

**T.C.**

**DEÜ EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ  
ORTAÖĞRETİM FEN VE MATEMATİK ALANLAR EĞİTİMİ BİLİM DALI  
MATEMATİK EĞİTİMİ PROGRAMI  
YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**ORTAÖĞRETİM DÜZEYİNDE, KAVRAMA  
TESTLERİNE DAYALI BİR İSPAT ÖĞRETİM  
UYGULAMASININ DEĞERLENDİRİLMESİ**

**Bahattin İNAM**

**İZMİR**

**2014**

**T.C.**

**DEÜ EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ  
ORTAÖĞRETİM FEN VE MATEMATİK ALANLAR EĞİTİMİ BİLİM DALI  
MATEMATİK EĞİTİMİ PROGRAMI  
YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**ORTAÖĞRETİM DÜZEYİNDE, KAVRAMA  
TESTLERİNE DAYALI BİR İSPAT ÖĞRETİM  
UYGULAMASININ DEĞERLENDİRİLMESİ**

**Bahattin İNAM**

**Danışman**

**Doç. Dr. Işıkhan UĞUREL**

**İZMİR**

**2014**

## YEMİN

Yüksek lisans tezi olarak sunduğum “Ortaöğretim Düzeyinde, Kavrama Testlerine Dayalı Bir İspat Öğretim Uygulamasının Değerlendirilmesi” adlı çalışmanın, tarafımdan bilimsel ahlak ve geleneklere aykırı düşecek bir yardıma başvurulmaksızın yazıldığını ve yararlandığım eserlerin kaynak dizininde gösterilenlerden oluştuğunu, bu eserlere atıf yapılarak yararlanılmış olduğunu belirtir ve bunu onurumla doğrularım.

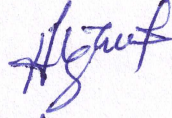
05.06.2014

Bahattin İNAM

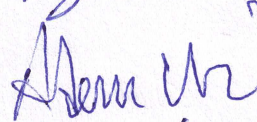
**Eğitim Bilimleri Enstitüsü M¼d¼rl¼đ¼ne**

İşbu alışma, j¼rimiz tarafından Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanlar Eğitimleri Anabilim Dalı Matematik Öğretmenliği Programında Y¼KSEK LİSANS TEZİ olarak kabul edilmiştir.

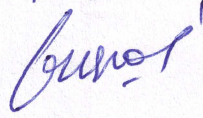
Başkan : Doç. Dr. Işıkhan UğUREL



¼ye : Doç. Dr. Adem ÇELİK



¼ye : Yrd. Doç. Dr. Burçak BOZ



Onay  
Yukarıda imzaların, adı geçen öğretim ¼yelerine ait olduğunu onaylarım.

.../.../...

Doç. Dr. Ali G¼nay BALIM  
Enstit¼ M¼d¼r¼

T.C  
YÜKSEKÖĞRETİM KURULU  
ULUSAL TEZ MERKEZİ

TEZ VERİ GİRİŞİ VE YAYIMLAMA İZİN FORMU

Referans No	10020535
Yazar Adı / Soyadı	BAHATTİN İNAM
Uyruğu / T.C.Kimlik No	TÜRKİYE / 62230383636
Telefon	5059327077
E-Posta	bahattin_inam67@yahoo.com
Tezin Dili	Türkçe
Tezin Özgün Adı	Ortaöğretim Düzeyinde, Kavrama Testlerine Dayalı Bir İspat Öğretim Uygulamasının Değerlendirilmesi
Tezin Tercümesi	Evaluation of Comprehension Test Application Based on the Proof Teaching in Secondary Education
Konu	Eğitim ve Öğretim = Education and Training
Üniversite	Dokuz Eylül Üniversitesi
Enstitü / Hastane	Eğitim Bilimleri Enstitüsü
Bölüm	Eğitim Bilimleri Bölümü
Anabilim Dalı	Matematik Eğitimi Anabilim Dalı
Bilim Dalı	Matematik Öğretmenliği Bilim Dalı
Tez Türü	Yüksek Lisans
Yılı	2014
Sayfa	136
Tez Danışmanları	DOÇ. DR. IŞIKHAN UĞUREL 27001009122
Dizin Terimleri	
Önerilen Dizin Terimleri	
Kısıtlama	Yok

Yukarıda bilgileri kayıtlı olan tezimin, bilimsel araştırma hizmetine sunulması amacı ile Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi Veri Tabanında arşivlenmesine ve internet üzerinden tam metin erişime açılmasına izin veriyorum.

28.09.2014

İmza : .....

## TEŞEKKÜR

Gerek lisans ve yüksek lisans eğitimim süresince gerekse öğretmenlik mesleğine başladıktan sonra, bilgisinden, deneyimlerden ve dostluğundan istifade ettiğim danışmanım, hocam, Doç. Dr. Işıkhan UĞUREL'e teşekkürlerimi sunarım.

Çalışmamın akademik kısmında matematik bilgisi ile çalışma dışı zamanlarımda ise kalbi ile desteğini, sevgisini, ilgisini benden esirgemeyen, eşim, hayat arkadaşım, matematik öğretmeni Selda İNAM'a teşekkür ederim.

Doğduğu andan itibaren hayatımıza neşe, mutluluk veren, ona olan sevgimle çalışmalarına motive olduğum canım oğlum Selim İNAM'a teşekkür ederim.

Çalışmanın yabancı dil, dil bilgisi ve içerik okuması kısımlarında yardımlarını esirgemeyen İngilizce öğretmeni M. Cem ÇAYIRLI'ya teşekkür ederim.

Çalışmama samimiyetle katılan, bu çalışmasının oluşmasını sağlayan Zonguldak Fatih Lisesi, 2012-2013 öğretim yılı 11. sınıf öğrencilerine ve çalışmama destek veren tüm meslektaşlarıma teşekkür ederim.

## İÇİNDEKİLER

YEMİN METNİ	i
DEĞERLENDİRME KURULU	ii
YÖK DÖKÜMANTASYON FORMU	iii
TEŞEKKÜRLER	iv
İÇİNDEKİLER	v
TABLO LİSTESİ	viii
ŞEKİL LİSTESİ	x
GRAFİK LİSTESİ	xii
ÖZET	xiii
ABSTRACT	xv
BÖLÜM 1	1
GİRİŞ	1
Problem Durumu	15
Amaç ve Önem	16
Problem Cümlesi	18
Alt Problemler	18
Sayıtlılar	18
Sınırlılıklar	19
Tanımlar ve Kısaltmalar	19
BÖLÜM 2	20
İLGİLİ YAYIN VE ARAŞTIRMALAR	20
2.1 Öğretim Programlarında İspat	20
2.2 İspatın Kavranması	25
2.3 İspat Kavrama Testi	34
BÖLÜM 3	38
YÖNTEM	38
Araştırmanın Modeli	38
Evren ve Örneklem	39
Veri Toplama Araçları	40
Uygulanan İspat Kavrama Testleri	43
Veri Çözümleme Teknikleri	46

Araştırmanın Geçerliliği ve Güvenirliği	49
<b>BÖLÜM 4</b>	<b>51</b>
<b>BULGULAR VE YORUMLAR</b>	<b>51</b>
4.1. Birinci Alt Probleme Yönelik Bulgular ve Yorumlar	51
4.1.1 İKT-1 için Analiz Sonuçları	52
4.1.2 İKT-2 için Analiz Sonuçları	56
4.1.3 İKT-3 için Analiz Sonuçları	61
4.1.4 İKT-4 için Analiz Sonuçları	65
4.1.5 İKT-5 için Analiz Sonuçları	69
4.1.6 Kavrama Seviyelerinin Karşılaştırılması	74
4.1.6.1 Temel Seviye İçin Analiz Sonuçları	74
4.1.6.2 Parçaları Tanıma Seviyesi İçin Analiz Sonuçları	75
4.1.6.3 Parçaları Birleştirme Seviyesi İçin Analiz Sonuçları	76
4.1.6.4 Kapsülleme Seviyesi İçin Analiz Sonuçları	77
4.1.7 Genel Değerlendirme	78
4.2 İkinci Alt Probleme Yönelik Bulgular ve Yorumlar	79
4.2.1 Öğrencilerin, Bir İspatın Neden Yapıldığına Yönelik Düşüncelerindeki Değişim	80
4.2.2 Öğrencilerin; İspatları Yapmada ve Anlamada Kendilerini Ne Düzeyde Yeterli Bulduklarına Yönelik Değişim	84
4.2.3 Öğrencilerin İspatlar İle Karşılaştığında ya da İspat Yapmaları İstendiğinde Hissettikleri Duygulara Yönelik Değişim	89
4.3 Üçüncü Alt Probleme Yönelik Bulgular ve Yorumlar	93
4.3.1 1. Soruya Yönelik Bulgular ve Yorumlar	93
4.3.2 2. Soruya Yönelik Bulgular ve Yorumlar	94
4.3.3 3. Soruya Yönelik Bulgular ve Yorumlar	95
4.3.4 4. Soruya Yönelik Bulgular ve Yorumlar	95
4.3.5 5. Soruya Yönelik Bulgular ve Yorumlar	96
4.3.6 6. Soruya Yönelik Bulgular ve Yorumlar	97
4.3.7 7. Soruya Yönelik Bulgular ve Yorumlar	97
4.3.8 8. Soruya Yönelik Bulgular ve Yorumlar	98
4.3.9 9. Soruya Yönelik Bulgular ve Yorumlar	99



4.3.10 10. Soruya Yönelik Bulgular ve Yorumlar	101
4.3.11 11. Soruya Yönelik Bulgular ve Yorumlar	102
4.3.12 12. Soruya Yönelik Bulgular ve Yorumlar	102
4.4. Dördüncü Alt Probleme Yönelik Bulgular ve Yorumlar	103
4.4.1. Günlüklerin Genel Değerlendirmesi	103
4.4.2. Günlüklerin Kategoriler Altında Özeti	107
BÖLÜM 5	109
SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER	109
5. 1. Birinci Alt Probleme Yönelik Sonuç, Tartışma ve Öneriler	109
5. 2. İkinci Alt Probleme Yönelik Sonuç, Tartışma ve Öneriler	111
5. 3. Üçüncü Alt Probleme Yönelik Sonuç, Tartışma ve Öneriler	114
5. 4. Dördüncü Alt Probleme Yönelik Sonuç, Tartışma ve Öneriler	116
Öneriler	118
KAYNAKÇA	120
EKLER	129

### Tablo Listesi

Tablo-1 Geometrik İspatların Kavranarak Okunması Testinin Yapısı (Yang&Lin,2008)	31
Tablo-2 Öğrencilerin İKT-1'deki Sorulara Göre Aldığı Puanlar ve Esaslara Göre Toplam Yüzdeler Değerleri	53
Tablo-3 İKT-1 İçin Bireysel Değerlendirme Sonuçları	55
Tablo-4 Öğrencilerin İKT-2'deki Sorulara Göre Aldığı Puanlar ve Esaslara Göre Toplam Yüzdeler Değerleri	57
Tablo-5 İKT-2 İçin Bireysel Değerlendirme Sonuçları	60
Tablo-6 Öğrencilerin İKT-3'deki Sorulara Göre Aldığı Puanlar ve Esaslara Göre Toplam Yüzdeler Değerleri	62
Tablo-7 İKT-3 İçin Bireysel Değerlendirme Sonuçları	64
Tablo-8 Öğrencilerin İKT-4'deki Sorulara Göre Aldığı Puanlar ve Esaslara Göre Toplam Yüzdeler Değerleri	66
Tablo-9 İKT-4 İçin Bireysel Değerlendirme Sonuçları	68
Tablo-10 Öğrencilerin İKT-5'deki Sorulara Göre Aldığı Puanlar ve Esaslara Göre Toplam Yüzdeler Değerleri	70
Tablo-11 İKT-5 İçin Bireysel Değerlendirme Sonuçları	72
Tablo-12 Niçin İspat Yaparız Sorusuna Verilen Cevapların Dağılımı	80
Tablo-13 Niçin İspat Yapıyoruz Sorusuna İlk Uygulamada Verilen Öğrenci Yanıtı Örnekleri	82
Tablo-14 Niçin İspat Yapıyoruz Sorusuna Son Uygulamada Verilen Öğrenci Yanıtı Örnekleri	83
Tablo-15 İspatları Yapmada/ Anlamada Kendinizi Ne Düzeyde Yeterli Görüyorsunuz Sorusuna Verilen Cevapların Dağılımı	84
Tablo-16 İspatları Yapmada/Anlamada Kendinizi Ne Düzeyde Yeterli Buluyorsunuz Sorusuna İKT Uygulaması Öncesi Verilen Öğrenci Yanıtları Örnekleri	86
Tablo-17 İspatları Yapmada/Anlamada Kendinizi Ne Düzeyde Yeterli Buluyorsunuz Sorusuna İKT Uygulaması sonrası Verilen Öğrenci Yanıtları Örnekleri	87

Tablo-18 İspatlarla Karşılaştığımızda Ne Hissediyorsunuz Sorusuna Verilen Cevapların Dağılımı	90
Tablo-19 Endişeleniyorum Kategorisindeki Öğrenci Yanıtı Örnekleri	91
Tablo-20 Korkuyorum Kategorisindeki Öğrenci Yanıtı Örnekleri	92
Tablo-21 Anlamaya Çalışıyorum Kategorisindeki Öğrenci Yanıtı Örnekleri	92
Tablo-22 1. Görüşme Sorusuna Ait Bulgular	93
Tablo-23 2. Görüşme Sorusuna Ait Bulgular	94
Tablo-24 3. Görüşme Sorusuna Ait Bulgular	95
Tablo-25 4. Görüşme Sorusuna Ait Bulgular	96
Tablo-26 5. Görüşme Sorusuna Ait Bulgular	96
Tablo-27 6. Görüşme Sorusuna Ait Bulgular	97
Tablo-28 7. Görüşme Sorusuna Ait Bulgular	97
Tablo-29 8. Görüşme Sorusuna Ait Bulgular	98
Tablo-30 9. Görüşme Sorusuna Ait Bulgular	99
Tablo-31 10. Görüşme Sorusuna Ait Bulgular	101
Tablo-32 11. Görüşme Sorusuna Ait Bulgular	102
Tablo-33 12. Görüşme Sorusuna Ait Bulgular	102

## Şekil Listesi

Şekil-1 Ortaöğretim Matematik Öğretim Programında Yer Alan İspat Yöntemleri (MEB,2010)	24
Şekil-2 İspatların Kavranarak Okunması Modeli (Yang&Lin,2008)	30
Şekil-3 İspatı Kavrayarak Okumanın Kuramsal Modeli (Yang&Lin,2008)	31
Şekil-4 İKT-2’de Kullanılan, Geometri Öğretim Programında Yer Alan İfade (MEB,2011)	44
Şekil-5 İKT-5’de Kullanılan, Geometri Öğretim Programında Yer Alan İfade (MEB, 2011)	45
Şekil-6 İKT-1’de Kullanılan Teorem	52
Şekil-7 İKT-1’deki 6. Soruya Ö17’nin Verdiği Yanıt	54
Şekil-8 İKT-1’deki 10. Soruya Ö6’nın Verdiği Yanıt	55
Şekil-9 İKT-2’de Kullanılan Teorem	56
Şekil-10 İKT-2’deki 5. Soruya Ö5’in Verdiği Yanıt	58
Şekil-11 İKT-2’deki 4. Soruya Ö4’ün Verdiği Yanıt	58
Şekil-12 İKT-2’deki 10. Soruya Ö10’un Verdiği Yanıt	59
Şekil-13 İKT-3’de Kullanılan Teorem	61
Şekil-14 İKT-3’deki 2. Soruya Ö14’ün Verdiği Yanıt	63
Şekil-15 İKT-3’deki 9. Soruya Ö8’in Verdiği Yanıt	64
Şekil-16 İKT-4’de Kullanılan Teorem	66
Şekil-17 İKT-4’deki 1. Soruya Ö192un Verdiği Yanıt	67
Şekil-18 İKT-4’de 7. Soruya Ö7’nin Verdiği Yanıt	67
Şekil-19 İKT-5’de Kullanılan Teorem	70
Şekil-20 İKT-5’deki 1. Soruya Ö11’in Verdiği Yanıt	71

Şekil-21 İKT-5'deki 9. Soruya Ö14'ün Verdiği Yanıt	72
Şekil-22 9. Sınıf Ders Kitabında Yer Alan İspat Tanımı	81

**Grafik Listesi**

Grafik-1 Temel Seviye Kavramalarının Karşılaştırılması	74
Grafik-2 Parçaları Tanıma Seviyesi Kavramalarının Karşılaştırması	75
Grafik-3 Parçaları Birleştirme Seviyesi Kavramalarının Karşılaştırılması	77
Grafik-4 Kapsülleme Seviyesi Kavramalarının Karşılaştırılması	78
Grafik-5 İKT'lerin Genel Değerlendirmesi	79
Grafik-6 İspat Yapmada Kendinizi Ne Düzeyde Yeterli Buluyorsunuz Sorusuna Verilen Cevapların Karşılaştırması	87
Grafik-7 İspatı Anlamada Kendinizi Ne Düzeyde Yeterli Buluyorsunuz Sorusuna Verilen Cevapların Karşılaştırması	88

## ÖZET

### **Ortaöğretim Düzeyinde, Kavrama Testlerine Dayalı Bir İspat Öğretim Uygulamasının Değerlendirilmesi**

**Bahattin İNAM**

Bu çalışmanın amacı ortaöğretim öğrencilerine yönelik yapılan, ispat kavrama testlerine dayalı bir öğretim uygulamasının değerlendirmesidir. Araştırma nitel araştırmanın eylem araştırmacı desenine göre tasarlanmıştır. Katılımcılar, Zonguldak ilinde yer alan bir lisenin 11. sınıfında öğrenim gören yirmi öğrencidir. Toplanan veriler beş gruptan oluşmaktadır. Birinci grup, uygulama öncesinde bireysel olarak yapılan, üç sorudan oluşan serbest yazma etkinliğidir.

İkinci grup, çalışmanın temel dayanağı olan ispat kavrama testleridir (İKT). İKT; ilk kez Houston (1993) tarafından ortaya konmuş, Conradie ve Firth (2000) tarafından geliştirilmiş ve Yang ve Lin (2008) tarafından uyarlanmıştır. Bu çalışma kapsamında, ortaöğretim 11. sınıf geometri öğretim programı (MEB, 2010) 2. ünitesi olan dörtgenler ünitesinde yer alan 2. ve 3. kazanımına yönelik beş adet İKT geliştirilmiştir. Her hafta bir tane İKT uygulanmış ve toplam beş haftalık bir öğretim süreci gerçekleştirilmiştir. Elde edilen veriler Yang ve Lin (2008) tarafından belirlenen dört, ispat kavrama seviyesi ve beş esasa uygun olarak analiz edilmiştir. Seviyeler; temel seviye, parçaları tanıma, parçaları zincirleme ve kapsülleme şeklindedir. Öğrencilerin İKT’de yer alan sorulara verdikleri cevaplar düşük (0), orta (1) ve yüksek (2) olacak şekilde puanlanmıştır. Son olarak puanların yüzdesi alınarak her bir ispat kavrama seviyesinde gerçekleşen kavrama yüzdesi ortaya konmuştur. Yapılan analiz sonucunda öğrencilerin temel seviyede iyi kavrama gerçekleştirdikleri ancak sonraki kavrama seviyelerinde gösterdikleri kavrama düzeyinin düştüğü görülmüştür.

Üçüncü grup olarak uygulamanın başlangıcında kullanılan serbest yazma etkinliği tekrarlanarak, öğrencilerin süreç sonunda ispatlara yönelik fikirlerindeki değişiklikler ortaya çıkarılmaya çalışmıştır. Yapılan analiz sonunda, öğretim uygulaması sonunda öğrencilerin ispat ve ispatlamaya yönelik görüş ve duygularında olumlu yönde değişim olduğu görülmüştür.

Dördüncü grup, her bir İKT uygulamasından sonra bir tane ve süreç bitiminde tüm sürece yönelik bir tane olmak üzere toplam altı adet öğretmen günlüklerini içermektedir. Eylem araştırması yöntemine uygun olarak geliştirilen günlükler içerik analizi yöntemi ile analiz edilmiştir. Veriler; süreçte ortaya çıkan sıkıntılar, sıkıntılara uygulanan öğretmen müdahaleleri ve müdahalelerin sürece yansımaları şeklinde kategorilere ayrılmıştır.

Son veri grubu süreç sonunda öğrencilerle yapılan yarı-yapılandırılmış görüşmelerdir. Yapılan görüşmeler kayıt altına alınmış ve transkript edilmiştir. Yöneltilen sorular, İKT yapısına yönelik olanlar ve öğretim sürecine yönelik olanlar şeklinde iki gruptan oluşmaktadır. Yapılan analiz sonunda öğrencilerin İKT yapısını kavradıkları ve büyük bir çoğunluğunun İKT'lerine dayalı öğretim uygulamasından memnun oldukları görülmüştür. Bununla birlikte İKT'lerinde kullanılan ispatlarda son seviye olan kapsülleme seviyesinde yeterli kavrama düzeyine ulaşamamış, temel seviye ve parçaları tanıma seviyesinin kavranma düzeylerinde ise anlamlı bir artış elde edilmiştir.

**Anahtar sözcükler:** İspat, ispat öğretimi, ispatın kavranması, ispat kavrama testi, eylem araştırması, matematik eğitimi



## ABSTRACT

### **Evaluation of Comprehension Test Application Based on the Proof Teaching in Secondary Education**

**Bahattin İNAM**

The aim of the study is evaluating a teaching practice based on proof comprehension tests for high school learners. The study has been patterned on action research pattern of qualitative research. The participants are twenty students of eleventh grade at a high school in Zonguldak province. Collected data consist of five groups. The first group is the individual free writing activity including three questions before the practice.

The second group is Proof Comprehension tests (PCT), basic resource of the study. PCT; first stated by Houston (1993) and improved by Conradie & Firth (2000) and finalized by Yang & Lin (2008). In the scope of the study, five pieces of PCT for which the second and third acquisition in rectangular unit of the curriculum (MNE, 2010) for eleventh grade high school students were improved. Five weeks of teaching process was carried out by putting in practice a PCT once a week. Gained data was analysed accordingly with the four proof comprehension level and five principles determined by Yang & Lin (2008). These levels were indicated as "*Surface, Recognizing elements, Chaining elements, and Encapsulation*". The students' answers of the questions in PCT were graded as poor (0) moderate (1) good (2). Finally, the comprehension percentage of each proof comprehension level was presented by getting the percent of points. As a result of the analyses it is seen that the students have performed well comprehension in *surface*, on the other hand their comprehension degree in other levels gets lower increasingly.

As the third group, students' change of mind, at the end of the process, regarding proof and was tried to be revealed by repeating the free writing activity at the beginning. As a result of the analysis, at the end of the practiced teaching process, it was seen that Students' perception about proof and proving had changed positively.

Fourth group includes six teachers' diaries; one of them is done shortly after each PCT and the other is for the whole process at the end of the period. The Diaries, improved in conformity with the action research method were analysed by content analysis method. The data were categorized such as; difficulties during the process, teachers' struggles to cope with difficulties and the reflection of these struggles to the process.

The last data group is semi-structured interviews with the students at the end of the process. The interviews were recorded and transcribed. The oriented questions consist of two groups as intended for PCT structure and the other is intended for teaching process. As a result of the analysis it has been seen that the students comprehended the structure of PCT and great majority of them were also satisfied by the teaching practice based on PCT.

**Key words** : Proof, Proof teaching, Proof Comprehension, Proof Comprehension Test, Action Research, Mathematics education.

## BÖLÜM 1

### GİRİŞ

Eğitimin görevlerinden birinin içinde bulunulan çağın niteliklerine uygun insan yetiştirmek olduğunu düşündüğümüzde çağa yönelik değişimlerden, diğer sistemler gibi, eğitim sisteminin de etkilenmesi doğaldır. Çağın gereksinimlerine ve imkânlarına uygun olarak, öğretim ortamları, öğretmen yetiştirme modelleri ve kullanılan materyaller gibi birçok unsur değişim göstermiştir. Benzer şekilde genelde öğretim programları, özelde de matematik eğitimi programları değişmektedir. Uluslararası alanda Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi (The National Council of Teachers of Mathematics (NCTM)), ülkemizde Milli Eğitim Bakanlığı (MEB) gibi kurumlar yayınladıkları raporlar ve öğretim programlarında bu değişime yön vermektedir. Peki, bu değişimin temel taşları nelerdir? NCTM'in (2000), okul öncesinden liseye kadar tüm sınıf seviyelerinde öğrencilerin önemli matematik kavramlarını ve süreçlerini anlayarak öğrenmeleri için ortaya koyduğu *süreç standartlarında* beş temel birleşen vardır: problem çözme, akıl yürütme ve ispat, iletişim, ilişkilendirme ve son olarak sunuş (NCTM, 2000: 29). Benzer şekilde ülkemizde MEB (2013) matematik öğretim programlarında öğrencilere kazandırılması gereken matematiksel süreç becerileri; “matematiksel dili ve terminolojiyi doğru ve etkin kullanma (matematiksel iletişim), matematiksel akıl yürütme ve ispat yapma, matematiği kendi içindeki konular/ kavramlar arasında ve başka alanlarla ilişkilendirme (MEB, 2013: 4)” şeklinde sıralamıştır. Görüldüğü üzere matematik eğitimindeki -hem uluslararası hem de ulusal düzeyde- yeni anlayışın temel bileşenlerinden biri akıl yürütme ve ispattır.

Matematiksel ispat; bir sonucu doğrulamak, başkalarını bilgilendirmek ve bu bilgiye ikna etmek, bir sonuç bulmak ve sonuçları tümdengelimsel bir sistem içine yerleştirmek için kullanılmaktadır (Almeida, 2003: 479). Benzer biçimde ispat,

matematiksel yapıları ve değişkenleri belirlemek, keşfetmek, varsayımda bulunmak, mantıksal gerekçeleri organize etmek gibi bazı zihinsel süreçleri barındıran bir yapıdır (Ball, Hoyle, Jahnke ve Movshovitz-Hadar, 2002).

İspat ve ispatlama hem matematiksel düşünmenin (ve tabii ileri matematiksel düşünmenin) geliştirilmesinde hem de matematik yapmada, matematiksel bilginin yapısını, doğasını, tarihsel gelişimini kavramada, matematiksel nesnelerin türlerini, geliştirilme yollarını, bireyler ve toplumlarca ne şekilde paylaşıldığını algılamada merkezi bir öneme sahiptir (Uğurel ve Moralı, 2010:137).

Bunun yanı sıra ispat, sadece bir kavramı ve mantıksal süreci anlamayı içermemekte aynı zamanda kavramın tanımının ve mantıksal sürecinin nasıl ve neden işlediğini de kavramayı içermektedir (Tall, 1992: 510). Bütün bu özelliklerini düşündüğümüzde ispatlama, matematiksel bilgi için gerekçe sağlamanın yanı sıra matematik yapmak ve matematiği anlamak için de önemli bir etkinliktir. Dolayısıyla matematiksel bilginin oluşturulması, geliştirilmesi ve iletişimi için gereklidir (Stylianides, 2007). Sonuç olarak ispat hem matematik hem de matematik eğitimi için oldukça önemlidir. Bu sebeple, karşılıklı etkileşim içerisinde, ispata verilen önem arttıkça bu alandaki araştırmalar artmış, araştırmalar arttıkça ispat ve ispatlama daha fazla önem kazanmaya başlamıştır. Bu alanda yapılan araştırmaların odağı nasıl daha iyi bir ispat öğretiminin yapılabileceğini belirlemeye dönüktür. Bu noktada bu alanda yapılan çalışmaları özetlemek faydalı olacaktır. Araştırmaların perspektifini anlaşılır kılmak için biz çeşitli özellikleri göz önünde bulundurarak, kesin bir sınıflandırma olmamakla birlikte literatürdeki çalışmaları 6 grupta toplayarak sunmaya çalıştık. Bu gruplama; farklı araştırmacılar tarafından değiştirilebilir, kesiştirilebilir ya da gruplamaya yenileri eklenebilir.

İlk grup ispat öğretiminin sıkıntıları ve zorlukları üzerine yapılan araştırmalardır. Nitelikli bir ispat öğretiminin ortaya konulabilmesi için öncelikle sıkıntıların ortaya konması gerektiği düşünölmüş ve öğrencilerin ispat kavramına ve ispatlamaya ilişkin var olan sıkıntılarını inceleyen çalışmaların bu grup altında toplanması uygun görölmüştür. Bu çalışmaların büyük çoğunluğu, öğrencilerdeki matematiksel ispat kavramlarının yetersizliğine, ispatlama sürecinde çok çeşitli güçlükler yaşadıklarına, ispatlama ile ilgili hatalarına ve kavram yanılgılarına dikkat

çekmektedirler (Sarı, 2011: 13). Moore (1994) üniversite öğrencilerinin ispat öğrenmede karşılaştıkları sıkıntıları “ispatta geçen tanımları bilmiyorlar”, “çok az sezgisel anlamaya sahipler”, “sahip oldukları kavramlar ispatlama için yetersiz”, “kendi örneklerini üretmede yetersizler”, “matematiksel dil ve gösterimde sıkıntıları var” ve “ispata nereden başlayacaklarını bilmiyorlar” şeklinde özetlemiştir. İpek (2010) ilköğretim matematik öğretmen adayları üzerine yaptığı tez çalışmasında adayların ispat sürecinde karşılaştıkları zorlukların ispat yöntemleri ve kavram bilgisinin eksikliğinden kaynaklandığını saptamıştır. Özer ve Arıkan’ın (2002) 110 lise 2. sınıf öğrencisi ile yaptıkları çalışmada öğrencilerin hemen hemen tamamının amaçlanan düzeyde tümdengelim ve tümevarım yoluyla ispat yapamadıklarını ortaya koymuşlardır. Aynı çalışmalarında ortaya çıkan bu tablonun sebebini, öğrencilere ezbere dayalı verilen eğitim sonucu öğrencilerin muhakeme etme ve ispat yapma fırsatlarının kısıtlandığını öne sürmüşler ve öğrencilere bu fırsatları sağlayan düzenlemelerin yapılması gerektiğini belirtmişlerdir. Di Martino ve Maracci (2009), öğrencilerin matematiksel ispatlardaki karşılaştıkları güçlükleri “ön bilgi eksikliği”, “ileri matematiksel düşünmeye geçişteki zorluklar”, “matematiğe yönelik negatif tutum” ve “üst bilişsel ve dilsel becerilerdeki eksiklikler” şeklinde belirttikleri dört faktöre bağlı olduğunu söylemişlerdir. Bahtiyari (2010) 8. sınıfta öğrenim gören 40 öğrenci ile yaptığı tez çalışmasında öğrencilerin çoğunun ispat ve muhakeme kavramının anlamından ve gerekliliğinden emin olmadıklarını belirtmiştir. Karahan (2013: 24) literatürden yararlanarak matematiksel ispatlarla ilgili araştırmalar sonucunda ortaya çıkan sıkıntıları aşağıdaki gibi listelemiştir:

- Öğrencilerin çoğunun ispatın ne olduğuna dair sınırlı bir farkındalığa sahip olması (Hoyles, 1997)
- İspat sürecinde ne yapılacağını bilmemeleri nedeniyle çıkmazlara ulaşmaları (Weber, 2001)
- İspatın amacının anlaşılması ve matematikteki yerinin takdir edilmemesi (Hoyles ve Jones, 1998)
- İspat modellerinin (şekil olarak) kavranamaması (Mejia-Ramos, Weber, Fuller, Samkoff, Search ve Rhoads, 2010)
- İspata dair içerik ve strateji bilgilerinin eksik olma durumları (Knapp, 2005)
- Tanımların öneminden habersiz olma durumları (Alcock, 2008)
- Notasyonların tanıdık gelmemesi, anlaşılması ya da ispatı oluşturmaya nasıl başlanacağını bilmeme durumları (Segal, 1999)

- İspatla ilgili (ispata odaklanmadan ispatın anlamını kavrama ya da kendi ispatlarını oluşturmayı öğrenme süreçlerinde) deneyimlerinin az olması (Hemmi, 2008)
- Bir teoremi ya da bir kavramı anlamada eksiklik ya da onları düzenli olarak yanlış kullanılması (Weber, 2001)
- Öğrencilerin mantıksal akıl yürütmeden ve ispat sürecinde kullanılan kesinlik boyutundan habersiz olması (Knapp, 2005)
- Öğrencilerin ispata dair yöntemsel, kavramsal ve iletişimsel konularda problemlerinin olması (Remillard, 2010).

Sarı (2011: 19) ise çalışmasında yine literatüre dayalı olarak aşağıdaki sıkıntıları listelemiştir:

- Kanıt ile ilgili algılar ve kanıt kavramını, kanıtın ne olduğunu, rolünü, amacını ve gerekliliğini anlamadaki yetersizlikler (Martin ve Harel, 1989; Alibert ve Thomas, 1991; Knuth ve Elliot, 1997; Almeida, 2000; Knapp, 2005; Weber, 2006; Harel ve Sowder, 2007)
- Kanıtı nereden başlanacağını bilmemesi (Moore, 1994; Atwood, 2001; Baker ve Campbell, 2004; Selden ve Selden, 2007a)
- Matematiksel tanımlarla ilgili bilgi eksikleri; tanımların matematikteki rolünün, öneminin ve kanıtlamada nasıl kullanılacağını bilmemesi (Atwood, 2001; Edwards ve Ward, 2004; Knapp, 2006)
- Bir teorem veya kavramla ilgili yeterli bilgiye sahip olunmaması (Moore, 1994; Hart, 1994; Dreyfus, 1999; Weber, 2006; Ko ve Knuth, 2009)
- Teorem ve kavram bilgisi olsa bile bunların doğru kullanılmaması (Weber, 2001; Selden ve Selden, 2007a; Pedemonte, 2007)
- Mantık konusundaki eksikler, niceleyicilerin kullanımındaki yetersizlikler (Atwood, 2001; Epp, 2003; Baker ve Campbell, 2004; Selden ve Selden, 2007a; Harel ve Sowder, 2007)
- Mantıksal olarak gerekli olgunluğa ve yeterliğe ulaşamaması, akıl yürütme zincirinin takip edilememesi (Selden ve Selden, 1995; Weber, 2001; Knapp, 2005; Harel ve Sowder, 2007)
- Matematiksel kanıt yöntemlerinin yeterince bilinmemesi ve doğru uygulanmaması (Goetting, 1995; Thompson, 1996; Wu Yu et al., 2003; Stylianides et al, 2004; 2007; Antonini ve Mariotti, 2007; 2008)
- Matematiksel dilin doğru kullanılmaması, günlük dil ile matematiksel dilin farklılık göstermesi ve bunun matematiksel dilin anlaşılmasını güçleştirilmesi (Epp, 2003; Ferrari, 2004; Baker ve Campbell, 2004; Selden ve Selden, 2007a)
- Kanıt yazamama ve düşündüklerini ifade edememe (Dreyfus, 1999; Dubinsky, 2000; Ko ve Knuth, 2009; Weber ve Alcock, 2009)

Tüm bu çalışmalar ispat öğretiminde ciddi sorunlar olduğunu ortaya koymaktadır. Bu sıkıntıların giderilmesi için yapılan çalışmalar da artarak devam etmektedir.

İkinci grup; ispat biçimleri ve ispat şemaları üzerine yapılan araştırmalardır. Nitelikli bir ispat öğretiminin ortaya konulabilmesi için ispat yapma süreçlerinde neler olduğunu, öğrencilerin neler düşündüklerini ve nasıl davrandıklarını bilmenin faydalı olacağı düşünülerek öğrenci davranışlarına yönelik kimi sınıflamalar oluşturma yoluna gidilmiştir. İspat biçimleri ve şemaları farklı araştırmacılarca farklı biçimlerde ortaya konmuştur.

Miyazaki (2000), ispat biçimlerini; ispat A, ispat B, ispat C ve ispat D olmak üzere dört tip olarak sınıflamıştır. İspat A; tündengelimsel akıl yürütme içeren ve ispat yapma sürecinde fonksiyonel bir dilin kullanıldığı ispatlardır. İspat B de tündengelimsel akıl yürütme içeren ancak ispat yapma sürecinde formel matematiksel dil dışındaki diğer dil, çizimler veya hareket edebilen objeler kullanılan ispatlardır. İspat C; tümevarımsal akıl yürütme içeren ve ispat yapma sürecinde fonksiyonel bir dilin kullanıldığı ispatlardır. İspat D; tümevarımsal akıl yürütme kullanılan ancak formel matematiksel dil dışındaki diğer dil, çizimler veya hareketli objelerin kullanıldığı ispatlardır. Köğçe, Aydın ve Yıldız (2010), lise öğrencilerinin ispat yapma seviyelerini inceledikleri çalışmasında Miyazaki'nin (2000) belirlediği ispat seviyelerini kullanmışlar ve öğrencilerin bu alandaki yeterliliklerinin istenilen seviyenin altında olduğunu belirlemişleridir.

Balacheff (1988) matematiksel ispatı, pragmatik ispat, entellektüel ispat ve demonstrasyon olmak üzere üç seviyeye ayırmıştır. En alt seviye 'pragmatik ispatlar', örnek vererek yapılan gösterimler, orta düzey 'entellektüel ispat', formüle etmeye dayalı olarak yapılan ispatlar ve en ileri seviye 'demonstrasyon', bir teoriyle organize edilmek zorunda olan veya bir topluluk tarafından kabul edilen bilgileri kullanan ispatlardır. Özer ve Arıkan (2002), Miyazaki (2000) ve Balacheff'in (1988) ortaya koyduğu sınıflamalarından faydalandıkları çalışmalarında, öğrencilerin ispat yapmada istenilen düzeyde olmadıkları, materyal kullanarak ispat yapamadıkları ve Balacheff'in belirlediği ispat seviyelerine göre pragmatik ispat düzeyinde oldukları sonucuna ulaşmışlardır.

Almeida (2000), öğrencilerin ispatla ilgili algılarını dört tipte sınıflandırmıştır. Tip A: öğrenci formal ispatın gerekliliğini kabul eder ve informel ispatı reddeder. Tip B: öğrenci formal ispatın gerekliliğini kabul eder ancak belirli bir

yeterliliğe gelene kadar informel ispatları kullanır. Tip C: öğrenci sezgisel ve deneysel argümanları ispat olarak kabul eder. Tip D: öğrenci formal ispatın olması gerektiğini kabul eder ama genellikle bunu sembolik bir düzenleme olarak görür.

Bu grupta incelenen diğer bir başlık ispat şemalarıdır. Harel ve Sowder (1998) ispat şemalarını; kişinin, insanları, bir matematiksel durumun doğruluğuna veya yanlışlığına ikna etmede kullandığı argümanlar olarak tanımlamışlar ve dışsal ikna ispat şeması, deneysel ispat şeması ve tümdengelimsel ispat şeması şeklinde üç sınıfa ayırmışlardır. Her bir ispat şemasını kendi içinde alt sınıflara ayırmışlardır. Dışsal ikna ispat şemalarını, dışsal bir şeyler kullanılarak yapılan ispatlardır şeklinde tanımlamışlar ve otoriter ispat şeması (öğretmen, kitap ya da başka bir otoriteye dayanan), ritüel ispat şeması (ispatın içeriğine değil biçimine bağlı yapılan ispat) ve sembolik ispat şeması (sembollerin işlevi ve anlamı düşünülmeden, sembolik akıl yürütmeye yapılan ispatlar) olarak üç alt sınıfa ayırmışlardır. Deneysel ispat şemalarını, tümevarımsal ispat şeması (bir veya daha çok örneğin doğru olduğunu göstererek yapılan, özel durumlara ya da örneklere dayanan ispatlar), algısal ispat şeması (algısal çıkarımlara dayanan) olarak iki alt sınıfa ayırmışlardır. Tümdengelimsel ispat şemalarını ise dönüşümsel ispat şeması (tanımlar, teoremler ve şekiller arasında geçişler kullanılarak yapılan ispatlar) ve aksiyomatik ispat şeması (dönüşümsel ispat şemalarına ek olarak ispatsız kabul edilen durumlara dayandırılarak yapılan ispatlar) şeklinde iki alt sınıfa ayırmışlardır.

Flores (2006), ortaokul ve lise (5-12) seviyesinde 70 öğrenci ile yaptıkları çalışmalarında Harel ve Sowder'in (1998) ispat şemalarını kullanmış ve öğrencilerin çoğunlukla dışsal kanıt şemalarından otoriter ispat şemasını kullandıklarını ayrıca birçok öğrencinin deneysel şemaları da kullandığı buna karşın az sayıda öğrencinin analitik şemaları kullandığını belirlemiştir (Flores, 2006).

Ören (2007), 224 onuncu sınıf öğrenci ile yaptığı çalışmada, öğrencilerin geometri dersindeki ispat şemalarını bilişsel stillerine ve cinsiyetine göre incelemiştir. Çalışmasında dışsal dayanaklı ve deneysel ispat şemalarının analitik ispat şemalarına göre önemli ölçüde daha fazla kullandığını tespit etmiştir. Ayrıca kız öğrencileri deneysel ispat şemalarını erkek öğrencilere göre önemli ölçüde daha



fazla kullandığını fakat ispat şemalarını kullanımda bilişsel stil ile cinsiyet arasında anlamlı bir ilişki olmadığını belirtmiştir.

İskenderoğlu (2010) ilköğretim matematik öğretmen adaylarının kullandıkları ispat şemalarını ve ispat yapmaya yönelik görüşlerini irdelediği çalışmasında Harel ve Sowder'ın (1998) belirledikleri ispat şemalarını kullanmıştır. Farklı sınıf seviyelerinden ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının, çalışmada yöneltilen problemleri dışsal, deneysel ya da analitik şemaları kullanarak ispat yapmaya çalıştıklarını belirlemiştir. Bunun yanı sıra uygulanan yazılı sınavda en fazla kullanılan şemanın analitik, en az kullanılan şemanın deneysel ispat şeması olduğu sonucuna ulaşmıştır.

İspat biçimlerini ve şemalarını bilmenin hem öğretim programı geliştirmede hem de öğrencilerin davranışlarını anlamada önemli olduğu kanaatindeyiz. Ayrıca etkin bir öğrenme ortamı oluşturmak veya etkili bir öğrenme nesnesi oluşturmak için ispat şemalarının ve biçimlerinin bilinmesinin faydalı olacağı düşünülmektedir.

Üçüncü grup olarak ispatın öğretimine yönelik model, ders ya da modül tasarlamaya, geliştirmeye ve uygulamaya yönelik girişimleri içeren çalışmalar ele alınmıştır. Birçok ülkenin matematik öğretim programında kullanılan yaklaşım; ilk yıllarda aritmetik kavramlar, hesaplamalar ve algoritmalar üzerine yoğunlaşmışken ilerleyen yıllarda, özellikle geometride, öğrencilerin ispatları anlamasına doğru kaymaktadır ve bu yaklaşımın doğruluğunu birçok deneysel araştırma ortaya koymuştur (Ball et al., 2002). Bu desene bağlı kalmakla birlikte uygulama safhasında daha nitelikli bir öğretim modeli oluşturmaya yönelik arayışlar devam etmektedir. Oldukça geniş bir araştırma alanı olan bu gruptaki bazı çalışmalar aşağıda örneklendirilmiştir.

Bir ispatın daha iyi kavranması yönelik ileri sürülen modellerden biri Leron'a (1983) aittir. Çalışmasında matematiksel ispatların, genel olarak adım adım, doğrusal formda ve hipotezden hükme doğru tek yönlü olarak sunulduğunu belirtmiştir. Bu metodun ispatın geçerliliğini sağlamak için uygun olduğunu ancak matematiksel bilgilerin/ fikirlerin iletişimde yetersiz kaldığını vurgulamıştır. Eğer ispatların, her biri belirli bir bilgiyi/ fikri vurgulayan kısa ve birbirinden bağımsız modüller

şeklinde yapılandırılırsa daha iyi kavranacağını iddia etmiştir. Bu amaçla yapısalci model (structural model) adını verdiği ispat öğretim modelini önermiştir. Bu model şu şekilde özetlenebilir;

Bir ispatın ana hatları ile ifade ettiği genel ama kesin anlama “üst düzey” denilmektedir. İkinci seviyede bu anlamı oluşturan her bir bilgi parçası “tıpkı bilgisayar teknolojisindeki zoom tekniği gibi” tek tek ve detaylı bir şekilde ele alınmaktadır. Eğer ikinci seviyedeki bilgi modüllerinin içinde tekrar açıklanması gereken parçalar olursa bunlarda üçüncü seviyede yeniden ele alınır. Bu sistem, ispat tüm detayları ile “berraklaştırılana” kadar devam ettirilir. Bu model temel dayanak noktası; ispatın daha iyi kavranması için onu oluşturan tüm bilgilerin ve bu bilgiler arasındaki geçişlerin ayrı ayrı ve derinlemesine incelenmesidir. Eğer bu parçalar ve geçişler kavranırsa ispat da kavranmış olur.

Knuth (2002), ispat öğretimine yönelik çalışmasında ilköğretim seviyesinde matematiksel anlamayı geliştirmek için kullanılacak ispata örnek vermeyi amaçlamıştır. Bunun için bazı ispatları yapılmış, tamamlanmış halde öğrencilere sunmuş; bazı ispatları ise yapılmış, geliştirilme sürecini öğrenciler ile birlikte tartışarak ispatlama yapmıştır. Çalışmasında kullandığı altı adet ispattan bir tanesi; “ilk  $n$  pozitif tamsayının toplamının  $n(n+1)/2$  olduğunu ispatlayın” dır. İlk önce tümevarım yöntemi ile ispatı yapmış bunu “ispatlayan ispatlar” olarak isimlendirmiştir. Daha sonra aynı ispatı ‘üçgensel sayıları’ kullanarak ve öğrenciler ile birlikte yapmıştır. Bunu da “hem kanıtlayan hem de açıklayan ispatlar” olarak isimlendirmiştir. Çalışmasının sonunda öğretmenlerin, öğrencilerin farklı ispat türleri ile karşılaşacakları öğrenme fırsatları sunmasını, bunun sadece ispatı anlamasını değil aynı zamanda matematiğin arka planını da anlamasını sağlayacağını belirtmiştir. Öğrencilere ispatların, bitirilmiş hazır ürün gibi sunulması yerine oluşturulma süreci ile birlikte sunulması gerektiğini önermiştir.

