İLKÖĞRETİM 6, 7 VE 8. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN MATEMATİKSEL ÖRÜNTÜLERİ KAVRAYABİLME VE GENELLEYEBİLME SÜREÇLERİ

Ercan ÖZDEMİR

Doktora Tezi

Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanları Eğitimi
Ana Bilim Dalı

Yrd. Doç. Dr. M. Nuri KÜLTÜR

2013

T.C.
ATATÜRK ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
ORTAÖĞRETİM FEN VE MATEMATİK ALANLARI EĞİTİMİ
ANA BİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI

İLKÖĞRETİM 6, 7 VE 8. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN MATEMATİKSEL ÖRÜNTÜLERİ KAVRAYABİLME VE GENELLEYEBİLME SÜREÇLERİ

(6th, 7th and 8th Grade Primary Education Students' Process of Comprehending and Generalizing Mathematical Patterns)

Ercan ÖZDEMİR

DOKTORA TEZİ

Danışman: Yrd. Doç. Dr. M. Nuri KÜLTÜR

ERZURUM
Ağustos, 2013

KABUL VE ONAY

Yrd. Doç. Dr. M. Nuri KÜLTÜR danışmanlığında, Ercan ÖZDEMİR tarafından hazırlanan "İlköğretim 6, 7 ve 8. Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel Örüntüleri Kavrayabilme ve Genelleyebilme Süreçleri" başlıklı çalışma 02 / 08 / 2013 tarihinde yapılan savunma sınavı sonucunda başarılı bulunarak jürimiz tarafından Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanları Eğitimi Anabilim Dalı'nda Doktora Tezi olarak kabul edilmiştir.

Başkan : Prof. Dr. Yılmaz ALTUN	İmza: ....
Danışman : Yrd. Doç. Dr. M. Nuri KÜLTÜR	İmza: ....
Jüri Üyesi : Prof. Dr. Ramazan DİKİCİ	İmza: ....
Jüri Üyesi : Yrd. Doç. Dr. Mustafa ALBAYRAK	İmza: ....
Jüri Üyesi : Yrd. Doç. Dr. Levent AKGÜN	İmza: ....

Yukarıdaki imzaların adı geçen öğretim üyelerine ait olduğunu onaylarım.

. . / . . / . . . .

0 9 -09 2013

Prof. Dr. H.Ahmet KIRKKILIÇ

Enstitü Müdürü

TEZ ETİK VE BİLDİRİM FORMU

Doktora Tezi olarak sunduğum "İlköğretim 6, 7 ve 8. Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel Örüntüleri Kavrayabilme ve Genelleyebilme Süreçleri" başlıklı çalışmanın tarafımdan, bilimsel ahlak ve geleneklere aykırı düşecek bir yardıma başvurmaksızın yazıldığını ve yararlandığım eserlerin kaynakçada gösterilenlerden olduğunu, bunlara atıf yapılarak yararlanılmış olduğunu belirtir ve onurumla doğrularım.

Tezimin kâğıt ve elektronik kopyalarının Atatürk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü arşivlerinde aşağıda belirttiğim koşullarda saklanmasına izin verdiğimi onaylarım.

Lisansüstü Eğitim-Öğretim yönetmeliğinin ilgili maddeleri uyarınca gereğinin yapılmasını arz ederim.

☐ Tezimin tamamı her yerden erişime açılabilir.

☐ Tezim sadece Atatürk Üniversitesi yerleşkelerinden erişime açılabilir.

■ Tezimin 3 yıl süreyle erişime açılmasını istemiyorum. Bu sürenin sonunda uzatma için başvuruda bulunmadığım takdirde, tezimin tamamı her yerden erişime açılabilir.

02/08/2013

İmza

Ercan ÖZDEMİR

İÇİNDEKİLER

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

BEŞİNCİ BÖLÜM

ÖZET

DOKTORA TEZİ

İLKÖĞRETİM 6, 7 VE 8. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN MATEMATİKSEL ÖRÜNTÜLERİ KAVRAYABİLME VE GENELLEYEBİLME SÜREÇLERİ

2013, 299 sayfa

Bu çalışmada 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin örüntüleri kavrayabilme ve genelleyebilme süreçlerinin incelenmesi amaçlanmıştır. Bu amaca uygun olarak nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması yöntemi kullanılmıştır. Çalışmada veri toplama aracı olarak araştırmacı tarafından geliştirilen her bir sınıf düzeyi için ayrı ayrı olmak üzere örüntü ve mülakat testleri kullanılmıştır. Veri toplama araçlarının geçerlik ve güvenirlikleri 2010-2011 eğitim-öğretim yılında yapılan pilot çalışma ile tespit edilmiştir. Çalışmanın verileri 2011-2012 eğitim-öğretim yılı bahar yarıyılında toplanmıştır.

Çalışmanın araştırma grubunu her bir sınıf düzeyinden 9 öğrenci olmak üzere toplam 27 öğrenci oluşturmuştur. Çalışma grubunu oluşturan öğrenciler amaçlı örnekleme yöntemlerinden ölçüt örnekleme yöntemine göre seçilmiştir. Her bir sınıf düzeyindeki öğrenciler örüntü testlerinden aldıkları puanlara göre düşük, orta ve yüksek başarı seviyelerine ayrılmıştır. Herbir başarı seviyesinden 3 öğrenci olmak üzere bir sınıftan 9 öğrenci ve toplamda 3 sınıf grubundan 27 öğrenci seçilmiştir.

Araştırma bulgularına göre 6., 7. ve 8. sınıf öğrencileri en yüksek başarı oranlarını tekrarlı, en düşük başarı oranlarını ise artarak genişleyen örüntü sorularında elde etmişlerdir. Öğrenciler tekrarlı ve sabit artarak genişleyen örüntü sorularının kurallarını bulmada yinelemeli ilişki stratejisinden, belirgin stratejiye başarılı bir şekilde geçiş yapabilmişler ancak artarak genişleyen örüntü sorularında aynı başarıyı gösterememişlerdir. Öğrenciler örüntülerin yakın ve orta uzaklıktaki terimleri ile kurallarını ağırlıklı olarak yinelemeli ilişki ve belirgin stratejileri kullanarak bulmuşlar, tahmin-kontrol ve bütüne genişletme stratejilerini çok az kullanmışlardır. 6. ve 7. sınıf öğrencileri en düşük başarı oranlarını artarak genişleyen örüntü, 8. sınıf öğrencileri fraktal sorularının kurallarını bulmada elde etmişlerdir. 6., 7. ve 8. sınıf öğrencileri örüntülerin yakın ve orta uzaklıktaki terimleri ile kurallarını bulmada ağırlıklı olarak sayısal, nadiren de görsel stratejileri kullanmışlardır.

Anahtar Kelimeler: Örüntü, Strateji, Genelleme

ABSTRACT

Ph D. THESIS

6^{TH}, 7^{TH} AND 8^{TH} GRADE PRIMARY SCHOOL STUDENTS' PROCESS OF COMPREHENDING AND GENERALIZING MATHEMATİCAL PATTERNS

2013, 299 pages

The aim of this study is to examine the 6^{th}, 7^{th} and 8^{th} grade students' process of comprehending and generalizing the patterns. Case study method, which is among the qualitative research methods, was used in accordance with this aim. Pattern and interview tests, which were developed by the researcher, were used as data collection tools separately for each class level. Validity and reliability of the data collection tools were determined via the pilot study that was conducted in the 2010-2011 academic year. The data of the study were collected in the spring semester of the 2011-2012 academic year.

Research group of the study was composed of a total of 27 students (9 students from each class level). The students, who constituted the study group, were selected in accordance with the criterion sampling method which is among purposive sampling methods. Students from each class level were categorized in low success level, intermediate success level and high success level according to the scores that they achieved in the pattern tests. A total of 27 students were selected as 3 students from each success level amounting to 9 students from each class level among 3 class groups.

According to the findings of the research, the 6^{th}, 7^{th} and 8^{th} grade students achieved the highest success rates in the repeating pattern questions whereas they achieved the lowest success rates in the progressively expanding pattern questions. The students successfully switched from iterative relationship strategy to apparent strategy in finding the rules of the repeating and constantly/progressively expanding pattern questions, but they were not able to achieve the same success in the progressively expanding pattern questions. The students found close-distance and moderate-distance terms and rules of the patterns by mostly using iterative relationship and apparent strategies. They rarely used guess-and-check and whole object strategies. The 6^{th} and 7^{th} students achieved the lowest success rates in the rules of the progressively expanding pattern questions whereas the 8^{th} grade students achieved lowest success rates in the rules of the fractal questions. The 6^{th}, 7^{th} and 8^{th} grade students mostly used numerical strategies and rarely used visual strategies in finding the close-distance and moderate-distance terms and rules of the patterns.

Key Words : pattern, strategy, generalization

ÖNSÖZ

Doktora tez danışmanlığımı üstlenerek tezimin her aşamasında yardımlarını ve desteğini esirgemeyen sayın hocam Yrd. Doç. Dr. M. Nuri KÜLTÜR'e sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Araştırma konusunun belirlenmesinde, araştırmanın uygulanması ve değerlendirilmesi sırasında görüş ve önerilerinden faydalandığım, yardım ve desteklerini hiçbir zaman eksik etmeyen saygı değer hocalarım Prof. Dr. Ramazan DİKİCİ ve Yrd. Doç. Dr. Mustafa ALBAYRAK'a çok teşekkür ederim.

Veri toplama sürecinde yardımlarını esirgemeyen Şükrü Paşa İlköğretim Okulu personellerine ve matematik öğretmeni sayın Osman BURAN'a çok teşekkür ederim.

Çalışmaya katılan öğrencilere ve uygulama için izin alma noktasında yardımlarını esirgemeyen Erzurum Valiliği İl Milli Eğitim Müdürlüğü AR-GE Birimi'ne teşekkür ederim.

Doktora eğitimimi Erzurum Atatürk Üniversitesi'nde tamamalayabilmem için gerekli tüm yardımları benden esirgemeyen Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi'ne teşekkür ederim.

Doktora eğitimim süresince sağladığı maddi desteklerden dolayı Türkiye Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Kurumu'na [TÜBİTAK] teşekkür ederim.

Araştırma döneminde yardımlarını esirgemeyen değerli arkadaşlarım Arş. Gör. Gürsel GÜLER, Arş. Gör. Tuğrul KAR ile İlköğretim ve Ortaöğretim Matematik Öğretmenliği Ana Bilim Dallarında görev yapan hocalarıma ve arkadaşlarıma teşekkür ederim.

Hayatımın her döneminde yanımda olan, aldığım kararlara daima saygı gösteren, hiçbir zaman maddi ve manevi desteklerini eksik etmeyen aileme en içten teşekkürlerimi sunarım.

Erzurum 2013 **Ercan ÖZDEMİR**

TABLOLAR LİSTESİ

ŞEKİLLER LİSTESİ

KISALTMALAR DİZİNİ

MEB	: Milli Eğitim Bakanlığı
NCTM	: Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi
Y	: Yüksek Başarı Seviyesi
O	: Orta Başarı Seviyesi
V	: Düşük Başarı Seviyesi

BİRİNCİ BÖLÜM

1. GİRİŞ

Bu bölümde problem durumu, araştırmanın amacı, araştırmanın önemi, varsayımlar, tanımlar ve sınırlılıklar verilmiştir.

1.1. Problem Durumu

Matematik örüntülerin ve düzenlerin bilimidir. Bir başka deyişle matematik sayı, şekil, uzay, büyüklük ve bunlar arasındaki ilişkilerin bilimidir. Matematik aynı zamanda sembol ve şekiller üzerine kurulmuş evrensel bir dildir. Matematik; bilgiyi işlemeyi (düzenleme, analiz etme, yorumlama ve paylaşma), üretmeyi, tahminlerde bulunmayı ve bu dili kullanarak problem çözmeyi içerir (Milli Eğitim Bakanlığı (MEB), 2005a, 2005b). 2005 yılı ilköğretim 1-5. sınıflar matematik programı, sayılar, geometri, ölçme ve veri olmak üzere dört öğrenme alanı üzerine kurulmuştur. 2005 yılı ilköğretim 6-8. sınıflar matematik programı ise sayılar, geometri, ölçme, istatistik-olasılık ve cebir öğrenme alanı olmak üzere beş öğrenme alanı üzerine kurulmuştur (MEB, 2005a, 2005b). Bu programın matematik derslerinde öğrenciye kazandırmaya çalıştığı temel beceriler; problem çözme, iletişim, akıl yürütme ve ilişkilendirmedir. Bu becerilerden problem çözme, matematik dersinin ve etkinliklerinin ayrılmaz bir parçası olmalıdır. Problem çözme başlı başına bir konu değil bir süreçtir. Öğrenciler problem çözerken tahmin-kontrol, materyal kullanma, örüntü arama, geriye doğru çalışma gibi stratejileri kullanabilmelidir. İletişim, öğrencilerin sezgiye dayalı bilgileri ile soyut matematik dili ve sembolleri arasında köprü kurmada önemli rol oynar. Aynı zamanda iletişim, matematiksel düşüncelerin fiziksel, resimsel, grafiksel, sözel, zihinsel ve sembolik temsilleri arasında önemli bir bağ kurulmasını sağlar. Matematik eğitiminin amaçlarından biri de öğrencilerin matematik yapabileceklerine, kendi başarı ve başarısızlıkları üzerinde kontrol sahibi olduklarına inanmalarını sağlamaktır. Bu inançla, akıl yürütmede ve düşüncelerini savunmada öz güvenlerini geliştirerek matematik öğrenmenin kural ve formülleri ezberlemekten ibaret olmadığı; matematiğin keyifli ve mantıklı bir uğraş olduğu öğrencilere gösterilmelidir. Akıl yürütme becerisinin kazandırılabilmesi için mantığa dayalı çıkarımda bulunma, matematikteki örüntü ve ilişkileri analiz etme ve tahminde bulunma gibi becerilerin geliştirilmesi gerekmektedir. Son temel beceri ise ilişkilendirme becerisidir. Öğrencilerin matematiğin yararlarını anlayabilmeleri için matematiksel kavram ve becerilerin hem birbirleriyle hem de okul içi ve okul dışı yaşantıları ile ilişkilendirilmesi gereklidir. Kavramların geliştirilmesi süreç içinde gerçekleştirilmelidir. Matematiksel kavramlar arasındaki ilişkilerin araştırılması, tartışılması ve geliştirilmesi de aynı süreç içinde ele alınmalıdır.

2005-2013 yılları arasında uygulanan matematik programı ile birlikte müfredat kapsamına alınan konulardan biri örüntülerdir. İlköğretim birinci sınıftan sekizinci sınıfa kadar her sınıf düzeyinde yer alan örüntüler, sayı ve şekillerin belli bir kurala göre düzenlenmesi olarak tanımlanabilir. Gerek sayılar gerekse şekiller arasındaki ilişkiyi inceleme akıl yürütme becerisinin gelişmesinde önemli rol oynar. İlköğretimin ilk beş sınıfında bu becerinin gelişmesi için basitten karmaşığa doğru örüntüler seçilmiştir (MEB, 2005a ve 2005b). Örüntüler tekrarlayan ve genişleyen örüntüler olmak üzere ikiye ayrılırlar. Tekrarlı örüntülerde, bir temel birim sürekli tekrarlanır. Mevsimler, trafik ışıkları örnek olarak gösterilebilir. Genişleyen örüntülerde ise düzenli bir büyüme veya küçülme vardır (Olkun ve Toluk-Uçar, 2004). Örüntü arama becerisinin geliştirilmesi, özellikle problem çözme ve akıl yürütme becerilerinin kazandırılabilmesi için önceliklidir (MEB, 2005a, 2005b).

Örüntüler ilköğretim birinci kademede (1-5. Sınıflar) sayılar ve geometri öğrenme alanları içinde yer alırken, ikinci kademede (6-8. Sınıflar) cebir ve geometri öğrenme alanları içinde yer almaktadır. Örüntüler, ilköğretimin ilk iki sınıfında geometri öğrenme alanının, örüntüler ve süslemeler alt öğrenme alanı; üçüncü, dördüncü ve beşinci sınıflarda sayılar öğrenme alanının doğal sayılar alt öğrenme alanı içinde yer almaktadır. İlköğretim ikinci kademede (6-8. sınıflarda) cebir öğrenme alanının örüntüler ve ilişkiler alt öğrenme alanında; geometri öğrenme alanının ise örüntü ve süslemeler alt öğrenme alanında yer almaktadır. Altıncı sınıf geometri öğrenme alanı, örüntü ve süslemeler alt öğrenme alanı içinde yer alan "öteleme ile süsleme yapar" kazanımı ile; yedinci sınıf geometri öğrenme alanı, örüntü ve süslemeler alt öğrenme alanı içinde yer alan "çokgensel bölge modelleriyle bir bölgeyi döşeyerek modelleme yapar; düzgün çokgensel bölge modelleriyle oluşturulan süslemelerdeki kodları belirler, verilen kodlara uygun süslemeler yapar; yansıma, öteleme ve dönme hareketleri ile süsleme yapar" kazanımları bu çalışmanın kapsama alanında değildir. 2005 yılı matematik programındaki örüntülerle ilgili kazanımlar tablo 1 de verilmiştir (MEB, 2009).

Tablo 1.1.
Örüntülerle İlgili Kazanımlar

Sınıflar	Kazanımlar
6. sınıf	1. Sayı örüntülerini modelleyerek bu örüntülerdeki ilişkiyi harfle ifade eder. Bu bilgi ve becerilerini kullanarak özel sayı örüntülerini inceler. 2. Doğal sayıların kendileri ile tekrarlı çarpımını üslü nicelik olarak ifade eder ve üslü niceliklerin değerini belirler. 3. Çokgenler ile çokgensel bölgelerin eş ve benzerlerini kullanarak örüntüler oluşturur. 4. Öteleme ile süsleme yapar.
7. sınıf	1.Tam sayıların kendileri ile tekrarlı çarpımını üslü nicelik olarak ifade eder. 2. Sayı örüntülerini modelleyerek bu örüntülerdeki ilişkiyi harflerle ifade eder.
8. sınıf	1. Özel sayı örüntülerinde sayılar arasındaki ilişkileri açıklar. 2. Doğru, çokgen ve çember modellerinden örüntüler inşa eder, çizer ve bu örüntülerde fraktal olanları belirler.

Bu çalışmada ilköğretim 6, 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin örüntüleri kavrayabilme ve genelleyebilme süreçleri araştırılmıştır. Bu amaçla öğrencilerin örüntüleri tanıma, devam ettirme ve genelleme becerileri incelenerek, kullandıkları stratejiler ayrıntılı bir şekilde analiz edilmiştir. Araştırmanın problemleri her bir sınıf düzeyi için;

- Öğrencilerin örüntüler konusundaki yeterlilikleri ne düzeydedir?

- Öğrencilerin örüntüleri yakın ve orta uzaklıktaki terimlere devam ettirme ile genelleme süreçlerinde kullandıkları stratejiler nelerdir?
- Öğrencilerin tekrarlı, sabit artarak ve artarak genişleyen örüntü çeşitlerindeki başarıları arasındaki farklılıklar nelerdir?
- Öğrenciler farklı örüntü çeşitlerinde farklı çözüm stratejilerini ne düzeyde kullanabilmektedirler?

1.2. Araştırmanın Amacı

Aritmetik, cebir ve aritmetik ile cebir arasındaki geçiş süreci olan cebir öncesi öğrenme dönemlerinde öğrencilerin kazanması gereken önemli becerilerden biri genelleme yapmadır (Baki, 2008; Kaput, 1998; Linchevski, 1995). Değişken kavramının (Baş, Erbaş ve Çetinkaya, 2011; Lee ve Freiman, 2004) ve fonksiyonel düşünmenin gelişmesinde örüntülerin önemli bir rolü vardır (Blanton ve Kaput, 2004; Kaput ve Blanton, 2001; Rivera ve Becker, 2009; Warren ve Cooper, 2006). İlköğretimin 6-8. sınıflarında öğrencilerin örüntüdeki kuralı genellemesi ve harfle ifade etmesi temel beceri olarak ele alınmaktadır. Örüntülerin içerdiği ilişkileri keşfetmeleri ve bunları genellemeleri, öğrencilerin çevrelerindeki dünyayı daha iyi algılayabilme becerilerinin gelişmesine yardımcı olacaktır. Ayrıca örüntülerin farklı biçimlerde temsil edilmesi ve özellikle sembolik olarak ifade edilmesi, cebirin temel kavramlarının oluşmasına önemli katkılar sağlayacaktır (MEB, 2005a). Örüntüleri genellemenin cebir, değişken kavramı ve fonksiyonel düşünmenin gelişimindeki rolü dikkate alınarak bu çalışmada ilköğretim 6, 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin örüntüleri kavrayabilme ve genelleyebilme süreçlerinin incelenmesi amaçlanmıştır.

1.3. Araştırmanın Önemi

Matematik en yalın anlatımla bir örüntü ve ilişkiler bilimi olarak tanımlanabilir. Örüntüler, sayılar ya da şekiller içeren yapılar olabilir. Örüntü ve ilişkilerin birey tarafından araştırılıp keşfedilmesi ve matematikselleştirilmesi gerekmektedir. Çünkü bir problemi çözmek önemli olmakla birlikte bundan daha önemlisi problemi görmektir, keşfetmektir (Olkun ve Toluk-Uçar, 2006). Örüntüler fikirler arasındaki boşluğu doldurmaktadır (Liljedahl, 2004). Örüntü bulma, tamamlama ve oluşturma etkinlikleri öğrencilerin matematiksel kavramlar arasındaki ilişkiyi görmeyi öğrenmelerini sağlar.

Bu sayede öğrenciler ilişkileri kurabilir, genellemeler ve tahminler yapabilirler. Örüntüleri anlama, öğrencilerin hem birer problem çözücü hem de soyut düşünürler olmalarına yardımcı olur (Olkun ve Toluk-Uçar, 2007, s.105). Örüntülerin yukarıda ifade edilenlerin yanı sıra öğrencilerin cebirsel düşünmelerinin gelişiminde de çok önemli bir rolü vardır. NCTM'ye (National Council of Teachers of Mathematics) göre (2000), bütün sınıf seviyelerinde "örüntüler, fonksiyonlar ve ilişkileri anlamak" cebir için sürekli bir konudur. Steele (2005), cebirsel düşünmenin temelinde örüntü arama ve genellemenin yer aldığını ifade etmiştir. Zaskis ve Liljedahl (2002), matematikte özellikle de cebirde her şeyin örüntülerin bir genellemesi olduğundan örüntülerin matematiğin kalbi ve özü olduğunu savunmuşlardır. Hargreaves ve arkadaşları (1998), sayılar, geometri ve ölçülerle ilgili olan örüntülerin, öğrencilerin matematiksel kavramlar arasındaki ilişkileri anlamalarına yardımcı olduğunu ifade etmektedirler. Bu tür ilişkiler ise, daha sonraki aşamalarda öğrenilecek olan daha soyut düşünceler için temel oluşturan matematiksel düşünmeyi teşvik eder. Bir örüntüde nicelikler arasındaki ilişkileri bulmaya yönelik çalışmaların matematiksel ilişkiler ve fonksiyonlarla ilgili önemli bilgilerin ortaya çıkmasını sağladığı belirtilmektedir (Blair, 2001). Ayrıca örüntülerdeki sözel ve sembolik genellemeler öğrencilere aritmetikten cebire geçiş yapmak için uygun ortam hazırlar (English ve Warren, 1998). Örüntüler temel matematik kavramlarının öğrenilmesi için gerekli bir beceridir. Özellikle uzamsal farkındalık, sıralama, kıyaslama ve sınıflama becerilerinin gelişmesinde katkısı vardır (Papic, 2007). Ayrıca örüntüleri genelleme öğrencilere değişken kavramını kazanmalarında, fonksiyonel ve cebirsel düşünmelerinin gelişiminde, veriler arasında ilişki kurabilme becerilerinin gelişiminde, problem çözme becerilerinin gelişiminde, farklı muhakeme yaklaşımlarını geliştirmelerinde önemli katkılar sunmaktadır (Childs 1995; Lannin, 2005; Tanışlı ve Köse, 2010). Belirtilen katkılarından dolayı örüntüler konusu ilköğretim programlarında oldukça önemli bir yer teşkil etmektedir. Dolayısıyla bu çalışma, ilköğretim 6, 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin örüntüleri kavrayabilme ve genelleyebilme süreçlerinin incelenmesine yöneliktir. Araştırmada öğrencilerin örüntü problemlerinde kullandıkları çözüm stratejileri, öğrenme güçlükleri yaşadıkları hususlar, başarılı oldukları örüntü çeşitleri tespit edilmiştir. Çalışmada örüntü problemlerinin çözümlerinde dikkat edilmesi gereken hususlar, farklı örüntü çeşitlerinde takip edilmesi gereken farklı çözüm stratejileri ayrıntılı olarak açıklandığından dolayı ilköğretim öğrencilerine örüntüler konusu ile ilgili problem çözümlerinde önemli faydalar sağlayabilecektir. Araştırmada, örüntüler konusunun işlenmesinde dikkat edilecek noktalar ve örüntü problemlerinde uygulanabilecek stratejiler hakkında çeşitli önerilerde bulunulmuştur. Bu sebeple, öğretmenlere örüntüler konusunun işlenmesi sırasında başvurabilecekleri bir kaynak olabilecektir.

1.4. Varsayımlar

1.Öğrencilerin, örüntü ve mülakat testlerindeki sorulara doğru ve samimi olarak cevap verdikleri varsayılmaktadır.

2.Veri toplama aracı olarak kullanılan mülakat testlerinin araştırmanın amacına hizmet edebilecek yeterlikte olduğu varsayılmaktadır.

1.5. Sınırlıklar

1. Bu araştırma Erzurum ili Şükrü Paşa İlköğretim Okulu 6, 7 ve 8. sınıflarında öğrenim gören 27 öğrenci ile sınırlıdır.

2. Bu araştırma ilköğretim 6, 7 ve 8. sınıf örüntüler konusu ile sınırlıdır.

3. Veri toplama aracı olarak örüntü ve mülakat testleri ile sınırlıdır.

1.6. Tanımlar

Örüntü: Örüntü basitçe renklerin, şekillerin veya seslerin belli bir şekilde düzenlenmesi olarak tanımlanabilir (Orton, 2005, s. 1)

Genelleme: Genelleme gerekli değişmezlerin soyutlanması yoluyla yapılandırılır. Soyutlanan nitelikler, nesnelerin kendilerinden ziyade nesnelerin arasındaki ilişkilerdir (Zaskis, 2002).

Strateji: Önceden belirlenen bir amaca ulaşmak için tutulan yol (TDK, 1988).

İKİNCİ BÖLÜM

2. KURAMSAL ÇERÇEVE ve İLGİLİ ARAŞTIRMALAR

2.1. Kuramsal Çerçeve

Bu bölümde öncelikle araştırma ile ilgili kuramsal çerçeveye, daha sonra örüntüler konusu ile ilgili yurt içi ve yurt dışında yapılan çalışmalara yer verilmiştir.

2.1.1. Örüntüleri Genelleme

Dörfler (1991), genellemenin hem bir nesnenin ve düşüncenin ifade edilişi hem de bir iletişim aracı olduğunu ifade etmiştir. Swafford ve Langrall (2000), genellemeyi özel bir durum için tanımlanan ortak özelliği genel bir duruma taşıma olarak ifade etmişlerdir. Cebirsel etkinliğin bir özelliği de verilen bir durumdan, olaydan bir örüntü bulmak ve bunu genellemeye çalışmaktır (Baki, 2008, 533-536).

Genelleme matematiğin can damarıdır, kalbidir (Mason, 1996). Kaput (1999) genellemenin tanımını yaparken soyutlama sürecine, ortak özelliğe, genelleme sürecine somut olaylarla başlamaya dikkat çekmiştir. Genelleme ve formülize etme matematiksel düşünme ve aktiviteler için esastır (Kaput, 1999). Genelleme yapma, fonksiyonlarla çalışma ile denklem kurma ve çözme cebirin üç temel karakteristiğidir (Baki, 2008, 533-536). Kaput (2000) cebirin beş önemli yönünden birini örüntülerin analiz edilmesi ve genellenmesi olarak belirtmiştir. Kaput'a göre (2008), ilkokul yıllarında öğrenciler doğuştan gelen genelleme güçlerini kendi çıkarlarına kullanabilmeleri için matematiksel bir aktivite olarak genelleme ile meşgul olmalıdırlar.

Genellemenin tanımı, farklı sınıf seviyeleri için farklı şekillerde yapılmıştır. Bu tanımlar aşağıdaki tabloda özetlenmiştir.

Tablo 2.1.

Sınıf Seviyelerine Göre Genelleme Tanımları

Yaş Grubu	Genellemenin Tanımı
Okul Öncesi (4-6 yaş)	Örüntüler erken matematik öğrenmede gerekli bir beceridir. Bu beceri nesnelerin özellikleri ile aralarındaki farkı ve benzerlikleri tanıma ve anlatma becerisini içerir (Papic, 2007)
3. Sınıf (9 yaş)	Matematiksel genelleme, bazı özellik ya da tekniklerin matematiksel nesnelerin ya da durumların geniş bir kümesi için uygulanabilirliği iddiasını içermektedir (Carraher, 2008).
6. Sınıf (11 yaş)	Şekilsel genelleme örüntünün görselliğine ve her bir dönüşümle nasıl değiştiğine odaklanır. Sayısal genelleme, örüntülerin dönüşümünde genellikle sayılara odaklanır; tahmin-kontrol ve sonlu farklar yaklaşımlarını içerebilir (Becker, 2006).
Orta Okul ve Lise (7-8-9. Sınıf)	Cebirsel olarak bir örüntüyü genelleme, bir öğe dizisi (S) arasından bir benzerliği yakalama yeteneğine dayanır. Dahası öğrenci bu benzerliğin dizinin tüm öğelerine uygulanabileceğinin farkında olmalıdır. Sonuç olarak öğrenci, S dizisinin herhangi bir öğesinin doğrudan ifade edilmesini sağlayacak bir kural oluşturabilmelidir (Radford, 2008).
Öğretmen Adayları	Genelleme gerekli değişmezlerin soyutlanması yoluyla yapılandırılır. Soyutlanan nitelikler, nesnelerin kendilerinden ziyade aralarındaki ilişkilerdir (Zaskisi, 2002).

(Bu tablo Ndlovu'dan (2011, 19) uyarlanılarak hazırlanmıştır.)

Genellemenin özellikleri ve doğru bir genelleme yapabilmek için dikkat edilmesi gereken aşamalar aşağıdaki tabloda özetlenmiştir.

Tablo 2.2.

Genellemenin Özellikleri ve Aşamaları

Yazar	Genellemenin Özellikleri
Zaskis, 2002	• Genelleme tek bir formül olarak tanımlanmıştır. • Tekrar birimi genellemenin anahtarıdır. • Denk (eşit) ifadeler genellemenin anahtarıdır. • Cebirsel semboller genellemeleri ifade eder. • Herbir öğenin pozisyonu genellemeden belirlenebilir.
Becker ve Rivera, 2006	• Örüntüleri eklemeli bir şekilde görme • Listeleme ve görselleştirme ile genelleme • Soruları doğru orantı aracılığıyla görsel ve sayısal olarak genelleme • Genellemeleri formülleştirmeye yatkınlık • Ters İşlemler
Yazar	Genellemenin Aşamaları
Radford, 2008	• Öğelerin benzerliğini fark etme • Genel bir kavram oluşturma • Dizideki her bir öğe için bir ifade veren bir kural oluşturma • Eşitliği doğrulama
Carraher, 2007	• Bir dizideki öğelerin benzeliklerinin veya farklılarının farkında olma ve bir örüntü fikri oluşturma • Görselleştirme
Papic, 2007	• Örüntüleri doğrusal, devirli ve genişleyen olarak gözlemleme • Örüntü içine kendini tekrarlayan bir öğe yerleştirme • Tekrarlanan kısım örüntünün her bir terimi için ortak olmalıdır. • Örüntüdeki tekrar biriminin doğrulanması

(Bu tablo Ndlovu'dan (2011, 22) uyarlanılarak hazırlanmıştır.)

Garcia-Cruz ve Martinon (1998), öğrencilerin örüntü sorularında yaptıkları işlemleri göz önüne alarak genelleme süreçlerini üç düzeye ayırmışlardır. Birinci düzey, prosedürel faaliyetler olarak adlandırılmıştır. Bu düzeyde öğrenciler doğrusal örüntülerin tekrar eden yapısının farkına varırlar. İkinci düzey lokal genelleme olarak adlandırılmıştır. Bu düzeyde örüntülerin değişmeyen hesaplamaları diğer terimlerin hesaplanmasında kullanılır. Öğrenciler örüntüyü genellemek için bir şema geliştirirler. Üçüncü düzey global genelleme olarak adlandırılmıştır. Bu düzeyde örüntüye ait kural belirlenir. Harel ve Tall (1991) genişleyen (expansive), yeniden yapılandırma (reconstructive) ve ayırıcı (disjunctive) olmak üzere üç çeşit genellemeden bahsetmişlerdir. Birincisi yeni bir şema oluşturmadan var olan şemanın uygulanabilirliğini genişletmeyi içermektedir. İkincisi var olan şemayı yeniden yapılandırarak uygulanabilirlik yelpazesini genişletmeyi kapsamaktadır. Sonuncu genelleme ise mevcut şemanın üzerine yeni içerikle başa çıkabilecek yeni içerikler ilave edildiğinde oluşur. Yani mevcut şemanın yeni şartlara uygun bir şekilde taşınmasını içermektedir. Driscoll (1999) iki çeşit genellemeden bahsetmiştir. Birincisi hesaplamalardan soyutlama, ikincisi ise fonksiyonları temsil etmek için kuralları oluşturmadır. Hesaplamalardan soyutlayarak genelleme herhangi bir sayıya sıfır ilave edildiğinde sonucun yine aynı sayı olmasıdır. Öğrenciler bunu tüm sayılar için yaparlarsa hesaplamalardan soyutlama yaparak genellemiş olurlar. Fonksiyonları temsil etmek için kural bularak genelleme ise girdi-çıktı değerleri arasındaki ilişkinin sembol kullanılarak ifade edilmesidir. Dörfler (1991), Zaskis ve Liljedahl (2002) kuramsal (theoretical) ve deneysel (emprical) olmak üzere iki genellemeden bahsetmişlerdir. Kuramsal genelleme amaçlı ve genişlemeli tanımlar ve genellemelerin temel sabitlerinin soyutlanması ile oluşturulmasıdır. Deneysel genelleme ise örüntü içindeki terimlerin ya da nesnelerin ortak özelliklerine dayanarak yapılan genellemedir. Becker (2006) sayısal ve şekilsel genelleme olmak üzere iki çeşit genellemeden bahsetmiştir. Sayısal genelleme örüntü dönüşümlerinde sayılara, şekilsel genelleme ise örüntü dönüşümlerinde görselleştirmeye odaklanmayı gerektirmektedir. Becker ve Rivera (2008) genellemeleri üçe ayırmıştır. Bunlar standart yapıcı genelleme, standart dışı yapıcı genelleme ve standart parçalayıcı genellemedir. Bu genelemelerin ilk ikisi şeklin bir bölümünden tamamına gidilen yaklaşımlardır. Standart parçalayıcı genelleme ise şeklin tamamından bir bölümüne gidilen yaklaşımdır. Radford (2008) öğrencilerin yaptığı genellemeleri üçe ayırmıştır. Bunlar cebirsel genelleme, aritmetiksel genelleme ve olgunlaşmamış tümevarım genellemeleridir. Radford (2006), fenomenolojik (phenomenological) ve imgesel (semiotic) olmak üzere genellemenin iki bileşeninden bahsetmiştir. Fenomenolojik bileşende, örüntünün bütün terimleri için geçerli bir ortak özellik tespit edilmeli; imgesel bileşende ise, cebirsel sembollerle, dil ve jestlerle bir genellik ifade edilmelidir.

Başarılı bir genelleme yapabilmek için kullanılacak olan stratejiler bazı aşamalardan geçmelidir (Blanton, 2008; Dindyal, 2003). Genel bir kurala veya formüle ulaşmak için kullanılacak başarılı stratejiler birbirini takip eden dört aşamadan oluşmaktadır. Bu aşamalar doğrudan model (örnek) aşaması, örüntüdeki ilişkinin tanımlanması aşaması, örüntüdeki ilişki için oluşturulan varsayımın test edilmesi aşaması ve genel durumlar için bir kural bulma aşamasıdır. Birinci aşama için öğrencilerin sistematik olarak yazma veya sayma stratejilerini kullanmaları gerekmektedir. Belirleyici faktör kullanılan stratejinin sistematik olmasıdır. İkinci aşamada örüntü, bir bölümünden veya yönünden hareketle tanımlanır. Bu tanımlanma ilk aşamada kullanılan sistematik stratejilere bağlıdır. Üçüncü aşamada ikinci aşamada tanımlanan ilişkinin doğruluğu araştırılır. Öğrencilerin ilk üç aşamanın çözüm sürecindeki başarıları, onların doğru sonuca ulaşmalarına yardımcı olacaktır (Dindyal, 2003). Blanton (2008) belirli durumlarda genelleme yapabilmek için beş adımdan oluşan bir çerçeve belirlemiştir. (1) matematiksel durumun açıklanması, (2) varsayım geliştirilmesi, (3) varsayımın test edilmesi, (4) oluşturulan varsayım yanlış ise yeni varsayımlar oluşturulup test edilmesi, (5) doğruluğu test edilmiş varsayım üzerinden genelleme yapılmasıdır.

Orton ve Orton (1996) başarılı genelleme yapabilmenin önünde dört büyük engel olduğunu belirtmişlerdir. Bunlardan birincisi matematikte yaygın olan aritmetiksel işlemlerdeki yetersizlik (eksiklik) bazı zamanlarda ilerlemeyi önlemektedir. İkincisi, sabitleşme (bağımlılık) ile yinelemeli yaklaşımlar evrensel kurallara doğru ilerlemede ciddi engeller oluşturabilir. Üçüncüsü öğrencilerin uygun olmayan çözüm yollarının içine girmeleridir. Dördüncüsü ise öğrencilerin tahmin edilemeyen yollardan kendilerine özgü metotları benimsemelerinin göz ardı edilmesidir. Orton (1997) öğrencilerin genelleme yapmalarının önünde sekiz engel olduğunu belirtmiştir. (1) Aritmetiksel yetersizlik. Basit işlem hatalarıyla birlikte toplama ve çarpma işlemleri arasındaki ilişkinin anlaşılamaması. (2) şekil numarası ile şekildeki nesne sayıları arasındaki karışıklık. (3) Çok büyük sayılarla işlem yapmayı kısa kesmek istemeleri. Öğrenciler buldukları kuralları açıklamaları için teşvik edilmelidir. (4) Birkaç şekil için bulunan kuralın, 20. ya da 100. şekil için aynı kural olduğunu kavramadaki yetersizlik. Bu gelişimsel bir engeldir. (5) Yinelemeli ilişkilere odaklanma, genel bir kurala ulaşmanın önündeki engeldir. (Nesne sayısını bulmak için terim sırasını 2 ile çarpıp 1 eklemek yerine, ardışık terimlere 2 eklemek.) (6) Gerekli farkındalıkların eksikliği. Terim sırası ile terim sırasına karşılık gelen nesne sayısı arasında bir ilişki tespit etmeleri gerektiğinin farkında olmamalarıdır. (7) Öğrenciler kendilerine özgü muhakemeler geliştirirler ve geliştirdikleri metotları göz ardı etmezler. (8) Bilinmeyenlerle işlem yapmadaki yetersizlik. Lannin (2002), öğrencilerin örüntüdeki ilişkiyi cebirsel olarak ifade etmede, ilişkiyi sözel olarak ifade etmeye göre daha fazla güçlükler yaşandığını belirtmektedir. Sorkin (2011), öğrencilerin çarpımsal ilişkilerden ziyade toplamsal ilişkilere odaklandıkları zaman örüntünün kuralını bulmada zorlandıklarını, Becker ve Rivera (2006) öğrencilerin alternatif çözüm yollarını kullanmamalarının örüntülerin kurallarının bulunmasının önünde bir engel olduğunu belirtmişlerdir. Ayrıca öğrenciler örüntüdeki ortak özelliği bulup, bu özelliği örüntünün tüm terimlerine genelleyemedikleri zaman cebirsel genellemede zorlanmaktadırlar (Radford, 2008).

Öğrencilerin örüntüleri genellemek için kullandıkları strateji seçimlerini etkileyen çeşitli faktörler vardır (Lannin, Barker ve Townsend, 2006b; Yeap ve Kaur, 2008). Yeap ve Kaur (2008) öğrencilerin genelleme stratejilerine etki eden faktörleri sekiz bölüme ayırmıştır. Bunlar, (1) yapıları ve ilişkileri görme kabiliyeti, (2) önceki bilgiler, (3) üst bilişsel stratejiler, (4) kritik (eleştirel) düşünme stratejileri, (5) bir tablo gibi buluşsal (heuristic) düzenleme, (6) buluşsal (heurisitc) kolaylaştırma yollarının bulunması, (7) soru aşinalığı ve (8) teknolojidir. Lannin, Barker ve Townsend (2006b) ise öğrencilerin örüntüleri genellemek için kullandıkları startejileri etkileyen faktörleri beşe ayırmışlardır. Bunlar (1)soruda verilen girdi değerleri, (2)sorunun matematiksel yapısı, (3)önceki stratejiler, (4)problem durumlarının görsel imajı, (5)öğretmen ve diğer öğrenciler ile aralarındaki sosyal etkileşimdir.

2.1.2. Değişken

Ortaokul öğrencilerinin problem çözerken nicelikleri temsil etmek için değişken kullanmaları ve değişkenin çeşitli anlamlarını kavramaları tavsiye edilmektedir (NCTM, 2000). Değişken, bir veya daha çok sayıyı temsil etmek için kullanılan bir harftir. Değişken kavramı matematik öğretme ve öğrenmede çok önemli bir yere sahiptir (English ve Warren, 1998; MacGregor ve Stacey, 1997). Değişkenler genellemeleri ifade etmek (English ve Warren, 1999), fonksiyonel ilişkileri tanımlamak (Ursini ve Trigueros, 2001), iki nicelik arasındaki ilişkiyi tanımlamak ve matematiksel fikirleri temsil etmek (Carpenter, Franke ve Levi, 2003), örüntüleri genellemeye çevirmek (Usiskin, 1999) için kullanılan temel araçlardır. Değişken kavramının anlaşılması aritmetikten cebire geçiş için bir temel sağlar (Schoenfeld ve Arcavi, 1988). Değişken kavramı, cebirsel düşünme için anahtar kavramlardan biridir (Burns, 2002) ve değişken kavramının kullanılmaya başlanması cebirsel düşünmenin başladığının göstergesidir (Yenilmez ve Teke, 2008).

NCTM öğrencilerin cebirle ilgili kazanması gerekli hususları belirlemiştir. Bunlardan birisi; cebirsel sembolleri kullanarak matematiksel durumları ve yapıları temsil edebilmeli ve çözümleme yapabilmelidir. Bu standart altında öğrencilerden değişkenlerin farklı kullanımlarına yönelik kavramsal anlayış geliştirmeleri ve doğrusal ilişkileri temsil etmek için sembolik cebir kullanmaları beklenmektedir. Eğer cebiri genelleştirilmiş aritmetik olarak kabul edersek, örüntüleri genelleştirmek için değişkenler kullanılır (Usiskin, 1999). Değişken kavramının gelişiminde ve algılanmasında örüntü etkinlikleri önemli bir unsurdur (Baş, Erbaş ve Çetinkaya, 2011; Lee ve Freiman, 2004). Matematiksel fikirleri temsil etmek için kullanılan değişkenler, öğrencilerin matematik eğitimleri için çok önemli kavramlardan biridir (Carpenter, Franke ve Levi, 2003). Bu sebeple English ve Warren (1998) öğrencileri değişkenle tanıştırmak için örüntü yaklaşımının kullanılması gerektiğini savunmuşlardır. Geleneksel olarak öğrenciler değişken kavramı ile denklemdeki bilinmeyen olarak karşılaşmaktadırlar. Dolayısıyla değişkenin niteliğine sahip olamamaktadırlar. Örüntü yaklaşımı öğrencilerin genellemeleri uygun bir şekilde ifade etmelerini ve sembolik olarak kayıt altına almalarını sağlamaktadır. Ayrıca örüntü aktiviteleri sembollerle çalışma için somut ve faydalı temel oluşturur.

Öğrencilerin cebir öğrenmede karşılaştıkları zorluklardan birisi de değişkenin çoklu anlamları ve kullanımlarıdır (Colemon, 2008). Örüntüler konusu değişkenin bu farklı kullanımlarını kavrayabilmeleri için öğrencilere uygun fırsatlar da sunmaktadır. Örüntüler konusunda değişkenler değişen nicelikler, parametre ve bilinmeyen olarak kullanılmaktadır. Bir örüntünün kuralı $t = 3n + 1$ ise (n terim sırasını ve t, o terimdeki toplam nesne sayısını göstermektedir) terim sırasını belirten n değişen nicelikler yerine kullanılmaktadır. Kaçıncı terimde 31 kare bulunmaktadır? Bu sorunun çözümü için kurulan denklem $31 = 3n + 1$ şeklinde olmalıdır. Buradaki n bilinmeyen niceliği temsil etmektedir. $y = mx + b$ şeklindeki bir formülde m doğrusal ilişkinin eğimini, b ise y eksenini kestiği noktayı temsil etmektedir. Buradaki m doğrusal bir ilişkideki sabit farkı temsil etmek için kullanılan bir parametredir (Markworth, 2010).

2.1.3. Örüntü-Fonksiyonel Düşünme İlişkisi

Fonksiyonel düşünme iki ya da daha fazla nicelik arasındaki ilişkinin üzerine odaklanan temsili düşünmedir. Fonksiyonel ilişki ise örüntünün terim sırası ile terimdeki nesne sayıları arasında ilişki kurulmasıdır (Smith, 2008).

Fonksiyonel düşünmenin gelişmesinde fonksiyon makinesinin (Warren, Cooper ve Lamb, 2006), geometrik genişleyen örüntülerin (Markworth, 2010; Rivera ve Becker, 2009; Warren ve Cooper, 2008), tekrarlı örüntülerin (Warren ve Cooper, 2006), sözel problemlerin (Blanton ve Kaput, 2004; Kaput ve Blanton, 2001), fonksiyon tablosu ve grafiklerin (Martinez ve Brizuela, 2006) ve üç sütunlu tablonun (Markworth, 2010) önemli rolleri vardır. İlköğretim öğrencileri iki veri kümesi arasındaki ilişkiyi bulmakta zorlanmaktadırlar (Looney, 2004; Stacey ve Macgreagor, 1995). Kaput ve Blanton (2001), dokuz yaşındaki çocukların fonksiyonel ilişkiyi tanımlayabildiklerini ve cebirsel notasyonları kullanabildiklerini belitmişlerdir. Warren ve Cooper (20006) öğrencilerin tekrarlı ve genişleyen örüntülerle ilgili deneyimlerinde tek küme üzerinde değil de veri kümeleri arasındaki ilişkileri araştırdıklarında fonksiyonel düşünmeyi geliştirebileceklerini ifade etmişlerdir.

2.1.4. Örüntü-Cebir İlişkisi

NCTM (2000) öğretim programları beş öğrenme alanından oluşmaktadır. Bunlar sayı ve işlemler, cebir, geometri, ölçme, veri analizi ve olasılıktır. Anaokulu öncesinden

12. sınıfa kadar cebir öğrenme alanı içerisindeki öğrencilerin kazanması gereken beceriler:

- Örüntüleri, ilişkileri ve işlevlerini anlayabilmelidir.
- Cebirsel sembolleri kullanarak matematiksel durumları ve yapıları temsil edebimeli ve çözümleme yapabilmelidir.
- Modelleri kullanarak, niceliksel ilişkileri temsil edebilmeli ve anlayabilmelidir.
- Çeşitli bağlamlarda meydana gelen değişikliği analiz edebilmelidir (Van De Walle, Karp, Bay-Williams, 2007).

Örüntüler konusu bu kazanımların hepsiyle ilgili olmakla birlikte özellikle "Örüntüleri, ilişkileri ve işlevlerini anlayabilmelidir" kazanımıyla ilgilidir. Bu kazanımlarla ilgili 6-8. sınıf seviyelerindeki öğrencilerden beklenen standartlar aşağıda verilmiştir.

- Tablolar, grafikler, kelimeler ve mümkünse sembolik kuralları içeren çeşitli örüntüleri temsil etmeli, analiz etmeli ve genellemelidir.
- Bir bağıntıya yönelik farklı temsil biçimlerini ilişkilendirmeli ve karşılaştırmalıdır.
- Doğrusal ve doğrusal olmayan fonksiyonları tanımalı ve tablolar, grafikler ve denklemler yardımıyla özelliklerini karşılaştırmalıdır (Van De Walle, Karp, Bay-Williams, 2007).

Cebir, nicelikler arasındaki ilişkileri göstermek için hem harfleri hem de sayıları kullanan bir matematik branşıdır (NCTM, 2000). Cebir ortaokul matematiğinin bel kemiğidir (Christmas ve Fey, 1999). Örüntü problemlerini genelleme ise cebire açılan bir kapıdır (Amit ve Neira, 2008). Matematikte ve özellikle cebirde bütün kavramlar örüntülere ve örüntülerin genellenmesine bağlıdır (Zaskis ve Liljedahl, 2002). Jones (1993) örüntünün genellemeye doğru bir adım ve genellemenin de cebirin kalbi olduğunu belirtmiştir. Tanışlı ve Özdaş'a göre (2009) örüntüler genellemenin, genelleme ise cebirin yapı taşlarından birisidir. Bu sebeple okullarda sayısal ve geometrik örüntüleri genelleme ile cebire giriş yapılması tavsiye edilir (Lee, 1996; Macgregor ve Satacey, 1995; Ndlovu, 2011; Radford, 2010). Mason et al. (1985) cebirin dört farklı temeli olduğunu ifade etmişler ve bu dört temelin sağlam oluşması için dört farklı yol önermişlerdir. Bu temellerden birini "genellemelerin ifadesi" (expressing generality) olarak tanımlamışlardır. Son on yıl ya da daha fazla zamandaki çalışmalarda sayı örüntülerinin kullanılması "genellemelerin ifadesi" temeli içerisinde çok önemli bir yol olmuştur. Çünkü 1, 4, 7, 10,… sayı örüntüsü verildiğinde öğrenciler 20., 50. terimleri bularak nihayetinde n. terimi bulabilmektedirler. Zaskis ve Liljedahl (2002) de örüntülerin genellenmesini cebirin köklerinden biri olarak kabul etmektedirler.

Öğrenciler, matematik öğretmenleri, matematik eğitimcileri ve matematikçiler cebiri düşünmenin bir yolu, bir problem çözme aktivitesi ve genelleştirilmiş aritmetik olarak düşünmektedir (Bednarz et al., 1996; Blanton ve Kaput, 2005; Lee, 2001; Usiskin 1999). Kaput (2000) cebirin beş önemli yönünden birini örüntülerin analiz edilmesi ve genellenmesi olarak belirtmiştir. Öğrencilerin cebirle karşılaştıklarında zorlanmaları aritmetikten cebire geçişteki yetersizliklerinden kaynaklanmaktadır. Zaskis ve Liljedahl'a göre (2002) cebir, cebirsel düşünme ve cebirsel sembolize etme olmak üzere iki ayrı kavramı kapsamaktadır. Bazı araştırmacılar cebirsel sembolize etmeyi, cebirsel düşünmenin bir unsuru olarak görürken (Kieran, 1989), bazı araştırmacılar da bunları bir sonuç ya da bir iletişim aracı (Charboneau, 1996) olarak görmektedir. Cebirsel düşünme örüntüdeki nicelikler arasındaki ilişkileri tanımlama ve genelleme kabiliyetlerinin yanı sıra örüntüyü genişletme ve tanımlama kabiliyetlerini de kapsamaktadır (Steele, 2005). Kieran (1989), cebirsel düşünmenin anlamlı şekilde nitelendirilmesi için özeldeki genelin görülmesinin yeterli olmadığını ve bu genellemenin cebirsel olarak da ifade edilmesi gerektiğini belirtmiştir.

NCTM (2001) cebirsel düşünmeyi örüntüler, ilişkiler ve fonksiyonları anlayabilme; matematiksel semboller kullanarak matematiksel durum ve yapıları analiz ve temsil edebilme; nicelikler arasındaki ilişkiyi anlamak ve temsil etmek için matematiksel modelleri kullanabilme; çeşitli koşullardaki değişimleri analiz edebilme olarak belirtmiştir. Dörfler (2008)'e göre örüntülerin genellenmesi, cebirsel düşünmeyi gerçekleştirmenin bir yolu ve bir çeşidi olarak tanımlanabilir. Örüntüleri genelleme, çocukların cebirsel düşünme becerilerinin gelişiminde önemli bir bileşendir (Lesley ve Freiman, 2004). Cebirsel muhakemenin başlangıcında genel olarak nicelikler arasındaki temel ilişkilerin tanımlanması ve doğru cebirsel semboller kullanılarak ifade edilmesi yer almaktadır (Kieran, 1990). Örüntüler konusunda genellemeleri ifade etmek için semboller kullanılır. Bu sembolik genellemeler, anlam ya da muhakeme geliştirmeyi, grafik ve tablo gibi diğer cebirsel temsilleri kullanmayı kapsamaktadır. Örüntüler bu özellikleriyle ilkokul yıllarındaki cebire giriş kavramlarının öğretilmesinde faydalı aktiviteler sunmaktadır (Bishop, 1997; Lannin, Barker ve Townsend, 2006; Orton ve Orton, 1999).

Matematik öğretiminde cebirsel düşünmenin gelişimi, nicelikler ve nicelikler arası ilişkiler üzerine kurulmuştur. Cebirsel düşünme, nicel durumları göstererek değişkenler arasındaki ilişkiyi ortaya koyabilme kapasitesidir (Driscoll, 1999). Erken öğrenme basamaklarında, kelimeler ile temsil edilerek öğretimine başlanılan nicelik ve nicelikler arası ilişki bilgisi, ilerleyen basamaklarda değişken kavramının kazanımıyla cebirsel düşünme sürecinin her basamağında yer alır (Kabael ve Tanışlı, 2010). Cebirsel düşünmenin gelişimi doğrudan doğruya bireylerin cebir alt öğrenme alanında aldıkları eğitimle ilgilidir. Cebirsel düşünmenin başladığı ilk yer matematik derslerinin cebir alt öğrenme alanıdır. Cebir öğrenme alanı ilköğretim 1-5. sınıflar matematik dersi öğretim programında örüntüler alt öğrenme alanının kısmi bir uzantısıdır. İlköğretim 6-8. sınıflarında öğrencilerin örüntüdeki kuralı genellemesi ve harfle ifade etmesi, temel beceri olarak ele alınmaktadır. Bu genellemeler daha sonra bir değişkenin diğer bir değişkene bağlı olarak değiştiği iki bilinmeyenli denklemlerle ilişkilendirilmekte ve kavramların daha anlamlı öğrenilmesine yardımcı olmaktadır (Yenilmez ve Teke, 2005). Genellemenin geliştirilmesi ve derinlemesine incelenmesi için örüntülerin kullanımı cebir öncesi bir aktivite olarak görülmektedir (English ve Warren, 1998; Lee, 1996; Mason, 1996). Bu durumlar dikkate alındığında öğrencilerin cebirsel düşünmeye başlamalarında, örüntüleri analiz etmelerinin önemli olduğu anlaşılmaktadır (NCTM, 2000). Örüntülerle çalışmaktaki en büyük amaçlardan biri cebirsel düşünmeyi gerçekleştirmektir. Öğrenciler örüntüleri nasıl devam ettireceklerini ve örüntüleri genellemeyi nasıl yapacaklarını anladıkları zaman cebirsel muhakeme becerilerini göstermiş olurlar (Smith, 2003). Öğrenciler eğitim hayatlarının ilk yıllarında bile cebirsel notasyonları kullanabilirler (Kaput ve Blanton, 2001). Ayrıca öğrencilerin örüntüleri gözlemlemeleri ve sözel olarak ifade etmeleri aritmetikten cebire geçişlerinde yardımcı olacaktır (Orton ve Orton, 1999; Schoenfeld ve Archavi, 1988).

2.1.5. Örüntü Çeşitleri

Örüntüler tekrarlı ve genişleyen örüntüler olmak üzere ikiye ayrılmaktadır. Tekrarlı örüntüler, tekrar birimi olarak adlandırılan elemanların devirli olarak tekrarlanmasıdır (Liljedahl, 2004; Papic, 2007; Threlfall, 1999; Zaskis ve Liljedahl, 2002). Genişleyen örüntüler, bir dizideki bir elemanın bileşenlerinin sayısının sistematik olarak arttığı ya da azaldığı örüntülerdir. Öğrencilere önce tekrarlı örüntülerin daha sonra ise genişleyen örüntülerin tanıtılması daha faydalı olabilir (Papic, 2007).

Tekrarlayan ve genişleyen örüntüler sayılarla ve geometrik şekillerle verilebilir. Farklı sayı örüntüsü çeşitleri vardır. Bunlar doğrusal ve aritmetik diziler, karesel diziler, kuvvet dizileri, geometrik diziler ve fibonacci tipi dizilerdir (Samson, 2007). Resimsel (görsel, şekilsel) örüntü çeşitlerinin nokta, fayans, kibrit çöpleri vb. şekiller ile oluşturulmakta ve bu örüntüler öğrencilerin daha fazla geometriksel ya da içeriksel (bağlamsal) düşünmelerini desteklemektedir (Orton ve Orton, 2005; Orton, Orton ve Roper, 2005). Çünkü resimsel şekillerin kullanılması, sayıların listelenmesi formatına alternatif uğraşı sağlar. Resimsel yaklaşımın bir diğer faydası ise somutlaştırmadır. Çoğu ilkokul öğrencisi yalnız simgeselden ziyade somut ve resimlerle düşünür (Orton, Orton ve Roper, 2005).

2.1.6. Örüntüleri Genellemek İçin Kullanılan Stratejiler

Örüntüleri genellemek için kullanılan stratejileri belirlemeye yönelik çeşitli araştırmalar bulunmaktadır. Öğrencilerin kullandığı stratejilerin başlıcaları belirgin (explicit), bütüne genişletme (whole-object), yinelemeli (recursive), yığılmalı veya gruplamalı (chunking) stratejilerdir (Bezuska ve Kenney, 2008; Garcia- Cruz ve Martinon, 1998; Hargreaves, Taylor ve Threlfal, 1998; Healy ve Hoyles, 1999; Lannin, 2003 ve 2005; Lannin, Barker ve Townsend, 2006a ve 2006b; Markworth, 2010; Ndlovu 2011; Redden, 1996; Samson, 2007; Stacey, 1989; Swafford ve Langrall, 2000; Tanışlı, 2008; Warren, 2000). Yinelemeli düşünce, dizideki değişiklikleri aşama-aşama ele alan zihin alışkanlığıdır (Bezuska ve Kenney, 2008). Belirgin stratejiler ise bağımlı değişken ile bağımsız değişken arasındaki kovaryasyonel ilişkiyi ifade etmektedir. Belirgin stratejiler, yinelemeli stratejilere göre daha ileri seviyedeki fonksiyonel düşünmeyi göstermektedir. Yinelemeli ilişkilerde terim sırası neredeyse önemsizdir. Ancak fonksiyonel ilişkide terim sırası ayrı bir değişken olarak ele alınmaktadır

(Markworth, 2010). Fonksiyonel stratejiler genellikle yinelemeli stratejilerden daha faydalı ve kullanışlıdır (Lannin, Barker, Townsend, 2006). Öğrenciler yinelemeli stratejilerden ziyade belirgin stratejileri kullanmaları için teşvik edilmelidir (Stacey ve MacGregor, 2001). Sandefur'a göre (1993) öğrenciler, hem yinelemeli hem de belirgin stratejileri kullanmaları için teşvik edilmelidir (Akt. Lannin, Barker ve Townsend, 2006a). Çünkü öğrenciler yinelemeli ve belirgin stratejiler arasındaki bağlantıları keşfettikleri zaman problemleri daha iyi kavrayacaklardır (Lannin, Barker ve Townsend, 2006a).

Öğrencilerin örüntüleri genellemek için kullandıkları stratejiler sayısal, görsel ve hem sayısal hem görsel stratejiler olmak üzere üçe ayrılabilir. Bu stratejilerin başlıcaları belirgin, yinelemeli, bütüne genişletme, yığılmalı ve içeriksel stratejilerdir. Bu stratejilerin dışında literatürde yer alan çeşitli stratejiler bulunmaktadır (Hargreaves, Taylor ve Threlfall, 1998; Healy ve Hoyles, 1999; Lannin 2003 ve 2005; Markworth, 2010; Mason, 1996; Ndlovu, 2011; Samson, 2007; Sasman, Linchevski ve Olivier, 1999; Zaskis ve Liljedahl, 2002). Bu stratejilerin kullanım şekilleri ve ayrıntılı açıklamaları aşağıda verilmiştir.

Belirgin veya Fonksiyonel Strateji (Explicit): Belirli bir girdi değeri için herhangi bir çıktı değerinin hemen hesaplanmasını sağlayan bir kuralın bulunmasıdır (Lannin, Barker ve Townsend, 2006b). Bu strateji bağımlı değişken ile bağımsız değişken arasındaki bir ilişkinin hesaplanması temeline dayanır (Healy ve Hoyles, 1999). Markworth (2010) bu startejiyi sayısal ve şekilsel durumlar için ikiye ayırmıştır. Bunlardan biri sayısal belirgin (numerical explicit), diğeri ise şekilsel belirgin (figural explicit) stratejidir.

Bütüne Genişletme veya Birimlere Ayırma Stratejisi (Whole Object or Unitizing): Orantısal muhakemenin kullanıldığı bu strateji, girdiler arasındaki oranın çıktılar arasında da kullanılması temeline dayanmaktadır (Lannin, 2003 ve 2005; Lannin, Barker ve Townsend, 2006b). Cevabı bilinen aşama kullanılarak bir sonraki aşamanın cevabı bulunmaya çalışılır. Örneğin 20 sayısı 10 sayısının iki katı olduğundan yirminci adımdaki çıktı değeri, onuncu adımdaki çıktı değerinin iki katıdır (Lannin, Barker ve Townsend, 2006b). Bütüne genişletme stratejisi ile genelde yanlış cevaplara ulaşılır. Çünkü bu metotta fonksiyon denklemindeki sabit terim ihmal edilir (Satacey, 1989). $1 + 3 + 5 + \cdots + 99 = ?$ şeklindeki bir soruyu çözerken $(1 + 99)$ şeklinde bir sayı çifti oluşturulur. Buna benzer olarak diğer sayılar da $(3 + 97), (5 + 95)$ şeklinde 50 sayı çifti oluşturulabilir (Yeap ve Kaur, 2008). Markworth (2010), bu startejiyi sayısal bütüne genişletme (numerical whole object) ve şekilsel bütüne genişletme (figural whole object) olmak üzere ikiye ayırmıştır. Sasman, Linchevski ve Olivier (1999) bu stratejiyi orantısal çarpma hatası (proportional multiplication error) olarak adlandırmışlardır. Samson (2007) ise, bu stratejiyi doğru bütüne genişletme (whole-object corrected) ve yanlış bütüne genişletme (whole-object uncorrected) olmak üzere ikiye ayırmıştır.

Yinelemeli Strateji (Recursive): Bu stratejide çıktı değerlerine odaklanarak işlem yapılır. Herhangi bir terimi bulmak için bir önceki terimden faydalanılır (Lannin, Barker ve Townsend, 2006b; Warren, 2000). Bu strateji doğrusal fonksiyonlarda ardışık terimleri bulmada kolaylıklar sağlarken, ikinci derece fonksiyonlarda birçok hataya sebep olmaktadır. Bunun sebebi ise terimler arasındaki sabit farkın değişmesidir (Sasman, Linchevski ve Olivier, 1999). Garcia- Cruz ve Martinon (1998) geometrik genişleyen örüntülerde iki yinelemeli startejiden bahsetmektedir. Birincisi, bir aşamayı oluşturan nesnelerin tamamını sayma; diğeri ise, bir aşamayı oluşturan şekillerin sayısını tespit edereken sadece önceki şekilden farklı olanları saymadır. Birincisi hepsini sayma ikinci ise üzerine sayma olarak adlandırılmaktadır. Markworth (2010), bu startejiyi sayısal yinelemeli (numerical recursive) ve şekilsel yinelemeli (figural recursive) olmak üzere ikiye ayırmıştır. Yinelemeli muhakeme öğrencilerin cebir muhakemelerinin gelişiminde önemli bir rol oynamaktadır (Bezuska ve Kenney, 2008). Öğrencilerin çoğunun ağırlıklı olarak yinelemeli muhakemeye odaklanmaları, kovaryasyonel düşünmelerinin gelişimine engel olmaktadır (Moss, Beatty, Barkin ve Shillilo, 2008).

Yığılmalı veya Gruplamalı Strateji (Chunking): Bağımlı değişkenin bilinen değerleri üzerinde bir birim belirlenerek yinelemeli ilişkinin de kullanılmasıyla bilinmeyen değerlerin bulunması temeline dayanır. Örneğin; ardışık iki terimi arasındaki fark 4 olan bir örüntünün 10. teriminde 42 nesne olsun. 15. terimdeki nesne sayısını $42 + 5(4)$ şeklinde hesaplanırsa yığılmalı strateji kullanılmış olur (Lannin, Barker ve Townsend, 2006b). Yeap ve Kaur (2008) bu stratejiyi birimlere ayırma şeklinde ele almıştır. Bu strateji yinelemeli ilişki temeline dayanmaktadır. Özellikle yakın uzaklıktaki terimleri bulmakta kolaylık sağlamaktadır. $1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25$ ifadesi kullanılarak $11 + 13 + 15 + 17 + 19 = 25 + 5.10$ ifadesinin bulunuşu yığılmalı startejidir. Markworth (2010), bu stratejiyi sayısal yığılmalı (numerical chunking) ve şekilsel yığılmalı (figural chunking) olmak üzere ikiye ayırmıştır. Healy ve Hoyles (1999) bu stratejiyi görsel yaklaşımlar içinde ele almış ve ikiye ayırmıştır. Birisi terimler arası yığmalı (interterm chunking), diğeri ise terim içi yığmalı (intraterm chunking) stratejidir.

İçeriksel Strateji (Contextual): Sayma tekniği ile ilgili bir kural oluşturma stratejisidir. Matematiksel durumları sağlayan bilgiler üzerine bir kural oluşturulmasıdır. Yani problemdeki ilişkinin doğasından hareketle doğrudan bir kural tanımlanır (Lannin, 2003 ve 2005).

Genişleyen Yinelemeli Strateji (Extending Recursion): Uzak terimleri bulmak için kulanılan bir yinelemeli stratejidir. $f(n) = (n - k)d + f(k)$ şeklinde bir çözüm yolu takip edilir (d, ardışık terimler arasındaki ortak farktır). (Sasman, Linchevski ve Olivier, 1999).

Girdi Değerinin Ayrıştırılması Stratejisi (Decomposition of Input Value): Öğrenciler çarpımsal bir ilişki kuramadıkları zaman başvurdukları ve genelde doğru cevaba ulaştırmayan bir stratejidir. 19, 23, 59, 117 gibi çekici olmayan (non-seductive) sayılarla işlem yaparken yaygın olarak kullanılan bir stratejidir. Bu strateji $a + b + c = n$ olmak üzere $f(n) = f(a) + f(b) + f(c)$ çözüm mantığı ile çalışmaktadır (Sasman, Linchevski ve Olivier, 1999).

Sayma Stratejisi (Counting): Somut temsil üzerinden bağımlı değişkenin değeri fiziksel olarak sayarak bulunur. Yinelemeli ilişki kullanılır. Bilinen terime sabit fark eklenerek, cevabı istenen terim bulunmaya çalışılır (Healy ve Hoyles, 1999; Stacey, 1989).

Fark Stratejisi (Difference): Öğrenciler genişleyen örüntünün her bir terimi arasındaki sabit farkı belirler. İstenen terimi bulmak için, sabit fark ile terim sırasını çarparlar. Herhangi bir örüntünün ardışık terimleri arasındaki fark 3 olsun. Onuncu terimdeki nesne sayısını bulmak için 10 ile 3 çarpılır. Bu metotta fonksiyon sabiti göz önüne alınmadığı için yanlış cevaba ulaşılır (Stacey, 1989). Bu strateji $f(n) = nxd$ (d, ardışık terimler arasındaki ortak fark) çözüm mantığı ile çalışmaktadır (Samson, 2007; Sasman, Linchevski ve Olivier, 1999). Bu strateji fark ile çarpma stratejisi (multiplying with difference) olarak da adlandırılmaktadır.

Farklılıkları Arama Stratejisi (Looking for Differences): Ardışık terimler arasındaki farka odaklanılır. $2, 7, 12, 17, 22, ...$ şeklindeki bir örüntüde $2\ ile\ 7, 7\ ile\ 12$, $12\ ile\ 17, ...$ terim çiftleri göz önüne alınır. Her bir sayı çiftinin terimleri arasındaki fark 5 dir. Bu farka göre istenen terim veya örüntünün kuralı bulunmaya çalışılır (Hargreaves, Taylor ve Threlfall, 1998).

Farklılıkların Doğasına Bakma Stratejisi (Looking at the Nature of the Differences): Terimler arasındaki farklar göz önüne alınır. Bu farkların bir ortak özelliği tespit edilir. Bu ortak özelliğe göre örüntü genellenmeye çalışılır. $2, 5, 10, 17, 26, ...$ şeklindeki bir örüntünün terimleri arasındaki farklar $3, 5, 7, 9, ...$ şeklindedir. Bunların hepsi tek sayıdır. Buradan da örüntünü kuralı tek sayılar şeklinde artmaktadır (Hargreaves, Taylor ve Threlfall, 1998).

Farklılıklar Arasındaki Farkı Arama Stratejisi (Looking for Differences Between Differences): Bu stratejide terimler arsındaki farklar tespit edilir. Bu farklar eğer sabit değilse onların nasıl değiştiği incelenir. Buradan hareketle örüntünün kuralı bulunmaya çalışılır. Örneğin terimleri $2, 4, 7, 11, 16, ...$ şeklinde devam eden bir örüntüyü göz önüne alalım. Terimler arasındaki farklar $2, 3, 4, 5, ...$ dir. Buradan örüntünün kuralı her bir boşluktaki sayı üzerine 1 ekleyerek devam eder (Hargreaves, Taylor ve Threlfall, 1998).

Sayıların Doğasına Bakma Stratejisi (Looking at the Nature of the Numbers): Bu stratejide örüntüyü oluşturan terimlerin özellikleri (genellikle tek veya çift olma) veya sayıların doğası göz önüne alınır. Örneğin $3, 8, 13, 18, 23, ...$ şeklinde devam eden örüntünün terimlerini tek çift şeklinde sınıflandıran bir öğrenci sayıların doğasına bakma stratejisini kullanmıştır (Hargreaves, Taylor ve Threlfall, 1998).

Çarpım Tablosu Arama Stratejisi (Looking for Multiplication Tables): Örüntüyü oluşturan bütün terimler için ortak bir çarpan ve bu ortak çarpan kullanılarak örüntünün terimleri oluşturulmaya çalışılır. Örneğin $4, 7, 10, 13, 16, ...$ şeklinde devam eden örüntünün terimleri 3 ün katı şeklinde yazılabilir (Hargreaves, Taylor ve Threlfall, 1998).

Diğer Terimleri Oluşturmak için Terimleri Birleştirme Stratejisi (Combining Terms to Make Other Terms): Fibonacci dizisi gibi örüntü soruları için başarılı bir stratejidir. Ardışık terimlerin toplanarak bir sonraki terimin bulunması temeline dayanır. $3, 5, 8, 13, 21, \dots$ şeklinde devam eden bir örüntüde, $1.terim + 2.terim = 3.terim, \dots$ şeklinde çözüm yapan bir öğrenci bu stratejiyi kullanmıştır (Hargreaves, Taylor ve Threlfall, 1998).

Tahmin ve Kontrol Stratejisi (Guess and Check): Tahmin ve kontrol stratejisi problem ortamında ilişkiler arasında bağlantı kurmaktan ziyade sayısal değerlere odaklanır. Kuralın nasıl çalıştığı dikkate alınmaksızın bir kural tahmin edilir. Problem durumunu sağlayan çeşitli işlemler ve sayılarla ilgili deneyler gereklidir. Belirgin stratejiler içinde yer almaktadır (Lannin, 2005). Bu stratejide problem durumundaki genel ilişkilerden ziyade özel durumlarda bir kural bulmaya odaklanılmaktadır (Mason, 1996).

Doğrusal Strateji (Linear): Çarpma ve toplama gibi işlemlerin birlikte kullanılmasıyla hesaplanır. Öğrenciler hem çarpma hem de toplama işlemini kullanarak fonksiyonel bir ilişki geliştirebilirler. Terimleri $3, 7, 11$ şeklinde devam eden bir örüntüde $X(100) = 99x4 + X(1)$ şeklinde yapılan çözümde doğrusal strateji kullanmıştır (Stacey, 1989).

İlişkisel Strateji (Relational): Bu stratejide hem sayısal hem de şekilsel ilişkiler göz önüne alınır. Bu stratejide örüntünün sayıları veya şekilleri arasındaki ve onların tüm dizi içerisindeki pozisyonları arasındaki ilişkiye odaklanılır. Pragmatik bir stratejidir (Ndlovu, 2011).

Yapısal Analiz Stratejisi (Structural Analysis): Bu strateji şekilsel bir stratejidir. Belirgin stratejiler içerisinde yer almaktadır. Öğrenciler terim veya terimlerin pozisyonlarını tanımlayabilmek için örüntünün resimsel temsili üzerinde ileri geri çalışarak bir yapı görmeye çalışırlar (Ndlovu, 2011).

Geriye Çalışma Stratejisi (Work Backwards): Bu strateji belirgin stratejiler içerisinde yer almaktadır. Bu stratejiyi kullanabilmek için bağımlı ve bağımsız değişkenin birlikte olduğu bir kural olmalıdır. Örneğin, “kuralı $7n-2$ olan bir örüntüde kaçıncı terime karşılık gelen sayı 768 dir?” şeklindeki soruyu göz önüne alalım. Sorunun çözümü $7n-2=768$ denklemi kurulurak $n=110$ değeri bulunur. Burada kullanılan strateji geriye çalışma stratejisidir (Ndlovu, 2011).

Oran-Ayarlama Startejisi (Rate-adjust): İçeriksel stratejiler içinde yer almaktadır. Çarpım faktörü olarak sürekli değişen oranı kullanma söz konusudur. Değişim oranı terimler arasındaki farkı belirtmektedir. Bu stratejinin fark stratejisinden ayrılan yönü çarpma $ax \pm b$ olacak şekilde bir b sayısının da işleme dahil edilmesidir (Lannin, 2003 ve 2005).

Bölümden Kalanı Sayma Stratejisi (Division with Remainder): Tekrarlı örüntü sorularında kullanılan güçlü bir stratejidir. İstenen terim, tekrar birimine bölünerek sonuca ulaşılmaya çalışılır. Örneğin bir oyuncakçı mağazasında 100 oyuncak araba bulunmaktadır. Birinci sıradaki araba kırmızı, ikinci sıradaki araba mavi, üçüncü sıradaki sarı, dördüncü sıradaki kırmızı, beşinci sıradaki mavi, altıncı sıradaki araba sarı olup arabaların sıralanışı bu şekilde devam etmektedir. Sekseninci sıradaki arabanın rengi nedir? Bu soruyu bölümden kalan stratejisi ile çözelim. İstenen terim olan 80 sayısı, tekrar birimi olan 3 sayısına bölünür. Bu bölme işleminden 2 kalanı elde edilir. Buradan sekseninci sıradaki araba mavi renklidir. (Liljedahl, 2004; Zaskis ve Liljedahl, 2002).

Çarpımdan Üzerine/Altına Sayma Stratejisi (Counting up/down from a Multiple) : Bu strateji örüntünün her bir elemanının, tekrar biriminin bir çarpmadan belirli uzaklığında olması gerçeğine dayanır. Örneğin bir oyuncakçı mağazasında 100 oyuncak araba bulunmaktadır. Birinci sıradaki araba kırmızı, ikinci sıradaki araba mavi, üçüncü sıradaki sarı, dördüncü sıradaki kırmızı, beşinci sıradaki mavi, altıncı sıradaki araba sarı olup arabaların sıralanışı bu şekilde devam etmektedir. Sekseninci sıradaki arabanın rengi nedir? Bu soruyu çarpımdan üzerine sayma stratejisi ile çözelim. Tekrar birimi 3 olduğu için 26 ile 3’ü çarparız. 78. sıradaki araba sarı renkli olacaktır. Çünkü üçüncü sıradaki araç sarı renklidir. 78 sayısının üzerine 2 ilave etmeliyiz ki 80 sayısına ulaşalım. Sarı renkten iki sonra gelen renk ise mavidir. Dolayısıyla 80. sıradaki arabanın rengi mavidir (Liljedahl, 2004; Zaskis ve Liljedahl, 2002).

2.2. İlgili Araştırmalar

Gürbüz (2008), yüksek lisans tez çalışmasında ilköğretim matematik öğretmenlerinin dönüşüm geometrisi, geometrik cisimler, örüntü ve süslemeler alt öğrenme alanlarındaki yeterliliklerini araştırmıştır. 25 matematik öğretmenine 23 soruluk bir test uygulanarak ve 6 öğretmen ile yapılandırılmış mülakat yaparak çalışmasını tamamlamıştır. Çalışmada öğretmenlerin %56'sının örüntü ve süslemeler alt öğrenme alanında yeterli düzeyde, bayan öğretmenlerin de erkek öğretmenlere göre daha fazla yeterli düzeyde olduğu sonucuna ulaşmıştır.

Tanışlı (2008), doktora tez çalışmasında ilköğretim beşinci sınıf öğrencilerinin örüntülere yönelik anlama ve kavrama biçimlerini tespit etmeyi amaçlamıştır. Çalışma 12 beşinci sınıf öğrencisi ile yürütülmüştür. Öğrencilerin strateji seçimlerinde öğrenci başarı düzeyinin etkili olmadığı, örüntünün sunuluş biçiminin etkili olduğu tespit edilmiştir. Tekrarlı örüntü sorularında tekrar biriminin doğru tespit edilmesinin örüntünün devam ettirilmesinde ve kuralının bulunmasında etkili olduğu görülmüştür. Öğrencilerin sayı örüntülerini belli bir adıma devam ettirirken ve örüntünün kuralını bulurken ağırlıklı olarak örüntüye ilişkin bir terimi bir önceki terimle ilişkilendirmeye çalıştıkları görülmüştür. Fonksiyon tablosu şeklinde verilen sayı örüntülerinde öğrenciler terim ve terim sırası ilişkisini kurmaya çalışmışlardır. Şekil örüntülerinde ise öğrencilerin örüntüyü devam ettirme ve örüntünün kuralını bulmada görsel ve cebirsel yaklaşımları kullandıkları görülmüştür.

Bursalıoğlu (2010), yüksek lisans tez çalışmasında analizle öğretim yönteminin örüntü ve süslemeler konusunda ilköğretim altıncı sınıf öğrencilerin başarılarına ve matematiğe yönelik tutumlarına etkisini araştırmıştır. Çalışma sonucunda analizle öğretim yönteminin, geleneksel öğretim yöntemine göre örüntü ve süslemeler konusunda öğrencilerin başarılarına ve matematiğe yönelik tutumlarına olumlu yönde katkı sağladığı görülmüştür.

Palabıyık (2010), örüntü temelli cebir öğretiminin öğrencilerin cebirsel düşünme becerileri ve matematiğe karşı tutumlarına etkisini araştırmıştır. Bu araştırmada cebir öğrenme alanında örüntü yaklaşımının kullanılmasının, öğrencilerin anlamlı öğrenmelerinin arttırılması ve öğrenme alanlarının kavramsal olarak içselleştirilmesi hedefine uygun olarak yapılan düzenlemelerden biri olduğunu ifade etmiştir. Çalışma sonucunda örüntü temelli etkinliklerin öğrencilerin kavramsal başarılarını arttırırken, işlemsel cebir başarılarında ve matematiğe karşı tutumlarında farklılık yaratmadığını tespit etmiştir.

Yaman (2010) ilköğretim 3, 4, 5, 6 ve 7. sınıf öğrencilerinin matematiksel örüntülerdeki ilişkileri algılayışları üzerine bir çalışma yapmıştır. Çalışma sonucunda öğrencilerin sınıf seviyesi arttıkça başarılarının arttığı; örüntünün sunum biçimi (tablo, şekil, sayı dizisi ve sözel problem), örüntü çeşidi (doğrusal genişleyen, karesel genişleyen ve tekrarlı örüntüler) ve soru çeşidi (sayısal, sözel ve sembolik ifadeler) ile öğrencilerin matematik örüntü performanslarının ilişkili olduğu tespit edilmiştir. Öğrenciler en çok doğrusal genişleyen örüntü çeşidi ve tablo sunum biçimindeki örüntü sorularında başarılı olmuşlardır.

Tanışlı ve Köse (2010), öğretmen adaylarının lineer şekil örüntülerini yakın/uzak bir adıma devam ettirirken ve örüntünün kuralını belirlerken görsel, sayısal ve görsel-sayısal yaklaşımları kullandıklarını belirlemişlerdir. Bazı öğretmen adaylarının ise şekillerdeki görsel ipuçlarını yakalamalarına karşın bu ipuçlarını örüntünün adım sayıları ile ilişkilendiremedikleri, diğer bir deyişle fonksiyonel bir ilişkiyi keşfedemedikleri tespit edilmiştir.

Yeşildere ve Akkoç (2010a) öğretmen adaylarının mikro-öğretim etkinliklerini gerçekleştirme sürecinde sayı örüntülerinin kuralını bulmayı öğretmede kullandıkları stratejileri araştırmışlardır. Çalışma altı öğretmen adayı ile yürütülmüştür. Öğretmen adayları ardışık sayılar arasındaki ilişkiyi inceleme, tablo yapma, modelleme yapma ve tahmin-kontrol stratejilerini kullanmışlardır. Ayrıca öğretmen adaylarının örüntünün kuralını bulmada bazı güçlüklere sahip oldukları görülmüştür. Örüntünün kuralını bulmada bazı öğretmen adaylarının yinelemeli stratejiye odaklanmaları dikkat çeken güçlüklerdendir. Ayrıca model kullanma sürecinde de öğretmen adayları modelleri sadece görsel bir unsur olarak kullanmışlardır.

Yeşildere ve Akkoç (2010b) öğretmen adaylarının sayı örüntülerine ilişkin cebirsel genelleme stratejilerini araştırmışlardır. Çalışma 147 matematik öğretmen adayı ile yürütülmüştür. Öğretmen adayları büyük ölçüde fonksiyonel stratejiyi tercih etmişlerdir. Ayrıca öğretmen adayları doğrusal olmayan örüntü problemlerinde terimler arasındaki ilişkiye dayanan yinelemeli stratejiye odaklanmışlardır. Yaygın olarak yinelemeli strateji kullanan öğretmen adayları n. terimi bulmada bir rehber olarak resimleri (veya şekilleri) kullanmamışlardır.

Aktaş, Bulut ve Yüksel (2011) ilköğretim sekizinci sınıf öğrencilerinin örüntüler konusundaki başarıları üzerinde teknolojinin etkisini araştırmışlardır. Çalışma 28 ilköğretim sekizinci sınıf öğrencisi ile yürütülmüştür. Çalışma sonucunda örüntülerle ilgili bilgisayar animasyonları ve uygulamalarının öğrencilerin akademik başarılarına olumlu yönde etki ettiği tespit edilmiştir. Ayrıca öğrencilerin farklı örüntü çeşitlerindeki başarıları üzerinde de olumlu etkilerinin olduğunu tespit etmişlerdir.

Baş, Erbaş ve Çetinkaya (2011) dokuzuncu sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme yapılarıyla ilgili bilgilerini araştırmışlardır. Çalışma 3 matematik öğretmeni ve dokuzuncu sınıf öğrencilerinden 49 kişi ile yürütülmüştür. Çalışmada bir genelleme etkinliği üzerinde cebirsel düşünme yapıları belirlenmiş, daha sonra öğretmenlerin bu düşünme yapısı üzerine bilgileri ve beklentileri araştırılmıştır. Verilerin analizi sonucunda öğretmenlerin öğrencilerin cebirsel düşünme yapıları üzerinde beklentileri ile öğrencilerin gerçek performansları arasında önemli farkların olduğu tespit edilmiştir. Çalışmada ulaşılan önemli sonuçlardan biri de öğrenciler örüntüyü oluşturan şekillerin yapılarından çok, şekillerden elde ettikleri sayısal verileri kullanarak sonuca ulaşmaya çalışmışlardır. Bir diğeri ise öğrencilerin aritmetik düşünmeye eğilimleri fazladır ve öğrenciler aritmetik mantığını sürdürmekten kolay vazgeçememektedirler.

Kutluk (2011) örüntü konusundaki öğrenci güçlüklerinin öğretmenler tarafından ne ölçüde bilindiği ve bu bilginin öğrencilerin öğrenmelerine ne ölçüde etki ettiğini belirlemeyi araştırmıştır. Çalışmanın görüşme kısmı 30, gözlem kısmı 3 matematik öğretmeni ile yürütülmüştür. Araştırmadan elde edilen verilere göre öğretmenlerin sayı örüntülerini genelleme konusunun önemini fark etmedikleri görülmüştür. Öğretmenlerin örüntü problemlerinin çözümünde görsel stratejileri kullanmadıkları, örüntüler konusunu 6 ve 7. sınıf seviyesinde müfredata uygun işlemedikleri görülmüştür. Ders gözlemlerinde öğrencilerin genellemeye ulaşmak için olgunlaşmamış tümevarımlar ve tahmin-kontrol stratejilerini kullandıkları görülmüştür. Ayrıca öğrencilerin girdi-çıktı değerleri arasındaki ilişkiye odaklanma yerine terimler arası ilişkiye odaklandıkları, sadece girdi ya da sadece çıktı değerlerine odaklandıkları, modelden çok sayısal ilişkilere odaklandıkları, aşırı genelleme yaptıkları ve aritmetik genelleme yapabilme ancak cebirsel genelleme yapamama güçlüklerine sahip oldukları tespit edilmiştir. Bu güçlüklerin oluşmasının en önemli sebepleri ise öğretmenlerin derslerde kullandıkları strateji ve örnek seçimlerinde kaynaklandığı ileri sürülmüştür.

Aslan (2011), örüntü kavramına ilişkin güçlükleri giderebilecek bir ders tasarımı hazırlamayı araştırmıştır. Araştırma 11 ilköğretim yedinci sınıf öğrencisi ile yürütülmüştür. Araştırmada öncelikle cebirsel genelleme sürecinde öğrencilerin karşılaştıkları güçlükler tespit edilmiştir. Bu güçlükler aritmetik genelleme yaptığı halde cebirsel genelleme yapamama; yakın terimi kolaylıkla bulmasına rağmen uzak terimi bulmakta zorlanma; örüntüdeki bir sonraki terimi bulmaya odaklanma; örüntüdeki ilişkiyi anlayıp sözel olarak yazdığı halde cebirsel olarak ifade edememe ve son olarak örüntüye uygun model seçememe ve modelleri etkili kullanamamadır. Daha sonra görsel ağırlıklı etkinliklerle bu güçlükler giderilmeye çalışılmıştır. Araştırma sonucunda; öğrencilerde strateji kullanımında, cebirsel genelleme yapabilmede, notasyon kullanımında ve modelleri bir kural bulma yönünde etkili kullanabilmede gelişim gösterdikleri belirlenmiştir.

Tanışlı ve Köse (2011), sınıf öğretmeni adaylarının lineer şekil örüntülerini genelleştirme stratejilerini araştırmışlardır. Öğretmen adayları görsel, sayısal ve hem görsel hem sayısal yaklaşımları (harmonik veya pragmatik) kullanmışlardır. Öğretmen adayları örüntüleri genellemede sayısal stratejiler içerisinde terimler arası farkı bulma, bir önceki terimden bir sonraki terimi bulma, tahmin ve kontrol, aralık sayma, bağıntı arama ve terimler arası farkı kat olarak alma stratejilerini kullanmışlardır. Öğretmen adayları örüntüleri genellemede görsel stratejiler içerisinde bir önceki şekilden bir sonraki şekli elde etme, sayısalı görsele adapte etme, görsel gruplama, kareye tamamlama, dikey- yatay gruplama, dikdörtgensel bölgelere ayırma, görsel içinde sayısal, parçalı gruplama, L gruplama, çerçeve ve kol çerçevesi stratejilerini kullanmışlardır. Bu görsel stratejilerden ilk ikisi yinelemeli stratejiler diğerleri fonksiyonel stratejiler olarak değerlendirilmiştir.

Akkan ve Çakıroğlu (2012) ilköğretim 6-8. sınıf öğrencilerinin örüntüleri genellemek için kullandıkları stratejileri araştırmışlardır. Çalışma her bir sınıf seviyesinden 6 öğrenci olmak üzere toplam 18 öğrenci ile yürütülmüştür. Çalışma sonucunda öğrenim seviyesi arttıkça öğrencilerin doğru genellemeye ulaşma yeterliliklerinin, genelleme stratejilerindeki çeşitliliğin ve fonksiyonel stratejiyi kullanma yeterliliğinin arttığı görülmüştür. Fonksiyonel ve içeriksel stratejiyi kullanmayan örenciler örüntünün kuralını bulmada yetersiz kalmışlardır. Şekil örüntülerini genelleştirmeye çalışırken, şekil örüntülerini sayı dizisi örüntülerine dönüştürmeye çalışmışlardır. Öğrenciler doğrusal örüntüleri genelleştirmede, ikinci dereceden örüntüleri genelleştirmeye göre; sayı dizisi örüntülerini genelleştirmede, şekil örüntülerini genelleştirmeye göre daha başarılı olmuşlardır. Öğrenciler genel olarak yinelemeli ve eklemeli stratejiyi kullanmışlar, fonksiyonel stratejiyi çok az kullanmışlardır.

Stacey (1989) öğrencilerin örüntüleri yakın (20. terim) ve uzak terimlere (100. terim) genelleme stratejilerini araştırmıştır. Çalışma ilköğretim 4, 5 ve 6. sınıf öğrencilerinden oluşan 371 öğrenci ile yürütülmüştür. Araştırma sonuçlarına göre öğrencilerin sayma, fark, bütüne genişletme ve doğrusal metotları kullanarak yakın ve uzak terimleri bulmaya çalıştıkları tespit edilmiştir. Ayrıca ilköğretim 5. ve 6. sınıf öğrencilerinin örüntüleri genelleme performansları ile ilköğretim 4. sınıf öğrencilerinin örüntüleri genelleme performansları arasında anlamlı fark çıkmıştır. Üst sınıflardaki öğrenciler daha başarılı olmuşlardır.

Redden'e göre (1996), genel bir kural bulmada kullanılan üç kategori vardır. Birincisi, bir örneği kullanarak sayılamayan terimli örnekler arasındaki ilişkiyi tahmin etmek. İkincisi, eklemeli strateji ile ardışık terimler arasında bağlantı kurmak. Üçüncüsü ise, fonksiyonel strateji ile iki veri kümesi arasında bir ilişki oluşturmaktır.

Bishop (1997), ilköğretim 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin örüntü problemlerinde kullandıkları ve denklem durumlarında geliştirdikleri stratejileri, örüntülerin sembolik gösterimlerini yorumlamalarını ve sembolik gösterim geliştirmelerini araştırmıştır. Çalışma sonucunda öğrenciler yukarıda ifade edilen amaçlar doğrultusunda dört grupta toplanmıştır. Birinci gruptakiler verilen örüntü problemlerindeki modelleri ve rakamları saymışlardır. Öğrenciler sayılar ile şekiller arasındaki ilişkiyi gösterememişler veya çok az göstermişler. İkinci gruptakiler şekil ile şekildeki nesneler arasındaki ilişkinin farkında olmuşlar ama tam olarak anlamamışlar. Tek işlemli olan örüntü kurallarını göstermişler ama iki işlemli olanları kavrayamamışlar. Üçüncü gruptakiler birbirini takip eden şekiller arasındaki ilişkinin farkına varmışlar. Denklemleri kurmuşlar ama çözememişler. Dördüncü gruptakiler sayı ve şekiller arasındaki ilişkileri tanımışlar ve ilişkileri sembolik olarak belirtebilmişlerdir.

Hargreaves, Taylor ve Threlfall (1998) yaşları 7 ile 11 arasında değişen 315 öğrenci ile yürüttükleri çalışmada, öğrencilerin örüntüleri genelleme startejilerini araştırmışlardır. Araştırma sonucunda öğrencilerin sayı örüntülerini genellemek için farkları arama, farkların doğasına bakma, farklar arasındaki farkı arama, sayıların doğasına bakma, çarpım tablosu arama ve terimleri birleştirme stratejilerini kullandıkları tespit edilmiştir. Ayrıca Assesment of Performance Unit's (APU's) isimli 1978-1982 yılları arasında yürütülen bir projede öğrencilerin sayı örüntülerini anlama ve genişletme kabiliyetleri incelenmiştir. Öğrencilerin kısmi bilgileri kullanmalarına rağmen, 11 yaşından 15 yaşına doğru gidildikçe örüntüleri anlama ve genişletme kabiliyetlerinin arttığı tespit edilmiştir. Ayrıca öğrenciler örüntüleri devam ettirmekten ziyade onları açıklamakta zorlanmışlardır.

Garcia-Cruz ve Martinon (1998) ilkokul öğrencilerinin örüntü sorularında yaptıkları işlemleri göz önüne alarak genelleme süreçlerini üç düzeye ayırmışlardır. Birinci düzey, prosedürel faaliyetler olarak adlandırılmıştır. Bu düzeyde öğrenciler doğrusal örüntülerin tekrar eden yapısının farkına varırlar. Bu düzeyde kullanılan stratejiler genelleme yapmaya yönelik değildir. İkinci düzey lokal genelleme olarak adlandırılmıştır. Örüntülerin değişmeyen hesaplamaları diğer terimlerin hesaplanmasında kullanılır. Öğrenciler örüntüyü genellemek için bir şema geliştiriler. Üçüncü düzey global genelleme olarak adlandırılmıştır. Bu düzeyde örüntüye ait kural belirlenir.

