

T.C.
ABANT İZZET BAYSAL ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ ANABİLİM DALI

İLKÖĞRETİM ÖĞRENCİLERİNİN EŞİT VE EŞİTSİZLİK
İŞARETLERİ HAKKINDAKİ DÜŞÜNCELERİ
VE ARASINDAKİ İLİŞKİ

BİRSELİ YAVUZ

Eylül - 2010

T.C.
ABANT İZZET BAYSAL ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ ANABİLİM
DALI

İLKÖĞRETİM ÖĞRENCİLERİNİN EŞİT VE EŞİTSİZLİK
İŞARETLERİ HAKKINDAKİ DÜŞÜNCELERİ
VE ARASINDAKİ İLİŞKİ

Yüksek Lisans Tezi

Hazırlayan
Birseli YAVUZ

Danışman
Doç. Dr. Zülbiye TOLUK UÇAR

BOLU - 2010

SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜ'NE;

Birseli YAVUZ'a ait "İlköğretim Öğrencilerinin Eşit ve Eşitsizlik İşaretleri Hakkındaki Düşünceleri ve Arasındaki İlişki" adlı çalışma jürimiz tarafından İlköğretim Anabilim Dalı'nda YÜKSEK LİSANS TEZİ olarak kabul edilmiştir. (28.09.2010)

Akademik Unvan ve Adı – Soyadı**İmza**

Üye (Tez Danışmanı) : Doç. Dr. Zülbiye TOLUK UÇAR

Üye : Doç. Dr. Soner DURMUŞ

Üye : Doç. Dr. Mehtap ÇAKAN

Sosyal Bilimler Enstitüsü'nün Onayı**Prof. Dr. Gönül ÜLKER****Enstitü Müdürü**

ÖZET

İLKÖĞRETİM ÖĞRENCİLERİNİN EŞİT VE EŞİTSİZLİK İŞARETLERİ HAKKINDAKİ DÜŞÜNCELERİ VE ARASINDAKİ İLİŞKİ

Birseli YAVUZ

Yüksek Lisans Tezi

İlköğretim Ana Bilim Dalı

Matematik Öğretmenliği Bilim Dalı

Tez Danışmanı: Doç. Dr. Zülbiye TOLUK UÇAR

Eylül 2010- xiii + 91 sayfa

Bu çalışma, ilköğretim öğrencilerinin eşit ve eşitsizlik işaretleri hakkında ne düşündüklerini, yıllar arasında düşünme düzeyinde bir gelişme olup olmadığını, olduysa hangi seviyede değişme olduğunu ortaya çıkarmak için yapılmıştır. Çalışmada veri toplama aracıyla nicel veriler toplanmıştır. Ardından 11 öğrenci ile görüşmeler yapılarak veriler kaydedilmiş ve nitel veriler elde edilmiştir. Araştırmaya 2009-2010 eğitim öğretim yılında Marmara Bölgesi'nde bir ilde bulunan 2 ilköğretim okulundaki 4., 5., 6., 7., ve 8. sınıflardan toplam 257 öğrenci katılmıştır.

Veri toplama araçları, Eşitlik Testi ve Eşitsizlik Testi olmak üzere iki testten oluşmaktadır. Eşitlik testi üç bölümden oluşmuştur. İlk bölümde eşitlik ve eşitsizlik işaretleri verilmiş öğrencilerden bu işaretlerden ne anladıklarını yazmaları istenmiştir. İkinci ve üçüncü bölümdeki eşitlikler ise Yaman'ın (2004) çalışmasından aynen alınmıştır. Eşitsizlik testinde yer alan sorular Eşitlik testindeki sorulara paralel olarak araştırmacılar tarafından hazırlanmıştır.

Öğrencilerin eşitlik ve eşitsizlik testlerine verdikleri cevaplar bir istatistik paket programına girilmiş, testlerden aldıkları toplam puanlar arasında anlamlı bir ilişki olup olmadığına bakılmıştır. Ayrıca öğrencilerin toplam puanları sınıflara göre karşılaştırılmıştır.

Görüşme yapılan öğrencilerin testlere verdiği cevaplar tek tek incelenmiş, öğrencilerin eşitlik ve eşitsizlik işaretlerine yükledikleri anlamlar hakkında çıkarımlarda bulunulmuştur.

Yapılan analizler sonucunda araştırmaya katılan öğrencilerin %33'ünün eşit işaretinin bir işlem işareti ve soldan sağa yön belirten bir işaret olarak ele aldıklarını göstermiştir. Eşitsizlik işaretleri hakkındaki düşüncelere bakıldığında; eşit değil işaretini 11 öğrenciden 8'i tanımış ve açıklayabilmiş, bu öğrencilerden 6'sı işaretin ilişkisel anlamını açıklamış, 2'si işlemsel anlamına odaklanmıştır. Büyük ve küçük işaretleri hakkındaki düşünceleri incelendiğinde; öğrenciler, bu işaretlerin isimlerini bilmiş, ancak ifade içinde birbiri ile karıştırmışlardır. Öğrencilerin büyük ve küçük işaretlerini karıştırmamak için işaretin soluna yukarıdan aşağıya bir çizgi çizdiği belirlenmiştir. Büyük eşit ve küçük eşit işaretlerinin aynı büyük-küçük işaretleri gibi çalıştığını düşündükleri, 'büyük değil-küçük değil' isimlerini verdikleri ve eşitsizlikleri bunlara göre kanıtladıkları görülmüştür. Öğrencilerin, eşitsizlik işaretleri hakkında, eşit işareti ile benzer şekilde düşündüğü, eşitsizliği soldan sağa doğru işlem yaparak kanıtladığı, sağ taraftaki işlemi yok saydığı görülmüştür. Öğrencilerin çok azının eşit ve eşitsizlik işaretlerinin ilişkisel anlamını oluşturabildiği belirlenmiştir.

Nicel verilerden elde edilen bulgulara göre sınıf seviyesi değiştikçe öğrencilerin eşitlik ve eşitsizlik testinden aldıkları puanların yükseldiği, ancak 5. sınıf ortalamasının 6. sınıf ortalamasından yüksek olduğu belirlenmiştir. Sekizinci sınıf öğrencilerinin büyük eşit ve küçük eşit işaretlerini yeni görmelerinden dolayı, 7. ve 8. sınıf ortalama puanlarının birbirine çok yakın olduğu görülmüştür. Yapılan tek yönlü varyans analizi (ANOVA) sonucunda öğrencilerin eşitsizlik işaretlerini anlama biçimlerinin sınıf seviyesine bağlı olarak anlamlı bir şekilde değiştiği belirlenmiştir. Aynı zamanda eşitlik ve eşitsizlik testlerinden alınan toplam puanlar arasındaki ilişkiye bakıldığında toplam puanlar arasında orta düzeyde pozitif bir korelasyon bulunduğu belirlenmiştir.

Anahtar kelimeler: Matematik eğitimi, cebirsel düşünme, eşit işareti, eşitsizlik işaretleri, ilköğretim

ABSTRACT

ELEMENTARY SCHOOL STUDENTS' UNDERSTANDING OF EQUALITY AND INEQUALITY SYMBOLS AND THE RELATIONSHIP BETWEEN THESE UNDERSTANDINGS

Birseli YAVUZ

Master Thesis

Elementary Education Department

Mathematics Education Branch

Thesis Supervisor: Assoc. Prof. Dr. Zülbiye TOLUK UÇAR

September 2010 - xiii + 91 pages

This study was conducted to explore how elementary school students think about equality and inequality symbols, and how it changes over the years. A total of 257 students from the 4th, 5th, 6th, 7th, and 8th grades studying in two primary schools in a province in the Marmara Region between the years 2009 and 2010 participated in the study. After quantitative data collection, qualitative data was collected through interviews with 11 students.

Two different tests- the Equality Test and the Inequality Test- formed the data collection tools for the study. The equality test was divided into two parts. In the first part, equality and inequality symbols were provided to the students, who were then asked to write what they understood from these symbols. Equalities in the second part were directly taken from Yaman's (2004) study. Questions in the Inequality test were prepared in correspondence with the questions in the Equality test by the researchers.

The students' answers to the equality and inequality tests were entered into a statistics software package and analyzed as to whether there were significant relations

between the total test scores. The total test scores were also compared with respect to the grades. The answers of the students interviewed were analyzed one by one and inferences were made to determine what meanings students assign to the “equal to” symbol and the inequality symbols.

The results of the analysis showed that 33% of the students who participated in the study view equality symbol as an operation symbol which moves from left to right. Students’ perception of the inequality symbols showed that 8 out of 11 students could recognize and explain the meaning of “not equal to” symbol, 6 of whom explained the relational meaning of the symbol, while 2 students focused on the operational meaning of the symbol. Despite the fact that students knew the names of the “less than” and “greater than” symbols, it was understood that they confused them in context and in order not to confuse the symbols, they drew a vertical line on the left side of the symbol. It was also understood that students conceptualized “greater than or equal to” and “less than or equal to” symbols in a way similar to that of “less than” and “greater than” symbols and they tried to prove the inequalities in this way. It was seen that students had an understanding of inequality symbols similar to that of “equality” symbol and proved the inequality by doing the sum from left to right, ignoring the sum on the right. Few students were detected to conceptualize the relational meaning of the equality and inequality symbols.

The findings from the quantitative data showed that students’ scores from equality and inequality tests increased with grade, with the exception that the mean score in 5th grade was greater than that of 6th grade. It was also shown that 7th and 8th grade mean scores were very close, because the 8th grade students had just learnt the “greater than or equal to” and “less than or equal to” symbols. As a result of the ANOVA test, it was found that the way students perceived the inequality symbols changed significantly with grade. The examination of the relations between the total scores from the equality and inequality tests showed that there is a medium positive correlation between the total scores.

Keywords: Maths education, algebraic thinking, equal sign, inequality signs, elementary education

Aileme...

TEŞEKKÜR

Yüksek lisans çalışmalarında, gerek derslerimde ve gerekse tez çalışmamda, bana danışmanlık ederek, beni yönlendiren ve her türlü olanağı sağlayan danışmanım Doçent Dr. Zülbiye TOLUK UÇAR'a, ders aşamasında her türlü yardımı yapan hocalarım Yrd. Doç. Dr. Selda YILDIRIM'a, Doç. Dr. Soner DURMUŞ'a, Yrd. Doç. Dr. Recai AKKUŞ'a, Yrd. Doç. Dr. Altay EREN'e sonsuz teşekkür ederim. Yüksek lisans eğitimi sırasında ve çalışmamda görüşlerini benden esirgemeyen, en zor günümde yardımcı olan canım arkadaşım Canan UÇAR'a çok teşekkür ederim.

Aynı zamanda araştırmamın veri toplama aşamasında her türlü imkânı sağlayan Kocaeli İl Milli Eğitim Müdürlüğü'ne, araştırmam esnasında beni destekleyen ve bana güvenen Eyüp ARSLAN'a en içten duygularıyla teşekkür ederim.

Eğitim hayatım boyunca bana güvenen ve beni destekleyen; maddi ve manevi yönden her zaman yanımda olan, en katlanılmaz anlarımda bile bana sabırla yaklaşan CANIM AİLEME sonsuz teşekkür ederim.

Ayrıca, her zaman bilim ve bilim insanının destekleyicisi olan TÜBİTAK Bilim İnsanı Destekleme Daire Başkanlığı'na yüksek lisans öğrenimim boyunca verdiği maddi destekten dolayı teşekkürü bir borç bilirim.

Birseli YAVUZ

İÇİNDEKİLER DİZİNİ

ONAY	ii
ÖZET	iii
ABSTRACT	v
İTHAF	vii
TEŞEKKÜR	viii
İÇİNDEKİLER DİZİNİ	ix
TABLolar DİZİNİ	xii
ŞEKİLLER DİZİNİ	xiii
BÖLÜM I	1
GİRİŞ	1
1.1. Araştırmanın Amacı.....	3
1.2. Araştırmanın Problemi.....	4
1.3. Araştırmanın Önemi.....	4
1.4. Araştırmanın Sınırlılıkları.....	5
1.5. Araştırmanın Varsayımı.....	5
BÖLÜM II	6
KURAMSAL TEMELLER VE İLGİLİ LİTERATÜR	6
2.1. Cebirsel Düşünceye Giriş: Örüntüler.....	6
2.2. Cebir ve Cebirsel Düşünme.....	8
2.2.1. Cebir Nedir?.....	8
2.2.2. Cebirin Tarihsel Gelişimi.....	10
2.2.3. Cebirsel Düşünme ve Gelişimi.....	12
2.2.4. Aritmetikten Cebire Geçişte Yaşanılan Zorluklar.....	16
2.2.5. Semboller.....	18
2.3. Eşit İşareti ve Eşitlik Kavramı.....	21
2.4. Eşitlikten Eşitsizliğe.....	28

BÖLÜM III	33
YÖNTEM.....	33
3.1. Araştırmanın Deseni.....	33
3.2. Araştırmacının Rolü.....	33
3.3. Evren ve Örneklem.....	34
3.4. Veri Toplama Aracı.....	35
3.5. Veri Toplama Süreci.....	37
3.6. Verilerin Analizi.....	39
BÖLÜM IV.....	40
BULGULAR ve YORUMLAR.....	40
4.1.Nitel bulgular.....	40
4.1.1. İlköğretim 4., 5., 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin eşit işaretleri hakkındaki düşüncelerine ait bulgular	40
4.1.2. İlköğretim 4., 5., 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin eşitsizlik işaretlerini algılamalarına ait bulgular	50
4.1.2.1. Öğrencilerin eşit değil işaretleri hakkındaki düşünceleri	51
4.1.2.2. Öğrencilerin büyük ve küçük işaretleri hakkındaki düşünceleri....	53
4.1.2.3. Öğrencilerin büyük eşit ve küçük eşit işaretleri hakkındaki düşünceleri	57
4.1.2.4. Öğrencilerin eşitsizlikleri kanıtlama yöntemleri	61
4.2.Nicel bulgular.....	65
4.2.1. İlköğretim 4., 5., 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin eşitsizlik işaretleri hakkındaki düşüncelerinin sınıf seviyesine göre değişimine ait bulgular.....	66
4.2.2. İlköğretim 4., 5., 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin eşitliği algılamaları ile eşitsizliği algılamaları arasındaki ilişkiye ait bulgular	70
BÖLÜM V.....	73
SONUÇLAR ve ÖNERİLER.....	73
5.1. Öğrencilerin eşit işarete yükledikleri anlamlar.....	73
5.2. Öğrencilerin eşitsizlik işaretlerine yükledikleri anlamlar.....	75

5.3. Öğrencilerde eşitsizlik işaretlerinin algılanmasının sınıflara göre değişimi.....	79
5.4. Öğrencilerin eşit ve eşitsizlik işaretlerini algılamaları arasındaki ilişki.....	80
ÖNERİLER.....	80
KAYNAKÇA	84
EKLER	89
Ek-1 Araştırmada kullanılan eşitlik testi.....	89
Ek-2 Araştırmada kullanılan eşitsizlik testi.....	90
Ek-3 Araştırmanın yapılabilmesi için alınan izin belgesi.....	91

TABLolar DİZİNİ

Tablo 3-1 Araştırmaya katılan öğrencilerin sınıflara ve cinsiyetlerine göre dağılımı.....	34
Tablo 3-2 Görüşme yapılan öğrencilerin sınıflarına ve cinsiyetlerine göre dağılımı.....	35
Tablo 3-3 Araştırmada kullanılan eşitlik testi.....	36
Tablo 3-4 Araştırmada kullanılan eşitsizlik testi.....	37
Tablo 4-1 Öğrencilerin eşit işareti hakkındaki düşüncelerinin temalara göre dağılımı....	41
Tablo 4-2 Sınıf seviyelerine göre Eşitsizlik testine ait betimsel istatistikler.....	66
Tablo 4-3 Eşitsizlik Testi ortalama puanların sınıf seviyesine göre karşılaştırmasının tek yönlü varyans (ANOVA) sonuçları	68
Tablo 4-4 İlköğretim 4., 5., 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin eşitsizlik işaretleri hakkındaki düşüncelerinin sınıf seviyeleri arasındaki farkın kaynağını belirlemek üzere uygulanan Tamhane's T2 testine ilişkin sonuçlar.....	69
Tablo 4-5 Eşitlik ve Eşitsizlik testlerinin betimsel istatistikleri.....	70
Tablo 4-6 Eşitlik Testi puanları ile Eşitsizlik testi puanları arasındaki ilişkiyi gösteren Pearson Korelasyon analizi sonuçları.....	72

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 2-1 Doğrusal örüntü örneği.....	6
Şekil 2-2 Geometrik doğrusal örüntü örneği.....	7
Şekil 2-3 Geometrik tekrarlı örüntü örneği.....	7
Şekil 2-4 Geometrik ikinci dereceden örüntü örneği.....	7
Şekil 2-5 Okul matematiğinin konu alanları.....	12
Şekil 2-6 Cebirsel bilişin ardışık gelişim modeli.....	15
Şekil 2-7 Eşitsizliğin matematikteki yeri.....	29
Şekil 4-1 Eşitsizlik Testi ortalamalarının sınıflara göre değişimi.....	67
Şekil 4-2 Eşit ve eşitsizlik testi ortalama puanlarının sınıflara göre değişimi.....	71

BÖLÜM I

GİRİŞ

Matematik; hayatımızı düzenlememize yarayan bir disiplindir. Her ne kadar birçok insan tarafından tamamen sayılarla ilgili olduğu düşünülse de mantıksal çıkarımlar sonucu elde edildiği muhakkaktır. Bilim insanları geçmişten günümüze matematiğin tanımını yapmakta zorlanmışlar buna rağmen birçok tanım kullanmışlardır. Matematiğin sözlüklerde yer alan tanımı ise; “Aritmetik, cebir, geometri gibi sayı ve ölçü temeline dayanarak niceliklerin özelliklerini inceleyen bilimlerin ortak adı, riyaziye”dir (www.tdk.gov.tr).

Son yıllarda ise matematiğin; durağan terimlerden, prosedür ve kurallardan oluşan, öğretmenin anlatıp öğrencinin aldığı bir bilgi yığını olduğu değil; ilişkileri, miktarı, modelleme yöntemlerini, sonuç çıkarmayı, analiz etmeyi, sembolle göstermeyi ve soyutlamayı kapsayan, her birey için yapılandırılması mümkün olan bir düşünme yolu olduğu düşüncesi ön plana çıkmaktadır (NCTM, 2000). Matematik dört işlem algoritmasıyla sınırlı kalmayan, hayatımızdaki değişiklikleri, düzeni bozan şeyleri fark edip problemleri çözmemize yardımcı olan mantıksal düşünme süreçlerini barındıran bir düşünme biçimidir. Günlük hayatta karşılaştığımız çoğu şey belli bir düzene sahiptir ve bu düzen içinde devam eder. Düzen sadece günlük hayatta karşılaştığımız rutin işlerden ibaret değildir. Etrafımıza baktığımızda çoğu şeyin “desenlerin” bir araya gelerek düzeni oluşturduğunu fark ederiz. Bu düzenler içinde herhangi bir bozukluk meydana gelirse bizim dikkatimizi çeker ve durum rahatsız ediciyse problemi gidermeye çalışırız (Olkun ve Toluk Uçar, 2007). Matematiğin ve matematiksel düşüncenin başlangıç noktası budur: var olan düzeni, disiplini ve ilişkileri fark etmek.

Matematik için yapılan tanımlardan biri; “matematik, bir desenler ve düzenler bilimidir” tanımıdır (Goldenberg, Cauca ve Mark, 1998; Aktaran: Olkun, Toluk, 2003). Bu tanıma göre matematik, insanların doğayı matematize etme çabasıdır. İnsanlar,

çevrelerinde yer alan veya kendi yarattıkları örüntüleri anlamak ve devamını tahmin edebilmek için formül bulma ya da sayılarla ilişkilendirme yoluna başvurur. Matematiğin temelinde yatan olgu budur. Matematik yapmak demek doğanın kanunlarını anlamaya çalışmak demektir. Matematik bu işi fizik, kimya gibi değil, kendine özgü, bambaşka yöntemlerle yapmaktadır.

Benzer şekilde Yıldırım (2000), matematiksel bilgiyi konusunun doğasına vurgu yaparak diğer bilgi türlerinden şu şekilde ayırmaktadır:

“Fiziksel bilgi doğada var olurken matematiksel bilgi insanın zihninde yer alır. Fizik, kimya, psikoloji gibi bilim dalları olgusaldır. Matematiğin uğraş konusu olan nesnelere olgusal değil kavramsaldır. Sayılar, örneğin ağaç taş bulut yıldız gibi doğada bulduğumuz nesnelere sayabilir miyiz? Doğada sayılar değil, olsa olsa sayılabilir nesnelere vardır. Sayma bu tür nesnelere üzerinde yürütülen bir işlem, bir belirlemedir. Sayılar doğada gözlenen ya da olguların adı değil, sayma sürecinde zihnimize beliren kavramlardır. Öyleyse matematiğin konusu açısından olgusal bilimlerle değil, tanımsal yada formel (biçimsel) bir disiplin olan mantıkla birlikte sınıflandırmak daha uygundur.” (Yıldırım,2000, sayfa 14)

Tüm bu bilgilerin çerçevesinde matematiğin anlaşılabilirliği ve matematik yapabilmek için bireyler matematiksel araçlarla yani matematiksel nesnelere etkileşim içine girmeli, bu araçlarla üzerinde çalıştığı soyut nesnelere etkinlikler yapmalı ve sonuçları gözlemelidir. Bu etkinlikler aşamasında birey soyut nesnelere özellikleri ve ilişkileri arasındaki düzeni fark ederek genellemeye ulaşır. Hollandalı bir eğitimci olan Freudenthal’a (1973) göre çocuğun matematiği öğrenmesi, matematik yapması (matematiği keşfetme) ile eş anlamlıdır (Freudenthal, 1973, aktaran: Altun, 2004). Çocuk hedeflenen bilgiyi, bir problem çözme etkinliği sonucunda elde etmektedir. Bu problem çözme çalışmalarında çocukların grup olarak çalışmalarının ve kendi stratejilerini ortaya koymalarının büyük bir önemi vardır. Çocuğa herhangi bir matematik kavramının kazandırılmasında, çocuğun okul öncesindeki gözlemlerinden ve izlenimlerinden hareket etmek gerekmektedir.

Matematiği anlama çabası, genellemeye ulaşma ve formül bulma, tüm yaş gruplarında görülen özelliktir. Çocuklar da kendi çevrelerinde yer alan örüntüleri fark edip bunları açıklayabilmektedir. Matematik yapmak; belli kavramlar üzerinde örüntünün fark edilerek problem çözme süreci, ihtiyaçlara göre mantıksal bir düşünce tasarlayarak sonuca ulaşma çabasıdır.

Genelleme, matematiksel düşünmenin kilit noktasıdır. Ülkemizde genelleme becerisi örüntü etkinlikleri ile çocuklara kazandırılmaya çalışılmaktadır. İlköğretimin 1-5 sınıfındaki öğrenciler ilk olarak tekrarlı örüntüler ile deneyim kazanmakta, daha sonra genişleyen örüntülerle çalışmalarını sürdürmektedir. Bu bağlamda öğrenciler; eksik bırakılan bir örüntüyü tamamlamak, devam ettirmek ya da yeni bir örüntü oluşturmak için sayı örüntüleri konusunu öğrenmektedir. İlköğretim 6-8. sınıflarda ise öğrencilerin örüntüdeki kuralı genellemesi ve harfle ifade etmesi temel beceri olarak görülmektedir. Bu genellemeler daha sonra iki bilinmeyenli denklemlerle ilişkilendirilmektedir. Ayrıca daha ileriki düzeylerde işlenecek olan fonksiyon kavramının alt yapısını hazırlayacak becerilerin gelişmesinin sağlanması amaçlanmaktadır. Altıncı sınıf müfredatında örüntüler ve örüntülerde genelleme, cebir öğrenme alanında ele alınmaktadır. Bu öğrenme alanında öğrenciler, sayı örüntülerini modelleyerek, bu örüntülerdeki ilişkiyi harflerle ifade etmektedir. Ayrıca örüntüler, geometri öğrenme alanında öğrencilerin, çokgenler ile çokgensel bölgelerin eş ve benzerlerini kullanarak örüntü oluşturmalarına yardım etmektedir (MEB, 2005). Örüntüler ve denklemler konusuna paralel olarak öğrenciler eşitsizlik işaretleri ile matematik konuları içinde deneyim kazanmakta ve eşitsizlikler hakkında yorum yapabilme becerisini geliştirme fırsatı bulmaktadırlar (MEB, 2005).

1.1. Araştırmanın Amacı

Bu çalışma, daha önceki cebir araştırmalarından yola çıkarak ilköğretim 4., 5., 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin “eşitlik ve eşitsizlik” kavramından ne anladıklarını, yıllar arasında düşünme düzeyinde bir gelişme olup olmadığını, olduyorsa hangi seviyede değişme olduğunu, ilköğretim öğrencilerinin basit eşitsizlikleri çözerken hangi yöntemleri kullandıklarını ortaya çıkarmak için yapılmıştır.

1.2. Araştırmanın Problemi

Araştırmanın amacını gerçekleştirmek için aşağıdaki problem cümlesi ifade edilmiştir:

İlköğretim 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin eşit ve eşitsizlik işaretleri ($=$, $<$, $>$, \geq , \leq , \neq) hakkındaki düşünceleri nasıl gelişmektedir?

Bu problem cümlesine bağlı olarak aşağıdaki alt problemlere yanıt aranmıştır:

1. İlköğretim 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıf öğrencileri eşit işaretini ($=$) nasıl algılamaktadırlar?
2. İlköğretim 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıf öğrencileri eşitsizlik işaretlerini ($<$, $>$, \geq , \leq , \neq) nasıl algılamaktadırlar?
3. İlköğretim 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin eşitsizlik işaretleri ($<$, $>$, \geq , \leq) hakkındaki düşünceleri sınıf seviyesi yükseldikçe nasıl bir değişim göstermektedir?
4. İlköğretim 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin eşitliği algılamaları ile eşitsizliği algılamaları arasında anlamlı bir ilişki var mıdır?

1.3 . Araştırmanın Önemi

Ülkemizdeki matematik eğitimi daha çok matematiğin aritmetiksel işlemleri üzerinde odaklanmakta, cebirsel ifadeler ve cebirsel düşünme ileriki dönemlere bırakılmaktadır. Öğrenciler cebirle ilk karşılaştıklarında birçok zorluk yaşamakta özellikle harflerle- değişkenlerle karşılaştıklarında matematiği daha çok karmaşık olarak tanımlamaktadırlar. Öğrencilerin değişkenleri belirli harflerle sınırlandırdıkları, ayrıca bu harfleri sabit sayılarla özdeşleştirdikleri görülmektedir (Soylu, 2008). Üstelik harflerden farklı olarak eşitsizlik sembolleri ortaya çıktığında matematik içinden çıkılmaz bir hal almaktadır. Cebirdeki harflerin ne anlama geldiğini kavrayamayan öğrencilerin eşitsizlik sembollerini algılayıp eşitsizliği çözüme ulaştırmaları oldukça zordur.

Ülkemizde ve yurt dışında yapılan araştırmalarda genelde cebir alanında özelde eşitlik kavramının algılanması ve cebir alanında karşılaşılan zorluklar üzerinde

durulmaktadır (Attorps ve Tossvainen, 2007; Behr, Erlwanger ve Nichols, 1980; Öksüz, 2007; Yaman, Toluk ve Olkun, 2003; Falkner, Levi ve Carpenter, 1999; Mcneil ve Grandau, 2006). Öğrencilerin eşit işaretini daha çok toplama, çıkarma, çarpma, bölme gibi işlemlerin sonuçlarını veren bir işaret olarak ele aldığı araştırmacılarca belirlenmiştir (Yaman, Toluk ve Olkun, 2003).

Ülkemizde harflerin-değişkenlerin kullanımı (Soylu, 2008) ve cebirsel düşünme seviyeleri (Gülpek, 2006) üzerinde araştırmalar bulunmakta, ancak eşitsizlik kavramı ve çocukların bu kavramla ilgili düşünceleri üzerine yapılmış yeterli araştırma bulunmamaktadır. Bu yüzden, yapılan araştırma öğrencilerin eşitsizlik üzerine düşündüklerini ortaya çıkarmak ve sınıf seviyelerine göre bu düşüncenin gelişimini belirlemek açısından önem taşımaktadır. Bu bilgiler ışığında çalışmanın matematik öğretmenlerine, eğitimcilere ve konu ile ilgili araştırma yapacaklara veri sağlayacak nitelikte olması açısından yararlı olacağı umulmaktadır.

1.4 . Araştırmanın Sınırlılıkları

1. Araştırma Kocaeli ilinde bulunan 2 ilköğretim okulu ve bu okullarda eğitim-öğretim gören 257 öğrenci ile sınırlıdır.
2. Araştırma 2009-2010 eğitim öğretim yılı ile sınırlıdır.
3. Araştırma, öğrencilere yöneltilen 20'şer soruluk 2 başarı testi ve öğrencilerden nitel veri elde etmek için yöneltilen sorular ile sınırlıdır.

1.5 . Araştırmanın Varsayımı

1. Çalışma kapsamına giren öğrencilerin aritmetik ve cebirsel işlemlerle ilgili gerekli ön koşul bilgilere sahip oldukları,
2. Çalışmaya katılan grupların öğretmenlerinin, ilköğretim matematik programında belirtilen sınırlılıklar içinde kaldığı,

Araştırmanın kontrol edilemeyen diğer değişkenlerinin çalışmaya katılan tüm öğrencileri ve öğrenci grupları aynı oranda etkilediği varsayılmıştır.

BÖLÜM II

KURAMSAL TEMELLER VE İLGİLİ LİTERATÜR

Bu bölümde cebirin ve cebirsel düşünmenin ne olduğu; bu başlıklar altında örüntüler, eşit işareti ve eşitlik kavramı ve eşitsizlik kavramları incelenecektir. Ayrıca öğrencilerin eşitlik ve eşitsizlik hakkındaki düşünceleri ile yapılmış çalışmalar tartışılacaktır.

2.1. Cebirsel Düşünceye Giriş: Örüntüler

Çocuklarda matematik yapma alışkanlığını kazandırabilmek için örüntülerle yeterince ve farklı şekillerde etkinlikler yapılmalıdır. Örüntüler, çocukta cebirsel düşünmenin gelişmesinde önemli bir yere sahiptir. Örüntüler, sayılarla, şekillerle veya matematiğe has sembollerle oluşturulabilir. Örüntüler farklı biçimlerde karşımıza çıkabilir. Bunlar; sayı örüntüleri, resim/geometrik örüntüler, hesaplama dayalı örüntüler, doğrusal ve ikinci dereceden örüntüler ve tekrarlı örüntülerdir.