Hanna ve Barbeau (2010), Yehuda Rav’ın “Neden teoremleri ispatlarız?” çalışmasından yola çıkarak, ispatların belirli bir matematiksel materyali açıklama gücünü kabul ettikten sonra bunu bir adım öteye götürmüşler ve matematik eğitiminde “bilgi taşıyıcıları” olarak kullanımı üzerine bir çalışma yapmışlardır. Yazarlar Rav’ın ispat için belirttiği; önermeleri doğrulama, sonucun doğru olmasının

altındaki nedenleri açıklama, problem çözme, beklemeyen sonuçlar ve matematiğin yeni alanları için yöntemler geliştirme, rollerine ilave olarak pedagojik olarak da kullanılabileceğini ortaya koymuşlardır. Bu doğrultuda ispatların, öğrencilerin ilerde karşılaşacakları kavramlara zemin hazırlayabileceğini ve öğrencilere sadece sonuçlara değil genellemelere de ulaşma imkânı verebileceğini belirtmişlerdir.

Derek (2011), 33 üniversite öğrenci ile 2010 yılının güz dönemi boyunca yürüttüğü tez çalışmasında ispat öğretimi ve öğrenimi süreci üzerine kapsamlı bir bakış açısı geliştirmeyi amaçlamıştır. Örnek olay çalışmasında öğrencilere öğrenim süreci boyunca, ilk test, son test ve dönem sonu testi olmak üzere, üç test uygulanmıştır. Çalışmada cevabı aranan beş soru ve elde edilen cevaplar şu şekildedir:

- 1) Öğrenciler hangi ispat yöntemini pratik bulmaktadır? *Doğrudan ispat.*
- 2) Öğrenciler hangi ispat biçiminin kullanımını karmaşık bulmaktadır? *İçeriksiz ispat<sup>1</sup>*
- 3) Öğrencilerin yaygın olarak yaptıkları hatalar nelerdir? *Yanlış sonuç ve gerekli şartları sağlamadan doğrudan sonuca varma.*
- 4) Öğretim süreci boyunca hangi hatalar artma ya da azalma eğilimi göstermiştir? *Örnek üzerinden gösterme azalma eğilimi, yanlış sonuca ulaşma ise artma eğilimi göstermiştir.*
- 5) Geçerli bir matematiksel kanıt oluşturmaya çalışırken öğrencilerin karşılaştıkları zorluklar nelerdir? *Matematiksel tanımlamaları kullanamamak, kendine güvensizlik ve ön öğrenmelerini dâhil edememe.*

Bu grupta bahsedilebilecek diğer bir çalışma ise, Lin ve Yang (2007), Yang ve Lin (2008) ve Yang'ın (2012) bir ispatın kavranması için gerekli olan öğrenmeleri, bu öğrenmelerin oluşturduğu kavrama seviyeleri ve bu seviyeleri belirlenmemek için kullanılmasını önerdiği soru kalıplarını da içeren modeldir. "Geometrik ispatların kavranarak okunması" ismini verdikleri model bu çalışmanın da temel aldığı modeldir. Model hakkında detaylı bilgi ilgili yayınlar bölümünde sunulacaktır.

---

<sup>1</sup> İçeriksiz (vacuous) ispat: ilgili yayının yazarı tarafından  $p \Rightarrow q$  önermesinin doğruluk değer tablosuna dayalı yapılan ispatlara verilen isimdir (bkz. Derek, 2011: s.19)

Dördüncü grup olarak matematikte ve matematik eğitiminde ispatın rolleri, fonksiyonları ya da görevleri üzerine yapılan çalışmalar ele alınmıştır. İspatın matematik ve matematik eğitimindeki bu kadar önemli bir yere sahip olmasındaki gerekçelerden birinin sahip olduğu roller olduğu düşünülerek bu grublamanın yapılması uygun görülmüştür. “İspatın matematikteki rolü yalnızca bir teoremi doğrulamak değildir zira ispat, sadece bir kavramı ve mantıksal süreci anlamayı içermemekte aynı zamanda kavramın tanımının ve mantıksal sürecinin nasıl ve neden işlediğini de kavramayı içermektedir” (Tall, 1992: 514).

De Villiers (1999) ispatın sahip olduğu rolleri aşağıdaki şekilde sıralamıştır;

- *Doğrulama/ İkna*; ispatlar matematiksel ifadelerin doğruluğunu ortaya koyarak şüpheleri ortadan kaldırır.
- *Açıklama*; önermenin neden doğru olduğunu ortaya koyar.
- *Keşfetme*; bir önermenin ispatlanması aşamasında, farklı önermelere ulaşılmasını sağlayacak yeni sonuçlar ortaya çıkarılabilir.
- *Sistemleştirme*; çeşitli sonuçları, aksiyomlardan, temel kavramlardan ve teoremlerden oluşan tündengelim sistemi içerisinde organize eder.
- *Zihinsel meydan okuma*, entelektüel bir aktivite olarak, kendini kanıtlamaya yardım eder.
- *İletişim*; matematiksel bilginin, matematikçiler, öğretmenler ya da öğrenciler arasında taşınmasını sağlar.

Hanna (1990, 2000) ispatın sahip olduğu rolleri, Bell (1976), De Villiers (1990, 1999), Hanna ve Jahnke (1996) ait çalışmalarını birleştirerek şu şekilde sıralamıştır:

- *Doğrulama*: ispat, iddia ettiği şeyin doğruluğunu ortaya koyar.
- *Açıklama*: ispat iddianın neden doğru olduğunu da ortaya koyar
- *İkna*: ispat okuyucusunu gösterdiği şeyi ispat ettiğine ikna eder.
- *Sistematikleştirme*: ispatın rollerinde biri matematiksel bir sonucu daha geniş bir bilgi bütünü ile birleştirmektir.

- *Keşif*: ispat yeni bilgilerin elde edilmesine ortam hazırlayabilir.
- *İletişim*: ispat, matematikçilerin birbirleri ile iletişim kurduğu yollardan biridir.
- *Zevk*: ispat, bir sanat eserinin uyandırdığına benzer hisler uyandırır.

Resnik'den (1992) yararlanarak bu görevlere iki tane daha ekleme yapılabilir. Bunlar; (1) önceki sonuçların alternatif gösterimlerini yapmak ve (2) sistematik biçimde elde edilmemiş sonuçlar için aksiyomatik gösterimler elde edilmesini sağlamak (Aktaran Uğurel, 2010).

Görüldüğü gibi ispatın rolü oldukça fazladır. Dolayısıyla ispatların matematiğin beş temel standardından (NCTM, 2000) birisi olarak ele alınması şaşırtıcı değildir.

Beşinci grup olarak teknoloji destekli ispat öğretim çalışmaları ele alınmıştır. Teknolojide meydana gelen gelişmelerin eğitimde de yansımaları olmuş, birçok alanda olduğu gibi matematik eğitimi alanında ve ispat eğitiminde de kendine yer bulmuştur.

Bilgisayarın matematik eğitiminde uygun kullanımından kasıt, bilgisayarın, öğrencilerin yüksek düzey bilişsel beceriler geliştirmelerini sağlamalarına yardımcı olması ve bir matematikçinin yaşamış olduğu deneyimleri öğrencilere yaşatarak kendi matematiklerini kurmalarını sağlamak olmalıdır (Güven ve Karataş, 2003: 68).

Matematik eğitimi alanında kullanılan yazılımlar; dinamik geometri yazılımları ve bilgisayar cebir yazılımları şeklinde gruplanabilir (Narboux, 2007; 161). Bu yazılımlar içinde öne çıkanlar Cabri-Geometry, Geometer's Sketchpad ve GeoGebra gibi sürüklenme<sup>2</sup> (drag-mode) özelliği olan yazılımlardır. De Villier'in (1998, 2002) çalışmalarından dinamik geometri yazılımlarının ispat eğitime etkilerini şu şekilde özetleyebiliriz:

- Teorem ve ispatları görsel olarak zenginleştirerek daha açık ve anlaşılır olmasını sağlar.

---

<sup>2</sup> Sürüklenme (drag-mode): bilgisayar yazılımlarında hareketli bir objenin kullanıcı tarafından belirlenen bir değer aralığında hareket ettirilmesidir.

- Soyut gerekçeleri somutlaştırarak daha anlamlı olmasını sağlar.
- Birçok şekli aynı ekranda oluşturma fırsatı vererek aralarındaki ilişkilerin daha iyi anlaşılmasını sağlar.
- Aksine örnek vererek ispatın doğru olmadığını anlayabilir (De Villiers, 1998, 2002).

Hoyley ve Jones (1998), dinamik geometri yazılımlarının öğrencilerin ispat becerileri üzerine etkilerini ele aldıkları çalışmalarında Cabri yazılımını kullanmışlar. Çalışma sonunda öğrencilerin yazılım sayesinde şekillerin özellikleri hakkında çıkarımlarda bulunabildiklerini ve şekillerin özellikleri arasındaki ilişkileri keşfedebildiklerini ortaya koymuşlardır.

De Villiers (2004), öğretmen adayları üzerinde, dinamik geometri yazılımı kullanarak yaptığı araştırmasında katılımcıların ispatın işlevlerini daha iyi anladıklarını ve ispatı açıklama ve geliştirme becerilerinin geliştiğini ortaya koymuştur.

İpek (2010), ilköğretim matematik öğretmen adaylarının dinamik geometri yazılımları kullanarak geometrik ve cebirsel ispat geliştirme süreçlerini incelediği çalışmasında 10 haftalık süreç içerisinde temel geometrik ve cebirsel ispatlara yönelik problemler uygulamıştır. Çalışma sonunda öğretmen adaylarının dinamik geometri yazılımı sayesinde farklı ispat yöntemleri kullandıklarını ortaya koymuşlardır. Ayrıca katılımcılar dinamik geometri yazılımlarının ispat öğretiminde etkili bir araç olduğunu belirtmişleridir.

Altıncı grup olarak alternatif yaklaşımlar olarak ifade etmeyi uygun gördüğümüz çalışmalar yer almaktadır. Alternatif söyleminden kastedilen diğer yaklaşımların yerine alacak yaklaşımlar değil; geleneksel olarak verilen yöntemlerin dışında kalan yaklaşımlardır. Bu anlamda kastedilen yaklaşımları toparlaması için bu isimlendirme yapılmıştır. İlk olarak geleneksel yaklaşımdan neyin kastedildiğini açıklayalım. Geleneksel ya da formalist olarak isimlendirilen yaklaşıma göre matematik detaylı bir ispatlama bilimidir ve kusursuzluk, titizlik ve kesinlik gerektirir (De Villiers, 1998; 370). Formalist yaklaşımdaki inanca göre; ispatın tek görevi doğrulamadır ve tümdengelim ispatı yapılmadan hiçbir bilgi inandırıcı olamaz

(Hersh, 1979; 33). Geleneksel yaklaşım ile alternatif yaklaşımın daha iyi anlaşılması için bazı başlıklar altında karşılaştırmasını yapalım:

İlk olarak ispat nedir, ne değildir? Geleneksel yaklaşımın özelliği ispat tanımlarında da görünmektedir. Tümevarımsal ya da yarı-deneysel araştırma sonuçlarının güvensiz olduğunu savunanlar açısından ispat, sonuçların doğruluğunun mutlak garantisi olarak gereklidir (De Villiers, 1998: 370). “İspat sadece öğrencilerin kuşkularına cevap verebilirse, belli olmayanı ispatlarsa anlamlıdır (Kline, 1973: 151)”. “İspat bir açıklamanın ihtiyaç duyduğu doğrulamayı ortaya koyan argümandır (Hanna, 1989: 20). İspatın tanımında görünen geleneksel yaklaşıma uygun mutlakçılık anlayışı ispata verilen rollerde de ortaya konmaktadır. “Matematik sınıflarında ispatın öncelikli rolü açıklayıcılığdır, öğrenciler ifadenin neden doğru ya da yanlış olduğuna ilişkin bilgiyi en iyi şekilde ispatta görebilirler” (Smith, 2006: 75).

Geleneksel yaklaşıma göre ispatın tek amacının matematiksel bir ifadenin doğruluğunu ortaya koymak olduğu görünmektedir. Başka bir ifadeyle ispat, dar manada insanların kişisel şüphelerini ortadan kaldıran bir düşüncedir; öğretim etkinliklerini tek bir açıdan domine eder (De Villiers, 1998: 370).

Geleneksel yaklaşımda ortaya konan görüş dışında kalan yaklaşımlarda ise ispata farklı anlamlar da yüklendiği görülmektedir. Alternatif olarak adlandırdığımız bu yaklaşımlarda ispatın sadece doğrulama olmadığı bunun yanında aydınlatma yani önermenin neden doğru olduğunu ortaya koyma ve sistematikleştirme (Bell, 1976) anlamlarının olduğu vurgulanmaktadır. Weber (2005), ispatı mantıksal, kavramsal, sosyal ve problem çözme boyutları olan karmaşık bir matematik aktivitesi olarak tanımlamıştır. Derek (2011) ise geçerli olan tüm argümanları ispat olarak kabul etmiştir (s.5).

Görüldüğü gibi geleneksel yaklaşımdan uzaklaştıkça sadece tümdengelim yoluyla yapılmış olanlar değil diğer yapılardaki farklı argümanların da ispat olarak kabul edilmesi mümkün olmaktadır.

İkinci olarak farklı ispat biçimleri. İspatın tanımındaki farklılık ispat biçimlerinde de görülmektedir. Geleneksel yaklaşımda tümdengelim ispat yöntemi

kullanılırken, bunun dışında kalan alternatif yaklaşımlarda farklı ispat biçimleri gündeme gelmektedir. Knut (2002), ispatları bir öğretim aracı olarak kullandığı çalışmasında geometrik şekillerle yapılmış ispatlara yer vermiştir. De Villiers (1998) ise dinamik bilgisayar yazılımı kullanarak bazı geometrik teoremleri ispatlamış ve öğrencileri ile paylaşmıştır. Hemmi (2010) ispata yönelik yaklaşımları birbirleri ile zıtlık ilişkisi içerisinde altı başlıkta gruplamıştır; tümevarım ispatlar/ tümdengelim ispatlar, görsel ispatlar/ sözsüz ispatlar ve sezgisel ispatlar/ formel ispatlar. Ülkemizde uygulanan geometri öğretim programında da farklı ispat biçimlerine değinilmiş ve örneklenmiştir (MEB, 2010). Bunlara sentetik, analitik ve vektörel ispatlar örnek verilebilir. Alternatif yaklaşımları genel olarak kimi ispat biçimlerini ve yöntem/ tekniklerini içeren gösterim ve doğrulama yolları olarak ifade edebiliriz ve bunların en bilinenlerini; görsel/ sözsüz ispat, çift sütun ispat, akış diyagramı ile ispat, paragraf ispat, deneysel ispat şeklinde sıralamak mümkündür. Bize göre alternatif yaklaşımlardan bir diğeri de ispat kavrama testleridir (İKT).

Üçüncü olarak ispat kavrama testleri. İKT'yi alternatif olarak değerlendirmemizin sebebi ispat sunulduktan sonra onun üzerinden soru sorulmaya dayanmasıdır. Bu da geleneksel manada teorem ve ispat sıralamasından farklı bir yaklaşımdır. Bu çalışma ispat kavrama testi kullanılmıştır. İKT'ye sonraki bölümlerde kapsamlı şekilde değinilecektir.



## Problem Durumu

İspata, matematik eğitiminde verilen önem gittikçe artmasına rağmen yapılan araştırmalar her sınıf seviyesinde birçok öğrencinin ispat konusunda düşük başarı sergilediğini ve bazı sıkıntılar yaşadığını göstermektedir (Moralı, Uğurel, Türnüklü ve Yeşildere, 2006; Stylianides, 2007; Uğurel ve Moralı, 2010). İpek (2010) ilköğretim matematik öğretmen adayları üzerine yaptığı tez çalışmasında adayların ispat sürecinde karşılaştıkları zorlukların ispat yöntemleri ve kavram bilgisinin eksikliğinden kaynaklandığını saptamış, öğretmen adaylarına ispat becerileri kazanmasına yönelik eğitim verilmesi gerektiğini vurgulamıştır. Özer ve Arıkan (2002) eğitimin her kademesinde öğrencilerin muhakeme yapabilme, ispat yapabilme becerileriyle ve düzeyleriyle ilgili olarak çalışmalar yapılması gerektiğini belirtmişlerdir. Aynı çalışmalarında ortaya çıkan bu tablonun sebebi olarak, öğrencilere ezbere dayalı verilen eğitim sonucu öğrencilerin muhakeme etme ve ispat yapma fırsatlarının kısıtlandığını öne sürmüşler ve öğrencilere bu fırsatları sağlayan düzenlemelerin yapılması gerektiğini belirtmişlerdir. Arslan ve Yıldız (2010) lise öğrencilerinin ispatlama ile ilgili birçok soruya cevap veremediğini, matematiksel düşünmenin bileşenlerinden biri olan ispatlamada diğer bileşenlere göre daha fazla sıkıntı çektiklerini belirtmişlerdir. Tüm bu çalışmalar ispat öğretiminde ciddi sorunlar olduğunu ortaya koymaktadır. Ayrıca ülkemizde öğretim programlarında NCTM'in (2000) belirttiği standartların paralelinde yapılan değişikliklerle ispat ve ispatlamanın matematik eğitiminin bir parçası haline geldiğini de düşündüğümüzde nitelikli bir ispat öğretim sürecine ihtiyaç olduğu açıktır. Ball et al. (2002) ispat öğretimi konusunda yapılması gereken araştırmaları üç ana başlık altında toplamışlardır. Bu çalışma alanlarını "epistemolojik analiz"; ispatın matematikteki rolü ve fonksiyonları üzerine, ispat uygulamalarının da dahil edildiği araştırmalar, "deneysel araştırmalar"; kademeli süreçlerin ve kompleks yapıların ispat öğrenimine dahil edildiği araştırmalar ve "tasarım araştırması"; çeşitli seviyelerde kanıtlama yeteneğinin geliştirilmesine teşvik edici nitelikte etkili öğretim stratejilerinin geliştirilmesi, uygulanması ve değerlendirilmesi yönündeki araştırmalar olarak sınıflamışlardır. İspat eğitiminde niteliği arttırmak, matematiksel kavrayışı gerçekleştirmek ve yukarıda ortaya konan tüm durumların çözümü amacıyla ileri sürülen araçlardan biri ispat kavrama testleridir

(İKT). İspat kavrama testlerine dayalı bir öğretim uygulamasının, avantajları ve dezavantajlarını ortaya koymak, sınırlılıklarını belirlemek, bunları eğitimcilerle ve uzmanlarla paylaşmak alana katkı açısından yararlı olacaktır.

### **Amaç ve Önem**

Matematik eğitiminde, son yıllarda matematik öğretme ortamlarındaki muhakeme, ispat yapma ve tartışma durumları, matematik eğitimi alanında yapılan çalışmalarda önemli bir konusu haline gelmiştir (Heinze ve Reiss, 2003). NCTM (2000), ana okul seviyesinden 12. sınıf seviyesine kadar olan öğretim programlarında akıl yürütme ve ispatlama başlığı altında yer alması gereken öğrenci davranışlarına yer vermiştir. Bahsedilen yayınlarda birlikte ispat eğitimi, Amerika'daki matematik öğretim programlarında daha fazla yer almaya başlamış, takip eden süreçte İsveç, İtalya, Estonya, İngiltere, Güney Afrika gibi ülkeler matematik öğretim programlarında ispat eğitimine yer vermiştir (Hemmi, Lepik, Viholainen ve Raman, 2011). Ülkemizde ise önceki yıllarda uygulanan öğretim programlarında yer alan ispat, 2005 yılında yayımlanan ortaöğretim matematik öğretim programında da yer almıştır. 2010 yılında değiştirilen geometri öğretim programında da yer alan ispatlar 2013 yılında yayımlanan ortaöğretim matematik öğretim programında artan bir önemle, hem programın genel yaklaşım bölümünde hem de öğretim sürecine yönelik kazanımlarda yer almıştır. Buradan hareketle ülkemizdeki matematik öğretmenleri için ispat ve ispatlamanın, gereklilikten öte bir zorunluluk haline geldiği görülmektedir.

İspat öğretiminin gerekliliği konusundaki açıklamalar ışığında bu alandaki araştırmalar, öğrencilerin ispat öğrenmede karşılaştıkları zorluklar ve etkili öğretmen müdahalelerinin tasarımı üzerine yoğunlaşmıştır (Hanna ve Barbeau, 2010). Bu yönde yapılan araştırmalar sonucunda ortaya çıkan temel hususlardan biri; ispat öğretim faaliyetlerinde öğrencilerin ispatı kopyalamasına veya tekrar etmesine odaklanıldığı, bunun da öğrencilerde matematiksel cevabın formunun, anlamından daha önemli olduğu gibi bir yanlış anlaşılma ortaya çıkardığıdır (Yang ve Lin, 2008). Dolayısı ile ispat eğitiminde, daha önceden yapılmış bir ispatın bire bir tekrar edilmesine dayalı değil, ispatın kavranmasına yönelik bir anlayış geliştirmelidir.

Matematiksel kavrayış; hem dilbilimsel hem de kavramsal bir konu (Vergnaud, 1997) olduğundan, ispatın kavranmasına yönelik etkili yollar aranırken bu iki boyut göz önünde bulundurulmalıdır. Bu bağlamda ele alınan çalışmalardan birisi de ispat kavrama testleridir.

Önceki bölümde açıkladığımız, ispat eğitimi üzerine yapılan altı çalışma alanı ile ilişkilendirilebileceğine inandığımız ispat kavrama testleri (İKT); ilk kez Houston (1993a,b) tarafından lisans derslerinde ölçme değerlendirme amacıyla herhangi bir matematiksel metnin kavranmasına yönelik olarak kavrama testi şeklinde uygulanmıştır. Conradie ve Frith (2000) yine lisans seviyesinde ve ölçme değerlendirme amacı ile -ancak herhangi bir matematiksel metin için değil- ispatlar için testleri kullanmış ve ispat kavrama testi formatına getirmiştir. Yang ve Lin ise bir dizi çalışma yaparak (Lin ve Yang, 2007; Yang ve Lin, 2008; Yang, 2012) ispatların kavranmasını yönelik dört seviyeden oluşan bir model önermiş ve bu seviyelere uygun olarak ispat kavrama testlerini düzenlemişlerdir. Çalışmalarında ortaöğretim seviyesinde, öğrencilerin ispatları kavrama seviyelerini belirlemek amacıyla bir adet ispat kavrama testi kullanmışlardır. Roy, Alcock ve Inglis (2010) farklı formlarda sunulan ispatların, kavramaya etkilerini araştırdıkları lisans seviyesindeki çalışmalarında Yang ve Lin tarafından geliştirilen ispat kavrama testlerini kullanmışlardır. Alcock ve Wilkinson (2010), lisans seviyesinde e-proof'ları ve ispatların kavranmasını destekleyecek elektronik kaynakları tasarlamak için ortaya koydukları çalışmada Yang ve Lin tarafından geliştirilen modeli temel almışlardır. Mejia-Ramos, Fuller, Weber, Rhoads ve Samkoff (2012) ise Yang ve Lin tarafından ortaya konulan ortaöğretim seviyesindeki ispat kavrama modelini temel alarak lisans düzeyinde farklı ispat kavrama seviyelerinden oluşan bir model ortaya koymuşlardır. Ülkemizde ise Yıldız (2006), dört adet öğretmen adayına bir ispat kavrama testi uygulamış ve bu teste yönelik öğrenci görüşlerini analiz etmiştir.

İspat eğitimi alanı oldukça geniş bir çalışma alanı olmakla birlikte ispatların kavranması ve ispat kavrama testi alanındaki çalışmaların sınırlı olduğu görülmektedir. Yapılmış çalışmaların çoğu lisans seviyesinde ve ispatların kavranma seviyesini belirlemek için tek bir ispat kavrama testinin uygulanmasına yönelik çalışmalardır. Bizim çalışmamız ortaöğretim seviyesinde olup eylem araştırması

yöntemi ile yapılan bir öğretim uygulaması olması yönü ile alanda ilktir. Ayrıca çalışmamızda, İKT'ye dayalı bir öğretim uygulamasındaki öğrenci performanslarını ile birlikte aynı zamanda sürece yönelik öğrenci ve öğretmen görüşlerinin de analizi yapılmıştır. Biz İKT'nin esnek bir yapıya sahip olması nedeniyle ondan hem MEB'nin amaçladığı becerileri kazandırmak amacı ile hem de ispat eğitimi üzerine yapılan araştırmalarda yararlanılabileceği kanısındayız.

### **Problem Cümlesi**

Araştırmada yanıtı aranan temel soru “Ortaöğretim düzeyinde ispat kavrama testine dayalı bir öğretim uygulamasındaki öğrenci performansları ve sürece yönelik öğrenci ve öğretmen görüşleri nelerdir?” biçimindedir.

### **Alt Problemler**

- 1) Öğrencilerin ispat kavrama testlerindeki performansları nasıldır?
- 2) Öğrencilerin İKT'ye dayalı öğretim uygulaması öncesi ve sonrasında;
  - a) bir ispatın neden yapıldığına yönelik düşüncelerinde,
  - b) ispat yapmada ve anlamadaki yeterlilik düzeylerinde ve
  - c) ispatlar ile karşılaşılması ya da ispat yapılması istendiğinde hissettikleri duygularında bir değişiklik olmakta mıdır?
- 3) Öğrencilerin, İKT'ye dayalı öğretim uygulamasına yönelik görüşleri nelerdir?
- 4) Uygulayıcı öğretmenin İKT'ye dayalı öğretim uygulamasındaki deneyimleri ve sürece müdahale yolları nelerdir?

### **Sayıtlar**

- 1) Araştırma süresince, katılımcı öğrencilerin sahip oldukları bilgilerini uygulamalara ve görüşmelere yansıttıkları düşünülmektedir.

2) Öğrencilerin beklenmeyen ve istenmeyen dış etkenlerden eşit düzeyde etkilendikleri düşünülmektedir.

### Sınırlılıklar

- 1) Araştırma süresi 2012-2013 öğretim yılı bahar dönemi ile sınırlıdır.
- 2) Araştırma Zonguldak Fatih Lisesi 11. sınıf öğrencileri ile sınırlıdır.

### Kısaltmalar ve Tanımlar

**MEB:** Milli Eğitim Bakanlığı

**İKT:** İspat Kavrama Testi

**NCTM:** National Council of Teacher of Mathematics

**İspat:** matematiksel bir argümanın doğrulunu ortaya koyan, ardışık mantıksal adımları içeren, geçerli ifadeler bütünüdür.

**İspatın kavranması:** ispatta kullanılan ifadelerin ve ispat adımları arasındaki geçişin kavranmasını, ispatın farklı durumlara kullanılabilmesini ifade eder.

**İspat kavrama testi:** ispatların kavranıp kavranmadığını belirlemek için geliştirilmiş, teoremin ve ispatının birlikte verilip bu ispata yönelik yöneltilen sorular içeren testtir.

## BÖLÜM 2

### İLGİLİ YAYIN VE ARAŞTIRMALAR

Bu bölümde çalışmanın kuramsal temelini oluşturan ve araştırmanın problemi ile ilgili yakın dönemde yapılan araştırmalar; öğretim programlarında ispat, ispatın kavranması ve ispat kavrama testleri başlıkları altında sunulmaktadır.

#### 2.1. Öğretim Programlarında İspat

Çağımızda meydana gelen gelişmelerin eğitim dünyasını etkilemesi kaçınılmazdır. Teknolojik gelişmeler, yeni bilgiler ve araçlar; matematiğe bakış açımızı, matematikten beklentimizi, dolayısıyla tüm bunların öğrencilere aktarıldığı matematik öğrenme ve öğretme sürecimizi yeniden yapılandırmaktadır. Çok boyutlu olan bu yapılandırma çalışmalarının ayaklarından birisi de ispat eğitimidir.

İspatın matematik eğitimindeki yeri, önemi ve rolü çerçevesinde matematik eğitimindeki reform hareketleri kapsamında okul matematiği içerisinde ispatın daha zengin bir içerikte ve öğretilme biçiminin çok daha geniş ve derinleşen bir yapıda ele alındığı görülmektedir (Uğurel ve Moralı, 2010: 137).

İspat eğitimine yönelik bu değişim, gerek yurt dışında gerekse ülkemizdeki matematik ve geometri öğretim programlarında da kendine yer bulmuştur. NCTM (2000), ana okul seviyesinden 12. sınıf seviyesine kadar olan öğretim programlarında akıl yürütme ve ispatlama başlığı altında yer alması gereken öğrenci davranışlarını şu şekilde sıralamıştır:

- Akıl yürütme ve ispatı, matematiğin temel yönleri olarak kabul eder.
- Matematiksel varsayımlar yapar ve araştırır.
- Matematiksel bir argümanı ve ispatı geliştirebilir ve değerlendirebilir.
- Değişik akıl yürütme çeşitlerini, ispat yöntemlerini seçebilir ve kullanabilir.

Ülkemizdeki matematik öğretim programlarındaki yenilik çalışmalarını, güncel olması bakımından (halen uygulanmakta olan) 2010 yılında yapılan değişikliklerden itibaren incelemeyi uygun gördük. 2010 yılında uygulamaya konulan ortaöğretim geometri programında (9. ve 10. sınıf) ispat, geometri dersinin amaçları arasında kendine yer bularak programın önemli bileşenlerinden birisi olmuştur. “Tümevarım ve tümdengelim yöntemlerini kullanarak geometrik çıkarımlar yapabilecek”, “teoremleri ve ispatları günlük hayata yansıtabilecek” öğrenciler yetiştirmek programın amaçları arasındadır (MEB, 2010: 7). Öğretim programında öğrencilere kazandırılmak istenen temel becerilerde ise ilk sırada “akıl yürütme ve ispat yapma” becerisi yer almaktadır. Bu kapsamda öğrencilerin “Öğrenme sürecindeki ispatlarda sentetik, analitik ve vektörel yaklaşımları kullanır”, “Yaptığı çıkarımların, genellemelerin ve ispatların geçerliliğini sorgular”, “Akıl yürütmede ve ispat yapmada öz güven duyar”, “Akıl yürütme ve ispatla ilgili olumlu duygu ve düşüncelere sahip olur” kazanımlarına sahip olması hedeflenmektedir (MEB, 2010: 14). 10. sınıf geometri dersi amaçları arasında ise “ispat yöntemlerini ve biçimlerini tanımaları” ifadesi, yer almaktadır. Matematik dersi öğretim programına, 2013 yılında yapılan değişiklikle aşağıdaki ifade eklenmiştir.

Programın uygulanmasında matematik öğrenme aktif bir süreç olarak ele alınmalı; öğrencilere araştırma yapma, matematiksel ilişkileri keşfetme ve ispatlama, modelleme ve problem çözüme, çözüm ve yaklaşımları sınıf ortamında paylaşma ve tartışma olanakları sunulmalıdır (MEB, 2013: 1).

Öğretim programında öğrencilere kazandırılmak istenen matematiksel yeterlik ve beceriler arasında ikinci sırada aşağıdaki beceri gösterilmiştir.

II. Matematiksel süreç becerileri: Matematiksel dili ve terminolojiyi doğru ve etkin kullanma (matematiksel iletişim), matematiksel akıl yürütme ve ispat yapma, matematiğin kendi içindeki konular/ kavramlar arasında ve başka alanlarla ilişkilendirme (MEB, 2013: 4).

Matematik ve geometri öğretim programlarındaki bu ifadeler gerek ünite bazında gerek bir ünitenin alt öğrenme alanı bazında ders içeriklerine yansımıştır. MEB'nin 2013 yılında yayınladığı 9. sınıf matematik öğretim programında hedeflenen matematik süreç becerilerinden “akıl yürütme” başlığı altında

“ispatlama, orantısal akıl yürütme ve olasılıklı düşünme becerisi kazanma” ifadesi yer almaktadır. 11. sınıf matematik öğretim programında hedeflenen matematik süreç becerilerinden “akıl yürütme” başlığı altında “matematiksel ispat yöntemlerini (aksine örnek verme, karşıt ters, doğrudan ispat, çelişki ve tümevarım) kullanarak ispatlar yapma” ifadesi yer almaktadır.

Bahsedilen genel yaklaşımlar doğrultusunda sınıf bazında ispat eğitimi incelemek faydalı olacaktır. 10. sınıf geometri öğretim programında (MEB, 2010) 1. ünite olarak “düzlem geometride temel elemanlar ve ispat biçimleri” yer almaktadır. Bu ünitenin 2. kazanımı; “geometrik ispat biçimlerini açıklar” şeklindedir. Bu kazanım kapsamında iki kolonlu ispat (çift sütun ispat), akış diyagramlı ispat ve paragraf ispat biçimlerinin kazandırılması hedeflenmiştir. Bu kazanımların program içindeki oranı %5 tir.

10. sınıf geometri programında 5. ünite olarak “üçgenler” yer almaktadır. Bu ünitenin 3. kazanımı; “üçgenin kenarları ve açıları arasındaki ilişkileri ispatlar, uygulamalar yapar.” 4. kazanımı “sinüs teoremini ispatlar ve uygulamalar yapar.” 9. kazanımı “bir üçgensel bölgenin alanını veren bağıntıları ispatlar ve uygulamalar yapar.” 10. kazanım “Karnot teoremini ispatlar, özel durumlarını belirtir ve uygulamalar yapar” şeklindedir. Bu kazanımların program içindeki ağırlığı %15 tir.

10. sınıf geometri programında 6. ünite olarak “dönüşümlerle geometri” yer almaktadır. Bu ünitenin 6. kazanımı “iki üçgen için eşlik teoremlerini ispatlar ve uygulamalar yapar.” 10. kazanımı “üçgenlerde benzerlik teoremlerini ispatlar ve uygulamalar yapar.” 11. kazanımı “dik üçgende metrik bağıntıları ispatlar ve uygulamalar yapar.” 12. kazanımı “Tales, Menelaus ve Seva teoremlerini ifade eder ve uygulamalar yapar” şeklindedir. Bu kazanımların program içindeki ağırlığı %10 dur.

Tüm 10. sınıf geometri öğretim programı içindeki ispatların toplam oranı %30’dur.

11. sınıf geometri öğretim programında (MEB, 2010), 1. ünite olarak “dörtgenler” yer almaktadır. Bu ünitenin 2. kazanımı “Dörtgenlerle ilgili teoremleri ispatlar ve uygulamalar yapar.” 3. kazanımı “Dörtgenin çevre uzunluğunu hesaplar,



dörtgensel bölgenin alanı ile ilgili teoremleri ispatlar ve uygulamalar yapar.” şeklindedir. Bu kazanımların programdaki ağırlığı %7 dir.

11. sınıf geometri öğretim programında 2. ünite olarak “özel dörtgenler” yer almaktadır. Bu ünitenin 1. kazanımı “Yamuğu açıklar ve özellikleri ile ilgili teoremleri ispatlar.” 3. kazanımı “Paralelkenarı açıklar, özellikleri ile ilgili teoremleri ispatlar ve uygulamalar yapar” 7. kazanım “Eşkenar dörtgeni açıklar, özellikleri ile ilgili teoremleri ispatlar ve uygulamalar yapar.” 9. kazanım “Kareyi açıklar, özellikleri ile ilgili teoremi ispatlar ve uygulamalar yapar” şeklindedir. Bu kazanımların programdaki oranı %25 dir.

11. sınıf geometri öğretim programında 4. ünite olarak “çember” yer almaktadır. Bu ünitenin 5. kazanımı “Çemberin bir noktasındaki teğeti ile ilgili teoremleri ispatlar ve uygulamalar yapar.” 8. kazanımı “Çemberde kiriş ve kesenler ile ilgili özellikleri ispatlar, uygulamalar yapar” şeklindedir. Bu kazanımların program içindeki oranı %7 dir.

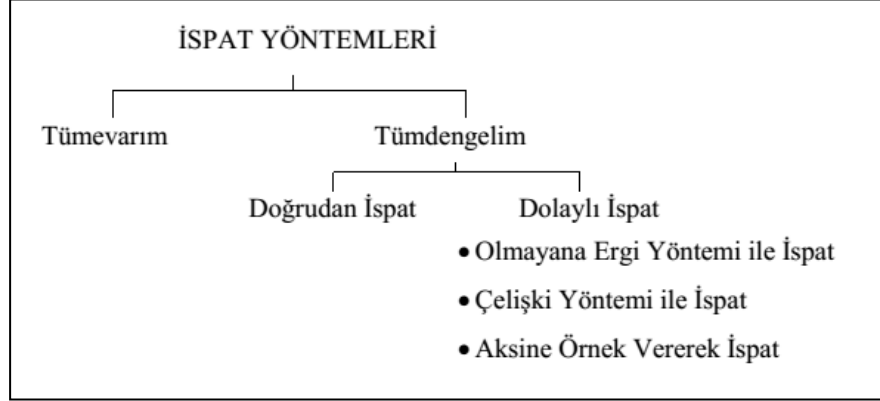
Tüm 11.sınıf geometri öğretim programı içindeki ispatların toplam oranı %39’dur.

Matematik öğretim programına bakıldığında ispata yönelik şu tespitleri yapmak mümkündür. Ortaöğretim (9-12) matematik dersi öğretim programında akıl yürütme beceri kapsamında öğrencilere kazandırılması hedeflenen becerilerden birisi “Matematiksel doğrulama sürecinde tümevarım ve tümdengelimini etkin olarak kullanabilme” (MEB, 2011: 11) dir.

Ortaöğretim matematik programının (MEB, 2011) 9. sınıf seviyesinde 1. ünite olarak “mantık” yer almaktadır. “önergeler, bileşik önergeler, açık önergeler ve ispat yöntemleri” alt öğrenme alanlarından oluşan ünitenin program içindeki oranı %5 dir. Bu ünite içinde yer alan ispat yöntemleri şekil 1’de sunulmuştur.

11. sınıf seviyesinde 4. ünite olarak “tümevarım ve diziler” yer almaktadır. Bu ünite altında “tümevarım” alt öğrenme alanı yer almaktadır. Bu konunun program içindeki ağırlığı %3 tür.

**Şekil 1**  
**Ortaöğretim Matematik Öğretim Programında Yer Alan İspat Yöntemleri**



(MEB, 2011: 76)

Ülkemizde 2013 yılında yapılan değişiklikle matematik ve geometri programları “matematik dersi öğretim programı” adı altında birleştirilmiştir. Programdaki beş temel beceriden biri olan “matematik süreç becerileri” içerisinde “matematikselsel akıl yürütme ve ispat yapma” yer almaktadır (MEB, 2013: 4). Programın 9. sınıf seviyesinde “dik üçgende Pisagor teoremini ispatlar ve uygulamalar yapar”, “üçgende kosinüs teoremini ispatlar”, “sinüs teoreminin ispatı üçgenin alan bağıntısından yararlanarak yapılır” şeklinde kazanımlar yer almaktadır.

11. sınıf seviyesinde öğrencilerin ulaşması beklenen kazanımlar arasında “Önerme, bileşik önerme, açık önerme ve ispat yöntemlerini açıklama, matematikselsel bilginin inşa ve doğrulama sürecinde bu araçlardan yararlanma (MEB, 2013: 31)” yer almaktadır. Bu programda “mantık” ünitesi 11. sınıf 1. ünite olarak yer almaktadır. Bu ünitenin “açık önermeler ve ispat teknikleri” alt öğrenme alanında 3. kazanım “Tanım, aksiyom, teorem ve ispat kavramlarını açıklar, bir teoremin hipotezini ve hükmünü belirtir”, 4. kazanım “Mantık kurallarını basit teoremlerin ispatlarında kullanır” ve 5. kazanım “Tümevarım yöntemi ile ispat yapar” şeklindedir. Öğrencilere sunulması gereken ispat teknikleri ise “aksine örnek verme, karşıt ters, doğrudan ispat ve çelişki yoluyla ispat teknikleri” şeklinde sıralanmıştır. Bu kazanımların program içindeki oranı %6 dır.

Görüldüğü gibi ülkemizdeki ortaöğretim matematik ve geometri öğretim programlarında ispat ve ispatlama önemli yer tutmaktadır. Dolayısıyla bahsedilen kazanımlara yönelik nitelikli öğretim etkinliklerine ihtiyaç duyulmaktadır. Bizim çalışmamızdan elde edilecek verilerin, bu kapsamda, hem öğretmenlere hem de araştırmacılara bu doğrultuda katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

## 2.2. İspatın Kavranması

Ülkemizde ortaöğretim matematik programında yer alan becerileri ve programın genel yaklaşımını incelediğimizde, belirlenmiş sorulara beklenen cevapları veren bireyler yetiştirmek anlayışından vazgeçilip, problemleri anlayabilen, çözümü için hipotezler kurabilen, bunları doğrulayan ve elde ettiği çözümleri genelleyen bir anlayışın benimsendiği anlaşılmaktadır. Bunun gerçekleşebilmesi için önemli matematiksel kavramların ve süreçlerin anlayarak öğrenilmesi gerekmektedir. Anlamadan gerçekleşen öğrenmelerin, öğrenim süresi ilerledikçe biriken ve öğrencilerin hem akademik hem de duyuşsal başarısını etkileyen sorunların ortaya çıkmasına sebep olduğu ileri sürülmektedir (NCTM, 2000). İşlemleri ve bilgileri anlamadan ezberleyen öğrencilerin karşılaştığı sorunlar ise, bildiklerini ne zaman ve nasıl kullanacaklarından emin olamayacakları ve bu tarz öğrenmelerin genellikle çok kırılgan olacağı şeklinde sınıflandırılmıştır (Bransford, Brown ve Cocking, 1999). O halde gerçek bir anlamının gerçekleştiği nasıl ortaya konabilir? Bu bölümde bir ispatın hangi kriterler gerçekleştiğinde kavranmış olacağına dair görüşlere yer verilecektir.

Öğrencilerin ispatları kavradığını ölçmek için genellikle onlardan verilen bir ispatı tekrarlaması ya da benzer bir teoreme uygulaması beklenmektedir (Weber ve Mejia-Ramos, 2011). Bu ölçme yaklaşımı ispatın biçimini, anlamından daha önemli yapmaktadır (Lin ve Yang, 2007) ve ispatların kavranmasından çok ezberlenmesine dayanmaktadır. Yeni öğrenme yaklaşımları ise kavramsal öğrenme üzerine yoğunlaşmıştır (örn. NCTM, 2000; MEB, 2013). Bu noktada bir ispatın kavranmasına yönelik farklı kriterler ortaya konmuştur.

Selden ve Selden (1995), öğrenciler için ispatı bir bütün olarak kavramadan önce teoremin ifadesini kavramanın daha önemli olduğunu belirtmiştir. Roy, Alcock ve Inglis (2010) ise öğrencilerin ispatlarla ya sınıf ortamlarında ya da kendileri bağımsız çalışmalarında karşılaştıklarını belirtmiştir. Sınıf ortamlarında öğretmenlerin, ispattaki her bir adımı ve ispatın genel yapısını sözlü açıklamalarıyla desteklediklerini ancak öğrencileri istedikleri kavrama seviyesine getirmekte yetersiz kalabileceğini söylemişlerdir. Sonuç olarak öğrencilerin genelinin kendi başlarına bağımsız çalışmalar yaparak ispatı kavramaya çalıştıklarını ortaya koymuşlardır.

Mejia-Ramos (2008) ispat okuma aktivitelerini “ispatı anlama” ve “ispatı değerlendirme” şeklinde ikiye ayırmaktadır. Bu sınıflamanın daha iyi anlaşılması için bir öğrencinin bir matematik kitabında karşılaştığı bir ispatı okuma çalışmasını ispatı anlamaya; bir öğretmenin, öğrencinin yaptığı ispatın doğruluğunu sorgulamasını ispatı değerlendirmeye örnek olarak göstermiştir. Araştırmanın sonunda ispat okuma aktivitelerinin sadece ispatın doğrulunu kontrol etmeye değil aynı zamanda ispatın içeriğini anlamaya odaklanmasını gerektiğini bu sayede ispatın öğrenileceğini belirtmiştir.

Weber ve Mejia-Ramos (2011) bir ispatı anlamak için yalnızca ispat adımlarının mantıksal açıdan bir önceki adımı nasıl takip ettiğini bilmenin yeterli olmayacağını, bir ispatın mantıksal olarak anlaşılması için ispattaki merkezi fikirlerin de anlaşılması gerektiği belirtmişlerdir. Araştırmalarının dikkat çekici sonuçlarından birisi, katılımcıların tamamının ispatı daha iyi anlamak için ispatı adım adım okumayı tercih etmeleridir.

Duval (2002) ispatın kavranılmış olması için üç öğrenmenin gerçekleşmiş olması gerektiğini belirtmiştir. *İlk olarak* ispatta kullanılan terimlerin, sembollerin ya da şekillerin anlamının öğrenilmiş olması gerekmektedir. *İkinci olarak* ispatta geçen ifadelerin ispat adımları içine yerleştirilebilmesi için hangilerinin öncül, tanım ya da hüküm olduğuna karar verilebilmesi gerekmektedir. İspatı yapılması istenen ifadeye bunlara karar verilmeden öğrenciler ispata nereden başlayacaklarına ve nereye ulaşacaklarına karar veremezler. *Son olarak* ispat adımları arasındaki geçişlerin açıklanabilmesi gerekmektedir.