Sasman, Linchevski ve Olivier (1999), ilköğretim sekizinci sınıf öğrencilerinin genelleme durumlarındaki düşünme süreçlerini araştırmışlardır. Araştırma 10 öğrenci ile yürütülmüş ve dört soru kullanılmıştır. Sorular hem tablo biçiminde hem de görsel olarak sunularak toplam sekiz soruya çıkarılmıştır. Tabloların ikisi yatay, ikisi dikey, şekillerin ikisi şeffaf ve ikisi şeffaf olmayan şekilde verilmiştir. Farklı temsil ve sunum biçimlerinin öğrencilerin genelleme süreçleri üzerindeki etkilerini tespit etmek için bu şekilde bir yol izlenmiştir. Öğrencilerden verilen örüntünlerin 20, 60, n. terimlerini; 19, 59, n. terimlerini; 23, 79, n. terimlerini; 29, 87, n. terimlerini ve 23, 117, n. terimlerini bulmaları istenmiştir. Tabloların, şekillerin farklı biçimlerde sunulması ve farklı terimlerin sorulmasının amacı farklı boyutların genelleme süreçleri üzerindeki etkisini tespit edebilmektir. Araştırma sonucunda farklı boyutların öğrencilerin düşünme süreçleri üzerinde çok az etkiye sahip olduğu tespit edilmiştir. Öğrenciler istenen terimleri bulmak için yinelemeli, orantısal çarpma hatası, genişleyen yinelemeli, girdi değerinin ayrıştırılması ve fark stratejilerini kullanmışlardır. Öğrencilerin çoğunluğu yinelemeli ilişkiler kurmaya çalışmışlardır. Az bir kısmı değişkenler arasında fonksiyonel ilişki kurmaya çalışmıştır. Yinelemeli stratejiler yakın terimleri bulmada etkili olurken, uzak terimleri bulmada meşakkatli olurlar. Öğrenciler uzak terimleri bulmak için de yinelemeli stratejileri adapte etmeye çalışırlar. Bu süreçte de birçok mantıksal hata yapmaktadırlar. Öğrencilerin genelleme süreçlerindeki asıl sorunları bilgiyi nasıl kullanacaklarını bilmemeleri ve farklı çözüm yollarını kullanmamalarıdır.

Healy ve Hoyles (1999) öğrencilerin sayı örüntülerinin genellemesini ifade etmek için kullandıkları görsel ve sayısal startejileri araştırmışlardır. Öğrencilerin kullandığı yaklaşımları sembolik ve görsel yaklaşımlar olmak üzere ikiye ayırmışlardır. Her bir yaklaşımı da kendi içinde dörde ayırmışlardır. Sembolik yaklaşımlar sayma, terimlerle işlem yapma, terimler arası farkla işlem yapma ve bir değişkenle işlem yapma. (1)Sayma yöntemi, yapılandırılmamış bir yolla nesneleri saymadır. (2)Terimlerle işlem yapma yöntemi, bilinen terimleri kullanarak istenen terimi bulmadır. (3)Terimler arası fark yöntemi, ardışık terimler arasındaki farkı dikkate alarak istenen terimi bulmaya çalışmaktır. (4)Bir değişkenle işlem yapma yöntemi ise, bağımlı değişken ile bağımsız değişken arasında bir ilişki kurarak istenen terimi bulmaktır. Görsel yaklaşımlar da dörde ayrılmıştır. (1)Sezgi yöntemi, verilerin matematiksel özelliklerinden ziyade algı üzerine yoğunlaşır. (2)Diagramları birleştirme yöntemi, bilinen terimleri parçalayarak veya gruplayarak diğer terimleri bulmayı sağlar. (3) Terimler arasında yığma veya gruplama yönteminde, ardışık terimler arasındaki ilişki üzerinde gruplama veya parçalama yapılır. Herbir defasında artan şekil belirlenir ve bu şekil kullanılarak ardışık terimler bulunur. (4) Terimler içinde parçalama veya gruplama yönteminde, bir terim içinde bulunan bir ilişki üzerine odaklanır. Bir terimi oluşturan şekillerin bir ortak özelliğe göre sayıları belirlenir. Diğer şekillerde de aynı özellikler uygulanarak istenen terimler bulunur. Ayrıca Healy ve Hoyles öğrencilerin genelleme süreçlerine yardımcı olmak için, görsel ve sembolik muhakeme arasındaki bağıntınları kavrayabilecekleri aktivitelerin uygulanmasını tavsiye etmektedir.

Zaskis ve Liljedahl (2002) öğretmen adaylarının tekrarlı görsel bir sayı örüntüsünü genelleme girişimlerini araştırmışlardır. Araştırma 36 öğretmen adayı ile yürütülmüştür. Öğretmen adaylarının gelişmekte olan cebirsel düşünme becerilerinin yanı sıra genelleme yaparken ve yaptıkları genellemeleri simgelerken kullandıkları yöntemleri tartışmışlardır. Öğretmen adaylarının genellemeyi sözel olarak ifade etme kabiliyetleri ile cebirsel notasyonları kolayca kullanma kabiliyetleri arasında bir boşluk vardır. Bu boşluk kabul edilerek öğrencilerin cebirsel düşüncelerini uygulayabilecekleri öğrenme ortamları oluşturulmalıdır. Örüntülerle zenginleştirilmiş problemler öğrenciler için uygun ortamlar sunabilir.

Lannin (2003) öğrencilerin sayısal durumları genellemek ve ilgili açıklamaları gerekçelendirmek için kullandıkları stratejileri araştırmıştır. Öğrenciler örüntüleri genellemek için sayma, yineleme, bütüne genişletme, içeriksel, tahmin-kontrol ve oran ayarlama stratejilerini kullanmışlardır. Öğrencilerin genelleme yaparken kullandıkları gerekçeler ise örnekle ispatlama yöntemi, kuralların problem içeriğiyle ilişkilendirilmesi ve tümevarımla ispatlama yöntemidir. Öğretmenlerin doğru genelleme gerekçelendirmelerini nasıl anlatacakları ile ilgili çeşitli öneriler sunulmuştur. Örnekle ispatlama yönteminin tehlikelerinden kaçınmak gerekir. Genelde öğretmenler bu akıl yürütme yöntemini kullanır. Örneklerin yanlış kullanılması, öğrencilerin genel ifadeleri nasıl gerekçelendireceklerini yanlış anlamalarına yol açabilir. Kuralı problem durumundaki genel ilişkiye bağlamak, genellemeyi gerekçelendirmek için makul bir yoldur. Doğru kuralı bulmanın yanında kuralın neden doğru değerleri verdiğini de açıklamak gerekir. Bunun için de öğrencilerden kuralın her öğesini de açıklamaları istenmelidir.

Lannin (2005) ilköğretim altıncı sınıf öğrencilerinin örüntüleri genelleme sürecinde kullandıkları stratejileri ve genellemeleri gerekçelendirmelerini araştırmıştır. Araştırma 25 öğrenci ile yürütülmüştür. Öğrenciler örüntüleri genellemek için sayma, yinelemeli, bütüne genişletme, oran ayarlama ve tahmin-kontrol stratejilerini kullanmışlardır. Araştırmada sayma ve yinelemeli stratejiler belirgin olmayan, diğerleri ise belirgin stratejiler grubu içinde ele alınmıştır. Öğrenciler genellemelerini gerekçelendirmek için deneysel ve genel örnekler verme olmak üzere iki yönteme başvurmuşlardır. Deneysel gerekçelendirme yöntemi öğrencilerin geometrik taslak ile ilişki kuramamalarıdır. Geometrik taslak kural ile içerik arasında bir ilişki kurmaktadır.

Öğrenciler bunu başaramadıkları için deneysel gerekçelendirme yöntemine başvurmuşlardır. Deneysel açıklama yönteminin kullanımı öğrencileri çoğunlukla tahmin-kontrol stratejisine yönlendirmiştir. Tahmin-kontrol stratejisini kullanan öğrenciler de genelden çok özele odaklandıkları için başarı oranları düşmüştür. Çünkü oran ayarlama, tahmin-kontrol ve bütüne genişletme stratejileri genelden çok özele odaklanmaktadır. Yani genel bir formül bulmak yerine belli bir durum için formül bulmaya çalışılır. En güçlü gerekçelendirme biçimi ise genel örnek verme yoluyla örüntünün kuralını, problemin içeriğindeki genel ilişkiye bağlamaktır. Bir içerikteki var olan ilişkilerin kavranması öğrencilerin bunu ilgili problem durumlarında da uygulamalarına yardımcı olabilir. Bu çalışmada da geometrik taslakları kullanan öğrenciler genel argümanlar ve geçerli gerekçelendirmelerde bulunma noktasında daha başarılı olmuşlardır. Araştırmada ulaşılan bir başka sonuç ise, öğrencilerin matematik işlemlerini (toplama, çıkarma, çarpma ve bölme) iyi kavramamaları cebirsel genellemelerini geliştirmeyi engellemiştir. Öğretmenlere kural ile görsel temsil arasında bağlantı kurmayı sağlayan geometrik durumların (küp etiketi problemi gibi) kullanmalarını tavsiye etmektedir. Bu durumlar öğrencilerin başarı oranlarını yükseltmektedir. Öğrenciler örüntüleri genellemek için görsel içerikleri kullanmaları onlara cebirsel kuralları bulmada yardımcı olacaktır

Orton ve Orton (2005) öğrencilerin örüntü kabiliyetlerinin gelişiminde yaygın olarak ifade edilen beş aşama olduğunu (Stage 0, Stage 1, Stage 2, Stage 3 ve Stage 4) belirtmişlerdir. *Stage 0:* Örüntüyü devam ettirme yok. *Stage 1*: Gelecek bir veya iki sonraki terimi bulabilmek. *Stage 2:* Bir sonraki ve 10. terimi bulabilmek. *Stage 3:* Bir sonraki terimi 10. ve 50. terimi bulabilmek. *Stage 4:* Bir sonraki, 10., 50. ve n. terimi bulabilmek. Bu sınıflandırmaya göre eğer öğrenci bir soruya doğru cevap verebiliyorsa önceki bütün sorulara cevap verebilir. Böylece aşamaların geliştirilmiş olduğu anlaşılır. Ancak bu oldukça tartışmalıdır. Çünkü öğrenci 100. terimi doğru bulup 20. terimi yanlış bulabilir ya da n. terimi doğru bulup 20.veya 100. terimi ya da her ikisini de doğru bulamayabilir. Bu durum ilgili sınıflamanın geçerliliğini düşürmektedir. Literatürde daha çok geçerli olan bir sınıflamanın aşamaları Level 0, Level 1, Level 2, Level 3 ve Level 4 şeklindedir. *Level 0:* Örüntüleri tanımlayamama söz konusudur. *Level 1:* Öğrenci örüntülerdeki sayıların bazı özelliklerinin farkında olmakla birlikte bazı örüntüleri tanımlayabilir. *Level 2:* Öğrenci örüntünün farkında ancak bunu tanımlayamadığı için bir sonraki adımı türetemiyor. *Level 3:* Öğrenci örüntüdeki gelecek sayıları nasıl türeteceğini biliyor. *Level 4:* Öğrenciler örüntüleri cebirsel olarak formüle edebiliyorlar.

Ley (2005) ilkokul 2, 3, 4 ve 5. sınıf öğrencilerinin doğrusal örüntüleri genellemede kullandıkları stratejileri araştırmıştır. Her sınıf düzeyinde öğrenci olacak şekilde beş grup oluşturmuştur. Öğrencilerin genelde sayma stratejisini kullandıklarını görmüştür. Öğrencilerin yakın terimleri (5. terim) bulmada çok başarılı olurken, uzak terimleri (41. terim) bulmada oldukça zayıf ve orta terimleri (9. terim) bulmada başarılarının yeterli sayılabilecek düzeyde olduğunu tespit etmiştir. Öğrencilerin en çok başarılı oldukları örüntü çeşidi ise terimleri arasında sabit bir fark olanlardır. Bu örüntüler ders kitaplarında fazlaca yer almaktadır. Yani öğrencilerin aşina olduğu örüntü çeşitleridir. Öğrencilerin uzak terimleri (41. terim) bulmada en çok başarılı oldukları örüntü çeşidi ise ağaç resmi şeklinde verilenlerdir. Ayrıca üst sınıflardaki öğrenciler, alt sınıftakilere göre yakın ve orta terimleri bulmada daha başarılıdırlar.

Becker ve Rivera (2005) 9. sınıf öğrencilerinin doğrusal örüntüleri genelleyebilme kabiliyetlerini, fonksiyonel genellemede başarılı oldukları stratejileri, genelleme yapabilmek için sayısal ve şekilsel ipuçlarını nasıl kullandıklarını araştırmışlardır. Çalışma sonucunda öğrencilerin kullandıkları yirmi üç farklı strateji üç başlık altında toplanmıştır. Bunlar sayısal, şekilsel ve pragmatiktir. Öğrenciler bu stratejilerden baskın olarak sayısal stratejileri kullanmışlardır. Sayısal stratejilerle örüntüleri genellemede başarısız olan öğrenciler diğer yaklaşımları kullanamamışlardır. Ayrıca pragmatik genellemeyi kullananlar hem şekilsel hem de sayısal stratejileri ve temsilleri birlikte etkili bir şekilde kullanmışlardır.

Warren (2005), dokuz buçuk yaşındaki öğrencilerin iki veri kümesi arasındaki ilişki hakkında düşünebilmelerine ve bu ilişkiyi birçok soyut şekilde ifade edebilmelerine rağmen aritmetik mantığını sürdürmekten kolay vazgeçemediklerini belirtmektedir. Öğrencilerin genelleme stratejilerine yönelmelerinde tek varyasyonel ve kovaryasyonel olmak üzere iki düşünce yapısı belirleyici olmaktadır. Tek varyasyonel düşünmede öğrenciler şekiller arasındaki farka odaklanmaktadırlar. Öğrenciler ağırlıklı olarak tek varyasyonel düşünme eğilimindedirler. Tek varyasyonel düşünmede öğrencilerin çoğu genellemeyi sözel olarak söylemelerine rağmen genellemeyi yazmaya geldiğinde ifade etmede zorlanmaktadırlar. Kovaryasyonel düşünmede ise öğrenci şeklin sırası ile şekildeki nesne sayısını ilişkilendirmeye çalışmaktadır (Smith, 2003; Warren 2005). Tek varyasyonel düşünme, kovaryasyonel düşünmeye kıyasla bilişsel olarak daha kolaydır (Warren ve Cooper, 2008). Kovaryasyonel düşünme veri kümeleri arasında uygun bir ilişki geliştirme imkanı vermekle birlikte cebirin genelleştirilmiş aritmetik olarak tanımlanmasını potansiyel olarak destekler (Kaput, 2000; Smith, 2003).

Warren, Cooper ve Lamb (2006) ortalama yaşları dokuz buçuk olan 45 öğrenci ile bir çalışma yapmışlardır. Öğrencilerin aritmetiksel düşüncelerini formülize etmek ve genellemek için fonksiyon makinesi ile dersler anlatılmış, çalışmada ilköğretim öğrencilerinin fonksiyonel düşüncelerinin gelişimi araştırılmıştır. Öğrencilerin sadece fonksiyonel düşüncelerini geliştirmede değil aynı zamanda düşüncelerini sözel ve sembolik olarak ilişkilendirebilmede de yeteneklerinin geliştiği görülmüştür. Öğrencilerin fonksiyonel ilişkileri araştırmalarına yardımcı olmak için sayıların göründükleri sırasıyla değerlerin tablosu oluşturulabilir. Ayrıca öğrencilerin büyük sayılarla genelleme yapabilmek için zihinsel olarak yetersiz oldukları görülmüştür.

Moss, Beatty, Barkin ve Shillilo (2008) ilköğretim 4. sınıf öğrencilerinden 34 kişiyle bir araştırma yapmışlardır. Öğrencilerin örüntüleri genellemek için yinelemeli stratejileri kullanma teşebbüsünde oldukları görülmüştür. Ayrca araştırmada öğrencilerin örüntülerin analiz edilmesinde yinelemeli düşünceye aşırı bağımlı olmakla birlikte, orantılı muhakeme stratejisini de uygulama eğiliminde oldukları da tespit edilmiştir.

Townsend (2005) onuncu sınıf öğrencilerinin örüntüleri genellemek için kullandıkları startejileri araştırmıştır. Araştırma 11 öğrenci ile yürütülmüştür. Öğrencilerin örüntüleri genellemek için belirgin, yığmalı veya gruplamalı, bütüne genişletme ve yinelemeli stratejileri kullandıkları tespit edilmiştir. Öğrenciler yinelemeli ve yığmalı stratejileri başarılı bir şekilde kullanmışlardır. Ancak bütüne genişletme ve belirgin stratejileri kullanmada daha az başarılı olmuşlardır. Öğrenciler belirgin stratejileri kullanarak kural oluşturmada zorlanmışlardır. Öğrencilerin belirgin stratejileri kullanmada zorlanmalarının sebeplerinden biri, özel bir durum için sağlanan bir kuralın diğer durumlara yanlış bir şekilde uygulanmasıdır. Yinelemeli stratejiler diğer stratejiler için bir engelleyici olarak tanımlanmıştır. Yığılmalı stratejiler ise belirgin stratejilere açılan bir pencere olarak tanımlanmıştır.

Lannin, Barker ve Townsend (2006a) ilköğretim altıncı sınıf öğrencilerinin yinelemeli ve fonksiyonel stratejileri kullanma durumlarını araştırmışlardır. Çalışma altıncı sınıf öğrencileri arasından seçilen dört öğrenci üzerine odaklandırılmıştır. Veriler 10 öğretim etkinliği ile elde edilmiştir. Araştırmada öğrencilerin yinelemeli stratejileri fonksiyonel stratejilere taşımada zorluklar yaşadıkları ve bazı öğrencilerin fonksiyonel ilişkiyi oluşturmak için özel değerlere odaklanmayı terk etmek yerine, genel muhakeme yapmayı terk ettikleri görülmüştür. Öğrencilerin başarılı genellemeler yapabilmeleri için potansiyel olarak yinelemeli ve belirgin kurallar arasındaki bağıntıları kurmaları için teşvik edilmeleri gerektiği vurgulanmıştır. Bu çalışmada uygulanan öğretim etkinlikleriyle öğrencilerin yinelemeli muhakemeden belirgin kurallara doğru bir yönelim içine girdikleri tespit edilmiştir. Öğrencilerin görsel startejilerdan sayısal startejilere yönelmeleri, sorular arasında bağlantı kurmalarını sağlayacak olan muhakemeyi terk etmelerine sebep olmaktadır. Öğrenciler belirgin kuralları bulmaya çalışırken genel durumlar yerine belli durumlara odaklanmaktadırlar.

Lannin, Barker ve Townsend (2006b) beşinci sınıf öğrencilerinden iki kişi ile yürüttükleri araştırmada, öğrencilerin strateji seçimlerini etkileyen faktörleri araştırmışlardır. Öğrencilerin kullandığı stratejiler belirgin, bütüne genişletme, yinelemeli ve parçalama veya gruplama stratejileridir. Öğrencilerin bu stratejileri kullanmalarını etkileyen faktörler ise soruda verilen girdi değerleri, sorunun matematiksel yapısı, önceki stratejiler, problem durumlarının görsel imajı, öğretmen ve diğer öğrenciler arasındaki sosyal etkileşimdir. Bu faktörler sosyal, bilişsel ve problem durumu faktörler olmak üzere üç grupta toplanabilir. Öğrencilerin yinelemeli stratejiyi kullanmalarını etkileyen faktörler girdi değerleri, sorunun matematiksel yapısı, önceki stratejiler; bütüne genişletme stratejisini girdi değerleri, sorunun matematiksel yapısı, önceki stratejiler ve görsel imaj; parçalama veya gruplama stratejisini girdi değerleri, sorunun matematiksel yapısı, önceki stratejiler; belirgin stratejiyi girdi değerleri, önceki stratejiler ve problem durumunun görsel imajıdır.

Lan-Ma (2007) ilköğretim 5. ve 6. sınıf öğrencilerinin örüntüleri genelleme süreçlerini, genelleme süreçlerinde karşılaşabilecekleri engelleri ve örüntü aktivitelerinde faydalı yaklaşımları araştırmıştır. Araştırmanın örneklemini altıncı sınıf öğrencilerinden 28 ve beşinci sınıf öğrencilerinden 12 kişi oluşturmuştur. Öğrencilerin başarılı bir genelleme yapmalarının önünde üç engel olduğu tespit edilmiştir. Birincisi öğrencilerin yinelemeli ilişkiye dayanarak bir lokal kural üretmeye çalışıp, genel bir kural bulmaya çalışmamalarıdır. İkincisi öğrencilerin sayısal cevaplar üzerine düşünüp, çözüm metotlarını düşünmemeleridir. Öğrencilerin kullandıkları bu cevap odaklı yaklaşımda çözüm yolunun ne anlama geldiğini düşünmemeleri genelleme yapmalarını engellediği tespit edilmiştir. Üçüncüsü ise, öğrenciler çözüm için uygun olmayan ama kısa yöntemler uygulumaya çalışmalarıdır. Aritmetiksel yetersizlikler, bireysel geliştirilmiş yöntemler öğrencilerin doğru genelleme yapmalarını engellemektedir. Öğrencilerin başarılı genelleme yapabilmeleri için yinelemeli yaklaşımdan belirgin yaklaşıma doğru ilerlemeleri gereklidir. Bu süreçte cevap üzerine değil çözüm yöntemi üzerine odaklanılmalıdır. Ayrıca, geometrik yaklaşımlar kullanılırsa öğrenciler örüntüleri doğru bir şekilde genelleme potansiyeline sahip olabilecekleri belirtilmiştir.

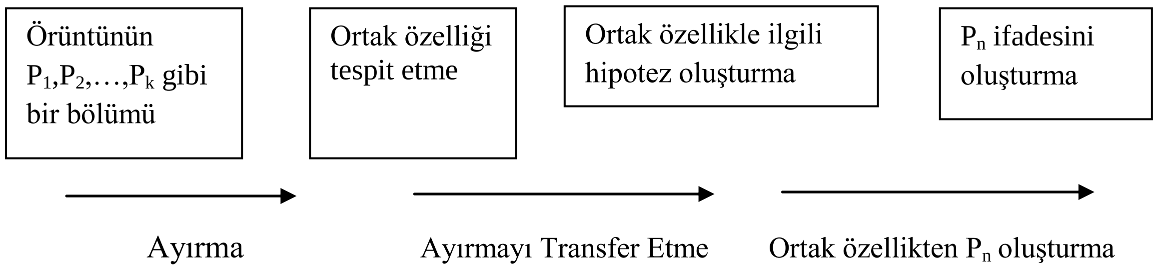
Samson (2007) dokuzuncu sınıf öğrencilerinin sayı örüntülerini genelleme stratejilerini araştırmıştır. Araştırma 24 öğrenci ile yürütülmüştür. Öğrenciler örüntülerin 10., 50. ve n. terimlerini bulmak için sayma, yığmalı veya gruplamalı, fark, belirgin, doğru bütüne genişletme, yanlış bütüne genişletme ve sayısal terimlerin doğasına bakma stratejilerini kullandıkları görülmüştür. Öğrencilerin sadece 5. terimi bulmak için sayma stratejisine yüksek kabul edilebilecek bir oranda (%43), diğer sorularda en fazla %7 oranında yinelemeli ilişkilere başvurdukları tespit edilmiştir. Öğrenciler 5., 10., 50. ve n. terimleri bulmak için ağırlıklı olarak (%56, %89, %96 ve %80) belirgin stratejiyi kullanmışlardır. Soru tasarımının (tablo, şekil sayı,..) öğrencilerin örüntüleri genellemek için kullandıkları strateji seçimlerinde etkili olduğu belirtilmiştir. Öğrencilerin örüntüleri genelleme süreçleri beş aşamaya ayrılmıştır. Sıfırıncı aşama soruyu çözmek için herhangi bir işlemin yapılmadığı aşamadır. Birinci aşama, beşinci terimi doğru bulmayı; ikinci aşama, beşinci ve onuncu terimi doğru bulmayı; üçüncü aşama, beşinci, onuncu ve ellinci terimi doğru bulmayı; dördüncü aşama beşinci, onuncu, ellinci ve n. terimleri doğru bulmayı kapsamaktadır. Araştırma sonuçlarına göre öğrencilerin büyük bir çoğunluğu (%80) dördüncü aşamaya ulaşmışlardır.

Ludsten (2008), ilköğretim 2-5. sınıf öğretmenlerinin uygulamalarının, karakteristik özelliklerinin ve profesyonel gelişimlerinin öğrencilerin cebirsel muhakemeleri üzerindeki etkilerini araştırmıştır. Çalışma 1550 öğrencisi olan 62 öğretmen ile yürütülmüştür. Veri toplama aracı olarak araştırmacı tarafından geliştirilen bir anket uygulanmıştır. Araştırmanın sonucuna göre öğrencilerin cebirsel muhakemelerin gelişimi ile öğretmenlerin özellikleri arasında anlamlı bir ilişki bulunamamıştır.

Yeap ve Kaur (2008) ilkokul öğrencilerinin örüntüleri genellemelerini araştırmışlardır. Araştırmada öğrencilerin belirgin, gruplamalı, birimlere ayırma veya bütüne genişletme ve yinelemeli stratejileri kullandıkları tespit edilmiştir. Bazı durumlardaki genelleme kabiliyetleri sınırlı olan öğrenciler yinelemeli startejiyi kullanmışlardır. Öğrencilerin starteji seçimlerine eki eden faktörler ise (1) yapıları ve ilişkileri görme kabiliyeti, (2), önceki bilgiler, (3) üst bilişsel stratejiler, (4) eleştirel düşünme stratejileri, (5) bir tablo gibi buluşsal düzenleme, (6) buluşsal kolaylaştırma yollarının bulunması, (7) soru aşinalığı ve (8) teknolojidir. Üstbiliş ve eleştirel düşünme gibi zihin alışkanlıları öğrencilerin genelleme startejilerini kullanmalarında önemlidir.

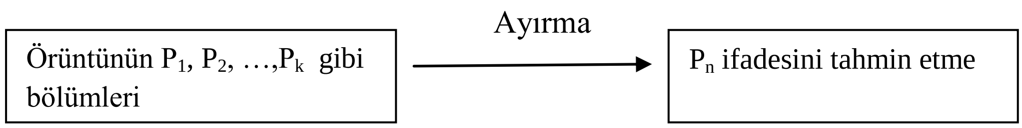
Wu ve Lan Ma (2008) ilköğretim 5. ve 6. sınıf öğrencilerinin doğrusal ve karesel genişleyen örüntü problemlerini çözme becerilerini araştırmışlardır. Çalışma 28 altıncı sınıf ve 12 beşinci sınıf öğrencisi olmak üzere toplam 40 öğrenci ile yürütülmülmüş. Öğrencilerin örüntü problemlerini çözerken algısallığı görme, örüntü arama, örüntüyü tanıma ve genelleme becerileri dikkate alınarak öğrenciler seviyelere ayrılmıştır. Bu seviyeler 0, 1, 2, 3a, 3b, 4a, 4b ve 4c şeklinde isimlendirilmiştir. 0 ve 1 düzeyi algısallığı görme becerisini içermektedir. 2 ve 3a düzeyi örüntü aramayı içermektedir. Bu düzeydeki öğrencilerde aritmetiksel düşünme söz konusudur. 3b düzeyi örüntü tanıma becerisini içermektedir. Bu düzeydeki öğrenciler sadece yakın genellemelere ulaşabilmektedirler. Bu düzeydeki öğrenciler genelliğe nasıl yaklaşılacağına dair bir anlayış geliştirme ile aritmetiksel düşünceden cebirsel düşünceye geçiş aşamasındadırlar. 4a, 4b ve 4c düzeyindeki öğrenciler genel bir kural oluşturma becerisi ile cebirsel düşünme becerisine sahiptirler. Ayrıca bu düzeydeki öğrenciler uzak genellemelere ulaşabilmektedirler.

Radford (2008) örüntülerin genelleme sürecinde tümevarım ve tümdengelim düşüncelerine dikkat çekerek, öğrencilerin yapmış olduğu örüntü genellemelerini üç başlık altında toplamıştır. Bunlar cebirsel örüntü genellemesi, olgunlaşmamış tümevarım ve aritmetik genellemedir.



Şekil 2.1. Cebirsel Örüntü Genellemesinin İnşası (Radford, 2008'den uyarlanmıştır.)

Cebirsel örüntü genellemesinde örüntünün bir bölümüne odaklanarak bir ortak özellik tespit edilir. Bu ortak özellikle ilgili bir hipotez oluşturulur. Bu hipotezi tüm terimler için sağlattıktan sonra örüntünün tüm terimleri için geçerli olan bir kural oluşturulur. Aritmetiksel genelleme süreci, örüntüdeki ortak özelliği yakalama ve bu ortak özelliği örüntünün tüm terimlerine gennellemeyi içermektedir. Aritmetiksel örüntü genellemeleri öğrencilerin örüntünün cebirsel kuralını bulmasını önlemektedir.



Şekil 2.2. Olgunlaşmamış Tümevarımın İnşası

Olgunlaşmamış tümevarımda cebirsel örüntü genellemesinden farklı olarak ortak özelliği tespit etme ve ortak özellikle ilgili hipotez oluşturma basamaklarını içermemektedir. Olgunlaşmamış tümevarımlar bir genelleme olarak kabul edilmemektedir.

Marchese (2008) ilköğretim 8. sınıf öğrencilerinin kullandıkları genellemeler ile genelleme metotlarını araştırmıştır. Çalışma 14 öğrenci ile yürütülmüş olup verileri toplamak için yedi soru kullanılmıştır. Öğrenciler soruları çözmek için çeşitli temsiller kullanmışlardır. Bunlar, tablo, liste, çubukları modelleme, sembolik notasyon ve sözel ifadelerdir. Öğrencilerin konuşma dili ile sembolik notasyon kullanımları birbiri ile bağlantılıdır. Öğrenciler temsiller içinde bağlantılar oluşturmuşlardır. Öğrencilerin çoğunluğu kuralları ifade etmek için harfleri (n, x, v,…) kullanmışlardır. Diğerleri ise kuralı harf kullanmadan sözel olarak ifade etmişlerdir. Öğrenciler soruları çözmek için sayma, ilişkilendirme ve bir formül oluşturma stratejilerini kullanmışlardır.

Beatty (2010) altıncı sınıf öğrencilerinin doğrusal ilişkilerle ilgli mevcut bilgilerini ve grafik temsilleriyle öğretim sonucundaki gelişimlerini araştırmıştır. Çalışma 3 yüksek, 3 orta ve 4 düşük başarı düzeyinde olmak üzere 10 öğrenci ile yürütülmüştür. Araştırmada kuralı verilen doğrusal örüntüye uygun grafik çizme ve grafiği verilen doğrusal örüntünün kuralını bulmaya yönelik yedi ders yapılmıştır. Veri toplama aracı olarak kuralı verilen doğrusal örüntünün grafiğini çizme, kuralı verilen doğrusal grafiği çizme adımlarını açıklama ve grafiği verilen doğrusal örüntünün kuralını bulma ile ilgili altı soru kullanılmıştır. Araştırma sonucuna göre öğrenciler grafik temsili ile örüntünün kuralını bulmada örüntü yapılarını bir arabulucu olarak çok güçlü bir şekilde kullanmışlardır. Öğrenciler grafikteki x değerlerini sayı pozisyonu, y değerlerini ise fayans sayısı olarak almışlardır. Sayı pozisyonu ile fayans sayısı arasında kovaryasyonel ilişki kurmada önemli gelişim göstermişlerdir. Ayrıca öğrenciler grafik temsillerinin karmaşık yapılarını anlamada ve örüntünün kuralı ile grafik temsili arasındaki bağıntıyı sağlamada başarılı olmuşlardır.

Markworth (2010), geometrik genişleyen örüntülerle öğrencilerin fonksiyonel düşünmelerinin geliştirilmesini araştırmıştır. Araştırma için iki farklı okul ve her bir okuldan ikişer sınıf seçilerek dört sınıf üzerinden çalışma yürütülmüştür. Çalışmanın katılımcıları 4 öğretmen ve 54 altıncı sınıf öğrencisidir. Ayrıca bu öğrencilerden 12 si ile (her bir sınıftan 3 öğrenci almak suretiyle) mülakat yapılmıştır. Her bir sınıfa 6 ders anlatılmıştır. Derslerin ağırlığı şekilsel muhakeme üzerinedir. Örüntüleri yakın ve uzak terimlere genellerken üç sutunlu tablodan faydalanılmıştır. Bu tablonun birinci sütununda terim sıraları, ikinci sütunda öğrencilerin düşünceleri ve üçüncü sütunda da şekillerdeki toplam nesne sayıları yazılmıştır. Araştırma sonucuna göre öğrenciler örüntüleri yakın ve uzak terimlere genellerken, şekilsel belirgin, şekilsel bütüne genişletme, şekilsel yığılma, şekilsel yinelemeli, sayısal belirgin, sayısal bütüne genişletme, sayısal yığılma, sayısal yinelemeli ve tanımlanmamış muhakeme stratejilerini kullanmışlardır. Araştırmada ulaşılan sonuçlardan birisi de, geometrik genişleyen örüntülerle fonkiyonel düşünmenin geliştirilmesi için etkili stratejilerin kullanılması ve şekilsel muhakemeye büyük bir önem verilmesidir. Ayrıca fonksiyonel düşünmenin gelişiminde üç sutunlu tablonun çok etkili bir araç olduğu tespit edilmiştir.

Sharon (2010) öğretmen adaylarının fonksiyonlar ve örüntüleri anlayış biçimlerini araştırmıştır. Araştırma 6 öğretmen adayı ile yapılmıştır. Öğretmen adaylarının fonksiyon kavramını anlayış biçimlerini dört başlık altında toplanmış olup, bunlar örüntü, kural, ilişki ve süreçtir. Örüntülerin genelleme süreçleri yedi alt başlığa ayrılmıştır. Bu süreçler öğretmen adaylarının fonksiyonu nasıl algıladıklarının belirlenmesinde önemli faktörlerdir. Bunlar görselleştirmenin süreci, düşünmenin süreci, farklılıkların bir ilişkisini arama süreci, orantısal muhakeme kullanma süreci, değişim oranını kullanma süreci, tahmin süreci ve bir değişken kullanma sürecidir. (1) Görselleştirme sürecinde dizinin bir teriminin yapısı ve pozisyonu arasındaki ilişkiyi görme kuralı bulmada önemli bir faktördür. Görselleştirme sürecinde öğretmen adayları fonksiyonu ilişki ve kural olarak ele almışlardır. (2) Düşünme sürecinde öğretmen adaylarının herhangi bir terimi bulmak için kullandığı yöntemi düşünerek örüntünün kuralını bulmasıdır. Düşünme süreci öğretmen adaylarının fonksiyonları bir ilişki olarak ele almalarında önemli bir etkiye sahiptir. (3) Farklılıkların bir ilişkisini arama sürecinde öğretmen adayları iki veri kümesi arasındaki farklılıklar arasında bir ilişki bulmaya çalışırlar. Bu işlemler öğretmen adaylarının fonksiyonları bir kural ve bir ilişki olarak ele almalarında önemli bir faktördür. (4) Orantısal muhakeme sürecinde, doğrusal örüntüler içinde de yer alan modelin değişken parçasına odaklanma vardır. Öğretmen adayları orantısal muhakeme sürecinde fonksiyon kavramını örüntü ve ilişki olarak ele almışlardır. (5) Değişimin oranını inceleme sürecinde terimler arasındaki fark dikkate alınır. Sabit artan bir örüntüde artış miktarı çarpan olarak alınır. Burada öğretmen adayları fonksiyon kavramını örüntü olarak ele almışlardır. (6) Tahmin sürecinde öğretmen adayları fonksiyon kavramını bir ilişki ve bir kural olarak ele almışlardır. (7) Değişken kullanma sürecinde, bir dizinin herhangi bir terimini temsil etmek için değişken kullanılmaktadır. Burada öğretmen adayları fonksiyon kavramını bir ilişki olarak ele almışlardır.

Ross (2011) ilköğretim 5. sınıf öğrencilerinin cebirsel muhakemeleri ve sabit genişleyen fonksiyonların farklı temsilleri arasındaki bağlantıyı araştırmıştır. Çalışma dokuz öğrenci ile yürütülmüş olup öğrencilerin üçü vasat, üçü orta ve üçü de yüksek başarı düzeyinden alınmıştır. Araştırma biri sözel problem, biri geometrik örüntü ve biri de sayı örüntüsü olmak üzere üç sorudan oluşmuştur. Her bir soruda öğrencilerden verilen örüntülerin dördüncü onuncu, yüzüncü ve genel terimlerini bulmaları istenmiştir. Araştırmanın bulguları Vergnaud (1988) tarafından ortaya atılan skalar muhakeme ve fonksiyonel muhakeme açısından yorumlanmıştır. Skalar muhakeme iki değişkeni ayrı ayrı ele almaktır. Bu muhakeme yaklaşımında aynı çeşit büyüklükler arasında işlem yapılmaktadır. Fonksiyonel muhakeme ise iki değişken arasındaki ilişkiyi birlikte ele almaktır. Fonksiyonel muhakemede farklı büyüklükleri veya nicelikleri birlikte düşünme söz konusudur. Araştırma sonuçlarına göre öğrenciler yakın uzaklıktaki terimleri doğru bulmada, uzak terimleri bulmaya göre daha başarılı olmuşlardır. Uzak terimleri bulmada daha çok zorlanmaktadırlar. Skalar muhakeme yaklaşımını kullanan öğrenciler örüntüleri genellemeyi başaramamışlardır.

Sorkin (2011) ilkokul ikinci sınıf öğrencilerinin fonksiyonel ilişkileri genelleme kabiliyetlerini araştırmıştır. Çalışma 97 öğrenci ile yürütülmüştür. Çalışmada deney grubuna küp etiketi temelinde fonksiyon makinesi aktiviteleri uygulanmıştır. Deney grubu lehine anlamlı sonuç çıkmıştır. Yani küp etiketi aktiviteleri öğrencilerin genelleme performanslarını olumlu yönde etkilemiştir. Öğrenciler genel olarak kuralı bulmada başarılı olmuşlardır. Ancak öğrenciler çarpımsal ilişkilerden ziyade toplamsal ilişkilere odaklandıkları zaman örüntünün kuralını bulmada zorlanmışlardır. Tam olarak genelleme yapamayan öğrenciler, örüntünün kuralını genel olarak ifade etmek yerine örnek üzerinde göstermeye çalışmışlardır. Bir kural çıkaran öğrencilerin çoğu genel terimi de ifade edebilmişlerdir. Öğrencilerin matematiksel becerileri ile kural çıkarımları arasında bir ilişki vardır. Ancak bu zıt bir ilişkidir. Matematik becerileri yüksek olan öğrenciler, matematik becerileri düşük olan öğrencilerden daha az puan almışlardır. Öğrenciler belli bir yolla örüntüleri algıladıkları zaman, onları ilk algılarından vazgeçirmek oldukça zordur.

Ndlovu (2011), dokuzuncu sınıf öğrencilerinin örüntüleri genellemede kullandıkları startejileri araştırmıştır. Araştırma yaşları 14 ile 16 arasında değişen 29 öğrenci ile yürütülmüştür. Öğrencilerin örüntüleri genellemek için kullandıkları stratejiler sayısal, şekilsel, pragmatik ve sınıflanmamış diğerleri olmak üzere dört kategoriye ayrılmıştır. Sayısal stratejiler yinelemeli ve belirgin stratejiler olmak üzere iki alt kategoriye ayrılmıştır. Yinelemeli stratejiler içerisinde sayma, tahmin-kontrol ve yığmalı strateji yer almaktadır. Belirgin stratejiler içerisinde ise denklem çözme, yapısal analiz ve geriye dönük çalışma stratejisi yer almaktadır. Öğrencilerin örüntüleri genellemek için kullandıkları ikinci kategori olan şekilsel kategori içerisinde ise oranlama ve yapısal analiz stratejileri yer almaktadır. Üçüncü kategori olan pragmatik kategori içerisinde ise ilişkisel strateji yer almaktadır. Öğrencilerin büyük bir çoğunluğu (%96) sayısal stratejileri kullanmışlardır. Şekilsel, pragmatik ve sınıflandırılmamış diğer stratejiler ise %4 oranında tercih edilmiştir.

Literatür bilgilelerinden de anlaşılacağı üzere konu ile ilgili yurt dışındaki araştırmaların ülkemizdeki araştırmalara oranla daha erken başladığı söylenebilir. Ülkemizde konu ile ilgili araştırmaların 2005 yılı matematik programının uygulamaya konulmasıyla başladığı görülmektedir.

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

3. MATERYAL VE YÖNTEM

3.1. Araştırmanın Yöntemi ve Deseni

Bu çalışmada nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması (case study) deseni kullanılmıştır. Durum çalışması bir olayı meydana getiren ayrıntıları tanımlamak ve görmek, bir olaya ilişkin olası açıklamaları geliştirmek ve bir olayı değerlendirmek amacıyla kullanılır (Gall, Borg ve Gall, 1996). Nitel araştırma yöntemlerinde amaç genelleme değil, bütüncül bir resim elde etmektir. Nitel araştırma çalışılan konuyu derinlemesine ve tüm olası ayrıntıları ile incelemeyi amaç edinmektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2008, s. 107).

3.2. Çalışma Grubu

Bu çalışma Erzurum il merkezindeki bir ilköğretim okulunun 6., 7. ve 8. sınıflarında öğrenim gören ve örüntü testi uygulanan sırasıyla 40, 45 ve 43 öğrenci arasından seçilen 9'ar öğrenci ile yapılmıştır. 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerine güvenirlik ve geçerlikleri pilot çalışma ile tespit edilen örüntü testleri uygulanmıştır. Öğrenciler bu testlerden aldıkları puanlara göre yüksek, orta ve düşük başarı düzeylerine ayrılmıştır. Her bir başarı düzeyinden 3'er öğrenci alınmıştır. Bu şekilde her bir sınıf seviyesinden 9 öğrenci alınarak toplam 27 öğrenci seçilmiştir. 6. sınıf düşük başarı düzeyindeki öğrenciler 6V1, 6V2, 6V3; orta başarı düzeyindekiler 6O1, 6O2, 6O3; yüksek başarı düzeyindekiler 6Y1, 6Y2 ve 6Y3 şeklinde kodlanmıştır. Benzer şekilde 7 ve 8. Sınıf öğrencileri de kodlanmıştır. Çalışmanın yürütüldüğü okul random olarak belirlenmiştir. Çalışma grubu, amaçlı örnekleme yöntemlerinden ölçüt örnekleme yöntemine göre belirlenmiştir. Patton (1987)'a göre, amaçlı örnekleme zengin bilgiye sahip olduğu düşünülen durumların derinlemesine çalışmasına olanak vermektedir. Bu anlamda, amaçlı örnekleme yöntemleri pek çok durumda, olgu ve olayların keşfedilmesinde ve açıklanmasında yararlı olur. Bu örnekleme yöntemleri aşırı veya aykırı durum örneklemesi, maksimum çeşitlilik örneklemesi, benzeşik örnekleme, tipik durum örneklemesi, kritik durum örneklemesi, kartopu veya zincir örnekleme, ölçüt örnekleme, doğrulayıcı veya yanlışlayıcı örnekleme ve kolay ulaşılabilir durum örneklemesidir (Akt: Yıldırım ve Şimşek, 2008, s. 107). Ölçüt örnekleme yöntemindeki temel anlayış önceden belirlenmiş bir dizi ölçütü karşılayan bütün durumların çalışılmasıdır. Burada sözü edilen ölçüt veya ölçütler araştırmacı tarafından oluşturulabilir ya da daha önceden hazırlanmış bir ölçüt listesi kullanılabilir (Yıldırım ve Şimşek, 2008, s. 107). Bu araştırmada öğrencilerin örüntü testlerinden aldıkları puanlara göre gruplandırılmaları ölçüt kabul edilmiştir.

3.3. Veri Toplama Araçları ve Verilerin Toplanması

Bu araştırmanın veri toplama araçlarının geliştirilmesi ve verilerin analiz edilmesinde özellikle Fey (2005), Hargreaves, Taylor ve Threlfal, (1998), Healy ve Hoyles (1999), Lannin (2003 ve 2005), Lannin, Barker ve Townsend (2006a ve 2006b), Sasman, Linchevski ve Olivier (1999), Stacey (1989), Swafford ve Langrall (2000) ve Tanışlı (2008) çalışmalarından faydalanılmıştır. Veri toplama araçlarının geliştirilmesinde yukarıda ifade edilen çalışmalarla birlikte mevcut literatürden, 6, 7 ve 8. sınıf matematik dersi müfredatı, ders kitapları ve uzman görüşlerinden (3 öğretim üyesi ve 3 matematik öğretmeni) faydalanılmıştır.

Çalışmanın verileri 2011-2012 eğitim-öğretim yılı bahar döneminde toplanmıştır. Veri toplama sürecine örüntü testlerinin uygulanması ile başlanmıştır. 6, 7 ve 8. sınıf öğrencilerine güvenirlik ve geçerlikleri pilot çalışma ile tespit edilen örüntü testleri uygulanmıştır. Örüntü testinden 0-44 puan aralığında olan öğrenciler düşük, 45-69 puan aralığında olan öğrenciler orta ve 70-100 puan aralığında olan öğrenciler yüksek başarı düzeyinde olarak kabul edilmiştir. Bu puan aralıkları araştırmacı, 2 matematik öğretmeni ve 3 öğretim üyesinin görüşleri doğrultusunda belirlenmiştir. Öğrenciler bu testlerden aldıkları puanlara göre yüksek, orta ve düşük başarı düzeylerine ayrılmıştır. Her bir başarı düzeyinden 3’er öğrenci alınmıştır. Bu şekilde her bir sınıf seviyesinden 9 öğrenci alınarak toplam 27 öğrenci seçilmiştir. Daha sonra bu öğrencilerle klinik mülakat yapma sürecine geçilmiştir. Klinik mülakat verilerinin toplanması yaklaşık olarak beş hafta sürmüştür. Birinci haftanın başından, ikinci haftanın ortalarına kadar altıncı sınıf öğrencileri, ikinci haftanın ortalarından üçüncü haftanın sonuna kadar yedinci sınıf öğrencileri, dördüncü ve beşinci haftalarda sekizinci sınıf öğrencileri ile klinik mülakatlar yapılmıştır. Her bir öğrenci ile ortalama 3 mülakat yapılmış ve öğrencilere her bir mülakatta ortalama 3 soru yöneltilmiştir. Mülakatlar 30 ile 40 dakika aralığında tutulmuştur. Mülakatlar ses kaydedici cihazlar ile kayıt altına alınmıştır.

Bu çalışmada kullanılan veri toplama araçları aşağıda açıklanmıştır.

1. Öğretmenlerle Mülakat: Çalışmaya katılan öğrencilerin daha yakından tanınması ve öğretmenlerin örüntü konusuna bakış açılarını tespit edebilmek amacıyla kullanılan bir veri toplama aracıdır. Mülakat yapılan öğretmenler, çalışma grubundaki öğrencilerin matematik derslerini yürüten öğretmenleridir. Örüntü ve mülakat testlerinin uygulandığı okullarda görev yapan beş matematik öğretmeni ile yapılmıştır.

2. Örüntüler Konusu Başarı Testleri: Mülakat yapılacak öğrencileri tespit etmek amacıyla uygulanmıştır. Her bir sınıf düzeyi için bir test uygulanmıştır. Bu testler 10'ar sorudan oluşmuştur.

3. Klinik Mülakat: Öğrencilerin örüntü problemlerini çözerken takip ettiği adımları, düşünme süreçlerini tespit edebilmek amacıyla yapılmıştır. Araştırmanın merkezinde klinik mülakattan elde edilen veriler yer almaktadır.

4. Gözlem: Mülakat testi sorularına son şeklinin verilmesi için yapılmıştır.

3.4. Pilot Çalışma

Pilot çalışma ile örüntü ve mülakat testi sorularının geçerliği ve güvenirliği tespit edilmiştir. Pilot çalışma Erzurum il merkezinde yer alan dört ilköğretim okulundaki 6, 7 ve 8. sınıf öğrencileri ile yapılmıştır. Çalışma yapılan dört okul Erzurum Milli Eğitim Müdürlüğünden çalışma izni alınan on ilköğretim okulu arasından random olarak belirlenmiştir (bkz. Ek 7). Pilot çalışmanın araştırma grubunu bu dört ilköğretim okulunun 6, 7 ve 8. sınıflarındaki toplam 327 öğrenci oluşturmuştur. Bu öğrencilerin 109'u altıncı sınıf, 108'i yedinci sınıf ve 110'u sekizinci sınıf öğrencisidir. Bu öğrencilere öncelikle örüntü testleri uygulanmıştır. Örüntü testlerinin uygulanmasında amaçlı örnekleme yöntemlerinden ölçüt örnekleme yöntemi kullanılmıştır. Buradaki ölçüt, öğrencilerin örüntüler konusunu işlemiş olmalarıdır. Mülakat testi sorularının uygulanacağı okul ise bu dört ilköğretim okulu arasından kura ile belirlenmiştir. Mülakat testi sorularının uygulanmasında Lannin, Barker ve Townsend (2006) araştırmasındaki yöntem izlenmiştir. Mülakat yapılacak öğrenciler de ölçüt örnekleme yöntemi ile belirlenmiştir. Öğrenciler, bu testlerden aldıkları puanlara göre yüksek, orta ve düşük başarı seviyesindekiler olmak üzere üç gruba ayrılmıştır. Örüntü testinden 0-44 puan aralığında olan öğrenciler düşük, 45-69 puan aralığında olan öğrenciler orta ve 70-100 puan aralığında olan öğrenciler yüksek başarı düzeyinde kabul edilmiştir. Bu puan aralıkları araştırmacı, 2 matematik öğretmeni ve 3 öğretim üyesinin görüşleri doğrultusunda belirlenmiştir. Her bir sınıf seviyesi için düşük başarı düzeyinden 1, orta başarı düzeyinden 2 ve yüksek başarı düzeyinden 1 öğrenci seçilerek bu öğrencilere mülakat testleri uygulanmıştır. Farklı başarı seviyelerinden öğrenci seçilmesi ise random olarak yapılmıştır.

6., 7. ve 8. sınıf örüntü testleri sorularının geçerliği için 3 öğretim üyesi ve lisansüstü eğitim yapan 2 matematik öğretmeninin görüşleri yeterli kabul edilmiştir. Testlerin cevaplanması için öğrencilere 40 dakika süre verilmiştir. Bu testten alınabilecek puanlar 0 ile 100 arasında değişmektedir. Ek 4'de verilen 6. sınıf örüntü testi soruları 4 farklı ilköğretim okulundan 109 öğrenciye uygulanmıştır. Güvenirlik için cronbach alpha katsayısı hesaplanarak 0.83 bulunmuştur. Ek 5'de verilen 7. sınıf örüntü testi soruları 4 farklı ilköğretim okulundan 108 öğrenciye uygulanmıştır. Güvenirlik için cronbach alpha katsayısı hesaplanarak 0.81 bulunmuştur. Ek 6'da verilen 8. sınıf örüntü testi soruları 4 farklı ilköğretim okulundan 110 öğrenciye uygulanmıştır. Güvenirlik için cronbach alpha katsayısı hesaplanarak 0.82 bulunmuştur. Bu katsayılar yüksek derecede güvenirliği ifade etmektedir (Kalaycı, 2005).

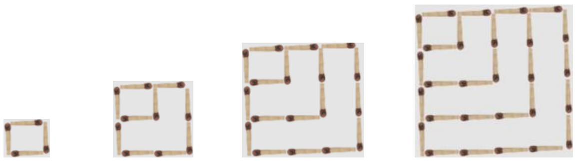
Mülakat testi sorularının geçerliği için 3 öğretim üyesi ve lisansüstü eğitim yapan 3 matematik öğretmeninin görüşleri yeterli kabul edilmiştir. Mülakat testi soruları bir ilköğretim okulundan her bir sınıf seviyesinden 4 olmak üzere toplam 12 öğrenciye uygulanmıştır. Mülakat sırasında Lannin, Barker ve Townsend (2006a) araştırmasındaki yöntem izlenmiştir. Herbir sınıf seviyesinden düşük başarı düzeyinden 1, orta başarı düzeyinden 2 ve yüksek başarı düzeyinden 1 öğrenci alınmış ve toplam 12 öğrenci ile mülakat yapılmıştır. Mülakat yapılacak öğrenciler Örüntü testi puanları ve matematik öğretmenlerinin görüşleri doğrultusunda belirlenmiştir. Her bir öğrenci ile üç mülakat yapılmıştır. Sorular öğrencilere mülakat sırasında sorulmuştur. Mülakat süreleri 30-40 dakika arasında tutulmuştur. Mülakatlar, ilgili okulun rehberlik servisinde ve kütüphanesinde yapılmıştır. Mülakatlar ses kaydedici cihazlarla kayıt altına alınmıştır.

Yapılan pilot çalışmanın sonucunda, araştırmanın amacına yeterince hizmet etmediği öğretmenlerle yapılan mülakatlar, ilgili literatürün taranması ve öğrencilerin soruları anlamakta güçlük çekmelerinden anlaşılan bazı sorular mülakat testlerinden çıkarılmıştır.

Pilot çalışma sonucu 6.sınıf mülakat testinden çıkarılan sorular aşağıda verilmiştir.

1)

1. Şekil **2. Şekil** **3. Şekil** **4. Şekil**



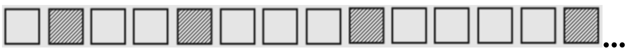
1. şekli oluşturmak için 4, 2. şekli oluşturmak için 10 ve 3. şekli oluşturmak için 18 ve 4. şekli oluşturmak için 28 kibrit çöpü kullanılarak bir örüntü meydana getirilmiştir.

a) 7 ve 19. şekilleri oluşturmak için kaç kibrit çöpüne ihtiyaç vardır?

b) x. Şekli oluşturmak için kaç kibrit çöpüne ihtiyaç vardır?

c) Kaçıncı şekli oluşturmak için 154 kibrit çöpüne ihtiyaç vardır?

2)



Beyaz ve siyah renkli kareler belli bir kurala göre sıralanarak bir örüntü oluşturulmuştur.
Örüntü beyaz karelerin sayısı 15 olana kadar devam ettirildiğinde
a) Siyah karelerin toplam sayılarını bulunuz?
b) Beyaz karelerin toplam sayılarını bulunuz?
(Beyaz karelerin sayısı 1 iken, siyah karelerin sayısı 1)
(Beyaz karelerin sayısı 2 iken, siyah karelerin sayısı 2)
(Beyaz karelerin sayısı 3 iken, siyah karelerin sayısı 3)

3)

2 3 5 8

Yukarıda ilk beş adımı verilen sayı örüntüsüne uygun bir model geliştiriniz**.**

4)

Girdi	1	2	3	4	…	8	…	17	…	?	…	n
Çıktı	0	2	6	12	…	?	…	?	…	600		?

Yukarıda tablo halinde verilen örüntüye göre ? yerlerine hangi değerler gelmelidir? Açıklayınız.

Pilot çalışma sonucu 7.sınıf mülakat testinden çıkarılan sorular aşağıda verilmiştir.

1)
Bir ekmek fırını sahibi ekmek sattığı marketleri sırasıyla 1. market, 2. market, 3. market, … şeklinde isimlendirmiştir. Bu marketlere sattığı ekmeklerin sayıları

Marketler	**1.**	**2.**	**3.**	**…**
Ekmek Sayıları	**10**	**14**	**20**	**…**

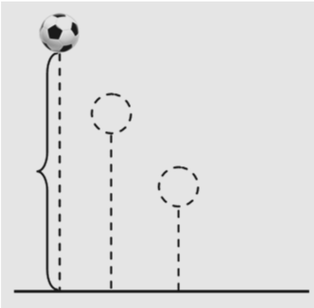
tablodaki gibi kurallı bir örüntü oluşturmaktadır. Buna göre
a) Fırıncının 8. markete sattığı ekmek sayısını bulunuz.
b) Fırıncının 17. markete sattığı ekmek sayısını bulunuz.
c) Fırıncının herhangi bir markete sattığı ekmek sayısını bulabileceğimiz bir formül geliştiriniz.

2)

△☆△△☆△△△☆△△△△☆**...**

Üçgen ve yıldız şekilleri belli bir kurala göre sıralanarak bir örüntü meydana getirilmiştir.
(Açıklama yıldız sayısı 1 iken üçgen sayısı 1, yıldız sayısı 2 iken üçgen sayısı 3, yıldız sayısı 3 iken üçgen sayısı 6)
a) Yıldız sayısı 10 olduğunda üçgen sayısı kaç olur?
b) Toplam üçgen sembollerinin sayısı 210 olduğunda yıldız sayısı kaç olur?

3)

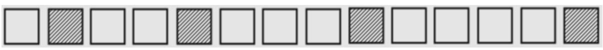


10 m. Yükseklikte bırakılan bir top her yere çarpışından sonra önceki yüksekliğinin $\frac{2}{3}$'si kadar yükselmekte; Buna göre

a) 7. kez yere çarpışından sonra kaç m. yükselir?
b) 14. kez yere çarpışından sonra kaç m. yükselir?
c) x. kez yere çarpışından sonra kaç m. yükselir?

Pilot çalışma sonucu 8.sınıf mülakat testinden çıkarılan sorular aşağıda verilmiştir.

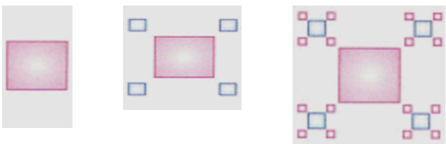
1)

...

Siyah ve beyaz kareler belli bir kurala göre sıralanarak bir örüntü oluşturulmuştur. (Açıklama, Beyaz kare 1 iken siyah kare sayısı 1'dir, Beyaz kare 3 iken siyah kare sayısı 2'dir, Beyaz kare 6 iken siyah kare sayısı 3'dür.)

a) Siyah karelerin sayısı 13 olduğunda beyaz karelerin sayısı kaç olur?
b) Beyaz karelerin sayısı 210 olduğunda siyah karelerin sayısı kaç olur?

2)



1. Şekil **2. Şekil** **3. Şekil**

Yandaki karelerle bir örüntü meydana getirilmiştir. Buna göre;
a) 5 ve 12. adımlarda kaçar kare bulunur?
b) n. adımda kaç kare bulunur?

3.5. Araştırmanın Geçerliği ve Güvenirliği:

Bilimsel araştırmaların en önemli ölçütlerinden biri sonuçların inandırıcılığı olarak kabul edilmektedir. Geçerlik ve güvenirlik bu açıdan araştırmalarda en yaygın olarak kullanılan iki ölçüttür.

Geçerlik, araştırma sonuçlarının doğruluğunu konu edinmektedir. İç geçerlik, araştırma sonuçlarına ulaşırken izlenen sürecin çalışılan gerçekliği ortaya çıkarmadaki yeterliğine ilişkindir. Nitel araştırmalarda iç geçerlik yerine inandırıcılık kavramı kullanılmaktadır. İnandırıcılığı sağlamak için kullanılan yöntemlerden bazıları uzun süreli etkileşim, derin odaklı veri toplama, çeşitleme, uzman incelemesi ve katılımcı teyididir (Yıldırım ve Şimşek, 2008). Bu araştırmada iç geçerliliği sağlamak için klinik mülakat, uzman incelemesi ve veri toplama araçlarında çeşitlemeye başvurulmuştur.

Dış geçerlik, elde edilen sonuçların benzer gruplara ya da ortamlara aktarılabilirliğiyle ilgilidir. Nicel araştırmalarda dış geçerlik, genelleme olarak da ifade edilmektedir. Nitel araştırmalarda aktarılabilirlik veya transfer edilebilirlik kavramları kullanılmaktadır. Aktarılabilirliği sağlamak için yaygın olarak ayrıntılı betimleme ve amaçlı örnekleme kullanılmaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2008). Bu çalışma kapsamında aktarılabilirliği sağlamak için ayrıntılı betimleme ve amaçlı örnekleme yöntemlerinin ikisi de kullanılmıştır.

Güvenirlik ise araştırma sonuçlarının tekrar edilebilirliği ile ilgilidir. İç güvenirlik, başka araştırmacıların aynı veriyi kullanarak aynı sonuçlara ulaşıp ulaşamayacağına ilişkindir. Nitel araştırmalarda iç güvenirlik yerine tutarlık kavramı kullanılmaktadır. Tutarlığı sağlamak için kullanılan çeşitli yöntemler bulunmaktadır. Bunlar LeCompte ve Goetz (1982)'e göre verilerin betimsel bir yaklaşımla doğrudan sunulması, aynı araştırmaya birden fazla araştırmacının dahil edilmesi, gözlem yoluyla elde edilen verilerin görüşme yoluyla teyit edilmesi, verilerin analizinde başka araştırmacıları kullanma ve veri analizini önceden belirlenmiş bir kavramsal çerçeveye göre yapmadır (Akt: Yıldırım ve Şimşek, 2008). Bu araştırmada tutarlılığı sağlamak için betimsel bir yolla veriler sunulmuş, verilerin teyit edilmesi için farklı veri toplama araçları kullanılmış, verilerin analizinde üç farklı uzmanın görüşleri dikkate alınmış ve veri analizi önceden belirlenmiş bir kavramsal çerçeveye göre yapılmıştır.

Dış güvenirlik, araştırma sonuçlarının benzer ortamlarda aynı şekilde elde edilip edilemeyeceği ile ilgilidir. Nitel araştırmalarda dış güvenirlik yerine teyit edilebilirlik kavramı kullanılmaktadır. Dış güvenirliği sağlamak için kullanılan çeşitli yöntemler bulunmaktadır. Bunlar LeCompte ve Goetz (1982)'e göre bu yöntemlerden birincisi araştırmacının araştırma sürecindeki konumunu açık hale getirmesidir. İkincisi, veri kaynağı olan bireylerin açık bir biçimde tanımlanmasıdır. Üçüncüsü, araştırma sürecinde oluşan sosyal ortamların ve süreçlerin tanımlanmasıdır. Dördüncüsü, verilerin analizinde kullanılan kavramsal çerçevenin tanımlanmasıdır. Sonuncusu ise veri toplama ve analiz yöntemleri ile ilgili ayrıntılı açıklamaların yapılmasıdır (Akt: Yıldırım ve Şimşek, 2008). Bu araştırma kapsamında teyit edilebilirliği artırabilmek için araştırmacının konumu, veri kaynağı olan öğrenciler ve öğretmenler tanımlanmış, veri toplama araçları ve süreci ayrıntılı olarak açıklanmış, verilerin analizinde kullanılan kavramsal çerçeve tanımlanmıştır.

3.6. Verilerin Analizi

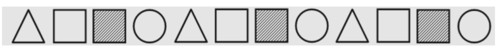
Bu çalışmanın verilerinin analizinde, betimsel ve içerik analizi yöntemleri kullanılmıştır. Betimsel analizde veriler, daha önceden belirlenen temalara göre özetlenir ve yorumlanır. Veriler araştırma sorularının ortaya koyduğu temalara göre düzenlenebileceği gibi, görüşme ve gözlem süreçlerinde kullanılan sorular ya da boyutlar dikkate alınarak da sunulabilir. Betimsel analizde, görüşülen ya da gözlenen bireylerin görüşlerini çarpıcı bir biçimde yansıtmak amacıyla doğrudan alıntılara sıkça yer verilir. Betimsel analizde amaç, elde edilen bulguları düzenlenmiş ve yorumlanmış bir biçimde okuyucuya sunmaktır. İçerik analizinde temel amaç, toplanan verileri açıklayabilecek kavramlara ve ilişkilere ulaşmaktır. Betimsel analizde özetlenen ve yorumlanan veriler, içerik analizinde daha derin bir işleme tabi tutulur ve betimsel bir yaklaşımla fark edilmeyen kavram ve temalar bu analiz sonucu keşfedilebilir (Yıldırım ve Şimşek, 2008, s.224-227).

Betimsel analiz, içerik analizine göre daha yüzeyseldir ve daha çok araştırmanın kavramsal yapısının önceden açık biçimde belirlendiği araştırmalarda kullanılır. İçerik analizi, toplanan verilerin derinlemesine analiz edilmesini gerektirir ve önceden belirgin olmayan temaların ve boyutların ortaya çıkarılmasına olanak tanır (Yıldırım ve Şimşek, 2008, s.223).

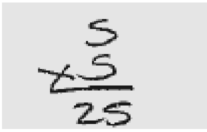
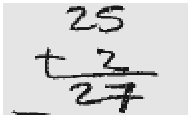
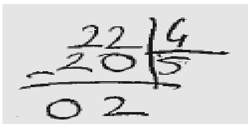
Öğrencilere bu çalışma kapsamında iki veri toplama aracı uygulanmıştır. İlk olarak örüntü testleri (bkz. Ek 1, 2, 3) uygulanmıştır. Mülakat testlerinde öğrencilerin örüntü sorularını genellemek için kullandıkları stratejiler; Hargreaves, Taylor ve Threlfall (1998), Healy ve Hoyles (1999), Lannin (2003 ve 2005), Lannin, Barker ve Townsend (2006a ve 2006b), Sasman, Linchevski ve Olivier (1999) ve Stacey (1989) çalışmalarındaki stratejilere göre sınıflandırılmıştır. Öğrencilerin tekrarlı, sabit artarak ve artarak genişleyen örüntülerin kurallarını bulmak için takip ettikleri işlem basamakları içerik analizine göre tespit edilmiştir. Yapılan sınıflamalara üç öğretim üyesinin gözetiminde son şekli verilmiştir. Öğrencilerin örüntüleri genelleştirmek için kullandıkları stratejiler aşağıda verilen tabloya göre sınıflandırılmıştır.

Tablo 3.1.

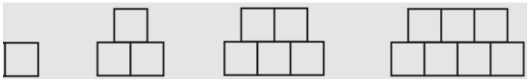
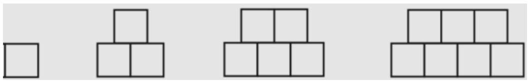
Öğrencilerin Örüntüleri Genelleme Stratejilerini Sınıflandırmak İçin Kullanılan Kavramsal Çerçeve

Strateji	Açıklama
Çizme	Özellikle tekrarlı örüntü sorularında kullanılan bir çözüm stratejisidir. Öğrenciler istenen terimi bulmak için örüntüyü şekilleri çizerek devam ettirmektedirler. İlk 12 adımı verilen tekrarlı örüntü sorusunda çizme stratejisi aşağıdaki gibi uygulanır.   22. adıma karşılık gelen geometrik şeklin bulunması için terimler çizilerek örüntü devam ettirilir.

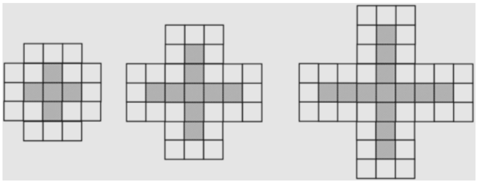
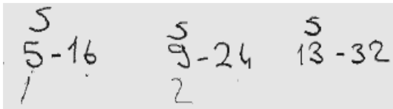
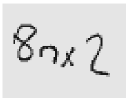
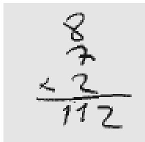
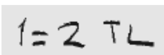
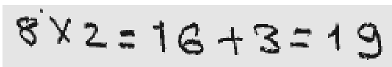
Tablo 3.1. *(Devamı)*

Çarpımın Üzerine Sayma	Tekrarlı örüntü sorularında kullanılan bir çözüm stratejisidir. Bu stratejide tekrar birimi belirlenir. Tekrar birimi soruda istenen en yakın terime kadar genişletilir. Daha sonra istenen terim ile çarpma işlemi sonucu elde edilen terim arasındaki farka göre sonuca ulaşılmaya çalışılır. Tekrar birimi 5 olan bir tekrarlı örüntünün 27. terimi, çarpımın üzerine sayma stratejisi aşağıdaki gibi uygulanır.   Burada 5 ile 5 çarpılıp 25 elde edilir. Daha sonra 25'e 2 ilave edilerek 27 sayısına ulaşılır (27 den 25 çıkarılarak da işlem devam ettirilebilir). Buradan 27. terimin 2. terime eşit olduğu yorumu yapılarak cevaba ulaşılmaya çalışılır.
Bölümden Kalanı Sayma	Tekrarlı örüntü sorularında kullanılan bir çözüm stratejisidir. Bu stratejide tekrar birimi belirlenir. İstenen terim, tekrar birimine bölünür. Bölme işlemindeki kalana göre istenen terim bulunmaya çalışılır. Örneğin tekrar birimi 4 olan bir tekrarlı örüntü sorusunda 22. terimi bulmak için bölümden kalanı sayma stratejisi aşağıdaki gibi uygulanır.  Bölme işleminde kalan 2 olduğu için, 22. terim, 2. terime eşittir. 2. terim ise… dır.
Yinelemeli İlişki	Terimler arası farka göre örüntü devam ettirilerek istenen terim elde edilmeye çalışılır. Terimleri 4, 7, 10,…şeklinde devam eden bir örüntünün 9. terimini bulmak için yinelemeli ilişki stratejisi aşağıdaki gibi kullanılabilir.  Terimler arasındaki farkın 3 olduğu tespit edildikten sonra, ardışık terimlerin herbirine 3 eklenerek örüntü 9. terime kadar devam ettirilir.

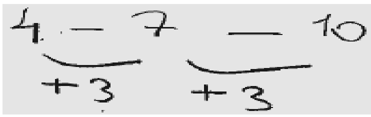
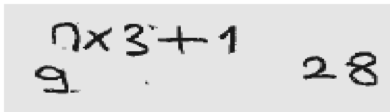
Tablo 3.1. *(Devamı)*

Terim İçi Gruplama	Daha çok şekil örüntüsü sorularında kullanılan bir stratejidir. Herbir şekil (veya şekli oluşturan nesnelerin sayısı) kendi içinde belli bir kurala göre parçalanır. Bu kural, öğrenci tarafından belirlenir. Belirlenen kuralın tüm terimler için sağlanması önemlidir. Örneğin,  **1.Şekil 2.Şekil 3. Şekil 4. Şekil** "Tahta blokları kullanılarak yukarıdaki gibi bir örüntü oluşturulmuştur. 9. şekilde kaç tahta bloğu bulunur? " sorusunda terim içi gruplama stratejisi aşağıdaki gibi uygulanabilir. 9+8=17 İkinci şekildeki tahta bloklarının sayısı 2 ile 1'in, üçüncü şekildeki tahta bloklarının sayısı 3 ile 2'nin, dördüncü şekildeki tahta bloklarının sayısı 4 ile 3'ün toplamına eşittir. Buna göre dokuzuncu şekildeki tahta bloğu sayısı 9 ile 8'in toplamına eşittir.
Bütüne Genişletme	Girdi değerleri arasındaki oranın çıktı değerleri arasında da uygulanması temeline dayanır. Bu stratejide örüntünün kuralındaki sabit terim genellikle ihmal edildiği için yanlış cevaba ulaşılır. Örneğin,  **1.Şekil 2.Şekil 3. Şekil 4. Şekil** "Tahta blokları kullanılarak yukarıdaki gibi bir örüntü oluşturulmuştur. 9. şekilde kaç tahta bloğu bulunur?" sorusunda bütüne genişletme stratejisi aşağıdaki gibi uygulanabilir. 7.2=14 → 8.şekil 14+2=16 → 9.şekil

Tablo 3.1. *(Devamı)*

Bütüne Genişletme	…Dördüncü şekilde 7 tahta bloğu olduğu için, 7 ile 2 çarpılarak sekizinci şekildeki tahta bloğu sayısı bulunur. Ardışık terimler arasındaki fark 2 olduğu için 14 ile 2 toplanır. Dokuzuncu şekilde 16 tahta bloğu bulunur.
Tahmin-Kontrol	Bu stratejide problem durumundaki genel ilişkilerden ziyade, özel durumlarda bir kural bulmaya odaklanılmaktadır. Bir kural tahmin edilir ve girdi-çıktı değerlerine göre kuralın doğruluğu tespit edilmeye çalışılır. Bu çalışma kapsamında bu strateji sistemli tahmin-kontrol ve sistemsiz tahmin-kontrol olmak üzere ikiye ayrılmıştır. Örneğin,  **1. adım 2. adım 3. adım** "Yukarıdaki şekillerde yer alan beyaz ve siyah renkli birim kareler belli bir kurala göre sıralanarak bir örüntü meydana getirmişlerdir. Bu örüntünün 7. adımında yer alan şekli çizmek için kaç tane beyaz kareye ihtiyaç vardır?" sorusunda tahmin-kontrol stratejisi aşağıdaki gibi uygulanabilir.    …. Örüntünün kuralı 8n olmalıdır… 1 yazarsak 8 olur. 16 olması için 2 ile çarpmalıyız. Bu durumda kural $8n \times 2$ olur. Yedinci adımdaki beyaz kare sayısını bulabilmek için 7, 8 ve 2 sayılarını çarpmalıyız.
Çarpım Tablosu Arama	Örüntüyü oluşturan bütün terimler için ortak bir çarpan tespit edilmeye çalışılır. Bu ortak çarpan kullanılarak örüntünün terimleri oluşturulmaya çalışılır. Örneğin "Bir taksicinin ücret tarifesi şu şekildedir: Taksimetrenin açılışı 3 TL ve her 1 km için 2 TL alınmaktadır. Bu taksi ile 8 km yolculuk yapan bir kişi kaç TL öder?" sorusunda çarpım tablosu arama stratejisi aşağıdaki gibi uygulanabilir. ,  1 km için 2 TL ücret alındığı için 8 ile 2 çarpılmalıdır ve çarpma işleminin sonucuna 3 ü ilave edilmelidir.

Tablo 3.1. *(Devamı)*

Belirgin Strateji	Bu strateji bağımlı ve bağımsız değişken arasındaki bir ilişkinin hesaplanması temeline dayanır. Örneğin,  **1. adım** **2. adım** **3. adım** “Yukarıdaki noktalar belli bir kurala göre sıralanarak bir örüntü meydana getirilmiştir**.** Bu örüntünün 9. adımına karşılık gelen şekildeki nokta sayısını bulunuz.” sorusunda belirgin strateji gibi uygulanabilir.   …Birinci adımda 4, ikinci adımda 7 ve üçüncü adımda 10 nokta bulunmaktadır. Ardışık terimler arasındaki fark 3’dür. Kuralda $n \times 3$ olmalıdır. n yerine 1 yazdığımızda sonuç 4 olmalıdır… Dolayısıyla kural $n \times 3 + 1$ olur.

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

4. BULGULAR

Bu bölümde önce 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin örüntülerin yakın ve orta uzaklıktaki terimleri bulma, daha sonra genelleme süreçlerinden elde edilen veriler ayrıntılı olarak sunulmuştur.

4.1. Altıncı Sınıf Öğrencilerinin Örüntüleri Genelleyebilme Süreçleri

Bu başlıkta öncelikle altıncı sınıf öğrencilerinin örüntülerin yakın uzaklıktaki terimlerini, orta uzaklıktaki terimlerini ve kurallarını bulmak için kullandıkları stratejilerden elde edilen bulgular ile örüntü oluşturma ve modelleme stratejilerinden elde edilen bulgular verilmiştir.

4.1.1. Altıncı Sınıf Öğrencilerinin Örüntülerin Yakın Uzaklıktaki Terimlerini Bulmak İçin Kullandıkları Stratejilerin İncelenmesi

Altıncı sınıf öğrencilerinin yakın uzaklıktaki terimleri bulmak için kullandıkları stratejiler örüntü çeşitlerine göre analiz edilmiştir.

Mülakat sırasında öğrencilere yöneltilen tekrarlı şekil örüntü sorusu (1. soru) ve çalışma grubundan elde edilen veriler:

△□▨○△□▨○△□▨○

△, □, ▨ *ve* ○ *geometrik şekilleri kullanılarak ilk 12 adımı verilen bir örüntü oluşturulmuştur. Buna göre 22. adıma karşılık gelen geometrik şekli bulunuz.*

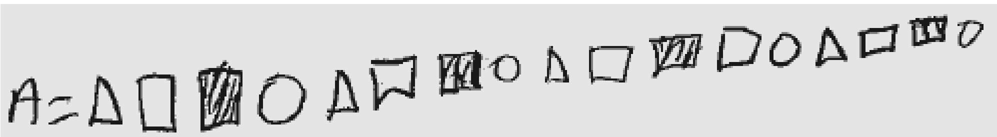
Öğrencilerin bu soruyu çözmek için kullandıkları stratejiler aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 4.1.

Altıncı Sınıf Öğrencilerinin Tekrarlı Örüntü Sorusunun 22. Terimini Bulmak İçin Kullandıkları Stratejiler

Çözüm Stratejileri	Öğrenciler
Çizme	6V1, 6V2, 6O2, 6O3, 6Y2, 6Y3
Sayma	6O1
Çarpımın Üzerine Sayma	6V3
Bölümden Kalanı Sayma	6V2, 6Y1,

Öğrenciler 22. adıma karşılık gelen şekli bulmak için çizme, sayma, bölümden kalanı sayma ve çarpımın üzerine sayma stratejilerini kullanmışlardır. Öğrencilerin tamamı kullandıkları stratejilerle doğru cevaba ulaşmışlardır. Öğrenciler örüntünün tekrar birimini doğru tespit etmişler ancak çarpımın üzerine sayma ve bölümden kalanı sayma stratejilerini kullanan öğrenciler örüntünün tekrar biriminden faydalanmışlardır. Çarpımın üzerine sayma ve bölümden kalanı sayma stratejisini kullanan öğrenciler doğrudan tekrar birimini kullanmaya odaklanmışlardır. 6V2, 6V3, 6O1 ve 6Y1'in 22. adıma karşılık gelen şekli bulmak için yaptıkları işlemler ve bu öğrencilerle yapılan mülakatlar aşağıdadır.



Şekil 4.1. 6V2'nin 22. Adımı Bulabilmek İçin Yaptığı İşlemler

A: Bu örüntünün 22. adımına karşılık gelen geometrik şekli nasıl bulabiliriz?

6V2: Çizerek mi yapayım?

A: İstediğin yoldan çözebilirsin.

6V2: Üçgen, beyaz kare, siyah kare ve yuvarlak şekilleri sırayla tekrarlanmış. Aynı şekilde çizerek devam edeceğim.

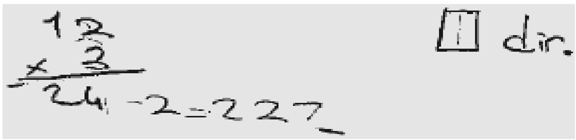
A: Kaçıncı adımı arıyoruz?

6V2: 22.adıma karşılık gelen şekli arıyoruz… On üç, on dört, …ve yirmi iki… Yirmi ikinci adıma beyaz kare karşılık gelir.

A: Başka hangi yoldan yapabilirsin?

6V2: Dört şekil tekrarlanmış. Bunun için 22 yi 4 e bölerim. Bölme işleminin yaptığımızda kalan 2 olur. Bu da beyaz kareye karşılık gelir.

6V2, 13. adımdan 22. adıma kadar şekilleri çizerek örüntüyü devam ettirmiştir. Farklı bir yol olarak da bölümden kalanı sayma stratejisini kullanmıştır. Buradan 6V2'nin tekrarlı örüntü sorularında yaygın olarak kullanılan bölümden kalanı sayma stratejisini kullanabildiği ancak öncelikli olarak çizme stratejisini tercih ettiği anlaşılmaktadır.



Şekil 4.2. 6V3'ün 22. Adımı Bulabilmek İçin Yaptığı İşlemler

A: Bu örüntünün 22. adımına karşılık gelen geometrik şekli nasıl bulabiliriz?

6V3: Burada on iki adım verilmiş. 22. adımı bulabilmek için 12 ile 2 yi çarparım. Daha sonra 2 çıkarırım. On ikinci adıma karşılık gelen şekil çember olduğu için yirmi dördündü adıma da karşılık gelen şekil çember olur. Çemberden iki önceki şekil beyaz kare olduğundan 22. adıma karşılık gelen şekil beyaz kare olur.

6V3 çarpımın üzerine sayma stratejisini kullanarak doğru cevaba ulaşmıştır. Ancak tekrar birimini 4 değil 12 olarak almıştır. Tekrar birimini 12 olarak almasında soruda 12 şeklin verilmiş olmasının etkisinin olduğu düşünülmektedir. 6V3'ün kullandığı yöntem bütüne genişletme olarak da değerlendirilebilir.

Şekil 4.3. 6O1'in 22. Adımı Bulabilmek İçin Yaptığı İşlemler

A: Bu örüntünün 22. adımına karşılık gelen geometrik şekli nasıl bulabiliriz?

6O1: On iki adım verilmiş. Tekrar baştan itibaren sayarım. On üçüncü adım üçgen olur. 14, 15, 16, … , 21, 22 . *Yirmi ikinci adıma beyaz kare karşılık gelir.*

6O1 sayma stratejisi ile 22. adıma karşılık gelen geometrik şekli doğru bulmuştur.

Şekil 4 4. 6Y1'in 22. Adımı Bulabilmek İçin Yaptığı İşlemler

A: Bu örüntünün 22. adımına karşılık gelen geometrik şekli nasıl bulabiliriz?

6Y1: Üçgen, beyaz kare, siyah kare ve çember şekilleri sırayla tekrarlanmış. Dörder sıralanmışlar. Yirmi ikinci adıma karşılık gelen şekli bulabilmek için 22 yi 4 e bölerim. Kalan 2 olur. Baştan ikinci şekil ise beyaz kare olduğu için yirmi ikinci adım beyaz kare olur.

6Y1, tekrarlı örüntü sorularında herhangi bir terimi bulabilmek için yaygın olarak kullanılan bölümden kalanı sayma stratejisiyle soruyu çözmüştür.

Mülakat sırasında öğrencilere yöneltilen artarak genişleyen örüntü sorusu (2. soru) ve çalışma grubundan elde edilen veriler:

Ayşe doğum günü için bir parti veriyor. Kapı zilinin ilk çalışında 1 davetli, 2. çalışında 3 davetli, 3. çalışında 6 davetli, 4. çalışında 10 davetli geliyor. Buna göre zilin 7. çalışında kaç davetli gelir?

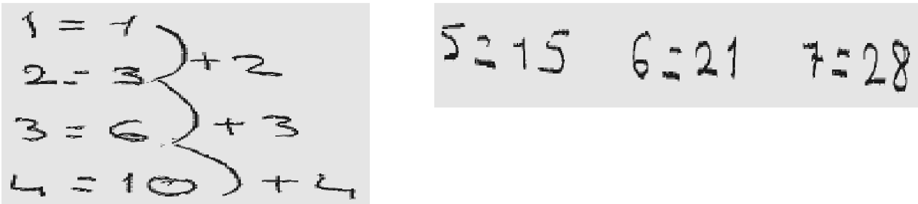
Öğrencilerin artarak genişleyen sayı örüntüsü sorusunun yakın uzaklıktaki terimini bulmak için kullandıkları stratejiler aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 4.2.

Altıncı Sınıf Öğrencilerinin Sabit Artarak Genişleyen Sayı Örüntüsü Sorusunun Yakın Uzaklıktaki Terimini Bulmak İçin Kullandıkları Stratejiler

Çözüm Stratejileri	Öğrenciler
Yinelemeli İlişki	6V1, 6V2, 6V3, 6O1, 6O2, 6O3, 6Y1, 6Y2, 6Y3

Zilin yedinci çalışında gelen misafir sayısını bulabilmek için öğrencilerin tamamı terimler arasındaki farka odaklanarak örüntüyü devam ettirmişlerdir. Öğrencilerden bazıları farkların farkını da dikkate almışlardır. Yakın uzaklıktaki terimi tüm öğrenciler doğru bulmuştur. 6O2 ve 6Y2'nin yedinci adımı bulmak için yaptıkları işlemler ve bu öğrencilerle yapılan mülakat aşağıdadır.

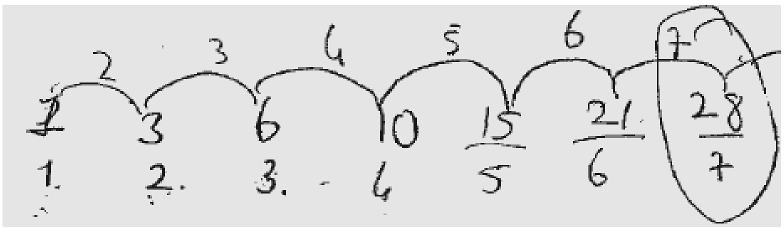


Şekil 4.5. 6O2'nin 7. Adımı Bulabilmek İçin Yaptığı İşlemler

A: Verilen ifadelere göre zilin yedinci çalışında kaç davetli gelir?

6O2: Zilin ilk çalışında 1, ikinci çalışında 3, üçüncüde 6, dördüncüde 10 kişi gelmiş. 2 artmış, 3 artmış ve 4 artmış. Her birinde 1 fazla artıyor. 5 artacak, beşinci terim 15 olur. Altıncı terimde 6 artacak 21 olur. Yedinci terimde 7 artacak ve 28 olur.

6O2, ilk dört zil çalışında gelen davetli sayılarına odaklanıyor. Davetli sayıları arasındaki farkı dikkate alarak yedinci çalışta gelen davetli sayısını buluyor. 6O2 zil çalışı ile davetli sayısını ilişkilendirmeyi düşünmemiştir. Mülakatta farkların farkını da tespit ettiği anlaşılmaktadır.



Şekil 4.6. 6Y1'in 7. Adımı Bulabilmek İçin Yaptığı İşlemler

A: Verilen ifadelere göre zilin yedinci çalışında kaç davetli gelir?

6Y1: Zilin ilk çalışında 1, ikinci çalışında 3, üçüncüde 6, dördüncüde 10 kişi gelmiş. 2 artmış, 3 artmış ve 4 artmış. Birer fazla artarak devam etmektedir. 5 artarsa, beşinci terim 15 olur. 6 artacak, 21 olur. 7 artacak, 28 olur. Zilin yedinci çalışında 28 davetli gelir.

6Y1 de, 6O2 ile benzer işlemleri yaparak doğru sonuca ulaşmıştır.

Öğrencilerin sabit artarak genişleyen şekil örüntüsü sorularınının yakın uzaklıktaki terimlerini bulmak için kullandıkları stratejiler aşağıdaki tabloda verilmiştir.

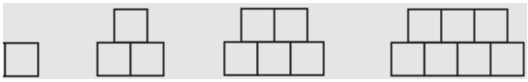
Tablo 4.3.

Altıncı Sınıf Öğrencilerinin Sabit Artarak Genişleyen Şekil Örüntüsü Sorularının Yakın Uzaklıktaki Terimlerini Bulmak İçin Kullandıkları Stratejiler

Çözüm Stratejileri	3. Soru	7. Soru	8. Soru
Yanlış Bütüne Genişletme	6V1	6V1	6V1
Yinelemeli İlişki	6V3	6V1, 6V2, 6V3, 6O3	6V2, 6O2, 6O3
Terim İçi Gruplama	6Y1	-	-
Farkın Çarpımı	6V2	-	-
Sistemli Tahmin-Kontrol	-	-	6V3
Kuraldan Yapma	6V3, 6O1, 6O2, 6O3, 6Y1, 6Y2, 6Y3	6O1, 6O2, 6O3, 6Y1, 6Y2, 6Y3	6V3, 6O1, 6O2, 6Y1, 6Y2, 6Y3

Sabit artarak genişleyen şekil örüntüsü sorularında öğrenciler yanlış bütüne genişletme, kuraldan yapma, terim içi gruplama, yinelemeli ilişki, farkın çarpımı ve sistemli tahmin-kontrol stratejilerini kullanmışlardır. Üçüncü soruda 6V1 ve 6V2, sekizinci soruda ise 6V1 ve 6V3 doğru cevaba ulaşamamıştır. Yedinci soruda öğrencilerin tamamı doğru cevaba ulaşmıştır.

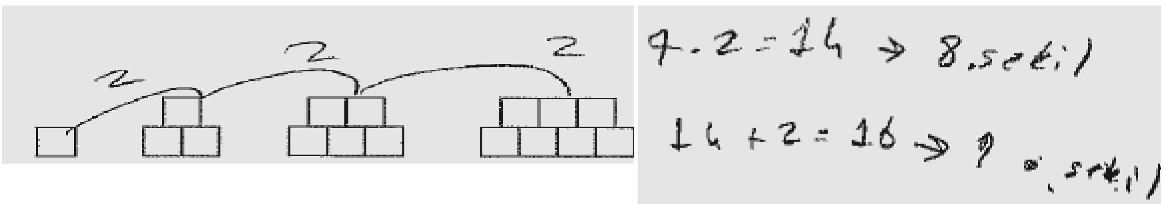
Mülakat sırasında öğrencilere yöneltilen sabit artarak genişleyen şekil örüntüsü sorusu (3. soru) ve çalışma grubundan elde edilen veriler:



1.Şekil 2.Şekil 3. Şekil 4. Şekil

Yukarıdaki şekillerde 1. şekilde 1, 2. şekilde 3, 3. şekilde 5 ve 4. şekilde 7 tahta bloğu yer almaktadır. Buna göre; 9. şekilde kaç tahta bloğu yer alır?

Öğrenciler dokuzuncu terimi bulmak için yanlış bütüne genişletme (6V1), kuraldan yapma (6O1, 6O2, 6O3, 6Y1, 6Y2, 6Y3), terim içi gruplama (6Y1), farkın çarpımı (6V2) ve terimler arası farka göre örüntüyü devam ettirme (6V3) stratejilerini kullanmışlardır. 6O2 ve 6O3, önce terimler arası farka odaklanarak kuralı yanlış bulmuşlar. Bu öğrenciler daha sonra şekil sırası ve şekillerde yer alan tahta bloklarının sayısını ilişkilendirerek kuralı doğru bulmuşlardır. 6V2 ise sadece terimler arası farkı kullanarak farkın çarpımı stratejisi ile yanlış cevaba ulaşmıştır. 6V1 ise parça bütün ilişkisini yanlış kurarak doğru cevaba ulaşamamıştır. Diğer öğrencilerin tamamı doğru cevabı bulmuştur. 6V1, 6V2, 6V3 ve 6Y1'in dokuzuncu şekildeki tahta bloklarının sayısını bulabilmek için yaptıkları işlemler ve bu öğrencilerle yapılan mülakatlar aşağıda sunulmuştur.



Şekil 4.7. 6V1'in 9. Şekildeki Tahta Bloğu Sayısını Bulabilmek İçin Yaptığı İşlemler

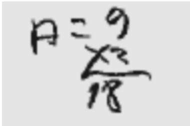
A: Bu örüntüye göre 9. şekilde kaç tahta bloğu yer almaktadır?

6V1: İkişer artıyor… dördüncü şekilde 7 tahta bloğu olduğu için, 7 ile 2 yi çarparsak sekizinci şekildeki tahta bloğu sayısını buluruz. İkişer arttığı için dokuzuncu şekildeki tahta bloğu sayısını bulabilmek için 14 ile 2 yi toplarız. Dokuzuncu şekilde 16 tahta bloğu bulunur.

A: Yaptığın işlemler tüm terimler için sağlanıyor mu?

6V1: ...sağlanır.

6V1, parça bütün ilişkisini yanlış kurarak doğru cevaba ulaşamamıştır. 6V1'in bütüne genişletme stratejisini ilk dört terim için uygulamamıştır. Bu nedenle de cevabının doğruluğunu kontrol edememiştir.



Şekil 4.8. 6V2'nin 9. Şekildeki Tahta Bloğu Sayısını Bulabilmek İçin Yaptığı İşlemler

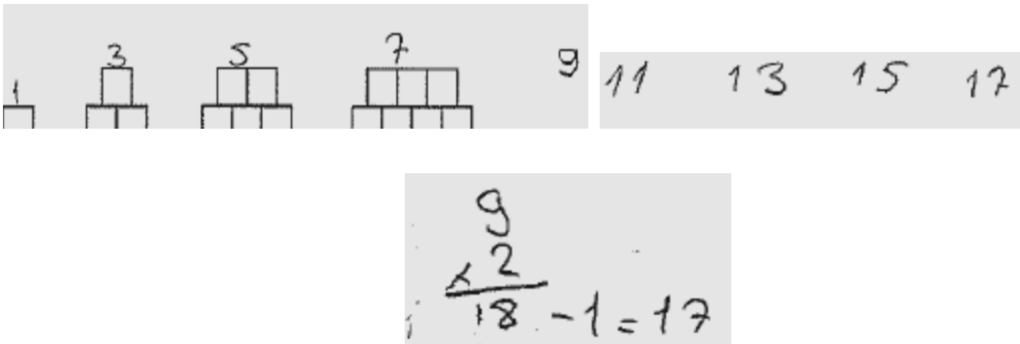
A: Bu örüntüye göre 9. şekilde kaç tahta bloğu yer almaktadır?

6V2: Hep ikişer artmış. Bunun için 9 ile 2 yi çarparız.

A: Neden 2 ile çarpıyorsun?

6V2: Çünkü ikişer artmış.

6V2 terimler arasındaki farkı tespit ettikten sonra farkın çarpımı stratejisini kullanarak doğru cevaba ulaşmaya çalışmış ancak başarılı olamamıştır.



Şekil 4.9. 6V3'ün 9. Şekildeki Tahta Bloğu Sayısını Bulabilmek İçin Yaptığı İşlemler

A: Bu örüntüye göre 9. şekilde kaç tahta bloğu yer almaktadır?

6V3: Terimler arasındaki fark 2 dir. Buna göre örüntüyü devam ettirirsek 9, 11, 13, ..., Dokuzuncu şekilde 17 tahta bloğu bulunur.

A: Farklı bir yoldan çözmemiz mümkün mü?

6V3: Örüntünün kuralını bularak yapabiliriz.

A: Örüntünün kuralını nasıl bulabiliriz?

6V3: ... örüntünün kuralı $2n\text{-}1$ olmalıdır. Buradan n yerine 9 yazarak istenen sonucu buluruz.

6V3 yinelemeli ilişki ve örüntünün kuralı ile 9. adımdaki tahta bloklarının sayısını doğru bulmuştur.

$$9+8=17$$

Şekil 4.10. 6Y1'in 9. Şekildeki Tahta Bloğu Sayısını Bulabilmek İçin Yaptığı İşlemler

A: Bu örüntüye göre 9. şekilde kaç tahta bloğu yer almaktadır?

6Y1: İkinci şekildeki tahta bloklarının sayısı 2 ile 1 in, üçüncü şekildeki tahta bloklarının sayısı 3 ile 2 nin, dördüncü şekildeki tahta bloklarının sayısı 4 ile 3 ün toplamına eşittir. Buna göre dokuzuncu şekildeki tahta bloğu sayısı 9 ile 8 in toplamına eşittir. Aslında başka bir yoldan da yapılabilir de ben bu yoldan yaptım.

A: Başka bir yol nedir?

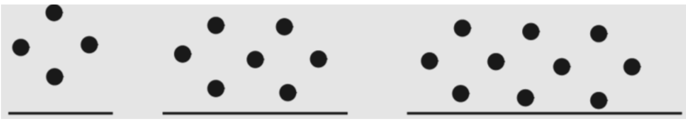
6Y1: Kuralını bularak yaparım.