Literatürde kullanılan sayı örüntüleri, tekrarlı örüntüler, resim/geometrik örüntüler, doğrusal ve ikinci dereceden örüntüler, aşağıda gösterilmektedir:

- Sayı örüntüleri: Sayıların kullanıldığı, tekrarlandığı veya belli bir düzenle ifade edilen örüntülerdir (bkz. Şekil 2-1.).

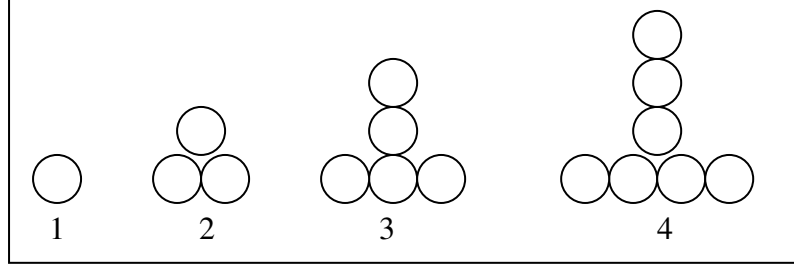
Doğrusal Örüntü:

1	2	3	4	5	6
3	7	11	15	19	23

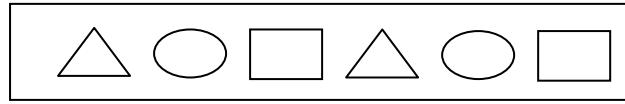
Şekil 2-1. Doğrusal örüntü örneği

Tekrarlı Örüntü: 2 3 4 2 3 4...

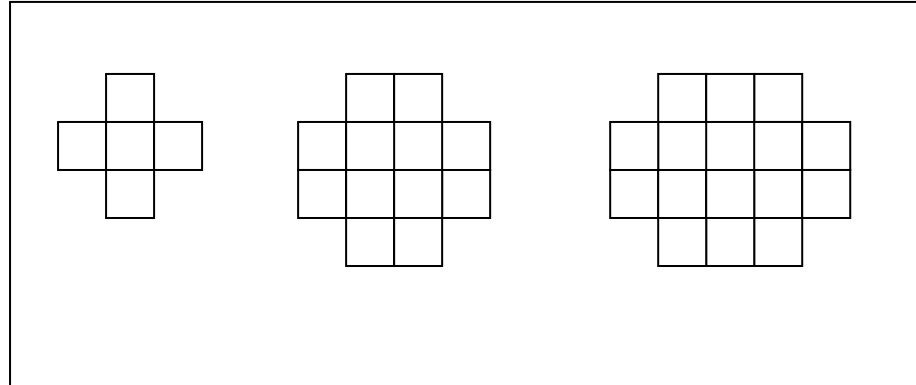
- Resim/geometrik örüntüler: Belirli şekillerle oluşturulan doğrusal ya da ikinci dereceden örüntülerdir (bkz. Şekil 2-2., Şekil 2-3. ve Şekil 2-4.).



Şekil 2-2 Geometrik doğrusal örüntü örneği (Radford, 2001)



Şekil 2-3 Geometrik tekrarlı örüntü örneği



Şekil 2-4 Geometrik ikinci dereceden örüntü örneği (Amit ve Neria, 2008)

Örüntüleri anlamak şu açılardan gereklidir (NCTM,2000):

- İlişkileri ve fonksiyonları anlamak
- Cebirsel sembolleri kullanarak matematiksel durum ve yapıları gösterebilmek
- Farklı temsil biçimlerini kullanmak ve nicel ilişkileri kavramak
- Çeşitli bağlamlar içinde meydana gelen değişiklikleri analiz etmek.

Threlfall (1999), tekrarlı örüntülerin çocuklara anaokulunda verilmesi gerektiğini belirtmektedir. Tekrarlı örüntüler birçok nesnenin tekrarının fark edilmesiyle oluşturulmaktadır. Tekrarlı örüntülerle çalışma sonucunda çocukta “düzen” ve

“ardışıklık” duygusu gelişmektedir. Cox (2003), bu seviyedeki öğrencilere “gündüz, gece, gündüz, gece...” veya “yukarı, aşağı, yukarı, aşağı...” gibi basit örüntülerden oluşan oyunların oynatılarak çocukların ileriki cebirsel düşünme düzeylerine ulaştırılabileceğini belirtmiştir.

Tekrarlı örüntüler, cebirin ve genellemenin basamak taşlarından biridir. Yukarıda bahsedilen matematik yapma aşamasında bireyler ilk olarak semboller arasındaki tekrar eden kuralı fark etmektedir. Yani bireylerin matematiksel düşüncesinin gelişmesi, diğer türdeki örüntülerin fark edilerek genel bir kurala varılabilmesi için tekrarlı örüntülerin önemi büyüktür.

2.2. Cebir ve Cebirsel Düşünme

2.2.1. Cebir Nedir?

Cebir, yapıları, yapılar arasındaki ilişkiyi ve nicelikleri araştıran bir matematik dalıdır. “Cebir nedir?” sorusuna tarih boyunca cevap aranmaya çalışılmış ve bununla ilgili olarak birçok tanım yapılmıştır. Usiskin’e (1988) göre cebir bir dildir. Bu dil, beş temel öğeye sahiptir. Bunlar, bilinmeyenler, formüller, genelleştirilmiş örüntüler, yertutucular (placeholders) ve ilişkililerdir. Bu öğeler öğrencilerin anasınıfından itibaren cebir dili ile tanışmalarını sağlar.

Usiskin (1988), cebirin konu alanlarını 4 kategoride ele almıştır:

(1) Cebir genelleştirilmiş aritmetiktir: Bu kategoride değişkenler örüntü genelleyicileri olarak düşünülmektedir. Örneğin; $3+5.7=5.7+3$ ifadesi $a+b=b+a$ şeklinde genellenebilir. Benzer şekilde

$$3.5=15$$

$$2.5=10$$

$$1.5=5$$

$$0.5=0$$

örüntüsü negatif sayılarda çarpma işlemi öğretilirken kullanılan genelleşmiş bir aritmetik ifadesidir. $-1.5=-5$ ve $-2.5=-10$ ifadeleri; $-x.y=-xy$ olarak genellenebilir.

Değişkenleri örüntü genelleyicisi olarak kabul etmek modellemenin temelini teşkil etmektedir. Sayılar arasındaki ilişkiyi bulduğumuzda bunu matematiksel olarak açıklamak isteriz. Değişkenler ise bu açıklama için kullanılan araçlardır. Öğrenciler için cebirin anahtar kelimeleri: transfer etmek ve genellemektir. Bu kavramlar sadece cebir için değil aynı zamanda aritmetiksel işlemler ve sözel ifadeler için de önem taşımaktadır. “Herhangi bir sayının sıfır ile çarpımı sıfırdır” cümlesi ile $n \cdot 0 = 0$ (tüm n sayıları için) ifadesi aynı şeyi ifade etmektedir.

(2) Cebir belli tür problemleri çözen yöntemler bilgisidir: “3 sayısına 5 kez aynı sayı eklenirse 40 oluyor” ifadesindeki istenilen sayıyı bulmak için ifade basitçe $5x+3=40$ ifadesine dönüştürülebilir. İstenilen sayıyı bulmak için ise eşitliğin her iki tarafından 3 çıkartmak gerekmektedir:

$$5x+3-3=40-3$$

$$5x=37$$

Ancak çocukların bu soruyu çözme biçimlerine bakıldığında öğrencilerin aritmetikten kopamadıkları gözlenmiştir (Usiskin, 1988). Soruyu çözmek için her defasında problemin “tersini” düşünmeleri gerekmektedir. Bu kategoride, değişkenler, bilinmeyenler ve sabitler olarak adlandırılır. Amaç ise cebirsel ifadeyi basitleştirmek ve çözmektir.

(3) Cebir nicelikler arasındaki ilişkilerin bir çalışmasıdır: $A=L \cdot W$ ifadesi bir dikdörtgenin alan formülünü belirtmektedir ve burada üç niceliğin ilişkisi mevcuttur. $A=L \cdot W$ gibi formüller genellemenin çeşidi olan $1=n \cdot (1/n)$ ifadesinden farklıdır. Ancak formüller genellemenin özel bir kısmıdır.

Cebirin ilişkisel kavramları formüllerle başlamasına rağmen şimdiki ve önceki kategorilerle büyük bir fark vardır; o da değişkenlerin değiştiğidir. $1/x$ ifadesinde x giderek büyürse ifadenin değeri nasıl değiştiği sorusu öğrencilere yöneltildiğinde çoğu öğrenci ne yapacağını şaşırmıştır (Usiskin, 1988). Çünkü x için soruda herhangi bir değer verilmemektedir. Yani kısacası x bir bilinmeyen değildir. $1/x$ ifadesi, örüntü gibi durmamasına rağmen genellenmesi gereken bir örüntüdür.

Bu kategoride değişken bir tanım kümesi ve parametre olarak tanımlanmaktadır. Aynı zamanda değişkenlere baktığımızda bağımlı ve bağımsız değişkenler gözümüze çarpmaktadır. Tanım kümesi ve parametreye bağımlı olan bir tanım ele almak gereklidir; bu da fonksiyondur. $F(x)=3x+5$ fonksiyonu öğrencilere ilk gösterildiğinde $y=3x+5$ ifadesinden farklı olarak algılandığı gözlenmiştir (Usiskin, 1988). Çünkü f fonksiyonu, x 'in tanım kümesinden daha ziyade bir parametre olmaktadır.

(4) Cebir yapıların bir çalışmasıdır: Bu kategoriyi açıklamak için reel sayılarda polinomlar konusunda işlem özelliklerini incelemek gerekmektedir: $3x^2+4ax-132a^2$ ifadesinin fonksiyon olmadığı ve herhangi bir ilişkinin mevcut olmadığı gözlenmektedir. İfadenin çözülmesi için herhangi bir eşitlik yoktur, o halde ifadede “değişken”, bilinmeyen olarak adlandırılmaz. Ayrıca genellenebilecek herhangi bir örüntü de yoktur.

Bu kategoride değişkenler isteğe bağlı (arbitrary) sembollerden biraz daha farklıdır. Öğrencilere “değişken” dediğimizde öğrencilerden genelde reel sayılarla ilişkilendirilmiş cevaplar almayı bekleriz. Örneğin $2\sin^2x-1=\sin^4x-\cos^4x$ ifadesinden trigonometrik bir özellik türetmelerini istediğimizde, sinüs veya cosinüs fonksiyonlarını belirli bir sayı ve açıların değerlerini düşünmelerini istemeyiz.

2.2.2. Cebirin Tarihsel Gelişimi

Cebir hakkında bilinen en eski kitap olan “Al-kitab al muhtasar fi hisab al-jabr w'al-muqabala” kitabında cebir; cebir, aritmetikteki en kolay ve en yararlı şeye sınırlandırılabilen al-jabr ve al-muqabala'nın kurallarıyla hesaplama yapabilen kısa bir çalışma, şeklinde tanımlanmaktadır (Radford ve Puig, 2006). Bu kitap incelendiğinde kitapta standart denklem çözme yöntemlerinin referans gösterildiği anlaşılmaktadır. Kitaba göre al-jabr, bir denklemin bir tarafından bir niceliği çıkarırken (ya da eklerken) denklemin diğer tarafından da aynı niceliği çıkarmak (ya da eklemek) işlemi anlamına gelmektedir. Al-muqabala ise bir denklemin her iki tarafından da eşit miktarlar çıkararak pozitif bir terim azaltma anlamına gelmektedir. Örneğin; $3x + 2 = 4 - 2x$ ifadesi $5x + 2 = 4$ ifadesine dönüşür, bu al-jabr'e bir örnektir. $5x = 2$ ye dönüşmesi de almuqabala'ya bir örnektir (Radford ve Puig, 2006).

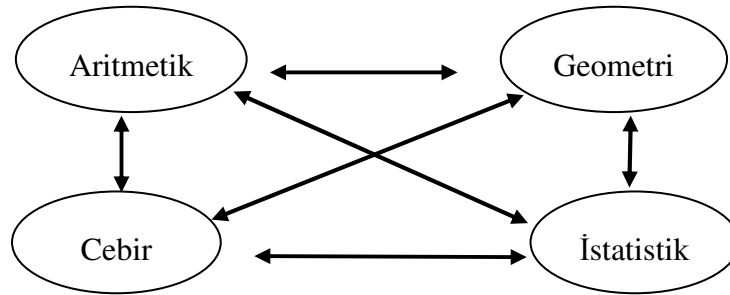
Cebir hakkında bilinen ikinci kitapta ise cebir, aynı birinci kitapta olduğu gibi tanımlanmaktadır. Ömer Hayyam'a göre "Matematik olarak bilinen felsefenin o bölümünde gereken bilginin dallarından biri sayısal ve geometriksel bilinmeyenlerin belirlenmesini hedefleyen al-jabr ve al-muqabala bilimidir." Diğer bir deyişle, 20 yy'daki Latin çevirmenlerin modern bir kelime olan "cebir"e çevirdikleri "al-jabr" biliminin hedefi denklemleri çözmektir (Radford ve Puig, 2006).

Cebir tarih ile beraber yavaş gelişen bir alandır. Cebirin tarihi, işlemsel yaklaşımdan ilişkiyel yaklaşıma doğru yavaş bir gelişme göstermektedir. Bu gelişme genellikle üç aşamaya ayrılmaktadır (Kieran, 1992). Bu aşamalar sözel aşama, sembol-sözel karışımı aşama ve sembolik aşamadır.

1. Sözel (rhetorical) aşama: Bu aşamada cebirsel prosedürler ve uygulamalar doğal dilde ifade edilmiş ve vurgu bireysel problemlerle sınırlı kalmıştır. Bilinmeyenleri ifade etmek için değişken gibi semboller kullanılmamıştır.
2. Sembol-sözel karışımı (syncopated) aşama: Bu aşamada ilk olarak semboller kullanılmıştır. Semboller genelde ispat yapmak için değil de var olan probleme çözüm bulmak için kullanılmıştır.
3. Sembolik aşama: Bu aşama özellikle Avrupalı matematikçilerin Diophantus'un eserlerini incelemeleri ile gelişme göstermiştir. Cebirsel sistemlerin yapısını genellemek için hem bilinen hem de bilinmeyen miktarlar için değişkenlerin kullanıldığı görülmektedir. Aynı aşamada matematikçiler fonksiyon kavramının cebirin sembolik evresinin gelişimine katkı sağladığını düşünmüşlerdir. İlk önceleri Euler tarafından bağımlı ve bağımsız değişkenlerin girdi çıktısı gibi görünen fonksiyon kavramı zamanla Dirichlet tarafından reel sayılarda birebir eşlemeyi gösteren bir kavram haline gelmiştir. Yüzyıl sonra Bourbaki tarafından iki küme arasındaki yapısal ilişkileri ifade eden bir kavram olarak görülmüştür. Var olan gelişmeler cebirsel sembollerin ve cebirsel düşüncenin kullanımındaki artışla meydana gelmiştir. Zamanla gerçekleşen gelişmeler sonucunda cebir soyut bir dille anılmaya başlanmıştır (Kieran, 1992).

Görüldüğü gibi cebir tarihe beraber yavaş gelişen bir kavramdır. Öğrencilerde de cebirin kavranması yani cebirsel düşünme tarihte de olduğu gibi yavaş gerçekleşmektedir. Öğrenciler cebirsel düşünme aşamasına geçmek için ve cebiri algılayabilmek için birçok konu alanı görmektedirler. Bu konu alanları; aritmetik, geometri ve cebir gibi birbirine dönüşüm yapılabilen alanlardır.

Şekil 2-5’de Bergsten (2003), okul matematiğini şematize etmektedir. Şemada da görüldüğü gibi cebir birçok alanla ilişki içinde bulunan bir konu alanıdır. Cebir konularının temelinde iki kavram yer almaktadır. Bu kavramlar “değişken” ve “eşitlik” kavramlarıdır. Okul cebirinin tipik konuları; cebirsel ifadeleri basitleştirme, sayı sistemlerinin özellikleri, bir bilinmeyenli lineer ve ikinci dereceden denklemler, iki bilinmeyenli denklem sistemleri, sembolik gösterimler, farklı türlü fonksiyonların (lineer, ikinci dereceden, üssel, logaritmik, trigonometrik) grafikleri, diziler ve serileri içermektedir (bkz. Şekil 2-5). Bu kavramları oluşturan etkinliklerin çoğunda cebirsel düşünme (bilinmeyenler üzerine düşünme, büyüklükler arasındaki ilişkiyi formülleştirme ve genelleştirme ve “değişken” kavramının gelişimi gibi zihinsel gelişimler) ve cebirsel sembolleştirme yönleri bulunmaktadır. Öğrenciler cebirsel anlayışı tamamlayan bu iki yeteneği mutlaka kazanmalıdırlar.



Şekil 2-5 Okul matematiğinin konu alanları

2.2.3. Cebirsel Düşünme ve Gelişimi

İşlemlerin bir çalışması olarak düşünülen cebir, denklemlerin, eşitsizliklerin ve denklem sistemlerinin çözümlerini bulmak için öğretilen işlemler kümesidir. Cebirsel gelişimin sağlanabilmesi için bireylerin cebirsel düşünme alanında ilerlemesi gerekmektedir. Yıldırım (2000), hangi konu ya da düzeyde olursa olsun, en genel

biçimde “düşünmeyi” bir sorun ya da problemi çözme etkinliği olarak tanımlamakta ve düşünme sürecinde iki temel aşamaya dikkat çekmektedir:

- (1) Sorunu açıklayıcı veya giderici çözüm bulma (indüktif-sezgiye dayalı düşünme);
- (2) Bulunan çözümün doğruluğunu yoklama (dedüktif düşünme).

Yıldırım (2000), matematiksel düşünmenin temelde günlük ve bilimsel düşünmeden farklı olmadığını, günlük düşünme şeklinin belli bir yöntemde gelişen biçimi olduğunu ifade etmektedir. Cebirsel düşünme ise matematikte cebiri yapılandırmak için yürütülen düşünme etkinliğidir. Cebirsel düşünme;

- (a) genelleştirmelerin formülleştirilmesi ve anlatımı için alanlar olarak aritmetik kadar matematiksel ve matematiksel olmayan durumları kullanmayı;
- (b) fonksiyonel ilişkileri anlatmak için sayısal bağıntıların genelleştirilmesini
- (c) hesaplamalar ve ilişkilerden soyutlaştırılmış matematiksel sistemlerle ilgili genelleştirmeleri içeren birbiriyle farklı ilişkili biçimlerden oluşur, alan genellikle “soyut cebir” olarak ifade edilir (Kaput, 1998).

Cebirsel düşünme; matematiği sembolleştirmeyi, orantısal nedenselleştirmeyi, dengeyi, değişkenlerin anlamını, örüntü ve fonksiyonları, tümdengelimsel ve tümevarımsal nedenselleştirmeyi içerir. Herbert ve Brown’a (1997) göre cebirsel düşünme; herhangi bir durumdan bilgiyi elde etmek, bu bilgiyi matematik dili yani kelimeler, diyagramlar, tablolar, grafikler ve eşitlikleri sembol ve araçlarla göstermek ve bu bilgiyi yorumlayarak kullanmaktır. Cebirsel düşünme, matematiksel sembolleri ve araçları kullanarak değişik durumları analiz etme çabasıdır. Aynı zamanda Kaput (1998), cebirsel düşünmeyi; bağıntıların ve düzenlerin, önceden düşünülmüş genelleştirmenin ve en önemlisi aktif araştırma ve varsayımın gösterimini ve yapılandırılması olarak tanımlamaktadır. NCTM’ye (2000) göre ise cebirsel düşünme, fonksiyonları anlamayı, cebirsel sembolleri kullanarak matematiksel yapı ve durumları farklı şekillerde temsil ve analiz etmeyi, nicel ilişkileri temsil etmek ve anlamak için matematiksel modeller kullanmayı, gerçek yaşamda karşılaşılan farklı durumlardaki değişimi analiz etmeyi gerektirmektedir.

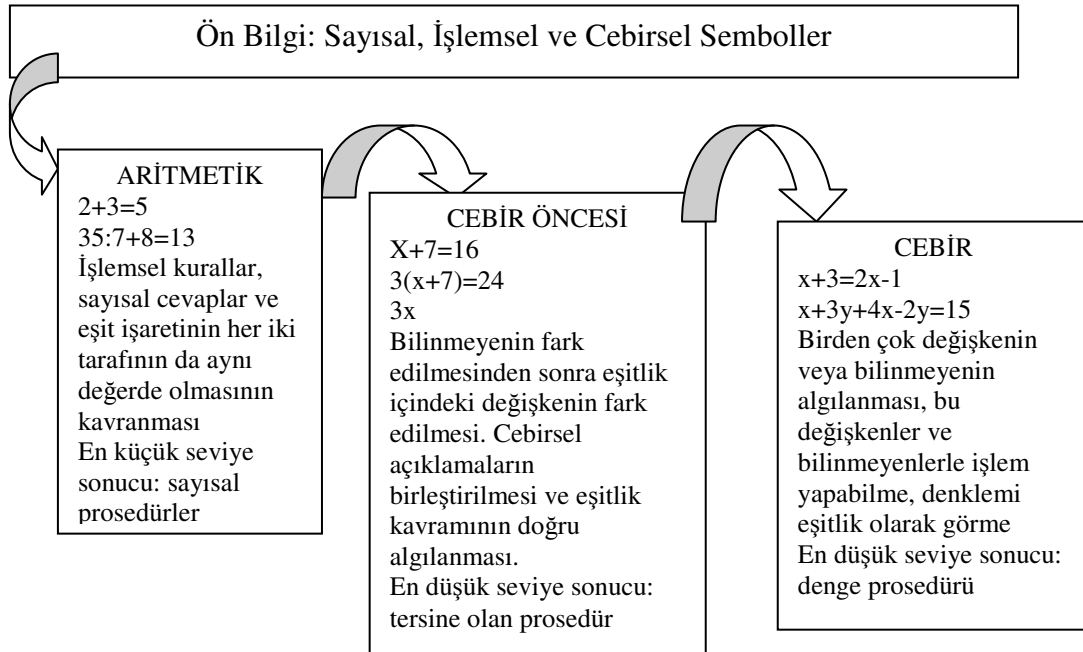
Genel olarak cebirsel düşünme, matematiksel düşünmenin özel bir biçimidir ve yalnızca cebir çalışmalarıyla sınırlı değildir. Dolayısıyla matematiksel düşünmenin kullandığı; problem çözme, çoklu gösterimlerden yararlanma ve akıl yürütme (tümdengelimli ve tümevarımlı) gibi becerileri içermektedir. Bunun yanı sıra bir bireyin cebirsel olarak düşünebilmesi cebirsel ifade ve ilişkileri zihninde anlamlarını oluşturarak kullanmasını, gerçek yaşam durumlarıyla ilgili ilişki ve kuralları araştırıp genelleme yapmasını gerektirmektedir. Yapılan bu tanımdan anlaşılacağı gibi cebirsel düşünme; (1) sembolleri ve cebirsel ilişkileri kullanma, (2) çoklu gösterimlerden (sembolik, grafik, tablo gibi) yararlanma (3) genellemeleri formüle etme gibi üç ana beceriden oluşmaktadır.

Çocuklarda cebirsel düşünmeyi geliştirmek için erken yaşlardan itibaren farklı şekillerde düşünme etkinlikleri yapılmalıdır. Okul müfredatında matematik, genelde aritmetik ve cebir olarak ikiye ayrılır. Aritmetik, ilköğretimin odak noktasıyken cebir, ileriki eğitim dönemlerinin odak noktasıdır. Giderek artan görüş haline gelen nokta ise bu uygulamanın çocuklarda cebiri öğrenmede zorluk yaşatmasıdır (Kieran, 2004). Öğrencilere zor gelen cebir alanında aritmetikte usta olan öğrenciler dahi birçok zorluk yaşarlar ve bunun için yeniden matematiksel bilgilerinde düzenleme yapmak zorunda kalırlar.

Kieran (2004) aritmetikten cebire geçişte 4 düzenleme basamağı üzerinde odaklanmaktadır:

- (1) Problemdaki verilerden sadece sayılar üzerinde değil, ilişkiler üzerinde odaklanmak
- (2) Problemi çözmekten çok, çözümü görselleştirmek
- (3) Sayıların üzerine düşünmekten çok semboller üzerinde düşünmek
- (4) “Eşit” işareti üzerine odaklanmaktır.

Boulton, Lewis, Cooper, Atweh, Pillay ve Wills (2000), cebirsel düşünmenin gelişim basamaklarını Şekil 2-6'da verilen şemadaki gibi modellemiştir:



Şekil 2-6 Cebirsel bilginin ardışık gelişim modeli (Boulton ve diğ., 2000)

Şekil 2-6'ya göre öğrencilerde cebirsel düşünme ardışık olarak gelişmekte olduğu, eğer bir basamaktaki gelişim yeterli olmazsa diğer basamağa tam anlamıyla geçişin sağlanamayacağı görülmektedir. Ardışık 3 basamakta da eşit işaretinin önemi büyüktür, çünkü öğrenci cebiri öğrenmeye başladığında eşit işaretinin ilişkisel anlamını kullanmak zorundadır. Eşit işaretinin ilişkisel anlamda oluşturamayan öğrenciler cebirsel bilginin *aritmetik* basamağında eşit işaretini sadece işlemin sonucu olarak görmekte, benzer şekilde *cebir öncesi* basamağında eşit işaretini kavrayamayan öğrenci, bilinmeyen içeren ifadeleri çözümlerken tersine işlem yapmaktadır (bkz Şekil 2-6).

Hart'a (1998) göre cebirsel ifadeleri anlamının gelişimi 4 basamaktan oluşmaktadır:

- Düzey 1: Aritmetik işlemlerin sonucunda bir harfin değerini bulma, harfleri birer nesne adı olarak almak suretiyle bir problemi sonuçlandırma veya içerdiği harflere değer vermeden bir işlemi sonuçlandırma becerisi

- Düzey 2: Bu düzey birinci düzeyle soyutluluk bakımından aynı olup sorular daha karmaşıktır.
- Düzey 3: Harflerin bir bilinmeyen olarak algılandığı ve kullanıldığı düzeydir.
- Düzey 4: Üçüncü seviye ile aynıdır ancak daha karmaşık ifadelerle anlam yükleyebilir ve işlemleri sonuçlandırabilir (aktaran: Teke, 2008).

Türkiye’de Gülpek (2006) tarafından yapılan bir çalışmada, ilköğretim 7. ve 8. sınıftaki öğrencilerin cebirsel düşünme düzeylerinin ne olduğu, alt problem olarak da ilköğretim 7. ve 8. sınıftaki öğrencilerin sınıflara göre cebirsel düşünme düzeylerindeki değişiklikler araştırılmıştır. Sonuç olarak, ilköğretim 7. sınıf öğrencilerinin çoğunluğunun düzey 0 ve düzey 1 de olduğu, 8. sınıftaki öğrencilerde ise düzeylere eşit dağılımlar gösterdiği görülmüştür. Sekizinci sınıf öğrencilerinin 7.sınıftakilere göre düzey 3 ve düzey 4 teki soruları yapma yüzdelerinde dikkate değer bir artış olduğu ortaya çıkmıştır. Bu çalışmada, aynı cebirsel düşünme düzeyinde bulunan öğrencilerin başarılı-başarısız ayrımında etkili olan soru türleri araştırılmış; düzey 1 ve düzey 2 deki soruların ayırıcı özelliği öğrencilerin bilinmeyenini değerini bulmaya gerek duyulmayan, basit akıl yürütme yetenekleriyle üstesinden gelebildikleri sorular olduğu, düzey 3 ve düzey 4 teki soruların ayırıcı özelliği ise soruların daha çok eşitlik kavramı ve denklem çözme, harfleri genelleştirilmiş bir sayı ya da değişken olarak görmesi gereken sorular olduğu gözlenmiştir (Gülpek, 2006).

2.2.4. Aritmetikten Cebire Geçişte Yaşanılan Zorluklar

Aritmetikten cebire geçişte veya cebirsel açıklamaların kavranmasında öğrenciler birçok zorluk ve kavram yanlışlığıyla karşı karşıya kalmaktadır. Aşağıda bazı araştırmacıların cebir alanında yaşanan sorunları sınıflandırması gösterilmektedir:

Socas (1997) ve Palarea’a (1999) göre öğrencilerin cebirde karşılaştıkları sorunlar 5 ana grupta toplanabilir:

- (1) Cebirin anlamsal ve söz dizilimsel olarak karmaşık olması
- (2) Cebirin doğasından kaynaklanan düşünme sürecindeki zorluklar
- (3) Müfredatlardan kaynaklanan öğretim yöntemindeki eksiklikler

- (4) Öğrencinin gelişim aşamaları
 (5) Öğrencilerin cebire karşı duyuşsal tutumları ve aktiflikleridir.

Stacey ve MacGregor (1997) cebirdeki kavram yanlışlarının sebeplerini şöyle açıklamaktadır:

- Öğrencilerin cebirsel sembolleri yorumlamaları diğer matematiksel deneyimleri üzerine inşa edilmektedir. Eğer öğrenciler yeterince aritmetiksel deneyimlere sahip olmazlar ise cebirde zorlanmaktadır.
- Cebirdeki harflerin kullanımı ile harflerin diğer kullanımlarının aynı olmaması
- Cebirin kendine özgü bir yapısı ve dili vardır. Kendine özgü kuralları bulunmaktadır. Cebirin dili günlük hayattaki dilden farklıdır. Çocuklar bunu anlayamadıkları için cebirde zorlanmaktadır.

Kieran'a (1992) göre birçok öğrenci cebirin yapısal yönlerini saptayamamaktadır, öğrencilere göre yanlış anlamaları yok etmek ve düzeltmek yerine kuralları ve prosedürleri ezberlemek cebirin temel etkinliğidir. Aynı zamanda Kieran'a göre öğrencilerin cebirde zorlanmalarının en önemli sebebi, kullanılan harfleri anlayamamalarıdır. Cebir öğretiminde öncelikle harflerin sayılar yerine konabileceği, farklı bağlamlarda farklı anlamlara sahip oldukları kazandırıldıktan sonra bunlarla bir takım matematiksel işlemler yapma becerileri üzerinde durulmalıdır. Harflerin kullanımı cebirde çok önemli bir yere sahiptir. Bu yüzden 6, 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin harflerin farklı durumlardaki anlamlarına yönelik bir anlayışa sahip olmaları gerekmektedir.

Yıldırım (2000), cebirsel ifadelerin yapısal yönünü kavramaya ilişkin zorluğa dikkati çekmekte ve matematiksel düşünmeye büyük bir güç katan bu soyut ve simgesel yapılanmanın, birçok öğrencinin öğrenme güçlüğünün ana nedeni olduğunu ifade etmektedir. Yıldırım'a (2000) göre kural ve tanım ezberlemeye yönelik bir geleneksel cebir öğretiminin öğrencilerin cebiri yapısal bir perspektiften ele almalarını güçleştirmektedir. Öğrencilerin cebir kavramlarını anlamaları, öğrenciler yapısal bir perspektiften bu kavramları ele aldığı zaman başlamaktadır. Ancak bu durumda öğrenciler cebirsel ifadeleri anlayarak kullanabilmektedir.

