T.C.
DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
İLKÖĞRETİM ANABİLİM DALI
İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ PROGRAMI
YÜKSEK LİSANS TEZİ

ORTAOKUL MATEMATİK ÖĞRETMENLERİNİN ZİHNİN GEOMETRİK ALIŞKANLIKLARININ BELİRLENMESİ VE DERSLERİNE YANSIMASI

Arife Tolga

İzmir

2017

T.C.
DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
İLKÖĞRETİM ANABİLİM DALI
İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ PROGRAMI
YÜKSEK LİSANS TEZİ

ORTAOKUL MATEMATİK ÖĞRETMENLERİNİN ZİHNİN GEOMETRİK ALIŞKANLIKLARININ BELİRLENMESİ VE DERSLERİNE YANSIMASI

Arife TOLGA

Danışman
Doç. Dr. Berna CANTÜRK GÜNHAN

İzmir
2017

Yemin Metni

Yüksek Lisans Tezi olarak sunduğum “Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Zihnin Geometrik Alışkanlıklarının Belirlenmesi Ve Derslerine Yansıması” adlı çalışmanın, tarafımdan, bilimsel ahlak ve geleneklere aykırı düşecek bir yardıma başvurmaksızın yazıldığını ve yararlandığım eserlerin kaynakçada gösterilenlerden oluştuğunu, bunlara atıf yapılarak yararlanılmış olduğunu belirtir ve bunu onurumla doğrularım.

Savunma Tarihi
30/06/2017
Arife TOLGA
İmza

Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğüne

İşbu çalışma, jürimiz tarafından Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı İlköğretim Matematik Öğretmenliği Programında YÜKSEK LİSANS TEZİ olarak kabul edilmiştir.

Başkan :Doç. Dr. Berna CANTÜRK GÜNHAN

Üye :Prof. Dr. Serkan NARLI

Üye :Yrd. Doç. Dr. Deniz ÖZEN ÜNAL

Onay
Yukarıda imzaların, adı geçen öğretim üyelerine ait olduğunu onaylarım.

05 / 07 / 2017

Prof. Dr. Ali Günay BALIM
Enstitü Müdürü

04.07.2017 Ulusal Tez Merkezi | Tez Form Yazdir

T.C

YÜKSEKÖĞRETİM KURULU

ULUSAL TEZ MERKEZİ

TEZ VERİ GİRİŞİ VE YAYIMLAMA İZİN FORMU

Referans No	10153603
Yazar Adı / Soyadı	ARİFE TOLGA
Uyruğu / T.C.Kimlik No	TÜRKİYE / 39466918208
Telefon	5557651204
E-Posta	arifetolga48@gmail.com
Tezin Dili	Türkçe
Tezin Özgün Adı	ORTAOKUL MATEMATİK ÖĞRETMENLERİNİN ZİHNİN GEOMETRİK ALIŞKANLIKLARININ BELİRLENMESİ VE DERSLERİNE YANSIMASI
Tezin Tercümesi	DETERMINATION OF SECONDARY SCHOOL MATHEMATICS TEACHERS' GEOMETRIC HABITS OF MIND AND ITS REFLECTION MATHEMATICS COURSES
Konu	Eğitim ve Öğretim = Education and Training
Üniversite	Dokuz Eylül Üniversitesi
Enstitü / Hastane	Eğitim Bilimleri Enstitüsü
Anabilim Dalı	İlköğretim Anabilim Dalı
Bilim Dalı	İlköğretim Matematik Öğretmenliği Bilim Dalı
Tez Türü	Yüksek Lisans
Yılı	2017
Sayfa	130
Tez Danışmanları	DOÇ. DR. BERNA CANTÜRK GÜNHAN 30835264810
Dizin Terimleri	
Önerilen Dizin Terimleri	
Kısıtlama	24 ay süre ile kısıtlı

Tezimin,Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi Veri Tabanında arşivlenmesine izin veriyorum. Ancak internet üzerinden tam metin açık erişime sunulmasının 04.07.2019 tarihine kadar ertelenmesini talep ediyorum. Bu tarihten sonra tezimin, bilimsel araştırma hizmetine sunulması amacı ile Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi tarafından internet üzerinden tam metin erişime açılmasına izin veriyorum.
NOT: Erteleme süresi formun imzalandığı tarihten itibaren en fazla 3 (üç) yıldır.

04.07.2017

İmza:...............................

ÖNSÖZ

Yüksek lisans ders ve tez aşamasında sorularımı bıkmadan usanmadan cevaplandıran, çalışmalarımı görüş ve önerileriyle yönlendiren, şefkatini ve yardımını hiç esirgemeyen canım hocam ve danışmanım Doç. Dr. Berna CANTÜRK GÜNHAN'a çok teşekkür ederim.

Tez savunma jürime katılarak fikir ve önerileriyle çalışmama katkıda bulunan Yrd. Doç. Dr. Deniz ÖZEN ÜNAL hocama çok teşekkür ederim.

Tez araştırmam süresince bana her konuda yardımcı ve destekçi olan sevgili arkadaşlarım Hatice ACAR, Duygu ATAMAN ve Hatice AÇAN' a, ayrıca tez çalışmasını yürüttüğüm adeta kendi okulummuş hissiyatını uyandıran Dereköy EBSO, Göçbeyli Ortaokulu idarecileri, öğretmenleri ve diğer çalışanlarına, tanımış olduğum cevher değerindeki 25 güzel öğrenciye sonsuz teşekkürümü sunuyorum. Sizleri unutmayacağım…

Yüksek lisans sürecinin her aşamasında birbirimize yardımcı olduğumuz, güzel ve eğlenceli anılar biriktirdiğim grup arkadaşım Gözde SIRTMAÇ' a teşekkür ederim.

Son olarak beni yetiştiren, bugünleri yaşamamı olanak sağlayan, koşulsuz desteklerini hep hissettiğim eğitime gönlünü kaptırmış babam Murat TOLGA' ya, şefkati ve merhametini hiç esirgemeyen annem Nuriye TOLGA' ya ve varlığından güç aldığım, akıl küpüm, biricik ablam Tülay TOLGA' ya her şey için teşekkürler. İyi ki varsınız…

İÇİNDEKİLER

TABLO LİSTESİ

ŞEKİL LİSTESİ

ÖZET

ORTAOKUL MATEMATİK ÖĞRETMENLERİNİN ZİHNİN GEOMETRİK ALIŞKANLIKLARININ BELİRLENMESİ VE DERSLERİNE YANSIMASI

Arife TOLGA

Bu çalışmada ortaokul matematik öğretmenlerinin zihnin geometrik alışkanlıkları ve derslerine yansıması sekizinci sınıf öğrencilerinin alışkanlıkları incelenerek araştırılması amaçlanmıştır. Çalışma grubu İzmir ilinin Bergama ve Kınık ilçelerindeki MEB'e bağlı üç devlet ortaokulundaki 3 matematik öğretmeni ve toplamda 25 tane öğrencisiyle gerçekleştirilmiştir. Bu araştırmada öğretmen ve öğrenci seçimi, araştırmacı tarafından belirlenen iki ölçüt göz önüne alınarak seçilmiştir. Bu yönüyle araştırma, amaçlı örnekleme yöntemlerinden ölçüt örnekleme yöntemidir. Bu ölçütler; (i) öğretmenlerin öğrencilerini 5. sınıftan 8. sınıfa kadar eğitim-öğretim veren öğretmenler olması, (ii) öğrencilerin bir önceki yıl başarı ortalamalarının orta ve yüksek düzeyde olmasıdır. Öğretmenlerin üçü bayan olup, öğrencilerde ise toplamda 11 erkek ve 14 kızla çalışma gerçekleştirilmiştir. Araştırmada verilerin toplanması, çözümlenmesi ve yorumlanmasında nitel araştırma yöntemi kullanılmıştır. Öğretmen ve öğrencilerle yapılan görüşmenin verileri klinik mülakatlarla toplanmıştır. Öğretmen ve öğrencilere zihnin geometrik alışkanlıklarının alt bileşenlerini içeren 8'er adet açık uçlu soru sorulmuştur. Araştırma sürecinde elde edilen veriler sorular bazında analiz edilmiş olup, her soru zihnin geometrik alışkanlıklarının bileşenlerine göre incelenmiştir. Veriler içerik analizi yöntemiyle incelenmiştir. Araştırmanın sonucunda öğrencilerin işlem yapmayı gerektiren soruları severek ve rahatlıkla çözebilirken genelleme ve keşfetmeyi gerektiren sorularda bu ilginin düşüp soruyu çözen sayısının düştüğü gözlemlenmiştir. Ayrıca öğrencilerin kendi öğretmenlerinin gösterdiği şekilde çözüm yollarını takip ettiği görülmüş ve buna bağlı öğrencilerin bulguları arasında bazı gruplandırmalar olmuştur.

Anahtar kelimeler: Zihnin geometrik alışkanlıkları, geometrik düşünme, geometri problemleri

ABSTRACT

DETERMINATION OF SECONDARY SCHOOL MATHEMATICS TEACHERS' GEOMETRIC HABITS OF MIND AND ITS REFLECTION ON MATHEMATICS COURSES

Arife TOLGA

In this study, it's aimed to determine the secondary school math teachers' geometric habits of mind and its reflection to the lessons by investigating 8th grade students' habits. Participants were 3 math teachers who work in state schools in Kınık and Bergama, İzmir and their 25 students. In this study, teachers and students were choosen by considering two criterions which were determined by the researcher. From this aspect, the method of this research is criterion sampling method from purposeful sampling methods. This criterions; (i) Choosing teachers who educate their students from 5th grade to 8th grade (ii) Choosing students whose grade point averages are middle or high the previous year. 3 of the teachers were women; in students' group 11 of them were boys and 14 of them were girls. In this study, qualitative research method was used in collecting, analyzing and interpreting the data. The data of interviews done with teachers and students, were gathered with clinical interviews. 8 open ended questions which includes the subcomponents of geometric habits of mind were asked to the teachers and students. The data which were acquired during the research process, were analyized in the basis of the questions and each question was investigated according to the components of geometric habits of mind. The data were investigated with content analysis method. At the end of the research, it has been observed that the students like and solve the questions easily which require four operations while their interest decreases in questions which require generalization and discovering. Furthermore, it has been observed that the number of the participants who solved the questions which require generalization and discovering decreases. In addition, it was seen that students followed the way that their teachers showed and due to this there were some classifications among the findings of the students.

Keywords: Geometric habits of mind, geometric thinking, geometry problems.

BÖLÜM I

GİRİŞ

Problem Durumu

Günümüzde teknoloji ve bilimin ilerlemesiyle dünyanın değişimine ayak uydurabilen, gördüğü yeniliklere adapte olup yaşamına geçirebilen, problemlerin üstesinden farklı düşünme yollarıyla gelebilen ve toplumsal beklentilere cevap verebilecek bireylerin yetiştirilmesi istenmektedir. Ayrıca amacı istendik davranış meydana getirme süreci olan eğitim; son yıllarda bireyin gelişimine önem vermektedir. Nitekim yeni öğretim programı, öğrencinin matematik öğrenme sürecinde aktif katılımcı olduğu, öğrenme ortamında rahatça araştırmalarını yapabildiği, eleştirilerini paylaşabildiği, farklı çözüm yollarını sunabildiği sınıf ortamlarının oluşmasını savunmaktadır (MEB, 2015). Böyle bir öğrenme ortamı öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerini geliştirir. Matematiğin temel öğrenme alanlarından biri olan geometri bireylerin matematiksel düşünme becerilerini geliştirmede önemli bir yere sahiptir.

Geometri, bireyin düşünmesini sağlayan ve şekilleri zihninde canlandırarak çözüme ulaşmasını sağlayan bir bilim dalıdır (Hızarcı, 2004). Günlük yaşam ile matematiksel kavramlar arasında ilişkiler kurmada etkin bir rol oynayan geometri öğrenme alanı, matematik programında yadsınamaz bir öneme sahiptir. Çünkü geometrinin zengin bir bakış açısıyla anlaşılması, matematik dersi öğretim programında yer alan diğer öğrenme alanlarının anlaşılmasına da yardımcı olur (Van de Walle, Karp ve Bay-Williams, 2014). Günlük hayatta insanlar karşı karşıya geldiği çoğu problemlerin üstesinden temel geometrik beceriler yoluyla gelebilir (Altun, 2012:285). Örneğin Altun (2012) günlük yaşamda insanoğlunun karşı karşıya kaldığı *çerçeve yapma, duvar kağıdı kaplama, boya yapma, depo yapma* benzeri problemlerin çözümünün geometri becerisine sahip olmayla ilişkilendirmiştir. Geometri alanının geliştirilmesi için bireylerin geometrik düşünme becerilerinin iyileştirilmesi gerekir. Kişilerin nesneler arasında geometrik ilişkiler kurarak, geometri problemlerinin üstesinden gelmesine yardımcı olan düşünme tarzına geometrik düşünme denir (Van Hiele, 1999; Van de Walle, Karp ve Bay-Williams, 2007). Geometriyle tanışma bireyin doğumuyla başlar ve birey geometrik nesnelerle tanıştıkça geometriye ait yaşantıları artmaktadır. Kişinin ne kadar geometrik yaşantıları artarsa, paralel olarak geometrik düşünme tarzları da gelişir (Van Hiele, 1999; Van de Walle, Karp ve Bay-Williams, 2007). Öğrenciler eğitim-öğretim sürecinde sürekli geometri ile etkileşim halinde olduğundan geometrik düşünme becerisinin geliştirilmesi son yıllarda ön plana çıkmaktadır.

Geometri alanı öğretimde zordan karmaşığa doğru olan bir süreç olup, bu süreçte öğrencinin eksikliklerini tamamlamadan bir üst bilgi ile tanışması sorun çıkarmaya sebep olabilir. Bu nedenle geometrinin öğretmen tarafından iyi kavranılması, öğrencilerin karşılaştıkları problemlerin üstesinden gelinmesinde oldukça önemlidir (Gürbüz ve Durmuş, 2009). Baykul (2009)'a göre geometri öğretimi öğrencilerin hem geometri ders programındaki kazanımlara ulaşmasını sağlamalı hem de geometrik düşünme seviyelerini arttırmalıdır. Öte yandan geometrik düşünme öğrencilerin diğer derslerini etkilemesi ve problem çözme becerilerini geliştirmesinden öğrencileri matematiğe karşı pozitif bir hale getirebilir. Baykul (2014)'in de bahsettiği gibi öğretmenler gerekli vazifelere sahip olmalıdır. Matematik öğretmenleri iyi bir alan bilgisine sahip olmalı bunun yanında bu bilgilerini paylaşacak şekilde öğrencilerinin bilişsel yapılarını önemseyerek geometri öğrenme ortamları hazırlamalıdır (Toluk, Olkun ve Durmuş, 2002). Öğretmen, planlanmış bir öğrenme ortamının iyi bir rehberi olmalıdır. Dolayısıyla öğretmenin herhangi bir bilgi eksikliği, öğrencilerin geometriyle ilgili yaşantılarını olumsuz etkileyecektir (Ball, 1990). Bu doğrultuda alan bilgisi konusunda sıkıntı yaşayan öğretmenler öğrenci merkezli olmayan, sert, disiplinli, öğrencilerden gelen sorulara izin vermeyen öğrenme ortamları sunar. Bunun sonucunda öğretmenlerin dersindeki sınıf hakimiyeti azalır (Shulman, 1987). Yapılan uluslararası sınavlar incelendiğinde matematiğin geometri dalına ait sonuçların ortalamanın oldukça altında olduğu belirtilmiştir. Bunun sebebi öğretmenlerin öğrencileri geometrik şekilleri, kavramları ezberletmeye teşvik etmiş olmasından kaynaklı olabilir (Olkun ve Aydoğdu, 2003). Bunların doğal sonucu olarak öğrenciler yeterli bilgiyle gelişemez. Bu yüzden öğrencilerin iyi bir geometri bilgisine sahip olması isteniyorsa öğrenci merkezli, esnek, tartışılabilir öğrenme ortamları sağlanmalıdır (Shulman, 1987).

İlköğretimde matematik öğretimi içinde neden geometri konularına yer verildiği şu şekilde açıklanmıştır:

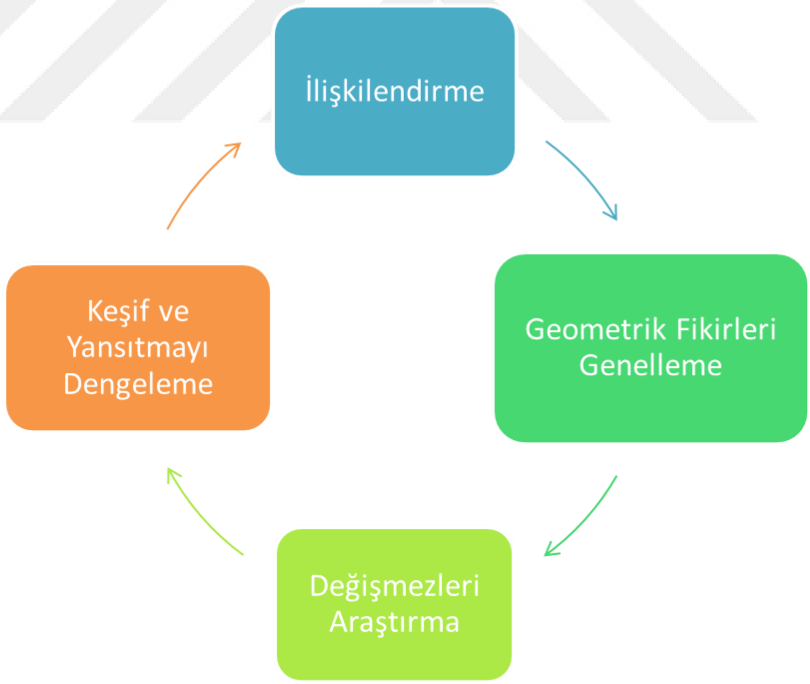
a) İlköğretimde matematik çalışmaları sırasında eleştirel düşünme ve problem çözme önemli bir yere sahiptir. Geometri çalışmaları öğrencilerin eleştirel düşünme ve problem çözme becerilerini artırmada önemli bir yere sahiptir.
b) Geometri konuları, matematiğin diğer konularının öğretiminde yardımcı olur.
c) Geometri, matematiğin günlük hayatta kullanılan önemli parçalarındandır.
d) Geometri bilim ve sanatta da çok kullanılır.
e) Geometri, öğrencilerin içinde yaşadıkları dünyayı yakından tanımalarını sağlar.
f) Geometri, öğrencilerin hoş vakit geçirmelerinde, eğlenirken öğrenmelerinde ve hatta matematiği sevmelerinde önemli bir araçtır (Baykul, 1999: 452).

Matematik öğretim programlarında bireylerin problem çözme becerilerine katkıda bulunacak çalışmalara değer verilmektedir (Gordon, 2011). Bu süreçte problem hemen çözülemediğinde devreye düşünme alışkanlıkları girer (Costa ve Kallick, 2000). Geometrik düşünme alışkanlıklarına (GDA) yönelik birçok tanım ortaya atılmıştır. Cuoco Goldenberg ve Mark (2010) GDA'yı; akıl yürütme, geometrik değişmezleri araştırma, uç durumları düşünme, görselleştirme ve manüpilasyon alışkanlıkları olarak ifade etmiştir. Cuoco, Goldenberg ve Mark (1996) geometrik düşünme alışkanlıklarını şu şekilde sınıflandırmıştır: *görselleştirme, şekillerin yorumlanması, formal ve informal tanımlamalar yapma, görsel ve sözlü olarak sunulan bilgileri birbirine dönüştürebilme, denemeler yaparak bir sonuca ulaşma, değişmezlere bakma, tümdengelim, sistematik olarak keşfetme ve değişmezleri gözlemleyerek kanıtlama, yapı oluşturma ve algoritmalar hakkında akıl yürütme* alışkanlıkları şeklindedir. Bir diğer tanım Driscoll Wing DiMatteo, Nikula ve Egan (2007) tarafından ortaya atılmıştır. Geometrik düşünme alışkanlıklarına yönelik öğrencilerin geometrik düşünme becerilerinin arttırılması amacıyla Driscoll, ve arkadaşları (2007), Zihnin Geometik Alışkanlıklarını (ZGA) tanımlamış, bu alışkanlıkların öğretmenler tarafından neden anlaşılması gerektiği ile öğrencilerin geometrik düşünmelerine nasıl bir katkıda bulunacağını açıklamışlardır. Zihnin geometrik alışkanlıkları teorik çatısı 4 alt bileşene sahiptir (Bozkurt ve Koç, 2016; Driscoll vd., 2007). Bunlar:

1) İlişkilendirme (Reasoning with relationships)
2) Geometrik fikirleri genelleme (Generalizing geometric ideas)
3) Değişmezleri araştırma (Investigating invariants)
4) Keşif ve yansıtmayı dengeleme (Balancing exploration and reflection)

Şekil 1

Zihnin Geometrik Alışkanlıkları Döngüsü



İlişkilendirme sürecinde bir, iki ve üç boyutlu geometrik şekil ve cisimlerin kendi arasındaki ve diğerleriyle olan eşlik, benzerlik ve paralellik ilişkileri aktif olarak araştırılır. Bu konuda nasıl ilişki kurulacağını düşünmek kişinin problemi anlamasına ve çözümüne yardımcı olur. Kişinin bu süreçte kendi kendine sorduğu sorular şunları içerir: “Şekillerin benzer yönleri nasıldır?”, “Şekillerin benzer yönleri için kaç farklı yol tanımlanabilir?”, “Şekillerin farklılıkları nasıldır?” ,“Başka neler bu tanıma uyar?” ,“Bu ilişkiyi farklı boyutta düşünsek ne olurdu?” (Driscoll vd., 2007).

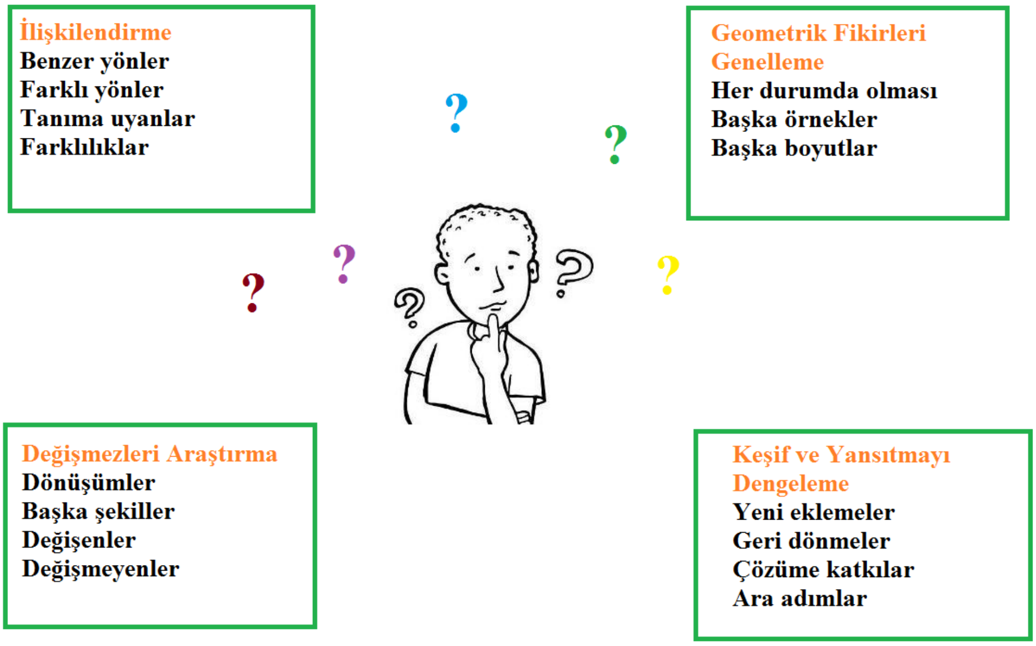
Geometrik fikirleri genelleme sürecinde geometrik olguların anlaşıldığı ve tanımlandığı aşamadır. Bir geometrik şekle veya cisme ait özellik o şeklin veya cismin tamamında olup olmadığı araştırılır. Bu süreçte aşamalar, sonuçlar ve geometrik şekillerin özellikleri genellenir. En yaygın soruları şunlardır: “Bu olay her durumda oluyor mu?”, “ Neden bu olay her durumda gerçekleşiyor?”, “Bu tanıma uygun başka örnekler bulabilir miyim?”, “Bu durum başka boyutlarda da geçerli mi?” (Driscoll vd., 2007).

Değişmezleri araştırma süreci verilen bir problemde değişen kısımların yanında nelerin değişmeyip, nelerin aynı kaldığı incelenir Bu araştırma şekillerin öteleme, dönme, yansıma, genişleme vb. yollarla dönüşüme uğradığında şeklin hangi özelliklerinin değişip değişmediği incelenir. Şu soruları içinde barındırır: “Şeklin görüntüsü hangi dönüşümler sonucu elde edildi?” “Bu şekle geometrik dönüşüm uygulanarak başka şekil elde edilir mi?” ,“ Neler değişti? Neden?”, “Neler değişmedi? Neden?”, “Bir şekle sürekli aynı dönüşüm uygulanırsa ne olur?” (Driscoll vd., 2007).

Keşif ve yansıtmayı dengeleme süreci problemin çözümünde farklı yaklaşımlar kullanılarak, sürekli gelinen yere kadar olan kısmın değerlendirildiği aşamadır. En yaygın soruları şunlardır: “ Bir şekle ekleme yapsam, parçalara ayırsam veya sondan geri gitsem ne olurdu?”, “ Yaptığım işlem bana ne anlatıyor?”, “ Problemi çözmek için daha önce kullandığım yaklaşımlar, şu anki çözüm yaklaşımıma nasıl katkıda bulunur?", "Hangi ara adımlar bana yardımcı olabilir?". ZGA' nın bileşenlerine dair dikkat edilmesi gerekenler aşağıdaki resimde gösterilmiştir (Driscoll vd., 2007).

Şekil 2

ZGA' da Dikkat Edilmesi Gerekenler



Geometrik düşünme alışkanlıklarının farklı göstergeleri vardır. Bu göstergeler Tablo 1'de gösterildiği gibi literatürden (Driscoll vd., 2008) yararlanarak oluşturulmuştur.

Tablo 1

Geometrik Düşünme Alışkanlıkları ve Göstergeleri

Geometrik Düşünme Alışkanlığı	Geometrik Düşünme Alışkanlığı Göstergeleri
İlişkilendirme	➢ Geometrik şekillerin çevre, alan, uzunluk vb. özellikleri arasındaki ilişkiyi belirleme ➢ İki veya daha fazla geometrik şekil arasında orantısal muhakeme yapma ➢ Şekillere ait özellikleri tanımlama ve sınıflandırmalar yapma ➢ Geometrik şekilleri alt şekillere parçalama

Tablo 1'in Devamı

Geometrik fikirleri genelleme	➢ Problemlerde özel durumdan hareket ederek genel durumu açıklama ➢ Genel bir ifadeyi özel duruma uyarlama ➢ Olası tüm durumları düşünme
Değişmeyenlerin İncelenmesi	➢ Bir geometrik şekle dönüşümler yapıldığında değişen ve değişmeyen durumları inceleme ➢ Bir şekle dönüşümler uygulanarak başka bir şekil elde edilip edilmeyeceğini inceleme ➢ Bir şeklin sürekli olarak hareket ettirilmesiyle oluşabilecek değişiklikleri tahmin etme
Keşif ve yansıtmayı dengeleme	➢ Çözüme dair ek çizimler yapma ➢ Çözüme yönelik yaratıcı fikirler sunma ➢ İşlemleri tersten takip ederek sağlamasını yapma veya başka şeyler düşünme ➢ Yaptığı çizimler hakkında durum değerlendirmesi yapma

Açıklanan ZGA' lar arasındaki ilişkilere bakılacak olursa:

- ✓ ZGA' lar arasında hiyerarşik bir ilişki yoktur.
- ✓ ZGA' lardaki bir alışkanlığın diğerini kapsama mecburiyeti yoktur.
- ✓ Bir geometrik problem çözülürken birden fazla ZGA aynı anda kullanılabilir (Bozkurt ve Koç, 2016; Driscoll vd., 2007).

Öğretmenlerin, öğrencilerinin geometrik alışkanlıkları kavramasında ve bunu problemlerde kullanmasında yardımcı olması büyük önem arz eder. Zihnin geometrik alışkanlıkları yoluyla öğrencilerin matematiksel düşünme yolları kazanması, onların üst düzey düşünme becerileri kazanmalarına yardımcı olacağı düşünülmektedir. Bu yüzden öğretmenler öğrencileriyle birlikte rahatça geometrik fikirler yürütebileceği, geometrik problemler üzerinde rahatça çalışabilecekleri öğrenme ortamları sağlamalıdır. Bu sürecin yaşanmasının temelinde ise öğretmenlerin zihinsel alışkanlıkları yatmaktadır (Köse ve Tanışlı, 2014).

Ortaokul matematik öğretmenlerinin sahip olduğu geometrik alışkanlıklar, öğrencilerin düşünme becerilerini etkilemesinden dolayı oldukça önemlidir. Nitekim bu alışkanlıklar öğrencinin küçük yaşlarda geometriyle tanışmasıyla başlayıp ömür boyu etkili olacağından, çalışmanın alana katkı getireceği söylenebilir. Bu bağlamda tez çalışmasında ortaokul matematik öğretmenlerinin zihnin geometrik alışkanlıklarının ve bu alışkanlıklarının derslerine yansımalarının incelenmesi amaçlanmaktadır.

Amaç ve Önem

Son yıllarda öğretim programlarında değişiklikler yapılmaktadır. Yapılan değişiklikler sonucu matematik öğretim programının temelini öğrenci merkezli yaklaşımlar oluşturmaktadır. Öte yandan öğretmenlerin ve öğrencilerin zihnin geometrik alışkanlıklarını içselleştirebilmeleri önem taşımaktadır. Şüphesiz öğrencilere bu zihinsel alışkanlıkların ya da daha açık ifadeyle geometriye özgü matematiksel düşünme yollarının kazandırılamaması, onların üst düzey düşünme becerilerini ve entelektüel gelişmişliği kazanmalarını da zorlaştıracaktır. Bu çalışmada ortaokul matematik öğretmenlerinin zihnin geometrik alışkanlıkları ve derslerine yansıması dört yıl boyunca eğitim-öğretim verdikleri sekizinci sınıf öğrencilerinin alışkanlıklarının incelenerek araştırılması amaçlanmıştır. Literatürde ülkemizde zihnin geometrik alışkanlıklarına yönelik yapılan çalışmalarda sınıf öğretmeni adaylarının geometrideki zihinsel alışkanlıkları (Köse ve Tanışlı, 2014), ortaokul matematik öğretmenlerinin geometrik düşünmelerinin geliştirilmesi: bir ders imecesi (Özen, 2015), matematik öğretmeni adaylarının geometrik düşünme alışkanlıklarını geliştirmeye yönelik tasarlanan öğrenme ortamının değerlendirilmesi (Bülbül, 2016), ortaokul öğrencilerinin zihnin geometrik alışkanlıklarının kazanımına yönelik dinamik geometri yazılımındaki öğrenme süreçleri (Uygan, 2016) inceledikleri görülmüştür. Ortaokul matematik öğretmenlerinin zihnin geometrik alışkanlıklarının belirlenmesi ve derslerine nasıl yansıttığına yönelik yapılan bu çalışmanın alana katkı getireceği düşünülmektedir.

Problem Cümlesi

Araştırmanın problemi "Ortaokul matematik öğretmenleri zihnin geometrik alışkanlıklarını nasıl kullanmaktadır ve derslerinde öğrencilerine nasıl yansıtmaktadır?"

Alt Problemler

1) Ortaokul matematik öğretmenleri zihnin geometrik alışkanlıklarını geometri problemlerini çözme sürecinde nasıl kullanmışlardır?

2) Ortaokul matematik öğretmenlerinin öğrencileri zihnin geometrik alışkanlıklarını geometri problemlerini çözme sürecinde nasıl kullanmışlardır?

Sayıltılar

Araştırmanın temelinde aşağıdaki sayıltılar yer alacaktır:

1. Araştırmaya katılan öğretmenlerin verilen problemleri samimiyetle yanıtlamış oldukları kabul edilmiştir.

2. Klinik mülakatlarla öğrencilerin problemleri samimiyetle cevaplandıracakları varsayılmıştır.

Sınırlılıklar

Bu araştırma,

1. İzmir ili Bergama ve Kınık ilçesinde devlet ortaokullarında görev yapmakta olan 3 tane matematik öğretmeni ile,

2. İzmir ili Bergama ve Kınık ilçesinde devlet ortaokullarında 8. sınıfta öğrenim görmekte olan 25 tane öğrenci ile,

3. Veri toplama aracı olarak öğretmen ve öğrencilere sorulacak zihnin geometrik alışkanlıklarını ortaya çıkaran problemlerle sınırlıdır.

Tanımlar

Geometrik Düşünme: Kişilerin nesneler arasında geometrik ilişkiler kurarak, geometri problemlerinin üstesinden gelmesine yardımcı olan düşünme tarzına geometrik düşünme denir (Van Hiele, 1999; Van de Walle, Karp ve Bay-Williams, 2007).

Zihnin Geometrik Alışkanlıkları: Geometrik düşünme becerilerinin arttırılması amacıyla ortaya atılan ilişkilendirme, geometrik fikirlerin genelleme, değişmezleri araştırma, keşif ve yansıtmayı dengeleme gibi 4 alt bileşenden oluşan kuramsal çatı (Driscoll vd., 2007).

Kısaltmalar

MEB: Milli Eğitim Bakanlığı
ZGA: Zihnin Geometrik Alışkanlıkları

BÖLÜM II

İLGİLİ YAYIN VE ARAŞTIRMALAR

Bu bölümde tez çalışması ile yapılan yayın ve araştırmalara yer verilmektedir. Çalışmaya yön veren çalışmalar aşağıda sunulmuştur. Zihnin geometrik alışkanlıklarıyla yapılan çalışmalar oldukça yenidir (Driscoll vd., 2007; Özen ve Köse, 2013, 2014, 2015; Köse ve Tanışlı, 2013, 2014; Bülbül ve Güven, 2013, 2014, 2015, 2016; Uygan ve Köse, 2014, 2015, 2016).

Driscoll ve arkadaşları (2007) sınıf içinde geometrik problemlerin çözülme sürecinde geometrik alışkanlıklar kullanılırken vurgulanması, önemsenmesi gereken hususiyetler hakkında 5-10. sınıf öğrencileri ile bir çalışma yapmıştır. Bu çalışmayı 2004-2008 yılları arasında yapmışlardır. Bunun sonucunda Driscoll ve arkadaşları (2007) zihnin geometrik alışkanlıklarının teorik çatısını oluşturmuşlardır. Zihnin geometrik alışkanlıklarını *ilişkilendirme, geometrik fikirleri genelleme, değişmezleri araştırma, keşif ve yansıtmayı dengeleme* olarak belirlemişlerdir.

Köse ve Tanışlı (2014) sınıf öğretmeni adaylarının alışkanlıklarının belirlenmesi amacıyla bir devlet üniversitesinin Eğitim Fakültesi Sınıf Öğretmenliği programı 3. sınıfta öğrenim gören 57 sınıf öğretmeni adayı ile birlikte çalışmışlardır. Katılımcıların seçiminde ölçüt örnekleme yöntemi kullanılmıştır. Adayları seçerken ölçüt 3. sınıfa devam ediyor olmalarıdır. Veri toplama aracı olarak adayların zihnin geometrik alışkanlıklarını ortaya çıkarıcı geometrik şekillerin çevre ve alanlarıyla sınırlı 4 açık uçlu soru kullanılmıştır. Toplanmış olan araştırma verileri zihnin geometrik alışkanlıklarının çatısı altında betimsel analiz yöntemi kullanılarak analiz edilmiştir. Bu çalışmanın sonucunda sınıf öğretmeni adaylarının geometrik alışkanlıklar bağlamında farklı düşünme yollarına sahip olmadıkları görülmüştür. Aynı zamanda adayların geometri problemlerini ZGA' ya uygun olarak analiz edemedikleri, akıllarına ilk düşen fikirlere dayanarak davrandıkları ve hareketlerini bütüne taşıyamadıkları görülmüştür.

