T.C.
DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
ORTAÖĞRETİM FEN VE MATEMATİK ALANLAR EĞİTİMİ ANABİLİM DALI
MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ PROGRAMI
YÜKSEK LİSANS TEZİ

MATEMATİK ÖĞRETMEN ADAYLARININ ÇİFT SÜTUN İSPAT YÖNTEMİNE YÖNELİK GÖRÜŞLERİ VE BU YÖNTEME DAYALI İSPATLAMA SÜREÇLERİNİN ANALİZİ

Özge KARAHAN

İzmir
2013

T.C.
DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
ORTAÖĞRETİM FEN VE MATEMATİK ALANLAR EĞİTİMİ ANABİLİM DALI
MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ PROGRAMI
YÜKSEK LİSANS TEZİ

MATEMATİK ÖĞRETMEN ADAYLARININ ÇİFT SÜTUN İSPAT YÖNTEMİNE YÖNELİK GÖRÜŞLERİ VE BU YÖNTEME DAYALI İSPATLAMA SÜREÇLERİNİN ANALİZİ

Özge KARAHAN

Danışman
Yrd. Doç. Dr. Işıkhan UĞUREL

İzmir
2013

YEMİN METNİ

Yüksek Lisans Tezi olarak sunduğum "Matematik Öğretmen Adaylarının Çift Sütun İspat Yöntemine Yönelik Görüşleri ve Bu Yönteme Dayalı İspatlama Süreçlerinin Analizi" adlı çalışmanın, tarafımdan bilimsel ahlak ve geleneklere aykırı düşecek bir yardıma başvurulmaksızın yazıldığını ve yararlandığım eserlerin Kaynak Dizini'nde gösterilenlerden oluştuğunu, bunlara atıf yapılarak yararlanılmış olduğunu belirtir ve bunu onurumla doğrularım.

14 /01/2013

Özge KARAHAN

Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğüne

İşbu çalışma, jürimiz tarafından Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanlar Eğitimi Anabilim Dalı, Matematik Eğitimi Programında YÜKSEK LİSANS TEZİ olarak kabul edilmiştir.

Başkan : Yrd. Doç. Dr. H. Sevgi MORALI ....

Üye : Doç. Dr. Süha YILMAZ ....

Üye : Yrd. Doç. Dr. Işıkhan UĞUREL ....

Onay
Yukarıda imzaların, adı geçen öğretim üyelerine ait olduğunu onaylarım.

14/01/2013

Prof. Dr. h. c. İbrahim ATALAY
Enstitü Müdürü

T.C
YÜKSEKÖĞRETİM KURULU
ULUSAL TEZ MERKEZİ

TEZ VERİ GİRİŞİ VE YAYIMLAMA İZİN FORMU

Referans No	**459598**
İşlem Türü	İşlemde
Yazar Adı / Soyadı	Özge Karahan
Uyruğu / T.C.Kimlik No	T.C. 65569247228
Telefon / Cep Telefonu	
e-Posta	ozgekarahan2010@gmail.com
Tezin Dili	Türkçe
Tezin Özgün Adı	Matematik Öğretmen Adaylarının Çift Sütun İspat Yöntemine Yönelik Görüşleri ve Bu Yönteme Dayalı İspatlama Süreçlerinin Analizi
Tezin Tercümesi	Mathematics Student Teachers' Views on the Method of "Two Column Proof" and the Analysis of Their Proving Process Based upon This Method
Konu Başlıkları	Eğitim ve Öğretim
Üniversite	Dokuz Eylül Üniversitesi
Enstitü / Hastane	Eğitim Bilimleri Enstitüsü
Bölüm	Eğitim Bilimleri Bölümü
Anabilim Dalı	Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanları Eğitimi Anabilim Dalı
Bilim Dalı / Bölüm	Matematik Öğretmenliği Bilim Dalı
Tez Türü	Yüksek Lisans
Yılı	2013
Sayfa	228
Tez Danışmanları	Yrd. Doç. Dr. Işıkhan Uğurel
Dizin Terimleri	İspat=Proof
Önerilen Dizin Terimleri	ispatlama=proving, Geometrik İspat=Geometric Proof, Çift Sütun İspat=Two Column Proof, Matematik Öğretmen Adayı=Mathematics Student Teacher
Yayımlama İzni	Tezimin yayımlanmasına izin veriyorum ✓ Ertelenmesini istiyorum [3 Yıl]

b. Tezimin Yükseköğretim Kurulu Tez Merkezi tarafından çoğaltılması veya yayımının **05.02.2016** tarihine kadar ertelenmesini talep ediyorum. Bu tarihten sonra tezimin, internet dahil olmak üzere her türlü ortamda çoğaltılması, ödünç verilmesi, dağıtımı ve yayımı için, tezimle ilgili fikri mülkiyet haklarım saklı kalmak üzere hiçbir ücret (royalty) talep etmeksizin izin verdiğimi beyan ederim.

NOT: (Erteleme süresi formun imzalandığı tarihten itibaren en fazla 3 (üç) yıldır.)

05.02.2013

İmza:..............................

TEŞEKKÜR

Lisans ve Yüksek Lisans hayatım boyunca, bana yol gösteren ve desteğini esirgemeyen Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Fakültesi Matematik Öğretmenliği Anabilim Dalı'ndaki hocalarımın tümüne ayrı ayrı teşekkürü borç bilirim. Tezin oluşmasında rol oynayan, zaman ve bilgilerini benimle paylaşıp bu tezi oluşturmama yardımcı olan tüm katılımcı öğretmen adaylarına teşekkür ederim.

Arkadaşlarım, Arş. Gör. Ayşe TEKİN DEDE ve Arş. Gör. Nazlı Rüya TAŞKIN'a tez sürecinde, öncesinde ve sonrasında hep yanımda oldukları, yardımları, destekleri ve tükenmeyen dostlukları için çok teşekkür ederim.

Lisans ve yüksek lisans hayatım boyunca değerli düşünceleriyle bana yol gösteren; tez süresince fikirlerimi geliştirmemde, tezi tamamlamada bana yardımcı olan ve desteğini hiç esirgemeyen danışman hocam Yrd. Doç. Dr. Işıkhan UĞUREL'e sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Öğretim hayatım boyunca uzakta da olsa beni takip eden ve her adımımda beni yüreklendiren sevgili dedem Mehmet Ali BAĞ'a teşekkürlerimi borç bilirim. Bana dünyanın en şanslı kardeşi olduğumu her an hissettiren ablam Nehir AKSOY'a her durumda yanımda olduğu, akıl verdiği, yol gösterdiği ve bana hep inandığı için; ablamın biricik eşi Emre AKSOY'a sevgisi ve hiç eksik etmediği desteği için teşekkür ederim. Varlığıyla dünyamıza yeni bir renk ve sonsuz mutluluk katan, geleceğe hep umutla bakmamı sağlayan yeğenim Rüzgar AKSOY'a çok daha yüksek yerlere ulaşmasını temenni ederek, teşekkür ederim.

Yıllarını eğitime vermiş, her alanda kendilerini geliştirirken değerlerinden ve doğrularından asla vazgeçmemiş, bana hep mükemmel bir ailenin ferdi olduğumu hissettiren, birlik ve beraberliğin önemini, huzuru, mutluluğu ve sevgiyi paylaşmayı öğreten annem Emine KARAHAN ve babam Recep KARAHAN'a sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

İÇİNDEKİLER

Yemin………………………………………………………………………… i

Değerlendirme Kurulu Üyeleri……………………………………………... ii

Yüksek Öğretim Kurulu Dokümantasyon Merkezi Tez Veri Formu………….. iii

Teşekkür…………………………………………………………………….. iv

İçindekiler……………………………………………………………......... v

Tablo Listesi………………………………………………………………… vii

Şekil Listesi……………………………………………………………......... x

Özet ve Anahtar Kelimeler…………………………………………………... xi

Abstract and Key Words…………………………………………………….. xiii

BÖLÜM I

GİRİŞ…………………………………………………………………… 1

Problem Durumu……………………………………………………… 7

Amaç ve Önem………………………………………………………… 8

Problem Cümlesi……………………………………………………… 10

Alt Problemler………………………………………………………… 10

Sayıltılar…………………………………………………….................... 10

Sınırlılıklar………………………………………………….................... 11

Kısaltmalar……………………………………………………………. 11

BÖLÜM II

İLGİLİ YAYIN VE ARAŞTIRMALAR……………………………..… 12

İspat Kavramı ve Önemi…………….. 12

Matematik ve Geometri Programlarında İspatın Yeri ve Önemi…………. 15

Matematik Programlarında İspat…………………............................. 15

Geometri Programlarında İspat……………………………………….. 18

OMDÖP ve OGDÖP’te İspatın Yeri ve Önemi…………………............ 19

İspat Kavramının Anlaşılması ve Bu Konuda Yaşanan Sıkıntılar…...……. 24

Öğretmenlerin/Öğretmen Adaylarının İspat Bilgisi ve Yeterlilikleri……... 27

Çift Sütun İspat Yöntemi…………………………………………………. 29

Çift Sütun İspat Yönteminin Tanımı…………………………………….. 29
Çift Sütun İspat Yöntemine Tarihi Bir Bakış....……………………… 30
Çift Sütun İspatın Kullanımı ve Öğretimdeki Rolü……………………. 32
Çift Sütun İspat ile İlgili Yapılmış Çalışmalar………………………… 34
BÖLÜM III
YÖNTEM…………………………………………………………………… 45
Araştırma Modeli…………..……………………………………........ .. 45
Katılımcılar……………………………………………………………….. 47
Veri Toplama Araçları ……………………………….......................... 49
Veri Çözümleme Teknikleri……………………………………………… 56
Araştırmanın Geçerliliği ve Güvenirliği………………………………….. 60
BÖLÜM IV
BULGULAR VE YORUMLAR…………………………………………….. 62
I. Alt Probleme Yönelik Bulgular ve Yorumlar………………………….. 63
II. Alt Probleme Yönelik Bulgular ve Yorumlar………………………… 103
III. Alt Probleme Yönelik Bulgular ve Yorumlar……………………….. 110
Yapılandırılmış Sorular ile Elde Edilen Bulgular ve Yorumlar……….. 110
ÖA'lara Yöneltilen Bireysel Sorulardan Elde Edilen Bulgular ve Yorumlar……………………………………………………………….. 121
BÖLÜM V
SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER…………………………………….. 151
Sonuçlar…………………………………………………………………….. 151
I. Alt Probleme Yönelik Sonuçlar……………………………………….. 151
II. Alt Probleme Yönelik Sonuçlar……………………………………….. 162
III. Alt Probleme Yönelik Sonuçlar………………………………………. 168
Tartışma……………………………………………………………………. 174
Öneriler…………………………………………………………………….. 177
KAYNAKÇA ……………………………………………………………….. 179
EKLER………………………………………………………………………. 191

Tablo Listesi

Tablo 1	Katılımcı Kümülatifleri	48
Tablo 2	1. Sorunun Cevapları için Oluşturulmuş Temalar ve Kategorileri	65
Tablo 3	2. Soru için Oluşturulmuş Tema ve Kategorileri	68
Tablo 4	ÇSİ'nin Öğretmen Açısından Avantajları Teması ve Kategorileri	70
Tablo 5	ÇSİ'nin Öğretmen Açısından Dezavantajları Teması ve Kategorileri	72
Tablo 6	ÇSİ'nin Öğrenci Açısından Avantajları Teması ve Kategorileri	74
Tablo 7	ÇSİ'nin Öğrenci Açısından Dezavantajları Teması ve Kategorileri	76
Tablo 8	ÇSİ'nin Matematik Eğitiminde Kullanışlılık Durumu Teması ve Kategorileri	79
Tablo 9	ÇSİ'lerden En İyi Yararlanma Yolları Teması ve Kategorileri	82
Tablo 10	ÖA'ların ÇSİ'leri Derslerinde Kullanma Nedenleri Teması ve Kategorileri	86
Tablo 11	ÇSİ Gruplarının Karşılaştırılması Teması ve Kategorileri	88
Tablo 12	ÇSİ'lerin Grupsal Özellikleri	90
Tablo 13	Kolay ve Zor Olan ÇSİ Grupları ve Nedenleri Teması ve Kategorileri	91
Tablo 14	ÇSİ'lerin Diğer İspat Yöntemleriyle Karşılaştırılması Teması ve Kategorileri	95
Tablo 15	ÇSİ Oluşturmak İçin Belirtilen Durumlar	98
Tablo 16	ÇSİ'lerin İspat Öğretimine Katkısı Teması ve Kategorileri	99
Tablo 17	ÇSİ'nin İspatlara ve İspat Yapmaya Olan Bakış Açısında Sağladığı Değişiklikler	101
Tablo 18	ÇSİ'lerin Sorular Bazında Tamamlanma/Tamamlanmama Durumları	104
Tablo 19	Kişi Bazında 4. Grup ÇSİ'lerin Basamak Sayısı	106
Tablo 20	ÇSİ'lerin Kişi Bazında Tamamlanma/Tamamlanmama Durumları	108
Tablo 21	Katılımcı Kümülatifleri	109
Tablo 22	ÇSİ'nin Kısıtlama Durumu	111
Tablo 23	ÖA'ların Gerekçeleri Yazma Durumları	113
Tablo 24	Gerekçelerin Yazılma Durumları Teması ve Kategorileri	115
Tablo 25	İspatların Kaç Tanesini Yapabileceğini Belirten ÖA'ların İfadeleri	118
Tablo 26	Kişisel Değerlendirmeler	120

Tablo 27	ÇSİ'lerin Kişi Bazında Tamamlanma/Tamamlanmama Durumları	122
Tablo 28	Transkript Örneği- Recep.1	123
Tablo 29	Transkript Örneği- Recep.2	124
Tablo 30	Transkript Örneği- Nehir.1	124
Tablo 31	Transkript Örneği- Nehir.2	125
Tablo 32	Transkript Örneği- Nehir.3	126
Tablo 33	Transkript Örneği- Rüzgar.1	127
Tablo 34	Transkript Örneği- Rüzgar.2	128
Tablo 35	Transkript Örneği- Rüzgar.3	129
Tablo 36	Transkript Örneği- Rüzgar.4	129
Tablo 37	Transkript Örneği- Ayşe.1	130
Tablo 38	Transkript Örneği- Selçuk.1	131
Tablo 39	Transkript Örneği- Selçuk.2	131
Tablo 40	Transkript Örneği- Selçuk.3	132
Tablo 41	Transkript Örneği- Selçuk.4	133
Tablo 42	Transkript Örneği- Rüya.1	133
Tablo 43	Transkript Örneği- Rüya.2	134
Tablo 44	Transkript Örneği- Tuba.1	135
Tablo 45	Transkript Örneği- Tuba.2	136
Tablo 46	Transkript Örneği- Tuba.3	137
Tablo 47	Transkript Örneği- Ece.1	138
Tablo 48	Transkript Örneği- Ece.2	139
Tablo 49	Transkript Örneği- Ece.3	139
Tablo 50	Transkript Örneği- Gönül.1	140
Tablo 51	Transkript Örneği- Gönül.2	140
Tablo 52	Transkript Örneği- Emre.1	141
Tablo 53	Transkript Örneği- Emre.2	142
Tablo 54	Transkript Örneği- Emre.3	142
Tablo 55	Transkript Örneği- Emre.4	143
Tablo 56	Transkript Örneği- Mine.1	144
Tablo 57	Transkript Örneği- Mine.2	145

Tablo 58	Transkript Örneği- Mine.3	145
Tablo 59	Transkript Örneği- Volkan.1	146
Tablo 60	Transkript Örneği- Volkan.2	148
Tablo 61	ÇSİ’nin İfade Edilen Özellikleri	161
Tablo 62	ÖA’ların Kümülatif Sıraları ve ÇSİ’leri Tamamlama Sıraları	165

Şekil Listesi

Şekil 1	9-10. Sınıflar MEB Geometri Dersi Öğretim Programı ÇSİ Örneği	9
Şekil 2	Birinci Grupta Yer Alan İspat Problemi Örneği	50
Şekil 3	İkinci Grupta Yer Alan İspat Problemi Örneği	51
Şekil 4	Üçüncü Grupta Yer Alan İspat Problemi Örneği	52
Şekil 5	Dördüncü Grupta Yer Alan İspat Problemi Örneği	53
Şekil 6	Birinci Görüşme Transkript Örneği	58
Şekil 7	İkinci Görüşme Transkript Örneği	58
Şekil 8	4.2 Numaralı İspat	107
Şekil 9	2.4 Numaralı İspat	166
Şekil 10	3.5 Numaralı İspat	167

ÖZET

Matematik Öğretmen Adaylarının Çift Sütun İspat Yöntemine Yönelik Görüşleri ve Bu Yönteme Dayalı İspatlama Süreçlerinin Analizi

Özge Karahan

İspatlar matematiksel bilginin garantisini sağlar ve matematik yapma ve anlamada temel bir aktivitedir (Almeida, 2000). Matematik için bu derece önemli olan ispat kavramı benzer şekilde matematik ve geometri öğretimi için de önem taşır. Geometri öğretiminde, ispatın genel sıkıntılarından olan ispatı anlama ve oluştuma gibi durumları ortadan kaldırmak için farklı yöntem ve yaklaşımlar kullanılmaktadır. Yurtdışında özellikle Amerika'da yaygın olarak kullanılan (Bknz. Gfeller, 2004; Herbst, 2004; Weiss, Herbst & Chen, 2009) fakat ülkemizde 2005 yılında kullanılmaya başlanan geometri öğretim programında ilk kez yer alan çift sütun ispat [ÇSİ] bu tür alternatif yöntemlerden biridir. Araştırma, bu yöntemin kullanışlılık durumu ile ilgili bilgi sahibi olma ve ülkemizde bu yönteme dair var olan boşluğun doldurulmasında bir basamak olabilme amaçlarını taşımaktadır. ÇSİ'nin ülkemizde kullanımı yaygın olmayan bir yöntem olması ve öğrencilerin genel olarak ispat yapma ile ilgili sıkıntıları gibi iki ayrı durum araştırma probleminin oluşturulmasında rol oynamıştır. Geleceğin öğretmenleri olan öğretmen adaylarının [ÖA], ÇSİ yöntemine dayalı ispat yapma yaklaşımları ve durumları ayrıca bu yönteme yönelik görüşlerinin neler olduğu araştırmanın problem durumudur. Nitel araştırma teknikleri kullanılarak yürütülen araştırma bir özel durum çalışmasıdır. Araştırmanın katılımcıları, yöntem hakkında bilgi edinmeleri ve kişisel deneyime sahip olup, öğretmenlik yaptıkları süreçte bunu kullanabilmeleri yönünden ayrıca yöntemin kullanışlılığını da doğrudan kişiler üzerinden görebilmek amacıyla ÖA'lardan oluşturulmuştur. Katılımcılar bir devlet üniveristesinin Ortaöğretim Matematik Öğretmenliği Anabilim Dalı'nda öğrenimine devam etmekte olan 12 öğretmen

adayından oluşmaktadır. Çalışmaya katılan 12 ÖA'dan her hafta 5 adet olmak üzere 4 haftada toplam 20 adet ÇSİ yöntemi kullanılarak hazırlanmış ispatları yapmaları istenmiştir. Çalışma süresince biri yapılandırılmış diğeri yarı-yapılandırılmış iki adet görüşme yapılmıştır. Bunlardan ilki uygulamaların yapılmasından sonra ÖA'ların ÇSİ'lerle ilgili görüşlerini (yapısı, işlevi, kullanışlılığı, zor-kolay yanları, kısıtlılıkları, önemli noktaları vb.) almak amacıyla, diğeri ise yine uygulama sonrasında ÖA'ların ispat oluşturma durumlarının incelenmesinin ardından, öne çıkan durumların ve başarılı veya yetersiz oldukları noktaların belirlenmesi ve nedenlerinin bulunabilmesi amacıyla yapılmıştır. Veri analizi, döküman ve görüşmelerin ayrı ayrı incelenmesi sonucunda araştırmacı ve danışmanı tarafından öne çıkan noktalar ve örüntüsel özellikler dikkate alınarak yapılmıştır. Analiz yöntemi olarak içerik analizi kullanılmıştır. İlk grup görüşmelerin analizinde tema ve bu temalara ait kategoriler oluşturulma yoluna gidilmiştir. İkinci grup görüşmelerde ise kişi bazında incelemeler yapılmış ve öne çıkan durumlar belirlenmiştir. Bu durumlar içersinde örüntüsel özellik gösterenler için yine tema ve kategoriler oluşturulmuştur. Bu yolla genel duruma ait bir analiz sonucu elde edilmeye çalışılmıştır.

Elde edilen bulgular ışığında en genel sonuç katılımcı tüm öğretmen adaylarının ÇSİ yöntemine yönelik olumlu görüşlere sahip olmasıdır. Katılımcılar ÇSİ'lerin geometri derslerinde kullanışlı ve işlevsel bir araç olduğunda hemfikirdirler. Ayrıca ispat yapma ve ispatları anlamada yararlı bir yöntem olduğuna yönelik görüş belirtmişlerdir. Bunun yanı sıra, öğretmen adayları uygulama sürecinde karşılaştıkları ispatları doğru olarak tamamlamada başarılı olmuşlardır. Öğretmen adayları uygulama süreci içerisinde, gerekçe yazma durumu dışında herhangi bir sorun yaşamamışlardır.

Anahtar Kelimeler: İspat, İspatlama, Geometrik İspat, Çift Sütun İspat, Matematik Öğretmen Adayı

ABSTRACT

Mathematics Student Teachers' Views on the Method of "Two Column Proof" and the Analysis of Their Proving Process Based upon This Method

Özge Karahan

Mathematical proof provides a warrant for mathematical knowledge and is an essential activity in doing and understanding mathematics (Almeida, 2000: 869). Concept of proof which is thus much important for mathematics, similarly, plays an important role for the teaching of mathematics and geometry. In the teaching of geometry, different methods and approaches are used to eliminate the general problems related to proof such as understanding and constitution of the proof. Two Column Proof (TCP) is one of these alternative methods which took place in the New Geometry Curriculum started to be implicated since 2010 in Turkey, however, it is commonly used in the outside of Turkey especially in the USA (see Gfeller, 2004; Herbst, 2004; Weiss, Herbst & Chen, 2009). This study aimed to contribute this method to be known, become widespread and take the attention of research area in terms of its instructional effectiveness. TCP's limited usage in our country and students' general problems related to proving established a ground for doing this research. It is known that teachers' approaches are the most important factors for students' knowledge, attitudes and skills of proof and proving. Hence, in studies regarding TCP, it would be helpful to begin with teachers' pre-service and in-service education and development processes. This study was designed from this point of forth in order to determine future mathematics teachers' approaches/ status based on the method of TCP and their views about this method as well. This study which carried out quantitative research methodology was a case study. Participants were 12 student teachers enrolled in Secondary Mathematics Education Department in a public university in Turkey . Participant student teachers are asked to complete 5 TCP for 4 weeks with a total of 20 TCP. During the study, one semi-structured and one structured interview were carried out. One of the interviews was carried out after the implementation in order to reveal student teachers' opinion about TCPs (its structure, function, usefulness, hard-easy aspects, limitations, important points etc.) and the other one was also carried out after examining student teachers' proving situations, after the implementation, in order to determine prominent cases and successful or inadequate points and to find out their reasons. Data were handled by examining documents and interviews one by one with the consideration of paternal qualities and prominent cases with the content analyze method. For the analysis of the first set of interviews, themes and categories in respect to these themes were generated. As for the analysis of the second set of interviews, participants were examined one by one and prominent cases were determined. For the cases in which paternal qualities exist, themes and categories were generated as well to obtain an analysis result regarding the overall situation.

The main result of this study is all the student teachers gave positive opinion about TCP methodology. Participants agreed on that the TCP method is useful and functional tool in geometry courses as well as in doing proofs and understanding proofs. Moreover, participants succeed in completion of the proofs correctly. During the implementation, student teachers had no problem except writing reasons.

Keywords: Proof, Proving, Geometric Proof, Two Column Proof, Mathematics Student Teacher.

BÖLÜM I

GİRİŞ

İspat, yapıları ve değişkenleri belirlemek, varsayımları tanımlamak ve mantıksal argümanları (her birini ayrı ayrı olan ve önemsiz olmayan) organize etmek gibi bir grup zihinsel alışkanlıklara (Ball, Hoyles, Jahnke & Movshovitz-Hadar, 2002) dayalı bir süreçtir. "İspat bir düşünceler sistemidir ve düşünceleri ilişkilendirmede kullanılır, dolayısıyla bir zihinsel ve sembolik araç olarak görülebilir" (Hemmi, 2010: 273). De Villiers'e (1999) göre ispat çıkarımsal aksiyom sistemleri tanımlar ve teoremler içinde bilinen çeşitli sonuçları sistematikleştirme için olmazsa olmaz bir araçtır (s. 9). Birçok farklı özelliği nedeniyle, ispat yapma hem matematik hem geometri içerisinde önemli bir aktivite olarak kabul görmektedir ve tüm matematikçilerin önemi konusunda hemfikir olduğu kavramlardan biri (Tall, 2002) olarak kabul edilebilir. Matematik açısında öneme sahip bu kavramın, matematik eğitiminde de merkezi bir yere ve öneme sahip olması (Bunchbinder & Zaslavsky, 2011; Ball et.al., 2002; Stylianides & Stylianides, 2009; Tall, 2002; Weber, 2010) son derece doğaldır.

Son 20 yıl içinde matematik eğitimi camiası tarafından ispatın artan bir öneme sahip olması (Weber, 2010:306) büyük ölçüde matematikteki merkezi etkisi nedeniyle olduğu kabul edilmektedir (Buchbinder &Zaslavski, 2011:269) İspatın matematikteki bahsedilen bu merkezi rolü matematik ve geometri programlarında da öne çıkmaktadır. Gelişen eğitim programları ile dünya genelinde olduğu gibi ülkemizde de öğretim programlarında hem içerik hem de anlayış olarak değişikliklere gidilmiştir (*Bkz. MEB, 2011a/b*). Bu değişiklikler çerçevesinde ülkemizdeki programlarda da özellikle geometri öğretim programında (*Bkz. MEB, 2011a*) ispatın önemi artmıştır.

Matematik ve geometri eğitimi konusunda ele alınabilecek temel kaynaklardan birini sunan National Council of Teachers of Mathematics'in [NCTM], 1989 yılında yayınlanan dokümanında, "baştan sona tüm matematik programlarında ve tüm öğrencilerin matematik eğitimlerinin bir parçası olarak ispattan çok önemli bir rol oynaması beklendiği" (Knuth, 2002a: 380) belirtilmiştir. "2000 yılında yayınlanan NCTM dokümanında ise, akıl yürütme ve ispatı okul öncesinden 12. sınıfa kadar öğrencilerin matematiksel deneyimlerinin uyumlu birer parçası olması" (s. 56) gerektiği vurgulanmaktadır.

NCTM'e, (2000) göre öğretim programlarında anaokulundan 12. sınıfa kadar tüm öğrencilere şu olanaklar sağlanmalıdır:

- Akıl yürütme ve ispatın matematiğin temel bileşenleri olduğunu fark etmek,
- Matematiksel varsayımlar oluşturmak ve araştırmak,
- Matematiksel akıl yürütmeleri geliştirmek ve değerlendirmek,
- Akıl yürütme ve ispat yöntemlerinin çeşitli türlerini ayırt etmek ve kullanmak. (NCTM, 2000: 56).

Öğrencilere sağlanması gerektiği belirtilen olanakların, fark etme, oluşturma ve araştırma, geliştirme ve değerlendirme, ayırt etme ve kullanma şeklinde basamaklı olarak ilerlediği görülebilir. Yapılandırmacı öğretim anlayışını temel alan yeni geometri öğretim programımızda da benzer şekilde, merak uyandırma, keşfettirme, bilgi verme, uygulama ve ölçme değerlendirme basamaklarıyla öğretimde izlenecek aşamalar belirtilmiştir. Dolayısıyla bu anlayışın NCTM dokümanındaki basamaklarla paralellik gösterdiği görülmektedir.

Ülkemizdeki matematik ve geometri öğretim programlarını genel amaçlarına bakıldığında şunu belirtmek mümkündür. Bir önceki ortaöğretim matematik öğretimi programında (*Bkz. MEB, 1992*), lise matematik öğretiminin genel amaçlarından ikincisi; "Doğru düşünme kurallarını öğretme, ispat kavramını algılatma, ispat edilebilen bilimsel sonuçlar ile dogmalar arasındaki farkı kavratma, her alanda varılan yargıların ve hükümlerin ispat edilebilir nitelikte olmasının gereğini ve önemini kavratma" [MEB, 1992: 10] biçimindedir. Yeni Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı'nda [OMDÖP] genel amaçlar içerisinde benzer bir ifade bulunmazken (*Bkz. MEB, 2011b*), Ortaöğretim Geometri Dersi Öğretim Programı'nda [OGDÖP]; "*Geometrinin, postulat, varsayım, teorem silsilesiyle yapılandığının farkına varabilecek*", "*Teoremleri ve ispatları günlük hayata yansıtabilecek*" ifadeleri geometri öğretiminin genel amaçları içerisinde mevcuttur. Buradan hareketle OGDÖP'te ispata ve ispat öğretimine OMDÖP'e göre daha fazla yer verildiği ifade edilebilir.

Programlarda da belirtilenlere paralel olarak, "Schoenfeld (1994) ispatın matematikten ayrılamayacak (öğretim programında yer aldığı gibi) matematiği yapmada, ilişkilendirmede ve not etmede gerekli bir öğe olduğuna değinmektedir" (Knuth, 2002a: 379). Ball et. al. (2002) ise, ispatın matematik eğitimindeki anahtar bir bileşen olduğunu ve bu durumun matematiksel anlamayı ilerletmede gerekli bir araç olmasından kaynaklandığını ifade etmiştir. Bu durum ispatın başka bir özelliğine, ispatı anlamada buna bağlı ve paralel olarak matematik ve geometri konularını anlama ve ilişkilendirmede etkin bir araç olabileceğine işaret etmektedir. "Çünkü ispat, yeni matematiksel bilgiyi kabul etme ve üretmede ayrıca yeni teoremleri eski teoremlerle ilişkilendirmede genel kriterleri oluşturur" (Hemmi, 2010: 273).

İspatlar matematiksel bilginin garantisini sağlar ve matematik yapma ve anlamada temel bir aktivitedir (Almeida, 2000). "Temel olarak, ispatın matematikteki en açık rolünün, bir ifadenin doğru ya da yanlış olduğunu belirlemek" (Ko, 2010: 1111) olduğu ifade edilebilir. "Ancak, bazı araştırmacılar ispatların matematiksel durumların doğruluğunu oluşturan gereçlerden daha fazlası olduğunun altını çizmiştir "(Martinez, Brizuela & Superfine, 2011: 31). Hanna'ya (1995) göre bir ispat ifadenin sadece doğru olduğunu gösteren değil, neden doğru olduğunu da gösteren, ispatlanan teoremin anlaşılmasında yardımcı olan bir araçtır. Bu nedenle, "matematik sınıflarında ispatın öncelikli rolü açıklayıcılığıdır, öğrenciler ifadenin neden doğru ya da yanlış olduğuna ilişkin bilgiyi en iyi şekilde ispatta görebilmelidir" (Smith, 2006: 75). "Çünkü teorem tarafından ifade edilen doğruluğun evrenselliği, ispatın içinde kullanılan mantıksal kuralların evrensel geçerliliği ile garanti edilir" (Fischbein, 1982: 5).

İspatla başarılı bir ilişki kurmak için önemli becerilerden biri ispatın neden bir ihtiyaç olduğunu kavramaktır (Stylianides & Stylianides, 2008). İspatın amacını anlamadaki yetersizlik ispatla ilgili zorluklara neden olmaktadır (Balacheff, 1990).

> Birçok öğrenci için, ispat anlamsız bir ritüeldir. Bu bakış açısı öğrencilerin belli bir örüntüye dayalı olarak ya da yalnızca sembollerle ispat yazmaya zorunlu tutulmasıyla pekiştirilir (Ball et. al. 2002: 1).

İspatın zor bulunmasının (zor bir aktivite olarak tanımlanmasının) birçok nedeni vardır ve bu nedenlerin neler olduğunu bulabilmek amaçlı çeşitli çalışmalar yapılmıştır (örn. Chazan, 1993; Moore,1994; Dreyfus, 1999; Healy &Hoyles, 2000; Remillard, 2010; Segal, 1999). Bu nedenlerden bazıları öğrenenler için oldukça açıktır; örnek olarak notasyonların tanıdık gelmemesi ya da anlaşılamaması ya da bir ispatı oluşturmaya bile başlayamamaları verilebilir (Segal, 1999).

Bu durumda öğrenenlere yardımcı ve rehber olan öğretmenlerin ispata dair genel durumlarının da incelenmesi gerekliliği ortaya çıkmaktadır.

> Öğretmenlerin bilgileri ve inançları, sınıf uygulamalarını tanımlamada en önemli belirleyici etkendir ve bu nedenle öğretmenlerin uyguladığı geliştirici öneriler öğrenciler için büyük anlam taşımaktadır (Borko & Putnam, 1996'dan aktaran Knuth, 2002b: 63).

Buna paralel olacak şekilde, öğretmenlerin sınıf içinde ispatın rolünü arttırmadaki başarısı onların ispatı kavrama durumlarına dayanır (Knuth, 2002a). Çünkü öğrenciler pasif birer alıcı değildirler, öğretmenlerinin kavramlara ve konulara verdikleri öneme göre öğrencilerin bilgileri şekillenir.

> Öğrencilerin sınıfta ispatlarla ulaşma gereksinimlerini arttırmayı matematik öğretmenleri sağlayabilir çünkü öğrenciler öğretmenlerinin sağladığı deneyimler doğrultusunda matematiği öğrenirler (Tsamir, Tirash, Dreyfus, Barkai & Tabach, 2009: 59).

Bu nedenle, öğrencilerin sınıf içerisinde ispat yapma durumlarının öğretmenlerinin ispat ve ispatlamaya bakışları ve bilgileriyle doğrudan bir ilişkisi olduğu ifade edilebilir. Öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının bakış açılarının ve bilgilerinin temelinde en fazla etki alanı oluşturan dönemin onların lisans öğrenimleri aşaması olduğu ileri sürülebilir. "Öğretmenlerin ispata dair kavrama durumlarının sınırlı olması, öğrencilerin ispata dair birçok kavram yanılgılarının sürüyor olmasını olası kılar" (Stylianides & Stylianides, 2009: 238). Birbirine bağlı olarak ilerleyen ve öğretmenlerin kişisel deneyimleriyle de ilgili olan bu durum nedeniyle, öğrencilerin ispatı anlamayla ilgili problemleri tüm lise öğretmenleri tarafından bilinmektedir (De Villiers, 1999).

> Birçok öğrenci yüksek seviye matematik derslerine, sadece lisede geometri derslerinde yapılan ispatlara sahip olarak ve ispata ya da ispat yapma yöntemlerine dair genel bir görüşleri olmadan başlamaktadır. Dahası birçok kolej ve üniversitede, öğrencilerden reel analiz, soyut cebir ve diğer üst seviye derslerde belirli bir öğretim olmaksızın, ispat yapması beklenir (Moore, 1994: 249).

İspatlamanın matematikçiler için gerekli bir beceri olduğunda fikir birliği vardır (Knapp, 2005). Buna karşın, "özellikle lineer tümevarım tarzındaki geometrik ispat, hem ispatın amacını anlamayan hem de matematikteki yerini takdir etmeyen öğrenenler ile bağ kurmada başarısız olmaktadır" (Hoyles & Jones, 1998: 121).

Bu durumda alternatif yolları kullanmak, başarısızlık durumunu azaltabilir. "Öğretmenlerin, matematiksel ifadeleri mantık çerçevesinde inceleme, onaylama ya da çürütme için yollar ve metotlar bilmesi gerekir" (Tsamir et. al. 2009: 60). "Hangi geometrik ispatın iletişimci, araştırmacı ve açıklayıcı fonksiyonları olduğunu bilmek bunun yanı sıra gerekçelendirme ve doğrulamalarını bulmak matematik eğitimcilerinin karşılaştıkları zorluklardandır" (Hoyles & Jones, 1998).

Hem geometri hem matematikte faydalı olabilmesi için ispatların dikkatli seçilmesi ve farklı özelliklere sahip olması gerekir. Birden fazla kazanımı gerçekleştirebilecek bir ispat, hem öğretmen hem öğrenci açısından daha faydalı olacaktır. Çünkü ispatlar öğrencilere zengin fırsatlar ve deneyimler yaşatır ve bunun yanı sıra bu deneyimler öğretmenlerin, öğrencilerin matematiksel ispatı kavrama durumlarını incelemesi için de yardımcı olur (Knuth & Elliott, 1998).

Bilinen yöntemlerin yanı sıra ispatları kavrama ve yapmada gelişim için alternatif yaklaşımların kullanması yararlı olacaktır. Bu nedenledir ki, yenilenen OGDÖP'te farklı ispat yapma yöntemlerine yer verilmiştir (*Bkz. OGDÖP, 2011: 76-77-78*)

Yenilenen OGDÖP'te yer alan bu alternatif ispat yöntemlerinden biri (öğretim programında "iki kolonlu ispat" olarak adlandırılmaktadır, ancak biz çift sütun ispat terimini kullanacağız) Çift Sütun İspatlardır [ÇSİ].

Bu formatta ispat bir hesap tablosuna benzer, verilen bilgileri görsel şekilde sunan bir diyagram ve bu diyagrama ait bilgiler ve ispatlanacak ifadeler vardır (Sekiguchi, 2002). ÇSİ'nin genel özelliklerinden biri, diğer ispat yöntemlerinden farklı olarak, öğrenciyi iki farklı durum ile karşı karşıya bırakmasıdır. Bir ÇSİ içerisinde hem basamaklı şekilde ilerleyecek biçimde matematiksel ifadeleri hem de bu ifadelere paralel olacak şekilde onların sözel gerekçelerini barındırır.

"Matematikçilerin kabul edilebilir bir ispatı neyin meydana getirdiğine dair görüşü gelişmeye devam etmektedir" (Kleiner, 1991: 391). "Geleneksel olarak ispatın fonksiyonu neredeyse yalnızca matematiksel ifadelerin doğruluğunu teyit etmek olarak görülür" (De Villiers, 1999: 2). Ancak ispat içeriklerle ilişkilendirilmiş, son noktası bir karar ve başlangıç noktası verinin içinde ya da genellikle kabul edilmiş doğrular ve ya prensipler olan yönlendirilmiş bir ifadeler ağacıdır (Bell, 1976) Bu tür bir tanımlamanın yeni programların kazanımları için daha geçerli olduğu söylenebilir. Bu durum ÇSİ'nin de içinde bulunduğu bir grup alternatif ispat yönteminin/ aracının (paragraf ispatlar, sözsüz ispatlar vb.) öne çıkmasını destekler niteliktedir. Çünkü en iyi ispat, teoremin anlamını kavramaya ve neden doğru olduğunu göstermeye yardım eder ki böyle bir ispat daha ikna edici ve ileri keşifler yapmaya yönlendiricidir (Hanna, 2000).

Problem Durumu

Yenilenen matematik öğretim programında olduğu gibi, yeni geometri öğretim programında da NCTM'in standartlarına paralel olarak öğretimde ispatın kullanılması üzerinde durulduğu görülmektedir. Ayrıca bu dokümanlardaki açıklamalar dikkate alındığında öğretmenlerin de muhakeme etme ve ispat yapma konusunda kendilerini geliştirmeleri gerekliliğinin belirtildiği görülmektedir. NCTM öğretmenlerin, öğrencilerin eleştirel düşünmelerine ve muhakeme yapmalarına yardımcı olabilmek amacıyla ispatı ve muhakemeyi anlamaları gerekliliğinin önemini belirtmiştir (Riley, 2003). "Matematiksel kanıtlama bu kadar önemli olmasına ve lisans eğitiminde üzerinde durulmasına rağmen üniversitede yüksek matematik gören öğrenciler kanıtlamada güçlük çekmektedirler" (Sarı, Altun ve Aşkar, 2007: 2). Bu durumu değiştirebilmek amacıyla hem öğretmen adaylarının ispat yapma konusunda kendilerini geliştirmesine hem de ileride öğrencilerine ispat yapma becerisini kazanmalarına yardımcı olabilecek bir yöntem olan ÇSİ'lerle tanışması ve üzerinde çalışmasının yararlı olacağı savunulabilir.

Bu araştırmanın temeli geometri öğretim programına yeni dâhil edilmiş olan ÇSİ yöntemine göre hazırlanmış ispatlardan oluşmaktadır. Katılımcı öğretmen adaylarının araştırma süreci içerisinde bu yöntem hakkında bilgi edinmeleri ve yönteme dair kişisel deneyime sahip olmaları beklenmektedir. Süreç içerisinde yönteme yönelik görüşlerinin [Kullanışlılığı, kolay ve zor yanları, diğer yöntemlerden farklılıkları vb.] belirlenmesi amaçlanmaktadır. Bu bakımdan çalışma öğretmen adaylarının öğretim süreleri içerisinde hem geometri konuları hem de ispat yapma durumları bakımından kendilerini geliştirmelerine olanak sağlayacağı düşünülmektedir.

Amaç ve Önem

Son birkaç yıldır, matematik sınıflarındaki muhakeme etme, ispat yapma ve tartışma durumları, matematik eğitimi araştırmaları için önemli bir konu (Heinze & Reiss, 2003) haline gelmiştir. Amerika Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi'nin (NCTM) 2000 yılında yayınladığı standartlarında özellikle üzerinde durulan kavramların arasında ispat ve muhakeme bulunmaktadır. Anaokulundan 12. sınıfa kadar okul matematik standartları altında verilmiş olan, *muhakeme ve ispat* alt başlığı, ispatın ve ispat yapma becerilerine verilen önemin ne derece artığının bir göstergesi (NCTM, 2000) olarak kabul edilebilir.

Matematikte olduğu gibi geometri dersinde de ispatlar önemli bir role sahiptir. Yenilenen geometri öğretim programların amaçları içerisinde öğrencilerin, geometrinin; postulat, varsayım, teorem silsilesiyle yapılandırıldığının farkına varması, teoremleri ve ispatları günlük hayata yansıtabilecek olması ifadesine yer verilmiştir [MEB, 2011a].

Fawcett geometrik ispatı gelişen eleştirel ve yansıtıcı düşünme yoluyla lise öğretim programında standart hale gelen bir gelenek olarak tanımlamıştır (aktaran Riley, 2003). Bu şekildeki bir geleneğin matematik eğitimindeki rolü-yeri daha iyi algılanmalı ve üzerinde daha fazla durulmalıdır. Buradan hareketle geometrik ispatların öğrenilmesinde yardımcı ya da alternatif yaklaşımları kullanmanın yararlı olacağı savunulabilir. Bu tür yaklaşımlarından biri de çift sütun ispatlardır (two column proof) [ÇSİ].

Çift sütun ispat formu, araştırmalara konu olmanın yanı sıra araştırmalarda kişilerin muhakeme ve ispat becerilerinin ölçülebilmesi için bir yöntem olarak da kullanılmıştır (Gfeller, 2004). Bu araçlar bazı kaynaklarda da söz edildiği üzere ispatın formal bir türü olarak da kabul görmektedir (Herbst, 2004). ÇSİ, bir yandan formal ispat özelliğini taşırken, diğer yandan basamakların yorumlanması, ilişkilendirilmesi ve kullanılan özelliğin adının birebir kullanılması ile kavram öğrenmeye vurgu yapar.

ÇSİ ülkemizdeki yeterince bilinmeyen ve kullanılmayan bir yöntem olmasına karşın yurt dışında, özellikle Amerika'da yaygın olarak kullanılmaktadır. Herbst'e (2002) göre ispatı, ifadeler ve gerekçeleri olarak iki sütunda yazıp ispat yapmak bir gelenektir.

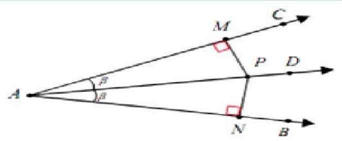
> Öğrencilerin ispatı nasıl orijinal olarak yapacaklarına dair bir beklenti oluşmuş, bu beklenti beraberinde 1910'ların başında, özelleşmiş metinsel halde çift sütun ispat olarak adlandırılan ispat meydana gelmiştir. Çift sütun ispat formunun çeşitli durumları 1895'ten beri kendini göstermeye başlamıştır. (…) 1920'lerde geometri ispatı yazmada çift sütun ispat bir standart haline gelmiştir (Weiss, Herbst & Chen, 2009: 280).

Yabancı kaynakların, özellikle ders kitapları ve yardımcı kitapların yaygın olarak ÇSİ'lerden yararlanmalarına karşın, ÇSİ'ler ülkemizde ancak 2010 yılında uygulamaya başlanan geometri öğretim programında ilk kez yer almış ve takiben bazı ders kitapları ve kaynak kitaplarda örneklerine yer verilmiştir. 9-10.sınıflar için hazırlanan geometri öğretim programının 76. sayfasında ÇSİ, iki kolon ispat ismi ile şu şekilde tanımlanmıştır.

> Bu ispat biçiminde; ilk kolonda "İfadeler" başlığı yer alır. Sıra numarası verilerek adım adım son ifadeye kadar yazılır. İkinci kolonda ise "Gerekçeler" adı altında ilk kolon numaralarına paralel olacak şekilde ilk kolondaki ifadelerin yazılma gerekçeleri belirtilir. Bu gerekçelerin her biri ispatı destekler. Gerekçeler; özellikler, teoremle, postulatlar ve tanımlar olabilir [MEB, 2011a:76]

Şekil.1.

MEB Geometri Dersi Öğretim Programı 9-10. Sınıflar, 2011: 170



Verilen: P, $[AD$ üzerinde ve $P \neq A$, $[PM] \perp [MA]$ ve $[PN] \perp [NA]$.
İstenen: $|PM| = |PN|$

İfadeler:	**Gerekçeler:**
1) P, $\widehat{BAC}$ nın içindedir.	1) Verilen
2) $[AP] \cong [AP]$	2) $[AP]$ ortak kenar olduğundan
3) $\widehat{BAD} \cong \widehat{CAD}$	3) Açıortay tanımından
4) $\widehat{PMA} \cong \widehat{PNA}$	4) Dik açıların eşliğinden
5) $P\hat{M}A \cong P\hat{N}A$	5) AKA eşlik teoreminden
6) $\|PM\| = \|PN\|$	6) Eş üçgenlerde karşılıklı kenarlar eş olduğundan

Ülkemizde ÇSİ'lerin tanınma ve kullanılma oranına paralel olarak, ÇSİ'leri konu edinen araştırmalarda yok denecek kadar azdır. Bu ispat yöntemine yönelik var olan boşluğun doldurulmasına katkı yapmak amacıyla tasarlanan bu çalışmada geleceğin matematik öğretmenlerinin ÇSİ yöntemi kullanarak ispat yapabilme durumları ve bu yönteme dair görüşlerinin belirlenmesi ele alınmaktadır. Çalışma ülkemizde ÇSİ yönteminin doğrudan araştırma konusu yapıldığı ilk tez araştırması olma niteliğindedir.

Problem Cümlesi

"Matematik öğretmen adaylarının ÇSİ yöntemine dayalı ispatlama yaklaşımları nasıldır ve ÇSİ yöntemine ilişkin görüşleri nelerdir?"

Alt Problemler

1) Öğretmen adaylarının ÇSİ yöntemine, işlevlerine ve kullanışlılığına yönelik düşünceleri nelerdir?

2) Öğretmen adaylarının çözdüğü/oluşturduğu ÇSİ'lerin (grupsal olarak) niteliği (biçimsel, içeriğe dönük ve sonuca ulaşma açısından) nasıldır?

3) Öğretmen adaylarının ÇSİ yöntemi ile çözdükleri ispat problemlerine ait görüşleri ve uygulamalar hakkındaki düşünceleri nelerdir?

Sayıltılar

1) Araştırma süresince, katılımcı öğretmen adaylarının sahip oldukları alan bilgilerini uygulamalara ve görüşmelere yansıtacakları düşünülmektedir.

2) Katılımcı öğretmen adaylarının, uygulama ve görüşme süreçlerine samimiyetle katılacağı düşünülmektedir.

3) Katılımcı öğretmen adaylarının beklenmeyen ve istenmeyen dış etkenlerden eşit düzeyde etkilenecekleri düşünülmektedir.

Sınırlılıklar

1) Araştırma süresi 2011-2012 öğretim yılı bahar dönemi ile sınırlıdır.

2) Araştırma Dokuz Eylül Üniversitesi, Buca Eğitim Fakültesi, Matematik Öğretmenliği programında kayıtlı on iki öğretmen adayı ile sınırlıdır.

3) Araştırmada toplanan veriler, katılımcı öğretmen adaylarının uygulama yaptıkları ÇSİ soruları ve iki adet görüşme ile sınırlıdır.

Kısaltmalar

ÇSİ: Çift Sütun İspat
MEB: Milli Eğitim Bakanlığı
NCTM: National Council of Teachers of Mathematics
OGDÖP: Ortaöğretim Geometri Dersi Öğretim Programı
OMDÖP: Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı

BÖLÜM II

İLGİLİ YAYIN VE ARAŞTIRMALAR

Bu bölümde, çalışmanın amacını, yöntemini ve sonuçlarını temellendirmeye yönelik bilgilere ve ilgili araştırmalara yer verilmiştir. Araştırmanın ÇSİ yöntemi ile ilgili olması nedeniyle bu yöntemi farklı özelliklerine göre incelemeyi sağlayacak başlıklar oluşturulma yoluna gidilmiştir. Bu amaçla beş başlık oluşturulmuş ve ilişkili olacak şekilde sunulmaya çalışılmıştır. Başlıklar, 1. İspat Kavramı ve Önemi, 2. Matematik ve Geometri Programlarında İspatın Yeri ve Önemi, 3. İspat Kavramının Anlaşılması ve Bu Konuda Öğrencilerce Yaşanan Sıkıntılar, 4. Öğretmenlerin/ Öğretmen Adaylarının İspat Bilgisi ve Yeterlilikleri ve son olarak 5. ÇSİ yöntemi ve ona yönelik araştırmalar şeklindedir.

2.1. İspat Kavramı ve Önemi

İspat içeriklerle ilişkilendirilmiş, son noktası bir sonuç olan ve başlangıç noktası verinin içinde genellikle ya kabul edilmiş doğrular ya da prensipler olan, yönlendirilmiş bir ifadeler ağacıdır (Bell, 1976). De Villiers (1999), ispattan yeni sonuçlar keşfetme, analiz etme, bulmanın bir yolu şeklinde söz ederken, Stylianides'e (2007) göre ispat, bir grup kabul edilmiş duruma, tartışma biçimlerine ve tartışma görsellerinin biçimlerine dair önemli fikirleri birleştirme özelliğine sahiptir. "İspat bir düşünceler sistemidir ve düşünceleri ilişkilendirmede kullanılır, dolayısıyla zihinsel ve sembolik bir araç"(Hemmi, 2010: 273) olarak kabul edilir. Ayrıca "bir sonuca ulaşma için bir grup aksiyomla başlayan ve mantıksal basamaklarla devam eden, formal ve mantıksal bir fikir zinciri" (Ko & Knuth, 2009: 69) olarak da tanımlanabilir.

"İspat sistematikleştirmeye ya da sonuçları ilişkilendirmeye veya matematiksel bilginin formüle edilmesine katkı yapar" (Hanna, 2000: 8). Bu katkısından dolayı, "ispat çıkarımsal aksiyom sistemleri, tanımlar ve teoremler içinde bilinen çeşitli sonuçları sistematikleştirme için olmazsa olmaz bir araç" (De Villiers, 1999: 9) olarak kabul edilir.

"Geleneksel olarak ispatın fonksiyonu neredeyse yalnızca matematiksel ifadelerin doğruluğunu teyit etmek olarak görülür"(De Villiers, 1999: 2). "Bu nedenle ispatın matematikteki en açık rolünün, bir ifadenin doğru ya da yanlış olduğunu belirlemek" (Ko, 2010: 1111) olduğu ifade edilebilir. "Ancak, bazı araştırmacılar ispatların matematiksel durumların doğruluğunu oluşturan gereçlerden daha fazlası olduğunun altını çizmiştir" (Martinez et.al. 2011: 31). İspatın asıl görevi matematiksel tahminlerin doğruluğunu gerçeklemek olmasına rağmen, ispat matematik çevresinde "açıklama, sistematikleştirme, buluş, iletişim, deneysel teoriler kurma, tanımları ve varsayımların sonuçları keşfetme ve bilinen gerçekleri yeni bir çerçevede birleştirme" gibi farklı roller de oynar (Yackel & Hanna, 2003: 228'den aktaran Ko, 2010). "Çünkü ispat, ispat edilecek olan teoremin anlamını kavramaya sadece doğru olduğunu değil neden doğru olduğunu da görmeye yardım eder" (Hanna, 2000: 8).

Matematiksel ispatın genel amacı, kısmen durağan olan matematiğin temel parçalarından biri olarak bilginin yapısını oluşturmayı olanaklı kılmaktır (Hemmi, 2010). "Yöntemsel olarak ispat oluşturma ispatı yapana, deneyim kazanmak için bir şans ve genel ispat tekniklerinde yeterli olabilmeyi sağlar" (Weber, 2005: 354).

İspat, bütün matematikçilerin önemi konusunda hemfikir olduğu kavramlardan biridir (Tall, 2002).

> İspat ve ispatlama hem matematiksel düşünmenin (ve tabi ileri matematiksel düşünmenin) geliştirilmesinde hem de matematik yapmada, matematiksel bilginin yapısın, doğasını, tarihsel gelişmini kavramada, matematiksel nesnelerin türlerini, geliştirilme yollarını, bireyler ve toplumlarca ne şekilde paylaşıldığını algılamada merkezi bir öneme sahiptir (Uğurel ve Moralı, 2010: 137).

Büyük olasılıkla yaklaşımlarda en geniş çeşitliliğe sahip olandır (Bell, 1976). Hemmi (2010), farklı çalışmaları kaynak alarak, matematik uygulamalarında ispatın öne çıkan özellikleri ve fonksiyonlarını aşağıdaki şekilde belirtmiştir.

İspat matematik uygulamalarında birçok önemli fonksiyona sahiptir
Aşağıda verilen fonksiyonlar, kavramsal çerçevede yer almaktadır:

- Sağlama/ İkna (durumun doğruluğu anlama)
- Açıklama (neden doğru olduğunu anlamayı sağlama)
- Sistematikleştirme (aksiyomlar, temel kavram ve teoremlerden oluşan çıkarımsal bir sistemin içinde birçok sonucu organize etme)
- İletişim (matematiksel bilginin anlamında ve aktarılmasında uzlaşma)
- Estetik
- Zihinsel meydan okuma/ zorlama
- Transfer etme (ispat, diğer problemlerle uğraşmak için teknikler ya da orijinal içerikten farklı olan durumların anlaşılmasını sağlayabilir.) (Hemmi, 2010: 273).

Hanna da (2000) benzer şekilde öne çıkan dört çalışmayı temel alarak (bkz. Bell, 1976; De Villiers, 1990, 1999; Hanna & Jahnke, 1996), ispat ve ispatlamanın fonksiyonlarını aşağıdaki gibi listelemiştir.

- Doğrulama (ifadenin doğruluğuyla ilgili merak)
- Açıklama (neden doğru olduğuna dair içgörü sağlamak)
- Sistematikleştirme (tümevarımsal bir sistemdeki aksiyom, temel kavram ve teoremlerin çok çeşitli sonuçlarının organizasyonu)
- Keşfetme (yeni sonuçları keşfetme ya da türetme)
- İlişkilendirme (matematiksel bilginin iletilmesi)
- Deneysel bir teori oluşturma
- İfadelerin anlamlarını ya da bir tahminin sonuçlarını açıklama
- Birleştirme- iyi bilinen doğruları yeni bir çalışma ile birleştirme ve yeni bir perspektifle onlara bakma (Hanna, 2000: 8).

Bu iki çalışmada belirtilen özelliklerin birbirine paralel olduğu açıkça görülmektedir.

Diğerlerinden farklı olarak, Stylianides (2007) ispatın özelliklerini sınıf ortamı ile ilişkilendirerek belirtme yoluna gitmiştir.

> İspat matematiksel bir akıl yürütme, bir matematiksel sava karşı bir iddialar dizisidir ve takip eden özelliklere sahiptir:
>
> 1. Doğru olan ve daha ileri gerekçelendirmelerden ayrı olarak ulaşılabilen, sınıf toplumu tarafından kabul edilen ifadeler (bir grup kabul edilmiş ifade) kullanılır.
> 2. Geçerli ve bilinen muhakeme biçimlerini (tartışma yöntemlerini) ya da sınıf toplumunun içindeki kavramsal dayanakları kullanır; ve
> 3. Uygun ve bilinen ifade etme durumları (akıl yürütmelerin gösterim yöntemleri) ya da sınıf toplumunun içindeki kavramsal dayanaklar ile ilişkilidir. (Stylianides, 2007: 291)

2.2. Matematik ve Geometri Programlarında İspatın Yeri ve Önemi

Matematik ve geometri programları 20-30 yıl öncesine kadar beraber hazırlanırken, öğretimdeki felsefe ve yöntem değişlikleri bu iki dersin programlarının ayrı ayrı ele alınmasını gerekli kılmıştır [*bkz. OGDÖP, 2011a: 8*].

2.2.1. Matematik Programlarında İspat

NCTM'in 2000 yılında yayınladığı dokümanında yer alan, "Akıl yürütme ve ispat okul öncesinden 12. Sınıfa kadar öğrencilerin matematiksel deneyimlerinin uyumlu birer parçası olmalıdır" ifadesi gelişen öğretim programlarının çoğu için temel bir dayanak oluşturmaktadır. "Bu nedenle reform odaklı matematikte, ispatın merkezi bir role sahip olması beklenmiştir"(Weber, 2010: 306).

"Matematiksel ispatın genel amacı, nesilden nesile kısmen durağan olan bir matematiğin temel parçalarından biri olarak bilginin yapısını oluşturmayı olanaklı kılmaktır" (Hemmi, 2010:273).

> İspat matematiğin merkezinde yer alır ve matematik eğitimindeki anahtar bir bileşen olmalıdır. Bu önem ispatın sadece matematiğin kalbinde yer alan bir uygulama olmasından değil, ayrıca matematiksel anlamayı ilerletmede gerekli bir araç olmasından kaynaklanır (Ball et. al. 2002: 1).

"Matematik eğitimi camiası tarafından, matematik eğitiminde ispatın önemi, büyük ölçüde matematikteki merkeziyetçi etkisi nedeniyle kabul edilmektedir" (Bunchbinder & Zaslavsky, 2011: 269). Schoenfeld (1994) ispatın matematikten ayrılamayacak, öğretim programında yer aldığı gibi; matematiği yapmada, ilişkilendirmede ve not etmede gerekli bir öğe olduğuna değinmektedir (Knuth, 2002a). "Bu bakımdan, matematiksel akıl yürütme ve ispatın getirilerinin (opportunities) lise öğretim programında yaygınlaşması gerekir" [NCTM, 2000: 342].

"Matematiksel akıl yürütme ve ispat çok sayıda olayla ilgili sezgiler geliştirme ve bunları ifade etme için güçlü yollar oluşturur" (Tsamir et. al 2009: 59). Ancak, okul matematiğinde ispat, öğrenciler tarafından formal ve genellikle anlamsız, öğretmenler için yapılan alıştırmalar olarak algılanmaktadır (Knuth, 2002b). Tall, (1989) "deneysel bulgularla bir şeyin doğru olduğunu ileri sürmekle, mantıksal tümevarımlarla bilinen gerçeklerden yola çıkarak onu ispatlamak arasındaki farkın öğrencilere gösterilmesi gerektiğini"(s.3) belirtmiştir. Birçok öğrenci eğitimin üst basamaklarına çıktıkça matematiğin, kesinlik, güvenilir hesaplama, mantıksal çıkarım ve ispat gibi matematiği önemli kılan özellikleri olan, kesinlik içeren bir disiplin olduğunu anlar (Segal, 1999).

> Ortaokuldan liseye geçerken, öğrencilerin çalıştıkları bazı konuların benzerlik ve uyum göstermesi gibi tümdengelimsel akıl yürütmeler ile problemleri çözmek ve ifadeleri ispatlamak için daha formal ispat teknikleri öğrenmeleri gerekir [NCTM, 2000: 42].

"Lise öğrencileri, mantıksal muhakemeler oluşturabilmeli ve akıl yürütmelerini etkili bir şekilde açıklayabilecek formal ispatlar sunabilmelidirler" [NCTM, 2000: 345].

Bu nedenle de yeni oluşturulan öğretim programlarında ispatın önemi artmıştır.

> İspatın matematik eğitimindeki yeri, önemi ve rolü çerçevesinde matematik eğitimindeki reform hareketleri kapsamında okul matematiği içerisinde ispatın daha zengin bir içerikte ve öğretilme biçiminin çok daha geniş ve derinleşen bir yapıda ele alındığı görülmektedir (Uğurel ve Moralı, 2010: 137)

"İspatın ilk ve ortaöğretim matematik programlarındaki yükselen önemi, lise matematik öğretmenlerinde azımsanamayacak bir sorumluluğa neden olmuştur" (Weber, 2005: 308). Çünkü programlarda yer alan ispat yöntemlerini öğrencilere öğretecek ve uygulayacak olan kişiler öğretmenlerdir. NCTM'de (2000) belirtildiği gibi "ispat lisans düzeyindeki matematik öğrencileri için çok zor bir alandır" (s. 56). Bunun yanı sıra üniversite dersleri temel olarak, öğrencilere gerekli az sayıda ispatı içeren analize (calculus) dayanır (Moore, 1994).

> Birçok öğrenci yüksek seviye matematik derslerine, sadece lisede geometri derslerinde yapılan ispatlara sahip olarak ve ispata ya da ispat yapma yöntemlerine dair genel bir görüşleri olmadan başlamaktadır. Dahası birçok kolej ve üniversite, öğrencilerinden reel analiz, soyut cebir ve diğer üst seviye derslerde belirli bir öğretim olmaksızın, ispat yapması beklenir (Moore, 1994: 249).

Bu nedenle görevlerinden biri öğrencilerini lisans eğitimine yönelik temel oluşturacak şekilde eğitmek olan öğretmenlerin de akıl yürütme ve ispat konusunda yeterliliğe sahip olması gerekmektedir. Kendilerinde bilgi, tutum ve beceri olarak ispata dair bir yeterlilik bulunmayan öğretmenlerinin öğrencilerindeki gerekli öğrenmeyi sağlaması beklenemez.

2.2.2. Geometri Programlarında İspat

“İspat tarihsel olarak Öklit geometrisi vasıtasıyla, ortaöğretim matematiğinde sözde temel bir içerik olmuştur” (Tall, 1989: 2). “Ortaöğretim matematiğinde ispatın rolü geleneksel olarak çoğunlukla Öklit geometrisinin etki alanıyla sınırlı kalmıştır” (Knuth, 2002a: 379). “Öklit geometrisi, Öklit’in çalışmalarında yapı problemlerinin (construction problems) merkezde yer alması nedeniyle, genelde “cetvel ve pergel geometrisi” olarak ifade edilir” (Mariotti, 2000: 27). “Ancak geleneksel olarak, birçok ülkede matematik öğretim programı ve öğretim uygulamalarında ispat kavramı, özellikle Öklit geometrisi üzerinedir”(Stylianides & Stylianides, 2009: 237).

Öğretim programlarında, ispatın genellikle Öklit geometrisinin konuları içerisinde düşünülmesi nedeniyle, öğrenciler ispatı formal doğrulama ifadeleri şeklinde sunma eğilimindedirler (Hoyles & Jones, 1998). “Formal ispat, sadece fikirlerini anlamlı olarak doğrulamak için öğrencilerin kullanabildiği bir yol olarak uygundur” (Battista & Clements, 1995: 51). Ancak, ikinci kademe geometri dersleri tipik olarak belirli bir aksiyomatik sisteme (örneğin Öklit geometrisi) odaklanmasına rağmen, öğrencilerin aksiyomatik yapının temelinde yatanlardan haberdar olup olmaması (Knuth, 2002b) bu durumu tartışılır kılmaktadır.

Geometri, ortaöğretimde ispatla çalışarak doğruya ulaşmada, öğrencilerin akıl yürütme ve doğrulama becerilerini geliştirmeleri için tabii bir alandır [NCTM, 2000: 41].

> Ortaöğretim geometri programı bir öğrencinin yıl içinde konulara çalışmasıyla geçtiği düşünce düzeylerine uygun olmalıdır. Program öğrencilere önemli ve ilginç kavramların öğrenilmesinde rehber olmalıdır. Öğrencilerin görsel doğrulamalarına ve deneysel fikirlerine, bu tür fikirler daha yüksek seviye geometrik düşünce seviyeleri için alt yapı olduğundan, izin vermelidir. Program, öğrencilerin açıklamalarını ve düşüncelerini doğrulamalarını gerekli kılmalıdır. Öğrencileri, düşünme şekillerini düzenlemek için cesaretlendirmeli, görsel ve deneysel doğrulamaların kusurlarını görmede, böylece ispatın bazı kritik bileşenlerini keşfetme ve kullanmaya başlamada adım adım öncülük etmelidir (Battista & Clements, 1995: 51).

2.2.3. OMDÖP ve OGDÖP'te İspatın Yeri ve Önemi

Uluslar arası normlarda oluşan değişiklikler nedeniyle ülkemizde 2005 yılında OMDÖP ve 2010 yılında OGDÖP, ulusal eğitim sistemimizin yeni eğitimsel felsefi yaklaşımı olan yapılandırmacı yaklaşıma ve yeni öğretim yöntemlerine uygun olacak biçimde yeniden şekillendirilmiştir. Yeni matematik programında, "geleneksel matematik öğrenme ve öğretme yaklaşımlarıyla yarının bireylerinin ihtiyaç duyacakları problem çözme, ilişkilendirme ve akıl yürütme gibi temel matematiksel becerilerin geliştirilemeyeceği açıktır" [MEB, 2011b: 2] ifadesine yer verilmiştir. Bu durum, hem matematik hem geometri alanlarında ispatın da rolünün değişmesine neden olmuştur.

1992'de yayınlanan "Ortaöğretim Matematik Dersi Programları", matematik ve geometri derslerinin bütününü kapsayan bir program şeklindedir. O programda ayrı olarak bir geometri programı hazırlanmamış hem genel amaçlar hem ders amaçları ortak şekilde belirtilmiştir.

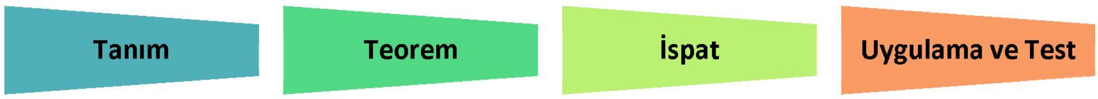
Bu program (1992) incelendiğinde, Matematik öğretiminin genel amaçları içerisinde birinci sırada, "Öğrencilerin mantıksal düşünme yeteneğini geliştirme" ifadesine rastlanmaktadır. Yine aynı amaçlar içerisinde " Öğrencilere soyutlama yapma alışkanlığı kazandırma; bu yolla zihinsel bağımsızlığı ve yaratıcılığı geliştirme" ve " Öğrencilere özelleştirme ve genelleştirme yapma alışkanlığı kazandırma; bu yolla sezgisel düşünceyi geliştirme" ifadeleri de bulunmaktadır. Bu maddelerin öğretimde uygulanması sonucu öğrencilerin kazanacağı beceriler, ispat yapma becerileriyle benzerlik gösterdiği ifade edilebilir.

Lise matematik öğretimin genel amaçlarında ise, ikinci maddede " Doğru düşünme kurallarını öğretme. İspat kavramını algılatma. İspat edilebilen bilimsel sonuçlar ile dogmalar arasındaki farkı kavratma. Her alanda varılan yargıların ve hükümlerin ispat edilebilir nitelikte olmasının gereğini ve önemini kavratma" ifadesi yer almaktadır. Bunun yanı sıra bir alt basamakta " Geometrik kavramlardan ve modellerden hareketle aksiyomların gerekliliğini algılatma." ifadesi bulunmaktadır.

Bu ifadeler göz önüne alınarak, eski programda öğrencilerin ispata dair bilgilenmesine ve uygulamalarına yönelik amaçlar olduğu belirtilebilir.

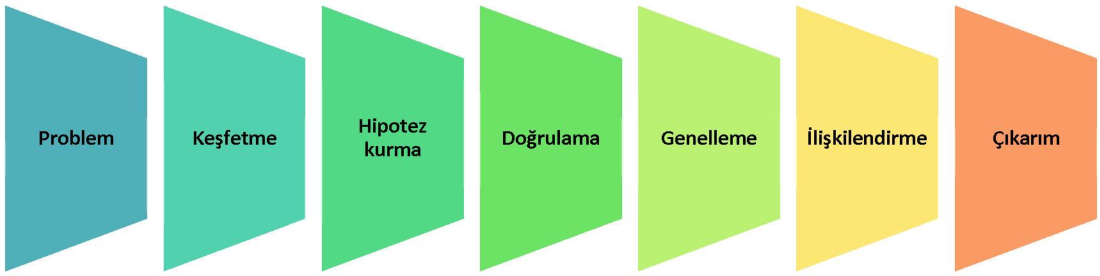
Temel alınan yapılandırmacı öğrenme yaklaşımın getirilerine uygun olarak yeni programlar matematik ve geometri ders programları şeklinde ikiye ayrılmıştır.

Yeni OMDÖP'de ortaöğretim matematik eğitiminin genel amaçlarında, "Tüme varım ve tümden gelim ile ilgili çıkarımlar yapabilmeleri" ifadesi dışında ne direkt ispata yönelik ne de ispatın özelliklerine vurgu yapan herhangi bir sözel ifade bulunmamaktadır.



Programın geneline bakılacak olursa, değişen felsefesine uygun olarak,

Sürecini geride bırakıp,



Sürecini temel aldığı belirtilmiştir.

Belirtilen süreç içerisinde ispat kavramının yer almadığı görülmektedir. Bu da açık şekilde matematik programda "ispat" kavramına doğrudan bir odaklanma ve dikkate çekmenin olmadığını göstermektedir.

Programda öğrencilere kazandırılması hedeflenen beş temel beceri içerisinde akıl yürütme becerisi bulunmaktadır ve bu becerinin ispat yapmayla doğrudan ilişkili olduğu söylenebilir. Çünkü bu becerinin altında,

- Modelleri, önermeleri, özellikleri ve bağıntıları kullanarak yaptığı matematiksel çıkarımı açıklayabilme,
- Matematiksel durumların analizinde örüntüler ve bağıntılar kullanabilme
- Matematiğin önemli bir parçası olan tutarlı mantıksal sonuç çıkarımının gücünü ve etkin kullanımının değerini bilme
- Matematiksel doğrulama sürecinde tüme varım ve tümden gelimi etkin olarak kullanabilme [MEB, 2011b: 1],

Gibi ispatın temel özellikleriyle ilişkili hedefler yer almaktadır.