İspat adımlarının organizasyonunun üç karakteristiği vardır. İlk olarak ispat adımlarından birinin hükmü sonraki adımın hipotezi olmaktadır, ikinci olarak bir adımdan diğerine geçildiğinde diğer adımdan sadece hüküm dikkate alınır, diğer ifadeler göz ardı edilir, son olarak ilk hükümden hedeflenen hükme doğru her bir adımda elde edilen hükümlerin ardışık yer değiştirmesiyle, ispat adımları ilerler. İspatın kavranmış olması için ispat adımları arasındaki geçişlerin belirlenen özellikler çerçevesinde açıklanabilmesi gerekmektedir.

Stylianides (2007), matematiksel bir argümanı “matematiksel bir iddiayı doğrulamak ya da çürütmek için birbirine sıralı şekilde bağlanmış iddialar dizisi (s.2)” olarak tanımladıktan sonra bir argümanın ispat olarak kavranması için dört açıdan değerlendirilmesi gerektiğini belirtmiştir.

*Temel*; bir ispatın temelini teşkil eden (tanım, aksiyom gibi) ifadelerin anlamlarının ve ispat içindeki rollerinin kavranması gerekir.

*Formüle etme*; ispatın nasıl geliştirildiğinin, ispat adımlarının mantık ilkeleri çerçevesinde nasıl bir genellemeye ulaştığının kavranması gerekir.

*Sunum*; ispatın ifade edilmesinde kullanılan dilin kavranılmış olması gerekir. Eğer bir ispat kavranmışsa öğrenciler kendine ait kelimelerle bunu ifade edebilmelidir.

*Sosyal boyut*; ispatın doğruluğunun, ispatın yapıldığı topluluktaki bireylerin içine sinmesi gerekir. Bu noktada öne çıkan kriterler; ispatın, sunulan grubun akademik seviyesine uygun olması ve grup üyelerinin ispatın doğru olduğuna ikna olmasıdır.

İspat için bu değerlendirme kriterlerini içeren “ispatlar; matematiksel objelerin (aksiom, teorem vb.) belirli kurallar grubu içerisinde birleştirilmesinden oluşan, sosyal açıdan üzerinde anlaşılabilir sonuçlardır (s.12)” tanımı yapılmıştır.

İspatın kavranması konusunda, bütüncül bir anlayış ortaya koyan bir dizi çalışma Yang ve Lin’e aittir. Lin ve Yang (2007) bir ispatın kavranması için gerekli olan öğrenmeleri, bu öğrenmelerin oluşturduğu kavrama seviyeleri ve bu seviyeleri belirlemek için kullanılması önerilen soru kalıplarını da içeren bir model

önermişlerdir. “Geometrik ispatların kavranarak okunması” ismini verdikleri model bizim çalışmamızda da temel alınan modeldir. Yazarlar isimlendirmede kullandıkları “okuma” kelimesini “sadece kelimeleri tanıma ya da anlamlarını hatırlamadan ibaret değil aynı zamanda okuyucu, yayın ve içerik arasındaki aktif ve yapısalcı bir süreç anlamında kullandıklarını belirtmişlerdir (Yang, Lin ve Wang, 2008: 80)”. İspatların kavranarak okunmasını ise “bir ispatın neyi kanıtlayabileceğini bilmeye ek olarak, ispatın nasıl işlediğini ve neden doğru olduğunu bilmenin temel unsurlarını da anlamayı” (Yang ve Lin, 2008: 60) içeren bir süreç olarak tanımlamışlardır. Araştırmacılar ilk olarak kapsamlı bir literatür taraması yaparak bir ispatın, hangi kriterler yerine getirildiğinde kavranmış olacağını ortaya koymuşlardır. Buna göre bir ispatın kavrandığının anlaşılması için aşağıdaki öğrenmelerin gerçekleşmesi gerekir:

- 1) İspattaki şekillerin, sembollerin ve terimlerin anlamını bilmek (Fawcett, 1938; Duval,1998)
- 2) Tanımlar, yapılar, uygulanan özellikler veya sonuçlar gibi ispattaki ifadeleri belirleyebilmek (Fawcett, 1938; Duval, 1998)
- 3) İspat adımlarını tümdengelim kurallarına göre kontrol edebilmek (Fawcett, 1938; Duval, 1998; Selden ve Selden, 1995; 2003)
- 4) Soru ifadelerindeki ön koşulları ve iddia edilen sonuçları belirleyebilmek (Fawcett, 1938; Selden ve Selden, 1995; 2003)
- 5) İspattaki kritik fikirleri bulmak (Fawcett, 1938; Selden ve Selden, 1995; 2003)
- 6) İspatın doğruluğunu sorgulamak (Fawcett, 1938; Healy and Hoyles, 2000; Selden ve Selden, 1995; 2003)
- 7) Önermenin doğruluğunu sorgulamak (Fawcett, 1938; Healy and Hoyles, 2000; Selden ve Selden, 1995; 2003)
- 8) Önermenin genelliğini sorgulamak (Healy and Hoyles, 2000)
- 9) Yapılan ispat ile kişinin beklediği ispat arasındaki farkları ortaya koymak (Lakatos, 1976)
- 10) Önermeyi gözden geçirmek (Lakatos, 1976)
- 11) İspattaki bazı ifadeler için makul açıklamalar yapabilmek (Selden ve Selden, 1995; 2003)

(Yang ve Lin, 2008: 61).

Yang ve Lin (2008) bu öğrenmelere, kendi örneklemelerinde yer alan matematikçilerin, kendi çalışmalarını ya da başka bir ispatı anlamaya çalışırken ortaya koydukları sonuçlardan ilaveler yapmışlardır:

- 12) İlgili teoremleri veya ispatları, geliştirmek için ilişkilendirebilmek
- 13) İspatta kullanılan yöntemi geliştirebilmek

- 14) Önermenin ya da ispatın önemini değerlendirebilmek
- 15) Matematiksel yapının güzelliğini takdir edebilmek
- 16) Önermeyi ya da ispatını [karşılaştığı problem durumlarına] uygulayabilmek
- 17) İspattaki ana teoremi ve bazı lemmaları bulabilmek
- 18) İspat yöntemini tanımlayabilmek
- 19) İspatın taslağını sunabilmek (Yang ve Lin, 2008: 67-69).

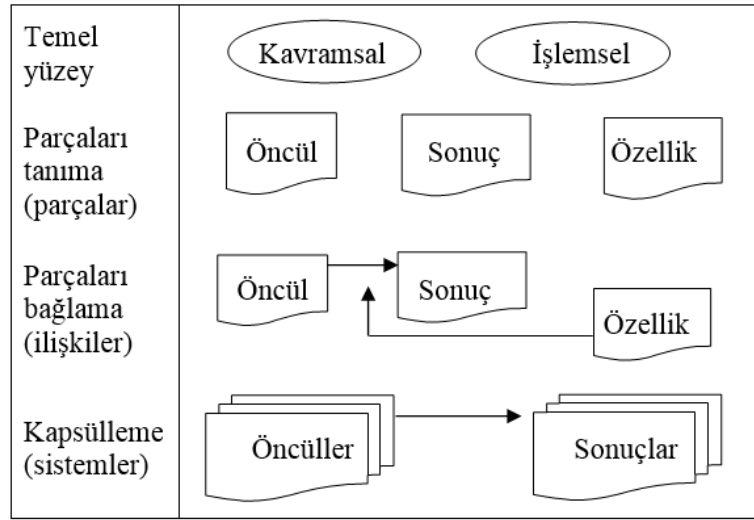
Buradan hareketle, sıralanan öğrenmelerin gerçekleşmiş olmasını temel olarak ispatların kavranarak okunması modelini geliştirmişlerdir. Bu modele göre öğrenciler öncelikle ispatta geçen öncülleri, sonuçları ve özellikleri tanımalıdır. Daha sonra öncülleri kullanarak öncüllerle sonuçlar arasında bağlantı oluşturmalıdır. Son olarak öncül ve sonuçları birleştirerek yeni kavramayı oluşturmalıdır. Bu kuramsal yapıyı temel olarak bir ispatın kavranarak okunduğunu dört aşamada belirlemişlerdir.

Yazarların ‘temel seviye’ (*surface*) olarak isimlendirdiği birinci seviyede öğrenciler ispattaki ifadeler ve sembollerin anlamlarıyla ilgili temel bilgileri edinirler. Yazarların ‘parçaları tanıma’ (*recognizing elements*) olarak isimlendirdikleri ikinci seviyede öğrenciler, ispatta -açık ya da örtük- kullanılan ifadelerin mantıksal durumlarını tanımlar. Üçüncü seviye, ‘parçaları zincirleme (ilişkilendirme)’ (*chaining the elements*), ispattaki farklı ifadeler arasındaki mantıksal ilişkileri tanımlayarak ispattaki şekliyle kavrar. Son olarak dördüncü seviye ‘kapsülleme (birleştirme)’ (*encapsulation*) öğrenciler ispatı başka durumlara nasıl uygulanabileceğini karar verebilir ve ispatı içselleştirebilir (Şekil-2). Araştırmacılar son seviye olan kapsülleme seviyesini “sonu olamayan gelişimsel bir durum (s.71)” olarak tanımlamışlar ve ispatların kavranmasını belirlemek için önerdikleri modellerinin bu seviyeye ulaşmış öğrencileri tanımlamayı amaçlamadıklarını belirtmişlerdir (Yang ve Lin, 2008).

Açıklanan dört seviye arasında geçiş yapmak için gerekli olan öğrenmeleri ise “esaslar (facts)” olarak isimlendirmişlerdir. Temel seviyeden parçaları tanımlama seviyesine geçmek için gerekli olan öğrenmeleri “temel bilgiler” esaslar olarak isimlendirmişlerdir ve 28. sayfada sıralanan 1 ve 18 numaralı öğrenmeleri kapsamaktadır. Parçaları tanıma seviyesinden parçaları zincirleme seviyesine geçmek için gerekli olan öğrenmeleri “mantıksal durumlar” ve “özetleme” şeklinde isimlendirmişlerdir. Mantıksal durumlar 2, 3 ve 4 numaralı, özetleme ise 5, 11, 17 ve 19 numaraları öğrenmeleri kapsar. Parçaları zincirleme seviyesinden kapsülleme

seviyesine geçmek için gerekli olan öğrenmeleri “genelleme” ve “uygulama” olarak isimlendirmişlerdir. Genelleme esasları 6, 7 ve 8 numaralı, uygulama esasları 9, 10, 12, 13 ve 16 numaralı öğrenmeleri kapsamaktadır.

**Şekil 2**  
**İspatların Kavranarak Okunması Modeli**



(Yang ve Lin, 2008: 63)

Özetle,

-- *Temel bilgiler*; önerme ve ispatındaki matematiksel terimlerin şekillerin ve sembollerin anlaşılmasını gerektirir.

-- *Mantıksal durumlar*; ispatta kullanılan argümanlardan hangilerinin önerme, sonuç ya da uygulanan özellik olduğunu tanımayı gerektirir.

-- *Özetleme*; ispatın çekirdeğini ya da ispattaki kritik düşüncüyü tanımlamayı gerektirir.

-- *Genelleme*; önermenin doğruluğu doğru şekilde tanımayı ve ispatın neyi doğruladığını belirlemeyi gerektirir.

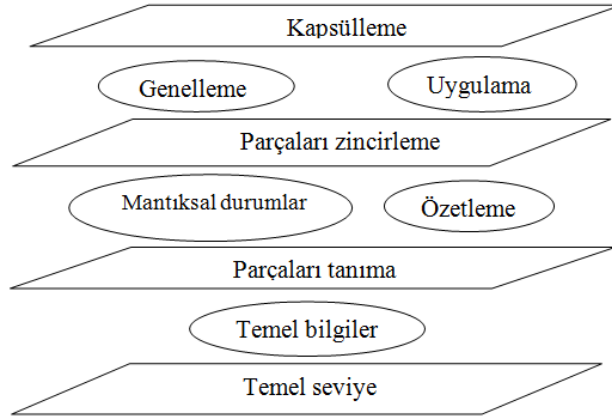
-- *Uygulama* ise ispatı yapılan önermeyi uygun olan başka bir durumda uygulamayı gerektirir.

Yazarlar “değerlendirme” ismini verdikleri altıncı bir esas daha tanımlamışlar ancak lise seviyesinde çok zor bir kriter olduğundan modellerini açıklanan ilk beş esasla sınırlamışlardır (Yang ve Lin, 2008). Böylece dört seviye ve beş esastan



oluşan ispatın kavranmasına yönelik modelin kuramsal yapısını oluşturmuşlardır (Şekil-3).

**Şekil 3**  
**İspatı Kavrayarak Okumanın Kuramsal Modeli**



(Yang ve Lin, 2008: 71)

Yazarlar açıklanan beş esasın hangi oranda kavrandığını ölçmek için bir sonraki başlıkta detaylı şekilde inceleyeceğimiz ispat kavrama testlerini (İKT) kullanmışlardır. Hazırladıkları İKT'lerinde her bir birleşenin kavranmasını ortaya çıkarmak için hangi anlama nesnesinin kullanılacağı ve hangi öğrenme davranışının gerçekleşmesi gerektiğini de açıklamışlardır (bkz. Tablo-1).

Modelin uygulama sonuçlarını ortaya koydukları çalışma, lise seviyesinde olup örnekleme 9. sınıfta olan 223, 10. sınıfta olan 378 öğrenci bulunmaktadır. Çalışmada öğrencilere bir tane, kendi geliştirdikleri İKT uygulanmış ve sonuçlar belirlenen seviyelere göre sunulmuştur. Model ortaöğretim düzeyinde olmasından dolayı, Yang ve Lin (2008) tarafından belirlenen seviyeler bu tez çalışmasına temel teşkil etmiştir.

Yang (2012) öğrencilerin, ispatları kavramak için kullandıkları bilişsel ve üst bilişsel okuma stratejilerinin yapısını ortaya koymaya çalıştığı çalışmada, 9. sınıfta öğrenim göre 533 öğrenciye önce ispat kavrama testi, ardından okuma stratejilerini belirlemek için bir anket uygulamıştır.

**Tablo 1**  
**Geometrik İspatların Kavranarak Okunması Testinin Yapısı**

<b>Kavrama adımı</b>	<b>Anlama nesnesi</b>	<b>İşlemsel tanımı</b>
<b>Temel</b>	Öncül ya da sonuç içeriği	Şekildeki sembollerin anlamını bilir
		Özelliklerin anlamını açıklar
		Özelliklerin anlamını bilir
<b>Mantıksal</b>	Öncül durumu	Doğrudan uygulanan koşulları bilir
	Öncül ve sonuçlar arasındaki mantıksal ilişki	İfadelerin mantıksal sırasını sorgular
	Öncüllerden sonuca ulaşmak için uygulanan özellik	Hangi özelliklerin kullanıldığını bilir
<b>Özetleme</b>	Tartışmalar ve kritik fikirler	Kritik işlem adımlarını, öncülleri ya da sonuçları tanır
		İspatın kritik fikirlerini tanımlar
<b>Genelleme</b>	Önerme ya da ispat	Doğruluğunu sorgular
	Bütün argümanlar	İspatla neyin doğrulandığını tanımlar
<b>Uygulama</b>	Başka durumlara uygulamayı bilme	Aynı yapılarda uygular
		Farklı yapıları tanımlar

(Yang ve Lin, 2008)

Üstbilişsel okuma stratejisini, “okuma gibi herhangi bir düşünme eyleminin öncesinde, sırasında veya sonrasında, planlama, gözleme ve düzenleme gibi faaliyetleri içeren stratejiler (Pereira-Laird ve Deane, 1997; Yang, 2012: s.309’daki alıntı)” olarak tanımlamıştır. Bunların bilinçli ve planlı yapılan stratejiler olduğunu belirtmiştir. Bilişsel okuma stratejilerini ise “ön bilgilerle yeni öğrenilen materyallerin birleştirilmesi” şeklinde tanımlamış ve “yeni bir bilgiyi edinmek, öğrenmek, hatırlamak ve yeniden geri getirmek için kullandığı tekrarlama, detaylandırma ve örgütlenme gibi stratejilerdir (Pereira-Laird ve Deane, 1997; Yang, 2012: s.310’daki alıntı)” şeklinde açıklamıştır. Araştırmada öğrencilere önce İKT uygulanmış ve bu testin sonuçları kavraması yüksek olanlar, orta seviyede olanlar ve düşük olanlar şeklinde sunulmuştur. Daha sonra öğrencilere, İKT uygulaması esnasında hangi okuma stratejilerini kullandıklarını belirlemek için anket uygulanmıştır. Bu anketin sonuçlarına göre yüksek kavrama gerçekleştirenlerin üst bilişsel okuma stratejilerinden planlama ve gözlemi, bilişsel okuma stratejilerinden de detaylandırmayı, orta seviye ve düşük seviyedekilere göre daha fazla kullandıklarını ortaya koymuştur. Dolayısıyla öğrencilere, bahsedilen okuma stratejilerini öğretici ve geliştirici etkinlikler yapılmasını ve öğretmenlerin materyal hazırlarken bu stratejileri göz önünde bulundurmasını önermiştir.

İspatların kavranarak okunması üzerine bir diğer çalışma Mejia-Ramos et al. (2012) tarafından yapılmıştır. Yang ve Lin (2008) çalışmasını temel alarak gerçekleştirdikleri çalışmalarında, araştırmacılara ait ispatların kavranarak okunması (İKO) modelinin sadece ilk üç seviyeye (temel seviye, parçaları tanıma ve parçaları zincirleme) odaklandığını dördüncü seviye olan kapsülleme seviyesini ise ortaöğretim düzeyi için amaçlamadıkları belirttikten sonra lisans düzeyinde bu seviyenin de mümkün olduğu ifade etmişlerdir. Buna göre İKO modelinde belirtilen ilk üç seviyeyi lisans öğretimi için “lokal” kavrama olarak isimlendirmişleridir. İKO modelindeki dördüncü seviye olan kapsülleme seviyesini ise dört farklı seviyeye ayırmışlar ve bu dört seviyeyi “bütünsel” kavrama olarak isimlendirmişlerdir. Lisans seviyesinde ilave edilen dört seviyeyi,

- üst düzey fikirler yoluyla ispatı özetleme,
- ispatın modüler yapısını belirleme,
- ispattaki genel fikirleri ya da yöntemleri başka içeriklere transfer etme ve
- ispatı örneklerle açıklama şeklinde ortaya koymuşlardır.

Özetle lokal ve bütünsel kavrama olarak ikiye böldükleri modelleri üç seviye lokal kavramaya, dört seviye bütünsel kavramaya ait olmak üzere yedi seviyeye ayırmışlardır. Her bir kavrama seviyesini ve içerdiği öğrenme davranışlarını aşağıdaki gibi maddeleyerek özetleyebiliriz.

#### Lokal kavrama;

1. Terimlerin ve ifadelerin anlamı:
  - a. İspatta kullanılan terimlerin anlamlarını ifade edebilir.
  - b. İspatta kullanılan terimleri gösteren örnekler verebilir.
2. İfadelerin ve ispatın temel çerçevesinin mantıksal durumu:
  - a. İspatta geçen ifadelerin amaçlarının belirleyebilir.
  - b. İspatta kullanılan yöntemi tanımlayabilir (çelişki, aksine örnek gibi).
3. İddiaların gerekçelendirilmesi:
  - a. İspattaki örtük ifadeleri belirgin hale getirebilir.
  - b. Verilen iddiayı destekleyen özel veriler tanımlayabilir.
  - c. İspatta kullanılan ifadeler tarafından desteklenen özel iddialar tanımlayabilir.

#### Bütüncül kavrama:

4. Üst düzey fikirlerle özetleme:
  - a. İspatın iyi bir özetini sunabilir.
  - b. İspatın içinde kullanılan önemli “alt ispatların” özetini sunabilir.

5. Modüler yapının tanımlanması:
  - a. İspatı modüller şeklinde bölümlere ayırabilir.
  - b. İspattaki modüllerin amacını belirleyebilir.
  - c. İspattaki modüller arasındaki mantıksal ilişkiyi açıklayabilir.
6. Fikirleri ya da yöntemleri başka bir içeriğe aktarma:
  - a. İspatta kullanılan yöntemi başka içeriklere aktarabilir.
  - b. İspatta kullanılan yöntemi belirleyebilir.
  - c. İspatta kullanılan yöntemin önemini takdir edebilir.
7. Örneklerle açıklama:
  - a. İspattaki çıkarımları örneklerle gösterebilir.
  - b. Bir teoremi ya da ispatını bir diyagram aracılığı ile yorumlayabilir.

Araştırmacılar bu değerlendirme modellerinin tüm ispatlarda uygulanamayacağını, bazı ispatlarda söz edilen yedi tip değerlendirme sorularından bazılarının sorulamayabileceğini belirtmişlerdir.

Alcock ve Wilkinson (2011), lisans seviyesinde matematiksel ispatların kavranmasını desteklemek için elektronik ortamda kullanmak üzere elektronik ispat (e-proof) tasarlamışlardır. Geliştirdikleri ispatların kavrama aşamalarını Yang ve Lin (2008) tarafından ortaya konan seviyelere göre oluşturmuşlardır.

Zazkis ve Zazkis (2014) ise ortaokul öğretmen adayları ile yaptıkları çalışmada, öğretmen adaylarının öğrencilerin ispatları kavradıklarını nasıl değerlendirdiklerini belirlemeye çalışmışlardır. Bu amaçla öğretmen adaylarından Mejia-Ramos et al. (2012) tarafından ortaya konulan ispat kavrama seviyelerine uygun olarak, öğrenciler ve kendileri arasında geçmesi muhtemel “ispat senaryoları” oluşturmaları istenmiştir. Sundukları çalışmada ise modelde üçüncü seviye olarak yer alan “iddiaların gerekçelendirilmesi” basamağını incelemişlerdir. Senaryoların yazımında kullandıkları yöntemi ise “Sokratik yöntem” benzetmişlerdir. Çalışma sonunda öğretmen adaylarının ispatta yer alan iddiaları desteklemek için kullanılan bilgiler ile iddialar arasındaki farkı anlamada güçlük çektiklerini ortaya koymuşlardır.

Bizim çalışmamız ortaöğretim seviyesinde bir öğretim sürecini kapsayan ve nitel araştırma paradigmasına dayalı bir eylem araştırması olması nedeniyle diğer çalışmalardan ayrılmaktadır.

### 2.3. İspat Kavrama Testi

Bu başlık altında, çalışmamızın temel aracı olan ispat kavrama testlerine yönelik yapılmış araştırmalardan bahsedilecektir. Öncelikle şunu belirtmek gerekir ki literatürde bu aracın adlandırması “kavram testi” dir. Ancak bu tez çalışmasının danışman öğretim üyesi ve yazarı bu kavramın anlamının netleştirilmesi ve kullanım alanının daraltılması amacıyla terimi “ispat kavrama testi” olarak ifade etmeyi uygun bulmuştur. Dolayısıyla bu çalışmanın gerek başlığı gerekse içeriğinde adı geçen araç ispat kavrama testi (İKT) olarak kullanılmıştır.

Kavrama testi ilk kez Ken Houston (1993a) tarafından, üniversitede verdiği matematik derslerinde öğrencilerin, matematiksel bir metni okuma ve anlama becerilerini geliştirmek ve değerlendirmek için kullanılan ölçme aracıdır. Yazar, kavrama testi (comprehension test) ismini, İngilizce derslerinde kullanılan, öğrenciye bir metnin verilip o metinle ilgili sorular sormaya dayanan kavrama testlerinden esinlenerek vermiştir. Kavrama testlerinde de öğretim programından bir matematiksel metin belirlenip sınıfa dağıtır. Öğrenciler de bireysel ya da grup olarak metin üzerinde çalışmaya ve metni anlamaya uğraşırlar. Daha sonra uygulanan metnin kavranıp kavranmadığını belirlemek için gruba, önceden hazırlanmış sorular yöneltilir. Houston, kavrama testlerinin amaçlarını şu şekilde sıralamıştır:

1. Öğrencileri matematiksel bir metni anlayarak okumaya teşvik etmek
2. Öğrencilerin, hem teorik hem de uygulama alanında, matematiksel süreçleri anladığını gösterme fırsatı sağlamak
3. Öğrencilerin matematik(sel) iletişim becerilerini geliştirmelerini sağlamak (okuma, soru sorma, cevap verme ve yazma gibi) (Houston, 1993a: 60).
4. Öğrencilere matematiğin yaşayan bir özne olduğunu ve güncel durumlarda kullanıldığını göstermek (Houston, 1993b: 113).

Bu amaçlar doğrultusunda öğrencilerden beklenen davranışları ise şu şekilde sıralamıştır:

1. Matematiksel metinlerde geçen “şu şekilde gösterilebilir ki ...” ya da “yukarıdaki ifade şu şekilde devam ettirilebilir ...” gibi ifadeleri açıklar.
2. Metindeki matematiksel modelleme varsayımlarını tanımlayabilir ve açıklayabilir.
3. Metindeki matematiksel varsayımları, analizleri ve hesaplamaları yapıcı şekilde kritik edebilir.
4. Metindeki çelişkileri ve yanlış çıkarımları belirleyebilir.
5. Matematiksel hataları ya da basım hatalarını belirleyip düzeltebilir.

6. Metinde açıklanan durum hakkında daha geniş altyapıya sahip olabilir.
7. Fikirlerini genelleseyebilir ya da başka durumlara uygulayabilir (Houston, 1993a: 61).

Kavrama testlerine yönelik diğer bir çalışma Conradie ve Frith'e (2000) aittir. Araştırmacılar Güney Afrika'daki Cape Town Üniversitesi'nde 1. sınıftan 4. sınıfa kadar olan sınıflarda (makalenin yayınlandığı tarih itibari ile) 9 yıl süre ile kavrama testi uygulamışlardır. Yazarlar, Houston'a (1993a,b) benzer şekilde, kavrama testlerini kullanmışlar ancak ondan farklı olarak testlerinde metin olarak ispatları kullanmışlar ve bu aracı kavrama testi haline getirmişlerdir. Kullandıkları kavrama testlerinin temel özelliğini; öğrencilere bazı teoremler ispatları ile birlikte sunulur ve sonra öğrencilerin ispatın belirli özellikleri ile ilgili sorulara cevap vermesi istenir, şeklinde açıklamışlardır. Felsefesini, uygulamayı yaparken uygulayan kişinin, öğrencilerin anlamalarının yapısını derinlemesine araştırabilir ve ezbere öğrenmelerinin önüne geçmiş olur şeklinde açıklamışlardır. Yazarlar kavrama testlerinin başlıca avantajlarını şu şekilde belirtmişlerdir;

- Teorem ve ispatların, kolayca ezberlenmesi yerine anlaşılmasını teşvik eder
- Bütün seviyeler için anlamının daha hassas değerlendirilmesini sağlar. Bunu yapmak için sorular:
  1. İspattaki özel adımları anlamayı
  2. İspatın yapısını anlamayı
  3. İspatta kullanılan kavramları anlamayı
  4. Varsayımları sonuçları anlamayı
  5. İspatın kritik yönlerini anlamayı test etmek için kullanılır.
- Hem öğretmen hem de öğrenci için dönütün kalitesi gelişir.
- Klasik yöntemle göre daha az moral bozucudur.
- Matematik iletişim becerilerini geliştirir.

Yöntemin başlıca dezavantajlarını şu şekilde sıralamışlardır;

- Geleneksel yöntemden daha fazla zamana ihtiyaç vardır.
- Bazı öğrencilerin dersin teorik kısmı ile ilgilenmelerini engelleyebilir.
- Öğrenciler kavrama testine hazırlık yapılamayacağını düşünebilirler (Conradie ve Frith, 2000).

Yang ve Lin (2008) ise, geometrik ispatların kavranarak okunması için geliştirdikleri modellerinde, ispatın kavranmasını dört seviyeye ayırmışlar ve bu seviyelere göre İKT'lerinde gerekli düzenlemeleri yapmışlardır. Conradie ve Frith (2000) tarafından geliştirilen İKT'lerinde öğrenciye yöneltilen soruların içeriklerinde

belirli bir kriter yokken, Yang ve Lin (2008) tarafından geliştirilen İKT'lerde, araştırmacıların geliştirdikleri modelde yer alan seviyelere uygun, ölçmesi gereken öğrenme davranışı belirlenmiş sorular kullanılmaktadır. İspat kavrama testlerine yönelik ülkemizde yapılan tek çalışma Yıldız'a (2006) ait tez çalışmasıdır. Çalışmada matematik öğretmenliği bölümü birinci sınıf öğrencisi olan 6 kişi yer almaktadır. Katılımcılara araştırmanın birinci kısmında ispat yapabilme becerilerini araştırmak için, ikinci kısımda ise kavrama testleri hakkındaki görüşlerini tespit etmek için 18 adet açık uçlu soru yöneltilmiştir. Araştırma sonunda öğrencilerin ispat yapabilme konusunda yeterliliklerinin az olduğu ancak kavrama testlerinin öğrenciler tarafından benimsendiği sonucuna varılmıştır. Kavrama testleri ile farklı öğretim kademelerini kapsayan çalışmalar yapılması tavsiye edilmiştir.

Görüldüğü gibi İKT'ler yeni bir çalışma alanıdır ve gerek ülkemizdeki öğretim programlarında gerekse NCTM tarafından belirlenen standartlarda ortaya konulan becerilere yönelik bir araçtır. Ayrıca giriş bölümünde ortaya konulan, ispat eğitimine yönelik çalışma alanları açısından da oldukça kullanışlıdır. Ancak yukarıda açıklandığı gibi, İKT üzerine yapılan araştırmalar genelde lisans seviyesinde, nicel araştırma temelinde ve sürece yönelik değil, durumu ortaya çıkarmaya yönelik çalışmalardır.

Bu noktada, ortaöğretim seviyesinde bir öğretim uygulaması şeklinde tasarlanmış nitel bir çalışmanın alana katkı yapacağı düşünölmektedir. Bu tez araştırmasının alandaki boşluğun doldurulmasına ve yeni araştırmaların yapılmasına yardımcı olacağı inancındayız.

## BÖLÜM 3

### YÖNTEM

#### Araştırmanın Modeli

Bu araştırma, tasarımı, verilerin toplanması ve analiz edilmesi yönleriyle bir nitel araştırmadır. Nitel araştırma; “gözlem, görüşme ve doküman analizi gibi yöntemlerin kullanıldığı, olayların doğal ortamda, gerçekçi ve bütüncül bir biçimde ortaya konmasına yönelik” yapılan araştırma olarak tanımlanmaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2013: 45). Nitel araştırmalarda, insan ve toplum davranışlarının nedenini ortaya koymak, olayları ve olaylar arasındaki ilişkileri tanımlamak ve açıklamak amaçlanır (Ataseven, 2012) ve belli bir konu ile ilgili araştırma yaparken konuyla ilgili geniş bir bakış açısı elde edilmeye çalışılır (Büyüköztürk, Çakmak, Akgün, Karadeniz ve Demirel, 2014). Nitel araştırmaların öne çıkan beş temel özeliği vardır (Bogdan ve Biklen, 1982) bunlar;

- 1) Nitel araştırmalarda verilerin kaynağı araştırmanın yapıldığı doğal ortamdır.
- 2) Nitel araştırmalar betimleyicidir.
- 3) Nitel araştırmalar sürece yöneliktir. Ortaya çıkan sonuçlardan çok, sonuçları ortaya çıkaran süreçle ilgilenir.
- 4) Nitel araştırmalarda önceden belirlenen hipotezleri desteklemek ya da çürütmek için veri toplanmaz. Verilen toplandıkça sonuç ortaya çıkar.
- 5) Nitel araştırmalarda katılımcıların davranışlarının ne anlama geldiği yorumlanmaya çalışılır.

Bu çalışma kapsamında öğrencilerle, öğrenim gördükleri sınıf ortamında, beş hafta süre ile bir ispat öğretim uygulaması yapılmıştır. Uygulama öncesinde öğrencilerin ispatlar hakkındaki görüşlerini belirlemek için serbest yazma etkinliği yapılmıştır. Daha sonra beş haftalık öğretim uygulamasına geçilmiştir. Uygulamaya paralel olarak uygulayıcı öğretmeni günlük tutarak sürece dair görüşlerini belirtmiştir.



Sürecin sonunda öğrencilerin hem İKT'ye hem de öğretim sürecine yönelik görüşlerini belirlemek için yarı yapılandırılmış görüşme uygulanmıştır. Çalışmada öğrencilerin süreç içindeki davranışlarını tanımlamak ve ortaya koydukları davranışların nedenlerini anlamak amaçlanmaktadır.

Araştırmada nitel yöntemlerden olan eylem araştırması kullanılmıştır. Eylem araştırması; araştırmacının uygulamayı doğrudan kendisinin gerçekleştirdiği, uygulama sürecine ilişkin sorunların ortaya çıkarılması ya da ortaya çıkmış sorunların çözümüne yönelik sistematik veri toplamayı ve analiz etmeyi içeren bir araştırma yaklaşımıdır (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Koshy (2005) eylem araştırma sürecini şu şekilde sıralamıştır; eylem araştırma sürecinde öncelikle araştırma yapılacak konu belirlenir. Daha sonra araştırma yapılacak grup belirlenmelidir. Araştırmaya temel olacak bilgiler oluşturulur. Süreci takip edecek araçlar belirlenir ve plan uygulamaya konur. Elde edilen veriler değerlendirilir ve varılan sonuca göre plan yeniden düzenlenir. Bu döngü çalışma amacına ulaşıncaya kadar devam ettirilir. Bu tez çalışmasında eylem araştırma sürecine uygun olarak, her hafta bir adet olmak üzere beş haftalık süreç içerisinde İKT'lerine dayalı bir öğretim uygulaması yapılmış ve her uygulama sonrasında karşılaşılan sorunlara göre yeni planlamalar yapılmıştır.

### **Evren ve Örneklem**

Bir araştırmada ihtiyaç duyulan verilerin elde edildiği ve ulaşılan sonuçların geçerli olacağı grup; evren, özellikleri hakkında bilgi toplamak için çalışılan evrenden seçilen onun sınırlı bir parçası; örneklem olarak tanımlanmaktadır (Büyüköztürk ve diğer., 2014). Bu çalışmanın örnekleme amacına ve nitel araştırmanın özelliklerine uygun olacak şekilde tipik durum örnekleme yöntemi kullanılarak oluşturulmuştur. Tipik durum; yeni bir uygulamayı veya bir yeniliği tanıtmak amacı ile bu uygulamanın veya yeniliğin olduğu bir dizi durum arasından tipik olan birini belirlemeye dayanır (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Bu yöntemde “esas olan sıra dışı olmayan ortalama, tipik bir durumun seçilmesidir” (Büyüköztürk ve diğer.,2014: 91). Bu tez çalışmasının örnekleme; Zonguldak ilinde bulunan bir devlet lisesinin 11. sınıfında öğrenim gören 20 öğrenciden oluşmaktadır. Örneklemin

seçilmesinde örnekleme ulaşma kolaylığı, seçilen okulda yeni geometri öğretim programına uygun öğretim yapılıyor olması ve öğrencilerin çalışmaya katılmaya gönüllü olmaları dikkate alınmıştır. Seçimde araştırmacının derslerini yürüttüğü sınıflar içerisinde geometri başarısı açısından heterojen yapıda olan, çalışmaya gönüllü olarak katılmayı kabul eden sınıf seçilmiştir. Çalışma öncesinde öğrencilere çalışma hakkında kısaca bilgi verilmiş ve çalışma sonuçlarının belirli bir not/ puan ya da derse yönelik ödev olarak değerlendirilmeyeceği söylenmiştir. Örnekleme öğrenciler 10. sınıfta, ispat ve ispatlama ile ilgili temel bilgileri almış ancak daha önce kavrama testi ile karşılaşmamışlardır. Öğrencilerin tamamı 16 yaşındadır. Grubun tamamı 9. sınıftan sonra sayısal ağırlıklı dersleri seçmişlerdir. Araştırmanın tümünde öğrencilere araştırmacının kendisi eşlik etmiştir. Araştırmanın uygulamalarının yapılacağı günler öğrencilerin ders programlarına uygun olacak şekilde hazırlanmıştır. Tüm kayıtların sadece akademik çalışmalarda (makale, bildiri, poster, tez, proje raporu gibi) kullanılacağı, araştırmada öğrencilerin gerçek isimlerinin kullanılmayacağı takma isimler ile belirtileceği ve elde edilen bilgilerin başka hiçbir yerde (akademik çalışmalar dışında) yer almayacağı belirtilmiştir.

### **Veri Toplama Araçları**

Eylem araştırmalarında; araştırmacı notları/ günlükleri, öğrenci yazmaları, bireysel ya da odak grup görüşmesi, gözlem ve dokümanlar (ödev kâğıtları, yazılı evraklar gibi) veri toplama araçları kullanılır (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Ayrıca açık uçlu sınavlar gibi nitel veri toplama yöntemleri ve anket, çoktan seçmeli sınavlar gibi nicel veri toplama araçları da kullanılabilir (Büyüköztürk ve diğer., 2014). Bu tez çalışması kapsamında, eylem araştırma desenine uygun veri toplama araçları kullanılmıştır. Kullanılan veri toplama araçları 5 gruptan oluşmaktadır. Bu gruplar önce verilerin toplanış sırasına göre sunulmakta akabinde araştırmanın alt problemleri ile ilişkilendirilmektedir.

Birinci grupta uygulama sürecine geçilmeden önce yapılmış olan bir serbest yazma etkinliği bulunmaktadır. Serbest yazma etkinliği; öğrenciler bir konu

hakkındaki duygu, düşünce ve fikirlerini sınırlama olmadan yazdıkları yöntemdir (Calp, 2013). Bu etkinlikte öğrencilere:

1-Niçin ispat yaparız/ yapıyoruz?

2-İspatları; “yapmada” ve “anlamada”, kendinizi ne düzeyde yeterli buluyorsunuz (düşük-orta-yüksek)? Neden?

3-İspatlar ile karşılaştığınızda ya da ispat yapmanız istendiğinde ne tür duygular hissediyorsunuz? Nedenleri ile birlikte açıklayınız” soruları yöneltilerek görüşlerini bireysel olarak yazmaları istenmiştir.

Soruların cevaplanması sınıf ortamında, bir ders saati süre içerisinde gerçekleştirilmiştir. Süreç sırasında uygulayıcı öğretmen sınıf içerisinde dolaşarak öğrencilerin yönelttiği uygulamaya yönelik sorulara yanıt vermiştir.

İkinci grup veriler bu süreçte araştırmacı tarafından geliştirilen toplam 5 adet İKT uygulamasından elde edilmiştir. İKT’lerin geliştirilme ve uygulama sürecine yönelik bilgiler aşağıda ilgili başlık altında sunulmaktadır.

Üçüncü grup veriler her İKT’nin uygulanması esnasında sınıf içi genel durumu belirlemek amacıyla öğretmen tarafından tutulan günlük yazmalardan oluşmaktadır. Günlükler ile öğrencilerin süreç içerisinde yaşadıkları, karşılaştıkları kimi sıkıntılar, bunlara yönelik öğretmen müdahale yolları ve söz konusu müdahalelerin yarattığı etkiler tespit edilmeye çalışılmıştır. Öğretmen günlükleri; öğrencinin öğrenmesindeki gelişimi izleme ve bireyin düşünme becerilerini geliştirme fırsatı verir ve elde edilen verilerin değerlendirilerek öğrencinin öğrenme sürecine aktif katılmasını, dolayısıyla da öğrenme kalitesinin yükseltilmesini sağlar (Dixon, 2009). Çalışmada günlükler, öğretmenin süreci yakından izlemesi ve sonradan uygulama oturumlarını değerlendirebilmesini sağlamıştır. Böylece her bir İKT’nin uygulamasındaki deneyimler ile bir sonrakinin daha işlevsel ve sağlıklı olarak gerçekleştirilmesi için gerekli düzenlemelerin (örneğin tanınan süreyi ayarlama, gelen soruları izleme yanıtlama, (varsa) önceki uygulamalarda ortaya çıkan sıkıntıları giderici yaklaşımları sergileme vb) ve sürece müdahalelerin yapılabilmesi amaçlanmıştır. Bu aynı zamanda eylem araştırmasındaki genel yapının gereğini (Koshy, 2005) yerine getirmeyi sağlamıştır. Süreç boyunca beş tanesi İKT

uygulamaları sonrası, bir tanesi ise tüm uygulamanın bitmesinden sonra genel süreci içeren toplam 6 adet günlük yazma yapılmıştır.

Dördüncü grupta uygulamanın tamamlanmasının hemen akabinde, birinci grupta uygulanan serbest yazma çalışması tüm örnekleme tekrar (bireysel-yazılı olarak) uygulanmıştır. Böylece yöneltilen üç soru çerçevesinde İKT'lerinin öğrencilerin ispat yapmaya yönelik görüş, yeterlilik ve duygularında bir değişime sebep olup olmadığı belirlenmeye çalışılmıştır.

Beşinci grup veriler uygulamanın tamamlanması akabinde öğrencilerle gerçekleştirilmiş olan görüşmeleri içermektedir. Görüşmeler örneklemeden seçilen 8 öğrenciyle uygulamayı değerlendirmelerine dönük olarak yarı-yapılandırılmış formda yapılmıştır. Görüşme, sözlü iletişim yoluyla veri toplama tekniğidir (Karasar, 2008). Tek bir projede, farklı yöntem ve veri türlerinin kullanıldığı durumlarda, diğer veriler ile birlikte belgeler, saç ayağının önemli parçası olabilir (Punch, 2005). Yarı-yapılandırılmış görüşmeler, görüşmeyi yapan kişinin önceden var olan bilgileri ile kısmen şekillenmiş, çok resmi olmayan, etkileşimli görüşmelerdir (Bloor ve Wood, 2006). Yarı-yapılandırılmış görüşmeler önceden belirlenmiş soruları ya da özel konuları içerir. Özel bir konuda derinlemesine soru sorma, cevap eksik ya da açık değil ise tekrar soru sorarak durumu daha açıklayıcı hale getirip cevapları tamamlama fırsatı sunma bu teknik yardımı ile gerçekleştirilebilir (Çepni, 2009).

Tüm görüşmeler ses kayıt cihazı ile kayıt altına alınmıştır. Bu kayıtlar daha sonra yazıya aktarılmış ve yazılı metinler üzerinde içerik analizi gerçekleştirilmiştir. Görüşmede toplam 12 adet soru yöneltilmiştir. Bu sorulardan 6 tanesi yapılan ispatların içeriğine (verilenler, yapılan adımlar, kullanılan yöntem ... vb.), diğer 6 soru ise İKT'lere dayalı öğretimi değerlendirmeye yöneliktir. Görüşme soruları araştırmacı tarafından oluşturulmuş, danışman öğretim üyesi ve bir başka alan uzmanının görüşüne sunulmuştur. Ayrıca bir Türkçe öğretmeni tarafından öğrencilerin dilsel okuma ve anlamalarına uygunluğu açısından incelenmiş ve görüşleri alınmıştır. Alınan tüm dönütlere göre görüşme formu yeniden düzenlenerek son şekli verilmiştir (bkz. Ek-1).

## Uygulanan İspat Kavrama Testleri

Araştırmanın üçüncü veri grubunu oluşturan İKT'leri ispatları anlama sürecini ölçmeye dönük araçlardır. Araştırmada beş adet ispat kavrama testi kullanılmıştır.

Önce literatür taraması yapılarak diğer araştırmacılar tarafından geliştirilmiş olan kavrama testleri ayrıntılı olarak incelenmiştir. Literatürdeki örneklerin tamamı referans alınarak ülkemizdeki öğretim programının içeriği ve yaklaşımı da dikkate alınarak ortaöğretim düzeyinde geometri konularını içeren bir grup İKT hazırlanmıştır. Bu süreçte araştırmacı ortaöğretim 9-12 Geometri Dersi Öğretim Programını, ders ve yardımcı ders kitaplarını ayrıntılı olarak incelemiştir. İncelemede hangi teorem/ önermelerin İKT formuna uygun ve kullanımı işlevsel olabilir sorgulaması yapılmıştır. Araştırmacı/ uygulayıcı öğretmen, mesleki deneyimini de dikkate alarak ispat problemlerinin seçiminde sınıf (örneklem) seviyesine uygunluk, fazla zor olmama, ispatlanması için gerekli olan ön öğrenmelerin öğretim programı dâhilinde olması ve sınıf içinde makul sürelerde uygulanabilir olmasına dikkat etmiştir. Bu özellikler ışığında uygulayıcı öğretmen ilk etapta 8 adet teorem belirlemiş ve ispatları ile birlikte bunları danışman öğretim üyesi ve bir başka alan uzmanına sunarak İKT'ne dönüştürülebilme ve araştırma kapsamında uygulanabilme açısından değerlendirmelerini istemiştir. Yapılan değerlendirmeler ve özellikle uygulamanın yapılacağı seviye dikkate alınarak bu 8 teoremde 5'i seçilmiştir.

Seçilen teoremler MEB (2010) tarafından yayınlanan 11. sınıf Geometri Dersi Öğretim Programı'nda yer alan 'dörtgenler' ünitesine kapsamındadır. Üniteye üç kazanım bulunmakta olup bunlardan çalışmada kullanılanlar; "Kazanım 2: dörtgenlerle ilgili teoremleri ispatlar ve uygulamalar yapar (s.32)". "Kazanım 3: dörtgenin çevre uzunluğunu hesaplar, dörtgensel bölgenin alanı ile ilgili teoremleri ispatlar ve uygulamalar yapar (s.33)." şeklindedir. Öğretim programının açıklamalar bölümünde, kazanımlarda belirtilen öğrenme davranışlarının neler olduğu, kapsamı ve sınırları belirtilmektedir. Bu çerçevede oluşturulan İKT'leri ve ilişkili oldukları kazanım/ açıklama aşağıda sunulmuştur.

