

**İLKÖĞRETİM 6. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN
KESİRLERDE TOPLAMA İŞLEMİNE YÖNELİK
SÖZEL PROBLEM KURMA VE PROBLEM ÇÖZME
BECERİLERİNİN İNCELENMESİ**

Vechettin KAZAK

Yüksek Lisans Tezi

**İlköğretim Anabilim Dalı
Yrd. Doç. Dr. Cemalettin IŞIK
2012**

(Her Hakkı Saklıdır)

T.C.
ATATÜRK ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
İLKÖĞRETİM ANA BİLİM DALI
**İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ
BİLİM DALI**

**İLKÖĞRETİM 6. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN KESİRLERDE
TOPLAMA İŞLEMİNE YÖNELİK SÖZEL PROBLEM KURMA VE
PROBLEM ÇÖZME BECERİLERİNİN İNCELENMESİ**

(Investigation of Sixth Grade Primary School Students' Verbal Problem Posing and
Problem Solving Skills For Addition Operation With Fractions)

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Vechettin KAZAK

Danışman: Yrd. Doç. Dr. Cemalettin IŞIK

**ERZURUM
Aralık, 2012**

KABUL VE ONAY TUTANAĞI

Yrd. Doç. Dr. Cemalettin IŞIK danıŐmanlıĐında, Vechettin KAZAK tarafından hazırlanan “İlköğretim 6. Sınıf ÖĞrencilerinin Kesirlerde Toplama İŞlemine Yönelik Sözel Problem Kurma ve Problem Çözme Becerilerinin İncelenmesi” başlıklı çalışma 26/12/2012 tarihinde yapılan savunma sınavı sonucunda başarılı bulunarak jürimiz tarafından İlköğretim Ana Bilim Dalı’nda yüksek lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

Jüri Üyesi: Doç. Dr. Abdullah KAPLAN

İmza:.....

Jüri Üyesi: Doç. Dr. Alper Cihan KONYALIOĞLU

İmza:.....

Jüri Üyesi: Yrd. Doç. Dr. Cemalettin IŞIK

İmza:.....

Yukarıdaki imzaların adı geçen öğretim üyelerine ait olduğunu onaylarım.

.. / .. /

Prof. Dr. H. Ahmet KIRKKILIÇ

Enstitü Müdürü

TEZ ETİK VE BİLDİRİM SAYFASI

Yüksek Lisans Tezi olarak sunduğum “İlköğretim 6. Sınıf Öğrencilerinin Kesirlerde Toplama İşlemine Yönelik Sözel Problem Kurma ve Problem Çözme Becerilerinin İncelenmesi” başlıklı çalışmanın, tarafımdan, bilimsel ahlak ve geleneklere aykırı düşecek bir yardıma başvurmaksızın yazıldığını ve yararlandığım eserlerin kaynakçada gösterilenlerden olduğunu, bunlara atıf yapılarak yararlanılmış olduğunu belirtir ve onurumla doğrularım.

Tezimin kâğıt ve elektronik kopyalarının Atatürk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü arşivlerinde aşağıda belirttiğim koşullarda saklanmasına izin verdiğimi onaylarım.

Lisansüstü Eğitim-Öğretim yönetmeliğinin ilgili maddeleri uyarınca gereğinin yapılmasını arz ederim.

- Tezimin tamamı her yerden erişime açılabilir.
- Tezim sadece Atatürk Üniversitesi yerleşkelerinden erişime açılabilir.
- Tezimin 2 yıl süreyle erişime açılmasını istemiyorum. Bu sürenin sonunda uzatma için başvuruda bulunmadığım takdirde, tezimin tamamı her yerden erişime açılabilir.

.... / /

(İmza)

Ad Soyad:

ÖZET

İLKÖĞRETİM 6. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN KESİRLERDE TOPLAMA İŞLEMİNE YÖNELİK SÖZEL PROBLEM KURMA VE PROBLEM ÇÖZME BECERİLERİNİN İNCELENMESİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Vechettin KAZAK

2012, 144 sayfa

Bu araştırmanın amacı, ilköğretim altıncı sınıf öğrencilerinin matematik dersinde kesirlerde toplama işlemi ilgili sözel problemleri kurma ve çözme becerilerini belirlemenin yanı sıra öğrencilerin bu problemleri kurarken veya çözerken yapabilecekleri olası hataları belirlemektir. Ayrıca İlköğretim 6. Sınıf öğrencilerinin kesirlerde toplamaya yönelik problem kurma, problem çözme ve işlemsel becerileri arasında ilişki olup olmadığının araştırılması amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda 2011-2012 eğitim öğretim yılı Erzurum İli Palandöken İlçesinde bulunan iki ilköğretim okulunda öğrenim gören 283 öğrenciye araştırmacı tarafından geliştirilen problem kurma testi[PKT], problem çözme testi[PÇT] ve işlemsel beceri testi[İBT] uygulanmıştır. Ayrıca örneklemdaki 8 öğrenci ile yarı yapılandırılmış mülakat yapılmıştır. Araştırma nicel ve nitel tekniklerden oluşan karma bir yöntemin kullanıldığı tarama modelinde betimsel bir araştırmadır. Elde edilen nicel veriler SPSS paket programına girilerek öğrencilerin testlerde aldıkları puan ortalamaları ve testler arasındaki korelasyon hesaplanmıştır. Nitel verilerin analizinde ise içerik ve betimsel analiz yöntemleri kullanılmıştır. Nicel verilerden elde edilen bulguların sonucunda öğrencilerin PKT’de aldıkları puanların ortalaması PÇT ve İBT’de aldıkları puanların ortalamasına göre çok düşük olduğu tespit edilmiştir. Ayrıca öğrencilerin PKT ile PÇT’de ve PKT ile İBT’de aldıkları puanlar arasında düşük düzeyde anlamlı bir ilişki olduğu görülmüştür. Buna karşın PÇT ile İBT’de aldıkları puanlar arasında yüksek düzeyde anlamlı bir ilişki olduğu sonucuna varılmıştır. Nitel verilerden elde edilen bulguların sonucunda PKT’de öğrencilerin sadece %11’nin problemleri doğru olarak kurduğu buna karşın %89’unun problemleri hatalı olarak kurduğu veya yanıtızsız bıraktığı tespit edilmiştir. PÇT’de ise öğrencilerin sadece %41’inin problemleri doğru olarak çözdüğü buna karşın öğrencilerin yarıdan fazlasının problemleri ya yanıtızsız bıraktığı ya da problemleri hatalı olarak çözdüğü görülmüştür. Ayrıca araştırmada, öğrencilerin kurdukları hatalı problemlerle ilgili yapılan görüşmede, öğrencilerin kesirleri anlamlandırmada zorluk yaşadıkları tespit edilmiştir.

Anahtar sözcükler: Problem kurma, Problem çözme, İşlemsel beceriler, Kesirler

ABSTRACT

INVESTIGATION OF SIXTH GRADE PRIMARY SCHOOL STUDENTS' VERBAL PROBLEM POSING AND PROBLEM SOLVING SKILLS FOR ADDITION OPERATION WITH FRACTIONS

Master Thesis

Vechettin KAZAK

2012, 144 pages

The goal of this study is to determine the sixth grade primary school students' verbal problem posing and problem solving skills for addition operation with fractions; and to see the possible errors done by students while posing and solving these problems. In addition, it is aimed whether there is a relation between problem posing, problem solving and operational skills about addition in fraction of sixth grade primary school students. For this purpose, in 2011-2012 education year, problem posing test [PPT], problem solving test [PST] and operational skill test [OST] have been applied by the researcher to 283 students educated in two primary schools in Palandöken, Erzurum. Also, a semi-structured interview has been made with 8 students in sample. This research is a descriptive search in survey model which is consist of qualitative and quantitative techniques. The correlation between tests and averages of students' point are calculated by entering the obtained quantitative data to SPSS package. The content and descriptive analysis methods are used for qualitative data analysis. As a result of obtained quantitative data, it is determined that the average of students' points in PPT is lower than the average of students' points in PST and OST. Also it is seen that there is a low level of correlation between student points taken from PPT; PST and PPT; OST. Whereas, it is concluded that there is a high level of correlation between the points for PST and OST. It is detemined from qualitative data that 11% of students form the problems correctly for PPT, whereas, 89% of students form the problems incorrectly or leave unanswered. For PST, it is seen that 41% of students solve the problems correctly whereas, more than half of students solve the problems incorrectly or leave unanswered. Also, in the research, it is determined during the interview made with students about incorrect problems posed by students that students have difficulties for meaning of fractions.

Key words: Problem posing, Problem solving, Operational skills, Fractions.

TEŞEKKÜR

Çalıőmalarım süresince her türlü yardım ve desteğini benden esirgemeyen çok değerli hocam Sayın Yrd. Doç. Dr. Cemalettin IŞIK'a en içten teőekkürlerimi sunarım.

Araőtırmam süresince kendilerine yönelttiğim testleri büyük bir titizlikle yanıtlayan değerli öğrencilerimize ve testlerin uygulanmasında yardımlarını esirgemeyen değerli okul idarecileri ve öğretmenlerine ayrıca çalıőmalarım sırasında bana destek olan aileme teőekkürlerimi sunarım.

İÇİNDEKİLER

TEZ KABUL VE ONAY TUTANAĞI.....	i
TEZ ETİK VE BİLDİRİM SAYFASI.....	ii
ÖZET.....	iii
ABSTRACT.....	iv
TEŞEKKÜR.....	v
TABLOLAR DİZİNİ	x
ŞEKİLLER DİZİNİ	xii
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ	xvi

BİRİNCİ BÖLÜM

1. GİRİŞ	1
1.1. Araştırmanın Amacı	4
1.2. Araştırmanın Problemi.....	4
1.3. Araştırmanın Alt Problemleri.....	4
1.4. Araştırmanın Önemi.....	5
1.5.Varsayımlar.	7
1.6. Sınırlılıklar	7

İKİNCİ BÖLÜM

2. KURAMSAL ÇERÇEVE.....	8
2.1. Matematik Eğitimi ve Öğretimi	8
2.2. Kesirler.....	10
2.3. Yapılandırmacı Öğrenme Yaklaşımı.....	13
2.4. Problem Nedir?	16
2.4.1. Sıradan (Rutin) Problemler	18
2.4.1.1. İfadeyi dönüştürme problemi	19
2.4.1.2. Sözel dört işlem problemleri	19
2.4.2. Sıra Dışı (Rutin Olmayan) Problemler.....	19

2.4.2.1. Gerçek yaşam problemleri	20
2.4.2.2. Süreç problemleri	20
2.5. Problem Çözme.....	21
2.5.1. Herbert Simon'a Göre Problem Çözmenin Aşamaları	23
2.5.2. Bingham'a Göre Problem Çözmenin Aşamaları	24
2.5.3. John Dewey'e Göre Problem Çözmenin Aşamaları	25
2.5.4. Polya'ya Göre Problem Çözmenin Aşamaları	26
2.6. Problem Kurma	29
2.7. İlgili Araştırmalar.....	32
2.7.1. Problem Kurma ve Çözme ile İlgili Çalışmalar	32
2.7.2. Kesirlerle İlgili Çalışmalar	41

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

3. YÖNTEM.....	44
3.1. Araştırmanın Modeli	44
3.2. Evren ve Örneklem	45
3.3. Veri Toplama Araçları	46
3.3.1. Problem Kurma, Problem Çözme ve İşlemsel Beceri Testleri	46
3.3.2. Mülakat.....	46
3.3.3. Testlerin Uygulanması ve Değerlendirilmesi.....	47
3.4. Verilerin Analizi.....	47

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

4. BULGULAR	49
4.1. Birinci Alt Probleme İlişkin Bulgular	49
4.1.1. Problem Kurma Kategorileri ile İlgili Örnek Problemler	50
4.1.1.1. Başka işlem gerektiren problem kurma(H_1).....	50
4.1.1.2. Kesirlere doğal sayı anlamı yükleme(H_2)	51
4.1.1.3. Birimsiz miktar belirtme(H_3)	52
4.1.1.4. Oranla miktarı karıştırma(H_4)	53
4.1.1.5. Yeni sayılar ekleyerek doğru problem kurma(H_5)	54
4.1.1.6. Yeni sayılar ekleyerek yanlış problem kurma (H_6).....	55

4.1.1.7. Verilen işlemdeki sayılardan bağımsız problem kurma (H_7)	56
4.1.1.8. Referans alınan bütünleri farklı seçmek (H_8)	57
4.1.1.9. Alıştırma sorusu hazırlama (H_9)	58
4.1.1.10. Farklı nesnelere toplama(H_{10})	58
4.1.1.11. Pay ve paydayı birbirinden bağımsız düşünme(H_{11})	59
4.1.1.12. Parça bütün ilişkisi kuramama(H_{12})	60
4.1.2. Problem Kurma Testindeki Problemlere İlişkin Bulgular	62
4.1.3. Problem Kurmaya Yönelik Görüşmeye Dayalı Bulgular	77
4.1.3.1. H_1 hata türüne ilişkin görüşmeye dayalı bulgular	78
4.1.3.2. H_2 hata türüne ilişkin görüşmeye dayalı bulgular	79
4.1.3.3. H_3 hata türüne ilişkin görüşmeye dayalı bulgular	80
4.1.3.4. H_4 hata türüne ilişkin görüşmeye dayalı bulgular	81
4.1.3.5. H_{12} hata türüne ilişkin görüşmeye dayalı bulgular	82
4.2. İkinci Alt Probleme İlişkin Bulgular	84
4.2.1. Problem Çözme Kategorileri ile İlgili Örnek Çözümler	85
4.2.1.1. Problemi çözerken işlemsel hata yapma(H_1)	85
4.2.1.2. Çıkarma işlemi ile problemleri çözme(H_2)	86
4.2.1.3. Çarpma işlemi ile problemleri çözme(H_3)	87
4.2.1.4. Bölme işlemi ile problemleri çözme(H_4)	87
4.2.1.5. Başka işlemler ile problemleri çözme (H_5)	88
4.2.1.6. Sayıları değiştirerek problemleri çözme (H_6)	89
4.2.1.7. Toplama işlemi yaparken paydaları eşitleyememe (H_7)	89
4.2.1.8. Sadeleştirme yaparken hata yapma(H_8)	90
4.2.1.9. Yarım kavramını anlamlandıramama(H_9)	91
4.2.1.10. Pay ve paydayı ayrı ayrı toplama (H_{10})	92
4.2.1.11. Kesirleri genişletmede hata yapma(H_{11})	93
4.2.1.12. Toplama işlemi yazıp işlemi yapamama (H_{12})	93
4.2.1.13. Toplama işlemine çarpma işlemi anlamını yükleyerek sadeleştirme yapma(H_{13})	94
4.2.1.14. Hafta sonu ve hafta içi kavramlarını birer gün olarak algılama(H_{14}) ..	94
4.2.1.15. Bileşik kesirleri basit kesir olarak algılama(H_{15})	95
4.2.1.16. Pay ve paydayı ayrı ayrı doğal sayı olarak algılama (H_{16})	96

4.2.1.17. Sonucun tam sayı olduğunu fark edememe(H_{17})	96
4.2.2. Problem Çözme Testindeki Çözümlerle İlgili Bulgular	97
4.3. Üçüncü Alt Probleme İlişkin Bulgular	109
4.4. Dördüncü Alt probleme İlişkin Bulgular	111

BEŞİNCİ BÖLÜM

5. SONUÇ, TARTIŞMA ve ÖNERİLER	115
5.1. Sonuç ve Tartışma.....	115
5.2. Öneriler	122
KAYNAKÇA	125
EKLER.....	137
Ek.1	137
Ek.2	139
Ek.3	141
Ek.4	143
ÖZ GEÇMİŞ	144

TABLolar DİZİNİ

Tablo 4.1. Kesirlerde Toplamaya Yönelik Problem Kurmaya İlişkin Hata Kategorilerine Ait Dağılım	49
Tablo 4.2. $\frac{3}{6} + \frac{5}{12}$ İşlemine Yönelik Kurulan Problemlere Ait Bulgular	62
Tablo 4.3. $\frac{1}{3} + \frac{1}{6}$ İşlemine Yönelik Kurulan Problemlere Ait Bulgular	63
Tablo 4.4. $\frac{3}{10} + \frac{13}{15}$ İşlemine Yönelik Kurulan Problemlere Ait Bulgular	65
Tablo 4.5. $\frac{5}{7} + \frac{1}{2}$ İşlemine Yönelik Kurulan Problemlere Ait Bulgular	66
Tablo 4.6. $\frac{21}{4} + \frac{44}{6}$ İşlemine Yönelik Kurulan Problemlere Ait Bulgular	68
Tablo 4.7. $\frac{13}{5} + \frac{7}{3}$ İşlemine Yönelik Kurulan Problemlere Ait Bulgular	69
Tablo 4.8. $\frac{15}{8} + \frac{11}{12}$ İşlemine Yönelik Kurulan Problemlere Ait Bulgular	70
Tablo 4.9. $\frac{4}{5} + \frac{15}{4}$ İşlemine Yönelik Kurulan Problemlere Ait Bulgular	72
Tablo 4.10. $\frac{10}{12} + \frac{57}{18}$ İşlemine Yönelik Kurulan Problemlere Ait Bulgular	74
Tablo 4.11. $\frac{4}{12} + \frac{2}{3}$ İşlemine Yönelik Kurulan Problemlere Ait Bulgular	75
Tablo 4.12. Kesirlerde Toplamaya Yönelik Problem Kurmadaki Hata Kategorilerine Ait Genel Dağılım	77
Tablo 4.13. Kesirlerde Toplamaya Yönelik Problem Çözmeye İlişkin Hata Kategorilerine Ait Frekans Dağılımı	85
Tablo 4.14. Seçil, kitaplığının $\frac{3}{6}$ 'üne ders kitaplarını, $\frac{5}{12}$ 'ine romanlarını koymuştur. Seçil kitaplığın kaçta kaçını kullanmaktadır? Problemin Çözümüne Yönelik Bulgular	97
Tablo 4.15. Berk bir günde bir işin $\frac{1}{3}$ 'ini Selim ise bir günde aynı işin $\frac{1}{6}$ 'ini yapabilmektedir. İkiisi birlikte çalışırlarsa bir günde işin ne kadarını yaparlar? Problemin Çözümüne Yönelik Bulgular	98
Tablo 4.16. Bir şekerli su karışımında $\frac{3}{10}$ kg şeker, $\frac{13}{15}$ kg su bulunmaktadır. Karışımın toplam ağırlığı ne kadardır? Problemin Çözümüne Yönelik Bulgular	99
Tablo 4.17. Mustafa odasını boyamak için bir teneke beyaz boyanın $\frac{5}{7}$ 'i ile	

yarım teneke mavi boyayı birbirine karıştırıyor. Mustafa'nın ne kadar boya karışımı olur? Problemin Çözümüne Yönelik Bulgular	100
Tablo 4.18. Nurgül bir mağazada yarı zamanlı olarak çalışmaktadır. İşe iki gün önce başlayan Nurgül pazartesi günü $\frac{21}{4}$ saat ve Salı günü $\frac{44}{6}$ saat çalışmıştır. Nurgül iki günde toplam kaç saat çalışmıştır? Problemin Çözümüne Yönelik Bulgular	102
Tablo 4.19. Emre hafta sonları $\frac{13}{5}$ km, iş günlerinde ise $\frac{7}{3}$ km bisiklete biner. Emre bir haftada kaç km bisiklete binmiştir? Problemin Çözümüne Yönelik Bulgular	103
Tablo 4.20. Hasan Amca bahçesine $\frac{15}{8}$ m ² soğan, $\frac{11}{12}$ m ² marul ekmiştir. Hasan Amcanın bahçesinin kaç m ² si ekili durumdadır? Problemin Çözümüne Yönelik Bulgular	104
Tablo 4.21. Tuncay ile Metin kırtasiyeden ortak bir kitap alıyorlar. Tuncay $\frac{4}{5}$ TL, Metin ise $\frac{15}{4}$ TL veriyor. Buna göre Tuncay ile Metin'in aldığı kitap kaç Türk Lirasıdır? Problemin Çözümüne Yönelik Bulgular	105
Tablo 4.22. Sinem deney için bir kaba $\frac{10}{12}$ litre zeytinyağı ile $\frac{57}{18}$ litre su koyuyor. Kapta kaç litre zeytinyağı su karışımı vardır? Problemin Çözümüne Yönelik Bulgular	107
Tablo 4.23. Yasemin portakalların $\frac{4}{12}$ 'ünü öğle yemeğinden önce, $\frac{2}{3}$ ' sini öğle yemeğinden sonra yedi. Buna göre yasemin, portakalların ne kadarını yemiş oldu? Problemin Çözümüne Yönelik Bulgular	108
Tablo 4.24. Kesirlerde Toplama İşlemi Becerisine Yönelik Bulgular	109
Tablo 4.25. Problem Kurma, Problem Çözme ve İşlemsel Beceri Testlerinin Ortalamaları	111
Tablo 4.26. Problem Kurma testindeki Puanlar ile Problem Çözme Testindeki Puanlar Arasındaki Korelasyon	112
Tablo 4.27. Problem Kurma testindeki Puanlar ile İşlemsel Beceri Testindeki Puanlar Arasındaki Korelasyon	113
Tablo 4.28. Problem Çözme Testindeki Puanlar ile İşlemsel Beceri Testindeki Puanlar Arasındaki Korelasyon	113

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 4.1. Problem kurma ile ilgili H_1 kategorisinde değerlendirilen bir öğrenci yanıtı	50
Şekil 4.2. Problem kurma ile ilgili H_1 kategorisinde değerlendirilen bir öğrenci yanıtı	50
Şekil 4.3. Problem kurma ile ilgili H_1 kategorisinde değerlendirilen bir öğrenci yanıtı	50
Şekil 4.4. Problem kurma ile ilgili H_2 kategorisinde değerlendirilen bir öğrenci yanıtı	51
Şekil 4.5. Problem kurma ile ilgili H_2 kategorisinde değerlendirilen bir öğrenci yanıtı	51
Şekil 4.6. Problem kurma ile ilgili H_2 kategorisinde değerlendirilen bir öğrenci yanıtı	52
Şekil 4.7. Problem kurma ile ilgili H_3 kategorisinde değerlendirilen bir öğrenci yanıtı	52
Şekil 4.8. Problem kurma ile ilgili H_3 kategorisinde değerlendirilen bir öğrenci yanıtı	53
Şekil 4.9. Problem kurma ile ilgili H_3 kategorisinde değerlendirilen bir öğrenci yanıtı	53
Şekil 4.10. Problem kurma ile ilgili H_4 kategorisinde değerlendirilen bir öğrenci yanıtı	53
Şekil 4.11. Problem kurma ile ilgili H_4 kategorisinde değerlendirilen bir öğrenci yanıtı	54
Şekil 4.12. Problem kurma ile ilgili H_5 kategorisinde değerlendirilen bir öğrenci yanıtı	54
Şekil 4.13. Problem kurma ile ilgili H_5 kategorisinde değerlendirilen bir öğrenci yanıtı	55
Şekil 4.14. Problem kurma ile ilgili H_6 kategorisinde değerlendirilen bir öğrenci yanıtı	55
Şekil 4.15. Problem kurma ile ilgili H_6 kategorisinde değerlendirilen bir öğrenci yanıtı	56

Şekil 4.16. Problem kurma ile ilgili H_7 kategorisinde değerlendirilen bir öğrenci yanıtı	56
Şekil 4.17. Problem kurma ile ilgili H_7 kategorisinde değerlendirilen bir öğrenci yanıtı	57
Şekil 4.18. Problem kurma ile ilgili H_8 kategorisinde değerlendirilen bir öğrenci yanıtı	57
Şekil 4.19. Problem kurma ile ilgili H_9 kategorisinde değerlendirilen bir öğrenci yanıtı	58
Şekil 4.20. Problem kurma ile ilgili H_9 kategorisinde değerlendirilen bir öğrenci yanıtı	58
Şekil 4.21. Problem kurma ile ilgili H_{10} kategorisinde değerlendirilen bir öğrenci yanıtı	59
Şekil 4.22. Problem kurma ile ilgili H_{10} kategorisinde değerlendirilen bir öğrenci yanıtı	59
Şekil 4.23. Problem kurma ile ilgili H_{11} kategorisinde değerlendirilen bir öğrenci yanıtı	60
Şekil 4.24. Problem kurma ile ilgili H_{11} kategorisinde değerlendirilen bir öğrenci yanıtı	60
Şekil 4.25. Problem kurma ile ilgili H_{12} kategorisinde değerlendirilen bir öğrenci yanıtı	61
Şekil 4.26. Problem kurma ile ilgili H_{12} kategorisinde değerlendirilen bir öğrenci yanıtı	61
Şekil 4.27. Problem kurma ile ilgili H_{12} kategorisinde değerlendirilen bir öğrenci yanıtı	61
Şekil 4.28. Problem çözüme ile ilgili H_1 kategorisinde değerlendirilen bir öğrenci yanıtı	86
Şekil 4.29. Problem çözüme ile ilgili H_1 kategorisinde değerlendirilen bir öğrenci yanıtı	86
Şekil 4.30. Problem çözüme ile ilgili H_2 kategorisinde değerlendirilen bir öğrenci yanıtı	87
Şekil 4.31. Problem çözüme ile ilgili H_3 kategorisinde değerlendirilen bir öğrenci yanıtı	87

Şekil 4.32. Problem çözme ile ilgili H_4 kategorisinde değerlendirilen bir öğrenci yanıtı	88
Şekil 4.33. Problem çözme ile ilgili H_5 kategorisinde değerlendirilen bir öğrenci yanıtı	88
Şekil 4.34. Problem çözme ile ilgili H_5 kategorisinde değerlendirilen bir öğrenci yanıtı	89
Şekil 4.35. Problem çözme ile ilgili H_6 kategorisinde değerlendirilen bir öğrenci yanıtı	89
Şekil 4.36. Problem çözme ile ilgili H_7 kategorisinde değerlendirilen bir öğrenci yanıtı	90
Şekil 4.37. Problem çözme ile ilgili H_8 kategorisinde değerlendirilen bir öğrenci yanıtı	90
Şekil 4.38. Problem çözme ile ilgili H_9 kategorisinde değerlendirilen bir öğrenci yanıtı	91
Şekil 4.39. Problem çözme ile ilgili H_9 kategorisinde değerlendirilen bir öğrenci yanıtı	91
Şekil 4.40. Problem çözme ile ilgili H_9 kategorisinde değerlendirilen bir öğrenci yanıtı	92
Şekil 4.41. Problem çözme ile ilgili H_{10} kategorisinde değerlendirilen bir öğrenci yanıtı	92
Şekil 4.42. Problem çözme ile ilgili H_{11} kategorisinde değerlendirilen bir öğrenci yanıtı	93
Şekil 4.43. Problem çözme ile ilgili H_{12} kategorisinde değerlendirilen bir öğrenci yanıtı	93
Şekil 4.44. Problem çözme ile ilgili H_{13} kategorisinde değerlendirilen bir öğrenci yanıtı	94
Şekil 4.45. Problem çözme ile ilgili H_{14} kategorisinde değerlendirilen bir öğrenci yanıtı	95
Şekil 4.46. Problem çözme ile ilgili H_{15} kategorisinde değerlendirilen bir öğrenci yanıtı	95
Şekil 4.47. Problem çözme ile ilgili H_{16} kategorisinde değerlendirilen bir öğrenci yanıtı	96

Şekil 4.48. Problem çözme ile ilgili H_{17} kategorisinde değerlendirilen bir öğrenci yanıtı	96
---	----

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

r	: Korelasyon katsayısı
N	: Örneklem sayısı
S	: Standart sapma
p	: Anlamlılık düzeyi
f	: Frekans
%	: Yüzde
<	: Küçüktür
\bar{X}	: Aritmetik Ortalama
vd	: Ve diğerleri
İBT	: İşlemsel Beceri Testi
PÇT	: Problem Çözme Testi
PKT	: Problem Kurma Testi
MEB	: Milli Eğitim Bakanlığı
NTCM	: National Council of Mathematics Teachers
SPSS	: Statistical Package for the Social Sciences
akt.	: Aktaran

BİRİNCİ BÖLÜM

1.GİRİŞ

İnsanoğlunun tarih sahnesine çıktığı günden beri hayatında önemli bir yere sahip olan matematik, önemini gün geçtikçe arttırmaktadır. Büyük gelişmelerin yaşandığı günümüzde, bir düşünme biçimi ve evrenselliğe ulaşmış güç olan matematik, birey, toplum, bilim ve teknoloji için vazgeçilmez bir alandır. Değişen dünyamızda, matematiğin hayatın her alanında kullanım alanı bulması, bütün bilimlerin ortak dili olması, matematiği anlayan ve matematik yapanların geleceğini şekillendirmede daha fazla seçeneğe sahip olması, matematiğin eleştirel düşünebilme ve muhakeme yapabilme becerisini geliştirmesi, matematiğin önemini arttıran durumlar arasında gösterilmektedir (Ersoy 2003; Kar, 2010; MEB, 2005).

Matematik, soyut düşüncelerimizi sistematik biçimde ifade edebilmemizi sağlayan bir evrensel dil, evrensel kültür ve bir yazılım teknolojisidir. Yaratıcı düşüncelerin matematiksel dilde ifade edilmesi çok daha iyi algılanmasına yardımcı olur. Matematik yüzyıllar boyunca süren bir insanlık macerasıdır. Evreni daha iyi anlamamıza yardımcı olmakta ve bakış açımızı genişletmektedir (Hacısalihoglu, Mirasyedioğlu, Akpınar, 2004).

Matematik kimi bilim insanına göre bir kraliçe, kimilerine göre hizmetlerindeki uşaktır. Kimilerine göre ise matematik bir sanat ve yaratıcılıktır. Ancak matematikle ilgili olarak herkesin uzlaştığı bir tanım yoktur (Ersoy 2000). Baykul (2003), *“Matematik bilimde olduğu kadar günlük yaşamımızdaki problemlerin çözülmesinde de kullandığımız önemli araçlardan biridir”* şeklindeki ifadesi ile matematiğin insan yaşamı için ne kadar önemli olduğunu vurgulamaktadır.

Bir toplumda dil ve kültür tabanının üzerine kurulu olan matematik, fen ve mühendislik bilimlerinin ve teknolojinin tabanını oluşturan ortak bir iletişim dili, bilim

ve teknolojinin sağlam zeminidir. Dolayısıyla matematiğin ve matematiksel düşüncenin olmadığı bir olgu veya süreci, temel veya mühendislik bilimlerini, sağlık veya toplum bilimlerindeki gelişmeleri düşünmek, günümüzde sahip olduğumuz teknolojik gelişmeyi düşlemek imkânsızdır (Ersoy 2000).

Matematik, yalnız bilim insanlarının veya mühendislerin gereksinim duyduğu ortak iletişim dili ve etkin bir araç değildir. Matematik, pek çok yetişkin ve çalışan için edinilmesi gereken temel ve zorunlu bilgilerle bir takım beceriler içerir ayrıca bireylerin günlük yaşamlarını sürdürmede çok önemli işlevleri vardır. Matematik ile uğraşan bilim insanlarının sayısı her ülkede artmakta, ürettikleri bilgiler çığ gibi büyümekte ve o alanın uzmanı olmayan kişilerce matematiğin anlaşılması güçleşmektedir. Bu nedenle, ileri endüstri ülkelerinde yeni bir değişim ve dönüşüm yaşanmaktadır. Söz konusu değişimleri doğru algılamak ve değerlendirmek için ülkemizde de bazı düzenlemeler ve köklü yenilikler yapılmalıdır. Özellikle zorunlu eğitimin ilk basamağı olan ilköğretim okullarındaki matematik derslerinde yer alan kavramlar, kurallar ve işlem bilgileri, demokratik ülkelerde her yurttaş için gerekli olduğundan bu konularda herkesin temel bilgilere sahip olması ve de matematikte güçlenmesi gerekmektedir (Ersoy 2003; Ersoy ve Erbaş, 2005; Şişman, 2007)

Matematik dersi, öğrencilere günlük hayatın gerektirdiği bilgi ve becerileri kazandırmak, onlara problem çözmeyi öğretmek, olaylarda problem çözme yaklaşımı içinde yer alan düşünme biçimlerini kazandırmak ve geleceğe hazırlamak için gerekli olan araçlardan birisidir (MEB, 2005). Matematiği öğrenmek; temel kavram ve becerilerinin yanı sıra matematikle ilgili düşünmeyi, genel problem çözme stratejilerini kavramayı ve matematiğin gerçek yaşamda önemli bir araç olduğunu takdir etmeyi de içermektedir (MEB, 2009).

Öğrenciler matematik dersleriyle ilgili olarak endişe ve korku duymaktadırlar. Öğrenciler açısından, matematik dersi zorunlu olarak öğrenilmesi gereken bir ders olurken aynı zamanda başarısız olunabilecek bir dersmiş gibi de algılanabilmektedir. Bu başarısızlığın en önemli nedenlerinden biri öğrencilerde var olan matematik korkusu ve matematik derslerinde başarısız olmayı kabullenme veya yapamama olduğu

düşünülmektedir. Öğrencide matematiğin zor olduğu kanısının oluşmasında çevre, aile, öğretmen vb etkenlerin de neden olduğu söylenebilir (Başar, Ünal ve Yalçın, 2001). Bu olumsuz durumların ortadan kalkması ancak iyi bir matematik eğitimi ile olur.

Matematik eğitimi, matematiği öğrenme ve öğretme sürecindeki çalışmalarını kapsar. Bu süreçteki bütün etkinlikler zihinsel becerilerin kazandırılmasına dayalıdır. Öğrencilerin matematiksel tutum ve becerileri kazanabilmeleri ancak yeni matematiksel kavramları zihinde yapılandırılmaları ile gerçekleşir. Bunun yanı sıra matematik eğitimi, bireylere, fiziksel dünyayı ve sosyal etkileşimleri anlamaya yardımcı olacak geniş bir bilgi ve beceri donanımı sağlar. Bireylere, çeşitli deneyimlerini analiz edebilecekleri, açıklayabilecekleri, tahminde bulunacakları ve problem çözebilecekleri bir dil ve sistematik kazandırır. Yaratıcı düşünmeyi kolaylaştırır ve estetik gelişimi sağlar. Ayrıca çeşitli matematiksel durumların incelendiği ortamlar oluşturularak bireylerin akıl yürütme becerilerinin gelişmesini hızlandırır (MEB, 2009).

National Council of Teachers of Mathematics [NCTM] (2000) matematik öğretiminde yeni yaklaşım ve tekniklerin kullanılmasını ve özellikle de problem çözme ve kurma çalışmalarının yapılmasını tavsiye etmektedir. Ülkemizde de problem çözme ve problem kurma, matematik dersinin önemli bir parçası ve hedefi olarak kabul edilmektedir. Diğer taraftan yapılan araştırmalar incelediğinde, araştırmalar sonucunda eğitime pozitif etkisinin ortaya çıkarılmasına ve MEB'in hazırladığı öğretim programındaki önemine rağmen sözel problemlerin çözümü için gerekli olan matematiksel ifadeyi yazma ve verilen durumla ilgili problem kurmanın, öğrencilerin ilgisini çeken bir uğraş olmadığı gözlemlenmektedir. Bununla birlikte son yıllarda öğrencilerin problem kurma ve problem çözme becerilerini olumlu yönde etkilemek ve bu çerçevede öğrenci başarısını artırmak için matematik öğrenme-öğretme süreçleri üzerinde çok sayıda çalışma ve araştırma da yapılmaktadır (Akay, 2006; Gür ve Korkmaz, 2003; Işık, 2011; Zembat, 2007).

Bu öğrenme-öğretme süreçleri, günümüze ayak uyduracak bireyler yetiştirmek için sürekli yenilenmekte ve değişim sürecinin öncülüğünü üstlenmektedirler. Değişim süreci kendisine verilen bilgiyi doğrudan alan öğrenci anlayışından, bilgiye ulaşan,

ulaştığı bilgiyi içselleştirerek işleyebilen ve ulaştığı bilgilerle yeni bilgiler üreten öğrenci anlayışına doğru bir yönelim göstermektedir. Bu değişim sürecinde, bireyin sürece katılımı da son derece önem kazanmaktadır (NCTM, 2000).

1.1. Araştırmanın Amacı

Bu araştırmanın temel amacı, ilköğretim altıncı sınıf öğrencilerinin matematik dersinde kesirlerde toplama işlemi ilgili sözel problemleri kurma ve çözme becerilerini belirlemenin yanı sıra öğrencilerin bu problemleri kurarken veya çözerken yapabilecekleri olası hataları belirlemektir. Ayrıca İlköğretim 6. Sınıf öğrencilerinin kesirlerde toplamaya yönelik problem kurma, problem çözme ve işlemsel becerileri arasında ilişki olup olmadığının araştırılması amaçlanmıştır.

1.2. Araştırmanın Problemi

İlköğretim 6. Sınıf öğrencilerinin kesirlerde toplama işlemine yönelik sözel problem kurma ve problem çözme becerileri ne düzeydedir?

1.3. Araştırmanın Alt Problemleri

1. İlköğretim 6. Sınıf öğrencilerinin kesirlerde toplamaya yönelik problem kurma becerileri nasıldır?
2. İlköğretim 6. Sınıf öğrencilerinin kesirlerde toplamaya yönelik problem çözme becerileri nasıldır?
3. İlköğretim 6. Sınıf öğrencilerinin kesirlerde toplamaya yönelik işlemsel becerileri nasıldır?
4. İlköğretim 6. Sınıf öğrencilerinin kesirlerde toplamaya yönelik problem kurma, problem çözme ve işlemsel becerileri arasında ilişki var mıdır?

1.4. Araştırmanın Önemi

Son yıllarda dünyada ve ülkemizde değişen eğitim anlayışı öğrencinin bilgiyi doğrudan öğretmenden değil, öğretmenin rehberliğinde yaparak ve yaşayarak öğrenmesini gerektirmektedir. Bu süreçte öğrenci pasif bir dinleyici konumundan çıkarılıp eğitimin merkezine alınmıştır. Bu çerçevede, okullarda matematik eğitiminde öğrencilerin kazanacağı hedef davranışlarla ilgili olarak farklı öğrenme teknikleri uygulanmaktadır. Bunlardan biri, yalnızca verilen problemleri çözmeye yerine yeni problemler kurma ve çözmeyi deneyerek gerekli yeterlilikleri geliştirmedir (Akay 2006). Çünkü problem kurma; problem çözmeye göre daha kompleks bir iştir ve üst düzey düşünme becerisi gerektirir. Yapılan araştırmalarda öğrencide problem kurma becerisinin gelişmesi, öğrencide hem matematiğe karşı daha olumlu bir tutum geliştirmesine hem de üst düzey düşünme becerisinin gelişmesine katkı sağladığı savunulmaktadır (Bunar, 2011). Ayrıca 2006 İlköğretim Matematik Dersi Öğretim Programı'nda matematik ile ilgili kavramların gerçek yaşam durumları ile ilişkilendirilmesi vurgulanmaktadır. Matematiksel kavramların gerçek yaşam ile ilişkilendirilmesi sürecinde ise problem kurma ve çözmeye önemli yere sahiptir (Işık, 2011).

Problem ortaya atma, problem üretme, problem oluşturma şeklinde de ifade edilen problem kurma ile ilgili yapılan araştırmaları incelediğimizde, ülkemizde sınırlı sayıda da olsa, öğrencilerin ve öğretmen adaylarının problem kurma becerilerinin belirlenmesine yönelik çalışmalar yapıldığı görülmektedir (Işık, 2011; Işık, Işık ve Kar, 2011).

Problemlerde yaşanan zorluklar daha çok problemlerde verilen ifadelerin veya kavramların tam olarak anlaşılabilmesi ve problemle ilgili denklemin kurulabilmesi olarak gösterilebilir. Öğrencilerin, denklemlerin çözümlerini anlamakta zorlanmalarına neden olan sözel problemler bu nedenlerden dolayı matematik programının önemli bileşenlerindedir (Özarslan, 2010).

Okullardaki matematik öğretiminin gerçek hayat ile uyumsuz olması, öğrencilerin okulda alınan bilgi ve becerileri gerçek hayatta kullanmada, problemleri çözmeye yetersiz kalmaları problemler üzerinde düşünmek ve çözüm stratejileri üretmek yerine işlemlerle çabucak sonuca gitmeye çalışmaları bu konudaki alan araştırmalarının yoğunlaşmasına yol açmıştır (Altun, 2006). Yapılan araştırmalarda belirtildiği gibi, okullarda matematik eğitiminde öğrencilerin edineceği kazanımlarla ilgili olarak incelenmesi ve tartışılması gereken önemli sorunlar vardır. Bu sorunlardan biri, yalnızca verilen problemleri çözmeye yerine yeni problemler kurma ve çözmeyi deneyerek gerekli yeterlilikleri geliştirmedir (Korkmaz, Gür ve Ersoy; 2004; akt: Soylu ve Soylu, 2006).

Matematik eğitiminde problem kurma ve çözmeye yapılan vurgu arttıkça problem kurma ve çözmeye süreçlerini ve öğrencilerin bu konudaki görüşlerini ve kullandıkları kavramları incelemek de önemli hâle gelmiştir. Öğretim programlarında ve matematik eğitime yönelik reform çalışmalarında problem kurma ve çözmeye her sınıf düzeyine ve her matematik konusuna entegre edilmesi gerektiği sıkça vurgulanmaktadır. Bu nedenle öğrencilerin problem kurma ve çözmeye becerilerinin incelenmesi önemli bir araştırma konusu olarak karşımıza çıkmaktadır (Kayan ve Çakıroğlu, 2008).

Günlük hayattaki gerekliliğinin yanında problem çözmeye becerisi matematik dersinin bütününde başarılı olmak için gereklidir. Problem çözmeye çocuğa; matematik öğrenirken bilişsel strateji geliştirmede katkı sağlayabilir. Problem çözmeye başarılı olan öğrencilerin aynı zamanda matematik dersinin genelinde de başarılı olması beklenmektedir (Özsoy, 2005).

Öğrenciler; bir problemle ilk karşılaştıklarında, çözüm için bir şekil çizme, problemi parçalara ayırma, benzer problemlerden yararlanma, çözümü kontrol etmede eksik görünmektedirler. Bir problemle karşılaştıklarında, ilk olarak verilen sayılara gerekli işlemleri çabucak uygulayıp sonuca gitmeye çalışmaktadırlar. Ayrıca öğrenciler matematiğe, dolayısıyla problem çözmeye karşı bazı olumsuz tutum ve inançlar geliştirmişlerdir. Bu olumsuzluklar arasında; öğrencilerin kendi kendilerine problem

çözemeyecekleri, her problemin yalnız bir doğru cevabı olduğu, her problemin tek bir doğru çözüm yolu ve gerçek hayatta kullanılan matematikle okuldaki matematiğin arasında ciddi farkların olduğu gibi düşünceler sayılabilir (Altun ve Arslan, 2006).

