ESKİŞEHİR
ANADOLU ÜNİVERSİTESİ

BİLECİK
ŞEYH EDEBALİ ÜNİVERSİTESİ

Fen Bilimleri Enstitüsü
Matematik Ana Bilim Dalı

10. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN DNR SİSTEMİNE GÖRE DÜŞÜNME VE ANLAMA YOLLARININ ÇEMBER BAĞLAMINDA İNCELENMESİ

Gökhan DEMİR
Yüksek Lisans

Tez Danışmanı
Dr. Öğr. Üyesi Figen UYSAL

BİLECİK, 2019
Ref. No.:10289708

ESKİŞEHİR
ANADOLU ÜNİVERSİTESİ

BİLECİK
ŞEYH EDEBALİ ÜNİVERSİTESİ

Fen Bilimleri Enstitüsü
Matematik Ana Bilim Dalı

10. SINIF ÖĞRENCİLLERİNİN DNR SİSTEMİNE GÖRE DÜŞÜNME VE ANLAMA YOLLARININ ÇEMBER BAĞLAMINDA İNCELENMESİ

Gökhan DEMİR
Yüksek Lisans

Tez Danışmanı
Dr. Öğr. Üyesi Figen UYSAL

BİLECİK, 2019

ESKİŞEHİR
ANADOLU UNIVERSITY

BİLECİK
ŞEYH EDEBALI UNIVERSITY

Graduate School of Sciences
Department of Mathematics

EXAMINING TENTH GRADE STUDENTS' WAYS OF THİNKİNG AND WAYS OF UNDERSTANDING ACCORDING TO DNR SYSTEM IN CONTEXT OF CIRCLE

Gökhan DEMİR
Master's Thesis

Thesis Advisor
Asst. Prof. Figen UYSAL

BİLECİK, 2019

BİLECİK ŞEYH EDEBALİ ÜNİVERSİTESİ

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

YÜKSEK LİSANS
JÜRİ ONAY FORMU

Bilecik Şeyh Edebali Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulunun 24/07/2019 tarih ve 40/10 sayılı kararıyla oluşturulan jüri tarafından 09/08/2019 tarihinde tez savunma sınavı yapılan Gökhan DEMİR 'in "10. Sınıf Öğrencilerinin DNR Sistemine Göre Düşünme Ve Anlama Yollarının Çember Bağlamında İncelenmesi" başlıklı tez çalışması Matematik Anabilim Dalında yüksek lisans tezi olarak oy birliği ile kabul edilmiştir.

JÜRİ

ÜYE
(TEZ DANIŞMANI) : Dr. Öğr. Üyesi Figen UYSAL

ÜYE: Doç. Dr. Devrim Üzel (Jüri Başkanı)

ÜYE: Dr. Öğr. Üyesi Derya Çelik

ONAY

Bilecik Şeyh Edebali Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulunun …./…./…..... tarih ve ……………/………… sayılı kararı.

İMZA/ MÜHÜR

TEŞEKKÜR

Yüksek Lisans eğitimim boyunca benden hiçbir yardımını esirgemeyen değerli hocam ve danışmanım Dr. Öğr. üyesi Figen UYSAL'a teşekkür ederim.

Son olarak her zaman desteğini gördüğüm canım babam Celal DEMİR ve canım annem Şaziye DEMİR'e sonsuz teşekkürlerimi sunuyorum

BEYANNAME

Bilecik Şeyh Edebali Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Tez Yazım Kılavuzu'na uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmasında, tez içindeki tüm verileri akademik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi, görsel ve yazılı tüm bilgi ve sonuçların akademik ve etik kurallara uygun olarak sunulduğunu, kullanılan verilerde herhangi bir tahrifat yapılmadığını, başkalarının eserlerinden yararlanılması durumunda ilgili eserlere bilimsel normlara uygun olarak atıfta bulunulduğunu, tezde yer alan verilerin bu Üniversite veya başka bir üniversitede herhangi bir tez çalışmasında kullanılmadığını beyan ederim.

…../…./ 2019

Gökhan DEMİR

10. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN DNR SİSTEMİNE GÖRE DÜŞÜNME VE ANLAMA YOLLARININ ÇEMBER BAĞLAMINDA İNCELENMESİ

ÖZET

Harel (2008) tarafından ortaya atılan DNR çerçevesi, matematiğin öğretilmesi ve öğrenilmesiyle ilgi kavramsal bir çerçevedir. Bu çerçevede, Harel (2008a) öğrencilerin zihinsel davranışlarını analiz etmek için DNR'ın üç özelliğinden (Zihinsel Eylem, AnlamaYolları, Düşünme Yolları) bahsetmiştir. Anlama ve düşünce yolu kavramları, iki farklı bilgi kategorisi olarak düşünülebilir. Anlama yolları, tanımlar, varsayımlar, teoremler, ispatlar, problemler ve çözümler gibi ürünleri belirtirken, düşünme yolları bu tür ürünler oluşturmak için kullanılan matematiksel uygulamaları ifade eder. Düşüne yollarına deneysel akıl yürütme, tümdengelimsel akıl yürütme, yapısal akıl yürütme, sezgisellik ve matematiksel bilginin doğası ve edinme süreci hakkındaki inançlar dahildir (Harel, 2013). Bu çalışmanın amacı, onuncu sınıf öğrencilerinin DNR çerçevesinde düşünme ve anlama yollarını çember konusu bağlamında incelemektir. Nitel olarak tasarlanmış bu çalışmada, veriler dört lise onuncu sınıf öğrencisinden, odak grup çalışması ile toplanmıştır. Harel, Rabin, Stevens ve Fuller (2008) tarafından tasarlanan dört problem veri toplama aracı olarak kullanılmıştır. Veriler, içerik analizi tekniği kullanılarak nitel olarak analiz edilmiştir. Bulgular öğrencilerin cebirsel düşünme yollarını ve aynı zamanda geometrik düşünme yollarını kullandığını göstermiştir.

Anahtar Kelimeler: Düşünme Yolları, Anlama Yolları, Çember.

EXAMINING TENTH GRADE STUDENTS' WAYS OF THINKING AND WAYS OF UNDERSTANDING ACCORDING TO DNR SYSTEM IN CONTEXT OF CIRCLE

ABSTRACT

The DNR system, introduced by Harel (2008), is a conceptual framework that deals with teaching and learning of mathematics. In this framework, Harel (2008) introduces the triad of determinants, Mental Act-Ways of Understandings-Ways of Thinking, to analyze students' acts of a particular mental act. The notions of way of understanding and way of thinking simply can be thought as two different categories of knowledge. Ways of understanding refer to products, such as definitions, conjectures, theorems, proofs, problems, and solutions, whereas ways of thinking refer to the mathematical practices used to create such products. Examples of ways of thinking include empirical reasoning, deductive reasoning, structural reasoning, heuristics, and beliefs about the nature of mathematical knowledge and the process of its acquisition (Harel, 2013). The purpose of this study is to investigate tenth grade sutends' ways of thinking and ways of understanding within the framework of DNR in the context of circle. In this qualitatively designed study, the data was collected through a focus group study with four high school students. They answered four circle problems designed by Harel, Rabin, Stevens ve Fuller (2008). The data was analyzed qualitatively by using content analysis technique. Findings indicated that students used algebraic way of thinking as well as geometric way of thinking.

Keywords: Ways of Thinking, Ways of Understanding, Circle.

İÇİNDEKİLER

ŞEKİLLER DİZİNİ

Sayfa No

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

A1	: Araştırmacı 1
A2	: Araştırmacı 2
BİT	: Bilgi ve İletişim Teknolojileri
DBT	: Durum Belirleme Testi
DNR	: Duality Necessity Repeated Reasoning
MEB	: Milli Eğitim Bakanlığı
NCTM	: National Council Of Mathematics
NGACBP	: National Governors Association Center for Best Proctices
Ö1	: Öğrenci 1
Ö2	: Öğrenci 2
Ö3	: Öğrenci 3
Ö4	: Öğrenci 4
YÖK	: Yükseköğretim Kurulu
ZPD	: Zone of Proximal Development

1. GİRİŞ

Öğrenmenin gerçekleşme şekli ve süreci uzun süredir araştırılan ve tartışılan bir konudur. Tüm bu öğrenme süreci yalnızca bir teoriye dayandırılması ve o teorinin eline teslim edilmesi mümkün olmayan, zihinsel ve karmaşık bir durumdur. Farklı teorilerden yararlanarak hazırlanan ve uygulanan bir müfredat, daha etkin bir öğrenimin yolunu açarken, öğretici konumundakilerin de süreç işleyişine dair daha net fikirler edinmesine ve her geçen gün daha iyi bir öğrenim sürecine destek olmalarına olanak sağlayacaktır (Kennedy, Tipps & Johnson, 2008). Bu bağlamda farklı teorilerden kuvvetli yanlarını kullanan ve öğretimi çeşitlendiren, sınıflarda etkin bir şekilde kullanımını destekleyen anlayışa ihtiyaç duyulmaktadır. Harel (2008) tarafından aktarıldığı üzere, DNR bu noktada devreye girerek, matematik anlatımında ve anlaşılmasında mevcut olan problemlerin tespitine ve bu durumu iyileştirme adına hazırlanan bir çeşit ilkeler dizinidir.

Son yıllarda, anlamlı bilimsel bilgilerin öğretilmesi ve kavramsal anlayışın geliştirilmesi için sınıf içi aktivitelerin gözden geçirilmesi ihtiyacı, temel bilim öğretmenleri ve eğitim araştırmacıları arasında yaygınca kabul görmüş bir durumdur. Bu inanç, her bilgi parçasını öğrenmek yerine, durumun mantığını kavrayarak, farkında olma halinin artırılması gerektiğini işaret etmektedir. Bu tür çıkarımların temel sebebi ise, öğrencilerin kendilerini açıklamak için yeterince fırsat bulamaması ve öğrencilerin anlama yolları göz ardı edilerek işlenen müfredat, anlatılan ile uygulama metodu arasındaki farklılıklardır (Krall, Lot ve Wymer, 2009).

Hiç şüphesiz bir şekilde şunu söylemek mümkündür; yalnızca akademik çalışmalarla yapılan ilerleme ve yayınlar birbirine ayrılmaz bir şekilde bağlanan öğrenci sorularını, öğrenci öğrenmesini, öğretmen bilgisini, okul kültürünü, toplumsal ihtiyacı ve eğitim politikasını ele almak için yeterli değildir. Ancak DNR, öğrencilere, öğrenmeleri gerekenleri ne şekilde iletilmesi gerektiği hususunda konuyu psikolojik ve pedagojik olarak ele alan görece geniş bir çerçeve tanımlamaktadır. Kapsamı belirli bir matematiksel alan veya sınıf düzeyi ile sınırlı değildir; aksine, genel olarak matematiğin öğrenilmesini ve öğretilmesini kapsamaktadır (Harel, 2008).

Entelektüel ihtiyaç, ayrılmaz bir şekilde problem çözmenin bir parçasıdır. Problem çözme, genellikle çözüm yönteminin önceden bilinmediği bir soruna dahil olmak olarak tanımlanmaktadır (NCTM, 2000). Ne var ki, öğrencilerin okulda karşılaştıkları durumların çoğu bu tanımı yerine getirse bile “doğru” bir problem çözme deneyimi yaratılamamaktadır. Çünkü öğrencilerin bakış açısına göre, bu problemler çoğu zaman entelektüel bir amaç sunmaktan çok uzaktadır (Davis, 1992).

Örneğin, tümdengelimli sorgulamayı nihai amaç olarak kendisine hedef almayan bir geometri müfredatına geometri denemez. Bunun yanı sıra, doğru matematik bilgisinin öğretilmesi, her zaman matematiğin doğru öğretildiği anlamını da taşımaz. Bir öğretmen anlattığı matematik içeriğinin bütünlüğüne hakim olabilir, ancak öğrencilerin entelektüel ihtiyacını ihmal edebilir ya da bu tür bir ihtiyacın temelinde ne gibi sebeplerin yattığı konusunda yanılabilir. Kanıta dayanmayan bir "geometri müfredatı", geometriyi öğretmekte başarısız olabileceği için, zihinsel olarak amaçsız bir "cebir müfredatı" olarak tanımlanabilir. Buna karşılık DNR tabanlı öğretimde, öğretilen içeriğin bütünlüğü ve öğrencinin entelektüel ihtiyacı eşit derecede merkezidir (Harel, 2008).

Matematik eğitimi ile matematiksel kavramların gerçek yaşam içinde olan bağlantılarını öğrencilere kurdurabilmek amaçlamaktadır. Bu açıdan incelediğinde, geometri öğrencilerin dünyayı kafalarında canlandırmalarına ve anlamalarına yardımcı olan mekan ve şekil incelemesidir (Clements, 1998). Geometri öğretimi, öğrencilerin eleştirel düşünme, tümdengelimli akıl yürütme ve mantıksal argüman becerilerini geliştirmelerine yardımcı olur. Bu bağlamda, öğrencilerin günlük yaşamda karşılaştıkları sorunları etkin bir şekilde çözmelerine de yardımcı rol üstlenmektedir (Driscoll, 2007). Burada geometri, somut nesnelerle soyut düşünce arasındaki köprülerden biridir. Ne var ki, uluslararası ve ulusal raporlar öğrencilerin geometriyi anlamlı ve etkili bir şekilde öğrenemediklerini göstermektedir (Yıldırım, Yıldırım, Yetişir ve Ceylan, 2013)

Geometri, geometrik düşünce içinde anlamlı hale gelmektedir. Van Hiele'ye göre, geometri öğrenen bir öğrenci, tanıma, analiz, yapı, çıkarım ve özen gibi geometrik düşünme düzeylerinde ilerler (Van Hiele, 1986; Van Hiele Geldof, 1984). Geometri müfredatı öğrencileri lise sonuna kadar neredeyse sıralı bir şekilde verilmektedir (Crowley, 1987). Geometri sorgulama yoluyla öğretilemediğinden ve ilk ve orta okullarda kanıta dayalı öğretim eksikliğinden, bu durum öğrencinin düşünce süreçlerine faydalı olmaktan uzaktır ve tam aksine kısıtlayıcıdır.

DNR içerisinde sunulan ispat şemaları ve öğrencinin gerçekleştirdiği zihinsel eylemlere dikkat eden yapısı, müfredat ile alakalı sorunlara olası çözümler sunmaktadır. Çalışma bu bağlamda, öğrenci anlama yollarını DNR temelli kavramlar ışığında araştırarak, çember kavramının öğrencilere aktarımında ne gibi bir rol oynayabileceğini ortaya koymayı amaçlamaktadır.