İKT-1; 2. kazanımın açıklamalar bölümünde yer alan “bir dörtgenin iç açıları toplamı  $360^\circ$  dir.” teoremi için hazırlanmıştır (bkz. Ek-2).

İKT-2; 2. kazanım için istenen yukarıda açıklanan açıklamalar ( Şekil-4) bölümündeki bir dörtgenin komşu iki iç açısından çizilen açortayların oluşturduğu açı, diğer iki açının toplamının yarısına eşittir teoremi için hazırlanmıştır (bkz. Ek-3).

#### Şekil-4

### İKT-2’de Kullanılan, Geometri Öğretim Programında Yer Alan İfade

[!] Bir  $ABCD$  dörtgeninde,  $A$  ve  $B$  açılarının açortaylarının kesim noktası  $P$  olsun. Bu durumda,

$$m(\widehat{APB}) = \frac{m(\widehat{C}) + m(\widehat{D})}{2}$$

olduğu ispatlanır.

(MEB, 2010: 32)

İKT-3; 2. kazanımda verilen “Herhangi bir  $ABCD$  dörtgeninde, köşegenler birbirine dik ise karşılıklı kenarların kareleri toplamının birbirine eşit olduğu ispatlanır (s.32)” açıklamasına yönelik hazırlanmıştır (bkz. Ek-4).

İKT-4; 3. kazanımda verilen “Dışbükey bir dörtgenel bölgenin alanının, köşegen uzunlukları ile köşegenler arasındaki açının sinüsünün çarpımının yarısına eşit olduğu ispatlanır (s.33)” açıklamasına yönelik hazırlanmıştır (bkz. Ek-5).

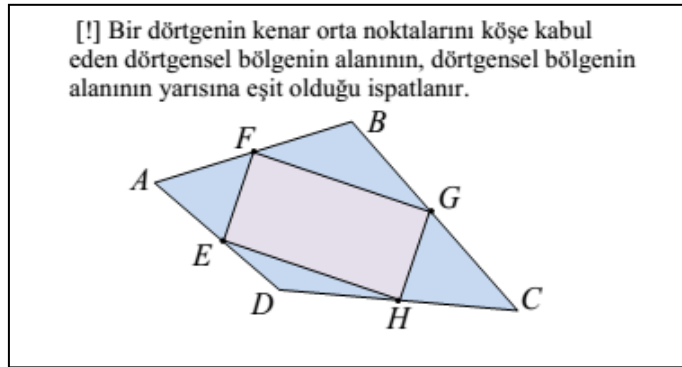
İKT-5; 3. kazanımda verilen (Şekil-5) “Bir dörtgenin kenar orta noktalarını köşe kabul eden dörtgenel bölgenin alanının, dörtgenel bölgenin alanının yarısına eşit olduğu ispatlanır (s.32)” açıklamasına yönelik hazırlanmıştır (bkz. Ek-6).

Bu aşamanın ardından seçilen 5 teorem İKT formatına uygun olarak yapılandırılmıştır. Bu ilk formalara taslak form denilmiştir. Taslak İKT formları öncelikle 11. sınıfta öğrenim gören, örnekleme olmayan ve rastgele seçilen 10 öğrenciye uygulanmıştır. Hem yazılı cevaplarına bakılarak hem de kendileri ile

informal bir görüşme yapılarak İKT'lerin anlaşılabilirliği, kolay-zor olması ve yapılabirliği sorgulanmıştır.

### Şekil-5

#### İKT-5'de Kullanılan Geometri Öğretim Programında Yer Alan İfade



(MEB, 2010: 32)

Aynı zamanda taslak İKT'ler danışman öğretim üyesi tarafından da ayrıntılı şekilde incelenmiş, tüm önerileri dikkate alınmıştır. Ayrıca İKT'ler biri örneklemin bulunduğu okulda görev yapan, örneklemini tanıyan, diğeri aynı ilde ancak örneklemin seçildiği liseden farklı bir lisede görev yapan iki matematik öğretmenine (toplam 3) verilmiş ve incelemeleri istenmiştir. İnceleme öncesinde her üç öğretmene de İKT'ler hakkında bilgi verilmiş, örnek gösterilmiş ve yapılacak araştırmanın amacı ve problemleri hakkında açıklamalar yapılmıştır ve kendilerinden gelen sorulara yanıt verilmiştir. Tüm incelemeler sonrasında alınan eleştiri, görüş ve öneriler dikkate alınarak İKT'ler yeniden yapılandırılmış ve asıl forma dönüştürülmüştür. Asıl formlar tekrar hem 3 matematik öğretmeninde hem de danışman öğretim üyesine sunulmuş ve ikinci bir inceleme yapılması istenmiştir. Bu inceleme sonrasında son değişiklikler yapılarak İKT'lere son şekli verilmiş ve uygulamaya hazır hale getirilmiştir.

Kullanılan veri araçlarından birinci ve dördüncü grupta yer alan serbest yazma etkinlikleri ikinci alt probleme yöneliktir. İkinci grupta kullanılan İKT'leri birinci alt probleme yöneliktir. Üçüncü veri grubunda yer alan öğretmen günlükleri dördüncü alt probleme yöneliktir. Beşinci veri grubunda yer alan görüşmeler ise üçüncü alt probleme yöneliktir.

## Veri Çözümleme Teknikleri

Nitel araştırmalar sonucunda elde edilen verilerin analizi konusunda, her analiz için geçerli olabilecek, belirli bir standardın ve sistematığın olmadığı, araştırmacının, süreç içinde elde edeceği veriler doğrultusunda özgün analizler tercih edilebileceği bilinmektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Bununla birlikte verilerin analizi sürecinde *betimleme*; toplanan verilerin kapsamlı biçimde tanımlanması, *sınıflama*; verilerin kodlanıp gruplanması ve son olarak *ilişkilendirme*; gruplanan verileri ilişkilendirilmesi ve yorumlanması (Dey, 1993) şeklinde tanımlanan üç aşama takip edilmektedir. Bu tez çalışmasında, nitel araştırmalardaki veri analiz sürecine uygun olarak öncelikle farklı veri toplama araçlarında elde edilen veriler tanımlanmış, kapsamlarına uygun olarak gruplanmış ve aralarındaki ilişki oluşturulmuştur.

Bu araştırmada kullanılan serbest yazma çalışmaları, öğretmen günlükleri ve görüşmelerden elde edilen verilerin analizinde içerik analizi yöntemi kullanılmıştır. İçerik analizi, nitel araştırmalarında, görsel, yazılı ya da elektronik veri toplama ve analiz etme yöntemidir (Kondracki, Wellman ve Amundson, 2002). İçerik analizi “belirli kurallara dayalı kodlamalarla bir metnin bazı sözcüklerinin daha küçük içerik kategorileri ile özetlendiği sistematik, yenilenebilir bir teknik” olarak tanımlanır (Büyüköztürk ve diğer.,2014: 240). Bu yöntem herhangi bir yazılı metnin ya da belgenin (gözlem, görüşme, resmi ve kişisel belge, gazete vb) içeriğinin incelenmesi ve sayısal ya da istatistiksel olarak ortaya konulmasında kullanılır (Ekiz, 2009). İçerik analizi dört aşamada gerçekleştirilir: (1) Örneklemin belirlenmesi, (2) Kategorilerin belirlenmesi, (3) Çözümleme birimlerinin belirlenmesi (4) Sayım sisteminin belirlenmesi (Öğülmüş, 1991). Bu tez çalışmasında Öğülmüş (1991) tarafından belirlenen aşamalar kullanılmıştır.

Araştırmada kullanılan yazma etkinliklerinin analizi içerik analizi yöntemine uygun olarak yapılmıştır; öncelikle serbest yazma etkinliğinin örneklemini belirlenmiştir. Yazma etkinlikleri ve sonrasında aynı sorularla yapılan tartışma, örneklemin tamamına uygulanmıştır (20 öğrenci). Daha sonra yöneltilen üç soruya



verilen cevaplara göre kategoriler oluşturulmuştur. Örneklem 20 öğrenciden oluştuğundan verilen her bir cevap birim olarak kabul edilmiştir. Son aşamada oluşturulan kategorilerdeki birey sayısı yüzdelik olarak sayı sistemine yansıtılmıştır. Süreç sonunda uygulanan serbest yazma etkinliğinin veri analizi de aynı şekilde yapılmıştır. Son olarak süreç öncesinde yapılan serbest yazma etkinliğinin sonuçları ile süreç sonunda yapılan yazma etkinliğinin sonuçları karşılaştırılarak var olan durumlar (benzerlikler ve farklar) ortaya konmuştur.

Araştırmada yapılan görüşmelerden elde edilen verilerin analizinde de içerik analizi yöntemi uygulanmıştır. Görüşmeler, örneklem içinden seçilen 8 öğrenci ile yapılmıştır. Seçilen öğrenciler, uygulanan İKT'lerindeki performans düzeylerine göre; düşük performans gösteren 3 öğrenci, orta seviyede performans gösteren 3 öğrenci ve yüksek performans gösteren 2 öğrenci şeklinde belirlenmiştir. Yüksek performans gösteren 2 öğrenci seçilmesinin sebebi yüksek performans gösteren sadece iki öğrenci olmasıdır. Görüşmelerde kullanılan sorular kendi içinde iki kategoriye ayrılmıştır. İlk kategorideki altı soru, ispattaki terimleri tanımlama, ispat adımlarını tanımlama, ispat yöntemini tanımlama kategorilerine ayrılmıştır. Diğer altı soru, İKT avantajları, İKT dezavantajları, diğer yöntemlerle karşılaştırılması ve matematik/ geometri eğitimde kullanılabilirliği şeklinde kategorilere ayrılmıştır. Burada da her bir cevap birim olarak kabul edilmiştir ve sonuçlar yüzdelik olarak yansıtılmıştır.

Araştırmanın öğretim uygulaması sürecinde, her uygulama sonrası bir tane ve süreç sonunda tüm sürece yönelik bir tane olmak üzere toplam altı adet öğretmen günlüğü yazılmıştır. Bu günlüklerin analizi içerik analizi yöntemine uygun olarak yapılmıştır. Analiz sürecinde önce araştırmacı ve danışmanı bireysel olarak tüm günlükleri ve öğrencilerle yapılan görüşme kayıtlarını tek tek izlemiş ve kendi kategorilerini oluşturmuştur. Bu aşamada öğrenci görüşmelerinin de incelenmesinin sebebi öğretmen günlüklerinin daha sağlıklı olarak analiz edilebilmesidir. Akabinde aynı iki kişi bir araya gelerek kategorilerini karşılaştırmış ve benzer ve farklı olan yanları tartışmışlardır. Fikir birliği sağlandıktan sonra kategorilere son şekli verilmiştir. Günlükler analiz edilirken öğretmenin genel gözlemlerinden de yararlanılmıştır. Analiz sonucunda ortaya çıkan bulgular; süreçte karşılaşılan

sıkıntılar, sıkıntılara karşı geliştirilen müdahaleler ve uygulanan müdahalelerin sürece etkileri şeklinde üç kategori altında toplanmıştır.

Uygulanan beş adet İKT'nin analizinden elde edilen verilerin yorumlanmasında ise Yang ve Lin'in (2008) geliştirmiş oldukları modelden yararlanılmıştır. Model hakkında detaylı bilgi, ilgili yayınlar başlığı altında verilmiştir.

İKT'lerinin analizinde Yang ve Lin'e (2008) ait çalışmada kullanılan analiz yöntemi aynen kullanılmıştır. Analiz şu şekilde gerçekleştirilmiştir. Kavrama testlerindeki her bir soru Yang ve Lin (2008) tarafından belirlenen kavrama esaslarından birine yöneliktir. Her bir soru için, ilgili olduğu kavrama esaslarını gerçekleştirip gerçekleştirmediğini ortaya koymak için, öğrenme hedefleri belirlenmiştir. Değerlendirme yapılırken her bir soru, belirlenen öğrenme hedefine ulaşılma düzeyine göre 0, 1 ve 2 puan şeklinde kodlanmıştır. Eğer soruya verilen cevap, soru için belirlenen öğrenme hedefini tam olarak karşılıyorsa 2 puan, kısmen karşılıyorsa 1 puan, eğer karşılamıyorsa 0 puan verilmiştir. Puanlamanın güvenilirliğini sağlamak için her bir kavrama testi; araştırmacı öğretmen ve aynı okulda görev yapan diğer bir matematik öğretmeni tarafından bireysel olarak incelenmiş ve puanlanmıştır. Daha sonra iki öğretmen puanlamalarını karşılaştırarak son şeklini vermişlerdir. Son olarak rastgele seçilen 8 adet İKT danışman öğretim üyesine sunularak kodlaması istenmiş ve böylece kodlamanın güvenilirliği sağlanmıştır. İKT'lerine yönelik değerlendirmelerin anlaşılır olması için İKT-1'de yer alan tüm soruların puanlamasında kullanılan öğrenme hedefleri ve hangi kavrama esasına ait olduğu Ek-7'de sunulmuştur.

Bu işlemlerin sonunda ispat kavrama seviyeleri yönelik performans yüzdeleri ortaya konmuştur. Yüzdelerin belirlenmesinde öncelikle ilgili kavrama esasına yönelik sorulardan elde edilebilecek en yüksek puan belirlenmiştir. Sonra öğrencinin ilgili esas için belirlenen sorulardan aldığı puan ortaya konularak performans yüzdesi hesaplanmıştır.

Son olarak Yang ve Lin (2008) tarafından yapılan analiz yönteminde olduğu gibi, elde edilen performans yüzdeleri üç grupta değerlendirilmiştir. Eğer öğrencinin

soruların ilgili olduğu kavrama esasından aldığı performans yüzdesi %0 ile %33 arasında ise düşük, %34 ile %66 arasında ise orta ve %67 ile %100 arasında ise yüksek düzey olarak gruplandırılmıştır. İKT'nin puanlamasının daha anlaşılır olması için örnek bir kodlama sunmak faydalı olacaktır. İKT-1'de (bkz. Ek-2) yer alan 9. ve 10. soru uygulama esaslarına yöneliktir. Ö6 kodlu öğrenci 9. soruya cevap veremediği için sıfır puan almıştır. 10. soruya ise doğru cevap vererek (bkz. S.55, şekil-8) iki puan almıştır. Bu esasa yönelik olan her iki soruya da doğru cevap verilmesi durumunda ulaşılabilecek en yüksek puan dördttür. Öğrencinin aldığı puan (2), alınabilecek en yüksek puana (4) oranlanıp yüzdesi alındığında, öğrencinin bu esas için ulaştığı kavrama yüzdesi %50 olarak belirlenmiştir. Son olarak öğrencinin ulaştığı bu yüzde, %33 ile %66 arasında olduğundan, öğrenci uygulama esaslarına yönelik orta düzeyde kavrama göstermiştir, sonucuna ulaşılmıştır.

### **Araştırmanın Geçerliliği ve Güvenirliği**

Bir ölçmenin güvenirliliği, aynı şeyin bağımsız ölçümleri arasındaki kararlılık, geçerliliği ise, ölçülmek istenen şeyin ölçülebilmiş olma derecesi olarak tanımlanır (Karasar, 2009). Diğer bir ifade ile geçerlik; araştırma sonuçlarının doğruluğunu, güvenirlilik ise araştırma sonuçlarının tekrar edilebilirliğidir (Büyüköztürk ve diğer., 2014). Nitel araştırmalarda geçerlilik, araştırmacının araştırdığı olguyu, olduğu biçimiyle ve olabildiğince yansız gözlemesi anlamına gelmektedir (Kirk ve Miller, 1986). Betimleyici, yorumlayıcı, kuramsal, genelleyici ve değerlendirici geçerlilik olmak üzere beş çeşit geçerlilik vardır. Bu çalışmada; araştırmanın, araştırılan kişileri ya da durumları yansıtan, çoğu kez de araştırılan kişilerin vermeye çalıştıkları anlamları, onların kullandıkları kelimeler, yorumlamalar ile araştırmanın bunları bütün gerçekliğiyle ortaya koyabilme özelliği ile ilişkili olan yorumlayıcı geçerlilik (Ekiz, 2009) dikkate alınmıştır. Bir araştırmanın kapsam geçerliliğini arttırmak için uzman görüşüne başvurma, meslektaş teyidi gibi yöntemlerin kullanılması gerekir (Büyüköztürk ve diğer., 2014).

Aynı şekilde, araştırma alanına olan yakınlık, yüz yüze görüşmeler yoluyla ayrıntılı ve derinlemesine bilgi toplama, gözlemler yoluyla doğrudan ve olayın gerçekleştiği doğal ortam içinde bilgi toplama, uzun süreli bilgi toplama ve elde edilen bulguların teyit edilmesi için alana geri gidebilme ve ek bilgi toplama olanağının olması nitel araştırmada geçerliliği oluşturmayı sağlayan önemli özelliklerdir (Yıldırım ve Şimşek, 2013: 290).

Araştırmanın geçerliğini sağlamak için bahsedilen özelliklere uyulmuştur. Kullanılan veri araçlarında hem meslektaş teyidi hem de uzman görüşü alınmıştır. İçerik analizi yapılırken kategoriler öncelikle araştırmacılar tarafından bağımsız olarak yapılmış daha sonra karşılaştırma yapılarak son şekli verilmiştir. İKT'nin puanlamasında da hem meslektaş teyidi (farklı 2 öğretmen) hem de uzman görüşü alınmıştır.

LeCompte ve Goetz (1982), bir araştırmanın güvenilirliğini dış güvenilirlik ve iç güvenilirlik şeklinde ikiye ayırmıştır. Dış güvenilirlik, araştırmacının ve katılımcıların konumlarını net bir şekilde belirleme, araştırma ortamını detaylı şekilde tanımlama, verilerin analizinde kullanılan yöntemleri detaylı şekilde açıklama şeklinde tanımlamışlardır. İç güvenilirliği ise elde edilen verileri bire bir sunma, birden çok araştırmacıyı araştırma sürecine dâhil etme, gözlem yoluyla elde edilecek verilerin görüşme yoluyla teyit edilmesi şeklinde tanımlamışlardır. Ekiz (2009) ise nitel bir araştırmanın güvenilirliğini arttırmak için üçgenleme, araştırma alanında uzun süre geçirme, veriler ve analizlerin araştırılan kişilerin kontrolüne sunulması, veriler, analizler ve yorumların başka araştırmacıya sunulması gibi yöntemler önermiştir. Bu çalışmanın dış güvenilirliğini sağlamak için; tüm çalışmanın deseni, örneklem, verilerin analizi, diğer araştırmacılar için detaylı şekilde aktarılmıştır. Çalışmanın iç güvenilirliği sağlamak için elde edilen verilerden bire bir örnekler sunulmuş, araştırmaya hem uygulamanın yapıldığı okuldan katılımcıları tanıyan, hem de farklı okuldan katılımcıları tanımayan öğretmenler dâhil edilmiştir. Ayrıca kullanılan dokümanlar için uzman görüşleri alınmıştır. Bu önlemlerle birlikte görüşmelerde ve dokümanlarda elde edilen veriler birbiriyle karşılaştırılarak tutarlılık gösterip göstermediğine bakılarak üçgenleme metodu kullanılmıştır. Araştırmayı bizzat araştırmacı kendisi yaptığından 5 haftalık süre zarfında araştırma alanında bizzat kendisi olduğundan araştırma alanında uzun süre geçirme metodu; veriler ve analizler araştırmacının danışman öğretim üyesi ile bir başka alan uzmanına da sunularak 'veriler, analizler ve yorumların başka araştırmacıya sunulması metodu' uygulanmıştır.

## BÖLÜM 4

### BULGULAR VE YORUMLAR

Bu bölümde her bir veri toplama aracından elde edilen bulgular alt problemler kapsamında sunulmaktadır.

#### 4.1. Birinci Alt Probleme Yönelik Bulgular ve Yorumlar

Birinci alt problemde “*Öğrencilerin ispat kavrama testlerindeki performansları nasıldır?*” sorusuna yanıt aranmıştır.

Uygulanan İKT’ne ait öğrenci cevapları ilk olarak uygulayıcı öğretmen tarafından incelenmiştir. Aynı okulda görev yapan başka bir matematik öğretmeni tarafından da eş zamanlı bir inceleme yapılmıştır. Akabinde iki öğretmen bir araya gelerek tüm öğrenci cevaplarını tek tek karşılaştırarak yaptıkları kodlamaları değerlendirmiştir. Bu aşama sonrasında rasgele seçilen 8 öğrenci kâğıdı danışman öğretim üyesine sunulmuş ve kendi kodlamasını yapması istenmiştir. Sonrasında öğretmenlerin ve öğretim üyesinin kodlamaları karşılaştırılarak son haline getirilmiştir. Kodlamada İKT’de bulunan (ispat yönelik) tüm sorular her bir öğrenci için 0-1-2 puanlarından biri atanarak yapılmıştır. Son olarak hazırlanan İKT’leri için Yang ve Lin’in (2008) modelinde bulunan her bir kavrama seviyesi için ayrı ayrı yüzdeler hesaplanmış ve üç kategori (yüksek, orta, düşük) altında var olan durum değerlendirilmiştir. Sayfa 48 de 0-1-2 puanlarının atamaları, bu puanlara bağlı hesaplanan yüzdeler ve bu değerler çerçevesinde oluşturulan kategorilere yönelik açıklamaların nasıl yapıldığına dönük bilgiler sunulduğu için burada tekrar yer verilmemiştir.

İzleyen bölümlerde analiz sonuçları her bir İKT’i için ayrı ayrı sunulacak ardından çalışmanın bütününe yönelik, uygulanan tüm İKT’lerini kapsayan analizlere yer verilecektir.

#### 4.1.1. İKT-1 İçin Analiz Sonuçları

Çalışma kapsamında ilk uygulama olarak 11. sınıf geometri öğretim programı (MEB, 2010) dörtgenler ünitesinde yer alan 2. kazanıma yönelik hazırlanan İKT-1 uygulanmıştır. Kullanılan teorem ilgili kazanım kapsamında verilen açıklamalarda yer alan “*bir dörtgenin iç açıları toplamı 360° dir*” ifadesidir (Şekil-6).

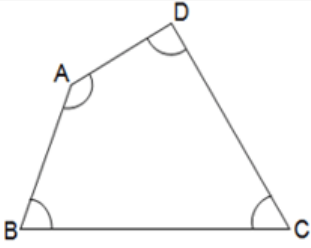
Şekil-6

#### İKT-1’de Kullanılan Teorem

---

**Teorem:**

Bir dörtgenin iç açılarının toplamı 360°

$$m(\hat{A}) + m(\hat{B}) + m(\hat{C}) + m(\hat{D}) = 360^\circ$$



---

Öğrencilerin her bir soruya verdiği yanıtlar verilerin analizi bölümünde açıklandığı gibi 0-1-2 şeklinde puanlanmış daha sonra performans yüzdeleri hesap edilmiştir. Bu analiz yöntemi tüm İKT’lerinde aynı şekilde kullanıldığı için bundan sonraki İKT’lerinin analizinde ‘belirlenen ölçütlere göre’ ifadesi kullanılacaktır.

İKT-1 de sunulan ispata yönelik, 10 adet soru (bkz Ek.2) yöneltilmiştir. Sorulara öğrenciler tarafından verilen yanıtlar belirlenen esaslara (facet) göre değerlendirilmiştir. Yapılan puanlama sonuçları Tablo-2 de sunulmuştur.

**Tablo-2**  
**Öğrencilerin İKT-1 deki Sorulara Göre Aldıkları Puanlar ve**  
**Esaslara Göre Toplam Yüzdelik Değerleri**

İKT-1	Ö1	Ö2	Ö3	Ö4	Ö5	Ö6	Ö7	Ö8	Ö9	Ö10	Ö11	Ö12	Ö13	Ö14	Ö15	Ö16	Ö17	Ö18	Ö19	Ö20	Toplam %	
T1(1) E1	2	1	2	2	2	2	2	2	1	2	1	1	1	2	1	2	2	2	1	1	80	61
T1(2) E1	2	0	1	2	0	1	2	1	0	1	0	1	0	2	1	1	1	0	1	0	43	
T1(3) E2	1	1	2	1	1	2	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	52	45
T1(4) E2	1	0	1	1	1	1	1	0	1	0	2	0	0	0	2	1	2	0	0	2	40	
T1(5) E2	2	1	1	2	1	0	2	0	1	1	1	0	1	0	1	1	0	0	1	1	43	45
T1(6) E3	2	1	0	2	1	2	1	0	0	1	1	1	1	1	2	1	1	0	0	0	45	
T1(7) E4	2	0	1	2	1	2	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	0	0	35	45
T1(8) E4	2	1	1	2	1	2	2	2	0	2	2	1	1	0	1	0	2	0	0	0	56	
T1(9) E5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	7
T1(10) E5	2	0	0	2	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	15	

T1(1): İKT-1'deki soru numarasını, E1: Temel, E2: Mantıksal, E3: Özetleme, E4: Genelleme, E5: Uygulama esaslarını göstermektedir.

Tablo incelendiğinde, ispattaki ifadelerin ve sembollerin bilgisini ifade eden temel esaslara (E1) yönelik olan birinci ve ikinci soruda, grubun performans yüzdesi orta seviyededir. İspat adımları arasındaki geçişlerin kavranmasını ifade eden mantıksal esaslar (E2), ispattaki kritik fikirlerin kavranmasını ifade eden özetleme esasları (E3) ve ispatın doğruluğunun sorgulandığı genelleme esaslarında (E4) performanslar birbirine eşit çıkmakla beraber kavrama düzeyi orta değerdedir. İspatları farklı durumlara uygulayabilmeyi ifade eden uygulama esaslarında (E5) ise kavrama performansı düşük seviyede gerçekleşmiştir. Kavrama seviyesi ilerledikçe öğrencilerin ulaştıkları kavrama yüzdelerinin düştüğü görülmektedir.

Yöneltilen sorular içerisinde en yüksek kavrama yüzdesi birinci soruda oluşmuştur. Birinci soru ispatta geçen terimlerin bilgisine yöneliktir. En düşük kavrama yüzdesi ise dokuzuncu soruda ortaya çıkmıştır. Dokuzuncu soru teoremin farklı bir şekilde ispatının yapılmasını içermektedir. Bu sonuçlara göre öğrencilerin ispatta yer alan tanım, şekil sembol gibi, ön bilgileri kavradıkları, ancak ispatı farklı şekilde yapabilecek kavramayı gerçekleştiremedikleri görülmüştür.

İspat adımları arasındaki geçişlerin mantıksal ilişkilerinin sorgulandığı üçüncü, dördüncü ve beşinci sorularda ulaşılan kavrama yüzdeleri birbirine yakın olmakla birlikte yeterli düzeyde olmadıkları görülmektedir. Ayrıca her bir soru için farklı yüzdelere ulaşılmıştır. Bu sonuçlara göre öğrencilerin her bir ispat adımını anlamada aynı kavrama performansına sahip olmadıkları; bir adımdan diğerine geçişi kavrayabilirken bir sonraki adımı kavrayamayabileceği görülmüştür. İspatlamının yapısı gereği ispat adımlarının her biri farklı bir işlevliğe sahip olduğundan bu sonucun doğal olduğunu söyleyebiliriz.

İKT-1’de yöneltilen altıncı soru ispatın dayandığı kritik adım(ları) belirlemeye yöneliktir. Bu soruda ulaşılan performans yüzdesi yeterli düzeyde olmamıştır. Bu sonuca göre öğrenciler ispattaki tanımlar, semboller gibi temel kavramları kavrayabilmelerine rağmen ispatın temel dayanaklarını belirlemede düşük performans göstermektedir. Bu soruya verilen cevaplara örnek olarak Ö17’nin yanıtı Şekil-7 de sunulmuştur.

### Şekil-7

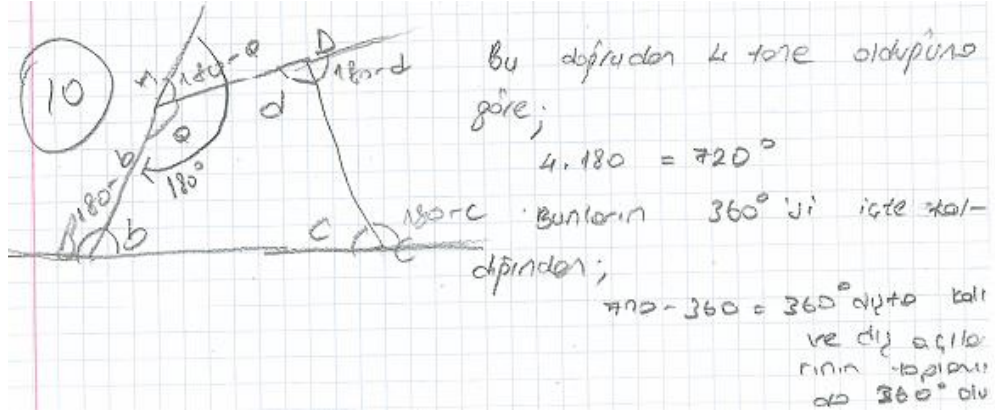
#### İKT-1’deki 6. Soruya Ö17’nin Verdiği Yanıt

3. adım ve 4. adım için üçgenin iç açıları toplamını bitmediğim için zaman ispat yapamadım.

Onuncu soru olarak İKT-1’de yapılan ispatı kullanarak dörtgenlerin dış açılarının toplamını göstermeleri istenmiştir. Sadece üç öğrenci bu soruya cevaplayabilmiştir. Uygulama sonrası öğrencilerle yapılan görüşmede, soruyu yanıtlayan öğrenciler bu ispatı daha önce gördüklerini, bu sayede cevaplayabildiklerini belirtmişlerdir. Örnek olarak öğrenci Ö6’nın verdiği cevap Şekil-8 de sunulmuştur.



**Şekil-8**  
**İKT-1'deki 10. Soruya Ö6'nın Verdiği Yanıt**



İspat kavrama seviyeleri arasında geçişi yapabilmek için gerekli öğrenmeleri ifade eden esaslara yönelik elde edilen veriler doğrultusunda öğrencilerin gösterdikleri kavrama düzeyi Tablo-3'de sunulmuştur.

**Tablo-3**  
**İKT-1 İçin Bireysel Değerlendirme Sonuçları**

Seviye	Düzyey	Öğrenci No	Frekans	Yüzde
TEMEL	Zayıf	Ö2, Ö9, Ö11, Ö13, Ö20	5	25
	Orta	Ö5, Ö12, Ö15, Ö18, Ö19	5	25
	Yüksek	Ö1, Ö3, Ö4, Ö6, Ö7, Ö8, Ö10, Ö14, Ö16, Ö17	10	50
PARÇALARI TANIMA	Zayıf	O2, O5, O8, O10, O12, O13, O14, O18, O19	9	45
	Orta	Ö1, Ö4, Ö6, Ö9, Ö16, Ö17	6	30
	Yüksek	Ö3, Ö7, Ö11, Ö15, Ö20	5	25
PARÇALARI ZİNCİRLEME	Zayıf	O2, O3, O7, O8, O9, O10, O13, O18, O19, O20	10	50
	Orta	O5, O11, O12, O14, O16, O17	6	30
	Yüksek	O1, O4, O6, O15	4	20
KAPSÜLLEME	Zayıf	O2, O3, O5, O7, O8, O9, O10, O11, O12, O13, Ö14, Ö15, Ö16, Ö17, Ö18, Ö19, Ö20	17	85
	Orta	Ö1, Ö4, Ö6	3	15
	Yüksek		0	0

Veriler incelendiğinde yüksek kavrama performansı gösteren öğrencilerin yüzdesi en çok temel seviyede iken, düşük kavrama performansı gösteren öğrencilerin yüzdesi en çok ispatın farklı şekilde ispatlanabilmesini içeren kapsülleme seviyesinde çıkmıştır. Bu sonuca paralel olarak temel seviyeden, kapsülleme seviyesine doğru çıktıkça kavrama performanslarının düştüğü görülmüştür.

Bu veriler ışığında İKT-1’de kullanılan teorem ve ispat için öğrencilerin ispattaki sembolleri ve tanımları kavradıkları ancak üst düzey kavramayı içeren seviyelerde yeterli performansı gösteremedikleri ve düşük kavrama gerçekleştiği gözlenmiştir.

#### 4.1.2. İKT-2 İçin Analiz Sonuçları

Çalışmada ikinci uygulama olarak 11. sınıf geometri öğretim programı (MEB, 2010) dörtgenler ünitesinde yer alan 2. kazanıma yönelik hazırlanan İKT-2 uygulanmıştır. Kullanılan teorem, ilgili kazanım kapsamında verilen açıklamalarda yer alan “bir dörtgenin komşu iki iç açısını ait açılırtayların kesişim açısının ölçüsü, diğer iki açının ölçüleri toplamının yarısına eşittir” ifadesidir (Şekil-9).

Şekil-9

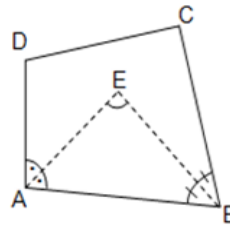
#### İKT-2’de Kullanılan Teorem

---

**Teorem:**

Bir ABCD dörtgeninde E noktası; [AE] ve [BE] açılırtaylarının kesim noktası olmak üzere:

$$m(\widehat{AEB}) = \frac{m(\widehat{D}) + m(\widehat{C})}{2} \text{ dir.}$$




---

İKT-2 de sunulan ispata yönelik öğrencilere 10 adet soru yöneltilmiştir. Sorulara öğrencilerce verilen yanıtlar belirlenen esaslara (facets) göre değerlendirilmiştir. Yapılan puanlama sonuçları Tablo-4 de sunulmuştur.

**Tablo-4**  
**Öğrencilerin İKT-2 deki Sorulara Göre Aldıkları Puanlar ve**  
**Esaslara Göre Toplam Yüzdeler Değerleri**

İKT-2	Ö1	Ö2	Ö3	Ö4	Ö5	Ö6	Ö7	Ö8	Ö9	Ö10	Ö11	Ö12	Ö13	Ö14	Ö15	Ö16	Ö17	Ö18	Ö19	Ö20	Toplam %
T2(1) E1	1	1	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	20
T2(2) E1	2	2	2	2	2	2	1	2	2	2	2	1	2	2	2	2	1	2	0	0	83
T2(3) E1	2	2	2	2	2	2	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1	2	1	1	90
T2(4) E2	1	0	1	2	0	0	0	0	0	1	0	2	0	0	2	2	0	0	0	1	30
T2(5) E2	1	0	1	2	0	0	0	0	0	1	0	2	1	0	2	2	0	0	1	1	35
T2(6) E2	1	0	1	2	0	0	1	1	1	1	1	2	1	0	2	2	0	0	1	1	45
T2(7) E3	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	8
T2(8) E4	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	8
T2(9) E4	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	28
T2(10) E5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

T2(1): İKT-2'deki soru numarasını, E1: Temel, E2: Mantıksal, E3: Özetleme, E4: Genelleme, E5: Uygulama esaslarını göstermektedir.

Tablo incelendiğinde, ispattaki ifadelerin ve sembollerin bilgisini ifade eden temel esaslara (E1) yönelik olan birinci, ikinci ve üçüncü soruda, grubun performans yüzdesi orta kavrama değerindedir. İspat adımları arasındaki geçişlerin kavranmasını ifade eden mantıksal esaslar (E2) orta seviyede, ispattaki kritik fikirlerin kavranmasını ifade eden özetleme esasları (E3), ispatın doğruluğunun sorgulandığı genelleme esaslarında (E4) ve ispatların farklı durumlara uygulayabilmeyi ifade eden uygulama esaslarında (E5) kavrama performansı düşük seviyede gerçekleşmiştir. Özellikle uygulama esaslarında hiçbir öğrenci yeterli düzeyde performans gösterememiştir.

Tabloda ulaşılan bir diğer bulgu kavrama esaslarında ilerledikçe azalan ya da artan bir hareketin gözlenmemesidir. Temel esaslardan mantıksal esaslara ve daha sonra özetleme esaslarına geçişte azalma görünürken genelleme esaslarına geçişte artma gözlenmiştir. İspatlamının çok boyutlu bir süreç olduğunu göz önünde

bulundurduğumuzda farklı esasların kavranma yüzdelerinde doğrusal bir artış ya da azalışın olmamasının doğal olduğu düşünülmektedir.

İKT-2’de yöneltilen ilk soru ‘açıortay’ ifadesini tanımlamaya yöneliktir. Bu sorudaki kavrama yüzdesi, temel esaslara yönelik olan sorular içinde en düşük olanıdır. Temel esaslara yönelik olan sorular içerisinde en yüksek kavrama yüzdesi dörtgenlerin iç açıları toplamını kullanmaları gereken üçüncü sorudan elde edilmiştir. İKT-1’de kullanılan ispat dörtgenlerin iç açılarına yönelik olduğundan, İKT-2’de üçüncü sorudan elde edilen bu sonuç İKT-1’deki uygulamanın etkisini göstermektedir. Örnek olarak üçüncü soruya Ö5’in verdiği yanıt Şekil-10’da sunulmuştur.

### Şekil-10

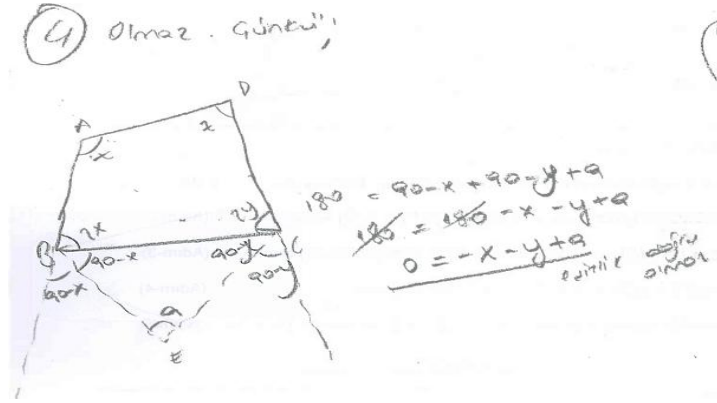
#### İKT-2’deki 3. Soruya Ö5’in Verdiği Yanıt

3 - Katılıyorum - çünkü  $m(\hat{A})$ ,  $m(\hat{B})$ ,  $m(\hat{C})$ ,  $m(\hat{D})$  açıları bir dörtgeni oluşturuyor.  
Bir dörtgenin iç açıları toplamı  $360^\circ$  olduğuna göre  $m(\hat{A}) + m(\hat{B}) + m(\hat{C}) + m(\hat{D}) = 360^\circ$  olur.

İKT-2’de dördüncü soru olarak açıortayların farklı köşelerden çizilmesi durumunda ispatın geçerliliği sorulmuştur. Bu soruda ulaşılan kavrama yüzdesi, mantıksal esaslara yönelik olan dört, beş ve altıncı sorular içerisinde en düşük kavrama yüzdesidir. Bu sonuçlara göre öğrencilerin ispat adımlarının mantıksal ilişkilerini yeterli düzeyde kavrayamadıkları anlaşılmıştır. Birinci sorunun yüzdesi ile birlikte düşünüldüğünde, öğrencilerin açıortaya yönelik olan eksiklikleri, açıortayla ilgili işlem adımlarını da etkilemiştir. Örnek olarak dördüncü soruya Ö4’ün verdiği yanıt Şekil-11’de sunulmuştur.

### Şekil-11

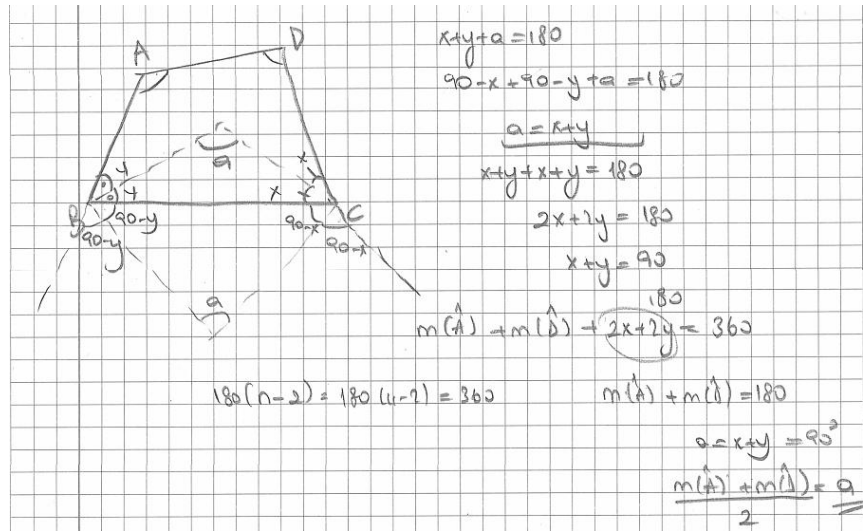
#### İKT-2’deki 4. Soruya Ö4’ün Verdiği Yanıt



İKT-2’de yer alan onuncu soruda öğrencilerden kendilerine sunulan teoremi farklı şekilde ispatlamaları istenmiş ancak hiçbir öğrenci bu soruya yeterli yanıt verememiştir. Örnek olarak onuncu soruya Ö10’un verdiği yanıt Şekil-12’de sunulmuştur.

Şekil-12

İKT-2’deki 10. Soruya Ö10’un Verdiği Yanıt



İspat kavrama seviyeler arasında geçişi yapabilmek için gerekli öğrenmeleri ifade eden esaslara yönelik elde edilen veriler doğrultusunda öğrencilerin gösterdikleri kavrama düzeyi bireysel olarak Tablo-5’de sunulmuştur. Bunun için ilgili kavrama seviyelerine geçişlerde kullanılan esaslar temel alınmış, her bir esasa ait, gruptaki her bir üyenin puanları toplanmış ve yüzdeleri hesap edilmiştir.

Tablo-5

## İKT-2 İçin Bireysel Değerlendirme Sonuçları

Seviye	Düzyey	Öğrenci No	Frekans	Yüzde
TEMEL	Zayıf	Ö7, Ö19, Ö20	3	15
	Orta	Ö17	1	5
	Yüksek	Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö8, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12, Ö13, Ö14, Ö15, Ö16, Ö18	16	80
PARÇALARI TANIMA	Zayıf	Ö2, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9, Ö11, Ö13, Ö14, Ö17, Ö18, Ö19	12	60
	Orta	Ö1, Ö3, Ö10, Ö20	4	20
	Yüksek	Ö4, Ö12, Ö15, Ö16,	4	20
PARÇALARI BİRLEŞTİRME	Zayıf	Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12, Ö13, Ö14, Ö15, Ö16, Ö18, Ö19, Ö20	18	90
	Orta	Ö1, Ö17	2	10
	Yüksek	--	0	0
KAPSÜLLEME	Zayıf	Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12, Ö13, Ö14, Ö15, Ö16, Ö17, Ö18, Ö19, Ö20	20	100
	Orta	-	0	0
	Yüksek	-	0	0

Değerlendirme sonucunda, ispatta kullanılan ifadelerin ve sembollerin bilgisini ifade eden temel seviyede öğrencilerin çoğu yüksek kavrama performansı göstermişlerdir. Ancak daha sonraki kavrama seviyelerine geçildiğinde kavrama yüzdeleri düşmüştür. İKT-2’de İKT-1’den farklı olarak kavrama seviyelerinde elde edilen sonuçlar doğrusal bir azalma göstermiştir. Özellikle ispatı başka bir şekilde ispatlamayı ya da bu ispata dayanarak başka bir ispatı yapmayı gerektiren kapsülleme seviyesinde kavrama gerçekleşmemiştir.

Bir diğer dikkat çekici sonuç aynı öğrencinin farklı kavrama seviyelerinde farklı performans göstermeleridir. Örneğin Ö17 temel seviyede orta, parçaları tanıma seviyesinde zayıf, parçaları birleştirme seviyesinde orta düzeyde kavrama performansı göstermiştir. Bu duruma göre öğrencilerin bir ispatın farklı düzeylerinde her zaman aynı şekilde kavrama gerçekleştiremediklerini ifade edilebilir.

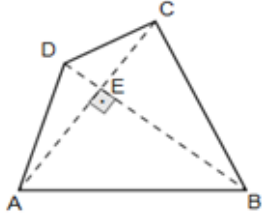
### 4.1.3. İKT-3 İçin Analiz Sonuçları

Çalışmada üçüncü uygulama olarak 11. sınıf geometri öğretim programı (MEB, 2010) dörtgenler ünitesinde yer alan 2. kazanıma yönelik hazırlanan İKT-3 uygulanmıştır. Kullanılan teorem, ilgili kazanım kapsamında verilen açıklamalarda yer alan “Herhangi bir ABCD dörtgeninde, köşegenler birbirine dik ise karşılıklı kenarların kareleri toplamının birbirine eşit olduğu ispatlanır” ifadesidir (Şekil-13).

**Şekil-13**  
**İKT-3’de Kullanılan Teorem**

---

**Teorem:**  
Köşegenleri dik kesişen bir dörtgende; karşılık kenar uzunluklarının kareleri toplamı birbirine eşittir:

$$|AB|^2 + |DC|^2 = |AD|^2 + |BC|^2$$



---

İKT-3 de sunulan ispata yönelik öğrencilere 10 adet soru yöneltilmiştir. Sorulara öğrencilerce verilen yanıtlar belirlenen esaslara (facet) göre değerlendirilmiştir. Yapılan puanlama sonuçları Tablo-6 da sunulmuştur.

