki ne yapıyor 4 kere 4 16 burada 36 36 x 36 etmez ki

171ÖŞ: n artı yani bunlara n desek

172A: n dediğin şey ne

173ÖŞ: bilinmeyen yani mesela

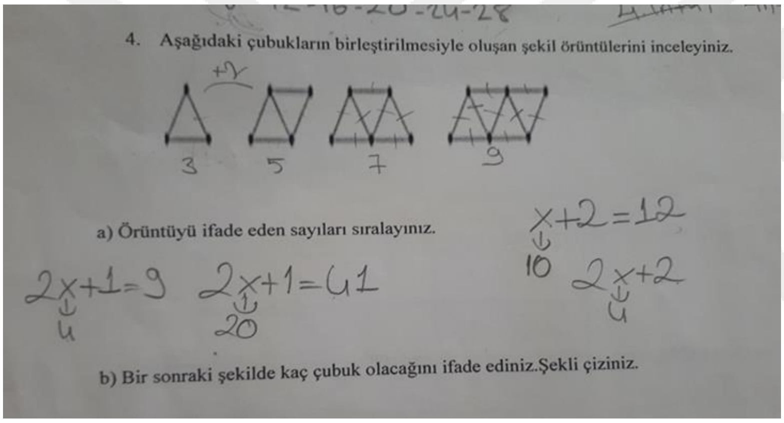
174ÖH: n artı 4 yazıyor

175A: neye göre n artı 4 dediniz

176ÖŞ: ya dörder dörder arttığına göre

"Fact Families" tarzındaki bu etkinliklerde öğrenciler ters işlemsel düşünmeyi dair bilgiler içeren tabloyu doldursalar dahi farkı sıra sayısıyla bağlantılı olmadan örüntü kuralına dönüştürme fikri hakimdir (168ÖŞ).Sayılar arasındaki ilişki bu aşamada genelleyerek ve harfli sembol (bilinmeyen olarak adlandırdıkları) ve işlem birlikte kullanarak değişken kavramını oluşturmaya yönelik bilgilerini kullanmışlardır.(174ÖH).

Soru 4: Bu soruda şekil örüntüleri verilerek örüntüye dair sayıları bulmaları istenmiştir.Verilmeyen bir sonraki örüntü ve 20. şekildeki örüntü için kullanılması gereken çubuk sayılarını belirtmeleri istenerek bu durum için bir yapı oluşturup oluşturmadıkları gözlemlenmiştir.Örüntü bilgilerini hatırlamaları, harfli sembollere ihtiyaç duyarak oluşturdukları cebirsel ifade kullanımları ve sahip oldukları bilgi yapılarını genelleyerek değişken kavramını nasıl oluşturdukları gözlemlenmiştir.



Şekil 4.12. ÖH ve ÖŞ'nın dördüncü soruya ilişkin yanıtları

230A: Sesli düşunelim biraz nasıl yapabilirsiniz?
231ÖŞ: Burda 4n+4 yaptık.Burda da benzer birşey yapabiliriz.2n+2 desek olmaz mı? Yani 2x+2 desek.Mesela buraya 3, 4. Sayıyı yazsak 8 9 10 olur o zaman +1 desek.Hani 2x+1 desek .
232ÖH: evet olur o zaman
233ÖŞ: o zaman 2x+1 desek burda dördüncü sayıyı bulmak istesek .Şöyle dört yazarsak burdan 9 çıkar
234ÖH: evet formül 2x+1
235A: nasıl yaptınız? Açıklayın.
236ÖH: x e bulmak istediğimiz kenar şey sayıyı yazdık
237ÖŞ: kaçıncı sayiyi bulmak istiyorsak x e onu yazıyoruz. Formülü de böyle bulduk.

238A: x yerine ne koydunuz?

239ÖH: kaçıncı sayıyı bulmak istiyorsak onu.

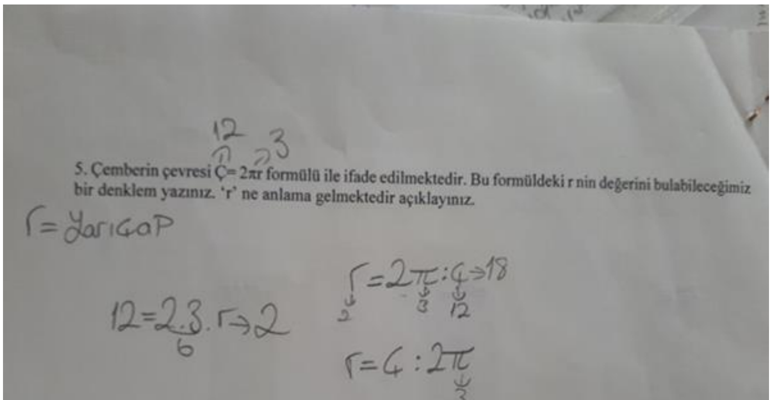
240ÖŞ: mesela 2x artı bir ya.Mesela ben burda 20.Sayıyı bulmak istiyorum.20. Sayıda kaç tane çubuk olduğunu bulmak istediğim zaman x in yerine 20 yazarım.O zaman yirmi ile ikiyi carparız 40,41olur.Yani 20.sayıda 41 tane çubuk kullanılır.Öyle doğrudan kolay bir yöntem olabilir.

Verilen görüşme akışında öğrenciler şekil örüntüsüne dair sayıları yazmışlardır.Örüntüyü veren kuralı bulmakta zorlandıkları görülmüş ve daha önce karşılaştıkları problem durumuna benzeterek “2x+2” ifadesine benzer bir cebirsel ifade yazmışlardır (231ÖŞ).Daha sonra harfli sembol yerine sayı denemeleri yaparak değişkeni bilinmeyen olarak anlamlandırmışlardır (239ÖH).

4.2.3. Oluşturma epistemik eylemi (constructing epistemic action)

Oluşturma eylemin dair süreçler beş, altı ve yedinci sorulara verilen yanıtlar ve görüşme kesitleriyle açıklanmıştır.

Soru 5: Soruda çemberin çevresine ait formül verilerek önceden var olan bilgileri hatırlayarak bu formülü nasıl yeniden oluşturdukları gözlemlenmiştir.Bu süreçte ‘r’ değişkenini kavramsal olarak nasıl anlamlandırdıkları incelemiş ve ‘π’ sayısına yönelik sorularda yöneltilerek değişken kavramının oluşturulmasında harfli sembollerin farklı kullanımlarına dair farkındalık durumu gözlemlenmiştir.



Şekil 4.13. ÖH ve ÖŞ'nin beşinci soruya ilişkin yanıtları

243ÖŞ: r?
244ÖH: çap
245ÖŞ: yarıçap.
246A:*Peki ç=2 pi r neyi anlatıyor sizin için ?*
247ÖŞ: o çemberin çevresini bulmada bize yardım ediyor.
248A: *Ne olarak adlandırırsınız* onu?
249ÖH: denklem.
250A: peki bu denklemi kullanarak yarıçapın denklemini yazabilir misiniz?
251ÖŞ: yarıçapın denklemi (düşünüyor gözler kâğıtta)
252A: bu formülü kullanarak.
253ÖŞ: pi ye 3 desek .Değil mi yani pi 3 olur.Üç alsak
255ÖŞ: o zaman şey olsa hani mesela ne bileyim çevreye de bir sayı atsak , mesela çevre...Çevreye 12 desek.
256ÖH: tamam
257ÖŞ: çevreye 12 desek. O zaman 12 eşittir 2 çarpı üç çarpı r. Burdan r yi de *kolaylıkla bulabiliriz*
258ÖŞ: r de burdan 2 cıkar.Yarıçapı iki çıkar.

...

264ÖH: r yi ç nin yerine alsak.Çevreyi de buraya alsak nolur?
265ÖŞ: Nasıl yani? O zaman r eşittir 2π çarpı çevre mi ? O biraz fazla olmaz *mı?*
266ÖH: ya da bölü çevre de olabilir .Yani...
267ÖŞ: Yani şey mi diyosun r eşittir 2pi bölü 'ç' mi? Bölü çevre mi?
268ÖH: Belki şunlar az çıkar.3 kere iki altı.Çevre daha fazla çıkabilir.Çevreyi bunlardan birine bölebiliriz.
269ÖŞ: yine bunlardan şey yapsak denesek yani çevre yine on ikiydi ya burayı da üç alsak.iki üç altı on ikiyi altıya bölsek iki
270ÖH: işte...

271ÖŞ: burdan bulabiliriz aslında

272ÖH: başka sayılar verelim çevreye

273ÖŞ: Tamam çevreye o zaman

274ÖH: 18 desek

275ÖŞ: 18 diyelim. Bu yine 3. iki kere üç altı. 18 i altıya bölsek

276A: 18 i mi altıya bölüyorsunuz.yoksa altıyı mı 18 e bölüyorsunuz (yaptıkları işlemi göstererek)

277ÖŞ: Aslında on sekizi altıya bölmemiz lazım. O zaman r eşittir çevre bölü iki π değil mi böyle oluyor.

278A: nasıl buldunuz?

279ÖŞ: deneyerek

280A: nasıl denediniz mesela

281ÖH: Formüllerin yerlerini değiştirerek. Neyi bulmak istiyorsak onu eşittirin yanına attığımız için diğerleri de...

282ÖŞ: Değer verdik yani π yi zaten üç aldık. Çevreye de değer verdik. Öyle bulduk.

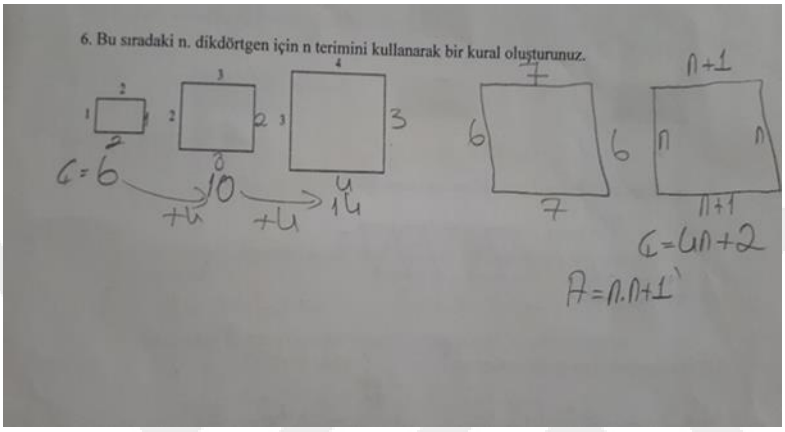
283A: peki ç bölü 2 π ye nasıl ulaştınız

284ÖH: şuradaki formülü ters çevirerek

285ÖŞ: aynen r ile yani yarıçapla çevrenin yerini değiştirerek ve bölme işlemi katarak

Görüşme kesiti beşinci soruya ait cevapları içermektedir.Öğrenciler “r” harfli sembolünü yarıçap olarak anlamlandırmışlardır.Verilen formülü yeniden düzenleyerek yarıçapı veren formülü oluşturmaları istendiğinde öncelikle π sayısı için üç değerini vermişlerdir.Daha sonra formüldeki diğer harfli semboller yerine sayılar vererek formül içerisinde yaptıkları her değişiklikte sağlayıp sağlamadığını kontrol etmişlerdir.Formül üzerinde değişiklik yaparken yeni değişkene odaklanarak tüm çemberler için geçerli olabilecek yarıçap formülünü oluşturmuşlardır.

Soru 6: Bu soruda dikdörtgen şekil örüntüleri ve kenar uzunluklarına dair bilgiler verilmiştir.Üç şekil verilmiş ve n. sıradaki dikdörtgene ait uzun ve kısa kenar bilgisini veren yapıların oluşturulma süreci gözlemlenmiştir.



Şekil 4.14. ÖH ve ÖŞ'nin altıncı soruya ilişkin yanıtları

297A: Mesela 6. Sıradaki dikdörtgeni çizebilir misiniz?

298ÖŞ: Hmmm... o zaman dört üç artar.

299ÖH: altı o zaman şurasi 5 olur kısa kenarı.Çünkü hep kaçıncı istiyorsak eksi bir kısa kenarı olur.

300ÖŞ: biraz yamuk oldu ama(gülüyor)

301ÖH: kısa kenarı 6 uzun kenarı 7 olur o zaman.

302ÖŞ: öyle mi oluyor ?

303ÖH: evet

304ÖŞ: aynen ikinci sıradaki

305ÖH: mesela kısa kenarı istiyorsak?

306A: peki n. dikdörtgen ne olur o zaman .

307ÖH: Kısa kenarı 50 uzun kenarı 51 olur.

308A: n.

309ÖH: hee

310ÖŞ: Yani mesela herhangi bir şey de kolayca bulabileceğimiz

312A: kısa kenarı ne olur?

313ÖH: n eksi yani n olur .Bu da n artı bir olur.

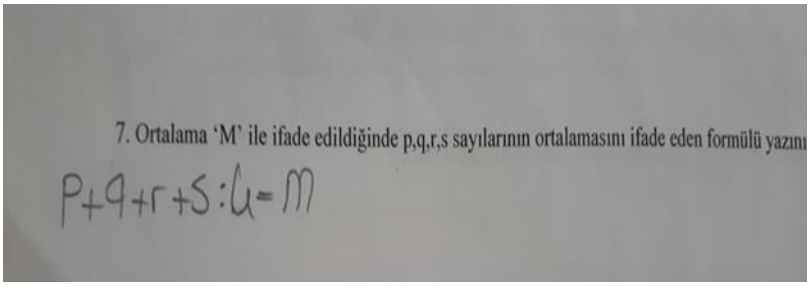
314ÖŞ: n , n+1 mi olur ?Aynen böyle olur.

315A: nasıl buldunuz?

316ÖŞ: zaten kısa kenarlar bir artıyor.Uzun kenarlar da bir artıyor.Bunların arasında bir fark var. Burası n olursa burası da n+1 olur.

Verilen görüşme akışında şekil örüntüleri incelenerek, kenarlar arası farkı ifade eden cebirsel ilişki önce kelimelerden formüllere daha sonra da cebirsel yapılarak dönüştürülerek sayı denemeleriyle genelleştirilmiştir (299ÖH).

Soru 7: M, p,q,r,s harfli sembolleri verilerek ortalamayı veren yapıyı oluştururken değişken kavramını nasıl soyutladıkları gözlemlenmiştir.Eşittir sembolü ile cebirsel fikirlerin nasıl birleştirildiği, p,q,r,s harfli sembollerini özel bir sayı mıyoksa herhangi bir sayı değeri olan değişken olarak mı anlamlandırıldığı, ortalama bilginin değişken ile nasıl ilişkilendirildiği gözlemlenmiştir.