İçeriğe (konuların verilişine) bakıldığında OMDÖP'te ispat kavramı, "Mantık" Öğrenme Alanının, "İspat Yöntemleri" Alt Öğrenme alanında, " Tanım, aksiyom, teorem ve ispat kavramlarını açıklar, bir teoremin hipotezini ve hükmünü belirtir." ve "İspat yöntemlerini kullanarak basit ispatlar yapar" kazanımlarında (*s. 67*) belirtilmektedir. Açıklamalarda ise sadece doğrudan ve dolaylı ispat yöntemleri açıklanır ifadesi bulunmaktadır. "Cebir" Öğrenme Alanının, "Gerçek Sayılar" Alt Öğrenme Alanında açıklamalar kısmında $\sqrt{2}$ sayısının rasyonel olmadığının ispatının yapılması gerektiği uyarı (*s. 106*) olarak belirtilmiştir. "Trigonometri" Öğrenme Alanının, "Toplam ve Fark Formülleri" Alt Öğrenme Alanında, etkinlikler kısmında dönüşüm ve ters dönüşüm formüllerinin öğrencilerle birlikte ispatlanabileceği ve sonra öğrencilerin bunları kendilerinin yapabileceği (*s. 175*) ifade edilmiştir. "Cebir" Öğrenme Alanının, "Üstel Fonksiyon ve Logaritma Fonksiyonu" Alt Öğrenme Alanında, etkinlik örnekleri ve açıklamalar kısmında bu fonksiyonların özelliklerinin önce sayısal olarak gösterilip sonra ispatlanması gerektiği (*s. 206*) vurgulanmıştır. Son olarak yine "Cebir" Öğrenme Alanının, "Tümevarım" Alt Öğrenme Alanında, açıklamalar kısmında, tümevarım yöntemi ile belirtilen formüllerin ispatlarının verilmesi gerektiği (*s. 231*) belirtilmiştir. Bunların dışında OMDÖP'te ispat ve ispatlama sürecine yönelik ifade bulunmamaktadır. Bu durum bizleri yeni matematik öğretim programında ispat kavramının yeri ve öneminin yeterli düzeyde sunulamadığını düşüncesine götürmektedir.

Yeni OGDÖP'te ise durum OMDÖP'dekinden çok daha farklıdır. Yeni OGDÖP'te ispat ve ispatlama merkezi bir pozisyona yerleştirilmiştir.

Programda ortaöğretim geometri dersinin amaçları arasında,

- Geometrinin; postulat, varsayım, teorem silsilesiyle yapılandığının farkına varabilecek
- Tümevarım ve tümdengelim yöntemlerini kullanarak geometrik çıkarımlar yapabilecek
- Teoremleri ve ispatları günlük hayata yansıtabilecek, ifadeleri mevcuttur.

9. Sınıf OGDÖP içerisinde "Teorem ve ispatlarından [değinme yapılacak ancak] mümkün olduğunca kaçınma" (*s. 8*) vurgusu, 10. Sınıf OGDÖP'te " İspatlara sentetik, vektörel ve analitik yaklaşımlarla gitme" (*s. 9*) vurgusu, 11. Sınıf OGDÖP'te de aynı ifade ile " İspatlara sentetik, vektörel ve analitik yaklaşımlarla gitme" (*s. 8*) vurgusu bulunmaktadır.

Geometriye yaklaşımlar başlığı altında, sentetik vektörel ve analitik yaklaşımlardan bahsedilmiş ve bir teoremin bu yaklaşımlara uygun şekilde ayrı ayrı ispatı yapılmıştır.

9. Sınıf geometri dersinin amaçları içerisinde ispatla ilgili herhangi bir madde bulunmazken, 10. Sınıf geometri dersinin amaçlarından ilki "İspat yöntemlerini ve biçimlerini tanımaları"dır. Ancak 11.sınıf geometri dersinin amaçlarının içinde de yine ispatla ilgili herhangi bir madde bulunmamaktadır.

Programın temel beceriler kısmında bulunan ilk beceri "Akıl yürütme ve İspat Yapma" becerisidir ve aşağıdaki maddelerin öğrencilere kazandırılması beklenmektedir.

- Öğrenme sürecindeki ispatlarda sentetik, analitik ve vektörel yaklaşımları kullanır.

- Yaşantısında, diğer derslerde ve geometri dersinde akıl yürütme becerisini kullanır.
- Geometri öğrenirken çıkarımlarda bulunarak genellemeler yapar.
- Yaptığı çıkarımların, genellemelerin ve ispatların geçerliliğini sorgular.
- Akıl yürütme ve ispat yapmada özgüven duyar.
- Akıl yürütme ve ispatlarla ilgili olumlu duygu ve düşüncelere sahip olur.
- Geometrik düşüncelerini açıklarken geometrideki modeller, kuralları ve ilişkileri kullanır.
- Geometri bilgisini kullanarak geometrik nesneleri cebirsel nesneler haline dönüştürür [MEB, 2011a: 14].

Geometri dersi ve konularının öğretiminde izlenecek aşamalar, merak uyandırma, keşfettirme, bilgi verme, uygulama ve ölçme değerlendirme olarak belirtilmiştir. İlk iki aşamada ispattan bahsedilmezken, bilgi verme aşamasında, ispat yapılacaksa ispatın her aşamasında bir önceki aşama öğrenciye sorularak ispatın gerçekleştirilmesi ve cevaplarının gerekçelerinin öğrencilerden istenmesi gerektiği ifade edilmiştir.

9. sınıf kazanımlarının hiç birinde ispatlamaya yönelik bir ifade bulunmazken, 10. ve 11. Sınıf kazanımlarının çoğunda özelliklerin ispatlanmasına yönelik vurgular yapılmıştır (*örn. s. 73,76,77,78,119,120,129,151,161*). Ayrıca açıklamalar kısmında ve etkinlik örneklerinde bu iki sınıfın kazanımlarında, öğrencilerin daha önce karşılaşmadıkları yeni ispat yöntemleri belirtilmiştir.

Doğrudan ve dolaylı ispat yöntemleri hatırlatılarak *(Bkz. OMDÖP),* ispat yöntemi ile ispat biçiminin farklılığı vurgulanır [MEB, 2011a: 76]. Geometrik ispat biçimleri aşağıdaki kapsamlarda ele alınmaktadır:

- İki Kolonlu İspat [s. 76],
- Akış Diyagramlı İspat [s. 77],
- Paragraf İspat Biçimi [s. 78].

2.3. İspat Kavramının Anlaşılması ve Bu Konuda Yaşanan Sıkıntılar

Balacheff (2002) matematik eğitimcilerinin, bir ispatı neyin meydana getirdiği ya da ispatla ilgili araştırmanın nesnesinin ne olması gerektiği konusunda hemfikir olmadıklarını belirtir (Weber & Mejia-Ramos, 2010). Çünkü ispat birçok dalı olan ve farklı yönlerden incelenebilecek, farklı özellikleri ve etkileri bulunan bir kavramdır. İspat öğrenmede de, ispatın ana fikri çok çeşitli konuları ve fikirleri kapsamaktadır, bu nedenle öğrencilerin geçerli bir ispat olarak neyi gördüklerini, neyin onları gerçeğin ne olduğuna ikna ettiğini, ispatın amaçlarına nasıl ulaşıldığını, ispatta neyi değerlendirdiklerini ve ispatı neyin oluşturduğuna nasıl karar verdiklerini görmeye yardımcı olur (Knapp, 2005).

“Matematik sınıflarında ispatın öncelikli rolü *açıklayıcılığıdır*, öğrenciler ifadenin neden doğru ya da yanlış olduğuna ilişkin bilgi en iyi şekilde ispatta görmelidir” (Smith, 2006: 75). Ancak, birçok öğrenci için, ispat belli bir örüntüye dayalı olarak ya da yalnızca sembollerle ispat yazmaya zorunlu tutulmasıyla pekişen, anlamsız bir ritüeldir (Ball et. al. 2002). “Öğrencilerin ispatın amacını anlamadaki yetersizliği nedeniyle, matematik eğitimindeki araştırmalar, ispatın birçok öğrenci için sorun olduğunu öne sürmektedir” (Hoyles, 1997: 7).

“Öğrenenlerin matematiksel ispatı neden zor bulduğuna dair birçok neden vardır” (Segal, 1999: 192) ve “öğrencilerin matematiksel ispatla ilgili sıkıntıları büyük ölçüde belgelenmiştir” (Remillard, 2010: 1). Farklı çalışmalarda belirtilen problem durumları,

- Öğrencilerin çoğu ispatın ne olduğuna dair sınırlı bir farkındalığa sahip olması (Hoyles, 1997),
- İspat sürecinde ne yapılacağını bilmemeleri nedeniyle çıkmazlara ulaşmaları (Weber, 2001)
- İspatın amacının anlaşılmaması ve matematikteki yerinin takdir edilmemesi (Hoyles & Jones, 1998),

- İspat modellerini (şekil olarak) kavranamaması (Mejia- Ramos, Weber, Fuller, Samkoff, Search & Rhoads, 2010),
- İspata dair içerik ve strateji bilgilerinin eksik olma durumları (Knapp, 2005),
- Tanımların öneminden habersiz olma durumları (Alcock, 2008),
- Notasyonların tanıdık gelmemesi, anlaşılmaması ya da ispatı oluşturmaya nasıl başlanacağını bilmeme durumları (Segal, 1999).
- İspatla ilgili (ispata odaklanmadan ispatın anlamını kavrama ya da kendi ispatlarını oluşturmayı öğrenme süreçlerinde) deneyimlerinin az olması (Hemmi, 2008),
- Bir teoremi ya da bir kavramı anlamada eksiklik ya da onları düzenli olarak yanlış kullanılması (Weber, 2001),
- Öğrencilerin mantıksal akıl yürütmeden ve ispat sürecinde kullanılan kesinlik boyutundan habersiz olması (Knapp, 2005).
- Öğrencilerin ispata dair yöntemsel, kavramsal ve iletişimsel konularda problemlerinin olması (Remillard, 2010), şeklinde sıralanabilir.

Öğrencilerin geometrik ispatı anlamalarındaki sıkıntının nedenini araştırırken Dreyfus ve Hadas (1987), geometrik ispatı anlamak için altı prensip oluşturmuştur. Bunlar aşağıdaki gibi sıralanmaktadır.

> 1. Bir teorem istisna içeremez. Bir matematiksel ifadenin akla uygun tüm durumlarda doğru olduğunda, doğruluğundan bahsedilebilir.
> 2. En açık ifadeler bile ispat edilmelidir. Özellikle, bir ispat bir şekil üzerinde görünen özelliklerle oluşturulamaz.
> 3. Bir ispat genel olmalıdır. Bir ya da birden fazla farklı durumlar, genel bir ifadeyi kanıtlayamaz. Ancak, bir ters örnekleme aksini ispatlamak için yeterlidir.
> 4. Bir teoremin varsayımları, açık şekilde tanımlanmalıdır ve sonuçtan ayrılmalıdır.
> 5. Doğru bir ifadenin aksinin doğru olması şart değildir.
> 6. Temel bileşenlerin meydana getirdiği karışık ifadelerin özellikleri ispatta gerekli olabilir (Dreyfus & Hadas, 1987'den aktaran McCrone & Martin, 2004: 25).

İspatla başarılı bir ilişki kurmak, bir ifadenin tüm elemanlarının doğru olduğunu garanti edilmesinin ispat tarafından sağlandığını bilmek ve ispatın neden bir ihtiyaç olduğun kavramak gibi birçok öğrenci becerisi gerektirir (Stylianides & Stylianides, 2008). Bunların yanı sıra ispat oluşturma bilgi birikiminin birçok alanının ve ispatta yer alan içerik alanının kullanılmasını gerektirir, ayrıca öğrenciler mantık yasaları ve tümdengelimsel akıl yürütme ile mücadele ederler (Knapp, 2005). Açıktır ki, "Öğrenciler için derinden karışıklığa neden olan ispat konusundaki araştırmalar önemlidir ve öğrencilerin kafa karışıklığı ispat yaparkenki tutumlarında önemli etkilere sahiptir" (Weber, 2005: 351).

Farklı seviyelerdeki matematiksel ispatı anlamada öğrencilerin ispatları, öğretmenlere öğrencilerinin ispata dair düşünceleri için kapsamlı bir iç görü sağlar (Knuth & Elliot, 1998). Matematik öğrencileri ispatın birçok anlama geldiği bir dünyada yaşarlar ve bu nedenle onların ispatın anlamı hakkındaki yorumları, bir öğretmenin yorumunun diğerininkiyle uymadığı gibi, öğretmenlerinkinden farklı olabilir (Tall, 1989). "Matematiksel düşüncelerin sonuçlarını ispat terimleriyle formal olarak göstermek, bir metot olarak düşüncelerin geçerliliğinin belirlenmesi nedeniyle, matematikçiler için anlamlıdır" (Battista & Clements: 1995: 1). Ancak bu durum öğrenciler için pek geçerli değildir. "Öğrencilerin ne yapabildiği ve bir matematikçi gibi ispata dair görüş geliştirmede hangi stratejilerin onlara yardım edebileceği de öğrenmelidir" (Smith, 2006: 76).

Matematik eğitimi alanında, ispatın çeşitli özelliklerine odaklanan ve ispatı öğrenci için açık hale getirmek için yapılan çalışmalarda, öğrenmenin sağlanması için bir düzen oluşturan bilgilerin karmaşıklığı gösterilmektedir (Hemmi, 2008).

Bu durum ispatın yer aldığı her kademede bu konuyla ilgili sıkıntıların yaşandığının bir göstergesidir ve birçok çalışma da bu sıkıntılar belirtilmiştir (Balacheff, 1990; Bell, 1976; Chazan, 1993; Harel & Sowder, 1998; Healy & Hoyles, 2000; Hemmi, 2008; Knuth & Elliott, 1998; Moore, 1994; Weber, 2001).

2.4. Öğretmenlerin/Öğretmen Adaylarının İspat Bilgisi ve Yeterlilikleri

Öğretim programları çerçevesinde öğrenme-öğretme sürecinde en önemli öge şüphesiz öğretmendir. Dolayısıyla öğretmenlerin ispat bilgisi ve ispat yapma yeterlilikleri önem arz etmektedir. Benzer şekilde geleceğin öğretmenleri olan öğretmen adaylarının da lisans dönemi içerisinde, ispat yapma için gerekli bilgi ve yeterliliğe sahip olması doğal bir beklentidir. "Çünkü öğretmenlerin ispatı anlamalarına yönelik yapılan araştırmalar özellikle onların matematik öğretmeni olmasından çok, matematiği "bilenler" olarak durumlarına odaklanma eğilimindedir" (Knuth, 2002b: 63).

"Öğretmenlerin, matematiksel ifadeleri mantık çerçevesinde inceleme, onaylama ya da çürütme için yollar ve metotlar bilmesi gerekir" (Tsamir et. al. 2009: 260). "Doğru bir ifadenin ya da yanlış, karşıt bir ifadenin ispatını yapmadan önce, öğrenciler ve öğretmenler verilen ifadenin doğruluğuna ya da yanlışlığına kesin şekilde karar verebilmelidirler" (Ko & Knuth, 2009: 68). "Öğrencilerin ispatı öğrenme ve anlamalarında öğretmenler kritik bir rol oynar" (Uğurel, 2012: 720). "Öğretmenler, öğrencilerin ispatlara dair ortaya koyduklarını çeşitli açıklamalarla geliştirebilmeliler " (Tsamir et. al. 2009: 60). Öğretmenin, bir ispatı keşfetmeye yönelik olarak öğrencilerin heyecan ve eğlencesinden faydalanıp onları motive etmesi ya da en azından oluşturulmuş bir ispatı takip edebilmeleri için çaba göstermesi gerekir (Ayalon & Even, 2010). Matematiksel ispat öğrencilere zengin fırsat ve deneyimler yaşatmakta, dahası bu deneyimler öğretmenlere, öğrencilerin matematiksel ispatı kavrama durumlarını incelemesi için de fırsat sağlamaktadır (Knuth & Elliott,1998).

"Tüm öğretmenler, öğrencinin bilgi almada ve işlemleri çözmede pasif bir alıcı olmadığını bilir" (Fischbein, 1982: 9). İspat öğretiminde, temel olarak tekrarlayıcı öğrenmenin (öğrencilerin ispatları oluşturmak zorunda olmadığı, sadece ispatların öğrencilere sunulduğu öğrenme şekli) esas alınmasının başarısız sonuçlara neden olduğu görülmektedir (Pedemonte, 2008). Öğrencilerin ispatı anlamayla ilgili sıkıntıları tüm lise öğretmenleri tarafından bilinmektedir ve bu durum ana problemi ispat öğretimi olan tüm eğitim araştırmalarında tanımlanmıştır (De Villiers, 1999).

İspatla ilgili öğrenci sıkıntılarını belirten çalışmalarda üzerinde durulan bir nokta da öğretmenlerin ispata yönelik görüşleridir (Hanna, 2010; Knuth, 2002a; Ko, 2010; Martin & Harel, 1989; Stylianides & Stylianides, 2009; Tsamir et. al. 2009). Öğretmenlerin sınıftaki geniş etkisi nedeniyle, öğrencilerin ispatları anlaması ve oluşturabilmesi için onların desteğine ihtiyaçları vardır. Matematik öğretmenleri, sınıf içinde ispatlara ulaşma gereksinimini sağlayabilir çünkü öğrenciler onların sağladığı deneyimler doğrultusunda matematiği öğrenirler (Tsamir et. al. 2009).

> Öğretmenlerin bilgileri ve inançları, sınıf uygulamalarını tanımlamada en önemli belirleyici etkendir ve bu nedenle öğretmenlerin uyguladığı geliştirici öneriler onlar için büyük anlam taşımaktadır (Borko & Putnam, 1996'dan aktaran Knuth, 2002b: 63).

"Öğretmenlerin konu anlayışı (subject matter conception), eğitim uygulamalarında önemli bir etkiye sahiptir çünkü öğretmenlerin performansları konu anlayışlarından etkilenir" (Shulman, 1986: 9'dan aktaran Tsamir et. al. 2009: 60). Bu nedenle de öğretmenlerin sınıf içinde ispatın rolünü arttırmadaki başarısı onların ispatı kavrama durumlarına dayanır (Knuth, 2002a). "Öğretmenlerin ispata dair kavrama durumlarının sınırlı olması, öğrencilerin ispata dair birçok kavram yanılgılarının sürüyor olmasını olası kılar" (Stylianides & Stylianides, 2009: 238).

"Bu nedenle, öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının ispata ve ispat yapmaya yönelik kavrayışlarının, bilgilerinin ve performanslarının araştırılmasına ihtiyaç vardır" (Uğurel, 2012: 720) Ayrıca, "öğretmenlerin sınıftaki rollerine ve ispatla ilgili alışılmış kavram yanılgılarına bağlı olarak, matematik öğretmenlerinin ispatı algılama biçimlerini hangi faktörlerin etkilediğini inceleyen daha çok araştırmanın" (Ko, 2010: 1109) yapılması gerektiği söylenebilir.

2.5. Çift Sütun İspat Yöntemi

2.5.1. Çift Sütun İspat Yönteminin Tanımı

Çift sütun ispat, bir formu olan ve belli özellikler ile oluşturulan bir ispat yöntemidir. Bu nedenle birbirinden çok farklı tanımlara sahip değildir.

ÇSİ'nin ülkemizde OGDÖP'e yer alan tanımı aşağıdaki şekildedir:

> Bu ispat biçiminde; ilk kolonda "İfadeler" başlığı yer alır. Sıra numarası verilerek adım adım son ifadeye kadar yazılır. İkinci kolonda ise "Gerekçeler" adı altında ilk kolon numaralarına paralel olacak şekilde ilk kolondaki ifadelerin yazılma gerekçeleri belirtilir. Bu gerekçelerin her biri ispatı destekler. Gerekçeler; özellikler, teoremler, postulatlar ve tanımlar olabilir. [MEB, 2011a: 76]

Arthur Schulze ve Frank Sevenoak, ÇSİ'yi şu şekilde açıklamışlardır:

"Her ispat, her birinin kesin bir gerekçe ile desteklendiği bir grup ifadeden oluşur. Kabul edilebilir gerekçeler sadece: önceden ispatlanmış önermeler, aksiyomlar, tanımlar ya da hipotezlerdir" (Schulze ve Sevenoak, 1913: 19'dan aktaran Herbst, 2002b).

Sekiguchi (2002), ÇSİ'i için şunları ifade etmiştir,

> Bu formatta ispat bir hesap tablosuna benzer. Verilen bilgileri görsel şekilde sunan bir diyagram ve bu diyagrama ait bilgiler ve ispatlanacak ifadeler vardır. Yatay bir çizgi ve bu çizginin ortasından aşağıya doğru inerek yatay çizginin altında iki sütun oluşturan bir düşey çizgi çizilir. Sol sütunda ispat edilmesi gereken durumla başlayan, çıkarımsal olarak birbiri ardına gelen ifadeler sırayla numaralandırılır. Oluşturulan her basamağın, sağ sütununa mutlaka eş numarasıyla yapılan çıkarımın gerekçesi yazılır. Çünkü bu format ispatı iki sütun şekilde düzenler ve bu nedenle kitaplarda çift sütun ispat olarak adlandırılır (Sekiguchi, 2002).

Bunun yanı sıra Kadijevich (1998), ÇSİ tanımında bazı özelliklerine de değinmiştir:

> Muhakemeler ÇSİ şeklinde sunulabilir, sol sütun kesin iddiaları içerirken sağ sütun onların temellerini özet olarak verir. Bu şekildeki bir gösterim, çıkarımsal akıl yürütme sürecinde öğrencilerin, (a) neyin verilen neyin istenilen olduğunu belirlemesini-bazı öğrencilerin sık sık istenileni verilen yerine kullanmaktadır; (b) istenilene kademeli

> olarak yaklaşmayı ve açık muhakemeler ile oluşturdukları iddialarını desteklemeyi sağlar (Kadijevich, 1998: 31).

"Her ifade için verilen gerekçe genelde, her sırada yalnız bir tane olan ve verilen ifadeyi garanti altına alan bir verilen (hipotez), postulat, aksiyom, teorem ya da tanım olarak belirlenir" (Herbst, 1999: 1). Sekiguchi'ye (2002) göre bu form net gerekçelendirme açıklamalarına teşvik eder ve her ifadeye bir gerekçe durumu eşlik eder, bu nedenle bilgi olmadan gerekçelendirmeleri atlamak zorlaşır.

"İspatlar sadece doğrulama araçları değil, ayrıca keşfetme, kavramların geliştirilmesini sağlanma ve varsayımları geliştirme araçlarıdır" (Kleiner, 1991: 311). Bu açıdan ÇSİ yönteminin de bu özelliklere sahip olması beklenir. ÇSİ'yi diğer ispat yöntemlerinden farklı kılan bir özelliği, ispatı yapan kişiden sadece matematiksel çıkarım gücünü değil sözel ifade gücünü ve bilgisini de kullanmasını istemesidir. Çünkü bir ÇSİ oluşturulurken hem basamaklı olarak matematiksel ifadelere hem de bu ifadelerin sözel gerekçelerine ihtiyaç vardır. Bu bakımdan başta belirtilen ispat özelliklerine sahip olduğu yorumu yapılabilir.

Genel bir tanım yapılacak olursa; ÇSİ, verilenleri ve istenilenleri belirtilmiş bir durumun (ifadenin, teoremin, özelliğin vb.), T şeklinde iki sütun içeren bir tablo yardımı ile sol sütunda verilenlere dayalı, birbiriyle ilişki ve basamaklı olarak ilerleyen matematiksel ifadeler bulunduran, sağ sütunda ise sol sütunda belirtilen ifadelerin onlarla ilişkili ve yine birbirine bağlı sözel gerekçelerinin eş basamaklar şeklinde yazılması ile ilerleyen bir ispat yöntemi/biçimi şeklinde ifade edilebilir.

2.5.2. Çift Sütun İspat Yöntemine Tarihi Bir Bakış

Bu konuyla ilgili yapılan araştırmalar incelendiğinde ÇSİ yönteminin yurt dışında neredeyse son yüzyılın tümünde araştırmalarda, öğretim dokümanlarında ve programlarında kendine yer bulduğu söylenebilir.

Shibli'ye (1932) göre, Arthur Schulze ve Frank Sevenoak 1913 tarihinde yayınladıkları geometri kitabında bir ispatı dik bir çizgi ile bölerek ifadeler ve gerekçeler şeklinde yazan ilk yazarlardır (Herbst, 2002b).

> Öğrencilerin ispatı nasıl orijinal olarak yapacaklarına dair bir beklenti oluşmuş, bu beklenti beraberinde 1910'ların başında, özelleşmiş metinsel halinde çift sütun ispat olarak adlandırılan ispat meydana gelmiştir. Çift sütun ispat formunun çeşitli durumları 1895'ten beri kendini göstermeye başlamıştır. (…)1920'lerde geometri ispatı yazmada çift sütun ispat bir standart haline gelmiştir (Weiss, Herbst & Chen, 2009: 280).

"ÇSİ neredeyse evrensel olarak geometride kullanılan eşli, her eşte bir ifade ve doğrulamanın olduğu temelde doğrusal yapıdaki bir formdur" (Anderson, Boyle, Farrell & Reiser, 1990: 99). Amerika Birleşik Devletleri'nde çift sütun ispat formu, lise geometrisi ve bazen cebirde yaygın olan bir formattır (Sekiguchi, 2002). Son yüzyıldaki güçlü tepkinin öncülüğünde matematiksel ispatın formal yönünün önemi ÇSİ formatıyla, somutlaştırılmıştır (Balacheff, 2002).

Amerika ve Kanada'nın matematik programları ÇSİ'yi öneren, geometri programında Öklit geometrisinin aksiyomatik sistemine vurgu yapan NCTM (1989) dokümanının etkilerine göre geliştirilmiştir (Kadijevich, 1998). "Aslında Amerika öğretim programında, çift sütun ispat formuna dayanan lise geometri programına dahil edilmesi dışında, ispata ilişkin eksiklik şaşırtıcıdır" (Martinez et. al. 2011: 31) ifadesi bu formun programın temelinde yer aldığı yorumunun yapılmasını sağlayabilir.

ÇSİ ile ilgili tanımlara dikkat edilecek olursa, neredeyse tümünde geleneksel (traditional) ifadesinin kullanıldığı görülebilir. Örneğin, "Geleneksel olarak, ÇSİ "ifadeler-gerekçeler" öğrencilere sunulan ilk ispat formudur (Hallerberg, 1971: 203)" şeklinde ifadelere ÇSİ literatüründe sıklıkla rastlanmaktadır (Herbst, 2002b; Herbst & Miyakawa, 2008; Sekiguchi, 2002; FitzSimon Ed., 2008). Bunun yanı sıra bazı çalışmalarda ÇSİ'nin temel (olarak) alınabilecek bir ispat formu olduğu belirtilmiştir (Ayalon & Even, 2010; Harel & Sowder, 1998; Hoyles, 1997; Knuth & Elliott, 1998; Sekiguchi, 2002). Usiskin (1980) "ÇSİ olmayan ya da bütün basamaklarının gerekçeleri verilmemiş bir ispatın, hala birçok geometri öğretmenine göre, geçersiz ya da informal bir ispat" (s.420) olduğunu belirtmiştir.

> Asıl olmayan çıkarımsal bir akıl yürütme olduğu halde, maddelerin ve gerekçelendirme sonuçlarının adım adım sıralamasıyla çıkarımların sunulması yaygın bir yoldur. Akıl yürütmelerin bu şekilde sunulmasının, öğrencilerden sık sık bir fikrin dayanak noktasının neden bir sonuca ulaştığını gösteren ifadelerin ve gerekçelerin iki sütun formatında ispat yazmada gerek duyulduğu birçok ülkede okul geometrisinde, sıkça üzerinde durulur (Ayalon & Even, 2010: 1131).

Bu durumun aksine ülkemizdeki herhangi bir seviyedeki matematik öğretim programında ÇSİ'ler ile karşılaşılmamaktadır. Ülkemizin bu yöntem ile tanışması, ancak 2010 yılında yayınlanan yeni OGDÖP ile olmuştur. Bu nedenle bu konuda ülke literatüründeki (hem öğretimi destekleyici hem de akademik) kaynaklar da kısıtlıdır.

2.5.3. Çift Sütun İspatın Kullanımı ve Öğretimdeki Rolü

Yurt dışındaki (çoğunlukla ABD), öğretim programlarında ÇSİ'ye fazlaca rastlanmaktadır (*Bkz. Herbst, 2002a).* Bu durumun öğretim programlarının temel aldığı bazı uluslar arası kaynakların ÇSİ ile ilgili ifadelerine dayanmakta olduğu söylenebilir.

> Matematiksel olarak uygun muhakemeleri sorgulama, oluşturma ve ilişkilendirme, ne olursa olsun geometri çalışmalarında merkezde yer alır. Öğrenciler verilen durumların genel sonuçlarının geçerliliğini oluşturmada tümdengelimsel ispatın (deductive proof), gücünü görmelidir. İspat yapılırken kullanılan formdan daha çok (örneğin, paragraf ispat, ÇSİ), mantıksal muhakemeler oluşturmaya ve onları akıl yürütmenin özenli açıklamaları ile etkili şekilde sunmaya odaklanılmalıdır [NCTM, 2000: 310].

Yurt dışında çok uzun süredir kullanılması nedeniyle, ülkemiz literatürünün aksine, yabancı literatüründe "ÇSİ'nin kullanımına ve öğretimdeki rolüne yönelik olumlu ve olumsuz yorumlar barındıran çalışmalar bulunmaktadır" (Hallerberg, 1971: 203).

Geleneksel olarak öğrenciler ispatla, formal ÇSİ'nin genelde tek ispat yöntemi olarak verildiği lise geometri derslerinde karşılaşmaktadır (Bieda, Holden & Knuth, 2006). ÇSİ, muhakemelerin form ve içerik arasında karşılıklı olarak şekillenmesini amaçlar ki bu da geometri öğretiminin mantık çalışmalarında yer alır (Herbst, 1999).

> Birçok öğrenci, genel bir teoremin doğrulanmasında belirli bir durum ya da birçok durumun sınırlanmasının yeterli bir ispat olduğuna inanmaktadır. Diğerleri ise bir teoremin ispatının geçerliliğinin, ancak ve ancak örneğin lise geometrisindeki "çift sütun ispat" gibi, geleneksel ya da alışık olunan formatın izlenmesiyle olduğuna inanmaktadır (Harel & Sowder, 1998'den aktaran Weber, 2001: 102).

Birçok ikinci kademe (ortaokul) matematik öğretmeni ve öğrencileri için, matematiksel ispat kavramı genellikle, çift sütun ispat formundaki matematiksel kesinliklerin görüntülerini akla getirir (Knuth & Elliott, 1998). Bazı öğretmenler, informal açıklamalarla daha rahat olduklarını belirtirken diğerleri bunu yetersiz olarak yargılar ve mantıksal muhakeme gerektiren her basamağın açıkça doğrulanmasını ve formal olarak sunulmasını- ÇSİ gibi olmasını- gerekli görür (Hoyles, 1997).

"Ancak, ÇSİ, matematik sınıflarında bulunabilecek tek ispat formatı değildir" (Knipping, 2008: 428). "Lise geometri derslerinde akıl yürütme ve ispat çoğu kez sınırlanır ve ispat genellikle ÇSİ biçiminde sınırlı olarak görülür" (Olmstead, 2007: 14).

> Geleneksel çift sütun, ifade-gerekçe tipi ispatlarla ilgi bazı itirazlar vardır. Çok fazla zaman ve yer gerektirir. Öğrencilerin hafızalarındaki ezberleri, postulatları, tanımları ve teoremleri bıktıracak şekilde tekrarlamasını gerektirir. Bir teoremi ispatlamanın içerisinde olan düşünme yöntemini açık şekilde sunmaz, örneğin hangi ifadenin verilen ifade anlamına gediğini göstermez. Öğrencileri genelde verilen bir ispata gereken basamak sayısı hakkında fazla bilinçli yapar. Öğrencilerin teoremlerin ispatlarını ezberlemeleri için durumu elverişli hale getirir bu nedenle, öğrenciler anlamada zorluk çekebilir (Ness Jr., 1962: 567).

Usiskin'e göre, geometri öğrenen öğrenciler, çoğunlukla matematikteki bütün ispatların ilköğretim geometrisindeki gibi ÇSİ ile yazıldığı (aslında yazılmaz), genellikle verilen en açık ifadenin bile belirtildiği (aslında belirtilmez) ve genellikle tekrar tekrar aynı basamakları yinelediği (neredeyse asla yapılmaz) fikrine sahiptir (Usiskin, 1980).

> ÇSİ ile ilgili temel bir eleştiri tek bir gerekçe ile ispatın formunun, mantığının ve içeriğinin karıştırılabilecek olmasıdır. ÇSİ'de tek bir gerekçede " 5. ve 8. basamaktan, ikizkenar üçgenin tanımından ve yerine koyma" yazıldığında, öğrenci, yeni bir teoremin ispatın kendi oluştururken kendi gerekçelerinde ne yazacağından şüphe edebilir (Hallerberg, 1971: 213).

Ayrıca, ÇSİ gibi özelliklere dayanan, belli tür ispatlarla çok vakit geçirildiğinde, öğrencilerin ispatın sadece bu olduğunu düşünmelerine neden olunabilir (Usiskin, 1980).

ÇSİ kullanımına vurgu yapmış olmasına rağmen NCTM (2000), "matematiksel doğrulamanın ve ispatlamanın farklı şekilleri, sözel muhakemeler, ÇSİ'ler ya da görsel muhakemeler, öğrencilerin seviyelerine uygun açık ve doğru bağlantıları olan matematiksel fikirlerinden daha az önemlidir" (s. 58) ifadesini kullanmıştır.

2.5.4. Çift Sütun İspat ile İlgili Yapılmış Çalışmalar

ÇSİ yurt dışı literatüründe geleneksel olarak tanımlanmış bir ispat yöntemi olması nedeniyle sadece ÇSİ'nin kullanıldığı yakın tarihli çok fazla çalışma ile karşılaşılmamaktadır. İspata yönelik araştırmalarda katılımcıların bilgi ve becerilerini belirlemede diğer ispat biçimleri yanında ÇSİ problemlerinin kullanıldığı çalışmalar daha fazladır (örn. Dickerson, 2008; Gfeller, 2004; Herbst, 2002b; Knuth, 2002b; McCrone & Martin, 2003).

Bu konuda yapılmış olan en kapsamlı çalışmalardan biri olarak Herbst'in 2002(b) tarihli çalışmasıdır.

Herbst (2002b) " Establishing a Custom of Proving in American School Geometry: Evolution of the Two Column Proof in the Early Twentieth Century adlı çalışmasında, 1980'lerin başında öğretim programlarına giren gösterim sanatına (art of demonstration) uygun olarak öğretimde ÇSİ'nin nasıl kullanıldığını araştırmıştır. İspatın geometri sınıflarında kullanımından, temel bir lise konusu olmasına ve devamında programların içersinde yer alma sürecine değinmiştir. ÇSİ'nin geometri derslerinde nasıl sabitlik kaznadığına, öğretmenlerin öğrencilere ispatın nasıl yapıldığını öğretmesi ve öğrencilerin ispat sürecinde çalışmalarını göstermelerine, dair tarihsel bir açıklama yapmıştır. Çalışmanın genelinde Amerika'da öğretim programlarında ispatların ve ispat türlerinin hangi temel etkenler ve öne çıkan program yapıcılar ya da komiteler nedeniyle, ne şekilde yer aldığına dair genel bir tarihsel düzenleme yapılmıştır. Ardından, sadece ÇSİ'ye odaklanılan bir bölüm oluşturulmuştur ve bu bölümde ÇSİ formatının geometri programında, öğrencilerden gerekçe ve ifadeleri birleştirme yoluyla ispatın yapılmasını isteme durumunun, sabit hale gelmesi üzerinde durulmuştur. Öğrenciler için yazdıkları her ifadenin gerekçesi, güçlü sonuçlar, ayrıca bu durum ispatın neden gerekli olduğuna ve ispatta neler kullanılabileceğine dair de temel oluşturmaktadır. ÇSİ formunun ispatı ders içerisinde arka plandan ön plana çıkarttığını belirten çalışmada, bu formdaki ispatın hem öğrencilerin ispatı kendilerinin yaptığını bilme fikri hem de öğretmenler için ispatın nasıl yapılacağını göstermede kullanışlı olduğu belirtilmiştir.

Herbst, 2002(a)'de yayınlanan diğer çalışmasında, açılarla ilgili bir ifadenin sınıf ortamında öğrenciler tarafından ispatlanması ve öğretmenin bu süreçte öğrencilere nasıl yardım edip onları yönlendirdiğine odaklanılmıştır. NCTM'de (2000) öğretmenlerin çalışmalarına daha geniş açıdan bakılması nedeniyle, öğrencilerin sebepleri öğrenmeleri ve ispat yapmaları öncelikli istenen haline gelmiş ve öğretmenlerden ÇSİ'nin ötesine geçmeleri istenmiştir. Çalışmanın asıl amacı da öğretme durumlarını anlayabilmek için geliştirilebilecek bir teoriye katkıda bulunmaktır. Bu nedenle geleneksel ÇSİ'de öğretmenlerden nelerin beklendiği ve bu durumla ilgili yapılan öğretim örnekleri incelenmiştir.

Çalışmanın iki yönü bulunmaktadır. Bunlardan birincisi, öğrencilerin ispat yapma sürecindeki formal yönlerine yardım ederken öğretmenlerin karşılaştıkları zorluklar, ikincisi ise öğrenci ve öğretmenlerin arasındaki bu zorluklar için belirli çalışmalar ile sonuca ulaştırılabilen ÇSİ formatının etkilerinin gösterilmesidir. Araştırma, bir 9. Sınıf matematik öğretmeninin sınıfında bir ispat egzersizine ve sonucunun kayıtlarına dayanmaktadır. Öğretmenin oluşturduğu (nasıl bir) durum hangi öğrencinin ispatı yapabilmesini sağladı ve öğretmen bir öğrencinin ispata ulaşması için ne yaptığı analiz edilmiştir. Analizde öğrencilerin geleneksel formal ispat - ÇSİ yapma durumlarının geliştirilmesinde öğretmenlerin, fikirlerin nasıl geliştirileceğini dikkate almış oldukları görülmektedir. Analiz sonucunda ise, ÇSİ'lerin kullanışlılığı iki yoldan belirtilmiştir. Birincisi sınıf içerisinde ispatın nasıl yapıldığına dair bilinmeyen durumların açığa çıkmasına yardım etmesi olarak, ikincisi ise reform odaklı sınıflar için, analiz metodunun kendisinin olası eğitim alternatifleri için rehberlik sunabilecek olmasıdır

Bazı çalışmalar daha çok belli uygulamalarda ele alınan ispat yöntemlerinden biri olarak ÇSİ'yi ele almışlardır.

Sekhiguchi (2002), çalışmasında matematiksel akıl yürütme ve ispatları kültürel açıdan incelemiştir. Bu çalışmanın bir bölümünde Japon kültüründeki matematiksel muhakemeleri batı kültürüyle karşılaştırmalı olarak ele almış, buradan ispat yapma durumları arasındaki farkları ele almıştır. İspat yazma konusunda batı kültüründen aldığı örnekler ÇSİ ve paragraf ispat formatındadır. Araştırmacı, ÇSİ'nin bir tanımını yapmış ve akıl yürütmeleri açık şekilde ifade etmeyi destekleyen bir yöntem olduğunun üzerinde durmuş ve bu yöntemi kullanmanın batı kültüründe muhakemeye önem verildiğinin bir göstergesi olduğuna vurgu yapmıştır.

Knuth (2002b), "Teacher's Conceptions of the Proof in the Context of Secondary School Mathematics" adlı çalışmasında, lise düzeyinde ispatın rolünün programlarda ve öğretim sürecinde değişmesi nedeniyle 17 deneyimli matematik öğretmeninin, ispatlara karşı görüşlerini almış ve incelemiştir. Veriler, iki yarı yapılandırılmış görüşme ile toplanmıştır. Birinci görüşmede matematik eğitiminde ispatın rolüne odaklanılmış, ikincisinde ise öğretmenlerin lise matematiğindeki ispata dair görüşlerine odaklanılmıştır. Her iki görüşmenin de soruları temel olarak öğretmenlerin ispata dair görüşlerine ve öğrencilerden ne beklediklerine odaklanmıştır. Veriler, öğretmenlerin verdikleri cevaplara uygun olarak kodlanmış ve kodları basamaklı şekilde açıklama yoluna gidilmiştir. Oluşan kodlardan biri formal ispattır ve katılımcı öğretmen adaylarının 9 tanesi formal ispatı ÇSİ ile eşleştirmişlerdir. Araştırmanın sonucu olarak, ispatların tüm programa yayılmasının hem öğretmen açısından hem de öğrencilerin anlaması ve uygulaması açısından sıkıntılı olabileceği belirtilmiştir.

Herbst ve Chazan, 2003 yılı tarihli çalışmalarında, matematik öğretiminde pratik mantığın (practical rationality), öğrencilerin ispat yapmalarını desteklemedeki durumunu, video kaydına alınmış veriler üzerinden analiz etmişlerdir. Matematik eğitiminin ortak pratik mantık unsurlarıyla oluştuğu ve düzenlendiği, bu nedenle bu unsurların matematik öğretiminde ilişkiler kuracak ve düzenleme sağlayacak kullanışlı durumlar olduğu belirtilmiştir. Bu durumları ortaya çıkarabilmek amacıyla çalışmanın verileri toplanırken her iki araştırmacının da deneyimli olduğu, sürecin daha açık görünmesine yardımcı olan (kişinin x derken aslında y demek istediğini gösterebilen) video kayıtları kullanılmıştır. Veri toplama süreci bir lisede, yarıyıl sınavlarından önce dörtgenler konusunda, öğretmen tarafından ÇSİ formunda (öğrencilerin muhakemelerini görebilmek için) istenen bir ispatın yapılmasından oluşmaktadır. Araştırmada belirtilen bu veri toplama süreci incelenmiş, matematik eğitimindeki pratik mantığın varlığının ispatının, özgün bir pratik olarak öğretmenin farklı yollarına değer biçme ve yer vermede çeşitlik sağladığını da anlamaya yardım ettiği belirtilmiştir.

Miyakawa ve Herbst 2007 tarihli çalışmalarında temel olarak geometri öğretmenlerinin ispat oluşturma sürecindeki görüşleri incelenmiştir. Verilerin toplanmasında yeni bir yöntem olan, sınıf içerisinde senaryo oluşturma ve bunu çizgi karakterler ile gösterme kullanılmıştır. Katılımcı öğretmenler her ay 3 saatlik sürelerde toplanıp, bir ya da iki başlık kullanarak bu senaryoları oluşturmuşlardır ve bu çalışma da bahsi geçen senaryolardan, “kenarortayların kesişimi” konusunda olan incelenmektedir. Çalışmada öğretmenler verilen konunun ispatını yaparken ÇSİ ve paragraf ispat yöntemlerini kullanabileceklerini, çünkü öğrencilerin ispatın nasıl yazıldığını ve mantıksal zincirini görmesi gerektiği belirtilmiştir. Çalışmanın sonucu olarak, ispatın yapılmasının yanı sıra, teoremin kurulması gibi bir ayrımın öğretmenler tarafından yapıldığı belirtilmiş, ayrıca öğretmenlerin tepkilerinden, öğrencilerin ispatın doğru sonucuna ulaşmasının, farklı yollardan görsel kavramalara ulaşmasından daha önemli olduğunun çıkarıldığı ifade edilmiştir.

McCrone ve Martin 2003'te yaptıkları çalışmalarında, lise düzeyindeki öğrencilerin ispatları oluşturabilme durumlarını, hem de sınıf mikro kültüründe öğretmenlerin ispat tercihlerinin öğrencileri nasıl etkilediğini incelemiştir. İspat oluşturma durumları için 4 seviye ispat oluşturulmuştur. Bu seviyelerden birincisi araştırmacılar tarafından yarı tamamlanmış ispatlar olarak kabul edilen ÇSİ'lerdir. Araştırmada görüşmelerden elde edilen önemli sonuçlardan bir tanesi, öğrencilerin akış diyagramı ya da paragraf ispat yerine hala ÇSİ'yi tercih etmeleri olarak belirtilmiştir. İspat yapma kısmında, öğrencilerin çoğunun ÇSİ kullandıkları, her iki formatta da mantıksal çıkarımların gereklilik olarak eşit olmasına karşın ÇSİ'yi paragraf ispata tercih ettikleri ifade edilmiştir.

Gfeller 2004 yılında yayınlanan doktora tezinde, 10. sınıf öğrencilerinin geometrik ispatın amaçlarına yönelik görüşlerini almıştır. Çalışmada öğrencilerin ispata dair görüşleri, sadece verilenler ve istenilenler olarak değil, sistematikleştirme, keşfettirme, ilişki kurdurma gibi amaçları bakımından derinlemesine incelenmiştir. Ayrıca çalışmada, öğrencilerin eksikliklerinden çok anlama durumlarına odaklanan doğal bir bakış açısı (naturalistic perspective) kullanılmıştır. Çalışmanın katılımcıları Amerika'da bir devlet lisesinde çalışan Mrs. Kelly'nin matematik sınıfındaki 15 lise öğrencisinden oluşmaktadır. Bu sınıfın seçiminde, öğretmenin geometrik ispatlara alt sınıfta yer vermesi ve kendisinin de bu konuda tecrübeli olması etki etmiştir. Sınıfın haftanın her günü 40dk'lık matematik dersi vardır. Araştırmada veri toplama araçları olarak sınıf içi gözlem ve küçük grup tartışmalarının gözlemleri, (preconception-post instruction) olmak üzere iki grup soru kâğıdı, günlük yazma (journal writing) soruları, öğrencilerle yapılan formal ve informal görüşmeler ve program materyalleri için doküman özet formları kullanılmıştır. Ancak temel veriler ses kaydı yapılan gözlemlerin transkriptlerinden sağlanmıştır. Veriler naturalistik ve kavramsal döngünün içerisinde araştırma süreci ve sonrasında analiz edilmiştir. ATLAS programı verileri kodlama ve sınıflandırmak için kullanılmıştır. Çalışma süreci içerisinde, öğretmenin ders içerisinde kullandığı ispatlar da veri analizine dâhil edilmiştir. Öğretmen bu süreç içerisinde ilk iki haftada koordinat geometri üzerindeki ispatlara, son iki haftada ise ÇSİ'lere yer vermiştir. Çalışmanın başında ispattın asıl amaçları olarak belirtilen açıklama, doğrulama, sistematikleştirme ve ilişkilendirme basamaklarından, sistematikleştirme basamağına ancak ÇSİ'lerin uygulandığı ilk günde varıldığı belirtilmiştir. Araştırmada kullanılan ÇSİ'lerin içerik olarak, doğru, açı, üçgen ve paralelkenar konularını kapsamaktadır ve bu ispatların yapımındaki süreç gözlemlenerek bunlar veri olarak ele alınmıştır. Katılımcı öğrencilerin büyük çoğunluğu açıklamanın ÇSİ için bir amaç olduğunu ve bunu gerekçeler basamağı ile gerçekleştirdiğini, yarısı doğrulamanın ÇSİ'nin temel amacı olduğunu belirtmiştir. Sistematikleştirme amacında ise sadece bir öğrenci basamakların gerekli olmadığı belirtmiştir.

Dickerson, 2008 tarihli doktora tezinde, ortaöğretim matematik öğretmenlerinin matematiksel ispatın amaçlarını anlama durumları üzerine çalışmıştır. İspata dair yapılan eğitim çalışmalarının genellikle öğrencilerin ispata dair sıkıntıları ve ders içerisinde ispatın rolü gibi konulara olduğunu belirten araştırmacı, çalışmasında matematik öğretmenlerinin kişisel olarak ispatın hem matematikteki hem de matematik eğitimindeki rolüne yönelik anlayışlarını incelediğini belirtmiştir. Araştırmanın katılımcıları 10 kadın ve 7 erkek olmak üzere toplam 17 lise matematik öğretmeninden oluşmuştur. Katılımcıların 2 tanesinin 4 yıllık, diğerlerinin hepsinin ise 5 yılın üstünde öğretmenlik deneyimine sahip olduğu belirtilmiştir. Çalışmada, başta ve sonda birer yarı yapılandırılmış ve ikisinin arasında bir etkinlik-temelli (task-based) görüşme veri toplanma sürecinde kullanılmıştır. İlk yarı yapılandırılmış görüşmede, öğretmenlerin kişisel ve matematik geçmişlerine, bunun yanında da matematiksel ispat anlayışlarına eğitsel (pedagojik) açıdan odaklanılmıştır. Etkinlik-temelli olan ikinci görüşmede, öğretmenlere değerlendirmeleri için 15 adet tamamlanmış argüman (argument) sunulmuştur. Öğretmenlerin hızlı şekilde ispat yapma sıkıntılarından, dolayısıyla fazla zaman kaybından kurtulmak ve geniş bir yelpazede durumu inceleyebilmek, bu argümanların tamamlanmış şekilde sunulma nedeni olarak belirtilmiştir. Her soru için tüm katılımcılara, argümanları anlayıp anlamadıkları, argümanlar tarafından ikna edilip edilemedikleri, iddiaların ispat olmaya uygun olup olmadıkları ve hangi şartlarda ispata elverişli olacakları sorulmuştur. Bu 15 ispat, temel olarak üç kategori içerisinde seçilmiştir ve "Bulleted Proof" kategorisi içerisinde bir adet ÇSİ yer almaktadır. Son yarı yapılandırılmış görüşmede ise, ispatın matematikteki görevlerine odaklanılmıştır. Katılımcılara ispatın ne olduğu, hangi durumda bir argümanın, ispat olabileceği ve matematikçilerin neden ispat yaptıkları sorulmuştur. Veri analizinde etkinlik-temelli görüşmede öne çıkan durumların, yarı yapılandırılmışlarda ise öğretmenlere yöneltilen soruların kod olarak kullanıldığı, ayrı bir kod oluşturma yoluna gidilmediği belirtilmiştir. Öğretmenlerin ÇSİ'lerin kolay uygulanır ve okunur ispatlar olduğuna dair genel görüşleri, çalışmanın sonuç kısmında ifade edilmiştir. Ayrıca, tartışma bulgularında, ÇSİ'nin bir okul aracı (school artifact) olduğu ifade edilmiş ve ayrı bir bölümde ÇSİ'ye yönelik çalışmalar yorumlanmıştır.

McCrone ve Martin (2010) çalışmalarında, ispatın matematik öğrenmedeki merkezi rolüne rağmen çalışmaların hala öğrencilerin geometrik ispatları anlamada sıkıntı çektiklerini göstermesi probleminden yola çıkmışlardır. Bu nedenle çalışma, öğrencilerin ispatı anlaması ve ispat yapabilmesi üzerine odaklanmıştır. İspatı anlama kısmında Dreyfus ve Hadas'ın 1987 yılındaki çalışmalarında, geometrik ispatın anlaşılması için belirledikleri 6 prensip katılımcılara sunulmuş ve analiz bu prensiplere yaptıkları yorumlar üzerinden yapılmıştır. Çalışmanın ikinci kısmı olan ispatların oluşturulma durumlarında ise, ilk olarak öğrencilere yarı yapılmış olarak tanımlanan ÇSİ sunulmuştur, ikinci olarak birbirine bağlı ifadeleri düzenlemeleri istenmiş, son olarak da sadece verilen bir ifadeden öğrencilerin geçerli bir ispat oluşturmaları istenmiştir. Uygulanan ÇSİ'lerde öğrencilerin genelde ispatı tamamladıkları ancak verilen ifadenin gerekçesini bulmada ya da mantıksal çıkarımda bazı hataları olduğu belirtilmiştir. Sonuçta öğrencilerin ispatları tamamlayabildikleri ancak bir ispatı tamamen oluşturmada sıkıntı yaşadıkları belirtilmiştir.

Ayalon ve Even (2010) çalışmalarında, matematik eğitiminin temel amaçlarından biri olan tümdengelimli akıl yürütmenin, matematik içinde ve dışında kullanımına dair kişilerin görüşlerini incelemişlerdir. Araştırmaya, farklı seviyedeki matematik öğretmenleri, program hazırlayıcılar ve matematik alanı lisans öğrencileri olmak üzere 21 kişi katılmış ve heterojen bir grup oluşturulmaya çalışılmıştır.

Katılımcıların dört tanesinin, çalışmada tümdengelimli akıl yürütmeyi matematiğin dışında da incelemeleri nedeniyle matematik alanıyla hiç ilgisi bulunmamaktadır. Veriler yarı yapılandırılmış görüşmeler ile sağlanmıştır ve görüşme soruları matematik öğrenme, hem matematik hem de günlük yaşamda tümdengelimli akıl yürütme yapma ile ilgilidir. Çalışma sürecinde ÇSİ'lerden birçok ülkede öne çıkan, öğrencilerin geometride kullandığı, ifadeler ve gerekçelerden oluşan ve muhakemeler ile oluşan öncüllerin nasıl sonuca ulaştıklarını gösteren bir yöntem olarak bahsetmiştir. Bunun yanı sıra, ÇSİ'nin basamaklı şekilde ilerlemesi durumunun tümdengelimli akıl yürütmede kullanıldığını belirtmiştir. Araştırmanın sonuçları görüşmeye katılanların ulaşılması gerekenlere farklı anlamalar yükledikleri yönündedir. Ayrıca her katılımcının tümdengelimli ispat hakkındaki görüşünün matematik içinde ve dışındaki kendi yaklaşımıyla ilişkili olduğu belirtilmiştir.

Jordan, Makatchev ve Pappuswamy (2006), "Understanding Complex Language Explanations in Tutorial Application" adlı çalışmalarında, diğer çalışmalardan farklı olarak ÇSİ'yi kullanmışlardır. İsminden de anlaşılacağı gibi, araştırmanın temel konusu matematik ya da geometri değil, dildir. Çalışmada ÇSİ yöntemi, temel amacı korunarak dil araştırmasına uygun şekilde "ifadeler" yerine "gerçekler", "gerekçeler" yerine "doğrulamalar" koyularak bu alana uygun hale getirilmiştir.

Ness 1967 yılında yayınladığı çalışmasında, ÇSİ'nin belirli özelliklerine değinerek kendi oluşturduğu farklı bir ispat yöntemini geleneksel ispat yöntemi olarak tanımladığı ÇSİ ile karşılaştırmıştır. ÇSİ'lerde öğrencilerin aksiyom, postulat, teorem vb. durumları ezberledikleri ve ispatı yaparken zaman kaybettikleri üzerinde durmuştur. Çalışmada katılımcıların birinden verdiği ispatı hem kendi yöntemiyle hem de ÇSİ ile yapmasını istemiş ve sonrasında öğrenciden yorum aldığında, öğrencinin yeni yöntemi daha kullanışlı bulduğunu belirtmiştir. Ness'in yöntemi bir bakıma akış diyagramı şeklindedir ve ispatın basamakları birbirlerine oklar ile bağlanmış ve sözel ifadelere yer verilmemiştir.

McMurray (1978) Flow Proofs in Geometry adlı çalışmasında, akış diyagramı şeklinde ve basamakları sıralı olarak farklı numaralarla belirtilen ispat yönteminin özelliklerinden bahsetmiş ve bu özellikleri geleneksel olarak tanımladığı ÇSİ ile karşılaştırmıştır. Araştırmacı, ÇSİ'lerde basamaklar arasına bağlantı sıkıntısı olduğunu 2. ve 5. basamak birbiriyle ilişkili iken 3. ve 4.'nün bunlardan tamamen kopuk olabileceğini belirtmiştir. Bu durumu ortadan kaldırmak için Flow Proof'da, ispat sürecindeki her adıma bir numara verilmiş ve bu numaralar ispatın gelişimine göre tekrar tekrar kullanılabilmektedir. Belirtilen ispat yöntemi aslında yine bir verilen ve ispatlanması gerekli istenen ile başlamakta ve doğrudan ispat şeklinde ilerlemektedir, fakat farklı olarak ÇSİ'nin matematiksel ifadeler sütununa benzer şekilde basamaklar ilişkilendirilmekte ancak herhangi bir sözel gerekçe yazılmamaktadır. Çalışmada, anlamlı bir mantıksal süreç ve ispatın nereye gittiğini anlama için, tümdengelimli ispat yapmada bu ispatın ÇSİ'ye göre daha etkili olacağına vurgu yapılmıştır. Bunun yanı sıra, ÇSİ'de gerekçelerin tekrar yazılma durumunun sıkıntılı olduğunu, daha fazla zaman ve kâğıt harcayacağını belirtmiştir. Öğrencilerin ÇSİ'de olduğu gibi Flow Proof'ta da ifade ve gerekçe belirleyebileceği ancak bu yöntemde matematiksel ifadelerin (basamaklar arası düzenlemeler yapıldığı için) daha geçerli bir şekilde öğrenilebileceği ifade edilmiştir.

Wertheimer (1990) "The Geometry Tutor: An Intelligent Computer-Based Tutor in the Classroom" adlı çalışmasında, öğrencilerin geometrik ispat oluşturmada sıkıntı çekmesi ve sınıf içerisinde bu sorunu çözmede problem çıkması nedeniyle oluşturulan, altı ay süreyle kendi kullandığı teknoloji temelli bir geometri programını incelemiştir. Bu yöntemin getirilerinden biri olarak, hem öğrencilerin kendi kendilerine ispat yapabilme için çalıştıklarını hem de öğretmenlerin tek tek öğrencilerle ilgilenebildiği sunulmuştur. Programda yapılan ispatın standart ÇSİ'den farklı olduğu, ÇSİ'nin mantıksal sonuç çıkarmanın nasıl oluştuğunu yeteri kadar gösteremediği belirtilmiştir. Programda yapılan ispat ayrıca McMurray (1978) ile de karşılaştırılmış ondan farklı olarak ispatların yine oklar ile bağlantılı fakat dikey olarak oluşturuldukları vurgulanmıştır. ÇSİ ile problem çözme yönünden de verilen program karşılaştırılmış, ÇSİ'nin öğrencileri çözümü ulaştırmada tek bir yol göstermesi eleştirilmiştir. Ayrıca programın üç basamağının en üst düzeyindeki öğrencilerin ispatın tamamını kendisinin yaptığı ancak ÇSİ'nin buna izin vermediği belirtilmiştir. Çalışma 1986-87 okul döneminde yapılmış, kontrol ve deney grubu oluşturulmuştur. Deney grubu yüze yakın ispatı belirtilen yazılım ile, deney grubu ise aynı ispatları okul içerisinde, tahtada, bireysel ya da ödev olarak yapmıştır ve öğrencilerden ispatları ÇSİ şeklinde yapmaları istenmiştir. Her iki grupta da farklı üç seviye öğrenci vardır ve yaptıkları ispatlar incelendiğinde tamamlanma oranı olarak deney grubundaki üç grubun da kontrol grubunu geçtiği belirtilmiştir.

Koedinger (1991), diğerlerinden farklı olarak çalışmasında ANGLE (A New Geometry Learning Environment) adlı bir geometri yazılım programına yer vermiş ve bu programda yapılan ispatların özelliklerini ÇSİ ile karşılaştırmıştır. Araştırmacı, en iyi şekilde odaklanmış öğrencilerin bile geometrik ispatı zor bulmasına ve aslında ispatlarında bir problem çözme süreci olduğuna değinmiştir. Alt başlıklardan birinde matematikte denklem çözmeye odaklanırken diğerinde geometride teorem ispatlamaya odaklanmış ve bu başlıkta ÇSİ'leri ve özelliklerini ele almıştır. Bir geometri kitabındaki bir ÇSİ'yi örnek vererek, basamaklarındaki geçişlerin birbiri ile bağlantılı olmadığına vurgu yapmıştır ve verilen gerekçelerin de bu geçişleri açıklamak için yeterli olamayacağını belirtmiştir. Aslında çalışmada kullanılan ispat yöntemi bir bakıma akış diyagramına benzemekte, basamaklı şekilde ilerlemekte, her basamak için ayrı kutucuklar oluşturulmakta ve bunlar birbirlerine oklar yarımı ile bağlanmaktadır. Programda oluşturulan grafik şeklindeki gösterimin ÇSi'ye göre avantajları şu şekilde sıralanmıştır; Verilenler ile istenen arasındaki bağlantıyı kurmada ve sonucun nasıl oluştuğunu göstermek için basamaklar zinciri açıkça belirtilir, sonuç zincirinin daha oluşacak bağlantılar bilgi vermesine izin verir, problem çözmede ortak bir durum olan, çıkmaz (kör uçlu) sonuç denemelerini de açıkça belirtir.

Diğer çalışmalardan farklı olarak Hawkins 2007 tarihli, "Teaching Geometric Reasoning: Proof by Pictures?" adlı tezinde, çift sütun ispata bir sütun daha ekleyerek üç sütuna sahip bir ispat oluşturmuş ve bu yöntemi incelemiştir. Temel ÇSİ sütunlarının yanına "şekil" (picture) sütununu eklemiş ve verilen ifadelerin şeklerinin bu sütunda görselleştirileceğini ifade etmiştir. Çalışmanın temelinde bu üçüncü sütunun, öğrencilerin görsel gösterimlerini güçlendireceği üzerinde durulmuştur. Bunun yanı sıra bu üçüncü sütun için, geometri yazılım programlarının kullanılabileceği belirtilmiştir. Araştırmanın katılımcıları Amerika'da bir lisenin 2. ve 3. dönem geometri derslerini alan iki sınıftan oluşmuştur. 2. dönem sınıfı 23 kişidir ve kontrol grubudur, 3. dönem sınıfı ise 31 kişidir ve deney grubu olarak tercih edilmiştir. Bu durumun nedeni, 3. dönem grubunun diğerine göre daha vasat ve sorunlu bir sınıf olması nedeniyle, ispat yönteminin oluşturduğu değişimlerin daha açık şekilde görülebileceği düşüncesi olarak ifade edilmiştir. Veriler, üçgenlerde benzerlik konusunun işlendiği bir buçuk hafta süresince toplanmıştır. İlk günde öğrencilere en temel benzerlik durumları tanıtılmış, ikinci günde bu benzerlik durumlarına ait ispatları yöntem ile çözmeleri istenmiş, son gün ise ispatların boş kısımlarını dolduracakları iki sorudan oluşan bir küçük-sınav (quiz) yapılmıştır. Sonraki gün yine bir tanıtma günü olarak tasarlanmış ve öğrenciler daha farklı üç sütun ispatlarla karşı karşıya getirilmiştir. Diğer gün son verilen materyaller için alıştırma günü olarak belirtilmiştir. Son gün ise öğrencilere tüm çalışmayı kapsayan bir test uygulanmıştır. Test, bazı ifade ve gerekçe basamakları verilen ancak hiç şekil basamağı verilmeyen iki problem içermektedir. Çalışmada, bazı problemler nedeniyle dinamik geometri programlarının kullanılmadığı belirtilmiştir. Kontrol grubuna ise, aynı tanıtımlar yapılmış aynı quiz ve aynı test, üç sütun ispattan hiç bahsedilmeden verilmiştir. Sonuçlar nicel olarak incelenmiştir. Fligner-Wolfe testlerine göre istatistiklerde iki grup arasında öğrencilerin anlama düzeyinde dikkat çekici bir fark görülmediği belirtilmiştir. Ancak çalışma sonrası, katılımcı öğretmen ile görüşme yapılmış ve öğretmen, yöntemin öğretmene öğrencilerin ispatı ve verilenleri anlama durumları için geri dönüt sağladığını ifade etmiştir.

BÖLÜM III

YÖNTEM

Araştırma Modeli

Bu tez çalışması, tasarlanması, uygulaması verilerin toplanması ve analiz edilmesi boyutları açısından bir nitel araştırmadır. İlişkilerin, etkinliklerin, durumların ya da materyallerin niteliğinin incelendiği çalışmalar nitel araştırmalar olarak tanımlanır (Fraenkel & Wallen, 2006'dan aktaran Büyüköztürk, Çakmak, Akgün, Karadeniz ve Demirel, 2010). Punch (2005), nitel araştırmayı, karmaşık, değişken, tartışmalı bir alan olması nedeniyle tek bir varlık değil, devasa bir çeşitliliği kapsayan bir şemsiye terim olarak tanımlamıştır. Yıldırım ve Şimşek (2008) ise bu şemsiye terimin altında bulunabilecek terimlerin, "kültür analizi", "antropoloji", "durumsal araştırma", "yorumlayıcı araştırma", "eylem araştırması", "doğal araştırma", "betimsel araştırma", "kuram geliştirme" ve "içerik analizi" olabileceğini belirtmiştir.

Bryman ve Burges'e (2002) göre nitel araştırmalar belirli teknik ya da aşamalara indirgenemez, tersine problemleri, teori ve metotları ilişkilendiren dinamik bir yöntemdir. "Nitel araştırmacı için, nelerin faydalı veriler sayılabileceğine ve bu verileri elde etmek için hangi veri toplama yöntemlerinin kullanılacağına ilişkin aralık oldukça geniştir" (Punch, 2005: 142). Bu nedenle, "nitel araştırmacılar ellerindeki konuyla ilgili daha iyi bir düzenleme yapma umuduyla, birbirlerine bağlı çok çeşitli yöntemler uygularlar" (Denzin ve Lincoln, 1998: 26).

> "Nitel araştırma", gözlem, görüşme ve doküman analizi gibi nitel veri toplama yöntemlerinin kullanıldığı, algıların ve olayların doğal ortamda gerçekçi ve bütüncül bir biçimde ortaya konmasına yönelik nitel bir sürecin izlendiği araştırma olarak tanımlanabilir (Yıldırım ve Şimşek, 2008: 39).

Bu çalışma sınırlı bir katılımcı grup ile gerçekleştirilmiştir. Çalışmada, matematik öğretmen adaylarının ÇSİ yöntemi kullanılarak oluşturulmuş ispatları yapma durumları ve bu ispatlara yönelik görüşleri ayrıntılı olarak incelenmiştir. Bu nedenle bir nitel araştırma yöntemi olan özel durum çalışması deseninden yararlanılmıştır.

"Özel durum çalışmaları daha çok nitel araştırma yaklaşımlarının sahip olduğu özellikleri taşıyan bir araştırma yöntemi olarak bilinir" (Çepni, 2009: 65). "McMillian (2000), özel durum çalışmalarını bir ya da daha fazla olayın, ortamın, programın, sosyal grubun ya da diğer birbirine bağlı sistemlerin derinlemesine incelendiği yöntem olarak tanımlamaktadır" (Büyüköztürk ve diğer., 2010: 20). "Nitel araştırmadaki diğer yaklaşımlara benzer biçimde özel durum çalışması, olayı derinlemesine, doğal ortamında, karmaşıklığını ve bağlamını dikkate alarak onaylamayı hedefler" (Punch, 2005: 144). Stake'e (2010) göre ise özel durum çalışmaları bir durumun etkilerini anlamak için, özellik ve karmaşıklığı üzerinde çalışır.

"Nitel durum çalışmalarında, durumun daha iyi anlaşılmasını sağlamak amaçlanır" (Stake, 2010: 8). "Bu yöntemin en önemli avantajı araştırmacıya çok özel bir konu ya da durum üzerine yoğunlaşma fırsatı vermesidir" (Çepni, 2009: 66). "Durum çalışmalarında genellikle birden fazla veri toplama yöntemi işe koşulur; bu yolla zengin ve birbirini teyit edebilecek veri çeşitliliğine ulaşılmaya çalışılır" (Yıldırım ve Şimşek, 2008: 77).

Yin'e (2003) göre bir araştırma yöntemi olarak durum çalışmasını kullanmak için ilgili üç durum var olmalıdır. Bunlardan birincisi ve en önemlisi çalışma sorusunun bir cevaba ulaşabilmesi için farklı araştırma yöntemlerine bağlı olduğudur. İkincisi çalışmanın gerçek hayatla ilişkisinin belirtilmesidir. Üçüncüsü ise değerlendirme yaparken de durum çalışmasının uygulamalarının kullanılmasıdır. Veri çeşitliliğine ulaşmak amacıyla bu tez çalışmasında da farklı veri toplama yöntemleri kullanılmış ve analizler bu veriler üzerinden yapılmıştır.

Katılımcılar

"Evren, bir veya birkaç vakadan elde edilen sonuçların benzer özelliği taşıyan genel bir durum üzerinde genelleştirilmeye çalışıldığı durumu açıklamak için kullanılan bir kavramdır" (Çepni, 2009: 44). "Her araştırmanın kendine özgü evreni, belli değişkenlere, belli özelliklere göre sınıflandırılıp tanımlanır" (Karasar, 2008: 110). Belirlenen evrene bağlı olarak araştırmalarda örneklem oluşturulur. Evrenin temsilcisi bir birim olarak örneklem evrenin belli sayıda birimlerinin seçilmesiyle oluşur (Balcı, 2010). "Örneklem, özellikleri hakkında bilgi toplamak için çalışılan evrenden seçilen onun sınırlı bir parçasıdır" (Çıngı, 1994'ten aktaran Büyüköztürk ve diğer., 2010: 79).

> Özel durum çalışmasında nitel örneklem oluşturma; olay ya da olayların tespit edilmesini, araştırmaya konu olan olay(lar)ın hangi yönlerinin inceleneceğine işaret etmek üzere sınırların belirlenmesi ve sonra yapılacak seçimlere yoğunlaşmak anlamında bir örneklem çerçevesinin inşa edilmesini kapsar (Punch,2000: 184).

"Çoğu durumda, iyi belirlenmiş küçük bir örneklem üzerinde yapılan araştırma, geniş bir evrende yapılandan daha iyi sonuçlar verir" (Karasar, 2008: 111). "Örnekleme, bir bütünün kendi içinden seçilmiş bir parçasıyla temsil edilmesidir" (Sencer ve Sencer, 1978: 450'den aktaran Balcı, 2010: 88).

Araştırmanın örneklemi, amacına ve nitel araştırmanın özelliklerine uygun olacak şekilde tipik durum örneklemesi (typical case sampling) yöntemi kullanılarak oluşturulmuştur. "Tipik durum örneklemesinde, araştırmacılar tipik birey, grup ya da durumlar üzerinde çalışır" (Onwuegbuzie & Leech, 2007: 9). Tashakkori ve Teddlie'e (2003) göre tipik durum örneklemesi, çalışma kapsamında araştırma sorusunun temsilcisi olduğu ortalama durumları bulmada ve araştırma sorusunu en iyi şekilde açığa kavuşturmada kullanılmaktadır. Bu yöntem, araştırmacının yeni bir uygulamayı veya bir yeniliği tanıtmak istediğinde bu uygulamanın yapıldığı veya yeniliğin olduğu bir dizi durum arasından, en tipik bir veya birkaç tanesini saptayarak bunları çalışmasına (Yıldırım ve Şimşek, 2005) dayanır. "Burada esas olan sıra dışı olmayan ortalama, tipik bir durumun seçilmesidir" (Büyüköztürk ve diğer., 2008: 89). Araştırmanın katılımcıları Dokuz Eylül Üniversitesi, Buca Eğitim Fakültesi, Ortaöğretim Matematik Öğretmenliği bölümünün dördüncü sınıfına devam etmekte olan 12 öğretmen adayından oluşmaktadır. Katılımcıların belirlenmesinde gönüllülük esas alınmıştır. Çalışmaya katılmak isteyen adaylar arasından bu 12 öğretmen adayı, araştırmanın yapıldığı döneme kadar olan not ortalamaları ve matematik alan derslerindeki başarıları göz önüne bulundurularak düzeylerine göre 4'erli 3 grup olacak şekilde, örnekleme yöntemine uygun şekilde belirlenmiştir. Katılımcıların 7 tanesi bayan, 5 tanesi erkektir, tüm katılımcıların lisans öğretimlerine başlama yılları aynıdır. Katılımcıların kümülatif not ortalamalarını gösteren tablo aşağıdadır.