1.5. Varsayımlar

1. Çalışmaya katılan öğrencilerin, kesirlerde toplama işlemine yönelik PKT, PÇT ve İBT testlerini samimiyetle yanıtladıkları varsayılmaktadır.
2. Örneklemin evreni temsil ettiği varsayılmaktadır.
3. Kaynaklardan ve kurumlardan elde edilen bilgilerin objektif olduğu kabul edilmiştir.
4. PKT, PÇT ve İBT testleri uygulayıcılarının standart şartlar altında olduğu kabul edilmektedir.
5. Testi geliştirmek için görüşlerine başvurulmuş uzmanlar alanlarında yeterlidirler.

1.6. Sınırlılıklar

1. Araştırma 2011- 2012 Eğitim-Öğretim yılında Erzurum ili palandöken ilçesinde bulunan 2 ilköğretim okulunda öğrenim gören 6. sınıflardan oluşan toplam 283 kişiyle sınırlıdır.
2. Araştırma 6. sınıf matematik dersindeki kesirlerde toplama işlemi konusu ile sınırlıdır.
3. Araştırmadaki bulgular istatistiksel tekniklerle sınırlıdır.
4. Bu araştırmada belirtilen problem ve ilgili alt problemlere yanıt bulunması ile sınırlıdır.
5. Araştırma ulaşılan yabancı ve yerli kaynaklarla sınırlıdır.

İKİNCİ BÖLÜM

2. KURAMSAL ÇERÇEVE

2.1. Matematik Eğitimi ve Öğretimi

Matematik eğitimi sadece matematiği bilen değil, bildiklerini uygulayan, matematik yapan, problem çözen, iletişim kuran ve bunları yapmaktan zevk alan insanlar yetiştirmeyi hedeflemektedir. Öğrenme ve öğretme yaklaşımlarında yaşanan gelişmeler matematik eğitimini de önemli ölçüde etkilemektedir. Geleneksel matematik eğitimi anlayışında, öğrenciler pasif alıcı konumundadır. Matematik öğretimi süresince, öğrenciye öğretilen birçok bilgi bir nedene dayandırılmadığından öğrenciler ezber dayanan bir öğrenme yoluna başvururlar (Uslu, 2006). Matematik eğitiminde birinci önemli nokta öğretmenin matematik öğretmeye bakışının değişmesidir. Eğer matematik öğrencilere hükmetmeye değil de öğretmeye dayanan ve öğretilecek konuyu anlayan bir öğretmen tarafından doğru olarak öğretilirse, öğrencinin matematiği öğrenmesi kolay olur. Bir diğer önemli nokta öğrencinin de matematik öğrenmeye bakışının değişmesidir. Eğer öğrenciler matematiği her yerde kullanabilecekleri bir araç olarak değil de sınavlar için öğreniyorsa en etkili öğretim yönteminin veya öğretmenin yapacağı fazla bir şey olmaz (Baki, 2011). Bu bağlamda Altun (2006)'un aktardığı,

Matematik günümüzde eskisi gibi, öğrenilmesi gerekli soyut kavramların ve becerilerin bir koleksiyonu değil, realitenin modellenmesini temel alan, problem çözme ve anlamlandırma süreci ile oluşan bilgi ve yine bu süreç içinde gelişen beceriler olarak algılanmaktadır. Bu anlayışa uygun olarak matematik öğrenmenin hedefi de izole edilmiş matematik kavram ve becerileri kazandırmaktan ziyade, matematiksel yetkinlik kazandırmak olmuştur (De Corte, 2004).

şeklindeki ifade, matematik eğitim ve öğretiminin günümüzdeki temel amacını vurgulamaktadır.

Öğrencilerin matematiksel bir bilgiye öğretmenin anlattığı şekilde aynen ulaşması mümkün değildir. Öğrenciler, ders materyallerini kullanarak akranlarıyla kurduğu etkileşimle matematiksel bilgiye ulaşırlar. Bu bilginin kazanımında öğrencilerin kendi deneyimleriyle zihinsel yorum yapabilmeleri birinci derecede önemlidir. Bu yüzden, öğrencilerin öğrenme faaliyetleri içinde aktif olmaları gerekir. Bu şekilde öğrenciler yeni öğrendikleri bilgileri eski bilgilerle ilişkilendirerek ve anlamlandırarak matematiksel bilgiye ulaşmış olurlar. Dolayısıyla, yapılandırmacı öğrenme yaklaşımına göre işlenecek matematik derslerinde işbirliğine ve probleme dayalı öğrenme ile buluş yoluyla öğrenme stratejileri kullanılmalıdır (Pesen, 2006).

Matematik öğretimi geleneksel olarak zor ama sıkıcı olmuştur. Öğrenci merkezli öğretim yaklaşımları öğrencilere kendi fikir, bilgi ve yeteneklerini geliştirmeleri için daha çok olanak sağlar. Bu nedenle, öğrencilerin matematik deneyimleri belli ilkelere dayandırılmalıdır. İlk olarak öğrenciye tanıtılan matematik yararlı ve zevkli olmalıdır (Baki, 2011). Yani matematik öğrenmenin kural ve formülleri ezberlemekten ibaret olmadığı, matematiğin keyifli, anlamlı ve mantıklı bir uğraş olduğu öğrenciler tarafından görülmelidir (Pesen, 2006). İkinci olarak matematiğin diğer derslerden farklı olarak kendine özgü içeriğe ve yöntemlere sahip olduğu ön plana çıkarılmalıdır. Yani sayılar, şekiller ve aralarındaki ilişki ve özellikler matematiğin kendine özgü içeriğidir. Problem çözme, sembolleştirme, sadeleştirme, genelleştirme, kanıt bulma ve ispat ise matematiğin kendine özgü yöntemleridir (Baki, 2011). Bu doğrultuda MEB' in matematik programında her çocuk matematiği öğrenebilir ilkesi göz önüne alındığında öğretmenlerin her konuya ve her öğrenci grubuna uygun öğretim tekniklerini uygulamaları gerekir.

Van de Walle (1989)'ye göre matematiğin yapısına uygun bir öğretim aşağıdaki amaçlara uygun olmalıdır.

1. Öğrencilerin matematik ile ilgili kavramları anlamalarına
2. Matematik ile ilgili işlemleri anlamalarına
3. Kavramların ve işlemlerin arasındaki bağları kurmalarına yardımcı olmak

Bu üç amaç ilişkisel anlama olarak adlandırılmaktadır. İlişkisel anlama, matematikteki yapıları anlama, sembollerle ifade etme ve bunun kolaylıklarından yararlanmadır (Baykul, 2003).

Matematikteki bütün kavramlar birbirleriyle ilişkilidir, her yeni kavram kendinden önceki kavramın üzerine kurulan başka bir ilişkidir. Günümüzde matematiğin yapısına uygun etkili bir öğrenmenin, “ilişkisel öğrenme” ile gerçekleştirilebileceği kabul edilmektedir. İlişkisel öğrenme, kavramlar ve işlemler bilgisi ile bunlar arasındaki bağdan oluşur. Öğrenci, kavramlar ve işlemler bilgilerini kazandıktan sonra, kavramlar bilgisiyle işlemler bilgisi arasındaki bağı kuramamış ise matematikte öğrenmeyi gerçekleştiremez (Baykul, 2003).

Matematik öğretiminde amaç, matematiksel düşünce sistemini öğrenmek ve öğretmektir. Temel matematiksel becerileri (problem çözme, akıl yürütme, ilişkilendirme, genelleme, iletişim kurma, duyuşsal ve psikomotor gelişim) ve bu becerilere dayalı yetenekleri, gerçek hayat problemlerine uygulamalarını sağlamaktır. Öğrencilerin matematiksel beceri ve yeteneklerinde ileriye gitmelerini ve gelişen teknolojiyi yakından takip edebilmelerine imkan verecek zihinsel becerileri nasıl kazanabileceklerini öğretmektir (MEB, 2005).

2.2 Kesirler

“Kesir” kavramı matematiksel düşünme kadar eskidir. Eski Mısırlılar, sadece payı 1, Babilliler ise sadece paydası 60 olan kesirleri kullanmışlardır (Baykul, 2003). Bu kadar eski tarihe sahip olan kavramla kimi çocuklar, “tam, yarım, çeyrek” gibi parça-bütün ilişkileri taşıyan ifadeler olarak okul öncesinde karşılaşılır ve bunlara farklı büyüklükler olarak anlam yüklerler (Olkun ve Toluk, 2003).

Günlük hayatta kesir ve kesirli sayılar eş anlamlı olarak kullanılmaktadır ancak kesir ile kesirli sayılar, birbiri ile ilişkili fakat farklı kavramlardır. Kesir bir bütünü eş parçalarından her biri ya da birkaçı, kesir sayısı ise bu eş parçalardan dikkate alınanların çokluğunu belirten sayıdır. Diğer bir ifade ile kesir sayısı, bütünü eş parçalarından

alınan kadarını belirten sayıdır. Buradaki bütünlerin aynı olması zorunlu değildir ancak farklı bütünlerin aynı sayıda eş parçalara ayrılması ve bunlardan aynı sayıdaki kadarının dikkate alınması zorunludur. Kesir sayısı yazıldığında, bütünden elde edilen eş parçalar ve bu parçaların sayısı belirtilmelidir (Baykul, 2003).

Kesirler doğal sayılarından oldukça farklıdır. Çevremizdeki çoklukları sayarak belirleyebilir ve bir doğal sayı ile gösterilebiliriz. Fakat sayma yaparak kesirler üretemeyiz. Kesirleri üretmek için bölme ve ölçme gereklidir. Kısaca doğal sayı kavramının saymadan kesirli sayı kavramının ise ölçmeden ortaya çıktığı bilinmektedir (Işık, 2011).

Öğrenme sürecinde kesir kavramının oluşumu ve geliştirilmesi uzun zaman alır. Kesir kavramının anlaşılmasına eşit paylaşım problemi ile başlamak, çeşitli modeller kullanarak öğrenci odaklı etkinliklerle kavramı geliştirmek uygun olur. Öğrencilerin değişik durumlarda bir kesri anlayabilmeleri, yani kesrin değişik anlatımlarını kavrayabilmeleri için değişik problem durumlarıyla karşılaşmaları; kişisel deneyim kazanmaları etkili ve yararlı olur (Ersoy ve Ardahan, 2003). Öğrencilerin sağlam bir kesir bilgisine sahip olmaları için öğretmenlerin kesirlerin öğrenilmesinde gerekli olacak altyapılara dikkat etmeleri gerekmektedir. Baykul (2003)'un belirttiği gibi kesir sayısı kavramı doğal sayılara dayandığından, kesir sayılarının öğretimi için doğal sayılarının öğretiminin bir düzeye kadar gerçekleştirilmiş olması gerekmektedir. Doğal sayılar kümesinde tanıtılan dört işlem kesirler konusunda öğretilecek işlemlerin ön şartı olarak kabul edilebilir. Diğer bir ifadeyle kesir işlemleri konusundaki başarı ile doğal sayılardaki işlemler konusundaki başarı arasında yakın ilişki vardır (İpek, Işık ve Albayrak, (2005). Ayrıca kesir kavramı daha sonra öğrenilecek rasyonel sayılar ve ilgili kavramlarının öğrenmesinde temel oluşturacağından kesir kavramının bütün yönleriyle öğrenilmesi gerekmektedir.

Kesir sayısı kavramının öğrenilmesi doğal sayı kavramının öğrenilmesinden daha zordur. Zor öğrenilme nedenlerinden biri öğrencilerin günlük yaşantısında kesirlerin fazlaca yerinin olmamasıdır. Öğrenilen bilgilerin kalıcılığı günlük hayatta kullanımı ile doğru orantılıdır. Kesirler konusunda öğrenilen bilgiler, öğrencilerce

günlük yaşantılarında çok fazla kullanılmadığından kısa sürede unutulmaktadır (Albayrak, 2000). Yani öğrenciler kesirlerde toplama, çıkarma, bölme, çarpma işlemini her yıl rutin bir şekilde öğrenirler fakat daha sonraki yıllarda bu işlemlerin nasıl yapıldıklarını unuturlar. Öğrencilerin kesir işlemlerinde zorlanmalarının başlıca nedenlerinden birisi kesirleri anlamları yerine formülleri ve algoritmayı ezberlemeleri, bir diğeri de kesirlerin pay ve paydalarını farklı iki tam sayı olarak algılamalarıdır. İlköğretimin ilk kademesinde kesirleri yeni öğrenen öğrencilere kesirleri daha iyi öğretmek için kullanabileceğimiz metot, kesirleri bir bütünün parçası olarak göstermektir. Bu yaklaşım kolay anlaşıldığından kesirleri bu yaklaşımla anlatmak için de birçok model ve değişik araç kullanılmalıdır (Şiap ve Duru 2004).

Kesirlerde her işlemin kendine özgü soyut anlamlarının olması ayrıca kesirli sayıların “parça ve bütün arasındaki ilişkiyi ortaya koyan” pay ve payda kavramlarını bir arada bulundurması kesirlerle işlemlerin öğretimindeki zorluklarının temelini oluşturmaktadır. Buradaki temel sıkıntının kaynağını, bu işlemlere ait kavram ve özelliklerin öğrenciler tarafından özümsemmeden kuralcı bir yaklaşımla öğretilmeye çalışılmasında aramak gerekmektedir (İpek, Işık ve Albayrak, (2005). Kesirlerin ifade ettiği anlamlar üzerinde araştırma yapan Ohlsson (1988); $\frac{a}{b}$ şeklinde verilen kesir sayısının problem ortamına göre farklı anlamlara geldiğini ortaya koymuştur. Kesir sayılarının anlamlarının çeşitliliği göz önüne alınırsa, kesir öğretiminin de bu çeşitliliği kapsamaması gerektiği açıklık kazanır.

$\frac{a}{b}$ kesir sayısının anlamı;

1. Parça-Bütün Anlamı: $\frac{a}{b}$ kesri bir parça bütün ilişkisini gösterir.
2. Bölüm Anlamı: $\frac{a}{b}$ kesri bir bölme işleminin sonucunu gösterir.
3. Oran Anlamı: $\frac{a}{b}$ kesri bir a niceliğinin b niceliğine kıyaslanmasını gösterir.
4. Ölçme Anlamı: Rasyonel sayılar, ölçüm olarak bir ölçme işleminin sonucunu gösterirler.
5. İşlemci (Operatör) Anlamı: Rasyonel sayılarda çarpma işleminin kuralını belirtir (Toluk, 2002, akt: Akan- Sağsöz, 2008).

Kesirler konusu, ilköğretim matematik dersi öğretim programının önemli bir parçasını oluşturmaktadır. Öğrencilerin kesirleri kavrayabilmesi ve yorumlayabilmesi, onların kesirlerde karşılaştırma ve sıralama yapabilmelerine, kesirlerde sayı hissi ve denklik konusunu kavrayabilmelerine ve bunların sonucunda da kesirlerde işlemler yapabilmelerine temel teşkil etmektedirler. Öğrencilerin kesirlerde işlem yapmaya ve kesirlere yönelik problem kurmaya başlamadan önce kesir kavramının çeşitli yönlerini ve kesirlerdeki ilişkileri anlamalarının gerektiği ve bunun içinde kesirlerin modellenmesini ve aynı zamanda öğrencilerin tamsayılardaki işlemlerin anlamlarını bilmeleri gerektiği vurgulanmaktadır (Cathcart, 2003, akt: Kılıç ve Öztaş, 2010).

2.3.Yapılandırmacı Öğrenme Yaklaşımı

Yapılandırmacılığın temelleri, Piaget'in yapısalcı öğrenme kuramına dayanır. Bu kurama göre öğrenme bireyin içinde bulunduğu zihinsel gelişim düzeyinin elverdiği biçimde çevre ile etkileşim sonucu gerçekleşir. Öğrenmenin bu şekilde gerçekleşmesi yeni bilgiler daha önceden öğrenilmiş bilgilerle ilişkilendirerek bir yapı oluşturmaya benzediği için, bu yaklaşıma yapısalcı öğrenme denir. Buna göre bilgi bir yerlerde var değil, onu bireyin kendi deneyimleri ve düşünmesi sonucunda kendisi oluşturmaktadır (Altun, 2005).

Günümüzde yapılandırmacı yaklaşım, birçok uygulama için kapsamlı bir kavramsal çerçeve oluşturmaktadır. Önceleri bir felsefi akım, bir bilgi felsefesi olarak bilinen yapılandırmacı yaklaşım, son zamanlarda eğitim ortamlarından teknoloji kullanımına, aile terapisine kadar birçok alanda kullanılmaya başlanmıştır. Yapılandırmacı yaklaşım; bilgi, bilginin doğası, nasıl bildiğimiz, bilginin yapılandırılması sürecinin nasıl bir süreç olduğu, bu sürecin nelerden etkilendiği gibi konularla ilgilenmekte ve düşünceleri eğitimsel uygulamalara temel oluşturmaktadır (Açıkgöz, 2005).

Yapılandırmacı yaklaşıma göre, geleneksel yaklaşımda olduğu gibi bilginin tekrarı değil, bilginin transferi ve yeniden yapılandırılması söz konusudur. Bu kavramı öğrenenler, bilgiyi olduğu gibi kabul etmezler. Sadece okumak ve dinlemek yerine,

tartışmak, fikirlerini paylaşarak öğrenme sürecine etkin olarak katılır; bilgiyi yaratır ya da tekrar keşfeder (Perkins, 1999; akt: Şişman, 2007).

Bilgiyi yapılandırma, bireyin geliştirdiği bilişsel organizasyonun, kendine uygun objeler ve olaylarla karşılaştığı zaman etkileşimiyle gerçekleşir. Öğrenciler kendi meraklarını uyandırarak ve bireysel ilgilerini; soru sorma, araştırma ve keşfetmeyle ateşleyerek kendi kendilerini motive ederler. Bu metotta nesnellik terk edilmekte ve bilginin keşfedilmek yerine yorumlandığı, ortaya çıkarılmak yerine oluşturulduğu savunulmaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2011).

Brooks ve Brooks (1993)'a göre yapılandırmacı yaklaşımda “öğretmeden” ziyade “öğrenme” önem kazanmıştır. Bireyin öğrenmeyi nasıl gerçekleştirdiği önemlidir. Bireyin ilgileri, beklentileri ve nasıl öğrendiğinin bilinmesi büyük önem taşımaktadır. Yapılandırıcılık, öğretimle ilgili bir kavram değil, bilgi ve öğrenme ile ilgili bir kavramdır. Bu kavram, öğrenenlerin bilgiyi nasıl öğrendiklerine dayalı olarak gelişmeye başlamasına rağmen zamanla öğrenenlerin bilgiyi nasıl yapılandırdıklarına ilişkin bir yaklaşım haline dönüşmüştür (Şişman, 2007).

Yapılandırmacı yaklaşım, öğrenenlere temel bilgi ve becerilerin kazandırılması gerektiği görüşünü savunmakla birlikte, eğitimde bireylerin daha çok düşünmeyi, anlamayı, kendi öğrenmelerinden sorumlu olmayı ve kendi davranışlarını kontrol etmeyi öğrenmeleri gerektiğini vurgular. Dolayısıyla yapılandırmacı kuramın temelinde, başkalarının bilgilerini olduğu gibi bireylere aktarmak yerine, insanların kendi bilgilerini yine kendilerinin yapılandırması gerektiği görüşü yatar. Nitekim bu durum, bilginin doğasının bir gereğidir (Saban, 2002). Uygun ortamlar düzenlenerek öğrencilerin bilim insanları gibi çalışmalarını sağlanmalıdır. Bunun sonucunda öğrenciler bilimsel bilgilerini arkadaşlarıyla tartışarak, kendileri keşfedecektir. Bu yaklaşımda içerik amaç değil, öğrencilerde bilimsel becerileri geliştirmek için bir araçtır (Kılıç, 2001).

Yapılandırmacı yaklaşım; hayata dair bilginin, inançların, becerilerin ve bireyin öğrenme durumunun önemini vurgular. Yeni bilginin yapılandırılması, önceki bilgilerin

yenileriyle ilişkilendirilmesi ve öğrenmeye hazır oluş şeklinde gördüğümüzde bu yaklaşım, öğrencilerin neyi öğrenmek isteyip neyi öğrenmek istemeyeceklerinin yönlendirilmesine kapı aralar. Yapılandırmacı yaklaşımın temel ilkelerini göz önüne aldığımızda onun öğretmeyi değil, öğrenmeyi vurguladığını görürüz. Bu yaklaşımın; öğrencilerin öğrenme süreçlerine katılımlarını destekleyen, onları öğrenmenin bir parçası olarak gören, öğrencilerin doğal meraklarını besleyen, öğrencilerin inançları, tutumları ve motivasyonları açısından etkilerini dikkate alan bir yaklaşım olduğunu söyleyebiliriz. Bununla birlikte yapılandırmacı yaklaşımda içerik, durumları ve olayları anlamlı hâle getirmek üzere öğrencilerin gerçek deneyimlerinden yeni anlamlar oluşturmalarına yardımcı olacak şekilde düzenlenmiştir (MEB, 2005).

Genel olarak yapılandırmacılıkta öğrenme, pozitivist gelenekte olduğu gibi belirli bir öğrenme zamanında gerçekleştirilen, bilgi biriminin öğrenilmesine dayanan ve her birimin bir sonrakini nasıl etkileyeceğinin mekanik olarak kestirildiğidir. Ayrıca öğrenme; sınırlı etkinlik dizgelerinin ve manipüle edilmiş sınırlı yaşantıların tasarımıyla ya da bilginin birimlerinin birbirinin üzerine kurulmasıyla oluşabilecek bir olgu olmadığıdır. Gerçek yaşam durumlarında ve bağlam merkezli zengin yaşantılar sayesinde kurulan özgün ilişkilerle oluşan oldukça geniş ve çok değişkenli, değişkenlerin birbirini nasıl etkilediğinin yordanması oldukça zor olan, döngüsel ve holografik bir olgu olduğu düşünülür (Yurdakul, 2004).

Bununla birlikte yapılandırıcı görüşün savunduğu biçimiyle, öğretim sırasında her öğrencinin kendi bilgi ve deneyimleri ışığında, kendi bilgi, anlam ve yorumuna ulaşacağı düşüncesi, öğretim sonunda her öğrencinin konu hakkında birbirinden farklı ve kopuk bilgiler, anlamlar ya da yorumlar oluşturacağı şeklinde anlaşılmalıdır. Üstelik her öğrencinin öğrenme deneyimi sırasında bireysel olarak yapılandırdığı bilgi, anlam ya da yorum öğrencilerin önbilgi ve beceri yetersizlikleri, konuya bakışlarındaki yanlılıklar gibi nedenlerle eşit ölçüde geçerli olmayabilir. Yapılandırıcı görüşe göre, öğrencinin öğrenme süreci sonunda zihninde bireysel olarak oluşturduğu bilgi, anlam ya da yorumlar üzerinde toplumsal olarak da uzlaşmış bilgi, anlam ya da yorumlar olmalıdır. Diğer bir deyişle yapılandırıcı görüş, öğrenmenin bireysel olduğu kadar toplumsal bir etkinlik olduğunu da savunmaktadır (Sağiroğlu, 2002).

Ülgen (1997)'in belirttiği gibi bireyin obje ve olayların özelliklerini algılama, onları zihinde yeniden organize etme özelliği vardır. Birey, algılarını daha önceki öğrendiklerinin üzerine organize ederek özümser, yapılandırır, bunun sonucunda zihinde yeni bir anlam gelişir. Böyle bir öğrenmede, bilgiler, öğrenilenlerle bağlandığı için hemen unutulmaz, uzun süre hatırlanır.

Matematikteki kavramlar soyut olduğundan, bireyin zihninde oluşturulması gereken kavramlardır. Bu kavramlar arasında da ön-şart ilişkisi yoğundur. Buna bağlı olarak alt seviyedeki kavramlar anlaşılmadıkça daha üst seviyedeki kavramlar anlaşılmaz. Bu nedenle bireyde yeni bir bilginin oluşması için bu bilginin daha önceki bilgilerle ilişkilendirilmesi gerekir (Pesen,2006). Bilgi bireyden bağımsız değildir ve birinden bir başkasına doğrudan aktarılmaz. Bilginin doğasına bu açıdan bakıldığında bilginin kurulmasında veya elde edilmesinde otorite bireyin kendisidir (Baki, 2011).

2.4. Problem Nedir?

Problem, günlük yaşantıda sık kullanılan kavramlardan biridir. Özellikle, sosyal yaşantıda karşılaşılan güçlükler, sıkıntılar ve sorunlar bu kelime ile tanımlanır. Eğitimde ise daha çok fen bilimlerinde (matematik, biyoloji, fizik ve kimya) verilen bazı değerlere bağlı kalarak sonucun sayısal olarak bulunması, problem ve problemin çözümü olarak belirtilir (Dede ve Yaman, 2006).

Problem kavramıyla ilgili alanyazına bakıldığında, birbirinden farklı pek çok problem tanımı olduğu görülmektedir. Öncelikle “Problem nedir?” diye sorulacak olursa Jonassen(2000)'e göre iki kritik nitelime vardır. Bunlardan birincisi, hedef ifade ile mevcut ifade arasındaki farklılıkta olan bilinmeyen şeydir. Diğeri ise, bu bilinmeyeni bulma veya çözme işinin sosyal, kültürel veya entelektüel bir değere sahip olmasıdır (akt: Baysal, 2003). Ülgen (1997)'e göre problem, bireyin içinde bulunduğu durum ile olmasını istediği durum arasında gerilim yaratan bir engeldir. John Dewey'e göre problem, insan zihnini karıştıran, ona meydan okuyan ve inancı belirsizleştiren her şeydir (akt: Baykul, 2003). Schoenfeld' e göre problem, matematikte cevabı verilmesi gereken şey ve kafa karıştıracı veya çözümü açık seçik kolayca görülmeyen bir

sorudur(akt: Baki, 2011). Olkun ve Toluk (2003)'a göre problem; kişide çözme arzusu uyandıran ve çözüm prosedürü hazırda olmayan fakat kişinin bilgi ve deneyimlerini kullanarak çözebileceği durumlara denir. Altun (2005) problemi, “Kişinin bir şeyler yapmak isteyip de ne yapacağını hemen kestiremediği, bilmediği bir durumdur. Problem çözmeye ne yapılacağını bilinmediği böyle durumlarda yapılması gerekeni bilmektir.” şeklinde tanımlıyor.

Yukarıdaki tanımlar analiz edildiğinde, bir durumun problem olması için insan zihnini karıştırmaya hatta ona meydan okuması gerekir. Bu karşılaşılan durumun yeni olmasını, bireyin daha önce bu durumla karşılaşmamasını gerektirir (Baykul, 2003). Kısacası problem, çözüm yolu önceden bilinen alıştırmaya ve soru olarak algılanmamalıdır. Bir matematiksel durumun problem olabilmesi için farklı birkaç bilgi becerilerin birlikte kullanılmasına ihtiyaç duyulmalı ve alışagelmış çözüm yolu olmamalıdır (MEB, 2009). Diğer taraftan Baki (2011)'ye göre bir problem matematik kitaplarında yer alan hesaplama yapmak kadar basit olabileceği gibi, bir grup matematikçinin cevaba ulaşmak için haftalarca çalışması gerektiği kadar da karmaşık ve zor olabilir.

Problem, öğrenci yaşantısıyla ilgili olmalı, ilgi çekmeli ve ihtiyaç hissettirmelidir. Bu durumda öğrencilerin, kazandıkları matematiksel bilgi ve beceriler daha anlamlı olacak ve bu bilgiyi farklı durumlara uygulamaları kolaylaşacaktır (MEB, 2009). Ayrıca problem, öğrencilere var olan bilgilerinin işlevselliğini ve öğrenme stratejilerinin etkinliğini belirlemede yardımcı olmalıdır. Bununla birlikte, öğrencileri öğrenmeye motive etmelidir. İyi bir problem; öğrencileri araştırmaya sevk etmeli, basit çözümü olmamalı, çoklu çözümler içermeli, açık uçlu olmalı, çözümü yüksek düşünme becerileri gerektirmeli ve gerçek yaşamla ilgili çeşitli yansımalar içermelidir. Bununla birlikte, öğrencilerin iletişim becerilerinin gelişmesine katkı sağlamalı, çoklu disiplinlerle ilişkili olmalı ve etkili işbirliğini gerektirmelidir (Hmelo-Silver, 2004, akt: Akpınar ve Ergin, 2005).

Pesen (2006)'e göre problemlerin aşağıdaki özellikleri taşıması gerekir.

1. Problemler çocuğun kendi yaşantısından, yani ev, aile, okul ve sınıf hayatından çevreden ve çeşitli iş alanlarından alınmalıdır.
2. Problemler çocuğun istekle yapacağı nitelikte olmalıdır.
3. Öğretmen problemlerde daima çocukların günlük yaşantılarını göz önünde tutmalı ve problemin çözümü için kullanılacak işlemlerin daha önce kavratılmış olmasına dikkat etmelidir.
4. İşlemlerin kavratılması amacıyla verilen problemler çok basit olmalı, ünite veya konu sonlarındaki problemler, kolaydan zora doğru sıralanmalıdır.
5. Öğrencilere verilen problemler, onların gelişim seviyelerine uygun olmalıdır.
6. Öğrencilere ders dışında yapılmak üzere verilecek problemlerin çok olmamasına dikkat edilmelidir.
7. Problemler, gereği kadar açık olmalı, aynı zamanda öğrencilere birtakım bilgiler kazandırmalıdır.

Matematik derslerinde karşılaşılan ve çözülmesi istenen problemler, bazı ölçütlere göre gruplandırılarak bunların yapıları ve temel özellikleri incelenebilir. Problemlerin değişik yaklaşımlarla sınıflandırılmaları yapılabilir. Öğretimindeki amaçlar esas alınarak problemler iki sınıfa ayrılabilir. Rutin ve rutin olmayan problemler.

2.4.1. Sıradan (Rutin) Problemler

Daha önceden öğrenilmiş olan bilgi ve tekniklerin, sınırlı bir içerik içinde kullanıldığı problemlerdir. Sıradan problemlerin verilmesindeki amaç, yeni öğrenilen olgu ve tekniklerin pekiştirilmesiyle sınırlıdır. Bu problemlerin yeni bilgilerin geliştirilmesine ve matematik öğrenmeye katkısı çok azdır. Sıradan öğrenilmiş bir olgunun ya da becerinin doğrudan uygulanması olduğuna göre, bu tip problemlere alıştırmaya denebilir (Çömlekoğlu, 2001). Sıradan problemlerin öğretimi; günlük hayatta çok gerekli olan işlem becerilerini geliştirmeleri, çocukların problem hikayesinde geçen bilgileri matematik eşitliklere aktarmayı öğrenmeleri, düşüncelerini şekillerle anlatmaları ve problem çözmenin gerektirdiği diğer becerileri kazanmaları bakımından

önemlidir. Bu tip problemler bir ya da daha çok işlemlerle olabirler ve dört işlem becerileri ile çözülebilirler (Altun, 2005). Sıradan problemler kendi içinde iki gruba ayrılmaktadır.

2.4.1.1. İfadeyi dönüştürme problemi

Sözle anlatılan bir ifadenin, matematiksel dille anlatımını içeren bir ifadeye çevrilmesini gerektiren sıradan problemlerdir. *25'in 3 katının 12 fazlası kaçtır?* , *50 sayısının yarısının 13 eksiği kaçtır?* şeklindeki problemler ifadeyi dönüştürme problemlerine örnek olarak verilebilir (Gür ve Korkmaz, 2003).

2.4.1.2. Sözel dört işlem problemleri

Matematik derslerinde problem denince akla ilk olarak sözel problemler gelmektedir. Problemlerin çoğunlukla sözel formda olması bu durumun en önemli nedeni olarak gösterilebilir (Soylu ve Soylu, 2006). Sözel problemler genellikle dört işlem becerileriyle çözülebilen problemlerdir. Günlük yaşantıda gerekli olan işlem becerilerini geliştirmek ve problem cümlesinde geçen bilgileri matematiksel eşitliklere aktarmayı öğretmek için gereklidir. Günlük hayatta sık karşılaşılan kâr-zarar, zaman hesabı, daha çok dört işlem becerilerini gerektiren ve bunların doğru kullanılmasıyla çözülen problemlerdir (Çömlekoğlu, 2001). Öğrencilerde dil oluşumunda, akıl yürütmede ve matematiksel gelişimde sözel problemler önemli bir yere sahiptir (Soylu ve Soylu, 2006).

2.4.2. Sıra Dışı (Rutin Olmayan) Problemler

Sıra dışı problemler bir veya birkaç işlemin doğru seçilmesiyle hemen çözülememeleri bakımından sıradan problemlerden farklıdır. Rutin olmayan problemlerin çözümleri işlem becerilerinin ötesinde verileri organize etme, sınıflandırma, ilişkileri görme gibi becerilere sahip olmayı ve birtakım aktiviteleri arka arkaya yapmayı gerektiren problemlerdir. *"Bir adam bir oyundan bir tilki, bir ördek ve bir çuval mısır kazanıyor. Bunlarla birlikte bir nehrin bir kıyısından öbür kıyısına*

geçmek zorunda fakat bir kayık var ve çok küçük. Adamla birlikte bu kayık ancak birini alabiliyor. Mısırı geçirse tilki ördeği yiyebilir, tilkiyi geçirse ördek mısırı. Hiçbir zayıat olmadan bunları karşıya nasıl geçirebilir?” (Altun, 2005). şeklindeki problem rutin olmayan problemlere örnek olarak verilebilir. Rutin olmayan problemler kendi içinde iki gruba ayrılmaktadır.

2.4.2.1. Gerçek yaşam problemleri

“Günlük yaşam problemleri” olarak da ifade edilirler. Bu tip problemler, öğrencilerin çözümlerine biçimsel bilgilerinin yanı sıra biçimsel olmayan bilgilerini de uygulamalarını gerektirir. Biçimsel olmayan bilgi, öğrencilerin deneyimleri ile gelişir. Öğrenciler, bu problemi çözebilmek için bireysel olarak geliştirdikleri düşünmeyi planlama süreçlerini sıradan işlemleri ve süreçleri yaratıcı bir şekilde kullanırlar. Verileri düzenleme, sınıflandırma, ilişkileri görme gibi becerilere sahip olmayı ve bir takım etkinlikleri arka arkaya yapmayı gerektirir. Günlük yaşantıdan ve okuldan edinilen bilgilerin kaynaşmasıyla, öğrencinin matematiksel gelişimi için gerekli ortam oluşturulmuş olur (Çömlekoğlu, 2001).

Gerçek yaşam problemlerde problemlerin konusu çoğunlukla çevresel bir olaydır veya problemin gerektirdiği düşünme modeli çevresel başka olaylara açıklık getirmede kullanılabilir türden bir süreçtir. Bu nedenle bu problemlere gerçek problem veya gerçek hayat problemi denilmektedir. Öğrenci bu problemleri kendi somut yaşantısına dayanarak çözebilir ve bunları çözmekle çevredeki olayların bazı matematik kurallarına uyduğunu fark eder (Aladağ, 2009).

2.4.2.2. Süreç problemleri

Yapıları gereği gerçek yaşam problemlerinden çok farklıdır. Çözümlerinde, sonuca ulaşmakta kullanılan matematiksel düşünme süreçleri üzerinde durulur. Problemin sonucu önemli değildir. Önemli olan sonuca ulaşmakta kullanılan yöntemleri belirlemektir (Çömlekoğlu, 2001).

Öğrencilerin iyi birer problem çözücü olarak yetişebilmesi için okul matematiğinin farklı aşamalarında yaşamaları gerekmektedir. Ancak özellikle ilköğretim matematik öğretiminde öğrencilere sunulan problemlerin çoğu matematiksel olarak ifade edilmiş şekildedir. Yani problem doğrudan matematik dünyası içerisinde ele alınmıştır. Matematik öğretimi etkinliklerinde ise daha çok pekiştirme amaçlı alıştırmalara ya da sıradan problemlere yer verilmektedir. Bu problemlerin çözümlerinde daha önceden öğrenilmiş çözüm yolu tekrarlandığı için gerçek yaşam ile matematik dünyası arasında kurulması gereken köprüler öğrenciler tarafından kurulamayabilir (Karataş ve Güven, 2010).

2.5. Problem Çözme

İnsan yaşamı boyunca sayısız problemlerle karşılaşır. Yaşamını sürdürebilmesi için bu problemlerin en azından bazılarını çözümler bulması gerekir. Hayatın bu gerçeğini temele alan yeni eğitim sisteminin hedefleri arasında, problem çözmeyi öğrenilebilen ve karşılaştığı problemlere çözümler üretebilen öğrenciler yetiştirmek vardır. Problemlere çözüm bulma çabası insanlık tarihi kadar eski olmakla birlikte bilim insanları tarafından yaklaşık yüz yıldan beri bilimsel metotlar kullanılarak açıklanmaya çalışılmaktadır (Kıray ve İlik, 2011).

Problem çözme yeteneği muhtemelen insan neslinin varlığını sürdürebilmesi için gerekli en temel yetenektir. İnsan ve toplum hayatında ne zaman, ne tür güçlüklerle karşılaşılacağı ya da ne tür ihtiyaçların doğacağı önceden bilinmediği için, çağdaş eğitim kendi kendine güçlüklerin üstesinden gelebilen insanı yetiştirmeyi hedeflemektedir. Problem çözme yetenekleri gelişmiş insan, bilgiyi etkili olarak kullanabilmektedir. Problem çözme yeteneği gelişmemiş insan, bilginin sadece taşıyıcılığını yapar (Altun, 2005). Problem çözme, bireylerin ve grubun içinde yaşadığı çevreye etkin bir şekilde uyum sağlamasına yardım eder. Bu nedenle tüm insanların yaşadıkları çevreye etkin uyum sağlayabilmeleri için problem çözmeyi öğrenmeleri gerekmektedir. Bazı problemlerin doğru cevapları veya kesin çözümleri varken bazılarının çözümleri kesin değildir. Bu problemlerin çözümü, disiplinler arası bilgiyi, çok yönlü düşünmeyi ve yaratıcılığı gerektirir (Senemoğlu, 1997). Bu nedenle gerek

ülkemizde gerekse dünyada matematik eğitimcilerinin üzerinde hemfikir olduğu görüş problem çözenin okul matematiğinin merkezinde olması görüşüdür (Baki, 2011).

Problem çözüme ağırlıklı işlenen matematik derslerinde, iki önemli ürün ortaya çıkmaktadır. İlki, öğretilen konuya özel yol, yöntem ve kuralların belirlenmesi, ikincisi ise bir kuralı ve ya stratejiyi geliştirmek için kullanılabilir düşünme yolları ve yaklaşımların belirlenmesidir. Öğrenciler problem çözerken yeni stratejiler oluşturmayı ve eski stratejileri düzenleyerek başka problemlerin çözümünde uygulamayı öğrenirler. Bu şekilde yapılan matematik öğretiminde, kavramsal ve işlemsel bilgilerin kaynaştırıldığı belirtilmektedir (Olkun ve Toluk, 2003).

Buna karşın problem çözüme matematiğin tek amacı değildir, ancak matematiğin büyük bölümünü oluşturur, çünkü bu sayede öğrenciler sistemli bir şekilde problem çözmeyi ve problem çözüme yoluyla düşüncelerini ortaya koymayı öğrenirler. Problem çözüme matematiğin içinde bağımsız bir konu değil, tüm matematik konuları ile bütünleştirilmesi gereken bir konudur. Öğrenciler problem çözüme yoluyla yeni düşünme yolları öğrenirler ve hayatta karşılaştıkları güçlükler karşısında kendilerine güven duyarlar. Bu bağlamda öğrenciler problem çözdükçe kendilerine güven kazanır, başkalarının fikirlerine saygı göstermeyi ve değer vermeyi öğrenirler. Bunlar öğrencinin çıkarımlar yapabilmesi, çıkarımları formüle edebilmesi, matematiksel argümanlar ortaya koyması için gerekli davranışlardır (NCTM, 2000).

Problem çözümede zihnin analiz etme, genelleme ve sentezleme gibi bilişsel fonksiyonları kullanılmaktadır. Problem çözüme öğrenci merkezli bir yöntem olup bilginin öğrenci tarafında yapılandırılmasını sağlar. Böylece öğrenciler; problem çözüme ile hangi bilgiye ne kadar ihtiyaç duyduklarına, bilgiye nasıl ulaşacaklarına, bilgiyi nasıl kullanacaklarına karar verirler. Problem çözüme sayesinde algılama ve akılda tutma daha uzun süreli olur. Problem çözüme üst düzey öğrenmeler (analiz, sentez ve değerlendirme) için uygundur. Ayrıca öğrencileri hayata hazırlar, öğrencinin bilgiyi kendisinin yapılandırmasına olanak verir ve öğrenmenin kalıcı olmasını sağlar (MEB, 2008).

Bu derece önemli olan problem çözme becerisinin kazanılması uzun bir süreci kapsar ve programlı bir çalışma gerektirir. Yapılan araştırmalar problem çözmenin basit işlemleri hatırlama veya iyi öğrenilmiş prosedürlerin uygulamasından daha fazlasını içerdiğini, bu yüzden matematik problemlerini çözme yeteneğinin çok uzun bir süre içerisinde yavaş bir biçimde geliştiğini göstermektedir (Lester, 1994; Yazgan ve Bintaş, 2005). Bir problemi çözmek için öncelikle o problemi anlamak ve nasıl çözeceğine karar vermek gerekmektedir. Araştırmacılar problem çözmenin bir süreç olduğunu belirtmektedirler (Bingham, 1998; Polya, 1945).

Problem çözme; genel olarak bilimsel bir konuda açık bir şekilde tasarlanan fakat hemen ulaşılamayan bir hedefe varmak için bilinçli olarak araştırma yapmaktır. Matematikte problem çözme ise, matematiğin yapısı gereği sorunun zihinsel süreçlerle gerekli bilgileri kullanarak ve işlemleri yaparak ortadan kaldırılmasıdır (Altun, 2005). Baykul (2003)'a göre matematik problemleri de dahil olmak üzere her probleme uygulanabilecek belli bir çözüm yolu yoktur. Her problem ayrı çözüm yolu gerektirir. Ancak yapılan araştırmalar doğrultusunda genel olarak matematik problemlerini çözmeye bazı adımlar olduğu sonucuna varılmıştır.

2.5.1. Herbert Simon'a Göre Problem Çözmenin Aşamaları

1. Aşama: Bu aşamada problem genel bir çerçevede ele alınır ve açık olarak tanımlanır. Birinci basamağın gerçekleştirilmesi bazen oldukça zordur. Tüm problem çevresinin çok dikkatli biçimde ayrıştırılması problemi belirleme işlemini oldukça kolaylaştırır.