2.2.5. Semboller

Cebir, kendine has kuralları olan bir dildir ve bu kurallar sezgisel değildir. Yani öğrencilerin cebir hakkındaki düşünceleri öğretmenler tarafından geliştirilmelidir. Oysa öğretmenler çoğu zaman öğrencilerin cebir derslerine gelirken harflerin ve diğer işaretlerin anlamını ve kullanımını bildiklerini düşünmektedir (Stacey ve MacGregor, 1997). Cebir denildiğinde akla ilk gelen harfler ve sembollerdir. Burada bahsedilen harfler, çoğu zaman öğrencilerin anlam veremediği, ancak birçok matematik konusunda karşılarına çıkan yer tutuculardır. İşaretin sözlük anlamı, “anlam yükletilen şey”dir (www.tdk.gov.tr). Semboller matematikte önemli role sahiptir ve okuyucu bu sembolleri çözmelidir. $45 \times 6 = ?$ ifadesinde “ \times ” çarpma işlemini belirtirken, $(4 \times (2+3))^2$ ifadesinde parantez işlem önceliğini belirtmektedir. Öğrenciler matematiği etkili okuyabilmek için sembollerin şifresini çözebilmelidirler (Adams, 2003).

Price ve MacGregor’un (1999) yaptığı çalışmada öğrencilerin cebir başarıları ile üstdilbilimsel farkındalıkları arasındaki ilişki incelenmiştir. Yapılan dil çalışmalarından yola çıkan araştırmacılar, öğrencilerin metin içindeki kelime farkındalığını, matematik içindeki sembol farkındalığına (symbol awareness) dönüştürmüşlerdir. Aynı çalışmada öğrencilerin sözdizimsel farkındalıkları da incelenmiştir. Üstdilbilimsel farkındalığı olan öğrenciler, objeler hakkındaki yapısal ve fonksiyonel özellikleri yansıtabilir, içerik hakkında seçim yapabilir ve sezgisel yolla oluşturulmuş dil yapılarını manipule edebilmektedir. Matematikteki yapıları analiz etme, gösterimler hakkında seçim yapma, açıklamaları manipule etme becerileri üstdilbilimsel farkındalık ile benzer aşamalar göstermektedir. Üstdilbilimsel farkındalıkta yer alan aşamalardan ikisi matematikte sembol farkındalığı ve sözdizimsel farkındalık olarak düşünülebilir. Sembol farkındalığına sahip olan öğrenciler, sayıların, harflerin ve diğer matematiksel işaretlerin gerçek hayattan farklı şekilde kullanıldığı bilmektedirler. Yani öğrenciler matematiksel ifade içinde sembolleri tanımakta ve hangi anlamda kullanıldığını bilmektedir. Sözdizimsel farkındalıkta ise öğrenciler cebirsel ifadelerin doğru bir şekilde gösterildiğinin farkındadır. Yani öğrenciler $2x=10 \Leftrightarrow x=5$ gösteriminin doğru, $2x=10=5$ gösteriminin yanlış bir gösterim olduğunun farkına varır. Öğrencilerin cebir derslerindeki sembol ve sözdizimsel farkındalıkları incelendiğinde, sembol farkındalığı ve sözdizimsel

farkındalığı olan öğrencilerin cebir derslerinde daha başarılı oldukları belirlenmiştir (MacGregor ve Price, 1999).

Semboller, öğrencilerin matematiği öğrenmeye başladığı andan itibaren kullandıkları işaretlerdir. Matematik işaretleri dendiğinde, nicelikler arasındaki ilişkiyi gösteren işaretler aklımıza gelmektedir. İşaretlerle ilköğretimin ilk sınıflarından itibaren etkileşim içinde olan öğrencilerin işaretleri algılama biçimlerine bakıldığında birçok yanlış anlamalara sahip oldukları görülmektedir. Benzer şekilde öğrencilerin cebir hakkındaki ortak kavram yanlışları şunlardır (Stacey ve MacGregor, 1997);

- Öğrencilerin işaretler ve harflerle edindikleri deneyimleri, onlara cebiri sembolleştirme aşamasında yorumlamada yardımcı olmamaktadır.
- Cebirde kullanılan harfler, diğer alanlarda kullanılan harfler ile aynı değildir.
- Cebirin gramatik kuralları sıradan dil kuralları ile aynı değildir.
- Cebir, öğrencilere fazla bir şey ifade etmemektedir.

Özellikle eşit işareti ile ilgili yapılan araştırmalar öğrencilerin bu işaretin ilişkisel anlamını oluşturmadıklarını ortaya çıkarmıştır (Behr, Erlwanger ve Nichols, 1980; Carpenter ve Levi, 2000; Yaman, Toluk ve Olkun, 2003, Knuth, Alibali, Hattikudur, 2008). Eşit işareti öğrencilerin ilköğretimin ilk kademesinden itibaren en sık kullanılan işaret olma özelliğindedir. Öğrencilerin en sık kullandığı işarete bile kavram yanlışlığı olduğu göz önüne alınırsa diğer matematiksel işaretlerin kullanımında da öğrencilerin sıkıntı yaşadığı söylenebilir. Çünkü öğrenciler işaretlerin ilişkisel anlamını oluştururken sınıf ortamında işlemsel etkinliklerle tecrübe kazanmaktadır.

Çocuklar birçok kelimenin anlamını dolaylı yolla öğrenir. Bu dolaylı yol da genelde sözel ya da yazı dilidir. Birçok kelimenin dolaylı yolla öğrenilmesine rağmen, bazı anlamlar direk öğretilmelidir. Matematiksel dilin gelişimi özel kelimelere ve bu kelimelerle aktif bir şekilde etkileşime bağlıdır. Çocuklar kelimelerin kavramsal anlamına sahip olmalıdır, böylece kelimeyi öğrendiğinde bu kavramları matematik diline transfer edebilir duruma gelecektir. Matematik, herhangi bir dil gibi dilbilgisi kurallarına ve sözdizimi yapısına sahip olan bir yapıdır. Bu yüzden de öğrenciler matematikte usta olmakta zorlanmaktadır. İlköğretimde sınıf içinde kullanılan dilin matematiksel dilin

gelişimi açısından büyük önemi vardır. Öğrencilerin sembolik cebire geçmeden önce kavramsal algının gelişmesi için bu kelimeleri günlük dille tartışmalıdır (Capraro ve Joffrion, 2006). İlk olarak öğrenciler matematikteki kelimelerin, sayıların ve işaretlerin birbiri ile ilişkisinin farkında olmalıdır. Bu farkındalık çoğu zaman kendiliğinden olmayacağı için öğrencilerin öğretmen yönlendirmesine ihtiyaçları vardır. Sözel problemlerdeki “sezdirme” öğrencinin matematiksel sembolleştirmeyi okuyabilme becerisini artırmaktadır. Matematikteki kelimeler, sayılar ve işaretler arasındaki ilişki şu şekilde açıklanabilir, “kelimeler söyler, sayılar dinler, işaretler gösterir.” Kelimeler açıkça veya örtülü olarak ne yapıldığını ve ne bilindiğini belirtir. Okuyucu kelimelerin rehberliğinde sayıları belirler, işaretler ise kelimeleri ve sayıları etkili bir şekilde destekler ve gösterir (Adams, 2003)

Cebir, aritmetiği genellerken sembolleri kullanır. Bu semboller farklı gösterimlerde farklı anlamlara sahiptir. Öğrenciler semboller, harfler ve gösterimlerle ilgili birçok farklı algıya sahiptir. Cebirin bu yapısından dolayı cebir, öğrencilere zor gelmektedir. Araştırmacılara göre harfler cebir içinde birçok amaç için kullanılabilir. Usiskin’e (1988) göre harfler şu amaçlarla kullanılmaktadır:

- (1) Değişkeni ifade ederken (cebirsal kavramlarda)
- (2) Örüntü genellemesinde (genellemede)
- (3) Aritmetikte geçiş aşamasında
- (4) Bilinmeyenlerin bulunduğu temel problemlerde
- (5) İlişkisel grafiklerde
- (6) Keyfi işaretlerde (yapısal formlarda)

Baykul’a (2002) göre ise cebirde harfler genel olarak bilinmeyen bir değer, değerler kümesi ve bir genelleme aracı olarak kullanılmaktadır. Değişkenler cebirsal ifadelerde yer alırken denklem çözme, çözüm kümesini bulma gibi etkinlikler cebirin temel amaçlarından bir kaçıdır. Denklem kavramının anlaşılması ve denklemlerin çözüm kümelerinin bulunması ileri matematik kavramlarının anlaşılmasına zemin hazırlamaktadır. Ancak her düzeydeki öğrencilerin cebirsal denklemleri çözerken zorlandıkları görülmektedir. Bu zorluklar; cebirsal ifadelerin sadeleştirilememesi, değişkenlerin farklı kullanımlarını bilinmemesi, değişkenlerin genelleme yapmadaki

rolünün bilinmemesi, değişkenlerin yorumlanamaması, değişkenlerle işlem yapılamaması, aritmetikten cebire geçişteki zorluklar, denklemlerin doğru bir şekilde yorumlanamaması ve cebirsel sözel problemlerin denklem olarak yazılamaması gibi nedenlerden kaynaklanmaktadır (Dede, 2005).

Değişkenlerle ilgili öğrencilerin karşılaştığı zorluklardan biri, cebirsel bir ifadenin öğrenciler tarafından bir cevap olarak kabul etmede zorluk çekmeleridir. Öğrenciler verilen bir cevabı, sayısal bir işlemin sonucu gibi görmektedir. Öğrencilerin yanlış anlamaları; değişkeni niceliğin yerini tutan bir sembolden çok, bir kısaltma veya etiket olarak görmelerinden kaynaklanmaktadır (Soylu, 2008).

Soylu'nun (2008) yaptığı araştırmada öğrencilerin değişkenleri belirli harflerle sınırlandırdığı özellikle x,y,z harflerini kullandıkları ve değişkeni sabit bir sayıyla özdeşleştirdikleri ortaya çıkmıştır. Değişken kavramının genelde matematik, özelde ise cebir içindeki yeri ve önemi göz önüne alınarak, değişken kavramının farklı kullanımları öğretmenler tarafından öğrencilerine tam olarak anlatılmalıdır (Soylu, 2008). Çünkü değişken kavramının anlaşılması, cebirin ve ileri matematiksel kavramların öğrenilebilmesi için zorunludur.

Bireylerin cebirsel düşünmelerinde ve cebirsel ifadelerinde zorluk yaşamamaları için bireylere erken yaşlarda olabildiğince örüntü etkinliği yaptırılmalıdır. Birey zamanla bu örüntülerdeki düzeni fark ederek genelleme yoluna gidecektir. Bireyin matematiksel bilgiyi genelleme yöntemi matematiksel düşüncenin en önemli unsurlarından biridir. Ayrıca bu unsur, matematiksel modellemeyi etkilemektedir. Doğru bir genelleme yapabilmek için yapıların ve ilişkilerin içindeki benzerliği seçmek ve ortaya çıkarmak gerekir. Cebir ve tüm matematik, örüntülerin genellenmesiyle ilgilidir.

2.3. Eşit İşareti ve Eşitlik Kavramı

Eşit işaretinin tarihine baktığımızda işaretin ilk başlarda çok karmaşık olduğunu ve zamanla herkesin aynı şeyi anlayabileceği hale geldiğini görmekteyiz. İnsanlar “=” sembolünü birçok farklı anlamda kullanmışlardır. Ayrıca eşitlik farklı şekillerde de

sembolize edilmiştir. Eşit işareti, yazılı kaynaklarda ilk olarak 1557 yılında Robert Recorde tarafından kullanılmıştır (Aktaran: Öksüz, 2007). Bugün eşit işaretini aritmetikte, cebirde, trigonometride, ispatlarda vb. kullanılmaktadır. Eşitlik; iki açıklamanın da aynı değerde olduğunu gösteren bir formül; özdeş eşitliklerde herhangi bir değer için doğru olan; şartlı eşitliklerde ise belli bir değer için doğru olan ifadelerdir. Ancak bu tanımın yanında birçok bilim insanının eşitliğe farklı tanımlar yüklediği görülmektedir.

Eşit işaretinin gelişimi cebirin gelişimi ile tutarlılık göstermektedir. Aynı cebirde olduğu gibi eşit işaretinin gelişiminde de söz, sembol-söz ve sembolik aşamalar vardır. Söz aşamasında işaretler, işlemsel kullanıma ve konuşmaya dayanır. Bu aşamada insanlar “toplam, eder, yapar, kalır” gibi kelimeler kullanmıştır. Sembol-söz aşamasında fikirleri ifade etmek için daha çok kelimeler kullanılmaktadır. Bu aşamadaki kullanım, işaretin işlemsel ve ilişkisel ayrımını yapmakta kolaylık sağlamıştır. Sembolik aşamada, eşit işaretinin sadece bir işlemin sonucunu göstermediği fikri kabul edilmiştir. Eşit işaretinin gelişiminde de işlemsel anlamdan ilişkisel anlama geçiş söz konusudur (Cajori, 1993). Bu durum öğrencilerin işaretlerin önce işlemsel daha sonra ilişkisel anlamı oluşturmaları ile tutarlılık göstermektedir.

Cebirsel ifadelerde eşit işareti iki cebirsel açıklamanın ortasında yer almakta ve bu açıklamaların birbirine yansımaları, simetrik ve geçişsel ilişkilerle bağlı olduğunu göstermektedir. Attorps ve Tossvainen’e (2007) göre öğretmenlerin eşitliğin simetrik özelliğini göz ardı etmelerinden dolayı öğrencilerin eşitlik kavramında zorluk yaşadıkları görülmektedir. Bireyler okula geldiklerinde basit sembollerini gösterebilmekte ancak yetişkinler gibi ne anlama geldiklerini bilememektedir. Yetişkinler eşit sembolünün kavramını algılayabilirken çocuklar eşit işarete “sonucu bulma” yönünden bakmaktadır (Kieran, 1981).

Ülkemizde matematik programına bakıldığında eşit işareti ilköğretimin birinci kademesinden itibaren kavratılmaya çalışılmakta, “eşlik” ile “eşitlik” arasındaki farkın ilk sınıflardan itibaren öğrenciye aktarılması gerektiği belirtilmektedir. Aynı programda yer alan birinci sınıf matematik dersi kazanımları olan; “Nesnelerin uzunlukları

yönünden karşılaştırarak ilişkilerini belirtir. Bir nesnenin uzunluklarına göre sıralanmış nesne topluluğu içindeki yerini belirler.” maddeleri eşitsizliğin temeline basamak oluşturmaktadır (MEB, 2005). Öğrenci bu sayede sezgi ve tahminlerle eşitlik ile eşitsizlik arasında geçişi sağlamaktadır.

Behr, Erlwanger ve Nichols (1975), Alhenz, Ludlow ve Walgamuth (1998) eşitlikle ilgili olarak, ilköğretim çağındaki çocuklarda genel olarak eşit işaretinin işlemin sonucunu bulmak olarak algıladıklarını bulmuşlardır. Yurt dışında ve ülkemizde yapılan araştırmalar, öğretmenlerin eşit işareti üzerinde fazla durmadıklarını ancak öğrencilerin eşit işareti hakkında ciddi problemleri olduğunu göstermektedir. Eşit işaretinin genelde soldan sağa doğru bir yön belirttiği araştırmalarca ortaya konmuştur.

Öksüz’ün (2007) 25 tane 5. sınıf ve 25 tane 6. sınıf öğrencisi ile yaptığı araştırmada, öğrencilerin $6+7= [] +4$ sorusuna vermiş oldukları cevaplar incelendiğinde öğrencilerin sadece %56’sının doğru cevap verdiği, %31’inin sorunun cevabı olarak 13 gelmesi gerektiğini söyledikleri belirlenmiştir. Sorunun zorluğuna ve öğrencilerin sınıf seviyelerine bakıldığında cevabın doğru olarak verilme oranı çok düşük olmakla beraber düşündürücü bir sonuç olduğu görülmektedir. Aynı araştırmada eşit işaretinin anlamı öğrencilere sunulmuş; 5. sınıf öğrencilerinin %25’i ve 6. sınıf öğrencilerinin de %25’inin eşit işaretinin doğru anlamını açıklayabildiği belirlenmiştir. Öğrencilerin büyük bir kısmını temsil eden %83’lük kısmın ise eşit işaretini “işlemi yap” sembolü olarak algıladıkları belirlenmiştir. Aynı araştırmacının okul öncesi öğrencileri ile yaptığı araştırmada $4+5= [] +6$ ifadesinde parantezin içine hangi sayı yazılmalıdır sorusu öğrencilere yöneltildiğinde öğrencilerin büyük bir çoğunluğu cevap olarak 9 yazmışlardır. Yani öğrencilere göre eşitlik sadece $4+5= 9$ şeklinde yazılmaktadır (Falkner, Levi ve Carpenter, 1999). Benzer şekilde öğrencilere yöneltilen $3+8=11 \times 6=66-5=61$ doğru-yanlış ifadesi öğrencilerin hepsi tarafından doğru olduğu belirtilmiştir. Bu sonuç da öğrencilerin eşit işaretini bir işlemin sonucu olarak gördüğü düşüncesi ile tutarlılık göstermektedir. Öğrencilere yöneltilen $[] =17-8$ ifadesinde öğrencilerin eşit işaretinin solundaki boşluğa anlam veremedikleri ve ifadeyi okurken “boşluk eşittir 17 eksi 8” olarak okudukları; öğrencilerin sadece %14’ünün ifadeyi ‘bir sayı 17 eksi 8’e eşittir’ şeklinde okuduğu belirlenmiştir. Öğrencilerin bu soru hakkındaki düşüncelerine

bakıldığında %45'inin ifadeyi $17-8=[]$ ifadesine dönüştürerek okuduğu görülmektedir. Yani öğrenciler eşit işaretini gördüklerinde işaretin solunda işlem aramakta, sağ tarafta olan işlemleri sol tarafa taşımaktadırlar. Eşit işaretinin doğru algılanması ilköğretim öğrencilerinin daha sonra göreceği cebir dersleri için önem taşımaktadır (Altun, 1998). 11-14 yaş arasındaki öğrencilerle yapılan bir araştırmada, öğrencilerin eşit işaretini ilişkisel olarak algılaması gerektiği yerde halen işlemin sonucu olarak görmeye devam ettikleri gözlenmiştir. Yani gelişimsel sürecin ilerlemesi, kavramsal algılamının gerçekleşmesini sağlayamamıştır (Mcneil ve Grandau, 2006).

Yaman, Toluk ve Olkun'un (2003) yaptığı çalışmada eşit işareti öğrenciler tarafından daha çok toplama, çıkarma, çarpma, bölme gibi işlemlerin sonuçlarını veren bir işaret olarak ele alınmaktadır. Bu da öğrencilerin eşit işaretinin anlamını yani eşitlik kavramını oluşturmalarını zorlaştırmaktadır. Eşit işaretinin ne anlama geldiğinin söylenmesi de birçok öğrenci için, bu işaretin kullanımını tam olarak anlamada yeterli olmamaktadır. Ayrıca aynı araştırmada öğrencilerin büyük bir çoğunluğunun eşit işaretinin yön belirttiğine dair imalarda bulunduğu gözlenmiştir. Klinik görüşmeler sırasında on öğrenciden beşi $_ = 4 + 3$ ifadesinin yazılabileceğini söylemiştir. Geri kalan beş öğrenci ise böyle bir eşitlik yazılamayacağına ısrar etmişlerdir. Öğrencilere yöneltilen $3 + 8 = ? + 5$ sorusu öğrenciler tarafından doğru cevaplanamamıştır. Bu soruda öğrenciler, " $=$ işaretini" bir işlemin sonucu olarak algıladıklarını göstermişlerdir. Çalışmayı yapan araştırmacılar öğrencilerle yapılan çalışmalar sonucunda eşitlikle ilgili kavramları üçe ayırmışlardır: Bunlar; "Sözel problemlerdeki 'eşit sayıda' ifadesi aynılık, denklik, eşitlik belirtir.", "Eşitlik kavramı yön belirtir." ve "Eşitlik kavramı sonuç belirtir." şeklindedir.

Molina ve Ambrose'nin (2006) 3. sınıf seviyesinde olan 18 öğrenci ile yaptığı araştırmada doğru-yanlış ifadelerde öğrencilerin eşit işaretinin anlamını nasıl geliştirdiği, ilişkisel düşüncesinin gelişip gelişmediği ve eşit işareti ile ilgili yeni yorumlarının zamanla unutulup unutulmadığı araştırılmıştır. Öğrencilere boşluk içeren ve doğru-yanlış ifadeler yöneltilmiştir. Öğrencilerin tamamı $8 + 4 = _ + 5$ sorusunun cevabına 12 demişlerdir. Araştırmacıların "eşitlikte bir taraftaki ifade diğer taraftaki ifadeye eşittir." açıklamasından sonra sadece bir öğrenci cevabı 7 olarak bulmuştur. Farklı şekilde

öğrencilere yöneltilen $14+_ = 13+4$ ifadesi öğrencilere tuhaf gelmiştir. Hatta bir öğrenci eşit işaretinin neden ifadenin tam orasında olduğunu sormuştur. $20+20=20+20$ ifadesinin doğru olup olmadığı yöneltilen öğrencilerden biri “Bu ifade doğrudur çünkü iki tarafta da aynı sayılar var.” derken diğer bir öğrenci “İfade yanlıştır, çünkü eşit işareti ortadadır.” açıklamasını yapmıştır. Öğrencilerin eşit işaretinin ilişkisel anlamının geliştirilmeye çalışıldığı araştırmada asıl amaç öğrencilere yöneltilen sorularla ilişkisel düşünmenin oluşturulmasıdır. Böylece ilerideki cebir derslerinde öğrenciler zorlanmayacaktır. Bu amaçla $7+15=100+100$ ifadesinde öğrencilerin işlem yapması değil de “ $7+15$ ifadesi $100+100$ ifadesinden daha küçüktür.” açıklaması ilişkisel açıdan öğrencilerden beklenen cevaptır.

Knuth ve arkadaşlarının (2008), 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin eşit işarete yükledikleri anlamı araştırdıkları çalışmada öğrencilere $3+4=7$ ifadesinde (a) aradaki işaretin ismi, (b) işaretin anlamı, (c) bu işaretin başka anlamı varsa diğer anlamı sorulmuştur. Öğrencilerin hepsinin eşit işaretinin ismini bildiği, anlamı hakkında “sol tarafın ve sağ tarafın aynı olduğu, aynısı, aynı değer” , işaretin farklı anlamında ise ‘iki sayının toplamı, problemin sonucunu gösteren işaret, sonuç’ gibi farklı cevaplar verdiği belirlenmiştir. Aynı zamanda bu araştırmada öğrencilerden 111 tanesinin işaretin ilişkiselliğine, 155 tanesinin de işaretin işlemselliğine odaklanarak cevaplar verdiği belirlenmiştir. Öğrencilerin yaş gruplamasına bakılırsa eşit işaretinin ilişkisel anlamını kavramış olmaları beklenmektedir. Ancak yapılan araştırmalarda öğrencilerin eşit işareti hakkındaki düşüncelerinin ilkokulda edinilen tecrübelerin mirası olduğu belirlenmiştir. Eşitliği çözmek için eşit işaretinin ilişkisel anlamının şart olup olmadığını araştırmak için öğrencilere $4m+10=70$ ifadesinde m’nin değeri sorulmuştur. Verilen cevaplar incelendiğinde eşit işaretinin ilişkisel anlamını kavrayan öğrencilerin sonuca ulaştıkları, diğer öğrencilerden çok azının sonuca ulaştıkları belirlenmiştir.

Türkiye’deki müfredat incelendiğinde müfredatın aritmetik ve cebir olarak ayrıldığı, bu sebepten dolayı öğrencilerin aritmetikten cebire geçiş aşamasında zorlandıkları görülmektedir. Freudenthal’a (1973) göre sorunun temelini aritmetiksel problemler meydana getirmektedir. $2+7$ işlemine baktığımızda eğer 2’ye 7 eklersek sonucumuz 9 olarak bulunur, ancak $a+b$ şeklinde yazdığımızda birey tarafından

anlaşılabilir. Freudenthal, $a+b$ ifadesindeki a ve b bilinmediği takdirde $a+b$ için anlamlı bir algılamının imkânsız olduğunu belirtmektedir (Freudenthal, 1973, aktaran: Altun, 2004).

Eşit işaretinin anlamı bakımından kitaplar incelendiğinde kitaplarda eşit işarete üç şekilde rastlandığı görülmektedir: (McNeil ve Grandou, 2006)

- (1) “işlemin sonucu olan cevabı” içermesi bakımından ($3+4=$)
- (2) “her iki tarafın işlem sonucunun eşit olmasını” içermesi bakımından
- (3) $7=7$ gibi standart olmayan bir işlemi içermesi bakımından.

Kitaplarda genelde (1) numaranın kullanıldığı, nadir de olsa (2) numaraya yer verildiği gözlenmiştir. Yani anlaşılacağı gibi eşit işaretini öğrencilerin bir ilişki sembolü olarak görmesi için ders kitapları yetersiz kalmaktadır.

Çocuklar, eşit işaretini, “her iki matematiksel ifadenin de aynı değere sahip olması” olarak algılamalıdır. Çocukların bunu anlamaları iki sebepten dolayı önem taşımaktadır (Falkner, Levi ve Carpenter, 2000):

(1) Sayı cümleleriyle verilen ifadelerin ilişkiselliğini anlamak için önemlidir. Örneğin. $7+8=7+7+1$ ifadesi aritmetiğin temelini oluşturan bir ifadedir. Eşitliği anlayan bir çocuk, bir ifadeyi aritmetiksel olarak birçok yoldan çözebilir. Öğretmenler, eşitlik kavramını çocuğa kazandırarak aritmetikte başarıyı artırırken diğer yandan cebirsel içerikleri kazandırabilirler. Ayrıca eşitliğin farklı gösterimlerde kullanılmasının, çocuğun cebirsel düşünme becerisini artırdığı araştırmalarla belirlenmiştir (Molina ve Ambrose, 2006).

“12 sayısına hangi sayı eklenirse 18 olur?” soru cümlesini öğrencilere yönelttiğimizde aslında $12+x=18$ cebirsel ifadesini sormuş oluruz. Soru bir nevi cebirsel sorudur, aritmetikten bağımsız değildir. Bu yüzden erken yaşlardan itibaren cebirsel düşünme öğrencilere kazandırılmalıdır.

(2) Öğrencinin, aritmetikten cebire geçiş aşamasında eşitlik kavramı büyük rol oynamaktadır (Kieran,1981). Örneğin $4x+27=87$ eşitliğini çözmeye başlarken 87’den 27’yi çıkartırız. Neden bunu yaparız? Çünkü 27’yi eşitliğin her iki yanından çıkartırız.

Eşit işareti, iki ifadenin de eşit olduğunu gösterdiği için birinciden 27'yi çıkardığımızda ikinciden 27 çıkartılınca eşit olur. Yapılan işlem aritmetiksel olmasına rağmen öğrenci cebir açısından çok şey kazanmaktadır. Çünkü $6x+12=7x+8$ ifadesini $6x+8+4=6x+x+8$ ifadesine dönüştürerek $x=4$ olarak cevaba ulaşacaktır. Öğrenciler aritmetiği kullanarak da zihinlerindeki cebirsel düşünme aşamalarını geliştirebilmektedir. Çünkü öğrenci aritmetiksel hesaplama sırasında “yok etme (cancellation)” işlemini yapmaktadır. Bu aşamada eşitlik kavramını iyi öğrenemeyen öğrenciler, eşitliği çözmek için birçok kural ezberleyecekler, fakat başarılı olamayacaklardır.

Öğrencilerin eşit işaretinin ilişkisel anlamını kavrayabilmeleri için araştırmacılarca birçok etkinlik önerilmiştir. Eşit işaretinin işlemlerde oyunlarla ve işlemlerin farklı gösterimleriyle sunulması öğrencilerdeki eşit işarete ait kavram yanlışlıklarını azaltabileceği araştırmacılarla belirtilmiştir. MacGregor ve Stacey'e (1997) göre eşitliğin farklı işlemlere transfer edilmesi eşit işaretinin doğru anlamlandırılması için yararlı olabilir. Bu etkinlik için öğretmenler $12=5+5+2$, $12=2\times 5+2$, $12=2+2+2+2+2+2$, $12=3\times 4$ gibi ifadeleri kullanabilirler. Başka bir etkinlikte ise eşit işareti içeren ifadelerde öğrencilerden sonucu farklı şekilde yazmaları istenebilir. Örneğin $8+7=15$ yerine öğrencilerden $8+7=3\times 5$ veya $8+7=9+6$ gibi ifadeleri yazmaları istenebilir. Böylece öğrenci hem eşit işaretinin ilişkisel anlamını oluştururken cebirsel düşünme becerisini de geliştirecektir. Ayrıca sınıf ortamında tartışılan doğru-yanlış ifadeleri ile öğrencilerde eşit işaretinin ilişkiselliği oluşturulabilir.

Cebirsel bir ifadenin nasıl çözüldüğünü anlamak için öğrencilerin, toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemlerinin nasıl çalıştığını anlamaları gereklidir. Öğrenciler, cebirsel ifadeleri bildikleri gibi yorumlar ve bu yorumlar genelde ‘aritmetik öncesi’ algılamalara dayanır. Öğrenciler, herhangi bir cebirsel ifadenin çözümünü unutursa aritmetiksel işlemlere geri dönerek harfler yerine sayılarla nasıl işlem yapıldığını hatırlayarak çözüme ulaşabilir. Tüm bu nedenler dolayısıyla öğrenciler eşit işaretini “bunu yap” işaretinden çok, bir ilişki işareti olduğunu kavramalıdır.

2.4. Eşitlikten Eşitsizliğe

Eşitlikle eş zamanlı olarak 3. sınıfta öğrenciler ilk olarak eşitsizlik sembolleri ile karşılaşmaktadır. Öğrenciler sayıları sıralarken ve karşılaştırırken eşit ve eşitsizlik sembollerini kullanmaktadır. İlerleyen sınıflarda eşitsizlik sembolleri farklı konularla beraber karşımıza çıkmaktadır. Dördüncü sınıf kazanımlarında yer alan “İki ondalık kesri karşılaştırarak aralarındaki ilişkiyi büyük, küçük veya eşit sembolüyle gösterir.” kazanımı öğrencilerin aktif bir şekilde sembollerle etkileşim içinde olduğunu göstermektedir (MEB, 2005).