Tablo 1

Katılımcı Kümülatifleri

Katılımcılar	**Kümülatif Not Ortalamaları**
Tuba	3,79
Rüya	3,17
Ayşe	3,15
Mine	3,06
Nehir	2,96
Volkan	2,89
Emre	2,85
Gönül	2,84
Selçuk	2,80
Ece	2,66
Recep	2,60
Rüzgar	2,22

Araştırmanın tümünde öğretmen adaylarına araştırmacının kendisi eşlik etmiş, araştırmanın uygulamalarının yapılacağı günler öğretmen adaylarının ders programlarına uygun olacak şekilde hazırlanmıştır. Tüm kayıtların sadece akademik çalışmalarda (makale, bildiri, poster, tez, proje gibi) kullanılacağı, araştırmada öğretmen adaylarının takma isimler ile belirtileceği ve elde edilen bilgilerin başka hiçbir yerde (akademik çalışmalar dışında) kullanılmayacağı uygulamalarda ve görüşmelerde açıkça belirtilmiştir.

Veri Toplama Araçları

"Nitel araştırmacı için, nelerin faydalı veriler sayılabileceğine ve bu verileri elde etmek için hangi veri toplama yöntemlerinin kullanılacağına ilişkin aralık oldukça geniştir" (Punch, 2005: 142). "Yapılan bir araştırmada veriler, farklı kaynaklardan çeşitli yollarla elde edilir" (Balcı, 2010: 145). "Tek bir nitel araştırma projesinde, birçok veri toplama tekniği kullanılabilir" (Punch, 2005: 165). Daha sonra sistematik şekilde toplanan verilerle değişkenler arasındaki ilişki bulunmaya çalışılır (Çepni, 2009).

Denzin ve Lincoln (1998) özel durum çalışmalarının görüşmeye, gözleme ve doküman incelenmesine dayandığını belirtmiştir. Bu araştırmada, araştırmanın yöntemine uygun olacak şekilde yazılı dokümanlar ve görüşmeler veri toplama araçları olarak kullanılmıştır.

Uygulanan ÇSİ Problemleri

"Araştırılmak istenen konu hakkında bilgi sağlayan her türlü yazılı materyale doküman adı verilir" (Balcı, 2009: 185). Nitel çalışmaların birçok çeşidi farklı dokümanların dikkatle incelenmesini içerir (Have, 2004). Yıldırım ve Şimşek (2005), dokümanları nitel araştırmalarda etkili bir şekilde kullanılması gereken önemli bilgi kaynakları (s. 188) olarak belirtmektedir.

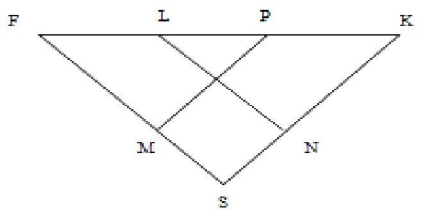
Dokümanların ve içeriklerinin dikkatli bir şekilde incelenmesi, onların oluşturulduğu sosyal ortamlar hakkında bir sonuca ulaşmak için kullanılır (Bloor & Wood, 2006). Doküman metodu araştırmaya bir taraftan onun elde edilme zamanı ve araştırma için ucuz bir biçimde temin edilmesinde diğer taraftan konu üzerinde doğrudan yoğunlaşılmasında kolaylık sağlamaktadır (Ekiz, 2003). Bu tez çalışmasında ÇSİ yöntemine uygun şekilde oluşturulmuş ispatların bulunduğu çalışma kâğıtları doküman olarak kullanılmıştır.

Doküman incelemesinde kullanılacak olan çalışma kâğıtları, kullanılan ÇSİ'nin yapısına uygun olarak dört gruba ayrılmıştır. Bu kâğıtlarda, öğretmen adaylarının [ÖA] adı soyadı ve ÇSİ formatında sorulmuş sorular yer almaktadır ve ÖA'lardan sunulan bu ispatları yapmaları istenmiştir.

ÇSİ'ler için tanımlanmış olan 4 farklı gruptan birinci grupta, ispat problemleri ÇSİ formatında olup, *ifadeler sütunu* doldurulmuş (tam) olarak verilirken *gerekçeler sütunu* ÖA'ların tamamlaması (doldurması) istenmiştir.

Şekil 2

Birinci Grupta Yer Alan İspat Problemi Örneği



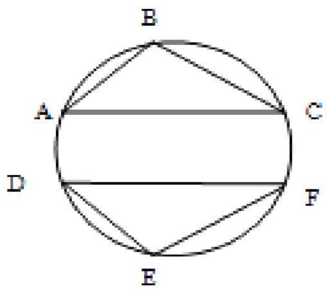
Verilen: $|FL| = |PK|$, $|SF| = |SK|$
M, [SF]'nin orta noktası
N, [SK]'nın orta noktası
İspat: $|PM| = |LN|$

IFADELER	GEREKÇELER
1. $\lvert FL\rvert = \lvert PK\rvert$	
2. $\lvert FL\rvert + \lvert LP\rvert = \lvert LP\rvert + \lvert PK\rvert$	
3. $\lvert FP\rvert = \lvert FL\rvert + \lvert LP\rvert$ $\lvert LK\rvert = \lvert LP\rvert + \lvert PK\rvert$	
4. $\lvert FP\rvert = \lvert LK\rvert$	
5. $\lvert SF\rvert = \lvert SK\rvert$	
6. $s(\widehat{KFS}) = s(\widehat{FKS})$	
7. M, [SF]'nin orta noktası N, [SK]'nın orta noktası	
8. $\lvert FM\rvert = \lvert MS\rvert$	
9. $\lvert FM\rvert = \lvert MS\rvert = \lvert KN\rvert = \lvert NS\rvert$	
10. $MFP \cong NKL$	
11. $\lvert PM\rvert = \lvert NL\rvert$	

İkinci grupta *gerekçeler sütunu* verilerek *ifadeler sütunu* boş bırakılmış ve bu alanın doldurulması istenmiştir.

Şekil 3

İkinci Grupta Yer Alan İspat Problemi Örneği



Verilen: $|AB| = |DE|$ ve $|AC| = |DF|$

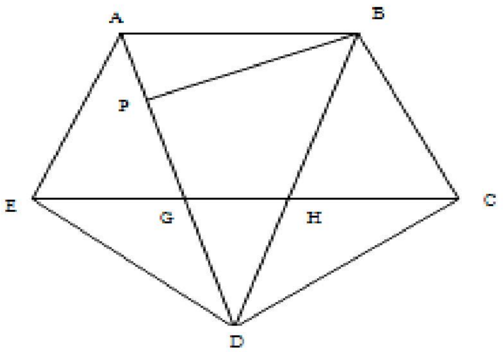
İspat: $s(\hat{B}) = s(\hat{E})$

İFADELER	GEREKÇELER
	1.Verilen
	2. Çemberde uzunluğu eşit kirişler, eşit yaylar oluşturur
	3. Eşitliğin iki yanından aynı değer çıkarıldığında eşitlik değişmez
	4.Çemberde uzunluğu eşit kirişler, eşit yaylar oluşturur
	5. Kenar- kenar- kenar benzerliği
	6. Benzer üçgenlerin eş parçaları birbirine eşitir

Üçüncü grupta her iki sütunda bazı satırlar ya da satır içerisindeki bazı yerler boş bırakılarak karşılıklı olarak bunların doldurulması istenmiştir.

Şekil 4

Üçüncü Grupta Yer Alan İspat Problemi Örneği



Verilen: Yandaki düzgün beşgende

$\widehat{ABP} = 5$ $\widehat{BAP} = 6$ $\widehat{BCH} = 4$

$\widehat{HCD} = 2$ $\widehat{DEG} = 1$ $\widehat{GEA} = 3$

$s(\hat{1}) = s(\hat{2})$ $s(\hat{3}) = s(\hat{4})$

$[GD] = [HD]$ $|EH| = |GC|$

BHD, EGHC, APGD doğrusal

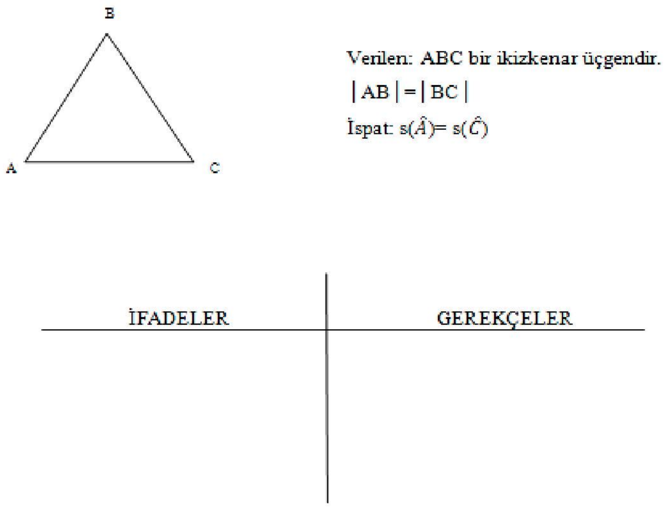
İspat: $s(\hat{5}) < s(\hat{6})$

İFADELER	**GEREKÇELER**
1.	1. Verilen
2. $s(\widehat{HGD}) = s(\widehat{GHD})$	2. İkizkenar üçgenin taban açıları eşittir.
3. $s(\widehat{AGE}) = s(\widehat{HGD})$ $s(\widehat{BHC}) = s(\widehat{GHD})$	3.
4. $s(\widehat{AGE}) = s(\widehat{BHC})$	4.
5. $\lvert EH \rvert = \lvert EG \rvert + \lvert GH \rvert$, $\lvert CG \rvert = \lvert CH \rvert + \lvert GH \rvert$	5. Arada olma postulatı.
6. $\lvert EG \rvert + \lvert GH \rvert = \lvert CH \rvert + \lvert GH \rvert$	6.
7.	7. Çıkarma postulatı.
8. $[EG] = [HC]$	8. Uzunlukları eşit doğru parçaları eşittir.
9. AEG≅BCH	9.
10.	10. Üçgende eşlik teoremi
11. $\lvert AG \rvert = \lvert BH \rvert$	11. Eş doğru parçalarının uzunlukları eşittir.
12.	12. Eş doğru parçalarının uzunlukları eşittir.
13 $\lvert AD \rvert = \lvert AG \rvert + \lvert GD \rvert$, $\lvert BD \rvert = \lvert BH \rvert + \lvert HD \rvert$	13.
14. $\lvert AD \rvert = \lvert BD \rvert$	14. Yerine koyma.
15.	15. İkizkenar üçgenin taban açılar eşittir.
16. $s(\hat{5}) < s(\widehat{ABD})$	16.
17. $s(\hat{5}) < s(\hat{6})$	17.

Dördüncü grupta ÖA'lara sadece ispat edilmesi gereken özellik ve ifadeler verilmiş (gerekli olan problemlerde ayrıca geometrik şekiller de verilmiştir) ve onlardan ÇSİ'nin tamamen boş bırakılmış her iki satırını da doldurmaları istenmiştir.

Şekil 5

Dördüncü Grupta Yer Alan İspat Problemi Örneği



Araştırmada uygulanan ÇSİ'ler her grup için 5'er olmak üzere toplam 20 adettir. Problemlerin uygulanmasında öğretmen adaylarına ÇSİ'deki satır sayısına bağlı olarak, 5 ile 15 dakika arası zaman tanınmıştır. Bu 20 problem her hafta 5'er olmak üzere toplam 4 haftalık bir süre zarfında uygulanmıştır.

Bu problemlerin belirlenmesinde önce literatürdeki araştırmalar, ortaöğretim ve lisans düzeyinde yazılmış yabancı ve yerli geometri ders kitapları, konuyla ilgili uluslararası tezlerin incelenmesi ve internet taraması sonucu bir ÇSİ problemleri bankası oluşturulmuştur. Ayrıca araştırmacı tarafından geliştirilen 5 adet ÇSİ problemi de bu bankaya dâhil edilmiştir. Tüm problemler tek tek yeniden incelenerek bu problem bankasından araştırmacı ve danışman öğretim üyesi tarafından yeni ortaöğretim geometri ders programları dikkate alınarak konulara uygun 35 adet problem belirlemiştir. Problemlere son şekli verilmeden önce bir uzmanın görüşlerine başvurulmuş ve ayrıca matematik eğitimi alanında yüksek lisans yapan 4 öğrenciye uygulama yapılmıştır. Uzman görüşleri ve yüksek lisans öğrencilerinin yanıtları ve düşünceleri dikkate alınarak uygun olan 20 adet ÇSİ seçilerek araştırmada kullanılmasına karar verilmiştir (*bkz. Ek-1*).

Görüşmeler

Görüşmeler, araştırmanın bir parçası olarak yürütülür ve çalışma için kullanışlı nitel veri sağlar (Bryman & Burgess, 2002). "Görüşme, önceden belirlenmiş ve ciddi bir amaç için yapılan, soru sorma ve yanıtlama tarzına dayalı karşılıklı ve etkileşimli bir iletişim sürecidir" (Stewart & Cash, 1985'den aktaran Yıldırım ve Şimşek, 2008: 119). Karasar (2008) ise görüşmeyi, sözlü iletişim yoluyla veri toplama tekniği (s. 165) olarak tanımlamıştır. "Görüşme kaynak kişinin ilgi, görüş, tutum ve davranışlarını ortaya çıkarmak üzere iki kişi arasında (mülakatçı ve kaynak kişi) serbest bilgi değişimini sağlayan sosyal ortamı yaratmak için düzenlenir" (Balcı, 2010: 164). "Tek bir projede, farklı yöntem ve veri türlerinin kullanıldığı durumlarda, diğer veriler ile birlikte belgeler saç ayağının önemli parçası olabilir" (Punch, 2005: 180).

"Görüşmeler, uygulanan "kuralların" katılığına göre, yapılanmış (formel), yarı yapılanmış (yarı formel) ve yapılanmamış (informel) olmak üzere üçe ayrılabilir" (Karasar, 2008: 167). Bu araştırmada katılımcı görüşlerinin belirlenmesinde yapılandırılmış ve yarı-yapılandırılmış görüşmeler kullanılmıştır.

Yapılandırılmış görüşme sınırlı cevap kategorilerine sahip önceden hazırlanmış bir seri sorunun, araştırmacı tarafından yöneltildiği görüşme türüdür (Denzin & Lincoln, 1998). "Araştırmacılar, görüşme sırasında güvenilir fikirleri uygun bir şekilde ortaya çıkarmak için bu yöntemi kullanırlar" (Schwartz & Jacobs, 1979'dan aktaran Berg, 2001: 69). "Yapılandırılmış görüşmede amaç, görüşülen bireylerin verdikleri bilgiler arasındaki paralelliği ve farklılığı saptamak ve buna göre karşılaştırmalar yapmaktır"(Brannigan, 1985'ten aktaran Yıldırım ve Şimşek, 2008: 120). "Ayrıca yapılandırılmış görüşmenin önceden belirlenmiş yapısı hataları minimalize etmeyi amaçlar" (Denzin & Lincoln, 1998: 53).

Yarı-yapılandırılmış görüşmeler, görüşmeyi yapan kişinin önceden var olan bilgileri ile kısmen şekillenmiş, çok resmi olmayan, etkileşimli görüşmelerdir (Bloor & Wood, 2006). Yarı-yapılandırılmış görüşmeler önceden belirlenmiş soruları ya da özel konuları içerir, bu sorular her görüşmeciye tipik olarak bir sistem ve sıra içinde sorulur ama bu yöntemde görüşmeci soruların cevaplarını irdeleme şansına sahiptir (görüşmeciden de aslında beklenen budur) ve konu dışına çıkmakta özgürdür (Berg, 2001). "Özel bir konuda derinlemesine soru sorma, cevap eksik ya da açık değil ise tekrar soru sorarak durumu daha açıklayıcı hale getirip cevapları tamamlama fırsatı sunma bu teknik yardımı ile gerçekleşebilir"(Çepni, 2009: 145).

Çalışma içerisinde katılımcılarla 2 adet görüşme yapılmıştır. İlk görüşme yapılandırılmış bir görüşmedir. Burada ÖA'ların hem genel olarak hem de 4 farklı gruptaki ÇSİ problemlerine yönelik görüşleri belirlenmeye çalışılmıştır. Bu görüşmelerde adayların ÇSİ'lerin yapısı, türleri, ortaöğretim ve lisans düzeyinde kullanılabilirliği, öğretime sağlayacağı katkılar ve sahip oldukları negatif ve pozitif özelliklere ilişkin görüşler toplanmıştır. Soruların belirlenmesinde hem literatürdeki çalışmalar hem de 4 yüksek lisans öğrencisi ile yapılan uygulamadaki görüşler dikkate alınmıştır.

Görüşme sorularının uygunluğu için ayrıca iki alan uzmanının görüşüne başvurulmuştur. Alınan öneriler doğrultusunda son şekli verilen sorular görüşmelerde kullanılmıştır (*bkz. Ek-2*). İkinci görüşme ise yarı yapılandırılmıştır. Adayların tüm problemleri ispatlamalarının ardından, uygulamaları incelendikten sonra yapılmıştır. Bu görüşme bireysel performansa yönelik soruları içermektedir. Her bir öğretmen adayının dört gruptaki tüm ÇSİ'leri incelenmiş ve karakteristik yaklaşımları, sonuca ulaşabilme/ ulaşamama durumları, başarılı ve yetersiz oldukları noktalar tespit edilerek bu noktalara ilişkin bireylere özgü sorular oluşturulmuş ve katılımcılara yöneltilmiştir. Bu sorulardan benzerlik ya da yığılım gösterenleri öncelikli olmak üzere adaylara bire bir olarak yöneltilmiş ve ortak bir yargıda birleşip birleşmedikleri belirlenmeye çalışılmıştır.

İlk görüşmelerin her biri tüm ayrıntıları ile kaydedilmek ve tekrar gözden geçirilebilir olması için ses kaydı ile yapılmıştır. İkinci görüşmelerin her biri ise yine aynı nedenlerin yanı sıra ÖA'ların görüşme süresince, yaptıkları ispatların açıklamalarında görselleri kullanabilecek olmaları sebebiyle video kaydı ile yapılmıştır.

Veri Çözümleme Teknikleri

Nitel araştırmacılarda, belli bir konu ile ilgili araştırma yaparken konuyla ilgili geniş bir bakış açısı elde edilmeye çalışılır (Büyüköztürk ve diğer., 2010). "Çoğu zaman nitel araştırmanın amacı bir şeye bütüncül ve derinlemesine bakmak, onu karmaşıklık içinde incelemek ve bağlamı içinde anlamaktır" (Punch, 2005: 183) Bu yöntemin en belirgin özelliği, güncel bir olgu, olay, durum, birey ya da gruplar üzerine odaklanılıp, derinlemesine incelemeye çalışmasıdır (Bassey, 1999'den aktaran Ekiz, 2009). Bir nitel araştırma deseni olarak durum çalışmaları da benzer özellikler göstermektedir. Durum çalışmaları gerçekte ortamda neler olduğuna bakma, sistematik bir biçimde veri toplama, analiz etme ve sonuçlar ortaya koyma yoludur (Davey, 1991). Bir (özel) durum çalışması olan bu araştırmada da süreç, ortamın analizi ve veri toplama ile başlamıştır.

"Araştırmada veriler araştırma amacını gerçekleştirmek için gerekli olan kanıtlardır" (Balcı, 2010: 145). Nitel araştırmalarda, toplanan belgeler ve alınan notlar öncelikle düzenlenir, kopyası çıkarılır, kodlanır, özetlenir ve yorumlanır (Büyüköztürk ve diğer., 2010). "Elde edilen veriler araştırmacının, çok ince ayrıntıları; sebep-sonuç ve değişkenlerin karşılıklı ilişkileri cinsinden açıklayabilmesine olanak sağlar" (Çepni, 2009: 66). Bu tez çalışmasında farklı yöntemler ile elde edilen veriler sistematik şekilde analiz edilmeye çalışılmıştır. Araştırmanın amacı ve veri toplama yöntemleri göz önüne alınarak, verilerin analizi için içerik analizi tekniği kullanılmıştır.

İçerik analizi, sosyal bilimler alanında gözlem ve görüşmelerden elde edilen verilerin analizinde, belli kurallara bağlı kodlamalar kullanılarak bir metnin küçük içerik kategorileriyle özetlendiği sistematik, yinelenebilir bir teknik olarak tanımlanabilir (Büyüköztürk ve diğer., 2010). İçerik analizinde amaç, toplanan verileri açıklamak için kavram ve ilişkilere ulaşmaktır bu nedenle yapılan işlem, birbirine benzeyen tema ve kavramları bir araya getirmek ve bunları anlaşılır biçimde düzenleyip yorumlamaktır (Yıldırım ve Şimşek, 2008). İçerik analizinde diğer araştırmacıların ya da okuyucuların aynı verilere bakarak aynı ya da benzer sonuçları elde edebilmeleri için, kullanılan seçim kriterleri verilerin her durumu için tutarlı ve yeterince geniş kapsamlı olmalıdır (Berg, 2001).

Yıldırım ve Şimşek veri analizinde üç temel kavram vurgulamaktadır. Bunlar betimleme, analiz ve yorumlamadır. Bu temel kavramlardan analizi şu şekilde tanımlamışlardır;

> Veri setinde doğrudan görülemeyen ancak kavramsal kodlama ve sınıflama yoluyla temaların ve bu temalar arası anlamlı ilişkilerin ortaya çıkarılması analiz sürecinin temel işlevidir. “Neden” ve “Nasıl” sorularının yanıtı aranır (Yıldırım ve Şimşek, 2008: 222).

Araştırma süresince dokümanların ve görüşmelerin analizleri bu iki veri grubunun farklı özellikleri göz önüne alınarak yapılmıştır. Doküman analizi, doküman kaynaklarının birçok farklı yaklaşımını kapsar bu nedenle keskin hatları olan bir metot değildir (Bloor & Wood, 2006). ÖA’ların ÇSİ uygulamaları sonucu oluşan dokümanlar, derinlemesine bilgi almak amacıyla farklı durumlar ele alınarak incelenmiştir. ÇŞİ’lerin analizinde *genel sonuca ulaşma, ispatı gerçekleştirme düzeyi ve ispatlama sürecinde yaşanan sıkıntılar ve bunların örüntüsel bir özellik gösterip göstermediğine* odaklanılmıştır. Bunun yanı sıra ÖA’ların yaptıkları ÇSİ’ler kişi bazında da incelenecek, *başarılı ve başarısız olunan* gruplar ve nedenleri araştırmaya katılmıştır. Görüşmeler ile desteklenerek bu durumların nedenleri de ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır. Her bir ÇSİ kişi bazında incelenmiştir. Bu incelemeler sonucu *tamamlanmış* (doğru ya da hatalı) ve *tamamlanmamış* (tamamen boş bırakılmış ya da bazı basamakları eksik) olmak üzere ÖA’ların uygulamaları gruplandırılmıştır. Analizler bu durumlara odaklanılarak yapılmıştır. ÇSİ’lerin yapılma oranları ve öne çıkan ispatlar ya da özellikler incelenmiştir.

Görüşme verilerinin analizi öncesinde ilk olarak kayıtlı görüşmeler transkript edilmiştir. Daha sonra bu yazılı metinler üzerinde çoklu okuma yapılmıştır. Akabinde ayrıntılı inceleme gerçekleştirilmiştir. Aşağıda birinci ve ikinci görüşmelere dair transkript örnekleri sırasıyla şekil 6 ve 7’de sunulmaktadır.

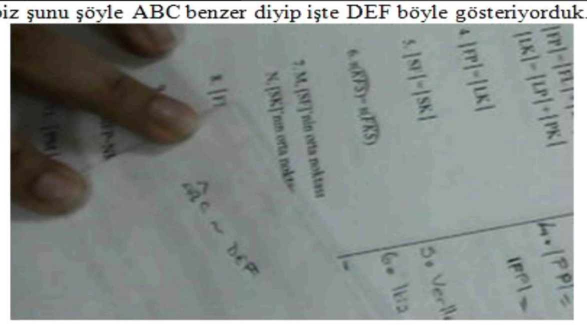
Şekil 6

Birinci Görüşme Transkript Örneği

13	**A**	ÇSİ geometri öğretim programına ve öğretim şekline uygun mu?
14	ÖA	Yani bana böyle düşündüğümde, çok uygun hatta en uygun olabilecek yöntemmiş gibi geldi. Çünkü bize şu an geometride nasıl ispat yapıldığı öğretilmiyor. Nasıl yapılır falan hiç öyle şeyler gösterilmemişti lisede de ben hatırlamıyorum en azından. Sadece bu özelliktir alın yapın şeklindeydi. Özellikle de geometride verilenler bir soru okuma alışkanlığını gerektirdiği için işte sorunun içinde neleri kullanabilirim hani o mantığı gösteriyor bize, geometri için uygun. Mesela ben şeyi hatırlıyorum lisede, aslında paralel diyormuş ama ben onun paralel olduğunu bilmeden soruya dalıyordum, çözmeye çalışıyordum ama bunda olunca önce bir verilenler neymiş alışkanlığını kazanıyoruz. Ondan sonra a burada nereye geçebilirim nasıl bir yol izleyebilirim şeklinde ilerlediğimiz için, o alışkanlığı kazandırıyor, güzel. Çok uygun geldi bana.
15	A	Şunu soracağım, şimdi bu soruyu iki yönden düşünmeni istiyorum, öncelikle bir öğretmen olarak mutlaka öğretmenlik deneyimin vardır, sence ÇSİ'lerin öğretmen için avantaj ve dezavantajları neler olabilir?
16	ÖA	Öğretmen için… Uygulayacağı sınıfla ilgili öğretmenin bir sıkıntısı olabilir.

Şekil 7

İkinci Görüşme Transkript Örneği

59	ÖA	Nasılsa hani eş diyip geçiyordum ama hani eşliğin daha böyle özel duruma indirgenmesi gerektiğini biliyorum, görüyorum şimdi eş üçgen açı eşit, o zaman karşısındaki de eş olacak hani o mantıkla gidince.
60	**A**	Peki, sence gösterimleri farklı mıdır aynı mıdır?
61	ÖA	Hım eş üçgenler… Aslında farklı olması lazım…
62	**A**	Neden? Mesela ne olabilir?
63	ÖA	Farklı şeylerse eş üçgenle benzer üçgen…
64	**A**	Yada bilmiyorsan nasıl olabilir?
65	ÖA	Mesela biz şunu şöyle ABC benzer diyip işte DEF böyle gösteriyorduk.  Şimdi bunların eş olduğunu göstermemiz gerekirse demek ki farklı bir şey kullanmalıyız ki benzerle eşi ayıt edelim.
66	**A**	Mesela?

Görüşmelerin analizinde kategori oluşturma yoluna gidilmiştir. Yıldırım ve Şimşek (2005) kategori (tema) kavramını aşağıdaki şekilde açıklamıştır;

> İçerik analizinde elde edilen kavramların birbirleriyle belirli bir tema altında sınıflandırılmasıdır. Kavramların incelenmesi sonucunda birbirleriyle olan ilişkileri ortaya çıkarılır ve bu ilişkiler daha üst düzey bir tema ile açıklanır. Kategori ya da tema içerik analizinde elde edilen kavramlardan daha soyut ve geneldir (Yıldırım ve Şimşek, 2005: 228).

Araştırmacı veri toplamada, analiz etmede ve bu verilerden sonuç çıkarmada birinci derecede kaynak teşkil etmektedir (Merriam, 1998'den aktaran Tekin ve Ayas, 2005). Dickerson 2008 çalışmasında, transkript ettiği yarı-yapılandırılmış görüşmeleri iki aşamada kodlamıştır. Birinci aşamada verileri herhangi bir duruma öncelik vermeden tümevarımsal şekilde kodları oluşturmuştur. Bu aşamada kodların verilerin içerisinden öne çıkan belirli özelliklere dayalı şekilde oluşturulduğu belirtmiştir. İkinci aşamada ise, harici bir kodlama yapısı (external coding structure) olarak görüşme sorularını kodlar şeklinde kullanmıştır. Bu harici kodlama yapısının soruları temel aldığı ancak kod içeriklerinin sadece soruların kendisiyle ilişkili olmadığını belirtmiştir.

Bu çalışmada da görüşme verilerinin analizinde Dickerson'un çalışmasında kullandığına benzer bir yol seçilmiştir. "Bir görüşme metninin çözümlenmesinde metnin bir tarafına kategoriler yazılırken diğer tarafına da bu kategorilere ilişkin temalar [*kodlar*]"(Büyüköztürk, ve diğer., 2008: 272) yazılabilmektedir. Birinci görüşmede, ÖA'lara sunulan ÇSİ'lerin genel yapısına yönelik yapılandırılmış soruların kendisi kategori olarak kullanılmış yine bu süreç içerisinde öne çıkan ortak durumlar için de kategoriler oluşturulmuştur. Doğrudan ÇSİ ile ilgili olan sorularda, ÇSİ'nin yapısı, işlevi ve kullanışlılığı kategoriler olarak ele alınmıştır. Diğer sorularda ÖA'ların cevaplarının benzerlik, farklılıklarına ve öne çıkan diğer durumlara göre kategoriler oluşturulmuştur. Bu kategorilerinin oluşturulmasında araştırmacı ve danışman öğretim üyesi birlikte çalışmışlardır. Verilerin analizi sonuncunda oluşturulan temalar ve kategorileri tablolar halinde sunulmuştur. Bu tabloların içerisinde belirtilen kategoriye uygun olacak şekilde ÖA'ların söylemlerinden alıntılara yer verilmiştir.

Yarı-yapılandırılmış olan ikinci görüşmede ise ÖA'ların ispatları yapma durumları, hata yaptıkları ya da başarılı oldukları noktalar, bunlar için belirtilen nedenler gibi öne çıkan durumları incelenmiştir. Bunun yanı sıra dokümanlar incelendikten sonra öne çıkan durumlardan bazı sorular oluşturulmuştur [*bkz. EK-3*]. Bu sorular ikinci görüşmenin yapılandırılmış kısmını oluşturmaktadır. Görüşme süresince ÖA'ların karakteristik yaklaşımları, başarılı ve ya yetersiz oldukları yerler gibi öne çıkan noktalara yönelik görüşleri ise yarı-yapılandırılmış kısmını oluşturmaktadır. Yapılandırılmış soruların analizleri ilk görüşmeye benzer şekilde yapılmıştır. Soru bazında kategoriler oluşturulmuş ve tablolar halinde sunulmuştur. İkinci kısımda ise, ÖA'ların bireysel durumlarının öne çıkması nedeniyle, incelemeler öncelikle bireysel şekilde yapılmıştır. Ardından öne çıkan bu durumların ortak yönlerinin olup olmadığı incelenmiştir. ÖA'ların ortak yargıları öne çıkarılmaya çalışılmıştır.

Araştırmanın Geçerliği ve Güvenirliği

"Güvenirlik, belli bir özelliği ölçmek amacıyla yapılan ölçmelerin aynı bireyler üzerinde benzer şartlarda tekrar edilebilirliğidir" (Crocker & Algina, 1986'dan aktaran Büyüköztürk ve diğer., 2010: 109). Yıldırım ve Şimşek'e (2008) göre nitel araştırmalarda iç ve dış güvenirlik gerekçelerin bireylere ve içinde bulunulan ortama göre sürekli bir değişme içinde olduğu ve araştırmanın benzer gruplarda tekrarlanmasının aynı sonuçlara ulaşmayı mümkün kılmaması (s. 259) nedeniyle farklı anlam taşımaktadır. Dış güvenirlik göstergesi olan zamana bağlı güvenirlik, ölçülen olgunun zaman içinde aynı biçimde ölçülebilmesi anlamına gelirken, iç güvenirlik göstergesi olan gözleme bağlı güvenirlik farklı araştırmacıların bir olguyu ya da olayı aynı biçimde ölçebilmesi anlamına gelir (Kirk & Miller, 1986'dan aktaran Yıldırım ve Şimşek, 2008).

"Geçerlik bir ölçme aracının geliştirildiği konuda amaca yönelik olmasıdır" (Balcı, 2010: 110). "Nitel araştırmalarda ise geçerlik araştırmacının araştırdığı olguyu, olduğu biçimiyle ve olabildiğince yansız gözlemesi anlamına gelmektedir" (Kirk & Miller, 1986'dan aktaran Yıldırım ve Şimşek, 2008: 255). Dış geçerlik örnek grup içinde ve araştırmada varılan sonuçların gerçek yaşama genellenebilirliği, iç geçerlik ise nedensel bir ilişkide, sonucun bilinen nedenlerle açıklanabilirliğidir

(Karasar, 2008). Çepni (2009), durum çalışmalarında; yapı geçerliliğinin sağlanması için çok kaynaktan veri toplanması gerektiğini, iç geçerliliğin sağlanması için araştırmada sonuca nasıl varıldığının açık bir şekilde sunulması gerektiğini, dış geçerliliği sağlamak için ise örneklem üzerinde çalıştığı durumun sonuçlarının genellenebilir olması gerektiğini belirtmiştir.

Araştırmada geçerliği ve güvenirliği arttırmak için çoklu veri toplama yoluna gidilmiş, uzman görüşüne başvurulmuş, yüksek lisans öğrencilerin bilgi ve görüşüne başvurulmuş ve bulguları desteklemek için doğrudan katılıcı söylemlerinin örneklenmesi yoluna gidilmiştir. Görüşme ve dokümanlar ile elde edilmiş verilerin araştırmanın geçerliğini artırmayı sağlayacağı yaygın bir görüştür. "Çeşitleme, araştırma sorusuna yönelik olarak toplanan verilerin farklı yöntemlerle elde edilmesi ve bu şekilde elde edilen bulguların inandırıcılığının test edilmesinde kullanılır" (Yıldırım ve Şimsek, 2000: 85).

Çalışmada kullanılacak olan tüm ispatlar ve görüşme soruları dil ve anlam açısından bir edebiyat öğretmeni tarafından incelenmiştir. Tüm sorular, danışman öğretim üyesinin yanı sıra, iki matematik öğretmeni ve bir ilköğretim matematik öğretmenliği öğretim elemanı tarafından matematiksel açıdan hatalı olup olmamasına ayrıca katılımcı öğretmenlerin matematiksel bilgisini ölçme durumlarına yönelik incelenmiştir.

Görüşme ve dokümanlardan elde edilen verilerin analizinde kodlayıcı güvenirliğe bakılmıştır. Bunun için önce veriler tez öğrencisi tarafından ayrı ayrı kategorileştirilmiştir. Daha sonra kategoriler ve bunlar altında yer alan örnek bazı metinler rastgele seçilerek bunların tekrar danışman öğretim üyesi tarafından kodlaması yapılmıştır. İkinci kodlamada yüksek oranda birinciye paralel bir durum görülmüş ve bu iki uygulama arasındaki genel uyuşmanın yüksek olduğu ortaya çıkmıştır. Bu şekilde araştırmada kodlayıcı güvenirliği sağlanmıştır. Kategorilerin açıklamalarında ÖA'ların kendi ifadeleri destekleyici olarak kullanılmıştır.

BÖLÜM IV

BULGULAR VE YORUMLAR

Bu bölümde verilerin analizleriyle elde edilmiş bulgular sunulmaktadır. Bulguların oluşturulmasında iki veri grubu kullanılmıştır. Bu gruplardan biri ÖA'ların bireysel olarak oluşturduğu ÇSİ'lerdir ve 4 farklı grup olmak üzere toplam 20 tanedirler. Çalışmanın diğer veri grubunu ise iki görüşme oluşturmaktadır. Birinci görüşme ÇSİ uygulamasının hemen ardından yapılmıştır. Yapılandırılmış bir görüşmedir ve 12 adet soru içermektedir. İkinci görüşme ise ÖA'ların oluşturduğu ÇSİ'lerin araştırmacı tarafından incelenmesinin ardından yapılmış, yarı-yapılandırılmış bir görüşmedir.

Bulgular araştırmanın alt problemlerine uygun olacak şekilde sunulmaktadır. İlk olarak öğretmen adaylarının ÇSİ yöntemine, işlevine ve kullanışlılığına yönelik düşüncelerine ilişkin bulgulara yer verilmektedir. Ardından oluşturdukları ÇSİ'lerin grupsal olarak niteliğine (biçimsel, içeriksel ve sonuca ulaşma açısından) yönelik bulgular ele alınmaktadır. Son olarak ÖA'ların ÇSİ yöntemi ile çözdükleri ispat problemlerine ait görüşleri, ispat oluşturma sürecinde öne çıkan durumları ve uygulamaların geneli hakkındaki düşüncelerine ait bulgulara yer verilmektedir.

I. Alt Probleme Yönelik Bulgular ve Yorumlar

Araştırmanın birinci alt probleminde öğretmen adaylarının ÇSİ yöntemine, işlevlerine ve kullanışlılığına yönelik düşüncelerinin belirlenmesi amaçlanmıştır. Bu probleme yönelik olarak öğretmen adaylarıyla ÇSİ uygulamalarının hemen ardından gerçekleşen ilk yapılandırılmış görüşmelerden elde edilen bulgular ve onlara dayalı yorumlar aşağıda sunulmaktadır.

Yapılandırılmış formda olan ilk görüşmede toplam 12 soru ile ÇSİ yöntemine, işlevlerine ve kullanışlılığına dönük düşünceler elde edilmiştir. Cevaplar sunulurken hem ifadeleri hem de ifadelerinde oluşan ortak görüşleri temalar ve kategoriler haline getirilerek sunulmuştur.

Görüşmeye başlamadan önce ÖA'lara görüşme formunda olmayan bir soru yöneltilmiştir. Bu soru, "Daha önce ÇSİ ile karşılaştınız mı, karşılaştı iseniz nerede?" şeklindedir. Sorunun amaçlarından biri ÖA'ların ÇSİ'ye dair herhangi bir deneyimlerinin olup olmadığı öğrenmektir. Bir diğeri ise deneyim durumlarının öğrenilip görüşmede yönetilecek soruların yanıtlarına etki edip etmeyeceğinin belirlenmesidir.

12 katılımcıdan 3 tanesi daha önce ÇSİ ile karşılaştığını ifade etmiştir. Ece kod adlı ÖA, ÇSİ'ler ile lisans döneminde aldığı Özel Öğretim Yöntemleri dersinde karşılaştığını belirtmiştir. Volkan da benzer şeklinde lisans derslerinde duyduğunu ifade etmiştir. Tuba ise internet ortamında araştırma yaparken karşılaştığını söylemiştir. Bu üç ÖA da ÇSİ ile ilgili herhangi bir araştırma ya da uygulama yapmadıklarını belirtmişlerdir.

Görüşme dışında olan bu sorunun ardından, normal süreç başlatılmıştır. Birinci görüşme kapsamındaki sorulara ilişkin bulgular aşağıdaki gibidir [Ek 2].

Soru 1*. Bir ispat yapma yöntemi olarak çift sütun ispat hakkındaki düşünceleriniz nelerdir?*

Öğretmen adaylarının bazıları görüşlerinde doğrudan beğendiklerine değinerek akabinde bu düşüncelerini gerekçelendirmekte (4 kişi) iken, diğerleri görüşlerini direk temellendiği noktadan belirtmeyi tercih etmişledir. Beğendiğini ifade ederek görüşleri açıklayan katılımcıların söylemleri aşağıdaki gibidir.

> "Hani biz lise zamanında böyle şeyler yapmamıştık ama bence *çok güzel* bir yöntem." [Ece]
> "ÇSi ile ilk defa sizle birlikte karşılaştım ve ben *çok beğendim* diğer ispat yöntemlerindense hani tercih edebileceğim bir ispat yöntemi." [Gönül]
> "Ben *çok beğendim*, gerçekten *çok zevk aldım* yaparken de." [Nehir].
> "*Güzel bir şey* bence hani ilişki kurabiliyorsun verilen şeyler arasında." [Mine]

Öğretmen adaylarının tümünün cevapları ele alındığında bunların iki ana tema altında toplanabildiği görülmektedir. Birinci tema (T1), ispatın yapılabilirliğini gösterme ve ispattan korkmayı engelleme, akılda kalıcılığı sağlama ve seviyeye göre yönlendirilebilirlik kategorilerini içermektedir. T1, ÇSİ'lerin işlevine yönelik ifadelerin oluşturduğu kategorilere sahiptir. İkinci tema (T2) ise, ifadelerin nereden geldiğini gösterme ve ifadeleri kademeli halde sunma kategorilerini kapsamaktadır. T2, ÇSİ "biçimine" yönelik ifadelerin oluşturduğu kategorilere sahiptir.

Temalar ve kategorilerine ait, ÖA'ların ifadelerini içeren tablo aşağıda verilmiştir.

Tablo 2

1. Sorunun Cevapları için Oluşturulmuş Temalar ve Kategorileri

T1(K1) İspatın Yapılabilirliğini Gösterme ve İspattan Korkmayı Engelleme Özelliği	
"O açıdan baktığımda ispata olan benim önyargımı kırdığını söyleyebilirim. Aslında o kadar zor bir şey olmadığını kendimizin, yani bizim de yapabileceğimiz bir şey olduğunu gösteriyor bana."	Rüzgar
"Öğrencinin ispattan korkmaması için ispatı görmesi ve hani yapabileceğini görmesi için uygun bir yöntem olduğunu düşünüyorum."	Ece
"Hani böyle çok genelde bizim ispata karşı, ispatı yapmak deyince böyle eyvah hani ne olacak, ispata karşı hiçbir şey bilmiyoruz olayı var ama bu ispatta hiç öyle korku... Pratik yaparmış gibi böyle eğlenceli bir şekilde ilerledik yani benim hoşuma gitti."	Tuba
T1(K2) Akılda Kalıcılığı Sağlama Özelliği	
"Diğer ispatlarla kıyasladığım zaman çok daha akılda kalıcı. Yani pür matematikteki çoğu ispat yöntemi şu anda benim aklımda yok. Teorem var ama ispatının nasıl yapıldığını hatırlamıyorum ama bu çift olunca daha iyi oluyor. Çift sütun olduğunda daha iyi oluyor, daha çok kaldığına inanıyorum.	Selçuk
"ÇSİ teoriden çok öğrencilerin aklında kalmasına yönelik ispat şekli, gerekçelerini yazdığımız için."	Recep
T1(K3) Seviyeye Göre Yönlendirilebilirliği	
"Yani aşamaları hani dört farklı çeşitte yapıldığı için her biri hani yerine göre ya da öğrencinin seviyesine göre yönlendirilebilecek şekilde olabilir ya da üst düzey öğrenciler için o en son yaptığımız gruplamalar olabilir."	Volkan
T2(K1) İfadenin Nereden Geldiğini Gösterme Özelliği	
"Mesela normal ispat yaparken hani öğrenci şey düşünebiliyor, ben bile düşünüyorum. Nereden başlamalıyım nasıl bir yol izlemeliyim..."	Nehir
"Nereden geldiğini diğer geometrik yöntemlerle çıkarıyorduk ama bu şekilde yapmak neyin nereden geldiğini daha iyi anlamayı sağlıyor."	Emre
"Öğrenciler hem bir bakıma ispat yapıyor, hem de nereden geldiğini nasıl olduğunu görmüş oluyor."	Recep
"Güzel bir şey bence hani ilişki kurabiliyorsun verilen şeyler arasında."	Mine
"... öğrenci bildiklerini kullanabiliyor ya da birbirleriyle ilişkileri hakkında fikir sahibi oluyor en azından geometri konularında."	Ayşe
T2(K2) İfadeleri Kademeli Halde Sunma Özelliği	
"... burada yaptığım adım adım çalışmalardan dolayı asında sevdim, yani hoş bir ispat yöntemi öğrenci açısından gerçekten güzel."	Rüya
"Mesela ispat yaparken aslında ispat yaptığımı fark etmedim, böyle adım adım ilerlerken son basamakta evet isteneni bulmuşum aslında olayına geldim."	Tuba
"... ama bu tabi sırayla, basamak basamak gittiği için daha rahat yapıldığını düşünüyorum."	Nehir

T1 üç alt kategoriye ayrılmıştır.

T1(K1) de yer alan düşünceler daha çok ispat yapma ile ilgili duyulan endişelere vurgu yapmaktadır. ÖA'lar yorumlarında ÇSİ'nin bu endişelere karşı ve duyuşsal özelliklere yönelik sağlayacaklarına değinmiştir. İfadelerin hepsinin olumlu yönde olduğu görülmektedir.

T1(K2) de iki ÖA, ÇSİ'nin akılda kalıcılığı sağlama özelliğine değinmiştir. Ancak bu özelliği sağladığını belirttikleri durumlar birbirinden farklıdır. Selçuk, diğer ispat yöntemleri ile ÇSİ'yi karşılaştırmıştır. Diğerlerinin yanında ÇSİ formunun ispat yapmada daha akılda kalıcı olduğunu belirtmiştir. Recep ise ÇSİ yönteminde gerekçelerin yazılmasının, teoremlerin yanında ispatların da akılda kalmasını sağladığını belirtmiştir.

T1(K3) de ise bir ÖA ÇSİ'lerin seviyeye göre değiştirilebildiğine yönelik yorum yapmıştır. Volkan, süreç içerisinde kendilerine uygulanan 4 farklı grup ÇSİ'nin öğrenci seviyelerine göre kullanımının değişebileceğini belirtmiştir. Örnek olarak da son grubun (sadece teoremlerin verildiği), üst düzey öğrenciler için uygun olduğunu ifade etmiştir.

T1'in geneline bakıldığında, ifadelerin daha çok duyuşsal özelliklere odaklandığı, bilişsel olarak akılda kalıcılık durumuna değinildiği ve tüm görüşlerin olumlu yönde olduğu söylenebilir.

T2 iki alt kategoriye ayrılmıştır.

T2(K1) de ÇSİ'lerin ifadelerin hangi durumları temel alarak ilerlediğini gösterme özelliği üzerinde durulmuştur. Bu kategorideki ifadeler ÖA'lar tarafından farklı şekilde belirtilmiştir fakat ÇSİ'nin aynı özelliğine vurgu yapmaktadır. İlk üç ÖA, (Nehir, Emre ve Recep) ÇSİ'lerin ifadelerin nereden geldiğini gösterdiğini belirtmiştir. Son iki ÖA, (Mine ve Ayşe) ise, bu özelliği ilişki kurma temeline dayandırmıştır.

T2(K2) de 3 ÖA ÇSİ'nin ifadeleri kademeli halde sunma durumunu öne çıkarmışlardır. Bu gruptaki ÖA'ların hepsi ÇSİ'nin basamaklı ya da adım adım ilerlemesine vurgu yapmıştır.

T2'nin geneline bakıldığında belirtilen ifadelerin ÇSİ'lerin temel yapısal özelliğine yönelik olduğu görülmektedir. ÇSİ'nin basamaklı yapısının sağlayacağı yararlara vurgu yapılmıştır. Her iki alt kategorideki ifadeler olumlu yöndedir.

Temaların geneline bakıldığında ise, katılımcı 12 ÖA'nın, tamamının bu soruya verdikleri cevaplar ÇSİ yöntemine bakış açılarının olumlu olduğunu göstermektedir. Yönteme yönelik görüşlerinde ise yöntemin belli bir özelliğine yığılma olmadığı belirtilebilir. 6 ÖA, ÇSİ'nin duyuşsal özelliklerine yönelik ifadelere sahiptir. 7 ÖA ise yöntemin yapısal özelliklerine vurgu yapmıştır. 1 ÖA, bu iki grup özelliği de içine alan söylemlere sahiptir.

Soru 2. *Sizce çift sütun ispat geometri öğretim programına ve öğretim biçimine uygun mudur? Neden?*

ÖA'ların bazılarının ÇSİ yönteminin geometri öğretim programına ve biçimine uygunluğunu net bir dil ile belirttikleri ifade edilebilir.

"Bence uygun *kesinlikle* uygun." [Mine]
"Bence *kesinlikle* uygun (…)" [Nehir]
"Yani bana böyle düşündüğümde, çok uygun *hatta en uygun* olabilecek yöntemmiş gibi geldi." [Tuba]

ÖA'ların bu soruya verdikleri cevaplar, ÇSİ'lerin neden geometri programına ve öğretim biçimine uygun olduğuna dair ana temanın altında üç kategoriye ayrılmıştır. Bu kategoriler, ÇSİ'nin yapısal özellikleri, ÇSİ'nin işlevleri ve ÇSİ'nin programa uygunluğu şeklindedir.

Tablo 3

2. Soru için Oluşturulmuş Tema ve Kategorileri

T(K1) ÇSİ'nin Yapısal Özellikleri	
Çünkü daha önce gördüğü hem şeyleri tekrar etmiş oluyor teoremleri olsun formülleri olsun, ya da nereden geldiği hakkında daha iyi bir bilgiye sahip oluyor.	Ayşe
Adımlamalar açısından gayet rahat görülebiliyor bence. Sizin uyguladığınız bu sistemde de hani önce ne yapacağımızı öğrendik hani birincisinde boşluklar vardı, diğer adımlarda artık çift taraftan boşluklar oldu, en sonda mesela komple sol taraf boş oldu sonra bütün hepsini biz yazdık. (...) Bu açıdan baktığında hem adımları görme açısından faydalı olduğunu düşünüyorum yani.	Rüzgar
Ben şeyleri düşünüyorum mesela, bu işlem basamaklarının çoğu atlanılarak belli başlı şeyler gösteriliyor ve bunlar daha çok akılda kalıyor bu da geometride hani, bir uzunluk eşit o zaman açı da eşittir şeklinde ya da üçgenler benzerdir şeklinde hani direkt bir hem tümevarım hem tümdengelim şeklinde direkt gösterim oluyor daha akılda kalıcı oluyor. Gereksiz mesela işlem kalabalığı olmuyor ispatta.	Selçuk
Bence uygun yani öğrencinin geometride neyin nereden geldiğini görmesi, nasıl bir çıkış yolu olduğunu görmesi ve kavrayabilmesi için uygun bir yöntem.	Ece
T(K2) ÇSİ'nin İşlevleri	
Çünkü öğrenci ispat dendiğinde korkabiliyor, ama burada bu formülün nereden geldiğini görmesi zaten çok kolay çünkü gerekçeleri ve ifadeleriyle veriliyor o yüzden bence gayet uygun.	Ece
Ya şimdi öyle olabilir çünkü ben hani ilk başta bir geometri sorusuyla karşılaşsaydım eğer çözebileceğimi düşünmüyordum. Yani öyle diyeyim belki de hani karşılaştığım soru çeşidine göre de değişir ama hani yine bu yöntemin birazcık daha kendi ifadelerimle yazmam ya da zihnimdekileri ortaya koymam açısından belki de şey oldu, belki de o açıdan yararlı oldu diyebilirim.	Rüya
(...) Biz lisede geometrik teoremleri hep ezbere yönelik öğrendik yani o şekilde. Şu an bile öyle, şu an hiç geometri dersimiz olmadığı için düşünecek yapacak vaktimiz kalmadı ama teoremleri ezberden çok nereden geldiğine yönelik bir çalışma olduğu için öğrenmesinde bence etkili.	Emre
Özellikle de geometride verilenler bir soru okuma alışkanlığını gerektirdiği için işte sorunun içinde neleri kullanabilirim hani o mantığı gösteriyor bize, geometri için uygun. Mesela ben şeyi hatırlıyorum lisede, aslında paralel diyormuş ama ben onun paralel olduğunu bilmeden soruya dalıyordum, çözmeye çalışıyordum ama bunda olunca önce bir verilenler neymiş alışkanlığını kazanıyoruz. Ondan sonra a burada nereye geçebilirim nasıl bir yol izleyebilirim şeklinde ilerlediğimiz için, o alışkanlığı kazandırıyor, güzel.	Tuba
T(K3) ÇSİ'nin Programa Uygunluğu	
Geometri programında bildiğim kadarıyla ispat becerisi de var zaten ispatlama öne çıkıyor. Geometri programına bu yüzden uygun. Bir de geometri programında ispatın, çok teorik olduğunu düşünüyorum yani çok fazla ispat var. Bu yolla ispatı hem öğrenci ispatı görselleştirmiş oluyor ispatı kavramış oluyor. Bence bu yol geometri programına çok uygun, benim düşüncem.	Recep
Yani öğrencinin düşünmesini sağlıyor. Üst düzey düşünmesini sağlıyor iletişim kurabilmesini sağlıyor bence. İşte akıl yürütmeyi kullanıyor bu beceriler var ya. [Programdaki] Aynen, onların hepsini sağlayabileceğini düşünüyorum.	Mine

T(K1) de ÖA'ların tümü ÇSİ'lerin yapısal özelliği olan adım adım ilerlemenin ve basamaklı olma durumunun üzerinde durmuştur. Bu yapının sonucu olarak da işlem basamaklarını görme, formüllerin nereden geldiğini kavrama ve akılda kalıcılık özelliklerinin sağlandığını belirtmişlerdir. ÖA'lardan biri (Selçuk) ayrıca, ispatta gereksiz işlem kalabalığı olmadığını ifade etmiştir.

T(K2) de ise ÖA'lar ÇSİ'nin işlevlerine vurgu yapmışlardır. Bu gruptaki 4 ÖA'nın hepsi farklı özellikler üzerinde durmuştur. Belirtilen özellikler sırasıyla, ispattan korkmayı engelleme, kendi ifadelerini kullanabilme, ezberden uzaklaşıp anlamayı sağlama ve verilenler içerisinde kullanılabilecekleri belirleme olarak ifade edilebilir.

T(K3), ÇSİ'nin uygunluğunu doğrudan programla ilişkilendirerek açıklayan 2 ÖA'nın yorumlarına dayanmaktadır. ÖA'lardan birincisi geometri programındaki ispat yapma becerisinin üzerinde durmuştur. İkinci ÖA ise, akıl yürütme becerisinden yola çıkarak, programdaki tüm becerileri destekleyeceğini ifade etmiştir.

Ece adlı ÖA'nın hem (K1) hem de (K2)'de ifadesi bulunmaktadır. İfadesinin geneline bakıldığında bir ayrım yapılamadığından söylemleri ikiye ayrılarak her iki kategoride de kullanılmıştır. Gönül ve Volkan ise ÇSİ'nin sadece programa ve öğretim biçimine uygun olduğunu belirtmiş fakat herhangi bir neden sunmamışlardır. Bu nedenle bu iki ÖA'nın söylemleri herhangi bir kategoriye alınamamıştır.

Temanın geneline bakıldığında ÖA'ların tümünün ÇSİ'lerin geometri öğretim programına ve öğretim biçimine uygun olduğunu belirttiği ifade edilebilir. Bu soruya verilen cevapların ayrıca ilk soruya verilenlerle de örtüştüğü görülmektedir.

Soru 3*. Sizce çift sütun ispatın avantajları ve dezavantajları nelerdir?*

ÖA'lardan bu soruyu, öğretmen ve öğrenci olmak üzere iki farklı açıdan cevaplandırmaları istenmiştir. Bu nedenle ÇSİ'nin, T1 öğretmen açısından avantajları, T2 öğretmen açısından dezavantajları, T3 öğrenci açısından avantajları ve T4 öğrenci açısından dezavantajları olmak üzere dört tema oluşturulmuştur. Bu temaların altında ise kategoriler ÇSİ'nin yapısı, işlevi ve kullanışlılığına yönelik ifadeler temel alınarak belirlenmiştir. Dört tema da bu üç alt kategoriye sahiptir.

Tablo 4

ÇSİ'nin Öğretmen Açısından Avantajları Teması ve Kategorileri

T1(K1) ÇSİ'nin Yapısal Özellikleri	
Ya çünkü öbüründe daha önce de söylediğim gibi gereksiz kalabalık işlemler var bu daha sade olmuş daha basit bir şey	Selçuk
(...) daha çok görselleştirme açısından güzel yankılar olacağını zannediyorum.	Recep
T1(K2) ÇSİ'nin İşlevsel Özellikleri	
Ben öğretmeni kesinlikle geliştirdiğine inanıyorum. Daha da o konuda yetkin olmasını sağlayabilir. Kendisi de bir şeyler üretebilir, konuya hâkim olabilir. Öğrencinin ne bilip bilmediğini mesela o adımlar sayesinde takip ederek, nerede hata yaptığını neyi ifade etmede neyi anlamlandırmada öğrencinin hata yaptığını ya da anlayamadığını o şekilde anlayabilir bence.	Mine
Öğretmen açısından avantajlı olduğunu da düşünüyorum mesela ezberden, öğrencilerini ezberden uzaklaştırmasına yardım edecek. Öğrenciler mesela bu nedir diye sorduğunda nasıl yapıldığını gösterebilme imkânına sahip olacak öğretmen olarak.	Tuba
Aynen, zaten benzer, öğretmen için avantajı şu (...) öğrencinin yaptığı hataları matematiksel notasyonları mesela dili kullanma şeklini biz çok rahat görebiliriz oradan. Eee bu bize bu şekilde öğrenciye yön verecek olanlar öğretmenler olduğu için, bizim için avantajlı bir durum. Aynı şekilde keza öğrenci için de matematiksel bir doğru kullanma bunu geliştirebilme...	Volkan
Avantajı dediğim gibi hani şey, konu öğretimi bakımından güzeldi gerçekten.	Rüya
T1(K3) ÇSİ'nin Kullanışlılık Durumu	
Geometride hep öğrenciler şey der, hoca bize formülü verdi geçti. Formülünü açtı yazdı sonra soruya geçti dediğinde hani öğrenci bunu pek güzel bulmuyor yani sadece hocamız yazıyor geçiyor olarak bakıyor ama öğretmen eğer bunu yaparsa öğrenciye gösterirse, bu öğrenciyi de derse çekmek açısından uygun olabilir.	Ece
Çift sütun, avantaj olarak mutlaka yani adım adım gidiliyor bir de yani öğretmen açısından anlatımda daha kolaylık sağlar. Yalnız öğretmenin bu konuda biraz daha aktif biraz daha bilgili olmasını düşünüyorum.	Emre
Bir şeyleri öğrenmekse amaç bunun faydalı olduğunu düşünüyorum evet. Yani öğretmenin daha rahat öğretmesi, daha rahat vermesi öğrencilere bir şeyleri açısından öğretmen açısından avantajlı (...).	Rüzgar
Bir öğretmen olarak öğrencilere verebileceğim daha çok şey var. Öğrenciler de aynı şekilde daha çok bilgi alabilirler, aldıkları bilgiyi daha çok anlamlandırırlar zihinlerinde.	Selçuk
Öğretmene avantajı konuyu anlatırken ... Konuların öğrenciler açısından öğrenilip öğrenilmediğini ya da ne kadar kalıcı olduğu konusunda fikir sahibi olabilir daha önceki konular hakkında. Mesela çemberle ilgili bir ispat var, onda mesela üçgenlerden kullanılıyor ya da hani doğrunun formüllerinden kullanılıyor, o konuları hatırlıyor mu hatırlamıyor mu ya da ne kadar öğrenmiş, o konu hakkında bir fikir sahibi olabilir.	Ayşe

T1 ÖA'ların ÇSİ'lerin *öğretmen* açısından avantajlarına yönelik yorumlarından oluşmuştur. ÇSİ'nin yapısına, işlevine ve kullanışlılığına yönelik yorumlar üzerinden de kategorileri oluşturulmuştur.

T1(K1) de ÖA'ların ÇSİ'nin öğretmen açısından avantajlarını belirtirken ÇSİ'nin yapısına vurgu yaptıkları ifadeleri ele alınmaktadır. Bu kategoride iki ÖA yer almaktadır. Selçuk, ÇSİ'nin yapısal olarak işlem kalabalığını engellediğine dair yorum yapmıştır. Recep ise, ispatı görselleştirme özelliğine dikkat çekmiştir.

T1(K2) de ÇSİ'nin, öğretmen açısından avantajlı olan işlevsel özellikleri ifade eden 4 ÖA bulunmaktadır. Bu 4 ÖA'nın her biri ÇSİ'nin farklı bir özelliğine vurgu yapmıştır. Mine, öğretmeni geliştirdiğine ve öğrencinin öğrenme durumlarının veya hatalarının belirlenmesine yardımcı olacağını ifade etmiştir. Tuba, öğretimi ezberden uzaklaştırdığını ve nedenleri açıklamaya yardımcı olacağını belirtmiştir. Volkan, matematiksel dili kullanma ve hataları incelemede yardımcı olacağını vurgulamıştır. Rüya ise net bir özellik sunmayıp, öğretimde yararlı olacağına değinmiştir.

T1(K3)'te ise ÇSİ'nin kullanışlılığına vurgu yapan ifadelere yer verilmiştir. Bu kategoride 5 adet ÖA'nın yorumları bulunmaktadır. ÖA'ların tümü birbirinden farklı kullanım özelliklerine vurgu yapmıştır. Ece, öğrencileri derse çekme ifadesini kullanarak, ilgi çekici olma özelliğini öne çıkarmıştır. Emre ve Rüzgar, doğrudan öğretimde kolaylık sağlayacağını belirtmişlerdir. Emre bunun yanı sıra öğretmenin bu konuda aktif olması gerektiğini vurgulamıştır. Selçuk, ÇSİ üzerinden daha çok bilgi verilebileceğini ve anlamlandırmada kolaylık sağlayacağını ifade etmiştir. Ayşe ise, öğrencinin öğrenme durumları hakkında bilgi almada öğretmen için avantaj oluşturacağını belirtmiştir.

Nehir, soruya verdiği cevapta özel olarak ÇSİ'nin öğretmen açısından avantajlarından bahsetmemiştir. İfadelerinde bu temaya uygun söylem olmaması nedeniyle de bu temada yer almamaktadır.

Temanın geneline bakıldığında ise ÖA'ların ifadelerinde ÇSİ'nin herhangi bir özelliğine yığılma olmadığı görülmektedir. Öğretmen açısından öne çıkan avantajının öğrenme sürecine direkt etki etmesi olduğu söylenebilir.

Tablo 5'te ÇSİ'nin öğretmen açısından dezavantajlarının ne olduğuna dair ÖA, ifadeleri kategoriler halinde sunulmaktadır.

Tablo 5

ÇSİ'nin Öğretmen Açısından Dezavantajları Teması ve Kategorileri

T2(K1) ÇSİ'nin Yapısal Özellikleri	
Bir kere öğretmenin hazırlaması zor olabilir, bir kaynak olsa elinde daha etkili kullanabilir.	Emre
Hazırlanması bakımından zor olabilir (...) Öğretmenin de tabi hazırladıkça, öğretmen daha hâkim olacağı için konuya daha kolaylaşacaktır onun için ama başlangıçta tabi öğretmen de zorlanacaktır.	Mine
Şimdi şöyle öğretmen açısından, bir kere bir hazırlama aşaması zor olabilir. Yani hani siz bilmiyorum direkt bize geldiği şekilde güzel hazırlanmıştı. Hani belki onu sıfırdan hazırlamak çok zor olabilir benim açımdan yani öğretmen açısından. Aynı zamanda bir de bunların tabi ki şeyleri olması lazım hani öğrenciler doldurduktan sonra, ne bileyim bir yorumlama bir şey, okuma açısından da belki zor olabilir ama tabi ki hazırlama, başta hazırladığınız nasılsa sonda da yararlı, yani kolaylık açısından rahat edersiniz. Yani öğretmen açısından bu şekilde zor olabilir.	Rüya
Biraz öğretmen açısından hazırlaması zor olabilir, zaman gerektirebilir.	Ayşe
Bu en son iki tarafın boş olduğu şeyde yapmak zor olabilir hani herhangi bir ipucu olmadığı için, öğretmenin kendisinin oluşturması zor olabilir.	Gönül
T2(K2) ÇSİ'nin İşlevsel Özellikleri	
Kendi oluştururken de tabi yeterliliği yoksa kendi o teoremi ispatlayamıyorsa o bir dezavantaj oluşturur evet.	Nehir
(...) dezavantaj olarak da çok fazla çaba sarf etmesi gerekiyor öğretmenin bunları takip ediyor olması lazım tanıyor olması lazım, çeşitli hizmet içi eğitimlere katılıp kendini geliştiriyor olması lazım bu konuda.	Tuba
(...) kendi yaptığı o kavramsal hataları doğruymuş gibi yapmaya devam etmesi işte onu, o yönde de bir pekiştireçmiş gibi olur yani yaptığı yanlışı artarak katlayarak yapmasına yön verebileceğini düşünüyorum, tabi ki önüne geçilebilir.	Volkan
T2(K3) ÇSİ'nin Kullanışlılık Durumu	
Evet ***süre*** *olarak hani doküman olarak da çok şey yapmamız gerekebilir, hani bu yönden belki dezavantaj olabilir.*	Ece
Zaman *çok alır diye düşünüyorum, bir de ya sınıfta birçok öğrenci olacak öğrencilerin anlamadığı yerler olacak hepsine teker teker çünkü her öğrenci farklı adımlarda takılabilir. Bunun önüne geçileceğini sanmıyorum yani, sınıfta uygulaması en azından kalabalık ortamlarda zor olur diye düşünüyorum.*	Emre
(...) öğretmen açısından öğrenciye uygulanması açısından da zor olabilir hani uzun bir ***süre*** *gerekiyor bence öğrencinin düşünmesi için.*	Mine
Süre *olarak tabi ki birazcık daha bir öğrencinin dolduracağı yerlerde vakit kaybı olabilir birazcık daha. Öğrencinin zorlandığı kısımlarda vakit kaybı olabilir ama onun dışında da zannetmiyorum yani çok fazla zaman kaybı olacağını.*	Rüya
Süre *yeterli olmayabilir. Çünkü hazır vermiyoruz öğrenci yapacak bunu öğrenci*	Nehir

uygulayacak, biraz zor olabilir. Süre uzar yani o açıdan.	
*Bir de her zaman uygun olmayabilir hani ekonomiklik açısından çok **zaman** kaybına da sebep olabilir.*	Ayşe
*Sınıfın düzeyiyle ilgili sonuçta bu kâğıtların hazırlanması için, bu yöntemin uygulanabilmesi için öğretmenin bir önbilgisinin de olması gerekiyor bir kendi gelişmiş olmalı bu konu alanında. Dolayısıyla böyle hazırlık aşaması hemen oldu-bitti değil. Ön bir hazırlık aşaması gerekiyor, bir **zaman** ayırması gerekiyor öğretmen açısından.*	Tuba
***Süre** bakımından biraz sıkıntı olabilir yani, çok fazla yine olacağını zannetmiyorum ama daha uzun olabilir, çünkü tahtada bir ispat yapmaktansa bunu uygulamak, şeylerini karşısına gerekçelerini yazdığın için daha uzun sürebilir.*	Recep
*Dezavantaj olarak, ben **zaman** konusunda dezavantajı olabileceğini düşünüyorum. (...) Uygulama evet, uygulama zamanı. Çünkü şöyle söyliyim daha önce çok fazla karşılaşılan bir şey olmadığı için, ilk başta alışma süresince geniş zaman alabileceğini düşünüyorum. Şu anda hani kendim de öğretmenlik yapıyorum, orda en büyük sorunum benim zaman sorunu. Yani o açıdan baktığımda ki şu anki sistemde de zaman çok önemli olduğu için, o açıdan bir dezavantaj oluşturabilir.*	Rüzgar

T2 ÇSİ'nin öğretmen açısından dezavantajlarını neler olabileceğine dair ÖA'ların yorumlarına dayanmaktadır. Bu tema da birincisine benzer şekilde üç kategoriye ayrılmıştır. Bu kategoriler, ÇSİ'nin yapısı, işlevi ve kullanışlılık durumu bakımından dezavantajlarını temel almıştır.

T2(K1) ÇSİ'nin yapısal özelliklerinin öğretmen açısından dezavantajlarına vurgu yapan ÖA'ların ifadelerinden oluşturulmuştur. Bu kategoride 5 ÖA bulunmaktadır. İlk 4 ÖA, (Emre, Mine, Rüya ve Ayşe) ÇSİ'nin hazırlanma sürecinin öğretmenler için bir dezavantaj olduğunu vurgulamıştır. Gönül ise diğer ÖA'ların ifadelerine paralel bir söylemde bulunmuştur. Sadece 4. Grup ispatları ele almıştır. Bu grubun oluşturulmasında sıkıntı yaşanabileceğini ifade etmiştir. Kategorinin geneline bakıldığında öne çıkarılan yapısal dezavantajın ispatların hazırlanması olduğu söylenebilir.

T2(K2) de ÖA'ların ÇSİ'lerin işlevsel durumlarından ortaya çıkan dezavantajları bulunmaktadır. Bu kategoride 3 ÖA bulunmaktadır. İlk iki ÖA, (Nehir ve Tuba) öğretmenlerin bu konudaki kendi yeterlilik durumlarının bir dezavantaj oluşturabileceğini belirtmişlerdir. Volkan ise, öğrencilerin ÇSİ'leri yaparken sürekli benzer hatalar yapma durumlarını öne sürmüştür. Bu durumun öğretmenler için, kavramların doğruluk durumlarını göstermede dezavantaj oluşturabileceğini ifade etmiştir.

T2(K3) de ise 9 ÖA'nın ifadeleri bulunmaktadır. Bu kategori ÇSİ'nin kullanışlılık durumlarının öğretmenler açısından oluşturacağı dezavantajları içermektedir. Bu gruptaki ÖA'ların tümü zaman kullanımını dezavantaj olarak belirtmiştir. Ece ve Tuba, öğretmenin oluşturma için harcayacağı zamanı bir dezavantaj olarak belirtmiştir. Diğer 7 ÖA ise, uygulama sürecinde fazla zaman kaybedilebileceğine vurgu yapmıştır.

Temanın geneline bakılacak olursa hem K1 hem de K3 kategorilerine giren ifadeleri olması nedeniyle Emre, Ayşe ve Mine her iki kategoride de yer almıştır. Selçuk adlı ÖA'nın ise bu temada herhangi bir kategoriye girecek ifadesi bulunmamaktadır.

Kategoriler arasında ise öne çıkan K3 olmuştur. 9 ÖA, ÇSİ'nin dezavantajlarında, ÇSİ'nin kullanımında zaman kavramını bir dezavantaj olarak belirtilmiştir.

Tablo 6'da ÇSİ'nin öğrenci açısından avantajlarının neler olabileceğine yönelik ÖA ifadeleri kategoriler halinde sunulmuştur.