Şekil 4.15. ÖH ve ÖŞ'nin yedinci soruya ilişkin yanıtları

346A: ortalamayı nasıl buluyoruz?

347ÖH: toplayıp ne kadar sayı topladıysak ona bölerek

348A: ne verilmiş orada

349ÖH: dört tane sayı verilmiş. Bunları topladığımızda ; bunları toplayıp dörde bölcez ve M yi bulcaz.

350ÖŞ: Aslında...aynen.p artı q artı r artı s bölü iki.

351ÖH: bölü iki değil dört.

352ÖŞ: öyle bize M yi verir.

353A: bu bulduğunuz şey cebirsel olarak neyi ifade ediyor?

354ÖŞ: denklemleri.

355A: peki bu denklemde p q r s nedir

356ÖH: sayıları...

357ÖŞ: bilinmeyen

358A: M yi ne olarak ifade ettiniz?

359ÖH: ortalama.

360A: nasıl bulduğunuzu yazar mısınız?

363ÖŞ: yani aslında burda aritmetik ortalamayı da kullandık biraz

364.ÖH: bize verilen bilinmeyenleri toplayıp kac tane bilinmeyeni topladıysak ona böldük.

365A: peki neden p q r s diye harfle bahsetmişlerdir bilinmeyenlerden

366ÖH: hepsi başka sayılar olduğu için mi ?

367ÖŞ: aynen. Mesela bu 2 345.Mesela hepsi aynı olsaydı ya da hepsi iki olsaydı mesela direk p,p,p,p ya da r r r diye verirdi.Ama demek ki buradaki sayılar farklı ki farklı harfle gösterdi.

368A: peki o sayıların değişebiliyor olması bilinmeyeni nasıl etkiler?

369ÖH: bilinmeyen

370ÖŞ: ortalamayı değiştirir yani

371ÖH: evet.

Belirtilen görüşme akışında öğrenciler harfli sembolleri ortalama kavramıyla ilişkilendirerek formülü veren denklemi oluşturmuşlardır.Harfli sembollerin farklı oluşunu değerlerine bağlayarak her bir harfin farklı bir sayıyı ifade etmesi gerektiği yönünde açıklamaları ile bilinmeyen olarak anlamlandırma konusunda ısrarcı oldukları gözlemlenmiştir.

4.3.Öğrenci Ali ve Kadir’in Değişken Kavramını Soyutlama Süreci

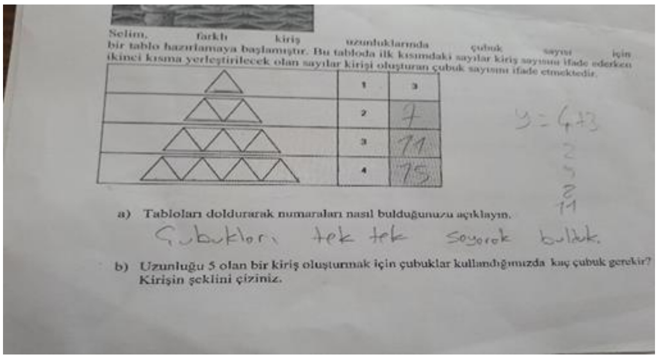
Tablo 4.3. ÖA ve ÖK’nın epistemik eylemlere bağlı değişkeni soyutlama tanıları

Epistemik Eylem	Katılımcılar	Sözel ifade/Uygulama	Soyutlama Tanıları
Recognizing(Tanıma)	18ÖA 40ÖA- 41ÖK 44ÖK 83ÖK 261ÖK 120ÖA	“teker teker çubukları sayarak” “dört dört artıyor” “örüntü” “dörtle ikiyi çarptım sekiz”	- Geometrik şekilleri sayı örüntülerine dönüştürme - Kat ilişkisinden yararlanma
Building With(Kullanma)	127ÖA 128ÖA-ÖK 145ÖK 146ÖA 180ÖK 184ÖK 199ÖA	“buraya x buraya y olsun” “2x artı 2y” “x” “bilinmeyen sayı” “300 çarpı b eksi a böyle olabilir” “200 ile 100’ü topladık, 300b ile a’yı parantez içine aldık”	- Farklı sayı değerlerini ifade eden kısımları harfli sembolle ifade - Parantez kullanarak harfli sembol içeren yapıları düzenleme - Bilinmeyen olarak adlandırma

Constructing (Oluşturma)	326ÖK			
	330ÖA		-	Harfli
	356ÖK	“büyük r de çapı		sembollere
	360ÖK	oluyor”		göre formül
	361ÖA	“r yi katmadan		yapılarını
	362ÖK	ç’ye bölersek”		düzenleme
	365ÖA	“π ye üç desek”	-	Cebirsel
	366ÖK	“ç’ye 60 desek”		yapılarda harfli
	367ÖA	“r hala”		sembolleri
	368ÖK	“ bilinmeyen”		genelleyerek
	371ÖK	“ n+1 mi?”		formüllere
	379ÖK	“ 4n artı iki yaptı ”		dönüştürme
	381ÖK	“çevresi	-	Herhangi bir
	389ÖA	n+n+n+1+n+1”		sayı olarak
	399ÖA	“2n, 3n, 4n”		genelleme

4.3.1. Tanıma epistemik eylemi (recognizing epistemic action)

Soru 1: Problem bağlamı içerisinde bir yapının inşa edilmesi için gerekli kirişleri oluşturan çubuk sayılarının bulunarak tablonun doldurulması istenmiştir.Tablodaki sayılar arasındaki örüntüyü ifade etmelerini gerektiren sorular sorularak; aritmetikten cebire geçişte bilgilerin nasıl hatırlanarak tanındığı, uzunluğu verilen kirişlerin gerektirdiği çubuk sayılarını bulmaları istenerek harfli sembolleri nasıl kullandıkları ve faklı uzunluklara sahip kirişlerin çubuk sayısını veren bir formülü bir yapıyı elde ederek değişken kavramını nasıl soyutladıklarının incelenmesi amaçlanmıştır.



Şekil 4.16. ÖK ve ÖA’nın ilk soruya ilişkin yanıtları

16A: Nasıl buldunuz?
18ÖA: teker teker çubukları sayarak
…
39A: tablodaki sayılara baktığımız zaman aralarında nasıl bir ilişki var?
40ÖA: dört dört artıyor
41ÖK: dört dört artıyor
42A: yani nasıl bir ilişki var sayılar arasında?
43ÖA: nasıl yani?
44ÖK: örüntü.
45A: Mesela öyle bir örüntü kuralı bulun ki uzunluğunu bildiğimiz zaman çubuk sayısını bulalım.
54ÖK: 2 artıyor 5 artıyor 8 artıyor 11 artıyor
61A: peki herhangi bir kiriş sayısı verilse çubuk sayısını bulabilir misiniz?
67ÖK: soruyu okuyor
68A: Mesela uzunluğu 10 ise kirişin çubuk sayısını yani kullanacağımız cubuk sayısını veren bir formül istiyor.
74A: mesela 10 olduğunda kiriş sayısı çubuk sayısı ne olur onu veren bir kural bulmanı istiyor senden?
77ÖA: bunları toplayacaz işte
78ÖK: alt taraf 10 üst taraf 9 19
79ÖK: yanlarda da var. Burda kac tane var?

80A: bu rakamlar arasında nasıl bir örüntü ilişkisi var?

81ÖK: 4,2. iki fazla altı on. Yirmi içindeki ... otuz dokuz.

82A: neye göre buldun?

83ÖK: şey altı ondu. Yukarısı da 9 olurdu. Içi de burda dörtle ikiyi çarptım sekiz.

84A: hep bir eksiği kadar mı diyosun? İçi?

85ÖK: içi sekiz. Burda 8 tane vardı. Burda da dört tane vardı. Dörtle ikiyi çarptım sekiz buldum. Ordan onu da ikiyle çarptım yirmi. 9u topladım 10 u da topladım.

86A: niye ikiyle çarptın ?

87ÖK: alt tabanı dörttü üst tarafı da üçtü. içinde de 8 tane çubuk vardı.

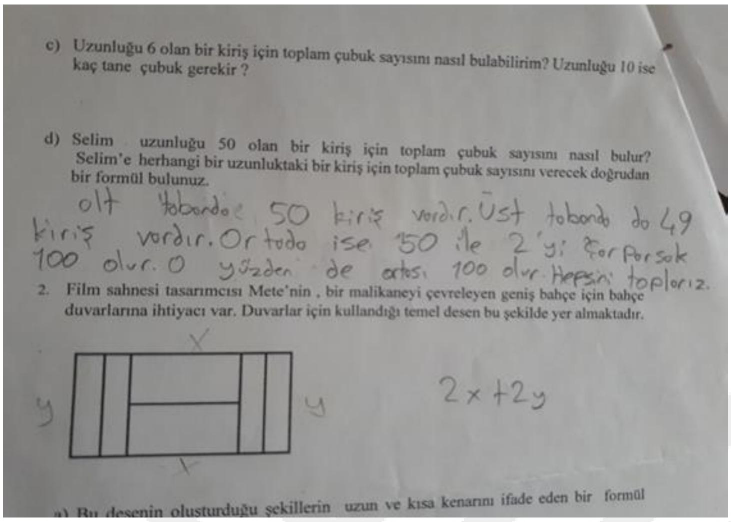
88ÖK: sekizle dördü böldüm iki. Dörtle ikiyi çarpınca da 8 çıkıyordu. Onla ikiyi çarptım 20. İçindeki çubuk sayıları 20 üstünde 9 Altında da 10 olduğu için 39 oldu.

Görüşme akışında verilen şekilleri inceleyerek tabloyu doldurmaları isteniyor.Öğrenciler tabloyu şekiller arasındaki araitmetik farka bakarak doldurmuşlar ve aradaki ilişkiyi örüntü olarak adlandırmışlardır.Başka bir adımdaki çubuk sayısını bulmaları istendiğinde şeklin içi ile çevresinde yer alan çubuk sayısına göre bir formül oluşturarak çevresindeki çubuk sayısının bir eksiği içerisinde ifadesiyle diğer adımları oluşturmuş ve harfli sembolü kullanmamışlardır.(40ÖA,44ÖK,83ÖK).

4.3.2. Kullanma epistemik eylemi (building with epistemic action)

Kullanma epistemik eylemine dair bulgular , bu grupta en çok ikinci sorunun aşamalarında gözlenlenmiştir .Bireylerin cebir testindeki cevaplarına ilişkin bulgular da incelenerek kullanma aşamasında hangi noktalarda zorlandıkları ortaya çıkarılmıştır.

Soru 2: Şekil örüntülerinden harfli sembol kullanımına yönelik genellemeye dayalı süreci gözlemlemeye yöneliktir. Bir problem durumu verilerek örüntü şeklinin devam ettirilmesi istenmiştir.Çoğunukla gruplar tarafından örüntü şeklinin çizimi devam ettirilemediğinden araştırmacı tarafından ekstra soru yöneltilerek verilen şeklin çevresini ifade eden genel bir formül bulmaları istenmiştir.Bu eylemi gerçekleştirirken aralarında geçen diyalog şu şekildedir:



c) Uzunluğu 6 olan bir kiriş için toplam çubuk sayısını nasıl bulabilirim? Uzunluğu 10 ise kaç tane çubuk gerekir ?

d) Selim uzunluğu 50 olan bir kiriş için toplam çubuk sayısını nasıl bulur? Selim'e herhangi bir uzunluktaki bir kiriş için toplam çubuk sayısını verecek doğrudan bir formül bulunuz.

alt tabanda 50 kiriş vardır. Üst tabanda da 49 kiriş vardır. Ortada ise 50 ile 2'yi çarparsak 100 olur. O yüzden de artısı 100 olur. Hepsini toplarız.

2. Film sahnesi tasarımcısı Mete'nin , bir malikaneyi çevreleyen geniş bahçe için bahçe duvarlarına ihtiyacı var. Duvarlar için kullandığı temel desen bu şekilde yer almaktadır.

a) Bu desenin oluşturduğu şekillerin uzun ve kısa kenarını ifade eden bir formül

Şekil 4.17. ÖK ve ÖA'nın ikinci soruya ilişkin yanıtları

111A: genel bir formül söyleyebilir misin mesela?

112ÖK: bütün kenarlarını toplayarak...

113A: toplayın nasıl toplayacaksınız?

114ÖA: toplayamıyoruz işte...

115ÖK: akımızdan sayı versek olur mu?

119ÖK: buraya 10 desek buralara ikişer ikişer desek 4 8 burası 18

120ÖA: x de.

126ÖK: çevresini

127ÖA: buraya x oraya y olsun.

127ÖK: buraya x dersek burasi da x olur. Buraya y dersek burası da...

128ÖA-ÖK: 2x artı 2y

129A: nedir o 2x artı 2y

130ÖK: kenarlarının toplamı

135A: buradaki x ve y neyi ifade ediyor?

136ÖA: uzunluklarını

137A: Neyin uzunluğunu?

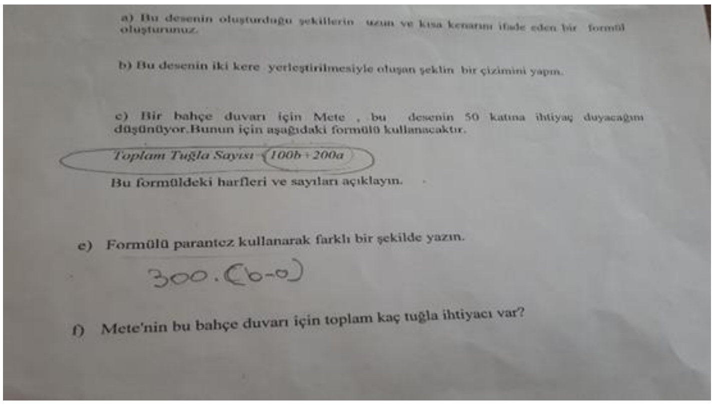
138ÖK: kenarların

139A: peki matematiksel olarak düşündüğümüzde 2x artı 2y ifadesi neyi anlatıyor sizin için?
140ÖA: denklem

Görüşme akışında, öğrencilerden şeklin çevresini veren genel bir fomül yazmaları istenmiştir.Farklı uzunluklarda olduğunu düşünerek önce sayı olmadan bulamayacaklarını söyleselerde bir sonraki aşamada harfli sembolleri kullanarak çevreyi açıklayan “2x+2y” ifadesini belirtmişlerdir.Ancak bu yapıya dair “denklem” açıklamasına bağlı olarak cebir konusundaki bilgilerinde bir karmaşıklık olduğu gözlemlenmiştir.

