ESKİŞEHİR
ANADOLU ÜNİVERSİTESİ

BİLECİK
ŞEYH EDEBALİ ÜNİVERSİTESİ

Fen Bilimleri Enstitüsü
Matematik Ana Bilim Dalı

ADİ DİFERANSİYEL DENKLEMLER ÖĞRETİMİNDEKİ YAKLAŞIMLAR VE ÖĞRETİM ELEMANI GÖRÜŞLERİ

Ayhan AYDIN
Yüksek Lisans Tezi

Tez Danışmanı
Dr. Öğr. Üyesi Figen UYSAL

BİLECİK, 2019
Ref. No: 10260810

ESKİŞEHİR
ANADOLU ÜNİVERSİTESİ

BİLECİK
ŞEYH EDEBALİ ÜNİVERSİTESİ

Fen Bilimleri Enstitüsü
Matematik Ana Bilim Dalı

ADİ DİFERANSİYEL DENKLEMLER ÖĞRETİMİNDEKİ YAKLAŞIMLAR VE ÖĞRETİM ELEMANI GÖRÜŞLERİ

Ayhan AYDIN
Yüksek Lisans Tezi

Tez Danışmanı
Dr. Öğr. Üyesi Figen UYSAL

BİLECİK, 2019

ESKİŞEHİR
ANADOLU UNIVERSITY

BİLECİK
SEYH EDEBALI UNIVERSITY

Graduate School of Sciences
Department of Mathematics

TEACHING APPROACHES FOR ORDINARY DIFFERENTIAL EQUATIONS AND OPINIONS OF INSTRUCTORS

Ayhan AYDIN
Master's Thesis

Thesis Advisor
Asst. Prof.Dr.Figen UYSAL

BİLECİK, 2019

BİLECİK ŞEYH EDEBALİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

YÜKSEK LİSANS
JÜRİ ONAY FORMU

Bilecik Şeyh Edebali Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulunun 30/05/2019 tarih ve 29-02 sayılı kararıyla oluşturulan jüri tarafından 17/06/2019 tarihinde tez savunma sınavı yapılan Ayhan AYDIN'ın "Adi Diferansiyel Denklemler Öğretimindeki Yaklaşımlar ve Öğretim Elemanı Görüşleri" başlıklı tez çalışması Matematik Anabilim Dalında Yüksek Lisans tezi olarak oy birliği / ~~oy çokluğu~~ ile kabul edilmiştir.

JÜRİ

ÜYE
(TEZ DANIŞMANI) : Dr. Öğr. Üyesi Figen UYSAL

ÜYE: Dr. Öğr. Üyesi Derya ÇELİK (Jüri Başkanı)

ÜYE: Dr. Öğr. Üyesi Başak BARAK

ONAY

Bilecik Şeyh Edebali Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulunun …./…./…..... tarih ve ……………/………… sayılı kararı.

İMZA/ MÜHÜR

TEŞEKKÜR

Tez çalışması başlangıcı olan konu seçimi, yayın hazırlığı ve tez yazımının süreci, araştırma yöntemi ve benzeri tüm aşamalarda değerli bilgilerini benimle paylaşan, kendisine ne zaman danışsam bana zamanını ayıran, kıymetli bilgi, birikim ve tecrübeleri ile yol gösterici ve destek olan değerli hocam ve danışmanım Dr. Öğr. Üyesi Figen UYSAL'a sonsuz teşekkür ve saygılarımı sunarım.

Yüksek Lisans eğitimim sırasında aldığım derslerde yardımcı olan tüm değerli bölüm hocalarıma, tez çalışmaları sırasında değerli görüşlerini paylaşan tüm öğretim üyelerine teşekkür ederim.

İyi bir eğitim alabilmem için her türlü fedakârlığı yapmış olan rahmetli annem ve babama sonsuz minnet ve şükranlarımı sunarım.

Son olarak çalışmalarım sırasındaher zaman beni destekleyen, anlayış gösteren çok değerli eşime ve çocuklarıma sonsuz teşekkürlerimi sunuyorum.

Saygılarımla
Nisan2019

Ayhan AYDIN

BEYANNAME

Bilecik Şeyh Edebali Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Tez Yazım Kılavuzu'na uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmasında, tez içindeki tüm verileri akademik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi, görsel ve yazılı tüm bilgi ve sonuçların akademik ve etik kurallara uygun olarak sunulduğunu, kullanılan verilerde herhangi bir tahrifat yapılmadığını, başkalarının eserlerinden yararlanılması durumunda ilgili eserlere bilimsel normlara uygun olarak atıfta bulunulduğunu, tezde yer alan verilerin bu üniversite veya başka bir üniversitede herhangi bir tez çalışmasında kullanılmadığını beyan ederim.

…/…./ 2019

Ayhan AYDIN

ADİ DİFERANSİYEL DENKLEMLER ÖĞRETİMİNDEKİ YAKLAŞIMLAR VE ÖĞRETİM ELEMANI GÖRÜŞLERİ

ÖZET

Bu tez çalışmasının amacı ülkemizde üniversitelerde lisans ve yüksek lisans düzeyinde görülen adi diferansiyel denklemlerin öğretiminde kullanılan yaklaşımları ve öğrencilerin bu derslerde yaşadıkları zorlukları öğretim elemanlarının görüşlerine dayalı olarak incelemektir. Araştırmanın katılımcıları on farklı devlet üniversitesinin fen, fen-edebiyat, mühendislik ve eğitim fakültelerinde adi diferansiyel denklemler dersini yürüten ya da yürütmüş olan 18 öğretim elemanından oluşmaktadır. Çalışmanın verileri yazılı görüş formu ile toplanmıştır.Yazılı görüş formundan elde edilen veriler betimsel olarak analiz edilmiştir. Öğretim elemanlarının neredeyse tamamının analitik yaklaşımı kullandıkları, derslerinde işlemsel soru tiplerini tercih ettikleri, bir kısmının bilgisayar programı kullandıkları görülmüştür. Buna göre ülkemizde bu sahada kullanılan yaklaşımın analitik yaklaşım olduğu söylenebilir.Öğretim elemanları,diferansiyel denklemler derslerinde öğrencilerin zorluk çekmesinin temel nedeni olarak diferansiyel denklemler için gerekli olan türev, diferansiyel, integral gibi ön koşul olan matematiksel kavramlardaki bilgi eksikliğini belirtmişlerdir. Türev ve integral konu bilgilerinin eksik oluşu nedeniyle öğrencilerin diferansiyel denklemler dersi için hazır bulunuşluk düzeyinin yeterli olmadığı sonucu çıkarılmıştır.

Anahtar Kelimeler: Adi Diferansiyel Denklemler;Öğretim Yaklaşımları.

TEACHING APPROACHES FOR ORDINARY DIFFERENTIAL EQUATIONS AND OPINIONS OF INSTRUCTORS

ABSTRACT

The aim if this thesis is to examine the approaches used in the teaching of ordinary differential equations undergraduate and graduate level in universities in Turkey and the difficulties experienced by students in these courses based onthe views of the instructors. The participants of the study consisted of 18 faculty members who have been or have conducted ordinary differential equations courses in the faculties of science, science-literature, engineering and education of ten different state universities. The data of the study was collected by a written opinion form. The data obtained from the written opinion form were analyzed descriptively. It was seen that almost all of the lecturers used analytical approach, preferred procedural questions in their courses and some of them used computer programs. Accordingly, it can be said that the approach used in this field in our country is analytical approach. The lecturers stated the lackof knowledge in mathematical concepts such as derivative, differential and integral which are necessary for differential equations as the main reason why students have difficulties in differential equations courses. It is concluded that the readiness level of the students for differential equations is not sufficient due to lack of knowledge of derivative and integral subjects.

Key Words: OrdinaryDifferential Equations; Teaching Approaches.

İÇİNDEKİLER

ÇİZELGELER DİZİNİ

Sayfa No

ŞEKİLLER DİZİNİ

Sayfa No

SİMGELER ve KISALTMALAR

IO-DE **:**Inquiry Oriented Differential Equations (Sorgulama merkezli diferansiyel denklemler eğitimi)

RME : Realistic Mathematics Education (Gerçekçi matematik eğitimi)

1. GİRİŞ

Bir topu yerden 1000 metre yükseklikte uçan bir helikopterden düşey olarak aşağıya atıyorsunuz. Yerde bulunan birisinin, eğer mümkünse onu yakalayıp yakalayamacağını merak ediyorsunuz. Gerçek bir hayat problemi olan bu örnekte topun yere düşeceği hızı bulabilmek için matematiksel modellemeye, bu modelleme için ise diferansiyel denklemlere ve çözümlerine ihtiyaç duyulur.Bunun gibi gerçek yaşamda karşılaşılabilecek birçok problemin nedenlerini, günümüze ve geleceğe olan etkilerini incelemek için en iyi yol problemin bilinmeyenleri ile ilgili bir fonksiyon belirleyerek matematiksel model geliştirmektir. Bu matematik modellerin çözüme ulaştırılmasıda karşımıza çıkan sorulara cevaplar bulmada önemlidir.

Gerek bilim ve teknoloji gerekse sosyal alanlarda karşılaşılan problemler adi diferansiyel denklemler yardımı ile modellenmektedir. Başta matematik olmak üzere, fizik, kimya, biyoloji, tıp, mühendislik, astronomi, istatistik, işletme, iktisat, ekonomi, savunma ve psikoloji gibi pek çok alanda adi diferansiyel denklemler önemli bir yer tutar (Mısır, 2016).

Bir fonksiyon ve bu fonksiyonun çeşitli mertebeden türevleri arasındaki ilişkiden oluşan diferansiyel denklem, yükseköğretim matematiğinde önemli kavramlardan biridir. Diferansiyel denklemler kavramı yükseköğretimde lisans ve üzeridüzeyde ele alınan bir alandır. Değişen evreni tanımlamak için sık sık türev içeren bu denklemler kullanılır. Uygulamalı matematik, mühendislik gibi pek çok bilim dalında günlük yaşam problemlerini modellerken kullanılabilen diferansiyel denklemlerin tarihi 17. yüzyıla dayanmaktadır. Cebirsel çözüm yaklaşımı bu yüzyılda ortaya çıkmıştır ve en çok kullanılan yöntemdir. Daha sonra 18. yüzyılda diferansiyel denklemler için sayısal yaklaşımlar ve hesap yöntemleri gelişmeye başlamış, 19. yüzyıl ve sonrasında da grafiksel çözümler keşfedilmiş ve diferansiyel denklemler için geometrik yorumlar yapılarak çözümler üretilmeye çalışılmıştır (Sevimli, 2016).Diferansiyel denklemlerin çözümü için, cebirsel (analitik), nümerik (sayısal) ve nitel (grafiksel) olmak üzere üç yaklaşım söz konusudur (Arslan, 2008).

Uygulamalı bilim dalında öğrenim gören öğrencilerin alanları ile ilgili karşılaştıkları bir problemi çözerken, diferansiyel denklem kavramından nasıl yararlanacakları ve elde edilen çözümü nasıl yorumlayacakları diferansiyel denklemler öğretiminin konusudur. Alan yazında konu ile ilgili araştırmalar oldukça sınırlıdır

(Akkuş, 2014). Yapılan çalışmalar; farklı öğretim yöntemleri kullanılarak konunun öğretimi ve diferansiyel denklemler öğreniminde öğrencilerin karşılaştığı zorluklar ile yapılan hatalar olmak üzere iki başlıkta ele alınabilir.

Geleneksel öğretim yöntemlerine alternatif olarak sorgulama temelli yaklaşımın öne çıktığı görülmektedir (Rasmussen ve Kwon, 2007). Bu yaklaşımöğrencilere sorgulayıcı ve sebeplerini anlamaya çalışan bir matematiksel düşünme yeteneği kazandırmayı amaçlamaktadır.Bunun yanısıraöğrencilere matematiksel fikirleri yorumlama ve üretme, daha sonra öğrencilerindüşünceleri ışığında yeni matematiksel fikirler üretmeleri ve sonra da yenisorular ve problemler için çözümler üretmeleri şeklinde bir çalışmayapılır. Diğer yöntemler olarak, gerçekçi matematik öğretimi (Kwon, 2002), bilgisayar destekli öğretim (Maat ve Zakaria, 2011; Slavit ve ark. ,2002), web tabanlı öğretim (Salem ve Abudiab, 2006), proje tabanlı öğretim (Jegdic, 2011) ve harmanlanmış öğrenme yöntemi (Akkuş, 2014) gösterilebilir.

Diferansiyel denklemlerin anlaşılması süreci ileri matematiksel düşünme becerileri gerektirdiğinden (Rasmussen, 1997) öğrencilerin gerek kavramın doğasından gerekse öğretim ortam ve yöntemlerinden kaynaklı bazı zorluklar yaşadıkları görülmektedir (Rasmussen, 1997 ve Allen, 2006). Sevimli (2016) yaptığı derleme çalışmasında bu zorlukları, kavramsal anlama yerine işlemsel anlama, muhakeme zorluğu, kavram yanılgısı ve son olarak da temsiller arası geçiş zorluğu başlıkları altında sıralamaktadır.

Diferansiyel denklemler konusunun öğretimine yönelik ülkemiz bazında yapılan çalışmaların oldukça az sayıda olduğu söylenebilir. Örneğin, Aslan (2010a) cebirsel çözümlereodaklanmış geleneksel öğretim yönteminin öğrencilerin diferansiyel denklemlerin kavramsal ve pratik öğrenmelerine olan etkilerini incelemiştir. Diğer bir çalışmasında öğrencilerin öğrenmeleri ve karşılaştıklarızorlukları araştırmıştır (Arslan, 2010b).Akkuş (2014) çalışmasında diferansiyel denklemler öğretiminde harmanlanmış eğitim modelinin öğrencilerin akademik başarıları ve motivasyonlarıüzerindeki etkilerini, Sevimli (2016) ise diferansiyel denklemleriçin eğitim alanında yapılan araştırmaların bir derlemesini sunmuştur. Ülkemizde yapılan bu az sayıdaki çalışmalarda da vurgulandığı üzere, diferansiyel denklemlerin öğretimi ile ilgili gerek matematik, fizik, mühendislik gibi uygulamalı bilim dallarında öğrenim gören üniversite öğrencilerinin yaşadıkları zorlukların belirlenmesine gerekse uygulanan öğretim yöntemleri ve bunların etkililiği ile birlikte alternatif yaklaşımların değerlendirilmesinin araştırılmasına ihtiyaç duyulmaktadır.

1.1. Araştırmanın Amacı

Bu araştırmanın amacı, ülkemizde üniversitelerde lisans ve yüksek lisans düzeyinde görülen adi diferansiyel denklemlerin öğretiminde kullanılan yaklaşımları ve karşılaşılan zorlukları öğretim elemanlarının görüşlerine dayalı olarak incelemektir.