2. DNR'IN KAVRAMSAL ÇERÇEVESİ

2.1. DNR Kavramı

DNR ismini, bu çerçevedeki üç temel öğretimsel prensip olan ikililik (Duality), gereklilik (Necessity) ve tekrarlı muhakeme (repeated reasoning) prensiplerinin ilk harfleri olan D, N ve R harflerinden almıştır. Müfredatın matematiksel bütünlüğü, uzun yıllar boyunca matematiksel uygulamalar ile gelişen ve gelişime zemin hazırlamaya devam eden anlama ve düşünme yöntemleri aracılığıyla belirlenmektedir. Bu sebepten ötürü düşünme ve anlama yöntemlerini belirlemek ve onların matematiğin tarihçesindeki, öğrencilerdeki gelişime ne oranda imkan sunduğunu anlamak, benzer biçimde eğitimsel gayretin merkezindeki öğrencilerin zihinsel ihtiyaçlarında ve matematiksel bütünlük içerisinde öğretilen içeriğin onları ileriye taşımasını sağlamak ve matematik müfredatında kullanmak, matematik eğitiminin temel taşlarındandır. Matematik müfredatının mutlak hedefleri DRN açısından, anlama ve düşünme yöntemlerinin her biri bakımından da değişmez ve açık biçimde ifade edilmelidir.

Hedeflerine ulaşmak için öğretim ilkeleri şu yöntemleri kullanır.

- Bilginin bu iki kategorisi arasındaki gelişimsel bağına

- Öğrencilerin zihinsel gereksinimlerine ve

- Bilginin içselleştirilmesini ve organizasyonunu basitleştiren yöntemlere dayanmalıdır.

Belirtilen üç madde, sırasıyla ikilik (Duality), gereksinim (Necessity), tekrarlı akıl yürütme (RepeatedReasoning) eğitim ilkelerini belirtmektedir (Harel, 2008, s. 487).

DNR üç bölümden meydana gelen bir sistem olarak görülebilir.

- Öncüller, net varsayımlar olup DNR kavramlarının ve iddialarının içerisinde yer alan, temeli oluştururlar.

- Bu öncülerle ilgilenen ve bunları betimleyen yapılar ise kavramlardır.

- İddialar, DNR öncüllerinin gerektirdiği DNR kavramları bakımından formüle edilen ve deneysel çalışmalarla pekiştirilen ifadelerdir. İçeriğinde eğitim ilkelerini bulunduran bu iddialar, öğretme çalışmalarının öğrencilere katkısı konusunda öğretme eylemlerinin etkisiyle ilgili iddialardır.

Üç temel ilke sistem tarafından şu şekilde açıklanır: ikilik ilkesi, gereksinim ilkesi ve tekrarlı akıl yürütme ilkesi, DNR kısaltması bu şekilde oluşmaktadır (Harel, 2008, s. 893).

DNR yi meydana getiren öncülleri Harel (2008, s. 893) çalışmasında ele almıştır. Harel'in çalışması bakımından öncüllerin bütünü, matematiğin DNR felsefesinin, matematik öğretimi ve öğreniminin merkezini oluşturur.

DNR sekiz öncülden meydana gelir. Bu öncüller dört sınıfta incelenir:

1. Matematik: Tarih boyunca kurumsallaşmış tüm anlama ve düşünme biçimlerinden meydana gelen matematiğin bilgisidir.

2. Öğrenme

- Epistemofili (Bilgiden Haz Alma): Her insan zihinsel eylemler gerçekleştirmek yoluyla sorunlarını çözme yeteneğine ve bu isteğe sahiptir. Yetenekler konusunda bireysel farklar mevcut olmasına rağmen, bu farklar yeterince deneyim ve çalışma yoluyla değiştirilemeyecek farklar değildir.

- Bilmek: Uyumsama ve özümseme arasında bulunan aralıksız bir gerginlikten denge noktasına yönelmiş gelişimsel bir gelişme sürecidir.

- Bilmek-Bilgi Bağlantısı: İnsanların problem durumunda oluşturduğu çözümler, insanların sahip oldukları bilgi parçacıklarını oluşturur

- Çevre (durum) Bağlılığı: Öğrenme çevreye endekslidir.

3. Öğretme. Kişi matematiği kendisi öğrenemez. Bir öğretici veya gelişmiş bir kişi ile öğrenilen matematik ve bireysel çaba ile gelinecek seviye arasında her zaman fark olacaktır.

4. Ontoloji

- Öznellik: Bireylerin gerçekleştirdiğini düşündükleri gözlemleri bakış açısı ve çevreye yüklenen anlamlara göre değişir.

- Bağlılık: Dünya görüşleri, insan eylemlerini başlatan ve kontrol altında bulunduran mekanizmadır. Fakat dünya görüşleri de eylemlerin sonuçları olarak meydana gelmektedir. Bu öncüller oluşturulurken var olan teorilerden yararlanılmış ya da bu teorilere dayanmaktadır. Kısacası, epistemofili terimi Aristo'dan kaynaklıdır (Lawson-Tancred, 1998); Piaget'nin denge teorisinin temeli uyum teriminden meydana gelir (Piaget & Inhelder, 1967); öğrenme-bilme ilişkisi de Piaget'den alınmıştır ve bunun ile Brousseau'nın (1997) "Bilginin her parçası için ona uygun anlam kazandıran temel bir durum vardır" iddiası birbiri ile uyuşmaktadır.

Modern bilişsel teorileriyle Durum bağlılığı bilgi edinimi uyumludur, öğretme terimi Vygotsky'nin (1978) yakınsak gelişim alanı (ZPD) düşüncesinden alınmıştır, öznellik terimi ve bağlılık terimlerinin her ikisi Piaget'nin yapılandırmacılık teorisine dayanmaktadır (Glasersfeld,1983). Neden bu öncüllere ihtiyaç duyulur? DNR matematik öğretimi ve öğreniminin kavramsal sınırlarını bu soru ile oluşturmaktadır. Bunun yanında matematikte öğretilmesi amaçlanan bilginin doğasıyla ve bu bilginin öğreniminin ve öğretiminin doğasıyla alakalı bir bakış açısına ihtiyacı bulunmaktadır. Öznellik ve bağlılık terimleri yani Ontoloji Öncülü bizim eylemlerden edindiğimiz görüşlere ve öğreticilerin, öğrencilerin fikirlerine yöneliktir. Bu öncüllerle anlatılan ontolojik durumların matematik eğitimine katkıları eskiye dayanır (Harel, 2008). Von Glasersfeld, Leslie Steffe, Patrick Thompson, Paul Cobb, Jere Confrey, ve Ed Dubinsky gibi araştırmacılar bu şekillerdeki matematik müfredatlarını ve araştırmayı sunma ve icra etmede öncü konumdadır (Dubinsky, 1991).

Matematik müfredatı ve öğretimi alanında önerileri bulunan kişilerdir. Bunlar şöyledir: Öğrencilerin gerçekleri, gözlemciler olarak biz öğretmenlerin anlattıkları değil onların asıl eylemleridir. Biz sadece öğrencilerde gözlemlediğimiz deneyimleri açıklarken bildiğimiz kavramları açıklayan bir model sunarız. Modellerin pedagojik açıdan geçerli olabilmesi için bu modellerin. Biz öğretmenlerin işitmiş ve izlemiş olduğu öğrenci eylemlerinin yanında olası sebepleri de belirtmesi gerekmektedir. Tüm bu unsurlar DNR'nin değişmez noktalarıdır.

Matematik Öncülü, anlama ve düşünme yöntemlerinin matematik disiplinin parçalarını oluşturduğuna vurgu yapar ve matematiksel bilginin doğasını kapsar. Eğitim hedefleri bu sebepten ötürü bu iki öğe bakımında formüle edilmelidir.

Öğrenme Öncülü yani epistemofili, bilme, bilme-bilgi bağlantısı ve durum bağlılığı terimlerinin hepsi öğrenmenin diğer bir tarafıyla alakalıdır. Bilgi sevgisi, bilgiden haz alma durumu Epistemofili Öncülü olarak belirtilir ve insanların öğrenme istekleriyle alakalıdır. İnsanların yalnızca fiziksel ve zihinsel çevrelerini geliştirmek ve sağlamlaştırmak nedeniyle problem çözmeye istekli olmalarını sağlamaz ayrıca onlarında düşünmesini ister. İnsanlara düşünmek, problem oluşturmak ve de oluşumuna neden oldukları sorunları çözümlemesi için fırsat verilirse hemen hemen herkesin öğrenebileceğini savunur. Öğrenme isteğinin genetik olduğunu varsayarken, bireysel farklılıklar (sosyal, duygusal, psikolojik ve zihinsel gibi) uygun deneyimlerle değişmeyen temel genetik sınırları gösterir, görüşünü reddeder. Bilme Öncülü, bilme mekanizmasıyla alakalıdır. Bilme mekanizması bir uyumsama ve özümseme süreci olarak açıklanır.

Uyumsamada gerçekleşen bir hata, denge kazanmaya çabalayan zihinsel sisteme yol açan bir dengesizliğe neden olur. Bunun nedeni, çevre ile zihin yapısı bakımında ortak noktaya ulaşmak içindir. Bu öncül problem çözmenin bir öğrenme yöntemi olarak belirten bir takım araştırmacıların düşüncelerinin kaynağıdır (Brownell, 1946, s. 1).

Durum Bağlılığı Öncülü, öğrenmenin kavramsallaşmasıyla ilgilidir. Bu öncül öğrenmenin her yönüyle şartlara bağlı olduğunu savunmaz. Bilginin, başka bir ortama aktarılamayan durum içinden anlaşıldığını iddia eder (Lave, 1988). Durum içerisinde en iyi biçimde öğrenilen belirli alanın düşünme yollarını içermektedir. Örnek olarak somutlaştırmayı inceleyelim. Somutlaştırma kişinin direk sonuç alabildiği, zihinsel sistemde olayları tekrar kavramsallaştırdığı bir düşünme biçimidir (Greeno, 1980). Somutlaştırma düşünmenin bir aracıdır: çünkü soyutlama zihinsel eyleminin bilişsel bir özelliğidir. Piaget'nin dönemlerinde somutlaştırma yansıtıcı soyutlamanın bir biçimidir (Dubinsky, 1991).

Hayatları süresince bebeklikten başlayıp, insanlar sahip olduğu fiziksel ve sosyal çevreleriyle karşılıklı etkileşim neticesinde kavramsal öğeler meydana getirirler. İnsanlar zihinsel inşalarını neden olan deneyimlerini tekrar etmeye gerek görmeksizin doku, renk, dostluk ve adalet gibi algısal ve sosyal kavramlar bakımından dolaysız sonuca varırlar. Bireyler gündelik hayatlarında somutlaştırmadaki rahatlıktan yararlanmalarına rağmen bu başka noktalarda özellikle matematikte başarılı uygulama olduğunu garanti etmez. Matematikte kavramsal öğelerde işlemleri somutlaştırmak güçtür. Örnek vermek gerekir ise, alt sınıf öğrencileri için sayı sayma işlemini tekrar kavramsallaştırma kolay bir şey değildir (Cobb & Steffe, 1983). Veya bir tek hesaplama içerisinde çarpımsal ilişkiden kesir kavramını yeniden kavramsallaştırma ortaokul öğrencileri için güçtür ve vektör uzayı ya da grup elemanı gibi bir konuda bir işlem dönüşümünden fonksiyon kavramını yeniden kavramsallaştırma yüksekokul öğrencileri için basit değildir (Dubinsky, 1991). Bütün matematiksel içerik kapsamı eşsiz bir düşünme ve anlama yolları kümesi aracılığıyla tanımlandığı için Durum Bağlılığı, matematiğin alt disiplinlerinde de yer almaktadır. Örneğin, düşünme yolları kümesi kombinatorik kavramını topolojiden farklı olarak açıklar. Hatta aynı alan içerisinde düşünme yollarının Öklid geometrisi olarak da adlandırılan düzlemsel geometri tanımı ile örneğin uzamsal (üç boyutlu) geometri tanımı farklıdır.

Öğretme Öncülü, uzman yardımının gereği matematiksel bilgilerin öğrenilmesini belirlenmektedir. Bu öncüle, DNR gibi yapılandırmacı bakış açısı odaklı bir karede gereksinim duyulmaktadır. Öğrenme müdahale olmadan yada doğal bir biçimde devam edebilir çünkü kişi kendi öğrenmeleri çerçevesinde sorumludur. (Lerman, 2008) Bu tarz bir görüşten yola çıkılarak uzmanın rehberlik rolünü azaltmak gibi bir hata yapılabilir. Öğretme öncülü söz konusu iddiayı kabul etmez ve Vygotsky sonrasında öğrenmeyi basitleştirmek açısından, bilimsel bilgi edinmede uzman yardımının mecburi olduğunu iddia eder. Doğal olarak öğretme öncülü, öğrenmeyi oluşturan etkin öğretim yöntemlerinin doğasını ve bir öğretmenin mevcut olması gereken gerekli bilginin ne olduğu sorusunu da beraberinde getirir (Harel, 2008).

2.2. DNR'ın Kavramları

Harel (2008) pedagojik ve epistemolojik bakış açılarından matematiğin, konu ve kavramsal araçlar olmak üzere iki bilgi kategorisinden oluşan bir disiplin olarak algılanması gerektiğini savunmaktadır. Bu ikisini kesin şekilde karakterize ederek, ilkini düşünme ve anlama yolları, ikincisini ise zihinsel eylemler olarak tanımlamaktadır. Bahsi geçen bu iki kavram sırasıyla ispat ve ispat şeması kavramlarının genelleştirilmesidir.

2.2.1. Düşünme ve anlama yolları

Harel (2001, s. 185), anlama yollarını "bir bireyin gerçekleştirdiği bir zihinsel eylemin belirli ürünleri" olarak tanımlamaktadır. Dolayısıyla, anlama yolu zihinsel bir eylemle ilişkilendirilmelidir. Zihinsel eylem olan yorumlama için, öğrencinin gerçekte yorumladığı şey bir anlama yoludur. Örneğin, bir öğrenci $3x + 7 = 14$ denklemini x'i izole etmek için bir işaret olarak yorumlayabilirken, başka bir öğrenci bunu x'in varsayabileceği bir sınırlama olarak yorumlayabilir. Bu öğrencilerin, $3x + 7 = 14$ denklemini yorumlama eylemiyle ilişkili iki anlama yolu kullandığını gösterir: değişkeni yalnız bırakmak ve değişken için sınırları belirlemek. Doğrudan gözlemlenmesi mümkün olmayan düşünme yolları, farklı anlama yollarının gözlemlenmesiyle, bir veya daha çok olmak üzere ortaya çıkarılabilir (Duffy, 2006). Aynı şekilde, bir öğrencinin bir iddia için bulduğu ispat, zihinsel ispatlama eylemiyle ilişkili bir anlama yoludur ve bir öğrencinin bir problem için ürettiği çözüm, problem çözmenin zihinsel eylemiyle ilişkili bir anlama yoludur. Öngörme eylemiyle ilgili olarak, bir öğrencinin gerçekleştirdiği veya gerçekleştireceğini söylediği eylem, bir anlama yolunu oluşturur. Tahmin yapma eylemi ile ilgili olarak, kişini yaptığı tahmin de bir anlama yolunu göstermektedir.