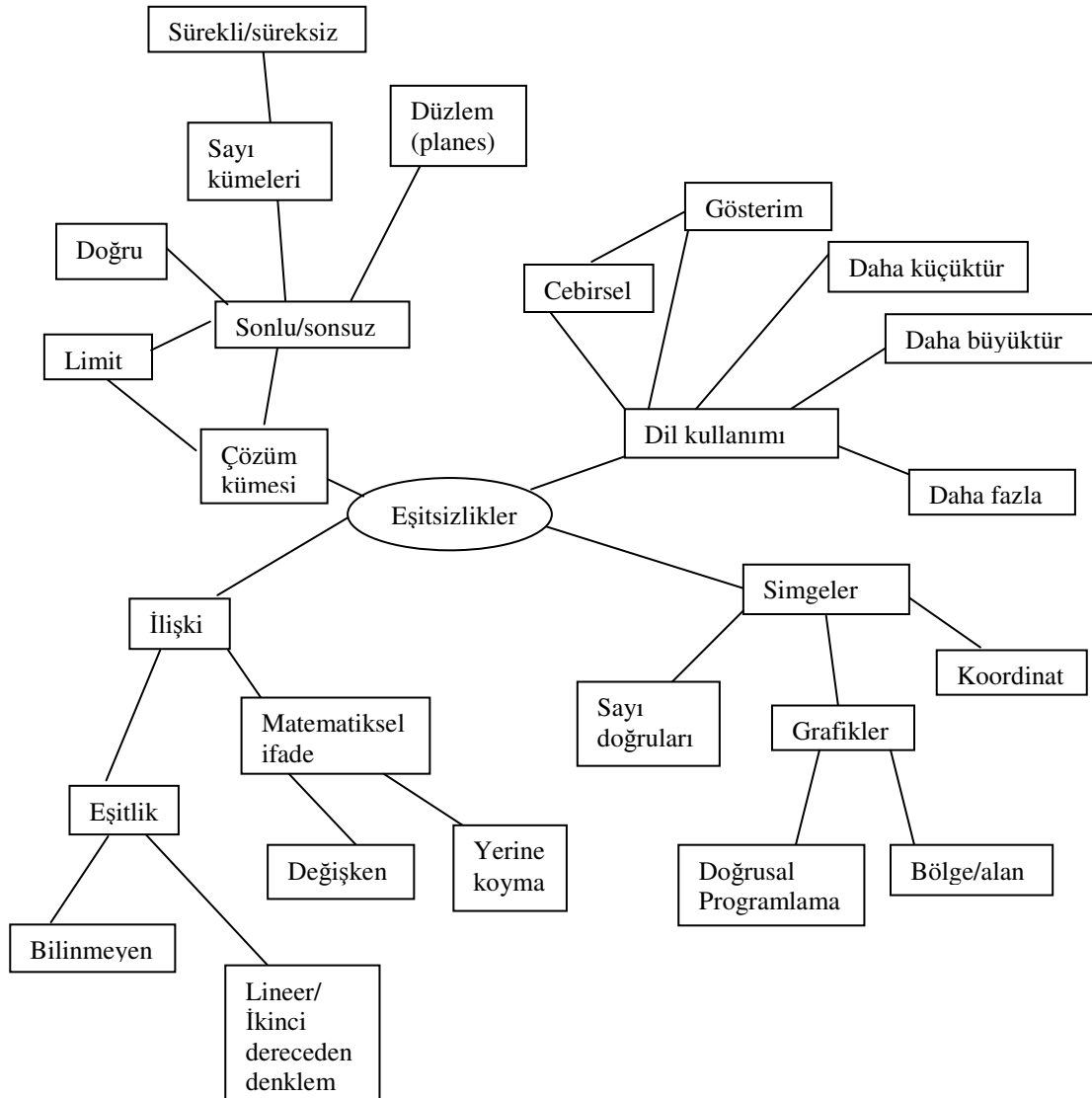
Sekizinci sınıfa gelindiğinde öğrenciler, eşitsizlik konusuyla karşı karşıya gelmektedirler. Öğrenciler ikinci kademenin son sınıfında “ \geq ” ve “ \leq ” sembolleriyle karşılaşmaktadırlar. Eşitsizlik konusunda öğrencilerden, eşitlik ve eşitsizlik arasındaki ilişkiyi açıklamaları ve eşitsizlik içeren problemlere uygun matematik cümleleri yazmaları, birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizliklerin çözüm kümesini belirlemeleri ve sayı doğrusunda göstermeleri, iki bilinmeyenli eşitsizliklerin grafiğini çizmeleri beklenmektedir (MEB, 2005). 8. sınıf matematik programında yer alan eşitsizlik konusunun kavratılması sırasında eşitlik konusunda olduğu gibi denge-terazi yönteminin uygulanması programda önerilmektedir.

Eşitsizliklerin öğrenilmesi büyük ölçüde denklemlerin ve çözümlerinin iyi öğrenilmiş olmasına bağlıdır. Çünkü eşitsizliklerin çözümü, önce o eşitsizliğin eşitlik haline getirilmesiyle elde edilen denklemin çözümünü gerektirmektedir (Altun, 2004).

Yapılan araştırmalarda eşitliğin çözümü yapılırken büyük çoğunlukla cebirsel gösterimlerin, grafik çizmenin ve sayı doğrusunun kullanıldığı belirlenmiştir. Bu noktadan hareketle öğrencilerin eşitsizliği çözmek için birçok yöntemi kullanabileceği akla gelmelidir (Kieran, 2004). Örneğin eşitsizliğin grafiğini çizmek öğrencide eşitsizlik kavramının sembolleştirilmesini kolaylaştırabileceği unutulmamalıdır, ancak bunu yaparken eşitlik esnasında uygulanan kurallardan eşitsizlik çözümü esnasında uygulanan kurallara geçiş yapılması önem taşımaktadır.

İlköğretimin ilk yıllarından itibaren eşit işareti kullanılmakta ve cebir açısından çok önemli olduğu vurgulanmaktadır (Kieran, 2004). Çünkü eşit işaretinin ilişkisel anlamı cebirde temeli oluşturmaktadır. Ancak unutulmamalıdır ki eşitsizlik işaretlerinin de cebir açısından ve matematik açısından önemi büyüktür. Eşitsizlik işaretleri eşit işaretinin kullanıldığı ve konu olarak anlatıldığı her yerde karşımıza çıkabilir (bkz Şekil 2-7). Nitekim Şekil 2-7’de eşitsizliklerin matematikteki yeri gösterilmektedir.

Prestage ve Perks (2005) eşitsizliğin matematikteki yerini Şekil 2-7’de gibi şematize etmektedir:



Şekil 2-7 Eşitsizliğin matematikteki yeri

Şekil 2-7’de görüldüğü gibi eşitsizlik kavramı matematiğin bir çok konusunda karşımıza çıkmaktadır. Birçok ülkede eşitsizlik konusu ilköğretimin 2. kademesinde eşitlik kavramına bağlı olarak verilmektedir. Bu kapsamda konu; öğrenciler tarafından ardışık birçok prosedürden meydana gelen, kolayca anlaşılamayan, yorumlanamayan ve kontrol edilemeyen olarak tanımlanmaktadır (Verikios ve Farmaki, 2006).

Yunanistan’da yapılan bir araştırmada öğrencilerin eşitsizlikte karşılaştıkları sorunların şunlar olduğu belirlenmiştir: (Verikios ve Farmaki, 2006)

- (1) Eşitsizliği negatif bir sayıya bölüp veya çarptığımızda eşitsizlik işaretinin yönünün değişmesi sorunu veya anlamlandırma yapmadan işaretin değiştirilmesi
- (2) İşaretin anlaşılamaması ($x > 14$ ile $14 > x$ in aynı ifade olduğunun düşünülmesi)
- (3) Eşitsizliğin bir eşitlik gibi düşünülmesi ve çözüm kümesinin düşünülmesinden çok tek bir değer atfedilmesi
- (4) Öğrencilerin 0 (sıfır) hakkındaki yanılgıları

Şandır, Ubuz ve Argün’ün (2002) mutlak değer kavramı üzerine yaptığı çalışmada öğrencilerin mutlak değer kavramı yanında eşitsizlik çözümleri yaparken her tarafa aynı terimin eklenip çıkarılmaması, çözüm kümesinin yanlış gösterilmesi, eşitsizliklerin sayı doğrusu üzerinde yanlış gösterilmesi, eşitsizlik çözümlerindeki sadeleştirmelerde toplama-çıkarma ile çarpma-bölme işlemlerinin karıştırılması, ... gibi zorluklara düştüğü gözlenmiştir.

Cortes ve Pfaff’ın (2000) 10. sınıfta okuyan 45 öğrenciyle cebir konusu ile ilgili yaptıkları bir çalışmada öğrencilerin eşitlik çözümlerinde bir terimi eşitliğin diğer tarafına geçirirken çeşitli yanlışlara düştüklerini belirlemişlerdir. Bu yanlışlar; bilinmeyen terimin diğer tarafa geçirilirken işaretini değiştirmeden geçirme, bilinmeyenin katsayısını sadeleştirirken sadece eşitliğin bir tarafıyla işlem yapma, eşitliğin her iki tarafını (-1) ile çarparken işlem hatası yapmadır. Ayrıca bunlar dışında bazı öğrenciler her iki tarafı aynı sayıya bölerken bölümü ters çevirmişlerdir. Eşitsizlik

çözümlerinde ise öğrenciler bu hataların dışında eşitsizliği negatif bir sayıyla çarpar ya da bölerken eşitsizlik işaretinin yönünü değiştirmedikleri gözlenmiştir.

İspanya’da (Blanco ve Garrote, 2007) eşitsizliklerin çözümü sırasında yaşanan zorlukların araştırıldığı bir çalışmada öğrencilerin çözüm esnasında birçok sebepten dolayı zorlandıkları gözlenmiştir. Blanco ve Garrote bu zorlukları şu şekilde sıralamaktadır:

- (1) Birçoğunun eşitsizliği çözmekte ve çözümü yorumlamakta zorluk çektikleri, eşitlik ile eşitsizlik arasındaki anlamlı farkı kuramadıkları gözlenmiştir. Bu sorunların sebebinin başlangıç cebir kavramlarının öğreniminden kaynaklandığı ve eşitsizliğin doğasından gelen karmaşıklığın yol açtığı belirlenmiştir.
- (2) Birçok öğrencinin, “büyük” ve “küçük” işaretini iki cebirsel açıklamanın bağlantı noktası (nexus) olarak algıladığı ve bu yüzden algılanan kavramın, hiçbir anlam yüklenmeden basitçe bir eşit işaretiymiş gibi düşünülerek eşitsizliğin çözümüne ulaştıkları gözlenmiştir. Çok az öğrenci eşitsizliği anlamsal boyutta kavrayarak açıklayıcı bir yorum getirebilmiştir.
- (3) Öğrencilerin eşitsizliği soldan sağa veya sağdan sola okunması sırasında sorun ortaya çıkmıştır.
- (4) Eşitsizlikte öğrencilerin yaşadığı diğer zorluk da eşitsizlik çözümünün sadece bilinmeyen değerinin olmamasından yani çözümün bir aralığı belirtmesinden kaynaklanmaktadır. Öğrenciler açısından çözüm kümesi (aralık-interval) “belirli iki sayı arasındaki sayılar” olarak algılanmaktadır.
- (5) Sözel olarak verilen cebirsel açıklamanın eşitsizliğe dönüştürülmesi esnasında da zorluklar yaşanmıştır.

Tsamir ve Bazzini (2004) ise 16-17 yaşlarındaki 148 İsraili öğrencinin eşitsizlik

problemlerinde tek değerli çözümlere tepkilerini incelemek için yaptığı çalışmada “eşitsizlik çözümleri aralık olmalı” yargısının ağırlıklı olduğunu ortaya koymuştur. Ayrıca bu çalışma öğrencilerin eşitsizlikleri çözerken çözüme iki farklı şekilde yaklaştıklarını göstermektedir: (1) algoritmik, cebirsel yaklaşım, (2) verilen ifadelerin sözel incelemesi. Algoritmik, cebirsel yaklaşımı kullanan öğrenciler doğru ve yanlış işlemlerden oluşan bir dizi cebirsel işlemler yapmaktadırlar. İkinci yaklaşımı tercih eden öğrenciler çözüme ulaşmada daha başarılı olmuşlardır.

Blanco ve Garrote’ye (2007) göre matematiksel nesnelereki eksik kavramsallaştırmalar birçoğumuzun sınıflarda karşılaştığı sorunların başında gelmektedir. Öğrencilerin eşitlik ve eşitsizlik kavramları arasındaki anlamlı farklılığı açıklamak için şunlar yapılmalıdır:

- Eşitsizlik kavramını ve çözüm yöntemleri hızlı bir şekilde aktarılmamalı
- Öğrenciler için anlamsal değeri olan ifadelerde değişik semboller kullanılmalı
- Eşitlik ve eşitsizliği açıklayan detaylı örnekler verilmeli ve sonuçları yorumlanmalı
- Günlük dilden farklı olarak, cebirsel dil, geometrik dil ve görsel ifadeler kullanılmalı, bu dillerin birbirine dönüşümleri sağlanmalı
- Eşitsizlikle ilişkilendirilmiş soruların çözümleri farklı stratejilerle yapılmalı, böylece öğrenci yöntem bakımından zenginleştirilmelidir.

BÖLÜM III

YÖNTEM

Bu bölümde araştırmanın deseni, araştırmacının rolü, katılımcılar, veri toplama aracı, veri toplama süreci ve veri analizi ile ilgili yöntem ve teknikler açıklanmıştır.

3.1. Araştırmanın Deseni

Bu araştırmada, ilişkisel tarama modeli kullanılmış olup nitel ve nicel tekniklerden oluşan karma bir yöntem kullanılmıştır. İlişkisel tarama modeli, iki ve daha çok değişken arasında birlikte değişim varlığını ve/veya derecesini belirlemeyi amaçlayan bir araştırma modelidir (Karasar, 2007). Araştırmanın ilk kısmında nitel veri toplanarak betimsel analiz yapılmıştır. Betimsel analizde amaç, elde edilen bulguları düzenlenmiş ve yorumlanmış bir biçimde okuyucuya sunmaktır (Yıldırım ve Şimşek, 2006). İkinci kısımda nicel veri toplanarak istatistiksel yöntemlerle analiz edilmiştir.

Nitel kısımda, öğrencilerden seçilen 11 kişi ile görüşmeler yapılmış, görüşmelerde testlerde verdikleri cevapların sebeplerini ve soruları nasıl çözdüklerini anlatmaları istenerek görüşmeler kayıt edilmiştir. Araştırmanın nicel kısmında her biri 20 sorudan oluşan Eşitlik Testi ve Eşitsizlik Testi uygulanmıştır. Eşitlik Testi'nin başlangıcında öğrencilerden nitel veri toplayabilmek için “=, <, >, ≥, ≤, ≠” işaretlerinden ne anladıklarını yazmaları istenmiştir.

3.2. Araştırmacının Rolü

Araştırmacı, öğrencilerin eşitsizlik ve eşitlik sembolleri hakkındaki düşüncelerini araştırırken testlerin hazırlanarak uygulanması, verilerin istatistik programına girilmesi, nitel veriler için yapılan görüşmeler, bu görüşmelerin kayıta geçirilip tüm verilerin analizi sürecinde görev almıştır. İlk olarak testin uygulanacağı okulların belirlenmesinde görev alan araştırmacı, okul yönetimleriyle işbirliği içinde

olarak öğrencilerin uygun ders saatlerinde testlerin uygulanmasını sağlamıştır. Testleri uygulamadan önce sınıflarda öğrencilere, cevaplandıracağı testlerin ne amaçla kullanılacağını ve cevapların hiçbir şekilde not olarak değerlendirilmeyeceğini açıklamıştır.

Nitel veriler için gerçekleştirilen görüşmelerde öğrencilerin kendilerini rahat hissetmeleri için gerekli tedbirler araştırmacı tarafından alınmıştır. Görüşmeler esnasında öğrencinin verdiği cevaplar kayıt edilmiş, kayıt cihazı öğrencinin ve araştırmacının sesini kayıt edebilecek uygun uzaklığa yerleştirilmiştir. Görüşme sırasında araştırmacı, öğrencinin düşüncelerini etkilemeden gerekli soruları sorarak yeterli cevabı almaya çalışmıştır.

3.3. Evren ve Örneklem:

Araştırmanın, Kocaeli ili Başiskele ve İzmit ilçelerine bağlı iki ilköğretim okulunda yapılmıştır. Araştırmanın yapıldığı okullardan birinin sosyo-ekonomik düzeyi yüksek iken diğerinin durumu düşüktür. Okullardan birinin il içinde ve iller arası spor yarışmalarında dereceleri bulunmaktadır. Araştırmanın katılımcıları, 2009-2010 eğitim öğretim yılında seçilen bu iki ilköğretim okulundan 4., 5., 6., 7. ve 8. sınıflara devam eden 257 öğrenciden oluşmaktadır. Araştırmanın yapılacağı okullar seçilirken oransız küme örnekleme yöntemi kullanılmıştır. Oransız küme örnekleme, evrendeki bütün kümelerin tek tek (bütün elemanları ile) eşit seçilme şansına sahip oldukları durumda yapılan örnekleme denir (Karasar, 2007).

Tablo 3-1 Araştırmaya katılan öğrencilerin sınıflarına ve cinsiyetlerine göre dağılımı

	Okul A		Okul B		Toplam
	Kız	Erkek	Kız	Erkek	
4. sınıf	16	13	15	13	57
5. sınıf	12	17	16	15	60
6. sınıf	17	13	12	8	50
7. sınıf	13	16	12	10	51
8. sınıf	8	12	7	12	39

Araştırmanın nitel kısmında 257 öğrencinin içinden seçilen 11 öğrenci ile görüşme yapılmıştır. Görüşme yapılan 11 öğrencinin cinsiyete ve sınıflara göre dağılımı Tablo 3-2’de verilmiştir.

Tablo 3-2. Görüşme yapılan öğrencilerin cinsiyetlere ve sınıflara göre dağılımı

Sınıf	Kız	Erkek
4. sınıf	K4	E4
5. sınıf	K51,K52	E51, E52
6. sınıf	K6	E6
7. sınıf	K7	
8. sınıf	K8	E8

Tablo 3.2’ye göre kız öğrencilere K, erkek öğrencilere E kodu verilmiş ve bu kodlardan sonra gelen sayılar öğrencilerin sınıfını belirtmek amacıyla kullanılmıştır. 4, 4. sınıf; 5, 5. sınıf; 6, 6. sınıf; 7, 7. sınıf ve 8, 8. sınıfı belirtmektedir. Görüşme yapılan öğrencilerden 2 tane kız ve 2 tane erkek öğrenci 5. sınıf öğrencisi olduğundan kızlara K51-K52; erkeklere E51-E52 kodları verilmiştir.

Katılımcıların arasından seçilen 11 kişi, amaçlı örnekleme yöntemi ile seçilmiş olup, maksimum çeşitlilik örnekleme ile oluşturulmuştur. Buradaki amaç, görel olarak küçük bir örneklem oluşturmak ve bu örnekleme çalışılan probleme taraf olabilecek bireylerin çeşitliliğini maksimum derecede yansıtmaktır (Yıldırım ve Şimşek, 2006).

3.4. Veri Toplama Aracı

Veri toplama araçları Eşitlik Testi ve Eşitsizlik Testi olmak üzere iki testten oluşmaktadır. Eşitlik Testi Yaman’ın (2004) çalışmasından aynen alınmış olup, Eşitsizlik testindeki sorular Eşitlik testine paralel bir şekilde araştırmacı tarafından geliştirilmiştir. Hazırlanan bu sorular alan uzmanlarına da gösterilerek içerik bakımından geçerliği sağlanmıştır. Eşitlik testinin Croanbach α güvenilirlik katsayısı 0.89; Eşitsizlik testinin katsayısı 0.83 olarak hesaplanmıştır. Testler Ek-1 ve Ek-2’de verilmiştir.

Eşitlik Testi üç bölümden oluşmuştur. Birinci bölümde öğrencilerden nitel veri elde etmek için ' $=$, $<$, $>$, \geq , \leq , \neq ' sembollerinden ne anladıklarını yazmaları istenmiştir. Diğer bölümlerde 10'ar soru bulunmakta; ikinci bölümde toplama, çıkarma, çarpma ve bölme içeren boşluk doldurmalı eşitlikler yer almaktadır. Üçüncü bölümde ise öğrencilere eşitlikler verilmiş ve öğrencilerden bu eşitlikleri doğru ve yanlış olarak işaretlemeleri istenmiştir.

Tablo 3-3 Araştırmada kullanılan eşitlik testi

Aşağıdaki eşitliklerde ? yerine kaç sayı gelebilir, bu sayıları yazınız.	
a) $3 = ?$	f) $5 - ? = 6 - 3$
b) $2 + 4 = ?$	g) $2 \times 5 = ?$
c) $? = 1 + 3$	h) $? = 3 \times 2$
d) $3 + 2 = ? + 1$	i) $? + ? = 7$
e) $5 + ? = 6 + 3$	j) $5 = ? + ?$
Aşağıdaki eşitlikler, doğru ise yanındaki boşluğa D, yanlış ise Y yazınız.	
a) $3 = 3$	f) $2 + 3 = 5 + 2$
b) $3 = 5$	g) $3 \times 3 = 9 + 3$
c) $4 + 4 = 8$	h) $2 \times 2 = 4 \times 1$
d) $6 = 8 - 2$	i) $7 - 3 = 4 + 1$
e) $3 + 5 = 0 + 8$	j) $2 \times 4 = 5 + 3$

Eşitsizlik testindeki her iki bölümde 10'ar soru bulunmaktadır. İlk bölüm eşitsizlik işaretlerinin kullanıldığı matematiksel ifadelerdir. Bu ifadelerde boşluklara hangi sayıların gelmesi gerektiği öğrencilere sorulmuştur. Testin ikinci kısmında öğrencilere eşitsizlik ifadeleri verilmiş, bu eşitsizlikleri doğru ve yanlış olarak işaretlemeleri istenmiştir.

Tablo 3-4 Araştırmada kullanılan eşitsizlik testi

Aşağıdaki eşitsizliklerde ? yerine kaç sayı gelebilir, bu sayıları yazınız.			
a) $5 < ?$		f) $? \neq 6$	
b) $? > 2$		g) $5 \geq ?$	
c) $? < 8$		h) $6 \leq ?$	
d) $0 < ?$		i) $5 + 0 > ?$	
e) $5 \geq ?$		j) $? < 9 - 5$	
Aşağıdaki eşitsizlikler, doğru ise yanındaki boşluğa D, yanlış ise Y yazınız.			
a) $5 < 5$	f) $6 < 10 - 5$
b) $6 > 3$	g) $3 \times 3 > 9$
c) $3 \neq 5$	h) $1 > 0$
d) $4 + 4 \geq 8$	i) $7 - 3 < 4 + 1$
e) $6 \leq 8$	j) $2 \times 4 > 5 + 3$

Testlerin puanlamasında her tam (bütün olasılıkları göz önüne alan) doğru cevap için öğrenciye 2 puan, doğru ancak eksik (sadece bir seçeneğin düşünüldüğü ve diğer olasılıkların göz ardı edildiği) cevapladığı her soru için 1 puan, yanlış yaptığı her soru için 0 puan verilmiştir. Test üzerinden alınabilecek en yüksek puan 40, en düşük puan ise 0'dır.

3.5. Veri Toplama Süreci

Araştırmanın uygulaması yapılmadan önce Kocaeli Milli Eğitim Müdürlüğü ile gerekli yazışmalar yapılarak istenilen okullarda testin uygulanabilmesi için izin belgesi alınmıştır. İzin belgesi Ek 3'dedir. Ardından her iki okul yönetimi ve öğretmenleri ile görüşülerek araştırma hakkında bilgi verilmiştir. Araştırmanın ders akışını engellemeyeceği ve öğrencilerin isimlerinin herhangi bir şekilde kullanılmayacağı, görüşme yapılan öğrencilerin isimlerinin gizli tutulacağı kayıtlarda kodlama yapılacağı okul yönetimine ve öğretmenlere bildirilmiştir. Onayı alınan okul yönetimi testlerin

uygulanması için uygun ders saatlerini ve görüşmeler için zaman dilimlerini belirlemiş ve yer teminini sağlamıştır.

Araştırmacı testleri uygulamadan önce öğrencileri araştırma hakkında bilgilendirmiş, testlerden aldıkları puanların hiçbir şekilde not olarak kullanılmayacağını belirtmiştir. Sınıflarda testler uygulanırken araştırmacı, sınıfın bütünlüğünü sağlamak amacı ile sınıf öğretmeni ile iş birliği yapmıştır.

Okul yönetimi tarafından belirlenen zaman dilimlerinde öğrencilere ilk olarak Eşitlik Testi verilmiş, bu test için toplam 20 dakika süre verilmiştir. Süre bitiminde Eşitlik Testi öğrencilerden toplanarak Eşitsizlik Testi öğrencilere dağıtılmıştır. Benzer şekilde, Eşitsizlik Testi için öğrencilere 20 dakika süre verilmiştir.

Araştırmanın nitel kısmında testleri cevaplandıran öğrenciler arasından her sınıf seviyesinde toplam 11 öğrenci seçilmiş ve bu öğrencilerle görüşmeler yapılmıştır. Görüşme yapılmadan önce öğrenciler araştırma hakkında yeniden bilgilendirilerek gönüllü olup olmadıkları sorulmuş, gönüllülük esasına göre görüşmeler yapılmıştır. Ayrıca görüşmenin herhangi bir sınav olmadığı ve söylediklerinin not ile değerlendirilmeyeceği araştırmacı tarafından öğrencilere söylenmiştir.

Görüşmelere başlamadan önce görüşmenin kayıt altına alınması için ses kaydının yapılacağı belirtilmiş ve kayıt cihazı öğrenciyi rahatsız etmeyecek uzaklığa yerleştirilmiştir. Görüşmeler okulun satranç odasında ferah bir ortamda yapılmıştır.

Görüşmelerde öğrencilerden testlerde verdikleri cevapları açıklamaları istenmiştir. Görüşmeler sırasında öğrencilerden ilk olarak Eşitlik Testinde, sonrasında Eşitsizlik Testinde verdikleri cevapları açıklamaları istenmiştir. Her bir cevap için buldukları çözüme nasıl ulaştıkları ve bundan nasıl emin oldukları sorulmuştur. Öğrencinin düşündüklerini ortaya çıkarmak için “Neden böyle düşünüyorsun?” , “Nasıl emin olabiliriz?” şeklinde sorular yöneltilmiştir. Testlerin son kısımlarında bulunan doğru-yanlış sorularının cevapları araştırılırken “Bu eşitlik-eşitsizlik sence doğru mu? Neden öyle düşünüyorsun? Nasıl kontrol edebiliriz? Doğrusu nasıl olmalıydı?” gibi

sorular yöneltilmiştir. Görüşmeler ortalama 15-20 dakika sürmüştür. Görüşmelerden elde edilen ses kayıtları çözümlenerek analiz esnasında kullanılmıştır.

3.6. Verilerin Analizi

Eşitlik Testi ve Eşitsizlik Testine verilen cevaplar her tam (bütün olasılıkları göz önüne alan) doğru cevap için 2 puan, doğru ancak eksik (sadece bir seçeneğin düşünüldüğü ve diğer olasılıkların göz ardı edildiği) cevapladığı her soru için 1 puan, yanlış yaptığı her soru için 0 puan olacak şekilde bir istatistik paket programına girilmiş ve iki testten alınan toplam puanlar arasında anlamlı bir ilişki olup olmadığına bakılmıştır. Eşitlik ve eşitsizlik testinden alınan ortalama puanlar arasındaki ilişkiyi araştırırken Pearson Korelasyon analizi kullanılmıştır. Korelasyon analizi iki değişken arasındaki ilişkinin derecesini ve yönünü belirlemek için yapılmaktadır. Korelasyon analizi neden-sonuç ilişkisini belirlememektedir (Büyüköztürk, 2007). Öğrencilerin testlerden aldıkları ortalama puanlarının sınıf seviyelerine göre değişimi araştırılırken tek yönlü varyans analizi (ANOVA) analizi kullanılmıştır. ANOVA analizi, iki ya da daha çok ilişkili ölçüm setlerine ait ortalama puanların birbirlerinden anlamlı bir şekilde farklılık gösterip göstermediği test etmek için kullanılmaktadır (Büyüköztürk, 2007). Öğrencilerin testlere verdiği cevaplar tek tek incelenmiş, öğrencilerin eşit işareti hakkındaki düşünceleri incelenerek analiz edilmiş, öğrencilerin eşitlik ve eşitsizlik işaretlerine yükledikleri anlamlar hakkında çıkarımlarda bulunulmuştur.

Nitel kısımda analiz yöntemi olarak betimsel analiz (Yıldırım ve Şimşek, 2006) yöntemi kullanılmıştır. Analiz için klinik görüşme yapılan her öğrencinin kayıtları çözümlenmiştir. Toplam veri birkaç kez okunduktan sonra her bir öğrencinin verdiği cevabın veriler arasında nasıl yer aldığı belirlenmiştir. Böylece her bir öğrencinin eşitlik ve eşitsizlik işaretlerini algılama biçimleri ile ilgili çıkarımlarda bulunulmuştur.

BÖLÜM IV

BULGULAR ve YORUMLAR

Bu bölümde, araştırma sürecinde çeşitli veri toplama araçlarıyla elde edilen verilerin analizi sonucunda, elde edilen bulgulara ve yorumlarına yer verilmiştir. Bulgular ve yorumlar alt problemlere göre düzenlenerek nitel ve nicel bulgular olmak üzere iki bölümde sunulmuştur. Bu nedenle ilk iki alt problemle ilgili bulgular nitel bulgular bölümünde, son iki alt problemle ilgili bulgular ise nicel bulgular bölümünde ele alınmıştır. Nitel bölümde öğrencilerin Eşitlik Testinin birinci bölümündeki sorulara verdiği cevapların betimsel analizi ile birlikte klinik görüşmelerden elde edilen öğrenci açıklamalarının analizi sonucunda elde edilen bulgular sunulmuştur. Nicel bölümde, Eşitlik ve Eşitsizlik testlerinden elde edilen verilerin analizi sonucunda elde edilen bulgulara yer verilmiştir.

4.1 Nitel Bulgular

Bu bölümde “İlköğretim 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin eşit ve eşitsizlik işaretleri ($=$, $<$, $>$, \geq , \leq , \neq) hakkındaki düşünceleri nasıl gelişmektedir?” problem cümlesine bağlı olarak oluşturulan aşağıdaki alt problemlerin bulgu ve yorumları iki bölümde incelenmiştir.

1. İlköğretim 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıf öğrencileri eşit işaretini ($=$) nasıl algılamaktadırlar?
2. İlköğretim 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıf öğrencileri eşitsizlik işaretlerini ($<$, $>$, \geq , \leq , \neq) nasıl algılamaktadırlar?

