

**ORTAOKUL 3. SINIF ÖĞRENCİLERİN DENKLEM
KAVRAMINA YÖNELİK SOYUTLAMA
SÜREÇLERİNİN İNCELENMESİ:
APOS TEORİSİ**

Elif AÇIL

**Doktora Tezi
İlköğretim Ana Bilim Dalı
Prof. Dr. Abdullah KAPLAN
2015
(Her Hakkı Saklıdır)**

T.C.
ATATÜRK ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
İLKÖĞRETİM ANA BİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI

ORTAOKUL 3. SINIF ÖĞRENCİLERİN DENKLEM KAVRAMINA
YÖNELİK SOYUTLAMA SÜREÇLERİNİN İNCELENMESİ: APOS
TEORİSİ

(Investigation of Middle School 7rd Graders Abstraction Processes of the Concept of
Equation: Apos Theory)

DOKTORA TEZİ

Elif AÇIL

Danışman: Prof. Dr. Abdullah KAPLAN

ERZURUM
Kasım, 2015

KABUL VE ONAY

Prof. Dr. Abdullah KAPLAN danışmanlığında, Elif AÇIL tarafından hazırlanan “Ortaokul 3. Sınıf Öğrencilerinin Denklem Kavramına Yönelik Soyutlama Süreçlerinin İncelenmesi: APOS Teorisi” başlıklı çalışma 19 / 11 / 2015 tarihinde yapılan savunma sınavı sonucunda başarılı bulunarak jürimiz tarafından İlköğretim Anabilim Dalı’nda Doktora Tezi olarak kabul edilmiştir.

Başkan : Prof. Dr. Elif TÜRNÜKLÜ

İmza:

Danışman : Prof. Dr. Abdullah KAPLAN

İmza:

Jüri Üyesi : Doç. Dr. Cemalettin IŞIK

İmza:

Jüri Üyesi : Doç. Dr. Yaşar AKKAN

İmza:

Jüri Üyesi : Doç. Dr. Alper ÇILTAŞ

İmza:

Yukarıdaki imzaların adı geçen öğretim üyelerine ait olduğunu onaylarım.

19 / 11 / 2015


Onur VURAL
Memur


Prof. Dr. İlhan KIRKILIC
Enstitü Müdürü

TEZ ETİK VE BİLDİRİM FORMU

Yüksek Lisans Tezi olarak sunduğum “**ORTAOKUL 3. SINIF ÖĞRENCİLERİN DENKLEM KAVRAMINA YÖNELİK SOYUTLAMA SÜREÇLERİNİN İNCELENMESİ: APOS TEORİSİ**” başlıklı çalışmanın tarafımdan, bilimsel ahlâk ve geleneklere aykırı düşecek bir yardıma başvurmaksızın yazıldığını ve yararlandığım eserlerin kaynakçada gösterilenlerden olduğunu, bunlara atıf yapılarak yararlanılmış olduğunu belirtir ve onurumla doğrularım.

Tezimin kâğıt ve elektronik kopyalarının Atatürk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü arşivlerinde saklanmasına izin verdiğimi onaylarım.

Lisansüstü Eğitim-Öğretim yönetmeliğinin ilgili maddeleri uyarınca gereğinin yapılmasını arz ederim.

20 / 11 / 2015


ELM AÇIL

ÖZET

DOKTORA TEZİ

ORTAOKUL 3. SINIF ÖĞRENCİLERİN DENKLEM KAVRAMINA YÖNELİK SOYUTLAMA SÜREÇLERİNİN İNCELENMESİ: APOS TEORİSİ

Elif AÇIL

2015, 333 sayfa

Bu araştırmada denklem kavramının öğretiminde kullanılan ACE (Activity, Class Discussion, Exercises) öğretim döngüsünün ve MEB (Milli Eğitim Bakanlığı) klavuzluğundaki öğretimin ortaokul 3. sınıf öğrencilerinin soyutlama süreçlerine, matematiksel başarı düzeylerine etkileri araştırılmış ve öğrencilerin soyutlama süreçleri YBT'ye (Yenilenmiş Bloom Taksonomisi) göre incelenmiştir.

Bu tez çalışmasında hem nicel hem nitel araştırma yöntemleri bir arada kullanılmıştır. Uygulama Erzurum iline bağlı bir devlet ortaokulunun 3. sınıf düzeyinde gerçekleştirilmiştir. Uygulama öncesinde sınıfların denklem konusunda ön koşul davranış düzeyleri, araştırmacı tarafından geliştirilen CeÖ-I (Cebirsel Öğrenme-I) testi yardımı ile belirlenmiştir. Gruplar arasında anlamlı farklılık bulunmaması ile bu sınıflardan biri deney (31 öğrenci) diğeri kontrol grubu (32 öğrenci) olarak atanmıştır. Deney grubunda yapılan uygulama bir kamera yardımı ile daha sonradan incelenmek üzere kayıt altına alınmıştır. Uygulama sonunda deney ve kontrol grubu öğrencilerinin matematiksel başarı düzeylerinin belirlenmesi için yine araştırmacı tarafından geliştirilen CeÖ-II (Cebirsel Öğrenme-II) testi kullanılmıştır. Bu testler araştırmanın nicel veri toplama araçlarını oluşturmaktadır. Uygulamadan sonra öğrencilerin denklem konusunda soyutlama süreçlerinin ayrıntılarını resmetmek için deney ve kontrol gruplarından seçilen dörder öğrenci ile bireysel görüşmeler yapılmıştır. Bu görüşmelerde öğrencilere üç problem durumu verilmiştir. Bu problemler öğrencilerin soyutlama süreçlerini sergileyebilmelerine imkân tanıyacak özellikte hazırlanmıştır. Görüşmelerle öğrencilerden elde edilen çalışma kâğıtları, bu tez araştırması için birer doküman olarak kullanılmıştır. Araştırmanın nitel yöntemi için görüşme, gözlem ve doküman incelemesi bir arada kullanılmış olup, veri çeşitlemesi yapılmıştır.

Toplanan nicel veriler SPSS 22 paket programı kullanılarak analiz edilmiştir. Nitel verilerin analizinde ise betimsel analiz yöntemi kullanılmıştır. Betimsel analizde verilerin sistematik bir şekilde düzenlenerek okuyucuya sunulması önemlidir. Dolayısıyla araştırmada öğrencilerin görüşme metinlerine, çalışma kâğıtlarının görüntülerine ve öğretmenin/araştırmacının gözlemlerine yer verilmiştir. Verilerin analizinde kullanılan kategoriler APOS (Action, Process, Object, Shema) teorisinde yer alan bilişsel yapılarıdır. Verilerin hangi kategori altında değerlendirileceğine karar vermede soyutlama sürecindeki bilişsel mekanizmalar belirleyici olmuştur. Ayrıca yapılan öğretimin etkililiği ve niteliği hakkında geri bildirim vermesi açısından elde edilen analizler aracılığıyla her bir öğrencinin YBT'ye göre hangi düzeyde yer alacağı belirlenmiştir.

Araştırmanın sonunda, öğrencilerin denklem konusunu soyutlama düzeylerinin ACE öğretim döngüsüne göre şekillenen öğretimin gerçekleştiği grupta diğer gruba nazaran daha iyi düzeyde olduğu görülmüştür. Ayrıca uygulama süreci, yapılan öğretimin öğrencilerin ilgilerini ve motivasyonlarını canlı tuttuğunu da göstermiştir. Araştırmadan elde edilen sonuçlara göre öğrencilerin soyutlama süreçlerinin temele alınması ile planlanan bir öğretimin nitelikli bir öğrenme için gerekli olabileceği ifade edilebilir.

Anahtar Kelimeler: Soyutlama, Yenilenmiş Bloom Taksonomisi, APOS teorisi, ACE öğretim döngüsü, Cebirsel Öğrenme

ABSTRACT

Ph. D. DISSERTATION

INVESTIGATION OF MIDDLE SCHOOL 7th GRADERS' ABSTRACTION PROCESSES TO CONCEPT OF EQUATION: APOS THEORY

Elif AÇIL

2015, 333 pages

In this study, ACE (Activity, Class Discussion, Exercises) teaching cycle and MEB (Ministry of Education) guided teaching used in equation concept impact on abstraction process and mathematical achievements of middle school 7th graders is investigated and also abstraction processes of students according to RBT (Revised Bloom's Taxonomy) is searched.

Both quantitative and qualitative research methods are used in this study together. Application is conducted in a public middle school of 7th graders in Erzurum. Before the application, pre-knowledge level of the classes about equation is determined with the help of CeÖ-I test developed by researcher. No significant differences between the classes are found, so one of the classes is chosen as experimental group (31 students) and the other is chosen as control group (32 students). Applications conducted in experimental group are recorded with the help of a camera. At the end of the application, CeÖ-II test developed by researcher is used to determine the level of students' mathematical achievement in the experimental and control groups. These tests compose the qualitative data collection tools of the research. After the application, four students from experimental and control group are selected and interviewed to illustrate the details of abstraction processes about the equation. In these interviews, students are given three situations. These situations have been prepared in feature that permits students to demonstrate abstraction process. Working sheets obtained from these interviews is used as a document for this research. Namely, observation, interview and document analysis are used in this research and data variation is provided. Quantitative analysis of the collected data was performed using SPSS 22 software package. Qualitative data are analyzed by using descriptive analysis. In descriptive analysis, it is important to present the data to the reader in a systematic way. Therefore, interview

texts, images of worksheets and teacher/researcher's observations take place in the research. Cognitive structures in the APOS theory are used in the analysis of the data. The categories used in analysis of the data are cognitive structures in the APOS (Action, Process, Object, Shema) theory. Cognitive mechanisms in the abstraction process has been decisive to determine under which categories it can be evaluated. Furthermore, in which level each student according to RBT is determined through the analysis to get feedback about effectiveness and efficiency of classroom activities.

At the end of the research, it is seen that students' abstraction level of the equation subject is better in the group that ACE teaching cycle is applied than the other group. Furthermore, it is seen that teaching in application process keeps the students' interest and motivation alive. According to the results obtained it can be said that classroom activities based on students' abstraction process may be necessary for a qualified learning.

Key Words: Abstraction, Revised Bloom's Taxonomy, APOS theory, ACE teaching cycle, Algebraic learning

ÖNSÖZ

‘Eğer, insanlar kavramların anlamları üzerinde doğru bir bilgide uzlaşıp anlaşabilselerdi, hiçbir problem yaşanmazdı’.

Sokrates

Matematik öğretimi sürecinde ilişki, erken yaşlarda değişken kullanmaksızın incelenen ve ileriki yaşlarda değişken kullanılarak genel terimi bulma olarak sürdürülen bir kavram olarak ifade edilebilir. Erken yaşlarda örüntü kavramı ile başlayan ilişki, soyut düşünme becerisinin kazanıldığı yaşlarda denklem, fonksiyon gibi kavramlarla kimlik bulur. Yani örüntü, değişken, eşitlik, denklem gibi kavramlar kendinden sonraki konuları da önemli derecede etkileyen ardışık özellikte olan konulardandır. Bu açıdan öğrencilerin cebir hakkında sahip oldukları kavramlar ve bu kavramları birbiri ile nasıl ilişkilendirdiklerinin, cebirsel bilgi ve becerilerini nasıl kullandıklarının, nasıl düşündüklerinin yani kısacası öğrencilerin denklem konusundaki anlayışlarının incelenmesi ve söz konusu kavramların analitik analizlerinin yapılması ile çok değerli bilgilere ulaşılabileceği düşünülmektedir. Dolayısıyla çalışmanın hem araştırmacılara hem eğitimcilerle diyalektik bakış açıları sunacağı ve bu yönüyle gelişimlerine katkı sağlayacağı açıktır.

Bu süreçte danışmanlığımı üstlenen, bilgi ve deneyimlerini paylaşarak her zaman yol gösteren ve zorlu hedeflerin yer aldığı bu süreci daha kolay yürütmemi sağlayan sayın Prof. Dr. Abdullah KAPLAN’a sonsuz teşekkürlerimi sunuyorum. Tez izleme sürecinde destek ve önerileriyle çalışmaya katkı sağlayan saygıdeğer hocalarım Doç. Dr. Cemalettin IŞIK’a, Doç. Dr. Alper ÇİLTAŞ’a çok teşekkür ederim. Ayrıca tez jürimde yer alarak, araştırmama yapıcı fikirleriyle katkıda bulunan değerli hocalarım Prof. Dr. Elif TÜRNÜKLÜ ve Doç. Dr. Yaşar AKKAN’a teşekkürlerimi sunuyorum.

Doktora tez uygulamamı gerçekleştirdiğim Erzurum/Palandöken Osmangazi Ortaokulu yönetim kadrosuna ve öğretmen arkadaşlarıma gösterdikleri anlayışlardan ve desteklerden dolayı teşekkür ediyorum. Ayrıca tüm öğrencilerime özellikle çalışmaya destek sağlayan öğrencilerime, ilgilerinden ve yardımlarından ötürü minnettarım.

Yüksek lisans ve doktora eğitimim boyunca sağladığı maddi desteklerden dolayı Türkiye Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Kurumu'na (TÜBİTAK) teşekkürlerimi sunuyorum.

Ayrıca yaşamım boyunca ilgilerini ve sevgilerini eksik etmeyen aileme, özellikle yüksek düzeyde sabır gösteren kız kardeşim Tuğba AÇIL'a ve bu süreçte her zaman yanımda olan, tüm zorluklara benimle birlikte göğüs germeye her daim hazır olan fedakâr arkadaşım Öğretmen Burcu ALTUNOK'a sonsuz teşekkürler... İyi ki varsınız.

Erzurum-2015

Elif AÇIL

İÇİNDEKİLER

KABUL VE ONAY TUTANAĞI	i
TEZ ETİK VE BİLDİRİM FORMU	ii
ÖZET.....	iii
ABSTRACT.....	v
ÖNSÖZ	vii
TABLOLAR DİZİNİ	xiv
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	xv
ŞEMALAR DİZİNİ	xviii
KISALTMALAR DİZİNİ.....	xix

BİRİNCİ BÖLÜM

1.GİRİŞ	1
1.1. Araştırmanın Amacı ve Problem Durumu	1
1.2. Araştırmanın Önemi.....	2
1.3. Araştırmanın Varsayımları ve Sınırlılıkları	5
1.3.1. Varsayımlar.....	6
1.3.2. Sınırlılıklar.....	6
1.4. Araştırmadaki Tanımlar	6

İKİNCİ BÖLÜM

2. KURAMSAL ÇERÇEVE VE İLGİLİ ARAŞTIRMALAR.....	10
2.1. Soyutlama-Bilgi Oluşumu.....	10
2.1.1. Bilişsel bakış açısı ile soyutlama	16
2.1.1.1. Deneysel (Empirical) soyutlama.....	18
2.1.1.2. Yarı-deneysel (Pseudo-empirical) soyutlama.....	19
2.1.1.3. Yansıtıcı (Reflective) soyutlama	20
2.1.1.3.1. APOS teorisi	25
2.1.1.3.1.1. APOS teorisinin öğretimsel uygulaması.....	29
2.2. Yenilenmiş Bloom Taksonomisi.....	30
2.2.1. YBT'nin bilgi boyutu	35
2.2.2. YBT'nin bilişsel süreç boyutu	38

2.3. İlgili Araştırmalar.....	45
2.3.1. Kuramsal çerçeve ile ilgili araştırmalar	45
2.3.1.1. Soyutlama süreci ile ilgili araştırmalar	45
2.3.1.2. Yenilenmiş bloom taksonomisi ile ilgili araştırmalar.....	50
2.3.2. Araştırma konusu ile ilgili araştırmalar	53

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

3. YÖNTEM.....	58
3.1. Araştırmanın Modeli	58
3.1.1. Nicel Boyut.....	60
3.1.2. Nitel boyut	61
3.2. Veri Toplama Yöntemleri	67
3.3. Çalışmaya Katılan Öğrencilerin Belirlenmesi	69
3.4. Veri Toplama Araçları	73
3.4.1. Cebirsel öğrenme-I testinin geliştirilme aşamaları	73
3.4.2. Cebirsel öğrenme-II testinin geliştirilme aşamaları.....	77
3.4.3. Görüşme formunun geliştirilme aşamaları	80
3.4.4. Video kayıtları ve yapılandırılmamış gözlem notları	82
3.5. Araştırmacının Rolü.....	82
3.6. Araştırmanın Uygulama Boyutu	83
3.6.1. Kontrol Grubunun Uygulama Süreci.....	84
3.6.2. Deney grubunun uygulama süreci	87
3.7. Pilot Çalışma	93
3.7.1. Uygulamanın pilot çalışması	94
3.7.2. Bireysel görüşmelerin pilot çalışması.....	95
3.8. Verilerin Toplanması	105
3.9. Verilerin Analizi.....	107
3.9.1. Nicel verilerin analizi	108
3.9.2. Nitel verilerin analizi	109
3.10. Araştırmanın Geçerliliği ve Güvenirliği	111

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

4. BULGULAR VE YORUMLAR	115
4.1. Nicel Verilere Ait Bulgular ve Yorumlar.....	115
4.1.1. Deney ve kontrol gruplarının denklğine ilişkin bulgular ve yorumlar	116
4.1.1.1. Grupların 6. sınıf matematik dersi yılsonu notlarının karşılaştırılması ve yorumlanması	116
4.1.1.2. Grupların CeÖ-I testi puan ortalamalarının karşılaştırılması ve yorumlanması	117
4.1.2. Grupların CeÖ-II testi puan ortalamalarının karşılaştırılması ve yorumlanması	118
4.2. Nitel Verilere Ait Bulgular ve Yorumlar	119
4.2.1. Soyutlama süreci ile ilgili bulgular ve yorumlar	119
4.2.1.1. Şirket senaryosuna ilişkin bulgular ve yorumlar	120
4.2.1.1.1. Deney grubu öğrencilerinin soyutlama süreci bulguları ve yorumları	121
4.2.1.1.1.1. Fatih'in soyutlama süreci analizi	122
4.2.1.1.1.2. Ezgi'nin soyutlama süreci analizi	126
4.2.1.1.1.3. İslim'in soyutlama süreci analizi	132
4.2.1.1.1.4. Sena'nın soyutlama süreci analizi	136
4.2.1.1.2. Kontrol grubu öğrencilerinin soyutlama süreci bulguları ve yorumları	140
4.2.1.1.2.1. Talha'nın soyutlama süreci analizi	141
4.2.1.1.2.2. Okan'ın soyutlama süreci analizi.....	146
4.2.1.1.2.3. Harun'un soyutlama süreci analizi	151
4.2.1.1.2.4. Nur' un soyutlama süreci analizi	155
4.2.1.2. İnşaat senaryosuna ilişkin bulgular ve yorumlar	159
4.2.1.2.1. Deney grubu öğrencilerinin soyutlama süreci bulguları ve yorumları	160
4.2.1.2.1.1. Fatih'in soyutlama süreci analizleri.....	161
4.2.1.2.1.2. Ezgi'nin soyutlama süreci analizleri.....	167
4.2.1.2.1.3. İslim'in soyutlama süreci analizleri.....	173
4.2.1.2.1.4. Sena'nın soyutlama süreci analizleri	178