Tablo 6

ÇSİ'nin Öğrenci Açısından Avantajları Teması ve Kategorileri

T3(K1) ÇSİ'nin Yapısal Özellikleri	
Öğrenci takip ettiği için daha etkili oluyor mutlaka, ötekiler gibi öğretmen teoremi veriyor, direkt öyle alıp ezberlemesi varken, böyle neyin nereden geldiğini ilk önce kenarlardan çıkıyorsun, açılardan çıkıp daha etkili olur bence. Benim bile öğrendiğim şeyler oldu.	Emre
Ben mesela şahsen ispat yapmayı sevmezdim. Lisede sevmezdim. İspat yapıldığında pek anlamazdım demeyeyim de, ispat nasıl olsa sınavda çıkmıyor gibi ama bu türde bir ispat olduğunda hem görselleştirmiş oluyor hem anlamış oluyorum nereden geldiğini ne yapıldığını.	Recep
Avantajları, öğrenci kesinlikle ispata biraz daha sıcak bakabilir. Başta söylediğim gibi daha rahat yapar, hani adım adım gittiği için onun için kolay olur. Çünkü diğer ispatta düşünüyor, nereden başlayacağını bilemiyor, emin olamıyor.	Nehir
(...) sonuçta avantajlı yani konu anlatımı kolay bir şekilde ve aşamalı görüyorsunuz hani basamak basamak görüyorsunuz.	Rüya
Şimdi öğrenci olarak, bana çok avantajlı geldi, çünkü ben geometriyi hiç sevmiyordum, lisede de mesela hiç sevmiyordum. Öyle bir sıkıntım vardı, sadece kuralları ezberlerdim ve geçerdim. Tamam, gördüğümde soruda da görebilirsem eğer yapardım giderdim ama şimdi burada mesela çoğu özellik olarak gördüğüm şeyin aslında kendim çıkarımını yaptım (...).	Tuba

T3(K2) ÇSİ'nin İşlevsel Özellikleri	
Lise öğrencisi olarak baktığımda... Ben eğer bir konuda çalışma yapacaksam o konuyu derinlemesine irdeleme sağlayabilir yani daha ***iyi anlamlandırma*** *sağlayabilir.*	Mine
Bence yani ben öğrenci olarak cevap vereyim, arkadaşlarıma da mesela ben çok ***zevkli*** *dedim mutlaka yapmanızı tavsiye ederim dedim. Kendimize güvenimizi getirdi bir kere. Ben kolay kolay hani ispat yapabileceğimi düşünmüyordum ama bu ÇSİ'leri yaparak arkadaşlara da dedim* ***kendimize olan güvenimiz*** *geliyor.*	Gönül
Burada direkt işlemler belli basamaklar halinde verildiği için, öğrenci aradaki bağlantıyı kendisi kuruyor, bu bağlantıyı kurduğu için daha çok ***akılda kalıyor****.*	Selçuk
Kalıcılığı olur bir kere*. Mantığını kavrayınca öğrenci a buradan geliyormuş, bunun bununla ilişkisi varmış der.*	Nehir
Başka ... Daha ***kalıcı bir öğrenme*** *sağlar, konular arası ilişki kurabilir.*	Ayşe
(...) Bu çıkarımı yaptığımda o benim ***aklımda daha fazla kalıyor****. A bu kuraldı falan demek yerine evet ben buradan çıkartmıştım dolayısıyla bu özellik var demek çok daha kolay geliyor bana.* ***Ezberden uzaklaştırır*** *dedim, ben mesela uzun süre olmuştu geometriye bakmayalı. Kuralları ilk başta bilmiyordum ama sonra yaptıkça o kuralların aslında çıktığını hatırladım, o güzel oldu. Bildiğim basit şeylerden daha karmaşık kurallara ulaşmama yardım etti. O açıdan çok avantajlı.*	Tuba
Matematikte de zaten bizim en büyük sorunumuz, matematiğe olan ***korku, ön yargı*** *genel olarak, bunu aşması açısından, öğrenci açısından avantajlı.*	Rüzgar
Aynı şekilde keza öğrenci için de matematiksel bir doğru kullanma bunu geliştirebilme, işte ne bileyim bir kere ispat yapmanın hani böyle bir ispat deyince göz korkar, tırsar ya bu deyimle söyliyim. İşte onun da önüne geçebilir, öğrenci ispata daha ılımlı yaklaşabilir.	Volkan
T3(K3) ÇSİ'nin Kullanışlılık Durumu	
(...) Ama yaptıktan sonra, uygulamaya geçtikten sonra evet yapılabilir ve gayet ***eğlenceli*** *şekilde yapılabilir bunu gördüğüm için avantaj oldu.*	Ece
Bir kere ben ilk defa karşılaştığım için belki de çok ***zevkli*** *geldi bana diğer ispat yöntemlerindense. Bu bir avantaj diye düşünüyorum. En azından hoşlanarak bir şeylerden zevk alarak yapıyoruz.*	Gönül
Daha da zevkli olur bence. Sıkıcı sürekli formülleri verip ezberlemektense, çok daha ***zevkli*** *olur. Geometri dersleri hele özellikle.*	Nehir
Bir kere en başta öğrenciye avantajı bence ***eğlenceli*** *olması olabilir. O bildiğimiz daha soğuk gelen matematikten daha böyle renkli gibi geldi. Yaptığım çalışmadan keyif aldım açıkçası. Öğrencilerin de o açıdan keyif alabileceğini düşünüyorum.*	Rüzgar

T3 ÇSİ'nin öğrenci için avantajlarının neler olabileceğine dair ÖA yorumlarını içermektedir. Bu tema da yapı, işlev ve kullanışlılık olmak üzere üç alt kategoriye ayrılmıştır.

T3(K1) de ÇSİ'nin yapısal avantajlarına vurgu yapan 5 ÖA bulunmaktadır. Emre ve Recep, ÇSİ'nin yapısal özelliğinin ispatların nereden geldiğini görmeye yani temellendirmeye yardımcı olduğunu belirtmişlerdir. Nehir ve Rüya, adım adım ilerlemesine vurgu yapmışlardır. Tuba ise, basamaklı yapının öğrencinin kendi çıkarımlarını yapmasında yardımcı olacağını ifade etmiştir.

T3(K2) de ise ÖA'ların ÇSİ'nin işlevsel özelliklerine vurgu yapan yorumları bulunmaktadır. Bu kategoride 8 ÖA'nın ifadeleri bulunmaktadır. Bu kategoride öne çıkan özellik ÇSİ'nin kalıcılık sağlamasıdır. 4 ÖA söylemlerinde bu özelliğe vurgu yapmıştır. Belirtilen diğer özellikler ise, anlamlandırmayı kolaylaştırma, özgüven sağlama, ispata karşı önyargıyı kırma olarak ifade edilebilir.

T3(K3) de ise ÖA'ların ÇSİ'nin kullanışlılık durumuna yönelik avantajlı buldukları durumlar ele alınmıştır. Bu kategoride 4 ÖA bulunmaktadır. Ece ve Rüzgar eğlenceli olduğuna vurgu yaparken, Gönül ve Nehir zevkli olduğunu belirtmiştir. ÇSİ'nin kullanışlılık yönünden avantajlarının uygulama süreci temel alınarak yorumlandığı söylenebilir.

Tüm ÖA'ların ifadeleri tema altında kategorilere ayrılabilmiştir. Ancak, bazı ÖA'lar birden çok avantaj belirttikleri için ifadeleri bölünerek farklı kategorilerde kullanılmıştır. Bu nedenle birden çok kategoride ifadesi var olan ÖA'lar bulunmaktadır. Nehir adlı ÖA'nın her üç kategoride de ifadesi bulunmaktadır. Tuba'nın K1 ve K2'de, Gönül ve Rüzgar'ın ise K2 ve K3 kategorilerinde ifadeleri bulunmaktadır.

Temanın geneline bakıldığında ÇSİ'nin işlevsel özelliklerine yönelik avantajlarının daha fazla vurgulandığı söylenebilir. Kategoriler ayrı ayrı incelenecek olursa öne çıkan üç avantaj belirtilebilir. Yapısal olarak basamaklı ilerlemesi, işlevsel olarak kalıcılık sağlaması ve kullanışlılık olarak zevkli olması bu avantajlardır.

Tablo 7

ÇSİ'nin Öğrenci Açısından Dezavantajları Teması ve Kategorileri

T4(K1) ÇSİ'nin Yapısal Özellikleri	
Bir öğrenci açısından, mesela ben ilk gördüğümde, biz bunun üzerinde çok uğraşmadığımız için, korktum yani nasıl olabilir nasıl doldurabilirim, hemen alışabilir miyim kavrayabilir miyim diye korkmuştum bu benim için dezavantajdı.	Ece
İlk gördüğünde zorlanabilir ama hani bu şekilde uygulaya uygulaya daha yani birkaç örnekten sonra bence öğrenci de yapabilir.	Ayşe
(...) çalışma ve öğrenmede ön öğrenmede çok kullanılabilir ama bir dördüncü yaptığımız çalışma gibi yani lisede pek sanmıyorum çünkü biz çok zorlandık.	Emre

T4(K2) ÇSİ'nin İşlevsel Özellikleri	
İfadeler ve gerekçeler. Mesela gerekçelerin çoğunu unutmuşum açıkçası ben lise konularını falan hani anlamlandırmada yazmada sözel olarak ifade etmede çok zorlandım. Konuya hâkim olsaydım bu daha iyi olabilirdi, daha kolay olabilirdi benim açımdan. (...). Basamakları işte birinci gerekçede, ifadede gerekçesini yazmada ya da gerekçesi verilirse ifadesini yazmada başlangıçta kavramları tam bilmediği için tanımlayamadığı için ifade edemediği için sıkılabilir. Aslında bilse yapabilir.	Mine
Dezavantaj olarak da belki şey olabilir, yaa ilk başta çok ön yargılı yaklaşırsam bir öğrenci olarak, ispat yapmak aman ne uğraşacağım hani formülü biliyorum ezberliyorum geçiyorum zaten nerede işime yarayacak mantığı ile yaklaşacak olursak, evet hani bu kadar uğraşmak, bunun gerekçesi neydi diye düşünmek benim için bir dezavantaj olurdu ama onun dışında ilgili biri, ilgili olmayan öğrenci için de aslında çok güzel.	Tuba
Dördüncü grupta, böyle öğrenci nerden başlayacağını ne yapacağını tam kestiremiyor olabilir ya da işte hangi basamaktan sonra dil olarak nasıl bir matematiksel dil kullanması gerektiğini bilmiyor olabilir yani bu tarzda öğrencilerin eğer geçmişten de gelen kavram yanılgıları varsa ...	Volkan
Olabilir ya matematik ya da geometri konusunda öğrenci biraz zayıfsa ilişkileri hemen göremeyebilir, zorlanabilir.	Selçuk
Diğerinde yani dezavantaj olarak da öğrencinin temel eksikliği olabilir. Formülleri bilmiyorsa hani başka bir teoreme, genellemeye ulaşamaz diye düşünüyorum.	Nehir
Dezavantajı olur mu... Belki hani zorlanırsa şeysi, kendine güveni azalabilir, birkaç tanesini yapamayınca ben bunları yapamıyorum edemiyorum deyip olumsuz bir tutum sergileyebilir ve kendine belki güveni azalabilir. Ama onu da başta, basitlik konusunda ya da bildiği konulardan yola çıkarak yapılabilirse bu da giderilebilir.	Ayşe
T4(K3) ÇSİ'nin Kullanışlılık Durumları	
Dezavantaj ... Öğrencilere belki sıkıcı gelebilir ama bence yararını gördüğünde öğrenci de yapmak isteyecektir.	Mine
Dezavantajını düşündüğümde çok fazla bir şey gelmiyor aklıma ama ne diyebiliriz ... Bu iyi öğrencilerin şöyle dezavantajına olabilir, çok iyi olanların, yine zamana değineceğim. Bunu zaman kaybı olarak görebilirler belki.	Rüzgar
Bir diğeri yani zorlandığım kısımlarda zaman kaybı yaşadım hatırlamadığım yerlerde, onun dışında dezavantaj olarak belki zaman kaybı olabilir	Rüya

T4 ÇSİ'lerin öğrenci açısından dezavantajlarının neler olabileceğine dair ÖA ifadelerinden oluşmaktadır. Diğer temalar gibi T4'de yapı, işlev ve kullanışlılık olmak üzere üç alt kategoriye ayrılmıştır.

T4(K1) de ÇSİ'nin yapısal özelliklerinin öğrenci açısından hangi dezavantajlara neden olabileceğine dair yorumlar yer almaktadır. Bu kategoride 3 ÖA bulunmaktadır. Ece ve Ayşe, yeni bir yöntem olması nedeniyle öğrencilerin ilk karşılaştıklarında sıkıntı yaşayabileceklerini belirtmişlerdir. Emre ise sadece dördüncü grup ispata (hem ifadeler hem gerekçeler kısmı boş olan) vurgu yapmıştır. Öğrencilerin bu grubu yapmada sorun yaşayabileceğini ifade etmiştir.

T4(K2) de ÖA'ların ÇSİ'nin işlevsel özellikleri nedeniyle oluşabilecek dezavantajlarına yönelik yorumları yer almaktadır. Bu kategoride 6 ÖA'nın ifadeleri mevcuttur. Mine ve Tuba, gerekçe yazmada öğrencilerin sıkıntı yaşayacağını belirtmiştir. Ayrıca daha önce gerekçe yazmamalarını da bu durumun nedeni olarak ifade etmişlerdir. Volkan, kavram yanılgılarının ispatı yapmada bir dezavantaj olduğunu vurgulamıştır. Selçuk ve Nehir farklı bir açıdan bakarak, ilişkileri görmede ve genelleme yapmada öğrencilerin sorun yaşayabileceklerini ifade etmişlerdir. Ayşe ise duyuşsal özellikleri öne çıkartarak ispatları yapamama durumunda öğrencilerin güven kaybı yaşayabileceklerini belirtmiştir.

T4(K3) de ise ÇSİ'nin kullanımında oluşabilecek dezavantajlara yönelik ifadelere yer verilmiştir. Bu kategoride 3 ÖA bulunmaktadır. Bu 3 kişinin de öne sürdüğü dezavantajlar birbirinden farklıdır. Mine, öğrenciler için yöntemin sıkıcı olabileceğini belirtmiştir. Rüya, zaman konusunda sıkıntı yaşanabileceğini ifade etmiştir. Rüzgar ise zamana vurgu yapmıştır ancak özel olarak ileri seviye öğrencilerini ele almıştır. İleri seviye öğrencilerin bu yöntemi bir zaman kaybı olarak görebileceğini ifade etmiştir.

Gönül ve Recep'in ÇSİ'nin öğrenci için dezavantajlarına yönelik herhangi bir yorumu bulunmamaktadır. Bu nedenle bu iki ÖA herhangi bir kategoride yer almamaktadır.

Temanın geneline bakılacak olursa, ÇSİ'nin öğrenci için dezavantajlarının neler olabileceği konusunda, işlevsel özelliklerde yaşanacak sıkıntıların öne çıktığı görülebilir. Ancak bu kategori içerisinde öne çıkan spesifik bir sorun göze çarpmamaktadır.

Temaların dördüne de bakıldığında öne çıkan avantaj ve dezavantajların şu şekilde olduğu belirtilebilir. Öğretmen açısından avantaj olarak, kavramların öğretilmesinde kolaylık sağladığı vurgulanmıştır. Dezavantaj olarak ise hem hazırlama hem uygulamadaki zaman sorunu belirtilmiştir. Öğrenci için avantajlarında öne çıkan üç durum söz konusudur. Basamaklı ilerlemesi, kalıcılık sağlaması ve zevkli olması avantajlar olarak belirtilmiştir. Dezavantaj olarak ise, işlevsel özellikleri öne çıkmıştır. Burada belirtilen durumlar ise, gerekçe yazma ve ilişkileri kurma sıkıntıları olarak belirtilebilir.

Soru 4: *Çift sütun ispatların matematik eğitiminde de kullanışlı olacağını düşünüyor musunuz?*

ÇSİ'nin matematik eğitiminde kullanışlılık durumu bu soruya verilen cevapların temasını oluşturmaktadır. Bu temanın altındaki kategoriler ise matematik eğitiminde kullanışlı, matematiğin bazı konuları için kullanışlı ve matematik eğitiminde kullanışlı değil şeklinde oluşturulmuştur.

Tablo 8

ÇSİ'nin Matematik Eğitiminde Kullanışlılık Durumu Teması ve Kategorileri

T(K1) Matematik Eğitiminde Kullanışlı	
Kullanışlı olabilir. Mesela hani bir özdeşliklerden bahsediyoruz mesela bunların ispatını yapmaktan bahsediyoruz. Mesela bunun ispatını yaparken böyle bir yöntem kullanılabilir. Ya da farklı trigonometride mesela …. bence pek görsel olmasına gerek yok. Farklı materyaller kullanıp ispat yapıyorsak, bu anlatımda kullanılabileceği için daha kolay olabilir.	Ece
Şimdi kullanılabilir elbette matematikte de sonuçta teoremler var, onların ispatları açısından belki zor ispatlarda bunlar aşamalı olarak verilirse kullanılabilir ama örnek verin derseniz o biraz zor.	Rüya
Büyük ihtimalle matematik konularına da uyarlanabilir çünkü normal ispat yönteminden ayrı, farkı işte mesela diğer ispat yöntemlerinde dolayısıyla, böylece diyerek altlara geçiyorduk. Bunda işte normal ispatlarda yazıp, karşısına gerekçesini yazıyoruz. Büyük ihtimalle olabilir yani matematikte de kullanılabilir.	Gönül
Geometride bana bıraktığı izlenim olarak kullanılması faydalı olabilir ama tabi bunu deneyip görmek lazım.	Rüzgar
Ben mutlaka kullanılır diye düşünüyorum. Neden, teoremlerde önemli olan bence adım adım gitmek. Her adımı sırasıyla anlamak önemli. Bu yöntem de bize bunu sağlıyor …. İlişkilendiriyor, bir öncekiyle ne alakası olduğunu biz anlıyoruz, görüyoruz. Bence çok faydası olur.	Emre
Kesinlikle olur bence. Yani işte dediğim gibi teoreme nereden başlayacak çocuk, lisede şu anda teorem ispatları yapılması gerekiyor zaten …. Hani orada teorem veriliyor ama yönlendirici bilmiyorum, böyle basamak basamak verilse alıştırılsa, özellikle alt sınıflar için mesela ispat girişte çok daha yararlı olur. Onun için de ispat deyince böyle korkmaz gözü.	Nehir

T(K2) Matematiğin Bazı Konuları için Kullanışlı	
... yani belki bazı konular için uygulanabilir ama hepsinde uygulanabileceğini zannetmiyorum.	Mine
Uygulanabilecek konular var ama her konuya da tabi uygulanamayabilir .... Matematikte şöyle, pür matematik dediğimiz kavramın içindeki çoğu konuda uygulanamayacağını düşünüyorum bunun ... Çünkü basamaklar arasındaki geçişler bazen hemen görülmeyebiliyor. İşlem yapmak gerekebiliyor, bu da basamakları sürekli verilirse mesela ÇSİ'de o zaman kırk elli tane basamak olması lazım. O da çok uzun olur zaten, gerekenden uzun olur.... Kullanışlı olmaz ama matematiğe de tabiî ki bazı konularda uygulanabilir hatta iyi de olur.	Selçuk
Matematik öğretiminde de kullanışlı olabilir. Yani, konusundan konusuna göre bence farklılık değiştirebilir ama bence kullanışlı olabilir. Her konuda tabi ispat yapamayız ... Mesela trigonometriyi anlatırken trigonometrideki formülleri çemberden yararlanarak yaptığında hem çember konusunda öğrenci fikir sahibi yani bilgilerini hatırlayacak hem de trigonometride de daha iyi bir yere oturtmuş olacak bence faydalı olur.	Ayşe
... lisede verilen teoremler ya da nasıl uygulanabilir o kısımla ilgili çok bir fikrim yok açıkçası. Kendi lisans düzeyimde düşünürsem aslında çok faydalı olabilir.... Aslında matematikte de şeyde belki limit hani sağdan limit var soldan limit var sürekliliğe buradan geçebilirim. Sürekliyse hani şu basamaklar vardı ya sürekliyse zaten limit var demektir falan onları mesela adım adım yaklaşıldığında gösterebilir belki ama çok şeyim yok yani o konuda kapsamlı bir düşüncem yok.	Tuba
Matematik konularını düşünürsem ... bir kere şöyle diyeceğim yine ÇSİ'ye baktığım zaman biz hep geometri üzerinden ele aldığımız için ... eee şekiller üzerinden bazı sonuçlara vararak aşağıdaki yazımları yapıyoruz, ifadeleri ve onun açıklamalarını. Ama mesela matematiksel ifadelere geldiğimiz zaman, hani mesela bir limit teoreminin ispatı ne bileyim başka bir şey, sanki birazcık zormuş gibi geliyor bana ÇSİ ... Sanırım, uğraşsak belki olur da ama tam hani matematik üzerindeki uygulamalarını görmediğim için aklıma tam somut bir şey gelmiyor açıkçası ama sanki geometriye nazaran biraz daha zormuş gibi düşünüyorum ama ...	Volkan
T(K3) Matematik Eğitiminde Kullanışlı Değil	
Ben geometriye daha uygun görüyorum, yani matematik ... Yani şu bakımdan söyleyeyim. Matematik programında beceri olarak ispat yok, ispat becerisi yok ve ispatlama da çok fazla yapılmıyor. Benim gördüğüm kadarıyla, burada aldığım derslerden dolayı zaten konuyu da ben anlatmıştım ortaöğretim matematik programını, oradan böyle bir çıkarımda bulunuyorum. Matematikteki ispatlar ... ya yine uygulanabilir bu ispat yöntemi ama çok fazla olmadığı için pek yararlı olacağını düşünmüyorum. Geometri programı buna daha uygun diye düşünüyorum.	Recep

K1'de matematik eğitiminde ÇSİ'lerin kullanışlı olacağını belirten ÖA'ların ifadeleri yer almaktadır. Bu kategoride 6 ÖA bulunmaktadır. Ece kullanılabilir olma sebebini anlatımda kolaylık sağlaması ile ilişkilendirmiştir. Rüya zor ispatlarda aşamalı olarak ÇSİ'nin kullanılabileceğini ifade etmiştir. Gönül ise gerekçe yazma özelliğinin matematikte de kullanılabileceğini vurgulamıştır. Kesinlikle uygun olduğunu ifade eden Emre ve Nehir ÇSİ'nin basamaklı yapısını bu durumun sebebi olarak belirtmiştir. Rüzgar ise herhangi bir sebep belirtmemiştir.

K2 matematik eğitiminde ÇSİ'lerin bazı konularda kullanışlı olacağına dair söylemlerden oluşmuştur. Bu kategoride 5 ÖA bulunmaktadır. Diğerlerinden ayrı olarak Selçuk pür matematikte kullanımının uygun olmadığını belirtmiştir. Tuba ise lise düzeyinde bir fikri olmasa da lisans düzeyinde bazı konularda kullanılabileceğini ifade etmiştir. Neden bazı konularda kullanabileceğinin açıklamasını yapan Volkan, görsellik durumunu öne çıkarmıştır.

K3 ise geometriye matematikten daha uygun olacağını belirten tek bir ÖA'dan oluşmaktadır. Recep, matematik programında ispat becerisi olmadığı ve ispatlara çok fazla yer verilmediği için matematik eğitiminde kullanışlı olmayacağını belirtmiştir.

ÖA'ların büyük bir kısmı (tümüyle ya da bazı konularda) matematik eğitimi için ÇSİ'lerin kullanışlı olabileceğine dair görüş belirtmiştir. Kullanışlılık durumlarının ÇSİ'nin yapısal özellikleriyle ilişkilendirildiği söylenebilir. Bu özellikler aşamalı ve basamaklı ilerleme ve gerekçe yazmadır. Sadece 1 ÖA uygun olmadığını ifade etmiştir. Matematik programında ispat becerisinin olmamasını da bunun sebebi olarak sunmuştur.

Soru 5: *Bir öğretmen adayı olarak sizce ÇSİ'lerden en iyi yararlanma yolu nedir?*

ÖA'lara bu soru yöneltildikten sonra, ÇSİ'den yararlanma yollarını ders süreci içinde düşünmeleri istenmiştir ve dersin hangi kısmında kullanılmasının uygun olacağına dair yorum yapmaları istenmiştir.

ÇSİ'lerden en iyi yararlanma yolu nedir sorusu tema olarak belirlenmiştir. Bu temanın altında 5 kategori oluşturulmuştur. Bu kategorilerin ilk 4'ü, ÖA'lara uygulamada sunulan ÇSİ sırasıyla paralellik göstermiştir. Uygulamada, 1. Grup ispatlarda ifadeler verilmiş gerekçeler ÖA'lardan istenmiştir. 2. Grup ispatlarda gerekçeler verilmiş, ifadeler istenmiştir. 3. Grup ispatlarda her iki tarafta farklı basamaklarda boşluklar bulunmaktadır. Son grup olan 4. Grupta ise hem ifadeler hem gerekçeler sütununun ÖA'lar tarafından doldurulması istenmiştir. Son kategoride ise, ders sürecinin tümünde ÇSİ'lerin kullanılabileceğine yönelik ÖA ifadeleri bulunmaktadır.

Tablo 9

ÇSİ'lerden En İyi Yararlanma Yolları Teması ve Kategorileri

T(K1) Birinci Grup İspatlardan Yararlanma Yolları	
Mesela ilk ön öğrenmeleri ölçmede kullanılabilir. Yarı yarıya boş bıraktığın zaman öğrenci onu takip ederek neyin nereyle ilişkili olduğunu ...	Emre
Birinci grubu, onu dersin başında kullanabilirim, yani o dersi anlatmadan önce. Öğrenci mesela verilen ifadeleri anlamlandırabiliyor mu biliyor mu ne anlama geldiğini? Ve bunun gerekçesinin ne olduğunu söyleyebiliyor mu sözel olarak, bunu söyleyemiyorsa zaten ya da bilmiyorsa, demek ki benim daha öncesinden öğrencinin eksik olduğu bilgiler var ki onlara daha fazla mesela zaman ayırmalıyım, onları öğretmeliyim. Onu işte dersin başında kullanabilirim.	Mine
Konunun en başında da değil, konuyu öğrettikten sonra, teoremi verdikten sonra bunun ispatını görmek çocuk için daha kalıcı olabilir. Ondan sonra uygulamalarını vermek bence mantıklı. Dersin ortasında yani. Hangisi olabilir, çok büyük ihtimal birinciden başlarım. Önce ifadeler var gerekçeleri öğrencilerin yazmasını isterim, çünkü bunu genellikle hepsi yapabilecek düzeyde.	Gönül
Yeni konuya girişte bir ön bilgiler bir yoklanmalı yani öğrencide hani var mı yok mu, hani o ispat için gerekli ön bilgiler. Girişte hemen ondan sonra bence yapılabilir. (...) O zaman girişte şöyle bir şey yapılabilir. Girişte dediğim gibi o ilk başta ifadesi verilir, açıklaması istenir. O da ön bilgileri yoklamak adına mı yapılabilir acaba ... Ama o da bir teoremin ispatı olduğu için ... Aslında öyle de verilebilir.	Nehir
Gerekçeleri istiyorduk. Bu biraz da konuyu pekiştirmek amaçlı, kavramları öğrencinin daha iyi öğrenmesini sağlamak amaçlı olabilir.	Ayşe
Konuyu bilmiyor olsa bile orada verilen özelliklerin neye karşılık geldiğini bulabilir. Birinci grup dersin girişi için önemli gibi geldi bana.	Tuba
Birincisinde daha çok kavrama yönelik, ya da bu bize anlatmak için de olabilir, hani olayın ne olduğunu tam bilmediğimiz için. Ya birincisinde kavrama yönelik çünkü neden, bütün adımlar verilmiş bunların ne olduğunu yazıyoruz. Yani bu başlangıç olarak kullanılabilir bu açıdan.	Rüzgar
T(K2) İkinci Grup İspatlardan Yararlanma Yolları	
İkinci grup olarak da matematiksel ifadeleri yazması isteniyordu. Bu biraz daha ileri seviyede çünkü öğrenciler hani sözel olarak ifade edebilir ama matematiksel olarak yazamayabilirler yazım yanlışları yapabilirler.	Ayşe
İkinci grup. Eğer bir önceki konuyla ilişkili bir şey geçiyorsa ikinci grubu da başta kullanabilirim ...	Tuba
Hani, bir ve iki başta kullanılabilir.	Rüzgar
T(K3) Üçüncü Grup İspatlardan Yararlanma Yolları	
Değerlendirme olarak kullanabilirsin, değerlendirmeye geçmeden mesela konunun uygulamasını yaparken de kullanabilirsin. Nasıl desem mesela öğrenciye ispatı verdik bununla yani hemen hemen aynı yollarla yapılabilecek başka ispat veririz, öğrenci bunu aynı ifadelerle gerekçeleri kullanarak yapabiliyor mu hani derstekine uygun olarak.	Ece
Üçüncü grup karışık olan kullanılabilir. Bir ölçme aracı olarak kullanılabilir ama tercih edileceğini pek sanmam ki öğrenmede kullanılabilir hazır olarak öğrencinin eline vererek, kendimiz de tahtada anlatarak bence çok etkili olacağını düşünüyorum.	Emre
Değerlendirme aracı olarak kullanılması ... Yani ben o şekilde kullanırdım. (...) Üçüncü veya dördüncüsünü.	Selçuk

Üçüncü grup daha böyle konunun sonlarına doğru bakalım öğrenmiş mi hem gerekçeleri ifade edebiliyor mu. Adımları gidebiliyor mu ne yapıyor şeklinde uygulanabilir.	Tuba
(...) daha sonra boşluklu olanlar ortada, en son da artık hepsini kendisinin yazması öğrencinin dersin sonunda kullanılabilir.	Rüzgar
T(K4) Dördüncü Grup İspatlardan Yararlanma Yolları	
Değerlendirme, öğrencinin nerede takıldığını görmek için hani iki tarafta da boşlukların olduğu bir yöntem [grup demek istiyor] var hani ifadelerde ...	Ece
Evet değerlendirme amaçlı da onu kullanabilirim, dördüncü grubu.	Mine
Değerlendirme aracı olarak kullanılması ... Yani ben o şekilde kullanırdım. (...) Üçüncü ve ya dördüncüsünü.	Selçuk
Sondan başlayayım, yazılıda kullanmak tabi ki seçici olur, öğrenci açısından hani çalışıp çalışmadığını görebilir ama ... Şimdi sınav zamanı açısından belki zorlanır ya da karıştırabilir belki bildiği basamakları.	Rüya
Değerlendirmede bir kere kullanılabilir, kesinlikle kullanılabilir. (...) Değerlendirmede en son grup tabi ki de.	Nehir
Dördüncü grup değerlendirme kullanılabilir gibi geldi bana.	Tuba
(...) daha sonra boşluklu olanlar ortada, en son da artık hepsini kendisinin yazması öğrencinin dersin sonunda kullanılabilir.	Rüzgar
T(K5) Tüm Gruplardan Yararlanma	
Süreç içinde, nereden geldiği nasıl olduğu, bu ispat yöntemi ona çok uygun. Süreç içinde, tamamına da yayabiliriz. Bence dersin anlatımının sonunda uygulanması biraz saçma olur, o süreç içinde olmasını şey yapıyorum. Dört grubun, şöyle hepsini kullanırım. Çünkü birinci grubu görmeden sonuncu grubu yapamaz bence öğrenci. Kademeli olduğunu düşünüyorum.	Recep
Bunu görmek için hani öğrenmiş mi diye, değerlendirme aşamasında kullanılabileceğini düşünüyorum. Ama tabiî ki bu ağır bastığında tabiî ki söylemlerinde dersin başında ya da hiç bilinmeyen bir konuyla alakalı o teoremi verip de onu ispatlandırması yine kendi keşfedeceği için kendisi bulacağı için öğrenmesinin daha kalıcı olacağını düşünüyorum.	Volkan

ÖA'ların bu soruya verdikleri cevaplar uygulamadaki gruplara göre kategorilendirilmiştir. Her ÖA'nın tüm gruplara yorum yapmaması nedeniyle, kategorilerdeki ÖA sayıları değişkenlik göstermektedir. Bunun yanı sıra birden fazla grup için ifadeleri bulunan ÖA'ların ifadeleri farklı kategorilerde kullanılmıştır.

1. grup ispatların kullanılma yolları hakkında 7 ÖA'nın ifadesi bulunmaktadır. Bu gruptaki 3 ÖA, bu grubun dersin başında kullanılması gerektiğini belirtmiştir. Diğer ÖA'lar ise, ön öğrenmelerin sağlanmasında, kavram öğrenmede ve konunun belli özellikleri verildikten sonra kavramları destekleme amaçlı kullanılabileceğini ifade etmişlerdir.

2. grup ispatların kullanılma yolları hakkında 3 ÖA'nın ifadesi bulunmaktadır. Ayşe, ileri seviyede kullanılabilir olduğunu belirtmiştir. Bunun

nedeni olarak da matematiksel ifadeleri yazmanın zorluğunu belirtmiştir. Diğer iki ÖA ise, dersin başında kullanışlı olabileceğini ifade etmişlerdir.

3. grup ispatların kullanılma yolları hakkında 5 ÖA'nın ifadesi bulunmaktadır. Bu gruptaki tüm ÖA'lar dersin sonunda değerlendirme amaçlı bu grubun kullanılabileceğini belirtmişlerdir. Ece ayrıca ders süreci içerisinde uygulama yaparken de kullanılabileceğini ifade etmiştir. Burada uygulamadan kasıt, konunun verilmesinden sonra pekiştireç olarak 3. grubun kullanılmasıdır.

4. grup ispatların kullanımı hakkında ise 7 ÖA'nın ifadesi bulunmaktadır. Bu gruptakilerin tamamı değerlendirme yapmak için bu grubun kullanılabileceğini belirtmiştir.

Recep ve Volkan ise, soruya diğer ÖA'lardan farklı bir yorum yapmışlardır. her iki ÖA'da süreç içerisinde her yerde her grubun kullanılabileceğini, spesifik bir kullanım yolu veremeyeceklerini belirtmişlerdir.

Soru 6: *ÇSİ'leri ileride kendi derslerinizde kullanmayı düşünür müsünüz? Neden?*

ÖA'lara yöneltilen bu soruda amaçlanan, ÇSİ'nin kullanım özellikleri hakkında katılımcıların düşüncelerini öne çıkarmaktır. Kişisel olarak yöntemin hangi özelliklerinin dikkat çektiğine dair de bir fikir vereceği söylenebilir.

Katılımcı ÖA'ların tümü bu soruya olumlu cevap vermiştir. Katılımcıların yarısı (Ece, Emre, Rüya, Gönül, Tuba, Volkan) net bir şekilde geometri derslerinde kullanacağını belirtirken, diğer yarısı matematik ya da geometride kullanacağını belirtmemiştir. Gönül adlı ÖA ise öncelikli olarak geometri dersinde kullanabileceğini ama matematikte de kullanılabilir olduğunu belirtmiştir.

3 ÖA, ÇSİ'leri derslerinde kullanacaklarını belirtmiş ancak ardından kullanım için belirli durumların var olması gerektiğini ifadelerine eklemişlerdir. Belirtilen durumlar, kişisel olarak bu alanda gelişim, yöntemin gelişimi ve öğrencilerin gelişimi şeklinde ayrılabilir. Mine, ÇSİ'leri derslerinde kullanabilmesi için kendini bu konuda yeterli görmesi gerektiğini belirtmiştir. Gönül, kullanım için, geometri ve matematikte çalışma yapılması gerektiğini öne sürmüştür. Ayşe ise ÇSİ'leri kullanmak için öğrenci seviyesinin yüksek olması gerektiğini belirtmiştir. Bunun sebebi olarak öğrencilerin ispata olan ön yargılarını öne sürmüştür.

***"Yeterli olduğumu düşünürsem** hani kendime güvenirsem o konuda yapabileceğimi düşünüyorum evet, kullanmayı düşünüyorum."* [Mine]

*"Özellikle geometride kullanırım ama bunun üzerine araştırmalar yapılıyor mu bilmiyorum, ilk defa sizin çalışmanız mı. **Eğer bu geliştirilirse,** birçok matematik konusuna da yayılırsa dersimde kullanmayı düşünürüm."* [Gönül]

***"Eğer öğrencilerim iyi olursa neden olmasın.** Ona göre çünkü dediğim gibi öğrenci açısından tutumdur, hani kendine güven açısından kötü bir etki yaratamaması için eğer seviyeleri biraz daha üst seviyedeyse kullanabilirim. (...) Öğrenciler şu açıdan bakabilirler, adı ÇSİ diye geçiyor bir kere ispat onlar için, ne olursa olsun kolay da olsa zor da olsa bir ispat olduğu için bir ön yargıları var, ondan dolayı. Ben onlara ne kadar anlatmaya çalışsam da öğrenciler ispat olduğu için üst seviyede bir şeymiş gibi düşünecekler."* [Ayşe]

ÖA'lara yöneltilen "Neden kullanırsınız?" sorusuna verilen cevaplar, ÇSİ'nin yapı, işlev ve kullanışlılık durumuna göre kategorilere ayrılmıştır.

Tablo 10

ÖA'ların ÇSİ'leri Derslerinde Kullanma Nedenleri Teması ve Kategorileri

K1 ÇSİ'nin Yapısal Özellikleri	
Bu hani hem çocuğun üniversiteye geçtiğinde de bölüm seçmese bile sonuçta ispat teorem bu şekilde ilerliyor, hani hem onun için yararlı olur hem de belirli bir aşama yani hani diyoruz ya problemin aşamaları oluyor çözüm aşamaları, hani onun için de yararlı olur yani bu, o yüzden kullanırım.	Rüya
Tabiî ki, bence öğrencinin hem ispatı anlaması hem görselliği sağlaması açısından güzel bir ispat yöntemi. Diğer yöntemleri kullanmaktansa, bunu kullanmayı tercih ederim.	Recep

K2 ÇSİ'nin İşlevsel Özellikleri	
(...) geometride etkili geldi bana, yani kullanabilirim.	Emre
Yaralı olur ya kesinlikle. Bizim için de mutlaka yararlı olur.	Nehir
(...) her konuya uyarlanmasının doğru olduğunu düşünmüyorum ispatın ama gerekli konularda da kullanılabilir bir görevi, işlevi var bence.	Selçuk
Bu neden diye sorulduğunda öğrencilere bunun kesinlikle mantığını vermek adına kullanabilirim diye düşündüm. Yani sonuçta bunları ezberleyin demek bana mantıksız geliyor ki yeni program da bundan tamamen kaçın diyor, ezbere tamamen karşı. Dolayısıyla bakın bu işte böyledir demek yerine kendileri çıkarsın keşfederek öğrensin, bu nasılmış bakın böyleymiş.	Tuba
Yok kesinlikle, bakış açısını geliştiriyor bir kere hani. Nasıl denir, orda bazı şeyleri görmen gerekiyor hani aslında bir şey yapıyoruz ama boşuna yapmıyoruz yani. Bir ek çizim yapıyoruz, ama bunu boşuna yapmıyoruz, oradan bir çıkarım elde ediyoruz. O çıkarım üzerinden işte eşitlik, yerine koyma gibi şeyler vardı hani neyi ne için yaptığımızı gösteriyor ya hani.	Rüzgar
K3 ÇSİ'nin Kullanışlılık Durumu	
Ama geometride bu şekilde anlatmak biraz daha zor oluyor öğrenciye hani göstermek ifade etmek daha zor oluyor bence. Öğrenciye diyorum ya sadece formülü yazıp geçmek yerine bu şekilde bir anlatım yapmak bunu göstermek ... Çünkü ben lisedeyken bunları çok şey yapıyordum, aaa hoca gösterdi, daha çok ilgimi çekiyordu benim.	Ece
ÇSİ olmasa bile hani, az önce de söylediğim gibi, öğrencinin aktif olması bizim için daha önemli. Artık değişen program şeklinde de bakarsak olaya, o yüzden hani ispatı kullanmak gerekli olduğunu düşünüyorum. ÇSİ de hani geometride uygulanabilir kolay bir yöntem olduğu için, neden uygulamayayım bence kesin uygularım.	Volkan

K1'de iki ÖA'nın ifadesi bulunmaktadır. Bu iki ÖA, ÇSİ'yi derslerinde kullanma nedenleri olarak yöntemin yapısal özelliklerini öne çıkarmışlardır. Rüya, ÇSİ'nin aşamalı ilerleme durumu nedeniyle kullanacağını belirtmiştir. Recep ise ÇSİ'nin görselliği sağlama özelliği nedeniyle derslerinde kullanacağını ifade etmiştir.

K2'de derslerinde neden ÇSİ kullanacağına, yöntemin işlevsel özelliklerini öne çıkararak cevap veren ÖA'ların ifadeleri bulunmaktadır. İlk üç ÖA, kısa ifadeler ile nedenlerini belirtmişlerdir. Emre, etkili bir yöntem olduğunu, Nehir yararlı olduğunu belirtirken, Selçuk bir işlevi olduğunu ifade etmiştir. Tuba ve Rüzgar'ın ise bu konuda daha açıklamalı ifadeleri bulunmaktadır. Tuba, ispatın mantığını öğrencilere öğretme ve onları ezberden uzaklaştırma için yöntemi kullanacağını ifade etmiştir. Rüzgar ise bakış açısı geliştirdiğini belirtmiştir. Ardından Tuba'nın yorumuna benzer şekilde, ispatların nasıl oluştuğuna dair fikir üretmede yardımcı olduğunu ifade etmiştir.

K3'de ise, yöntemin kullanışlılık durumuna yorum yapan ÖA'ların ifadeleri bulunmaktadır. Bu kategoride 2 ÖA vardır. Ece, anlatım yapma ve ispatları göstermede kolaylık sağlaması nedeniyle ÇSİ'leri kullanacağını ifade etmiştir. Volkan ise, programda var olması ve kolay bir yöntem olması nedeniyle kullanacağını belirtmiştir.

Kategoriler içerisinde, ÇSİ'nin işlevsel özellikleri nedeniyle derslerde kullanılır olduğuna yönelik ifadelerde yığılma olduğu görülmektedir.

***Soru** 7: Size sunulan dört farklı grup ÇSİ'yi kendi içinde kıyaslarsanız ne söyleyebilirsiniz?*

Çalışmanın uygulama sürecinde ÖA'lardan hepsi ÇSİ yöntemine göre hazırlanmış dört farklı grup ispatı yapmaları istenmiştir. Birinci grupta ifadelerin tamamı verilmiş bu ifadelerin gerekçeleri ÖA'lar tarafından tamamlanmıştır. İkinci grupta gerekçeler verilmiş ve ifadeler sütununu ÖA'lar tamamlamıştır. Üçüncü grupta, her iki sütunda karışık olarak verilen boşluklar doldurulmuştur. Son grupta ise sadece ispatlanması istenen teorem verilmiş, ÖA'lar hem ifadeler hem gerekçeler sütununu oluşturmuşlardır.

ÖA'ların bu grupların hangi özelliklerini ön plana çıkardıklarını öğrenebilmek amacıyla soru yöneltilmiştir.

Katılımcıların bazıları hangi grubu sevdiğini belirtmiştir.

" (...) en çok sevdiğim de üçüncü tür oldu çünkü boşluk doldurma şeklinde geçiyordu." [Selçuk]

"Ben üçü çok sevmiştim, karşılıklı doldurulanı." [Rüya]

"En çok sevdiğim birinci yöntem diyebilirim, ifadeler verilmiş biz bunların gerekçelerini yazmak daha kolay geldi ama burada gerekçeyi yazarken de biliyorum ama ifade etmekte zorlanıyorum." [Gönül]

ÖA'ların cevaplarının analizinin ardından öncelikle ÇSİ gruplarının karşılaştırılması teması oluşturulmuştur. Bu tema iki alt kategoriye ayrılmıştır. Bu kategoriler, ÖA'ların grupların geneline yönelik görüşleri ve ÖA'ların gruplara yönelik ayrı ayrı görüşleri şeklindedir.

Tablo 11

ÇSİ Gruplarının Karşılaştırılması Teması ve Kategorileri

K1 ÖA'ların Grupların Geneline Yönelik Görüşleri	
Mesela şöyle bir sıralama yapabilirim hani önce ifadeler verilmiş biz gerekçelerini yazdık sonra gerekçeler verilmiş biz ifadelerini yazdık, mesela bunları yaparken çok zorlanmadım ama önce bunların verilmesi gerekiyor ki sonra her iki kısmın da boş olduğu son grup vardı ya mesela onu direkt öğrenciye verirsek zorlanabilir. (...) Evet, kademeli gittiğini düşünüyorum ve bu şekilde daha iyi olacağını düşünüyorum.	Ece
Başlangıçta mesela ilk üç grubu görmeseydim ben önüme o verilseydi yapamazdım ben. Dördüncü grup kesinlikle dört olarak verilmeli yine ...	Mine
Aslında yok, dediğim gibi o sırada verildiği zaman geçiş çok rahat oluyor. Benim için öyle oldu bilmiyorum nasıl olur da lise öğrencisi için. Yani hepsi de kullanışlı geldi bana ama ...	Nehir
Şöyle diyeyim, yine derse göre değişir de. (...) ama tabi dersin gidişatına göre bakmak lazım. Gidişatında birinci grup gerekiyorsa, kolay bir konuda, birinci grup uygulanması yararlı. Yani hepsi kullanılabilir bence.	Recep
Bu kullanım alanına bağlı hani biraz önceki sorduğunuz soruya bakarsak hani. Birinci, bir ve iki daha başlarda kullanılabilir daha çok olayın anlaşılması açısından. Son aşama artık kavrama gerçekleşmiş artık bir şeyleri değerlendirmek istiyoruz hani, farklı alanlara yayıldığı için tam olarak birbiriyle kıyaslama değil de hani dediğim gibi birisi giriş için birisi daha çok değerlendirme için kullanılabilir gibi diyebiliriz belki. Direkt hani birbirleriyle kıyaslama anlamında kullanım alanı açısından fark var diyebilirim.	Rüzgar
Mesela değerlendirme olarak biraz önce dile getirmiştim ama değerlendirme kısmı mesela en son dördüncü grup, bence bir değerlendirme olabilir. Ama diğerleri, mesela ders içinde etkinliklerde de kullanılabilir, eğer geometriyle ilgili bir etkinlik hazırlarsak ispat üzerine eee o etkinlik üzerinden ikinci üçüncü gruplar da ne bileyim onun içine girebilir. Konu işleme esasında yine konu başında mesela o birinci grup verilebilir.	Volkan
Kullanışlılık açısından onu da bence çıkartamam, çünkü aynı şeyde, mesela kimisinde ben matematiksel ifadeyi öğrenciye kazandırmak istiyorum bu bunun özelliği gibisinden hani ya da her seferinde matematiksel ifade olmuyor, öğrencilerin öğrenmesi için sözel bir ifade de kullanmam gerekiyor bunun için de hani mesela diğeri olmuş oluyor. Onda da ben kesin bir ayrım yapamam.	Ayşe
K2 ÖA'ların Gruplara Yönelik Ayrı Ayrı Görüşleri	
[3.Grup] *mesela hani ifadeler kısmı belki yazamadığı yerde orada verileni gerekçesinde yazabiliyordu ve ya gerekçesinde zorlandığı yerin verilmesi ifadesini yazmada kolaylaştırıyor. Daha rahat,* ***dört*** *daha rahat bir kere tabi hani değerlendirmeye bağlı basamaklar arasındaki yanlışlıklar ya da doğruluklar onlara girmeyeyim hiç ama yine de kendi cümlelerinle ifade ediyorsan, daha rahat ediyorsun.* ***Bir ve iki*** *de onlar da hani güzeldi, sonuçta ifadelerin hangi gerekçelere ait olduğunu bilmek ya da gerekçelerin hangi ifadelere ait olduğunu bilmek önemli ama işte bilmediklerinde gerekçede ya da ifadede boşluklar olabiliyor.*	Rüya
Üçüncü *ispatta [grupta demek istiyor] yarı yarıyaydı. Karışıktı, bence o daha etkili. (...) Neden, çünkü her iki taraftan ilişkileri bazı yerlerde kendim kuruyorum öteki tarafta bazı yerlerde kendim kuruyorum. Bende daha etkili oldu mesela çift taraf olunca,* ***dördüncüsü*** *çok zor geldi, istenilen ne tam olarak onu bilemedim mesela tamamen boş olduğu zaman gerçekten çok zor oldu.* ***Birinci ve ikincide*** *daha lisede*	Emre

mesela seviyesi düşük olanlar için yapılabilir.	
Onlarda hani matematiksel kelimeleri notasyonları çekmekte biraz zorluk çektim. O zaten ***birincisi*** *yorumlama.* ***İkincisinde*** *biraz zorlandım, çünkü gerekçeler verilmiş, ifadeler matematiksel olarak bunları yazacağım. Hangi üçgenden hangi uzunluktan bahsettiğini anlamakta zorluk çektim,* ***üçüncüsü*** *sağda da solda da ifadelerde de gerekçelerde de bazı şeyler verilmiş ve birbirleriyle bağlantılı olarak alt alta gittiği için o da gayet güzel keyifliydi.* ***Sonuncusunu*** *gördüğümde ben dedim herhangi bir şey yapamayacağım ifadeler gerekçeler hiçbir şey yok. Ama onda da hani çok başarısız olduğumu düşünmüyorum. Kendimiz de çabalayarak hiçbir ipucu olmadan da yapabiliriz.*	Gönül
*Bunlar zaten bilindik şeyler niye bir daha yazma ihtiyacı duyuyoruz ki diye bir zorlandım orada ifade etmede de çok zorlandım [****1. Grup****] (...) İşte ne yapıyoruz, önce verilen, verilenlerden hangisini kullanmalıyım önce ya da ikisini bir arada mı yazmalıyım. Buradan nereye geçebilirim hani bunu niye vermiş amacı ne diye düşünerek ... [****4. Grup****]*	Tuba
Dördüncü grup olan, daha bir soyut becerilere daha çok hitap ediyor. Yani daha fazla öğrenciyi düşündürüyor, şey yapıyor.	Recep

K1 de ÇSİ'lerin belirlenen 4 grubuna yönelik genel bir görüş ifade eden ÖA'ların söylemleri yer almaktadır. Bu kategoride, Ece, Mine ve Nehir ÇSİ'lerin uygulamadaki veriliş sırası üzerinden yorum yapmıştır. Bu üç katılımcı da veriliş sırasını doğru bulduklarını belirtmiştir. Bunun nedeni olarak da ilk grupların yöntemi öğrenmeyi sağladığını ifade etmişlerdir. Ayrıca ilk grupların verilmemesi durumunda son grubun oluşturulmasında sıkıntı yaşanacağında bu üç ÖA hemfikirdirler.

Bu kategoride yer alan diğer 4 ÖA ise, grupların özelliklerine farklı bir açıdan yaklaşarak yorum yapmışlardır. Recep, dersin gidişatına göre grupların kullanılması gerektiğini belirtmiştir. Ayrıca kolay bir konuda birinci grup ispatların kullanılması gerektiğini ifade etmiştir. Bu durum aslında ispatların basitten zora doğru gittiği fikrine sahip olduğunu gösterebilir. Rüzgar, Volkan ve Ayşe ise farklı örnekler verseler bile temelde grupların kullanım yerine göre farklılık göstereceklerini belirtmişlerdir.

K2 ise ÇSİ grupları hakkında ayrı ayrı görüşlerini bildiren ÖA'ların ifadelerinden oluşmuştur. Ancak bu gruptaki ÖA'lardan bazıları 4 grup için de yorum yaparken, bazıları bir ya da iki grup hakkında yorum yapmışlardır. İfadelerin içeriklerinin birbirlerine bağlı olması nedeniyle, gruplara yönelik yorumlar kategori altında ayrılmamıştır. Ancak genel bir kıyaslama yapabilmek adına gruplar için belirtilen özellikler aşağıdaki gibi özetlenebilir.

Tablo 12

ÇSİ'lerin Grupsal Özellikleri

- İfadeleri oluşturmak zorlayıcıdır. - Alt seviye için kullanışlıdır. - Yorum yapmaya dayalıdır (gerekçe yazılması nedeniyle).	1.Grup
- Alt seviye için kullanışlıdır. - Gerekçenin hangi ifadeyi istediğini anlamak zorlayıcıdır.	2. Grup
- Basamaklar arası ilişkiyi görmeyi kolaylaştırıcıdır. - Bağlantılı şekilde ilerleme sağlayıcıdır. - Daha etkilidir.	3. Grup
- Kişisel gerekçeleri kullanma rahatlığı sağlar. - Daha kompleks düşünmeyi gerektirir. - Tamamlamak diğerler gruplardan daha zordur.	4. Grup

1. ve 2. gruplar için alt seviyede daha kullanışlı olacağına dair yorum ortaktır. Burada alt seviyeden kasıt öğrencilerin geometri ya da matematiği bilme durumlarıdır. 1. Grupta, yapısına da uygun olacak şekilde gerekçeleri yazmanın yoruma dayalı olduğu ve zorlayıcı olabileceği belirtilmiştir. Benzer şekilde de 2. Grup için gerekçelerin ifadeleri yazmada sıkıntı yaşanabileceği belirtilmektedir. 3. Grubun ise farklı basamaklarının boş olmasının, ispatın genel halini görmeyi ve bağlantıları kurmayı kolaylaştırdığı ifade edilmiştir. 4. Grup için ise diğerlerinden farklı olarak daha çok ve kompleks düşünme gerektirdiği belirtilmiştir.

Belirlenen tema dâhilindeki ÖA'ların ÇSİ'leri kıyaslarken yapısal ve işlevsel özelliklerine dikkat çektikleri belirtilebilir. İlk kategorideki ÖA'lar, ÇSİ'nin işlevsel özelliklerine odaklanmışlardır. Grupların dersin hangi kısmında ve nasıl kullanılması gerektiği karşılaştırmada onlar için ön plana çıkmıştır. İkinci kategorideki ÖA'lar ise, ispatların yapısal özellikleri üzerinden yorumlarda bulunmuşlardır. Grupların yapısal özelliklerinin hangi durumlarda öne çıktıklarını belirtmişlerdir.

***Soru 8**: Size en kolay gelen ve en zor gelen ÇSİ grupları hangileridir? Neden?*

4 grup ÇSİ'nin ÖA'lar için hangi özelliklerinin öne çıktığını görebilmek amacıyla bu soru oluşturulmuştur. Kolay ve zor olan ÇSİ grupları ve nedenleri temasının altında birinci kategori *kolay* ÇSİ grupları ve nedenleri, 2. kategori *zor* ÇSİ grupları ve nedenleri olmak üzere ikiye ayrılmıştır. İlk kategori kendi içerisinde 3 alt bölüme, ikinci kategori ise 4 alt bölüme ayrılmıştır.

Tablo 13

Kolay ve Zor Olan ÇSİ Grupları ve Nedenleri Teması ve Kategorileri

K1 Kolay olan ÇSİ Grupları ve Nedenleri	
K1(B1) Birinci Grup	
En kolay gelen birinci gruptu. Yani ifadeler zaten yabancı olmadığımız ifadelerdi, oraya bakarak sadece bunun gerekçesinin ne olabileceğini düşündük. Öyle düşündüm yani, bu diğerlerine nispeten daha basit geldi.	Selçuk
En kolay gelen tabi ki birinci yöntem, ispat yapılmış biz bunu yorumluyoruz ama en zor gelen de herhalde ikinci yöntem diyebilirim gerekçesi verilmiş ...	Gönül
Bu grup daha açıktı.	Emre
K1(B2) Üçüncü Grup	
En kolay gelen grup benim için şey oldu iki tarafta da basamakların boşluk olduğu grup oldu. [Neden?] Bilmem, hani takip etmek daha kolay geldi. Bir üst basamaktan alt basamağa geçerken zaten mesela ben ifadeyi gördüğümde a bunun gerekçesi bu olmalıydı içimden geçiriyorum bakıyorum evet doğru şeymiş. Bunu görmek uygulamasını görmek açısından doğru olduğunu görmek için bence uygun oldu.	Ece
(...) en kolay gelen de üçüncü gruptu. (...) Hep böyle arada boşluklar olduğu için mesela birinde kaçırdığın bir ifadeyi diğerinde, bir sonrakinde yakalayabiliyorsun aslında o yüzden.	Mine
Üç kolaydı ama dört de zevkliydi.	Rüya
K1(B3) Dördüncü Grup	
Mesela şeyde de çok rahat geldi, bana en sondaki. (...) Hiç düşünmezdim, gerçekten düşünmezdim. Çünkü bilmiyorum, belki yol yöntem öğretiyor sana.	Nehir
En kolay gelen dördüncü. (...) dördüncünün daha zor olacağını düşünüyordum ama dördüncüde daha rahat yaptım.	Ayşe
(...) dördün mesela ilkinde bocaladım ama diğerleri kolay geldi bana. Ne yaparız ne yaparız ilk başta öyle konuştuk falan böyle çok zor olur herhalde dördüncü dedik ama onda çok daha rahat ilerledim.	Tuba
Bana en kolay dördüncü grup geldi, çok şeydir ama. Çünkü ben öncekileri yaptığım için.	Recep
En kolay en son yaptığımdı, neden, çünkü artık bir şeyleri kavradıktan sonra daha kolay gelmeye başladı.	Rüzgar
Enteresan bir şekilde aaai bunu yaparken de sizle paylaştım, bana en kolay gelen en sonuncuydu. Anlamlandıramadığım bir şekilde neden bilmiyorum. Eee sanırım daha özgür hissettim kendimi. (...) Yani çünkü iki taraf da boş, her şey benim elimde, ona yol	Volkan

vermek şekillendirmek. Yani çünkü diğerinde mesela şöyle bir şey de var, tek bir yöntem yok bildiğimiz gibi ...	
K2 Zor Olan ÇSİ Grupları ve Nedenleri	
K2(B1) Birinci Grup İspatlar	
Bir kere en çok zorlayan grup en baştakiydi çünkü daha önce karşılaşmadığımız bir şey olduğu için en baştakiydi. Hâlbuki zor olmadığını sonraki aşamalarda gördüm.	Rüzgar
En zor gelen de herhalde ilk olduğu için yani sonradan aslında zor gelmedi hiç biri ama hani ifadeleri verip gerekçelerin yazılması çünkü hani acaba iki basamağı kullanıp gerekçede onu kullanabilir miyiz? Uzun uzun mu yazmamız gerekiyor? Bu yüzden bir zorlanma yaşadım ama çok da hani sonradan öyle zor gelmedi bana.	Ece
Orda mesela ifade kısmında verilen şeyleri bir yere kadar getiriyor, gerekçesini yazıyor ama gerekçesini gördüğü şeyin ifadesini yazdırmakta yani onu bir yönlendirme var. İşte bu eğer orda verdiğin gerekçeyi bilmiyorsa, yani o konuda atıyorum bir eksiği var, mesela üçgenlerde çok basit bir örnek ne olabilir bu ikizkenar üçgenin özelliklerini bilmiyor ama işte o yüzden ifadeyi yazamıyor olabilir.	Volkan
İşte birinci grup çok zor geldi. İfadeleri yazmak bana zor geldi çünkü ben bu güne kadar geometride tanımdan ziyade özellikler üzerine bir şeyler öğrendiğim için bir şeyin tanımını verdim mesela doğru nedir, tam oturmuş değil hala. Onun tam açıklamasını bilmediğim için yazmakta zorluk çektim, hani bu budur deyip geçiyordum.	Tuba
K2(B2) İkinci Grup İspatlar	
Benim için ikinci tür çok zor oldu. Ya çünkü gerekçelere bakarak ifadeleri bulmakta baya zorlandım ... Hazır bir yol şeklinde düşünmüyorum onu ama bize daha önce hep öğretilen ispatlar ifadelere dayalıydı, hiç gerekçeleri çoğu zaman açıklanmıyordu. Biz de gerekçelerin ne olduğunu pek de önemsemedik açıkçası sadece ezberledik geçtik, o okul için konuşuyorum. Hani bundan dolayı, ifadeleri biliyoruz ama gerekçesi verildiği zaman onun ne gibi bir ifadesi olacağını bilmiyoruz. İkinci türde o yüzden zorlandım.	Selçuk
Ben gerekçeleri ifadelendirmede aslında zorlandım. Şimdi benim kendi cümlelerimle ifade ettiğim mesela ifadeleri gerekçelendirmede hani kendi cümlelerimle ifade ediyordum ama burada gerekçesi verileni nasıl sayısal ifade ederim ya da nasıl doğru ... Hadi onları geçtim ama zorlandığım kısımlar oldu orda, gerekçeleri ifadelendirmede zorlandım ben. Mesela ilk duyduğum gerekçeler oldu, nasıl ifade edeyim bocaladım yani.	Rüya
(...) en zor gelen de herhalde ikinci yöntem diyebilirim gerekçesi verilmiş olan ... Evet. O yolu bulmak zor geldi. Mesela ben hangisindeydi ispatı hatırlamıyorum ama farklı bir yoldan ispatlayacağım ama verilen gerekçeye göre farklı şeyler yazmaktayım hani onda biraz zorlandım. Belli bir ispat yönteminin sıralamasında gitmek zorunda olduğum için.	Gönül
İkinci grup, evet, gerekçeler verilip ispat yapma. Çünkü hangisini yapacağım belirli, kafamda bir yol var mesela, onlara o şeyleri uymuyor. Verilen gerekçeleri uymuyor.	Recep
K2(B3) Üçüncü Grup İspatlar	
Üçüncü grupta, düşünme sitemi olarak. Düşünme sistem, olarak biraz insan ... Aaa burayı yazacaktım bunu buraya yazacaktım falan, çok silme düzeltme çok yaptım yani onda mesela.	Nehir
Üç daha zor gelişti çünkü bağlantılarını arada kuramadım. Aralarda kimisinin gerekçesi yoktu kimisinin ifadesi yoktu, ilk baştakine göre olsa ben kendime göre bir düzen şekli yapıyorum ya da verileni kendime göre yorumluyorum mesela ama diğerinde aralarda yoktu bağlantıları verilmişti zaten benim oradaki ifadeleri yazmam gerekiyordu o yüzden ben biraz zorlandım.	Ayşe
K2(B4) Dördüncü Grup İspatlar	
En zor dördüncüsüydü tabiî ki. Ne istenildiğini aslında tam anlayamadım. (...) Yok hayır, dördüncüde şunu anlatmak istedim mesela üç adımda gösterebileceğim bir şeyi daha fazla çoğaltmada. Mesela iki adımda bitireceğim şeyi öğretmene mutlaka nereden geldiğimi göstermek istiyorum ama kendim göstermede bu sefer sıkıntı çekiyorum.	Emre
En zor gelen dördüncü grup (...) Çünkü nereden başlayacağımı bilmiyorum, hiç tüyo	Mine

yok. Başlıyorum mesela diyorum başka bir şey de mi eklemeliyim şuraya kendim. Çünkü bir yerde tıkanıyorsun. Neyi eklemem gerekiyor ki devam ettirebilmem gerekiyor. Onların hani bir şekilde kendi bulunması lazım, ipucu yoktu o yüzden.	

K1 de ÖA'ların kolay bulduğu ispat grupları ve nedenleri belirtilmiştir. 1. Grup ispatların kolay olma nedeni olarak ispatın zaten yapılmış olması durumunu göstermişlerdir. Bu ifadeleri paylaşan 3 ÖA bulunmaktadır. Verilen ifadelere sadece yorum yapılarak gerekçeler yazıldığını ifade etmişlerdir. 3. Grup ispatların kolay olduğunu belirten 3 ÖA mevcuttur. İlk iki ÖA, Ece ve Mine farklı basamaklardaki boşlukların takip etmeyi ve ispatı tamamlamayı kolaylaştırdığını ifade etmişlerdir. Rüya ise sadece kolay bulduğunu belirtmiş ancak nedeni hakkında bir açıklama yapmamıştır. 4. Grup ispatların kolay olduğunu belirten 6 ÖA bulunmaktadır. 3 ÖA ise neden kolay bulduklarını belirtmiştir. Recep ve Rüzgar bu grubun kolay gelmesini önceki grupları yapmış olmalarıyla ilişkilendirmişlerdir. Volkan ise grubun tamamen kendi ispat yollarını kullanabilmesi nedeniyle kolay geldiğini belirtmiştir.

K2 de ise ÖA'lara zor gelen ispat grupları belirtilmiştir. 1. Grup ispatların zor olduğunu belirten 4 ÖA bulunmaktadır. Rüzgar, yöntemle ilk kez karşılaşması nedeniyle bu grubun zor geldiğini ancak süreç içerisinde onun da zor olmadığını fark ettiğini belirtmiştir. Diğer üç ÖA, Ece, Tuba ve Volkan ise gerekçe yazmada sıkıntı yaşamaları nedeniyle bu grubun zor geldiğini belirtmişlerdir.

2. Grup ispatların zor olduğunu belirten 4 ÖA bulunmaktadır. Bu katılımcıların tümü verilen gerekçeye uygun ifade yazmanın sıkıntılı olduğunu belirmiştir. Kendi gerekçeleri olmamasından dolayı, ispatın hangi ifadeyi istediğini anlama hakkında sorun yaşadıklarını ifade etmişlerdir. Recep ayrıca kendi kafasında oluşturduğu ispat yolundan farklı bir yollar çıkması nedeniyle sorun yaşadığını belirtmiştir.

Nehir ve Ayşe, 3. Grup ispatların zor olduğunu belirten 2 ÖA'dır. Her ikisi de farklı basamaklarda boşluklar olmasının ispatın genel yapısını oluşturmada onlara sıkıntı yaşattığını belirtmişlerdir. 4. Grup ispatları zor bulan 2 ÖA ise, Emre ve Mine'dir. Emre, her basamağın gösterilmesi gerekliliğinin, ispatları uzattığını ve bu yüzden sorun yaşadığını belirtmiştir. Mine ise herhangi bir ipucu olmamasının zorluk yaşamasına neden olduğunu ifade etmiştir. Ayrıca ispata nereden başlayacağı konusunda sıkıntı yaşadığını belirtmiştir.

Temanın geneline bakılacak olursa, herhangi bir yöntemin zor ya da kolay olduğuna dair ÖA görüşlerinde bir yığılma olmadığı görülmektedir. Kategoriler ayrı ayrı incelendiğinde ise öne çıkan bazı durumlar söz konusudur. K1'de hiçbir ÖA'nın 2. Grup ispatları kolay bulduğuna dair ifadesinin olmaması dikkat çekmektedir. Bu kategoride 4. Grup ispatların kolay olduğuna dair daha fazla ifade olduğu görülmektedir. Ancak önceki grupların yapılması nedeniyle bu grubun kolay geldiğine yönelik ifadeler dikkat çekmektedir.

K2'de ise 1 ve 2. Grupların zor bulunmasına yönelik ifade sayısının aynı olduğu görülmektedir.

Soru 9: *Bildiğiniz diğer ispat yöntemleriyle ÇSİ'yi karşılaştırırsanız ne söyleyebilirsiniz?*

Görüşmede öncelikle ÇSİ biçiminin ve uygulamada verilen grupların kendi içerisindeki ÖA değerlendirmelerinin öğrenilmesi amaçlanmıştır. Bu soruda ise ÖA'ların bildikleri ispat yöntemleriyle ÇSİ biçimini karşılaştırmaları istenmiştir. Amaç, ÇSİ'nin diğer yöntemlerle ilişkilendirilme durumunu belirlemektir.

ÖA'ların ifadeleri iki kategoriye ayrılmıştır. Birinci kategoride bazı ispat yöntemleri ele alınarak karşılaştırmalar yapılan ifadeler yer almaktadır. İkinci kategoride ise genel olarak diğer yöntemlerle ÇSİ'leri karşılaştıran ifadeler bulunmaktadır. İlk kategori ayrıca, doğrudan ispat ve ÇSİ, olmayana ergi ve ÇSİ, tümevarım ve ÇSİ, sözsüz ispatlar ve ÇSİ şeklinde alt bölümlere ayrılmıştır.

Tablo 14

ÇSİ'lerin Diğer İspat Yöntemleriyle Karşılaştırılması Teması ve Kategorileri

K1 ÇSİ'lerin Genel Olarak Diğer İspat Yöntemleriyle Karşılaştırılması	
Şimdi biz şöyle, geometride çok ispat kullanamadık, kullandıysak da nereden geldiğini yine geometrik yöntemlerle gösterdik. Bu şekilde açıkça göstermenin mutlaka geometride daha etkili olacağını düşünüyorum. Matematik açısından pek düşünmedim ama daha iyi olabilir gerçekten. Yani şöyle diyeyim her ispat yönteminin kullanılacağı farklı yerler var, hepsini her yerde kullanamayız ama ben düşünüyorum ÇSİ'de kullanılabilecek alanlar olduğunu düşünüyorum.	Emre
Daha basitti, anlamlandırmam daha basitti, anlayabilmem daha basitti. Herhangi matematikteki bir ispatı, yani birisi anlatmadan anlayamayabiliyorum ya da anlamam çok zor oluyor, ama bunda daha kolay anlayabildim. (...) Kendi başıma yapabildim, evet kendim yaptım o da önemli. Çünkü diğerlerinde sadece anlayabiliyorsun ama ifade etmede zorlanıyorsun ispat yapamıyorsun anlayabilsen de. Burada kendim yapabildiğimi gördüm.	Mine
Daha kolay olduğunu söyleyebilirim öncelikle. Bir de daha pratik ya aslında daha böyle aşamalı aşamalı yapıyorsun. (...) Kullanışlılık yani diğerlerine göre daha kullanışlı bence. Her aşamasını görüyorsun zaten ki bocaladığın aşamalarda bile belli şeyler oluyor, ifadeler ya da gerekçeler o sıkıntılı değil yani.	Rüya
Çok daha rahat ya gerçekten. Rahat oluyor bir de daha zevkli geldi bana bilmiyorum niye ama. Kolay. [Ne bakımdan?] Oluşturma olarak, belli bir düzende gittiği için hani düzeni oldu için.	Nehir
Aslında, biraz farklı açılardan şöyle, ne diyebiliriz ... ya çok fazla ispat hani daha önce de bahsettim ya, çok fazla ispatla içli dışlı olmadığımız için şu ana kadar. Diğerlerine göre daha olumlu diyebilirim o zaman karşılaştırma yapmak gerekirse.	Rüzgar
K2 ÇSİ'lerin Doğrudan Diğer İspat Yöntemleriyle Karşılaştırılması	
K2(B1) Doğrudan İspat ve ÇSİ	
Mesela doğrudan ispatla kıyasladığımızda, öğrenci açısından akılda kalması çok kolay. Yani ispat yöntemi olarak kullanıldığında bir de ÇSİ yöntemi doğrusal ispat olabilir mi? Mesela bir matematikçi için doğrudan ispatla diğer ispat yöntemleri arasında hiçbir fark yoktur bu sadece o konuyu ispatlamakla alakalıdır. Ben ÇSİ yönteminin öğretim konusunda matematik öğretimi konusunda daha yararlı olacağını düşünüyorum. Matematiği ispatlama açısından değil ama o ispatı öğrenciye aktarma açısından daha yararlı olabileceğini düşünüyorum.	Selçuk
Demin de söylemiştim, bu öğrenciye daha çok hitap eden bir ispat şekli, öğrencinin anlamasını kolaylaştıran bir ispat şekli. Ben kendimden de örnek verdim mesela, lisede bildiğim klasik ispatı pek anlamazdım ya yapılan ispatı anlamazdım. Doğrudan ispatı anlamazdım. Böyle öğrencinin anlayabileceğini düşünüyorum, farklı şekillerde ispat yapabileceğini düşünüyorum. Bu yöntem bence daha iyi yani diğer yöntemlere göre. Daha verimli olur öğrencinin aklında kalması, öğrencinin ispatı anlaması, nereden geldiğini anlaması...	Recep
K2(B2) Olmayana Ergi ve ÇSİ	
Ya bence, mesela olmayana ergi yönteminde de baştan zorlanıyordum ama sonradan uyguladıkça, birçok örnekte bunu yapmaya çalıştıkça kolay gelmişti. Ama bununla kıyasladığımda bana bu yöntem daha şey geldi daha uygun, yani benim görüşüme göre. (...) Ben bunu daha rahat kullanıp daha rahat uygulayabilirim. Bu da nasıl diyeyim daha kolay ifade edebildiğim için herhalde. Çünkü diğerinde olumsuz yöntemi de düşünmen gerekiyor ama bunda öyle bir şey yok bunda zaten görüneni düşünüyorsun. Oradaki tek bir yönde düşündüğünde daha kolay uygulama yapıyorsun.	Ece
Zaten şu ana kadar kullandığım ispat yöntemleri bir tek burada lisansta gördüğüm yöntemler işte olmayana ergi falan mesela bana onlar çok kolay gelirdi. Aa işte bunu	Tuba

nereden çıkartayım, olmadığını kabul edeyim, göstereyim bakayım ne çıkacak şeklindeydi ama bunları lisede görüyor olsam muhtemelen bana çok anlamsız gelirdi ama bu ÇSİ geometriyi özellikle baz alarak söylüyorum lise düzeyinde de çok rahat anlaşılır geldi bana. Yani çok net, ekstra çok fazla bilgi içermiyor. Sadece gördüklerimin ne olduğunu doğru bir şekilde sıralandırıp, adlandırmanı gerektiriyor. Diğer ispatlarda bağlantıları bir şekilde çok daha farklı yerlerden kurman gerekebiliyordu. Olmayan bir şeyi de aslında oraya koyabiliyordun. Olmayanı kabul ediyorsun mesela, niye olmayanı kabul ediyorsun ki? Hani olmayan bir şeyden niye yola çıkasın? O ispatlarda öyle bir şey var ama bunda kesin. Verilen var o verilenlerden yola çıkman gereken belli.	
K2(B3) Tümavarım-Tümdengelim ve ÇSİ	
Tümevarımı ya da tümdengelimi onları çok sevmediğim için bu bana çok mantıklı geliyor. Daha güzel. (...) Tümevarım tümdengelimdense ÇSİ'yi tercih ederim.	Gönül
Mesela kolay geliyor, biraz daha hani derslerde kullandığımız için belki kaynaklanıyor olabilir, tümevarım onu da biraz öğrendim ama bu daha zevkli geldi. Öbür türlü ispat deyince pek iç açıcı gelmiyor ama bunda mesela ben eğlendim ya da geometriyi sevdiğim için kaynaklanıyor olabilir bilmiyorum.	Ayşe
K2(B4) Sözsüz İspat ve ÇSİ	
Geometride kullanılan başka ispat şekilleri, sözsüz ispat falan. Onlarla kıyasladığımda enteresan bir şekilde, o zaman dedim ya kısa bir bilgim vardı, kullanılabilirlik açısından çok rahat buldum ben bu ispatı.	Volkan

K1 de genel olarak ÇSİ ile diğer ispatları karşılaştıran 5 ÖA bulunmaktadır. Emre ve Nehir, ÇSİ'nin yapısal özellikleri üzerinden yorum yapmıştır. Emre, ÇSİ'nin ispatın nereden geldiğini göstermesi bakımından diğer yöntemlerden farklı olduğunu belirtmiştir. Nehir ise oluşturulmasının kolaylığına vurgu yapmıştır. ÇSİ'nin işlevsel özelliğine vurgu yapan kişiler Mine ve Rüzgar'dır. Anlamlandırmayı kolaylaştırdığını belirten Mine, diğer ispatlarda bunu yapmanın daha zor olduğunu ifade etmiştir. Rüzgar ise ispata karşı diğerlerinden daha olumlu hisler oluşturduğunu belirtmiştir. ÇSİ'nin kullanışlılık durumu ise Rüya tarafından ele alınmıştır. Rüya, kolay, pratik ve kullanışlı olduğunu ifade etmiştir.