4.1.1 İlköğretim 4, 5., 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin eşit işareti ($=$) hakkındaki düşüncelerine ait bulgular

Eşitlik testinin ilk bölümünde öğrencilere eşit işareti ile ilgili düşünceleri sorulmuştur. Öğrencilerin bu soruya verdiği cevaplar gruplanarak ortaya çıkan temalar

belirlenmiş ve bu temalara ait öğrenci yüzdeleri hesaplanmıştır. Klinik görüşmelerde de öğrencilerin eşit işareti (=) hakkındaki düşünceleri ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır. Görüşme verilerinin analizi sonucunda öğrencilerin düşünceleri 7 tema altında toplanmıştır. Tablo 4-1.'de bu temalar ve Eşitlik Testinin ilk bölümündeki eşit işareti ile ilgili soruya öğrencilerin verdikleri cevapların bu temalara dağılımı verilmiştir.

Tablo 4-1 Öğrencilerin eşit işareti hakkındaki düşüncelerinin temalara göre dağılımı

Temalar	Sayı	Yüzde	Görüşmelerdeki Öğrenciler
Bir sayı kendisine eşittir	32	12	K52, K8, K6, K7, E8, E52, E6, E51
Eşit işareti bir yön belirtir	3	1	K6, E51
Eşit işareti bir işlem sembolüdür	33	13	K52, K8, K6, K7, K51, E8, E52, E6, E51, E4
Eşit işareti bir denge belirtir.	9	3	K4, K51
Sadece isim yazanlar	165	64	
Cevap vermeyenler	2	0,7	
Diğer cevaplar	13	5	

Bu bölümde Tablo 4-1'de sunulan temalar öğrenciler ile yapılan görüşmelerden elde edilen verilerle desteklenerek açıklanmıştır. Tablo 4-1'e bakıldığında öğrencilerin eşit işaretini açıklarken veya eşitlikte bilinmeyen sayıyı bulmaya çalışırken sadece bir temayı değil birden çok temayı kullandıkları görülmektedir. Bulgular sunulurken öğrencilerle yapılan görüşme verilerinden doğrudan alıntılara yer verilmiş, görüşme yapılan öğrencilerin isimlerinin yerine cinsiyetlerine ve sınıflarına göre kodlar verilmiştir.

a. Bir sayı kendisine eşittir.

Görüşme yapılan öğrencilerin 5 tanesi eşit işaretini “Bir sayı kendisine eşittir.” şeklinde açıklamıştır. 6. sınıf öğrencisi olan K6 ve 5. sınıf öğrencisi olan E52 ile yapılan görüşmede öğrenciler düşüncelerini şöyle açıklamışlardır:

A: Bu işareti tanıyor musun?

K6: Eşittir

A: Ne demek bu eşit işareti?

K6: Mesela 6 ile 6. İki de birbirine eş. Ne fazla ne de eksik.

A: Aynı sayı olduğu için mi?

K2: Evet.

...

A: Burada bir işaretimiz var (=). Bu ne demek?

E52: Eşittir.

A: Ne anlama geliyor bu eşit işareti?

E52: Yani.. İki sayının birbirine eşit olması

A: Örnek verebilir misin?

E52: Elimizde 5 varsa o sayının eşiti 5'tir.

...

Öğrencilerle yapılan görüşmelerde sayının kendisine eşit olduğunu söyleyen 5 öğrenciden 2'si eşit işaretinin aynı zamanda işlem belirttiğini de söylemişlerdir. K8 görüşmede düşüncelerini şöyle açıklamıştır:

A: Bu işareti tanıyor musun?

K8: Eşittir işareti

A: Ne anlama geliyor bu eşit işareti?

K8: Bu, iki sayı birbirine eşit olduğun zaman aralarına konuluyor.

A: Bana bir örnek verebilir misin?

K8: Mesela bir sayı ile bir sayıyı topluyoruz. 6 ile 5 i topluyoruz eşittir diyoruz 8.

...

Eşitlik testinin ilk kısmında $3=?$ eşitliği öğrencilere yöneltilmiş, öğrencilerden soru işareti yerine hangi sayıların ve kaç tane sayının gelebileceği sorulmuştur. Öğrencilerin 6 tanesi eşitliği $3=3$ şeklinde cevaplandırmış ve sebebini açıklayabilmiştir. K51 ve E4 görüşmelerde düşüncelerini şöyle savunmuşlardır:

A: Ne yapmışsın bu soruda? ($3=?$)

K51: 3 eşittir 3'e.

A: Neden böyle yazdın?

K51: Çünkü 3 bir tek 3'e eşittir. Kendi değerine.

A: Aynı sayı oldukları için mi?

K51: Herhalde. Yani 3, 3'e eşittir. O yüzden yani.

...

A: Buna nasıl cevap verdin? ($3=?$)

E4: 3 eşittir 3.

A: Neden böyle yazdın?

E4: Burada küçüktür büyüktür işareti olmadığı için 3, 3'e eşittir.

A: Peki buraya başka sayı yazılamaz mı?

E4: Hayır

...

Aynı eşitliğe yanlış cevap veren 8. sınıf öğrencilerinden E8 düşüncelerini şu şekilde açıklamıştır:

A: Burada ne yazmışsın? (3=?)

E8: 3 eşittir soru işareti demiş, ben de 3 yazdım.

A: Ama bir de 6 yazmışsın.

E8: Onun toplamı.

A: Nasıl toplamı?

E8: 3 ile 3'ü topladım, 6 yazdım.

...

Görüldüğü gibi bir 8. sınıf öğrencisi olmasına rağmen, E8 eşit işareti ile karşılaştığında bir işlem aramakta ve cevabı buna göre vermektedir. Öğrenci, soruda işlem olmamasına rağmen soruyu değiştirerek işlem haline getirmektedir. Farklı şekilde diğer bir 8. sınıf öğrencisi olan K8, şu şekilde cevap vermiştir:

A: Bu soruya ne cevap vermişsin? (3=?)

K8: 3 yazmışım

A: Sebebi nedir?

K8:

A: Aynı sayı olmasından mı kaynaklanıyor?

K8: Hayır. Belki değişebilir. Farklı olabilir. Mesela oraya bir tane yazmışız.

A: Peki ne yazılabilirdi başka?

K8: 2 de yazılabilirdi.

A: Yani diğer sayılar da yazılabilir mi?

K8: Yazılabilir.

...

K8'in vermiş olduğu cevaba bakıldığında öğrencinin eşit işaretine herhangi bir anlam yüklediği görülmektedir. 8. sınıf öğrencisinden bu eşitliği doğru cevaplama

beklenmesine rağmen öğrencinin eşit işaretini sadece bir sembol olarak gördüğü ve belirgin bir anlam yüklediği için yanlış cevap vermiştir.

Eşit işaretinin, “Bir sayı kendisine eşittir.” anlamının öğrencilerden bir kaçının kavram yanlışlığına düşmesine sebep olduğu görülmektedir. K7, $?=1+3$ eşitliğine verdiği cevabı şöyle açıklamaktadır:

A: Burada soru işareti yerine ne gelmeli?

K7: Soru işaretinin yerine normalde 1 gelmeli, çünkü 1, 1'e eşittir. 1 gelmeli artı 3 yazmış.

A: Peki artı 3 neden var?

K7: Artı 3, normalde de 4 olması gerekiyor.

A: O zaman 4 mü olacak soru işareti?

K7: 4, 1'e eşit değil ama.

A: Hangisi gelecek, karar verebilir misin?

K7: 1

...

K7'nin açıklamasından da görüldüğü gibi eşitlik $a = b + c$ şeklinde verildiğinde eşit işaretini ilişkisel bir sembol olarak yorumlayamadığı için eşit işaretinin sağ tarafında bir işlem yerine mutlaka bir sayı verilmesi gerektiği yanlışlığına düşmektedir. Eşitlik testinin ikinci kısmında yer alan doğru-yanlış sorularından $3=5$ sorusuna tüm öğrencilerin doğru cevap verdikleri görülmüştür. Öğrenciler testlerin doğru-yanlış kısımlarında benzer sorulara kolay cevaplarırken, cevapları hakkındaki düşünceleri sorulduğunda açıklamalarında zorlandıkları görülmüştür. Buradan, bir sayı kendine eşittir düşüncesinin kökeninde yatan anlamın bir sonraki tema ile ilişkili olduğu gözlenmektedir. Bir başka deyişle, öğrenciler eşitlik $a = b + c$ şeklinde verildiği durumlarda eşitliğin sol tarafındaki değer mutlaka eşitliğin hemen sağ tarafında bulunan sayıya- sayıyı içeren bir işlem olsa dahi- eşit olması gerektiğini düşünmektedirler.

a. Eşit İşareti Bir Yön Belirtir.

Eşitlik testinde öğrencilere yöneltilen sorulardan bazıları şu eşitliklerdir: $3 + 2$

$= ? + 1$, $? = 1 + 3$, $2 + 4 = ?$, $6 = 8 - 2$, $5 = ? + ?$, $2 \times 4 = 5 + 3$. Bu eşitliklere bakıldığında bazı eşitlikler geleneksel şekilde ($a+b=c$) iken bazıları geleneksel şekilde ($a=b+c$) değildir. Öğrencilerin soruları cevaplandırma biçimleri gösterimlere göre değişmektedir. Öğrenciler $a = b+c$ şeklinde sorulan sorularda sorun yaşamış ve $a=b+c$ eşitliklerini ise kendi alıştıkları geleneksel yöntemle çevirmeye çalışmışlardır. Ayrıca bazı öğrenciler eşit işaretinin yerini önemsemeden işlem yapmışlardır. Bir 6. sınıf öğrencisi olan K6 ile yapılan görüşmede öğrenci $?=1+3$ ve $6=8-2$ eşitlikleri hakkındaki düşüncelerini şöyle açıklamıştır:

A: *Bu sorudaki 2'yi nasıl buldun?($?=1+3$)*

K6: *2, 1 daha 3.*

A: *2 ile 1'i toplayıp 3 yazdın öyle mi?*

K6: *Evet. Ama bu eşittiri çözemedim.*

...

A: *$6=8-2$ ifadesine ne demişsin?*

K6: *6 eşittir 8. Buraya kadar yanlış. 8 eksi 2, 6.*

A: *Doğru mu yanlış mı?*

K6: *Şöyle yapalım.... 8 eksi 2, 6. doğru.*

A: *Neden?*

K6: *Çünkü 8'den 2 çıkınca 6 kalır.*

A: *Doğrudur mu diyorsun?*

K6: *Ama öncelik sırasına almıştım.*

A: *Nasıl öncelik sırası?*

K6: *Mesela 8'den 2 çıktıyı başa yazsaydı doğru olacaktı. Daha doğru olacaktı.*

...

K6'nın açıklamaları eşitliğin soldan sağa doğru yazılması gerektiği düşüncesini yansıtmaktadır. Özellikle $?=1+3$ sorusuna verdiği cevap bu düşüncenin en güzel örneğidir. Bu öğrenci bir sonraki soruda ($6=8-2$) yaptığı açıklamada gelenekselin dışında verilen eşitlikleri tamamen reddetmediği düşüncesini doğrular. Fakat sorulardan birinde sayı yerine “?” verilmesi durumunda verdiği cevap öğrencinin eşitliğin soldan sağa doğru yazılması gerektiğini düşündüğünü göstermektedir. Ayrıca

diğer soruda geleneksel biçimde verilmesinin daha uygun olacağını vurgulaması, eşitliklerin soldan sağa yazılması gerektiği düşüncesini benimsediğini göstermektedir.

Öğrencilerin görüşmelerde verdikleri cevaplar incelendiğinde birçok öğrencinin benzer hataya düştüğü görülmektedir. Öğrenciler eşit işaretinin ilişkisel anlamını kavrayamadıkları için yanlış cevaplar vermişlerdir. Öğrenciler eşit işaretinden önce bulunan işlemlere daha alışkın olduklarından görüşmelerde işlemleri işaretin soluna almaya, ayrıca işlemleri verilen işaretlerin yerine dikkat etmeden hep soldan sağa doğru yapmaya çalışmışlardır.

b. Eşit İşareti Bir İşlem Sembolüdür.

Eşitlik testinde öğrencilerin eşit işaretini ilişkisel olarak algılayıp algılamadıklarını öğrenebilmek için her iki tarafında da işlem olan eşitlikler öğrencilere yöneltilmiştir. Eşitlik testi yöneltilen öğrencilerden sadece 2 tanesi tüm soruları doğru cevaplandırarak, doğru açıklamalar getirmiştir. Üstelik bu iki kişinin birinin 4. sınıf, diğerinin 5. sınıf olması dikkat çekicidir.

Eşit işaretini bir işlemin sonucunu yazmak olarak algılayan öğrenciler eşitliğin herhangi bir tarafındaki işlemin sonucunu işaretin diğer tarafına yazmışlar, geri kalan sayılara anlam yükleyememişlerdir. K8 ve K6 ile yapılan görüşmelerde öğrenciler $3+2=?+1$ sorusuna şöyle cevap vermişlerdir:

K8: (3+2=?+1 ifadesinde soru işareti yerine ne gelmeli?) Aslında 5 olacak ama ben oraya 4 yazmışım.

A: 5 olmasına nasıl karar verdin?

K8: 3 ile 2'yi topladım.

A: Tamam. Peki bu 1 neden var?

K8: O da 6. (Bu sırada toplama yapıyor.)

A: 1 nerden geliyor fikrin var mı?

K8: Yok.

...

K6: 3 artı 2, 5. 5 artı 1 eşittir....

A: Soru işaretinin yerine ne yazılması lazım?

K6: Buraya 4 gelmesi lazım

A: Az önce 5 dedin.

K6: Bu ikisinin sonucu.

A: Soru işareti yerine ne gelecek karar verelim..

K6: Bilmiyorum artık bunu.

A: Kaç gelmesi lazım bana açıklar mısın?

K6: 4

A: Sebebi nedir?

K6: Pardon 5 gelecek. 3 ile 2'yi toplayınca 5 çıkıyor.

A: Peki burada neden 1 var?

K6: Kafa karıştırmak için.

...

8. sınıf öğrencisi olan E8, doğru-yanlış bölümünde yer alan $2 \times 4 = 5 + 3$ ifadesini açıklarken eşit işaretini işlem sonucu olarak gördüğünü şöyle açıklamıştır:

E8: ($2 \times 4 = 5 + 3$ ifadesi doğru mu yanlış mı?) 2 çarpı 4, 5 yapmışlar. Yanlış.

A: Ne olması lazım?

E8: 8

A: 8 yazmadığı için yanlış mı oluyor?

E8: Evet

Yukarıdaki açıklamalardan farklı olarak 5 öğrenci (E4, E51, E6, E52 ve E8); $3 + 2 = ? + 1$ eşitliğini açıklarken soru işareti yerine 5 yazmış, ardından ifadenin sonuna eşit işareti yazarak 6 yazmışlardır. 6. sınıf öğrencisi E6 bu soru hakkındaki düşüncelerini şöyle açıklamıştır:

E6: ($3 + 2 = ? + 1$ ifadesinde soru işareti yerine ne gelmeli?) 3 artı 2 eşittir 6. artı 1, 7.

A: İşlemi yapıp 6 buldun ve 1 ekledin. İşlem devam mı ediyor?

E6: Yanlış yapmışım.

A: Nasıl olmalı?

E6: 3 artı 2, 5 yapar. 5 artı 1, 6 yapar.

...

Öğrencilerde genel olarak, eşit işaretinin işlem belirttiği görüşü ağır basmaktadır. Görüşme yapılan öğrencilerden 9'u eşitlik testindeki işlemlerin bir veya birden fazlasını eşitliğini bu görüşe göre açıklamıştır. Eşit işaretinin işlemin sonucunu belirttiğini düşünen öğrenciler, ifadede eşittir olmamasına rağmen araya genelde "toplama" işaretini yazarak işleme devam etmiş, bu işlemin sonsuza kadar devam ettiğini söylemiştir. Bir 8. sınıf öğrencisi olan E8 ve 5. sınıf öğrencisi E52, $2+4=?$ eşitliği ile ilgili düşüncelerini şöyle açıklamıştır:

E8: ($2+4=?$ Sorusunu nasıl cevaplandırdın?) 6, 3 yaptım. ($2+4=6+3=9$ diye devam ettiriyor)

A: Neden 6? 3 yaptın bir de? Sebebi var mı?

E8: Öyle aklıma geldi.

A: Yani buraya herhangi bir sayı yazabilir miydim?

E8: Evet.

A: Burada soru işareti yerine hangi sayı gelecek, 6 mı, 3 mü, 9 mu?

E8: 6.

A: Fakat sen işlemi devam ettirmişsin değil mi?

E8: Evet ama 6 yazsam bitecekti.

A: Buraya sonsuz tane sayı gelir demişsin. Nasıl buluyorsun o sayıları?

E8: Öyle öyle toplarsam...

...

A: $3+2=?+1$ sorusunda 5'i nasıl buldun?

E52: 3 ile 2'yi toplarım 5 çıkar. 5 ile 1'i toplarım 6 çıkar.

A: Bu ifadede işlem halen devam mı ediyor?

E52: Evet

...

Yukarıdaki bakış açısından farklı olarak 7. sınıf öğrencisi olan K7, $3+2=?+1$ eşitliği ile ilgili şunları söylemiştir:

K7: ($3+2=?+1$ ifadesinde soru işareti yerine ne gelmeli?) 6.

A: Nasıl buldun 6'yı?

K7: 3 ile 2'yi topladım 6. yok 5.

A: Soru işareti 5 mi olacak?

K7. Evet

A: Peki bu 1 neden var?

K7: Toplamak için.

A: O zaman ne gelecek soru işareti yerine?

K7: 6.

...

Görüşmelerinden alıntı yapılan öğrencilerin her biri eşit işaretini bir işlem sembolü olarak görmekte ve bu düşünceye göre işlem yapmaktadır. Eşitlik testindeki doğru-yanlış bölümünde öğrenciler, ifadeleri açıklarken de yukarıda bahsedilen görüşlerle açıklamada bulunmuşlardır.

d. Eşit İşareti Bir Denge Belirtir.

Görüşme yapılan öğrencilerden sadece 2 tanesi eşit işaretinin ilişkisel anlamını kavrayabilmiş, cevapları da ona göre açıklamıştır. 4. sınıf öğrencisi K4 ve 5. sınıf öğrencisi K51'in eşitliğin ilişkisel anlamını kavradıklarını açıklayan ifadeler şunlardır:

K4: (5-?=6-3 sorusunda “?” yerine ne gelmeli?) Burada ilk önce buna baktım. 6'dan 3'ü çıkardım 3 kaldı. 5'ten kaç çıkarırsam 3 kalır diye düşündüm. 2 yaptım.

...

K51: (5+?=6+3 ifadesinde ? ne olmalı?) Bunun cevabı 9 olduğu için 5 ile neyi toplarsam 9 olur, 4.

...

Öğrencilerin büyük bir çoğunluğu eşitlik testinin son bölümünü oluşturan doğru-yanlış ifadelerde verilen eşitlikleri doğru bir şekilde açıklamıştır. Eşit işaretinin 'bir işlem belirttiği' düşüncesinin de yer aldığı E51 ile yapılan görüşmede öğrenci $2+3=5+2$ eşitliğinin yanlış olduğunu şu şekilde açıklamaktadır:

E51: Burası 5 olur. (2 ile 3'ü topluyor.) 5 ile 2'yi toplayınca 7 oluyor. O yüzden yanlış yaptım.

...

Ancak öğrencilerle yapılan görüşmelerde, bazı öğrencilerin eşitlik testinin başında verdikleri cevaplar ile testin sonunda verdiği cevaplar çelişmekte, testin sonunda verdikleri cevapların doğru olduğu görülmektedir. Bunun sebebi de öğrencilerin eşitlik testinde verdikleri cevapları açıklamaları istendiğinde kendi cevaplarını sorgulamaları ve son bölümün doğru-yanlış ifadelerden oluşması olabilir. Bir 8. sınıf öğrencisi olan K8, eşitlik testinin ilk kısmındaki soruları “eşit işareti bir işlem belirtir” şekliyle yorumlayıp cevaplamıştır. Aynı testin doğru-yanlış bölümünde ise eşit işaretinin her iki tarafına bakarak işaretin ilişkisel anlamını kullanmaktadır. K8’ün doğru-yanlış ifadelerle ilgili açıklamaları şöyledir:

K8: (7-3=4+1 ifadesi doğru mu yanlış mı?) 7 eksi 3 çıkardığın zaman 4 yapıyor. 4 ile 1’i toplayınca 5 yapıyor. Yanlış.

A: Burası buraya eşit olmadığı için mi yanlış yaptın?

K8: Evet.

...

K8: (2×4=5+3 ifadesi doğru mu yanlış mı?) 2 çarpı 4. 2 kere 4, 8 yapıyor. Burada da 5 ile 3’ü toplayınca 8 yapıyor. İkisi de aynı sonuca ulaşıyor. O yüzden doğru yaptım.

...

4.1.2. İlköğretim 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıf öğrencileri eşitsizlik işaretlerini (<, >, ≥, ≤, ≠) algılamalarına ait bulgular

Bu bölümde öğrenciler ile yapılan görüşmelerden elde edilen verilere göre öğrencilerin eşitsizlik işaretleri hakkındaki düşünceleri açıklanmıştır. Açıklamaların anlaşılır bir şekilde takip edilebilmesi için işaretler gruplanarak sıraya konmuştur. Buna göre bu bölümde öğrencilerin; önce eşit değil (≠) işareti, büyük (>) ve küçük (<) işaretleri, büyük eşit (≥) ve küçük eşit (≤) işaretleri hakkındaki düşünceleri incelenmiş, ardından öğrencilerin eşitsizlikleri kanıtlama yöntemleri incelenmiştir.

4.1.2.1.Öğrencilerin Eşit Değil (\neq) İşareti Hakkındaki Düşünceleri

Öğrencilerle yapılan görüşmelerde eşit değil işaretinin ne anlamda kullanıldığı; $7 \neq 6$ eşitsizliğinde soru işareti yerine hangi sayıların, kaç tane sayının gelebileceği ve $3 \neq 5$ ifadesinin doğru mu yanlış mı olduğu sorulmuştur. Görüşme yapılan öğrencilerden 8 tanesi eşit değil sembolünü tanımış ve doğru okumuştur. Bu 8 öğrenciden 6 tanesi (K4, K6, K7, E51, E52 ve E8) eşit değil işaretinin ne anlama geldiğini açıklayabilmiş, geriye kalan 2 öğrencinin (K51 ve E6), eşit değil işaretinin işlemsel anlamına odaklandıkları görülmüştür. Eşit değil işareti hakkındaki düşüncelerini E52 ve K7 şöyle açıklamaktadır:

E52: (Bu işarete bakalım; \neq , ne anlama geliyor?) Eşit değildir.

A: Ne anlama geliyor?

E52: Eğer bu varsa bir sayı diğer sayıya eşit değildir.

A: Örneğin?

E52: 5, 6' ya eşit değildir.

...

K7: (Bu işarete bakalım; \neq , ne anlama geliyor?) Bu eşit değildir. 5 ile 9 birbirine eşit değildir.

...

Eşit değil işaretinin işlemsel anlamına odaklanan K51 ve E6'ün düşünceleri aşağıdaki gibidir:

K51: (\neq , ne anlama geliyor?) Eşit değil işareti.

A: Bu ne demek? Açıklayabilir misin?

K51: Açıklarım. Bu sembol eşit değil işaretidir. Yani bir işlemi yaparken eşit değilse bu işareti kullanabiliriz.

...

E6: (\neq , ne anlama geliyor?) Eşit değil sembolü.

A: Nerede kullanılır?

E6: Mesela bu çarpma işleminde bir yanlış yaptık. Sonucu doğru bulamadık. 3 ile 2'yi topladık 6 ise onun sonucu 5 olduğundan eşit değildir. Öğretmenimiz eşit değil sembolü koyar.

A: Yani işlemin sonucu doğru olmadığında mı kullanıyoruz?

E6: Evet

...

Yukarıda görüşmelerinden alıntı yapılan öğrencilerin eşit değil işaretine yükledikleri anlamın işlemsel olmasının sebebi sınıf ortamında eşit değil işareti ile yapılan etkinliklerin niteliği olabilir. Öğrencinin de belirttiği gibi bu işaret sadece işlemin yanlış yapıldığı durumlarda kullanılmaktadır. Bu da öğrenciyi eşit değil işaretini ilişkisel bir sembol olmaktan çok yapılan bir hatayı göstermek için kullanılan bir sembol olarak yorumlamaya yönlendirebilir. Bunlardan farklı olarak görüşme yapılan öğrencilerden bir tanesi eşit değil işaretini tanımamakta, bir tanesi işaretin ismini değiştirmekte, diğeri de işaretin ismini bilmekte ancak farklı bir açıklama getirmektedir. E4, K8 ve K52'nın düşünceleri şöyledir:

E4: (\neq , ne anlama geliyor?) ...

A: Daha önceden gördün mü?

E4: Görmedim ama matematik işaretlerinde görmüştüm.

A: Ne anlama geldiğini okudun mu?

E4: Hayır

...

K8: (\neq , ne anlama geliyor) O da denk değildir. Bu eşittir ama bu denk değildir.(eşit işaretini gösteriyor) bu sayıların sonucu birbirine denk değildir.

A: Örnek verebilir misin?

K8: Hayır.

...

K52: (\neq , ne anlama geliyor?)Eşit değil yani

A: Ne anlama geliyor bu eşit değil işareti?

K52: Uyumlu değil, eşit değil.

...

Öğrencilerin eşit değil işareti hakkındaki düşüncelerine bakıldığında öğrencilerin bu işaret hakkındaki düşüncelerinin, sezgisel düzeyde olduğu görülmektedir. Eşitsizlik testi içinde, eşit değil işaretini içeren ifadelerde öğrencilerin çoğunun ifadeyi doğru algılayıp, açıkladıkları görülmektedir. Eşitsizlik testinin ikinci

bölümünde öğrencilere yöneltilen “ $3 \neq 5$ ifadesi doğru mu yanlış mı?” sorusu 10 öğrenci tarafından doğru cevaplandırılmış, sadece bu işareti daha önce görmediğini söyleyen E4 soruyu cevaplandıramamıştır. Benzer şekilde E4, $? \neq 6$ sorusuna da cevap verememiştir. Görüşme yapılan diğer öğrenciler, $? \neq 6$ sorusuna doğru ve benzer açıklamalar getirmişlerdir. K52 düşüncelerini şöyle açıklamıştır:

K52: ($? \neq 6$ ifadesinde $?$ yerine ne gelmeli?) Soru işareti eşit değildir 6. Ben buna fikrim yok yazmışım.

A: Hangi sayı gelebilir sence oraya?

K52: 6, 6'ya eşittir. O zaman 5'ten küçükler 6'ya eşit değildir.

A: Buraya ne gelebilir mesela?

K52: Mesela 5 eşit değildir 6'ya.

A: Bir tek 5 mi gelir?

K52: Hayır 6'dan büyükleri de gelebilir, küçükleri de gelebilir.

A: 6 gelebilir mi?

K52: Hayır gelemez.

A: Neden?

K52: Çünkü 6, 6'ya eşittir.

...

K52'nin soru ile ilgili düşüncelerine bakıldığında öğrencinin eşit değil işaretinin anlamını oluştururken “6, 6'ya eşittir. O zaman 6 dışındaki sayılar 6'ya eşit değildir.” şeklinde düşündüğü görülmektedir. Yani öğrenci eşit değil işaretini anlamlandırmak için eşit işaretinden yola çıkmaktadır.

4.1.2.2. Öğrencilerin Büyük ($>$) ve Küçük ($<$) İşaretleri Hakkındaki Düşünceleri

Bu bölümde öğrencilerin, eşitsizlik işaretlerinden olan büyük ve küçük işaretleri hakkındaki düşünceleri açıklanmıştır. Eşitlik testinin ilk kısmında yer alan büyük ve küçük işaretleri hakkında sorulan sorulara 10 öğrenci doğru cevap vererek örneklendirmede bulunmuş yalnızca bir öğrenci (E4) örneklendirmeyi yanlış yapmıştır. E4'ün büyük ve küçük işaretleriyle ilgili verdiği örnek şöyledir:

E4: (Bana bu işaretleri kullanarak örnek verir misin?) 97 büyüktür 100. 10 küçüktür 5.

...

E4'ün vermiş olduğu örneğe bakıldığında öğrencinin bu işaretlerin karşılaştırma rolünün farkındadır fakat karşılaştırmanın yönünü doğru belirleyememektedir. Görüşmelerden elde edilen verilerde öğrencilerin işaretlerin tanımlarına rağmen sorulan sorulardaki açıklamalarda yanıldıkları ve zorlandıkları belirlenmiştir. Daha önce de belirtildiği gibi ilköğretimde eşitlik ve eşitsizlik sembollerinin öğretildiği herhangi bir ders saati yoktur. Bu nedenle öğrencinin hem bu işaretlerin temsil ettiği matematiksel kavramları ve ilişkileri geliştirmesi hem de işaretlerin anlamlarını oluşturması gerekmektedir. Büyük ve küçük işaretleri hakkındaki düşüncelerini 4. sınıf öğrencisi E4 şu şekilde açıklamıştır.

E4: (Bu işaret > ne demek?) Biz bunları hiç görmedik daha önceden.

A: Kullanmadınız mı derste bunları?

E4: Kullandık.

A: Nerede kullandınız?

E4: Küçüktür, büyüktür de. Sıralarken.

A: Bana bir örnek verebilir misin?

E4: (Düşünüyor, cevap vermiyor.)

A: Bu işaretin > adı ne?

E4: Büyüktür veya küçüktür.

A: Hangisi?

E4: Büyüktür.

A: Nasıl karar verdin.

E4: Şuradan bir çizgi çizdim. (> işaretinin soluna çizgi çiziyor)

...

Yukarıda görüşmesinden alıntı yapılan E4, 3. sınıfta büyük ve küçük işaretleri ile karşılaşmıştır. Öğrenci bu işaretlerle yeni tanıştığı için büyük ve küçük işaretlerini birbirinden ayırmak için *çizgi çizme* yoluna başvurmuştur. Araştırmaya katılan tüm

öğrencilerin kâğıtları incelendiğinde, bu işaretleri birbirinden ayırmak için aynı yöntemi kullandıkları görülmektedir.

Eşitsizlik testinde öğrencilerin büyük ve küçük işaretleri hakkındaki düşüncelerini ortaya çıkarmak için aşağıdaki sorular yöneltilmiştir:

$$5 > ?, 5 < ?, ? < 8, 5 < 5, 6 > 3, ? > 2, 6 < 10 - 5, 3 \times 3 > 9$$

Yukarıda yer alan sorulardan ? içeren sorularda öğrencilerden ? yerine hangi sayıların ve kaç tane sayının gelmesi gerektiği sorulmuş; diğer ifadelerin ise doğru mu yanlış mı oldukları sorulmuştur. Öğrencilerin vermiş olduğu cevaplar incelendiğinde öğrencilerin hiçbirinin büyük ve küçük işaretlerini içeren sorulara tam olarak doğru cevaplayamadıkları görülmüştür. Öğrencilerin; $5 > ?$, $5 < ?$, $? < 8$, $5 < 5$, $6 > 3$ şeklindeki sorularda, $6 < 10 - 5$, $3 \times 3 > 9$, $7 - 3 < 4 + 1$ şeklindeki işlem içeren ifadelerle göre daha başarılı olmuşlardır. İlk ifadelerde yer alan eşitsizliklerde tek sayıya göre cevap istenmekte iken diğer ifadelerde işleme dayalı cevap istendiği için öğrencilerin kendi testlerinde verdikleri cevapların birbiri ile çeliştiği belirlenmiştir.