4.2.1.2.2. Kontrol Grubu öğrencilerinin soyutlama süreci bulguları ve yorumları	183
4.2.1.2.2.1. Talha'nın soyutlama süreci analizleri	183
4.2.1.2.2.2. Okan'ın soyutlama süreci analizleri	188
4.2.1.2.2.3. Harun'un soyutlama süreci analizleri	192
4.2.1.2.2.4. Nur'un soyutlama süreci analizleri	196
4.2.1.3. Öğrencilerin kendi oluşturdukları senaryolara ilişkin bulgular ve yorumlar	200
4.2.1.3.1. Deney grubu öğrencilerin soyutlama süreci bulguları ve yorumları ...	201
4.2.1.3.1.1. Fatih'in soyutlama süreci analizleri	201
4.2.1.3.1.2. Ezgi'nin soyutlama süreci analizleri	203
4.2.1.3.1.3. İslim'in soyutlama süreci analizleri	205
4.2.1.3.1.3. Sena'nın soyutlama süreci analizleri	207
4.2.1.3.2. Kontrol grubu öğrencilerin soyutlama süreci bulguları ve yorumları	209
4.2.1.3.2.1. Talha'nın soyutlama süreci analizleri	209
4.2.1.3.2.2. Okan'ın soyutlama süreci analizleri	211
4.2.1.3.2.3. Harun'un soyutlama süreci analizleri	213
4.2.1.3.2.4. Nur'un soyutlama süreci analizleri	215
4.2.2. Uygulama süreci ile ilgili bulgular	216
4.2.3. Soyutlama sürecinin YBT ile ilişkisine yönelik bulgular ve yorumlar	229

BEŞİNCİ BÖLÜM

5. SONUÇ VE TARTIŞMA.....	233
5.1. Nicel Verilere Ait Sonuçlar ve Tartışma.....	233
5.2. Nitel Verilere Ait Sonuçlar ve Tartışma	236
5.2.1. Soyutlama sürecine ilişkin sonuçlar ve tartışma.....	236
5.2.2. Öğretim sürecine ilişkin sonuçlar ve tartışma	244

ALTINCI BÖLÜM

6. ÖNERİLER	247
6.1. Soyutlama Süreci ile İlgili Öneriler	247

6.2. Öğretim Süreci İle İlgili Öneriler	248
KAYNAKÇA	250
EKLER.....	268
EK 1. Resmi İzin Yazıları.....	268
EK 2. Cebirsel Öğrenme-I Testi	272
EK 3. Cebirsel Öğrenme-II Testi.....	276
EK 4. Aşağıdaki tabloda görüşme sürecinde kullanılan ve senaryo olarak ifade edilen maddeler yer almaktadır:	280
EK 5. ACE Öğretim Döngüsü Süresince Kullanılan Etkinlikler ve Uygulamalar	281
ÖZGEÇMİŞ.....	312

TABLolar DİZİNİ

Tablo 2.1.	Klasik Bloom Taksonomisi Yapısı	31
Tablo 2.2.	Yenilenmiş Bloom Taksonomisi Boyutları.....	34
Tablo 2.3.	YBT'nin Bilgi Boyutunun Yapısı	35
Tablo 2.4.	YBT'nin Bilişsel Süreç Boyutu Yapısı	38
Tablo 2.5.	Hedeflerin YBT Tablosunda Gösterimi	44
Tablo 3.1.	Deney ve Kontrol Grubu Öğrenci Sayısı	70
Tablo 3.2.	Katılımcı Ayrıntıları.....	71
Tablo 3.3.	Madde Güçlük İndeksi ve Yorumu	75
Tablo 3.4.	Madde Ayırtedicilik İndeksi ve Yorumu	75
Tablo 3.5.	CeÖ-I Testinde Yer Alan Maddelerin Güçlük ve Ayırtedicilik İndeksleri.....	76
Tablo 3.6.	CeÖ-II Testinde Yer Alan Maddelerin Güçlük ve Ayırtedicilik İndeksleri.....	79
Tablo 3.7.	Uygulamanın Kazanımları ve Ders Saatleri.....	84
Tablo 3.8.	Cebir Alt Öğrenme Alanı ile İlgili Kazanımlar ve Açıklamaları.....	85
Tablo 3.9.	Bilişsel Mekanizmaların Tanımlarında Yer Alan Anahtar Kelimeler	111
Tablo 4.1.	Deney ve Kontrol Grubu öğrencilerinin Yılsonu Not Ortalamalarına İlişkin Bağımsız Gruplar t-testi Sonuçları.....	116
Tablo 4.2.	Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Ön-Test Puan Ortalamalarına İlişkin Bağımsız Gruplar t-testi Sonuçları.....	117
Tablo 4.3.	Deney ve Kontrol Grubu öğrencilerinin Son-Test Puan Ortalamalarına İlişkin Bağımsız Gruplar t-testi Sonuçları.....	118
Tablo 4.4.	Görüşme Sürecinde Kullanılan İlk Problem Durumu	121
Tablo 4.5.	Görüşme Sürecinde Kullanılan İkinci Problem Durumu	160
Tablo 4.6.	Görüşme Sürecinde Kullanılan Yapılandırılmamış Görüşme Formu	201
Tablo 4.7.	Öğrencilerin YBT'ye göre düzeylerinin gösterimi	232

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 2.1. Matematiksel düşünmenin işleyiş yapısı	10
Şekil 2.2. Soyutlama sürecine ait yapılanma	25
Şekil 2.3. APOS teorisine dayalı araştırma tasarımı	29
Şekil 3.1. Durum çalışması desenleri	65
Şekil 3.2. Kontrol grubu etkinlik uygulaması örneği	86
Şekil 3.3. Yiğit'in durum temsili.....	91
Şekil 3.4. Sema'nın durum temsili	92
Şekil 3.5. Beyza'nın durum temsilleri	94
Şekil 3.6. Muhammed'in durum temsilleri	97
Şekil 3.7. Muhammed'in durum temsilleri	99
Şekil 3.8. Muhammed'in durum temsilleri	100
Şekil 3.9. Rabia'nın durum temsilleri	102
Şekil 3.10. Rabia'nın durum temsilleri	103
Şekil 4.1. Fatih'in şirket senaryosu çalışma kağıdı	123
Şekil 4.2. Fatih'in çizdiği grafik ve tablo	124
Şekil 4.3. Fatih'in şirket senaryosu durum temsili	126
Şekil 4.4. Ezgi'nin şirket senaryosu durum temsili.....	127
Şekil 4.5. Ezgi'nin şirket senaryosu durum temsili.....	130
Şekil 4.6. Ezgi'nin şirket senaryosu durum temsili.....	131
Şekil 4.7. İslim'in şirket senaryosu durum temsili.....	133
Şekil 4.8. İslim'in şirket senaryosu durum temsili.....	134
Şekil 4.9. İslim'in şirket senaryosu durum temsili.....	135
Şekil 4.10. Sena'nın şirket senaryosu durum temsili	136
Şekil 4.11. Sena'nın şirket senaryosu durum temsili	138
Şekil 4.12. Sena'nın şirket senaryosu durum temsili	139
Şekil 4.13. Talha'nın şirket senaryosu durum temsili.....	142
Şekil 4.14. Talha'nın şirket senaryosu durum temsili.....	144
Şekil 4.15. Talha'nın şirket senaryosu durum temsili.....	145
Şekil 4.16. Okan'ın şirket senaryosu durum temsili	147
Şekil 4.17. Okan'ın şirket senaryosu durum temsili	149
Şekil 4.18. Okan'ın şirket senaryosu durum temsili	150

Şekil 4.19. Harun'un şirket senaryosu durum temsili	152
Şekil 4.20. Harun'un şirket senaryosu durum temsili	154
Şekil 4.21. Nur'un şirket senaryosu durum temsili.....	156
Şekil 4.22. Nur'un şirket senaryosu durum temsili.....	158
Şekil 4.23. Fatih'in inşaat senaryosu durum temsili	163
Şekil 4.24. Fatih'in inşaat senaryosu durum temsili	166
Şekil 4.25. Ezgi'nin inşaat senaryosu durum temsili	168
Şekil 4.26. Ezgi'nin inşaat senaryosu durum temsili	170
Şekil 4.27. Ezgi'nin inşaat senaryosu durum temsili	172
Şekil 4.28. İslim'in inşaat senaryosu durum temsili	174
Şekil 4.29. İslim'in inşaat senaryosu durum temsili	177
Şekil 4.30. Sena'nın inşaat senaryosu durum temsili.....	179
Şekil 4.31. Sena'nın inşaat senaryosu durum temsili.....	181
Şekil 4.32. Sena'nın inşaat senaryosu durum temsili.....	182
Şekil 4.33. Talha'nın inşaat senaryosu durum temsili	185
Şekil 4.34. Talha'nın inşaat senaryosu durum temsili	187
Şekil 4.35. Okan'ın inşaat senaryosu durum temsili.....	189
Şekil 4.36. Okan'ın inşaat senaryosu durum temsili.....	191
Şekil 4.37. Harun'un inşaat senaryosu durum temsili	193
Şekil 4.38. Harun'un inşaat senaryosu durum temsili	195
Şekil 4.39. Nur'un inşaat senaryosu durum temsili	197
Şekil 4.40. Nur'un inşaat senaryosu durum temsili	199
Şekil 4.41. Fatih'in durum görüntüsü temsili	202
Şekil 4.42. Ezgi'nin durum görüntüsü temsili	204
Şekil 4.43. İslim'in durum görüntüsü temsili	206
Şekil 4.44. Sena'nın durum görüntüsü temsili	208
Şekil 4.45. Talha'nın durum görüntüsü temsili.....	210
Şekil 4.46. Okan'ın durum görüntüsü temsili	212
Şekil 4.47. Harun'un durum görüntüsü temsili.....	214
Şekil 4.48. Nur'un durum görüntüsü temsili.....	215
Şekil 4.49. Örnek uygulama-1 durum temsilleri.....	217
Şekil 4.50. Örnek uygulama-2 durum temsilleri.....	219

Şekil 4.51. Örnek uygulama-3 durum temsilleri.....	222
Şekil 4.52. Örnek uygulama-4 durum temsilleri.....	224
Şekil 4.53. Örnek uygulama-5 durum temsilleri.....	227
Şekil 4.54. Örnek uygulama-6 durum temsilleri.....	228

ŞEMALAR DİZİNİ

Şema 3.1. Araştırma yönteminin genel yapısı	60
Şema 3.2. Veri toplama araçları	73
Şema 3.3. Araştırmanın akış şeması	107

KISALTMALAR DİZİNİ

- MEB : Milli Eğitim Bakanlığı
- TDK : Türk Dil Kurumu
- RUMEC : Research in Undergraduate Mathematics Education Community
- NCTM : Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi (National Council of Teachers of Mathematics)
- PISA : Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı (Programme for International Student Assessment)
- APOS : Dubinsky (1991) tarafından geliştirilen teörinin adı (Action-Process-Object-Schema)
- ACE : Asiala (1996) tarafından ortaya atılan pedagojik yaklaşım döngüsü (Activities-Class Discussion-Exercises)
- KBT : Klasik Bloom Taksonomisi
- YBT : Yenilenmiş Bloom Taksonomisi
- RBT : Revised Bloom's Taxonomy
- CeÖ-I : Cebirsel Öğrenme-I
- CeÖ-II : Cebirsel Öğrenme-II

BİRİNCİ BÖLÜM

1. GİRİŞ

Bu bölümde araştırmanın amacı ve problem durumu, araştırmanın önemi, varsayımları ve sınırlılıkları ile araştırmada geçen bazı tanımlar sunulmuştur.

1.1. Araştırmanın Amacı ve Problem Durumu

Öğrencilerin belirli bir kavrama yönelik anlayışlarının incelenmesinin ve değerlendirilmesinin, nitelikli bir öğrenme ve öğretim için gerekli olduğu düşünülmektedir. Bu tez çalışmasında da ortaokul 3. sınıf düzeyindeki öğrencilerin denklem kavramına yönelik soyutlama süreçlerinin incelenmesi amaçlanmıştır. Soyutlama süreçlerinin incelenmesinde Dubinsky (1991) tarafından ortaya koyulan APOS (Action, Process, Object, Schema) teorisinde yer alan bilişsel yapılar dikkate alınmıştır. Ayrıca bu tez çalışmasında APOS teorisinin öğretim uygulaması olarak kabul gören ve Asiala, Brown, DeVries, Dubinsky, Mathews ve Thomas (1997) tarafından ortaya atılan ACE (Activity, Class Discussion, Exercises) öğretim döngüsü, deneysel uygulama için kullanılmıştır. Yapılan deneysel uygulamanın öğrencilerin denklem konusundaki başarıları üzerinde etkilerinin ve soyutlama süreçlerine olan yansımalarının tespit edilmesi, araştırmada ortaya koyulması amaçlanan diğer bir husustur. Son olarak öğrencilerin soyutlama düzeyleri ile YBT (Yenilenmiş Bloom Taksonomisi)'nin bilişsel ve bilgi boyutu arasındaki ilişkinin ortaya koyulması da, bu tez çalışmasının amaçları arasında yer almaktadır. Bu amaç, gerçekleştirilen deneysel uygulamanın etkililiği hakkında somut deliller ortaya koyması ve hem nitel hem de nicel verilere destek sağlaması açısından önemli görülmektedir. Yukarıda bahsedilen amaçlar doğrultusunda aşağıdaki sorulara cevap aranmaya çalışılmıştır:

1. ACE öğretim döngüsü ile MEB (Milli Eğitim Bakanlığı) klavuzluğunda gerçekleştirilen öğretimin öğrencilerin denklem konusundaki matematiksel başarı düzeylerine etkileri nelerdir?

2. Öğrencilerin denklem kavramını soyutlama süreçleri nasıldır?

- 2.1. Ortaokul 3. sınıf öğrencilerinin denklem kavramını ACE öğretim döngüsüne göre soyutlama süreçleri nasıldır?
- 2.2. Ortaokul 3. sınıf öğrencilerinin denklem kavramını MEB kılavuzluğunda gerçekleştirilen öğretime göre soyutlama süreçleri nasıldır?
- 2.3. Öğrencilerin soyutlama süreçlerinin YBT'ye göre bilgi ve bilişsel boyutu nedir?

1.2. Araştırmanın Önemi

Mitchelmore ve White (2007) oran kavramı üzerinde yaptıkları çalışmalarında, öğrencilerin soyutlama süreçlerinin incelenmesinde ilgilenilen konunun önemli olduğunu ileri sürmektedirler. Bu araştırmacılara göre oran problemlerinin kavramsal düzeylerini oluştururken APOS teorisini kullanmak, bazı zorlukları da ortaya çıkarmaktadır. Bunlardan en çok bilineni, oran problemlerinin gerçek dünya durumları için matematiksel kavramların uygulamasını gerektirmesidir. Bu uygulama, geometrik gösterimleri ve değişkenleri kullanarak gerçek dünya durumlarının modelini kullanmayı zorunlu kılmaktadır. APOS teorisi ise daha çok öğrencilerin fonksiyon (Dubinsky, 1991) ve zincir kuralı (Clark, Cordero, Cottrill, Czarnocha, DeVries, John ve Vidakovic, 1997) gibi özel soyut matematiksel kavramların kavram şemasını oluşturmada kullanılabilir. Ayrıca bu teori, öğrencilerin fonksiyon, değişken, türev kavramına bakarak oluşturabildiği kavram ağı durumlarında kullanışlılık sağlayabilir. Oysaki oran problemleri, çoğunlukla problem çözme yetenekleri ve modellemeler içerir. Eylem, süreç, obje, mental yapılar bu yeteneklerin gelişiminin hızlanması ve çalışılması için uygun bir çatı olarak görülmemektedir. Bu tez çalışmasında ise soyutlama süreçlerinin incelenmesine uygun olduğu düşünülen ve başka araştırmacılar tarafından da dolaylı olarak bahsedilen denklemler alt öğrenme alanı üzerinde çalışılmıştır. Bu alt alan kapsamında öğrencilerin değişken, cebirsel ifade, örüntü, eşitlik ve denklem gibi kavramları anlayış düzeyleri APOS teorisi çerçevesinde incelenmiştir.

Cebirsel düşünme, bir tür matematiksel düşünme yöntemidir ve geniş bir kavram olduğundan tek bir tanımının yapılması mümkün değildir. Kieran (2004)'a göre matematiksel düşünmenin cebirsel yolunun gelişimi beş kısımda incelenebilir:

1. İlişkilere odaklanma,

2. İşlemlere (terslerine ya da bir işlemin nasıl yapılıp nasıl yapılmadığına) odaklanma,
3. Problemi çözmekten ziyade çözümü ile birlikte nasıl gösterileceğine odaklanma,
4. Yalnızca sayılara odaklanma yerine, sayılara ve harflere odaklanma. Bu durum şu aşamaları da içerir: harfler ile çalışma, cevap olarak harfli ifadeleri kabul etme, özelliklere dayalı denklik için ifadeleri karşılaştırma,
5. Eşitlik işaretinin anlamına tekrar odaklanma.

Yukarıdaki özelliklerden dolayı cebirsel düşünme genel olarak, cebirsel yapıları ve ilişkileri anlamlandırarak kullanmayı, bu ilişkilere odaklanmayı ve elde edilen ilişkileri daha ileriki adımlar için genellemeyi içerir. Schoenfeld (1992) öğrencilerin matematiksel düşünebilmesi için soyutlama süreçlerine değer verilmesi gerektiğini ifade etmekte ve matematiğin araçları olarak gördüğü soyutlamanın, sembolik temsillerin ve sembolik işlemlerin, oluşturulacak matematiksel yapıları anlamlandırmak için yeterli düzeyde olması gerektiğini ifade etmektedir. Bu durum öğrencilerin düşünme süreçlerinin ayrıntılı bir şekilde incelenmesini zorunlu ve önemli kılmaktadır.