2. Aşama: Probleme ilgili her türlü veri kaynakları incelenir. Kapsamlı bilgi toplanır. Bunlar basılı materyaller, ilgili kişiler, gözlemler vb. olabilir. Problemlerin çözümü, problem durumuyla ilgili gerçeklerin toplanmasını gerektirir. Bunlar, problem çözen kişinin o anda bildiği ya da o ana kadar toplayabildiği gerçeklerdir.

3. Aşama: Bu aşamada yapılması gereken "problem nasıl çözülür?" sorusuna cevap aramaktır. Probleme uygun olası çözüm yolları sıralanır. Bir problemi çözmek için farklı çözüm durumları göz önünde bulundurulur.

4. Aşama: Olası çözüm yolları probleme uygulanır. Belirlediğimiz herhangi bir yolun, kabul edilir olası çözüm olup olmadığını kanıtlamak için bu çözüm probleme uygulanır.

5. Aşama: Problem için en uygun çözüm yolu seçilir. Araştırma süreci açısından düşünülürse bu aşama bir uygulama aşamasıdır. Olası çözüm yolu test edilerek problem çözülmeye çalışılır.

6. Aşama: Tüm problem çevresinin analizi, problem-çözüm sürecinin uygulanabilmesi için, problemi çözen bireyin yeteneği hakkında pek çok bilgiyi ortaya çıkarır (Ünsal ve Ergin, 2011).

2.5.2. Bingham'a Göre Problem Çözmenin Aşamaları

- Problemi tanımak ve onunla uğraşmak gereksinimini hissetmek,
- Problemi açıklamaya, niteliğini, alanını tanımaya ve onunla ilgili ikincil problemleri kavramaya çalışmak,
- Probleme ilgili bilgileri toplamak,
- Problemin özüne uygun düşecek verileri seçmek ve düzenlemek,
- Toplanmış verilerin ve probleme ilgili bilgilerin ışığı altında çeşitli olası çözüm yollarını saptamak,
- Çözüm şekillerini değerlendirmek ve duruma uygun olanlar arasından en iyisini seçmek,
- Kararlaştırılan çözüm yolunu uygulamak,
- Kullanılan problem çözme yöntemini değerlendirmek.

Her çözüm için verilmiş olan bu aşamaların tümü kullanılmayacağı gibi, çözüm işi de aynı sıraya göre yapılamayabilir (Ünsal ve Ergin, 2011).

2.5.3. John Dewey'e Göre Problem Çözmenin Aşamaları

Dewey'e göre problem durumu kişiyi rahatsız eden bir şüphe veya belirsizlikten doğar. Dewey, problem çözme modelinin bir öğretim yöntemi olarak uygulanması esnasında izlenecek aşamaları aşağıdaki şekilde belirtmiştir (Ünsal ve Ergin, 2011).

- ❖ Problemin varlığının fark edilmesi, zorluğunun ve rahatsız ediciliğinin hissedilmesi, şüphe ve merak uyandırması: Problem çözümünün ilk aşamasında bir güçlüğü olması ve onun hissedilmesi söz konusudur. Aslında hissedilen bir güçlük yoksa bir problem de yok demektir. Bu aşamada problem tanımlanır, basit ve anlaşılır hale getirilerek problemin amacı belirlenir.
- ❖ Önceki deneyimlerin kullanılması: Kişi sahip olduğu bilgi ve deneyimlerden faydalanarak problemi çözmeye çalışır. Burada daha önce yapılan çözümlerin, hipotezleri formüle etmek için gerekli düşünce ve yaklaşımların problemin ortaya koyduğu yeni durum için kullanılması söz konusudur.
- ❖ Sınama: Belirlenmiş çözüm önerilerinin, problemi çözüp çözemeyeceğinin denendiği aşamadır. Bilinen çözüm yollarının, kurulan hipotezlerin, formüllerin problemin çözümü için yeterli olup olmadığı test edilir. Sınama doğru çözüme götürürse, hipotez doğrulandığı için bir genelleme yapılarak problemin çözümüne ulaşılır.
- ❖ Çözümün değerlendirilmesi: Çözümün geliştirilmesi, kanıtlardan yararlanarak sonuç çıkarılması ve bunların benzer problemlerin başka durumlarına uygulanması anlamına gelmektedir. İlgili çözüm yoluyla, problemin çözülmesi ya da çözülememesi durumunda gerekçelerinin açıklanmasında da büyük yarar vardır. Çünkü araştırmalarda denencelerin kabul edilmesi kadar reddedilmesi de değerli bir sonuçtur. Her problemin hemen ilk denemede çözülmesi gereklidir ya da çözülebilir gibi anlayış doğru değildir. Sınama doğru çözüme götürmezse problem durumu devam eder. Kişi geriye dönerek problemi, olası çözüm yollarını, sınama yöntemini gözden geçirir; seçtiği diğer bir hipotezi tekrar sınar.

Problem çözüme sürecinde her zaman bu adımlar sırasıyla takip edilmeyebilir. Dewey'e göre bilgiyi alma ve buluş yoluyla öğrenme karşılıklı ilişki içerisinde olan süreçlerdir. Ancak bu ikisi birlikte olursa anlamlı öğrenme gerçekleşir. Dewey'e göre kalıcı bilgiler, öğrencinin kendi gayretleri ile ortaya koyduğu, kendi ürünü olan bilgilerdir. Bu yönüyle problem çözme yöntemi ile buluş yoluyla öğretim yöntemleri arasında açık bir paralellik kurulabilir (Ünsal ve Ergin, 2011).

2.5.4. Polya'ya Göre Problem Çözmenin Aşamaları

Polya (1945), problem çözmeyi 4 temel aşamaya ayırmıştır.

- Problemi anlama,
- Bir çözüm planı yapma,
- Planı uygulama,
- Cevabı değerlendirme.

Problemi anlama: Öncelikle problem birkaç defa okunur. Problemden verilen herhangi bir bilginin altı çizilir veya o bilgi yazılır. Ardından, neyin istendiğine karar verilir. Bu aşama “hedef” olarak isimlendirilir. Bu aşamada öğrenci şu sorulara cevap arar.

- Bilinmeyen nedir?
- Problemden ne verilmiştir?
- Koşullar nelerdir?
- Problem ne hakkındadır?

Bir çözüm planı yapma: Problem çözme aşamalarının ikinci adımı problem çözme planını belirlemektir. Problem çözme planı; probleme çözüm bulmak amacıyla, bir konuya veya konu alanına bağımlı olmaksızın özgün olarak geliştirilen yöntemdir. Bu safha, problemde verilenler ile bilinmeyenler arasındaki ilişkilerin araştırıldığı safhadır. Polya'ya göre problem çözme stratejileri aşağıdaki biçimde sıralanmaktadır (Güler, 2006).

- Sistematik liste yapma: Bazı problemleri çözmek için bütün durumları göz önünde bulundurmak gerekebilir. Çözümünden önce bu durumları listelemek çözüme daha kısa sürede ulaşılmasını sağlar.
- Tahmin ve kontrol stratejisi: Problemi çözmeden önce problemin sonucu mümkün olduğunca mantıklı bir şekilde tahmin edilir ve bu tahminin doğru olup olmadığı sınanır. Tahmin edilen doğru ise problemin çözümü olur. Eğer yanlışsa, ilk tahminden yola çıkılarak ikinci bir tahmin yapılır. Doğru tahmine ulaşıncaya kadar bu deneme yanılma süreci sürdürülür. Her bir tahmin doğru yanıtı biraz daha yaklaşılmalarını sağlar.
- Şekil çizme: Bazı problemleri görselleştirmek çözümünü kolaylaştırır. Problemlerde verilenler şekil üzerinde gösterilerek buradan istenilene ulaşmaya çalışılır.
- Örüntü Arama: Bazı problemlerin özel çözümleri sıralandığında, bunların aritmetik, geometrik veya türeyiş kuralı bir örüntü oluşturduğu görülür. Burada amaç, problemi çözerken verilerin böyle bir örüntüyü oluşturup oluşturmadığı araştırmaktır. Eğer veriler bir örüntü oluşturuyorsa, bu örüntünün kuralından çözüme ulaşılır.
- Eşitlik yazma: Bazı problemlerin çözümünde eşitlik yazmak çözümü kolaylaştırır. Örneğin *5 kutunun toplam ağırlığı 30 kg ise bir kutu kaç kg dır?* Problemin çözümünde kutu yerine x yazılarak $5x=30$ eşitliği yazılır. Buradan x 'e değerler verilerek çözüme ulaşılır. Ancak bazen denenmesi gereken değer o kadar çok olur ki denemeyle problem çözülmez. Bu durumda problemi çözmek için başka stratejiler gerekebilir.
- Tahmin etme: Bazı problemlerin çözümünde, tam çözümü yerine tahmini çözüm de yeterli olur. Böyle problemlerle ilgili veriler bazen en yakın yuvarlak sayıya, bazen de alt ya da üstteki yuvarlak sayılara yuvarlanarak işlem yapılır. Yuvarlak sayılarla işlemler çoğu kez zihinden yapılır. Böylece tahmin, problemi çözmek için yeterli olmaktadır.

- Benzer basit problemlerin çözümünden faydalanma: Bazı problemlerde sayısal verilerin büyük ve bağıntıların karmaşık olması problemdeki ilişkilerin görülmesini engeller. Bu durumda daha küçük sayıları ve daha basit bir bağıntıyı içeren benzer problemin çözümünden yararlanılarak çözüme ulaşılr.
- Geriye doğru çalışma: Bazı problemlerin çözümünde, sonuçla ilgili bilgileri kullanarak geriye doğru işlem yapmak çözümü kolaylaştırır. Burada takip edilecek yol, sonuçtan hareket edilerek ve problemdeki işlemler tersine çevrilerek ilk bilgilere ulaşılır.
- Eleme: Problem çözme esnasında, çözüm için gerekli olmayan durumlar ortaya çıkabilir. Bu durumların tekrar edilmemesi için listelenerek elenmesi gerekmektedir. Aksi takdirde yapılan hatalar diğer denemelerde de tekrarlanır.
- Tablo yapma: Bazı problemlerin çözümünde, problemde verilenler ile çözüm sırasında elde edilen verileri tablolandırmak, problemde verilenler ile elde edilen veriler arasındaki ilişkilerin görülebilmesini sağlar. Bu ilişkilerden bir kural elde edilir. Bu kuraldan çözüme ulaşılır.
- Muhakeme etme: Muhakeme etme neredeyse bütün problem çözme stratejilerinin kullanıldığı durumlarda vardır. Bazı problemlerin çözümünde ise muhakeme etme dışında bir strateji kullanmak neredeyse imkansızdır. Bu strateji kullanımında, çözüme ulaşmak için doğru olan p durumundan yola çıkılarak q elde edilir, q'nun çözüm olup olmadığı ya da çözüme yaklaştırıp yaklaştırmadığına bakılır.

Bütün problemlerin çözümünde kullanılan belirli bir strateji yoktur. Ancak bazı stratejilere diğerlerine göre daha sık başvurulmakta ve bu stratejiler daha sık kullanılmaktadır. Bir problemin çözümünün değişik basamaklarında değişik stratejilere ihtiyaç duyulabilmektedir. Değişik stratejilerin öğrenilmesi, öğrencilere karşılaştıkları

değişik problemler için bir alışkanlık ve yatkınlık sağlamaktadır. Stratejileri etkili kullanabilmeleri için öğrenciler, strateji tanıtılmadan doğrudan problemle karşılaştırılmalı, alternatif yaklaşımları denemeleri için onlara fırsat verilmelidir (Güler, 2006).

Planı uygulama: İşlemi yapmak, denklemi çözmek vb. uygulama ve çözümü elde etmedir. Eğer bir strateji çalışmazsa diğer strateji denenir. Aşamanın adı “uygulama” aşamasıdır. Bu aşamada öğrenciden problemin çözümünde kullanılacak işlemleri yapması beklenmektedir.

Cevabı değerlendirme: Eğer mümkünse cevap kontrol edilmelidir. Bulunan cevap, aynı zamanda denenerek kontrol edilebilir. Cevabı kontrol etmenin diğer bir yolu da tahmin etmedir. Bu aşamaya “değerlendirme” aşaması denir. Bu aşamada öğrenciden problemin çözümünde başvurulan işlemlerin sağlamasını yapması ve sonucu tahmin edilenle karşılaştırarak sonucun doğru olup olmadığını nedenleri ile söylemesi veya yazması beklenmektedir.

2.6. Problem Kurma

Problem kurma, problem çözmeyi bir başka yönde ele almaktır ve çözülen problemdeki ilişkileri içeren bir problemin kurulması, o problemdeki ilişkilerin kavrandığını işaret eder (Altun, 2005). Problem kurma veya oluşturma, aslında verilen bir durum hakkında incelenecek veya keşfedilecek soruları ve yeni problemler üretmeyi içerir. Aynı zamanda problem çözmeye süreci boyunca problemi yeniden formüle etmeyi de içermektedir (Akay, 2006).

Araştırmalar; öğrencilerin kendi problemlerini kurduklarında, problemlerin yapısının altında yatan anlamları ve yaklaşımları fark edebildiklerini, sayı ve kavramlar arasındaki ilişkileri oluşturabildiklerini göstermektedir (Dickerson, 1999; Işık ve Kar, 2012b). Bundan dolayı öğrencilere bazı ilke ve sayılar verilerek bunlara uygun problem durumları oluşturulmalıdır (Baykul, 2003). Problem kurma, matematik öğretiminin önemli bir bileşenidir. Albayrak (2010)’a göre problem kurma ile öğrenciler çevrelerini

tanıma ve buna göre düşünme bilincini daha kolay edinirler. Öğrencilere kendi problemlerini oluşturmalarını geliştirmek için fırsatlar tanınmalıdır. Böylece öğrencilerin matematiksel durumları keşfetmesi ve muhakeme etmeyi öğrenmeleri, matematiksel fikirlerin sözlü veya yazılı olarak nasıl kullanılacağına dair deneyim kazanmaları sağlanmış olur. Problem kurmayı başarabilen öğrencilerde matematiğe karşı sempati artar, korku ve kaygı azalır ve problemleri gözlerinde büyütmezler (Altun, 2005). Problem kurma temelli bir problem çözme eğitimden geçen ilköğretim öğrencilerinin özellikle kendi oluşturdukları problemlerde geçen çözüme yönelik eksik, fazla veya gizli bilgileri saptamaları ve yazdıkları problemin mantıksallığını irdelemeleri, öğrencilerin niteliksel akıl yürütme becerilerini geliştirdiği ve buna bağlı olarak da problemi anlama başarılarını üst düzeye çıkardığı belirtilmektedir (Cankoy ve Darbaz, 2010).

Öğrencilerin düzeylerine göre ilk yıllardan itibaren verilen şekil, sayı ve işlemlerle problem kurma çalışmalarına yer vermek, öğrencinin problem çözme eğilimini ve başarısını olumlu yönde etkileyecektir (Pesen, 2006). Problem kurma etkinlikleriyle uğraşan öğrencilerin, girişken, yaratıcı ve etkin öğrenenler oldukları araştırmacılar tarafından ifade edilmektedir. Ayrıca öğrenciler, bilişsel yeteneklerine göre ilgi alanlarıyla ilgili oluşturdukları problemlerle vakit geçirme şansına sahiptirler. Araştırmalar, problem kurmanın matematik kaygısını azalttığını göstermiştir. Aynı zamanda problem kurma etkinliklerinin, öğrencilerin matematik yönündeki tutumlarını geliştirdiği ve öğrenmeleri için onlara daha fazla sorumluluk verdiği söylenmektedir (Akay, 2006; Altun 2005).

Problem kurma, problem çözme becerilerine katkı yapmanın yanında öğrencilerin kavramsal algılarını, tutumlarını ve düşünme biçimlerini de gözlemeye olanak tanınması açısından önemli bir ölçme aracı olarak da kullanılabilir (English, 1997, akt: Cankoy ve Darbaz, 2010). Ayrıca problem kurma becerisi öğrencilerin matematiksel durumların farkında olmalarına, matematiksel ifadelerin nasıl kullanılacağına dair deneyim kazanmalarına yardımcı olur (Tertemiz ve Sulak, 2011). Problem kurmada öğrencilerin karmaşık bir durum veya olay ile karşı karşıya kalması, durum veya olaydan sorumlu olma rolünü hissetmesi söz konusu olduğundan, problem

kurmayla uğraşan öğrenciler yaşamda yer alan sorunları daha kolay fark ederler ve bu sorunları eleştirel bir anlayışla çözerler. Dolayısıyla problem kurmanın bu özellikleri göz önüne alındığında, problem kurmanın öğrencilerin üzerinde önemli bir etkiye sahip olduğu sonucu ortaya çıkmaktadır (Akay, 2006; Turhan, 2011).

Ülkemizde de problem kurma, matematik dersinin önemli bir hedefi olarak kabul edilmektedir. Milli Eğitim Bakanlığı (MEB) tarafından yayınlanan Matematik Programı 6-7-8 kitabında, ilköğretim okulu matematik dersinin genel hedefleri arasında problem kurabilme yer almaktadır (MEB, 2005). Matematik öğretim programındaki önemine rağmen problem kurma, matematik eğitimi topluluğundan gereken dikkati toplayamamıştır. Çocukların hem sayısal hem de sayısal olmayan bağlamlarda kendi problemlerini yaratma yeteneği hakkında veya bu yeteneklerin problem çözmedeki yeterlikle bağlantılı olan boyutu hakkında az şey bilinmektedir. Bu konunun çok yönlü araştırılması gerektiği açıktır (Akay, 2006; Gür ve Korkmaz, 2003). Problem kurma çalışmaları ile ilgili yapılan araştırmalara bakıldığında farklı problem kurma sınıflamalarına yer verildiği görülmektedir. Silver ve Cai (1996) problem kurmayı 3 farklı matematiksel bilişsel etkinliğin uygulanabileceği bir terim olarak ifade etmişlerdir;

- a) Çözüm öncesi problem kurma: Sunulan uyarıcı durumdan problemler üretme
- b) Çözüm içinde problem kurma: Daha önceden çözülmüş bir problemi yeniden biçimlendirme
- c) Çözüm sonrası problem kurma: Yeni problemler üretmek için daha önceden çözülmüş problemlerin amaçları ya da durumlarını değiştirme

Stoyanova (2000) ise öğrencilerin problem kurma deneyimlerinin üç durumda olabileceğini belirtmiştir:

- a) Bağımsız problem kurma
- b) Yarı yapılandırılmış problem kurma
- c) Yapılandırılmış problem kurma

Bağımsız problem kurma durumunda öğrencilerden, belirlenen konu hakkında herhangi bir sınırlama olmaksızın basitçe tasarlanan ya da doğal duruma uygun problem kurmaları istenir. Bu tür problem kurma etkinliklerinde öğrenciler, okul içi ya da okul dışındaki yaşantılarından hareketle problemler oluştururlar. Yarı yapılandırılmış problem kurma durumunda, verilen bir şekli kullanarak problem oluşturma veya yarım bırakılmış bir problemde yola çıkarak problem kurma söz konusudur. Bu durumda problem kurma etkinliklerinde öğrencilere açık-uçlu durumlar verilerek bilgi, beceri ve deneyimlerinden hareketle problemler kurmaları istenir. Yapılan araştırmalarda; yarı-yapılandırılmış durumlar içerisinde, bir resim, grafik veya tablonun sunulduğu görsel temsillere, sözel açık uçlu hikayelere, verilen bir veya birkaç işlem basamağını içeren sembolik temsillere yönelik problem kurma etkinliklerine yer verildiği belirtilmektedir. (English, 1998; Işık, Işık ve Kar, 2011; Işık ve Kar, 2012b; Rizvi, 2004; Silver ve Cai, 2005; Toluk-Uçar, 2009). Yapılandırılmış problem kurma türünde ise çözümü verilen problemin oluşturulması istenir. Kısacası problem kurma etkinliklerinde, çözülen bir problemde hareketle farklı problemler kurulabileceği gibi, özel problem çözme stratejileri geliştirilerek, öğrencilerden çözümlerinde bu stratejileri kullanmayı gerektirecek problemler kurmaları da istenir (Dickerson, 1999; Işık ve Kar, 2012b; Stoyanova, 2000).

2.7. İlgili Araştırmalar

2.7.1. Problem Kurma ve Çözme ile İlgili Araştırmalar

Işık ve Kar (2012a), ilköğretim yedinci sınıf öğrencilerinin kesirlerde toplama işlemine yönelik kurdukları problemlerde karşılaşılabilecekleri olası güçlüklerin belirlenmesi amacıyla Erzurum merkezdeki yedi ilköğretim okulunun yedinci sınıflarında öğrenim gören 210 öğrenci ile bir çalışma yapmışlardır. Kesirlerde toplama işlemine yönelik beş maddeden oluşan Problem Kurma Testi(PKT)'ni veri toplama aracı olarak kullanmışlardır. Öğrencilerin kurdukları problemlerde; toplanan ikinci kesri bütünü kalanı üzerinden ifade etme, parça-bütün ilişkisini kuramama, işlem sonucuna doğal sayı anlamı yükleme, birim kargaşası, toplanan kesir sayılarına doğal sayı anlamı yükleme, işlemi soru köküne yansıtamama ve tamsayı kesirlerin tam kısımlarına anlam

yükleyememe şeklinde yedi güçlük tespit etmişlerdir. En fazla güçlüğün sonucun tamsayı kesir olduğu iki basit kesrin toplamına, en az güçlüğün ise sonucun basit kesir olduğu iki basit kesrin toplamına yönelik problem kurmada olduğunu tespit etmişlerdir.

Işık (2011) ise öğretmen adaylarının kesirlerde çarpma ve bölmeye yönelik kurdukları problemlerin kavramsal analizinin yapılması amacıyla İlköğretim Matematik Öğretmenliği Anabilim dalında öğrenim gören 127 öğretmen adayı ile bir çalışma yapmıştır. Çalışmada deneysel olmayan araştırma desenlerinden betimsel araştırma yöntemini kullanmıştır. Veri toplama aracı olarak sekiz maddeden oluşan problem kurma testi kullanmıştır. Araştırma sonucunda öğretmen adaylarının tam sayılı kesirlerde çarpma ve iki kesrin bölümüne yönelik olarak işlem ve kesir sayılarına anlam yüklemekte eksikliklerinin olduğunu ortaya çıkarmıştır.

Benzer şekilde Zembat (2007) öğretmen adaylarının kesirlerde işlemleri yorumlarken kavramsal anlamlardan nelere, nasıl odaklandıklarını incelemiştir. 2004-2005 ve 2005-2006 akademik yıllarında Türkiye'nin Orta Anadolu Bölgesi'ndeki bir büyükşehir üniversitesinde sınıf öğretmenliğinde kayıtlı bulunan 153 tane son sınıf öğrencisi sınıf öğretmeni adayına dönemin başladığı ilk derslerde açık uçlu sorulardan oluşan bir yazılı sınav uygulamıştır. Uygulamada sorulan sorulardan birisi kesirlerde bölme işlemiyle ilgili olup “ $2\frac{1}{2} \div \frac{3}{4}$ işlemi ile modelleneyen (veya çözülebilen) sözel bir problem yazınız” şeklindedir. Zembat (2007) bu sorunun, klasik anlamdaki işlem sonucuna yönelik sorulardan farklı olup kesirler ve bölme kavramlarını analiz etmeyi gerektirdiği için adayların bilgilerini ve nasıl akıl yürüttüklerini ortaya çıkarmakta etkili olduğunu belirtmektedir. Sonuç olarak da öğretmen adaylarının anlam bakımından kesirler, bölme ve birimlerle ilgili bir çok kavramda eksikliğini olduğunu tespit etmiştir.

Ek olarak Korkmaz ve Gür (2006) tarafından, ilköğretim matematik öğretmenliği ve sınıf öğretmenliği bölümlerinde okuyan öğretmen adaylarının problem kurma becerileri üzerine yapılan deneysel çalışmada, öğretmen adaylarının problem kurma sürecinde karşılaştıkları güçlükler gözlenmiş, başarı durumları karşılaştırılmış ve kullanılan yöntemin etkililiği incelenmiştir. Çalışma sonucunda öğretmen adaylarından

oluşan kontrol ve deney gruplarının problem kurma becerisi puan ortalamaları arasında deney gruplarının lehine anlamlı bir fark bulunmuştur. Araştırmanın sonucunda öğretmen adaylarının büyük bir çoğunluğunun bir problem kurulurken kullanılması gereken ifadeleri uygulama sırasında kullanamadıkları görülmüştür. Sınıf öğretmeni adaylarının genel olarak dört işlem içeren problemler kurarken matematik öğretmeni adaylarının birbirine benzer problemler oluşturdukları ve yaratıcı problem kurma beklentisini yerine getiremedikleri sonucuna ulaşılmıştır.

Ayrıca Işık ve Kar (2012b), sınıf öğretmeni adaylarının yarı yapılandırılmış durumlar üzerinden problem kurma becerilerinin belirlenmesi amacıyla bir üniversitenin Sınıf Öğretmenliği Programı son sınıfında öğrenim gören 114 öğretmen adayı ile bir araştırma yapmışlardır. Problem Kurma Testini yarı-yapılandırılmış problem kurma etkinlikleri içerisinde yer alan açık-uçlu durumlara yönelik iki, sembolik temsillere yönelik bir problem kurma maddesinden oluşturmuşlardır. Çalışmada adayların, yarı-yapılandırılmış durumlara yönelik farklı problemler kurabilme sayılarının düşük olduğu sonucuna varmışlardır. Adayların özellikle kalanlı bölme işlemine yönelik farklı problemler kurmada daha fazla zorlandıklarını tespit etmişlerdir. Bunun yanı sıra kurulan problemlerin soru kökleri dikkate alındığında, farklı matematiksel kavramlar ile verilen ifadeleri ilişkilendiren problem çeşitlerinin sınırlı olduğu ve basit hesaplamalar ile çözülebilecek problemlerin daha fazla tercih edildiğini tespit etmişlerdir.

Akay (2006) ise “problem kurma yaklaşımı ile yapılan matematik öğretiminin öğrencilerin akademik başarısı, problem çözme becerisi ve yaratıcılıkları üzerindeki etkisinin incelenmesi” adlı doktora çalışmasında, Ankara’da bulunan bir devlet üniversitesinin eğitim fakültesi fen bilgisi öğretmenliği 1. Sınıf öğrencilerinden 79 kişi ile deneysel bir araştırma yapmıştır. Araştırma sonucunda, deney grubu öğrencilerinin son test akademik başarı puan ortalamasının, kontrol grubu öğrencilerinin akademik başarı puan ortalamasına göre deney grubu lehine anlamlı olduğunu tespit etmiştir. Araştırmanın sonucunda, problem kurma yaklaşımının öğrencilerin akademik başarılarını ve problem çözme becerilerini pozitif yönde anlamlı düzeyde etkilediğini ortaya çıkarmıştır.

Benzer şekilde, Fidan (2008) yüksek lisans tez çalışması için yaptığı deneysel çalışmada, ilköğretim 5. sınıfta problem kurma çalışmaları yapılmasının, öğrencilerin problem çözme başarısı üzerindeki etkisini incelemiştir. Ayrıca çalışmada, problem kurma çalışmalarının Polya'nın problem çözme adımlarındaki (problemi anlama, plan yapma, planı uygulama, kontrol) başarıya etkisini de araştırmıştır. Araştırmada problem çözme ve kurma çalışmaları etkinliklerle, toplam 10 hafta deney grubu öğrencilerine uygulanırken, kontrol grubuna ise deney grubuna uygulanan problemler çözdürülmüştür. Araştırma sonucunda deney grubu öğrencilerinin başarılarındaki artışın kontrol grubu öğrencilerine göre daha yüksek olduğu görülmüştür. Polya'nın problem çözme adımlarındaki erişilerinin karşılaştırılmasında ise gruplar arasında bir farklılık görülmemiştir. Sonuç olarak, problem çözme ve kurma çalışmaları yapılmasının, öğrencilerin problem çözme başarılarını olumlu yönde etkilediği sonucuna varılmıştır.

Ayrıca Şen (2008)'in çalışmasında, öğrencilere benzer çalışma kağıtları üzerinden problemler örnek olarak çözüldükten sonra onların yeni problemlerle karşılaştıkları zaman benzer modeller oluşturup oluşturmayacakları araştırılmıştır. İki aşamadan oluşan anketin ilk aşamasında öğrencilerden açık uçlu sorulara yazılı olarak cevap vermeleri istenmiştir. Sonraki aşamada ise rastgele seçilmiş öğrencilerle yarı yapılandırılmış mülakat yapılmıştır. Anket; lise öğrencileri ve sınıf öğretmenliği bölümünde son sınıftaki öğrencilere uygulanmıştır. Elde edilen verilere göre öğrencilerin hem anket sorularına ve hem de mülakatlara verdikleri cevapların analizinden sonra problemi bir an önce sonuçlandırma telaşı içinde oldukları görülmüştür. Öğrencilerin fizik problemleriyle karşılaştıklarında, resimsel modeli ve fiziksel modeli atlayarak matematiksel modele geçtikleri yani problemde verilen rakamlarla işlem yaparak sonuca ulaşma gayreti içerisinde oldukları görülmüştür.

Bunar (2011), “altıncı sınıf öğrencilerinin kümeler, kesirler ve dört işlem konularında problem kurma ve çözme becerileri” adlı yüksek lisans tez çalışmasında, altıncı sınıf öğrencilerinin matematik dersinde problem kurma ve çözme becerilerini belirlemiştir. Ayrıca, cinsiyet, aile desteği, öğretmen desteği, haftalık ders çalışma saati, ders notu vb. gibi değişkenlerin öğrencilerin problem kurma ve çözme becerilerine etkilerini de incelemiştir. Çalışmada nitel ve nicel araştırma yöntemleri kullanılmıştır.

Araştırmanın sonunda, öğrencilerin büyük çoğunluğunun problem kurmada başarılı oldukları tespit edilmiştir. Öğrencilerin en başarılı olduğu problem kurma türü “verilen bilgileri (şekil, cümle, sayı, vb) kullanarak problem kurma” olarak ortaya çıkmıştır. Bunu sırayla “eksik bilgileri tamamlayıp yeniden problem kurma” ve “fazla bilgileri çıkarıp yeniden problem kurma” daki öğrenci başarıları izlemiştir. Fakat öğrencilerin aynı başarıyı problem çözmeye gösteremedikleri ortaya çıkmıştır. Ayrıca, problem kurmada sadece cinsiyet değişkeninin etkisi daha fazlayken, çözmeye öğretmen desteği, matematik ders notu, haftalık ders çalışma saati, matematikte kendini değerlendirme, matematikte zorlanma, aile desteği değişkenlerinin etkisi daha fazla olarak tespit edilmiştir. Her ikisinde de eşit derecede etkili olan değişken olarak “matematik sevgisi” değişkeni bulunmuştur.

Turhan (2011), problem kurma yaklaşımı ile gerçekleştirilen matematik öğretiminin ilköğretim altıncı sınıf öğrencilerinin problem çözüme başarıları, problem kurma becerileri ve matematiğe yönelik görüşlerine etkisinin incelenmesi amacıyla bir ilköğretim okulunda, 40 öğrenciden oluşan iki grup üzerinde gerçekleştirdiği çalışmada ön test-son test kontrol gruplu deneysel model kullanmıştır. Her iki gruba da ondalık kesirler ilgili “Problem Çözme Başarı Testi” ile “Problem Kurma Beceri Testi”, öğretim uygulamasından önce ön test, öğretim uygulamasından sonra ise son test olarak uygulamıştır. Ayrıca deney grubu öğrencileriyle, “Matematiğe Yönelik Görüşme Formu” kullanılarak yarı-yapılandırılmış görüşmeler yapmıştır. Araştırma sonunda deney ve kontrol grubunda yer alan öğrencilerin Problem Çözme Başarı Testi son test puan ortalamalarının, ön test puan ortalamalarından anlamlı düzeyde yüksek olduğunu tespit etmiştir. Problem çözüme başarısına yönelik olarak, deney ve kontrol grubu son test grupları arasında anlamlı bir farklılık olmadığını belirtmiştir. Deney grubunda yer alan öğrencilerin Problem Kurma Beceri Testi son test puan ortalamalarının, ön test puan ortalamalarından anlamlı düzeyde yüksek olduğunu belirterek, kontrol grubunda yer alan öğrencilerin son test puan ortalamalarının, ön test puan ortalamaları arasındaki farkın anlamlı düzeyde olmadığını belirlemiştir. Problem kurma becerisine yönelik olarak deney ve kontrol grubu son test puanları arasında anlamlı bir farklılık belirlemiştir. Ayrıca deney grubunda yer alan öğrencilerin matematiğe yönelik görüşlerinde olumlu yönde farklılıklar olduğunu belirlemiştir.

Ayrıca Çelik (2010), “İlköğretim öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerileri ile oran-orantı problemlerini kurma becerileri arasındaki ilişki” adlı yüksek lisans tez çalışmasında, ilköğretim yedinci ve sekizinci sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerileri ile problem kurma becerileri arasındaki ilişkiyi incelemiştir. Veri analizi için betimsel istatistik yöntemleri (frekans, yüzde hesabı) ve ki-kare testi kullanmıştır. Problem kurma testine verilen yanıtları ise üç ölçüte göre incelemiştir. Her bir yanıtı, çözülebilir olma, orantısal akıl yürütme gerektiren bir problem olma ve problem yönergesine uygun veri ve orantı turunu içerme ölçütlerine göre değerlendirmiştir. Problem kurma becerisine yönelik incelemelerde öğrenciler tarafından oluşturulan problemlerin yarısından fazlasının (%51) orantısal akıl yürütme gerektirmeyen problemler olduğunu bulmuştur. Yanıtların yaklaşık dörtte birinin ise çözülemez nitelikte veya problem yönergesinde verilen orantı türünü içermediğini tespit etmiştir. Yanıtların sadece yaklaşık dörtte birinin problem yönergelerinde verilen veriye uygun orantı türünde ve çözülebilir niteliğe sahip oran-orantı problemi olduğunu saptamıştır. Sonuç olarak orantısal akıl yürütme becerisi ile problem kurma becerisi arasında istatistiksel olarak anlamlı bir ilişki olduğunu tespit etmiştir. Ayrıca orantısal akıl yürütme becerisi bakımından yetersiz düzeyde olan öğrencilerin çoğunun tüm kriterleri sağlayan oran-orantı problemi kuramadıkları sonucuna varmıştır. Buna karşılık yüksek düzeyde orantısal akıl yürütme becerisine sahip öğrencilerin orantısal akıl yürütme gerektiren problem kurmada daha başarılı olduklarını tespit etmiştir.

Işık ve Kar (2012c), ilköğretim matematik öğretmenlerinin, problem kurmaya yönelik görüşlerinin ortaya konulması amacıyla Erzurum il merkezinde görev yapan 6 ilköğretim matematik öğretmeni ile 2010- 2011 eğitim-öğretim yılı ikinci döneminde bir araştırma yapmışlardır. Araştırmada verileri, problem kurmaya yönelik hazırlanan görüşme formu kullanarak toplamışlardır. Elde ettikleri verileri, içerik analiz türleri içerisinde yer alan kategorisel analiz tekniği kullanarak çözümlenmişlerdir. Araştırmada, öğretmenlerin problem kurmaya yönelik genel olarak olumlu görüşlere sahip oldukları, geometri dışındaki diğer öğrenme alanlarında problem kurma etkinliklerine yer verdikleri sonucuna ulaşmışlardır. Ayrıca öğretmenlerin ders sürecinde genel olarak yapılandırılmış ve yarı-yapılandırılmış problem kurma etkinliklerine yer verdikleri, buna karşın serbest problem kurma etkinlikleri yaptırmadıklarını tespit etmişlerdir.

Kılıç (2011), problem kurma çalışmalarına İlköğretim Matematik Dersi (1-5 sınıflar) Öğretim Programında nasıl yer verildiğinin araştırılması amacıyla bir çalışma yapmıştır. Bu çalışmada verileri, doküman analiz tekniği yardımıyla toplamıştır. Araştırmadan elde edilen sonuçlara bakıldığında, problem kurma çalışmalarına sayılar ve ölçme öğrenme alanlarında yer verilirken, geometri ve veri öğrenme alanlarında yer verilmediğini tespit etmiştir. Problem kurma ile ilgili olarak kazanım sayısının birinci sınıftan beşinci sınıfa doğru bir artış gösterdiğini tespit etmiştir. Programda problem kurma ile ilgili kazanımlara ait örnek ve açıklamaların ise bazı alt öğrenme alanlarında yer aldığı, bazılarında ise yer almadığı sonucuna varmıştır. Problem kurma çalışmalarından ise ağırlıklı olarak serbest problem kurma çalışmalarına yer verildiği, bunun yanı sıra, az da olsa yarı-yapılandırılmış problem kurma çalışmalarına da yer verildiğini belirlemiştir.

Dursun (2010), ülkemizde değişen eğitim programlarında ve ona paralel olarak değişen ve yenilenen ders kitaplarında bireye kazandırılması önemli olan problem kurma stratejilerine ne kadar yer verildiğini tespit etmek amacıyla “ilköğretim 4., 5. ve 6. sınıf matematik ders kitaplarının problem kurma etkinliği bakımından incelenmesi” adlı yüksek lisans tez çalışmasında tarama modeline dayalı, belgesel tarama yolu ile yapılandırılmış nitel bir araştırma yapmıştır. Araştırmanın evrenini; matematik ders kitapları oluşturmaktadır. Çalışma grubunu ise; ilköğretim matematik IV, ilköğretim matematik V ve ilköğretim matematik VI ders kitaplarından oluşturmuştur. Araştırmanın sonucunda ülkemizde pek uygulanamayan bu stratejinin ders kitaplarında da henüz istenilen yaygınlığa ulaşmadığı, ancak daha önceki ders kitaplarına oranla daha fazla yer verildiği tespit edilmiştir.

Benzer şekilde Dede ve Yaman (2005) tarafından yapılan çalışmada, ilköğretim matematik ve fen bilgisi ders kitaplarında problem çözme ve problem kurma etkinliklerine ne kadar yer verildiği belirlenmeye çalışılmıştır. Araştırma sonucunda, fen bilgisi ve matematik ders kitaplarında, problem çözme ve problem kurma etkinliklerine yeterli düzeyde yer verilmediği belirlenmiştir. Bunun yanında fen bilgisi ders kitaplarında matematik ders kitaplarına göre problem kurma ve problem çözme etkinliklerine daha çok yer verildiği de tespit edilmiştir.

Özarlan (2010), “İlköğretim 7. Sınıf öğrencilerinin cebirsel sözel problemleri denklem kurma yoluyla çözme becerilerinin incelenmesi” adlı yüksek lisans tez çalışmasında, 2005 ilköğretim matematik programının cebir konusuyla ilgili yer alan kazanımları doğrultusunda; ilköğretim 7. sınıf öğrencilerinin cebirsel sözel problemleri çözerken, probleme uygun denklemi yazabilme becerilerini ve yazılan denklemi çözerek sonuca ulaşmalarındaki başarı düzeylerini belirlemenin yanı sıra bu problemleri çözerken yapılan hataları belirlemiştir. Sonuç olarak öğrencilerin cebirsel sözel problemlere denklem kurma ve kurdukları denklemi çözme başarılarının düşük olduğunu göstermiştir. Ayrıca 7. sınıf öğrencilerinin problem durumuna uygun denklem kurarken ve kurulan denklemi çözerken bazı hata türlerine sahip olduklarını belirlemiştir.

Ayrıca Albayrak, İpek ve Işık (2006) Temel işlem becerilerinin kazandırılması sürecinde öğretmenlerin problem kurma-çözme çalışmalarına ne ölçüde yer verdiklerini belirleyebilmek ve öğretmen adaylarının bu konudaki becerilerini ortaya koymak amacıyla, “Temel işlem becerilerinin öğretiminde problem kurma-çözme çalışmaları” adlı çalışmayı yapmışlardır. Araştırma sonucunda çıkarılan bulgulardan öğretmen adaylarının bu konuda yeterli düzeyde eğitilmedikleri, hizmet içi dönemdeki öğretmenlerin de bu süreçte yetersiz kaldıkları araştırmacılar tarafından saptanmıştır.

Soylu ve Soylu (2006), öğrencilerin problem çözmedeki güçlüklerinin ve hatalarının tespit etmek amacıyla 13 ikinci sınıf öğrencisine 10 alıştırmaya testi ve aynı işlemi gerektiren 10 sözel problemlik test uygulamıştır. Ayrıca bu 13 öğrenciyi 6 hafta boyunca takip ederek öğrencilerin bu süre zarfında; testlerde sorulan sorulara vermiş oldukları cevaplardan ve öğrencilerin derste izlenmesi esnasında öğrencilerle yapılan mülakatlardan veriler toplamıştır. Sonuç olarak da toplama-çıkarma-çarpma ile ilgili işlemsel bilgileri gerektiren alıştırmalarda öğrencilerin zorluk yaşamadıklarını buna rağmen kavramsal ve işlemsel bilgileri gerektiren problemlerde zorluk yaşadıklarını tespit etmişlerdir.

Aladağ (2009), ilköğretim ikinci kademe öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerisi gerektiren problemler ile orantısal akıl yürütme problemleri gibi gözükken ancak

gerçekçi cevap gerektiren problemleri çözme düzeyleri, bu problemlerin çözümlerinde kullandıkları stratejiler ve sınıf seviyelerine (6., 7. ve 8. sınıf) göre farklılık olup olmadığını incelemiştir. Araştırmanın örneklemini 2008-2009 eğitim-öğretim yılı Milli Eğitim Bakanlığı'na bağlı resmi ilköğretim okullarının 6., 7. ve 8. sınıflarında okuyan öğrenciler arasından tesadüfi örnekleme yöntemiyle seçilen 570 öğrenci oluşturmaktadır. Araştırma için veri toplama aracı olarak orantısal akıl yürütme problemleri ile gerçekçi cevap gerektiren problemleri içeren problem testi uygulamıştır. Öğrencilerin gerçekçi cevap gerektiren problem durumlarını nasıl yorumladıklarını ve bu problemleri çözme sırasındaki düşüncelerini belirlemek amacıyla her bir sınıf düzeyinden 10 öğrenci olmak üzere toplam 30 öğrenci ile görüşme yapmıştır. Sonuç olarak öğrencilerin orantısal akıl yürütme gerektiren problemlerde gerçekçi cevap gerektiren problemlere göre daha başarılı olduklarını tespit etmiştir. Ayrıca öğrencilerin matematikle gerçek hayat durumları arasında ilişki kurmakta zorlandıkları sonucuna varmıştır.