$5 > ?$ ve $5 < ?$ tarzındaki sorularda öğrencilerin 7 tanesi soru işaretinin yerine gelmesi gereken sayıları bilmiş, diğerleri (K4, K8, E4 ve E8) ifadelerdeki işaretlerin yönünü yanlış belirleyerek olması gerekenin tam tersi cevaplar vermişlerdir. E4 ve K4'ün sorular ile ilgili açıklamaları şöyledir:

E4: ($5 > ?$ Ne demek?) 5 büyüktür bir sayı.

A: Buraya ne gelebilir?

E4: 6

A: Başka?

E4: 7.

A: Sağ tarafa 5'ten büyük olan sayıları mı yazıyorum?

E4: Evet

A: Peki buraya $5 < ?$ ne gelecek?

E4: 5'ten küçük olan sayıları yazacağız.

A: Nelerdir onlar?

E4: 3, 2, 1.

A: Diğerine ne gelecek? ($? > 2$)

E4: 1 büyüktür... 2 olması gerekiyor çünkü sayı 2'den küçük olacak.

...

K4: (Buraya hangi sayılar gelecek $5 > ?$) 5'ten büyük olan bir sayı yazacaktım buraya.

A: 5'ten büyük olan sayılar mı gelecek?

K4: Evet.

A: O halde hangi sayılar gelmeli?

K4: 6, 7, 8...

A: Peki buraya $5 < ?$

K4: 5'ten küçük olan sayıları yazacağız. 4, 3, 2, 1.

...

Bu iki öğrencinin vermiş olduğu cevaplara bakıldığında öğrencilerin büyük ve küçük işaretlerinin isimlerini bilmelerine rağmen bu işaretlerin yönlerini yanlış belirledikleri görülmektedir.

Öğrencilerin büyük ve küçük işaretleri hakkındaki düşünceleri incelendiğinde öğrencilerin işaretleri okuma esnasındaki farklılıkları göze çarpmaktadır. Bazı öğrenciler soldan sağa, sağdan sola veya sayılara “den-dan” eklerini getirerek cevabı bulmaya çalışmışlardır. K8 ve E8'in ifadeyi okuma biçimleri şöyledir:

K8: (Vermiş olduğu $3 > 2$ cevabını okuyor) 3'ten 2 büyüktür.

...

E8: (Vermiş olduğu $5 < 6$ cevabını okuyor) 6 büyüktür 5'ten.

...

Öğrencilerin eşitsizliği soldan sağa veya sağdan sola okunması sırasında sorun ortaya çıktığı başka araştırmacılarca belirlenmiştir (Blanco ve Garrote, 2007). Yapılan görüşmelere göre öğrencilerin hepsinin büyük ve küçük işaretlerini genel olarak tanıdıkları fakat özelde her işaretin yönünü yanlış belirledikleri görülmüştür. Bu bölümde incelenmeyen $6 < 10 - 5$, $3 \times 3 > 9$, $7 - 3 < 4 + 1$ türü ifadeler öğrencilerin eşitsizlikleri kanıtlama başlığı altında ayrıca incelenecektir.

4.1.2.3. Öğrencilerin Büyük Eşit (\geq) ve Küçük Eşit (\leq) İşaretleri Hakkındaki Düşünceleri

Bu bölümde öğrencilerin büyük eşit ve küçük eşit işaretleri hakkındaki düşünceleri açıklanmıştır. İlköğretimin birinci kademesinde kullanılmayan bu işaretler, 8. sınıfta basit eşitsizlikler konusunda kullanılmaktadır. Ancak şunu belirtmek gerekmektedir ki ilköğretim programında eşitsizlik işaretlerinin öğrenciye kavratılması için kesin bir sınıf ve kazanım yoktur. Yani öğrenci eşitsizlik işaretlerini diğer var olan konular içinde görmekte ve ilişkilendirme yapmak zorunda kalmaktadır.

Eşitsizlik işaretlerinden olan büyük eşit ve küçük eşit işaretleri yukarıda bahsedildiği gibi 8. sınıfta ele alınmaktadır. Görüşmelerin Mayıs ayı içinde yapıldığı göz önüne alınırsa 8. sınıf öğrencilerinin işaretleri tanınması, açıklaması ve örneklendirme yapması gerekmektedir. Diğer sınıflardaki öğrencilerle yapılan görüşmelerde doğru açıklamaları beklemek matematik 1-5 programı ile ters düşmektedir (MEB, 2005). Buradan yola çıkarak öğrencilere, büyük eşit ve küçük eşit işaretleri hakkındaki düşünceleri sorulmuş, öğrencilerden tahmin yürütmeleri istenmiş ve ismini bilemediklerinde 'Bu işaretlere isim vermek gerekse hangi ismi verirsin?' şeklinde sorular yöneltilmiştir. Aynı zamanda öğrencilerin bu işaretler hakkındaki düşüncelerini ortaya çıkarmak için $5 \geq ?$, $6 \leq ?$, $4 + 4 \geq 8$, $6 \leq 8$ şeklinde sorular yöneltilmiştir.

4.1.2.3.a Öğrencilerin Büyük Eşit ve Küçük Eşit İşaretlerinin Anlamları Hakkındaki Düşünceleri

Eşitlik testinde öğrencilerin eşit ve eşitsizlik işaretlerinden meydana gelen bir tablo verilmiş, görüşmelerde bu işaretlerin anlamları öğrencilere sorulmuştur. Bu bölümde öğrencilerin büyük eşit ve küçük eşit işaretlerine yükledikleri anlamlar açıklanmıştır. Görüşmelere katılan 11 öğrenciden sadece 3 tanesi (K51, K8 ve E8) bu işaretlerin isimlerini doğru bilmektedir. Bu 3 öğrenciden 2 tanesi (E8 ve K8) işaretleri açıklayamamakta, K51 ise 5. sınıf öğrencisi olmasına rağmen işaretlerin birini (\leq)

açıklayabilmektedir. K8, E8 ve K51'in büyük eşit ve küçük eşit işaretleri ile ilgili düşünceleri şöyledir:

K8: (Bu işaret \leq ne anlama geliyor?) Küçük eşitlik. Yani bunu tam olarak anlatamam.

A: Örnek verebilir misin?

K8: Örnek veremem.

A: Buna da mı veremezsin? (\geq)

K8: Büyük eşitliğe de veremem.

...

E8: (Bu işaret \leq ne anlama geliyor?) Küçük eşittir.

A: Örnek verebilir misin?

E8: Genel mesela 3 ile 3 küçük eşittir. Nasıl diyeyim bunu? Şimdi küçük eşittir, bunun tam tersi işte. Açıklayamam.

A: Örneğin $5 \leq 5$ yazsak doğru olur mu?

E8: Bu eşit oluyor.

A: Bu gösterim yanlış mı?

E8: Bana göre yanlış.

...

K51: (Bu İşaret \leq ne anlama geliyor?) Bu küçük eşittir.

A: Bu işaretin küçük işaretinden farkı nedir?

K51: Ondan farkı bir sayıya eşit veya ondan küçük. Eşit ya da küçük.

A: Örnek verebilir misin? $? \leq 6$ sorusunda soru işareti ne olmalı?

K51: 6 eşittir 6'ya. 6'dan küçük basamaklar.

...

Yukarıdaki görüşmelerden de anlaşılacağı gibi öğrenciler büyük eşit ve küçük eşit işaretlerini tam olarak kavrayamamakta, ismini bilmekte ancak açıklamada bulunamamaktadır. Üstelik küçük eşit işaretini doğru açıklayan öğrencinin (K3), 5. sınıf öğrencisi olması şaşırtıcı bir sonuçtur. Görüşmede bulunulan diğer öğrenciler büyük eşit ve küçük eşit işaretleri hakkında herhangi bir düşünce belirtmemiş veya 'Bilmiyorum.' diye cevap vermişlerdir.

4.1.2.3.b Öğrencilerin Büyük Eşit ve Küçük Eşit İşaretlerine Verdikleri İsimler

Görüşmelerde öğrencilerin işaretlerle ilgili düşüncelerini ortaya çıkarmak için büyük eşit ve küçük eşit işaretlerini bilmeyen öğrencilere $5 \geq ?$ ve $6 \leq ?$ ifadelerinde ‘Sen olsaydın bu işarete hangi ismi verirdin?’ şeklinde soru yöneltilmiştir. Öğrencilerden 4 tanesi (E51, E6, E52 ve K4) bu soruyu yanıtlamış, 3 tanesi (E51, E6 ve K4) bu işaretlere ‘büyük değil-küçük değil’ ismini, diğer öğrenci (E52), ‘büyüğe eşit-küçüğe eşit’ ismini vermiştir. K4, E51 ve E52’nin büyük eşit ve küçük eşit işaretleri hakkındaki açıklamaları şöyledir:

K4: (Bu işaretleri \geq , \leq biliyor musun?) Bilmiyorum.

A: Peki bunun (\geq) hakkında bir yorumda bulunsan? Yâda isim vermen gerekse hangi ismi verirdin?

K4: O büyük değildir olabilir. Diğeri de küçük değildir.

...

E51: (Bu ne demek; $5 \geq ?$) 5 büyük değil 5’ten demek.

A: Soru işareti yerine 5 yazmışsın ve doğru kabul etmişsin değil mi?

E51: Evet.

A: Peki bu? ($6 \leq ?$)

E51: 6 küçük değil 6’dan.

...

E51: ($6 \leq 8$ ifadesi doğru mu yanlış mı?) 6 küçük değil 8’den yanlış.

...

E52: (\geq işareti ne anlama geliyor?) Büyüğe eşittir işareti.

A: Örnek verir misin?

E52: Bir sayıyı büyük olana eşitleriz.

A: Mesela?

E52: 9’u 6’ya eşitlerim. ($9 \geq 6$ yazıyor.)

...

Büyük eşit ve küçük eşit işaretlerine yeni isimler yükleyen öğrenciler, isimlere göre anlamlandırarak sorulara o şekilde açıklama getirmişlerdir. Öğrencilerin işaretlere verdikleri isimler göz önüne alınırsa büyük değildir-küçük değildir isimlerini veren

öğrenciler; eşit değil (\neq) işaretini düşünerek, eşit değil işaretinin üzerindeki çizgiyi göz önüne alarak bu isimleri vermiş; büyüğe eşit-küçüğe eşit isimlerini veren öğrenciler ise eşit ($=$) işaretindeki çizgilerden birini göz önüne alarak bu isimleri vermiş olabilirler.

4.1.2.3.c. Büyük Eşit ve Küçük Eşit İşaretleri Büyük ve Küçük İşaretleri Gibidir

Bir 7. sınıf öğrencisi olan K7, büyük eşit işaretini büyük işareti; küçük eşit işaretini ise küçük işareti olarak algılamaktadır. Benzer şekilde E52, E8 ve K52 de işaretleri büyük ve küçük işaretleri ile özdeşleştirmektedirler. Aynı zamanda öğrenciler, sembolün her iki yanına bakmadan işaretleri okumakta bu da zaman zaman hata yapmalarına sebep olmaktadır. K7 ve E52'nin düşünceleri şöyledir:

K7: ($5 \geq ?$ ifadesinde soru işareti yerine hangi sayılar gelmeli?) Burada 5'ten küçük olacak. 4, 3, 2, 1 yaptım.

A: En büyük sayı 4 mü gelir?

K7: Evet.

A: Bu? ($6 \leq ?$)

K7: 6'dan küçük diyor. 5, 4, 3, 2, 1.

...

E52: ($6 \leq ?$ bu ne demek?) 6'dan küçük sayılar.

A: Soru işareti yerine 6 gelebilir mi?

E52: Gelemez. 5, 4, 3, 2, 1 gelebilir.

...

E52: (Bunu nasıl yaptın? $6 \leq 8$) 6, 8'den küçük olduğu için doğru dedim

...

Görüldüğü gibi öğrenciler büyük eşit ve küçük eşit işaretlerine anlam yüklerlerken bildikleri büyük ve küçük işaretlerinden yola çıkmakta, buna göre işlem yapmaktadır. Bu durumda öğrencilerin büyük eşit ve küçük eşit işaretlerinin altındaki çizgiyi yok saydıkları veya çizgiyi gördüğü halde herhangi bir anlamlandırma yapmak için işaretleri büyük ve küçük işaretleri ile özdeşleştirdikleri söylenebilir.

4.1.2.3.d. Büyük ve Küçük Eşittir İşaretleri Eşitlik ve Dengesizlik Belirtir

Öğrencilerden sadece bir tanesinin (K51) büyük ve küçük eşittir işaretlerinin ilişkisel anlamını kavramış olduğu görülmektedir. Ancak sorularda kendisi ile çeliştiği cevaplar da bulunmaktadır. K51'in verdiği cevaplar aşağıdaki gibidir:

K51: (5 ≥ ? ifadesinde ? yerine hangi sayılar gelmeli?) 5 büyük eşittir. 5 ve 5'ten küçük sayıları yazabiliriz.

A: Buraya? (6 ≤ ?)

K51: 6 ve 6'dan üst basamaklar gelebilir.

...

K51: (4+4 ≥ 8 ifadesi doğru mu yanlış mı?) 4 artı 4, 8 yapar. O yüzden 8 büyük eşittir 8. yanlış.

A: Bu? (6 ≤ 8)

K51: 6 küçük eşittir 8. doğru.

...

Öğrencinin vermiş olduğu cevaplar incelendiğinde işaretlerin anlamlandırılmasında ilişkisel yapıyı oluşturmakta olduğu ancak bazen yanlışlığı görülmektedir. Aynı öğrencinin Eşitlik Testinde verdiği cevaplara bakıldığında tüm soruların doğru olduğu görülmektedir. Sekizinci sınıf öğrencileri ile yapılan görüşmelerde alınamayan doğru açıklamalar, 5. sınıf öğrencisi olan K51 ile elde edilmiştir. Öğrencinin eşit işaretinin ilişkisel anlamını kavramış olması benzer şekilde büyük eşit ve küçük eşit işaretlerinin ilişkisel boyutunu kavramasını sağlamıştır.

4.1.2.4. Öğrencilerin Eşitsizlikleri Kanıtlama Yöntemleri

Eşitsizlik testinde öğrencilerin büyük ve küçük işaretlerinin ilişkisel anlamlarını kavrayıp kavramadıklarını anlamak için öğrencilere $? < 9-5, 5+0 > ?$ ifadelerinde soru işaretinin yerine hangi sayıların ve kaç tane sayının gelmesi gerektiği; $7-3 < 4+1, 3 \times 3 > 9$ ifadelerinin doğruluğu-yanlışlığı sorulmuştur. Öğrencilerin çok azı bu şekilde işlem barındıran eşitsizlikleri tam olarak doğru cevaplandırmıştır. Ayrıca daha önceden bahsedildiği gibi öğrencilerin kendi testlerinde vermiş oldukları cevaplar

birbiri ile çelişmektedir.

Bu bölümde öğrencilerin doğru-yanlış ifadelerine vermiş oldukları cevaplar incelenmiştir. Görüşmelerden elde edilen veriler incelendiğinde öğrencilerin eşitsizliklerin doğruluğunu-yanlışlığını 3 yöntem ile bulmaya çalıştıkları görülmektedir. Öğrencilerin $6 < 10 - 5$ ve $3 \times 3 > 9$ sorularına verdikleri cevaplar incelendiğinde birçok öğrencinin $3 \times 3 > 9$ sorusuna daha rahat bir açıklama getirerek doğru sonuca ulaştıkları, $6 < 10 - 5$ sorusunu açıklamakta zorlandıkları ve doğru cevaba ulaşamadıkları görülmektedir. Bu sorulara sadece 2 öğrenci (E51 ve K51) tam ve doğru açıklama getirebilmiştir. K51'in doğru-yanlış sorularıyla ilgili düşünceleri şöyledir:

K51: ($6 < 10 - 5$ ifadesi doğru mu yanlış mı?) 6, küçüktür 5'ten.

A: 5'i nasıl buldun?

K51: 10'dan 5'i çıkardım 5. 6, 5'ten küçük değil. Yanlış.

A: $3 \times 3 > 9$ sorusunun yanlış olduğunu nasıl buldun?

K51: 3 ile 3'ü çarpınca 9. 9 büyüktür 9'dan. Yanlış.

...

Geriye kalan 9 öğrencinin 7 tanesi $3 \times 3 > 9$ ifadesini tam ve doğru açıklamış; ancak $6 < 10 - 5$ ifadesinin hiçbir öğrenci tarafından tam olarak açıklanamamıştır. K8 ve E6'ün her iki sorunun cevabı için yaptığı açıklamalar şöyledir:

K8: ($3 \times 3 > 9$ ifadesi doğru mu yanlış mı?) 3 kere 3, 9'dur. Burada büyüktür işareti var. 9, 9'dan büyük olamaz. Yanlış.

...

K8: ($6 < 10 - 5$ ifadesi doğru mu yanlış mı?) 6, küçüktür 10'dan. Doğru. Eksi 5.

Bunu yanlış yaptım.

A: 6, küçüktür 10'a bakıp doğru diyorsun.

K8: O doğru da 10 eksi 5 var orada.

A: O ne işe yarayacak?

K8: O yüzden yanlış yaptım herhalde.

A: Ne olacak karar verelim.

K8: Burada eksi 5 var. 10'dan 5 çıkınca 5 kalır. 6'dan 5 küçüktür. O zaman burası doğru olur.

A: İki durum mu inceliyorsun?

K8: Evet

A: Peki hangisi sana daha doğru geliyor? 6 küçüktür 10'a bakmak mı? Yoksa 10 eksi 5 bulup devam etmek mi?

K8: Birincisi.

...

E6: ($3 \times 3 > 9$ ifadesi doğru mu yanlış mı?) 3 çarpı 3, 9 yapıyor. Büyüktür 9 demiş. Eşit olurlar. O yüzden yanlış olur.

...

E6: ($6 < 10 - 5$ ifadesi doğru mu yanlış mı?) 6 küçüktür 10. eksi 5. Ben yanlış yazmışım.

A: Neden yanlış yazdın?

E6: Bu sondaki sayılar olunca insanın kafası karışıyor.

A: Peki nasıl bakmamız gerekiyor?

E6: 6 küçüktür 10 Doğru oluyor.

A: Ama sen yanlış yapmışsın?

E6: Orada eksi 5 yapmış. 5 kalıyor. Ona göre yanlış demişim galiba.

...

K8 ve E6'nın vermiş olduğu cevaplara bakıldığında her iki öğrencinin $6 < 10 - 5$ ifadesinde ilk olarak işaretin her iki yanındaki sayıya bakarak karar verdiği görülmektedir. E51 ve K51 öğrencilerinin dışında kalan bütün öğrenciler $6 < 10 - 5$ ifadesini cevaplarırken K8 ve E6 gibi 6 küçüktür 10'a bakarak cevap verdikleri görülmektedir. Açıklamalarına $6 < 10$ 'a bakarak başlayan öğrencilerden sadece 3 öğrenci (K4, K52 ve E8) doğru sonuca ulaşmıştır. K52 ve E8'in vermiş oldukları cevaplar şöyledir:

K52: ($6 < 10 - 5$ ifadesi doğru mu yanlış mı?) 6, küçüktür 10'dan. 5'i çıkar 5 çıkıyor. 6, 5'den küçüktür. Yanlış.

...

E8: ($6 < 10 - 5$ ifadesi doğru mu yanlış mı?) Burada 6 küçüktür 10'dan. Doğru. 10 eksi 5 demiş, 5 kalır. Bu da 6 yazmış. Bana yanlış geldi.

...

Açıklamalardan da anlaşıldığı gibi öğrenciler, $3 \times 3 > 9$ gibi işlemin sol tarafta bulunduğu ifadelerle daha rahat açıklama getirerek doğru sonuca ulaşabilmektedir. İşlemin sağ tarafta bulunduğu $6 < 10 - 5$ gibi ifadelerde öğrencilerin kafası karışmakta, öğrenciler ifadeyi yorumlarken yanlış yorumlamaktadır.

Yukarıdaki ifadelerle benzer olarak her iki yanında işlem olan $7 - 3 < 4 + 1$ ifadesi öğrencilere yöneltilmiştir. Bu ifadeyi 3 öğrenci (K4, K51 ve K8) tam ve doğru olarak açıklamıştır. Daha önce $6 < 10 - 5$ ifadesini ilk olarak $6 < 10$ 'a bakarak cevaplandıran K8 yaptığı hatanın farkına vararak $7 - 3 < 4 + 1$ ifadesinde her iki taraftaki işleme bakarak doğru cevabı vermiştir. Bu ifadeyi doğru açıklayan K8 ve K51'in düşünceleri şöyledir:

K8: (7-3<4+1 ifadesi doğru mu yanlış mı?) 7'den 3 çıkınca 4 kalır. 4 ile 1'i toplayınca 5 olur. O yüzden yanlış.

A: Nasıl yanlış dedin?

K8: 7'den 3 çıkınca 4 kalır. 4 ile 1'i toplayınca 5 olur. Sağ tarafın da 4 olması lazım.

A: Nasıl?

K8: Bu sorunun doğru olması lazım. Sol tarafın cevabı 4, sağ tarafın cevabı 5. 4, 5'ten küçük olduğu için doğru olacak.

...

K51: (7-3<4+1 ifadesi doğru mu yanlış mı?) İlk önce işleme şuradan başladım. 7'den 3 çıkınca 4 kalır. 4 artı 1, 5. 4 küçüktür 5'ten. Doğru.

...

$7 - 3 < 4 + 1$ ifadesine yanlış açıklama getiren 8 öğrenciden 5 tanesi (K6, K7, K52, E51 ve E52) soldan sağa doğru işlem yapmıştır. Bu 5 öğrenciden sadece 1 tanesi (E51) soldan sağa doğru işlem yaparak ifadeyi açıklamaya başlamış ve sağdaki işlemi de yaparak doğru sonuca ulaşmıştır. Doğru sonuca ulaşamayan K52'nin ve doğru sonuca ulaşan E51'in açıklamaları şöyledir:

K52: (7-3<4+1 ifadesi doğru mu yanlış mı?) 7'den 3 çıkarmışız 4. 4 küçüktür 4'ten yazmış. Ama değil. 4, 4'e eşittir. Yanlış.

...

E51: (7-3<4+1 ifadesi doğru mu yanlış mı?) 7'den 3 çıkardım 4. 4 küçüktür 4'ten. 4 ile 1'i toplayınca 5 oluyor. 4 küçüktür 5'ten. Doğru.

...

Görüldüğü gibi öğrencilerin başlangıç noktalarının aynı olmasına rağmen bir öğrenci doğru sonuca ulaşırken diğer öğrenci doğru sonuca ulaşamamıştır. Benzer şekilde K7, $2 \times 4 > 5 + 3$ ifadesi hakkındaki düşüncelerini şöyle açıklamaktadır:

K7: (2×4>5+3 ifadesi doğru mu yanlış mı?) 2 çarp 4, 8. 8 büyüktür 5'ten. Doğru.

A: Peki bu +3 neden burada var?

K7: Bilmiyorum.

...

Doğru-yanlış ifadelerinin son sorusu olan $2 \times 4 > 5 + 3$ eşitsizliği 3 öğrenci tarafından yanlış cevaplandırılmıştır. Bu ifadenin $7 - 3 < 4 + 1$ ifadesine göre daha çok cevaplandırılmasının sebebi, soruların testin sonuna yaklaştıkça öğrencilerde farkındalık oluşturması olabilir. $2 \times 4 > 5 + 3$ ifadesini yanlış cevaplandıranlardan 2 tanesi (E4 ve K7) yukarıda bahsedildiği gibi soldan sağa işlem yapmış ve işaretin sağındaki işleme dikkat etmemiştir. E8 ise geriye kalan tüm öğrencilerden farklı olarak eşitsizlikteki işlemlere hiç bakmadan sadece işaretin sağındaki ve solundaki sayılara bakarak ifadenin doğruluğuna karar vermiştir. E8'in vermiş olduğu cevap şöyledir:

E8: (2×4>5+3 ifadesi doğru mu yanlış mı?)7'den 3 çıktığı zaman 4 kalır. 4 büyüktür 3'ten doğru. 4 artı 1. öyle doğru yazdım.

A: Nasıl doğru yazdın?

E8: 7'den 3 çıkardım 4. 4, 3'ten büyük olduğu için doğru yazdım.

A: Peki +1 neden var burada?

E8: O şaşırtmak için.

...

4.2 Nicel Bulgular

Bu bölümde Eşitlik ve Eşitsizlik Testlerinden elde edilen nicel verilerin analizleri sonucunda ortaya çıkan bulgulara yer verilmiştir.

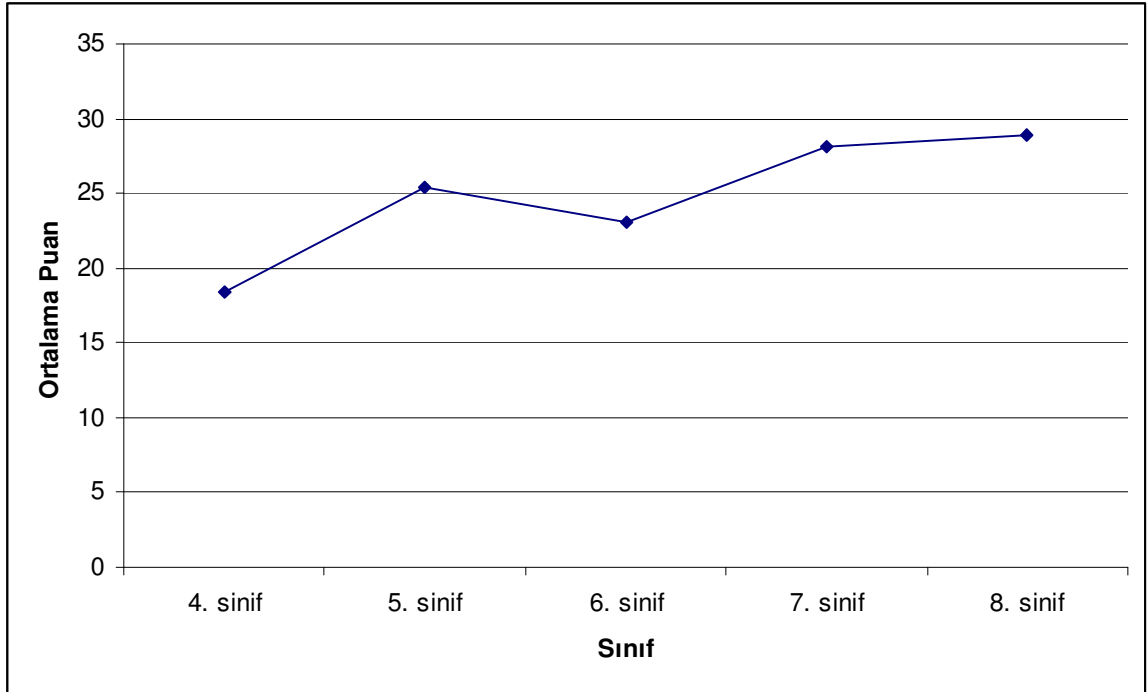
4.2.1. İlköğretim 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin eşitsizlik işaretleri ($\neq, <, >, \geq, \leq$) hakkındaki düşüncelerinin sınıf seviyesine göre değişimine ait bulgular

Öğrencilerin eşitsizlik işaretleri hakkındaki düşüncelerinin sınıf seviyesine göre değişimlerini belirlemek için Eşitsizlik Testinden aldıkları puanların sınıflara göre ortalaması, standart sapması, minimum ve maksimum değerleri Tablo 4-2.'de verilmiştir.

Tablo 4-2 Sınıf seviyelerine göre Eşitsizlik Testine ait betimsel istatistikler

Sınıf	Sayı	Ortalama	Standart Sapma	Minimum	Maksimum
4. sınıf	57	18,42	7,99	2,00	34,00
5. sınıf	60	25,38	5,01	11,00	32,00
6. sınıf	50	23,04	6,04	7,00	36,00
7. sınıf	51	28,14	7,20	9,00	40,00
8. sınıf	39	28,95	6,62	12,00	40,00

Tablo 4-2 incelendiğinde 4. sınıftan 8. sınıfa doğru gidildikçe testin ortalama puanlarında düzenli bir artışın olmadığı görülmektedir. İlköğretimin birinci kademesinde yer alan 4. ve 5. sınıflardaki ortalamaların farklı olduğu; 5. sınıf ortalamasının 4. sınıftan yüksek olduğu görülmektedir. Benzer şekilde 6. sınıf test ortalamasının 5. sınıf test ortalamasından yüksek olması beklenmesine rağmen 6. sınıf ortalamasının ($\bar{x}=23,04$) 5. sınıf ortalamasından ($\bar{x}=25,38$) düşük olduğu görülmektedir. 6. sınıf ($\bar{x}=23,04$), 7. sınıf ($\bar{x}=28,13$) ve 8. sınıf ($\bar{x}=28,94$) test puanı ortalamalarına bakıldığında ortalama puanların 6. sınıftan 8. sınıfa doğru gidildikçe yükseldiği, ancak bu artış miktarının 7. sınıf ile 8. sınıf arasında çok az olduğu görülmektedir.