K2 de ise ÖA'lar farklı ispat yöntemlerini ele alarak karşılaştırma yapmışlardır. ÇSİ'leri doğrudan ispat ile karşılaştıran Selçuk ve Recep yöntemin işlevsel özellikleri üzerinden yorum yapmıştır. Selçuk, ÇSİ'nin akılda kalıcılık sağlayacağını ve konuyu aktarmada etkili olacağını ifade etmiştir. Recep de benzer şekilde ispatın daha kolay anlaşılmasını sağlayacağını belirtmiştir.

Ece ve Tuba, olmayana ergi yöntemi ile ÇSİ'yi karşılaştırmıştır. Her iki ÖA'da olumsuz bir durumun kabul edilerek ispat yapılmasındansa, belirlenen özellikleri kullanıp ispat yapmanın daha yararlı olacağını ifade etmişlerdir. ÇSİ'nin kullanışlılık durumunu ele almışlardır. Basamaklı şekilde hazırlanan bu tür ispatın daha kolay yapılıp anlaşılabileceğini belirtmişlerdir.

Tümevarım ve Tümdengelim yöntemleriyle ÇSİ'yi Gönül ve Ayşe karşılaştırmıştır. Her ikisi de duyuşsal ifadeler kullanarak ÇSİ'yi tercih edeceklerini belirtmiştir. Volkan, ÇSİ ile başka bir alternatif ispat yöntemini karşılaştıran tek ÖA'dır. Volkan, sözsüz ispatlar ile ÇSİ'yi karşılaştırmış ve daha kullanışlı olduğunu belirtmiştir.

Temanın geneli incelendiğinde, ÇSİ'nin net bir şekilde öne çıkan bir özelliği görülmemektedir. Ancak ÖA'ların ifadelerinde ÇSİ'nin yapı ya da işlevinden daha çok kullanışlılık durumlarına yer verildiği söylenebilir.

Soru 10: *Kendinizin bir ÇSİ üretebileceğini düşünüyor musunuz?*

Bu sorunun ardından ÖA'lara ispatları oluştururken onlara yeterli zaman ve gerekli materyallerin (kitaplar vb.) verilebileceği belirtilmiş ve bu durum üzerinden soruyu cevaplamaları istenmiştir.

ÖA'ların tamamı bu soruya oluşturabileceklerine dair olumlu yanıt vermiştir. 7 ÖA belli durumların var olmasıyla ÇSİ oluşturabileceklerini belirtmiştir. Diğer 5 ÖA [Selçuk, Nehir, Ayşe, Recep ve Volkan] ise herhangi bir durum belirtmeden ÇSİ oluşturabileceğini ifade etmiştir. Durum belirten ÖA'ların ifadeleri aşağıdaki gibidir.

Tablo 15

ÇSİ Oluşturmak İçin Belirtilen Durumlar

Tamamını, zorlanabilirim belki ama oluşturabilirim, evet. (...) Mesela onun ilk örneğinde de [dördüncü gruptan bahsediyor] acaba yapabilir miyim gibi bir şey düşündüm ama sonradan ikinci örnek üçüncü örnek yaparken hani a yapılabiliyormuş oldu yani.	Ece
Tabi bu öncelikle o ispatı yapabileceğime inanmamla başlar. Bir de şey gerçekten yapabileceğim bir şey ise, çok zor üst düzey bir şey olmadığı sürece, bir şekilde birden başlayıp yapabilirsin. Çünkü dördüncü aşamada da biz bu tarz bir şey yapmıştık. (...) Hani öyle olunca yani, bilmediğim konuda belki biraz zorlanabilirim ama yine de aşamalı yapacağım için ya da karşılıklı yapacağım için kolay olabilir ama hani yine de yapılabilir yani.	Rüya
Evet üretebilirim, yani en sonunda o tamamen boş olanı yapabildiğime göre, kendimde üretebilirim evet.	Rüzgar
Birkaç tane oluşturabileceğimi düşünüyorum. Yani bildiğim konuyla ilgili bildiğim teoremlerle ilgili yapabileceğimi düşünüyorum.	Emre
Oluşturabilirim ama o konuda konuları unuttuğum için, hatırlamıyorum ama ... Yaparım, yapabileceğimi düşünüyorum evet.	Mine
Yani en azından bir fikrim olduğu için uğraşabilirim bir şeyler oluşturabilirim, sonucuna tam olarak ulaşamasam da. Gerekli zamanım olursa oluşturabileceğimi düşünüyorum hani.	Gönül
Yaparım. Yani şu an yaparım yani çok üst düzey böyle bir şey ... Lise düzeyinde olduğu müddetçe yaparım. (...) Matematikte belki birazcık hani ne oluyoruz diyebilirim ama geometriyi rahat bir şekilde yapabileceğimi düşünüyorum ama matematikte de sonuçta mantığı kavradığın için verilenleri bir nasıl kullanabileceğimi düşüneceğim. Organize etmeye çalışacağım. Hangi sırayla gitmem gerektiğini düşüneceğim. Çok ekstrem bir şey olmadığı müddetçe de uygulayabilirim herhalde.	Tuba

Ece, Rüya ve Rüzgar 4. Grup ispatları yapabilmeleri nedeniyle kendilerinin de ÇSİ oluşturabileceğini belirtmişlerdir. Rüya tam olarak bilmediği konularda ÇSİ oluşturmada sıkıntı yaşayabileceğini ayrıca belirtmiştir. Emre ve Mine de konuyla ilgili bilgilerinin yeterli olması gerektiği durumunu öne sürmüşlerdir. Gönül, gerekli zamanı olursa ÇSİ oluşturabileceğini ifade etmiştir. Tuba ise, oluşturacağı ÇSİ'nin düzeyini belirtmiştir. Lise düzeyinde bir ÇSİ hazırlayabileceğini ancak bunun da geometri olması durumunda kolay, matematik olması durumunda zor olacağını ifade etmiştir. Aslında temel olarak Tuba da konuyla ilgili bilgi durumunu öne çıkarmıştır.

***Soru 11**: Sizce ÇSİ ispat öğretimine katkı sağlar mı? Sağlarsa ne yönde?*

Bu soru ile ÖA'lardan ÇSİ yönteminin ispat öğretimine bir katkı sağlayıp sağlamayacağına dair görüşleri istenmiştir. Tüm ÖA'lar bu soruya katkısı olacağı yönünde cevap vermişlerdir. ÖA'ların ifadeleri iki kategoride toplanmıştır. İlk kategoride net bir şekilde katkı sağlayacağını belirten 3 ÖA bulunmaktadır. İkinci kategoride ise katkı sağlayabileceğini belirten 9 ÖA mevcuttur.

Tablo 16

ÇSİ'lerin İspat Öğretimine Katkısı Teması ve Kategorileri

K.1 ÇSİ'ler İspat Öğretimine Katkı Sağlar	
*İspat yapmayı bence **öğretir**. Etkilide olur. [Neden?] Neden çünkü bir ispat yapıldığında bir yerde kaldığında neyin nereden geldiğini anlayamadığında orada kalırsın, ama bu yöntemde benim anladığım kadarıyla bir açıklama yapıyorsun. Neyin nerede olduğunu görüyorsun, mutlaka en azından o kadar çok takılacağımızı sanmıyorum.*	Emre
*Ya **kesinlikle sağlar** çünkü aşamalandırma var ya. Doğrudan ispatta da ben basamak basamak gidilmesi gerektiğini düşünüyorum. Biz zaten diğer verilenleri de o basit şeyle ilişkilendirerek bütün özellikleri bir araya toplayıp zaten bir şey elde ediyoruz. Bunda da verilenden başlıyorum, elimde olandan başlıyorum, elimde olanın farklı özelliklerini kullanarak yeni bir şeye ulaşıyorum. Sonuçta bu mantığı bana kavratıyorsa bu doğrudan ispatın mantığıyla da uyuştuğu için ona da **kesinlikle yardımcı olur**.*	Tuba
*Çok iyi, bence ona da **sağlar** çünkü ispatın mantığını kavramış oluyoruz, bu ispat şekliyle benim görüşüme göre ÇSİ ile. İspat nasıl yapılıyor, aşamaları neler, çünkü bir iki üç numaralandırma var. Yani nasıl gidiyoruz, neleri vermemiz gerekiyor, ona bağlı neleri yazıyoruz. Böyle sırayla, belli bir aşamalar giderek ispat yapıyoruz. Bence olur.*	Recep
K.2 ÇSİ'ler İspat Öğretimine Katkı Sağlayabilir	
***Büyük ihtimal** katkı sağlar diye düşünüyorum. (...) Yani tümdengelim tümevarımdan ziyade ÇSİ'nin öğrenciler için daha anlaşılır olduğunu daha kolay öğrenilebileceğini düşünüyorum yani katkı sağlar ispat öğretiminde.*	Gönül
*Evet, **olabilir** çünkü ispat nasıl yapılır dediğimizde hani bize verilenlerin olması gerektiğini görüyoruz burada. Sonra işte ifade şeklinde var gerekçe şeklinde var bunlar ispatı oluşturuyor. İspatı ne oluşturur, bağlantılar, ispatı ne oluşturur diye baktığımızda bunlara bakıp bunlardan ispata geçiyoruz. Hani ispatın ne olduğunu görmesi için de uygun hani öğrenmesi için de uygun bence.*	Ece
***Olabilir**, öncesinde bu verilmeli. Daha basit geldi bana bu ÇSİ, diğer ispatlara göre. Daha kolay anlaşılabilir olduğu için. Diğerlerini anlamlandırmada, mesela biz diğer ispata başladığımızda bir şeyleri kabul ederek başlıyorduk, ama neyi niçin kabul ettiğimizi, neden buna dayanarak kabul ettiğimiz söylenmiyordu açıkçası ve ona dayanarak bir şeyleri kabul ediyorduk, ispatlamaya çalışıyorduk. Hocalar ispatlıyordu biz anlamaya çalışıyorduk.*	Mine

Yararlı ***olabilir****. Dezavantaj olmaz ama belki her zaman faydalı olmayabilir, çünkü bilinmeyen mesela bir şeyi ispatlayacağız burada hep bilinenden yola çıkarak bilinmeyene ulaşmaya çalışıyoruz. Normalde doğrudan ispat yaptığımızda verilen bir şeyi bizden istenene götürmeye çalışıyoruz aradaki bağlantıları kuruyoruz ama nereden ne geldiği hakkında her zaman bir fikir sahibi olamıyoruz. Mesela ÇSİ'de arada açıklamaları falan oluyor bu yönden mesela faydalı olabilir.*	Ayşe
Şöyle ***olabilir****, geometride verilen örnekler vardı genelde, oradan bir örnek vereyim spesifik olması açısından. Geometri o şekilde ispatları yaptığımızda ifadeleri hani aradaki işlemleri birleştirip, gerekçeleri de sözel olarak belirttiğimizde, belli gereken yerlerde yani doğrudan direkt ispata giriyor, doğrudan ispat gibi oluyor, bu yüzden öğrencinin aklında kalması o ispatın o şekilde yapılacağı, doğrudan ispatı yaparken de hani aynı teoremin, çok zorlanacağını düşünmüyorum.*	Selçuk
Kullanabilir miyiz ... ***Olabilir****. Mesela olmayana ergi de nasıl yapabiliriz ... Varsayılan deriz yanına, evet olabilir olabilir. Onu ilk başta ifademizi yazarız, açıklamasına da varsaydığımız diyebiliriz. (...) Evet aslında olur. Hani çünkü a gördüm ben, basamak basamak gidince daha rahat sonuca ulaşılabiliyormuş. Gerçi onda da yapıyoruz ama belki biraz daha, üstü kapalı yapıyoruz belki ama daha net olur yani kendimiz açısından.*	Nehir
Bundaki tek avantaj herhalde şey olur, diğerlerinde biz direkt hop yazıyoruz, gerekçeler ya da hani direkt ifadeler aslında önemli kalıyor bizde. Gerekçeler hep aklımızdan ilerleterek gidiyoruz.	Rüya
Diğer ispatlara nazaran bana hani daha kolay geldi gibi dedim ya böyle şey ispata [negatif] bakış açısını kırıyor, ispatın ne olduğu konusunda öğrencilere bu tarz bir giriş yapılabilir ve ispat öğretiminde de hani ispatın nasıl yapılması gerektiği hakkında ne olduğu hakkında birazcık bilgi sahibi olmalarını sağlar, sağlayabilir yani, ispat yapmayı öğretebilir ve kolay olur.	Volkan
Direkt belki, direkt hani net olarak bir etkisi olmayabilir ama dediğim gibi bu bakış açısını geliştiren bir şey bu diğer ispatlarda da geçerlidir illa ki. Çünkü farklı bakış açılarımızın olması gerekiyor farklı yönlerden bakabilmemiz gerekiyor...	Rüzgar

K1'deki 3 ÖA, net bir şekilde ÇSİ'lerin ispat öğretimine katkı sağlayacağını belirtmiştir. Her üçü de ÇSİ'nin işlevsel özelliklerine vurgu yapmıştır. Emre, ÇSİ'nin ispat yapmayı öğreteceğini belirtmiştir. Ayrıca ÇSİ'de yapılan açıklamaların ispatın nasıl yapıldığını gösterdiğini ifade etmiştir. Tuba, ÇSİ'nin doğrudan ispatı yapmanın mantığını kavratacağını vurgulamıştır. Recep ise, ispatın nasıl ilerlediğini neye ulaşılmak istendiğini görmek için yararlı olacağını belirtmiştir.

K2 de ise ÇSİ'lerin ispat öğretimine bir şekilde katkı sağlayabileceğini belirten ÖA'ların ifadeleri yer almaktadır. 9 ÖA bu kategori içerisinde yer almaktadır. ÇSİ'lerin bağlantıları sağlayan yapısının diğer ispatları yapmada katkı sağlayacağı öne çıkan ifadelerden biridir.

ÖA'ların ifadelerindeki temel nokta, ÇSİ'lerin adım adım ilerleyen yapısı ve gerekçelerin yöntemde önemli olmasıdır. Çünkü bu durumların ispatın nasıl yapıldığına dair bilgi verdiği ÖA'lar tarafından belirtilmiştir.

Soru 12: *ÇSİ'ler genel anlamda ispatlara ve ispat yapmaya bakış açınızda değişikliğe neden oldu mu?*

Görüşme sürecinde hazırlanan sorular ile ÖA'ların ÇSİ yöntemine yönelik görüşleri elde edilmeye çalışılmıştır. Bu soru ile de kişisel olarak ÇSİ'nin katılımcıları nasıl etkilediğine dair bilgi almak amaçlanmıştır.

ÖA'ların hepsi ÇSİ yönteminin ispatlara ve ispat yapmaya olan bakış açılarını pozitif yönde değiştirdiğini belirtmiştir. 4 ÖA, bu olumlu değişimin onların öğretmenlik hayatında ispat kullanımlarına etkilerinin üzerinde durmuştur. Diğer 8 ÖA ise bu değişimin, kendi açılarından ispatları yapma durumlarına olan etkilerine vurgu yapmışlardır.

Tablo 17

ÇSİ'nin İspatlara ve İspat Yapmaya Olan Bakış Açısında Sağladığı Değişiklikler

K1 ÇSİ'lerin Kullanılması Açısından Oluşan Değişiklikler	
Pozitif bir değişikliğe sebep oldu çünkü hani ben öğrencim acaba sıkılır mı acaba ister mi, nasıl ispatlayabilirim, ya da bir geometriyi öğrenciyi sıkmadan nasıl verebilirim diye düşünüyordum. Evet, bunun bu şekilde bir uygulaması olduğunu biliyordum ama bu kadar kolay ya da bu kadar güzel bir uygulaması olabileceğini düşünmemiştim. Ama şu an fikrim değişti pozitif yönde bir şey oldu yani.	Ece
Havada kaldığını, öğrencilere sadece yapmak için yapıldığını düşünüyordum ama bu yöntemle öğrencilerin rahat rahat anlayabileceğini ve ispat yapılmasının gerekli olduğunu düşünüyorum, bu yöntemi gördükten sonra. Çünkü öğrenci nereden geldiğini ... Şimdi, bizim zamanımızda şöyleydi, biz ezberlerdik kuralları ama ezberlemesine gerek yok artık, yapılandırmacılık da var programda. Böyle kendince çıkarabilir diye düşünüyorum, bu ispatı yaptıktan sonra, nasıl olacağı, ne olacağı daha rahat görebilir diye düşünüyorum, soruları, örnekleri, uygulamaları.	Recep
Tabi ki bizim ilerde öğretmen olduğumuzda, öğretmen olmuş gibi düşüneyim, öyle konuşayım. Yaptıracağımız ya da yapacağımız o lisedeki teoremler daha farklı olacak tabiî ki onların ispatları daha kolay olacak tabiî ki ve işte ispat yaparak öğrenmenin gerçekten iyi olduğunu düşünüyorum yani onun katkıları olduğunu düşünüyorum. Bu nedenle ÇSİ de diğerlerinin üzerine geometride böyle bir kolaylık sağlayacaksa bize tabi ki kullanacağız ve kullanma taraftarıyım. Dediğim gibi ispata bakışımı bir basamak daha olumlu arttırdı yani.	Volkan
İspatları artık daha çok seviyorum. Lisede biz biraz gerçi ispat yapardık, özellikle geometriyle ilgili konularda ama ÇSİ'nin daha zevkli olduğunu düşündüğüm için öğrencilere bunu sevdirerek daha çok ispat yaptırabiliriz. Çünkü çoğu öğrenci teoremi bildikten sonra ispata gerek yok diye düşünürken, ÇSİ ile bence daha kolay, ispatlara karşı bir olumlu ön yargıları olacaktır.	Gönül

K2 ÖA'ların İspat Yapma Durumlarındaki Değişiklikler	
Pozitif oldu, burada ispat yapmak insanın hoşuna gidiyor. Öteki ispatlar çok zor geliyor, ağır geliyor ama burada tabi sadece geometride uyguladık bunu ama en azından görüyorum yani gördüğüm için de anlıyorum bir şeyleri.	Emre
Pozitif yönde oldu, işte ispatın yapılabileceğini gördüm. Eğer bu ispatsa ÇSİ diye bir şey varsa, demek ki ben de ispat yapabiliyorum diye düşündüm. Bu şekilde.	Mine
Oldu. Şöyle mesela, aslında ispatlar sandığımız kadar karışık değilmiş ilk olarak bunu anladım hani çünkü daha önce sistemin getirdiği şekilde pür matematikteki teoremleri ispatlarken hocalarımız çok uzun cümleler, çok uzun ifadeler kullanıyordu. Bu da şey gibi oluyordu, uzun bir paragraf sorusu gibi oluyordu ...	Selçuk
Oldu. Çünkü ben tümevarım ya da olmayana ergi işte onlardan fazla değil ama genel olarak korkuyordum yani ispattan, ispat yapma sonuçta baya göz korkutucu geliyordu ama bu şekilde de mesela ben lise matematiğinde düşünürdüm hani nasıl ispat yapılır ya da bir geometri açısında düşündüğümde hani tamam hocalarımız belki bir iki tane gösteriyordu. Ama en genel açıdan, en basit şeyin bile geliş yolunun olduğunu göstermesi açısından olumlu bence ki ben baya sevdim.	Rüya
Kesinlikle bunu net bir şekilde söylerim yani kesinlikle. Dördüncü sınıftayım ama yine de insanlarda böyle yani bende ispata karşı, aaa ispat deyince şöyle bir duruyorum kendime bir çeki düzen veriyorum ondan sonra bakıyorum tekrar ama bundan sonra daha sıcak bakıyorum, keşke daha önce öğrenseydim, eksiklik olarak bile düşünüyorum artık.	Nehir
Pozitif oldu çünkü hep ispat denilince biraz korkutucu ürkütücü geliyordu ama bunu yaptıktan sonra hani biz de ispat yapabiliyormuşuz dedim kendime.	Ayşe
Pozitif, kesinlikle pozitif yönde bir şeye sebep oldu. Çünkü bu güne kadar ispat korkulur. İspat ya nasıl ispatlayacağız ki bir sürü matematikçi yapmış onları biz sadece öğrenciyiz nasıl yapacağız ki mantığıyla gidiyorduk. İspat deyince bir korkuyorduk hani neyi kullanırız ki nasıl kullanırız ki ama burada dediğim gibi farkında olmadan aslında ben ispatı yapmışım. O kadar da zor bir şey değilmiş yani. Basamakları sıraladım, son basamağa geldim evet yapmışım yani o şekilde görünce kolay hatta eğlenceli olduğunu bile düşündüm ben.	Tuba
Evet, genel konuşmamızdan da anlaşılabileceği gibi oldu. Yani ispata olan önyargımda biraz daha değişme olduğunu söyleyebilirim. Önyargım vardı daha çok. Bu bizim hani şu ana kadar aldığımız eğitimden de kaynaklanıyor olabilir, benden de kaynaklanıyor olabilir.	Rüzgar

K1'deki 4 ÖA, ileride kendi derslerinde ispatları kullanma durumları üzerinden yorum yapmışlardır. Ece, öğrencilerin ispat yapmaktan sıkıldığını belirtmiştir. ÇSİ'nin bu konuda düşüncesini değiştirdiğini, öğrencilere sıkılmadan ispat yapabileceklerini göstereceğini ifade etmiştir. Recep ise, ÇSİ'leri daha anlaşılır bulduğu için, öğretmenlik hayatında kullanabileceğini belirtmiştir. Volkan, ispatlayarak öğrenmenin öğrenciler için fayda sağlayacağının üzerinde durmuştur. Bu durumun oluşturulması için de ÇSİ'lerin kullanılabileceğini ifade etmiştir. İspatların öğrenciye gereksiz geldiğini belirten Gönül, ÇSİ'nin bu konuda yardım edebileceğini, zevkli olduğunu ifade etmiştir.

K2'deki 8 ÖA ise, doğrudan ispatlara ve ispat yapmaya bakış açılarındaki değişikliklere değinmişlerdir. Emre, Gönül ve Selçuk, ispat yapmanın ve diğer ispatların daha zor olduğunu, ÇSİ'nin onlar için daha kolay yapıldığını belirtmişlerdir. Mine, Rüya, Nehir, Ayşe ve Rüzgar ispatların kendilerine korkutucu geldiğini ve bu konuda ön yargıları olduğunu belirtmişlerdir. ÇSİ'lerin bu durumda değişiklik yaptığını ifade etmişlerdir.

ÖA'ların cevaplarının geneline bakılacak olursa, hepsinin ÇSİ'ye yönelik görüşünün olumlu olduğu söylenebilir. Ayrıca ÖA'ların tümü bir değişiklik durumu belirtmiştir.

II. Alt Probleme Yönelik Bulgular ve Yorumlar

Bu bölümde ÖA'ların oluşturduğu ÇSİ'lerin grupsal olarak niteliğine (biçimsel, içeriksel ve sonuca ulaşma açısından) dair bulgular sunulmaktadır. Bulgular öncelikli olarak soru bazında genel durum daha sonra kişi bazında durumların incelenmesi şeklinde düzenlenmiştir.

ÖA'ların ÇSİ uygulamaları sonucu oluşan dokümanlar, derinlemesine bilgi almak amacıyla farklı durumlar ele alınarak incelenmiştir. ÇŞİ'lerin analizinde *genel sonuca ulaşma, ispatı gerçekleştirme düzeyi ve ispatlama sürecinde yaşanan sıkıntılar ve bunların örüntüsel bir özellik gösterip göstermediğine* odaklanılmıştır. Bunun yanı sıra ÖA'ların yaptıkları ÇSİ'ler kişi bazında da incelenecek, *başarılı ve başarısız olunan* gruplar ve nedenleri araştırmaya katılmıştır. Her bir ÇSİ kişi bazında incelenmiştir. Bu incelemeler sonucu *tamamlanmış* (doğru ya da hatalı) ve *tamamlanmamış* (tamamen boş bırakılmış ya da bazı basamakları eksik) olmak üzere ÖA'ların uygulamaları gruplandırılmıştır.

Tablo 18

ÇSİ'lerin Tamamlanma/Tamamlanmama Durumları

	Tamamlanmış		Tamamlanmamış	
İspatlar	**Hatasız**	**Hatalı**	**Tamamen Boş**	**Basamak Eksik**
1.Grup-1	7	Volkan, Rüzgar, Tuba, Selçuk (h_1)		Mine
1.Grup-2	9	Volkan, Gönül, Emre (h_1)		
1.Grup-3	9	Selçuk, Volkan (h_1)		Mine
1.Grup-4	9	Volkan, Gönül, Emre (h_1)		
1.Grup-5	**11**	Volkan (h_1)		
2.Grup-1	10	Tuba (h_2)		Mine
2.Grup-2	**12**	--		
2.Grup-3	10	Volkan, Emre (h_2)		
2.Grup-4	10	Gönül (h_2)	Ece	Volkan
2.Grup-5	**12**	--		
3.Grup-1	10	Ayşe, Mine (h_2)		
3.Grup-2	11	--		Mine
3.Grup-3	11	Volkan (h_2)		
3.Grup-4	11	Ece (h_2)		
3.Grup-5	10	--	Mine	Rüya
4.Grup-1	10	Rüya, Mine (h_1)		
4.Grup-2	1	11 Kişi (h_2)		
4.Grup-3	11	--		Emre
4.Grup-4	10	Ece (h_1)		Mine
4.Grup-5	**12**	--		

* h_1 :Yöntem Hatası
** h_2: Matematiksel Hata

1. Grup ispatların ilki üçgende kenar, ikincisi dörtgende kenar, üçüncüsü çemberde açı, dördüncüsü dörtgende kenar ve son olarak beşincisi çemberde uzunluk konularından seçilmiş ispatlardır. 1. Grup ispatlarda hata yapan ÖA'larının tümünün hatalarının yöntem kullanım hatası olduğu görülmektedir. İlk ispat bu grubun en az yapılma oranına sahiptir.

2. Grupta, bir ÖA grubun ilk ispatında, iki ÖA ise grubun üçüncü ispatında hata yapmıştır. Bu hataların hepsi matematiksel hatadır.

Bu grubun ilk ispatında da hata yapan bir kişinin yanı sıra, ispatı tamamlamış bir kişi de bulunmaktadır. Yapılan ispat incelendiğinde, ÖA'nın doğru sırada gittiği fakat sonuca ulaşamadığı ayrıca bir basamağı da atladığı belirlenmiştir.

2.Grubun 4. İspatı [Üçgende açıortay] 2 ÖA tarafından tamamlanmamıştır. Burada tamamlanamamadan kasıt ispatın bir sonuca vardırılmadan bırakılmış olmasıdır. Bu durumun nedeni 2. görüşmede ÖA'lar tarafından belirtilmiştir.

Bu grup içerisinde 2.2 ve 2.5 numaralı ispatlar ÖA'ların tamamı tarafından eksiksiz olarak yapılmıştır. 2.2 numaralı ispat üçgende kenar konusuyla ilgili iken, 2.5 numaralı ispat çemberde kuvvet konusuyla ilgilidir.

3. Grupta, ispatların yapılma oranı 12'de 10'dan aşağıya düşmemiştir fakat matematiksel hata yapma oranı diğer gruplara göre daha fazladır. 3.1'de iki kişi (yaptıkları hatalar birbirlerinden farklıdır), 3.3 ve 3.4'te birer kişi matematiksel hata yapmıştır. Bunun yanı sıra 3.2 ve 3.5'te birer ÖA ispatı yarı tamamlanmış şekilde vermiştir. Bu grupta tüm ÖA'lar tarafından tam olarak yapılmış ispat yoktur.

4. Grup ispatlarda sadece şekil, teorem, verilenler ve yapılması istenen ispat ÖA'lara verilmiştir. Bu nedenle bu grupta yapılan ispatlar, ÖA'ların genel itibariyle farklı yollar izlemeleri nedeniyle birbirlerinden ayrılmaktadır. Bu nedenle tamamlanmış haldeki basamak sayıları da birbirinden farklıdır.

4. gruptaki ispatların (her iki sütunun da ÖA'lar tarafından doldurulduğu) kaç basamakta tamamlandığına dair tablo aşağıdaki gibidir.

Tablo 19

Kişi Bazında 4. Grup ÇSİ'lerin Basamak Sayısı

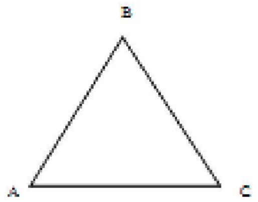
Kişiler	**4-1**	**4-2**	**4-3**	**4-4**	**4-5**
Selçuk	**17**	**Hatasız**	**12**	**12**	6
Tuba	**15**	Hatalı	11	10	**13**
Rüya	Hatalı	Hatalı	9	**12**	6
Ayşe	9	Hatalı	9	9	8
Mine	Hatalı	Hatalı	9	6	8
Nehir	9	Hatalı	11	9	6
Volkan	7	Hatalı	7	12	7
Emre	7	Hatalı	6	5	4
Gönül	8	Hatalı	6	**12**	5
Ece	6	Hatalı	6	Hatalı	6
Recep	6	Hatalı	11	11	6
Rüzgar	7	Hatalı	8	6	6

Tablo incelendiğinde 4.1 numaralı ispatı en çok (17) basamakta Selçuk, en az basamakta Rüya ve Mine tamamlamıştır. Selçuk'un ispatında herhangi bir hata bulunmamaktadır fakat Rüya, bir basamakta birden fazla işlem yaptığı için bu kadar az basamakta ispatı tamamladığı belirtilebilir.

4.2 numaralı ispat ise, bir katılımcı hariç (Selçuk), diğer tüm katılımcıların matematiksel hata yaptığı ve tamamlayamadığı tek ispattır. ÖA'ların tümü verilen ispatın sonucu oluşan bir özelliği kullanarak sonuca ulaşmış, bu durumda ispatlarının hatalı olmasına neden olmuştur. Bahsi geçen ispat aşağıda verilmiştir.

Şekil 8

4.2 Numaralı İspat



Verilen: ABC bir ikizkenar üçgendir.

|AB|=|BC|

İspat: s($\hat{A}$)= s($\hat{C}$)

İFADELER	GEREKÇELER
1. |AB|=|BC|	1. Verilen ve ikizkenar üçgen özelliğinden.
2. D, |AC| 'nin orta noktası	2. Ek çizimden.
3. |AD|=|DC|	3. Orta nokta tanımından.
4. ABD~ CBD	4. Kenar-kenar- kenar benzerliği postulatı.
5. ABD = CBD	5. 1.ve 3. Basamağa göre, tüm kenarlar eşit.
6. s($\hat{A}$)= s($\hat{C}$)	6. Eşit kenarların arasında kalan açıların eşitliği.

İspatın yapılması için farklı yollar içerisinden ÖA'ların tümü aynı yolu tercih ederek ek bir çizimle ispata başlamışlardır. Yapılan ek çizimle, B noktasından [AC]'ye bir dikme indirmişler ve bu dikmenin, [AC]'yi iki eş parçaya böldüğünü belirtmişlerdir. Fakat belirtilen bu özellik aslında s($\hat{A}$)=s($\hat{C}$) özelliğinden kaynaklanmaktadır.

4.3 numaralı ispatta ise Emre, kendi oluşturduğu ispatta kullandığı matematiksel bir ifadenin sözel gerekçesini yazmamıştır. Bu durum dışında bu ispat tüm ÖA'lar tarafından tamamlanmıştır. İspat en çok 12 basamak ile Selçuk, en az 6 basamak ile Emre, Gönül ve Ece tarafından tamamlanmıştır.

4.4 numaralı ispat sadece Mine tarafından tamamlanmamış, Ece ise bir basamakta birden çok matematiksel işlem yapmıştır. İspat en çok 12 basamakta, Rüya, Selçuk, Volkan ve Gönül tarafından, en az 4 basamakta Ece tarafından tamamlanmıştır fakat Ece daha önce belirtildiği gibi bir yöntem hatası yapmıştır.

4.5 numaralı ispat ise tüm ÖA'lar tarafından doğru şekilde yapılmıştır. ÖA'ların bu ispat için basamak sayısında 6-8 gibi bir ortalama tutturduğu söylenebilir. Bunun yanında ispat en çok 13 basamakta Tuba tarafından, en az 4 basamakta Emre tarafından tamamlanmıştır.

Kişi bazında ÖA'ların İspat yapma durumları

İspat yapma durumlarını kişi bazında değerlendirdiğimizde öne çıkan bazı noktalar mevcuttur. Aşağıdaki tablo tüm durumların karşılaştırmalı şekilde açıklanabilmesi için hazırlanmıştır.

Tablo 20

ÇSİ'lerin Kişi Bazında Tamamlanma/ Tamamlanmama Durumları

	Tamamlanmış		Tamamlanmamış	
Kişiler	**Hatasız**	**Hatalı**	**Tamamen Boş**	**Basamak Eksik**
Recep	19	4.2		
Nehir	19	4.2		
Rüzgar	18	1.1/ 4.2		
Ayşe	18	3.1/4.2		
Selçuk	18	1.1/1.3		
Rüya	17	4.1/4.2		3.5
Tuba	17	1.1/2.1/2.4		
Ece	16	3.4/4.2/4.4	2.4	
Gönül	15	1.2/1.3/1.4/2.4/4.2		
Emre	15	1.2/1.4/2.3/4.2		3.5
Mine	12	1.2/1.3/2.1/4.2	3.5	1.1/2.1/4.4
Volkan	12	1.1/1.2/1.3/1.4/1.5 /3.3/4.2		2.4

İspatları hatasız olarak tamamlayan ÖA yoktur. Ancak Nehir ve Recep sadece bir hatalı ispat ile 19 ispatı tam olarak yapmışlardır. Volkan ise 11 ispat ile en az sayıda ispatı tamamlayan ÖA'dır. Aynı zamanda Volkan, yöntem kullanım hatalarıyla da birlikte en fazla sayıda ispatı hatalı yapan ÖA'dır.

Ece, Mine ve Rüya'in yarı tamamlanmış ispatları ve Ece, Mine, Gönül ve Volkan'ın tamamlanmamış ispatları bulunmaktadır. Tablo incelenirse, Mine'nin yarı tamamlanmış-tamamlanmamış ve hatalı ispatlarının sayılarının birbirine çok yakın olduğu görülebilir.

Genel bir ispatı tamamlama sırası yapıldığında bu sıranın ÖA'ların 4. Sınıfa kadar olan kümülatifleriyle olan farkı görülmektedir.

Tablo 21

Katılımcı Kümülatifleri

Katılımcılar	**Kümülatif Not Ortalamaları**
Tuba	3,79
Rüya	3,17
Ayşe	3,15
Mine	3,06
Nehir	2,96
Volkan	2,89
Emre	2,85
Gönül	2,84
Selçuk	2,80
Ece	2,66
Recep	2,60
Rüzgar	2,22

Tablo incelendiğinde, 19'ar ispatı yaparak öne çıkan iki ÖA'nın kümülatif ortalamalarının birbirine yakın sayılabileceği belirtilebilir. Burada dikkati çeken nokta şudur ki 3.00'ın üzerinde not ortalaması olan ÖA'ların hiç birinin 19 sınırına ulaşamamış olmasıdır. Bunun yanı sıra Mine, yüksek ortalamalı grupta olmasına karşın grup ortalamasının altında bir başarı gösterirken, grubun en düşük kümülatifine sahip Rüzgar, bu ortalamanın üzerinde kalmıştır.

Bu duruma dayanarak, ispatların ÖA'ların lisans döneminde gördüğü derslerle ilişkilendirilemeyeceği açıktır. Fakat lisans derslerinin temeli olan konuları baz alan lise düzeyi geometri ispatlarında, lisans derslerinde başarılı oldukları açık şekilde görülen bazı ÖA'ların yeterli olmadıkları da ifade edilebilir.

III. Alt Probleme Yönelik Bulgular ve Yorumlar

Bu bölümde ÖA'ların ÇSİ yöntemi ile çözdükleri ispat problemlerine ait görüşleri ve uygulamalar hakkındaki düşünceleri incelenmektedir. Bu alt probleme yönelik veriler ÖA'lar ile uygulamalarının incelenmesinin ardından yapılmış olan yarı-yapılandırılmış görüşmeden elde edilmiştir. Görüşmeler, incelemelerden sonra hazırlanmış tüm ÖA'lara yöneltilen sorular [bkz. EK-3] ile uygulamalarındaki öne çıkan durumları ele alan bireysel sorulardan oluşmuştur. ÖA'ların ispatları yapma durumları, hata yaptıkları ya da başarılı oldukları noktalar, karakteristik yaklaşımları ve bunlar için belirtilen nedenler veri analizinde öne çıkan durumlardır.

Bu görüşme soruların analizleri ilk görüşmenin analizlerine benzer şekilde yapılmıştır. Soruları temel alan temalar ve bunların altında kategoriler oluşturulmuştur. Bu veriler tablolar halinde sunulmuş ve yorumlanmıştır. Ardından yöneltilen bireysel sorular ve ÖA'larn bu sorulara cevapları incelenmiştir. Bu incelemede öne çıkan durumlar ve karakteristik özellikler ön plandadır. Sonrasında ise bireysel sorularda ortaya çıkan ortak durumlar ele alınmış ve karşılıklı olarak incelenmiştir. ÖA'ların ortak yargıları öne çıkarılmaya çalışılmıştır.

3.3.1. Yapılandırılmış Sorular ile Elde Edilen Bulgular

Soru 1. *ÇSİ yönteminin ispatlama sürecinde sizi kısıtladığı durumlar oldu mu?*

İlk görüşmede bazı ÖA'ların ÇSİ'nin kısıtlı bir yapıya sahip olduğunu belirtmesi nedeniyle bu soru oluşturulmuştur. Amaç bu durumun tüm ÖA'lar için genel bir kanı olup olmadığı hakkında bilgi sahibi olmaktır.

ÇSİ'lerin kısıtlama durumları tema olarak ele alınmıştır. ÖA'ların hepsi ÇSİ'lerin kısıtladığı durumlar olabileceğini belirtmiştir. Bu nedenle tema belirtilen kısıtlama durumları ele alınarak kategorilere ayrılmıştır. Kategoriler, *ifadelere bağlı kalma* nedeniyle yaşanan kısıtlamalar, *basamak sayısını değiştirememe* nedeniyle yaşanan kısıtlamalar ve *farklı yollardan ispatın yapılmasına* yönelik kısıtlamalar şeklindedir.

Tablo 22

ÇSİ'nin Kısıtlama Durumu

T(K1) İfadelere Bağlı Kalma Nedeniyle Yaşanan Kısıtlamalar	
Bazen nasıl ifade edeceğimi bilemediğim zamanlar oldu. Mesela benzerlik tamam o benzerlik var ama nereden ifade edeceğim bu benzerliği ya da bir denklik var hani uzunlukların birbirine bölümü eşit ama bu eşitliği nereden getireceğim diye düşündüğüm zamanlar oldu evet.	Ece
Oldu, neden çünkü şöyle bir şey var, çok bağımsız değilsin burada bağımlı kaldık neden verilen ifadelere göre mesela bir taraf gerekçe istendiği zaman mecbur buradaki eşitlik ya da verdiği bilgilerden yola çıkarak yapmaya çalıştık ama çift sütun boş kaldığı zaman daha bağımsız oluyorsun ...	Emre
Mesela burada başka bir şey düşünüyordum ama bir sonraki adımda öyle olması gerekiyor. Birbiriyle hani ilişkilendirilirken farklı şey düşünmüştüm ama oraya ötekini yazmak zorunda kaldım. (...) Ben birbiriyle daha farklı ilişkilendirmiştim kafamda ama adım adım giderken ötekine bağlamak zorunda kaldım.	Ayşe
Sırası aslında. Mesela şu adım daha önce olabilirdi ya da daha sonra olabilirdi gibisinden. Sadece bu, yoksa kısıtlama yoktu.	Nehir
Yani kısıtladığı durumlar ... Verilen şu ifadenin ben sözel olarak ifadesini yazmakta zorlandım. Genellikle matematiksel dille yazmaya çalıştım. Özellikle gerekçelerde sözel ifadeler olması gerekirken ben sözel, pardon matematiksel olarak yazdım.	Gönül
Evet öyle şeyler yaşadım hatırlıyorum ama hangilerinde oldu tam bilmiyorum ama öyle bir düşünce geçmişti yani içimden. Sorudan kaynaklanıyor gibi geldi bana.	Mine
T(K2) Basamak Sayısını Değiştirememe Nedeniyle Yaşanan Kısıtlamalar	
Bir kaçında oldu o da şey, daha doğrusu hani biz bildiğimiz ya da hani biz bildiğimiz için kolay geldi. Şey olarak üstteki ifadeyi altta farklı ifadeler şeklinde yazma şeklinde. Hani o basamak bana şey geldi ama belki de o aşamada doğruydu o basamak. Ben bildiğim için belki de kolay geldi diyebilirim.	Rüya
Hah açacaktım dan ziyade ben bunu daha kestirip atardım dediğim oldu.	Tuba
T(K3) Farklı Yollardan İspatın Yapılmasına Yönelik Kısıtlanması	
Eee mesela, benim bildiğim yöntemle aynı ispatın yapılabileceği bildiğim yöntemle, buradaki verilen ifadeler aynı değildi. Farklı yollardan ispatı yapmaya beni sürükledi. Aslında daha güzel bir şey de olabilir ama öğrencinin bildiği yani öğrenci en azından bildiği aşina olduğu yöntemle de çözebilir diye düşünüyorum yani. Sadece ispatın bir yolu yok o yüzden.	Recep
Bazılarında hani orada verilenden başka ispat aklıma gelmedi ama birkaç tanesinde daha farklı yoldan da sanki bunu gösterebilirmişim gibi düşündüm. Burada verilen beni biraz daha zorlamış gibi oldu, daha kolay ifade edebileceğimi düşündüm yerler oldu.	Volkan
Birkaç yerde evet diyebilirim, başka yollar geldiği için aklıma. Yani o anlamda bir kısıtlama olabilir tabi ama aynı zamanda bu yeni bir şeyi bulma açısından olumlu bir yan hani tamam ben öyle düşünüyorum ama başka bir çözümde var ben bunu bulmuş oluyorum böylece buradan.	Rüzgar
Ya, yaparken olmadı ama siz şimdi sorunca düşünüyorum, tabi ki başka yollar da olabilir bir ispatı yapmak için, kısıtladığı durumlar da olabilirdi.	Selçuk

K1’de ÖA’ların belirttikleri, ÇSİ’nin yapısı nedeniyle oluşan kısıtlama durumları ele alınmaktadır. Kategorinin tümünde 8 ÖA yer almaktadır. İfadeler temel alınarak iki alt kategori oluşturulmuştur. Birinci alt kategoride verilen ifadelere bağlı kalma durumu nedeniyle oluşan kısıtlamalara yönelik söylemler yer almaktadır. Bu alt kategoride 6 ÖA bulunmaktadır. İlk üç ÖA, basamaklar içerisinde ilerlerken kendi oluşturdukları fikir zincirinden farklı adımlarla karşılaşmanın onları kısıtladığını belirtmişlerdir. Nehir basamakların yerlerinin kendinin oluşturduğundan farklı olduğunu ifade etmiştir. Gönül, farklı bir yorum yaparak sözel gerekçe yazmayı bir kısıtlama durumu olarak ele almıştır. Mine ise herhangi bir açıklama yapmadan sorulardan kaynaklı kısıtlama durumu olduğunu belirtmiştir. ÖA’ların kendi zihinlerinde oluşturdukları ispatlama yoluyla ÇSİ’nin uyuşmaması nedeniyle bu sorunu yaşadıkları görülmektedir.

K1’in ikinci alt kategorisinde ise, fazladan basamak yazma sıkıntısından bahseden ÖA’ların ifadeleri bulunmaktadır. Rüya, kolay anlaşılan basamakların yazılmasını kendisi için bir kısıtlama durumu olarak belirtmiştir. Tuba ise ispatı kendisinin oluşturması durumunda ifadeleri kısa tutacağını belirtmiştir.

K2’de ise yöntemin farklı yollardan ispatın yapılmasını kısıtladığı fikrini savunan ÖA’ların ifadeleri yer almaktadır. Bu kategoride 4 ÖA bulunmaktadır. Bunlardan ilk üçü bu konuda sıkıntı yaşadıklarını belirtmiştir. Selçuk ise, süreçte bu sıkıntıyı düşünmediğini ifade etmiştir. Ancak sorunun ardından bu kısıtlamanın yaşanabileceğini belirtmiştir. Bu dört ÖA da ispatın tek bir yoldan yaparak, kendi bildikleri ya da o an oluşturdukları ispatların olması durumunda sıkıntı yaşadıklarını ifade etmiştir.

ÖA’lar bu sıkıntılarla bazı ispatlarda karşılaştıklarını belirtmişlerdir. Her ispat probleminde benzer sorunlarla karşılaştığını ifade eden ÖA bulunmamaktadır. ÖA’lardan sadece biri [Selçuk] kısıtlama durumu yaşamadığını belirtmiştir. Ancak bu ifadesinin ardından oluşabilecek bir kısıtlama durumunu sunması nedeniyle belirlenen kategori içerisinde yer almıştır.

Soru 2. Gerekçeleri yazmada sıkıntı yaşadınız mı?

Bu soru da, ikinci görüşmenin ilk sorusunda olduğu gibi birinci görüşmelerin incelenmesinin ardından oluşturulmuştur. ÇSİ'de diğer ispatlardan farklı olarak gerekçe yazmanın önemli olması bu sorunun ÖA'lara yöneltilmesinin temel sebebidir. İlk görüşmede ÖA'ların bazılarının bu yönde ifadelerinin olması, bu durumun tüm katılımcılarda var olup olmadığının incelenme durumunu ortaya çıkarmıştır.

Gerekçeleri yazma durumları tema olarak belirlenmiştir. Bu tema altında gerekçe yazmada sıkıntıların var olması ve gerekçe yazmada sıkıntıların var olmaması olmak üzere iki kategori oluşturulmuştur. İlk kategori için ise, *matematiksel ifade kullanma alışkanlığı*, *kavram isimlerini bilmeme* durumu ve *matematiksel ifadeyi anlamlandıramama* olmak üzere üç alt kategori oluşturulmuştur.

Tablo 23

ÖA'ların Gerekçeleri Yazma Durumları

T(K1) Gerekçe Yazmada Sıkıntıların Var Olması	
K1.1 Matematiksel İfade Kullanma Alışkanlığı	
Sözel gerekçe yazmada, hani pek alışkın değiliz ya buna genelde anlatıyoruz hani bunu yazıya dökmede normal bir cümlede bunu nasıl kurabilirim yani devrik bir cümle olmasın düzgün bir cümle olsun diye uğraştım yani uğraştığım zamanlar oldu.	Ece
Sözel ıı biz hiç bu şekilde yani yaptığımız derslerdeki ispatlarda da sözel gerekçelerini yazmıyoruz genelde matematiksel olarak nereden nasıl geldiğini gösteriyoruz orada bırakıyoruz.	Emre
Gerekçeler tabi ki sözel olmalı ama matematiğin dili de kendi notasyonudur, hani biz hep böyle öğrendik okulda hala da öyle öğreniyoruz. O yüzden gerekçesi bile benim aklımda belirdiğinde matematiksel olarak beliriyor	Selçuk
Yine sözel olarak ifade edemeyeceğim şeyler çıkar herhalde, nasıl olduğunu mantığını bilebilirim ama sözel olarak ifade etmekte zorlanabilirim. Mesela, şunda hala ne diyeceğimi hala sözel olarak kestiremiyorum.	Gönül
Sözel gerekçe yazmada şöyle sıkıntı çektim. Hani terimleri kullanırken acaba yanlış mı doğru mu kullanıyorum tam olarak sözel olarak ifadesi... Hep biz matematiksel görüyoruz, sözel ifadesini çok yapmadığımız için, biraz onda zorlandım.	Ayşe
Çünkü bunları [Matematiksel ifadeleri] *yazmak ilk etapta, benim açımdan bakarsam kendi açımdan, daha kolay gibi geliyor. Çünkü genelde hani bu şekilde yazıyoruz, sözel ifadelerle çok fazla ifade etmiyoruz ya, o açıdan çağrışımda biraz...*	Rüzgar

K1.2 Kavram İsimlerini Kullanmama	
O da var bir de şey mesela, biliyorsun özelliğin ne olduğunu ama nasıl kullanacağını da biliyorsun ama özelliğin belki adını utmuşumdur yani ya da ne ifade ettiğini unutmuşumdur, sözel olarak ama bir işleme dökmede yapabilirisin yani.	Mine
Zorlandım. Onda çok fazla sıkıntı yaşadım. Çünkü genelde ben hani tanımlarla gitmiyordum çok geometride özellikle hani bu özellik budur, şu şekilde de ifade edilir. Hani bunların toplanabilir olma özelliği, işte arada kalma özelliği falan bunlarla hiç ilgilenmiyordum. O nedenle sıkıştığım noktada x eşittir y olduğundan atıyorum PL eşittir PK ise iki eşitlik de birbirine eşittir, öyle kestirmeden gittiğim yerler oldu.	Tuba
Sözel gerekçe yazmada şöyle sıkıntı çektim, kısaltamadım ya da onun tam bir tanımını özel bir ismini bilmediğimden kaynaklanan. Ben direkt normal cümleler olarak aklımdan ne geçiyorsa onu yazdım	Rüya
K1.3 Verilen İfadeyi Anlamlandıramama	
Bazı yerlerde zorlandım kesinlikle. Bazı dediğiniz gibi zaten ara basamaklarda bazı sıkıntılar yaşadım. Bazen ne olduğunu anlamadım.	Recep
Sözel gerekçe yazmada yer yer sıkıntı çektiğimi söyleyebilirim. (...) İkici türde bir gerekçe verilip de o ifadeyi o gerekçeye göre yazarken muhtemelen, gerekçenin dilini anlamadığım için ya da orada bana tarif edilen şey yeterince açık olmadığı için ifadeyi yerine yazamamış olabilirim.	Volkan
T(K2) Gerekçe Yazmada Sıkıntıları Var Olmaması	
Kısa kessem mi biraz daha açıklasam mı, o yönde biraz tereddüdüm oldu. Bunun dışında ... [olmadı].	Nehir

Temanın ilk kategorisinde gerekçe yazmada sıkıntı çektiğine yönelik ifadeleri olan ÖA'lar bulunmaktadır. Bu kategori üç alt kategoriye ayrılmıştır. Bu alt kategorilerin birincisinde matematiksel ifade kullanma alışkanlığı nedeniyle gerekçe yazmada sorun yaşayan 6 ÖA'nın ifadeleri bulunmaktadır. Bu kategorideki ÖA'ların tümü ifade yazmaya alışık olmaları nedeniyle gerekçe yazmada sıkıntı yaşadıklarını belirtmiştir. İkinci alt kategoride 3 ÖA bulunmaktadır. Bu ÖA'lar gerekçe yazmadaki sıkıntılarının nedeni olarak, kavramların isimlerini doğru şekilde ifade edememelerini göstermişlerdir. Son alt kategoride ise iki ÖA bulunmaktadır. ÖA'ların her ikisi de verilen ifadeyi anlamlandırmamaları nedeniyle gerekçe yazmada sıkıntı çektiklerini belirtmiştir.

İkinci kategoride tek bir ÖA bulunmaktadır. Gerekçe yazmada sıkıntı çekmediğini belirten tek ÖA, Nehir'dir. Sadece gerekçeleri uzun, açıklamalı şekilde yazıp yazmama konusunda tereddütte kaldığını ifade etmiştir.

***Soru 3**. Sizce gerekçeler açıklamalara sahip olacak şekilde uzun mu olmalı yoksa özelliği belirtecek şekilde kısa mı? Neden?*

Uygulamalar incelendiğinde bazı ÖA'ların gerekçeleri çok uzun yazdığı, bazılarının ise herhangi bir açıklama yapmadan kısa gerekçeler kullandıkları görülmüştür. Gerekçe yazma ile ilgili sıkıntı yaşadıklarına dair ifadeler de göz önüne alınarak bu soru ÖA'lara yöneltilmiştir. Bu soru sorulduktan sonra ÖA'lara daha açık olabilmek amacıyla bir örnek sunulmuştur.

" Sizce, ikizkenar üçgen özelliğinden ifadesi mi yoksa ikizkenar üçgenin eş kenarlarının sahip olduğu taban açıları birbirine eştir ifadesi mi gerekçe olarak kullanılmalıdır?" sorusuyla ilk sorudaki kasıt açıklanmaya çalışılmıştır.

Gerekçelerin yazılma durumları olarak belirlenen temanın altında üç kategori oluşturulmuştur. Bu kategoriler açıklamalara sahip olacak şekilde uzun gerekçeler yazma, özelliği belirtecek şekilde kısa gerekçeler yazma ve iki yapıya da uygun gerekçeler yazma şeklindedir.

Tablo 24

Gerekçelerin Yazılma Durumları Teması ve Kategorileri

T(K1) Açıklamalara Sahip Olacak Şekilde Uzun Gerekçeler Yazma	
Bence öyle denmesi gerekiyor yani ikizkenar üçgenin nasıl diyeyim açıortayından mı bahsediyoruz, açıların eşliğinden mi, uzunluklarının eşliğinden mi bahsediyoruz. Yani gerekçe budur aslında benim için sadece ikizkenar üçgen denmesi yeterli değil. Ki zaten bize ifadeler verilmiş, matematik dilini kullanmamamın sebebi de zaten ifadeler biz matematiği gösteriyor burada.	Ece
Bence, daha uzun olanı doğru gibi geliyor çünkü şimdi ikizkenar üçgen özelliğinden, hangi özelliğinden acaba bu oldu yerine, en ince ayrıntısına kadar yazılması... Ama bu da tabi ki ispatta uzun süreç olabilir, çok uzun ifadelere zaman alabilir diye yine de...	Rüya
Yani, bence ikincisi daha iyi. İkizkenar üçgenin özelliği ama hangi özelliğine dayanarak bunu söylüyorsun o önemli diye düşünüyorum. O yüzden dikkat ettim biraz, sığdırdığım sürece yazmaya çalıştım	Nehir
Yok bence açıklanmamalı ama çok böyle kısa şekilde de olmamalı.	Ayşe
İkincisi daha açıklayıcı olur bence, çünkü ikizkenar üçgen özelliği de hangi özelliğini kullandık, birden fazla özelliği var orada senin işine yarayan hangisi? Belki açıların eşit olmasını kullanmışsındır belki kenarların. İkincisi daha mantıklı.	Tuba
Bence ikisi de söylenmeli. Önce işte ikizkenar üçgenin özelliğinden denmeli çünkü ikizkenar üçgenin bir sürü özelliği var ona bakarsan. Yanında da acaba hangi özelliği verilmiş o da belirtilmeli yani bir de.	Mine

Bence iki tür de olabilir ama ikinci türde yazılsa daha iyi olur gibi geliyor. Çünkü öğrencinin ne bildiğini daha çok anlayabiliyorsun ikinci türde sizin dediğiniz ikinci şekilde yazarsak ama ilk türde kapalı bir şey oluyor gibi geliyor bana.	Recep
T(K2) Özelliği Belirtecek Şekilde Kısa Gerekçeler Yazma	
Kısa olmalı ama... Hem kısa açık ve öz bir dille anlatmamız lazım ama benim yaşadığım en büyük sorun oydu. Verilen ifadeyi ben uzun uzun sözel olarak açıkladım bunu kısaltamıyorum. Hani ne olduğunu da biliyorum aslında ama matematik notasyonlarıyla, matematik dilini kullanarak ifade etmekte çok zorlandım.	Gönül
T(K3) İki Yapıya da Uygun Gerekçeler Yazma	
Bence kısadan ziyade açık olmalıdır, anlaşılır olmalıdır. Yani uzunluk kısalığı bence çok önemli değil. Açık olmalı. Ben mesela şunu gördüğüm zaman [matematiksel ifade gösteriyor] ben bunu anlayabiliyorum ama işte bunu öğrencinin anlaması. Eğer bundan anlamıyorsa, daha uzun bu üçgenler eştir ya da benzerdir o şekilde açıklama yapılabilir	Emre
Bu şimdi bu ispatın kime hitap edeceğine bağlı, sadece ispat yapacaksak bir ikizkenar üçgenin özelliğinden demek yeterli. Hani sonuçta buna bakan her matematikçi orada o olması gerektiğini anlar ama hani bunu bir lisede öğrenciye belirteceksek belki hani direkt göremeyebilir, altına da kısa bir açıklaması şeklinde gerekçenin açıklaması şeklinde sizin dediğiniz gibi olabilir yani.	Selçuk
Bence her ikisi de yazmalı, şu anlamda, seviyeye göre. Seviyeye göre düşündüğümüzde ikizkenar üçgenden, ikizkenar üçgenin özelliğinden dediğimizde hani direkt anlayabiliriz. İki kenarı eşit açıları eşit işte iki taban açısı eşit gibi ama farklı bir seviyede varsa, farklı bir seviyede bir şey bilmemiz gerekiyorsa da... Daha çok ne bileyim, seviyeye göre diyebiliriz onu hani her ikisi de kullanılmalı bence	Rüzgar
Şöyle, basit ve kolay bir şekilde anlaşılabilir artık çok sık tekrarlama yüzünden bizde yer edinmiş bilgiler bence kısa şeylerle o bariz bir özelliktir ve neyin nereden geldiği yazılabiliyordur gibi onu söyleyebiliriz. *Ama başka daha spesifik şeylerde, mesela atıyorum, teğet kiriş açının ya da bu şeylerde çapı gören çevre açı gibi özelliklerde diktir falan gibisinden onlar daha sanki böyle açık bir şekilde verilebilir.*	Volkan

K1'de açıklamalara sahip olacak şekilde uzun gerekçeler yazılması gerektiğini belirten ÖA'ların ifadeleri yer almaktadır. Bu kategoride 7 ÖA bulunmaktadır. Bu ÖA'ların 6 tanesinin birbirlerinin ifadelerini destekleyecek söylemleri bulunmaktadır. Tam olarak hangi özellikten bahsedildiğinin bilinmesi için açıklamalı ve daha uzun gerekçelerin yazılması gerektiğini belirtmişlerdir. Ayrıca bu durumun öğrencilerin öğrenmelerinde etkili olacağını ifade etmişlerdir. Recep ise diğerlerinden kısmen farklı olarak, öğrencilerin neyi bilip bilmediklerini daha iyi anlamak için, açıklamalı uzun gerekçeler yazılmasının daha kullanışlı olacağını belirtmiştir.

K2 özelliği belirtecek şekilde kısa gerekçeler yazma durumunun daha elverişli olduğu düşünen tek bir ÖA'dan oluşmaktadır. Gönül, kendi ispat yapma sürecinde çeşitli nedenlerle gerekçeleri çok uzun yazdığını belirtmiştir. Bunun nedeni olarak da matematiksel ifadelerin gerekçelerini yazamamasını sunmuştur. Kendisinin kısaltmaları yapamaması ya da tanımları hatırlayamaması nedeniyle, gerekçelerin kısa olması gerektiği fikrini öne sürmüştür.

K3'de ise bahsi geçen iki yapıya da uygun gerekçeler yazılabileceğini savunan ÖA'ların ifadeleri mevcuttur. Bu kategoride 4 ÖA bulunmaktadır. İlk üç ÖA, öğrencilerin daha iyi anlamaları için, onların seviyelerine de uygun olacak şekilde gerekçelerin belirlenmesi gerektiğini savunmuştur. Volkan ise, yine öğretim üzerinden yorum yaparak, bilinen konularda kısa ve net gerekçelerin kullanılması gerektiğini ifade etmiştir. Ancak yeni öğrenilen konularda ise açıklamalı uzun gerekçelere yer verilmesi gerektiğini belirtmiştir.

Oluşturulan temanın ya da kategorilerinin dışında kalan ÖA bulunmamaktadır. 12 ÖA'dan 7'sinin açıklamalara sahip uzun gerekçelerin olması gerektiğini savunması bu konuda bir yığılma oluşturmuştur. Sadece 1 ÖA'nın gerekçelerin sadece özelliği belirtecek şekilde kısa olması gerektiğini savunması dikkat çekicidir.

Soru 4. *Karşılaştığınız ÇSİ yöntemine uygun olarak hazırlanmış ispat problemleri yerine sadece teoremler ile karşılaşsaydınız, ispatlama durumunuz nasıl olurdu? Neden?*

Bu soru yöneltildikten sonra ÖA'lardan, ÇSİ'yi bilmeden önceki durumlarını göz önünde bulundurarak cevaplamaları istenmiştir. Araştırmada ÇSİ ile diğer ispat yöntemlerini karşılaştırmaya yönelik bir uygulama olmaması nedeniyle bu konuda ÖA'ların görüşlerine başvurulmuştur. Bu soruda temalaştırma kriterlerine uygun yorumlar bulunmaması nedeniyle sadece görüşlerin gruplandırılması ve öne çıkan yorumların incelenmesi yoluna gidilmiştir.

12 ÖA'dan 8'i diğer ispat yöntemlerini kullanarak uygulamada verilen 20 sorunun en fazla yarısını yapabileceklerini belirtmişlerdir.

Tablo 25

İspatların Kaç Tanesini Yapabileceğini Belirten ÖA'ların İfadeleri

Ne bileyim yarıyı geçerdim sanırım ama hadi on olsun, atıyorum yani en şey olabilecek ihtimal. Ortalama ihtimali yani	Ece
Sadece benim değil çoğu kişinin yapacağını sanmıyorum ama bu şekilde ispatlamak daha faydalı oluyor, neyin nereden olduğunu daha iyi anlıyorsun, nereden geldiğini daha iyi anlıyorsun. Sadece teoremi vermek çok öğretici de olmaz. (...) Yarısını geçeceğimi düşünüyorum en azından, çünkü çoğu bildiğim şeyler ama bilmediğim teoremler de var.	Emre
İşte yapamazdım. Bu daha basit hem anlamlandırmada hem nereden gelip nereye gideceğini falan gösteriyor yani adımların olması. (...) 10 falan herhalde. (...) O da şöyle bir durum mesela. Çoğunu unutmuşum, böyle bir ispat var mıydı ya da böyle bir teorem var mıydı falan burada aklım geldi, çoğunu unutmuşum aslında öyle bir durum da var.	Mine
Belki, en kötü ihtimal 6 falan olabilirdi, yani çünkü hani bunu yapmamın sebebi de ifadelerin belli bir şekilde verilmesi bana, hatırlatması. Bir kısmında da gerekçelerin verilmesiydi.	Rüya
Hım yapamazdım herhalde ama bilmiyorum şu anda. Bu kadar olmazdı gibi geliyor, bu kadar olmazdı ama çok düşük seviyede de olacağını düşünmüyorum. (...) Bence benim görüşüm, 10'u geçerdi gibi geliyor.	Recep
Yani yarı yarıya, belki 12 falan ama 18 olmazdı.	Volkan
Yirmi de ya yüzde elli yüzde atmış oranında bir şey olabilirdi belki. (...) Gerçi, şey anlamında hani ispatların çoğunu belki yine yapardım ama hani düzgün anlamda yazma böyle, sonuca ulaştırma anlamında yarı yarıya ancak olabilirdi diye düşünüyorum.	Rüzgar
Teorem versek ... Biraz zorlanırdım açıkçası ... Yarısını yapardım yine herhalde ... Tam emin olamıyorum ama bir denemek lazım	Nehir

Sadece Rüya, yarıdan da az bir sayı vererek yaklaşık 6 tanesini yapabileceğini ifade etmiştir. Ayrıca 3 ÖA'da bu durumunun nedenlerini belirtmişlerdir. Emre, uygulamada bilmediği teoremlerin var olması nedenini öne sürmüştür. Mine ve Rüya ise, ÇSİ'nin yapısal bir özelliğine değinerek, basamaklı ilerlemesinin ipuçları verdiğini ve bazı özellikleri hatırlamalarına yardımcı olduğunu belirtmişlerdir.

İki ÖA, Selçuk ve Ayşe, sadece uygulamadaki kadar çok ispat yapamayacaklarını belirtmişlerdir. Tuba ise geometride yapamayacağını belirtmiştir. Kendisine yöneltilen "Neden? Dördüncü grubu yapabilmişsin?" sorusuna ise şu şekilde cevap vermiştir.

Evet ama o bana bir anda verilseydi, böyle bir şeyde böyle bir çalışmada direkt dördüncü grupla başlamış olsaydım, ben onu yapamazdım ama işte bir alışkanlık oluyor hem yönteme alışıyorum hem de sorulara bakış açım değişiyor, hani bu verilen, buradan nereye *gidebilirim. Üçüncü gruba kadar hatta ikinci gruptan sonra artık tamamen ısındım. İşte neyi nasıl kullanabilirim, orta nokta olmanın özelliğinin ne olduğunun nerede kullanırım böyle böyle düşünmeye başladım sorulara geçince, o açıdan iyi oldu. Mesela ek çizim pek aklıma gelmezdi ama bir iki tanesinde gördüğüm için, baktım ama acaba ek çizimle de bir şeyler çıkabilir mi diyebiliyordum, o yüzden dördüncü grupta rahat etmiştim hani. [Tuba]*

Gönül ise, çoğunluğunu yapardım şeklinde bir ifade kullanmış ve gruptaki diğer 11 kişinin aksi bir görüş belirtmiştir.

Çok büyük ihtimal çoğunluğunu yapardım ama görünüm olarak nasıl olurdu bilmiyorum nasıl ulaşırdım. Özellikle şu ipuçlarının olmadığı durumlarda yapabilir miydim, biraz tedirginim. [Gönül]

Ancak bu yorumu yapmış olmasına rağmen ÇSİ'nin kendi deyimiyle ipuçlarının olmaması durumunda, ispatları yapma seviyesinin ne olacağından emin olmadığını da belirtmiştir.

***Soru 5**. Uygulama sonucu olarak kendinizi nasıl değerlendiriyorsunuz?*

İkinci görüşmede ÖA'lara oluşturdukları ispatları tamamlama, yarım bırakma ya da hatalı yapma durumlarına yönelik bilgi verilmiştir. Ardından bu soru ÖA'lara yöneltilmiş ve sürecin tamamını düşünerek bu soruyu yanıtlamaları istenmiştir. Burada amaç, ÇSİ yöntemini kullanma durumlarını kendilerinin yorumlamasını sağlamaktır. Ayrıca uygulama sürecinde kendilerini nasıl değerlendirdiklerine yönelik bilgi almaktır.

ÖA'ların ifadeleri iki kategori altında toplanmıştır.

Tablo 26

Kişisel Değerlendirmeler

T(K1) Olumlu Görüş Belirtenler	
İyi yapmam gerektiğini düşünüyordum çünkü geometrim iyidir derim her zaman, kötü çıksa moralim bozulurdu. Unuttuğumu düşünüyorum artık kaç sene oldu. Arada ben canım sıkıldıkça geometri çözen biriyim hani matematik çözmem geometri çözerim ama hani bazı yerlerde demek ki unuttuğum şeyler var, bu yeni bir şey değil deme ki ifade etmede biraz daha kendim çalışmam gerekiyor, ifade etmem gerekiyor diye tahmin ediyorum ama yine iyi geldi bana.	Ece
... gerçekten hani o kadar beklemiyordum ilk başta çalışmanın sonucunda bu kadar çıkartabileceğimi açıkçası düşünmüyordum. Özellikle ilk grupta hani gerekçeleri yazamıyorken, aa ben geometri bilmiyormuşum derken iyiymiş gerçekten ...	Tuba
Güzel bir sonuç diyebilirim neticede ispatla ilgili böyle çok dolu olduğumu düşünmüyorum yani daha önceki öğretim hayatımdan dolayı. O anlamda böyle bir çalışma faydalı oldu diye düşünüyorum.	Rüzgar
İyiydi ben çok eğlendim. [Başarılı buluyor musun kendini?] Evet.	Ayşe
Hatalarım hemen hemen her kâğıtta var. Yani bakıp tekrar bir hatalarıma bakmam gerekiyor ama genel olarak beğendim.	Gönül
Şöyle söyleyeyim, ben mesela ileride bunu kullanmayı düşünüyorum öğretimde, öğretmenlik hayatımda işte öğrencilerin konuyu anlamasına, anlamlandırmasına aynı zamanda ölçme değerlendirmede de kullanmayı düşünüyorum. Onların gelişmelerini de sağlayacağını düşünüyorum. Çünkü kendim ispat yapamazken, yapabiliyorum. ***Yapabildiğimi düşünüyorum.*** *Aynı zamanda ispat yaparken nereden başlaman gerekiyor. Bunlar veriliyor şurada hani gidiyoruz ya adım adım. Bunların da bende artık hani ispata nereden başlayabileceğimi hani birazcık olsun kestirebiliyorum.*	Mine
Ya ben hani pek ispat yapmaya o kadar alışkın değildim yani. Araç, beni bunu yapmaya ***teşvik etti*** *diyebilirim çünkü gerçekten iyi bir araç. Yani hiç bilmeden ben direkt basamak basamak belki birkaç basamağını yazardım. Hani hiç bilmeden ya da hatırlattığı yerler oldu yani o şekilde yazdığım yerler oldu. Onun dışında ne diyebilirim... Gerekçelerde mesela, ben ispat yaparken direkt sıralı yazmak yerine belki karmaşık yazabilirdim ama hani bunda daha bir düzen oldu.*	Rüya
T(K2) Olumsuz Görüş Belirtenler	
Kendimi değerlendirsem, yani aslında daha iyi de yapabilirdim çünkü bazı yerlerde boşluklarım var, tam açıklayamadığım yöntemler var. (...) İşte bilmediğim teoremler vardı. Bir iki tanesinde bilmediğim şey çıktı, ondan sonra işte geometrideki zayıflığa bağlıyorum ben bunu neden, çalışmıyoruz da okul zamanında artık ona da bağlıyorum yani. Eksik bilgiye bağlıyorum.	Emre
Yok tabi ki kötü değil de, daha iyi olabilirdi daha kötü de olabilirdi açıkçası ama daha iyi olabilirdi tamamlayabilirdim. Bu çok yabancı olduğum için muhtemelen ondan kaynaklanmış olabilir.	Volkan
Düşük. Evet. Tamamını yapabilirdim. Bir tanesinin hatalı olması gözümden kaçmış olabilir tabiki insanlık hatası ama kaçmaması gerekiyor. Diğerlerinde de ifade yanlışlıkları yapmış olabilirim, gerekçenin sözel açıklamalarını tam bilmediğim için hani.	Selçuk
Fire vermemeliydim.	Nehir
Daha iyi yapabilirdim. Bazı yerlerde farklı yerlerde hata yaptığımı bilerek hata yaptım. Şimdi söyleyeyim, burada söylemek şey değil de çok fazla üzerinde durmadım kafa yormadım bir de uygulama esnasında biraz canım sıkıldı diyebilirim.	Recep

K1’de ÖA’ların tümünün kendi uygulama sonuçlarını değerlendirmeleri olumlu yöndedir. Ancak, birbirlerinden farklı nedenlerle sonuçları olumlu bulduklarını belirtmişlerdir. Ece, geometriyi bilgisini yeterli bulması nedeniyle sonucu olumlu bulurken, Tuba geometri bilgisinin yetersiz olması nedeniyle sonucunu olumlu bulmuştur. Rüzgar, uygulamasını olumlu değerlendirmesinin nedeni olarak ispat konusunda eksiklikleri olmasını öne sürmüştür. Ayşe ve Gönül, sadece sonucu kendi açılarından olumlu bulduklarını belirtmiş ancak herhangi bir neden belirtmemişlerdir. Mine ve Rüya ise doğrudan uygulama sonuçlarını olumlu bulduklarını ifade etmemişlerdir. Mine, artık ispat yapabildiğini düşündüğünü vurgulamıştır. Rüya ise, yöntemin onu ispat yapmaya teşvik ettiğini belirtmiştir. Söylemlerinin içindeki bu ifadeler uygulama sonuçlarını olumlu bulduklarının göstergesi olarak kabul edilebilir.