Tablo incelendiğinde, ispattaki ifadelerin ve sembollerin bilgisini ifade eden temel esaslara (E1) yönelik olan birinci soruda grubun performans yüzdesi orta, ikinci soruda grubun performans yüzdesi düşük değer almıştır. İspat adımları arasındaki geçişlerin kavranmasını ifade eden mantıksal esaslarda (E2) ise diğer esaslar arasında en yüksek kavrama performansı elde edilmiştir. İspattaki kritik fikirlerin kavranmasını ifade eden özetleme esasları (E3), ispatın doğruluğunun sorgulandığı genelleme esaslarında (E4) ve ispatların farklı durumlara uygulayabilmeyi ifade eden uygulama esaslarında (E5) kavrama performansı düşük seviyede gerçekleşmiştir. İKT-2’de de olduğu gibi uygulama esaslarında hiçbir öğrenci yeterli düzeyde performans gösterememiştir.

**Tablo-6**  
**Öğrencilerin İKT-3 deki Sorulara Göre Aldıkları Puanlar ve**  
**Esaslara Göre Toplam Yüzdelik Değerleri**

İKT-3	Ö1	Ö2	Ö3	Ö4	Ö5	Ö6	Ö7	Ö8	Ö9	Ö10	Ö11	Ö12	Ö13	Ö14	Ö15	Ö16	Ö17	Ö18	Ö19	Ö20	Toplam %
T3(1) E1	1	1	1	1	1	1	2	1	1	1	1	2	1	2	1	1	1	1	1	0	53
T3(2) E1	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	2	1	1	0	0	0	0	18
T3(3) E2	2	1	2	2	2	2	2	2	1	2	2	2	1	2	2	2	2	1	1	2	87
T3(4) E2	1	0	1	0	2	2	0	1	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	1	37
T3(5) E2	2	1	1	2	2	2	2	1	2	2	2	2	1	2	1	2	2	1	1	1	80
T3(6) E2	1	0	1	1	0	1	0	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	35
T3(7) E3	1	0	1	1	1	1	1	2	0	1	1	1	0	1	1	0	1	0	1	1	40
T3(8) E4	0	1	0	1	0	1	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	27
T3(9) E4	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	15
T3(10) E5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

T3(1): İKT-3'deki soru numarasını, E1: Temel, E2: Mantıksal, E3: Özetleme, E4: Genelleme, E5: Uygulama esaslarını göstermektedir.

Bu sonuçlara arasında en dikkat çekici olanı, öğrenciler ispattaki ifadelerin ve sembollerin kavranmasını ifade eden temel esaslarında ulaştıkları kavrama performansı düşük olmasına rağmen, ispat adımları arasındaki geçişlerin kavranmasını ifade eden mantıksal esaslarda yüksek kavrama performansına ulaşmış olmalarıdır. Bu sonuç öğrencilerin temel kavramları tam olarak kavrayamamalarına rağmen işlem adımlarını kavrayabildiklerini göstermektedir.

Temel esaslara yönelik olan birinci ve ikinci soru arasında en düşük kavrama performansı ikinci sorudan elde edilmiştir. Dörtgenin köşegenlerinin her zaman dik kesişip kesişmediği sorgulayan soruda sadece bir öğrenci yeterli cevap verebilmiştir. Örnek olarak ikinci soruya Ö14'ün verdiği yanıt Şekil-14'de gösterilmiştir.

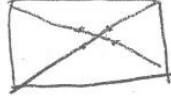
Aynı esasa yönelik olan ve Pisagor bağıntısının sorgulandığı soruda ise yeterli kavrama yüzdesi elde edilmiştir. Bu verilere göre öğrencilerin ispatta yer alan temel kavramların her birinde aynı performansları gösteremedikleri anlaşılmaktadır.



### Şekil-14

#### İKT-3'deki 2. Soruya Ö14'ün Verdiği Yanıt

② Hayır dik kesişmez. Çünkü dörtgenden dörtgene değişti. Bazı dörtgenlerde dik kesişir ama hepsinde dik kesişmez.



her dik kesişme zorunluluğu yoktur

Altıncı soruda öğrencilere köşegenlerin dik kesişmemesi durumunda ispatın yapılıp yapılamayacağı, yedinci soruda ise ispatın dayandığı kritik adım(lar) sorulmuştur. Her iki soruda da yeterli kavrama yüzdesine ulaşılamamıştır. Her iki soru da birbiri ile ilişkili olduğundan elde edilen sonuçların tutarlı olduğu görülmektedir.

İspat adımları arasındaki geçişlerin sorgulandığı üçüncü ve beşinci soruda yüksek kavrama yüzdesine ulaşılmışken aynı mantıksal esaslar çerçevesinde yöneltilen ve ispatın farklı durumlarda da yapılabilişinin sorgulandığı dördüncü ve altıncı sorularda düşük kavrama yüzdesi elde edilmiştir. Bu sonuca göre öğrencilerin verilen işlem adımları yorumlayabildiği ancak kendilerini bu adımları farklı şekilde oluşturamadıkları görülmektedir.

İKT-2'de olduğu gibi onuncu soruda yöneltilen ve ispatın farklı şekilde yapılmasını içeren soruya hiçbir öğrenci yanıt verememiştir.

İspat kavrama seviyeler arasında geçişi yapabilmek için gerekli öğrenmeleri ifade eden esaslara yönelik elde edilen veriler doğrultusunda öğrencilerin gösterdikleri kavrama düzeyi (bireysel olarak) Tablo-7'de sunulmuştur. Bunun için ilgili kavrama seviyelerine geçişlerde kullanılan esaslar temel alınmış, her bir esasa ait, gruptaki her bir üyenin puanları toplanmış ve yüzdeleri hesap edilmiştir.

Temel düzeyde zayıf kavrama gösteren öğrenci oranı bu düzey için en düşük yüzdeye sahiptir. İspatta kullanılan temel kavramların kavranması içeren ilgili seviyede öğrencilerin zorlandıkları görülmektedir.

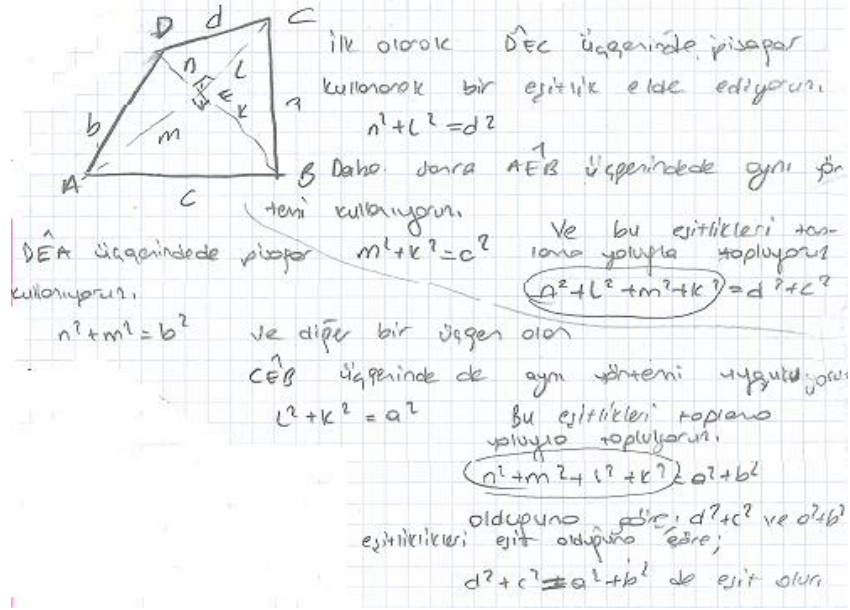
**Tablo-7**  
**İKT-3 İçin Bireysel Değerlendirme Sonuçları**

Seviye	Değerlen.	Öğrenci no	Frekans	Yüzde
TEMEL	Zayıf	Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö8, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12, Ö13, Ö17, Ö18, Ö19, Ö20	14	70
	Orta	Ö5, Ö6, Ö15, Ö16	4	20
	Yüksek	Ö7, Ö14	2	10
PARÇALARI TANIMA	Zayıf	Ö2, Ö19	2	10
	Orta	Ö3, Ö8, Ö9, Ö13, Ö14, Ö15, Ö18, Ö20	8	40
	Yüksek	Ö1, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö10, Ö11, Ö12, Ö16, Ö17	10	50
PARÇALARI BİRLEŞTİRME	Zayıf	Ö1, Ö2, Ö3, Ö9, Ö10, Ö11, Ö13, Ö15, Ö16, Ö17, Ö18, Ö19, Ö20	13	65
	Orta	Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö12, Ö14	6	30
	Yüksek	Ö8	1	5
KAPSÜLLEME	Zayıf	Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12, Ö13, Ö14, Ö15, Ö16, Ö17, Ö18, Ö19, Ö20	20	100
	Orta	-	0	0
	Yüksek	-	0	0

İspat adımları arasındaki mantıksal ilişkiyi ifade eden parçaları tanıma seviyesinde orta düzeyde kavrama gösterenler ve yüksek kavrama gösterenlerin yüzdesi zayıf kavrama gösterenlerden fazladır. İspatın bu seviyede kavramasının önemli oranda gerçekleştiği görülmektedir. Parçaları birleştirme basamağında sadece bir öğrenci yüksek kavrama göstermiş, 6 öğrenci ise orta düzey kavrama göstermiştir. Örnek olarak dokuzuncu soruya Ö8'in verdiği yanıt Şekil-15'de sunulmuştur.

### Şekil-15

#### İKT-3'deki 9. Soruya Ö8'in Verdiği Yanıt



İspatın farklı şekilde ispatlanmasını gerektiren kapsülleme seviyesinde hiçbir öğrenci orta ya da yüksek düzeyde kavrama gerçekleştirememiştir. Bu testte parçaları tanıma seviyesinde oluşan başarı yüzdesi önceki iki İKT'ye oranla daha yüksektir. Aynı şekilde parçaları birleştirme seviyesinde oluşan performans yüzdeleri de önceki iki İKT'ye oranla daha yüksektir.

Önceki İKT'lerden farklı olarak İKT-3'de en yüksek kavrama performansı parçaları tanıma seviyesinde ortaya çıkmıştır. Ancak bu seviyedeki kavrama yeterli düzeye ulaşamamıştır. Bu sonucun ortaya çıkmasında temel seviyedeki kavramanın düşük olmasının etkili olduğunu düşünmekteyiz. Bu sonuçlar göre temel kavramaları bilmenin ileri kavrama seviyeleri için gerekli olduğunu ama yeterli olmadığını düşündürmektedir.

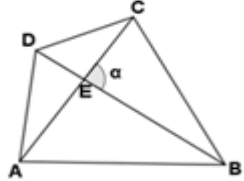
#### 4.1.4. İKT-4 İçin Analiz Sonuçları

Çalışma kapsamında dördüncü uygulama olarak 11. sınıf geometri öğretim programı (MEB, 2010) dörtgenler ünitesinde yer alan 3. kazanımda verilen "Dışbükey bir dörtgensel bölgenin alanının, köşegen uzunlukları ile köşegenler

arasındaki açının sinüsünün çarpımının yarısına eşit olduğu ispatlanır” açıklamasına yönelik hazırlanmış İKT uygulanmıştır (Şekil-16).

Şekil-16

### İKT-4’de Kullanılan Teorem

<p><b>Teorem:</b></p> <p>Dışbükey bir dörtgenin alanı <math>A</math> ve dörtgenin köşegenleri <math> AC </math> ile <math> BD </math>, bu köşegenler arasındaki açının ölçüsü <math>m(\widehat{CEB}) = \alpha</math> olmak üzere;</p> $A(ABCD) = \frac{1}{2}  AC  \cdot  BD  \cdot \sin \alpha \text{ dir.}$	
--	---

İKT-4’de sunulan ispata yönelik öğrencilere 11 adet soru yöneltilmiştir. Sorulara öğrencilerce verilen yanıtlar belirlenen esaslara (facet) göre değerlendirilmiştir. Yapılan puanlama sonuçları Tablo-8 da sunulmuştur.

İKT-4’de yer alan ilk üç soru, ispattaki ifadelerin ve sembollerin bilgisini ifade eden temel esaslara (E1) yöneliktir. Bu sorulardan ilk ikisinde kavrama yüzdesi çok düşükken üçüncü soruda tüm öğrenciler yüksek performans yüzdesine ulaşmışlardır. İKT-4’de kullanılan ikinci soru trigonometri konusuna yöneliktir.

Tablo-8

### Öğrencilerin İKT-4 deki Sorulara Göre Aldıkları Puanlar ve Esaslara Göre Toplam Yüzdeler

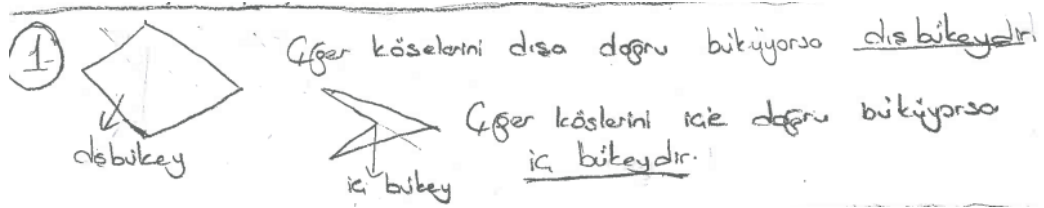
İKT-4	Ö1	Ö2	Ö3	Ö4	Ö5	Ö6	Ö7	Ö8	Ö9	Ö10	Ö11	Ö12	Ö13	Ö14	Ö15	Ö16	Ö17	Ö18	Ö19	Ö20	Toplam %
T4(1) E1	0	0	0	1	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	35
T4(2) E1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	22
T4(3) E1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	100
T4(4) E2	2	2	2	2	2	2	2	1	2	1	0	2	1	1	1	0	1	1	1	1	67
T4(5) E2	2	2	2	2	2	2	2	1	2	2	0	2	1	1	1	0	1	1	1	1	67
T4(6) E2	2	2	2	2	2	2	2	1	2	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	85
T4(7) E2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0	1	0	1	37
T4(8) E3	1	0	1	1	1	2	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	0	1	35
T4(9) E4	0	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	1	33
T4(10) E4	1	1	2	1	1	2	0	2	0	1	1	2	0	0	1	1	1	1	0	2	50
T4(11) E5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

T4(1): İKT-4'deki soru numarasını, E1: Temel, E2: Mantıksal, E3: Özetleme, E4: Genelleme, E5: Uygulama esaslarını göstermektedir.

İKT-4'de yer alan birinci soru da ise 'dışbükey' tanımını yapmaları istenmiştir. Örnek olarak birinci soruya Ö19'un verdiği yanıt Şekil-17'de sunulmuştur.

Şekil-17

### İKT-4'deki 1. Soruya Ö19'un Verdiği Yanıt



Mantıksal esaslarda (E2) ise ispat adımları arasındaki geçişin sorgulandığı dört, beş ve altıncı sorularda yeterli kavrama performansına ulaşılmışken, ispatın farklı bir adımla yapılmasını gerektiren yedinci soruda düşük kavrama performansı görülmektedir. Bu sonuç önceki İKT'lerde elde edilen sonuçla tutarlılık göstermektedir. Örnek olarak yedinci soruya Ö7'nin verdiği yanıt Şekil-18'de sunulmuştur.

### Şekil-18

#### İKT-4'deki 7. Soruya Ö7'nin Verdiği Yanıt

⑦ Çöz.  $\angle BOI$  kenarı  $180^\circ$  olduğu için  $(AEB)$  nin açısına  $x$  dersek  $\angle BOI$  kenarındaki  $(DEA)$  nin de açısına da  $y$  dersek tamamı  $180^\circ$  olduğu için  $x+y=180^\circ$  olur. Buradan da diğer kenarları da doğruya olan formülü bulabiliriz.

$$\frac{1}{2} \cdot AE \cdot BE \sin(180-x) \text{ dir.}$$

Diğer bir sonuç ise ikinci soru ile yedinci soru arasında görülen ilişkidir. Her iki soru da trigonometri bilgisi gerektirmektedir. Her iki soruda da öğrenciler düşük kavrama performansı göstermiştir. Bu durum bize öğrencilerin sınıfın 10. sınıfta öğrendikleri trigonometri konusunda eksikleri olduğunu göstermiştir.

İspattaki kritik fikirlerin kavranmasını ifade eden özetleme esasları (E3), ispatın doğruluğunun sorgulandığı genelleme esaslarında (E4) ve ispatların farklı durumlara uygulayabilmeyi ifade eden uygulama esaslarında (E5) kavrama düşük seviyede gerçekleşmiştir. İKT-2 ve İKT-3'de olduğu gibi uygulama esaslarında hiçbir öğrenci yeterli düzeyde performans gösterememiştir.

İKT-3'de olduğu gibi İKT-4'de de mantıksal esaslarda ulaşılan kavrama yüzdesi temel esaslarda ulaşılan kavrama yüzdesinden yüksektir.

İspat kavrama seviyeleri arasında geçişi yapabilmek için gerekli öğrenmeleri ifade eden esaslara yönelik elde edilen veriler doğrultusunda öğrencilerin gösterdikleri bireysel kavrama düzeyi Tablo-9'da sunulmuştur. Bunun için ilgili kavrama seviyelerine geçişlerde kullanılan esaslar temel alınmış, her bir esasa ait, gruptaki her bir üyenin puanları toplanmış ve yüzdeleri hesap edilmiştir.

Kavrama, en fazla, ispat adımları arasındaki geçişin mantıksal ilişkisini ifade eden parçaları tanıma seviyesinde gerçekleşmiştir. Kapsülleme seviyesinde ise hiçbir öğrenci yeterli kavrama gösterememiştir.

İKT-4 kapsamında ulaşılan sonuçlara göre ispat kavrama seviyeleri arasında doğrusal bir azalış ya da artış görülmemektedir. Bu sonucun, ispatın kavranmasının birçok değişkeni barındırdığı göz önüne alındığında normal olduğu düşünülmektedir.

**Tablo-9**  
**İKT-4 İçin Bireysel Değerlendirme Sonuçları**

Seviye	Düzy	Öğrenci no	Frekans	Yüzde
TEMEL	Zayıf	-	0	0
	Orta	Ö1, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8, Ö11, Ö12, Ö13, Ö14, Ö15, Ö16, Ö17, Ö18, Ö19, Ö20	17	85
	Yüksek	Ö2, Ö9, Ö10	3	15
PARÇALARI TANIMA	Zayıf	Ö11, Ö16	2	10
	Orta	Ö8, Ö13, Ö14, Ö15, Ö17, Ö18, Ö19, Ö20	8	40
	Yüksek	Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö9, Ö10, Ö12	10	50
PARÇALARI BİRLEŞTİRME	Zayıf	Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö7, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12, Ö14, Ö15, Ö17, Ö18, Ö19, Ö20	15	75
	Orta	Ö5, Ö8, Ö13, Ö16	4	20
	Yüksek	Ö6	1	5
KAPSÜLLEME	Zayıf	Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12, Ö13, Ö14, Ö15, Ö16, Ö17, Ö18, Ö19, Ö20	20	100
	Orta		0	0
	Yüksek		0	0

#### 4.1.5. İKT-5 İçin Analiz Sonuçları

Çalışma kapsamında son uygulama olarak 11. sınıf geometri öğretim programı (MEB, 2010) dörtgenler ünitesinde yer alan 3. kazanımda verilen “*Bir dörtgenin kenar orta noktalarını köşe kabul eden dörtgenel bölgenin alanının, dörtgenel bölgenin alanının yarısına eşit olduğu ispatlanır*” açıklamasına yönelik hazırlanan İKT uygulanmıştır (Şekil-19).

İKT-5 de sunulan ispata yönelik öğrencilere 12 adet soru yöneltilmiştir. Sorulara öğrencilerce verilen yanıtlar belirlenen esaslara göre değerlendirilmiştir. Yapılan puanlama sonuçları Tablo-10 da sunulmuştur.

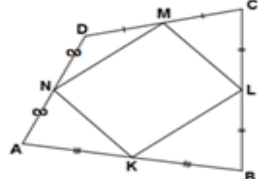
### Şekil-19

#### İKT-5’de Kullanılan Teorem

---

**Teorem:**

Bir dörtgenin alanı; dörtgenin kenarlarının orta noktaları birleştirilerek oluşturulan dörtgenin alanının iki katıdır.

$$A(ABCD) = 2 \cdot A(KLMN)$$



---

İKT-5’de yer alan ilk beş soru, ispattaki ifadelerin ve sembollerin bilgisini ifade eden temel esaslara (E1) yöneliktir. Temel esaslarda yüksek kavrama performansı ortaya çıkmıştır. Bu esaslara yönelik sorular arasında en yüksek kavrama yüzdesi, ispatta geçen ‘orta taban’ ifadesinin tanımına yönelik olan birinci sorudan elde edilmiştir. Örnek olarak birinci soruya Ö11’in verdiği yanıt Şekil-20’de sunulmuştur.

#### Tablo-10

#### Öğrencilerin İKT-5 deki Sorulara Göre Aldıkları Puanlar ve Esaslara Göre Toplam Yüzdelik Değerleri



İKT-5	Ö1	Ö2	Ö3	Ö4	Ö5	Ö6	Ö7	Ö8	Ö9	Ö10	Ö11	Ö12	Ö13	Ö14	Ö15	Ö16	Ö17	Ö18	Ö19	Ö20	Toplam %	
T5(1) E1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1	2	2	1	2	2	1	2	2	2	2	90
T5(2) E1	2	2	1	2	2	2	2	2	2	1	1	2	2	1	1	1	1	2	1	2	2	75
T5(3) E1	2	2	2	1	2	1	2	1	1	1	2	2	1	1	1	2	1	2	1	2	2	74
T5(4) E1	2	2	1	2	2	2	2	1	1	2	2	2	1	1	1	1	1	2	1	2	2	75
T5(5) E1	2	2	1	2	2	1	2	2	1	1	2	2	1	1	1	2	1	2	1	2	2	76
T5(6) E2	2	2	1	2	1	2	1	1	1	2	1	2	2	2	1	2	2	1	2	1	2	78
T5(7) E2	2	2	1	2	2	2	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1	2	1	2	2	90
T5(8) E2	0	1	0	1	1	1	0	1	0	0	0	1	1	1	0	1	1	0	0	1	35	76
T5(9) E2	1	1	1	1	0	2	1	2	0	1	0	1	1	1	1	1	2	0	1	1	45	
T5(10) E3	1	0	1	1	0	2	1	1	1	1	0	1	1	0	0	1	1	1	1	2	40	40
T5(11) E4	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	1	34	34
T5(12) E5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0


T5(1): İKT-5'deki soru numarasını, E1: Temel, E2: Mantıksal, E3: Özetleme, E4: Genelleme, E5: Uygulama esaslarını göstermektedir.

Temel esaslar çerçevesinde elde edilen diğer sonuç, iki, üç, dört ve beşinci sorular birbirine benzer sorulardır ve öğrencilerin ulaştığı kavrama yüzdeleri birbirine yakın çıkmıştır. Bu sonuç soruya verilen yanıtların tutarlı olduğunu göstermektedir. Aynı zamanda bu sorular ilk soruda yöneltilen orta taban konusu ile de ilişkili olduğundan, ilk soruda olduğu gibi bu sorularda da yüksek kavrama performansına ulaşılmıştır. Bu sonuca göre öğrencilerin 10. sınıfta gördükleri orta taban konusunu kavradıkları görülmektedir.


## Şekil-20

### İKT-5'deki 1. Soruya Ö11'in Verdiği Yanıt

Orta taban:



Bir üçgenin bir kenarının orta noktasından  
iki eşit parçaya bölünerek diğer kenarından  
geçen doğruya o üçgenin orta tabanı denir.  
Orta tabanın kenarına birbirine paraleldir böyle.  
İki orta taban a ise birbirine paralel  
olan kenar ise 2a'dır.



$$\frac{a}{2a} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

Mantıksal esaslarda (E2) ise ispat adımları arasındaki geçişin sorgulandığı altı, yedi, sekiz ve dokuzuncu sorularda yeterli kavrama performansına ulaşılmışken, soru bazında incelendiğinde farklı performans yüzdelere ulaşılmıştır. Ortak çarpan parantezine almaya dayanan yedinci soruda, bu esas için en yüksek kavrama yüzdesine ulaşılmışken, ispat için gerekli olan öncüllerin sorgulandığı dokuzuncu soruda yeterli kavrama performansına ulaşılamamıştır. Bu sonuca göre öğrencilerin kendileri sunulan parçaların birleştirilmesini kavradıklarını ancak hangi parçaların gerekli olduğuna karar veremediklerini düşünmekteyiz. Örnek olarak dokuzuncu soruya Ö14'ün verdiği yanıt aşağıda verilmiştir.

### Şekil-21

#### İKT-5'deki 9. Soruya Ö14'ün Verdiği Yanıt

⑨ kenarların eşit olması verilmelidir.

İKT-5'de de önceki uygulamalardaki gibi yine ispatı farklı şekilde ispatlayan öğrenci olmamıştır.

İspat kavrama seviyeler arasında geçişi yapabilmek için gerekli öğrenmeleri ifade eden esaslara yönelik elde edilen veriler doğrultusunda öğrencilerin gösterdikleri kavrama düzeyi bireysel olarak Tablo-11'de sunulmuştur.

### Tablo-11

#### İKT-5 İçin Bireysel Değerlendirme Sonuçları

Seviye	Değerlen.	Öğrenci No	Frekans	Yüzde
TEMEL	Zayıf	-	0	%0
	Orta	Ö3, Ö9, Ö10, Ö11, Ö13, Ö14, Ö15, Ö16, Ö17, Ö19	10	%50
	Yüksek	Ö1, Ö2, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8, Ö12, Ö18, Ö20	10	%50
PARÇALARI TANIMA	Zayıf	-	0	%0
	Orta	Ö1, Ö3, Ö7, Ö9, Ö10, Ö11, Ö15, Ö18, Ö19	9	%45
	Yüksek	Ö2, Ö4, Ö5, Ö6, Ö8, Ö12, Ö13, Ö14, Ö16, Ö17, Ö20	11	%55
PARÇALARI BİRLEŞTİRME	Zayıf	Ö2, Ö9, Ö19	3	%15
	Orta	Ö3, Ö10, Ö11, Ö12, Ö13, Ö14, Ö15, Ö16, Ö17	9	%45
	Yüksek	Ö1, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8, Ö18, Ö20	8	%40
KAPSÜLLEME	Zayıf	Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12, Ö13, Ö14, Ö15, Ö16, Ö17, Ö18, Ö19, Ö20	20	%100
	Orta	-	0	%0
	Yüksek	-	0	%0

Kavrama seviyeleri olarak bakıldığında en yüksek kavrama temel seviyede olmuştur. Bu sonuçtan öğrencilerin ispatta kullanılan terimleri kavradıkları anlaşılmaktadır. Diğer seviyelere çıktıkça kavrama performans yüzdesi doğrusal olarak düşmüş ve uygulama seviyesinde hiçbir öğrenci yeterli kavrama performansı gösterememiştir. Bu sonuç önceki uygulanan İKT'ler ile uyum göstermektedir.

İKT-5'de parçaları birleştirme seviyesinde elde edilen kavrama performansı, önceki İKT'lerde ulaşılandan daha yüksek olmuştur. Bu sonucun oluşmasında, temel seviye ve parçaları tanıma seviyesinde oluşan yüksek kavramanın etkili olduğunu düşünmekteyiz. Ayrıca bu sonucu önceki İKT'lerde elde edilen sonuçlarla birlikte düşündüğümüzde, öğrencilerin ilk iki kavrama seviyesinde yüksek performans gösteremezlerse sonraki kavrama düzeylerinde de düşük kavrama gösterdiklerini, ancak bunun tersinin her zaman doğru olmadığını söyleyebiliriz. Özetle temel seviye parçaları tanıma seviyesi gerekli ama her zaman yeterli olmamaktadır.

Elde edilen bir diğer sonuç ise aynı kavrama seviyesinde birden çok bilginin sorgulandığı kavrama esaslarında öğrencilerin düşük performans gösterdikleri, tek

bilgiye dayanan kavrama esaslarında ise kavrama performanslarının yükseldiğidir. Bu sonuç parçaları birleştirme seviyesinde elde edilen sonuçlarla örtüşmektedir.

#### 4.1.6. Kavrama Seviyeleri İçin Analiz Sonuçları

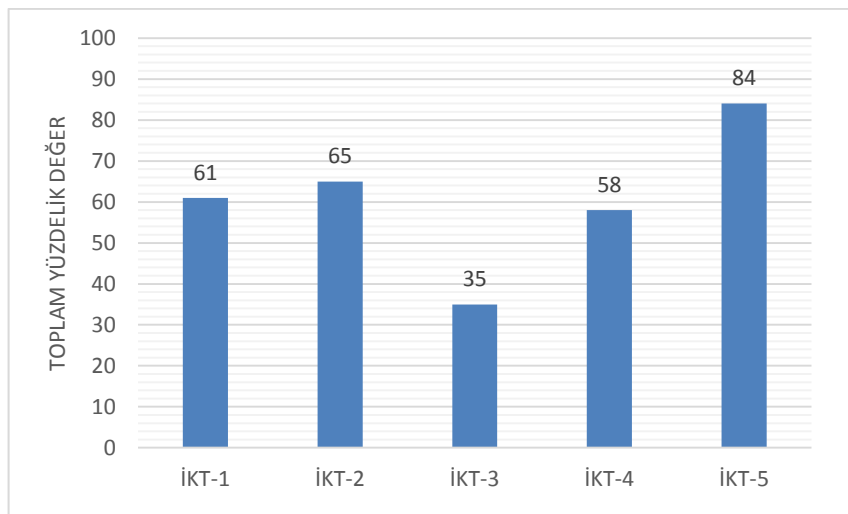
Bu bölümde ispatın kavranmasına yönelik belirlenen dört seviyeden her birinin ayrı ayrı değişimi/ gelişimi incelenecektir. Böylece öğretim uygulaması boyunca kavrama seviyelerinde nasıl bir değişim olduğu ortaya konmaya çalışılacaktır. Bu bölümün analizi yapılırken öğrencilerin, her bir test için, belirlenen kavrama seviyelerindeki kavramayı ölçen sorulardan aldığı toplam puanlar belirlenmiş ve yüzdeleri hesaplamıştır.

##### 4.1.6.1. Temel Seviye İçin Analiz Sonuçları

İspatta kullanılan terimlerin, ifadelerin ve sembollerin bilgisini ifade eden temel seviye için her bir teste ait kavrama yüzdeleri temel alınmış ve sonuçlar Grafik-1’de sunulmuştur.

**Grafik-1**

#### Temel Seviye İçin Kavramaların Karşılaştırması



En düşük kavrama İKT-3 de, en yüksek kavrama ise İKT-5 de gerçekleşmiştir. Temel seviyedeki kavrama genel bir artma ya da azalma eğilimi göstermemiştir. Bu durum testler için seçilen teoremlerle ilişkili olduğu kadar teoremlerin içerdiği kavramlara yönelik ön öğrenmelerle de bağlantılıdır.

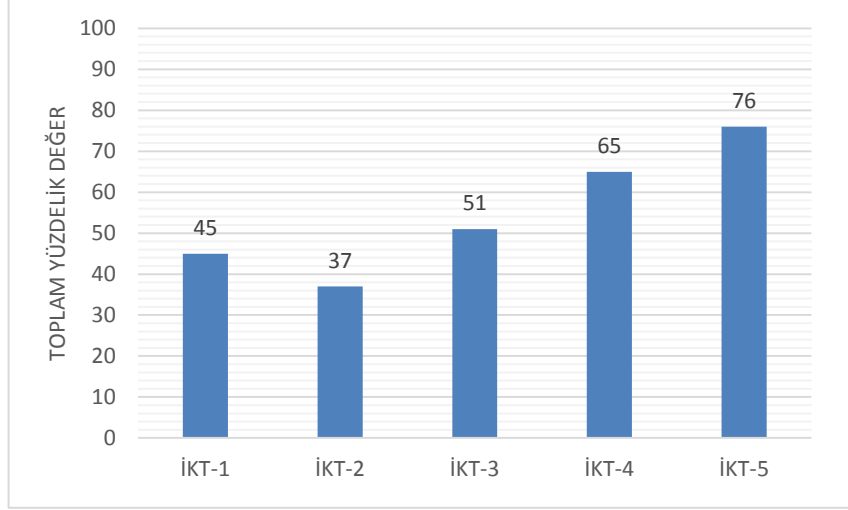
Yanıtlardan da anlaşıldığı üzere öğrencilerin ön öğrenmelerinde değişiklikler olduğu (aynı ispat için bile bu durum geçerlidir) görülmektedir. Elde edilen sonuçlar bu çalışmanın giriş bölümünde sıralanan, ispat öğretiminde karşılaşılan sıkıntılar ile örtüşmektedir. Moore (1994) tarafından sıralanan, ispat öğretiminde karşılaşılan sıkıntılardan biri “ispatta geçen tanımları bilmiyorlar” şeklindedir. Benzer şekilde aynı sorun “matematiksel tanımlarla ilgili bilgi eksikleri; tanımların matematikteki rolünün, öneminin ve kanıtlamada nasıl kullanılacağına bilinmemesi” (Atwood, 2001; Edwards ve Ward, 2004; Knapp, 2006) şeklinde dile getirilmiştir. Bu çalışmada elde edilen sonuçlar literatürdeki sonuçlar ile örtüşmektedir.

#### **4.1.6.2. Parçaları Tanıma Seviyesi İçin Analiz Sonuçları**

İspat adımları arasındaki geçişlerin mantıksal ilişkisini ifade eden parçaları tanıma seviyesi kavramaları karşılaştırılmak için her bir teste kavrama yüzdeleri temel alınmış ve sonuçlar Grafik-2’de sunulmuştur.

#### **Grafik-2**

#### **Parçaları Tanıma Seviyesi İçin Kavramalarının Karşılaştırması**



En düşük kavrama yüzdesi İKT-2 de, en yüksek kavrama yüzdesi ise İKT-5 dedir. İlk iki İKT'nin ardından genel olarak kavrama seviyesinin yüksek olduğu görülmektedir. Verilen ispat adımlarının açıklamasını içeren bu seviyede öğrencilerin mantıksal seviyenin yapısını kavradığı görülmektedir. Bu sonucun oluşmasında öğrencilerden işlem adımlarını yapmalarını değil, yapılmış işlem adımlarını yorumlamalarının istenmesinin etkili olduğu düşünülmektedir.

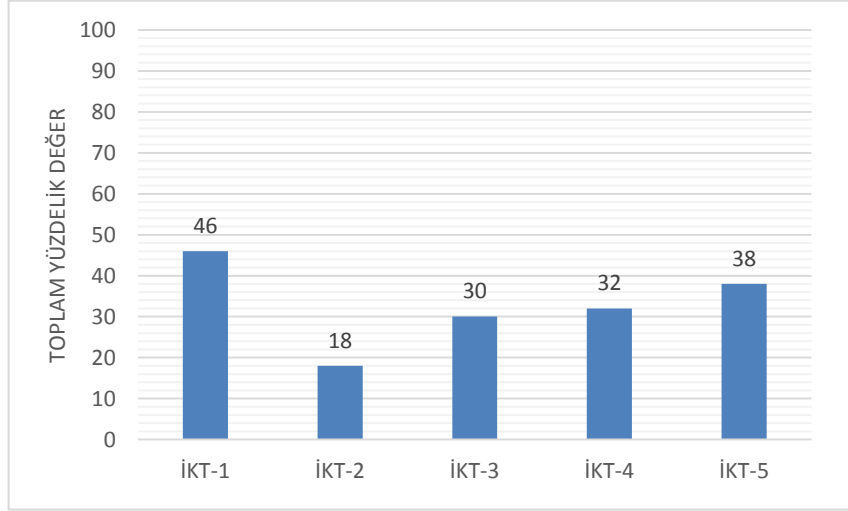
İKT-2'den sonra parçaları tanıma seviyesinde artış olmuştur. Bu sonucun oluşmasında öğrencilerin İKT yapısını kavramış olmalarının da etkili olduğunu düşünmekteyiz.

#### 4.1.6.3. Parçaları Birleştirme Seviyesi İçin Analiz Sonuçları

İspattaki kritik fikirlerin ve ispatı neyin doğruladığının tanımlanmasını ifade eden parçaları birleştirme seviyesindeki kavramlar karşılaştırılmıştır. Analiz sürecinde her bir teste ait parçaları birleştirme seviyesine ait kavrama yüzdeleri temel alınmış ve sonuçlar Grafik-3'de sunulmuştur.

Grafik-3

## Parçaları Birleştirme Seviyesi için Kavramalarının Karşılaştırması



En düşük kavrama yüzdesi İKT-2 de, en yüksek kavrama İKT-1 de gerçekleşmiştir. Genel olarak bu seviyede kavramanın düşük olduğu görünmektedir. İKT-1 de oluşan sonucun o ispatla özel (teoremin içerdiği bilgi ve işlemler kapsamında) olduğu düşünülmektedir.

Öğrenciler ispat adımları arasındaki geçişleri kavrayabilmelerine rağmen bir sonraki adımı kendileri ortaya koyamamakta, ispatın dayandığı kritik adımı belirlemekte ve bu adımı açıklamakta zorlanmakta, ispatı neyin doğruladığını ortaya koymakta sıkıntı çekmektedir.

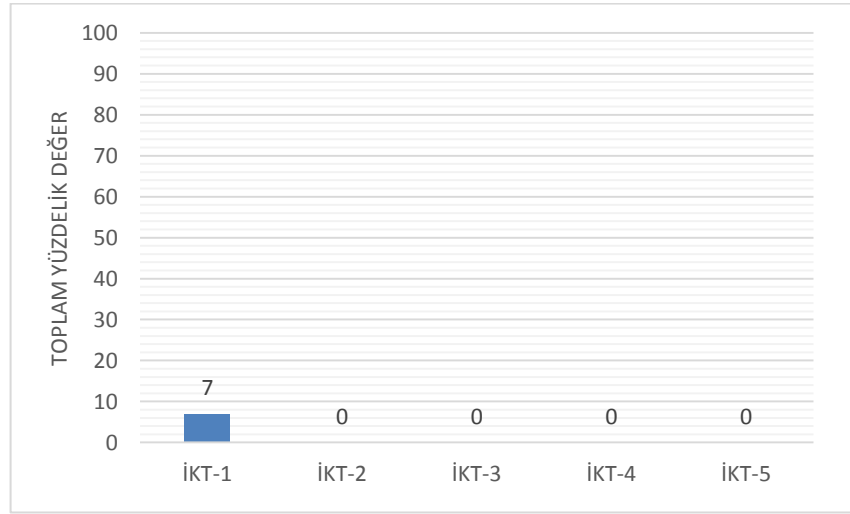
Ulaşılan bu sonuç, Knapp (2005) tarafından belirtilen “ispata dair içerik ve strateji bilgilerinin eksik olma durumları” ile paraleldir. Ayrıca öğrenciler ispatlar ile ilk defa ortaöğretim yıllarında karşılaştıkları için önceki kavrama seviyelerine göre daha çok zorlandıklarını düşünmekteyiz. Bu sonuç, Hemmi (2008) tarafından belirtilen “ispatla ilgili (ispata odaklanmadan ispatın anlamını kavrama ya da kendi ispatlarını oluşturmayı öğrenme süreçlerinde) deneyimlerinin az olması” şeklinde ifade edilen, ispat öğretiminde karşılaşılan sıkıntı ile de örtüşmektedir.

#### 4.1.6.4. Kapsülleme Seviyesi İçin Analiz Sonuçları

İspatın farklı bir şekilde yapılmasını ifade eden kapsülleme seviyesinde oluşan kavrama yüzdeleri temel alınmış ve sonuçlar Grafik-4’de sunulmuştur.

**Grafik-4**

#### Kapsülleme Seviyesi İçin Kavramalarının Karşılaştırılması



Sadece İKT-1 de iç açılar toplamı ile ilgili ispat verilmiş, öğrencilerden de dış açılar toplamı ile ilgili ispat yapmaları istenmiştir. Burada performans yüzdesi %7 olarak gerçekleşmiştir. Bu ispatı yapan öğrencilerle gerçekleştirilen görüşmede daha önce üçgenin dış açıları toplamını veren ispattan esinlendiklerini, kullandıkları yöntemin kendi fikirleri olmadığını söylemişlerdir. Diğer İKT’lerde ise hiçbir öğrenci yeterli kavrama gösterememiştir. Bu sonuç Yang ve Lin (2008) tarafından ortaya konulan sonuçlar ile örtüşmektedir. Yang ve Lin (2008) araştırmalarında dördüncü seviye olan kapsülleme seviyesinde kavramanın ortaöğretim düzeyinde hedeflenmediğini belirtmişlerdir. Bu seviyede bir kavramanın ileri matematik eğitiminde ortaya çıkabilecek kavrama düzeyi olduğunu belirtmişlerdir.

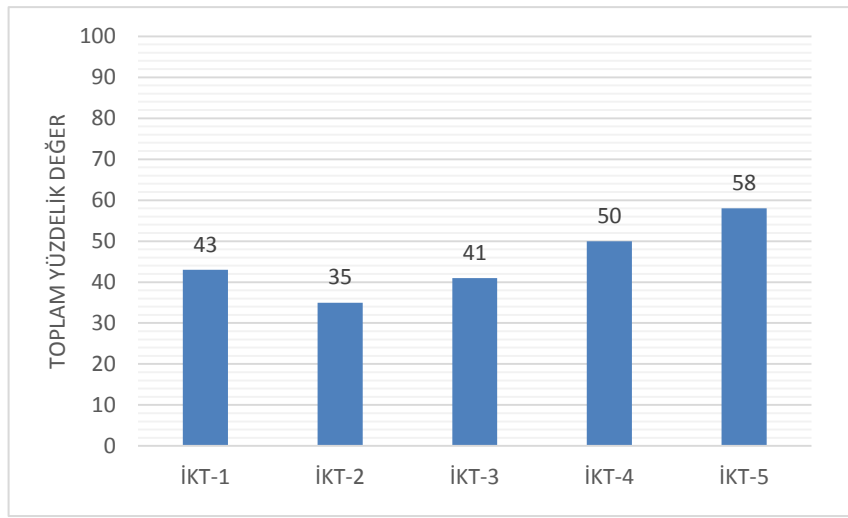


#### 4.1.7. Genel değerlendirme

Bu bölümde, uygulanan tüm İKT'lerin genel değerlendirmesi yapılacaktır. Analiz sürecinde; önce her bir İKT'den elde edilen toplam puanlar hesaplanmış, testin tam puanına oranlanarak yüzdeleri çıkarılmıştır. Sonuçlar Grafik-5'de sunulmuştur.

**Grafik-5**

#### İKT'lerin Genel Değerlendirmesi



En düşük kavrama, öğretim sürecinin 2. haftası uygulanan İKT-2 de gözlenmiştir. En yüksek kavrama ise öğretim sürecinin son haftası (5. hafta) uygulanan İKT-5 de gözlenmiştir. Genel olarak kavrama yüzdesi artma eğilimindedir. Ancak doğrusal bir artış görülmemektedir. Bu sonucun sadece İKT ile alakalı değil aynı zamanda ispatlama süreci ile de ilişkili olduğunu düşünmekteyiz. İspat çok farklı zihinsel süreçler içerdiğinden (Ball vd., 2002) her bir ispat için farklı kavrama performanslarının elde edilmesinin doğal bir sonuç olduğunu düşünüyoruz.

#### 4.2. İkinci Alt Probleme Yönelik Bulgular ve Yorumlar (Düşünce, Yeterlilik ve Duygulardaki Değişim)

İkinci alt problemde “Öğrencilerin İKT’ye dayalı öğretim uygulaması öncesi ve sonrasında;

- a) bir ispatın neden yapıldığına yönelik düşüncelerinde,  
 b) ispat yapmada ve anlamadaki yeterlilik düzeylerinde ve  
 c) ispatlar ile karşılaşılması ya da ispat yapılması istendiğinde hissettikleri duygularında bir değişiklik olmakta mıdır? sorularına yanıt aranmıştır.

#### **4.2.1. Öğrencilerin, bir ispatın neden yapıldığına yönelik düşüncelerindeki değişim**

Öğrencilere ilk olarak ispatların niçin yapıldığı sorusu yöneltilmiştir. Bu soruda amaçlanan, öğrencilerin İKT'ye dayalı öğretim uygulaması ve sonrasında ispata hangi işlevleri yüklediklerini ve bir değişim olup olmadığını belirlemektir. Hanna (1990, 2000) ispatın görevlerini yedi başlıkta sıralamıştır; 1) doğrulama, 2) açıklama, 3) iletişim, 4) sistematikleştirme, 5) ikna, 6) keşif ve 7) zevk. Bu çalışma kapsamında, birinci soruya verilen cevaplar bu işlevler dikkate alınarak sınıflandırılmıştır. Öğrencilerden bazıları ispata, sıralanan görevlerden sadece birini yüklerken, bazı öğrencilerin birden fazla başlıkta cevap verdiği gözlenmiştir. Bulgular Tablo-12 de sunulmuştur.

Tablo incelendiğinde uygulama öncesinde öğrencilerin verdiği cevaplarda doğrulama ve ikna işlevlerinin en fazla yüzdeye sahip olduğu görülmektedir. Yüzdeler dağılımında işlevlerin herhangi birinde çok yüksek bir yığılma görülmemektedir. Oranlar %35 ile %0 arasında dağılım göstermiştir. Öğrencilerin tamamına yakını ispata, sıralanan görevlerden birini yüklerken, sadece bir öğrenci (Ö2) iki işlevi birden ifade etmiştir. Hiçbir öğrenci ispat yapmanın entelektüel zevk alma ya da zihinsel meydan okuma görevlerine karşılık olarak, zevk olarak isimlendirdiğimiz göreve yönelik bir işlevi olduğunu dile getirmemiştir.