Şekil 4-1 Eşitsizlik Testi ortalamalarının sınıflara göre değişimi

Şekil 4-1 incelendiğinde eşitsizlik testi ortalamalarının Tablo 4-2’de tartışıldığı gibi 4. sınıftan 8. sınıfa doğru gidildikçe arttığı, ancak 5. sınıf ile 6. sınıf test puanı ortalamalarında artış olmadığı, öğrencilerin 5. sınıftaki ortalamalarının daha iyi olduğu görülmektedir. Aynı zamanda 7. sınıf ile 8. sınıf ortalamalarının birbirine çok yakın olduğu Şekil 4-1’de gözlenmektedir. 7. sınıf ile 8. sınıf ortalama puanlarının birbirine çok yakın olmasının sebebi 8. sınıfta görülen büyük eşit ve küçük eşit işaretlerinin 8. sınıf öğrencileri tarafından yeni görülmesi ve tam olarak anlamlarının öğrenilememesi olabilir. Bu sebeple 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin bildikleri işaretler ve işaretlerin anlamları aynı olduğundan ortalama puanlar da birbirine çok yakın çıkmıştır. Öğrencilerin sınıf seviyelerine göre eşitsizlik testinden aldıkları puanlarda anlamlı bir farkın olup olmadığını araştırmak için nicel verilerle tek yönlü ANOVA analizi yapılmıştır. İlköğretim 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin eşitsizlik sembolleri (\neq , $<$, $>$, \geq , \leq) hakkındaki düşünceleri sınıf seviyesine göre ANOVA sonuçları Tablo 4-3’te verilmiştir:

Tablo 4-3 Eşitsizlik Testi ortalama puanların sınıf seviyesine göre karşılaştırmasının tek yönlü varyans (ANOVA) sonuçları

Varyansın kaynağı	Kareler toplamı	sd	Kareler ortalaması	F	p
Gruplararası	3706,09	4	926,52	21,03	.000
Gruplarıçi	11097,93	252	44,03		
Toplam	14804,03	256			

Analiz sonuçları, öğrencilerin sınıf seviyesine göre başarı düzeyleri arasında eşitsizlik işaretleri hakkındaki düşünceleri bakımından anlamlı bir fark olduğunu göstermektedir ($F(4, 252) = 21,03, p < .05$). Yani öğrencilerin eşitsizlik işaretlerini anlama düzeyleri sınıf seviyesine bağlı olarak anlamlı bir şekilde değişmektedir. ANOVA sonuçlarına göre ilköğretim birinci kademedeki bulunan 5. sınıf öğrencilerinin ($\bar{X} = 25,38, p = 5,01$), 4. sınıf öğrencilerine göre ($\bar{X} = 18,42, p = 7,98$) eşitsizlik işaretleri hakkındaki düşünceleri daha olumludur. İlköğretim ikinci kademedeki ise 8. sınıf öğrencilerinin eşitsizlik işaretleri hakkındaki düşünceleri ($\bar{X} = 28,94, p = 6,61$); 7. ($\bar{X} = 28,13, p = 7,2$) ve 6. sınıf öğrencilerinden ($\bar{X} = 23,04, p = 6,04$) daha olumlu olduğu belirlenmiştir. Ancak tek yönlü ANOVA analizi sonuçları bize bir bütüncül sonuç vermektedir. Bu yüzden birimler arası farkların hangi gruplar arasında olduğunu bulmak amacıyla Tamhane's T2 testi uygulanmıştır. Varyans homojenliği incelendiğinde varyansların homojen olmadığı belirlenmiş bu yüzden Tamhane's T2 testi uygulanmıştır. Yapılan Tamhane's T2 testinin sonuçları Tablo 4-4'te verilmiştir.

Tablo 4-4 İlköğretim 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin eşitsizlik işaretleri (\neq , $<$, $>$, \geq , \leq) hakkındaki düşüncelerinin sınıf seviyeleri arasındaki farkın kaynağını belirlemek üzere uygulanan Tamhane's T2 testine ilişkin sonuçlar

Sınıf	Sınıf	Ortalama farkı	Standart hata	p
4	5	-6,96	1.24	.00*
	6	-4,61	1.35	.01*
	7	-9,71	1.46	.00*
	8	-10,52	1.49	.00*
5	6	2,34	1.07	.27
	7	-2,75	1.19	.21
	8	-3,56	1.24	.05
6	7	-5,09	1.32	.002*
	8	-5,9	1.36	.00*
7	8	-,81	1.46	1.0

*p<.05

Tablo 4-4'e göre 4. sınıf öğrencileri diğer sınıf seviyelerindeki öğrencilerle karşılaştırıldığında Eşitsizlik testi açısından bu sınıf seviyesi ile 5., 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin ortalamaları ile anlamlı fark olduğu bulunmuştur ($F(4, 252) = 21,03$, $p < .05$). Tablo 4-4 incelendiğinde 5. sınıf öğrencilerinin ortalama puanı ile 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin ortalama puanları arasında anlamlı bir fark bulunmamıştır. ($F(4, 252) = 21,03$, $p > .05$). Ayrıca 6. sınıf öğrencilerinin ortalama puanları ile 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin ortalama puanları arasında anlamlı bir fark bulunmuştur ($F(4, 252) = 21,03$, $p < .05$).

Tablo 4-4 Tamhane's T2 testine ilişkin sonuçlar incelendiğinde 5. sınıf ile 6., 7. ve 8. sınıf; 7. sınıf ile 8. sınıftaki öğrencilerin eşitsizlik testi ortalama puanları arasındaki farkın anlamlı olmadığı söylenebilir. Sınıf seviyeleri ardışık olarak incelendiğinde 4. sınıf ile 5. sınıf, 6. sınıf ile 7. sınıf ortalamalarında anlamlı farklılıklar görülmektedir. 4. sınıf ile 5. sınıf öğrencilerinin eşitsizlik testinden aldıkları ortalama puanlarının arasındaki farkın anlamlı olması, öğrencilerin cebirsel düşünme için kritik

dönem olan 11-12 yaş civarında olmaları ile ilgili olabilir (Kieran, 1992). Ayrıca 5. ve 7. sınıf hariç, herhangi bir sınıf seviyesinin eşitsizlik testi ortalama puanının, üst sınıf seviyelerindeki eşitsizlik testi ortalama puanı ile anlamlı farklılıklar oluşturduğu gözlenmektedir.

4.2.2. İlköğretim 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin eşitliği algılamaları ile eşitsizliği algılamaları arasındaki ilişkiye ait bulgular

Öğrencilerin eşitliği algılamaları ile eşitsizliği algılamaları arasındaki ilişkiyi ortaya çıkarmak için öğrencilerin eşitlik testi ile eşitsizlik testinden aldıkları toplam puanların ortalamaları ve standart sapmaları hesaplanmış; ardından toplam puanlar arasındaki ilişkiye bakılmıştır. Testlerin sınıf bazından ortalamaları ve standart sapmaları Tablo 4-5'te gösterilmektedir.

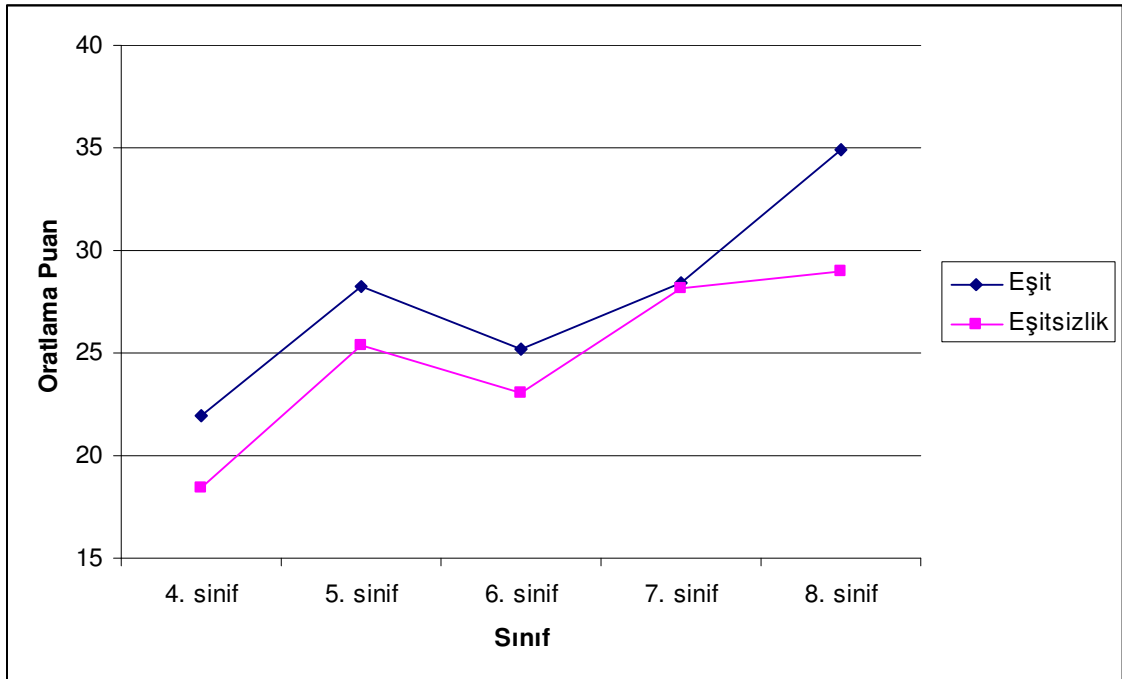
Tablo 4-5 Eşitlik ve eşitsizlik testlerinin ortalama ve standart sapma tablosu

Sınıf	Sayı	Eşitlik Testi		Eşitsizlik Testi	
		Ortalama	Standart Sapma	Ortalama	Standart Sapma
4. sınıf	57	21,93	7,51	18,42	7,99
5. sınıf	60	28,27	9,15	25,38	5,01
6. sınıf	50	25,22	7,76	23,04	6,04
7. sınıf	51	28,47	9,21	28,14	7,20
8. sınıf	39	34,87	8,68	28,95	6,62

Tablo 4-5 incelendiğinde Problem 4.2.1.'in bulgularında belirtildiği gibi Eşitsizlik Testinde 4. sınıftan 8. sınıfa doğru gidildikçe testin ortalama puanlarında düzenli bir artışın olmadığı görülmektedir. Eşitlik testi ortalama puanlarına bakıldığında da Eşitsizlik testi ortalama puanlarına benzer bir durum ortaya çıkmaktadır. Ancak her iki testin ortalama puanlarına bakıldığında Eşitlik testinin ortalama puanlarının Eşitsizlik testi ortalama puanlarından farklı olduğu görülmektedir. Öğrenciler, ilköğretimin birinci sınıfından itibaren eşit işareti ile tanışmakta ve kavramlar sınıf seviyesi ilerledikçe geliştirilerek işaret sık sık kullanılmaktadır, ancak eşitsizlik işaretleri ile ilk olarak ilköğretimin 3. sınıfında karşılaşmaktadırlar. Bu sebeple

öğrencilerin eşit işareti ile edindikleri tecrübe eşitsizlik işaretleri ile edindikleri tecrübeden fazla olduğu için öğrencilerin Eşitlik testinden aldıkları ortalama puanların yüksek olduğu görülmektedir.

Eşitlik testi ortalama puanlarında 5. sınıf ortalamasının ($\bar{x}=28,27$) 4. sınıf ortalamasından ($\bar{x}=21,93$) yüksek olduğu; 6. sınıf ortalamasının ($\bar{x}=25,22$) 5. sınıf ortalamasından yüksek olmasının beklenmesine rağmen bunun söz konusu olmadığı görülmektedir. Tablo 4-5'deki veriler incelendiğinde her iki testte de benzer durum ortaya çıktığı görülmektedir. O halde öğrencilerin eşit işaretini algılamaları ile eşitsizlik işaretlerini algılamaları arasında bir ilişkinin olduğu söylenebilir. Şekil 4-2'de de öğrencilerin Eşitlik testi ve Eşitsizlik testinden aldıkları ortalama puanlarının sınıflara göre değişimi gösterilmektedir.



Şekil 4-2 Eşit ve eşitsizlik testi ortalama puanlarının sınıflara göre değişimi

Şekil 4-2 incelendiğinde öğrencilerin eşitlik testi ortalama puanları ile eşitsizlik testi ortalama puanlarının birbirine benzer şekilde arttığı veya azaldığı görülmektedir. Özellikle 4. sınıftan 6. sınıfa kadar olan bölümde artışın ve azalışın paralel olduğu görülmektedir. Sınıf seviyesi yükseldikçe eşitlik testinden alınan puanların ortalaması ile eşitsizlik testinden alınan puanlarının ortalamasının arttığı,

sadece 6. sınıf ortalamalarının 5. sınıf ortalamalarından düşük olduğu görülmektedir. Ayrıca sınıf seviyesi yükseldikçe öğrencilerin eşitlik testinden aldıkları ortalama puanların yükselmesi ile eşitsizlik testinden alınan ortalama puanların yükseldiği de görülmektedir. Eşitlik testi puanları ile eşitsizlik testi ortalama puanları sınıf seviyelerine göre incelendiğinde eşitlik testinden alınan puan arttıkça eşitsizlik testinden alınan ortalama puanın da arttığı, 6. sınıfta eşitlik testinden alınan ortalama puanın düşmesi ile beraber eşitsizlik testinden alınan ortalama puanın düştüğü görülmektedir. Şekil 4-2'ye göre öğrencilerin eşitlik testinden aldığı puanlar ile eşitsizlik testinden aldıkları puanlar arasında bir ilişkinin olduğu söylenebilir. Bu ilişkiyi test etmek için öğrencilerin her birinin eşitlik testinden ve eşitsizlik testinden aldıkları puanlar toplanmıştır. Öğrencilerin testlerden aldıkları puanlar arasında ilişkinin olup olmadığına bakmak için Pearson Korelasyon analizi uygulanmıştır.

Tablo 4-6 Eşitlik Testi puanları ile Eşitsizlik testi puanları arasındaki ilişkiyi gösteren Pearson Korelasyon analizi sonuçları

		Eşitlik testi	Eşitsizlik testi
Eşitlik testi	Pear p.	1	. 0.51 [*]
Eşitsizlik testi	Pear p.	. 0.51 [*]	1

^{*}p<.01

Tablo 4-6 incelendiğinde “Eşitlik testi toplam puanı” ile “Eşitsizlik testi toplam puanı” arasında anlamlı bir ilişki bulunmuştur. Eşitlik testi toplam puanı ile eşitsizlik testi toplam puanları arasında orta düzeyde pozitif bir ilişki görülmektedir ($r=0.517$, $p<.01$). Determinasyon katsayısı ($R^2= 0.26$) dikkate alındığında eşitsizlik testi toplam puanındaki toplam varyansın %26’sı eşitlik testi toplam puanına bakarak açıklanabilir. Korelasyon analizi neden-sonuç bağlamında bir yorumlama olanağı vermez, sadece değişkenlerin birlikte hangi düzeyde ve yönde değiştiği konusunda fikir verir (Büyüköztürk, 2007).

BÖLÜM V

SONUÇLAR ve ÖNERİLER

Bu bölümde araştırmada elde edilen nitel ve nicel bulgular, ilgili literatür ışığında tartışılmıştır. Eşit ve eşitsizlik işaretlerinin doğru algılanmasının ilköğretim öğrencilerinin sonraki cebir derslerindeki önemi büyüktür. Bu çalışmada öğrencilerin eşit ve eşitsizlik işaretlerinden ne algıladıkları ve bu işaretleri algılamaları arasındaki ilişki araştırılmıştır. Ayrıca öğrencilerin sınıf seviyesi değiştikçe eşitsizlik işaretlerini algılamalarında anlamlı bir farkın olup olmadığı araştırılmıştır.

5.1. Öğrencilerin Eşit İşaretine Yükledikleri Anlamlar

Araştırmanın eşit işareti ile ilgili bulgularına bakıldığında öğrencilerin genel olarak eşit işareti “işlem işareti” olarak algıladıkları görülmektedir. Bu bulgu yapılan diğer araştırmalarla da tutarlılık göstermektedir (Behr, Erlwanger ve Nichols, 1980; Carpenter ve Levi, 2000; Yaman, Toluk ve Olkun, 2003; Knuth ve ark., 2008). Benzer şekilde bu araştırmalardan ortaya çıktığı gibi öğrenciler, eşit işaretinin bir yön belirttiğini ve işlemin sonucunu verdiğini belirtmişlerdir. Ancak bu çalışmada öğrencilerin eşit işareti yükledikleri anlamın en çok “işlem belirten bir işaret” olduğu ortaya çıkmaktadır. Ayrıca öğrencilerin $a+b=c$ şeklindeki eşitliklere daha kolay cevap verdiği $a=b+c$ şeklindeki eşitliklerin cevabını bulurken veya açıklarken zorlandıkları görülmektedir. Bunun sebebi de kitaplarda veya öğretmenlerin eşit işareti kullanarak verdikleri örneklerin $a+b=c$ şeklinde olmasından kaynaklandığı söylenebilir. Çünkü bu şekildeki gösterimlerle yapılan etkinliklerde öğrenciler işlemin solda cevabın ise sağda olduğu gösterimlere alışmakta dolayısıyla eşit işaretinin ilişkisel anlamını kavrayamamaktadır.

Eşit işaretinin bu anlamlandırmalarından farklı olarak bazı öğrenciler eşit işaretinin bulunduğu ifadeye tüm sayıları toplamış ve ifadenin sonuna tekrar eşit işareti yazarak sonucu oraya yazmıştır. Bu bulgu da diğer araştırmalar ile tutarlılık göstermektedir (Behr, Erlwanger ve Nichols, 1980; Carpenter ve Levi, 2000; Yaman,

Toluk ve Olkun, 2003). Araştırmaya katılan öğrencilerin çoğu eşit işaretinin anlamını söylemiş ve örneklendirmelerde bulunmuştur. Dikkati çeken nokta ise eşit işaretini açıklarken açıklamaları doğru olan öğrencilerin eşitlik testinin ilk bölümünde “?” içeren ifadelerde verdikleri cevapların yanlış olmasıdır. Üstelik öğrencilerin eşit işareti ile ilgili yanlış anlamalarına bakıldığında 4. sınıf öğrencisi ile 8. sınıf öğrencisi arasında herhangi bir farkın olmadığı görülmektedir. Eşit işareti ile ilgili yapılan araştırmalarda öğrencilerin 4. sınıftan itibaren eşit işaretinin ilişkisel anlamını oluşturdukları ancak 5. ve 6. sınıfa geldiklerinde halen işareti işlem işareti olarak gördükleri belirlenmiştir (Behr, Erlwanger ve Nichols, 1980; Carpenter ve Levi, 2000; Yaman, Toluk ve Olkun, 2003). Bir başka deyişle okuldaki eğitimin öğrencilere eşit işaretinin ilişkisel anlamını kavratılmasında etkili olmadığı söylenebilir.

Yapılan araştırmalarda 13 yaşın “eşit işaretinin” bir ilişkisel işaret ile bir işlemsel işaret arasında geçiş dönemi olduğu belirlenmiştir (Koehler, 2001, aktaran: Yaman, 2003). 2003 yılında Yaman’ın yaptığı araştırmada 13 yaş öncesi öğrencilerle eşit işaretini nasıl algıladıkları araştırılmış, öneri olarak da 13 yaş ve üzeri öğrencilerde araştırmanın yapılarak kendi çalışmasıyla karşılaştırılmasını önermiştir. Yapılan bu çalışmada öğrencilerin Yaman’ın çalışmasına benzer şekilde cevaplar verdiği görülmüştür. Diğer bir deyişle 13 yaşındaki öğrencilerin, 13 yaş altı ve 13 yaş üstü öğrencilerin eşit işarete dair düşüncelerinin yapılan araştırmalarla tutarlılık gösterdiği görülmektedir. Bu araştırmaya katılan öğrencilerin bir kısmının 13 yaşını geçmesine rağmen 13 yaş altındaki öğrencilerle benzer yanlış düşüncelere sahip olduğu belirlenmiştir.

Eşit işaretinin tarihine baktığımızda işaretin ilk başlarda çok karmaşık olduğunu ve zamanla herkesin aynı şeyi anlayabileceği hale geldiğini görmekteyiz (Radford ve Puig, 2006). Benzer durum öğrencilerin eşit işarete yükledikleri anlamlarda da mevcuttur. İlköğretimin ilk yıllarından itibaren öğrenciler eşit işaretini bir işlem işareti olarak algılamakta, uzun yıllar sonra işaretin ilişkisel anlamını kavramaktadır. Ancak yapılan araştırmalarda öğrencilerin yaşının artması ile yani öğrencinin zihinsel yönden gelişmesi ile eşit işareti hakkındaki düşüncelerinin ilişkisel yönde gelişmediği belirlenmiştir. Bunun yanında unutulmamalıdır ki eşit işaretinin

öğrenilmesi, öğrencinin cebirsel düşünme düzeyini ve ileriye dönük olarak cebir derslerindeki başarısını etkilemektedir. Öğrencilerin ilköğretimin son sınıflarından itibaren görecekları denklemler, cebirsel ifadeler ve fonksiyonların algılanabilmesi için eşit işaretinin anlamının sağlıklı bir şekilde oluşturulması büyük önem taşımaktadır. National Council of Teacher of Mathematics (NCTM, 2000), ilköğretim seviyesi için konulan cebirsel içeriğin bir parçası olarak eşitlik düşüncesinin gelişiminin desteklenmesini ve eşit işaretinin bir işlem sembolü olarak anlaşılmasının giderilmesini önermektedir.

5.2. Öğrencilerin Eşitsizlik İşaretlerine Yükledikleri Anlamlar

Öğrencilerin eşitsizlik işaretleriyle ilgili algılamalarını ortaya çıkarmak için öğrencilere yöneltilen eşitsizlik testi cevaplarına ayrıca öğrencilerle yapılan görüşmelerden elde edilen nitel verilere göre öğrenciler eşitsizlik işaretlerine farklı anlamlar yüklemektedir. Sonuçların ve tartışmanın, araştırmanın bulgularındaki sırayı takip etmesi açısından öğrencilerin eşitsizlik işaretleri hakkındaki düşünceleri açıklanırken önce eşit değil işareti, büyük ve küçük işaretleri, büyük eşit-küçük eşit işaretleri ve son olarak öğrencilerin eşitsizlikleri kanıtlama yöntemleri sırasıyla açıklanacaktır. Ayrıca yapılan araştırmalarda eşitsizlik konusunun 9. sınıftan itibaren araştırılması ve eşitsizlik işaretleri ile ilgili yapılan araştırma bulunmamasından dolayı sonuçlar ve tartışma bu araştırmanın bulgularına dayanılarak yapılacaktır. Daha önceden de belirtildiği gibi öğrencilerin eşitsizlik işaretlerini kavrayabilmeleri için ayrıca bir ders saati yoktur. O yüzden öğrencilerin bu işaretleri algılamaları ve ilişkisel anlamını oluşturmaları zaman almaktadır.

Öğrencilerin eşit değil işareti ile ilgili düşünceleri incelendiğinde öğrencilerin çoğunun işaretin ismini bildiği ancak matematiksel ifadeler içinde sezgisel davrandığı görülmektedir. Ayrıca öğrencilerin eşit değil işareti yükledikleri anlamın işlemsel olduğu gözlenmektedir. Bunun sebebi de öğretmenlerin sınıf ortamında, eşit değil işareti ile yapılan etkinliklerde işlem içinde hata yapıldığında bu işareti kullanmaları olabilir. Öğrencilerin eşit değil işaretinin anlamını oluştururken eşit işareti yola çıktığı görülmektedir. Araştırmaya katılan bir öğrencinin “6, 6’ya eşittir. O zaman 6

dışındaki sayılar 6'ya eşit değildir.” ifadesi az önce tartışılan durumla tutarlılık göstermektedir.

Eşitsizlik işaretlerinden olan büyük ve küçük işaretleri ile öğrenciler ilk olarak ilköğretimin 3. sınıfında karşılaşmakta, sayı nicelikleri arasında sıralama yaparken büyük ve küçük işaretlerini kullanmaktadırlar. Bu işaretler 3. sınıftan itibaren her sınıf bazında farklı konu alanları içinde kullanılmaktadır. Araştırmaya katılan öğrencilerin kağıtları incelendiğinde öğrencilerin birçoğunun büyük ve küçük işaretlerini ayırt edebilmek için işaretlerin sol tarafına bir çizgi çizdiği ve bu şekilde büyük ve küçük işaretleri belirlediği görülmektedir. Her ne kadar öğrenciler bu yöntem ile işaretlerin isimlerini belirleseler de öğrencilerin zaman zaman işaretleri yanlış okudukları ve buna göre sonuca ulaştıkları görülmektedir. İşaretin anlaşılabilmesi ($x > 14$ ile $14 > x$ in aynı ifade olduğunun düşünülmesi) öğrencilerin, eşitsizlikler ile karşılaştıklarında yaşadıkları güçlüklerden biridir (Verikios ve Farmaki, 2006). Ayrıca araştırmaya katılan öğrencilerin 4. sınıftan 8. sınıfa kadar oldukları göz önünde bulundurulduğunda öğrencilerden büyük ve küçük işaretlerini içeren eşitsizliklere doğru cevap verenlerin çıkması beklenmiştir, ancak hiçbir öğrenci büyük ve küçük işaretlerini içeren tüm ifadeleri doğru cevaplayamamıştır.

Öğrencilerin eşitsizlik testinde kendilerine yöneltilen sorulara verdikleri cevaplar incelendiğinde büyük ve küçük işaretlerini içeren $5 > ?$, $5 < ?$, $? < 8$, $5 < 5$, $6 > 3$ şeklindeki ifadeleri $6 < 10 - 5$, $3 \times 3 > 9$, $7 - 3 < 4 + 1$ şeklindeki ifadelerden daha kolay cevaplandıkları ve açıkladıkları görülmektedir. Bunun sebebi de $5 > ?$, $5 < ?$, $? < 8$, $5 < 5$, $6 > 3$ ifadelerinde tek bir sayıya bakarak cevabın verilebileceği olabilir. Benzer şekilde öğrencilerin $3 \times 3 > 9$ şeklindeki ifadeleri $6 < 10 - 5$ şeklindeki ifadelerle göre daha kolay cevaplandıkları belirlenmiştir. Ancak bu sonuç öğrencilerin eşitsizlikleri kanıtlama yöntemlerinde tartışılacaktır.

Eşitsizlik işaretlerinden olan büyük eşit ve küçük eşit işaretleri ile öğrenciler 8. sınıfta “Basit Eşitsizlikler” konusunda karşılaşmaktadır. Ancak sezgisel olarak öğrencilerin ilköğretimin 6. sınıfından itibaren büyük eşit ve küçük eşit işaretlerinin anlamlarını oluşturmaları beklenebilir. Öğrencilerin büyük eşit ve küçük eşit işaretleri

için verdikleri cevaplar incelendiğinde öğrencilerin çok azının işaretin ismini bildiği görülmektedir. Bu işaretleri matematik dersinde konu içinde gören 8. sınıf öğrencilerinin bile işaretlerin ismini bildiği ancak eşitsizlik içinde kavramsallaştıramadıkları görülmektedir. Büyük eşit ve küçük eşit işaretleri öğrencilerin ilköğretimin 8. sınıfında karşılaştıkları kavramlar oldukları için 8. sınıf hariç diğer sınıflardaki öğrencilerin bu işaretler ile ilgili ifadelerde doğruya ulaşmaları beklenmemiştir. Beklentiler doğrultusunda öğrenciler $5 \geq ?$, $6 \leq ?$, $4 + 4 \geq 8$, $6 \leq 8$ şeklindeki ifadelere doğru cevap verememiştir. Ancak diğer öğrenciler gibi 8. sınıf öğrencilerinin de büyük eşit ve küçük eşit işaretlerini içeren eşitsizliklere yanlış cevap vermesi düşündürücüdür. Büyük eşit ve küçük eşit işaretleriyle karşılaşmayan ilköğretim 4., 5., 6. ve 7. sınıf öğrencilerine büyük eşit ve küçük eşit işaretlerine sezgisel bir bakış açısı oluşturmak için “Bu işaretlere isim vermek gerekse hangi ismi verirsin?” sorusu yöneltilmiştir. Öğrencilerin büyük eşit ve küçük eşit işaretlerine “büyük değil-küçük değil” isimlerini vermeye eğilimli oldukları belirlenmiştir. Bunun sebebi de eşit değil işaretindeki çizginin, öğrencilerde farklı bir şekilde kavramsallaştırılarak büyük eşit ve küçük eşit işaretlerine yükledikleri anlamı oluşturması olabilir. İşaretlere “büyük değil ve küçük değil” isimlerini veren öğrencilerin büyük eşit ve küçük eşit işareti içeren eşitsizlikleri bu isimlendirmeye göre yaptıkları görülmektedir. Buna dayanarak öğrencilerdeki matematiksel kavramların isimleri ile beraber oluşturulduğu söylenebilir. Farklı olarak öğrencilerde büyük eşit ve küçük eşit işaretlerinin aynı büyük ve küçük işaretleri gibi işe koşulduğu öğrencilerin verdikleri cevaplarda ortaya çıkmaktadır. Bu bakış açısına göre öğrenciler küçük eşit ve büyük eşit işaretlerinin altındaki çizgilere anlam yüklememekte, çizgiyi görmezden gelmektedir. Öğrencilerden çok azının büyük eşit ve küçük eşit işaretlerini içeren eşitsizlikleri çözerken işaretlerin ilişkisel anlamına baktığı belirlenmiştir. Öğrencilerin büyük eşit ve küçük eşit işaretleriyle tarihsel açıdan en son karşılaştıkları düşünülürse, araştırmaya katılan öğrencilerin bu işaretleri içeren eşitsizlikleri cevaplayamamaları beklenmektedir. Ancak araştırmaya katılan 8. sınıf öğrencilerinin bu tür eşitsizlikleri cevaplayamamaları sınıf ortamında yapılan etkinliklerin yeterli olmadığına bir göstergesi olabilir. Ayrıca 8. sınıf öğrencilerinin eşitlik testindeki cevaplarının doğru olmadığı belirlenmiştir. Benzer şekilde eşitsizlik testinde büyük eşit ve küçük eşit işaretlerini içeren eşitsizlikleri doğru cevaplayan öğrencinin eşitlik testinde vermiş

olduğu cevapların tamamının doğru olduğu görülmektedir. Öyle ise öğrencilerin eşitsizlikleri algılamaları ile eşitlikleri algılamaları arasında bir ilişkinin mevcut olduğu söylenebilir.

Öğrencilerin eşitsizlik işaretlerini içeren ifadelerde nasıl sonuca ulaştıklarını anlamak için öğrencilere $9-5, 5+0$ şeklindeki ifadelerde soru işaretinin yerine gelmesi gereken sayılar sorulmuş; ayrıca $7-3<4+1, 3\times 3>9$ ifadelerinin doğruluğu-yanlışı sorulmuştur. Öğrencilerin çok azının bu şekildeki ifadelere doğru cevap verdiği belirlenmiştir. Öğrencilerin birçoğunun $3\times 3>9$ sorusunu doğru cevaplandırarak açıkladığı, ancak $6<10-5$ sorusunu doğru açıklayamadıkları görülmektedir. Bunun sebebi de öğrencilerin alışık oldukları geleneksel eğitimde işlemin hep sol tarafta olduğu durumların öğrencilere yöneltilmesi olabilir. İşlemin sağ tarafta bulunduğu ifadelerde öğrencilerin işlemle ilgilenmediği, sadece eşitsizlik işaretinin iki tarafındaki sayılarla ilgilendiği görülmektedir. Örneğin $6<10-5$ ifadesinde öğrenci sadece $6<10$ ifadesini inceleyerek sonuca ulaşmaktadır. Bu şekilde eşitsizliği kanıtlayan öğrencilerin düşüncesine bakıldığında aynı eşit işaretinde olduğu gibi işaretin bir yön belirttiği düşüncesinin ağır bastığı ortaya çıkmaktadır (Behr, Erlwanger ve Nichols, 1980; Carpenter ve Levi, 2000). Diğer bir deyişle eşit işaretini gören öğrenciler sol tarafta işlem aramakta iken benzer şekilde eşitsizlik işaretlerini gördüklerinde yine sol tarafta işlem aramaktadır. İşlemin sağ tarafta bulunduğu durumlarda öğrenci işleme anlam verememekte ve işlemi yok saymaktadır. Eşitsizlik işaretlerinin ilişkiselliğini ortaya çıkarmak amacıyla öğrencilere yöneltilen $7-3<4+1$ doğru-yanlış ifadesinde, öğrencilerin $6<10-5$ ifadesini açıkladıkları gibi sonuca ulaştıkları belirlenmiştir. Öğrencilerin soldan sağa doğru işlem yaptıkları ve sağ taraftaki toplama veya çıkarma işlemlerini yok saydıkları görülmektedir. Bu durum öğrencilerin eşit işareti hakkındaki düşünceleri ile tutarlılık göstermektedir. Benzer şekilde İspanya’da eşitsizlik çözümleri ile ilgili yapılan araştırmada birçok öğrencinin eşitsizliği çözmekte ve çözümü yorumlamakta zorluk çektikleri, eşitlik ile eşitsizlik arasındaki anlamlı farkı kuramadıkları gözlenmiştir. Bu sorunların sebebinin başlangıç cebir kavramlarının öğreniminden kaynaklandığı ve eşitsizliğin doğasından gelen karmaşıklığın yol açtığı belirlenmiştir (Blanco ve Garrote, 2007).