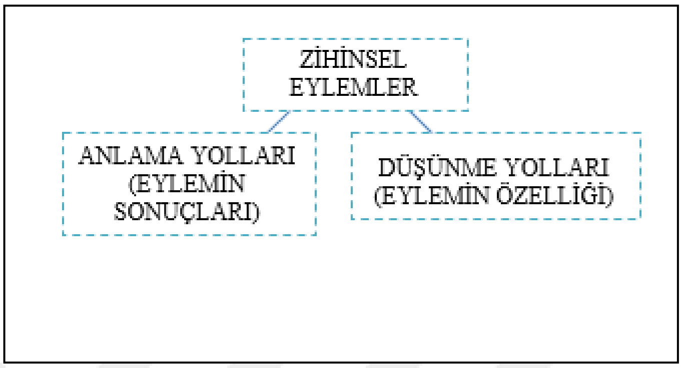
Harel (2008), düşünme yolunu “zihinsel bir eylemin karakteristik özelliği” olarak tanımlar. Böyle bir özellik, her zaman anlama yollarının gözlemlerinden ileri gelmektedir. Öğrenci, 3x + 7 = 14 denklemini, x'in ne ifade ettiğine takılmadan x'i izole etmek için bir işaret olarak yorumlarsa, o zaman öğrencinin zihinsel eylemi, x'in bir misketin ağırlığı veya denklemi doğrulayan sayısal bir değer gibi bir miktarı temsil edebileceği görüşün aksine, nicel referanslardan yoksun olduğu şeklinde nitelendirilebilir. Harel bu davranışı, sembollerin gerçek hayattaki nesneleri temsil ettiğini çıkarımını yapamayan, kendi başlarına var olabilirlermiş gibi davranan, sembolik düşünme biçimi olarak adlandırır.

Anlama ve düşünce yolları kavramları DNR çerçevesinde teknik anlamları temsil etmektedir. Bu bağlamda, kavramları iki farklı bilgi kategorisi olarak düşünmek yeterlidir. Anlama biçimleri, tanımlar, varsayımlar, teoremler, ispatlar, problemler ve çözümler gibi ürünlere atıfta bulunurken, düşünme biçimleri, bu tür ürünler oluşturmak için kullanılan matematiksel uygulamalara atıfta bulunmaktadır. Düşünme biçimlerine örnek olarak ampirik akıl yürütme, tümdengelimli akıl yürütme, yapısal akıl yürütme, sezgisellik ve matematiksel bilginin doğası ve onun edinim süreci hakkındaki inançlar sayılabilir (Harel,2008).

Matematiğin içeriği, bu bilgi kategorilerinin her ikisinden de oluşur. Matematikçiler, var olan anlama yöntemlerini yeniden yorumlamak ve yenilerini oluşturmak için çeşitli düşünme yolları uygulayarak matematiği uygularlar. Bu durum DNR’deki sekiz temel önermeden ilkidir ve matematik bilgisi olarak adlandırılmaktadır.

Matematik bilgisi: Matematik bilgisi, tarih boyunca kurumsallaştırılmış olan tüm anlayış ve düşünce biçimlerinden oluşur. Bu önermede ima edilen, öğretim amaçlarının geleneksel müfredattaki durumun hem anlayış hem de düşünme biçimleri açısından formüle edilmesi gerektiğidir. Literatürdeki içeriğe göre, tarihsel analizler ve araştırma matematiği ile etkileşimler, özellikle belirli matematiksel alanlarında iz bırakacak farklı düşünce biçimlerinin gelişiminin fark edilip ve anlaşılmasında büyük değer taşıyabilir. Bir kişinin ifade ve eylemleri, kişi tarafından yürütülen zihinsel bir eylemin bilişsel ürünlerini ifade etmektedir. Bu ürün, kişinin bu zihinsel eylemle alakalı anlama yolunu işaret etmektedir. Kişinin anlama yollarının yinelenen gözlemleri, paylaşılan ortak bir bilişsel özelliği ortaya çıkarabilir. Böyle bir karakteristik, o zihinsel eylemle ilişkili bir düşünme yolu olarak adlandırılır (Harel, 2008).

Zihinsel eylemler ile düşünme ve anlama yolları arasındaki ilişki Şekil 1.1.' deki gibidir.



Şekil 2. 1. Zihinsel eylemeler ile anlama ve düşünme yolları

Anlama ve düşünme yolları matematiğin temel ögeleridir. Matematik disiplininin uygulayıcıları olan matematikçiler, belirli özellikleri olan zihinsel eylemlerle (düşünme yollarını) matematik uygulamaları yaparak belirli yapılar (anlama yolları) üretirler. Bu bağlamda DNR'de matematik, bu iki bilgi kümesinden oluşan bir disiplin olarak tanımlanır.

Matematik iki kümenin birleşiminden oluşmaktadır. İlk küme, belirli aksiyomlardan, tanımlardan, teoremlerden, ispatlardan, problemlerden ve çözümlerden oluşmuş bir koleksiyon ya da yapıdır. Bu alt küme, tarih boyunca matematiğin benimsenmiş, yerleşmiş tüm anlama yollarını içermektedir. İkinci küme ise, sonucunda anlama yollarını türetecek, zihinsel eylemlerin özelliği olan düşünme yollarının tümünü içermektedir (Harel, 2008).

2.2.2. Zihinsel eylemler

Zihinsel eylem kavramı, yorumlama, varsayım, anlamlandırma, ispatlama, açıklama, genelleme, uygulama, öngörme, sınıflandırma, arama ve problem çözme gibi eylemleri ifade eder (Harel, 2007, s. 155).

Harel ve Sowder'da (1998, s. 234) ispatlama, bir kişinin veya topluluğun bir iddianın doğruluğu ilgili şüpheleri gidermek için kullandığı zihinsel eylem olarak tanımlanmaktadır. İspatlama eylemi, belirleyici ve kalıcı olan iki eylemden biri veya bunların kombinasyonu ile başlatılır. Belirleme, bir bireyin bir iddianın gerçeğiyle ilgili kendi şüphelerini gidermek için kullandığı eylemdir, oysa ikna etmek, bir bireyin başkalarının iddianın gerçeğiyle ilgili şüphelerini gidermek için uyguladığı eylemdir. Bu bağlamda, bir ispat, kişinin kendi tespiti için ürettiği ya da başkalarını bir iddianın doğru olduğuna ikna etmek için oluşturduğu özel argümandır, oysa ispat şeması bir kişinin ürettiği ispatların ortak bir bilişsel özelliğidir.

2.3. DNR'ın Öğretimsel İlkeleri

2.3.1. Etkileşim ilkesi

DNR temelli müfredatın ilk özelliği, anlama yolları (kavramlar ve beceriler) ile düşünme yolları (uygulamalar, elden çıkarmalar ve inançlar) arasındaki bağlantıları araştıran kavramsal analizler temelinde tasarlanmasıdır. Üç ilkenin ilki olan etkileşim ilkesi bu özelliği iki ifade ile anlatmaktadır (NGACBP, 2010).

Etkileşim I: Hemen her seviyedeki öğrenciler, öğretilmesi düşünülen anlama yöntemlerini etkilemesi kaçınılmaz olan, kimisi arzulanan ve kimisi istenmeyen düşünme biçimlerine sahiptir.

Etkileşim II: Öğrenciler, ancak uygun anlama yöntemleriyle arzu edilen düşünme yollarını geliştirirler.

Etkileşim ilkesinin ilk safhasının çeşitli etkileri vardır. Birincisi, öğrencilerin için müfredat tasarlarken mevcut düşünme yollarını dikkate almak kritik öneme sahiptir, çünkü bunlar öğrencilerin öğrenebilecekleri ve öğrenemeyecekleri içeriği ve öğreneceklerinin kalitesini belirlemektedir. İkincisi, hedeflenen düşünme biçimleri için uzun vadeli planlama esastır. Bu tür bir planlamanın olmayışı istenmeyen sonuçlara yol açabilir, çünkü öznellik kabulünde de görüleceği üzere öğrencilerin şimdi edindikleri düşünme biçimleri, daha sonra öğrenecekleri kavram ve becerilerin kalitesini etkileyecektir. Üçüncüsü, düşünme yollarının oluşumu son derece zordur ve kurulmuş olanları değiştirmek zordur (Davies, 1984). Bu nedenle, arzulanan düşünme yollarının geliştirilmesi, öğrencilerin ileri matematik dersleri almasını beklememeli; tersine temel matematikte, arzulan durumun yakalanması için uğraş vermeye başlamak gerekmektedir.

Etkileşim ilkesinin ikinci bölümünde ima edilen, öğrencilere, anlama yollarını edinme yoluyla sahip olmalarını beklemeden, düşünme yollarını sözlü olarak tarif etmenin, muhtemelen pozitif bir katkısının olmayacağıdır. Özellikle, Polya'nın meşhur dört adımında (Problemi oku, Çözümü için bir plan hazırla, Planı uygula ve Çözümü test et) yapıldığı üzere (Polya, 1945), öğrenciler için için düşünme yöntemlerini belirli prosedürlere bağlamak, olumlu bir katkı sağlamak bir yana, negatif bir etkiye sahip olabilmektedir.

2.3.2. Gereklilik ilkesi

Gereklilik İlkesi, öğrencilerin kendilerine öğretmeyi düşündüğümüz şeyi öğrenmeleri için, buna ihtiyaç duymaları gerektiğini ve ihtiyacın sosyal ya da ekonomik ihtiyaçlara değil entelektüel bir ihtiyacı temsil ettiğini ifade etmektedir. Entelektüel ihtiyaç, öğrencilerin mevcut bilgileri ile problem durumu arasındaki uyumsuzluktan veya problemi mevcut bilgileriyle çözememekten kaynaklanabilecek bir bilişsel çatışmayı, çözme ve nihayete erdirme konusundaki içsel arzularını anlatmaktadır. Çatışmanın çözümü, öğrencileri potansiyel olarak anlama ve düşünme yollarını ilerletmeye yöneltebilir. Bu nedenle, anlama ve düşünme biçimleri, doğrudan öğrencilere öğretilmek yerine, bir sorunu çözme gereğinden ortaya çıkmalıdır (Lim, 2006).

Gereklilik ilkesinin uygulanması için:

- belirli bir öğrenci popülasyonu için öğrenilecek konsepte göre entelektüel bir ihtiyacın ortaya çıkmasına neyin sebep olduğunu tespit etmek,
- entelektüel gereksinimlere karşılık gelen bir problem ortamı yaratmak ve problem sonuçlarından, kavramın anlaşılmasını sağlamak,
- öğrencinin kavramı, sisteme dahil olarak kavrayabileceği bir öğretim ortamı yaratmak gerekmektedir (Harel, 2001).

2.3.3. Sorgulama ilkesi

Sorgulama ilkesi, rutin problemlerin tatbikatı ve uygulaması olmaktan ziyade, farklı görünen birtakım problemleri çözmek için yararlı olan akıl yürütmeyi tekrar etmeleri için öğrencilere fırsatlar sağlanmasını talep etmektedir. Sorgulama ilkesi, öğrencilerin sorgulama yeteneğini kazanmak adına, düşünme ve anlama yollarını içselleştirmek ve özümsemesini gerektirmektedir (Harel, 2001). Bir bilginin içselleştirilmesi, çeşitli durumlarda kendiliğinden, doğaçlama olarak uygulanabilmesi demektir.

Sorgulama İlkesinin uygulanması için:

- Öğrencileri belirli bir anlama veya düşünce bir yolunu özümlemeye yönlendiren problemleri sıralamak,

- öğrencilerin yeni öğrendikleri anlama ve düşünme yollarını uygulamalarını ve / veya uyarlamalarını ve bu anlama ve düşünme yollarının sınırlarını ve kolaylıklarını anlamalarını sağlayan problemleri dahil etmek,

- öğrencilerin Sorgulama yinelemelerini ve böylece bu anlama ve düşünme tarzlarını muhafaza etmelerini gerektiren yeterli miktarda ödev vermek gerekmektedir.

2.4. DNR Tabanlı Öğretim

Zihinsel ispatlama eylemiyle ilişkilendirilen düşünme yollarının örnekleri, öğretmenin veya ders kitabının anlattığını üzerine gelişen dışsal ispat şeması, çıkarımın ampirik ispatlardan veya görsel algılamalar sonucu türetildiği deneysel ispat şeması ve mantık kurallarının uygulanmasıyla elde edilen çıkarım analitik ispat şeması olarak sıralanabilir (Harel & Sowder, 1998).

Bu bağlamda iki ispat süreci arasında ayrım yapmakta fayda vardır. Araştırarak, tespit etme süreci ve ikna etme süreci. Tespit etme, bir bireyin bir iddianın gerçeği hakkındaki kendi şüphelerini gidermek için uyguladığı bir süreçtir, ikna etmek ise bir kişinin başkalarının iddianın gerçeği hakkındaki şüphelerini gidermek için uyguladığı bir süreçtir. Açıkçası, bu iki süreç birbirinden tam anlamıyla bağımsız değildir. Kişi kendi tespitini yaparken, diğerlerini nasıl ikna edeceğini düşünmesi muhtemeldir ve bir diğer kişiyi ikna ederken, kişinin kendi tespiti de bu durumdan etkilenecektir.

Bir biyolog ve bir matematikçi iddialarını ispatlarken ise, farklı yöntemler kullanmaktadır. Bir biyoloğun ispatı karakteristik olarak deneysel iken, bir matematikçinin ispat karakteristik olarak analitik özellik göstermektedir. Düşünme yolu, zihinsel eylemin bir özelliğiyken, ispat ile alakalı düşünme yoluna ispat şeması denir.

2.4.1. Analitik ispat şeması

Analitik ispat şemasına ait özellikler gösteren öğrenciler, matematiksel durumlarda gerekçelendirme yaparken ya da durumun doğruluğuna ikna ederken mantıksal tümdengelimden yardım alırlar. Bir durumun doğruluğunun ispat edilmesinde destek alınan nedenler aksiyom ve teoremlerden oluşmakta fakat bunun yanında akıl yürütmenin de yardımını almaktadır (Aydoğdu-İskenderoğlu, 2016).

Analitik ispat şeması, kendi içinde farklı ispat şemalarına ayrılan, dönüşümsel ve aksiyomatik ispat şeması olmak üzere iki alt ispat şemasından oluşmaktadır.