Dickerson (1999), öğrencilerin cebir konusunda öğrenme biçimleri, matematik tutumları ve matematik başarıları arasındaki ilişkiyi incelemek amacıyla deneysel bir çalışma yapmıştır. Deney grubundaki öğrencilere cebir konusunu problem kurma etkinlikleri ile vermiştir. Çalışmanın sonucunda deney grubundaki öğrencilerin soyut kavramları öğrenme biçimindeki başarı düzeylerinin kontrol grubundaki öğrencilere göre daha düşük düzeyde olduğu sonucuna varmıştır. Her iki gruptaki öğrencilerin başlangıçtaki matematik tutumlarının onların ders esnasındaki başarı kazanımları üzerine bir etkisi olmadığını tespit etmiştir. Deney ve kontrol grubundaki somut öğrenme biçimine sahip öğrencilerin kendilerine olan güvenlerinin arttığını bulmuştur. Kontrol grubundaki soyut kavramsallaştırma biçimine sahip öğrencilerin matematik öğreniminde kendilerine olan güvenlerinin arttığını buna karşın deney grubunda aynı öğrenme stiline sahip öğrencilerin kendilerine olan güven duygusunda önemli bir değişiklik olmadığı sonucuna varmıştır.

Cai (2003), Singapur'daki başarı düzeyi farklı okullarda öğrenim gören dördüncü, beşinci ve altıncı sınıf öğrencilerinin problem çözme ve problem kurmadaki matematiksel düşüncelerini belirlemek amacıyla 155 dördüncü sınıf öğrencisi, 167

beşinci sınıf öğrencisi ve 150 altıncı sınıf öğrencisi ile bir çalışma yapmıştır. Araştırmanın sonucunda dördüncü, beşinci ve altıncı sınıf öğrencilerinin problem çözerken uygun çözüm stratejilerini seçebildiklerini ve problem çözme sürecinde uygun temsiller kullanarak çözümlerine uygun açıklamalar yapabildiklerini tespit etmiştir. Ayrıca birçok öğrencinin şekil ve örüntüleri kullanarak problem kurabildikleri sonucuna ulaşmıştır. Ek olarak problem kurma ve problem çözmeye beşinci sınıf öğrencilerinin dördüncü sınıf öğrencilerine göre daha başarılı olduklarını, buna karşın beşinci ve altıncı sınıf öğrencilerinin başarı düzeylerinin benzerlik gösterdiğini tespit etmiştir.

Pugalee (2001), öğrencilerin matematiksel problem çözme sürecinde ne yaptığının farkında olma davranışlarını ortaya koymada onların yazılı cevaplarından ne ölçüde yararlanılabileceğini araştırmıştır. 20 tane lise 1 öğrencisine 6 problem ve her bir soru için yaklaşık 10 dakika süre verilmiş, problemi çözerken akıllarına gelen her şeyi not etmeleri istenmiştir. Öğrenci davranışlarını probleme odaklanma, verileri organize etme, işlemleri yapma ve sonuçları anlamlandırma şeklinde ele almış ve bu öğrencilerin yazılı çözümlerinde bu safhaların her birini incelemiştir. Problem çözme ile ilgili öğrenci yazılarının bilişsel süreci açıklamada önemli ipuçları verdiği, yazılarından öğrencilerin nasıl öğrendiklerinin, nasıl düşündüklerinin anlaşılabilirliğini ortaya koymuştur.

2.7.2. Kesirlerle İlgili Araştırmalar

Akan-Sağsöz (2008), kesirler konusunun (kavram, işlem, uygulama) öğretimini geleneksel yöntemlere ilaveten OEDP (Origami Etkinlikleri ile Desteklenen Program) kullanılarak gerçekleştirdiği çalışmasında deneysel bir yöntem kullanmıştır. Örneklem olarak bir ilköğretim Okulunda okuyan 6. sınıflardan biri deney öteki kontrol grubu olarak kabul edilmiştir. Deney grubu öğrencilerine kesirler konusu geleneksel yöntemle ilave OEDP yardımıyla anlatılmıştır. Kontrol grubu öğrencilerine aynı konu geleneksel yöntemlerle anlatılmıştır. Konu anlatımından sonra son test çalışması ile gruplar arasında oluşan fark ölçülmüştür. Verilerin analizinde (χ^2) ki-kare (chi-square) tekniği kullanılarak gruplar arasındaki farklılığın anlamlı olup olmadığına bakılmıştır. Sonuç olarak geleneksel yöntemle ilave olarak uygulanan OEDP sayesinde deney grubu

öğrencilerinin kontrol grubu öğrencilerine göre kesirlerin öğretiminde daha başarılı oldukları tespit edilmiştir.

Ayrıca Özdemir (2009), kavram haritaları destekli eğitiminin öğrencilerin matematik dersindeki başarısı üzerindeki etkilerini incelemek amacıyla bir ilköğretim okulunun 6. sınıfında okuyan 71 öğrenciye deneysel bir çalışma yapmıştır. Çalışmada İlköğretim 6. sınıf şubelerinden bir sınıf deney, bir sınıf kontrol grubu olarak belirlenmiştir. Oluşturulan kontrol ve deney gruplarının denk olduğu yapılan başarı ön testi sonuçlarından görülmüştür. Çalışma 6 hafta süresince devam etmiş olup kontrol grubuna geleneksel öğretim yöntemi ile deney grubuna ise kavram haritası destekli öğretim yöntemi ile ders yapılmıştır. Araştırmada veri toplama aracı olarak, Başarı Testi kullanılmıştır. Hipotezlerin değerlendirilmesi için t-Testi kullanılmıştır. Yapılan istatistiksel analizlerde deney ve kontrol gruplarının başarı son testi puanları arasında deney grubu lehine anlamlı bir farkın ortaya çıktığı görülmüştür.

Ek olarak Aydın, Şahin ve Uysal (2012), ilköğretim 6. sınıf matematik dersine ilişkin “kesirler” konusunun öğretiminde 4MAT öğrenme stili modelinin akademik başarı ve kalıcılığa etkisinin incelenmesi amacıyla, bir ilköğretim okulunda deney grubunda 29 ve kontrol grubunda 29 öğrenci olmak üzere, toplam 58 öğrenci ile deneysel bir çalışma yapmıştır. Deney grubuna 4MAT öğrenme stili modeline uygun öğrenme-öğretme etkinlikleri düzenlemiştir. Kontrol grubuna ise geleneksel öğretime uygun etkinlikler düzenlemiştir. Veri toplama aracı olarak 25 maddelik başarı testi, gruplara öğretimleri öncesinde ön-test, 8 ders saatlik öğretim sonrasında son-test, son-testten 1 ay sonra ise kalıcılık testi olarak uygulamıştır. 4MAT öğrenme stili modeline dayalı öğretim gören deney grubunun akademik başarısının, geleneksel öğretim gören kontrol grubunun akademik başarısından daha fazla arttığı sonucuna varmıştır. Kalıcılık üzerinde, 4MAT öğrenme stili modeline dayalı öğretimin geleneksel öğretime göre daha etkili olduğunu tespit etmiştir.

Kocaoğlu ve Yenilmez (2010) ise ilköğretim beşinci sınıfta okuyan öğrencilerin kesir problemlerinde yaptıkları hatalar ve kavram yanlışlarını belirlemek amacıyla, bir ilköğretim okulunda beşinci sınıfta okuyan 6 öğrenci ile bir çalışma yapmışlardır.

Çalışmadaki öğrencileri başarı düzeylerine göre ve her başarı düzeyinde bir kız ve bir erkek öğrenci olacak şekilde seçmişlerdir. Verilerin toplanması aşamasında, öğrencilerin kesir problemlerinde yaptıkları hatalar ve kavram yanlışlarını belirlemek için yarı yapılandırılmış görüşme tekniğini uygulamışlardır. Elde edilen verilerin çözümlenmesinde içerik analizinden yararlanmışlardır. Araştırma sonucunda; öğrencilerin kesir problemleri ile ilgili bazı hata ve kavram yanlışlarına sahip olduğu sonucuna varmışlardır.

Soylu ve Soylu (2005), kesirlerde sıralama, toplama, çıkarma, çarpma ve kesir problemlerindeki öğrencilerin öğrenme güçlüklerinin tespit etmek amacıyla bir ilköğretim okulunda öğrenim gören 56 beşinci sınıf öğrencisi ile araştırma yapmışlardır. Araştırmada verilerin test edilmesine yönelik olarak frekans kullanılmıştır. Elde edilen sonuçlara göre, kesirlerde sıralama, toplama, çıkarma, çarpma ve kesir problemleri ile ilgili kavramların, tanımlarının ve formüllerinin öğrenilmesinde ve işlemsel bilgilerde öğrencilerin zorluk yaşamadıkları buna karşın ezberledikleri tanımların ve kavramların uygulamalarında zorluk yaşadıkları sonucuna varılmıştır.

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

3. YÖNTEM

Bu bölümde araştırma modeli, örneklem, veri toplama araçları, verilerin toplanması ve analizi ile ilgili açıklamalar yer almaktadır.

3.1. Araştırmanın Modeli

Bu araştırma, ilköğretim 6. sınıf öğrencilerinin kesirlerde toplama işlemine yönelik problem kurma, problem çözme ve işlemsel becerilerini belirlemenin yanı sıra problemleri çözerken veya problem kurarken yapılabilecek olası hataların belirlenmesine yönelik, nicel ve nitel tekniklerden oluşan karma bir yöntemin kullanıldığı tarama modelinde betimsel bir araştırmadır. Tarama modeli, geçmişte ya da o anda var olan bir durumu var olduğu şekliyle betimlemeyi amaçlayan araştırma yaklaşımıdır. Araştırmaya konu olan her neyse onları değiştirme ve etkileme çabası yoktur, bu modelde bilinmek istenen şey açıktır. Amaç değiştirmeye kalkmadan gözlemlemektir (Karasar, 2007).

Araştırma üç aşamada gerçekleştirilmiştir. Araştırmanın ilk aşamasında kesirlerde toplama işlemine yönelik araştırmacı tarafından hazırlanan problem kurma testi[PKT], problem çözme testi[PÇT] ve işlemsel beceri testi[İBT] belirlenen örnekleme uygulanmıştır. Bu aşamada nicel veriler toplanarak istatistiksel analiz yapılmıştır. Araştırmanın ikinci aşaması için öğrenci cevap kağıtları incelenip öğrencilerin hatalı cevapları belirlenerek, bu cevaplardan yaptıkları hata türlerini belirlemeye yönelik nitel veriler elde edilmiştir. Araştırmanın üçüncü aşamasında ise öğrencilerin verdikleri yanıtlar incelendikten sonra PKT'de en fazla yapılan hatalarla ilgili öğrencilerle görüşme yapılmıştır.

3.2. Evren ve Örneklem

Araştırmanın evrenini 2011-2012 eğitim öğretim yılı Erzurum İli Palandöken İlçesindeki ilköğretim okullarında 6. Sınıfa devam eden öğrenciler oluşturmaktadır. Araştırmanın örneklemini ise 2011-2012 eğitim öğretim yılı Erzurum İli Palandöken İlçesi Barbaros Hayrettin Paşa ve Polis Amca İlköğretim Okullarında öğrenim gören 6. sınıf öğrencileri oluşturmaktadır. Örnekleme oluşturan öğrencilerin 147'si Barbaros Hayrettin Paşa İlköğretim Okulunda 136'sı ise Polis Amca İlköğretim Okulunda öğrenim görmektedirler.

Bu araştırmada, amaçlı örneklem yöntemlerinden “maksimum çeşitleme” kullanılmıştır. Yıldırım ve Şimşek (2011)'e göre, maksimum çeşitlemede amaç görelilik olarak küçük bir örneklem oluşturmak ve bu örnekleme çalışılan probleme taraf olabilecek bireylerin çeşitliliğini maksimum derecede yansıtmaktır. Patton (1987)'un belirttiği gibi maksimum çeşitlilik için küçük bir örneklem oluşturmanın iki yararı vardır: (1) her durumun kendine özgü ayrıntılı bir biçimde tanımlanması, (2) farklı durumlar arasında ortaya çıkan ortak temalar ve bunların değerinin ortaya çıkarılması(akt: Yıldırım ve Şimşek 2011). PKT'den alınan yanıtlar ayrıntılı bir şekilde incelenmiş ve her soruya verilen yanıtlara ilişkin hata kategorileri belirlenmiştir. En fazla yapılan hatalara yönelik 8 öğrenci ile yarı yapılandırılmış mülakat yapılmıştır.

Uygulama okullarının seçimi, öğretmenlerin çalışmaya istekliliği, öğrencilerin matematik başarı düzeyleri, cinsiyetleri, sosyo-ekonomik düzeyleri dikkate alınarak yapılmıştır. Bu bakımdan uygulamadan bir aksaklıkla karşılaşılması için çalışmada en uygun okulların Barbaros Hayrettin Paşa ve Polis Amca İlköğretim Okulları olduğuna karar verilmiştir.

3.3. Veri Toplama Araçları

3.3.1. Problem Kurma, Problem Çözme ve İşlemsel Beceri Testleri

Veri toplama araçlarının geliştirilmesinde, kesirlerde toplama işlemi ile ilgili problem kurma problem çözme ve işlemsel becerilerinin ürünlerini belirlemek amaçlanmıştır. Dolayısıyla, veri toplama araçlarının hazırlanmasında konunun üç boyutuna yönelik açık uçlu sorulardan oluşmuş PKT ve PÇT hazırlanmıştır. Her iki testte 10' ar sorudan toplamda 20 soru vardır. PKT ve PÇT uygulandıktan sonra PKT'de bulunan sorulardan İBT oluşturulmuştur. Testlerde bulunan sorular kesirlerde toplama işlemi ile ilgili MEB kılavuz kitabında bulunan kazanımlar dikkate alınarak araştırmacı tarafından geliştirilmiştir. Veri toplamadan önce sorular alanında uzman kişiler tarafından içerik ve öğrenci düzeyine uygunluğu açısından incelenmiştir. Daha sonra araştırmacı tarafından bir ilköğretim okulunda pilot denemesi yapılarak, öğrenci görüşleri doğrultusunda tekrar gözden geçirilerek testlere son hali verilmiştir.

3.3.2. Mülakat

Araştırmanın temel veri toplama kaynağını, kesirlerde toplama işlemi ile ilgili PKT, PÇT ve İBT oluşturmaktadır. Bununla birlikte kesirlerde toplama işlemi ile ilgili problem kurma testinde öğrencilerin yaptıkları hataların nedenlerini ortaya çıkarmak için örnekleme bulunan 8 öğrenci ile yarı yapılandırılmış mülakatlar gerçekleştirilmiştir. Yarı yapılandırılmış mülakatlarda sorular önceden belirlenir ancak soruların sırasını değiştirebilme ve daha ayrıntılı açıklanması imkanı vardır (Karasar, 2007).

Mülakatlarda öğrencilere 6 soru sorulması planlanmıştır. Gerek duyulduğu takdirde, bu soruları temel alan ilave sorular sorularak öğrencilerden hataları ile ilgili düşüncelerini açıklamaları istenmiştir. Öğrencilerin düşünceleri derinlemesine incelenerek test verileri desteklenmiştir. Mülakat süresince, mülakatçı tarafından “niçin?”, “açıklar mısın?”, “nasıl?” gibi genel ifadeler kullanılarak öğrencilerin sorulan sorulara yönelik bilgilerinin detaylı bir şekilde alınmasına çalışılmıştır. Mülakatların

süresi her bir öğrenci için on ya da on beş dakika olarak belirlenmiştir. Mülakatlar, rahat ve uygun bir ortamda sohbet tarzında bire bir gerçekleştirilmiştir. Mülakatlar süresince öğrencilerin cevaplarını, rahat ve sakin bir şekilde düşünerek vermelerine imkân sağlayan bir ortam oluşturulmuştur. Böylece görüşülen öğrencinin kendisini rahat hissetmesi sağlanarak istedikleri ve düşündüklerini olduğu gibi açıklamaları sağlanmıştır. Mülakatlar, ayrıntılı bir şekilde analiz edilmek amacıyla öğrencilerin izni alınarak ses kayıt cihazına kaydedilmiştir.

3.3.3. Testlerin Uygulanması ve Değerlendirilmesi

Hazırlanan testler birer hafta aralıklarla üç kez uygulanmıştır. Problem Kurma Testinin ilk 5 maddesi ilk gün, son 5 maddesi bir sonraki gün uygulanmıştır. Test uygulamalarında araştırmacının yanında yeterli sayıda gözetmen bulundurulmasına dikkat edilmiştir. Testlerin uygulanması için yeterli süre ön uygulamada tespit edilmiştir. Birinci aşamada hazırlanan test planı uyarınca cevap kağıtlarına işaretlenen her doğru cevap (1) her yanlış ve belirsiz cevaplar (0) olarak kodlanmıştır. İkinci aşamada ise öğrencilerin PKT ve PÇT testlerindeki sorulara verdikleri yanıtlar tek tek incelenmiştir. Bu inceleme sonucunda öğrencilerin verdiği hatalı yanıtlara yönelik kategoriler oluşturulmuştur.

3.4. Verilerin Analizi

Kesirlerde toplama işlemine yönelik problem kurma ile ilgili 10, problem çözme ile ilgili 10 ve işlem yapma ile ilgili 10 soru bulunmaktadır. Bu sorulardan 4'ü iki basit kesrin toplamı, 2'si iki bileşik kesrin toplamı, 2'si bir bileşik ile bir basit kesrin toplamı, 2'si sonucu doğal sayı olan iki kesrin toplamı ile ilgilidir. Testlerde yer alan soruların her biri eşit puana sahiptir ve testlerden alınabilecek en yüksek puan 10, en düşük puan 0'dır. Öğrencilerin testlerden aldıkları toplam puanlar SPSS paket programına girilerek gerekli analizler yapılmıştır. Kesirlerde toplamaya yönelik problem kurma becerileri, kesirlerde toplamaya yönelik problem çözme becerileri, kesirlerde toplamaya yönelik işlemsel becerileri ve kesirlerde toplamaya yönelik problem kurma, problem çözme ve işlemsel becerileri arasındaki ilişkiyi incelemek üzere frekans ve korelasyon

kullanılmıştır. Elde edilen bulgular ışığında istatistiksel anlamlarına dayanılarak yorumlar yapılmıştır.

Araştırmanın ikinci bölümünde, uygulanan problem kurma testindeki her bir problem için ve problem çözme testindeki her bir çözüm için öğrenci yanıtları içerik analizine tabi tutulmuştur. Elde edilen verilerin frekans ve yüzdeleri tablo olarak sunulmuştur. Nitel verilerin analizi Yıldırım ve Şimşek (2011)'in belirttiği gibi; verilerin kodlanması, temaların bulunması, kodların ve temaların düzenlenmesi, bulguların tanımlanması ve yorumlanması şeklinde dört aşamada yapılmıştır. İçerik analizinde temel amaç, toplanan verileri açıklayabilecek kavramlara ve ilişkilere ulaşmaktır. Betimsel analizde özetlenen ve yorumlanan veriler içerik analizinde daha derin bir işleme tabi tutulur ve betimsel bir yaklaşımla fark edilmeyen kavram ve temalar bu analiz sonucu ortaya çıkarılabilir. Bu amaca yönelik toplanan verilerin önce kavramsallaştırılması, daha sonra da ortaya çıkan kavramlara göre mantıklı bir biçimde düzenlenmesi ve buna göre veriyi açıklayan temaların tespit edilmesi gerekmektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2011).

Araştırmanın üçüncü bölümünde ise öğrencilerle yapılan görüşmeler transkript edilmiş ve elde edilen veriler betimsel analiz yöntemi ile analiz edilmiştir. Betimsel analiz Yıldırım ve Şimşek (2011)'in belirttiği gibi dört aşamada yapılmıştır; betimsel analiz için bir çerçeve oluşturma, tematik çerçeveye göre verilerin işlenmesi, bulguların tanımlanması ve bulguların yorumlanması. Betimsel analiz, elde edilen verilerin daha önceden belirlenen temalara göre özetlenip yorumlanması yaklaşımıdır. Doğrudan alıntılara sık sık yer verildiği bu yaklaşımda görüşülen ya da gözlenen bireylerin görüşlerini çarpıcı bir şekilde yansıtmak amaçlanır. Betimsel analizde, elde edilen veriler, önce sistematik ve açık bir biçimde betimlenir. Daha sonra yapılan bu betimlemeler açıklanır ve yorumlanır, neden sonuç ilişkileri irdelenir ve bir takım sonuçlara ulaşılır(Yıldırım ve Şimşek, 2011).

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

4. BULGULAR

4.1. Birinci Alt Probleme İlişkin Bulgular

Kesirlerle toplama işlemine yönelik problem kurma ile ilgili öğrencilere 10 soru sorulmuştur. Öğrencilerin verdikleri yanıtlar içerik analizine tabi tutulmuştur. Verilen yanıtlarda kesirlerde toplamaya yönelik problem kurmada toplam 12 hata kategorisi tespit edilmiştir. Bu kategoriler ve kısaltmaları Tablo 4.1’de verilmiştir.

Tablo 4.1.

Kesirlerde Toplamaya Yönelik Problem Kurmaya İlişkin Hata Kategorilerine Ait Dağılım

Kısaltmalar	Kategoriler
H ₁	Başka işlem yapmayı gerektiren problem kurma
H ₂	Kesirlere doğal sayı anlamı yükleme
H ₃	Birimsiz miktar belirtme
H ₄	Oranla miktarı karıştırma
H ₅	Yeni sayılar ekleyerek doğru problem kurma
H ₆	Yeni sayılar ekleyerek yanlış problem kurma
H ₇	Verilen işlemdeki sayılardan bağımsız problem kurma
H ₈	Referans alınan bütünleri farklı seçmek
H ₉	Alıştırma sorusu hazırlama
H ₁₀	Farklı nesnelere toplama
H ₁₁	Pay ve paydayı birbirinden bağımsız düşünme
H ₁₂	Parça bütün ilişkisi kuramama

Tablo 4.1’deki kategorilere ait açıklamalar ve ilgili hatayı içeren öğrenci yanıtları doğrudan alıntılarla aşağıda sunulmuştur.

4.1.1. Problem kurma kategorileri ilgili örnek problemler

4.1.1.1. Başka işlem yapmayı gerektiren problem kurma (H₁)

Bu hata kategorisi, çözümünde verilen toplama işlemi yerine farklı işlemlerin yapılmasını veya toplama işlemi yanında diğer işlemlerin de yapılmasını gerektiren problemleri içermektedir. Bu hata türünü içeren bazı öğrencilere ait yanıtlar şekil 4.1, 4.2 ve 4.3'te verilmiştir.

$$1. \frac{3}{6} + \frac{5}{12}$$

Bir temizlikçi evin $\frac{5}{12}$ 'sinin $\frac{3}{6}$ 'sini temizlediğine göre temizlikçi evin geriye ne kadarını temizler?

Şekil 4.1. Problem kurma ile ilgili H₁ kategorisinde değerlendirilen bir öğrenci yanıtı

Şekil 4.1'deki problemin çözümü $1 - \frac{5}{12} \times \frac{3}{6}$ işlemini gerektirmektedir.

Dolayısıyla problem toplama işlemi yerine çarpma ve çıkarma işlemlerini içermektedir.

$$10. \frac{4}{12} + \frac{2}{3} = \text{Bir okulun } \frac{4}{12} \text{ si yapılmıştır. Sonra } \frac{2}{3} \text{ u yapılmıştır. Yapılması gereken yer ne kadardır.}$$

Şekil 4.2. Problem kurma ile ilgili H₁ kategorisinde değerlendirilen bir öğrenci yanıtı

Şekil 4.2'deki problemin çözümü $1 - (\frac{4}{12} + \frac{2}{3})$ işlemini gerektirmektedir.

Dolayısıyla problem toplama işlemi ile birlikte çıkarma işlemini de içermektedir.

$$2. \frac{1}{3} + \frac{1}{6} \text{ Bir nesim yarışmasında kızlardan birini } \frac{1}{3} \text{ kadar boya kullanıyor or Ayşe ise } \frac{1}{6} \text{ boyakullanıyor aralarındaki farkı bulunuz}$$

Şekil 4.3. Problem kurma ile ilgili H₁ kategorisinde değerlendirilen bir öğrenci yanıtı

Şekil 4.3'deki problemi yazan öğrenci toplama işlemini dikkate almadan, doğrudan iki kesir arasındaki farkı bulmaya yönelik problem kurmuştur. Bu problemin çözümü $\frac{1}{3} - \frac{1}{6}$ işlemini gerektirdiği için problem toplama işlemi yerine çıkarma işlemini içermektedir.

4.1.1.2. Kesirlere doğal sayı anlamı yükleme(H₂)

Bazı öğrencilerin problemleri kurarken verilen kesirleri doğal sayı gibi kullanarak nesnelere sayısını bulmaya çalıştıkları tespit edilmiştir. Bu tür hatalar H₂ kategorisine alınmıştır. Bu hata türünü örnekleyen bazı öğrenci yanıtları şekil 4.4, 4.5 ve 4.6'da verilmiştir.

5. $\frac{21}{4} + \frac{44}{6} =$ Yusuf'un $\frac{21}{4}$ bilyesi vardır, Furkanın'da $\frac{44}{6}$ bilyesi vardır. Buna göre ikisinin bilyeleri toplamı kaçtır?

Şekil 4.4. Problem kurma ile ilgili H₂ kategorisinde değerlendirilen bir öğrenci yanıtı

Şekil 4.4'teki problemi incelediğimizde, öğrencinin bilyelerin toplam sayısını bulmaya yönelik bir problem kurduğu görülmektedir. Öğrencinin problemi kurarken kesirli sayıları doğal sayı gibi kullandığı görülmektedir.

8. $\frac{4}{5} + \frac{15}{4} =$ Bir koroda $\frac{15}{4}$ kız, $\frac{4}{5}$ erkek öğrenci vardır bu koruda kaç öğrenci vardır?

Şekil 4.5. Problem kurma ile ilgili H₂ kategorisinde değerlendirilen bir öğrenci yanıtı

Şekil 4.5'deki problemde de öğrenci, benzer şekilde kız ve erkek öğrencilerin toplam sayısını bulmayı amaçladığı için kesirlere doğal sayı anlamı yüklemiştir.

4. $\frac{5}{7} + \frac{1}{2}$ Bir elmayı $\frac{1}{2}$ 'ye böldüm sonra $\frac{5}{7}$ 'ye böldüm kaç dilime ayırdım?

Şekil 4.6. Problem kurma ile ilgili H₂ kategorisinde değerlendirilen bir öğrenci yanıtı

Şekil 4.6'daki problemi incelediğimizde, öğrencinin elmanın dilim sayısını bulmaya çalışırken kesirleri doğal sayı gibi kullandığı görülmektedir.

4.1.1.3. Birimsiz miktar belirtme (H₃)

Kesirlerde toplama işlemine yönelik problem kurma ile ilgili öğrencilerin verdikleri yanıtlarda, bazı öğrencilerin verilen kesirleri problemde kullanırken birim belirtmedikleri tespit edilmiştir. Bu tür hatalar H₅ hata türü olarak değerlendirilmiştir. Bu hata türünü yapan öğrencilerden üçünün yanıtları şekil 4.7, 4.8 ve 4.9 'da verilmiştir.

10. $\frac{4}{12} + \frac{2}{3}$ Bir demir fabrikasında 3 günde $\frac{4}{12}$ 6 günde $\frac{2}{3}$ demir satmışlardır. 9 günde ne kadar demir satmışlardır?

Şekil 4.7. Problem kurma ile ilgili H₃ kategorisinde değerlendirilen bir öğrenci yanıtı

Şekil 4.7'deki problemde, öğrencinin 3 günde ve 6 günde satılan demirin miktarını birim olarak(kg, gr, ton vb.) belirtmediği için problem çözülsede dahi satılan demir miktarının bulunmayacağı görülmektedir.

9. $\frac{10}{12} + \frac{57}{18}$ = Bir sütçü ineklerinin biri 1.gün $\frac{10}{12}$ 2.gün $\frac{57}{18}$ süt vermiştir. Toplam ne kadar süt vermiştir.

Şekil 4.8. Problem kurma ile ilgili H₃ kategorisinde değerlendirilen bir öğrenci yanıtı

Şekil 4.8'deki problemde de bir önceki problemde olduğu gibi ölçü birimi(lt, kg vb.) belirtilmediği için problem çözülsede dahi ineklerin ne kadar süt verdikleri belli olmayacaktır.

9. $\frac{10}{12} + \frac{57}{18}$ Bir terzi dükkânına bir müşteri gelir. Müşteri pembe kumaştan $\frac{10}{12}$ kadar sarı kumaştanda $\frac{57}{18}$ kadar kesmesini istemiştir. Buna göre terzi toplam ne kadar kumaş kesmiştir?

Şekil 4.9. Problem kurma ile ilgili H₃ kategorisinde değerlendirilen bir öğrenci yanıtı

Şekil 4.9'daki problemi incelediğimizde, öğrencinin $\frac{10}{12}$ kadar, $\frac{57}{18}$ kadar gibi ifadeler kullandığı görülmektedir. Söz konusu durumun "kadar" edatını ölçü birimi olarak kullanmaktan ileri geldiği düşünülmektedir.

4.1.1.4. Oranla miktarı karıştırma (H₄)

Bu hata kategorisi, bütün olarak alınan çokluğun belli oranlarını verip, çokluğun miktarını bulunmaya çalışıldığı problemleri içermektedir. Bu hata türünü içeren bazı öğrencilere ait yanıtlar şekil 4.10 ve 4.11'de verilmiştir.

10. $\frac{4}{12} + \frac{2}{3}$ Hatice hanım bir tepsi baklavadan ilk gelen misafire $\frac{4}{12}$ ünü sonra gelene ise $\frac{2}{3}$ sini ikram etti. Toplam kaç dilim baklava ikram etmiş oldu?

Şekil 4.10. Problem kurma ile ilgili H₄ kategorisinde değerlendirilen bir öğrenci yanıtı

Şekil 4.10'daki problem incelendiğinde, problemde bir tepsi baklavanın $\frac{4}{12}$ 'si ile $\frac{2}{3}$ 'ünün gelenlere ikram edildiği yazılmaktadır. Buradan da baklavanın kaç dilim olduğu sorulmaktadır. Problemde bir tepsi baklavanın kaç dilim olduğu belirtilmediği için, buradan dilim sayısını bulmak mümkün değildir.

1. $\frac{3}{6} + \frac{5}{12}$

Veli bir kitap almıştır. 1.gün $\frac{3}{6}$ 'sini okumuştur. 2.gün $\frac{5}{12}$ 'sini okumuştur. Veli 2 günde toplam kaç sayfa okumuştur?

Şekil 4.11. Problem kurma ile ilgili H₄ kategorisinde değerlendirilen bir öğrenci yanıtı

Şekil 4.11'deki problemde de benzer şekilde kitabın $\frac{3}{6}$ 'lık ve $\frac{5}{12}$ 'lik oranları verilip buradan sayfa sayısının sorulduğu görülmektedir. Kitabın toplam sayfa sayısı belirtilmediği için iki günde okunan sayfa sayısının bulunması mümkün değildir.

4.1.1.5. Yeni sayılar ekleyerek doğru problem kurma (H₅)

Bu hata kategorisinin içerisinde verilen işleme yeni sayılar eklemek suretiyle işlemi doğru olarak yansıtan problemler yer almaktadır. Bu durumu örnekleyen iki öğrencinin yanıtları şekil 4.12 ve 4.13'de verilmiştir.

1. $\frac{3}{6} + \frac{5}{12}$: Hüseyin, Ali'den aldığı 36 litre sudan $\frac{3}{6}$ 'sini Camre'ye, $\frac{5}{12}$ 'sini de Sinay'a verdi. Toplam kaç litre su verdi?

Şekil 4.12. Problem kurma ile ilgili H₅ kategorisinde değerlendirilen bir öğrenci yanıtı

Şekil 4.12'deki problem anlam bakımından doğrudur ancak verilenler içerisinde 36 sayısı olmadığından problem hatalı olarak kabul edilmiş ve H₅ hata kategorisine alınmıştır.

2. $\frac{1}{3} + \frac{1}{6}$ Bir pastacıda 120 pasta var. 1. gün bu pastaların $\frac{1}{3}$ 'ü 2. gün ise $\frac{1}{6}$ 'i satılıyor. Toplam kaç pasta satılmıştır.

Şekil 4.13. Problem kurma ile ilgili H₅ kategorisinde değerlendirilen bir öğrenci yanıtı

Öğrenciden $\frac{1}{3}$ ile $\frac{1}{6}$ kesirlerinin toplamına yönelik problem kurması istenmiştir. Öğrenci ise 120 sayısının $\frac{1}{3}$ 'ü ile $\frac{1}{6}$ 'sının toplamına yönelik problem kurmuştur. Problem anlam bakımından doğrudur ancak verilenler arasında 120 sayısı olmadığı için problem H₅ hata kategorisine alınmıştır.

4.1.1.6. Yeni sayılar ekleyerek yanlış problem kurma (H₆)

Bu hata kategorisi, öğrencilerin verilenlerin sayılar dışında yeni sayıları da kullanarak anlam bakımından hatalı kurdukları problemleri içermektedir. Bu hata türünü içeren öğrencilerden ikisinin yanıtları Şekil 4.14 ve 4.15'de verilmiştir.

4. $\frac{5}{7} + \frac{1}{2}$ Kadir misketleri çok sevmektedir. Bu nedenle markette toplam fiyatı 12 TL olan misketlerden $\frac{5}{7}$ 'sini almıştır. Ama misketler çok küçük oldukları için $\frac{1}{2}$ 'sini kaybetmiştir. Buna göre Kadir kaybettiği misketi saymaksızın toplam kaç TL'e ödemiştir?

Şekil 4.14. Problem kurma ile ilgili H₆ kategorisinde değerlendirilen bir öğrenci yanıtı

Şekil 4.14'deki problemde öğrencinin, verilenlerde olmamasına rağmen 12 sayısını kullandığı ayrıca anlam bakımından hatalı bir problem kurduğu görülmektedir.

5. $\frac{21}{4} + \frac{44}{6}$ Bir otoban galerisini 2 ortak alacaklar. Galeriyi 500 bin TL verirler galerinin $\frac{21}{4}$ 'üne Ahmet $\frac{44}{6}$ 'sini Mehmet alıyor Mehmet bir müddet sonra ortaklıktan çıkmak istiyor Mehmet'in Ahmet'e kaç TL ödemesi gerekir?

Şekil 4.15. Problem kurma ile ilgili H₆ kategorisinde değerlendirilen bir öğrenci yanıtı

Şekil 15'deki problemde de problemi yazan öğrencinin verilenlere ek olarak 500 sayısını kullandığı bunun yanı sıra anlam bakımından hatalı bir problem kurduğu görülmektedir.

4.1.1.7. Verilen işlemdeki sayılardan bağımsız problem kurma (H₇)

Bu hata kategorisi, öğrencilerin verilen kesirleri dikkate almadan farklı sayılar kullanarak kurdukları problemleri içermektedir. Bu hata türünü içeren öğrencilerden ikisinin yanıtları şekil 4.16 ve 4.17'de verilmiştir.

4. $\frac{5}{7} + \frac{1}{2}$

Ahmet babasından 100 TL aldı
Ahmet aldığı parayla 50 TL harcama
oldu geriye kalan TL kaldı

Şekil 4.16. Problem kurma ile ilgili H₇ kategorisinde değerlendirilen bir öğrenci yanıtı

Şekil 4.16'da verilen problem incelendiğinde, öğrencinin verilen sayıları dikkate almadan 100 ve 50 sayılarını kullanarak bir problem kurduğu görülmektedir.

7. $\frac{15}{8} + \frac{11}{12}$ bir simitci 25 tane simit getirmiştir $\frac{1}{5}$ 'ini satmıştır buna göre kaç tane simit kalmıştır?

Şekil 4.17. Problem kurma ile ilgili H₇ kategorisinde değerlendirilen bir öğrenci yanıtı

Şekil 4.17'de verilen problemde de problemi yazan öğrencinin $\frac{15}{8} + \frac{11}{12}$ işlemini dikkate almadan 25 ve $\frac{1}{5}$ sayılarını kullanarak bir problem kurduğu görülmektedir.

4.1.1.8. Referans alınan bütünleri farklı seçmek (H₈)

Öğrencilerin bazılarının problem kurarken referans olarak alınan bütünleri farklı seçerek toplamaya çalıştıkları tespit edilmiştir. Bu tür hatalar H₁₀ kategorisi içerisine alınmıştır. Bu hata türüne örnek olarak öğrencilerden birine ait yanıt şekil 4.18'de verilmiştir.

1. $\frac{3}{6} + \frac{5}{12}$ Zeynep annesi ile komşularıyla beraber kekler yapıp yiyorlar.
Zeynep'in annesi pastayı 6'ya bölüyor komşusu ise 12'ye bölüyor.
Zeynep annesinin yaptığı pastadan 3 dilim, komşusunun pastasından 5 dilim yiyor. Buna göre toplam kaç dilim yiyor?

Şekil 4.18. Problem kurma ile ilgili H₈ kategorisinde değerlendirilen bir öğrenci yanıtı

Şekil 4.18'deki problemde geçen pastaların aynı büyüklükte olup olmadığı belli değildir. Bununla birlikte pastalar aynı büyüklükte olsa dahi soru kökündeki dilim sayısının sorulması problemi hatalı yapmaktadır.

4.1.1.9. Alıştırma sorusu hazırlama (H₉)

Bazı öğrencilerin yanıtları incelendiğinde, bu öğrencilerin verilenlerin sonuna *işlemin sonucu kaçtır?* , *işlemin sonucu nedir?* vb. ifadeleri ekleyerek verilenleri soru haline getirdikleri tespit edilmiştir. Ayrıca bazılarının toplama işlemini sormayı hikayeleştiği görülmüştür. Bu tür hatalar H₈ hata türü olarak adlandırılmıştır. Bu hatayı yapan öğrencilerden ikisinin yanıtları şekil 4.19 ve 4.20’de verilmiştir.

5. $\frac{21}{4} + \frac{44}{6}$ İşleminin sonucu nedir?

Şekil 4.19. Problem kurma ile ilgili H₉ kategorisinde değerlendirilen bir öğrenci yanıtı

Şekil 4.19’deki öğrenci yanıtı incelendiğinde, toplama işleminin sonuna *işlemin sonucu nedir?* ifadesinin eklendiği görülmektedir. Bu ifadeyi yazan öğrencinin ya işlemsel kavramları problem yazma olarak bildiği ya da problem yazamadığı için boş bırakmak istemediği düşünülebilir.

7. $\frac{15}{8} + \frac{11}{12}$ Öğretmen öğrencilerine toplama işleminde $\frac{15}{8} + \frac{11}{12}$ ni sormuştur. Şimdi sıra sizde doğru cevabı bulunuz

Şekil 4.20. Problem kurma ile ilgili H₅ kategorisinde değerlendirilen bir öğrenci yanıtı

Şekil 4.20’deki öğrenci yanıtı incelendiğinde, öğrencinin toplama işleminin soruluş biçimini hikayeleştiği anlaşılmaktadır.

4.1.1.10. Farklı nesnelere toplama(H₁₀)

Bu hata kategorisi, verilen toplama işlemi ile ilgili kurulan problemlerde farklı nesnelere toplama işlemini gerektiren problemleri içermektedir. Bu hata türünü içeren bazı öğrencilere ait yanıtlar şekil 4.21 ve 4.22’de verilmiştir.

$$4. \frac{5}{7} + \frac{1}{2}$$

Ayşe Hanım pazardaki domateslerin $\frac{5}{7}$ 'sini, Merve Hanım ise pazardaki biberlerin $\frac{1}{2}$ 'sini satın almıştır. Bu iki kişi bunları birleştirerek bir yemek yapmışlardır. Yemekte toplam ne kadar biber ve domates kullanılmıştır?

Şekil 4.21. Problem kurma ile ilgili H₁₀ kategorisinde değerlendirilen bir öğrenci yanıtı

Şekil 4.21'deki problemde domates ve biberlerin ne kadar oldukları belli değildir. Bu dikkate alınmasa bile iki farklı nesnenin toplamına yönelik bir problem kurulduğu için hem anlam karmaşasına yol açacaktır hem de istenilen sonuca ulaşamayacaktır. Kısacası toplamının sonucunda her iki sebzeden ne kadar kullanıldığı belli olmadığı için ifade anlam kargaşasına neden olmaktadır.

$$9. \frac{10}{12} + \frac{57}{18}$$

Bir sütsüz $\frac{10}{12}$ 'i süt $\frac{57}{18}$ ise yoğurt yapıyor bu sütü toplam kaçta kaç süt ve yoğurt yapmıştır?

Şekil 4.22. Problem kurma ile ilgili H₁₀ kategorisinde değerlendirilen bir öğrenci yanıtı

Şekil 4.22'deki öğrenci yanıtı incelendiğinde, öğrencinin kurduğu problem anlam bakımından yanlış olmakla birlikte süt ile yoğurdun toplanmasını gerektirdiği için toplamının sonucunun hangi ürüne karşılık geldiği belli değildir.

4.1.1.11. Pay ve paydayı birbirinden bağımsız düşünme (H₁₁)

Bazı öğrencilerin verilen kesirlerin pay ve paydalarında bulunan doğal sayıları birbirinden bağımsız doğal sayı olarak algıladıkları tespit edilmiştir. Ayrıca bazı öğrencilerin de kesirlerin paylarını ya da paydalarını dikkate almadıkları görülmüştür. Bu tür hatalar H₁₁ hata türü olarak adlandırılmıştır. Bu durumu örnekleyen iki öğrencinin yanıtları şekil 4.23 ve 4.24'de verilmiştir.

8. $\frac{4}{5} + \frac{15}{4}$ Esra bahçesinden 5 yumurta arkadaşları ise 15 yumurta alıyor yolda giderken Esra 4 arkadaşları 4 tane yumurtalarını kırıyor bir buna göre kırılan ve kırılmayan yumurtaların kesirle toplamı kaçtır?

Şekil 4.23. Problem kurma ile ilgili H₁₁ kategorisinde değerlendirilen bir öğrenci yanıtı

Şekil 4.23'deki problemi incelediğimizde, öğrencinin $\frac{4}{5}$ ve $\frac{15}{4}$ kesirlerinin pay ve paydalarını birbirinden bağımsız sayılar olarak alıp bu sayılarla problem kurduğu görülmektedir.

5. $\frac{21}{4} + \frac{44}{6}$

Doğan kendi sine bir bisiklet almak istedi. Kumasında 44 ₺ vardı. 21₺ de babası verdi. Bu bisiklet kaç ₺ dir?

Şekil 4.24. Problem kurma ile ilgili H₁₁ kategorisinde değerlendirilen bir öğrenci yanıtı

Şekil 4.24'deki problemde öğrenci verilen kesirlerin paydalarını yok saydığı ve sadece paylarda bulunan 21 ve 44 doğal sayıları kullanarak problem kurduğu görülmektedir.