Bu araştırmada deneysel uygulamalar sonucunda öğrencilerin soyutlama süreçleri incelendiğinden, yapılan süreç değerlendirmeleri daha da önemli bir hal almaktadır. Bu durum doğal olarak çalışılan konunun seçimini de etkilemektedir. Cebir, pek çok öğrencinin anlamakta zorluk çektiği ve sıklıkla kavram yanlışlarının oluşturulduğu bir öğrenme alanıdır. Cebir denildiğinde şüphesiz akla ilk gelen konulardan biri denklemlerdir ve bu konu yapısında öğrencilerin özellikle zorluk çektiği ve bazı yanlışlara sahip olduğu değişken, örüntü, eşitlik gibi kavramları barındırmaktadır. Nitekim Radford (2000)'e göre cebirsel öğretim, Antik çağdan beri pedagojik bir problem olarak görülmektedir. Literatürde bu konuda yapılan çalışmalara rastlamak mümkündür. Eskiden beri ortaya koyulan çalışmalar incelendiğinde, bu konunun öğretiminde ve öğreniminde karşılaşılan sorunların benzer olduğu söylenebilir. Bu çalışmaların bazılarında öğrencilerin cebir öğrenme alanında zorluk yaşamalarının temel nedeninin cebirsel yapılara anlam yükleyemediklerinden kaynaklandığı ifade edilmektedir (Blanton ve Kaput, 2004; Cai, Lew, Morris, Moyer, Fong Ng ve Schmittau, 2005; Çelik, 2007; Kieran, 1981; 2004; Knuth, 2005; Stacey, 1989; Tekay, 2012). Bir kısım çalışma ise, öğrencilerin cebir problemlerinde sembol kullanımında ve

notasyonlara anlam vermede yetersizlikleri ile ilgilidir (Barbosa, Erbaş, Çetinkaya ve Ersoy, 2009; Hunter, 2007; Kabael ve Tanışlı, 2010; Martinez-Planell ve Gaisman, 2012; Nathan ve Koedinger, 2000; Soylu, 2006; 2008; Yeşildere ve Akkoç, 2011). Yapılan çalışmalarda genellikle ne tür zorlukların ve yanlışların oluştuğu tespit edilmeye çalışıldığı için, bu tür çalışmaların genellikle oluşan durumu resmettiği söylenebilir. Daha sonraki çalışmalar için önemli olan şey, bu zorlukların ve yanlışların nasıl oluştuğu ve giderilmesi için neler yapılabileceği olmalıdır. Bu çalışma öğrencilerin cebir anlayışları hakkında bir fikir verebilir ve gerçekleştirilen öğretim döngüsü, ilgili konunun kavramlarının doğru bir şekilde öğretimini destekleyebilir. Bu açıdan yapılan uygulamanın zorluklar ve yanlışlar için bir çözüm önerisi olabileceği düşünülmektedir.

Öğrenme kuramlarında meydana gelen değişimler ile birlikte özellikle son yıllarda yapılan çalışmalar öğrenmenin ne düzeyde olduğunun belirlenmesi yerine genellikle öğrenmenin nasıl geliştiğinin ortaya koyulması üzerinedir. Dolayısıyla son zamanlarda ‘soyutlama’, araştırmacılar tarafından ilgilenilen bir kavram haline gelmiştir. Çoğu araştırmacıların henüz yeni karşılaştığı bu kavram ile yapılan çalışmalar, doğal olarak kavram hakkında ayrıntılı bilgilerin verildiği çalışmalardır. Ayrıca bu konuda yapılan çalışmalar çoğunlukla nitel çalışmalar olup, öğrencilerin ilgili konu hakkında soyutlama süreçlerini resmetmeye yöneliktir (Bass ve Montague, 1990; Davydov, 1990; Dienes, 1967; Dreyfus, 1991; Dubinsky, 1991; Dubinsky, Weller, McDonald ve Brown, 2005; Frorer, Hazzan ve Manes, 1997; Meel, 2003; Noss ve Hoyles, 1996; Skemp, 1986; Sfard, 1991; Tall 1999). Yani ilgili literatürde öğretimsel uygulamaların yapıldığı çalışmaların sayısı yok denecek kadar azdır. Dolayısıyla böyle bir tez çalışmasının literatürde yer alması, bu konudaki eksikliği gidermeye çalışması açısından önemlidir.

Bu çalışmada öğrencilerin soyutlama süreçleri Dubinsky (1991) tarafından ortaya atılan APOS teorisine göre incelenmiştir. Yani araştırmanın kuramsal çerçevesi bu teoride yer alan eylem, işlem, nesne ve şema bilişsel yapılarıdır. Bu yapıların ortaya çıkarılması basit bir olay değildir. Dolayısıyla bu yapıların ortaya çıkarılmasında yardımcı olduğu düşünülen içselleştirme, genelleme, enkapsüle etme, koordinasyon, tersine çevirme bilişsel mekanizmaları analizlerin yapılması esnasında kullanılmıştır. Bu, soyutlama süreçlerinin incelenmesine imkân vermekte ve bu sürecin analizlerini mümkün olduğunca kolaylaştırmaktadır. Bu durum kullanılan modelin etkililiği ve

geçerliliği hakkında bilgi verir. Bu tez çalışmasında APOS teorisinin kuramsal çerçeve olarak kullanılması uygulanan deneysel modelin geçerliliğini desteklemesi açısından örnek bir durum oluşturmaktadır ve bu yönüyle önemli olduğu düşünülmektedir. Bills, Dreyfus, Mason, Tsamir, Watson ve Zaslavsky (2006) bu şekilde yapılan çalışmaların modellerin kurulmasında ve sağlamlaştırılmasında büyük etkilerinin olduğunu ileri sürmektedirler.

Öğrencilerin soyutlama süreçlerinin incelenmesi için çalışmada deneysel uygulama yapılmıştır. Bunun için deney grubunda Asiala ve diğerleri (1997) tarafından öne sürülen ve APOS teorisinin pedagojik yaklaşımı olarak kabul gören ACE öğretim döngüsü kullanılmıştır. Kontrol grubunda ise denklemler alt öğrenme alanı ile ilgili MEB öğretmen kılavuz kitabındaki (2014) öğretim var olduğu şekliyle gerçekleştirilmiştir. Yapılan her iki uygulamada temelde yapısalcı bir bakış açısına sahiptir ve dolayısıyla bu çalışma ortaokul matematik kitabı hazırlayan programcılara eleştirel bir bakış açısı sunması bakımından önemlidir. Ayrıca ACE öğretim döngüsü çerçevesinde hazırlanan ve uygulama adımları ayrıntıları ve örnek durumları ile açıklanan etkinlikler; gerek programcılara gerekse eğitimciler ve öğretmenlere farklı seçenekler sunacağı için anlamlıdır.

Öğrencilerin soyutlama süreçlerinin analizlerinde dikkate alınan bilişsel yapıların ve bilişsel mekanizmaların, YBT yapısında yer alan bilgi ve bilişsel boyutlar ile ilişkili olması, yapılan öğretimin etkililiği ve soyutlama süreçlerinin gelişiminin değerlendirilmesi için uygunluğunu ifade etmesi açısından önemlidir. Bu durum okuyuculara, araştırmacılara, eğitimcilere ve programcılara hem yapılan öğretimin etkililiği hakkında hem de soyutlama süreçlerinin niteliği hakkında bir fikir sunmaktadır. Ayrıca bu tez çalışması bir bütün olarak değerlendirildiğinde öğrencilerin matematik konularına yönelik soyutlama süreçlerinin nasıl inceleneceğine dair bir örnek teşkil ettiği düşünülmektedir.

1.3. Araştırmanın Varsayımları ve Sınırlılıkları

Bu kısımda araştırmanın varsayımlarına ve sınırlandığı çerçeveye ait bilgilere yer verilmiştir.

1.3.1. Varsayımlar

1. Uygulama süreci boyunca öğrencilerin derslerde samimi bir şekilde düşüncelerini ifade edebildikleri ve kendi performanslarını olabildiğince iyi bir şekilde ortaya koydukları varsayılmıştır.
2. Uygulama boyunca (varsa) olumsuz etkilerden tüm öğrencilerin aynı oranda etkilendikleri varsayılmıştır.
3. Araştırma kapsamında gerçekleştirilen görüşmelerde araştırmaya katılan öğrencilerin gerçek düşüncelerini yansıttıkları varsayılmıştır.
4. Araştırmanın veri toplama araçlarının geliştirilmesi sürecinde başvuru uzman görüşlerinin yeterli ve yerinde olduğu varsayılmıştır.

1.3.2. Sınırlılıklar

1. Araştırmanın çalışma grubu, Palandöken İlçe Milli Eğitim Müdürlüğü'ne bağlı Osmangazi Ortaokulu'nda öğrenimine devam etmekte olan 3. sınıf öğrencileri oluşturmaktadır.
2. Araştırma 2014-2015 eğitim-öğretim yılı güz döneminde gerçekleştirilen 4 haftalık (20 ders saati) bir süre ile sınırlıdır.
3. Araştırmanın nitel boyutu, uygulamaya katılan öğrenciler arasından amaçlı olarak seçilen 8 öğrenci ile sınırlıdır.

1.4. Araştırmadaki Tanımlar

Araştırmada kullanılan bazı kavramlar hakkında tanımlar ve kısa açıklamalar aşağıda verilmiştir. Bu kavramlar hakkında ayrıntılı bilgi, araştırmanın kuramsal çerçevesi bölümünde sunulmuştur. Burada kavramlar ile ilgili tanımların ve kısa bilgilerin verilmesindeki asıl amaç, okuyucuya kolaylık sağlamaktır.

Soyutlama: Belirli bir amaç için gerekli olan bilginin daha rahat elde edilmesini sağlayan bir indirgeme süreci ya da detayların belirsizleştirildiği bir basitleştirme stratejisi olarak tanımlanabilir. Soyutlama, dinamik bir süreçtir ve bireyin önceden oluşturduğu yapıları yenileri ile ilişkilendiren aktivitelerle doludur (Dienes, 1963).

Bilişsel Soyutlama: Matematiksel süreçlerden meydana gelir ve bu süreç sonunda oluşan kavramlarla zihinsel kavramlar arasında ilişki kurmayı ve bu ilişkiyi anlamlandırmayı önemseyen, kavramlar arasında benzerlikleri ve farklılıkları dikkate alarak sınıflandırmaların yapıldığı bir süreçtir (Dubinsky, 1991).

Deneysel soyutlama: Yeni fikirlerde benzerliğin belirginleşmesini takip eden benzerliği tanıma sürecidir. Deneyimlerimizden gelen benzerliklerin farkındalığı ile ilgili olan soyutlama türüdür (Mitchelmore ve White, 2004).

Yarı-deneysel soyutlama: Deneysel soyutlama ile yansıtıcı soyutlama arasında kalan ve öznenin eylemleri nesne üzerinde tanımladığı özellikleri didikleyen bir soyutlama türüdür (Piaget, 1985, s. 18-19).

Yansıtıcı Soyutlama: Bireyin bilişsel gelişimi boyunca var olan mantıksal-matematiksel yapıların oluşumunu tanımlamak için geliştirilen zihinsel bir mekanizmadır (Dubinsky, 1991).

Bilişsel Mekanizmalar: Soyutlama sürecinin gerçekleşmesi için gerekli olan belirleyicilerdir (Dubinsky, 2000).

Genelleme: Soyutlamanın gerçekleşmesine yardım eden bir üst sıra operasyon ya da karmaşık ve güçlü bir aktivite yapma sürecidir (Ferrari, 2003).

İçselleştirme: Sembolleri, dili, resimleri ve zihinsel görüntüleri kullanma yeteneği ile temsili (sunulanı) yani algılanan fenomeni anlamlandırmanın bir yolu olarak içsel süreçleri yapılandırmaktır (Piaget, 1970a, s. 64).

Enkapsüle etme (Enkapsülasyon): Matematiksel varlıklar bir seviyeden diğerine hareket ederler; bu varlıklar üzerindeki işlem, kendi dönüşümünde teorinin bir nesnesi haline gelir ve bu süreç alternatif yapılar ya da daha güçlü yapılar elde edilene kadar devam eder. Yani genel olarak, statik bir nesne içindeki dinamik bir sürecin dönüşümü olarak ifade edilen bu yapı *enkapsüle etme* olarak adlandırılır (Dubinsky, 1991).

De-enkapsüle etme (De-enkapsülasyon): Enkapsülasyon belirli bir bilginin ve nasıl bilindiğinin sentezlenmesidir. De-enkapsülasyon ise, bir eylem ya da sürecin gerçekleştirilmesinde, nesnenin manipüle edilirken özelliklerinin kullanılması için, sürece geri dönüştürülmesi durumudur (Çetin, 2009; Tabaghi, 2007).

Tersine çevirme: Bireyin orijinal sürecin geri dönüşüp dönüşmediğini görmesi bu bilişsel mekanizmaya işaret eder (Asiala ve diğerleri, 1997).

Koordinasyon: Yeni yapıların oluşumunda iki ya da daha fazla sürecin kompozisyonudur (Dubinsky, 1991).

APOS Teorisi: APOS teorisi, Piaget tarafından ortaya atılan, çocuklarda ki mantıksal düşünmenin gelişimini tanımlamak için ifade edilen yansıtıcı soyutlama mekanizmasını açıklama amacıyla üretilen bir teori girişimidir (Dubinsky, 1991). Matematiksel bilgi, zihinsel eylemlerin (actions), süreçlerin (processes) ve nesnelere (objects) oluşturularak, bu üç yapının problemleri çözmek ve durumları anlamak için şemalar (shemas) içerisinde organize edilerek algılanan matematiksel problem durumları ile ilgili birey eğiliminden oluşur. Ortaya atılan bu teori, hipotezde bahsedilen zihinsel yapılar referans alınarak APOS (Action-Process-Object-Shema) teorisi olarak adlandırılmıştır.

Genetik Çözümleme: Öğrencilerin oluşumlarını ve bu oluşumları üretmek için kullanılan mekanizmaları tanımlamada, APOS teorisi ile ilgilenen araştırmacılar tarafından öne sürülen bir kavramdır (Dubinsky, 1991). Bu kavram ile öğrencilerin bir konuyu öğrenirken hangi bilişsel yapıları oluşturdukları (eylem, süreç, nesne ve şema) tanımlanmaya çalışılır (Çetin ve Top, 2014). Bir kavramın genetik çözümlemesi, bireyin zihnindeki kavramın nasıl geliştiğini tanımlayabilen yapılandırılmış zihinsel oluşumların grubudur (Asiala vd., 1997).

ACE Öğretim Döngüsü: APOS teorisi üzerine temelli pedagojik bir yaklaşımdır (Weller, Arnon ve Dubinsky, 2009). Bu yaklaşıma göre sıradan öğretim biçimiyle işlenen dersler üç kısma ayrılarak tekrardan planlanır (Asiala vd., 1997): ilgili konu bazında hazırlanan amaçsal etkinlikler (Activities), etkinliklerin uygulanması sırasında yapılan sınıf tartışmaları (Class discussion) ve bu sürecin sonunda öğrencilerin öğrendiklerini uygulamalarına fırsat veren ders dışı etkinlikler yani ev ödevleri (Exercises).

Klasik Bloom Taksonomisi (KBT): Yunanca bir kelime olan 'taxonomy', genel olarak sınıflama ve düzenleme anlamına gelmektedir. Bloom ve arkadaşları tarafından 1956 yılında geliştirilen ve ilk olarak 'Taxonomy of Educational Objectives, The Classification of Educational Goals, Handbook I: Cognitive Domain' adlı kitapta bahsi

geçen sistem, hedeflerin aşamalı olarak sınıflandırılmasını amaçlayan ve öğrencilerin algılarını ve öğrenme yapılarını geliştirerek ilerlemeyi temsil eden bilme, kavrama, uygulama, analiz, sentez, değerlendirme aşamalarından oluşan bir yapıdır. Bu yapı, ‘Bloom Taksonomisi’ olarak literatürde yerini almıştır (Marzano ve Kendall, 2006, s. 2).

Yenilenmiş Bloom Taksonomisi (YBT): Ortaya atılmasından yaklaşık 45 yıl sonra, bir grup araştırmacı tarafından (Anderson, Kratwohl, Airasian, Cruikshank, Mayer, Pintrich, Raths ve Wittrock) tekrar gözden geçirilen bir yapıdır. Klasik Bloom Taksonomisinden farklı olarak, bilgi boyutu ve bilişsel süreç boyutu olmak üzere iki boyuttan oluşan, karmaşıklık ilkesine göre aşamalılığı ihtiva eden, orijinal taksonominin tekrar gözden geçirilmesi ile oluşturulan revize edilmiş bir yapıdır (Anderson vd., 2001).

Bilgi Boyutu: Eğitimsel hedef ifadelerinin isim ya da isim öbeklerinin niteliklerinin incelenmesinde kullanılan boyuttur. Bu boyut olgusal bilgi, kavramsal bilgi, işlemsel bilgi ve üst bilişsel bilgi olmak üzere dört boyuttan oluşur. Bu bilgi türleri hedef ifadelerinin özelliklerine göre farklı düzeylerde incelenmektedirler (Kratwohl, 2002).

Bilişsel Süreç Boyutu: Eğitimsel hedef ifadelerinin fiil ya da fiil öbeklerinin niteliklerinin incelenmesinde kullanılan boyuttur ve hatırla, anla, uygula, analiz et, değerlendir ve oluştur düzeylerinden oluşur. Bu düzeylerde kendi içinde, hedef ifadelerinin özelliklerine göre alt basamaklara ayrılmaktadır (Kratwohl, 2002).

Etkinlik: Türk Dil Kurumu (TDK, 2015) etkinliği, faaliyette bulunanın niteliği ve etkin olma durumu olarak tanımlanmaktadır. Bu tanımdan yola çıkılarak, etkinlik, öğrenenin belli bir amacı gerçekleştirmek ve hayata geçirmek için yaptığı faaliyetlerin temsili olarak ifade edilebilir.

Denklem Kavramı: Bu araştırmada denklem kavramı ile öğrencilerin matematiksel dili etkin kullanabilme (denklem oluşturma, probleme uygun olarak denklemi çözebilme gibi) ve verilen matematiksel ifadeyi (değişken ve eşitlik bilgisi) yorumlayabilme gibi bir süreç kastedilmektedir. Yani burada ifade edilen kavram kelimesi bir obje ya da olay olarak kullanılmamış, bireyin organize edilmiş bilgisini temsil eden bir zihinsel yapı, bir düşünce birimi olarak kullanılmıştır.