1.2. Araştırmanın Önemi

Çeşitli fonksiyonlar ve bu fonksiyonların türevleri arasındaki ilişkileri inceleyen diferansiyel denklemler kavramı yükseköğretim matematiğinde önemli bir yere sahiptir. Fen, mühendislik, uygulamalı matematik, sosyal bilimler gibi pek çok bilim dalında da diferansiyel denklemler kullanılmaktadır. Bilindiği gibi gerçek hayat problemlerini ifade edebilmek için diğer disiplinlerle birlikte matematiksel modellere ihtiyaç vardır. Bu matematiksel modeller oluşturulurken diferansiyel denklemler de işin içine girmektedir. Diferansiyel denklem kavramı birçok alanda karşımıza çıkması ve bu alanda birçok araştırma yapılmasına rağmen bu konunun öğretimi ile ilgili Türkiye'deki çalışmalara bakıldığında yapılan araştırmaların çok az sayıda olduğu söylenebilir. Örneğin Arslan (2008) çalışmasında diferansiyel denklemlerin öğretiminde farklı yaklaşımlar ve nitel yaklaşımın gerekliliğini, Arslan (2010a) çalışmasında cebirsel çözümlere odaklanmış geleneksel öğretim yönteminin öğrencilerin diferansiyel denklemlerin kavramsal ve pratik öğrenmelerine olan etkilerini, Akkuş (2014) çalışmasında diferansiyel denklemler öğretiminde harmanlanmış eğitim modelinin öğrencilerin akademik başarıları ve motivasyonları üzerindeki etkilerini incelemiş, Sevimli (2016) çalışmasında ise diferansiyel denklemlerin öğretiminde yaşanan zorluklar ve alternatif öğretim yaklaşımları üzerine bir derleme sunmuştur. Dolayısıyla yapılan çalışmaların sınırlı olması nedeniyle bu konunun araştırılması önem arzetmektedir. Ayrıca diferansiyel denklemlerin öğretimi için gerek matematik, fen, mühendislik gibi uygulamalı bilim dallarında öğrenim gören yüksek öğretimöğrencilerinin yaşadıkları zorluklarınbelirlenmesine gerekse uygulanan öğretim yöntemleri ve bunların etkililiği ile birlikte alternatif yaklaşımların değerlendirilmesi, araştırılması ve incelenmesine ihtiyaç duyulmaktadır.

1.3. Problem Durumu

Araştırmanın problem durumu "Adi diferansiyel denklemler öğretimi için kullanılan yaklaşımlar ve öğrencilerin karşılaştıkları zorluklar nelerdir?" olarak ifade edilmiştir. Bu kapsamda araştırmanın soruları aşağıdaki gibi oluşturulmuştur.

1.3.1. Araştırmanın alt problemleri

1. Öğretim elemanlarının adi diferansiyel denklemler derslerinde kullandıkları yaklaşımlar nelerdir?

2. Öğretim elemanlarına göre adi diferansiyel denklemler dersinde öğrencilerin karşılaştığı zorluklar nelerdir?

3. Diferansiyel denklemler öğretimi ile ilgili öğretim elemanı görüşleri nelerdir?

1.3.2. Sınırlılıklar

1. Bu araştırma,adi diferansiyel denklemler konusu ile sınırlıdır.

2. Bu araştırma için ülkemizin değişik coğrafi bölgelerinde bulunan, 10 farklı üniversite seçilmiştir.

3. Seçilen bu üniversitelerin fen, fen-edebiyat, eğitim ve mühendislik fakültelerinde farklı bölümlerde diferansiyel denklemler dersini yürütmüş ya da yürütmekte olan 18 öğretim elemanı ile sınırlıdır.

1.4. Diferansiyel Denklemler

1.4.1. Diferansiyel denklemlerin tarihçesi

Diferansiyel denklem kavramının oluşmaya başladığı ilk çalışmalar, 17. yüzyılın sonlarına doğru, Sir Isaac Newton (1642-1727) ile başlamıştır. Newton'un çığır açan çalışmalarından önce,matematikçiler ve bilim adamları astronomik hareketlerin şartları, gözlemlerini tanımlama ve temel prensiplerde tahminlerde bulunma üzerinde çalıştılar.Newton, gezegenlerin hareketlerine odaklanmak yerine, gezegenlere etki eden kuvvetlere odaklandı. Daha spesifik olarak, Newton hareketleri direkt olarak açıklamak yerine, hareket için türetilmiş matematiksel modelleri ve astronomik cisimler arasındaki kuvvetlerden doğan ilişkiyi matematiksel olarak tanımladı (Hubbard ve West, 1991). Kuhn (1970) Newton'un çalışmasını çözümlenecek yeni bir dizi soru, çözümler hakkında yeni yollar ve yeni bir bakış açısında sonuçlanan bilimsel bir devrim olarak tanımladı. Kuhn'un “paradigma kayması” dediği şey yani Newton’un kuvvet felsefesi, matematikçilere ve bilim adamlarına araştırabilecekleri yeni bir alan verdi.

İngiliz matematikçi Newton, diferansiyel denklemler üzerindeki çalışmalarına 1665 yılında başlamıştır. Diferansiyel denklem şeklindeki bağıntıya ilk olarak açık bir şekilde Newton’un 1671 yılında yazdığı “Flux metodu ve sonsuz seriler” adlı eserinde rastlanmaktadır (Sezer ve Daşçıoğlu, 2014). Newton tarafından kullanılan bazı diferansiyel denklemlere örnek olarak

$$y' = 1 - 3x + y + x^2 + xy; \tag{1.1}$$

$$3x^2 - 2ax + ay - 3y^2y' + axy' = 0; \tag{1.2}$$

$$y' = 1 + \frac{y}{a} + \frac{xy}{a^2} + \frac{x^2y}{a^3} + \frac{x^3y}{a^4} \tag{1.3}$$

verilebilir.Newton1671 yılında yayınladığı bir makalede birinci basamaktan diferansiyel denklemleri 3 ayrı kısımda incelemiştir.

i) y' fonksiyonunun x veya y nin bir fonksiyonu olması

$$\frac{dy}{dx} = f(x) \text{ veya} \frac{dy}{dx} = f(y) \tag{1. 4}$$

eşitlikleri ile ifade edilebilir.

ii) y' fonksiyonunun x ve y nin bir fonksiyonu olması

$$\frac{dy}{dx} = f\,(x,y) \tag{1.5}$$

eşitliği ile ifade edilebilir.

iii) Birinci basamaktan kısmi türevli diferansiyel denklem

$$x\frac{\partial u}{\partial x} + y\frac{\partial u}{\partial x} = u \tag{1.6}$$

eşitliği ile ifade edilebilir (Mısır, 2016).

Newton’un sunmuş olduğu felsefe Euler, Bernoulli ve diğer matematikçilere diferansiyel denklem dilindeki fiziksel olguları tanımlama ve anlama çalışmaları sunmuştur. Problemler, birkaç farklı disiplinden kaynaklanan sarkaçların hareketi, dünyanın şekli, yerçekiminin ters kare yasası, astronomi ve elastikiyet gibi teorilerden doğmuştur. Fiziksel bir olgu diferansiyel bir denklem ile modellenmiş ve bir sonraki adım, hareket denklemlerini (ya da daha genel olarak sistemin davranışını) diferansiyel denklemden elde etmek olmuştur (Kline, 1972).Bu kolay bir iş değildi ve nihayetinde, diferansiyel denklemlerin sınıflarını oluşturmaya yol açmıştır. Bu denklemlerin her biri kesin çözümler bulmak için belirli stratejilere veya tekniklere gereksinim duyar. Bugüne kadar, diferansiyel denklem çözümü için geniş kapsamlı ilkeler yoktu ve bu konu ile ilgili çeşitli tipler için bir dizi ayrı teknikler oluşturulmaya devam edilmiştir (Kline, 1972, s.500).

Yine bu yıllarda diferansiyel denklemlerle ile ilgiliGottfried Wilhelm von Leibnitz (1646-1716) tarafından "yerçekimine karşı vücudun hareketini" açıklamak amacıyla çalışmalar yapılmıştır (Upton, 2004).Alman filozof ve matematikçi Leibnitzdiferansiyel denklemler üzerine çalışmalarına 1673 yılında başlamış, 1684 ile 1686 yılları arasında yazdığı Aklaerudilorum adındaki eserinde bahsetmiştir.1676 yılında Leibnitz tarafından bağımsız olarak diferansiyel denklem x ve y nin diferansiyelleri dx ve dy yardımıyla tanımlanmıştır. Bu gösterimler herhangi bir noktasındaki normali bu noktayı orijine birleştiren doğru ile çakışan eğrinin diferansiyel denklemi örneğinde olduğu gibi,

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{x}{y} \tag{1.7}$$

şeklinde yazılmıştır. 1691 yılında Leibnitz,

$$y\frac{dx}{dy} = X(x)\,Y(y) \tag{1.8}$$

şeklindeki bir diferansiyel denklemi dört aşamalı bir probleme çevrilebileceğini göstermek için değişkenlerine ayırma yöntemini kullanmıştır.Leibnitz, 1692 yılında ise homojen olan birinci basamaktan lineer diferansiyel denklemleri ve homojen olmayan birinci basamaktan lineer diferansiyel denklemlerin çözümünü yapmıştır (Mısır, 2016).

Leibnitz'den sonra James (1654-1705) ve Johann Bernoulli (1667-1748) kardeşler bazı fizik problemlerinin çözümünde diferansiyel denklemleri kullanarak önemli katkılar sağlamışlardır. James Bernoulli izoklinleri

$$(b^2y - a^3)\, dy = a^{\frac{3}{2}}\, dx \tag{1.9}$$

birinci basamaktan lineer olmayan diferansiyel denklemin çözümü ile aynı olduğunu göstermiştir.Trigonometrik ve hiperbolik fonksiyonlar için diferansiyel denklemleri kullanarak ek teoremler keşfetmişlerdir. 18. yüzyılda Jacobo Francesco Riccati (1676-1754), genel diferansiyel denklem sınıfları ile ilgili çalışmalar yapmış ve yaygın olarak benimsenen çözüm yöntemlerini bulmuştur. Riccati,bazı özel durumlar için çözümler verdiği Riccati diferansiyel denklemiyle bilinir. 1712 yılnday' = p değişkenini kullanarak f (y, y' , y'') = 0 ikinci basamaktan diferansiyel denkleminin f(y, p, p $\frac{dp}{dy}$) = 0 birinci basamaktan diferansiyel denklemine dönüştürülerek genel çözümün yapılabileceğini göstermiştir (Mısır, 2016).

1715 yılında Brook Taylor (1685-1731), ‘‘Methodus Incrementorum Directa et Inversa’’ adlı kitabında diferansiyel denklemlerin singüler çözümlerinden söz etmiştir.Daha sonra 1734 yılında Alexis Clairaut (1713-1765), “Clairaut'un diferansiyel denklemleri” olarak bilinen diferansiyel denklemleri incelemiş, denklemlerin genel integraline ek olarak tekil bir çözüm vermiş ve

$$y = xy' + f(y') \tag{1.10}$$

denklemini ele almıştır.Riccati, Vincenzo ve Bernoulli kardeşler gibi birçok matematikçinin çalıştığı

$$y' = p(x)y^2 + q(x)y + r(x) \tag{1.11}$$

denklemine d’Alembert Riccati denklemi ismi verilmiştir.1723 yılındaAlman matematikçi Leonard Euler (1707-1783),bu denklemin bir özel çözümü y_1(x) in bilinmesi durumunda y = y_1 + z^{-1} dönüşümü yardımıyla lineer denkleme dönüştürülerek çözülebileceğini göstermiştir. 1728 yılından sonra Euler diferansiyel denklemler için basamak indirgeme metodu, integral çarpanı fonksiyonu, herhangi basamaktan lineer diferansiyel denklemler teorisi ve kuvvet serileri yardımıyla çözümlerine katkılar sağlamıştır (Mısır,2016).

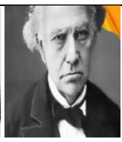
Joseph Louis Langrange (1736-1813) diferansiyel denklemlerin entegrasyonunu incelemiş ve akışkanlar mekaniği gibi konularda çeşitli uygulamalar yapmıştır.Diferansiyel denklem sistemleri için çeşitli hesap yöntemleri üzerine çalışmalar yapmıştır.Pierre Simon Laplace (1749-1827)1770'te yayınlamış olduğu makalede fark denklemlerine ve diferansiyel denklemlere büyük katkılarda bulunmuştur.1799'da yayınlamış olduğu Traite de Mecanique Celeste adlı eserinde iseevrensel çekim yasası ve güneş sistemindekicisimlerin ağırlık merkezlerinin hareketleri konularınıdiferansiyel denklemlerin kullanılması temeline dayanarak çözümlemiştir (O'Connor veRobertson, 2003).

Yapılan bu çalışmalarda, diferansiyel denklemleri çözmek için bilinen fonksiyonlar ile sonlu sayıda toplama, çıkarma, çarpma, bölme, integrasyon gibi işlemleruygulanarak çözümler yapılmaktaydı. Ancak daha sonra az sayıda diferansiyel denkleminbu yollarla çözülebileceği görülmüştür.19.yüzyılda, verilen bir diferansiyel denklemin çözümünün olup olmadığını, ne zaman çözümünün olduğunu ve çözüm varsa çözümün özelliklerini araştırmanın gerekliliği üzerine çalışmalar yapılmaya başlamıştır.

Fransız matematikçi Augustin Louis Cauchy (1789-1857), 1820 ile 1830 yılları arasında diferansiyel denklemler için ilk varlık teoremini elde etmiştir.Matematiksel fiziğe diferansiyel denklemler ve uygulamalar konusunda katkıda bulunmuştur.Emile Picard (1856-1941) adi diferansiyel denklemlerin çözümlerinin varlığını göstermek için ardışık yaklaşım yöntemleri kullanmış ve Laplace denkleminin özelliklerini daha genel eliptik denklemlere genişletmiştir (O'Connor ve Robertson, 2003).

Diferansiyel denklemler alanında bir sonraki büyük buluşHenri Poincare'nin (1854-1912) çalışmasıyla 1800'lerin sonlarında gerçekleşmiştir.1901'de, diferansiyel denklemler ve çok katlı integraller gibi birçok farklı alanda yaptığı araştırmalar onu topolojiye yönlendirmiştir.Poincare, gezegensel hareket, gezegensel stabilite ve uydu yörüngeleriile ilişkili diferansiyel denklemlerin alternatif yöntemler ile cevaplandırılabileceğini öne sürmüştür (Kline, 1972). Poincare'in fikri, diferansiyel denklemleri kendi başlarına incelemek ve geometrik olarak yorumlamaktır. Poincare tarafından başlatılan bu yaklaşım, çözümü yardımcı formüller olmadan anlamaya çalışır.Newton'un kuvvetler felsefesinde olduğu gibi, eski bir problemi çözmenin bu yeni yolu da bir paradigma kaymasıyla sonuçlanmıştır. Bu durum, yeni bakış açıları sağlamış, sorulacak yeni sorular ortaya çıkarmış ve soruları cevaplamada yeni metotlar oluşturmuştur. Bu nitel yöntemin analizi, matematikçilerin çözümlerin davranışlarını anlamaya başlamalarına izin vermiş ve bu nedenle modellenen olgu açıkça çözümlenemeyen diferansiyel denklemlerin bile yorumlanmasını sağlamıştır (Rasmussen,1997). Çizelge 1.1.' de diferansiyel denklemlerin çözümünde kullanılan yaklaşımların tarihsel gelişimi verilmektedir.

Çizelge 1.1. Kullanılan yaklaşımların tarihsel durumu.