**Tablo-12**

#### **Niçin İspat Yaparız Sorusuna Verilen Cevapların Dağılımı**

İspatın İşlevleri	Uygulama Öncesi	Yüzde	Uygulama Sonrası	Yüzde
<b>Doğrulama</b>	Ö1, Ö7, Ö8, Ö12, Ö14, Ö15, Ö17	% 35	Ö1, Ö2, Ö3, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12, Ö13, Ö14, Ö15, Ö17, Ö20	% 80
<b>Açıklama</b>	Ö2, Ö4	% 10	Ö2, Ö5, Ö17	% 15
<b>İkna</b>	Ö6, Ö10, Ö11, Ö13, Ö16, Ö20	% 30	Ö4, Ö6, Ö10, Ö18	% 20
<b>Sistematikleştirme</b>	Ö3, Ö18	% 10	Ö18	% 5
<b>Keşif</b>	Ö2, Ö19	% 10	Ö1, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö8, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12, Ö13, Ö14, Ö15, Ö16, Ö17, Ö19, Ö20	% 85
<b>İletişim</b>	Ö5, Ö9	% 10	Ö9, Ö19	% 10
<b>Zevk</b>	--	% 0	--	% 0

Bu sonuçların ortaya çıkmasında öğrencilerin ispatlarla sadece ders uygulamaları sırasında ve daha çok ders kitaplarında karşılaşmalarının etkili olduğunu düşünüyoruz. Bu noktanın daha anlaşılır olması için bu tez çalışmasında yer alan öğrencilerin 9. sınıf eğitimlerinde kullandıkları ders kitabında ispat için yapılan tanımı paylaşmak yararlı olacaktır (Şekil-22). Yapılan tanımda ispatın doğrulama görevinin ön plana çıkarıldığı görülmektedir. 9. sınıftan itibaren öğrenim gördükleri diğer sınıflar için bu durum devam etmektedir.

## Şekil-22

### 9. Sınıf Ders Kitabında Yer Alan İspat Tanımı

Bir teoremin mantıklı bir düşünce ile hükmünün doğru olduğunu göstermeye, bu **teoremin ispatlanması** denir.

(Tutku Yayıncılık, 2010: 33)

Uygulama öncesinde ispatın işlevlerine yönelik bazı örnek öğrenci ifadeleri Tablo-13 verilmiştir.

Tablo-13

## Niçin İspat Yapıyoruz Sorusuna ilk Uygulamada

## Verilen Öğrenci Yanıtı Örnekleri

Görev	Öğrenci	Öğrencinin Cevabı
Doğrulama	Ö1	Bir düşüncenin doğruluğunu ve aynı zamanda neden doğru olduğunu da ortaya koymak için yapılır.
	Ö17	Bir şeyin doğru olduğunu göstermek ve bunu yaparken bilmediğini de ifade etmeyi öğrenmek için yapılır.
Açıklama	Ö2	Bir konuyu açıklamak istiyorsanız ispat yaparım.
	Ö4	Bilginin doğruluğunu göstermek ve bunun nasıl olduğunu detaylı bir şekilde açıklamak için kullanılır.
İkna	Ö20	İnsanları ikna etmek için yapılır.
	Ö6	Bir bilginin doğru olduğunu okuyan herkesi ikna etmek için.
Sistematiğeleştirme	Ö18	Bildiğimizi sıralar düzeyde matematiksel olarak sıralarız.
	Ö2	Yeni bilgiler keşfetmek ve keşfettiğimiz bu bilgileri başka insanlarla paylaşmak için ispat yapılır.
Keşif	Ö19	Yeni geometrik şekillerin keşfini için ispatılır. Keşif yapılır.
	Ö5	Böylece bildiklerimizi başka insanlara da anlatırız ve onların da matematiksel doğruları bilmesine yardımcı oluruz.

Uygulama sonrasında öğrencilere aynı soru yeniden yöneltildiğinde öğrenci düşüncelerinde değişiklikler olduğu görülmüştür. Bu sefer öğrencilerin ispat yükledikleri işlevlerin (rollerin) başını doğrulama (%80) ve keşif (%85) çekmiştir. Bunu büyük bir yüzdelerle ikna (%20) ve açıklama (%15) izlemektedir. Uygulama sonrasında ispatın işlevlerine yönelik bazı örnek öğrenci ifadeleri Tablo-14 verilmiştir.

Tablo-14

**Niçin İspat Yapıyoruz Sorusuna Son Uygulamada Verilen Öğrenci Yanıtı Örnekleri**

Görev	Öğrenci	Öğrencinin Cevabı
	Ö1	Bilginin doğruluğunu ortaya çıkarmak.
Doğrulama	Ö20	Çünkü ispat ile düşüncemizin doğru olduğunu göstermiş oluruz.
	Ö11	Bir teoremin doğruluğunu ortaya koymak için
Açıklama	Ö17	Bilginin doğruluğunu başkalarına açıklamak için.
İkna	Ö4	Bir bilginin doğruluğuna başkalarına inandırmak için ispat yaparız.
	Ö6	Bir bilginin doğruluğuna insanları ikna etmek için
Sistematiikleştirme	Ö18	Bilginin doğruluğunu ve bunun nasıl olduğunu bilginin orta akılları gereksizleri detaylı bir şekilde sıralarız.
Keşif	Ö1	Bir şeyin doğru olduğunu göstermek ve bu konuda yeni bilgiler keşfetmek için yaparız.
	Ö8	Bilginin doğruluğunu ortaya koymak ve yeni geometri bilgilerini keşfetmek için
İletişim	Ö19	Bir bilgiyi başka insanlarla paylaşmak için ispat yaparız.

Değişim oranları karşılaştırıldığında en ciddi değişimin doğrulama ve keşif işlevlerinde olduğu görülmektedir. Özellikle yeni bilgilerin öğrenilmesini ifade eden keşif görevinde ilk uygulama iki öğrenci görüş belirtmişken son uygulamada bu sayı on yedi olarak gerçekleşmiştir. Öğrencilerin görüşlerindeki bu değişimde İKT uygulamalarının etkili olduğunu düşünüyoruz.

Uygulama öncesinde öğrencilerden sadece biri (Ö2) ispata yönelik iki işlevi birden ifade etmiş, diğer öğrenciler tek bir işleve vurgu yapmıştır. Ancak uygulama sonrasında bu durumun tamamen değiştiği görülmektedir. Yeni durumda ispata bir tek işlev yükleyen 2 (Ö7, Ö16), iki işlevi ifade eden 13 (Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö8, Ö11, Ö12, Ö13, Ö14, Ö15, Ö18, Ö19, Ö20) ve üç işlevi birden ifade eden ise 5 (Ö5, Ö6,

Ö9, Ö10, Ö17) öğrenci bulunmaktadır. Yani uygulama sonrasında öğrencilerin hemen hemen tamamında ispatın işlevlerine yönelik düşüncelerinde bir değişme ve genişleme olmuştur. Genişleme ile kastedilen, öğrenci ifadelerinde uygulama öncesinde ifade edilen işlevin uygulama sonrasında yeniden dile getirilmesi ve ayrıca onun yanına yeni işlevlerin eklenmesidir. Görüşlerinde gelişme olan 11 (Ö1, Ö6, Ö8, Ö9, Ö10, Ö12, Ö14, Ö15, Ö17, Ö18, Ö19) kişi bulunmaktadır. Değişim ile kastedilen ise uygulama öncesindeki ifadelerinde var olan işlevin, uygulama sonrasında olmaması onun yerine başka işlevlere yer verilmesi durumudur. Görüşlerinde değişme gerçekleşen 8 (Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö11, Ö13, Ö16, Ö20) öğrenci bulunmaktadır. Yalnızca bir öğrenci (Ö7) hem uygulama öncesinde hem de uygulama sonrasında tek ve aynı işlevi (doğrulama) ifade etmiştir. Bu sonuçlar doğrultusunda İKT uygulaması sonrasında öğrencilerin ispatlara uygulama öncesinden farklı görevler yükledikleri ve özellikle ispatların yeni bilgi edinmek için de kullanılabileceğini düşünmeye başladıklarını söyleyebiliriz.

**4.2.2. Öğrencilerin ispatları; yapmada ve anlamada, kendilerini ne düzeyde yeterli bulduklarına (düşük-orta-yüksek) yönelik değişim.**

Serbest yazma etkinliği kapsamında ikinci olarak, öğrencilerin ispatları yapma ve anlama konusunda kendilerini ne kadar yeterli gördükleri belirlenmeye çalışılmıştır. Öğrencilerin verdiği cevaplar ilk olarak ispat yapma ve yapılmış bir ispatı anlama olarak iki başlığa ayrılmıştır. Her bir grup için ayrı ayrı kodlama yapılarak frekanslar belirlenmiştir. Belirlenen frekansların yüzdeleri oluşturulmuştur. Sonuçlar Tablo-15’de sunulmuştur.

**Tablo-15**

**İspatları Yapmada/ Anlamada Kendinizi Ne Düzeyde Yeterli Görüyorsunuz  
Sorusuna Verilen Cevapların Dağılımı**

		Seviye	Öğrenci No	Frekans	Yüzde
Uygulama Öncesi	İspat Yapma	Düşük	Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö8, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12, Ö13, Ö14, Ö15, Ö16, Ö17, Ö18, Ö19, Ö20	18	90
		Orta	Ö6, Ö7	2	10
		Yüksek	--	0	0
	İspat Anlama	Düşük	Ö13, Ö15, Ö18, Ö19	4	20
		Orta	Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö8, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12, Ö14, Ö16, Ö17	13	65
		Yüksek	Ö6, Ö7, Ö20	3	15
		Seviye	Öğrenci No	Frekans	Yüzde
Uygulama Sonrası	İspat Yapma	Düşük	Ö2, Ö3, Ö5, Ö7, Ö8, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12, Ö13, Ö14, Ö15, Ö16, Ö17, Ö18, Ö19, Ö20	17	%85
		Orta	Ö1, Ö4, Ö6	3	%15
		Yüksek	--	0	%0
	İspat Anlama	Düşük	--	0	%0
		Orta	Ö2, Ö3, Ö8, Ö11, Ö13, Ö14, Ö17, Ö18, Ö19	9	%45
		Yüksek	Ö1, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö9, Ö10, Ö12, Ö15, Ö16, Ö20	11	%55

Sonuçlar incelendiğinde, İKT uygulaması öncesi öğrencilerin %90'ı ispat yapma konusunda kendilerini yetersiz görmekte iken uygulama sonrası bu oran %85 olmuştur. Hiçbir öğrenci ispat yapabileceğini düşünmemektedir. Bu soruya yönelik, İKT uygulaması öncesi verilen öğrenci yanıtlarından bazı örnekler Tablo-16'da, İKT uygulaması sonrası verilen öğrenci yanıtlarından bazı örnekler ise Tablo-17'de sunulmuştur.

Bireysel yazma etkinliğinden sonraki derslerde kimi öğrenciler ispata ilişkin bazı ifadeler kullanmıştır. Bunlar formal bir ölçme ile elde edilmemiş ve tüm öğrencilerin düşüncesini yansıtmamakla birlikte bize yeterliliklerin nedenlerine dönük bazı ipuçları sağlamaktadır. Bu ifadeler; “ispat yapmanın zor olduğu” ve “ispatı sadece matematikçi olanların yapabileceği” şeklindedir. Ayrıca bazı öğrenciler daha önce bir teoremi ispatlamak zorunda kalmadıklarını ya da ispatlama uğraşmadıklarını dolayısı ile bu konuda bir fikirlerinin olmadığını belirtmişlerdir. Bu sonuç öğretim süreci içerisinde ispatı farklı şekilde yapmaları istenen soru karşısında ortaya çıkan sonuç ile de uyumaktadır.

Tablo-16

**İspatları Yapmada/Anlamada Kendinizi Ne Düzeyde Yeterli Buluyorsunuz Sorusuna İKT Uygulaması Öncesi Verilen Öğrenci Yanıtları Örnekleri**

Öğrenci	Öğrenci Yanıtı
Ö1	Orta düzeyde yeterli buluyorum. Çünkü ispatı anlamada yeterli bulduğumu düşünüyorum. Ama ispat yapmada kendimden fazla emin değilim.
Ö6	Anlamada yüksek orta belki kontrolde ortadayım kendimi anlamada yüksek buluyorum çünkü düşünce kayıplarını bir şeyi alıyorum, ama onun var olduğunu bir başkaisine anlatıyorum ya da kontrol ediyorum.
Ö17	İspatları anlamada kendimce orta düzeydeyim. Çünkü "ne de iyi ne de kötü" sayılırım. İspatları yapmada ise düşük seviyede olduğumu düşünüyorum.
Ö7	İspatları yapmada kendimi orta düzeyde anlamada ise yüksek düzeyde olduğumu düşünüyorum.

İspat yapma konusunda, uygulama öncesi Ö7 numaralı öğrenci kendini orta derecede yeterli görürken uygulama sonrası düşük seviyede yeterli görmektedir. Buna karşın Ö1 ve Ö4 uygulama öncesi kendilerini düşük seviyede görürken uygulama sonrası orta derecede ifade etmişlerdir. Grubun genel durumuna göre ispat yapma konusunda seviye uygulama öncesinde ve sonrasında düşük düzeyde kalmıştır. Burada şunu ifade etmek gerekmektedir; bizim çalışmamızda yapılan uygulama ispat yapmayı içermemekte, yapılan ispatların kavranmasına odaklanmaktadır. Uygulama sürecinde öğrencilere ispat yapma uygulamaları yaptırılmamıştır. Dolayısıyla uygulamamızın ispat yapma yeterliliğine belirgin bir etki etmesini beklemiyorduk. Yine de -yöntem bölümünde belirttiğimiz üzere- yeterliliğine yönelik bu soruyu sormamızın amaçlarından biri öğrencilerin ispatları anlama/ kavrama konusundaki durumlarını nesnel şekilde ifade edip etmediklerini belirlemek (bir nevi kontrol sorusu oluşturmak), diğeri ise yapılan uygulamanın ispat yapma konusunda var olan negatif yapıya, beklenti bazında da olsa küçük bir olumlu etki yapıp yapmadığına bakabilmektir. Bu bağlamda öğrencilerinin kendi yeterliliklerine yönelik cevaplarında ispatı yapma ve kavrama seviyelerini ifade ederken son derece objektif olduklarını ve İKT uygulamasının öğrenci beklentilerinde olumlu bir etki yaratmadığını ifade edebiliriz.



Tablo-17

**İspatları Yapmada/Anlamada Kendinizi Ne Düzeyde Yeterli Buluyorsunuz Sorusuna İKT Uygulaması Sonrası Verilen Öğrenci Yanıtları Örnekleri**

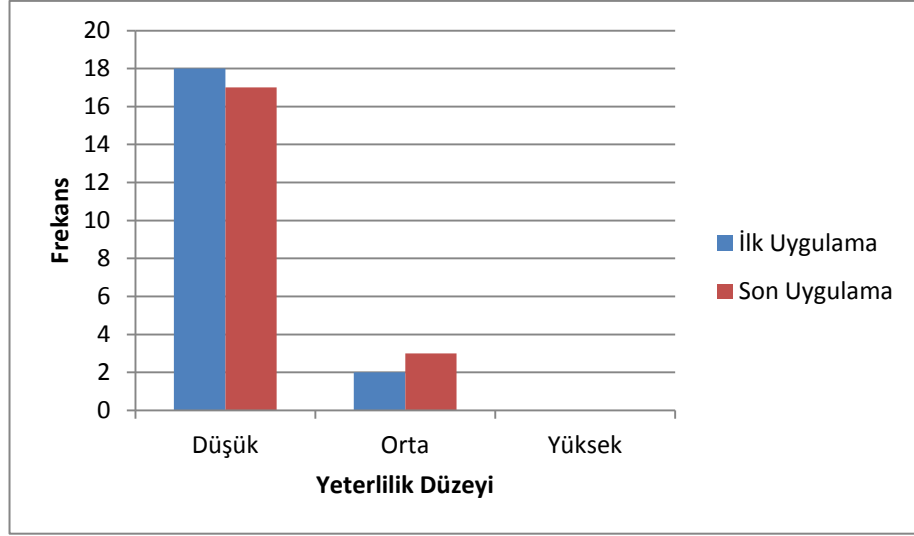
Öğrenci	Öğrenci Yanıtı
Ö5	İspatları yapmada kendimi yeterince iyi bulmuyorum. Ama iyi anladığımı düşünüyorum.
Ö11	Yapma konusunda düşük, anlama konusunda göze zaman orta.
Ö15	Yapma - Düşük Anlama - Yüksek
Ö19	Kendimi ispat yapmada düşük buluyorum, anlamada ise ortayım.

İspat yapmada öğrencilerin kendilerini ne kadar yeterli gördüklerindeki düşüncelerinde oluşan değişimi daha iyi karşılaştırmak için ilk uygulama ve son uygulama da elde edilen sonuçlar Grafik-6'da sunulmuştur.

İspatları anlama başlığında öğrencilere yöneltilen soru da ise ilk uygulama ve son uygulama arasında ciddi farklar olduğu gözlenmiştir. Her iki uygulamadan elde edilen sonuçların karşılaştırması Grafik-7'de sunulmuştur. Sonuçlar incelendiğinde ilk uygulamada ispatları anlamada kendini yetersiz gören öğrenciler varken İKT uygulamaları sonrasında yapılan serbest yazma uygulamasında hiçbir öğrenci ispatları anlamada kendini düşük seviyede görmemektedir.

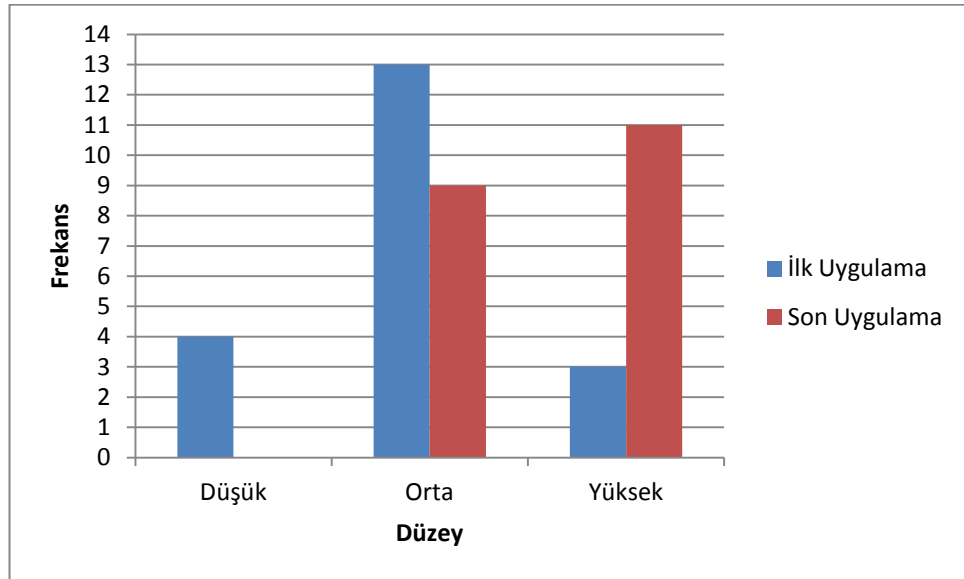
Grafik-6

**İspat Yapmada Kendinizi Ne Düzeyde Yeterli Buluyorsunuz Sorusuna Verilen Cevapların Karşılaştırması**



Grafik-7

### İspatı Anlamada Kendinizi Ne Düzeyde Yeterli Buluyorsunuz Sorusuna Verilen Cevapların Karşılaştırması



İspatları anlama konusunda İKT uygulamaları öncesi ve sonrasında yapılan serbest yazma etkinliğinde altı öğrencinin (Ö2-Ö3-Ö8-Ö11-Ö14-Ö17) fikri değişmemiş ve kendilerini orta yeterlilikte gördüklerini belirtmişlerdir. İKT uygulamaları öncesi ispatları anlamada kendilerini düşük yeterlilikte gören öğrencilerden üç tanesi (Ö13-Ö18-Ö19) İKT uygulamaları sonrası kendilerini

ispatları anlamada orta yeterlilikte gördüklerini belirtmişlerdir. Ö15 ise İKT uygulamaları öncesi kendini düşük yeterlilikte görürken İKT uygulamaları sonrası kendini yüksek yeterlilikte gördüğünü belirtmiştir. Üç öğrenci (Ö6-Ö7-Ö20) ise hem İKT uygulamaları öncesinde hem de sonrasında kendilerini ispatları anlama konusunda yüksek yeterlilikte gördüklerini belirtmişlerdir. Hiçbir öğrencinin İKT uygulamaları sonrası kendileri ispatları anlama konusunda belirttikleri yeterlilik seviyelerinde düşüş olmamıştır.

Bu sonucun oluşmasında İKT uygulamalarının etkili olduğunu düşünüyoruz. İKT uygulamalarının öğrencilerin ispatları anlama konusunda sahip oldukları görüşleri olumlu yönde etkilediğini düşünüyoruz.

#### ***4.2.3. Öğrencilerin ispatlar ile karşılaştığında ya da ispat yapmaları istendiğinde hissettikleri duygulara yönelik değişim.***

Serbest yazma etkinliğindeki üçüncü soru öğrencilerin ispatlarla karşılaşmaları durumunda hissettikleri duyguları belirlemeye yöneliktir. Oluşturulan kategoriler ve her bir kategoride yer alan öğrenci dağılımları Tablo-18'de sunulmuştur. Bir öğrencinin birden fazla kategoriye giren cevaplar verdiği görülmüştür.

Uygulama öncesinde verilen cevaplar arasında en fazla yüzdeliğe (%65) sahip olan kategori *endişeleniyorum/ tedirgin oluyorum* dur. Bunu *heyecanlanıyorum* (%35) ve *korkuyorum* (%25) izlemektedir. Bu soruda öğrencilerin duygularını ifade etmelerini sağlamak amaçlanmıştır ancak öğrenci cevaplarının analizinde kimi öğrencilerin o anki yaklaşımlarına ilişkin açıklamalar yaptığı görülmüştür. Bu tür açıklamalar *nasıl yapabileceğimi düşünüyorum* kategorisi altında toplanmıştır. Bu kategoride beş öğrenci bulunmaktadır. Uygulama öncesindeki cevaplarda olmayan ve bu nedenle hiçbir öğrencinin dâhil olmadığı son kategori ise *anlamaya çalışıyorum* dur. Öğrenciler serbest yazma sonrasındaki derslerde informal olarak yine kimi açıklamalar yapmış bu kategorilerdeki cevaplarına gerekçe oluşturabilecek ifadeler sunmuşlardır.

Tablo-18

**İspatlarla Karşılaştığınızda Ne Hissediyorsunuz  
Sorusuna Verilen Cevapların Dağılımı**

Kategoriler	Uygulama Öncesi			Uygulama Sonrası		
	Öğrenci numarası	Frekans	Yüzde	Öğrenci numarası	Frekans	Yüzde
Endişeleniyorum/ tedirgin oluyorum	Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö7, Ö10, Ö12, Ö14, Ö15, Ö16, Ö19, Ö20	13	%65	Ö2, Ö3, Ö11, Ö13, Ö14, Ö17, Ö18, Ö19	8	%40
Heyecanlanıyorum	Ö1, Ö3, Ö5, Ö10, Ö11, Ö13, Ö16	7	%35	Ö2, Ö3, Ö10, Ö13, Ö16	5	%25
Korkuyorum	Ö4, Ö7, Ö11, Ö17, Ö18	5	%25	Ö19	1	%5
Nasıl yapabileceğimi düşünüyorum	Ö2, Ö6, Ö8, Ö9, Ö15	5	%25	Ö1, Ö6, Ö8, Ö9	4	%20
Anlamaya çalışıyorum	--	--	--	Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö8, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12, Ö14, Ö15, Ö16, Ö20	15	%75

Bu ifadeler; “ispatlamanın zor bir alan olduğunu dolayısıyla yapıp yapamayacakları konusunda endişe taşıdıkları ve tedirgin oldukları”, “matematiğin zaten zor olduğunu, ispatın ise bunu daha da zorlaştırdığı”, “teoremleri ispatlamadan sadece ezberlemeleri istense bu korkularının azalacağı” şeklinde sıralanabilir.

Sonuçlar öğrenciler özelinde değerlendirildiğinde ise *endişeleniyorum/ tedirgin oluyorum* yanıtını veren öğrencilerden dört tanesinin (Ö2-Ö3-Ö14-Ö19) İKT uygulamaları sonrası görüşlerinin değişmediği, dokuz öğrencinin (Ö1-Ö4-Ö5-Ö7-Ö10-Ö12-Ö15-Ö16-Ö20) ise İKT uygulamaları sonrası bu yanıtlarının değiştiği gözlenmiştir. Dört öğrenci ise (Ö11-Ö13-Ö17-Ö18) İKT uygulamaları öncesi bu yönde bir yanıt vermemelerine rağmen uygulama sonrası bu yönde yanıt vermişlerdir. Bu sonuçlar doğrultusunda İKT uygulamasının öğrencilerin ispata yönelik endişelerinde genel olarak olumlu bir etkiye sahip olduğunu, ancak kişi bazında değişkenlik gösterdiğini söyleyebiliriz. İKT uygulamaları her öğrencinin ispatlar karşısında endişelenmesini engelleyemese de genel olarak bu yönde olumlu bir katkı sunmuştur. Bu kategori altında verilen öğrenci cevaplarından bazıları Tablo-19’da sunulmuştur.

**Tablo-19**  
**Endişeleniyorum Kategorisindeki Öğrenci Yanıtı Örnekleri**

Öğrenci	Öğrenci Cevabı
Ö1	Çok endişeleniyorum yapamayacağım diye zaten genelde de yapamıyorum.
Ö5	matematikim zayıf olduğu için çok tedirgin duyurum.
Ö15	Kendimi bazı şeyleri kontrol etme zorunda oluştumu matematiksel ispatta bir şey yapamayacağımı düşünüp endişe duyuyorum.
Ö20	İspatın olumsuz ve bir anda kaybetme korkusu.

Tabloda görülen sonuçlardan bir diğeri korkuyorum kategorisinde görülmektedir. Genel değerlendirme yapıldığında İKT uygulamaları sonrasında azalma görülürken öğrenci özelinde incelediğimizde İKT uygulaması öncesi ispatlarla karşılaştığında korktuğunu belirten öğrencilerden hiçbiri uygulama sonrası bu yanıtını tekrarlamamıştır. Diğer taraftan bir öğrenci (Ö19) İKT uygulamalarından önce korktuğunu belirtmemesine rağmen uygulama sonrasında bu yönde yanıt vermiştir. Bu sonuçlara göre İKT uygulamalarının öğrencilerin ispata yönelik korkularını azaltma/ giderme noktasında olumlu bir katkı yaptığını düşünüyoruz. Bu kategori altında verilen öğrenci cevaplarından bazıları Tablo-20'de sunulmuştur.

İspatı anlamaya çalışma uygulama sonrasındaki yazılarda ortaya çıkan bir kategori olup uygulama öncesinde bu kategoride öğrenci bulunmazken uygulama sonrasında 15 öğrenci bu kategoriye giren ifadeler kullanmıştır (Tablo-21). Bu durum yapılan öğretim uygulamasının ispatları kavramayı içermesi sebebiyle doğal bir bulgu olarak değerlendirilebilir. Ancak bizce burada daha önemli olan bulgu uygulama sonrasında öğrencilerin ispat ve ispatlamaya yönelik negatif duyguların tümünde azalma gözlenmiş olmasıdır.

**Tablo-20**  
**Korkuyorum Kategorisindeki Öğrenci Yanıtı Örnekleri**

Öğrenci	Öğrenci Cevabı
Ö4	Sikinti yapıyorum, aniden içime korku geliyor yapamaya- cağım sanıyorum.
Ö11	ispat yapman istendiğinde yanlış yapmaktan korkuyorum
Ö7	ispat yapmam istendiğinde tedirgin oluyorum ve ispat baya- mamaktan korkuyorum.
Ö17	Bir ispatla karşılaşırken okur hakkında! düşüncelerimi yeterince ortaya koyamayacağım için korkuyorum.

Endişelenme/ tedirgin olmada (%20), heyecanlanmada (%10) ve korkmada (%20) oranında bir azalma meydana gelmiştir. Bu çalışmanın temel amaçları içerisinde öğrencilerin ispat ve ispatlamaya yönelik var olan (olabilecek) olumsuz duyguları azaltma ya da ortadan kaldırma yer almaz iken yapılan uygulamanın dolaylı olarak bu tür bir amaca da hizmet ettiği görülmektedir. Bir başka kategori olan *nasıl yapabileceğimi düşünüyorum*'un yüzdeliğinde çok büyük bir değişim (%5) olmadığı görülmektedir.

**Tablo-21**  
**Anlamaya Çalışıyorum Kategorisindeki Öğrenci Yanıtı Örnekleri**

Öğrenci	Öğrenci Yanıtı
Ö3	Önce kendimce anlamaya çalışıyorum, anlayamaz- sam arkadaşlarımdan yardım alıyorum. Sonrada kendin nasıl yaparım diye düşünüyorum.
Ö10	Önceki endişeleniyodum ama artık önce anlamaya çalışıyorum sonra acaba nasıl yapabilirim diye kafayı yoruyorum.
Ö20	İspatla karşılaşınca okuyorum ve anlamaya çalışıyorum. Anlayamadığım zaman öğretmenime ya da arkadaşlarıma soru- yorum.

### 4.3. Üçüncü Alt Probleme Yönelik Bulgular ve Yorumlar (Öğrenci Görüşleri)

Bu bölümde öğretim uygulamasına katılan öğrencilerden seçilen sekiz kişi ile (Ö5, Ö6, Ö8, Ö9, Ö11, Ö12, Ö18, Ö20) yapılan görüşmelere ait bulgular yer almaktadır. Öğrenci seçimlerinin nasıl yapıldığı, yöntem bölümünde açıklanmıştır. Görüşmede kullanılan sorulardan altısı, yapılan ispatların içeriğine, diğer altı soru ise İKT'lere dayalı süreci değerlendirmeye yöneliktir. Bulgular içerik analizi sonucu elde edilmiştir. Öğrencilerle yapılan görüşmelerde her bir soru ayrı ayrı analiz edilmiş ve verilen yanıtlara göre kategorileştirilmiştir.

#### 4.3.1. Birinci Soruya Yönelik Bulgular ve Yorumlar

Görüşmeye katılan öğrencilere ilk olarak *“ilk kez ispat kavrama testi ismini duyduğunuzda ne hissettiniz/ düşündünüz?”* sorusu yöneltilmiştir. Görüşme kayıtlarından elde edilen kategoriler Tablo-22’de sunulmuştur (bir öğrencinin cevabı birden fazla kategoriye girebildiği için yüzdelikler genel toplamdan fazladır).

Tablo-22

#### 1. Görüşme Sorusuna Ait Bulgular

Kategoriler	Yüzde	Bazı öğrenci söylemleri
<b>Yapısını merak ettim</b> (Ö5, Ö6, Ö8, Ö9, Ö11, Ö12, Ö18, Ö20)	%100	- Bu testin içinde ne olduğunu merak ettim - Nasıl bir test olduğunu merak ettim - Zor olup olmadığını merak ettim - Merak ettim. Çünkü ilk defa karşılaşacaktım
<b>Çekindim/ korktum</b> (Ö5, Ö8, Ö9, Ö11, Ö18)	%63	- İspatları anlamadığım için korktum - Zor olmasından çekindim - Yeni bir şeye çalışmak zorunda kalmaktan çekindim

Görüşmeye katılan sekiz öğrencinin tamamı daha önce İKT’yi duymadıklarını, dolayısıyla merak ettiklerini belirtmişlerdir. En çok merak ettikleri kısmın ise yapısı ve zor olup olmadığıdır.

Beş öğrenci ise çekindiğini/ korktuğunu belirtmişlerdir. Gerekçe olarak ise ispatın matematiğin zor konularından olduğunu ve yeni bir çalışma konusunun sorumluluğu altına gireceklerini düşündüklerini ifade etmişlerdir.

İKT, öğrencilerin ilk kez karşılaştıkları bir araç olduğundan bu sonucun doğal olduğunu düşünmekteyiz. Çekinmelerinin ise ismin hem ispatı hem de test kelimelerini içermesinden kaynaklandığını düşünmekteyiz.

### 4.3.2. İkinci Soruya Yönelik Bulgular ve Yorumlar

İkinci soruda öğrencilere “İKT’de kullanılan teoremi okuduktan sonra doğruluğunu sorguladınız mı?” sorusu yöneltilmiştir. Sonuçlar kategorilere ayrılarak Tablo-23’de sunulmuştur.

**Tablo-23**

### 2. Görüşme Sorusuna Ait Bulgular

Kategoriler	Yüzde	Bazı öğrenci söylemleri
<b>Evet sorguladım</b> (05, 08, 011)	%38	- Sorguladım ve doğru olduğu kanısına vardım - Sorguladım, bir işlem hatası yok
<b>Hayır sorgulamadım</b> (06, 012, 018, 020)	%50	- Çünkü doğruluğunu sonlarda kullanarak gördüm - Doğru olduklarını daha önceden biliyordum - Etmedim. Bir yönlendirme olsaydı kontrol ederdim
<b>Bazı teoremler için sorguladım</b> (09)	%13	- Bilmediğim teoremlerle karşılaştıkça sorgulamaya başladım

Görüşmedeki öğrencilerden üç tanesi İKT dayalı öğretim süreci boyunca kendilerine sunulan tüm teoremlerin doğruluğunu kontrol ettikten sonra cevaplama kısmına geçtiklerini belirtmişlerdir. Dört öğrenci ise teoremlerin doğruluğunu kontrol etmediklerini söylemişlerdir. Gerekçe olarak ise test içinde bu yönde bir yönerge olmadığını ya da daha önceki çalışmalarında ifadelerin doğru olduklarını bildiklerini ileri sürmüşlerdir. Bir öğrenci ise önceki çalışmalarında karşılaştığı bir teorem olduğunda doğruluğunu kontrol etmediğini; daha önce karşılaşmadığı bir teorem olduğunda kontrol ettiğini söylemiştir.



Bu sonuçların, Harel ve Sowder (1998) tarafından ileri sürülen dışsal ispat şemaları kapsamında olduğunu düşünüyoruz. Öğrencilerin çoğu dış nedenlerden dolayı ispatın doğru olduğunu sorgulamadan kullanma eğilimi göstermiştir.

### 4.3.3. Üçüncü Soruya Yönelik Bulgular ve Yorumlar

Görüşmede öğrencilere üçüncü olarak “*Teoremdaki şekilden bir çıkarımda ya da tahminde bulunmayı denediniz mi? Cevabınızı gerekçeleri ile açıklayınız.*” sorusu yöneltilmiştir. Elde edilen bulgular Tablo-24’de sunulmuştur.

Öğrencilerden iki tanesi teoremda verilenleri kontrol etmek amacıyla ya da daha iyi anlamak için ek çizim yaparak İKT’de verilen şekli kullandıklarını belirtmiştir. Bir öğrenci ise şekli kullanmadığını belirtmiştir. Bu öğrenci (Ö18) bir önceki soruda teoremin doğruluğunu sorgulamayan öğrenci grubundadır.

**Tablo-24**

### 3. Görüşme Sorusuna Ait Bulgular

<b>Kategoriler</b>	<b>Yüzde</b>	<b>Bazı öğrenci söylemleri</b>
<b>Evet denedim</b> (Ö5, Ö11)	%25	- Teoremdaki verilenleri denedim - Ek çizimler yaptım
<b>Hayır denemedim</b> (Ö18)	%13	- Sadece baktım, zaten teoremda açıklama yapılmıştı
<b>Bazılarında denedim</b> (Ö6, Ö8, Ö9, Ö12, Ö20)	%63	- Önceden bildiklerimde denemedim.

Bu sonuçlara göre öğrencilerin önceki çalışmalarından aşına oldukları teoremler hakkında şekil üzerinden çıkarım yapmaya çalışmadıkları anlaşılmaktadır.

### 4.3.4. Dördüncü Soruya Yönelik Bulgular ve Yorumlar

Görüşmede öğrencilere dördüncü olarak “*İspatın doğruluğunu, tümünü okuduktan sonra mı sorguladınız, yoksa her bir adım için ayrı ayrı mı sorguladınız?*”

*Gerekçeleri ile açıklayınız.*” sorusu yöneltilmiştir. Bulgular Tablo-25’de sunulmuştur.

**Tablo-25**

**4. Görüşme Sorusuna Ait Bulgular**

<b>Kategoriler</b>	<b>Yüzde</b>	<b>Bazı öğrenci söylemleri</b>
<b>Tümünü okuduktan sonra</b> (O5, O8, O12, O20)	%50	- Bir bütün olarak anlamış oluyorum - Daha iyi anlıyorum - Daha kolay
<b>Adım adım okuduktan sonra</b> (Ö6, Ö9, Ö11, Ö18)	%50	- Bir adımı anlamadan diğerini anlayamam - Daha iyi anlıyorum - Daha kolay

Bu soruya verilen cevaplarda eşit bir dağılım ortaya çıkmıştır. Aynı zamanda öğrencilerin cevaplarında ileri sürdüğü gerekçeler de paralellik göstermektedir. İKT’de sunulan ispatın doğruluğunu tüm adımları inceledikten sonra yapan öğrenciler ile her adımda doğruluğu sorgulayarak tümüne o şekilde bakanların sayısı eşit çıkmıştır.

**4.3.5. Beşinci Soruya Yönelik Bulgular ve Yorumlar**

Görüşmede öğrencilere beşinci olarak “*Kavrama testi ön öğrenmelerinizi sorgulamanızı sağladı mı?*” sorusu yöneltilmiştir. Görüşmede yer alan öğrencilerin yedi tanesi bu soruya olumlu cevap vermiştir. Bir öğrenci ise bazı kavrama testlerinde sorguladığını bazılarında ise sorgulamadığını belirtmiştir. Dile getirdikleri gerekçelerden hem İKT’lerinde yer alan ve temel seviyede kavramaya yönelik olan sorular sayesinde hem de İKT’nin genel yapısı içinde ön öğrenmelerini sorguladıkları anlaşılmaktadır. Bulgular Tablo-26’da sunulmuştur.

**Tablo-26**

**5. Görüşme Sorusuna Ait Bulgular**

Kategoriler	Yüzde	Bazı öğrenci söylemleri
<b>Evet sorguladım</b> (Ö5, Ö6, Ö8, Ö9, Ö11, Ö12, Ö18)	%88	- Testte bu yönde sorular vardı - Ön öğrenmelerim olmadan cevaplayamazdım
<b>Bazen sorguladım</b> <b>Bazen sorgulamadım</b> (Ö20)	%12	- Bazılarını hiç bilmiyordum, bu yüzden sorgulamadıklarım oldu.

#### 4.3.6. Altıncı Soruya Yönelik Bulgular ve Yorumlar

Görüşmede öğrencilere altıncı olarak “İspatta anlamadığınız adımlar varsa bunların neler olduğunu düşündünüz mü?” sorusu yöneltilmiştir. Öğrencilerin tamamı anlamadığı adımların neler olduğunu düşündüklerini belirtmişlerdir. Bu durumla karşılaştıklarında önce kendi bilgileriyle ve şekilden yararlanarak çözüm getirmeye çalıştıklarını, hala anlamadıysa arkadaşından yardım istediklerini, eğer hala anlayamamışlarsa öğretmenlerine sorduklarını belirtmişlerdir. Bazı öğrenci söylemleri Tablo-27’de sunulmuştur.

Tablo-27

#### 6. Görüşme Sorusuna Ait Bulgular

Öğrenci	Bazı öğrenci söylemleri
Ö5	Evet düşündüm, bulamadıklarımı arkadaşşıma sordum
Ö9	Evet düşündüm, bulamadıklarımı öğretmenime sordum
Ö20	Evet düşündüm, bir adımı anlamadan diğerini de anlayamam

#### 4.3.7. Yedinci Soruya Yönelik Bulgular ve Yorumlar

Görüşmelerde öğrencilere yedinci olarak ‘İspatın temel adımını/ adımlarını belirleyebilir misiniz?’ sorusu yöneltilmiştir. Görüşmedeki öğrencilerden bir tanesi (Ö18) belirlemeye çalıştığını, bir tanesi belirleyebildiğini diğerleri ise belirleyemediğini söylemiştir. Bazı öğrenci söylemleri Tablo-28’de sunulmuştur.

Tablo-28

## 7. Görüşme Sorusuna Ait Bulgular

Kategoriler	Bazı öğrenci söylemleri
<b>Evet, belirliyorum</b> (Ö6)	- Zorlanma dan karar verebiliyorum
<b>Hayır, belirleyemiyorum</b> (Ö5, Ö9, Ö11, Ö12, Ö18, Ö20)	- Belirlemek çok zor -Belirleyemiyorum çünkü hepsi kritik adım diye düşünüyorum
<b>Belirlemeye çalışıyorum</b> (Ö8)	- Her bir ispat için belirlemeye uğraşıyorum

## 4.3.8. Sekizinci Soruya Yönelik Bulgular ve Yorumlar

Görüşmelerde öğrencilere sekizinci olarak ‘*Bir teoremin klasik anlamda ispatını sormak ile İKT şeklinde verilmesi ve üzerinde çalışılması durumlarını karşılaştırırsanız ne dersiniz?*’ sorusu yöneltilmiştir. Elde edilen sonuçlar Tablo-29’de sunulmuştur.

Görüşme gerçekleştirilen öğrencilerden beş tanesi (Ö5, Ö6, Ö9, Ö11, Ö18) ispatların İKT şeklinde verilmesinin kendileri için daha iyi olduğunu belirtmiştir. Buna gerekçe olarak verdiği cevapların bir kısmı şu cümle altında ifade edilebilir; “*Kavrama testinde cevapları açıklamam gerekli. Bu da daha iyi anlamamı sağladı.*”

Tablo-29

## 8. Görüşme Sorusuna Ait Bulgular

Kategoriler	Bazı öğrenci söylemleri
<b>Bir fark yoktur</b> (Ö8)	- İkisinde de bir şey bilmeden hiçbir şey yapamazsın
<b>İKT şeklinde verilmelidir</b> (Ö5, Ö6, Ö9, Ö11, Ö18)	- Kavrama testi şeklinde verilmesi daha iyi anlamamı sağladı - Kavrama testi şeklinde verilirse korkmam
<b>Klasik şekilde sorulmalı</b> (Ö12, Ö20)	- Derste sorulduğu gibi çalışıp yapabilirim - Böyle sorulmasına alışığım

Kavrama testini tercih edenlerin ileri sürdükleri bir diğer gerekçe de; kavrama testlerinin kendilerini korkutmadığı, oysa klasik şekilde sorulan ispatların kendilerinde belli bir gerginlik yarattığıdır. Korkularına sebep olarak ya “çalışmadığım bir ispat gelirse” ya da “ispatın herhangi bir adımını unutursam gerisini getiremem” gibi cevaplar verilmiştir.

Görüşülen öğrencilerden iki tanesi (Ö12, Ö20) klasik anlamda ispatı tercih etmiştir. Bu öğrenciler cevaplarına gerekçe olarak; ezberlerinin iyi olduğunu dolayısıyla klasik yöntemde kendilerine verilen ispatı ezberleyebileceklerini ileri sürmüşlerdir. Ayrıca öğrenim hayatları boyunca ispatları klasik yöntemle çalıştıklarını, dolayısıyla klasik şekilde ispatın sorulmasına alışık olduklarını ileri sürmüşlerdir. Sadece bir öğrenci (Ö8) gerekli matematiksel bilgiye sahip olunmaması durumunda hangi soru şeklinin tercih edildiğinin fark etmediğini belirtmiştir.

#### 4.3.9. Dokuzuncu Soruya Yönelik Bulgular ve Yorumlar

Görüşmeye katılan öğrencilere dokuzuncu olarak; ‘*Sizce ispat kavrama testlerinin avantajlı yanları nelerdir?*’ sorusu yöneltilmiştir. Öğrencilerin belirttiği olumlu yanlar ve bunları belirten öğrenci sayıları Tablo-30’da sıralanmıştır (bir öğrencinin cevabında birden fazla kategoriye giren ifadeler bulunabilmektedir).

**Tablo-30**

#### 9. Görüşme Sorusuna Ait Bulgular

Kategoriler	Öğrenci No	Frekans	Yüzde
Düşünmemi sağlıyor	Ö5, Ö6, Ö8, Ö9, Ö11, Ö12, Ö18, Ö20	8	%100
Yeni şeyler öğrenmemi sağladı	Ö5, Ö6, Ö8, Ö9, Ö11, Ö12, Ö20	7	%88
Tekrar yapmış oluyorum	Ö5, Ö6, Ö9, Ö11, Ö12, Ö20	6	%75
Kalıcı öğrenmemi sağlıyor, ezberi önlüyor	Ö5, Ö8, Ö9, Ö11, Ö12, Ö20	6	%75
Derse katılım sağlıyor	Ö8, Ö9, Ö11, Ö12, Ö18	5	%63
Kendimi ifade etmemi geliştiriyor	Ö8, Ö9, Ö12, Ö18	4	%50

Kendimi ölçmemi ve değerlendirmemi sağlıyor	Ö5, Ö6, Ö11, Ö20	4	%50
---	------------------	---	-----

Görüşmeye katılan sekiz öğrencinin tamamı ilk cevap olarak İKT'leri “*düşünmemi sağlıyor*” demiştir. Görüşme kayıtlarında bu cevaba ileri sürülen gerekçelerden bir tanesi; İKT haricindeki uygulamalarda da düşündüklerini, ancak düşündükleri şeyin daha çok ‘bu soruyu nasıl çözmüştük’ ya da ‘bu ispatı nasıl yapmıştık’ olduğunu söylemişlerdir. Bu yaklaşımda da düşünmeden çok hatırlamanın ön plana çıktığı söylenebilir. Diğer bir gerekçe ise İKT’de yer alan soruların düşünmeden yapılamayacağıdır.