Özen (2015) doktora tezinde ortaokul matematik öğretmenlerinin geometrik düşünmelerindeki gelişimini incelemiştir. Araştırma modelini ders imecesi (lesson study) olarak belirlemiştir. Araştırmanın katılımcıları 2013-2014 eğitim-öğretim yılı Aydın ili Merkez Ortaokullarında görev yapan 5 matematik öğretmeninden oluşmaktadır. Araştırmanın uygulanma sürecinde öğretmenlerle Zihnin Geometrik Alışkanlıkları teorik çerçevesi ile ders imecesi modelinin açıklandığı beş hafta süren bir seminer gerçekleştirilmiştir. Bu seminerde ZGA temelli geometrik düşünmeyi arttıran çalışmalar yapılmıştır. Devamında 3 ay süren ders imecesi çalışması yürütülmüş, ders imecesi çalışmasından yaklaşık 2 ay sonra öğretmenlerin dersleri 2 hafta boyunca gözlemlenmiş olup, geometrik alışkanlıkları kazanıp kazanmadıkları belirlenmiştir. Araştırmanın veri toplama araçları olarak "video kayıtları", "öğretmen gözlem notları", "araştırmacı alan notları" ve "görüşme kayıtları" gibi araçlar kullanılmıştır. Verilerin analizi veri toplama sürecinde ve veri toplandıktan sonra olmak üzere iki aşamada gerçekleştirilmiştir. Araştırmanın sonucunda öğretmenlerin ders imecesi aracılığıyla geometrik düşüncelerinin gelişme gösterdiği görülmüştür. Öğretmenlerin ders imeceleri boyunca kullandıkları matematik dilinin geliştiği, zihnin geometrik alışkanlıklarına dayalı etkinlikler ve problemler üretebildikleri, derslerini geometrik alışkanlıkları dikkate alarak planlayıp uyguladıkları gözlemlenmiştir. Diğer taraftan öğretmenler ders imeceleri sonrasında da kendi okullarında öğrencileriyle olan derslerinde geometrik alışkanlıkları önemseyip, bu alışkanlıkları hazırladıkları etkinlik ve problemlere yansıttığı görülmüştür.

Bülbül (2016) doktora tezinde problem çözmeyi merkeze alarak hazırlanan bir öğrenme ortamının, matematik öğretmeni adaylarının geometrik düşünme alışkanlıklarının gelişimine nasıl katkı sağladığını incelemiştir. Lisans düzeyinde görülen geometri dersine ait geometrik alışkanlıkları içeren etkinlikler ve problemler düzenlenerek öğrenme ortamı oluşturulmuştur. Araştırmanın uygulamasında ilk dört hafta alışkanlıklar problemlere gömülü, sonraki altı hafta da bütüncül yaklaşıma dayalı olarak verilmiştir. Nitel ve nicel yaklaşımların birlikte kullanıldığı araştırmada İlköğretim Matematik Öğretmenliği programı birinci sınıfta öğrenim görmekte olan 32 öğretmen adayı ile çalışılmıştır. Araştırmaya ait veriler geometrik alışkanlıkları içeren ön test ve son test problemleri, geometrik düşünme alışkanlığına yönelik inanç ölçeği, ödev problemleri ve klinik mülakatlar yoluyla toplanmıştır. Araştırmanın sonucunda öğretmen adaylarının geometrik alışkanlıklarının geliştiği gözlemlenmiştir. Sonuçlar doğrultusunda adayların geometri problemleriyle karşılaştığında dinamik düşünmeye başladığı, çözemediği problemlerde farklı stratejileri denediği görülmüştür.

Uygan (2016) doktora tezinde 7. sınıf öğrencilerinin dinamik geometri yazılımında zihnin geometrik alışkanlıkları kapsamındaki akıl yürütme süreçlerinin gelişimini araştırmıştır. Nitel olan çalışmasında öğretim deneyi modelini kullanmıştır. Araştırmasını Eskişehir iline ait sosyo-ekonomik durumu orta-düşük düzeyde olan bir devlet ortaokulundaki 21 öğrenci ile gerçekleştirmiştir. Bu öğrenciler arasından 6 kişi odak katılımcı olarak belirlenmiştir. Öğretim deneyinin ilk zamanlarında katılımcıların dinamik geometri yazılım araçlarını tanımalarını sağlayan orkestrasyon tiplerine ağırlık verilip, diğer zamanlarda da ZGA süreçlerini destekleyen matematiksel çıkarımlar yapmaları ve işbirlikli çalışmalarını sağlayan orkestrasyon tipleri kullanılmıştır. Öğretim deneyi sürecinde katılımcıların dinamik geometri yazılımlarında çalışırken, bir göreve uygun araç seçme, seçilen işlemin prosedürünü uygulama ve geometrik temsil biçimlerini anlamaya ilişkin enstrümantal zorluklarla karşılaştıkları görülmüştür. Bu sürecin sonraki aşamalarında, odak katılımcıların ZGA temelli problemlerin çözümünde dinamik geometri yazılımlarına yönelik farklı şemalar ürettikleri ve bu yazılımlar yardımıyla ilişkilendirme, genelleme, değişmezleri araştırma, keşif ve yansıtma süreçlerinde ilerlemeler kaydettikleri görülmüştür.

BÖLÜM III

YÖNTEM

Bu bölümde araştırmanın modeli, araştırmada yer alan katılımcılar, araştırmada kullanılan veri toplama araçları ve veri analizinin anlatılmasına ait bilgilere yer verilmiştir.

Araştırma Modeli

Nitel araştırma, "gözlem, görüşme ve doküman analizi gibi nitel veri toplama yöntemlerinin kullanıldığı, algıların ve olayların olağan ortamda gerçekçi ve bütüncül bir biçimde ortaya konmasına yönelik nitel bir sürecin izlendiği araştırma" olarak tanımlanmıştır (Yıldırım ve Şimşek, 2008). Diğer bir ifadeyle nitel araştırma, sosyal olguları bağlı oldukları ortam içerisinde incelemeyi ve kavramayı ön plana alarak kuram oluşturmayı temel alan bir anlayışa sahip yaklaşımdır (Yıldırım, 1999). İnsanın kendi duvarlarını aşmak ve kendi çalışmalarıyla şekil verdiği toplumsal dokuların ayrıntılarını incelemek üzere yola çıktığı bilgi üretme yollarından bir tanesi nitel araştırmadır (Özdemir, 2010). Çeşitli araştırmacıların belirttiği gibi (Patton, 1990; Creswell, 2007; Merriam, 2013) nitel araştırmalar genelleme yapmak için değil var olan olguyu ortaya çıkarmak için kullanılır. Bu bağlamda çalışmada ortaokul matematik öğretmenlerinin ve öğrencilerinin geometrik problemlerin çözümünde kullandıkları geometrik alışkanlıkları nasıl yansıttıklarının derinlemesine incelenmesi amaçlandığından nitel araştırma yöntemi tercih edilmiştir.

Çalışmada nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması araştırma deseni olarak benimsenmiştir. Durum çalışması yalnız başına bir bireyin, bir çevrenin, tek bir çeşit dokümanın ve olayın ayrıntılı olarak incelenmesidir (Kazak, 2001, 146). Durum çalışmasının amacı belli bir konuyu veya problemi en iyi şekilde anlamak için seçilmiş durumları anlamaktır (Stake, 1995). Benzer şekilde bir durumu meydana getiren ayrıntıları tanımlamak, açıklamak ve değerlendirmek amacıyla kullanılmaktadır (Gall, Gall ve Borg, 2007). Bu sebeple öğretmen ve öğrencilerinin zihnin geometrik alışkanlıklarını belirlemek, tanımlamak ve incelemek amacıyla araştırma deseni olarak durum çalışması seçilmiştir.

Katılımcılar

Bu çalışma 2016-2017 eğitim-öğretim yılında İzmir ili Bergama ve Kınık ilçesinde devlet okullarında görev yapmakta olan 3 ortaokul matematik öğretmeni ve aynı okulda öğrenim gören bu öğretmenlerin toplam 25 öğrencisi ile yürütülmüştür. Öğretmenlerin 8. sınıflarında eğitim-öğrenim sürdüren öğrencileriyle klinik mülakat yapılmıştır. Öğrenciler öğretmenlerin önerileri doğrultusunda düşüncelerini ifade edebilecek kişiler arasından seçilmiş olup katılımcıların belirlenmesinde amaçlı örnekleme yöntemlerinden ölçüt örneklemesi kullanılmıştır. Çalışmadaki ölçüt üç şekilde belirlenmiştir: İlki öğretmenlerin katılımcı öğrencilere 5. sınıftan 8. sınıfa kadar eğitim-öğretim vermiş öğretmenler olması, ikincisi öğrencilerinin 8. sınıf seviyesinde olması ve üçüncüsü öğrencilerin bir önceki yıl başarı ortalamalarının orta ve yüksek düzeyde olmasıdır. Öğretmenlerin üçü kadın olup, öğrencilerde ise toplamda 11 erkek ve 14 kız öğrenci ile çalışma gerçekleştirilmiştir.

Veri Toplama Araçları

Araştırmada veri toplama aracı olarak ortaokul matematik öğretmenleri ile öğrencilerinin zihnin geometrik alışkanlıklarını ortaya çıkarmak ve incelemek amacıyla açık uçlu problemler kullanılmış olup bu süreçte onlarla klinik mülakatlar yapılmıştır.

Klinik mülakat matematik eğitiminde bireylerin problem çözme sürecindeki davranışlarını açıklamada yardımcı olur ve klinik mülakatlarda öğrencilerin bilişsel davranış süreçlerinin açıklanmasında sadece kuramsal bilgi ortaya konulmaz aynı zamanda bireyin içinde bulunduğu ortam da açıklanır (Karataş ve Güven, 2003). Karataş ve Güven (2003)' e göre klinik mülakatın en önemli özelliklerinden biri veri sahibi olan bireylerle bu verileri inceleyecek araştırmacıların birebir doğrudan iletişim halinde olması gerekir. Buna bağlı klinik mülakat bireylerin davranış inceleme süreçlerinde nerede duraksayıp hata yaptığını veya anlamadığı yerlerin anlaşılmasını ve bunları giderebilme imkanı verir (Karataş ve Güven, 2003).

Çalışmada kullanılan açık uçlu problemler, Driscoll ve arkadaşlarının (2007) zihnin geometrik alışkanlıklarını tanımladığı, yansıtmak istediği ve belirttikleri örnek durumlar dikkate alınarak hazırlanmıştır. Çalışma kapsamında öğretmenler ve öğrencilerin geometrik alışkanlıklarını yansıtacakları şekilde 8'er problem hazırlanmıştır. Öğrenciler ve öğretmenlerle 2 oturum gerçekleştirilmiş ve bu kişiler oturum başına dört tane probleme cevap vermişlerdir. Öğrencilere hazırlanan sorular öğrencilerin 7. sınıfta ve 8. sınıfta edindikleri kazanımlar dikkate alınarak hazırlanmıştır. Bu kazanımlar problemlerle ilişkilendirilerek EK 1' de verilmiştir.

Öğretmenlere sorulan problemlerin beş tanesi, Driscoll ve arkadaşlarının (2007) öğretmenlere geometrik düşünmelerini geliştirmelerine yönelik projelerinde kullandıkları problemlerden seçilmiştir. Öğrencilere sorulan problemlerin ise iki tanesi yine bu projeden 5.-10. sınıf öğrencileri için hazırlamış oldukları sorulardan seçilmiştir. Geriye kalan diğer açık uçlu problemler bir matematik öğretmeni ve bir matematik eğitimcisiden uzman görüşü alınarak sorularda gereken yerler düzeltilmiştir. Açık uçlu soruların son hali ekte verilmiştir (EK 2 ve EK 3). Sorularda öğretmenlerin ve öğrencilerin yansıttıkları zihinsel alışkanlıklar Tablo 2 ve Tablo 3'te verilmiştir.

Tablo 2

Öğretmenlerin Alışkanlık Süreçleri

Kullanılabilecek Zihinsel Alışkanlıklar		Sorular	Alışkanlıkla Bağlantı Kurma Yolları
İlişkilendirme	Oturum I-1.Soru	En az küp sayısını bulma	✓ Kenar uzunluğu-hacim ilişkisi kurma
İlişkilendirme	Oturum II-1.Soru	Küpün içinden küp çıkarma	✓ Küpün yüz sayısı ile kesim sayısı arasında ilişki kurma
Geometrik Fikirleri Genelleme	Oturum I-2.Soru	Üçgenin olası 3. noktasını bulma	✓ Üçgenin hareketli olan sonsuz sayıdaki 3. nokta sayısını genelleme
Geometrik Fikirleri Genelleme	Oturum II-2.Soru	Kare kağıt kullanarak şekiller oluşturma	✓ Alanları genelleme
Değişmezleri Araştırma	Oturum I-3.Soru	Alan oluşturma	✓ Alan değişmezliğini dikkat ederek taban ve yükseklik değerlerini değiştirme
Değişmezleri Araştırma -	Oturum II-3.Soru	Çok küplü geometrik yapılar oluşturma	✓ Hacim korunumu dikkate alarak küp sayısını ayarlama
Keşif ve Yansıtmayı Dengeleme	Oturum I-4.Soru	Dönme merkezi bulma	✓ Üretici düşünerek doğru parçalarının dönme merkezlerini bulma
Keşif ve Yansıtmayı Dengeleme	Oturum II-4.Soru	Orijinal üçgeni bulma	✓ Orijinal üçgeni bulmak için geri dönüp tüm seçenekleri dikkate alarak üçgenin kenarlarını bulma

Tablo 3

Öğrencilerin Alışkanlık Süreçleri

Kullanılabilecek Zihinsel Alışkanlıklar	Sorular		Alışkanlıkla Bağlantı Kurma Yolları
İlişkilendirme	Oturum I-1.Soru	Benzer ve eş üçgenler bulma	✓ Üçgenlerin açı ve kenarlarını kıyaslayarak benzer ve eşlik arasında ilişki kurma
İlişkilendirme	Oturum II-1.Soru	Çevre ve alan bulma	✓ Kenar uzunluklarıyla alan ve çevreyi ilişkilendirme ✓ Pisagor bağıntısıyla kenar uzunluğunu ilişkilendirme
Geometrik Fikirleri Genelleme	Oturum I-2.Soru	Paralelkenarın diğer iki köşesini bulma	✓ Alanı aynı olan farklı kenar uzunlukları olan paralelkenarları genelleme
Geometrik Fikirleri Genelleme	Oturum II-2.Soru	Paralelkenarın içindeki üçgenlerin alanını bulma	✓ Aynı yüksekliğe ve tabana sahip olan birden fazla üçgenin alanını genelleme
Değişmezleri Araştırma	Oturum I-3.Soru	Çok küplü geometrik yapılar oluşturma	✓ Hacim değişmezliğini dikkate alarak uygun küpleri birleştirme
Değişmezleri Araştırma	Oturum II-3.Soru	Şekle geometrik dönüşümler uygulama	✓ Şekillerin dönme, yansıma, öteleme altındaki görüntülerini bulma
Keşif ve Yansıtmayı Dengeleme	Oturum I-4.Soru	Üçgen oluşturma	✓ Deneme ve yanılmalarla kopya üçgenlerden benzer üçgen yapma

Tablo 3' ün Devamı			
Keşif ve Yansıtmayı Dengeleme	Oturum II-4.Soru	Üçgeni belli oranda büyütme	✓ Geriye dönük adımlarla yeni bir üçgen oluşturma çabaları

Veri Analizi

Bu tez çalışması için içerik analizi yöntemi kullanılmıştır. Cohen, Manion ve Morrison (2007) içerik analizinin; metinlerin düzenlenerek sınıflandırılması, birbirleriyle kıyaslanması ve metinlerden teorik çıkarımlar oluşturularak meydana gelen bir araştırma tekniği olduğunu belirtmişlerdir. Bu yüzden çalışmada içerik analizi, bu özellikleriyle birlikte belli kavramlar ve temalar çerçevesindeki birbirine benzeyen verileri bir araya getirerek bu verileri okuyucunun anlamlandırabileceği bir şekilde dönüştürmesi nedeniyle tercih edilmiştir (Bauer, 2003; Fraenkel ve Wallen, 2000; Yıldırım ve Şimşek, 2005).

Araştırmacı, araştırma sürecinde tüm adımların planlaması, yürütülmesi aşamalarında tarafsızlığını korumuş, nesnel bir bakış açısı sergilemiş, görüşmeci olarak öğretmenler ve öğrencilerle görüşmüş, görüşmeler sırasında yönlendirme yapmaksızın öğretmenler ve öğrencilerinin düşünme süreçlerini ortaya çıkaracak sorular yöneltmiştir. Bu süreçte içerik analizi yapılarak açık uçlu soruları yanıtlayan hem öğretmen hem öğrencilerinin işlemleri, açıklamaları, hataları yorumlanarak zihnin geometrik alışkanlık süreçleri incelenmiştir. Öğretmenlere Hande, Demet, Elif takma adları verilmiştir. Hande Öğretmen'in öğrencilerine H1, H2, H3, H4, H5, H6, H7, H8, Demet Öğretmen'in öğrencilerine D1, D2, D3, D4, D5, D6, D7, D8, D9, D10, Elif Öğretmen'in öğrencilerine ise E1, E2, E3, E4, E5, E6, E7 kodları verilmiştir. Öğrencilere sahip oldukları kazanımlara ait problemler sorulmuştur. Soruların konu dağılımı şu şekildedir: Eşlik-benzerlik, çevre-alan, dönme-yansıma-öteleme, çok küplüleri birleştirmedir. Öğrencilerin her biriyle yapılan klinik mülakat yaklaşık bir ders saati (40dk) sürmüştür. Mülakatlar öğrencilerin yaptıkları işlemler, açıklamalar, çizdiği şekiller dikkate alınarak yorumlanmıştır. Yapılan yorumlardan hareketle ortaya çıkan alışkanlıklar incelenmiştir. Bu alışkanlıklar öğrencinin açıklamalarıyla bağlantı kurularak belirlenmiştir. Öğrencilerin cevaplarına göre ortak çözüm yolları belirlenip, bu çözüm yolları zihnin geometrik alışkanlık süreçleri bakımından ele alınmış ve veriler kodlanmıştır. Öğretmenlerle yapılan her bir klinik mülakat ise yaklaşık 30dk civarı sürmüştür. Öğretmenlerden beklenen geometrik alışkanlıklarla öğretmenlerin çözümleriyle ortaya çıkan diğer alışkanlıklar incelenmiştir. Öğretmenlerin açık uçlu sorulara verdikleri cevaplar ayrıntılı bir şekilde sunulmuştur. Bu araştırmada öğretmenler ve öğrenciler ile gerçekleştirilen klinik görüşmelerin dökümü hiçbir düzeltme yapılmadan aynen alınarak yazılmıştır. Çalışma sırasında yapılan klinik mülakat kayıtları bir alan uzmanına izletilerek doğruluğunun kontrolü sağlanmıştır. Veriler analiz edilirken kodlama güvenilirliğinin hesaplanması için, Miles ve Huberman' ın (1994, s. 64) önerdiği aşağıdaki uyuşum yüzdesi kullanılmıştır.

Güvenirlik = (Görüş Birliği) / [(Görüş Birliği) + (Görüş Ayrılığı)]

Veriler kodlanırken araştırmacı ve alan uzmanı tarafından belirledikleri kodlar için uyuşum yüzdesi %95 olarak bulunmuştur.

Şekil 3

Araştırma Boyunca İzlenen Adımlar

BÖLÜM IV

BULGULAR

Bu bölümde araştırmada öğretmenlere ve öğrencilere sorulan soruların çözümlerine yönelik bulgular yer almaktadır. Sorular ZGA' daki dört alışkanlık türüne göre ayrıştırılmış olup, öğretmenler ve öğrencileri için soru soru analiz edilmiştir. Yapılan analizler yapılan klinik mülakatlardan elde edilen bilgiler ışığında verilmiştir.

İlişkilendirme Alışkanlığına İlişkin Bulgular

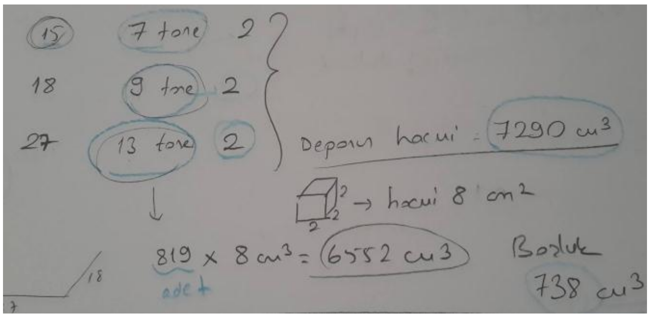
Öğretmenler

Öğretmenlerden oturum I'e ait birinci soruda ayrıtları 15cm, 18cm ve 27cm olarak verilen dikdörtgenler prizması şeklindeki kutunun içine en az boşluk olacak şekilde 7x7x7 cm'lik ve 2x2x2 cm'lik küp şeklindeki konserve kutularından kaç adet gerektiği sorulmuştur. Öğretmenlerden İlişkilendirme bağlamında prizmanın hacmi ile kenar uzunlukları arasında ilişki kurmaları beklenmiştir. Bu ilişkiyi kuran öğretmenlerin çözümleri aşağıda verilmektedir.

Hande Öğretmen: İlk olarak bu prizmayı sadece 2x2x2'lik küplerle doldurmak istediğini söylemiştir. Söylediği gibi aşağıdaki şekildeki gibi çözüm yapmıştır.

Şekil 4

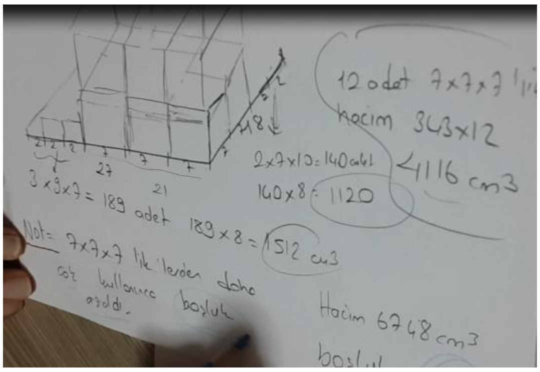
Hande Öğretmen'in 1. Soruda Yaptığı İlk Çözüm



15cm'lik ayrıta 7 tane 2 cm, 18cm'lik kenara 9 tane 2 cm ve 27cm'lik ayrıta 13 tane 2 cm sığdırarak oluşan küplerin hacmini 6552 cm^3 olarak bulup, dikdörtgenler prizmasının hacminden bulduğu hacmi çıkararak boşluğun hacmini 738 cm^3 olarak bulmuştur. Çözümünün devamında Hande Öğretmen, bu sefer tüm küpleri 7x7x7'lik alarak aradaki farkı görmek istediğini belirtmiş ve aşağıdaki şekildeki gibi soruyu çözmüştür.

Şekil 5

Hande Öğretmenin 1. Soruda Yaptığı İkinci Çözüm



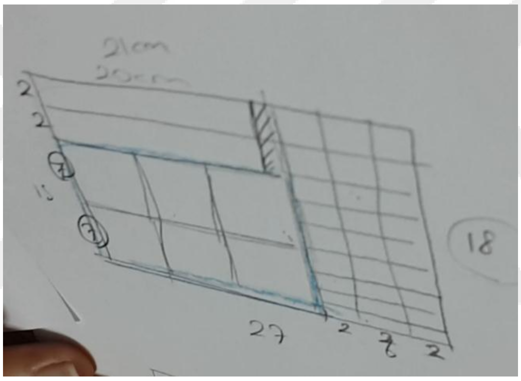
Hande Öğretmen kutunun tabanlarını 27cm ve 18cm, yüksekliği ise 15cm alarak 7x7x7'lik küpleri şekildeki gibi kutuya yerleştirmiştir. Bu durumda 15cm'lik yere 2 adet 7cm, 18cm'lik yere 2 adet 7cm kalan 4cm'lik yere de 2 adet 2cm uzunluğu eklemiştir. 27 cm'lik yere ise 3 adet 7cm, 3 adet 2cm uzunluk ekleyerek mümkün olduğunca küpleri boşluk kalmayacak şekilde doldurmuştur. Bunun sonucunda boşluk hacmini 542 cm^3 olarak bulmuştur.

Devamında Hande Öğretmenle yapılan görüşme şu şekilde idi:

> *H: Boşluk giderek azaldı. Bu sefer kenarları boşluk kalmayacak şekilde ayarlamak istiyorum.*
>
> *A: Tamam.*
>
> *H: 15cm'lik ayrıtta 1 tane 7cm, 4 tane 2cm uzunluk kullanırsam hiç boşluk kalmıyor. Aynı şekilde 27cm'lik yerde 3 tane 7cm, 3 tane 2cm ve 18cm'lik ayrıtta ikişer tane 7cm ve 2cm uzunluklardan alırsam hiç boşluk kalmıyor.*
>
> *A: Peki bize bu yaptığını çizebilir misin? Nasıl olduğunu merak ediyorum.*
>
> *H: Çizeyim.*

Şekil 6

Hande Öğretmenin 1. Soruda Yaptığı Son Çözüm

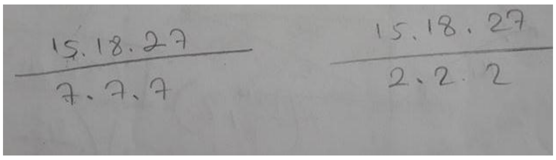


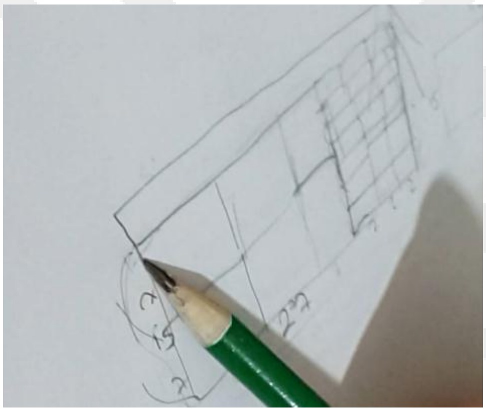
Son olarak yapılan çözümde Hande Öğretmen toplamda 609 adet 2x2x2'lik küplerden, 6 adet ise 7x7x7'lik küplerden kullanmış olup boşluğun hacmini 360 cm^3 olarak bulmuştur. Bulduğu bu sonucun en az olan boşluk olduğunu belirtmiştir.

Demet Öğretmen: Demet Öğretmen sorunun çözümünde önce dikdörtgenler prizması hacim formülü alarak içine kaç tane 2x2x2'lik kaç tane 7x7x7'lik küp yerleştirebileceğini şekildeki gibi düşünmüştür.

Şekil 7

Demet Öğretmen'in Çözümü





D: Bu şekilde yaparsam iki işlemden de boşluklar olacak.
A: Hıhımm...
D: Ama mesela 15cm'lik yere 2 adet 7x7x7'lik küp koysam 1cm artacak. 27cm'lik yere 3 adet 7x7x7'lik, 3 adet 2x2x2'lik koyarsam tam dolacak. 18cm'lik yere de 2 adet 7x7x7'lik koyarsam 4 cm boşluk kalacak e oraları da 2x2x2'lik küplerle doldururum.
A: İstersen çizebilirsin. İşlemden daha çok yardımcı olabilir sana.
D: Evet çizmek daha iyi olur. Sağ tarafta olan 3 tane 2x2x2'lik, 15cm'lik yerden 7 tane 2x2x2'lik ve üstüne de 9 tane 2x2x2'lik koyabilirim.
A: Kaç 2x2x2'lik küp kullandın?
D: 3x7x9=189 adet 2x2x2'lik küp kullanmış oldum. Bir de buna 7x7x7'liklerin üstüne 2x2x2'likler eklenecek o da 2x10x7=140 tane oradan gelir. Toplamda 329 adet 2x2x2'lik kullanırım.

Bu şekilde sorunun çözümüne devam eden Demet Öğretmen, 329 adet 2x2x2'lik küplere ilaveten 12adet 7x7x7'lik küp kullanacağını belirterek en az boşluğa ulaşacağını belirtmiştir.

Elif Öğretmen: Elif Öğretmen dikdörtgenler prizmasının hacmini bulup, bunun içine önce sadece 7x7x7'lik küpleri, sonra sadece 2x2x2'lik küpleri koymuştur. Devamında yapılan görüşme şöyle idi:

E: Hepsini 7x7x7'lik küp koyarsam prizmanın içinde 21 adet 7x7x7'lik küp olacak. Hepsini 2x2x2'lik olarak ayarlarsam 911 tane 2x2x2'lik küp çıkıyor. Bayağı 2x2x2'lik küp çıkmış oldu.

A: En az boşluk için ne yapmalısın peki? 2x2x2'lik ve 7x7x7'lik küplerin ikisi de kullanılması isteniyor soruda.

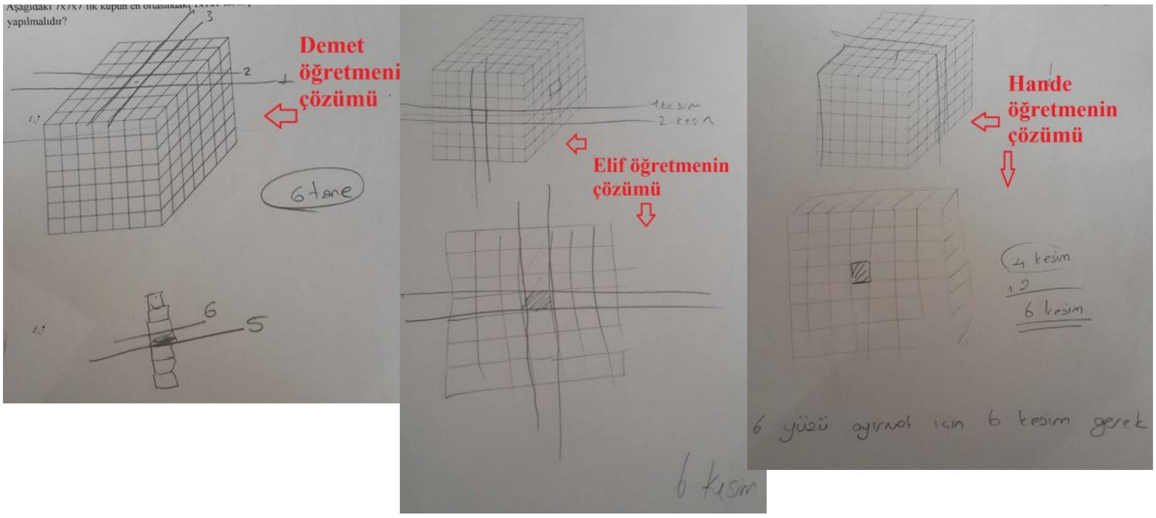
E: Bence en az boşluk için 7x7x7'lik küplerin sayısını fazla tutmam gerekiyor. O yüzden önce büyük küpleri yerleştirmeliyim.

Sorunun çözümünde Elif Öğretmen 15cm'lik yere 2 adet 7x7x7'lik küp, 27cm'lik yere 3 adet 7x7x7'lik, 3 adet 2x2x2'lik küpler ve 18cm'lik yere de 2 adet 7x7x7'lik küpler koymuştur. Kalan boşluklara da uygun sayıda 2x2x2'lik ve 7x7x7'lik küplerden ekleyerek toplamda 12 adet 7x7x7'lik küp ve 329 adet 2x2x2'lik küplerden kullanmıştır.

7x7x7'lik bir küpün en ortasındaki 1x1x1'lik küpün kesilip çıkarılmasının istendiği oturum II' ye ait 1. soruda 3 öğretmen küpün yüz sayısı ile kesim sayısını ilişkilendirmişlerdir. Öğretmenlerin çözümleri aşağıdaki şekilde gösterilmiştir.

Şekil 8

1. Soruda Yapılan Çözümler



3 öğretmen de bu soruyu çözerken yaklaşık aynı şeyi düşünmüşlerdir. 7x7x7'lik küpün üst yüzünün baştan ve sondan üçüncü parçasını kesmişlerdir. Demet Öğretmen çözümünün devamında yine üst yüzden sağdan ve soldan aynı kesimi yaparak toplamda 4 kesim yapmıştır. Sonrasında 7x1x1 bloğunu çizerek buradan 2

kesim yaparsa toplamda 6 kesim yapılarak çözüme ulaşılacağını belirtmiştir. Hande Öğretmen ve Elif Öğretmen ise iki kesim yaptıktan sonra 7x7x1 bloğunu çizerek en ortadaki küpü çıkarmak için 2 kesim daha yapmaları gerektiği belirtmiştir. Hande Öğretmen son olarak küpün 6 yüzü olduğundan istenilen küpün 6 yüzünü görmek için yine 6 kesim yapılacağını ek olarak belirtmiştir.

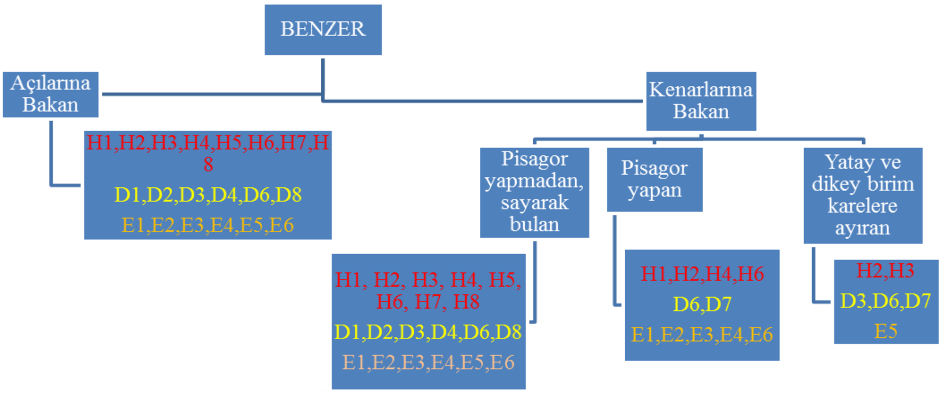
Öğrencileri

Üç öğretmenin öğrencilerine karışık şekilde üçgenlerin verilip, benzer ve eş üçgenlerin bulunmasının istendiği 1. soruda öğrencilere soruya başlamadan ilk olarak benzer ve eşlik arasındaki fark sorulmuştur. Öğrencilerin büyük çoğunluğu bu farkı hemen söylemiştir, söyleyemeyenlere de günlük hayattan örnekler verilip aradaki fark hatırlatılmıştır.

Bu soru ile öğrencilerden üçgenlerin birbiriyle açı ve kenarlarını ilişkilendirerek benzer veya eş üçgenler bulması istenmiştir. Öğrenciler üçgenlerin açılarını kolaylıkla birbiriyle ilişkilendirebilirken, üçgenlerin kenarlarını karşılaştırma da biraz daha zorlanmışlardır. Pisagor bağıntısı ile bulduğu kenar uzunlukları veya kenarları yatay ve dikey birim karelere ayırarak benzerlik arayan öğrenciler benzer şekiller arasında İlişkilendirme yöntemini kullanmışlardır. Öğrencilerin soruyu çözerken kullandıkları yöntemi aşağıdaki şekildeki gibi gruplandırabiliriz. Burada Hande Öğretmenin öğrencileri kırmızı renk H kodlarıyla, Demet Öğretmenin öğrencileri sarı renk D kodlarıyla, Elif Öğretmenin öğrencileri turuncu renk E kodlarıyla gösterilmiştir.

Şekil 9

Öğrencilerin Yanıtlarına Göre Gruplandırma



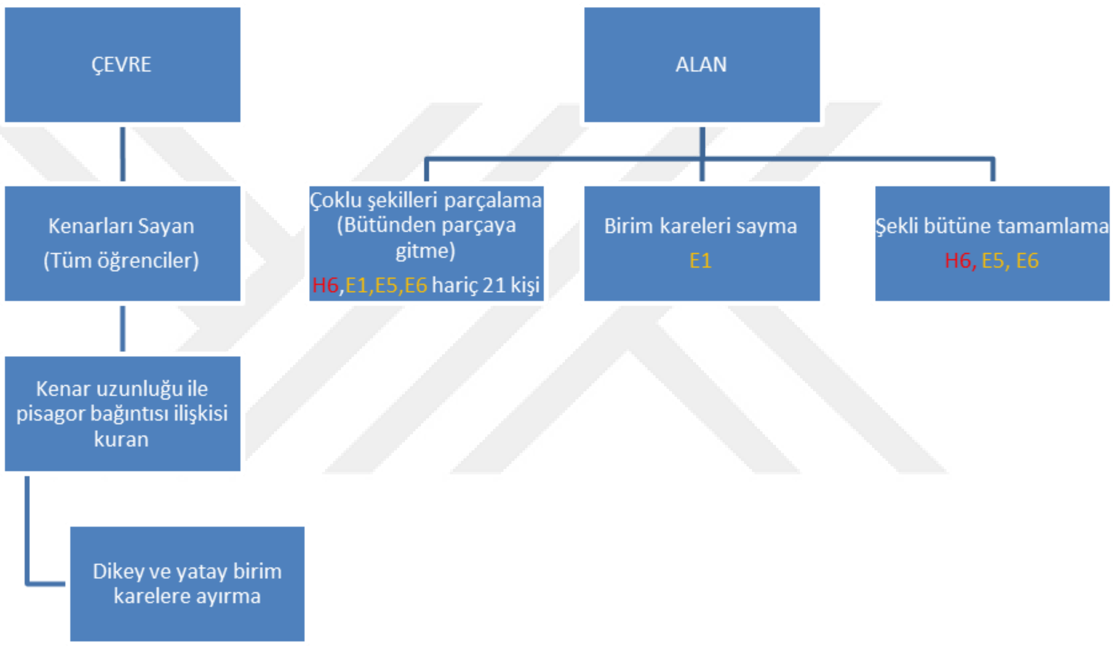
Bu sorunun cevabında eş şekiller olmamasına rağmen sadece 3 öğrenci (H1, H4, D3) GHI üçgeni ile STU üçgenlerini eş şekiller kabul etmişlerdir. Bu durum şekillerin sadece benzetilip, kenarlara bakılmamasından kaynaklanmış olduğu düşünülmektedir.