17. yüzyıl Analitik	  Isaac Newton (1642-1727)Leibnitz (1646-1726)
18. yüzyıl Nümerik	  Johann Bernoulli (1667-1748)Jacobo Francesco Riccati (1676-1754)   Brook Taylor (1685-1731)Alexis Clairaut (1713-1765)   Joseph Louis Langrange (1736-1813)Pierre Simon Laplace (1749-1827)
19.yüzyıl Nümerik	  Louis Cauchy (1789-1857)Emile Picard (1856-1941)
20. yüzyıl Nitel	 Henri Poincare (1854-1912)

1.4.2. Diferansiyel denklemlerin tanımı ve sınıflandırılması

Bir veya daha çok bağımlı değişken, bir veya daha çok bağımsız değişken ve bağımlı değişkenlerin bağımsız değişkenlere göre türevlerini içeren denkleme *diferansiyel denklem* denir (Sezer ve Daşçıoğlu, 2014).Örneğin;

$$\frac{dy}{dx} = \sin x \tag{1.12}$$

$$y' = \cos x + \sin x \tag{1.13}$$

$$y'' + 2y' + y = 0 \tag{1.14}$$

$$xy' + x^2y'' + 2x = 0 \tag{1.15}$$

$$\left(\frac{d^2w}{dx^2}\right)^2 + x\frac{dw}{dx} = 0 \tag{1.16}$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = h^3\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right) \tag{1.17}$$

Bir veya daha çok bağımlı değişken, birtek bağımsız değişken ve bağımlı değişkenin bir tek bağımsız değişkene göre türevlerini içeren diferansiyel denkleme *adi diferansiyel denklem* denir. Kısaca bir diferansiyel denklemde bir tek bağımsız değişken varsa denkleme *adi diferansiyel denklem* denir ve genel olarak

$$F(x,y,y',y'',\ldots,y^{(n)}) = 0 \tag{1.18}$$

şeklinde bir fonksiyon olarak tanımlanır (Sezer ve Daşçıoğlu, 2014). Örneğin;

$$(x^2 + y^2)dx + 4xydy = 16 \tag{1. 19}$$

$$x^3\frac{d^3x}{dt^3} + x\frac{dx}{dt} + x = cost \tag{1.20}$$

Bir veya daha çok bağımlı değişkenin birden çok bağımsız değişkene göre kısmi türevleri ile beraber bağımlı ve bağımsız değişkenleri içeren diferansiyel denkleme *kısmi diferansiyel denklem* denir ve genel olarak

$$F(x, y, u, u_x, u_y, u_{xx}, u_{xy}, u_{yy}, \ldots) = 0 \tag{1.21}$$

şeklinde bir fonksiyon olarak tanımlanır (Sezer ve Daşçıoğlu, 2014). Örneğin;

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 \tag{1.22}$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial s^2} + \left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)^2 = u^2 \tag{1.23}$$

Bir diferansiyel denklem içinde bulunan en yüksek mertebeli türevin mertebesine *diferansiyel denklemin mertebesi*; en yüksek mertebeli türevin kuvvetine de *diferansiyel denklemin derecesi* denir. Diferansiyel denklemin derecesinden bahsetmek için denklem türevlerine göre polinom olarakyazılmalıdır. Bir diferansiyel denklem bir dereceye sahip olmayabilir (Sezer ve Daşçıoğlu). Örneğin;

$$y''' + (y'')^2 + (y')^3 = x; \qquad \text{3. mertebe, 1. derece} \tag{1.24}$$

$$\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3 + x = 0; \qquad \text{2. mertebe, 3. derece} \tag{1.25}$$

$$\cos\left(\frac{dy}{dx}\right) = \frac{dy}{dx} + x \qquad \text{1. mertebe, derecesi yok} \tag{1.26}$$

y bağımlı değişken ve x bağımsız değişken olmak üzere,

$$a_n(x)\frac{d^ny}{dx^n} + a_{n-1}(x)\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}} + \ldots + a_1(x)\frac{dy}{dx} + a_0(x)y = b(x) \tag{1.27}$$

şeklindeki denklem n. mertebeden bir lineer adi diferansiyel denklemdir. Bir diferansiyel denklemde her bağımlı değişken ve her mertebeden türevler birinci dereceden ise ve aynı zamanda bağımlı değişkenler veya türevler çarpım halinde yer almıyorsa, lineer; aksi halde lineer olmayan(nonlineer) dir (Sezer ve Daşçıoğlu, 2014).

Şekil 1.1. Diferansiyel denklemlerin sınıflandırılması.

Şekil 1.1.' de gösterildiği gibi diferansiyel denklemleri incelerken ilk olarak bağımsız değişken sayısına göre adi diferansiyel denklemler (bağımsız değişken sayısı bir) ve kısmi diferansiyel denklemler (bağımsız değişken sayısı birden fazla) olarak ikiye ayrılabilir. İkinci olarak denklemde bulunan en yüksekmertebeli türevin mertebe ve derecesine göre ve üçüncü olarak da denklemlerdeki türev ve bağımlı değişkenlerin lineerlik durumuna göre lineer diferansiyel denklemler ve nonlineer (lineer olmayan) diferansiyel denklemler olarak sınıflandırılabilir. Yine denklem lineer ise bağımlı değişkenler ve türevlerinin katsayılarına göre sabit katsayılı diferansiyel denklemler ve değişken katsayılı diferansiyel denklemler olarak ayrıca lineer denklemde tek başına bağımsız terim yoksa (1.16 örneğindeki $b(x) = 0$ olması) homojen, varsa homojen olmayan diferansiyel denklem olarak da sınıflandırılabilir.

1.4.3. Diferansiyel denklemlerin kullanım alanları

Diferansiyel denklemler günlük hayatta karşılaşılan birçok problemi modelleme, çözme ve yorum getirmede işin içine girdiğinden fizik, kimya, biyoloji, tıp, mühendislik, astronomi, uygulamalı matematik, geometri, sosyal bilimler, ekonomi vb. birçok alanda kullanılmaktadır. Bu alanlarda karşılaşılan bir problem için problem verileri ve belli yasalardan yararlanılarak bir diferansiyel denklem ile modelleme yapılıp bu diferansiyel denklemin çözümü yardımıyla bilinmeyen hakkında bilgi sahibi olunur. Diferansiyel denklemlerin kullanıldığıbazı problem tiplerine örnek olarak, yerçekimi kanunu, yörüngeler, roket ve uydu hareketleri, ısıma ve soğuma, sarkaçlar, titreşim, akışkanlar, radyoaktif bozunma, kimyasal reaksiyonlar, ekolojik sistemlerdeki küçülme ve büyüme hızları, tıbbi işlemler, radyo, radar, televizyon ve elektrik devreleri, finansal işlemler verilebilir. Kısaca değişimin olduğu pek çok alanda, hemen hemen bilimin her dalında matematik modeller ve bunların çözümleri ile bu problemler hakkında çeşitli hükümlere varabiliriz (Mısır, 2016).

1.4.4. Diferansiyel denklemlerin çözüm yöntemleri

Diferansiyel denklemlerin çözümünde üç çeşit yöntem kullanılmaktadır. Bunlar; cebirsel, sayısal ve geometrik çözüm yöntemleridir (Sevimli, 2016; Hunt, Lipsman, Osborn ve Rosenberg, 2009). Bu yöntemler kullanılarak diferansiyel denklemlerin çözümünde üç farklı yaklaşım ortaya çıkmıştır. Bunlar; analitik, nümerik ve nitel yaklaşımlardır (Sevimli, 2016; Arslan, 2008; Habre, 2000; Rasmussen, 1997).

1.4.4.1. Analitik yaklaşım

Matematikte cebirsel bir denklem verildiğinde bu denklemi sağlayan sayıların bulunması istenir. Eğer varsa cebirsel denklemi sağlayan sayılara denklemin çözümleri veya kökleri denir. Örneğin, x = 2 sayısı $x^2 - 4 = 0$ denklemini sağladığından denklemin bir çözümüdür. Diferansiyel denklemlerde ise bu diferansiyel denklemi sağlayan fonksiyonların bulunması istenir. Eğer varsa bulunan bu fonksiyonlara diferansiyel denklemin çözümü denir. Bu fonksiyonlar polinom, üstel, logaritmik, trigonometrik, Bessel vb.özel fonksiyonlar şeklinde olan diferansiyel denklemi sağlayan bağımlı ve bağımsız değişkenler arasında bir bağıntı oluşturan cebirsel ifadelerdir (Çağlayan vd, 2012). Yani analitik yaklaşımda amaç, bir diferansiyel denklemin genel çözümünü cebirsel bir ifade ile elde etmeye çalışmaktır. (1.18) de belirtilen diferansiyel denklemin sağladığı şartlara göre açık çözümü veya kapalı çözümü olabilir. Yine bu denklemin n tane keyfi sabit içeren çözümüne genel çözüm denir. Genel çözümdeki keyfi sabit sayısı denklemin mertebesi kadardır. Birinci mertebeden ise çözüm bir sabit sayı, ikinci mertebeden ise çözüm iki sabit sayı içerir (Arslan, 2018).Örneğin,

$$y' - 2x = 0 \tag{1.28}$$

birinci mertebeden diferansiyel denkleminde genel çözüm $y = x^2 +$ colup; c şeklinde bir sabit,

$$y'' - \cos x = 0 \tag{1.29}$$

ikinci mertebeden diferansiyel denkleminde genel çözüm $y = -\cos x + c_1 x + c_2$ olup; c_1 ve c_2 şeklinde iki sabit sayı içerir. Elde edilen bu genel çözüm fonksiyonları c, c_1 ve c_2'nin her değeri için birden fazla çözüm sağlar ve aynı zamanda bu çözümlerin hepsi kendileri ile ilgili diferansiyel denklemi doğrular. Bu genel çözümlerdeki keyfi sabitlere istenen değerler verilerek elde edilen her bir çözüme özel çözüm denir. Bu çözümler keyfi sabitlere bağlı değildir. Bazen bir diferansiyel denklem genel çözümdeki keyfi sabitlerin seçimi ile elde edilemeyen başka çözümlerede sahip olabilir, bunlarada aykırı (singüler) çözüm denir (Çağlıyan vd, 2012). Fakat genel çözümün elde edilebildiği diferansiyel denklemler sınırlıdır. Bir diferansiyel denklemin belli koşullara göre çözümü arandığında başlangıç ve sınır değerleri problemleri ortaya çıkar. Birinci mertebe ve birinci dereceden diferansiyel denklemlerin çözümünde; değişkenlerine ayırma yöntemi, tam diferansiyel denklem yöntemi (bazı denklemler integral çarpanı ile tam diferansiyel denkleme dönüştürülebilir), lineer denklemler yöntemi kullanılabilir. Aynı zamanda bazı diferansiyel denklemler değişken değiştirme yöntemi kullanılarak bu tip diferansiyel denklemlere çevrilerek çözülebilir. Bunlardan en çok bilinen tipleri homojen, Bernouilli ve Riccati denklemleridir. Birinci mertebeden yüksek dereceli diferansiyel denklemler ise türeve göre çözülür veya türev alarak birinci mertebe ve birinci dereceden diferansiyel denklemlere dönüştürülür. Sabit ve değişken katsayılı lineer diferansiyel denklemlerin bazı halleri için, operatörün çarpanlara ayrılması, mertebenin indirgenmesi, parametrelerin değişimi, seriler ve Laplace dönüşümü yöntemleri kullanılabilir (Çağlıyan vd, 2012).

Analitik yaklaşımda karşımıza çıkabilecek her diferansiyel denklem için çözüm bulmak kolay değildir. Diferansiyel denklemlerin büyük bir kısmının analitik yani cebirsel çözümü yoktur, sınırlı sayıdaki bazı tiplerine belli şartlar altında yukarıda bahsedilen yöntemler ile çözüm aranmaya çalışılır. Bu yüzden matematikçiler 18. yüzyıldan itibaren yaptıkları çalışmalar ile yaklaşık hesaplamalar yaparak sayısal çözümler geliştirmişlerdir (Sevimli, 2016).

1.4.4.2. Nümerik yaklaşım

Nümerik yaklaşımda amaç, bir diferansiyel denklemin verilen herhangi bir noktadan geçen özel çözümünün yaklaşık değerlerini bulmaya çalışmaktır. Genel olarak y' = f (x,y) diferansiyel denkleminin (x_0,y_0) noktasından geçen çözümünü yaklaşık olarak elde etmek için x'in farklı değerleri için y' nün değerlerini bulmak ve o çözüm eğrisinin yaklaşık değerlerini hesaplamaktır (Arslan, 2008). Bu yaklaşımda en çok bilinen ve kullanılan diğer yöntemlerede esas teşkil eden Taylor seri yöntemidir. Başlangıç değer problemlerinde sayısal çözüm verilen başlangıç noktasından başlar ve bağımsız değişkenin değeri belirli aralıkla arttırılarak iterasyonlar ile hesaplanarak devam ettirilir. Sınır değer problemlerinde ise çözüm verilen bir sınırdan başlatılarak diğer sınıra doğru iterasyonlarla devam ettirilir. Çözülmeye çalışılan diferansiyel denklemin çözümünün var ve tek olduğunun kontrolü için Lipschitz şartı; ‘‘f(x,y) fonksiyonu (x_0,y_0) noktasını içine alan bir R bölgesinde tanımlı ve sürekli olsun,

$|f(x,y_1) - f(x,y_2)| < L\,|y_1 - y_2|$

eşitsizliğini sağlayan bir L sayısı ile şeklinde ifade edilir'' (Çağlayan vd, 2012). Taylor serisi birçok fonksiyonu kuvvet serisi şeklinde ifade etmektir. Taylor açılımı; x = x_0 noktasında

$$y(x) = y(x_0) + y'(x_0)(x - x_0) + \frac{y''(x_0)}{2!}(x - x_0)^2 + \frac{y'''(x_0)}{3!}(x - x_0)^3 + \ldots \quad (1.30)$$

şeklindedir.Euler yöntemi Taylor serisinin sadece birinci dereceden terimini kullanarak,

$$\frac{dy}{dx} = f(x,y), \qquad y(x_0) = y_0 \quad (1.31)$$

diferansiyel denkleminde x_n noktasına karşılık y_n değerleri bulunduğunda, belli bir noktadan geçen teğetin eğimi o noktadaki türev olduğundan yararlanılarak

$$y(x) = y(x_0) + y'(x_0)(x - x_0) + \text{hata} \quad (1.32)$$

ardışık yaklaşım formülü ile hesaplamalar yapılır. Euler yönteminde hassas sonuçlar elde edebilmek için çok küçük adım aralığı seçmek gereklidir, buda çok fazla işlem demektir. Dolayısıyla bu yöntem hesap makinası veya bilgisayar programlarını içerir. Aynı zamanda bu yaklaşımda yerel hata ve toplam hata kavramlarıda ortaya çıkar. Bu hataları azaltmanın yolu h adım aralığını çok küçültmekten geçer ki buda zaman problemini ve bilgisayarların yuvarlama hatalarını ortaya çıkarır. Euler yöntemindeki türev yerine ortalama türev veya orta nokta yöntemi kullanılarak hata dahada azaltılarak iyileştirilmiş Euler yöntemi kullanılır. Taylor serisinden iki terim alınarak Runge-Kutta yöntemleri geliştirilmiştir (Edwards ve Penney, 2008). Euler ve Runge-Kutte yöntemleri integral değerini hesaplamak için sadece son adımdaki değerleri kullandıklarından tek adımlı yöntemler olarak isimlendirilir. Önceki noktalarda elde edilen bilgileri sonraki noktalarda integrasyon için kullanan yöntemler de çok adımlı yöntemler olarak isimlendirilir. Adams-Bashford, Adams-Multon yöntemleri çok adımlı yöntemlerdendir (Edwars ve Penney, 2008).

Analitik yaklaşımda diferansiyel denklemin tipine göre uygun yöntem seçmek gerekirken, nümerik yaklaşımda diferansiyel denklemin tipi değil istenenlere göre bir seçim yapılır. Yüksek dereceli diferansiyel denklemler, birinci dereceden diferansiyel denklem haline getirilebildiğinden bu nümerik yaklaşım her tür ve dereceden diferansiyel denklem için uygulanabilir. Ancak çok fazla sayıda işlem gerektirdiğinden bilgisayar programlarına ve zamana gereksinim duyar (Arslan, 2008).