2.4.1.1. Dönüşümsel ispat şeması

Tüm dönüşümsel ispat şemaları üç temel özelliği paylaşmaktadır: genellik, operasyonel düşünce ve mantıksal çıkarım. Genellik özelliği ile "herkes için" argümanının kabulünü ve bu durumun herhangi bir istisnasının ve izole vakaların kabul edilemeyeceğini anlatılmaktadır. Operasyonel düşüncenin varlığından, birey hedefler ve ana hedef belirlediğinde, ispat sürecinde çıkarımlarının olası sonuçlarını öngörmeye başladığında söz edilebilmektedir. Son olarak birey, matematiksel ispatın en nihayetinde mantıksal çıkarım kurallarına dayanması gerektiğini anladığı zaman, mantıksal çıkarım devreye girmektedir. Matematiksel kanıtlar mantıksal çıkarım kurallarına dayanmasına rağmen, tek başına bu kuralların kullanıldığı durumlar son derece nadirdir. Tümevarımsal ve hepten gidimsel akıl yürütme, bu ispat sürecinin ayrılmaz parçalarıdır. Argümanları kanıtlamanın yanı sıra, hipotezler üretirken de görüntüleri bir bilgi halinden bir diğer bilgi durumuna dönüştürmek için zihinsel işlemler uygulanır. Uygulanan bu dönüşüm ve elemanlar, bahsi geçen matematiksel gerçekliğinin birer parçasıdır (Harel,2008).

Dönüşümsel ispat şeması kategorisinin ve aksiyomatik ispat şeması kategorisinin farklı örneklerinden devam eden bölümlerde bahsedilecektir. Dönüşümsel ispat şemaları, bilinen fiziksel gerçekliğin idealize edilmiş halini temsil etmektedir. Analitik süreçlerin sonucu oluşan bu şemalar, aşağıda listelenene üç sınırlamadan en az birisini içermektedir.

- Argüman içeriğinin sınırlandırılması,
- tartışma gerekçesinin genelliğinin sınırlandırılması,
- gerekçelerin sınırlandırılması.

Bu bağlamda, sınırlandırmaların türüne bağlı olarak, alt ispat şemaları ispat şemaları bağlamsal, jenerik ve nedensel ispat şemaları olarak adlandırılmaktadır.

2.4.1.2. Aksiyomatik ispat şeması

Aksiyomatik ispat şemalarının, dönüşümsel ispat şemalarını tanımlayan üç özelliğe ek olarak farklı birkaç özelliği daha vardır. Aksiyomatik bir ispat şemasını, prensip olarak herhangi bir kanıtlama sürecinin aksiyomlardan başlaması gerektiğini kabul eden bir dönüşüm ispat şeması olarak tanımlamak yeterlidir. Bununla birlikte, daha karmaşık örnekleri mevcuttur.

Matematikte sonuçlar, kendilerinden bir önceki sonuçların üzerinden elde edilen mantıksal çıkarımlarla elde edilmektedir. Bu ispat şemasının kendi içerisinde bir düzeni bulunmakla beraber, varsayımlar, referansı olmayan terimler, teoremler ve tanımlar içermektedir (Harel & Sowder, 1998). Öğrenciler, bu ispat şemasının özelliklerini sergilediklerinde, çıkış noktasının tanımı olmayan terim ve aksiyomlar olduğunu bilincindedir ve bu sistem içinde rahatça işlem yapabilme kapasitesine de sahiptirler (Harel & Sowder, 1998).

Harel (2008) aksiyomatik ispat şemalarını, Yunan Aksiyomatik İspat Şeması ve Modern Aksiyomatik İspat Şeması olmak üzere iki alt başlıkta incelemiştir.

2.4.2. Dışsal ispat şemaları

Dışsal ispat şeması genellikle;

- bir öğretmen veya kitap gibi bir otorite figürüne,
- argümanın görünümüne
- öğrenci gözünde, sembol gösteriminin gerçek ile bir bağlantısının olmamasına dayanmaktadır

Buna bağlamda, dışsal ispat şeması üç alt ispat şemasına ayrılmaktadır; otoriter ispat şeması, alışkanlık edinilmiş ispat şeması ve sembolik ispat şeması.

2.4.2.1. Otoriter ispat şeması

Öğrencilerin, eylemlerini, çözümlerini herhangi bir gerekçeye dayandırırken, otorite kabul edilen bir figürün onayını araması ile varlığını tespit etmek mümkündür. Doğrulama figürü bir öğretmen, kitap veya arkadaş olabilmektedir. Tek kaynağı referans alması, probleminin bu şemadaki problemin kaynağıdır. Yanlışa düşülen ya da tartışma anlarında kitaba başvurulmak istenir veya konunun o bölümünün hatırlanmadığı söylenir (Harel & Sowder, 1998).

2.4.2.2. Alışkanlık edinilmiş ispat şeması

Ortaya konan argümanın şekli ve görüntüsü, öğrenciyi, argümanın doğruluğundan daha çok etkilediği durumlarda, alışkanlık edinilmiş ispat şemasının özelliklerini gösterdiği ifade edilmektedir (Martin & Harel, 1989). Eşitlikleri yalnızca gördükleri örnekler üzerinden yorumlayabilen ve yeni örnekler ile aralarında mantıksal bir bağ kuramayan öğrenciler, bu ispat şemasına ait özellikler sergilemektedir. Sowder ve Harel (1998), bu ispat şemasının varlığın işaret eden davranışlar sergileyen öğrencilerin, ispatları doğru olsa dahi, gerekli matematiksel gösterim ve mantıksal çıkarımdan yoksun olduklarından dolayı, önermelerinin geçerli ispat olduğunda şüphe duyabilmektedir.

2.4.2.3. Sembolik ispat şeması

Sembollerin anlamlarından ayrı tutularak ve problem içerisindeki temsilleri ile ilişkilendirilmeden değerlendirildiği durumlar, sembolik ispat şemasının varlığından söz edilebilmektedir. Yani, buradaki zihinsel eylem kaynağının, dışarıda olduğu ifade edilebilir (Harel & Sowder, 1998). Bu durumun avantaj olabileceği noktalar da yok değildir, örnek olarak doğrusal bir denklemde, her bir basamağın gerçekteki temsili ile vakit kaybedilmeden, problemin çözümü ele alınabilmektedir. Analitik ispat şemasının alt elemanlarından olan dönüşümsel ispat şemasının kullanımı ile yakında ilişkilidir (Harel & Sowder, 1998).

2.4.3. Deneysel kanıt şemaları

Bu ispat şemasına ait özellikleri gösteren öğrenciler, durumları gerekçelendirirken elle tutular kanıtlar ya da duyusal deneyimlerden yardım alarak, ispat yoluna giderler ya da koşulu geçersiz kılarlar (Harel & Sowder, 1998).

Bu sınıftaki şemalar;

- Örnek üzerinden yapılan ölçümlerle (bazı durumlarda yalnızca bir örnekten) elde edilen ispatlar, denklemlerde gerçek sayıların kullanılmasına

- Alıglamaya dayanmaktadır (Harel & Sowder, 1998).

Bu bağlamda iki alt ispat şeması elde edilmektedir; Temel örnekler ispat şeması ve algısal ispat şeması.

2.4.3.1. Algısal ispat şeması

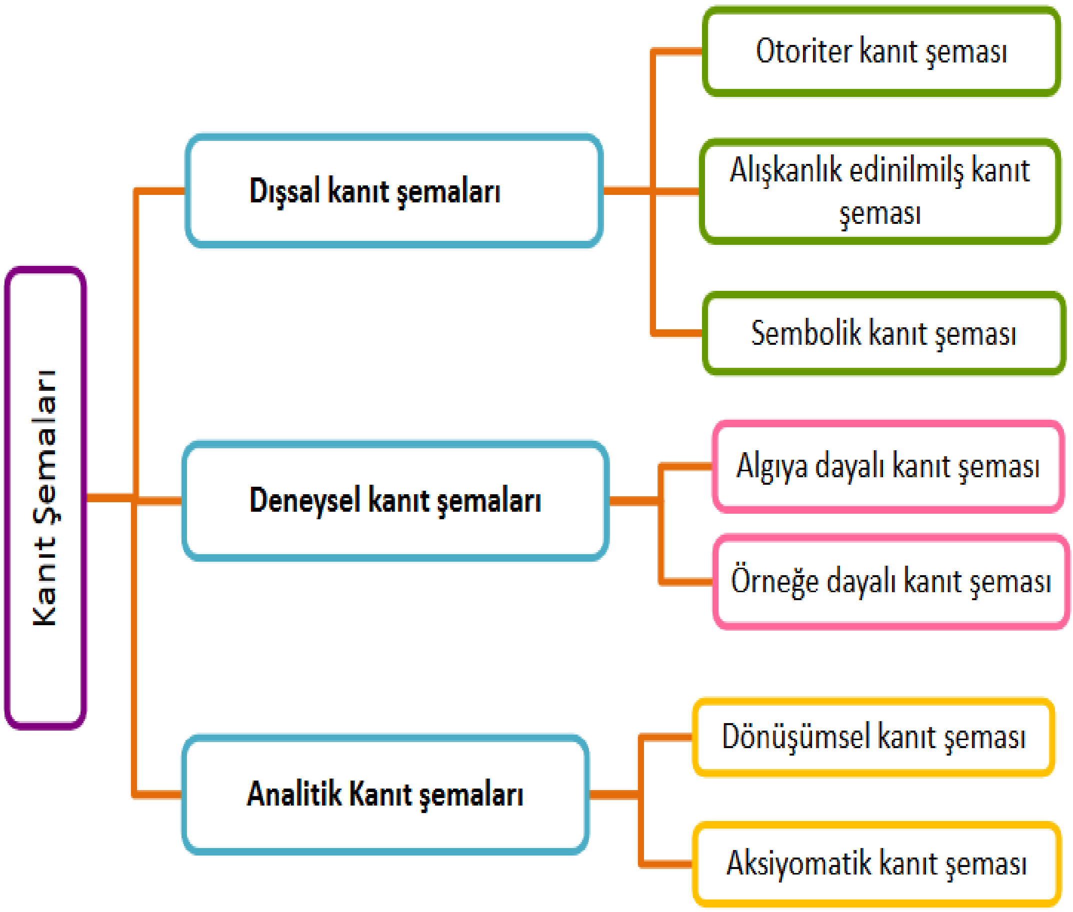
Bu ispat şemasının varlığı söz konusu olduğunda, argümanın doğruluğu veya yanlışlığı hakkında, sezgisel gerekçeler sunulabilirken, bu durum hakkında kuvvetli bir dayanak bulmak güç olmaktadır (Tall & Ramos-Mejia, 2006). Çizim kullanımın yaygın olduğu da görülmektedir, özellikle geometri problemlerinde çizimler üzerinden ispat desteklenmeye çalışılmaktadır. Ne var ki, bu ispat özelliklerinin görüldüğü zamanlarda, yapılan çizim ile asıl problem arasında bağlantı ve korelasyon kurabilme kabiliyetlerinin de düşük olduğu gözlemlenmektedir (Harel & Sowder, 1998).

2.4.3.2. Temel örnekler ispat şeması

Argüman savunulurken, ispat ya da ikna etmek adına bir veya daha fazla örnekten yardım alınılan durumlarda, temel örnekler ispat şemasına ait özelliklerin varlığından söz edilebilmektedir. Bu ispatın getirdiği avantaj ise öğrencilerin, varsayımsal matematiğin, örneklere dayandığını ve gerçekle alakasını kurabildiklerini işaret etmesidir. Bu ispatın ilerisine geçerek, gerekçelerini örneklendirmenin ötesine taşımak ise öğrencilerin sorumluluğundadır (Harel & Sowder, 1998).

2.4.4. İspat şemalarının özellikleri

Konu dahilinde bahsedilen tüm ispat şemalarının özet bilgi ve özellikleri Tablo 1 ile gösterilmektedir.



Şekil 2. 2. Harel ve Sowder ispat şemalarının özeti (Ursavaş & Çimer, 2015, s. 272).

3. ÇEMBER KAVRAMI VE ÖĞRETİMİ

3.1. Matematik ve Matematik Öğretimi

Öğrenciler için matematik kabuslarını süsleyen, korktukları ve onları strese sokan bir terim olmasıyla birlikte birçok insan içinse, öğrenilmesi zor, bunaltıcı, sevimsiz bir ders olarak kabul edilmektedir. Çoğu öğrencinin matematiğin zorluğu karşısında başarısızlık kaygısı taşıdığı ve bu nedenle matematiğe karşı olumsuz tutum geliştirdikleri gözlenmektedir. Bu olay eğitimin ilk yıllarında başlayarak artış gösterir. Bunun sonucunda matematiğe karşı önyargı oluşmakta ve bu konuda özgüvensizlikleri meydana gelmektedir. Bunun sonucu olarak da matematiğin kendi ilgilenebilecekleri bir alan olmadığını ve sahip oldukları zekanın matematiğe yetmeyeceğini düşünürler. Birçok soyut kavramı bünyesinde bulunduran matematiğin zor kabul görmesinde, yapılardan, formüllerden, bağıntılardan meydana gelen bir sistem olmasının etkisi büyüktür (Baykul, 2001). Matematik öğreniminde sürekli karşımıza çıkan bu kavramların nihai bir biçimde öğretilmesi ve öğrenciler tarafından anlaşılabilmesi için çeşitli öğretim yöntemlerine gerek duyulmaktadır. Öğrenci merkezli yenilikçi uygulamalar etkili bir matematik öğretiminin ana şartlarındandır. Öğrenci zihinlerinin ders içerisinde sürekli aktif kalması sağlanmalıdır. Modern tekniklerin kullanıldığı sınıflarda öğrenme pasif düşünce vasıtasıyla meydana gelmez. Daha önce öğrenilen bilgiler ile yeni bilgiler öğrencinin aklında harmanlanarak, öğrencinin yorumuyla beraber yapılanmaktadır. Öğreticinin görevi ise desteklemek, geliştirmek, teşvik etmek ve bilginin meydana gelmesine yardımcı olmak olarak değişmektedir (Cantürk, 2006).