Sorunun çözümüne öğrencilerin geneli ilk olarak açılara göz gezdirerek, aynı açılı olanlardan başlamışlardır. Diğerleri direkt kenarlara bakarak soruyu çözümlemeye başlamışlardır. PQR ve $A_1C_1B_1$ benzer üçgenleri için kenarlar direkt sayılıp Kenar-Açı-Kenar benzerliği bulunabilirken, pisagor bağıntısını uygulamadan çapraz kenarları direkt sayan öğrencilerin içinden H1, H4, H7,H8, D10 kodlu öğrenciler tarafından ABC üçgeni ile DEF üçgeninin benzer bulunması tesadüfi olarak doğru sonuç olmuştur. MNO ve JLK üçgeninin benzerliği için üçgenlerin sadece yüksekliğini ve alt tabanını karşılaştıran H1, D1, D2, D4, D5, D8, D9, D10 kodlu öğrenciler tesadüfi olarak doğru sonuca ulaşmışlardır. Çünkü bu iki üçgen ikizkenar üçgenlerdir. Başka tür bir üçgen olsalardı bazı öğrenciler doğru sonuca ulaşamayabilirlerdi. Kenarları birim karelere ayırarak bulan H1, D2, D3, D6, D7, E3, E5 kodlu öğrenciler ise doğru yanıta ulaşmışlardır.

Çoklu geometrik şekillerin birleşimiyle oluşan oturum II’ ye ait birinci soruda iki geometrik şeklin çevreleri ve alanlarının bulunması öğrencilerden istenmiştir. Köşegen olan kenarların değerinin bulunmasında pisagor bağıntısıyla kenar uzunluğu ilişkilendirilerek bu kenarların uzunluklarının bulunması beklenmiştir. Aşağıda öğrencilerin şekil 1 ve şekil 2 için alan ve çevre çözümleri gruplandırılmıştır.

Şekil 10

Şekil 1 ve Şekil 2 İçin Çevre ve Alan

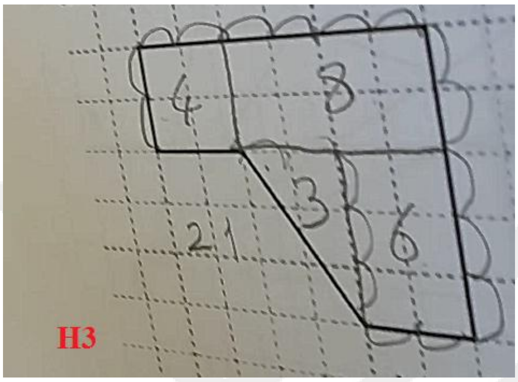


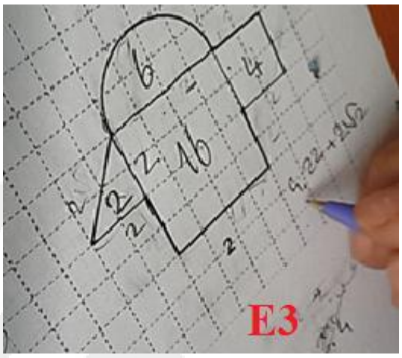
Öğrencilerin tamamı şekillerin çevrelerini bulurken kenarları birim kareler yardımıyla sayarak bulmuşlardır. İki şekilde de sadece bir kenar için pisagor bağıntısını kullanmak için bu kenarı yatay ve dikey uzunluklara ayırarak bu uzunlukları bulmuşlardır. Sorudaki birinci şekil için pisagor bağıntısıyla bulunan uzunluk değerinin üzerine diğer kenarların değerleri eklenerek çevreyi bulmuşlardır. Çevreyi bulurken D10 ve E8 kodlu öğrenciler çözüm için doğru yol izlemelerine rağmen köklü ifadeyle doğal sayıyı direkt toplayarak yanlış sonuca ulaşmışlardır. Geri kalan diğer öğrenciler doğru bir şekilde kenar uzunluklarını bulup, çevreyi doğru bulmuşlardır.

Şekillerin alanını bulurken öğrencilerin geneli şekilleri bildiği geometrik şekillere parçalamışlardır. Parçaladıkları şekillerin alanını bularak toplam alanı bulmuşlardır. Şekilleri parçalayarak alanlarını bulan H3 ve E3 kodlu öğrencilerin alana ait çözümleri aşağıdaki şekillerde verilmiştir:

Şekil 11

H3 ve E3'ün Alana Ait Çözümleri





A: Bu şekilleri neye böldün?

H3: Kare, dikdörtgen, üçgen ve yine dikdörtgen yaptım. Bunların kenarlarını bulayım şimdi.

A: Evet devam edebilirsin.

H3: Karenin alanı 4,dikdörtgenlerin 8 ve 6, üçgeninki 3 olmuştur.

A: Şimdi ne yapman lazım?

H3: Toplayacağım. Tüm şeklin alanı 21 br^2 olur.

E3: Şu açık kalan yerleri çizersem istediğim alanı bulurum.

A: Çizince neleri oluşturdun?

E3: Ortada kare var. Alanı 16. Solda üçgen var. Bunun alanı da 2 çıkar. Sağdaki karenin alanı 4'tür. Üstteki dairenin alan formülünü yaparsam buradan 12 çıkar. Ama buradaki yarım daire olduğu için 6 olur.Toplam alan 28 br^2 olur.

Şekillerin alanını birim kareleri sayarak bulan E1 kodlu öğrenci 1. şekilde üçgenin alanını formül kullanarak yapmış, geri kalan yeri sayarak alan bulmuştur. 2. şekilde ise yarım dairenin alanını ve üçgenin alanını formül kullanarak, kalan yeri ise sayarak alanları bulmuştur.

Çevre ve alan sorusuna ait 1. şekli bütüne tamamlayan H6, E5, E6 kodlu öğrenciler, bunun içinden dikdörtgen ve üçgenin alanını atmışlardır. E5 kodlu öğrencinin çözüme ait yorumları aşağıdaki gibi verilmiştir:

A: Alan nasıl bulunuyor?
E5: Bir kenarla bir kenar çarpılır.
A: Neyi kastediyorsun? Dikdörtgenin alanını mı?
E5: Immm… Aslında burada tek bir şekil yok.
A: Peki nasıl alanını bulursun?
E5: Tamamlayacağız.
A: Peki.
E5: Tamamladım. Bu şekil kare olabilir mi? Yok yok, dikdörtgen oldu bütün şekil. Uzun kenarla kısa kenarı çarparım alanı bulurum. Sonra kalanı çıkarırım.
A: Dikdörtgenin alanından neyi çıkaracaksın? Ne oluştu yeni şekil?
E5: Yamuk var.
A: Yamuğun alanını hatırlıyor musun?
E5: Immm…Parçaladığımda üçgen ve dikdörtgen oluşur. Tüm alan 30'dan üçgenin alanı 3 ve dikdörtgenin alanı 6'yı çıkarırım. Alan 21 çıkar.

Geometrik Fikirleri Genelleme Alışkanlığına İlişkin Bulgular

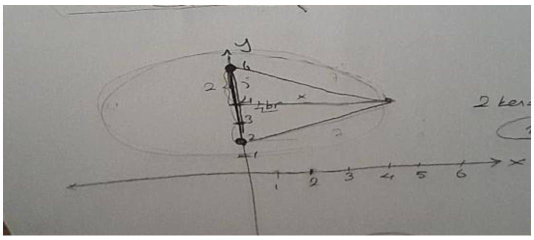
Öğretmenler

Öğretmenlerden çevresi 18 birim olan, iki köşesi (0,2) ve (0,6) noktaları üzerinde olan üçgenin üçüncü köşesi için olası tüm durumların neler olabileceğine cevap vermeleri istenmiştir.

Hande Öğretmen: İlk olarak koordinat sistemini çizip, üzerinde (0,2) ve (0,6) noktalarının yerini gösteren öğretmen iki nokta arası uzaklığın 4 birim olduğunu belirtmiştir. Bu durumda üçgenin bir kenarı 4 birim olup, diğer iki kenarın toplamının 14 olacağını söylemiştir.

Şekil 12

Hande Öğretmen'in 1. Soruya Verdiği Cevap



Hande Öğretmen 3. köşeyi bulmak için ilk olarak ikizkenar üçgen düşünmüştür.

Üçgenin kenarlarını 4,7,7 birim alarak, bu üçgendeki hipotenüs uzunluğunu x birim kabul etmiştir.

Pisagor teoremi ile kenarlar arasında

ilişki kurarak 3. köşeyi ($3\sqrt{5}$, 4) olarak bulmuştur. Bu köşenin eksenin diğer tarafında da olacağını belirtip diğer ihtimal (- $3\sqrt{5}$, 4) olabileceğini de bulmuştur.

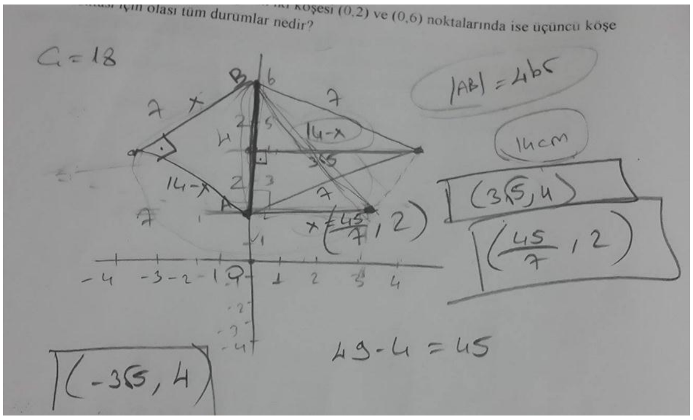
Bu köşeleri iple birbirine bağlıymış gibi düşünüp, olası köşe sayılarını yandaki şekilde çizerek göstermiştir. Köşe sayısından sonsuz tane olacağını belirtmiştir.

Bu ip üçgenin verilen iki köşesi üstüne gelmeyeceğini ekleyerek, yandaki şekildeki gibi bu noktaların bir elips oluşturacağını vurgulamıştır.

Demet Öğretmen: Öncelikle koordinat sistemi çizen Demet Öğretmen sistem üzerinde A (0,2) ve B (0,6) noktalarını göstermiştir. Buradan AB doğru parçasının uzunluğunun 4 birim olduğunu ve üçgenin çevresi 18 birim olduğu için diğer iki kenarın toplamının 14 olacağını belirtmiştir. Demet Öğretmenin soruya ilişkin çözümü ve işlem basamakları aşağıdaki şekillerde sunulmuştur.

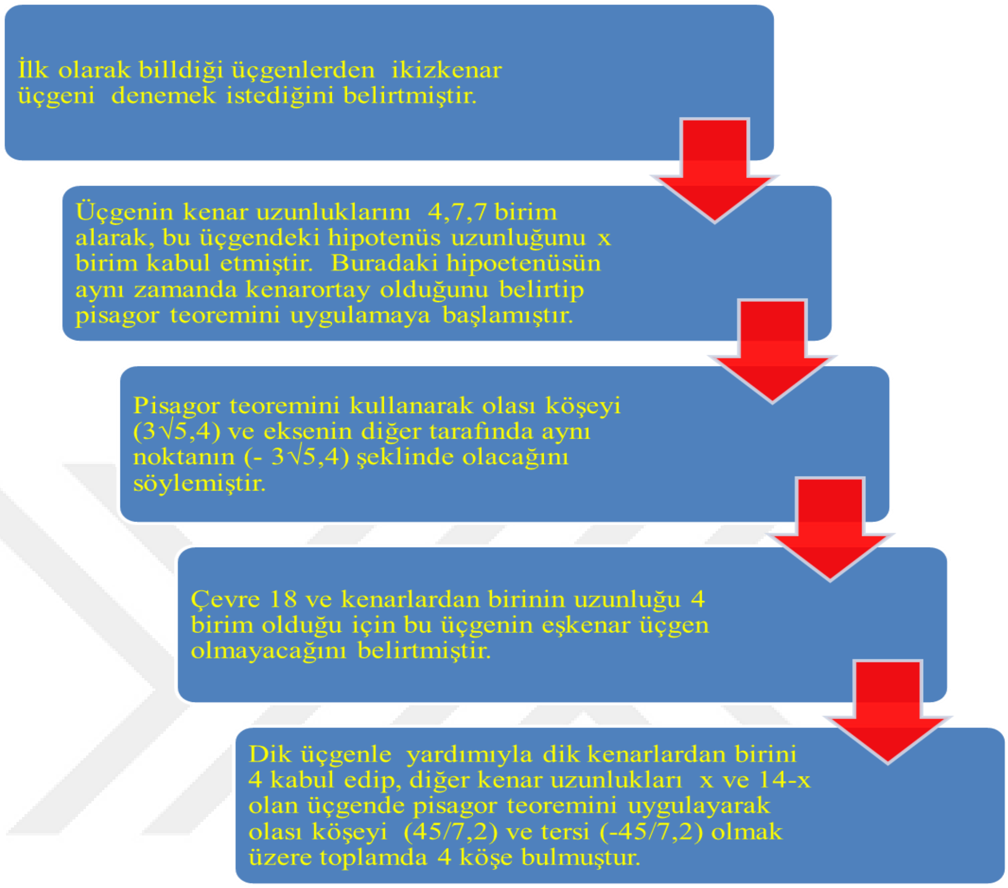
Şekil 13

Demet Öğretmen'in 1. Soruya Verdiği Cevap



Şekil 14

Demet Öğretmen'in 1. Soruya Ait İşlem Basamakları

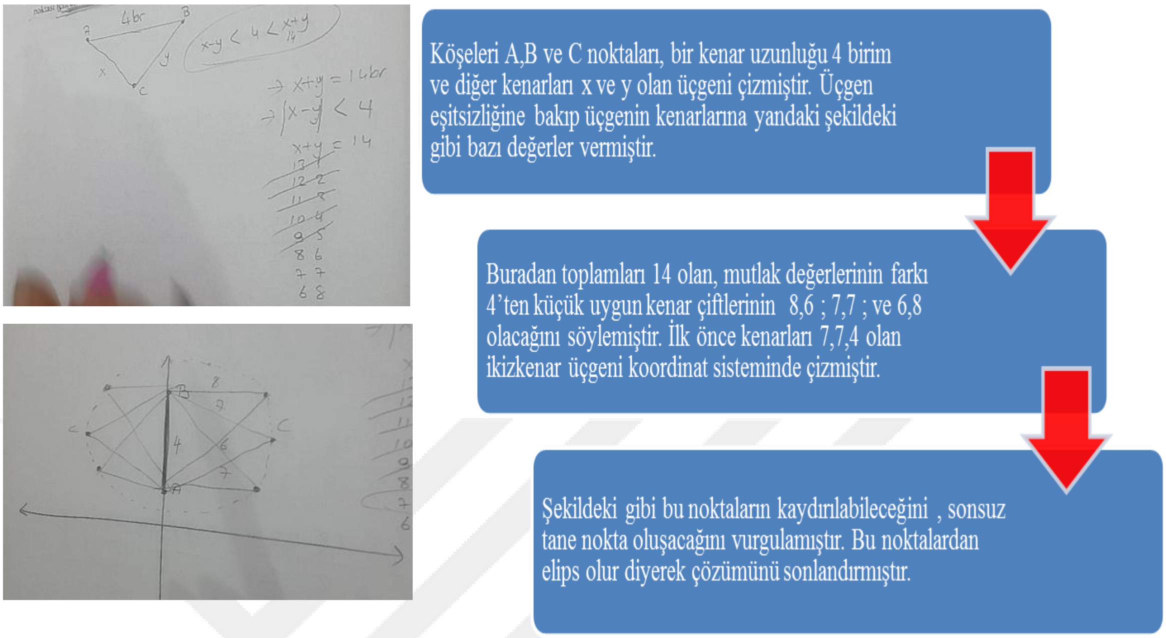


Demet Öğretmen pisagor bağıntısıyla kenarlar arasında ilişki kurarak bu işlem adımlarını yaptıktan sonra şu sonuca varmıştır: İstenilirse bu nokta sayısının arttırılabileceğinden bahsetmiştir. Üçgenin istenilen köşesi hareketli olduğundan noktaların yerlerinin değişeceğini vurgulayıp, bu noktalardan sonsuz tane olacağını belirtmiştir.

Elif Öğretmen: Elif Öğretmen çözümüne öncelikle herhangi bir ABC üçgenini çizerek başlamıştır.

Şekil 15

Elif Öğretmen'in Çözüm Aşamaları



Öğretmenler olası durumlar içeren üçüncü noktanın hareketli olmasından dolayı sonsuz sayıda noktaların sayısını genellemişlerdir. Ancak Hande ve Elif Öğretmen üçüncü noktanın elips oluşturacağını belirtirken, Demet Öğretmen çember olacağını belirtmiştir. Bu yüzden Demet Öğretmen yanlış bir genelleme yapmıştır. Öğretmenler ayrıca pisagor bağıntısıyla kenar uzunluklarını ilişkilendirebilmişlerdir. Koordinat sistemi üzerinde buldukları üçüncü noktanın y ekseninin diğer tarafında olduğunu söylemeleri öğretmenlerin değişmezleri araştırma alışkanlığını da kullandıklarını göstermiştir.

Oturum II' ye ait ikinci soru olarak **ö**ğretmenlerden kare kağıt kullanarak aşağıda istenilen şartları katlama yoluyla yapmaları istenmiştir. Soruya ait şartlar 4 madde halinde istenmiştir. Bu şartlar şunlardır:

a. Orijinal karenin ¼'i kadar alana sahip bir kare oluşturmaları, oluşturacağı şeklin neden bir kare olduğunu ve orijinal karenin ¼'i kadar alana sahip olduğunu nasıl bildiğini açıklamaları,

b. Orijinal karenin ¼'ü alanına sahip bir üçgen oluşturmaları ve bu alanın karenin alanın ¼'i olduğunu nasıl bulduğunu açıklamaları,
c. Orijinal karenin ¼'ü alanına sahip başka bir üçgen oluşturmaları, ancak bu üçgen ilk oluşturdukları üçgenden farklı olması bir de nasıl bulduğunu açıklamaları,
d. Orijinal karenin ½'i alanına sahip bir kare oluşturmaları, oluşturdukları şeklin neden bir kare olduğunu ve orijinal karenin ½'i kadar alana sahip olduğunu nasıl bildiğinizi açıklamaları istenmiştir.

Hande Öğretmen: Hande Öğretmen soruyu okuduktan sonra elindeki dosya kağıtlarından her bir madde için ayrı ayrı kare kağıtlar oluşturdu. Madde a için yapılan görüşme şu şekilde idi:

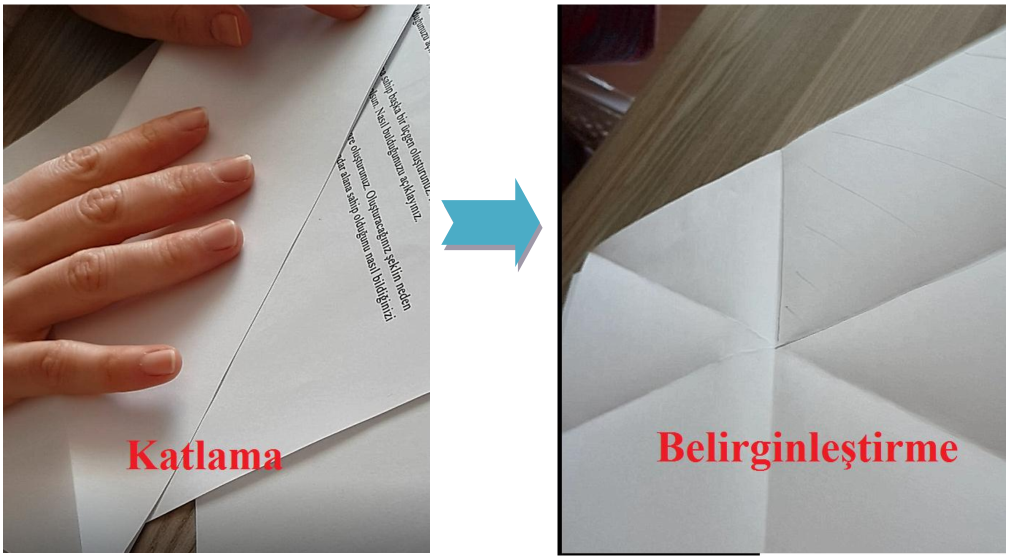
H: Şimdi bunu yapmak kolay. Kenarları ikiye bölünecek şekilde katlarım. 4 tane kare oluştu.

A: Katlama çizgilerini çizip bize hangi kareler olduğunu gösterir misin peki?

H: Çizeyim. Bu şekilde 4 tane karelerin olduğunu görüyoruz.

Şekil 16

Hande Öğretmen'in Madde a İçin Çözümü



H: Şimdi bize niye bu kare ¼'lük alana sahip oldu demiş. Benzerlik oranının karesi alanları oranına eşittir. Dolayısıyla yeni karenin bir kenarı yarıya düştüğü için bu yüzden alanı da ¼'lük alana sahip oldu diyebiliriz.

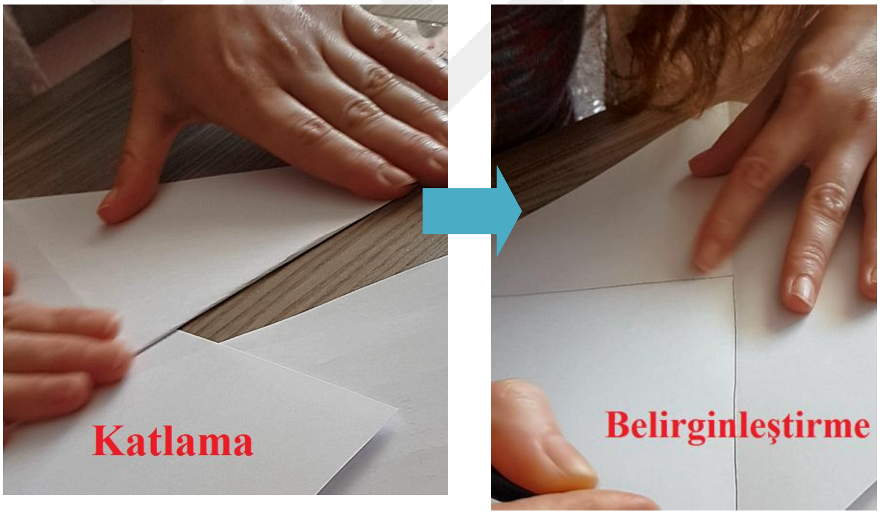
A: Oluşan şekil neden kare peki? Açıklar mısın?

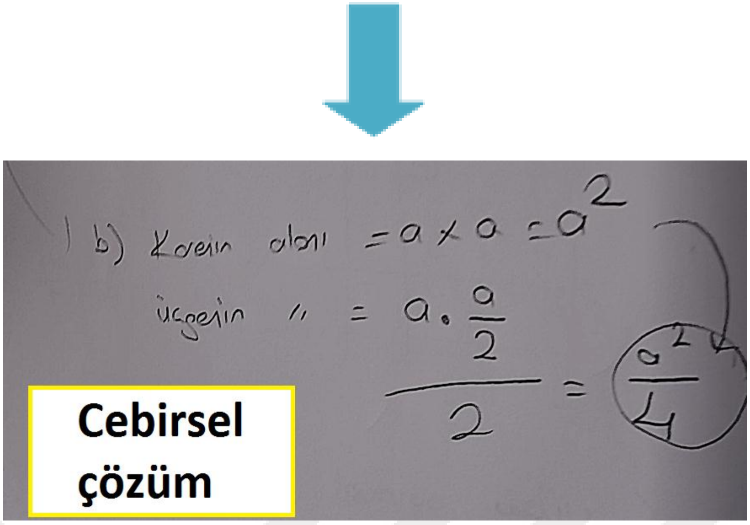
H: Zaten oluşan açılar 90 derece. Kenarlar da birbirine eşittir. Ayriyeten yine yeni kareyi köşegen boyunca katlarsam kare olduğunu ispatlarım.

Madde b için öğretmen kare kağıdın köşegenleri boyunca katlamıştır. Dört tane birbirinin eşi üçgenler oluşturmuştur. Oluşan üçgenlerin tabanının karenin bir kenarıyla aynı, yüksekliğinin ise karenin yarısı olduğunu belirtmiştir. Aşağıdaki şekillerde çözüm aşamaları gösterilmiştir. En sonuncu şekilde oluşan üçgenin alanının neden karenin ¼'ü alana sahip olduğunu işlem yaparak ispatlamıştır.

Şekil 17

Hande Öğretmen'in Madde b İçin Çözümü

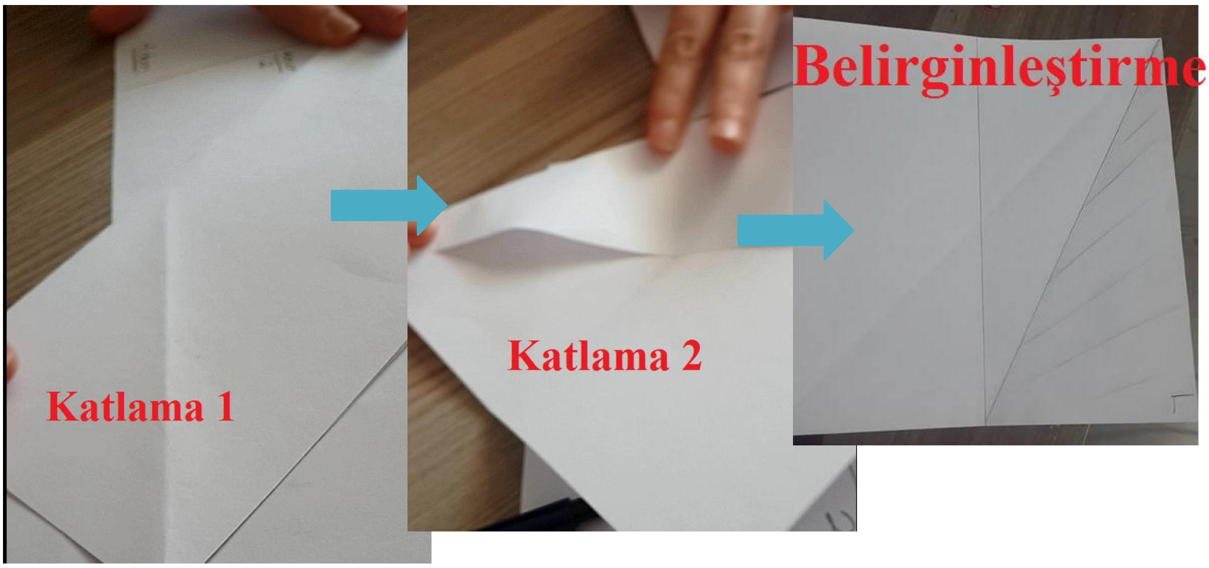




Madde c'de Hande Öğretmen karenin ¼ alanına sahip b'deki maddede istenen üçgenden farklı üçgen oluşturmak için kenarları üst üste getirerek şekli eşit iki parçaya bölmüştür. 2 tane birbirine eş dikdörtgenler oluşmuş olup, bunların yarım kare alanına sahip olduğunu söylemiştir. Bu dikdörtgenlerin birini köşegen boyunca katlayarak ¼'lük alana sahip üçgenler olduğunu aşağıdaki şekillerdeki gibi göstermiştir.

Şekil 18

Hande Öğretmen'in Madde c İçin Çözümü

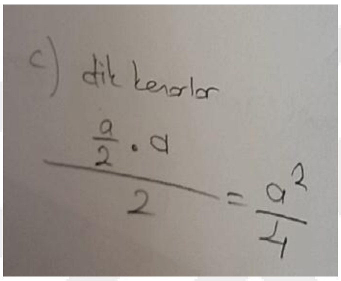


Hande Öğretmen ile görüşme şu şekilde devam etti:

> *H: Alanın ¼'lik alana sahip olduğunu gösterdim. Şimdi de işlem yoluyla ispatlamak istiyorum*
> *A: Peki.*
> *H: Bu üçgenin dik kenarlarının bir tanesi karenin yarı kenarı, diğeri ise karenin kendi kenar uzunluğuna eşit. Buradan işlem yoluyla üçgenin alanını bulursam…*

Şekil 19

Hande Öğretmen'in Cebirsel Çözümü



Madde d'de karenin ½'lik alanına sahip kare oluşturmak için öğretmen işlem kolaylığı olsun diye kenarları 2a uzunluğunda olan bir kare almıştır. Bu durumda orijinal karenin alanı $4a^2$ olmuştur. Yarı alan $2a^2$ olacağı için bu kenarların bir kenarının $\sqrt{2}$ a olacağını iddia etmiştir. $\sqrt{2}$ a'nın köşegenden geleceğini düşünüp ilk maddede yaptığı 4 tane karenin köşegenleri boyunca katlamalar yaparak yeni bir kare oluşturdu.

Şekil 20

Hande Öğretmen'in Madde d İçin Çözümü

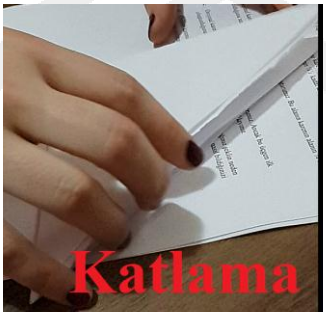
Demet Öğretmen: Oturum II' nin ikinci sorusunun çözümü için Demet Öğretmen kare kağıtlar oluşturup, istenen şartları ilk maddeden yapmaya başlamıştır. Yaptığı çözümler her madde için aşağıdaki tabloda gösterilmiştir.

Şekil 21

Demet Öğretmen'in Her Maddeye Ait Çözümü

Madde a: Karenin bir kenarını diğer kenar üzerine gelecek şekilde katlayarak yarım alana sahip şekil oluşturdu. Oluşan şeklin aynı şekilde tekrar yarısını alarak ¼'lik alana sahip kareyi oluşturdu.

Madde b: Kareyi köşegen hizasından 2'ye bölerek yarı alana sahip üçgenler oluşturdu. Yarının yarısı ¼ olur mantığıyla bu üçgenlerin de yarısını aldı.



Madde c: Karenin bir kenarını diğer kenar üzerine katlayarak yarım alana sahip 2 dikdörtgen oluşturdu. Dikdörtgeni köşegen hizasınca katlayarak ¼'lik alanlar elde etti.

Madde d: İlk maddede oluşturduğu köşegen boyunca katlanarak bulunan yarım alana sahip 2 üçgenden yola çıkarak bu üçgenleri tekrar ikiye böldü. Katladığında yeni bir kare oluştu bunun da karenin yarısı olduğunu belirtti.

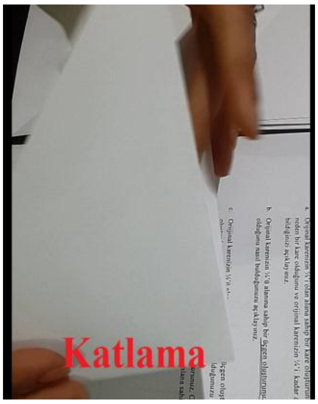
Elif Öğretmen: Oturum II' ye 2. sorunun çözümü için Elif Öğretmen her bir madde için makas yardımıyla kare kağıtlar oluşturdu. Bütün maddeler için çözümü aşağıdaki tabloda anlatılmıştır.

Şekil 22

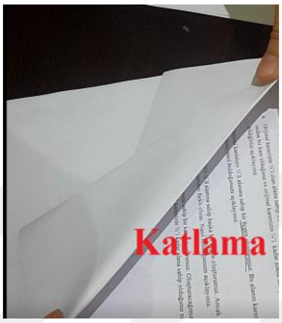
Elif Öğretmen'in Her Maddeye Ait Çözümü

Madde a:1/4'i dediği için kareyi 4'e katlamak gerektiğini söyledi. Bu yüzden önce karenin kenarlarının yarısından katladı. Bu şekli de tekrar ikiye katlayarak ¼ 'lik alana sahip kareler oluşturduğunu söyledi.

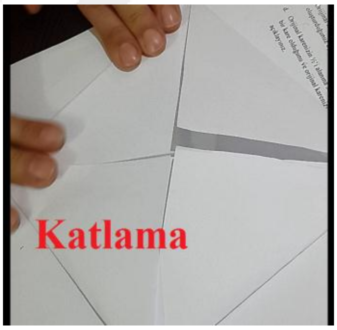
Madde b:Köşegen boyunca kareyi ikiye katladı. Yarı alana sahip üçgenler oluşturdu. Bu üçgenlerden birini tekrar ikiye katlayarak ¼’lik alana sahip üçgeni oluşturdu.



Madde c: Karenin kenarlarının yarısından ikiye katladı. İki adet birbirine eş dikdörtgen oluşturdu. Bu dikdörtgenin köşegeni boyunca katlayınca ¼’lik alana sahip farklı bir üçgen oluşturdu.



Madde d: Karenin tam orta noktalarını belirledi. Orta noktalardan katladığında ¼’lik alana sahip kare oluştuğunu söyledi. Karenin bir kenarına 4 değerini verip alanını 16 br^2 buldu. Yeni oluşan karenin bir kenarını pisagor bağıntısını kullanarak $2\sqrt{2}$ buldu. Böylece alan $8br^2$ yani yarısı olduğunu belirtti.



Üç öğretmende problem çözme esnasında maddelere ait aynı alana sahip birbirinden farklı geometrik şekillerin alanlarını genellemişlerdir. Köşegen uzunlukları ile pisagor bağıntısını ilişkilendirmişlerdir.

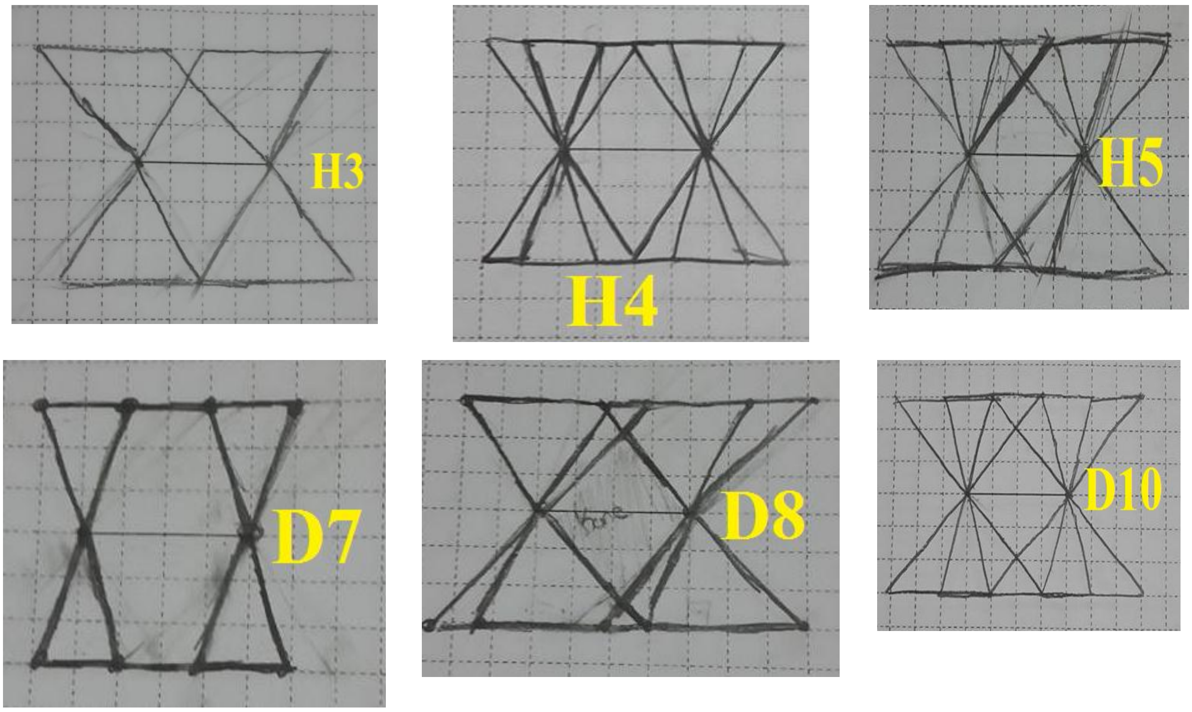
Öğrencileri

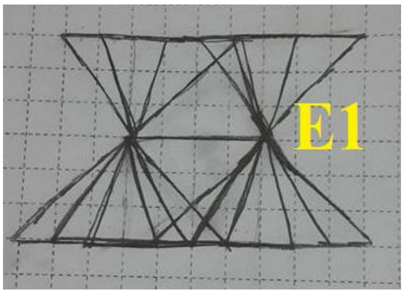
Öğrencilere oturum I’ e ait ikinci soruda alanı 12 br^2 olan paralelkenarın 4 birim uzunluğunda bir kenarı verilmiş olup birinci maddede bu paralelkenarın diğer iki köşesinin nerede olabileceği sorulmuştur. Diğer maddede ise oluşturdukları paralelkenarlarla birlikte başka hangi geometrik şekilleri elde ettikleri sorulmuştur.