K2’de ise kendi uygulama sonuçları için değerlendirmeleri olumsuz olan ÖA’lar bulunmaktadır. 12 ÖA’dan 5 tanesi bu grup içerisindedir. ÖA’ların hepsi olumsuz değerlendirmeleri için farklı neden sunarken, Nehir hiçbir neden sunmamıştır. Emre, geometri konularında var olan eksikleri nedeniyle kendini yeterli bulmadığını ifade etmiştir. Volkan, yönteme yabancılık çekmesinin bu duruma neden olduğunu vurgulamıştır. Benzer şekilde Selçuk da yöntemin yapısından kaynaklanan bir durumu ileri sürmüş ve sözel açıklamalarda (kullanma ve anlama) kendini eksik bulduğunu ifade etmiştir. Recep ise, tamamen uygulamayla ilgili bir durumu öne sürmüştür. Uygulama zamanlarının kısıtlı olduğuna ve kendisinin uygulamalarda ispatların üzerinde yeterince durmadığına değinmiştir.

3.3.2. ÖA’lara Yöneltilen Bireysel Sorulardan Elde Edilen Bulgular

Son alt problemle ilgili tüm bulgular, ÖA’lar ile yapılan yarı yapılandırılmış görüşmeden elde edilmiştir. Bu görüşmede ÖA’lara öncelikle yapılandırılmış olarak hazırlanan sorular yöneltilmiştir. Ardından, uygulama sürecindeki ispatları incelendikten sonra oluşturulan bireysel sorular ÖA’lara sorulmuştur. Bu sorular ile katılımcıların uygulamadaki öne çıkan durumları ve karakteristik yaklaşımlarının belirlenmesi amaçlanmıştır. ÇSİ yöntemini kullanma ve bu yöntemle hazırlanmış ispatları yapma durumları bireysel özellikleriyle ilişkili olarak incelenme yoluna gidilmiştir. Analiz sürecinden sonra oluşturulan sorular için bir genelleme yapma durumu amaçlanmamış olmasına karşın, öne çıkan noktaların bazılarının ortak olduğu görülmüştür.

Tüm ÖA'ların ispatlarındaki öne çıkan durumlar ve karakteristik özellikler, görüşmelerdeki ifadelerine dayalı olarak sunulmuştur. İnceleme yapılırken, 20 ispattan en fazlasını yapan kişiden en azını yapan kişiye doğru bir sıra izlenmiştir.

Tablo 27

ÇSİ'lerin Kişi Bazında Tamamlanma/ Tamamlanmama Durumları

	Tamamlanmış		Tamamlanmamış	
Kişiler	**Hatasız**	**Hatalı**	**Tamamen Boş**	**Basamak Eksik**
Recep	19	4.2		
Nehir	19	4.2		
Rüzgar	18	1.1/ 4.2		
Ayşe	18	3.1/4.2		
Selçuk	18	1.1/1.3		
Ruya	17	4.1/4.2		3.5
Tuba	17	1.1/2.1/2.4		
Ece	16	3.4/4.2/4.4	2.4	
Gönül	16	1.2/1.4/2.4/4.2		
Emre	15	1.2/1.4/2.3/4.2		4.3
Mine	13	1.1/1.3/2.1	3.5	1.1/1.3/2.1
Volkan	12			1.1/1.2/1.3/1.4/1.5 /2.3/3.3/4.2

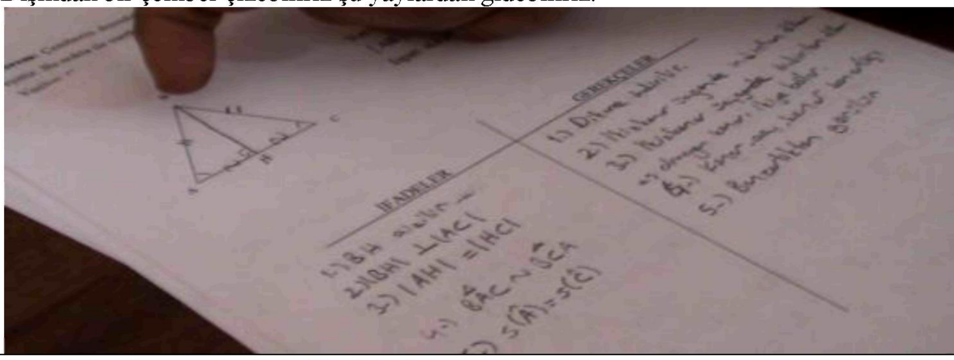
$ÖA_1$ – Recep

Recep çalışmada uygulanması istenen 20 sorunun, 19'unu doğru olarak tamamlamıştır. ÖA'nın hatalı olarak tamamladığı tek ispat 4.2 numaralı ispattır. Bahsi geçen ispat, tüm katılımcılar içerisinde sadece bir kişinin doğru şekilde tamamlamış olduğu ispattır.

Uygulamaların arkasından yapılan ikinci görüşmede hatalı yaptığı 4.2 numaralı ispat ÖA'ya tekrar sunulmuştur. Ardından nerede hata yaptığını bulabilmesi için ispatı incelemesi istenmiştir. Belirli bir süre bekledikten sonra da ispatın ne şekilde doğru yapılabileceği ÖA'ya gösterilmiştir. Akabinde katılımcı, farklı yollardan da bu ispatın yapılıp yapılamayacağı hakkında yorum yapmıştır.

Tablo 28

Transkript Örneği- Recep.1

213	**A**	Peki nereden olabilir, belki aklına gelmez ama bir bak bakalım. Dikme değil de ne kullanabilirsin?
214	**ÖA**	Hım çember mi çizeceğiz?
215	**A**	Çember olabilir o da iyi bir fikir.
216	**ÖA**	Dışından bir çember çizebiliriz şu yaylardan gidebiliriz. 
217	**A**	Sonuçta bunlar şey şimdi değil mi, kiriş?
218	**ÖA**	Kiriş evet, gördüğü yaylar eşit.
219	**A**	Eşit yay böler.
22	**ÖA**	Oradan da açılara eşit diyebiliriz.
221	**A**	Evet güzel. Güzel fikir.

ÖA ispatın nasıl yapılacağını öğrenmesinin ardından başka hangi yolla yapılabileceğine dair bir fikir geliştirmiştir. Katılımcı diğer hiçbir ÖA'nın bu soru için kullanmadığı bir yoldan gitmiştir. Çevrel çember ve yayların gördüğü açılardan da bu ispatın yapılabileceğini belirtmiştir.

Katılımcı yine benzer şekilde 4.1 numaralı ispatı da farklı yoldan çözen ÖA'lardan bir tanesidir. Kosinüs teoreminin ispatlandığı soruyu iki ek çizim kullanıp sinüs teoreminden faydalanarak oluşturmuştur.

Tablo 29

Transkript Örneği- Recep.2

191	**A**	Noktasında kaldığı için. Bu ispatta ispatı buradan yapan az kişiden birisin [4.1]. yine farklı yoldan yapmışsın yani. Bir de şey soracağım diğer ispatlarda ilk basamak bak genelde verilen. Sen burada verileni kullanmamışsın? Neden, gerek mi duymadın?
192	**ÖA**	Hızlı yapayım diye hocam.
193	**A**	Peki sence olması gerekli mi ÇSi'de verilen olmamalı mı?
194	**ÖA**	Olmasa da olur diye düşünüyorum ben, olmasa da olur yani. Orada verilmiş, benim görüşüm bu tabi yanlış da olabilir.
195	**A**	Yok yok ben zaten senin görüşünü almak istiyorum.
196	**ÖA**	İlk başta verilmiş zaten orada yukarıda diye düşünüyorum ondan sonra direkt ispata geçebilirim. Daha düzenli olması için verilen de yazılabilir tabi.

Recep adlı ÖA'nın genel olarak ispatlarda matematiksel (4.2 hariç) ya da yönteme yönelik hatası bulunmamaktadır. Ancak 4.1 numaralı ispatta verilen basamağını kullanmamıştır. Bu durum ÖA'ya sorulduğunda hızlı yapmak için basamağı yazmadığını belirtmiştir.

ÇSİ'lerde verilen olması gerekli mi sorusuna ise, zaten başta verildiği için ispatta gerekli görmediğine dair yorum yapmıştır.

ÖA$_2$- Nehir

Uygulama sürecinde karşılaştığı 20 ispatın 19 tanesini tam olarak yapan diğer ÖA, Nehir'dir. Recep'e benzer şekilde o da 4.2 numaralı ispatta matematiksel hata yapmıştır. Bunun dışında matematiksel hata içeren ispatı yoktur.

1.2 numaralı ispatında gerekçeler kısmının bazı basamaklarında matematiksel notasyonlar kullanmıştır. Görüşme sırasında bu durum ÖA'ya sorulmuştur.

Tablo 30

Transkript Örneği- Nehir.1

15	**A**	Anladım. Bir de sende şeyi gördüm, ilk grupta genelde, bazen matematiksel notasyon kullanma durumun var sözel gerekçelerde. Onun nedeni ne olabilir?

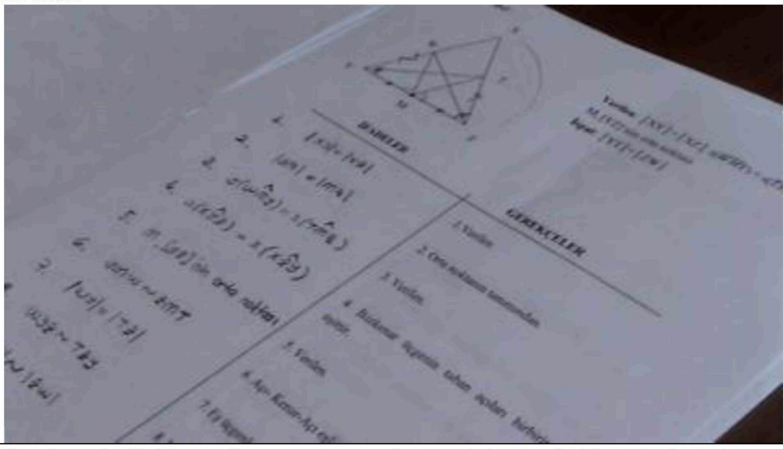
16	**ÖA**	Gereksiz mi yerinde mi kullanmışım?
17	**A**	Hayır, aslında hayır yerinde kullanmışsın ama onlar sözel değiller matematiksel.
18	**ÖA**	Haa ifadelerin sözel olması gerekiyor.
19	**A**	Gerekçeler tarafında, matematiksel ifadeler kullanmışsın o neden?
20	**ÖA**	Alışkanlık belki de, herhalde alışkanlık diye düşündüm. Bir de gerekçelerde öyle bir kısıtlamanın olduğunun farkında değildim herhalde. Bilmiyorum, anlayamadım herhalde o zaman.

Gerekçeler kısmında matematiksel notasyon kullanma durumunu, matematiksel yazma alışkanlığına bağlamıştır. Ayrıca ilk ispatlar olduğu için böyle bir kısıtlamanın varlığının farkında olmamış olduğunu belirtmiştir.

ÖA'nın verilenlerin nasıl yazılması gerektiği konusunda başka bir ispatta sıkıntı yaşamıştır. Birden fazla verileni olan 2.1 numaralı ispatta verilenleri hatalı yerleştirmesine karşın ispatı doğru şekilde tamamlamıştır.

Tablo 31

Transkript Örneği- Nehir.2

119	**A**	Anladım güzel. Şimdi burada 3 tane verilen var, bu 3 verileni nasıl yerleştirdin bu soruda? 
120	**ÖA**	Nasıl yerleştirdim… Sıraya göre yerleştirmişim herhalde. Yerlerinden ziyade sıraya göre yerleştirmişim.
121	**A**	Çünkü verilenlerin hatalı ama sonuca ulaşmışsın.
122	**ÖA**	Evet orada olabilir evet kesinlikle hatalı, sıraya göre yazmışım bir iki üç verilen diye.
123	**A**	Anladım. Burada mesela YM, MZ'ye eşit aslında üstteki verilen ne olmalıydı?
124	**ÖA**	Bunun eşit olmasının sebebi YZ'nin orta noktası olması.
125	**A**	Evet. M'nin orta nokta olması. Önceki adım oydu.
126	**ÖA**	Mesela bu soruda şey yapmış olabilirim. Verilenleri yerleştirip sonra yapmış olabilirim. Bu istisna yani. Böyle birkaç soruda varsa.

ÖA'ya ispat ile ilgili durum belirtildiğinde, kendi incelemiş ve verilenleri hatalı yerleştirdiğini kendisi de belirtmiştir. Yaptığı bu hatayı da öncelikle sıradan verilenleri yerleştirmiş olmasına bağlamıştır.

Nehir de Recep'e benzer şekilde 4. Grup ispatlarında verilen ifadesini kullanmamıştır. Bu nedenle bu durumun nedeni ÖA'ya sorulmuştur.

Tablo 32

Transkript Örneği- Nehir.3

147	**A**	Yok yok hatalı değil ama hani daha gerekçesi ne olabilirdi diye. Bu ispatın tam. Burada [4.1], çok güzel bir ispat yapmışsın ama verilen kullanmamışsın. İspatlarda verilenle başlıyoruz ya genelde.
148	**ÖA**	Hım evet.
149	**A**	Onu soracağım sence, ÇSİ'lerde gerçekten kendi görüşünü merak ediyorum, verilen basamağına ihtiyaç var mı?
150	**ÖA**	Verilen basamağına … Öğrenci görüyor zaten. Tamam bunu ÇSİ'de bunun ifade edilmesi, bunu farkında olması biraz daha açısından önemli ama geometride verilen hiçbir şey boşuna verilmediği için, öğrenci herhalde bunun farkında olarak ispata başlar.
151	**A**	O yüzden çok da gerek yok diyorsun?
152	**ÖA**	Yok gibi.

Verilenleri kullanmadığı ÖA'ya gösterilmiştir. Ardından verilen basamağına ihtiyaç olup olmadığına dair görüşü Nehir'den istenmiştir. İspatın başında yer alması ve bir başlangıç adımı olması nedeniyle öğrencilerin verilenleri zaten ele aldığını belirtmiştir. "Gerek yok diyorsun?" sorusuna da, yok gibi cevabını vermiştir.

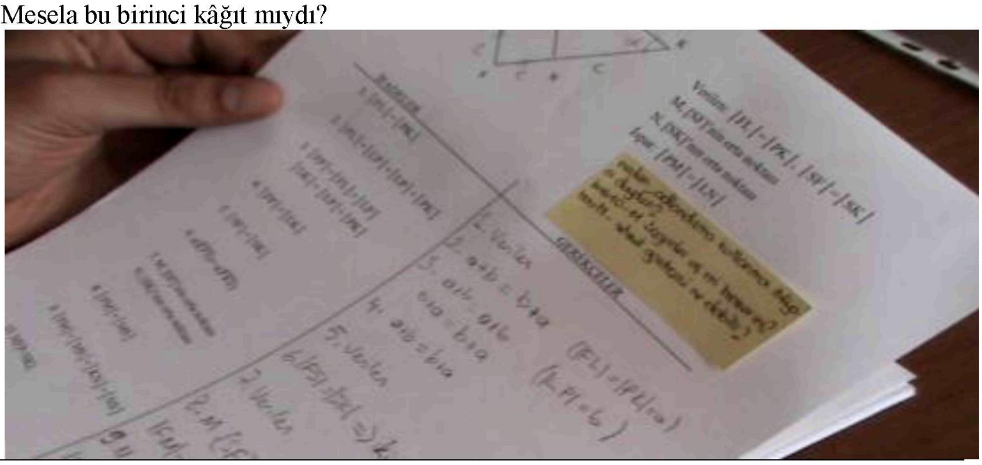
ÖA$_3$- Rüzgar

Rüzgar, çalışmada karşılaştığı 20 ispatın hepsini tamamlamıştır. Ancak bu ispatlar içerisinde hata yaptığı 2 adet ispat bulunmaktadır.

ÖA'nın uygulama sürecinde öne çıkan durumlarından biri gerekçelerde matematiksel notasyonlar kullanmasıdır. Özellikle ilk grup ispatların başında bu sıkıntıyı yaşamıştır. Hatta bu nedenle 1.1 numaralı ispatı hatalıdır çünkü gerekçelerinin tamamı matematiksel notasyonlardan oluşmaktadır. Bu nedenle ikinci görüşmede bu durumun nedeninin ne olduğu ÖA'ya soru olarak yöneltilmiştir.

Tablo 33

Transkript Örneği- Rüzgar.1

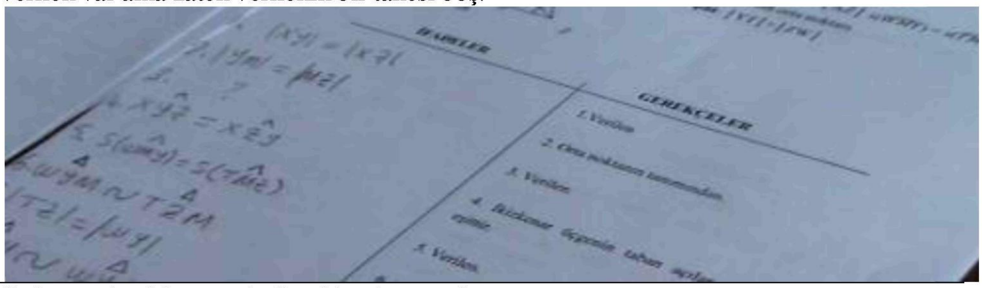
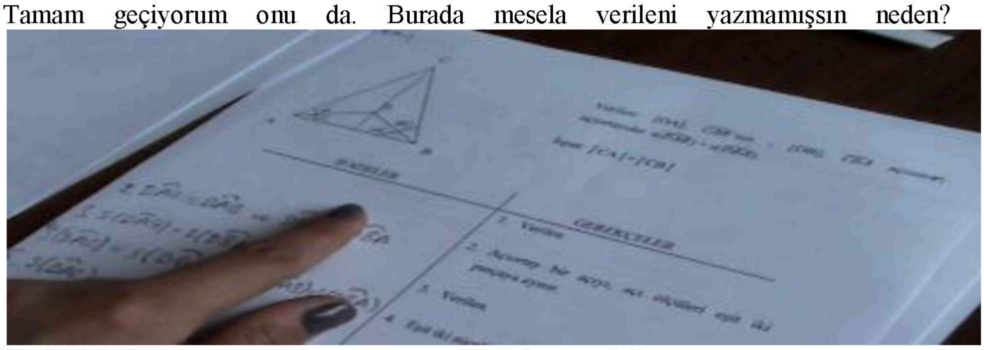
11	**A**	Sen de bir de ilk grupta, gerekçeler ilk grupta yazıldığı için, matematiksel notasyon kullanma durumun var gerekçeler kısmında, sözel gerekçeler kısmında. Onun nedeni nedir? Daha mı rahat hissediyorsun? Sözel gerekçeleri mi kuramadın? Hatırlıyor musun yani?
12	**ÖA**	Sözel gerekçeleri de kuramamış olabilirim.
13	**A**	Mesela hani, üçüncü grupta farklılık olan, ifadeler boş gerekçeler boş olan grupta öyle bir durumun yok, orada sözel gerekçeleri kullanmışsın ama ilk grupta genelde matematiksel notasyonlar karışmış içine.
14	**ÖA**	Mesela bu birinci kâğıt mıydı? 
15	**A**	Hı hı.
16	**ÖA**	Birincide mesela bunu o şekilde yazmam normal, çünkü olayı tam olarak bilmiyorum ya hani, yeni karşılaştığım bir durum o açıdan öyle olmuş olabilir diyebilirim o anlamda. Sonrakilerde bunda düzelme olduysa …
17	**A**	Peki, ikinci grup verilseydi birinciden önce daha mı iyi olurdu sence? Yani, gerekçeler varken ifadeler matematiksel ifadeler istenseydi daha mı iyi olurdu?
18	**ÖA**	Sanki, sanırım evet daha iyi olabilirdi. Çünkü bunları yazmak ilk etapta, benim açımdan bakarsam kendi açımdan, daha kolay gibi geliyor. Çünkü genelde hani bu şekilde yazıyoruz, sözel ifadelerle çok fazla ifade etmiyoruz ya, o açıdan çağrışımda biraz…
19	**A**	Gerekli mi sence sözel ifadeler?
20	**ÖA**	Bu sistem için gerekli ama dediğim gibi demek ki ben çok gerekli görmüyormuşum başta.

ÖA bu soruya, ÇSİ 'ler ile yeni karşılaşması nedeniyle notasyonlar kullandığı cevabını vermiştir. İlk kez gerekçe yazdığı için sıkıntı yaşadığını belirtmiştir. Bu nedenle ÖA'ya 2. Grupla 1. Grubun yer değiştirmesinin bu konuda yardımcı olabileceğine dair fikri sorulmuştur. ÖA bu duruma olumlu cevap vermiştir. Gerekçe yazmanın, ifade yazmaktan alışık olmamaları nedeniyle daha zor olduğunu belirtmiştir.

Rüzgar'ın uygulamalarında öne çıkan diğer bir durumu ise verilen yazma sıkıntısıdır. ÖA, birden fazla verilenin olduğu ispatta [2.2] verilenleri hatalı yerleştirmesine karşın ispatı doğru şekilde tamamlamıştır. Hemen arkasındaki ispatta da verilenleri yazmamıştır.

Tablo 34

Transkript Örneği- Rüzgar.2

128	**ÖA**	Şimdi burada üç tane verilen var. Bunları nasıl yerleştirdin? Burada da bir iki üç tane verilen var ama zaten verilenin bir tanesi boş. 
129	**ÖA**	Onları yerleştirip onu eksik mi bırakmışım?
130	**A**	Hı hı.
131	**ÖA**	Oradan oraya gelmişim.
132	**A**	Şunu kullanmamışsın [son verileni gösteriyor] muhtemelen bu sana sözel ifade olarak geldi. Yani burada sözel bir gerekçe olduğunu düşünüp, mesela bunu kullanmışsın bunu kullanmışsın [diğer iki verilenden bahsediyor] ama bu yok.
133	**ÖA**	Evet onu oraya yazmam gerekiyormuş da demek ki. Şimdi başta giderken orayı boş bırakmışım demek ki sonradan da artık dikkatsizlik.
134	**A**	Tamam geçiyorum onu da. Burada mesela verileni yazmamışsın neden?  Yani bütün ispatı yapıp, şunları yazmamışsın ilk basamağa?
135	**ÖA**	Hımm.
136	**A**	Sonra yazayım diye mi unuttun, ne oldu?
137	**ÖA**	Şu an hatırlayamıyorum, öyle bir şey olmuş olabilir, hatırlamıyorum gerçekten.
138	**A**	Yine burada bir verilen yazma eksikliği var. Verileni gereksiz mi buluyorsun? Buldun?
139	**ÖA**	Ha o evet o, bazıları ondan dolayı olmuş olabilir. Tam olarak hatırlamıyorum gerçekten de. Ondan dolayı olmuş olabilir belki, size sormuş muydum hatırlamıyorum da hani buna gerek yok gibi bir şey. Yani kesin vardır böyle bir şey yapıldığına göre de, ben o anda demek ki öyle düşünmüşüm. Belki yani, şu anda öyle düşünüyorum.

İlk soruda verilenleri yanlış yerleştirme hatasının dikkatsizlik nedeniyle oluştuğunu belirtmiştir. İkinci sorudaki verileni yazmama durumunun nedenini ise hatırlamadığı ifade etmiştir. Bu durum nedeniyle ÖA'ya verilen basamağını gereksiz bulup bulmadığı sorulmuştur. Cevap olarak ise ÖA, böyle bir şey yapıldığına göre kesin gerek vardır şeklinde bir yorum yapmıştır.

ÖA'nın ispatları incelenmeye devam edildiğinde 4.1 numaralı ispatta da verilen basamağının olmadığı görülmüştür. ÖA'da ardından verilen basamağının bazı durumlarda ona gereksiz geldiğini bu nedenle kullanmadığını belirtmiştir.

Tablo 35

Transkript Örneği- Rüzgar.3

152	**A**	Anladım. Şimdi burada demin sorduğum şey yine geçerli. Hani diğer ispatlarda hep verilenden başlamasına rağmen dördün birinde verilenin yok. Kendin yani verilenden başlamamışsın.
153	**ÖA**	Demek, verilen bana biraz gereksiz geliyor. Buradan yapacağım çıkarım bu. Bazı durumlarda gereksiz geldiği için yazmamışım.

ÖA'nın hatalı olan ispatlarından birincisi, çalışmanın ilk ispatı olan 1.1 numaralı ispattır. Bu ispatın hatalı olmasının nedeni, tüm gerekçe basamaklarında matematiksel notasyon kullanılmasıdır.

Tablo 36

Transkript Örneği- Rüzgar.4

90	**A**	Bir de ispatların üstünden geçelim. Burada matematiksel notasyonları daha rahat olduğu için kullandım demiştin yanlış hatırlamıyorsam [1.1 gösteriyor]
91	**ÖA**	Ha bir de ilk, ilk çalışma kâğıdı olduğu için bu tam olarak gerekçeler sözel ama hani. Normalde ne yazayım bilemediğim için.
92	**A**	Aslında örneklerini de gördün?
93	**ÖA**	Evet aslında gördüm değil mi örnekleri de? Demek ki bu kolay gelmiş dediğiniz gibi. Sonrasında da toparlanıyor ki bunda da uyarı alıp biraz toparlamıştım.

ÖA, 1.1 numaralı ispatın hatalı olmasının nedeninin ilk ispat olmasına bağlamıştır. Gerekçeler kısmına ne yazması gerektiğini bilmediğini belirtmiştir. Bu nedenle ÖA'ya uygulamadan önce katılımcıların ÇSİ ile ilgili bilgilendirildikleri ve

ÇSİ örneklerini gördüğü hatırlatılmıştır. ÖA ise ardından notasyonların daha kolay geldiği için kullanıldığını belirtmiştir.

Hatalı olan diğer ispatı ise, 11 kişinin hatalı yaptığı 4.2 numaralı ispattır. Kendisinden nerede hata yaptığını bulması istenmiş ve zaman verilmiştir. Ancak ÖA yaptığı hatayı bulamamıştır. Akabinde doğru şekilde ispatlama yolu ÖA'ya açıklanmıştır.

$ÖA_4$ – Ayşe

Ayşe adlı ÖA, uygulamadaki 20 ispatın hepsini tamamlamıştır. Ancak 3.1 ve 4.2 numaralı ispatlarında matematiksel hata yapmıştır.

3.1 numaralı ispatı doğru şekilde başlamasına rağmen, üçgenler arasındaki benzerliği hatalı almıştır. Bu durum da alt basamakların birbirinden kopuk olmasına ve doğru olmamasına neden olmuştur. İspat ve benzerlik hatası ÖA'ya gösterildiğinde hangi benzerliği kullanması gerektiğini kendisi belirtmiştir.

4.2 numaralı ispatta ise, arkadaşlarıyla aynı matematiksel hatayı yapmıştır. İspatı tekrar incelemesi istenmiş ve zaman verilmiştir. Ancak hatasını bulamamıştır. Bu nedenle kendisine ispatın nasıl doğru şekilde tamamlanacağı açıklanmıştır.

Ayşe adlı ÖA'nın öne çıkan durumlarından biri, 1.2 numaralı ispatta çok uzun gerekçelere yer vermiş olmasıdır. Bunun nedeni ÖA'ya sorulduğunda, tam olarak anlatmak istediği için açıklamalarının uzun olduğunu belirtmiştir.

Tablo 37

Transkript Örneği- Ayşe.1

61	**A**	Gerekçeleri biraz uzun yazmışsın bu ispatta [1.2] daha kısa nasıl ifade edebilirdin? Yani burada mesela yarıçapın tanımını yapmışsın buna ihtiyacın var mı?
62	**ÖA**	Şöyle yaptım, tam olarak şey anlatmak istediğimi anlatmak için biraz uzun oldu. Hani daha kısa olabilir ama.

ÖA'nın diğer ispatları da incelendiğinde diğerlerinde benzer bir sıkıntı yaşanmadığı görülmüştür.

ÖA$_5$- Selçuk

Selçuk, uygulamadaki ispatların tümünü tamamlamıştır. Ancak 1.1 ve 1.3 numaralı ispatlarını hatalı şekilde tamamlamıştır. İki sorunun da hatası, yöntem kaynaklıdır. Gerekçeler kısmında matematiksel ifadeler ve geçişler yer almaktadır.

Tablo 38

Transkript Örneği- Selçuk.1

15	**A**	Matematiksel notasyonlar kullanmışsın gerekçelerde de. Sence olması gerekli mi yine de matematiksel notasyonun yoksa gerekçeler sözel mi olmalı?
16	**ÖA**	Gerekçeler tabi ki sözel olmalı ama matematiğin dili de kendi notasyonudur, hani biz hep böyle öğrendik okulda hala da öyle öğreniyoruz. O yüzden gerekçesi bile benim aklımda belirdiğinde matematiksel olarak beliriyor.

Bu nedenle, ÖA'ya gerekçelerin nasıl olması gerektiği sorusu yöneltilmiştir. Selçuk gerekçelerin sözel olması gerektiğini ancak, aklında matematiksel ifadelerin belirdiğini ifade etmiştir. Bu durumun nedeninin de matematiksel notasyon kullanma alışkanlığı olduğu söylenebilir.

Selçuk'un ispatlarında öne çıkan durumlardan bir tanesi de, ilk ispatlarda gerekçelerini uzun ve açıklamalı şekilde yazarken sonlara doğru daha kısa gerekçelendirmeler yapmış olmasıdır.

Tablo 39

Transkript Örneği- Selçuk.2

47	**A**	Birincisi dikkat çeken bir şey var, şu ilk basamaklarda gerekçelerin çok uzunken, sonra kısalmış gerekçeler. Onun nedeni ne olabilir?
48	**ÖA**	Şimdi ilk sette, sadece ifadeleri vermişsiniz biz gerekçeleri yazmışız. Orada daha önce de konuştuğumuz gibi, gerekçelerin sözel ifadelerini tam olarak bilmediğim için. Fakat ikinci

		sette gerekçeleri yazıp, ifadeleri istediğinizde, ben oradaki gerekçelerin nasıl bu kadar kısa olduğunu ve nereden çıktığını öğrenmeye başladım. Ondan sonra da zaten üç ve dörtte de o şekilde ifade etmeye başladım.

Selçuk'a bu durumun nedeni sorulduğunda, ilk sette gerekçeleri bilmediğini o nedenle uzun açıklamalar yaptığını ifade etmiştir. İkinci sette verilen gerekçeleri gördüğünde ise nasıl yazılması gerektiğini anladığını bu nedenle diğerlerinde benzer gerekçeler kullandığını ifade etmiştir.

Öne çıkan bir diğer durum ise, çok sık bir şekilde postulat ifadesini kullanmasıdır. İspatlarının genelinde aslında postulat olmayan ifadeleri de bu şekilde belirtmiştir. Bu nedenle postulatın ne olduğu ve neden kullandığı sorusu ÖA'ya yöneltilmiştir.

Tablo 40

Transkript Örneği- Selçuk.3

61	**A**	Tamam teşekkür ederim. Bir de sende dikkatimi çeken şu. Sorularında çok fazla sorulacak bir şey yok ama postulat ifadesini çok kullanmışsın, postulat nedir?
62	**ÖA**	Ben demek istediğinizi anladım.
63	**A**	Yarıçap postulatı demişsin mesela, diklik postulatı, iç bölge postulatı. Postulatın tanımını yapabilir misin?
64	**ÖA**	Tam olarak tanımını bilmiyorum ama aksiyom teorem gibi bir ifadesi var.
65	**A**	Evet. Aslında postulat, aksiyomu matematikte kullanıyoruz, postulatı da geometride olan kabuller ama bunlar çok fazla değil mesela. Bir yarıçap postulatı yok. Orada postulat ifadesini kullanmanın sebebi, onun bir kural olduğunu vurgulamak mı amaç?
66	**ÖA**	Evet yani orada tam olarak teorem olduğunu bilmediğim için hani, bir kabulleniş gibi düşündüm yani.
67	**A**	Anladım.
68	**ÖA**	Yani kural gibi dediğiniz gibi.

ÖA, postulatın tam olarak ne demek olduğunu bilmediğini belirtmiştir. Ancak postulat ifadesini bir kabul olduğunu düşünüp onun için kullandığına yönelik bir açıklama yapmıştır.

Selçuk, Kosinüs Teoremi'nin ispatını farklı şekilde yapan ÖA'lardan biridir. Bunun yanı sıra diğer ÖA'lardan farklı olarak 4.2 numaralı ispatı doğru şekilde tamamlayan tek ÖA'dır. Bu bakımdan 4. grup ispatların hepsini doğru olarak tamamlayan tek katılımcı olduğu da söylenebilir. Ancak diğerlerinden farklı olarak,

4. grubu tamamlamada kullandığı basamak sayısı diğer ÖA'lara göre açık şekilde fazladır.

Tablo 41

Transkript Örneği- Selçuk.4

123	**A**	Bir de şeyi soracağım en son. 4. gruptaki ispatların bu hariç, diğer arkadaşlarının ispatlarından basamak olarak fazla, hani çok fazla değil ama fazla. Sence bu iyi bir şey mi? Böyle uzun olması mı lazım yoksa daha az basamakta bitmesi mi lazım ÇSİ'nin sence?
124	**ÖA**	Basamak gerekliyse kullanılmalı. Şöyle ki ne kadar, tabiî ki birbirini tekrar etmeyecek ama ne kadar fazla olursa basamak o kadar açık olur ispat, bence.

Bu durum ÖA'ya belirtilmiş ve nedeninin ne olabileceği sorulmuştur. Selçuk, basamakların birbirini tekrar etmemesi gerektiğini belirtmiştir. Ayrıca, ispatın açık olması için fazla basamak kullanılması gerektiğini ifade etmiştir.

ÖA$_6$- Rüya

Rüya, uygulamada karşılaştığı 20 ispat probleminin 19'unu tamamlamıştır. Tamamladıkları içerisinde 4.1 ve 4.2 numaralı ispatları hatalıdır. Ayrıca 3.5 numaralı ispatı basamak boşlukları olması nedeniyle tamamlanmamış kategorisi altına alınmıştır.

3.5 numaralı ispatında yaptığı basamak atlama durumunun nedeninin ne olduğu ÖA'ya sorulmuştur.

Tablo 42

Transkript Örneği- Rüya.1

17	**A**	5. basamak boş, 6. basamak boş, 8. basamak boş ama son üç basamak doğru yani ispatın sonucuna ulaşmışsın arada boşluklar olmasına rağmen. Onun nedeni ne olabilir?
18	**ÖA**	Yani belki, benim zorlandığım hani gerekçeler kısmında olabilir hani belki ifadeler kısmında, bazı basamaklarda zorlandım ya özel ismini bilmediğimden ya o ifadeyi ifadeleştiremediğimden ama son basamağı doğru… Hani belki de şey onlara gerek görmeden de anlaşılabiliyor mu tam bilemedim şimdi.

Rüya, bu durumun nedeni olarak belirtilen basamaktaki ifadeyi ya da gerekçeyi oluşturmada zorlanmış olabileceğini belirtmiştir. Bazı durumlarda da kullanabileceği gerekçeleri bilmediğinden bu durumun oluşmuş olabileceğini ifade etmiştir.

ÖA'nın hata yaptığı iki ispat da 4. gruba ait ispatlardır. 4.1 numaralı ispatta yöntem hatası yapmıştır. İspatın bir basamağında birden fazla işlem yapmıştır. Bu da hem gerekçe yazma durumunda hata yapmasına hem de ispatı çok az adımda (4 adım) bitirmesine neden olmuştur.

4.2'de ise diğer katılımcılarla benzer şekilde matematik hatası yapmıştır. İspatın sonucundan elde edilebilecek bir özelliği ispatı yaparken kullanmıştır. Hatasını bulması için kendisine zaman verilmiştir. Ancak kendi hatasını bulamamıştır. Bunun üzerine gerekli açıklama ÖA'ya sunulmuştur.

Rüya'nın ispatlarında öne çıkan bir diğer durum ise, verilen basamağını kullanmamasıdır. Bu durum 4. grup ispatlarının 3 tanesinde mevcuttur.

Tablo 43

Transkript Örneği- Rüya.2

83	**A**	Bir de şey soracağım. Burada verilen yok diğer ispatlarda olduğu gibi. Sence verilen gereksiz mi? Gereksiz bir basamak mı verilen basamağı? Yoksa olmalı mı?
84	**ÖA**	Yani belki bir iki tane küçük verilenler hani ilk başmala aşamasında, teşvik amaçlı belki gibi olabilir. Bu soru için belki de …
85	**A**	Unuttun mu yoksa bilerek mi kullanmadın?
86	**ÖA**	Verilen yani … Unutmadım aslında ama belki de bilmiyorum ya tamamını bildiğimden kullanma gereği duymadım belki de ama yine de verilse iyi olurmuş.

Rüya'ya verilen basamağını gereksiz bulduğu için mi kullanmadığı sorusu yöneltilmiştir. ÖA, tam olarak gereksiz olduğunu belirtmese de, gerekli olduğu yönünde bir ifade de kullanmamıştır. Ayrıca tamamını bildiği için kullanma gereği duymadığını da belirtmiştir.

ÖA$_7$- Tuba

Tuba uygulamadaki 20 ispatın hepsini tamamlamıştır. Ancak 1.1, 2.1ve 4.2 numaralı ispatları hatalıdır. Hatalı olan ilk ispatında yöntem hatası yapmıştır. 2.1 ve 4.2'de ise matematiksel hataları mevcuttur.

ÖA, 1.1 numaralı ispatta gerekçeler kısmının genelinde matematiksel ifadelere yer vermiştir. Hatta bazı basamaklarda matematiksel işlemler yaptığı da görülmektedir.

Tablo 44

Transkript Örneği- Tuba.1

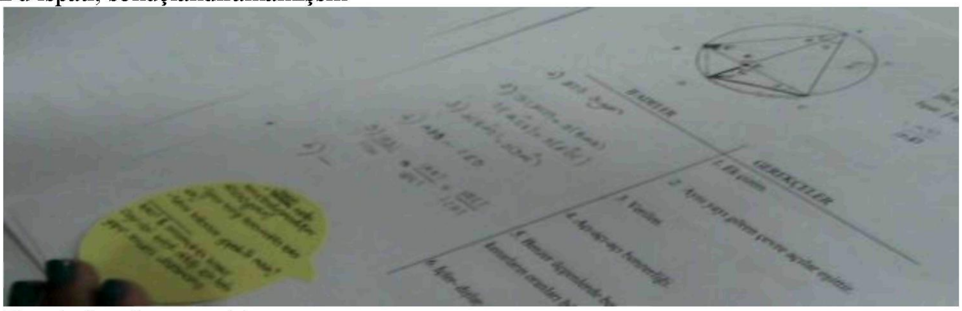
50	**A**	Birinciden başlıyorum. Burada hani ilk grupta şöyle bir sıkıntı var, matematiksel notasyonlar fazla.
51	**ÖA**	Evet.
52	**A**	Gerekçeler kısmında özellikle, onun sebebi?
53	**ÖA**	Onun sebebi benim geometriyle ilgili hani o tanım diyebileceğimiz şeyleri çok net olarak bilmemem.
54	**A**	Esik olduğunu düşünüyorsun yani.
55	**ÖA**	Arada kalma gibi bir şeyi mesela evet biliyorum, görüyorum ama onu ifade etmek zor geliyordu.

Bu durumun nedeni olarak ÖA, gerekçe yazma konusundaki sıkıntılarını belirtmiştir. Tanım, özellik ya da terimlerin isimlerini bilmemesi ve sözel olarak durumları ifade edememesi belirttiği sıkıntılardır.

2.1 numaralı ispatta ise matematiksel hatadan kaynaklanan sıkıntı yaşamıştır. İspatta benzerliği yanlış alması nedeniyle, gerekçeler uygun ifadeler yazmamıştır. Basamakları ilişkilendirme ya da sondan gitme yollarını denemiş olmasına rağmen ispatı sonlandıramamıştır.

Tablo 45

Transkript Örneği- Tuba.2

109	**A**	Bu ispatı, sonuçlandıramamışsın  Çizmişsin, olamamış bir şey.
110	**ÖA**	Olmadı.
111	**A**	Nerede sence hata?
112	**ÖA**	Ben bir kere ek çizimde zaten büyük bir sıkıntı çektim. Hani bir yerlerden üçgenleri benzetmem gerektiğinin farkına vardım. Burada mesela basamak atlayarak gittim hani, çizime acaba buradan ulaşabilir miyim diye düşündüm ama yanlış yerden çizdim muhtemelen, ilk denedim olmadı. Bu zaten elde ettiğim üçgen [son basamaktan bir önceki] buradakini vermedi [sonucu]. Burada kurduğum benzerlik ona çıkmadı. Daha sonra da yapamadığımı düşünüp bıraktım.
113	**A**	Sence burada sorun ne?
114	**ÖA**	Benim yaşadığım en baştaki sorun, ek çizimi görememem. Direkt verilmiş ama neyi nereden çizmeliyim, şu basamaklara baktığımda tamam bir yerlerden tamam üçgen, benzer bir üçgen çıkarmam gerektiğini fark ettim ama bunu nereden çizmem gerektiğini bulamadım. Buradan çizdim olmadı oradan çizdim olmadı, orada sıkıntı çektim.
115	**A**	Anladım, burada bir benzerlik yazmana rağmen çıkmadı.
116	**ÖA**	Hı hı çıkmadı. Yapmama rağmen, bu benzerlik şu oranları vermiyordu tam olarak. Mesela AE, CE veriyordu. Burada o yoktu hani farklı bir üçgen bulmam gerektiğini de fark ettim.

Hatalı olan 4.2 numaralı ispatta ise, diğer ÖA'ların yaptığı hatayı yapmıştır. İspat sonucunda oluşan bir özelliği, ispatı yapmada kullanmıştır. ÖA'dan nerede hata yaptığını incelemesi istenmiştir. Hata yaptığı noktayı bulamamasının ardından, nasıl ispatlanabileceğine dair açıklama yapılmıştır.

Tuba'nın çalışmada öne çıkan bir durumu ise, 4.grup ispatları diğerlerine göre en fazla basamakta tamamlamış olmasıdır.

Tablo 46

Transkript Örneği- Tuba.3

38	**A**	Şimdi direkt bunlara bakacağız ama dördüncü gruptan şey sormak istiyorum. Bir kere dördüncü grup problemleri basamak sayısı olarak en uzun ispatlayan sensin.
39	**ÖA**	Gerçekten mi? Eyvah
40	**A**	Yani bir tanesi evet 15 basamak, diğeri 10 basamak, şeklinde gidiyor. Zaten bir tanesi hatalı ikincisi hatalı, ama gerçekten gözle görülür şekilde senin basamakların …
41	**ÖA**	Fazla
42	**A**	Fazla ama şu bakımdan bir matematiksel hata yok, geçişler doğru, fakat nasıl azaltılabilir sence basamak sayısı, ya da sen neden bu kadar uzun basamakta yaptın?
43	**ÖA**	Ya aslında ben şey.
44	**A**	Bu kadar uzun sürmesi gerekmiyordu sanki gibi bir fikre kapıldın mı süreçte.
45	**ÖA**	Yok aslında kapılmadım ama …
46	**A**	15 olsun.
47	**ÖA**	15 olsun bizim olsun. Ya belki lisansta aldığımız derslerin etkisi olabilir bunda diye düşünüyorum. Çünkü ben şey, üniversiteye ilk geldiğimde x artı y nin y artı x olduğunu bile birkaç basamakta göstermeye bile birden alışınca, böyle kafadan bir şeye geçmektense her şeyin sebebini teker teker göstererek o bağlantıların daha iyi kullanabileceğini …
48	**A**	Bunun daha iyi olduğunu düşünüyorsun.
49	**ÖA**	Düşünüyorum evet, yani havadan gelmesin. Neyin niye neye bağlıyor, onu öğrensin şeklinde yapmış olabilirim.

ÖA'nın bu durumu kendisine belirtilmiştir ve bu konudaki düşüncesi alınmıştır. Tuba, lisans döneminde ispatlamaları uzun yapmasının gerekmesi nedeniyle buna alıştığını belirtmiştir. Ayrıca bu şekilde tüm bağlantıları görmenin tercih edeceği bir durum olduğunu ifade etmiştir.

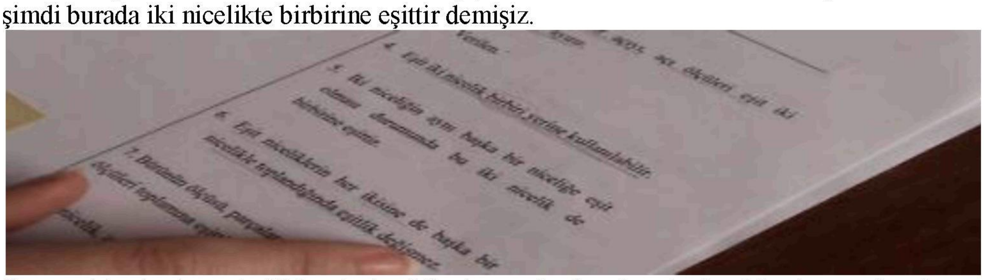
$ÖA_8$- Ece

Ece isimli ÖA, uygulamadaki 20 ispatın 19'unu tamamlamıştır. Bu 19 ispat içerisinde ise hatalı olarak tamamladığı 3 adet ispat bulunmaktadır.

Tamamlayamadığı ispatı 2.4 numaralı ispattır. Görüşme sürecinde kendisine neden bu ispatı tamamlayamadığı sorusu yöneltilmiştir.

Tablo 47

Transkript Örneği- Ece.1

77	**A**	İşte yarım olan ispatın bu, bunun nedeni ne sence?
78	**ÖA**	Aaa yarım mı bu, hatırlamıyorum.
79	**A**	Bir tek bu. Bir yerde takıldın mı?
80	**ÖA**	Şey de olmuş olabilir, o ara hani başka bir şey de araya girmiş olabilir. Ben hatırlamıyorum yani, yapamayacağım bir şey değildir çünkü hani yapamadığım şey aklımda kalmadı benim. Devam ettiremeyeceğim bir şey yok diye düşünmedim hani verilenlerde sıkıntım olduğu zamanlar oldu.
81	**A**	Peki bir gerekçelere bak, onları mı anlamadın acaba? Bak bunun altını falan çizmişsin…
82	**ÖA**	Açısının açıortayıdır dedik tamam. Eşit niceliklerin her ikisi de başa bir nicelikle toplandığında eşitlik değişmez.
83	**A**	Acaba hani şeyi merak ediyorum, gerekçeler mi açık gelmedi sana?
84	**ÖA**	Hım bakayım hemen. Hımmm sanırım şey olabilir burada tam hatırlamıyorum ama şimdi burada iki nicelikte birbirine eşittir demişiz.  Sonra, bir başka nicelikle toplandığında… Acaba bu toplandığında, acaba bu toplayacağım nicelik neydi benim, ne olmalıydı şeklinde bir soru işareti vardı benim kafamda demek ki o yüzden devam edememişim.

ÖA önce neden yapamadığını hatırlamadığını belirtmiştir. Ardından gerekçelerde verilen bir durumu anlamlandırmaması nedeniyle ispatı yapamadığını belirtmiştir. Gerekçeyi kullanamadığı içinde ispatı sonlandıramamıştır.

Ece'nin hatalı ispatları ise 3.4, 4.2 ve 4.4 numaralı ispatlardır. 3.4 numaralı ispatta matematiksel bir hata yapmıştır. Açıları tümleyen yerine bütünler şeklinde almıştır. Aslında bu şekilde sonlandıramayacağı ispatın yine de tamamlamıştır.

4.2'de Ece ispatı 2 basamakta tamamlamıştır. Sadece verilen özelliği durum kabul etmiş ve ispatın ne olduğunu yazmıştır. İspatı bu nedenle hatalıdır. 4.4 numaralı ispatta ise hem matematiksel hem yöntemsel bir hata yapmıştır. Matematiksel hatası, herhangi bir özelliği belirtmeden, eksik şekilde ispatı tamamlamış olmasıdır. Yöntemsel hatası ise, gerekçe olarak ispatın açıklamasını yapmasıdır.

Tablo 48

Transkript Örneği- Ece.2

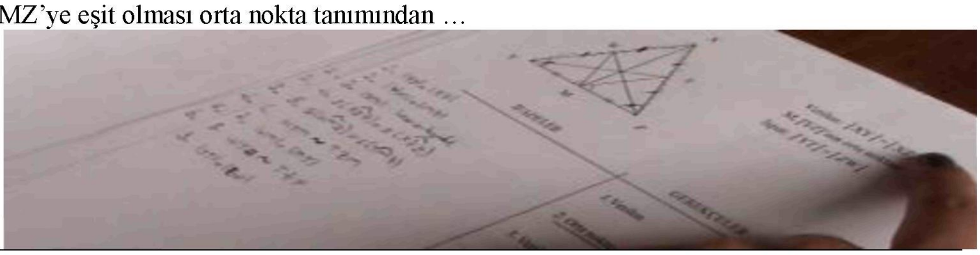
130	**ÖA**	Dediğim gibi paralelkenarlarda hani o bir öncekinde de söylemiştim, bunlarda sıkıntı yaşadım. Çemberde ve üçgende o kadar sıkıntı yaşamadım ama paralelkenarlarda ifade etmek biraz zor geldi bana açıklama gibi olmansın nedeni o herhalde.

ÖA bu durumun nedeni olarak, paralelkenar konusunda sıkıntı yaşamasını göstermiştir.

Verilenlerin hatalı yerleştirilmesi bazı ÖA'lara benzer şekilde Ece'nin uygulamalarında da öne çıkan bir durumdur. Nerede kullanması gerektiğini belirleyemememesi nedeniyle bu hatayı yaptığını belirtmiştir.

Tablo 49

Transkript Örneği- Ece.3

71	**A**	Mesela sen üç verilenin üçünü de kullanmışsın ama yerlerinde bir hata var burada YM, MZ'ye eşit olması orta nokta tanımından … 
72	**ÖA**	Ne yapmışım?
73	**A**	Aslında ne olacak? Birinci ve üçüncü verilen yer değiştirecek sadece.
74	**ÖA**	Birinci ve üçüncü verilen yer değiştirecek. Zaten hani orada orta nokta tanımını gördüm ama verilen olarak burada mı kullanmalıyım yoksa hani orta nokta olduğu için onun böldüğü parçalar birbirine eşittir şeklinde mi kullanmalıyım. Onda bir sıkıntı oldu orada hatırlıyorum.

ÖA9- Gönül

Gönül uygulamadaki 20 ispatın hepsini tamamlamıştır. Ancak. 1.2, 1.3, 1.4, 2.4 ve 4.2 numaralı ispatları hatalı olarak tamamlamıştır.

İlk gruba dâhil hatalı olan üç ispatın hepsinde yöntem hatası yapılmıştır. ÖA, gerekçeler sütununda matematiksel ifadeler içeren uzun açıklamalar kullanmıştır. Ayrıca tüm ispatlarında olmasa da gerekçe sütununda bazı basamaklar da ifadelerin kullanıldığı ispatlar da mevcuttur.

Tablo 50

Transkript Örneği- Gönül.1

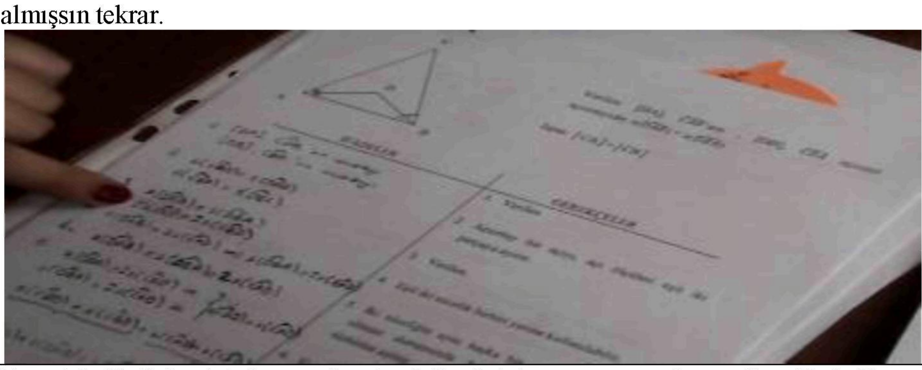
29	**A**	İlk grup ispatlarının çoğunda yani beşinin tamamında olmasa da gerekçelerde matematiksel notasyonlar kullanmışsın, matematiksel olarak açıklamaya çalışmışsın daha çok. Bunun sebebini dediğin gibi o sözel gerekçe bulamamaya mı bağlıyorsun yani?
30	**ÖA**	Evet sözel gerekçe bulamıyorum, bulsam da çok uzun oluyor hani kısa bir matematik diliyle ifade edemiyorum.

Gönül bu durumun nedeni olarak gerekçeleri yazmamasını göstermiştir. Ayrıca kısa bir matematiksel ifade yazamadığı için de uzun ve açıklamalı yazmak zorunda kaldığını belirtmiştir.

2.4 numaralı ispatında Gönül, matematiksel hata yapmıştır. İspatın başında bir sorun olmamasına karşın son basamaklarının birbirinden kopuk olduğu görülmüştür.

Tablo 51

Transkript Örneği- Gönül.2

87	**A**	Ama yine de ispatın burada tam. Şimdi burada üçüncü basamakta verilenle onun ifadesi, tam olmamış, tam oturmamış. Verilen diyor ama verilende öyle bir durum yok. İki katını almışsın tekrar. 
88	**ÖA**	Evet, büyük ihtimal 4. basamağa ulaşabilmek için şunu yazmalıyım diye düşündüm ama …
89	**A**	Hah onu soracağım, yani bir alttaki basamağı inceleyip demek ki üstte bu olması gerekir diye yaptın mı hiç ispatları?

90	**ÖA**	Evet, mesela baştan çıkaramadıysam sondan gitmeye çalıştığım da oldu bazen, ortada zaten bir kopukluk oldu genel olarak.

Ayrıca sorudaki verilen gerekçesinin karşısına, ispatta verilmemiş bir durum yazılmıştır. ÖA, bir alt basamağa ulaşmak için o ifadeyi yazdığını belirtmiştir. Ardından baştan ilerleyemediğinde ispatları sondan başa doğru yapma yoluna gittiğini belirtmiştir. Bu durum nedeniyle de aradaki basamakları birbiriyle ilişkilendirmede sorun yaşandığını ifade etmiştir.

4.2 numaralı ispatta ise diğer ÖA'lara benzer şekilde matematiksel bir hata yapmıştır. Kendisinden hatasını bulması istenmiş ve zaman verilmiştir. Ancak ÖA nerede hata yaptığını bulamamıştır.

ÖA$_{10}$- Emre

Emre, 20 ispatın 19'unu tamamlamıştır. Tamamladığı ispatlardan 4 tanesi ise hatalıdır. ÖA'nın tamamlayamadığı 3.5 numaralı ispattır. Bu ispat bazı basamaklarının boş bırakması nedeniyle tamamlamamış şeklinde kabul edilmiştir.

Bazı basamaklarının boş bırakılmasına rağmen ispattın son basamaklarına ulaşabilmesi durumunun nedeni ÖA'ya sorulmuştur.

Tablo 52

Transkript Örneği- Emre.1

13	**A**	Anladım, peki şunu soracağım. Bazılarında basamakların atlanmasına rağmen atıyorum mesela on bir basamaklı işte dördüncü basamak ve altıncı basamak yok ama son basamağı, son üç basamak dört basamak tam yani sonucuna ulaşılmış ispatın, sence bunun nedeni ne nasıl yapıldı o?
14	**ÖA**	Bence onun nedeni şu biz bildiğimiz için olabilir bir kere, nereden gediğini bilip de gösteremediği ya da atladığın ufak bir kısmını anlayamadığın yerler de olmuş olabilir. Onun nedeni bence şu işte, bildiğimiz için, sonucunu biliyorsun ama aradaki bazı adımları ya gösteremiyoruz ya bildiğimiz halde gösteremiyoruz o şekilde olmuş olabilir.

Emre, bu durumun nedeni olarak sonucu bilmelerine rağmen ara basamakları bilmemelerine bağlamıştır. Son basamakların hatırlama ya da sezgi ile tamamlanması mümkün iken ara basamaklar yeterince kurulamamıştır. Basamakta anlamadığı yerler olduğu için boş bıraktığını belirtmiştir.

ÖA'nın hatalı olan ispatları, 1.2, 1.4, 2.3 ve 4.2 numaralı ispatlardır. İlk iki ispatta gerekçelerde matematiksel notasyon kullanarak yöntem hatası yapmıştır. Bunun nedeni olarak da matematiksel ifadeleri kullanma alışkanlığını göstermiştir.

Tablo 53

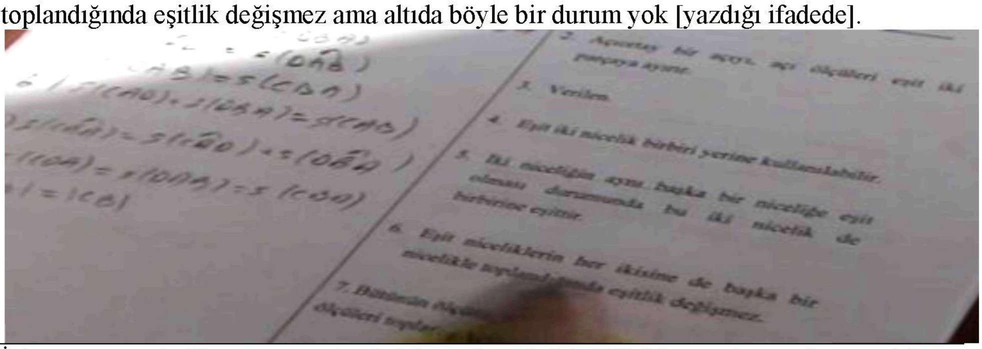
Transkript Örneği- Emre.2

20	**ÖA**	Matematiksel olarak bizim alışkanlığımız diyelim, hocalarımızda bizim derslerde sınavlarda olsun sözel yerine matematiksel ifadeleri istediği için öyle kullanmak işimize geliyor ayrıca hoşumuza da gidiyor diyeyim yani alışkanlık diyelim, öyle alışmışız daha doğru olduğuna da inanıyoruz yani. Sonuçta matematik dili kullanmak her zaman daha iyidir daha estetik gözükür. O nedenledir.

2.3 numaralı ispatta basamaklar arasında ilişkileri kuramayarak matematiksel hata yapmıştır. Ayrıca verilen gerekçelerden farklı ifadeler kullanmış bu yöntem de yöntem hatası yapmıştır. ÖA bu durumun nedeni olarak ise verilen gerekçeleri bazen anlamadığını ifade etmiştir.

Tablo 54

Transkript Örneği- Emre.3

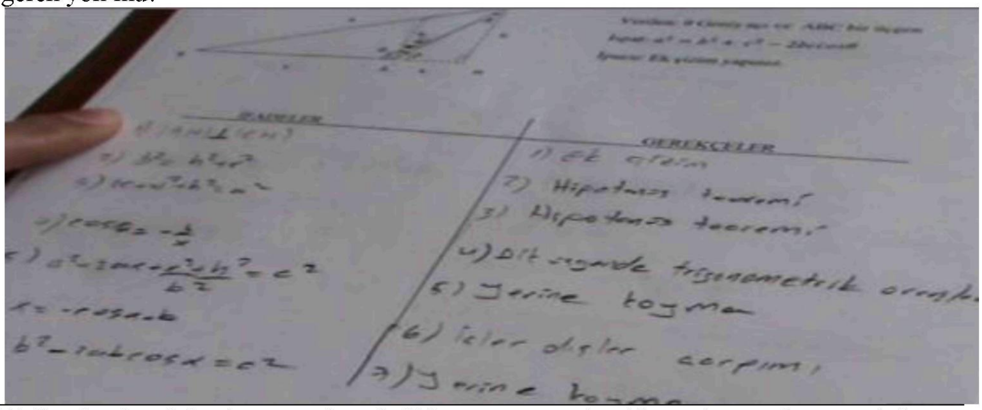
113	**A**	Mesela burada altıncı basamakta eşit iki niceliğin ikisinde başka bir nicelikle toplandığında eşitlik değişmez ama altıda böyle bir durum yok [yazdığı ifadede]. 
114	**ÖA**	İşte onu neye bağlıyorum yani, çünkü ne demek istediğini bazen tam anlayamadığım durumlar oluyor.

4.2 numaralı ispatta ise, bir özelliği yanlış şekilde kullanarak matematiksel bir hata yapmıştır. Ardından ÖA'dan buradaki hatasının ne olduğunu araştırması istenmiştir. Hatasının nereden kaynaklandığını bulamayan ÖA'ya gerekli açıklama yapılmıştır.

Emre ayrıca 4.1 numaralı ispatta verilen kullanmamıştır. Açıklama olarak ise, verilen basamağının öğretim sürecinde kullanılması gerektiği ifade etmiştir. Ancak kendisinin neyin verilen olduğunu bildiği için orada yazmadığını belirtmiştir.

Tablo 55

Transkript Örneği- Emre.4

136	**A**	Şimdi burada bir verilen kullanmamışsın, yani verilen basamağı yok. Kullanılmasına gerek yok mu? 
137	**ÖA**	Kullanılmalı. Mesela şurada dediğim yere geleceğim, basamak uzunluğunu ayarlayamıyorsun mesela, bana kalsa ben bunu belki üç basamakta yazabilirdim. Neden bu ben bunu bildiğim için, işte bunu bir öğrenciye anlattığımızda, basamak ne kadar fazla olursa, karmaşaya kaçmamak şartıyla o zaman daha öğretici olabilir. Sıkıntımız burada işte, neleri verip neleri vermememiz gerektiğinde biraz eksiğimiz var.

ÖA$_{11}$- Mine

Mine uygulamada karşılaştığı 20 ispatın 16'sını tamamlamıştır. Tamamladığı bu ispatlar içerisinde ise 1.2, 1.3, 2.1 ve 4.2 numaralı ispatları hatalıdır. ÖA, 4 ispatı ise tamamlayamamıştır. Bunlardan 3.5 numaralı ispat tamamen boştur. 1.1, 2.1 ve 4.4 numaralı ispatların ise basamaklarında boşluklar bulunmaktadır.

Mine, 1.2 ve 1.3 numaralı ispatlarında yöntem hatası yapmıştır. Her iki ispatta da gerekçeler kısmında açıklamalı şekilde matematiksel ifadelere yer vermiştir.

Tablo 56

Transkript Örneği- Mine.1

13	**A**	Anladım. Peki şey soracağım, bazılarında özellikle ilk grupta matematiksel notasyonları gerekçelerde çok kullanmışsın. Hani matematiksel gösterimler var sözel gerekçeler kısmında. Bunun nedeni ne olabilir sence?
14	**ÖA**	Yani ilk kısımda şöyle olabilir. İlk önce bunu çözdüğümüz için nasıl ifade edileceğini bilmediğim için de olabilir. Sonrasında biraz daha sözel yazmaya çalıştım ifadelerde.

Bu durumun nedeni olarak gerekçelerin nasıl yazılacağı hakkında bilgisinin olmamasını göstermiştir. Ayrıca daha sonraki ispatlarda bu durumu değiştirmeye çalıştığını belirtmiştir.

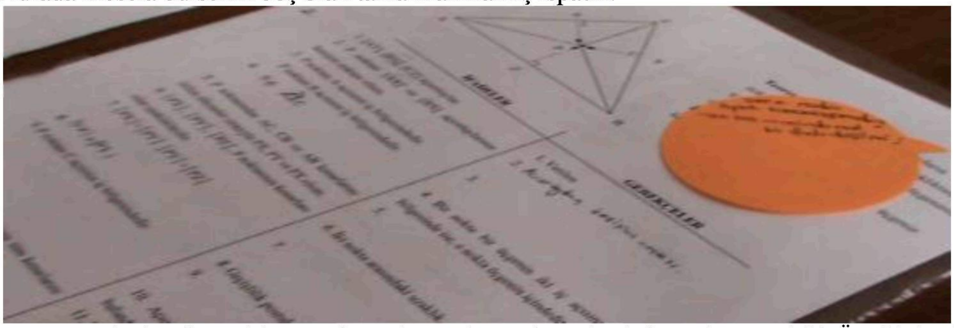
2.1 numaralı ispatta matematiksel bir hata yapmıştır. Üçgenlerin benzerliğini yanlış alması nedeniyle ispatın sonucuna ulaşamamıştır.

4.2 numaralı ispatta da matematiksel hata yapmıştır. Diğer ÖA'larda olduğu gibi Mine de sonuç ifadesinden oluşacak bir özelliği, onu ispatlarken kullanmıştır.

Mine'nin 3.5 numaralı ispatı tamamen boştur. Bu durumun nedeni sorulduğunda neden yapmadığını hatırlamadığını belirtmiştir.

Tablo 57

Transkript Örneği- Mine.2

146	**A**	Burada mesela bu senin boş olan tamamlanmamış ispatın.  Bunun nedeni ne? Yani bu tarafın çok sözel gözükmesi mi, karışık mı geldi? Özelliği mi bilmiyordun? Nasıl bir gerekçe sunabilirsin?
147	**ÖA**	Bir dakika hatırlamaya çalışayım da unutmuşum. Kesiştiği nokta … eşit uzaklıktadır. Ya gerçekten yorum yapamadım herhalde bunda. Ya da sıkılmış da olabilirim.

1.1, 2.1 ve 4.4 numaralı ispatlarında ise basamakların eksik olma durumu söz konusudur. 1.1 ve 2.1 numaralı ispatlarında aradaki bazı basamakların boş olmasına karşın ispatların son basamaklarının yapıldığı görülmektedir.

Tablo 58

Transkript Örneği- Mine.3

27	**A**	Son üç basamağı dört basamağı yapmışsın. Sence bunun sebebi nedir?
28	**ÖA**	Arayı yapamayıp sonu yapabilmem mi?
29	**A**	Evet.
30	**ÖA**	Yani demek ki aralarda ifade edemediğim ya da anlamlandıramadığım bir yer var. Yani sözel olarak ifade edemediğim, belki anlıyorum burada ifadesini ama gerekçelerini söyleyemiyorum. Sözel olarak söyleyemiyorum yazıya dökemiyorum. O yüzden yapmamışımdır yani, oraları ifade edemeyip, diğer yerleri yapmışımdır.

Mine bu durumun sebebini, anlamlandıramadığı durumlarla ilişkilendirmiştir. Ayrıca verilen ifadelerin gerekçelerini belirtemediği durumlar olduğunu bu nedenle bildiği basamakları yazdığını ifade etmiştir.

4.4 numaralı ispatta boş basamaklar olma durumu ise diğerlerinden farklıdır. İspatı yapma yolu nedeniyle iki özelliği göstermesi gerekmektedir. Ancak ÖA, bir paralelliği göstermiş son basamağa da "G noktası için de benzer şekilde yapılır" ifadesini yazmıştır. Bu ispatın hatalı kabul edilmemesinin nedeni ilk 6 basamağın doğru şekilde yapılmış olmasıdır. Yani ÖA'nın ispatı tamamlaması için bir 6 basamağa daha ihtiyacı vardır.

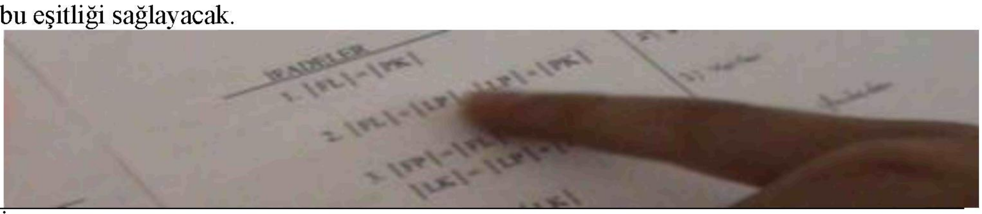
ÖA$_{12}$- Volkan

Volkan, uygulamada karşılaştığı 20 ispatın 19 tanesini tamamlamıştır. Tamamladığı ispatlardan 1.1, 1.2, 1.3, 1.4, 1.5, 3.3 ve 4.2 numaralı olanlar hatalıdır. ÖA'nın tamamlayamadığı ispat ise 2.4 numaralı ispattır.

Volkan 1. grup ispatlarının tümünü hatalı şekilde tamamlamıştır. Tüm ispatlarında gerekçe sütununda matematiksel ifadeler ya da bağlantı cümleleri yer almaktadır (*7. ve 8. basamaktan* v.b).