A: Kuralı nasıl bulabilirsin?

6Y1: İkişer artıyor. Örüntünün kuralı $n \times 2$ olur. Birinci şekle bakalım. 1 çarpı 2 yazmalıyız. Sonucun 1 olması için 1 çarpı 2 eksi 1 yazarız. Dolayısıyla kural $n \times 2 - 1$ olur. n yerine dokuz yazarsak cevap 17 olur.

6Y1, diğer öğrencilerden farklı bir yol ile doğru cevabı bulmaya çalışmıştır. Şekillerdeki tahta bloklarının sayısını, şekillerin sırası ile ilişkilendirmiştir. İlk dört şekil için kullandığı çözüm yolunu dokuzuncu terim için de uygulayarak doğru cevabı bulmuştur. Ayrıca 6Y1, örüntünün kuralını da bularak farklı bir yoldan da soruyu cevaplandırmıştır. Kuralı bulurken terim içi gruplama stratejisini kullanmamıştır. Şekil sırası ile şekilde yer alan tahta bloklarının sayısını ilişkilendirmiştir.

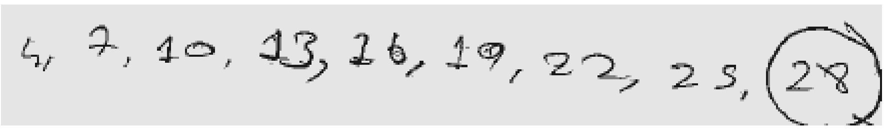
Mülakat sırasında öğrencilere yöneltilen (7. soru) sabit artarak genişleyen şekil örüntüsü sorusu ve çalışma grubundan elde edilen veriler:



1. adım **2. adım** **3. adım**

*Yukarıdaki noktalar belli bir kurala göre sıralanarak bir örüntü meydana getirilmiştir***.** *Bu örüntünün 9. adımına karşılık gelen şekildeki nokta sayısını bulunuz.*

Öğrenciler dokuzuncu adımdaki nokta sayısını bulurken kuraldan yapma (6O1, 6O2, 6O3, 6Y1, 6Y2, 6Y3), terimler arası farka göre örüntüyü devam ettirme (6V1, 6V2, 6V3, 6O3) ve yanlış bütüne genişletme (6V1) stratejilerini kullanmışlardır. 6V1, 6V3 ve 6O1'in bu soruyu çözmek için yaptıkları işlemler ve bu öğrencilerle yapılan mülakatlar aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.11. 6V1'in 9. Adımdaki Nokta Sayısını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A:... Bu örüntüye göre 9. adıma karşılık gelen şekildeki nokta sayısını nasıl bulabiliriz?

6V1: Birinci adımda 4 nokta var ve üçer artıyor. Dokuzuncu terimi bulabilmek için 4 ile 10 u çarparım ve sonuçtan da 3 ü çıkarırım.

A: Neden 4 ile 10 u çarpıp sonra 3 çıkarıyorsun?

6V1: Kısa yol olsun diye. Birinci terimi 10 ile çarparsam onuncu terim olur. Üçer arttığı için 3 ü çıkarırım ki dokuzuncu terim olsun. Cevap da 37 olur.

A: Farklı bir yoldan çözebilir misin?

6V1: ...

A: Örüntüyü devam ettirmek bir çözüm yolu olabilir mi?

6V1: Olur ama uzun yol olur… Yapayım… $4,7,10,\dots,28$ *olur. Dokuzuncu terim 28 olur.*

A: Doğru cevap hangisi olur?

6V1: 28 olur.

6V1, yanlış bütüne genişletme stratejisini kullanarak doğru cevaba ulaşamamıştır. Ancak daha sonra yapılan mülakat da örüntüyü devam ettirerek doğru cevaba ulaşmıştır. 6V1 in uzun yol olacağı düşüncesiyle örüntüyü devam ettirmemesi cevabı yanlış bulmasına sebep olmuştur.

Şekil 4.12. 6V3'ün 9. Adımdaki Nokta Sayısını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

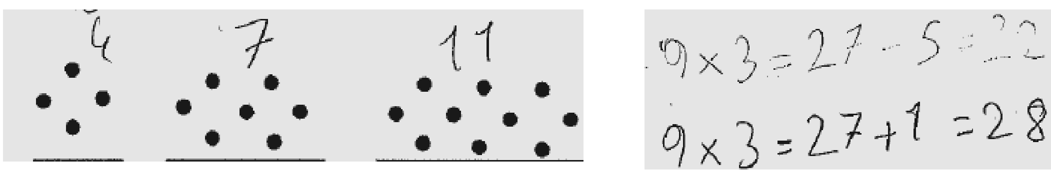
A: Bu örüntüye göre 9. adıma karşılık gelen şekildeki nokta sayısını nasıl bulabiliriz?

6V3: Birinci adımda 4, ikinci adımda 7 ve üçüncü adımda 10 nokta bulunmaktadır. Bir sonraki adımda 13, beşinci adımda 16 nokta bulunmaktadır.

A: Neden üçer arttırıyorsun?

6V3: Çünkü önceki terimler üçer artmış. Bu şekilde devam edersek dokuzuncu adımda 28 nokta bulunur.

6V3 adımlara karşılık gelen nokta sayıları arasındaki farkı dikkate alarak örüntüyü devam ettirmiş ve dokuzuncu adımdaki nokta sayısını doğru bulmuştur.



Şekil 4.13. 6O1'in 9. Adımdaki Nokta Sayısını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: …Bu örüntüye göre 9. adıma karşılık gelen şekildeki nokta sayısını nasıl bulabiliriz?

6O1: 9 ile 3 ü çarparız.

A: Neden 3 ile çarpıyorsun?

6O1: Çünkü üçer artmış. Sonra da 27 den 5 i çıkarırız.

A: 5 i neden çıkarıyorsun?

6O1: Kuraldan dolayı.

A: Kural nedir?

6O1: $n.3-5$ *dir.*

A: Bu kural tüm terimler için sağlanıyor mu?

6O1: 4 yazdığımız zaman … 7 oluyor…

A: 1 yazdığımız zaman 4 olması gerekmez mi?

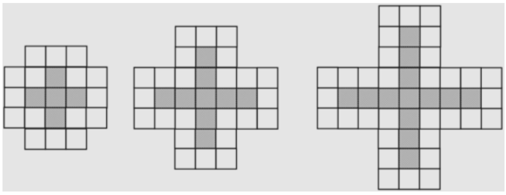
6O1: … hıı…kural öyle bulunuyordu değil mi? … O zaman 9 ile 3 ü çarparız. Sonra da 1 ile toplarız.

A: Neden 1 ile topluyorsun?

6O1: Çünkü örüntünün kuralı $n.3+1$ *dir.*

6O1 ilk üç adımdaki nokta sayılarını tespit ettikten sonra, birinci ve ikinci adımdaki nokta sayıları arasında bir kural geliştirmiştir. Bu kuralı dikkate alarak dokuzuncu adımdaki nokta sayısını bulmaya çalışmış ancak kuralı yanlış bulduğu için, dokuzuncu adımdaki nokta sayısını da yanlış bulmuştur. Daha sonra örüntünün kuralını doğru bularak, dokuzuncu adımdaki nokta sayısını da doğru buluyor. 6O1'in birinci ve ikinci adımdaki nokta sayılarını dikkate alarak bir kural oluşturması, başka bir ifadeyle çıktı değerleri arasında kural oluşturması doğru cevaba ulaşmasını engellemiştir.

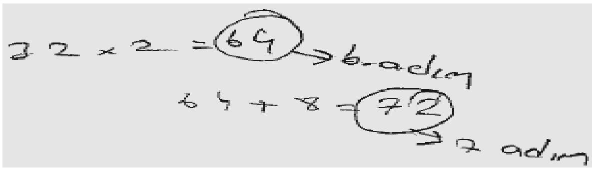
Mülakat sırasında öğrencilere yöneltilen (8. soru) sabit artarak genişleyen şekil örüntüsü sorusu ve çalışma grubundan elde edilen veriler:



1. adım 2. adım 3. adım

Yukarıdaki şekillerde yer alan beyaz ve siyah renkli birim kareler belli bir kurala göre sıralanarak bir örüntü meydana getirmişlerdir. Bu örüntünün 7. adımında yer alan şekli çizmek için kaç tane beyaz kareye ihtiyaç vardır?

Öğrenciler 7. adımdaki beyaz kare sayısını bulmak için yanlış bütüne genişletme (6V1), kuraldan yapma (6V3, 6O1, 6O2, 6Y1, 6Y2, 6Y3) ve örüntüyü devam ettirme (6V2, 6O2, 6O3) stratejilerini kullanmışlardır. 6V3 sistemli tahmin-kontrol stratejisini eksik uygulayarak doğru cevaba ulaşamamıştır. 6V3 farklı bir yol olarak da örüntünün genel terimini veren formülü bulmaya çalışmış ancak doğru cevaba ulaşamamıştır. 6V1, 6O1 ve 6O2'nin yedinci adımdaki beyaz kare sayılarını bulmak için yaptıkları işlemler ve bu öğrencilerle yapılan mülakatlar aşağıda verilmiştir.

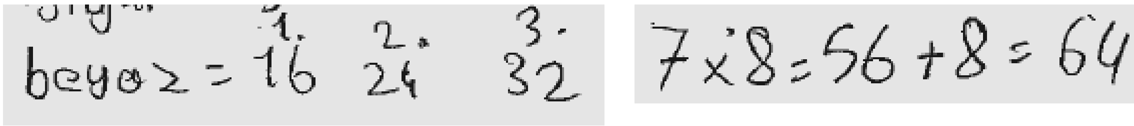


Şekil 4.14. 6V1'in 7. Adımdaki Beyaz Kare Sayısını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: 7. adımda yer alan şekildeki beyaz kare sayısını nasıl bulabiliriz?

6V1: Birinci 16 beyaz, ikinci adımda 24 ve üçüncü adımda 32 beyaz kare var. Üçüncü adımda 32 beyaz kare var ise altıncı adımda 64 beyaz kare bulunur. Yedinci terimi bulabilmek için 8 ilave etmeliyiz… Yedinci adımda 72 beyaz kare bulunur.

6V1 ilk üç şekildeki beyaz kare sayılarını sayarak bulmuştur. Daha sonra üçüncü terimden hareketle altıncı terimi bulmuştur. Son olarak da terimler arası farkı kullanarak yedinci terimdeki kare sayısını 72 olarak bulmuştur. Bütüne genişletme ilişkisini yanlış kurduğu için doğru cevaba ulaşamamıştır.



Şekil 4.15. 6O1'in 7. Adımdaki Beyaz Kare Sayısını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: 7. adımda yer alan şekildeki beyaz kare sayısını nasıl bulabiliriz?

6O1: Birinci adımda 16 beyaz, ikinci adımda 24 beyaz ve üçüncü adımda 32 beyaz kare var. Beyaz kare sayıları sekizer artmış. 7 ile 8 i çarpıp, sonucu 8 ile toplarım.

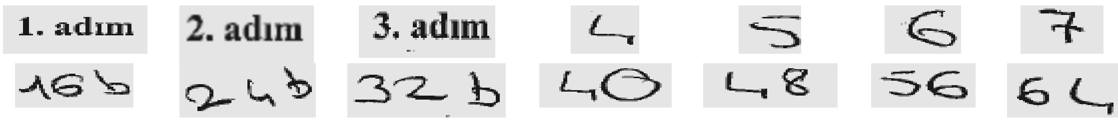
A: Neden bu şekilde yapıyorsun?

6O1: Kuraldan dolayı.

A: Kural nedir?

6O1: ...Kural $n \times 8 + 8$ *dir.*

6O1 yedinci adımda yer alan beyaz karelerin sayısını bulabilmek için, öncelikle örüntünün kuralını bulmuştur. 601, daha sonra ise kuralı kullanarak doğru cevabı bulmuştur.



Şekil 4.16. 6O2'nin 7. Adımdaki Beyaz Kare Sayısını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: 7. adımda yer alan şekildeki beyaz kare sayısını nasıl bulabiliriz?

6O2: Birinci 16 beyaz, ikinci adımda 24 ve üçüncü adımda 32 beyaz kare var. Sekizer artmış. Dördüncü adımda 40,... ve yedinci adımda 64 beyaz kare bulunur.

A: Farklı bir yoldan yapabilir misin?

6O2: Kuralı bulmaya çalışırdım.

A: Kuralı nasıl bulursun?

6O2: .... Buradan örüntünün kuralı $n \times 8 + 8$ *olur.*

6O2 önce ilk üç adımdaki beyaz kare sayıları arasındaki farkı tespit etmiş, daha sonra bu farkı dikkate alarak örüntüyü yedinci adıma kadar devam ettirerek doğru cevaba ulaşmıştır. Farklı bir yol olarak da örüntünün kuralından yapabileceğini ifade etmiştir. Örüntünün kuralını da doğru bulmuştur.

Mülakat sırasında öğrencilere sözel problem şeklinde yöneltilen sabit artarak genişleyen örüntü sorusu (6. soru) ve çalışma grubundan elde edilen veriler:

Bir taksicinin ücret tarifesi şu şekildedir: Taksimetrenin açılışı 3 TL ve her 1 km için 2 TL alınmaktadır. Bu taksi ile 8 km yolculuk yapan bir kişi kaç TL öder?

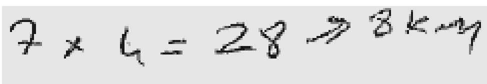
Altıncı sınıf öğrencilerinin sabit artarak genişleyen sayı örüntüsünün yakın uzaklıktaki terimini bulmak için kullandıkları stratejiler aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 4.4.

Altıncı Sınıf Öğrencilerinin Sabit Artarak Genişleyen Sayı Örüntüsü Sorusunun Yakın Uzaklıktaki Terimini Bulmak İçin Kullandıkları Stratejiler

Çözüm Stratejileri	Öğrenciler
Yanlış Bütüne Genişletme	6V1, 6V2, 6O2
Yinelemeli İlişki	6O3, 6Y2, 6Y3
Çarpım Tablosu Arama	6V3, 6O2, 6Y1, 6Y2
Kural	6O1

Öğrenciler 8 km yolculuk için ödenecek parayı bulmak için yanlış bütüne genişletme, kuraldan yapma, yinelemeli ilişki ve çarpım tablosu arama stratejilerini kullanmışlardır. Bu soruda 6V1, 6V2 ve 6V3 doğru cevaba ulaşamamıştır. 6V1, 6O1, 6O2 ve 6Y3 ün bu soruyu çözmek için yaptıkları işlemler ve bu öğrencilerle yapılan mülakatlar aşağıdadır



Şekil 4.17. 6V1'in 8 km'ye Karşılık Gelen Para Miktarını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: 8 km yolculuk için ödenmesi gereken para miktarını nasıl bulabiliriz?

6V1: 2 km lik yolculuk için 7 Tl ödenmiş. 8 sayısı 2 nin 4 katıdır. Dolayısıyla 7 yi 4 ile çarpmalıyım…

A: Başka bir yoldan çözebilir misin?

6V1: …

6V1, yanlış bütüne genişletme stratejisini kullanarak doğru cevaba ulaşamamıştır. Farklı bir yoldan da soruyu çözmeye çalışmayınca yaptığı hatanın farkına varamamıştır.

$2 \times n + 3 \quad 8 \times 2 = 16 + 3 = 19$

Şekil 4.18. 6O1'in 8 km'ye Karşılık Gelen Para Miktarını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: 8 km yolculuk için ödenmesi gereken para miktarını nasıl bulabiliriz?

6O1: Kuraldan yaparım. 8 ile 2 yi çarparım ve sonucu 3 ile toplarım.

A: Kural nedir?

6O1: Her bir km için 2 lira ödendiğinden $2 \times n + 3$ *olacak.*

A: Kurala 3 ü neden ilave ettin?

6O1: 3 lira açılış ücretidir.

6O1 örüntünün kuralı ile doğru cevaba ulaşmayı başarmıştır.

$1 = 2$ TL, $\quad 8 \times 2 = 16 + 3 = 19$

Şekil 4.19. 6O2'nin 8 km'ye Karşılık Gelen Para Miktarını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: 8 km yolculuk için ödenmesi gereken para miktarını nasıl bulabiliriz?

6O2: 2 km lik yolculuk için 7 Tl ödenmiş. 7 ile 4 ü çarpmalıyım… Bu sayede 8 km yolculuk için ödenmesi gereken para miktarını bulablirim… Cevap 28 olur.

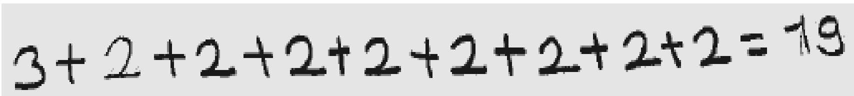
A: Başka bir yoldan yapabilir misin?

6O2: Açılış 3 TL ve 1 km için 2 TL olarak verilmiş. Bu yüzden 8 ile 2 yi çarparım. Çarpma işleminin sonucuna 3 ü ilave etmeliyim. 8 km lik yolculuk için 19 TL ödeme yapılır.

A: Önceki çözüm yolunda 28, şimdi ise 19 cevabına ulaştın. Hangisi doğru?

6O2: Önceki cevap yanlış olur. Çünkü ikinci çözüm yolu kesin doğrudur.

6O2, önce yanlış bütüne genişletme stratejisini kullanarak doğru cevaba ulaşamamıştır. Ancak daha sonra farklı bir yoldan soruyu çözerek doğru cevaba ulaşmıştır. 6O2'nin mülakat sorularına verdiği cevaplardan ve şekil 4. 19'daki yaptığı işlemlerden çarpım tablosu arama stratejisiyle doğru cevaba ulaştığı anlaşılmaktadır.



Şekil 4.20. 6Y3'ün 8 km'ye Karşılık Gelen Para Miktarını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: 8 km yolculuk için ödenmesi gereken para miktarını nasıl bulabiliriz?

6Y3: Sorunun çözümü için 3 ile ikileri toplarım.

A: Kaç tane 2 yi toplarsın?

6Y3: 1 km için 2 lira ödeneceğine göre 8 km için 8 tane ikiyi toplamalıyım. Her bir km için de açılış ücreti olan 3 lirayı tekrar ödeyecek mi?

A: Bir yolculuk esnasında taksimetre bir sefer açılacağına göre sence her bir km için 3 ilave etmeye gerek var mı?

6Y3: Bu durumda bir tane 3 ile sekiz tane 2 yi toplarım. Çözüm $3+2+2+2+2+2+2+2+2$ *şeklinde olur.*

A: Bu işlemin sonucu ne olur?

6Y3: 8 ile 2 yi çarparsak sonuç 16 olur. 16 ile de 3 ü toplarsak cevap 19 olur.

6Y3, taksimetrenin açılış ücretine her bir km için 2 lira ilave ederek doğru sonuca ulaşmıştır. 6Y3, burada yinelemeli ilişki stratejisini kullanmıştır.

4.1.2. Altıncı Sınıf Öğrencilerinin Örüntülerin Orta Uzaklıktaki Terimlerini Bulmak İçin Kulandıkları Stratejilerin İncelenmesi

Altıncı sınıf öğrencilerinin tekrarlı örüntü sorusunun yakın ve orta uzaklıktaki terimlerini bulmak için kullandıkları stratejiler aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 4.5.
Altıncı Sınıf Öğrencilerinin Tekrarlı Örüntü Sorusunun 48. Terimini Bulmak İçin Kullandıkları Stratejiler

Çözüm Stratejileri	22. Terim	48. Terim
Çizme	6V1, 6V2, 6O2, 6O3, 6Y2, 6Y3	-
Sayma	6O1	6O1
Yanlış Bütüne Genişletme	-	6V1, 6Y2
Çarpımın Üzerine Sayma	6V3	6V3, 6O3, 6Y3
Bölümden Kalanı Sayma	6V2, 6Y1	6V2, 6O2, 6Y1

Tekrarlı örüntü sorusunda öğrenciler 48. terimi bulmak için bölümden kalanı sayma, çarpımın üzerine sayma, yanlış bütüne genişletme ve sayma stratejilerini kullanmışlardır. Öğrencilerden 6V2, 6V3, 6O1, 6O2 ve 6Y1 yakın uzaklıktaki terimi bulmak için kullandıkları stratejileri, orta uzaklıktaki terimleri bulmak için de kullanmışlardır. Diğer öğrenciler yakın ve orta uzaklıktaki terimleri bulmak için farklı stratejileri tercih etmişlerdir. 22. terimi bulmak için kullandıkları çizerek devam ettirme stratejisini, 48. terimi bulmak için kullanan öğrenciye de rastlanmamıştır. Benzer olarak 48. terimi bulmak için kullanılan yanlış bütüne genişletme stratejisini, 22. terimi bulmak için kullanan öğrenciye de rastlanmamıştır. 6V3, 6O1, 6Y1 ve 6Y2'nin 48. terimi bulmak için yaptıkları işlemler ve bu öğrencilerle yapılan mülakatlar aşağıda verilmiştir.

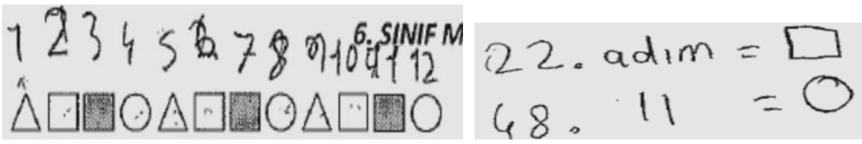
Şekil 4.21. 6V3’ün 48. Adımdaki Geometrik Şekli Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: △□▨○△□▨○△□▨○

△, □, ■ *ve* ○ *geometrik şekilleri kullanılarak ilk 12 adımı verilen bir örüntü oluşturulmuştur. Buna göre 48. adıma karşılık gelen geometrik şekli nasıl bulabiliriz?*

6V3: ... 12’yi 4 ile çarparsak sonuç 48 olur. On ikinci şekil çember olduğundan 48. adıma karşılık gelen şekil de çember olur.

6V3, çarpımın üzerine sayma stratejisini kullanarak doğru cevabı bulmuştur. Ancak 6V3, tekrar birimini 4 olarak değil de 12 olarak almıştır. Bu soruda 22. terimi bulmak için de aynı şekilde tekrar birimini 12 alarak işlem yapmıştır.



Şekil 4.22. 6O1’in 48. Adımdaki Geometrik Şekli Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

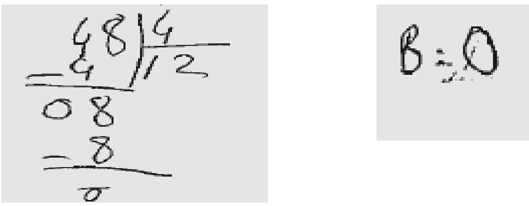
A:…Buna göre 48. adıma karşılık gelen şekli nasıl bulabiliriz?

6O1: Saymaya devam ederim. Yirmi üçüncü adım siyah kare, yirmi dördüncü adım çember,… ve kırk sekizinci adım çember olur.

A: Başka bir yoldan çözebilir misin?

6O1:...

6O1 hem yakın hem de orta uzaklıktaki terimi sayma stratejisi ile doğru bulmuştur.



Şekil 4.23. 6Y1'in 48. Adımdaki Geometrik Şekli Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

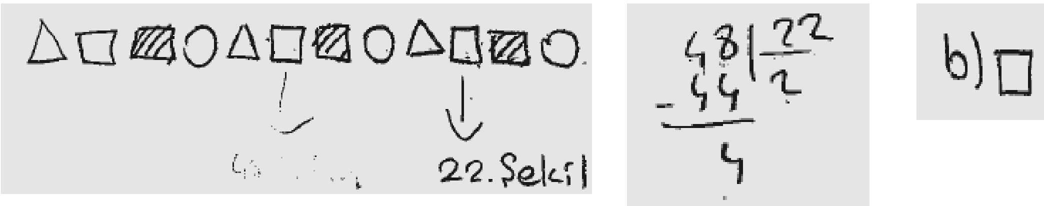
A:...Buna göre 48. adıma karşılık gelen şekli nasıl bulabiliriz?

6Y1: 48 sayısını 4 e bölerim. Kalan sıfır olur. 48. adıma üçgen karşılık gelir.

A: Neden üçgen karşılık gelir?

6Y1: Çünkü dörder gitmiş. Dördüncü şekil çemberdir... Cevap üçgen olmaz, doğru cevap çember olur.

6Y1, bölümden kalanı sayma stratejisi ile doğru sonuca ulaşmıştır. Önce işlem hatası ile üçgen cevabını vermiş ancak sonradan hatasının farkına vararak doğru cevaba ulaşmıştır. Burada yaptığı hata ise dördüncü şekli çember değil de üçgen olarak düşünmesinden kaynaklanmıştır.



Şekil 4.24. 6Y2'nin 48. Adımdaki Geometrik Şekli Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A:... Buna göre 48. adıma karşılık gelen geometrik şekli nasıl bulabiliriz?

6Y2: 48 sayısını 22 ye bölerim. Çünkü şekiller aynen tekrarlanacaktır. Bölme işleminin sonucunda kalan 4 olur. Beyaz kareden itibaren 4 şekil ileri gideceğiz. Buradan da 48. adıma beyaz karenin karşılık geldiğini tespit etmiş oluruz.

A: Dörderli tekrar ettiğini söylemiştin. Ama burada neden 22 ye böldün?

6Y2: Çünkü 22 ye böldüğümüzde de sonuç değişmez. 22 den itibaren de aynen tekrarlanacak.

6Y2, 22. terimi bulmak için önce tekrar birimini dört olarak tespit etmiştir. Ancak 48. terimi bulmak için bölme işlemi yaparken, tekrar birimini 4 almadığı için doğru cevaba ulaşamamıştır. Yaptığı bölme işleminde tekrar birimini 22 olarak almıştır. Bu durumun önemli sebeplerinden birisi öğrencinin tekrar birimi ifadesini tam olarak kavrayamaması olabilir.

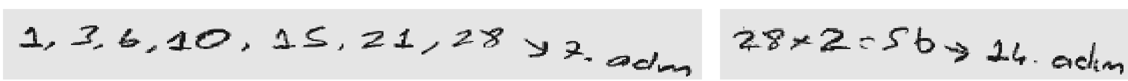
Altıncı sınıf öğrencilerinin artarak genişleyen örüntü sorusunda yakın ve orta uzaklıktaki terimleri bulmak için kullandıkları stratejiler aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 4.6.

Altıncı Sınıf Öğrencilerinin Artarak Genişleyen Örüntü Sorusunun Yakın ve Orta Uzaklıktaki Terimlerini Bulmak İçin Kullandıkları Stratejiler

Çözüm Stratejileri	7. Terim	14. Terim
Yanlış Bütüne Genişletme	-	6V1
Yinelemeli İlişki	6V1, 6V2, 6V3, 6O1, 6O2, 6O3, 6Y1, 6Y2, 6Y3	6V2, 6V3, 6O2, 6O3, 6Y1, 6Y2, 6Y3

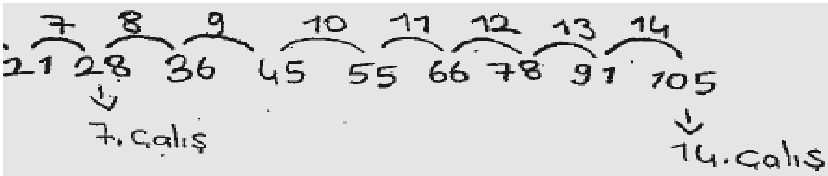
Artarak genişleyen örüntü sorusunda (2. soru) öğrenciler orta uzaklıktaki terimi bulmak için yanlış bütüne genişletme ve yinelemeli ilişki stratejilerini kullanmışlardır. 6V2, örüntüyü yanlış devam ettirerek doğru sonuca ulaşamamış ve 6O1 de bu soruyu cevapsız bırakmıştır. Öğrencilerden sadece 6V1 yakın ve orta uzaklıktaki terimleri bulurken farklı stratejileri kullanmayı tercih etmiştir. 6V1 yakın uzaklıktaki terimi bulurken yinelemeli ilişki stratejisini kullanırken, orta uzaklıktaki terimi bulurken yanlış bütüne genişletme stratejisini kullanmıştır. 6V1 ve 6O1'in dışındaki öğrencilerin tamamı yakın ve orta uzaklıktaki terimi bulmak için aynı stratejiyi kullanmışlardır. 6V1 ve 6O3'ün bu soruyu çözebilmek için yaptıkları işlemler ve bu öğrencilerle yapılan mülakatlar aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.25. 6V1'in 14. Zil Çalışındaki Gelen Misafir Sayısını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: Ayşe doğum günü için bir parti veriyor. Kapı zilinin ilk çalışında 1 davetli, 2. çalışında 3 davetli, 3. çalışında 6 davetli, 4. çalışında 10 davetli geliyor. Buna göre zilin 14. çalışında kaç davetli gelir?
6V1: ...Yedinci zil çalışında 28 davetli gelir... On dördüncü çalışında gelen davetli sayısını bulabilmek için 28 ile 2 yi çarpmalıyız. Çünkü 14 sayısı, 7 nin 2 katıdır.

6V1, terimler arası farkı dikkate alarak yedinci zil çalışında gelecek davetli sayısını doğru bulmuştur. On dördüncü zil çalışında gelen davetli sayısını bulabilmek için bütüne genişletme stratejisini kullanmış ancak doğru cevaba ulaşamamıştır. 6V1'in doğru cevaba ulaşamamasının sebeplerinden birisi kullandığı çözüm stratejisidir. Bir başka sebep olarak da öğrencinin bulduğu cevabın doğruluğunu kontrol etmemesi gösterilebilir. Birinci zil çalışında gelen davetli sayısı ile ikinci zil çalışında gelen davetli sayısını veya ikinci zil çalışında gelen davetli sayısı ile dördüncü zil çalışında gelen davetli sayısını oranlasaydı, bulduğu cevabın yanlış olduğuna karar verebilirdi.



Şekil 4.26. 6O3'ün 14. Zil Çalışındaki Gelen Misafir Sayısını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: ... Buna göre zilin 14. çalışında kaç davetli gelir?
6O3: Yedinci çalışında 28 davetli gelir. Sekizinci çalışında 8 artar ve 36 davetli gelir... On dördüncü çalışında 14 artar ve 105 davetli gelir.

A: Başka bir yoldan yapabilir misin?

6O3: Yedinci çalışta 28 davetli geldiğine göre örüntünün kuralı $n \times 4$ *olur. Dolaysıyla kaçıncı çalış istenirse n yerine yazılarak sorular çözülebilir.*

A: Kural diğer terimler için de sağlanıyor mu?

6O3:...

A: … on dördüncü çalışta 105 davetli geleceğini söyledin. Formül, zilin on dördüncü çalışı için sağlanıyor mu?

6O3: … sağlanmıyor. $n \times$ *bir şey olacak da … şimdi bulamıyorum.*

6O3 terimler arası farka göre örüntüyü devam ettirerek, on dördüncü zil çalışında gelecek davetli sayısını bulmuştur. Farklı bir çözüm yolu olarak da örüntünün kuralını bulmaya çalışmıştır. Ancak örüntünün kuralını bulamadığı için, bu çözüm yolunda cevaba ulaşamamıştır.

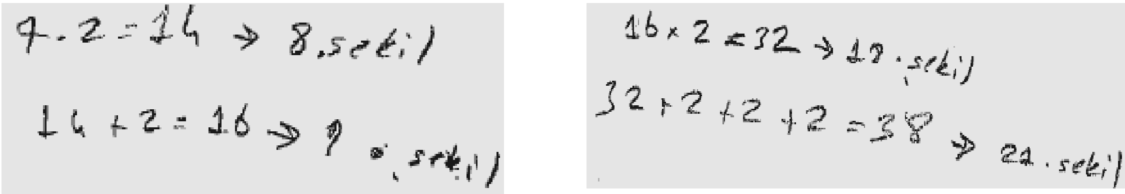
Sabit artarak genişleyen şekil örüntüsü sorularında öğrencilerin yakın ve orta uzaklıktaki terimleri bulmak için kullandıkları stratejiler aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 4.7.

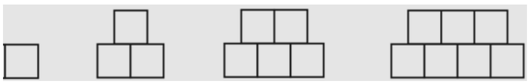
Altıncı Sınıf Öğrencilerinin Sabit Artarak Genişleyen Şekil Örüntüsü Sorularının Yakın ve Orta Uzaklıktaki Terimlerini Bulmak İçin Kullandıkları Stratejiler

Stratejiler	3. Soru		7. Soru		8. Soru	
	9. Terim	21. Terim	9. Terim	17. Terim	7. Terim	13.Terim
Yanlış Bütüne Genişletme	6V1	6V1	6V1	6V1	6V1	6V1
Yinelemeli İlişki	6V1, 6V3	6V3	6V1, 6V2, 6V3, 6O3	6V2	6V2, 6O2, 6O3	6V2
Terim İçi Gruplama	6Y1	6Y1	-	-	-	-
Farkın Çarpımı	6V2	6V2	-	-	-	-
Sistemli Tahmin-Kontrol	-	-	-	-	6V3	-
Örüntünün Kuralını Bulma	6O1, 6O2, 6O3, 6Y1, 6Y2, 6Y3	6V3, 6O1, 6O2, 6O3, 6Y1, 6Y2, 6Y3	6O1, 6O2, 6O3, 6Y1, 6Y2, 6Y3	6V3, 6O1, 6O2, 6O3, 6Y1, 6Y2, 6Y3	6V3, 6O1, 6O2, 6Y1, 6Y2, 6Y3	6V3, 6O1, 6O2, 6O3, 6Y1, 6Y2, 6Y3

Sabit artarak genişleyen örüntü sorusunda (3. soru) öğrenciler kuraldan yapma, farkın çarpımı, terim içi gruplama, yinelemeli ilişki ve yanlış bütüne genişletme stratejilerini kullanmışlardır. 6V3 orta uzaklıktaki terimi bulmak için, yakın uzaklıktaki terimi bulmak için kullandığı stratejinin yanı sıra kuraldan yapma stratejisini de kullanmıştır. 6V1 yakın uzaklıktaki terimi bulmak için yanlış bütüne genişletme ve yinelemeli ilişki, orta uzaklıktaki terimi bulmak için yanlış bütüne genişletme stratejilerini kullanmıştır. Diğer öğrenciler yakın ve orta uzaklıktaki terimleri bulmak için aynı stratejileri kullanmışlardır. 6V2, terimler arası farkı dikkate alarak farkın çarpımı stratejisi ile yanlış cevaba ulaşmıştır. 6V1 ve 6V2 dışındaki öğrenciler doğru cevaba ulaşmıştır. 6V1, 6V2, 6V3 ve 6Y1'in yirmi birinci şekildeki tahta bloğu sayısını bulmak için yaptıkları işlemler ve bu öğrencilerle yapılan mülakat aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.27. 6V1'in 21. Şekildeki Tahta Bloğu Sayısını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

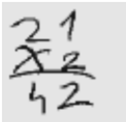


1.Şekil 2.Şekil 3. Şekil 4. Şekil

A: Birinci şekilde 1, ikinci şekilde 3, üçüncü şekilde 5 ve dördüncü şekilde 7 tahta bloğu bulunmaktadır. Buna göre 21. şekilde kaç tahta bloğu bulunur?

6V1: Dokuzuncu şekilde 16 tahta bloğu yer almaktadır. 16 yı 2 ile çarparsak on sekizinci adımdaki tahta bloğu sayısını bulmuş oluruz. Yirmi birinci şekildeki tahta bloklarının sayısını bulabilmek için 32 ile üç tane 2 yi toplarız. İkişer arttığı için… yirmi birinci şekilde 38 tahta bloğu bulunur.

6V1, yanlış bütüne genişletme stratejisiyle yakın uzaklıktaki terimi (9. terimi) bulmuştur. Daha sonra yakın uzaklıktaki terimden hareketle orta uzaklıktaki terimi bulmaya çalışmıştır. Bunun için dokuzuncu şekilden hareketle on sekizinci şekildeki tahta bloğu sayısını bulmuştur. On sekizinci şekildeki tahta bloklarının sayısını ikişer arttırarak yirmi birinci şekildeki tahta bloğu sayısını bulmuş ama doğru cevaba ulaşamamıştır. 6V1'in doğru cevaba ulaşamamasının önemli sebeplerinden birisi yakın uzaklıktaki terimi yanlış bulmasıdır. Kullandığı çözüm stratejisi de yanlış cevaba ulaşmasının önemli sebepleri arasında gösterilebilir.



Şekil 4.28. 6V2'nin 21. Şekildeki Tahta Bloğu Sayısını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

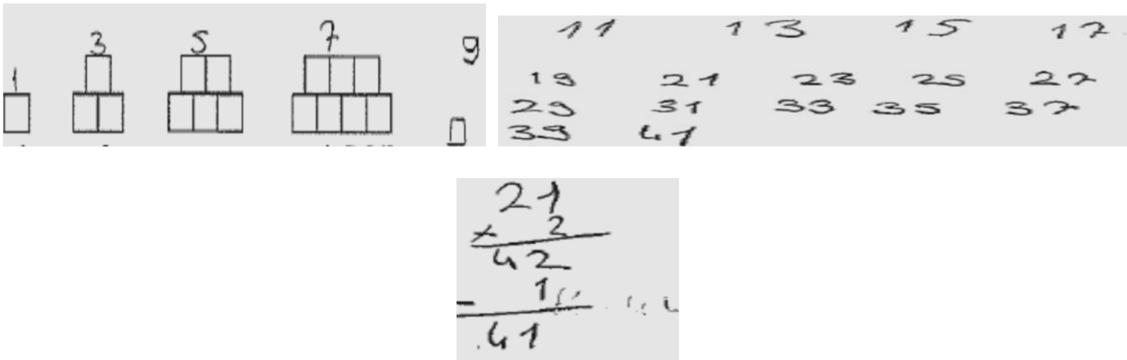
A: Birinci şekilde 1, ikinci şekilde 3, üçüncü şekilde 5 ve dördüncü şekilde 7 tahta bloğu bulunmaktadır. Buna göre 21. şekilde kaç tahta bloğu bulunur?

6V2: Hep ikişer artmış. Bunun için 21 ile 2 yi çarparız.

A: Neden 2 ile çarpıyorsun?

6V2: Çünkü ikişer artmış. Yirmi birinci adımda yer alan terimi bulabilmek için de 21 ile 2 yi çarparız.

6V2 farkın çarpımı stratejisiyle 21. Şekildeki tahta bloklarının sayısını bulmaya çalışmış ancak başarılı olamamıştır.



Şekil 4.29. 6V3'ün 21. Şekildeki Tahta Bloğu Sayısını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: Birinci şekilde 1, ikinci şekilde 3, üçüncü şekilde 5 ve dördüncü şekilde 7 tahta bloğu bulunmaktadır. Buna göre 21. şekilde kaç tahta bloğu bulunur?

6V3: Terimler arasındaki fark 2 dir. Buna göre örüntüyü devam ettirirsek 9, 11, 13, ..., 39, 41 olur. Yirmi birinci şekilde 41 tahta bloğu bulunur.

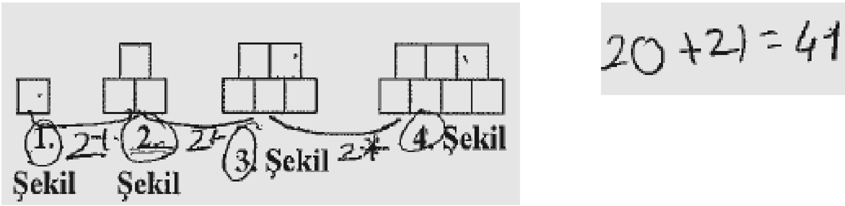
A: Farklı bir yoldan çözmemiz mümkün mü?

6V3: Örüntünün kuralını bularak yapabiliriz.

A: Örüntünün kuralını nasıl bulabiliriz?

6V3:…örüntünün kuralı $2n$-1 olmalıdır. Buradan n yerine 17 yazarak istenen sonucu buluruz.

6V3 yinelemeli ilişki stratejisi ve örüntünün kuralı ile 21. şekildeki tahta bloklarının sayısını doğru bulmuştur.



Şekil 4.30. 6Y1'in 21. Şekildeki Tahta Bloğu Sayısını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: … Buna göre 21. şekilde kaç tahta bloğu yer alır?

6Y1: İkinci şekildeki tahta bloklarının sayısı 2 ile 1 in, üçüncü şekildeki tahta bloklarının sayısı 3 ile 2 nin, dördüncü şekildeki tahta bloklarının sayısı 4 ile 3 ün toplamına eşittir. Buna göre yirmi birinci şekildeki tahta bloğu sayısı 21 ile 20 nin toplamına eşittir. Aslında başka bir yoldan da yapılabilir de ben bu yoldan yaptım.

A: Başka bir yol nedir?

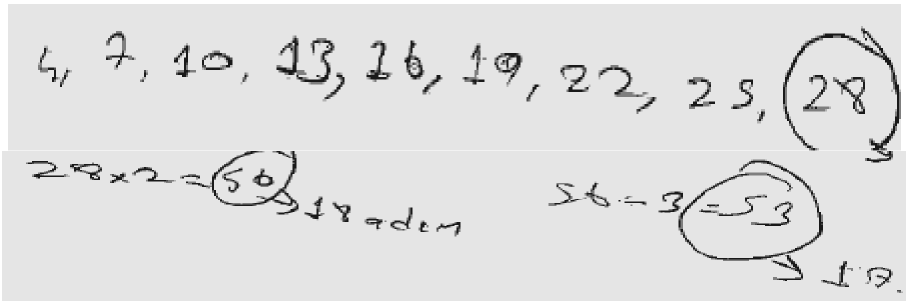
6Y1: Kuralını bularak yaparım.

A: Kuralı nasıl bulabilirsin?

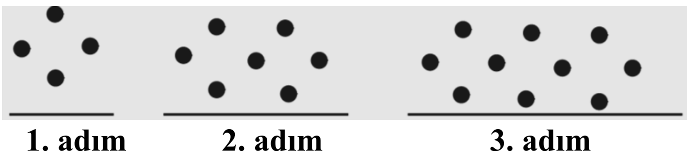
6Y1: … Dolayısıyla kural $n \times 2 - 1$ *olur.*

6Y1, yakın uzaklıktaki terimi bulurken kullandığı çözüm yolunu, orta uzaklıktaki terimi bulurken de kullanmıştır. Terim içi gruplama stratejisiyle şekillerdeki tahta bloklarının sayısını doğru bulmuştur. 6Y1, kaçıncı şekil isteniyorsa o şeklin sıra sayısı ile sıra sayısının bir eksiğini toplayarak doğru cevaplara ulaşmıştır.

Sabit artarak genişleyen örüntü (7. soru) sorusunda öğrenciler orta uzaklıktaki terimi bulmak için yanlış bütüne genişletme (6V1), kuraldan yapma (6V3, 6O1, 6O2, 6O3, 6Y1, 6Y2, 6Y3) ve yinelemeli ilişki (6V2) stratejilerini kullanmışlardır. 6V3 yakın ve orta uzaklıktaki terimleri bulmak için farklı stratejiler kullanırken, diğer öğrenciler yakın ve orta uzaklıktaki terimleri bulmak için aynı stratejileri kullanmıştır. 6V1, 6V2 ve 6Y2'nin bu soruyu çözmek için yaptıkları işlemler ve bu öğrencilerle yapılan mülakatlar aşağıda verilmiştir.



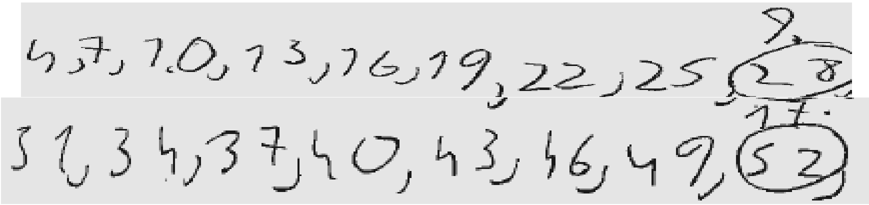
Şekil 4.31. 6V1'in 17. Adımdaki Nokta Sayısını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler



A: Verilen şekillerdeki noktalar belli bir kurala göre sıralanarak bir örüntü meydana getirilmiştir. Buna göre 17. adıma karşılık gelen şekildeki nokta sayısını bulunuz.

6V1: ...Dokuzuncu terim 28 olur. On yedinci terimi bulabilmek için de 28 ile 2 yi çarparım sonuçtan da 3 ü çıkarırım. On yedinci terime 53 karşılık gelir.

6V1, orta uzaklıktaki terimi yanlış bütüne genişletme stratejisi ile bulmaya çalışmış ancak doğru cevaba ulaşamamıştır. Doğru cevaba ulaşamamasının önemli sebeplerinden biri soruyu çözmek için kullandığı stratejidir. Çünkü 6V1, yakın uzaklıktaki terimi bulmaya çalışırken de önce yanlış bütüne genişletme stratejisi ile doğru cevaba ulaşamamıştır. Daha sonra yinelemeli ilişki stratejisi ile yakın uzaklıktaki terimde yer alan nokta sayısını doğru bulmuştur. Orta uzaklıktaki terimi bulmaya çalışırken, yakın uzaklıktaki terimi bulmak için yaptığı işlemleri göz önüne almadığı için doğru cevaba ulaşamamıştır.

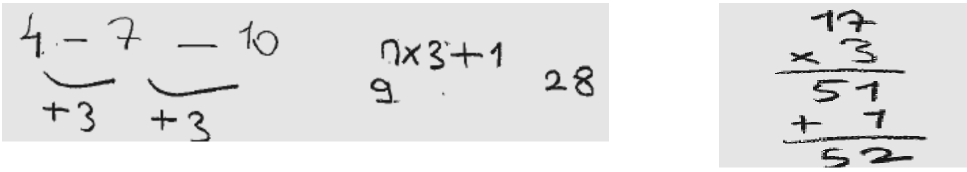


Şekil 4.32. 6V2’nin 17. Adımdaki Nokta Sayısını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: … Buna göre 17. adıma karşılık gelen şekildeki nokta sayısını bulunuz.

6V2: Örüntüyü devam ettiririm. Birinci adımda 4, ikinci adımda 7 ve üçüncü adımda 10 nokta var... Dokuzuncu terime karşılık gelen değer 28 olur… $28, 31, \dots, 49, 52$ *olur. on yedinci terime karşılık gelen değer 52 olur.*

6V2, terimler arası farkı dikkate alarak örüntüyü devam ettirmiştir. Yakın ve orta uzaklıktaki terimleri bu strateji ile doğru bulmuştur.



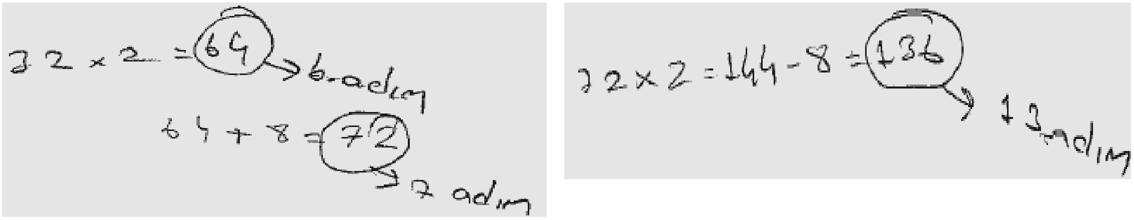
Şekil 4.33. 6Y2’nin 17. Adımdaki Nokta Sayısını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: … Buna göre 17. adıma karşılık gelen şekildeki nokta sayısını bulunuz.

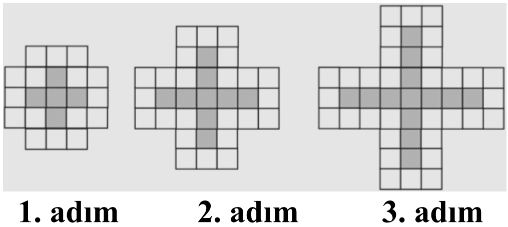
6Y2: Örüntünün kuralını bularak yapacağım. ...kural $n \times 3 + 1$ *olur. … on yedinci adımdaki nokta sayısını bulabilmek için n yerine bu değeri yazmalıyız. Cevap… 52 olur.*

6Y2, öncelikle örüntünün kuralını bulmuştur. Örüntünün kuralını kullanarak yakın ve orta uzaklıktaki terimleri doğru bulmuştur.

Sabit artarak genişleyen örüntü (8. soru) sorusunda öğrenciler on üçüncü adımdaki beyaz kare sayılarını bulmak için kuraldan yapma (6V3, 6O1, 6O2, 6O3, 6Y1, 6Y2, 6Y3), yinelemeli ilişki (6V2) ve yanlış bütüne genişletme (6V1) stratejilerini kullanmışlardır. 6O3 yakın uzaklıktaki terimi bulmak için yinelemeli ilişki, orta uzaklıktaki terimi bulmak için örüntünün kuralından yapma stratejisini kullanmıştır. 6O3 dışındaki öğrencilerin tamamı bu soruda yakın uzaklıktaki terimi bulmak için kullandıkları stratejileri, orta uzaklıktaki terimleri bulmak için de kullanmışlardır. Sadece 6O2 yakın uzaklıktaki terimi bulurken hem yinelemeli ilişki hem de örüntünün kuralından yapma stratejisini kullanmıştır. 6V3 kuralı yanlış bulduğu ve 6V1 yanlış bütüne genişletme stratejisini kullandığı için doğru cevaba ulaşamamışlardır. 6V1, 6V2 ve 6O3'ün on üçüncü adımdaki beyaz kare sayısını bulmak için yaptıkları işlemler ve bu öğrencilerle yapılan mülakatlar aşağıda verilmiştir.



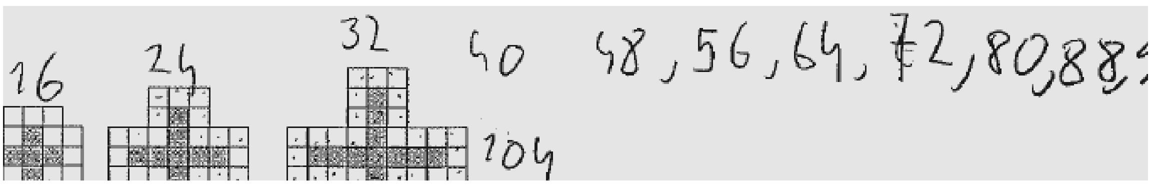
Şekil 4. 34. 6V1'in 13. Adımdaki Beyaz Kare Sayısını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler



A: Yukarıdaki şekillerde yer alan beyaz ve siyah renkli birim kareler belli bir kurala göre sıralanarak bir örüntü meydana getirmişlerdir. Bu örüntünün 13. adımında yer alan şekli çizmek için kaç tane beyaz kareye ihtiyaç vardır?

6V1: Yedinci adımda 72 beyaz kare bulunduğuna göre on dördüncü adımda… 144 beyaz kare bulunur. 144 den 8 i çıkarmalıyız. Çünkü terimler sekizer artıyor. On üçüncü adımda 136 beyaz kare bulunur.

6V1, yakın ve orta uzaklıktaki terimi bulabilmek için yanlış bütüne genişletme stratejisini kullanmıştır. Dolayısıyla hem yakın hem de orta uzaklıktaki terimi yanlış bulmuştur.

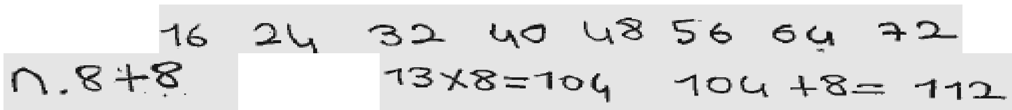


Şekil 4.35. 6V2'nin 13. Adımdaki Beyaz Kare Sayısını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: ... Buna göre 13. adımda yer alan şekli çizebilmek için kaç beyaz kareye ihtiyaç vardır?

6V2: Örüntüyü sekizer attırmaya devam ederim. Sekizinci adımda 72, dokuzuncu adımda 80,... ve on üçüncü adımda 104 beyaz kare bulunur.

6V2, yakın ve orta uzaklıktaki terimleri örüntüyü devam ettirerek doğru bulmuştur.



Şekil 4.36. 6O3'ün 13. Adımdaki Beyaz Kare Sayısını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: ... Buna göre 13. adımda yer alan şekli çizebilmek için kaç beyaz kareye ihtiyaç vardır?

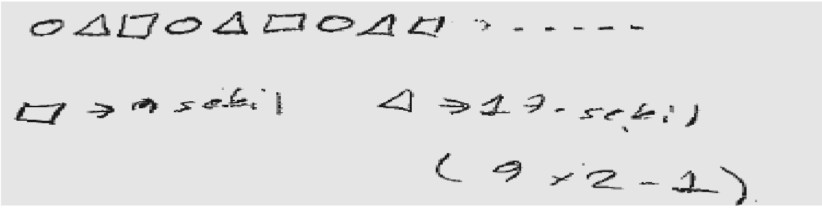
6O3: Beyaz kare sayılarını devam ettirerek bulabilirim ama uzun yol olur. Kuralını bulursam daha kısa yoldan çözmüş olurum.

A: Kuralı nasıl bulursun?

6O3: ...kural böylece $8 \times n + 8$ *olur. On üçüncü adımda yer alan beyaz kare sayısını bulabilmek için de n yerine 13 yazmalıyız.*

6O3, on üçüncü adımdaki beyaz kare sayısını örüntünün kuralı ile bulmuştur. 6O3, yakın uzaklıktaki terimi örüntüyü devam ettirme stratejisi ile bulurken, orta uzaklıktaki terimi örüntünün kuralı ile bulmuştur.

Örüntü oluşturma sorusunda (4. soru) öğrenciler orta uzaklıktaki terimleri bulmak için bütüne genişletme (6V1, 6V3), kuraldan yapma (6Y3), çarpım tablosu arama (6O2), örüntüyü çizerek devam ettirme (6O3, 6Y2), sayarak devam ettirme (6V2, 6O1) ve bölümden kalanı sayma (6Y1) stratejilerini kullanmışlardır. 6V1 ve 6V2 yakın ve orta uzaklıktaki terimleri farklı stratejilerle bulmuştur. Diğer öğrenciler yakın ve orta uzaklıktaki terimleri bulmak için aynı stratejileri kullanmışlardır. 6V1, 6O2 ve 6Y3'ün oluşturdukları örüntülerin orta uzaklıktaki terimlerini bulmak için yaptıkları işlemler ve bu öğrencilerle yapılan mülakatlar aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.37. 6V1'in 17. Terimi Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: Oluşturduğun bu örüntünün on yedinci terimine hangi geometrik şekil karşılık gelir?

6V1: ... Dokuzuncu terime kare karşılık gelir. On yedinci terime ise ... üçgen karşılık gelir.

A: Üçgenin karşılık geldiğini nasıl buldun?

6V1: 9 ile 2 yi çarparsak 18 olur. On sekizinci adıma da kare karşılık gelir. On yedinci adıma karşılık gelen şekli bulabilmek için kareden bir önceki şekli almalıyım. Bu yüzden cevap üçgen olur.

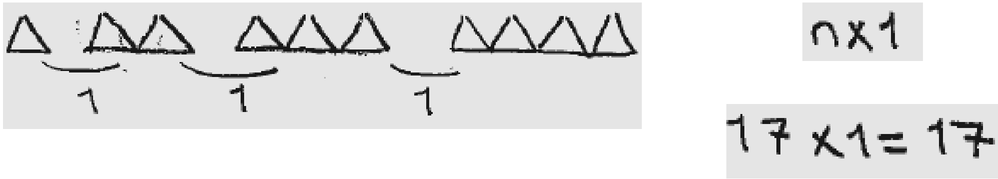
6V1, bütüne genişletme stratejisi ile on yedinci terime karşılık gelen geometrik şekli doğru bulmuştur.

Şekil 4.38. 6O2'nin 17. Terimi Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: Oluşturduğun bu örüntünün on yedinci teriminde kaç üçgen bulunur?

6O2: Her birinde 3 katı olduğuna göre on yedinci adımda 51 tane kare bulunur.

6O2, terim sırası ve terime karşılık gelen üçgen sayıları arasında çarpım tablosu kurarak doğru cevaba ulaşmıştır. Yakın uzaklıktaki terimi bulmak için kullandığı çözüm stratejisini orta uzaklıktaki terimi bulmak için de kullanmıştır.



Şekil 4.39. 6Y3’ün 17. Terimi Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: Oluşturduğun bu örüntünün on yedinci teriminde kaç üçgen bulunur?

6Y3: Üçgen sayıları birer arttığı için örüntünün kuralı $n \times 1$ *olur. Kurala göre de on yedinci terimde 17 üçgen bulunur.*

6Y3 öncelikle oluşturduğu örüntünün kuralını bulmuş, daha sonra kural ile 17. terimdeki üçgenlerin sayısını doğru bulmuştur.

Sabit artarak genişleyen sayı örüntüsü sorularında öğrencilerin yakın ve orta uzaklıktaki terimleri bulmak için kullandıkları stratejiler aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 4.8.

Altıncı sınıf öğrencilerinin sabit artarak genişleyen sayı örüntüsü sorularının yakın ve orta uzaklıktaki terimlerini bulmak için kullandıkları stratejiler

	5. Soru		6. Soru	
Stratejiler	17.Terim	29.Terim	8. Terim	17. Terim
Yanlış Bütüne Genişletme	-	-	6V1, 6V2, 6O2	6V1, 6V2
Yinelemeli İlişki	-	--	6O3, 6Y2, 6Y3	-
Çarpım Tablosu Arama	-	-	6V3, 6O2, 6Y1, 6Y2	6V3, 6O2, 6O3, 6Y1, 6Y2, 6Y3
Kural	-	-	6O1	6O1
Kuralı Sözel Olarak İfade Etme	6V1, 6V2, 6V3, 6O1, 6O2, 6O3, 6Y1, 6Y2, 6Y3		-	-

Mülakat sırasında öğrencilere yöneltilen sabit artarak genişleyen örüntü sorusu (5. soru) ve çalışma grubundan elde edilen veriler:

○	1	2	3	….
□	0	1	2	…..

○ ve □ *şekillerine karşılık gelen sayılar belli bir kurala göre sıralanarak bir örüntü oluşturulmuştur. Buna göre* ○ *şekline karşılık gelen değer 17 olduğunda,* □ *şekline karşılık gelen değer kaç olur?* □ *şekline karşılık gelen değer 29 olduğunda,* ○ *şekline karşılık gelen değer kaç olur?*

Öğrencilerin tamamı çember ve kare şekillerine karşılık gelen değerleri, çember ve kare sayıları arasındaki ilişkiyi sözel olarak ifade ederek bulmuşlardır. 6O1'in soruları çözmek için yaptıkları işlemler ve bu öğrenci ile yapılan mülakat aşağıda verilmiştir.

Şekil 4.40. 6O1'in Çember Şekline Karşılık Gelen Değeri Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: Kare şekline 29 karşılık geldiğinde, çember şekline hangi sayı karşılık gelir?

6O1: 1 fazlası olacağı için cevap 30 olur.

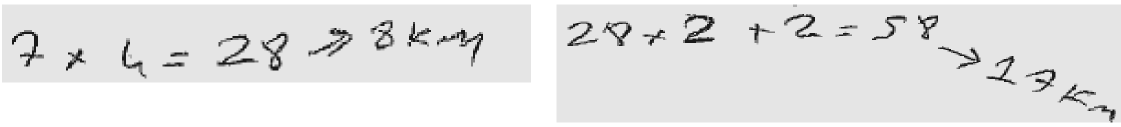
6O1, soruda verilen ilk üç terime göre çember ve kare şekillerine karşılık gelen sayılar arasında kurduğu ilişkiye göre çember şekline karşılık gelen sayıyı bulmuştur. Çember sayısı 17 olduğunda kare sayısına karşılık gelen sayıyı da aynı çözüm yolu ile doğru bulmuştur.

A: Verilen örüntüye göre çember şekline 17 karşılık geldiğinde, kare şekline hangi sayı karşılık gelir?

6Y1:… 16 olur. Çünkü çember sayısının 1 eksiği kare sayısına eşittir.

6Y1, çember ve kare sayılarına karşılık gelen ilk üç sayıyı ilişkilendirerek kare sayısını doğru bulmuştur.

Sabit artarak genişleyen ve sözel problem şeklindeki örüntü (6. soru) sorusunda öğrenciler orta uzaklıktaki terimi bulmak için kuraldan yapma (6O1), yanlış bütüne genişletme (6V1, 6V2) ve çarpım tablosu arama (6V3, 6O2, 6O3, 6Y1, 6Y2, 6Y3) stratejilerini kullanmışlardır. Öğrencilerden 6O3 ve 6Y3 yakın ve orta uzaklıktaki terimleri bulmak için farklı stratejiler kullanmışlardır. Bu öğrencilerin ikisi de yakın uzaklıktaki terimi yinelemeli ilişki, orta uzaklıktaki terimi ise çarpım tablosu arama stratejisi ile bulmuşlardır. Diğer öğrenciler yakın uzaklıktaki terimi bulmak için kullandıkları stratejileri, orta uzaklıktaki terimleri bulmak için de kullanmışlardır. 6V1, 6O1 ve 6Y3'ün bu soruyu çözmek için yaptıkları işlemler ve bu öğrencilerle yapılan mülakatlar aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.41. 6V1'in 17 km Yolculuk İçin Ödenmesi Gereken Para Miktarını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: Bir taksicinin ücret tarifesi "açılışı 3 TL ve her 1 km için 2 TL" şeklindedir. Bu taksi ile 8 km yolculuk yapan bir kişi kaç Tl öder?

6V1: 2 km'lik yolculuk için 7 Tl ödenmiş. 8 sayısı 2 nin 4 katıdır. Dolayısıyla 7 yi 4 ile çarpmalıyım…

A: Bu taksi ile 17 km yolculuk yapan bir kişi kaç Tl öder?

6V1: Yukarıdaki gibi yaparım. 28 ile 2 yi çarparım. 16 km yolculuk için 56 lira ödenmelidir. 1 km için 2 lira ödendiğine göre 56 ile 2 yi toplamalıyım. Dolayısıyla 17 km lik yolculuk için 58 lira ödenmelidir.

6V1 yakın ve orta uzaklıktaki terimleri bulmak için aynı stratejiyi kullanmıştır. Yanlış bütüne genişletme stratejisi ile doğru cevaba ulaşamamıştır.

$2 \times n + 3$ $\qquad$ $17 \times 2 = 34 + 3 = 37$

Şekil 4.42. 6O1’in 17 km Yolculuk İçin Ödenmesi Gereken Para Miktarını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: Bir taksicinin ücret tarifesi “açılışı 3 TL ve her 1 km için 2 TL” şeklindedir. Bu taksi ile 17 km yolculuk yapan bir kişi kaç Tl öder?

6O1: Kuraldan yaparım.

A: Kural nedir?

6O1: ...Buradan kural $2 \times n + 3$ *olur.*

A: Bu taksi ile 17 km yolculuk yapan bir kişi kaç Tl öder?

6O1: 17 ile 2 yi çarparım ve 3 ile toplarım…

6O1, yakın ve orta uzaklıktaki terimleri örüntünün kuralı ile hesaplamıştır.

$3 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 19$

$17 \times 2 = 34 + 3 = 37$

Şekil 4.43. 6Y3’ün 17 Km Yolculuk İçin Ödenmesi Gereken Para Miktarını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A:… Bu taksi ile 17 km yolculuk yapan bir kişi kaç Tl öder?

6Y3: Kuraldan yaparım. 17 ile 2 yi çarparım. Bir km için 2 lira ödendiğinden dolayı. Sonuç 34 olur. 34 ile de açılış ücreti olan 3 lirayı toplarsam cevap 37 olur.

6Y3, yakın ve orta uzaklıktaki terimleri aynı strateji ile bulmuştur. Çarpım tablosu arama stratejisi ile doğru cevaba ulaşmıştır.

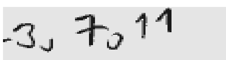
4.1.3. Altıncı Sınıf Öğrencilerinin Örüntülerin Kurallarını Bulmak İçin Kullandıkları Stratejilerin İncelenmesi

Altıncı sınıf öğrencilerinin tekrarlı örüntü sorusunda  şeklinin kaçıncı adımlarda yer aldığını veren bir kural oluşturmak için kullandıkları stratejiler aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 4.9.
Altıncı Sınıf Öğrencilerinin Tekrarlı Örüntü Sorusundaki Kuralı Bulmak İçin Kullandıkları Stratejiler

Çözüm Stratejileri	Öğrenciler
Yinelemeli İlişki	6V2, 6V3
Belirgin	6V1, 6V3, 6O1, 6O2, 6O3, 6Y1, 6Y2, 6Y3

Tekrarlı örüntü sorusunda öğrenciler  şeklinin kaçıncı adımlarda yer aldığını veren bir formül oluştururken (6V1, 6V3, 6O1, 6O2, 6O3, 6Y1, 6Y2, 6Y3) öncelikle ilk üç veya dört sıradaki  şekillerinin yerlerini tespit ettikten sonra, terimler arası farkı dikkate alarak 4n ifadesine ulaşmışlardır. Daha sonra ise birinci terim ve birinci terime karşılık gelen sayıyı dikkate alarak örüntünün kuralını 4n-1 olarak bulmuşlardır. Bir başka ifadeyle, öğrenciler terimler arası farkı ve terim sırası ile terim sırasına karşılık gelen sayıyı ilişkilendirerek kuralı doğru bulmuşlardır. Yalnızca 6V3, önce terimler arası farkı dikkate alarak 4n cevabını vermiştir. Ancak yapılan mülakat ile yanlış olduğunu anlayarak, terim sırası ve terim sayılarını ilişkilendirerek kuralı doğru bulmuştur. 6V2, istenen şeklin kuralını bulamamıştır. Ayrıca bu soruda öğrencilerin ilk olarak terimler arası farkı dikkate aldıkları ve sadece birinci terim için terim sırası ve terim sırasına karşılık gelen sayıyı ilişkilendirerek kuralı bulmaya çalıştıkları görülmüştür. 6V2 ve 6Y1'in  şeklinin sıralarını veren kuralı bulabilmek için yaptıkları işlemler ve bu öğrencilerle yapılan mülakatlar aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.39. 6V2'nin Tekrarlı Şekil Örüntüsünün Kuralını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: △□▨○△□▨○△□▨○

△, □, ▨ *ve* ○ *geometrik şekilleri kullanılarak ilk 12 adımı verilen bir örüntü oluşturulmuştur. Siyah karelerin kaçıncı adımlarda yer aldığını veren formülü nasıl kurabiliriz?*

6V2: Birinci siyah kare üçüncü adımda, ikinci siyah kare yedinci adımda ve üçüncü siyah kare on birinci adımlarda yer almaktadır...

A: Bu değerleri formüle çevirebilir misin?

6V2: Birinci siyah kare $2+1$ olur…

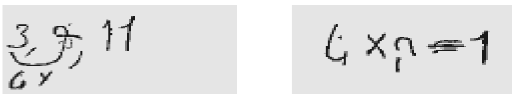
A: Bu ifade diğer terimler için sağlanır mı?

6V2: Üçüncü terim için sağlanmıyor ama bunun için de $3+1$ sağlanıyor… kural olmadı… Dörder artması hepsinde eşit arttığını gösteriyor…

A: Dörder artmasını kurala nasıl çevirebiliriz?

6V2:…işte hepsinde aynı artıyor..

6V2, istenen şeklin kuralını bulamamıştır. ▨ şeklinin ilk üç sırasını bulmuş ancak kuralı bulabileceği işlemleri yapamamıştır. Terim sıraları arasındaki farkı dikkate alarak örüntünün kuralını “hepsinin eşit artması” olarak ifade etmiştir. Sözel olarak ifade ettiği düşüncelerini matematiksel ifadelere çevirememiştir.



Şekil 4.40. 6Y1’in Tekrarlı Şekil Örüntüsünün Kuralını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: …Siyah karelerin kaçıncı adımlarda yer aldığını veren formülü nasıl kurabiliriz?

6Y1: Siyah kareler 3, 7 ve 11. adımlarda yer almaktadırlar. Dörder arttığı için $4.n$ olacak. n yerine 1 yazdığımızda 4 olur. 3 olması için 1 çıkartmalıyız. Bu durumda genel terimi veren formül $4n-1$ olur.

6Y1 terimler arasındaki farkı dikkate alarak önce 4n, daha sonra birinci terim ile birinci terime karşılık gelen sayıyı ilişkilendirerek 4n-1 ifadesine ulaşmıştır. 6Y1 bu işlemlerle şeklinin sırasını veren kuralı doğru bulmuştur.

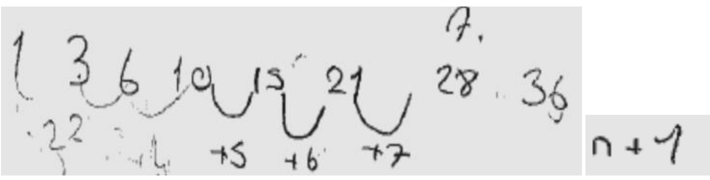
Altıncı sınıf öğrencilerinin artarak genişleyen sayı örüntüsü sorularının kuralını bulmak için kullandıkları stratejiler aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 4.10.

Altıncı Sınıf Öğrencilerinin Artarak Genişleyen Sayı Örüntüsünün Kuralını Bulmak İçin Kullandıkları Stratejiler

Çözüm Stratejileri	2. soru	10. soru
Sistemli Tahmin-Kontrol	6Y1, 6Y2	-
Yinelemeli İlişki	6V2, 6V3	6V2, 6O2
Sistemsiz Tahmin-Kontrol	6O2	6V1
Terim İçi Gruplama	6Y1	-
Belirgin	-	6V3, 6O1, 6O3, 6Y1, 6Y2, 6Y3

Artarak genişleyen örüntü sorusunda (2. soru) öğrenciler örüntünün kuralını bulmak için sistemsiz tahmin-kontrol, sistemli tahmin-kontrol, yinelemeli ilişki ve terim içi gruplama stratejilerini kullanmışlardır. Ancak örüntünün kuralını doğru bulan öğrenciye rastlanmamıştır. 6V2, 6V3, 6O2, 6Y1, 6Y2 dışındaki öğrenciler örüntünün kuralını bulmak için herhangi bir işlem yapmayarak soruyu cevapsız bırakmışlardır. 6V3, 6O2, 6Y1 ve 6Y2'nin örüntünün kuralını bulmak için yaptıkları işlemler ve bu öğrencilerle yapılan mülakatlar aşağıdaki gibidir.



Şekil 4.41. 6V3'ün Artarak Genişleyen Sayı Örüntüsünün Kuralını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A:…Buna göre herhangi bir zil çalışında kaç davetlinin geleceğini veren bir formül oluşturabilir misin?

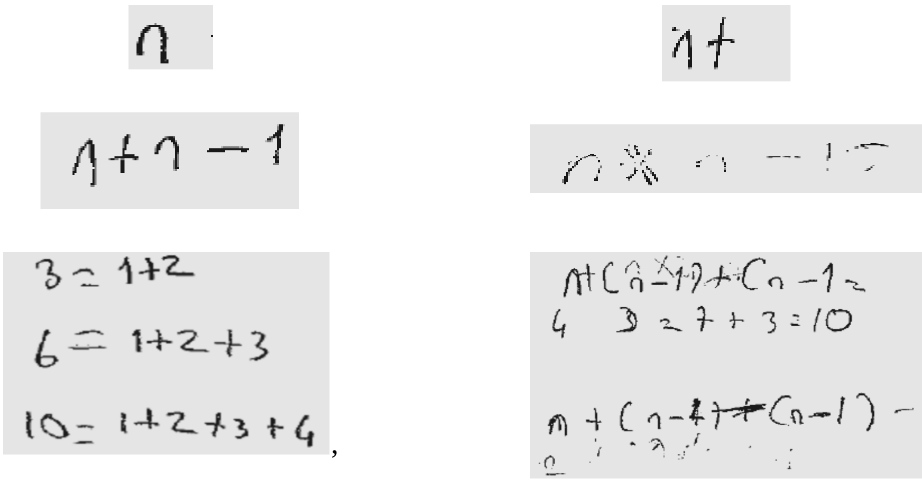
6V3: ...Her seferinde 1 fazla artmış. Dolayısıyla örüntünün kuralı $n+1$ *olur...*

6V3 yinelemeli ilişki stratejisi ile örüntünün kuralını bulmaya çalışmış ancak başarılı olamamıştır.

A: Ayşe doğum günü için bir parti veriyor. Kapı zilinin ilk çalışında 1 davetli, 2. çalışında 3 davetli, 3. çalışında 6 davetli, 4. çalışında 10 davetli geliyor. Buna göre herhangi bir zil çalışında kaç davetli geleceğini veren bir formül kurunuz?

6O2: ...Her seferinde 1 fazla artmış... Örüntünün kuralı $n \times 2$ *olsa ... olmuyor.* $n \times 1$ *olsa ... olmuyor ...*

6O2 herhangi bir zil çalışında gelecek davetli sayısını bulabilmek için, önce farkların farkına odaklanmıştır. Bu düşünce ile kuralı bulmak için herhangi bir işlem yapmamıştır. Daha sonra sistemsiz tahmin-kontrol stratejisiyle doğru cevaba ulaşmak için iki kural tahmin etmiş, ancak doğru cevaba ulaşamamıştır.



Şekil 4.42. 6Y1'in Artarak Genişleyen Sayı Örüntüsünün Kuralını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A:...Buna göre herhangi bir zil çalışında kaç davetlinin geleceğini veren bir formül oluşturabilir misin?

6Y1: Birinci terimde 1 var, kural n *olsa ... diğerleri için olmuyor. Bu örüntüde bir terim, kendinden önceki terime kendisinin ilave edilmesiyle bulunuyor. Bu da ...* $n+n-1$ *olur.*

A: Bu formül tüm terimler için sağlanıyor mu?

6Y1: Birinci terim için… sağlanıyor, ikinci terim için sağlanıyor, üçüncü terim için… sağlanmıyor. Yanlış oldu. Şimdi ikinci terimde 3 var. 3 sayısı birinci ile ikincinin toplamına eşittir. 6 sayısı birinci, ikinci ve üçüncünün toplamına eşittir.

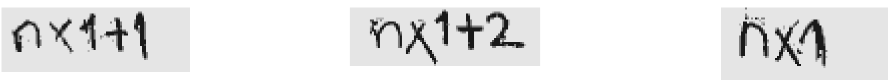
A: 3 sayısının birinci ile ikincinin toplamına eşit olduğunu söyledin. Birinci terimde 1, ikinci terimde 3 var. 1 ile 3 ün toplamı 4 etmez mi? Benzer olarak üçüncü terim için de 1, 3 ve 6 nın toplamı 10 etmez mi?

6Y1: O şekilde değil. Burada toplam işlemi yaparken birinci terime veya ikinci terime karşılık gelen sayıyı değil bir ve ikinin kendisini alıyorum. Mesela dördüncü terim için 1, 2, 3 ve 4 sayılarını toplayacağız. Sonuç 10 oldu. Dördüncü terime karşılık gelen sayı da 10 dur. ... Bu şekilde 10 sayısını 4 artı 3 artı 3 şeklinde düşünürsek kural $n + n - 1 + n - 1$ *olur… Ama bu da diğer terimler için sağlanmıyor. ... Aslında burada toplama değil de n ile bir şeyleri çarpacağız…*

A:Çarpanları nasıl bulabilirsin?

6Y1:… bir şeyleri çarpacağız ama ben yapamıyorum…

6Y1, öncelikle zil çalışı ile zil çalışında gelen davetli sayısını göz önüne alarak sistemli tahmin-kontrol stratejisiyle örüntünün kuralını bulmaya çalışmıştır. Bu yoldan doğru cevaba ulaşamayınca terim içi gruplama stratejsini kullanmaya çalışmıştır. Ancak bu strateji ile de doğru cevaba ulaşamamıştır. Sistemli tahmin-kontrol ve terim içi gruplama stratejileri ile örüntünün kuralı bulunabilirdi, ancak bu stratejileri kullanan 6Y1 doğru cevaba ulaşamamıştır.



Şekil 4.43. 6Y2'nin Artarak Genişleyen Örüntünün Kuralını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: ...Buna göre herhangi bir zil çalışında kaç davetlinin geleceğini veren bir formül oluşturabilir misin?

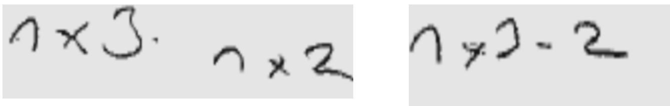
6Y2: Kuralı $n \times 1$ *mi?*

A: Neden $n \times 1$ *olduğunu düşünüyorsun?*

6Y2: Birinci terime 1 karşılık geldiği için… ama bu 2 için sağlanmıyor. $n \times 1 + 1$ *olsa… 3 için sağlanmıyor.* $n \times 1 + 2$ *olsa …olmuyor.* $n \times 1$ *yanında bir şeyler olacak ama ben bulamıyorum.*

6Y2, zil çalışı ile zil çalışında gelen davetli sayılarını göz önüne alarak sistemli tahmin-kontrol stratejisiyle doğru cevaba ulaşmaya çalışmış ancak başarılı olamamıştır.

Artarak genişleyen sayı örüntüsü sorusunda (10. soru) öğrenciler yinelemeli ilişki (6V2, 6O2), belirgin (6V3, 6O1, 6O3, 6Y1, 6Y2, 6Y3) ve sistemsiz tahmin-kontrol (6V1) stratejileriyle örüntünün kuralını bulmaya çalışmışlardır. Öğrencilerden 6V1, 6V2, 6V3 ve 6O2 doğru sonuca ulaşamamıştır. Bu öğrencilerin kuralı doğru bulamamalarının önemli sebepleri arasında değişken kullanamama (6V2), kullanılan çözüm yolunu devam ettirememe (6V3), takip ettikleri çözüm yolları (6V1, 6O2) gösterilebilir. 6V1, 6V2, 6O3'ün örüntünün kuralını bulabilmek için yaptıkları işlemler ve bu öğrencilerle yapılan mülakatlar aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.44. 6V1'in Artarak Genişleyen Örüntü Sorusunun Kuralını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: Terimleri 1, 4, 9, … şeklinde devam eden örüntünün kuralını bulabilir misin?

6V1: 3 artmış… $n \times 3$ *olur… Örüntünün geneline baktığımızda hep 3 artmamış. 3, 5, 7,… artmış… Değişen sayılarda artmış. Sabit olarak artmamış.… Terimler ikişer arttığı için* $n \times 2$ *olacak.*

A: Bu formül tüm terimler için sağlanıyor mu?

6V1: … Sağlanmıyor. Kural yanlış oldu…

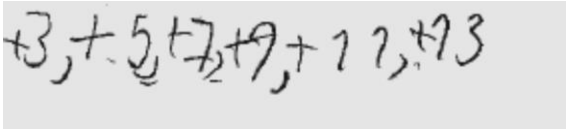
A: Kural başka ne olabilir?

6V1: Kural …$n \times 3$*…* $n \times 3 - 2$ *olur.*

A: Tüm terimler için sağlanıyor mu?

6V1: 1 için… sağlanır. 2 için… sağlanır. 3 için… sağlanmaz…Olmuyor.

6V1 sistemsiz tahmin-kontrol stratejisiyle örüntünün kuralını bulmaya çalışmış ancak doğru cevaba ulaşamamıştır.

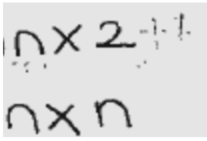


Şekil 4.45. 6V2'nin Artarak Genişleyen Örüntü Sorusunun Kuralını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A:Terimleri 1, 4, 9, … şeklinde devam eden örüntünün kuralını bulabilir misin?

6V2: Örüntünün kuralı üç, beş, yedi,…, on üç gibi artmasıdır.

6V2 yinelemeli ilişki stratejisi ile örüntünün kuralını bulmaya çalışmış ancak başarılı olamamıştır.



Şekil 4.46. 6O3'ün Artarak Genişleyen Örüntü Sorusunun Kuralını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A:Terimleri 1, 4, 9, … şeklinde devam eden örüntünün kuralını bulabilir misin?

6O3:Örüntünün kuralı n dir.

A:Bu kural tüm terimler için sağlanıyor mu?

6O3:1 için sağlanır…

A: 2 için sağlanıyor mu?

6O3:…sağlanmıyor. Kural $n \times 2$ *olsa 2 için sağlanıyor.*

A:Bu kural diğer terimler için de sağlanıyor mu?

6O3:… n yerine 1 yazınca 2 oluyor… $n \times 2 + 1$ *olsa … olmuyor.*

A:Bu kuralı $n \times 2$ *şeklinde değil de başka bir şekilde düşünebilir miyiz?*

6O3:Sayılar kat kat gidiyor…

A:Kat ifadesi ile neyi anlatmak istiyorsun?

6O3:Yani 1 in 1 katı, 2 nin 2 katı, 3 ün 3 katı ve 4 ün 4 katı şeklinde gidiyor.

A: Bu şekilde devam edersen n için ne olur?

6O3: n için $n \times n$ *olur.*

6O3, örüntünün kuralını bulmak için terim sıraları ve terim sıralarına karşılık gelen sayıları göz önüne alarak sistemli tahmin-kontrol stratejisini kullanmıştır. 6O3'ün sistemli tahmin-kontrol stratejisini kullanırken belli terimleri (sadece birinci terimi veya sadece ikinci terimi … gibi) göz önüne alması doğru cevaba kolayca ulaşmasını engellemiştir. 6O3 terim sırası ve terim sırasına karşılık gelen sayılar arasındaki kat ilişkisini tespit ettikten sonra örüntünün kuralını doğru bulmuştur.

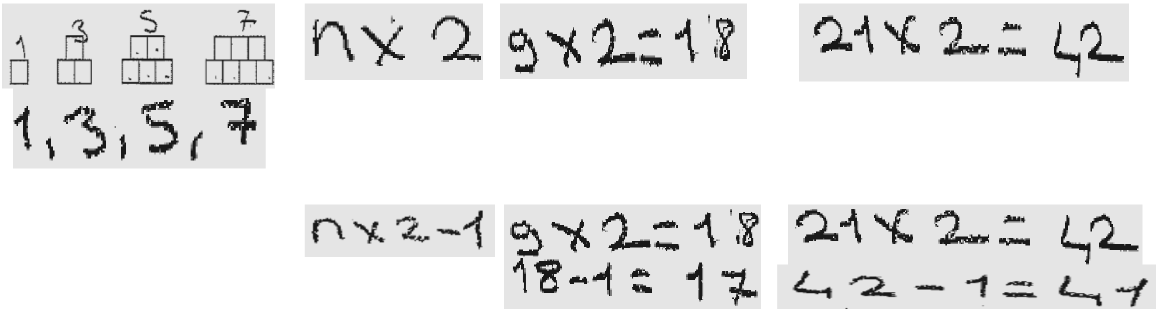
Sabit artarak genişleyen şekil örüntüsü sorularında öğrencilerin örüntünün kuralını bulmak için kullandıkları stratejiler aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 4.11.

Altıncı Sınıf Öğrencilerinin Sabit Artarak Genişleyen Şekil Örüntülerin Kurallarını Bulmak İçin Kullandıkları Stratejiler

Çözüm Stratejileri	3. Soru	7. Soru	8. Soru
Yinelemeli İlişki	6V1, 6V2, 6O2	6O1, 6O2	6V2
Belirgin	6V3, 6O1, 6O2, 6O3, 6Y1, 6Y2, 6Y3	6V3, 6O1, 6O2, 6O3, 6Y1, 6Y2, 6Y3	6V3, 6O1, 6O2, 6O3, 6Y1, 6Y2, 6Y3
Sistemsiz Tahmin-Kontrol		6V1, 6V2	

Sabit artark genişleyen şekil örüntüsü sorusunda (3. soru) öğrenciler yinelemeli ilişki ve belirgin stratejilerle örüntünün kuralını bulmaya çalışmışlardır. 6V1 ve 6V2 kuralı doğru bulamazken, diğer öğrenciler kuralı doğru bulmuşlardır. 6V1, terimler arasındaki farkı tespit ettikten sonra fark ile çarpım stratejisini kullanarak örüntünün kuralını 2n olarak bulmuştur. Diğer öğrenciler terimler arasındaki farkı kullanarak 2n ifadesine, herhangi bir şekil için şekil sırası ve şekildeki tahta bloklarının sayısını göz önüne alarak 2n-1 ifadesine ulaşmışlardır. 6O2'nin örüntünün kuralını bulmak için yaptığı işlemler ve 6O2 ile yapılan mülakat aşağıdaki gibidir.



Şekil 4.47. 6O2'nin Sabit Artarak Genişleyen Şekil Örüntüsünün Kuralını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: Birinci şekilde 1, ikinci şekilde 3, üçüncü şekilde 5 ve dördüncü şekilde 7 tahta bloğu bulunmaktadır. Buna göre n. şekilde kaç tahta bloğu yer alır?

6O2: İkişer artıyor. Örüntünün kuralı $n \times 2$ *olur…*

A: Örüntünün kuralı tüm terimler için sağlanıyor mu?

6O2: … sağlanmıyor.

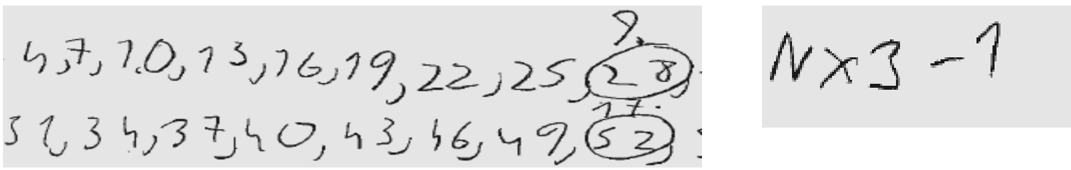
A: Kuralın doğru olması için ne yapmamız gerekir?

6O2: …(birinci şekil üzerinde düşünüyor) *1 çıkartmalıyız. Yani kural* $n \times 2 - 1$ *olur…*

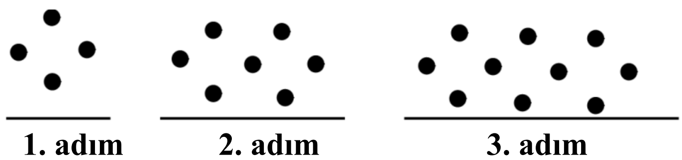
6O2, başlangıçta sadece şekillere karşılık gelen tahta bloklarının sayıları arasındaki farka göre örüntünün kuralını 2n olarak bulmuştur. Bulduğu ifadenin yanlış olduğunu tespit ettikten sonra birinci şekil ile birinci şekile karşılık gelen tahta bloğu sayısını göz önüne alarak örüntünün kuralını 2n-1 olarak bulmuştur. 6O2, soruda verilen n. şekildeki tahta bloklarının sayısını, örüntünün kuralı olarak yorumlamış ve buna göre işlem yapmıştır. 6O2, dokuzuncu ve yirmi birinci şekillerde yer alan tahta bloklarının sayısını da örüntünün kuralını kullanarak bulmuştur. Diğer öğrenciler ise şekillere karşılık gelen tahta blokları arasındaki farktan ulaştıkları kuralı araştırmacının uyarmasına gerek duymadan özellikle birinci şekil için deneyerek doğru bulmuşlardır.

Ayrıca bu soruda görsel stratejilerden herhangi birini kullanan öğrenciye rastlanmamıştır. Öğrenciler gerek yakın ve orta uzaklıktaki terimleri gerek örüntünün kuralını bulmaya çalışırken şekilleri değil de şekillerdeki tahta bloklarının sayısını göz önüne almışlardır.

Sabit artarak genişleyen şekil örüntüsü sorusunda (7. soru) öğrenciler belirgin (6V3, 6O1, 6O2, 6O3, 6Y1, 6Y2, 6Y3), yinelemeli ilişki (6O1, 6O2) ve sistemsiz tahmin-kontrol (6V1, 6V2) stratejilerini kullanarak örüntünün kuralını bulmaya çalışmışlardır. 6V1 ve 6V2'nin dışındaki öğrenciler örüntünün kuralını doğru bulmuş, yakın ve orta uzaklıktaki terimleri de buldukları kuralla tespit etmişlerdir. 6V1 yakın uzaklıktaki terimi bulurken yinelemeli ilişki, orta uzaklıktaki terimi bulurken yanlış bütüne genişletme stratejisini kullanmıştır. 6V2 ise yakın ve orta uzaklıktaki terimleri bulmak için yinelemeli ilişki stratejisini kullanmıştır. 6V2, 6O1 ve 6Y2'nin örüntünün kuralını bulmak için yaptıkları işlemler ve bu öğrencilerle yapılan mülakatlar aşağıdadır.



Şekil 4.48. 6V2'nin Sabit Artarak Genişleyen Şekil Örüntüsünün Kuralını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler



A: İlk üç adımı verilen örüntünün x. adımına karşılık gelen şekildeki nokta sayısını nasıl bulabiliriz?

6V2: Önce kuralı buluruz. Kural… $n \times 3 - 1$ *olur.*

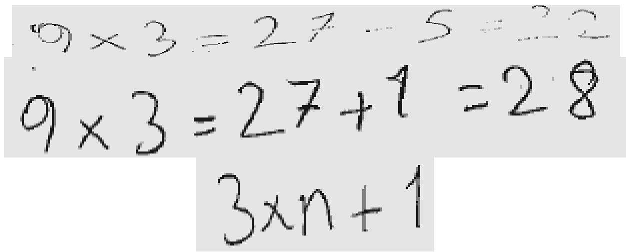
A: Bu sonuca nasıl ulaştın?

6V2: Çünkü üçer artmış. Bu yüzden $n \times 3$ *olmalı…*

A: -1 *sayısını niçin yazdın?*

6V2: …

6V2 yakın ve orta uzaklıktaki terimleri bulurken terimler arası farkı dikkate alarak örüntüyü devam ettirmiştir. Örüntünün kuralı için terimler arasındaki farkı dikkate alarak $3n$, sistemsiz tahmin-kontrol stratejisi ile örüntünün kuralı olan $3n-1$ ifadesine ulaşmıştır. $3n-1$ ifadesine nasıl ulaştığını açıklayamamıştır.



Şekil 4.49. 6O1'in Sabit Artarak Genişleyen Şekil Örüntüsünün Kuralını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A:… Buna göre 9. adıma karşılık gelen şekildeki nokta sayısını nasıl bulursunuz?

6O1:9 ile 3 ü çarparız.

A:Neden 3 ile çarpıyorsun?

6O1:Çünkü üçer artmış. Sonra da 27 den 5 i çıkarırız.

A:5 i neden çıkarıyorsun?

6O1:Kuraldan dolayı.

A:Kural nedir?

6O1:$n.3-5$ *dir.*

A:Bu kural tüm terimler için sağlanıyor mu?

6O1:4 yazdığımız zaman … 7 oluyor…

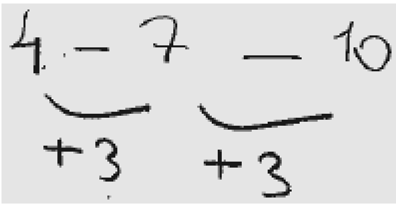
A:1 yazdığımız zaman 4 olması gerekmez mi?

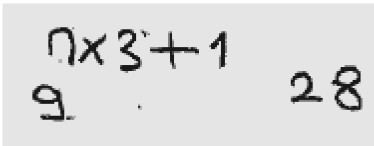
6O1:… hı…kural öyle bulunuyordu değil mi?... O zaman 9 ile 3 ü çarparız. Sonra da 1 ile toplarız.

A:Neden 1 ile topluyorsun?

6O1: Çünkü örüntünün kuralı $n.3+1$ dir.

6O1, birinci ve ikinci şekildeki nokta sayıları arasında örüntünün kuralını $3n-5$ olarak tespit etmiştir. Bu cevaba ulaşmasının en önemli sebepleri arasında şekil sırası ve şekillerdeki nokta sayılarını ilişkilendirememesi gösterilebilir. Sadece şekillerdeki nokta sayılarına odaklandığından doğru cevaba ulaşamamıştır. Yanlış cevaba ulaştığını fark ettikten sonra terimler arası farktan $3n$ ifadesine ulaşmıştır. Daha sonra ise birinci şekil ve birinci şekildeki nokta sayısını dikkate alarak örüntünün kuralını $3n+1$ olarak bulmuştur.





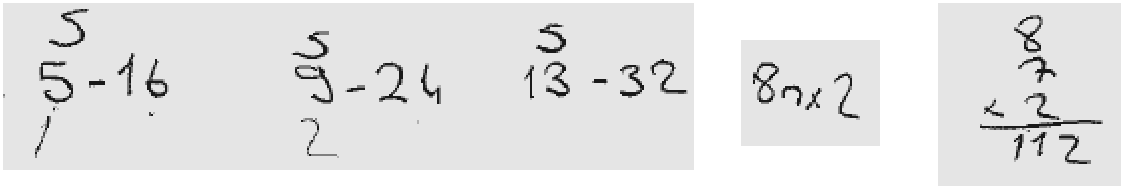
Şekil 4.50. 6Y2'nin Sabit Artarak Genişleyen Şekil Örüntüsünün Kuralını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: ... Buna göre 9. adıma karşılık gelen şekildeki nokta sayısını nasıl bulursunuz?

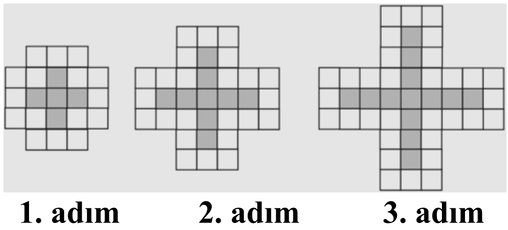
6Y2: Örüntünün kuralını bularak yapacağım. Birinci adımda 4, ikinci adımda 7 ve üçüncü adımda 10 nokta bulunmaktadır. Üçer artıyor. Bundan dolayı $n \times 3$ olacak. 1 için denersek $n \times 3+1$ olur. Diğer terimler için de denersek... kural doğru oluyor. ...

6Y2 yakın ve orta uzaklıktaki terimleri örüntünün kuralı ile bulmuştur. 6Y2 önce terimler arası farktan $3n$ ifadesine ulaşmıştır. Daha sonra birinci şekil ve birinci şekildeki nokta sayısını göz önüne alarak $3n+1$ ifadesini elde etmiştir.