4.1.1.12. Parça bütün ilişkisi kuramama(H₁₂)

Kurulan problemlerin analizinde bazı öğrencilerin bir bütünün belli oranlarını aldıkları ve bu oranların toplandığında bütünden daha büyük olduğunu fark edemedikleri tespit edilmiştir. Bazılarının ise bir bütünün belli oranını aldıklarında bu oranın bütünden daha büyük olduğunu fark edemedikleri görülmüştür. Bu tür hatalar H₁₂ hata türü olarak değerlendirilmiştir. Bu hata türünü içeren öğrenci yanıtlarından üçünün yanıtları şekil 4.25, 4.26 ve 4.27'de verilmiştir.

3. $\frac{3}{10} + \frac{13}{15}$ Ayşe hanım bahçesinin $\frac{3}{10}$ 'ünü buğday $\frac{13}{15}$ 'ünü de arpa ekmiştir. Ayşe hanım bahçesinin kaçta kaçını ekmiştir?

Şekil 4.25. Problem kurma ile ilgili H₁₂ kategorisinde değerlendirilen bir öğrenci yanıtı

Şekil 4.25'deki problemde bahçe bir bütün olarak kabul edilmiştir. Bahçenin $\frac{3}{10}$ 'u ile $\frac{13}{15}$ 'nin ekildiği belirtilmektedir. Bahçenin bu oranları toplandığında bahçeden daha büyük olduğu için bahçenin bu şekilde ekilmesi mümkün görülmemektedir.

5. $\frac{21}{4} + \frac{44}{6}$ 5- Ayşe boş zamanın $\frac{21}{4}$ 'ünü kitap okuyarak, $\frac{44}{6}$ bını ise oyun oynayarak geçirir buna göre Ayşe boş zamanın kaçta kaçıyla kitap okur ve oyun oynar?

Şekil 4.26. Problem kurma ile ilgili H₁₂ kategorisinde değerlendirilen bir öğrenci yanıtı

Şekil 4.26'daki problem incelendiğinde, problemde geçen boş zamanın $\frac{21}{4}$ 'ü ile $\frac{44}{6}$ 'sının her biri belirtilen boş zamandan daha büyüktür. Bununla birlikte problemin çözümü ile elde edilecek sonuç da belirtilen boş zamanın yaklaşık 12 katıdır.

8. $\frac{4}{5} + \frac{15}{4}$ Bir öğretmen sınıfta anlatacağı dersin öncelikle $\frac{4}{5}$ 'ünü daha sonra $\frac{15}{4}$ 'ünü anlatmıştır. Buna göre toplam dersin ne kadarını anlatmıştır?

Şekil 4.27. Problem kurma ile ilgili H₁₂ kategorisinde değerlendirilen bir öğrenci yanıtı

Şekil 4.27'deki problem sonuçtan bağımsız düşünüldüğünde dersin $\frac{4}{5}$ 'inin doğru olduğu ancak dersin $\frac{15}{4}$ 'ü ders süresinden daha büyük olduğundan ikinci ifade hatalıdır. Bununla birlikte sonuç göz önüne alındığında bir dersin $\frac{4}{5}$ 'i ile $\frac{15}{4}$ 'ünün toplamının dersin 4 katından daha fazla olduğu görülmektedir.

4.1.2. Problem Kurma Testindeki Problemlere İlişkin Bulgular

Bu kısımda kesirlerde toplamaya yönelik öğrencilere yöneltilen 10 tane problem kurma maddesinin her birinde görülen hata kategorilerine ait bulgulara yer verilmiştir.

Tablo 4. 2.

$\frac{3}{6} + \frac{5}{12}$ İşlemine Yönelik Kurulan Problemlere Ait Bulgular

Kategoriler	f	%
Doğru	59	20.84
H ₂	56	19.78
H ₄	43	15.19
H ₁	34	12.01
H ₆	23	8.13
H ₉	23	8.13
H ₅	14	4.95
H ₁₁	8	2.82
H ₇	6	2.12
H ₈	6	2.12
H ₃	5	1.76
H ₁₀	4	1.41
Boş	2	0.71
Toplam:	283	100

Tablo 4.2 incelendiğinde, sonucu basit kesir olan iki basit kesrin toplamına yönelik problem kurmada öğrencilerin yaklaşık %20'si doğru olarak değerlendirilen problemler kurmuşlardır. Buna karşın öğrencilerin yaklaşık %80'i ise hatalı problemler kurmuşlardır. Hatalı problemlere yönelik, öğrencilerin kurdukları problemlerde 11 hata kategorisi tespit edilmiştir. Öğrenciler sonucu basit kesir olan iki basit kesrin toplamına yönelik kurdukları problemlerde en fazla hatayı H₂ kategorisinde sergilemişlerdir(%19.78). Bu kategoride öğrenciler verdikleri yanıtlarda *Ali'nin $\frac{3}{6}$ tane fıındığı vardır. Annesi Aliye $\frac{5}{12}$ tane fıındık verirse Ali'nin kaç fıındığı olur? şeklindeki*

problemlere yer vermişlerdir. İkinci en fazla yapılan hata türü H_4 kategorisinde değerlendirilen hata türüdür(% 15.19). Bu hata türüne örnek olarak *Ahmet elmaların $\frac{3}{6}$ 'sını Mehmet ise $\frac{5}{12}$ 'sini yemiştir. Buna göre elma kaç kg dır?* problemi verilebilir. Bu problemde öğrenci bütün olarak kabul ettiği elmaların belli oranlarda yendiğini belirtmektedir. Problemin çözümünde ancak elmaların yenilen oranı bulunabilir. Oysa öğrenci problemde ne kadar elma olduğunu sormaktadır. Buradan elma miktarını bulmak mümkün değildir. Öğrencilerin yaptığı hata türlerinden üçüncüsü H_1 kategorisinde bulunan hata türüdür. Öğrencilerin %12.01'i bu tür hatalar yapmışlardır. Bununla ilgili öğrencilerden birinin kurduğu *Bir işçi bir evin $\frac{3}{6}$ 'sını birinci gün $\frac{5}{12}$ 'sini ikinci gün yapıyor. Üçüncü gün için evin ne kadarı kalmıştır?* problemi örnek olarak verilebilir. Öğrencinin kurduğu problemi çözmek için toplama işlemi ile birlikte çıkarma işleminin de kullanılması gerekmektedir. En az yapılan hatalara bakıldığında, H_3 ve H_{10} hata kategorilerinde bulunan hata türleri son iki sırada yer almaktadır.

Tablo 4.3.

$\frac{1}{3} + \frac{1}{6}$ İşlemine Yönelik Kurulan Problemlere Ait Bulgular

Kategoriler	f	%
Doğru	71	25.09
H_1	40	14.13
H_2	40	14.13
H_4	37	13.07
H_9	24	8.48
H_3	17	6.01
H_6	17	6.01
H_7	14	4.95
H_5	8	2.83
Boş	6	2.12
H_{11}	4	1.41
H_{10}	3	1.06
H_8	2	0.71
Toplam:	283	100

Öğrencilerin sonucu basit kesir olan iki basit kesrin toplamına yönelik yazdıkları probleme ait veriler Tablo 4.3’de verilmiştir. Tablo 4.3’deki verilere göre öğrencilerin sadece %25.09’u doğru problem yazmışlardır. Buna karşın öğrencilerin %72.8’i hatalı problem kurmuşlardır. Öğrencilerin %2.12’sinin ise problem kuramadığı görülmektedir. Verilen işleme yönelik kurulan hatalı problemler incelendiğinde, öğrencilerin %13.07’si H₄ kategorisinde bulunan hataları yapmışlardır. Bu hata türü ile ilgili öğrenciler *Metin cebine bir miktar bilye koymuştur. Bu bilyelerin $\frac{1}{3}$ ünü kız kardeşine $\frac{1}{6}$ ’sını erkek kardeşine verdiği göre metin cebine kaç bilye koymuştur?* gibi problemler kurmuşlardır. Problem incelendiğinde, problemde geçen bilyelerin belli oranlarda başkalarına verildiği belirtilmektedir. Problemin çözümünde bilyelerin sayısının bulunamayacağı açıktır. Ayrıca öğrencilerin %14.13’ünün H₂ kategorisinde bulunan hataları yaptıkları görülmektedir. Bu kategoride öğrenciler *6/A sınıfında $\frac{1}{3}$ öğrenci, 6/B sınıfında $\frac{1}{6}$ öğrenci vardır. Bu iki sınıfta toplam kaç öğrenci vardır?* şeklindeki problemlere yer vermişlerdir. Problemde geçen öğrenci sayısının verilen kesirlerle ifade edilmesi mümkün değildir. Buradan öğrencilerin problemin anlam bütünlüğünden çok toplama işlemine odaklandıkları söylenebilir. H₂’den sonra öğrenciler en fazla hatayı H₁ kategorisinde sergilemişlerdir(%14.13). problemleri bu kategoriye dahil edilen öğrenciler *Bir ailede çocuklardan biri pastanın $\frac{1}{3}$ ünü diğeri ise $\frac{1}{6}$ ’sını yerse geriye pastanın ne kadarı kalır?* problemine benzer problemler kurmuşlardır. Öğrencinin kurduğu problemi çözmek için toplama işlemi ile birlikte çıkarma işleminin de kullanılması gerekmektedir. Bu tür problemlere bakıldığında öğrencilerin toplama ve çıkarma işlemlerine karşılık gelen kavramları öğrenemedikleri söylenebilir. Buna karşın oransal olarak en az olan hata türlerine bakıldığında H₁₀ ve H₈ kategorilerindeki hata türleri yaklaşık %1’lik oranları ile tablonun alt sıralarında yer almaktadır.

Toplamı basit kesir olan iki basit kesrin toplamına yönelik bulguları içeren Tablo 4.2 ve Tablo 4.3’deki oranlar karşılaştırıldığında, Tablo 4.3’deki problemi doğru olarak kurma oranının ve verilenleri yanıtız bırakma oranının daha yüksek olduğu görülmektedir. Buna karşın problemi hatalı olarak kurma oranlarında ise Tablo 4.2’deki oranın daha yüksek olduğu görülmektedir.

Tablo 4.4.

$\frac{3}{10} + \frac{13}{15}$ İşlemine Yönelik Kurulan Problemlere Ait Bulgular

Kategoriler	f	%
H ₁₂	53	18.73
H ₁	46	16.25
H ₂	45	15.90
H ₄	24	8.48
H ₉	23	8.13
Doğru	19	6.71
H ₆	19	6.71
H ₃	17	6.01
Boş	10	3.53
H ₅	8	2.83
H ₇	8	2.83
H ₈	6	2.12
H ₁₁	4	1.41
H ₁₀	1	0.35
Toplam:	283	100

Tablo 4.4’de öğrencilerin, sonucu bileşik kesir olan iki basit kesrin toplamına yönelik kurdukları problemler analiz edilmiştir. Tablo 4.4’e bakıldığında öğrencilerin sadece %6.71’i doğru olarak değerlendirilen problemler kurmuşlardır. Buna karşın öğrencilerin yaklaşık %90’ı hatalı olarak değerlendirilen problemler kurmuşlardır. Ayrıca öğrencilerin %3.53’ünün verilenleri yanıtızsız bıraktıkları görülmektedir. Tablo 4.4’e göre, sonucu bileşik kesir olan iki basit kesrin toplamı ile ilgili problem kurmaları amacıyla öğrencilerden alınan verilerden 12 hata kategorisi oluşturulmuştur. Bu kategoriler incelendiğinde, öğrencilerin önemli bir kısmı(%18.73) problem yazarken, bütün olarak aldıkları çokluğun parçalarının toplandığında bütünden daha büyük bir çokluk olduğunu fark edemedikleri görülmektedir. Bu durumla ilgili *Bir bardak sütün $\frac{3}{10}$ ’ünü, Yusuf, $\frac{13}{15}$ ’ünü ise kardeşi içmiştir. Buna göre iki kardeş sütün kaçta kaçını içmiştiler?* şeklindeki problemlere rastlanmıştır. Problemde iki kardeşin içtikleri süt miktarı bir bardak süttten daha fazladır. Bir bardak sütün problemde belirtilen oranlarda

içilmesi olanaksız görünmektedir. Buradan öğrencilerin verilenlerle ilgili problem yazarken daha çok işlemle ilgilendikleri işlemin sonucunu dikkate almadıkları söylenebilir. Ayrıca öğrencilerin %16.25'inin verdikleri yanıtlarda *Bir kovanın $\frac{3}{10}$ 'ü suyla doldurulmuştur. Daha sonra geriye kalanın $\frac{13}{15}$ 'ü doldurulsa kovanın kaçta kaç dolar?* problemine benzer problemlere yer verdikleri görülmüştür. Öğrencinin kurduğu problemin çözümünde toplama işlemi ile birlikte çarpma işleminin de kullanılması gerekmektedir. Bununla birlikte öğrencilerin %15.9'u kesirleri doğal sayı gibi kullandıkları görülmüştür. Öğrencilerin *Bir çiftlikte $\frac{3}{10}$ tane koyun vardır. Çiftliğe $\frac{13}{15}$ koyun daha katılırsa çiftlikteki koyun sayısı kaç olur?* şeklindeki problemleri sıkça kullandıkları tespit edilmiştir. Problemdeki koyunların verilen kesirlerle sayılamayacağı açıktır. Burada öğrencilerin kesirleri anlamlandırmada zorluklar yaşadıkları söylenebilir. Diğer taraftan öğrencilerin %1.41'inin H₁₁ kategorisindeki hataları, %0.35inin ise H₁₀ kategorisindeki hataları yaptıkları görülmektedir.

Tablo 4.5.

$\frac{5}{7} + \frac{1}{2}$ İşlemine Yönelik Kurulan Problemlere Ait Bulgular

Kategoriler	f	%
H ₁₂	57	20.14
H ₂	50	17.67
H ₁	39	13.78
H ₆	25	8.83
Doğru	24	8.48
H ₄	22	7.77
H ₉	19	6.71
Boş	15	5.30
H ₇	13	4.59
H ₃	11	3.89
H ₁₁	4	1.41
H ₅	3	1.06
H ₁₀	1	0.35
Toplam:	283	100

Tablo 4.5 incelendiğinde, sonucu bileşik kesir olan iki basit kesrin toplamına yönelik problem kurmada öğrencilerin sadece %8.48'i doğru olarak değerlendirilen problemler kurmuşlardır. Buna karşın öğrencilerin yaklaşık %5'i verilenlere yanıt verememişlerdir. Bunun yanı sıra öğrencilerin yaklaşık %86'nın ise hatalı problem kurdukları görülmektedir. Hatalı problemlere yönelik öğrencilerin kurdukları problemlerde 11 hata kategorisi tespit edilmiştir. Tablo 4.5'deki verilere göre H_6 kategorisinde öğrenciler(%8.83) verilenlere sayı ekleyerek hatalı problem kurmuşlardır. Burada *Bir işçi 14 metrelik bir tünelin önce $\frac{5}{7}$ 'sini, daha sonra $\frac{1}{2}$ 'sini kazmıştır. Bu işçi kaç metre tünel kazmıştır?* anlamındaki problemlere yer verilmiştir. Problem çözüldüğü zaman 17 metre tünel kazıldığı görülmektedir. Burada 14 metre olan tünelin 17 metresinin kazılması mümkün değildir. Bunun yanı sıra öğrencilerin %13.78'inde H_1 kategorisindeki hata türüne rastlanmıştır. Bu kategoride öğrenciler *Bir sayının $\frac{5}{7}$ 'sinin $\frac{1}{2}$ 'si kaçtır?* problemine benzer problemler yazmışlardır. Probleme bakıldığında, problemin toplama işlemi ile ilgili yazılması gerekirken çarpma işlemi ile ilgili yazıldığı anlaşılmaktadır. Bununla birlikte bazı öğrenciler(%17.67) *Metin'in $\frac{5}{7}$ bilyesi Orhan'ın $\frac{1}{2}$ bilyesi vardır. İkisini toplam kaç bilyesi vardır?* problemine benzer problemler kurmuşlardır. Burada bilyelerin sayısı doğal sayılarla ifade edildiği için kesirlere doğal sayı anlamı yüklendiği gözükmektedir. Ayrıca verilen işleme yönelik öğrencilerin yazdıkları problem cümlelerinde genellikle H_{12} kategorisindeki problemlere odaklandıkları anlaşılmaktadır. Öğrencilerin %20.14'ü bu tür hatalar yapmışlardır. Bu kategoride öğrencilerin *Bir elmanın önce $\frac{5}{7}$ 'sini sonra $\frac{1}{2}$ 'sini yersem elmanın ne kadarını yemiş olurum?* ve *Ahmet Amca parasının $\frac{5}{7}$ 'sini oğluna, $\frac{1}{2}$ 'sini kızına verdiği göre Ahmet Amca parasının kaçta kaçını çocuklarına vermiştir?* problemlerine benzer problemler kurdukları tespit edilmiştir. Öğrenciler bu tür problemleri yazarken parça bütün ilişkisini görememişlerdir. Bu tür problemlerde öğrencilerin yazılan problemin toplama işlemini çağrıştırmasını yeterli gördükleri söylenebilir. Buna karşın sonucu bileşik kesir olan iki basit kesrin toplamına yönelik problem kurmada en az yapılan hata türlerine bakıldığında, H_5 (%1.06) ve H_{10} (%0.35) kategorilerde bulunan hata türleri göze çarpmaktadır.

Toplamı bileşik kesir olan iki basit kesrin toplamına yönelik bulguları içeren Tablo 4.4 ve Tablo 4.5'deki oranlar karşılaştırıldığında, Tablo 4.5'deki problemi doğru olarak kurma oranının ve verilenleri yanıtı bırakma oranının daha yüksek olduğu görülmektedir. Buna karşın problemi hatalı olarak kurma oranlarında ise Tablo 4.4'deki oranın daha yüksek olduğu görülmektedir.

Tablo 4.6.

$\frac{21}{4} + \frac{44}{6}$ İşlemine Yönelik Kurulan Problemlere Ait Bulgular

Kategoriler	f	%
H ₁₂	59	20.85
H ₂	52	18.37
H ₁	32	11.31
H ₉	31	10.95
Boş	27	9.54
Doğru	18	6.36
H ₆	18	6.36
H ₃	15	5.30
H ₇	14	4.95
H ₄	13	4.59
H ₁₁	3	1.06
H ₈	1	0.35
Toplam:	283	100

Tablo 4.6'da öğrencilerin, iki bileşik kesrin toplamına yönelik kurdukları problemlerin analizine ait bulgular sunulmuştur. Öğrencilerin %6.36'sı verilen işleme yönelik doğru olarak değerlendirilen problem kurmuşlardır. Buna karşın öğrencilerin %9.54'ünün problem kuramadığı ve %84.1'inin ise hatalı problem kurduğu görülmektedir. Bu hatalı problemlere ilişkin hata kategorileri incelendiğinde öğrencilerin %20.85'inin H₁₂ hata kategorisinde değerlendirilen problemleri yazdıkları görülmüştür. Bu kategoride *Bir aile bir tepsi baklavanın önce $\frac{21}{4}$ 'ünü, sonra $\frac{44}{6}$ 'sını yemiştir. Bu aile baklavanın kaçta kaçını yemiştir?* şeklindeki problemlere oldukça fazla yer verilmiştir. Problemde söz edilen ailenin bir tepsi baklavanın önce yaklaşık 5 katı

kadar, sonra yaklaşık 7 katı kadar baklava yedikleri belirtilmektedir. Baştan baklavanın bir tepsi olduğu belirtildiği için yaklaşık 12 tepsi baklavanın yenmesi mümkün görünmemektedir. Öğrencilerin %18.37'si H₂ kategorisindeki hataları yapmışlardır. Bu hata türü içerisinde *Bir dışçı birinci gün $\frac{21}{4}$ tane, ikinci gün ise $\frac{44}{6}$ tane dış çekiyor. Dışçı iki günde toplam kaç tane dış çekmişti?* problemine benzer problemlere rastlanmıştır. Ayrıca öğrencilerin %11.31'i H₁ kategorisindeki hataları yapmışlardır. Burada ise *Bir öğrenci bir günün $\frac{21}{4}$ saatini okulda $\frac{44}{6}$ saatini uykuda geçiriyor. Bu öğrencinin ders çalışması için geriye kaç saati kalır?* problemi örnek olarak verilebilir. Bunun yanı sıra öğrencilerin %10.95'i H₉ kategorisinde verilen ifadenin sonuna *işlemin sonucu kaçtır?* ifadesine benzer ifadeler yazarak verileni soru haline getirdikleri görülmüştür. Bu tür hataları yapan öğrenciler çevrelerinde duydukları veya kitaplarda okudukları bir problemi verilenlere uyarlamış olabilirler. Diğer taraftan tablonun son sıralarında bulunan kategorilere bakıldığında öğrencilerin %1.06'sının H₁₁ kategorisinde bulunan hataları ve %0.35'inin ise H₁₀ kategorisinde bulunan hataları yaptıkları görülmektedir.

Tablo 4.7.

$\frac{13}{5} + \frac{7}{3}$ İşlemine Yönelik Kurulan Problemlere Ait Bulgular

Kategoriler	f	%
H ₁₂	68	24.03
H ₂	54	19.08
H ₁	29	10.25
H ₉	27	9.54
H ₃	16	5.65
Boş	24	8.48
Doğru	20	7.07
H ₆	20	7.07
H ₄	11	3.89
H ₇	9	3.18
H ₁₁	5	1.77
Toplam	283	100

Öğrencilerin iki bileşik kesrin toplamına yönelik yazdıkları probleme ait bulgular Tablo 4.7’de verilmiştir. Tablo 4.7’de görüldüğü gibi, öğrencilerin sadece %7.07’si verilen işleme yönelik doğru problem kurmuşlardır. Buna karşın öğrencilerin %84.45’i hatalı problem kurmuşlardır. Bununla birlikte öğrencilerin %8.48’inin ise problem kuramadığı görülmektedir. Tablo 4.7’ye baktığımızda, öğrencilerin %10.25’i *Bir marketten ben $\frac{13}{5}$ kg elma babam $\frac{7}{3}$ kg elma aldı. Babamın aldığı elma benim aldığımdan ne kadar fazladır?* problemine benzer problemler kurmuşlardır. Problem incelendiğinde, problem toplama işlemi ile ilgili yazılması gerekirken çıkarma işlemi ile ilgili yazıldığı anlaşılmaktadır. Ayrıca öğrencilerin %19.08’i kurdukları problemlerde $\frac{13}{5}$ tane kuzu, $\frac{7}{3}$ tane öğrenci $\frac{13}{5}$ tane ceviz, $\frac{7}{3}$ tane tavşan vb. ifadeler yer vermişlerdir. Bununla birlikte öğrencilerin %24.03’ü kurdukları problemlerde kesirlerde parça bütün ilişkisini kavramadıkları görülmektedir. Öğrencilerin problem cümlelerinde *bir duvarın $\frac{13}{5}$ ’i ben $\frac{7}{3}$ ’nü arkadaşım boyarsa duvarın ne kadar boyanmış olur?* , *bir pastanın önce $\frac{13}{5}$ ’i sonra $\frac{7}{3}$ ’ü yenirse, pastanın kaçta kaç yenilmiş olur?* , *bir elmanın $\frac{13}{5}$ ’i* vb ifadeler bu hata türünde görülen örneklerdir. Buna karşın öğrencilerin %3.18’inin verilenlerden bağımsız problem kurdukları ve %1.77’sinin pay ve paydadaki sayıları ayrı ayrı kullanarak problem kurdukları anlaşılmaktadır.

İki bileşik kesrin toplamına yönelik bulguları içeren Tablo 4.6 ve Tablo 4.7 birlikte düşünüldüğünde, Tablo 4.7’deki problemi doğru olarak kurma oranının Tablo 4.6’ya göre daha yüksek olduğu ve verilenleri yanıtsız bırakma oranının da ise Tablo 4.6’daki oranın daha yüksek olduğu görülmektedir. Buna karşın problemi hatalı olarak kurma oranlarında ise tablolardaki verilerin paralellik gösterdiği görülmektedir.

Tablo 4.8.

$\frac{15}{8} + \frac{11}{12}$ İşlemine Yönelik Kurulan Problemlere Ait Bulgular

Kategoriler	f	%
H ₁₂	65	22.97
H ₂	50	17.67
Boş	32	11.31

Tablo 4.8. (Devamı)

H ₁	29	10.25
H ₉	25	8.83
Doğru	18	6.36
H ₆	18	6.36
H ₃	16	5.65
H ₄	13	4.59
H ₇	10	3.53
H ₁₁	4	1.41
H ₈	2	0.71
H ₅	1	0.35
Toplam	283	100

Tablo 4.8’de öğrencilerin, bir bileşik kesir ile bir basit kesrin toplamına yönelik kurdukları problemler analiz edilmiştir. Tablo 4.8’e göre öğrencilerin sadece %6.36’sının doğru problem kurduğu, buna karşın yaklaşık %82’sinin hatalı problem kurduğu görülmektedir. Hatalı problemler incelendiğinde, 283 öğrencinin %22.97’si H₁₂ kategorisinde bulunan hataları yaptıkları görülmektedir. Bu kategoride *Selim bir havuzun önce $\frac{15}{8}$ ’ini daha sonra $\frac{11}{12}$ ’sini suyla dolduruyor. Buna göre selim havuzun kaçta kaçını doldurmuştur?* şeklindeki problemlere yer verilmiştir. Öğrencilerden birinin yazdığı *Bir marketin raflarının $\frac{15}{8}$ ’i cips ile $\frac{11}{12}$ ’si çikolata ile doldurulmuştur. Cips ve çikolata rafların kaçta kaçını kaplar?* problemi bu kategori için başka bir örnektir. Ayrıca öğrencilerin %10.25 toplamının dışında başka işlemlerin ve ya toplama işlemi ile birlikte başka bir işlemin kullanılacağı problem cümleleri yazmışlardır. Öğrencilerin yazdıkları *Ahmet bir $\frac{15}{8}$ km yol gitmiştir. Mehmet ise $\frac{11}{12}$ km yol gitmiştir. Buna göre Ahmet Mehmet’in kaç katı yol gitmiştir? ve Ayşe’nin $\frac{15}{8}$ litre Zehra’nın $\frac{11}{12}$ litre sütü vardır. Ayşe Zehra’ya ne kadar süt verirse sütleri eşit olur?* problemleri bu durum ile ilgili birer örnektir. Ek olarak öğrencilerin %6.36’sı H₆ kategorisinde olan hata türlerini yapmışlardır. Burada öğrenciler verilenler arasında olmadığı halde sayılar ekleyip problem cümleleri yazmışlardır. Buna rağmen doğru problem yazamadıkları görülmüştür. Bu öğrenciler *Bir terzi takım elbise dikecektir. Ceket için 4 metrelik*

kumaşın $\frac{15}{8}$ 'ini, pantolon için bu kumaşın $\frac{11}{12}$ 'sini kullanmıştır. Terzi ne kadar kumaş harcamıştır? şeklinde problem kurmuşlardır. Problem incelendiğinde takım elbise için yaklaşık 11 metre kumaşın kullanıldığı sonucuna varılır. 4 metre kumaştan 11 metre kumaşın kullanılması mümkün görünmemektedir. Buradan öğrencilerin problem yazarken problemin verilenleri sağlayıp sağlamadığını dikkate almadıkları anlaşılmaktadır. Buna karşın oransal olarak en az olan hata türlerine bakıldığında %1'den daha az öğrencinin yaptığı H₅ ve H₈ kategorilerindeki hata türleri tablonun alt sıralarında yer almaktadırlar.

Tablo 4.9.

$\frac{4}{5} + \frac{15}{4}$ İşlemine Yönelik Kurulan Problemlere Ait Bulgular

Kategoriler	f	%
H ₁₂	59	20.85
H ₂	49	17.31
Boş	47	16.61
H ₉	27	9.54
H ₁	22	7.77
H ₄	22	7.77
H ₆	18	6.36
Doğru	16	5.65
H ₃	11	3.89
H ₇	8	2.83
H ₁₁	3	1.06
H ₁₀	1	0.35
Toplam	283	100

Öğrencilerin bir bileşik kesir ile bir basit kesrin toplamına yönelik yazdıkları probleme ait bulgular Tablo 4.9'da verilmiştir. Tablo 4.9'u incelediğimizde öğrencilerin sadece %5.65'i verilen işleme yönelik doğru olarak değerlendirilen problem yazmışlardır. Öğrencilerin %77.75'i ise hatalı problem kurmuşlardır. Ayrıca öğrencilerin %16.61'i problem yazamadıkları görülmektedir.

Bir bileşik kesir ile bir basit kesrin toplamına ilişkin öğrencilerin kurdukları problemler incelendiğinde, öğrencilerin %20.85'i H_{12} kategorisindeki hataları yapmışlardır. Bu kategoride bulunan problemlere örnek olarak *Mustafa Bey kamyonundaki malzemelerin $\frac{4}{5}$ 'ni birinci depoya $\frac{15}{4}$ 'ünü ikinci depoya indirmiştir. Mustafa Bey kamyonundaki malzemelerin ne kadarını indirmiştir?* problemi verilebilir. Problem incelendiğinde indirilen malzemelerin kamyonundakinin 4 katından fazla oldukları gözükmektedir. Burada öğrenci problemi yazarken problemde geçen işlemin sonucundan çok problemdeki ifadelerle odaklandığı söylenebilir. Bunun yanı sıra öğrencilerin %17.31'i *Eliif'in kalemlerinin toplamı $\frac{4}{5}$ kardeşinin kalemlerinin toplamı $\frac{15}{4}$ tür. İki kalemlerini birleştirirse toplam kaç kalemleri olur?* problemine benzer problem yazdıkları görülmüştür. Bu problemde de anlaşıldığı üzere öğrenci kesirleri doğal sayı gibi kullanmıştır. Bununla birlikte bazı öğrencilerin problem yazarken birim kullanmadıkları gözlenmiştir. Örnek olarak *Osman $\frac{4}{5}$ kadar yol gitmiş, İrfan ise $\frac{15}{4}$ kadar yol gitmiştir. İki toplam ne kadar yol gitmişler?* problemi verilebilir. Bu problem çözülsede dahi yolun birimi belli olmadığı için problemde bahsi geçen kişilerin ne kadar yol gittikleri belli olmaz. Bu öğrenciler problemi yazarken daha çok işleme yönelik ifadeleri önemsedikleri için bu tür ayrıntılara dikkat etmemiş olabilirler. Diğer taraftan en az yapılan hata türlerine bakıldığında, öğrencilerin %1.06'sının H_{11} kategorisinde bulunan hataları ve %0.35'inin ise H_{10} kategorisinde bulunan hataları yaptıkları görülmektedir.

Bir bileşik kesir ile bir basit kesrin toplamına yönelik kurulan problemlerdeki hata dağılımlarını gösteren Tablo 4.8 ve Tablo 4.9'daki oranlar karşılaştırıldığında, Tablo 4.8'deki problemi doğru olarak kurma oranının ve problemi hatalı olarak kurma oranının daha yüksek olduğu görülmektedir. Buna karşın verilenleri yanıtızsız bırakma oranlarında ise Tablo 4.9'daki oranın daha yüksek olduğu görülmektedir.

Tablo 4.10.

 $\frac{10}{12} + \frac{57}{18}$ İşlemine Yönelik Kurulan Problemlere Ait Bulgular

Kategoriler	f	%
H ₁₂	57	20.14
Boş	54	19.08
H ₂	46	16.25
H ₉	33	11.66
H ₁	26	9.19
Doğru	16	5.65
H ₃	14	4.95
H ₆	14	4.95
H ₄	12	4.24
H ₇	8	2.83
H ₁₁	2	0.71
H ₈	1	0.35
H ₁₀	1	0.35
Toplam	280	100

Tablo 4.10'da öğrencilerin, sonucu tam sayı olan bir bileşik kesir ile bir basit kesrin toplamına yönelik kurdukları problemlerdeki hata kategorilerine ait dağılım yer almaktadır. Burada öğrencilerin sadece %5.65'inin verilen işleme yönelik doğru olarak değerlendirilen problem kurdukları görülmektedir. Buna karşın öğrencilerin yaklaşık %75'inin hatalı problem kurdukları anlaşılmaktadır. Ayrıca öğrencilerin %19.08'i verilen işleme yönelik problem kuramadıkları görülmektedir. Öğrencilerin kurdukları problemler içerisinde doğru problem kurma oranının bu kadar düşük olması oldukça düşündürücüdür. Tablo 4.10 incelendiğinde, öğrencilerin %20.14'ü problem yazarken parça ile bütün arasında ilişki kuramadığı görülmektedir. Bu durumla ilgili öğrencilerden birinin kurduğu *Bir panonun $\frac{10}{12}$ 'sine resim, $\frac{57}{18}$ 'ine şiir asıldığına göre panonun kaçta kaç kullanılmıştır?* problemi örnek olarak verilebilir. Öğrencinin kurduğu problem çözüldüğünde problemde geçen pano gibi dört tane pano kullanıldığı gözükmemektedir. Oysa öğrenci kurduğu problemde bir panodan söz etmektedir. Ayrıca öğrencilerin %16.25'i problemlerinde kesirleri doğal sayı gibi kullanmışlardır. Bazı

öğrenciler bu durumla ilgili *Gizem'in $\frac{10}{12}$ tokası vardır. Doğum gününde arkadaşları ona $\frac{57}{18}$ toka getirmiştir. Gizemin toplam kaç tokası olmuştur?* şeklinde problemler kurmuşlardır. Problemden geçen toka sadece doğal sayılarla sayılabilir. Buna karşın en az yapılan hata türleri %0.35 oran ile H₈ ve H₁₀ kategorilerinde bulunan hata türleridir. Bazı öğrencilerin *Ege ile Serdar $\frac{10}{12}$ ve $\frac{57}{18}$ topluyor sonucu kaç bulurlar?* gibi ifadeler yazarak toplama işlemini hikayeleştirdikleri görülmüştür. Buna karşın oransal olarak en az olan hata türlerine bakıldığında H₁₀ ve H₈ kategorilerindeki hata türleri yaklaşık %0.35'lik oranları ile tablonun alt sıralarında yer almaktadırlar.

Tablo 4.11.

$\frac{4}{12} + \frac{2}{3}$ İşlemine Yönelik Kurulan Problemlere Ait Bulgular

Kategoriler	f	%
Boş	57	20.14
Doğru	52	18.37
H ₂	44	15.55
H ₁	35	12.37
H ₄	34	12.01
H ₉	23	8.13
H ₃	16	5.65
H ₆	9	3.18
H ₇	7	2.47
H ₅	5	1.77
H ₁₀	1	0.35
H ₁₁	1	0.35
Toplam	283	100

Tablo 4.11 incelendiğinde, sonucu tam sayı olan iki basit kesrin toplamına yönelik problem kurmada öğrencilerin %18.37'si doğru olarak değerlendirilen problemler kurmuşlardır. Buna karşın öğrencilerin yaklaşık %61.5'i ise hatalı problemler kurmuşlardır. Bununla birlikte öğrencilerin yaklaşık %20'si bu kesirlerle ilgili problem yazamamışlardır. Burada bazı öğrencilerin problemlerle ilgili olayları

önceki sorularda kullandıkları için bu soru ile ilgili problem yazamamış olabilirler. Hatalı problemlere yönelik öğrencilerin kurdukları problemlerde 10 hata kategorisi tespit edilmiştir. Örnekleme oluşturan öğrencilerin kurdukları hatalı problemler incelendiğinde kesirlere doğal sayı anlamı yükleme(H₂) şeklindeki hata türü oransal olarak en fazla görülen hata türüdür(%15.55). Burada öğrenciler *Bir evde $\frac{4}{12}$ kişi yaşıyor. Bu eve $\frac{2}{3}$ kişi misafirlğe gelirse evde toplam kaç kişi olur?* problemine benzer problemler yazmışlardır. Problem çözülürse evdekilerle misafirlerin toplamı 1 kişi eder. Bu tür problemleri yazan öğrenciler genellikle kesir kavramından ve işlemin sonucundan bağımsız problem kurdukları söylenebilir. Hatalı olarak değerlendirilen problemlerin oluşturduğu kategorilerin ikinci sırasını H₁(%12.37) hata kategorisinde bulunan problemler oluşturmaktadır. Bu tür problemlere örnek olarak *Bir çiftçi tarladan $\frac{4}{12}$ ton arpa almıştır. Çiftçi arpanın $\frac{2}{3}$ 'ünü atlara verirse geriye ne kadar arpa kalır?* problemi verilebilir. Problem incelendiğinde, problemin çözümü için toplama işleminden ziyade çarpma ve çıkarma işlemleri gerekmektedir. Hatalı problemlerin üçüncü sırasında ise bazı öğrencilerin(%12.01) yazdıkları bir duvarın $\frac{4}{12}$ 'si mavi taşlarla, $\frac{2}{3}$ 'ü ise beyaz taşlarla süslenmiştir. Bu duvar için ne kadar taş kullanılmıştır? şeklindeki probleme benzer problemler bulunmaktadır. Problemde sadece mavi ve beyaz taşların oranı verilmiştir. Buradan taşların miktarını bulmak mümkün değildir. Bu tür problemleri yazan öğrenciler genellikle bir bütünün belli oranlarından bütünün miktarını bulmaya yoğunlaştıkları görülmektedir. Diğer taraftan öğrencilerin verdiği yanıtlardan H₁₀ ve H₁₁ kategorilerinde değerlendirilen problemler %0.35'lik oran ile son iki sırada bulunmaktadır.

Toplamı tamsayı olan iki kesrin toplamına yönelik kurulan problemlere ait bulguları içeren Tablo 4.10 ve Tablo 4.11 birlikte düşünüldüğünde, Tablo 11'deki problemi doğru olarak kurma oranının Tablo 4.10'dakinin 3 katından fazla olduğu görülmektedir. Buna karşın problemi hatalı olarak kurma oranlarında ise Tablo 4.11'deki oranın oldukça yüksek olduğu gözükmektedir. Ayrıca verilenleri yanıtsız bırakma oranlarına bakıldığında her iki tabloda da oranlar birbirine oldukça yakındır.

4.1.2. Problem Kurmaya Yönelik Görüşmeye Dayalı Bulgular

Tablo 4.12.

Kesirlerde Toplamaya Yönelik Problem Kurmadaki Hata Kategorilerine Ait Genel Frekans Dağılımı

Sorular	H ₁	H ₂	H ₃	H ₄	H ₅	H ₆	H ₇	H ₈	H ₉	H ₁₀	H ₁₁	H ₁₂	D	B	Toplam
Soru 1	34	56	5	43	14	23	6	6	23	4	8	0	59	2	283
Soru 2	40	40	17	37	8	17	14	2	24	3	4	0	71	6	283
Soru 3	46	45	17	24	8	19	8	6	23	1	4	53	19	10	283
Soru 4	39	50	11	22	3	25	13	0	19	1	4	57	24	15	283
Soru 5	32	52	15	13	0	18	14	1	31	0	3	59	18	27	283
Soru 6	29	54	16	11	0	20	9	0	27	0	5	68	20	24	283
Soru 7	29	50	16	13	1	18	10	2	25	0	4	65	18	32	283
Soru 8	22	49	11	22	0	18	8	0	27	1	3	59	16	47	283
Soru 9	26	46	14	12	0	14	8	1	33	0	2	57	16	54	283
Soru 10	35	44	16	34	5	9	7	0	23	1	0	0	52	57	283
Toplam	332	486	138	231	39	181	97	18	255	11	37	418	313	274	2830
%	11.73	17.17	4.88	8.16	1.38	6.36	3.43	0.64	9.01	0.39	1.31	14.77	11.06	9.68	100

Tablo 4.12’de öğrencilerin kesirlerde toplama işlemine yönelik problem kurma testindeki bütün sorulara verdikleri yanıtlara ait hataların genel dağılımı sunulmuştur. Tablo 4.12’den de görüldüğü gibi öğrencilerin kurdukları problemlerin sadece %11.06’sı doğru olarak yazılmıştır. Buna karşın yazılan problemlerin yaklaşık %80’i hatalıdır. En fazla yapılan hatalara baktığımızda ilk üç sırada H_1 (%17.17), H_{12} (%14.77) ve H_1 (%11.73) kategorilerinde yer alan problemler bulunmaktadır. Öğrencilerin en fazla yaptıkları hata türleri ile ilgili öğrencilerle yapılan görüşmeler aşağıda verilmiştir.

4.1.2.1. H_1 hata türüne ilişkin görüşmeye dayalı bulgular

V: Yazdığın problemi okur musun?

Ö₁: Yapılacak bir binanın 1. Ay $\frac{3}{10}$ ’ü kadar malzeme 2. Ay $\frac{13}{15}$ ’ü kadar malzeme getirilmiştir. Ne kadar malzeme artmıştır?

V: Yazdığın problemi çözmek için hangi işlemlerin kullanılması gerekir?

Ö₁: Toplama ve çıkarma işlemleri

V: Verilenler arasında çıkarma işlemi var mı?

Ö₁: Hayır.

V: Sen neden hem çıkarma hem de toplama işlemi ile ilgili problem yazdın?

Ö₁: Hocam aklıma sadece toplama işlemi ile ilgili problem gelmedi. Ben de içinde çıkarma işlemi de olan bir problem yazdım.

V: Ama sana sorulan sadece toplama işlemi ile ilgili problem yazman.

Ö₁: Sonuçta problemin içinde toplama işlemi var. Çıkarma işlemi de olsa bir şey olmaz dedim.

Öğrenci farkında olarak hem toplama hem de çıkarma işlemine yönelik problem kurduğunu belirtmektedir. Kurduğu problemin içerisinde toplama işlemi ile birlikte başka bir işlemi kullanmasının hatalı olacağını düşünmemektedir. Öğrencinin de belirttiği gibi bazı öğrenciler toplama işlemine yönelik problem yazamadıkları zaman farklı işlemlerle ilgili problem kurmaktadır. Bu öğrenciler soruları yanıtsız bırakmak yerine farklı işlemlere yönelik olsa da problem yazmanın daha uygun olacağını düşünmektedirler.