Tablo 59

Transkript Örneği- Volkan.1

35	**A**	Peki sana bir de şunu soracağım göze çarpan bir şey ilk grup ispatlarında özellikle, biraz önce de konuştuk ama şeyi çok kullanmışsın. "verilen", "ikinci ifade gereğince", "ifade 4,6,7 gereğince" dikkat edersen hep öyle "ifade 3 gereğince" ya da şuralarda matematiksel yazdığın için bunlarda yok ama ilk gruplarında belki de ilk ispatların olduğu için işte "birinci ifade gereğince", "ikinci ifadeden" hani burada özellik ya da nasıl diyeyim bir aksiyom yazmaktan çok bu yola başvurmuşsun açık şekilde beş ispatında da bu göze çarpıyor. Onun nedeni ne sence? Yani benim o sorumun sebebi oydu aslında hani sözel gerekçeler yazmakta mı sıkıntı çektin yoksa sence çok mu açıktı zaten? Gerek mi yoktu yani onu merak ediyorum ya da başka bir sebebi mi var?
36	**ÖA**	Ya muhtemelen, düzeyle de alakalı olabilir çünkü ben açık olduğunu düşündüğüm için sürekli onu hani sürekli aynı şeyi tekrarlayıp tekarlayıp durmamak yerine mesela burada FP, LK'nın FP LK iki tarafta da LP var, aynı ifadelerin iki taraftan da çıkarılması zaten bu eşitliği sağlayacak. 
37	**A**	İşte aslında zaten gerekçeye yazman gereken o değil miydi sence?
38	**ÖA**	Muhtemelen gerekçenin … Benim gerekçeden ne anladığım da çok önemli, burada bu duruyor. Mesela ilk başta dedik ya ilk ispatlarımın olması belki ya da biz ilk şeyde birinci örnek değil mi bunlar?
39	**A**	İlk grup. Bu mesela ilk ispat.
40	**ÖA**	İlk grup olduğu için gerekçelerin nasıl yazıldığını biz bir inceledik.
41	**A**	Oturtamadın mı?
42	**ÖA**	Şu inceledik ama burada tam olarak ne yapmam gerektiğini belki şuradaki ikinci

		gruplarda gerekçelerin nasıl olması gerektiğini gördükten sonra bunu yapsaydım belki daha farklı yapardım ama o zaman belki ifadeleri yapamazdım. Birazcık aşaması herhalde şeyli. O yüzden bence bu şey, birinci grup ikinci grup diye gitmiş ya aslında bence üçüncü grup ilk grup olabilir. Çünkü orada ifadeler ve gerekçeler böyle boşluklu veriliyor ve hangi ifadenin gerekçesi mesela iki üç satır verilir sonra bir boşluk bir doluluk verilir öğrenci hani birazcık yönlendirilmiş olur.
43	**A**	Yani sen gerekçelerin ne olacağına karar veremediğin için …
44	**ÖA**	Yani benim için bu bir gerekçedir. İki gereğince dört sağlanır onu da birden elde etmiştik gibi.
45	**A**	O zaman zaten bu ifadeyi yapmışsın matematiksel ispatını yani burada ikinci ifadeden kullanmana gerek var mı o zaman düşününce? “Buradan” yazmaktan bir farkı var mı? Hani doğrudan ispatta yaptığımız buradan var ya?
46	**ÖA**	“Buradan” “o halde” gibi şeyler
47	**A**	“ o halde” gibi olmuyor mu sence gerekçe?
48	**ÖA**	Bence öyle zaten öyle oluyor. Muhtemelen belki sıkıntılı bir yazım olabilir.
49	**A**	Bu dediğim gibi ilk ispatlar olduğundan da olabilir.
50	**ÖA**	Gerekçenin kavramını da bilmiyordum ve benim için bu gayet açıktı. Daha sonra da dediğim gibi diğerlerini de gördükten sonra …
51	**A**	Şimdi olsan değiştirir misin peki?
52	**ÖA**	Şimdi olsa illa ki değiştiririm ki gerekçelerin açık ve anlaşılır olması gerektiğini düşünüyorum artık. Çünkü diğerlerini bundan sonra yaptık, bu ilk olduğunda böyle, benim için gerekçede bunlar yeterliydi.

Volkan önce bu durumun gerekçesi olarak bildiği durumları sürekli tekrar yazmak istememesini belirtmiştir. Gerekçeler ile ilgili gerekli açıklamalar yapıldığında ise ilk grupta nasıl gerekçe yazılacağını bilmediğini ifade etmiştir. 1 ve 2. grupların yer değiştirilmesi durumunun nasıl gerekçe yazılacağına dair fikir verebileceğini de ifadelerine eklemiştir.

3.3 numaralı ispatta matematiksel hata yapmıştır. Bu ispatta karşılıklı verilen ifade ve gerekçelerin bazılarını doğru şekilde doldurmuştur. Ancak ispatın geneline bakıldığında ele aldığı eşitliklerin ve bazı gerekçelerinin hatalı olduğu görülmüştür.

4.2 numaralı ispatta da diğer ÖA’ların yaptığı matematiksel hatayı yapmıştır. Kendisinden ispatı incelemesi ve hatasını bulması istenmiştir. Akabinde kendi hatasını bulamadığından, ispatın doğru şekli için gerekli açıklama ÖA’ya sunulmuştur.

Volkan’ın tamamlayamadığı tek ispat 2.4 numaralı ispattır.

Tablo 60

Transkript Örneği- Volkan.2

157	**A**	Bu işte eksik olan ispatın, bunu neden yapamadın?
158	**ÖA**	Açısının açıortayıdır demiş ….
159	**A**	Anlamadın mı şey mi oldu gene gerekçelerin mi anlamlandıramadın?
160	**ÖA**	Şimdi burada DAB ve DBA, bunların açıortay olduğunu söylemiş. Bu iki açı eşitse bunlar birbirine eşittir zaten bu bir ikizkenar üçgendir.  Dolayısıyla CA, CB'ye eşittir.
161	**A**	Ne düşündün?
162	**ÖA**	Yok ben hani ne yapmam gerektiğini anladım ama muhtemelen beni yönlendirmelerde ben sıkıntı yaşadım. Eşit iki nicelik birbirinin yerine kullanılabilir gibisinden mesela. Ben burada hangi eşit iki niceliği birbirinin yerine kullanabileceğimi düşündüm. Şimdi bakalım verilenler bunlarmış …
163	**A**	Şey sorsam, kısa yoldan gidelim. Sana ben ifadeleri verseydim gerekçeleri sorsaydım bunu yapar mıydın? Ya da boş bıraksaydım?
164	**ÖA**	Bomboş bıraksaydınız sanki yapabilirdim.
165	**A**	Anladım, gerekçelerde sıkıntı çektin yani.
166	**ÖA**	Evet. O gerekçelere uygun bir şeyler yazamadım oraya.

Volkan bu ispatı boş bırakmasının nedeni olarak verilen gerekçeleri yeterince anlamamış olmasını ileri sürmüştür. Gerekçeler verilmediği takdirde ispatı tamamlayabileceğini belirtmiştir.

Volkan, 4.2 numaralı ispatı hatalı olmasına rağmen, 4. grup ispatları düzenli bir şekilde uygun basamak sayısıyla yapan ÖA'lar arasındadır. Ayrıca diğer ÖA'lar ile aynı matematiksel hatayı yaparak ispatını tamamlamıştır.

Genel olarak incelendiğinde, ÖA'lara yöneltilen soruların benzerlik gösterdiği görülmektedir. 5 ÖA, özellikle 1. Grup ispatlarda matematiksel notasyon kullanma yoluna gitmiştir. Bunun nedeni ÖA'lara sorulduğuda, alışkanlık, matematiksel olarak yazmanın daha kolay gelmesi ya da nasıl gerekçe yazılacağından emin olmama cevaplarını vermişlerdir. 3 ÖA, ispatlarında çok uzun gerekçeler kullanmıştır. ÖA'lar bu durumu, basamakta ne yapıldığını daha açık şekilde belirtmek istemeleriyle ilişkilendirmiştir. İçlerinden 1 ÖA ise gerekçenin tam olarak nasıl yazılacağından emin olmadığı için uzun şekilde açıkladığını belirtmiştir. 4 ÖA'ya boş basamaklar bırakmalarına rağmen ispatın sonucuna nasıl ulaştıkları sorusu yöneltilmiştir. ÖA'lar cevap olarak anlamlandırmadıkları basamakları boş bıraktıklarını ve ancak son basamakları bildikleri için ispatı tamamlayabildiklerini belirtmişlerdir. 5 ÖA, 4. Grup ispatların bazılarında verilen basmağını kullanmadan ispatı yapmıştır. Bunun nedeni ÖA'lara sorulduğunda dikkatsizlik nedeniyle bu durumun oluştuğunu belirtmişlerdir. Verilen basmağı gerekli mi sorusuna ise, 3 ÖA zaten görüldüğü için gerek olmadığı, 2 ÖA gerekli olduğu cevabını vermiştir.

BÖLÜM V

SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

Matematik öğretmen adaylarının çift sütun ispat yöntemine yönelik görüşlerinin ve bu yönteme dayalı ispatlama süreçlerinin analiz edildiği çalışmanın bu bölümünde, çalışmada ulaşılan sonuçlar ve onlara yönelik tartışma ve öneriler sunulmaktadır.

5.1. Sonuçlar

5.1.1 I. Alt Probleme Yönelik Sonuçlar

Araştırmanın birinci alt problemi öğretmen adaylarının ÇSİ yöntemine, işlevlerine ve kullanışlılığına yönelik düşüncelerinin neler olduğudur. Bu problemin bulguları öğretmen adaylarıyla ÇSİ uygulamalarının hemen ardından gerçekleşen ilk görüşmeden elde edilmiştir. Görüşmede 12 soru yer almaktadır. ÖA'ların cevaplarında ÇSİ yönteminin yapısına, işlevine ve kullanışlılığına yönelik ifadelerine yoğunlaşılmıştır.

Bu görüşmenin ilk sorusu, *"Bir ispat yapma yöntemi olarak ÇSİ hakkındaki görüşleriniz nelerdir?"* şeklindedir. Bu soru yöneltilmeden önce, ÖA'lara daha önce ÇSİ ile karşılaşıp karşılaşmadıkları sorulmuştur. Üç ÖA, karşılaştığını ancak herhangi bir uygulamasını yapmadığını belirtmiştir.

ÖA'ların ÇSİ'lerle ilgili görüşlerinin hepsi olumludur. Bu olumlu görüşler ÇSİ'nin yapısına ve işlevine yönelik olmak üzere ikiye ayrılabilir. 6ÖA işlevine yönelik ifadeler belirtmiştir. Bunlar, ispatların yapılabilirliğini gösterme, ispattan korkmayı engelleme, akılda kalıcılığı sağlama ve seviyeye göre yönlendirilebilirlik şeklindedir. 8 ÖA ise yapısına yönelik ifadeler belirtmişlerdir. Bunlar ise ifadenin nereden geldiğini gösterme ve ifadeleri kademeli şekilde sunma şeklindedir.

Görüşmenin ikinci sorusu *"Sizce ÇSİ geometri programına ve öğretim biçimine uygun mudur? Neden?"* şeklindedir. ÖA'ların tümü bu soruya uygundur şeklinde yanıt vermiştir. ÖA'lar ÇSİ'nin yapısal ve duyuşsal özelliklerine vurgu yapmıştır. Ancak tüm grup içerisinden sadece iki ÖA, ÇSİ'nin OGDÖP'de yer alan akıl yürütme ve ispat yapma becerisine uygun olduğunu belirtmiştir. 12 ÖA'dan sadece ikisinin ifadelerini bu şekilde temellendirmesi, katılımcı ÖA'ların öğretim programının ispat ve ispatlamayı ele alış biçimi hakkında yeterli bilgiye sahip olmadığını bir göstergesidir. Sonuç olarak gerek eski gerekse yeni öğretim programlarını düşünerek ÖA'lar ortaöğretim geometri öğretiminde ÇSİ'lerin kullanılmasına yönelik pozitif düşüncelere sahiptir.

Üçüncü soru *"Sizce ÇSİ'nin avantajları ve dezavantajları nelerdir?"* şeklindedir. Bu sorunun ardından ÖA'lardan hem bir öğretmen olarak hem de bir öğrenci olarak düşüncelerini belirtmeleri istenmiştir. ÖA'ların birer öğrenci olmaları nedeniyle, bu duruma iki açıdan da bakabilecekleri düşünülmüştür.

ÇSİ'nin bir öğretmen olarak avantajının ne olacağı konusunda öne çıkan özellikleri *işlevi* ve *kullanışlılığı*dır.

-- İşlevsel olarak öğretmeni geliştireceği, öğrencilerin öğrenme durumlarının ve hatalarının belirlenmesinde yardımcı olabileceği öne çıkan özellikleridir.

--Kullanışlılık durumu ise, öğrencilerin dikkatini çekeceği ve anlamlandırmada kolaylık sağlayacağı şeklindedir.

Dezavantajına gelindiğinde ise 9 ÖA aynı durum üzerinde durmuştur. Tüm bu ÖA'lar açık şekilde hazırlama ve uygulama <u>zaman</u>ının öğretmen için dezavantaj olacağını vurgulamıştır. Diğer dezavantajları ise hazırlama zorluğu ve öğretmen yeterliliğinin sağlanması zorluğudur. Bu ifadelerden, kendilerinin de bu konuda sıkıntı yaşayabileceklerini düşündükleri belirtilebilir.

ÇSİ'nin öğrenci açısından belirtilen avantajları öğretmen için belirtilenler ile paralellik göstermektedir.

-- Yapısal olarak ispata nereden başlayacağını bilme ve ispatı daha rahat anlama konusunda yardımcı olacağı belirtilmiştir.

-- İşlevsel olarak, akılda kalıcılığı sağlayacağı ifade edilmiştir.

-- Kullanışlılık olarak ise zevkli bir ispat türü olması öne çıkmıştır.

Dezavantaj olarak işlevsel özellikleri üzerine daha çok yorum yapıldığı söylenebilir. Gerekçe yazmanın ya da ifade yazmanın öğrenciler için seviyelerinden kaynaklanan bir dezavantaj olabileceğini belirtmişlerdir.

ÇSİ'lerin öğretmenlerin kendini geliştirmesine yardımcı olması ve ayrıca öğretmenlerce bir değerlendirme aracı olarak kullanılabileceği belirtilmiştir. Ancak aynı durum yani kendini geliştirme ve değerlendirme yapma öğrenci açısından bir avantaj olarak ifade edilmemiştir. Yani ÇSİ'nin öğrencilere yapacağı katkılar daha çok anlamlandırmada kolaylık ve ispata yönelik olumlu bir duygu sağlama olarak görülmektedir. Bu durum öğrenciler için sıralanan avantajlarda "rahat anlama" ve "zevkli olma" biçimindeki ifadeler de kendini göstermektedir. Dezavantajlar konusunda öğrenci seviyelerini dikkate alan ÖA'ların avantajları konusunda bu durumu gözetmedikleri ve görüş belirtmedikleri görülmektedir.

Görüşmenin dördüncü sorusu *"ÇSİ'lerin matematik eğitiminde de kullanışlı olacağını düşünüyor musunuz?"*şeklindedir. 6 ÖA yapısı ve özellikleri gereği geometriye benzer şekilde matematikte de kullanılacağını net bir şekilde belirtmişlerdir. 5 ÖA ise bu kadar kesin bir yorum yapmayıp, bazı konularda kullanışlı olabileceğine dair yorum yapmıştır. Bu gruptaki ÖA'ların yorumları incelendiğinde ilişkilendirme özelliğine ve basamaklı yapısına uygun konuları dikkate alıp bunlar üzerinden örnekler verdikleri söylenebilir. Yalnızca bir ÖA, Recep matematik programında [direkt olarak] ispat becerisinin bulunmadığını bu nedenle matematikte çok yararlı olmayacağını belirtmiştir. Aynı kişi ÇSİ'nin geometriye uygunluğu konusunda da programın becerilerinde ispatın var olduğuna dair vurgu yapmıştır. Sadece bir ÖA'nın programlar üzerinden yorum yapması, yine ÖA'ların bu konuda bilgi eksikliklerinin var olduğunu düşündürtmektedir. Sonuç olarak katılımcıların büyük oranı ÇSİ'nin matematik eğitiminde de kullanılabileceği kanısındadır.

Görüşmenin 5. sorusu, *"Bir öğretmen adayı olarak sizce ÇSİ'lerden en iyi yararlanma yolu nedir?"* şeklindedir. ÖA'lar çalışmada karşılaştıkları ispat sıralarına benzer şekilde bir ders içi sıralama yapmışlardır. 1 ve 2. grup ispatların dersin başında kullanılabileceğini, 3. grup ispatların çalışma kâğıdı ya da pekiştireç olarak kullanılabileceğini belirtmişlerdir. Son grup ispatların ise değerlendirme aracı olarak kullanılması yönünde ifadeleri bulunmaktadır. Bu gruptaki iki ÖA ise, ispatların birbirlerinden ayrı kullanılmaması gerektiğini belirtmişlerdir. Burada ayrı kullanılmamadan kasıt, 1. tür ispatları vermeden 2.'nin ya da 3. türün verilmemesidir. Bu bakımdan ÖA'ların ifadelerinde, uygulamada verilen türlerin basamaklı olarak ilerlediği fikri öne çıkmaktadır.

Sonuç olarak ÖA'ların ÇSİ kullanımına ilişkin farklı bakış açılarına sahip oldukları görülmektedir. Görüşlerde belirli bir yığılma gözlenmemektedir. Ancak dördüncü grup ÇSİ'lerin değerlendirme amaçlı kullanımına yönelik daha fazla kişinin katılım gösterdiği görülmektedir.

Buradan yola çıkarak katılımcılarda ilk üç grup ÇSİ'nin kavrama, anlama, pekiştirme amaçlı, son grup ÇSİ'nin ise değerlendirme yapma amaçlı kullanımına yönelik genel bir görüş olduğunu ifade edilebilir.

"ÇSİ'leri ileride kendi derslerinizde kullanmayı düşünür müsünüz?" sorusu görüşmenin 6. sorusudur. 6 ÖA, net bir şekilde geometride kullanacağını belirtmiştir. 5 kişi kullanacağı yönünde ifade vermiş ancak geometri ya da matematik derslerinin hangisinde kullanacağını belirtmemiştir. 1 ÖA'da geometri derslerinde kullanacağını

ama matematik derslerinde de etkili olabileceğini belirtmiştir. ÖA'ların tümünün ÇSİ'nin kullanımına dair olumlu görüşleri olduğu söylenebilir. Katılımcıların yarısının, geometride kullanacaklarını açık şekilde belirtmeleri yapılan uygulamaları olumlu bulduklarının da bir göstergesi olarak kabul edilebilir. Sonuç olarak katılımcıların tümü bu soruya kullanacaklarına yönelik cevap vermiştir.

ÖA'ların neden ÇSİ'leri kullanacaklarına yönelik ifadeleri ise, yöntemin yapı, işlev ve kullanışlılık özelliklerine göre kategorilere ayrılmıştır. Yapı olarak aşamalı ilerlemesi ve görselliği sağlama özellikleri belirtilmiştir. Belirtilen bu özellikler görüşmenin ilk sorusunda ÖA'ların öne çıkardığı yapısal özelliklerle örtüşmektedir. İşlev olarak, ispatın mantığını öğretmesi ve farklı bakış açısı sağlaması gibi özellikleri belirtilmiştir. Bu özellikler yine 1. soruda ifade edilen işlevsel özellikler ile ortak noktalara sahiptir. Kullanışlılık özelliği olarak ise öğrencilere ispatları anlatma ve gösterme için kolay bir yöntem olduğu belirtilmiştir.

"Size sunulan dört farklı grup ÇSİ'yi kendi içinde kıyaslarsanız ne söyleyebilirsiniz?" görüşmenin 7. sorusudur. ÖA'lardan bu kıyaslamaları grupların öne çıkan özellikleri ve kullanım durumlarını göz önüne alarak yapmaları istenmiştir.

ÖA'ların kıyaslamaları iki grup şeklinde yaptıkları söylenebilir. 7 ÖA grupları birbiri ile kıyaslamada genel bakış açısı kullanmışlardır. Bu grup içerisindeki 3 ÖA, ÇSİ'lerin uygulamadaki sıralamalarının doğru olduğunu düşündüklerini belirtmişlerdir. Ayrıca ilk grup verilmeden diğer gruplardan yararlanılamayacağını ifade etmişlerdir. Bu nedenle ÇSİ gruplarının aşamalı gittiğini düşündükleri söylenebilir. Diğer ÖA'lar ise, kesin bir karşılaştırma yapamayacaklarını ifade etmişlerdir. Bunun nedeni olarak da her grubun farklı bir kullanım amacının olabileceğini belirtmişlerdir.

Diğer gruptaki 5 ÖA ise doğrudan grupları birbirleriyle karşılaştırmışlardır. 1. ve 2 gruplar için alt seviye için daha kullanışlı olacağına dair ÖA yorumları ortaktır. Burada alt seviyeden kasıt öğrencilerin geometri ya da matematik derslerindeki seviyeleridir. 1. grupta, yapısına da uygun olacak şekilde gerekçeleri yazmanın yoruma dayalı olduğu ve zorlayıcı olabileceği belirtilmiştir. Benzer şekilde de 2. grup için gerekçelerin ifadeleri yazmada sıkıntı yaşanabileceği belirtilmektedir. İlk iki grubun ÖA'lar için öne çıkan yönleri zorluklarıdır. Hem ifade hem gerekçe yazmada zorlanılabileceğini belirtmelerine rağmen bu iki grubun düşük seviye öğrenciler için kullanılabileceğini belirtmişlerdir. 3. ve 4. grup için ise oluşturacakları pozitif durumlar ön plana çıkmıştır. 3. grubun ise farklı basamaklarının boş olmasının, ispatın genel halini görmeyi ve bağlantıları kurmayı kolaylaştırdığı ifade edilmiştir. 4. grup için ise diğerlerinden farklı olarak daha çok ve kompleks düşünme gerektirdiği belirtilmiştir.

Sonuç olarak ÖA'ların ÇSİ grupları ve onların kullanımlarına dair farklı bakış açılarına sahip olduğu ve bu bakış açılarının farklı nedenlere dayandığını görülmektedir.

Görüşmenin 8. sorusu *"Size en kolay ve en zor gelen ispatlar hangileridir?"* şeklindedir. Cevaplar kolay ve zor kategorilerinde incelenmiştir ve her grup için ayrı ayrı alınmıştır.

Birinci grubun kolay gelmesinin nedeni ispatın zaten yapılmış olması ile ilişkilendirilmiş (ifadeler kısmının tam dolu olması kastediliyor), zor gelme nedeni ise, gerekçe yazımına bağlanmıştır.

İkinci grup ispatlar hiç kimse tarafından en kolay gelen grup olarak ifade edilmemiştir. Zor gelme nedeni olarak ise gerekçelerin anlamlandırılamaması öne sürülmüştür. Burada anlamlandıramamadan kasıt, gerekçenin hangi ifadeyi kastettiğine yönelik oluşan sıkıntı olarak belirtilmiştir.

Hem gerekçe hem ifade basamaklarında boşlukların olması, üçüncü grubun bir grup ÖA'ya kolay gelmesini sağlamışken, bir grup ÖA'ya zor gelmesine neden olmuştur. Aynı özellik farklı ÖA'lar için farklı durumlar oluşturmuştur.

Düşünülenin aksine dördüncü grup ispatları zor bulan 2 ÖA varken, bu grubu kolay bulan ÖA sayısı grubun yarısı kadardır. Bunun nedenini, daha önceki gruplar ile ispatın nasıl yapılacağını öğrenmiş olmaları, şeklinde açıklamışlardır.

Genel olarak bakıldığında 1., 2. ve 4. Grupta ispatları yapmada zorlanılmasının temel nedeni olarak gerekçeler gösterilmiştir. ÖA'ların daha önce ispat yaparken gerekçeleri kullanmamış olması süreçte onlar için bir dezavantaj oluşturmuştur. 3. Grubun zor ve kolay olduğunu belirten katılımcıların açıklamaları birbirine benzerdir. Oluşan bu durumun nedenlerinin, kişisel özellikler ve ön öğrenmeler olduğu belirtilebilir.

"Bildiğiniz diğer ispat yöntemleriyle ÇSİ'yi karşılaştırırsanız ne söyleyebilirsiniz?" Sorusu görüşmenin 9. sorusudur. Araştırmada ÇSİ ile diğer ispat yöntemlerinin karşılaştırılmasına yönelik bir bölüm yoktur. Ancak ÖA'ların kişisel deneyimleri çerçevesinde bu karşılaştırmayı zaten süreç içerisinde yaptıkları düşünülmektedir. Bu nedenle ÖA'lara bu soru yöneltilmiştir.

5 ÖA ÇSİ'ler ve diğer ispat yöntemlerini karşılaştırma yoluna gitmiştir. Diğer ispat yöntemlerini bir grup olarak ele almışlardır. 2 ÖA ispatların nereden geldiğini gösterme, kolay oluşturma gibi yapısal özelliklerini öne çıkarmıştır. 2 ÖA ise, anlamlandırmayı kolaylaştırması, ispata yönelik olumlu görüş oluşturması gibi işlevsel özelliklerini belirtmişlerdir. Bu gruptaki son ÖA ise, diğer ispatlara göre kolay pratik ve kullanışlı olduğunu belirtmiştir.

ÖA'ların temelde başta kendileri için ÇSİ'nin öne çıkan özelliklerine göre yorum yaptıkları söylenebilir.

Diğer 7 ÖA ise, belirtikleri tek bir ispat yöntemi ile ÇSİ'yi karşılaştırışlardır. Belirtilen bu yöntemler, doğrudan ispat, olmayana ergi, tümevarım ve sözsüz ispattır. Doğrudan ispat ile ÇSİ'yi karşılaştıran iki ÖA, doğrudan ispattan farklı olarak, konuyu aktarmada ve kalıcılık sağlanmasında ÇSİ'nin daha etkili olacağını belirtmişlerdir. ÇSİ'nin doğrudan ispat ile olan ilişkisi nedeniyle, belirttikleri bu durumun gerekçe yazmadan kaynaklanıyor olabileceği söylenebilir.

Söz konusu iki ÖA'nın ÇSİ'nin de bir doğrudan ispat yöntemi olduğunu göremedikleri fark edilmiştir.

ÇSİ'yi olmayana ergi yöntemi ile karşılaştıran 2 ÖA bulunmaktadır. Bu iki ÖA'da hatalı bir durumun kabul edilip ispatın yapılmasındansa, bu şekilde basamaklı bir ispatın daha kolay anlaşılabileceğini belirtmişlerdir.

Tümevarım ve tümdengelim yöntemleriyle ÇSİ'yi karşılaştıran 2 ÖA vardır. Ancak her ikisi de herhangi bir özellik belirtmeyerek, sadece ÇSİ'yi tercih edeceklerini belirtmişlerdir. 1 ÖA ise diğerlerinden farklı olarak ÇSİ'yi başka bir alternatif ispat yöntemi olan sözsüz ispat ile karşılaştırmıştır. Sonuç olarak ÇSİ'nin bu yönteme göre daha kullanışlı olacağını belirtmiştir.

Bu soruda karşılaştırma yaparken, ÇSİ'nin herhangi bir negatif özelliğine vurgu yapan ÖA olmamıştır. Bu durum da genel olarak katılımcıları ÇSİ'ye yönelik olumlu görüşleri olduğunun bir göstergesi olarak kabul edilebilir.

Burada dikkat çeken husus katılımcıların tamamının ispat yapmadaki genel yaklaşımlar (vektörel, sentetik, analitik), yöntemler (tümevarım, tümdengelim: doğrudan, dolaylı) ve biçimler (çift sütun, paragraf, akış diyagramı) ve bunların ilişkisine dair bir kavrayışının bulunmasıdır. Bu tür bir kavrayışın olmaması bazı ÖA'ları ÇSİ ile ispat yöntemlerini karşılaştırmaya yönlendirmiştir.

Görüşmenin 10. sorusu *"Kendiniz bir ÇSİ üretebileceğinizi düşünüyor musunuz?"* şeklindedir. Soru ile süreç içerisindeki katılımcıların ÇSİ konusunda kendilerini nerede gördüğünü belirlemek amaçlanmıştır. Çünkü uygulamayı yapmak ile ÇSİ oluşturmak bazı farklılıklar taşımaktadır. ÖA'lar ispat sürecinde 4 farklı grup ispat yapmışlardır. Bu gruplardan bir tanesi, en sonuncu grup iki sütunu da boş olan bir ÇSİ'dir. 4. grupta ÖA'lardan her iki sütunun da doldurulması istenmiştir. Bu nedenle aslında ÖA'ların araştırma sürecinde son grupta 5 adet ÇSİ oluşturdukları söylenebilir.

Hepsi oluşturabileceğini belirtmesine karşın, 7 ÖA bazı durumlardan söz etmiştir. Bu durumlar, konu hakkında yeterli bilgiye sahip olma, alt düzeyde olma (lise kastediliyor), (hazırlamak için) yeterli zamanın olması şeklindedir. Diğer 5 ÖA ise herhangi bir durum belirtmeden ÇSİ oluşturabileceğini belirtmiştir.

Sonuç olarak tüm ÖA'ların ÇSİ oluşturabilme sorusuna olumlu cevap vermesi bu konuda kendilerini bir ölçüde yeterli bulduklarının bir göstergesi sayılabilir. Ancak halen ÖA'ların iki sütunu da boş olan 4. grup ÇSİ'leri yapmış olmalarına rağmen, ÇSİ oluşturmada kendilerinden çok emin olamamaları dikkat çekicidir. Bu durumun nedeni olarak, ispatı kendilerinin oluşturmasına yönelik yereli güvenlerinin olmaması şeklinde yorumlanabilir. Çünkü bir yandan ispatı oluşturabileceklerini belirtirlerken diğer yandan bunun sağlanması için bazı durumların var olması gerektiğini öne sürmüşlerdir.

"Sizce ÇSİ ispat öğrenimine katkı sağlar mı, sağlarsa ne yönde?" sorusu görüşmenin 11. sorusudur. Öğretim programların değişmesi nedeniyle, matematiğin bazı konularında ve geometrinin bütününde ispatlar yer almaktadır. Bu nedenle ispatın nasıl yapılacağına dair öğrencilerin bilgi edinmesi gerektiği açıktır. ÖA'larca ÇSİ yönteminin geometrik ispatlardaki işlevine dönük görüşlerin belirlenmesi amacıyla bu soru sorulmuştur.

Katılımcı 3 ÖA doğrudan ÇSİ'lerin ispat öğretiminde kullanılabileceğini net bir şekilde belirtmiştir. Bunun nedeni olarak da aşamalı olmasını ve ilişkileri kurarak ilerlemesini belirtmişlerdir. Ayrıca ispat yapmayı öğreteceğini ve mantığını kavratacağını belirtmişlerdir.

Diğer ÖA'lar ise açık bir şekilde kullanılır olduğunu belirtmeyip, bazı durumlar üzerinden yorum yapmışlardır. 2 ÖA daha anlaşılır olduğuna ve rahat öğrenilebileceğine, 3 ÖA ispatın ne olduğunu öğrenmede yardımcı olacağına, 4 ÖA ise anlamlandırma sağlayacağı ve bağlantıları oluşturmaya yardım edeceği gibi özelliklerine vurgu yapmıştır.

Belirtilen bu özelliklere dayalı olarak, ÇSİ'lerin yapısal özelliklerinin ispat öğrenimine katkı sağlayabileceğini belirttikleri söylenebilir.

Görüşmenin son sorusu *"ÇSİ'ler genel anlamda ispatlara ve ispat yapmaya olan bakış açınızda bir değişikliğe sebep oldu mu?"* şeklindedir. Bu soru ile kişisel olarak ÇSİ'nin katılımcıları nasıl etkilediğine dair bilgi almak amaçlanmıştır. ÖA'ların hepsi ÇSİ yönteminin ispatlara ve ispat yapmaya olan bakış açılarını pozitif yönde değiştirdiğini belirtmiştir. Tüm ÖA'larda bu etkiyi yaratması ÇSİ'lerin olumlu bir yanı olarak ifade edilebilir.

4 ÖA, bu olumlu değişimin onların öğretmenlik hayatında ispatları kullanmalarını sağlayacağını belirtmiştir. Öğrencilerin sıkılmadan yapabilecekleri bir ispat yöntemi olduğunu, anlamlandırmayı kolaylaştırdığını ifade etmişlerdir. Bu durumlar nedeniyle öğretimde kullanmanın faydalı olacağını savunmuşlardır.

Diğer 8 ÖA ise bu değişimin, kendi açılarından ispatları yapma durumlarına olan etkilerini ifade etmişlerdir. Bu grup içerisindeki 4 ÖA, daha önce ispat yapmadan korktuklarını belirtmişlerdir. Yöntemin bu nedenle ispat yapmaya bakış açılarında olumlu bir değişme sağladığını vurgulamışlardır. Diğer ÖA'lar ise, diğer ispatlardan daha kolay olduğunu ve ispatın yapılabilir olduğunu gösterdiğini belirtmişlerdir. Bu ifadelerden hareketle araştırma sonrasında katılımcıların görüşlerinde önemli ölçüde bir değişim olduğu sonucuna varılabilir. Gerek ileriki meslek yaşamlarında kullanma gerekse kendilerinin ispat yapma durumları açısından ÇSİ'nin onlarda bir pozitif etki oluşturduğu açıktır. Ayrıca yaşadıkları deneyim bize ispata karşı var olan önyargılarının azalmasında/ kırılmasında ÇSİ'nin faydalı olduğunu göstermektedir.

Birinci alt problemin bulgularının elde edilmesinde kullanılan görüşme sorularının bazıları birbiriyle ilişkilidir. Bu ilişki nedeniyle, bu sorulardan elde edilen sonuçları birlikte değerlendirmek mümkündür. Bu şekilde sonuçlar için daha net bir izlenim oluşturulabilir.

Görüşmenin ilk sorusu olan "Bir ispat yapma yöntemi olarak çift sütun ispat hakkındaki düşünceleriniz nelerdir?" sorusuna, ÖA'ların verdikleri cevapların görüşme sürecinde verdikleri diğer cevaplarla örtüşmektedir. ÇSİ için belirtilen özellikler ve öne çıktığı belirtilen durumlar diğer sorularda da kullanılmıştır.

Tablo 61

ÇSİ'nin İfade Edilen Özellikleri

ÇSİ'nin Özellikleri	**İfade Edilen Özellikler**	**Soru Numarası**
Yapısına Yönelik	İfadenin nereden geldiğini gösterme (hangi özellikle ile ortaya çıktığını gösterme)	1-6-11
	İfadeyi basamaklı şekilde sunma (adım adım ilerleme özelliği)	1-2-3-4-6-11
İşlevine Yönelik	İspattan korkmayı engelleme	1-2-12
	Ezberden uzaklaştırma	1-2-6
Kullanışlılığına Yönelik	Anlamlandırmada kolaylık sağlama	3-9-11
	Öğrenmede kalıcılık sağlama	1-3-9

Görüşmenin genelinde ÇSİ'lerin öne çıkan özellikleri yapı, işlev ve kullanışlılığına yönelik olacak şekilde 3 grupta toplanabilir. Yapısal olarak öne çıkan özellikleri, ifadenin nereden geldiğini gösterme ve ifadeyi basamaklı şekilde sunmadır. İşlevsel özellikleri, ispattan korkmayı engellemesi ve kişileri ezber yapmaktan uzaklaştırmasıdır. Kullanışlılık özellikleri ise, anlamlandırmada kolaylık sağlama ve öğrenmede kalıcılık sağlama şeklinde belirtilebilir.

Görüşmede ilişkilendirilebilecek iki soru, 2. soru olan "Sizce ÇSİ'ler geometri programına ve öğretim biçimine uygun mudur?" sorusu ile 4. soru olan "ÇSİ'lerin matematik eğitiminde kullanışlı olacağını düşünüyor musunuz?" sorusudur. Her iki soruda da ÖA'ların programlar üzerinden yorum yapmaları beklenmesine rağmen onlar ÇSİ'nin özellikleri üzerinden yorum yapma yoluna gitmişlerdir. İki soruya da sadece 1 ÖA, öğretim programda bulunan becerileri temel alarak yorum yapmıştır. Bu durumun oluşmasının olası nedenlerinden biri yöneltilen soruların yapıları olarak gösterilebilir. Bir diğeri ise, ÖA'ların bu konudaki bilgilerinin yetersiz olma durumu olabilir. Yeni bir yöntem olan fakat geometri programında bulunan ÇSİ'ler ile 3 ÖA haricindeki diğer kişilerin karşılaşmadıklarını belirtmesi de bu durumu destekler bir bilgidir.

5.1.2. II. Alt Probleme Yönelik Sonuçlar

Araştırmanın ikinci alt problemi "Öğretmen adaylarının çözdüğü/oluşturduğu ÇSİ'lerin (grupsal olarak) niteliği (biçim, içerik ve sonuca ulaşma açısından) nasıldır?" şeklindedir.

ÖA'ların uygulamalarda yaptığı 20 adet ÇSİ, tek tek bireysel olarak incelenmiştir. Bu incelemeler sonucu *tamamlanmış* (doğru ya da hatalı) ve *tamamlanmamış* (tamamen boş bırakılmış ya da bazı basamakları eksik) olmak üzere ÖA'ların yanıtları gruplandırılmıştır. Ardından benzer özelliklere sahip olup olmadıklarını incelemek amacıyla gruplar şeklinde incelenmiştir. Bu şekilde *başarılı ve başarısız olunan* gruplar ve nedenleri belirlenmeye çalışılmıştır.

Grupsal olarak ele alındığında, 1. grup ispatların 1 ÖA hariç diğer tüm katılımcılar tarafından tamamlandığı görülmektedir. Bu grup 11 ÖA tarafından tamamlanmasına karşın en çok yöntemsel hatayı içeren gruptur. 7 ÖA, bu grubun farklı ispatlarında da olsa yöntem hatası yapmıştır. 1 ÖA'nın bu gruptaki tüm ispatlarında yöntem hatası bulunmaktadır. Bu durumun çalışmada uygulanan ilk grup olması nedeniyle oluştuğu söylenebilir. Çünkü diğer gruplarda benzer yöntem hataları ile karşılaşılmamaktadır. Ayrıca grupta hiç matematiksel hata yapılmamıştır.

2. grup ise 9 ÖA tarafından tamamlanmıştır. 3 ÖA'nın birer ispatları basamaklarda boşluklarının olması nedeniyle tamamlanmamış grubunda yer almaktadır. İspatları tamamlayan grup içerisindeki 4 ÖA ise birer ispatlarında

matematiksel hata yapmışlardır. Bu hatalar verilen gerekçelere uygun ifadeler oluşturamamalarından kaynaklanmıştır.

3. grup, 10 ÖA tarafından tamamlanmıştır. 2. gruba benzer şekilde tamamlayanlar içerisindeki 3 ÖA'nın birer ispatlarında matematiksel hata bulunmaktadır. Bu grupta yapılan matematiksel hataların nedeni, basamaklar arasında doğru şekilde geçişlerin sağlanamamış olmasıdır. 3.5 numaralı ispat 1 ÖA tarafından tamamen boş bırakılmıştır.

4. grup ispatlar 10 kişi tarafından tamamlanmıştır. Bu grupta sadece teoremler verilmiş tüm gerekçe ve ifadeler ÖA'lar tarafından oluşturulmuştur. Buna karşın 2 ÖA, boş basamaklar bırakmışlardır. Burada boş bırakılan basamakların gerekçelerde olduğu dikkat çekmektedir. ÖA'ların oluşturdukları ifade için bir gerekçe yazamamaları nedeniyle bu basamakları boş bıraktıkları görülmektedir. Bu grupta 3 kişi farklı ispatlarda yöntem hatası yapmıştır. Yapılan yöntem hatası, bir basamakta birden çok işlem yapmalarına dayanmaktadır. Bunun nedeni olarak ÇSİ yöntemine yönelik tecrübelerinin az olması ve önceki alışkanlıklarından ileri gelen yazım biçimlerinin kimi zaman baskın olması olarak belirtilebilir. Ayrıca bu ÖA'ların, ispatı oluştururken içeriğe biçimden fazla odaklanmış olduklarının bir göstergesi de olabilir. Ancak, yaklaşık 15 ÇSİ yapmalarından sonra bu durumun oluşması, çalışmanın geneli için beklenmeyen bir durumdur.

4. gruplarda dikkat çeken başka bir durum, 4.2 numaralı ispatın sadece 1 ÖA tarafından doğru şekilde tamamlanmış olmasıdır. 11 ÖA'nın hepsi benzer bir matematiksel hataya düşmüşlerdir. Bu hata ön öğrenmelerinden kaynaklanmaktadır. Bu ispatta ÖA'lardan, bir ikizkenar üçgenin, ikizkenarlarına ait açıların birbirine eşit olduğunu göstermeleri istenmiştir. Hata yapan ÖA'lar, bir ikizkenar üçgende eş olmayan kenarın karşısındaki açının açıortay doğrusunun, belirtilen kenar ile dik olarak kesişmesi özelliğini kullanıp ispatı yapmışlardır. Ancak bu özellik, ikizkenar üçgendeki belirtilen açıların birbirine eşit olmasına dayanmaktadır. Hatalı ÖA'ların tamamı, ispatın sonucundan elde edilen bir özelliği onu ispatlamada kullanmışlardır. Bu nedenle tüm hatalar matematikseldir.

Genele bakıldığında 4.2 nolu ispat (1 ÖA ile) en az kişi tarafından doğru şekilde tamamlanan ispattır. Onun arkasından 7 kişi tarafından tamamlanan 1.1 numaralı ispat gelmektedir. Ancak bu ispatın bu kadar kişi tarafından tamamlanmasının nedeni, uygulamadaki ilk ispat olması olarak açıklanabilir. 2.2, 2.5 ve 4.5 numaralı ispatlar ise, tüm ÖA'lar tarafından tamamlanmıştır. Ayrıca 3. grup ispatların 10 kişiden aşağıda yapılmadığı da belirtilebilir. Bu durum, bu gruptaki ispatların ÖA'lara daha kolay gelmiş olmasıyla ilişkilendirilebilir. Çünkü ilk görüşmede, ÖA'lara yöneltilen "En kolay gelen ispat grubu hangisiydi?" sorusuna yönelik ifadelerde, bu duruma işaret eden söylemler mevcuttur.

Yapılan ispatlar bireysel olarak ele alındığında, ispatları hatasız şekilde en çok tamamlama oranına sahip kişilerin Recep ve Nehir olduğu belirtilebilir. İkisi de 20 ispatın 19'unu tamamlamıştır ve sadece 1 ispatları hatalıdır. Hata yapılan ispat ikisinde de aynı ispattır (4.2) ve her ikisi de aynı matematiksel hatayı yapmışlardır. Bu iki kişinin arkasından ise 18'er ispatla Rüzgar, Ayşe ve Selçuk gelmektedir. İspatları hatasız olarak en az tamamlama oranına sahip kişiler ise Mine ve Volkan'dır.

Öğrencilerin ispatları yapma durumları ile kümülatif not ortalamalarını karşılaştırmak için tablo 28 oluşturulmuştur. ÖA'ların okul başarıları ile ispatları yapma oranlarının bir şekilde ilişkili olabileceği düşünülmekteyken, çalışmanın sonucunda bu şeklide bir ilişkinin kurulamayacağı görülmüştür. Çünkü grubun not ortalaması olarak en altındaki iki kişi Recep ve Rüzgar, ispatları yüksek oranda tamamlayabilen kişiler arasındadırlar. Ayrıca yüksek not ortalamasına sahip Mine, ispatların tamamlanmasında düşük bir oran yakalayabilmiştir.

Tablo 62

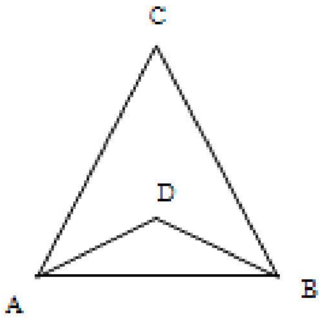
ÖA'ların Kümülatif Sıraları ve ÇSİ'leri Tamamlama Sıraları

Kümülatif Sıraları	**ÇSİ'leri Tamamlama Sıraları**
Tuba	**Recep**
Rüya	Nehir
Ayşe	**Rüzgar**
Mine	Ayşe
Nehir	Selçuk
Volkan	Rüya
Emre	Tuba
Gönül	Ece
Selçuk	Gönül
Ece	Emre
Recep	**Mine**
Rüzgar	**Volkan**

İspatların yapılmasında bireysel olarak öne çıkan bazı durumlar mevcuttur. Uygulamada tamamen boş bırakılan iki ispat bulunmaktadır. Bunlar 2.4 ve 3.5 numaralı ispatlardır. İlk ispat Ece, ikinci ispat Mine tarafından boş bırakılmıştır. Her iki soru da üçgenler konusuna yöneliktir.

Şekil 9

2.4 Numaralı İspat



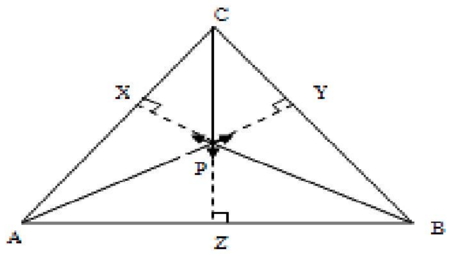
Verilen: [DA], $\overline{C}A\overline{B}$'nın , [DB], $\overline{C}B\overline{A}$ açısının açıortayıdır. $s(\overline{D}A\overline{B}) = s(\overline{D}B\overline{A})$.

İspat: $|CA| = |CB|$

İFADELER	GEREKÇELER
1. [DA], $\overline{C}A\overline{B}$'nın , [DB], $\overline{C}B\overline{A}$ açısının açıortayıdır.	1. Verilen
2. $s(\widehat{\overline{C}A\overline{D}})=s(\overline{D}A\overline{B})$ $s(\overline{C}B\overline{D})=s(\overline{D}B\overline{A})$	2. Açıortay bir açıyı, açı ölçüleri eşit iki parçaya ayırır.
3. $s(\overline{D}A\overline{B}) = s(\overline{D}B\overline{A})$.	3. Verilen.
4. $s(\overline{C}B\overline{D})= s(\overline{D}A\overline{B})$	4. Eşit iki nicelik birbiri yerine kullanılabilir.
5. $s(\widehat{\overline{C}A\overline{D}})= s(\overline{C}B\overline{D})$	5. İki niceliğin aynı başka bir niceliğe eşit olması durumunda bu iki nicelik de birbirine eşittir.
6. $s(\widehat{\overline{C}A\overline{D}})+s(\overline{D}A\overline{B}) = s(\overline{C}B\overline{D})+s(\overline{D}B\overline{A})$	6. Eşit niceliklerin her ikisine de başka bir nicelikle toplandığında eşitlik değişmez.
7. $s(\widehat{\overline{C}A\overline{B}})=s(\widehat{\overline{C}A\overline{D}})+ s(\widehat{\overline{D}A\overline{B}})$ $s(\overline{C}B\overline{A})=s(\overline{C}B\overline{D})+ s(\overline{D}B\overline{A})$	7. Bütünün ölçüsü, parçalarının ölçülerinin toplamına eşittir.
8. $s(\overline{C}A\overline{B})=s(\overline{C}B\overline{A})$	8. İki nicelik, aynı niceliğe eşitse birbirlerine de eşittir.
9. $|CA| = |CB|$	9. Bir üçgenin iki açısının birbirine eşit olduğu durumlarda, bu açılara komşu kenarlar da birbirine eşittir.

Şekil 10

3.5 Numaralı İspat



Teorem: Bir üçgene ait açıortayların kesiştiğ nokta, üçgenin tüm kenarlarına eşit uzaklıktadır
Verilen: [AY], [BX], [CZ], ABC üçgeninir açıortaylarıdır.
İspat: Açıortayların kesiştiği nokta üçgenir kenarlarına eşit uzaklıktadır.

İFADELER	GEREKÇELER
1. [AY], [BX], [CZ] açıortaylar.	1. Verilen
2. P noktası [AY] ve [BX] açıortaylarınır kesişim noktası olsun.	2. Düzlemde, paralel olmayan iki doğru bi: noktada kesişir.
3. P noktası A açısının iç bölgesindedir. P noktası B açısının iç bölgesindedir.	3. Açıortayın köşe noktası hariç tüm noktalar açının iç bölgesindedir.
4. P noktası ABC içgeninin içindedir.	4. Bir nokta bir üçgenin iki iç açısının iç bölgesinde ise, o nokta üçgenin içindedir.
5. P noktasından AC, CB ve AB kenarlarına inilen dikmeler sırasıyla PX, PY ve PX olsun	5. Düzlemde alınan bir noktadan belirlener doğruya tek bir dik doğru çizilebilir.
6. |PX|, |PY|, |PZ|, P noktasının kenarlar olan uzaklıklarıdır.	6. İki nokta arasındaki uzaklık.
7. |PX|=|PY| |PY|=|PZ|	7. Açıortayın tüm noktaları açının bulunduğu kenarlara eşit uzaklıktadır.
8. |PX|=|PY|	8. Geçişlilik postulatı.
9. P noktası C açısının iç bölgesindedir.	9. Bir üçgenin iç bölgesindeki tüm noktalar üçgenin açılarınının da iç bölgesinde bulunur
10. P noktası C açısının açıortayına ait bi: noktadır.	10. açıortayın üzerindeki her nokta açının bulunduğu kenarlara eşit uzaklıktadır.
11. P nokatsı, ABC üçgeninin tüm kenarlarına eşit uzaklıktadır.	11. 7. ve 8. Basamaklardan.
12.Açıortayların kesiştiği nokta üçgenir kenarlarına eşit uzaklıktadır.	12. 11.basamaktan.

Süreç içerisinde en çok hatayı yapan ÖA, Volkan'dır. 20 ispatının 7'si hatalıdır. Bu hatalı ispatların ise 5'i yöntemsel hata içermektedir. Bahsi geçen bu 5 ispatın tümü de 1. grup ispatlardır. Bu açıdan bakıldığında, Volkan'ın uygulamanın başında yöntemi tam olarak kavrayamadığı belirtilebilir. Ayrıca diğer ispatlarında bu derece fazla yöntem hatası bulunmamaktadır.

4. grup ispatlar, yapıları nedeniyle farklı sayıda basamak ile tamamlanmıştır. Bu grupta en çok basamak kullanarak ispatı tamamlayan Selçuk ve Tuba adlı ÖA'lardır. İspatları, tüm açıklamaları ve adımları doğru şekilde içermektedir.

Uygulamaların geneline bakıldığında 20 sorunun yarısından daha azını hatasız tamamlayan ÖA bulunmamaktadır. Ayrıca tüm ispat sorularından 15'ini hatasız tamamlayan 10 kişi bulunmaktadır.

Çalışmanın ikinci alt probleminde ÖA'ların uygulama sürecinde oluşturdukları ÇSİ problemleri incelenmiştir. Hem ÖA'lara sunulan 4 farklı grup ÇSİ grupsal olarak hem de ÖA'ların bireysel olarak ispatları yapma durumları ele alınmıştır.

Grupların gel durumuna bakıldığında öne çıkan hataların yöntem hatası olduğu görülmektedir. Görüşmelerde de belirtilenlere paralel olarak yapılan yöntem hatalarının gerekçe yazma ve anlama nedeniyle oluştuğu görülmektedir. 4. Grup dışında yapılan matematiksel hataların ise verilen gerekçelere uygun ifade yazmada sorun yaşanması nedeniyle oluştuğu söylenebilir. 4. Gruptaki matematiksel hatalar ise ön öğrenmelerden kaynaklanmıştır.

Katılımcıların tümü ispatların yarısından fazlasını hatasız şekilde tamamlamıştır. Bunun yanı sıra sadece 2 ÖA tarafından tamamlanmayan 2 adet ispat bulunmaktadır. 3 ispat ise tüm ÖA'lar tarafından hatasız şekilde tamamlanmıştır. 2 ÖA 19 hatasız tpatı hatasız biçimde tamamlarken, en az sayıda ispatı hatasız tamamlayan da 2 ÖA bulunmaktadır. Hatasız tamamladıkları ispat sayısı 12'dir. Genel duruma kişiler açısından bakıldığında ise uygulamada katılımcıların başarılı olduğu söylenebilir.

5.1.3. Üçüncü Alt Probleme Yönelik Sonuçlar

"Öğretmen adaylarının ÇSİ yöntemi ile çözdükleri ispat problemlerine ait görüşleri ve uygulamalar hakkındaki düşünceleri nelerdir?" araştırmanın son alt problemidir. Bu probleme yönelik veriler katılımcılar ile yapılan ikinci görüşmeden elde edilmiştir. Görüşmenin başında öncelikle tüm ÖA'lara hazırlanan 5 adet soru yöneltilmiştir. Ardından ÖA'lara ispatları yapma durumlarına, süreçte öne çıkan durumlarına ve ispatlarının karakteristik özelliklerine yönelik dsorular yöneltilmiştir.

5.1.3.1. Görüşmedeki Yapılandırılmış Sorulardan Elde Edilen Bulguların Sonuçları

Görüşmedeki ilk yapılandırılmış soru *"ÇSİ yönteminin ispatlama sürecinde sizi kısıtladığı durumlar oldu mu?"* şeklindedir. Bu soru ilk görüşmedeki bazı ifadeler temel alınarak oluşturulmuştur. İlk görüşmede bazı ÖA'lar yorumlarında ÇSİ'nin kısıtlayıcı bir yapıya sahip olduğunu belirtmişlerdir. Bu durumun sebebini ise ÇSİ'nin yapısına bağlamışlardır. Bu nedenle kısıtlama durumun genel bir kanı olup olmadığını öğrenmek amacıyla ikinci görüşmede ÖA'lara bu soru yöneltilmiştir.

ÖA'lar kısıtlanma durumuyla bazı ispatlarda karşılaştıklarını belirtmiştir. Her ispat probleminde benzer sorunlarla karşılaştığını ifade eden ÖA bulunmamaktadır. Bu da bu sorunların ÇSİ'nin geneline yayılamayacağını göstermektedir. ÖA'lardan sadece biri süreçte kısıtlama durumu yaşamadığını belirtmiştir. Ardından kendisi yaşamamış olmasına karşın, oluşabilecek bir kısıtlama durumunu ifade etmiştir. Bu nedenle belirtilen bu durum da kategorilerde kullanılmıştır.

ÖA'ların belirttiği kısıtlamalar 3 kategoriye ayrılmıştır. Bunlar, ifadeler bağlı kalma nedeniyle yaşanan kısıtlamalar, basamak sayısını değiştirememe nedeniyle yaşanan kısıtlamalar ve farklı yollardan ispatların yapılamamasına yönelik kısıtlamalardır. 6 ÖA, ifadelere bağlı kalma nedeniyle kısıtlandıklarını belirtmiştir. Bu kısıtlanma durumunun sadece verilen gerekçe ya da ifadeleri kullanabilmeleri nedeniyle, kendi oluşturdukları bağlantıları kuramamaları nedenyile oluştuğunu belirtmişlerdir. Bu durum ÖA'ların iki sütundaki verilen ifadeleri anlamlandırmada ya da karşılıklı olarak ilişkilendirmede sıkıntı çektikleri şeklinde yorumlanabilir. Gerek ifadeler gerekse gerekçeleri yazımında ÖA'ların daha önce bu tür bir deneyiminin olmaması da oluşan sıkıntının nedenlerinden biri olabilir.

İkinci soru, *"Gerekçeleri yazmada sıkıntı yaşadınız mı?"* şeklindedir. İlk görüşmede ÖA'ların bazıları 2. grup ispatları zor bulduklarını belirtmişlerdir. Bu durumun tüm katılımcılar için benzer olup olmadığını araştırmak amacıyla bu soru yöneltilmiştir.

12 ÖA'nın 11'i gerekçe yazmada sıkıntı çektiğini belirtmiştir. Sıkıntı yaşamanın nedenleri ise üç grupta toplanmaktadır. İlk grup matematiksel ifade yazma alışkanlığıdır. ÖA'lar öğretim dönemlerinin tümünde ispatları yaparken matematiksel ifadeleri kullanmış olmaları nedeniyle, bunun bir alışkanlık haline geldiğini ifade etmiştir. 6 ÖA, bu durum nedeniyle gerekçe yazmada zorlandıklarını belirtmişlerdir. İkinci kategoride, kavramların isimlerini tam olarak bilmemeleri nedeniyle sıkıntı yaşadığını belirten 3 ÖA bulunmaktadır. Örneğin verilen bir ifadenin bir özellik mi teorem mi ya da postulat mı olduğunu ya da adını hatırlayamadıklarını belirtmişlerdir. Son kategoride ise, verilen ifadeleri anlamlandıramamaları nedeniyle sıkıntı yaşadığını belirten 2 ÖA bulunmaktadır. Burada kasıt, gerekçeyi ifade edilme tarzı nedeniyle anlayamama ya da gerekçenin kişiye yeterince açık gelmemesidir.

Gerekçe yazmada sıkıntı yaşamadığını belirten tek bir ÖA bulunmaktadır. Çalışmanın geneline bakıldığında ÖA'ların yaşadığı en belirgin sorunun gerekçe yazma ve anlama olduğu göz önüne alındığında bu durum şaşırtıcıdır. Bahsi geçen kişi, Nehir'dir. Ayrıca Nehir, ispatları en yüksek oranda doğru şekilde tamamlayan iki ÖA'dan biridir.

Gerekçe yazmada sıkıntı çekildiğinin belirtilmesi ÖA'ların ÇSİ'leri oluşturmada neden kısıtlama yaşadıklarına da bir cevap olabilecek niteliktedir. Gerekçe yazamamaları nedeniyle ÖA'ların uygulama sürecinde bazı ispatlarda kısıtlanma yaşadıkları söylenebilir.

Görüşmedeki 3. soru *"Sizce gerekçeler açıklamalara sahip olacak şekilde uzun mu olmalı yoksa özelliği belirtecek şekilde kısa mı? Neden?"* şeklindedir. Uygulamalar incelendiğinde bazı ÖA'ların gerekçeleri çok uzun yazdığı, bazılarının ise herhangi bir açıklama yapmadan kısa gerekçeler kullandıkları görülmüştür. Bu nedenle gerekçelerin nasıl olması gerektiğine yönelik ÖA'ların görüşlerinin alınması amaçlanmıştır.

Sorunun ardından ÖA'lara örnek teşkil edebilmesi açısından bir açıklama yapılmıştır. Bu açıklama "Sizce, ikizkenar üçgen özelliğinden ifadesi mi yoksa ikizkenar üçgenin eş kenarlarının sahip olduğu taban açıları birbirine eştir ifadesi mi gerekçe olarak kullanılmalıdır?" şeklindedir.

ÖA'ların ifadeleri 3 kategoride toplanmıştır. Bu kategoriler gerekçeler, açıklamaları içerecek şekilde uzun olmalıdır, özelliği belirtecek şekilde kısa olmalıdır ve duruma göre her ikisi de kullanılabilir şeklindedir. Ancak en fazla ÖA'nın ifadesinin bulunduğu kategori birincisidir. ÖA'ların bu ifadeleri ilk görüşmede verdikleri cevaplarla da örtüşmektedir. ÖA'lar ÇSİ'lerin ispatların nereden nasıl geldiğini gösteren yapısına uygun olacak şekilde, uzun açıklamalar kullanılması gerektiğini belirtmişlerdir.

Sadece 1 ÖA'nın gerekçelerin sadece özelliği belirtecek şekilde kısa olması gerektiğini savunması dikkat çekicidir. Ancak bu ÖA'nın soruyu sadece kendi uygulama sürecini ele alarak cevapladığı düşünülmektedir. Aslında ÇSİ'lerin genel yapısında açıklamalara sahip olacak şekilde uzun gerekçeler bulunmamaktadır. Ancak yeni bir yöntem olması ve ÖA'ların ilk kez karşılaşması nedeniyle bu görüş üzerinde hemfikir oldukları yorumu yapılabilir.

"Karşılaştığınız ÇSİ yöntemine uygun olarak hazırlanmış ispat problemleri yerine sadece teoremler ile karşılaşsaydınız, ispatlama durumunuz nasıl olurdu? Neden?" görüşmenin 4.sorusudur.

12 ÖA'dan 8'i uygulamadaki ispatların sadece teoremlerinin verilmesi durumunda ancak yarısını yapabileceğini belirtmiştir. Bu durumun nedeni olarak ise, ÇSİ'de hatırlatmaların ve ipuçlarının varlığını göstermişlerdir. İlk görüşmede

belirttikleri ÇSİ'nin ispatın yapılabilirliğini gösterme özelliği ile bu ifadeleri örtüşmektedir.

Geri kalan 4 ÖA'dan 3 tanesi bu uygulamadaki kadar çok ispat yapamayacağını belirtmiş ancak bir sayı vermemiştir. Ayrıca bu 3 kişiden 1 tanesi kendisi için, ispatları yapma oranının geometride daha da düşeceğini belirtmiştir. 1 ÖA ise gruptaki diğer kişlerin aksi bir görüş bildirerek, ÇSİ olmasa da ispatların çoğunu yapabileceğini ifade etmiştir.

"Uygulama sonucu olarak kendinizi nasıl değerlendiriyorsunuz?" görüşmenin son sorusudur. Sorunun öncesinde her bir ÖA'ya oluşturdukları ispatları tamamlama, yarım bırakma ya da hatalı yapma durumlarına yönelik bilgi verilmiştir. Sorunun amacı uygulama sürecinde kendilerini nasıl değerlendirdiklerine yönelik bilgi almaktır.

ÖA'ların bu konudaki düşünceleri iki gruba ayrılmaktadır. 7 ÖA, süreçte kendi durumlarının olumlu olduğunu düşündüklerini belirtmiştir. 5 ÖA, ise tamamen kötü olduğunu vurgulamamakla beraber daha iyi yapabileceğini düşündüklerini ifade etmiştir. Bu açıdan uygulamanın ÖA'ların kendilerini bu yönteme dayalı ispat yapmada nerede gördüklerine yönelik bilgi sağladığı söylenebilir. ÖA'lar hangi konularda eksik olduklarını fark ettiklerini belirtmişlerdir.

5.1.3.2. ÖA'lara Yöneltilen Bireysel Sorulardan Elde Edilen Bulguların Sonuçları

Bu bölümde ÖA'lara uygulamalarında öne çıkan durumlara ait kişisel sorular yöneltilmiştir. Soruların bazıları birden fazla kişiye yöneltilmiştir.

1. grupta hatası bulunan 5 ÖA'ya neden bu gruplarda yöntem hatası yaptıkları sorusu yöneltilmiştir. ÖA'ların tümü ÇSİ yöntemi ile ilk kez karşılaşmaları nedeniyle bu hatayı yaptıklarını belirtmiştir. Ek olarak, gerekçede ne yazılması gerektiğini

bilmediklerini ve matematiksel ifadeler kullanmanın onlara daha kolay geldiğini belirtmişlerdir.

1. gruptaki yöntem hatalarının tamamı gerekçeler kısmında matematiksel notasyonların kullanımından kaynaklanmaktadır. Ayrıca süreç içerisinde bazı ispatlarında bu hatayı yapan ÖA’lar da bulunmaktadır. Bu hatayı yapan 7 ÖA’ya, nedeninin ne olabileceği sorusu yöneltilmiştir. ÖA’lar matematiksel notasyon kullanmanın bir alışkanlık olduğunu ve daha kolay geldiğini belirtmişlerdir. Ancak bu durumu neden olarak belirten ÖA’ların tümünde az da olsa matematiksel hataların bulunduğu görülmektedir. Ayrıca bu durumun nedeni olarak gerekçe yazma sıkıntıları da verilebilir.

5 ÖA, 4. grup ispatlarının bazılarında verilen basamağını kullanmamışlardır. Bu nedenle bu ÖA’lara verilen basamağının ÇSİ’leri yapmada gerekli olup olmadığı sorulmuştur. Bu 5 ÖA’dan 3’ü, verilenlerin zaten görülmesi nedeniyle bu basamağın gereksiz olduğunu belirtmişlerdir. 2 ÖA ise ispata nereden başlanacağını görmek için bu basamağın kullanılması gerektiğini belirtmişlerdir. Kendilerinin ise dikkatsizlik nedeniyle kullanmadıklarını ifade etmişlerdir.

3 ÖA, birden fazla verileni bulunan ispatların birinde, verilenleri hatalı yerleştirmelerine rağmen doğru sonuca ulaşabilmişlerdir. Bu durumun nasıl gerçekleştiği sorusu ÖA’lara yöneltilmiştir.2 ÖA, dikkatsizlikleri nedeniyle sıradan yerleştirdiklerini belirtmiştir. 1 ÖA ise, hangi verileni nerede kullanması gerektiğini bulamadığı için hata yaptığını ifade etmiştir.

2 ÖA, bazı ispatlarında arada boş basamaklarının olmasına rağmen, ispatları doğru şekilde sonuçlandırmışlardır. ÖA’lara bu durumun nedeninin ne olabileceği sorulmuştur. Her ikisi de anlamlandıramadığı basamaklar olduğunda bunları boş bıraktığını belirtmiştir. Ayrıca ifadelerin ya da gerekçelerin var olması nedeniyle ispatları sonuçlandırabildiklerini belirtmişlerdir. Bu durum ÇSİ’lerin ispat yapmayı kolaylaştırdığına yönelik görüşleriyle de örtüşmektedir.

2 ÖA diğerlerine göre daha uzun ve açıklamalı gerekçeler kullanmışlardır. Bunun nedeni olarak da, gerekçelerin bu şekilde olmasının ispatı daha anlaşılır kılacağını ifade etmişlerdir. ÖA'ların bu görüşleri gerekçelerin nasıl olması gerektiği konusundaki görüşleriyle uyuşmaktadır.

III. Alt problemin bulguları ÖA'lar ile yapılan ikincigörüşme ile elde edilmiştir. Bu görüşmenin ilk kısmı yapılandırılmış 5 adet sorudan oluşmaktadır. Bu sorulara verilen cevaplarda ÖA'lar tümünde olmasa da bazı ispatlarda kısıtlama yaşadıklarını belirtmiştir. İlk görüşmede belirtilen ve uygulamalar incelendiğinde de ortaya çıkan gerekçe yazma sıkıntısını 11 ÖA açık şekilde yaşadığını ifade etmiştir. ayrıca ÖA'lar açıklamalar içerecek şekilde uzun gerekçeler yazma konusunda ortak görüşe sahiptirler. Katılımcılara sadece teoremle karşılaştıklarında ispatı yapma durumları sorulduğunda ise 11 ÖA yarısını ancak yapabileceğini belirtmiştir. Süreç içerisinde kendilerini nasıl değerlendirdikleri sorulduğunda ise 7 ÖA'nın görüşleri olumlu olmuştur. Diğer ÖA'lar ise, bu yöntem ile ispatların kolay yapılabilir olması nedeniye daha çok ispat yapmış olmayı beklediklerini ifade etmiştir.

Görüşmenin devamındaki yarı yapılandırılmış soruların bazıları ortaktır. Bu ortak sorular, ispat uygulamalarında yapılan yöntemsel hataların nedenleri, matematiksel notasyon kullanımı, verilen basamağının kullanılmamasının nedenleri ve boş başamaklar olmasına rağmen ispatı tamamlayabilme şeklindedir.

5.2. Tartışma

Genel duruma bakıldığında çalışmanın en genel sonucu katılımcı öğretmen adaylarının tümünün ÇSİ yöntemi hakkında olumlu görüşlerinin olmasıdır. ÇSİ yöntemi hakkında yapılan bazı çalışmalar bu durumu destekler niteliktedir. Dickerson'ın 2008 tarihli çalışmasında, katılımcı öğretmenler ÇSİ'nin kolay okunur ve kullanışlı bir yöntem olduğunu belirtmişlerdir. Benzer şekilde McCrone ve Martin'in 2003 tarihli çalışmasında öğrencilerin diğer ispatlar yerine ÇSİ'yi kullanmayı tercih ettikleri ifade edilmiştir.

Çalışmada ÇSİ'lerin öne çıkan yapısal özellikleri ifadenin nereden geldiğini gösterme ve ifadeyi basamaklı şekilde sunabilmesidir. Herbst (2002b), ÇSİ'nin kullanışlılığına yaptığı yorumlardan biri sınıf içerisinde ispatın nasıl yapıldığına dair bilinmeyen durumların açığa çıkmasına yardım etmesi şeklindedir. İşlevsel olarak ise anlamlandırmada kolaylık sağlaması, çalışmada öne çıkan bir diğer ÇSİ özelliğidir. Sekiguchi (1991) de çalışmasında ÇSİ'nin akıl yürütmeleri açık şekilde ifade etmeyi destekleyen bir yöntem olduğunun üzerinde durmuştur. Ayalon ve Even (2010) çalışmalarında öğrencilerin geometride kullandığı, ifadeler ve gerekçelerden oluşan ÇSİ'nin, muhakemeler ile oluşan öncüllerin nasıl sonuca ulaştıklarını gösteren bir yöntem olduğunu belirtmişlerdir. Bunun yanı sıra, ÇSİ'nin basamaklı şekilde ilerlemesinin tümevarımsal akıl yürütmede kullanıldığı, çalışmanın sonuçlarından biridir.

Çalışmada öne çıkan diğer bir sonuç, öğretmen adaylarının ispata dair olumsuz görüşlerinin ÇSİ yöntemi ile değiştiğini belirtmeleridir. Literatürde, öğrencilerin ya da öğretmenlerin ispatlar ve ispat yapma ile ilgili görüşlerinin ispat yapmalarında etkileri olduğunu savunan birçok çalışma bulunmaktadır. (Alcock, 2008; Bayazıt, 2009; Knuth, 2002a; Knuth, 2002b; Ko, 2010; Stylianides& Stylianides, 2008) Çalışmamızın ilk görüşmesinde ÖA'lara bu duruma yönelik soru yöneltilmiş, yöntemin ispatlara ve ispat yapmaya bakış açılarında bir değişikliğe neden olup olmadığı sorulmuştur. Katılımcıların tümünün cevapları olumlu yönde değiştiği şeklinde olmuştur.

Katılımcı ÖA'ların birçok teorik matematik dersi almış olmaları ve dolayısıyla ispatlar ile pek çok kez karşılaşmış oldukları bilinmektedir. Dolayısıyla ÖA'ların ispat ve ispatlamaya dair bir ön bilgi ve deneyime sahip oldukları düşünülmüştür. Çalışmamızda ÇSİ'lerin içerdiği teorem/ önermelerin lise düzeyinde seçilmiştir. Buna karşın ÖA'ların teoremleri/ önermeleri ÇSİ formunda değil klasik yapıda verildiğinde ispat yapabilmede kendilerinin yeterince başarılı olmayacaklarını düşündükleri görülmektedir. Üniversite öğrenimlerindeki bilgi ve deneyimler ile sunulan teoremleri/ önermeleri klasik biçimde de ispatlayabilme oranlarının yüksek olması beklenebilir. Ancak ÖA'lar kendilerine bu konuda yeterince güvenmemektedir. Literatürde bu duruma değinen çalışmalar bulunmaktadır. Moore (1994), matematik ve matematik eğitimi alanında öğrenim gören üniversite öğrencileri ile yaptığı çalışmasında benzer bir sonuca ulaşmıştır. Üniveriste öğrencilerinin, ispatı anlamada, matematiksel dili ve notasyonu kullanmada ve ispatı yapmaya başlamada sorun yaşadıklarını belirtmiştir. Ayrıca basit ispatları yapmada bile sıkıntı çektiklerini ifade etmiştir. Weber, 2001 tarihli çalışmasında, lisans öğrencilerinin ispat oluşturma konusunda yetersiz olduklarını belirtmiştir.

Çalışmada ÖA'ların uygulamaları incelendiğinde, not ortalamalarının ispatları yapma durumları ile ilişkili olmadığı görülmektedir. Bu durum lisans derslerindeki başarı ile ÇSİ'leri yapmadaki başarının doğrudan ilişkilendirilemeyeceğin bir göstergesi olarak kabul edilebilir.