Sabit artarak genişleyen şekil örüntüsü (8. soru) sorusunda öğrenciler belirgin (6V3, 6O1, 6O2, 6O3, 6Y1, 6Y2, 6Y3) ve yinelemeli ilişki (6V2) stratejilerini kullanarak örüntünün kuralını bulmaya çalışmışlardır. 6V2 ve 6V3 kuralı yanlış bulurken, diğer öğrenciler doğru cevaba ulaşmışlardır. 6V1 ve 6O3 dışındaki öğrencilerin tamamı yakın ve orta uzaklıktaki terimleri bulmak için kullandıkları stratejileri örüntünün kuralını bulmak için de kullanmışlardır. 6V1 yakın ve orta uzaklıktaki terimleri yanlış bütüne genişletme stratejisi ile bulmaya çalışırken, örüntünün kuralını bulmak için herhangi bir işlem yapmamıştır. 6O3 ise yakın uzaklıktaki terimi yinelemeli ilişki stratejisiyle, orta uzaklıktaki terimi de örüntün kuralı ile bulmuştur. 6V2, 6V3 ve 6Y3'ün örüntünün kuralını bulmak için yaptıkları işlemler ve bu öğrencilerle yapılan mülakatlar aşağıdaki gibidir.



Şekil 4.51. 6V3'ün Sabit Artarak Genişleyen Şekil Örüntüsünün Kuralını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler



A: ... Buna göre 7. adımda yer alan şekli çizebilmek için kaç beyaz kareye ihtiyaç vardır?

6V3: Birinci 16 beyaz, ikinci adımda 24 ve üçüncü adımda 32 beyaz kare var. Yedinci adımda yer alan beyaz kare sayısını bulabilmek için 8 ile 7 yi çarparız. Sonuç 56 olur.

A: 8 ile 7 yi neden çarptın?

6V3: Örüntünün kuralı 8n dir.

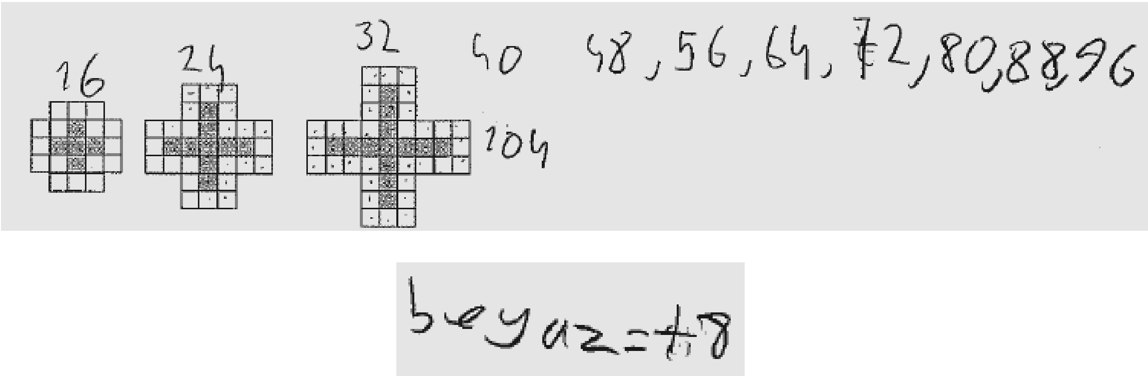
A:Bu kuralı nasıl bulduğunu açıklar mısın?

6V3:...

A: Bu kural diğer terimler için sağlanıyor mu?

6V3: ... 1 yazarsak 8 olur. 16 olması için 2 ile çarpmalıyız. Bu durumda kural $8n \times 2$ *olur. Yedinci adımdaki beyaz kare sayısını bulabilmek için 7, 8 ve 2 sayılarını çarparım.*

6V3 yakın terimi bulabilmek için örüntünün kuralını bulmaya çalışmıştır. Öncelikle terimler arası farkı dikkate alarak $8n$ ifadesine ulaşmış, daha sonra ise sadece birinci şekil ve birinci şekilde yer alan 16 beyaz kareyi dikkate alarak $8n.2$ ifadesine ulaşmıştır. 6V3'ün doğru cevaba ulaşamamasının önemli sebeplerinden birisi sadece birinci şekil için şekil sırası ile şekildeki kare sayısını göz önüne almasıdır. Doğru cevaba ulaşabilmesi için diğer şekillerin de göz önüne alınması gerektiğinin farkında olmamıştır.

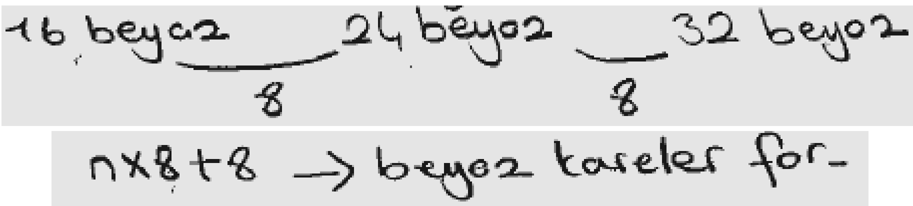


Şekil 4.52. 6V2'nin Sabit Artarak Genişleyen Şekil Örüntüsünün Kuralını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: …n. adımda yer alan şekli çizmek için kaç tane beyaz kareye ihtiyaç vardır?

6V2: Birinci adımda 16 beyaz, ikinci adımda 24 beyaz, üçüncü adımda 32 beyaz kare var. Beyaz karelerin kuralı sekizer artmasıdır…

6V2, yakın ve orta uzaklıktaki terimleri bulmak için yinelemeli ilişki stratejisini kullanmıştır. 6V2 herhangi bir değişken kullanmadan terimler arası farkın örüntünün kuralı olduğunu ifade etmiştir. 6V2'nin değişken kullanamaması doğru cevabı bulamamasının önemli sebeplerinden birisidir. Bir başka önemli sebep olarak da öğrencinin yakın ve orta uzaklıktaki terimi bulmak için kullandığı çözüm yolunu genellemeye çalışmasıdır.



Şekil 4.53. 6Y3'ün Sabit Artarak Genişleyen Şekil Örüntüsünün Kuralını Bulmak İçin

Yaptığı İşlemler

A: … Buna göre 7. adımda yer alan şekli çizebilmek için kaç beyaz kareye ihtiyaç vardır?

6Y3: Birinci adımda 16 beyaz, ikinci adımda 24 beyaz ve üçüncü adımda 32 beyaz kare var. Beyaz kare sayıları sekizer artmış… Beyaz kareler sekiz arttığı için $n \times 8$ kesinlikle olacak. 1 yazdığımızda 16 olmalıdır. …(ilk iki veya üç şekli inceliyor)… Buradan kural $n \times 8 + 8$ olur. …

6Y3 terimler arası farktan önce $8n$ ifadesine, daha sonra ise şekiller ile şekillerdeki kare sayılarını dikkate alarak $8n + 8$ ifadesine ulaşmıştır. 6Y2'nin kuralı doğru bulmasındaki en önemli faktör sadece bir şekilde yer alan kare sayısını dikkate almamasıdır. Diğer şekillerdeki kare sayılarını da göz önüne alarak 6V3'ün yaptığı hataya düşmemiştir.

Sabit artarak genişleyen sayı örüntüsü sorularında öğrencilerin örüntünün kuralını bulmak için kullandıkları stratejiler aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 4.12.

Altıncı Sınıf Öğrencilerinin Sabit Artarak Genişleyen Sayı Örüntüsü Sorularının Kuralını Bulmak İçin Kullandıkları Stratejiler

Çözüm Stratejileri	5. Soru	6. Soru
Yinelemeli İlişki	6V1, 6V2, 6V3	-
Belirgin	6O1, 6O2, 6O3, 6Y1, 6Y2, 6Y3	6V3, 6O1, 6O2, 6O3, 6Y1, 6Y2, 6Y3
Yanlış Bütüne Genişletme	-	6V2

Sabit artarak genişleyen örüntü sorusunda (5. soru) öğrenciler yinelemeli ilişki ve belirgin stratejilerle örüntünün kuralını bulmaya çalışmışlardır. Yinelemeli ilişki stratejisini kullanan öğrenciler çember ve kare sayıları arasındaki ilişkiyi sözel olarak doğru ifade edip, bu ilişkiyi değişkenlerle veya geometrik şekillerle gösterememişlerdir.

Öğrencilerden sadece 6O2 değişken kullanarak örüntünün kuralını ifade etmiştir. 6V3 ve 6O2'nin örüntünün kuralını bulmak için yaptığı işlemler ve bu öğrencilerle yapılan mülakatlar aşağıda verilmiştir.

Şekil 4.54. 6V3'ün Sabit Artarak Genişleyen Şekil Örüntüsünün Kuralını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A:

○	1	2	3	….
□	0	1	2	…..

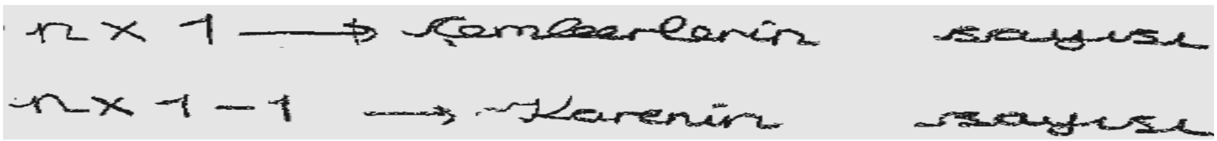
○ ve □ *şekillerine karşılık gelen sayılar belli bir kurala göre sıralanarak bir örüntü oluşturulmuştur. Buna göre kare ve çember şekillerine karşılık gelen sayılar arasındaki ilişkinin kuralı nedir?*

6V3: Çember sayıları üçgen sayılarında 1 fazladır.

A: Söylediğin ifadeyi n e bağlı yazabilir misin?

6V3:…

6V3 çember ve kare sayıları arasındaki ilişkinin kuralını değişken kullanmadan geometrik sembollerle terim sırasını dikkate almadan ifade etmiştir. Yukarıdaki formül çember veya kare sayılarından biri verildiğinde, diğerini bulmak için kullanılabilir. Ancak bu formüller terim sırası veya herhangi bir terimde bulunan kare veya çember sayısı sorulduğu zaman, öğrencileri doğru cevaba ulaştırmada yetersiz olacaktır.



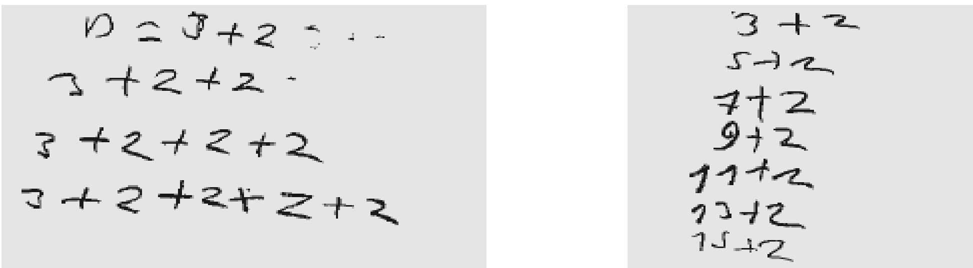
Şekil 4.55. 6O2'nin Sabit Artarak Genişleyen Şekil Örüntüsünün Kuralını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: ...Buna göre kare ve çember şekillerine karşılık gelen sayılar arasındaki ilişkinin kuralı nedir?

6O2: Kare sıfır iken çember bir, kare bir iken çember iki olmuş. Kare sayıları çember sayılarının 1 eksiği oluyor. Buna göre çemberlerin sayısı $n \times 1$ *dir. Karelerin sayısı ise* $n \times 1 - 1$ *olur.*

Örüntünün kuralını bulurken sadece 6O2, çember ve kare sayılarını veren formülleri ayrı ayrı bulmuştur. 6O2, hem çember hem de kare sayılarını veren formülleri bulurken kare ve çember sayılarını terimlere karşılık gelen sayılar olarak düşünmüş ve buna göre işlem yapmıştır.

Sabit artarak genişleyen ve sözel problem şeklindeki örüntü (6. soru) sorusunda öğrenciler belirgin strateji (6V3, 6O1, 6O2, 6O3, 6Y1, 6Y2, 6Y3) ve değişken kullanamadan yanlış bütüne genişletme stratejisi (6V2) ile örüntünün kuralını bulmaya çalışmışlardır. 6V1 soruyu cevapsız bırakırken, 6V2 kuralı bulamamıştır. Diğer öğrenciler ise kuralı doğru bulmuşlardır. Yakın veya orta uzaklıktaki terimleri bulmak için çarpım tablosu arama stratejisini kullanan öğrenciler örüntünün kuralını doğru bulmuşlardır. Yakın veya orta uzaklıktaki terimleri bulmak için çarpım tablosu arama stratejisini kullanmayan öğrenciler (6V1, 6V2) örüntünün kuralını doğru bulamamışlardır. 6V2 ve 6Y3'ün bu soruyu çözebilmek için yaptıkları işlemler ve bu öğrencilerle yapılan mülakatlar aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.56. 6V2'nin Sabit Artarak Genişleyen ve Sözel Problem Şeklindeki Örüntünün Kuralını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: Bir taksicinin ücret tarifesi "açılışı 3 TL ve her 1 km için 2 TL" şeklindedir. Bu taksi ile yapılacak yolculuğa bağlı olarak ödenmesi gereken ücreti veren bir formül kurunuz?

6V2: 1 km için $3+2$ *lira, 2 km için* $3+2+2$*, 3 km için* $3+2+2+2$*, 4 km için* $3+2+2+2+2$ *lira,...bu şekilde devam eder.*

A: Bu ifadeleri kurala nasıl çevirirsin?

6V2: Kural da $3+2$, $5+2$, $7+2$, $9+2$, *… ,* $15+2$ *şeklinde olur.*

6V2 yakın ve orta uzaklıktaki terimi yinelemeli ilişki stratejisi ile bulmaya çalışmış, ancak doğru cevaplara ulaşamamıştır. Örüntünün kuralını bulmak için de yakın ve orta uzaklıktaki terimleri bulmak için kullandığı stratejiyi devam ettirmeye çalışmış ancak başarılı olamamıştır. Yazdığı sayıları değişken kullanarak ifade edememiştir.

$$3+2+2+2+2+2+2+2+2=19$$

$$17\times 2=34+3=37$$

$$3+2\times n$$

Şekil 4.57. 6Y3'ün Sabit Artarak Genişleyen ve Sözel Problem Şeklindeki Örüntünün Kuralını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A:… Bu taksi ile yapılacak yolculuğa bağlı olarak ödenmesi gereken ücreti veren bir formül kurunuz?

6Y3:… 8 km yolculuk için ödenecek para $3+2+2+2+2+2+2+2+2$ *şeklinde bulunur. 8 ile 2 yi çarparsak sonuç 16 olur. 16 ile de 3 ü toplarsak cevap 19 olur. …17 km için de 17 ile 2 yi çarparım. ... Sonuç 34 olur. 34 ile de açılış ücreti olan 3 lirayı toplarsam cevap 37 olur…*

A: Kuralı bulabilmek için nasıl bir yol izlersin?

6Y3:… Şimdi 3 açılış ücreti olduğu için kuralda kesinlikle olacak…8 km için 8 ile 2 yi çarpmıştım. 17 km için 17 ile 2 yi çarptım…

A: Devamını nasıl yaparsın?

6Y3: … n ile 2 yi çarparım. Kural $n\times 2+3$ *olur.*

6Y3 yakın uzaklıktaki terimi yinelemeli ilişki, orta uzaklıktaki terimi çarpım tablosu arama stratejileri ile bulmuştur. Örüntünün kuralını ise belirgin strateji ile doğru bulmuştur. 6Y3 sayılardan değişkene geçerken zorlansa da doğru cevaba ulaşmayı başarmıştır.

4.1.4. Altıncı Sınıf Öğrencilerinin Örüntüleri Oluşturma ve Devam Ettirme Stratejilerinin İncelenmesi

Mülakat sırasında öğrencilere yöneltilen örüntü oluşturma sorusu (4. soru) ve çalışma grubundan elde edilen bulgular aşağıda verilmiştir.

○, △, □,... *geometrik sembollerinden herhangi birini veya birilerini kullanarak bir örüntü oluşturunuz. Oluşturduğunuz örüntünün 9. terimine karşılık gelen değeri bulunuz.*

6. sınıf öğrencilerinin oluşturdukları örüntü çeşitleri aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 4.13.

Altıncı Sınıf Öğrencilerinin Oluşturdukları Örüntü Çeşitleri

4. Soru	
Oluştulan Örüntü Çeşidi	Öğrenciler
Tekrarlı Örüntü	6V1, 6V2, 6O1, 6O3, 6Y1, 6Y2
Sabit Artarak Genişleyen Örüntü	6V3, 6O2, 6Y3

6. sınıf öğrencilerinin örüntüleri devam ettirmek için kullandıkları stratejiler aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 4.14

Altıncı Sınıf Öğrencilerinin Örüntüleri Devam Ettirmek İçin Kullandıkları Stratejiler

Stratejiler	4. Soru	9. Soru	10. Soru
Sayma	6V1	-	-
Çizme	6V2, 6O1, 6O3, 6Y2	-	-
Bölümden Kalanı Sayma	6Y1	-	-
Çarpım Tablosu Arama	6V3, 6O2	-	-
Yinelemeli İlişki	-	6V1, 6V2, 6V3, 6O1, 6O2, 6O3, 6Y3	6V1, 6V2, 6V3, 6O2, 6O3, 6Y1, 6Y2, 6Y3
Kuraldan Yapma	6Y3	6Y1, 6Y2	6O1

Öğrenciler tekrarlı örüntü (6V1, 6V2, 6O1, 6O3, 6Y1, 6Y2) ve sabit artarak genişleyen örüntü (6V3, 6O2, 6Y3) oluşturmuşlardır. Öğrenciler oluşturdukları örüntülerin dokuzuncu terimlerini bulmak için sayma (6V1), çizme (6V2, 6O1, 6O3, 6Y2), bölümden kalanı sayma (6Y1), çarpım tablosu arama (6V3, 6O2) ve kuraldan yapma (6Y3) stratejilerini kullanmışlardır. Tekrarlı örüntü oluşturan öğrencilerin oluşturdukları örüntülerin tekrar birimleri 3’tür. Tekrarlı örüntü oluşturan öğrencilerin oluşturdukları örüntülerde, soruda verilen geometrik şekillerin sırasının önemli bir etkisinin olduğu düşünülmektedir. Çünkü 6V2 dışındaki öğrenciler geometrik şekilleri soruda verildiği sırayı değiştirmeden tekrarlı örüntü oluşturmuşlardır. Sadece 6V2 çember ve üçgen şekillerinin yerini değiştirerek tekrarlı örüntü oluşturmuştur. 6V1 ve 6Y3’ün oluşturdukları örüntülerin dokuzuncu terimlerini bulmak için yaptıkları işlemler ve bu öğrencilerle yapılan mülakatlar aşağıda verilmiştir.

Şekil 4.58. 6V1’in Oluşturduğu Örüntü ve 9. Terimi Bulabilmek İçin Yaptığı İşlemler

A: Çember, üçgen ve kare sembollerinden birini veya birilerini kullanarak bir örüntü oluşturunuz.

6V1: Soruda verildiği sırayla oluştururum…

A: Oluşturduğun bu örüntünün dokuzuncu terimine karşılık gelen geometrik şekil nedir?

6V1: … Dokuzuncu terime kare karşılık gelir.

6V1, geometrik şekilleri soruda verildiği şekliyle sıralayarak tekrar birimi 3 olan tekrarlı örüntü oluşturmuştur. Çizdiği şekillerin her birini bir terim olarak kabul etmiş ve dokuzuncu şekli kare olarak bulmuştur.

Şekil 4.59. 6Y3’ ün Oluşturduğu Örüntü ve 9. Terimi Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: Çember, üçgen ve kare sembollerinden birini veya birilerini kullanarak bir örüntü oluşturunuz.

6Y3: İstediğim gibi yapabilir miyim?

A: Evet, yapabilirsin.

6Y3: Yerlerini filan da değiştirebilir miyim?

A: Değiştirebilirsin. İstediğin kadar şekli kullanabilirsin.

6Y3: Birinci adımda 1, ikinci adımda 2, üçüncü adımda 3 ve dördüncü adımda 4 üçgen çizerim. Her adımda 1 artan bir örüntü oluşturmuş oluruz.

A: Oluşturduğun bu örüntüye göre 9. terimde kaç tane üçgen bulunur?

6Y3: Üçgen sayıları birer arttığı için örüntünün kuralı $n \times 1$ *olur. Kurala göre de dokuzuncu adımda 9 üçgen bulunur.*

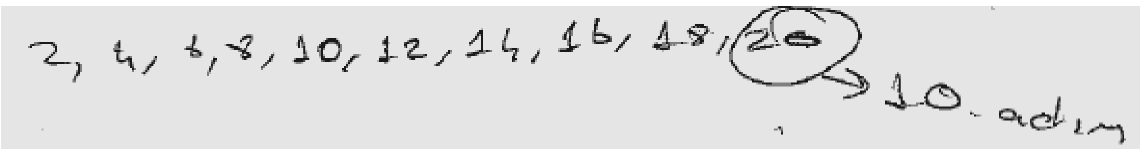
6Y3, sabit artarak genişleyen örüntü oluşturmuştur. Dokuzuncu terimi bulabilmek için öncelikle örüntünün kuralını bulmuş, daha sonra kural ile doğru cevaba ulaşmıştır.

Mülakat sırasında öğrencilere yöneltilen örüntü oluşturma sorusu (9. soru) ve çalışma grubundan elde edilen veriler:

2 4 6 8…

Yukarıda ilk dört adımı verilen sayı örüntüsünü 10. adıma kadar devam ettiriniz.

Öğrenciler bu soruda terimler arası farkı kullanarak örüntüyü devam ettirmişlerdir. Öğrencilerden sadece ikisi (6Y1, 6Y2) örüntünün kuralını bulduktan sonra örüntüyü devam ettirmişlerdir. 6V1 ve 6Y2'nin bu sorunun çözümü için yaptığı işlemler ve bu öğrencilerle yapılan mülakatlar aşağıdadır.

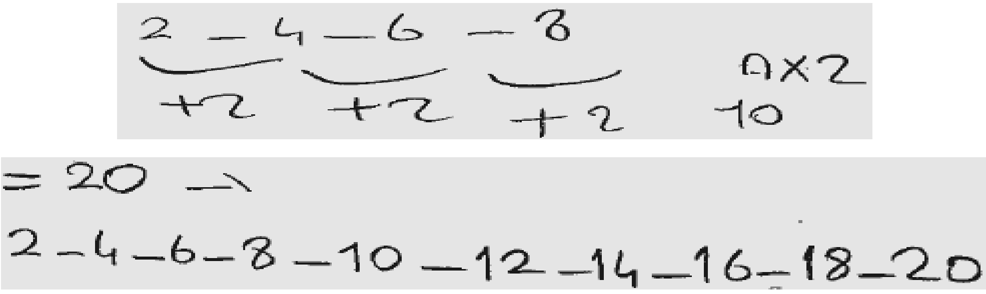


Şekil 4.60. 6V1'in Sabit Artarak Genişleyen Örüntüyü Devam Ettirmek İçin Yaptığı İşlemler

A: İlk dört terimi verilen sayı örüntüsünü 10. adıma kadar devam ettirebilir misin?

6V1: Sayılar hep ikişer artmış. Birinci terim 2, ikinci terim 4, üçüncü terim 6, ... ve onuncu terim 20 olur.

6V1 terimler arası farkı dikkate alarak örüntüyü onuncu adıma kadar devam ettirmiştir.



Şekil 4.61. 6Y2'nin Sabit Artarak Genişleyen Örüntüyü Devam Ettirmek İçin Yaptığı İşlemler

A: İlk dört terimi verilen sayı örüntüsünü 10. adıma kadar devam ettiriniz.

6Y2: Sayılar ikişer artmış. İkişer arttığından kural n ile 2 nin çarpımıdır. 10 ile 2 yi çarparsam cevap 20 olur.

A:Soru bizden 10. adımı mı yoksa 10. adıma kadar devam ettirmemizi mi istiyor?

6Y2: ... İkincisini istiyormuş. O zaman sayıları ikişer arttırarak 20 ye kadar devam ettireceğim.

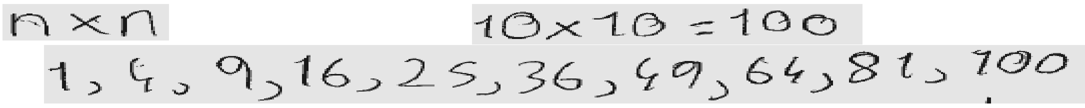
6Y2 terimler arası farkı kullanarak örüntünün kuralını bulmuştur. Onuncu terimi bulduktan sonra, birinci terimden onuncu terime kadar örüntüyü devam ettirmiş ve doğru cevaba ulaşmıştır.

Mülakat sırasında öğrencilere yöneltilen örüntü oluşturma sorusu (10. soru) ve çalışma grubundan elde edilen veriler:

1, 4, 9, …

Yukarıda verilen sayı örüntüsünü 10. terime kadar devam ettiriniz.

Öğrenciler terimler arası fark (6V1, 6V2, 6V3, 6O2, 6O3, 6Y1, 6Y2, 6Y3) ve örüntünün kuralını bularak (6O1) örüntüyü devam ettirmişlerdir. 6O1 ve 6O2'nin bu sorunun çözümü için yaptığı işlemler ve bu öğrencilerle yapılan mülakatlar aşağıda verilmiştir.

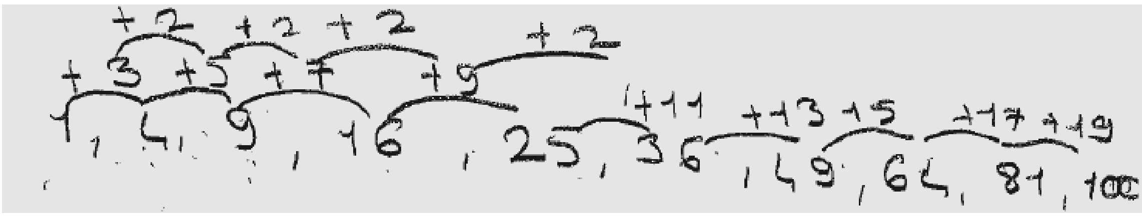


Şekil 4.62. 6O1'in Artarak Genişleyen Örüntüyü Devam Ettirmek İçin Yaptığı İşlemler

A: İlk üç terimi verilen sayı örüntüsünü 10. terime kadar devam ettirebilir misin?

6O1: Birinci terim 1, ikinci terim 4 ve üçüncü terim 9 olarak verilmiş… Birinci terim 1 çarpı 1, ikinci terim 2 çarpı 2 ve üçüncü terim 3 çarpı 3 olduğu için örüntünün kuralı da $n \times n$ *olur… Buradan onuncu terim de 10 çarpı 10 dan 100 olur…*

6O1 terim sırası ve terimlere karşılık gelen sayıları ilişkilendirerek örüntünün kuralını bulmuştur. Daha sonra kuralı kullanarak örüntüyü onuncu terime kadar devam ettirmiştir.



Şekil 4.63. 6O2'nin Artarak Genişleyen Örüntü Sorunun Terimlerini Devam Ettirmek İçin Yaptığı İşlemler

A: İlk üç terimi verilen sayı örüntüsünü 10. terime kadar devam ettirebilir misin?

6O2: … 3 artmış, 5 artmış. Demek ki artanların da aralarında bir ilişki var. Bir sonraki terim 5 in 2 fazlası yani 7 artacak. Dördüncü terim 16 olur. 9 artarsa beşinci terim 25, 11 artarsa altıncı terim 36,…, 19 artarsa onuncu terim 100 olur.

6O2, terimler arası farkı kullanarak örüntüyü devam ettirmiştir. Terimler arası farkı bulurken de farkların farkını dikkate almıştır.

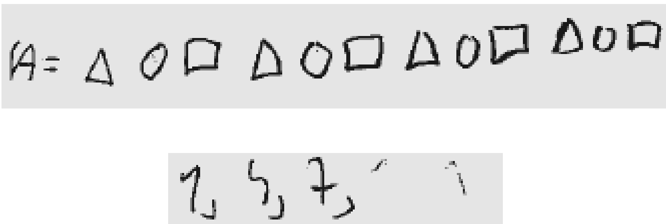
Mülakat sırasında öğrencilere yöneltilen 4. soru örüntü oluşturma ile ilgilidir. Bu soruda öğrencilerden oluşturdukları örüntülerin kurallarını da bulmaları istenmiştir.

Öğrencilerin oluşturdukları örüntülerin kurallarını bulmak için kuşllandıkları stratejiler aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 4.15.
Altıncı Sınıf Öğrencilerinin Oluşturdukları Örüntülerin Kurallarını Bulmk İçin Kullandıkları Stratejilerin İncelenmesi

Stratejiler	4. Soru
Yinelemeli İlişki	6V2
Belirgin	6V1, 6V3, 6O1, 6O2, 6O3, 6Y1, 6Y2, 6Y3

6V2 yinelemeli ilişki stratejisi ile oluşturduğu örüntünün kuralını bulamazken, diğer öğrenciler belirgin strateji ile oluşturdukları örüntülerin kurallarını doğru bulmuşlardır. 6V2 ve 6O3'ün oluşturdukları örüntünün kuralını bulmak için yaptıkları işlemler ve bu öğrencilerle yapılan mülakatlar aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.64. 6V2'nin Oluşturduğu Örüntünün Kuralını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

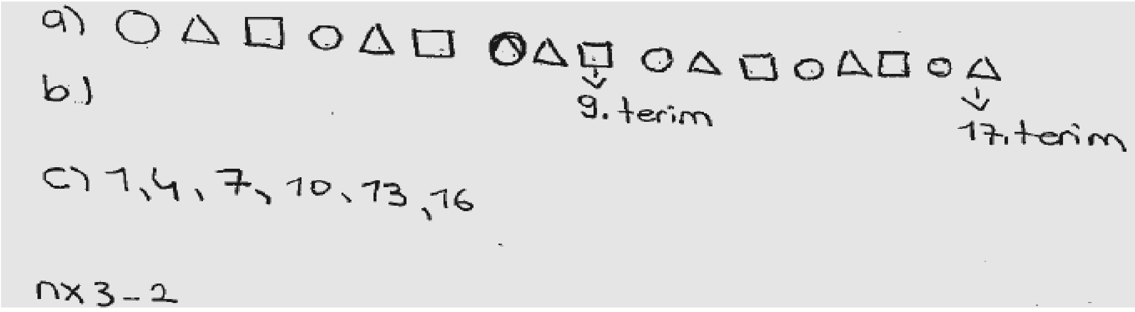
A: Oluşturduğun bu örüntüye göre üçgenlerin kaçıncı adımlarda yer aldığını veren formülü nasıl kurabilirsin?

6V2: Birinci, dördüncü ve yedinci adımlarda üçgenler vardır.

A: Bu ifadeleri kurala nasıl çevirebiliriz?

6V2: Üç…üçer artıyor…

6V2, tekrar birimi 3 olan tekrarlı şekil örüntüsü oluşturmuştur. Bu örüntüde üçgen şekillerinin sırasını veren kuralı bulmak için öncelikle üçgenlerin sıralarını tespit etmiştir. Daha sonra üçgenlerin sırasını göz önüne alarak tekrarlı şekil örüntüsünü sayı örüntüsüne çevirmiştir. Sayı örüntüsünün kuralını da yinelemeli strateji ile bulmaya çalışmış ancak başarılı olamamıştır.



Şekil 4.65. 6O3'ün Oluşturduğu Örüntünün Kuralını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: …Oluşturduğun bu örüntüye göre çember şekillerinin yerini veren formülü bulabilir misin?

6O3: Çemberler 1, 4, 7, 10, 13 ve 16. adımlarda yer almaktadırlar. Üçer artmış kural … $n \times 3 - 2$ *olur. 1 yazdığımızda, 2 yazdığımızda sağlanıyor.*

6O3, tekrar birimi 3 olan tekrarlı şekil örüntüsü oluşturmuştur. Bu örüntüde çember şekillerinin sırasını veren kuralı bulmak için öncelikle çemberlerin sıralarını tespit etmiştir. Daha sonra çemberlerin sırasını göz önüne alarak örüntüyü sayı örüntüsüne çevirmiştir. Sayı örüntüsünün kuralını da belirgin strateji ile bulmuştur.

4.1.5. Altıncı Sınıf Öğrencilerinin Örüntüleri Modelleme Stratejilerinin İncelenmesi

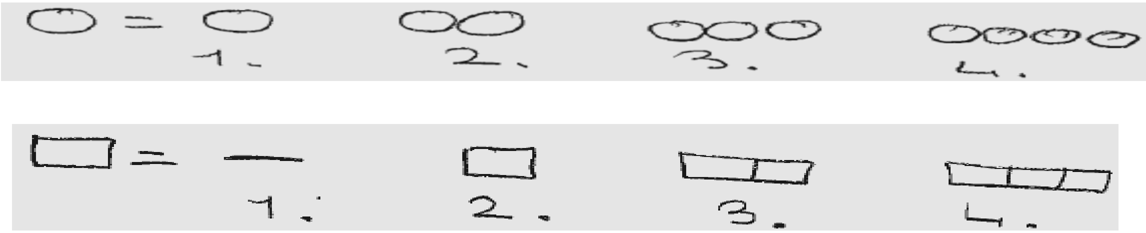
Bu bölümde modelleme ile ilgili sorulara ve öğrencilerden elde edilen bulgulara yer verilmiştir. Öğrencilere verilen sayılara uygun model geliştirilmesi ile ilgili üç soru yöneltilmiştir. Bu sorulardan ikisi sabit artarak genişleyen birisi de artarak genişleyen örüntülerle ilgilidir.

Öğrencilerden ilk dört terimine uygun model geliştirilmesi istenen sabit artarak genişleyen örüntü sorusu (5. soru) aşağıda verilmiştir.

◯	1	2	3	….
□	0	1	2	…..

○ ve □ *şekillerine karşılık gelen sayılar belli bir kurala göre sıralanarak bir örüntü oluşturulmuştur.* ○ *ve* □ *şekillerinin ilk dört terimlerine karşılık gelen değerleri modelleyiniz.*

Öğrenciler, çember şekline karşılık gelen sayıları çember, kare sayılarına karşılık gelen sayıları kare (6V1, 6V2, 6O1, 6O2, 6O3, 6Y1, 6Y3), sadece çember (6Y2) ve sadece kare (6V3) şekilleriyle modelleme yapmışlardır. 6O2'nin yaptığı modelleme ve 6O2 ile yapılan mülakat aşağıdaki gibidir.



Şekil 4.66. 6O2'nin Çember ve Kare Şekillerine Karşılık Gelen Sayılar İçin Yaptığı Modelleme

A: Çember ve kare şekillerinin ilk dört terimlerine karşılık gelen sayıları modelleyiniz.

6O2: Çember şekline karşılık gelen sayılarda birinci için 1, ikinci için 2, üçüncü için 3, dördüncü için 4 çember çizerim. Kare şekline karşılık gelen sayılarda birinci için boş bırakırım, ikinci için 1, üçüncü için 2 ve dördüncü için 3 kare çizerim.

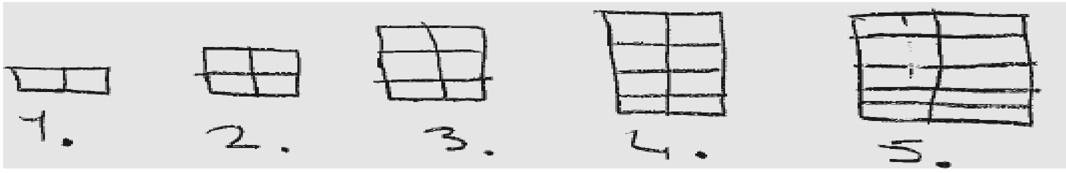
Öğrencilerin yaptıkları modellemelerde soruda verilen kare ve çember şekillerinin etkisinin olduğu görülmektedir. Çünkü öğrenciler kare ve çemberden başka geometrik şekil kullanmamışlardır. Farklı bir geometrik şekille modelleme yapan öğrenciye rastlanmamıştır. Öğrencilerin bu şekilde modelleme yapmaları soruda kullanılan geometrik şekillerin öğrencilerin modelleme yapmalarında etkili olması şeklinde yorumlanabilir.

Öğrencilerden ilk beş terimine uygun model geliştirilmesi istenen sabit artarak genişleyen örüntü sorusu (9. soru) aşağıda verilmiştir.

2 4 6 8 …

Yukarıda bir sayı örüntüsünün ilk 4 adımı verilmiştir. Bu örüntünün ilk 5 adımındaki sayılara uygun model geliştiriniz.

Öğrenciler bu soru için modelleme yaparken nokta (6Y2), üçgen (6O1, 6O3, 6Y3), kare (6V2, 6O2, 6Y1) ve çember (6V1, 6V3) şekillerini kullanmışlardır. Öğrenciler bu modellemeleri satır boyunca (6V3, 6O3, 6Y1, 6Y3) ve satır-sütun şeklinde (6V1, 6V2, 6O1, 6O2, 6Y2) yapmışlardır. 6O2, 6O3, 6Y1 ve 6Y2'nin yaptıkları modeller ve bu öğrencilerle yapılan mülakatlar aşağıda verilmiştir.

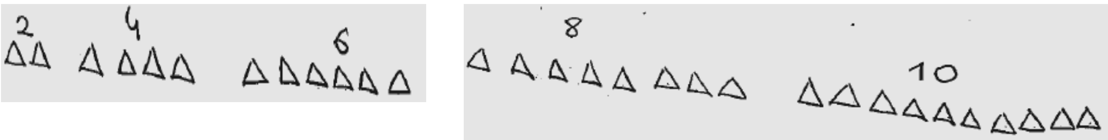


Şekil 4.67. 6O2'nin Sabit Artarak Genişleyen Örüntü Sorusunun İlk Beş Terimine Karşılık Gelen Sayılar İçin Yaptığı Modelleme

A: Örüntünün ilk beş adımındaki sayılara uygun model geliştiriniz.

6O2: Birinci adımda 2 kare, ikinci adımda 4 kare, üçüncü adımda 6 kare, dördüncü adımda 8 kare ve beşinci adımda 10 kare çizerek modellerim.

6O2 örüntünün ilk beş terimine karşılık gelen sayıları satır-sütun şeklinde bitişik karelerle modellemiştir.

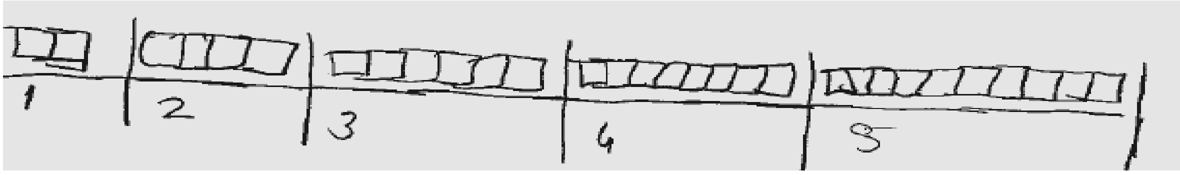


Şekil 4.68. 6O3'ün Sabit Artarak Genişleyen Örüntü Sorusunun İlk Beş Terimine Karşılık Gelen Sayılar İçin Yaptığı Modelleme

A: Örüntünün ilk beş adımındaki sayılara uygun model geliştiriniz.

6O3: Üçgenlerle modellemek istiyorum. Birinci adımda 2 üçgen, ikinci adımda 4 üçgen, üçüncü adımda 6 üçgen, dördüncü adımda 8 üçgen ve beşinci adımda 10 üçgen bulunur.

6O3, örüntünün ilk beş terimine karşılık gelen sayıları satır boyunca üçgenlerle modellemiştir.



Şekil 4.69. 6Y1’in Sabit Artarak Genişleyen Örüntü Sorusunun İlk Beş Terimine Karşılık Gelen Sayılar İçin Yaptığı Modelleme

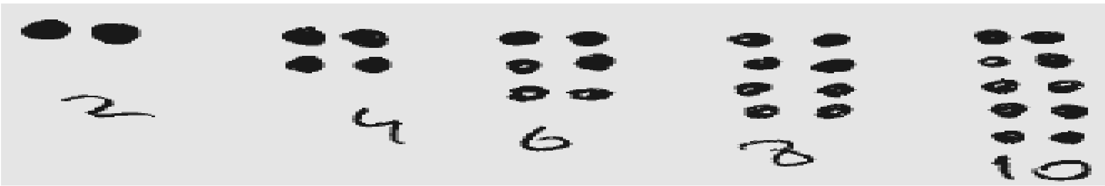
A: Örüntünün ilk beş adımındaki sayılara uygun model geliştiriniz?

6Y1: İstediğim şekli çizebilir miyim?

A: Evet. İstediğin şekille ilk beş terimdeki sayıları modelleyebilirsin.

6Y1: Birinci adımda 2 kare, ikinci adımda 4 kare, üçüncü adımda 6 kare, dördüncü adımda 8 kare ve beşinci adımda 10 kare çizerek modellerim.

6Y1, örüntünün ilk beş terimine karşılık gelen sayıları satır boyunca bitişik karelerle modellemiştir.



Şekil 4.70. 6Y2’nin Sabit Artarak Genişleyen Örüntü Sorusunun İlk Beş Terimine Karşılık Gelen Sayılar İçin Yaptığı Modelleme

A: Örüntünün ilk beş adımındaki sayılara uygun model geliştiriniz.

6Y2: Nokta ile modellemek istiyorum. Birinci adıma 2, ikinci adıma 4,… ve beşinci adıma 10 nokta çizerim.

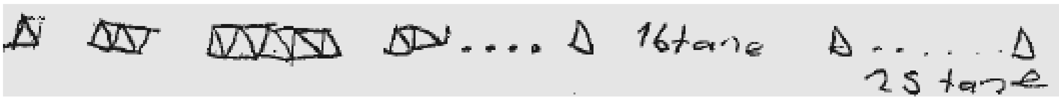
6Y2 örüntünün ilk beş terimine karşılık gelen sayıları satır-sütun şeklinde noktalarla modellemiştir. Öğrencilerin yukarıdaki şekillerde modelleme yapmalarında önceki konuların özellikle süslemeler, derslerinde kullanılan örneklerin yanı sıra kendi yaratıcılıklarının da etkileri olduğu söylenebilir.

Öğrencilerden ilk beş terimine uygun model geliştirilmesi istenen artarak genişleyen örüntü sorusu (10. soru) aşağıda verilmiştir.

1, 4, 9, …

Yukarıda verilen sayı örüntüsünün ilk 5 terimini çokgenler kullanarak modelleyiniz.

Artarak genişleyen örüntü (10. soru) sorusunda öğrenciler terimlere karşılık gelen sayılara, satır-sütun şeklinde bitişik karelerle (6Y2, 6Y3), satır boyunca bitişik karelerle (6V1, 6O2, 6Y1), satır boyunca karelerle (6O3), satır-sütun şeklinde üçgenlerle (6V2, 6O1), satır boyunca bitişik üçgenlerle (6V3) modelleme yapmışlardır. 6V3, 6Y2 ve 6Y3'ün yaptıkları modeller ve bu öğrencilerle yapılan mülakatlar aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.71. 6V3'ün Artarak Genişleyen Örüntü Sorusunun İlk Beş Terimine Karşılık Gelen Sayılar İçin Yaptığı Modelleme

A: İlk beş terimi çokgenler kullanarak modelleyebilir misin?

6V3: Birinci terim için 1, ikinci terim için 4, …, beşinci terim için 25 üçgen çizerim.

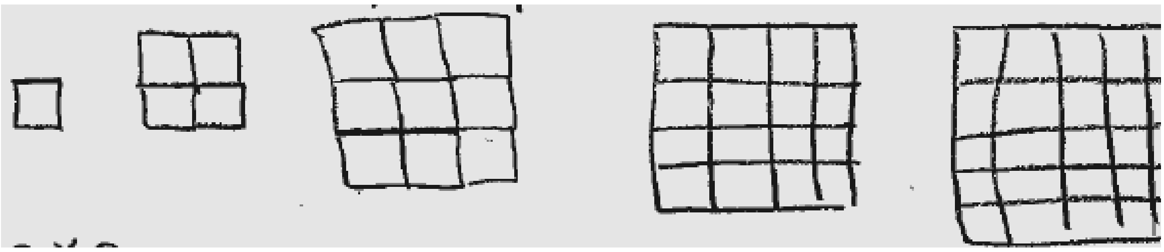
6V3 örüntünün ilk beş terimine karşılık gelen sayıları satır boyunca bitişik üçgenlerle modellemiştir.

Şekil 4.72. 6Y2'nin Artarak Genişleyen Örüntü Sorusunun İlk Beş Terimine Karşılık Gelen Sayılar İçin Yaptığı Modelleme

A: İlk beş terimi çokgenler kullanarak modelleyebilir misin?

6Y2: Birinci terim için 1, ikinci terim için 4, …, beşinci terim için 25 kare çizerim.

6Y2 örüntünün ilk beş terimine karşılık gelen sayıları satır-sütun şeklinde bitişik karelerle modellemiştir.



Şekil 4.73. 6Y3'ün Artarak Genişleyen Örüntü Sorusunun İlk Beş Terimine Karşılık Gelen Sayılar İçin Yaptığı Modelleme

A: İlk beş terimi çokgenler kullanarak modelleyebilir misin?

6Y3: Kareleri kullanacağım. Birinci terim için 1, ikinci terim için 4, ..., beşinci terim için 25 kare çizerim.

6Y3 örüntünün ilk beş terimine karşılık gelen sayıları satır-sütun şeklinde bitişik karelerle modellemiştir. Öğrencilerin bu soru için yaptıkları modellerden özellikle 6Y3'ün yaptığı modellemenin diğerlerinden farklı olduğu düşünülmektedir. Bu şekillerin kullanılarak örüntünün kuralının bulunmasının, diğer modellemelerin kullanılarak örüntünün kuralının bulunmasına göre daha kolay olabileceği düşünülmektedir. Öğrencilerin çoğunluğunun oluşturduğu modeller, 6Y2 ve 6V3'ün yaptığı modeller ile paralellik göstermektedir. Ayrıca 6V3'ün yaptığı modellerde süsleme konusunun etkisinin olduğu söylenebilir.

4.2. Yedinci Sınıf Öğrencilerinin Örüntüleri Genelleyebilme Süreçleri

Bu kesimde yedinci sınıf öğrencilerinin örüntülerin yakın uzaklıktaki terimlerini, orta uzaklıktaki terimlerini ve kurallarını bulmak için kullandıkları stratejilerden elde edilen bulgular ile örüntü oluşturma stratejilerinden elde edilen bulgular verilmiştir.

4.2.1. Yedinci Sınıf Öğrencilerinin Örüntülerin Yakın Uzaklıktaki Terimleri Bulmak İçin Kullandıkları Stratejilerin İncelenmesi

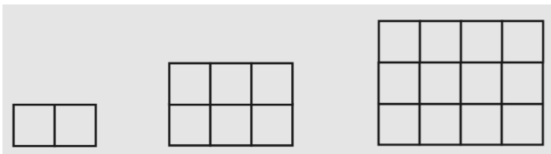
Yedinci sınıf öğrencilerinin artarak genişleyen şekil örüntüsü sorusunda yakın uzaklıktaki terimleri bulmak için kullandıkları stratejiler aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 4.16.

Yedinci Sınıf Öğrencilerinin Artarak Genişleyen Şekil Örüntüsü Sorusunda Yakın Uzaklıktaki Terimi Bulmak İçin Kullandıkları Stratejiler

Stratejiler	1. Soru
Yinelemeli İlişki	7V1, 7V2, 7O1, 7O3, 7Y3
Kural	7V3, 7O2, 7Y2

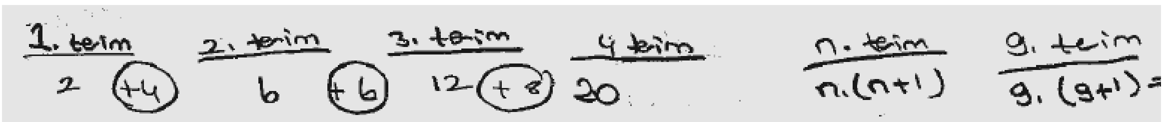
Mülakat sırasında öğrencilere yöneltilen artarak genişleyen şekil örüntüsü sorusu (1. soru) ve çalışma grubundan elde edilen veriler:



1. Şekil **2. Şekil** **3. Şekil**

Birim karelerden oluşan şekiller belli bir kurala göre sıralanarak bir örüntü meydana getirmişlerdir. Buna göre 9. şekli oluşturmak için kaç birim kareye ihtiyaç vardır?

Öğrenciler yakın uzaklıktaki terimi bulmak için kuraldan yapma ve yinelemeli ilişki stratejilerini kullanmışlardır. 7Y1 bu soruyu cevapsız bırakmış, diğer öğrenciler doğru cevaba ulaşmıştır. 7O2 ve 7O3'ün yakın uzaklıktaki terimi bulmak için yaptıkları işlemler ve bu öğrencilerle yapılan mülakatlar aşağıda verilmiştir.

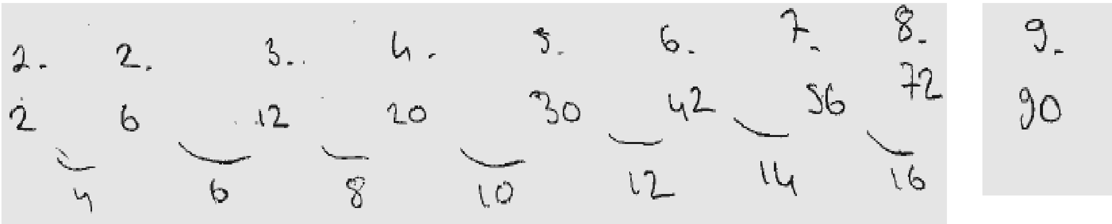


Şekil 4.74. 7O2'nin 9. Adımı Bulabilmek İçin Yaptığı İşlemler

A: ...Bu örüntüye göre 9. şekli oluşturmak için kaç kareye ihtiyaç vardır?

7O2: Birinci adım ile ikinci adım arasında 4 artmış, bir sonrakinde 6 artmış. 4, 6 arttığına göre bir sonraki adım 20 olur. Buradan örüntünün kuralını bulmaya çalışalım. 4 den 20 yi nasıl elde edebiliriz?... 4 ile 5 i çarparız. ... Kural o zaman $n(n+1)$ *olur. Bizden dokuzuncu terimi istediği için n yerine 9 yazmalıyız. Cevap da 90 olur.*

7O2 artarak genişleyen örüntü sorusunun yakın uzaklıktaki terimini örüntünün kuralı ile bulmuştur. Soruda verilen üç terimden hareketle dördüncü terimi ve dördüncü terimi kullanarak da örüntünün kuralını bulmuştur.



Şekil 4.75. 7O3'ün 9. Adımı Bulabilmek İçin Yaptığı İşlemler

A: ... Buna göre 9. şekli oluşturmak için kaç kareye ihtiyaç vardır?

7O3: Birinci adım ile ikinci adım arasında 4 artmış, bir sonrakinde 6 artmış. 4, 6 arttığına göre 8 artar. Dördüncü şekilde 20 kare bulunur. 10 artarsa beşinci şekilde 30 kare bulunur. 12 artarsa altıncı şekilde 42 kare bulunur... 18 artarsa dokuzuncu adımda 90 kare bulunur.

7O3 ilk üç şekildeki kare sayıları arasındaki farka göre örüntüyü devam ettirmiş ve yakın uzaklıktaki terimin kare sayısını doğru bulmuştur.

Artarak genişleyen sayı örüntüsü sorusunda yedinci sınıf öğrencilerinin yakın uzaklıktaki terimi bulmak için kullandıkları stratejiler aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 4.17.

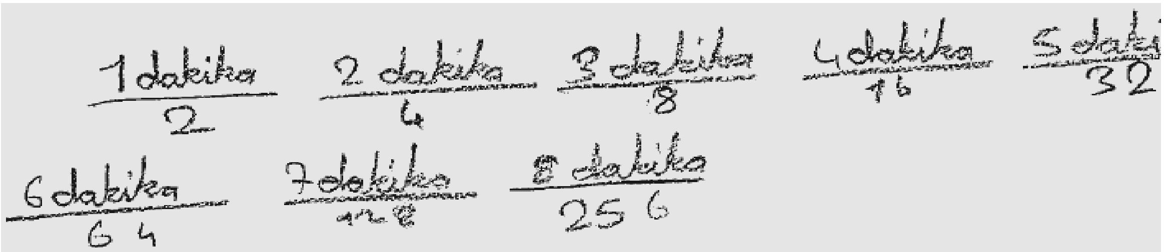
Yedinci Sınıf Öğrencilerinin Artarak Genişleyen Sayı Örüntüsünün Yakın Uzaklıktaki Terimini Bulmak İçin Kullandıkları Stratejiler

Çözüm Stratejileri	2. Soru
Yinelemeli İlişki	7V1, 7V2, 7V3, 7O1, 7O2, 7O3, 7Y3
Kuraldan Yapma	7Y2
Çarpım Tablosu Arama	7Y1

Mülakat sırasında öğrencilere yöneltilen sözel problem şeklindeki artarak genişleyen örüntü sorusu (2. soru) ve çalışma grubundan elde edilen veriler:

Bir bakteri bir dakikada ikiye bölünmektedir. 8. dakikada kaç bakteri oluşacağını hesaplayınız. (8. dakikada oluşan bakteri sayısı, başlangıçtan itibaren sekizinci dakikaya kadar oluşan toplam bakterilerin sayısı değildir. Sadece 8. dakikada oluşan bakteri sayısıdır)

Öğrenciler yakın uzaklıktaki terimi bulmak için yinelemeli ilişki, kuraldan yapma ve çarpım tablosu arama stratejilerini kullanmışlardır. Bu soruda 7V3, 7O1, 7Y1 ve 7Y2 yanlış cevaba ulaşmış, diğer öğrenciler doğru cevaba ulaşmıştır. Öğrencilerden 7V3 ve 7O1 örüntüyü yanlış devam ettirdikleri, 7Y1 örüntünün ilk üç terimini yanlış oluşturduğu ve 7Y2 örüntünün kuralını yanlış bulduğu için doğru cevaba ulaşamamışlardır. Bu soruda yanlış cevaba ulaşan öğrencilerin tamamı üçüncü dakikada oluşan bakteri sayısını hesaplarken hata yapmışlardır. Üçüncü dakikada oluşan bakteri sayısını doğru hesaplayan öğrenciler yakın uzaklıktaki terimi de doğru bulmuşlardır. 7V2, 7Y1 ve 7Y2'nin bu soruyu çözmek için yaptıkları işlemler ve bu öğrencilerle yapılan mülakatlar aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.76. 7V2'nin 8. Dakikadaki Bakteri Sayısını Bulabilmek İçin Yaptığı İşlemler

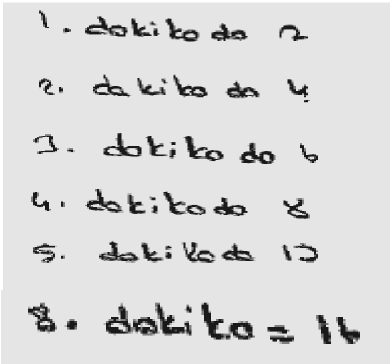
A: ... 8. dakikada kaç bakteri oluşur?

7V2: Birinci dakikada 2 bakteri oluşur. İkinci dakikada 4 bakteri oluşur. Üçüncü dakikada 6 bakteri oluşur.

A: 4 bakteri ikiye bölünürse altı bakteri mi oluşur?

7V2: 4 bakteri ikiye bölünürse ... her biri ikiye bölüneceğine göre 6 değil, 8 bakteri oluşur. Bu şekilde devam edilirse dördüncü dakikada 16, *beşinci dakikada* 32, *... ve sekizinci dakikada ...* 256 *bakteri oluşur.*

7V2 yakın uzaklıktaki terimi örüntüyü devam ettirerek hesaplamıştır. Üçüncü dakikada oluşan bakteri önce yanlış bulmuş ancak daha sonra hatasını düzelterek doğru cevabı bulmuştur. Diğer dakikalarda oluşan bakteri sayılarını da hesaplayarak sekizinci dakikada oluşan bakteri sayısını doğru bulmuştur.

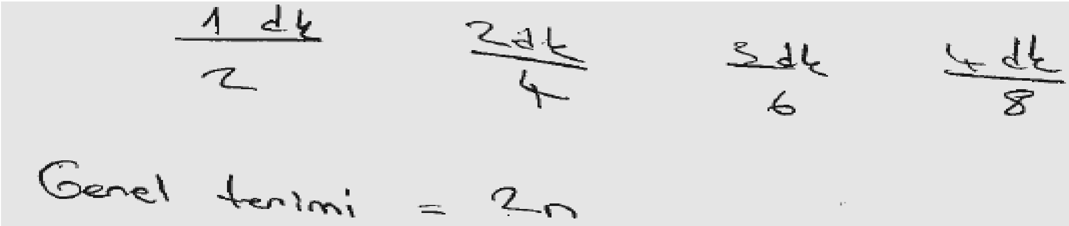


Şekil 4.77. 7Y1'in 8. Dakikadaki Bakteri Sayısını Bulabilmek İçin Yaptığı İşlemler

A: ... 8. dakikada kaç bakteri oluşur?

7Y1: Birinci dakika 2 bakteri oluşur. İkinci dakikada 4 bakteri oluşur. Üçüncü dakikada 6 bakteri oluşur. 2, 4, 6 ise dördüncü dakikada 8 bakteri oluşur. Beşinci dakikada 10 bakteri oluşur. Artık devam ettirmeye gerek yok. Çünkü dakikanın 2 katı kadar bakteri oluşur. Sekizinci dakikada 8 in 2 katı kadar bakteri oluşur. Yani 16 bakteri oluşur.

7Y1 örüntüyü devam ettirerek ilk beş dakikada oluşan bakteri sayısını bulmuştur. Daha sonra çarpım tablosu arama stratejisi ile yakın uzaklıktaki terimi bulmaya çalışmış ancak doğru cevaba ulaşamamıştır. Üçüncü dakikada oluşan bakteri sayısını yanlış bulduğu için dördüncü ve beşinci dakikalarda oluşan bakteri sayılarını da yanlış bulmuştur. Çarpım tablosu arama stratejisini de dakikalar ile dakikalara karşılık gelen bakteri sayılarına göre oluşturmuştur. Dakikalarda oluşan bakteri sayıları doğru olmadığı için, çarpım tablosu arama stratejisi ile de doğru cevaba ulaşılamamıştır.



Şekil 4.78. 7Y2'nin 8. Dakikadaki Bakteri Sayısını Bulabilmek İçin Yaptığı İşlemler

A: ...8. dakikada kaç bakteri oluşur?

7Y2: Birinci dakika 2 bakteri oluşur. İkinci dakikada 4 bakteri oluşur. Üçüncü dakikada 6 bakteri oluşur.

A: 4 bakteri ikiye bölününce 6 bakteri mi oluşur?

7Y2: Evet, üçüncü dakikada 6 bakteri oluşur. Dördüncü dakikada 8 bakteri oluşur... Buradan genel terimi 2n olur.

A: Sekizinci dakikada kaç bakteri oluşur?

7Y2: Sekizinci dakikada ... 16 bakteri oluşur.

7Y2, ilk dört dakikada oluşan bakteri sayılarını hesaplamıştır. Daha sonra ise terim sırası ve sırasına karşılık gelen sayıları göz önüne alarak örüntünün kuralını bulmaya çalışmıştır. Ancak örüntünün kuralını doğru bulamamıştır. Bunun sebebi ise üçüncü dakikada oluşan bakteri sayısını yanlış bulmasıdır.

Tekrarlı örüntü sorusunda yedinci sınıf öğrencilerinin 27. terimi bulmak için kullandıkları stratejiler aşağıdaki tabloda gösterilmiştir.

Tablo 4.18.

Yedinci Sınıf Öğrencilerinin Tekrarlı Örüntü Sorusunda 27. Terimi Bulmak İçin Kullandıkları Stratejiler

Çözüm Stratejileri	3. Soru
Sayma	7Y1
Yazma (Çizme)	7V1, 7O2, 7O3
Çarpımın üzerine sayma	7V3, 7O1, 7Y2
Bölümden Kalanı Sayma	7V2, 7Y3

Mülakat sırasında öğrencilere yöneltilen tekrarlı örüntü sorusu (3. soru) ve çalışma grubundan elde edilen veriler:

F A T İ H F A T İ H F A T İ H…

A, F, H, İ, T harfleri belli kurala göre sıralanarak bir örüntü oluşturulmuştur. Buna göre; Ali ve Ayşe bu örüntüdeki 27. harfin ne olduğu hakkında tartışıyorlar. Ali 27. harfin A, Ayşe ise T olduğunu söylüyor. Sizce hangisi haklı? Açıklayınız.

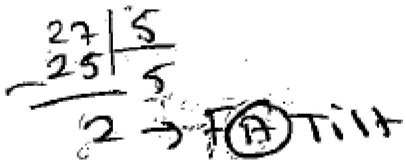
Öğrenciler 27. harfi bulmak için bölümden kalanı sayma, çarpımın üzerine sayma, sayma ve yazma stratejilerini kullanmışlardır. Öğrencilerin tamamı bu soruda doğru cevaba ulaşmıştır. 7O1 ve 7Y3'ün bu soruyu çözmek için yaptıkları işlemler ve bu öğrencilerle yapılan mülakatlar aşağıda verilmiştir.

Şekil 4.79. 7O1'in 27. Harfi Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: …Verilen örüntüye göre 27. harf ne olabilir?

7O1: FATİH kelimesi tekrarlanarak devam etmiş. Beş harf tekrarlandığı için 5 den hareketle 27 ye ulaşmalıyız. 5 ile 5 i çarparız. Sonucun 27 olması için 2 ilave ederiz. FATİH kelimesinin de ikinci harfi A dır. Dolayısıyla Ali haklıdır.

7O1 tekrar birimini tespit ettikten sonra çarpımın üzerine sayma stratejisi ile doğru cevaba ulaşmıştır.



Şekil 4.80. 7Y3'ün 27. Harfi Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: …Verilen örüntüye göre 27. harf ne olabilir?

7Y3: … Burada kuralı da bularak yapabiliriz. Ama ben kuralı bulmadan yapmak istiyorum. FATİH kelimesi tekrarlanarak devam etmiş. Bu kelime beş harften *oluşmuştur. Bu yüzden 27 sayısını 5 e böleriz. Kalan 2 olur. FATİH kelimesinin ikinci kelimesi şey ikinci harfi A dır. Bundan dolayı Ali haklıdır.*

7Y3, tekrar birimini tespit ettikten sonra bölümden kalanı sayma stratejisi ile doğru cevaba ulaşmıştır.

Sabit artarak genişleyen sayı örüntüsü sorularında yedinci sınıf öğrencilerinin yakın uzaklıktaki terimleri bulmak için kullandıkları stratejiler aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 4.19.

Yedinci Sınıf Öğrencilerinin Sabit Artarak Genişleyen Sayı Örüntüsü Sorularındaki Yakın Uzaklıktaki Terimleri Bulmak İçin Kullandıkları Stratejiler

Çözüm Stratejileri	4. Soru	7. Soru	8. soru
Yinelemeli İlişki	7V1, 7O2	7V1, 7V2, 7O3, 7Y1	7V2, 7O1, 7O2, 7Y3
Çarpım Tablosu Arama	7Y1	-	7Y1, 7Y3
Kuraldan Yapma	7V2, 7O1, 7O2, 7O3, 7Y2, 7Y3	7O1, 7O2, 7Y2, 7Y3	7Y2

Mülakat sırasında öğrencilere yöneltilen sabit artarak genişleyen örüntü sorusu (4. soru) ve çalışma grubundan elde edilen veriler:

3, 6, 9, ...

Yukarıda bir örüntünün ilk üç terimi verilmiştir. Buna göre 8. terime karşılık gelen sayıyı bulunuz.

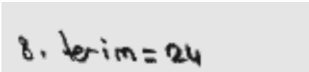
Öğrenciler bu soruda yakın uzaklıktaki terimi bulmak için kuraldan yapma, çarpım tablosu arama ve yinelemeli ilişki stratejilerini kullanmışlardır. Yakın uzaklıktaki terimi tüm öğrenciler doğru bulmuştur. 7O2, 7Y1 ve 7Y3'ün bu soruyu çözmek için yaptıkları işlemler ve bu öğrencilerle yapılan mülakatlar aşağıda verilmiştir.

Şekil 4.81. 7O2'nin 8. Terimi Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: İlk üç terimi 3, 6, 9 şeklinde verilen bir örüntünün sekizinci terimine karşılık gelen sayıyı bulunuz.

7O2: Bu terimler üçer artıyor. Bu şekilde devam ettirirsek dördüncü terim 12, beşinci terim 15 olur… Sekizinci terim 24 olur.

7O2, yinelemeli ilişki stratejisi ile doğru cevaba ulaşmıştır.



Şekil 4.82. 7Y1'in 8. Terimi Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: İlk üç terimi 3, 6, 9 şeklinde verilen bir örüntünün sekizinci terimine karşılık gelen sayıyı bulunuz.

7Y1: Terimler üçer artıyor. Bu yüzden 8 ile 3 ü çarpmalıyız…

7Y1 çarpım tablosu arama stratejisi ile doğru cevaba ulaşmıştır.

Şekil 4.83. 7Y3'ün 8. Terimi Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: İlk üç terimi 3, 6, 9 şeklinde verilen bir örüntünün sekizinci terimine karşılık gelen sayıyı bulunuz.

7Y3: Örüntünün kuralını bularak yapacağım. Üçer arttığı için $3n$ *olacak. Bu kural diğer terimler için de sağlanıyor. Sekizinci terime karşılık gelen sayıyı bulabilmek için* n *yerine 8 yazmalıyız.*

7Y3, sekizinci terime karşılık gelen sayıyı örüntünün kuralı ile doğru bulmuştur.

Mülakat sırasında öğrencilere yöneltilen sabit artarak genişleyen sayı örüntüsü sorusu (7. soru) ve çalışma grubundan elde edilen veriler:

4, 7, 10, …

Yukarıdaki sayılar belli bir kurala göre sıralanarak bir örüntü meydana getirmişlerdir. Bu örüntünün 9. terimine karşılık gelen sayıyı bulunuz.

Öğrenciler yakın uzaklıktaki terimi bulmak için kuraldan yapma (7O1, 7O2, 7Y2, 7Y3) ve yinelemeli ilişki (7V1, 7V2, 7O3, 7Y1) stratejilerini kullanmışlardır. Öğrencilerin tamamı bu soruda doğru cevaba ulaşmışlardır. 7O3 ve 7Y3'ün bu soruyu çözmek için yaptıkları işlemler ve bu öğrencilerle yapılan mülakatlar aşağıda verilmiştir.

Şekil 4.84. 7O3'ün 9. Terimi Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: …Bu örüntünün 9. terimine karşılık gelen sayıyı nasıl bulabliriz?

7O3: Üçer artıyor. Dördüncü terim 13, beşinci terim 16,… ve dokuzuncu terim 28 olur.

7O3, yakın uzaklıktaki terimi yinelemeli ilişki stratejisi ile doğru bulmuştur.

Şekil 4.85. 7Y3'ün 9. Terimi Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: …Bu örüntünün 9. terimine karşılık gelen sayıyı nasıl bulabliriz?

7Y3: Örüntünün kuralını bulurum. ... Dolayısıyla kural $3n + 1$ *olur. Dokuzuncu terime karşılık gelen sayıyı da bulabilmek için* n *yerine 9 yazarız.*

7Y3 örüntünün kuralı ile yakın uzaklıktaki terimi doğru bulmuştur.

Mülakat sırasında öğrencilere yöneltilen, içinde bilinmeyen bulunan sözel problem şeklindeki sabit artarak genişleyen örüntü sorusu (8. soru) ve çalışma grubundan elde edilen veriler:

Birinci terimi "m" olan ve ardışık her terimde 4 artan bir örüntünün 9. terimine karşılık gelen değeri bulunuz.

Öğrenciler yakın uzaklıktaki terimi bulmak için yinelemeli ilişki (7V2, 7O1, 7O2, 7Y3), çarpım tablosu arama (7Y1, 7Y3) ve kuraldan yapma (7Y2) stratejilerini kullanmışlardır. 7V1 ve 7O3 bu soruyu cevapsız bırakmışlardır. Yakın uzaklıktaki terimi bulmak için yinelemeli ilişki stratejisini kullanan öğrenciler doğru cevaba ulaşırken, diğerleri (7Y1, 7Y2) ulaşamamıştır. Öğrenciler bu soruda daha çok ilk terimleri oluşturmada zorlanmışlardır. İlk üç terimi doğru oluşturan öğrencilerden sadece 7Y2, örüntünün dokuzuncu terimini doğru bulamamıştır. Diğerleri doğru cevaba ulaşmışlardır. 7Y1, 7Y2 ve 7Y3'ün bu soruyu çözmek için yaptıkları işlemler ve bu öğrencilerle yapılan mülakatlar aşağıda verilmiştir.

Şekil 4.86. 7Y1'in 9. Terimi Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

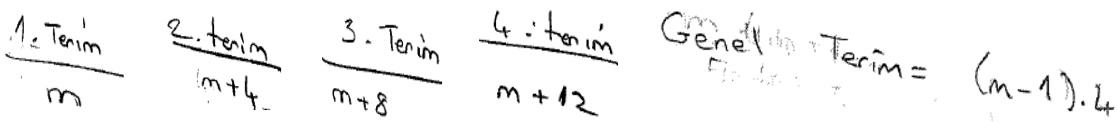
A: Birinci terimi "m" olan ve her terimde 4 artan bir örüntünün 9. terimine karşılık gelen sayıyı bulunuz.

7Y1: Birinci terim m, ikinci terim dört artacağı için $4m$, üçüncü terim $8m$ ve dördüncü terim $12m$ olur. Örüntü bu şekilde devam eder.

A: Dokuzuncu terime karşılık gelen değeri nasıl bulabiliriz?

7Y1: Dokuzuncu terimde 9 ile 4 ü çarparız. İkinci terimden itibaren 4 arttığı için 36 dan 4 çıkarırız.

7Y1, önce örüntünün ikinci, üçüncü ve dördüncü terimlerini oluşturmuştur. Daha sonra m'nin katsayısını 32 olarak bulmuş ve $32m$ cevabına ulaşmıştır. Ancak ikinci, üçüncü ve dördüncü terimleri yanlış oluşturduğu için doğru cevaba ulaşamamıştır. Terimleri $m + 4$, $m + 8$ ve $m + 12$ şeklinde oluştursaydı doğru cevap olan $m + 32$ ifadesine ulaşabilirdi.



Şekil 4.87. 7Y2'nin 9. Terimi Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: Birinci terimi "m" olan ve her terimde 4 artan bir örüntünün 9. terimine karşılık gelen sayıyı bulunuz.

7Y2: Birinci terim m, ikinci terim $4m$ olur.

A: m sayısı 4 artarsa $4m$ mi yoksa $m + 4$ mü olur?

7Y2: $m + 4$ olur. Biz m yerine 1 ile başlasak olmaz mı? Bu durumda ikinci terim 5 olur.

A: Ama soru bizden m ile başlamamızı istiyor?

7Y2: ...

A: Üçüncü terim ne olur?

7Y2: Üçüncü terim $m + 8$, dördüncü terim $m + 12$ olur...

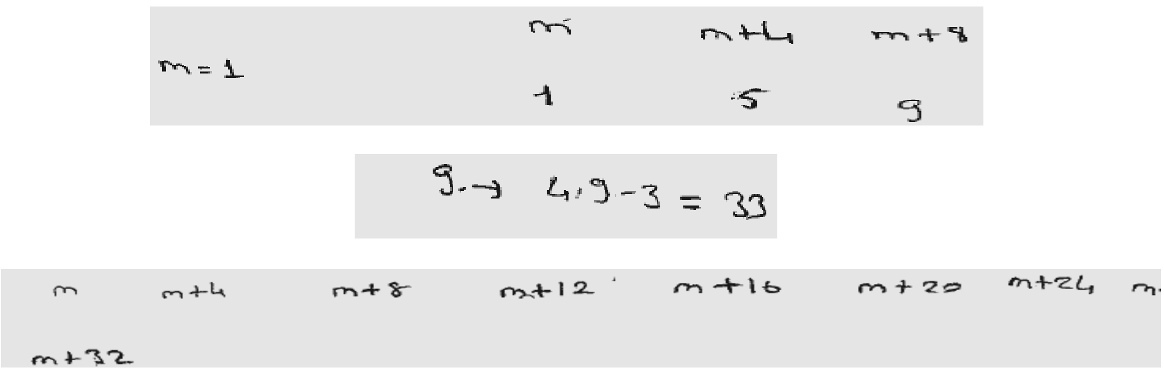
A: Dokuzuncu terime karşılık gelen değeri nasıl bulabiliriz?

7Y2: Önce genel terimi bulacağız. Genel terim de ... $(m - 1).4$ olur.

A: Bu kural tüm terimler için sağlanıyor mu?

7Y2: ... Hayır. ...

7Y2, ilk dört terimi oluşturduktan sonra örüntünün genel terimini bulmaya çalışmıştır. Ancak genel terimi yanlış bulmuştur. Bunu anladıktan sonra dokuzuncu terimi bulmak için herhangi bir işlem yapmamıştır. 7Y2 örüntüyü devam ettirseydi doğru cevaba ulaşabilirdi. Çünkü ikinci terimi oluşturduktan sonra örüntüyü dördüncü terime kadar kolayca devam ettirmiştir.



Şekil 4.88. 7Y3'ün 9. Terimi Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: Birinci terimi "m" olan ve her terimde 4 artan bir örüntünün dokuzuncu terimine karşılık gelen sayıyı bulunuz.

7Y3: Birinci terim m, ikinci terim $m+4$ ve üçüncü terim $m+8$ olur. m yerine 1 alırsak $1, 5, 9$ olur. Bu örüntünün kuralı ise dörder arttığından $4n$ olur. 1 olması için 3 çıkarmalıyız. Kural $4n-3$ olur. Dokuzuncu terime karşılık gelen sayıyı bulabilmek için n yerine 9 ve on yedinci terime karşılık gelen sayıyı bulabilmek için n yerine 17 yazarım.

A: Burada m yerine herhangi bir sayı almadan nasıl yapabilirsin?

7Y3: Birinci terim m, ikinci terim $m+4$, üçüncü terim $m+8$, dördüncü terim $m+12$, ..., dokuzuncu terim $m+32$ olur.

7Y3, örüntünün ilk üç terimini doğru oluşturmuştur. Daha sonra m yerine değer vererek çarpım tablosu arama stratejisi ile doğru cevaba ulaşmaya çalışmış ancak başarılı olamamıştır. Başka bir çözüm yolu olarak yinelemeli ilişki stratejisini kullanmış ve bu çözüm yolu ile doğru cevaba ulaşmayı başarmıştır.

Sabit artarak genişleyen şekil örüntüsü sorusunda (6. soru) yedinci sınıf öğrencilerinin yakın uzaklıktaki terimi bulmak için kullandıkları stratejiler aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 4.20.

Yedinci Sınıf Öğrencilerinin Sabit Artarak Genişleyen Şekil Örüntüsü Sorusunda Yakın Uzaklıktaki Terimi Bulmak İçin Kullandıkları Stratejiler

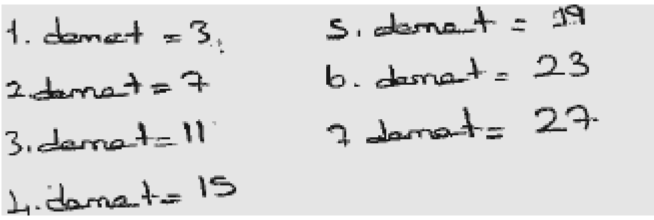
Çözüm Stratejileri	6. Soru
Yinelemeli İlişki	7V1, 7V2, 7O1, 7O3, 7Y1
Kuraldan Yapma	7O2, 7Y2, 7Y3

Mülakat sırasında öğrencilere yöneltilen sabit artarak genişleyen şekil örüntüsü sorusu (6. soru) ve çalışma grubundan elde edilen veriler:

Bir çiçekçi elindeki gülleri aşağıdaki gibi belli bir kurala göre demetliyor. Buna göre; 7. demette kaç tane gül bulunur?

1. demet **2. demet** **3. demet**

Öğrenciler yedinci demetteki gül sayısını bulmak için yinelemeli ilişki ve kuraldan yapma stratejilerini kullanmışlar ve doğru cevaba ulaşmışlardır. 7V1 ve 7Y2'nin bu soruyu çözmek için yaptıkları işlemler ve bu öğrencilerle yapılan mülakatlar aşağıda verilmiştir.

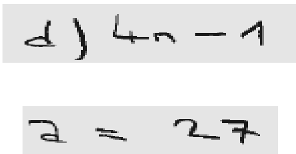


Şekil 4.89. 7V1'in 7. Demetteki Gül Sayısını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: ...Buna göre 7. demette kaç tane gül bulunur?

7V1: İkinci ve üçüncü demetlerde dörder tane arttığı için diğer demetlerde de aynı şekilde artar. Dördüncü demette 15, beşinci demette 19, altıncı demette 23 ve yedinci demette 27 tane gül bulunur.

7V1, yedinci demetteki gül sayısını örüntüyü devam ettirerek doğru bulmuştur.



Şekil 4.90. 7Y2'nin 7. Demetteki Gül Sayısını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: ...Buna göre 7. demette kaç tane gül bulunur?

7Y2: ... Kural $4n - 1$ *dir. Yedinci demetteki gül sayısını bulabilmek için n yerine 7 yazmalıyız.*

7Y1 yedinci demetteki gül sayısını bulmak için öncelikle örüntünün kuralını bulmuştur. Daha sonra kuraldaki n yerine 7 yazarak, yedinci demetteki gül sayısını doğru bulmuştur.

4.2.2 Yedinci Sınıf Öğrencilerinin Örüntülerin Orta Uzaklıktaki Terimlerini Bulmak İçin Kullandıkları Stratejilerin İncelenmesi

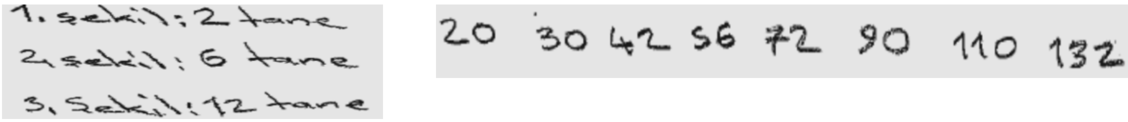
Artarak genişleyen şekil örüntüsü sorusunda yedinci sınıf öğrencilerinin yakın ve orta uzaklıktaki terimi bulmak için kullandıkları stratejiler aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 4.21.

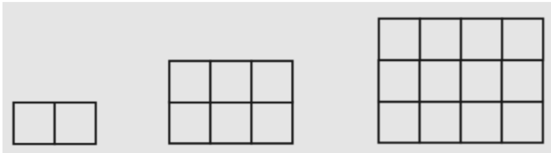
Yedinci Sınıf Öğrencilerinin Artarak Genişleyen Şekil Örüntüsü Sorusunda Yakın Ve Orta Uzaklıktaki Terimleri Bulmak İçin Kullandıkları Stratejiler

Stratejiler	1. Soru	
	9. Terim	17. Terim
Yinelemeli İlişki	7V1, 7V2, 7O1, 7O3, 7Y3	7O1
Kural	7V3, 7O2, 7Y2	7V2, 7V3, 7O2, 7Y2, 7Y3
Yanlış Bütüne Genişletme	-	7V1, 7O3

Artarak genişleyen örüntü sorusunda (1. soru) öğrenciler orta uzaklıktaki terimi bulmak için yinelemeli ilişki, kuraldan yapma ve yanlış bütüne genişletme stratejilerini kullanmışlardır. 7O1 yinelemeli ilişki ile soruyu çözebileceğini ifade etmiş ancak herhangi bir işlem yapmamıştır. 7Y1 bu soruyu cevapsız bırakırken, 7V1 ve 7O3 yanlış cevaba ulaşmış, diğer öğrenciler ise doğru cevaba ulaşmışlardır. 7V3, 7O2 ile 7Y2 yakın ve orta uzaklıktaki terimleri bulmak için aynı stratejileri kullanmışlar, diğer öğrenciler ise farklı stratejiler kullanmışlardır. 7O1, 7O3 ve 7Y3'ün orta uzaklıktaki terimi bulmak için yaptıkları işlemler ve bu öğrencilerle yapılan mülakatlar aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.91. 7O1'in 17. Adımdaki Kare Sayısını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler



1.Şekil **2. Şekil** **3. Şekil**

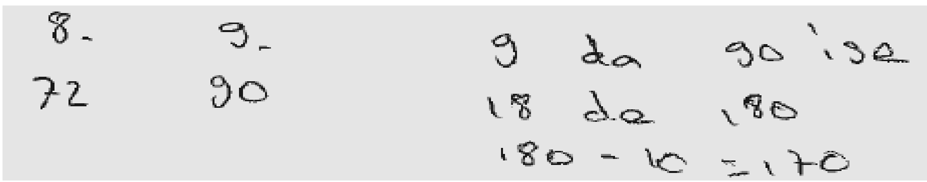
A: Yukarıda bir örüntünün ilk üç terimi şekillerle verilmiştir. Bu örüntüye göre 17. şekilde kaç birim kare bulunur?

7O1: Aynı şekilde örüntüyü devam ettiririz. Onucu şekilde kare sayısı 20 artar ve 110 olur. On birinci şekilde 22 artar ve 132 olur. Böyle devam ederiz ama çok uzun olur…

A: Başka bir yoldan çözebilmen mümkün mü?

7O1: Birinci terime 2, ikinci terime 6, üçüncü terime 12, dördüncü terime 20 beşinci terime 30 karşılık gelmiş…bilemiyorum.

7O1 yinelemeli ilişki stratejisi ile 17. şekildeki karelerin sayısını bulmaya çalışmış ancak başarılı olamamıştır.



Şekil 4.92. 7O3'ün 17. Adımdaki Kare Sayısını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: Yukarıda bir örüntünün ilk üç terimi şekillerle verilmiştir. Bu örüntüye göre 17. şekilde kaç birim kare bulunur?

7O3: Dokuzuncu şekilde 90 kare varsa, on sekizinci şekilde 180 kare bulunur. On yedinci şekildeki kare sayısını bulabilmek için 180 den 10 sayısını çıkarmalıyız.

A: Neden 10 çıkarıyorsun?

7O3: 9 da 90 ise, 1 de 10 olacağı için.

7O3 yakın uzaklıktaki terimi yinelemeli ilişki stratejisi ile doğru bulmuştur. Orta uzaklıktaki terimi bulmak için yakın uzaklıktaki terimi kullanmıştır. Ancak yanlış bütüne genişletme stratejisi ile doğru cevaba ulaşmamıştır. 7O3'ün orta uzaklıktaki terimi bulmak için kullandığı strateji doğru cevaba ulaşmasını engellemiştir. 7O3 orta terimi bulmak için kullandığı stratejinin doğruluğunu herhangi bir şekilde kontrol etmemiştir. Dolayısıyla yanlış cevaba ulaştığının farkına varamamıştır.

Şekil 4.93. 7Y3'ün 17. Adımdaki Kare Sayısını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: Bu örüntüye göre 17. şekilde kaç birim kare bulunur?

7Y3: Birinci adıma 2, ikinci adıma 6, üçüncü adıma 12, dördüncü adıma 20,… ve dokuzuncu adıma 90 karşılık gelmiş… Örüntünün kuralını bularak yaparım… Buradan örüntünün kuralı $n(n+1)$ *olur. On yedinci terimi bulabilmek için* n *yerine* 17 *yazarım.*

7Y3 yakın uzaklıktaki terimi yinelemeli ilişki, orta uzaklıktaki terimi ise örüntünün kuralı ile doğru bulmuştur. Yakın ve orta uzaklıktaki terimleri bulmak için farklı stratejiler kullanmıştır.

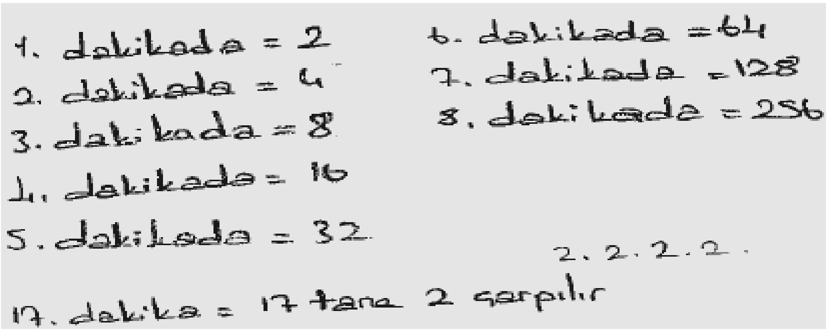
Artarak genişleyen sayı örüntüsü sorusunda yedinci sınıf öğrencilerinin orta uzaklıktaki terimi bulmak için kullandıkları stratejiler aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 4.22.

Yedinci Sınıf Öğrencilerinin Artarak Genişleyen Sayı Örüntüsü Sorularında Yakın Ve Orta Uzaklıktaki Terimleri Bulmak İçin Kullandıkları Stratejiler

	2. Soru	
Çözüm Stratejileri	8. Terim	17. Terim
Yinelemeli İlişki	7V1, 7V2, 7V3, 7O1, 7O2, 7O3, 7Y3	7O2
Kuraldan Yapma	7Y2	7O2, 7Y2, 7Y3
Çarpım Tablosu Arama	7Y1	7V1, 7V3, 7O1, 7Y1

Sözel problem şeklindeki artarak genişleyen örüntü (2. soru) sorusunda öğrenciler orta uzaklıktaki terimi bulmak için kuraldan yapma, çarpım tablosu arama ve yinelemeli ilişki stratejilerini kullanmışlardır. Soruyu çözmeye çalışan öğrencilerden 7V1, 7V3, 7O2 ve 7Y3 doğru cevaba ulaşırken, diğerleri doğru cevaba ulaşamamışlardır. 7V2 ve 7O3 ise soruyu cevapsız bırakmıştır. 7O2, 7Y1 ve 7Y2 yakın ve orta uzaklıktaki terimleri bulmak için aynı stratejileri kullanmışlar, diğer öğrenciler ise farklı stratejiler kullanmışlardır. 7V1, 7O2 ve 7Y3'ün bu soruyu çözmek için yaptıkları işlemler ve bu öğrencilerle yapılan mülakatlar aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.94. 7V1'in 17. Dakikadaki Bakteri Sayısını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: Bir bakteri bir dakikada ikiye bölünmektedir. Sekizinci dakikada kaç bakteri oluşur?

7V1: …sekizinci dakikada 256 bakteri oluşur.

A: 17. dakikada kaç bakteri oluşacağını nasıl bulabiliriz?

7V1: Sekizinci dakikadaki bakteri sayısını bulduğum gibi devam ettirebilirim.

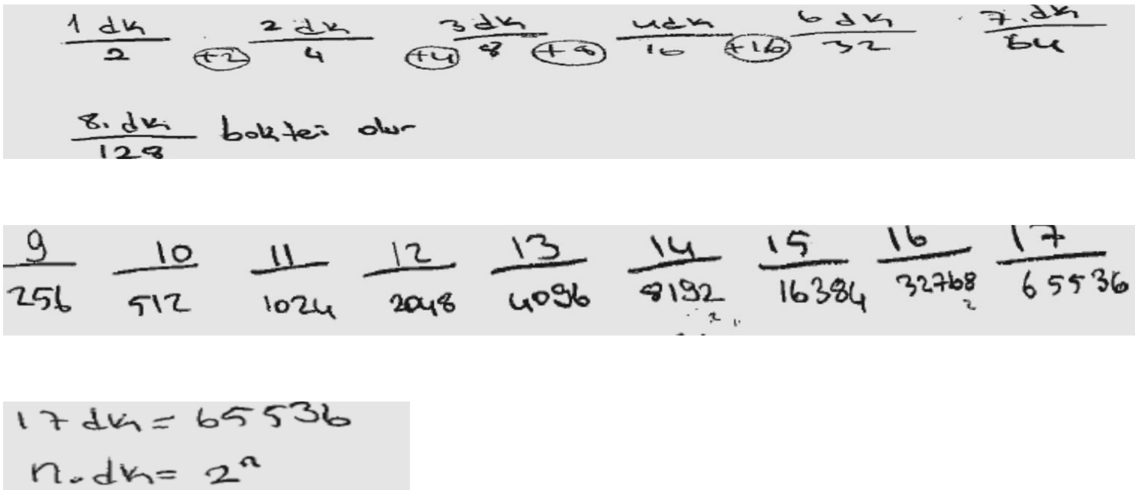
A: Başka bir yoldan bulabilir misin?

7V1: İki katı olarak devam ediyor… İkinin katları olmuş… 4, 2 tane 2 nin çarpımıdır. Sekiz, 4 tane 2 nin çarpımıdır.

A: 4 tane 2 yi çarparsak sonuç kaç olur?

7V1: İki, iki, iki,…16 olur. Sekiz 3 tane 2 nin çarpımıdır. On altı, 4 tane 2 nin çarpımıdır. 2 sayıları birer artıyor. … On yedinci dakikada da oluşan bakteri sayısını bulabilmek için 17 tane 2 yi çarparız.

7V1, yakın uzaklıktaki terimi yinelemeli ilişki stratejisi ile doğru bulmuştur. Orta uzaklıktaki terimi bulmak için terim sırası ve terim sırasına karşılık gelen sayıları ilişkilendirmeye çalışmıştır. Çarpım tablosu arama stratejisi ile orta uzaklıktaki terimi doğru bulmuştur. 7V1 yakın ve orta uzaklıktaki terimleri bulmak için farklı stratejiler kullanmıştır.



Şekil 4.95. 7O2’nin 17. Dakikada Oluşan Bakteri Sayısını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: Bir bakteri bir dakikada ikiye bölünmektedir… Buna göre 17. dakikada kaç bakteri oluşacağını nasıl bulabiliriz?

7O2: Aynı şekilde devam ederek yapabiliriz… Sekizinci de 128 ise, dokuzuncu da 256 bakteri oluşur. Onuncu dakikada 512 bakteri oluşur…On yedinci dakikada ise 65536 bakteri oluşur.

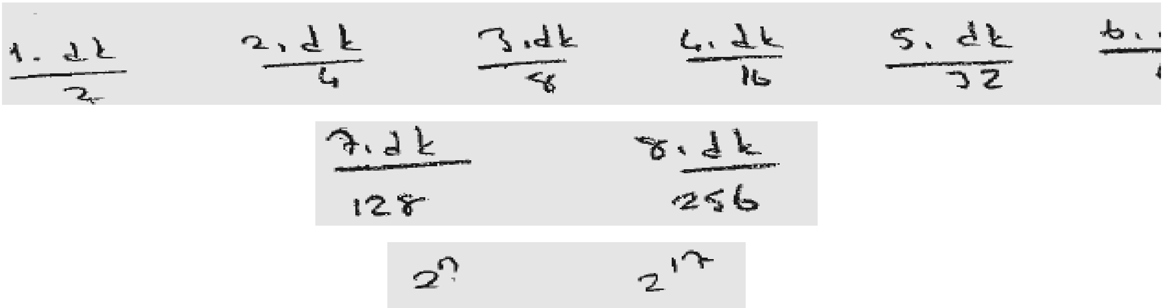
A: Başka bir yoldan çözebilmen mümkün mü?

7O2:Kuralla yaparız.

A: Kuralı nasıl bulabiliriz?

7O2:….Kural 2^n *olur.*

7O2 yakın ve orta uzaklıktaki terimleri yinelemeli ilişki stratejisiyle doğru bulmuştur. Daha sonra örüntünün kuralını bularak da doğru cevaba ulaşmayı başarmıştır.



Şekil 4.96. 7Y3'ün 17. Dakikada Oluşan Bakteri Sayısını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: Bir bakteri bir dakikada ikiye bölünmektedir… Buna göre 17. dakikada kaç bakteri oluşacağını nasıl bulabiliriz?

7Y3: Örüntünün kuralını bularak yapabiliriz.

A: Kuralı nasıl bulabiliriz?

7Y3: …Kural 2^n olur. On yedinci terimde yer alan bakteri sayısını bulabilmek için n yerine 17 yazarız.

7Y3 yakın uzaklıktaki terimi örüntüyü devam ettirerek, orta uzaklıktaki terimi ise örüntünün kuralı ile bulmuştur.

Tekrarlı örüntü sorusunda yedinci sınıf öğrencilerinin 27. ve 38. terimleri bulmak için kullandıkları stratejiler aşağıdaki tabloda gösterilmiştir.

Tablo 4.23.

Yedinci Sınıf Öğrencilerinin Tekrarlı Örüntü Sorusunda 27. ve 38. Terimleri Bulmak İçin Kullandıkları Stratejiler

	3. Soru	
Çözüm Stratejileri	27. Terim	38. Terim
Sayma	7Y1	7Y1
Yazma (Çizme)	7V1, 7O2, 7O3	7V1, 7O2, 7O3
Çarpımın Üzerine Sayma	7V3, 7O1, 7Y2	7V3, 7O1, 7Y2
Bölümden Kalanı Sayma	7V2, 7Y3	7V2, 7Y3

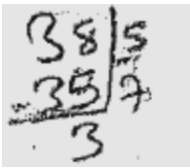
Tekrarlı örüntü (3. soru) sorusunda öğrenciler 38. harfi bulmak için bölümden kalanı sayma, çarpımın üzerine sayma, sayma ve yazma stratejilerini kullanmışlardır. Öğrencilerin tamamı yakın uzaklıktaki terimi bulmak için kullandıkları stratejileri, orta uzaklıktaki terimi bulmak için de kullanmışlardır. Tüm öğrenciler orta uzaklıktaki terimi doğru bulmuşlardır. 7V1, 7V2, 7Y1 ve 7Y2'nin bu soruyu çözmek için yaptıkları işlemler ve bu öğrencilerle yapılan mülakatlar aşağıda verilmiştir.

Şekil 4.97. 7V1'in 38. Harfi Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: F, A, T, İ, H harfleri belli bir kurala göre sıralanarak bir örüntü oluşturulmuştur… Buna göre 38. sıradaki harfi nasıl bulabiliriz?

7V1: …Örüntüyü devam ettiririz. Yirmi yedi, yirmi sekiz, … ve otuz sekiz. Otuz sekizinci harf F… değil, T olur.

7V1, yazma stratejisi ile 27. ve 38. harfleri doğru bulmuştur.

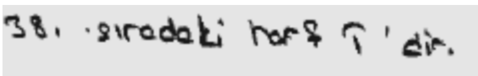


Şekil 4.98. 7V2'nin 38. Harfi Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: F, A, T, İ, H harfleri belli bir kurala göre sıralanarak bir örüntü oluşturulmuştur… Buna göre 38. sıradaki harfi nasıl bulabiliriz?

7V2: 38 i 5 e böleriz… Bölüm 7, kalan 3 olur. Üçüncü harf T olduğu için otuz sekizinci harf T olur.

7V2 istenen terimi bölümden kalanı sayma stratejisi ile doğru bulmuştur.