141A: peki bu denklemde x ve y neyi anlatıyordur? X nedir mesela bu denklemde
142ÖA: x nedir?
143ÖK: uzun kenarı.
144A: peki 2x artı 2y ifadesinde x neyi anlatıyordur?Yani x matematiksel olarak neyi ifade ediyordur?
145ÖK: x...
146ÖA: bilinmeyen sayı
147A: peki neden x ve y?
148ÖA: Bir tarafı uzun bir tarafı kısa olduğu için
149ÖK: uzunlukları eşit değil.
150A: yani birbirinden
151ÖA: farklı
152A: olduğunu düşünüyorsunuz.Bu yüzden mi x ve y?
153ÖA:-ÖK: evet

Konuşma akışına göre denklem olarak açıkladıkları cebirsel ifadenin içerisindeki harfli sembolleri, farklı uzunlukları yani farklı sayıyı ifade ettiğini belirttiklerinden ve “bilinmeyen” tek bir değer gibi açıkladıklarından değişken kavramını bilinmeyen sınıflamasında kullandıkları gözlemlenmektedir (146ÖA,149ÖK).



a) Bu desenin oluşturduğu şekillerin uzun ve kısa kenarını ifade eden bir formül oluşturunuz.

b) Bu desenin iki kere yerleştirilmesiyle oluşan şeklin bir çizimini yapın.

c) Bir bahçe duvarı için Mete , bu desenin 50 katına ihtiyaç duyacağını düşünüyor.Bunun için aşağıdaki formülü kullanacaktır.

Toplam Tuğla Sayısı=100b+200a

Bu formüldeki harfleri ve sayıları açıklayın.

e) Formülü parantez kullanarak farklı bir şekilde yazın.

300.(b-a)

f) Mete'nin bu bahçe duvarı için toplam kaç tuğla ihtiyacı var?

Şekil 4.18. ÖK ve ÖA'nın ikinci sorunun e şıkkına ilişkin yanıtları

172A: şöyle düşünelim 100b artı 200a ifadesini daha kısa yazabilir misiniz? Parantez kullanarak daha sade bir şekilde yazabilir misiniz?

173ÖK: 100a yazabiliriz isterseniz

174A: 100b artı 200a yı yazın bakalım

175ÖA: bunları çıkartamayız ki ikiside farklı.

176ÖK: nasıl yazabiliriz?b-a yı parantez içine alarak yazabilir miyiz

177ÖA: olur

179ÖA: ya da a yı farklı mı yapsak

180ÖK: 300 çarpı b eksi a böyle olabilir

181ÖA: olur mu?(arkadaşına bakıyor)

183A: Nasıl yaptınız

184ÖK: 200 le 100 ü topladık 300 b ile a yı parantez içine aldık

…

187A: peki toplayabilir miyiz 100b ile 200a yı

188ÖA: hayır

189A: niye hayır?

190ÖK: toplarsak 100 ile a çarpılır

191A: toplanır mi bunlar?

192ÖA: ikisi de farklı geliyo bana

193ÖK: toplanır ama a ile b farklı olduğu için çıkarma gibi birşey olabilir.200 den 100 ü çıkarırız 100a kalır

194A: sen farklı olabilir dedin Neden?

195ÖA: çünkü 100b 200a yani ikisi farklı şeyler harfler

196A: harf dediğin şey ne?

197ÖA: b ve a

198A: yani neyi ifade ediyor bu denklem dediğin şeyde

199ÖA: bilinmeyeni

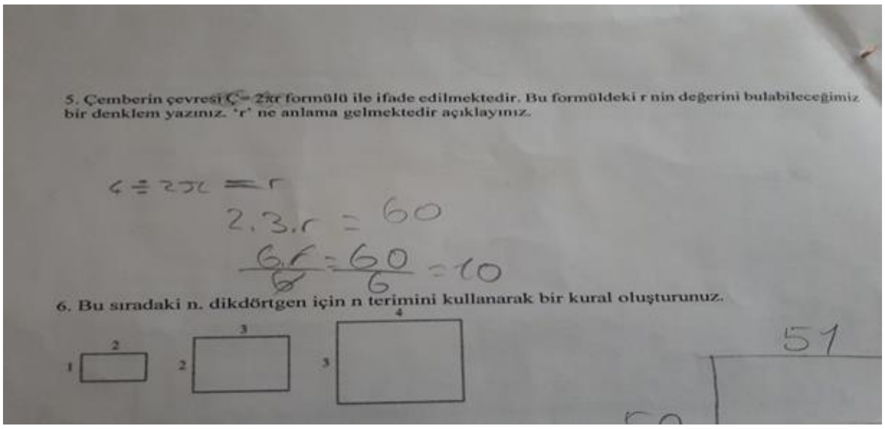
200A: bilinmeyenler farklı olduğu için mi toplanamaz dedin?

201ÖA: evet

Görüşme akışında, bireylerden 100b+200a cebirsel ifadesini parantez kullanarak daha sade yazmaları istenmektedir. Ancak öğrencilerden biri harfli sembolleri düşünmeden katsayıları toplayarak yazarken bir diğeri farklı değerdeki bilinmeyenleri ifade ettiğini düşündüğünden bu şekilde toplanamayacağı açıklamasını yapmıştır.Öğrencilerde her ikisi de cebirsel ifadeyi daha sade yazmakta zorlanmışlardr(108ÖK,192ÖA).Öğrencilerin bireysel cevapladıkları cebir testleri incelendiğinde, ÖK ve ÖA adlı öğrencilerin harfli sembol yerine belirli bir sayı koyarak bilinmeyen sınıflamasında kullandığı gözlenmiştir.Her iki öğrencide sayı ve işlem içeren ifadelerde zorlanarak hata yaptıkları belirlenmiştir.Ayrıca ÖK'nın bazı sorularda harfli sembolleri dikkate almadan işlem yaptığı incelenmiştir.

4.3.3.Oluşturma epistemik eylemi (constructing epistemic action)

Soru 5: 5.Soruda çemberin çevresine ait formül verilerek önceden var olan bilgileri hatırlayarak bu formülü nasıl yeniden oluşturdukları gözlemlenmiştir.Bu süreçte 'r' değişkenini kavramsal olarak nasıl anlamlandırdıkları incelemiş ve 'π' sayısına yönelik sorularda yöneltilerek değişken kavramının oluşturulmasında harfli sembollerin farklı kullanımlarına dair farkındalık durumu gözlemlenmiştir.



Şekil 4.19. ÖK ve ÖA'nın beşinci soruya ilişkin yanıtları

300ÖA: yarıçap

301ÖK: yarıçap

311A: peki çözün soruyu üzerine konuşalım.Nasıl bulacaksınız?

314ÖK: r nin değerini bulabilecek miyiz?Şey... büyük R de çapı oluyor. Çapından yarıçapı olabilir.

316A: Bu formülden hareketle bulalım yarıçapını.

317ÖK: şey çevresini bulursak yarıçapını da bulabiliriz.

318ÖA: pi ye sayı mı vercez yani?

319A: size bırakıyorum.Genel bir formül olsun. Nasıl yapabilirsiniz

320ÖA: bilmiyorum ki ya (gülüyor)

321ÖA: çevresi 2π r ise... (düşünceli)

322ÖK: yarıçapın formülü

324ÖA: çevresini ikiyle pi ye bölerek mi?

326ÖK: pi ye 3 desek .Üçle iki 6. çevresi...

...

330ÖA: bunları çarparak bulmuş yani r yi katmadan ç ye bölersek

333ÖK: çevreye 60 dersek pi yi 3 deriz.3 kere iki altı. r de 10 olur.Yarıçapı da olur.

334A: Ç yerine 60 mı dedin o zaman?

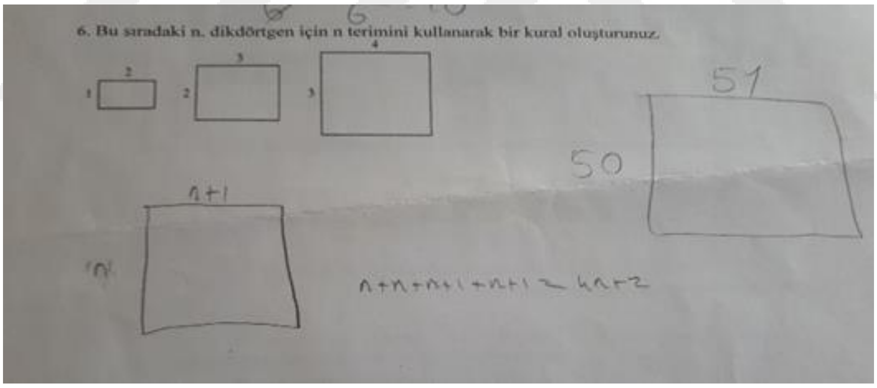
335ÖK: evet

336ÖA: sayı vererek

339ÖK: Ç ye 60 dedim.Iki çarpı pi ye de 3 dedim.r yaptım.r hala bilinmeyen üçle ikiyi çarptım altı. 6 çarpı r eşittir 60.Burdan r yi 10 buldum

Yukarıdaki görüşme akışında öğrencilerden çemberin çevresini veren formül yani bildikleri bir bilgi verilerek yarıçapı verecek şekilde düzenleyerek yeniden düzenleyip formül oluşturmaları istenmiştir.Ancak harfli semboller yerine sayı denemeleri yaparak sayısal bir sonuç bulmuşlardır.Burada yer alan aritmetiksel işlemleri genellemede zorlanmış ve harfli sembolün özellikle özel tek bir sayı olduğunu düşündüren ifadelerde bulunmuşlardır(339ÖK).

Soru 6: Bu soruda dikdörtgen şekil örüntüleri ve kenar uzunluklarına dair bilgiler verilmiştir.Üç şekil verilmiş ve n. sıradaki dikdörtgene ait uzun ve kısa kenar bilgisini veren yapıların oluşturulma süreci gözlemlenmiştir.



Şekil 4.20. ÖK ve ÖA'nın altıncı soruya ilişkin yanıtları

345ÖK: tek tek artıyor bu üstündeki(kenarları işaret etti)

347ÖA: ellinci sırada kısa kenar 50.Uzun kenar...

349ÖK:(çiziyor) buna ellinci dersek. Ellincisinde o zaman kısa kenar 50 olur burası da 51 olur.

350A: 60.da ne olur o zaman

351ÖA: 60 61

352A: o zaman n. sıradaki için ne söylersiniz?

353ÖA: bir tane çiz işte ya

356ÖK: n +1mi?

357A: peki bunun çevresini bulabilir misiniz?

360ÖK: şey buraya da n+1 deriz

361ÖA: çevresi; n+n+n+1+n+1 eşittir

362ÖK: 2n 3n 4n

363ÖA: artı iki

364A: Nasıl buldunuz

365ÖA: n leri toplayıp

366ÖK: sey burda bunla bu eşit olduğu için n artı bir n artı bir topladık 2n artı iki yaptı.

367ÖA: n ile n yi topladık

368ÖK: 4n artı iki yaptı

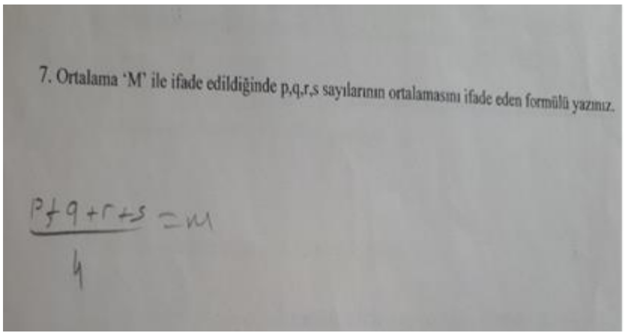
369ÖA: n leri birleştirdik artı

370A: kenarların n ve n artı bir olacağına nasıl karar vermiştiniz

371ÖK: bu direk sayı 50. sırada olduğu için.Direk rakamı yazıyorduk o da n oluyordu.Burda da bir tane sayı artıyordu. O yüzden n+1 yazdık

Konuşma akışında öğrencilerden şekil örüntülerinin kenarları arasındaki ilişkiyi inceleyerek örüntüyü keşfetmeleri beklenmektedir.Burada şekilleri inceledikten sonra 50. adımdaki şekli hayal edip çizerek kenarlarının uzunluğu için bir yorumda bulunmuşlar daha sonra da bu özelliği genelleyerek n. dikdörtgen için oluşturmuşlardır.Şeklin çevresinin bulunması istendiğinde harfli sembolleri katsayıları kullanarak , sayı+sembol şeklinde çevreye dair bir denklem oluşturmuşlardır.

Soru 7: M, p,q,r,s harfli sembolleri verilerek ortalamayı veren yapıyı oluştururken değişken kavramını nasıl soyutladıkları gözlemlenmiştir.Eşittir sembolü ile cebirsel fikirlerin nasıl birleştirildiği, p,q,r,s harfli sembollerini özel bir sayı mıyoksa herhangi bir sayı değeri olan değişken olarak mı anlamlandırıldığı, ortalama bilginin değişken ile nasıl ilişkilendirildiği gözlemlenmiştir.



Şekil 4.21. ÖK ve ÖA'nın yedinci soruya ilişkin yanıtları

373ÖK:(soruyu okudu) Nasıl ifade edebiliriz?

374A: Nasıl olabilir? Ortalama dediğimiz şey neydi?

375ÖA: ortalama ...

376ÖK: hepsini toplayıp ne kadar rakam varsa ona bölüyorduk

378ÖA: şöyle miydi?(kalemi eline aldı)

379ÖK: p q r s yi topla.Dörde böl

380ÖA: eşittir M mi oluyor?

381ÖK: p q r s yi topluyoruz . dörde bölüyoruz dört rakam olduğu için.

382A: ortalamayı ifade eden bu şey ne?

383ÖK: sonucu.

384A: yani matematiksel olarak olarak bu ifade size neleri anlatıyor?"p,q,r,s" sizin için neyi ifade ediyor?

385ÖK: ortalamayı.

386ÖA: sayıyı.Bilinmeyen sayı.

Verilen konuşma akışında öğrencilerin ortalama kavramıyla değişkenin bilinmeyen kullanımı ilişkilendirerek formülü yazdıkları gözlemleniyor(379ÖK).Yazdıkları formülde her bir değişkenin neyi ifade ettiği sorulduğunda ,"sayıyı" cevabıyla birlikte ortalamayı ifade ettikleri denklemde "M" harfli sembolünün bir sonuç olduğunu belirterek eşittir işaretini sonuç üretir düşüncesiyle anlamlandırıldığından değişken kavramı işlemsel olarak ifade edilse de kavramsal olarak oluşturulamadığı gözlemlenmiştir(383ÖK,385ÖK).Bireysel olarak cebir testi incelendiğinde ÖK adlı öğrencinin cevaplarına göre denklem yapısında harfli sembollerin farklı değerler alabildiği işlemlerden anlaşılırken, "harflerin sayısı bazen aynı oluyor" ifadesiyle harfli sembollerin herhangi bir değer alması olarak değil de bilmediği tek bir sayıya işaret eden yorumundan dolayı değişken kavramının tam olarak anlamlandırılamadığı söylenebilir.