4.1.2.2. H₂ hata türüne ilişkin görüşmeye dayalı bulgular

- V: Yazdığın problemi okur musun?
- Ö₂: Onur bir yılda $\frac{3}{10}$ gol kaçıırır. $\frac{13}{15}$ gol atar. Buna göre Onur kaç gol pozisyonuna girmiştir?
- V: $\frac{3}{10}$ gol ne kadardır?
- Ö₂: Kaçırdığı gol sayısı
- V: Peki golleri say desem nasıl sayarsın?
- Ö₂: 1-2-3-4-5-6-7 şeklinde devam eder.
- V: Peki saydıkların içinde $\frac{3}{10}$ var mı?
- Ö₂: Hayır.
- V: Sen nasıl yazdın?
- Ö₂: Bir hafta 3 gol diğer hafta 10 kaçıırırsa toplam 13 gol eder.
- V: $\frac{13}{15}$ golü nasıl düşündün ve yazdın?
- Ö₂: Bir hafta 13 gol başka bir hafta 15 gol atar.
- V: Toplam kaç gol pozisyonuna girmiş?
- Ö₂: 3 gol 10 gol daha 13 gol eder. 13 gol 15 gol daha 28 gol eder. Toplamda 13 bölü 28 gol eder.
- V: Peki $\frac{30}{35}$ gol pozisyonuna girerse bunu nasıl açıklarsın?
- Ö₂: 30 gol kaçırmış 35 gol atmış toplam 65 gol pozisyonu eder.

Öğrencinin de belirttiği gibi, bazı öğrenciler kesirleri doğal sayı gibi kullanmaktadırlar. Bunu yaparken kesirlere farklı anlamlar yüklemektedirler. Öğrenci kesirlerin pay ve paydasında bulunan sayıları nesnelere saymak için kullanabileceğini belirtmektedir. Bu da öğrencinin kesrin pay ve paydasını birbirinden bağımsız olarak düşündüğünü göstermektedir.

- V: Yazdığın problemi okur musun?
- Ö₃: Bir kümeste $\frac{4}{5}$ tane tavuk diğer kümeste $\frac{15}{4}$ tavuk vardır. İki kümeste toplam kaç tavuk vardır?

V: $\frac{4}{5}$ tavuk ne kadar tavuktur?

Ö₃: Hıııı

V: Mesela sizin tavuklarınız olsa say desem nasıl sayarsın.

Ö₃: 1-2-3-4-5-6-7...

V: İçerisinde $\frac{4}{5}$ var mı?

Ö₃: Hayır.

V: Sen nasıl yazdın?

Ö₃: Mesela bir kümesi ikiye bölssek. Bir tarafında 4 tavuk diğer tarafında 5 tavuk toplam 9 tavuk eder.

V: Neden kümesi ikiye bölüyorsun?

Ö₃: Hocam 4 bölü 5 dediğimiz için

V: Oradaki bölü ne demektir?

Ö₃: Yani kümesi bölmek demektir.

V: Peki $\frac{15}{4}$ tavuk nasıl oluyor?

Ö₃: Hocam onu da birinci kümes gibi ikiye böldüm bir tarafında 15 diğer tarafında 4 tavuk toplam 19 tavuk vardır.

V: İki kümeste toplam kaç tavuk eder?

Ö₃: 9 ile 19'u toplarsak 28 eder.

Öğrenci ile yapılan görüşmeden de anlaşıldığı gibi, öğrenci tavukları sayarken kesirleri kullanmaktadır. Kesirlerin pay ve paydasında bulunan sayıların farklı kısımlardaki tavukların sayısı olduğunu söylemektedir. Burada öğrencinin kesirlerdeki bölme kavramını bir alanı kısımlara ayırmak olarak yorumladığı görülmektedir.

4.1.2.3. H₃ hata türüne ilişkin görüşmeye dayalı bulgular

V: Yazdığın problemi okur musun?

Ö₄: Bir çocuk evden markete giderken $\frac{3}{6}$ yol gitmiştir. Marketten manava giderken $\frac{5}{12}$ yol gitmiştir. Buna göre bu çocuk ne kadar yol gitmiştir.

V: $\frac{3}{6}$ yol ne kadar yoldur?

Ö₄: $\frac{3}{6}$ metre yol

V: Problemden metre olduğu yazılmıyor.

Ö₄: Ben metre olarak düşündüm.

V: $\frac{3}{6}$ yol denildiğinde biz $\frac{3}{6}$ metre yol mu anlayacağız?

Ö₄: Evet $\frac{3}{6}$ metre yol gitmiştir.

V: Peki bir başkası $\frac{3}{6}$ kilometre yol derse ne dersin.

Ö₄: İyide hocam evden markete kilometre olmaz ki

V: $\frac{3}{6}$ metre yol giden birisi ne kadar yol gitmiştir açıklar mısınız?

Ö₄: Mesela 6 metre yolun 3 metresini gitmiştir.

Öğrenci problem yazarken birimsiz olarak kullandığı sayıların herkes tarafından aynı şekilde algılanacağını düşünmektedir. Bunu da problemde geçen kavramlarla sayılar arasında mantık kurarak yapmaktadır. Örneğin evle market arasındaki mesafenin km ile ölçülmeyecek bir mesafe olduğunu düşünmektedir. Bundan dolayı bu mesafenin herkes tarafından metre olarak düşünülmesi gerektiğini belirtmektedir.

4.1.2.4. H₄ hata türüne ilişkin görüşmeye dayalı bulgular

V: Yazdığın problemi okur musun?

Ö₅: Bir baba mirasının $\frac{1}{3}$ 'ünü Ali'ye $\frac{1}{6}$ 'sını Mehmet'e veriyor. Toplam kaç TL vermiştir?

V: Mirasın kaç TL olduğu nasıl bulunur?

Ö₅: Öğretmenim iki kesri toplarsak buluruz.

V: Kesirlerin toplamı kaç olur.

Ö₅: $\frac{3}{6}$

V: Nedir bu?

Ö₅: Mirasın miktarı

V: Ne kadar olduğunu açıklar mısınız?

Ö₅: $\frac{3}{6}$ TL

V: Ama sen problemin başında $\frac{1}{3}$ ve $\frac{1}{6}$ 'lık oranlarını vermişsin sonunda da miktarını sormuşsun sence bu doğru mu?

Ö₅: Hayır.

V: Nasıl yazdığını açıklar mısın?

Ö₅: Öğretmenim iki kesri toplarsak mirasın miktarını buluruz sandım.

V: Neden o şekilde düşündün

Ö₅: Birazını birine birazını da öbürüne verdiği için ikisini toplarsam mirasın toplamını bulurum sandım.

Öğrenci, problemde miras kavramının onu miktarı sormaya yönlendirdiğini söylemektedir. Ayrıca görüşmeden de anlaşıldığı gibi, öğrenci bütün olarak aldığı çokluğun belli oranlarını topladığında çokluğun miktarını bulunacağını düşünmektedir. Yani öğrenci bir bütünün belli bir oranı ile o bütünün miktarının birbirinden farklı olduklarının farkında değildir.

4.1.2.5. H₁₂ hata türüne ilişkin görüşmeye dayalı bulgular

V: Yazdığın problemi okur musun?

Ö₆: Mehmet Bey tarlasının $\frac{3}{10}$ 'nuna buğday $\frac{5}{12}$ 'sine ise arpa ekmiştir. Mehmet Bey tarlasının kaçta kaçını ekmiştir?

V: Mehmet Bey kaç tane tarla ekmiştir.

Ö₆: 1 tarla ekmiştir.

V: Tarlanın ekilen kısımları toplanırsa sonuç ne olur?

Ö₆: $\frac{35}{30}$

V: Ekilen kısımlar tarladan büyük mü yoksa küçük mü?

Ö₆: Büyük

V: Peki kendi tarlasından daha büyük bir yeri nasıl eker?

Ö₆: Bunları toplarken birden daha küçük çıkacağını düşündüm

V: 1'den daha büyük olacağını düşünmedin?

Ö₆: Kesirlerin ikisi de 1'den küçük olduğu için toplamalarının da 1'den küçük olacağını düşündüm.

Yapılan görüşmede, öğrenci problem yazarken problemin sonucunun 1'den büyük olacağını hiç düşünmediğini belirtmektedir. Kesirlerin basit kesir olması öğrencinin bu şekilde yorum yapmasına neden olmaktadır.

V: Yazdığın problemi okur musun?

Ö₇: Ayşe bahçesinin $\frac{13}{5}$ 'ini süpürüyor sonra misafirleri gelince içeri giriyor. Misafirler gittikten sonra $\frac{7}{3}$ 'ünü süpürüyor. Ayşe bahçesinin ne kadarını süpürmüştür?

V: Ayşe'nin kaç bahçesi vardır.

Ö₇: Bir

V: Bahçenin $\frac{13}{5}$ 'i bahçeden büyük mü küçük mü?

Ö₇: Büyük

V: Yani bahçesinden daha büyük bir yeri süpürmüş doğru mu?

Ö₇: Evet

V: Peki bu mümkün mü?

Ö₇: Hayır

V: Peki neden böyle yazdın?

Ö₇: Yazarken büyük mü küçük mü hiç düşünmedim sadece toplama işlemi ile ilgili aklıma bu geldi bende yazdım.

V: Problemde misafirler gittikten sonra tekrar süpürdüğünü yazmışsın. Demek ki biraz daha kalmış

Ö₇: Ben $\frac{13}{5}$ 'ini yazarken biraz daha kaldığımı düşündüm bu yüzden $\frac{7}{3}$ 'ünü de süpürüyor yazdım.

V: O zaman $\frac{7}{3}$ 1'den büyük mü küçük mü?

Ö₇: Büyük ama ben bunları hiç düşünmedim.

V: Nasıl düşündün açıklar mısın?

Ö₇: Hocam ben aslında kesirlere hiç dikkat etmedim sadece problemin toplama işlemi ile ilgili olmasını istedim.

Öğrenci ile yapılan görüşmeden de görüldüğü gibi, öğrencinin problem yazarken toplama işlemine odaklandığı görülmektedir. Bundan dolayı kesirlerin basit veya bileşik olduğuna dikkat etmediği anlaşılmaktadır.

- V: Yazdığın problemi okur musun?
- Ö₈: İki karınca dökülmüş ekmek kırıntılarını topluyorlar. Birinci karınca ekmeklerin $\frac{21}{4}$ 'ünü ikinci karınca $\frac{44}{6}$ 'sını topluyor. İkisi beraber ekmeklerin ne kadarını topluyor?
- V: Ne kadar ekmek vardır? Açıklar mısın?
- Ö₈: Bir tabak kadar olsun
- V: Ekmek kırıntılarının $\frac{21}{4}$ 'ü ekmekten az mı çok mu?
- Ö₈: Az
- V: Nasıl
- Ö₈: Yüzde yüzden $\frac{21}{4}$ 'ü çıkarırsak az olduğunu görürüz.
- V: Neden çıkarıyorsun?
- Ö₈: Hangisinin daha çok olduğunu bulmak için
- V: Ekmek kırıntılarının $\frac{21}{4}$ 'ünü nasıl bulursun?
- Ö₈: Ekmek kırıntılarını 21'e bölerim 4'ünü alırım.
- V: Neden 4'e değil de 21'e bölüyorsun?
- Ö₈: Çünkü biz hep büyük sayıya bölüp küçük sayıyı alıyoruz.
- V: Ekmek kırıntılarının $\frac{44}{6}$ 'sını nasıl bulursun.
- Ö₈: Ekmek kırıntılarını 44'e bölerim 6'sını alırım.

Yapılan görüşmeden de görüldüğü gibi, öğrencinin basit kesirlerle ilgili öğrendiği bir özelliği bileşik kesirlere genelleyerek problem yazdığı anlaşılmaktadır. Öğrenci basit kesirlerle bu işlemi yaptığında bütünü büyük sayıya(kesrin paydası) bölüp küçük sayı(kesrin payı) kadar parça elde ettiği için aynı işlemi bileşik kesirlerde de uygulamaya çalışmaktadır.

4.2. İkinci Alt Probleme İlişkin Bulgular

Kesirlerle toplama işlemine yönelik problem çözme ile ilgili öğrencilere 10 soru sorulmuştur. Öğrencilerin verdikleri yanıtlar içerik analizine tabi tutulmuştur. Verilen yanıtlarda kesirlerde toplama işlemine yönelik problem çözümede toplam 17 hata kategorisi tespit edilmiştir. Bu kategoriler ve kısaltmaları Tablo 4.13'de verilmiştir.

Tablo 4.13.

Kesirlerde Toplamaya Yönelik Problem Çözmeye İlişkin Hata Kategorilerine Ait Dağılım

Kısaltmalar	Kategoriler
H ₁	Problemi çözerken işlemsel hata yapma
H ₂	Çıkarma işlemi ile problemi çözme
H ₃	Çarpma işlemi ile problemi çözme
H ₄	Bölme işlemi ile problemi çözme
H ₅	Diğer işlemler ile problemi çözme
H ₆	Sayıları değiştirerek problemi çözme
H ₇	Toplama işlemini yaparken paydaları eşitleyememe
H ₈	Sadeleştirme yaparken hata yapma
H ₉	Yarım kavramını anlayamama
H ₁₀	Pay ve paydayı ayrı ayrı toplama
H ₁₁	Kesirleri genişletmede hata yapma
H ₁₂	Toplama işlemini yazıp işlemi yapamama
H ₁₃	Toplama işlemine çarpma işlemi anlamını yükleyerek sadeleştirme yapma
H ₁₄	Hafta sonu ve ya hafta içi kavramlarını birer gün olarak algılama
H ₁₅	Bileşik kesirleri basit kesir olarak algılama
H ₁₆	Pay ve paydayı ayrı ayrı doğal sayı olarak algılama
H ₁₇	Sonucun tam sayı olduğunu fark edememe

Tablo 4.13'deki kategorilere ait açıklamalar ve ilgili hatayı içeren öğrenci yanıtları doğrudan alıntılarla aşağıda sunulmuştur.

4.2.1. Problem Çözme Kategorileri ile İlgili Örnek Çözümler

4.2.1.1. Problemleri çözerken işlemsel hata yapma(H₁)

Bu kategori, kesirlerde toplama işlemini yaparken payda eşitlemede çarpmada veya payları toplarken toplama işleminde hata yapılan durumları içermektedir. Bu tür

hatalar H_1 kategorisine alınmıştır. Bu hata türünü yapan öğrencilerden ikisinin yanıtları şekil 4.28 ve 4.29'da verilmiştir.

5. Nurgül bir mağazada yarı zamanlı olarak çalışmaktadır. İşe iki gün önce başlayan Nurgül pazartesi günü $\frac{21}{4}$ saat ve Salı günü $\frac{44}{6}$ saat çalışmıştır. Nurgül iki günde toplam kaç saat çalışmıştır?

$$\frac{21}{(3)} + \frac{44}{(3)} = \frac{63}{12} + \frac{88}{12} = \frac{155}{12}$$

Şekil 4.28. Problem çözme ile ilgili H_1 kategorisinde değerlendirilen bir öğrenci yanıtı

Şekil 4.28'de verilen örnekte öğrenci kesirlerin paylarını toplarken hata yapmıştır. 63 ile 88 sayılarının toplamı 151 iken öğrenci 155 bulmuştur.

8. Tuncay ile Metin kırtasiyeden ortak bir kitap alıyorlar. Tuncay $\frac{4}{5}$ TL, Metin ise $\frac{15}{4}$ TL veriyor. Buna göre Tuncay ile Metin'in aldığı kitap kaç Türk Lirasıdır?

$$\frac{4}{(4)} + \frac{15}{(5)} = \frac{16}{20} + \frac{45}{20} = \frac{61}{20}$$

Şekil 4.29. Problem çözme ile ilgili H_1 kategorisinde değerlendirilen bir öğrenci yanıtı

Şekil 4.29'daki problemi çözen öğrenci $\frac{15}{4}$ kesrini 5 ile genişletirken hata yapmıştır. 5 ile 15 sayılarının çarpımı 75 iken öğrenci 45 bulmuştur.

4.2.1.2. Çıkarma işlemi ile problemleri çözme(H_2)

Bu hata kategorisi, problemin çözümünde toplama işlemi yerine çıkarma işlemini kullanan öğrencilerin yanıtlarını içermektedir. Bu hata türünü içeren bir öğrenciye ait yanıt şekil 4.30'da verilmiştir.

1. Seçil, kitaplığının $\frac{3}{6}$ ' üne ders kitaplarını, $\frac{5}{12}$ ' ine romanlarını koymuştur. Seçil kitaplığın kaçta kaçını kullanmaktadır?

$$\frac{3}{6} - \frac{5}{12} = \frac{6}{12} - \frac{5}{12} = \frac{1}{12}$$

(2)

Şekil 4.30. Problem çözme ile ilgili H₂ kategorisinde değerlendirilen bir öğrenci yanıtı

Şekil 4.30'daki problemi çözen öğrencinin toplama işlemini kullanması gerekirken çıkarma işlemini kullandığı görülmektedir.

4.2.1.3. Çarpma işlemi ile problemleri çözme(H₃)

Bu hata türü problem çözümünde toplama işlemi yerine çarpma işlemi kullanılan yanıtları içermektedir. Bu tür hatalar H₃ hata kategorisine alınmıştır. Bu hata türünü içeren bir öğrenciye ait yanıt şekil 4.31'de verilmiştir.

8. Tuncay ile Metin kırtasiyeden ortak bir kitap alıyorlar. Tuncay $\frac{4}{5}$ TL, Metin ise $\frac{15}{4}$ TL veriyor. Buna göre Tuncay ile Metin'in aldığı kitap kaç Türk Lirasıdır?

$$\frac{4}{5} \cdot \frac{15}{4} = \frac{1}{1} \cdot \frac{3}{1} = \frac{3}{1}$$

Şekil 4.31. Problem çözme ile ilgili H₃ kategorisinde değerlendirilen bir öğrenci yanıtı

Şekil 4.31'deki problemi çözen öğrencinin toplama işlemi yerine çarpma işlemini kullandığı görülmektedir.

4.2.1.4. Bölme işlemi ile problemleri çözme(H₄)

Bu hata kategorisi, problemin çözümünde toplama işlemi yerine bölme işlemini kullanan öğrencilerin yanıtlarını içermektedir. Bu hata türünü içeren bir öğrenciye ait yanıt şekil 4.32'de verilmiştir.

1. Seçil, kitaplığının $\frac{3}{6}$ ' üne ders kitaplarını, $\frac{5}{12}$ ' ine romanlarını koymuştur. Seçil kitaplığın kaçta kaçını kullanmaktadır?

$$\frac{\frac{3}{6}}{\frac{5}{12}} = \frac{6}{12} \times \frac{12}{5} = \frac{72}{60}$$

Şekil 4.32. Problem çözme ile ilgili H₄ kategorisinde değerlendirilen bir öğrenci yanıtı

Şekil 4.32'yi incelediğimizde, öğrencinin verilen problemi bölme işlemi ile çözdüğü görülmektedir.

4.2.1.5. Başka işlemler ile problemleri çözme(H₅)

Bu hata kategorisi, problemin çözümünde dört işlemin dışındaki işlemlerlerin kullanıldığı öğrenci yanıtlarını içermektedir. Bu tür hatalar H₅ hata türü olarak değerlendirilmiştir. Bu hata türünü yapan öğrencilerden ikisinin yanıtları şekil 4.33 ve 4.34'de verilmiştir.

7. Hasan Amca bahçesine $\frac{15}{8}$ m² soğan, $\frac{11}{12}$ m² marul ekmiştir. Hasan Amcanın bahçesinin kaç m² si ekili durumdadır?

$$\frac{15}{8} + \frac{11}{12}$$

Şekil 4.33. Problem çözme ile ilgili H₅ kategorisinde değerlendirilen bir öğrenci yanıtı

Şekil 4.33'deki problemi incelediğimizde, öğrencinin problemi çözerken orantıyı kullandığı görülmektedir.

8. Tuncay ile Metin kırtasiyeden ortak bir kitap alıyorlar. Tuncay $\frac{4}{5}$ TL, Metin ise $\frac{15}{4}$ TL veriyor. Buna göre Tuncay ile Metin'in aldığı kitap kaç Türk Lirasıdır?

$$\frac{4}{5} \rightarrow \frac{75}{4}$$

Şekil 4.34. Problem çözme ile ilgili H₅ kategorisinde değerlendirilen bir öğrenci yanıtı

Şekil 4.34'deki problemin çözümüne baktığımızda, öğrencinin problemi karşılaştırma ile çözmeye çalıştığı anlaşılmaktadır.

4.2.1.6. Sayıları değiştirerek problemi çözme(H₆)

Bu hata kategorisinde, öğrenciler problemin içerisinde kesirlerin ya payını ya paydasını ya da her ikisini de değiştirerek problemi çözmeye çalışmışlar. Bu hata türünü içeren bir öğrenciye ait yanıt şekil 4.35'de verilmiştir.

7. Hasan Amca bahçesine $\frac{15}{8}$ m² soğan, $\frac{11}{12}$ m² marul ekmiştir. Hasan Amca'nın bahçesinin kaç m² si ekili durumdadır?

$$\frac{15}{4} + \frac{11}{4} = \frac{26}{4}$$

Şekil 4.35. Problem çözme ile ilgili H₆ kategorisinde değerlendirilen bir öğrenci yanıtı

Şekil 4.35'i incelediğimizde, problem içerisinde verilen $\frac{15}{8}$ ve $\frac{11}{12}$ kesirlerinin paydaları öğrenci tarafından değiştirilip bunların yerine $\frac{15}{4}$ ve $\frac{11}{4}$ kesirlerinin yazıldığı gözükmektedir.

4.2.1.7. Toplama işlemini yaparken paydaları eşitleyememe(H₇)

Bu hata kategorisinin içerisinde, öğrencilerin kesirleri toplarken paydaları eşitlemedeki zorlukları yer almaktadır. Burada öğrenciler kesirlerin paydalarını

eşitlemek için kesirleri genişletmeye yönelik uygun sayıları bulamadıkları tespit edilmiştir. Bu durumu örnekleyen bir öğrencinin yanıtı şekil 4.36'da verilmiştir.

10. Sinem deney için bir kaba $\frac{10}{12}$ litre zeytinyağı ile $\frac{57}{18}$ litre su koyuyor. Kaptaki kaç litre zeytinyağı su karışımı vardır?

$$\frac{10}{12} \text{ L zeytinyağı}$$

$$\frac{57}{18} \text{ L su}$$

$$\frac{57}{18} + \frac{10}{12} = \frac{171}{54} + \frac{20}{24} = \frac{91}{24}$$

Şekil 4.36. Problem çözme ile ilgili H₇ kategorisinde değerlendirilen bir öğrenci yanıtı

Şekil 4.36'daki problemi çözmeye çalışan öğrencinin yanıtını incelediğimizde, $\frac{57}{18}$ kesrini 2 ile genişletmesi gerekirken 3 ile $\frac{10}{12}$ kesrini 3 ile genişletmesi gerekirken 2 ile genişlettiği anlaşılmaktadır.

4.2.1.8. Sadeleştirme yaparken hata yapma(H₈)

Öğrencilerin kesirlerde toplama işlemi yapmadan önce veya toplama işlemi yaptıktan sonra kesirleri sadeleştirirken yaptıkları hatalar H₈ hata türü olarak adlandırılmıştır. Bu hata türünü içeren öğrencilerden birinin yanıtı şekil 4.37'de verilmiştir.

3. Bir şekerli su karışımında $\frac{3}{10}$ kg şeker, $\frac{13}{15}$ kg su bulunmaktadır. Karışımın toplam ağırlığı ne kadardır?

$$\frac{3}{10} + \frac{13}{15} = \frac{45}{150} + \frac{130}{150} = \frac{175}{150} = \frac{37}{30}$$

Şekil 4.37. Problem çözme ile ilgili H₈ kategorisinde değerlendirilen bir öğrenci yanıtı

Şekil 4.37’de öğrenci sadeleştirme öncesine kadar problemi doğru çöümüştür. Fakat öğrencinin $\frac{175}{150}$ kesrini 3 ile sadeleştirmeye çalışırken hata yaptığı görülmektedir. Öğrenci 175 sayısını 3’e bölerken 35 bulması gerekirken 37 bulduğu anlaşılmaktadır.

4.2.1.9. Yarım kavramını anlamlandıramama(H₉)

Bu hata kategorisi sadece bir probleme aittir. Bazı öğrencilerin bu problem içerisinde geçen yarım kavramının karşılığı olan kesri yazamadıkları tespit edilmiştir. Bu öğrenciler problemi çözmeye çalışırken yarım kavramı yerine ya hiç kesir yazamamışlar ya da yanlış bir kesir yazmışlardır. Bu tür hataları yapan öğrencilerin yanıtları H₉ hata türü olarak adlandırılmıştır. Bu hata türünü içeren üç öğrenciye ait yanıtlar şekil 4.38, 4.39 ve 4.40’da verilmiştir.

4. Mustafa odasını boyamak için bir teneke beyaz boyanın $\frac{5}{7}$ ’i ile yarım teneke mavi boyayı birbirine karıştırıyor. Mustafa’nın ne kadar boya karışımı olur?

$$\frac{1}{(7)} + \frac{5}{7} = \frac{7}{7} + \frac{5}{7} = \frac{12}{7}$$

Şekil 4.38. Problem çözme ile ilgili H₉ kategorisinde değerlendirilen bir öğrenci yanıtı

4. Mustafa odasını boyamak için bir teneke beyaz boyanın $\frac{5}{7}$ ’i ile yarım teneke mavi boyayı birbirine karıştırıyor. Mustafa’nın ne kadar boya karışımı olur?

$$\frac{\overset{(5)}{5}}{\underset{(5)}{7}} + \frac{\overset{(9)}{10}}{\underset{(2)}{5}} = \frac{25}{35} + \frac{40}{35} = \frac{65}{35}$$

Şekil 4.39. Problem çözme ile ilgili H₉ kategorisinde değerlendirilen bir öğrenci yanıtı

Şekil 4.38 ve 4.39’daki öğrencilerin yanıtlarını incelediğimizde, yarım kavramının karşılığı olan kesri yazamadıkları görülmektedir. Şekil 39’daki yanıtı veren

öğrenci yarım kavramı yerine $\frac{10}{5}$ kesrini yazarken şekil 40'daki yanıtı veren öğrenci yarım kavramı yerine $\frac{1}{1}$ kesrini yazdığı görülmektedir.

4. Mustafa odasını boyamak için bir teneke beyaz boyanın $\frac{5}{7}$ 'i ile yarım teneke mavi boyayı birbirine karıştırıyor. Mustafa'nın ne kadar boya karışımı olur?

$$\frac{5}{7} +$$

Şekil 4.40. Problem çözme ile ilgili H₉ kategorisinde değerlendirilen bir öğrenci yanıtı

Şekil 4.40'daki öğrenci yanıtı incelendiğinde, öğrencinin $\frac{5}{7}$ kesrini yazdığı fakat yarım kavramına karşılık gelen kesirleri yazamadığı anlaşılmaktadır.

4.2.1.10. Pay ve paydayı ayrı ayrı toplama(H₁₀)

Öğrencilerin bazıları problemin çözümünde kullandıkları toplama işlemini yaparken kesirlerin paydalarını eşitlemeden payı pay ile paydayı ise payda ile topladıkları tespit edilmiştir. Bu tür hatalar H₁₀ kategorisi içerisine alınmıştır. Bu hata türüne örnek olarak öğrencilerden birine ait yanıt şekil 4.41'de verilmiştir.

3. Bir şekerli su karışımında $\frac{3}{10}$ kg şeker, $\frac{13}{15}$ kg su bulunmaktadır. Karışımın toplam ağırlığı ne kadardır?

$$\frac{13}{15} + \frac{3}{10} = \frac{16}{25}$$

Şekil 4.41. Problem çözme ile ilgili H₁₀ kategorisinde değerlendirilen bir öğrenci yanıtı

Şekil 4.41'de öğrenci $\frac{13}{15}$ kesri ile $\frac{3}{10}$ kesrini toplarken 13 ile 3 sayılarını ve 15 ile 10 sayılarını topladığı görülmektedir. Burada toplama işleminin sonucu $\frac{7}{6}$ olması gerekirken öğrenci $\frac{16}{25}$ olarak bulmuştur.

4.2.1.11. Kesirleri genişletmede hata yapma(H₁₁)

Bu hata kategorisi, bazı öğrencilerin kesirlerin paydalarını eşitlemek için kesirleri genişletirken yaptıkları hataları içermektedir. Burada öğrenciler kesirleri genişletmek için kullandıkları sayıyı sadece kesirlerin paydaları ile çarptıkları tespit edilmiştir. Bu durumu örnekleyen bir öğrencinin yanıtı şekil 4.42’de verilmiştir.

5. Nurgül bir mağazada yarı zamanlı olarak çalışmaktadır. İşe iki gün önce başlayan Nurgül pazartesi günü $\frac{21}{4}$ saat ve Salı günü $\frac{44}{6}$ saat çalışmıştır. Nurgül iki günde toplam kaç saat çalışmıştır?

$$\frac{21}{4} + \frac{44}{6} = \frac{65}{12}$$

Şekil 4.42. Problem çözme ile ilgili H₁₁ kategorisinde değerlendirilen bir öğrenci yanıtı

Şekil 4.42’yi incelediğimizde, öğrenci $\frac{21}{4}$ ve $\frac{44}{6}$ kesirlerinin paydalarını eşitlemeye çalışırken kullandığı sayıları kesirlerin sadece paydaları ile çarpmıştır. Öğrenci $\frac{21}{4}$ kesrinin 3 ile genişletilmesi sonucunu $\frac{63}{12}$ olarak bulması gerekirken $\frac{21}{12}$ olarak bulmuştur. Benzer şekilde öğrenci $\frac{44}{6}$ kesrinin 2 ile genişletilmesi sonucunu $\frac{88}{12}$ olarak bulması gerekirken $\frac{44}{12}$ olarak bulmuştur.

4.2.1.12. Toplama işlemini yazıp işlemi yapamama(H₁₂)

Bu hata katagorisi, öğrencilerin problemin çözümünde toplama işleminin kullanılacağını bildiklerini fakat bu işlemi yapamadıkları şeklindeki hataları kapsamaktadır. Bu hata türünü içeren bir öğrenciye ait yanıt şekil 4.43’te verilmiştir.

6. Emre hafta sonları $\frac{13}{5}$ km, iş günlerinde ise $\frac{7}{3}$ km bisiklete biner. Emre bir haftada kaç km bisiklete binmiştir?

$$\frac{7}{3} + \frac{13}{5} =$$

Şekil 4.43. Problem çözme ile ilgili H₁₂ kategorisinde değerlendirilen bir öğrenci yanıtı

Şekil 4.43'deki öğrenci yanıtını incelediğimizde, öğrenci problemin çözümünde toplama işleminin kullanılması gerektiğini bildiği anlaşılmaktadır. Buna karşın problemde kullanılan $\frac{7}{3}$ ile $\frac{13}{5}$ kesirlerini toplayamadığı görülmektedir.

4.2.1.13. Toplama işlemine çarpma işlemi anlamını yükleyerek sadeleştirme yapma(H₁₃)

Bu hata kategorisinin içerisinde, öğrencilerin kesirlerde toplama işlemi yaparken sadeleştirme işlemine ait hataları yer almaktadır. Burada öğrenciler kesirleri toplarken çarpma işleminde uygulanan birinci kesrin payı ile ikinci kesrin paydasını ve ya ikinci kesrin payı ile birinci kesrin paydasını sadeleştirdikleri tespit edilmiştir. Bu durumu örnekleyen bir öğrencinin yanıtı şekil 4.44'de verilmiştir.

1. Seçil, kitaplığının $\frac{3}{6}$ ' üne ders kitaplarını, $\frac{5}{12}$ ' ine romanlarını koymuştur. Seçil kitaplığın kaçta kaçını kullanmaktadır?

$$\frac{3}{6} + \frac{5}{12} = \frac{2}{12} + \frac{5}{12} = \frac{7}{12} \text{ sini kullanmıştır}$$

(2) (3)

Şekil 4.44. Problem çözüme ile ilgili H₁₃ kategorisinde değerlendirilen bir öğrenci yanıtı

Şekil 4.44'deki problemi yanıtlayan öğrenci, $\frac{3}{6} + \frac{5}{12}$ işlemini yaparken 3 ve 12 sayılarını 3 ile sadeleştirerek, $\frac{1}{6} + \frac{5}{4}$ işlemini elde ettiği görülmektedir.

4.2.1.14. Hafta sonu veya hafta içi kavramlarını birer gün olarak algılama(H₁₄)

Bu hata kategorisi de H₉'da olduğu gibi sadece bir probleme aittir. Bu kategori, öğrencilerin problemde geçen hafta sonu ve iş günleri kavramlarını birer gün olarak almalarını içermektedir. Bu hata türünü içeren bir öğrenciye ait yanıt şekil 4.45'de verilmiştir.

6. Emre hafta sonları $\frac{13}{5}$ km, iş günlerinde ise $\frac{7}{3}$ km bisiklete biner. Emre bir haftada kaç km bisiklete binmiştir?

$$\frac{13}{5} + \frac{13}{5} = \frac{26}{5} \quad \frac{7}{3} + \frac{7}{3} + \frac{7}{3} + \frac{7}{3} + \frac{7}{3} = \frac{35}{3} \quad \frac{26}{5} + \frac{35}{3} = \frac{78}{15} + \frac{175}{15} = \frac{253}{15}$$

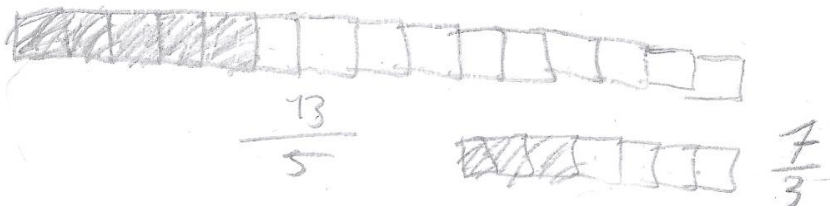
Şekil 4.45. Problem çözme ile ilgili H₁₄ kategorisinde değerlendirilen bir öğrenci yanıtı

Şekil 4.45’de yer alan problemin yanıtını incelediğimizde, öğrencinin hafta sonu iki günde yapılan etkinliğin miktarını her bir günde yapıldığı, benzer şekilde hafta içi beş günde yapılan etkinliğin miktarını her bir günde yapıldığı şeklinde algıladığı anlaşılmaktadır. Bundan dolayı öğrenci $\frac{13}{5}$ kesrini kendisi ile $\frac{7}{3}$ kesrini ise 5 defa yan yana yazarak topladığı gözükmektedir.

4.2.1.15. Bileşik kesirleri basit kesir olarak algılama(H₁₅)

Bu hata kategorisi, öğrencilerin bazı problemlerde verilen bileşik kesirleri görselleştirirken bileşik kesirlere basit kesir anlamı yüklediği şeklindeki hataları kapsamaktadır. Bu hata türünü içeren bir öğrenciye ait yanıt şekil 4.46’da verilmiştir.

6. Emre hafta sonları $\frac{13}{5}$ km, iş günlerinde ise $\frac{7}{3}$ km bisiklete biner. Emre bir haftada kaç km bisiklete binmiştir?



Şekil 4.46. Problem çözme ile ilgili H₁₅ kategorisinde değerlendirilen bir öğrenci yanıtı

Şekil 4.46’yı incelediğimizde, öğrencinin çizdiği ilk şekil $\frac{5}{13}$ kesrine ait iken bunun karşılığında $\frac{13}{5}$ kesrinin, benzer şekilde ikinci şekil $\frac{3}{7}$ kesrine ait iken bunun karşılığında ise $\frac{7}{3}$ kesrinin yazıldığı görülmektedir.

4.2.1.16. Pay ve paydayı ayrı ayrı doğal sayı olarak algılama(H₁₆)

Bazı öğrenciler problemlerin içerisinde geçen kesirlerin pay ve paydalarında bulunan doğal sayıları birbirinden bağımsız doğal sayı olarak algıladıkları tespit edilmiştir. Bu tür hatalar H₁₆ olarak adlandırılmıştır. Bu durumu örnekleyen bir öğrencinin yanıtı şekil 4.47’de verilmiştir.

7. Hasan Amca bahçesine $\frac{15}{8}$ m² soğan, $\frac{11}{12}$ m² marul ekmiştir. Hasan Amcanın bahçesinin kaç m² si ekili durumdadır?

Handwritten student solution for problem 7. The student lists 'bahçe' with '15/8 m² soğan' and '11/12 m² marul'. To the right, they perform two separate addition operations: $\frac{15}{8} + \frac{8}{8} = \frac{23}{8}$ and $\frac{11}{12} + \frac{12}{12} = \frac{23}{12}$. A note says '6 ekili dışındaki dadır?'.

Şekil 4.47. Problem çözme ile ilgili H₁₆ kategorisinde değerlendirilen bir öğrenci yanıtı

Şekil 4.47’deki problemin yanıtını incelediğimizde, öğrencinin problemdeki $\frac{15}{8}$ ve $\frac{11}{12}$ kesirlerinin pay ve paydalarını birbirinden bağımsız sayılar olarak alıp bunlarla toplama işlemi yaptığı görülmektedir.

4.2.1.17. Sonucun tam sayı olduğunu fark edememe (H₁₇)

Öğrencilerin bazıları sonucu tam sayı olan iki kesrin toplamına yönelik verilen problemlerde kesirleri toplarken kesirlerinin sonucunun tam sayı olduğunu fark edemedikleri tespit edilmiştir. Bu tür hatalar H₁₇ kategorisi içerisinde değerlendirilmiştir. Bu hata türünü içeren bir öğrenciye ait yanıt şekil 4.48’de verilmiştir.

9. Yasemin portakalların $\frac{4}{12}$ ’ünü öğle yemeğinden önce, $\frac{2}{3}$ ’ sini öğle yemeğinden sonra yedi. Buna göre yasemin, portakalların ne kadarını yemiş oldu?

Handwritten student solution for problem 9. The student writes: $\frac{4}{12} + \frac{2}{3} = \frac{4}{12} + \frac{8}{12} = \frac{12}{12}$.

Şekil 4.48. Problem çözme ile ilgili H₁₇ kategorisinde değerlendirilen bir öğrenci yanıtı

Şekil 4.48'deki problemin çözümüne bakıldığında, öğrencinin problemi doğru çözdüğü fakat sonucun tam sayı olduğunun farkında olmadığı anlaşılmaktadır.

4.2.2. Problem Çözme Testindeki Çözümlerle İlgili Bulgular

Bu kısımda kesirlerde toplamaya yönelik öğrencilere yöneltilen 10 tane problem çözme maddesinin her birinde görülen hata kategorilerine ait bulgulara yer verilmiştir.

Tablo 4.14.

“Seçil, kitaplığının $\frac{3}{6}$ 'üne ders kitaplarını, $\frac{5}{12}$ 'ine romanlarını koymuştur. Seçil kitaplığın kaçta kaçını kullanmaktadır?” Problemin Çözümüne Yönelik Bulgular

Kategoriler	f	%
Doğru	176	62.19
H ₂	25	8.83
H ₁₀	25	8.83
H ₁₁	9	3.18
H ₁₂	9	3.18
H ₃	8	2.83
H ₆	8	2.83
H ₇	6	2.12
H ₁	4	1.41
Boş	4	1.41
H ₄	3	1.06
H ₅	2	0.71
H ₁₃	2	0.71
H ₁₆	2	0.71
Toplam	283	100

Tablo 4.14 incelendiğinde, sonucu basit kesir olan iki basit kesrin toplamına yönelik problem çözümlerinde öğrencilerin yaklaşık %62'si verilen problemi doğru olarak çözmüşlerdir. Buna karşın öğrencilerin %1.41'i problemi yanıtızsız bırakmışlardır. Bununla birlikte öğrencilerin yaklaşık %37'si ise verilen problemi hatalı olarak çözmüşlerdir. Hatalı çözümlere yönelik öğrencilerin çözdükleri problemlerde 12 hata

kategorisi oluşturulmuştur. Bu hata kategorilerine bakıldığında ilk iki sırada H₂ ve H₁₀ hata kategorileri yer almaktadır. Burada öğrencilerin %8.83'nün problemi çıkarma işlemi ile çözdükleri anlaşılmaktadır. Bunun yanı sıra aynı orandaki öğrencilerin(%8.83) problemi toplama işlemi ile çözerken kesirleri topladıklarında kesirlerin paylarını birbirleri ile topladıkları benzer şekilde paydalarını da birbirleri ile topladıkları görülmüştür. Bunlarla birlikte öğrencilerin %3.18'i toplama işlemi yaptıklarında kesirleri sadeleştirirken hata yapmışlardır. Aynı orandaki öğrencilerin ise toplama işlemi yazıp işlemi yapamadıkları anlaşılmaktadır. Buna karşın en az yapılan hatalara bakıldığında, H₅ , H₁₃ ve H₁₆ hata kategorileri %0.71'lik oranları ile son sıralarda yer almaktadırlar.

Tablo 4.15.

“Berk bir günde bir işin $\frac{1}{3}$ 'ini Selim ise bir günde aynı işin $\frac{1}{6}$ 'ini yapabilmektedir. İki birlikte çalışırlarsa bir günde işin ne kadarını yaparlar?” Problemin Çözümüne Yönelik Bulgular

Kategoriler	f	%
Doğru	175	61.84
H ₁₀	32	11.31
H ₁₁	16	5.65
H ₁	10	3.53
H ₂	9	3.18
H ₁₂	9	3.18
H ₆	7	2.47
Boş	6	2.12
H ₇	5	1.77
H ₃	5	1.77
H ₈	3	1.06
H ₄	2	0.71
H ₅	2	0.71
H ₁₆	2	0.71
Toplam	283	100

Tablo 4.15’den de anlaşılacağı gibi sonucu basit kesir olan iki basit kesrin toplamına yönelik problem çözmeye öğrencilerin yaklaşık %62’si verilen problemi doğru olarak çözmüşlerdir. Diğer taraftan öğrencilerin %2.12’sinin ise verilen problemi çözemedikleri görülmektedir. Ayrıca öğrencilerin yaklaşık %36’sının problemi hatalı çözdükleri anlaşılmaktadır. Hatalı çözümlere yönelik öğrencilerin çözdükleri problemlerde 12 hata kategorisi tespit edilmiştir. Öğrenciler iki basit kesrin toplamına yönelik çözdükleri problemlerde en fazla hatayı %11.31’lik oranla H₁₀ kategorisinde sergilemişlerdir. Ayrıca öğrencilerin %5.65’i H₁₁ kategorisindeki hataları yapmışlardır. Bununla birlikte öğrencilerin %3.53’ünün H₁ türü hata yaptıkları görülmektedir. Diğer taraftan oransal olarak en az yapılan hatalara bakıldığında, H₄, H₅ ve H₁₆ hata kategorileri %0.71’lik oranları ile tablonun alt sıralarında yer almaktadırlar.

Toplamı basit kesir olan iki basit kesrin toplamına yönelik bulguları içeren Tablo 4.14 ve Tablo 4.15’deki oranlar karşılaştırıldığında, problemi doğru olarak çözmeye oranlarının ve problemi yanıtı bırakma oranlarının paralellik gösterdiği benzer şekilde problemi hatalı çözmeye oranlarının da birbirine oldukça yakın olduğu görülmektedir.