İKİNCİ BÖLÜM

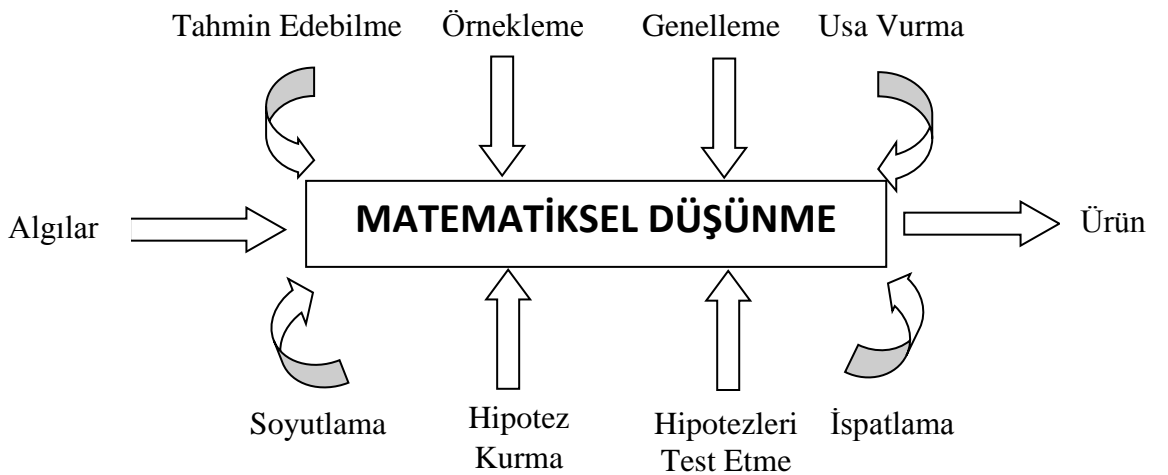
2. KURAMSAL ÇERÇEVE VE İLGİLİ ARAŞTIRMALAR

Çalışmanın bu kısmında, araştırmanın kuramsal alt yapısı; soyutlama, APOS teorisi ve Yenilenmiş Bloom Taksonomisi hakkında bilgi verilmiştir. Ayrıca araştırmanın yukarıda bahsedilen kuramsal çerçevesi ve araştırma konusu ile ilgili yapılan araştırmalara da yer verilmiştir.

2.1. Soyutlama-Bilgi Oluşumu

İnsanı diğer canlılardan ayıran en temel özellik, düşünme yetisine sahip olmasıdır. Düşünme, bireyin yaşadığı ortama uyum sağlaması ve gelişebilmesi için gerekli görülen bir süreçtir. Bu sürecin özel bir parçası olarak kabul gören matematiksel düşünme ise, insanların günlük hayatta karşılaştıkları olaylara, amaçlı ve sistematik olarak anlam kazandırmalarını sağlayan bir kavramdır (Sevgen, 2002).

Matematiksel düşünme genel olarak; tahmin edebilme, tümevarım, tümdengelim, betimleme, genelleme, soyutlama, örnekleme, ispatlama gibi karmaşık süreçlerin birleşimi olarak tanımlanmaktadır (Liu, 2003). Bu tanıma dayanarak Alkan ve Bukova Güzel (2005), matematiksel düşünme sürecini aşağıdaki şekilde resmetmişlerdir:



Şekil 2.1. Matematiksel düşünmenin işleyiş yapısı (Alkan ve Bukova Güzel, 2005)

Yukarıdaki şekilden de anlaşıldığı üzere soyutlama, bireyin matematiksel düşünme sürecinde anahtar rol oynayan kavramlardan bir tanesidir. Soyutlama kelime anlamı olarak, ‘bir nesnenin özelliklerinden ya da özellikleri arasındaki ilişkilerden herhangi birini tek başına ele alan *zihinsel işlem*, gerçekte ayrılamaz olanı *düşüncede ayırma*’ şeklinde ifade edilmektedir (TDK, 2015). Bu tanımdan hareketle soyutlamanın, tamamen birey zihninde gerçekleşen bir süreç olduğu söylenebilir. Diğer yandan bu kavram, belirli bir amaç için gerekli olan bilginin daha rahat elde edilmesini sağlayan bir indirgeme süreci olarak tanımlanmaktadır (wikipedia.org, 2015). Yani soyutlamanın, detayların belirsizleştirildiği bir *basitleştirme stratejisi* olduğu ifade edilebilir. Örneğin; birçok nesnenin rengi yeşil olabilir, fakat belli bir nesneye ait yeşillik özelliği artık soyut bir bilgi niteliğindedir. Bu durum ise genel olarak soyutlama kavramı ile adlandırılabilir.

Soyutlama çok yönlü karmaşık bir kavramdır. Bu kavramın çok yönlülüğü dikkate alınır, literatürde, çeşitli tanımlamalarla karşılaşılması olasıdır. Soyutlama kavramı çoğu eğitimci ve psikologlar tarafından farklı bakış açıları ile tanımlanarak değerlendirilmiştir (Ohlsson ve Regan, 2001). İlgili literatür incelendiğinde kavram üzerine hem fikir olunan bir tanım bulunmasa da, soyutlama ile ilgili fikir birliğine varılan tek nokta bu kavramın bireye kendini değişik açılardan inceleme olanağı sunmasıdır.

Dienes (1963) soyutlamayı, farklı durumlarda ortak olan şeyin özü olarak açıklamaktadır. Bu tanım ile, soyutlamanın bir tür yalınlaşma veya basitleştirme stratejisi kullandığı söylenebilir. Diğer yandan Noss ve Hoyles (1996) soyutlamayı, önceden ilişkilendirilmeyen bilgi parçacıklarının, tecrübelerin ve teorilerin birleşimi olarak tanımlamaktadırlar. Burada araştırmacıların mantıksal ve zihinsel yapıların oluşum sürecini dikkate alarak bu şekilde bir tanım yaptıkları düşünülmektedir.

Soyutlama kavramının anlamının belki de ilk yolu soyut ile somut arasındaki ilişkiyi öğrenmek olacaktır. Somut tecrübeye dayalı fiziksel bilgiyken, soyut mantıksal ve zihinsel yapılardır. Benzer olarak soyut öz ile ilişkiliyken, somut bu özü oluşturan özelliklerle ilişkilidir. Somut yapılar ile soyut yapılar arasında bir hiyerarşik düzen vardır ve somut yapılar soyut yapılardan daha önde gelir. Somut ile soyut arasındaki ilişki içselleştirilemezse, soyutlama, somut dünyada anlamlı iç görüler oluşturulamaz

(Van Oers, 2001). Dolayısıyla soyutlama, somut durumları anlamının bir yöntemi olarak da nitelendirilebilir.

Hampton (2003)'a göre, soyutlama üç temel bilginin muhafaza edilmesini gerektirir:

1. Durumların hangi boyutlarının ilişkili olduğu ile ilgili bilgi (bir anahtarın şekli ya da boyutundan ziyade rengi gibi)
2. Nasıl davranmamız gerektiğini güvenilir bir şekilde tahmin eden boyutların değerleri ile ilgili bilgi (renk boyutu için kırmızı ya da sarı değerler gibi)
3. Tahmin edilebilir değerlerin çeşitlilik aralığı ile ilgili bilgi.

Hampton (2003) yukarıda bahsedilen üç bilginin soyutlama için depolanması gerektiğinin yanı sıra, bunların dışındaki diğer bilgilerin depolanmamasını da öngörmektedir. Böylece sadece önemli ve amaca uygun görülen bilgilerin saklanması ve diğerlerinin dışarı atılması ile daha büyük ölçüde soyutlama sağlanacağı düşünülmektedir. Bunun için araştırmacı üçgen kavramını ele almıştır: bir üçgenin genel elemanlarını seçip, üçgenlerin ayrıntılarını göz ardı ederek hayalimizde canlandırabildiğimiz üçgen temsilini soyutlayabiliriz.

Matematik, bireyin zihinsel ve mantıksal yapılarını temele alan bir bilim dalıdır. Soyutlama da matematik gibi bireylerin zihinsel aktiviteleri ile ilgilenen bir süreçtir. Bu durum soyutlamayı matematikte önemli konulardan biri haline getirmektedir. Böylelikle bireyin matematiksel soyutlama becerisi de önemli bir beceri haline gelmektedir. Soyutlama kavramının araştırmacılar tarafından farklı açılardan incelendiği daha önceden bahsedilmişti. Matematik eğitime yönelik yapılan çalışmalarda da soyutlama kavramı farklı bakış açıları ile değerlendirilmiştir (Frorer, Manes ve Hazzan, 1997; Tall, 1991). Bu konuda üzerinde fikir birliği sağlanan bir anlam oluşmasa da, kavramın farklı açılardan incelenmesinin mümkün olduğu ve hatta zengin bir anlam sunacağına dair düşünceler de yer almaktadır (Hazzan ve Zazkis, 2005).

Ferrari (2003) çalışmasında, soyutlamanın matematik için temel bir süreç olduğunu ileri sürmektedir. O'na göre, soyutlama ile yeni matematiksel kavramların oluşumu ilişkilidir fakat bu ilişkilerin gösterilmesi zordur. Bunu sağlamak için matematiğin gelişim sürecini dikkate almak gerekmektedir. Ancak o zaman

soyutlamanın, yeni kavramların oluşumunda temel adım olduğunun görülebileceğini savunmaktadır. Mesela doğal sayılar sayma süreçlerinden soyutlanmış ve yine soyutlanma ile tam sayıların oluşumunda kullanılmıştır. Sonrasında rasyonel sayılar, reel sayılar ve kompleks sayılar da aynı şekilde soyutlanarak inşa edilmiştir (Ferrari, 2003).

Matematiksel soyutlama, matematiksel bir kavramın temelini oluşturan özelliklerin özünü çıkarma, gerçek dünya nesnelere ile olan bağıllığını kaldırma ve daha geniş uygulamalara genelleme sürecidir (Yılmaz, 2011). Bu tanımda görüldüğü gibi soyutlama ile genelleme birbiri ile ilişki olan kavramlardır. Bazı araştırmacılar (örneğin Davydov, 1990) genelleme ile soyutlamayı eş anlamlı olarak kullanmaktayken, bazıları (örneğin Dreyfus, 1991) genellenin soyutlama için ilk adım olduğunu savunmaktadırlar. Her iki kavramında nihai amacı bilgi kümelerinin karmaşıklığını ortadan kaldırmaktır. Sadece süreç aşamasında kullandıkları yöntem bakımından birbirinden ayrılmaktadırlar. Soyutlama bilgi kümesinin ilişkili ve ince ayrıntılarını görmezden gelerek ya da saklayarak karmaşıklığı azaltmaya çalışırken, genelleme bu çoklu bilgi kümelerini gruplandırarak yani benzer bilgileri tek bir yapı altında toplayarak karmaşıklığı azaltmaya çalışır (www.emu.edu.tr, 2015; McQuain ve Keller, 2001).

Genelleme (generalization) Skemp (1986)'e göre, karmaşık ve güçlü aktivite yapma sürecidir. Bu süreç sadece karşılaşılan yeni durumların özümlemesi ile ilgilenmez, daha ilerisi için bir fikir sunar ve ortaya koyulan şemaların bilinçli olarak yeniden yapılanmalarını sağlar. Genelleme görüldüğü kadar basit değildir (Ferrari, 2003). Dörtgenlerin karelere göre daha genel olduğunu hiç kimse sorgulamaz, herhangi bir kare bir dörtgen olarak kolayca yorumlanabilir, oysaki her dörtgen bir kare değildir. Fakat bir doğru parçası kavramı ile bir üçgen kavramını kıyasladığımızda daha genel olanını kolay bir şekilde söyleyemeyiz. Doğru parçası kavramının daha genel olduğu ifade edilebilir, çünkü doğru parçası tanımı verildiğinde üçgen tanımı kolayca yapılabilir. Ancak bir doğru parçasının üçgenin özel bir durumu ile ilişkili olabildiğini söylemek kolay değildir (yani üçgenin iki açısı 0° ve üçüncü açısı 180°).

Piaget (1970) genellemeyi, soyutlamanın gerçekleşmesine yardım eden bir üst sıra operasyon olarak nitelendirmiştir. Bu tanıma göre, soyutlamanın genellemeye göre

daha derin bir kavram olduğu ifade edilebilir. Genelleme kendi içinde sonsuz zenginlikte bir kavram olmasına rağmen, soyutlamaya göre daha sınırlı kalmakta ve soyutlamanın dilsel, matematiksel ve bilişsel gerekliliklerini görmezden gelmektedir (Ferrari, 2003).

Genellemenin yanı sıra bağlamsızlaştırma da matematiksel soyutlama için önemli görülen diğer bir kavramdır (Ferrari, 2003). *Bağlamsızlaştırma (decontextualization)* ile genelleme bir paranın iki yüzü gibidir. Fakat bu iki kavram her zaman uyumlu değildir. Yani bazen genel olmayan bir kavram bağlamsızlaşabilir ya da bunun tersi de mümkündür; bağlamsızlaşan bir kavram genel olabilir. Matematiksel uygulamalar içerikten uzaklaşmadan odaklanmayı gerektirir. Eğer bir problem çözmek istiyorsan, öncelikle gerekli olmayan şeyleri çıkarmalısın ve problemin özü ile ilgilenmelisin. O zaman herhangi bir kaybın olmadan basit bir şekilde soruyu çözebilirsin. Matematiksel uygulamalarda gerekli olan yeteneklerden biri: bağlamdan tamamen uzaklaşmadan önemli olan şeyin üzerinde odaklanma yeteneğidir (Mason ve Pimm, 1984).

Soyutlama kavramı yüzyıllardır üzerinde tartışılan ve araştırma yapılan bir kavram olarak karşımıza çıkmaktadır. İlk olarak Aristotle zamanında araştırılmaya başlanan soyutlama, sonrasında da çeşitli filozoflar tarafından ilgi görmüş bir konudur. Soyutlama ile ilgili ilk matematiksel çalışmalar (kitap ya da makale) Hilbert zamanından beri yapılmaktadır. David Hilbert (Grundlagen der Geometrie-1898), Bertrand Russell (Principles of Mathematics-1903), Kurt Gödel (Undecidable Propositions-1931) gibi araştırmacılar bu konu ile ilgilenen filozoflar arasındadır (Lane, 1999). Lane (1999), soyutlamanın aksiyomatik gelişiminin Hilbert ile başladığını ve 1945'e kadar bu gelişimini büyük oranda tamamladığını ifade etmektedir.

Bu yıllarda klasik bakış açısı ile değerlendirilen soyutlama fikrinin bazı varsayımlar üzerine temellendiği düşünülmektedir (Van Oers, 2001, akt. Yeşildere, 2006). Bu varsayımlar şu şekilde özetlenebilir:

1. Soyutlamalar, nesnelerin kategorilerle gösterilmesi ile var olurlar.
2. Soyutlamalar, bağlamdan bağımsızlardır.
3. Soyut düşünme, düşünce gelişiminde daha ileriki adımların ayırt edici bir özelliğidir.

Yukarıda sayılan varsayımlar soyutlamanın genel olarak üst düzey bir operasyon olduğunu, ayrıca ortandan ve zamandan bağımsız olarak gerçekleştiğini ifade etmektedir. Günümüz de ise bu çalışmalar iki bakış açısı altında toplanarak sunulmaktadır: bilişsel ve sosyokültürel bakış açıları. İki bakış açısı da soyutlamanın, bireyin zihninde gerçekleşen bir süreç olduğu konusunda hem fikirdir. Fakat soyutlamanın gerçekleşmesinde öncelik verdikleri düşüncelerde farklılık görülmektedir.

Bilişsel soyutlama, matematiksel süreçlerden meydana gelmekte ve bu süreç sonunda oluşan kavramlarla zihinsel kavramlar arasında ilişki kurmayı temele almaktadır. Bu ilişkinin anlamlandırılması ön plandadır ve benzerlikler ve farklılıklar dikkate alınarak sınıflandırmalar gerçekleştirilir. Böylelikle kavram zihinde yerini almış olur. Oluşturulan bu kavram, karşılaşılan yeni ve benzer durumlar için hazır haldedir, yani artık soyutlanmıştır. Ve belki de bilişsel açıdan yorumlanan soyutlamanın en temel özelliği, soyutlanan bilginin zaman ve yer gibi kavramlardan tamamen bağımsız oluşudur. Ayrıca bilişsel araştırmacılara göre soyutlama süreci, somuttan soyuta yükselişin kendisidir. Bu kavrama *sosyo-kültürel* açıdan bakan araştırmacılar ise, öğrenilen kavramın çevreden ve öğrenme ortamını çevreleyen koşullardan bağımsız olarak düşünölemeyeceğini savunmaktadırlar. Yani onlara göre sosyal etkileşim, soyutlamadan bağımsız olarak düşünölemez. Soyutlamanın oluşumu için uygun çevresel şartların minimum düzeyde sağlanmış olması gerekmektedir. Ancak bu durumda birey için öğrenme anlamlı hale gelecektir. Van Oers, soyutlamayı sosyo-kültürel bir bakış açısı ile değerlendiren bir araştırmacıdır. Van Oers (2001)'e göre soyutlama, belli bir bakış açısı dikkate alınarak ilişkilerin oluşturulduğu, bireylerin düşüncelerinin geliştirildiği ve yeni kavramlara ulaşılmanın sağlandığı bir süreçtir.

Yukarıda iki farklı bakış açısı ile soyutlamanın temel özelliklerinden kısaca bahsedilmiştir. Bu çalışmada da, öğrencilerin zihinsel şemalarında yer alan kavram kümelerinin dinamik yapısının incelendiği, farklılıkların ve benzerliklerin dikkate alındığı düşünöürse, soyutlamanın bilişsel bakış açısı ile değerlendirilmesinin uygun olacağı söylenebilir.

2.1.1. Bilişsel bakış açısı ile soyutlama

Bilişsel bakış açısına sahip araştırmacılara göre, soyutlama genel olarak bireyin deneyimlerinden gelen benzerliklerin farkındalığı ile ilişkilidir. Skemp (1986) soyutlamayı, soyutlama sürecinin bir ürünü olarak görmekte ve soyutlamanın bireyin daha önce edindiği benzerliklere ait yeni deneyimlerinin farkındalığına imkân verdiğini ifade etmektedir. Soyutlama süreci (abstraction) bir aktivite ve soyutlama (abstracting) ise bu aktivitenin bir ürünü yani süreç sonunda elde edilen bir nesne olarak düşünülürse, bu nesne/ürün artık bir kavram olarak ifade edilebilir.

Hiebert ve Carpenter (1992), zihindeki soyutlama terimini kullanarak, önemi üzerinde pek fazla durmadan, matematiği anlama üzerine bir araştırma yapmışlardır. Bu araştırmada anlamayı, ‘fikirler, olaylar ya da prosedürler arasında ilişkiler kurma’ olarak tanımlamışlardır. Ayrıca (1) benzerlikleri ve farklılıkları araştırma ve (2) bağlamdaki ilişkileri belirleme, ifadeleri üzerinde tartışmışlardır. Bu ifadeler soyutlama kavramının gelişiminde önemli rol oynayan iki özellik olarak nitelendirilmiştir. Bu araştırmacılara paralel olarak Meel (2003), matematiksel anlamının tarihsel gelişimini açıklarken, bu ifadelerin daha ileriki aşamalarda soyutlama için temel oluşturduğunu ifade etmektedir. Yine aynı araştırmacı bu tür ifadelerin yapılandırmacı kavramsallaştırma sürecinde kritik bir öneme sahip olduğunu belirtmektedir.