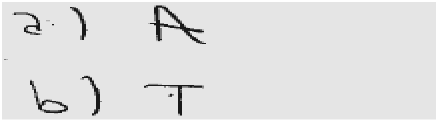


Şekil 4.99. 7Y1'in 38. Harfi Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: F, A, T, İ, H harfleri belli bir kurala göre sıralanarak bir örüntü oluşturulmuştur. Bu örüntüye göre 38. harf nedir?

7Y1: Yirmi yedinci harften itibaren saymaya devam ederiz…. Otuz sekizinci harf T olur.

7Y1 sayma stratejisi ile 38. Harfi doğru bulmuştur.



Şekil 4.100. 7Y2'nin 38. Harfi Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: F, A, T, İ, H harfleri belli bir kurala göre sıralanarak bir örüntü oluşturulmuştur. Bu örüntüye göre 38. harf nedir?

7Y2: 15. harf H olmuş. Bu durumda 30. harfte H olur. Yirmi yedinci harfi istendiği için 3 geri geliriz. Yirmi yedinci harf de T olur.

A: H harfinden 3 geri geldiğimiz zaman T mi olur?

7Y2: Bir daha sayayım… Yirmi yedinci harf A olur.

A: 38. sıradaki harfi nasıl bulabiliriz?

7Y2: Otuzuncu harf H idi. Buradan saymaya devam edelim. Otuz birinci harf F, otuz ikinci harf A olur… Otuz sekizinci harf T olur.

7Y2, on beşinci harften hareketle otuzuncu harfi bulmuştur. Otuzuncu harften hareketle de yirmi yedinci harfi doğru bulmuştur. Otuz sekizinci harfi ise, otuzuncu harften itibaren örüntüyü sayarak devam ettirmiş ve doğru bulmuştur. 7Y2 önce bütüne genişletme daha sonra sayarak devam ettirme stratejilerini kullanmıştır.

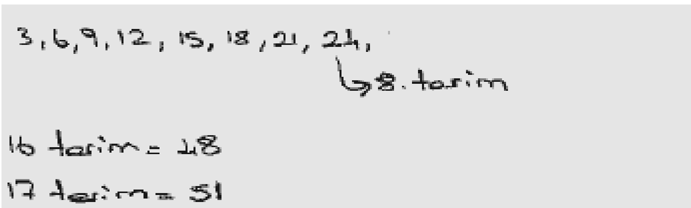
Sabit artarak genişleyen sayı örüntüsü sorularında yedinci sınıf öğrencilerinin yakın ve orta uzaklıktaki terimleri bulmak için kullandıkları stratejiler aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 4.24.

Yedinci Sınıf Öğrencilerinin Sabit Artarak Genişleyen Sayı Örüntüsü Sorularında Yakın ve Orta Uzaklıktaki Terimleri Bulmak İçin Kullandıkları Stratejiler

	4. Soru		7. Soru		8. soru	
Çözüm Stratejileri	8. Terim	17. Terim	9. Terim	17. Terim	9. Terim	17. Terim
Yinelemeli İlişki	7V1, 7O2	7O2	7V1,7V2, 7O3, 7Y1	7V2	7V2,7O1,7O2, 7Y3	-
Çarpım Tablosu Arama	7Y1	7Y1	-	7Y1	7Y1, 7Y3	7O1, 7O2, 7Y1, 7Y3
Bütüne Genişletme	-	7V1	-	-	-	-
Kuraldan Yapma	7V2,7O1,7O2,7O3, 7Y2, 7Y3	7V2,7O1, 7O2,7O3, 7Y2, 7Y3	7O1,7O2, 7Y2, 7Y3	7O1,7O2, 7Y2, 7Y3	-	-
Yanlış Bütüne Genişletme	-	-	-	7V1, 7O3	-	-

Sabit artarak genişleyen örüntü (4. soru) sorusunda öğrenciler orta uzaklıktaki terimi bulmak için kuraldan yapma, çarpım tablosu arama, yinelemeli ilişki ve bütüne genişletme stratejilerini kullanmışlardır. 7V1 yakın uzaklıktaki terimi bulmak için yinelemeli ilişki, orta uzaklıktaki terimi bulmak için bütüne genişletme stratejisini kullanmıştır. Diğer öğrenciler yakın ve orta uzaklıktaki terimi bulmak için aynı stratejiyi kullanmışlardır. Öğrencilerin tamamı orta uzaklıktaki terimi doğru bulmuştur. 7V1, 7O2 ve 7Y1'in bu soruyu çözmek için yaptıkları işlemler ve bu öğrencilerle yapılan mülakatlar aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.101. 7V1'in 17. Terimi Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: İlk üç terimi 3, 6, 9 şeklinde verilen bir örüntünün sekizinci terimine karşılık gelen sayıyı bulunuz.

7V1: Üçer artıyor. Üç, altı, dokuz, ... yirmi dört olur.

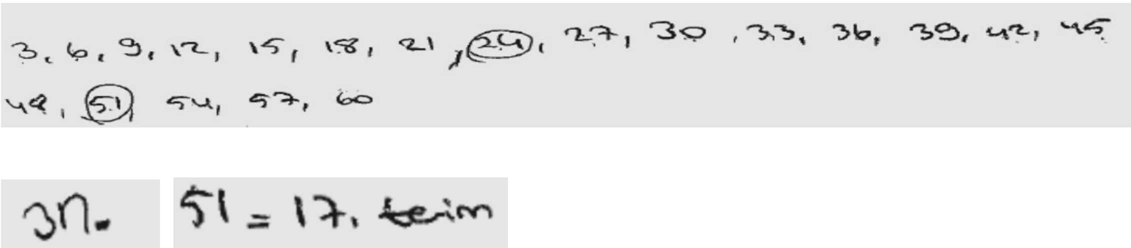
A: 17. terime karşılık gelen sayıyı nasıl bulabiliriz?

7V1: Aynı şekilde sayarak bulurum.

A: Farklı bir yoldan nasıl yapabilirsin?

7V1: ... Sekizinci terim 24 dür. On altıncı terimi bulmak için 2 ile çarparız. 24 ile 2 yi çarparsak 48 olur. on yedinci terimi bulabilmek için üç ilave etmeliyiz. Üçer arttığı için. On yedinci terim 51 olur.

7V1 yakın uzaklıktaki terimi örüntüyü devam ettirme stratejisi ve orta uzaklıktaki terimi ise bütüne genişletme stratejisi ile doğru bulmuştur. Ayrıca 7V1, orta uzaklıktaki terimi yinelemeli ilişki stratejisi ile de bulabileceğini ifade etmiştir.



Şekil 4.102. 7O2'nin 17. Terimi Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: İlk üç terimi 3, 6, 9 şeklinde verilen bir örüntünün sekizinci terimine karşılık gelen sayıyı bulunuz.

7O2: Örüntüyü devam ettiririm. Dokuzuncu terime 27, onuncu terime 30,…ve on yedinci terime 51 karşılık gelir.

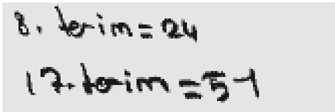
A: Farklı bir yoldan bulman mümkün mü?

7O2: Kuralını bularak yaparız.

A:Kuralı nedir?

7O2: …Kuralı $3n$ *olur… On yedinci terimlere karşılık gelen değerleri bulabilmek için n yerine 17 yazmalıyız.*

7O2 yinelemeli ilişki stratejisi ve örüntünün kuralı ile 17. terime karşılık gelen sayıyı doğru bulmuştur.



Şekil 4.103. 7Y1'in 17. Terimi Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: İlk üç terimi 3, 6, 9 şeklinde verilen bir örüntünün sekizinci terimine karşılık gelen sayıyı bulunuz.

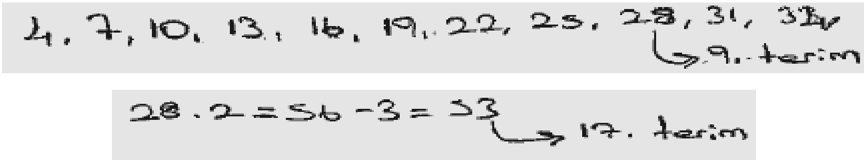
7Y1: Terimler üçer artıyor. Bu yüzden 8 ile 3 ü çarpmalıyız.

A: On yedinci terime karşılık gelen sayıyı nasıl bulabiliriz?

7Y1: Örüntü üçer arttığı için 17 ile 3 ü çarpmalıyız.

7Y1, terimler arası farkı dikkate alarak bir ortak çarpan tespit etmiştir. Bu ortak çarpan ile terim sıraları ve terim sıralarına karşılık sayıları ilişkilendirmiştir. Sonuç olarak 7Y1 yakın ve orta uzaklıktaki terimleri çarpım tablosu arama stratejisi ile doğru bulmuştur.

Sabit artarak genişleyen sayı örüntüsü (7. soru) sorusunda öğrenciler orta uzaklıktaki terimi bulmak için kuraldan yapma (7O1, 7O2, 7Y2, 7Y3), çarpım tablosu arama (7Y1) ve yanlış bütüne genişletme (7V1, 7O3) stratejilerini kullanmışlardır. 7V2, yinelemeli ilişki stratejisi ile orta uzaklıktaki terimi bulabileceğini ifade etmiş, ancak herhangi bir işlem yapmayarak soruyu cevapsız bırakmıştır. 7O1, 7O2, 7Y2 ve 7Y3 yakın uzaklıktaki terimi bulmak için kullandıkları stratejileri, orta uzaklıktaki terimi bulmak için de kullanmışlardır. 7V1, 7O3 ve 7Y1, yakın ve orta uzaklıktaki terimleri bulmak için farklı stratejiler kullanmışlardır. Orta uzaklıktaki terimi bulmak için kuraldan yapma ve çarpım tablosu arama stratejisini kullanan öğrenciler (7Y3 hariç) doğru cevaba ulaşırken, yanlış bütüne genişletme stratejisini kullanan öğrenciler doğru cevaba ulaşamamışlardır. 7Y3 orta uzaklıktaki terimi örüntünün kuralı ile bulmaya çalışmış ancak işlem hatası yaparak doğru cevaba ulaşamamıştır. 7V1, 7O1 ve 7Y1'in orta uzaklıktaki terimi bulmak için yaptıkları işlemler ve bu öğrencilerle yapılan mülakatlar aşağıda verilmiştir.

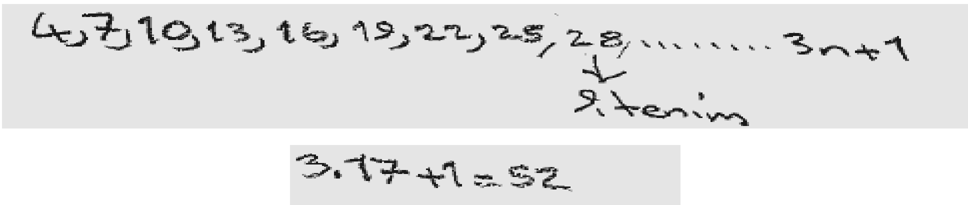


Şekil 4.104. 7V1'in 17. Terimi Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: İlk üç terimi 4, 7, 10 şeklinde verilen örüntünün 17. terimine karşılık gelen sayıyı nasıl bulabiliriz?

7V1: Dokuzuncu terim 28 dir. 28 ile 2 yi çarparsak on sekizinci terimi buluruz. On sekizinci terim 56 olur. 56 dan 3 çıkarırsak, on yedinci terimi 53 buluruz.

7V1 yakın uzaklıktaki terimi yinelemeli ilişki stratejisi ile doğru bulmuştur. 7V1, orta uzaklıktaki terimi bulmak için yanlış bütüne genişletme stratejisini kullanmış ve yanlış cevaba ulaşmıştır.

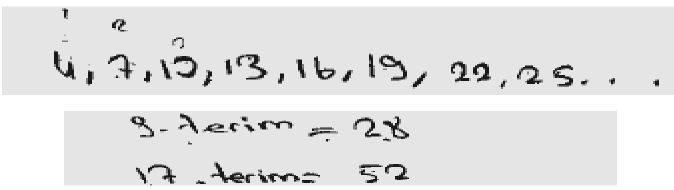


Şekil 4.105. 7O1'in 17. Terimi Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: İlk üç terimi 4, 7, 10 şeklinde verilen örüntünün 17. terimine karşılık gelen sayıyı nasıl bulabiliriz?

7O1: Kuraldan yaparım. Buradaki n yerine 17 yazarım.

7O1 yakın uzaklıktaki terimi yinelemeli ilişki stratejisi ile doğru bulmuştur. Yakın uzaklıktaki terimi bulduktan sonra örüntünün kuralını bulmuştur. Orta uzaklıktaki terimi de örüntünün kuralı ile doğru bulmuştur.



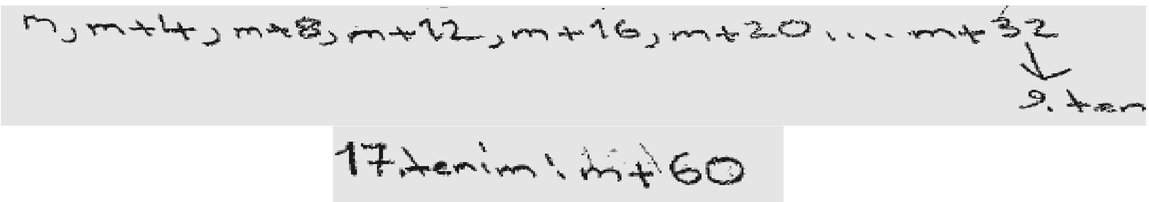
Şekil 4.106. 7Y1'in 17. Terimi Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: İlk üç terimi 4, 7, 10 şeklinde verilen örüntünün 17. terimine karşılık gelen sayıyı nasıl bulabiliriz?

7Y1: ...Terimlere karşılık gelen sayılara baktığımızda 3 ile çarpılmış, sonra da bir ilave edilmiş. On yedinci terime karşılık gelen sayıyı bulabilmek için de 17 ile 3 ü çarpıp çıkan sonucu 1 ile toplamalıyız. ... cevap 52 olur.

7O1 yakın uzaklıktaki terimi yinelemeli ilişki stratejisi ile doğru bulmuştur. Orta uzaklıktaki terimi de çarpım tablosu arama stratejisi ile bulmuştur.

İçinde bilinmeyen bulunan sözel problem şeklindeki sabit artarak genişleyen örüntü (8. soru) sorusunda öğrenciler orta uzaklıktaki terimi bulmak için çarpım tablosu arama (7O1, 7O2, 7Y1, 7Y3) stratejisini kullanmışlardır. 7V1, 7V2, 7O3 ve 7Y2 bu soruyu cevapsız bırakmıştır. 7O1 işlem hatası yaptığı ve 7Y1 ilk dört terimi yanlış oluşturduğu için doğru cevaba ulaşamamıştır. 7O2 ve 7Y3 orta uzaklıktaki terimi doğru bulmuşlardır. 7O1 ve 7O2'nin bu soruyu çözmek için yaptıkları işlemler ve bu öğrencilerle yapılan mülakatlar aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.107. 7O1'in 17. Terimi Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: Birinci terimi "m" olan ve ardışık her terimde 4 artan bir örüntünün 17. terimine karşılık gelen değer kaç olur?

7O1: 17 ile 4 ü çarpacağız.

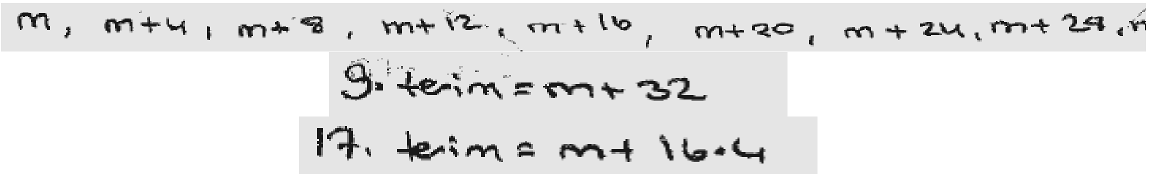
A: Niçin bu şekilde yapıyorsun?

7O1: Hep dörder arttığı için 4 ile çarpmalıyım.

A: Her terimde 4 var mı?

7O1: Birinci terimde 4 yok. İkinci terimde bir tane 4, üçüncü terimde iki tane 4, dördüncü terimde üç tane 4, ...dokuzuncu terimde sekiz tane 4 var. Terim sayısının bir eksiği kadar 4 bulunur. On yedinci terimde on beş tane 4 olur. Buradan da on yedinci terim $m + 60$ olur.

7O1, yakın uzaklıktaki terimi yinelemeli ilişki stratejisi ile doğru bulmuştur. Orta uzaklıktaki terimi çarpım tablosu arama stratejisi ile bulmuştur. Ancak basit bir işlem hatası ile doğru cevaba ulaşamamıştır. Çarpım tablosu arama stratejisini kullanırken, ilk dokuz terimden faydalanmıştır. Bu terimlerde yer alan dörtlerin sayısına göre çarpım tablosu arama stratejisini oluşturmuştur.



Şekil 4.108. 7O2'nin 17. Terimi Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: Birinci terimi "m" olan ve ardışık her terimde 4 artan bir örüntünün 17. terimine karşılık gelen değer kaç olur?

7O2: ...Burada da 1 eksiği olacak. Buna göre $m + 16.4$ *olmalıdır.*

7O2 yakın uzaklıktaki terimi yinelemeli ilişki stratejisi ile, orta uzaklıktaki terimi ise çarpım tablosu arama stratejisi ile doğru bulmuştur.

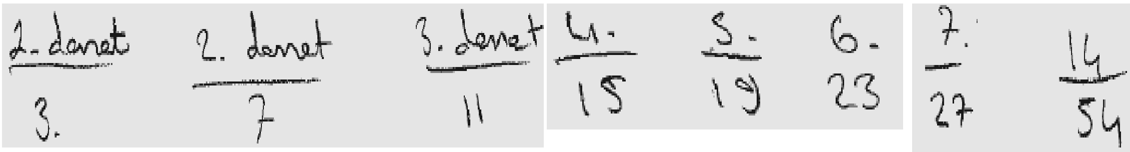
Sabit artarak genişleyen şekil örüntüsü sorusunda (6. soru) yedinci sınıf öğrencilerinin yakın ve orta uzaklıktaki terimi bulmak için kullandıkları stratejiler aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 4.25.

Yedinci Sınıf Öğrencilerinin Sabit Artarak Genişleyen Şekil Örüntüsü Sorusunda Yakın ve Orta Uzaklıktaki Terimleri Bulmak İçin Kullandıkları Stratejiler

	6. Soru	
Çözüm Stratejileri	7. Demet	18. Demet
Yinelemeli İlişki	7V1, 7V2, 7O1, 7O3, 7Y1	-
Kuraldan Yapma	7O2, 7Y2, 7Y3	7V1, 7O1, 7O2, 7Y1, 7Y2, 7Y3
Yanlış Bütüne Genişletme	-	7O3

Sabit artarak genişleyen şekil örüntüsü sorusunda (6. soru) öğrenciler on sakizinci demetteki gül sayısını bulmak için örüntüyü yanlış bütüne genişletme ve kuraldan yapma stratejilerini kullanmışlardır. 7V2 yinelemeli ilişki ile soruyu çözebileceğini ifade etmiş, ancak herhangi bir işlem yapmayarak soruyu cevapsız bırakmıştır. 7V2 ve 7O3'ün dışındaki öğrenciler doğru cevaba ulaşmışlardır. 7O2, 7Y2 ve 7Y3 yakın uzaklıktaki terimleri bulmak için kullandıkları stratejileri orta uzaklıktaki terimleri bulmak için de kullanmışlardır. Diğer öğrenciler yakın ve orta uzaklıktaki terimleri bulmak için ya farklı stratejiler kullanmış ya da soruyu cevapsız bırakmışlardır. 7O3 ve 7Y3'ün bu soruyu çözmek için yaptıkları işlemler ve bu öğrencilerle yapılan mülakatlar aşağıda verilmiştir.

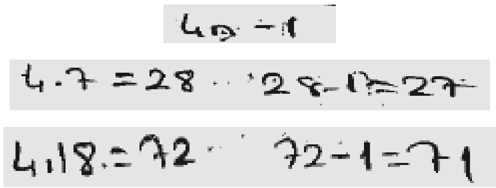


Şekil 4.109. 7O3'ün 18. Demetteki Gül Sayısını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: ... Birinci demette 3, ikinci demette 7 ve üçüncü demette 11 gül bulunduğuna göre 18. demette kaç tane gül bulunur?

7O3: Yedinci demette 27 gül bulunduğuna göre on dördüncü demette 54 gül bulunur. İki katı olacağı için. On sekizinci demetteki gül sayısını bulmak için de on dördüncü demetteki gül sayısını dörder arttırırız.

7O3, yedinci demetteki gül sayısını yinelemeli ilişki stratejisi ile doğru bulmuştur. Yedinci demetteki gül sayısının iki katını alarak on dördüncü demetteki gül sayısını bulmaya çalışmıştır. On sekizinci demetteki gül sayısını bulmak için de on dördüncü demetteki gül sayısından itibaren örüntüyü devam ettirerek bulabileceğini ifade etmiş ancak herhangi bir işlem yapmamıştır. On dördüncü demetteki gül sayısını yanlış bütüne genişletme stratejisi ile bulmaya çalışmış ancak doğru cevaba ulaşamamıştır. On dördüncü demetteki gül sayısından itibaren örüntüyü devam ettirse de doğru cevaba ulaşması mümkün olmazdı. Çünkü on dördüncü demetteki gül sayısı yanlış olduğundan, 14. terimden itibaren yinelemeli ilişki stratejisi ile oluşturulacak 18. terim de yanlış olacaktır.



Şekil 4.110. 7Y3'ün 18. Demetteki Gül Sayısını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: ... Birinci demette 3, ikinci demette 7 ve üçüncü demette 11 gül bulunduğuna göre 14. demette kaç tane gül bulunur?

7Y3:... Kuraldaki n *yerine* 18 *yazarız.*

7Y3, yakın ve orta uzaklıktaki terimleri örüntünün kuralı ile doğru bulmuştur.

4.2.3 Yedinci Sınıf Öğrencilerinin Örüntülerin Kurallarını Bulmak İçin Kullandıkları Stratejilerin İncelenmesi

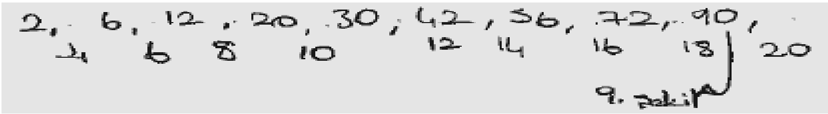
Artarak genişleyen şekil örüntüsü sorusunda yedinci sınıf öğrencilerinin örüntünün kuralını bulmak için kullandıkları stratejiler aşağıdaki tabloda verilmiştir.

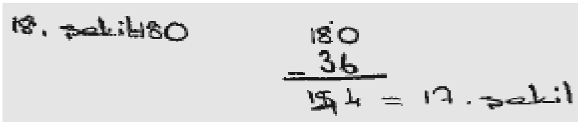
Tablo 4.26.

Yedinci Sınıf Öğrencilerin Artarak Genişleyen Şekil Örüntüsü Sorusunda Örüntünün Kuralını Bulmak İçin Kullandıkları Stratejiler

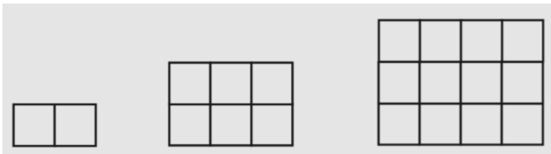
Çözüm Stratejileri	1. Soru
Yinelemeli İlişki	7V1, 7O3
Sistemli Tahmin-Kontrol	7V2, 7Y2
Belirgin	7V3, 7O2, 7Y2, 7Y3

Artarak genişleyen şekil örüntüsü sorusunda (1. soru) öğrenciler örüntünün kuralını bulmak için belirgin, sistemli tahmin-kontrol ve yinelemeli ilişki stratejilerini kullanmışlardır. 7O1 ve 7Y1 soruyu cevapsız bırakırken, 7V1 ve 7O3 doğru cevaba ulaşamamışlardır. 7O1 yakın uzaklıktaki terimi yinelemeli ilişki stratejisi ile doğru bulmuştur. Orta uzaklıktaki terimi hesaplayabilmek için örüntünün kuralını bulmaya çalışmış ancak kuralı bulamadığı için soruyu cevapsız bırakmıştır. 7Y1 yakın uzaklıktaki terimi bulmak için örüntünün kuralını bulmaya çalışmış ancak örüntünün kuralını bulamadığı için yakın ve orta uzaklıktaki terimleri bulmak için herhangi bir işlem yapmamıştır. Bu soruda hem yakın hem de orta uzaklıktaki terimi doğru bulan öğrenciler, örüntünün kuralını da doğru bulmuşlardır. 7V1, 7O3 ve 7Y2'nin örüntünün kuralını bulmak için yaptıkları işlemler ve bu öğrencilerle yapılan mülakatlar aşağıda verilmiştir.





Şekil 4.111. 7V1'in Artarak Genişleyen Şekil Örüntüsünün Kuralını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler



1. Şekil **2. Şekil** **3. Şekil**

A: Birim karelerden oluşan şekiller belli bir kurala göre sıralanarak bir örüntü meydana getirmişlerdir… Bu örüntünün kuralı nedir?

7V1: Kural $2n$ *dir.*

A: Bu ifadeye nasıl ulaştığını açıklar mısın?

7V1: İkişer arttığı için $2n$ *olur.*

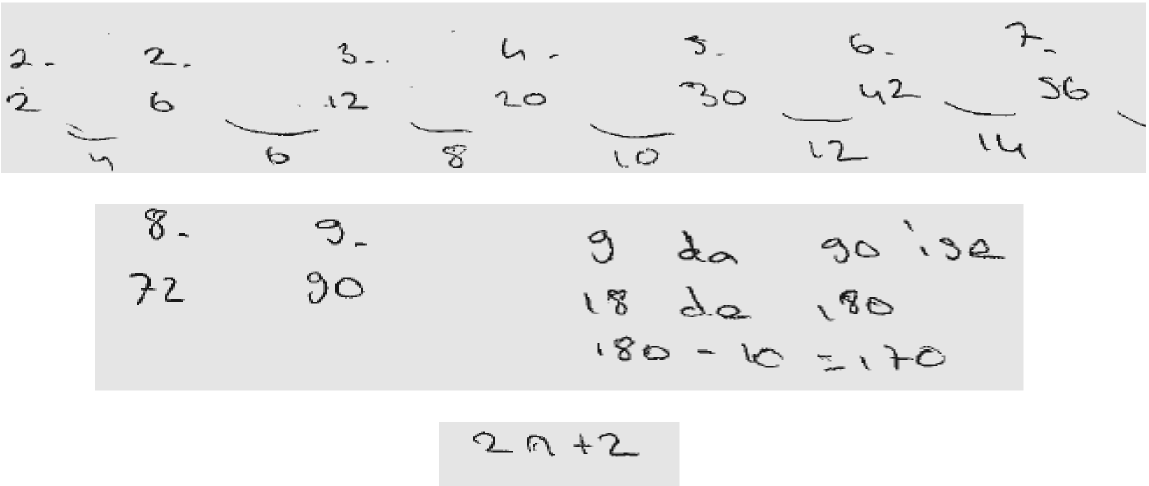
A: Bu kural tüm terimler için sağlanıyor mu?

7V1: Sağlanmıyor…

A: Kural başka ne olabilir?

7V1: 4 artmış, 6 artmış, 8 artmış,…

7V1, yakın uzaklıktaki terimi yinelemeli ilişki stratejisiyle doğru bulmuştur. Orta uzaklıktaki terimi bulmak için yanlış bütüne genişletme stratejisini kullanmış ve yanlış cevaba ulaşmıştır. Örüntünün kuralını bulmak için de yinelemeli ilişki stratejisini kullanmaya çalışmış, ancak başarılı olamamıştır.



Şekil 4.112. 7O3'ün Artarak Genişleyen Şekil Örüntüsünün Kuralını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: ... Bu örüntünün kuralı nedir?

7O3: Kural ... $2n + 2$ *olur. Birinci ile ikinci arasında 4, ikinci ile üçüncü arasında 6, üçüncü ile dördüncü arasında 8 fark var.*

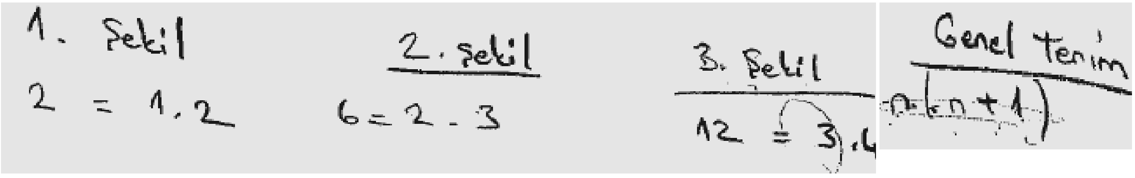
A: Kuraldaki n yerine değerler verdiğimiz zaman kare sayılarını bulabilir miyiz?

7O3: ...hayır, bulamıyoruz.

A: Başka nasıl bulabiliriz?

7O3: ...yapamıyorum.

7O3 bu soruda yakın uzaklıktaki terimi yinelemeli ilişki stratejisi ile doğru bulmuştur. Orta uzaklıktaki terimi yanlış bütüne genişletme stratejisi ile bulmaya çalışmış ancak doğru cevaba ulaşamamıştır. 7O3, örüntünün kuralını bulmak için ise ardışık terimler arasındaki farka odaklanmıştır. Yinelemeli ilişki stratejisini kullanarak doğru cevaba ulaşmaya çalışmış ancak başarılı olamamıştır.



Şekil 4.113. 7Y2'nin Artarak Genişleyen Şekil Örüntüsünün Kuralını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: ...Buna göre 9. şekli oluşturmak için kaç kareye ihtiyaç vardır?

7Y2: Genel terimi bulacağız. Birinci için $2n$ *oluyor ama ...ikinci terim için sağlanmıyor. İkinci için* $2n + 2$ *oluyor ama bu da üçüncü terim için sağlanmıyor.* 8 *olsaydı olurdu ama 12...*

A: Farklı bir yoldan yapabilir miyiz?

7Y2: ... 2 yi 1.2 *şeklinde düşünebiliriz...*

A: Bu şekilde düşünecek olursak diğer terimler nasıl olur?

7Y2: 6 yı 2.3 *şeklinde ve 12 yi* 3.4 *şeklinde düşünürüz. ...*

A: Buna göre dokuzuncu şekilde kaç tane birim kare bulunur.

7Y2: Önce genel terimini de bulalım da sonra diğerleri kolay olur. Birincide 1, ikincide 2 ve üçüncüde 3 var ...o zaman n*. terimde* n *olur.* n *çarpı olacak...* $n.n$ *mi?*

A: İkinci çarpanlara bakacak olursak n *mi oluyor?*

7Y2: Birincide 2*, ikincide* 3 *var.* $n + 1$ *olur. Genel terimde* $n.(n + 1)$ *olur...*

7Y2 örüntünün kuralını bulmak için terim sırası ile terim sırasına karşılık gelen sayıları sistemli tahmin-kontrol stratejisine göre ilişkilendirmeye çalışmıştır. Birkaç tahmin yaptıktan sonra bu stratejiyi kullanmaktan vazgeçmiştir. Daha sonra ilk üç terimdeki kare sayılarını çarpma işlemine göre parçalayarak örüntünün kuralı için bir fikir geliştirmeye çalışmıştır. Her üç terim için de sağlanan ortak özelliği n. terim için genelleyerek örüntünün kuralını doğru bulmuştur. 7Y2 belirgin strateji ile örüntünün kuralını, bu kural ile de yakın ve orta uzaklıktaki terimleri doğru bulmuştur.

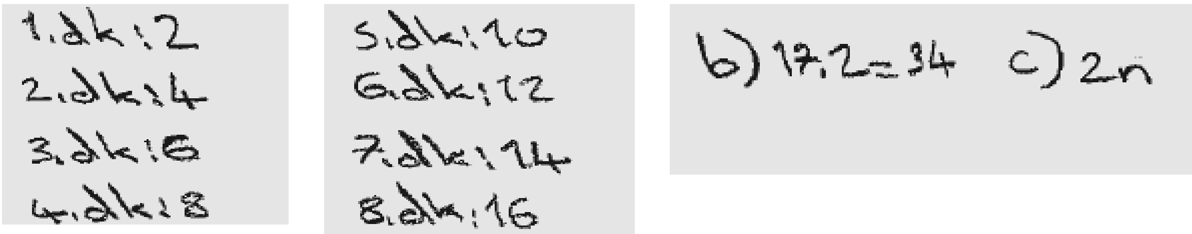
Artarak genişleyen sayı örüntüsü sorusunda yedinci sınıf öğrencilerinin örüntünün kuralını bulmak için kullandıkları stratejiler aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 4.27.

Yedinci Sınıf Öğrencilerinin Artarak Genişleyen Sayı Örüntüsünün Kuralını Bulmak İçin Kullandıkları Stratejiler

Çözüm Stratejileri	3. Soru
Yinelemeli İlişki	7O1
Belirgin	7V3, 7O2, 7Y1, 7Y2
Sistemli Tahmin-Kontrol	7Y3

Sözel problem şeklindeki artarak genişleyen örüntü sorusunda (2. soru) öğrenciler yinelemeli ilişki, belirgin ve sistemli tahmin-kontrol stratejileri ile örüntünün kuralını bulmaya çalışmışlardır. 7V1, 7V2 ve 7O3 bu soruyu cevapsız bırakmışlardır. Cevap veren öğrencilerden yalnız 7O2 ve 7Y3 doğru sonuca ulaşmışlardır. Orta uzaklıktaki terimi doğru bulan öğrenciler örüntünün kuralını da doğru bulmuşlardır. 7O1, 7O2 ve 7Y3'ün örüntünün kuralını bulmak için yaptıkları işlemler ve bu öğrencilerle yapılan mülakatlar aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.114. 7O1'in Artarak Genişleyen Sayı Örüntüsünün Kuralını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

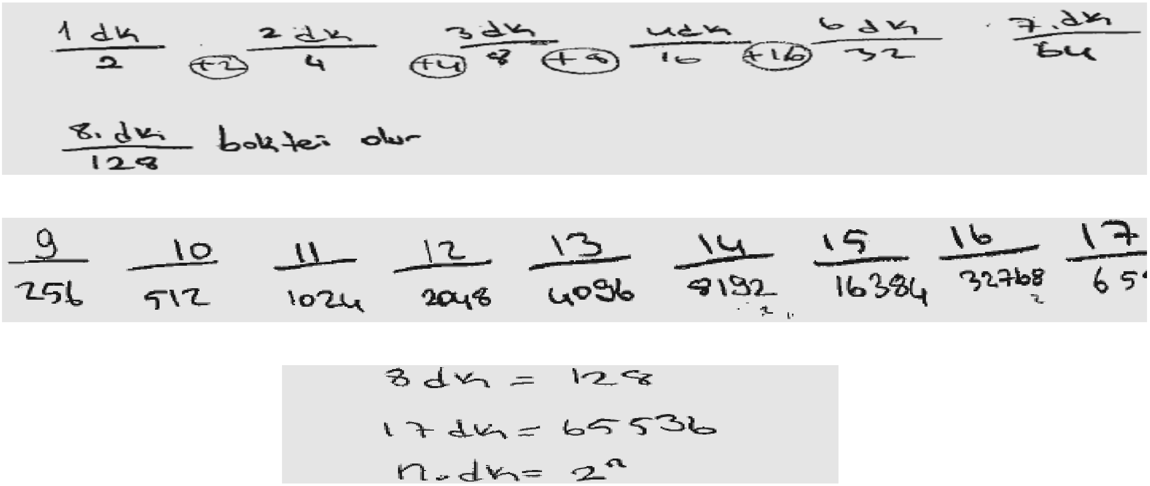
A: Bir bakteri bir dakikada ikiye bölünmektedir… n. dakikada kaç bakteri oluşur?

7O1: n yerine herhangi bir sayı alabilir miyim?

A: Aslında burada örüntünün kuralı sorulmaktadır. Bu yüzden alamazsın.

7O1: Kural… ikişer artmasıdır. İkişer arttığı için de n e bağlı olarak 2n *olur.*

7O1, yakın uzaklıktaki terimi yinelemeli ilişki stratejisi ile bulmaya çalışmıştır. 3. dakikada oluşan bakteri sayısını yanlış bulmuştur. 3. dakikada oluşan bakteri sayısını yanlış bulduğu için yakın uzaklıktaki terimi de yanlış bulmuştur. 7O1, orta uzaklıktaki terimi çarpım tablosu arama, örüntünün kuralını da yinelemeli ilişki stratejileri ile yanlış bulmuştur. 7O1'in 3. dakikada oluşan bakteri sayısını yanlış bulması, yakın ve orta uzaklıktaki terimler ile örüntünün kuralını da yanlış bulmasına sebep olmuştur.



Şekil 4.115. 7O2'nin Artarak Genişleyen Sayı Örüntüsünün Kuralını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: Bir bakteri bir dakikada ikiye bölünmektedir… 17. dakikada kaç bakteri oluşacağını nasıl bulabiliriz?

7O2: Aynı şekilde devam ederek yapabiliriz. Sekizinci de 128 ise, dokuzuncu da 256 bakteri oluşur. Onuncu dakikada 512 bakteri oluşur…On yedinci dakikada ise 65536 bakteri oluşur.

A: Başka bir yoldan çözebilmen mümkün mü?

7O2: Kuralla yaparız.

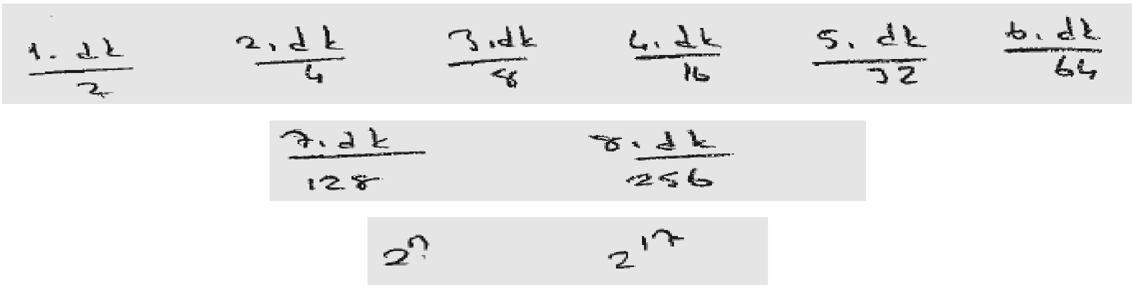
A: Kuralı nasıl bulabiliriz?

7O2: …

A: 2 ile çarpıyoruz demiştin. Buradan hareketle kuralı bulabilir misin?

7O2:…4, 2 ile 2 nin çarpımıdır. 8 sayısı 3 tane 2 nin çarpımıdır… O zaman kural da 2^n *olur.*

7O2, yakın ve orta uzaklıktaki terimleri yinelemeli ilişki stratejisi ile doğru bulmuştur. Üçüncü dakikada oluşan bakteri sayısından beşinci dakikaya kadar oluşan bakteri sayılarını terimler arası farka göre devam ettirerek bulmuştur. Altıncı dakikadan, on yedinci dakikaya kadar oluşan bakteri sayılarını ise terimler arasında kat ilişkisi kurarak bulmuştur. Her bir terimdeki bakteri sayısını 2 ile çarparak bir sonraki terimde oluşacak bakteri sayısını bulmuştur. Bu şekilde yakın ve orta uzaklıktaki terimleri doğru bulmuştur. 7O2 örüntünün kuralını da dakika ile dakikaya karşılık gelen bakteri sayılarını ilişkilendirerek doğru bulmuştur. Bu ilişkilendirme işlemini çarpma işleminde kullanılan 2'lerin sayısına göre oluşturmuştur.



Şekil 4.116. 7Y3'ün Artarak Genişleyen Sayı Örüntüsünün Kuralını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: Bir bakteri bir dakikada ikiye bölünmektedir… 17. dakikada kaç bakteri oluşacağını nasıl bulabiliriz?

7Y3: Örüntünün kuralını bularak yapabiliriz.

A: Kuralı nasıl bulabiliriz?

7Y3: Kural n^2 *mi?...yok, değil…Birinci* 2*, ikinci* 4*, üçüncü* 8*, dördüncü* 16*,…, sekizinci* 256 *olmuş…* 2 *lerin çarpımı var…*

A: 2 *lerin çarpımını kısa yoldan nasıl gösterebiliriz?*

7Y3: Üsse yazarız, kural 2^n *olur. On yedinci terimde yer alan bakteri sayısını bulabilmek için* n *yerine* 17 *yazarız.*

7Y3, yakın uzaklıktaki terimi yinelemeli ilişki stratejisi ve orta uzaklıktaki terimi örüntünün kuralı ile doğru bulmuştur. Örüntünün kuralını bulmak için sistemli tahmin-kontrol stratejisinden faydalanmıştır. Terim sırası ile terim sıralarına karşılık gelen sayıları ilişkilendirmeye çalışmış ve ikinci tahmininde örüntünün kuralını doğru bulmuştur.

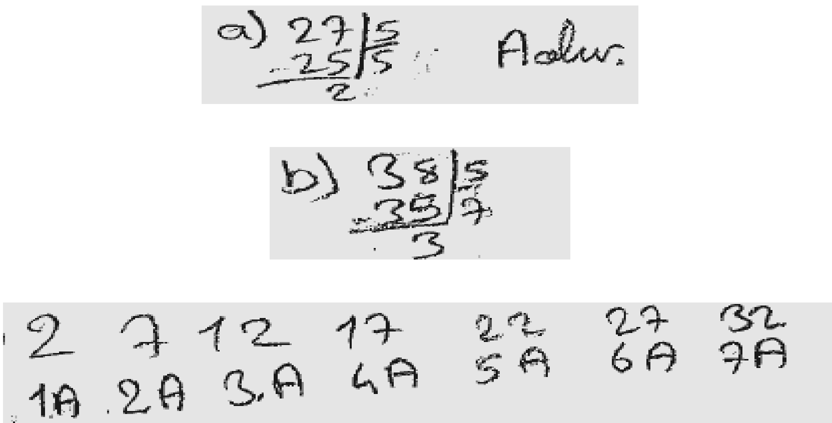
Tekrarlı örüntü sorusunda yedinci sınıf öğrencilerinin örüntünün kuralını bulmak için kullandıkları stratejiler aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 4.28.

Yedinci Sınıf Öğrencilerinin Tekrarlı Örüntü Sorusunun Kuralını Bulmak İçin Kullandıkları Stratejiler

Çözüm Stratejileri	3. Soru
Yinelemeli İlişki	7V3, 7O3, 7Y1
Belirgin	7V1, 7O1, 7O2, 7Y1, 7Y2, 7Y3
Sistemli Tahmin-Kontrol	7V2

Tekrarlı örüntü sorusunda (3. soru) öğrenciler belirgin, yinelemeli ilişki ve sistemli tahmin-kontrol stratejileri ile A harflerinin sırasını veren kuralı bulmaya çalışmışlardır. 7V2, 7V3 ve 7O3 bu soruda doğru cevaba ulaşamazken, diğer öğrenciler doğru cevaba ulaşmışlardır. 7V2, 7O3 ve 7Y1'in A harflerinin sırasını veren kuralı bulmak için yaptıkları işlemler ve bu öğrencilerle yapılan mülakatlar aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.117. 7V2'nin Tekrarlı Şekil Örüntüsündeki A Harflerinin Sıralarının Kuralını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: F A T İ H F A T İ H F A T İ H…

A, F, H, İ, T harfleri belli kurala göre sıralanarak bir örüntü oluşturulmuştur. A harflerinin sıralarını veren formülü nasıl bulabiliriz?

7V2: ... Birinci A harfi 2. sırada, ikinci A harfi 5. sıradadır.

A: Örüntünün beşinci harfi A mıdır?

7V2: ...Birinci A dan sonraki 5. harf A dır. Baştan itibaren sayınca ikinci A harfi 7. sıradadır. Üçüncü A harfi 12. sırada, ..., yedinci A harfi 32. sırada yer almaktadır.

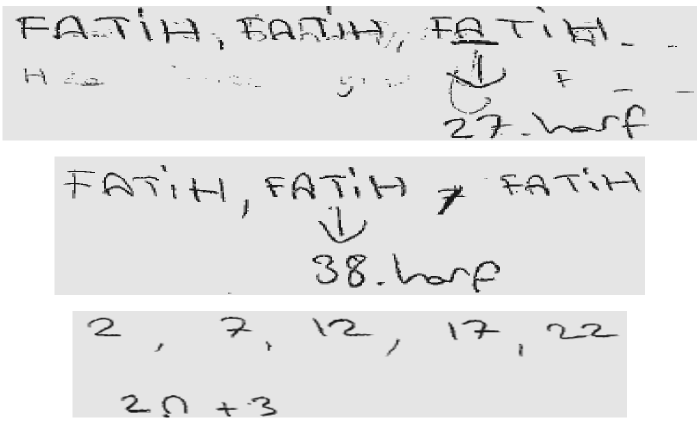
A: Kural nedir?

7V2: Beşer artıyor... $n + 5$ *olur.*

A: Kuraldaki n *yerine değerler verdiğimizde sağlıyor mu?*

7V2: Sağlıyor. Çünkü n *yerine* 2 *yazınca* 7 *oluyor... Ama üç için sağlamıyor.* $3n + 1$ *olsa ...* 2 *için sağlanıyor,* 3 *için sağlanmıyor. Bu da yanlış olur.*

7V2, yirmi yedinci ve otuz sekizinci harfleri bölümden kalanı sayma stratejisi ile doğru bulmuştur. A harflerinin sıralarını veren kuralı bulabilmek için ilk yedi A harfinin sırasını tespit etmiş ve bu sıra numaraları ile terimleri 2, 7, 12, …olan sabit artarak genişleyen bir sayı örüntüsü oluşturmuştur. Ardışık terimler arasındaki farkı ve ikinci terimi göz önüne alarak kural için tahminlerde bulunmuş, ancak doğru cevaba ulaşamamıştır. 7V2 kuralı doğru bulabileceği stratejilerden birini kullanmış ancak iki tahmin dışında başka tahminlerde bulunmayınca doğru cevaba ulaşamamıştır.



Şekil 4.118. 7O3'ün Tekrarlı Şekil Örüntüsündeki A Harflerinin Sıralarının Kuralını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: ...A harflerinin sıralarını veren formülü nasıl bulabiliriz?

7O3: ...

A: A harflerinin bulunduğu birkaç sırayı yazsak çözüm için bir fikir verebilir mi?

7O3: Yazalım. Birinci A harfi 2. sırada, ikinci A harfi 7. sırada, üçüncü A harfi 12. sırada, ..., beşinci A harfi 22. sırada yer almaktadır. Beşer artıyor. ... $2n + 3$ *olur.*

A: Kuralın $2n + 3$ *olduğuna nasıl karar verdin?*

7O3: Kuraldaki n *yerine* 2 *yazarsak* 7 *oluyor.*

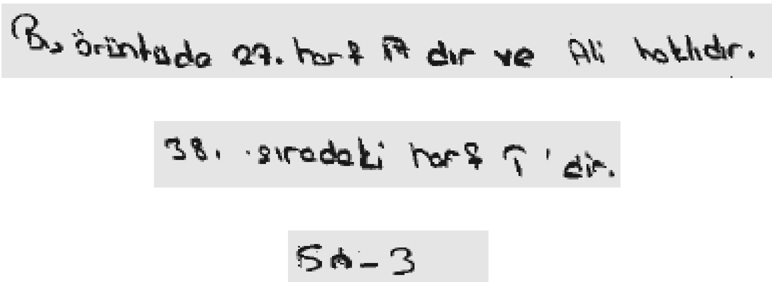
A: 2 den başka değerler için sağlanıyor mu?

7O3: 7 *yazarsak* 17 *olur. Ama* 12 *olmalıydı. Kural yanlış oldu...*

A: Başka bir yoldan kuralı bulabilir misin?

7O3: ...

7O3, yazma stratejisini kullanarak yirmi yedinci ve otuz sekizinci harfleri doğru bulmuştur. A harflerinin sırasını veren kuralı bulabilmek için ilk beş A harfinin sırasını tespit etmiştir. Bu şekilde sabit artarak genişleyen bir sayı örüntüsü elde etmiştir. Sayı örüntüsünde ardışık terimler arasındaki farkı dikkate alarak örüntünün kuralını bulmaya çalışmış ancak başarılı olamamıştır.



Şekil 4.119. 7Y1'in Tekrarlı Şekil Örüntüsündeki A Harflerinin Sıralarını Veren Kuralı Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: ...A harflerinin sıralarını veren formülü nasıl bulabiliriz?

7Y1: Birinci A harfi ikinci sıradadır. İkinci A harfi yedinci sıradadır. Üçüncü A harfi on ikinci sıradadır. A harflerinin sıraları beşer arttığı için kural $n + 5$ *olur.*

A: Bu kuraldaki n *yerine değerler verdiğimizde doğru sonuca ulaşabiliyor muyuz?*

7Y1: ...ulaşamıyoruz. Beşer arttığı için $n + 5$ *değil,* $5n$ *olur. Kural n yerine 1,2 gibi değerler verdiğimizde sonuçlar* $2, 7, 12$ *olmalıdır... Buna göre de kural* $5n - 3$ *olur.*

7Y1, sayma stratejisini kullanarak yirmi yedinci ve otuz sekizinci harfleri doğru bulmuştur. A harflerinin sırasını veren kuralı bulabilmek için, ilk üç A harfinin sırasını tespit etmiş ve bu harf sıraları ile sabit artarak genişleyen bir sayı örüntüsü oluşturmuştur. Terimler arası farkı kullanarak doğru cevaba ulaşmaya çalışmış ancak başarılı olamamıştır. Daha sonra terimler arası fark ve terim sırası ile terim sırasına karşılık gelen sayıları birlikte düşünerek örüntünün kuralını doğru tespit etmiştir.

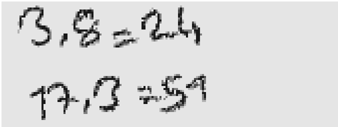
Yedinci sınıf öğrencilerinin sabit artarak genişleyen sayı örüntüsü sorularında örüntünün kuralını bulmak için kullandıkları stratejiler aşağıdaki tabloda verilmiştir.

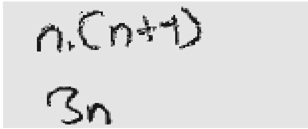
Tablo 4.29.

Yedinci Sınıf Öğrencilerinin Sabit Artarak Genişleyen Sayı Örüntüsü Sorularının Kuralını Bulmak İçin Kullandıkları Stratejiler

Çözüm Stratejileri	4. Soru	7. Soru	8. Soru
Yinelemeli İlişki	7V1, 7V2, 7O1, 7O2, 7O3, 7Y1, 7Y2	7V1	-
Belirgin	7O2, 7Y3	7O1, 7O2, 7Y1, 7Y2, 7Y3	7V1, 7O2, 7Y1, 7Y2, 7Y3
Sistemli Tahmin-Kontrol	7V2	-	-

Sabit artarak genişleyen sayı örüntüsü sorusunda (4. soru) öğrenciler belirgin, yinelemeli ilişki ve sistemli tahmin-kontrol stratejileri ile örüntünün kuralını doğru bulmuşlardır. 7V2 ve 7O2'nin örüntünün kuralını bulmak için yaptıkları işlemler ve bu öğrencilerle yapılan mülakatlar aşağıda verilmiştir.





Şekil 4.120. 7V2'nin Sabit Artarak Genişleyen Sayı Örüntüsünün Kuralını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: İlk üç terimi 3, 6, 9 şeklinde verilen bir örüntünün 8. terimine karşılık gelen sayıyı bulunuz.

7V2: Örüntünün kuralını bularak yaparım. Kural $n.(n+1)$ *olur.*

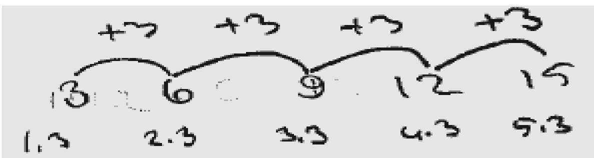
A: Kuralı nasıl bulduğunu açıklar mısın?

7V2: Birinci terim 3, *ikinci terim* 6, *üçüncü terim* 9 *olmuş.* n *yerine* 2 *yazınca* 6 *oluyor…*

A: n *yerine* 1 *yazınca kaç olur?*

7V2: 2 *olur. Yanlış oldu… Kural, üçer arttığı için* $3n$ *olacak.*

7V2, önce ikinci terim ile ikinci terime karşılık gelen sayıyı göz önüne alarak örüntünün kuralını yanlış bulmuş, daha sonra ardışık terimler arasındaki farkı dikkate alarak örüntünün kuralını yinelemeli ilişki stratejisi ile doğru bulmuştur.



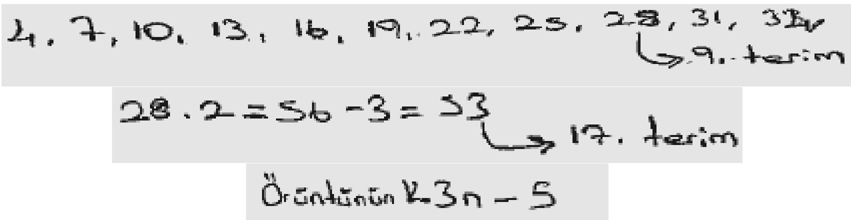
Şekil 4.121. 7O2'nin Sabit Artarak Genişleyen Sayı Örüntüsünün Kuralını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: Terimleri 3, 6, 9,… şeklinde devam eden örüntünün kuralı nedir?

7O2: … Üçer arttığı için $3n$ *olacak. Ayrıca her terimde 3 çarpanı ortaktır. Birinci terim* 1.3*, ikinci terim* 2.3 *… ve beşinci terim* 5.3 *olarak yazılabilir. Buradan da yine örüntünün kuralı* $3n$ *olur. …*

7O2, yakın ve orta uzaklıktaki terimleri yinelemeli ilişki stratejisi ile doğru bulmuştur. Örüntünün kuralını ise iki farklı yoldan doğru bulmuştur. Birinci yol olarak yinelemeli ilişki stratejisini, ikinci yol olarak da belirgin stratejiyi kullanmıştır.

Sabit artarak genişleyen sayı örüntüsü sorusunda (7. soru) öğrenciler belirgin (7O1, 7O2, 7Y1, 7Y2, 7Y3) ve yinelemeli ilişki (7V1) stratejileri ile örüntünün kuralını bulmaya çalışmışlardır. 7V2 ve 7O3 örüntünün kuralını bulmak için herhangi bir işlem yapmazlarken, 7V1 örüntünün kuralını yanlış bulmuştur. 7V1 ve 7Y3'ün örüntünün kuralını bulmak için yaptıkları işlemler ve bu öğrencilerle yapılan mülakatlar aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.122. 7V1'in Sabit Artarak Genişleyen Sayı Örüntüsünün Kuralını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: İlk üç terimi 4, 7, 10 şeklinde verilen örüntünün kuralı nedir?

7V1: Bunun için önce örüntünün kuralını bulurum. Üçer arttığı için $3n$ *olacak... $3n-8$olmuyor... Kural* $3n-5$ *olur.* n *yerine 4 yazınca 7 oluyor...*

A: Bu kural diğer terimler için de sağlanıyor mu?

7V1: ...sağlanmıyor.

7V1 yakın uzaklıktaki terimi yinelemeli ilişki stratejisi ile doğru, orta uzaklıktaki terimi yanlış bütüne genişletme stratejisi ile yanlış bulmuştur. Örüntünün kuralını bulmak için terim sıralarına karşılık gelen sayıları dikkate almış ancak doğru cevaba ulaşamamıştır. Kural olarak bulduğu ifadenin doğruluğunu kontrol etmek için de yine terim sıralarına karşılık gelen sayıları göz önüne almıştır. Kuralı bulmak için veya bulduğu kuralın doğruluğunu kontrol etmek için terim sırası ile terim sırasına karşılık gelen sayıları hiç dikkate almamıştır.

4, 7, 10, ... $3n+1$ | $k \rightarrow 3k+1$

9. $\rightarrow 3.9=27$ $27+1=28$ | 17. $\rightarrow 3.17=58$ $58+1=59$

Şekil 4.123. 7Y3’ün Sabit Artarak Genişleyen Sayı Örüntüsünün Kuralını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: İlk üç terimi 4, 7, 10 şeklinde verilen bir örüntünün 9. terimine karşılık gelen sayıyı nasıl bulabiliriz?

7Y3: Örüntünün kuralını bulurum. Üçer arttığı için $3n$ *olacak… Ancak bu sağlamıyor. 1 yazdığımızda 4 olması için kurala* $+1$ *de yazmalıyız. Dolayısıyla kural* $3n+1$ *olur…*

7Y3, yakın ve orta uzaklıktaki terimleri örüntünün kuralı ile bulmaya çalışmıştır. Yakın uzaklıktaki terimi doğru bulurken, orta uzaklıktaki terimi çarpma işleminde yaptığı hatadan dolayı yanlış bulmuştur. Örüntünün kuralını bulabilmek için önce terimler arası farka odaklanarak 3n, daha sonra terim sırası ile terim sırasına karşılık gelen sayıyı göz önüne alarak 3n+1 ifadesine ulaşarak örüntünün kuralını doğru bulmuştur.

İçinde bilinmeyen bulunan sözel problem şeklindeki sabit artarak genişleyen örüntü (8. soru) sorusunda öğrenciler belirgin strateji (7V1, 7O2, 7Y1, 7Y2, 7Y3) ile örüntünün kuralını bulmaya çalışmışlardır. Bu soruda 7O2 ve 7Y3 doğru cevaba ulaşmışlardır. 7V2, 7O1 ve 7O3 bu soruyu cevapsız bırakırken, 7Y1 ve 7Y2 doğru cevaba ulaşamamıştır. 7O2’nin örüntünün kuralını bulmak için yaptıkları işlemler ve bu öğrencilerle yapılan mülakatlar aşağıda verilmiştir.

m, $m+4$, $m+8$, $m+12$, $m+16$, $m+20$, $m+24$, $m+29$, $m+32$

9. terim $= m+32$

17. terim $= m+16 \cdot 4$

n. terim $= m+(n-1) \cdot 4$

Şekil 4.124. 7O2’nin İçinde Bilinmeyen Bulunan Sabit Artarak Genişleyen Sayı Örüntüsünün Kuralını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: Birinci terimi "m" olan ve ardışık her terimde 4 artan bir örüntünün n.terimine karşılık gelen değeri nasıl bulabiliriz?

7O2: Dokuzun terimde 8, on yedinci terimde 16 olduğuna göre n de $n-1$ olmalıdır. Dolayısıyla kural $m+(n-1).4$ olur

A: Burada $n-1$ ifadesini parantez içine almak gerekir mi?

7O2: Evet, paranteze almalıyız.

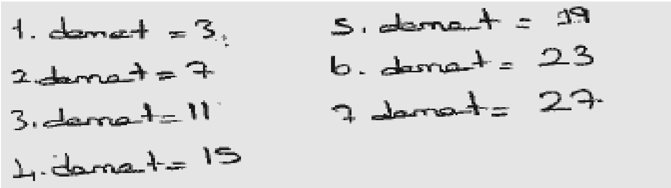
7O2 yakın uzaklıktaki terimi yinelemeli ilişki, orta uzaklıktaki terimi çarpım tablosu arama ve örüntünün kuralını da belirgin strateji ile doğru bulmuştur.

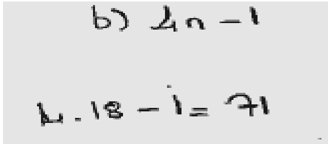
Sabit artarak genişleyen şekil örüntüsü sorusunda (6. soru) yedinci sınıf öğrencilerinin örüntünün kuralını bulmak için kullandıkları stratejiler aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 4.30.
Yedinci Sınıf Öğrencilerinin Sabit Artarak Genişleyen Şekil Örüntüsünün Kuralını Bulmak İçin Kullandıkları Stratejiler

Çözüm Stratejileri	6. Soru
Sistemsiz Tahmin-Kontrol	7V2
Belirgin	7V1, 7O1, 7O2, 7Y1, 7Y2, 7Y3

Sabit artarak genişleyen şekil örüntüsü sorusunda (6. soru) öğrenciler belirgin ve sistemsiz tahmin-kontrol stratejileri ile örüntünün kuralını bulmaya çalışmışlardır. 7O3 soruyu cevapsız bırakırken, 7V2 örüntünün kuralını yanlış, diğer öğrenciler doğru bulmuşlardır. 7V1 ve 7V2'nin örüntünün kuralını bulmak için yaptıkları işlemler ve bu öğrencilerle yapılan mülakatlar aşağıda verilmiştir.





Şekil 4.125. 7V1'in Sabit Artarak Genişleyen Şekil Örüntüsünün Kuralını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

1. demet **2. demet** **3. demet**

A: 1. demette 3, 2. demette 7 ve 3. demette 11gül bulunmaktadır… Bu örüntünün kuralı nedir?

7V1: Dörder artıyor…

A: Dörder artmasını formüle çevirebilir misin?

7V1: Dörder artıyor… $4n$ *olur..*

A: Bu kural terimler için sağlanıyor mu?

7V1:… n *yerine 1 yazınca 4 oluyor…*

A: n *yerine 1 yazınca kaç olması gerekir?*

7V1: 3 olmalı… Kural $4n - 1$ *olur.*

A: Bu kural tüm terimler için sağlanıyor mu?

7V1: …hepsi için sağlanıyor.

7V1 yakın uzaklıktaki terimi yinelemeli ilişki stratejisi, orta uzaklıktaki terimi örüntünün kuralı ile doğru bulmuştur. Örüntünün kuralını bulmak için önce terimler arası farkı kullanarak $4n$, daha sonra birinci terim ile birinci terime karşılık gelen sayıyı göz önüne alarak $4n - 1$ ifadesine ulaşmıştır. Öğrencinin bu kuralı bulmasında araştırmacının sonda sorusunun önemli bir etkisi olmuştur. Çünkü öğrenci bu soruya verdiği cevaptan sonra kuralı bulmuştur.

Şekil 4.126. 7V2’nin Sabit Artarak Genişleyen Şekil Örüntüsünün Kuralını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: 1. demette 3, 2. demette 7 ve 3. demette 11gül bulunmaktadır… Bu örüntünün kuralı nedir?

7V2: $n^2 + 2$ *olsa...*

A: Kuralı nasıl bulduğunu açıklar mısın?

7V2: 1 için 3 oluyor. 2 için 6 oluyor… Kural yanlış oldu.

A: Başka bir yoldan kuralı bulabilir misin?

7V2: …

7V2 yakın uzaklıktaki terimi yinelemeli ilişki stratejisi ile doğru bulmuştur. Orta uzaklıktaki terimi ise yinelemeli ilişki stratejisi veya örüntünün kuralı ile bulabileceğini ifade etmiştir. Örüntünün kuralını bulmak için sistemsiz tahmin-kontrol stratejisini kullanmış ancak doğru cevaba ulaşamamıştır. Örüntünün kuralını bulamadığı için orta uzaklıktaki terimi de bulamamıştır.

4.2.4. Yedinci Sınıf Öğrencilerinin Örüntü Oluşturma Stratejilerinin İncelenmesi

Mülakat sırasında öğrencilere yöneltilen sayı örüntüsü oluşturma sorusu (5. soru) ve çalışma grubundan elde edilen bulgular aşağıda verilmiştir.

Soru: İçinde 2 ve 3 sayılarının bulunduğu bir örüntü oluşturunuz.

7. sınıf öğrencilerinin oluşturdukları örüntü çeşitleri aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 4.31.

Yedinci Sınıf Öğrencilerinin Oluşturdukları Örüntü Çeşitleri

	5. Soru	
Oluştulan Örüntü Çeşidi	Sayı Örüntüsü	Şekil Örüntüsü
Tekrarlı Örüntü	7O1, 7O2, 7O3, 7Y1, 7Y2, 7Y3	7V1, 7O2, 7O3, 7Y1, 7Y2
Sabit Artarak Genişleyen Örüntü	7V1, 7V2	7V2, 7O1, 7Y3

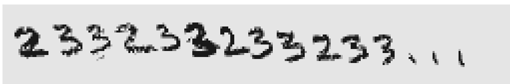
Öğrenciler 2 ve 3 sayılarıyla tekrarlı (7O1, 7O2, 7O3, 7Y1, 7Y2, 7Y3) ve sabit artarak genişleyen örüntü (7V1, 7V2) oluşturmuşlardır. Tekrarlı örüntülerin tekrar birimleri iki (7Y1, 7Y2, 7Y3), üç (7O1), dört (7O2) ve yedidir (7O3). 7V2 ve 7O1'in oluşturduğu örüntüler ve bu öğrencilerle yapılan mülakatlar aşağıda verilmiştir.

Şekil 4.127. 7V2'nin Oluşturduğu Sayı Örüntüsü

A: İçinde 2 ve 3 sayılarının bulunduğu bir örüntü oluşturunuz.

7V2: 2 den başlayarak birer arttırırım... Bu örüntünün genel terimi de ... $n + 1$ *olur.*

7V2, birinci terimi 2 ve kuralı $n + 1$ olan sabit artarak genişleyen bir örüntü oluşturmuştur.



Şekil 4.128. 7O1'in Oluşturduğu Sayı Örüntüsü

A: İçinde 2 ve 3 sayılarının bulunduğu bir örüntü oluşturunuz.

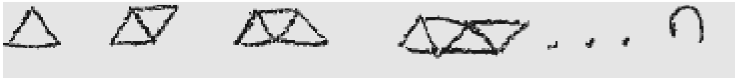
7O1: Örüntüyü 233 *sayılarını ard arda yazarak oluşturabilirim.*

7O1, tekrar birimi 3 olan tekrarlı bir örüntü oluşturmuştur.

Mülakat sırasında öğrencilere yöneltilen şekil örüntüsü oluşturma sorusu (5. soru) ve çalışma grubundan elde edilen veriler:

○, △, □,... *geometrik sembollerinden herhangi birini veya birilerini kullanarak bir örüntü oluşturunuz.*

Öğrenciler bu soruda sabit artarak genişleyen örüntü (7V2, 7O1, 7Y3) ve tekrarlı örüntü (7V1, 7O2, 7O3, 7Y1, 7Y2) oluşturmuşlardır. 7V2 ve 7Y2'nin oluşturdukları örüntüler ve öğrencilerle yapılan mülakatlar aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.129. 7V2'nin oluşturduğu şekil örüntüsü

A: ○, △, □, *...geometrik sembollerinden herhangi birini veya birilerini kullanarak bir şekil örüntüsü oluşturunuz.*

7V2: ...Bu sembollerin hepsini kullanmak zorunda mıyım?

A: Sadece birini de kullanabilirsin, hepsini de kullanabilirsin.

7V2: Birinci adımda 1, ikinci adımda 2, üçüncü adımda 3, dördüncü adımda 4 üçgen çizerim... Örüntünün kuralı da n olur.

7V2 üçgen şekli ile kuralı n olan ve sabit artarak genişleyen bir örüntü oluşturmuştur.

Şekil 4.130. 7Y2'nin Oluşturduğu Şekil Örüntüsü

A: ○, △, □,... *geometrik sembollerinden herhangi birini veya birilerini kullanarak bir şekil örüntüsü oluşturunuz.*

7Y2: Çember, kare, üçgen sonra yine çember, kare, üçgen,... şeklinde oluştururum.

7Y2, tekrar birimi üç olan tekrarlı şekil örüntüsü oluşturmuştur.

4.3. Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Örüntüleri Genelleyebilme Süreçleri

Bu kesimde sekizinci sınıf öğrencilerinin örüntülerin yakın uzaklıktaki terimlerini, orta uzaklıktaki terimlerini ve kurallarını bulmak için kullandıkları stratejilerden elde edilen bulgular ile örüntü oluşturma ve devam ettirme stratejilerinden elde edilen bulgular verilmiştir.

4.3.1. Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Örüntülerin Yakın Uzaklıktaki Terimlerini Bulmak İçin Kullandıkları Stratejilerin İncelenmesi

Mülakat sırasında öğrencilere yöneltilen artarak genişleyen sayı örüntüsü sorularında öğrencilerin kullandıkları stratejiler aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 4.32.

Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Sayı Örüntüsü Sorularında Yakın Uzaklıktaki Terimleri Bulmak İçin Kullandıkları Stratejiler

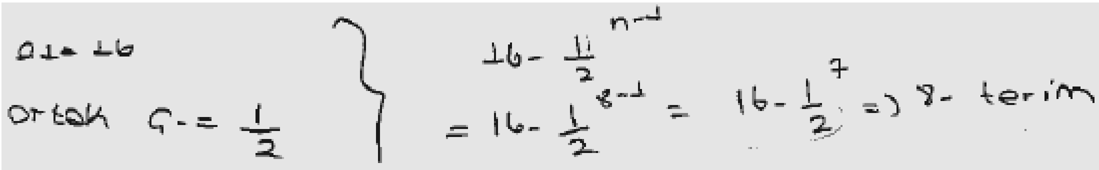
Stratejiler	1. Soru	2. Soru
Yinelemeli İlişki	8V1, 8V2, 8V3, 8O2, 8Y2, 8Y3	8V2, 8V3, 8O3
Kuraldan Yapma	8O1, 8O3, 8Y1	8O1, 8O2, 8Y2, 8Y3
Çarpım Tablosu Arama	-	8V1, 8Y1

Mülakat sırasında öğrencilere yöneltilen artarak genişleyen sayı örüntüsü sorusu (1. soru) ve öğrencilerden elde edilen veriler aşağıda sunulmuştur.

16 8 4 …

Yukarıda verilen sayı örüntüsünün 8. terimine karşılık gelen değeri bulunuz.

Öğrenciler yakın uzaklıktaki terimi bulmak için yinelemeli ilişki ve kuraldan yapma stratejilerini kullanmışlardır. Yakın uzaklıktaki terimi tüm öğrenciler doğru bulmuşlardır. 8O1 ve 8Y2’nin yakın uzaklıktaki terimi bulmak için yaptıkları işlemler ve bu öğrencilerle yapılan mülakatlar aşağıda verilmiştir.

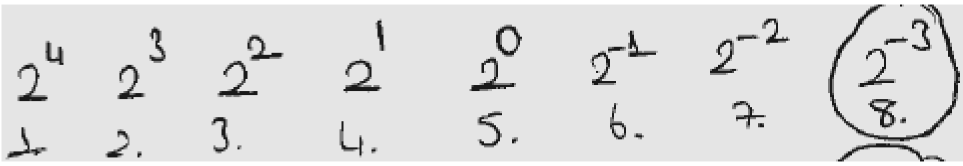


Şekil 4.131. 8O1'in Azalan Sayı Örüntüsünün 8. Terimini Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: Terimleri 16, 8, 4, … şeklinde devam eden örüntünün 8. terimini nasıl bulabiliriz?

8O1: … Kuralı ise buradan… $16.(\frac{1}{2})^{n-1}$ *olur. Sekizinci terimi bulabilmek için* n *yerine* 8 *yazarız.*

8O1, örüntünün kuralı ile sekizinci terimi doğru bulmuştur. Kuralı bulabilmek için örüntüyü bir geometrik dizi olarak ele almıştır.



Şekil 4.132. 8Y2'nin Azalan Sayı Örüntüsünün 8. Terimini Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: Terimleri 16, 8, 4, … şeklinde devam eden örüntünün 8. terimini nasıl bulabiliriz?

8Y2: Verilen sayılar 2 nin kuvvetleridir. Bu sayılar 2^4 *den başlayıp üsleri birer azalmaktadır. Bu şekilde örüntüyü devam ettirecek olursak sekizinci terime* 2^{-3} *karşılık gelmektedir.*

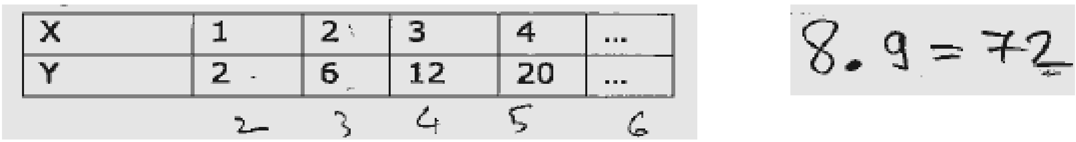
8Y2 verilen terimlerin 2'nin kuvveti olduğunu tespit etmiş ve örüntüyü 2'nin azalan kuvvetlerine göre devam ettirerek doğru cevaba ulaşmıştır.

Mülakat sırasında öğrencilere yöneltilen artarak genişleyen sayı örüntüsü sorusu (2. soru) ve çalışma grubundan elde edilen veriler:

X	*1*	*2*	*3*	*4*	…
Y	*2*	*6*	*12*	*20*	…

Yukarıda verilen tabloda X ve Y değerleri arasında belli bir ilişki vardır. $X = 8$ *olduğunda Y'nin alacağı değeri bulunuz.*

Öğrenciler yakın uzaklıktaki terimi bulmak için kuraldan yapma (8O1, 8O2, 8Y2, 8Y3), çarpım tablosu arama (8V1, 8Y1) ve yinelemeli ilişki (8V2, 8V3, 8O3) stratejilerini kullanmışlardır. Öğrencilerin tamamı yakın uzaklıktaki terimi doğru bulmuşlardır. 8V1, 8V3 ve 8Y2'nin yakın uzaklıktaki terimi bulmak için yaptıkları işlemler ve bu öğrencilerle yapılan mülakatlar aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.133. 8V1'in Artarak Genişleyen Sayı Örüntüsünün 8. Terimini Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

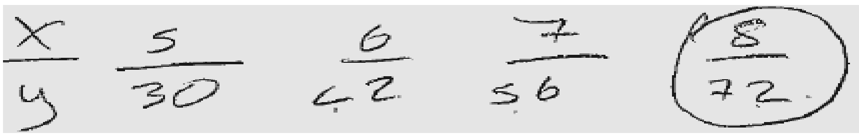
A: ...*Verilen tabloya göre X=8 iken Y kaç olur?*

8V1: Birincide 2 *katı, ikincide* 3 *katı, üçüncüde* 4 *katı olmuş. Bu şekilde devam edeceğinden sekizde* 9 *katı olur. Cevap* 8.9 = 48 *olur.*

A: 8.9 = 48 *mi?*

8V1: Yok, yanlış oldu. Cevap 72 *olur.*

8V1 tablodaki x ve y sayılarını, terim sırası ile terim sırasına karşılık gelen sayı şeklinde ilişkilendirmiştir. x ve y sayıları arasındaki ilişkiyi tespit ettikten sonra çarpım tablosu arama stratejisi ile doğru cevaba ulaşmıştır.

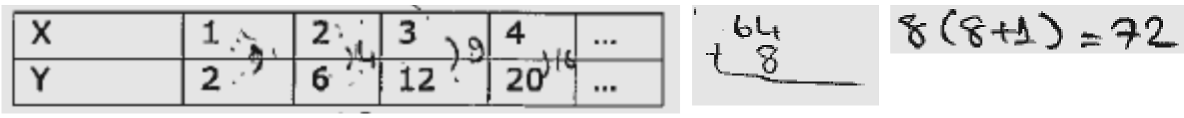


Şekil 4.134. 8V3'ün Artarak Genişleyen Sayı Örüntüsünün 8. Terimini Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: ...Verilen tabloya göre X=8 iken Y kaç olur?

8V3: Y ler 4 artmış. yok 6 artmış...3 katı olmuş, sonra 2 katı olmuş. Bunlar hep değişmiş… Y ler 4 artmış, 6 artmış, 8 artmış, 10 artar. X=5 iken Y= 30 olur. 12 artarsa 42 olur, 14 artarsa 56, 16 artarsa 72 olur. X=8 iken Y=72 olur.

8V3, *Y*'ye karşılık gelen sayıları terimler arası farka göre devam ettirerek doğru cevaba ulaşmıştır. Ayrıca 8V3, *X* ve *Y* sayıları arasında çarpan ilişkisini tespit etmeğe çalışmış ancak başarılı olamamıştır.



Şekil 4.135. 8Y2'nin Artarak Genişleyen Sayı Örüntüsünün 8. Terimini Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: …Verilen tabloya göre X=8 iken Y kaç olur?

8Y2: Birici terimde 1, ikincide 4, üçüncüde 9 ve dördüncüde 16 artmış. Artış miktarları 1'in karesi, 2'nin karesi, 3'ün karesi ve 4'ün karesine eşittir. Herhangi bir sayıya karşılılık gelen değeri bulabilmek için, sayı ile sayının karesini toplamalıyız. Sekize karşılık gelen sayı 8 ile 8'in karesi olan 64'ün toplamına eşittir.

8Y2 tablodaki x ve y sayılarını, terim sırası ile terim sırasına karşılık gelen sayı şeklinde ilişkilendirmiştir. Ancak bu ilişkilendirmeyi diğer öğrencilerden farklı yapmıştır. Kat ilişkisi yerine, terim sıralarından hareketle terim sıralarına karşılık gelen sayıları bulmuştur. 8Y2, bulduğu ilişkinin her terim için sağlandığına karar verdikten sonra sekizinci terime karşılık sayıyı doğru bulmuştur. Ayrıca 8Y2, örüntünün kuralını bularak da doğru cevaba ulaşmayı başarmıştır.

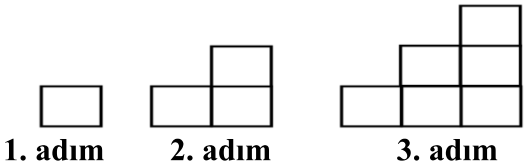
Mülakat sırasında öğrencilere yöneltilen artarak genişleyen şekil örüntüsü sorusunda öğrencilerin kullandıkları stratejiler aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 4.33.

Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Artarak Genişleyen Şekil Örüntüsü Sorusunda Yakın Uzaklıktaki Terimi Bulmak İçin Kullandıkları Stratejiler

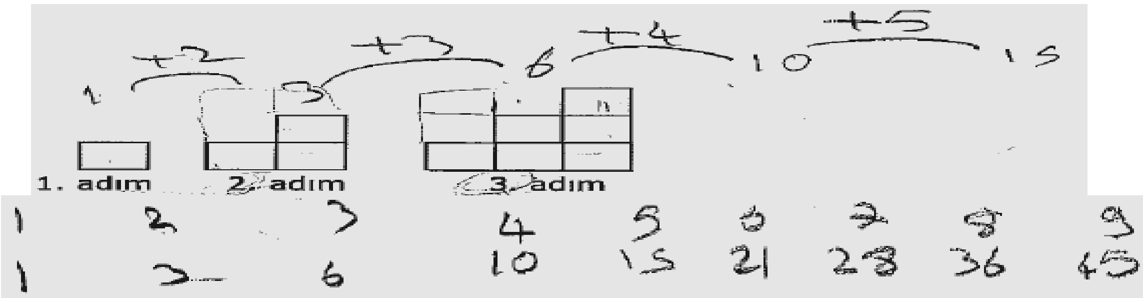
Çözüm Stratejileri	6. Soru
Yinelemeli İlişki	8V1, 8V2, 8V3, 8O1, 8O2, 8O3, 8Y1, 8Y2, 8Y3

Mülakat sırasında öğrencilere yöneltilen artarak genişleyen şekil örüntüsü sorusu (6. soru) ve çalışma grubundan elde edilen veriler:



Birim karelerle yukarıda görüldüğü gibi bir örüntü oluşturuluyor. Buna göre 9. adımda kaç tane birim kare bulunur?

Artarak genişleyen şekil örüntüsü sorusunda yakın uzaklıktaki terimi bulmak için öğrenciler yinelemeli ilişki stratejisi ile doğru cevaba ulaşmaya çalışmışlardır. 8O1 ve 8Y3 dışındaki öğrenciler doğru cevaba ulaşmışlardır. 8O1, dördüncü ve beşinci adımlardaki kare sayılarını bulduktan sonra örüntünün kuralını bulmaya çalışmış ancak başarılı olamamıştır. Kuralı bulamayınca da soruyu cevapsız bırakmıştır. 8V2'nin bu soruyu çözmek için yaptığı işlemler ve bu öğrenci ile yapılan mülakat aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.136. 8V2'nin Artarak Genişleyen Şekil Örüntüsünün 9. Adımındaki Kare Sayısını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: Birinci adımda 1, ikinci adımda 3 ve üçüncü adımda 6 kare bulunmaktadır. Buna göre 9. adımda kaç kare bulunur?

8V2: 2 artmış, 3 artmış, 4 artacak… Kare sayıları her seferinde birer fazla artmış. Yani her bir terim adım sayısı kadar artar… Sekizi terim 28, dokuzuncu terim 45 olur.

8V2 şekillerdeki kare sayılarını dikkate alarak şekil örüntüsünü sayı örüntüsüne çevirmiş, daha sonra terimler arasındaki farka göre örüntüyü devam ettirerek dokuzuncu adımdaki kare sayısını doğru bulmuştur. 8V2 verilen şekilleri kareye tamamlayarak da cevaba ulaşmaya çalışmış ancak başarılı olamamıştır.

Sabit artarak genişleyen şekil örüntüsü sorularında öğrencilerin yakın uzaklıktaki terimleri bulmak için kullandıkları stratejiler aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 4.34.

Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Sabit Artarak Genişleyen Şekil Örüntüsü Sorularında Yakın Uzaklıktaki Terimi Bulmak İçin Kullandıkları Stratejiler

Çözüm Stratejileri	3. Soru	5. Soru
Kuraldan Yapma	8V2, 8V3, 8O1, 8O2, 8O3, 8Y1, 8Y2, 8Y3	8V2, 8O1, 8O2, 8O3, 8Y1, 8Y2, 8Y3
Yinelemeli İlişki	8V1, 8V3	8V1, 8V3

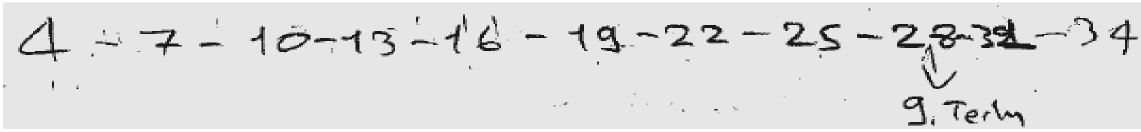
Mülakat sırasında öğrencilere yöneltilen sabit artarak genişleyen şekil örüntüsü sorusu (3. soru) ve çalışma grubundan elde edilen veriler:

1.Şekil 2. Şekil 3. Şekil

Yukarıdaki şekillerde yer alan kareler kibrit çöpleri kullanılarak oluşturulmuştur. Buna göre 9. şekli oluşturmak için kaç kibrit çöpü kullanılmalıdır?

Öğrenciler sabit artarak genişleyen şekil örüntüsü sorusunda yakın uzaklıktaki terimi bulmak için kuraldan yapma ve yinelemeli ilişki stratejilerini kullanmışlardır.

Öğrencilerin tamamı yakın uzaklıktaki terimi doğru bulmuşlardır. 8V1 ve 8V2'nin bu soruyu çözmek için yaptıkları işlemler ve bu öğrencilerle yapılan mülakatlar aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.137. 8V1'in Sabit Artarak Genişleyen Şekil Örüntüsünün 8. Terimini Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: …Verilen örüntüye göre 9. şekli oluşturmak için kaç kibrit çöpü kullanılmalıdır?

8V1: Kibrit çöpü sayıları üçer artmış. Üçer arttırmaya devam edersek 4, 7, 10,…, 28, 31, 34

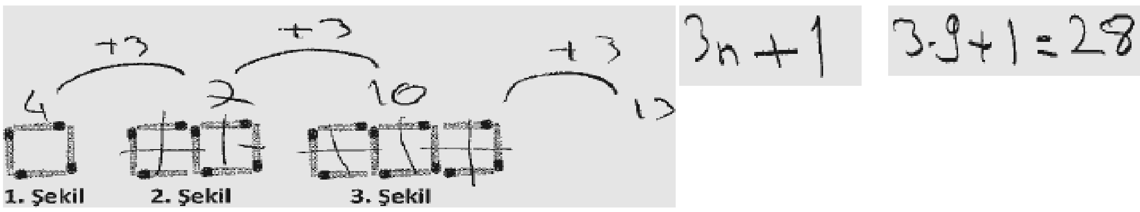
A: Bizden soru kaçıncı terimi bulmamızı istiyor?

8V1: Dokuzuncu terimi bulmamızı istiyor.

A: Acaba dokuzuncu terime ulaştık mı?

8V1: Sayalım. 1, 2, . . ,9, 10, 11. *Dokuzuncu terimde* 28 *kibrit çöpü bulunur.*

8V1 şekillerde yer alan kibrit çöplerinin sayısını dikkate alarak şekil örüntüsünü sayı örüntüsüne çevirmiş, daha sonra terimler arası farka göre örüntüyü devam ettirerek dokuzuncu şekildeki kibrit çöpü sayısını doğru bulmuştur.



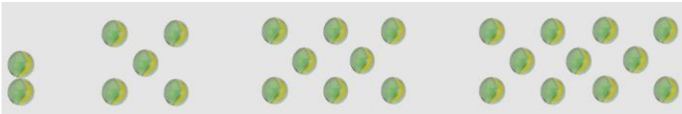
Şekil 4.138. 8V2'nin Sabit Artarak Genişleyen Şekil Örüntüsünün 9. Terimini Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: …Verilen örüntüye göre 9. şekli oluşturmak için kaç kibrit çöpü kullanılmalıdır?

8V2: Kibrit çöplerinin sayısı üçer artmış… Bu durumda kural 3n+1 olur, n yerine 9 yazarak cevabı bulurum.

8V2, şekil örüntüsünü sayı örüntüsüne çevirerek örüntünün kuralını ve örüntünün kuralı ile de dokuzuncu şekildeki kibrit çöpü sayısını doğru bulmuştur. 8V2, ikinci ve üçüncü şekildeki kibrit çöplerinin sayısını terim içi gruplama stratejisine göre saymış, ancak örüntünün kuralını bulmak için bu stratejiyi kullanmamıştır.

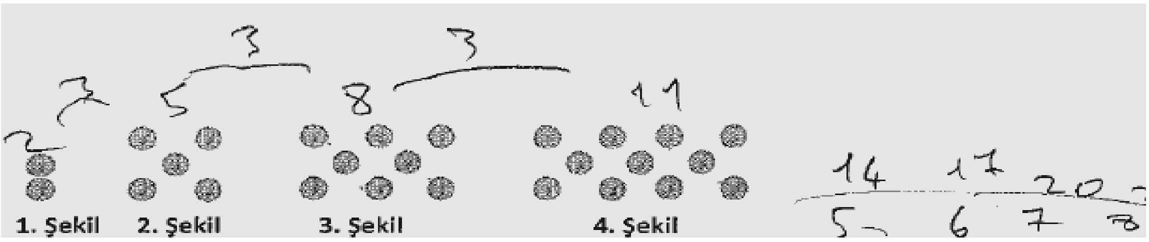
Mülakat sırasında öğrencilere yöneltilen sabit artarak genişleyen şekil örüntüsü sorusu (5. soru) ve çalışma grubundan elde edilen veriler:



1. Şekil **2. Şekil** **3. Şekil** **4. Şekil**

Ali misketlerini şekildeki gibi düzenleyerek bir örüntü oluşturmuştur. Buna göre 8. şekilde kaç tane misket bulunur?

Öğrenciler sabit artarak genişleyen şekil örüntüsü sorusunda yakın uzaklıktaki terimi bulmak için kuraldan yapma (8V2, 8O1, 8O2, 8O3, 8Y1, 8Y2, 8Y3) ve yinelemeli ilişki (8V1, 8V3) stratejilerini kullanmışlardır. Öğrencilerin tamamı yakın uzaklıktaki terimi doğru bulmuştur. 8V1 ve 8O3'ün bu soruyu çözmek için yaptıkları işlemler ve bu öğrencilerle yapılan mülakatlar aşağıda verilmiştir.

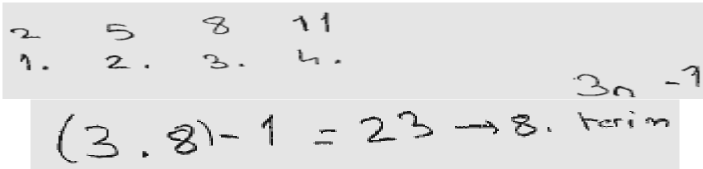


Şekil 4.139. 8V1'in Sabit Artarak Genişleyen Şekil Örüntüsünün 8. Şeklindeki Misket Sayısını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: ... Bu örüntüye göre 8. şekilde yer alan misket sayısını nasıl bulabiliriz?

8V1: Üçer artmış. buna göre örüntüyü devam ettiririm. $2,5,8,\dots,23$ *olur. 8. şekilde 23 misket bulunur.*

8V1 şekillerde yer alan misket sayılarını dikkate alarak şekil örüntüsünü sayı örüntüsüne çevirmiş ve sayı örüntüsünü de terimler arası farka göre devam ettirerek doğru cevaba ulaşmıştır.



Şekil 4.140. 8O3’ün Sabit Artarak Genişleyen Şekil Örüntüsünün 8. Şeklindeki Misket Sayısını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: ... Bu örüntüye göre 8. şekilde yer alan misket sayısını nasıl bulabiliriz?

8O3: Birinci şekilde 2, ikinci şekilde 5, üçüncü şekilde 8 ve dördüncü şekilde 11 misket bulunmaktadır. Misket sayıları üçer artmış... Kuralı 3n-1 dir. Kuraldaki n yerine 8 yazarsak sonuç 23 olur.

8O3 önce şekillerde yer alan misket sayılarını dikkate alarak şekil örüntüsünü sayı örüntüsüne çevirmiş, daha sonra oluşturduğu sayı örüntüsünün kuralını bulmuştur. Örüntünün kuralı ile de sekizinci şekildeki misketlerin sayısını doğru bulmuştur.

Tekrarlı örüntü sorusunda öğrencilerin yakın uzaklıktaki terimi bulmak için kullandıkları stratejiler aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 4.35.

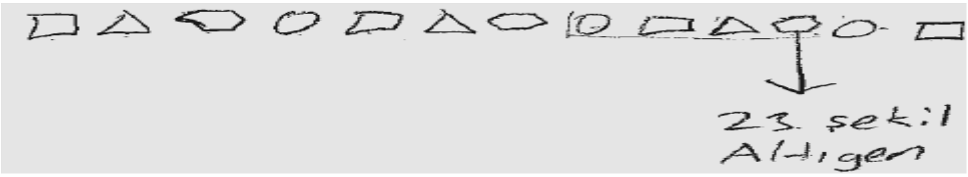
Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Tekrarlı Örüntü Sorusunda 23. Terimi Bulmak İçin Kullandıkları Stratejiler

	4. Soru
Çözüm Stratejileri	23. Terim
Çarpımın üzerine sayma	8Y3
Bölümden Kalanı Sayma	8O2, 8O3, 8Y1, 8Y2
Sayma	8V1, 8O1
Çizme	8V2, 8V3

Mülakat sırasında öğrencilere yöneltilen tekrarlı şekil örüntüsü sorusu (4. soru) ve çalışma grubundan elde edilen veriler:

Yukarıdaki geometrik şekiller oyun hamurları ile oluşturulmuştur. Her şekil bir adımı göstermek üzere 23. adıma karşılık gelen geometrik şekli bulunuz.

Öğrenciler tekrarlı şekil örüntüsünde 23. adıma karşılık gelen geometrik şekli bulmak için çarpımın üzerine sayma, bölümden kalanı sayma, sayma ve çizme stratejilerini kullanmışlar ve doğru cevaba ulaşmışlardır. 8V3, 8O1, 8O2 ve 8Y3'ün bu soruyu çözmek için yaptıkları işlemler ve bu öğrencilerle yapılan mülakatlar aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.141. 8V3'ün Tekrarlı Şekil Örüntüsünün 23. Adımını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: …Verilen örüntüye göre 23. adıma hangi geometrik şekil karşılık gelir?

8V3: Bunların hepsi bir adım mı?

A: Tamamı bir adım değil. Birinci adım kare, ikinci adım üçgen, üçüncü adım altıgen, dördüncü adım çember, beşinci adım kare,…şeklinde devam ediyor. Yani her bir şekil bir adıma karşılık geliyor.

8V3: Şekilleri devam ettirelim. Kare,üçgen, altıgen,…

A: İlk olarak çizdiğin kare kaçıncı adıma karşılık geliyor?

8V3: 13. adıma karşılık geliyor. Devam edersek 14. adıma üçgen, 15. adıma üçgen, …, 23. adıma altıgen karşılık gelir.

8V3 şekilleri çizerek örüntüyü devam ettirmiş ve 23. adıma karşılık gelen şekli doğru bulmuştur.

Şekil 4.142. 8O1'in Tekrarlı Şekil Örüntüsünün 23. Adımını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: …Verilen örüntüye göre 23. adıma hangi geometrik şekil karşılık gelir?

8O1: Dört adımdan sonra tekrar başa dönmüş. Yani dörder gidiyor… 20. adıma çember karşılık gelir, 23. adıma ise altıgen karşılık gelir.

8O1 tekrar birimini tespit ettikten sonra, örüntüyü tekrar birimine göre devam ettirerek doğru cevaba ulaşmıştır. 8O1'in burada kullandığı strateji çarpımın üzerine sayma stratejisi olarak da kabul edilebilir. Ancak öğrenci herhangi bir çarpma işlemi yapmadığı ve mülakat sırasında da çarpma işlemine hiç değinmediğinden, öğrencinin çözüm yolu çarpımın üzerine sayma stratejisi olarak kabul edilmemiştir.

Şekil 4.143. 8O2'nin Tekrarlı Şekil Örüntüsünün 23. Adımını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: … Verilen örüntüye göre 23. adıma hangi geometrik şekil karşılık gelir?

8O2: Dört adımdan sonra tekrar başa dönmüş. Kaç dört adımdan sonra başa döndüğünü bulabilmek için 23 ü 4 e bölmeliyim. Böldüğümüzde bölüm 5 kalan 3 olur. Yani 5 sefer gittikten sonra başa dönmüş. Baştan üçüncü terim ise altıgendir. 23. adıma karşılık gelen şekil altıgendir.

8O2, tekrar birimini tespit ettikten sonra bölümden kalanı sayma stratejisi ile doğru cevaba ulaşmıştır.

Şekil 4.144. 8Y3'ün Tekrarlı Şekil Örüntüsünün 23. Adımını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: …Verilen örüntüye göre 23. adıma hangi geometrik şekil karşılık gelir?

İlk dört adım tekrarlanarak devam etmiş. 23 sayısına en yakın olan dördün katı 24 tür. 24 den 1 eksiği altıgene karşılık gelir.

8Y3, tekrar birimini tespit ettikten sonra çarpımın üzerine sayma stratejisi ile doğru cevaba ulaşmıştır.