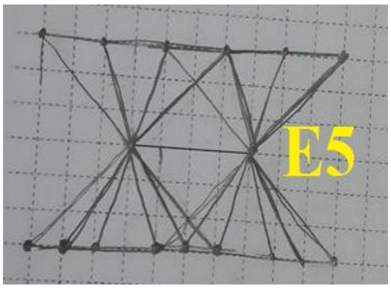
Öğrencilerden yüksekliği 3 birim olan alanlarını 12br^2 olarak genellediği sayıca birden fazla kenarları farklı paralelkenarlar bulması beklenmiştir. Nitekim öğrenciler verilen AB kenarının hem üstünde hem altında birden fazla paralelkenar çizmişlerdir. Aşağıda bazı öğrencilerin çizdiği paralelkenarlar verilmiştir.

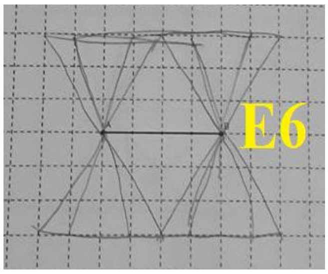
Şekil 23

Öğrencilerin Paralelkenar Çizimleri





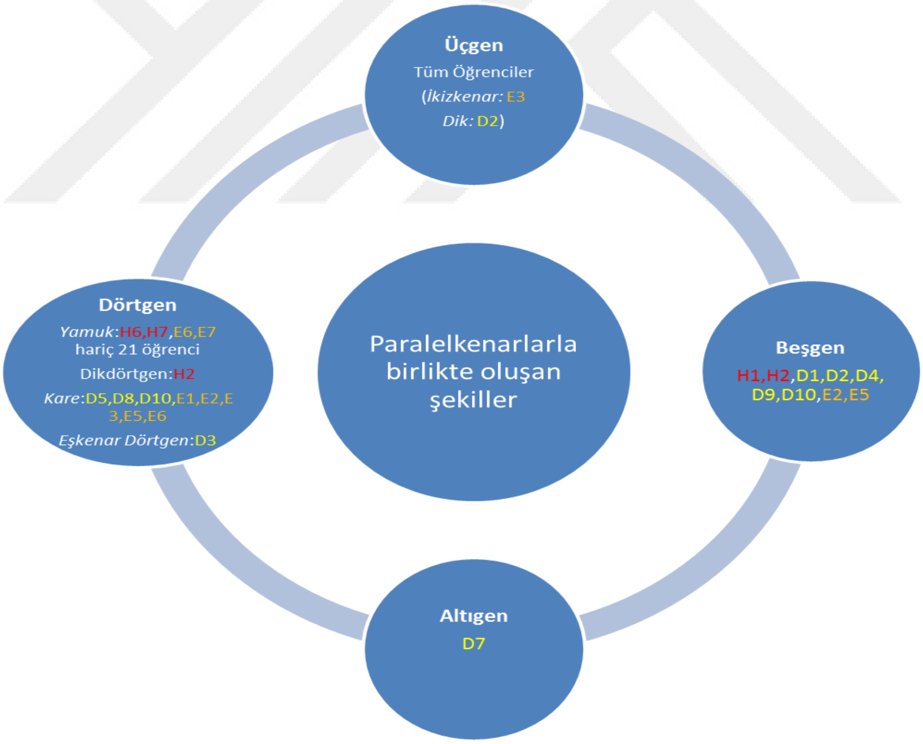




Diğer maddede ise öğrencilerden paralelkenarlarla birlikte oluşturduğu şekiller sorulmuştur. Öğrenciler kenarlarla ilişkilendirerek paralelkenarın içinde farklı şekiller bulmuşlardır. Öğrencilerin bulduğu şekiller aşağıda gruplandırılmıştır.

Şekil 24

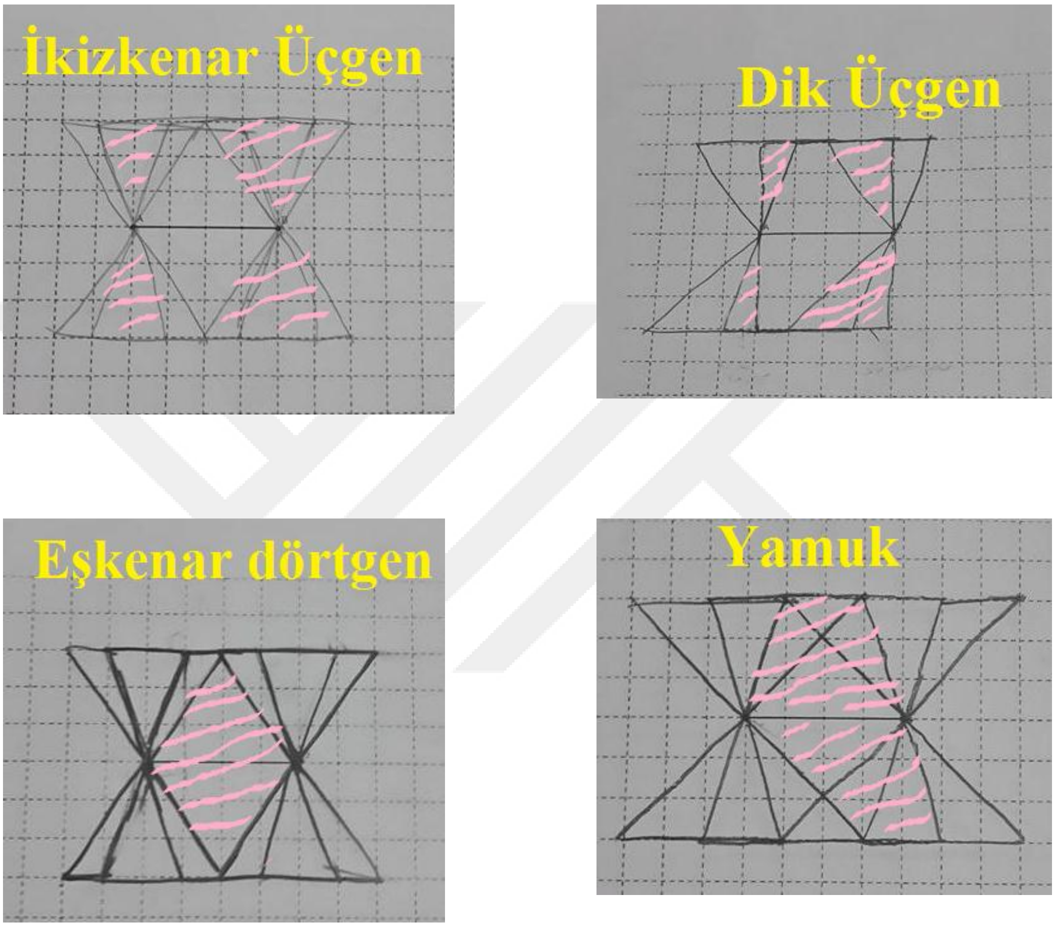
Öğrencilerin Paralelkenarla Birlikte Oluşturduğu Şekiller

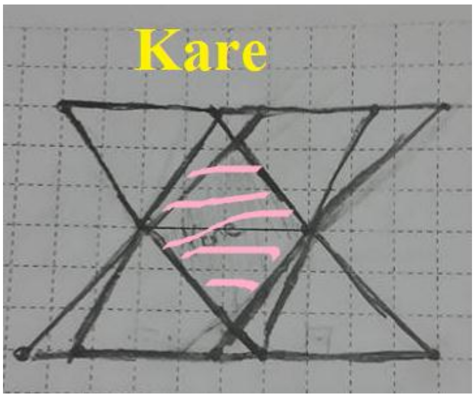


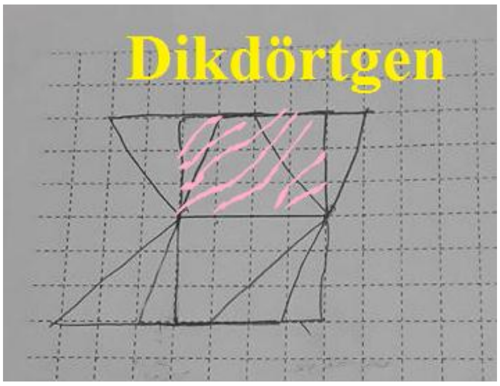
Öğrencilerin oluşturduğu şekillerin her biri görüşmelerinde ifade ettikleri haliyle aşağıdaki gibi örneklendirilmiştir.

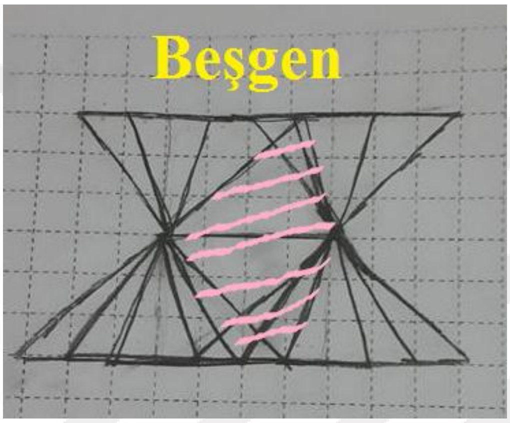
Şekil 25

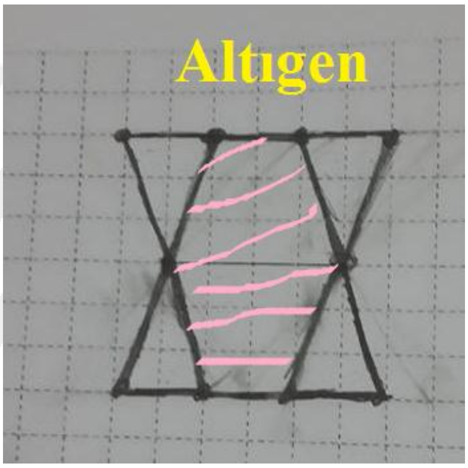
Öğrencilerin Paralelkenarla Birlikte Oluşturduğu Şekillerin Çizimi







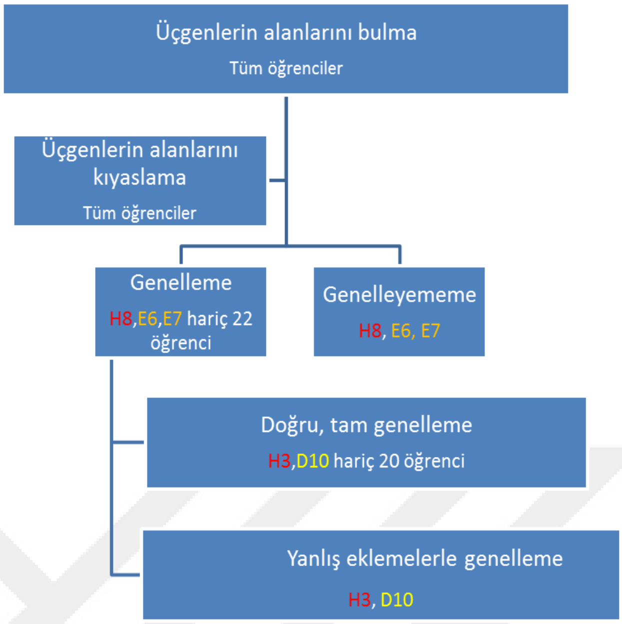




Oturum II' ye ait ikinci soruda bir paralelkenarın içine tabanları paralelkenarın bir kenar uzunluğu olan, tepe açıları paralelkenarın karşı kenarı üzerine koğuşlanmış BPC, BP*C ve BP**C üçgenlerinin alanları buldurulmuştur. Üçgenlerin alanları birbiriyle kıyaslatılmıştır. Tepe açılarının aynı kenar üzerinde arttırılmasıyla oluşacak yeni üçgenlerin alanları için genel bir durum ifadesi söylemeleri öğrencilerden beklenmiştir. Öğrencilerin yanıtlarına göre aşağıdaki gibi bir gruplandırma yapılmıştır.

Şekil 26

Öğrencilerin Genellemelerine Göre Gruplandırma

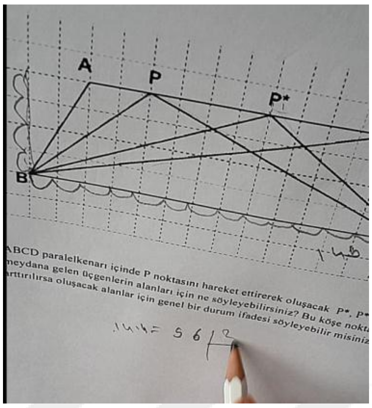


Öğrenciler ilk olarak BPC üçgeninin yüksekliğini indirip 4 br olarak bulmuşlar ve 14 br taban uzunluğuyla çarparak alanı 28br^2 olarak tespit etmişlerdir. Çözümlerinin devamında H1, H6, H7, H8, D4, D5, D6, D7, D8, D9, D10, E1, E3, E4, E6, E7 kodlu öğrenciler diğer üçgenler için yükseklik bulup tabanlarıyla çarparak tekrar alan bulmuşlardır. Ancak H2, H3, H4, H5, D1, D2, D3, E2, E5 kodlu öğrenciler bu üç üçgenin aynı paralelkenar içine sıkıştığını fark edip tek bir üçgen için alan bulup diğerlerinin da aynı alana sahip olacağını işlem yapmadan ifade etmişlerdir.

Öğrencilerin tamamı her üçgenin alanını üçgenin alan formülüyle kenarları ilişkilendirerek bulmuşlardır. Bunun için üçgenlerin yüksekliklerini bulup, tabanla çarparak ikiye bölmüşlerdir. Öğrencilerden sadece E5 kodlu öğrenci üçgenlerin alanı için paralelkenarın bir tane yüksekliğini indirmiş olup, bu yüksekliğin bütün üçgenlerin yüksekliği olduğunu belirtip alanları öyle bulmuştur.

Şekil 27

E5 Kodlu Öğrencinin Çözümü



Bütün öğrenciler üçgenlerin alanlarını doğru bulmuşlardır. Ancak bu öğrencilerden 22 öğrenci genellemeye ulaşabilirken, 3 tanesi genelleme yapamamıştır. Genellemeye ulaşan öğrencileri 2 gruba ayırabiliriz. Çünkü ilk gruptaki 19 öğrenci yeni oluşacak üçgenlerin taban uzunlukları ve yükseklikleri aynı olacağından alanlarının değişmeyeceği genellemesine varmışlardır. Fakat genellemeye yanlış eklemeler yapan öğrencilerden H3 kodlu öğrenci üçgenlerin alanlarının aynı olmasının sebebini taban ve yükseklik değerlerinin değişmemesinin yanında üçgenlerin eş olmasına, D10 kodlu öğrenci de üçgenlerin benzer olmasına bağlamıştır.

İkinci gruptaki öğrencilerden H8, E6, E7 kodlu öğrenciler ise üçgenlerin alanlarını teker teker doğru bulmuşlardır. Ancak köşe noktaların arttırılmasıyla oluşacak üçgenlerin alanları için herhangi bir durum ifadesi söyleyememişlerdir.

Değişmezleri Araştırma Alışkanlığına İlişkin Bulgular

Öğretmenler

Oturum I' e ait üçüncü soruda öğretmenlerden 10x10'luk noktalı ızgara kağıt üzerinde, tüm köşeleri ızgaradaki noktalar üzerinde olan belli alanlara sahip üçgenler oluşturmaları istenmiştir. Soru; 4 madde için ayrıştırılmış olup öğretmenlerden ilk maddede alanı 1 br^2, 3/2 br^2, 3 br^2, 6 br^2 ve 15 br^2 olan üçgenler çizmeleri ve her basamağı nasıl bulduklarını açıklamaları istenmiştir. İkinci maddede alanı 1 br^2 olan yapabilecekleri kadar fazla üçgen yapmaları, üçüncü maddede alanı 1 br^2 olan üçgenlerden en büyük çevreye sahip olanı bulmaları ve son maddede ise en büyük alana sahip üçgeni çizip bu alanın en büyük olma sebebi ve aynı alana sahip başka üçgenlerin olup olmadığı sorulmuştur.

Hande Öğretmen: Hande Öğretmen madde a için verilen alanlara uygun çok üçgen yapılabileceğini düşünmüştür. Önce "*İlk olarak yükseklik ve taban oluşturmalıyım. Ona göre kenarlar oluşturacağım. Mesela alanın 1 olması için yükseklik ve taban çarpımının 2 olması gerekir.*" deyip çözümüne başlamıştır. Alanı 1, 3/2, 3, 6, 15 $br^{2x2x2\text{'lik}}$ çok sayıda üçgen oluşturmuştur. Bu üçgenlerin yükseklik ve taban uzunluklarını çarpımları alanın 2 katı olacak şekilde ayarlamıştır. Çizdiği üçgenler aşağıdaki tabloda yükseklik, taban ve açılarına göre gruplandırılmıştır.

Tablo 4

Hande Öğretmen'in Madde a'ya Ait Çizim Ayarlamaları

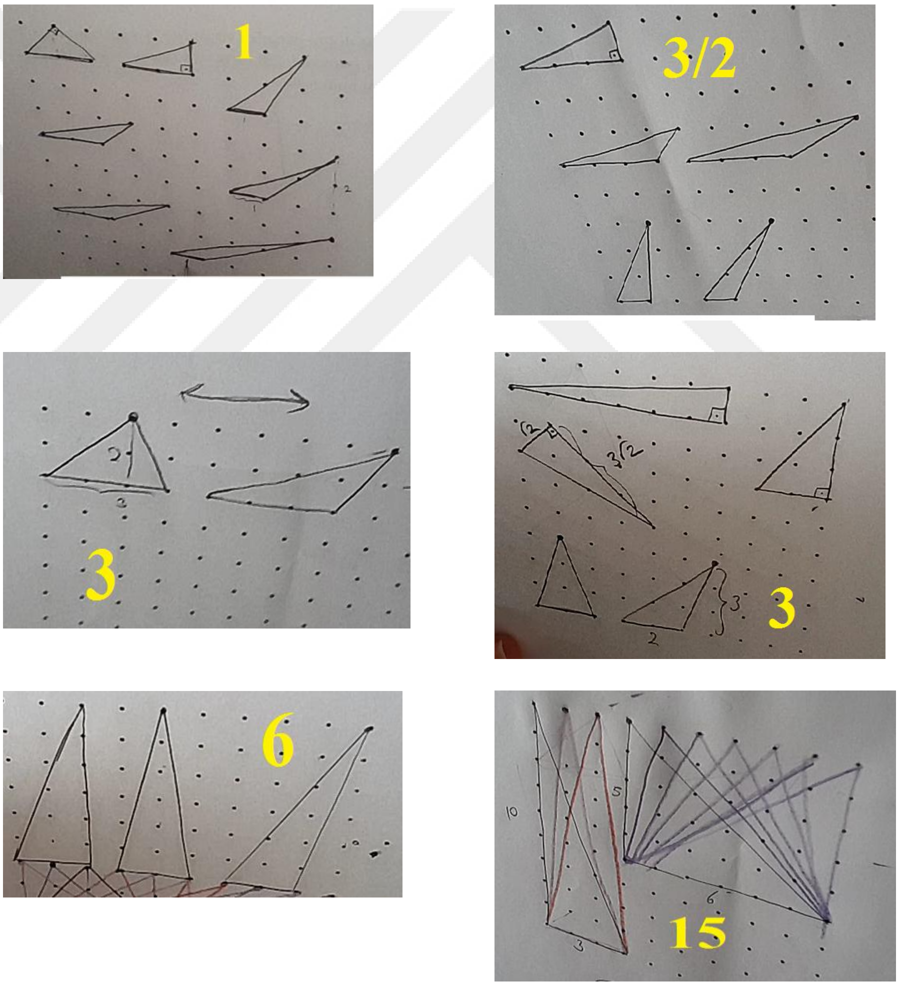
Alan	Taban	Yükseklik	Açılarına Göre Üçgen
1 br^2	2	1	Dik, İkizkenar Dik
	1	2	Geniş
	2	1	Geniş
3/2 br^2	3	1	Dik, Geniş
	1	3	Dik, Geniş
3 br^2	6	1	Dik
	2	3	Dik, Dar
	$\sqrt{2}$	$3\sqrt{2}$	Dik
6 br^2	2	6	Dik, Dar, Geniş
	4	3	Dik, Dar, Geniş

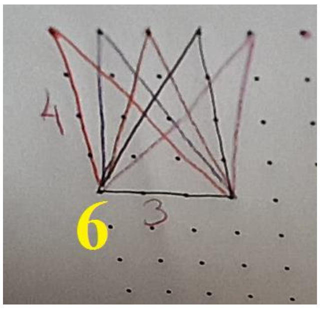
	Tablo 4'ün Devamı		
15 br^2	3	10	Dik, Dar, Geniş
	5	6	Dik, Dar, Geniş

Yukarıdaki kenar ayarlamalarına uygun öğretmen aşağıdaki üçgenleri çizmiştir.

Şekil 28

Hande Öğretmen'in Madde a'ya Ait Üçgen Çizimleri

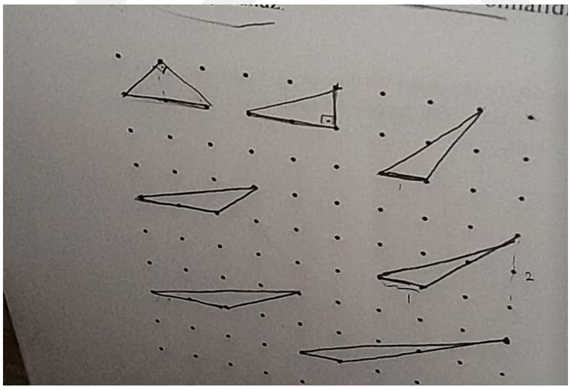




Madde b’de öğretmen alanı 1 br^2 olan çizebileceği kadar üçgen çizmiştir. Burada taban 2, yükseklik 1 olan ikizkenar dik üçgen, aynı uzunlukların dik üçgenini çizmiştir. Tabanı 1, yüksekliği 2 olan geniş açılı üçgenler, tabanı 2, yüksekliği 1 olan geniş açılı üçgenleri çizmiştir. Çizimi esnasında öğretmen “*Ben bu üçgenleri sünger gibi çekip daha da attırabilirim çizimlerimi. Ama temel olarak farklı olanları çizdim sanırsam.* “ demiştir. Aşağıda $1br^{2'}$ lik alana ait üçgen çizimleri verilmiştir.

Şekil 29

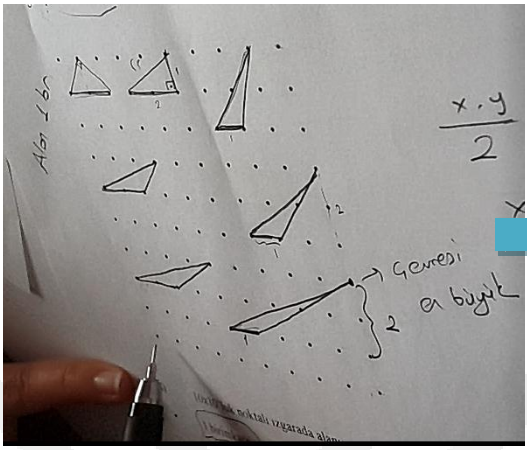
Hande Öğretmen’in Madde b’ye Ait Üçgen Çizimleri



Madde c için alanı 1 $br^{2'}$ lik üçgenlerden çevresi en büyük olanı bulmak için bir önceki maddeye geri dönerek üçgenlerini gözlemlemiştir. Bu görüşmeye ait diyalog şu şekilde devam etmiştir:

Şekil 30

Hande Öğretmen'in En Büyük Çevreli Üçgeni Bulması

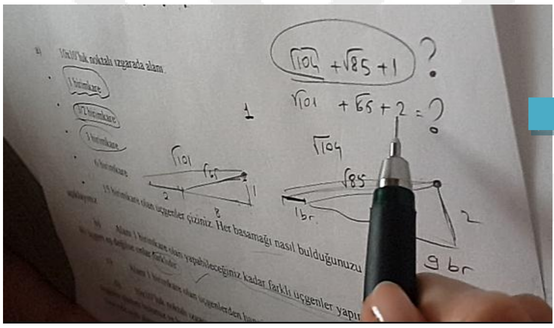


H: Çevre büyük olması için sayıların birbirinden uzak olması lazım. Bir de geniş açılı olması lazım. Geri döneyim çizdiğim üçgenlere.

A: Hıhımm…

H: Örneğin bu yaptığım içindeki çevresi en büyük olan üçgen.

A: Peki başka daha büyük çevreli üçgen var mıdır?



H: Bu kağıtta yapacağım yine değil mi?

A: Evet 10x10'luk ızgaranın dışına çıkmayacaksın.

H: O zaman hımm tabanı 1 mi, 2 mi alsamki? Bi deneyim. Tabanı 1 alırsam yükseklik 2 olacak. Bu durumda çevre $1+\sqrt{104}+\sqrt{85}$ *olur. Bir de tabanı 2, yüksekliği 1 alayım. Çevre* $2+\sqrt{65}+\sqrt{101}$ *olur. Yaklaşık olarak hesaplarsam bence ilk bulduğum çevre daha büyük olur.*

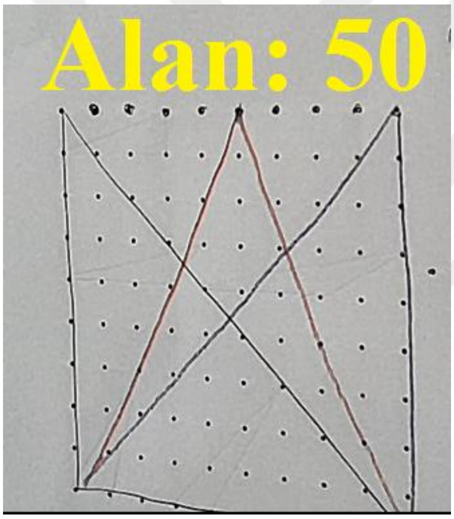
Değişmezleri araştırma bağlamında Hande Öğretmen alan değişmezliğini dikkate alarak sadece taban ve yükseklik değerlerini değiştirmiştir. Bu durumda üçgenlerin değiştiğini ifade edip, alanların değişmediğini ek olarak belirtmiştir.

Keşif ve yansıtmayı dengeleme bağlamında Hande Öğretmen alanı $1br^2$ olan en büyük çevreyi bulurken çizdiği üçgenleri gözden geçirmiştir. İçinde en büyük çevre için kenarları büyük olanı seçmesi gerektiğini ifade edip, daha uzun kenarlar bulması gerektiğini düşünmüştür. Bu durumda ızgara uzunluğunu geçmeyecek şekilde taban ve yükseklik uzunluklarını sırasıyla 2 ve 1 birim alarak bir üçgen çizmiştir. Üçgenin tepe noktasını tabandan en uzak yere yerleştirip, pisagor teoremiyle kenarları ilişkilendirerek üçgenin kenar uzunluklarını bulmuştur. Bir de taban ve yükseklik değerlerini yer değiştirip denesem nasıl olur acaba diye düşünerek yine pisagor teoremiyle kenarları ilişkilendirerek çevreyi hesaplamıştır. Sonuçlar birbirine yakın çıkınca kendisi çevre değerini yuvarlayarak büyük çevreyi elde etmiştir.

Madde d'de ise ızgara kağıt üzerinde alanı en büyük olan üçgen çizimi için yapılan görüşme şu şekilde ilerledi:

Şekil 31

Hande Öğretmen'in En Büyük Alanlı Üçgeni Bulması



H:*10x10=100 karenin alanı ise üçgenin alanı 50 olur. Bir sürü çizebilirim ya.*
A: Bu alan neden en büyük olur peki?
H: Çünkü bu bir kare ızgara. Yarısı üçgen yani alan en büyük 50 olmalı. Başka bir ihtimal yok. Çizmeye başlayım.
A: Tamam.
H: Yine aynı şekilde köşeleri değiştirerek 10 tane farklı üçgen çizebilirim. Dar ve dik açılı olabiliyor. Diğer açılar olmuyor zaten.
A: Peki.

Demet Öğretmen: Demet Öğretmen her madde için ayrı ayrı alanlara sahip üçgenleri çizmiştir. Üçgenleri çizerken mesela alanı 1br^2 lik üçgen için " *Tabanı 1 , yüksekliği 2 alarak bir dik üçgen çizdim. Aynı şekilde tabanı 2, yüksekliği 1 alsam da olur. Ama bu diğer üçgenin döndürülmüş hali oldu. Tekrar aynısını çizmeyim*" dedi. Değişmezleri araştırma bağlamında öğretmenin sözleri şekiller dönse bile alanlarının değişmeyeceğini desteklemektedir.

Öğretmenin istenilen alanlar için çizdiği üçgenler aşağıdaki tabloda yükseklik, taban ve açılarına göre gruplandırılmıştır.

Tablo 5

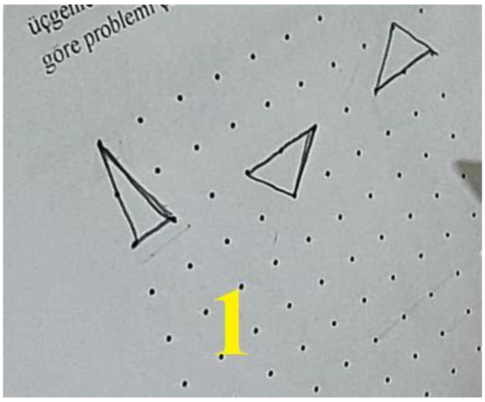
Demet Öğretmen'in Madde a'ya Ait Çizim Ayarlamaları

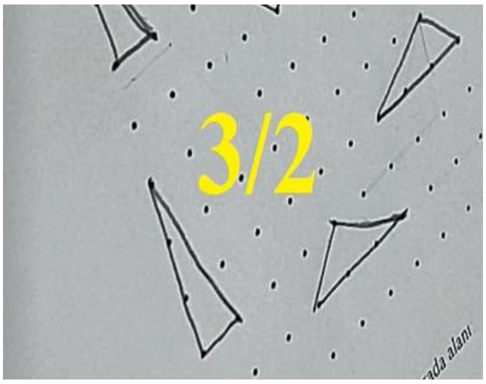
Alan	Taban	Yükseklik	Açılarına Göre Üçgen
1 br^2	1	2	Dik
	2	1	İkizkenar Dik Üçgen
3/2 br^2	3	1	Dar
	1	3	Dik
3 br^2	6	1	Dar, İkizkenar Dik
	2	3	Dik, Dar
6 br^2	6	2	Dik, İkizkenar Dik
15 br^2	6	5	Dik, Dar

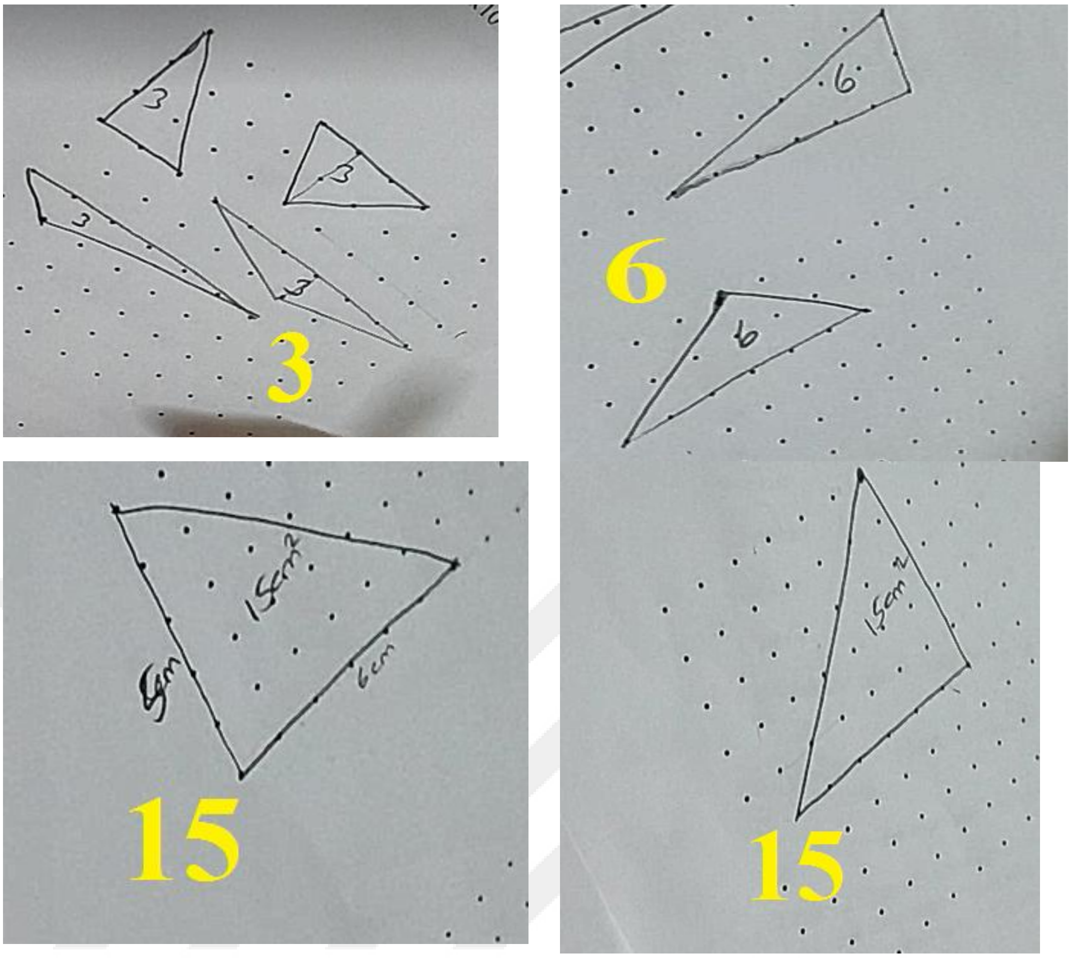
Öğretmen tüm üçgenler için uygun taban ve yükseklik değerlerinin çarpımını alanın 2 katı olacak şekilde ayarlamıştır. Buradan değerleri belirleyip çizimini aşağıdaki şekildeki gibi yapmıştır.

Şekil 32

Demet Öğretmen'in Madde a'ya Ait Üçgen Çizimleri







Madde b için çizebileceği üçgenleri yukarıda olduğunu söylemiştir. Madde c içinse çizdiği 1br^2 lik alanlara dönüp, buradan çevre hesaplamaya gitmiştir. Çözüme ait görüşme şu şekilde devam etmiştir:

D:Şimdi iki üçgenin çevresine bakayım ikisi aynı zaten. İlk üçgenin çevresi 3+ $\sqrt{5}$, ikincisinin ise *2+* $2\sqrt{2}$ *'dir.*

A: Bu şartı sağlayan üçgenlerden sadece iki çevre mi çıkar? Başka böyle üçgenler yok mu?

D: Yani benim aklıma bunlar geldi. Tabanı 2 ve yüksekliği 1 aldım. Dik üçgen aldım. Bence çevre 2 tane.

A: Peki hangisinin çevresi en büyük?

D: Yaklaşık kökten çıkarırsam bunları 3+$\sqrt{5}$ *olan çevre daha büyük olur.*

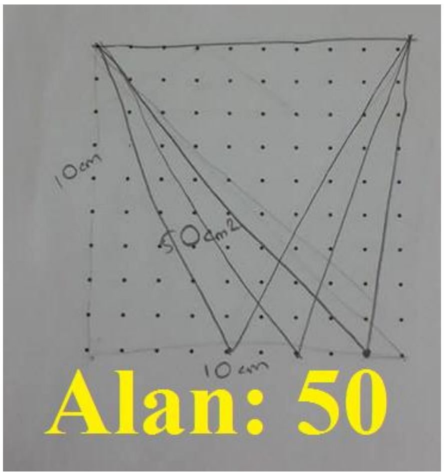
Keşif ve yansıtmayı dengeleme bağlamında Demet Öğretmen alanı 1br^2 olan çizdiği üçgenleri tekrar geri dönüp incelemiştir. Kenarları pisagor bağıntısıyla ilişkilendirerek bulup çevrelerini hesaplamıştır. Lakin tabanı 2 birim ve yüksekliği 1 birim uzunluğunda olan sadece dik üçgenleri düşünmüştür. Tepe noktalarını kaydırıp, geniş açılı üçgenler oluşturmadığı için ızgaradaki en büyük kenarı elde edememiştir.

Madde d için ise Demet Öğretmen noktalı kağıt üzerinde en büyük alanlı üçgeni çizmek için alanın, karenin alanın yarısı olacağını yani 50 br^2 olacağını söylemiştir. Tabanı 10 birim, yüksekliği 10 birim olan çok sayıda üçgen olacağını belirtip, ikizkenar üçgen, dar açılı başka üçgenler bir de dik açılı üçgen oluşturmuştur.