Yedi öğrenci (Ö5, Ö6, Ö8, Ö9, Ö11, Ö12, Ö20) İKT sayesinde yeni bilgiler edindiklerini belirtmişlerdir. Altı öğrenci (Ö5, Ö6, Ö9, Ö11, Ö12, Ö20) İKT sayesinde işlenen konulara yönelik tekrar yaptıklarını belirtmişlerdir. Her İKT’de önceki öğrendiklerine yönelik sorular olduğunu, bu sorular sayesinde o bilgilerini tekrarladıklarını ifade etmişlerdir.

Görüşmedeki öğrencilerin altı tanesi (Ö5, Ö8, Ö9, Ö11, Ö12, Ö20) İKT sayesinde öğrenmelerinin daha kalıcı hale geldiğini, bilgileri ezberlemediklerini; öğrendiklerini belirtmişlerdir. Bireysel olarak test çözerken ya da ders çalışırken İKT’de kullanılan ispata yönelik bir soru ile karşılaştıklarında sorunun çözümü için gerekli olan teoremi kolayca hatırladıklarını belirtmişlerdir.

Görüşmedeki öğrencilerin beş tanesi (Ö8, Ö9, Ö11, Ö12, Ö18) derse katılımın artacağını söylemişlerdir. İKT uygulamasından önceki ders faaliyetlerinde, genellikle belli öğrencilerin derste aktif olduğunu; ama İKT uygulamasında her öğrencinin bir şekilde derse katılmak zorunda kaldığını belirtmişlerdir.

Öğrencilerin dört tanesi (Ö8, Ö9, Ö12, Ö18) İKT’nin kendilerini ifade etmelerine yardımcı olduğunu söylemiştir. Buna gerekçe olarak soruda yer alan ‘açıklayınız’ önergesinin olmasını ileri sürmüşlerdir. Ayrıca soruların açık uçlu oluşunun da bunda etkili olduğunu ileri süren öğrenciler (Ö9, Ö18) olmuştur.

Görüşmedeki öğrencilerin dört tanesi (Ö5, Ö6, Ö11, Ö20) İKT sayesinde kendi kendilerini ölçme ve değerlendirme fırsatı bulduklarını, eksiklerini gördüklerini

söylemişlerdir. Derslerde yapılan yazılı yoklamaların genelde işlenen ünitelerle alakalı olduğunu; kısa süreli ve sınava yakın bir zamanda yapacakları çalışma ile bu sınavlarda başarılı olabileceklerini ama İKT'nin geniş kapsamlı olduğunu ve kısa süreli çalışma ile yapılamayacağını belirtmişlerdir.

Tüm söylemler incelendiğinde öğrencilerin genel olarak düşünme/ anlama/ öğrenme gibi konularda etkili olan avantajları ön plana çıkardıkları görülmektedir. Ayrıca dört öğrenci (Ö8, Ö9, Ö12, Ö18) İKT sayesinde kendilerini daha iyi ifade edebildiklerini de belirtmişlerdir.

#### 4.3.10. Onuncu Soruya Yönelik Bulgular ve Yorumlar

Görüşmeye katılan öğrencilere onuncu olarak “*Sizce ispat kavrama testlerinin dezavantajlı yanları nelerdir?*” soru yöneltilmiştir.

Öğrencilerden iki tanesi İKT'nin zor olduğunu belirtmiştir. İKT'de yer alan soruların çok olduğunu ve neredeyse tüm matematik bilgilerini kullanmak zorunda olduklarını, bunun da kendilerine zor geldiğini ifade etmişlerdir (Tablo-31).

**Tablo-31**

#### 10. Görüşme Sorusuna Ait Bulgular

Kategoriler	Öğrenci No	Frekans	Yüzde
Zor	Ö12, Ö18	2	%25
Sıkıcı	Ö11	1	%13
Motivasyon düşürücü	Ö9	1	%13

Görüşmedeki öğrencilerden bir tanesi İKT'lerin birbirine benzediğini, dolayısıyla belli bir süreden sonra sıkıcı olmaya başladığını söylemiştir.

Bir öğrenci ise İKT üzerinde çalışırken soruları cevaplayamadığı ve ‘yeni bir yöntem olsa bile gene de matematiği yapamayacağını’ düşündüğünü belirtmiştir. Eksikliklerini gördükçe de motivasyonun düştüğünü söylemiştir.

#### 4.3.11. On Birinci Soruya Yönelik Bulgular ve Yorumlar

Öğrencilere on birinci olarak “*Kavrama testi sayesinde verilen teoremi öğrendiğinizi hissediyor musunuz? (teoremle ilgili soru verildiğinde çözebileceğinizi düşünüyor musunuz?)*” sorusu yöneltilmiştir. Katılan tüm öğrenciler bu soruya olumlu cevap vermiştir (Tablo-32). Bir öğrenci (Ö6) aynı teoremleri İKT olmasa da öğrenebileceklerini ifade etmiştir. Ayrıca öğrencilerin tamamı teoremi anlamakla birlikte kendilerini bir ispatı yapabilecek yeterlilikte görmediklerini belirtmişlerdir.

**Tablo-32**

#### 11. Görüşme Sorusuna Ait Bulgular

Öğrenci	Bazı öğrenci söylemleri
Ö5	Evet artık sorularda kullanabiliyorum
Ö9	Evet önceden hiç anlayamazdım
Ö6	Evet ama İKT olmasa da anlayabilirim
Ö12	Evet anlayabiliyorum ama ispat yapamam

#### 4.3.12. On İkinci Soruya Yönelik Bulgular ve Yorumlar

Öğrencilere son olarak “*Kavrama testlerinin matematik eğitiminde kullanılması konusunda ne düşünüyorsunuz?*” sorusu yöneltilmiştir. Verilen cevaplar Tablo-33’de sunulmuştur.

**Tablo-33**

#### 12. Görüşme Sorusuna Ait Bulgular

Kategoriler	Yüzde	Bazı öğrenci söylemleri
<b>İyi olur</b> (Ö5, Ö8, Ö9, Ö11, Ö12, Ö18)	%74	- Bana çok yardımcı oldu - İspatları İKT sayesinde anlamaya başladım
<b>Fark etmez</b> (Ö6)	%13	- İKT olmasa da ispatları öğrenebilirim
<b>Fikrim yok</b> (Ö20)	%13	- Matematik zor, bu yüzden fikrim yok



Öğrencilerin büyük bir kısmı (%74) matematik eğitiminde İKT'lerin kullanılması olumlu şekilde değerlendirmektedir. Buna gerekçe olarak ileri sürdükleri neden genel olarak İKT'nin kendilerine değişik ve daha iyi geldiğidir. Kullanılmasını gereksiz bulan öğrenci (Ö6) İKT hakkında olumsuz görüş belirtmemiş; klasik şekilde de anlatılsa, İKT ile de anlatılsa anlayabildiğini, o yüzden alışık olduğu sisteme devam etmesinin iyi olacağını söylemiştir. Bir öğrenci (Ö20) ise bu konuda bir fikir beyan etmemiştir.

#### **4.4. Dördüncü Alt Probleme Yönelik Bulgular ve Yorumlar (Öğretmen Günlükleri)**

Her bir İKT'den sonra birer tane olmak üzere beş adet ve biri uygulama bitiminden hemen sonra genel sürece yönelik olarak toplam altı adet öğretmen günlüğü yazılmıştır. Bu bölümde, öğretmen günlüklerinden elde edilen bulgular iki kısımda sunulmuştur. Birinci kısımda, öğretmenin yazdığı her bir günlüğe yönelik tek tek açıklama ve kısa değerlendirme yapılmış ve günlüklerden birebir alıntılara yer verilmiştir. İkinci kısımda ise yazmalar üzerinde yapılan içerik analizi sonucu elde edilen bulgular kategoriler altında özetlenmiştir. Söz konusu kategoriler; K1-süreçte yaşanan sıkıntılar, K2-bu sıkıntılara çözüm bulmak amacıyla yapılan müdahale yolları ve K3-geliştirilen müdahalelerin sürece yansımaları biçimindedir.

##### **4.4.1. Günlüklerin Genel Değerlendirmesi**

Birinci uygulama sonunda yazılan günlüğe göre genel olarak sınıfın heyecanlı olduğu ve uygulamanın işleyişi ile ilgili sorular sordukları gözlenmiştir. Uygulama sonunda öğrencilerin İKT'nin yapısını tam kavrayamadıkları ve yüzeysel cevaplar verildiği görülmektedir. Buna gerekçe olarak, adında test kelimesi geçtiği için alışık oldukları test formatında bir uygulama beklediklerini dile getirmişlerdir. Yine soruların sonunda yer alan “açıklayınız” gibi yönergelere fazla dikkat etmedikleri görülmüştür. Bu noktada öğretmen İKT'yi öğrencilerce birlikte tekrar cevaplamaya karar vermiştir.

---

*“Öğrencilere uygulamadan bahsettiğimde meraklandılar ve uygulamanın isminin ‘test’ olmasından dolayı biraz tedirgin oldular. İKT’ni dağıttığımda büyük bir merakla okumaya koyuldular. Birbirlerine göstererek ve fısıldayarak aralarında konuştular. Bir süre buna izin verdikten sonra yapmaları gerekenleri anlattım ve uygulamaya başladık. İlk uygulama olmasından dolayı (İKT’deki) her bir soruda sorular sordular. Ben de sürekli sınıfta dolaşarak sorularına açıklamalar getirdim. Genelde cevaplar çok derinlemesine değildi ve uygulama sırasında çok sık soru sormalarından dolayı uyguladığım İKT’yi tekrar sınıfta birlikte yapmaya karar verdim. İKT’de yer alan soruları sırasıyla tahtaya yansıtım ve söz alarak cevaplamalarını istedim.”*

---

İKT’yi tekrar birlikte inceleme ve yanıtlama müdahalesi sonrasındaki uygulamalarda bu sorun tekrar etmemiştir. Ancak öğrencilerin cevaplarını genelde öğretmenle birlikte yaptıkları çalışmaya benzetmeye çalıştıkları görülmüştür. Bu uygulamanın değerlendirmesinde ise cevapların seviyelere göre performans yüzdelerinin farklılık gösterdiği belirlenmiştir.

İkinci uygulama sonunda öğrencilerin ilk uygulamadaki heyecanlarını attıkları ve İKT yapısını kavradıkları görülmektedir. Ancak testte kullanılan ispat adımlarından herhangi birini anlayamadıklarında diğer adımlarını da anlayamadıkları fark edilmiştir. Öğretmen, öğrencilerle görüşmüş ve onların çözüm önerilerini almıştır. Yapılan değerlendirme sonunda İKT’deki ispatı ve yöneltile soruları anlama aşamasında yani ön çalışmada, isteyen öğrencilerin bireysel, isteyen öğrencilerin ise ikili ya da üçlü gruplar şeklinde çalışabileceğine, soruları cevaplama aşamasında ise bireysel olarak hareket etmelerine karar verilmiştir. Öğretmen müdahalesi bu yönde olmuştur. Öğretmen günlüğünden alınan bir bölüm aşağıda sunulmuştur.

---

*“Uygulamaya başlamadan önce öğrencileri daha istekli gördüm. Uygulamayı başlattım. Öğrenciler bir önceki uygulamaya kıyasla çok az soru sordular. Sorduğu sorular daha çok verdikleri cevapların doğruluğu ile alakalı sorulardı. Ancak ilerleyen dakikalarda zorlandıklarını hissettim. Değerlendirme yaparken, uygulama esnasında yaşanan sıkıntının sonuçlara da yansıdığını fark ettim. Sonraki derste sınıfla durumu görüştük. İspatta geçen bazı ifadeleri ya da ispat adımlarından bazılarını anlayamadıklarında diğerlerini de anlayamadıklarını söylediler. Yapılan tartışma sonrası, ispatta yer alan soruları cevaplama geçmeden önce, ikili ya da üçlü gruplar şeklinde teoremi ve ispatı birlikte tartışma ve değerlendirme zamanı olmasına, daha sonra cevaplama aşamasına bireysel olarak devam edilmesine karar verdik. Bunda sonraki İKT uygulamalarında isteyen öğrenciler bireysel, isteyen öğrenciler sıra arkadaşları ile birlikte çalışma yapabileceklerdi.”*

---

Müdahale sonrasında bu sıkıntının diğer uygulamalarda da devam ettiği ama karşılaşılması sıklığının azaldığı görülmüştür. Bu durumun öğrenciler arasında var olan (bilgi ve anlamadaki) seviye farkından kaynaklandığını düşünmekteyiz. Birlikte çalışmak söz konusu seviye farkının olumsuz etki etmesini belli ölçüde önlemiştir. İkinci uygulamanın performans değerlendirmesinde ise öğrencilerin ilk kavrama seviyesinde (temel seviye) başarı gösterdiği ancak diğer seviyelerde başarının düşük olduğu belirlenmiştir.

Üçüncü uygulamada öğrencilerin heyecan, aşına olmama, ne yapacağını bilememe gibi sıkıntılarının olmadığı görülmüştür. Öğrencilerin birlikte çalışma yapmalarının öğrencilerin ispata yönelik sorularını azalttığı anlaşılmıştır. Bu uygulama öncesi, öğrenciler İKT uygulamasına alışması için cevaplama aşamasında bir süre sınırlaması yapılmamıştır. Ancak sonraki uygulamalar için süre sınırı getirilmesi düşünülmüştür. Öğrencilerle yapılan görüşme sonrası 10 dakika cevaplama geçmeden önce teoreme ve ispata çalışma süresi, 30 dakika ise soruları cevaplama süresi olarak belirlenmiştir. Süre sınırı getirilmesinin nedeni öğrencilerin ön çalışma süresini bireysel cevaplama aşamasına da taşımamasını önlemek ve olağan ders akışında İKT'lere ayrılan bölümü çok aşmamayı sağlamaktır. Aşağıda öğretmen günlüğünden bir kesit verilmiştir.

---

*“Bir önceki uygulama sonrası alınan karar gereği öğrenciler birlikte çalışmak istedikleri arkadaşları ile gruplar oluşturmuşlardı. Çalışmaya yoğunlaşmalarını ve başarabileceklerini söyleyerek kısa bir motivasyon konuşması yaptım. Uygulamaya başladık. Yaklaşık on dakika verilen teoremi ve ispatı tartıştılar. Bende bu sırada sınıfta dolaşarak yardımcı olmaya çalıştım. Daha sonra bireysel olarak testi cevaplandırmaya başladılar. Öğrenciler yoğun bir şekilde testle uğraştı. ... Testin genelinde ise başarı seviyesi önceki teste nazaran daha iyiydi. Birlikte çalışmanın bunda faydası olduğunu düşünüyorum. Bundan önceki uygulamalarda süre sınırlaması yapmamıştık. Bundan sonraki testlerde süre sınırlaması yapmaya karar verdik. Sınıfta durumu tartıştık ve cevaplama süresini 30 dakika olarak belirledik.”*

---

Süreye yönelik müdahale sonrasında öğrencilerden bir eleştiri gelmemiş ve diğer uygulamalarda süre konusunda herhangi bir sıkıntı gözlenmemiştir. Üçüncü uygulamanın performans değerlendirmesinde öğrencilerin ilk iki kavrama seviyesinde (temel ve mantıksal) başarı gösterdikleri, genel olarak da diğer ilk iki teste göre daha başarılı oldukları belirlenmiştir.

Dördüncü uygulamada öğrencilerin genelinin uygulamaya katıldığı ve süre sınırına uyduğu görülmüştür. Bilgi düzeyi düşük olan öğrencilerin bile uygulamada gayret gösterdiği gözlenmiştir. Ancak bazı öğrencilerin biraz zorlandığı da fark edilmiştir. Bunun üzerine öğretmen onlara soruları anlamalarını sağlayacak küçük ipuçları vermeye karar vermiştir.

---

*“Yaklaşık 10 dakika kadar teoremi ve ispatı tartıştılar. Bitirdikten sonra bireysel olarak cevaplamaya geçtiler. Kendi kendine cevabını tartışan, havaya hayali şekiller çizen öğrenciler vardı. Tartışma sırasında ve cevaplama aşamasında bana da soru soranlar oldu. 30 dakika dolduğunda herkes uygulamayı tamamladı. Kâğıtları topladığımda birbirleri ile verdikleri cevapları tartışmaya başladılar. Daha önceki derslerde sessiz olan öğrenciler bile tam cevabı veremeseler bile yorum yapmaya başladılar. Küçük ipuçları ile sorulara çözüm getirmeye başladılar. Hem sınıf hem de benim için oldukça verimli bir ders oldu.”*

---

Yapılan müdahale sonrasında öğrencilerin İKT’deki sorulara daha fazla cevap bulabildiği görülmüştür. İpuçları sunulması hem öğrencilerin İKT cevaplama sürecine daha fazla katılım göstermelerini hem de sorulara daha fazla cevap verebilmelerine olanak sağlamıştır. Dördüncü uygulamanın performans değerlendirmesinde ise sonuçların önceki testlere göre daha başarılı olduğu belirlenmiştir.

Beşinci uygulama sonunda sınıfın genelinin uygulamaya aktif katılım gösterdiği görülmüştür. Öğretmen süreci izlemek için sınıfta çok fazla dolaşmak zorunda kalmamıştır. Öğrenciler belirlenen süreye uymak için dikkat göstermişlerdir. Genel olarak daha başarılı bir uygulama olduğu belirlenmiştir.

---

*“İKT’yi dağıtır dağıtmaz okumaya ve yorumlamaya başladılar. Sınıf içinde dolaşmadım, kürsüden onları izledim. Hepsi hummalı bir şekilde teoremi ve ispatını kavramaya çalışıyorlardı. Arkadaşı ile olan çalışması biten öğrenci benim yönlendirme yapmama gerek kalmadan testi cevaplamaya geçti. Uygulama yaklaşık 30 dakika sürdü. Önceki uygulamada olduğu gibi öğrenciler cevaplarını tartışıyor ve yorumlar yapıyorlardı. Çalışma bittikten sonra da birbirleri ile verdikleri yanıtları tartışmaya başladılar. Bazı öğrenciler kitaplarını açmış bir şeyler araştırıyorlardı. Sonradan sınıfta yaptığımız değerlendirmede öğrencilerin sonuçtan gayet memnun olduklarını gördüm. Birçoğu artık geometriyi daha iyi anladığını söyledi. Birçok öğrenci uygulamaya devam etmek istediklerini belirtti. Yaptığımız örnek çözümleri de gayet verimli geçti. Hemen hemen tüm öğrenciler tahtaya kalkıp söz almak istedi. Öğrencilere teşekkür ederek çalışmayı bitirdim.”*

---

Bu uygulamada herhangi bir sorun ile karşılaşılmamış ve müdahale gerektiren bir durum gözlenmemiştir. Uygulamanın performans değerlendirmesinde

temel seviye ve mantıksal seviyede zayıf kavrama gösteren hiçbir öğrencinin olmadığı, özetleme ve genelleme seviyesinde ise sadece üç öğrencinin zayıf kavrama düzeyinde kaldığı belirlenmiştir. Son çalışma olması nedeniyle bu uygulama sonunda öğretmen teşekkür konuşması yapmıştır. Öğrenciler de süreçten memnuniyetlerini dile getirmişlerdir.

Son olarak öğretmen tarafından tüm sürece yönelik günlük yazma yapılmıştır. Bu yazmada uygulama sürecin geneline yönelik tespitlere yer verilmiştir. Öğretmen günlüğünden bir kesit aşağıda sunulmuştur.

---

*“İlk uygulamalarda öğrenciler biraz zorlandı ancak özellikle 3. uygulama ile birlikte ciddi anlamda bir ilerleme oldu. Kendileri ile görüştüğümde daha önce hiç böyle bir uygulama yapmadıkları için değişik bulduklarını ve yapısını kavramakta zorlandıklarını belirttiler. Uygulama süresince sınıfta neredeyse hiçbir disiplin sorunu olmadı. Dersle ilgilenmeyen öğrenci hiç yoktu. Öğrencilerin hem derse karşı ilgilerinde hem de matematiksel yaklaşımlarında gözle görünür bir iyileşme oldu. Ders sonrası yapılan uygulamalarda da öğrencilerin hepsi istekliydi. İlk bir, iki uygulamada karşılaşılan sıkıntıları giderdikten sonra çok verimli bir öğretim süreci yaşadık.”*

---

Yazılan son günlükteki ifadelerde görüldüğü üzere uygulamanın genelinde rahat bir süreç yaşanmış ve sıra dışı bir olay ya da istenmeyen bir durum ile karşılaşılmamıştır. Genel olarak öğrencilerin uygulama boyunca ilgisi yüksek olmuş ve katılımları git gide artmıştır. Öğrencilerin İKT’lerdeki performanslarında ilerleme gözlemlenmesi hem öğrenciler hem de öğretmen için süreci verimli hale getirmiştir. Öğretmen genel olarak yürüttüğü bu öğretim sürecinden memnun kalmıştır.

#### **4.4.2. Günlüklerin Kategoriler Altında Özeti**

Öğretmen günlükleri üzerinde yapılan analiz sonucunda bulguların üç kategori altında toplandığı görülmüştür. Bunlar:

K1-yaşanan sıkıntılar,  
K2-bu sıkıntılara müdahale yolları ve  
K3-bunların sürece yansımalarıdır.

Süreçte karşılaşılan sıkıntılar/ sorunlar;

K1a-İKT’nin yapısına yönelik olanlar,

K1b-uygulama biçimine yönelik olanlar ve  
K1c-içeriğe yönelik olanlar şeklinde gruplanmıştır.

K1a kapsamında öğrencilerin İKT'nin yapısını (başlangıçta) anlayamama ve cevaplarında gerekçe yazamama ya da yazmakta zorlanma durumları gözlenmiştir. K1b kapsamında kimi öğrencilerin çalışma biçiminde (bireysel yerine birlikte çalışma) desteğe ihtiyaç duyması ve sorun olmamakla birlikte öğretmenin uygulamalara bir süre sınırı getirmesi, K1c kapsamında ise belli bir ispat adımı anlamadığında diğer adımları da yeterince kavrayamama, ön öğrenmelerdeki bazı eksiklikler ve matematik dilini kullanmadaki kimi sıkıntılar sıralanabilir.

Yukarıda sıralanan sıkıntıların giderilmesini amaçlayan müdahale yolları;

K2a-ek açıklamalar yapma,  
K2b-birlikte çözüm yapma,  
K2c-motivasyonu arttırma,  
K2d-çalışma biçimini yeniden yapılandırma biçimindedir.

Son kategori altındaki durumlar ise;

K3a-İKT'lere ve dolaylı olarak ispatlara yönelik daha olumlu duygulara sahip olunması ve K3b-öğrencilerin katılımlarında ve matematiksel yaklaşımlarında belirgin bir ilerleme gözlenmesidir.

## BÖLÜM 5

### SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

Literatürde yapılan araştırmalar, matematik eğitiminde ispat ve ispatlamanın merkezi ve önemi giderek artan bir alan olduğunu göstermektedir. Ülkemizde Ortaöğretim Matematik ve Geometri Dersi Öğretim Programlarında da ispatların kullanılması ve ispat yaptırılması önerilmekte, bu sayede öğrencilerin matematiksel becerilerinin artacağı ileri sürülmektedir. Bu ve benzeri araştırmaların yapılması hem alandaki boşluğun doldurulmasına katkı sağlayacak ve hem derslerinde ispat ve ispatlamayı kullanmak isteyen öğretmenlere ve bu alanda çalışmak isteyen araştırmacılara yardımcı olacaktır. Bu amaçla gerçekleştirilen çalışmanın bu bölümünde araştırmada ulaşılan sonuçlar ve onlara yönelik tartışma ve öneriler sunulmaktadır. Sonuçların sunumunda önceki bölümde olduğu gibi alt problemlerin sırasına göre bir yol izlenmiş olup her bir alt problem için sonuç, tartışma ve öneriler bir arada verilmektedir. Bu bölümün en sonunda ise ileri araştırmalar için yapılabilecek diğer önerilere yer verilmektedir.

#### 5. 1. Birinci Alt Probleme Yönelik Sonuç, Tartışma ve Öneriler

Çalışma kapsamında 11. sınıf dörtgenler ünitesinde yer alan kazanımlara yönelik, beş adet İKT uygulanmıştır. İKT'lerinin değerlendirmesi Yang ve Lin (2008) tarafından belirlenen dört seviyeye ve beş esas temel alınmıştır. Bunlar; Seviyeler: 1-temel seviye, 2-parçaları tanıma, 3-parçaları birleştirme, 4-kapsülleme; Esaslar: 1-temel, 2-mantıksal, 3-özetleme, 4-genelleme, 5-uygulama dır.

Çalışmada uygulanan tüm İKT'leri göz önüne alındığında, bir teoremin farklı şekilde ispatının yapılmasını, ya da kullanılan ispat yöntemi ile farklı bir teoremin

ispatlanmasını içeren kapsülleme seviyesinde hiçbir öğrencinin yüksek düzeyde anlama gerçekleştiremediği görülmüştür. Araştırmada yer alan öğrencilerin, NCTM (2000) tarafından yayınlanan ve lise eğitimine yönelik olan “matematiksel argümanları ve ispatları, değerlendirebilme ve geliştirebilmeli” ve “farklı akıl yürütme türlerini ve ispat yöntemlerini seçebilmeli ve kullanabilmeli (s.342)” standartlarına ulaşamadıkları görülmüştür. Yang ve Lin (2008) 9. ve 10. sınıfta öğrenim gören öğrencilerle yürüttükleri çalışmalarında benzer sonuçlara ulaşmışlar ve kapsülleme seviyesini “hedeflenen [seviye]” ucu açık bir seviye olarak tanımlamışlardır.

Bu sonuç çerçevesinde önerilebilecek olan bir husus öğretim programlarında yer alan kazanım ifadelerine yöneliktir. İlgili yayınlar bölümünde belirtildiği gibi kazanım cümlelerinde “... ispatını yapar” gibi ifadeler yer almaktadır. Bu ifadelerin “ispatı yapar” dışında “ispatı anlar/ ispatı yorumlar” gibi formlarda da sunulacak daha ulaşılabilir kazanımlar yazılmasını öneriyoruz. Bu gibi ifadelere daha fazla yer verilerek ispat yapmanın bunun üzerine inşa edilmesi hedeflenebilir.

Ulaşılan diğer bir sonuç ispat kavrama seviyelerinde elde edilen kavrama yüzdeleri arasında doğrusal bir azalma ya da artma ilişkisinin olmayışıdır. Temel seviyeden itibaren kapsülleme seviyesine doğru ilerledikçe genel olarak kavrama yüzdelerinde bir düşüş olmakla birlikte bazı İKT’lerinde (İKT-4) seviyelerin kavranma yüzdeleri arasında doğrusal bir azalma olmadığı görülmüştür. Yine benzer şekilde kavrama esaslarının kavranma yüzdeleri arasında da doğrusal bir azalma ya da artma ilişkisi olmayabilmektedir. İspatların birçok zihinsel süreci barındıran yapısı (Ball vd., 2002; Tall, 1992) ve ‘kavramanın’ insan beyninde gerçekleşen çok yönlü bir eylem olduğu (Selden ve Selden, 1995), birçok etken tarafından olumlu ya da olumsuz etkilenmeye açık olduğu düşünüldüğünde bu sonucun oluşması doğaldır. Dolayısı ile İKT’ni ispatların kavranmasını sağlayacak yegâne bir araç olarak değil, katkı sağlayabilecek önemli bir araç olarak düşünmek yararlı olacaktır.

Uygulanan beş İKT sonrasında elde edilen diğer sonuç, öğrencilerin en yüksek kavramayı, ispatta yer alan tanım, özellik ve sembollerin anlamını bilmeyi içeren temel seviyede göstermiş olmasıdır. Üst düzey matematiksel beceriler gerektiren parçaları tanıma ve parçaları birleştirme seviyesinde ise kavrama düzeyi



düşmektedir. Yıldız (2006) tarafından İKT kullanılarak yapılan çalışmada yer alan öğretmen adaylarının %50'si ispat adımları arasındaki ilişkiyi kuramadıklarını belirtmişlerdir. Özer ve Arıkan da (2002) lise 2. sınıf öğrenciler ile yaptıkları çalışmalarında benzer sonuçlara ulaşmışlar, hemen hemen hiçbir öğrencinin ispat yapma konusunda yeterli düzeyde başarı gösteremediğini belirtmişlerdir. Bununla birlikte uygulama süreci incelendiğinde ilk uygulamadan son uygulamaya doğru ispatların kavranmasında göreceli bir artış ortaya çıkmıştır. Bu sonucun oluşmasında İKT'lerinin etkili olduğunu düşünmekteyiz.

Özetle öğrencilerin ispatları kavrama düzeyleri düşük olmakla birlikte İKT öğrencilerin ispatları kavramasına olumlu katkı yapmaktadır.

## 5. 2. İkinci Alt Probleme Yönelik Sonuç, Tartışma ve Öneriler

Çalışma kapsamında öğrencilerin ispatlar konusundaki düşüncelerini belirlemek için üç sorudan oluşan serbest yazma etkinliği uygulanmıştır. Etkinlikte öğrencilere ilk olarak “niçin ispat yapıyoruz” sorusu yöneltilmiştir. Bu soruda öğrencilerin ispata hangi işlevleri çerçevesinde baktıkları ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır. İKT'ye dayalı öğretim uygulaması öncesi öğrencilerin %35'i doğrulama rolünü, %30'u ise ikna rolünü öne çıkarmıştır. Uygulama sonrasında ise doğrulama rolünde oran %80'e yükselmiş iken ikna rolünde %20'ye düşmüştür. En ciddi artış ise keşif rolünde ortaya çıkmıştır. Yeni bilgiler öğrenmesini sağlamak anlamına gelen ‘keşif’ rolündeki bu artışa göre İKT'ye dayalı öğretim uygulaması öğrencilere, ispatlar yardımı ile matematikteki kimi tanım, özellik ve ilişkilere yönelik bilgileri daha iyi anlayabilecekleri hatta yeni bilgileri öğrenebilecekleri fikrini kazandırmıştır. Bu sonuca göre öğrencilerin İKT vesilesiyle ispatları bir öğrenme aracı olarak görmeye başladıkları öne sürülebilir. İşlevlere yönelik oranlarda dikkat çeken bir diğer husus hiçbir öğrencinin ispat için ‘zevk alma’ işlevine dönük açıklama yapmamasıdır. Benzer şekilde Yıldız (2006) tarafından öğretmen adayları ile yapılan çalışmada da hiçbir katılımcı ispata yönelik entelektüel haz alma görevi yüklememiştir. Ortaöğretim 11. sınıf öğretim programında öğrencilere kazandırılması hedeflenen duyuşsal huşular bazıları; “geometri ile uğraşmaktan zevk

alır”, “geometrinin eğlenceli yönünün farkında olur” şeklindedir (MEB, 2010). Ancak İKT’ye dayalı öğretim uygulama öncesinde yapılan serbest yazma etkinliğine göre öğrencilerden hiçbirinin ispatlar üzerinden geometriye yönelik bakış açılarında bu yönde bir görüş/ duygu olmadığı görülmektedir. Uygulama sonrasında elde edilen verilere göre de sonuç değişmemiştir. Buna sonuçlara göre -bu araştırmadaki biçimi ile- İKT’ye dayalı öğretim uygulaması öğrencilere ispatların, kişisel haz boyutuna, entelektüel yönüne dair belirgin bir olumlu etki yapamamıştır. Özetle İKT’ye dayalı öğretim uygulaması öğrencilere ispatlar yardımı ile yeni bilgiler öğrenebilecekleri fikrini kazandırmış ancak onların yukarıda açıklanan duyuşsal hususlarda bir değişiklik meydana getirememiştir.

Serbest yazma etkinliğinin ikinci sorusunda öğrencilerin ispat yapmaya ve verilen ispatları anlamaya dair (uygulama öncesinde ve sonrasında) kendilerini ne kadar yeterli gördüklerini belirtmeleri istenmiştir. Bu amaçla öğrencilere cevaplarını “düşük-orta-yüksek” seçenekleri kapsamında vermeleri istenmiştir. Öğretim uygulaması öncesinde, ispat yapma konusunda hiçbir öğrenci kendini yüksek seviyede yeterli görmezken sadece iki öğrenci kendini orta seviyede yeterli görmektedir. Uygulama sonrasında ise benzer şekilde hiçbir öğrenci ispat yapabileceği konusunda yüksek yeterliliğe sahip olduğunu düşünmemektedir. Orta seviyede yeterliliğe sahip olduğunu düşünen öğrenci sayısında bir artış olmuştur.

Yapılmış ispatları anlama konusunda ise öğretim uygulamasından önce üç öğrenci kendini yüksek düzeyde yeterli görmekte iken uygulama sonrasında 11 öğrenci yüksek yeterliliğe sahip olduğunu düşünmektedir. Buda bize İKT’lerin öğrencilerin ispatları anlamalarına katkı yaparak kendilerini daha yeterli hissetmelerini sağladığını göstermektedir. Keçeli Bozdağ (2012), matematik öğretmen adaylarının ispat yapmaya yönelik tutumlarını belirlemeyi amaçladığı çalışmada öğretmen adaylarının ispata ve ispat yapmaya yönelik tutumlarını orta düzey olarak belirlemiştir. Moralı vd. (2006) matematik öğretmen adaylarının ispat yapmaya yönelik görüşlerini belirlemek için 337 öğretmen adayı ile yürüttükleri çalışmada katılımcıların ispat yapmaya yönelik görüşlerinin tam olarak oluşmadığını belirlemişlerdir. Bahtiyari (2010) 8. sınıfta eğitim gören 340 öğrenci ile yürüttüğü çalışmada ilköğretim 8. sınıf öğrencilerinin gerek ispat gerekse muhakeme

konusunda eksikliklerinin var olduğu tespit etmiştir. Bu eksikliklerin sebeplerini, öğrencilerin ispat ve muhakeme hakkındaki görüş ve inançlarındaki olumsuz yaklaşıma bağlamıştır. Bu çalışmada uygulama öncesinde elde edilen sonuçlar, literatürde yer alan ve farklı öğretim seviyelerindeki çalışmalardan ortaya çıkan sonuçlar ile benzerlik göstermektedir. İKT'ye dayalı öğretim uygulaması sonrasında ise öğrencilerin ispatları anlayabileceklerine dair yeterlilik düzeylerinde belirgin bir değişim gözlenmiştir.

Serbest yazma etkinliği kapsamında üçüncü soru olarak öğrencilere ispatlar ile karşılaştıklarında ne hissettikleri sorulmuştur. Uygulama öncesi yapılan etkinlikte endişelendiğini belirten öğrenci sayısı 13 (%65) iken uygulama sonrası bu sayı 8'e (%40) düşmüştür. Korktuğunu belirten öğrenci sayısı ise öğretim uygulaması öncesinde 5 (%25) iken uygulama sonrasında sadece 1 (%5) olmuştur. Bu sonuçlara göre İKT'ne dayalı öğretim uygulamasının öğrencilerin ispatlara yönelik kaygı seviyesini düşürdüğü görülmektedir. İKT'lerin, ortaöğretim geometri programındaki öz düzenleme becerilerinden “Geometri sınavlarında heyecanlı ve panik hâlde olmaz.” Duyuşsal özelliklerden “Geometri ile ilgili olumlu tutumunu ve başarısını etkileyecek kaygılara kapılmaz” (MEB, 2010), becerilerine yönelik olumlu katkı yaptığı ifade edilebilir.

Sonuçlar açısından dikkat çeken diğer husus, uygulama öncesinde hiçbir öğrenci “ispatlarla karşılaştığımda ilk önce anlamaya çalışıyorum” cevabını vermezken, uygulama sonunda 15 (%75) öğrenci bu cevabı vermiştir. Sınıf genelinde yapılan görüşmelerde öğrenciler uygulama öncesinde ispatların sadece matematikçilerin anlayabileceği “şeyler” olduğunu düşündüklerini, ancak uygulama sonunda ispatların kendilerinin de anlayabileceği “matematiksel ifadeler” olduğunu belirtmişlerdir. Sonuç olarak İKT uygulamasının, geometri öğretim programında yer alan akıl yürütme becerilerinden “Akıl yürütmede ve ispat yapmada öz güven duyar” ve “Akıl yürütme ve ispatla ilgili olumlu duygu ve düşüncelere sahip olur” (MEB, 2010), becerilerinin kazandırılmasında belli yönde etki edebileceği görülmüştür.

### 5. 3. Üçüncü Alt Probleme Yönelik Sonuç, Tartışma ve Öneriler

İKT'ye dayalı öğretim uygulaması sonrasında, belirlenen sekiz öğrenciye, altısı ispata diğer altısı İKT'lerine yönelik olarak toplam 12 soru yöneltilmiştir.

Öğrencilere ilk olarak İKT ismini duyduklarında ne hissettikleri sorulmuş ve tüm öğrenciler İKT yapısını merak ettiklerini belirtmiştir. Buna gerekçe olarak isminde geçen 'test' kelimesini ileri süren öğrenciler olmuştur. Öğrenciler öğrenim hayatlarında sürekli testler ile uğraştıklarını belirtmişler, bir ispattan nasıl test sorusu olabileceğini merak etmişlerdir. Bu sonucun oluşmasında genelde ölçme aracı olarak testlerin kullanılmasının etkili olduğu düşünülmektedir. Yıldız (2006) tarafından öğretmen adayları ile yapılan çalışmada ise sekiz katılımcıdan dördü İKT ismini duyduklarında zorlanacaklarını düşündüklerini belirtmişlerdir. Merak ettiğini belirten katılımcı sayısı ise üçtür.

Öğrencilere ikinci olarak İKT'de yer alan teoremin doğruluğunu sorgulayıp sorgulamadıkları sorulmuştur. Öğrencilerden dört tanesi (%50) sorgulamadığını, üç tanesi (%38) sorguladığını belirtmiştir. Sorgulamadığını söyleyen öğrenciler cevaplarına gerekçe olarak test içinde bu yönde bir soru olmadığını belirtmişlerdir. Geometri öğretim programında eleştirel düşünme becerisi "... verilen bilgilerin kabul edilebilirliğini, geçerliliğini belirleme; analiz etme, değerlendirme, anlamlandırma, çıkarımda bulunma gibi alt becerileri içerir" (MEB, 2010:16) şeklinde tanımlanmaktadır. Bahsedilen beceriye yönelik öğrenci yeterliliğinin istenen düzeyde olmadığı görülmektedir. Bu sonucun oluşmasında da öğrencilerin öğrenim hayatlarında karşılaştıkları ölçme değerlendirme uygulamalarının sorgulamaya dayalı açık uçlu sorulardan oluşan uygulamalar olmayıp, genellikle işlem becerisine dayalı uygulamalar olduğu düşünülmektedir. Zazkis ve Zazkis (2014), öğretmen adayları ile yaptıkları çalışmalarında katılımcıların çoğunun ispatlarda kullanılan gerekçeleri, doğruluğunu sorgulamadan kullandıkları sonucuna ulaştıklarıdır. Bu sonuca gerekçe olarak öğretmen adaylarının bu iddiaları önceki öğrenme yaşantılarından dolayı bildiklerini ya da kendilerine verilen dokümanları koşulsuz kabul ettiklerini ileri sürmüşlerdir. Çözüm olarak ispatların kavranmasına yönelik yapılan çalışmalarda öğrencilere ispatta geçen "açık ya da örtük" gerekçelerin ispatlanması yönünde sorular yöneltilmesi gerektiğini ileri sürmüşlerdir. Bizim çalışmamızda da

öğrencilerin sorgulamama gerekçesi olarak bu yönde bir soru olmasını ileri sürdükleri düşünüldüğünde çalışmaların sonuçları uyum göstermiştir.

Öğrencilere üçüncü olarak teoremde kullanılan şekilden çıkarımda ya da tahminde bulunmayı deneyip denemedikleri sorusu yöneltilmiştir. Öğrencilerin %63'ü daha önceden bildikleri teoremlerde denemediklerini ancak daha önce karşılaşmadıkları bir teorem olduğunda şekilden çıkarım yapmaya çalıştıklarını belirtmişleridir. Geometri öğretim programında araştırma-sorgulama becerisi "... problemi çözmek amacıyla neyi, nasıl yapması gerektiği ile ilgili araştırma planlaması yapma, sonuçları tahmin etme, çıkarımda bulunma, ..., fikirler geliştirmeyi kapsar" (MEB, 2010:16) şeklinde tanımlanmıştır.

Öğrencilere beşinci olarak İKT'nin ön öğrenmelerini sorgulamalarını sağlayıp sağlamadığı sorulmuştur. Öğrencilerin tamamı bu soruya olumlu cevap vermiştir. Bu özelliği ile İKT güçlü bir öğretim aracı olduğu ifade edilebilir.

Öğrencilerden ispatların klasik yöntemle sunulması ya da İKT ile sunulması arasında bir tercih yapmaları istendiğinde beş öğrenci (% 63) İKT tercih etmiş, bir öğrenci fark etmeyeceğini belirtmiş, iki öğrenci ise klasik yöntemi tercih etmiştir. Bu sonuca göre İKT'lerinin öğrencilerin ispat öğretiminde kabul edeceği bir öğretim aracı olabileceği görülmektedir.

Öğrenciler İKT'nin avantajlarını;

- Düşünmemi sağlıyor (% 100)
- Yeni şeyler öğrenmemi sağlıyor (%88)
- Tekrar yapmamı sağlıyor (%75)
- Kalıcı öğrenmemi sağlıyor (%75)
- Derse katılmamı sağlıyor (%63)
- Kendimi ifade etmemi geliştiriyor (%50)
- Kendimi değerlendirmem sağlıyor (%50)

Şeklinde sıralamışlardır. Conradie ve Firth (2000) kavrama testlerine yönelik yaptıkları çalışmalarında İKT'nin avantajlarını; teorem ve ispatların ezberlenmek yerine anlaşılmasını sağlar, ispatların daha hassas değerlendirilmesini sağlar, hem öğretmen hem de öğrenciler için dönüt sağlar, daha az moral bozucudur ve matematik iletişim becerilerini geliştirir, şeklinde sıralamışlardır. Çalışmamızdan

elde ettiğimiz sonuçlar ilgili çalışmada ifade edilen hususları destekler yapıdadır. Öte yandan belirlenen özellikler geometri öğretim programında yer alan duyuşsal beceriler ile örtüşmektedir. Bu sonuca göre belirtilen becerilerin kazandırılmasında İKT önemli katkılar sunmaktadır.

Görüşmede öğrenciler İKT'nin dezavantajlarını;

- Zor (%25)
- Sıkıcı (%13)
- Motivasyon düşürücü (%13)

Şeklinde sıralamışlardır. Conrادية ve Firth (2000) ise; geleneksel yöntemden daha fazla zaman alır, bazı öğrencilerin dersin teorik kısmı ile ilgilenmelerini engelleyebilir ve derse hazırlık yapılamayacağını düşündürebilir, şeklinde sıralamışlardır. Çalışmamızda elde ettiğimiz sonuçlar söz konusu etkileri düşük oranda da olsa yansıtmaktadır.

Sonuç olarak İKT uygulaması yapacak öğretmenlerin söz konusu sıkıntıları dikkate almaları gerekmektedir. Görüşmelerin bütünü göz önüne alındığında ispat kavrama testlerinin öğrencilerin ispatları anlamalarına olumlu katkı yaptığı, ispat adımlarını ve bu adımlar arasındaki ilişkileri daha iyi anlamalarına yardımcı olduğu görülmüştür. Ayrıca öğrencilerin kendi eksikliklerini, detaylı bir şekilde, görmelerini sağladığı anlaşılmaktadır.

#### **5. 4. Dördüncü Alt Probleme Yönelik Sonuç, Tartışma ve Öneriler**

Çalışma kapsamında, hem eylem araştırması ilkelerine uygun olarak süreci takip edebilmek ve müdahale yollarını belirleyebilmek için hem de İKT'ye dayalı öğretim uygulaması yapmak isteyen öğretmenlere yönelik, uygulayıcı öğretmenin süreç içinde yaşadıklarını aktarmak amacı ile öğretmen günlükleri tutulmuştur. Toplamda 6 adet günlük yazımı yapılmıştır. Onlar yardımıyla sürecin bütününe yönelik görüşlerin aktarılması amaçlanmıştır.

İlk uygulama sonrası tutulan günlüğü göre öğretim uygulaması sürecinde öğrencilerden bazılarının ispatları bireysel çalışma ile anlayamadıkları görülmüştür.

Benzer bir sonuç Yıldız'a (2006) ait İKT uygulamasına yönelik çalışmada da ortaya çıkmıştır. Yıldız (2006), öğretmen adayları ile yaptığı çalışmada katılımcılardan bazılarının bireysel İKT uygulamasında sıkıntı yaşadıklarını, öğretim uygulamasının grup çalışması şeklinde yapılması gerektiğini belirtmiştir. İkinci ve sonraki İKT uygulamalarında isteyen öğrencilerin bireysel, isteyen öğrencilerin grup şeklinde çalışabileceği söylenmiştir. Bu müdahale sonrası yaşanan sıkıntının azaldığı gözlemlenmiştir.