Eğitim sisteminin ezberci yapıdan kurtulması adına son yıllarda birçok çalışma yapılmaktadır. Bu bağlı olarak Milli Eğitim Bakanlığı, 2005 yılında matematik dersinin programını diğer derslerde de olduğu gibi yüksek oranda yapılandırmacı öğrenme kuramını esas alarak biçimlendirmiştir. Düzenlenen son haline göre ilköğretimin ikinci kademesinde kullanılan (Ortaokul) yeni matematik programında (2013), matematiksel kavramların öğretilmesi dışında, matematiği etkin öğrenmeyi ve kullanmayı sağlayacak bir takım temel yeteneklerin geliştirilmesi de amaçlanmaktadır. Bu beceriler şöyle sıralanmaktadır:

- Problem çözme

- Matematiksel süreç becerileri: İletişim, akıl yürütme, ilişkilendirme

- Duyuşsal beceriler
- Psikomotor beceriler
- Bilgi ve iletişim teknolojileri (BİT)

Matematik öğrenmeyi etkin bir süreç olarak değerlendiren program, öğrencilerin kendi öğrenim süreçlerinin öznesi haline gelmesi için öğrenme sürecinde aktif katılımcı olmalarının önemine dikkat çekmektedir. Bu bağlamda sınıf ortamı öğrencilere sorgulama ve araştırma olanağı veren, etkileşimde bulunabilecekleri, eleştirel düşünebilecekleri, gerekçelendirme yapabilecekleri, düşüncelerini rahatlıkla paylaşabilecekleri ve değişik çözüm yolları sunabilecekleri bir alan yarattığı için önemlidir (MEB, 2013).

Öğrenme-öğretme esnasında ezberci tarzda bir eğitim verilmesi yerine bu yöntemin kullanılması öğrencinin matematiksel düşünme yeteneğini de geliştirir (MEB, 2011).Günümüzde öğrenenlerin, bilgiye rahatça ulaşabilen, ulaşılabilir bilgiyi kullanabilen; eleştirel düşünebilen ve karar alabilen; takım çalışmalarına yatkın, bildiklerini öğretebilen kişiler olarak yetişmesi istenmektedir. Öğrenen kişilerin sadece kendi sorunlarını değil toplumsal sorunlarda da çözüm bulması beklenir (Biber, 2012). Bu istekleri karşılayabilecek bireylerin yetişmesinde kullanılabilecek en doğru yöntemlerden birisi yapılandırmacı öğrenme kuramıdır.

3.2. Çember Kavramının Öğretimi ve Önemi

MEB (2006) çalışmalarıyla oluşturulan ilköğretim ve ortaokul matematik öğretim programlarına bakıldığında çember kavramının öğretiminin erken safhalarda kıymet kazandığı anlaşılmaktadır. Program içeriğinde öğrencilerin çember kavramını algılamasına, merkez açı ile gördüğü yayları ilişkilendirmesi için kazanımlar bulunmaktadır. Yine MEB (2013) çalışmalarıyla oluşan ortaöğretim matematik öğretim programlarında yer alan çember kavramına ilişkin çemberin birincil ve ikincil elemanlarını ve bu kavramlar arası ilişkileri neden-sonuç ilişkisi yoluyla anlatma; çemberlerde kiriş, yay, teğet kavramlarını açıklama, kirişin çemberdeki özelliklerini gösterme, bir çemberin merkezi, çevresi, iç, dış ve teğet-kiriş açılarını açıklama ve bu açıların ölçüleri ile gördükleri yayların ölçülerini arasında bağ kurma kazanımları yer almaktadır. Lisans seviyesinde ise ilköğretim matematik öğretmenliği lisans programı 1. sınıfında zorunlu bulunan geometri dersinin Yüksek Öğretim Kurumu’nca (YÖK, 2006) seçilen müfredatınca çember kavramına, uzunluk ve çemberde açı ile alakalı önermeler ve bu önermelerin ispatlarına, uzunluk ve çemberde açı ile alakalı uygulamalar bakımından kazanımlar yer almaktadır.

Bekdemir tarafından yapılan çalıma ilköğretim sınıf öğretmenliği anabilim dalında öğrenci olan 158 öğretmen adayının çember kavramı ile alakalı bilgilerini ölçmeye yöneliktir. Araştırmaya göre öğretmen adayları ağırlıklı olarak işlemsel bilgiye sahiptir. Öğretmen adaylarının çember kavramı formüllerini işlem içerisinde kullanabilmesine rağmen ne anlam taşıdıkları konusunda bilgi sahibi değildir, bundan yola çıkılarak genelleme ve soyutlama kabiliyetlerinin yetersiz olduğu gözlenmiştir (Bekdemir, 2012). Öğretmen adaylarının çember kavramı açısından kavramsal bilgilerinin yetersiz göründüğünü belirten Bekdemir bunun nedeninin öğrencilerin üniversite sınavlarına hazırlık sürecindeki ezberci yapısından kaynaklandığını belirlemiştir. Son sınıfta öğrenim gören bir öğretmen adayının bu konuda ki bilgi seviyesinin düşüklüğünün, bu öğrencilerin kısa bir süre sonra öğretmen olacak olmalarından dolayı ne denli önemli olduğunu vurgulamaktadır.

Duatepe (2013) sınıf öğretmeni adaylarının ölçmek için yaptığı çalışmasında geliştirdiği geometri testi çember alt öğrenme alanında yer verdiği dört soruluk araştırmaya katılan öğretmen adaylarının yarısının yanlış cevapladığı belirlenmiştir.

Gülkılık (2008), Orta Öğretim Fen Ve Matematik Alanları Eğitimi Bölümü Matematik Öğretmenliği Anabilim Dalında lisans eğitimi alan beş öğretmen adayı ile gerçekleştirdiği nitel çalışmada katılımcıların sahip oldukları kavram imajlarını ve imaj gelişimlerini keşfetmeyi amaçlamıştır. Araştırmaya katılan öğretmen adaylarının çember kavramını geometrik tanımından bağımsız, “içi boş yuvarlak bir şekil” olarak anladıklarını belirlemiştir.

3.3. İlgili Araştırmalar

DNR tabanlı öğretimden yararlanarak eğitim ve öğretim ortamında, fen alanında gerçekleştirilen çalışma sayısı çok azdır. Gerçekleşen çalışmalar göz önünde bulundurulduğunda DNR tabanlı öğretim sisteminden istisnai durumlar dışında genel olarak matematik alanında yararlanılmıştır yapılan çalışmaların bazılarında ise direkt olarak DNR tabanlı öğretim yerine öğretimi meydana getiren basamaklardan birinin tercih edildiği saptanmıştır. Çalışma grubu genel olarak lisans seviyesindeki öğrencilerden yararlanarak yapılmıştır. Çalışmalarda veri toplama aracı olarak gözlem, görüşme ve etkinlikler kullanıldığı, veri analizi esnasındaysa içerik analizinden yararlanıldığı gözlemlenmiştir.

Harel (2013) yaptığı araştırma ile entelektüel ihtiyaç konusunu öğrenciler açısında ele alarak açıklamış, şüphelerini belirterek, buna yönelik cevaplar aramıştır. Harel'e göre çoğu öğrenci, okulda başarılı olmak isteyenler bile, matematik derslerinde entelektüel olarak amaçsızdır, çünkü çoğu zaman, onlara öğretilmesi planlananlara karşı entelektüel bir gereksinim duymazlar. Entelektüel ihtiyaç kavramı, ayrılmaz bir şekilde epistemolojik gerekçelendirme, öğrencilerin belirli bir bilginin nasıl ve neden ortaya çıktığına dair farkındalığıyla ilişkilidir. Araştırmasında, bu iki kavramın tarihsel ve felsefi yönlerinin yanı sıra öğretmenlerin, öğrencilerin entelektüel ihtiyaçlarının farkında olmalarını ve matematik öğretimini ele almalarını incelemektedir.

Çontay ve Paksu (2006) gerçekleştirdikleri çalışma ile ortaokul matematik öğretmeni adaylarının ispat şemalarının neler olduğunu ve bu şemalarını nasıl ortaya koyduklarını araştırmıştır. Öğretmen adaylarının kullandığı ispat şemalarını belirlemek adına klinik yöntemden yararlanmışlardır. Bu amaç için öğretmen adaylarıyla, sayılar alanında görev bazlı görüşmeler ve ispatın doğasına ilişkin klinik görüşmeler gereçekleştirmişlerdir. Üç kadın öğretmen adayına, tek seferde doldurulmak üzere Görev Temelli Görüşme Formu ve İspatın Doğasına İlişkin Görüşme Formu verilmiştir. İçerik analizi yönteminin yardımıyla öğretmen adaylarında en çok dışsal, sonrasında analitik ve en az deneysel ispat şemalarına ait özellikler görüldüğü tespit edilmiştir. Çalışma, başarı düzeyi daha yüksek olan öğretmen adaylarının, başarı düzeyi daha düşük öğretmen adayına kıyasla analitik ispat şemasını ortaya koyan özellikleri daha çok gösterdiklerini işaret etmektedir. Öğretmen adaylarında var olan dışsal kaynaklı fikirlerinin, sıklıkla onların dışsal alışkanlık edinilmiş ispat şemalarına ait özellikleri ile alakalı olduğu tespit edilmiştir. Öğretmen adaylarının ispatın doğasına ilişkin önceden kazanılmış ezbere ve yüzeysel fikirleri ile onların ispatı yapılandırırken dönüşüm yapmalarına engel olan fikirlerinin alakalı olabileceği belirlenmiştir.

Oflaz ve diğerlerinin (2016) çalışmanın amacı, bir geometri teoremi ispatlarken öğretmen adaylarının ispat şemasını belirlemektir. Bu bağlamda, çalışmaları "geometriye ilişkin ispatları hazırlarken öğretmen adayları hangi kanıt şemalarını kullanıyor?" sorusuna yöneliktir. Çalışma, belirli bir konunun detaylı bir incelemesidir. İlk olarak açık uçlu bir soru sorulmuş ve daha sonra bu eksende görüşmeler yapılmıştır. Araştırmada görüşülen üç öğrenci temel Matematik puanları dikkate alınarak seçilmiştir. Maksimum ve ortalama puan alan iki kadın ve minimum puan alan bir erkek gönüllü olarak katılım göstermiştir. Öğrencilerden “bir üçgenin iç açı ölçümlerinin toplamının 180^o olduğu” gerçeğinin ispatlamaları istenmiştir. İspat sonrasında, her öğrenciyle ispat ve ispatlama hakkında ne düşündükleri hakkında görüşme yapılmıştır. Çalışmanın bulguları, öğretmen adaylarının ispat ile ilgili zorluklar yaşadıklarını ortaya koymaktadır. Ayrıca, katılımcıların tutumları dersteki başarılarına paralellik göstermemektedir. Bu çalışmanın bir başka sonucu da öğretme ve öğrenme süreçlerinde ispatların kullanımı ile ilgilidir. Öğrencilere kanıtlarla ilgili görüşleri sorulduğunda, derslerin kanıtlarla yapılması gerektiği konusunda ortak bir fikre sahip oldukları anlaşılmaktadır. Bu çalışmanın sonuçları ve alandaki diğer çalışmalar, öğretmen adaylarının basit bir geometri teoremini bile kanıtlayamadıklarını ortaya koymaktadır. Bunun temelini oluşturan öğretmen adaylarının geometrik kavram tanımları ve konuyla ilgili yanılgıları sahip olması ve yetersiz bilgi düzeyine sahip olmaları olduğu düşünülmektedir. Diğer bir neden, katılımcıların önceki eğitim süreçlerinde herhangi bir kanıtlama süreci ile karşılaşmamaları olabilir. Bu bağlamda, öğrenciler bir öğretmenin danışmanlığı altında ispatı öğrenimi ve bilgi ediniminin ne kadar değerli olduğunu anlamalıdır.

Zihnin geometrik alışkanlıkları, geometrik kavramları öğrenmeyi ve öğrenilenleri kullanmayı destekleyen verimli düşünme yollarıdır. İlköğretim okulu öğretmen adaylarının aklın geometrik alışkanlıklarını belirlemek, gelecekteki öğrencilerinin geometrik düşüncesinin gelişimini etkileyeceği düşünüldüğünde, son derece önemlidir. Bu nedenle, Köse (2014) çalışmasında ilköğretim okulu öğretmenlerinin geometrik alışkanlıklarını belirlemeye çalışmaktadır. Katılımcılar, öğrenimlerinin üçüncü yıllarında, Türkiye'de bir devlet üniversitesinde Eğitim Fakültesi’nde İlköğretim Okulu Öğretmenliği eğitimi gören, elli yedi ilkokul öğretmeni olarak belirlenmiştir. Veriler çevre ve alan kavramları üzerine açık uçlu, dört geometri problemi ile toplanmıştır. Toplanan veriler aklın geometrik alışkanlıklarının bileşenlerinin teorik çerçevesine dayanan ve tanımlayıcı analiz aşamalarına uygun olarak analiz edildi. Sonuçlar, ilköğretim okulu öğretmen adaylarının, aklın geometrik alışkanlıklarını gösteren bileşenler hakkında farklı düşünme yolarına sahip olmadığını göstermiştir. Çalışma ayrıca adayların verilen problemleri uygun şekilde analiz edemediklerini ve akıllarında beliren ilk fikre göre hareket ettiklerini, ancak bu eylemleri soruna uygulayamadıklarını ve bu nedenle öğretmen adaylarının akıllarındaki geometrik alışkanlıklarının arzu edilen seviyede olmadığını ortaya koymuştur.

4. MATERYAL VE METOD

4.1. Araştırmanın Amacı

Bu tez çalışmasında, yukarıda ayrıntıları ile anlatılan ve matematik öğretimine farklı bir bakış açısı sunan DNR teorik çerçevesine dayalı olarak 10. sınıf öğrencilerinin düşünme ve anlama yollarının çember kavramı bağlamında incelenmesi amaçlanmıştır.

4.2. Araştırmanın Önemi

DNR tabanlı öğretim; öğrencilerin kavramsal bilgilerini problem çözme yaklaşımıyla geliştirmelerini sağlayan teorik bir çerçeve, bir yönergedir. DNR'ın ilk yönergesi matematik alanında geliştirilmiştir. Bu yönerge sayesinde öğrencilerin düşünme yollarının ve matematiksel anlama şekillerinin geliştirilmesi planlanmıştır. Temelde matematiğin öğrencilere nasıl öğretilmesi gerektiği sorusunun cevabını vermektedir.

DNR teorik çerçevesiyle ilgili uluslararası literatürde birçok çalışma olmasına karşın ulusal literatürde az sayıda çalışma bulunmaktadır. Bu çalışma DNR teorik çerçevesi altında çember kavramının öğretimi üzerine ulusal literatürdeki ilk çalışma olması bağlamında önem taşıdığı düşünülmektedir.

4.3. Problem Durumu

Araştırmanın problem durumu tez çalışmasının amacına uygun olarak “10. sınıf öğrencilerinin çember kavramına ilişkin düşünme ve anlama yolları nasıldır?” olarak ifade edilmiştir.