Değişmezleri araştırma bağlamında dik üçgenin dönebileceğini ancak alanın değişmeyeceğini vurgulamıştır. Ek olarak tepe noktaları değişince alan değişmeyecek ancak kenar uzunlukları değişen farklı üçgenler oluşacağını söylemiştir.

Şekil 33

Demet Öğretmen'in Madde d'ye Ait Üçgen Çizimi



Elif Öğretmen: Elif Öğretmen verilen şartlara uygun alanlar çizmek için taban x yükseklik değerinin alanların iki katı olması gerektiğini savunmuştur. Dolayısıyla madde a için alanların iki katı olacak şekilde üçgenlere değerler verip çizmeye başlamıştır.

Tablo 6

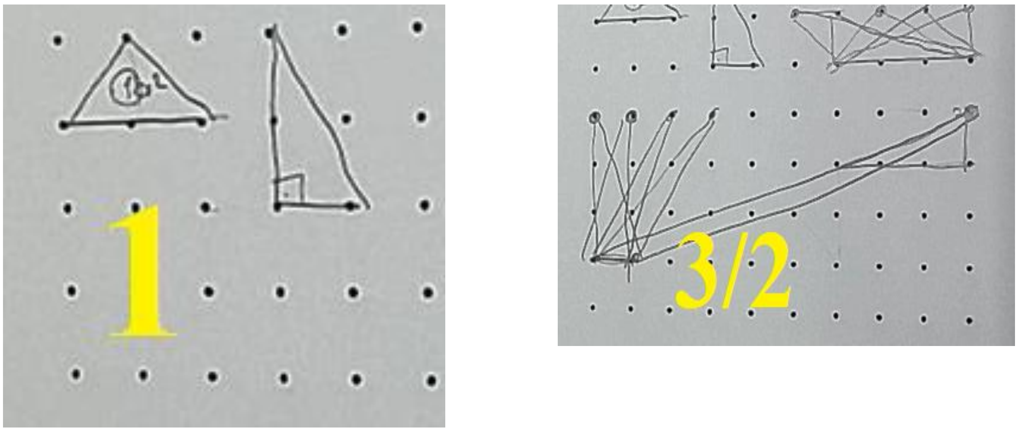
Elif Öğretmen'in Madde a'ya Ait Çizim Ayarlamaları

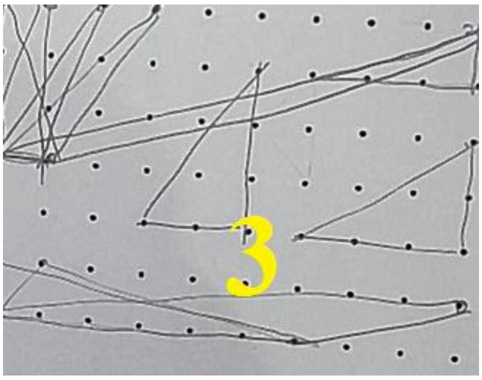
Alan	Taban	Yükseklik	Açılarına Göre Üçgen
1 br^2	1	2	Dik
	2	1	İkizkenar Dik Üçgen
3/2 br^2	3	1	Dar, Dik, Geniş
	1	3	Dar, Dik, Geniş
3 br^2	6	1	Dar, Dik, Geniş
	3	2	Dar, Dik, Geniş
6 br^2	2	6	Dar, Dik, Geniş
	3	4	Dar, Dik, Geniş
15 br^2	10	3	Dar, Dik, Geniş
	5	6	Dar, Dik, Geniş

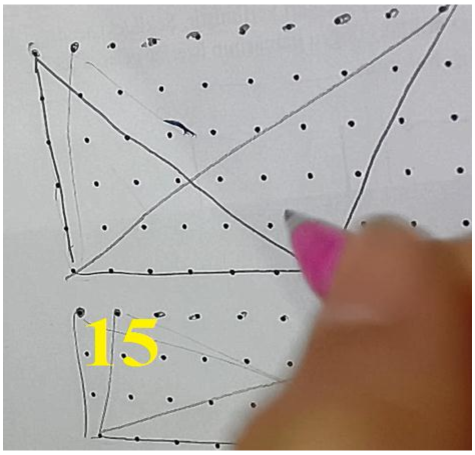
Yukarıdaki çizim ayarlamalarını düşünen Elif Öğretmen aşağıdaki çizimleri ızgara kağıda yapmıştır.

Şekil 34

Elif Öğretmen'in Madde a'ya Ait Üçgen Çizimleri





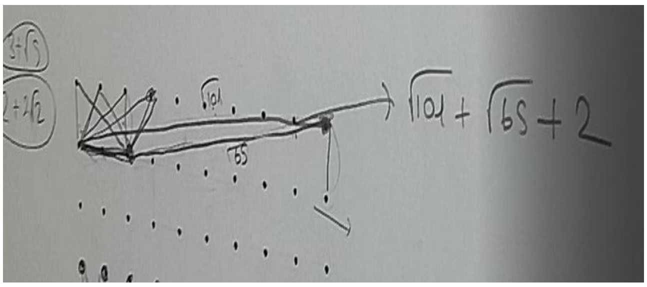


Madde b için çizimlerini yapan öğretmen madde c'deki sorulan en büyük çevreyi incelemeye başlamıştır. Önce tabanı 2, yüksekliği 1 birim olan biri dik, biri ikizkenar üçgeni ele almıştır. Dik üçgenin kenarlarını Pisagor teoremiyle ilişkilendirerek çevreyi 3+$\sqrt{5}$ olarak buldu. Aynı taban ve yükseklikle oluşturduğu ikizkenar üçgenin kenarları için yine Pisagor teoremi yoluyla çevreyi 2+$2\sqrt{2}$ olarak bulmuştur.

Çizdiği üçgenleri inceleyince "*Aslında ben bu üçgenin tepe noktasını değiştirirsem geniş açılı üçgenler elde edebilirim. Mesela ızgaranın en uzak yerine köşe noktasını koyarsam kenarları uzun seçmiş olurum*" demiştir. Bu durumda tabanı 2, yüksekliği 1 birim seçtiği üçgeni geniş açılı yaparak kenarları da pisagor teoremiyle bularak çevresini büyütmüştür. Çevreyi bu durumda *2*+$\sqrt{65}$ +$\sqrt{101}$ olarak bulmuştur.

Şekil 35

Elif Öğretmen'in Madde c'ye Ait Üçgen Çizimi



Madde d için de alanı 50 br^2 olan üçgenin alanı en büyük olacağını düşünmüştür. Bu yüzden taban ve yüksekliklerin 10’ar birim olması gerektiğini savunup, üçgenin maksimum alanının 50 olması gerektiğini savunmuştur. Sonuç olarak bu alana uygun dik ve dar açılı üçgenlerin çizilebileceğini eklemiştir.

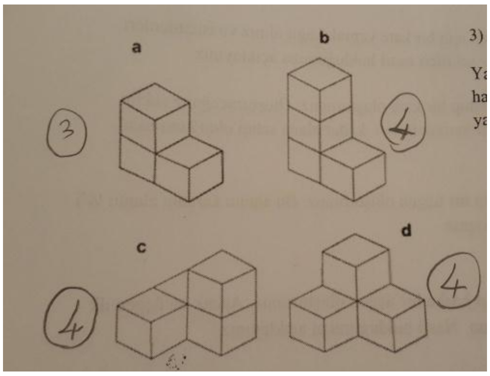
Oturum II’ ye ait üçüncü soruda 4 çeşit çoklu küp modellerinin verilip, bunlardan hangilerinin kullanılıp üç seçenekteki modelleri oluşturduğu sorusuna cevap vermeleri öğretmenlerden beklenmiştir.

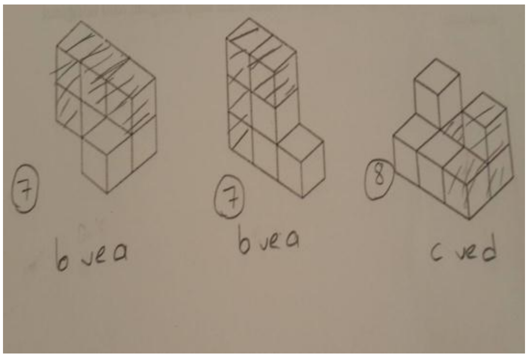
Hande Öğretmen: Hande öğretmen verilen küp modellerinin her birinin altına kaç adet küp kullanıldığını yazmıştır. Oluşturulması istenen küplerin sayılarını sırasıyla 3-4-4-4 adet olarak bulurken seçeneklerdekini ise 7-7-8 adet olarak belirlemiştir. Dolayısıyla “*Bu modelde 7 tane küp çıktı. 3+4 olmalı.”* deyip seçenek 1 için a küp modelinin kesin kullanılması gerektiğini söylemiştir. Aynı şekilde seçenek 2’nin içinde de 7 tane küp olduğu için burada da a’nın kesin kullanılması gerektiğini ifade etmiştir. Seçenek 3’te 8 küp olduğu için burada a’nın kullanılmayacağını ifade etmiştir. Öğretmen küpleri sayıp hacimlerini bularak, diğer küplerin hacimleriyle ilişki kurup bu hacimleri karşılaştırarak çözümüne başlamıştır.

Bundan sonra Hande Öğretmen seçeneklerin üzerine verilen modelleri çizerek yerleştirip, hangi yapının hangisine ait olduğunu bulmaya çalışmıştır.

Şekil 36

Hande Öğretmen’in Seçeneklerdeki Küp Modellerini Ayarlaması



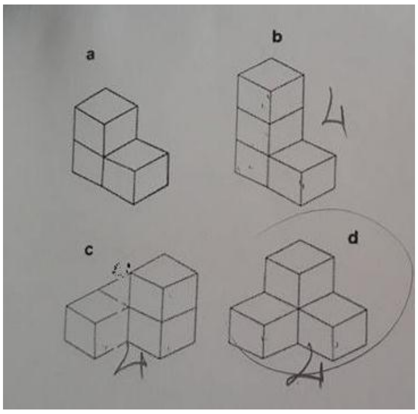


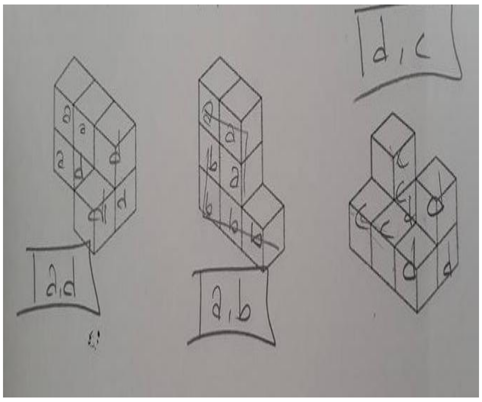
Öğretmen değişmezleri araştırma bağlamında hacim korunumuna göre küplerin değişmeyeceğini belirtip bu yüzden ilk hacimleri bulmuştur. Yapıların altına kaç adet küp kullanıldığını yazıp, keşif ve yansıtmayı dengeleme bağlamında deneme-yanılmalarla birlikte küplerin yerlerini değiştirmiştir. Olmayınca başa dönüp tekrar yer değişiklikleri yapmıştır.

Demet Öğretmen: Verilen soruda öncelikle seçenek 1'in üzerine a küplerini yerleştirip, kalan yere en uygun d modelinin uygun olacağını düşünerek yapıyı tamamlamıştır. Seçenek 2 için *" En kolay a'yı oturtmak. O yüzden en üste bunları oturtuyorum. Hımm..Üst tarafa a'yı yerleştirirsem kalanı da b yaparsam oldu"* şeklinde ifade etmiştir. Son seçenek için ise modelleri oturtamamıştır. Daha sonra kağıdı ters çevirerek, yapıları düşünmeye başlamıştır. 8 tane küp olduğunu sayınca a modelini atması gerektiğini söyleyip, d ve c modelinin bu yapıyı oluşturduğunu belirtmiştir.

Şekil 37

Demet Öğretmen'in Seçeneklerdeki Küp Modellerini Ayarlaması





Demet Öğretmen değişmezleri araştırma bağlamında cisimlerin yeri değişse bile hacminin değişmeyeceğinden yola çıkarak yapıları deneme-yanılmalarla oluşturmuştur. İlk etapta oluşturamadığı yapıları keşfetme-yansıtma bağlamında tekrar gözden geçirerek "*şunu yaparsam nasıl olur*" diyerek, seçenekleri çözümlemiştir.

Elif Öğretmen: Verilen çok küplü modelleri sayıp altlarına her birinden kaç küp kullanıldığını belirtmiştir. Küp sayılarını hacimle ilişkilendirerek seçenek 1 için a olmalı deyip, yanına da içinde 4 tane küp olan d'nin geleceğini uygun görmüştür.

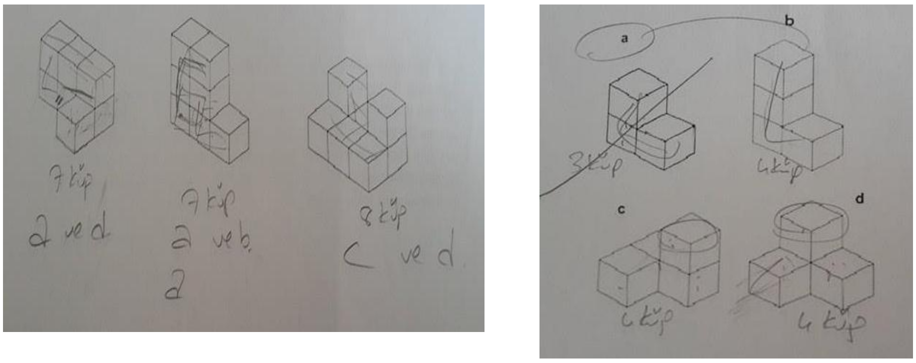
Değişmezleri araştırma bağlamında yapıların hacim korunumu göz önüne alıp, küplü modellerin yerlerini değiştirip ayarlamalar yapmıştır. Mesela seçenek 2 için "*a kesin olmalı çünkü küp sayıları toplamı 7. Yanına bir b'yi denemek istiyorum*" demiştir. Böylelikle bu hacime uygun küp modellerini birleştirmeye çalışmıştır.

Keşif ve yansıtmayı dengeleme bağlamında başka bir çözüm yolu oluyor mu diye düşünüp, modelleri gözden geçirip, c'nin olmayacağını düşündü ve bu sefer a ve d'yi denemiştir. Bunun da olmayacağını keşfedince ilk verdiği cevabın sadece bu yapıyı sağladığını ifade etmiştir.

Seçenek 3 için küp sayıları 8 olunca bunu "*4+4 olacak şekilde yapmalıyım. Yani a kesin olmayacak. Diğerlerini bir yerleştireyim.*" Yerleştirince en uygun c ve d küp modellerinin bu yapıyı oluşturduğunu belirtmiştir.

Şekil 38

Elif Öğretmen'in Seçeneklerdeki Küp Modellerini Ayarlaması



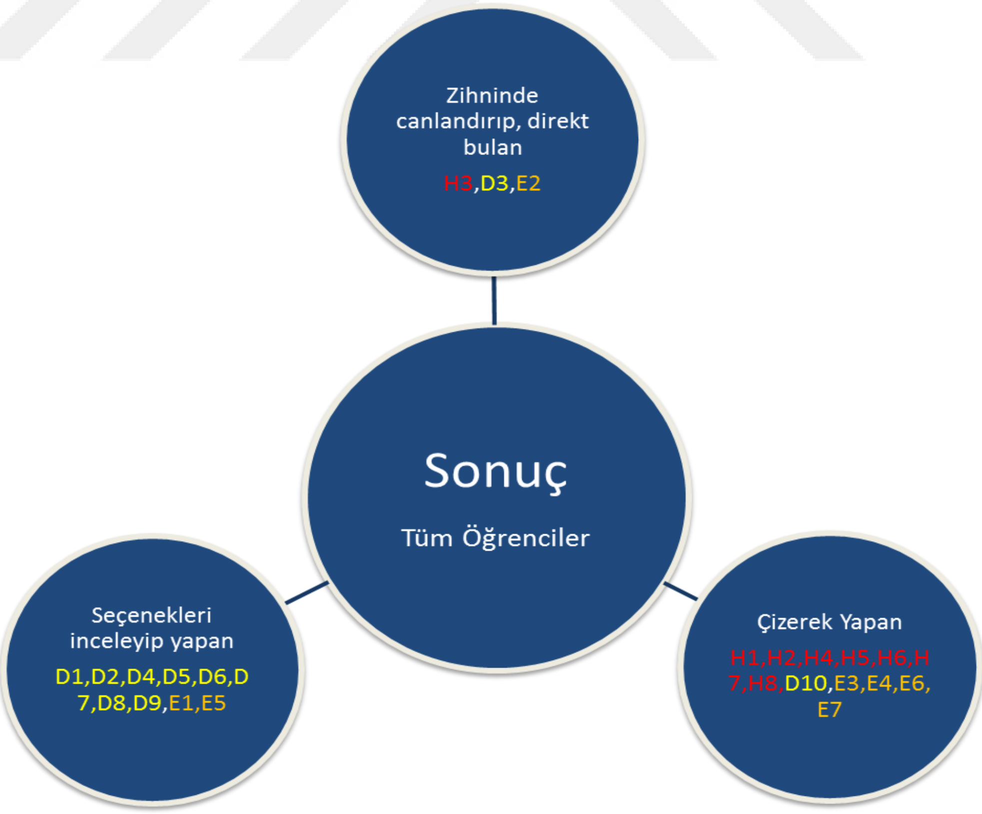
Öğrencileri

Öğrencilere sorulan oturum I' e ait üçüncü soruda 3 tane çok küplü yapı verilip, bunlarının üçünün birleşimiyle oluşacak yeni yapının cevabı seçeneklerin içinden seçtirilmiştir. Öğrencilerin hepsi doğru yapıyı seçenekler içinden bulabilmişlerdir.

Öğrencilerin çoğu değişmezlerin araştırılması bağlamında ikinci ve üçüncü küp modelleri birinci modelin yanına taşıyarak yeni yapıyı kendileri oluşturmuştur. Bunu da seçeneklerin içinden doğru bir şekilde aynısını bulmuştur. Bazı öğrenciler keşfetme ve yansıtma bağlamında bütün seçenekleri teker teker inceleyip, her seçenekteki yapıların hangi küp modellerinden oluştuğunu bulmuştur. Az öğrenci de hiçbir çizim yapmadan zihninde 3 yapıyı canlandırıp, doğru seçeneği bulmuşlardır.

Şekil 39

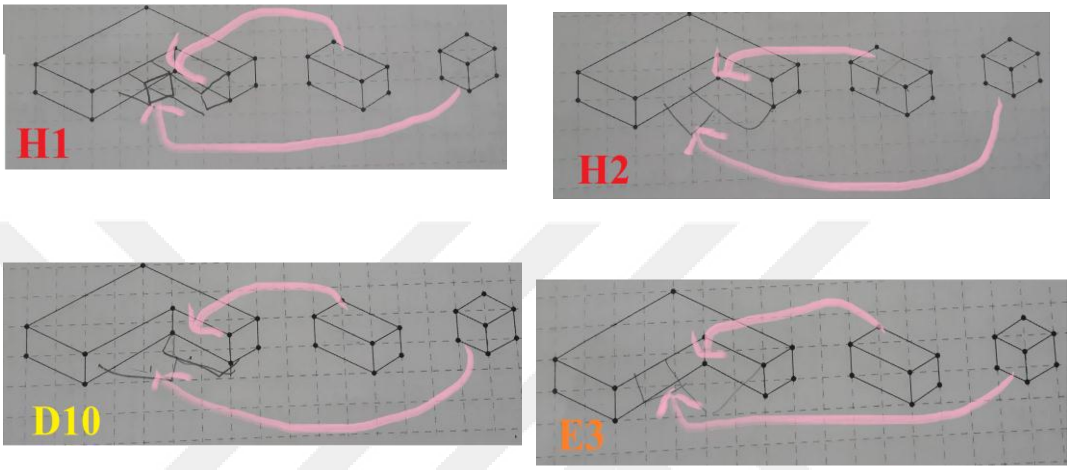
Çok Küplü Modeller İçin Farklı Çözüm Yapan Öğrenciler



Şekil çizerek yapıyı oluşturan bazı öğrencilerin çözümleri aşağıdaki şekillerde verilmiştir.

Şekil 40

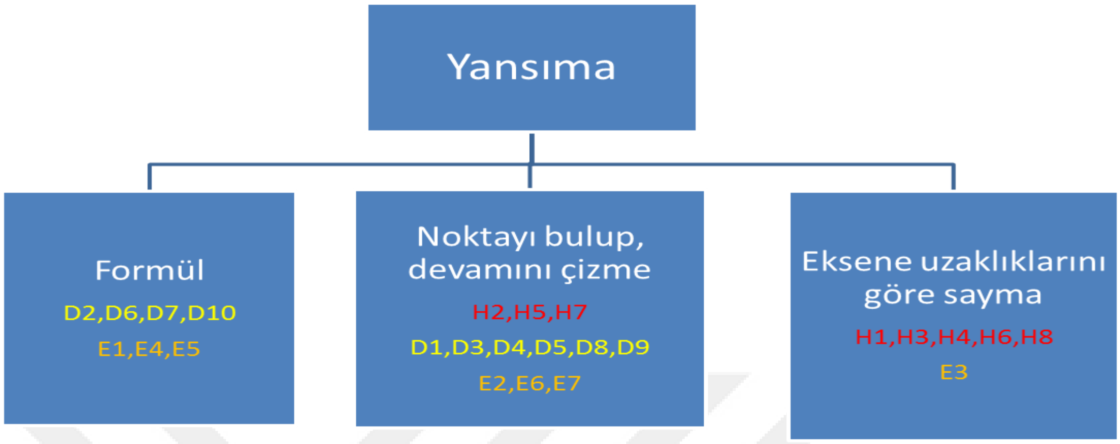
Şekil Çizerek Yapan Öğrenciler



Oturum II' ye ait üçüncü soruda öğrencilere bir geometrik şekil verilip, bu şekli y eksenine göre yansıtmaları, saat yönünde 90° döndürmeleri, x ekseni boyunca sağa doğru 4 birim ötelemeleri ve bu işlemler yapıldığında sırasıyla koordinatlarını yazması istenmiştir. Öğrencilerin cevaplarına göre yansıma sorusunun yanıtları aşağıdaki şekildeki gibi ayrıştırılmıştır.

Şekil 41

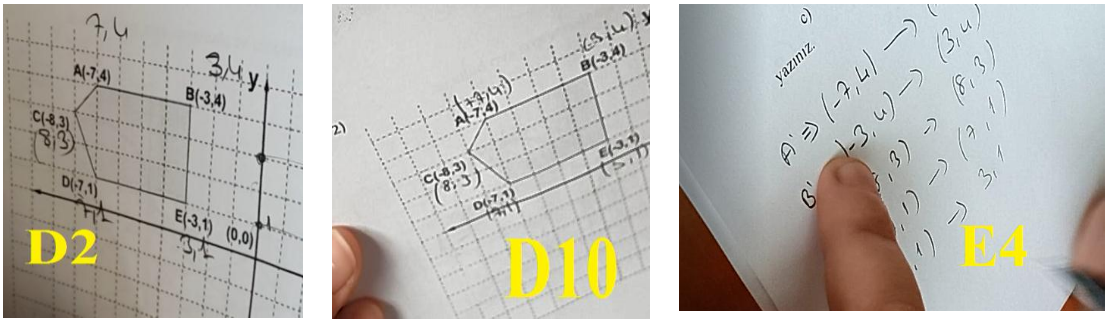
Öğrencilerin Yansıma Sorusu İçin Yaptığı Çözümler



Öğrencilerin yansıma sorusuna verdiği cevaplar "*formülle*" yapma, "*noktayı bulup, devamını çizme*" ve "*eksene uzaklıklarını göre sayma*" şeklinde gruplandırılmıştır. Formülle çözen D2, D6, D7, D10, E1, E4, E5 kodlu öğrenciler şeklin verilen tüm koordinatlarını "*y eksenine göre yansımada x'ler değişir y değişmez*" mantığıyla yeni hallerini bulmuşlardır. Daha sonra bu koordinatları koordinat sistemi üzerinde göstererek, şeklin yansımış şeklini bulmuşlardır.

Şekil 42

Yansıma Sorusu İçin Formülle Yapılan Çizimler



Yansımayı bulmak için H2, H5, H7, D5, D9, E7 kodlu öğrenciler şekle ait E ve B noktalarının yansımasını y eksenine göre eşit uzaklıkta sayarak bulurken, geri kalan yeri ise şeklin devamını getirerek çizmişlerdir.

D3, D4, D8, E2, E6 kodlu öğrenciler sadece bir noktanın y eksenine göre yansımasını sayarak bulup, diğer noktaları şekilleri tamamlama yoluyla bulmuşlardır. D1 kodlu öğrenci ise A, B, D ve E noktalarının eksene göre eşit uzaklıkta sayarak yansıtılmış hallerini bulmuş ancak C'nin yansımış halini şekli tamamlama yoluyla bulmuştur.

Geriye kalan H1, H3, H4, H6, H8, E3 kodlu öğrenciler ise her noktanın yansımasını y eksenine göre eşit uzaklıkta sayarak bulmuşlardır. Çözüme başlarken bazıları "*y eksenini ayna olarak kullanmalıyım*" deyip, noktaların yansımış hallerini bulup şeklin tamamını çizmişler ve koordinatlarını bulmuşlardır.

Şeklin saat yönünde 90° dönmesini yapan tüm öğrenciler formül kullanarak yapmışlardır. Formül kullanarak yapan her öğretmenin kendi öğrencileri kendilerine has bir şekilde şekilleri çizmişlerdir. Bu gruplandırma aşağıdaki şekilde verilmiştir.

Şekil 43

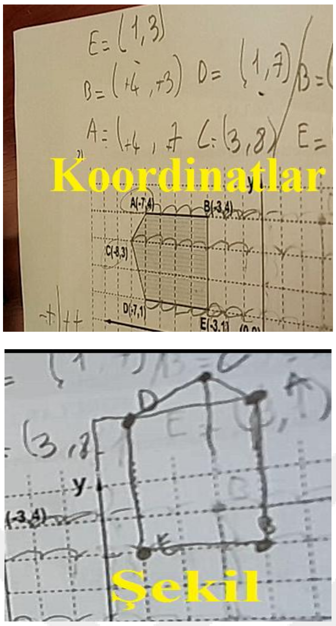
Dönme Sorusu İçin Gidilen Çözüm Yolları

İlk verilen şeklin 90° dönmesinin istendiği soruya H8, D6, D10, E7 kodlu öğrenciler formülleri hatırlayamadığından hiçbir şekil çizememişlerdir.

Hande Öğretmenin öğrencileri mesela şeklin A noktası için *" 2. Bölgedeki (-,+) işaretleri 1. Bölgeye geçince (+,+) olur. Bir de koordinatların yeri değişecek"* gibi bir düşünce yapısına sahip olarak işaret ayarlamalarını yapmışlardır. Buna göre önce koordinat sisteminde döndürülmüş noktaları eksenler üzerinde belirleyerek, bu noktaları birleştirdiklerinde yeni şekli oluşturmuş oldular. Aşağıda H3 ile yapılan görüşme ve çizimleri verilmiştir. Hande Öğretmenin diğer öğrencileri de soruyu yaklaşık olarak aynı şekilde çözümlemişlerdir.

Şekil 44

H3'ün Dönmeye Ait Çözümü

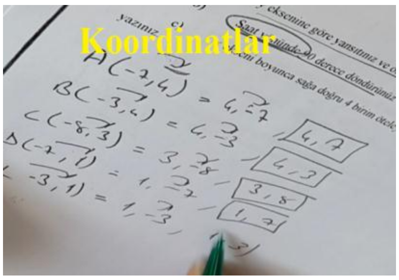


H3: Saat yönüne döndürürken bu 90° olduğu için sayıların yeri değişecek.
A: Formül kullanarak yapıyorsun heralde değil mi?
H3: Evet. Burada işaret (+,+) oldu. Çünkü 2. Bölge.
A: Tamam. Şimdi bu şekle ne oldu?
H3: Taban yatıktı. Dik oldu şu an. Açısından dolayı.
A: Peki.

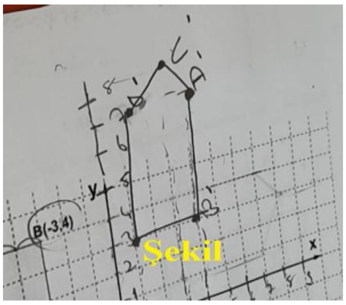
Demet Öğretmenin soruyu çözen öğrencileri şekillerin dönme durumunda "90° *dediği için koordinatların yeri değişecek. Saat yönündeyse o yöndeki işaret, tersi yönde olursa tersindeki işaret değişecek"* şeklindeki ifadeleri söylemiştir. Bu yüzden öğrenciler ilk olarak noktaları bu şekilde ayarlayıp eksende gösterdikten sonra şekilleri çizmişlerdir.

Şekil 45

D5'in Dönmeye Ait Çözümü



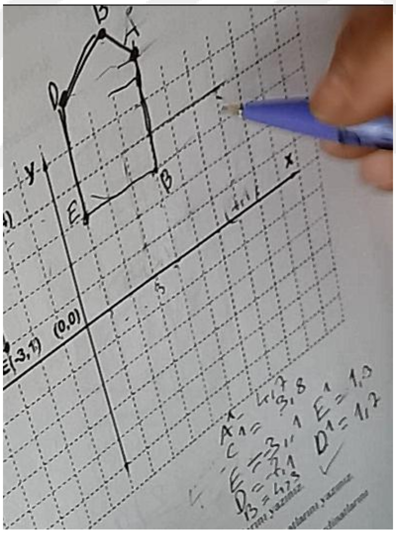
D5: Ben bunu direkt çizemiyorum. O yüzden önce koordinatları belirleyeceğim.
A:Tamam.
D5: Şimdi saat yönü dediği için oklarımı saat yönü yapacağım. Ve 90° dediği için sayıların yerini değiştireceğim. Mesela (-7,4) noktası böyle yaparsam (4,7) olacak.
A: Çizdiğin, şekil olarak ne oldu peki?
D5: Şey yönergesi değiştir. Yatayken dikey oldu.



Elif Öğretmenin öğrencileri direkt olarak formül uygulayarak noktaları bulmuşlardır. Önce her noktanın koordinatlarını yer değiştirip, ordinatlarının işaretini değiştirerek noktaları bulup tamamlama yoluna gitmişlerdir. E3'ün yaptığı işlemler aşağıdaki şekilde gösterilmiştir.

Şekil 46

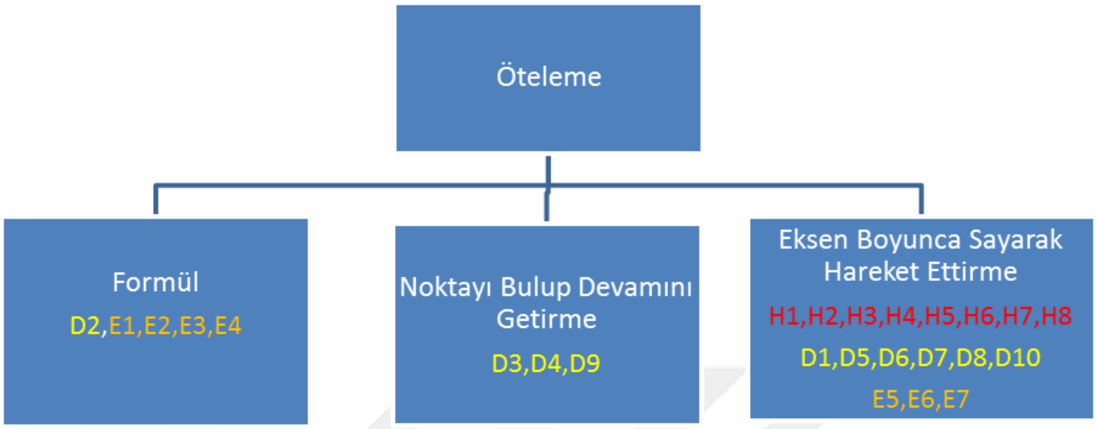
E3'ün Dönmeye Ait Çözümü



Son olarak öğrencilerden şekli x ekseni boyunca sağa doğru 4 birim ötelenmiş halini çizmesini ve oluşan şeklin koordinatları istenmiştir. Tüm öğrenciler şekilleri öteleyebilmiştir. Öğrenciler ötelemeyi farklı şekillerde yapmışlardır. Öğrencilerin çözümü aşağıdaki şekildeki gibi gruplandırılmıştır.

Şekil 47

Öğrencilerin Öteleme Sorusu İçin Kullandığı Çözüm Yolları



Şeklin ötelemesini tüm öğrenciler doğru bir şekilde yapmıştır. D2, E1, E2, E3, E4 kodlu öğrenciler şeklin koordinatlarını formülle bulup, daha sonra bu koordinatları birleştirerek şekli oluşturmuştur. D3, D4, D9 kodlu öğrenciler de bir noktayı formülle bulup, şeklin aynısını kenarlarına dikkat ederek çizip koordinatları bulmuştur. Hande Öğretmenin tüm öğrencileri, Demet Öğretmenin D1, D5, D6, D7, D8, D10 kodlu öğrencileri ve Elif Öğretmenin E5, E6, E7 kodlu öğrencileri noktaların hepsini x ekseni boyunca sağa doğru 4 birim hareket ettirerek koordinatları bulmuştur.

Keşif ve Yansıtmayı Dengeleme Alışkanlığına İlişkin Bulgular

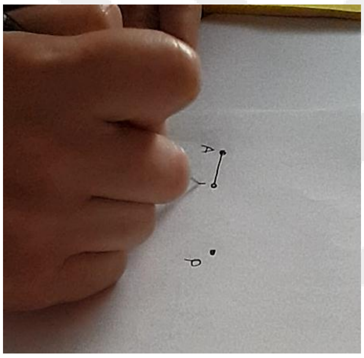
Öğretmenler

Öğretmenlere sorulan oturum I’ e ait açık uçlu sorulardan dönme merkezlerinin araştırılmasının istendiği dördüncü soruda; öğretmenlere öncelikle kağıt üzerinde herhangi bir P noktası ve AB doğru parçası alıp, bu doğru parçasının P noktası etrafında döndürmeleri sonucu neyi fark ettikleri sorulmuştur. Diğer istenen ise bazı eş doğru parçası çiftlerinin verilip, soldaki doğru parçasının sağdaki doğru parçası üzerine gelecek şekilde döndürmeleri olmuştur. Keşif ve yansıtmayı dengeleme bağlamında öğretmenlerden üretici düşünerek dönme merkezlerini bulmaları beklenmiştir. Değişmezleri araştırma anlamında dönme merkezinin dönecek olan doğru parçalarına olan uzaklığının sabit olduğunu düşünmeleri beklenmiştir.

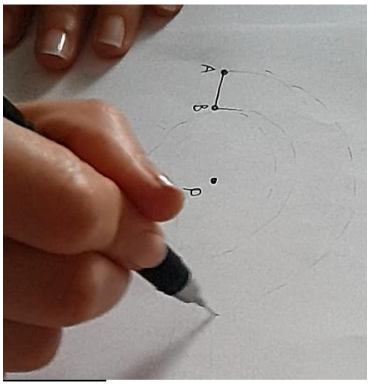
Hande Öğretmen: Hande Öğretmen çözümüne bir P noktası alıp, etrafında AB doğru parçası çizerek başlamıştır. Daha sonra bu AB doğru parçasını, P noktasına olan uzaklığını koruyacak şekilde döndürmeye başlamıştır. Oluşan çizim ve görüşme de aşağıdaki gibi gelişmiştir.

Şekil 48

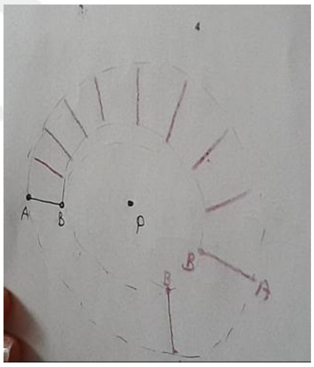
Hande Öğretmen'in Dairesel Çizimi



Adım 1



H: Şimdi AB doğru parçasını P etrafında döndürürsem bir dönme uzaklığı olacak. AB bu şekilde devam edecek döndükçe kendi üzerine gelecek yani. Neyi fark ederim? Burada dairenin içinden daire çıkmış gibi bir şey oluştuğunu fark ederim.
A: Uzaklıklar nasıl peki P noktasına?
H: Uzaklıklar zaten sabit ikisinde de. Dönme uzaklığı olduğu için. P ile aralarındaki mesafenin değişmediğini fark ederim.
A: Tamam.