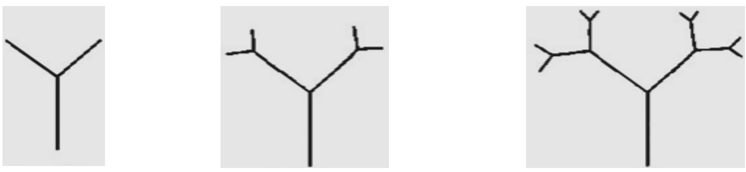
Sekizinci sınıf öğrencilerinin fraktal sorularında yakın uzaklıktaki terimleri bulmak için kullandıkları stratejiler aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 4.36.

Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Fraktal Sorularında Yakın Uzaklıktaki Terimleri Bulmak İçin Kullandıkları Stratejiler

Çözüm Stratejileri	8. Soru	10. Soru (3. Terim)	10. Soru (6. Terim)	10. Soru (7. Terim)
Kuraldan Yapma	8V2, 8O1, 8Y2	-	8V2, 8Y2	8O3, 8Y1, 8Y2
Yinelemeli İlişki	8V1, 8V3, 8O2, 8O3, 8Y1, 8Y3	Öğrencilerin Tamamı	8V1, 8V3, 8O1, 8O2, 8O3, 8Y1, 8Y3	8V2, 8V3, 8O2, 8Y3
Terim İçi Gruplama	-	-	-	8O1

Mülakat sırasında öğrencilere yöneltilen fraktal sorusu (8. soru) ve çalışma grubundan elde edilen veriler:

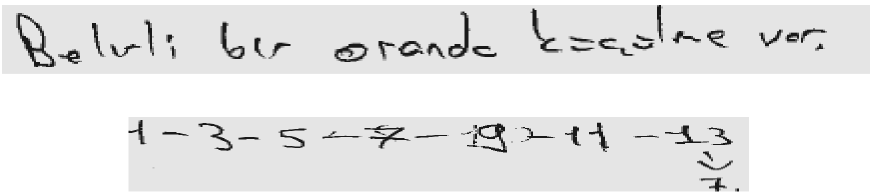


1. adım **2. adım** **3. adım**

a) Yukarıda verilen örüntü bir fraktal mı?

b) 7. Adımda kaç tane Y harfi bulunur?

Öğrenciler verilen örüntünün bir fraktal olduğunu ifade etmişlerdir. Verilen örüntünün fraktal olmasının sebeplerini ise "*Y harfleri belli bir kurala göre artmıştır*", "*Y harfleri büyükten küçüğe doğru gitmiş*", "*Y harfleri belli oranda küçülmüş*", "*Y harflerinin sayıları belli bir kurala göre artmış*", "*Y harflerinin sayısı artarak gitmiş*" ve "*her adım diğer adımın üzerine konularak genişletilmiş*" şeklinde açıklamışlardır. Öğrenciler yakın uzaklıktaki terimi, kuraldan yapma ve yinelemeli ilişki stratejileri ile bulmaya çalışmışlardır. 8V1, 8V2, 8V3 ve 8Y2 doğru cevaba ulaşamazken, diğer öğrenciler doğru cevaba ulaşmayı başarmışlardır. Bu öğrencilerin doğru cevaba ulaşamamalarının sebebi üçüncü adımdaki Y harflerinin sayısını yanlış almalarıdır. Bu soruda üçüncü adımdaki Y harflerinin sayısını 7 alan öğrenciler örüntünün yakın uzaklıktaki terimini de doğru bulmuşlardır. 8V1 ve 8O1'in bu soruyu çözmek için yaptıkları işlemler ve bu öğrencilerle yapılan mülakatlar aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.145. 8V1'in Fraktal Sorusunun 7. Adımındaki Y Harflerinin Sayısını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: …Verilen örüntü bir fraktal mıdır? Açıklayınız.

8V1: Fraktaldır. Çünkü belli oranda küçülme var.

A: 7. adımda bulunan Y harflerinin sayısını nasıl bulabiliriz?

8V1: 1. adımda 1 Y harfi, 2. adımda 3 Y harfi 3. adımda 5 Y harfi,

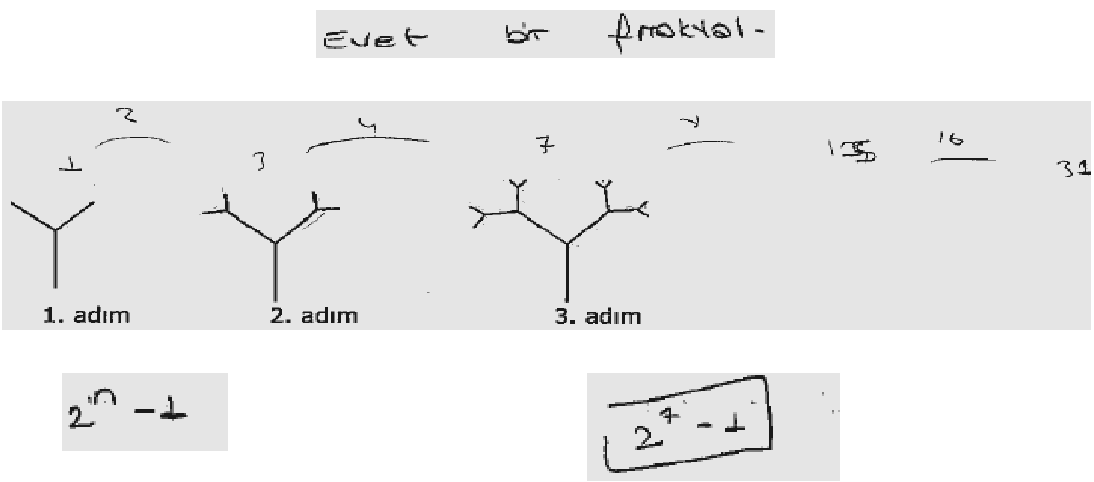
A: 3. adımda 5 tane mi Y harfi var?

8V1: Evet 5 tane var.

A: Tekrar sayalım istersen?

8V1: ….evet 5 tane var. Çünkü her seferinde ikişer artmış. 7, 9, 11, 13 *şeklinde devam eder. 7. Adımda 13 tane Y harfi bulunur.*

8V1, Y harflerinin sadece sayılarını göz önüne alarak şekil örüntüsünü sayı örüntüsüne çevirmiştir. Terimler arası farka göre örüntüyü devam ettirerek yedinci terimi bulmaya çalışmış ancak üçüncü terimdeki Y harflerinin sayısını yanlış bulduğu için üçüncü terimden sonra gelen tüm terimleri de yanlış bulmuştur. Üçüncü terimi yanlış bulmasının sebepleri arasında şekli dikkatli incelememesi ve şekillerin oluşumuna dikkat etmemesi gösterilebilir.



Şekil 4.146. 8O1'in Fraktal Sorusunun 7. Adımındaki Y Harflerinin Sayısını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: Verilen örüntün bir fraktal mıdır? Açıklayınız.

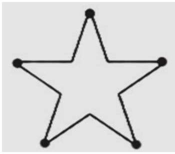
8O1: Evet, fraktaldır. Çünkü her adımı diğer adımın üzerine koyarak genişletmiş. Belli bir oranda devam ettirme var.

A: Yedinci adımda kaç Y harfi bulunur?

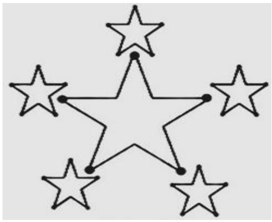
8O1: Örüntünün kuralını bularak daha kısa yoldan yapabiliriz. Birinci adımda 1, ikinci adımda 3 ve üçüncü adımda 7 tane Y var. Birinci adımdan ikinci adıma geçerken 2, ikinci adımdan üçüncü adıma giderken 4 artmış. Bu şekilde devam ederse üçüncü adımda dördüncü adıma geçerken 8, dördüncü adımdan beşinci adıma geçerken 16 artar. Dördüncü adımda 15 ve beşinci adımda 31 Y harfi bulunur. Y harfi sayıları 1, 3, 7, 15, 31,… şeklinde devam ediyor… Örüntünün kuralı $2^n - 1$ *olur. Yedinci terimi bulabilmek için n yerine 7 yazmalıyız.*

8O1, örüntünün kuralı ile yedinci şekildeki Y’lerin sayısını doğru bulmuştur. 8O1 de, diğer öğrenciler gibi şekil örüntüsünü sayı örüntüsüne çevirerek işlem yapmıştır.

Mülakat sırasında öğrencilere yöneltilen fraktal sorusu (10. soru) ve çalışma grubundan elde edilen veriler:



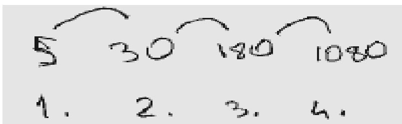
1. Şekil



2. Şekil

Yukarıdaki şekillerde verilen yıldızlar ve yıldızların köşelerindeki noktalar belli bir kurala göre sıralanarak bir fraktal oluşturmuşlardır. Buna göre 3. şekilde kaç tane nokta vardır?

Öğrenciler yıldız sayılarını kat ilişkisine göre devam ettirerek (8V1, 8V3, 8O1, 8Y1, 8Y3) ve nokta sayılarını kat ilişkisine göre devam ettirerek (8V2, 8O2, 8O3, 8Y2) üçüncü şekildeki nokta sayısını bulmaya çalışmışlardır. 8V1, 8V3, 8O1, 8Y1 ve 8Y3 doğru cevaba ulaşırken, nokta sayılarını kat ilişkisine göre devam ettiren öğrenciler doğru cevaba ulaşamamıştır. Çünkü bu öğrenciler kat ilişkisini yanlış kurmuşlardır. Doğru cevaba ulaşan öğrenciler fraktaldaki yıldızların oluşma şeklini doğru tespit etmişlerdir. Bu öğrenciler hem sayılara hem de şekillere odaklanmışlar ve üçüncü şekildeki yıldız sayısından hareketle üçüncü şekildeki nokta sayısını doğru bulmuşlardır. Öğrencilerin tamamı yinelemeli ilişki stratejisini kullanarak doğru cevaba ulaşmaya çalışmışlardır. 8O3 ve 8Y3’ün üçüncü şekildeki nokta sayısını bulmak için yaptıkları işlemler ve bu öğrencilerle yapılan mülakatlar aşağıda verilmiştir.

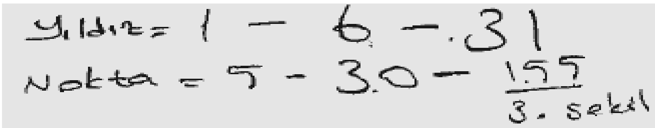


Şekil 4.147. 8O3’ün Fraktal Sorusunun 3. Şeklindeki Nokta Sayısını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: Şekillerdeki yıldızların her bir köşesine bir nokta karşılık getirilmiştir... Buna göre üçüncü şekilde kaç tane nokta bulunur?

8O3: Birinci şekilde 5, ikinci şekilde 30 nokta var… Üçüncü şekilde… Nokta sayıları bir öncekinin 6 katı olmuş. Böyle devam edersek üçüncü şekilde 180 ve dördüncü şekilde 1080 nokta bulunur.

8O3 birinci ve ikinci şekildeki nokta sayıları arasında kat ilişkisi kurarak doğru cevaba ulaşmaya çalışmış, ancak başarılı olamamıştır. Verilen şekli dikkate almadığı ve sadece nokta sayılarına odaklandığı için doğru cevaba ulaşamamıştır.



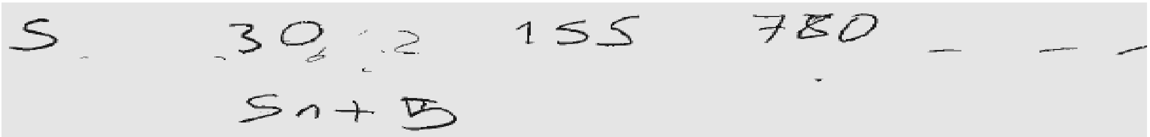
Şekil 4.148. 8Y3'ün Fraktal Sorusunun 3. Şeklindeki Nokta Sayısını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: Şekillerdeki yıldızların her bir köşesine bir nokta karşılık getirilmiştir... Buna göre üçüncü şekilde kaç tane nokta bulunur?

8Y3: Birinci şekilde 1, ikinci şekilde 6 yıldız var. Birinci şekilde yer alan yıldızın her köşesinden bir yıldız oluşturulduğuna göre, yıldız sayıları 5 katının 1 fazlası olacak şekilde artar. Üçüncü şekilde 31 yıldız bulunur. Nokta sayıları ise birinci şekilde 5, ikinci şekilde 30 ve üçüncü şekilde 155 nokta var.

8Y3 önce üçüncü şekildeki yıldız sayısını, daha sonra üçüncü şekildeki yıldız sayısını beş ile çarparak üçüncü şekildeki nokta sayısını doğru bulmuştur. 8Y3, üçüncü şekildeki nokta sayısını bulurken hem şekilleri hem de şekillerdeki nokta sayılarını göz önüne almıştır.

Fraktal sorusunda (10. soru) öğrenciler 7. şekildeki nokta sayısını bulmak için kuraldan yapma (8O3, 8Y1, 8Y2), terim içi gruplama (8O1) ve yinelemeli ilişki (8V2, 8V3, 8O2, 8Y3) stratejilerini kullanmışlardır. Bu soruda sadece 8O1 doğru cevaba ulaşmayı başarmıştır. 8V3, 8O1 ve 8Y2'nin yedinci şekildeki nokta sayısını bulmak için yaptıkları işlemler ve bu öğrencilerle yapılan mülakatlar aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.149. 8V3'ün Fraktal Sorusunun 7. Şeklindeki Nokta Sayısını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: …7.şekildeki nokta sayısı kaç olur?

8V3: Birinci şekilde 5, ikinci şekilde 30, üçüncü şekilde 155 nokta bulunur. Kuralı bularak devam edebilirim.

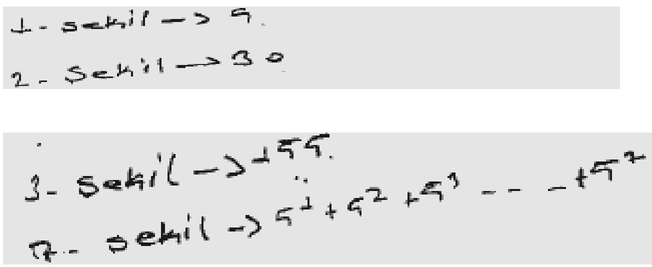
A: Kuralı nasıl bulabiliriz?

8V3: 5 den 30 u elde etmeliyim. 6 ile çarpma yanlış olduğuna göre 5 ile çarpıp 5 eklerim. Örüntüyü bu şekilde devam ettirebiliriz. 155 ile 5 i çarparım. Sonra 5 ile toplarım. Böylece 4. şekildeki nokta sayısını bulmuş olurum.

A: 7. şekle kadar bu şekilde devam edebilir misin?

8V3: Devam ederim. Çünkü kuralı buldum.

8V3 üçüncü şekildeki nokta sayısını, üçüncü şekildeki yıldız sayısını kullanarak doğru bulmuştur. Yedinci adımdaki nokta sayısını bulmak için sadece nokta sayılarına odaklanmıştır. Şekillere karşılık gelen nokta sayıları arasında doğru geliştirdiği kurala göre, dördüncü şekildeki nokta sayısını da doğru bulmuştur. Ancak dördüncü şekildeki nokta sayısından sonra herhangi bir işlem yapmayarak çözümü yarıda bırakmıştır.

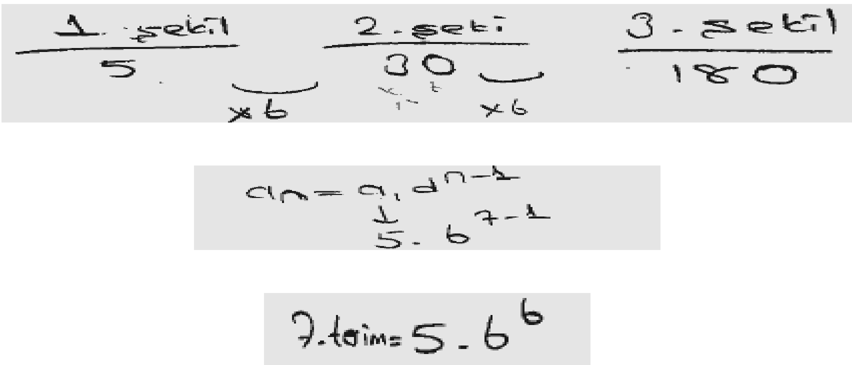


Şekil 4.150. 8O1'in Fraktal Sorusunun 7. Şeklindeki Nokta Sayısını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: …7 şekildeki nokta sayısını nasıl bulabiliriz?

8O1:… Nokta sayısı birinci şekilden ikinci şekle geçerken 25, ikinci şekilden üçüncü şekle geçerken 125 artmış. Bu durumda ikinci şekildeki nokta sayısı 5^1 *ile* 5^2 *nin toplamına, üçüncü şekildeki nokta sayısı ise* 5^1, 5^2 *ile* 5^3 *sayılarının toplamına eşittir. Bu durumda yedinci şekildeki nokta sayısı* 5^1, 5^2 *,…,* 5^7 *sayılarının toplamına eşittir.*

8O1 üçüncü şekildeki nokta sayısını, üçüncü şekildeki yıldız sayısını kullanarak doğru bulmuştur. Yedinci şekildeki nokta sayısını bulmak için ilk üç şekildeki nokta sayılarına odaklanmış ve ilk üç şekildeki nokta sayılarının 5'in kuvvetlerinin toplamı olduğunu tespit etmiştir. Bu ilişkiyi yedinci şekildeki nokta sayısı için genelleyerek doğru cevabı bulmuştur.



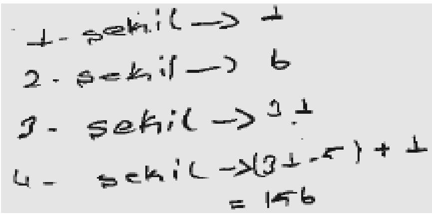
Şekil 4.151. 8Y2'nin Fraktal Sorusunun 7. Şeklindeki Nokta Sayısını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

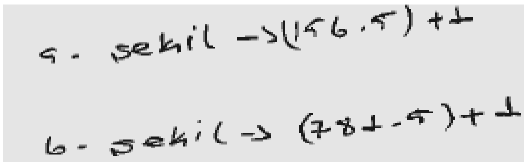
A: …7. şekildeki nokta sayısını nasıl bulabiliriz?

8Y2: Kuralı bulmalıyım. Geometrik dizidir. Geometrik dizinin formülü eğer yanlış hatırlamıyorsam $a_n = a_1.d^{n-1}$ *şeklindedir. Yedinci terimi bulabilmek için n yerine 7 yazarız.*

8Y2 üçüncü şekildeki nokta sayısını, ilk iki terim arasında kurduğu kat ilişkisine göre bulmaya çalışmış ancak doğru cevaba ulaşamamıştır. Daha sonra bu üç terimi kullanarak örüntünün kuralını bulmaya çalışmıştır. Bulduğu kural ilk üç terimi $5, 30\ ve\ 180$ sayıları olan örüntü için doğrudur. Ancak burada sorulan örüntü için doğru değildir. Çünkü bu örüntünün üçüncü terimi 180 değil 155'dir. 8Y2 üçüncü terimi yanlış bulduğu için örüntünün kuralını da yanlış bulmuştur.

Öğrenciler fraktal sorusunda (10. Soru) altıncı şekildeki yıldız sayısını bulmak için yinelemeli ilişki (8V1, 8V3, 8O1, 8O2, 8O3, 8Y1, 8Y3) ve kuraldan yapma (8V2, 8Y2) stratejilerini kullanmışlardır. 8V3 ve 8O1 altıncı şekildeki yıldız sayısını doğru bulmuşlardır. 8V1, kullandığı çözüm yolunun çok karmaşık olduğunu; 8Y1 ve 8Y3 kullandıkları çözüm yolunun çok zaman alacağını ifade etmişler ve bu sebeplerden dolayı örüntüyü altıncı şekle kadar devam ettirmemişlerdir. 8V2 ve 8Y2, şekil sırası ile şekil sırasına karşılık gelen sayıları dikkate alarak örüntünün kuralını bulmaya çalışmışlar ancak doğru cevabı bulamamışlardır. 8O3, terimler arası farka göre örüntüyü beşinci terime kadar doğru devam ettirmiş ancak altıncı terimi bulurken hata yapmıştır. 8O2 ise örüntüyü terimler arası farka göre yanlış devam ettirdiği için doğru sonuca ulaşamamıştır. 8O1 ve 8Y2'nin bu soruyu çözmek için yaptıkları işlemler ve bu öğrencilerle yapılan mülakatlar aşağıda verilmiştir.





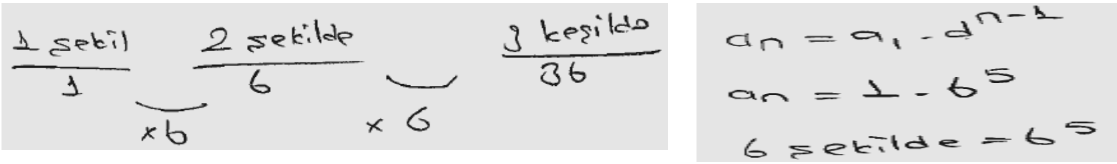
Şekil 4.152. 8O1'in Fraktal Sorusunun 6. Şeklindeki Yıldız Sayısını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: …Verilen örüntüye göre 6. şekilde kaç tane yıldız bulunur?

8O1: Birinci şekilde 1 ve ikinci şekilde 6 yıldız var. Üçüncü şekildeki yıldız sayısını ikinci şekli kullanarak bulmalıyız. Her bir noktaya bir yıldız karşılık geliyor. 5 yıldızda 25 nokta var. O zaman 25 yıldız olur. İkinci şekildeki 6 yıldızı da ilave edersek üçüncü şekilde toplam 31 yıldız olur. Dördüncü şekli de üçüncü şekilden hareketle bulmalıyım. 25 yıldız vardı… her noktadan bir yıldız oluşur. Buradan… çok karışıyor. İkinci şekildeki yıldız sayısı birinci şekildeki yıldız sayısının 6 katı olmuş… Ama bu üçüncü şekil için sağlanmıyor. İkinci şekildeki, birinci şekildekinden 5 fazla, bu da üçüncü şekil için sağlanmıyor… 6 ile 31 i düşünmeliyim. 5 katının 1 fazlası. Bu ikinci ile birinci arasında da sağlanıyor. Kural bu olmalı. Dördüncü şekildeki nokta sayısını bulmak için 31 i 5 ile çarpıp 1 ilave etmeliyim… Altıncı şekildeki nokta sayısı $781.5+1$ *den bulunur.*

8O1, şekillerdeki yıldızları oluşturarak örüntüyü devam ettirmeye çalışmış, dördüncü şekle gelince kullandığı çözüm yolunun çok karmaşık olduğunu ifade etmiştir.

Daha sonra ardışık terimler arasındaki farka göre yıldız sayılarını devam ettirmeye çalışmış ama bu çözüm yolunda da başarısız olmuştur. Son olarak şekillere karşılık gelen nokta sayıları arasında bir kural oluşturmuştur. Bu kurala göre de altıncı şekildeki yıldız sayısını doğru tespit etmiştir.



Şekil 4.153. 8Y2'nin Fraktal Sorusunun 6. Şeklindeki Yıldız Sayısını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: …Verilen örüntüye göre 6. şekilde kaç tane yıldız bulunur?

8Y2: Birinci şekilde 1, ikinci şekilde 6 tane yıldız bulunur. 6 katı olmuş. Üçüncü şekilde de ikinci şekildeki yıldız sayısının 6 katı yani 36 yıldız olacaktır. Çünkü her bir noktadan bir yıldız oluşturulmuş. … Altıncı şekildeki yıldız sayısını bulabilmek için örüntünün kuralını bulmalıyım. Bu bir geometrik dizi olduğu için genel terimi veren formül $a_n = a_1 . d^{n-1}$ *şeklindedir. Dolayısıyla kural* 6^{n-1} *dir. Altıncı terimi bulabilmek için n yerine 6 yazarız.*

8Y2, birinci ve ikinci şekildeki yıldız sayıları arasında kat ilişkisi kurarak üçüncü şekildeki yıldız sayısını, daha sonra bu üç $(1, 6, 36)$ sayıyı göz önüne alarak örüntünün kuralını bulmuştur. Kural ile de altıncı şekildeki yıldız sayısını hesaplamış ancak doğru cevaba ulaşamamıştır. Kuralın yanlış olmasının sebebi üçüncü terimin yanlış bulunmasıdır. 8Y2'nin yıldızların oluşma biçimlerini incelemeden şekil örüntüsünü sayı örüntüsüne çevirmesi doğru cevaba ulaşmasını engellemiştir.

4.3.2. Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Örüntülerin Orta Uzaklıktaki Terimlerini Bulmak İçin Kullandıkları Stratejilerin İncelenmesi

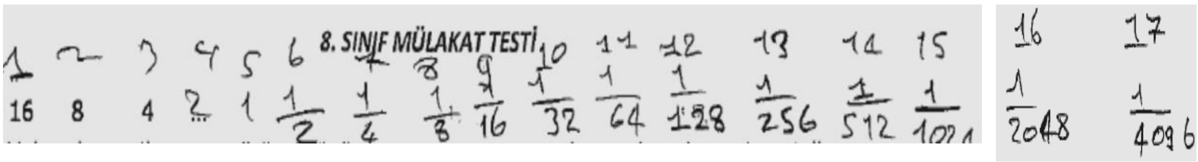
Sekizinci sınıf öğrencilerinin artarak genişleyen sayı örüntüsü sorularında yakın ve orta uzaklıktaki terimleri bulmak için kullandıkları stratejiler aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 4.37.

Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Artarak Genişleyen Sayı Örüntüsü Sorularında Yakın ve Orta Uzaklıktaki Terimleri Bulmak İçin Kullandıkları Stratejiler

Çözüm Stratejileri	1. Soru		2. Soru	
	8. Terim	17. Terim	8. Terim	16. Terim
Yinelemeli İlişki	8V1, 8V2, 8V3, 8O2, 8Y2, 8Y3	8V1, 8Y2, 8Y3	8V2, 8V3, 8O3, 8Y2	-
Kuraldan Yapma	8O1, 8O3, 8Y1	8O1, 8O2, 8O3, 8Y1	8O1, 8O2, 8Y2, 8Y3	8V3, 8O1,8O2, 8O3,8Y1, 8Y2, 8Y3
Çarpım Tablosu Arama	-	-	8V1, 8Y1	8V1
Yanlış Bütüne Genişletme	-	-	-	8V2

Azalan sayı örüntüsü sorusunda (1. soru) öğrenciler orta uzaklıktaki terimi bulmak için yinelemeli ilişki ve kuraldan yapma stratejilerini kullanmışlardır. 8V2 ve 8V3 soruyu cevapsız bırakmış, diğer öğrenciler doğru cevaplandırmıştır. Bu soruda sadece 8O2 yakın ve orta uzaklıktaki terimleri bulmak için farklı stratejiler kullanmış, diğer öğrenciler ise aynı stratejiyi kullanmışlardır. 8V1 ve 8O2'nin orta uzaklıktaki terimi bulmak için yaptıkları işlemler ve bu öğrencilerle yapılan mülakatlar aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.154. 8V1'in Azalan Sayı Örüntüsünün 17. Terimini Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

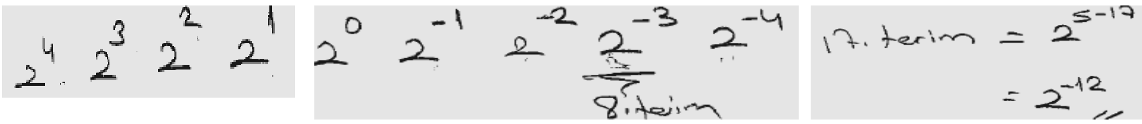
A: Terimleri 16, 8, 4, … şeklinde devam eden örüntünün 17. terimini nasıl bulabiliriz?

8V1: …Örüntüyü aynı şekilde devam ettiririm… On yedinci terimi $\frac{1}{4096}$ *olarak bulurum.*

A: Başka bir yoldan yapman mümkün mü?

8V1: …

8V1 yakın ve orta uzaklıktaki terimleri yinelemeli ilişki stratejisi ile doğru bulmuştur. Yinelemeli ilişki stratejisini terim sıralarına karşılık gelen sayıları 2 ile bölerek uygulamıştır.



Şekil 4.155. 8O2'nin Azalan Sayı Örüntüsünün 17. Terimini Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: Terimleri 16, 8, 4, … şeklinde devam eden örüntünün 17. terimini nasıl bulabiliriz?

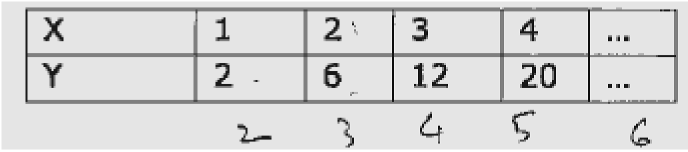
8O2: Bunun kuralı 2 nin kuvvetleri her seferinde 1 azalıyor… Aynı zamanda her seferinde $\frac{1}{2}$ ile çarpılıyor…

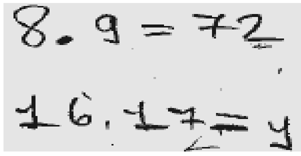
A: Bu ifadeler örüntünün kuralı için bir fikir verebilir mi?

8O2: … Kural 2^{5-n} dir. On yedinci terim ise n yerine 17 yazılarak bulunur.

8O2, yakın ve orta uzaklıktaki terimi bulmak için farklı çözüm yolları kullanmıştır. Yakın uzaklıktaki terimi yinelemeli ilişki stratejisi, orta uzaklıktaki terimi örüntünün kuralı ile doğru bulmuştur.

Tabloyla verilen ve artarak genişleyen sayı örüntüsü sorusunda (2. soru) öğrenciler orta uzaklıktaki terimi bulmak için kuraldan yapma (8V3, 8O1, 8O2, 8O3, 8Y1, 8Y2, 8Y3), çarpım tablosu arama (8V1) ve yanlış bütüne genişletme (8V2) stratejilerini kullanmışlardır. 8V2 ve 8V3 orta uzaklıktaki terimi doğru bulamazken, diğer öğrenciler orta uzaklıktaki terimi doğru bulmuşlardır. 8V1, 8O2, 8Y1 ve 8Y3 yakın ve orta uzaklıktaki terimleri bulmak için aynı stratejiyi kullanmışlar, diğer öğrenciler ise farklı strateji kullanmayı tercih etmişlerdir. 8V1, 8V2 ve 8Y1'in orta uzaklıktaki terimi bulmak için yaptıkları işlemler ve bu öğrencilerle yapılan mülakatlar aşağıda verilmiştir.





Şekil 4.156. 8V1'in Artarak Genişleyen Sayı Örüntüsünün 16. Terimini Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

X	*1*	*2*	*3*	*4*	...
Y	*2*	*6*	*12*	*20*	...

A:…Yukarıdaki tabloya göre X=16 iken Y hangi değeri alır?

8V1: Burada da önceki gibi devam eder. Y= 16.17 olur.

8V1, yakın ve orta uzaklıktaki terimleri çarpım tablosu arama stratejisi ile doğru bulmuştur. 8V1, *X* ve *Y* değerlerini, terim sırası ile terim sırasına karşılık gelen sayı şeklinde birbirleri ile ilişkilendirmiştir.

Şekil 4.157. 8V2'nin Artarak Genişleyen Sayı Örüntüsünün 16. Terimini Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

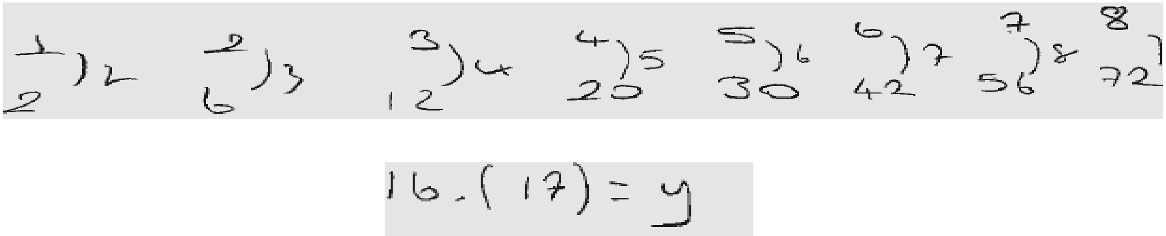
A: …Yukarıdaki tabloya göre X=16 iken Y hangi değeri alır?

8V2: Önce 4 artmış, 6 artmış, 8 artmış, 10 artacak. 5. terim 30 olur. 12 artar, 14 artar, 16 artar,…Buradan X=8 olduğunda Y=72 olur. 16. terime karşılık gelen değer ise 72 nin 2 katıdır. Çünkü 16 sayısı 8 in iki katına eşittir.

A: Bu soruyu farklı bir yoldan çözmek mümkün mü?

8V2:…

8V2 yakın uzaklıktaki terimi yinelemeli ilişki stratejisi ile doğru, orta uzaklıktaki terimi ise yanlış bütüne genişletme stratejisi ile yanlış bulmuştur. Yanlış bütüne genişletme stratejisinin doğruluğunu ilk sekiz terim için kontrol etmediği için yaptığı hatanın farkına varamamıştır.



Şekil 4.158. 8Y1'in Artarak Genişleyen Sayı Örüntüsünün 16. Terimini Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: …Yukarıdaki tabloya göre X=16 iken Y hangi değeri alır?

8Y1: Kuralı bulmalıyım… Kuralı X ile $X+1$ *in çarpılmasıdır. 16 ya karşılık gelen sayı 16 ile 16 nın 1 fazlasının çarpımına eşittir. Yani cevap 16.17 olur.*

8Y1 yakın ve orta uzaklıktaki terimleri bulmak için farklı stratejiler kullanmıştır. Yakın uzaklıktaki terimi çarpım tablosu arama stratejisi, orta uzaklıktaki terimi ise örüntünün kuralı ile doğru bulmuştur. Örüntünün kuralını değişken kullanmadan sözel olarak ifade etmiştir.

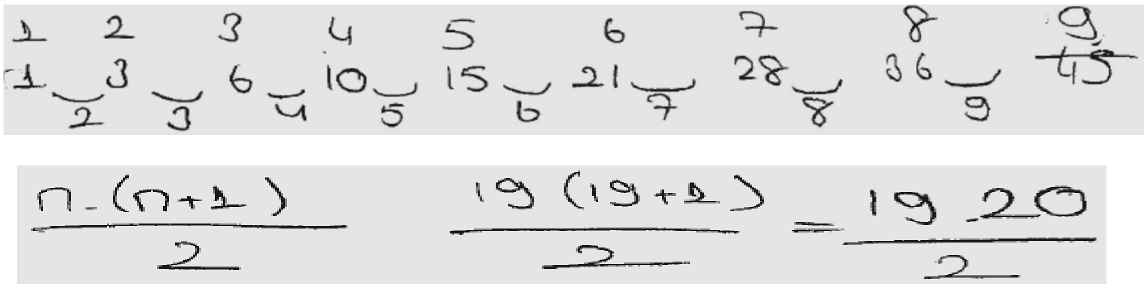
Sekizinci sınıf öğrencilerinin artarak genişleyen şekil örüntüsü sorusunda yakın ve orta uzaklıktaki terimleri bulmak için kullandıkları stratejiler aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 4.38.

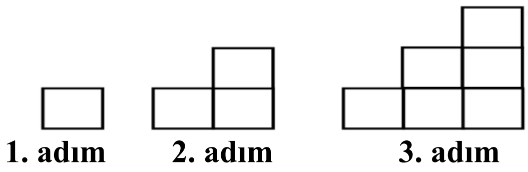
Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Artarak Genişleyen Şekil Örüntüsü Sorusunda Yakın Ve Orta Uzaklıktaki Terimleri Bulmak İçin Kullandıkları Stratejiler

	6. Soru	
Çözüm Stratejileri	9. Terim	19. Terim
Yinelemeli İlişki	8V1, 8V2, 8V3, 8O1, 8O2, 8O3, 8Y1, 8Y2, 8Y3	-
Kuraldan Yapma	-	8O3, 8Y1, 8Y2

Artarak genişleyen şekil örüntüsü sorusunda (6. soru) öğrenciler orta uzaklıktaki terimi örüntünün kuralı ile bulmaya çalışmışlardır. 8V1, 8V2, 8V3, 8O1 ve 8O2 bu sorunun çözümü için herhangi bir işlem yapmamıştır. 8V1, 8V3 ve 8Y3 örüntüyü yinelemeli ilişki stratejisi ile devam ettirerek 19. adımdaki kare sayısını bulabileceklerini ifade etmişler ancak bunun zor veya çok zaman alacağını düşünerek bu yolu kullanmamışlardır. Bu öğrenciler örüntünün kuralını bulmaya çalışmışlar ancak başarılı olamamışlardır. 8O3, 8Y1 ve 8Y2 soruyu doğru çözmüşlerdir. 8Y2'nin bu soruyu çözmek için yaptığı işlemler ve bu öğrenci ile yapılan mülakat aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.159. 8Y2'nin Artarak Genişleyen Şekil Örüntüsünün 19. Adımındaki Kare Sayısını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler



A: Birim karelerle yukarıda görüldüğü gibi bir örüntü oluşturulmuştur. Buna göre 19. adımdaki kare sayısını nasıl bulabiliriz?

8Y2: Kuralı bulmalıyız. Birinci terimde 2, ikinci terimde 3,...,altıncı terimde 7 artmış. Kural $n.(n+1)$ *mi olur? ... Buradan örüntünün kuralı* $\frac{n(n+1)}{2}$ *olur. Bu kuraldan on dokuzuncu adıma karşılık gelen değerleri bulabiliriz.*

8Y2 yakın ve orta uzaklıktaki terimleri bulmak için farklı stratejiler kullanmıştır. Dokuzuncu adımdaki kare sayısını yinelemeli ilişki stratejisi, on dokuzuncu adımdaki kare sayısını ise örüntünün kuralı ile doğru bulmuştur.

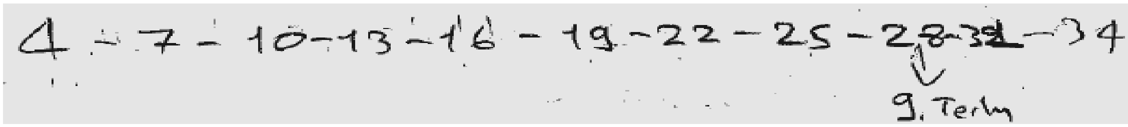
Sekizinci sınıf öğrencilerinin sabit artarak genişleyen şekil örüntüsü sorularında yakın ve orta uzaklıktaki terimleri bulmak için kullandıkları stratejiler aşağıdaki tabloda verilmiştir.

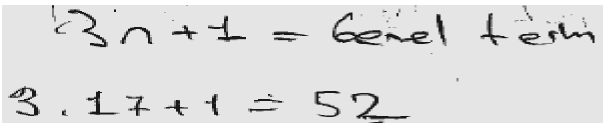
Tablo 4.39.

Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Sabit Artarak Genişleyen Şekil Örüntüsü Sorularında Yakın ve Orta Uzaklıktaki Terimleri Bulmak İçin Kullandıkları Stratejiler

	3. Soru		5. Soru	
Çözüm Stratejileri	9. Terim	17. Terim	8. Terim	17. Terim
Kuraldan Yapma	8V2, 8V3, 8O1, 8O2, 8O3, 8Y1, 8Y2, 8Y3	8V1, 8V2, 8O1, 8O2, 8O3, 8Y1, 8Y2, 8Y3	8V2, 8O1, 8O2, 8O3, 8Y1, 8Y2, 8Y3	8V2, 8O1, 8O2, 8O3, 8Y1, 8Y2, 8Y3
Yinelemeli İlişki	8V1, 8V3	8V3	8V1, 8V3	8V1, 8V3
Sistemli Tahmin-kontrol	-	8V3	-	-

Öğrenciler sabit artarak genişleyen şekil örüntüsü sorusunda (3. soru) orta uzaklıktaki terimi bulmak için kuraldan yapma, yinelemeli ilişki ve sistemli tahmin-kontrol stratejilerini kullanmışlardır. 8V1, yakın ve orta uzaklıktaki terimleri bulmak için farklı, diğer öğrenciler aynı stratejileri kullanmışlardır. Öğrencilerin tamamı orta uzaklıktaki terimi doğru bulmuştur. 8V1 ve 8V3'ün bu soruyu çözmek için yaptıkları işlemler ve bu öğrencilerle yapılan mülakatlar aşağıda verilmiştir.





Şekil 4.160. 8V1'in Sabit Artarak Genişleyen Şekil Örüntüsünün 17. Terimini Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

1.Şekil **2. Şekil** **3. Şekil**

A: Kibrit çöpleri ile şekildeki gibi kareler oluşturulmuştur. Buna göre 17. şekli oluşturmak için kullanılacak kibrit çöpü sayısını nasıl bulabiliriz?

8V1: 28, 31, 34, *…şeklinde devam ederim.*

A: Evet, bu bir çözüm yoludur. Başka bir yoldan bulmak mümkün mü?

8V1: Formülü buluruz.

A: Neyin formülünü bulmalıyız?

8V1: Örüntünün formülünü bulmalıyız.

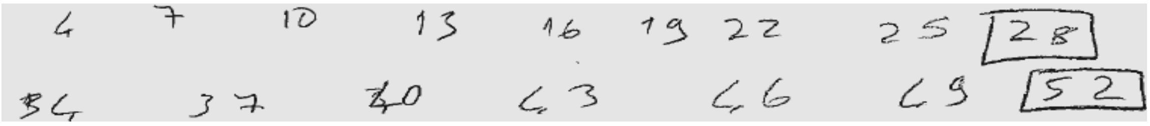
A: Nasıl bulabiliriz?

8V1: … kural $3n + 1$ *olmalı.*

A: Bu formüle göre 17. şekildeki kibrit çöpü sayısını nasıl bulursun?

8V1: n *yerine* 17 *yazarak bulurum.*

8V1 yakın uzaklıktaki terimi yinelemeli ilişki stratejisi, orta uzaklıktaki terimi ise örüntünün kuralı ile doğru bulmuştur.



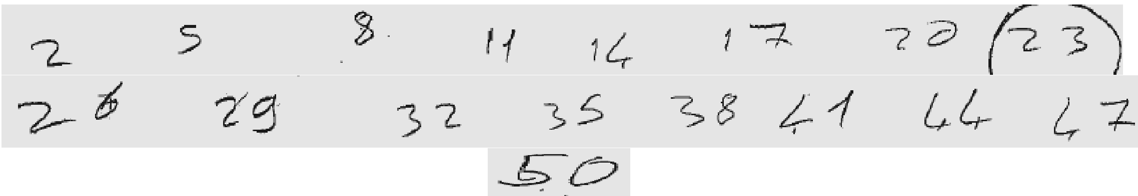
Şekil 4.161. 8V3'ün Sabit Artarak Genişleyen Şekil Örüntüsünün 17. Terimini Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: Buna göre 17. şekli oluşturmak için kullanılacak kibrit çöpü sayısını nasıl bulabiliriz?

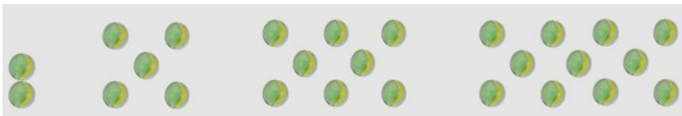
8V3: Sayıları devam ettiririm veya formülü bulurum… Ama 2n-1 sağlamıyor. ... n+3 dersek ikinci şekilde sağlanmıyor. Çünkü ikinci şekilde 5 fazlası olmuş. n+5 dersek… sağlanmıyor… Ben sayıları devam ettirerek çözmek istiyorum… 28, 31,…,52 olur. 17. Şekilde 52 kibrit çöpü bulunur.

8V3, yakın ve orta uzaklıktaki terimleri yinelemeli ilişki stratejisi ile doğru bulmuştur. Orta uzaklıktaki terimi örüntünün kuralı ile de bulmaya çalışmış ancak örüntünün kuralını bulamamıştır.

Sabit artarak genişleyen şekil örüntüsü sorusunda (5. soru) öğrenciler orta uzaklıktaki terimi bulmak için kuraldan yapma (8V2, 8O1, 8O2, 8O3, 8Y1, 8Y2, 8Y3) ve yinelemeli ilişki (8V1, 8V3) stratejilerini kullanmışlardır. Bütün öğrenciler yakın ve orta uzaklıktaki terimi bulmak için aynı stratejiyi kullanmışlardır. Ayrıca bütün öğrenciler orta uzaklıktaki terimi doğru bulmuşlardır. 8V3 ve 8Y3'ün orta uzaklıktaki terimi bulmak için yaptıkları işlemler ve bu öğrencilerle yapılan mülakatlar aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.162. 8V3'ün Sabit Artarak Genişleyen Şekil Örüntüsünün 17. Şeklindeki Misket Sayısını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

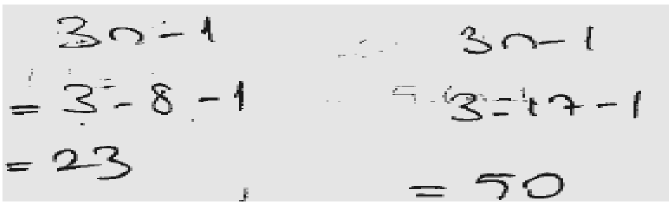


1. Şekil **2. Şekil** **3. Şekil** **4. Şekil**

A: Verilen şekillerdeki misketler belli bir kurala göre sıralanmıştır. Buna göre 17. şekildeki misket sayısını nasıl bulabiliriz?

8V3: ...Aynı şekilde örüntüyü devam ettiririm. 35, 38,...,50. On yedinci şekilde 50 misket bulunur.

8V3, yakın ve orta uzaklıktaki terimleri yinelemeli ilişki stratejisi ile doğru bulmuştur.



Şekil 4.163. 8Y3'ün Sabit Artarak Genişleyen Şekil Örüntüsünün 17. Şeklindeki Misket Sayısını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: Buna göre 17. şekildeki misket sayısını nasıl bulabiliriz?

8Y3: ... Kuralı 3n-1 dir. Kuraldaki n yerine 17 yazarsak sonuç 50 bulunur.

8Y3, yakın ve orta uzaklıktaki terimleri örüntünün kuralı ile doğru bulmuştur.

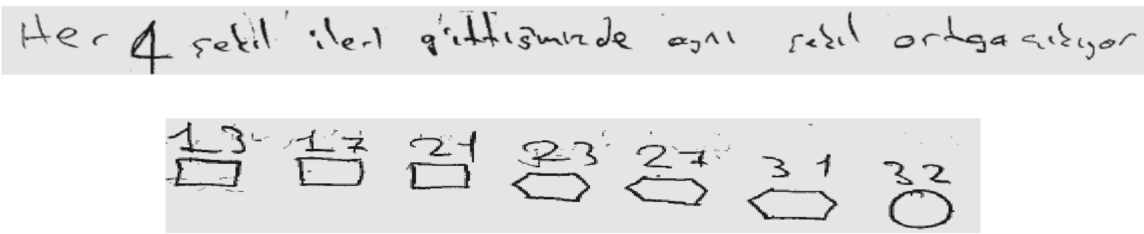
Tekrarlı örüntü sorusunda öğrencilerin 23. ve 32. terimleri bulmak için kullandıkları stratejiler aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 4.40.

Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Tekrarlı Örüntü Sorusunda 23. ve 32. Terimleri Bulmak İçin Kullandıkları Stratejiler

	4. Soru	
Çözüm Stratejileri	23. Terim	32. Terim
Çarpımın Üzerine Sayma	8Y3	8Y3
Bölümden Kalanı Sayma	8O2, 8O3, 8Y1, 8Y2	8O1, 8O2, 8O3, 8Y1, 8Y2
Sayma	8V1, 8O1	8V1
Çizme	8V2, 8V3	8V2, 8V3

Tekrarlı şekil örüntüsü sorusunda (4. soru) öğrenciler 32. adıma karşılık gelen geometrik şekli bulmak için çarpımın üzerine sayma, bölümden kalanı sayma, sayma ve çizme stratejilerini kullanmışlardır. 8O1, 23. adımı bulmak için sayma stratejisini, 32. adımı bulmak için bölümden kalanı sayma stratejisini kullanmıştır. Diğer öğrenciler 23. Ve 32. adıma karşılık gelen geometrik şekli bulmak için aynı stratejiyi kullanmışlardır. Öğrencilerin tamamı 32. adıma karşılık gelen geometrik şekli doğru bulmuşlardır. 8V1, 8V2, 8Y1 ve 8Y3'ün bu soruyu çözmek için yaptıkları işlemler ve bu öğrencilerle yapılan mülakatlar aşağıda verilmiştir.

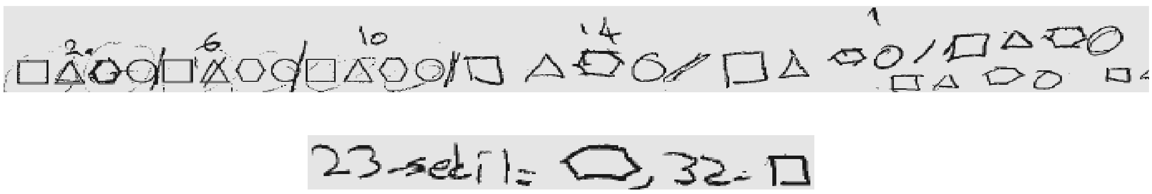


Şekil 4.164. 8V1'in Tekrarlı Şekil Örüntüsünün 32. Adımını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: Yukarıdaki şekiller belli bir kurala göre oluşturulmuştur. Buna göre 32. *adıma hangi geometrik şekil karşılık gelir?*

8V1: 23. *adıma altıgen karşılık gelmişse* 27 *ve* 31. *adımlara da altıgen karşılık gelir.* 32.*adıma ise çember karşılık gelir.*

8V1 yakın ve orta uzaklıktaki terimleri örüntüyü devam ettirerek bulmuştur. Önce tekrar birimini bulmuş, tekrar birimine göre 13. terimden itibaren şekilleri çizerek örüntüyü devam ettirmiştir.



Şekil 4.165. 8V2'nin Tekrarlı Şekil Örüntüsünün 32. Adımını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

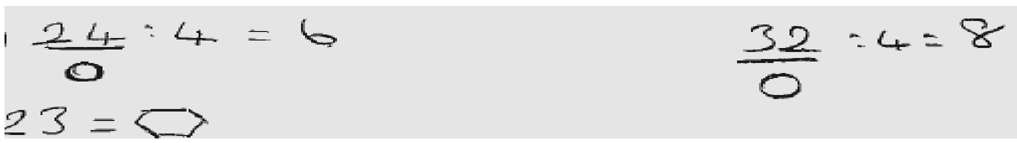
A: ...Buna göre 32. *adıma hangi geometrik şekil karşılık gelir?*

8V2: Burada dört şekil tekrarlanmış. Dörtlü adımlar halinde örüntüyü devam ettiririm. 23. adıma altıgen ve 32. adıma kare karşılık gelir.

A: Başka bir yoldan bu soruyu çözebilmen mümkün mü?

8V2: ...

8V2, yirmi üçüncü adıma karşılık gelen geometrik şekli çizme stratejisi doğru ve otuz ikinci adıma karşılık gelen geometrik şekli yanlış bulmuştur.

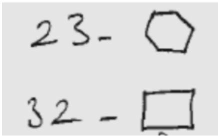


Şekil 4.166. 8Y1'in Tekrarlı Şekil Örüntüsünün 32. Adımını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A:...Buna göre 32. *adıma hangi geometrik şekil karşılık gelir?*

İlk dört adım tekrarlanarak devam etmiş… 32. adımda aynı işlemi (23. adımdaki işlem) *yaparım.* 32 *sayısını* 4*'e bölersem kalan sıfır olur. Dördün katı olan adım sayılarına ise çember karşılık gelir.*

8Y1 tekrar birimini tespit ettikten sonra, yirmi üçüncü ve otuz ikinci adımlara karşılık gelen geometrik şekilleri bölümden kalanı sayma stratejisi ile doğru bulmuştur.



Şekil 4.167. 8Y3'ün Tekrarlı Şekil Örüntüsünün 32. Adımını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A:…Buna göre 32. *adıma hangi geometrik şekil karşılık gelir?*

8Y3: … 32. adımda, 23. Adımda yaptığım işlemi tekrar yaparım. 32 sayısı 4 ün katı olduğu için başa gelir ve cevap kare olur.

8Y3 tekrar birimini tespit ettikten sonra, yirmi üçüncü ve otuz ikinci adımlara karşılık gelen geometrik şekilleri çarpımdan sayma stratejisi ile bulmaya çalışmıştır. 23. Adıma karşılık gelen geometrik şekli doğru bulurken, 32. Adıma karşılık gelen geometrik şekli yanlış bulmuştur.

4.3.3. Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Örüntülerin Kurallarını Bulmak İçin Kullandıkları Stratejilerin İncelenmesi

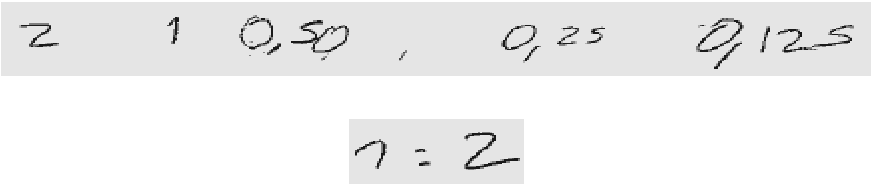
Sekizinci sınıf öğrencilerinin sayı örüntüsü sorularının kurallarını bulmak için kullandıkları stratejiler aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 4.41.

Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Artarak Genişleyen Sayı Örüntüsü Sorularının Kurallarını Bulmak İçin Kullandıkları Stratejiler

Çözüm Stratejileri	1. Soru	2. Soru
Yinelemeli İlişki	8V1, 8V3	8V3
Sistemli Tahmin-Kontrol	8Y3	-
Belirgin	8O1, 8O2, 8O3, 8Y1	8V1, 8O1, 8O2, 8O3, 8Y1, 8Y2, 8Y3

Mülakat testinin birinci sorusunda öğrenciler sistemli tahmin-kontrol, belirgin ve yinelemeli ilişki stratejileri ile örüntünün kuralını bulmaya çalışmışlardır. 8V1 ve 8V3 doğru cevaba ulaşmazken, 8V2 ve 8Y2 örüntünün kuralını bulmak için herhangi bir işlem yapmamışlar, diğer öğrenciler doğru cevaba ulaşmışlardır. 8V3, 8O1 ve 8Y3'ün örüntünün kuralını bulmak için yaptıkları işlemler ve bu öğrencilerle yapılan mülakatlar aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.168. 8V3'ün Azalan Sayı Örüntüsünün Kuralını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: Terimleri 16, 8, 4,… şeklinde devam eden sayı örüntüsünün n. terimini nasıl bulabiliriz?

8V3: $n: 2$ olur.

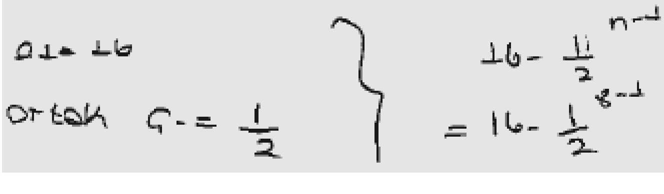
A: Bu sonuca nasıl ulaştığını açıklar mısın?

8V3: Hep 2'ye bölünerek devam ettiği için bu şekilde olur.

A: Bu kural diğer terimler için sağlanır mı?

8V3: n için sağlanır.

8V3, yakın uzaklıktaki terimi bulmak için terimlere karşılık gelen sayıları 2 ile bölerek örüntüyü devam ettirmiştir. Örüntüyü devam ettirmek için kullandığı stratejiyi örüntünün genel terimini bulmak için de kullanmaya çalışmış ancak başarılı olamamıştır. Aslında 8V3, örüntünün kuralını değil de kullandığı çözüm yolunu genellemiştir.

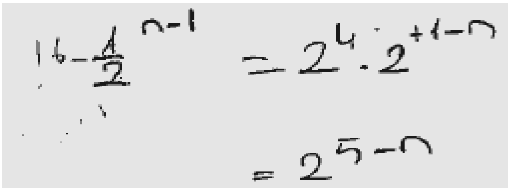


Şekil 4.169. 8O1'in Azalan Sayı Örüntüsünün Kuralını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: …Verilen örüntünün sekizinci terimine karşılık gelen değeri nasıl bulabiliriz?

8O1: Bu bir geometrik dizidir. Kuralını bulurum. İlk terimi 16 ve ortak çarpanı $\frac{1}{2}$ *dir. Kuralı ise buradan… 16.*$(\frac{1}{2})^{n-1}$ *olur. Sekizinci terimi bulabilmek için n yerine 8 yazmalıyım.*

8O1, örüntüyü bir geometrik dizi olarak düşünmüş ve buna göre işlem yapmıştır. Dizinin birinci terimini ve ortak çarpanını tespit ettikten sonra dizinin genel terimini veren formülü bulmuştur. Yakın ve orta uzaklıktaki terimleri de örüntünün kuralı ile doğru bulmuştur.



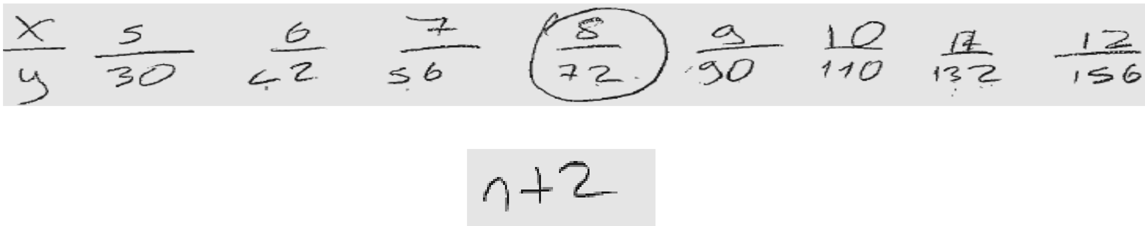
Şekil 4.170. 8Y3'ün Azalan Sayı Örüntüsünün Kuralını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: …Bu örüntünün n. terimine karşılık gelen değeri nasıl bulabiliriz?

8Y3: Bu örüntü 2 nin kuvvetlerine göre sıralandığına göre kuralda 2^n *mutlaka yer alacak. Formül* $2^{2(n+1)}$ *olsa … 1 için sağlanır, 2 için sağlanmaz ve yanlış olur. Formül …* 2^{5n-1} *olsa … 1 için sağlanır, 2 için sağlanmaz ve yanlış olur. Bu bir geometrik dizidir. İlk terimi 16 ve ortak çarpanı* $\frac{1}{2}$ *dir. Kuralı ise buradan …* $16.\frac{1}{2}^{n-1}$ *olur.*

8Y3 verilen sayıları 2'nin kuvveti olarak ifade etmiş daha sonra örüntüyü 2'nin azalan kuvvetlerine göre devam ettirmiştir. Yakın ve orta uzaklıktaki terimleri örüntüyü bu şekilde devam ettirerek doğru bulmuştur. Örüntünün kuralını ise 2^n ifadesine ulaştıktan sonra, terim sırası ile terim sırasına karşılık gelen sayıları sistemli tahmin-kontrol stratejisini kullanarak ilişkilendirmiş ve doğru bulmuştur.

Tablo ile verilen ve artarak genişleyen sayı örüntüsü sorusunda (2. soru) öğrenciler öğrenciler belirgin (8V1, 8O1, 8O2, 8O3, 8Y1, 8Y2, 8Y3) ve yinelemeli ilişki (8V3) stratejileri ile örüntünün kuralını bulmaya çalışmışlardır. 8V1 ve 8V3 doğru cevaba ulaşamazken, 8V2 bu soruyu cevapsız bırakmıştır. 8V3 ve 8Y2'nin örüntünün kuralını bulmak için yaptıkları işlemler ve bu öğrencilerle yapılan mülakatlar aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.171. 8V3'ün Tablo Şeklindeki Artarak Genişleyen Sayı Örüntüsünün Kuralını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

X	*1*	*2*	*3*	*4*	...
Y	*2*	*6*	*12*	*20*	...

A: ...Bu tabloya göre X=16 olduğunda Y nin alacağı değeri nasıl bulabiliriz.

8V3: Sayarak bulabiliriz. Ama uzun sürer. X=8 olduğunda 16 artmıştı. X=9 olduğunda 18 artar Y=90 olur. 10 olduğunda 20 artar ve Y=110 olur. 11 olduğunda 22 artar Y=132, 12 olduğunda 24 artar ve Y=156 olur... Bu şekilde devam eder ama zor devam eder.

A: Kolay bir yoldan nasıl yapabiliriz?

8V3: Formülü bulmalıyız.

A: Formülü nasıl bulabiliriz?

8V3: 4 artmış, 6 artmış, 8 artmış...her seferinde 2 fazla artmış. O zaman +2 olur. Yani formül n+2 olur.

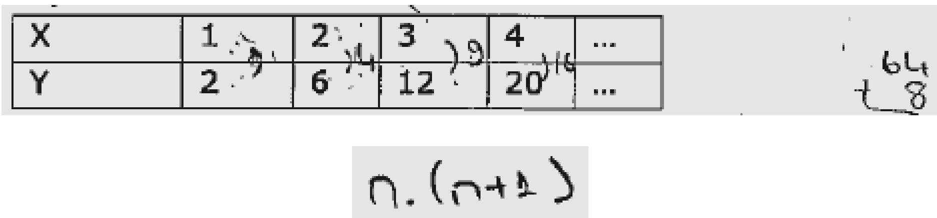
A: Bu formül doğru mu?

8V3: Bilmem...16 yazarsak 16+2=18 olur. Bu da yanlış olur...

A: Başka bir yoldan formülü bulabilir misin?

8V3: ...

8V3, yakın uzaklıktaki terimi yinelemeli ilişki stratejisi ile doğru bulmuştur. Orta uzaklıktaki terimi de aynı çözüm yolu ile bulmaya çalışmış; ancak uzun bir çözüm yolu olacağını düşündüğünden, bu çözüm yolunu yarıda bırakmıştır. Orta uzaklıktaki terimi bulmak için örüntünün kuralını bulmaya çalışmıştır. Örüntünün kuralını da yinelemeli ilişki stratejisi ile bulmaya çalışmış ancak başarılı olamamıştır. 8V3, y sayıları arasındaki farkı dikkate alarak, örüntünün kuralının $n + 2$ olduğunu ifade etmiştir. Bu kuralın yanlış olduğunu tespit etmiş ama kuralı doğru bulmak için de başka bir çözüm yolu kullanmamıştır.



Şekil 4.172. 8Y2'nin Tablo Şeklindeki Artarak Genişleyen Sayı Örüntüsünün Kuralını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: ...Verilen tabloya göre X=8 iken Y kaç olur?

8Y2: Birici terimde 1, ikincide 4, üçüncüde 9 ve dördüncüde 16 artmış. Artış miktarları 1 in karesi, 2 nin karesi, 3 ün karesi ve 4 ün karesine eşittir. Herhangi bir sayıya karşılılık gelen değeri bulabilmek için, sayı ile sayının karesini toplamalıyız. Sekize karşılık gelen sayı 8 ile 8 in karesi olan 64 ün toplamına eşittir.

A: X=16 iken Y kaç olur?

8Y2: Kuraldan yapabiliriz. Herhangi bir sayı ile o sayının karesinin toplamını $n.(n+1)$ *olarak ifade edebiliriz.*

8Y2, diğer öğrencilerden farklı bir çözüm yolu ile doğru cevaba ulaşmıştır. 8Y2, X ve Y sayıları arasındaki $(y - x)$ farkı x'e bağlı olarak ifade etmiştir. Bu sayede örüntünün kuralını $n^2 + n$ şeklinde bulmuştur. 8Y2 önce kuralı sözel olarak, daha sonra cebirsel olarak ifade etmiştir. Yakın uzaklıktaki terimi bulurken kuralın sözel olarak, orta uzaklıktaki terimi bulurken cebirsel olarak ifade edilişinden faydalanmıştır.

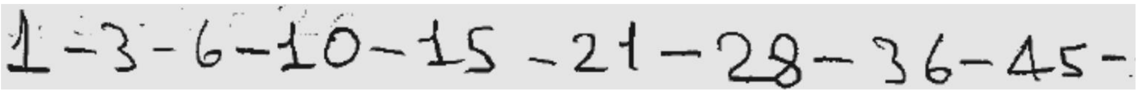
Sekizinci sınıf öğrencilerinin artarak genişleyen şekil örüntüsü sorusunda (6. Soru) örüntünün kuralını bulmak için kullandıkları stratejiler aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 4.42.

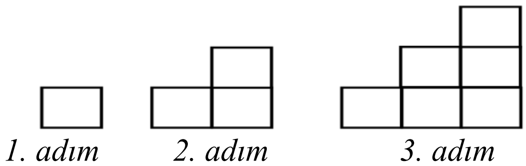
Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Artarak Genişleyen Şekil Örüntüsü Sorusunda Örüntünün Kuralını Bulmak İçin Kullandıkları Stratejiler

Çözüm Stratejileri	6. Soru
Yinelemeli İlişki	8V1, 8V3, 8O2
Sistemsiz Tahmin-Kontrol	8Y3
Sistemli Tahmin-Kontrol	8V2, 8O1
Belirgin	8O3, 8Y1, 8Y2

Artarak genişleyen şekil örüntüsü sorusunda (6. soru) öğrenciler sistemsiz tahmin-kontrol, yinelemeli ilişki, belirgin ve sistemli tahmin-kontrol stratejileri ile örüntünün kuralını bulmaya çalışmışlardır. 8O3, 8Y1 ve 8Y2 örüntünün kuralını doğru bulurken diğer öğrenciler doğru cevaba ulaşamamışlardır. 8V2 ve 8O1 kuralı doğru tespit edebilecekleri bir strateji izlemişler ancak doğru sonuca ulaşmayı başaramamışlardır. Yinelemeli ilişki stratejisini kullanan öğrenciler terimler arası farkın sabit olmadığını tespit ettikten sonra herhangi bir işlem yapmamışlardır. 8V1, 8V2, 8Y2 ve 8Y3'ün soruyu çözmek için yaptıkları işlemler ve bu öğrencilerle yapılan mülakatlar aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.173. 8V1'in Artarak Genişleyen Şekil Örüntüsünün Kuralını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler



A:… 19. adımda kaç kare bulunur?

8V1: Aynı şekilde (9. adımda) örüntüyü devam ettiririm.

A: Örüntüyü devam ettirerek doğru sonuca ulaşabilirsin. Farklı bir yoldan yapmak mümkün mü?

8V1: n'li ifadelerle bulabilirim.

A: n'li ifade ne anlama geliyor?

8V1: Formüldür.

A: Neyin formülü?

8V1: Örüntünün n. terimini veren formüldür.

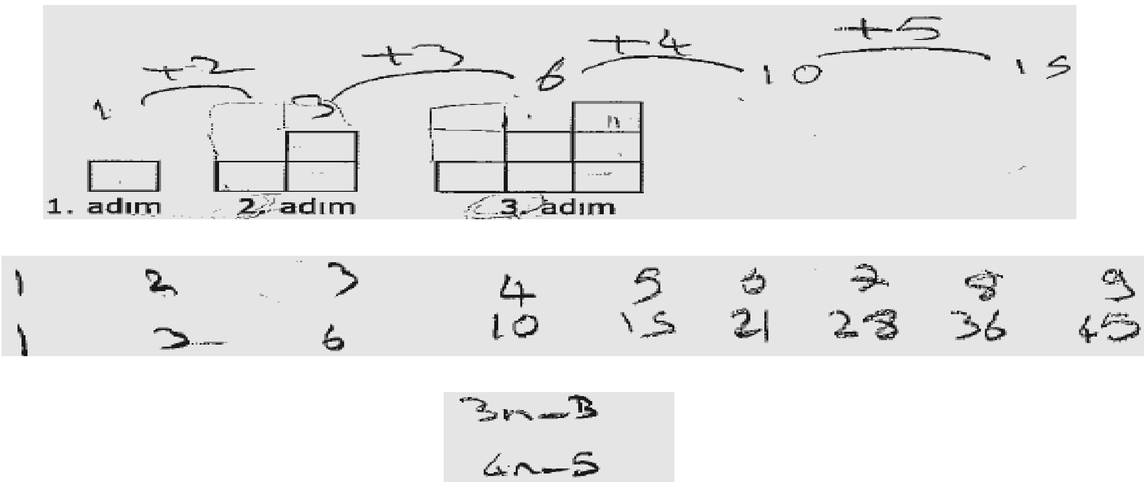
A: Bu formülü nasıl bulabiliriz?

8V1: ….Kaçıncı adımı istiyorsa o kadar artıyor…

A: Bu ifadeyi nasıl formüle dönüştürebiliriz?

8V1: Aralarındaki fark sabit değil. Onun için aklıma pek bir şey gelmiyor…

8V1 örüntünün kuralını bulmak için yinelemeli ilişki stratejisine odaklanmış ancak doğru cevaba ulaşamamıştır. Terimler arasındaki farkın sabit olmadığını tespit ettikten sonra herhangi bir işlem yapamamıştır.



Şekil 4.174. 8V2'nin Artarak Genişleyen Şekil Örüntüsünün Kuralını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: Birinci adımda 1, ikinci adımda 3 ve üçüncü adımda 6 kare bulunmaktadır. Buna göre 9. adımda kaç kare bulunur?

8V2: 2 artmış, 3 artmış, 4 artacak… Kare sayıları her seferinde birer fazla artmış.Yani her bir terim adım sayısı kadar artar… Sekizinci terim 36, dokuzuncu terim 45 olur.

A: 19. adımda yer alan kare sayısını nasıl bulabilirsin?

8V2: 19. terim 19 artar.

A: 19. terim hangi adımdan veya hangi sayıdan sonra 19 artar?

A: 18. terimden… 19. terimi bulabilmek için öncelikle 18. terimi bulmalıyız.

A: 18. terimi nasıl bulabiliriz?

8V2: Örüntünün kuralını bulmalıyım.

A: Örüntünün kuralı nedir?

8V2: …3n-3 olabilir mi?

A: Bu kurala nasıl ulaştığını açıklar mısın?

8V2: 2. terime 3 gelmiş…

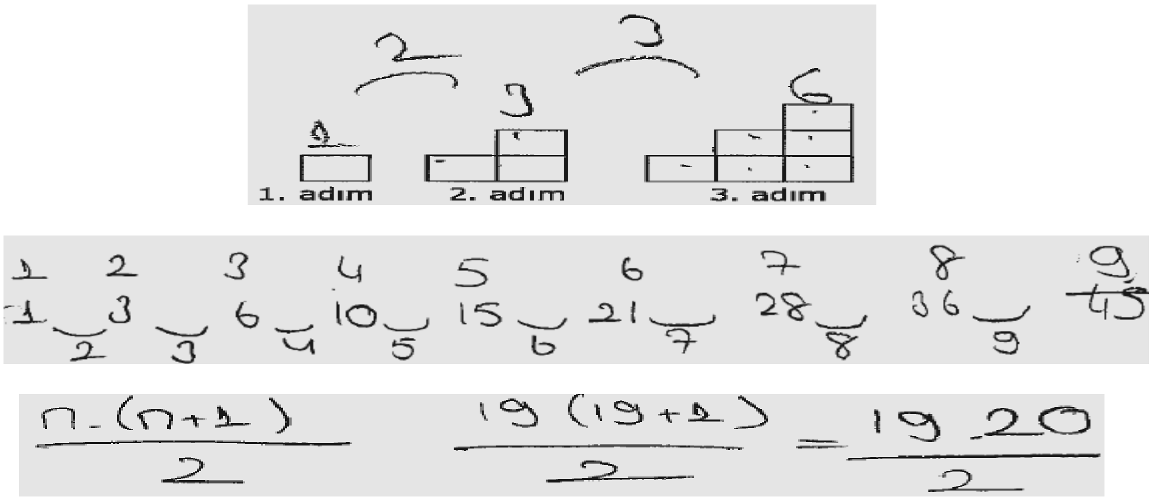
A: Bu ifade diğer terimler için sağlanıyor mu?

8V2: 1 için sağlanmıyor, 3 için sağlanıyor,…Dolayısıyla bu kural yanlış olur. 4n-5 olabilir mi? 1 için sağlanır, 2 için sağlanır, 3 için sağlanmaz… Bu da olmadı.

A: 4n-5 ifadesinde n yerine 1 yazarsak sonuç kaç olur?

8V2: 1 olur. 1 ve 2 için sağlanıyor ama diğer terimler için sağlanmadığından kural yanlış olur…

8V2 örüntünün kuralını bulmak için adım sıraları ile adım sıralarındaki birim karelerin sayılarını ilişkilendirmeye çalışmıştır. Burada sitemli tahmin-kontrol stratejisini kullanmış ancak doğru cevaba ulaşamamıştır. Kuralı bulamadığı için orta uzaklıktaki terimi de bulamamıştır.



Şekil 4.175. 8Y2'nin Artarak Genişleyen Şekil Örüntüsünün Kuralını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

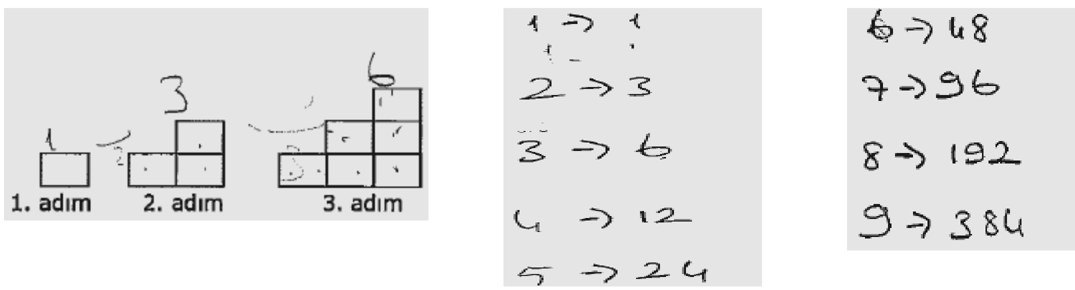
A: …19. adımdaki kare sayısını nasıl bulabiliriz?

8Y2: Kuralı bulmalıyız. Birinci terimde 2, ikinci terimde 3,…,altıncı terimde 7 artmış. Kural $n.(n+1)$ *mi olur?*

A: Bu kural tüm terimler için sağlanıyor mu?

8Y2: 1 yazınca 2, 2 yazınca 6 ve 3 yazınca 12 oluyor. $n.(n+1)$ *ifadesini 2 ye bölmeliyiz. Buradan örüntünün kuralı* $\frac{n(n+1)}{2}$ *olur. Bu kuraldan on dokuzuncu adıma karşılık gelen değeri bulabiliriz...*

8Y2 örüntünün kuralını bulmak için adım sıraları ile adım sıralarındaki birim karelerin sayılarını ilişkilendirmiştir. Önce sistemli tahmin-kontrol stratejisi ile $n(n+1)$ ifadesine, daha sonra adım sırası ile adım sıralarındaki birim kare sayılarını göz önüne alarak kurala ulaşmıştır.



Şekil 4.176. 8Y3'ün Artarak Genişleyen Şekil Örüntüsünün Kuralını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: ... Örüntünün kuralını nasıl bulabiliriz?

8Y3: 2n-1 olsa… ikinci terim için sağlanmıyor. 2n+1 olsa… üçüncü terim için sağlanmıyor. Üslü bir ifade mi olmalı?... n(n+1) olsa... bu ifade de sağlanmıyor…

A: Başka nasıl bir çözüm yolu takip edebilirsin?

8Y3: …bu soruyu çözemiyorum.

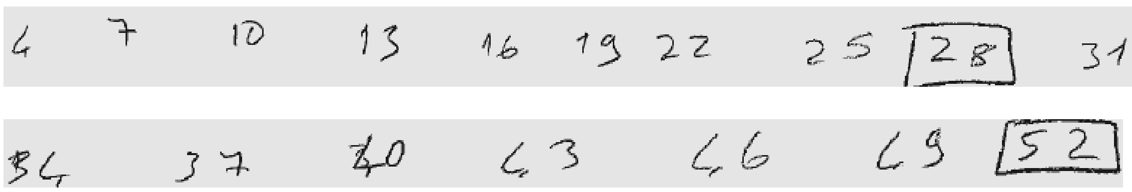
8Y3 örüntünün kuralını bulmak için sistemsiz tahmin-kontrol stratejisini kullanmış ancak doğru cevaba ulaşamamıştır.

Sekizinci sınıf öğrencilerinin sabit artarak genişleyen şekil örüntüsü sorularında örüntünün kuralını bulmak için kullandıkları stratejiler aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 4.43.
Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Sabit Artarak Genişleyen Şekil Örüntüsü Sorularında Örüntünün Kuralını Bulmak İçin Kullandıkları Stratejiler

Çözüm Stratejileri	3. Soru	5. Soru
Yinelemeli İlişki	8V3	8V3
Sistemli Tahmin-Kontrol	8V3	-
Belirgin	8V1, 8V2, 8O1, 8O2, 8O3, 8Y1, 8Y2, 8Y3	8V1, 8V2, 8O1, 8O2, 8O3, 8Y1, 8Y2, 8Y3

Öğrenciler sabit artarak genişleyen şekil örüntüsü sorusunda (3. soru) öğrenciler belirgin, yinelemeli ilişki ve sistemli tahmin-kontrol stratejileri ile örüntünün kuralını bulmaya çalışmışlardır. Sadece 8V3 örüntünün kuralını doğru bulamazken, diğer öğrenciler doğru cevabı bulmuşlardır. 8V3 ve 8O1'in örüntünün kuralını bulmak için yaptıkları işlemler ve bu öğrencilerle yapılan mülakatlar aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.177. 8V3'ün Sabit Artarak Genişleyen Şekil Örüntüsünün Kuralını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: Yukarıda verilen birinci şekli oluşturmak için 4, ikinci şekli oluşturmak için 7 ve üçüncü şekli oluşturmak için 10 kibrit çöpü kullanılmıştır. Buna göre 9. şekli oluşturmak için kaç kibrit çöpü kullanılmalıdır?

8V3: Formülü bularak yapsam olur mu?

A: Olur.

8V3: Formül 2n-1 olur.

A: Nasıl elde ettin bu formülü?

8V3: 4'ü 2 ile çarpıp 1 çıkarttığımız zaman 7 olur. Bundan dolayı 2n-1 olur.

A: Bu kural ardışık terimler arasındaki kibrit çöpü sayılarını bulmak için mi geçerli?

8V3: Evet.

A: Peki bu formül ikinci şekildeki kibrit çöpü sayısı ile üçüncü şekildeki kibrit çöpü sayısı için de doğru mu?

8V3: ….sağlanmıyor. formül yanlış oldu….

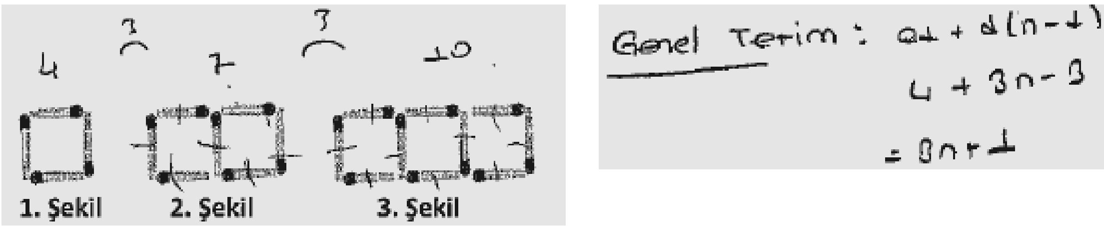
A: Şekil ile şekillerdeki kibrit çöpleri arasındaki ilişkiyi göz önüne alabilir miyiz?

8V3: 1. şekilde 3 fazlası olmuş. n+3 dersek ikinci şekilde sağlanmıyor. Çünkü ikinci şekilde 5 fazlası olmuş. n+5 dersek…

A: n+5 formülü birinci şekil için sağlanıyor mu?

8V3: Sağlanmıyor….formülü bulamıyorum. Ben sayıları devam ettirerek çözmek istiyorum…

8V3 örüntünün kuralını sadece kibrit çöpleri sayısını dikkate alarak bulmaya çalışmıştır. Birinci ve ikinci şekillerdeki kibrit çöplerinin sayılarına göre kuralın $2n + 1$ olduğunu ifade etmiştir. Bu kuralın üçüncü şekildeki kibrit çöpü sayısı için sağlanmadığını tespit ettikten sonra şekil sırası ile şekil sırasındaki kibrit çöpleri sayılarını ilişkilendirmeye çalışmış ama başarılı olamamıştır.



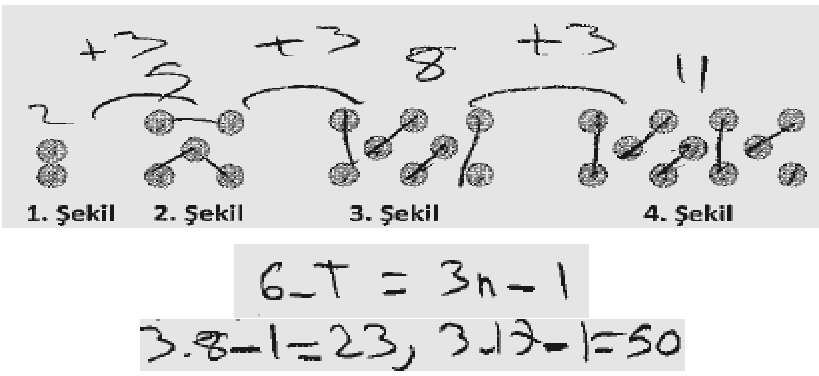
Şekil 4.178. 8O1'in Sabit Artarak Genişleyen Şekil Örüntüsünün Kuralını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: ... Buna göre 9. şekli oluşturmak için kaç kibrit çöpü kullanılmalıdır?

8O1: Üçer artmış. Bu yüzden aritmetik dizidir... Aritmetik dizinin formülü $3n + 1$ *olur. Soru bizden dokuzuncu adımı istiyor. Bunun için* n *yerine* 9 *yazmalıyız.*

8O1 kibrit çöplerinin sayıları arasındaki farkları dikkate alarak, verilen örüntünün bir aritmetik dizi olduğunu tespit etmiştir. Aritmetik dizinin genel terimini veren formülü kullanarak örüntünün kuralını bulmuştur.

Sabit artarak genişleyen şekil örüntüsü sorusunda (5. soru) öğrenciler belirgin (8V1, 8V2, 8O1, 8O2, 8O3, 8Y1, 8Y2, 8Y3) ve yinelemeli ilişki (8V3) stratejileri ile örüntünün kuralını bulmaya çalışmışlardır. 8V3 örüntünün kuralını doğru bulamazken, diğer öğrenciler doğru bulmuşlardır. Sorunun çözümünde görsel strateji kullanan öğrenciye rastlanmamıştır. 8V2 ve 8V3'ün örüntünün kuralını bulmak için yaptıkları işlemler ve bu öğrencilerle yapılan mülakatlar aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.179. 8V2'nin Sabit Artarak Genişleyen Şekil Örüntüsünün Kuralını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

1.Şekil 2.Şekil 3. Şekil 4. Şekil

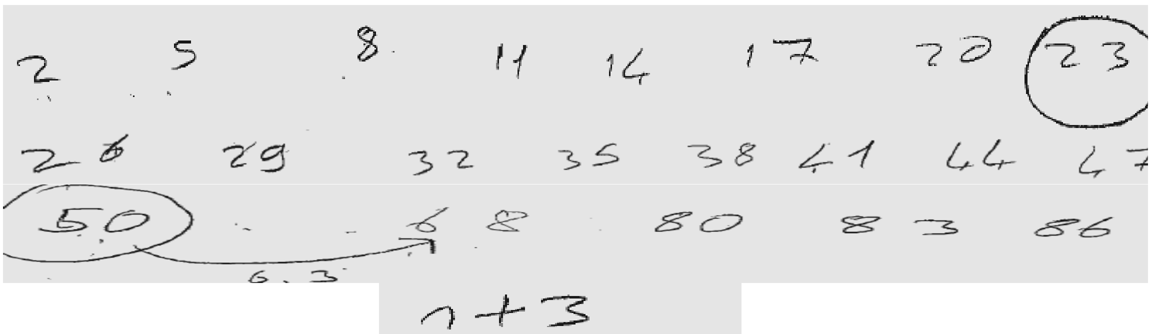
A: Misketlerle şekilde görüldüğü gibi bir örüntü oluşturulmuştur. Bu örüntüye göre 8. şekilde yer alan misket sayısını nasıl bulabiliriz?

8V2: Misket sayıları hep üçer artmış… Kural 3n-1 olmalı.

A: Bu formüle nasıl ulaştığını açıklayabilir misin?

8V2: Üçer arttığı için 3n olmalı. Sonra 1. şekilde 2 misket var. n yerine 1 yazdığımda sonucun 2 olması için 3n-1 yazdım. 8. şekildeki misket sayısını bulabilmek için n yerine 8 yazmalıyım.

8V2 belirgin strateji ile örüntünün kuralını, bu kuralı kullanarak da yakın ve orta uzaklıktaki terimleri doğru bulmuştur. 8V2 şekillerdeki misketleri ikişerli gruplayarak saymış ancak örüntünün kuralını bulurken gruplayarak saymayı hiç göz önüne almamıştır.



Şekil 4.180. 8V3'ün Sabit Artarak Genişleyen Şekil Örüntüsünün Kuralını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: …Örüntünün kuralı nedir?

8V3: Üçer artmış. $n + 3$ *olur.*

A: Bu formüle nasıl ulaştığını açıklar mısın?

8V3: Çünkü 5 ile 2 arasındaki fark 3'dür.

A: Bu formül diğer terimler için de sağlanıyor mu?

8V3: Sağlanır. Çünkü hep üç artmış.

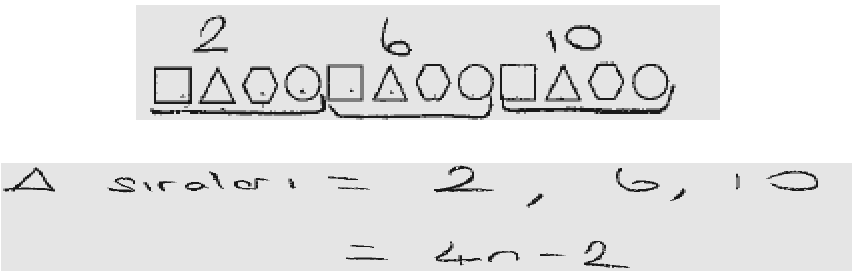
8V3, yakın ve orta uzaklıktaki terimleri yinelemeli ilişki stratejisi ile doğru bulmuştur. Örüntünün kuralını bulmak için de yinelemeli ilişki stratejisini kullanmış ama doğru cevaba ulaşamamıştır.

Tablo 4.44.

Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Tekrarlı Örüntü Sorusunda Örüntünün Kuralını Bulmak İçin Kullandıkları Stratejiler

Çözüm Stratejileri	4. Soru
Belirgin	8V1, 8V2, 8V3, 8O1, 8O2, 8O3, 8Y1, 8Y2, 8Y3

Tekrarlı şekil örüntüsü sorusunda (4. soru) öğrenciler üçgen şeklinin kaçıncı adımlarda yer aldığını veren formülü bulabilmek için, ilk üç veya dört üçgen şeklinin adım sıralarını tespit etmişlerdir. Üçgen şekillerinin adım sıraları ile terimleri 2, 6, 10, ... biçiminde devam eden sabit artarak genişleyen bir sayı örüntüsü oluşturmuşlardır. Bu sayı örüntüsünün kuralını bularak üçgen şeklinin adım sıralarını veren kuralı bulmaya çalışmışlardır. 8V3 dışındaki öğrencilerin tamamı terim sırası ile terim sırasına karşılık gelen sayıları ilişkilendirerek bu sayı örüntüsünün kuralını doğru bulmuşlardır. 8Y1'in üçgen şeklinin adım sıralarını veren kuralı bulmak için yaptığı işlemler ve bu öğrenci ile yapılan mülakat aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.181. 8Y1'in Üçgen Şeklinin Adım Sıralarını Veren Kuralı Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: Yukarıdaki geometrik şekiller belli bir kurala göre sıralanmıştır. Üçgenlerin kaçıncı adımlarda yer aldığını veren formülü nasıl bulabiliriz?

8Y1: …Üçgenler 2, 6 ve 10. adımdalar. Dörder artarak devam ediyor. Formül ise 4n-2 dir… n yerine 1, 2 gibi değerler verdiğimizde de sağlıyor.

8Y1, üçgen şeklinin adım sıralarını 2, 6, 10,… biçiminde bulmuştur. Bu işlem ile tekrarlı şekil örüntüsünü sabit artarak genişleyen sayı örüntüsüne çevirmiş, daha sonra belirgin strateji ile örüntünün kuralını doğru bulmuştur.

Mülakat sırasında öğrencilere yöneltilen özel sayı örüntüsü sorusu (7. Soru) ve çalışma grubundan elde edilen veriler aşağıda sunulmuştur.

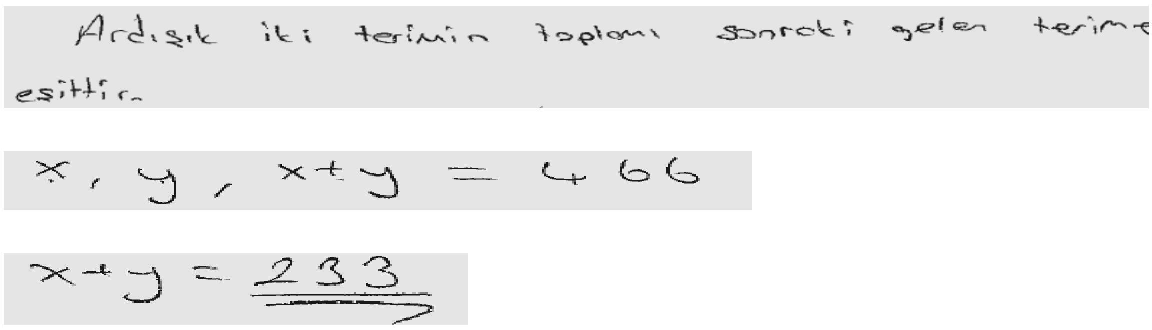
1, 1, 2, 3, 5, 8, …

Yukarıda verilen sayı örüntüsüne göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

a) Örüntünün kuralını bulunuz

b) Yukarıdaki örüntüde ardışık üç terimin toplamı 466 ise en büyük terim kaçtır?

Öğrencilerin tamamı örüntünün kuralını sözel olarak doğru ifade etmişler, ancak kuralı cebirsel olarak doğru ifade edebilen öğrenciye rastlanmamıştır. b seçeneğindeki soru kuralın uygulanmasına yöneliktir ve öğrencilerin çoğunluğu (8O1, 8O3, 8Y1, 8Y2, 8Y3) örüntünün kuralını bulmadan bu soruyu doğru çözmüştür. Bu öğrencilerden 8O1, 8O3 ve 8Y1 denklem kurarak, 8Y2 ve 8Y3 denklem kurmadan soruyu doğru çözmüşlerdir. 8Y1'in bu soruyu çözmek için yaptığı işlemler ve bu öğrenci ile yapılan mülakat aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.182. 8Y1'in Fibonacci Dizisi İle İlgili Soruyu Çözmek İçin Yaptığı İşlemler

A: Terimleri 1, 1, 2, 3, 5,…şeklinde devam eden örüntünün kuralı nedir?

8Y1: Fibonacci dizisidir… Ardışık iki terimin toplamı bir sonraki terimi verir.

A: Ardışık üç terimin toplamı 466 *ise büyük sayı kaçtır?*

8Y1: Küçük sayıya x, ortadaki sayıyı y ve büyük sayı x+y ile gösterebiliriz.

A: Büyük sayıyı niçin x+y olarak yazdın?

8Y1: Örüntünün kuralından faydalandım… Bunların toplamı 466 *ya eşittir. Büyük sayı* 233 *olur.*

8Y1 sözel olarak ifade ettiği kuralı denkleme dönüştürerek doğru cevaba ulaşmıştır. Soruyu çözme yönteminden kuralı tam olarak kavradığı anlaşılmaktadır. Çünkü kuralı tam anlamıyla kavrayamayan öğrenciler soruyu doğru çözememişlerdir.

Öğrencilerin fraktal sorularının kurallarını bulmak için kullandıkları stratejiler aşağıdaki tabloda verilmiştir.

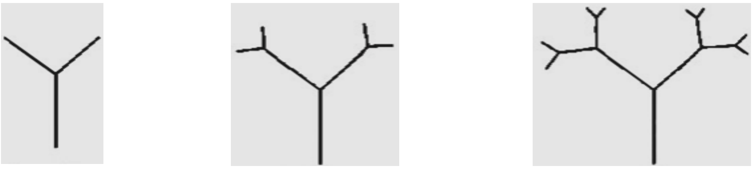
Tablo 4.45.

Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Fraktal Sorularının Kurallarını Bulmak İçin Kullandıkları Stratejiler

Çözüm Stratejileri	8. Soru	10. Soru (Yıldız)	10. Soru (Nokta)	11. Soru
Yinelemeli İlişki	8O3, 8Y1, 8Y3	8V3, 8O1, 8O3, 8Y1, 8Y2, 8Y3	8V2, 8V3, 8O3, 8Y2	8V1, 8V2, 8V3, 8O1, 8O2, 8O3, 8Y1, 8Y3
Sistemli Tahmin-Kontrol	8V3, 8O1	-	8Y1	8O1
Belirgin	8V1, 8V2, 8O2, 8Y1, 8Y2, 8Y3	8V2, 8O2	8V2, 8O1, 8O2, 8Y3	-
Terim İçi Gruplama	-	-	-	8O3, 8Y2

Fraktal sorusunda (8. soru) öğrenciler kuralı yinelemeli ilişki, belirgin ve sistemli tahmin-kontrol stratejileri ile bulmaya çalışmışlardır. 8V1, 8V2, 8V3 ve 8Y2 üçüncü adımdaki "Y" harflerinin sayısını yanlış hesapladıklarından hem yakın uzaklıktaki terimi hem de örüntünün kuralını yanlış bulmuşlardır. 8O1, 8Y1 ve 8Y3 kuralı doğru bulurken, diğer öğrenciler yanlış bulmuşlardır. 8V3 ve 8Y1'in örüntünün kuralını bulmak için yaptıkları işlemler ve bu öğrencilerle yapılan mülakatlar aşağıda verilmiştir.