Yapılandırmacı bakış açısı, soyutlama seviyesi ile ilgili ifadeleri desteklemiştir. Hiebert ve Lefevre (1986: 4-5) bu durumdan aşağıdaki şekilde bahsetmektedir (akt. Yılmaz, 2011):

Matematiksel bilginin parçaları arasındaki ilişkilerdeki iki seviyenin farklılığını ortaya koymak faydalı olacaktır. İlk seviyeyi ‘birincil’ (primary) olarak adlandırabiliriz. Bu seviyede, bilgi ile bağlantı kuran ilişki, bilginin kendisini gösterdiği seviyeden ziyade, soyutlukla aynı seviyede (veya daha az soyut seviyede) oluşturulur. Bu, ilişkinin bilginin bağlantı kurmasından daha soyut olmadığı anlamıyla eşitir.

Bazı ilişkiler, bağlantı kurduğu bilginin parçalarından daha yüksek ve soyut seviyede oluşturulurlar. Bunu reflektif (ileri düşünülmüş, yansımali veya teorik) soyutlama olarak adlandırıyoruz. Bu seviyede ilişkiler, özel içeriklere daha az bağlıdır. Bunlar çoğunlukla, görünüşte farklı olan bilgi parçalarındaki

benzer ana özelliklerin farkındalığı ile inşa edilmişlerdir. İlişkiler, bilginin temsil edilmesi, bilginin farklı görünüşteki parçacıklarının yaygın özelliklerinin çekip çıkarılması ve bir araya getirilmesi ile bu seviyeyi aşarlar.

Yukarıda, ilişkilerin daha yüksek ve soyut seviyede oluşturulmasından ve özel içeriklere daha az bağlı olduğundan, ayrıca bilgi parçalarının benzer ana özelliklerinin farkındalığından bahsedilmiştir. Tüm bu ifadeler soyutlamanın bilişsel açıdan yorumlanması ile örtüşmektedir.

Mitchelmore ve White, Skemp'in soyutlama ile ilgili görüşlerini destekleyen ve geliştiren bilişsel araştırmacılardandır. Bu araştırmacılar, soyutlamayı iki aşamada ele almışlardır. Birinci aşama, farklı durumlarda genel özelliklerin tanınmasıdır. Günlük yaşamda bu özellikler (renk gibi) yüzeysel olabilir, fakat matematikte daima yapısal nitelik (sayı gibi) taşımaktadır. İkinci aşama artık soyutlamanın gerçekleştiği aşamadır ve soyutlanan şey artık bir kavram ile şekillendirilir (Mitchelmore ve White, 2004).

Bilişsel araştırmacıların soyutlama ile ilgili düşünceleri özetlenecek olursa, soyutlamanın bir dizi matematiksel nesneden oluştuğu ve öğrenenin zihinsel aktiviteleri sonucunda bu nesnelerin benzer özellikler altında sınıflandırıldığı ve böylelikle daha ileri matematiksel nesnelere ulaşıldığı düşünülmektedir (Herskowitz, Scwarz ve Dreyfus, 2001). Bu araştırmacılar ayrıca, soyutlamanın sıralı eylemler sonucunda gerçekleştiğini yani ardışık özellikte olduğunu savunmaktadırlar. Kısacası soyutlamayı bilişsel açıdan yorumlayan araştırmacılar aşağıdaki ifadeler üzerinde önemle durmaktadırlar (Özmantar ve Monaghan, 2007):

1. Çok sayıdaki örneklerin benzer özelliklerinin belirlenmesi ile yapılan genelleme
2. Düşük somut seviyelerden yüksek soyut seviyelere tırmanma
3. Öğrenme ortamından, ortamı çevreleyen koşullardan ve zamandan bağımsızlık

Dubinsky (1991) Piaget'in soyutlamayı bilişsel açıdan inceleyen önemli bir araştırmacı olduğunu ve şimdiye kadar bahsedilen soyutlama ile ilgili düşünceleri geliştirerek üç yönlü soyutlama teorisi ortaya koyduğunu ifade etmektedir. Bunlardan ilki nesnelerin özelliklerinden gelen bilgi ile ilgili olan *deneysel soyutlama* (Beth ve Piaget, 1966, ss. 188-189), ikincisi nesnelerin oluşturdukları eylemlerin özellikleri ile

ilgili *yarı-deneysel soyutlama* (Piaget, 1985, ss. 18-19) ve sonuncusu eylemler arasındaki etkileşimli ilişkilerle ilgili *yansıtıcı soyutlamadır* (Piaget, 1980, ss. 89-97).

Dubinsky (1991) yukarıda bahsedilen üç soyutlama türünün birbirinden tamamen bağımsız olmadığını savunmaktadır. Birey, deneysel soyutlama ile sadece bilgileri alırken, yarı-deneysel soyutlama ve yansıtıcı soyutlama ile eylemleri nesnelere üzerinde uygulamaya başlar. Yani deneysel soyutlama yalnızca yansıtıcı soyutlama ile yapılandırılan benzer şemaları işler. Bu iddialardan hareketle şu yargılara varılabilir: Deneysel ve yarı-deneysel soyutlama, nesnelere üzerinde eylemlerin uygulanarak nesnelere bilgi elde edilmesi sürecini temsil etmektedirler. Yansıtıcı soyutlama ise, yeni eylemler ve sonunda yeni nesnelere oluşturmak için, bu eylemleri koordine eden ve içselleştiren bir süreçtir. Deneysel soyutlama bu yeni nesnelere, zihinsel eylemler vasıtasıyla bilgi elde edilmesine imkân tanır. Bu şekilde devam eden soyutlama süreci, artık bir döngü haline gelir. Bu soyutlama türlerinin her birine ait ayrıntılı bilgi aşağıdaki kısımda verilmiştir.

2.1.1.1. Deneysel (Empirical) soyutlama

Öğrenciler temel ve soyut matematiksel nesnelere hakkında okulda çoğu şeyi öğrenirler. Bu nesnelere öğrenmenin temel özelliği '*benzerliği tanımadır*'. Benzerlik kavramı yüzeysel olmaktan ziyade ilgili olduğu kavramın (sayma, uzay ve ilişkiler gibi) ayrıntılarını içerir. Öğrenciler bağlantısız gibi görünen durumları ilişkilendirdikçe önceden yapamaz durumda olduğu şeyleri artık yapabilir hale gelirler. Bu şekilde benzerliklerin tanınması, öğrencilerin bir adım ileriye taşınması ile sonuçlanır. Dahası öğrenciler bu yolla yeni fikirleri de şekillendirebilirler. Böylelikle bu yeni fikirler benzerliklerin tanınması ile belirginleşir. Yeni fikirlerde benzerliğin belirginleşmesini takip eden benzerliği tanıma süreci, deneysel soyutlama süreci olarak adlandırılır (Mitchelmore ve White, 2004). Skemp (1986, s. 21)'in deneysel soyutlama ile ilgili görüşleri bu durumu etkili bir şekilde açıklamaktadır.

Soyutlama yapma (abstracting) deneyimlerimiz arasındaki... benzerliklerin farkına vardığımız bir aktivitedir. **Sınıflama**, bu benzerliklere dayanarak bir araya getirmek, toplamak anlamına gelir. **Soyutlama (abstraction)** ise, önceden şekillendirilen bir sınıfın benzerlikleri bilgisine sahip olarak yeni

tecrübeleri tanımamıza fırsat sunan, soyutlama yapmanın bir sonucu olan ve böylelikle devam eden değişimin bir türüdür. Bir aktivite olarak soyutlama yapma (abstracting) ve bu sürecin bir ürünü olarak nitelendirilen soyutlama (abstraction) arasındaki ayrımı belirlemek için, sonrakini bir **kavram (concept)** olarak adlandırmalıyız.

Diğer yandan Beth ve Piaget (1966)'ye göre deneysel soyutlama, nesnelerin özelliklerinden bilginin türetilmesi sürecidir (akt. Dubinsky, 1991). Bu, öznenin (subject) dışsal olarak görüldüğü tecrübelerle ilişkili bir durumdur. Ancak bu özelliklerin bilgisi içseldir ve özne tarafından içsel olarak oluşturulan yapıların sonucudur. Piaget'e göre soyutlamanın bu türü nesnelerin yaygın özelliklerinin çıkarımlarına ve genişlemeli özellikte olan (yani birkaçından tümüne geçme ya da özel bir durumdan genele gibi) genellemelere öncülük eder (Piaget ve Garcia, 1983, s. 299). Mesela bir nesnenin rengini ya da ağırlığını göz önüne alırsak, bu özelliklerin hepsinin nesnede yer alacağını söyleyebiliriz. Fakat bir şeyler yaparak (nesneye ışık altında bakmak ya da tartmak gibi) yalnızca bunlardan birine ait bilgi sahibi olunabilir. Ayrıca farklı bireyler bu özelliklerle ilgili farklı şartlar altında farklı sonuçlara ulaşabilirler (Dubinsky, 1991).

Deneysel soyutlama matematiksel kavramların gelişimiyle dolaylı yoldan ilgilendiği için, nesnelerin özellikleri kullanılarak soyutlama yapılmaya çalışılır (Özmantar ve Monaghan, 2007). Dolayısıyla bu tür soyutlama, yüzeysel benzerliklere dayanır ve günlük kavram bilgilerini gerektirir. Örneğin 'köpek' kavramı, bir çocuğun deneyimlerinde belli hayvanlar arasındaki benzerliklerin muhafaza edilmesidir. Bu tür soyutlamanın daha çok uzamsal kavramların (üçgen, simetri ve çember gibi) gelişimlerinin ilk basamaklarında görüldüğü ifade edilmektedir (Mitchelmore, 2002).

2.1.1.2. Yarı-deneysel (Pseudo-empirical) soyutlama

Piaget (1985, s. 18-19) yarı-deneysel soyutlamanın, deneysel soyutlama ile yansıtıcı soyutlama arasında kaldığını ifade ederek, öznenin, eylemleri nesne üzerinde tanımladığı özellikleri didiklemediği bir soyutlama türü olduğundan bahsetmektedir. Örneğin, öznenin sıralı olarak yerleştirdiği iki nesne arasında birebir eşlemenin yapıldığını düşünelim. Bu durumun bilgisi deneysel olarak düşünülebilir çünkü

nesnelere yapılmak zorundadır. Ancak bu iki küme arasındaki birebir ilişki olduğunu anlama, öznenin eylemleri nesnelere üzerinde uygulamasının ve içsel yapılandırılmaların bir sonucudur (akt. Dubinsky, 1991).

Kısacası yarı-deneysel soyutlama, deneysel soyutlama ile benzer süreçlerde gerçekleşmektedir. Deneysel soyutlama da özne, çok sayıda nesneyi gözlemler ve bu nesnelere ortak özelliklerini soyutlar. Yarı-deneysel soyutlamada ise, süreç deneysel soyutlamada olduğu gibi ilerler, ancak ileriki aşamada eylemler bu nesnelere üzerinde uygulanır.

2.1.1.3. Yansıtıcı (Reflective) soyutlama

Yansıtıcı soyutlama Piaget'in büyük fikirlerinden biridir. Yansıtıcı soyutlama hem düşüncenin gelişimindeki zihinsel yapılandırmalar için temel bir mekanizma hem de mantıksal-matematiksel yapıların bireyin zihninde geliştirildiği zihinsel bir mekanizmadır. Yansıtıcı soyutlamanın ne olduğuna dair Piaget'in ortaya attığı düşünceler çok sayıda araştırmacı tarafından yorumlanmıştır. Bu yorumlar incelenmiş ve iki kısımda ele alınmıştır. İlk kısım, derin düşünme ve farkındalık anlamına gelen (Piaget'in içerik olarak adlandırdığı şey hakkında) 'yansıtma' ve düşük bilişsel düzeylerden yüksek düzeylere çıkmak için işlemleri ve içeriği 'yansıtma' (süreçlerden nesnelere yükselme gibi) anlamlarından oluşmaktadır. İkinci kısım ise, yüksek düzeylerdeki içeriğin ve işlemlerin tekrar organize edilmesi ve tekrardan yapılandırılmasını içerir (Arnon, Cottrill, Dubinsky, Oktaç, Fuentes, Trigueros ve Weller, 2013, s. 6).

Dubinsky, Piaget'in yansıtıcı soyutlama düşüncelerini yorumlayan araştırmacılardan biridir ve yansıtıcı soyutlamanın, bireyin bilişsel gelişimi boyunca var olan mantıksal-matematiksel yapıların oluşumunu tanımlamak için geliştirilen bir soyutlama türü olduğunu ifade etmektedir (Dubinsky, 1991). Piaget (1966) yansıtıcı soyutlama ile ilgili iki önemli gözlem elde etmiştir: (1) yansıtıcı soyutlamanın mutlak bir başlangıcı yoktur, ancak duyu-motor koordinasyonu çok erken yaşlarda ortaya çıkar, (2) matematiğin gelişim tarihinin eski çağlardan günümüze kadar genişleyerek ilerlemesi, yansıtıcı soyutlama sürecine bir örnek olarak gösterilebilir.

Piaget'ye göre yansıtıcı soyutlamanın ilk kısmı, düşünmenin belirli seviyelerindeki zihinsel ya da fiziksel eylemlerin özelliklerin şekillendirilmesinden oluşur. Bu durum eylemlerin farkındalığını gerektirir. Tüm bunlar soyutlanmanın, düşünmenin yüksek kısımlarında planlandığı anlamına gelmektedir. Ayrıca Piaget'nin yansıtıcı soyutlama görüşü, zihinsel işlemlerin sınıflandırılmasına dayanmaktadır. Yansıtıcı soyutlama ürünü olan şemalar, oluşum süreçlerinde bilginin yapılandırılmasını sağlayan bloklardır. Bu süreç teorik modellerin yapılanmasına da yardımcı olur (Herskowitz vd., 2001).

Dubinsky (2000), yansıtıcı soyutlamanın, diğer soyutlama türlerine nazaran daha karmaşık bir süreç olduğunu ileri sürmekte ve '*Bilişsel yapıların gelişimi yansıtıcı soyutlamadan dolayıdır... (Piaget, 1985)*' görüşünü ileri sürerek, sürecin karmaşıklığının normal olduğunu iddia etmektedir. Bu soyutlama türünün diğerlerinden farklı olduğunu savunan diğer bir araştırmacı Davydov (1990)'a göre bilimsel bilgi, bireylerin günlük deneyimlerinin basit yayılımları ya da genişletilmesi değildir. Aksine soyutlamanın belirli anlamlarının işlenmesine imkân vererek mevcut bilişin nesnelere idealleşmesi için genellemeye imkân sağlamaktır. Bu araştırmacıya göre yansıtıcı soyutlama ile bir düşüncenin temeli tanımlanır. Bu durumun yeni yapıların/bilgilerin oluşturulmasında önemli bir adım olduğu söylenebilir.

Yansıtıcı ve deneysel soyutlama arasındaki farkı ortaya koymak için bazı örnek durumlar sunulabilir. Bir doğrunun temel geometrik kavramlarını öğrenmede, deneysel soyutlamaya göre, öğrenciler nesnelere arasındaki benzerlikler hakkında kabaca bilgi sahibi olurlar. Oysa yansıtıcı soyutlama da öğrenciler, uzamsal incelemeler sonucu ortaya çıkan genellemelere ihtiyaç duyarlar (iki doğrunun bir noktada kesişmesi gibi). İkinci bir örnek durum ise, öğrenmenin, gerekli değişkenlerin ve ilişkilerin belirlenmesi (yansıtıcı soyutlama) için problemin analizinde çalışılan çeşitli araştırmaların (deneysel soyutlama) incelenmesiyle gerçekleşeceği (Yılmaz, 2011).

Deneysel soyutlama ile elde edilen ilişkiler yüzeysel kalmakta, bu ilişkilerin ayrıntıları ancak yansıtıcı soyutlama ile sorgulanabilmektedir. Anlamlı öğrenmenin gerçekleşmesi ve ileri düzeyde matematiksel düşünmenin gelişmesi için, matematik eğitimcileri tarafından deneysel soyutlamadan ziyade yansıtıcı soyutlama yapılması önerilmektedir (Zembar, 2007). Böylelikle öğrenenler ilişkileri yüzeysel olarak

ezberlemekten çok daha öteye giderek, nesnelere oluşturan matematiksel ilişkileri soyutlarlar. Bu durum yansıtıcı soyutlamanın önemini ortaya koymakta ve daha da arttırmaktadır. Literatürde bu düşünceleri destekleyen yani yansıtıcı soyutlamanın ileri matematiksel düşünmede önemli bir rol oynadığını iddia eden araştırmacılar mevcuttur (Davydov, 1990; Dubinsky, 2000; Mitchelmore, 2002; Piaget, 1985).

Cooley (2002) yansıtıcı soyutlamanın yapıların oluşumuna rehberlik eden şemaların yanı sıra işlemler ve eylemler ile ilişkili olduğunu düşünmektedir. Yansıtıcı soyutlama, iki farklı anlamda düşünülebilir: (a) düşük seviyelerden yüksek seviyelere '*yansıtma*', (b) önceki yapının aydınlatılması ile yeni düzeyin '*tekrar yapılandırılması*'. Yani bu tür soyutlama eylem ve işlemlerle başlar ve belki de bu özelliği onu diğer türlerden ayrı kılar. Yansıtıcı soyutlama yapısaldır ve zihinsel gelişimi destekleyen bir mekanizmadır. Bu mekanizma, bilgiyi (bu bilgi önceki bilinen şey değildir) yeniden yapılandırmak ya da sadece yapılandırmak için bireye izin veren matematiksel yapının belli özelliklerinin izolasyonudur. Yansıtıcı soyutlamanın özelliği, mantıksal-matematiksel tecrübeler arasında yaygın genellemeleri ve nüansları tanıyarak, bu tecrübeleri organize etmek ve sınıflandırmaktır.

Dienes (1971, 1978) ise, yansıtıcı soyutlamanın ardışık soyutlamalar aracılığıyla yüzyıllardır oluşturulan bir disiplin olduğunu ileri sürmektedir. Bu yüzden soyutlamanın matematiğin temel özelliği olduğunu ve matematik öğreniminde anahtar bir nokta olduğunu savunur. Yansıtıcı soyutlama bir grup nesnenin ortak özellikleri üzerinde yoğunlaşılması ile yapılır. Ortak özelliklerin tanınması, soyutlama öncesinde genellemelerin yapılmasına yardımcı olan bir durumdur (akt. Cooley, 2002).