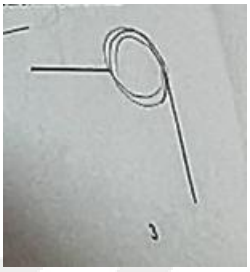


Adım 2

Öğretmen cevap verilmesi istenen diğer madde için 5 tane doğru parça çiftlerinin her birini tek tek incelemiştir. 1. doğru çiftinin dönme merkezini hemen bulmuştur. Keşfetme ve yansıma bağlamında diğer dönme merkezleri için, ilk maddede çizdiği dairelere dönüp biraz düşünme süresi isteyip, bazı denemeler yapmıştır. Bu doğru parçalarının uzantılarını kesiştirmiştir. Sonrasında, dairesel hareketler yapmaya başlamıştır. Bu durumda 3. çift için dönme merkezini bulmada ilk olarak aşağıdaki dairesel çizimden yararlanmıştır.

Şekil 49

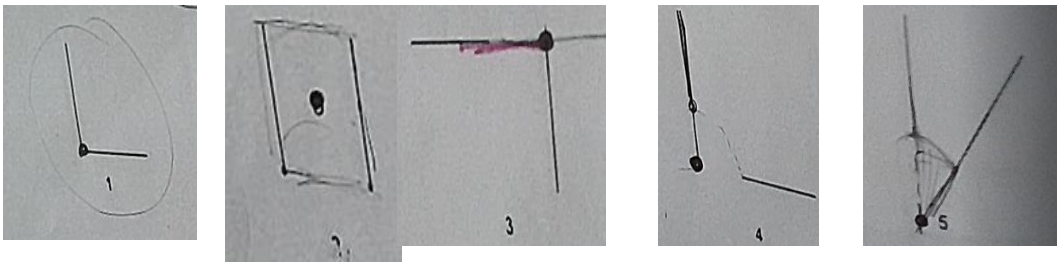
Hande Öğretmen'in 3. Doğru Parçası Çifti İçin İlk Çizimi



Hande Öğretmen hem dairesel hareket yaparak hem uzantılarını kesiştirerek dönme merkezlerini doğru parçasının uzantılarının kesiştiği yer olarak belirlemiştir. "*Burada şekiller çakışmıyor sadece sağdaki soldaki parçasının hizasına gelebiliyor* " demiştir. Aynı şekilde diğer 2, 4 ve 5. doğru çiftleri içinde aynı dairesel dönmeler yapıp, uzantılarının kesişim noktaları alarak dönme merkezlerini bulmuştur. Dönme merkezleri aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Şekil 50

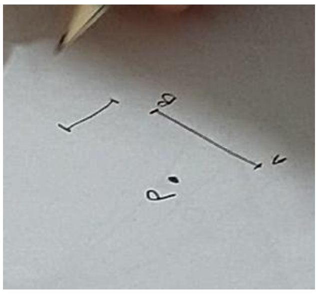
Hande Öğretmen'in Bulduğu Dönme Merkezleri



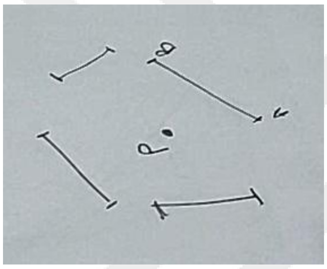
Demet Öğretmen: Öğretmen çözümüne bir P noktası etrafında herhangi bir AB doğru parçası alarak istenileni yapmaya başlamıştır. Yapılan görüşme ve öğretmenin çizimi aşağıdaki gibidir.

Şekil 51

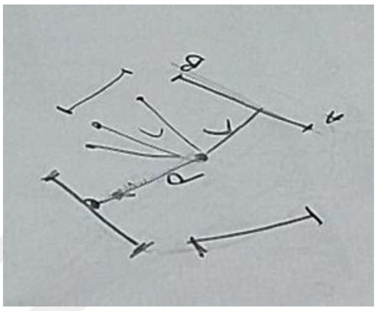
Demet Öğretmen'in Dairesel Çizimi



Adım 1



D: AB doğru parçasını döndürüyorum. Buraya geldi, şuraya geldi, buraya geldi. Tabi bu çizdiklerim aralıksız oluyor. Yani bunların hızlı bir şekilde döndüğünü düşünürsem aynı bisiklet tekerleğinin üstündeki süsler gibi zamanla çember gibi görünür döndüklerinde.
A: r olarak yazdığın ne peki?
D: Doğru parçasının noktaya olan uzaklığı. Bu hep sabit kalır. Yani çember oluştuğunu fark ederim.

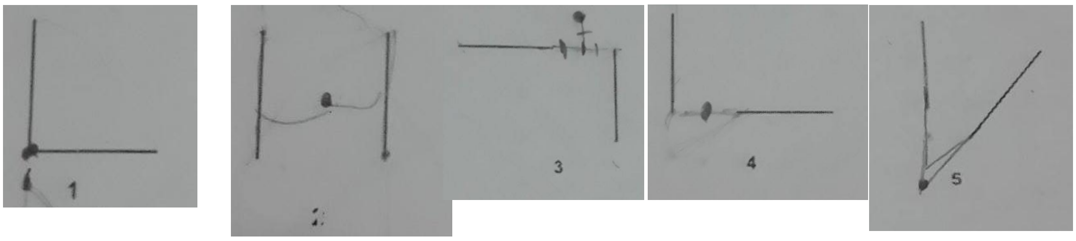


Adım 2

Madde iki için Demet Öğretmen ilk doğru çiftinin dönme merkezine hızlı bir şekilde karar vermiştir. 2. doğru parçası çifti için sağdaki doğru parçasını dairesel bir şekilde döndürünce tam ortalarının dönme merkezi olduğuna karar vermiştir. 3. çift için öncelikle doğru parçalarının ortası olarak dönme merkezi aldı lakin döndürürken parçalar üst üste gelmeyince farklı bir şekilde düşünüp ortadaki mesafe kadar yükseklik uzunluğu koymak istemiştir. 4. doğru parçası çifti için tam ortayı merkez olarak düşündü lakin tam olarak döndüremediği için doğru bir merkeze ulaşamamıştır. Son olarak 5. çift için doğru parçası çiftinin uzantılarının kesişim noktalarını merkez belirleyip döndürünce üst üste geleceğini ifade etmiştir. Bu doğru çiftlerine ait Demet Öğretmenin çizimleri aşağıdaki tabloda gösterilmiştir.

Şekil 52

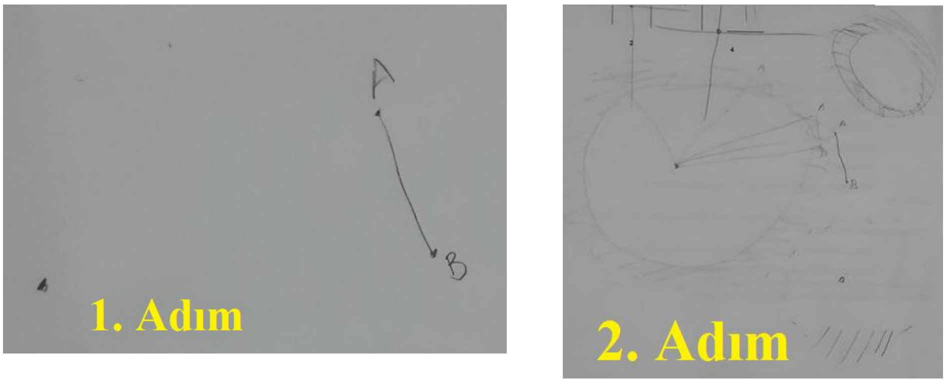
Demet Öğretmen'in Bulduğu Dönme Merkezleri



Elif Öğretmen: Elif Öğretmen önce bir nokta alıp, bu noktanın etrafında AB doğru parçasını döndürmüştür. Aşağıdaki şekilden de anlaşılacağı üzere doğru parçası döndüğünde merkezi P noktası olan iç içe geçmiş çemberler oluşacağını belirtmiştir. Bu çemberlerin noktaya olan uzaklıklarının hep sabit olduğunu fark ettiğini belirtmiştir.

Şekil 53

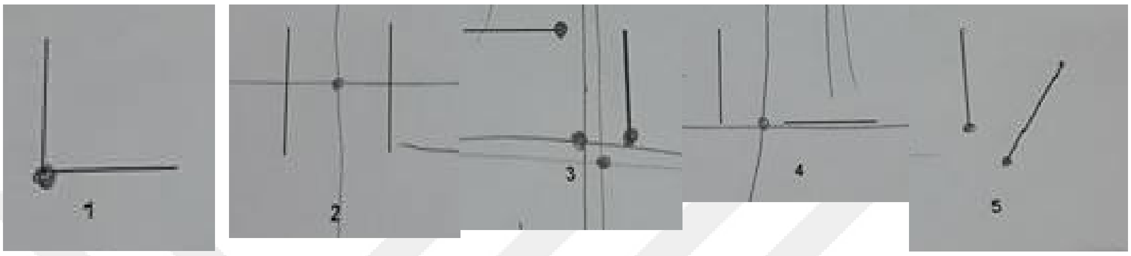
Elif Öğretmen'in Dairesel Çizimi



Elif Öğretmen dönme merkezlerinin belirlenmesinin istendiği diğer soruda 1. doğru parçası çifti için iki doğru parçasının kesişim noktalarının yerini merkez olarak kabul etmiştir. 2. doğru çifti merkezi için "*Ben bunları koordinat sisteminde düşünürsem tam orta noktalarında sağdaki soldaki parçanın üzerine gelir*" diye belirtmiştir. 3. ve 4. doğru çifti için bunların tam orta bölümüne koordinat sistemini alıp şekli döndürmeye çalışmıştır ancak bulduğu noktalarda soldaki doğru parçası sağdakiyle sadece aynı yöne sahip olmuştur. Aynı doğrultuda olmamıştır. 5. doğru parçası çifti için dönme merkezini bulamamıştır. Aşağıda Elif Öğretmenin dönme merkezlerine ait çizimleri tabloda verilmiştir.

Şekil 54

Elif Öğretmen'in Bulduğu Dönme Merkezleri



Oturum II' ye ait dördüncü soruda öğretmenlere büyütülmüş bir A*B*C* üçgeni verilip, bunun orijinal üçgenini bulmaları öğretmenlerden istenmiştir.

Hande Öğretmen: Hande Öğretmen önce A*B*C* üçgenini göz gezdirip, orijinal üçgenin bunun 1/2 oranında olacağını belirtmiştir. Yerini tahminen tespit etmeye çalışmıştır. Hande Öğretmenin çözüme dair işlemleri aşağıdaki gibi akış şeması içinde verilmiştir.

Şekil 55

Hande Öğretmen'in İşlem Basamakları

PA doğru parçasının uzunluğunu yatay ve dikey birimlere ayırarak buldu. IPA*I' nın yatay uzunluğu 16 birim, dikey uzunluğu 1 birim olduğu için IPAI'nın yatay ve dikey uzunluklarını sırasıyla 8 ve 0,5 birim olarak ayarladı.

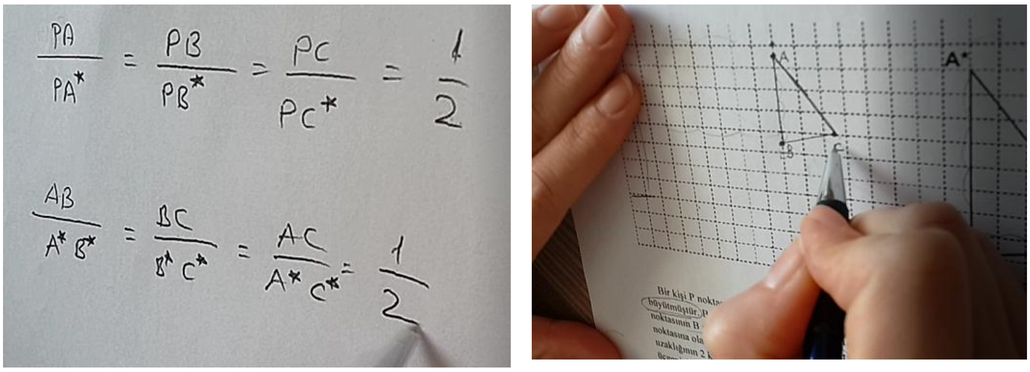
Bulduğu A noktasının yerini başka türü bulabileceğini de belirtti. Mesela kenarlar orasında 1/2 oran olduğu için A*B* arası uzaklık 8 birim olduğundan AB arası uzaklık 4 birim olur dedi ve A'nın olduğu yerden 4 birim aşağı gidip B'yi buldu.

C*'ın B*'a olan en kısa uzaklığını bulup, bu uzaklığın yarısı kadar B'den C'ye gitmiştir. C'nin olduğu yeri P'nin C*'a olan uzaklığının yarısını alarak da test etmiştir. Noktaları birleştirip, ABC üçgenini buldu.

Keşif ve yansıtmayı dengeleme bağlamında orijinal üçgeni bulmaya çalışan Hande Öğretmen, bunun için oluşturduğu kenarları daima ilk üçgeni A*B*C* üçgenleriyle karşılaştırmalarda bulunmuştur.

Şekil 56

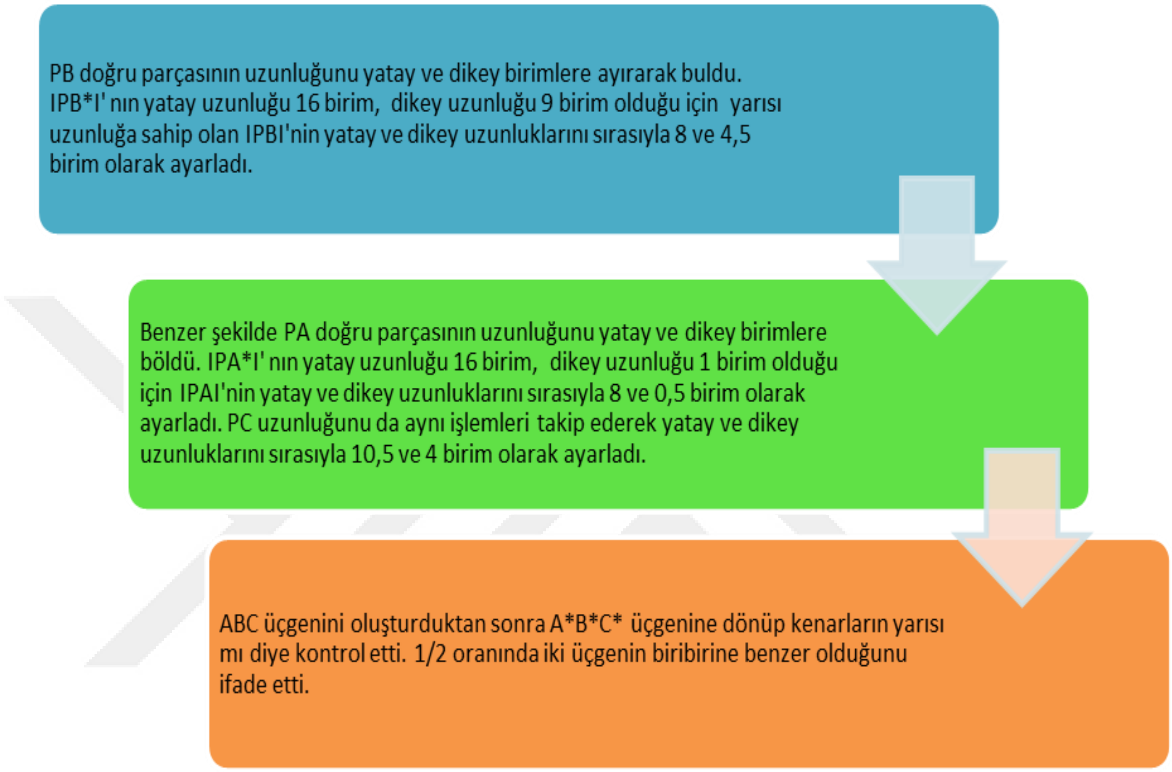
Hande Öğretmen'in Üçgen Karşılaştırmaları



Demet Öğretmen: Demet Öğretmenin çözüme dair işlem basamakları aşağıdaki akış şemasında verilmiştir.

Şekil 57

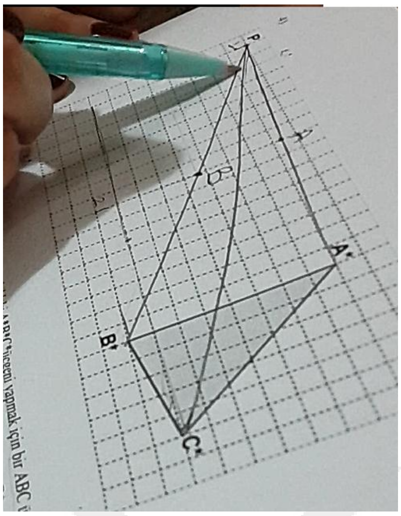
Demet Öğretmen'in İşlem Basamakları

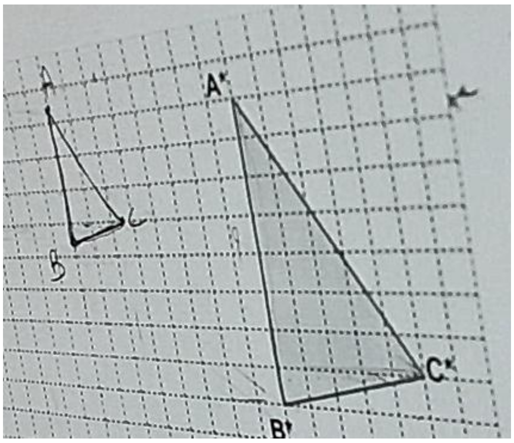


Demet Öğretmen keşif ve yansıtmayı dengeleme bağlamında orijinal üçgeni oluştururken sürekli ilk üçgene dönüp kenarları kontrol ederek işlemine devam etmiştir.

Şekil 58

Demet Öğretmen'in Noktaları Bulması





Elif Öğretmen: Elif Öğretmenin çözüme dair işlem basamakları aşağıdaki akış şemasında verilmiştir.

Şekil 59

Elif Öğretmenin İşlem Basamakları

PB* doğru parçasının yatay ve dikey uzunluklarını sırasıyla 16 ve 9 birim buldu. Bu uzunlukların yarısı 8 ve 4,5 birim uzunluğa sahip olan nokta B noktası olarak belirledi.

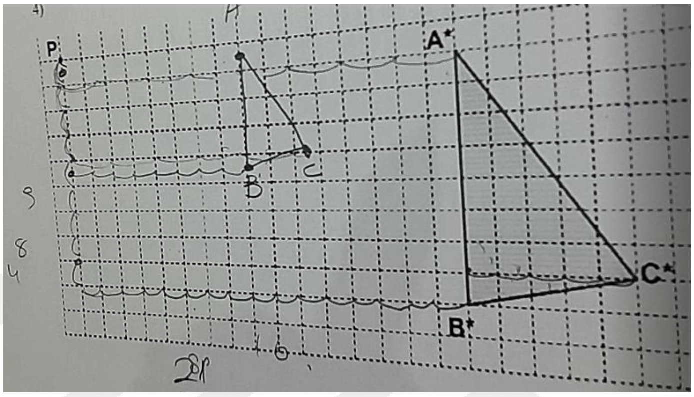
PA* doğru parçasının yatay ve dikey uzunluklarını sırasıyla 16 ve 1 birim olarak ayarladı. Yarı uzunluğa sahip PA uzunluğunun yatayını 8, dikeyini 0,5 birim olarak ayarladı. PC uzunluğuna da aynı işlemleri takip ederek 4 ve 10,5 birim olarak yatay ve dikey uzunluklarını buldu.

ABC üçgenini oluşturduktan sonra A*B*C* üçgeniyle kıyaslayarak benzer olduklarını ve benzerlik oranının 1/2 olduğunu belirtti.

Elif Öğretmenin oluşturduğu orijinal ABC üçgeninin çizimi aşağıdaki gibi olmuştur.

Şekil 60

Elif Öğretmen'in Noktaları Bulması

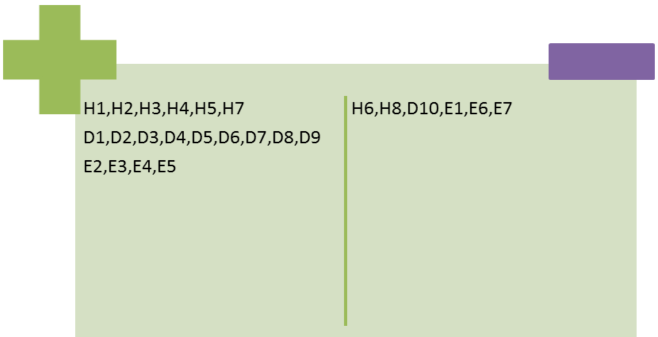


Öğrencileri

Öğrencilere sorulan oturum I' e ait dördüncü soruda bir PRS üçgeni ve 4 tane kopyası verilmiş olup bu kopya üçgenlerin düzenlenerek bu üçgenin yeni bir benzerini oluşturmaları istenmiştir. Üçgeni yapan ve yapamayanlar aşağıda verilmiştir.

Şekil 61

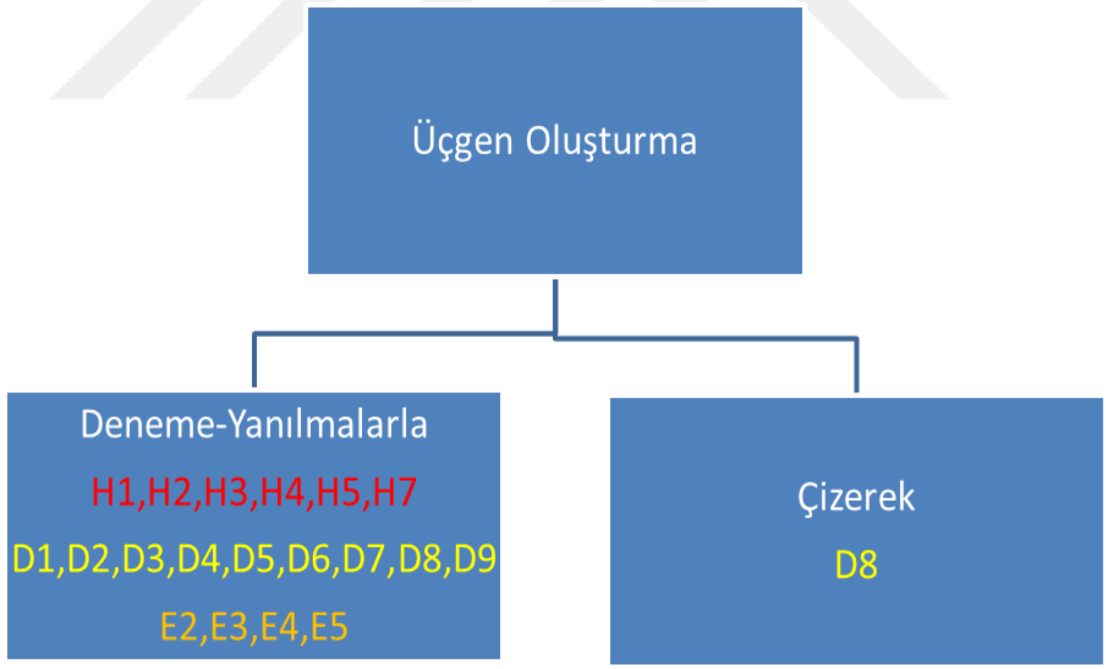
Öğrencilerin Çözüp, Çözmeme Durumu



Bu soru çocuklara sorulan sorular içinde en çok düşündüren sorulardan bir tanesi olmuştur. Dolayısıyla yapamayan kişi sayısı da diğer sorulara kıyasla fazla denilebilir. Keşif ve yansıtmayı dengeleme bağlamında öğrenciler kopya üçgenlerin dördünü deneme-yanılmalarla çeşitli şekillerde bir araya getirmeye çalışmışlardır. Bazen iki üçgeni birleştirip üçgen oluşturamayınca başa dönüp tekrar kenarları farklı şekillerde ayarlamaya çalışmışlardır. Üçgenleri öyle birleştirmeleri gerekiyor ki üç kenarlı yapmaları lazım. Bunu fark edenler kenarları o şekilde ayarlamaya çalışmıştır. H6, H8, D10, E1, E6, E7 kodlu öğrenciler üçgenleri farklı şekillerde bir araya getirmişler ancak üçgen elde edememişlerdir. Elde ettiği üçgenlerde kenar sayısı 3'ten fazla sayıda olan çokgenleri elde edebilmişlerdir. Aşağıdaki şekilde üçgeni oluşturan öğrenciler verilmiş olup bunların nasıl bir yol izledikleri de belirtilmiştir.

Şekil 62

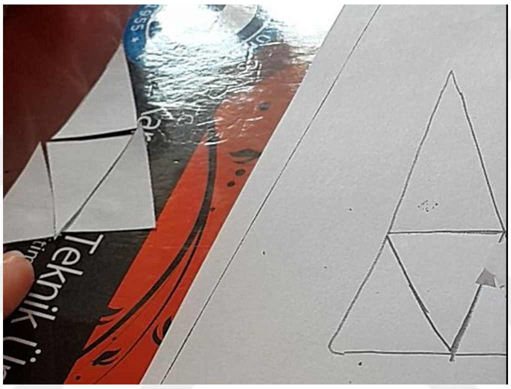
Üçgen Oluşturan Öğrenciler



Öğrencilerin çoğunluğu kopya üçgenleri kullanırken birden fazla deneme yapıp benzer üçgen yapmışlardır. D8 kodlu öğrenci de birden fazla kez üçgenleri bir araya getirip üçgen oluşturmaya çalışmıştır fakat yapamamıştır. Sonrasında bu öğrenci orijinal üçgenin büyük halini ayrı bir yerde çizerek içine kopya üçgen çizimlerini yerleştirmiştir. Bu şekilde çizdiği üçgene bakarak kendi de kopya üçgenleri birleştirip benzer üçgeni elde etmiştir. D8 kodlu öğrencinin çizimi aşağıda verilmiştir.

Şekil 63

D8 kodlu Öğrencinin Üçgen Oluşturması



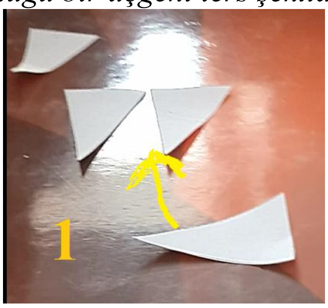
Geriye kalan diğer öğrenciler üçgeni oluşturamamışlardır. Bu kişilerin bazılarının üçgen oluşturma çabaları aşağıdaki şekilde verilmiştir.

Şekil 64

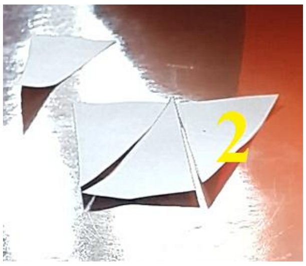
Üçgen Yapma Denemeleri

D2 kodlu öğrenciyle yapılan görüşmenin bir bölümü şu şekilde olmuştur:

D2: Şu tabanı elde etmeye çalıştım. İki üçgeni kullanırsam boşluk kaldı. O zaman bu boşluğu bir üçgeni ters şekilde sokmalıyım.



D2: Şimdi alt taraf çıktı. Üstüne de diğer üçgeni eklerim.



A: Bu iki üçgen ne oldu peki şimdi?
D2: Eş olur.
A: Emin misin? İki üçgen aynı boyutta mı?
D2: Oranları bilmiyorum aslında.
A: Kenarlarına bakabilirsin belki.
D2:Hımm evet. Ben burada yeni üçgende her kenar için ilk üçgenin 2 kenarını kullanmışım. Üçgenin kenarları 2 kata çıktı yani benzer oldu.

II. Oturum dördüncü soruda öğrencilere bir tane ABC üçgeni verilmiş olup bu üçgeni belli şartlara göre büyüterek A*B*C* üçgenini bulmaları ve bu üçgenle ABC üçgenini aynı ve farklı yönlerini kıyaslamaları beklenmiştir. Soruyu 4 kişi yapamamış olup (H7, H8, E6, E7) diğer 21 kişi yaklaşık olarak aynı şekilde çözmüşlerdir. Öğrencilerin işlem basamakları genelde aynı olup sadece bazılarının sıralamaları farklı olsa da işlem basamakları aşağıdaki gibi oluşmuştur.

Şekil 65

Öğrencilerin Çözüm Aşamaları

PB doğru parçasının yatay ve dikey uzunluklarını buldular.Yatay ve dikey uzunluk sırasıyla 10 ve 1 birim bulunmuş olup, toplamda olan 2 kat uzunluğunu oluşturmak için B noktasından yine yatayda 10, dikeyde 1 birim uzunluk alarak B* noktasını buldular.

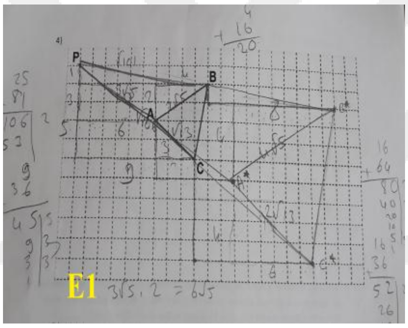
PA doğru parçasının yatay ve dikey uzunluklarını buldular. Yatay ve dikey uzunlukları sırasıyla 6 ve 3 birim olarak bulup, toplamda olan 2 kat uzunluğunu oluşturmak için A noktasından yine yatayda 6, dikeyde 3 birim uzunluk alarak A* noktasını buldular.

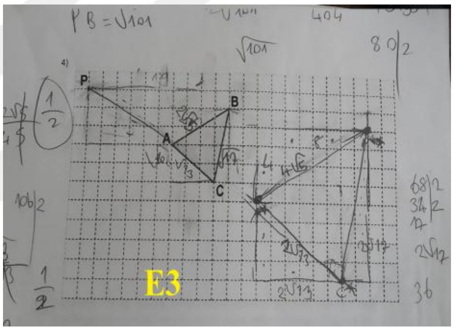
PC doğru parçasının yatay ve dikey uzunluklarını buldular.Yatay ve dikey uzunluk sırasıyla 9 ve 5 birim bulunmuş olup, toplamda olan 2 kat uzunluğunu oluşturmak için C noktasından yine yatayda 9, dikeyde 5 birim uzunluk alarak C* noktasını buldular.

Keşif ve yansıtmayı dengeleme bağlamında öğrenciler kenar uzunluklarını bulurken daima ilk üçgene bağlı kalıp, geriye dönük adımlı çizimlerini yapmışlardır. Oluşturduğu A*B*C* üçgeniyle ABC üçgenini kıyaslamak için yeni oluşturduğu üçgenin kenarlarının da yatay ve dikey uzunluklarını bulup iki üçgen arasında 2 kat ilişkisi bulmuşlardır. Dolayısıyla bu üçgenlerin benzer olduğunu ifade etmişlerdir. Öğrencilerden sadece iki kişi tüm kenarların uzunluğunu pisagor bağıntısıyla ilişkilendirerek bulup üçgenleri bu şekilde kıyaslamıştır. Bu şekilde çözüm yapan E1 ve E3 kodlu öğrencinin çözümü aşağıda verilmiştir.

Şekil 66

E1 ve E3'ün Üçgen Çizimi





H2 öğrencisiyle yapılan görüşme ise şu şekilde gelişti:

H2: PB'yi birleştirirsem 1'e 10 oluyor (Dikey ve yatay birimleri kastediyor. B için yine aynı uzunluklarda 1'e 10 giderim yani. PA'yı birleştireyim. Uzunluk 3'e 6 oldu. Aynı şekilde A* noktasını bulurum. C içinde aynı şeyi yaparım. C* noktası C'nin 5'e 9 uzaklığında olur. Çizersem üçgenimi oluşturdum.*

A:Üçgenini oluşturdun. Aynı ve farklı olanlar nelerdir?

*H2: Kenarlarına bakayım. AB 2'ye 3 iken A*B* 4'e 8 çıktı. Yani 2 katı çıktı. O zaman benzerdir bunlar.*

A: Benzerlik için tek kenarlara bakman yeterli mi? Peki diğer kenarlar da öyle mi acaba?

*H2: AC 2'ye 3 iken A*C* 4'e 6 olur. BC 4'e 1 iken B*C* 8'e 2 olur. Bütün kenarlar 2 katına çıkmış. Benzerdir bu üçgenler.*

A: Bu üçgenler için aynı olan ve farklı olanlar nedir?

H2: Benzer olduğundan açıları aynı, kenarları farklıdır ama.

Üçgenleri oluşturan öğrencilere son olarak bu iki üçgenin aynı ve farklı özellikleri sorulmuştur. H2, H3, H4, H5, H6, E1, E2, E3, E4, E5, D1, D2, D3, D4, D6, D7, D8, D9 ve D10 kodlu öğrenciler üçgenlerin benzer olmasından dolayı açılarını aynı, kenarların farklı uzunlukta olduğunu belirtmiştir. Bu kişilerden farklı olarak D5 kodlu öğrenci farklı özelliklere çevreyi, H1 kodlu öğrenci ise çevre, yükseklik, alan özelliklerini eklemiştir.

BÖLÜM V

SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

Bu çalışmada ortaokul matematik öğretmenlerinin zihnin geometrik alışkanlıklarının belirlenmesi ve derse yansıması sekizinci sınıf öğrencilerinin zihnin geometrik alışkanlık süreçlerinin incelenmesi yoluyla amaçlanmıştır. Öğretmenler ve öğrencilerinin alışkanlıkları Driscoll ve arkadaşlarının (2007) zihnin geometrik alışkanlıkları çerçevesi temel alınarak incelenmiştir. Bu çerçeve ilişkilendirme, geometrik fikirleri genelleme, değişmezleri araştırma ve keşif ve yansıtmayı dengeleme gibi dört alt bileşene sahiptir. Öğretmenler ve öğrencilere, bu alt bileşenleri gösterebilecek çoğunluğu Driscoll'un (2007) soruları olan 8'er adet açık uçlu sorular sorulmuştur. Alışkanlıkları incelemek için onlarla klinik mülakatlar yapılmıştır. Öğretmen ve öğrencilerin soruyu çözerken yaptığı açıklamaların, işlemlerin hangi alışkanlık türü ya da türlerine ait olduğu belirlenmeye çalışılmıştır. Öğrencilere sorulan sorular 7.sınıf ve 8.sınıf kazanımlarına dikkat edilerek hazırlanmıştır. Öğrencilere sorulan soruların konu dağılımı şu şekildedir: Eşlik-benzerlik, çevre-alan, dönme-yansıma-öteleme, çok küplüleri birleştirmedir

Birinci Alt Probleme Ait Sonuç ve Tartışma

Araştırmada birinci alt problem "Ortaokul matematik öğretmenleri zihnin geometrik alışkanlıklarını geometri problemlerini çözme sürecinde nasıl kullanmışlardır?" şeklinde belirlenmiştir.

Bu alt problemde öğretmenlerin toplamda çözdükleri 8 geometrik problem için kullandıkları alışkanlıklar belirlenmeye çalışılmıştır. Öğretmenlerden beklenen dört alışkanlık türüne göre sorular sorulmuş olup ayrıca öğretmenlerin yansıttıkları diğer alışkanlıklar da incelenmiştir.

Öğretmenlerin ilişkilendirme alışkanlığı bağlamında yaptıkları şu şekilde incelenmiştir. Öğretmenler oturum I' de 1. soruda dikdörtgenler prizması şeklindeki kutunun içine en az boşluk kalacak şekilde küpleri yerleştirirken küplerin ayrıt uzunluğu ile hacmini ilişkilendirmişlerdir. Prizmanın ayrıtlarına göre en az boşluk kalacak şekilde küpleri yerleştirmeye çalışmışlardır. Hande öğretmen en az boşluk kalacak şekilde küpleri ayarlamak için her koşulu denemiştir. Öncelikle hepsini 2x2x2'lik küplerle doldurup, sonra 7x7x7'lik küpleri kullanarak aradaki değişimi yakalamıştır. En son olarak prizmanın ayrıtlarında hiç boşluk kalmayacak şekilde uygun sayıda küpler yerleştirmiştir. 15cm'lik ayrıtta 1 tane 7x7x7'lik, üstüne 4 tane 2x2x2'lik küp, 27cm'lik ayrıtta 3 tane 7x7x7'lik, 3 tane 2x2x2'lik küp ve 18cm'lik ayrıtta ikişer tane 7x7x7'lik ve 2x2x2'lik küplerden kullanarak en az boşluğu bulmuştur. Demet ve Elif öğretmen ise en çok 7x7x7'lik küpleri kullanmak gerektiğini düşünüp Hande öğretmenin çözümünden bir yerde ayrılmıştır. İki öğretmen 15cm'lik kenara 2 tane 7x7x7'lik küp kullanıp 1 cm boşluk bırakmıştır. Diğer yerleştirmeleri Hande öğretmeninkiyle aynı yapmışlardır. Dolayısıyla buldukları boşluk Hande öğretmenin bulduğu sonuca göre fazla çıkmıştır. Soru biraz fazla işlem gerektirmiştir. Bir de en uygun seçeneklerin ne olduğu hakkında önce ayrıtlara uygun şekilde küpleri yerleştirmek gerekiyordu. En az boşluk için en fazla 7x7x7'lik küp kullanınca en az boşluk çıkmadığı görülmüştür. Bu yüzden ayrıtlara uygun boşluk kalmayacak şekilde Hande öğretmenin yaptığı gibi küpleri yerleştirmek doğru sonucu vermiştir. Oturum II birinci soruda 7x7x7'lik küpün en ortasındaki 1x1x1'lik küpü çıkarmak için bütün öğretmenler yaklaşık aynı çözümü yapmışlardır. Küpün yüzey sayısı ile kesim arasında ilişki kurarak 6 yüz olduğundan en az 6 kesim olacağını ifade etmişlerdir. Bunu yaptıkları kesimle de ispatlamışlardır.