Şekil 4.183. 8V3'ün Fraktal Sorusunun Kuralını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler



1. adım **2. adım** **3. adım**

A: Yukarıda verilen örüntünün 7.adımında kaç Y harfi bulunur?

8V3: 1, 3, 5, 7,…

A: 3.adımda kaç Y harfi bulunur?

8V3: 5 tane bulunur.

A: 3. şekildeki Y harflerini tekrar sayar mısın?

8V3: 1, 2,..,5 tane Y harfi bulunur.

A: 7.adımdaki Y harfi sayısını nasıl bulursun?

8V3: Bu şekilde örüntü devam eder. 1, 3, 5,…,13, 15. Yedinci adımda 13 Y harfi bulunur.

A: Örüntünün kuralı nedir?

8V3: Örüntünün kuralı … n+2 olur.

A: Bu formülde n yerine 1, 2,… gibi değerler verdiğimizde doğru sonuca ulaşabilir miyiz?

8V3: n yerine 1 yazınca sonuç 3 oluyor. Sağlamıyor ama hep ikişer artmış….2n olsa…

A: Bu formülün doğruluğunu kontrol edebilir miyiz?

8V3: Formülde n yerine 1 yazınca 1 olmalı....1 yazınca sonuç 2 oluyor. 2 den 1 çıkarırsam 1'i elde ederim…

A: Bu yaptığın işlemlere göre formül ne olur?

8V3: 2n-1 olur.

A: Bu formül diğer terimler için de sağlanıyor mu?

8V3: ...sağlanıyor.

8V3, üçüncü şekildeki Y'lerin sayısını 5 olarak yanlış tespit etmiştir. Yakın uzaklıktaki terimi yinelemeli ilişki stratejisi ile bulmaya çalışmış ancak üçüncü adımdaki Y'lerin sayısını yanlış hesapladığı için doğru cevaba ulaşamamıştır. 8V3, örüntünün kuralını da terimler arası farkı dikkate alarak bulmaya çalışmış ve sistemli tahmin-kontrol stratejisiyle kuralı bulmuştur. Kural 1, 3, 5, 7, ... şeklinde devam eden örüntü için doğrudur ancak bu soru için doğru değildir. Çünkü bu örüntünün terimleri 1, 3, 7, 15,… şeklinde devam etmektedir. 8V3'ün şekilleri dikkatli incelememesi doğru cevaba ulaşmasını engellemiştir.

1 3 7 15 31 63 12

2n+1

$2^n - 1$

Şekil 4.184. 8Y1'in Artarak Genişleyen Örüntünün Kuralını Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: …Yukarıda verilen örüntünün 7.adımında kaç Y harfi bulunur?

8Y1: Birinci adımda 1, ikinci adımda 3, üçüncü adımda 7 tane Y var. 2 katının 1 fazlası şeklinde artmış. Bu kuralla devam edersek dördüncü adımda 15, beşinci adımda 31 ve altıncı adımda 63 ve yedinci adımda 127 Y tane harfi bulunur.

A: Örüntünün kuralı nedir?

8Y1: Aralarında $2n + 1$ *kuralı var.*

A: Birinci adımda 1, ikinci adımda 3 ve üçüncü adımda 7 tane Y harfi var. Buna göre kuraldaki n yerine 1, 2 ve 3 gibi değerler verdiğimizde hangi sayıları bulmalıyız?

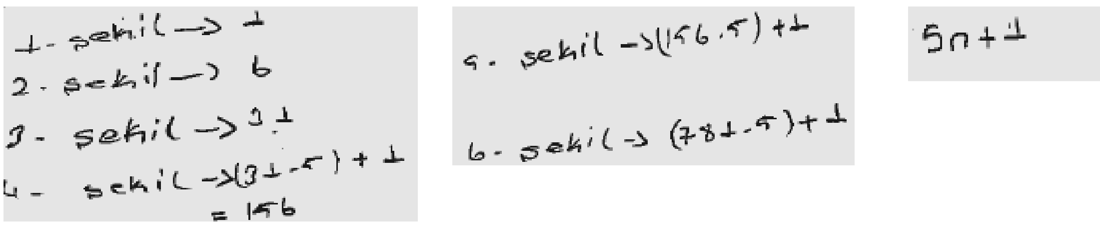
8Y1: 1, 3 ve 7 sayılarına ulaşmalıyız.

A: Kuraldaki n yerine değerler verdiğimizde sağlanıyor mu?

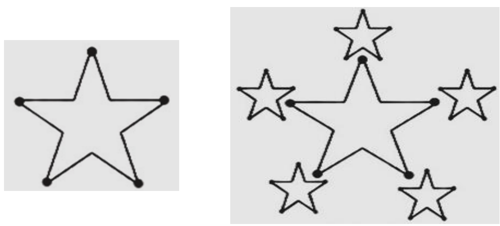
8Y1: ...Sağlanmıyor... Artış miktarları 2, 4, 8 gibi ikinin kuvvetleri şeklindedir. Dolayısıyla 2^n *olmalı. n yerine 1 yazınca 1, 2 yazınca 3 olmalı....Kural* $2^n - 1$ *olur.*

8Y1 önce yinelemeli ilişki stratejisiyle 2^n, daha sonra terim sırası ile terim sırasına karşılık gelen sayıları ilişkilendirerek $2^n - 1$ ifadesine ulaşmıştır. Belirgin strateji ile örüntünün kuralını doğru bulmuştur.

Fraktal sorusunda (10. soru) öğrenciler öğrenciler yinelemeli ilişki (8V3, 8O1, 8O3, 8Y1, 8Y2, 8Y3) ve belirgin (8V2, 8O2) stratejilerle örüntünün kuralını bulmaya çalışmışlardır. Bu soruda kuralı doğru bulan öğrenciye rastlanmamıştır. 8O1 ve 8O2'nin soruyu çözmek için yaptıkları işlemler ve bu öğrencilerle yapılan mülakatlar aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.185. 8O1'in Yıldız Sayısını Veren Kuralı Bulmak İçin Yaptığı İşlemler



1. Şekil **2. Şekil**

A: Yukarıdaki şekillerde verilen yıldızlar ve yıldızların köşelerindeki noktalar belli bir kurala göre sıralanarak bir fraktal oluşturulmuştur. Buna göre 6. şekildeki yıldız sayısını nasıl bulabiliriz?

8O1: Birinci şekilde 1 ve ikinci şekilde 6 yıldız var. Üçüncü şekildeki yıldız sayısını ikinci şekli kullanarak bulmalıyız. Her bir noktaya bir yıldız karşılık geliyor. 5 yıldızda 25 nokta var. O zaman 25 yıldız olur. İkinci şekildeki 6 yıldızı da ilave edersek üçüncü şekilde toplam 31 yıldız olur. Dördüncü şekli de üçüncü şekilden hareketle bulmalıyım. 25 yıldız vardı… her noktadan bir yıldız oluşur. Buradan …Çok karışıyor.

A: 1, 6 ve 31 sayılarını kullanarak çözümü yapabilir misin?

8O1: Örüntünün kuralını bulabilirsem, soruyu da çözerim. İkinci şekildeki yıldız sayısı birinci şekildeki yıldız sayısının 6 katı olmuş… Ama bu üçüncü şekil için sağlanmıyor. İkinci şekildeki, birinci şekildekinden 5 fazla, bu da üçüncü şekil için sağlanmıyor… 6 ile 31 i düşünsem. 5 katının 1 fazlası. Bu ikinci ile birinci arasında da sağlanıyor. Kural bu olmalı. Dördüncü şekildeki nokta sayısını bulmak için 31 i 5 ile çarpıp 1 ilave etmeliyim… Altıncı şekildeki nokta sayısı $781.5 + 1$ *den bulunur.*

A: n. şekildeki yıldız sayısını nasıl bulabiliriz?

8O1: Bunu bulmuştuk. 5n+1 dir.

A: Formüldeki n yerine değerler verdiğimizde doğru cevaplara ulaşabiliyor muyuz?

8O1: 1 yazınca 6 oluyor, 6 yazınca 31 oluyor, 31 yazınca 156 oluyor. Formül n yerine değerler yazınca sağlanıyor.

A: Burada n yerine değerler verirken 1, 2, 3,… gibi değerler mi, yoksa 1, 6, 31,… gibi değerler mi verilmeli?

8O1: …

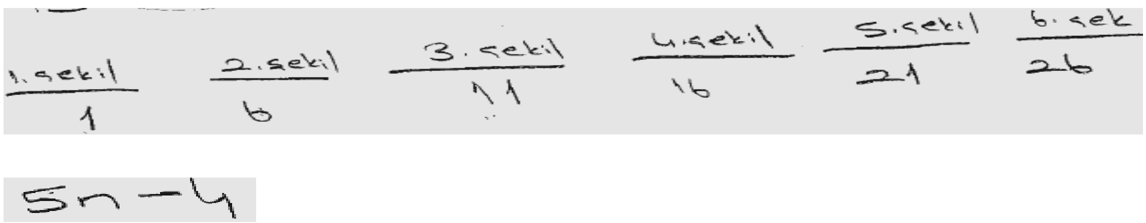
A: Mesela üçüncü şekildeki yıldız sayısını bulmak için n yerine 2 mi, yoksa 6 mı yazmalıyız?

8O1:…6 yazmalıyız.

A: Neden 6 yazmalıyız?

8O1:…

8O1, altıncı şekildeki yıldız sayısını bulmak için şekillere karşılık gelen yıldız sayıları arasında bir kural geliştirmiş ve kuralı da cebirsel olarak değil sadece sözel olarak ifade etmiştir. Bu kurala göre de örüntüyü altıncı adıma kadar devam ettirerek doğru cevaba ulaşmıştır. Örüntünün kuralını, altıncı şekildeki yıldız sayısını bulmak için kullandığı çözüm yolunu genelleyerek bulmaya çalışmıştır. 8O1 şekil sıraları ile yıldız sayıları arasında değil, ardışık şekillerdeki yıldız sayıları arasında bir kural bulmuş, ancak bunun örüntünün kuralı olmadığının farkına varamamıştır.



Şekil 4.186. 8O2’nin Yıldız Sayısını Veren Kuralı Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: ... Buna göre 6. şekildeki yıldız sayısını nasıl bulabiliriz?

8O2: Birinci şekilde 1 ve ikinci şekilde 6 tane var. Her noktadan bir tane yıldız oluşmuş. İkinci şekilde üçüncü şekle geçerken de büyük yıldızın etrafında 5 tane oluşur. Üçüncü şekilde 11, dördüncü şekilde 16, beşinci şekilde 21 ve altıncı şekilde 26 yıldız bulunur.

A: Üçüncü şekilde 11 *yıldız mı oluşur?*

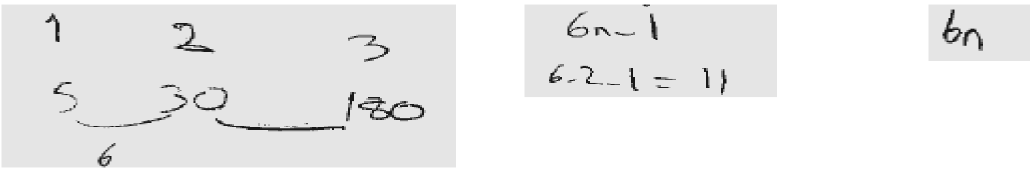
8O2: Evet…

A: Yıldız sayısını veren formül nedir?

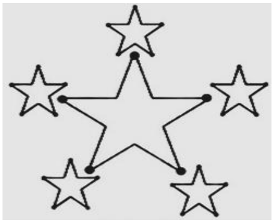
8O2: Birinci şekilde 1, ikinci şekilde 6 ve üçüncü şekilde 11 yıldız var. Beşer artmış. Kural $5n-4$ olur.

8O2 yıldızların oluşma biçimlerini tam olarak kavrayamadığı için üçüncü şekildeki yıldız sayısını 11 olarak bulmuştur. Buna göre de yıldız sayıları arasında sabit artarak genişleyen bir örüntü oluşturmuştur. 8O2 örüntüyü yinelemeli ilişki stratejisi ile devam ettirerek altıncı şekildeki yıldız sayısını bulmuştur. Örüntünün kuralını ise oluşturduğu sayı örüntüsüne göre terim sırası ile terim sırasına karşılık gelen sayıları ilişkilendirerek bulmuştur. Bulduğu kural $1, 6, 11, \ldots$ şeklinde devam eden bir sayı örüntüsü için doğrudur, ancak bu soru için doğru değildir. Çünkü yıldız sayıları $1, 6, 11, \ldots$ şeklinde değil, $1, 6, 31, \ldots$ şeklindedir.

Fraktal sorusunda (10. soru) öğrenciler yinelemeli ilişki (8V2, 8V3, 8O3, 8Y2), sistemli tahmin-kontrol (8Y1) ve belirgin (8V2, 8O1, 8O2, 8Y3) stratejiler ile herhangi bir şekildeki nokta sayısını veren kuralı bulmaya çalışmışlardır. 8V1 soruyu cevapsız bırakmıştır. Bu soruda doğru cevaba ulaşan öğrenciye rastlanmamıştır. 8V2, 8O1 ve 8Y1'in soruyu çözmek için yaptığı işlemler ve bu öğrencilerle yapılan mülakatlar aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.187. 8V2'nin Nokta Sayısını Veren Kuralı Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

1. Şekil **2. Şekil**

A: Yukarıdaki şekillerde verilen yıldızlar ve yıldızların köşelerindeki noktalar belli bir kurala göre sıralanarak bir fraktal oluşturulmuştur. Buna göre 3. şekilde kaç nokta bulunur?

8V2: İkinci şekildeki nokta sayısı, birinci şekildeki nokta sayısının 6 katıdır. Üçüncü şekildeki nokta sayısını 30 ile 6 yı çarparak bulurum.

A: Yedinci şekildeki nokta sayısını nasıl bulabiliriz?

8V2: Kuralı bularak.

A: Kuralı nasıl bulabiliriz?

8V2: Kural… 6n-1 dir.

A: Kural tüm terimler için sağlanıyor mu?

8V2: 1 için sağlar….

A: 2 için sağlar mı?

8V2: n yerine 2 yazınca sonuç 11 oluyor… Sağlamadı.

A: Kuralı başka bir yoldan bulabilir miyiz?

8V2: ...Birinci şekilde 5, ikinci şekilde 30 ve üçüncü şekilde 180 nokta vardı. Hep 6 ile çarpılmış… Kural $6n$ olur.

A: Yedinci şekildeki nokta sayısını bulurken şekil sırası ile şekildeki nokta sayılarını ilişkilendirmeye çalışmıştın. Burada ise ardışık şekillerdeki nokta sayılarını ilişkilendirmeye çalışıyorsun. Acaba hangi yol doğru?

8V2: İkisi de doğru da… Diğerinde kuralı bulamamıştım…

8V2, birinci ve ikinci şekildeki nokta sayıları arasında kat ilişkisi kurmuş ve bu kat ilişkisine göre de üçüncü şekildeki nokta sayısının 180 olduğunu tespit etmiştir. Yedinci şekildeki nokta sayısını bulmak için, terim sırası ile terim sırasına karşılık gelen sayıları ilişkilendirerek örüntünün kuralını bulmaya çalışmıştır. 8V2 belirgin stratejis ile sadece birinci terim için sağlanan $6n-1$ kuralını elde etmiştir. 8V2 bu kuralın diğer terimler için sağlanmadığını tespit ettikten sonra, şekil sıralarını göz önüne almadan sadece nokta sayılarına odaklanarak $6n$ ifadesine ulaşmıştır. Öğrenci şekil sıralarını göz önüne almadığı için yanlış cevaba ulaştığının farkına varamamıştır.

1- şekil → 5.
2- şekil → 30
3- şekil → 155.
7- şekil → $5^1+5^2+5^3 \ldots +5^7$

5^n

Şekil 4.188. 8O1'in Nokta Sayısını Veren Kuralı Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: ... Buna göre 7. şekildeki nokta sayısını nasıl bulabiliriz?

8O1:… Nokta sayısı birinci şekilden ikinci şekle geçerken 25, ikinci şekilden üçüncü şekle geçerken 125 artmış. Bu durumda ikinci şekildeki nokta sayısı 5^1 ile 5^2 nin toplamına, üçüncü şekildeki nokta sayısı ise 5^1, 5^2 ile 5^3 sayılarının toplamına eşittir. Bu durumda yedinci şekildeki nokta sayısı 5^1, 5^2 ,…, 5^7 sayılarının toplamına eşittir.

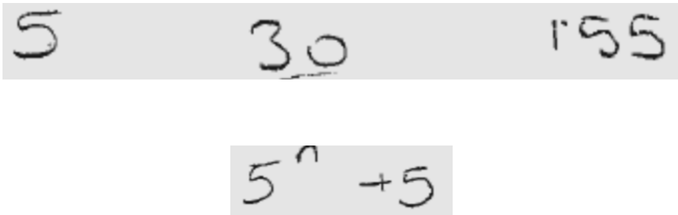
A: n. şekilde kaç nokta bulunur?

8O1: Nokta sayıları 5 in kuvvetleri şeklinde olduğu için 5^n olacak.

A: Bu formülde n yerine değerler verdiğimizde sağlanıyor mu?

8O1: 1 yazınca sağlanıyor, 2 yazınca sağlanmıyor. Diğerlerinde de sağlanmıyor. 5^n *in yanında + lı bir şeyler olacak ama… bu soruyu geçebilir miyim?*

8O1 üçüncü adımdaki nokta sayısını, şeklin yapısını inceleyerek doğru bulmuştur. Yedinci adımdaki nokta sayısını bulmak için, ilk üç adımdaki nokta sayılarını 5'in kuvvetlerinin toplamı şeklinde ifade etmiştir. Bu stratejide terim sırası ile nokta sayılarını doğru bir biçimde ilişkilendirerek yedinci adımdaki nokta sayısını bulmuştur. 8O1 kuralı bulmak için yedinci adımda kullandığı çözüm yolunu genellemeye çalışmış ancak başarılı olamamıştır.



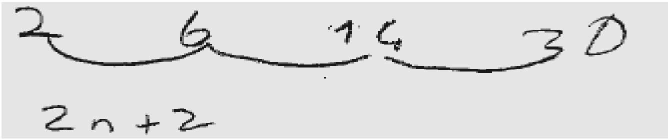
Şekil 4.189. 8Y1'in Nokta Sayısını Veren Kuralı Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: Yedinci şekildeki nokta sayısını nasıl bulabilirsin?

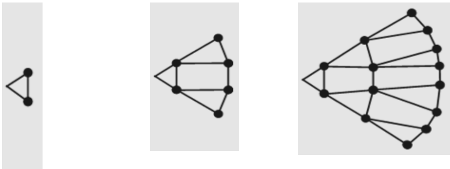
8Y1: Kuralı bulmalıyım. Kural 5^n *olsa 2 için sağlanmıyor…* $5^n + 5$ *olsa 2 için sağlanıyor. 3 için sağlanmıyor…* $5n + 5$ *olsa 1 için sağlanmıyor. Aslında bu aralarındaki fark için sağlanıyor ama kural için olmuyor.*

8Y1, yedinci adımdaki nokta sayısını örüntünün kuralı ile bulmaya çalışmıştır. Herhangi bir şekildeki nokta sayısını veren kuralı bulmak için, terim sırası ile terim sırasına karşılık gelen sayıları sistemli tahmin-kontrol stratejisi ile ilişkilendirmeye çalışmış ancak başarılı olamamıştır.

Artarak genişleyen fraktal sorusunda (11. soru) öğrenciler terim içi gruplama (8O3, 8Y2), yinelemeli ilişki (8V1, 8V2, 8V3, 8O1, 8O2, 8O3, 8Y1, 8Y3) ve sistemli tahmin-kontrol (8O1) stratejileri ile siyah nokta sayısını veren kuralı bulmaya çalışmışlardır. Kuralı cebirsel olarak doğru ifade eden öğrenciye rastlanmazken, 8O3 ve 8Y2 kuralı sözel olarak doğru ifade etmişlerdir. 8O3 ve 8Y2 ilk dört terim için buldukları kuralı n. terime cebirsel olarak genelleyememişlerdir. Kuralı bulmak için işlemleri doğru yapmışlar, kuralı sözel olarak doğru ifede etmişler ancak cebirsel olarak doğru ifade edememişlerdir. 8V3, 8O1, 8Y1 ve 8Y2'nin kuralı bulmak için yaptıkları işlemler ve bu öğrencilerle yapılan mülakatlar aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.190. 8V3'ün Siyah Nokta Sayısını Veren Kuralı Bulmak İçin Yaptığı İşlemler



1. adım   2. adım   3. adım

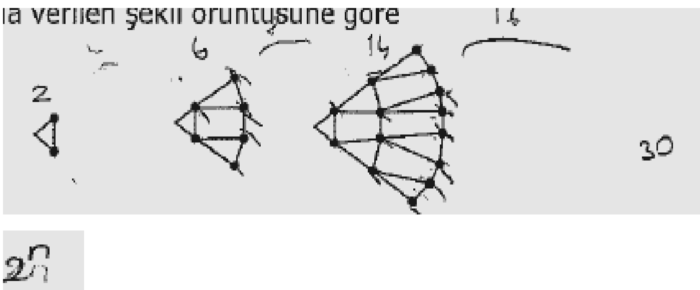
A: …Verilen şekillere göre adım sırası ile siyah nokta sayısı arasındaki bağıntı nedir?

8V3: 1. adımda 2, ikinci adımda 6, üçüncü adımda 14 ve dördüncü adımda 30 nokta bulunur. Birinci adımdan ikinci adımı elde edebilmek için 3 ile çarpmalıyım… Ama bu ikinci adım ile üçüncü adım arasında sağlanmıyor.

A: Bulacağımız kural adım sayısına göre siyah nokta sayısını vermeli. Bunu göz önüne alarak çözmelisin.

8V3: 2, 6, 14, 30... 6 yı 2 *ile çarpıp* 2 *ile toplarım.* 14 *ü* 2 *ile çarpıp* 2 *ile toplarım. Kural* $2n+2$ *olur.*

8V3 dördüncü şekildeki siyah nokta sayısını ilk üç şekildeki noktaların sayısını dikkate alarak doğru bulmuştur. Sadece nokta sayılarını dikkate alarak örüntünün kuralının $2n+2$ olduğunu tespit etmiştir. Terim sırası ile terim sırasına karşılık gelen sayıları ilişkilendirmediği için doğru cevaba ulaşamamıştır.



Şekil 4.191. 8O1'in Siyah Nokta Sayısını Veren Kuralı Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A:… Adım sayısı ile siyah nokta sayısı arasındaki ilişkiyi veren kural nedir?

8O1: Birinci adımda 2, ikinci adımda 6, üçüncü adımda 14 ve dördüncü adımda 30 nokta vardır. İki katının iki fazlası oluyor. Yani $2n+2$ olur.

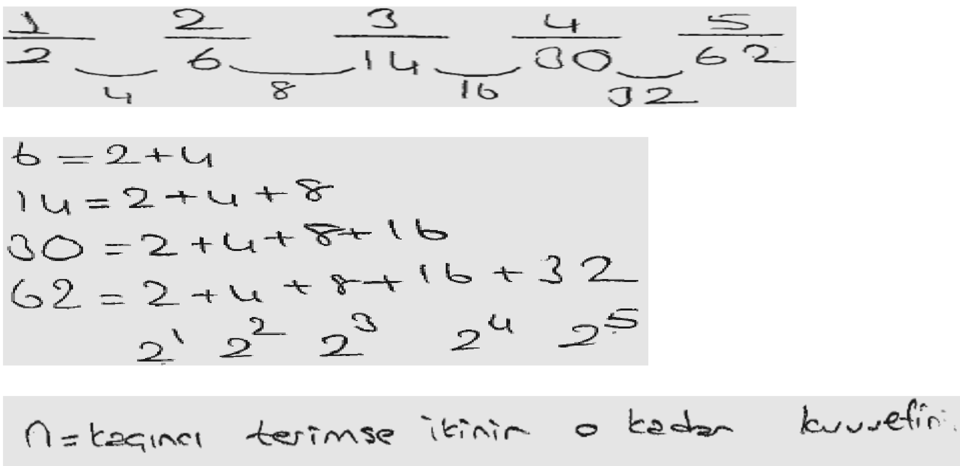
A: Formüldeki n yerine 1, 2, 3 gibi değerler verdiğimizde o adımdaki nokta sayısını veriyor mu?

8O1: …vermiyor. Bu durumda formül yanlış olur. Birinci adımda 2 nokta var. formül $n+1$ olsa… olmuyor. $2n$ olsa… olmuyor, $2n+1$ olsa… yine olmuyor… Terimler arasındaki artış 4, 8 ve 16 şeklindedir. Bu durumda formülde 2^n olmalı.

A: Bu formül tüm terimler için sağlanıyor mu?

8O1: 1 için sağlanıyor… ama diğerleri için sağlanmıyor. 2^n in yanında $+$ lı ifadeler olmalı ama bulamıyorum…

8O1, yinelemeli ilişki stratejisi ile dördüncü adımdaki nokta sayısını doğru bulmuştur. Örüntünün kuralını bulmak için sadece şekillerdeki nokta sayılarına odaklanarak $2n + 2$ ifadesine ulaşmıştır. Bu kuralın yanlış olduğunu tespit ettikten sonra terim sırası ile terim sırasına karşılık gelen sayıları ilişkilendirmeye çalışmıştır. 8O1, sistemli tahmin-kontrol stratejisi ile örüntünün kuralını bulmaya çalışmış ancak başarılı olamamıştır. 8O1 daha sonra terimler arasındaki farkların 2'nin kuvveti olduğu için kuralda 2^n ifadesinin olması gerektiğini belirtmiştir. Ancak bu çözüm yolunu devam ettiremeyerek doğru cevaba ulaşamamıştır.



Şekil 4.192. 8Y2'nin Siyah Nokta Sayısını Veren Kuralı Bulmak İçin Yaptığı İşlemler

A: ...Adım sayısı ile siyah nokta sayısı arasındaki ilişkiyi veren formül nedir?

8Y2: Birinci adımda 2, ikinci adımda 4, üçüncü adımda 8 nokta vardır.

A: İkinci adımda 4 nokta mı var?

8Y2: 6 nokta var da, ben sadece son kısımları dikkate alıyorum. Dördüncü adımın son kısmında 16 nokta olur. Toplam 30 nokta bulunur… Birinci adımda 2, ikinci adımda 6, üçüncü adımda 14, dördüncü adımda 30 ve beşinci adımda 62 nokta bulunur. Artış miktarları 4, 8, 16 ve 32 dir. Hep 2'nin kuvveti olarak artmış… Çizgilerle ilişkilendirecek olursak… İkinci adımdaki nokta sayısını 2+4, üçüncü adımdaki nokta sayısını $2 + 4 + 8$*, üçüncü adımdaki nokta sayısını 2+4+8+16 ve beşinci adımdaki nokta sayısını* $2 + 4 + 8 + 16 + 32$ *şeklinde düşünelim. Her bir sayı ikinin kuvvetidir. Bu durumda kural kaçıncı terim isteniyorsa o sayıya kadar ki 2' nin kuvvetleridir.*

A: 2'nin kuvvetlerinin neyidir?

8Y2: Topluyoruz. Toplanmasıdır.

A: Bu ifadeleri cebirsel olarak yazabilir misin?

8Y2: ...

8Y2 örüntüyü beşinci adıma kadar devam ettirirken terimleri birleştirme stratejisini kullanmıştır. Örüntünün kuralını bulmak için şekilleri kendi içinde parçalamış ve şekilleri de kendi içinde parçalarken çizgilere ayırmıştır. Her bir çizgi üzerindeki nokta sayılarını toplamak suretiyle o şekildeki nokta sayısını bulmuştur. Her bir çizgi üzerindeki sayıları 2'nin kuvveti olarak ifade etmiştir. Bu sayede örüntünün kuralını sözel olarak ifade edebilmiş ancak cebirsel olarak ifade edememiştir.

4.3.4. Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Örüntü Oluşturma ve Devam Ettirme Stratejilerin İncelenmesi

Sekizinci sınıf öğrencilerinden biri sayı örüntüsü, diğeri şekil örüntüsü olmak üzere iki örüntü oluşturmaları istenmiştir. Örüntü oluşturma soruları (9. soru) ve çalışma grubundan elde edilen veriler:

a) 2 ve 3 sayılarını kullanarak bir sayı örüntüsü oluşturunuz.

b) ○, △, □,... geometrik sembollerinden herhangi birini veya birilerini kullanarak bir şekil örüntüsü oluşturunuz.

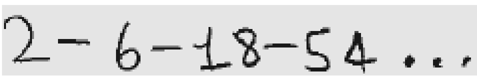
8. sınıf öğrencilerinin oluşturdukları örüntü çeşitleri aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 4.46

Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Oluşturdukları Örüntü Çeşitleri

9. Soru		
Örüntü Çeşitleri	Sayı Örüntüsü	Şekil Örüntüsü
Tekrarlı Örüntü	8O1, 8O2, 8Y1	8V2, 8V3, 8O1, 8O3, 8Y1, 8Y2
Sabit Artarak Genişleyen Örüntü	8V2, 8Y2, 8Y3	-
Artarak Genişleyen Örüntü	8V1, 8V3, 8O3	8V1

Öğrenciler 2 ve 3 sayıları ile sabit artarak genişleyen (8V2, 8Y2, 8Y3), artarak genişleyen (8V1, 8V3, 8O3) ve tekrarlı örüntü (8O1, 8O2, 8Y1) oluşturmuşlardır. 8V1, 8O2 ve 8Y2'nin oluşturdukları örüntüler ve bu öğrencilerle yapılan mülakatlar aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.193. 8V1'in Oluşturduğu Artarak Genişleyen Sayı Örüntüsü

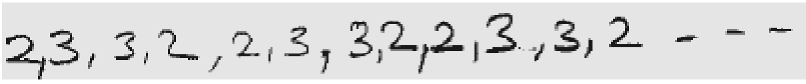
A: 2 ve 3 sayılarını kullanarak bir örüntü oluşturabilir misin?

8V1: 2 ile başlarım, daha sonra her terimi 3 ile çarparım…

A: Bu örüntünün birkaç terimini yazabilir misin?

8V1: 2, 6, 18, 54,…

8V1, 2 ve 3 sayılarını kullanarak artarak genişleyen sayı örüntüsü oluşturmuştur.



Şekil 4.194. 8O2'nin Oluşturduğu Artarak Genişleyen Sayı Örüntüsü

A: 2 ve 3 sayılarını kullanarak bir örüntü oluşturabilir misin?

8O2: … 2, 3 ile başlayıp 3, 2 ile devam ettiririm. Bu durumda 2, 3, 3, 2 yazdıktan sonra tekrar başa dönerim. Bu şekilde devam ettirerek örüntü oluştururum.

8O2, tekrar birimi dört olan tekrarlı sayı örüntüsü oluşturmuştur.

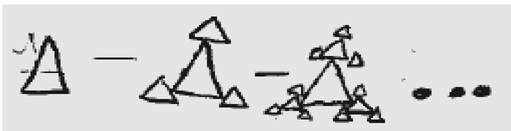
Şekil 4.195. 8Y2'nin Oluşturduğu Artarak Genişleyen Sayı Örüntüsü

A: 2 ve 3 sayılarını kullanarak bir örüntü oluşturabilir misin?

8Y2: 2 *ile başlayıp* 3 *arttırarak bir örüntü oluşturabilirim. 2, 5, 8,…*

8Y2, sabit artarak genişleyen sayı örüntüsü oluşturmuştur.

Öğrenciler şekil örüntüsü oluşturma sorusunda artarak genişleyen (8V1) ve tekrarlı örüntü (8V2, 8V3, 8O1, 8O3, 8Y1, 8Y2) oluşturmuşlardır. 8V1 ve 8Y1'in oluşturdukları örüntüler ve bu öğrencilerle yapılan mülakatlar aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.196. 8V1'in Oluşturduğu Artarak Genişleyen Şekil Örüntüsü

A: ○, △, □,*... geometrik sembollerinden herhangi birini veya birilerini kullanarak bir şekil örüntüsü oluşturunuz.*

8V1: Fraktal oluştursam olur mu?

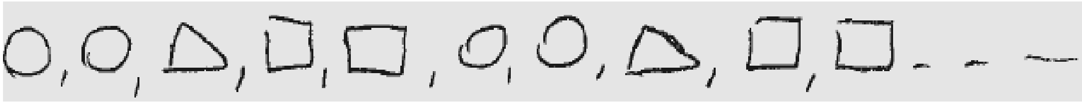
A: İstediğin şekilde oluşturabilirsin.

8V1: Sadece sayılarını yazsam olur mu?

A: Hayır, şekli de çizmen gerekiyor.

8V1: Tamam, üçgen şeklini kullanarak oluşturmak istiyorum.

8V1, üçgen şeklini kullanarak bir fraktal oluşturmuştur.



Şekil 4.197. 8Y1'in Oluşturduğu Tekrarlı Şekil Örüntüsü

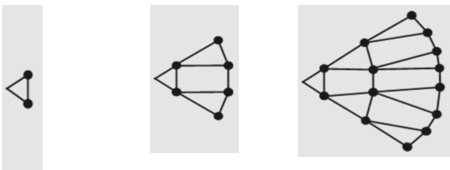
A: ○, △, □,... geometrik sembollerinden herhangi birini veya birilerini kullanarak bir şekil örüntüsü oluşturunuz.

8Y1: Önce 2 çember, sonra 1 üçgen ve daha sonra 2 kare alırım. Bunları ard arda sıralayarak bir örüntü oluşturabilirim.

8Y1, tekrar birimi 5 olan tekrarlı şekil örüntüsü oluşturmuştur. Tekrarlı örüntü oluşturan diğer öğrencilerin, oluşturdukları örüntülerin tekrar birimi 3'dür. Bu yönüyle 8Y1'in oluşturduğu şekil örüntüsü, diğer öğrencilerin oluşturduğu tekrarlı şekil örüntülerinden farklıdır.

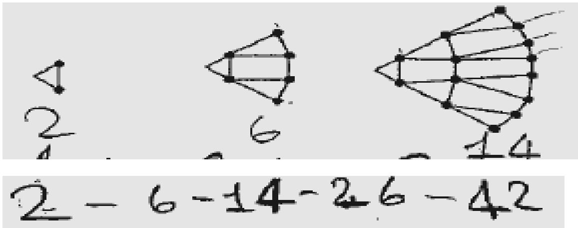
Mülakat sırasında öğrencilere yöneltilen örüntüyü devam ettirme sorusu ve öğrencilerden elde edilen veriler aşağıda sunulmuştur.

Aşağıda ilk üç adımı verilen örüntüyü devam ettirerek sıradaki adımı çiziniz.



1. adım 2. adım 3. adım

Öğrenciler dördüncü adımdaki nokta sayısını bulmak için önce ilk üç adımdaki nokta sayılarını tespit etmişler, sonra terimler arasındaki farkı (8V1, 8O1, 8Y1) ve adımların oluşma biçimlerini (8V2, 8V3, 8O2, 8O3, 8Y2, 8Y3) kullanmışlardır. Öğrenciler son olarak da dördüncü adıma karşılık gelen şekli çizmişlerdir. 8V1 dışındaki öğrencilerin tamamı doğru cevaba ulaşmıştır. 8V1 ve 8Y3'ün bu soruyu çözmek için yaptıkları işlemler ve bu öğrencilerle yapılan mülakatlar aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.198. 8V1'in Artarak Genişleyen Şekil Örüntüsünü Devam Ettirmek İçin Yaptığı İşlemler

A: …Verilen örüntüye göre sıradaki adımı çizebilir misiniz?

8V1: Birinci adımda 2, ikinci adımda 6, üçüncü adımda 14 nokta var. Önce dört artmış, daha sonra 8 artmış. 4 ün katları şeklinde artacak. 12 artarsa dördüncü adımda 26 nokta bulunur. 4 arttı, 8 arttı, 12 arttı, şimdi 24 artacak.

A: 4'ün katları şeklinde artacağını söylemiştin. 4, 8, 12 den sonra 24 mü gelir?

8V1: Şey 16 gelir. Dördüncü adımda 26 nokta vardı. Beşinci adımda 16 nokta artarsa 42 nokta olur.

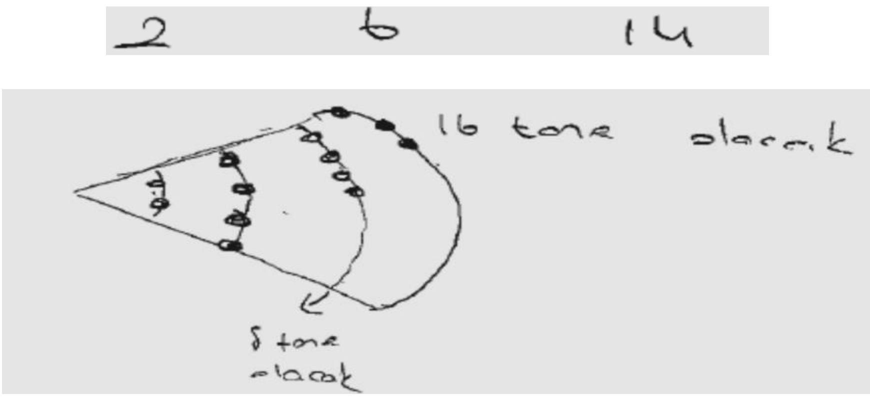
A: Şekli çizmen mümkün mü?

8V1: Üçüncü şekle 12 nokta daha ilave edeceğiz.

A: Bu ilaveleri şekil üzerinde yapabilir misin?

8V1: ...aynı şeklin benzeri olacak zaten.

8V1, ilk üç adımdaki nokta sayılarını göz önüne alarak şekil örüntüsünü sayı örüntüsüne çevirmiş ve terimler arasındaki farka göre de örüntüyü devam ettirmiştir. 8V1 şekilleri dikkate almadığı için terimler arasındaki artış miktarlarını yanlış tespit etmiş ve doğru cevaba ulaşamamıştır.



Şekil 4.199. 8Y3'ün Artarak Genişleyen Şekil Örüntüsünü Devam Ettirmek İçin Yaptığı İşlemler

A: …Verilen örüntüye göre sıradaki adımı çizebilir misiniz?
8Y3: Birinci adımda 2, ikinci adımda 6, üçüncü adımda 14 nokta vardır… Dördüncü adımda 4 çizgi olacak. Birinci çizgide 2, ikincide 4, üçüncüde 8 nokta var… Dördüncü çizgide 16 nokta olacak. Dolayısıyla dördüncü adımda 30 nokta bulunur.

8Y3, şekli kendi içinde parçalayarak her bir adımın oluşma şeklini göz önüne almıştır. Bu düşünce ile dördüncü adımdaki çizgi ve nokta sayısını tespit ederek doğru cevabı bulmuştur.

BEŞİNCİ BÖLÜM

5. TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu kısımda önce altı, yedi ve sekizinci sınıf öğrencilerinin örüntüleri genelleme ve modelleme süreçlerinde elde edilen bulgular tartışılmış ve araştırmadan elde edilen sonuçlar verilmiştir. Daha sonra araştırma sonuçları doğrultusunda öğrencilere, öğretmenlere ve gelecekte yapılabilecek araştırmalara yönelik önerilere yer verilmiştir.

5.1. 6, 7 ve 8. Sınıf Öğrencilerinin Örüntüleri Genelleyebilme Süreçlerinden Elde Edilen Sonuçlar

Altıncı sınıf öğrencilerinin başarı seviyelerine göre örüntülerin yakın ve orta uzaklıktaki terimleri ile kurallarını bulmadaki başarı oranları aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 5.1.

Altıncı Sınıf Öğrencilerinin Başarı Seviyelerine Göre Doğru Cevaplara Ulaşma Oranları

Başarı Seviyeleri	Yakın Uz. Terimler	Orta Uz. Terimler	Kurallar
Düşük B. S.	% 79.1	% 54.1	% 22.2
Orta B. S.	% 100	% 91.6	% 85.1
Yüksek B. S.	% 100	% 95.8	% 88.8
Tüm Öğrenciler	% 93	% 80.5	% 65.3

Altıncı sınıf öğrencilerinin örüntü çeşitlerine göre örüntülerin yakın ve orta uzaklıktaki terimleri ile kurallarını bulmadaki başarı oranları aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 5.2.

Altıncı Sınıf Öğrencilerinin Örüntü Çeşitlerine Göre Doğru Cevaplara Ulaşma Oranları

Örüntü Çeşitleri	Yakın Uz. Terimler	Orta Uz. Terimler	Kurallar
Tekrarlı Örnt.	% 100	% 77.7	% 88.8
Sabit Art. Gen. Örnt.	% 88.08	% 84.3	% 73.2
Artarak Gen. Örnt.	% 100	% 66.6	% 27.75

Tablo 5.1 ve tablo 5.2'den çıkarılabilecek sonuçlar aşağıda sunulmuştur.

- Altıncı sınıf öğrencilerinin orta uzaklıktaki terimleri doğru bulmadaki başarı oranları yakın uzaklıktaki terimleri bulmaya göre düşmüştür.
- Altıncı sınıf öğrencilerinin örüntülerin kurallarını doğru bulmadaki başarı oranları, yakın ve orta uzaklıktaki terimleri doğru bulmadaki başarı oranlarına göre oldukça düşmüştür.
- Öğrenciler tekrarlı ve artarak genişleyen örüntü sorularında, sabit artarak genişleyen örüntü sorularına göre yakın uzaklıktaki terimleri bulmada daha başarılı olmuşlardır.
- Öğrenciler orta uzaklıktaki terimleri bulmada en yüksek başarıyı sabit artarak genişleyen, en düşük başarıyı da artarak genişleyen örüntü sorularında elde etmişlerdir.
- Öğrenciler örüntülerin kurallarını bulmada en yüksek başarıyı tekrarlı, en düşük başarıyı da artarak genişleyen örüntü sorularında elde etmişlerdir.

Yedinci sınıf öğrencilerinin başarı seviyelerine göre yakın ve orta uzaklıktaki terimler ile örüntülerin kurallarını doğru cevaplandırma durumları aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 5.3.

Yedinci Sınıf Öğrencilerinin Başarı Seviyelerine Göre Doğru Cevaplara Ulaşma Oranları

Başarı Seviyeleri	Yakın Uz. Terimler	Orta Uz. Terimler	Kurallar
Düşük B. S.	% 75.8	% 50.5	% 34.8
Orta B. S.	% 90.4	% 61.8	% 57.1
Yüksek B. S.	% 76.1	% 71.4	% 76.1
Tüm Öğrenciler	% 81.9	% 61.2	% 56

Yedinci sınıf öğrencilerinin örüntü çeşitlerine göre yakın ve orta uzaklıktaki terimler ile örüntülerin kurallarını doğru cevaplandırma durumları aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 5.4.

Yedinci Sınıf Öğrencilerinin Örüntü Çeşitlerine Göre Doğru Cevaplara Ulaşma Oranları

Örüntü Çeşitleri	Yakın Uz. Terimler	Orta Uz. Terimler	Kurallar
Tekrarlı Örnt.	% 100	% 100	% 66.6
Sabit Ar. Gen. Örnt.	% 84.3	% 62.5	% 65.6
Artarak Gen. Örnt.	% 72.1	% 38.8	% 38.8

Tablo 5.3 ve Tablo 5.4'den çıkarılabilecek sonuçlar aşağıda verilmiştir.

- Düşük, orta ve yüksek başarı seviyesindeki öğrenciler en yüksek başarı oranlarını yakın uzaklıktaki terimleri bulmada, en düşük başarı oranlarını ise örüntülerin kurallarını bulmada elde etmişlerdir.
- Yakın uzaklıktaki terimleri bulmada en yüksek başarıyı orta başarı düzeyindeki, en düşük başarıyı ise düşük başarı seviyesindeki öğrenciler elde etmiştir.

Orta uzaklıktaki terimleri bulma ve örüntülerin kurallarını bulmada ise öğrencilerin başarı seviyeleri arttıkça doğru cevaplara ulaşma oranları da artmıştır.

- Öğrenciler yakın ve orta uzaklıktaki terimler ile örüntülerin kurallarını bulmada en yüksek başarı oranlarını tekrarlı örüntü sorularında, en düşük başarı oranlarını artarak genişleyen örüntü sorularında elde etmişlerdir.
- Tablo 5.4 ile tablo 5.2 karşılaştırıldığında altıncı sınıf öğrencilerinin, yedinci sınıf öğrencilerine göre yakın ve orta uzaklıktaki terimler ile örüntülerin kurallarını bulmakta daha başarılı oldukları anlaşılmaktadır.
- Yedinci sınıf öğrencileri örüntülerin kurallarını bulmada en yüksek başarıyı tekrarlı örüntü sorularında, en düşük başarıyı ise artarak genişleyen örüntü sorularında göstermişlerdir. Tablo 5.2'ye baktığımızda da benzer sonuçları görmekteyiz. Altıncı sınıf öğrencileri de örüntülerin kurallarını bulmada en yüksek başarı oranını tekrarlı örüntü sorularında, en düşük başarı oranını ise artarak genişleyen örüntü sorularında elde etmişlerdir.

Sekizinci sınıf öğrencilerinin başarı seviyelerine göre yakın ve orta uzaklıktaki terimler ile örüntülerin kurallarını doğru cevaplandırma durumları Tablo 5.5'de verilmiştir.

Tablo 5.5.

Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Başarı Seviyelerine Göre Doğru Cevaplara Ulaşma Oranları

Başarı Seviyeleri	Yakın Uz. Terimler	Orta Uz. Terimler	Kurallar
Düşük B. S.	% 72.7	% 66.6	% 26.6
Orta B. S.	% 78.7	% 88.8	% 63.3
Yüksek B. S.	% 75.7	% 88.8	% 63.3
Tüm Öğrenciler	% 75.7	% 81.4	% 51.1

Sekizinci sınıf öğrencilerinin örüntü çeşitlerine göre yakın ve orta uzaklıktaki terimler ile örüntülerin kurallarını doğru cevaplandırma durumları Tablo 5.6'da verilmiştir.

Tablo 5.6.

Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Örüntü Çeşitlerine Göre Doğru Cevaplara Ulaşma Oranları

Örüntü Çeşitleri	Yakın Uz. Terimler	Orta Uz. Terimler	Kurallar
Tekrarlı Örnt.	% 100	% 77.7	% 88.8
Sabit Ar. Gen. Örnt.	% 100	% 100	% 88.8
Artarak Gen. Örnt.	% 88.8	% 62.9	% 55.5
Fraktallar	% 53. 5	-	% 19.42

Tablo 5.5 ve Tablo 5.6'dan ulaşılabilecek sonuçlar aşağıda verilmiştir.

- Sekizinci sınıf öğrencileri orta uzaklıktaki terimleri bulmada, yakın uzaklıktaki terimleri ve örüntülerin kurallarını bulmaya göre daha başarılı olmuşlardır.
- Öğrencilerin yakın uzaklıktaki terimleri ve örüntülerin kurallarını bulmadaki başarı seviyelerinin düşük olmasında fraktal sorularının önemli bir etkisi vardır. Çünkü öğrencilerin fraktal sorularında yakın uzaklıktaki terimleri ve kuralları doğru bulma oranları; tekrarlı, sabit artarak genişleyen ve artarak genişleyen örüntü sorularındaki doğru cevap oranlarından oldukça düşüktür.
- Orta ve yüksek başarı seviyesindeki öğrencilerin orta uzaklıktaki terimleri ve örüntülerin kurallarını bulmadaki doğru cevaplara ulaşma oranları aynı, yakın uzaklıktaki terimleri bulmadaki doğru cevaplara ulaşma oranları ise birbirilerine çok yakındır. Düşük başarı seviyesindeki öğrencilerin örüntülerin kurallarını bulmadaki başarı oranları, orta ve yüksek başarı seviyesindeki öğrencilerin başarı oranlarına göre oldukça düşüktür.
- Tablo 5.2, tablo 5.4 ve tablo 5.6 karşılaştırıldığında öğrencilerin sınıf seviyelerinin arttıkça yakın uzaklıktaki terimleri ve örüntülerin kurallarını doğru bulmadaki başarı oranlarının düştüğü görülmektedir. Orta uzaklıktaki terimleri doğru bulmada ise en yüksek başarı oranına sekizinci sınıf, en düşük başarı oranına yedinci sınıf öğrencileri sahip olmuşlardır.

- Artarak genişleyen örüntü sorularında öğrencilerin sınıf seviyeleri arttıkça doğru cevaplara ulaşma oranları da yükselmiştir. Sabit artarak genişleyen örüntü sorularının kurallarını doğru bulmada en yüksek başarı oranını sekizinci sınıf öğrencileri, en düşük başarı oranını ise yedinci sınıf öğrencileri elde etmişlerdir. Tekrarlı örüntü sorularının kurallarını bulmada altıncı ve sekizinci sınıf öğrencileri aynı başarı oranına, yedinci sınıf öğrencileri ise onlardan daha düşük bir başarı oranına sahip olmuşlardır.

6. sınıf öğrencileri yakın uzaklıktaki terimleri bulma sorularında oldukça başarılı olmuşlardır. Orta ve yüksek başarı seviyesindeki öğrenciler yakın uzaklıktaki terimleri % 100, düşük başarı seviyesindeki öğrenciler % 79.1 ve öğrencilerin tamamı % 93'lük başarı oranları ile doğru bulmuşlardır. Öğrencilerin orta uzaklıktaki terimleri bulmadaki başarı oranları, yakın uzanlıktaki terimleri bulmadaki başarı oranlarına göre düşüktür. Yüksek başarı seviyesindeki öğrenciler orta uzaklıktaki terimleri % 95.8, orta başarı sevyesindeki öğrenciler % 91.6, düşük başarı seviyesindeki öğrenciler % 54.1 ve tüm öğrenciler % 80.5'lik başarı oranları ile doğru bulmuşlardır. Öğrenciler örüntülerin kurallarını doğru bulmada, yakın ve orta uzaklıktaki terimleri doğru bulmaya göre daha başarısız olmuşlardır. Örüntülerin kurallarını bulmada düşük başarı seviyesindeki öğrencilerin doğru cevaplara ulaşma oranları % 22 olup, oldukça düşük bir değerdir. Yüksek başarı seviyesindeki öğrenciler örüntülerin kurallarını % 88 ve orta başarı seviyesindekiler % 85 başarı oranı ile doğru bulmuşlardır. Bu değerler birbirine yakın ve oldukça yüksektir. Orta ve yüksek başarı seviyesindeki öğrencilerin başarı seviyeleri örüntülerin yakın ve orta uzaklıktaki terimleri ile kurallarını bulmadaki başarılarında etkili değildir. 7. sınıf öğrencileri en yüksek başarı oranlarını yakın uzaklıktaki terimleri bulmada, en düşük başarı oranlarını ise örüntülerin kurallarını bulmada elde etmişlerdir. Yakın uzaklıktakti terimleri bulma dışında öğrencilerin başarı seviyeleri arttıkça doğru cevaplara ulaşma oranları da artmıştır. Düşük ve orta başarı seviyesindeki öğrenciler için başarı seviyeleri örüntünün yakın ve orta uzaklıktaki terimleri ile örüntülerin kurallarını bulmadaki başarılarında etkili olmamıştır. 8. sınıf öğrencileri en düşük başarı oranlarını örüntülerin kurallarını bulmada elde etmişlerdir. Örüntülerin kurallarını bulmada yüksek ve orta başarı seviyesindeki öğrencilerin doğru cevaplara ulaşma oranları % 63, düşük başarı seviyesindeki öğrencilerin % 26 ve tüm öğrencilerin % 51'dir. Örüntülerin kurallarını bulmada en yüksek başarıyı 6. sınıf öğrencileri (% 65),

en düşük başarıyı ise 8. sınıf öğrencileri (% 51) elde etmişlerdir. 8. sınıf öğrencilerinin örüntülerin kurallarını bulmadaki başarı oranlarının düşük olmasında fraktal sorularının önemli bir etkisi vardır. Çünkü öğrenciler fraktal sorularının kurallarını bulmadaki başarı oranları % 19'dur. Bu değer ise diğer örüntü sorularının kurallarının doğru cevaplandırılma oranlarına göre oldukça düşüktür. Eğer fraktal sorularını göz önüne almazsak örüntülerin kurallarını bulmadaki en yüksek başarıyı sekizinci sınıf öğrencileri elde etmişlerdir. Orta ve yüksek başarı seviyesindeki öğrencilerin orta uzaklıktaki terimleri ve örüntülerin kurallarını bulmadaki başarı oranları birbirine eşit, yakın uzaklıktaki terimleri bulmada ise birbirlerine oldukça yakındır. Düşük başarı seviyesindeki öğrencilerin yakın uzaklıktaki terimleri doğru cevaplandıma oranları, orta ve yüksek başarı seviyelerindeki öğrencilerin doğru cevap oranlarına yakındır. Ancak orta uzaklıktaki terimleri ve örüntülerin kurallarını bulmadaki başarı oranları, orta ve yüksek başarı seviyelerindeki öğrencilere göre düşüktür. Buradan orta ve yüksek başarı seviyesindeki öğrenciler için başarı seviyeleri örüntülerin yakın uzaklıktaki terimlerini, orta uzaklıktaki terimlerini ve kurallarını bulmadaki başarılarında etkili değildir. 6. sınıf öğrencilerinden orta ve yüksek başarı seviyesindekilerin, 7. sınıf öğrencilerinden düşük ve orta başarı seviyesindekilerin, 8. sınıf öğrencilerinden düşük ve orta başarı seviyesindekilerin başarı seviyeleri örüntülerin yakın uzaklıktaki terimlerini, orta uzaklıktaki terimlerini ve kurallarını bulmadaki başarılarında etkili olmamıştır. Bu sonuçlar, Tanışlı (2008) "örüntünün kuralını bulmada, örüntüyü yakın ve sonlu bir adıma devam ettirmede öğrenci başarı düzeyleri etkili değildir" sonucu ile paraleldir. Ancak bu sonuç 6. sınıf düşük başarı seviyesindeki, 7. sınıf yüksek başarı seviyesindeki ve 8. sınıf düşük başarı seviyesindeki öğrenciler için geçerli değildir. Çünkü bu başarı seviyelerindeki öğrencilerin başarı oranları diğer başarı seviyesindeki öğrencilerin başarı oranlarına göre oldukça düşük veya yüksektir.

6. sınıf öğrencileri yakın ve orta uzaklıktaki terimleri bulmada oldukça başarılı olmuşlardır. Ancak örüntülerin kurallarını bulmada başarıları düşmüştür. Düşük başarı seviyesindeki öğrencilerin bu durumun ortaya çıkmasında önemli bir etkisi vardır. Çünkü orta ve yüksek başarı seviyesindeki öğrencilerin yakın uzaklıktaki terimlerden, örüntülerin kurallarını bulmaya doğru başarı oranları azalmakla birlikte odukça yüksektir. Ancak düşük başarı seviyesindeki öğrencilerin özellikle örüntülerin kurallarını bulmadaki başarı oranları oldukça düşüktür. Bu durum öğrencilerin

örüntülerin kurallarını bumadaki başarı oranlarını düşürmüştür. 7. sınıf öğrencileri de yakın uzaklıktaki terimleri bulmada oldukça başarılı olmuşlardır. Ancak orta uzaklıktaki terimleri ve örüntülerin kurallarını bulmada başarıları düşmüştür. Bu durumun ortaya çıkmasında artarak genişleyen örüntü sorularının önemli bir etkisi vardır. Çünkü yedinci sınıf öğrencileri en düşük başarı yüzdelerini artarak genişleyen örüntü sorularında elde etmişlerdir. 8. sınıf öğrencileri ise, 6. sınıf öğrencileri gibi yakın ve orta uzaklıktaki terimleri bulmada oldukça başarılı olmuşlar ve örüntülerin kurallarını bulmada başarıları düşmüştür. Örüntülerin kurallarını bulmada başarı oranlarının düşmesinde hem fraktal sorularının hem de düşük başarı seviyesindeki öğrencilerin önemli bir etkisi vardır. Çünkü orta ve yüksek başarı seviyesindeki öğrencilerin yakın ve orta uzaklıktaki terimler ile örüntülerin kurallarını bulmadaki başarı oranları oldukça yüksektir. Ancak düşük başarı seviyesindeki öğrencilerin özellikle örüntülerin kurallarını bulmadaki başarı oranları oldukça düşüktür. Bu durum öğrencilerin örüntülerin kurallarını doğru bulmadaki başarı yüzdelerini düşürmüştür. Öğrencilerin yakın uzaklıktaki terimleri ve örüntülerin kurallarını bulmadaki başarılarını düşüren bir diğer etken ise fraktal sorularıdır. Çünkü öğrencilerin fraktal sorularındaki yakın uzaklıktaki terimleri ve fraktalların kurallarını bulmadaki başarı oranları diğer örüntü çeşitlerine göre oldukça düşüktür. Eğer fraktal soruları göz önüne alınmazsa öğrenciler yakın uzaklıktaki terimleri bulmada, orta uzaklıktaki terimleri ve örüntülerin kurallarını bulmaya göre daha başarılı olmuşlardır. Sonuç olarak 6, 7 ve 8. sınıf öğrencileri yakın uzaklıktaki terimleri bulmada örüntülerin orta uzaklıktaki terimlerini ve kurallarını bulmaya göre daha başarılı olmuşlardır. Bu sonuç Feifei (2005), Orton ve Orton (2005), Stacey (1989) çalışmalarının sonuçları ile uyumludur.

6. sınıf öğrencilerinin, örüntü çeşitlerine göre en yüksek başarı oranını yakın uzaklıktaki terimleri bulmada, en düşük başarı oranlarını ise örüntülerin kurallarını bulmada elde etmişlerdir. Sadece tekrarlı örüntü sorusunda öğrencilerin orta uzaklıktaki terimleri bulmadaki başarı oranları, örüntülerin kurallarını bulmadaki başarı oranlarından daha yüksektir. Öğrenciler yakın uzaklıktaki terimleri bulmada en düşük başarı oranını sabit artarak genişleyen örüntü sorularında elde etmişlerdir. Orta uzaklıktaki terimleri bulmada öğrencilerin başarı oranları yüksekten düşüğe doğru sabit artarak genişleyen, tekrarlı ve artarak genişleyen örüntüler şeklinde sıralanmıştır. Örüntülerin kurallarını bulmada ise öğrenciler en yüksek başarı oranlarını tekrarlı, en

düşük başarılarını artarak genişleyen örüntü sorularında elde etmişlerdir. Öğrencilerin tekrarlı ve sabit artarak genişleyen örüntü sorularındaki başarı oranları birbirine olduça yakın ve yüksektir. Ancak öğrencilerin özellikle artarak genişleyen örüntülerin kurallarını bulmadaki başarı oranları oldukça düşüktür. 7. sınıf öğrencileri yakın ve orta uzaklıktaki terimler ile örüntülerin kurallarını bulmada en yüksek başarı oranlarını tekrarlı, en düşük başarı oranlarını ise artarak genişleyen örüntü sorularında elde etmişlerdir. 8. sınıf öğrencileri yakın uzaklıktaki terimleri bulmada en yüksek başarı oranlarını tekrarlı ve sabit artarak genişleyen örüntü, en düşük başarı oranını ise fraktal sorularında elde etmişlerdir. Orta uzaklıktaki terimleri bulmada öğrenciler en yüksek başarı oranını sabit artarak genişleyen, en düşük başarı oranını ise artarak genişleyen örüntü sorularında elde etmişlerdir. Örüntülerin kurallarını bulmada ise öğrenciler en yüksek başarı oranını tekrarlı ve sabit artarak genişleyen örüntü, en düşük başarı oranını ise fraktal sorularında elde etmişlerdir. Öğrencilerin tekrarlı ve sabit artarak genişleyen örüntü sorularındaki başarı oranları birbirine oldukça yakın ve yüksektir. Ancak öğrencilerin özellikle artarak genişleyen örüntülerin ve fraktalların kurallarını bulmadaki başarı oranları düşüktür. Sonuç olarak 6, 7 ve 8. sınıf öğrencileri en yüksek başarı oranlarını genel olarak tekrarlı, en düşük başarı oranlarını artarak genişleyen örüntü sorularında elde etmişlerdir. Bu sonuç Yaman (2010) çalışmasının "öğrencilerin en yüksek puan ortalamalarını tekrarlayan örüntü tipindeki sorularda, en düşük puan ortalamalarını ise karesel genişleyen örüntü tipindeki sorularda yakalamışlardır" sonucu ile uyumludur. Öğrencilerin tekrarlı ve sabit artarak genişleyen örüntü sorularında artarak genişleyen örüntü sorularına göre daha çok başarılı olmasında, öğrencilerin tekrarlı ve sabit artarak genişleyen örüntülere daha çok aşina olmalarının önemli bir etkisi vardır. Bu durum öğrencilerin daha çok karşılaştıkları örüntü çeşitlerinde daha başarılı olmasını sağlamıştır. Akkan ve Çakıroğlu, (2012), Feifei (2005), Lannin (2005), Orton ve Orton (2005) da çalışmalarında benzer sonuçlara ulaşmışlardır.

Tekrarlı örüntü sorularının kurallarını bulmada altıncı ve sekizinci sınıf öğrencilerinin başarı oranları % 88 iken, yedinci sınıf öğrencilerinin % 66'da kalmıştır. Sabit artarak genişleyen örüntü sorularının kurallarını bulmada sekizinci sınıf öğrencilerinin başarı oranları % 88, altıncı sınıf öğrencilerinin % 73 ve yedinci sınıf öğrencilerinin % 65'dir. Artarak genişleyen örüntü sorularının kurallarını bulmada sekizinci sınıf öğrencilerinin başarı oranları % 55, yedinci sınıf öğrencilerinin % 37 ve altıncı sınıf öğrencilerinin % 27'dir. Bu verilere göre örüntülerin kurallarını bulmada en yüksek başarı oranlarını sekizinci sınıf öğrencileri elde etmişlerdir.

5.2. 6, 7 ve 8. Sınıf Öğrencilerinin Örüntülerin Yakın ve Orta Uzaklıktaki Terimlerini Bulma Stratejilerinden Elde Edilen Sonuçlar

6. sınıf öğrencilerinin örüntülerin yakın ve orta uzaklıktaki terimlerini bulmak için kullandıkları stratejilerle ilgili veriler tablo 5.7'de verilmiştir.

Tablo 5.7.

Altıncı Sınıf Öğrencilerinin Yakın Ve Orta Uzaklıktaki Terimleri Bulmak İçin Kullandıkları Stratejiler Ve Doğru Cevaplara Ulaşma Oranları

Stratejiler	Yakın Uzaklıktaki Terimler				Orta Uzaklıktaki Terimler			
	Doğru		Yanlış		Doğru		Yanlış	
	%	f	%	f	%	f	%	f
Yinelemeli İlişki	26.76	19	1.4	1	7.22	6	4.81	4
Farkın Çarpımı	0	0	1.4	1	0	0	1.2	1
Yanlış Bütüne Genişletme	0	0	8.45	6	0	0	9.63	8
Sayma	2.81	2	0	0	3.61	3	0	0
Çizme	14.08	10	0	0	2.4	2	0	0
Çarpımın Üzerine Sayma	1.4	1	0	0	6.02	5	0	0
Bölümden Kalanı Sayma	4.22	3	0	0	4.81	4	0	0
Sistemli Tahmin Kontrol	0	0	1.4	1	1.2	1	0	0
Çarpım Tablosu Arama	7.04	5	1.4	1	8.43	7	0	0
Terim İçi Gruplama	1.4	1	0	0	1.2	1	0	0
Kural	26.76	19	1.4	1	49.39	41	0	0

Tablo 5. 7.'den çıkarılabilecek sonuçlar aşağıdaki gibidir.

- Öğrenciler yakın uzaklıktaki terimleri bulmak için yinelemeli ilişki ve kuraldan yapma stratejilerini, diğer stratejilere göre daha çok kullanmışlardır. Öğrencilerin yakın uzaklıktaki terimleri bulmak için en az kullandıkları stratejiler ise farkın çarpımı, çarpımın üzerine sayma, sistemli tahmin-kontrol ve terim içi gruplamadır.

- Öğrenciler yakın uzaklıktaki terimleri bulmada en çok doğru cevaba kuraldan yapma ve yinelemeli ilişki, en çok yanlış cevaba ise yanlış bütüne genişletme stratejileri ile ulaşmışlardır.
- Öğrenciler orta uzaklıktaki terimleri bulmak için örüntülerin kurallarını bulmayı diğer stratejilere göre daha çok tercih etmişlerdir. Öğrenciler orta uzaklıktaki terimleri bulmak için en az kullandıkları stratejiler ise farkın çarpımı, sistemli tahmin-kontrol ve terim içi gruplama stratejileridir.
- Öğrenciler orta uzaklıktaki terimleri bulmada en çok doğru cevaba örüntülerin kuralları ile ulaşmışlardır. Öğrencileri orta uzaklıktaki terimleri bulmada en çok yanlış cevaba götüren strateji ise yanlış bütüne genişletmedir.

7. sınıf öğrencilerinin örüntülerin yakın ve orta uzaklıktaki terimlerini bulmak için kullandıkları stratejilerle ilgili veriler tablo 5.8'de verilmiştir.

Tablo 5.8.

Yedinci Sınıf Öğrencilerinin Yakın Ve Orta Uzaklıktaki Terimleri Bulmak İçin Kullandıkları Stratejiler Ve Doğru Cevaplara Ulaşma Oranları

Stratejiler	Yakın Uzaklıktaki Terimler				Orta Uzaklıktaki Terimler			
	Doğru		Yanlış		Doğru		Yanlış	
	%	f	%	f	%	f	%	f
Yinelemeli İlişki	40.67	24	6.77	4	0	0	5.88	3
Yanlış Bütüne Genişletme	0	0	0	0	0	0	9.8	5
Çarpım Tablosu Arama	1.69	1	5.08	3	9.8	5	9.8	5
Doğru Bütüne Genişletme	0	0	0	0	1.96	1	0	0
Sayma	1.69	1	0	0	1.96	1	0	0
Çizme	5.08	3	0	0	5.88	3	0	0
Çarpımın Üzerine Sayma	5.08	3	0	0	5.88	3	0	0
Bölümden Kalanı Sayma	3.38	2	0	0	3.92	2	0	0
Kural	27.11	16	3.38	2	43.13	22	1.96	1

Tablo 5.8’den çıkarılabilecek sonuçlar aşağıda verilmiştir.

- Yedinci sınıf öğrencileri yakın uzaklıktaki terimleri bulmak için ağırlıklı olarak yinelemeli ilişki, orta uzaklıktaki terimleri bulmak için kuraldan yapma stratejilerini kullanmışlardır. Öğrencilerin yakın ve orta uzaklıktaki terimleri bulmak için en az kullandıkları stratejiler ise sayma ve doğru bütüne genişletme stratejileridir.
- Öğrenciler yakın uzaklıktaki terimleri bulmada en çok doğru cevaba yinelemeli ilişki, orta uzaklıktaki terimleri bulmada kuraldan yapma stratejileri; yakın uzaklıktaki terimleri bulmada en çok yanlış cevaba yinelemeli ilişki ve çarpım tablosu arama, orta uzaklıktaki terimleri bulmada çarpım tablosu arama stratejileri ile ulaşmışlardır.
- Yakın ve orta uzaklıktaki terimleri bulmak için doğru bütüne genişletme, sayma, çizme, çarpımın üzerine sayma ve bölümden kalanı sayma stratejisini kullanan öğrenciler daima doğru cevaplara ulaşmışlardır.
- Orta uzaklıktaki terimleri bulmak için yinelemeli ilişki ve yanlış bütüne genişletme stratejisini kullanan öğrenciler daima yanlış cevaplara ulaşmışlardır.
- Tablo 5.7. ile tablo 5.8. karşılaştırıldığında, 6 ve 7. sınıf öğrencilerinin yakın ve orta uzaklıktaki terimleri bulmak için en çok kullandıkları stratejiler ile en çok doğru cevaba ulaştıkları stratejilerin (yinelemeli ilişki ve kuraldan yapma) aynı olduğu görülmektedir. 6 ve 7. sınıf öğrencilerinin en çok yanlış cevaplara ulaştıkları stratejiler ise birbirinden farklıdır. 6. sınıf öğrencileri en çok yanlış cevaba yanlış bütüne genişletme, 7. sınıf öğrencileri ise çarpım tablosu arama ve yinelemeli ilişki stratejileri ile ulaşmışlardır.

8. sınıf öğrencilerinin örüntülerin yakın ve orta uzaklıktaki terimlerini bulmak için kullandıkları stratejilerle ilgili veriler tablo 5.9’da verilmiştir.

Tablo 5.9.

Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Yakın Ve Orta Uzaklıktaki Terimleri Bulmak İçin Kullandıkları Stratejiler Ve Doğru Cevaplara Ulaşma Oranları

Stratejiler	Yakın Uzaklıktaki Terimler				Orta Uzaklıktaki Terimler			
	Doğru		Yanlış		Doğru		Yanlış	
	%	f	%	f	%	f	%	f
Yinelemeli İlişki	34.1	31	17.6	16	10.9	6	0	0
Yanlış Bütüne Genişletme	0	0	0	0	0	0	1.81	1
Çarpım Tablosu Arama	2.2	2	0	0	1.81	1	0	0
Sistemli Tahmin-Kontrol	0	0	0	0	0	0	1.81	1
Terim İçi Gruplamalı	1.1	1	0	0	0	0	0	0
Sayma	2.2	2	0	0	1.81	1	0	0
Çizme	2.2	2	0	0	3.63	2	0	0
Çarpımın Üzerine Sayma	1.1	1	0	0	1.81	1	0	0
Bölümden Kalanı Sayma	4.4	4	0	0	9.9	5	0	0
Kural	25.3	23	8.8	8	50.9	28	1.81	1

Tablo 5.9'dan ulaşılabilecek sonuçlar aşağıda sunuluştur.

- Sekizinci sınıf öğrencileri yakın uzaklıktaki terimleri bulmak için ağırlıklı olarak yinelemeli ilişki, nadiren de terim içi gruplama ve çarpımın üzerine sayma stratejilerini kullanmışlardır.
- Öğrenciler yakın uzaklıktaki terimleri bulmakta en çok doğru cevaba yinelemeli ilişki, en az doğru cevaba terim içi gruplama ve çarpımın üzerine sayma stratejileri ile ulaşmışlardır.
- Öğrenciler yakın uzaklıktaki terimleri bulmakta en çok yanlış cevaba yinelemeli ilişki stratejisi ile ulaşmışlardır. Yinelemeli ilişki ve kuraldan yapma dışındaki stratejileri kullanan öğrenciler daima doğru cevaplara ulaşmışlardır.
- Sekizinci sınıf öğrencileri orta uzaklıktaki terimleri bulmak için ağırlıklı olarak kuraldan yapma, nadiren de yanlış bütüne genişletme, çarpım tablosu arama, sistemli tahmin-kontrol, sayma ve çarpımın üzerine sayma stratejilerini kullanmışlardır.

- Öğrenciler orta uzaklıktaki terimleri bulurken doğru cevaplara ağırlıklı olarak kuraldan yapma stratejisi ile ulaşmışlardır. Orta uzaklıktaki terimleri bulmak için yanlış bütüne genişletme ve sitemli tahmin-kontrol stratejisini kullanan öğrenciler yanlış cevaplara ulamışlardır.
- Tablo 5.9.'dan çarpım tablosu arama, terim içi gruplamalı, sayma, çizme, bölümden kalanı sayma ve çarpımın üzerine sayma stratejsini kullanan öğrencilerin hem yakın hem de orta uzaklıktaki terimleri doğru buldukları görülmektedir.
- Tablo 5.7., tablo 5.8. ve tablo 5.9. karşılaştırıldığında 6, 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin yakın uzaklıktaki terimleri bulmak için en çok kullandıkları ve en çok doğru cevaba ulaştıkları stratejinin yinelemeli ilişki stratejisi olduğu görülmektedir (Altıncı sınıf öğrencileri yakın uzaklıktaki terimleri bulmak için yinelemeli ilişki ve kuraldan yapma stratejilerini aynı oranda kullandıkları ve aynı oranda doğru cevaba ulaştıkları görülmektedir).
- Tablo 5.7., tablo 5.8. ve tablo 5.9. karşılaştırıldığında 6. sınıf öğrencilerinin yakın uzaklıktaki terimleri bulmakta en çok yanlış cevaba yanlış bütüne genişletme, 7. sınıf öğrencilerinin yinelemeli ilişki ve çarpım tablosu arama, 8. sınıf öğrencilerinin ise yinelemeli ilişki stratejileriyle ulaşmıştıkları görülmektedir. Buradan sınıf seviyelerine göre öğrencilerin en çok yanlış cevaplara ulaştıkları stratejilerin farklılıklar gösterdiği söylenebilir.
- Tablo 5.7., tablo 5.8. ve tablo 5.9. karşılaştırıldığında 6, 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin orta uzaklıktaki terimleri bulmakta en çok kullandıkları ve en çok doğru cevaba ulaştıkları stratejinin kuraldan yapma stratejisi olduğu görülmektedir.
- Tablo 5.7., tablo 5.8. ve tablo 5.9. karşılaştırıldığında 6. sınıf öğrencilerinin orta uzaklıktaki terimleri bulmakta en çok yanlış cevaba yanlış bütüne genişletme, 7. sınıf öğrencilerinin çarpım tablosu arama, 8. sınıf öğrencilerinin yanlış bütüne genişletme, kuraldan yapma ve sitemli tahmin-kontrol stratejileriyle ulaştıkları görülmektedir. Buradan sınıf seviyelerine göre orta uzaklıktaki terimleri bulmada öğrencilerin en çok yanlış cevaplara ulaştıkları stratejilerin farklılıklar gösterdiği söylenebilir.

Yinelemeli ilişki stratejisi yakın uzaklıktaki terimleri bulmada kullanışlı ve yaygın bir çözüm yoludur (Akkan ve Çakıroğlu, 2012; Amit ve Neira, 2008; Becker ve

Rivera, 2006; Carraher et. al., 2008; Ley, 2005; Orton ve Orton, 2005; Rivera and Becker, 2003; Sasman, Olivier ve Linchevski, 1999). Bu sebeple de 6, 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin önemli bir kısmı bu strateji ile yakın uzaklıktaki terimleri bulmaya çalışmıştır. Yakın uzaklıktaki terimleri bulmak için 6. sınıf öğrencilerinin % 28'i, 7. sınıf öğrencilerinin % 42'si ve 8. sınıf öğrencilerinin % 51'i yinelemeli ilişki stratejisini tercih etmiştir. Bu öğrencilerin büyük çoğunluğu doğru cevaplara ulaşmışlardır. Orta uzaklıktaki terimleri bulmak için 6. sınıf öğrencilerinin % 12'si, 7. sınıf öğrencilerinin % 5'i ve 8. sınıf öğrencilerinin % 11'i bu stratejiyi tercih etmiştir. Yinelemeli ilişki stratejisi ile orta uzaklıktaki terimleri bulmaya çalışan 6. sınıf öğrencilerinin 6'sı ve 8. sınıf öğrencilerinin tamamı doğru cevaplara ulaşmışlardır. 7. sınıf öğrencileri arasından bu strateji ile orta uzaklıktaki terimleri doğru bulan öğrenciye rastlanmamıştır. Öğrenciler yinelemeli ilişki stratejisinin, orta uzaklıktaki terimleri bulmak için çok zaman aldığını belirterek başka stratejilere yönelmişlerdir. Yanlış cevaba ulaşan öğrenciler genellikle dikkatsizlikten işlem hatası yapanlar ya da artarak genişleyen örüntü sorusunda bir sonraki terime eklenecek sayıyı doğru tespit edemeyenlerdir.

Yakın uzaklıktaki terimleri bulmak için 6. sınıf öğrencileri yinelemeli ilişki ve kuraldan yapma, 7 ve 8. sınıf öğrencileri yinelemeli ilişki stratejilerini; orta uzaklıktaki terimleri bulmak için 6, 7 ve 8. sınıf öğrencileri öğrencileri kuraldan yapma stratejisini diğer stratejilere göre daha çok kullanmışlardır. Orta uzaklıktaki terimleri bulmak için kuraldan yapma stratejisini kullanan 7. sınıf öğrencilerinden üçü, 8. sınıf öğrencilerinden biri doğru cevaplara ulaşamazken diğer öğrenciler doğru cevaplara ulaşmışlardır. Orta uzaklıktaki terimleri bulmak için kuraldan yapma stratejisini kullanan öğrencilerin tamamı doğru cevaplara ulaşmışlardır. Öğrenciler özellikle sabit artarak genişleyen örüntü sorularında, örüntülerin kurallarını bulmayı diğer örüntü çeşitlerine göre daha çok tercih etmişlerdir. Bunun sebepleri arasında sabit artarak genişleyen örüntülerin kurallarını bulmanın, tekrarlı ve artarak genişleyen örüntülerin kurallarını bulmaya göre daha kolay olması gösterilebilir. Çünkü sabit artarak genişleyen örüntü sorularında kuralı bulmaya çalışan öğrenciler, artarak genişleyen örüntü sorularında da kuralı bulmaya çalışmışlardır. Kuralı bulmada başarılı olamayanlar diğer stratejilere yönelmişlerdir. Tekrarlı örüntü sorusunda hiçbir öğrenci yakın ve orta uzaklıktaki terimleri bulmak için örüntünün kuralını bulmaya çalışmamıştır. Bunun en önemli sebebi tekrarlı örüntülerin yapısından kaynaklanmaktadır. Tanışlı (2008)’e göre tekrarlı örüntü sorularının yapısı farklı olduğu için öğrenciler farklı çözüm yolları kullanmaktadırlar. Orta uzaklıktaki terimleri bulmada öğrenciler örüntülerin kurallarını bulmaya daha çok çalışmışlardır. Bu durumun en önemli sebebi yakın uzaklıktaki terimleri bulmak için yinelemeli ilişki stratejisini kullanan öğrencilerin önemli bir kısmının orta uzaklıktaki terimleri bulmak için örüntülerin kurallarını bulmak istemeleri olabilir. Öğrenciler yinelemeli ilişki stratejisinin özellikle orta uzaklıktaki terimleri bulmak için, uzun bir çözüm yolu olacağını veya çok fazla zaman alacağını belirterek bu stratejiyi kullanmak istememişlerdir.

Yakın ve orta uzaklıktaki terimleri bulmak için farkın çarpımı stratejisini 6. sınıf öğrencileri arasından birer öğrenci kullanmıştır. Bu öğrenciler yakın ve orta uzaklıktaki terimleri doğru bulamamışlardır. Bu strateji ile yanlış cevaba ulaşılmasının en önemli sebebi öğrencilerin problemle ilgili tüm durumları göz önüne almamalarıdır. 7 ve 8. sınıf öğrencileri arasından yakın veya orta uzaklıktaki terimleri bulmak için farkın çarpımı stratejisini kullanan öğrenciye rastlanmamıştır. Farkın çarpımı stratejisinde öğrenciler genişleyen örüntünün her bir terimi arasındaki sabit farkı belirlemektedirler. İstenen terimi bulmak için, sabit fark ile terim sırasını çarpmaktadırlar. Bu stratejide fonksiyon sabiti göz önüne alınmadığı için yanlış cevaplara ulaşılmaktadır (Samson, 2007; Sasman, Linchevski ve Olivier, 1999; Stacey, 1989).

Sistemli tahmin-kontrol stratejisini yakın uzaklıktaki terimleri bulmak için 6. sınıf öğrencilerinden bir; orta uzaklıktaki terimleri bulmak için 6 ve 8. sınıf öğrencilerinden birer öğrenci kullanmıştır. 6. sınıf öğrencilerinden orta uzaklıktaki terimi bulmak için sitemli tahmin-kontrol stratejisini kullanan öğrenci doğru cevaba ulaşırken, diğerleri doğru cevaplara ulaşamamışlardır. Öğrencilerin yanlış cevaplara ulaşmalarının sebepleri arasında bulunan kuralın sadece birinci terim için test etmeleri ve problemle ilgili bütün durumları göz önüne almamaları önemli bir yer teşkil etmektedir. Rivera ve Becker (2005)’e göre tahmin-kontrol stratejisi problem çözmede iyi bir sayısal araçtır ama bütün şartlar göz önüne alınmazsa yanlış sonuçlar verir. Ayrıca Lannin (2005)’e göre de tahmin-kontrol, oran ayarlama ve bütüne genişletme stratejileri genelden çok özeli vurgulamaktadır. Bundan dolayı öğrenciler geometrik taslakları kullanmayabilir ve dikkatini problem içeriğinden uzaklaştırabilir. Dolayısıyla öğrenciler yanlış cevaplara ulaşırlar.

Yakın uzaklıktaki terimleri bulmada en çok yanlış cevaba 6. sınıf öğrencileri yanlış bütüne genişletme, 7 ve 8. sınıf öğrencileri yinelemeli ilişki stratejileri ile ulaşmışlardır. Orta uzaklıktaki terimleri bulmada en çok yanlış cevaba 6 ve 7. sınıf öğrencileri yanlış bütüne genişletme ve çarpım tablosu tablosu arama, 8. sınıf öğrencileri yanlış bütüne genişletme, sistemli tahmin-kontrol ve kuraldan yapma startejileri ile ulaşmışlardır. Buradan sınıf seviyelerine göre öğrencilerin yakın ve orta uzaklıktaki terimleri bulmada en çok yanlış cevaplara ulaştıkları stratejilerin farklılıklar gösterdiği söylenebilir. Yanlış bütüne genişletme stratejisi girdi değerleri arasındaki oranın çıktı değerleri arasında da uygulanması temeline dayanır. Örüntünün kuralındaki sabit terim genellikle ihmal edildiği için yanlış cevaba ulaşılır. Dolayısıyla örüntüleri genellemede doğrudan oranlama metodu yanlış bir uygulamadır (Lannin, Barker ve Townsed, 2006b; Rivera ve Becker 2005; Sasman, Olivier ve Linchevski, 1999; Stacey, 1989). Yakın uzaklıktaki terimleri bulmak için yanlış bütüne genişletme stratejisini kullanan öğrenciler orta uzaklıktaki terimleri bulmak için de aynı stratejiyi kullanmışlardır. Ayrıca yakın uzaklıktaki terimleri bulmak için yinelemeli ilişki stratejisini kullanan öğrencilerin bazıları orta uzaklıktaki terimleri bulmak için yanlış bütüne genişletme stratejisini kullanmışlardır. Bu sonuç Sasman, Olivier ve Linchevski, 1999 ve Stacey, 1989, çalışmalarının "yinelemeli ilişkiye odaklanan öğrencilerin örüntüyü sonlu bir adıma devam ettiremedikleri ve bütüne genişletme stratejisini kullandıkları görülmüştür" sonucu ile benzerlik göstermektedir. Öğrencilerin sistemli tahmin-kontrol, yinelemeli ilişki ve çarpım tablosu arama stratejileri ile yanlış cevaplara ulaşmalarının en önemli sebebi problemle ilgili tüm durumları göz önüne almamalarıdır.

Çizme, sayma, çarpımın üzerine sayma, bölümden kalanı sayma stratejilerini kullanan 6, 7 ve 8. sınıf öğrencileri yakın ve orta uzaklıktaki terimleri bulmada doğru cevaplara ulaşmışlardır. Öğrenciler bu stratejileri sadece tekrarlı örüntü sorularında kullanmışlardır. Bu durumu Tanışlı (2008) "tekrarlı örüntülerin yapısal olarak diğer örüntü çeşitlerinden farklı olması, öğrencilerin kullandıkları stratejilerde de farklılığa yol açmıştır" şeklinde açıklamaktadır. Bu çalışmada ulaşılan sonuç da Tanışlı'nın (2008), görüşünü desteklemektedir. Ayrıca öğrenciler tekrar birimini doğru tespit etmişlerdir. Yakın ve orta uzaklıktaki terimleri bulmak için çarpımın üzerine sayma ve bölümden kalanı sayma stratejisini kullanan öğrenciler tekrar birimini kullanırken, diğer stratejileri kullanan öğrenciler tekrar birimini kullanmamışlardır.

Yakın ve orta uzaklıktaki terimleri bulmak için 6 ve 8. sınıf öğrencilerinin kullandıkları stratejilerden birisi de terim içi gruplamadır. Bu strateji diğerlerinden farklı bir yapıya sahiptir. Öğrencilerin yakın ve orta uzaklıktaki terimleri bulmak için kullandıkları stratejilerden sadece terim içi gruplama stratejisi şekilsel stratejiler içerisinde yer alırken diğerleri sayısal stratejiler içerisinde yer almaktadır. Bu stratejide öğrenciler sadece sayısal değerlere değil, şeklin yapısına da odaklanmaktadırlar. Bu sayede alternatif çözüm yolları üretebilmektedirler. Çünkü görsel stratejiler örüntünün görülmesi, fonksiyonel ilişkinin keşfedilmesi, sayısal stratejilerle oluşturulması zor olan çeşitli formüllerin üretilmesi ve savunulmasında önemli bir role sahiptir (Tanışlı ve Köse, 2011). Ayrıca görsel stratejiyi kullanan öğrenciler örüntüleri genellemede daha başarılı olmuşlardır (Becker ve Rivera, 2006). Ancak, öğrenciler soru çözümlerinde görsel ilişkiden ziyade sayısal ilişkilere odaklanmaktadırlar. Bu sonuç Lan Ma (2007) ve Stacey (1989) çalışmalarının sonuçları ile uyumludur. 7. sınıf öğrencileri arasında yakın ve orta uzaklıktaki terimleri bulmak için görsel stratejileri kullanan öğrenciye rastlanmamıştır. Öğrenciler görsel şekillerdeki nesne sayılarını dikkate alarak, şekil örüntülerini sayı örüntülerine çevirmişlerdir (Becker ve Rivera, 2006; Lan Ma, 2007; Orton ve Orton, 1999; Stacey, 1989). Elde ettikleri sayı örüntülerini kullanarak yakın ve orta uzaklıktaki terimleri bulmaya çalışmışlardır. Literatürde de benzer sonuçlarla karşılaşmaktayız. Öğrenciler şekillerin yapılarını dikkate almadan ve modellerden hiç yararlanmadan örüntülerin sayısal yönüne odaklanma eğilimindedirler (Becker ve Rivera 2005; Rivera ve Becker, 2007; Kutluk, 2011; Ndlovu, 2011; Noss et. al., 1997; Orton, Orton ve Rooper, 1999; Stacey, 1989; Yeşildere ve Akkoç, 2009, 2010a ve 2010b).

Çarpım tablosu arama stratejisi yakın ve orta uzaklıktaki terimleri bulmada özellikle 6. sınıf öğrencilerini doğru cevaba götüren önemli stratejilerden biridir. Bu stratejiyi kullanan öğrencilerden sadece biri yakın uzaklıktaki terimi doğru bulamazken, diğerleri doğru bulmuşlardır. Ayrıca yakın ve orta uzaklıktaki terimleri bulmak için çarpım tablosu arama stratejisini kullanan öğrenciler örüntülerin kurallarını da kolaylıkla bulmuşlardır. 7. sınıf öğrencileri, bu stratejiyi 6. sınıf öğrencileri kadar etkili kullanamamışlardır. Bu stratejiyi kullanan öğrencilerden dördü yakın uzaklıktaki terimleri, altısı da orta uzaklıktaki terimleri doğru bulamamıştır. Bu duruma özellikle öğrencilerin artarak genişleyen örüntü sorularındaki yanlış muhakeme yaklaşımları sebep olmuştur. Öğrenciler artarak genişleyen örüntü sorularında çarpım tablosu arama stratejisini, sabit artarak genişleyen örüntülerdeki gibi kullanmışlardır. Dolayısıyla doğru cevaplara ulaşamamışlardır. Çarpım tablosu arama stratejisini kullanan öğrencilerden biri yakın uzaklıktaki terimi, beşi orta uzaklıktaki terimleri doğru bulmuşlardır. Öğrenciler çarpım tablosu arama stratejisini özellikle sabit artarak genişleyen örüntü sorularında etkili bir şekilde kullanmışlardır. Aynı zamanda çarpım tablosu arama stratejisi yakın ve orta uzaklıktaki terimleri bulmada 7. sınıf öğrencilerini en çok yanlış cevaba götüren stratejilerden biri olmuştur. 8. sınıf öğrencileri çarpım tablosu arama stratejisini çok az kullanmışlardır. Yakın uzaklıktaki terimleri bulmak için iki öğrenci, orta uzaklıktaki terimleri bulmak için bir öğrenci kullanmıştır. Öğrencilerin üçü de doğru cevaplara ulaşmışlardır. Bunun en önemli sebebi sekizinci sınıf öğrencilerinin örüntünün kuralını bulmaya diğer sınıf seviyesindeki öğrencilere göre daha çok eğilimli olmalarıdır.

5.3. 6, 7 ve 8. Sınıf Öğrencilerinin Örüntülerin Kurallarını Bulma Stratejilerinden Elde Edilen Sonuçlar

6. sınıf öğrencilerinin örüntülerin kurallarını bulmak için kullandıkları stratejilerle ilgili veriler tablo 5.10'da verilmiştir.

Tablo 5.10.

Altıncı Sınıf Öğrencilerinin Örüntülerin Kurallarını Bulmak İçin Kullandıkları Stratejiler Ve Doğru Cevaplara Ulaşma Oranları

Stratejiler	Doğru		Yanlış	
	%	f	%	f
Yinelemeli İlişki	0	0	20	16
Sistemsiz Tahmin-Kontrol	0	0	5	4
Yanlış Bütüne Genişletme	0	0	1.25	1
Sistemli Tahmin-Kontrol	0	0	2.5	2
Terim İçi Gruplamalı	0	0	1.25	1
Belirgin	68.75	55	1.25	1

Tablodan çıkarılabilecek sonuçlar aşağıda sunulmuştur.

- Öğrenciler örüntülerin kurallarını bulmak için ağırlıklı olarak belirgin ve yinelemeli ilişki, nadiren de terim içi gruplama ve yanlış bütüne genişletme stratejilerini kullanmışlardır.
- Öğrenciler en çok doğru cevaba belirgin, en çok yanlış cevaba yinelemeli ilişki stratejileri ile ulaşmışlardır.
- Yinelemeli ilişki, sistemsiz tahmin-kontrol, yanlış bütüne genişletme, sistemli tahmin-kontrol ve terim içi gruplama stratejilerini kullanan öğrenciler doğru cevaplara ulaşamamışlardır.

7. sınıf öğrencilerinin örüntülerin kurallarını bulmak için kullandıkları stratejilerle ilgili veriler tablo 5.11'de verilmiştir

Tablo 5.11.

Yedinci Sınıf Öğrencilerinin Örüntülerin Kurallarını Bulmak İçin Kullandıkları Stratejiler Ve Doğru Cevaplara Ulaşma Oranları

Stratejiler	Doğru		Yanlış	
	%	f	%	f
Yinelemeli İlişki	13.20	7	13.20	7
Sistemsiz Tahmin-Kontrol	0	0	1.88	1
Sistemli Tahmin-Kontrol	3.77	2	5.66	3
Terim İçi Gruplamalı	3.77	2	-	-
Belirgin	47.16	25	11.32	6

Tablodan ulaşılabilecek sonuçlar aşağıdaki verilmiştir.

- 7. sınıf öğrencileri ağırlıklı olarak belirgin stratejiyi kullanmışlar ve en çok doğru cevaba da bu strateji ile ulaşmışlardır.
- 7. sınıf öğrencileri en çok yanlış cevaba yinelemeli ilişki stratejisi ile ulaşmışlardır.
- Sistemsiz tahmin-kontrol stratejisini kullanan öğrenciler yanlış cevaplara, terim içi gruplama stratejisini kullanan öğrenciler doğru cevaplara ulaşmışlardır. Diğer

stratejileri kullananların bir kısmı doğru cevaplara ulaşırken, bir kısmı da yanlış cevaplara ulaşmışlardır.

- Tablo 5.10 ile tablo 5.11 karşılaştırıldığında 6. ve 7. sınıf öğrencilerinin en çok doğru cevaba belirgin, en çok yanlış cevaba belirgin ve yinelemeli ilişki stratejileriyle ulaştıkları görülmektedir. Ayrıca 6. sınıf öğrencileri sadece belirgin strateji, 7. sınıf öğrencileri ise belirgin stratejinin yanı sıra sistemli tahmin-kontrol, terim içi gruplama ve yinelemeli ilişki stratejileri ile de örüntülerin kurallarını doğru bulmuşlardır.

8. sınıf öğrencilerinin örüntülerin kurallarını bulmak için kullandıkları stratejilerle ilgili veriler tablo 5.12'de verilmiştir

Tablo 5.12.

Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Örüntülerin Kurallarını Bulmak İçin Kullandıkları Stratejiler ve Doğru Cevaplara Ulaşma Oranları

Stratejiler	Doğru		Yanlış	
	%	f	%	f
Yinelemeli İlişki	0	0	30.76	28
Sistemsiz Tahmin-Kontrol	0	0	2.19	2
Sistemli Tahmin-Kontrol	3.29	3	4.39	4
Terim İçi Gruplama	2.19	2	0	0
Belirgin	41.75	38	15.38	14

Tablodan ulaşılabilecek sonuçlar aşağıdaki gibidir.

- Sekizinci sınıf öğrencileri örüntülerin kurallarını bulmak için ağırlıklı olarak belirgin, nadiren de sistemsiz tahmin-kontrol ve terim içi gruplama stratejilerini kullanmışlardır.
- Öğrenciler en çok doğru cevaba belirgin, en çok yanlış cevaba yinelemeli ilişki stratejileri ile ulaşmışlardır.
- Yinelemeli ilişki ve sistemsiz tahmin-kontrol stratejilerini kullanan öğrenciler yanlış cevaplara ulaşmışlardır.

- Yanlış cevaplara ulaşan öğrencilerin yüzdesinin, doğru cevaplara ulaşan öğrencilerin yüzdelerinden fazla olmasında farktal sorularının büyük bir etkisi vardır. Çünkü öğrencilere fraktalların kurallarını bulma ile ilgili 4 soru yöneltilmiştir. Birinci fraktal sorusunun kuralını 6, ikinci fraktal sorusunun kuralını 1 öğrenci doğru bulmuştur. Diğer fraktal sorularında doğru cevaba ulaşan öğrenciye rastlanmamıştır.
- Tablo 5.10, tablo 5.11 ve tablo 5.12 karşılaştırıldığında 6, 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin örüntülerin kurallarını bulmak için ağırlıklı olarak belirgin stratejiyi kullandıkları ve en çok doğru cevaba da bu strateji ile ulaştıkları görülmektedir. 6. ve 8. sınıf öğrencileri örüntülerin kurallarını bulmakta en çok yanlış cevaba yinelemeli ilişki, 7. sınıf öğrencileri ise belirgin stratejiler ile ulaşmışlardır.