V. BÖLÜM

5.1. Tartışma

Bu çalışmada ortaokul yedinci sınıf düzeyindeki öğrencilerin değişken kavramını soyutlama düzeylerini RBC modeli kapsamında incelemek amaçlanmıştır.Kavramı soyutlarken; değişken kavramı hakkındaki açıklamaları, bilişsel eylemlerini uygulama, ifade ve eylemlerine nasıl yansıttıkları, düşüncelerini ifade ederken kullandıkları dil ve öğrenmelerinde öğrenmenin tabiatında var olan sosyokültürel ortamın etkisi, değişkenle ilgili işlemsel soruların yerine bağlam içeren problem durumlarına yaklaşımları, değişken hakkındaki kavram yanılgıları kısaca tanıma, kullanma ve oluşturma epistemik eylemlerinin her bir aşamasında soyutlama düzeylerini ortaya koyan, onları etkileyen her bir detayı inceleme olanağına ulaşılmıştır.

Değişkeni RBC kapsamında ele alan bu araştırmanın bulguları öğrencilerin değişken kavramını hangi düzeyde nasıl soyutladıklarını, hangi eylemlerle ortaya çıkardıklarını ya da soyutlamalarında hangi faktörlerin engel olduğuna dair bilgi verir niteliktedir.Çalışmanın gerçekleştirilmesi, ileri matematiksel ve cebirsel düşünmelerinde temel oluşturan değişken kavramını hangi aşamada soyutladıklarının belirlenmesi ve bilişsel eylemlere dayalı hangi aktiviteleri gerçekleştirerek kavrama dair bilgiyi oluşturduklarını açıklar nitelikte olduğundan matematik eğitimi açısından önemlidir.

Araştırmanın kuramsal çerçevesi, yapısı ve metodolojisi içerisinde yer aldığı alan yazın kapsamında bulunan ulusal ve uluslararası çalışmalar incelenerek detaylar tasarlanmış ve uygulanmıştır.Chelsea Tanılayıcı Cebir Testi uygulanarak bu düzeydeki matematiksel ifade yeteneği yüksek öğrenciler, uzman görüşü alınarak belirlenmiştir.Klinik görüşmeler ile çalışma yaprağındaki sorular yöneltilerek video kayıtları elde edilmiştir.Bu kayıtlar ile, soyutlamaya dair eylem ve davranışları hem kağıt dökümanlar üzerinden hem de videolardan üzerinden gözlemlenerek veriler elde edilmiştir.Çalışma kağıdındaki sorular, cebir testi ve transkriptlerde belirtilen teori çerçevesinde değişken kavramını nasıl tanıdıkları ve tanımladıkları, hangi kavramlarla ilişkilendirerek cebirsel ifade ve denklem yapıları içerisinde kullandıkları ve değişkene ait genellemelerle bilgiyi nasıl oluşturdukları incelenmiştir.

Öğrencilere örüntü içeren, formül kullanmayı gerektiren ve değişkenleri farklı cebirsel yapılarla ilişkilendirerek analiz edebilecekleri farklı formatlarda problem durumları sunulmuştur.Örüntü bilgileriyle aritmetik kullanarak ulaştıkları ilişkiyi değişken kavramını oluşturmaya yönelik harfli sembollerle ifade etmede zorlandıkları gözlemlenmiştir.Aritmetikten cebire geçişte örüntü kavramı, bireyleri genelleme yapmaya yönlendirmekte ve değişkenin önemini ortaya koymaktadır (Dede, 2005).Bu nedenle değişken kavramının örüntü ile ilişkilendirilerek oluşturulma sürecinin incelenmesi önemlidir.

Bazı problem durumlarında, değişken kavramı problem nesnesi olarak düşünülmüş bilinmeyen kullanımı ile açıklamaktan kaçınılmıştır.Dede'ye (2005) göre değişken kavramı matematik eğitimine yönelik müfredatı bütün seviyelerde etkiler bu nedenle bu kavramın farklı kullanımlarına yönelik özellikler önemsenmelidir.Çelik ve Güneş (2013) yedinci sınıf düzeyindeki öğrencilerin değişkenin farklı rollerini anlamada ve kullanmada zorluk yaşadıklarını belirtmişlerdir.Gerçekleştirdiğimiz çalışma içerisinde değişkenlerin nasıl anlamlandırıldığı incelenmiştir.Harfli sembollerin farklı yapılarda farklı roller oynaması ; etiket, yer tutucu,sabit, genelleştirilmiş sayılar, bilinmeyenler gibi kullanımları değişken kavramını oluşturmalarında ve anlamlandırmalarında karışıklık yaratmaktadır.Wagner, değişken kavramının biçimsel ve işlemsel yönlerinin öğretimi kadar değişkeni oluşturan bileşenlerin matematiksel içeriklerdeki rolüne yönelik dikkat çekmiştir (Dede, 2005).Bunun nedeni bu rolün farklı kullanımlara işaret etmesi olabilir.Öğrencilerin değişken kavramının oluşturulmaya yönelik eylemlerinin analizi ile ulaşılan sonuçlar alan yazındaki Şimşek ve Soylu (2018), Akkan ve Baki (2016), Philipp (1992), Akgün (2009), Çelik ve Güneş (2013)'in bu düzeydeki öğrencilerde ulaştıkları bulgulara benzer durumdadır.Bu sonuçlardan bazıları şu şekilde yer almaktadır:

- ✓ Cebirsel ifadeyi bilinmeyen olarak düşünme.
- ✓ Değişkenlerin farklı kullanımlarının farkında olmama.
- ✓ İki grupta tanıma aşamasında örüntüyü anlamaya yönelik eylemler gerçekleştirilirken genellemelerde harfli sembol kullanmaktan kaçınma.
- ✓ Fact families etkinliğine benzer bir yapıdaki üçüncü soru ile üs kavramını değişken ile ilişkilendirmekten kaçınma.
- ✓ Adım ya da sıra sayısı ile ilişkilendirmeden aritmetik farkı örüntü kuralı olarak ifade etme.
- ✓ Değişken kavramının aritmetiksel deneyimlerden yararlanarak çap ve yarıçap gibi matematiksel kavramlarla ilişkilendirilerek genellenmesi.
- ✓ "bilinmeyen", "cebirsel ifade" "denklem" gibi sözlü kullanımlara sahipken "değişken" kelimesini kullanmama.
- ✓ Harfli semboller yerine sayı denemeleri yaparak tek bir değere ulaşma eğilimi.
- ✓ Cebirsel ilişkileri yanlış kullanmak.
- ✓ "x" içeren her ifadeyi denklem olarak düşünme.
- ✓ Cebirsel ifadeleri birleştirme ve parantez kullanarak sade halde ifade etmede hatalar.
- ✓ Değişkenleri sayısal bir ifade yerine nesneleri temsil ettiklerini düşünme.
- ✓ Cebirsel ifadede değişkenleri yalnızca tek bir sayıyı ifade eden özel bir sayı olarak genelleme.

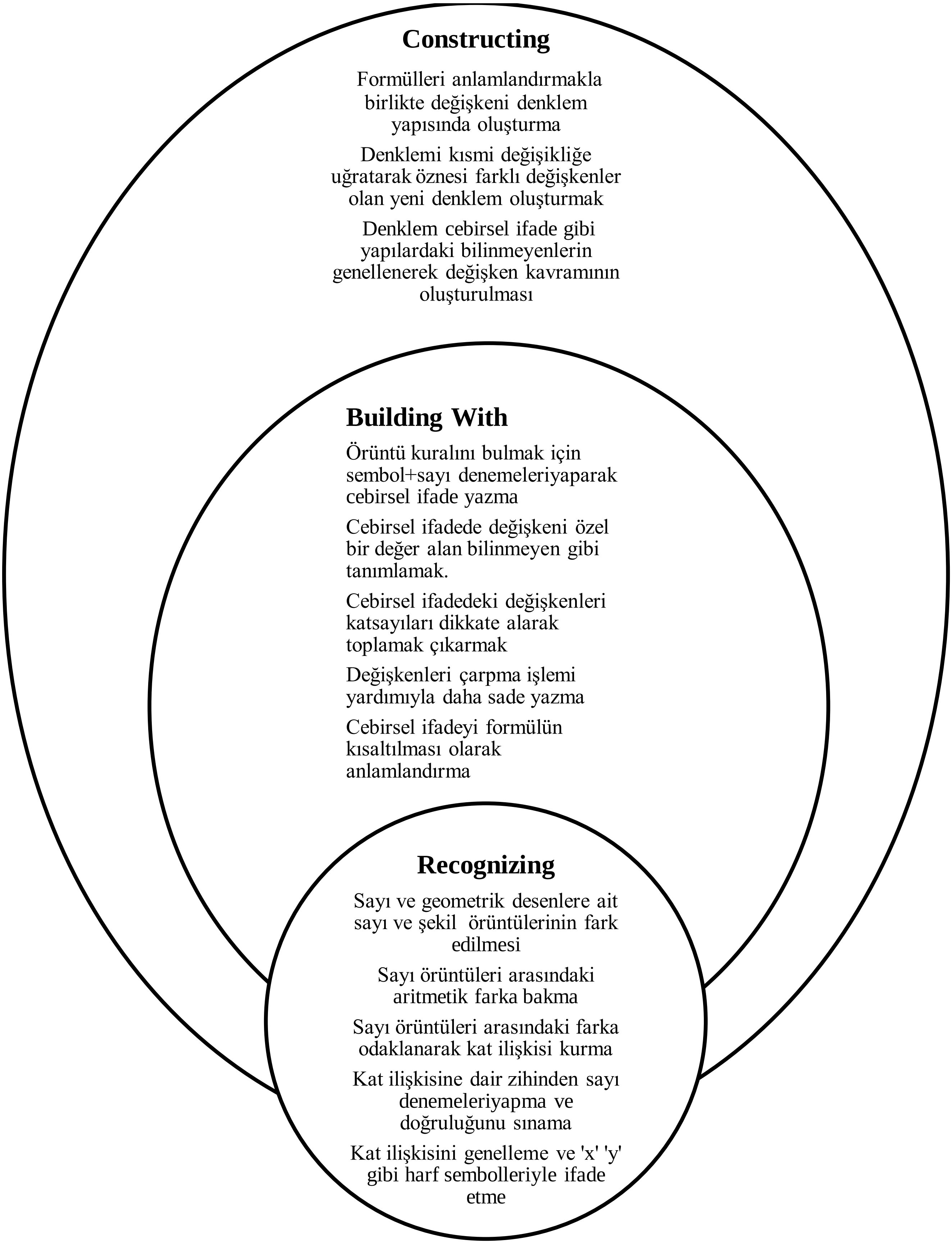
İlgili literatür incelendiğinde ; Altun ve Sezgin Memnun'a göre (2012) göre matematiksel kavramların ve bilgilerin içselleştirilip özümsenmesinde, zorlanılan noktaların belirlenmesi açısından RBC kuramı ile incelenmesinin önerilmesi çalışmanın kuramsal yapısının uygunluğunu destekler niteliktedir.Akkan vd., (2012) göre yedinci sınıf düzeyindeki öğrenciler denklem yapısı içerisinde değişken kavramını "x" ve "y" sembolleri ile ifade etmeleri yönüyle benzerdir.Altun ve Sezgin Memnun'a (2012) göre doğru denklemini soyutlama sürecine ilişkin yapılan çalışma sonucunda bireylerin harfli sembollerin kullanımı ve genelleştirilmesi konusunda sorun yaşadıkları belirtilerek değişken kavramının soyutlanmasına yönelik sürecin incelenmesinin gerekliliği vurgulanarak gerçekleştirdiğimiz çalışmanın önemi dile getirilmiştir.

Elde edilen bulgulara göre aritmetikten cebire geçiş sürecinde problem durumlarının örüntü konusu ile ilişkilendirilerek sunulması ve böylece bireylerin harfli sembol kullanımına ihtiyaç duymalarının sağlanması değişken kavramının soyutlanmasında olumlu bir etki oluşturmaktadır.Örüntü kuralının bulunması ve farklı adımdaki örüntü sayılarının keşfettirilmesi harfli sembolleri değişkene genelleme ve anlamlandırmada kolaylık sağlayabilmektedir.Değişken kavramının öğretiminde işlemsel boyut kadar kavramı anlamaya yönelik öğrenmelerin de dikkate alınarak problem bağlamı içerisinde sunulması soyutlama açısından önem taşımaktadır.Öğrencilerin değişkeni üs, örüntü bilgileri ile ilişkilendirmekte zorlanmaları bu kavramın farklı matematiksel bilgilerle bağlantılı olarak öğretimine duyulan ihtiyacın bir kanıtıdır.

Çalışma yaprağında yer alan üçüncü sorunun, ilişkili üç sayının belirlenmesinde ters işlem gerektiren bir soru olması yönüyle "fact families" etkinliğine örnek aşamalar içermektedir.Akkan (2016)'a göre bu türdeki etkinlikler cebirsel bilgileri harfli sembole dönüştürmede ve ters işlemleri anlamlandırmadaki zorlukları ortaya çıkarması yönüyle aritmetikten cebire geçiş sürecinde soyutlamayı destekler niteliktedir.Bireylerin bu sorunun çözümünde zorluk yaşamaları nedeniyle bu türden etkinliklerle daha çok iç içe olmaları sağlanarak ters işlemsel düşünme becerileri geliştirilmelidir.

Öğrencilerin değişkenin kavramsal yapısından bahsetmedikleri sonucuna ulaşılmıştır (MacGregor ve Stacey, 1999; Özgeldi, 2013).Değişken kavramının tanımına dair sınırlı açıklamalar yapmış olmaları öğrenme ortamında daha çok düşünme ve diyalog içeren tartışma deneyimi fırsatı sağlanarak değişken kavramı üzerine yorum ve bilgilerinin geliştirilmesi fikrine yöneltmektedir. Harfli sembolllerin anlamlarına bağlı olarak farklı kullanımlarına yönelik farkındalığın artırılması için cebir içeren aktivitelerin genelleme yapmaya imkan verecek düzeyde deneyim içermelidir.Soyutlama sürecinde parantez kullanımı ile değişken içeren yapıların daha sade ifadesine yönelik hataların tespiti de araştırmanın alana katkılarındandır.