Geometrik fikirleri genelleme bağlamında sorulan oturum I ikinci soruda üçgenin olası üçüncü köşe noktası için Hande ve Demet öğretmen önce koordinat sistemini çizip, noktaları koordinat sisteminde göstermiştir. Hande ve Demet öğretmen bildikleri şekillerden yola çıkarak önce bir ikizkenar üçgen çizip istenen köşe noktasını bulmuşlardır. Demet öğretmen bu üçgene ek olarak bir dik üçgen daha çizip başka köşe noktasını bulmuştur. Elif öğretmen çözümüne üçgen çizip; üçgen eşitsizliğini uygulayarak üçüncü kenarın hangi değerler arasında olduğunu bularak başlamıştır. Bu şekilde kenar uzunlukları tam sayı olan kenar çiftleri bulmuştur. Sonra koordinat sistemine üçgeni taşıyarak bu köşenin koordinatları sadece tam sayılardan değil reel köklerden de oluşacağını belirtmiştir. Üç öğretmen de olası üçüncü köşe noktasının hareketli bir nokta olacağından sonsuz tane olacağını belirtmiştir. Hande ve Elif öğretmen bu köşe noktalarının bir elips oluşturacağını ifade etmiştir. Ancak Demet Öğretmen çember oluşturacağını ifade ederek yanlış bir genelleme yapmıştır. Ayrıca öğretmenlerin koordinat sistemi üzerinde buldukları üçüncü noktanın y ekseninin diğer tarafında da olabileceğini söylemeleri değişmezleri araştırma alışkanlığını kullandıklarını da göstermiştir. Oturum II ikinci soruda ise kare kağıttan katlama yoluyla öğretmenler ¼'lük alana sahip kare, ¼'lük alana sahip birbirinden farklı iki üçgen ve en son olarak ½'lik alana sahip kareler oluşturmuştur. Öğretmenler istenen her şarta uygun şekillerin alan genellemesini yapmışlardır. Mesela karenin ¼'ü alana sahip üçgen oluşturmak için kareyi yarıya bölerek yarım alanını bulmuşlar ve bu alanın da yarısında üçgenler elde etmişlerdir. Bu üçgenlerin her birinin alanını karenin ¼'ü olarak genellemişlerdir. Ayrıca öğretmenlerin şekillerin alanını bulurken pisagor bağıntısı ile kenar uzunluklarını ilişkilendirdiği görülmektedir.

Değişmezleri araştırma bağlamında oturum I üçüncü soruda öğretmenler 10x10'luk ızgara kağıtta alanı 1, 3/2, 3, 6, 15 br$^{2'}$ lik birbirinden farklı üçgenler ve bu kağıtta en büyük alanlı üçgeni çizmişlerdir. Bu bağlamda öğretmenler alan değişmezliğini dikkate alarak taban ve yükseklik değerlerini değiştirerek birbirinden farklı üçgenler elde etmişlerdir. Dolayısıyla bu üçgenlerin bazıları birbirinin yansımış, dönmüş hali olmuştur. Bu soruda öğretmenler ayriyeten keşif ve yansıtmayı dengeleme bağlamında alanı 1 br^2 olarak çizdiği üçgenlerin içinde en büyük çevreli olanı bulmak için üçgenlere geri dönüp araştırmaya başlamışlardır. Hande ve Elif öğretmen en büyük çevre için kenarları en uzun seçmeye çalışmışlardır. Burada Hande öğretmen tabanı 1, yüksekliği 2 birim üçgen ve Elif öğretmen de tam tersi tabanı 2 yüksekliği 1 birim üçgen alarak alıp üçgenin tepe noktasını tabandan en uzak yere yerleştirip, pisagor bağıntısıyla kenarları ilişkilendirerek en uzun çevreyi birbirine yakın bulmuşlardır. Demet öğretmen ise çizdiği alanı 1 br^2 olan üçgenlere dönerek daha da başka uzunluğa sahip üçgen çizemeyeceğini belirtmiştir. Tabanı 2, yüksekliği 1 birim olan üçgeni almış ancak en uzun kenar için tabanı tepe noktasından uzak yerleştirmemiştir. Bu durumda en büyük çevreyi doğru olarak bulamamıştır. Oturum II' ye ait üçüncü soruda öğretmenler hacim değişmezliğini vurgulayarak küplerin sayısının değişmeyeceğini belirtmiş ve küplerin ilk hacimleri bulmuştur. Yapıların altına kaç adet küp kullanıldığını yazıp, keşif ve yansıtmayı dengeleme bağlamında deneme-yanılmalarla birlikte küplerin yerlerini değiştirmiştir. Olmayınca başa dönüp tekrar yer değişiklikleri yapmışlardır.

Keşif ve yansıtmayı dengeleme bağlamında öğretmenlere oturum I' de dördüncü soruya ait dönme merkezlerini bulmada tüm öğretmenler ilk doğru çiftinin dönme merkezini kolaylıkla bulmuşlardır. Diğer dört doğru çifti için çizdikleri dairesel dönmelere dönüp uğraşlarda bulunmuşlardır. Hande öğretmen doğru parçalarının uzantısının kesiştiği yerleri dönme merkezleri alarak diğer doğru parçası çiftlerinin merkezlerini bulmuştur. Demet öğretmen ikinci, üçüncü ve beşinci doğru parçası çiftlerini zihninde dairesel hareketlerle döndürerek dönme merkezlerini bulmuştur. Ancak dördüncü doğru parçası çiftinin merkezini bulamamıştır. Elif öğretmen ilk iki doğru parçası çifti için dönme merkezini doğru bulmuştur ama üçüncü ve dördüncü doğru çifti için bunların tam orta bölümüne koordinat sistemini alıp şekli döndürmeye çalışmıştır ancak bulduğu noktalarda soldaki doğru parçası sağdakiyle sadece aynı yöne sahip olmuştur. Aynı doğrultuda olamamıştır. 5. doğru parçası çifti için dönme merkezini bulamamıştır. Bu soru öğretmenlerin çözmekte zorlandığı sorulardan bir tanesi olmuştur. Doğru oranı da en az olan soru olmuştur. Bunun sebebi Gürbüz ve Durmuş (2009)'un da bahsettiği gibi öğretmenlerin matematik öğretim programına yeni eklenen dönüşüm geometrisi konusuna ait alan bilgisi eksikliğinden kaynaklanmış olabilir. Sorulan ikinci soruda öğretmenlere büyütülmüş bir A*B*C* üçgeni verilmiş belli şartlara göre orijinal üçgeni olan ABC üçgenini oluşturmaları istenmiştir. Öğretmenler tersten giderek şartları uygulamayı sürekli ilk üçgene geri dönerek aşamalı olarak ilerletmişlerdir.

İkinci Alt Probleme Ait Sonuç ve Tartışma

Araştırmada ikinci alt problem " Ortaokul matematik öğretmenlerinin öğrencileri zihnin geometrik alışkanlıklarını geometri problemlerini çözme sürecinde nasıl kullanmışlardır? " şeklinde belirlenmiştir.

Bu alt problemde üç öğretmenin dört yıl boyunca eğitim-öğretim sağladığı öğrencilerine ZGA' nın dört alt bileşenine ait ikişer taneden oluşan toplamda 8 soru sorulmuştur. Öğrencilerin geometri problemlerini çözerken kullandıkları geometrik alışkanlıklar belirlenmeye çalışılmıştır. Ayrıca öğrencilerin yansıttıkları diğer alışkanlıklar da incelenmiştir.

İlişkilendirme bağlamında öğrencilere yönelik sorulan I. oturum ilk soruda çeşitli üçgenler verilip, benzerlik ve eşlik durumları öğrencilere sorulmuştur. Öğrenciler soruyu okuduktan sonra ilk sorulan şey benzer ve eşlik arasındaki fark olmuştur. Öğrencilerin büyük çoğunluğu ilk esnada iki terimi aynı gibi düşünmüşlerdir. Bunun sebebi öğrencilere eşlikle ilgili yedinci sınıfta "*Düzlemsel şekilleri karşılaştırarak eş olup olmadıklarını belirler ve bir şekle eş şekiller oluşturur* " kazanımından bahsedilmiş olup benzerlik konusuna ilk defa sekizinci sınıfta değinilmesi olabilir. Sekizinci sınıfta özellikle ikinci dönem yoğun TEOG (Temel Eğitimden Ortaöğretime Geçiş) sınav konularının içinde öğretmenler ayrıntılı bir şekilde eşlikle benzerlik arasındaki farka değinmemiş olabilir. Araştırmacının yönlendirmesiyle öğrencilere fark hissettirilip öğrencilere çözüm yaptırılmıştır. Öğrenciler üçgenlerin kenarlarını kıyaslamada açılarına nazaran biraz daha zorlanmışlardır. Pisagor bağıntısı ile bulduğu kenar uzunlukları veya uzunlukları yatay ve dikey birim karelere ayırıp benzerlik arayan öğrenciler benzer şekiller arasında ilişkilendirme alışkanlığını kullanmışlardır. Sorunun cevabında eş şekiller olmamasına rağmen H1, H4, D3 kodlu üç öğrenci GHI üçgeni ile STU üçgenlerini eş şekiller kabul etmişlerdir. Bu durum üç öğrencinin kenar uzunluklarına bakmadan üçgenlerin şeklini benzetmesinden kaynaklandığı düşünülmektedir. Bazı öğrenciler (H1, H4, H7,H8, D10) çapraz kenarları birim karelere ayırmadan direkt sayarak veya pisagor kullanmadan tesadüfi olarak ABC üçgeni ile DEF üçgeninin benzer olmasını tesadüfi olarak doğru bulmuştur. MNO ve JLK üçgeninin benzerliği için üçgenlerin sadece yüksekliğini ve alt tabanını karşılaştıran H1, D1, D2, D4, D5, D8, D9, D10 kodlu öğrenciler doğru sonuca ulaşmışlardır. Ancak burada bu iki üçgenin ikizkenar üçgen olmasından kaynaklı bir durum söz konusu olabilir. Çeşitkenar üçgenler söz konusu olsa aynı öğrenciler bu durumdan bahsetmeyebilirlerdi. Benzerliği en az bulunan bu üçgen olmasının sebebi JLK üçgeninin tepe noktasının tam ızgaraların arasında verilmemesinden kaynaklanıp, öğrencilerin kesirli kenarlara ait benzerlik oranını bulmada zorlanmasından kaynaklanmış olabilir. Üçgenlerin çoğunun kenarını birim karelere ayırarak bulan H1, D2, D3, D6, D7, E3, E5 kodlu öğrenciler ise bütün üçgenlerin benzerliğini doğru bulan öğrencilerdir. Sayının az olması oldukça dikkat çekicidir. Buna derslerde belli kalıpta benzerliğe ait TEOG sınav sorularının çözülmesi etken olabilir.

Geometrik şekil yapma ve bu şekilleri parçalara ayırma hem uzamsal beceri gelişiminin hem de geometrik fikir ve becerilerin geliştirilmesinde önemli bir yere sahiptir (Clements ve diğer, 1997). Bu doğrultuda sorulan ilişkilendirme bağlamında oturum II' ye ait birinci soruda öğrencilerden çoklu geometrik şekillerin birleşmesinden oluşan şekillerin çevre ve alanlarını bulmaları istenmiştir. Öğrenciler çözümlerinde kenar uzunluklarıyla çevre, alan ve pisagor bağıntısını ilişkilendirmişlerdir. D10 ve E8 kodlu öğrenciler çözüm için doğru yol izlemelerine rağmen köklü ifadeyle doğal sayıyı direkt toplayarak yanlış sonuca ulaşmışlardır. Diğer öğrenciler ise doğru bir şekilde kenar uzunluklarını bulup, çevreyi doğru bulmuşlardır. Öğrencilerin çoğu şekli kare, dikdörtgen, üçgen gibi bildiği şekillere parçalayarak toplam alanı bulmuştur. Öğrencilerden sadece E1 kodlu öğrenci birim kareleri sayarak alan bulmuştur. Birinci şekilde üçgenin alanı için, ikinci şekilde hem yarım daire hem de üçgenin alanı için formül kullanmış, geri kalan alanı kareleri sayarak bulmuştur. Birinci şekli bütüne tamamlayan H6, E5, E6 kodlu öğrencilerse bunun içinden dikdörtgen ve üçgenin alanını atarak alanı bulmuşlardır.

Geometrik fikirleri genelleme bağlamında oturum I' de ikinci soruda bir kenar uzunluğu ve alanı verilen paralelkenarın diğer iki köşesinin nerede olabileceği buldurulmuştur. Oluşturulan paralelkenarlarla birlikte başka hangi geometrik şekiller ortaya çıkacağı istenmiştir. Öğrenciler paralelkenarın alanı 12 olacak şekilde birçok paralelkenar çizmişlerdir. H1, H2, E4 kodlu öğrenciler verilen kenarın sadece altında paralelkenar çizmişlerdir. Üstünde olan paralelkenarları çizmemişlerdir. Dolayısıyla bu üç öğrenci bütün paralelkenarları kapsayan bir genellemeye varamamışlardır. Paralelkenarlarla birlikte öğrencilerin çizimlerine göre değişik geometrik şekiller ortaya çıkmıştır. Öğrenciler kenar uzunlukları ile şekilleri ilişkilendirmişlerdir. Örneğin; öğrencilerin hepsi üçgeni bulmuştur. Bununla birlikte 21 kişi yamuk, 9 kişi beşgen, 8 kişi kare, 1'er kişi de dikdörtgen ve altıgen bulduğunu belirtmiştir. Burada en çok üçgen ve yamuk çıkmasının sebebi paralelkenarların hepsinin çizilmesiyle birlikte üçgen ve yamuğun doğrudan kendini göstermesidir. Kalan şekillerin az sayıda olmasının sebebi öğrencilerin şekillerin özelliklerini bilmemesinden veya bir an önce bitirip gitme isteği sonucu fazla düşünmemesinden olabilir. II. oturum ikinci soruda bir paralelkenarın bir kenarına üç köşe noktası bu kenar üzerinde, tabanları paralelkenarın diğer kenarı üzerinde olan üç üçgenin alanı birbiriyle kıyaslatılmıştır. Tüm öğrenciler üçgenin alanını doğru bulmuştur. Öğrencilerden 22 kişi köşe noktasının artmasının yükseklik ve taban uzunluğunu değiştirmeyeceğini ve buna bağlı alanların da değişmeyeceğini belirtmiştir. Dolayısıyla bu öğrenciler yeni üçgenlerin alanlarının aynı olduğu genellemesine ulaşmışlardır. H8, E6, E7 kodlu öğrenciler teker teker üç üçgenin alanını bulmuştur ancak yeni köşe noktalarının oluşmasıyla oluşacak üçgenlerin alanı hakkında bir şey belirtememişlerdir. H3, D10 kodlu öğrenciler ise genellemelerine yanlış eklemeler yapmıştır. H3 kodlu öğrenci üçgenlerin alanlarının aynı olmasının sebebini taban ve yükseklik değerlerinin değişmemesinin yanında üçgenlerin eş olmasına, D10 kodlu öğrenci de üçgenlerin benzer olmasına bağlamıştır. Bu soru için öğrenciler kenar uzunlukları ile pisagor bağıntısını ilişkilendirmişlerdir.

Değişmezleri araştırma bağlamında öğrencilerden oturum I' e ait üçüncü soruda 3 tane çok küplü yapı verilip, bunlarının üçünün birleşmesiyle oluşan yeni yapının cevabı seçeneklerin içinden seçtirilmiştir. Öğrencilerin hepsi doğru yapıyı seçenekler içinden bulabilmişlerdir. Öğrencilerin çoğu ikinci ve üçüncü küp modelleri birinci modelin yanına taşıyarak yeni yapıyı kendileri oluşturmuştur. Bunu da seçeneklerin içinden doğru bir şekilde aynısını bulmuştur. Bazı öğrenciler de keşif ve yansıtmayı dengeleme bağlamında bütün seçenekleri teker teker inceleyip, geri dönüp her seçenekteki yapıların hangi küp modellerinden oluştuğunu bulmuştur. Oturum II üçüncü soruda öğrencilere bir geometrik şekil verilip, bu şekli y eksenine göre yansıtmaları, saat yönünde 90° döndürmeleri, x ekseni boyunca sağa doğru 4 birim ötelemeleri ve bu işlemler yapıldığında sırasıyla koordinatlarını yazmaları istenmiştir. Öğrencilerin hepsi şekli y eksenine göre doğru bir şekilde yansıtabilmişlerdir. Öğrencilerin 7'si bütün koordinatlara yansıma formülünü uygularken, 12'si bir noktanın yansımış halini bulup devamını çizmiştir, 6'sı da eksene uzaklıklarına göre sayarak şeklin yansımış halini elde etmiştir. Şeklin saat yönünde 90° dönmüş halini 4 öğrenci hiçbir formülü hatırlayamadığını söyleyip hiçbir çizim yapamamıştır. Öğrenciler şeklin dönme altındaki görüntüsünü bulmada diğer dönüşüm hareketlerine göre daha da zorlanmışlardır. Hollebrands (2004) araştırmasında da belirttiği gibi koordinat sistemi üzerinde noktalara sahip bir şekli döndürmeleri sorulduğunda öğrencilerin formül yoluyla yapmaya bağlı oldukları ve formül olmadan bulmaları istendiğinde hiçbirinin yapamadığı görülmüştür. Öğrencilere ait bulgular Açan (2015)'in araştırmasında bulduğu sonuçlarla benzeşmektedir. Öğrenciler verilen şekli döndürürken formül kullanarak bu işlemi tamamlamışlardır. Bunun kaynağı öğretmenlerin derste formül kullanarak konuyu anlatmasından kaynaklı olabilir. Ayrıca Alaylı (2012)' nin çalışmasında belirttiği gibi bazı öğrenciler zihinsel olarak dönmeyi tahmin ederken nasıl bulduğunu ifade etmede zorlanmışlardır. Bu yüzden devamında fazla düşünmeden formüle ihtiyaç duymuşlardır. Örneğin her öğretmenin kendi öğrettiği tekniklerle öğrenciler dönmeyi yapabilmişlerdir. Mesela Hande öğretmenin öğrencileri bölgeye göre işaret belirleyip, Demet öğretmenin öğrencileri döndürme yönüne dikkat ederek koordinatların yerini değiştirip, Elif öğretmenin öğrencileri bölgeye ve yöne dikkat etmeden direkt formül uygulayarak şeklin saat yönünde 90° dönmüş halini bulmuştur. Şeklin ötelemesini ise tüm öğrenciler farklı çözüm yollarıyla doğru bir şekilde yapmıştır. Örneğin 5 öğrenci (D2, E1, E2, E3, E4) formülle tüm koordinatları bulup şekli çizerken, 3 öğrenci de (D3, D4, D9) bir noktayı sayarak öteleyip geri kalan noktaları şeklin aynısını çizerek bulmuştur. Hande öğretmenin tüm öğrencileri, Demet öğretmenin 6 öğrencisi ve Elif öğretmenin 3 öğrencisi de eksen boyunca 4 birim sayarak şekli x ekseni boyunca sağa doğru hareket ettirmiştir.

Keşif ve yansıtmayı dengeleme bağlamında öğrencilere 1 üçgen ve 4 kopyasının verilip benzer üçgeninin oluşturulmasının istendiği oturum I' e ait dördüncü soruda 6 öğrenci (H6, H8, D10, E1, E6, E7) üçgenleri oluşturamamıştır. Birçok kez denemeler yapmışlar ancak elde ettikleri çokgenlerin kenar sayısı 3'ten fazla olmuştur. Geriye kalan 19 öğrenciden D8 kodlu öğrenci diğerlerinden farklı düşünüp üçgenin büyüğünü ayrı bir yerde çizip içine 4 tane kopya üçgeni yerleştirmiştir. Böylece 4 kopya üçgeni de kağıtta çizdiği gibi bir araya getirerek üçgenin benzerini elde etmiştir. 18 öğrenci de birçok kez üçgenleri birleştirme denemesi yapıp, üçgenin benzerini bulabilmiştir. Üçgeni oluşturan 19 öğrenci deneme ve yanılmalarla birlikte aşamalı olarak yaptıklarını kontrol ederek keşif ve yansıtma dengesi kurmuşlardır. Aynı 19 öğrenci üçgenlerin kenarlarını benzerlikle ilişkilendirmiştir. Bu alışkanlık bağlamında sorulan oturum II dördüncü soru küçük değişikliklerle hem öğretmenlere hem de öğrencilere sorulmuştur. Öğrencilere bir üçgen verilmiş olup belli şartlara göre üçgeni büyütmeleri istenmiştir. Soruyu 4 kişi yapamamış olup (H7, H8, E6, E7) diğer 21 kişi yaklaşık olarak aynı şekilde çözmüşlerdir. Öğrenciler kenar uzunluklarını bulurken daima ilk üçgene bağlı kalıp, geriye dönük adımlı çizimlerini yaparak keşif ve yansıtma dengesi alışkanlığını göstermişlerdir. Oluşturduğu yeni üçgenle orijinal üçgeni kıyaslarken iki üçgen arasında benzerlik oranını 2 kat olarak bulmuşlardır. Öğrencilerden sadece iki kişi tüm kenarların uzunluğunu pisagor bağıntısıyla ilişkilendirerek bulup üçgenleri bu şekilde kıyaslamıştır. Öğrencilere bu üçgenlerin benzer ve farklılıkları sorulduğunda öğrencilerin geneli benzerlik kuralı gereği açıların aynı kenarların farklı uzunlukta olduğunu belirtirken 2 öğrenciden D5 kodlu öğrenci farklı özelliklere çevreyi, H1 kodlu öğrenci ise çevre, yükseklik, alan özelliklerini eklemiştir.

Öneriler

Araştırma sonuçlarına göre ZGA’ nın desteklenip gelişimine yönelik aşağıda bazı öneriler verilmektedir.

- ✓ Araştırmadan yola çıkılarak genelde öğrenciler bir problemin çözümünde sınıfta yaptıklarını hatırlayıp, karşılaştıkları başka problemleri de benzer şekilde çözmeye çalışmışlardır. Bu yüzden öğretmenler öğrencilere tek çözüm yolu göstermekten ziyade geometrik düşünme becerilerini destekleyici farklı çözüm yollarının gelişmesine yönelik ortamlar sağlayabilir.

- ✓ Matematik öğretmeni adaylarının yetiştirilirken lisans derslerinde onların geometrik alışkanlıklarını zenginleştirmek amaçlı dersler verilebilir.

- ✓ Milli eğitimde çalışan ortaokul matematik öğretmenleri hizmet içi eğitim seminerleriyle geometrik alışkanlıklar hakkında bilgilendirilip, bu konuda çalışmaları desteklenebilir.

- ✓ Öğrencilerin ZGA’ nın ilişkilerle muhakeme etme, geometrik fikirleri genelleme, değişmezleri inceleme, Keşif ve yansıtmayı dengeleme alt bileşenlerini geliştirme amaçlı öğretmenler derslerinde öğrencilerini yönlendirecek şekilde sorular sorabilir, düşünme yollarını geliştirecek problemlere ders içinde yer verebilir.

- ✓ Öğrencilerin alışkanlıklarını geliştirebilecek çok yönlü etkinlikler öğretimsel araçlarla desteklenerek sınıf içinde uygulanabilir.

- ✓ Bu araştırmada ortaokul matematik öğretmenlerinin ve öğrencilerinin ZGA’ ları incelenmiştir. İleriki çalışmalarda matematik öğretmenlerinin kendi alışkanlıklarını derslerine nasıl yansıttıkları gerek derste verdikleri örnekler gerekte kullandıkları öğretim yöntemleri açısından da daha detaylı incelenebilir.

- ✓ Bu çalışmada teknolojinin alışkanlıklar üzerine etkisi incelenmemiştir. Ancak yapılacak ileriki çalışmalarda teknolojinin etkisi de araştırılabilir.

KAYNAKÇA

Açan, H. (2015). 8. Sınıf Öğrencilerinin Dönüşüm Geometrisinde Bilgiyi Oluşturma Süreçlerinin İncelenmesi. Yüksek Lisans Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Alaylı, G.F. (2012). Geometride Şekil Oluşturma ve Şekli Parçalarına Ayırma Çalışmalarında İlköğretim 6. 7. ve 8. Sınıf Öğrencilerinin Düşünme Süreçlerinin İncelenmesi ve Bu Süreçteki Düzeylerinin Belirlenmesi. Doktora Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Altun, M. (2012). **İlköğretim 2. Kademede (6,7,8. Sınıflarda) Matematik Öğretimi.** Bursa: Alfa Aktüel Yayınları.

Ball, D. L. (1990). Prospective elementary and secondary teachers'understanding of division. **Journal forResearch in Mathematics Education**, 21 (2), 132-144.

Bauer, M. W. (2003). Classical content analysis: A review. In M. W. Bauer & G. Gaskell (Eds.), **Qualitative researching with text, image and sound** (pp. 131-151). London: Sage.

Baykul, Y. (1999), **İlköğretimde Matematik Öğretimi**., Ankara: Anı Yayıncılık

Bozkurt, A. ve Koç, Y. (2016). Zihnin geometrik alışkanlıkları. E. Bingölbali, S. Arslan ve Zembat, İ. Ö (Eds.), **Matematik Eğitiminde Teoriler** (277–290). Ankara: Pegem Akademi.

Bülbül, B. Ö. (2016). Matematik Öğretmeni Adaylarının Geometrik Düşünme Alışkanlıklarını Geliştirmeye Yönelik Tasarlanan Öğrenme Ortamının Değerlendirilmesi. Doktora Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Clements, D.H., Battista, M.T., Sarama, J. And Swaminathan, S. (1997). **Development Of Students'Spatial Thinking İn A Unit On Geometric Motions And Area**. The Elementary School Journal: 98(2), 171-186.

Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2007). **Research methods in education (6th ed.)**. New York, NY: Routledge.

Costa, A. L. & Kallick, B. (2000). **Discovering and exploring habits of mind. Alexandria**, VA: Association for Supervision & Currculum Development.

Creswell, J. W. (2007). **Qualitative Inquiry Research Design: Choosing among Five Approaches**. London: Sage Publications.

Cuoco, A., Goldenberg, E. & Mark, J. (1996). **Habits of mind: An organizing principle for mathematics curricula. Journal of Mathematical Behavior**, 15(4), 375–402.

Cuoco, A., Goldenberg, E. & Mark, J. (2010). **Contemporary curriculum issues: Organizing a curriculum around mathematical habits of mind. Mathematics Teacher,** 103(9), 682–688.

Driscoll, M., Wing DiMatteo, R., Nikula, J., Egan, M. (2007). **Fostering Geometric Thinking: A Guide for Teachers, Grades 5-10.** Portsmouth, NH: Heinemann

Driscoll, M., Wing DiMatteo, R., Nikula, J., Egan, M., Mark, J. ve Kelemanik, G. (2008). **The Fostering Geometric Thinking Toolkit**. Portsmouth, NH: Heinemann.

Gall, D.M., P.J., ve Borg, W.R. (2007). **Educational Research: An Introduction**. Boston, MA: Pearson.

Gordon, M. (2011). **Mathematical Habits Of Mind: Promoting Students' Thoughtful Considerations**. Journal of Curriculum Studies, 43(4), 457-469.

Gürbüz, K., ve Durmuş, S. (2009). İlköğretim Matematik Öğretmenlerinin Dönüşüm Geometrisi, Geometrik Cisimler, Örüntü ve Süslemeler Alt Öğrenme Alanındaki Yeterlikleri. **Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi**. Cilt:9 Sayı:1. (Haziran 2009).

Hızarcı, S. (2004). Sunuş. S. Hızarcı, A. Kaplan, A. S. İpek ve C. Işık (Edt.), **Euclid Geometri Ve Özel Öğretimi**. Ankara: Öğreti Yayınları

Hollebrands, K. F. (2004). **High School Students' Intuitive Understandings of Geometric Transformations.** Mathematics Teacher, 97:207-214.

Karataş, İ. ve Güven, B. (2003). Problem Çözme Davranışlarının Değerlendirilmesinde Kullanılan Yöntemler: Klinik Mülakatın Potansiyeli, **İlköğretim Online E-Dergi**, 2(2), 2-9.

Kazak, N.(2001). **Sosyal bilimlerde araştırma yöntemleri.** Eskişehir: Anadolu Üniversitesi Yayınları

Köse, Y.N., Tanışlı, D. (2014). Sınıf Öğretmeni Adaylarının Geometrideki Zihinsel Alışkanlıkları. **Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri**. 14(3). 1203-1230.

Lester, **S. An introduction to phenomenological research**. www.sld.demon.co.uk/resmethy.pdf (25 Nisan 2013).

MEB (2015). **Ortaokul Matematik Dersi 5,6,7 ve 8. Sınıflar Öğretim Programı**. Ankara, 2015.

Merriam, S. B. (2013). **Nitel araştırma: Desen ve uygulama için bir rehber (Çev. Editorü: Selahattin Turan).** Ankara: Nobel Yayıncılık.

Miles M. ve Huberman, M. (1994). **An expanded sourcebook qualitative data analysis.** California: Sage Publications.

Olkun, S. ve Aydoğdu. (2003). Üçüncü Uluslararası Matematik ve Fen Araştırması (TIMSS) Nedir? Neyi Sorgular? Örnek Geometri Soruları ve Etkinlikler. T. **İlköğretim-Online** 2 (1), sf. 28-35

Özdemir, M. (2010). Nitel Veri Analizi: Sosyal Bilimlerde Yöntembilim Sorunsalı Üzerine Bir Çalışma. **Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi**, 11(1), 323- 343.

Özen, D. (2015). Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Geometrik Düşünmelerinin Geliştirilmesi: Bir Ders İmecesi. Doktora Tezi, Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Patton, M. Q. (1990). **Qualitative evaluation and research methods**. SAGE Publications, inc.

Shulman, L.S. (1987). **Knowledge and teaching: Foundation of the new reform. Harvard Educational Review**, 57(1), 1-21.

Stake, R.E. (1995). **The art of case study research**. Thousands Oaks, CA: Sage.

Uygan, C. (2016). Ortaokul Öğrencilerinin Zihnin Geometrik Alışkanlıklarının Kazanımına Yönelik Dinamik Geometri Yazılımındaki Öğrenme Süreçleri. Doktora Tezi, Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Van de Walle, J. A., Karp, K. S. ve Bay-Williams, J. W. (2014). **İlkokul ve ortaokul matematiği gelişimsel yaklaşımla öğretim (7. Baskı).(Çev. S. Durmuş)**. Ankara: Nobel Yayınları.

Van de Walle, J.A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J.M. (2007). **Elemantary and middle school mathematics: Teaching developmentally (7th Ed.).** New York, NY: Person Education.

Yıldırım, A. 1999. Nitel araştırma yöntemlerinin temel özellikleri ve eğitim araştırmalarındaki yeri ve önemi. **Eğitim ve Bilim**. 23, 7-12

Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2005). **Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri**. Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2013). **Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri.** Ankara: Seçkin Yayınları.

Yıldırım, A., ve Şimşek, H. (2008). **Sosyal Bilimlerde Nitel araştırma Yöntemleri** (6. Baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık

EKLER

EK 1

2015-2016 Yılı Problemlerle İlişkilendirilen 7. Sınıf Matematik Kazanımları

MAYIS	33.HAFTA(15-21)	5 SAAT	Geometri ve Ölçme	3.4.1. Düzlemsel şekilleri karşılaştırarak eş olup olmadıklarını belirler ve bir şekle eş şekiller oluşturur. 3.4.2. Düzlemde nokta, doğru parçası ve diğer şekillerin öteleme altındaki görüntülerini çizer. 3.4.3. Ötelemede şekil üzerindeki her bir noktanın aynı yön ve büyüklükte bir dönüşüme tabi olduğunu ve şekil ile görüntüsünün eş olduğunu keşfeder.
MAYIS	34.HAFTA(22-28)	5 SAAT	Geometri ve Ölçme	3.4.4. Düzlemde nokta, doğru parçası ve diğer şekillerin yansıma sonucu oluşan görüntüsünü oluşturur. 3.4.5. Yansımada şekil ile görüntüsü üzerinde birbirlerine karşılık gelen noktaların simetri doğrusuna olan uzaklıklarının eşit ve şekil ile görüntüsünün eş olduğunu keşfeder. 3.4.6. Düzlemsel bir şeklin ardışık ötelemeler ve yansımalar sonucunda ortaya çıkan görüntüsünü oluşturur.
MAYIS-HAZİRAN	35.HAFTA(29-04)	5 SAAT	Geometri ve Ölçme	3.5.1. Üç boyutlu cisimlerin farklı yönlerden iki boyutlu görünümlerini çizer. 3.5.2. Farklı yönlerden görünümlerine ilişkin çizimleri verilen yapıları oluşturur.
HAZİRAN	36.HAFTA(05-11)	5 SAAT	Geometri ve Ölçme	3.5.2. Farklı yönlerden görünümlerine ilişkin çizimleri verilen yapıları oluşturur.

2016-2017 Yılı Problemlerle İlişkilendirilen 8. Sınıf Matematik Kazanımları

ARALIK	14.Hafta (19-25)	5 Saat	Geometri ve Ölçme	8.3.1.1. Üçgende kenarortay, açıortay ve yüksekliği inşa eder. 8.3.1.2. Üçgenin iki kenar uzunluğunun toplamı veya farkı ile üçüncü kenarının uzunluğunu ilişkilendirir.
OCAK	16.HAFTA(02-08)	5 Saat	Geometri ve Ölçme	8.3.1.5. Pisagor bağıntısını oluşturur; ilgili problemleri çözer.
OCAK	17.HAFTA(09-15)	5 Saat	Geometri ve Ölçme	8.3.2.1. Nokta, doğru parçası ve diğer düzlemsel şekillerin dönme altındaki görüntülerini oluşturur. 8.3.2.2. Dönmede şekil üzerindeki her bir noktanın bir nokta etrafında belirli bir açıyla saat veya tersi yönünde dönüşüme tabi olduğunu ve şekil ile görüntüsünün eş olduğunu keşfeder.
OCAK	18.HAFTA(16-22)	5 Saat	Geometri ve Ölçme	8.3.2.3. Koordinat sisteminde bir çokgenin öteleme, eksenlerinden birine göre yansıma, herhangi bir doğru boyunca öteleme ve orijin etrafında dönme altındaki görüntülerini belirleyerek çizer. 8.3.2.4. Şekillerin en çok iki ardışık öteleme, yansıma veya dönme sonucunda ortaya çıkan görüntülerini oluşturur.
ŞUBAT-MART	22.HAFTA(27-05)	5 Saat	Geometri ve Ölçme	8.3.3.1. Eşlik ve benzerliği ilişkilendirir; eş ve benzer şekillerin kenar ve açı özelliklerini belirler
MART	23.HAFTA(06-12)	5 SAAT	Geometri ve Ölçme	8.3.3.2. Benzer çokgenlerin benzerlik oranını belirler; bir çokgene eş ve benzer çokgenler oluşturur.

EK 2

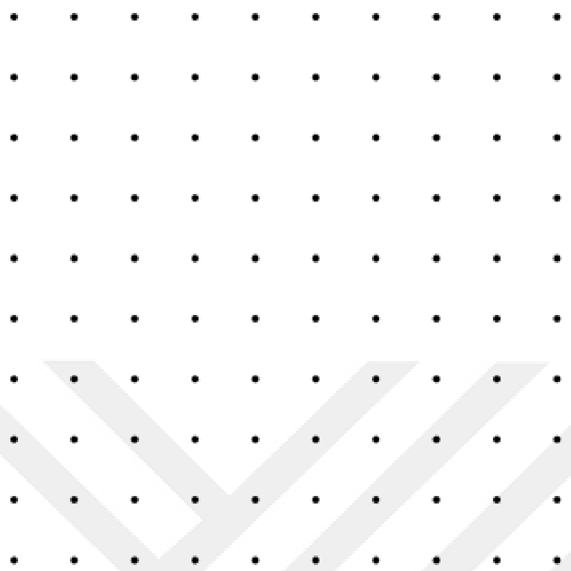
Öğretmenlere Sorulan Açık Uçlu Sorular

Oturum I

1) Ayrıtları 15 cm, 18 cm ve 27 cm olan düzgün dikdörtgenler prizması şeklindeki depo kutusunun içine en az boşluk kalacak şekilde 7x7x7 cm lik ve 2x2x2 cm lik küp şeklindeki konserve kutularıyla doldurmak istiyoruz. Buna göre toplamda kaç tane 7x7x7 cm lik ve kaç tane 2x2x2 cm lik küpler kullanabiliriz? (NOT: Yeteri kadar 7x7x7 cm ve 2x2x2 cm'lik küpler bulunmaktadır.)