6, 7 ve 8. sınıf öğrencileri örüntülerin kurallarını bulmak için yinelemeli ve belirgin stratejileri ağırlıklı olarak kullanmışlardır. Bu sonuç Markworth (2010) çalışmasının "öğrenciler ağırlıklı olarak yinelemeli ve belirgin stratejileri kullanmaktadırlar. Bütüne genişletme ve yığılmalı stratejileri ise nadiren kullanmaktadırlar" sonucu ile benzerlik göstermektedir. Öğrenciler örüntüleri genelleme sorularında yinelemeli ilişkilere odaklanarak çözüme başlamaktadırlar. Bu sonuç Sharon (2010) çalışmasının "öğretmen adayları örüntüleri genelleme süreçlerine yinelemeli yaklaşımlarla başlamaktadırlar" sonucu ile benzerlik göstermektedir. Yinelemeli ilişki stratejisi ile çözüme başlayan öğrenciler özellikle tekrarlı ve sabit artarak genişleyen örüntü sorularını genellemede yinelemeli ilişki stratejisinden, belirgin stratejiye başarılı bir geçiş yapabilmişlerdir. Bu sayede öğrenciler tekrarlı ve sabit artarak genişleyen örüntü sorularının kurallarını bulmada oldukça başarılı olmuşlardır. Örüntüler konusu ile ilgili yapılmış çalışmalarda da öğrencilerin genelleme yaparken belirgin stratejileri kullanmaları tavsiye edilmektedir (Ley, 2005; Markworth, 2010; Orton ve Orton, 2005; Stacey, 1989; Tanışlı, 2008). Yakın uzaklıktaki terimleri bulmak için etkili olan yinelemeli stratejiler, uzak terimleri bulmak için yerini belirgin stratejilere bırakmalıdır (Ley, 2005; Markworth, 2010; Orton ve Orton, 2005; Stacey, 1989). 6, 7 ve 8. sınıf öğrencileri artarak genişleyen örüntü ve fraktal sorularının kurallarını bulmada, tekrarlı ve sabit artrak genişleyen örüntülerin kurallarını bulmadaki kadar başarılı olamamışlardır. Artarak genişleyen örüntü ve fraktal sorularında öğrenciler örüntülerin kurallarını bulmak için yinelemeli yaklaşımla çözüme başlamışlardır. Ancak öğrenciler yinelemeli ilişki stratejisinden belirgin stratejiye geçişte oldukça zorlanmışlar ve genellikle de başarısız olmuşlardır. Belirgin stratejiye geçiş yapamayan öğrenciler ya çözüme devam etmemişler ya da yinelemeli ilişki stratejisini devam ettirmeye çalışmışlardır. Yinelemeli ilişki stratejisini kullanan öğrenciler doğru cevaplara ulaşamamışlardır. Öğrencilerin yinelemeli stratejileri yaygın olarak kullanması şaşırtıcı değildir (Becker and Rivera, 2006; Ndlovu, 2011; Rivera and Becker, 2003). Öğrenciler özellikle doğrusal olmayan örüntülerde yinelemeli stratejileri tercih etmektedirler (Yeşildere ve Akkoç, 2010b). Yakın terime genellemede kullanışlı olmasına rağmen yinelemeli stratejiler örüntünün yapısını anlamada öğrencilere katkı sağlamaz (Amit ve Neira, 2008; Carraher et. al., 2008; Markworth, 2010; Orton ve Orton, 1999). Hatta yinelemeli stratejiler örüntünün genel yapısının görülmesini ve öğrencilerin belirgin stratejiler gibi örüntülerin kurallarını bulmada etkili olan stratejileri kullanma kabiliyetlerinin gelişimini engellemektedir. Aynı zamanda yinelemeli stratejiler örüntüleri genellemeye bir barikat oluşturmaktadır (Carraher et al., 2008; Markworth, 2010; Moss et. al., 2008; Orton ve Orton, 2005; Townsend, 2005). Ley (2005)'e göre yinelemeli ilişki stratejisinin genellemeyi engellemesinin en önemli sebebi, öğrencilerin takip ettikleri çözüm yolu gereği fonksiyon sabitini tespit edememeleridir. Çünkü öğrenciler, yinelemeli stratejilerle ardışık iki terim arasındaki farkı dikkate alarak gelecek terimleri tanımlamak için önceki terimleri kullanmaktadırlar. Bu ise öğrencilerin fonksiyon içindeki sabiti çok nadiren tespit etmelerine sebep olmaktadır (Ley, 2005). Öğrencilerin artarak genişleyen örüntü ve fraktal sorularının kurallarını doğru bir şekilde bulmak için takip edebilecekleri iki yol vardır. Birinci yol öğrencilerin bu sorularda yinelemeli ilişki stratejisini kullanmamaları sağlanmalıdır. Ancak bu oldukça zordur. Çünkü hem çocuklar hem de yetişkinler yinelemeli ilişki stratejisini kullanma eğilimindedirler (Bezuska ve Kenney, 2008; Orton, Orton ve Roper, 2005). Diğer yol ise artarak genişleyen örüntü ve fraktal sorularında yinelemeli ilişki stratejisinden belirgin stratejiye nasıl geçilebileceği öğrencilere çok iyi kavratılmalıdır. Tekrarlı ve sabit artarak genişleyen örüntü sorularında yinelemeli ilişki stratejisinden belirgin stratejiye geçiş ile, artarak genişleyen örüntü ve fraktal sorularında yinelemeli ilişki stratejisinden belirgin stratejiye geçiş birbirinden farklı işlemleri gerektirmektedir. Bu çalışma kapsamında kullanılan tekrarlı ve sabit artarak genişleyen örüntü sorularının kuralları $an \pm b$ şeklindedir. Buradaki a katsayısı yinelemeli ilişki stratejisine göre ardışık iki terim arasındaki farkı temsil etmektedir. a katsayısını bulurken yinelemeli ilişki stratejisinden faydalanılabilir. $\pm b$ değeri ise, terim sıraları ile terim sıralarına karşılık gelen sayılar ilişkilendirilerek bulunabilir. Bu işlemle yinelemeli ilişki stratejisinden belirgin stratejiye başarılı bir geçiş yapılmış olur. Bu çalışma kapsamında kullanılan artarak genişleyen örüntü sorularının kuralları $an^2 \pm bn \pm c$ şeklindedir. Tekrarlı ve sabit artarak genişleyen örüntülerin kurallarında bir tane katsayı varken, artarak genişleyen örüntülerin kurallarında iki tane katsayı vardır. Sabit artarak genişleyen örüntü sorularında ardışık terimler arasındaki farka bakarak, örüntünün kuralında yer alan katsayıyı bulmak mümkündür. Ancak artarak genişleyen örüntü sorularında sadece ardışık terimler arasındaki farka bakarak iki katsayıyı bulmak mümkün değildir. Bu çalışmada artarak genişleyen örüntü sorularında öğrenciler yinelemeli ilişki stratejisinden belirgin stratejiye geçiş için şu şekilde bir çözüm yolu takip etmişlerdir. Artarak genişleyen örüntü sorularında genellikle ilk üç terim verilmiştir. Öğrencilerden verilen bu terimlere göre örüntünün yakın ve orta uzaklıktaki bir terimi ile kuralını bulmaları istenmiştir. Yinelemeli ilişki stratejisinden belirgin stratejiye geçiş yapmaya çalışan öğrenciler, örüntüyü yakın uzaklıktaki terime kadar terimler arasındaki farka göre devam ettirmişlerdir. Daha sonra herhangi bir terimi dikkate alarak terim sırası ile terim sırasına karşılık gelen sayıları ilişkilendirmeye çalışmışlardır. Buldukları herhangi bir kuralın doğruluğunu tespit etmek için, diğer terimler için de o kuralı uygulamışlardır. Doğru kuralı bulana kadar bu işleme devam etmişlerdir. Bu yöntemle yinelemeli ilişki stratejisinden belirgin stratejiye geçiş yapılmış olur. Ayrıca bu yöntemle, yakın uzaklıktaki terimleri bulmak için etkili olan yinelemeli ilişki stratejisi, uzak terimleri bulmak için yerini belirgin stratejiye bırakmıştır (Ley, 2005; Markworth, 2010; Orton ve Orton, 2005; Stacey, 1989). Ancak bunu başarabilen öğrenci sayısı oldukça azdır. Bu çalışmada sorulan fraktal sorularının kuralları ise $a^n \pm b$ veya $1 + a + a^2 + a^3 + \cdots + a^n$ şeklindedir. Fraktal sorularında ardışık terimler arasındaki farka bakarak a^n ifadesi tespit edilebilir. Daha sonra terim sıraları ile terim sıralarına karşılık gelen sayılar ilişkilendirilerek fraktal sorusunun kuralı bulunabilir. Burada öğrencilere a^n ile an ifadeleri arasındaki fark çok iyi kavratılmalıdır. Bu araştırmada öğrencilerin bu iki ifade arasındaki farkı kavrayamadıkları gözlenmiştir. Çünkü 8. sınıf öğrencileri fraktal sorularının kurallarını bulmada çok düşük bir başarı oranı (% 19) elde etmişlerdir.

Öğrenciler yinelemeli ilişki stratejisi ile çözüme başladıklarında yukarıda belirtilen şekillerde belirgin stratejilere geçişleri sağlanmalıdır.

Örüntülerin kurallarını bulmak için sistemli tahmin-kontrol stratejisini 6. sınıf öğrencilerinden iki, 7. sınıf öğrencilerinden beş ve 8. sınıf öğrencilerinden yedi öğrenci kullanmıştır. Bu strateji ile 7. sınıf öğrencilerinin ikisi ve 8. sınıf öğrencilerinden üçü doğru cevapları bulurken, diğerleri yanlış cevapları bulmuşlardır. Örüntülerin kurallarını bulmak için sistemsiz tahmin-kontrol stratejisini 6. sınıf öğrencilerinden dört, 7. sınıf öğrencilerinden iki ve 8. sınıf öğrencilerinden iki öğrenci kullanmıştır. Bu strateji ile doğru cevaba ulaşan öğrenciye rastlanmamıştır. Öğrencilerin doğru cevaba ulaşamamalarının sebepleri arasında işlem hataları, sadece birinci terim için kuralı kontrol etme, bütün şartları göz önüne almama ve sistemsiz olarak tahminde bulunma gösterilebilir. Tahmin-kontrol stratejisi problem çözmede çok kullanılmaktadır. Bu yaklaşım problem çözmede iyi bir sayısal araçtır ama bütün şartlar göz önüne alınmazsa yanlış sonuçlar verir (Rivera ve Becker, 2005). Tahmin-kontrol, oran ayarlama ve bütüne genişletme stratejileri genelden çok özeli vurgulamaktadır. Bundan dolayı öğrenciler geometrik taslakları kullanmayabilir ve dikkatini problem içeriğinden uzaklaştırabilirler (Lannin, 2005).

Örüntülerin kurallarını bulmaya çalışan 6. sınıf öğrencilerinden biri de bütüne genişletme stratejisini kullanmıştır. Bu öğrenci doğru cevaba ulaşamamıştır. Zaten doğrusal örüntüleri genellemede doğrudan oranlama metodu yanlış bir uygulamadır (Lannin, Barker ve Townsed, 2006b; Rivera ve Becker 2005; Sasman, Olivier ve Linchevski, 1999; Stacey, 1989) ve oran stratejisini kullanan öğrenciler doğru cevaplara ulaşamamaktadırlar (Stacey, 1989). Ayrıca orantısal muhakeme, öğrencilerin genellemeye ulaşmalarının önünde bir engel teşkil etmektedir (Sharon, 2010). 7 ve 8. sınıf öğrencileri arasında bütüne genişletme stratejisi ile örüntülerin kurallarını bulmaya çalışan öğrenciye rastlanmamıştır.

Yinelemeli ilişki stratejisi ile örüntülerin kurallarını bulmaya çalışan 6. ve 8. sınıf öğrencileri doğru cevapları bulamamışlardır. 7. sınıf öğrencilerinden yedi kişi bu strateji ile doğru cevaba ulaşmıştır. Bu strateji ile sadece bir örüntünün kuralını doğru bulmuşlardır. Öğrencilerin yinelemeli ilişki stratejisi ile doğru cevaba ulaştıkları örüntünün kuralı $a.n$ şeklindedir (bkz. Ek: 5). Eğer örüntünün kuralında bir fonksiyon sabiti bulunsaydı öğrencilerin sadece yinelemeli ilişki stratejisi ile doğru cevaba ulaşmaları mümkün olmazdı. Çünkü sadece yinelemeli ilişki stratejisi ile diğer sorularda doğru cevaba ulaşan öğrenciye rastlanmadığı gibi, yinelemeli ilişki stratejisi örüntülerin kurallarını bulmak için uygun bir strateji de değildir. Ancak kuralı $a.n$ şeklinde olan örüntüler için uygun bir stratejidir.

Örüntülerin kurallarını bulmak için terim içi gruplama stratejisini 6. sınıf öğrencilerinden bir, 8. sınıf öğrencilerinden iki kişi kullanmıştır. 7. sınıf öğrencileri arasında terim içi gruplama stratejisini kullanan öğrenciye rastlanmamıştır. 6. sınıftaki öğrenci bu strateji ile doğru cevaba ulaşamazken, 8. sınıfatki öğrenciler örüntülerin kurallarını sözel olarak doğru ifade etmişler ama cebirsel olarak doğru ifade edememişlerdir. Terim içi gruplama stratejisi diğer stratejilerden farklı bir yapıya sahiptir. Öğrencilerin örüntülerin kurallarını bulmak için kullandıkları stratejilerden sadece terim içi gruplama stratejisi şekilsel (görsel) stratejiler içerisinde yer alırken diğerleri sayısal stratejiler içerisinde yer almaktadır. Bu stratejide öğrenciler sadece sayısal değerlere değil, şeklin yapısına da odaklanmaktadırlar. Bu sayede alternatif çözüm yolları üretebilmektedirler. Çünkü görsel stratejiler örüntünün görülmesi, fonksiyonel ilişkinin keşfedilmesi, sayısal stratejilerle oluşturulması zor olan çeşitli formüllerin üretilmesi ve savunulmasında önemli bir role sahiptir (Tanışlı ve Köse, 2011). Ancak, öğrenciler soru çözümlerinde görsel ilişkiden ziyade sayısal ilişkilere odaklanmışlardır. Bu sonuç Lan Ma (2007) ve Stacey (1989) çalışmalarının sonuçları ile uyumludur.

Terim içi gruplama stratejisini kullanan öğrenciler dışında şekillerin yapısına odaklanan öğrencilere rastlanmamıştır. Öğrencilerin özellikle görsel olarak verilen örüntü sorularında şekillerin yapılarını dikkate almaları tavsiye edilmektedir (Becker ve Rivera, 2006; Tanışlı ve Köse, 2011). Ancak öğrenciler şekillerin yapısını dikkate almayıp sadece şekillerdeki nesne sayılarını dikkate alarak, şekil örüntülerini sayı örüntülerine çevirmişlerdir (Becker ve Rivera, 2006; Lan Ma, 2007; Orton ve Orton, 1999; Stacey, 1989). Elde ettikleri sayı örüntülerini kullanarak da işlem yapmışlardır. Literatürde de benzer sonuçlarla karşılaşmaktayız. Öğrenciler şekillerin yapılarını dikkate almadan ve modellerden hiç yararlanmadan örüntülerin sayısal yönüne odaklanma eğilimindedirler (Becker ve Rivera 2005; Rivera ve Becker, 2007; Kutluk, 2011; Ndlovu, 2011; Noss et. al., 1997; Orton, Orton ve Rooper, 1999; Stacey, 1989; Yeşildere ve Akkoç, 2009, 2010a ve 2010b).

6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin yakın uzaklıktaki terimleri bulmak için kullandıkları stratejiler ile örüntülerin kurallarını bulmak için kullandıkları stratejiler değişiklik göstermiştir. Öğrenciler yakın uzaklıktaki terimleri bulmak için ağırlıklı olarak kullandıkları yinelemeli ilişki stratejisinin yerine örüntülerin kurallarını bulurken belirgin stratejileri kullanmışlardır. Bu sonuç Ross (2011) çalışmasının sonucu ile paralellik göstermektedir. Ross (2011) yakın terimleri bulmada, uzak terimleri bulmaya göre öğrenci yaklaşımları değişmektedir. Bu değişim yinelemeli stratejilerin azalması ve belirgin stratejilerin artması şeklindedir. Örüntüler konusu ile ilgili yapılmış olan çalışmalarda da bu şekildeki bir değişimin olması gerektiği savunulmaktadır. Ley (2005), Markworth (2010), Orton and Orton (2005) ve Stacey'e (1989) göre, yakın uzaklıktaki terimleri bulmak için etkili olan yinelemeli ilişki stratejisi, uzak terimleri bulmak için yerini belirgin stratejiye bırakmalıdır.

Örüntülerin kurallarını bulmada 6., 7. ve 8. sınıfların orta ve yüksek başarı seviyesindeki öğrencileri yinelemeli ve belirgin stratejileri etkili bir şekilde kullanırken, düşük başarı seviyesindeki öğrenciler bunu başaramamışlardır. Bu sonuç Ndlovu (2011) çalışmasının sonucu ile benzerlik göstermektedir.

6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin sabit artarak genişleyen örüntü sorularının kuralını bulmak için yaptıkları işlemler Şekil 5.1'de verilmiştir.

Şekil 5.1. 6., 7. ve 8. Sınıf Öğrencilerinin Sabit Artarak Genişleyen Örüntülerin Kurallarını Oluşturma Aşamaları

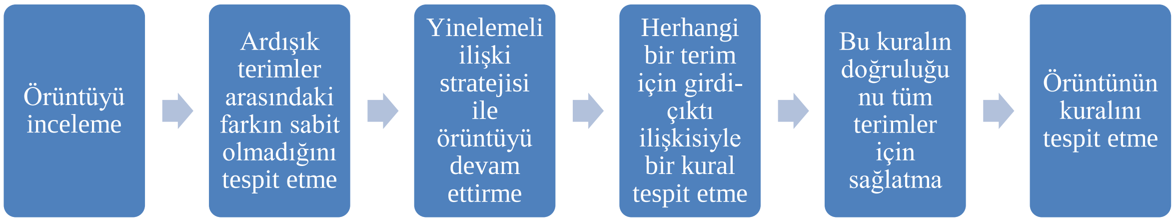
6., 7., ve 8. sınıf öğrencileri herhangi bir örüntünün kuralını bulmak için, öncelikle verilen örüntünün ardışık terimleri arasındaki farka odaklanmışlardır. Terimler arasındaki farkın sabit olduğunu tespit ettikleri zaman, bu sabit farkın a sayısı olduğunu belirtmişlerdir. Bu işlemle kuralı an±b olan örüntüdeki a değerini ardışık terimler arasındaki fark olarak ele almışlardır. Yani yinelemeli düşünce ile a sayısını doğru tespit etmişlerdir. Daha sonra kuraldaki ±b sayısını, herhangi bir terim için girdi-çıktı ilişkisi kurarak bulmuşlardır. Öğrenciler ağırlıklı olarak bu yöntemle sabit artarak genişleyen örüntü sorularının kurallarını bulmuşlardır.

6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin tekrarlı örüntü sorularının kurallarını bulmak için yaptıkları işlemler Şekil 5.2'de verilmiştir.

Şekil 5.2. 6., 7. ve 8. Sınıf Öğrencilerinin Tekrarlı Örüntü Sorusunda Herhangi Bir Elemanın Adım Sıralarını Veren Kuralı Oluşturma Aşamaları

6., 7. ve 8. sınıf öğrencileri tekrarlı örüntü içinde yer alan herhangi bir elemanın adım sıralarını veren kuralı bulmak için yukarıdaki şekilde işlemleri yapmışlardır. Öğrenciler kuralını bulmak istedikleri elemanın adım sıralarını tespit etmişlerdir. Bu adım sıralarını, sabit artarak genişleyen bir örüntünün terimleri olarak ele almışlardır. Şekil 5.2'de verilen aşamaları gerçekleştirerek bu sayı örüntüsünün kuralını bulmuşlardır. Öğrenciler sayı örüntüsünün kuralının aynı zamanda tekrarlı örüntüdeki ilgili elemanın kaçıncı adımlarda yer aldığını veren kural olduğunu belirterek doğru cevaplara ulaşmışlardır. Şekil 5.2'deki üçüncü adım Şekil 5.1'in tamamını içermektedir. Çünkü sabit artarak genişleyen örüntülerin kuralları bulunurken için Şekil 5.1'deki adımlar gerçekleştirilmiştir.

6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin artarak genişleyen örüntü sorularının kurallarını bulmak için yaptıkları işlemler Şekil 5.3'de verilmiştir.



Şekil 5.3. 6., 7. ve 8. Sınıf Öğrencilerinin Artarak Genişleyen Örüntülerin Kurallarını Oluşturma Aşamaları

Artarak genişleyen örüntü sorularının kurallarını doğru bulan 6, 7 ve 8. sınıf öğrencileri ağırlıklı olarak Şekil 5.3'de verilen adımları takip etmişlerdir. Öğrencilerin artarak genişleyen örüntü sorularının kurallarını bulmada yinelemeli ilişki stratejisi önemli bir yer tutmuştur. Şekil 5.3'deki üçüncü adımdan sonra yinelemeli ilişki stratejisini devam ettiren öğrenciler doğru cevaplara ulaşamazken, üçüncü adımdan sonra girdi-çıktı ilişkisine odaklanan öğrenciler genellikle doğru cevaplara ulaşmışlardır. Doğru cevaplara ulaşan öğrencilerin sayısı oldukça azdır. Çünkü öğrenciler en düşük başarıyı artarak genişleyen örüntü sorularının kurallarını bulmada göstermişlerdir.

Şekil 5.1, Şekil 5.2 ve Şekil 5.3'de, öğrencilerin yinelemeli ilişki stratejisi ile çözümlere başladıkları ve daha sonra belirgin strateji ile devam ettikleri görülmektedir. Bu şekillerdeki adımları gerçekleştiren öğrenciler yinelemeli ilişki stratejisinden belirgin stratejiye başarılı bir şekilde geçiş yapmışlardır. Öğrenciler bu geçişle kullanma taraftarı oldukları yinelemeli ilişki stratejisini örüntülerin kurallarını bulmada da etkili bir şekilde kullanmışlardır.

5.4. Öğrencilerin Örüntü Oluşturma ve Devam Ettirme Stratejilerinden Elde Edilen Sonuçlar

Altıncı sınıf öğrencileri örüntü oluşturma sorularında tekrarlı örüntü (6V1, 6V2, 6O1, 6O3, 6Y1, 6Y2) ve sabit artarak genişleyen örüntü (6V3, 6O2, 6Y3) oluşturmuşlar, artarak genişleyen örüntü oluşturma tercih edilmemiştir. Sabit artarak genişleyen örüntü sorusunda öğrenciler ağırlıklı olarak yinelemeli ilişki stratejisi (6V1, 6V2, 6V3, 6O1, 6O2, 6O3, 6Y3) ile örüntüyü devam ettirmişlerdir. Sadece iki öğrenci (6Y1, 6Y2) örüntünün kuralını bulduktan sonra kurala göre örüntüyü devam ettirmişlerdir. Artarak genişleyen örüntü sorusunda da sadece bir öğrenci (6O1) örüntünün kuralını bulduktan sonra kurala göre örüntüyü devam ettirmiştir, diğerleri yinelemeli ilişki stratejisine göre örüntüyü devam ettirmişlerdir. Öğrenciler örüntülerin belli sayıdaki terimlerine karşılık gelen sayıları üçgen, kare, çember ve nokta şekillerini kullanarak modellemişlerdir. 6Y1 artarak genişleyen örüntü sorusunda oluşturduğu modeli, örüntünün kuralını bulmak için kullanmıştır. Diğer öğrenciler örüntünün kuralını bulmak için oluşturdukları modelleri kullanmamışlardır. "Örüntülerin modellenerek sunulmasının amaçlarından biri, sayıların dizilişini geometrik olarak görme ihtiyacı duyanlar için alternetif yaklaşımlar sunmaktır" (Orton ve Orton, 1999). Geometrik şekiller bir görsel temsil ile kural arasında bağlantı kurmaya izin verebilir ve öğrencinin başarı olasılığını arttırabilir (Lannin, 2005). Ancak bu çalışmada sadece bir öğrenci görsel temsil ile kural arasında bağıntı kurmuş, diğerleri kuramamıştır.

Yedinci sınıf öğrencileri sayılarla örüntü oluşturma sorusunda tekrarlı (7O1, 7O2, 7O3, 7Y1, 7Y2) ve sabit artarak genişleyen (7V1, 7V2) örüntüler oluşturmuşlardır. Geometrik şekillerle de tekrarlı (7V1, 7O2, 7O3, 7Y1, 7Y2) ve sabit artarak genişleyen (7V2, 7O1, 7Y3) örüntü oluşturmuşlardır. 7Y3 geometrik şekillerle örüntü oluşturma sorusunda, öncelikle oluşturacağı örüntü için bir kural belirlemiştir. Belirlediği bu kurala göre de sabit artarak genişleyen bir örüntü oluşturmuştur. Yedinci sınıf öğrencileri artarak genişleyen örüntü oluşturmamışlardır.

Sekizinci sınıf öğrencileri sayılarla tekrarlı (8O1, 8O2, 8Y1), sabit artarak genişleyen (8V2, 8Y2, 8Y3) ve artarak genişleyen (8V1, 8V3, 8O3) örüntü oluşturmuşlardır. Öğrenciler şekillerle ise tekrarlı (8V2, 8V3, 8O1, 8O3, 8Y1, 8Y2) ve artarak genişleyen (8V1) örüntüler oluşturmuşlardır. Sekizinci sınıf öğrencileri örüntüyü devam ettirmek için yinelemeli ilişki (8V1, 8O1, 8Y1) ve terim içi gruplama (8V2, 8V3, 8O2, 8O3, 8Y2, 8Y3) stratejilerini kullanmışlardır. 6 ve 7. sınıf öğrencileri arasında artarak genişleyen örüntü oluşturan öğrenciye rastlanmazken, sekizinci sınıf öğrencilerinin dördü artarak genişleyen örüntü oluşturmuştur.

5.5. Öneriler

Öğrencilerin şekiller üzerine odaklanarak şekilsel muhakeme yapmaları başarılı genellemeler yapmalarını sağlayabilir (Markworth, 2010). Şekilsel muhakemenin gelişmesi için dört adım takip edilmelidir. Birinci adımda, geometrik şekillerle verilen örüntüler şekilsel muhakeme kullanılarak tanımlanmalı ve hesaplanmalıdır. İkinci adımda, şekilsel muhakemeden sayısal muhakemeye geçiş sağlıklı bir şekilde sağlanmalıdır. Üçüncü adımda, terim sırası ile şeklin ölçülebilir özelliği arasında tanımlama ve hesaplama yapılmalıdır. Sonuncu adımda ise, değişken kullanılarak örüntüler genellenmelidir (Markworth, 2010). Öğretmenler, öğrencilerin sadece sayılara odaklanmasını engellemeye çalışmalı, öğrencilerin şekillerin yapılarına odaklanmalarını ve görsel stratejileri kullanmalarını teşvik etmelidir. Öğrencilerin sadece şekillerdeki nesne sayılarına odaklanmalarının önüne geçilmelidir. Bunun için de öğrencilerin terim içi gruplama, terimler arası gruplama,… gibi görsel stratejileri kullanmaları sağlanabilir. Öğretmenler de özellikle şekillerle verilmiş örüntü problemlerinin çözümünde görsel stratejileri kullanmalıdırlar. Ayrıca bu çalışmada sekizinci sınıf öğrencileri fraktal sorusunu devem ettirmede görsel stratejiyi kullanmışlardır. Bu sebeple öğrencilere görsel stratejileri kullanmalarını sağlayabilmek için şekil örüntülerini devam ettirme uygulamaları yaptırılmalıdır.

Öğrenciler yinelemeli strateji kullanma eğiliminde olmalarına rağmen, yakın ve uzak terimlere genellemede belirgin stratejiler daha etkilidir (Markworth, 2010). Stacey ve MacGregor'a göre (2001), öğrencilerin yinelemeli stratejiler üzerine yoğunlaşmaları belirgin stratejiler gibi daha etkili olan stratejileri kullanma kabiliyetlerini engellemektedir (Akt: Townsend, 2005). Yinelemeli ve belirgin stratejiler arasındaki bağlantılar keşfedildiği zaman problem durumlarında daha verimli bir kavrama gerçekleşecektir (Lannin, Barker ve Townsend, 2006a). Ayrıca öğrenciler, uzak terimleri bulmada yakın terimleri bulmaya göre zorlanmaktadırlar. Bunun için yinelemeli stratejilerden belirgin stratejilere doğru bir geçişin sağlanması için matematiksel aktivitelerin içeriği buna göre düzenlenmelidir (Ross, 2011). Burada en önemli görev öğretmenlere düşmektedir. Öğretmenler, örüntü aktivitelerinin içeriğini belirlerken bu durumları göz önüne almalı ve öğrencilere, yinelemeli stratejilerden belirgin stratejilere doğru geçiş yapabilmeyi çok iyi kavratabilmelidirler.

Öğrencilere farklı stratejileri nasıl kullanabileceklerini çok iyi öğretilmelidir. Her bir strateji için kritik olan durumlar iyi bir şekilde analiz edilmelidir. Örüntü problemlerinde bir sorunun farklı stratejilerle çözülebileceği fikri öğrencilere kazandırılmalıdır. Bu sayede öğrencilerin farklı stratejileri etkili bir şekilde kullanmaları sağlanabilir.

Öğrencilerin tekrarlı örüntü sorularının çözümünde tekrar birimini kullanmaları sağlanmalıdır. Tekrar biriminin belirlenişi ve farklı stratejilerde kullanım biçimleri öğrencilere kavratılmalıdır.

Öğrenciler özellikle artarak genişleyen örüntü problemlerini yakın ve sonlu bir adıma devam ettirmede güçlük çekmektedirler. Öğrencilerin artarak genişleyen örüntü sorularındaki başarılarını yükseltmek için, doğru cevaplara ulaşabilecekleri stratejileri etkin bir şekilde kullanmaları sağlanmalı ve yakın uzaklıktaki terimleri bulma dışında yinelemeli ilişkileri kullanmamaları sağlanmalıdır.

Bu çalışmada öğrenciler yaptıkları modellemeleri, örüntülerin kurallarını bulmak için kullanmamışlardır. Öğrencilerin sayısal değerlere odaklanma eğiliminde olmaları, modelleri kullanmalarının önünde bir engel teşkil etmiş olabilir. Bu sebeple örüntü oluşturmanın, modelleme aktivitilerinin ve modellemelerin örüntülerin kuralını bulmada kullanılmasının gerekliliği üzerinde hassasiyetle durulmalıdır.

Gelecekte yapılabilecek çalışmalara yönelik bazı öneriler aşağıda verilmiştir.

Bu araştırmanın çalışma grubundaki öğrencilerin matematik öğretmenleri örüntüler konusunu derslerinde öğretmen klavuz kitapları ve ders kitaplarının tavsiye ettiği şekilde anlatmaya çalışmışlar ve farklı bir öğretim yöntemi uygulamamışlardır. Bu sebeple farklı öğretim yöntemlerinin öğrencilerin örüntüleri genelleme süreçleri üzerindeki etkileri araştırılabilir.

Bu araştırmada öğrenciler görsel stratejileri çok az kullanmışlardır. Öğrencilere alternatif çözüm yolları sunan ve öğrencilerin genelleme süreçlerindeki başarılarını arttıran görsel stratejileri çok az kullanmaları oldukça şaşırtıcıdır. Bu sebeple öğrencilerin görsel stratejileri kullanma becerilerini geliştirme yöntemleri araştırılabilir.

Örüntü genelleme süreçlerinde kullanılan stratejiler görsel, sayısal ve hem görsel hem sayısal olmak üzere üçe ayrılmaktadır. Bu stratejileri kullanan öğrencilerin örüntüleri genelleme süreçleri ve başarılarının birbirleri ile karşılaştırılmasına yönelik araştırmalar yapılabilir.

Bu çalışmada öğrenciler özellikle artarak genişleyen örüntü ve fraktal sorularının kurallarını bulmada oldukça güçlük çekmişlerdir. Öğrencilerin sahip oldukları güçlüklerin tespiti ve bunların giderilmesine yönelik araştırmalar yapılabilir.

KAYNAKÇA

Akkan Y., ve Çakıroğlu, Ü. (2012). Doğrusal ve ikinci dereceden örüntüleri genelleştirme stratejileri: 6-8. Sınıf öğrencilerinin karşılaştırılması, *Eğitim ve Bilim*, 37(165), 104-120

Aktaş, M., Bulut M., ve Yüksel T. (2011). the effect of using computer animations and activities about teaching patterns in primary mathematics, *The Turkish Online Journal of Educational Technology*, 10(3), 273-277

Aslan, R. (2011). Örüntü kavramına ilişkin öğrenci güçlüklerini gidermeye yönelik bir ders tasarımı, Yüksek Lisans Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir

Baki, A.(2008). *Kuramdan Uygulamaya Matematik Eğitimi*, Harf Eğitim Yayıncılığı, Ankara.

Baş, S., Erbaş, K. A., ve Çetinkaya, B. (2011). Öğretmenlerin dokuzuncu sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme yapılarıyla ilgili bilgileri, *Eğitim ve Bilim*, 36(159), 41-55

Beatty, A. R. (2010). Pattern rules, patterns and graphs: Analyzing grade 6 students' learning of linear functions through the processes of webbing, situated abstractions and convergent conceptual change, The Degree of Philosophy, University of Toronto

Becker, J.R., and Rivera, F. (2005). Generalization an strategies of beginning high school algebra students. In Chick, H.L. ve Vincent, J.L.(Eds). Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 4, pp. 121-128

Becker, J.R., and Rivera, F. (2006). Sixth graders' figural and numerical strategies for generalizing patterns in algebra. In Alatorre, S., Cortina, J.L., M. Mendez, A.(Eds). Proceedings of the 28th Annual Meeting of The North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 2, pp. 95-101, Merida, Mexico

Bednarz, N. (2001). A problem-solving approach to algebra: Accounting for the reasonings and notations developed by students. In H. Chick, K. Stacey, J. Vincent, and J. Vincent (Eds.), *The future of the teaching and learning of algebra Proceedings of the 12th ICMI Study Conference* (vol. 1, pp. 69-78). The University of Melbourne, Australia.

Bezuska, S. J. and Kenney, M. J. (2008). The three R's: recursive thinking, recursion, and recursive formulas. In C. E. Greenes and R. Rubenstein (Eds.), *Algebra and Algebraic Thinking in School Mathematics: Seventieth Yearbook*, pp. 81 - 97. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Billings, E. (2008). Exploring generalizations through growth patterns. In C. E. Greenes and R. Rubenstein (Eds.), *Algebra and Algebraic Thinking in School Mathematics: Seventieth Yearbook*, p. 279 - 293. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics

Bishop, W. J. (1997). *Middle school students' understanding of mathematical patterns and their symbolic representation*, Doctor of Philosophy, Department of Mathematics Illinois State Universiy

Blair, S.L. (2001). *The importance of basic facts in mathematics*, Dissertation Abstracts International, 62(08), 2705A. (UMI No:3022967)

Blanton, M. L., and Kaput, J. J. (2004). *Elementary grades students' capacity for functional thinking.* In M. J. Hoines ve A. B. Fuglestad (Eds.). *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education.* Bergen, Norway.

Blanton M. L., and Kaput, J. J. (2011). Functional thinking as a route into algebra in the elementary grades. In J. Cai ve E. Knuth (Eds.), *Early algebraization: A global dialogue from multiple perspectives* (pp. 5–24). Springer-Verlag: Berlin Heidelberg.

Burns, M. (2002). Algebra in the elementary grades? Absolutely! *Instructor, 112*(3), 24-27.

Bursalıoğlu, F. (2010). *Örüntü ve Süsleme Etkinliklerinin Analizle Öğretim Yöntemiyle Öğretiminin İlköğretim 6. Sınıf Öğrencilerinin Matematik Dersine Yönelik Tutumları ve Akademik Başarıları Üzerine Etkisi*, Osmangazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İlköğretim Matematik Öğretmenliği Yüksek Lisans Tezi, Eskişehir

Carpenter, T. P., Franke, M. L., and Levi, L. (2003). *Thinking mathematically: Integrating arithmetic and algebra in elementary school*. Portsmouth, NH: Heinemann.

Carraher, D.W., Martinez, M.V., and Schliemann, A.D. (2008). Early algebra and mathematical generalization, *ZDM Mathematics Education*, 40, 3–22

Childs, M.K. (1995). An investigation of the role of patterns in developing algebraic thinking, Doctor of Philosophy, Dallas Baptist University

Christmas, P. T., and Fey, J. T. (1999). Communicating the importance of algebra to students. In B. Moses (Ed.), *Algebraic thinking, Grades K-12: readings from the NCTM's school-based journals and other publications* (pp. 52-58). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Colemon, L. J. (2008). The development of understanding of the concept of variable in grade seven beginning algebra students: the role of student interaction. The Degree of Master Education, Queen's University, Canada

Dindyal, J. (2003). Algebraic thinking in geometry at high school level, Doctor of Philosophy Department of Mathematics Illinois State Universiy

Dörfler, W. (1991). Forms and means of generalization in mathematics. in A.J. Bishop (Ed.), *Mathematical Knowledge: Its Growth through Teaching*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, pp. 63–85.

Driscoll, M. (1999). Fostering Algebraic Thinking: A Guide for Teachers Grades 6-10. Portsmouth: Heinemann

Earnest, D., and Balti, A. A. (2008). Instructional strategies for teaching algebra in elementary school: Findings from a research-practice collaboration. *Teaching Children Mathematics*, *14*(9), 518–522.

Ellis, A. B. (2011). Generalization-promoting actions: How classroom collaborations can support students' mathematical generalizations. *Journal for Research in Mathematics Education*, *42*(4), 308–345.

English, L. D. and Warren, E.A. (1998) Introducing the variable through pattern exploration. *Mathematics Teacher*, 91(2), 166–170.

English, L. D., and Warren, E. A. (1999). Introducing the variable through pattern exploration. In B. Moses (Ed.), *Algebraic thinking, Grades K-12*. Reston, VA: NCTM.

Feifei, Y. (2005). Diognastic Assesment of Urban Middle School Learning of Pre-algebra Patterns. Doctoral Dissertation, Ohio State University, USA

Gall, M., Borg, W. and Gall, J.P.(1996). *Educational research an introduction*, USA: Longman Publisher

Garcia-Cruz, J. A. and Martinon, A. (1998). Level of generalization linear patterns. *Proceedings of the 22nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education.* 2, 329–336. Stellenbosch

Gürbüz, K. (2008). *İlköğretim Matematik Öğretmenlerinin Dönüşüm Geometrisi, Geometrik Cisimler, Örüntü ve Süslemeler Alt Öğrenme Alanlarındaki Yeterlilikleri*, Abant İzzet Baysal Üniversitesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği Ana Bilim Dalı Yüksek Lisans Tezi, Bolu

Harel, G. and Tall, D. (1991). The general, the abstract and the generic in advanced mathematics', *For the Learning of Mathematics* 11(1), 38–42.

Hargreaves, M., Shorrocks-Taylor, D. and Threlfall, J. (1998). Children's strategies with number patterns, *Educational Studies*, 24(3), 315-331

Healy, L. and Hoyles, C. (1999). Visual and symbolic reasoning in mathematics: Making connections with computers?, *Mathematical Thinking and Learning*, 1(1), 59-84

Kabael, U.T. ve Tanışlı, D.(2010). Cebirsel düşünme sürecinde örüntüden fonksiyona öğretim, *İlköğretim Online*, 9(1), 213-228, [Online]: http://ilköğretim-online.org.tr

Kalaycı, Ş. (2005). SPSS *Uygulamalı Çok Değişkenli İstatistik Teknikleri*, Asil Yayın Dağıtım, Ankara

Kaput, J. (1998). Transforming Algebra from an Engine of Inequity to an Engine of Mathematical Power by "Algebrafying" the K-12 Curriculum, In NCTM, The Nature and role of algebra in the K-14 curriculum. Washington, DC: National Academy Press

Kaput, J. (1999). Teaching and learning a new algebra. In E. Fennema ve T. Romberg (Eds.), Mathematics classrooms that promote understanding. (pp. 135-155), Manwah, NJ: Erlbaum

Kaput, J., and Blanton, M. (2001). Algebrafying the elementary mathematics experience. In H. Chick, K. Stacey, J. Vincent, and J. Vincent (Eds.), *The twelfth ICMI study, on the future of the teaching and learning of algebra: 1*, (pp. 344–352). Melbourne, Australia: University of Melbourne.

Kaput, J., Carraher D. W., and Blanton, M. (2008). Algebra in the early grades, New York, Taylor ve Francis Group

Kutluk, B. (2011). İlköğretim matematik öğretmenlerinin örüntü kavramına ilişkin öğrenci güçlükleri bilgilerinin incelenmesi, Yüksek Lisans Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir

Lan-Ma, H. (2007). The potential of patterning activities to generalizations, In Woo, J.H. , Lew, H.C., Park, K.S., and Seo, D.Y. (Eds). Proceedings of the 31st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 3, pp. 225-232, Seoul: PME

Lannin, J.K (2002). Developing middle school students' understanding of recursive and explicit reasoning. *Paper Presented at the Annual Meeting of the American Educational Research Association*, New Orleans, Louisiana. (ERIC Document Reproduction Service No. ED.465529)

Lannin, J.K. (2003). Developing algebraic reasoning through generalization. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 8(7), 342-348

Lannin, J.K. (2005). Generalization and justification: The challenge of introducting algebraic reasoning through patterning activities, *Mathematical Thinking and Learning*, 7(3), 231-258

Lannin, J.K., Barker, D.D. and Townsend, B.E. (2006a). Recursive and explicit rules: How can we build student algebraic understanding?, *Journal of Mathematical Behavior*, 25, 299-317

Lannin, J.K., Barker, D. and Townsend, B. (2006b). Algebraic Generalization Strategies: Factors Influencing Student Strategy Selection, *Mathematics Education Research Journal*, 18(3), 3-28

Lara Roth, M. S. (2006). Young children's beliefs about arithmetic and algebra, the Degree of Doctor of Philosophy, Tufts University

Lee, L. (1996). An initiation into algebraic culture through generalization activities, In. N. Bednarz, C. Kiearan and L. Lee (eds), *Approaches to Algebra: Perspectives for Research and Teaching* (pp. 87-106). Dordrecht: Kluwer academic Publishers

Lesley, L. and Freiman, V. (2004). Tracking primary students' understanding of patterns. In M. J. Hoines ve A. B. Fuglestad (Eds.). *Proceedings of the 28th*

Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. 2, 415–422. Bergen, Norway.

Ley, F. A. (2005). *A cross-sectional investigation of elementary school students' ability to work with linear generalizing patterns: The impact of format and age on accuracy and strategy choice*, Master of Arts Department of Human Development and Applied Psychology University of Toronto

Liljedahl, P. (2004). Repeating pattern or number pattern: The distinction is blurred. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, *26*(3), 24–42.

Linchevski, L., 1995. Algebra with numbers and Arithmetic with Letters: A Definition of Pre-algebra, *The Journal of Mathematical Behaviour*, 14, 113-120.

Looney, C.L. (2004). A study of students' understanding of patterns and functions in grades 3-5. Doctor of Philosophy, Boston, USA

Ludsten, A. J. (2008). Algebraic reasoning in grades two through five: effects of teacher practices, characteristics and professional development. The Degree of Doctor of Education, Johnson ve Wales University Providence, Rhode Island

MacGregor, M. and Stacey, K. (1995). The effect of different approaches to algebra on students' perceptions of functional relationships. Mathematics Education Research Journal, 7(1), 69-85

Marchese C. (2009). Representation and generalization in algebra learning of 8th grade students. The Degree of Doctor of Education, The State University New Jersey

Markworth, A. K. (2010). *Growing and Growing: Promoting Functional Thinking with Geometric Growing Pattern*, Doctor of Philosophy, University of North Carolina at Chapel Hill

Martinez, M. and Brizuela, B.(2006). An expected way of thinking about linear function tables. In Novatna, J., Moraova, H. ve Stehlikova, N. (Eds.), *Proceedings 30th Conference of the International group for the psychology of mathematics education: 4*, (pp. 153–160). Prague: PME

Mason J., Graham, A., Pimm, D. and Gowar, N. (1985). Routes to Roots of Algebra. Milton Keynes: Open Univercity Press.

Mason, J. (1996). Expressing generality and roots of algebra. In L. Lee (Ed.) Approaches to algebra: Perspectives for research and teaching, pp. 65-86, The Netherlands: Kluwer Academic

Milli Eğitim Bakanlığı, (MEB), (2005a). *İlköğretim Matematik Dersi 1-5. Sınıflar Öğretim Programı*, Devlet Kitapları Müdürlüğü, Ankara, 2005

Milli Eğitim Bakanlığı, (MEB), (2005b). *İlköğretim Matematik Dersi Öğretim Programı ve Klavuzu 6-8. Sınıflar,* Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı, Ankara

Milli Eğitim Bakanlığı, (MEB), (2009). *İlköğretim Matematik Dersi 6-8. Sınıf Öğretim Programı*, Devlet Kitapları Müdürlüğü, Ankara, 2005

Moss, J., Beatty, R., Barkin, S., and Shillolo, G. (2008) "What is your theory? What is your rule?" Fourth graders build an understanding of functions through patterns and generalizing problems. In C. E. Greenes and R. Rubenstein (Eds.), *Algebra and Algebraic Thinking in School Mathematics: Seventieth Yearbook*, pp. 155 - 168. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

National Council of Teachers of Mathematics.(2000). *Principles and Standards for School Mathematics,* NCTM, Reston, VA.

National Council of Teachers of Mathematics.(2001). *Navigating through Algebra in Grades 6-8.*, Reston, VA.

Ndlovu, C. W. (2011). Learners' mathematical reasoning when generalizing from number patterns in the general education and training phase, wired.wits.ac.za adresinden alınmıştır.

Neria, D., and Amit, M. (2004). Students' preference of non-algebraic representations in mathematical communication. In M. J. Hoines, ve A. B. Fuglestad (Eds.), *Proceedings of the 28th Conference of the International group for the psychology of mathematics education: 3,* (pp. 409–416). Bergen: Bergen University College.

Noss, R., Healy, L., and Hoyles, C. (1997). The Construction of Mathematical Meanings: Connecting the Visual with the Symbolic. *Educational Studies in Mathematics*, 33(2), 203-233.

Olkun, S. ve Toluk Uçar, Z. (2004). *İlköğretimde Etkinlik Temelli Matematik Öğretimi*, Anı Yayıncılık (3. Baskı), Ankara

Olkun, S. ve Toluk Uçar, Z. (2006). *Temel Matematik II*, Tekağaç Eylül Yayıncılık, Ankara

Olkun, S. ve Toluk-Uçar, Z. (2007). *İlköğretimde Etkinlik Temelli Matematik Öğretimi*, Maya Akademi Yayıncılık (Genişletilmiş 3. Baskı), Ankara

Orton, A. and Orton, J. (1996). Making sense of children's patterning. In L. Puig and A. Gutierrez (Eds.) Proceedings of the 20th International Conference for the Psychology of Mathematics Education, Volume, 4, pp.83-90, Valencia : Universitat de Valencia,

Orton, J. (1997). Mathsticks, pattern and generalisation, Education 3-13, *International Journal of Primary, Elementary and Early years Education*, 25(1), 61-65

Orton, A. and Orton, J. (2005). Pattern and the apprach to algebra. In A. Orton (ed.), *Pattern in the Teaching and Learning of Mathematics* (Chapter 7, pp.104-120) London: Cassell

Orton, J., Orton, A. and Roper, T (2005). Pictorial and practical contexts and the perception of pattern. In A. Orton (ed.), *Pattern in the Teaching and Learning of Mathematics* (Chapter 8, pp.121-136) London: Cassell

Palabıyık, U. (2010). Örüntü Temelli Cebir Öğretiminin Öğrencilerin Cebirsel Düşünme Becerilerine ve Matematiğe Karşı Tutumlarına Etkisi, Yüksek Lisans Tezi, Hacettepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü İlköğretim Anabilim Dalı, Ankara

Papic, M. (2007). Promoting repeating patterns with young children. *Australian Primary Mathematics Classroom*, 12(3), 8 – 13.

Radford, L. (2008). Iconicity and contraction: A semiotic investigation of forms of algebraic generalizations of patterns in different contexts. *ZDM Mathematics Education*, *40*(1), 83-96.

Radford, L. (2010). Layers of generality and types of generalization in pattern activities. PNA- Pensamiento Numerico Avanzado, 4(2), 37-62

Redden, T. (1996). Patterns language and algebra: A longitudinal study. In P. Clarkson (Ed.), *Technology in mathematics education, Proceedings of the 19th annual conference of the Mathematics Education Research Group*, pp. 469–476, Rotorua: MERGA.

Rivera, F. and Becker, J.R. (2003). The effects of figural and numerical cues on the induction processes of preservice elementary teachers. In N. Pateman, B. Dougherty, and J. Zilliox (Eds.), *Proceedings of the Joint Meeting PME and PMENA*, 4, 63-70, Honolulu, HA: University of Hawaii.

Rivera, F. (2007). Visualizing as a mathematical way of knowing: Understanding figural generalization. *Mathematics Teacher*, 101(1), 69-75

Rivera, F. and Becker, J.R. (2007). Abduction-induction (generalization) processes of preservice elementary majors on patterns in algebra, *Journal of Mathematical Behavior*, 26(2), 140-155

Rivera, F. D., and Becker, J. R. (2009). Algebraic reasoning through patterns. *Mathematics Teaching in the Middle School, 15*(4), 213-221.

Ross, M. K. (2011). Fıfth graders' representations and reasoning on constant growth function problems: Connections between problem representations, student work and ability to generalize, Degree of Doctor of Philosophy, the University of Arizona

Schliemann, A., Carraher, D., and Brizuela, B. (2007). From quantities to ratio, functions, and algebraic notation. In A. D. Schliemann, D. W. Carraher, ve B. M. Brizuela (Eds.), *Bringing out the algebraic character of arithmetic: From children's ideas to classroom practice* (pp. 85-104). Mahwah, NJ: Erlbaum.

Schoenfeld, A. H. and Arcavi, A. (1988). On the meaning of variable, *Mathematics Teacher, 8*, 420-427.

Samson, D. A. (2007). An Analysis of the influence of question design on pupils'approaches to number pattern generalisation tasks, The Degree of Mster in Education, Rhodes University

Sasman, C. M., Linchevski, L. and Olivier, A. (1999). The influence of different representations on children's generalization thinking processes. In J. Kupier (Ed), Proceedings of the 7th Annual Conference of the Southern African Association for Research in Mathematics and Science Education (pp. 406-415). Harare, Zimbabwe

Sharon, V.V. (2010). Pre-service elementary teachers' understanding of pattern and function, the Degree of Doctor of Philosophy, Oklahoma State University

Smith, S. (2000). Second graders discoveries of algebraic generalizations. In M. Fernandez (Ed.) Proceedings 12th Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, pp. 133-139, OH: ERIC Clearinghouse

Smith, E. (2003). Stasis and change: integrating patterns, functions, and algebra throughout the K-12 curriculum. In J. Kilpatrick, W. G. Martin, ve Schifter, D. (Eds.), *A research companion to principles and standards for school mathematics* (pp. 136 -150). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Smith, E. (2008). Representational thinking as a framework for introducing functions in the elementary curriculum. In J. J. Kaput, D. W. Carraher ve M. L. Blanton (Eds.), *Algebra in the early grades* (pp. 133-160). New York, NY: Lawrence Erlbaum Associates.

Sorkin, E.J. (2011). Young children's abilities to make generalizations about functional relations using cube tower. The Degree of Doctor Philosophy, Columbia University

Spang, E.K. (2009). Teaching algebra ideas to elementary school children: Robert B. Davis' introduction to early algebra, The Degree of Doctor of Education, The State University of New Jersey

Stacey, K. (1989). Finding and using patterns in linear generalising problems, *Educational Studies in Mathematics*, 20, 147-164

Stacey, K., and MacGregor,M. (1995). The effect of different approaches to algebra on students' perceptions of functional relationships. *Mathematics Education Research Journal*, *7*, 69–85.

Steele, D. (2005). Using writing to Access students' schemata knowledge for algebraic thinking, *School Science and Mathematics*, 103(3), 142-154

Swafford, O. J., and Langrall, W. C. (2000). Grade 6 students' preinstructional use of equations to describe and represent problem situations, Journal for Research in Mathematics Education, 31(1), 89-112

Tanışlı, D. (2008*). İlköğretim 5. Sınıf Öğrencilerinin Örüntülere İlişkin Anlama ve Kavrama Biçimlerinin Belirlenmesi*, Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü İlköğretim Ana Bilim Dalı Sınıf Öğretmenliği Doktora Tezi, Eskişehir

Tanışlı, D. ve Köse, Y.N. (2010). Sınıf öğretmeni adaylarının örüntüleri genellemeleri: Görsel Stratejilerin Etkisi: *9. Ulusal Sınıf Öğretmenliği Eğitimi Sempozyumu* (s. 220-225), Elazığ

Tanışlı, D. ve Köse, Y.N. (2011). Lineer şekil örüntülerine ilişkin genelleme stratejileri: Görsel ve sayısal ipuçlarının etkisi, *Eğitim ve Bilim*, 36(160), 184-198

Threlfall, J. (1999) Repeating patterns in the primary years', in A. Orton (ed.), *Pattern in the Teaching and Learning of Mathematics*, Cassell, London, pp. 18–30.

Ursini, S. and Trigueros, M. (2001). A model for the uses of variable in elementary algebra. In M. Van den Heuvel-Panhuizen (Ed.), Proceedings of the 25th conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (vol. 4, pp. 327–334). Utrect: Freudenthal Institute

Usiskin, Z. (1999). Conceptions of school algebra and uses of variables. In B. Moses (Ed.), *Algebraic thinking, Grades K-12: Readings from the NCTM's school based journals and other publications* (pp. 7-13). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Warren, E. (1995). The development of elementary algebraic understanding. In. M. Luciano (Ed.), Proceedings of The 19th Annual Meeting of The North American Chapter of The International Group for the Psychology of Mathematics Education, 2, 98-106, Columbus, OH:USA

Warren, E. (2000). Visualisation and the development of early understanding in algebra. In T. Nakahara ve M. Koyama (Ed.), Proceedings of the 24th conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (vol. 4, pp. 273–280). Hiroshima.

Warren, E. (2004). Generalising arithmetic: Supporting the process in the early years. M. J. Hoines, ve A. B. Fuglestad (Eds.), *Proceedings of the 28th Conference of the International group for the psychology of mathematics education:* Bergen: Bergen University College.

Warren, E. (2005). Young children's ability to generalize the pattern rule for growing patterns. In Chick, H.L. ve Vincent, J.L.(Eds). Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 4, pp. 305-312, Melbourne: PME

Warren, E. (2006). Teacher actions that asist young students write generalizations in words and in symbols. In Novatna, J., Moraova, H. ve Stehlikova, N. (Eds.), *Proceedings 30th Conference of the International group for the psychology of mathematics education: 5*, (pp. 377–384). Prague: PME

Warren, E.A., Cooper, J. T. and Lamb, T. J. (2006). Investigating functional thinking in the elementary classroom: Foundations of early algebraic reasoning. *Mathematical Behavior*, 25, 208-223

Warren, E. A., and Cooper, T. J. (2006). Using repeating patterns to explore functional thinking. *Australian Primary Mathematics Classroom, 11*(1), 9-14.

Warren, E.A., and Cooper, J. T. (2008). Generalizing the pattern rule for visual growth patterns: Actions that support 8 year olds' thinking. *Educ. Stud. Math.*, 67, 171-185

Wu, B.D., and Lan Ma, H. (2008). An Application of the informatic and communications systems to develop students' abilities to solve pattern problems, New Aspects of Applied Informatics, Biomedical Electronics ve Informatics and Communications, 371-376

Vergnaud, G. (1988). Multiplicative structures. In J. Hiebert ve M. Behr (Eds.), *Number Concepts and Operations in the Middle Grades* (pp. 141-161). Reston, VA: NCTM.

Yaman, H (2010). İlköğretim Öğrencilerinin Matematiksel Örüntülerdeki İlişkileri Algılayışları Üzerine Bir İnceleme, Hacettepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü İlköğretim Anabilim Dalı, Doktora Tezi, Ankara

Yeap, B.H., and Kaur, B. (2008). Elementary school students engaging in making generalisation: A glimpse from a Singapore classroom. *ZDM Mathematics Education*, 40, 55-64

Yenilmez, K. ve Teke, M. (2008). Yenilenen matematik programının öğrencilerin cebirsel düşünme düzeylerine etkisi, *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 9(15), 229-246

Yeşildere, S. ve Akkoç, H. (2010a). Matematik öğretmen adaylarının sayı örüntülerine ilişkin pedagojik alan bilgilerinin konuya özel stratejiler bağlamında incelenmesi, *On Dokuz Mayıs Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 29(1), 125-149

Yeşildere, S. ve Akkoç, H. (2010b). Algebraic generalization strategies of number patterns used by pre-service elementary mathematics teachers. *Procedia Social and Behavioral Sciences 2*, 1142-1147

Zaskis, R. and Liljedahl, P. (2002). Generalization of patterns: The tension between algebraic thinking and algebraic notation, *Educational Studies in Mathematics*, 49, 379-402

EKLER

Ek 1. 6. SINIF ÖRÜNTÜ TESTİ

1) O Z A N K Y O Z A N K Y O Z A N K Y

A, K, N, O, Y ve Z harfleri kullanılarak ilk 18 adımı verilen bir örüntü oluşturulmuştur.

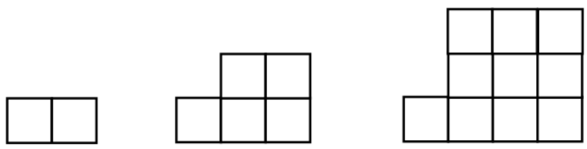
Buna göre;

a) 27. adıma hangi harfin karşılık geldiğini bulunuz.

b) 41. adıma hangi harfin karşılık geldiğini bulunuz.

c) Bu örüntüdeki "N" harflerinin kaçıncı adımlarda yer aldığını veren bir formül kurunuz.

2)



1. Şekil 2. Şekil 3. Şekil

Yukarıdaki şekillerde yer alan küçük kareler belli bir kurala göre sıralanarak bir örüntü meydana getirilmiştir.

a) 7 ve 21. şekillerde kaç tane küçük kare bulunur?

b) Kaçıncı şekilde 170 tane küçük kare bulunur?

c) Herhangi bir şekilde kaç tane küçük karenin bulunduğunu veren bir formül kurunuz

3)

Penye Sayısı	1	2	3	4...
Kâr (TL)	4	6	8	10…

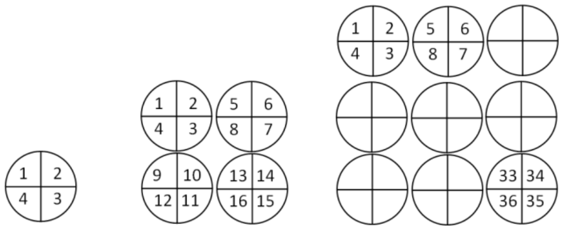
Bir mağazada satılan penye sayıları ve kâr miktarları tabloda gösterilmiştir.

a) 15 penye satıldığında kaç lira kâr elde edilir?

b) 70 TL kâr elde edebilmek için kaç penye satılmalıdır?

c) Satılan penye sayısına göre elde edilecek kâr miktarını gösteren bir formül kurunuz.

4)



1. Şekil **2. Şekil** **3. Şekil**

a) Yukarıdaki şekiller benzer olarak devam ettirilirse 6. şekilde bulunan çember sayısını ve bu çemberler içine yazılabilecek en büyük sayıyı bulunuz.
b) Yukarıdaki örüntüde 9. şekilde bulunan çember sayısını bu çemberler içine yazılabilecek sayılardan kaç tanesinin 5'in katı olduğunu bulunuz.

5) 2 6 12

Yukarıda verilen sayı örüntüsüne göre

a) 7. terime karşılık gelen değeri bulunuz.
b) 15. terime karşılık gelen değeri bulunuz.
c) n. terime karşılık gelen değeri bulunuz.
d) Kaçıncı terime karşılık gelen değer 650'dir.

6) 2 4 6 8

Yukarıda ilk dört terimi verilen sayı örüntüsüne uygun bir model geliştiriniz

7)

1. Şekil **2. Şekil** **3. Şekil**

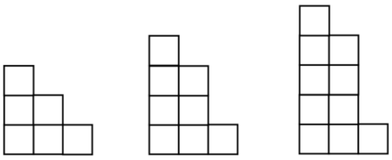
1. şekli oluşturmak için 4, 2. şekli oluşturmak için 8 ve 3. şekli oluşturmak için 12 kibrit çöpü kullanılmıştır. Bu şekiller belli bir kurala göre devam ettirilirse

a) 9 ve 17. şekli oluşturmak için kaç kibrit çöpüne ihtiyaç vardır?
b) n. şekli oluşturmak için kaç kibrit çöpüne ihtiyaç vardır?
c) Kaçıncı şekli oluşturmak için 92 kibrit çöpüne ihtiyaç vardır?

8) Bir kargo şirketi 5 kg'a kadar olan paketler için 3 TL ve 5 kg'dan daha ağır paketler için her 1 kg için 0,6 TL ücret almaktadır. (yani 7 kg'lık paket gönderen bir kişi 3 + 0,6 n+ 0,6 = 4,2 ödeme yapar)

a) 10 kg'lık paket gönderen bir kişi kaç TL ödeme yapar?
b) 9 kg'lık paket gönderen bir kişi kaç TL ödeme yapar?
c) 11,4 TL'lik ödeme yapan bir kişi kaç kg'lık paket göndermiş olabilir?

9)



1. adım **2. adım** **3. adım**

Küçük karelerle oluşturulan şekillerle bir örüntü meydana getirilmiştir.

a) 4. adıma karşılık gelen şekli çiziniz.

b) 9 ve 17. adımlarda yer alan şekillerde kaç tane küçük kare bulunduğunu hesaplayınız.

c) n. adımda yer alan şekli oluşturmak için kaç tane küçük kareye ihtiyaç vardır?

10)

Ağaç Sayısı	1	2	3….
Ürün Miktarı (kg)	20	40	60..

Yukarıdaki tabloda elma ağaçlarının sayısı ve bu ağaçlarda elde edilen ürün miktarları verilmiştir. Ağaç sayıları ile elde edilen ürün miktarları arasında kurallı bir ilişki olduğuna göre;

a) 9 ağaçtan kaç kg elma edilir?

b) 17 ağaçtan kaç kg elma edilir?

c) n ağaçtan kaç kg elma edilir?

d) Kaç ağaçtan 820 kg elma edilir?

Ek 2. 7. SINIF ÖRÜNTÜ TESTİ

1)

0	**2**	**6**	**12**
1. terim	**2. terim**	**3. terim**	**4. terim**

Yukarıdaki sayılar belli bir kurala göre sıralanarak bir örüntü meydana getirmişlerdir. Buna göre;

a) 9.terime karşılık gelen sayıyı bulunuz.

b) 23. terime karşılık gelen sayıyı bulunuz.

c) n. terime karşılık gelen sayıyı bulunuz.

d) Kaçıncı terime karşılık gelen sayı 272'dir?

2)

1. adım	**2. adım**	**3. adım**	**4. adım**
-2	**1**	**6**	**13**

Yukarıdaki sayı örüntüsünün 9, 17 ve m. adımlarına karşılık gelen değerleri bulunuz.

3) -2 0 2 4 …

Dört terimi verilen sayı örüntüsünün 9, 17 ve x. Terimlerine karşılık gelen sayıları bularak örüntünün kuralını belirleyiniz.

4) 3, -6, 12, -24

Yukarıdaki belli bir kurala göre sıralanarak bir örüntü oluşturmuşlardır. Örüntünün 9, 17 ve n. terimlerine karşılık gelen terimleri bularak örüntünün kuranlı belirleyiniz.

5) 3 9 8 7 3 9 8 7 3 9 8 7

3, 7, 8 ve 9 rakamları yukarıdaki gibi sıralanarak bir örüntü meydana getirilmiştir. Buna göre;

a) 21. terimin hangi rakama karşılık geldiğini bulunuz.

b) 34. terimin hangi rakama karşılık geldiğini bulunuz.

c) Yukarıdaki örüntüde 8 rakamının kaçıncı sıradaki terimlere karşılık geldiğini veren bir formül geliştiriniz.

6) Bir mağazadaki penyelerin satışlarından elde edilen kâr tablosu aşağıdadır.

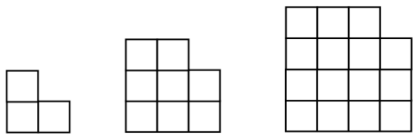
Penye Sayısı	**3**	**6**	**9**	**…**
Kâr (TL)	**9**	**18**	**27**	**…**

Tabloya göre;

a) 13 penye satılırsa kaç TL kâr elde edilir?

b) 28 penye satışından kaç TL kâr elde edilir?
c) 141 TL kâr elde edebilmek için kaç penye satılmalıdır?
d) Penye satışlarında elde edilecek kârı gösteren bir formül geliştiriniz.

7)



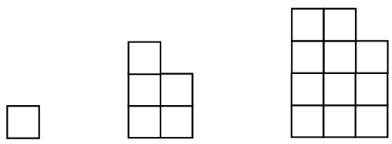
1. Şekil **2. Şekil** **3. Şekil**

Şekillerde yer alan birim kareler belli bir kurala göre sıralanarak bir örüntü meydana getirilmiştir. Buna göre
a) 9. şekilde kaç tane birim kare bulunur?
b) 15. şekilde kaç tane birim kare bulunur?
c) Örüntünün kuralını bulunuz.
d) Kaçıncı şekilde 323 tane birim kare bulunuz?

8) a) Bir sayı örüntüsü oluşturunuz.
b) △, ▭ ○geometrik şekillerinden herhangi birini veya birilerini kullanarak bir örüntü oluşturunuz.

9) □○△▲■□○△▲■□○△▲■
Yukarıda geometrik şekillerle oluşturulan ve ilk 15 adımı verilen bir örüntü yer almaktadır. Buna göre
a) 23. adıma karşılık gelen geometrik şekli bulunuz.
b) 37. adıma karşılık gelen geometrik şekli bulunuz.
c) “O” şeklinin adım sayılarını veren bir formül kurunuz.

10)



1. adım **2. adım** **3. adım**

Birim karelerle oluşturulan yukarıdaki örüntü için
a) 7. adımda kaç tane birim kare bulunur?
b) 17. adımda kaç tane birim kare bulunur?
c) Kaçıncı adımda 649 tane birim kare bulunur?
d) Örüntünün kuralını bulunuz.

Ek 3. 8. SINIF ÖRÜNTÜ TESTİ

1)

$$3, \frac{3}{2}, \frac{3}{4}, \dots$$

Yukarıda verilen sayı örüntüsünün 8, 17 ve n. terimlerine karşı gelen değerleri bulunuz.

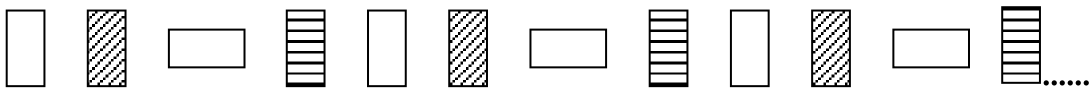
2)

1 **4** **16**

Verilen şekillerdeki üçgenler belli bir kurala göre sıralanarak bir örüntü meydana getirilmiştir. Buna göre 8 ve 17. şekillerdeki üçgen sayılarını ve örüntünün kuralını bulunuz.

3) Ahmet kardeşine çikolata almak için bir market gidiyor. Markette çikolataların bulunduğu reyona gittiğinde farklı markaların ürettiği çikolataların dizilişinin aşağıdaki gibi olduğunu görüyor.

A B C D A B C D A B C D



Buna göre

a) Ahmet B markalı çikolatayı almak istiyor. Eğer 19. sıradaki çikolatayı alırsa B markalı çikolatayı almış olur mu? Açıklayınız.

b) 32. sıradaki çikolatanın markası nedir?

c) Kaçıncı sıralardaki çikolataların C markalı olduğunu veren bir formül geliştiriniz.

4) Bir çiçekçi elindeki gülleri aşağıdaki gibi demetliyor**.**

1. Demet **2. Demet** **3. Demet** **4. Demet**

Buna göre

a) 9. demette kaç tane gül bulunuz?

b) 17. demette kaç tane gül bulunur?

c) Kaçıncı demette 143 tane gül bulunur?

d) Hangi demette kaç tane gül bulunduğunu veren bir formül geliştiriniz.

5) Ahmet Bey kızı Ayşe'nin kumbarasına her gün belli bir miktar para bırakmaktadır.

Günler	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**1**	**12**
Para Miktarı	**3**	**4**	**2**	**5**	**3**	**4**	**2**	**5**	**3**	**4**	**2**	**5**

Ahmet Bey'in kızının kumbarasına bıraktığı para miktarları tabloda da görülebileceği gibi bir örüntü oluşturmaktadır. Buna göre;

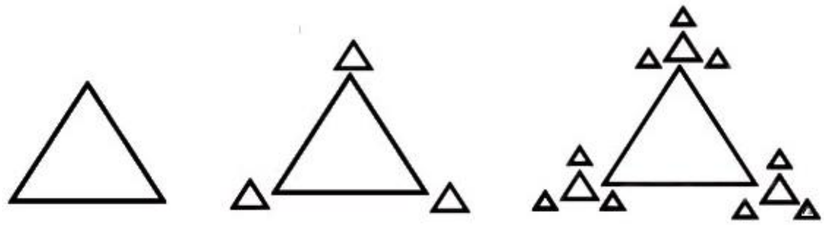
a) Ahmet Bey 23. gün kumbaraya kaç lira para bırakmalıdır?

b) Ahmet Bey 37. gün kumbaraya kaç lira para bırakmalıdır?

c) Ahmet Bey'in kumbaraya hangi günlerde 2 lira bıraktığını veren bir formül kurunuz.

d) 30. günün sonunda kumbarada kaç lira birikmiştir?

6)



1. adım **2. adım** **3. adım**

a) Yukarıda verilen şekiller bir fraktal mıdır? Açıklayınız.

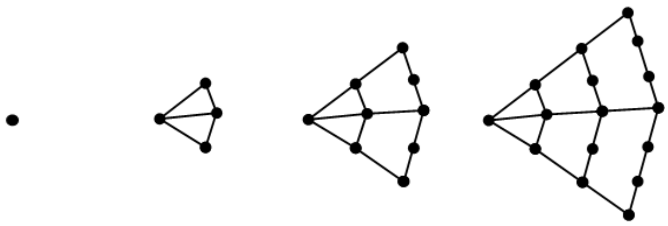
b) 7. Adımda kaç tane üçgen vardır?

7)

a) 4 ve 5 sayılarını kullanarak bir sayı örüntüsü oluşturunuz.

b) ○, △, □,... geometrik sembollerinden herhangi birini veya birilerini kullanarak bir şekil örüntüsü oluşturunuz.

8) Aşağıda verilen şekil örüntüsüne göre



1. adım **2. adım** **3. adım** **4. adım**

a) Örüntü bu şekilde devam ederse sıradaki şekli çiziniz.

b) Adım sayısı ile siyah nokta sayısı arasındaki ilişkiyi veren bir formül geliştiriniz.

9)

Girdi	**1**	**2**	**3**	**…**	**7**	**…**	**18**	**…**	**?**	**…**	**?**	**…**
Çıktı	**0**	**3**	**8**		**?**	**…**	**?**		**624**	**…**	**?**	**…**

Tablodaki "girdi ve "çıktı" değerleri arasında belli bir kural olduğuna göre ? yerine gelmesi gereken değerleri bulunuz?

10)

1. Şekil **2. Şekil** **3. Şekil**

Yukarıdaki şekillerde misketler belli bir kurala göre düzenlenmiştir. Buna göre

a) 9. şekli oluşturmak için kaç miskete ihtiyaç vardır?

b) 17. şekli oluşturmak için kaç miskete ihtiyaç vardır?

c) Kaçıncı şekli oluşturmak için 127 misket kullanılmalıdır?

d) n. şekli oluşturmak için kaç miskete ihtiyaç vardır?

Ek 4. 6. SINIF MÜLAKAT TESTİ

1) △□▨○△□▨○△□▨○

△, □, ▨ ve ○ geometrik şekilleri kullanılarak ilk 12 adımı verilen bir örüntü oluşturulmuştur. Buna göre

a) 22. adıma karşılık gelen geometrik şekli bulunuz.

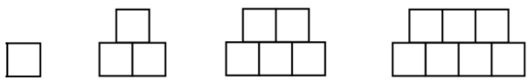
b) 48. adıma karşılık gelen geometrik şekli bulunuz.

c) ▨ şeklinin kaçıncı adımlarda yer aldığını veren bir formül kurunuz.

2) Ayşe doğum günü için bir parti veriyor. Kapı zilinin ilk çalışında 1 davetli, 2. çalışında 3 davetli, 3. çalışında 6 davetli, 4. çalışında 10 davetli geliyor. Buna göre;

a) Zilin 7. çalışında kaç davetli gelir?
b) Zilin 14. çalışında kaç davetli gelir?
c) Herhangi bir zil çalışında kaç davetli geleceğini veren bir formül kurunuz.
d) Zilin kaçıncı çalışında 210 davetli gelir?

3)



1. Şekil **2. Şekil** **3. Şekil** **4. Şekil**

Yukarıdaki şekillerde 1. Şekilde 1,2. şekilde 3, 3. şekilde 5 ve 4. şekilde 7 tahta bloğu yer almaktadır. Buna göre;

a) 9. şekilde kaç tahta bloğu bulunur?
b) 21. şekilde kaç tahta bloğu bulunur?
c) n. şekilde kaç tahta bloğu yer alır
d) Kaçıncı şekilde 87 tahta bloğu yer alır?

4) ○, △, □,... geometrik sembollerinden herhangi birini veya birilerini kullanarak
a) Bir örüntü oluşturunuz.
b) 9 ve 17.terimlere karşılık gelen değerleri bulunuz.
c) Örüntünün kuralını bulunuz.

5)

○	1	2	3	….
□	0	1	2	…..

○ ve □ şekillerine karşılık gelen sayılar belli bir kurala göre sıralanarak bir örüntü oluşturulmuştur.

a) ○ şekline karşılık gelen değer 17 olduğunda □ şekline karşılık gelen değer kaç olur?

b) □ şekline karşılık gelen değer 29 olduğunda ○ şekline karşılık gelen değer kaç olur?

c) ○ ve □ şekilleri arasındaki örüntünün kuralını bulunuz.

d) ○ ve □ şekillerinin ilk dört terimlerine karşılık değerleri modelleyiniz.

6) Bir taksicinin ücret tarifesi aşağıdaki gibidir.

Taksimetrenin açılışı 3 TL ve her 1 km için 2 TL alınmaktadır.

(Yani 2 km yolculuk yapan bir kişi 3 + 2 + 2 = 7 TL ödeme yapmalıdır.)

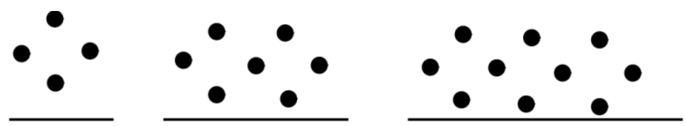
a) Bu taksi ile 8 km yolculuk yapan bir kişi kaç TL öder?

b) Bu taksi ile 17 km yolculuk yapan bir kişi kaç TL öder?

c) Bu taksi ile yapılacak yolculuk miktarına bağlı olarak ödenmesi gereken ücreti veren bir formül kurunuz.

d) 83 TL ödeme yapan bir kişi bu taksi kaç km'lik yolculuk yapmıştır?

7)



1. adım **2. adım** **3. adım**

Yukarıdaki noktalar belli bir kurala göre sıralanarak bir örüntü meydana getirmişlerdir**.**

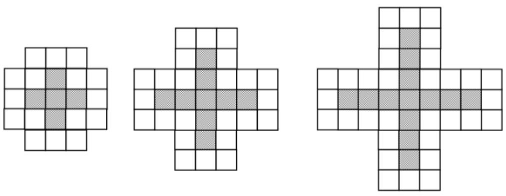
a) 9. adıma karşılık gelen şekilde kaç tane nokta bulunur?

b)17. adıma karşılık gelen şekilde kaç tane nokta bulunur?

c) x. adıma karşılık gelen şekildeki nokta sayısını bulunuz.

d) Kaçıncı adımda 97 tane nokta bulunur?

8)



1. adım **2. adım** **3. adım**

Yukarıdaki şekillerde yer alan beyaz ve siyah renkli birim kareler belli bir kurala göre sıralanarak bir örüntü meydana getirmişlerdir.

a) 7. adımda yer alan şekli çizmek için kaç tane beyaz kareye ihtiyaç vardır?

b) 13. adımda yer alan şekli çizmek için kaç tane beyaz kareye ihtiyaç vardır?

c) Kaçıncı terimde 53 tane siyah kare bulunur.

d) n. adımda yer alan şekli çizmek için kaç tane beyaz ve kaç tane siyah kareye ihtiyaç vardır?

9) 2 4 6 8 …

Yukarıda bir sayı örüntüsünün ilk 4 adımı verilmiştir.

a) Örüntüyü 10.adıma kadar devam ettiriniz.

b) ilk 5 adımındaki sayılara uygun model geliştiriniz.

c) Kaçıncı adıma karşılık gelen sayı 38 dir?

10) 1, 4, 9, …

Yukarıda verilen sayı örüntüsüne göre

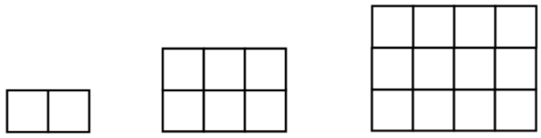
a) Örüntüyü 10. terime kadar devam ettiriniz.

b) İlk 5 terimi çokgenler kullanarak modelleyiniz.

c) Örüntünün kuralını bulunuz.

Ek 5. 7. SINIF MÜLAKAT TESTİ

1)



1. Şekil 2. Şekil 3. Şekil

Küçük karelerden oluşan şekiller belli bir kurala göre sıralanarak bir örüntü meydana getirmişlerdir. Buna göre;

a) 9. şekli oluşturmak için kaç küçük kareye ihtiyaç vardır?

b) 17. şekli oluşturmak için kaç küçük kareye ihtiyaç vardır?

c) n. şekli oluşturmak için kaç küçük kareye ihtiyaç vardır?

d) Kaçıncı şekli oluşturmak için 420 kareye ihtiyaç vardır?

2) Bir bakteri bir dakikada ikiye bölünmektedir. 8, 17 ve n. dakikalarda kaç bakteri oluşacağını hesaplayınız.

(8. dakikada oluşan bakteri sayısı, başlangıçtan itibaren sekizinci dakikaya kadar oluşan toplam bakterilerin sayısı değildir. Sadece 8. Dakikada oluşan bakteri sayısıdır.)

3) F A T İ H F A T İ H F A T İ H

A, F, H, İ, T harfleri belli kurala göre sıralanarak bir örüntü oluşturulmuştur. Buna göre;

a) Ali ve Ayşe bu örüntüdeki 27. harfin ne olduğu hakkında tartışıyor Ali 27. harfin A, Ayşe ise T olduğunu söylüyor. Sizce hangisi haklı? Açıklayınız.

b) Örüntüdeki 38. harfi bulunuz.

c) Yukarıdaki örüntüde kaçıncı sıradaki harflerin A olduğunu veren bir formül kurunuz.

4) 3 6 9 ...

Yukarıda bir örüntünün ilk üç terimi verilmiştir. Buna göre aşağıdaki soruları cevaplayınız

a) 8. terime karşılık gelen değeri bulunuz.

b) 17.terime karşılık gelen değeri bulunuz.

c) Örüntünün genel terimini bulunuz.

d) Kaçıncı terime 156 sayısının karşılık geldiğini bulunuz.

5) a) 2 ve 3 sayılarını kullanarak bir sayı örüntüsü oluşturunuz.

b) ○, △, □,... geometrik sembollerinden herhangi bini veya birilerini kullanarak bir şekil örüntüsü oluşturunuz

6) Bir çiçekçi elindeki gülleri aşağıdaki gibi belli bir kurala göre demetliyor.

1. demet **2. demet** **3. demet**

Buna göre;

a) 7. demette kaç tane gül bulunur?

b) 18. demette kaç tane gül bulunur?

c) Örüntünün kuralını bulunuz.

d) Kaçıncı demette 103 tane gül bulunur?

7) $1, 4, 7, \ldots$

şeklinde devam eden örüntünün 9, 17 ve k. terimlerine karşılık gelen değerleri bularak örüntünün kuralını belirleyiniz.

8) 1. terimi “m” olan ve her terimde 4 artan bir örüntünün 9, 17 ve n. terimlerine hangi değerlerin karşılık geldiğini bulunuz.

Ek 6. 8. SINIF MÜLAKAT TESTİ

1) 16 8 4 …

Yukarıda verilen sayı örüntüsünün 8, 17 ve n. terimlerine karşılık gelen değerleri bulunuz.

2)

X	**1**	**2**	**3**	**4**	**…**
Y	**2**	**6**	**12**	**20**	**…**

Yukarıda verilen tabloda X ve Y değerleri arasında belli bir ilişki vardır.

a) X=8 olduğunda Y nin alacağı değeri bulunuz.

b) X=16 olduğunda Y nin alacağı değeri bulunuz.

c) X ve Y değerleri arasındaki ilişkinin kuralını bulunuz.

d) Y=600 olduğunda X in alacağı değeri bulunuz.

3)

1. Şekil **2. Şekil** **3. Şekil**

Yukarıdaki şekillerde yer alan kareler kibrit çöpleri kullanılarak oluşturulmuştur. Buna göre

a) 9. şekli oluşturmak için kaç kibrit çöpü kullanılmalıdır?

b) 17. şekli oluşturmak için kaç kibrit çöpü kullanılmalıdır?

c) Şekillerdeki kare sayıları ile o kareleri oluşturmak için kullanılacak kibrit çöplerinin sayısını veren bir formül geliştiriniz.

d) Kaçıncı şekli oluşturmak için 115 kibrit çöpü kullanılmalıdır?

4) □△⬡○□△⬡○□△⬡○

Yukarıdaki geometrik şekiller oyun hamurları ile oluşturulmuştur. Her şekil bir adımı göstermek üzere

a) 23 adıma karşılık gelen geometrik şekli bulunuz.

b) 32. adıma karşılık gelen geometrik şekli bulunuz.

c) Bu örüntüde üçgenlerin kaçıncı adımlarda yer aldığını veren bir formül geliştiriniz.

5)

1. Şekil **2. Şekil** **3. Şekil** **4. Şekil**

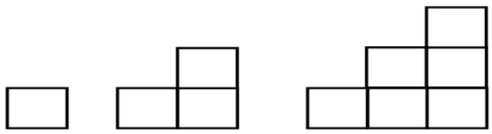
Ali misketlerini şekildeki gibi düzenleyerek bir örüntü oluşturuyor

a) 8 ve 17. şekillerde kaçar tane misket bulunur?

b) n. şekilde kaç tane misket bulunur?

c) Kaçıncı şekilde 80 tane misket bulunur?

6)



1. adım 2. adım 3. adım

Birim karelerle yukarıda görüldüğü gibi bir örüntü oluşturuluyor.

a) 9. adımda kaç tane birim kare bulunur?

b) 19. adımda kaç tane birim kare bulunur?

c) Örüntünün kuralını bulunuz.

d) Kaçıncı adımda 253 tane birim kare bulunur?

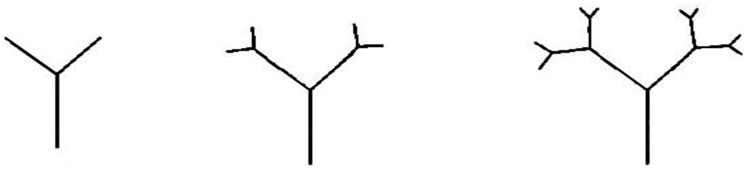
7) 1, 1, 2, 3, 5, 8, …

Yukarıda verilen sayı örüntüsüne göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

a) Örüntünü kuralını bulunuz

b) Yukarıdaki örüntüde ardışık üç teriminin toplamı 466 ise en büyük terim kaçtır?

8)



1. adım 2. adım 3. adım

a) Yukarıda verilen örüntü bir fraktal mı?

b) 7. Adımda kaç tane Y harfi bulunur?

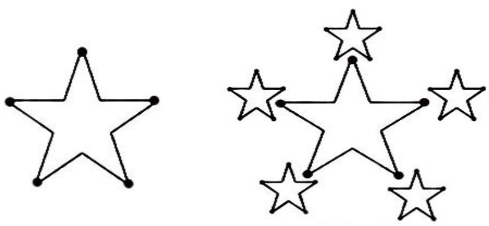
c) Yukarıdaki örüntünün kuralını bulunuz.

9)

a) 2 ve 3 sayılarını kullanarak bir sayı örüntüsü oluşturunuz.

b) ○, △, □,... geometrik sembollerinden herhangi bini veya birilerini kullanarak bir şekil örüntüsü oluşturunuz

10)



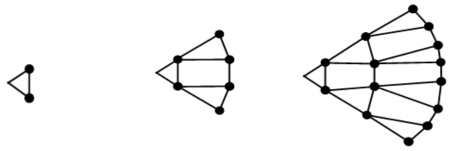
1. Şekil 2. Şekil

a) 3 ve 7. şekillerde kaç tane nokta vardır?

b) 6. şekilde kaç tane yıldız bulunur?

c) n. şekilde kaç tane yıldız vardır?
c) n. şekilde kaç tane nokta vardır?

11) Aşağıda verilen şekil örüntüsüne göre



1. adım **2. adım** **3. adım**

a) Örüntüyü devam ettirerek sıradaki adımı çiziniz.
b) Adım sayısı ile siyah nokta sayısı arasında bir bağıntı kurunuz.

Ek 7. Pilot Çalışma İçin İzin Belgesi

T.C.
ERZURUM VALİLİĞİ
İl Milli Eğitim Müdürlüğü

Sayı : B.08.4.MEM.4.25.00.65-605

Konu : Anket Çalışması

09.03.2011* 7420

VALİLİK MAKAMINA

İlgi : Milli Eğitim Bakanlığına Bağlı Okul ve Kurumlarda Yapılacak Araştırma Desteğine Yönelik İzin ve Uygulama Yönergesi.

Atatürk Üniversitesi Öğrenci İşleri Daire Başkanlığının 07.03.2011 tarihli ve 4212 sayılı yazıları ile Eğitim Bilimleri Enstitüsü doktora öğrencisi Ercan ÖZDEMİR'in "İlköğretim 6,7 ve 8. Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel Örüntüleri Anlamlandırabilme ve Genelleyebilme Sürecinin İncelenmesi" konulu tez çalışmasına esas teşkil edecek anket uygulamasını, ek listede isimleri bulunan ilköğretim okullarında yapma isteği, ilgi yönerge çerçevesinde müdürlüğümüzce uygun görülmektedir.

Makamlarınızca da uygun görüldüğü takdirde olurlarınıza arz ederim.

Mustafa BAŞTEM
Milli Eğitim Müdür V.

OLUR
../03/2011
Hakan ŞEN
Vali a.
Vali Yardımcısı

EK:
Çalışma Yapılacak Okul Listesi (1 sayfa)

ANKET ÇALIŞMASININ YAPILACAĞI OKUL İSİM LİSTESİ

1	Aydındoğan İlköğretim Okulu
2	Gazi Ahmet Muhtarpaşa İlköğretim Okulu
3	İnönü İlköğretim Okulu
4	Kültür Kurumu İlköğretim Okulu
5	Polisamaca İlköğretim Okulu
6	sabancı İlköğretim Okulu
7	Saltukbey İlköğretim Okulu
8	Şair Nefi İlköğretim Okulu
9	Şükrüpaşa İlköğretim Okulu
10	Yahya Kemal İlköğretim Okulu

Bayram KARABIYIK
Şube Müdürü

Ek 8. İzin Belgesi

T.C.
ERZURUM VALİLİĞİ
İl Milli Eğitim Müdürlüğü

Sayı : B.08.4.MEM.0.25.20.02-605

Konu: Tez Çalışması

13.04.2012* 10761

ATATÜRK ÜNİVERSİTESİNE
(Öğrenci İşleri Daire Başkanlığı)

İlgi: a) Milli Eğitim Bakanlığı'nın 07.03.2012 tarihli ve 3612 (2012/13) sayılı genelgesi.

b) 29.03.2012 tarihli ve 6978 sayılı yazınız.

Üniversiteniz Eğitim Bilimleri Enstitüsü doktora öğrencisi Ercan ÖZDEMİR'in "İlköğretim 6.7 ve 8. Sınıf Öğrencilerinin Örüntüleri Anlamlandırabilme ve Genelleyebilme Süreçlerinin İncelenmesi" konulu tez çalışmasına esas teşkil edecek anket uygulamasına ilişkin valilik onayı ekte gönderilmiştir.

Bilgilerinizi ve gereğini rica ederim.

Abdullah BİLGE
Vali a
Milli Eğitim Müdür V.

EKLER :
Onay (1 Sayfa)

Atatürk Üniversitesi Rektörlüğü
Öğrenci İşleri Daire Başkanlığı

KAYIT	Tarih	[illegible]
	Sayı	[illegible]
HAVALE	Gereği	[illegible]
	Bilgi	
	İmza	[illegible]

Y.Mumcu Mah.Atatürkevi Cad. Proje Koordinasyon
Merkezi Yakutiye/ERZURUM
Ayrıntılı bilgi için irtibat : Y.DELİBAŞOĞLU Şef
Telefon : (442) 2344806 Faks : (0442) 234 48 05
e-posta : erzurummem@meb.gov.tr Elektronik Ağ : http://erzurum.meb.gov.tr

EĞİTİMDE REFORM

T.C.
ERZURUM VALİLİĞİ
İl Milli Eğitim Müdürlüğü

Sayı : B.08.4.MEM.4.25.00.65-605

Konu : Anket Çalışması

05.04.2012* 0932

VALİLİK MAKAMINA

İlgi : 07.03.2012 tarih ve 3612 sayılı (2012/13) sayılı Genelge

Atatürk Üniversitesi Öğrenci İşleri Daire Başkanlığı 29.03.2012 tarihli ve 6978 sayılı yazıları ile Eğitim Bilimler Enstitüsü doktora öğrencisi Ercan ÖZDEMİR'in "İlköğretim 6,7 ve 8. Sınıf Öğrencilerinin Örüntüleri Anlamlandırabilme ve Genelleyebilme Süreçlerinin İncelenmesi" konulu tez çalışmasına esas teşkil edecek anket çalışmasını, başvuru ekinde yer alan Şükrüpaşa İlköğretim Okulunda yapma isteği, ilgi genelge çerçevesinde müdürlüğümüzce uygun görülmektedir.

Makamlarınızca da uygun görüldüğü takdirde olurlarınıza arz ederim.

Abdullah BİLGE
Milli Eğitim Müdür V.

OLUR
5./04/2012
Mehmet GÖK
Vali a.
Vali Yardımcısı

Y.Mumcu Mah. Atatürkevi Cad. Proje Koordinasyon Merkezi Yakutiye
ERZURUM
Ayrıntılı bilgi için irtibat : Y.DELİBAŞOĞLU ŞEF
Telefon : (0442) 234 48 06 Faks : (0442) 2344805
e-posta : erzurummem@meb.gov.tr Elektronik Ağ : http://erzurum.meb.gov.tr

EĞİTİMDE REFORM

Ek 9. Öğrenci Bilgilendirme Formu

Değerli Katılımcı,

Ben Atatürk Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Matematik Öğretmenliği Bilim Dalı doktora öğrencilerinden Ercan Özdemir'im. 6/ 7/ 8. sınıf öğrencilerinin örüntüleri genelleme süreçlerinin incelenmesine yönelik bir çalışma yapmaktayım. Bu çalışma için size örüntülerin genellenmesine yönelik bir takım sorular yönelteceğim. Sizden örüntü genellemesi ile ilgili elde ettiğimiz bilgiler sadece bu bilimsel çalışma için kullanılacak olup başka hiçbir amaçla kullanılmayacaktır. İsminiz hiçbir şekilde kullanılmayacak olup, çalışma içerisinde isminizin yerine bir kod isim verilecektir. Sizinle yapmayı plandığım mülakatları kayıt altına alacağım. Mülakatların ortalama 20 ile 30 dakika arasında süreceğini tahmin ediyorum. Çalışmaya katılıp-katılmamakta ve istediğiniz zaman ayrılmakta özgürsünüz.

Çalışmaya yapacağınız katkılardan dolayı şimdiden teşekkür ederim.

Ercan ÖZDEMİR

Erzurum Atatürk Üniverstesi

Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi

Matematik Eğitimi Bilim Dalı

E-mail: ercan.ozdemir@atauni.edu.tr.

İrtibat Tel: 0442-231 4306

Ek 10. KLİNİK MÜLAKAT FORMU

……………(Örüntü sorusu)

Verilen örüntünün yakın uzaklıktaki terimini (veya… terimini) nasıl bulabiliriz?

Neden bu şekilde bir çözüm yolu takip ettiğini açıklar mısın?

Verilen örüntünün orta uzaklıktaki terimini (veya… terimini) nasıl bulabiliriz?

Neden bu şekilde bir çözüm yolu takip ettiğini açıklar mısın?

Verilen örüntünün kuralını nasıl bulabiliriz?

Neden bu şekilde bir çözüm yolu takip ettiğini açıklar mısın?

Farklı bir çözüm yolu ile örüntünün kuralını bulabilir misin?

Not: Mülakat testlerinde yer alan soruların her biri için bu formdan bir tane düzenlenerek öğrencilere sorular yöneltilmiştir.

ÖZ GEÇMİŞ

1981 yılında Malatya ili Darende ilçesine bağlı Ozan Köyü'nde dünyaya geldi. İlkokulu Ozan Köyü İlkokulu'nda, ortaokulu Akçadağ Yatılı İlköğretim Bölge Okulu'nda, liseyi Malatya Sümer Lisesi'nde tamamladı. 2001 yılında Atatürk Üniversitesi, Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi Matematik Öğretmenliği Ana Bilim Dalı'nda başladığı lisans eğitimini 2006 yılında tamamladı. 2006-2007 yılında özel bir eğitim kurumunda Matematik Öğretmeni olarak görev yaptı. 2008 yılında Atatürk Üniversitesi Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi Ortaöğretim Matematik Öğretmenliği Ana Bilim Dalı'nda doktora eğitimine başladı. Doktora eğitimi devam ederken 2009 yılı Şubat ayında Rize Üniversitesi'nde araştırma görevlisi oldu. Halen Atatürk Üniversitesi Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi Ortaöğretim Matematik Öğretmenliği Ana Bilim Dalı'nda araştırma görevlisi olarak çalışmaktadır.