Bazı araştırmacılar soyutlama sürecinin adımlarında etkili olan belirleyicilerden bahsetmişlerdir. Bu araştırmacılardan Sfard (1991) soyutlamanın içselleştirme (interiorisation), yoğunlaştırma (condensation) ve şeyleştirme (reification) adımlarından oluştuğunu ifade ederken; Dubinsky (1991) soyutlama sürecinin genelleme (generalization), sentezleme (synthesis) ve soyutlama (abstraction) adımlarından oluştuğunu iddia etmektedir. Ayrıca her bir araştırmacı bu üçlü adımların soyutlama sürecinde bir döngü gibi tekrar ettiğini ve böylelikle soyutlamanın gerçekleştiğini söylemektedir. Burada önemli görülen şey, soyutlama sürecinin sadece benzerlikleri tanımadan oluşmadığının gösterilmesidir (Mitchelmore, 2002).

Dubinsky (1991, 2000) soyutlama hakkındaki düşüncelerini geliştirerek, ileri matematiksel düşünmenin gelişimi için yansıtıcı soyutlama çerçevesinde dört kavram üzerinde durmuştur: içselleştirme (interiorization), koordine etme (coordination), muhafaza etme (encapsulation), genelleme (generalization). Ayrıca araştırmacı daha ileriki çalışmalarında Piaget'nin düşüncelerinden yola çıkarak bu dört kavram üzerine beşincisini de eklemiştir: tersine çevirme (reversal). Araştırmacının soyutlama süreci adımları olarak ifade ettiği bu beş bileşen ile ilgili düşünceleri aşağıda verilmiştir:

✓ Çocuklar sembolleri, dili, resimleri ve zihinsel görüntüleri kullanma yeteneği ile temsili (sunulanı) yani algılanan fenomeni anlamlandırmanın bir yolu olarak içsel süreçleri yapılandırmak için yansıtıcı soyutlamalar yaparlar (Piaget, 1970a, s. 64). Piaget bu durumu *içselleştirme* olarak adlandırmış (Piaget, 1980, s. 90) ve bunu 'içselleşmiş operasyonlar sisteminin ardışık materyal eylemlerinin dönüşümü' olarak ifade etmiştir (Beth ve Piaget, 1966, s. 206). Mesela toplama işleminin birleşme özelliği bu duruma örnek olarak gösterilebilir. Çocuk, bir grup sayıyı toplama işleminde, yerleşim yerlerini sürekli değiştirerek toplamaktadır. Bu eylemlerin her biri içselleştirilir ve bazı durumlarda içsel bir şekilde betimlenir. Böylece çocuk bu eylemleri yansıtabilir, karşılaştırabilir ve tüm eylemlerin aynı sonucu verdiğinin farkına varabilir. Diğer bir örnek durum: 'bir ispatın tüm adımlarını anlayabiliyorum, fakat tüm resmi göremiyorum' ifadesi içselleştirmenin önemini ortaya koyması açısından önemlidir. İçselleştirmenin gerçekleşmesi 'kendi ispatımızı yapabilme' adımı olmalıdır.

✓ Bazı durumlar yeni yapılanmalar için iki ya da daha fazla sürecin *koordinasyonunu/kompozisyonunu* gerektirir. Bu, Piaget'nin yeni eylemleri veya nesnelere oluşturmak için bir, belki daha fazla eylemin kullanıldığı tüm yolları açıklayan '*eylemlerin genel koordinasyonları*' ifadesinden ayırt edilmelidir. Piaget bu durumu denge probleminde keşfetmiş ve çalışmasında çocuğun dengeyi kendisinin oluşturduğu zaman ile başka birinin oluşturduğu dengeyi anlamaya çalıştığı zaman arasında önemli bir gecikme gözlemlemiştir. Buradan yola çıkarak bazı durumların iki şeyi aynı anda akılda tutmaktan çok daha fazlasını gerektirdiğini ifade etmiştir. Ayrıca bu durumu tek bir sistem içinde iki eylemin koordinasyonu olarak görmüştür (Bass ve Montague, 1972).

✓ Çarpma, oran ve değişimin değişimi, belki de matematik için en önemli ve öğrenciler için en zor olan yapıların/oluşumların örneklerini verir. Bu, statik bir nesne içindeki dinamik bir sürecin enkapsülasyonu ya da dönüşümüdür (conversion). Piaget (1972, s. 70; 1985, s. 49, 140) bu durumu şu şekilde ifade etmektedir:

... eylemler veya işlemler düşünmenin ya da özümsemenin tematize edilmiş nesnelere haline gelirler... matematiğin tümü yapıların inşası olarak düşünülebilir... matematiksel varlıklar bir seviyeden diğerine hareket ederler; bu varlıklar üzerindeki işlem, kendi dönüşümünde teorinin bir nesnesi haline gelir ve bu süreç alternatif yapılar ya da daha güçlü yapılar elde edilene kadar devam eder...

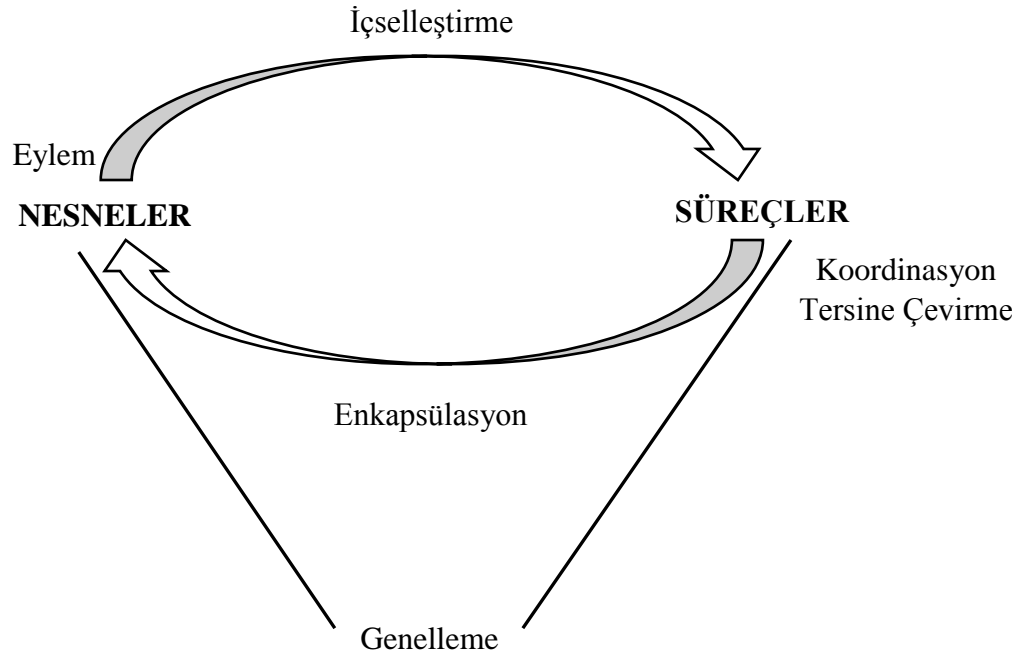
Üstelik Piaget'nin, '... önceki formlarla ilgili olan ve onları içerik olarak ihtiva eden yeni formlar oluşturmak' ve 'daha temel formları ortaya koyan yansıtıcı soyutlama ile yeni formlar oluşturmak için faktörler kullanır' ifadeleri içerik ve form arasındaki göreceliğin enkapsüle edildiği fikrini açıklamaktadır. Örneğin $A = \{3, \{-1, 4, 7\}, \{8, 12\}\}$ kümesinin eleman sayısının 6 olduğunu ifade eden bir öğrencinin yanılması, küme içinde yer alan her bir kümeyi nesne olarak enkapsüle edememesinden kaynaklanmaktadır.

✓ Özne daha geniş fenomen birikimi için oluşan şemayı uygulamayı öğrenirse, şemanın *genelleştirildiğinden* bahsedilebilir. Bu, öznenin şemanın daha geniş uygulanabilirliğinin farkına varması ile ortaya çıkar. Ayrıca, bir sürecin bir nesneye enkapsüle edildiği durumda da gözlenebilir. Örneğin, iki niceliğin oranını ya da toplanmasını düşünürsek, eşitlik ya da toplama gibi oluşan şema, sırasıyla orantı ya da çarpmayı elde etmek için uygulanır. Şema, daha geniş uygulanabilirliğe sahip olmanın dışında aynı kalır. Özne nesnenin genişleyen şema ile özümsemiğini anladığında, nesne artık özne için değişir. Piaget bu durumu çoğalan ya da genelleşen özümseme olarak ifade etmekte (Piaget, 1972, s. 23) ve *genişlemeli genelleme* olarak adlandırmaktadır (Piaget ve Garcia, 1983, s. 299).

✓ Bir süreç içsel bir şekilde ortaya çıkıyorsa, öznenin bu süreci *tersten düşünebileceği* mümkün görülür. Bu, orijinal sürecin tersini çevirerek oluşturulan yeni sürecin oluşumu ile ilgilidir. Bir öğrencinin eşitsizlik kavramını oluşturduğunu düşünürsek, tersten düşünmeye başlaması, doğru gözlemlerini manipüle etmesi ve elde

ettiği düşüncelerin geri dönüşüp dönüşmediğini görmesi bu durum için örnek olarak gösterilebilir.

Asiala ve diğerleri (1997) soyutlama sürecine ait zihinsel yapılanmaları aşağıdaki gibi göstermişlerdir. Ayrıca Dubinsky (1991) bu yapıyı gösterirken şema ve onun yapılanması olarak isimlendirmiştir.



Şekil 2.2. Soyutlama sürecine ait yapılanma (Dubinsky, 1991)

Yukarıda Dubinsky (1991) tarafından oluşturulan ve soyutlama süreci ile ilgili olduğu öne sürülen döngü verilmiştir. Bu döngüde yine aynı araştırmacı tarafından ortaya koyulan bilişsel yapılar ve bu yapıların gözlenmesinde yardımcı olduğu düşünülen bilişsel mekanizmalar gösterilmiştir. Araştırmacı elde ettiği bu yapıyı sistemli bir şekilde kurgulamış ve bir teori olarak ifade ederek kullanmıştır. Bu teoriye ait ayrıntılı açıklamalar bir sonraki kısımda anlatılmıştır.

2.1.1.3.1. APOS teorisi

Meel (2003) çalışmasında matematik literatüründe yer alan *anlama* (*understanding*) kavramının gelişim süreçlerinden bahsetmiş ve bu süreci üç kısımda incelemiştir. 1978 öncesi ‘anlama’, genel olarak problem çözme ve algoritmik işlemleri

gerçekleştirirken, bağlamdaki ilişkilerin gelişimi ile eşit tutulmuştur. 1978 sonrası ‘anlama’ kavramının gelişiminde Skemp (1976)’in görüşleri etkili olmuş ve bu kavram ilişkisel, araçsal, mantıksal ve sembolik olmak üzere dört kısımda incelenmiş ve açıklanmıştır. Günümüzde ‘anlama’ için yapılandırmacı kavramsallaştırma ön plandadır ve bilişsel ya da epistemolojik eylemler, kavram tanımı ve kavram imajı, çoklu temsiller, işlemsel ve yapısal kavramlar arasındaki ikilem olmak üzere dört maddenin yer aldığı çerçeveye göre şekillenir. Her bir maddede yer alan ifade uzun gelişim süreçleri sonucunda farklı araştırmacılar tarafından oluşturulmuştur. Bu ifadelerin çoğunun özellikleri ortaktır. Bu özellikler, yapısalcı bakış açısına dayanır ve anlamının zihinsel nesnelere şekillendirilerek ve bu nesnelere arasındaki ilişkileri anlamlandırarak inşa edildiğini gösterir. Tüm bu bakış açısı Meel (2003)’e göre iki model çatısı altında verilir: Pirie ve Kieren’in matematiksel anlama gelişim modeli ve Dubinsky’nin APOS teorisi.

Dubinsky (1991) bu teorinin, *‘matematiksel bilgi, zihinsel eylemlerin (actions), süreçlerin (processes) ve nesnelere (objects) oluşturularak, bu üç yapının problemleri çözmek ve durumları anlamak için şemalar (shemas) içerisinde organize edilerek algılanan matematiksel problem durumları ile ilgili birey eğiliminden oluşur’* hipotezinden başladığını ifade etmektedir. Ortaya atılan bu teori, hipotezde bahsedilen bilişsel yapılar (Action-Process-Object-Schema) referans alınarak APOS teorisi olarak adlandırılmıştır.

APOS teorisi, Piaget tarafından ortaya atılan, çocuklardaki mantıksal düşünmenin gelişimini tanımlamak için ifade edilen, yansıtıcı soyutlama mekanizmasını açıklama amacıyla üretilen bir teori girişimidir (Dubinsky, 1991). Bu girişim RUMEC (Research in Undergraduate Mathematics Education Community) olarak adlandırılan küçük araştırma grubu tarafından gerçekleştirilmiştir. Bu araştırmacılar, araştırma ve program geliştirme çatısı altında APOS teorisini kullanarak özel araştırma projeleri üzerinde işbirliği yapmışlardır. Söz konusu araştırma ve program geliştirme çatısı; belli matematiksel kavramların teorik analizi, teorik analiz üzerine temelli öğretimsel uygulamaların gerçekleştirilmesi ve geliştirilmesi, bu öğretimi ve kuramsal analizi test etmek ve geliştirmek için veri toplama ve analizi olarak üç bileşenden oluşmaktadır. Bu döngü kavramın epistemolojisini anlamak ve öğrencilerin öğrenmelerine yardım eden etkili pedagojik stratejileri elde etmek için gerekli görülen sıklıkta tekrar edilir. Bu

kuramsal analiz temel olarak APOS teorisi çerçevesinde şekillenir (Dubinsky ve McDonald, 2001).

APOS teorisi, matematiksel kavramların doğası ile matematiksel kavramların birey zihninde gelişimi arasında yakın ilişki olduğu prensibini savunur (Dubinsky, Weller, McDonald ve Brown, 2005). Dolayısıyla bu teori ile öne sürülen açıklamalar hem epistemolojik hem de psikolojik değer taşımaktadır. APOS teorisine göre birey, bilişsel yapıları inşa etmek için, belli zihinsel mekanizmaları kullanarak, matematiksel durumlar ile ilgilenir. Burada bahsedilen mekanizmalar; içselleştirme, koordinasyon, enkapsüle etme, genelleme, tersine çevirme iken, bilişsel yapılar ise APOS teorisini oluşturan eylemler, süreçler, nesnelere ve şemalardır.

Bu teoriye göre, birey yeni bir matematiksel kavram ile karşılaştığında, kavram bilgisi var olan zihinsel ya da fiziksel objelerin dönüşümü ile başlar. Bu dönüşüm *eylem* olarak adlandırılır (Asiala vd., 1997; Dubinsky, 1991). Eylem düzeyinde, dönüşümler dışsal olarak algılanır yani bireyler dönüşümü gerçekleştirebilmek için dışsal ipuçlarına ihtiyaç duyarlar. Ayrıca birey dönüşümü gerçekleştirmek için gerekli olan işlemleri adım adım takip eder. Bunu açıklamak için fonksiyon kavramını düşünelim. Eylem düzeyinde davranış gösteren öğrenciler, sayıların kullanımı için formül gibi dışsal bir ipucu verilmesini gerekli görürler. Ayrıca bağımsız değişkenlerin somut değerleri için cebirsel ifadeler ile verilen fonksiyonun değerlerinin hesaplanması da eylem düzeyinde değerlendirilecek bir davranıştır.

Eylem tekrar edildiğinde ve yansıtıldığında, birey artık eylemi bir *süreç* olarak içselleştirilebilir. *İçselleştirme*, bireyin dışsal ipuçlarına gerek duymadan dönüşümleri gerçekleştirmesine imkân verir. Yani içsel yapılar, doğrudan dışsal bir ipucuna gerek olmadan aynı eylemlerin gerçekleştirilmesi ile oluşturulur. Bu düzeyde birey, sürecin adımlarını tanımlayabilir, yansıtabilir ve hatta tersini de düşünebilir. Üstelik bunları gerçekleştirirken, bu adımları açık bir şekilde yapmaya da gerek duymaz. Eylemin aksine, süreç birey tarafından içsel olarak algılanır ve bireyin kontrolü ön plandadır. İçselleştirme, süreç yapısının tek bileşeni değildir. Birey önceki oluşturulan süreçleri *koordine ederek* ya da *tersine çevirerek* süreçleri yapılandırabilir. Örneğin, süreç düzeyinde öğrenci bir fonksiyonu algılamak için formül gibi dışsal bir ipucuna gerek

duymaz. Bağımsız değişkenin bir ya da daha fazla değeri için, bağımlı değişkenlerin değerlerini yorumlayabilir.

Birey, belli bir sürece uygulanan işlemleri yansıttığında, genel olarak sürecin farkına vardığında, dönüşümleri (eylemler ya da süreçler olabilir) gerçekleştirdiğinde ya da yapabilir hale geldiğinde, artık bu süreci bir *nesne* olarak düşünebilir. Bu durum sürecin nesneye *enkapsülasyonu* olarak açıklanmaktadır (Asiala, 1997; Dubinsky, Weller, Stringer ve Vidakovic, 2008). Ayrıca bu araştırmacılar göre, bir eylem ya da sürecin gerçekleştirilmesinde, nesnenin manipüle edilirken özelliklerinin kullanılması için, sürece geri dönüştürülmesi (*de-enkapsülasyon*) genellikle gereklidir. Süreç yapılan bir dönüşümken, nesne dönüştürülen statik bir birimdir (Çetin, 2009). Örneğin, nesne düzeyinde öğrenci, verilen fonksiyon üzerinde türev uygulayabilir hale gelir. Yani birey fonksiyonun genel fikrine sahiptir ve üzerinde işlemler (fonksiyonları toplayabilir, bir skaler ile çarpabilir, kombine edebilir, bazı durumlarda tersini düşünebilir) yapabileceği yeni ve çeşitli değişkenler içeren fonksiyonlar düşünebilir.