2) Çevresi 18 birim olan üçgenin iki köşesi (0,2) ve (0,6) noktalarında ise üçüncü köşe noktası için olası tüm durumlar nedir?

3) Aşağıdaki problemde 10x10'luk noktalı ızgarada üçgenler yapmanız isteniyor. Bu üçgenlerin tüm köşeleri noktaların üzerinde olmalıdır. Belirtilen işlem basamaklarına göre problemi çözünüz.



b) 10x10'luk noktalı ızgarada alanı:

- 1 birimkare
- 3/2 birimkare
- 3 birimkare
- 6 birimkare
- 15 birimkare olan üçgenler çiziniz. Her basamağı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

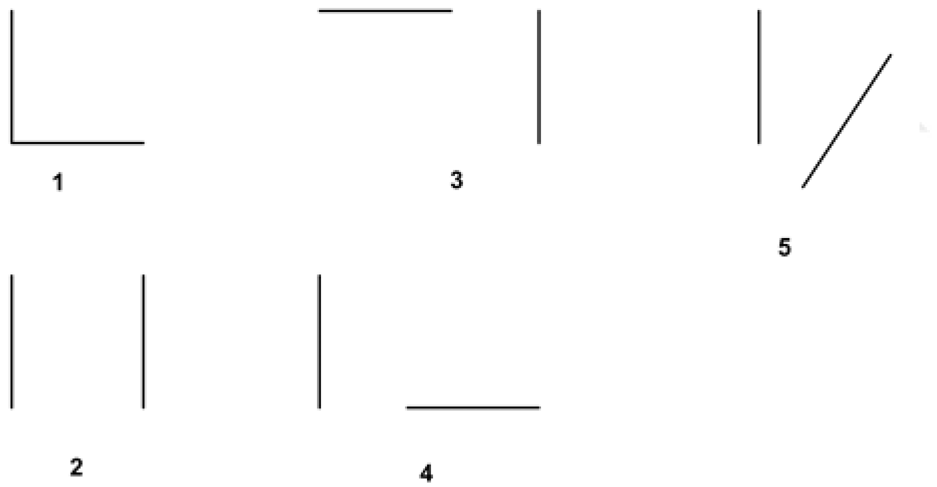
b) Alanı 1 birimkare olan yapabileceğiniz kadar farklı üçgenler yapınız. Burada, iki üçgen eş değilse onlar farklıdır.

c) Alanı 1 birimkare olan üçgenlerden hangisinin çevresi en büyüktür?

d) 10x10'luk noktalı ızgara üzerinde alanı en büyük olan üçgeni çiziniz. Bu üçgenin alanını bulunuz ve bu alanın neden en büyük olduğunu açıklayınız. Bu ızgara üzerinde aynı alana sahip başka üçgenler var mıdır? Açıklayınız.

4) a. Bir P noktası ve kağıtın herhangi bir yerinde olacak şekilde bir AB doğru parçası çiziniz. AB doğru parçasını, P noktası etrafında döndürürseniz neyi farkedersiniz?

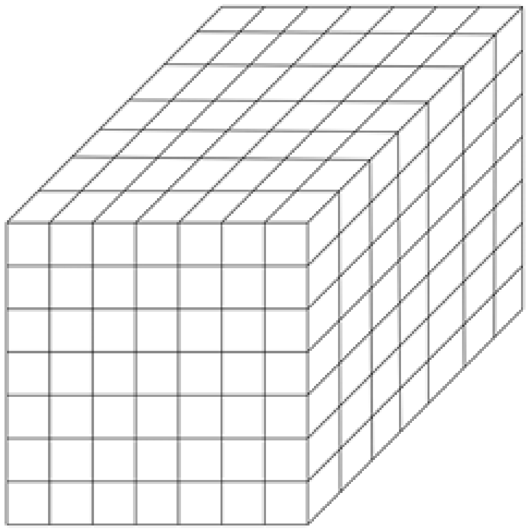
b. Aşağıdaki şekilde bazı eş doğru parçaları verilmiştir. Şekildeki her doğru parçası çifti için, sağdaki doğru parçası soldaki doğru parçasının üzerine gelecek şekilde döndürerek dönme merkezlerini bulunuz.



(2., 3., ve 4. sorular Driscoll'ün sorularıdır.)

Oturum II

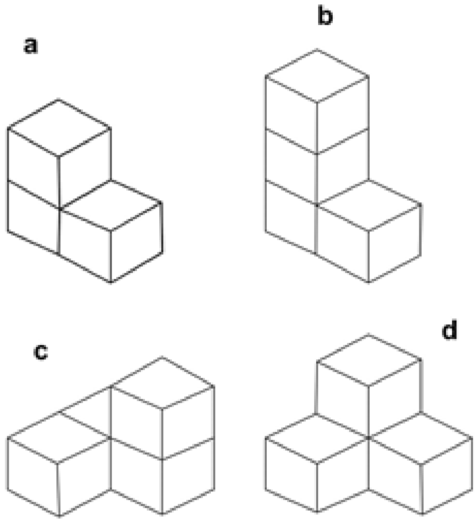
1) Aşağıdaki 7x7x7'lik küpün en ortasındaki 1x1x1'lik küpü kesip çıkarmak için en az kaç kesim yapılmalıdır?



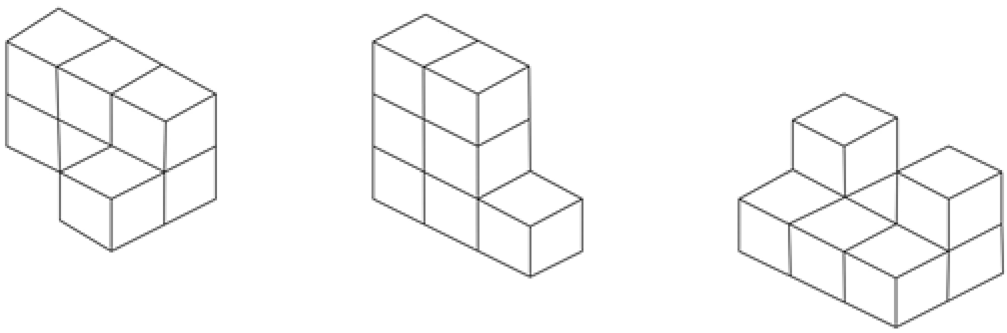
2) Aşağıda verilen her bir problem basamağı için bir kare yaprak kağıt alınız ve istenilenleri katlama yoluyla yapınız. Yeni yaptığınız şekilleri nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

   a. Orijinal karenizin ¼'i olan alana sahip bir kare oluşturunuz. Oluşturacağınız şeklin neden bir kare olduğunu ve orijinal karenizin ¼'i kadar alana sahip olduğunu nasıl bildiğinizi açıklayınız.
   b. Orijinal karenizin ¼'ü alanına sahip bir üçgen oluşturunuz. Bu alanın karenin alanın ¼'i olduğunu nasıl bulduğunuzu açıklayınız.
   c. Orijinal karenizin ¼'ü alanına sahip başka bir üçgen oluşturunuz. Ancak bu üçgen ilk oluşturduğunuz üçgenden farklı olsun. Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.
   d. Orijinal karenizin ½'i alanına sahip bir kare oluşturunuz. Oluşturacağınız şeklin neden bir kare olduğunu ve orijinal karenizin ½'i kadar alana sahip olduğunu nasıl bildiğinizi açıklayınız.

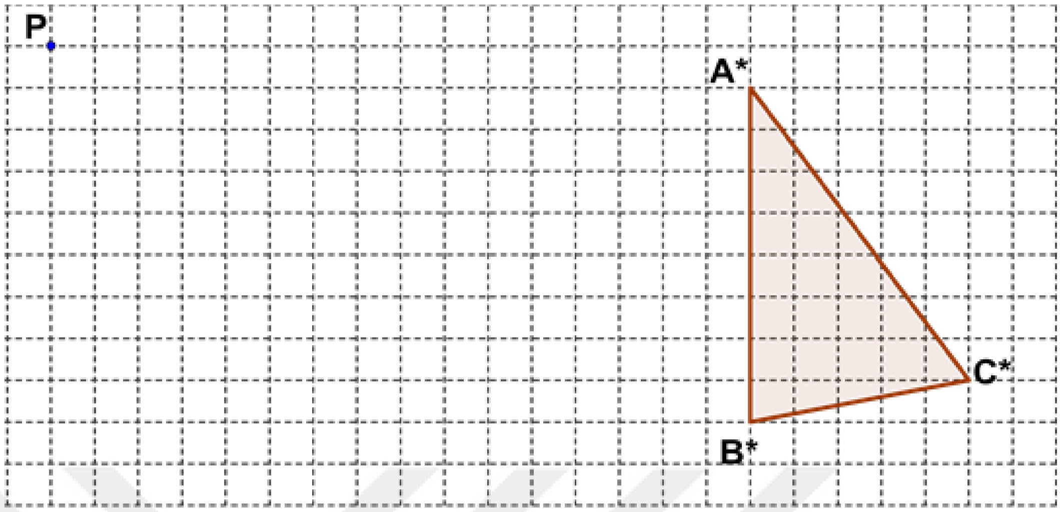
3)



Yandaki 4 çeşit çok küplü modellerinden hangileri kullanarak aşağıda verilen geometrik yapılar oluşturulmuştur?



4)



Bir kişi P noktasını çıkış noktası alarak şekildeki A*B*C*üçgeni yapmak için bir ABC üçgenini büyütmüştür. Bu üçgeni büyütürken şu kuralları uygulamıştır: PB doğru parçasından B* noktasına, P noktasının B noktasına olan uzaklığının 2 katı; PA doğru parçasından A* noktasına, P noktasının A noktasına olan uzaklığının 2 katı; PC doğru parçasından C* noktasına, P noktasının C noktasına olan uzaklığının 2 katı olacak şekilde uzatmalıdır. Ancak birisi bu kişinin ABC üçgenini silmiştir. ABC üçgeninin nerede olduğunu bulmasında bu kişiye yardımcı olur musunuz? Nasıl yardımcı olacağınıza dair düşüncelerinizi açıklar mısınız?

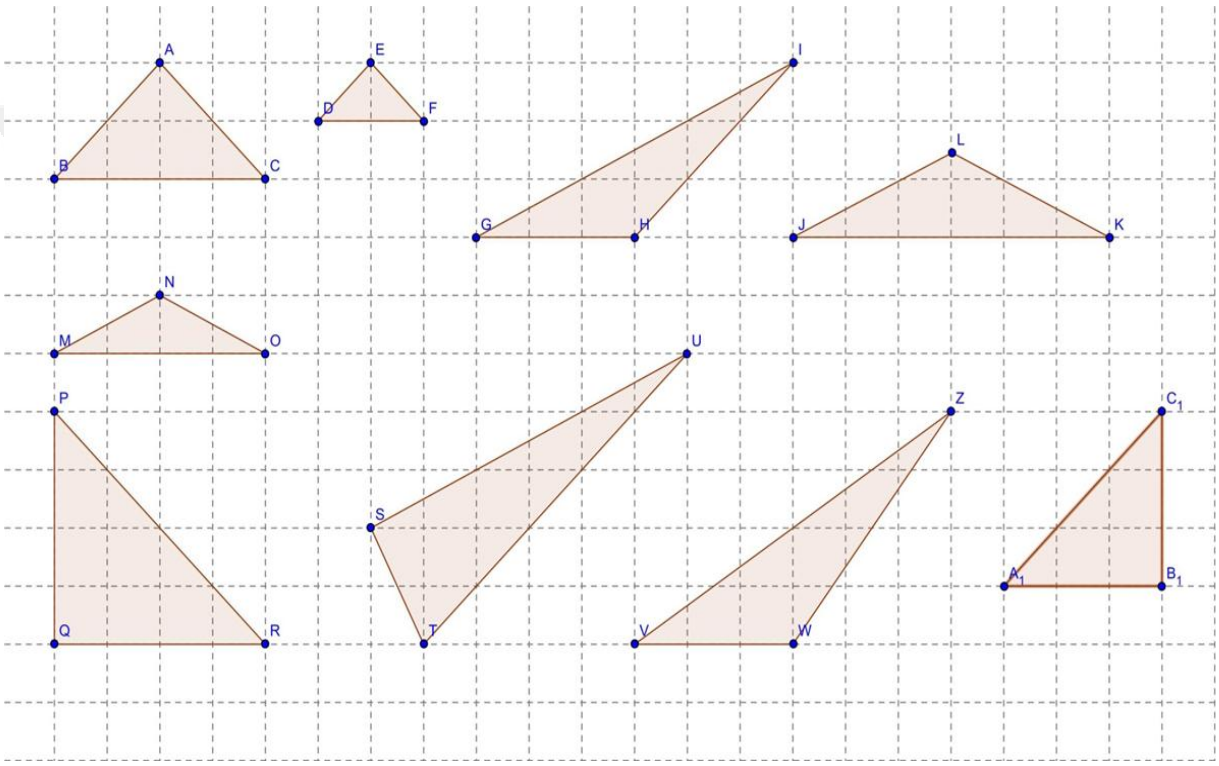
(2. ve 4. sorular Driscoll'ün sorularıdır.)

EK 3

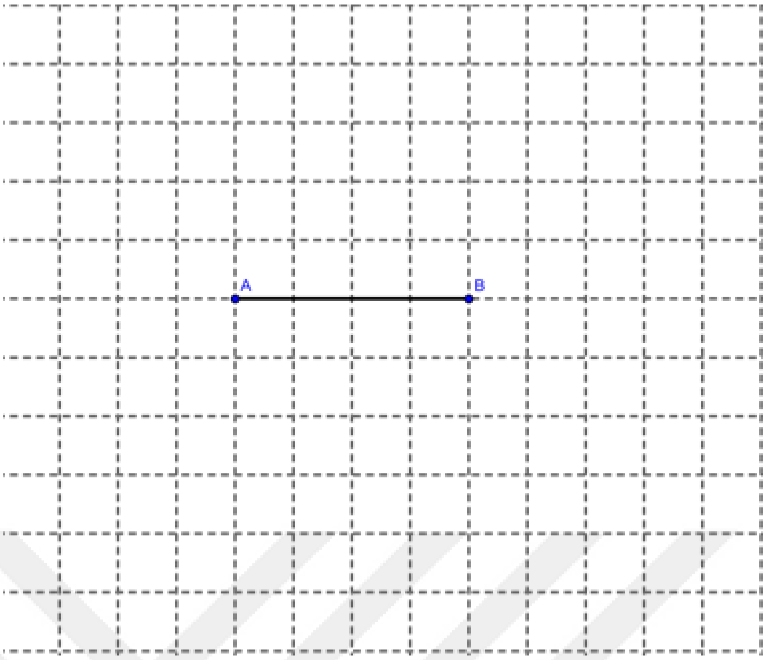
Öğrencilere Sorulan Açık Uçlu Sorular

Oturum I

1) Aşağıdaki üçgenlerden hangilerinin birbirine benzer veya eş olduklarını bulunuz.



2)

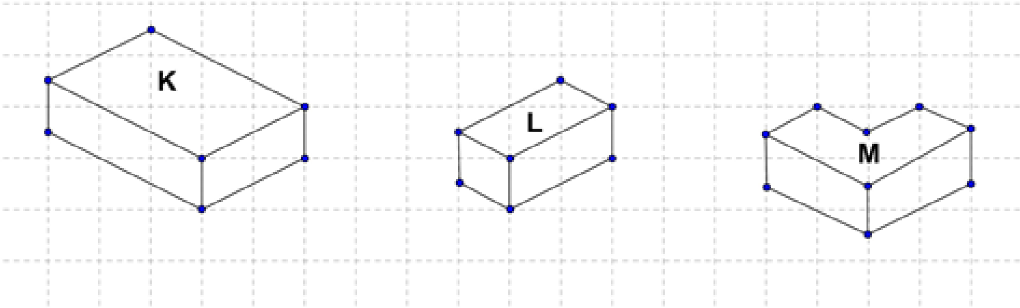


Yukarıdaki kareli kağıtta alanı 12 br^2, iki köşe noktası A ve B olarak verilen paralelkenarın bir kenarı verilmiştir.

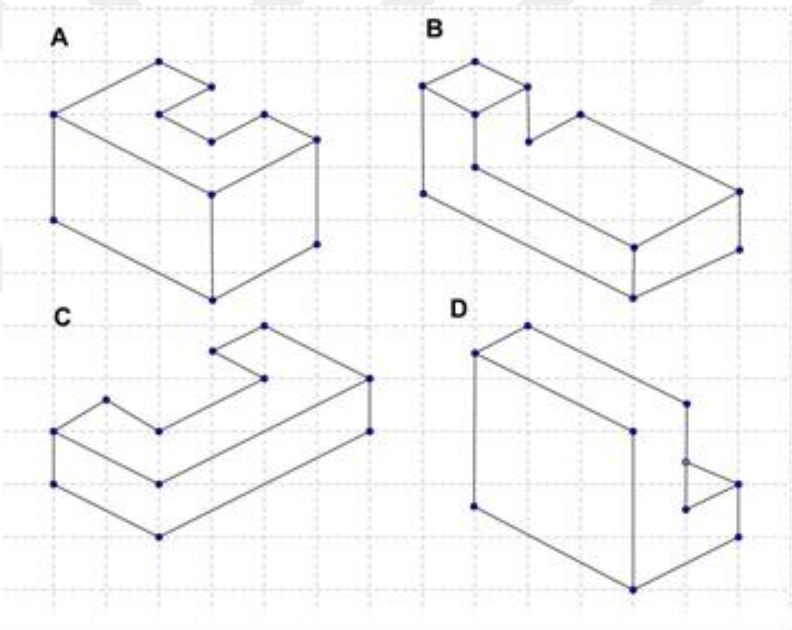
a) Bu paralelkenarın diğer iki köşesi nerede olabilir?

b) Oluşturduğunuz paralelkenarlarla birlikte başka geometrik şekiller elde ettiniz mi? Elde ettiyseniz bunlar hangi şekillerdir?

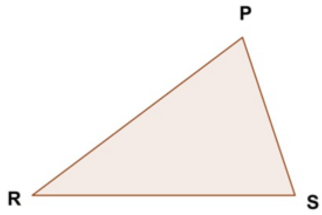
3)

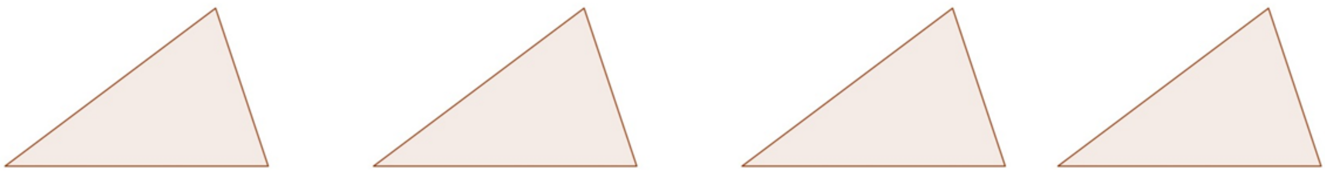


Aşağıdaki yapılardan hangileri yukarıdaki K, L, M yapılarından oluşmuştur?



4) Aşağıdaki şekilde bir PRS üçgeni ve bu üçgenin 4 tane aynı kopyaları verilmiştir. PRS üçgeninin yeni bir benzerini yapmak için 4 tane verilen kopya üçgenleri düzenleyiniz. (Kopyalama, kesme yapabilirsin.)

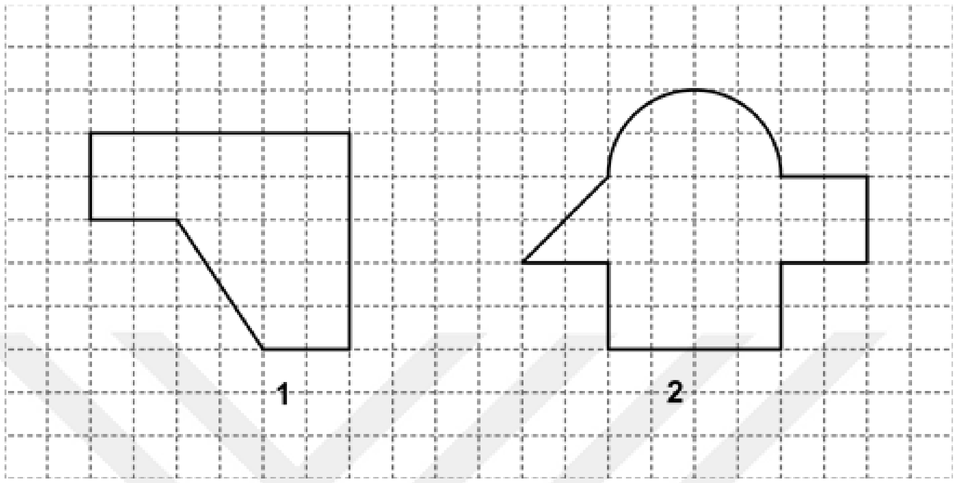




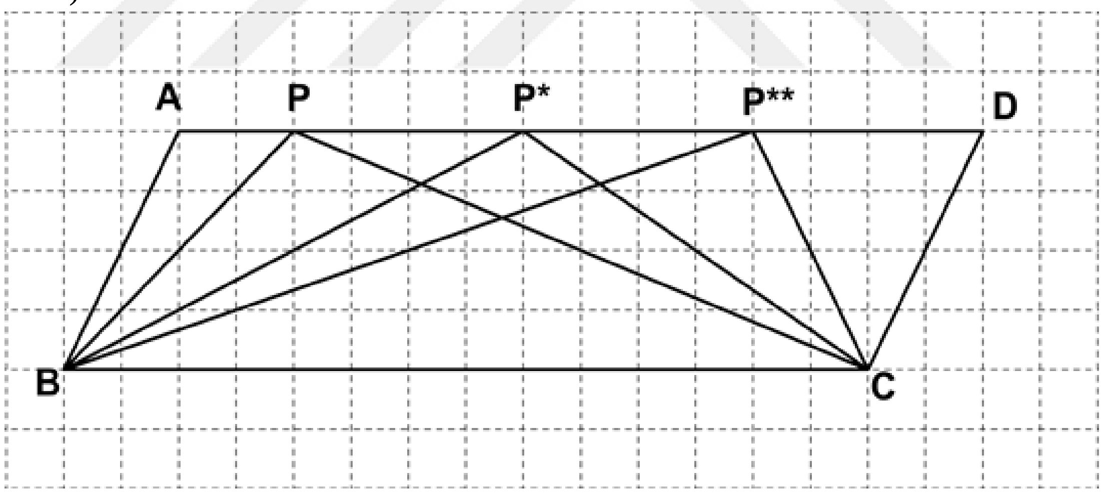
(4. soru Driscoll’ün sorusudur.)

Oturum II

1) Aşağıdaki 1 ve 2 numaralı şekillerin çevrelerini ve alanlarını ayrı ayrı bulunuz.

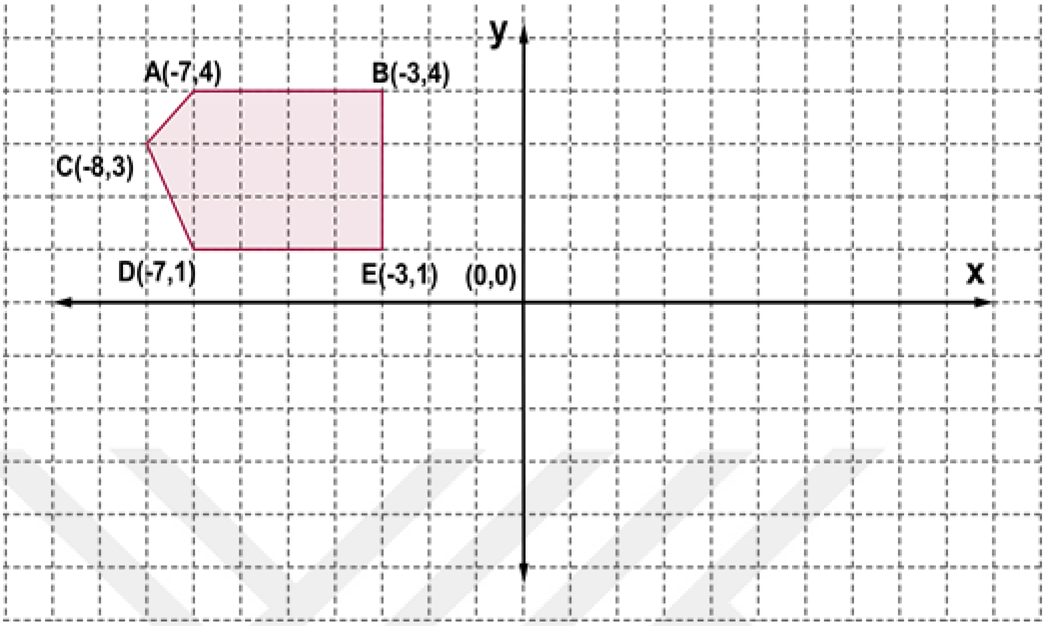


2)



ABCD paralelkenarı içinde P noktasını hareket ettirerek oluşacak P*, P** köşe noktalarıyla meydana gelen üçgenlerin alanları için ne söyleyebilirsiniz? Bu köşe noktalarının sayısı arttırılırsa oluşacak alanlar için genel bir durum ifadesi söyleyebilir misiniz?

3)



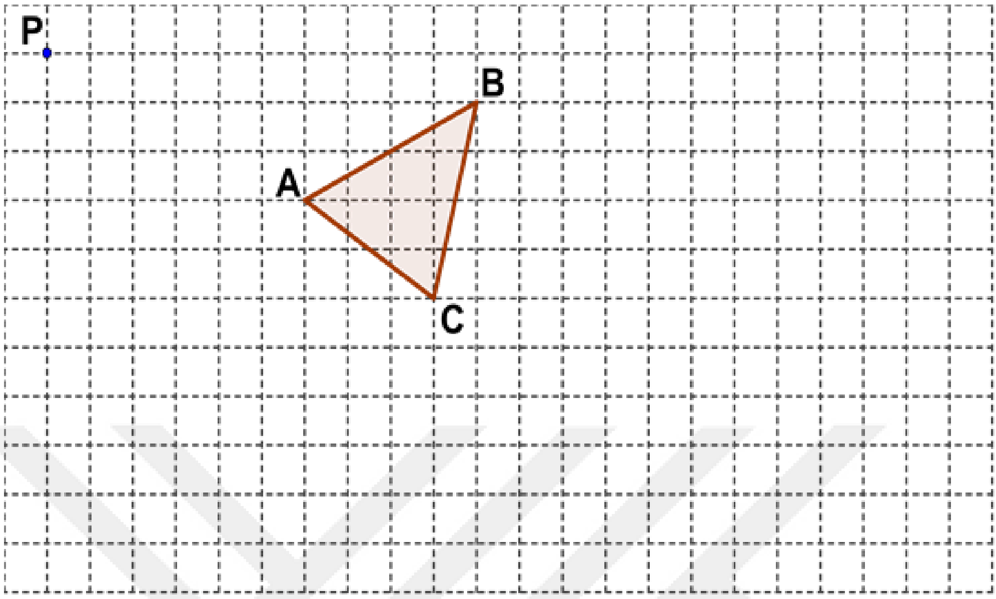
Yukarıdaki şekli:

a) y eksenine göre yansıtınız ve oluşan şeklin koordinatlarını yazınız.

b) Saat yönünde 90 derece döndürünüz ve oluşan şeklin koordinatlarını yazınız.

c) x ekseni boyunca sağa doğru 4 birim öteleyiniz ve oluşan şeklin koordinatlarını yazınız.

4)



Bir kişinin ABC üçgenini büyütmek için aşağıdaki kuralları aynı anda uygulaması gerekiyor:

- PB doğru parçasından B* noktasına, P noktasının B noktasına olan uzaklığının 2 katı olacak şekilde,
- PA doğru parçasından A* noktasına, P noktasının A noktasına olan uzaklığının 2 katı olacak şekilde,
- PC doğru parçasından C* noktasına, P noktasının C noktasına olan uzaklığının 2 katı olacak şekilde uzatmalıdır.

Bu işlemleri uygulayarak A*B*C* üçgenini çiziniz. ABC üçgenini ve A*B*C* üçgenini birbiriyle karşılaştırınız. Aynı olan ve farklı olan nelerdir? Açıklayınız.

(4. soru Driscoll'ün sorusudur.)

EK 4

T.C.
İZMİR VALİLİĞİ
İl Milli Eğitim Müdürlüğü

Sayı : 12018877-604.01.02-E.1453444 — 06.02.2017
Konu :Arife TOLGA'nın
Araştırma İzni

DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİNE
(Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü)

İlgi : a) MEB Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğünün 07/03/2012 tarihli ve B.08.0.YET.00.20.00.0/3616 sayılı yazısı (Genelge 2012/13)
b) 19/01/2017 tarihli ve 184 sayılı yazınız.
c) 03/02/2017 tarihli ve 1392800 sayılı Valilik Onayı.

Üniversiteniz Eğitim Bilimleri Enstitüsü İlköğretim Anabilim Dalı İlköğretim Matematik Öğretmenliği Yüksek Lisans Programı öğrencisi Arife TOLGA'nın "Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Zihnin Geometrik Alışkanlıklarının Belirlenmesi ve Derslere Yansıması" isimli tez kapsamında İzmir İli Kınık Gazi Osman Paşa Ortaokulu ve Bergama Dereköy EBSO Ortaokulunda anket uygulama isteği ilgi (c) Valilik Onayı ile uygun görülmüştür.

Araştırmacı tarafından yapılan araştırmanın tamamlanmasından itibaren en geç iki hafta içinde Araştırmanın Teslimine İlişkin Taahhütname Tutanağı doldurulup, araştırmanın CD'ye aktarılması sağlanarak Müdürlüğümüze gönderilmesi gerekmektedir.

Bilgilerinize ve gereğini arz ederim.

Mehmet Fatih VARGELOĞLU
Müdür a.
Müdür Yardımcısı

Ek:
1- Valilik Onayı (1 sayfa)
2- Araştırma Değerlendirme Formu, Anket Formları (10 sayfa)
3- Taahhüt Formu (1 sayfa)

Aslı ile Aynıdır
5070 sayılı yasa ile
elektronik olarak imzalanmıştır.
7 Şubat 2017 /20

Fevzi Paşa Mh.452 No:15 Strateji Geliştirme Hizmetleri 1 Bölümü Konak/İZMİR
Elektronik Ağ: izmir.meb.gov.tr
e-posta: strateji35_1@meb.gov.tr

Ayrıntılı bilgi için: N.GÜR Memur
Tel: (0232) 280 36 31

Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. http://evraksorgu.meb.gov.tr adresinden ab70-be29-3c24-97c4-02c8 kodu ile teyit edilebilir.

T.C.
İZMİR VALİLİĞİ
İl Milli Eğitim Müdürlüğü

Sayı : 12018877-604.01.02-E.4567407 04.04.2017
Konu :Arife TOLGA'nın
Araştırma İzni

DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİNE
(Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü)

İlgi : a) MEB Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğünün 07/03/2012 tarihli ve B.08.0.YET.00.20.00.0/3616 sayılı yazısı (Genelge 2012/13)
b) 19/01/2017 tarihli ve 184 sayılı yazınız.
c) 31/03/2017 tarihli ve 4369150 sayılı Valilik Onayı.

Üniversiteniz Eğitim Bilimleri Enstitüsü İlköğretim Anabilim Dalı İlköğretim Matematik Öğretmenliği Yüksek Lisans Programı öğrencisi Arife TOLGA'nın "Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Zihnin Geometrik Alışkanlıklarının Belirlenmesi ve Derslere Yansıması" isimli tez kapsamında Müdürlüğümüz Bergama Göçbeyli İmam Hatip Ortaokulunda anket uygulama isteği ilgi (c) Valilik Onayı ile uygun görülmüştür.

Araştırmacı tarafından yapılan araştırmanın tamamlanmasından itibaren en geç iki hafta içinde Araştırmanın Teslimine İlişkin Taahhütname Tutanağı doldurulup, araştırmanın CD'ye aktarılması sağlanarak Müdürlüğümüze gönderilmesi gerekmektedir.

Bilgilerinize ve gereğini arz ederim.

Fuat UĞUR
Müdür a.
Müdür Yardımcısı

Ek:
1- Valilik Onayı (1 sayfa)
2- Araştırma Değerlendirme Formu,
Anket Formları (10 sayfa)
3- Taahhüt Formu (1 sayfa)

Fevzi Paşa Mh.452 No:15 Strateji Geliştirme Hizmetleri 1 Bölümü Konak/İZMİR
Elektronik Ağ: izmir.meb.gov.tr
e-posta: strateji35_1@meb.gov.tr
Ayrıntılı bilgi için: N.GÜR Memur
Tel: (0 232) 280 36 31

DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
YÜKSEK LİSANS/DOKTORA TEZ ÇALIŞMASI ORİJİNALLİK RAPORU

Tarih: 30/05/2017

Tez Başlığı:

"ORTAOKUL MATEMATİK ÖĞRETMENLERİNİN ZİHNİN GEOMETRİK ALIŞKANLIKLARININ BELİRLENMESİ VE DERSLERİNE YANSIMASI"

....

Yukarıda başlığı belirtilen tez çalışmamın a) Kapak sayfası, b) Giriş, c) Ana bölümler ve d) Sonuç kısımlarından oluşan toplam ...125... sayfalık kısmına ilişkin, .30./.05./.2017 tarihinde **tez danışmanım tarafından** Dokuz Eylül Üniversitesi Kütüphane ve Dokümantasyon Daire Başkanlığı'nın sağladığı İntihal Tespit Programından (**Turnitin**-Tez İntihal Analiz Programı) aşağıda belirtilen **filtreleme tiplerinden biri** (uygun olanı işaretleyiniz) uygulanarak alınmış olan orijinallik raporuna göre, tezimin **benzerlik oranı % .9. dir.**

- http://www.kutuphane.deu.edu.tr/tr/turnitin-tez-intihal-analiz-programi/ adresindeki Tez İntihal Analiz Programı Kullanım Kılavuzunu okudum ☒

Filtreleme Tipi 1(Maksimum %15) □	**Filtreleme Tipi 2(Maksimum %30)** ☒
□ Kabul/Onay ve Bildirim sayfaları hariç, □ Kaynakça hariç, □ Alıntılar dâhil, □ Altı (6) kelimeden daha az örtüşme içeren metin kısımları hariç.	☒ Kabul/Onay ve Bildirim sayfaları hariç, ☒ Kaynakça dâhil, ☒ Alıntılar dâhil.
EK 1- İntihal Tespit Programı Raporu İLK SAYFA Çıktısı. ☒ **EK 2- İntihal Tespit Programı Raporu (Tümü) Cd İçinde.** ☒	

Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Tez Çalışması Orijinallik Raporu Uygulama Esasları'nı inceledim ve yukarıda belirtilen azami benzerlik oranlarına göre tez çalışmasının herhangi bir intihal içermediğini; aksinin tespit edileceği muhtemel durumda doğabilecek her türlü hukuki sorumluluğu kabul ettiğimi ve yukarıda vermiş olduğum bilgilerin doğru olduğunu beyan ederim.

Gereğini saygılarımla arz ederim.

Adı Soyadı : ARİFE TOLGA
Öğrenci No : 2015950009
Anabilim Dalı : İLKÖĞRETİM ANABİLİM DALI
Programı : İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ
Statüsü : Yüksek Lisans ☒ Doktora □

ÖĞRENCİ **DANIŞMAN**

(Adı Soyadı, İmza, Tarih) (Unvan, Adı Soyadı, İmza, Tarih)

Arife TOLGA
30/05/2017

Doç.Dr. Berna CANTÜRK GÜNHAN
30/05/2017

Açıklamalar

1: Bu formu teslim etmeden önce sizden istenen bilgileri uygun kutucuğu (□) işaretleyerek doldurunuz.

Kullanıcı şifre vb. konusunda sorun yaşanması durumunda Üniversitemiz Merkez Kütüphanesinde bulunan Turnitin yetkilisine (Ali Taş Tel: +90 (232) 3018026 veya ali.tas@deu.edu.tr) başvurunuz.

2: Yüksek Lisans/Doktora Tez Çalışması Orijinallik Raporu" formu tezin ciltlenmiş ve elektronik nüshalarının içerisinde ekler kısmında yer alır.

3: Tez savunmasında düzeltme alınması durumunda bu form güncellenerek yeniden hazırlanır.

4: Turnitin-Tez İntihal Analiz Programına yükleme yapılırken Dosya Başlığı (document title) olarak **tez başlığının tamamı**, Yazar Adı (author's first name) olarak **öğrencinin adı**, Yazar Soyadı (author's last name) olarak **öğrencinin soyadı** bilgisini yazınız.