4.4. Araştırma Yöntemi, Katılımcılar ve Veri Toplama Araçları

Onuncu sınıf öğrencilerinin düşünme yollarını çember konusu bağlamında incelemeyi amaçlayan bu çalışmada nitel yöntem benimsenmiştir. Araştırmanın katılımcılarını İç Anadolu Bölgesinde bir özel okula devam etmekte olan dört lise onuncu sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Katılımcılar belirlenirken çalışmaya katılmaya gönüllülük esası ve çalışmanın amacına uygun olarak amaçlı örnekleme kriterleri göz önüne alınmıştır. Veri toplama aracı olarak ise Harel ve arkadaşlarının (2008) koni kesitleri konusu için geliştirdikleri modülde çember konusuna ilişkin hazırladıkları sorulardan üçü kullanılmıştır. Bu problemler önce araştırmacı tarafından Türkçeye çevrilmiştir. Türkçeye çevrilen problemler dil ve anlam geçerliliği açısından incelenmek üzere bir dilbilimci, bir matematikçi ve bir matematik eğitimcisi olmak üzere üç uzman görüşüne sunulmuştur. Uzmanlar tarafından yapılan öneriler doğrultusunda son halini alan problemler aşağıda verilmektedir.

Problem 1: (Bir çember çizerek) Bunu çember yapan nedir? Bir çemberi nasıl tanırız ya da bir başkasına nasıl anlatırız?

Problem 2: a. "(a,b) merkezli ve r yarıçaplı bir çember $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ denklemi ile temsil edilir" ifadesi sizin için ne anlama geliyor?

b. $(x-1)^2+(y-2)^2=9$ çemberini ele alalım. Bu denklemi

$x^2-y^2-2x-4y-4=0$ denklemine genişletelim. . Varsayalım ki sınıf arkadaşınız Ayşe birinci denklemi görmedi. Ayşe ikinci denklemden çemberin merkezini ve yarıçapını elde edebilir mi?

Problem 3: $x^2+y^2+Dx+Ey+F=0$ formundaki her denklem bir çember temsil eder mi?

Veri toplamak amacıyla çalışmaya katılan dört öğrenci ile odak grup görüşmesi yapılmıştır. Görüşme öğrencilerin kendi okulunda yer alan bir toplantı salonunda araştırmacı ve tez danışmanı tarafından yapılmıştır. İki oturum olarak yaklaşık iki saat süren odak grup görüşmesi video kaydı ile kayıt edilmiştir.

4.5. Verilerin Analizi

Verilerin analizi için ise yönlendirilmiş içerik analizi yöntemi kullanılmıştır. Yönlendirilmiş içerik analizi yaklaşımı, analitik süreci yönlendiren bir teori ile başlar ve bu yaklaşımın amacı kavramsal olarak teorik bir çerçeve veya teoriyi doğrulamak veya genişletmektir (Hesieh ve Shonon, 2005). Bu kapsamda Harel ve arkadaşlarının (2008) koni kesitlerinin öğretilmesine yönelik hazırladıkları DNR tabanlı öğretimin pedagojik çıktıları teorik çerçeve olarak alınmıştır. Bir sonraki bölümde sunulacak olan bulguların daha iyi anlaşılmasını sağlamak amacı ile bu teorik çerçeve ile ilgili açıklamalar aşağıda verilmektedir:

Matematiksel bir konunun fiziksel / algısal bir yönü, geometrik bir tanımı ve bir cebirsel formülü vardır. Bu üç yönün herhangi birinde görülebilen önemli özellikler diğerlerinde de görünür olmalıdır. Buradan hareketle Harel ve arkadaşları (2008) koni kesitleri için bir öğretim modülü tasarlamışlar ve bu modülün düzenleyici prensibi olarak da, fiziksel / algısal, geometrik ve cebirsel formlar arasındaki ilişkileri almışlardır. PGA düşünme yolu olarak isimlendirilen bu prensibin çok değerli ve matematikçiler tarafından kullanılan bir düşünme yolu olduğunu savunmaktadırlar. DNR teorik çerçevesinin öğretimsel ilkeleri doğrultusunda tasarlana bu öğretim modülünde çember kavramı için odaklanılan düşünme ve anlama yolları şunlardır:

PGA düşünme yolu: Fiziksel / algısal, geometrik ve cebirsel gerçeklikler arasındaki ilişkilere dikkatini verme.

Cebirsel değişmez düşünme yolu: Bir denklem, belirli özellikleri daha belirgin hale getiren çeşitli biçimlerde yeniden yazılabilir. Formlar arasındaki bağlantı, örneğin çözüm seti gibi değişmez kalan bir şey tarafından sağlanır.

Cebirsel düşünme yolu: Bu geniş bir düşünme yoludur. Buna örnek olarak, örneğin bir geometri problemine cebir uygulanırken, ilgili tüm geometrik kısıtlamaları "cebir ile anlatmak" gerektiği gerçeğinin farkına varılmasıdır. Benzer düşünceyle *geometrik düşünme yolu*ndan da bahsedilebilir. Örneğin bir geometri problemini çözerken, verilen tüm koşulları "geometri ile anlatmak" gerekir.

Veriler analiz edilirken öğrenciler Ö1, Ö2, Ö3 ve Ö4 olarak, araştırmacılar ise A1 ve A2 olarak kodlanmıştır.

5. BULGULAR

Bu bölümde veri toplama aracı olarak kullanılan çembere ilişkin üç problem için öğrencilerin odak grup görüşmesindeki ifadelerinden elde edilen bulgulara yer verilecektir. Bulgular problem sırasına göre aşağıda verilmektedir:

5.1. Problem 1'e İlişkin Bulgular

Problem 1: (bir çember çizerek) Bunu çember yapan nedir? Bir çemberi nasıl tanırız ya da bir başkasına nasıl anlatırız?

Bu soru ile öğrencilerin fiziksel/algısal düşünme yollarının ortaya çıkarılması amaçlanmıştır. Yani öğrencilerin çemberin fiziksel özelliklerini algılamalarına bağlı olarak çemberi sezgisel olarak anlayışlarının neler olduğu ortaya konmaya çalışılmıştır. Buradan da öğrencilerin merkez, yarıçap (hatta düzlem) kavramlarını kullanarak çemberin geometrik yer tanımına ulaşmaları beklenmektedir. Bu tanım ise merkezi orijinde (yada herhangi bir noktada) olan çemberin kartezyen denklemine kolayca transfer edilebilir.

5.1.1. Problem 1'e göre öğrenciler arasında geçen diyaloglar

Öğrencilerin bu soru çerçevesinde gerçekleştirdikleri diyaloglardan bazıları aşağıda verilmektedir:

Ö1: *İçinin boş olması*

Ö2: *Yuvarlak olması ve çember üzerindeki noktaların çemberin merkezine eşit uzaklıkta olması.*

A1: Ö2 sen şimdi bu çemberi Ö3'e anlatır mısın? Daha doğrusu nasıl anlatırsın?

Ö2: *Yuvarlak bir şekil gördüğün gibi; eğer ortasına hayali bir merkez koyarsak, bu merkezden çemberin çevresine çizilen her çizgi eşit uzaklıkta olur. Ve bu çemberi elipsten ayıran bir özelliktir.*

A1: Peki merkezden çemberin çevresine çizdiğin çizgiyi gösterir misin?

Ö2: (birkaç tane çizdikten sonra) *aslında çember bu çizgilerin uç noktalarından oluşan bir şekildir.*

A1: Peki Ö3 senden Ö4'e çemberin ne demek olduğunu anlat desem ne dersin?

Ö3: *(bir çember çizdikten sonra) Ö2'nin de dediği gibi ortada hayali bir merkez varmış gibi düşündüğümüzde oradan dışa doğru atılan eşit uzaklıkta atılan çizgilerin* *birleşimi çember oluşturur çemberi nerde görebiliriz mesela; mesela kafamıza taktığımız bir koninin alt kısmı, yılbaşı şapkasının alt kısmı mesela çemberdir.*

A1: Şimdi anladığım şu; bir şeklin çember olabilmesi için bir merkezi olmalı, peki Ö1 bir de sen anlatır mısın Ö4'e?

Ö1: (Kâğıda bir çember çizdikten sonra) *bu çemberdir işte içi boş olmalı. Aslında pergeli düşün iğneyi sabitledikten sonra döndürerek çizdiğimiz şekil çember oluyor. Böylece merkeze eşit uzaklıkta noktalar çizmiş oluyorsun*

Ö2: *Aslında ben nasıl anlatacağımı buldum. Şimdi bir köpeğin olduğunu ve bunu bir yere bağladığını düşün, köpeğinin o ipi gerdirerek gezebileceği maksimum alan, alan demeyeyim de gezebileceği güzergah sana çemberi verir*

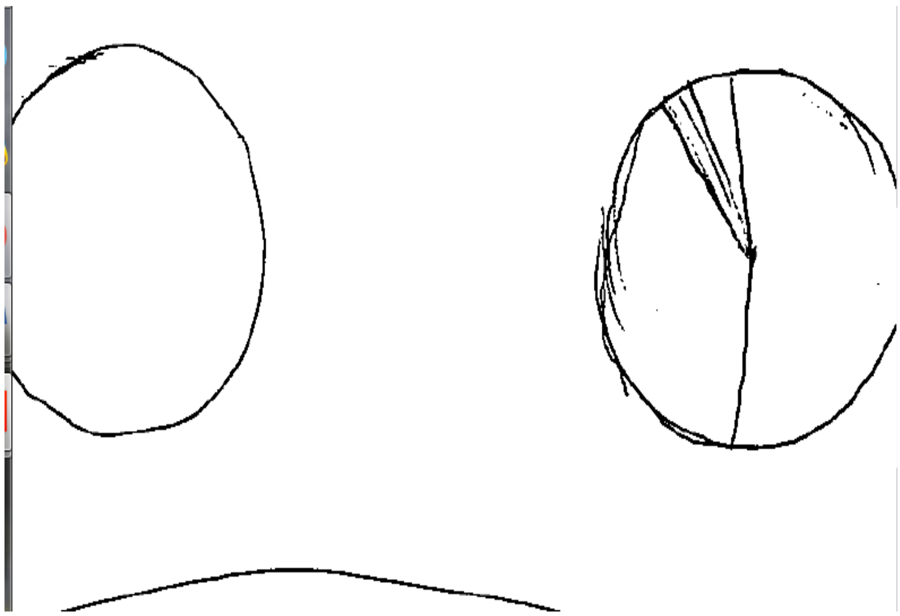
A1: Çizgi dedi az önce Ö3, peki sizler çemberin bir çizgi olduğuna katılıyor musunuz?

Öğrenciler: *hayır çizgi olduğuna katılmıyoruz*.

A1: Peki çizgi değilse çember nedir?

Ö3: *Başlangıç noktası ile bitiş noktası birleştirilmiş doğru parçası. Aynı merkezden sabit uzaklıktaki noktalar kümesi diyebiliriz.*

Probleme ilişkin öğrencilerin çizimlerinden bazı aşağıda verilmektedir:



Şekil 5. 1. Problem 1'e ilişkin Ö1 kodlu öğrenci çizimi.

Öğrenciler fiziksel özelliklerden yola çıkarak çemberin geometrik yer olarak tanımına ulaşmışlar yani geometrik düşünme yollarını devreye sokmuşlardır. Ancak birinci problemin tartışılması sırasında öğrencilerin çemberin merkezi ile ilgili iletişim halinde olduğu görülmekle birlikte «bir çember merkezi ile tek türlü olarak belirlenebilir mi?» vb sorular öğrencilerden gelmediği için yapısal düşünme yolunu (structural way of thinking) kullanmadıkları gözlenmektedir. Ancak « Ö2: *Yuvarlak bir şekil gördüğün gibi; eğer ortasına hayali bir merkez koyarsak, bu merkezden çemberin çevresine çizilen her çizgi eşit uzaklıkta olur. Ve bu çemberi elipsten ayıran bir özelliktir.»* diyerek çember ve elipsin ortak olmayan yani ayırt edici bir yapısal özelliğini işaret etmiş ve yapısal düşünme yolunu kullanmıştır.

5.1.2. Problem 2'ye ilişkin bulgular

Problem 2: a. " (a,b) merkezli ve r yarıçaplı bir çember $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ denklemi ile temsil edilir" ifadesi sizin için ne anlama geliyor?

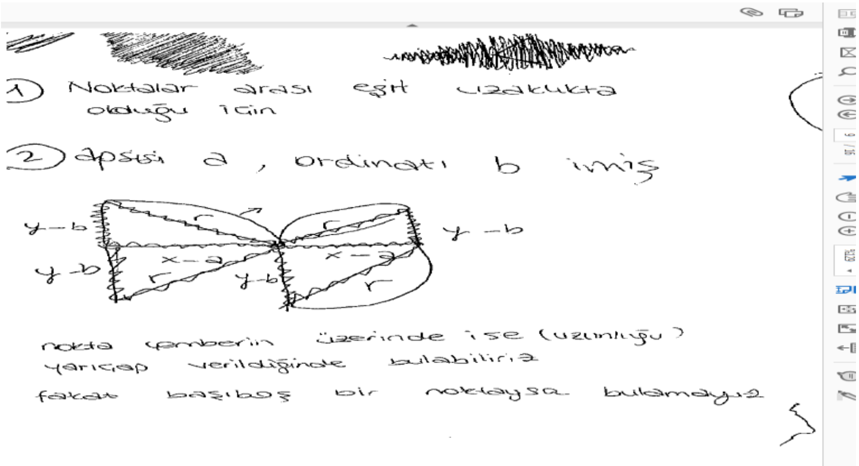
b. $(x-1)^2+(y-2)^2=9$ çemberini ele alalım. Bu denklemi

$x^2-y^2-2x-4y-4=0$ denklemine genişletelim. . Varsayalım ki sınıf arkadaşınız Ayşe birinci denklemi görmedi. Ayşe ikinci denklemden çemberin merkezini ve yarıçapını elde edebilir mi?

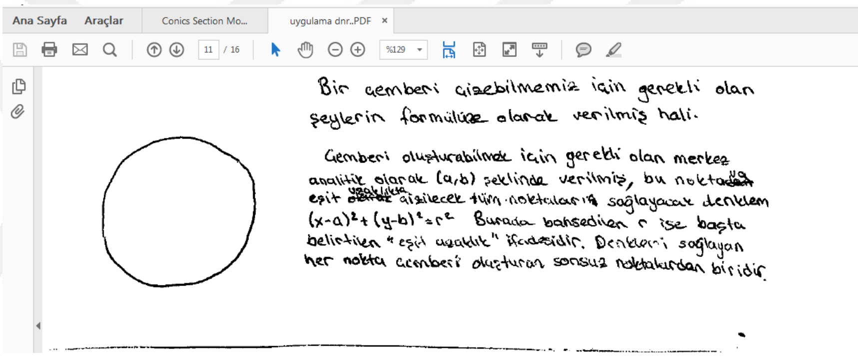
Bu problem ile öğrencilerin cebirsel düşünme yolları ile ilgili veri toplanması amaçlanmıştır. Cebirsel düşünme geniş bir perspektife sahip düşünme şeklidir. Bunun örneği olarak realize etmeyi verebiliriz, örneğin bir geometri problemini çözmek için cebir uygularken, tüm geometrik kısıtlamaları ifade etmek için cebir konuşmalıdır. Problemin b şıkkı ise cebirsel değişmez düşünme yolunu teşvik etmek amacındadır. Bu düşünme yolunu şöyle açıklayalım: Bir denklem, belirli özellikleri daha belirgin hale getiren çeşitli biçimlerde yeniden yazılabilir. Formlar arasındaki bağlantı, örneğin çözüm seti gibi değişmez kalan bir şey tarafından sağlanır.