5.3. Öğrencilerde Eşitsizlik İşaretlerinin Algılanmasının Sınıflara göre Değişimi

Bu araştırmada, öğrencilerin yaşları arttıkça yani sınıf seviyesi yükseldikçe eşitsizlik ile ilgili başarılarında herhangi bir farkın oluşup oluşmadığı araştırılmıştır. Öğrencilerin eşitsizlik testinden aldıkları ortalama puanlarda sınıf seviyelerine göre anlamlı farklılıkların bulunduğu belirlenmiştir. Öğrencilerin zihinsel gelişimlerine bakıldığında 4. sınıftan 8. sınıfa doğru Eşitsizlik Testi ortalama puanlarında düzenli bir artışın beklenmesi doğaldır. Ancak araştırmada elde edilen bulguya göre ilköğretimin 6. sınıfındaki öğrencilerin Eşitsizlik Testinden aldıkları ortalama puanın 5. sınıf öğrencilerinin ortalama puanından düşük olduğu belirlenmiştir. Benzer sonuç Eşitlik Testinde de ortaya çıkmıştır. Öğrencilerin, eşit işarete yükledikleri anlamlar incelendiğinde öğrencilerin sınıf seviyelerinin yükselmesine rağmen işarete yükledikleri anlamın değişmediği veya gelişmediği görülmektedir. Bu sonuç yapılan araştırmalar ile tutarlıdır. Yani öğrenci zihinsel yönden gelişse bile eşit işaretinin işlemsel anlamına odaklanmaktadır (Behr, Erlwanger ve Nichols, 1980). Aynı şekilde eşitsizlik işaretlerinde de öğrencilerin yaptıkları hatalara bakıldığında eşit işareti ile ilgili sorularda yaptıkları hatalara benzer hatalar yaptıkları görülmektedir. Yani diğer bir deyişle öğrencilerin eşitsizlik işaretlerine yükledikleri anlamların doğruluğu, eşit işarete yükledikleri anlamın doğruluğu ile ilgilidir. Eşit işarete bir işlem işareti olarak bakan öğrenciler eşitsizlik işaretlerinde de soldan sağa doğru bir işlem aramakta, eşitsizlik işaretlerinin sağ tarafları ile ilgilenmemektedirler.

Araştırmanın bulgularından biri de 6. sınıftan 8. sınıfa gidildikçe öğrencilerin Eşitsizlik Testinden aldıkları ortalama puanlardaki farkın anlamlı olmasıdır. Ancak sınıf seviyelerine göre farklılığın sebebi araştırıldığında 4. sınıf ile araştırmaya katılan tüm sınıf ortalama puanlarının ve 6. sınıf ile 7. sınıf ortalama puanları arasında anlamlı fark bulunmuştur. Yedinci ve 8. sınıfların ortalama puanlarına bakıldığında, puanlar arasındaki farkın çok az olduğu görülmektedir. Aradaki farkın anlamlı olmamasının sebebi 8. sınıf öğrencilerinin büyük eşit ve küçük eşit işaretlerini yeni öğrenmeleri sebebiyle işaretlerin ilişkisel anlamını oluşturamamaları olabilir. Buna rağmen 8. sınıf öğrencilerinin eşitsizlik işaretleri hakkındaki düşüncelerinin diğer sınıflardaki

öğrencilerin düşüncelerinden daha olumlu olduğu söylenebilir, çünkü 8. sınıf öğrencileri eşitsizlik işaretleri ile sınıf seviyesi sebebi ile en çok etkinlik yapan sınıf konumundadır.

5.4. Öğrencilerin Eşit ve Eşitsizlik İşaretlerini Algulamaları Arasındaki İlişki

İlköğretim öğrencilerinin eşit işaretini algulamaları ile eşitsizlik işaretlerini algulamaları arasında anlamlı bir ilişkinin olup olmadığını incelendiğinde, öğrencilerin eşit ve eşitsizlik işaretlerini anlamaları arasında anlamlı bir ilişki bulunmuştur. Öğrencilerin sınıflara göre Eşitlik Testinden aldıkları ortalama puanlar Eşitsizlik Testinden aldıkları ortalama puanlara paralel bir şekilde değişim göstermektedir. Yani öğrencilerin Eşitlik Testinden aldıkları ortalama puanlara bakıldığında 5. sınıf öğrencilerinin ortalama puanlarının 6. sınıf öğrencilerinin ortalama puanlarından yüksek olduğu belirlenmiştir. Aynı durum Eşitsizlik Testinde de mevcuttur. Benzer şekilde, 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin Eşitlik Testinden aldıkları ortalama puanlar da aynı Eşitsizlik Testinden aldıkları puanlar gibi davranmaktadır. Buna göre öğrencilerin eşit işaretini algulamaları ile eşitsizlik işaretlerini algulamaları arasında anlamlı bir ilişkinin olduğu söylenebilir. Ayrıca 4. sınıftan 8. sınıfa doğru gidildikçe öğrencilerin hem Eşitlik Testi ortalama puanlarında hem de Eşitsizlik Testi ortalama puanlarında belirgin bir artış görülmektedir. Bunun sebebi de öğrencilerin hem eşit işareti hem de eşitsizlik işaretleri ile yıllar geçtikçe daha çok etkinlik yapmaları, yani öğrencilerin işaretlerle daha çok tecrübe edinmeleri olabilir.

ÖNERİLER

Araştırma sonuçlarına göre öğrencilerin eşit işaretini birçok şekilde algıladığı, ancak bunlardan en baskın olanın eşit işaretinin “bir işlem belirttiği” düşüncesi olarak ortaya çıktığı görülmektedir. Öğrencilerin bu düşüncüyü oluşturmalarının sebebi sınıf ortamında öğretmenlerin eşitlik ile yaptığı geleneksel etkinlikler olabilir. Soldan sağa doğru yazılan bir işlem ile kavratılmaya çalışılan eşit işareti, öğrenciler eşit işaretinin sağında muhakkak bir sonuç görmek isteyecek ve geleneksel biçimde verilmeyen eşitliklerde eşit işaretinin sağında yer alan işlemlere anlam veremeyeceklerdir. O halde eşit işaretinin kavratılmasında öğretmenlere büyük rol

düşmektedir. Eşit işareti kavratılırken sınıf ortamında farklı etkinlikler yapılmalı, sınıf bazında eşit işareti tartışılmalı ve öğrencilere eşit işaretinin ilişkisel boyutu kavratılmalıdır. Eşit işareti kullanırken sadece dört işlemin içinde yer alan ifadelerde kullanılmamalı, eşit işaretinin bir denge belirttiği etkinliklerle anlatılmalıdır. Eşit işaretinin denge belirttiğini anlatmak için terazi etkinliği araştırmacılarca önerilmektedir (Öksüz, 2007; Yaman, 2004). Benzer şekilde ders kitaplarında çoğunlukla yer alan geleneksel biçimdeki işlemlerin yerine $a=b+c$ şeklindeki ifadelerle yer verilmelidir. Bu etkinliklerle öğrenciler eşit işaretinin bir işlemin sonucunu ve bir yön belirttiği düşüncesinden vazgeçebilirler.

Öğrenciler 3. sınıfta eşitsizlik işaretleriyle karşılaşmakta ve bu işaretleri var olan matematik konuları içinde görmektedirler. Bu da öğrencilerde kavram yanlışlarının oluşmasına ve anlam karmaşasına yol açmaktadır. Öğretmenlerin bu durumun farkında olmaları, öğrencilerin eşitsizlik işaretlerini anlamlandırma süreçlerini bilmeleri öğrenciler açısından büyük önem taşımaktadır. Eşit işareti ve eşitsizlik işaretlerinin ilerleyen yıllarda cebir derslerinde büyük önem taşıdığını bilen bir öğretmen, eşit ve eşitsizlik işaretleri ile olabildiğince çok ve farklı etkinlik yaparak öğrencilerin kavram yanlışlarını engelleyebilir.

Araştırmaya göre öğrenciler büyük eşit-küçük eşit işaretlerini 8. sınıfta öğrenmelerine rağmen bu işaretlere sezgisel olarak yaklaşabilmekte, ancak yanlış anlamlandırma yaparak çözümleri buna göre yapmaktadır. Yani öğrenciler, bilmedikleri konular hakkında da konuşabilmekte ve tartışabilmektedir. O halde öğrencilerin sezgisel düşünceleri sınıf ortamında kullanılarak eşitsizlik işaretlerinin isimleri ve özellikleri öğrencilerle tartışılmalı; ardından ilişkisel kavramı öğrencilerde oluşturulmaya çalışılmalıdır. Çünkü matematiksel dilin gelişimi özel kelimelere ve bu kelimelerle aktif bir şekilde etkileşime bağlıdır (Capraro ve Joffrion, 2006).

Öğrencilerin eşitsizlikleri kanıtlama yöntemleri ile ilgili elde edilen bulgulara göre öğrenciler; eşitsizlik işaretlerinin bulunduğu ifadeleri, aynı eşit işaretinde olduğu gibi işaretin “bir yön belirttiğini” düşünerek soldan sağa doğru yapmakta, sağ taraftaki işlemi yok saymaktadır. Bu şekildeki bakış açısı eşit işaretindeki “eşit işareti bir yön

belirtir” teması ile açıklanabilir. Diğer bir deyiş ile öğrencilerin eşitsizlikleri kanıtlama yöntemleri öğrencilerin eşit işaretini algılama biçimiyle ilişkilidir.

Elde edilen diğer bir bulgu ise öğrencilerin sınıf seviyelerine göre eşitsizlik testi ortalama puanlarının değiştiğidir. Yani öğrenciler 4. sınıftan itibaren eşit ve eşitsizlik işaretleri hakkında daha olumlu düşünmektedir. Yedinci ve 8. sınıfların eşitsizlik testi ortalama puanlarına bakıldığında, puanların hemen hemen aynı olduğu görülmektedir. Oysa 8. sınıf öğrencilerinin 7. sınıf öğrencilerinin test puanı ortalamasından daha yüksek olması beklenmektedir. Ortalama puanların birbirine yakın çıkmasının sebebi 8. sınıf öğrencilerinin büyük eşit ve küçük eşit işaretlerinin ilişkisel anlamını bilmemesi olabilir. Bu durumda 8. sınıf öğrencileri ile büyük eşit ve küçük eşit işaretleri ile olabildiğince farklı etkinlikler yaparak işaretlerin ilişkiselliği kavratılmaya çalışılmalıdır. Öğrencilerin her sene eşit ve eşitsizlik işaretleriyle yaşadıkları tecrübe sonucunda ortalama test puanlarının sınıf seviyesi değiştikçe artması beklenmektedir. Ancak 6. sınıf öğrencilerinin eşitsizlik testinden aldıkları ortalama puanın 5. sınıf öğrencilerinin puanından daha düşük olduğu gözlenmiştir.

Araştırmada elde edilen bir bulgu ise öğrencilerin sınıf seviyesi arttıkça eşitlik ve eşitsizlik testlerinden aldıkları ortalama puanların artış göstermesidir. Bu artışa bakıldığında eşitlik testi ile eşitsizlik testi arasında benzerlik görülmektedir. Yani öğrencilerin aldıkları ortalama puanlar 4. sınıftan 8. sınıfa gidildikçe artmaktadır, ancak her iki testte de belirgin olarak ortaya çıkan bir durum vardır, o da 5. sınıf öğrencilerinin ortalama puanlarının çok az da olsa 6. sınıf öğrencilerinin ortalama puanlarından yüksek olmasıdır. Bu durum göz önüne alındığında öğrencilerin 5. sınıftan 6. sınıfa geçtiklerinde matematiksel açıdan sıkıntı yaşadıkları ve işaretlerle ilgili kavram yanılgısı oluşturdukları söylenebilir. Bunun sebepleri, sınıf öğretmenlerinin ve matematik branş öğretmenlerinin bakış açısındaki farklılıklar, 6. sınıf öğrencilerinin tam sayıları ve denklemleri öğrenmiş olmaları olabilir. O halde 5. sınıftan 6. sınıfa geçen öğrencilerde eşit ve eşitsizlik işaretleri ile yapılan etkinliklerde daha dikkatli davranılmalı, işaretlerin ilişkisel boyutu konular arasında belirtilmelidir.

Öğrencilerin eşitsizlik işaretleri hakkındaki düşüncelerine bakıldığında öğrencilerin düşüncelerinin eşit işareti ile ilişkili olduğu hem nitel hem de nicel bulgularla desteklenmiştir. Yani öğrencilerin eşitsizlik işaretlerini algılamaları eşit işaretini algılamaları ile ilişkilidir. O halde öğrencilerin eşitsizlik işaretlerini ilişkisel olarak kavrayabilmeleri için eşitsizlik işaretlerinden önce yeterince eşit işareti ile ilgili etkinliklere yer verilmelidir. Eşitsizlik işaretleri öğretilirken öğretmenin sözel olarak terazi etkinliklerinden bahsetmesi öğrencilerin işaretlerin ilişkisel anlamını kavramasını sağlayacaktır. Üstelik sınıf ortamında yapılabilecek somut etkinliklerle öğrenciler eşitsizlik işaretlerini daha iyi kavrayarak işaretlerin ilişkisel anlamını kavrayacaktır.

İleride yapılacak çalışmalarda;

1. Değişik okul ve değişik sınıf seviyelerinde benzer araştırmalar yapılarak aynı sonuçlara ulaşılabilir mi?
2. Eşitsizlik işaretlerinin doğru kavratılması için sınıf ortamında hangi etkinlikler yapılabilir?
3. Eşit ve eşitsizlik işaretlerinin ilişkisel anlamının kavranılması için hangi somut materyaller oluşturulabilir?
4. Eşitsizlik işaretlerine ek olarak 'büyük değildir-küçük değildir-büyük eşit değildir-küçük eşit değildir' işaretlerini öğrenciler nasıl algılamaktadır?
5. Eşitlik ve Eşitsizlik testlerinden alınan ortalama puanlar incelendiğinde 6. sınıf puanının 5. sınıf puanında düşük olmasının sebepleri nelerdir?

sorularına yanıt aranabilir.

KAYNAKÇA

- Adams T. L. (2003), Reading Mathematics: More Than Words Can Say, *The Reading Teacher* Vol. 56 No: 8 pp: 786-795
- Altun M. (2004), *İlköğretim İkinci Kademe (6,7 ve 8. Sınıflarda) Matematik Öğretimi*, Alfa Yayınları, Bursa, 2004
- Amit M. ve Neria D. (2010), Assessing a Modeling Process of a Linear Pattern Task, *Ben Gurion University Of the Negev* (<http://site.educ.indiana.edu/Portals/161/Public/Amit%20&%20Neria.pdf> adresinden 22.09.2009 tarihinde alınmıştır.)
- Attorps I. Ve Tossavainen T. (2007), Is There Always Truth İn Equation?, Fifth Nordic Conference on Research in Mathematics Education, 21 – 25 April 2008 in Copenhagen, Denmark
- Argün Z., Ubuz B. ve Şandır H. (2007), 9. Sınıf Öğrencilerinin Aritmetik İşlemler, Sıralama, Denklem Ve Eşitsizlik Çözümlerindeki Hataları, *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi* 32 [2007] 274-281
- Baykul Y. (2002), *İlköğretimde Matematik Öğretimi 6.- 8. Sınıflar için*. Ankara: Pegem A Yayıncılık
- Bazzini L. ve Tsamir P. (2004), Algebraic Equations and Inequalities: Issues for Research and Teaching, Proceeding of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol 1, pp 137-166 (<http://www.emis.de/proceedings/PME28/RF/RF002.pdf> adresinden 12.11.2009 tarihinde alınmıştır.)
- Bazzini L. ve Tsamir P. (2004) , Connections Between Theory and Research Findings: The Case of Inequalities (http://didmat.dima.unige.it/progetti/COFIN/biblio/art_bazz/BAZZ&03.pdf adresinden 12.11.2009 tarihinde alınmıştır.)
- Bazzini L. ve Tsamir P. (2004), Student's Algorithmic, Formal and Intuitive Knowledge: The Case of Inequalities (<http://www.math.uoc.gr/~ictm2/Proceedings/pap511.pdf> adresinden 13.11.2009 tarihinde alınmıştır.)
- Bazzini L. ve Tsamir P. (2004), Algebraic Equations and Inequalities: Issues *For Research and Teaching, Proceedings of The 28th Conference of The International Group For the Psychology of Mathematics Education*, 2004, Vol I Pp 137–166
- Behr M., Erlwanger S. ve Nichols E. (1980), How Children View the Equals Sign?, *Mathematics Teaching*, No: 92 pp:13-15 September 1980
- Bergsten C. (2003), A Classification of Algebraic Tasks, *Presentation at the Seminar New Trends in Mathematics Education Research: an International Perspective Bologna*, February 27, 2003.

- Blanco L. J. ve Garrote M.,(2007) Difficulties in Learning Inequalities in Students of the First Year of Pre-University Education in Spain, *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education*, 3(3), 221-229
- Boulton G. M., Lewis G., Cooper T. J., Atweh B., Pillay H. ve Wills L. (2000), Readiness of Algebra, Proceeding of the 24th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 2 pp:89-105
- Büyüköztürk Ş. (2007), *Sosyal Bilimler İçin Veri Analizi El Kitabı*, Pegema Yayıncılık, Ankara
- Cai J. , Lew H.C., Morris A., Moyer J., Fong S. ve Schmittau J. (2005), The Development of Students Algebraic Thinking in Earlier Grades: A Cross-Cultural Comparative Perspective , *ZDM* Vol:37 (1)
- Cajori F. (1993), A history of mathematical notations, (<http://www.archive.org/stream/historyofmathema031756mbp> adresinden 15 Mayıs 2010 tarihinde alınmıştır.)
- Capraro M. M. ve Joffrion H. (2006), Algebraic Equations: Can Middle-School Students Meaningfully Translate From Words to Mathematical Symbols?, *Reading Psychology*, 27:147–164
- Cortes, A. ve Pfaff, N. (2000), Solving Equations and Inequations: Operational Invariant and Methods Constructed by Students, Paper Presented at The PME.
- Cox T. J. (2003), Algebra in the Early Years? Yes, *Teaching and Learning About Maths*, January 2003 (<http://journal.naeyc.org/btj/200301/Algebra.pdf> adresinden 22 Nisan 2010 tarihinde alınmıştır.)
- Dede Y. (2005), Değişken Kavramı Üzerine, *Kastamonu Eğitim Dergisi*, Mart 2005, Cilt:12 No:1, 139-148
- Durmuş S. ve Akkaya R.(2006), İlköğretim 6-8. Sınıf Öğrencilerinin Cebir Öğrenme Alanındaki Kavram Yanılgıları, *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi* 31: [2006] 1-12
- Falkner K. P. , Levi L. ve Carpenter T. (2000), Children's Understanding of Equality: A Foundation for Algebra, *Teaching Children Mathematics*, December 1999 pp:233-236 (<http://ncisla.wceruw.org/publications/articles/AlgebraNCTM.pdf> adresinden 12.03.2010 tarihinde alınmıştır.)
- Farmaki V. ve Verikios P. (2006), Introducing Algebraic Thinking to 13 Year-Old Students: The Case of the Inequality, Proceeding 30th Conference of the Internacional Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol 5, pp 321-328

- Gülpek P. (2006), “İlköğretim 7. ve 8. Sınıf Örgencilerinin Cebirsel Düşünme Düzeylerinin Gelişimleri”, *Uludağ Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü* (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi), Bursa
- Herbert, K. ve Brown R. (1997), Patterns as Tools for Algebraic Reasoning. *Teaching Children Mathematics* 3 (February 1997): 340-344.
- Kaput J. J. (2000) , Teaching And Learning A New Algebra With Understanding (http://www.eric.ed.gov/ERICWebPortal/search/detailmini.jsp?_nfpb=true&_ERICExtSearch_SearchValue_0=ED441662&ERICExtSearch_SearchType_0=no&accno=ED441662 adresinden 01.02.2010 tarihinde alınmıştır.)
- Karasar N. (2007), Bilimsel Araştırma Yöntemi, *Nobel Yayınları*, Ankara
- Kieran C. (2004), The Equation / Inequality Connection in Constructing Meaning for Inequality Situations, *Psychology of Mathematics Education Vol.1*, pp:143-147
- Kieran C. (1981), Concepts Associated With the Equality Symbol, *Educational Studies in Mathematics*, 12, 317-326
- Kieran C. (1992), The Learning and Teaching School Algebra, *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. 390-419.
- Knuth E., Alibali M., Hattikudur S., McNeil N. ve Stephens A. (2008), The Importance of Equal Sign Understanding in the Middle Grades, *Mathematics Teaching In The Middle School*, Vol:13 No: 9, May 2008
- Macgregor M. ve Price E. (1999), An Exploration of Aspects of Language Proficiency and Algebra Learning, *Journal for Research in Mathematics Education* Vol. 30 No.4 pp: 449-467
- Macgregor M. ve Stacey K. (1997), Students Understanding of Algebraic Notation: 11-15, *Educational Studies in Mathematics*, Vol. 33, no 1, pp:1-19
- MacGregor M. ve Stacey K. (1997), Ideas About Symbolism That Students Bring to Algebra, *The Mathematics Teacher* 90, Vol. 90 No: 2
- Mcneil N.M. ve Grandau L. (2006), Middle-School Students’ Understanding of Equal Sign: The Books They Read Can’t Help , *Cognition and Instruction*, 24(3), 367-385
- MEB (2005), İlköğretim Matematik Dersi 1-5 Öğretim Programı (www.meb.gov.tr adresinden 12.12.2009 tarihinde alınmıştır.)
- MEB (2005), İlköğretim Matematik Dersi 6. Sınıf Öğretim Programı (www.meb.gov.tr adresinden 12.12.2009 tarihinde alınmıştır.)

- Molina M. ve Ambrose R. C. (2006), Fostering Relational Thinking While Negotiating The Meaning of The Equal Sign, *Teaching Children Mathematics*, 13(2), 111-117
- NCTM (2000), Principle and Standards for School Mathematics. (<http://standards.nctm.org/> adresinden 07.09.2009 tarihinde alınmıştır.)
- Olkun S. ve Toluk Uçar Z. (2007), *İlköğretimde Etkinlik Temelli Matematik Öğretimi*, Maya Akademi Yayıncılık, Ankara
- Olkun S., Toluk Uçar Z. ve Yaman H.(2003), İlköğretim Öğrencileri Eşit İşaretini Nasıl Algılamaktadırlar?, *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi* 24: 142-151 [2003]
- Öksüz C. (2007), Children's Understanding of Equality and the Equal Sign (<http://www.cimt.plymouth.ac.uk/journal/oksuz.pdf> adresinden 02.01.2010 tarihinde alınmıştır.)
- Prestage S. ve Perks P. (2005), Inequalities and Paper Hats (<http://www.highbeam.com/doc/1P3-945420271.html> adresinden 03.02. 2010 tarihinde alınmıştır.)
- Radford L. (2000), Signs And Meanings in Students Emergent Algebraic Thinking: A Semiotic Analysis, *Educational Studies in Mathematics*, Vol:42, No.3, pp.237-268
- Radford L.ve Puig L. (2006), Syntax And Meaning As Sensuous, Visual, Historical Forms Of Algebraic Thinking, *Educational Studies in Mathematics* (2007) 66: 145-164
- Radford L. (2001), The Historical Origins of Algebraic Thinking, perspectives on school algebra, In R. Sutherland, T. Rojano, A. Bell & R. Lins (Eds.), *Perspectives in School Algebra* (pp. 13-63). Dordrecht: Kluwer.
- Soylu Y. (2008), 7. Sınıf Öğrencilerinin Cebirsel İfadeleri Ve Harf Sembollerini (Değişkenleri) Yorumlamaları Ve Bu Yorumlamada Yapılan Hatalar, *Ahmet Keleşoğlu Eğitim Fakültesi Dergisi*, Sayı:25, Sayfa: 237-248
- Şandır H., Ubuz B. ve Argün Z. (2002), Ortaöğretim 9. Sınıf Öğrencilerinin Mutlak Değer Kavramındaki Öğrenme Hataları ve Kavram Yanılgıları. *V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresinde bildiri olarak sunulmuştur*, ODTÜ, Ankara
- Şimşek H. ve Yıldırım A. (2006), Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri, *Seçkin Yayıncılık*
- Teke M. ve Yenilmez K. (2008), Yenilenen Matematik Programının Öğrencilerin Cebirsel Düşünme Düzeylerine Etkisi, İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, Cilt:9, Sayı 15, S: 229-246

Threlfall J. (1999), Repeating Patterns in the Primary Years, Pattern in the Teaching and Learning of Mathematics , pp 18-30

www.tdk.gov.tr

Usiskin Z. (1988) , Conceptions of School Algebra and Uses of Variables, University of Chicago,(*NCTM- 1988 Yearbook*)

Yıldırım C. (1996), Matematiksel Düşünme, *Remzi Kitabevi*, İstanbul

EKLER

Ek-1

EŞİTLİK TESTİ

Adınız:	Soyadınız:	Cinsiyet: <input type="checkbox"/> Kız <input type="checkbox"/> Erkek
Okulunuzun Adı:	Sınıf:	
Yönerge: Bu testte 20 soru vardır. Her bir soruyu dikkatle okuyunuz. Süreniz 20 dakikadır. Başarılar dilerim.		

Aşağıda verilen sembollerden ne anladığınızı yazınız.

=	
≠	
>	
<	
≤	
≥	

1. Aşağıdaki eşitliklerde ? yerine kaç sayı gelebilir, bu sayıları yazınız.

- | | |
|--------------------|---------------------|
| a) $3 = ?$ | f) $5 - ? = 6 - 3$ |
| b) $2 + 4 = ?$ | g) $2 \times 5 = ?$ |
| c) $? = 1 + 3$ | h) $? = 3 \times 2$ |
| d) $3 + 2 = ? + 1$ | i) $? + ? = 7$ |
| e) $5 + ? = 6 + 3$ | j) $5 = ? + ?$ |

2. Aşağıdaki eşitlikler, doğru ise yanındaki boşluğa D, yanlış ise Y yazınız.

- | | |
|--------------------------|------------------------------------|
| a) $3 = 3$ | f) $2 + 3 = 5 + 2$ |
| b) $3 = 5$ | g) $3 \times 3 = 9 + 3$ |
| c) $4 + 4 = 8$ | h) $2 \times 2 = 4 \times 1$ |
| d) $6 = 8 - 2$ | i) $7 - 3 = 4 + 1$ |
| e) $3 + 5 = 0 + 8$ | j) $2 \times 4 = 5 + 3$ |

Ek-2

EŞİTSİZLİK TESTİ

Adınız: _____ **Soyadınız:** _____ **Cinsiyet:** Kız Erkek

Okulunuzun Adı: _____ **Sınıf:** ...

Yönerge: Yönerge: Bu testte 20 soru vardır. Her bir soruyu dikkatle okuyunuz. Süreniz 20 dakikadır. Başarılar dilerim.

1. Aşağıdaki eşitsizliklerde ? yerine kaç sayı gelebilir, bu sayıları yazınız.

- | | |
|------------|----------------|
| a) $5 > ?$ | f) $? \neq 6$ |
| b) $5 < ?$ | g) $5 \geq ?$ |
| c) $? > 2$ | h) $6 \leq ?$ |
| d) $? < 8$ | i) $5 + 0 > ?$ |
| e) $0 < ?$ | j) $? < 9 - 5$ |

2. Aşağıdaki eşitsizlikler, doğru ise yanındaki boşluğa D, yanlış ise Y yazınız.

- | | |
|-------------------------|-------------------------------|
| a) $5 < 5$ | h) $6 < 10 - 5$ |
| b) $6 > 3$ | g) $3 \times 3 > 9$ |
| c) $3 \neq 5$ | h) $1 > 0$ |
| d) $4 + 4 \geq 8$ | i) $7 - 3 < 4 + 1$ |
| e) $6 \leq 8$ | j) $2 \times 4 > 5 + 3$ |

T.C.
KOCAELİ VALİLİĞİ
İL MİLLÎ EĞİTİM MÜDÜRLÜĞÜ

SAYI : B08.4.MEM.4.41.00.09/510
KONU : Araştırma İzni
(Birseli YAVUZ)

05.03.10* 5535

VALİLİK MAKAMINA
KOCAELİ

Abant İzzet Baysal Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Matematik Öğretmenliği Yüksek Lisans Programı öğrencisi Birseli YAVUZ 'un "İlköğretim Öğrencilerinin Eşitsizlik Sembolleri Hakkındaki Düşünceleri" konulu çalışmasına esas olmak üzere, İlimiz İzmit ilçesinde bulunan ilköğretim okullarında anket uygulama talebi, ilgili Üniversitenin 16.02.2010 tarih ve 99 sayılı yazıları ile bildirilmektedir.

Adı geçen öğrencinin söz konusu çalışmasına esas olmak üzere ekte sunulan anketleri İlimiz İzmit ilçesinde bulunan ilköğretim okullarında uygulama talebi komisyonca uygun görülmüş olup, Müdürlüğümüzce de uygun görülmektedir.

Olurlarınıza arz ederim.


Muhlis ÖZTÜRK
İl Milli Eğitim Müdür V.

OLUR
.../.../2010
Ali SÖZEN
Vali
Vali Yardımcısı



Valilik

Ömerağa Mah. Ankara Cad

Valilik Binası Kat:2 KOCAELİ

Tel: 331 33 03

Tel: 331 58 98

Tel: 321 17 47

Fax: 321 15 54

www.kocaeli.meb.gov.tr www.kocaeli-meb.gov.tr

kocaelimem@meb.gov.tr