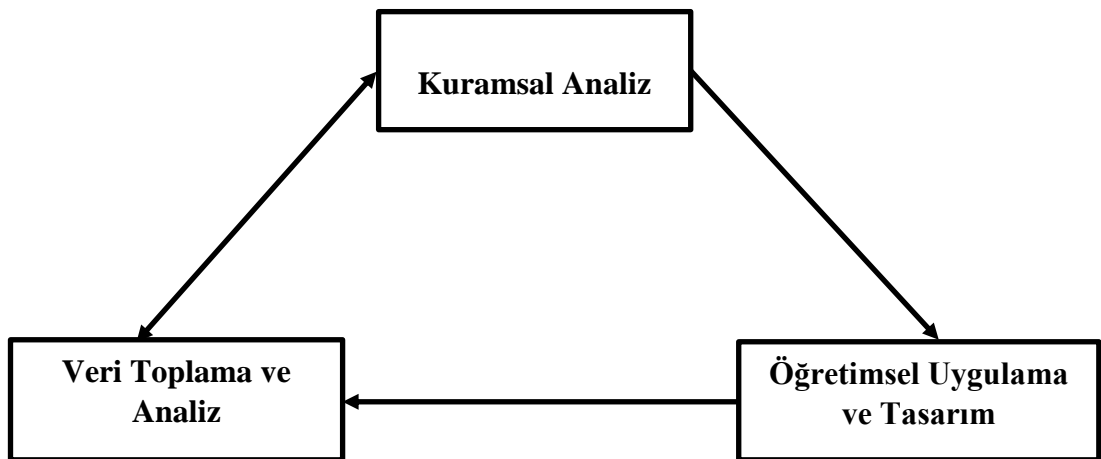
İçselleştirme ve enkapsülasyon, matematiksel kavramları gerektiren temel bilişsel mekanizmalardır. Enkapsülasyon belirli bir bilginin ve nasıl bilindiğinin sentezlenmesidir. Nesne basamağında anlama sergileyen birey, çeşitli eylemleri, süreçleri ve zihinsel nesnelere, daha tutarlı ve kapsamlı bir varlığı oluşturmak için sentezleyebilir. Bu varlık *şema* olarak adlandırılır. Örneğin fonksiyon kavramı için şema, fonksiyonların genel fikrini ve nasıl farklılaştığını (bağıntı, eğri, eşitlik gibi) bilmeyi içerir. Böylelikle birey, fonksiyonlar (alan, dizi, süreklilik, diferansiyellenebilirlik, integrallenebilirlik, fonksiyonun ekstremumları, minimum ve maksimum değerleri) ve fonksiyon grupları (polinom halkaları, kapalı aralıklarda sürekli fonksiyonların normlu uzayları gibi) hakkında ne tür soruların olabileceği/oluşturulabileceği düşüncesini geliştirebilir (Tabaghi, 2007).

Şemalar, nesnelere gibi kendi kendilerini şekillendirebilirler ve daha yüksek düzeyli şemaların organizasyonuna dâhil olurlar. Bu durumu Asiala ve diğerleri (1997) şemanın bir nesneye tematize edilmesi olarak adlandırmışlardır. Örneğin fonksiyonlar grupları içinde şekillendirilebilir, bu gruplar üzerinde işlemler yapılabilir ve işlemlerin özellikleri kontrol edilebilir. Tüm bunlar fonksiyon uzayı için bir şema olarak organize edilir.

Öğrencilerin oluşumlarını ve bu oluşumları üretmek için kullanılan mekanizmaları tanımlamada, APOS teorisi ile ilgilenen araştırmacılar '*genetik çözümleme*' olarak adlandırdıkları bir araç planlamışlardır (Dubinsky, 1991). Bu araç ile öğrencilerin bir kavramı/konuyu öğrenirken hangi zihinsel yapıları oluşturdukları (eylem, nesne, süreç ve şema) tanımlanmaya çalışılır (Çetin ve Top, 2014). Genetik çözümleme öncelikle kuramsal olarak yapılandırılır. Bir kavramın genetik çözümlemesi, bireyin zihnindeki kavramın nasıl geliştiğini tanımlayabilen yapılandırılmış zihinsel oluşumların grubudur (Asiala vd., 1997). Genetik çözümleme iki yolla yapılabilir: (1) derse (zaten) katılmış olan öğrencileri niteliksel bir şekilde sorgulayarak, (2) öncelikle genetik çözümleme versiyonuna dayalı öğretim tasarlayarak ve sonrasında bu öğrencileri niteliksel bir şekilde sorgulayarak. İkinci yol, araştırmacıya, tasarlanan öğretimin deneysel olarak test edilmesine imkân verir. Her iki yolda da nitel veriler toplanır ve APOS teorisine göre analiz edilir.

2.1.1.3.1.1. APOS teorisinin öğretimsel uygulaması

Asiala ve diğerleri (1997) APOS teorisi üzerine temellenen matematik eğitimi araştırmasının üç kısımdan oluşacağını ifade etmektedir: kuramsal analiz, öğretimsel uygulama ve tasarım, veri toplama ve analiz (Şekil 2.3).



Şekil 2.3. APOS teorisine dayalı araştırma tasarımı (Asiala vd., 1997)

Bu tez çalışmasında yukarıdaki şekilde gösterilen üç kısım da gerçekleştirilmeye çalışılmıştır. Çalışmanın uygulama boyutu için Asiala ve diğerleri (1996) tarafından geliştirilen ACE (Activities-Class Discussion-Exercises) öğretim döngüsü kullanılmıştır. ACE öğretim döngüsü, APOS teorisi üzerine temelli pedagojik bir yaklaşımdır (Weller, Arnon ve Dubinsky, 2009). Bu yaklaşıma göre sıradan öğretim biçimiyle işlenen dersler üç kısma ayrılarak tekrardan planlanır: ilgili konu bazında hazırlanan amaçsal etkinlikler (activities), etkinliklerin uygulanması sırasında yapılan sınıf tartışmaları (class discussion) ve bu sürecin sonunda öğrencilerin öğrendiklerini uygulamalarına fırsat veren ders dışı etkinlikler yani ev ödevleri (exercises).

Hazırlanan etkinliklerin amacı, öğrencilerin ilgili konu hakkında yansıtıcı soyutlamalar yapmasına yardımcı olmaktır. Bu esnada öğretmen etkinlikleri yönetir, az da olsa konuyu anlatıp ilgili kavramlar hakkında bilgi verebilir. Fakat daha çok öğrencinin ön planda tutulduğu bir süreç hâkimdir. Öğrenciler ders süresinde yapmış oldukları etkinlikler ile ilgili grupça ya da sınıfça tartışırlar. Tartışmanın yapılmasındaki amaç ise, öğrencilerin zihinsel yapıları (eylem, süreç, nesne ve şema) oluşturmaya destek oluşturmaktır. Etkinliklerle ilgili tartışmaların ardından öğrencilere, o an öğrendikleri konuyu pekiştirmeleri için ev ödevleri verilir. Süreç bu şekilde bir döngü olarak devam eder ve bu süreç ACE öğretim döngüsü olarak adlandırılır.

2.2. Yenilenmiş Bloom Taksonomisi

Taksonomi, kelime olarak ‘sınıflandırılma ve bu sınıflandırılmada kullanılan kurallar bütünü’ anlamına gelmektedir (TDK, 2015). Başbay (2008) taksonominin, istendik davranışların kolaydan zora, somuttan soyuta, basitten karmaşığa gibi aşamalı olarak, birbirinin ön koşulu olacak şekilde sıralanmasını ifade eden bir kavram olduğunu söylemektedir. Anderson, Krathwohl, Airasian, Cruikshank, Mayer, Pintrich, Raths ve Wittrock (2001) bu aşamalılığın amacının; eğitimcilere hedefleri, öğrenenin gözüyle inceleme olanağı sunmak, öğretimsel sorunları çözmeye çalışarak bilişsel süreçleri birleştirmeye yardım etmek ve değerlendirmeye yön vererek rahat bir iletişim ortamı kurmak, olduğunu ifade etmektedir.

Hedeflerin aşamalı olarak sınıflandırılmasını amaçlayan yapı, Bloom ve arkadaşları tarafından 1956 yılında geliştirilmiş ve ilk olarak ‘*Taxonomy of Educational*

Objectives, The Classification of Educational Goals, Handbook I: Cognitive Domain' adlı kitapta bahsedilmiş ve sonrasında bu yapı 'Bloom Taksonomisi' olarak literatürde yerini almıştır. Benjamin Bloom geliştirdiği bu yapının özel olarak, eğitimcilerin öğrenme nesnelere hiyerarşik bir düzende tasarlaması ile kodlama sisteminin geliştirilmesini amaçladığını ifade etmiştir (Marzano ve Kendall, 2006, s. 2). Bloom taksonomisine ait yapı aşağıdaki tabloda gösterilmiştir:

Tablo 2.1.

Klasik Bloom Taksonomisi Yapısı

1.00 Bilgi

1.10 Özeller Bilgisi

1.11 Terimler bilgisi

1.12 Özel olgular bilgisi

1.20 Özellerle uğraşma araçları ve yolları bilgisi

1.21 Alışular Bilgisi

1.22 Yönelim ve Sıralar Bilgisi

1.23 Sınıflamalar ve kategoriler bilgisi

1.24 Ölçüt Bilgisi

1.25 Yöntem Bilgisi

1.30 Bir alandaki evrenseller ve soyutlamalar bilgisi

1.31 İlke ve genellemeler bilgisi

1.32 Kuramlar ve yapılar bilgisi

2.00 Kavrama

2.10 Çevirme

2.20 Yorumlama

2.30 Yordama

3.00 Uygulama

4.00 Analiz

4.10 Öğelerin analizi

4.20 İlişkilerin analizi

4.30 Örgütlenme ilkelerinin analizi

5.00 Sentez

5.10 Özgün bir iletişim üretme

5.20 Bir plan ya da işlemler takım önerisi üretme

5.30 Soyut ilişkiler takımı türetme

6.00 Değerlendirme

6.10 İçsel kanıt açısından değerlendirme

6.20 Dışsal ölçüt açısından değerlendirme

(Krahtwohl, 2002)

Klasik Bloom Taksonomisi (KBT) yukarıdaki tabloda da görüldüğü gibi temelde 6 basamaktan oluşmaktadır: bilgi (knowledge), kavrama (comprehension), uygulama (application), analiz (analysis), sentez (synthesis), değerlendirme (evaluation). Bloom'un klasik taksonomisi hem öğretmenlere hem öğrencilere hem de program geliştiricilere büyük faydalar sağlamıştır. Klasik taksonominin en önemli vurgusu, bilişsel alana nüfuz ederek anlamlı öğrenmeye yardımcı olmasıdır (Anderson vd., 2001). Bloom geliştirdiği taksonominin bir ölçme aracından çok daha fazla şeyi ifade ettiğini söylemekte ve genel olarak aşağıdaki amaçlara hizmet ettiğini belirtmektedir (Krauthwohl, 2002):

1. Sınıf düzeyleri, konular ve kişiler arasında iletişimi kolaylaştırmak için öğrenme amaçları ile ilgili ortak bir dil geliştirmek,
2. Yerel, bölgesel ve ulusal standartlar gibi, yaygın eğitimsel amaçların özel alanlarını anlamada özel bir ders ya da programı belirlemek için temel oluşturmak,
3. Program, ders ya da üniteye ilişkin eğitimsel hedefleri, etkinlikleri ve değerlendirmelerin uygunluğunu değerlendirmek,
4. Herhangi bir ders ve program arasında çıkacak tezatlıkların derinliğinin ve genişliğinin sınırlandırılmasına karşı eğitimsel olanakların belirlenmesi için kapsamlı bir panorama sunmak.

1956 yılından bu yana 50 yılı aşkın süredir kullanılan bu yapı ile ilgili çeşitli eleştiriler yapılmıştır. Bloom Taksonomisinin; tek boyuttan oluşması (Furst, 1994), sentez basamağının değerlendirme basamağından daha karmaşık olduğundan sıralamanın değişmesi gerektiğinin yani hiyerarşik düzenin doğru olmadığına iddia edilmesi (Krietzler ve Madaus, 1994), hiyerarşik yapıya bağlı kalınmasının olumsuz sonuçlar doğurması ve bu konuda araştırmacıları sınırlandırması (Ormel, 1979; Seddon, 1978), her türlü konu için uygun olmaması (Fairbrother, 1975) gibi araştırma bulguları taksonominin tekrar gözden geçirilmesi düşüncesini tetiklemiştir (Bümen, 2006; Marzano ve Kendall, 2006, s. 8).

Anderson ve diğerleri (2001) Bloom Taksonomisinin yenilenmesini iki nedene dayandırmaktadır: (1) Eğitimcilerin orijinal Bloom Taksonomisine tekrar odaklanmalarını sağlamak ve (2) 1956'dan beri gelişim ve öğrenme psikolojisi, öğretim

yöntem ve teknikleri, ölçme-değerlendirme ile ilgili gelişimlerin taksonomiye yansıtılması gerekliliğidir.

KBT ile ilgilenen bir grup araştırmacı ilk olarak 1995 yılında bir araya gelmiş ve meta-analiz çalışmaları ile çok sayıda araştırma sonuçlarını incelemişlerdir (Krathwohl, 2002). Anderson ve Krathwohl başkanlığında (Airasian, Cruikshank, Mayer, Pintrich, Raths ve Wittrock ile birlikte) her yıl düzenli olarak toplanan grup, 45 yıl sonra orijinal taksonomiye revize etmiş ve “*A Taxonomy for Learning, Teaching and Assessing: A Revision of Bloom’s Taxonomy of Educational Objectives*” adı altında yeniden yayınlamışlardır (Anderson, 2005; Forehand, 2012).

Yenilenmiş Bloom Taksonomisinin (YBT) en göze çarpan özelliği, tek boyutlu bir yapıdan iki boyutlu bir yapıya dönüştürülmüş olmasıdır (Anderson vd., 2001). Bu değişimi açıklamada Krathwohl (2002), eğitimsel hedef ifadelerinin incelenmesi gerektiğini söylemektedir. O’na göre, hedef ifadeleri hem ders konularını hem de istenen davranışı ihtiva etmektedir. Dolayısıyla bu ifadeler (a) isim veya isim öbeklerinden, (b) fiil ya da fiil öbeklerinden oluşmaktadır. Bunu göstermek için ‘Öğrenci ekonomideki arz ve talep kanunlarını hatırlayabilecektir’ hedefini örnek olarak ele almıştır. Bu hedefte istenen davranış, ‘öğrenci hatırlayabilecektir’ ifadesi iken; geriye kalan kısım ise ders konularını temsil eden ‘arz ve talep kanunları’ ifadesidir. Yani ‘öğrenci hatırlayabilecektir’ ifadesi fiil; ‘arz ve talep kanunları’ ifadesi isim öbeğidir. KBT’de isim ve fiil öğeleri aynı başlık altında verilmekteydi. Klasik taksonominin bu tek boyutluluğu ilgili eğitimsel hedefi yansıtmada yetersiz görülmüştür. Dolayısıyla bu durum yeni taksonomide değerlendirilmiş ve ayrı durumlar olarak ifade edilmesinin gerekliliği üzerinde durulmuştur. Yani isim bilgi boyutuna; fiil ise bilişsel süreç boyutuna temel oluşturmuş, böylelikle tek boyutlu olan orijinal taksonomi iki boyutlu olarak tasarlanmıştır (Krathwohl, 2002). Sonuç olarak Anderson ve diğerleri (2001) yeni taksonomi ile ilgili iki boyutluluğu yansıtan aşağıdaki tabloyu oluşturmuşlardır:

Tablo 2.2.

Yenilenmiş Bloom Taksonomisi Boyutları

	Bilişsel Süreç Boyutu					
	Düzye 1	Düzye 2	Düzye 3	Düzye 4	Düzye 5	Düzye 6
Bilgi Boyutu	Hatırla	Anla	Uygula	Analiz et	Değerlendir	Oluştur
A.Olgulara Dayanan Bilgi						
B.Kavramsal Bilgi						
C.İşlemsel Bilgi						
D.Üst Bilişsel Bilgi						

(Anderson vd., 2001)

Yukarıdaki yapı, Anderson ve diğerkleri (2001)'ne göre, yeni taksonomiye kullanan eğitim programcılarını ve öğretmenler tarafından, eğitimsel hedeflere ve ilgili konulara göre doldurulmalıdır. Yukarıdaki tablo göre YBT, iki boyuttan oluşmaktadır: bilgi boyutu (4 alt düzeyde incelemiştir), bilişsel süreç boyutu (6 alt düzeyde incelenmiştir). Bilgi boyutu tablonun sütunlarını oluştururken, bilişsel süreç boyutu tablonun satırlarını oluşturmaktadır. Satırlar isim ya da isim öbeklerini gösterirken; sütunlar fiil ya da fiil öbeklerini göstermektedir. Bilgi ve bilişsel süreç boyutlarının her bir düzeyinin yani satır ve sütunların kesişimi hücreleri oluşturmaktadır. Bu hücreler temel olarak öğrenci davranışlarını kategorize etmek için kullanılır. Burada dikkat edilmesi gereken husus, her davranışın birden fazla hücre içerisinde gösterilmesinin mümkün olmasıdır (Amer, 2006; Anderson, 2005; Krathwohl, 2002). Bu özelliğın eğitimciler, araştırmacılara ve program geliştirmecilere esneklik sağladığı düşünülebilir. Ayrıca Amer (2006) çalışmasında taksonominin bilgi ve bilişsel boyutlarının tablo ile gösterilmesinin çeşitli amaçlarının ve avantajlarının olduğundan da bahsetmiş ve bu durumu genel olarak;

1. Ders programını ya da ünitelerin amaçlarını açık, kısa ve görsel temsil sunarak analiz edilmesine yardım eder.
2. Öğretmenlerin amaçlar ile etkinlikleri karıştırmamasına yardım eder.
3. Öğretmenlerin, öğrenme-öğretme etkinlikleri ve değerlendirme arasında ilişkiyi ortaya çıkarmasına yardımcı olur.

4. Program akışını (öğretim ve materyaller, amaçlar ve standartlar, testler) inceler.

başlıkları altında gruplandırmıştır.

2.2.1. YBT'nin bilgi boyutu

Yeni taksonominin en göze çarpan özelliği iki boyutlu yapısıdır (Amer, 2006). KBT genel olarak bilişsel boyut çerçevesinde tasarlanan 6 alt basamaktan oluşmaktadır. Bloom taksonomisinin yenilenmesi ile orijinal yapı bilgi boyutu ve bilişsel süreç boyutu olarak iki kısma ayrılmıştır. YBT'nin bilgi boyutuna ait ayrıntıları gösteren tablo aşağıda verilmiştir:

Tablo 2.3.

YBT'nin Bilgi Boyutunun Yapısı

A. Olgusal Bilgi (Factual Knowledge) : Bir disiplin veya onun içindeki problemleri çözmesi için öğrencilerin bilmesi gereken temel öğeler bilgisi.

Aa. Terminoloji bilgisi

Ab. Özel ayrıntılar ve öğeler bilgisi

B. Kavramsal Bilgi (Conceptual Knowledge): Bir arada işlevini yerine getiren büyük bir yapı içindeki temel öğeler arasındaki ilişkiler bilgisi.

Ba. Sınıflandırmalar ve kategoriler bilgisi

Bb. İlkeler ve genellemeler bilgisi

Bc. Kuramlar, modeller ve yapılar bilgisi

C. İşlemsel Bilgi (Procedural Knowledge): Bir şeyin nasıl yapılacağı bilgisi; araştırma metodları ve becerileri, algoritmaları, teknikleri ve metodları kullanmak için kriterler.