Çalışmanın sonuçlarından bir diğeri de ÖA'ların hem gerekçe yazmada hem de gerekçeye ifade yazmada sıkıntı yaşamalarıdır. ÖA'ların daha önce gerekçeleri bu şekilde ortaya koymaya alışmamış olmaları, ifadelerin gerekçelerini kullanmamış ya da bilmiyor olmaları bu sorunun kaynağı olarak görülmektedir. Gerekçeler, kavramların ispat süreci içerisinde kullanılmasına yöneliktir. Bu konuda ÖA'ların ya da öğrencilerin sıkıntı yaşadıklarını belirten çalışmalar mevcuttur. Sarı (2011) ortaöğretim matematik öğretmen adaylarıyla gerçekleştirdiği, matematiksel ispat ile ilgili çalışmasının tüm katılımcılarının çalışma süresince tanımları kullanmada güçlük yaşadığını belirtmiştir. Çalışmanın bir sonucu olarak öğrencilerin tanım bilgisi olmasına karşın ispatlarda tanımı kullanamadıklarını vurgulamıştır. Edwards &Ward (2004), çalışmalarında öğrencilerin matematiksel terimleri hatalı kullandıklarını ve kavramları hatalı kullanmalarının anlamalarını ne kadar etkilediğini fark etmediğini belirtmişlerdir. Her kademedeki öğrencilerin matematiksel tanımlar ile ilgili deneyimlerinin olması gerektiğini vurgulamışlardır. ÇSİ'lerin belirtilen bu deneyimleri belli oranda sağlayabilecek bir araç olduğu belirtilebilir. Vinner (1991) çalışmasında benzer şekilde matematiksel tanımların öğreniminin matematik öğretiminde bir amaç olması gerektiğini vurgulamıştır.

İfade yazma sıkıntısının ise, ÖA'ların gerekçeleri anlamlandırmamaları ile ilgili olduğu söylenebilir. Burada dilin matematik üzerine etkisi ortaya çıkmaktadır. Özellikle ÇSİ'leri tamamlamak için, kişilerin öncelikle, verilen gerekçeyi anlamaları gerekmektedir. Uğurel ve Moralı (2010) öğrencilerin teoremde verilen ifadenin ne anlama geldiğini farklı biçimde yorumlayabildiğini belirtmişlerdir. Bu nedenle teorem ifadesine yüklenen anlamların ispat yapma yaklaşımlarında farklılıklara neden olduğunu vurgulamışlardır.

5.2. Öneriler

Çalışmanın bulguları ve sonuçlarına bağlı olarak yapılabilecek öneriler aşağıdaki gibidir.

- ÇSİ'lerin ülkemiz matematik ve geometri öğretiminde kullanılmasın yaygınlaştırılmasına yönelik çalışmalara gereksinim vardır. Gerek hizmet öncesi gerekse hizmet içi süreçlerde ÇSİ'lere yönelik bilgilendirmeyi ve kısa deneyim yaşatmayı içeren çalışmalar (seminer, çalıştay vb) yapılmalıdır. Bu çalışmalarda araştırmamızda olduğu gibi ÇSİ örneklerini dört grupta sunmak işlevsellik sağlayacaktır.

- ÇSİ'lerin ispat öğrenme-öğretme sürecindeki rolleri, kullanım biçimleri ve değerlendirilme biçimlerine yönelik akademik araştırmalar yapılmalıdır. Örneğin ÇSİ ve klasik yaklaşımların kullanıldığı iki ispat yapma durumu farklı boyutlarda (örn. başarı ve başarısızlık açısından) karşılaştırılabilir. Öğretmen adaylarının tamamen kendilerinin ÇSİ oluşturma biçimleri incelenebilir ve oluşan ÇSİ örneklerinin uygulanabilirliği sorgulanabilir. Ayrıca özellikle öğretmen adaylarının okul deneyimi ve öğretmenlik uygulaması gibi derslerde ÇSİ kullanmasına imkan tanınarak gerçek sınıflarda ÇSİ ye ilişkin deneyim yaşamaları ve bu durumun sonuçlarının incelenmesi yararlı olacaktır.

- Kullanım oranını arttırmak amacıyla ÇSİ problemlerini içeren yazılı ve elektronik kaynakların arttırılması yararlı olacaktır.

- ÇSİ süreci içerisinde üzerinde durulan en önemli noktalardan biri matematiksel tanım/teoremlerdir. Hangi seviyede olursa olsun öğrencilerin bu konuda gelişimlerini sağlamak için çalışmalar yapılması yararlı olacaktır.

- ÇSİ'lerin farklı öğrenci seviyelerine uygun şekilde hazırlanması mümkündür. Bu nedenle ortaöğretim seviyesindeki öğrencilere de uygulaması yapılabilir. Ayrıca farklı ders alanlarına da uyarlanabilir. Matematik ve analitik geometri için ÇSİ örneklerinin var olması bunun bir göstergesidir.

- Öğrencilerin ispatlara yönelik sıkıntıları var olan bir gerçektir. Bu sıkıntıları ortadan kaldırmak amacıyla alternatif ispat yöntemleri kullanılabilir. Bu nedenle geometri programımızda da belirtilen alternatif yolları kullanmak hem ortaöğretimde hem de lisans düzeyinde faydalı olacaktır.

KAYNAKÇA

Alcock, L. (2008). Mathematicians' Perspectives on the Teaching and Learning of Proof. **CBMS Issues in Mathematics Education,** 16, 73-100.

Anderson, J. R., Boyle, C. F., Farrell, R. & Reiser, B. J. (1990). Cognitive Principles in the Desing of Computer Tutors. **Artificial Intelligence**, Vol.47, pp. 7-49.

Ayalon, M. & Even, R. (2010). Mathematics Educatiors' Views on the Role of Mathematics Learning in Developing Deductive Reasoning. **International Journal of Science and Mathematics Education**, Vol.8, pp. 1131-1154.

Balacheff, N. (1990). Towards a Problematique for Research in Mathematics Education. **Journal for Research in Mathematics Education**, Vol.21(4), pp. 258-272.

Balacheff, N. (2002). The Researcher Epistemology: A Deadlock for Educational Research on Proof. http://www.math.ntnu.edu.tw/~cyc/_private/mathedu/me1/me1_2002_1/balacheff.doc (20 Haziran 2012).

Balcı, A. (2012). **Sosyal Bilimlerde Araştırma Yöntem, Teknik ve İlkeler**. Ankara: Pegem Akademi.

Ball, D. L., Hoyles, C., Jahnke, H. N. & Movshovitz-Hadar, N. (2002). The Teaching of Proof. **ICM,** Vol 3, pp. 907-920.

Battista, M. T. & Clements, D. H. (1995). Geometry and Proof. **The Mathematics Teacher,** Vol. 88(1), pp. 48-54.

Bayazıt, N. (2009). Prospective Mathematics Teachers' Use of Matematical Definitions in Doing Proofs. Doctoral Dissertation, Florida State University.

Bell, A. W. (1976). A Study of Puppils' Proof- Explanations in Mathematical Situations. **Educational Studies in Mathematics,** Vol.7, pp. 23-40.

Berg, B. L. (2001). **Qualitative Research Methods for the Social Sciences**. Boston: Allyn & Bacon.

Bieda, K., Holden, C. & Knuth, E. (2006). **Does Proof Prove?: Students Emerging Beliefs About Generality and Proof in Middle School**. Proceedings of the 28th Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group fort he Psychology of Mathematics Education. Merida, Mexico: Universidad Pedagogica Nacional.

Bloor, M. & Wood, F. (2006) **Keywords in Qualitative Methods; A Vocabulary of Research Concepts**. London: Sage Publications.

Bryman, A. & Burges, R. G.(2002). **Analysing Qualitative Data**. New York: Routledge.

Bunchbinder, O. & Zaslavsky, O. (2011). Is this a Coincidence? The Role of Examples in Fostering a Need for Proof. **ZDM, Mathematics Education,** Vol. 43, pp. 269-281.

Büyüköztürk, Ş., Kılıç Çakmak, E., Akgün, Ö. E., Karadeniz, Ş., ve Demirel, F. (2010). **Bilimsel Araştırma Yöntemleri**. Ankara: Pegem Akademi.

Chazan, D. (1993). High School Students' Justification for Their Views of Emprical Evidence and Mathematical Proof. **Educational Studies in Mathematics**, Vol. 24(4), pp. 359-387.

Creswell, J. W. (1998). **Qualitative Inquiry and Research Design: Choosing Among Five Traditions**. Thousand Oaks, Calif.: Sage.

Çepni, S. (2009). **Araştırma ve Proje Çalışmalarına Giriş**. Trabzon.

Davey, L. (1991). The Application of Case Study Evaluations. **Practical Assessment, Research & Evaluation**, Vol. 2 (9).

De Villiers, M. (1999). **Rethinking Proof with Sketchpad**. Key Curriculum Press.

Denzin, N. K. & Lincoln, Y. S. (1998). **Collecting and Interpreting Qualitative Materials**. London: Sage.

Denzin, N. K. & Lincoln, Y. S. (1998). **Strategies of Qualitative Inquiry**. London: Sage.

Dickerson, D. S. (2008). High School Mathematics Teachers' Understanding of the Purposes of Mathematical Proof, Yayımlanmış Doktora Tezi, Syracuse University, New York.

Dreyfus, T. (1999). Why Johnny can't Prove? **Educational Studies in Mathematics**, Vol. 38(1), pp. 85-109.

Edwards, B. S. & Ward, M. B. (2004). Suprises from Mathematics Education Research: Student Mis(use) of Mathematical Definitions. **The American Mathematical Montly**, Vol. 111, pp. 411-424.

Ekiz, D. (2009). **Bilimsel Araştırma Yöntemleri.** (2. Baskı), Ankara, Anı Yayıncılık.

Fischbein, E. (1982). Intuition and Proof. **For The Learning of Mathematics,** Vol. 3(2), pp.9-18.

FitzSimons, C. (Ed.), 2008. **Discovering Geometry An Investigate Approach**. Key Curriculum Press, Emerryville, CA: USA.

Fogiel, M. (Ed.), 1996. **The High School Geometry Tutor**. Research & Education Association, New Jersey: USA.

Gfeller, M. K. (2004). An Investigation of Tenth Grade Students' Views of the Purpose of Geometric Proof, Yayımlanmış doktora tezi, Oregon State University, Oregon.

Hallerberg, A. E. (1971). A Form of Proof. **The Mathematics Teacher**, Vol. 64(3), pp. 203-214.

Hanna, G. (2000). Proof, Explanation and Exploration: An Overview. Educational **Studies in Mathematics**, Vol. 44, pp. 5-23.

Have, P. (2004). **Understanding Qualitative Research and Ethnomethodology.** Sage Pablications, London.

Healy, L. & Hoyles, C. (2000). A Study of Proof Conceptions in Algebra. **Journal for Research in Mathematics Education**, Vol. 31(4), pp. 396-428.

Heinze, A. & Reiss, K. (2003). Reasoning and Proof: Methodological Knowledge as a Component of Proof Competence, **CERME-3**, 28Feb- 3 March 2003, Belleria, Italy.

Hemmi, K. (2008). Students' Encounter With Proof: The Condition of Transparency. **ZDM Mathemarics Education**, Vol. 40, pp. 413-426.

Hemmi, K. (2010). **Three Styles Characteristing Mathematicians' Pedagogical Perspectives on Proof**. Educational Studies in Mathematics, 75, pp. 271-291.

Herbst, P. (1999). On Proof, the Logic of Practice of Geometry Teaching and the Two Column Proof Format. **International Newsletter on the Teaching and Learning of Mathematical Proof**.

Herbst. P. (2002a). Engaging Students in Proving: A Double Bind on the Teacher. **Journal for Research in Mathematics Education**, Vol. 33 (3), pp. 176–203.

Herbst, P. (2002b). Establishing A Custom of Proving in American School Geometry: Evolution of the Two Column Proof in the Early Twentieth Century. **Educational Studies in Mathematics**, Vol. 48, pp. 283-312.

Herbst, P. & Chazan, D. (2003). Exploring the Practical Rationality of Mathematics Teaching through Conversations about Videotaped Episodes: The Case of Engaging Students in Proving. **For the Learning of Mathematics**, Vol. 23(1), pp. 2-14.

Herbst. P. (2004). Proof, Proving and The Work of Teachers and Students in Classrooms. **ICME 10**, July 4-11 2004-Copenhagen, Denmark.

Herbst, P. & Miyawaka, T. (2008). When, How and Why Prove Theorems? A Methodology for Studying the Perspective of Geometry Teachers. **ZDM Mathematics Education**, Vol. 40, pp. 469-486.

Hersh, R. (1993). Proving is Convincing and Explaining. **Educational Studies in Mathematics**, 24, pp. 389-399.

Hoyles, C. (1997). The Curricular Shaping of Students' Approaches to Proof. **For The Learning of Mathematics**, Vol. 17(1), pp. 7-16.

Hoyles, C. & Jones, K. (1998). Proof in Dynamic Geometry Context. In: C. Mammana and V. Villiani (Eds), Perspectives on the Teaching of Geometry for the 21st Century. Dordrecht: Kluwer, pp. 121-128. ISBN: 0792349903.

Kadijevich, D. (1998). Promoting the Human Face of Geometry in Mathematical Teaching at the Upper Secondary Level. **Journal of the Korea Society of Mathematical Education Series D**, Vol. 2(1), pp. 21-39.

Karasar, N., 2008. **Bilimsel Araştırma Yöntemi**. Ankara: Nobel.

Kleiner, I. (1991). Rigor and Proof in Mathematics: A Historical Perspective. **Mathematics Magazine**, Vol. 64 (5), pp. 291-314.

Knipping, C. (2008). A Method for Revealing Structures of Argumentations in Classroom Proving Process. **ZDM Mathematics Education**, Vol. 40, pp. 427-441.

Knuth, E. J., Elliott, R. L., (1998). Characterizing Students' Understanding of Mathematical Proof. **The Mathematics Teacher**, Vol. 91(8), pp. 714-717.

Knuth, E. J. (2002a). Secondary School Mathematics Teachers' Conceptions of Proof. **Journal for Research in Mathematics Education**. Vol. 33(5), pp. 379-405.

Knuth, E. J. (2002b). Teachers' Conceptions of Proof in the Context of Secondary School Mathematics. **Journal of Mathematics Teacher Education**, Vol. 5, pp. 61-88.

Knapp, J. (2005). Learning to Prove in order Prove to Learn. http://mathpost.asu.edu/~sjgm/issues/2005_spring/SJGM_knapp.pdf (07 aralık 2011).

Ko, Y. & Knuth, E. J. (2009). Undergraduate Mathematics Majors' Writing Performance Producing Proofs and Counterexamples about Continuous Functions. **The Journal Of Mathematical Behavior**, Vol. 28, pp. 68-77.

Ko, Y. (2010). Mathematics Teachers' Conceptions of Proof: Implications for Educational Research. **International Journal of Science and Mathematics Education**, Vol. 8, pp. 1109-1129.

Koedinger, K. R. (1991). **On the Desing of Novel Notations and Actions to Faciliate Thinking and Learning**. International Conferance on the Learning Sciences. Charlottesville, VA: Association fort he Advancement of Computing in Education.

McCrone, S. M. S., Martin, T. S. (2004). Assessing High School Students' Understanding of Geometric Proof. **Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education**, Vol. 4(2), pp. 223-242.

McMurray, R. (1978). Flow Proofs in Geometry. **The Mathematics Teacher**, Vol. 71(7), pp. 592-595.

Mariotti, M. A. (2000). Introduction to Proof: The Mediation of A Dynamic Software Environment. **Educational Studies in Mathematics**, Vol. 44, pp. 25-53.

Martin, G. W. & Harel, G. (1989). Proof Frames of Preservice Elemantary Teachers. **Journal for Research in Mathematics Education**, Vol. 20, pp. 41-51.

Martin, T. S. & McCrone, S. S. (2003). Classroom Factors Related to Geometric Proof Construction Ability**. The Mathematics Educator**, Vol. 7(1), pp. 18-31.

Martinez, M. V, Brizuela, B. M., & Superfine, A.C. (2011). Integrating Algebra and Proof in High School Mathematics: An Exploratory Study. **Journal of Mathematical Behavior**, Vol.30, pp. 30-47.

MEB (1992). **Ortaöğretimde Matematik Dersi Programları.** Ankara.

MEB (2011a). **Ortaöğretim Geometri Dersi 9. ve 10. Sınıflar Öğretim Programı**. Ankara: Milli Eğitim Basımevi.

MEB (2011b).**Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı**. Ankara: Milli Eğitim Basımevi.

Mejia- Ramos, J. P., Weber, K., Fuller, E., Samkoff, A., Search, R. Rhoads, K. (2010). Modelling the Comprehension of Proof in Undergraduate Mathematics. **Proceedings of the 13th Annual Conference on Research in Undergraduate Mathematics Education**, Raleigh, North Carolina, USA.

Miyawaka, T. & Herbst, P. (2007). **The Nature and Role of Proof When Installing Theorems: The Perspective of Geometry Teachers**. Proceedings of the 31th Conference of the International Group fort he Psychology of Mathematics Education Vol. 3, pp. 281-288. Seoul: PME.

Moore, R. C. (1994). Making the Transition to Formal Proof. **Educational Syudies in Mathematics**, Vol. 27, pp. 249-266.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). **Principles and standards for school mathematics**. Reston, VA: NCTM.

Ness Jr. H. M. (1962). A Method of Proof for High School Geometry. **The Mathematics Teacher**, Vol. 55(7), pp. 567-569.

Olmstead, E. A. (2007). Proof for Everyone. **The Mathematics Teacher**, Vol. 100(6), pp. 436-439.

Onwuegbuzie, A. J.& Leech, N. L. (2007). Sampling Desing of Qualitative Research: Making the Sampling Process More Public, **The Qualitative Report**, Vol. 12(2), pp. 238-254.

Onwuegbuzie, A. J. & Leech, N. L. (2007). A Call for Qualitative Power Analyses. **Quality & Quantity**, Vol. 41, pp. 105-121.

Pedemonte, B. (2008). Argumentation and Algebraic Proof. ZDM, **Mathematics Education**, Vol. 40, pp. 385-400.

Punch, K. F. (2005). **Sosyal Araştırmalara Giriş Nicel ve Nitel Yaklaşımlar**. Ankara: Siyasal Kitabevi.

Remillard, K. S. (2010). Exploring the Learning of MAthematical Proof by Undergraduate Mathematics Majors through Discourse Analysis. **Proceedings of the 13th Annual Conference on Research in Undergraduate Mathematics Education**, Raleigh, North Carolina, USA.

Riley, K. J. (2003). An Investigation of Prospective Secondary Mathematics Teachers' Conceptions of Proof and Refutations, Yayınlanmamış Doktora tezi, Montana State University, USA.

Sarı, M., Altun, A., Aşkar, P. (2007). Üniversite Öğrencilerinin Analiz Dersi Kapsamında Matematiksel Kanıtlama Süreçleri: Örnek Olay Çalışması. Ankara **Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi Dergisi**, Vol. 40(2), s. 295-319.

Segal, J. (1999). Learning About Mathematical Proof: Conviction and Validity. **Journal of Mathematical Behavior**, Vol. 18(2), pp. 191-210.

Sekiguchi, Y. (2002). Mathematical Proof, Argumentation, and Classroom Communication: Form A Cultural Perspective. **Tsukuba Journal of Educational Study in Mathematics**, 21.

Smith, J. C. (2006). A Sense- Making Approach to Proof: Strategies of Students in Traditional and Problem-Based Number Theory Courses. **Journal of Mathematical Behavior**, Vol. 25, pp. 73-90.

Stake, R. E. (2010). **Qualitative Research, Studying How Things Work**. New York: The Guilford Press.

Stylianides, A. J. (2007). Proof and Proving in School Mathematics. **Journal for Research in Mathematics Education**, Vol. 38, pp. 289-321.

Stylianides, G. J., Stylianides, A. J., (2008). Proof in School Mathematics: Insights from Psychological Research into Students' Ability for Deductive Reasoning. **Mathematical Thinking and Learning**, Vol. 10, pp. 103-133.

Stylianides, G. J. (2009). Reasoning and Proving in School Mathematics Textbooks'. **Mathematical Thinking and Learning**, Vol. 11(4), pp. 258-288.

Stylianides, G. J., Stylianides, A. J. (2009). Proof Constructions and Evaluations. **Educational Studies in Mathematics**, Vol. 72, pp. 237-253.

Tall, D. (2002). **Differing Modes of Proof and Belief in Mathematics**. Mathematics Education Research Centre.

Tall, D. (1989). The Nature of Mathematical Proof. **Mathematics Teaching**, Vol. 127, pp. 28-32.

Tekin, S. ve Ayas, A. (2005). Kimya Öğretmenlerine Yönelik Bir Hizmet İçi Kursun Yansımaları: Akçaabat Örneği, **Milli Eğitim Dergisi**, 165.

Teddlie, C. & Yu, F. (2007). Mixed Methods Sampling A Typology With Examples. **Journal of Mixed Methods Research**, Vol. 1(1), pp. 77-100.

Tashakkori, A. & Teddlie, C. (Ed.). (2003) . **Handbook of Mixed Methods in Social and Behavioral Research**. Thousand, Oak: Sage Publications.

Tsamir, P., Tirash, D., Dreyfus, T., Barkai, R., Tabach, M. (2009). Should Proof be Minimal? Ms T's Evaluation of Secondary School Students' Proof. **Journal of Mathematical Behavior**, Vol. 28, pp. 58-67.

Uğurel, I. (2012). Non- thesis Master's Level Pre-Service Mathematics Teachers' Conceptions of Proof. **Bolema, Rio Claro**, 26 (42B), pp. 715-742.

Uğurel, I. ve Moralı, S. (2010). Bir Ortaöğretim Matematik Dersindeki İspat Yapma Etkinliğine Yönelik Sınıf içi Tartışma Sürecine Öğrenci Söylemleri Çerçevesinde Yakından Bakış. **Buca Eğitim Fakültesi Dergisi**, 28, s. 135- 154.

Usiskin, Z. (1980). What Should Not Be in the Algebra and Geometry Curricula of Average College-Bound Students. **The Mathematics Teacher**, Vol. 73(60), pp. 413-424.

Vinner, S. (2007). Mathematics Education: Procedure, Rituals and Man's Search for Meaning. **Journal of Mathematical Behaviour**, Vol. 26, pp. 1-10.

Weber, K. (2001). Student Difficulty in Constructing Proofs: The Need for Strategic Knowledge. **Educational Studies in Mathematics**, Vol. 48, pp. 101-119.

Weber, K. (2005). Problem- Solving, Proving, and Learning: The Relationship between Problem-Solving Process and Learning Opportunities in the Activity of Proof Construction. **Journal of Mathematical Behavior**, Vol. 24, pp.351-360.

Weber, K. (2010). Mathematics Majors' Perceptions of Conviction, Validity and Proof. **Mathematical Thinking and Learning**, Vol. 12, pp. 306-366.

Weber, K. & Mejia-Ramos, J. P. (2010). Why and How Mathematicians Read Proofs: An Exploratory Study. Educational Studies in Mathematics, DOI 10.1007/s.10649-010-9292-z.

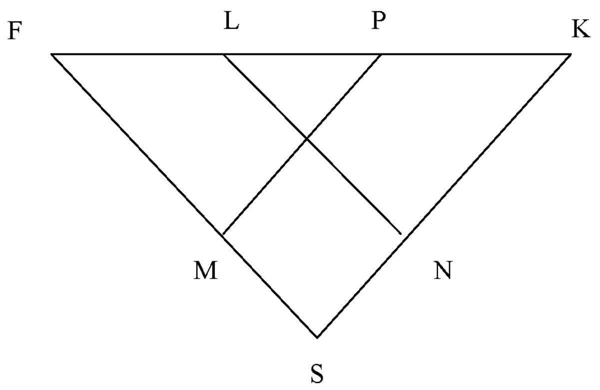
Weiss, M., Herbst, P., Chen, C. (2009). Teachers' Perspectives on "Authentic Mathematics" and The Two Column Proof Form. **Educational Studies in Mathematics**, Vol. 70, pp. 275-293.

Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2008). **Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri**. Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Yin, R. K. (2003). **Case Study Research Design and Methods**. London: Sage Publication Inc.

EK-1*

1.1 Numaralı İspat

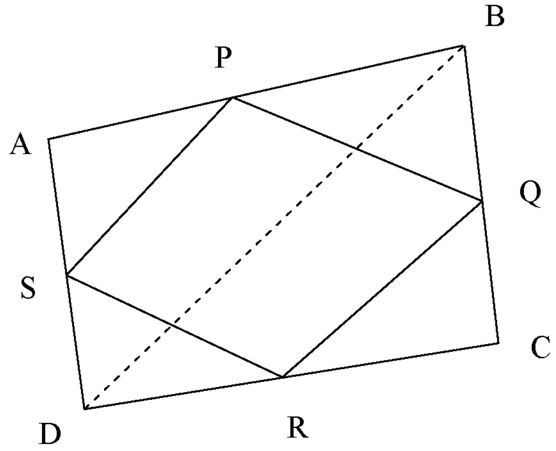


Verilen: $|FL| = |PK|$, $|SF| = |SK|$
M, [SF]'nin orta noktası
N, [SK]'nın orta noktası
İspat: $|PM| = |LN|$

İFADELER	GEREKÇELER
1. $\vert FL\vert = \vert PK\vert$	1. *Verilen.*
2. $\vert FL\vert + \vert LP\vert = \vert LP\vert + \vert PK\vert$	2. *Özellik; Eşitliğin her iki yanının aynı sayıyla toplanması eşitliği etkilemez.*
3. $\vert FP\vert = \vert FL\vert + \vert LP\vert$ $\vert LK\vert = \vert LP\vert + \vert PK\vert$	3. *Doğru parçalarının uzunluklarının toplanabilirliği postulatı.*
4. $\vert FP\vert = \vert LK\vert$	4. *2.ve 3. Basamağın düzenlenmesi.*
5. $\vert SF\vert = \vert SK\vert$	5. *Verilen.*
6. s($\widehat{KFS}$)= s($\widehat{FKS}$)	6. *5. Basamak ve ikizkenar üçgen özelliğinden.*
7. M, [SF]'nin orta noktası N, [SK]'nın orta noktası	7. *Verilen.*
8. $\vert FM\vert = \vert MS\vert$	8. *Özellik; Bir doğru parçasının orta noktası o doğru parçasını iki eşit parçaya böler.*
9. $\vert FM\vert = \vert MS\vert = \vert KN\vert = \vert NS\vert$	9. *7. ve 8. Basamakların düzenlenmesi.*
10. MFP~NKL	10. *Kenar – açı – kenar benzerliği.*
11. $\vert PM\vert = \vert NL\vert$	11. *Benzer üçgenlerde kenar özelliğinden.*

* EK-1'de bulunan ispatların italik yazılmış basamakları, süreç içerisinde ÖA'lardan tamamlanması istenen basamaklardır.

1.2 Numaralı İspat



Verilen: P, Q, R,S, sırasıyla [AB], [BC]. [CD] ve [AD] kenarlarının orta noktalarıdır.
ABCD bir dörtgendir.
İspat: PQRS dörtgeni bir paralelkenardır.

İFADELER	**GEREKÇELER**
1. P, Q, R,S, sırasıyla [AB],[BC]. [CD] ve [AD] kenarlarının orta noktalarıdır. ABCD bir dörtgendir.	*1. Verilen*
2. [SP], ABD'nin orta tabanı	*2. Üçgenin iki kenarının orta noktalarını birleştiren doğru parçasına orta taban denir.*
3. [SP] // [DB]	*3. Üçgenin orta tabanı, tabanına paraleldir*
4. $\vert SP \vert = \frac{1}{2} \vert DB \vert$	*4. Üçgenin orta tabanının uzunluğu, taban uzunluğunun yarısına eşittir*
5. [QR], CDB'nin orta tabanı	*5. Orta taban tanımından*
6. [QR] // [DB]	*6. Üçgenin orta tabanı, tabanına paraleldir*
7. $\vert QR \vert = \frac{1}{2} \vert DB \vert$	*7. Üçgenin orta tabanının uzunluğu, taban uzunluğunun yarısına eşittir*
8. [SP] // [QR]	*8. Eğer iki doğru parçası üçüncü bir doğru parçasına paralelse, o iki doğru parçası da birbirine paraleldir*
9. $\vert SP \vert = \vert QR \vert$	*9. Geçişlilik özelliği*
10. PQRS bir paralelkenar	*10. Karşılıklı kenarları eş ve birbirine paralel olan dörtgen, paralelkenardır*

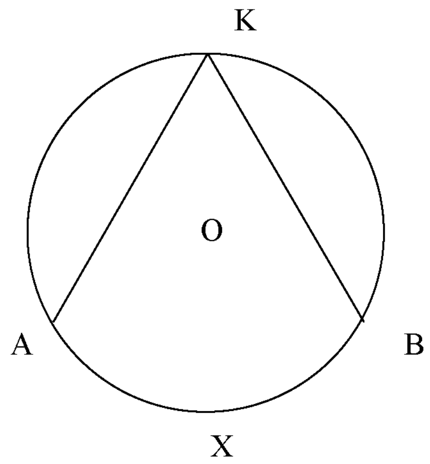
1.3 Numaralı İspat

Teorem: Bir çemberde, çevre açının ölçüsü iç bölgesinde kalan yayın ölçüsünün yarısına eşittir.

Verilen: O merkezli çember. A, K ve B çemberin üzerinde noktalar olmak üzere, $\widehat{AKB}$ açısı veriliyor ve bu açı $\widehat{AB}$ yayını görüyor. X, $\widehat{AB}$ yayı üzerinde bir nokta.

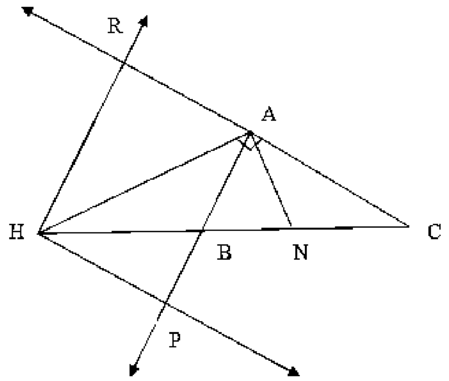
İspat: $2.s(\widehat{AKB}) = s(\widehat{AXB})$

Şekil:



İFADELER	GEREKÇELER
1. $\widehat{AB}$ yayını gören $\widehat{AKB}$ açısı	*1. Verilen*
2. $\lvert OK \rvert = \lvert OA \rvert$	*2. Çemberin tüm yarıçapları birbirine eşittir*
3. $s(\widehat{OKA}) = s(\widehat{OAK}) = m$	*3.İkizkenar üçgenin eşit kenarlarına ait açılar birbirine eşittir*
4. $\lvert OK \rvert = \lvert OB \rvert$	*4. Çemberin tüm yarıçapları birbirine eşittir*
5. $s(\widehat{OKB}) = s(\widehat{OBK}) = n$	*5.İkizkenar üçgenin eşit kenarlarına ait açılar birbirine eşittir*
6. $s(\widehat{AKB}) = m+n$	*6. Açıların toplanabilirliği postulatı*
7. $s(\widehat{AOX}) = 2m$ ve $s(\widehat{BOX}) = 2n$	*7. Üçgende iki iç açının toplamı kendisine komşu olmayan bir dış açıya eşittir.*
8. $s(\widehat{AOB}) = 2m+2n$	*8. Açıların toplanabilirliği postulatı*
9. $s(\widehat{AOB}) = 2.(m+n) = 2.\ s(\widehat{AKB})$	*9. Yerine koyma*
10. $s(\widehat{AXB}) = 2.\ s(\widehat{AKB})$	*10. Merkez açının ölçüsü gördüğü yayın ölçüsüne eşittir.*

1.4 Numaralı İspat



Verilen: [AN], ABC üçgeninin açıortayı.
[HA] $\perp$ [AN], [CA] ve R doğrusal.
[HR] // [CA].
İspat: APHR dörtgeni bir eşkenar dörtgendir.

İFADELER	GEREKÇELER
1. [AN], ABC üçgeninin açıortayı. [HA] $\perp$ [AN], [CA] ve R doğrusal. [HR] // [PA].	*1. Verilen*
2. RA // HP ve HR// AP	*2. İki paralel doğruya ait doğru parçaları da birbirine paraleldir.*
3. APHR bir paralelkenar	*3. Bir dörtgenin karşılıklı kenarları birbirine pararlelse o dörtgen bir paralelkenardır.*
4. s($\widehat{HAN}$)= 90^o	*4. Birbiriyle dik kesişen doğrular dik açı oluşturur.*
5. $\widehat{HAB}$ ve $\widehat{BAN}$ tümler	*5. Birbirlerini 90^o'ye tamamlayan açılar tümlerdir.*
6. s($\widehat{RAC}$)= s($\widehat{RAH}$)+ s($\widehat{HAN}$)+ s($\widehat{NAC}$)	*6. Açıların toplanma postulatı*
7. s($\widehat{RAC}$)= 180^o	*7. Doğru açının derecesi 180^o'dir.*
8. 180^o= s($\widehat{RAH}$)+ 90^o+ s($\widehat{NAC}$)	*8. Çıkarma postulatı.*
9. 90^o= s($\widehat{RAH}$)+ s($\widehat{NAC}$)	*9. Çıkarma postulatı*
10. s($\widehat{RAH}$) ve s($\widehat{NAC}$) tümler	*10. Birbirlerini 90^o'ye tamamlayan açılar tümlerdir.*
11. $\widehat{NAC}$= $\widehat{BAN}$	*11. Açıortay tanımından*
12. $\widehat{RAH}$= $\widehat{HAB}$	*12. Aynı açıyla tümleyen olan açılar eşittir*
13. HA, $\widehat{RAP}$'yi ikiye böler	*13. Açıortay tanımından*
14. APHR dörtgeni bir eşkenar dörtgendir.	*14. Bir paralelkenarın köşegeni, köşedeki açının açıortayı oluyorsa, o paralelkenar bir eşkenar dörtgendir.*

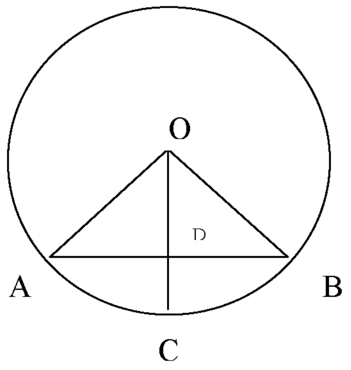
1.5 Numaralı İspat

Teorem: Bir çemberde, yarıçap çembere ait bir kirişi iki eşit parçaya ayırıyorsa, yarıçap o kirişe diktir.

Verilen: O merkezli çember. [OC], [AB]'yi iki eşit parçaya ayırıyor.

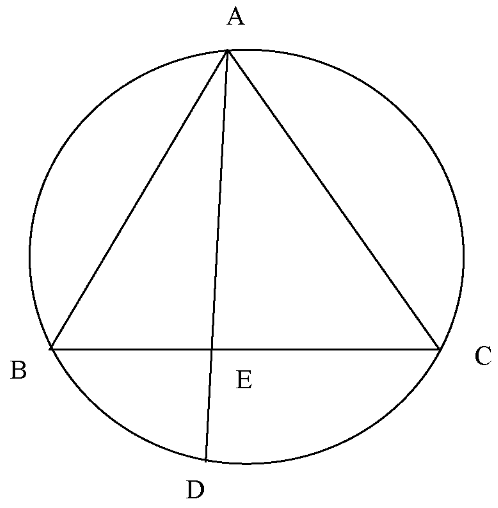
İspat: [OC] $\perp$ [AB]

Şekil:



İFADELER	GEREKÇELER
1. [AO] ve [OB] çizilir	*1. İki noktadan bir doğru geçer*
2. $\vert AO\vert = \vert OB\vert$	*2. Çemberin yarıçapları birbirine eşittir*
3. [OC], [AB]'nin kenarortayı	*3. Verilen*
4. $\vert AD\vert = \vert DB\vert$	*4. Kenarortay, indigi kenarı iki eşit parçaya ayırır*
5. AOD~ BOD	*5. Kenar-kenar-kenar benzerliği*
6. $s(\widehat{ODA}) = s(\widehat{ODB})$	*6.Benzer üçgenlerin uygun parçaları birbirine eştir.*
7. $s(\widehat{ODA}) + s(\widehat{ODB}) = 180^{o}$	*7. Bir doğru üzerinde oluşturulan iki komşu açı birbirinin bütünleridir.*
8. $s(\widehat{ODA}) = 90^{o}$ $s(\widehat{ODB}) = 90^{o}$	*8. Birbirini bütünleyen iki açı eşit ise, bu açıların ölçüleri 90^{o}'dir.*
9. [OC] $\perp$ [AB]	*9. Aralarındaki açı 90^{o} olan iki doğru parçası birbirine diktir.*

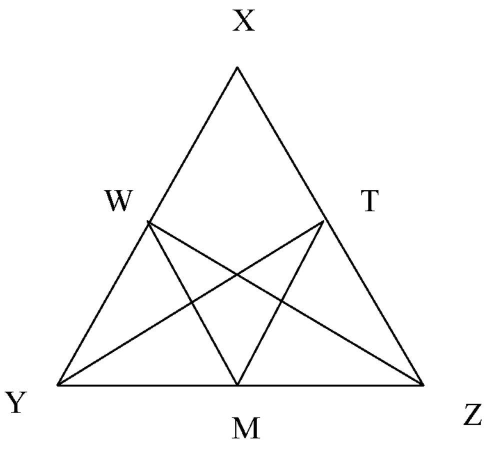
2.1 Numaralı İspat



Verilen: ABC bir üçgen
[AD], BAC'nin açıortayıdır.
[BC] ile [AD], E noktasında kesişir.
İspat: $|AB| . |AC| = |AE| . |AD|$

İFADELER	GEREKÇELER
1. [DC]	1. Ek çizim.
2. $s(\widehat{ABC}) = s(\widehat{ADC})$	2. Aynı yayı gören çevre açılar eştir.
3. $s(\widehat{BAE}) = s(\widehat{DAC})$	3. Verilen
4. $ABE \sim ADC$	4. Açı-açı-açı benzerliği.
5. $\frac{\lvert AB \rvert}{\lvert AD \rvert} = \frac{\lvert AE \rvert}{\lvert AC \rvert}$	5. Benzer üçgenlerde benzer kenarların oranları birbirine eşittir.
6. $\lvert AB \rvert . \lvert AC \rvert = \lvert AE \rvert . \lvert AD \rvert$	6. İçler- dışlar çarpımı, düzenleme.

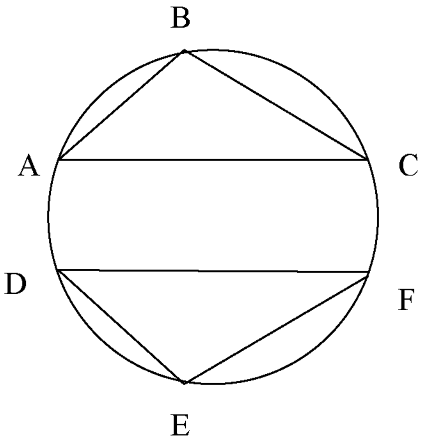
2.2 Numaralı İspat



Verilen: $|XY| = |XZ|$ $s(\widehat{WMY}) = s(\widehat{TMZ})$
M, [YZ]'nin orta noktası
İspat: $|YT| = |ZW|$

İFADELER	**GEREKÇELER**
1. M, [YZ]'nin orta noktası	1. Verilen
2. $|YM| = |MZ|$	2. Orta noktanın tanımından
3. $|XY| = |XZ|$	3. Verilen
4. $s(\widehat{XYZ}) = s(\widehat{XZY})$	4. İkizkenar üçgenin taban açıları birbirine eşittir
5. $s(\widehat{WMY}) = s(\widehat{TMZ})$	5. Verilen
6. WMY~ TMZ	6. Açı- Kenar-Açı benzerliği
7$|WY| = |TZ|$	7. Benzer üçgenlerin eş parçaları
8. WYZ~TZY	8. Kenar- Açı –Kenar benzerliği
9. $|YT| = |ZW|$	9. Benzer üçgenlerin eş parçaları

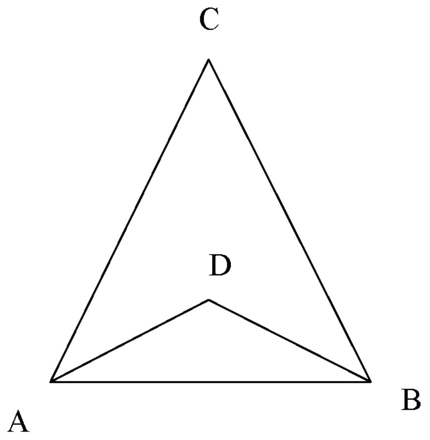
2.3 Numaralı İspat



Verilen: |AB|=|DE|ve |AC|=|DF|
İspat: s($\hat{B}$)= s($\hat{E}$)

İFADELER	GEREKÇELER
1. $\lvert AB\rvert = \lvert DE\rvert$ ve $\lvert AC\rvert = \lvert DF\rvert$	1. Verilen
2. $\widehat{AB} = \widehat{DE}$ ve $\widehat{ABC} = \widehat{DEF}$	2. Çemberde uzunluğu eşit kirişler, eşit yaylar oluşturur
3. $\widehat{BC} = \widehat{EF}$	3. Eşitliğin iki yanından aynı değer çıkarıldığında eşitlik değişmez
4. $\lvert BC\rvert = \lvert EF\rvert$	4. çemberde uzunluğu eşit kirişler, eşit yaylar oluşturur
5. $ABC \sim DEF$	5. Kenar- kenar- kenar benzerliği
6. $s(\hat{B}) = s(\hat{E})$	6. Benzer üçgenlerin eş parçaları birbirine eşitir

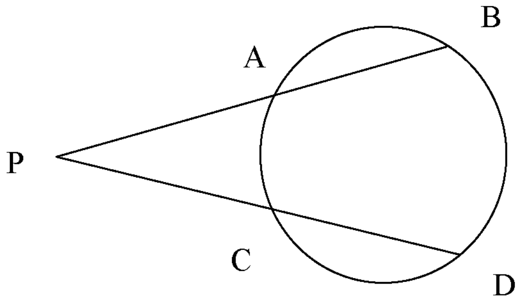
2. 4 Numaralı İspat



Verilen: [DA], $\widehat{CAB}$'nın , [DB], $\widehat{CBA}$ açısının açıortayıdır. s($\widehat{DAB}$) = s($\widehat{DBA}$).
İspat: $|CA| = |CB|$

İFADELER	**GEREKÇELER**
1. [DA], $\widehat{CAB}$'nın , [DB], $\widehat{CBA}$ açısının açıortayıdır.	1. Verilen
2. $s(\widehat{CAD})=s(\widehat{DAB})$ $s(\widehat{CBD})=s(\widehat{DBA})$	2. Açıortay bir açıyı, açı ölçüleri eşit iki parçaya ayırır.
3. $s(\widehat{DAB}) = s(\widehat{DBA})$.	3. Verilen.
4. $s(\widehat{CBD})= s(\widehat{DAB})$	4. Eşit iki nicelik birbiri yerine kullanılabilir.
5. $s(\widehat{CAD})= s(\widehat{CBD})$	5. İki niceliğin aynı başka bir niceliğe eşit olması durumunda bu iki nicelik de birbirine eşittir.
6. $s(\widehat{CAD})+s(\widehat{DAB}) = s(\widehat{CBD})+s(\widehat{DBA})$	6. Eşit niceliklerin her ikisine de başka bir nicelikle toplandığında eşitlik değişmez.
7. $s(\widehat{CAB})=s(\widehat{CAD})+ s(\widehat{DAB})$ $s(\widehat{CBA})=s(\widehat{CBD})+ s(\widehat{DBA})$	7. Bütünün ölçüsü, parçalarının ölçülerinin toplamına eşittir.
8. $s(\widehat{CAB})=s(\widehat{CBA})$	8. İki nicelik, aynı niceliğe eşitse birbirlerine de eşittir.
9. $|CA| = |CB|$	9. Bir üçgenin iki açısının birbirine eşit olduğu durumlarda, bu açılara komşu kenarlar da birbirine eşittir.

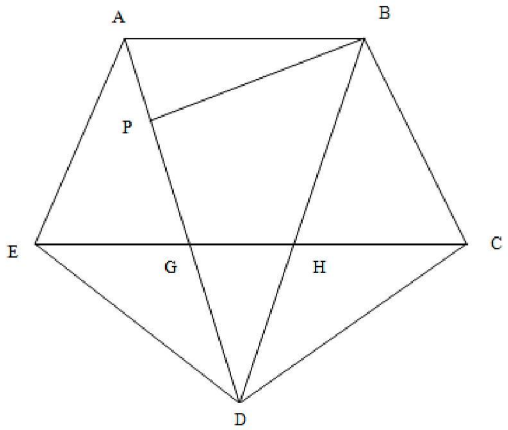
2.5 Numaralı İspat



Verilen: [PB] ve [PD] O merkezli çemberi kesiyor.
İspat: │PA│.│PB│=│PC│.│PD│

İFADELER	**GEREKÇELER**
1. [PB] ve [PD] O merkezli çemberi kesiyor.	1. Verilen
2. PAD ve PCB üçgenleri	2. Ek çizim
3. $\widehat{ADP} = \widehat{PBC}$	3. Aynı yayı gören çevre açılar birbirine eştir
4. $s(\widehat{PAD}) + s(\widehat{ADP}) + s(\widehat{DPA}) = 180^o$ $s(\widehat{PCB}) + s(\widehat{CBP}) + s(\widehat{BPC}) = 180^o$	4. Üçgenlerin iç açıları toplamı 180^o'dir.
5. $\widehat{PAD} = \widehat{BCP}$	5.Birbirine eş iki nicelikten, aynı nicelik çıkartıldığında sonuç iki nicelik yine birbirine eştir
6. PAD~ BCP	6. Açı- açı- açı benzerliği
7. $\frac{\lvert PA \rvert}{\lvert PC \rvert} = \frac{\lvert PD \rvert}{\lvert PB \rvert}$	7. Benzer üçgenlerin benzer parçalarının birbirine oranları eştir
8. $\lvert PA \rvert . \lvert PB \rvert = \lvert PC \rvert . \lvert PD \rvert$	8. Düzenleme

3.1 Numaralı İspat



Verilen: Yandaki düzgün beşgende

$\widehat{ABP} = 5$ $\widehat{BAP} = 6$ $\widehat{BCH} = 4$

$\widehat{HCD} = 2$ $\widehat{DEG} = 1$ $\widehat{GEA} = 3$

s($\hat{1}$)= s($\hat{2}$) s($\hat{3}$)= s($\hat{4}$)

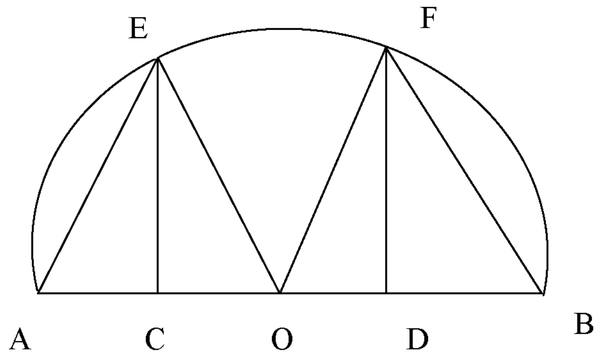
[GD]=[HD] │EH│=│GC│

BHD, EGHC, APGD doğrusal

İspat: s($\hat{5}$) < s($\hat{6}$)

İFADELER	GEREKÇELER
1. *s($\hat{1}$)= s($\hat{2}$) s($\hat{3}$)= s($\hat{4}$) [GD]=[HD]* │EH│=│GC│BHD, EGHC, APGD doğrusal	1. Verilen
2. s($\widehat{HGD}$)= s($\widehat{GHD}$)	2. İkizkenar üçgenin taban açıları eşittir.
3. s($\widehat{AGE}$)= s($\widehat{HGD}$) s($\widehat{BHC}$)= s($\widehat{GHD}$)	*3. Kesişen doğruların ters açıları birbirine eşittir.*
4. s($\widehat{AGE}$)= s	*4Aynı açılara eş olduğundan birbirlerine eştirler.*
5.│EH│=│EG│+│GH│, │CG│=│CH│+ │GH│	5. Arada olma postulatı.
6.│EG│+ │GH│=│CH│+ │GH│	6. 1. ve 5. Basamakları yerine koyma.
7. │EG│=│HC│	7. Çıkarma postulatı.
8. [EG]=[HC]	8. Uzunlukları eşit doğru parçaları eşittir.
9. AEG~ BCH	9. Açı-kenar-açı postulatı.
10. [AG]= [BH]	10. Üçgende eşlik teoremi
11. │AG│=│BH│	11. Eş doğru parçalarının uzunlukları eşittir.
12. │HD│=│GD│	12. Eş doğru parçalarının uzunlukları eşittir.
13│AD│=│AG│+│GD│,│BD│=│BH│+│HD│	13. Arada olmanın tanımından.
14.│AD│=│BD│	14. Yerine koyma.
15. s($\hat{6}$)= s($\widehat{ABD}$)	15. İkizkenar üçgenin taban açılar eşittir.
16. s($\hat{5}$) < s($\widehat{ABD}$)	16. 5 ile gösterilen açı $\widehat{ABD}$'nin içerisinde olduğundan.
17. s($\hat{5}$) < s($\hat{6}$)	17. Eğer a=b ve c<a ise c<b'dir.

3.2 Numaralı İspat



Verilen: [AB] verilen yarım çemberin çapı, O ise merkezidir.

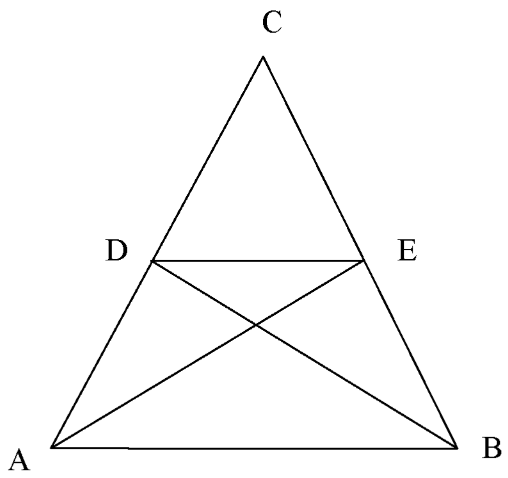
$[EC] \perp [AO]$ ve $[FD] \perp [BO]$

$|AC| = |BD|$

İspat: $|CE| = |FD|$

İFADELER	GEREKÇELER
1. $[EC] \perp [AO]$ ve $[FD] \perp [BO]$	1. *Verilen*
2. $s(\widehat{ECO}) = 90^o$ *ve* $s(\widehat{FDO}) = 90^o$	2. Dik kesişen doğrular dik açı oluştururlar
3. ECO ve FDO dik üçgen	3. Bir açısı dik olan üçgene dik üçgen denir
4. $|OA| = |OB|$	4. *Bir çemberin her yarıçapı birbirine eşittir*
5. $|AC| = |BD|$	5. Verilen
6. $|OA| - |AC| = |OB| - |BD|$ Ya da $|OC| = |OD|$	6.*Eşitliğin iki tarafından aynı niceliğin çıkarılması eşitliği değiştirmez*
7. $|OE| = |OF|$	7. *Bir çemberin her yarıçapı birbirine eşittir*
8. *ECO~ FDO*	8. İki dik üçgen, hipotenüsleri ve bir kenarları benzerse benzerdir
9. $|CE| = |FD|$	9. *Benzer üçgenlerin eş parçaları birbirine eştir.*

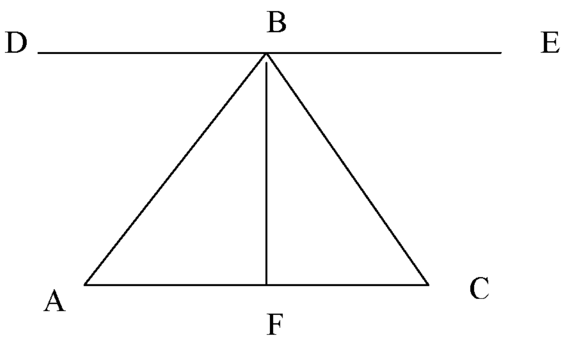
3.3 Numaralı İspat



Verilen: ABC üçgeni ikizkenar ve
[AC]=[BC]
[BD]$\perp$[AC] ve [AE]$\perp$[BC]
s($\widehat{CDE}$)= s($\widehat{CED}$)
İspat: s($\widehat{EAB}$)= s($\widehat{DBA}$)

İFADELER	**GEREKÇELER**
1. *[BD]$\perp$[AC] ve [AE]$\perp$[BC]*	1. Verilen
2. s($\widehat{BDA}$)= 90^o ve s($\widehat{AEB}$)= 90^o	2. *Dik kesişen doğrular dik açı oluşturur.*
3. BDA ve AEB üçgenleri dik üçgen	3. Bir açısı dik olan üçgene dik üçgen denir
4. ABC üçgeni ikizkenar	4. *Verilen*
5. $\|AC\|=\|BC\|$	5. İkizkenar üçgenin tanımından
6. $\|AD\|+\|DC\|=\|AC\|$ $\|BE\|+\|EC\|=\|BC\|$	6. Bir bütün, parçaları toplamına eşittir
7. $\|AD\|+\|DC\|=\|BE\|+\|EC\|$	7. *Aynı niceliğe eşit olan toplamlar birbirine eşittir. (Toplama aksiyomu)*
8. s($\widehat{CDE}$)= s($\widehat{CED}$)	8. *Verilen*
9. $\|DC\|=\|EC\|$	9. *Birbirine eş iki açısı olan bir üçgenin bu açıları oluşturan kenarları da eştir.*
10. $\|AD\|=\|BE\|$	10. Eşit iki nicelikten yine eşit iki nicelik çıkarıldığında farklar da birbirine eşit olur.
11. BDA~ AEB	11. *K-A-K eşliği (Hipotenüs uzunluğu teoremi)*
12. *s($\widehat{EAB}$)= s($\widehat{DBA}$)*	12. Eş üçgenlerin eş parçaları birbirine eşittir.

3.4 Numaralı İspat

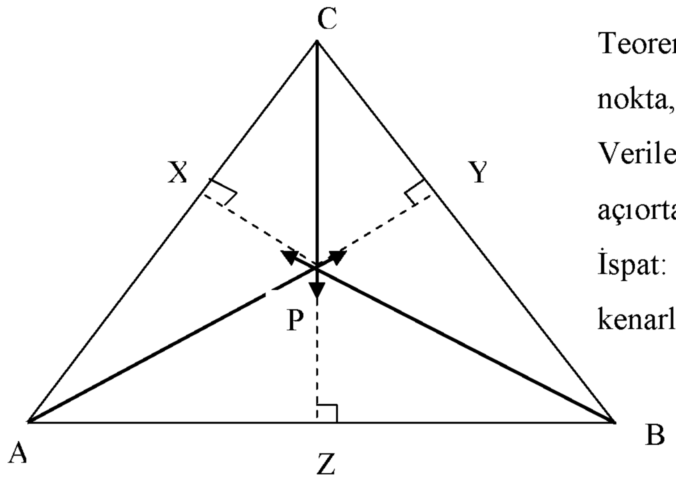


Verilen: [BF]$\perp$ [DE], [BF]$\perp$[AC] ve s($\widehat{DBA}$)= s($\widehat{EBC}$)

İspat: │AF│=│FC│

İFADELER	**GEREKÇELER**
1. [BF]$\perp$[AC]	*1.Verilen*
2. *s*($\widehat{BFA}$)= *s*($\widehat{BFC}$)	2. İki dik açının ölçüsü birbirine eşittir
3. [BF]$\perp$ [DE]	3. Verilen
4. *s*($\widehat{FBA}$)= *s*($\widehat{DBA}$) s($\widehat{CBF}$)= s($\widehat{EBC}$)	4. Kendilerine komşu dış açıları 90^o olan iki komşu açı tümleyendir.
5. *s*($\widehat{DBA}$)= *s*($\widehat{EBC}$)	5.Verilen
6. s($\widehat{FBA}$)= s($\widehat{CBF}$)	6. *Eşit açıların tümleyenleri eşittir.*
7. *ABF~ CBF*	7. Açı-Kenar-Açı postulatı
8. │AF│=│FC│	8. *Benzer üçgenler eş olduğunda benzer parçaları da birbirine eş olur*

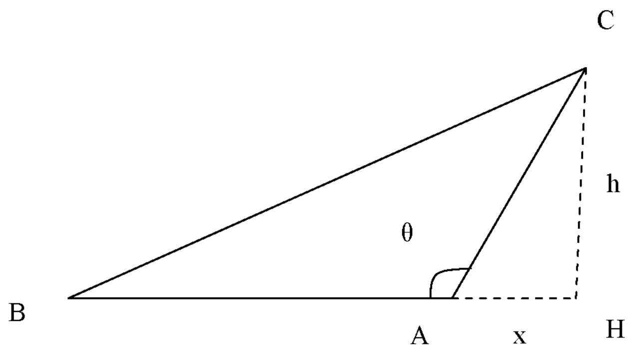
3.5 Numaralı İspat



Teorem: Bir üçgene ait açıortayların kesiştiği nokta, üçgenin tüm kenarlarına eşit uzaklıktadır.
Verilen: [AY], [BX], [CZ], ABC üçgeninin açıortaylarıdır.
İspat: Açıortayların kesiştiği nokta üçgenin kenarlarına eşit uzaklıktadır.

İFADELER	**GEREKÇELER**
1. [AY], [BX], [CZ] açıortaylar.	1. Verilen
2. P noktası [AY] ve [BX] açıortaylarının kesişim noktası olsun.	2. *Düzlemde, paralel olmayan iki doğru bir noktada kesişir.*
3. P noktası A açısının iç bölgesindedir. P noktası B açısının iç bölgesindedir.	3. *Açıortayın köşe noktası hariç tüm noktaları açının iç bölgesindedir.*
4. *P noktası ABC içgeninin içindedir.*	4. Bir nokta bir üçgenin iki iç açısının iç bölgesinde ise, o nokta üçgenin içindedir.
5. P noktasından AC, CB ve AB kenarlarına inilen dikmeler sırasıyla PX, PY ve PX olsun.	5. *Düzlemde alınan bir noktadan belirlenen doğruya tek bir dik doğru çizilebilir.*
6. $\|PX\|$, $\|PY\|$, $\|PZ\|$, P noktasının kenarlara olan uzaklıklarıdır.	6. İki nokta arasındaki uzaklık.
7. $\|PX\|=\|PY\|$ $\|PY\|=\|PZ\|$	7. *Açıortayın tüm noktaları açının bulunduğu kenarlara eşit uzaklıktadır.*
8. $\|PX\|=\|PY\|$	8. Geçişlilik postulatı.
9. P noktası C açısının iç bölgesindedir.	9. *Bir üçgenin iç bölgesindeki tüm noktalar, üçgenin açılarınının da iç bölgesinde bulunur.*
10. *P noktası C açısının açıortayına ait bir noktadır.*	10. açıortayın üzerindeki her nokta açının bulunduğu kenarlara eşit uzaklıktadır.
11. P nokatsı, ABC üçgeninin tüm kenarlarına eşit uzaklıktadır.	11. 7. Ve 8. Basamaklardan.
12.Açıortayların kesiştiği nokta üçgenin kenarlarına eşit uzaklıktadır.	12. *11.basamaktan.*

4.1. Numaralı İspat



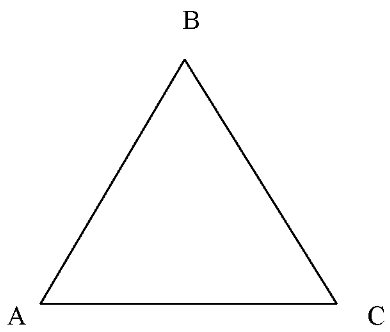
Verilen: θ Geniş açı ve ABC bir üçgen

İspat: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bccos\theta$

İpucu: Ek çizim yapınız.

İFADELER	GEREKÇELER
1. $\lvert AH\rvert = x$ $\lvert CH\rvert = h$ $[CH] \perp [BH]$	*1. Ek çizimden.*
2. AHC üçgeninde $x^2 + h^2 = b^2$	*2. Pisagor teoreminden.*
3. BCH üçgeninde $(c + x)^2 + h^2 = a^2$	*3. Pisagor teoreminden.*
4. $b^2 - x^2 = a^2 - (c + x)^2$	*4. 2. ve 3. Basamağı birleştirilmesi.*
5. $cos\ (\pi - \theta) = \frac{x}{b}$	*5.Kosinüsün trigonometriközelliğinden.*
6. $x = -bcos\theta$	*6. Düzenleme.*
7. $a^2 = b^2 + c^2 - 2bccos2$	*7. 4. Basamakla birleştirme.*

4.2 Numaralı İspat



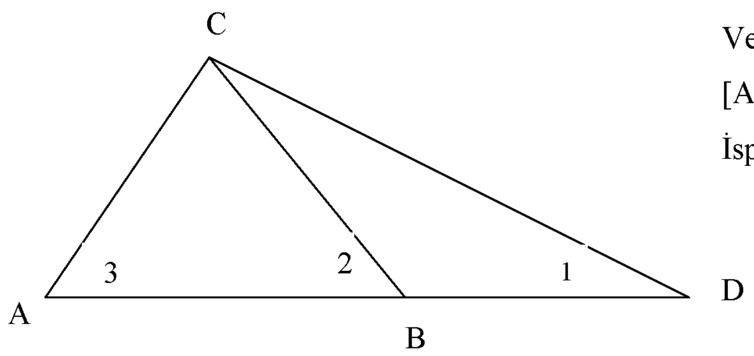
Verilen: ABC bir ikizkenar üçgendir.

$|AB| = |BC|$

İspat: s($\hat{A}$)= s($\hat{C}$)

İFADELER	**GEREKÇELER**
1. $|AB| = |BC|$	*1. Verilen ve ikizkenar üçgen özelliğinden.*
2. D, $|AC|$ *'nin orta noktası*	*2. Ek çizimden.*
3. $|AD| = |DC|$	*3. Orta nokta tanımından.*
4. ABD~ CBD	*4. Kenar-kenar- kenar benzerliği postulatı.*
5. ABD = CBD	*5. 1.ve 3. Basamağa göre, tüm kenarlar eşit.*
6. s($\hat{A}$)= s($\hat{C}$)	*6. Eşit kenarların arasında kalan açılar*
eştir.	

4.3 Numaralı İspat



Verilen: ABC ikizkenar üçgen.

[AC]=[CB] ve ABD doğrusal.

İspat: $|CD| > |CA|$

İFADELER	**GEREKÇELER**
1. CBD üçgeninde $s(\widehat{CBA}) > s(\widehat{CDB})$	*1. Üçgenin bir iç açısı, o açıya komşu olmayan bir dış açısından küçüktür.*
2. $|AC| = |CB|$	*2. Verilen*
3. $s(\widehat{CAB}) = s(\widehat{CBA})$	*3. İkizkenar üçgenin taban açılarının ölçüleri eşittir.*
4. $s(\widehat{CAB}) > s(\widehat{CDB})$	*4. Birbirine eşit iki değer bir eşitsizlikte birbiri yerine yazılabilir.*
5. $|CD| > |CA|$	*5. Açılarının ölçüleri birbirinden farklı olan üçgenin bu açıların karşısında olan kenarlarının uzunlukları da farklıdır. Büyük dereceli açının karşısında uzun kenar bulunur.*

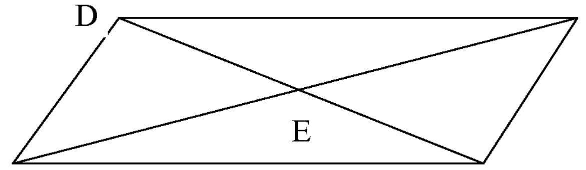
4.4 Numaralı İspat

Teorem: Bir dörtgenin köşegenleri birbirlerini ortalıyorsa, dörtgenin karşılıklı kenarları birbirine paraleldir.

Verilen: ABCD dörtgen, [AC] ve [BD] birbirlerini ortalayan köşegenlerdir.

İspat: [AB] // [CD] ve [AD] // [BC]

Şekil:



İFADELER	**GEREKÇELER**
1. [AC] ve [BD] birbirlerini ortalayan köşegenler.	*1. Verilen*
2. $\lvert BE\rvert = \lvert ED\rvert$ *ve* $\lvert AE\rvert = \lvert EC\rvert$	*2.Köşegenler kesiştikleri noktalarda birbirlerini eş iki parçaya ayırırlar.*
3. $s(\widehat{BEA}) = s(\widehat{CED})$ *ve* $s(\widehat{AED}) = s(\widehat{BEC})$	*3.Ters açılar birbirine eşittir*
4. BEA~ DEC ve BEC~ DEA	*4.Kenar-açı-kenar benzerliği*
5. $s(\widehat{DBA}) = s(\widehat{BDC})$ *ve* $s(\widehat{DBC}) = s(\widehat{BDA})$	*5. Eş üçgenlerin benzer parçaları birbirine eştir.*
6. [AB] // [CD] ve [AD] // [BC]	*6. Bir doğru ile kesildiğinde oluşan karşılıklı iç açıları birbirine eşit olan iki doğru birbirine paraleldir*

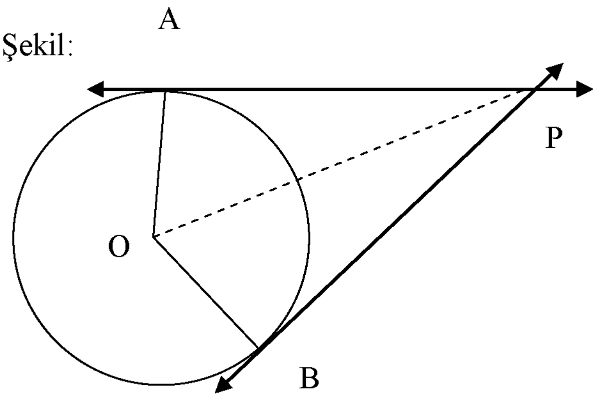
4.5 Numaralı İspat

Teorem: Çemberin dışındaki bir P noktasından çembere çizilen teğet parçalarının uzunlukları eşittir. Bu nokta ile merkezden geçen doğru, teğetlerin oluşturduğu açının açıortayıdır.

Verilen: Çemberin dışında bir P noktası veriliyor. [AP]=[BP]

İspat: [OP], $(\widehat{APB})$'nin açıortayıdır.

Şekil:



İFADELER	GEREKÇELER
1. [AP]=[BP]	*1. Verilen*
2. [OA]⊥[OP] ve [OB]⊥[BP]	*2. Teğetin değme noktasını merkeze birleştiren yarıçap, teğete diktir.*
3.. $s(\widehat{OAP})+s(\widehat{APB})+s(\widehat{PBO})+s(\widehat{BOA})=360^o$	*3. Dörtgen özelliği*
4. $90^o+s(\widehat{APB})+90^o+s(\widehat{BOA})=360^o$	*4. Yerine koyma*
5. $s(\widehat{APB})+s(\widehat{BOA})=180^o$	*5. Çıkarma postulatı*
6. APO~BPO	*6. Kenar –açık- kenar benzerliği*
7. $s(\widehat{AOP})=s(\widehat{POB})$ *ve* $s(\widehat{OPA})=s(\widehat{OPB})$	*7. Benzer üçgenlerde benzer parçaların birbirine oranları,diğer parçaların oranlarıyla eşittir*

EK-2

ÇSİ BİRİNCİ GÖRÜŞME SORULARI

1. Bir ispat yapma yöntemi olarak çift sütun ispat hakkındaki düşünceleriniz nelerdir?
2. Sizce çift sütun ispat geometri programna ve öğretim biçimine uygun mudur?
3. Sizce çift sütun ispatın avantaj ve dezavantajları nelerdir? Öğretmen açısından ve öğrenci açısından değerlendirir misiniz?
4. Çift sütun ispatların matematik eğitiminde kullanışlı olacağını düşünüyor musunuz?
5. Bir öğretmen adayı olarak sizce çift sütun ispatlardan en iyi yararlanma şekli/yolu nedir?
6. Çift sütun ispatları kendi dersinizde kullanmayı düşünür müsünüz? Neden?
7. Uygulama sürecinde size sunulan dört farklı grup çift sütun ispatı kendi içinde kıyaslarsanız ne söyleyebilirsiniz?
8. Size kolay ve zor gelen çift sütun ispat grupları hangileridir? Neden?
9. Bildiğiniz diğer ispat yöntemleriyle çift sütun ispatı karşılaştırdığınızda ne söyleyebilirsiniz?
10. Kendinizin çift sütun ispat üretebileceğinizi/oluşturabileceğinizi düşünüyor musunuz?
11. Sizce çift sütun ispat, ispat öğretimine katkı sağlar mı? Sağlarsa ne yönde?
12. Çift sütun ispatlar genel anlamda ispatlara ve ispatlamaya yönelik bakış açınızda değişikliğe neden oldu mu?

EK-3

ÇSİ İKİNCİ GÖRÜŞME SORULARI

1. ÇSİ yönteminin ispatlama sürecinde sizi kısıtladığı durumlar oldu mu?

2. Gerekçeleri yazmada sıkıntı yaşadınız mı?

3. Sizce gerekçeler açıklamalara sahip olacak şekilde uzun mu olmalı yoksa özelliği belirtecek şekilde kısa mı? Neden?

4. Karşılaştığınız ÇSİ yöntemine uygun olarak hazırlanmış ispat problemleri yerine sadece teoremler ile karşılaşsaydınız, ispatlama durumunuz nasıl olurdu? Neden?

5. Uygulama sonucu olarak kendinizi nasıl değerlendiriyorsunuz?

EK-4
Katılımcı İzin Belgeleri

KATILIMCI İZİN BELGESİ

Dokuz Eylül Üniversitesi Buca Eğitim Fakültesi Ortaöğretim Matematik Öğretmenliği Anabilim Dalı .2008205 . okul numaralı ... . adlı öğrencisiyim. Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik Öğretmenliği Yüksek Lisans öğrencisi Özge KARAHAN'ın "Matematik Öğretmen Adaylarının Çift Sütun İspat Yöntemine Yönelik Görüşleri ve Bu Yönteme Dayalı İspatlama Süreçlerinin Analizi" adlı tez çalışmasına kendi isteğim doğrultusunda katıldığımı, kişisel bilgilerim gizli kalacak şekilde araştırma süresince katılımım ile oluşan dükümanların bu tez çalışması ve bağlı diğer çalışmalarda kullanılabileceğini beyan ederim.

03/02/2012

EK-5

T.C
DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ
BUCA EĞİTİM FAKÜLTESİ
ORTAÖĞRETİM FEN VE MATEMATİK
ALANLAR EĞİTİMİ ANABİLİM DALI BAŞKANLIĞI

Sayı : **B.30.2.DEÜ.0.16.00//53** **14 Mayıs 2012**
Konu: Tez Uygulama İzni

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜNE

İLGİ: 20.04.2012 tarih ve 72.00/500/839 sayılı yazınız.

Enstitünüz Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanlar Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Öğretmenliği Yükseklisans Programı öğrencisi Özge KARAHAN'ın tez çalışması kapsamında Bölümümüz Matematik Eğitimi Anabilim Dalı 4. sınıf öğrencilerine uygulama yapmak üzere izin verilmesi Anabilim Dalı Başkanlığımızca uygun görülmektedir.

Gereği için bilgilerinize arz ederim.

Prof.Dr.Şuur NİZAMOĞLU
Anabilim Dalı Başkanı

GELEN EVRAK	
Tarihi :	16 MAYIS 2012
Kayıt No :	1120
Dosya No :	

Uğur Mumcu Caddesi 135 Sokak No.5 35150 Buca / İZMİR Tel.: 0- 232 - 4204882-4204883-4204884-4204885-4204886-4204887 – 4204598 – 4207602 – 4400608 – 4409609 – 4409611 – 4409612 - 4409613 – 4409615 – 4201472 Fax.: 0-232-4204895 – 0-232-4409610 web: www.deu.edu.tr/egitim e-mail: egitim@deu.edu.tr