1.4.4.3. Nitel yaklaşım

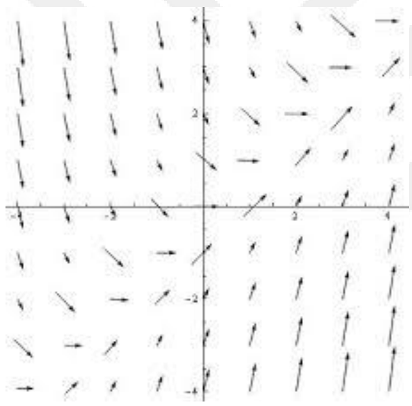
Nitel yaklaşımda ise amaç, bir diferansiyel denklemi analitik olarak çözmeden çözüm eğrilerini geometrik olarak şekillendirmek, davranışlarını grafiksel olarak incelemektir. Bir diferansiyel denklemde yukarıda da belirtildiği gibi çözümün var ve tek olduğunun kontrolü önemlidir ama çözümün yapısı ile ilgili bize bilgi vermez. Çözümün belli bir noktadaki değeri, çözüm eğrilerinin kesişim yerlerini, bağımsız değişkenin değişmesiyle çözümün artan veya azalan olduğu aralıkları, asimptotlarının varlığı, nereye yakınsadıkları, çözümün maksimum ulaştığı noktaları, belli aralıklarda salınım yapıp yapmadığı gibi çözüm eğrileri ile ilgiliyorumlar yapmak gerekebilir (Arslan, 2008). Açık çözüm bulunduğunda bahsi geçen sorulara cevap bulmak kolaydır ancak çoğu zaman uygulamalarda açık çözümü bulmak zordur. Kapalı çözüm bulunsa bile açık formda yazamayabiliriz. Dolayısı ile devreye nümerik yaklaşım veya nitel yaklaşım girer. $y' = f(x,y)$ şeklindeki birinci mertebeden bir diferansiyel denklemin analitik çözümünü yapmadan denklemin eğim alanı oluşturularak grafiksel olarak şekillendirilir. Bu eğim alanını oluşturmak için koordinat düzleminde, $f(x, y)$ denkleminde beli bir alanda her (x,y) noktası için belli bir y' değeri bulunarak küçük birer doğru parçası çizilir. Bu bulunan değerler (x,y) noktasından geçen integral eğrisinin bu noktadaki teğetinin eğimleridir. Koordinat düzleminde çizilen bu küçük doğru parçaları ile verilen diferansiyel denklemin eğim alanı, o denklemin çözüm eğrilerinin kabaca şekillerini belirtir (Edwards ve Penney, 2008). Örneğin,

$$y' = x - y \tag{1.33}$$

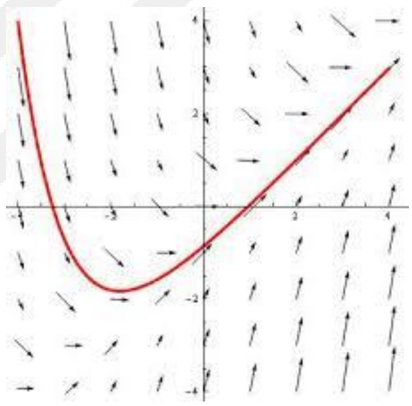
diferansiyel denkleminde bir eğim alanı oluşturarak (-4,4) noktasından geçen yaklaşık çözüm eğrisini çizmeye çalışırsak,

Çizelge 1.2. Eğim değerleri.

x-y=m	**-4**	**-3**	**-2**	**-1**	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**
-4	0	-1	-2	-3	-4	-5	-6	-7	-8
-3	1	0	-1	-2	-3	-4	-5	-6	-7
-2	2	1	0	-1	-2	-3	-4	-5	-6
-1	3	2	1	0	-1	-2	-3	-4	-5
0	4	3	2	1	0	-1	-2	-3	-4
1	5	4	3	2	1	0	-1	-2	-3
2	6	5	4	3	2	1	0	-1	-2
3	7	6	5	4	3	2	1	0	-1
4	8	7	6	5	4	3	2	1	0

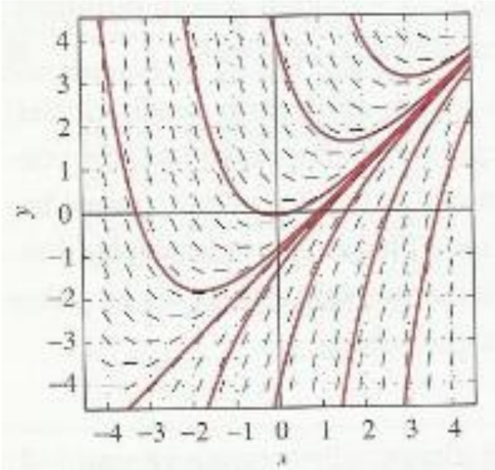


Şekil 1. 2. Eğim alanı.



Şekil1. 3. Çözüm eğrisi.

Çizelge 1. 2. y' = x – y diferansiyel denklemi için belirli bir aralıkta bulunan eğimleri tablo olarak göstermektedir. Yatay satırda x değerleri, düşey sütunda y değerleri alınan eğimler tablonun arakesitindedir. Bulunan bu eğim değerleri, küçük doğru parçaları kullanılarak şekil 1. 2.' deki gibi bir eğim alanı oluşturulur. Şekil 1. 3. ise (-4,4) noktasından geçen yaklaşık çözüm eğrisini göstermektedir. Daha çok doğru parçası kullanılarak daha hassas eğim alanı çizilebilir. Bu eğim alanlarını elle çizmek zordur. Bunun için bilgisayar programlarından yararlanılır.



Şekil 1. 4. Tipik çözüm eğrileri.

Şekil 1.4. daha hassas eğim alanı ve tipik çözüm eğrilerini göstermektedir.Dikkatli bakıldığında x değerleri sonsuza yaklaştığında y = x – 1 fonksiyonu bu diferansiyel denklemin bir çözümü olduğu görülür. Bu sonuç, eğim alanının çözümler hakkında diferansiyel denklemden elde edilemeyen bazı bilgileri verebileceğini gösterir(Edwards ve Penney, 2008).

1.5. İlgili Araştırmalar

Bu araştırma ile ilgili yapılan literatür taramasında lisans düzeyinde anlatılan diferansiyel denklemler dersinin öğretiminde kullanılan yöntemler, kullanılan yaklaşımlar ve yaşanan zorluklar üzerine yapılan çalışmalar incelenmiştir.

Arslan (2008) tarafından yapılan çalışmada diferansiyel denklemlerin öğretiminde kullanılan üç tür yaklaşımı inceleyerek, farklı şekillerde yapılan karşılaştırmalarını sunmuştur. Bu karşılaştırmaların sonucunda bu üç yaklaşımında birbirinden ayrılmayarak (bu yaklaşımların birbirinin tamamlayıcısı olduğundan) konunun öğretiminde beraber kullanılmasının gerekliliğidir.

Arslan (2010a) tarafından yapılan çalışmada amaç geleneksel diferansiyel denklemler derslerinde öğrenmelerin doğasını araştırmak, cebirsel çözümlere odaklanmış diferansiyel denklemler derslerinde öğrencilerin işlemsel ve kavramsal öğrenmenin ilişkilerini incelemektir.Bu amaçları incelemek için diferansiyel denklemler ile ilgili işlemsel ve kavramsal öğrenmeyi içeren 13 açık uçlu başarı testi, diferansiyel denklemler dersini alan 77 matematik öğretmen adayına uygulanmıştır. Öğrencilerin başarı testine verdiği cevapların analizi neticesinde adayların % 85'inin işlemsel öğrenme ile ilgili sorulara doğru cevap, % 10'unun yanlış cevap verdiği, % 5'inin ise cevap vermediği, kavramsal öğrenme ile ilgili olan sorulara ise % 30'unun doğru cevap, % 41'inin yanlış cevap verdiği ve % 29'unun ise cevap vermediği görülmüştür. Adayların 65 tanesi işlemsel öğrenme ile ilgili olan sorularda 60 ve üzeri, 6 tanesi ise kavramsal öğrenme ile ilgili sorulardan 60 ve üzeri puan alabilmişlerdir. Bu bulgular, öğretmen adaylarının öğrenmelerinin geleneksel olarak ezberleyerek ve işlemsel olduğunu, aynı zamanda yeni durumları doğru yorumlamak ve yeni fikirler üretmek için gerekli olan kavramsal bilgiyi geliştirmelerine yol açmadığını göstermektedir. Açıkça adayların işlemsel öğrenme alanındaki sorularda daha başarılı oldukları, kavramsal öğrenme alanındaki sorulardazorlandıkları görülmektedir.

Arslan (2010b) tarafından yapılan diğer bir çalışmada, diferansiyel denklemlerde cebirsel çözümlerde başarılı olan öğrencilerin diferansiyel denklemlerle ilgili kavramlarına ve çözümlerine olan anlayışlarını, zorluklarını ve zayıflıklarını ortaya koydukları durumlar araştırılmıştır. Araştırmaya katılan 77 öğrenciye, diferansiyel denklemler ile ilgili cebirsel çözümleri, eğim, grafiksel ve özel çözümleri içeren 13 açık uçlu soru yöneltilmiş olup, başarılı olan 61 öğrenci değerlendirmeye alınmıştır. Elde edilen verilerin sonucunda öğrencilerin cebirsel çözümlerde başarılı oldukları ancak kavramları tam olarak anlamadıkları ve bu kavramlarla ilgili zorluklar yaşadıkları görülmüştür.

Akkuş (2014) tarafından yapılan çalışma, diferansiyel denklemlerin öğretiminde harmanlanmış eğitim modeli kullanılarak hazırlanmış bir program ortaya koymaktadır. Bu çalışmada harmanlanmış eğitim yönteminin geleneksel eğitim yöntemine göre avantaj ve dezavantajları araştırılarak, diferansiyel denklemler öğretiminde harmanlanmış eğitim modelinin, öğrencilerin akademik başarısı ve motivasyonları üzerindeki etkileri incelenmiştir. Araştırmaya matematik bölümü son sınıfta öğrenim gören 68 öğrenci katılmıştır. Araştırmaya katılan öğrencilerden 27 tanesi geleneksel öğretim yöntemi ile kontrol grubu olarak, 41 tanesi harmanlanmış eğitim modeli ile deney grubu olarak belirlenmiştir. Diferansiyel denklemler ile ilgili 14 haftalık aynı kazanımların belirlendiği bir program iki grubada uygulanarak değerlendirmeler yapılmıştır. Araştırma sonuçları harmanlanmış eğitim modelinin diferansiyel denklemler eğitiminde iyi bir alternatif olabileceğini ortaya koymuştur.

Sevimli (2016) tarafından yapılan çalışma, diferansiyel denklemler için eğitim alanında yapılan araştırmaların bir derlemesini sunmaktadır. Bu çalışma kapsamında, diferansiyel denklemler konusunun öğrenimi sırasında öğrencilerin yaşadıkları zorluklar ve diferansiyel denklemler konusunun öğretiminde kullanılabilecek alternatif yaklaşımlar değerlendirilmiştir.

Habre (2002) tarafından yapılan çalışmada, diferansiyel denklemler öğretiminde yazma tabanlı öğretim modeli incelenmiştir. Araştırmaya Lübnan Amerikan Üniversitesi mühendislik fakültesinde öğrenim gören öğrenciler katılmıştır. Öğrencilere diferansiyel denklemler verilerek yazılı metinler hazırlatılmış, bu metinler üzerinden analizler yapılmıştır. Öğrencilerin konuyu teorik kavrama düzeyleride benzer yazılı metinler ile incelenmiştir. Öğrenciler çoğu zaman yazılı teknikten hoşlanmamışlar, sıra dışı gelen bu tekniği kabullenmekte zorlanmışlardır. Araştırma sonucunda öğrenciler yazılı metinlerin önemli olduğunu belirtmişler ama kullanmaktan kaçınmışlardır.

Rasmussen ve arkadaşları (2006) yaptıkları çalışmada diferansiyel denklemler eğitimi (IO-DE) projesinde diferansiyel denklemler derslerini alan öğrenciler ile geleneksel yöntemlerle diferansiyel denklemler derslerini alan öğrencilerin inançları, yetenekleri ve anlayışları karşılaştırılmıştır. Araştırmaya Amerika’dan iki üniversitenin ve Güney Kore’den bir üniversitenin matematik ve mühendislik bölümlerinde öğrenim gören öğrenciler katılmıştır. Yapılan mülakatlar ve değerlendirmeler sonucunda IO-DE projesinde bulunan öğrencilerin grafiksel, sayısal ve analitik teknikleri daha rahat kullanabildikleri ve daha başarılı oldukları gözlemlenmiştir.

Salem ve Abudiab (2006) tarafından yapılan çalışmada, diferansiyel denklemler öğretiminin web tabanlı Simulink programı ile uygulanmasının süreçleri incelenmiştir. Çalışmanın amacı anlamayı zengin hale getirmek, problem çözme becerisi kazandırmaktır. Hazırlanan program ile öğrencilere animasyonlar ve görseller sunularak diferansiyel denklemler konularının anlaşılması kolaylaştırılmıştır. Bu görsel araçlar diferansiyel denklemler öğretiminde faydalı bir taban oluşturmuş aynı zamanda gerçek hayat problemlerinin çözümünde de kullanılabildiğinden endüstriyel gelişmelere de yardımcı olmuştur.

Rasmussen ve Kwon (2007) tarafından yapılan çalışmada, sorgulama temelli diferansiyel denklemler eğitimi (IO-DE) projesine dayalı, projenin teorisi ve projenin öğrenci başarısına olan etkileri incelenmiştir. Bu çalışmada sorgulama temelli öğretim modeli için öğretim elemanlarının yapacakları çalışmalarla ilgili geniş açıklamalar yapılmıştır. Öğretim elemanları birinci olarak matematiksel fikirleri yorumlama ve üretme, ikinci olarak öğrencilerin kendi düşünceleri ile yeni fikirler üretmesive üçüncü olarak da yeni problemler için çözümler üretmesi şeklinde üç adımda konuları işlemişlerdir. Öğrenciler öğrendikleri ile ilgili tahminler yapmış, tartışmış, açıklamalar yapmış ve problem çözmüşlerdir. Araştırma grubu, belirlenen hedeflere uygun olarak öğretme ve öğrenme süreçlerini incelemişlerdir. Araştırma sonuçlarıöğrencilerin akademik başarılarının geleneksel yönteme göre daha iyi olduğunu ve IO-DE projesindeki modelinüniversitelerde uygulanmasının yararlı olacağını ortaya koymuştur. Ayrıca görev alan öğretim elemanlarının da mesleki olarak yararlı kazanımlar elde ettikleri izlenmiştir.

Wagner, Speer ve Rossa (2007) tarafından yapılan araştırma, Rossa tarafından IO-DE modeline uygun olarak diferansiyel denklemlerin öğrencilere anlatıldığı bir durum çalışmasıdır. Araştırmaya Xavier Üniversitesinin matematik ve fen alanlarında eğitim alan 19 öğrenci katılmıştır. Dönem boyunca anlatılan dersler gözlemlenmiş, kaydedilmiş ve öğretim elemanının ders öncesi ve sonrası mülakatlarıda kaydedilmiştir. Diğer araştırmacılar tarafından yapılan değerlendirmelere göre dersin öğretim elemanına geri dönütler ve tavsiyeler sunulmuştur. Araştırma sonucunda diferansiyel denklemler öğretiminde sorgulayıcı eğitim modelini kullanacak öğretim elemanlarına mutlaka eğitim ve destek verilmesinin gerektiği ortaya çıkmıştır.