Araştırma ile birlikte elde edilen en önemli bulgu; çeşitli mental işlemleri eylemlerle bir şekilde aktardıkları düşünülse de değişken kavramının anlamsal alt yapısını oluşturmalarında karışıklıklar gözlemlendiği veya bazı problem türlerinde ya da formüller üzerinde; değişken kavramının bir kümenin herhangi bir değerini alabilen değerler olarak düşünülmesi yerine denklem, cebirsel ifade veya kullanılan ‘x’ gibi harfli sembolleri kavramalarındaki karmaşıklık ile bilinmeyen olarak anlamlandırıldığı bilgisidir.Matematik eğitiminin gerçekleştirildiği tartışma ortamında oluşturulan ikili gruplamalarda; bireylerin kendi düşüncelerini sınayarak, savunarak ve üzerinde düşünerek sosyal bir ortam içerisinde etkileşim halinde matematiksel kavram ve bilgileri oluşturma fırsatını yakaladıkları sonucuna ulaşılabilir.Ulaşılan sonuçlar iki farklı perspektifle önemlidir; ilki kavramsal bilginin oluşturulmasında soyutlama sürecinin RBC ile takip edilmesi ve soyutlamada zorlanılan ya da engel olarak görülen noktaların tanımlanması ikincisi ise ileri matematiksel düşünmelerinde önemli temel kavramlardan biri olan değişkenin tanınması, bireyler tarafından tanımlanması, farklı kullanımlarla ilişkilendirilerek kullanılması ile yapılan genellemeler aracılığıyla odağa farklı değişkenleri alarak cebirsel yapı ve denklem yapılarının yeniden düzenlenmesine yönelik detayların aşağıdaki yapı ile ifade edilerek aktarılmasıdır.


Constructing
Formülleri anlamlandırmakla birlikte değişkeni denklem yapısında oluşturma
Denklemi kısmi değişikliğe uğratarak öznesi farklı değişkenler olan yeni denklem oluşturmak
Denklem cebirsel ifade gibi yapılardaki bilinmeyenlerin genellenerek değişken kavramının oluşturulması
Building With
Örüntü kuralını bulmak için sembol+sayı denemeleriyaparak cebirsel ifade yazma
Cebirsel ifadede değişkeni özel bir değer alan bilinmeyen gibi tanımlamak.
Cebirsel ifadedeki değişkenleri katsayıları dikkate alarak toplamak çıkarmak
Değişkenleri çarpma işlemi yardımıyla daha sade yazma
Cebirsel ifadeyi formülün kısaltılması olarak anlamlandırma
Recognizing
Sayı ve geometrik desenlere ait sayı ve şekil örüntülerinin fark edilmesi
Sayı örüntüleri arasındaki aritmetik farka bakma
Sayı örüntüleri arasındaki farka odaklanarak kat ilişkisi kurma
Kat ilişkisine dair zihinden sayı denemeleriyapma ve doğruluğunu sınama
Kat ilişkisini genelleme ve 'x' 'y' gibi harf sembolleriyle ifade etme

Şekil.5.1. Değişken kavramının RBC modeliyle soyutlanması sürecinin eylemsel aşamaları

Bu aşamalar belirtilen yapı ile ifade edilirken her bir gruba özel olarak tablo ile ifade edilen soyutlama tanıları etkili olmuştur.Sürece dair her bir grupta ortak olarak gözlemlenen özellikler epistemik eylemin aşamalarına göre aktarılmıştır ve soyutlama sürecine dair eylemleri RBC kapsamında açıklar niteliktedir.

5.2. Sonuç ve Öneriler

Çalışma RBC modeli kapsamında ele alındığından analizler de bu modeli oluşturan epistemik eylemler çerçevesinde gerçekleştirilmiştir.Tanıma (recognizing), kullanma (building with) ve oluşturma (constructing) iç içe bağlı eylemleri için ayrı ayrı ulaşılan bulgular olduğu gibi, her grupta gözlemlenilen işlemsel yanılgılar, aritmetikten cebire uzanan süreçte kavramsal soyutlamaya dair pek çok tanıya da ulaşılmıştır. Çalışmanın amacı büyük ölçüde gerçekleştirilerek belirtilen kavramın soyutlanma sürecine ilişkin belirlenen teori kapsamında sürecin nasıl işlediği bu çalışma ile sunulmuştur.Şunu belirtmek gerekir ki; değişken kavramının etiket, sabit, bilinmeyen , genelleştirilmiş sayı, çeşitli nicelikler, parametre ve soyut sembolü ile yedi farklı kullanımı olmakla birlikte bu düzeyde karşılaşabilecekleri dört kullanım üzerinden bulgular tartışılmış, diğer soyut kulanımlar ileri matematiksel bilgiye sahip olmayı gerektirdiğinden tartışılmamıştır.

Aritmetik bilgilerinden yararlanarak tabloyu doldurmuşlardır.Öğrencilerden bir sonraki terimi bulmaları istendiğinde şekil örüntülerinden elde ettikleri sayılar arasındaki fark ilişkilerine bakarak bir sonraki terimi elde etmişler ve fark ilişkisini ‘x’ harfli sembolünü kullanarak formüle ulaşmışlardır.Film setine ilişkin yapıyı oluşturmaya dayalı problem bağlamında kiriş uzunluğu bilgisinden hareketle kirişi oluşturan çubuk sayısını bulmaları istendiğinde aritmetikteki kat kavramından yararlanarak harfli sembol üzerinde sayısal denemeler yapıp kavramı tanıdıklarını göstermişlerdir.Tanıma eylemi kapsamında ikili gruplardaki öğrenciler tabloyu aritmetik bilgilerinden yararlanıp sayma işlemini gerçekleştirerek şekli oluşturan çubuk sayılarını keşfedip doldurmuşlardır.Akkan ve diğerleri (2011)’e göre aritmetiğin temelini sayı kavramı oluştururken, cebirin temelleri aritmetiğe bağlıdır.Bu durumda tanıma eylemi kapsamında aritmetikteki sayı kavramından yararlandıkları gözlemlenmektedir.Tabloyu doldurduktan sonraki aşamada, bir sonraki adımda gerekli çubuk sayısı istendiğinde, aradaki farka yöneldikleri görülmüştür.Adımlar arası aritmetik fark ilişkisi kestirilerek gerekli çubuk sayısı aritmetiksel işlem yardımıyla aktarılmaktadır.Birkaç adım sonrasında gerekli çubuk sayısı istendiğinde ise örüntü arayışı içerisinde olmuşlardır. Örüntüleri keşfetmek ve genellemeler yaparak cebir kavramlarını oluşturmak cebirsel düşünme yeteneklerini geliştirmede önemlidir (Armstrong, 1995; Akkan vd., 2011).Örüntüyü bulmak için aritmetiksel sayı, işlem ve fark bilgileri genellenerek örüntü kuralı gruplar tarafından ifade edilmiştir.Gruplara bağlı olarak bu örüntü kuralı formül şeklinde ifade edilmiştir.Bu formülü ifade etmede kişisel farklılıklar ortaya çıkmaktadır.Örüntü kuralının sözel ifadesi , kat ilişkisini vurgulanması, daha sonrasında örüntünün formül biçiminde ifade edilmesi şeklinde bir yol izlemişlerdir.Uzak bir hedefteki gerekli çubuk sayısı istendiğinde formül biçiminde ifade edilen örüntü kuralı için harfli sembol kullanıldığı gözlemlenmiştir.Bu konuda yapılan genel bir yanılgı örüntü kuralının adım sayısına göre değil de aritmetik farka bakılarak oluşturulmasıdır.Örüntü sayılarını bulmak için harfli semboller yerine sayı yerleştirilerek genellemeler yapılmış ve öğrenciler tarafından harfli sembollerden oluşan genel bir cebirsel yapı oluşturularak gerekli çubuk sayısına ulaşılmıştır.Örüntü kuralının harfli sembol ile ifade edilip formülden cebirsel yapıya dönüştürülmesi değişken kavramının tanındığına dair temel belirtilerdir.İkili diyalog şeklinde görüşme yapılan beş gruptan ikisi bu konuda zorlanmıştır.Bu anlamda RBC modeli tanıma eyleminin gözlemlenmesine imkan verir niteliktedir.Bununla birlikte Kieran(1990) ve Battista (1995) tarafından cebirsel soyutlamaya yönelik tanımlanan aşamaların ilk adımlarıyla uyumlu olduğu gözlemlenmiş ve benzer eylemler çalışmanın katılımcılar tarafından gerçekleştirilmiştir.

Kullanma epistemik eylemi aşamasında ‘x’ ‘n’ gibi harf sembollerini, şekillerin çevresini oluşturan kenarların uzunluklarını anlamlandırmada kullandıkları ve farklı uzunlukları ‘x’ ile ifade edip çevre bağlamında onları en sade haliyle yazdıkları, örüntü formülünü oluşturmada kullandıkları cebirsel işlemler yaparak gerekli yapıları oluşturdukları değişken kavramını bu düzeyde soyutladıkları görülmektedir.Ayrıca denklem, cebirsel ifade gibi yapılar içerisinde değişkeni yeni bilgi üretmek için kullandıkları açıktır.Oluşturma düzeyindeki öğrencilerin kendilerine verilen formüldeki değişkenleri anlamlandırdıkları ve kısmi değişikliğe uğratarak farklı bir değişkeni ifade eden yeni cebirsel yapıları oluşturdukları şekil ve sayı örüntülerinden yola çıkarak değişkeni kullanıp cebirsel yapıları oluşturdukları ve değişken kavramını yarıçap, ortalama gibi matematiksel bilgilerle ilişkilendirip değişkene ait yeni formül ve denklem yapılarını oluşturdukları gözlemlenmiştir.Öğrenciler değişken kavramını matematiksel olarak oluşturma düzeyinde soyutlama becerisine sahipken ; bilinmeyen, cebirsel ifade,denklem kavramları hakkında net olmayan dar açıklamalar yaptıkları, kavramı açıklayan onu anlamlandırmalarını sağlayan düşünceleri, bilgileri hakkında konuşmadıklarıya da sınırlı ifadelerle açıkladıkları gözlemlenmiştir.Öğrencilerin "bilinmeyen" olarak adlandırması ya da yerine sayı koyması değişken kavramına ait bilgiyi oluşturduğu anlamına gelmemektedir.Eşittir işaretinin hala sonuç üretmesinin beklenmesi, bilinmeyen yerine tek bir sayı geleceği inancı değişken kavramının beklenen seviyede soyutlanmasında problem oluşturmaktadır.Dubinsky (2000)' e göre soyutlama bir durumun anlamının bir yönüne odaklanılmasını gerektiren bir aktivite olarak düşünülebilir.

Bireyler değişken kavramını bilinmeyen, genelleştirilmiş sayılar, sabit sayılar gibi kullanımlarıyla aktarmışlardır. Değişken kavramını 'bilinmeyen' 'x' ifadeleriyle açıklamışlardır.Değişken kelimesi kullanılmamakla birlikte bilinmeyen olarak anlamlandırmaları bazı söylemlerinde sözlük anlamını düşünerek açıklamakta ve bilinmeyeni oluşturan sayı kümeleri içerisinden değişkeni oluşturan herhangi bir sayı olarak değil, çözümü bilmedikleri için bilinmeyen olan ve belirli bir sayıyı temsil eden harfli sembol yerine kullanmaktadırlar.Yani bu düzeydeki öğrencilerden üç gruptaki altı öğrenci değişken anlamı oluşturulabilirken, iki gruptaki öğrenciler henüz 'bilinmeyen' kullanımında ifade ettikleri değişkenin problem durumunu ifade eden sayılar kümesinden herhangi biri olarak düşünülmesi bilgisine ulaşabilmiş değillerdir.

Bulgulara dair bilgi ve yorumları dikkate alacak olursak özellikle kullanma ve oluşturmadaki epistemik eylemlerin gerçekleştirilmesi için, bilgilerin düzenlenerek yeniden yapılandırılmasına yönelik aritmetikten genelleme yapmayı kolaylaştıracak geliştirici deneyimler içeren bağlamlar kullanılmalı ve cebiri klasik bir yöntemle yeni doğrudan soyut bir konu olarak aktarmak yerine, ihtiyaç duyularak oluşturulan diğer matematiksel bilgilerle bağlantılı nesne ve süreçleri genellemelerine imkan veren etkinliklerle keşfettirilmelidir.

Yaptığımız araştırma sonucunda ulaştığımız sonuçlar ; RBC Teorisi açısından diğer çalışmalarla benzer araştırma yöntemi ve analiz sürecini göstermekte olup uygulamada etkili bir teori olduğunu bulgulara göre söylemek mümkündür.Değişken kavramı açısından 2005 ve 2019 yılları arasındaki çalışmaların sonuçlarıyla; daha sade yazımında hata,değişken olarak anlamlandırmada yaşanan problemler, harfli sembolün farklı kullanımlarını fark edememe, örüntü kavramıyla ilişkilendirmeyi önemseme, problemin bağlam içerisinde sunulmasının gerekliliği, değişken üzerine açıklama yapmama veya sınırlı açıklamaların yapılması, harfli sembolün bilinmeyen olarak anlamlandırılması yönüyle diğer çalışmalarla benzerlik gösterdiğini söylemek mümkündür.Çalışmanın sonuçları, değişken kavramının soyutlama sürecinin incelenmesinin önemli olduğu vurgular, işlemsel soyutlama kadar kavramsal soyutlamanın da önemli olduğunu destekler ve değişkeni içeren yapıların yalnızca bireylere sembolik biçimsel bir dil olarak aktarılmasını reddeder niteliktedir.

Bu çalışma bilginin oluşturulmasına dair süreçte değişken kavramı ile RBC Teorisi kapsamında ulaştığı bulgular, tanıma, kullanma ve oluşturma bölümlerine dair analiz ve eylemlerin aktarılması ile kavramın oluşturulma sürecinin izlenmesi cebir alanında yapılacak olan çalışmalara katkı sunacaktır.İleriki çalışmalarda; bu kavram RBC+C Teorisi kapsamında incelenip bu kavramın pekiştirilmesi eylemine yönelik bulgular ortaya konulabilir, değişken kavramını soyutlama düzeyi ile polinom, ikinci dereceden denklemler konularını soyutlama düzeyleri arasında bir ilişki olup olmadığı incelenebilir.İkili gruplar yerine sınıf tartışmaları üzerinden yürütülebilir değişkenin farklı kullanımlarıyla soyutlanması üzerine müfredat, kitap incelemeleri araştırılabilir.Matematikte temel kabul edilen diğer kavramlar RBC teorisi ile incelenerek soyutlamaya yönelik eylemler aktarılabilir.