Tablo 4.16.

“Bir şekerli su karışımında $\frac{3}{10}$ kg şeker, $\frac{13}{15}$ kg su bulunmaktadır. Karışımın toplam ağırlığı ne kadardır?” Problemin Çözümüne Yönelik Bulgular

Kategoriler	f	%
Doğru	125	44.17
H ₁₀	34	12.01
H ₁	23	8.13
H ₁₁	18	6.36
H ₁₂	17	6.01
H ₇	16	5.65
Boş	16	5.65
H ₆	13	4.59
H ₂	6	2.12
H ₅	5	1.77
H ₈	3	1.06

Tablo 4.16. (Devamı)

H ₃	2	0.71
H ₄	2	0.71
H ₁₃	2	0.71
H ₁₆	2	0.71
Toplam	283	100

Tablo 4.16’da öğrencilerin, sonucu bileşik kesir olan iki basit kesrin toplamına yönelik çözdükleri problem analiz edilmiştir. Tablo 4.16’ya bakıldığında öğrencilerin yaklaşık %44’ü problemi doğru olarak çözmüşlerdir. Buna karşın öğrencilerin %5.65’i problemi cevapsız bırakmışlardır. Ayrıca öğrencilerin yaklaşık yarısı problemi hatalı olarak çözmüşlerdir. Hatalı çözümlere yönelik öğrencilerin çözdükleri problemlerle ilgili 14 hata kategorisi oluşturulmuştur. Hata kategorileri incelendiğinde, öğrencilerin yaklaşık %12’si H₁₀ türü hatalar yapmışlardır. Ayrıca öğrencilerin %8.13’ü H₁ türü hatalar, %6.36’sının ise H₁₁ türü hatalar yaptıkları görülmektedir. Öğrencilerin en az yaptıkları hatalar ise %0.71’lik oranları ile H₃, H₄, H₁₃ ve H₁₆ hata türleridir.

Tablo 4.17.

“Mustafa odasını boyamak için bir teneke beyaz boyanın $\frac{5}{7}$ ’i ile yarım teneke mavi boyayı birbirine karıştırıyor. Mustafa’nın ne kadar boya karışımı olur?” Problemin Çözümüne Yönelik Bulgular

Kategoriler	f	%
Doğru	93	32.86
H ₉	85	30.04
Boş	62	21.91
H ₁₀	11	3.89
H ₂	8	2.83
H ₆	5	1.77
H ₄	4	1.41
H ₁₁	3	1.06
H ₅	2	0.71

Tablo 4.17. (Devamı)

H ₁	2	0.71
H ₁₂	2	0.71
H ₁₃	2	0.71
H ₁₆	2	0.71
H ₃	1	0.35
Toplam	283	100

Tablo 4.17 incelendiğinde, sonucu bileşik kesir olan iki basit kesrin toplamına yönelik problem çözümede öğrencilerin sadece %32.86'sı problemi doğru olarak çözmüşlerdir. Buna karşın öğrencilerin yaklaşık %22'si probleme yanıt verememişlerdir. Bunun yanı sıra öğrencilerin yaklaşık %45'inin ise problemi hatalı çözdükleri görülmektedir. Hatalı problemlere yönelik öğrencilerin çözdükleri problemlerde 12 hata kategorisi tespit edilmiştir. Öğrenciler sonucu bileşik kesir olan iki basit kesrin toplamına yönelik çözdükleri problemlerde en fazla hatayı yaklaşık %30'luk oran ile H₉ kategorisinde sergilemişlerdir. Bu problemde yarım kavramına karşılık gelen kesir doğrudan verilmediğinden öğrencilerin yarım kavramını anlamlandırmada güçlük çektikleri görülmüştür. Bu kategori ile ilgili problem çözümleri incelendiğinde öğrencilerin bazıları yarım kavramına karşılık gelen kesirleri yazamazken bazılarının ise yanlış kesir yazdıkları tespit edilmiştir. Diğer hata kategorilerine bakıldığında, öğrencilerin %3.89'unun H₁₀ kategorisinde bulunan hataları, %2.83'ünün ise H₂ kategorisinde bulunan hataları yaptıkları görülmektedir. Öğrencilerin en az yaptıkları hatalara bakıldığında H₃ hata türü en az yapılan hata türüdür(%0.35).

Toplamı bileşik kesir olan iki basit kesrin toplamına yönelik bulguları içeren Tablo 4.16 ve Tablo 4.17 birlikte düşünüldüğünde, Tablo 4.16'daki problemi doğru olarak çözüme oranının Tablo 4.17'ye göre oldukça yüksek olduğu, benzer şekilde problemi hatalı olarak çözüme oranlarında da Tablo 4.16'daki oranın yüksek olduğu, buna karşın verilenleri yanıtsız bırakma oranının da ise Tablo 4.17'deki oranın Tablo 4.16'dakinin neredeyse 4 katı olduğu görülmektedir. Tablo 4.17'de analiz edilen

probleme yarım kavramına karşılık gelen kesirlerin doğrudan verilmemesi doğru oranının düşük olmasında etkili olduğu söylenebilir.

Tablo 4.18.

“Nurgül bir mağazada yarı zamanlı olarak çalışmaktadır. İşe iki gün önce başlayan Nurgül pazartesi günü $\frac{21}{4}$ saat ve Salı günü $\frac{44}{6}$ saat çalışmıştır. Nurgül iki günde toplam kaç saat çalışmıştır?” Problemin Çözümüne Yönelik Bulgular

Kategoriler	f	%
Doğru	105	37.10
H ₁	40	14.13
H ₁₀	39	13.78
Boş	27	9.54
H ₁₂	19	6.71
H ₁₁	15	5.30
H ₇	11	3.89
H ₃	5	1.77
H ₆	5	1.77
H ₂	3	1.06
H ₄	3	1.06
H ₁₆	3	1.06
H ₁₃	3	1.06
H ₅	2	0.71
H ₈	2	0.71
H ₁₅	1	0.35
Toplam	283	100

Öğrencilerin iki bileşik kesrin toplamına yönelik çözdükleri probleme ait veriler Tablo 4.18’de verilmiştir. Tablo 4.18’den de görüldüğü gibi öğrencilerin yaklaşık %37’si problemi doğru olarak çözmüşlerdir. Diğer taraftan öğrencilerin %9.54’ü problemi cevapsız bırakmışlardır. Ayrıca öğrencilerin yarıdan fazlası problemi hatalı olarak çözmüşlerdir. Tablo 5’deki 12 hata kategorisinden öğrencilerin en fazla yaptıkları hata türü H₁ kategorisindeki hata türüdür(%14.13). Burada öğrenciler

problemin çözümü ile ilgili olan kesirleri topladıklarında işlemsel hata yaptıkları görülmüştür. Kesirlerin paylarında bulunan doğal sayıların diğer problemlerdeki kesirlere göre daha büyük olmasının bunda etkili olduğu söylenebilir. En fazla yapılan hata türlerinin ikinci sırasında %13.78’lik oranı ile H₁₀ kategorisindeki hata türüdür. Buna karşın tablonun son sıralarına bakıldığında, son sırada %0.35’lik oran ile H₁₅ son sırada yer almaktadır.

Tablo 4.19.

“Emre hafta sonları $\frac{13}{5}$ km, iş günlerinde ise $\frac{7}{3}$ km bisiklete biner. Emre bir haftada kaç km bisiklete binmiştir?” Problemin Çözümüne Yönelik Bulgular

Kategoriler	f	%
Doğru	108	38.16
H ₁₀	35	12.37
H ₁	29	10.25
H ₁₄	22	7.77
Boş	15	5.30
H ₆	13	4.59
H ₁₂	13	4.59
H ₁₁	12	4.24
H ₃	11	3.89
H ₂	8	2.83
H ₇	5	1.77
H ₄	2	0.71
H ₅	2	0.71
H ₈	2	0.71
H ₁₃	2	0.71
H ₁₅	2	0.71
H ₁₆	2	0.71
Toplam	283	100

Tablo 4.19’da öğrencilerin iki bileşik kesrin toplamına yönelik çözdükleri problem analiz edilmiştir. Tablo 4.19’dan da anlaşıldığı gibi öğrencilerin yaklaşık

%38'i verilen problemi doğru olarak çözmüşlerdir. Buna karşın öğrencilerin %5.3'ünün problemi yanıtlayamadıkları görülmektedir. Bunun yanı sıra öğrencilerin yaklaşık %57'sinin problemi hatalı olarak çözdükleri görülmektedir. Bu hatalarla ilgili 15 hata kategorisi oluşturulmuştur. Hata kategorileri incelendiğinde, hata türlerinin ilk sırasında %12.37'lik oranıyla H₁₀ kategorisinde bulunan hata türü, ikinci sırasında ise %10.25'lik oranıyla H₁ kategorisinde bulunan hata türü yer almaktadır. Benzer şekilde hata türlerinin üçüncü sırasında ise %7.77'lik oranıyla H₁₄ kategorisinde bulunan hata türü yer almaktadır. Bu kategorideki hatalar incelendiğinde, öğrencilerin hafta sonları yapılan etkinliği hafta sonundaki her bir gün için ayrı ayrı yapıldığı benzer şekilde iş günlerinde yapılan etkinliği de her bir iş günü için ayrı ayrı yapıldığı şeklinde yorumladıkları tespit edilmiştir. Tablo 4.19'un son sıralarına bakıldığında, H₄, H₅, H₈, H₁₃, H₁₅ ve H₁₆ hata kategorileri %0.71'lik oran ile son sıralarda yer almaktadır.

İki bileşik kesrin toplamına yönelik bulguları içeren Tablo 4.18 ve Tablo 4.19'daki oranlar karşılaştırıldığında, problemi doğru olarak çözme oranlarının paralellik gösterdiği buna karşın problemi hatalı çözme oranlarında Tablo 4.19'daki oranın yüksek olduğu, problemi boş bırakma oranlarında ise Tablo 4.18'deki oranın daha yüksek olduğu görülmektedir.

Tablo 4.20.

“Hasan Amca bahçesine $\frac{15}{8} m^2$ soğan, $\frac{11}{12} m^2$ marul ekmiştir. Hasan Amcanın bahçesinin kaç m^2 'si ekili durumdadır?” Problemin Çözümüne Yönelik Bulgular

Kategoriler	f	%
Doğru	103	36.40
H ₁₀	32	11.30
Boş	32	11.30
H ₁	30	10.60
H ₇	19	6.71
H ₁₂	18	6.36
H ₁₁	15	5.30
H ₂	11	3.89
H ₆	9	3.18

Tablo 4.20. (Devamı)

H ₅	4	1.41
H ₃	3	1.06
H ₄	3	1.06
H ₈	2	0.71
H ₁₅	1	0.35
H ₁₆	1	0.35
Toplam	283	100

Öğrencilerin bir basit kesir ile bir bileşik kesrin toplamına yönelik çözdükleri probleme ait veriler Tablo 4.20’de verilmiştir. Tablo 4.20 incelendiğinde, öğrencilerin yaklaşık %36’sı problemi doğru olarak çözmüşlerdir. Buna karşın öğrencilerin yaklaşık %11’inin problemi yanıtlayamadıkları görülmektedir. Bununla birlikte öğrencilerin yaklaşık %53’ünün problemi hatalı olarak çözdükleri anlaşılmaktadır. Bu hatalı çözümler ilgili 13 hata kategorisi oluşturulmuştur. Hata kategorilerinin ilk üç sırasında H₁₀(%11.3), H₁(%10.95) ve H₇(%6.71) hata kategorileri, son üç sırasında ise H₈(%0.71), H₁₅(%0.35) ve H₁₆(%0.35) hata kategorileri bulunmaktadır.

Tablo 4.21.

“Tuncay ile Metin kırtasiyeden ortak bir kitap alıyorlar. Tuncay $\frac{4}{5}$ TL, Metin ise $\frac{15}{4}$ TL veriyor. Buna göre Tuncay ile Metin’in aldığı kitap kaç Türk Lirasıdır?” Problemin Çözümüne Yönelik Bulgular

Kategoriler	f	%
Doğru	124	43.82
H ₁₀	37	13.07
H ₁	29	10.25
Boş	22	7.77
H ₁₁	14	4.95
H ₁₂	14	4.95
H ₃	9	3.18
H ₆	9	3.18

Tablo 4.21. (Devamı)

H ₇	4	1.41
H ₈	4	1.41
H ₁₃	4	1.41
H ₅	3	1.06
H ₂	3	1.06
H ₁₅	3	1.06
H ₄	2	0.71
H ₁₆	2	0.71
Toplam	283	100

Tablo 4.21’de öğrencilerin bir basit kesir ile bir bileşik kesrin toplamına yönelik çözdükleri problem analiz edilmiştir. Tablo 4.21’den de görüldüğü gibi öğrencilerin yaklaşık %44’ü verilen problemi doğru olarak çözmüşlerdir. Diğer taraftan öğrencilerin %7.77’sinin problemi yanıtlayamadıkları görülmektedir. Bunun yanı sıra öğrencilerin yaklaşık %48’inin problemi hatalı çözdükleri anlaşılmaktadır. Hatalı problemlere yönelik öğrencilerin çözdükleri problemlerde 12 hata kategorisi tespit edilmiştir. Hata kategorileri incelendiğinde, öğrenciler bir basit kesir ile bir bileşik kesrin toplamına yönelik çözdükler problemlerde en fazla hatayı yaklaşık %13.7’lik oran ile H₁₀ kategorisinde sergilemişlerdir. Ayrıca öğrencilerin %10.25’i H₁ kategorisindeki hataları yapmışlardır. Bununla birlikte öğrencilerin %4.95’inin H₁₁ kategorisindeki hataları yaptıkları görülmektedir. Diğer taraftan oransal olarak en az yapılan hatalara bakıldığında, H₄ ve H₁₆ hata kategorileri %0.71’lik oranları ile sıralarda bulunmaktadır.

Bir bileşik kesir ile bir basit kesrin toplamına yönelik bulguları içeren Tablo 4.20 ve Tablo 4.21’deki oranlar karşılaştırıldığında, Tablo 4.20’deki problemi doğru olarak çözme oranının daha düşük olduğu görülmektedir. Buna karşın hata oranlarında ve problemi boş bırakma oranlarında ise Tablo 4.20’deki oranın daha yüksek olduğu görülmektedir.

Tablo 4.22.

“Sinem deney için bir kaba $\frac{10}{12}$ litre zeytinyağı ile $\frac{57}{18}$ litre su koyuyor. Kapta kaç litre zeytinyağı su karışımı vardır?” Problemin Çözümüne Yönelik Bulgular

Kategoriler	f	%
H ₁₇	64	22.61
Boş	56	19.79
H ₁₀	35	12.37
H ₁	33	11.66
H ₁₂	24	8.48
Doğru	20	7.07
H ₇	12	4.24
H ₁₁	11	3.89
H ₂	6	2.12
H ₆	4	1.41
H ₁₆	4	1.41
H ₃	3	1.06
H ₄	3	1.06
H ₈	2	0.71
H ₅	2	0.71
H ₁₃	2	0.71
Toplam	283	100

Tablo 4.22’de öğrencilerin sonucu tam sayı olan bir basit kesir ile bir bileşik kesrin toplamına yönelik çözdükleri problem analiz edilmiştir. Tablo 4.22 incelendiğinde, öğrencilerin sadece %7.07’sinin problemi amaca uygun olarak çözdükleri görülmektedir. Buna karşın öğrencilerin yaklaşık %20’si problemi yanıtızsız bırakmışlardır. Ayrıca öğrencilerin yaklaşık %73’ünün problemi hatalı çözdükleri anlaşılmaktadır. Hatalı çözümlere yönelik öğrencilerin çözdükleri problemlerle ilgili 14 hata kategorisi oluşturulmuştur. Hata kategorileri incelendiğinde, öğrenciler sonucu tam sayı olan iki bileşik kesrin toplamına yönelik çözdükler problemlerde en fazla hatayı H₁₇ kategorisinde sergilemişlerdir(%22.61). Bu kategorideki hatayı yapan öğrenciler problemi doğru olarak çözmekle birlikte problemi amaca uygun olarak çözmedikleri

için bu kategoride değerlendirilmişlerdir. Ayrıca öğrencilerin %12.37'si H₁₀ kategorisindeki hataları yapmışlardır. Bununla birlikte öğrencilerin %11.66'sının H₁ kategorisindeki hataları yaptıkları görülmektedir. Diğer taraftan oransal olarak en az yapılan hatalara bakıldığında, H₅, H₈ ve H₁₃ hata kategorileri %0.71'lik oranları ile son sıralarda yer almaktadır.

Tablo 4.23.

“Yasemin portakalların $\frac{4}{12}$ 'ünü öğle yemeğinden önce, $\frac{2}{3}$ ' sini öğle yemeğinden sonra yedi. Buna göre yasemin, portakalların ne kadarını yemiş oldu?” Problemin Çözümüne Yönelik Bulgular

Kategoriler	f	%
Doğru	93	32.86
H ₁₇	60	21.20
Boş	30	10.60
H ₁₀	27	9.54
H ₁₁	19	6.71
H ₂	16	5.65
H ₁₂	10	3.53
H ₇	6	2.12
H ₆	5	1.77
H ₁	5	1.77
H ₃	4	1.41
H ₁₃	2	0.71
H ₁₅	2	0.71
H ₁₆	2	0.71
H ₄	1	0.35
H ₅	1	0.35
Toplam	283	100

Öğrencilerin sonucu tam sayı olan iki basit kesrin toplamına yönelik çözdükleri probleme ait veriler Tablo 4.23'de verilmiştir. Tablo 4.23'den de görüldüğü gibi

öğrencilerin yaklaşık %33'ü verilen problemi doğru olarak çözmüşlerdir. Diğer taraftan öğrencilerin %10.6'sı problemi yanıtızsız bırakmışlardır. Bunun yanı sıra öğrencilerin yaklaşık %56'sının problemi hatalı çözdükleri görülmektedir. Bu hatalı çözümlerle ilgili 14 hata kategorisi tespit edilmiştir. Hata kategorileri incelendiğinde, öğrencilerin yaklaşık %21'i H₁₇ kategorisinde bulunan hataları yapmışlardır. Ayrıca öğrencilerin %6.71'ünün H₁₀ kategorisindeki hataları yaptıkları gözükmektedir. Bununla birlikte öğrencilerin %6.71'lik kısmı hatayı H₁₁ kategorisinde sergilemişlerdir. Buna karşın oransal olarak en az yapılan hatalara bakıldığında, H₄, ve H₅ hata kategorileri %0.35'lik oranları ile son sıralarda bulunmaktadır.

Toplamı tamsayı olan iki kesrin toplamına yönelik problemlerin çözümüne ait bulguları içeren Tablo 4.22 ve Tablo 4.23'deki oranlar karşılaştırıldığında, Tablo 4.22'deki problemi hatalı olarak çözme oranı Tablo 4.23'deki hatalı çözme oranına göre oldukça yüksektir. Benzer şekilde Tablo 4.22'deki problemi yanıtızsız bırakma oranı Tablo 4.23'deki oranın yaklaşık iki katıdır. Buna karşın problemi doğru olarak çözme oranının da ise Tablo 4.23'deki oran Tablo 4.22'dekininki neredeyse beş katı kadardır. Tablo 4.22'de değerlendirilen problemde geçen kesirlerden birinin bileşik kesir olması bu oranların oluşmasında etkili olduğu söylenebilir.

4.3. Üçüncü Alt Probleme İlişkin Bulgular

Bu kısımda kesirlerde toplamaya yönelik öğrencilere uygulanan işlemsel beceri testine ilişkin bulgulara yer verilmiştir.

Tablo 4. 24.

Kesirlerde Toplama İşlemi Becerisine Yönelik Bulgular

Sorular	Doğru		Yanlış		Boş		Toplam	
	f	%	f	%	f	%	f	%
1. Soru	200	70.67	83	29.33	0	0.00	283	100
2. Soru	194	68.55	87	30.74	2	0.71	283	100
3. Soru	146	51.59	124	43.82	13	4.59	283	100
4. Soru	186	67.72	89	31.44	8	2.83	283	100

Tablo 4.24. (Devamı)

5. Soru	138	48.76	127	44.88	18	6.36	283	100
6. Soru	148	52.30	124	43.82	11	3.89	283	100
7. Soru	139	49.12	120	42.40	24	8.48	283	100
8. Soru	137	48.41	125	44.17	21	7.42	283	100
9. Soru	122	43.12	121	42.76	40	14.13	283	100
10. Soru	165	58.30	91	32.16	27	9.54	283	100

Tablo 4.24'de öğrencilerin kesirlerde toplamaya işlemine yönelik işlemsel becerileri analiz edilmiştir. Tablo 4.24 incelendiğinde, sonucu basit kesir olan iki basit kesrin toplamına ilişkin sorulan birinci ve ikinci soruda öğrencilerin yaklaşık %71'i birinci soruyu, yaklaşık %69'u ise ikinci soruyu doğru olarak yanıtlamışlardır. Buna karşın öğrencilerin yaklaşık %29'u birinci soruyu, yaklaşık %31'i ise ikinci soruyu yanlış olarak yanıtlamışlardır. Birinci ve ikinci soruların oranları karşılaştırıldığında oranların paralellik gösterdiği görülmektedir. Öğrencilere sonucu bileşik kesir olan iki basit kesrin toplamına yönelik sorulan üçüncü ve dördüncü sorularda öğrencilerin %51.59'u üçüncü soruyu, %67.72'si ise dördüncü soruyu doğru olarak yanıtlamışlardır. Üçüncü ve dördüncü soruların oranları karşılaştırıldığında dördüncü sorunun doğru olarak yanıtlanma oranının oldukça yüksek olduğu gözükmemektedir. Öğrencilere iki bileşik kesrin toplamına yönelik sorulan altıncı ve yedinci sorularda, öğrencilerin %48.76'sı altıncı soruyu, %52.3'ü ise yedinci soruyu doğru olarak yanıtlamışlardır. Beşinci ve altıncı soruların oranları karşılaştırıldığında, altıncı sorunun doğru olarak yanıtlanma oranının az da olsa yüksek olduğu görülmektedir. Öğrencilere bir basit kesir ile bir bileşik kesrin toplamına yönelik sorulan yedinci ve sekizinci sorularda öğrencilerin yaklaşık %49'u yedinci soruyu yaklaşık %48'i ikinci soruyu doğru olarak yanıtlamışlardır. Yedinci ve sekizinci soruların oranları karşılaştırıldığında oranların paralellik gösterdiği anlaşılmaktadır. Öğrencilere sonucu tam sayı olan bir basit kesir ile bir bileşik kesrin toplamına ilişkin sorulan dokuzuncu soruda öğrencilerin sadece %43'ü bu soruyu doğru olarak yanıtlamışlardır. Benzer şekilde öğrencilere sonucu tam sayı olan iki basit kesrin toplamına yönelik sorulan onuncu soruda öğrencilerin yaklaşık %58'i bu soruyu doğru olarak yanıtlamışlardır. Tablo 4.24'de bulunan bütün soruların oranları karşılaştırıldığında doğruluk oranının en yüksek olduğu soru birinci

soru(%70.67), doğruluk oranını en düşük olduğu sorunun ise dokuzuncu soru olduğu görülmektedir. Tablo 4.24’de görüldüğü gibi soruların doğruluk oranlarının genellikle farklılık gösterdiği anlaşılmaktadır. Bu oranların farklılık göstermesinde kesirlerin pay ve paydalarında bulunan sayıların büyüklüğünün etkili olduğu söylenebilir.

4.4. Dördüncü Alt Probleme İlişkin Bulgular

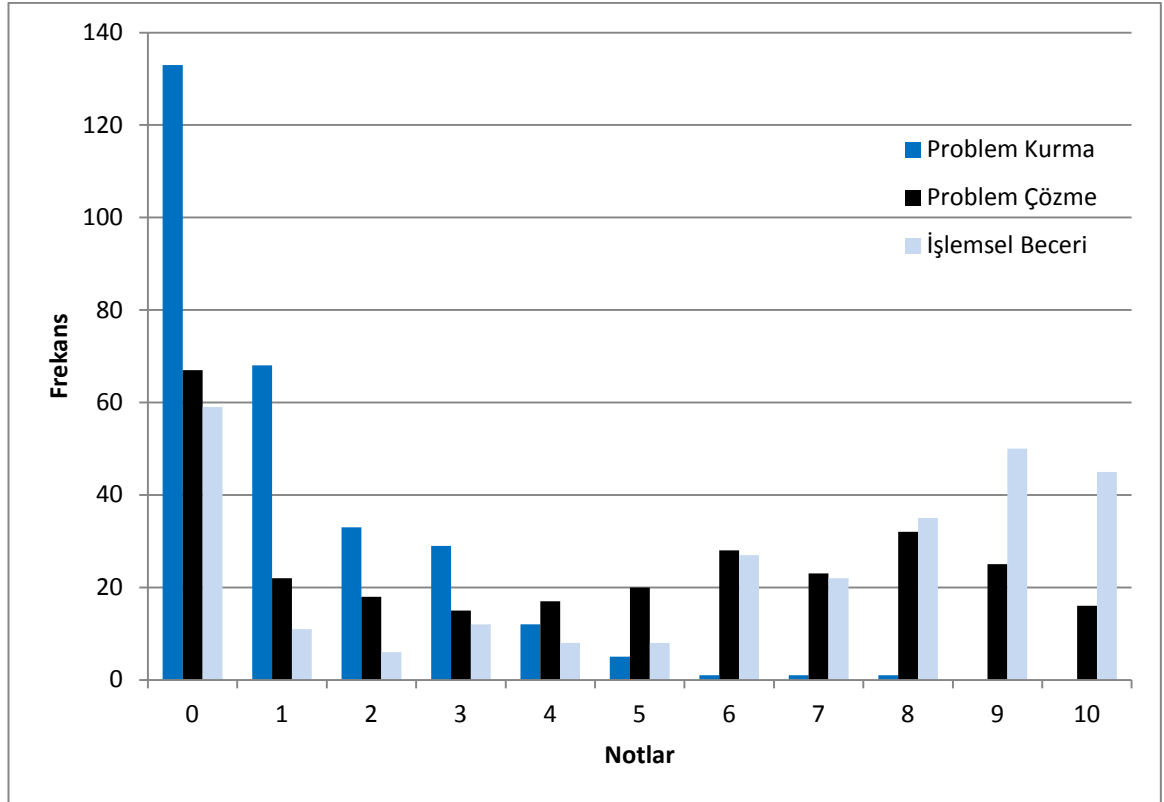
Bu kısımda kesirlerde toplamaya yönelik öğrencilere uygulanan PKT, PÇT ve İBT testlerinden elde edilen puanların karşılaştırılmasına ilişkin bulgular yer almaktadır.

Tablo 4.25.

Problem Kurma, Problem Çözme ve İşlemsel Beceri Testlerinin Ortalamaları

Testler	N	Minimum	Maksimum	\bar{X}	S
Problem Kurma	283	0	8	1,11	1,430
Problem Çözme	283	0	10	4,39	3,455
İşlemsel Beceri	283	0	10	5,75	3,746

Tablo 4.25’de öğrencilerin kesirlerde toplama işlemine yönelik Problem kurma problem çözme ve işlemsel beceri testlerinde aldıkları puanların ortalamaları verilmiştir. Tablo 4.25’de görüldüğü gibi öğrencilerin en başarılı oldukları test 5.75 ortalama ile işlemsel beceri testidir. Buna karşın öğrencilerin en başarısız oldukları test ise 1.11 ortalama ile problem kurma testidir. Bunun yanı sıra öğrencilerin testlerde aldıkları en yüksek puanlara bakıldığında, problem kurma testinde alınan en yüksek puan 8 iken diğer iki testten alınan en yüksek puanın 10 olduğu gözükmektedir.



Grafik 4.1. Öğrencilerin toplama işlemine yönelik PKT, PÇT ve İBT testlerinde aldıkları puanlar

Grafik 4.1’de görüldüğü gibi öğrencilerin yaklaşık yarısı PKT testinde 0 puan almışlardır. Buna karşın öğrencilerden yaklaşık 70 kişi PÇT, yaklaşık 60 kişi de İBT testlerinde 0 puan almışlardır. Grafik 1 incelendiğinde, PKT testinde birer öğrencinin 6, 7 ve 8 puan aldıkları bununla birlikte 9 ve 10 puan alan öğrenci olmadığı görülmektedir. Ayrıca PÇT ve İBT testlerinde aynı düzey puan alan öğrenci sayısının birbirine oldukça yakın olduğu buna karşın PKT testinde aynı düzey puan alan öğrenci sayısının ikisinden de oldukça farklı olduğu anlaşılmaktadır.

Tablo 4.26.

Problem Kurma testindeki Puanlar ile Problem Çözme Testindeki Puanlar Arasındaki Korelasyon

Testler	r	p	N
PKT-PÇT	0.234	0.00	283

Tablo 4.26’da öğrencilerin problem kurma ile problem çözme becerileri karşılaştırılmıştır. Tablo 4.26’da görüldüğü gibi problem kurma testindeki puanlar ile problem çözme testindeki puanlar arasında istatistiksel olarak düşük düzeyde, pozitif ve anlamlı bir ilişki olduğu görülmektedir($r = 0.234$; $p < 0.01$). Burada problem kurma becerisi yüksek olan öğrencilerin problem çözme becerilerinin düşük olabileceği benzer şekilde problem çözme becerisi yüksek olan öğrencilerin problem kurma becerilerinin düşük olabileceği söylenebilir.

Tablo 4.27.

Problem Kurma testindeki Puanlar ile İşlemsel Beceri Testindeki Puanlar Arasındaki Korelasyon

Testler	r	p	N
PKT-İBT	0.235	0.000	283

Tablo 4.27’de öğrencilerin problem kurma ile işlemsel becerileri karşılaştırılmıştır. Tablo 4.27’de görüldüğü gibi problem kurma testindeki puanlar ile işlemsel beceri testindeki puanlar arasında istatistiksel olarak düşük düzeyde, pozitif ve anlamlı bir ilişki olduğu görülmektedir($r = 0.235$; $p < 0.01$). Bu da öğrencilerin problem kurma becerileri ile işlemsel becerilerinin aynı düzeyde olmadığını göstermektedir.

Tablo 4.28.

Problem Çözme Testindeki Puanlar ile İşlemsel Beceri Testindeki Puanlar Arasındaki Korelasyon

Testler	r	p	N
PÇT-İBT	0.800	0.000	283

Tablo 4.28’de öğrencilerin problem çözme ile işlemsel becerileri karşılaştırılmıştır. Tablo 4.28’de görüldüğü gibi problem kurma testindeki puanlar ile işlemsel beceri testindeki puanlar arasında istatistiksel olarak yüksek düzeyde, pozitif ve

anamlı bir ilişki olduğu görülmektedir($r = 0.800$; $p < 0.01$). Buna göre, Ğrencilerin PT puanları ile İBT puanları birlikte deĐiŐkenlik göstermektedir. Bu da işlemsel becerileri yüksek olan öğrencilerin problem çözme becerilerinin de yüksek olduğu anlamına gelmektedir.

BEŞİNCİ BÖLÜM

5. SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

Bu bölümde, çalışmanın amacı doğrultusunda kullanılan veri toplama araçlarından elde edilen bulguların yorumlanması ve alanyazında konu ile ilgili yapılmış olan çalışmaların sonuçları ile birlikte, ayrıntılı olarak tartışılması sunulmuştur. Bununla birlikte sonuçlar doğrultusunda bazı önerilerde bulunulmuştur.

5.1. Sonuç ve Tartışma

Bu araştırma, ilköğretim 6. Sınıf öğrencilerinin problem kurma, problem çözme ve işlemsel becerilerini incelemek amacıyla gerçekleştirilmiştir. Bu amaca yönelik ilk önce öğrencilerin problem kurma, problem çözme ve işlemsel becerilerini incelemek için PTK, PÇT ve İBT testleri uygulanmış daha sonra problem kurmaya yönelik öğrencilerin yapmış oldukları hatalarla ilgili görüşme yapılmıştır.

Araştırmanın yapıldığı örnekleme öğrencilerin problem kurma becerilerinin düşük olduğu belirlenmiştir. İki kesrin toplamına yönelik problem kurmada, öğrencilerin sadece %11.06'sı doğru olarak değerlendirilen problemler kurduğu buna karşın öğrencilerin %9.68'i verilenleri yanıtsız bıraktığı, yaklaşık %80'ninin ise hatalı olarak değerlendirilen problemler kurduğu tespit edilmiştir. Elde edilen bu sonuç alanyazında bulunan birçok çalışmanın sonucu ile uyusmaktadır. Işık ve Kar (2012a) yaptıkları çalışmada kesirlerde toplama işlemine yönelik problem kurmada öğrencilerin güçlükler yaşadıklarını tespit etmişlerdir. Ayrıca Işık (2011) yaptığı çalışmada, öğretmen adaylarının bölme işlemine yönelik kurdukları problemlerde işlem ve sayılara anlam yüklemeye güçlükler yaşadıkları sonucuna varmıştır. Benzer şekilde Zembat (2007), öğretmen adaylarının kesirleri ve kesirlerde bölmeyi kavramsal analizlerinin zayıf ve yetersiz olduğunu ortaya çıkarmıştır. Bunların yanı sıra Çelik (2010) oran-orantı konusuyla ilgili yaptığı çalışmada öğrencilerin oran-orantı problemi kurma testine

verdikleri yanıtların önemli bir kısmının boş bırakma, tamamlanmamış cümleler yazma ve işlem yapma gibi matematiksel bir problem olarak değerlendirilmeyecek yanıtlardan oluştuğunu tespit etmiştir. Ayrıca Gür ve Korkmaz (2003) öğrencilerin problem kurma konusunda zorlandıklarını ortaya çıkarmışlardır. Benzer şekilde yurt dışında da çeşitli araştırmacılar bu bulguları destekleyen çalışmalar yapmışlardır (Ball, 1990; Silver, Mamona-Downs, Leung, & Kenney, 1996; Simon, 1993; Thompson, 1993). Diğer taraftan Işık (2011) kesirlerde çarpma işlemine yönelik problem kurmada öğretmen adaylarının işlem ve sayılara anlam yüklemede başarılı olduklarını bulmuştur. Işık (2011)'in ulaştığı bu sonuç, araştırmada ulaşılan bulgularla örtüşmemektedir. Ayrıca bulgular Bunar (2011)'in bulduğu sonuçlarla da örtüşmemektedir. Bunar (2011) yaptığı çalışmada, öğrencilerin verilen bilgilerden yararlanarak konu ile ilgili problem yazmada başarılı olduğu sonucuna varmıştır.

Öğrencilerin iki kesrin toplamına yönelik verdikleri hatalı yanıtlar incelendiğinde, öğrencilerin kesirlere doğal sayı anlamı yükleme(%17.17), parça bütün ilişkisi kuramama(%14,77), başka işlemleri gerektiren problemleri kurma(%11.73), alıştırmaya soru hazırlama(%9.01), oranla miktarı karıştırma(%8.16), başka sayıları ekleyerek yanlış problem kurma(%6.36), birimsiz miktar belirtme(%4.88), sayılardan bağımsız problem kurma(%3.43), başka sayılar ekleyerek doğru problem kurma(%1.38), kesirlerin pay ve paydasını birbirinden bağımsız olarak düşünme(%1.31), farklı boyutlardaki parçaları toplama(%0.64) ve farklı cinsleri toplama(%0.39) şeklinde hatalar tespit edilmiştir. Hatalı yanıtlara bakıldığında, öğrencilerin genel olarak kesirlere doğal sayı anlamı yükledikleri, parça bütün ilişkisi kuramadığı ve başka işlemler gerektiren problem kurduğu sonucuna varılmıştır. Bu sonuç Işık ve Kar (2012a) tarafından yapılan çalışmanın sonucuyla benzerlik göstermektedir. Bu sonuca bakılarak öğrencilerin kesirleri kavrama basamağında öğrenemedikleri söylenebilir. Alanyazına bakıldığında, benzer bulguları ortaya çıkaran çalışmalar yapılmıştır (Charalambous, Delaney, Mhuire, Hsu & Mesa, 2010; Işık ve Kar, 2012a).

İki kesrin toplamına yönelik öğrencilerin kurdukları problemler incelendiğinde, öğrencilerin sonucu bileşik kesir olan iki kesrin toplamına ilişkin kurdukları

problemlerde, sonucu basit kesir olan iki kesrin toplamına ilişkin kurdukları problemlere göre daha fazla hata yaptıkları tespit edilmiştir. Benzer şekilde öğrencilerin bir basit kesir ile bir bileşik kesrin toplamına yönelik kurdukları problemlerde, iki basit kesrin toplamına yönelik kurdukları problemlere göre daha fazla hata yaptıkları görülmüştür. Ayrıca öğrencilerin iki bileşik kesrin toplamına yönelik kurdukları problemlerde de, iki basit kesrin toplamına yönelik kurdukları problemlere göre daha fazla hata yaptıkları sonucuna varılmıştır. Buna karşın öğrencilerin bir basit kesir ile bir bileşik kesrin toplamına yönelik kurdukları problemlerdeki hata oranı ile iki bileşik kesrin toplamına yönelik kurdukları problemlerdeki hata oranının birbirine yakın olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Öğrenciler genellikle kesirleri miktar belirtme özelliklerinden ziyade bir bütünün parçası olarak değerlendirdiklerinden dolayı bileşik kesirlerle ilgili daha fazla hata yaptıkları sonucu çıkarılabilir. Yapılan birçok çalışmada bu sonucu destekleyen bulgulara ulaşılmıştır (Işık, 2011; Işık ve Kar, 2012a; Kerslake, 1986; Toluk-Uçar, 2009; Zembat, 2007).

İki kesrin toplamına yönelik öğrencilerin kurdukları hatalı problemlere ilişkin öğrencilerde en sık rastlanan hatalara yönelik görüşmeler yapılmıştır. Öğrencilerle *kesirlere doğal sayı anlamı yükleme* ile ilgili yapılan görüşmede, öğrencilerin kesirleri doğal sayı gibi kullanırken kesirlerin pay ve paydasını bir nesnenin farklı sayıdaki miktarına karşılık olarak düşündükleri tespit edilmiştir. Ayrıca öğrencilerle *parça-bütün ilişkisini kuramama* ile ilgili yapılan görüşmede bazı öğrencilerin bileşik kesirleri basit kesir gibi düşündükleri, bazılarının ise kesirlerden ziyade işlemin sonucuna odaklandıkları sonucuna varılmıştır. Bu sonuç birçok araştırma sonucuyla da benzerlik göstermektedir (Gallistel & Gelman, 1992; Işık, 2011; Işık ve Kar, 2012a; Misquitta, 2011; Ni & Zhou, 2005; Pitkethly & Hunting, 1996). Bunun yanı sıra öğrencilerle *başka işlemleri gerektiren problemleri kurma* ile ilgili yapılan görüşmede, öğrencilerin toplama işlemi ile birlikte başka işlemleri kullanılmasında bir hata görmedikleri sonucuna ulaşılmıştır. Ticha ve Hošpesová (2009) yaptıkları çalışma bu sonucu desteklemektedir. Bununla birlikte *oranla miktarı karıştırma* ile ilgili bir öğrenci ile yapılan görüşmede öğrencinin problem içerisindeki kavramlara göre miktar veya oran kullandığı tespit edilmiştir. Bu tespit Işık ve Kar (2012a)'ın çalışmalarıyla paralellik göstermektedir.

Kesirlerde toplama işlemine yönelik kurulan problemler incelendiğinde, öğrencilerin büyük bir bölümünün problemleri hatalı olarak kurdukları tespit edilmiştir. Bu hatalara tek tek bakıldığında, kesirlerin kavramsal boyutuna yönelik olan hataların yüksek oranda olması dikkat çekicidir. Öğrencilerin büyük bir kısmı kesirlerin pay ve paydasında bulunan sayıları birbirinden bağımsız sayılar olarak düşündükleri veya kesri bir doğal sayı gibi kullandıkları görülmüştür. Buradan öğrencilerin kesirleri anlamlandırmada zorluklar yaşadıkları söylenebilir. Bu durumda kesirlerin öğretiminde, doğal sayılarla kesirler arasındaki farkın yeterince vurgulanmadığı veya kesirleri görselleştiren materyallerin yeterince kullanılmadığı sonucuna varılabilir. Bunun birlikte yüksek oranda görülen diğer bir hata ise *parça-bütün ilişkisini kuramama* olduğu görülmüştür. Yapılan araştırmalarda, öğrencilerin daha çok kesirleri bir bütünün belli bir bölümü olarak düşündükleri buna karşın kesirleri bir sayı olarak algılayamadıkları vurgulanmaktadır (Işık ve Kar, 2012a; Kerslake, 1986). Bu durumla ilgili kesirlerin öğretiminde, kesirlerin oran dışındaki anlamlarına yönelik etkinliklere yeterince yer verilmediği söylenebilir. Bununla birlikte bazı öğrencilerin kesirleri yanlış okuması bu tür hatalara sebep olmuş olabilir. Örneğin bu öğrenciler $\frac{13}{5}$ kesrini 13’de 5 ve $\frac{7}{3}$ kesrini 7’de 3 olarak almış olabilirler. En sık rastlanan hatalardan biride başka işlemleri gerektiren problemleri kurma şeklindeki hata türüdür. Bu hata türüne bakıldığında öğrencilerin dört işleme karşılık gelen kavramları öğrenemedikleri söylenebilir. Ayrıca öğrencilerin önemli bir kısmının da *birimsiz miktar belirtme* hata türünü yaptıkları tespit edilmiştir. Burada problem kurma esnasında birimlere gereken önemin verilmediği söylenebilir.

Araştırmada problem çözme testinin uygulandığı öğrencilerin problem çözme becerilerinin düşük olduğu sonucuna ulaşılmıştır. İki kesrin toplamına yönelik problem çözmede, öğrencilerin sadece %41’inin problemleri doğru olarak çözdüğü, buna karşın öğrencilerin yarıdan fazlasının problemleri ya yanıtızsız bıraktığı ya da problemleri hatalı olarak çözdüğü sonucuna varılmıştır. Alanyazına bakıldığında, bu sonucu destekleyen birçok çalışma yapılmıştır. Soylu ve Soylu (2005) yaptıkları çalışmada kesir problemlerine yönelik problem çözmede öğrencilerin problemi anlama ve dolayısıyla problemdeki işlem ve işlem sırasının belirlenmesinde güçlük yaşadıklarını tespit etmişlerdir. Ayrıca Kocaoğlu ve Yenilmez (2010) beşinci sınıf öğrencilerin kesir

işlemlerini içeren sözel problemleri çözme başarılarının düşük olduğunu bununla birlikte problemlerdeki verilenleri ve istenenleri göz ardı ettiklerini ve işlemlerin sırasının belirlenmesinde güçlükler yaşadıkları sonucuna varmışlardır. Bununla birlikte Frankenstein (1998), öğrencileri kesirlerde toplama işlemine yönelik sözel problemlerde güçlükler yaşadıklarını tespit etmiştir. Bunun yanı sıra Ahmad ve Latih (2010) sözel problemlere ilişkin öğrencilerin rastgele işlemler yaparak yanıt verdikleri sonucuna ulaşmışlardır.