Abidin (2007) tarafından yapılan çalışmada, öğrencilerin diferansiyel denklemler ile ilgili öğrendiklerini her dersin ardından yazılı değerlendirmelerle tespit ederek anlamlı öğrenme durumu incelenmiştir. Araştırmaya Malezya'daki bir üniversitenin mühendislik bölümlerinde öğrenim gören 111 öğrenci katılmıştır. Öğrencilere yazılı değerlendirmelerden önce konu ile ilgili 5 problem çözerek, bugün ne öğrendim, nasıl öğrendim, ne hissediyorum ve nasıl uygulayabilirim sorularına cevap vermeleri istenmiştir. 14 hafta boyunca değerlendirmeler alınmış ve not verilmiştir. Araştırma sonucunda öğrenciler bu değerlendirmeleri hazırlamak için normalden daha çok çalıştıklarını, diferansiyel denklemler konularını daha iyi ve eğlenceli olarak öğrendiklerini ifade etmişlerdir.

Kwon (2009) tarafından yapılan çalışmada, diferansiyel denklemler öğretiminin gerçekçi matematik eğitimi (RME) modeli ile uygulanmasının süreçleri incelenmiştir.Dersler geleneksel yöntemden farklı olarak RME modeline göre planlanmış ve teknolojiden yararlanılmıştır. Araştırmaya matematik öğretmenliği birinci sınıfında öğrenim gören 43 öğrenci katılmıştır. Dersler RME modeline göre hazırlanmış, projeler gruplara verilmiş, tüm sınıfın katıldığı tartışmalar yapılmış ve kayıt altına alınmıştır. Yapılan çalışmanın sonucunda öğrencilerin kavramsal öğrenmelerinin arttığı, RME ile hazırlanan bu müfredat programının diferansiyel denklemler konusunun öğretimi açısından alternatif olacağı görülmüştür.

Maat ve Zakaria (2011) tarafındanyapılan çalışmada, mühendislik alanında diferansiyel denklemlerin öğretiminde Maple programının kullanımının öğrenci başarısına etkileri incelenmiştir. Araştırmaya mühendislik bölümlerinde öğrenim gören ve diferansiyel denklemler dersini alan 10 öğrenci katılmıştır. Çalışmaya katılan öğrencilere önce Maple programı kursu verilmiştir. Öğrenciler, diferansiyel denklemler eğitimi verilirken Maple programının kullanımının kullanışlı olduğunu ve öğretimi desteklediğini belirtmişlerdir. Veriler mülakatlar, gözlemler ve analizler ile elde edilmiştir. Öğretim elemanı derste Maple programını kullanmanın diferansiyel denklemler öğretimini kolaylaştırdığını belirtmiştir. Araştırma sonucunda mühendislik uygulamaları için önemli olan gerçek hayat problemleri çözümlerinde kolaylık sağlaması ve anlamlı hale getirmesi nedeniyle Maple programı ve benzerlerinin kullanılmasının faydalı olacağı, öğrencilerin derslere olan ilgilerinin ve sınıf içi işbirliğinin artmış olduğu görülmüştür.

2. MATERYAL ve METOTLAR

2.1. Araştırma Deseni

Ülkemizde yükseköğretim lisans düzeyinde yürütülmekte olan adi diferansiyel denklemler derslerinde kullanılan öğretim yaklaşımlarını ve öğrencilerin bu derslerde yaşadıkları zorlukları öğretim elemanlarının görüşlerine dayalı olarak incelemeyi amaçlayan bu tez çalışmasındabetimsel yöntem benimsenmiştir.Betimsel araştırmalar mevcut durumu veya geçmişten gelen sorunları inceleyen araştırmalardır. Genelde verilen bir durumu aydınlatmak, standartlar doğrultusunda değerlendirmeler yapmak ve olaylar arasında olası ilişkileri ortaya çıkarma amaçlı araştırmalardır. Bu tür araştırmalarda amaç incelenen durumu etraflıca tanımlamak ve açıklamaktır (Gurbetoğlu, 2015).

2.2. Katılımcılar

Katılımcıların seçiminde amaçlı örnekleme yönteminden yararlanılmıştır. Amaçlı örnekleme derinlemesine araştırma yapabilmek amacıyla çalışmanın amacı bağlamında bilgi açısından zengin durumların seçilmesidir (Büyüköztürk vd, 2012). Ayrıca fakülte, mesleki tecrübe, unvan gibi faktörler göz önüne alınarak maksimum çeşitlilik de gözetilmiştir.Bu kapsamda, tez çalışmasının katılımcıları Marmara, Karadeniz, İç Anadolu ve Güneydoğu Anadolu bölgelerinde yer alan on farklı devlet üniversitesinin fen, fen-edebiyat, mühendislik ve eğitim fakültelerinde adi diferansiyel denklemler dersini yürüten yada yürütmüş olan 18 öğretim elemanından oluşmaktadır. Öğretim elemanlarının biri profesör, yedisi doçent, onu ise doktor öğretim görevlisi unvanlarına sahiptir. Öğretim elemanlarının üniversite hizmet yılları 2,5 ile 33 yıl arasında değişmektedir. Diferansiyel denklemler dersi tecrübeleriise 1,5 yıl ile20 yıl arasındadır.

2.3. Veri Toplama Araçları ve Uygulanması

Bu tez kapsamında, araştırma problemleri göz önüne alınarak veri toplama aracı olarak bir yazılı görüş formu geliştirilmiştir. Yazılı görüş formu üç ana bölümden oluşmaktadır. Birinci bölümde öğretim elemanlarının üniversite, bölüm, akademik çalışma alanı, öğretim tecrübesi vb. konularda genel bilgileri yer almaktadır. İkinci bölümde kullanılan yöntemler, tercih edilen örnek ve soru türleri, öğretim yöntemleri konusuna ilişkin tecrübe, derslerde kullanılan kaynaklar ve bu kaynakların tercih sebepleri gibi adi diferansiyel denklemler dersinin öğretimine ilişkin on adet açık uçlu soru yer almaktadır. Üçüncü bölümde ise öğrencilerin yaşadığı zorlukları belirlemek amacı ile iki adet açık uçlu soru bulunmaktadır.

Yazılı görüş formu için biri matematik anabilim dalında, biri de matematik eğitimi anabilimdalında görev yapan iki öğretim elemanına inceletilerek uzman görüşüne başvurulmuştur. Ayrıca görüş formunda kullanılan açık uçlu soruların anlamlı ve anlaşılabilir olduğunu test etmek amacı ile üç öğretim elemanına bir pilot çalışma uygulanmıştır. Uzman görüşleri ve pilot çalışmadan elde edilen veriler doğrultusunda görüş formunun son şekli elde edilmiştir (bkz. Ek-1).

Yazılı görüş formu katılımcılara elektronik posta yolu ile ulaştırılmıştır. Katılımcılar da cevaplarını aynı şekilde elektronik posta yolu ile araştırmacıya iletmişlerdir. Verilerin toplanması yaklaşık üç hafta içinde gerçekleşmiştir.

2.4. Verilerin Analizi

Yazılı görüş formundan elde edilen veriler betimsel olarak analiz edilmiştir. Öğretim elemanlarının görüş formuna verdikleri cevaplar araştırmacı tarafından tek tek bireysel olarak incelenip soru bazında değerlendirilmiştir. Her bir soru için verilen cevaplar analiz edildikten sonra gruplandırma yapılarak ortak durumlar belirlenmiştir. Soruların yapısı itibariyle gruplamalar ve temalar sorudan soruya farklılık göstermektedir. Bazı soruların analizinde ise frekans tabloları kullanılmıştır.

3. BULGULAR

Diferansiyel denklemler öğretimine ilişkin akademideki derslerin yürütülmesi ile ilgili bir taban oluşturmak amacı ile ülkemizin belli başlı üniversitelerinde okutulmakta olan adi diferansiyel denklemler derslerinin dönem, teori ve uygulama, kapsam, kullanılan kaynaklar ve kullanılan yaklaşımlar başlıkları üzerinden inceleme yapılmıştır. Yapılan bu incelemede diferansiyel denklemler dersinin genellikle matematik bölümlerinde 3. ve 4. yarıyıl iki dönem şeklinde, mühendislik bölümlerinde 3. yarıyıl tek dönem şeklinde, genellikle 2 saat teori, 2 saat uygulama, zorunlu ders kategorisinde ve genellikle analitik yaklaşım tarzının benimsenmiş bir ders olarak verildiği görülmüştür.Ek-2'de diferansiyel denklemler dersinin üniversite ve bölümlere göre dönem, teori, uygulama, kullanılan kaynaklar ve kullanılan yaklaşımlar ile ilgili incelemesi tablo şeklinde verilmiştir.

Diferansiyel denklemler öğretimine ilişkin kullanılan kaynaklardan ders kitabı olarak tercih edilen bazı kitapların içerik ve kullanılan yaklaşım incelemesi yapılmıştır. Yapılan bu incelemede içerik olarak genellikle karşılaşılan konu başlıkları; diferansiyel denklemler temel tanım ve kavramlar, birinci mertebe ve birinci derecede adi diferansiyel denklemler, birinci mertebe ve yüksek dereceden diferansiyel denklemler, yüksek mertebeden lineer diferansiyel denklemler, sabit katsayılı homojen lineer diferansiyel denklemler, sabit katsayılı homojen olmayan lineer diferansiyel denklemler, yüksek mertebeden değişken katsayılı lineer diferansiyel denklemler, yüksek mertebeden lineer olmayan diferansiyel denklemler,seri çözümleri, laplace dönüşümleri, varlık ve teklik teorisi şeklindedir. Nümerik ve nitel çözümlerin kullanımının çok az olduğu, ''Diferansiyel Denklemin Temelleri'' adlı kitapta güncel modelleme örneklerine çokça yer verildiği görülmüştür. Ek-3'te bazı diferansiyel denklemler kitaplarının kullanıldığı üniversiteler ve bu kitaplardaki kullanılan yaklaşımların incelemeleri verilmiştir.

Çalışmaya katılan öğretim elemanlarının yazılı görüş formuna verdikleri cevaplar analiz edilerek verilere ulaşılmıştır. Bu verilere dayalı olarak elde edilen bulgular yukarıda ifade edilen araştırmanın alt problemlerinin sırasına göre aşağıda verilmiştir:

3.1. Öğretim Elemanlarının Adi Diferansiyel Denklemler Derslerinde Kullandıkları Yaklaşımlar Nelerdir?

Yapılan araştırmada veri toplama aracı olarak kullanılan yazılı görüş forrnunda bu araştırma sorusuna ilişkin 10 adet açık uçlu soru yöneltilmiştir. Öğretim elemanlarına yöneltilen bu açık uçlu soruların birincisinde;vermiş oldukları adi diferansiyel denklemler derslerinde hangi öğretim yöntemlerini kullandıkları sorulmuştur.Verilen cevaplara bakıldığında öğretim elemanlarının tamamının düz anlatım yöntemi kullandığı, bunun yanı sıra bir kişinin soru cevap, iki kişinin proje ve ödev, bir kişinin data show ve iki kişinin bilgisayar destekli öğretim yöntemide kullandıkları görülmüştür.

Yöneltilen açık uçlu soruların ikincisinde; adi diferansiyel denklemler derslerinde analitik, nümerik ve nitel yaklaşımlardan hangilerini tercih ettikleri ve nedenleri ile kısaca açıklamaları istenmiştir. Verilen cevaplar incelendiğinde öğretim elemanlarından 13 kişinin analitik yaklaşımı, 1 kişinin nümerik yaklaşımı, 3 kişinin analitik ve nümerik yaklaşımı, 1 kişinin ise analitik, nümerik ve nitel yaklaşımı tercih ettikleri görülmüştür. Çizelge 3.1.’de öğretim elemanlarının derslerinde kullandıkları yaklaşımlar görülmektedir.

Çizelge 3.1. Tercih edilen yaklaşımlar.

Analitik	Nümerik	Nitel
17	5	1

Öğretim elemanlarının analitik, nümerik ve nitel yaklaşımı tercih etme nedenlerini sıralarken kullandıkları ifadelerden bazıları aşağıda verilmektedir:

“Analitik, çünkü altyapı ve öğrencilerin bilgi eksikliğinden dolayı nümerik çözümlere giremiyoruz.’’

‘‘Nümerik yöntemler, çünkü tam çözülemeyen başlangıç ve sınır değer problemlerini yaklaşıkolarak çözebilmek için.’’

‘‘Analitik, çünkü öğrencilerin nümerik ve grafiksel çözüm yöntemlerinde zorlanacağını ya da başarısız olacağını düşünmekteyim.Zaten kullanılan ders

kitaplarında ve kaynaklarda analitik çözüm yöntemlerine ağırlık verildiğini görmekteyim.''

''Analitik çözüm yöntemlerine ağırlık veriyorum.Diferansiyel denklemler dersinin teorisi iyi bilindikten sonra, nümerik yöntemler sonraki sınıflarda gerek nümerik analiz dersinin içinde bir bölümde gerekse seçmeli derslerde anlatılmaktadır. Bu derslerde başarılı olmak için bence diferansiyel denklemlerin teorisi iyi verilmelidir.''

''Analitik, çünkü bölümlerin müfredatlarındaki konular çoğunlukla analitik çözümleri kapsamakta ve derse ayrılan süre ancak analitik çözümlerin öğrenilmesine yetmektedir.''

''Analitik ve nümerik, çünkü öğrencilerin uygulamada nasıl kullandıklarını görmeleri amacıyla kullanıyorum.''

''Analitik, çünkü en doğru davranışı (hata payından uzak) analitik çözümler sergiler.''

Yöneltilen açık uçlu soruların üçüncüsünde; 7 tane işlemsel anlamaya ve 4 tane kavramsal anlamaya yönelik olmak üzere toplamda 11 tane soru seçilerek, öğretim elemanlarının seçilen bu soru tiplerini ne sıklıkladers ve sınavlarda kullandıklarını belirlemek için hiç, bazen ve her zaman soruları yöneltilmiştir.Cevaplar incelendiğinde işlemsel anlamaya yönelik sorularda 18 tane hiç, 30 tane bazen, 78 taneher zaman seçeneğinin işaretlendiği ve kavramsal anlamaya yönelik olan sorularda 28 tane hiç, 33 tane bazen, 11 tane her zaman seçeneğinin işaretlendiği görülmüştür. Çizelge 3.2.' de öğretim elemanlarının işlemsel anlamaya yönelik soru tiplerinin, çizelge 3.3.' te ise kavramsal anlamaya yönelik soru tiplerini hangi sıklıkla kullandıkları görülmektedir.

Çizelge 3.2. İşlemsel anlamaya yönelik soru tiplerinin tercih durumu.

	Hiç	Bazen	Her zaman
İ1		5	13
İ2		7	11
İ3	4	6	8
İ4	8	5	5
İ5	6	4	8
İ6		1	17
İ7		2	16
Toplam	18	30	78

Çizelge 3.3. Kavramsal anlamaya yönelik soru tiplerinin tercih durumu.