Öğretmen günlüklerinin analizi sonrası elde edilen diğer bir sonuç, öğrencilerin ispatı kavramaları için gerekli olan ön öğrenmelerinde sıkıntı olduğu, bunu neticesinde öğrencilerin ispatın geri kalan kısımlarını anlayamadık şeklindedir. Dolayısı ile asıl amaçlanan ispatları kavrama seviyeleri belirlenememektedir. Yang ve Lin (2008), 9. ve 10. sınıf öğrencilerinin ispatları kavrama düzeylerini belirlemek amacıyla yaptıkları çalışmada, düşük kavrama gösteren öğrencilerin ön öğrenmelerinin eksik olduğunu belirlemişlerdir. Çalışmanın sonunda geometrik ispatları öğretirken ön öğrenmelerin gözden geçirilmesi gerektiğini belirtmiştir. Bu sonuçlar doğrultusunda ikinci ve sonraki İKT uygulamalarında, grup çalışması yaparak akran yardımı ile ya da öğretmen tarafından, öğrencilerin eksik olan öğrenmelerini tamamlamaya dönük küçük fırsatlar sunulmuştur. Bu müdahale sonrası karşılaşılan sıkıntılar daha az görülmüştür.

Öğretmen günlüklerinin analizinden elde edilen diğer bir sonuç İKT yapısının anlaşılmasındadır. Birinci uygulama sırasında öğrencilerin sık sık testin yapısı ile alakalı sorular yönelmesi üzerine öğretmen uygulanan İKT-1'i sınıf ortamında öğrenciler ile birlikte cevaplamaya karar vermiştir. Yıldız'ın (2006) çalışmasında yer alan öğretmen adayları İKT sınıf önünde yapılırsa yapısının daha iyi anlaşılacağını belirtmişlerdir. Ancak yapılan bu uygulama sonrasında bazı öğrencilerin sonraki uygulamaları öğretmenin verdiği örneğe benzetmeye çalıştıkları gözlemlenmiştir. Sınıf ortamında yapısının daha iyi kavranması için örnek bir İKT çözümü yapmak isteyen öğretmenlerin bu hususu göz önünde bulundurması gerekmektedir.

Öğretmen eylem araştırmasının ilkelerine uygun olarak uygulamalar esnasındaki sorunları belirleyerek bunları giderici müdahalelerde bulunmuştur. Yang ve Lin (2008) öğretmenlerin ispatta yer alan kavramları ve özellikleri öğrencilere

hatırlatması gerektiğini belirtmiştir. Çalışmalarına katılan bazı öğretmenlerin bu amaçla hatırlatma kartları bile hazırladıklarını söylemişlerdir. Bu çalışma kapsamında, süre sınırlaması da dikkate alınarak öğretmen sınıfta dolaşarak küçük ipuçları vermeyi tercih etmiştir. Bu müdahalenin birçok öğrencide etkili olduğu görülmüştür. Ayrıca burada önemli olan noktalardan biri müdahaleler esnasında öğretmenin tek karar alıcı olan otorite figüründe olmayıp öğrencilerle birlikte hareket etmesi, onları sorumluluk almaya teşvik etmesidir. Nitekim öğretmenler, öğrenciler arasındaki etkileşim kurallarının müzakere edilmesinde, kabul edilmesinde ve geliştirilmesinde önemli role sahiptirler (Stylianides, 2007). Uygulamayı yapan öğretmen bu rolü yerine getirmeye çalışmıştır. Bu yaklaşım biçimi olumlu sonuçlar vermiştir. Bunlar; öğrencilerin sürecin genelinde yüksek katılım göstermesi, uygulamalar için belirlenen süre sınırlamasına uymaya çalışmaları, düşüncelerini ve sorunlarını sınıf içinde dile getirmekten çekinmemeleri, disiplin açısından sorun yaratabilecek hiç bir durumun oluşmaması ve sürecin geneline yönelik öğrencilerin memnuniyetlerini dile getirmeleridir.

Bulgularımız ve ulaşılan sonuçlar Conradie ve Furth'un (2000) İKT'nin yararlarına ilişkin olarak sıraladığı, "hem öğretmen hem de öğrenci için dönütün kalitesi gelişir ve klasik yönteme göre daha az moral bozucudur." ve "matematik iletişim becerilerini (okuma, soru sorma, cevap verme ve yazma gibi) geliştirir." (Conradie ve Furth, 2000; Houston, 1993a) ifadelerini doğrular niteliktedir.

Sonuç olarak yapılan uygulama öğrencilerin geometrik ispatları anlamalarını sağlama, ispat performanslarını geliştirme açısından başarılı, öğretmen açısından da memnuniyet verici şekilde tamamlanmıştır. Bu sonucun ortaya çıkarılmasında öğretmen günlüklerinin etkili bir araç olduğu belirlenmiştir.

Öğretmen günlükleri açısından yapılan değerlendirmelerde; İKT'ye dayalı öğretim uygulamasına yönelik öğretmen günlüklerinin, sürecin sağlıklı olarak yürütülmesinde yardımcı olduğu görülmüştür. Günlükler öğrencilerin hem her bir uygulama esnasında hem de sürecin genelindeki durumlarının izlenmesini sağlamış ve öğretmene gözlemlerini gözden geçirme fırsatı vermiştir. Bu sayede öğretmen, uygulama sürecinde karşılaştığı sorunlara yönelik uygun müdahale yolları geliştirmiş ve bunların işe yarayıp yaramadığını da izleyebilmiştir.



### Genel Öneriler

1. Öğretim programlarında ve ders kitaplarında ispat ve ispatlama kavramlarına yönelik daha geniş kapsamlı tanımlara yer verilmelidir. Böylece öğrencilerin ispata yönelik düşünceleri gelişecektir.

2. Matematik ve geometri öğretim programlarının öğrencilere kazandırılması hedeflenen duyuşsal becerilerin kazandırılmasında, ispata da yer verilmelidir. İspat öğretim uygulamalarında, ispatların entelektüel yönlerine de değinilmelidir.

3. İspat ve ispatlama konusunda öğrenciler duyuşsal becerilerini geliştirmek için İKT'ye dayalı öğretim uygulamalarına yer verilmelidir.

4. İKT'ye dayalı öğretim uygulamalarının soruları cevaplamaya geçmeden önceki kısmında isteyen öğrencilerin grup ile isteyen öğrencilerin bireysel şekilde çalışabilecekleri öğrenme ortamları tasarlanmalıdır.

5. İKT uygulamalarından önce öğrencilerin ön öğrenmeleri kontrol edilmeli, eksik olan ön öğrenmelerinin giderilmesi sağlanmalıdır.

6. İKT'nin yapısının anlaşılması için örnek bir İKT sınıf ortamında birlikte cevaplanabilir. Ancak öğrenciler cevaplarını öğretmenin verdiği örneğe benzetmek eğiliminde olduğundan, örnek uygulamada öğretmen kendisi direk cevaplar vermek yerine, öğrencilerin tartışabileceği bir ortamlar hazırlamalıdır.

7. İKT uygulamalarında uygulayıcı öğretmen, uygulamaya yönelik kuralları ve sınırları otoriter bir rolle kendisi değil, öğrencileri ile birlikte belirlemelidir. Böylece kuralların benimsenmesi ve sahiplenmesi sağlanmaktadır.

8. Öğretim uygulamalarında öğrencilerin eleştirel düşünme becerilerini geliştirecek ölçme araçları kullanılmalıdır. İKT'leri yapısı ile bu becerilerin geliştirilmesinde olumlu katkı sağladığından, öğretim uygulamalarında kullanılmalıdır.

9. İKT'nin öğrencilerin ispatları kavramasına katkısı göz önüne alınarak ispat öğretiminde kullanılmasını öneriyoruz.

Araştırmacılar yönelik olarak:

1. Çalışmada açıklanan sıkıntılar göz önüne alınarak nasıl daha etkili bir İKT uygulaması yapılabileceğine yönelik araştırmalar yapılmasını,

2. İKT'lerinin değerlendirilmesine yönelik yapılan puanlamanın (0-1-2) parklı şekillerde yapılmasına yönelik (örneğin 0-1-2-3-4-5) araştırmalar yapılmasını,

3. Farklı sınıf seviyeleri ve farklı konu başlıkları için İKT uygulamaları yapılmasını,

4. İKT'nin matematik dersleri için kullanımına yönelik çalışmalar yapılmasını,

5. İKT'lerinde yer alan kavrama seviyelerinde elde edilen ve doğrusal olmayan sonuçların nedenleri üzerine çalışmalar yapılmasını öneriyoruz.

## KAYNAKÇA

- Alcock, L. ve Wilkinson, N. (2011). e-Proofs: Design Of A Resource To Support Proof Comprehension in Mathematics. **Educational Designer**. <http://www.educationaldesigner.org/ed/Sayıume1/issue4/article14> (1 Haziran 2012).
- Almeida, D. (2000) A Survey Of Mathematics Undergraduates' Interaction With Proof: Some Implications Form Mathematics Education. **International Journal of Mathematical Education in Science and Technology**. Sayı.31(6). s.869–890.
- Almeida, D. (2003). Engendering Proof Attitudes: Can The Genesis of Mathematical Knowledge Teach Us Anything?. **International Journal of Mathematical Education in Science and Technology**. Sayı.34(4). s.479–488.
- Altın, A. (2010). **Ortaöğretim Matematik 9. Sınıf Ders Kitabı**. Ankara: Tutku Yayıncılık.
- Arslan, S. ve Yıldız, C. (2010). 11. Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel Düşünmenin Aşamalarındaki Yaşantılarından Yansımalar. **Eğitim ve Bilim**. Sayı 35(156). s.17-31.
- Ataseven, B. (2012). Nitel Bilimsel Araştırmalarda Veri Kalitesinin Önemi. **Marmara Üniversitesi İ.İ.B Dergisi**. Sayı 33(2). s.543-564.
- Bahtiyari, Ö.A. (2010). 8. Sınıf Matematik Öğretiminde İspat Ve Muhakeme Kavramlarının Ve Önemlerinin Farkındalığı. Yüksek Lisans Tezi, Atatürk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.
- Baki, A. (2008). **Kuramdan Uygulamaya Matematik Eğitimi**. Ankara: Harf Eğitim Yayıncılığı.
- Balacheff, N., (1988). Aspects of Proof Pupils' Practice of School Mathematics. **Mathematics, Teachers and Children**, Pimm, D. (ed.) Hodder ve Stoughton. London. s.216-235.

- Ball, D. L., Hoyles, C., Jahnke, H. N. ve Movshovitz-Hadar, N. (2002). The Teaching of Proof. **ICM**. Sayı 3. s.907-920.
- Bell, A. (1976). A Study Of Pupils' Proof-Explanations In Mathematical Situations. **Educational Studies in Mathematics**. Sayı.7. s.23-40.
- Bloor, M. ve Wood, F. (2006) **Keywords in Qualitative Methods; A Vocabulary of Research Concepts**. London: Sage Publications.
- Bogdan, R.C. ve Biklen, S.K.(1982). **Qualitative Research For Education: An Introduction to Theory and Methods**. Boston:Allyn and Bacon Press.
- Bransford, J.D., Brown, A.L. ve Cocking, R.R. (1999). **How People Learn: Brain, Mind, Experience, and School**. Washington, D.C.: National Academy Press.
- Büyüköztürk, Ş., Çakmak, E.K., Akgün, Ö.E., Karadeniz, Ş. Ve Demirel, F. (2014). **Bilimsel Araştırma Yöntemleri**.(16.Baskı). Ankara: Pegem Akademi.
- Calp, M. (2013). Serbest Ve Yaratıcı Yazma Tekniğine Göre Oluşturulan Kompozisyonların Yazılı Anlatımın Niteliği Ve Puanlama Tekniği Açısından Karşılaştırılması. **Turkish Studies**. Sayı.8(9). s. 879-898.
- Coffey, A., ve Atkinson, P. (1996). Making sense of qualitative data: Complementary research strategies. CA/USA:Sage.
- Conradie, J. & Frith, J. (2000). Comprehension Tests in Mathematics. **Educational Studies in Mathematics**, Sayı.42. s. 225-235.
- Çepni, S., (2009). **Araştırma ve Proje Çalışmalarına Giriş**, (4. Baskı). Trabzon.
- Derek, M. (2011). Teaching And Learning Of Proof In The College Curriculum. Yüksek Lisans Tezi, San Jose State University: The Faculty of the Department of Mathematics.
- De Villiers, M. (1998). An Alternative Approach To Proof In Dynamic Geometry. **Designing Learning Environments For Developing Understanding Of Geometry And Space**, 369-394.

- De Villiers, M. (1999). The Role and Function of Proof With Sketchpad. **Rethinking Proof With Sketchpad**. s.3-10.
- De Villiers, M. (2002). **Developing understanding for different roles of proof in dynamic geometry**. ProfMat Sempozyumu.(2-4 Ekim 2002). Visue; Portugal.
- De Villiers, M. (2004). The Role And Function Of Quasi-Empirical Methods İn Mathematics. **Canadian Journal of Math, Science ve Technology Education**, Sayı.4(3). s.397-418.
- Dey, I. (1996). **Qualitative Data Analysis**. New York: Routledge.
- Di Martino, P. ve Maracci, M.(2009). **The Secondary- Tertiary Transition: Beyond The Purely Cognitive**. Proceedings of 33rd Conference of the International Group For the Psychology of Mathematics Education.(19-24 July 2009). Greece: Thessaloniki.
- Dixon, B. J. (2009). A Formative Experiment Investigating The Use Of Reflective Video Journals To Increase High School Students' Metacognition. Doktora tezi. San Diego State University.
- Duval, R. (2002). **Proof understanding in MATHEMATICS: What ways for STUDENTS**. International Conference On Mathematics: Understanding Proving And Proving To Understand (s. 61-77).
- Ekiz, D. (2009). **Bilimsel Araştırma Yöntemleri**.(2.Baskı), Ankara: Anı Yayıncılık.
- Flores, A. (2006). How Do Students Know What They Learn in Middle School Mathematics Is True?. **School Science And Mathematics**. Sayı.106(3). 124-32.
- Güven, B. ve Karataş, İ. (2003). Dinamik Geometri Yazılımı Cabri ile Geometri Öğrenme: Öğrenci Görüşleri. **The Turkish Online Journal of Educational Technology**. Sayı.2(2). s.67-78.
- Hanna, G. (1989). More Than Formal Proof. **For the Learning of Mathematics**. Sayı.9(1). s.20-23.

- Hanna, G. (1990). Some Pedagogical Aspects of Proof. **Interchange**, Sayı.21(1). s.6-13.
- Hanna, G. (2000). Proof, Explanation and Exploration: An Overview. **Educational Studies in Mathematics**. Sayı.44(1-2). s.5-23.
- Hanna, G. ve Barbeau, E. (2010). Proofs as Bearers of Mathematical Knowledge. **Explanation and Proof in Mathematics**. s.85-100.
- Harel, G. ve Sowder, L. (1998). Students' Proof Schemes: Results From Exploratory Studies. **Research in Collegiate Mathematics Education**. Sayı.3(7).s.234-282.
- Heinze, A. ve Reiss, K. (2003). **Reasoning and Proof: Methodological Knowledge as a Component of Proof Competence**, CERME-3, (28Feb-3March 2003). Belleria:Italy.
- Hemmi, K. (2010). Three Styles Characterising Mathematicians' Pedagogical Perspectives on Proof. **Educational Studies in Mathematics**, 75, s. 271-291.
- Hemmi, K., Lepik, M., Viholainen, A., ve Raman, M. (2011). **Proof and proving in Estonian, Finnish and Swedish upper secondary school curricula**. In Proceedings of NORMA11: The sixth Nordic conference on mathematics education in Reykjavik, (May 11-14, 2011). University of Iceland Press.
- Hersh, R. (1979). Some Proposals For Reviving The Philosophy Of Mathematics. **Advances in Mathematics**, Sayı.31. s.31-50.
- Houston, S.K. (1993a). Comprehension Tests in Mathematics. **Teaching Mathematics and its Applications**, Sayı.12, s.60-73.
- Houston, S.K.(1993b) Comprehension Tests in Mathematics : II. **Teaching Mathematics and its Applications**, Sayı.12, s.113-120.
- Hoyles, C. (1997). The Curricular Shaping of Students' Approaches to Proof. **For The Learning of Mathematics**. Sayı. 17(1), s. 7-16.

- Hoyles, C. ve Jones, K. (1998). Proof in Dynamic Geometry Context. In: C. Mammana and V. Villiani (Eds), Perspectives on the Teaching of Geometry for the 21st Century. Dordrecht: Kluwer, s. 121-128. ISBN: 0792349903.
- İpek, S. (2010). İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Dinamik Geometri Yazılımları Kullanarak Gerçekleştirdikleri Geometrik ve Cebirsel İspat Süreçlerinin İncelenmesi. Yüksek Lisans Tezi, Hacettepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.
- İskenderoğlu, T. (2010). İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Kanıtlamayla İlgili Görüşleri ve Kullandıkları Kanıt Şemaları. Doktora Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.
- Karahan, Ö. (2013). Matematik Öğretmen Adaylarının Çift Sütun İspat Yöntemine Yönelik Görüşleri ve Bu Yönteme Dayalı İspatlama Süreçlerinin Analizi. Yüksek Lisans Tezi, D.E.Ü Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- Karasar, N. (2008). **Bilimsel Araştırma Yöntemi**. Ankara: Nobel.
- Kirk, J., ve Miller, M. (1986). **Reliability and validity in qualitative research**. CA: Sage.
- Kline, M. (1973). **Why Johnny Can't Add: The Failure Of The New Math**. St. Martin's Press: New York.
- Knuth, E. J. (2002). Proof As a Tool For Learning Mathematics. **Mathematics Teacher**. Sayı. 95(7). s.486-490
- Kondracki, N. L., Wellman, N. S., ve Amundson, D. R. (2002). Content analysis: Review of methods and their applications in nutrition education. **Journal of nutrition education and behavior**, Sayı.34(4), s.224-230.
- Koshy, V. (2005). **Action Research for Improving Practice**. London: Paul Chapman Publishing.
- Köğce, D., Aydın, M. ve Yıldız, C. (2010). The views of High School Students About Proof and Their Levels of Proof. **Procedia Social and Behavioral Sciences**. Sayı.2. s.2544-2549.
- LeCompte, M. D., ve Goetz, J. P. (1982). Problems Of Reliability And Validity İn Ethnographic Research. **Review of educational research**, Sayı.52(1), s.31-60.

- Leron, U. (1983). Structuring Mathematical Proof. **American Mathematical Monthly**. Sayı.90(3). s.174-185.
- Lin, F.L. ve Yang, K.L. (2007). The Reading Comprehension Of Geometric Proofs:The Contribution Of Knowledge And Reasoning. **International Journal of Science and Mathematics Education**. Sayı.5. s.729-754.
- Maher, C.A. ve Martino, A.M. (1996). The Development of The Idea of The Mathematical Proof: A 5-Year Case Study. **Journal for Research in Mathematics Education**. Sayı. 27. s.194-214
- MEB. (2010). **11.Sınıf Geometri Öğretim Programı**. Ankara: Milli Eğitim Basımevi.
- MEB. (2011). **9-12.Sınıf Matematik Öğretim Programı**. Ankara: Milli Eğitim Basımevi.
- MEB. (2013). **Ortaöğretim Matematik Öğretim Programı**. Ankara: Milli Eğitim Basımevi.
- Mejia-Ramos, J.P. (2008). The construction and evaluation of arguments in undergraduate mathematics: A theoretical and a longitudinal multiple-case study. Unpublished Ph.D. dissertation. University of Warwick, U.K.
- Mejia-Ramos, J. P., Fuller, E., Weber, K., Rhoads, K., ve Samkoff, A. (2012). An Assessment Model For Proof Comprehension In Undergraduate Mathematics. **Educational Studies in Mathematics**, 79(1), 3-18.
- Miyazaki, M. (2000). Levels of Proof in Lower Secondary School Mathematics. **Educational Studies in Mathematics**, Sayı.41(1). s. 47-68.
- Moore, R.C.(1994) Making the Transition to Formal Proof. **Educational Studies in Mathematics**. Sayı.27. s.249-266.
- Moralı, S., Uğurel, I., Türnüklü, E. B. ve Yeşildere, S., (2006). **Matematik Öğretmen Adaylarının İspat Yapmaya Yönelik Görüşleri**. Kastamonu Eğitim Dergisi. Sayı.14(1). s.147–160.



- Narboux, J. (2007), A Graphical User Interface for Formal Proofs in Geometry. **Journal of Automated Reasoning** Sayı.39(2),s.161-180.
- NCTM. (2000). **Principles and Standarts for School Mathematics**. USA.
- Öğülmüş, S. (1991). İçerik çözümlemesi. **Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi Dergisi**, Sayı.24(1). s.213-228.
- Ören, D.(2007). Onuncu Sınıf Öğrencilerinin Geometrideki İspat Şemalarının Bilişsel Stilleri Ve Cinsiyetlerine Göre İncelenmesine Yönelik Bir Çalışma. Yüksek Lisans tezi, Ortadoğu Teknik Üniversitesi.
- Özcan, M. (2013). **Okulda Üniversite**. Ankara: TÜSİAD.
- Özer, Ö. ve Arıkan, A. (2002). **Lise Matematik Derslerinde Öğrencilerin İspat Yapabilme Düzeyleri**. V.Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi (16-18 Eylül 2002) Ankara: ODTÜ.
- Punch, K. F. (2005). **Sosyal Araştırmalara Giriş Nicel ve Nitel Yaklaşımlar**. Ankara: Siyasal Kitabevi.
- Roy, S., Alcock, L., ve Inglis, M. (2010). **Undergraduates Proof Comprehension: A Comparative Study Of Three Forms Of Proof Presentation**. 13th Conference for Research in Undergraduate Mathematics Education. s.1-14.
- Sarı, M. (2011). Üniversite Öğrencilerinin Matematiksel Kanıt ile İlgili Güçlükleri Ve Kanıt Öğretimi. Doktora Tezi, Hacettepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.
- Selden, J. ve Selden, A. (1995). Unpacking The Logic Of Mathematical Statements. **Educational Studies in Mathematics**, Sayı.29(2), s.123-151.
- Smith, J. C. (2006). A Sense- Making Approach to Proof: Strategies of Students in Traditional and Problem-Based Number Theory Courses. **Journal of Mathematical Behavior**, Sayı. 25, s. 73-90.
- Strauss, A. (1987). **Qualitative Analysis for Social Scientists**. New York: Cambridge Universty Press.

- Stylianides A. J. (2007). Proof and proving in school mathematics. **Journal of Research in Mathematics Education**. Sayı 38. s.289-321.
- Tall, D. (1992). The Transition to Advanced Mathematical Thinking: Functions, Limits, Infinity and Proof. **Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning**. s.495-511.
- Uğurel, I. (2010). Ortaöğretim Matematik Programının Temel Öğeleri Çerçevesinde Öğrencilerin İspat Kavramına Yönelik Matematiksel Bilgilerini Nasıl Düzenlediklerinin Söylem Çözümlemesi İle Belirlenmesi. Doktora Tezi, D.E.Ü Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- Uğurel, I. ve Moralı, S. (2010). Bir Ortaöğretim Matematik Dersindeki İspat Yapma Etkinliğine Yönelik Sınıf İçi Tartışma Sürecine Öğrenci Söylemleri Çerçevesinde Yakından Bakış. **Buca Eğitim Fakültesi Dergisi**. Sayı 28. s.135-154.
- Vergnaud G. (1997). The Nature Of Mathematical Concepts. **In T. Nunes e P. Bryant (Eds.)**, s. 5-28.
- Weber, K. (2001). Student Difficulty in Constructing Proofs: The Needfor Strategic Knowledge. **Educational Studies in Mathematics**. Sayı. 48, s. 101-119.
- Weber, K. (2005). Problem- Solving, Proving, and Learning: The Relationship between Problem-Solving Process and Learning Opportunities in the Activity of Proof Construction.**Journal of Mathematical Behavior**.Sayı.24,s.351-360.
- Weber, K., ve Mejia-Ramos, J. P. (2011). Why And How Mathematicians Read Proofs:An Exploratory Study. **Educational Studies in Mathematics**. Sayı.76(3). s.329-344.
- Yang, K.L. ve Lin, F.L. (2008). A Model Of Reading Comprehension Of Geometry Proof. **Educational Studies in Mathematics**. Sayı.67. s.59-76.

- Yang, K.L. (2012). Structures of Cognitive and Metacognitive Reading Strategy Use For Reding Comprehension of Geometry Proof. **Educational Studies in Mathematics**. Sayı.80. s.307-326.
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2013). **Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri**.(9.Baskı) Ankara: Seçkin Yayıncılık.
- Yıldız, G. (2006). Lisans Seviyesinde Genel Matematik Dersindeki Teorem ve İspatları Anlamaya Yönelik Kavrama Testinin Hazırlanması Uygulanması ve Öğrenci Görüşlerinin Değerlendirmesi. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi. Gazi Üniversitesi.
- Zazkis, R. ve Zazkis, D. (2014). Proof Scripts As A Lens For Exploring Proof Comprehension [http://timsdataserver.goodwin.drexel.edu/RUME-2014/rume17\\_submission\\_31.pdf](http://timsdataserver.goodwin.drexel.edu/RUME-2014/rume17_submission_31.pdf) (2 Mayıs 2014).

## EKLER

### EK-1

#### Görüşme Soruları

---

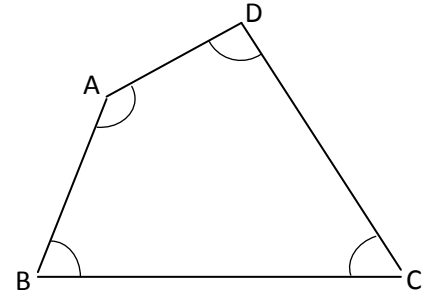
- 1) İlk kez “kavrama testi” ismini duyduğunuzda ne düşündünüz/ hissettiniz?
- 2) Teoremleri okuduktan sonra doğruluğunu sorguladınız mı?
- 3) Teoremdeki şekilden bir çıkarımda ya da tahminde bulunmayı denediniz mi? Cevabınızın gerekçelerini açıklayınız.
- 4) İspatın doğruluğunu, tümünü okuduktan sonra mı sorguladınız, yoksa her bir adım için ayrı ayrı mı sorgulama yaptınız mı? Gerekçeleri ile açıklayınız.
- 5) İKT’ler ön öğrenmelerinizi sorgulamanızı sağladı mı?
- 6) İspatta anlamadığınız adımlar varsa bunların neler olduğunu düşündünüz mü?
- 7) İspatlarda temel adımı/ adımlarını belirleyebilir misiniz?
- 8) Bir teoremin klasik anlamda ispatını sormak ile İKT şeklinde verilmesi ve üzerinde çalışılması durumlarını karşılaştırırsanız ne dersiniz?
- 9) Sizce kavrama testlerinin avantajlı yanları nelerdir?
- 10) Sizce kavrama testlerinin dezavantajlı yanları nelerdir?
- 11) Kavrama testi sayesinde verilen teoremi öğrendiğinizi hissediyor musunuz? (teoremle ilgili soru verildiğinde çözebileceğinizi düşünüyor musunuz?)
- 12) Kavrama testlerinin matematik/ geometri eğitiminde kullanılması konusunda ne düşünüyorsunuz?

## EK-2 (İKT-1)

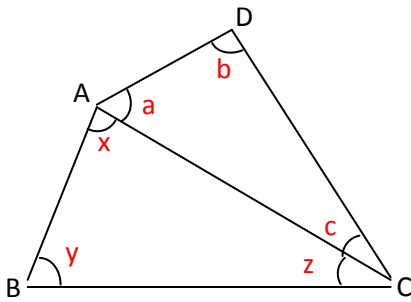
### Teorem:

Bir dörtgenin iç açılarının toplamı  $360^\circ$

$$m(\hat{A}) + m(\hat{B}) + m(\hat{C}) + m(\hat{D}) = 360^\circ$$



### İspat:



ABCD dörtgenine [AC] köşegenini çizerek ABC ve ACD üçgenlerini oluşturalım. (Adım-1)

Şekilde x, y, z, a, b ve c buldukları açılarının ölçülerini gösterebilirsin. (Adım-2)

ABC üçgeninde  $x + y + z = 180^\circ$  dir. (Adım-3)

ACD üçgeninde  $a + b + c = 180^\circ$  dir. (Adım-4)

$x + y + z + a + b + c = 360^\circ$  elde edilir. (Adım-5)

$m(\hat{A}) + m(\hat{B}) + m(\hat{C}) + m(\hat{D}) = 360^\circ$  (Adım-6)

### Yukarıda verilen teorem ve ispatını kullanarak aşağıdaki soruları cevaplandırınız:

1. İspatta kullanılan 'dörtgen', 'üçgen' ve "köşegen" terimlerini tanımlayınız.
2. 3. Adımdaki eşitlik doğru mudur? Açıklayınız.
3. 5. Adımdaki eşitliğin nasıl elde edildiğini açıklayınız.
4. İspattaki Adım-1 ve Adım-2 yer değiştirirse ispat doğru olur mu?
5. 1. Adımda [AC] yerine [BD] çizilirse ispat yine doğru olur mu?
6. Sizce ispatın dayandığı kritik adım(lar) nelerdir? Açıklayınız.
7. İspatın bütünü göz önünde bulundurduğunuzda, yapılan ispatın doğru olduğunu düşünüyor musunuz? Açıklayınız.
8. Yapılan ispatı kendi cümlelerinizle ifade ediniz.
9. Teoremi farklı bir şekilde ispatlayabilir misiniz?
10. Siz de yukarıdaki teoremden faydalanarak dörtgenlerin dış açılarının toplamalarını elde etmeye çalışınız.

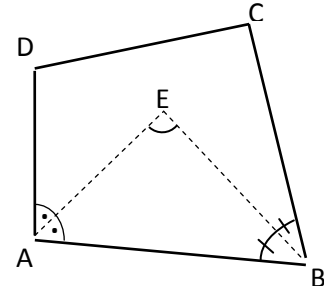
### EK-3 (İKT-2)

#### Teorem:

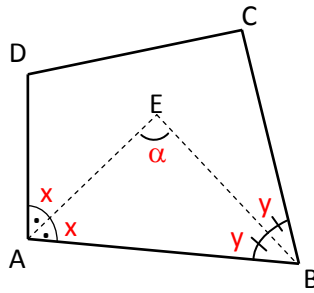
Bir ABCD dörtgeninde E noktası; [AE] ve [BE]

açıortaylarının kesim noktası olmak üzere:

$$m(\widehat{AEB}) = \frac{m(\widehat{D}) + m(\widehat{C})}{2} \text{ dir.}$$



#### İspat:



$m(\widehat{AEB}) = \alpha$  olsun.

AEB üçgeninde  $\alpha + x + y = 180^\circ$  dir. Buradan  $\alpha = 180^\circ - x - y$  olur. (Adım-1)

ABCD dörtgeninde  $m(\widehat{A}) + m(\widehat{B}) + m(\widehat{C}) + m(\widehat{D}) = 360^\circ$  dir. (Adım-2)

$2x + 2y + m(\widehat{C}) + m(\widehat{D}) = 360^\circ$  yazılabilir. Eşitliği düzenleyelim; (Adım-3)

$m(\widehat{C}) + m(\widehat{D}) = 360^\circ - 2x - 2y = 2(180^\circ - x - y)$  olur. (Adım-4)

$\alpha = 180^\circ - x - y$  olduğundan  $m(\widehat{C}) + m(\widehat{D}) = 2\alpha$  yazılabilir. Buradan; (Adım-5)

$$\alpha = \frac{m(\widehat{C}) + m(\widehat{D})}{2} \text{ bulunur.}$$

#### Yukarıda verilen teorem ve ispatını kullanarak aşağıdaki soruları cevaplandırınız:

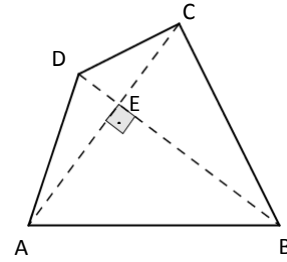
11. Teoremde geçen 'açıortay' ifadesini tanımlayınız.
12. İspatta geçen ' $\alpha + x + y = 180^\circ$ ' eşitliğine katılıyor musunuz? Neden?
13. İspatta geçen ' $m(\widehat{A}) + m(\widehat{B}) + m(\widehat{C}) + m(\widehat{D}) = 360^\circ$ ' eşitliğine katılıyor musunuz? Neden?
14. Teoremdeki açıortaylar dörtgensel bölgenin dışında bir noktada kesişse (E noktası dörtgenin dışında olsa) teoremdeki eşitlik doğru olur mu?
15. Teoremdeki açıortaylar dörtgenin üzerinde bir noktada kesişse (E noktası IDCI üzerinde olsa) teoremdeki eşitlik doğru olur mu?
16. Açıortaylar dörtgenin başka hangi köşelerinden çizilirse teoremdeki eşitlik doğru olur?
17. Sizce ispatın dayandığı kritik adım(lar) hangisidir?
18. İspatın bütününe göz önünde bulundurduğunuzda, ispatın doğru olduğunu düşünüyor musunuz? Açıklayınız.
19. Yapılan ispatı kendi cümlelerinizle ifade ediniz.
20. Teoremi farklı bir şekilde ispatlayabilir misiniz?

### EK-4 (İKT-3)

**Teorem:**

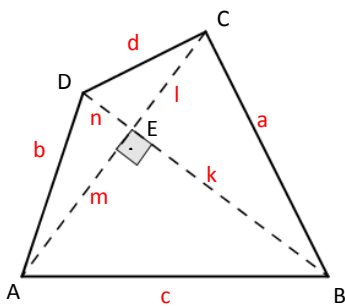
Köşegenleri dik kesişen bir dörtgende; karşılık kenar uzunluklarının kareleri toplamı birbirine eşittir:

$$|AB|^2 + |DC|^2 = |AD|^2 + |BC|^2$$



**İspat**

Şekilde kullanılan harfler, buldukları kenar uzunluklarını belirtsin.



$n^2 + l^2 = d^2$	(DEC üçgeninde pisagor bağıntısından)	(Adım-1)
$+ m^2 + k^2 = c^2$	(AEB üçgeninde pisagor bağıntısından)	(Adım-2)
<hr/>		
$n^2 + l^2 + m^2 + k^2 = d^2 + c^2$	(1) (Eşitlikler toplanarak)	(Adım-3)
$n^2 + m^2 = b^2$	(DEA üçgeninde pisagor bağıntısından)	(Adım-4)
$+ l^2 + k^2 = a^2$	(CEB üçgeninde pisagor bağıntısından)	(Adım-5)
<hr/>		
$n^2 + l^2 + m^2 + k^2 = a^2 + b^2$	(2) (Eşitlikler toplanarak)	(Adım-6)
$a^2 + b^2 = d^2 + c^2$	( (1) ve (2) eşitliklerinden )	(Adım-7)

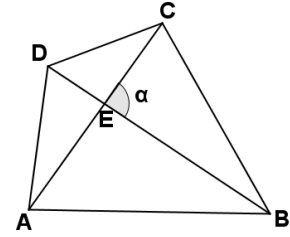
**Yukarıda verilen teorem ve ispatını kullanarak aşağıdaki soruları cevaplandırınız:**

- İspatta geçen "pisagor bağıntısını" açıklayınız.
- Bir dörtgenin köşegenleri hep dik mi kesişir? Açıklayınız.
1. ve 2. adım yer değiştirirse ispat doğru olur mu?
- İspat adımlarının sırası 4,5,6,1,2,3,7 olsa ispat doğru olur mu? Neden?
7. adımdaki eşitlik nasıl elde edilmiştir? Açıklayınız.
- Köşegenler dik kesişmez ise aynı eşitlik yazılabilir mi? Neden?
- Sizce ispatın dayandığı kritik adım(lar) hangisidir?
- İspatın bütününe göz önünde bulundurduğunuzda, ispatın doğru olduğunu düşünüyor musunuz? Açıklayınız.
- Yapılan ispatı kendi cümlelerinizle ifade ediniz.
- Teoremi farklı şekilde ispatlayabilir misiniz?

**EK-5 (İKT-4)****Teorem:**

Dışbükey bir dörtgenin alanı  $A$  ve dörtgenin köşegenleri  $|AC|$  ile  $|BD|$ , bu köşegenler arasındaki açının ölçüsü  $m(\widehat{CEB}) = \alpha$  olmak üzere;

$$A(ABCD) = \frac{1}{2} |AC| \cdot |BD| \cdot \sin \alpha \text{ dir.}$$

**İspat:**

$$A(ABCD) = A(\triangle AED) + A(\triangle DEC) + A(\triangle CEB) + A(\triangle BEA) \text{ dir.} \quad (\text{Adım-1})$$

$$A(ABCD) = \frac{1}{2} |AE| \cdot |ED| \cdot \sin \alpha + \frac{1}{2} |DE| \cdot |EC| \cdot \sin(180-\alpha) + \frac{1}{2} |CE| \cdot |EB| \cdot \sin \alpha + \frac{1}{2} |BE| \cdot |EA| \cdot \sin(180-\alpha) \text{ olur.} \quad (\text{Adım-2})$$

$$A(ABCD) = \frac{1}{2} |AE| \cdot |ED| \cdot \sin \alpha + \frac{1}{2} |DE| \cdot |EC| \cdot \sin \alpha + \frac{1}{2} |CE| \cdot |EB| \cdot \sin \alpha + \frac{1}{2} |BE| \cdot |EA| \cdot \sin \alpha \quad (\text{Adım-3})$$

$$= \frac{1}{2} [ |AE| \cdot |ED| + |DE| \cdot |EC| + |CE| \cdot |EB| + |BE| \cdot |EA| ] \cdot \sin \alpha \quad (\text{Adım-4})$$

$$= \frac{1}{2} [ |AE| \cdot (|ED| + |BE|) + |EC| \cdot (|DE| \cdot |EB|) ] \cdot \sin \alpha \quad (\text{Adım-5})$$

$$= \frac{1}{2} [ |AE| \cdot |BD| + |EC| \cdot |BD| ] \cdot \sin \alpha = \frac{1}{2} [ |BD| \cdot (|AE| + |EC|) ] \cdot \sin \alpha = \frac{1}{2} |BD| \cdot |AC| \cdot \sin \alpha \quad (\text{Adım-6})$$

**Yukarıda verilen teorem ve ispatını kullanarak aşağıdaki soruları cevaplandırınız:**

1. Teoremde geçen “dışbükey” ifadesini açıklayınız.
2. Teoremde geçen “sinüs” trigonometrik oranını açıklayınız.
3. İspatta Adım-1 de verilen eşitlik doğru mudur? Açıklayınız.
4. Adım-1 den Adım-2 e geçişi açıklayabilir misiniz?
5. Adım-2 den Adım-3 e nasıl geçildiğini açıklayınız.
6. Adım-3 den Adım-4 e geçişi açıklayabilir misiniz?
7.  $(\widehat{AEB})$  açısını kullanarak dörtgenin alan formülünü elde edebilir misiniz?
8. Sizce ispatın dayandığı kritik adım(lar) hangisidir?
9. İspatın bütününe göz önünde bulundurduğunuzda, ispatın doğru olduğunu düşünüyor musunuz? Açıklayınız.
10. Yapılan ispatı kendi cümlelerinizle ifade ediniz.
11. Teoremi farklı şekilde ispatlayabilir misiniz?

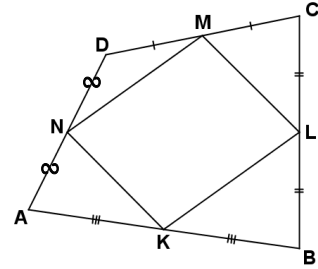


## EK-6 (İKT-5)

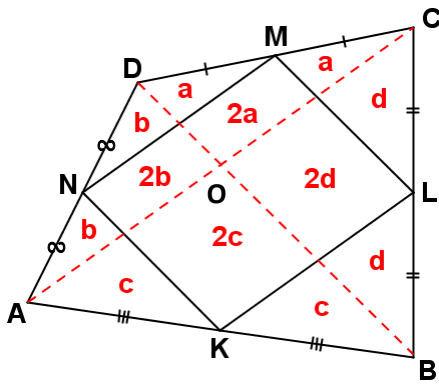
### Teorem:

Bir dörtgenin alanı; dörtgenin kenarlarının orta noktaları birleştirilerek oluşturulan dörtgenin alanının iki katıdır.

$$A(ABCD) = 2.A(KLMN)$$



### İspat



Dörtgenin köşegenlerini çizelim. (Adım-1)

(Adım-1)

DBC üçgeninde [ML]; DBA üçgeninde [NK], orta tabandır. (Adım-2)

(Adım-2)

Şekilde oluşan bölgelerin alanlarını a, b, c ve d ile gösterelim. (Adım-3)

(Adım-3)

$$A(ABCD) = 4a + 4b + 4c + 4d$$

(Adım-4)

$$A(ABCD) = 2(2a + 2b + 2c + 2d)$$

(Adım-5)

$$A(ABCD) = 2.A(KLMN) \text{ olur.}$$

(Adım-6)

### Yukarıda verilen teorem ve ispatını kullanarak aşağıdaki soruları cevaplandırınız:

- İspatta kullanılan “orta taban” ifadesini açıklayınız.
- DOC üçgenini göz önünde aldığımızda, oluşan bölgelerin alanlarının nasıl yazılır? Açıklayınız ve şekil çizerek gösteriniz.
- DOA üçgenini göz önünde aldığımızda, oluşan bölgelerin alanlarının nasıl yazılır? Açıklayınız ve şekil çizerek gösteriniz.
- BOA üçgenini göz önünde aldığımızda, oluşan bölgelerin alanlarının nasıl yazılır? Açıklayınız ve şekil çizerek gösteriniz.
- BOC üçgenini göz önünde aldığımızda, oluşan bölgelerin alanlarının nasıl yazılır? Açıklayınız ve şekil çizerek gösteriniz.
- Adım-4 de verilen eşitlik doğru mudur? Açıklayınız.
- Adım-5 de verilen eşitlik nasıl elde edilmiştir?
- Adım-6 da verilen eşitlik nasıl elde edilmiştir?
- Teoremi ve ispatı düşündüğünüzde hangi öncül(ler) mutlaka gereklidir?
- Sizce ispatın dayandığı kritik adım(lar) hangisidir?
- İspatın bütünü göz önünde bulundurduğunuzda, ispatın doğru olduğunu düşünüyor musunuz? Açıklayınız.
- Teoremi farklı şekilde ispatlayabilir misiniz?

**EK-7****İKT-1 Değerlendirme Ölçütleri**

<b>Esaslar</b>	<b>Öğrenme hedefi</b>	<b>Soru</b>	<b>Puanlar</b>
Temel	İspattaki terimleri tanımlayabilme	1	0, 1, 2
	İspattaki özelliklerin doğruluğunu sorgulayabilme	2	0, 1, 2
Mantıksal Durumlar	Uygulanan özelliği açıklayabilme	3	0, 1, 2
	İspat adımlarındaki mantıksal sırayı doğrulayabilme	4	0, 1, 2
	İspat adımlarındaki mantıksal sırayı doğrulayabilme	5	0, 1, 2
Özetleme	İspattaki kritik adım(lar)ı tanımlayabilme	6	0, 1, 2
Genelleme	İspatın doğruluğunu sorgulayabilme	7	0, 1, 2
	İspatın doğruluğunu ifade edebilme	8	0, 1, 2
Uygulama	İspatı farklı şekilde yapabilme	9	0, 1, 2
	İspatı farklı durumlara uygulayabilme	10	0, 1, 2

Ek-8



T.C.  
ZONGULDAK VALİLİĞİ  
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı : 45865702/605.01/565560

11/04/2013

Konu: Anket İzni

VALİLİK MAKAMINA  
ZONGULDAK

İzmir Dokuz Eylül Üniversitesi Rektörlüğü Öğrenci İşleri Dairesi Başkanlığının 13/03/2013 tarihli ve B.08.YÖK.2.DE.0.72.0.02-504 sayılı yazısında; Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik Alanlar Eğitimi Anabilim Dalı, Matematik Öğretmenliği Yüksek Lisans Programı öğrencisi Bahattin İNAM tarafından planlanan "Ortaöğretim Düzeyinde, Kavrama Testlerine Dayalı Bir İspat Öğretim Uygulamasının Değerlendirilmesi" konulu tezine veri sağlamak amacıyla; 15/04/2013-31/05/2013 tarihleri arasında Çaycuma İlçesi Fatih Lisesi 11. Sınıf öğrencilerine anket çalışması yapmak istediği belirtilmektedir.

Millî Eğitim Müdürlüğünde toplanan komisyonumuz, İzmir Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik Alanlar Eğitimi Anabilim Dalı, Matematik Öğretmenliği Yüksek Lisans Programı öğrencisi Bahattin İNAM tarafından planlanan anket çalışmasının 15/04/2013-31/05/2013 tarihleri arasında İlimiz Çaycuma İlçesi Fatih Lisesinde uygulanmasında sakınca olmadığına karar vermiş olup, 07/03/2012 tarihli ve 3616 sayılı " Millî Eğitim Bakanlığına Bağlı Okul ve Kurumlarda Yapılacak Araştırma ve Araştırma Desteğine Yönelik İzin ve Uygulama (2012/13 nolu) Genelgesi doğrultusunda Okul Müdürlüğünün uygun gördüğü tarih ve saatlerde Okul Müdürlüğünün denetiminde yapılması Müdürlüğümüzce uygun görülmektedir.

Makamlarınızca da uygun görüldüğü takdirde Olurlarınıza arz ederim.

Turgut ÖZBEK  
Millî Eğitim Müdürü

OLUR  
11/04/2013

12 Nisan 2013

Fethi ÖZDEMİR  
Vali a.  
Vali Yardımcısı

Güvenli Elektronik İmza:  
Aslı ile Aynıdır  
Fatma SEVGİN  
V.H.K.İ

Bu belge, 5070 sayılı Elektronik İmza Kanununun 5 inci maddesi gereğince güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. Evrak teyidi <http://evraksorgu.meb.gov.tr> adresinden 0245-8288-3d77-a310-0234 kodu ile yapılabilir.

Tel:0372 2536958 E-posta:zonguldakmen@meb.gov.tr  
Faks:0372 2519146 int.adresi:htp://Zonguldak.meb.gov.tr