Öğrencilerin iki kesrin toplamına yönelik hatalı olarak çözdükleri problemler incelendiğinde, problemi çözerken işlemsel hata yapma, çıkarma işlemi ile problemi çözme, çarpma işlemi ile problemi çözme, bölme işlemi ile problemi çözme, diğer işlemler ile problemi çözme, sayıları değiştirerek problemi çözme, toplama işlemini yaparken paydaları eşitleyememe, sadeleştirme yaparken hata yapma, yarım kavramını anlayamama, pay ve paydayı ayrı ayrı toplama, kesirleri genişletmede hata yapma, toplama işlemini yazıp işlemi yapamama, toplama işlemine çarpma işlemi anlamını yükleyerek sadeleştirme yapma, hafta sonu ve ya hafta içi kavramlarını birer gün olarak algılama, bileşik kesirleri basit kesir olarak algılama pay ve paydayı ayrı ayrı doğal sayı olarak algılama sonucun tam sayı olduğunu fark edememe şeklinde hatalar tespit edilmiştir. Alanyazına bakıldığında, bu bulgular çeşitli araştırmacılar tarafından da desteklenmektedir (Brueckner, 1928; Darley, 2005; Frankenstein, 1998; Hasemann, 1981; Kerslake, 1986; Kocaoğlu & Yenilmez, 2010; Lamon, 1999; Mack, 1995; Siegler, 2003; Soylu ve Soylu, 2005). Öğrencilerin genellikle pay ve paydayı ayrı ayrı toplama, problemi çözerken işlemsel hata yapma, problemi başka işlemlerle çözme ve kesirleri genişletirken hata yapma şeklindeki hataları sıklıkla yaptıkları sonucuna varılmıştır. Bu sonuç çeşitli araştırmacılar tarafından da desteklenmektedir (Amato, 2005; Brueckner 1928); Ersoy ve Ardahan, 2003; Hasemann, 1981; Mack, 1995; Ni ve Zhou, 2005; Siegler 2003; Soylu ve Soylu, 2005)

İki kesrin toplamına yönelik öğrencilerin çözdükleri problemlere bakıldığında, öğrencilerin sonucu basit kesir olan iki kesrin toplamına yönelik çözdükleri problemlerde, sonucu bileşik kesir olan iki kesrin toplamına yönelik çözdükleri problemlere göre daha az hata yaptıkları sonucuna varılmıştır. Benzer şekilde

öğrencilerin iki basit kesrin toplamına yönelik çözdükleri problemlerde, bir basit kesir ile bir bileşik kesrin toplamına yönelik çözdükleri problemlere göre daha az hata yaptıkları tespit edilmiştir. Ayrıca öğrencilerin iki basit kesrin toplamına yönelik kurdukları problemlerde de, iki bileşik kesrin toplamına yönelik kurdukları problemlere göre daha az hata yaptıkları görülmüştür. Ancak öğrencilerin sonucu bileşik kesir olan iki basit kesrin (Kesirlerden biri yarım kavramına karşılık gelmektedir.) toplamına yönelik çözdükleri problemde hata oranının diğerlerine göre oldukça yüksek olduğu tespit edilmiştir. Bununla öğrencilerin yarım kavramını anlamlandıramadıklarından kaynaklandığı düşünülmektedir. Diğer taraftan öğrencilerin bir basit kesir ile bir bileşik kesrin toplamına yönelik çözdükleri problemler ile iki bileşik kesrin toplamına yönelik çözdükleri problemlerin hata oranlarının birbirine yakın olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca öğrencilerin iki kesrin toplamına yönelik çözdükleri problemler incelendiğinde, öğrencilerin çoğulukla sonucu tam sayı olan iki bileşik kesrin toplamı ile ilgili çözdükleri problemde hata yaptıkları tespit edilmiştir. Bunun nedeni ise bazı öğrencilerin problemi doğru çözmesine rağmen sonucu sadeleştirip tam sayıyı bulamadıkları için bu durumun farklı bir hata türü olarak değerlendirilmesidir.

Kesirlerde toplama işlemine yönelik öğrencilerin çözdükleri problemler incelendiğinde, öğrencilerin yaptıkları çözümlerde, kesirlerin kavramsal boyutuna yönelik yapılan hataların yanı sıra kesirlerin işlemsel boyutuna yönelik hatalara da sıkça rastlanmıştır. Öğrencilerin büyük bir kısmının kesirleri toplarken pay ve paydayı ayrı ayrı topladıkları görülmüştür. Kesirlerin öğretiminde, öğrencilerin zihninde kesirlerin yapılandırmasını sağlayan modelleme ve görselleştirme yöntemlerinin yeterince kullanılmaması bu duruma neden olarak gösterilebilir. Doğrudan anlatımla kesirlerde toplama işlemine yönelik kuralların ezberletilmesi; öğrenci zihninde kesirlerle ilgili kavramların oluşmasını engellemektedir (Altun, 2005; Şiap ve Duru, 2004). Ayrıca öğrencilerde kesirlere yönelik temel kavramların eksik olması da bir başka neden olarak gösterilebilir (Albayrak, 2010). Öğrencilerin en fazla yaptıkları hatalardan biride *problemi çözerken işlemsel hata yapma* şeklindeki hata türüdür. Bu durumla ilgili öğrencilerin kesirlerde toplama işlemini uygulama basamağında öğrenemedikleri söylenebilir. Öğrencilere kesirlerde toplama işlemi öğretilirken toplama işlemi ile ilgili

kurallar, kesirlerle ilgili öğrenilmiş tanımlar, diğer bilgiler ve doğal sayılarla ilgili becerilerden yararlanılmalıdır (Altun 2005).

Kesirlere yönelik öğrencilerin işlemsel becerilerinin incelendiği İBT sonuçlarına göre en fazla sayıda öğrencinin doğru olarak yaptığı işlem; $\frac{3}{6} + \frac{5}{12}$ işlemi iken buna karşın en az sayıda öğrencinin doğru olarak yaptığı işlem ise $\frac{10}{12} + \frac{57}{18}$ işlemidir. Genel olarak öğrencilerin basit kesirleri toplarken bileşik kesirleri toplamaya göre daha başarılı olduğu sonucuna varılmıştır. Buradan kesirlerin pay ve paydasındaki sayılar büyüdükçe öğrencilerin başarısının düştüğü sonucu çıkarılmıştır.

İki kesrin toplamına yönelik öğrencilere PKT, PÇT ve İBT testlerinin sonuçları karşılaştırıldığında, puan ortalaması en yüksek olan test İBT olduğu buna karşın puan ortalaması en düşük olan test ise PKT olduğu tespit edilmiştir. Ayrıca ortalamalarının birbirine en yakın olduğu testler ise PÇT ile İBT olduğu sonucuna varılmıştır. Öğrencilerin PKT’de diğer testlere göre daha az puan almalarının nedeni matematik derslerinin genel olarak işlemsel becerilere yönelik işleniyor olmasıdır. Başka bir neden ise problem kurma problem çözmeye göre daha karmaşık ve daha üst beceriler gerektirdiğinden dolayı öğrenciler PKT’de daha az puan almışlardır.

Kesirlerde toplama işlemine yönelik öğrencilere uygulanan PKT, PÇT ve İBT testleri uygulanmış ve korelasyon analizi ile testler arasındaki ilişkiye bakılmıştır. Öğrencilerin problem kurma testindeki puanları ile problem çözmeye testindeki puanları arasında istatistiksel olarak düşük düzeyde, pozitif ve anlamlı bir ilişki olduğu görülmüştür. Çalışmadan elde edilen bu sonuç birçok araştırmanın sonucu ile benzerlik göstermektedir (Abu-Elwan 1999; Akay, 2006; Silver ve Cai, 1993). Buna karşın Silver ve Mamona (1989) II. Kademe matematik öğretmenlerinin problem çözmeleriyle problem çözmeye becerileri arasında ilgi bulamamıştır. Benzer şekilde öğrencilerin problem kurma testindeki puanları ile işlemsel beceri testindeki puanları arasında istatistiksel olarak düşük düzeyde, pozitif ve anlamlı bir ilişki olduğu tespit edilmiştir. Her iki karşılaştırma arasındaki ilişkinin düşük olduğu sonucuna varılmıştır. Buna karşın öğrencilerin problem çözmeye testindeki puanları ile işlemsel beceri testindeki puanları arasında istatistiksel olarak yüksek düzeyde, pozitif ve anlamlı bir ilişki olduğu

sonucuna ulaşılmıştır. Bu sonuç Gür ve Korkmaz (2003)'ın yapılan araştırmanın sonucunu destekler niteliktedir. Gür ve Korkmaz (2003)'ın belirttiği gibi temel işlemsel beceriler ile karmaşık problem çözmeye becerileri ve problem kurma becerileri arasında sıkı bir ilişki vardır. Temel işlemsel becerilerinde eksik olan öğrenciler, başarılı problem çözücü olamazlar, problem çözmeyi başaramayanlar da başarılı problem kuranlar olamazlar (Gür ve Korkmaz, 2003). Bunun yanında matematik becerisi yüksek olan öğrencilerin problem yazma veya oluşturma becerilerinin de iyi olduğu değişik araştırmalarla vurgulanmaktadır (Ellerton, 1986; Leung, 1993).

5.2. Öneriler

1. Öğrencilerin kesirlerde toplama işlemine yönelik problem kurmaya ilişkin PKT'de aldıkları puan ortalamaları diğer iki teste göre düşük olmasından dolayı problem kurma kazanımının önemine gerek programda, gerek ders kitapları ve öğretmen kılavuz kitaplarında daha fazla vurgu yapılmalıdır.
2. Öğrencilerin kesirlerde toplama işlemine yönelik problem kurmaya ilişkin PKT'de aldıkları puan ortalamaları diğer iki teste göre düşük olmasından dolayı öğrencilere proje ve performans ödevi verilirken problem kurmaya yönelik ödevlere ağırlık verilmelidir.
3. Problem kurma kazanımı genellikle konuların son kısmında, problem çözmeye etkinliklerinden sonraya bırakılmıştır. Bu da problem kurmaya gereken önemin verilmesini engellemektedir. Bu durumu önlemek için problem kurma etkinlikleri konuların öğretim sürecine yayılmalıdır.
4. Öğrenciler genellikle problemlerde kesirleri oran olarak kullanmaktalar. Bu da bazı durumlarda hata yapmalarına neden olmaktadır. Bu hataları en aza indirmek için kesirlerin miktar belirtme özelliğinin üstünde de durulmalıdır.

5. Öğrencilerin problem kurma ve problem çözme esnasında yaptıkları hatalar öğretmenler tarafından derinlemesine incelenerek bunların nedenleri üzerinde durulmalıdır.
6. Öğrencilerin problem kurmaya gereken önemi verebilmesi için öğretmenler sınavlarda problem kurmaya yönelik sorular da sormalıdır.
7. Uygulamada problem kurmanın problem çözme ve işlemsel uygulamaya göre daha fazla zaman aldığı görülmüştür. Öğretmenlerinde konuları zamanında bitirme baskısından dolayı problem kurmaya yönelik yeterince etkinlik yapamadıkları düşünülmektedir. Bundan dolayı öğrencilere bilgisayar ve internet vasıtasıyla sınıf dışında da problem kurma etkinliği yapabileceği öğrenme ortamlarının sunulması önerilebilir.
8. Problem kurma becerisi aynı zamanda yazma becerisini de gerektirdiği için öğrencilere daha alt düzeylerdeki sınıflardan itibaren yazma becerisi kazandırılmalıdır.
9. Araştırmada öğrencilerin kesirleri anlamlandırmada zorluk yaşadığı görülmüştür. Örneğin kesirlerin pay ve paydasını birbirinden bağımsız düşünen öğrenci olduğu gibi kesirlerin pay ve paydasından birisini dikkate almayan öğrencilerin de olduğu tespit edilmiştir. Dolayısıyla kesir kavramının anlamını daha alt düzeydeki sınıflardan itibaren öğrencilere kazandırılması gerekmektedir.
10. Araştırmada öğrencilerin kesirleri anlamlandırmada zorluklar yaşadıkları tespit edilmiştir. Dolayısıyla öğrencilerin kesirleri anlamlandırabilmesi için, kesirlerin öğretiminde, model kullanma, günlük yaşamla ilişkilendirme etkinliklerine daha fazla yer verilmelidir.

11. Sonucun bileşik kesir olduğu kesir toplamlarında görülen düşük başarıdan dolayı, kesirlerin kavramsal boyutuna yönelik parça bütün ilişkisini vurgulayacak etkinliklere daha fazla yer verilmelidir.
12. Araştırma kesirlerde toplama işlemine yönelik olarak yapılmıştır. Öğrencilerin kesirlerde toplama işlemine yönelik problem kurma becerilerinin problem çözme ve işlemsel becerilere göre daha alt düzeyde olduğu tespit edilmiştir. Öğrencilerin diğer konulara yönelik problem kurma, problem çözme ve işlemsel becerilerini incelemek için araştırma yapılabilir.
13. Öğrencilerin verdiği yanıtlarda, kesirlerin kavramsal boyutuna yönelik hatalara sıkça rastlanmıştır. Bu hataları asgariye indirmek için araştırmalar yapılabilir.
14. Öğrencilerin problem kurma ve problem çözmeye yönelik hatalarının nedenlerini ortaya çıkarmak için daha derinlemesine bir araştırma yapılabilir.
15. İlköğretim altıncı sınıfa devam eden öğrencilerin kesirlerde toplama işlemine yönelik PTK puan ortalaması PÇT ve İBT puan ortalamalarına göre düşük çıkmıştır. Eğitim öğretimin uygulayıcısı olan öğretmenlerle bu durumun nedenleri ile ilgili bir araştırma yapılabilir.
16. Bu çalışma gelecek yıllarda kesirlerde toplama işlemine yönelik problem kurma, problem çözme ve işlemsel kavramlara ilişkin öğrencilere ders verecek olan öğretmen adaylarıyla yapılabilir.

KAYNAKÇA

- Abu-Elwan, R. (2006). The Use of Webquest to Enhance the Mathematical Problem-Posing Skills of Pre-Service Teachers. College of Education, Sultan Qaboos University, Sultanate of Oman
- Açıköz, Ü., K. (2005). *Aktif Öğrenme*. İzmir: Eğitim Dünyası Yayınları.
- Ahmad, W. F. B. W. & Latih, N. H. B. A. (2010). Development of a mathematics courseware: Fractions. *Paper presented at the Asian Technology Conference in Mathematics*, Malaysia.
- Akan-Sağsöz, (2008). *İlköğretim 6. Sınıflardaki Kesirler Konusunun Origami Yardımıyla Öğretimi*. (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Atatürk Üniversitesi, Erzurum.
- Akay, H. (2006). *Problem Kurma Yaklaşımı ile Yapılan Matematik Öğretiminin Öğrencilerin Akademik Başarısı, Problem Çözme Becerisi ve Yaratıcılığı Üzerindeki Etkisinin İncelenmesi*. (Yayınlanmamış Doktora Tezi). Gazi Üniversitesi, Ankara.
- Akpınar, E. ve Ergin, Ö. (2005). “Probleme Dayalı Öğrenme Yaklaşımına Yönelik Öğrenci Görüşleri. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 6(9), 3-14.
- Aladağ, A. (2009). *İlköğretim Öğrencilerinin Orantısal Akıl Yürütmeye Dayalı Sözel Problemler ile Gerçekçi Cevap Gerektiren Problemleri Çözme Becerilerinin İncelenmesi*. (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Çukurova Üniversitesi, Adana.
- Albayrak, M. (2010). *İlköğretimde Matematik Öğretimi*. Erzurum: Mega Ofset Matbaacılık San. Tic. Ltd. Şti.

- Albayrak, M., İpek, A. S. ve Işık, C. (2006). Temel İşlem Becerilerinin Öğretiminde Problem Kurma-Çözme Çalışmaları. *Erzincan Eğitim Fakültesi Dergisi*, 8(2), 1-11.
- Altun, M. (2005). *Ortaöğretimde Matematik Öğretimi*, Bursa: Aktüel Alfa Akademi Bas. Yay. Dağ.
- Altun, M. (2006). Matematik Öğretiminde gelişmeler. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 19(2), 223-238
- Altun, M. ve Arslan, Ç. (2006). İlköğretim Öğrencilerinin Problem Çözme Stratejilerini Öğrenmeleri Üzerine Bir Çalışma. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 19(1), 1-21
- Amato, A. S. (2005). Developing students' understanding of the concept of fractions as numbers. *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Australia.
- Aydıntan, S., Şahin H., Uysal, F. (2012). "Kesirler" Konusunun Öğretiminde 4MAT Öğrenme Stili Modelinin Akademik Başarı ve Kalıcılığa Etkisi. *Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 23, 408-427.
- Baki, A. (2011). *Kuramdan Uygulamaya Matematik Eğitimi*, Ankara: Harf eğitim Yayıncılığı.
- Ball, D. L. (1990). Prospective elementary and secondary teachers' understanding of division. *Journal for Research in Mathematics Education*, 21(2), 132-144.
- Baysal, Z. N. (2003). *İlköğretim Sosyal Bilgiler Dersinde Öğretmen Tutumlarının Problem Çözmeye Dayalı Öğrenmeye Etkisi*. (Yayınlanmamış Doktora Tezi). Marmara Üniversitesi, İstanbul.

- Baykul, Y. (2003). *İlköğretimde Matematik Öğretimi*. Ankara: Pegem A Yayıncılık.
- Başar, M., Ünal, M., Yalçın, M. (2001). İlköğretim Kademesiyle Başlayan Matematik Korkusunun Nedenleri. *V. Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi*.
- Brueckner, L. J. (1928). Analysis of errors in fraction. *The Elementary School Journal*, 28(10), 760-770.
- Bunar, N. (2011). *Altıncı Sınıf Öğrencilerinin Kümeler, Kesirler ve Dört İşlem Konularında Problem Kurma ve Çözme Becerileri*. (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Afyon Kocatepe Üniversitesi, Afyonkarahisar.
- Cai, J. (2003). Singaporean students' mathematical thinking in problem solving and problem posing: an exploratory study. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 34 (5), 719-737.
- Cankoy, O. ve Darbaz, S. (2010). Problem Kurma Temelli Problem Çözme Öğretiminin Problemi Anlama Başarısına Etkisi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 38, 11-24.
- Charalambous, C. Y., Delaney, S., Hsu, H. Y. & Mesa, V. (2010). A comparative analysis of the addition and subtraction of fractions in textbooks from three countries. *Mathematical Thinking and Learning*, 12, 117-151.
- Çelik, A. (2010). *İlköğretim Öğrencilerinin Orantısal Akıl Yürütme Becerileri ile Problem Kurma Becerileri Arasındaki İlişki*. (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Hacettepe Üniversitesi, Ankara.
- Çömlekoğlu, G. (2001). *Öğretmen Adaylarının Problem Çözme Becerilerine Hesap Makinasının Etkisi*. (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi), Balıkesir Üniversitesi, Balıkesir.

- Darley, J. W. (2005). *Ninth grader's interpretations and use of contextualized models of fractions and algebraic properties: A classroom-based approach (Unpublished doctoral dissertation)*. University of South Carolina.
- Dede, Y. ve Yaman, S. (2005). İlköğretim 6, 7, ve 8. Sınıf Matematik ve Fen Bilgisi Ders Kitaplarının İncelenmesi: Problem Çözme ve Problem Kurma Etkinlikleri Bakımından. *XIV. Ulusal Bilimleri Kongresi*, 28-30 Eylül, Denizli.
- Dede, Y. ve Yaman, S. (2006). Fen ve Matematik Eğitiminde Problem Çözme: Kuramsal Bir Çalışma. *Çukurova Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 2(32), 116-128.
- Dickerson, V. M. (1999). *The impact of problem-posing instruction on the mathematical problem-solving achievement of seventh graders (Unpublished doctoral dissertation)*. University of Emory, Atlanta.
- Ellerton, N. F. (1986). Children's Made-Up Mathematics Problems: A New Perspective on Talented Mathematicians, *Educational Studies in Mathematics*, 17, 261-271.
- English, L. D. (1998). Children's problem posing within formal and informal contexts. *Journal for Research in Mathematics Education*, 29(1), 83-106.
- Ersoy, Y. (2000). Son Dönemde Okullarda Matematik/ Fen Eğitiminde Çağdaş Gelişmeler Ve Genel Eğilimler. *Buca Eğitim Fakültesi Dergisi* 12, 235-246.
- Ersoy, Y. (2003). Teknoloji Destekli Matematik Eğitimi-1, Gelişmeler, Politikalar ve Stratejiler. 2(1), 18-27, [Online]: <http://ilkogretim-online.org.tr> adresinden 10 Kasım 2012 tarihinde indirilmiştir.
- Ersoy, Y., Ardahan, H. (2003). İlköğretim Okullarında Kesirlerin Öğretimi-II Taniya Yönelik Etkinlikler Düzenleme. [Online]: <http://www.matder.org.tr/adresinden> 01 Aralık 2012 tarihinde indirilmiştir.

- Ersoy, Y., Erbaş A. K. (2005). Kassel Projesi Cebir Testinde Bir Grup Türk Öğrencinin Genel Başarısı ve Öğrenme Güçlükleri. 4(1) 18-39, [Online]: <http://ilkogretim-online.org.tr> adresinden 10 Kasım 2012 tarihinde indirilmiştir.
- Fidan, S. (2008). *İlköğretim 5. Sınıf Matematik Dersinde Öğrencilerin Problem Kurma Çalışmalarının Problem Çözme Başarısına Etkisi*. (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Gazi Üniversitesi, Ankara.
- Frankenstein, M. (1998). Reading the world with maths: Goals for a critical mathematical literacy curriculum. In P. Gates (Ed.), *Proceedings of the First International Mathematics Education and Society Conference* (pp. 180-189). Nottingham: Centre for the Study of Mathematics Education, Nottingham University.
- Gallistel, C. R. & Gelman, R. (1992). Preverbal and verbal counting and computation. *Cognition*, 44(1-2), 43-74.
- Güler, A. (2006). *İlköğretim okullarında görev yapan öğretmenlerin Duygusal zekâ düzeyleri ile problem çözme becerileri Arasındaki ilişkinin incelenmesi*. (Yayınlanmamış Doktora Tezi). Yeditepe Üniversitesi, İstanbul.
- Gür, H. ve Korkmaz, E. (2003). Öğretmen adaylarının Problem Kurma Becerilerinin belirlenmesi. *Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Dergisi*,8, 64-74.
- Hacısalihoglu, H. H., Mirasyedioğlu, Ş., Akpınar, A., (2004). *Matematik Öğretimi İlköğretim 6-8*. Ankara: Asil Yayın Dağıtım.
- Hasemann, K. (1981). On difficulties with fractions. *Educational Studies in Mathematics* 12, 71-87.

- Işık, C. (2011). İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Kesirlerde Çarpma ve Bölmeye Yönelik Kurdukları Problemlerin Kavramsal Analizi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 41, 231-243.
- Işık, C., Işık, A. ve Kar, T. (2011). Matematik Öğretmeni Adaylarının Sözel ve Görsel Temsillere Yönelik Kurdukları Problemlerin Analizi. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 30,39-49.
- Işık, C. ve Kar, T. (2012a). Analyzing Problems Posed by 7th Grade Students for Addition Operation with Fractions. 11(4), 1021-1035, [Online]: <http://ilkogretim-online.org.tr> adresinden 10 Kasım 2012 tarihinde indirilmiştir.
- Işık, C. ve Kar, T. (2012b). Sınıf Öğretmeni Adaylarının Problem Kurma Becerileri. *Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 23, 190 – 214.
- Işık, C. ve Kar, T. (2012c). Matematik Dersinde Problem Kurmaya Yönelik Öğretmen Görüşleri Üzerine Nitel Bir Çalışma. *Milli Eğitim Sosyal Bilimler Dergisi*, 194, 199-214.
- İpek, A. S., Işık, C. ve Albayrak, M. (2005). Sınıf Öğretmeni Adaylarının Kesir İşlemleri Konusundaki Kavramsal Performansları. *Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi Dergisi*, 1, 537-547.
- Kar, T. (2010). *Lineer Cebirde Probleme Dayalı Öğrenme Yönteminin Öğrencilerin Akademik Başarıları, Problem Çözme Becerileri ve Yaratıcılıkları Üzerine Etkisi*. (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Atatürk Üniversitesi, Erzurum.
- Karasar, N. (2007), *Bilimsel Araştırma Yöntemi*, Ankara: Nobel Yayınevi.
- Karataş, İ. ve Güven B. (2010). Ortaöğretim Öğrencilerinin Günlük Yaşam Problemlerini Çözme Becerilerinin Belirlenmesi. *Erzincan Eğitim Fakültesi Dergisi*. 12(1), 201-217.

- Kayan, F. ve Çakıroğlu, E. (2008). İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Matematiksel Problem Çözmeye Yönelik İnançları. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 35, 218-226.
- Kerslake, D. (1986). *Fractions: Children's strategies and errors. A report of the strategies and errors in secondary mathematics project*. Windsor, England: NFER-Nelson.
- Kılıç, Ç. ve Özdaş, A. (2010). İlköğretim 5. Sınıf Öğrencilerinin Kesirlerde Karşılaştırma ve Sıralama Yapmayı Gerektiren Problemlerin Çözümlerinde Kullandıkları Temsiller. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 18(2), 513-530.
- Kılıç, Ç. (2011). İlköğretim Matematik Dersi (1-5 Sınıflar) Öğretim Programında Yer Alan Problem Kurma Çalışmalarının İncelenmesi. *Mersin Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 2, 54-65.
- Kılıç, G. B. (2001). Oluşturmacı Fen Eğitimi. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri Dergisi*, 1, 7-12.
- Kocaoğlu, T. ve Yenilmez, K. (2010). Beşinci Sınıf Öğrencilerinin Kesir Problemlerinde Yaptıkları Hatalar ve Kavram Yanılgıları. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi*, 14, 71-85.
- Lamon, S. (1999). *Teaching fractions and ratios for understanding. Essential content knowledge and instructional strategies for teachers*. London: Erlbaum.
- Lester, F. K. (1994). Musing about mathematical problem solving researchs: 1970-1994. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25(6), 660-675.
- Leung, S. S. (1993). *The Relation of Mathematical Knowledge and Creative Thinking to The Mathematical Problem Posing of Prospective Elementary School Teachers on*

Tasks Differing in Numerical Information Content. (Unpublished Doctoral Dissertation), University of Pittsburg.

Mack, N. K. (1995). Confounding whole-number and fraction concepts when building on informal knowledge. *Journal for Research in Mathematics Education*, 26(5), 422-441.

MEB. (2009). *İlköğretim Matematik Dersi Öğretim Programı ve Kılavuzu*, Ankara: Devlet Kitapları Müdürlüğü.

MEB. (2008). *İlköğretim Matematik 6 Öğretmen Kılavuz Kitabı*. (3. baskı). Ankara: İmpress

MEB. (2005). *Orta Öğretim Matematik Müfredatı*, Ankara: Milli Eğitim Yayınevi

Misquitta, R. (2011). A review of the literature: Fraction instruction for struggling learners in mathematics. *Learning Disabilities Research & Practice*, 26(2), 109–119.

NCTM (2000). *Principals and Standarts for School Mathematics*, Reston, Va: National council of Teachers of Mathematics Pub.

Ni, Y. & Zhou, Y. D. (2005). Teaching and learning fraction and rational numbers: The origins and implications of whole number bias. *Educational Psychologist* , 40(1), 27–52.

Olkun, S. ve Toluk, Z. (2003). *İlköğretimde Etkinlik Temelli Matematik Öğretimi*. Ankara: Anı Yayıncılık,

Özarlan, P.(2010). *İlköğretim 7. Sınıf öğrencilerinin cebirsel sözel Problemleri denklem kurma yoluyla çözme becerilerinin İncelenmesi*. (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Çukurova Üniversitesi, Adana.

- Özdemir, A. (2009). *İlköğretim 6. Sınıf Matematik Dersi “Kesirler” Konusunun Öğretiminde Kavram Haritası Kullanımının Öğrenci Başarısına Etkisi*. (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Gazi Üniversitesi, Ankara.
- Özsoy, G. (2005). Problem Çözme Becerisi ile Matematik Başarısı Arasındaki İlişki. *Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 25(3), 179-190.
- Pesen, C.(2006). *Matematik Öğretimi*. Ankara: Nobel Yayın Dağıtım.
- Pitkethly, A. & Hunting, R. (1996). A review of recent research in the area of initial fraction concepts. *Educational Studies in Mathematics*, 30, 5-38.
- Pugalee, D. K. (2001). Writing, Mathematics and Metacognition: Looking for Connections Through Students’ Work in Mathematical Problem Solving., *School Science and Mathematics*, 101(5), 236-245.
- Rizvi, N. F. (2004). Prospective teachers’ ability to pose word problems. <http://www.cimt.plymouth.ac.uk/Journal/rizvi.pdf> adresinden 20 EKİM 2012 tarihinde indirilmiştir.
- Saban, A. (2002). *Öğrenme Öğretme Süreci*. Ankara: Nobel Yayın Dağıtım.
- Senemoğlu, N. (1997). *Gelişim, Öğrenme ve Öğretim*, Ankara: Ertem Matbaacılık.
- Siegler, R. S. (2003). Implications of cognitive science research for mathematics education. In Kilpatrick, J., Martin, W. B., & Schifter, D. E. (Eds.), *A research companion to principles and standards for school mathematics* (pp. 219-233). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Silver, E. A. & Cai, J. (1996). An analysis of arithmetic problem posing by middle school students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27, 521–539.

- Silver, E. A. & Cai, J. (2005). Assessing students' mathematical problem posing. *Teaching Children Mathematics*, 12(3), 129-135.
- Silver, E. A., & Mamona, J. (1989). Problem posing by middle school teachers, *In C.A. Maher, G.A. Galdin & R. B. Davis (Eds)*, proceedings of the eleventh annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the psychology of Mathematics Education PP. 263–264. NJ, New Brunswick.
- Silver, E. A., Mamona-Downs, J., Leung, S. S., & Kenney, P. A. (1996). Posing Mathematical Problems: An Exploratory Study. *Journal of Research in Mathematics Education*, 27(3), 293-309.
- Simon, M. A. (1993). Prospective elementary teachers' knowledge of division. *Journal for Research in Mathematics Education*, 24(3), 233-254.
- Stoyanova, E. (2000). *Empowering students problem solving via problem posing: The art of framing good question. Austrian Mathematics Teacher. 56 (1), 33-37*
- Soylu, Y. ve Soylu, C. (2005). İlköğretim Beşinci Sınıf Öğrencilerinin Kesirler Konusundaki Öğrenme Güçlükleri: Kesirlerde Sıralama, Toplama, Çıkarma, Çarpma Ve Kesirlerle İlgili Problemler. *Erzincan Eğitim Fakültesi Dergisi. 7(2), 101-117.*
- Soylu, Y. ve Soylu, C. (2006). Matematik Derslerinde Başarıya Giden Yolda problem Çözmenin Rolü. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 7(11), 97-111.*
- Şen, A. (2008). *Aktif Öğrenme Problem Çalışma Yapraklarının Orta Öğretim Öğrencilerinin Problem Çözme Süreci Üzerine Etkileri.* (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Afyon Kocatepe Üniversitesi, Afyonkarahisar.
- Şiap, İ. ve Duru, A., 2004. Kesirlerde Geometrik Modelleri Kullanabilme Becerisi. *Kastamonu Eğitim Dergisi, 12(1), (89–96).*

- Şimşek H. ve Yıldırım A. (2011). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Ankara: Seçkin Yayınevi.
- Şişman, M. (2007). *İlköğretim 8. Sınıf Matematik Dersi Çarpanlara Ayırma ve Özdeşlikler Konusunun Yapılandırmacı Öğrenme Yaklaşımına Uygun Olarak Öğretiminin Öğrenci Başarısına Etkisi*. (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Gazi Üniversitesi, Ankara.
- Tertemiz, N. ve Sulak S., E. (2011). İlköğretim 5. Sınıf Öğrencilerinin Problem Kurma Becerilerinin İncelenmesi. *1. Uluslararası Eğitim Programları ve Öğretim Kongresi*
- Thompson, P. W. (1993). Quantitative reasoning, complexity, and additive structures. *Educational Studies in Mathematics*, 25(3), 165-208.
- Ticha, M. & Hošpesová, A. (2009). Problem posing and development of pedagogical content knowledge in pre-service teacher training. *Paper presented at the meeting of CERME 6*, Lyon.
- Toluk-Uçar, Z. (2009). Developing pre-service teachers understanding of fractions through problem posing. *Teaching and Teacher Education*, 25, 166–175.
- Turhan, B. (2011). *Problem Kurma Yaklaşımı ile Gerçekleştirilen Matematik Öğretiminin İlköğretim 6. Sınıf Öğrencilerinin Problem Çözme Başarıları, Problem Kurma Becerileri ve Matematiğe Yönelik Görüşlerine Etkisinin İncelenmesi*. (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Anadolu Üniversitesi, Eskişehir.
- Uslu, G. (2006). *Ortaöğretim Matematik Dersinde Probleme Dayalı Öğrenmenin Öğrencilerin Dersle İlişkin Tutumlarına, Akademik Başarılarına ve Kalıcılık Düzeylerine Etkisi*. (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Balıkesir Üniversitesi, Balıkesir.

Ülgen, G. (1997). *Eğitim Psikolojisi*. İstanbul: Alkım Yayınevi.

Ünsal, Y. ve Ergin, İ. (2011). Fen Eğitiminde Problem Çözme Sürecinde Kullanılan Problem Çözme Stratejileri ve Örnek Bir Uygulama. *Kara Harp Okulu Savunma Bilimleri Dergisi*, 10(1), 72-91

Yazgan, Y. ve Bintaş J. (2005). İlköğretim dördüncü ve besinci sınıf öğrencilerinin problem Çözme stratejilerini kullanabilme düzeyleri: Bir öğretim deneyi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 28, 210-218.

Yurdakul, B. (2004). *Yapılandırmacı Öğrenme Yaklaşımının Öğrenenlerin Problem Çözme Becerilerine Bilişötesi Farkındalık ve Derse Yönelik Tutum Düzeylerine Etkisi ile Öğrenme Sürecine Katkıları*. (Yayınlanmamış Doktora Tezi): Hacettepe Üniversitesi, Ankara

Zembat, İ.Ö. (2007). Sorun Aynı – Kavramlar; Kitle Aynı - Öğretmen Adayları. 6(2), 305-312. [Online]: <http://ilkogretim-online.org.tr> adresinden 15 Haziran 2012 tarihinde indirilmiştir.

EKLER**Ek 1. Problem Kurma Testi****PROBLEM KURMA TESTİ**

Sevgili öğrenciler,

Aşağıda matematik programınızda yer alan kesirde toplama işlemi konusu ile ilgili sorulardan oluşan bir test yer almaktadır. Sizden iki kesrin toplamına yönelik sadece verilen işlemle çözülebilecek problem kurmanız istenmektedir. Vereceğiniz yanıtlar sadece bilimsel bir araştırmada veri olarak kullanılacak ve tamamen gizli tutulacaktır. Uygulanacak test kesinlikle bir sınav olmayıp, not ile değerlendirilmeyecektir. Bu nedenle soruları kaygılanmadan ve içtenlikle cevaplamanız yapılan bu çalışmanın doğru bir şekilde değerlendirilmesi açısından önem taşımaktadır.

1. $\frac{3}{6} + \frac{5}{12}$

2. $\frac{1}{3} + \frac{1}{6}$

3. $\frac{3}{10} + \frac{13}{15}$

4. $\frac{5}{7} + \frac{1}{2}$

5. $\frac{21}{4} + \frac{44}{6}$

6. $\frac{13}{5} + \frac{7}{3}$

7. $\frac{15}{8} + \frac{11}{12}$

8. $\frac{4}{5} + \frac{15}{4}$

9. $\frac{10}{12} + \frac{57}{18}$

10. $\frac{4}{12} + \frac{2}{3}$

Ek 2. Problem Çözme Testi

PROBLEM ÇÖZME TESTİ

Sevgili öğrenciler,

Aşağıda matematik programınızda yer alan kesirler konusu ile ilgili sorulardan oluşan bir test yer almaktadır. Sizden testteki problemleri çözmeniz istenmektedir. Vereceğiniz yanıtlar sadece bilimsel bir araştırmada veri olarak kullanılacak ve tamamen gizli tutulacaktır. Uygulanacak test kesinlikle bir sınav olmayıp, not ile değerlendirilmeyecektir. Bu nedenle soruları kaygılanmadan ve içtenlikle cevaplamanız yapılan bu çalışmanın doğru bir şekilde değerlendirilmesi açısından önem taşımaktadır.

1. Seçil, kitaplığının $\frac{3}{6}$ 'üne ders kitaplarını, $\frac{5}{12}$ 'ine romanlarını koymuştur. Seçil kitaplığın kaçta kaçını kullanmaktadır?
2. Berk bir günde bir işin $\frac{1}{3}$ 'ini Selim ise bir günde aynı işin $\frac{1}{6}$ 'ini yapabilmektedir. İkiisi birlikte çalışırlarsa bir günde işin ne kadarını yaparlar?
3. Bir şekerli su karışımında $\frac{3}{10}$ kg şeker, $\frac{13}{15}$ kg su bulunmaktadır. Karışımın toplam ağırlığı ne kadardır?
4. Mustafa odasını boyamak için bir teneke beyaz boyanın $\frac{5}{7}$ 'i ile yarım teneke mavi boyayı birbirine karıştırıyor. Mustafa'nın ne kadar boya karışımı olur?

5. Nurgül bir mağazada yarı zamanlı olarak çalışmaktadır. İşe iki gün önce başlayan Nurgül pazartesi günü $\frac{21}{4}$ saat ve Salı günü $\frac{44}{6}$ saat çalışmıştır. Nurgül iki günde toplam kaç saat çalışmıştır?
6. Emre hafta sonları $\frac{13}{5}$ km, iş günlerinde ise $\frac{7}{3}$ km bisiklete biner. Emre bir haftada kaç km bisiklete binmiştir?
7. Hasan Amca bahçesine $\frac{15}{8}$ m² soğan, $\frac{11}{12}$ m² marul ekmiştir. Hasan Amcanın bahçesinin kaç m² si ekili durumdadır?
8. Tuncay ile Metin kırtasiyeden ortak bir kitap alıyorlar. Tuncay $\frac{4}{5}$ TL, Metin ise $\frac{15}{4}$ TL veriyor. Buna göre Tuncay ile Metin'in aldığı kitap kaç Türk Lirasıdır?
9. Sinem deney için bir kaba $\frac{10}{12}$ litre zeytinyağı ile $\frac{57}{18}$ litre su koyuyor. Kapta kaç litre zeytinyağı su karışımı vardır?
10. Yasemin portakalların $\frac{4}{12}$ 'ünü öğle yemeğinden önce, $\frac{2}{3}$ ' sini öğle yemeğinden sonra yedi. Buna göre yasemin, portakalların ne kadarını yemiş oldu?

Ek 3. İşlemsel Beceri Testi**İŞLEMSEL BECERİ TESTİ**

Sevgili öğrenciler,

Aşağıda matematik programınızda yer alan kesirde toplama işlemi konusu ile ilgili sorulardan oluşan bir test yer almaktadır. Sizden testteki toplama işlemlerini yapmanız istenmektedir. Vereceğiniz yanıtlar sadece bilimsel bir araştırmada veri olarak kullanılacak ve tamamen gizli tutulacaktır. Uygulanacak test kesinlikle bir sınav olmayıp, not ile değerlendirilmeyecektir. Bu nedenle soruları kaygılanmadan ve içtenlikle cevaplamanız yapılan bu çalışmanın doğru bir şekilde değerlendirilmesi açısından önem taşımaktadır.

1. $\frac{3}{6} + \frac{5}{12} =$

2. $\frac{1}{3} + \frac{1}{6} =$

3. $\frac{3}{10} + \frac{13}{15} =$

4. $\frac{5}{7} + \frac{1}{2} =$

$$5. \frac{21}{4} + \frac{44}{6} =$$

$$6. \frac{13}{5} + \frac{7}{3} =$$

$$7. \frac{15}{8} + \frac{11}{12} =$$

$$8. \frac{4}{5} + \frac{15}{4} =$$

$$9. \frac{10}{12} + \frac{57}{18} =$$

$$10. \frac{4}{12} + \frac{2}{3} =$$

Ek 4. Erzurum Valiliği İl Milli Eğitim Müdürlüğü'nden Alınan İzin Belgesi

T.C.
ERZURUM VALİLİĞİ
İl Milli Eğitim Müdürlüğü

Sayı : B.08.4.MEM.4.25.00.65-605

Konu : Anket Çalışması


16.05.2012* 13427

VALİLİK MAKAMINA

İlgi : 07/03/2012 tarih ve 3612 sayılı (2012/13) sayılı Genelge

Atatürk Üniversitesi Öğrenci İşleri Daire Başkanlığı 10.05.2012 tarihli ve 9939 sayılı yazıları ile Eğitim Bilimleri Enstitüsü yüksek lisans öğrencisi Vehettin KAZAK'ın "İlköğretim 6. Sınıf Öğrencilerinin Kesirlerde Toplama İşlemine Yönelik Sözel Problem Kurma ve Problem Çözme Becerilerinin İncelenmesi" konulu tez çalışmasına esas teşkil edecek anket çalışmasını, başvuru ekinde yer alan Polis Amca ve Barbaros Hayrettin Paşa İlköğretim Okullarında yapma isteği, ilgi genelge çerçevesinde müdürlüğümüzce uygun görülmektedir.

Makamlarınızca da uygun görüldüğü takdirde olurlarınıza arz ederim.


Abdullah BİLGE
Milli Eğitim Müdür V.

OLUR
16/05/2012

Mehmet GÖK
Vali a.
Vali Yardımcısı

ÖZ GEÇMİŞ

Vechettin KAZAK 1979 yılında Ağrı'nın Eleşkirt ilçesinde doğdu. İlk ve orta öğrenimini Eleşkirt'te tamamladı. 1999 yılında başlamış olduğu Atatürk Üniversitesi Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği Bölümünden 2003 yılında mezun oldu. Aynı yıl Erzurum Çat Çok Programlı Lisesine matematik öğretmeni olarak atandı. Halen Erzurum'da Barbaros Hayrettin Paşa İlköğretim Okulunda matematik öğretmeni olarak görevine devam etmektedir. Evli ve bir çocuk babasıdır.