Önemini araştırma sonrasında kavrayabildiğim bir nokta da ; cebir konusuna olan önyargıyı kırmak adına değişken kavramının öğretimine yönelik özen gösterilmeli, süreç dinamik olarak takip edilerek bu temel bilginin her birey tarafından doğru bir şekilde oluşturulması adına yöntem, program ve sosyokültürel ortam dahilinde desteklenmelidir.Dede (2005)’e göre matematik eğitimi programında değişken kavramı özenli olarak ele alınmalı, günlük hayattan gerçekçi bağlamlarla genelleme yapmalarına imkan verecek düzeyde olmalıdır.

Tanıma ve kullanma eylemini gerçekleştirmiş ancak oluşturma eylemine ait aktiviteleri gerçekleştirmede sorun yaşayan bireyler için değişken kavramını işlemsel ve kavramsal düzeyde soyutlayabilmelerine olanak sağlayan problem durumlarıyla karşılaşmaları sağlanarak oluşturma düzeyinde soyutlamaya yönelik eylemleri üzerinde durulmalıdır.Sadece oluşturma epistemik eyleminden sonra değil her düzeyde kavramsal olarak tanıma anlamlandırma ve oluşturmaya temel oluşturulacak yapıları kullanmalarına yönelik pekiştirme etkinlikleri yapılmalıdır.

KAYNAKÇA

Akgün, L.(2006).Cebir ve değişken kavramı üzerine, *Journal of Qafqaz University*, 17.

Akgün, L. (2009).8.Sınıf öğrencilerinin sözel problemler ve değişken kavramı arasında ilişki kurabilme becerileri. *Mersin Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, Cilt 5, Sayı 2, ss. 275-284.

Akkan, Y., Baki, A. ve Çakıroğlu, Ü. (2011). Aritmetik ile cebir arasındaki farklılıklar : cebir öncesinin önemi. *İlköğretim Online, 10*(03), 812-823.

Akkaya, R. (2010). *Olasılık Ve Istatistik Öğrenme Alanındaki Kavramların Gerçekçi Matematik Eğitimi Ve Yapılandırmacılık Kuramına Göre Bilgi Oluşturma Sürecinin Incelenmesi.* Doktora Tezi, Uludağ Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü. Bursa.

Akkaya, R. ve Durmuş, S.(2006). İlköğretim 6-8. sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanındaki kavram yanılgıları, *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fak. Dergisi*, 31, 1-12.

Akkuş Çıkla, O. (2004). *The Effects Of Multiple Representations-Based Instruction On Seventh Grade Students' Algebra Performance, Attitude Toward Mathematics, And Representation Preference*.Doktora Tezi.Orta Doğu Teknik Üniversitesi.Ankara

Altun M.(2008).*İlköğretim ikinci kademe (6, 7 ve 8. sınıflarda) matematik öğretimi*. Bursa: Aktüel yayınları

Altun, M. (2014). *Liselerde matematik öğretimi [Mathematics teaching in high schools]*. Bursa, Turkey: Aktüel yayınları.

Altun, M., ve Sezgin Memnun, D. (2012). Rbc+c modeline göre doğrunun denklemi kavramının soyutlanması üzerine bir çalışma: özel bir durum çalışması.*Uluslararası Cumhuriyet Eğitim Dergisi*, 1 (1), 17-37.

Altun, M. ve Yılmaz, A. (2008). Lise Öğrencilerinin Tam Değer Fonksiyonu Bilgisini Oluşturma Süreci.*Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi Dergisi*, 41(2), 237-271.

Altun, M., ve Yılmaz, A. (2010). Lise öğrencilerinin parçalı fonksiyon bilgisini oluşturma ve pekiştirme süreci. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi* 23 (1), 311-337.

Armstrong, B. (1995). Teaching patterns, relationships, and multiplication as worth while mathematical tasks. *Teaching Children Mathematics*,1(7), 446-450.

Bateman, M. (1997). *The Mathematics Learning Experiences Of Four Immigrant Students.* Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, The University of Western Ontario, Canada.

Battista, M.T. (1995).*Considerations For Developing A First Course In Algebraic Thinking.*Yayımlanmamış Doktora tezi. Kent State University, Kent, OH.

Bikner-Ahsbahs, A. (2004). Towards the emergence of constructing mathematical meanings. *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 2*, 119-126.

Boyer, C. B. (1991). *A History of Mathematics.*New York, NY: Wiley.

Boz, N.(2004).Öğrencilerin hatasını tespit etme ve nedenlerini irdeleme. *XIII. Ulusal Eğitim Bilimleri Kurultayı.*

Budiarto, M. T., Budi Rahaju, E. ve Hartono, S. (2017). Students' abstraction in re-cognizing, building with and constructing a quadrilateral. *Educational Research and Reviews, 12*(7), 394-402 , DOI: 10.5897/ERR2016.2977.

Bukova-Güzel, E. (2007). The effect of a constructivist learning environment on the limit knowledge among mathematics student teachers.*Educational Sciences: Theory & Practice*, 7, 1155–1198.

Can, M. (2011). Matematiksel soyutlama ve soyutlamanın indirgenmesi.Yüksek Lisans Tezi.YıldızTeknikÜniversitesi.Erişimadresi:https://tez.yok.gov.tr/UlusalTezMerkezi/

Cooper, T., Boulton-Lewis, G., Athew, B., Wilssi L., ve Mutch, S.(1997). The transition arithmetic to algebra: Initial understandings of equals, operations and variable. *International Group for the Psychology of Matematics Education*, 21(2), 89-96.

Çelik, D. ve Güneş, G. (2013).Farklı sınıf düzeyindeki öğrencilerin harfli sembolleri kullanma ve yorumlama seviyeleri.*Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*. 13(2). 1157-1175

Davydov, V.(1990).Soviet studies in mathematics education: (2.Baskı).(Ed.J. Kilpatrick), Types of generalization in instruction : Logical and psychological problems in the structuring of school curricula. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Dede, Y., ve Argün, Z. (2003). Cebir, öğrencilere niçin zor gelmektedir?. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi,* 24(24).

Dede, Y. (2005). Değişken kavramı üzerine. *Kastamonu Eğitim Fakültesi Dergisi, 13*(1), 139-148.

Demana, F. ve Leitzel, J. (1988). Establishing fundamental concepts through numerical problem solving, In A.F. Coxford(Ed.), The ideas of algebra, K-12,(pp.61-68), Reston, VA: NCTM.

Didiş Kabar, M. G. (2018). Secondary school students' conception of quadratic equations with one unknown. *International Journal For Mathematics Teaching And Learning, 19*(1), 112-128.

Dogbey, J. (2016). Using variables in school mathematics: do school mathematics curricula provide support for teachers? *International Journal of Science and Mathematics Education, 14*(6), 1175-1196 DOI 10.1007/s10763-015-9643-4.

Dominguez, A. (2001). College Algebra Students' Understanding of the Concept of Variable. School of Syracuse University. ProQuest Dissertations and Theses veri tabanından erişildi. (UMI No 301914)

Dooley, T. (2012). Constructing and consolidating mathematical entities in the context of whole-class discussion.In J. Dindyal, L. P. Cheng & S. F. Ng (Eds.), Mathematics education: Expanding horizons (Proceedings of the 35th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia). Singapore: MERGA.

Dreyfus, T. ve Kidron, I. (2004). Constructing knowledge about the bifurcation diagram: epistemic actions and parallel constructions. *The 28th International Conference Of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 3*.

Dreyfus, T., Hadas, N., Hershkowitz, R., ve Schwarz, B. (2006). Mechanisms for consolidating knowledge constructs. *Proceedings of the 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 2*, 465-472.

Dreyfus, T., ve Schwarz, B. (2007). Abstracting processes, from individuals' constructing of knowledge to a group's "Shared Knowledge". *Mathematics Education Research Journal, 19*(2), 41–68.

Dubinksy, E. (2000). Mathematical literacy and abstraction in the 21st century. *School Science and Mathematics, 100*(6), 289-296.

Eisenberg, T. (1991). Functions and associated learning difficulties. In D. Tall (Ed.), Advanced mathematical thinking (140–152). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer.

Eldekci, S. (2018).Matematik eğitimi ögretmen adaylarının kanıt şemalarının ortaya çıkarılması. *Adnan Menderes Üniversitesi Eğitim Fakültesi Eğitim Bilimleri Dergisi*, 9(2), 119-136.

Ely, R. ve Adams, A.E. (2012). Unknown, placeholder, or variable: what is x?. *Mathematics Education Research Journal*.24 19-38.DOI 10.1007/s13394-011-0029-9

Ergül, N. R. (2013). Momentum concept in the process of knowledge construction. *Educational Sciences: Theory & Practice, 13*(3), 1897-1901 ,DOI:10.12738/estp.2013.3.1146.

Glesne, C.(2015). Nitel araştırmaya giriş.(5. Baskı)Ersoy, A. ve Yalçınoğlu, P.(Ed.).Ankara: Anı yayıncılık.

Gray, S. S., Loud, B. J., ve Sokolowski, C. P. (2007, February).College students' difficulties in using variables as changing quantities. *Paper presented at the annual conference of the Research on Undergraduate Mathematics Education Special Interest Group of the Mathematical Association of America*, San Diego, CA.

Gray, S. S., Loud, B. J., ve Sokolowski, C. P. (2009). Calculus students' use and interpretation of variables: Algebraic vs. arithmetic thinking. *Canadian Journal of Science Mathematics and Technology Education*, 9 (2), 59-72.

Güler, H. K., Arslan, Ç. (2017). Consolidation of similarity knowledge via pythagorean theorem: a turkish case study. *Acta Didactica Napocensia, 10*(2), 67-79.

Hart, K. M., Brown, M. L., Kerslake, D. M., Küchemann, D. E., ve Ruddock, G.(1985). Chelsea diagnostic mathematics tests: teacher's guide. Berkshire:NFER-NELSON.

Harvey, J. G., Waits, B. K. ve Demana, F.D. (1995). The influence of technology on the teaching and learning of algebra. *Journal of Mathematical Behavior,* 14(1),75-109.

Hassan, I., ve Mitchelmore, M. (2006). The role of abstraction in learning about rates of change.In P. Grootenboer, R. Zevenbergen, ve M. Chinnappan (Eds.), Identities, cultures and learning spaces.*Proceedings of the 29th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia,* (278–285). Adelaide, Australia: MERGA.

Hershkowitz, R., Hadas, N. (2007). Abstracting processes, from individuals' constructing of knowledge to a group's "Shared Knowledge". *Mathematics Education Research Journal, 19*(2), 41-68.

Hershkowitz, R., Schwarz, B. B., ve Dreyfus, T. (2001). Abstraction in context: Epistemic actions. *Journal for Research in Mathematics, 32*(2), 195-222.

Hersovics, N. (1989). Cognitive obstacles encountered in the learning of algebra. In S.Wagner & C.Kieran (Eds.), Research issues in the learning and teaching of algebra, (pp. 60-92). Reston,VA: NCTM, Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

Katrancı, Y. (2010).*Olasılığın Temel Kuralları Bilgisinin Yapılandırmacı Kurama Göre Oluşturulması Sürecinin İncelenmesi*. Yüksek Lisans Tezi, Uludağ Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü. Bursa.

Kaya, D. (2015). *Çoklu Temsil Temelli Öğretimin Öğrencilerin Cebirsel Muhakeme Becerilerine, Cebirsel Düşünme Düzeylerine Ve Matematiğe Yönelik Tutumlarına Etkisi Üzerine Bir İnceleme*. Doktora Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü. İzmir

Kieran, C. (1990). Cognitive processes involved in learning school algebra. In P. Nesher & J. Kilpatrick (Eds.), Mathematics and cognition, (pp. 96-112). Cambridge:Cambridge University Pres.

Kieran,C. (1992). The learning and teaching of school algebra. In D.A. Grouws (Eds.). Handbook of research on mathematics teaching and learning, (pp.390-419). New York: Macmillan.

Klanderman, D. B. (1996). Preservice teachers'levels of understanding variables and functions within multiple representational modes. Yayımlanmamış doktora tezi, Northern Illinois University

Knuth, E. J., Alibali, M. W., McNeil, N.M., Weinberg, A. ve Stephens, A.C. (2005). Middle school students’ understanding of core algebraic concepts: Equality & variable. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 37(1), 68-76

Küchemann, D. (1998). Algebra.In Hart, K. M., Brown, M. L., Kerslake, D. M., Küchemann, D. E., ve Ruddock, G. (Eds.). Children’s Understanding Of Mathematics: 11-16. London: Athenaeum Press Ltd.

Leont’ev, A.N.(1998). The problem of activity in psychology.In J.v. Wertsch (Ed.).The concept of activity in soviet psychology (37-71).New York, NY: Sharpe.

Lin, L. Y. (1994). The understanding of algebra of secondary students in Hong Kong. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, The University of Hong Kong, Hong Kong.

Linchevski, L. ve Hersovics, N. (1994). “Cognitive obstacles in pre-algebra”. *Proceedings of the 18th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 3, 176-183.

Linchevski, L. ve Hersovics, N. (1996). Crossing the cognitive gap between arithmetic and algebra: Operating on the unknown in the context of equations. Educational Studies in Mathematics, 30, 38–65.

Linsell, C., Cavanagh, M., ve Tahir, S. (2013). Using meaningful contexts to promote understanding of pronumerals.*The Australian Mathematics Teacher*.69(1).33-40

Mason, J. (1996). Expressing generality and roots of algebra. In N. Bednarz, C. Kieran, & L. Lee (Eds.). Approaches to algebra, (pp.65-111). London: Kluwer Academic Publishers.

Mbonambi M. S. ve Bansilal S. (2014) Comparing Grade 11 Mathematics and Mathematical Literacy Learners' Algebraic Proficiency in Temperature Conversion Problems. A*frican Journal of Research in Mathematics*, Science and Technology Education.18:2, 198-209, DOI: 10.1080/10288457.2014.929247

Melillo, J. A. (1999). An analysis of students' transition from arithmetic to algebraic thinking.Erişimadresi:https://search.proquest.com/docview/304522812?accountid=15310

Mercer, N. (1995). The guided construction of knowledge. Talk amongst teachers and learners. Clevedon, UK: Multilingual matters.

Mercer, N. (1996). The quality of talk in children's collaborative activity in the classroom.Learning and Instruction, 6(4), 359-377.

Milli Eğitim Bakanlığı (MEB). (2018) Matematik dersi öğretim programi (İlkokul ve Ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. Sınıflar) Erişim adresi: http://mufredat.meb.gov.tr/Dosyalar/201813017165445-MATEMAT%C4%B0K%20%C3%96%C4%9ERET%C4%B0M%20PROGRAMI%202018v.pdf

Mitchelmore, M., White, P. (2004). Abstraction in mathematics and mathematics learning. *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 3*, 329-336.