5.2. Problem 2'ye İlişkin Öğrencilerin Çizimlerinden Bazıları

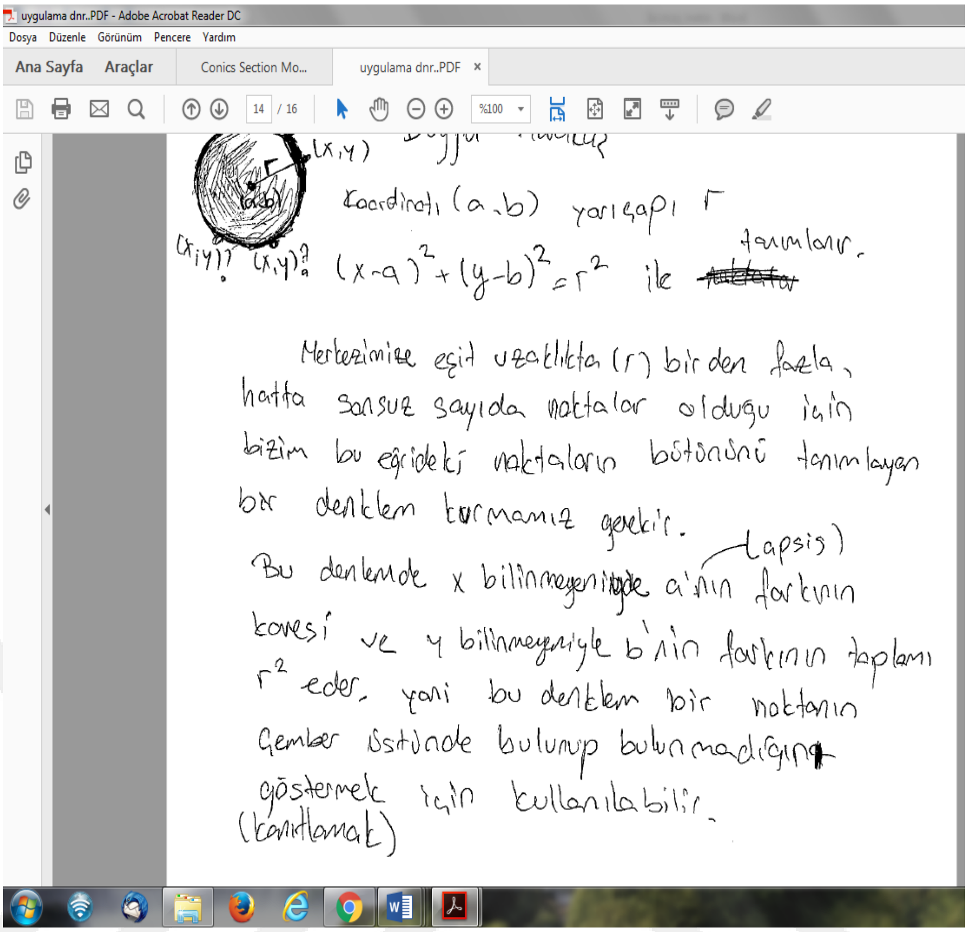
Problem 2'ye ilişkin öğrencilerin çizimlerinden bazıları aşağıda verilmektedir:



Şekil 5. 2. Problem 2'ye ilişkin Ö1 kodlu öğrenci çizimi.



Şekil 5. 3. Problem 2'ye ilişkin Ö2 kodlu öğrenci çizimi.



Şekil 5. 4. Problem 2'ye ilişkin Ö3 kodlu öğrenci çizimi.

5.2.1. Problem 2'ye göre öğrenciler arasında geçen diyaloglar

Problem 2'ye ait öğrenci diyalogları aşağıda verilmektedir:

Ö1: ***x*** *' e 0 verip* ***y*** *'yi bulsak sonrada* ***y*** *'ye 0 verip* ***x*** *'i bulsak*

A2: Olur yapalım. **x** yerine 0 yazarsak **y^2-6y+1=0** denklemini elde ederiz. Bu ne anlam ifade eder bizim için?

Ö1: *ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklem olur*

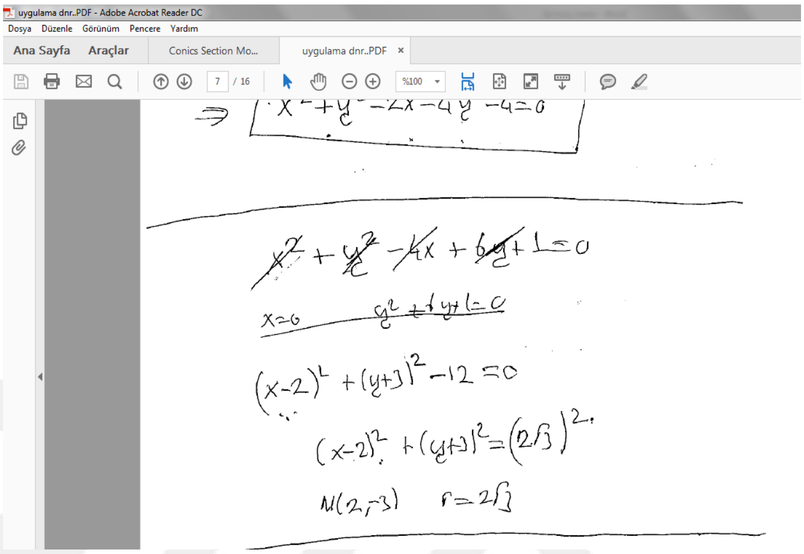
A2: peki bu denklemin köklerini bulacak olursak bu kökler neyi verir bize

Ö1: *y değerlerini verir*

A2: Peki biz ilk denklemde iki tane tam kareli ifadeyi açarak son genel denklemi elde etmiştik. Eğer genel denklemden ilk halini elde etmek istersen ne yapmalıyız?

Ö2: *Tam kare yapmaya çalışalım*

Problemin b şıkkı ile bir çember denkleminin farklı iki ifadesi olabileceği öğrenciler tarafından cebirsel düşünme yolu ile tam kareye tamamlama stratejisi kullanılarak ortaya konmuştur. Buna ilişkin bir öğrenci cevabı aşağıda verilmektedir.



Şekil 5. 5. Problem 2’ye ilişkin Ö4 kodlu öğrenci çizimi.

5.3. Problem 3’e İlişkin Bulgular

Problem 3: $x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$ formundaki her denklem bir çember temsil eder mi?

5.3.1. Problem 3’e göre öğrenciler arasında geçen diyaloglar

Bu soruya ilişkin öğrenci ve araştırmacı diyalogları aşağıda verilmektedir:

A2: Şimdi ben sizlere bir denklem daha yazacağım. Önünüzdeki kâğıtları kullanabilirsiniz.

$\boldsymbol{x^2 + 6x + y^2 - 2y + 2 = 0}$ *denklemi bir çember belirtir mi? Eğer çember denklemi ise merkezini ve yarıçapını bulunuz? Yok eğer çember denklemi değil ise nedenini söyler misiniz?*

A1: Hepiniz yaptınız sanırım. A2’den başlayalım, arkadaşınızın söylediklerine katılıyorsanız belirtebilirsiniz, katılmadığınız yerlere de itiraz edebilirsiniz.

Ö1: *Soruda verilen denklem çember belirtiyor.*

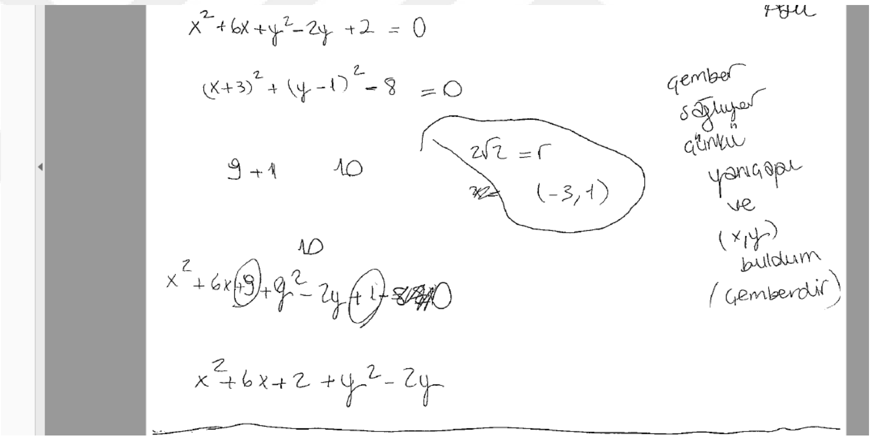
A1: Nasıl anladın bunu?

Ö2: *bir önceki soruda olduğu gibi verilen denklemi tam karelere benzetmeye çalıştım. Sonrasında çıkan denklemde bir sorun göremedim. Merkezini* ***M(-3,1)*** *ve yarıçapını* ***2√2*** *buldum.*

Ö2: *Verilen denklemin çember denklemi olmaması için tam kare yaptıktan sonra sağ tarafın* ***(-)*** *eksi olması mı gerekiyor?*

Burada öğrencilerin sergiledikleri en belirgin düşünme yolu olarak referans sembolik düşünmenin öne çıktığı görülmektedir. Referans sembolik düşünme yolu Harel ve arkadaşları (2008) tarafından ihtiyaç duyulduğunda sembollerin anlamlarına ve manipülasyonlarına odaklanmak olarak ifade edilmektedir.

Soruya ilişkin öğrenci çizimi aşağıda verilmektedir:



Şekil 5. 6. Problem 3'e ilişkin Ö1 kodlu öğrenci çizimi.

5.3.2. Problem 3'e Göre Öğrenci ve Araştırmacılar Arasında Geçen Diyaloglar

Problem 3'e ilişkin diğer öğrenci ve araştırmacı diyalogları aşağıda verilmektedir:

A2: Şimdi başka bir örnek deneyelim. $x^2 + y^2 - 4x - 4y + 50 = 0$ *denklemi bir çember denklemi midir? Eğer çember denklemi ise merkezinin koordinatlarını ve yarıçapını bulunuz, eğer belirtmiyor ise nedenini söyleyiniz?*

Ö3: demin yaptığımız örneklerde yaptığımız gibi tam kareye benzetmeye çalıştım, ama eşitliğin sağ tarafını negatif buldum.

A1: Aslında çember denkleminin sağ tarafı bize neyi ifade ediyordu?

Ö1: yarıçapın karesini ama bir şeyin karesi asla negatif olamaz

A1: herkes aynı şeyi buldu galiba? O halde tamamdır.

A2: şimdi son olarak final sorusu sormak istiyorum ama bundan öncesinde merak ettiğim bir şey var. Bir önceki soruda $(x-2)^2$ *diye toparladınız denklemi. Nerden anladınız böyle olması gerektiğini?*

Ö1: çünkü tam kareli ifadelerin açılımında '’birincin karesi + birinci ile ikincinin çarpımının iki katı+ ikincinin karesi' olması gerekiyordu

A2: yani birinci ile ikincinin iki katı olduğu için yarısını aldınız yani?

Ö3: evet birinci ile ikincinin çarpımının iki katı -4x ise ikincisi -2 olur.

A2: Gelelim son soruma. $\boldsymbol{x^2+y^2+Dx+Ey+F=0}$ formundaki her denklem bir çember gösterir mi? Yada denkleminin çember belirtmesi için katsayıların ne olması gerekir?

Ö2: *şimdi biz burada verilen denklemden hep tam kareleri elde etmeye çalışmıştık. Bu soruda da aynısını yapmaya çalıştım, buradaki* **Dx** *elde edebilmek için yarısını almam gerekiyor. Çünkü formülümüze göre birincinin karesi + birinci ile ikincinin çarpımının iki katı idi. O yüzden o formüle göre yarısını aldım. Sonra aynısını* **y** *içinde uyguladım. Böyle yapınca denkleme fazladan* $\frac{D^2}{4}$*ve* $\frac{E^2}{4}$ *eklediğim için tekrar bunları çıkartmam gerekiyordu.*

A1: Peki Ö3 bu ekleyip çıkarma metodu cebirsel olarak kafana yatıyor mu?

Ö3: *Matematikte kafama yatıyor ama başka bir yerde karşılaşırsam biraz daha düşünmem gerekir sanırım.*

Üçüncü problemin çözümü için öğrenciler tam kareye tamamlama stratejisini kullanarak çemberin denkleminin orijinal halini yeniden oluşturmuşlardır. Böylece cebirsel değişmezlik düşünme yolunun sergilendiği görülmektedir.

6. SONUÇ

Bu tez çalışmasının amacı onuncu sınıf öğrencilerinin çember kavramına ilişkin düşünme ve anlama yollarının incelenmesidir. Bu amaca yönelik olarak Harel (2008) tarafından ortaya konan DNR teorik çerçevesi kullanılmıştır. Araştırmaya katılan dört onuncu sınıf öğrencisine Harel ve arkadaşları (2008) tarafından tasarlanan koni kesitleri konusuna ilişkin öğretim modülünde çember kavramı için geliştirilen üç problem odak grup görüşmesi esnasında yöneltilmiştir.

Odak grup görüşmesi sonucunda elde edilen veriler içerik analizine tabi tutulmuş ve Harel ve arkadaşları (2008) tarafından çember kavramına ilişkin öğrencilerin sergilemesi beklenen cebirsel, geometrik vb. düşünme ve anlama yolları baz alınarak analiz edilmiştir.

1. Problemde öğrenciler fiziksel özelliklerden yola çıkarak çemberin geometrik yer olarak tanımına ulaşmışlar yani geometrik düşünme yollarını devreye sokmuşlardır. Ancak birinci problemin tartışılması sırasında öğrencilerin çemberin merkezi ile ilgili iletişim halinde olduğu görülmekle birlikte «bir çember merkezi ile tek türlü olarak belirlenebilir mi?» vb sorular öğrencilerden gelmediği için yapısal düşünme yolunu (structural way of thinking) kullanmadıkları gözlenmektedir. Ancak *« Ö2: Yuvarlak bir şekil gördüğün gibi; eğer ortasına hayali bir merkez koyarsak, bu merkezden çemberin çevresine çizilen her çizgi eşit uzaklıkta olur. Ve bu çemberi elipsten ayıran bir özelliktir.»* diyerek çember ve elipsin ortak olmayan yani ayırt edici bir yapısal özelliğini işaret etmiş ve yapısal düşünme yolunu kullanmıştır.