	Hiç	Bazen	Her zaman
K1	3	11	4
K2	12	4	2
K3	7	10	1
K4	6	8	4
Toplam	28	33	11

Yöneltilen açık uçlu soruların dördüncüsünde; öğretim elemanlarının diferansiyel denklemler derslerinde bir bilgisayar programı kullanıp kullanmadıkları sorulmuştur. Cevaplara bakıldığında 11 kişinin kullanmadığı, 2 kişinin bazen kullandığı, 5 kişinin ise Maple, Matlab, Mathematica gibi programları kullandığı görülmüştür.Maple, Matlab, Mathematica gibi programların kullanımı ile ilgili olarak bir öğretim elemanının *‘‘Kendi çalışmalarımda sıkça kullandığım bu programları, maalesef derslerimde kullanamıyorum.Öğrenciler bu programlama dillerini bilmiyorlar. Bölümümüzde bilgisayar dersleri seçmeli olarak ve fizik öğretim üyeleri tarafından verilmektedir. Bu programların hiçbiri öğrencilere öğretilmediğinden derste kullanma gibi bir seçeneğim yok.’’* şeklinde bir ifadesi olmuştur. Başka bir öğretim üyesi ise *‘‘Bizim bölümümüzde ikinci sınıfta farklı dönemlerde söz konusu dersler tarafımca anlatılmaktadır. Birinci dönem Matlap, ikinci dönem ise Maple ve Mathematica derslerini verip, diferansiyel denklemlerin çözümlerini* *anlatıyorum.''*şeklinde ifade etmiştir.Çizelge 3.4.' te öğretim elemanlarının derslerinde bilgisayar programı kullanma durumları görülmektedir.

Çizelge 3.4. Bilgisayar programı kullanma durumu.

Kullanan	Kullanmayan
7	11

Yöneltilen açık uçlu soruların beşincisinde; öğretim elemanlarına adi diferansiyel denklemler derslerinde kullandıkları kaynakları seçme nedenleri sorulmuştur. Açık uçlu sorulara verilen cevaplar incelendiğinde farklı örnekler içermesi, ders içeriklerine uygun olması, konuyu açıklayıcı ele alması, uygulamaya yer vermesi, teorem ve örneklerin net bir şekilde açıklanması, öğrencilere yararlı olması, mühendislik alanında kullanıma uygun teoriden ziyade uygulamaya ağırlık vermesi,tanımların ayrıntılı olması, farklı fakülte ve farklı bölümlerdeki öğrenci seviyelerine göre farklı kaynak seçilmesi, dünyaca kabul edilen kaynakların seçilmesi, kitabın basımının yeni olması, çözümlü örneklerin çok olması nedenleri olduğu görülmüştür.Bu nedenler ile ilgili karşılaşılan ifadelerden bazıları şöyledir:

''Dünyaca kabul edilmiş yabancı kitapları kaynak olarak seçiyorum. Öğrencilerin seçtiğim kaynakları takip ederek dünyada herhangi bir üniversitede verilen diferansiyel denklem dersi notlarını okuyup anlayabilecek düzeyde olmalarına önem veriyorum.''

''Ben dersimde "Differential Equations, Shepley L. Ross" kitabını kullanıyorum, özellikle matematikçilere daha uygun. Bana göre bu kitapta teoremler çok net şekilde ifade edilmiş ve örnekler net açıklanmış.''

''Dersin teorisi en iyi şekilde anlatılıp genel örnekler veren kitapları tercih ederim.''

''Öğrencilerin kendi başlarına çalıştıkları zaman da rahatça anlayabilecekleri konu anlatımına sahip ve çözümlü örnek sayısı fazla olan kaynaklar.''

Yöneltilen açık uçlu soruların altıncısında; vermekte olduğunuz diferansiyel denklemler derslerinin döneminin ve süresinin uygunluğu, uygun değilse önerileriniz neler olabilir şeklinde sorulmuştur. Öğretim elemanlarından 12' si dersler için dönemin ve sürelerin uygun olduğunu belirtmiştir. Bunun yanında öğretim elemanlarından 2'si dersler için sürelerin azaltılması ve 4'ü arttırılması önerisinde bulunmuştur. Bir öğretim elemanı*''Bu dersin ders saatinin 4 olmasını uygun bulmuyorum. 3 saat olması bence daha uygun. Bizim bölümümüzde 4 saat üst üste uygulanıyor. Böyle olması öğrenci açısından çok yorucu olmaktadır.''* şeklinde bir öneri, başka bir öğretim elemanı ise *''Daha çok saat ve dönemde verilmeli. Anlatılmayıp geçilen birçok günlük hayattan güncel uygulama problemleri mevcut.''* şeklinde başka bir öneri sunmuştur. Çizelge 3.5.'te öğretim elemanlarının diferansiyel denklemler derslerine yönelik dönem ve ders saat sürelerini uygun bulma durumu görülmektedir.

Çizelge 3.5. Dönem ve ders saatlerinin uygunluğu.

Uygun	Artmalı	Azalmalı
12	4	2

Yöneltilen açık uçlu soruların yedincisinde; öğretim elemanlarına adi diferansiyel denklemler derslerinde teori ve uygulama ağırlığı nasıl olmalıdır diye sorulmuştur. Verilen cevaplara bakıldığında öğretim elemanlarından 5'inin teori ve uygulamanın eşit ağırlıkta olmasını, 3'ünün uygulamanın daha fazla olmasını, 5'inin teorinin daha fazla olmasını, diğerlerinin ise dersin verildiği bölümlere göre düzenlenmesini önerdiği görülmüştür.

Açık uçlu soruların sekizincisinde; öğretim elemanlarına genel olarak matematik öğretimi konusunda eğitim alıp almadıkları sorulmuştur. Öğretim elemanlarından 12'si matematik öğretimi konusunda eğitim almadığını, diğerleri ise matematik öğretimi konusunda eğitim aldığını ifade etmiştir. Bir öğretim elemanının *''Eğitim fakültesi mezunu olduğumdan matematik öğretim yöntemleri konusunda eğitim aldım. Ayrıca Amerika'da bu konuyla alakalı seminerler de aldım. Çok faydalı olduğunu düşünüyorum. Diferansiyel denklem nasıl öğretilir diye bir semineri de 2013 yılında Joint Math Meetings konferansında aldım. Çok faydalı bir seminerdi.''* şeklinde bir ifadesi olmuştur.

Açık uçlu soruların dokuzuncusunda; öğretim elemanlarına diferansiyel denklemlerin öğretimine yönelik bir eğitim alıp almadıkları sorusu yöneltilmiştir. Öğretim elemanlarından 17'sinin cevabı hayır sadece birinin cevabı ise evet olmuştur ve diferansiyel denklemlerin öğretiminde bilgisayar destekli öğretim ile ilgili eğitim aldığını ifade etmiştir.

Yöneltilen açık uçlu soruların onuncusunda; öğretim elemanlarına diferansiyel denklemlerin öğretimi konusunda akademik bir çalışma yapıp yapmadıkları sorulmuştur. Verilen cevaplar incelendiğinde öğretim elemanlarından diferansiyel denklemlerin öğretimi ile ilgili akademik bir çalışma yapan olmadığı görülmüştür.

3.2. Öğretim Elemanlarına Göre Adi Diferansiyel Denklemler Dersinde Öğrencilerin Karşılaştığı Zorluklar Nelerdir?

Veri toplama aracı olarak kullanılan yazılı görüş formunda bu araştırma sorusuna ilişkin öğretim elemanlarına 2 adet açık uçlu soru yöneltilmiştir. Yöneltilen bu açık uçlu soruların birincisinde; öğretim elemanlarına adi diferansiyel denklemler derslerinde karşılaştıkları, öğrencilerin yaşadıkları zorlukların neler olduğu ve bu zorlukların sebeplerini kısaca açıklamaları istenmiştir. Verilen cevaplar incelendiğinde öğretim elemanlarının büyük çoğunluğu öğrencilerin türev ve integral bilgilerinin yetersiz oluşundan dolayı zorlandıklarını belirtmişlerdir. Bunun yanı sıra altyapılarının zayıflığı dolayısıyla işlem yapamama, motivasyon eksiği, önyargı, derse önem atfetmeme, ilgisizlik, kavramsal anlamada yetersizlik, soru çözümlerini ezberleme, dersin zor olduğu kanaati, teoriye önem vermeyip uygulamada çözülen sorularla dersi geçme odaklı hareket etmeleri, orta öğretimden gelen alışkanlıklar, analiz dersi eksikliği, bilgisayar programları ile soruların çözülmesi dolayısı ile öğrenmeye gerek yok yaklaşımı, analitik düşünmenin eksikliği, sosyal medya bağımlılığı şeklinde karşılaşılan zorluklar sıralanmıştır. Öğretim elemanlarının öğrenci zorluklarına ilişkin ifadeleri aşağıda verilmektedir:

‘‘Orta öğretim süresi boyunca bir konu üzerinde düşünme/irdeleme, onu gerçek manada anlamaya yönelik çalış(tırıl)madıkları için lisansa geldiklerinde büyük ölçüde konuları anlamakta zorlanmaktalar.Bu diğer matematik dersleri için de böyle maalesef…’’

‘‘Öğrenciler liseden gelme alışkanlıklarını sürdürdüklerinden sabırla işlem yapmakta zorlanıyorlar.Dersin biraz teorisine girdiğinizde ise (varlık ve teklik teoremleri gibi) analiz dersini henüz aldıklarından teoremleri anlamada zorlanıyorlar. Beni en çok şaşırtan ise bu diferansiyel denklemleri matematik programlarının çözdüğünü çözümü öğrenmeye ne gerek var gibi ifadeler oluyor.’’

‘‘Benim gözlemlediğim, öğrencinin diferansiyel dersinin önşartı olarak gördüğüm matematik 1 ve 2 (temel matematik, türev, integral) derslerinde yeterli olmadan diferansiyel denklemler dersini almasıdır.Bunun öğrencilerin diferansiyel denklemler dersini anlamakta yaşadıkları sorunların en büyük kaynağı olarak görmekteyim.’’

‘‘Öğrencilerin dersin ön koşulunda bulunan genel matematik derslerine gereken önemi vermeyişlerinin zorlanmalarındaki öncelikli neden olduğunu düşünüyorum. Ayrıca dersi almadan önce aldıkları duyumlara göre dersin zor olduğunu düşünüp öğrenmeye kapalı hale geliyorlar.Derse tanımlamalarla başladığımızda ön yargıları biraz yıkılsa da işlem yapmaya başladığımızda altyapılarındaki eksikliklerden dolayı öğrenmek için çaba sarf etmiyorlar.’’

‘‘Öğrencilerin yaşadığı en temel zorluk altyapılarının zayıflığından dolayı işlem yapamamaktır. Türev ve integral almakta zorluk yaşıyorlar.Seri, fonksiyon gibi temel kavramları bilmiyorlar.Çözümü çıkartmaya değil ezberlemeye çalışıyorlar ve ilgisizler.Derste not tutsalar bile teoriye bakmayıp uygulamada çözülen sorularla yalnızca geçme odaklı düşünüyorlar.’’

‘‘Öğrencilerin alt sınıftan integral öğrenemeden gelmeleri bu dersin önemli bir sorunudur. Ancak konu yoğunluğu nedeniyle genellikle denklem tipini belirlemekte de çok zorluk çekiyorlar.’’ şeklinde ifadeleri olmuştur.

Yöneltilen açık uçlu soruların ikincisinde ise, öğretim elemanlarına öğrencilerin yaşadığı zorluklar ile ilgili olarak konuyu kavramsal anlama (bir konu ile ilgili olarak teorik ilişkileri tanımlayabilme, açıklayabilme, yorumlayabilme ve kanıtlayabilme konularında yaşanan zorluklar), işlemsel anlama (kural, algoritma, formül, işlemleri bilme, uygulama ve hesaplama gibi konularda yaşanan zorluklar), kavram yanılgısı (yani bireyin doğru olarak kabul ettiği ancak yanlış kavramsallaştırmalara dayanan sistematik hatalar), temsiller arası geçiş zorluğu (soyut kavram veya sembolleri somutlaştırarak modelleme işlemi)şeklindeki dört ana başlığın hangisi ya da hangilerinde toplandığı sorulmuştur. Verilen cevaplar incelendiğinde kavramsal anlama başlığına 9 öğretim üyesi, işlemsel anlama başlığına 8 öğretim üyesi, kavram yanılgısı başlığına 2 öğretim üyesi ve temsiller arası geçiş başlığına 8 öğretim üyesinin katıldığı görülmüştür.2 öğretim üyesinin ise hiçbirine katılmadığı görülmüştür.Öğretim elamanlarının bu sorudaki kavramsal anlama ile ilgili olarak;

‘‘Neredeyse yüzde 80’i konuyu anlamaya çalışmıyor bile. Teorik ilişkileri yorumlama ya da açıklananı anlamaya çalışma istekleri yok. Özellikle son zamanlarda internette bir konuyla ilgili en kısa çözüm yöntemini formülüze ederek veren sitelerden sınavlardan önceki gün çalışıp ezberleyerek ders geçmeye çalışıyorlar. Tek amaçları geçmek oluyor.*’’*

‘‘Öğrenciler teorik ilişkileri belirlemekte daima sorun yaşıyorlar. Soru sorarken, konuyu ifade etme güçlüğü çekiyorlar. Konular arası bağlantıları kuramıyorlar. Öğrenmek için değil sadece sınavda geçer not almak için, sınav haftası ders çalıştıklarından başarılı olamıyorlar.’’

İşlemsel anlama ile ilgili olarak *‘‘Formül çıkaramıyorlar, verilen formülü uygulayıp hesap yapamıyorlar. Analiz altyapıları çok zayıf, çoğu analiz derslerini geçmeden diferansiyel denklemler dersini alıyor.’’* şeklinde ifadeler görülmektedir. Çizelge 3.6.’ da öğretim elemanlarına göreadi diferansiyel denklemler derslerindeöğrencilerin yaşadığı zorlukların toplandığı başlıklar görülmektedir.

Çizelge 3.6. Yaşanan öğrenci zorlukları.

Kavramsal Anlama	**İşlemsel Anlama**	**Kavram Yanılgısı**	**Temsiller Arası geçiş**
9	8	2	8

3.3. Diferansiyel Denklemler Öğretimi ile İlgili Öğretim Elemanı Görüşleri Nelerdir?

Diferansiyel denklemler dersinin dönem ve ders süreleri ile ilgili olarak öğretim elemanlarının önerileri yazılı görüş formları incelendiğinde; 2 dönemde 3’er saat olarak verilmeli, ders saat sayıları artmalı, ders saat sayıları azalmalı, 3 saat yeterli, üst üste 4 saat olması uygun değil 3 saat olmalı, daha çok dönem ve saatte verilmeli şeklinde olduğu görülmüştür.

Diferansiyel denklemler dersinin teori ve uygulama ağırlığı ile ilgili olarak öğretim elemanlarının önerileri ise, % 50 teori, % 50 uygulama olmalı,% 60 teori, % 40 uygulama olmalı, bölümlere göre değişmeli, fizik ve mühendislik için % 20 teori, % 80 uygulama, matematik için % 40 teori, % 60 uygulama olmalı,% 75 teori, % 25 uygulama olmalı, 4 saat teori, en az 2 saat bilgisayar uygulama olmalı,dersin teorisi öğrenci analiz dersini aldıktan sonra verilmeli, mühendislik ve teknoloji fakültelerinde çok fazla teori değilde kendi alanlarına uygun, uygulamalı dersler olmalı şeklinde olduğu görülmüştür.

Diferansiyel denklemler dersi ile ilgili öğretim elemanlarının diğer önerileri de öğrencilerin muhakeme gücünü arttırabilmek için bir miktar teori mutlaka olmalı, ancak bilgisayar programları artık bu denklemleri saniyede çözebiliyorken çok da enerji harcanmamalı, enerjimizi daha faydalı keşfedilmemiş yönlere aktarmalıyız, günlük hayattan güncel uygulama problemleri verilmeli,öğrencilerin analitik düşünme yetileri geliştirilmeli,öğrenciler diferansiyel denklemler dersinin önşartı olan temel matematik 1 ve 2 derslerinde yeterli olmadan diferansiyel denklemler dersini almamalı, diferansiyel denklemler ile ilgili proje ödevi verilmeli şeklinde olduğu görülmüştür. Ayrıca zaman zaman diferansiyel denklemler nasıl öğretilmeli seminerleri de öğretim elemanlarına faydalı olabilir şeklinde öneri sundukları görülmüştür.