Monaghan, J., Özmantar, M. F. (2004). Abstraction and consolidation. *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 3*, 353-360.

National Council of Teachers of Mathematics. (1991). Professional standards for teaching mathematics. Reston, Va: NCTM.

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). Principles and standards for school mathematics. Reston, VA: NCTM.

Ohlsson, S.(1993). Abstract schemas. *Educational Psychologist,* 28(1),51-66.

Özgeldi, M. (2013). Interpretation of unknown and variable prior to formal algebraic instruction. *Kastamonu Eğitim Dergisi.*21(4). 1317-1326

Özmantar, M. F., Roper, T. (2004). Mathematical abstraction through scaffolding. *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 3*, 481-488.

Philipp, R. A. (1992). The many uses of algebraic variables. *Mathematics Teacher,* 85(7), 557-561.

Reconceptualising School Algebra, Algebra Rationale. (1997). Erişim adresi: http://academic.sun.ac.za/mathed/MALATI/Rational.pdf

Schoenfeld, A. ve Arcavi, A. (1988). On the meaning of variable. *Mathematics Teacher.*, s. 420-427.

Schwarz, B., Dreyfus, T., Hadas, N. ve Hershkowitz, R. (2004). Teacher guidance of knowledge construction. *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 4*(12), 169-176.

Sezgin Memnun, D. (2011). *İlköğretim Altıncı Sınıf Öğrencilerinin Analitik Geometrinin Koordinat Sistemi Ve Doğru Denklemi Kavramlarını Oluşturması Süreçlerinin Araştırılması.*Yayınlanmış Doktora Tezi. Bursa: Uludağ Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Sezgin Memnun, D. , Aydın, B., Erdoğan,G. ve Özbilen, Ö. (2017). The abstraction process of limit knowledge. *Kuram Ve Uygulamada Eğitim Bilimleri, 17*(2), 345-371, DOI 10.12738/estp.2017.2.0404.

Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics*, 21, 1-36.

Sfard, A. (1995). The development of algebra: Confront historical and psychological perspectives.*Journal of Mathematical Behavior,* 14, 15-39.

Sokolowski, C. P. (1997). *An Investigation Of College Students' Conceptions of Variable in Linear Inequality.*Yayımlanmamış Doktora Tezi, Boston University, USA.

Stacey, K.ve Macgregor, M. (1997). Building foundations for algebra. *Mathematics in the Middle School*, 2, 253 – 260.

Stacey, K. ve MacGregor, M. (1999). Ideas about symbolism that students bring to algebra.In B. Moses (Ed.), Algebraic Thinking, grades K-12: readings from NCTM's school-based journals and other publications, (pp. 308-312). Reston, VA: NCTM.

Stacey, K. ve Macgregor, M. (2000). Learning the algebraic method of solving problems. *Journal of Mathematical Behaviour,* 18(2), 149-167.

Subramaniam, K. ve Banerjee, R. (2004).Teaching arithmetic and algebraic expressions.*Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*.3 121-128

Sutherland, R. ve Rojano, T. (1993). Spreadsheet approach to solving algebraic problems. *The Journal of Mathematics Behavior*, 12(4), 353-383.

Swadener, M. ve Soedjadi, R. (1988). Values, mathematics education and the task of developing pupils' personalities: An Indonesian perspective. Educational Studies In Mathematics, 19(2), 193-208.

Şimşek, B. ve Soylu, Y. (2018). Ortaokul 7. Sınıf öğrencilerinin cebirsel ifadeler konusunda yaptiklari hatalarin nedenlerinin İncelenmesi. *Uluslararası Sosyal Araştırmalar Dergisi / The Journal of International Social Research.* 11(59) http://dx.doi.org/10.17719/jisr.2018.2693

Tabach, M. ve Friedlander, A. (2003)."The role of context in learning beginnig algebra".*Proceedings of the Third Conference of the European Society for Research in Mathematics Education*, Bellaria, Italia.

Tall, D. (1992). The transition to advanced mathematical thinking: Functions, limits, infinity and proof. Edt. D. Grouws, Handbook of research on mathematics teaching and learning, (pp.495-514). Macmillan Publishing Company, Newyork

Tsamir, P., ve Dreyfus, T. (2002). Comparing infinite sets – a process of abstraction – the case of Ben. *Journal of Mathematical Behavior* 21, 1-23.

Ulaş, T. (2015). *Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Özdeşlik Kavramını Oluşturma Süreçlerinin İncelenmesi.* Yüksek Lisans Tezi, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü. Eskişehir.

Ursini, S. ve Trigerous, M (2001). A model for the uses of variable in elementary algebra. In Van den Heuvel-Panhuizen M. (Ed.).*Proceedings of the XXV PME International Conference*. Utrecht, Neatherlands, 4, 327-334.

Usiskin, Z. (1997). Doing algebra in grades K-4. In B. Moses (Eds.). Algebraic thinking, grades K-12, (pp.5-7). Reston, VA: NCTM.

Usiskin, Z. (1988).Conceptions of school algebra and uses of variables. In A. Coxford ve A. P. Schulte (Eds.),The Ideas of Algebra, K-12 (1988 Yearbook: pp. 8-19). Reston, VA: NCTM.

Van Amerom, B. (2002). *Reinvention of early algebra: Developmental research on the transition from arithmetic to algebra*. Yayımlanmamış Doktora tezi, University of Utrecht, The Netherlands.

Vance, J.H. (1998).Number operations from an algebraic perspective.Teaching Children Mathematics, 4, 282-285.

Wyllie, R. J. (1996). *The Effects Of Implementing A Supplemental Research-Based Instructional Unit On Students' Cognitive- Related Obstacles Associated With Linear Equation.*Yayımlanmamış Doktora Tezi, Northern Illinois University (Umi Number: 9716568).

Yeşildere, S. (2006). *Farklı Matematiksel Güce Sahip Ilkögretim 6, 7 Ve 8. Sınıf Ögrencilerinin Matematiksel Düşünme Ve Bilgiyi Oluşturma Süreçlerinin Incelenmesi.* Doktora Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü. İzmir.

Yeşildere, S. ve Türnüklü, E. B. (2008).İlköğretim sekizinci sınıf öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerinin matematiksel güçlerine göre incelenmesi [Examining of abstraction processes of eighth grade students according to mathematical force]. *Uludağ University Journal of Education Faculty*, 21(2), 485–510.

Yeşildere İmre, S. ve Türnüklü, E.(2016). RBC soyutlama teorisi.*Matematik Eğitiminde Teoriler* (Ed.Bingölbali, E.,Arslan, S. ve Zembat, İ. Ö.).Ankara: Pegem akademi.

Yıldırım, A. ve Şimşek, H.(2016).Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri (10. Baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık.

EKLER

EK-1 Chelsea Tanılayıcı Cebir Testi

Sevgili öğrenci,
Bu test genel cebir konularını kapsayan 22 sorudan oluşmuştur. Bazı sorular bir ya da birkaç soru içermektedir. Lütfen tüm soruları cevaplamaya çalışınız.
Sınav süresi 60 dakikadır. Başarılar…

1) Belirtilenlere göre aşağıdaki boşlukları doldurunuz.

a) $x \longrightarrow (x+2)$

$6 \longrightarrow$ ....

$r \longrightarrow$ ....

b) $x \longrightarrow (4x)$

$3 \longrightarrow$ ....

2) Aşağıdakilerden en küçük ve en büyük olanı yazınız.

$n+1$, $n+4$, $n-3$, n, $n-7$

<u>en küçük</u>	<u>en büyük</u>
…………	…………

3) Hangisi daha büyüktür? $2n$ ya da $n+2$?

Yanıtınızı açıklayınız……………………………………………………………………………………

4) **a)** n'ye 4 eklendiğinde **"$n+4$"** olarak yazılır. Aşağıdaki ifadelerin her birine 4 ekleyiniz.

8	$n+5$	$3n$
………………	………………	………………

b) n 4 ile çarpıldığında **"$4n$"** olarak yazılır. Aşağıdaki ifadelerin her birini 4 ile çarpınız.

8	$n+5$	$3n$
………………	………………	………………

5) $a+b = 43$ ise $a+b+2 =$..........

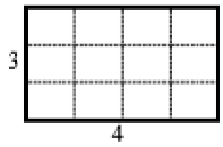
$n-246 = 762$ ise $n-247 =$..........

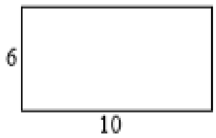
$e+f = g$ ise $e+f+g =$..........

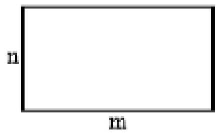
6) $a+5=8$ ise a nedir? …………

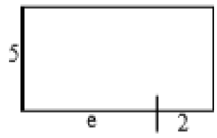
$b+2$, $2b$'ye eşit ise b nedir? …………

7) Aşağıdaki şekillerin alanı nedir?



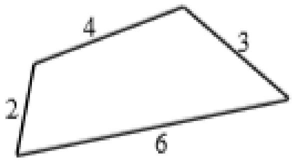




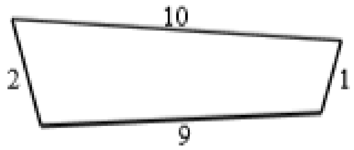


Alan=……… Alan=……… Alan=……… Alan=………

8) Yandaki şeklin çevresi, 6+3+4+2=15'tir.

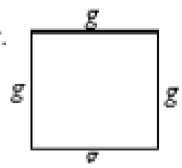


Buna göre, aşağıdaki şeklin çevresi nedir?

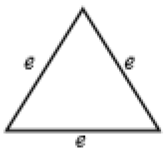


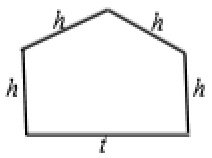
Çevre=…………………………

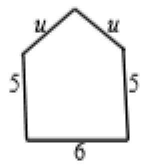
9) Yandaki karenin kenar uzunluğu *g* birimdir.
Bu karenin çevresi, *Ç*=4*g*



Buna göre aşağıdaki şekillerin çevrelerini nasıl yazarız?







Bir kısmı çizilmeyen yandaki şeklin toplam n kenarı vardır ve her bir kenar uzunluğu 2 cm dir

Çevre=……… Çevre=……… Çevre=……… Çevre=………

10) Kırtasiyede satılan bilgisayar dergilerinin tanesi 8, müzik dergilerinin tanesi 6 liradır.

b harfi satın alınan bilgisayar dergilerinin sayısını, m harfi de müzik dergilerinin sayısını gösteriyorsa ;

$8b+6m$ neyi gösterir?..

Toplam kaç tane dergi alınmıştır?..

11) Eğer, u=v+3 ve v=1 ise u=?.............................

Eğer, m=3n+1 ve n=4 ise m=?..........................

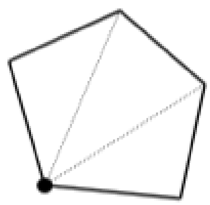
12) Eğer Özlem'in Ö, Atakan'ın da A kadar misketi varsa ikisinin sahip olduğu toplam misket miktarını nasıl yazarsınız?...

13) $a+3a$ ifadesi sade haliyle $4a$ olarak yazılır.
Buna göre; aşağıdaki ifadeleri yazılabiliyorsa sade halleriyle yazınız.

$2a+5a=$……………………..	$3a-(b+a)=$…………………………
$2a+5b=$……………………..	$a+4+a-4=$…………………………
$(a+b)+a=$…………………..	$3a-b+a=$…………………………..
$2a+5b+a=$……….. ………..	$(a+b)+(a-b)=$………………………
$(a-b)+b=$……………………	

14) Eğer, r = s+t ve r+s+t = 30 ise r =…………………

15) Yandaki gibi bir şekilde köşegen sayısı kenar sayısından 3 çıkarılarak bulunabilir. Buna göre; 5 kenarlı bir şeklin 2 köşegeni vardır.



57 kenarlı bir şeklin……………………köşegeni vardır.

k kenarlı bir şeklin…………………....köşegeni vardır.

16) Eğer, c+d = 10 ve c, d'den küçük ise c =………………

17) Ahmet'in haftalık kazancı 20 liradır ve fazla mesai yaptığı her saat başına 2 lira daha almaktadır.

Eğer s harfi yapılan fazla mesai saatini ve k harfi de Ahmet'in toplam kazancını gösteriyorsa; s ile k arasındaki ilişkiyi gösteren bir denklem yazınız:...

Eğer Ahmet 4 saat fazla mesai yaparsa, toplam kazancı ne olur?..................................

18) Aşağıdaki ifadeler ne zaman doğrudur? Her zaman, Asla, Bazen?
Doğru yanıtın altını çiziniz. Yanıtınız "Bazen" ise ne zaman olduğunu açıklayınız.

A+B+C = C+A+B	Her zaman	Asla	Bazen…………………………………………..
L+M+N = L+P+N	Her zaman	Asla	Bazen…………………………………………..

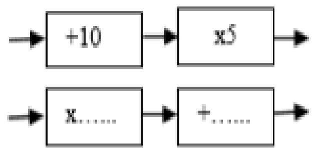
19) a = b+3 iken b 2 artırıldığında a ne olur?...

f = 3g+1 iken g 2 artırıldığında f ne olur?...

20) Isırgan büfede kekler k liraya, börekler b liraya satılmaktadır. Eğer 4 kek, 3 börek alırsam. 4k+3b ifadesi ne anlama gelir?...

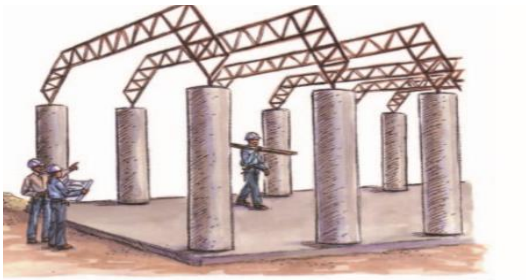
21) Kırtasiyede satılan mavi kalemlerin her biri 5, kırmızı kalemlerin her biri 6 liradır. Biraz mavi ve kırmızı kalem alırsam, toplam 90 lira ödüyorum. Eğer m alınan mavi kalem sayısını, k alınan kırmızı kalem sayısını gösteriyorsa, m ve k hakkında ne yazabilirsiniz?...

22) Yandaki makineyi herhangi bir sayı ile besleyebilirsiniz.
Aynı etkiye sahip başka bir makine bulabilir misiniz?