Problem 1 de çizilen bir çemberi diğer geometrik şekillerden ayıran karakteristik özelliği sorularak öğrencilerin çemberin fiziksel özelliklerini algılamalarına bağlı olarak çemberi sezgisel olarak anlayışlarının neler olduğu ortaya konmaya çalışılmıştır.

2. probleme ilişkin öğrenci ve araştırmacılar arasında geçen diyaloglar sonucunda bu problemin çözümü esnasında öğrencilerin sembolik referans düşünme yolunu kullandıkları görülmüştür

3. problemde ise öğrencilerin cebirsel ve geometrik düşünme yolları ile birlikte cebirsel değişmezlik düşünme yolunu da devreye soktukları görülmektedir.

Okulda öğretilmesi gereken matematik nedir? Nasıl öğretilmeli? Bunlar eğitim standartlarının cevaplamayı amaçladığı temel sorulardır (NCTM müfredatı ve değerlendirme standartları, 2000). DNR çerçevesine göre matematiğin ve dolayısıyla matematik müfredatının temel unsurları, anlama ve düşünme yollarıdır. İlk unsur zihinsel bir eylemin ürününü ifade ederken, ikincisi bilişsel özelliklerini ifade etmektedir. Zihinsel eylem, anlama yolları ve düşünme yolları üçlüsü, matematiksel ispatın öğrenilmesi ve öğretilmesine ilişkin araştırmalarda ortaya çıkan ve ispatlama, ispat ve ispat şemasının bir genellemesidir. Bu genellemenin ortay çıkışı, matematiksel kanıtı öğrenme ve öğretme süreçleri, yorumlama, bağlantı kurma, modelleme, genelleme, araştırma ve sembolize etmek gibi çok sayıda zihinsel eylemi içerdiği için ve tek başına ispata odaklanmanın, sınıf ve klinik gözlemleri tanımlamak ve aktarmak için yeterli olmamasından kaynaklanmaktadır (Harel, 2008).

Yukarıda ve bu tez çalışmasının literatür kısmında ayrıntıları ile anlatılmaya çalışılan DNR teorik çerçevesi özünde matematiğe özgü bir öğretim yönergesi, bir öğrenme rotasıdır. Bu çerçeve matematik kavramının kendisini merkeze almasından dolayı da aynı zamanda öğrencilerin matematik kavramına ilişkin zihinsel eylemlerini analiz etmek için bir araçtır.

Bu tez çalışmasında DNR teorik çerçevesi bu özelliği ile kullanılmıştır. Elde edilen bulgular değerlendirildiğinde; Öğrenciler çember kavramını DNR prensipleri doğrultusunda hazırlanmış bir öğrenme ortamında öğrenmemelerine rağmen tahmin edilen ve beklenen düşünme yollarından çoğunu sergilemişlerdir.

Buradan yola çıkarak matematik eğitimi için güncel bir teorik çerçeve olan DNR'ın hem öğretim tasarımı hem de öğrencilerin zihinsel eylemlerinin ortaya konmasında bir analiz aracı olarak diğer matematik kavramları için de kullanılabileceği önerilebilir.

KAYNAKLAR

Aydoğdu-İskenderoğlu, T. (2016). Kanıt ve kanıt şemaları. E. Bingölbali, S. Arslan, & İ. Ö. Zembat içinde, *Matematik eğitiminde teoriler* (s. 65-84). Ankara: Pegem Akademi.

Baykul, Y. (2001). *İlköğretimde matematik öğretimi* (5. b.). Ankara: Pegem Yayıncılık.

Bekdemir, M. (2012). Öğretmen adaylarının çember ve daire konularında kavram ve işlem bilgilerinin değerlendirilmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*(43), 83-95.

Biber, M. (2012). Duyuşsal Özelliklerin Probleme Dayalı Öğrenme Sürecinde Öğrencilerin Matematiksel Kazanımlarına Etkisi. *Yayımlanmamış Doktora Tezi*. İzmir: Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Brousseau, G. (1997). *Epistemological obstacles, problems and didactical engineering. In Theory of didactical situations in mathematics.* Dordrecht: Kluwer.

Brownell, W. A. (1946). *Introduction: Purpose and scope of the yearbook. The fortyfifth yearbook of the National Society for the Study of Education, Part I, the measurement of understanding.* Chicago: University of Chicago.

Cantürk, B. G. (2006). İlköğretim II. Kademede Matematik Dersinde Probleme Dayalı Öğrenmenin Uygulanabilirliği Üzerine Bir Araştırma. *Yayımlanmamış Doktora* Tezi. İzmir: Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Clements, D. H. (1998). Geometric and spatial thinking in young children. National Science Foundation, Arlington, VA .

Cobb, P., & Steffe, L. P. (1983). The constructivist researcher as teacher and model builder. Journal for Research in Mathematics Education, 14(2), 83-94.

Crowley, M. L. (1987). The van hiele model of the development of geometric thought. Teaching and Learning, K-12 – 1987 Yearbook. Virginia, USA: NCTM.

Çontay, Paksü(2006) Ortaokul Matematik Öğretmeni Adaylarının İspat Şemaları ve Bu Şemaları Ortaya Koyan İfadelerinin İncelenmesi https://dergipark.org.tr/download/article-file/559578 adresinden alındı

Davis, R. B. (1992). Understanding “understanding”. Journal of Mathematical Behavior, 11, 225–242

Davies, A. (1984). Simple, Simplified and Simplification: Whai is Authentic? J. C. Alderson, & A. H. Urquhart içinde, *Reading in a Foreign Language* (s. 181-198). London: Longman.

Driscoll, M. (2007). Fostering geometric thinking a guide for teachers, grades 5-10. Porsmouth: Heinemann

KAYNAKLAR (Devam Ediyor)

Duatepe, A. P. (2013). Sınıf öğretmeni adaylarının geometri hazırbulunuşlukları, düşünme düzeyleri, geometriye karşı özyeterlikleri ve tutumları. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 33*(1), 203-218.

Dubinsky, E. (1991). Reflective abstraction in advanced mathematical thinking. D. Tall içinde, *Advanced mathematical thinking* (s. 95–123). Kluwer.

Duffy, A. M. (2006). Student's ways of understanding aromaticity and electrophilic aromatic substitution reactions. *Yayımlanmamış Doktora tezi*. California: San Dıego State University.

Glasersfeld E v. 1983 Learning as a constructive activity. In Proceedings of PME-NA, Montreal, Canada. (Reprinted in C Janvier (Ed.) 1987, Problems of representation in the teaching and learning of mathematics (3-17). Lawrence Erlbaum, Hillsdale, N.J.)

Greeno, J. (1980). Conceptual entities. D. Gentner, & A. Stevens içinde, *Mental models* (s. 227–252). Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates.

Gülkılık, H. (2008). Öğretmen adaylarının bazı geometrik kavramlarla ilgili sahip oldukları kavram imajlarının ve imaj gelişiminin incelenmesi üzerine Fenomenografik bir çalışma. *Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi*. Ankara: Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitü.

Hanna, G. (2000). Proof, explanation and exploration: An overview. Educational Studies in Mathematics, 44, 5–23.

Harel, G. (2001). The development of mathematical induction as a proof scheme: a model for DNR-based instruction. S. C. Zaskis içinde, *Learning and Teaching Number Theory (pp. Ablex Publishing Corporation* (s. 185-212). Ablex Publishing Corporation.

Harel, G. (2007). The DNR System as a Conceptual Framework for Curriculum Development and Instruction. R. Lesh, J. Kaput, & E. Hamilton içinde, *Foundation for the Future in Mathematics Education* (s. 155-177). Erlbaum.

Harel, G. (2008). A DNR Perspective on Mathematics Curriculum and Instruction. Part II: With Reference to Teacher's Knowledge Base. *ZDM Mathematics Education*(40), 893-907.

Harel, G. (2008). DNR Perspective on Mathematics Curriculum and Instruction. Part I: Focus on Proving. ZDM Mathematics Education(40), 487-500.

Harel, G. (2013). Intellectual need. In Vital directions for mathematics education research (pp. 119-151). Springer, New York, NY.

Harel, G., Rabin, J., Stevens, L., & Fuller, E. (2008). Conic sections: a DNR aproach. Supplementary modules for pre-service mathematics teachers. University of California, San Diego.

KAYNAKLAR (Devam Ediyor)

Harel, G., & Sowder, L. (1998). Students' Proof Schemes: Results From Exploratory Studies. A. Schoenfeld, J. Kaput, & E. Dubinsky içinde, *Research in Collegiate* Mathematics Education III (s. 234-283). Providence: RI, American Mathematical Society.

Hersh, R. (1993). Proving is convincing and explaining. Educational Studies in Mathematics, 24(4), 389-399.

Kennedy, L. M., Tipps, S., & Johnson, A. (2008). Guiding children's learning of mathematics. Belmont: Thomson Wadsworth.

Krall, R. M., Lot, K. H., & Wymer, C. L. (2009). In-service elementary and middle school teachers' conceptions of photosynthesis and respiration. Journal of Science Teacher Education, 20, 41-55

Köse, N. (2014). Primary School Teacher Candidates' Geometric Habits of Mind. Educational Sciences: Theory and Practice, 14(3), 1220-1230.

Lave, J. (1988). *Cognition in practice: Mind, mathematics and culture in everyday life.* New York: Cambridge University Press.

Lawson-Tancred, H. T. (1998). *Aristotle: The Metaphysics.* Harmondsworth: Penguin.

Lee, W. I. (1999). The Relationship Between Students' Proof Writing Ability and Van Hiele Levels of Geometric Thought in a College Geometric Course. *Doktora Tezi*. Colorado: University of Northern Colorado.

Lim, K. H. (2006). *Characterizing Students' Thinking: Algebraic, İnequalities and Equations*. Proceedings of the 28th Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education.

Mariotti, M. A. (2006). Proof and proving in mathematics education. In A. Gutiérrez & P. Boero (Eds.), Handbook of research on the psychology of mathematics education: Past, present and future (pp.173–204). Rotterdam: Sense

Martin, G., & Harel, G. (1989). Proof frames of preservice elementary teachers. *Journal for Research in Mathematics Education*, *20*(1), 41-51.

Maskiewicz, A. L. (2006). Rethinkingbıologyinstruction: the application of DNRbasedinstruction to the learning and teaching bıology. *Doktora tezi*. San Dıego: San DıegoStateUniversity.

MEB . (2006). *İlköğretim matematik program kitapçığı.* Ankara: Milli Eğitim Bakanlığı Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı.

MEB. (2011). *Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı*. Nisan 8, 2019 tarihinde http://ttkb.meb.gov.tr/ adresinden alındı

KAYNAKLAR (Devam Ediyor)

MEB. (2013). *Matematik Dersi 5-8. Öğretim Programı*. Nisan 8, 2019 tarihinde Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı: http://ttkb.meb.gov.tr/www/ogretimprogramlari/icerik/72 adresinden alındı

MEB. (2013). *Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programı*. Nisan 8, 2019 tarihinde http://ttkb.meb.gov.tr/program2.aspx adresinden alındı

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). Principles and standards for school mathematics. Reston, VA: Author.

Oflaz, G., Bulut, N. & Akcakin, V. (2016). Pre-service classroom teachers' proof schemes in geometry: a case study of three pre-service teachers. Eurasian Journal of Educational Research, 63, 133-152.

Piaget, J., & Inhelder, B. (1967). *The childs' conception of space.* New York: W. W. Norton ve Company.

Polya, G. (1945). *How to solve it. Princeton.* NJ: Princeton University Press.

Rav, Y. (1999). Why do we prove theorems? Philosophia Mathematica, 7(3), 5-41

Subaşı, M., & Özay Köse, E. (2017). The Effect Of DNR Based Instruction on Gifted Students' Scientific Ways of Understanding and Ways of Thinking. Necatibey Faculty of Education Electronic Journal of Science & Mathematics Education, 11(2).

Tall, D. (1995). Cognitive growth in elementary and advanced mathematical thinking. Plenary Lecture, Conference of the International Group for the Psychology of Learning Mathematics, Vol. 1. (pp. 161-175). Recife, Brazil,

Tall, D., & Ramos-Mejia, J. P. (2006). *The Long-Term Cognitive Development of Different Types of Reasoning and Proof, Conference on Explanation and Proof in Mathematics: Philosophical and Educational Perspectives.* Germany: Universitat Duisburg- Essen.

Ursavaş, N. (2014). EGS (DNR) tabanlı öğretim yönergesi kullanılarak öğretmen adaylarının sahip oldukları biyolojik anlam şekilleri ve düşünme yollarının geliştirilmesi. Yayımlanmamış Doktora tezi. Trabzon: Karadeniz Teknik Üniversitesi.

Ursavaş, N., & Çimer, S. O. (2015). Biyoloj Eğitiminde Yeni Bir Yaklaşım: EGS Tabanlı Öğretim. Eğitimde Kuram ve Uygulama, 11(1), 261-290.

Van Hiele, P. M. (1986). Structure and insight. New York: Academic Press

Vygotsky, L. S. (1978). Mind in society: The development of higher psychological processes. *M. Cole ; V. John-Steiner ; S. Scribner ; E. Souberman.* içinde Cambridge: Harvard University Press.

KAYNAKLAR (Devam Ediyor)

Weber, K. (2001). Student difficulty in constructing proofs: The need for strategic knowledge. Educational Studies in Mathematics, 48, 101–119 .

Yang, K. L., & Lin, F. L. (2012). Effects of reading-oriented tasks on students' reading comprehension of geometry proof. Mathematics education research journal, 24(2), 215-238.

Yildirim, H. H., Yildirim, S., Yetisir M. I., & Ceylan, E. (2013). PISA uluslararasi ogrenci degerlendirme programi: PISA 2012 ulusal on raporu [PISA 2012 national snap report]. Ankara: Sebit Egitim ve Bilgi Teknolojileri A.S

YÖK. (2006). *İlköğretim Matematik Öğretmenliği Lisans Programı Ders İçerikleri*. Nisan 8, 2019 tarihinde http://www.yok.gov.tr/documents/10279/49665/ilkogretim_matematik/cca48fad-63d7-4b70898c-dd2eb7afbaf5 adresinden alındı

ÖZ GEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler

Adı Soyadı : Gökhan DEMİR

Doğum Yeri ve Tarihi : Maden / 01.01.1981

Eğitim Durumu

Lisans Öğrenimi : Fırat Üniversitesi Fen Edebiyat Fakültesi Matematik Bölümü

İletişim

Adres : Barbaros Mah. Mareşal Sok. Kaya Apartmanı No:6/1 Daire:25 Üsküdar/ İSTANBUL

E-Posta Adresi : gdemir23@hotmail.com

Tarih: 09/08/2019