4. TARTIŞMA ve SONUÇ

Bu araştırmanın amacı, ülkemizde üniversitelerde lisans ve yüksek lisans düzeyinde görülen adi diferansiyel denklemlerin öğretiminde kullanılan yaklaşımları ve karşılaşılan zorlukları öğretim elemanlarının görüşlerine dayalı olarak incelemektir. Bu amaçla yapılan bu çalışmada elde edilen bulgulara göre araştırmaya katılan öğretim elemanlarının neredeyse tamamına yakınının derslerinde analitik yaklaşımı kullandıkları görülmektedir. Buna göre diferansiyel denklemler dersleri anlatılırken konuya ait bir kavramın tanımı verildikten sonra kavrama veya konuya ait tipik örnekler çözülerek ve çözümlerinde cebirsel ifadeler elde etmeye yönelik sorular üzerine odaklanıldığı görülmektedir. Öğretim elemanlarından sadece birinin nitel yaklaşımı kullandığı, öğretim elemanlarından üçünün analitik, nümerik yaklaşımı beraber kullandıkları ve bir öğretim elemanının analitik, nümerik ve nitel yaklaşımın üçünü birlikte kullandığı görülmektedir. Literatüre bakıldığında dünyada dayapılan çalışmalara göre sahanın hakimi analitik yaklaşımdır (Arslan, 2008). Bununla birlikte çoğunlukla kullanılan analitik yaklaşım ile diferansiyel denklemlerin büyük çoğunluğu çözülememektedir. Nümerik yaklaşım ile bu eksiklikler giderilebilir. 1. mertebeden diferansiyel denklemler ve aynı zamanda her mertebeden difernsiyel denklem 1. mertebeden diferansiyel denklem sistemine çevrilebildiğinden sayısal olarak hesaplanabilir. Ancak bu avantajın yanı sıra uygun nümerik metodu seçmenin zorluğu, bu metodlarda çok fazla hesap yapılması, özel bilgisayar ve programlar gerektirmesi gibi dezavantajları mevcuttur. Ayrıca nümerik yaklaşımda yaklaşık hesap yapılması, hata paylarının ortaya çıkması, bir aralık üzerinden özel çözümler elde edilmesi gibi durumlar mevcuttur. Nitel yaklaşım ise nümerik yaklaşım gibi her mertebeden diferansiyel denklem için çözme olanağı verebilir. Analizin teğet, türev, integral eğrileri çizme, asimptotların varlığı yokluğu gibi kavramlarını kullanma, yorumlama ve uygulama alanı sunar. Bu yaklaşım diferansiyel denklemler için kavramsal anlama içinde gereklidir. Bunun yanında analizin bu denli kullanılması, nitel yaklaşımın öğrenilmesi ve öğretilmesinizor bir hale getirir, bir grafik çizme programı ve aracıda gereklidir. Bunun yanı sıra karşılaşılan gerçek hayat problemlerinin birçoğu lineer olmayan bir diferansiyel denklem ile modellenebildiğinden analitik çözüm yoktur ve nümerik çözümde yeterli olmayabilir. Dolayısıyla nitel yorumlamalara ihtiyaç duyulur (Arslan, 2008). Bahsedilen bu nedenlerden dolayı lisans seviyesinde diferansiyel denklemler derslerinde sıkça kullanılan analitik yaklaşımın yanı sıra öğretimin kalitesini artırmak için nümerik yaklaşımın ve nitel yaklaşımında gerekli olduğu durumlarda entegre edilerek kullanılmasıönerilebilir.

Öğretim elemanlarına sunulan yazılı görüş formunda diferansiyel denklemler derslerinde kullanılan soru tiplerinin işlemsel anlamaya mı kavramsal anlamaya mı yönelik olduğu ile ilgili sorunun cevapları incelendiğinde,bulgulara göre öğretim elemanlarının büyük çoğunluğunun işlemsel anlamaya yönelik olan soru tiplerini kullandıkları sonucuna ulaşılmıştır. Bunun yanında kavramsal anlamaya yönelik olan soru tiplerinin bazen kullanıldığı sonucu ortaya çıkmıştır.Arslan (2010a) çalışmasına bakıldığında araştırmaya katılan öğrencilerin % 85'i işlemsel anlama ile ilgili sorulara doğru cevap verirken, kavramsal anlama ile ilgili sorulara % 30 oranında doğru cevap vermişlerdir.

Yine bulgulara göre öğretim elemanlarının diferansiyel denklemler derslerinde Maple, Matlab, Mathematica gibi bilgisayar programlarını kullananların % 38 civarında olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Ancak gerekli olan bilgisayar derslerinin seçmeli olması nedeniyle tamamı alınamadığından öğretim elemanları bu gibi programları kullanamadıklarını belirtmiştir.

Yazılı görüş formundaki bulgulara göre, öğretim elemanlarının büyük çoğunluğu diferansiyel denklemler derslerinin dönem ve saat sürelerinin uygun olduğunu, teori ve uygulama ağırlıklarının dersin verildiği bölümlere göre ayarlanması gerektiğini belirtmişlerdir. Öğretim elemanlarının % 33'ü civarında matematik öğretimi konusunda eğitim aldığı ama diferansiyel denklemlerin öğretimi ile ilgili sadece bir kişinin eğitim aldığı görülmektedir. Yine bu bulgulara göre öğretim elemanlarından diferansiyel denklemlerin öğretimi ile ilgili akademik bir çalışma yapan olmamıştır.

Öğretim elemanlarının diferansiyel denklemler dersini yürütürken öğrencilerin yaşadığı zorluklara ilişkin sorulara verdikleri cevaplara göre, öğretim elemanları öğrencilerin zorluk çekmesinin temel nedeni olarak altyapı eksikliğinin yani eksik bilgilerinin olduğunu söylemektedirler. Öğrencilerdeki diferansiyel denklemler için gerekli olan türev ve integral konu bilgilerinin eksik oluşu nedeniyle öğrencilerin diferansiyel denklemler dersi için hazır bulunuşluk düzeyinin yeterli olmadığı sonucuna ulaşabiliriz. Aynı zamanda Sevimli (2016) yapmış olduğu derleme çalışmasında da öğrencilerin diferansiyel denklemler için gerekli olan türev ve integral uygulamalarının zorluklara neden olmasından bahsetmektedir. Bunlardan farklı olarak ayrıca öğretim elemanlarına göre işlem yapamama, motivasyon eksiği, önyargı, derse önem atfetmeme, ilgisizlik, kavramsal anlamada yetersizlik, soru çözümlerini ezberleme, dersin zor olduğu kanaati, teoriye önem vermeyip uygulamada çözülen sorularla dersi geçme odaklı hareket etmeleri, orta öğretimden gelen alışkanlıklar, bilgisayar programları ile soruların çözülmesi dolayısı ile öğrenmeye gerek yok yaklaşımı, analitik düşünmenin eksikliği, sosyal medya bağımlılığı şeklinde karşılaşılan zorluklarda belirtilmiştir.Öğretim elemanlarının öğrencilerin yaşadığı işlemsel anlama, kavramsal anlama, kavram yanılgısı ve temsiller arası geçiş zorluklarının durumu sorulduğunda bulgulara göre en çok kavramsal anlama ve işlemsel anlama olduğunu ifade ettikleri görülmüştür. Arslan (2010b) yapmış olduğu çalışmasında da araştırmaya katılan öğrencilerin diferansiyel denklemlerle ile ilgili cebirsel çözümleri ezberleyerek başarılı oldukları ama kavramsal öğrenmelerde başarılı olamadıkları sonucunu ortaya koymuştur. Öğrencilerin diferansiyel denklemler konularını kavramadan cebirsel çözümleri yapabildiklerinden kavramsal öğrenmeye gerek duymadıklarınıda belirtmiştir. Dolayısıyla diferansiyel denklemler konuları anlatılırken sadece cebirsel yöntemler değil, sayısal ve grafiksel yöntemlerdende bahsedilmelidir. Sevimli (2016) çalışmasında da geçen literatürdeki; öğretimin teknoloji destekli olması, çözüm süreçlerinde analitik, nitel ve nümerik yaklaşımlarında kullanılması ve problemlerin modellenmesi sırasında öğrencilerin diferansiyel denklemleri kullanabilmeleri için gerçek hayat problemlerine yer verilmesi önerileride göz ardı edilmemelidir. Ayrıca dünyada pek çok üniversitede matematik laboratuvarları ve matematik destek merkezleri kurulmuştur. Bu merkezler aracılığı ile web siteleri üzerinden ücretsiz kaynaklara, soru çözüm videolarına, ders videolarına erişim sağlanabilmekte ve randevulu birebir destek dersleri, bireysel danışmanlık, ek ders desteği gibi hizmetler verilmektedir (Uysal, 2010). Buna benzer üniversitelerin bünyesinde matematik merkezleri oluşturulabilir.

Diferansiyel denklemler öğretimi ile ilgili öğretim elemanlarının önerileri yazılı görüş formu bulgularına göre; diferansiyel denklemler derslerinin genelde 2 dönemde 3'er saat olarak verilmesi, teori ve uygulama ağırlıklarının bölümlere göre ayarlanması, öğrencilerin muhakeme gücünün artırılması için teorinin mutlaka olması, ancak bilgisayar programları artık bu denklemleri hızlı çözebiliyorken çok da enerji harcanmamalı, günlük hayattan güncel uygulama problemleri seçilmeli, diferansiyel denklemler dersinin ön şartı olan analiz derslerinde yeterli olmadan diferansiyel denklemler dersini almamalı yani şart koşulmalı şeklinde olmuştur.

KAYNAKLAR

Abidin, A. Z. (2007). Enhancing the Teaching & Learning of Differantial Equations Via Writing Reflections: A Case Study. *InternationalConferance on Engineering Education*.

Akkuş, M. (2014). *Diferansiyel denklemler öğretimi için harmanlanmış öğrenme eğitimi*. Doktora tezi, Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya.

Allen, K. (2006). *Students' participation in a differential equations class: parametric reasoning to understand systems*.Unpublished doctoral dissertation, The Purdue University.

Arslan, S. (2008). Diferansiyel denklemlerin öğretiminde farklı yaklaşımlar ve nitel yaklaşımın gerekliliği.*Milli Eğitim Dergisi*, 179: 153-163.

Arslan, S. (2010a). Traditional Instruction of Differential Equations and Copceptual Learning.*Teaching Mathematics and Its Applications*, 29: 94-107.

Arslan, S. (2010b). Do students really understand what an ordinary differential equations is?.*International Journal of Mathematical Education in Science and Technology,* 41(7): 873-888.

Büyüköztürk, Ş., Çakmak, E. K., Akgün, Ö. E., Karadeniz, Ş., Demirel, F. (2012). *Bilimsel Araştırma Yöntemleri*. Geliştirilmiş 11. Baskı, Pegem Akademi, Ankara, 249.

Çağlıyan, M., Çelik, N., Doğan, S. (2012). *Adi Diferensiyel Denklemler*. Dora Yayınları, Bursa.

Edwars, C. H. and Penney D. E. (2008). *Diferensiyel Denklemler ve Sınır Değer Problemleri*.Palme Yayıncılık, Ankara.

Gurbetoğlu, A. (2015). *Bilimsel Araştırma Yöntemleri*. İstanbul Ticaret Üniversitesi, İstanbul.

Habre, S. (2000). *Explring students' strategies to solve ordinary differential equations in a reformed setting*. Journal of Mathematical Behavior, 18(4): 455-472.

Habre, S. (2002). Writing in a reformed differantial equations class. *Proceedings of the 2nd International Conference on the Teaching of Mathematics*.

Hubbaard, J. H. and West, B. H. (1991). *Differential equations: A dynamical systems approach Part 1*.Springer-Verlag,New York.

Hunt, B. R., Lardy, L. J.,.Lipsman, R. L., Osborn, J. E., and Rosenberg, J. M. (2009). *Differential Equations,With Maple (3rd edition).*USA: John Wiley & Sons Inc.

KAYNAKLAR (Devam Ediyor)

Jegdic, K. (2011). Teaching Partial Differential Equations Using Technology.*Proceedings of the 23rd International Conference on Technology in Collegiate Mathematics (ICTCM),* Denver, CO.

Kline, M. (1972). *Mathematical thought from ancient to modem times*.Oxford University Press, New York.

Kuhn, T. S. (1970). *The structure of scientific revolutions 2nd ed.*The University of Chicago Press, Chicago.

Kwon, O. N. (2002). Conceptualizing the realistic mathematics education approach in the teaching and learning of ordinary differential equations.*Prceedings of the International Conference on the Teaching of Mathematics*, Crete, Greece.

Kwon, O. N. (2009*). Conceptulizing the realistic mathematics education aproach in the teaching and learning of ordinary differential equations*.http://www.cimm.ucr.ac.cr/ojs/index.php/eudoxus/article/view/430. adresinden ulaşılmıştır.

Maat, S. M. and Zakaria, E. (2011).Exploring students Understanding of Ordinary Differential Equations using Computer Algebraic System (CAS).*The Turkish Online Journal of Educational Technology*, 10: 123-128.

Mısır, A. (2016).*Diferensiyel Denklemler*.Gazi Kitabevi,Ankara.

O’Conner, J. J. and Robertson, E. F. (2003). *The Mac Tutor History of Mathematics archive.* htpp://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/index.html adresinden ulaşılmıştır.

Rasmussen, C. L. (1997). *Qualitative and numerical methods for analyzing differential equations: A case study of students’ understandings and difficulties*. Unpublished doctoral dissertation, University of Maryland.

Rasmussen, C. L., Kwon, O. N., Allen, K., Marrongelle, K., and Burtch, M. (2008). Capitalizing on advences in mathematics and K-12 mathematics education in undergraduate mathematics: An inquiryoriented approach differential equations.*Asia Pasifi Education Review*, 7(1): 85-93.

Rasmussen C. L. and Kwon, O. N. (2007). An inquiry-oriented approach to under graduate mathematics.*The Journal of Mathematical Behavior*,26(3), 189-194.

Salem, A. and Abudiab, M. A. (2006). Teaching Differantial Equations for Engineering Students: An Interactive Approach.*ASEE-GSW Conference*, Baton Rouge, LA.

KAYNAKLAR (Devam Ediyor)

Sezer, M. ve Daşcıoğlu A. (2014). *Diferansiyel Denklemler 1 Teori ve Problem Çözümleri.* Dora Yayınları, Bursa.

Sevimli, E. (2016). Diferansiyel denklemlerin öğretiminde yaşanan zorluklar ve alternatif öğretim yaklaşımları.*Sakarya University Journal of Education*, 6/2: 154-171.

Slavit, D., Cooper, K. and LoFaro, T. (2002). Understanding of solution to differential equations through contex, web-based simulations and student discussion.*School Science and mathematics*, *ProQuest Educ. J.*, 380-390.

Upton, S. D. (2004).*Students' solution strategies to differential equations problems in mathematical and nonmathematical contexts*. Unpbulished doctoral dissertation,The Arizona State University.

Uysal, F. (2010). Mühendislik Öğrencileri İçin Matematik Merkezleri.*International Conference on New Trends in Education and Their Implications.* 11-13 Nowember, 2010 Antalya- Turkey.