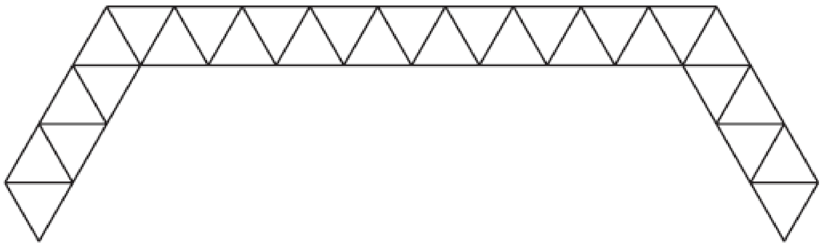
EK-2 Çalışma Yaprağı

ÇALIŞMA YAPRAĞI

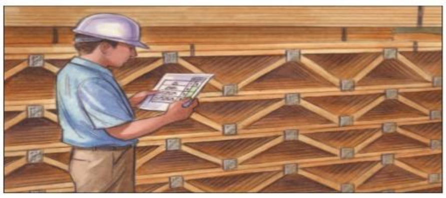


1. Film setinin bir parçası için kullanılacak olan büyük bir binada inşaat çalışmaları başlatılmıştır. İnşaatta kirişler kullanılmaktadır.

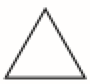
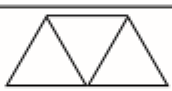
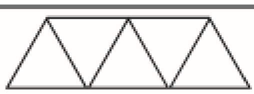
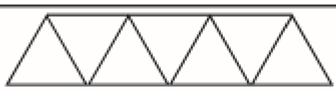
Her kiriş küçük çubuklardan yapılır. Kirişlerin uzunluğu farklı olabilir. Kirişin uzunluğu, alt kenarındaki çubukların sayısıdır.



Selim, bu kirişlerin yapıldığı fabrikada çalışmaktadır. Farklı kiriş uzunlukları için gerekli toplam çubuk sayısını bulmakla ilgilenmektedir.



Selim, farklı kiriş uzunluklarında çubuk sayısı için bir tablo hazırlamaya başlamıştır. Bu tabloda ilk kısımdaki sayılar kiriş sayısını ifade ederken ikinci kısma yerleştirilecek olan sayılar kirişi oluşturan çubuk sayısını ifade etmektedir.

	1	3
	2	
	3	
	4	

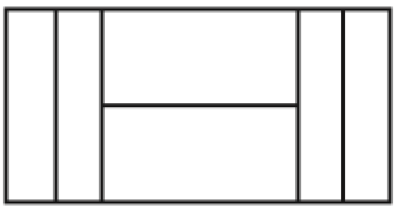
a) Tabloları doldurarak numaraları nasıl bulduğunuzu açıklayın.

b) Uzunluğu 5 olan bir kiriş oluşturmak için çubuklar kullandığımızda kaç çubuk gerekir? Kirişin şeklini çiziniz.

c) Uzunluğu 6 olan bir kiriş için toplam çubuk sayısını nasıl bulabilirim? Uzunluğu 10 ise kaç tane çubuk gerekir ?

d) Selim uzunluğu 50 olan bir kiriş için toplam çubuk sayısını nasıl bulur? Selim'e herhangi bir uzunluktaki bir kiriş için toplam çubuk sayısını verecek doğrudan bir formül bulunuz.

1. Film sahnesi tasarımcısı Mete'nin , bir malikaneyi çevreleyen geniş bahçe için bahçe duvarlarına ihtiyacı var. Duvarlar için kullandığı temel desen bu şekilde yer almaktadır.



a) Bu desenin oluşturduğu şekillerin uzun ve kısa kenarını ifade eden bir formül oluşturunuz.

b) Bu desenin iki kere yerleştirilmesiyle oluşan şeklin bir çizimini yapın.

c) Bir bahçe duvarı için Mete , bu desenin 50 katına ihtiyaç duyacağını düşünüyor.Bunun için aşağıdaki formülü kullanacaktır.

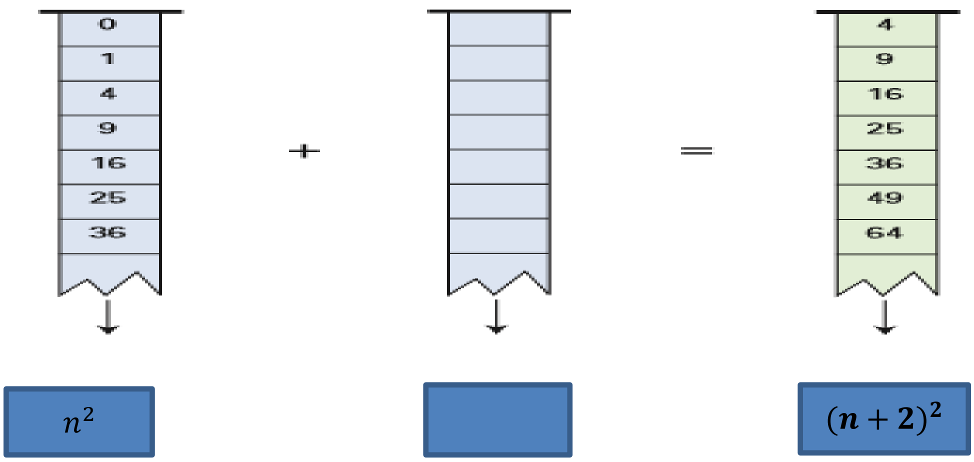
Toplam Tuğla Sayısı= 100b+200a

Bu formüldeki harfleri ve sayıları açıklayın.

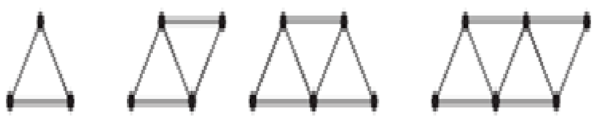
e) Formülü parantez kullanarak farklı bir şekilde yazın.

f) Mete'nin bu bahçe duvarı için toplam kaç tuğla ihtiyacı var?

3.Lara aşağıdaki şekilde ikinci şekildeki kutucukları oluşturan örüntü sayılarını nasıl elde edebilir? İkinci şekildeki kutucukları doldurunuz.



4. Aşağıdaki çubukların birleştirilmesiyle oluşan şekil örüntülerini inceleyiniz.



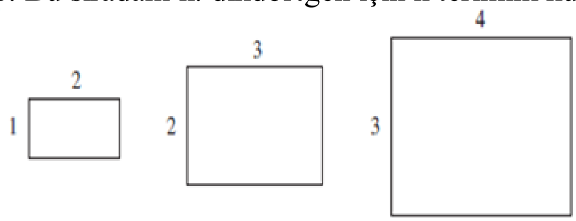
a) Örüntüyü ifade eden sayıları sıralayınız.

b) Bir sonraki şekilde kaç çubuk olacağını ifade ediniz.Şekli çiziniz.

c) Verilen örüntüde 20. Şekildeki çubuk sayısını nasıl bulabiliriz açıklayınız .

5. Çemberin çevresi Ç= 2πr formülü ile ifade edilmektedir. Bu formüldeki r nin değerini bulabileceğimiz bir denklem yazınız. ‘r’ ne anlama gelmektedir açıklayınız.

6. Bu sıradaki n. dikdörtgen için n terimini kullanarak bir kural oluşturunuz.



7. Ortalama ‘M’ ile ifade edildiğinde p,q,r,s sayılarının ortalamasını ifade eden formülü yazınız.

EK-3 Araştırma İzni

T.C.
BOLU VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı : 39307281-605.01-E.9677893 17/05/2018
Konu : Araştırma İzin İstemi
(Sultan ELDEKCİ)

VALİLİK MAKAMINA

İlgi : a)Milli Eğitim Bakanlığının 22.08.2017 tarih ve 35558626-10.06.01-E.12607291 (2017/25) sayılı genelgesi
b)Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğünün 11.05.2018 tarih ve 26073066-605.01-E.5471 sayılı yazısı

Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bilim Dalı, Matematik Eğitimi Bilim Dalı tezli yüksek lisans programı öğrencisi Sultan ELDEKCİ' nin "7. Sınıf Düzeyindeki Ortaokul Öğrencilerinin Değişken Kavramını Soyutlama Süreçlerinin RBC Modeli İle Ortaya Çıkarılması" konulu tez çalışmasına veri sağlamak amacıyla 15 Temmuz Şehitler İmam Hatip Ortaokulu, Cumhuriyet Ortaokulu ve Atatürk Ortaokulu'nda ekte belirtilen ölçme araçlarını uygulama isteğine ilişkin ilgi yazısı incelenmiştir.

Söz konusu uygulamanın; Türkiye Cumhuriyeti Anayasası, Milli Eğitim Temel Kanunu ile Türk Milli Eğitiminin genel amaçlarına uygun olarak yürürlükte olan tüm yasal düzenlemelerde belirtilen hüküm, esas ve amaçlara aykırılık teşkil etmeyecek şekilde, denetimi ilgili okul müdürlükleri tarafından gerçekleştirilmek üzere, eğitim öğretimin aksatılmaması kaydıyla ve ilgi (b) genelge doğrultusunda yapılması uygun görülmektedir.

Makamlarınızca da uygun görülmesi halinde olurlarınıza arz ederim.

Yusuf CENGİZ
Milli Eğitim Müdürü

OLUR
17/05/2018

Ahmet ATILKAN
Vali a.
Vali Yardımcısı

Eki:
1- İlgi yazı ve ekleri(24 sayfa)
2- İzin Komisyonu Ön İnceleme Formu

Adres: Aktaş Mah.Şehit Güven Keskin Cad.No:20 Merkez/Bolu
Elektronik Ağ: http://bolu.meb.gov.tr
e-posta: stratejigelistirme14@meb.gov.tr
Bilgi için: S.ÖZKÖK - Memur
Tel: 0 (374) 280 14 43
Faks: 0 (374) 280 14 50

EK-4 Chelsea Tanılayıcı Cebir Testi Kullanım İzni

OA oylum akkus <oylumakkus@gmail.com>

3.4 (Salı) , 11:57

Siz

Tümünü yanıtla

Merhabalar,

Tabi testi kullanabilirsiniz, hic sorun yok. Yalniz testi gelistirmemin uzerinden yaklasik 10 kusur yil gecti. Dolayisiyla bi gecerlik calismasina ihtiyac oldugunu dusunuyorum.

Kolayliklar dilerim,

oylum

2018-04-02 12:04 GMT-07:00 sultan eldekci <eldekci_sultan_06@hotmail.com>:

> Değerli Hocam Merhaba ,
> Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik Eğitimi Yüksek Lisans öğrencisiyim. " 7. Sınıf Düzeyindeki Ortaokul Öğrencilerinin Değişken Kavramını Soyutlama Süreçlerinin RBC Modeli İle Ortaya Çıkarılması " isimli yüksek lisans tez çalışmasını yürütmekteyim. 2004 yılında gerekli çalışmaları yaparak Türkçeye uyarlamış olduğunuz " Chelsea Tanılayıcı Cebir Testini" tez çalışmamda kullanmak istiyorum.Testi tezimde kullanabileceğime dair bir mail ya da yazı gönderirseniz sevinirim. İlginize sonsuz teşekkür eder, şükranlarımı sunarım.

Sultan Eldekci
Abant İzzet Baysal Üniversitesi
Eğitim Bilimleri Enstitüsü
Matematik Eğitimi Yüksek Lisans Öğrencisi

EK-5 Etik Kurul İzni

Abant İzzet Baysal Üniversitesi
Sosyal Bilimlerde İnsan Araştırmaları Etik Kurulu

Sultan ELDEKCİ
Abant İzzet Baysal Üniversitesi
Eğitim Bilimleri Enstitüsü
Matematik Eğitimi ABD

Sayın Sultan ELDEKCİ,

"7. Sınıf Düzeyindeki Ortaokul Öğrencilerinin Değişken Kavramını Soyutlama Süreçlerinin RBC Modeliyle Ortaya Çıkarılması" konulu araştırmanız ile ilgili olarak Abant İzzet Baysal Üniversitesi Sosyal Bilimlerde İnsan Araştırmaları Etik Kuruluna 01.03.2018 tarihli yapmış olduğunuz başvuru 2018/04 ve 27.03.2018 tarihli toplantıda (Protokol NO. 2018/64) kurulumuz tarafından uygun bulunmuştur. Bilgilerinize sunarız.

Prof. Dr. Hamit COŞKUN (Başkan) Prof. Dr. Mehmet ERYİĞİT(Üye)

Prof. Dr. Altay EREN(Üye) Doç. Dr. H. Birol YALÇIN (Üye)

Doç. Dr. Seval ALKOY(Üye) Doç. Dr. Abdullah DURAKOĞLU (Üye)

Av. Zuhal Demirci(Üye)

ÖZGEÇMİŞ

Sultan Eldekci

Doğum Yeri : Ankara
Doğum Yılı: 1994
Mezun olunan ilk ve ortaokul: Zafer İlköğretim Okulu
Mezun olunan lise /Alan : Yavuz Sultan Selim Fen Lisesi / Anadolu Öğretmen Lisesi / Fen Bilimleri
e-posta: eldekci_sultan_06@hotmail.com

EĞİTİM BİLGİLERİ

Üniversite	**Fakülte / Enstitü**	**Öğrenim Alanı**	**Derece**	**Mezuniyet Yılı**
Bolu Abant İzzet Baysal Üniversitesi	Eğitim Bilimleri Enstitüsü	Matematik Eğitimi	Tezli Yüksek Lisans	2019
Abant İzzet Baysal Üniversitesi	Eğitim Fakültesi	İlköğretim Matematik Öğretmenliği	Lisans	2016

AKADEMİK/MESLEKÎ DENEYİM

Kurum/Kuruluş	Bölüm/Birim	Görev Türü	Görev Dönemi
MEB/Yunus Emre Ortaokulu	Matematik	Öğretmen	2016-2017
MEB/İbrahim Baltacı Ortaokulu	Matematik	Öğretmen	2018-2019
MEB/Tuzgölü Anadolu Lisesi	Matematik	Ögretmen	2018-2019

YAYIN BİLGİLERİ

Eldekci, S., “ Ortaokul Matematik Eğitiminde Öğretmen Adaylarının Kanıt Şemalarının Ortaya Çıkarılması”, 2nd International Education Research and Teacher Education Congress (ERTE),TÜRKİYE,13-15 Eylül, 2018 Conference Procedings , p.443

Eldekci, S. (2018).Matematik Eğitimi Ögretmen Adaylarının Kanıt Şemalarının Ortaya Çıkarılması.Adnan Menderes Üniversitesi Eğitim Fakültesi Eğitim Bilimleri Dergisi, 9(2), 119-136

Eldekci, S. ve Durmuş, S.(2019). “RBC Teorisi Kapsamında Değişken Kavramının Soyutlanma Sürecinin İncelenmesi”,6th International Eurasian Educational Research Congress (EJER),ANKARA, 19-22 Haziran, 2019 Abstracts , p.1359-1361