Wagner, J. F., Speer, N. M., and Rossa, B. (2007). Beyond mathematical content knowledge: A mathematician's knowledge needed for teaching an inquiry-oriented differential equations course*The Journal of Mathematical Behavior*, 26(3): 247-266.

EKLER

Ek 1: Yazılı görüş formu.

Sayın Öğretim Üyesi
Ülkemizde diferansiyel denklemlerin öğretiminde kullanılan yaklaşımları ve öğrencilerin yaşadığı öğrenme zorluklarını, öğretim elemanlarının görüşlerine dayalı olarak incelemeyi amaçlayan bir yüksek lisans tez çalışması yürütmekteyiz. Bu çalışma kapsamında, aşağıda adi diferansiyel denklemlerin öğretilmesinde uygulamakta olduğunuz (ya da uyguladığınız) yaklaşımlar ve gözlemlediğiniz öğrenci zorluklarına ilişkin açık uçlu sorular yer almaktadır. Konu ile ilgili değerli görüşlerinizi samimiyetle bizimle paylaşacağınıza olan inancımız tamdır. Yanıtlarınızın bireysel olarak değerlendirilmeyeceğini ve bu çalışmadan yapılacak bilimsel yayınlarda sizin ve üniversitenizin isminin yer almayacağını belirtir, ayıracağınız zaman ve desteğiniz için şimdiden teşekkür ederiz.

Ayhan AYDIN
Bilecik Şeyh Edebali Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü Yüksek Lisans Öğrencisi

Danışman: Dr. Öğr. Üyesi Figen UYSAL

GENEL BİLGİLER
Adınız, Soyadınız:
Üniversiteniz ve Bölümünüz:
Unvanınız:
Akademik Çalışma Alanınız:
Adi Diferansiyel Denklemler konusunda verdiğiniz derslerin isimleri:

Kaç yıldır üniversitede çalışmaktasınız?
Kaç yıldır diferansiyel denklemler dersini vermektesiniz (ya da verdiniz)?

Diferansiyel denklemler derslerini hangi fakülte v e bölümlerde vermektesiniz (ya da verdiniz)?

ADİ DİFERANSİYEL DENKLEMLERİN ÖĞRETİMİNE YÖNELİK GÖRÜŞLER

1. Vermekte olduğunuz ya da daha önce verdiğiniz adi diferansiyel denklemler derslerinde bu derslere ilişkin düz anlatım yöntemi ile birlikte farklı öğretim yöntemleri (örn: proje tabanlı, bilgisayar destekli, sorgulama temelli vb.) uyguladınız mı? Cevabınız evet ise kullandığınız yöntemleri belirtir misiniz?

2. Adi diferansiyel denklemler ders(lerin)izde analitik, nümerik ve grafiksel (nitel) çözüm yöntemlerinin hangisine ya da hangilerine ağırlık vermektesiniz? Nedenleri ile birlikte kısaca açıklar mısınız?

3. Aşağıda verilen soruların her biri için bu tip soruları derslerinizde ve sınavlarınızda ne sıklıkla kullandığınızı işaretler misiniz?

Soru 1: $\frac{dy}{dx} = (\frac{-1}{x})y + (x-1)$ diferansiyel denkleminin y(6) = 1 başlangıç koşulunu sağlayan bir çözümünü bulunuz.

☐Hiç ☐Bazen ☐ Her zaman

(İ1)

Soru 2: Üçüncü mertebeden lineer ve homojen bir diferansiyel denklemin çözümünde kaç adet keyfi sabit elde edilir ve bu sabitlerin belirlenebilmesi için kaç başlangıç değerine ihtiyaç vardır? Açıklayınız.

☐Hiç ☐Bazen ☐ Her zaman

(K1)

Soru 3: $xy^2 + \frac{x^3}{3} = 1$ fonksiyonu $(x^2 + y^2)dx + 2xydy = 0$denkleminin bir özel çözümü müdür?

☐Hiç ☐Bazen ☐Her zaman

(İ2)

Soru4: Herhangi bir noktada teğet doğrusunun eğimi o noktanın ordinatına eşit olan eğriler ailesinin diferansiyel denklemini yazınız.

☐Hiç ☐Bazen ☐Her zaman

(İ3)

Soru5: Değişkenlerine ayrılabilen diferansiyel denklem nedir? Bir örnek veriniz. Bu tip denklemleri nasıl çözersiniz?

☐Hiç ☐Bazen ☐Her zaman

(İ4)

Soru6: Aşağıda verilen her bir durum için, diferansiyel denklemin nasıl çözüleceğini belirtiniz:
6a) Homojen 6b) Bernoulli 6c) Riccati 6d) Lineer

☐Hiç ☐Bazen ☐Her zaman

(İ5)

Soru7: $y' = \frac{xy^2-1}{1-x^2y}$ denklemini çözünüz.

☐Hiç ☐Bazen ☐Her zaman

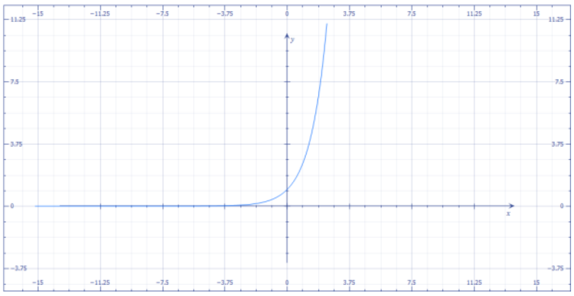
(İ6)

Soru8: $(x^3 + y^3)dx + 3xy^2dy = 0$ denklemini çözünüz.

☐Hiç ☐Bazen ☐Her zaman

(İ7)

Soru9:



Şekil1

Şekil 1 de verilen eğri, $y' = 2y$diferansiyel denkleminin bir çözümü olabilir mi?Cevabınızı açıklayınız.

☐Hiç ☐Bazen ☐Her zaman

(K2)

Soru10: Verilen bir $f(x, y)$ fonksiyonu farklı diferansiyel denklemlerin çözümü olabilir mi? Cevabınızı açıklayınız.

☐Hiç ☐Bazen ☐Her zaman

(K3)

Soru11:$y' = y$ diferansiyel denkleminin (1,1) noktasındaki çözüm eğrisine bu noktada teğet olan doğrunun denklemini bulunuz.

☐Hiç ☐Bazen ☐Her zaman

(K4)

4. Diferansiyel denklemler ders(lerin)izinde Matlap, Maple, Mathemtica gibi bir bilgisayar programı kullanıyor musunuz?

5. Adi diferansiyel denklemler ders(lerin)izde kullandığınız kaynakları seçme nedenlerinizi kısaca açıklar mısınız?

6. Vermekte olduğunuz ya da daha önce verdiğiniz adi diferansiyel denklemler derslerinin dönem ve süresi (ders saati) sizce uygun mudur? Cevabınız hayır ise bu konuya ilişkin önerileriniz nelerdir?

7. Sizce bir adi diferansiyel denklemler dersinde teori ve uygulama ağırlığı nasıl olmalıdır?

8. Genel olarak matematik öğretim yöntemleri konusunda bir eğitim aldınız mı? Yanıtınız evet ise kısaca açıklar mısınız?

9. Diferansiyel denklemlere yönelik farklı öğretim yöntemleri (örn: proje tabanlı, bilgisayar destekli, sorgulama temelli vb.) konusunda herhangi bir eğitim aldınız mı? Yanıtınız evet ise kısaca açıklar mısınız?

10. Diferansiyel denklemler öğretimine yönelik bir akademik çalışma yaptınız mı? Cevabınız evet ise çalışmalarınız hakkında bilgi verir misiniz?

ÖĞRENCİ ZORLUKLARINA İLİŞKİN GÖRÜŞLER

11. Adi diferansiyel denklemler ders(ler)inizde sizce öğrencilerin yaşadığı zorluklar nelerdir? Bu zorlukların sebepleri nelerdir? Kısaca açıklar mısınız?

12. Aşağıdakilerden hangisi ya da hangileri sizce öğrencilerin yaşadıkları zorlukların toplandığı bir başlık olabilir? Nedenleri ile birlikte kısaca açıklar mısınız?

- Konuyu kavramsal olarak anlama (yani: bir konu ile ilgili teorik ilişkileri tanımlayabilme, açıklayabilme, yorumlayabilme ve kanıtlayabilme konularında yaşanan zorluklar)
- İşlemsel anlama (kural, algoritma, formül, işlemleri bilme, uygulama ve hesaplama gibi konularında yaşanan zorluklar)
- Kavram yanılgısı (yani bireyin doğru olarak kabul ettiği ancak yanlış kavramsallaştırmalara dayanan sistematik hatalar)
- Temsiller arası geçiş zorluğu (soyut kavram veya sembolleri somutlaştırarak modelleme işlemi)

TEŞEKKÜR EDERİZ.

Ek-2: Diferansiyel denklemler dersinin üniversite incelemeleri.

Üniversite Adı	Bölüm Adı	Teori Uygu-lama	Hangi Yarıyıl	Zorunlu Seçmeli	Kullanılan Kaynak	Yaklaşımlar
Anadolu Üniversitesi	Matematik	2+2	3. ve 4.	Z	Tenenbaum M., Pollard H. (1985) Ordinary Differential Equations, Dover	Analitik Nitel
Anadolu Üniversitesi	İlköğretim Matematik Öğretmenliği	4	6.	Z		Analitik
Anadolu Üniversitesi	Bilgisayar Mühendisliği	2+2	4.	Z		Analitik
Anadolu Üniversitesi	Endüstri Mühendisliği	2+2	3.	Z		Analitik
Anadolu Üniversitesi	İnşaat Mühendisliği	2+2	3.	Z		Analitik
Anadolu Üniversitesi	E-Elektronik Mühendisliği	2+2	3.	Z		Analitik
Anadolu Üniversitesi	Makine Mühendisliği	2+2	3.	Z		Analitik
Bilecik Şeyh Edebali Üniversitesi	Matematik	2+1	3. ve 4.	Z	Diferansiyel Denklemler, Prof Dr Mehmet Sezer, Prof Dr Ayşegül Daşcıoğlu	Analitik
Bilecik Şeyh Edebali Üniversitesi	İnşaat Mühendisliği	3	3.	Z	Differential E Shepley L. Ross, John Wiley&Sons, 1984quations	Analitik Nitel Nümerik
Bilecik Şeyh Edebali Üniversitesi	E-Elektronik Mühendisliği	3	3.	Z	Differential E Shepley L. Ross, John Wiley&Sons, 1984quations	Analitik Nitel Nümerik

Bilecik Şeyh Edebali Üniversitesi	Makine Mühendisliği	3	3.	Z	Differential E Shepley L. Ross, John Wiley&Sons, 1984quations	Analitik Nitel Nümerik
Hacettepe Üniversitesi	Matematik	4	3.	Z	Sh.L.Ross, differential equations,J Wiley&Sons Inc.,1989.	Analitik
Hacettepe Üniversitesi	Matematik Öğretmenliği	3	3. ve 4.	Z	Boyce, W. E., DiPrima, R. C. (1995). Gewöhnliche Differential. Heidelberg: Spektrum	Analitik
Hacettepe Üniversitesi	İlköğretim Matematik Öğretmenliği	4		S	M.Çağlıyan, N.Çelik, S.Doğan, Adi Diferansiyel Denklemler, Nobel	Analitik
Ankara Üniversitesi	Matematik	2+2	5. ve 6.	Z		Analitik
Orta Doğu Teknik Üniversitesi	Matematik, Matematik Öğretmenliği	4		Z		Analitik
Orta Doğu Teknik Üniversitesi	İnşaat, Bilgisayar, E-Elektronik, Makine Mühendisliği	4		Z		Analitik
Ege Üniversitesi	Matematik	4	4.	Z	Shepley L.Ross, Differential Equations	Analitik
Akdeniz Üniversitesi	Matematik	3+1	3.	Z	Diferansiyel Denklemler ve Sınır Değer Problemleri, Edwards Penney, Palme	Analitik

Uludağ Üniversitesi	Matematik	2+2	3. ve 4.	Z	Adi Diferansiyel Denklemler, M.Çağlıyan, N.Çelik, S.Doğan, Nobel	Analitik
Uludağ Üniversitesi	İlköğretim Matematik Öğretmenliği	2+2	6.	Z	Adi Diferansiyel Denklemler, M.Çağlıyan, N.Çelik, S.Doğan, Nobel	Analitik
Selçuk Üniversitesi	Matematik	4	3. ve 4.	Z	Shepley L.Ross, Differential Equations	Analitik
Selçuk Üniversitesi	E-Elektronik Mühendisliği	3	3.	Z	Yaşar Pala, Modern Uygulamalı Diferansiyel Denklemler, Nobel, 2006.	Analitik
Van Yüzüncü Yıl Üniversitesi	Matematik	4	3. ve 4.	Z	Shepley L. Ross, E. Akyıldız, Y. Akyıldız, Ş. Alpay, A. Erkip, A. Yazıcı, Lectures on Differential Equations, Matematik Vakfı, 1999.	Analitik
Fırat Üniversitesi	Matematik	4	3. ve 4.	Z	Diferansiyel Denklemler Uygulamaları Schaum's outline Series	Analitik

Ek-3: Diferansiyel denklemler kitapları incelemeleri.

Kitap Adı	Yazarı	Yayınevi ve Yılı	Kullanılan Üniversiteler	Yaklaşımlar
Diferansiyel Denklemler 1 Teori ve Problem Çözümleri	Prof. Dr. Mehmet Sezer Prof. Dr. Ayşegül Daşçıoğlu	Dora Yayıncılık Bursa 2014	Bilecik Şeyh Edebali Üniversitesi	Analitik
Adi Diferansiyel Denklemler	Prof. Dr. Mehmet Çağlayan Yrd. Doç. Dr. Nisa Çelik Yrd. Doç. Dr. Setenay Doğan	Dora Yayıncılık Bursa 2012	Uludağ Üniversitesi	Analitik Nümerik
Diferansiyel Denklemler	Prof. Dr. Adil Mısır	Gazi Kitabevi Ankara 2016		Analitik
Diferansiyel Denklemlerin Temelleri	R. Kent Nagle Edward B. Saff Arthur David Snider	Nobel Ankara 2013		Analitik Nümerik Nitel
Diferansiyel Denklemler ve Uygulamaları	Doç. Dr. İrfan Baki Yaşar	Siyasal Ankara 1997		Analitik
Differential Equations	Ersan Akyıldız Yılmaz Akyıldız Şafak Alpay Albert Erkip Ali Yazıcı	World Mathematical 2000	Van Yüzüncü Yıl Üniversitesi	Analitik
Differential Equations	Shepley L. Ross		Hacettepe Üniversitesi Ege Üniversitesi Selçuk Üniversitesi	Analitik Nümerik
Diferansiyel Denklemler ve Sınır Değer Problemleri	Edwards&Penney	Palme Ankara 2008		Analitik Nümerik Nitel

ÖZ GEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler

Adı Soyadı : Ayhan AYDIN

Doğum Yeri ve Tarihi :Eskişehir, 10.08.1974

Eğitim Durumu

Lisans Öğrenimi : Hacettepe Üniversitesi, Fen Fakültesi, Matematik Bölümü

Bildiği Yabancı Diller :İngilizce

Bilimsel Faaliyetleri :

İş Deneyimi

Stajlar :

Projeler:

Çalıştığı Kurumlar: Özel kurumlarda matematik öğretmenliği

İletişim

Adres :Yenibağlar M. Beraberlik S. No:30/2 Tepebaşı, ESKİŞEHİR

E-Posta Adresi : ayhan_aydin_74@hotmail.com

Akademik Çalışmaları

Yabancı Dil Bilgisi

Orta seviye ingilizce

Tarih: 14.05.2019