Ca. Belirli bir konuya ilişkin beceriler ve algoritmalar bilgisi

Cb. Belirli bir konuya ilişkin teknikler ve metodlar bilgisi

Cc. Uygun yöntemlerin kullanılmasının belirlenmesindeki kriter bilgisi

D. Üst Bilişsel Bilgi (Metacognitive Knowledge): Bireyin kendi bilişiyle ilgili bilgisi ve farkındalığı gibi genel olarak bilişle ilgili bilgiler.

Da. Stratejik Bilgi

Db. Uygun bağlamsal ve koşulsal bilgiyi içeren bilişsel görevler bilgisi

Dc. Özbilgi

(Krathwohl, 2002)

YBT'nin bilgi boyutu temelde 4 alt düzeyden oluşmaktadır: olgusal bilgi, kavramsal bilgi, işlemsel bilgi ve üst bilişsel bilgi. Anderson ve diğerleri (2001) bilgi boyutunda yer alan bilgi türlerini şu şekilde açıklamışlardır (akt. Başbay, 2008):

A. Olgusal Bilgi

Öğrencilerin bir disiplinle ilgili mutlaka bilmeleri gereken bilgileri içerir. Ayrıca öğrencilerin problem çözerken kullanabileceği temel öğeler bilgisini de içerir. Kavramsal bilgiden farkı özgün olmasıdır ve temelde iki alt kategoride incelenir: terimler bilgisi ve özel ayrıntılar ve öğeler bilgisi.

Terimler bilgisi, sözel veya sözel olmayan tanımlamalar ve sembolleri içerir. Alfabe bilgisi, bilimsel terimler bilgisi, semboller bilgisi bu tür bilgilere örnek olarak gösterilebilir. *Özel ayrıntı ve öğeler bilgisi*, bir alanda önemli görülen olay, yer, zaman, kişiler, kaynaklar gibi ayrıntıları ve öğeleri içeren bilgi türüdür. Belirli bir kültürle ilgili temel olguların bilgisi, haberlerde önemli görülen olayların bilgisi bu tür bilgilere örnek olarak verilebilir.

B. Kavramsal Bilgi

Kapsamlı ve organize edilmiş bilgi bütünleri içindeki sınıflamaları ve ilişkileri içeren düzenlenmiş bilgi formlarıdır. Kavramların daha karmaşık yapıları temsil etmesi, onu olgusal bilgidен farkı kılar. Kavramsal bilginin üç alt basamağı vardır: sınıflandırmalar ve kategoriler bilgisi, ilkeler ve genellemeler bilgisi, kuramlar modeller ve yapılar bilgisi.

Sınıflandırmalar ve kategoriler bilgisi, farklı konu alanları içinde kullanılan belirli sınıflamaları, kategorileri, bölümleri ve düzenlemeleri içermektedir. Cümlenin öğeleri bilgisi, farklı jeolojik zamanlar bilgisi bu tür bilgilere örnek olarak verilebilir. *İlkeler ve genellemeler bilgisi*, akademik bir konu alanında köşe taşı olan ve bir problem çözme durumunda kullanılan bilgi türüdür. Önemli öğrenme ilkeleri bilgisi, belirli kültürler hakkındaki temel genellemeler bilgisi bu tür bilgilere örnektir. *Kuramlar, modeller ve yapılar bilgisi*, farklı disiplin alanlarında olay ve olguları anlamak, belirlemek, açıklamak ve tahmin etmek için kullanılan bilgi türüdür. Genetik modellerin bilgisi, yerel şehir yönetiminin temel yapısal organizasyonu bilgisi bu tür bilgilere örnektir.

C. İşlemsel Bilgi

Bir şeyin nasıl yapılacağı ile ilgili olan bilgi türleridir. Bu bilgi türü genel olarak becerileri, algoritmaları, yöntem ve teknikleri içermektedir. Matematikte problem çözme, kimya da deney yapma gibi bilgi türleri bu tür bilgilere örnektir. İşlemsel bilgi; belirli bir konuya ilişkin beceriler ve algoritmalar bilgisi, belirli bir konuya ilişkin teknikler ve metotlar bilgisi ve uygun yöntemlerin kullanılmasının belirlenmesindeki kriterler bilgisi olmak üzere üç alt basamakta incelenmektedir.

Belirli bir konuya ilişkin beceriler ve algoritmalar bilgisi, bir işin yapılmasında izlenmesi gereken adımları kapsayan bilgi türüdür. Bu bilgi türündeki bilgiler; aşamaları ve sonuçları belirgin ve değişmesi daha zor olan bilgilerdir. Matematik uygulamaları bu başlık altında en yaygın olarak kullanılan örneklerden biridir. *Belirli bir konuya ilişkin teknikler ve metodlar bilgisi*, konuya özel beceri ve algoritmalar bilgisine göre sonuçlar ve adımlar açıktır; ancak katı ve değişmez değildir. Sosyal bilimlerde kullanılan araştırma yöntemleri bilgisi, çeşitli edebi eleştiri yöntemlerinin bilgisi bu bilgi türüne örnek olarak verilebilir. *Uygun yöntemlerin kullanılmasının belirlenmesindeki kriter bilgisi*, bu bilgi türü, öğrencilerin bilgilerini ne zaman kullanacağı ile ilgilidir. Genellikle tarihi veya ansiklopedik tiptedir. Cebir denklemlerinin çözümünde hangi yöntemin kullanılacağına karar vermek için kriter bilgisi, bir deneysel işlemdeki veri setiyle hangi istatistiksel işlemin yapılacağına karar vermede kriter bilgisi bu bilgi türüne örnek olarak verilebilir.

D. Üst Bilişsel Bilgi

Üst bilişsel bilgi, kişinin kendi bilişinden haberi olup, onunla ilgili bilgi sahibi olması, biliş ile ilgili genel bilgi sahibi olunması anlamına gelmektedir. Bu kategori, farklı öğrenme görevleri için kullanılan genel stratejilerle, hangi stratejilerin etkili olduğunu belirlemeyle ve kişinin kendini tanımasıyla ilgili bilgileri içermektedir. Stratejik bilgi, uygun bağlamsal ve koşulsal bilgiyi içeren görevler bilgisi ve özbilgi olmak üzere 3 alt basamaktan oluşmaktadır.

Stratejik bilgi, öğrenme, düşünme ve problem çözme ile ilgili stratejilerin bilgileridir. Çeşitli bellek destekleyici stratejiler bilgisi, özetleme ve farklı sözcüklerle açıklama gibi strateji çeşitleri bilgisi, şema oluşturma gibi örgütleme stratejileri çeşitleri bilgisi, okuma için hedef koyma gibi planlama stratejilerinin bilgisi bu bilgi türüne

örnek olarak gösterilebilir. *Uygun bağlamsal ve koşulsal bilgiyi içeren bilişsel görevler bilgisi*, bu bilgi türü, hangi görevlerde hangi stratejilerin kullanılacağı ile ilgilidir. Örneğin; hafıza ile ilgili basit bir görevin sadece tekrar etmeyi gerektirebileceği bilgisi, özetleme ve başka sözcüklerle açıklama gibi stratejilerin daha derin kavramayı sağlayacağı bilgisi bu bilgi türü özelliğinde olan ifadelerdir. *Öz bilgi*, bireyin kendi zayıf ve güçlü yönleriyle ilgili bilgisidir. Bir görevi gerçekleştirmek için belirlediği kişisel hedeflerin bilgisi ve kişisel ilgilerinin bilgisi, bir görevin faydası ya da zararı ile ilgili kararlarının bilgisi, hangi konularda zayıf hangi konularda güçlü olduğunun farkındalığı bilgisi bu bilgi türüne örnek olarak verilebilir.

2.2.2. YBT'nin bilişsel süreç boyutu

YBT'nin bilişsel süreç boyutuna ilişkin genel bilgiler aşağıdaki tabloda resmedilmeye çalışılmıştır. Bu tablo incelendiğinde ve taksonominin ilk hali ile kıyaslandığında çeşitli değişikliklerin yapıldığı dikkat çekmektedir. Taksonominin bilişsel boyutunun 3 basamağının (bilgi-hatırla, kavrama-uygula, sentez-oluşturma) yeniden isimlendirilmesi, iki basamağının yerlerinin değiştirilmesi (sentez-değerlendirme/değerlendir-oluştur) ve basamakların ifade edilmesinde fiil formunun kullanılması (kavrama-anla gibi) göze çarpan değişiklikler arasındadır. YBT'nin bilişsel süreç boyutuna ait genel bilgiler ve yapılar aşağıdaki tabloda özetlenmeye çalışılmıştır.

Tablo 2.4.

YBT'nin Bilişsel Süreç Boyutu Yapısı

1.0 Hatırla: İlgili bilgiyi uzun süreli bellekten geri getirme

1.1 Tanıma

1.2 Anımsama

2.0 Anla: Sözlü, yazılı ve grafik iletişimi içeren öğretimsel mesajlardan anlam çıkarılması

2.1 Yorumlama

2.2 Örnek gösterme

2.3 Sınıflama

Tablo 2.4. (Devamı)

2.4 Özetleme**2.5 Sonuç çıkarma****2.6 Karşılaştırma****2.7 Açıklama****3.0 Uygula:** Verilen bir durumda bir yöntem kullanma ve uygulama.**3.1 Yürütme****3.2 Gerçekleştirme****4.0 Analiz et:** Materyali parçalarına ayırma ve bu parçaların birbiriyle ve ya bütünlü olan ilişkisini belirleme.**4.1 Ayırıştırma****4.2 Örgütlenme****4.3 İrdeleme****5.0 Değerlendir:** Kriterlere ve standartlara dayalı yargılara varma.**5.1 Kontrol etme****5.2 Eleştirme****6.0 Yarat:** Orijinal bir ürün ortaya koymak için ya da yeni ve tutarlı bir bütün oluşturmak için parçaları bir araya getirme.**6.1 Oluşturma****6.2 Planlama****6.3 Üretme**

(Krathwohl, 2002)

YTB'nin bilişsel süreç boyutu yukarıdaki tabloda da görüldüğü gibi 6 büyük kategoriden oluşan bir hiyerarşidir: anla, uygula, analiz et, değerlendir ve yarat. Bu kategorilerin karmaşıklık bakımından (hatırla düzeyi anla düzeyinden daha az karmaşıktır, anla düzeyi uygula düzeyinden daha az karmaşıktır gibi) bir diğerinden farklılaştığı iddia edilmektedir (Krathwohl, 2002).

Anderson ve diğerleri (2001) bilişsel süreç boyutunda yer alan bilişsel düzeyleri şu şekilde açıklamışlardır (akt. Başbay, 2008):

1.0 Hatırla

Hatırlama, ilgili bilginin uzun süreli bellekten geri getirilmesini içermektedir. Tanıma ve anımsama olmak üzere iki türünden bahsedilmektedir.

Tanıma; sunulan bilginin var olan bilgi ile eşleştirilmesi için uzun süreli bellekten geri çağırılmasıdır. Genellikle çoktan seçmeli testlerle ya da eşleştirme türündeki sorularla ölçülebilen bir süreçtir. *Anımsama*; öğrencinin işleyen belleğini kullanarak bilgiyi geri getirmesidir. Çoğunlukla öğrencinin cevabını kendisinin bulmasını gerektiren soruların kullanıldığı bir basamaktır. Açık uçlu soruların yer aldığı bir test ya da boşluk doldurma türünden soruların yer aldığı bir form bu basamağın ölçülmesinde kullanılabilir.

2.0 Anla

Öğrenciye sunulan bilgilerin sözlü, yazılı ya da grafik temsili ile yeniden yapılandırılarak sunumunu ifade eden süreçtir. Öğrencinin yeni bilgiyi transfer etmesinin istendiği en geniş basamak olmasından dolayı taksonomi içindeki önemi büyüktür. Ayrıca YBT'nin en geniş kategorisidir (yorumlama, örnek gösterme, sınıflama, özetleme, sonuç çıkarma, karşılaştırma ve açıklama olmak üzere yedi alt düzeyi vardır).

Yorumlama; öğrencinin bilgiyi bir başka formda ifade etmesi anlamına gelmektedir. Bu basamağı özel kılan şey, cevabın aynen edinildiği formda değil, yeni ve öğrenciye özgü şekliyle ortaya koyulmasıdır. Resimleri kelimelere, kelimeleri resimlere ya da sayılara, sayıları kelimelere dönüştürmek bu basamak altında değerlendirilir. *Örnek gösterme*; öğrenilen bilgi ile ilgili özel bir örnek verilmesi sürecidir. Burada önemli olan şey örneğin özgün olarak oluşturulmuş olmasıdır. Öğrencinin örneğini kendisinin oluşturduğu durumlar bu basamak için örnek olarak gösterilebilir. *Sınıflama*; bir durumun ve ya kavramın hangi grup altında değerlendirileceğini ifade eder. Öğrenci sınıflama yaparken o durumun ya da kavramın özelliklerini dikkate alır. Öğrencinin bir sınıflamaya giren özellikleri bulup seçmesi ya da kendisinin oluşturması bu basamak için örnek olarak gösterilebilir. *Özetleme*; öğrenci ilgili konuyu kısa ve öz bir biçimde açıkladığında bu basamak gerçekleştirilmiş olur. Yani sunulan bilginin basit bir formunun yapılandırılmasını içerir. *Sonuç çıkarma*; bir durumdan model bulunmasını temsil eder. Yani içerikteki öğeler arasındaki ilişkilerden genel bir ilkeye varılması

sürecidir. Tamamlama gerektiren görevler, farklılığın ya da benzerliğin bulunmasını gerektiren haller bu basamağa birer örnek oluşturur. *Karşılaştırma*; iki ya da daha fazla durumun benzerliklerinin ya da farklılıklarının bulunmasını gerektiren bir süreçtir. Öğrenciler bu karşılaştırmaları genellikle harita bilgisini kullanarak yapabilir. *Açıklama*; bir model içindeki parçaların birbirini neden ve nasıl etkilediğini ve bunun sonuçlarını yapılandırmasını ve tahmin ettilmesini içerir. Bu sürecin değerlendirilmesi, nedenlerin açıklanması, sonuçların tahmin edilmesi gibi durumlarla yapılabilir.

3.0 Uygula

Bir problem çözerken ya da ilgili konu çerçevesinde alıştırmalar yaparken ilkelerin kullanılmasını içermektedir. İşlemsel bilgiye yakın bir bilişsel süreç düzeyidir ve bilginin öğrenci tarafından kullanılması esastır. İki türünden bahsedilebilir: yürütme ve gerçekleştirme.

Yürütme; teknik ve yöntemlerden çok beceri ve algoritmaların kullanımıyla ilgilidir. Beceri ve algoritmaların iki özelliği vardır: (a) beceri ve algoritmaların önceden belirlenmiş kesin bir sıra izlemesidir, (b) kesin sıra hatasız izlendiğinde sonucun önceden belirlenmiş bir yanıtının olmasıdır. Bu düzeyde de öğrenci önceden bilinen bir sıra izleyerek problem çözümünü gerçekleştirmektedir. Dolayısıyla, bu alt düzeyin değerlendirilmesinde öğrenciden bilinen bir ilkeyi kullanarak çözebileceği bir görevi yerine getirmesi istenebilir. *Gerçekleştirmenin*; öğrencinin öğrenme görevini gerçekleştirirken yeni bir durum içeren bir işlemi seçmesini veya kullanmasını gerektiren bir süreç olduğu söylenebilir. Bu süreç, beceri ve algoritmalarla ziyade teknik ve yöntemlerin kullanımıyla ilgilidir. Bunun iki dayanağı vardır: (a) teknik ve yöntemlerin önceden belirlenmiş kesin bir sıra izlememesi, (b) sorunun önceden belirlenmiş bir yanıtının olmamasıdır. Bu düzeyin değerlendirilmesinde, öğrenciye çözmesi için yeni bir problem durumu verilir ve öğrenciden problemi çözmesi istenir ya da çözüm için kullanılacak işlemi tanımlaması istenir.

4.0 Analiz Et

Bir materyali parçalarına ayırma ve bu parçaların birbiriyle veya bütünlü olan ilişkisini belirlemeyi içerir. Öğrencilerin analiz etme becerisi, öğretmenlerin önemli gördükleri hedeflerin başında gelmektedir. Analiz etme; ayrıştırma, örgütlenme ve irdeleme olmak üzere üç başlık altında incelenir.

Ayrıştırma, bir bütün içerisindeki önemli kısımların çekip çıkarılması olayıdır. Bu düzey öğrencilerin bütün içindeki önemli ve önemsiz, gerekli ve gereksiz ya da ilgili ve ilgisiz bilgileri birbirinden ayırdığında gerçekleşir. *Örgütleme*, bir durumun öğelerini tanımlamayı ve bunların tutarlı bir bütün içinde nasıl organize olacağını fark etmeyi içerir. Burada öğrencinin bilgileri sistematik ve tutarlı bir biçimde yapılandırabilmesi ön plandadır. Örgütleme düzeyinin değerlendirilmesi için, öğrencilerden bir materyaldeki genel yapıyı bir şekil ya da bir diyagram ile resmetmeleri istenebilir. *İrdeleme*, görünen yapının değil de bu yapı arkasında olan gerçek şeyin araştırılması ile gerçekleştirilir. Yani aslında bir nevi yeniden yapılandırma sürecidir. Bu düzeyin değerlendirilmesinde, öğrenciden sunulan herhangi bir mesajda yazarın asıl bakış açısını ya da amacını belirlemesi istenebilir.

5.0 Değerlendir

Yeterlilik, etkililik, nitelik ya da uygunluk gibi belli kriterlere ve standartlara dayalı yapılan karar verme işidir. Burada bahsedilen kriterlere ve standartlara öğrenci ya da başkaları karar verebilir. Ayrıca bu kriter ve standartlar niteliksel ya da niceliksel olabilir. Değerlendir düzeyi iki alt düzeyde incelenir: kontrol etme ve eleştirme.

Kontrol etme, bir etkinlik ya da ürünün çelişkileri test etmeyi içerir. Bu aşamada öğrencilere, kendi ürünlerini ya da etkinliklerini denetleme imkânı verilebilir. Ayrıca öğrencilerin sadece kendilerini değil, başkalarını da denetleme durumu söz konusu olabilir. *Eleştirme*, bir etkinlik ya da ürün ile ilgili olarak dışarıdan belirlenen kriterlere ve standartlara göre karar verme sürecidir. Öğrenci bu aşamada ilgilenilen olgunun hem olumlu hem de olumsuz tarafları hakkında yargıya varır. Bu aşamada da kontrol etme alt düzeyinde olduğu gibi, öğrencilere kendi durumlarını ya da başkalarına ait durumları eleştirmeleri istenerek değerlendirme yapılır.

6.0 Oluştur

Orijinal bir ürün ortaya koymak için ya da yeni ve tutarlı bir bütün oluşturmak için parçaları bir araya getirme sürecidir. Fakat bu bütün, yeni ve orijinal bir bütün olmalıdır. Bu aşamada öğrencinin yaratıcılığı ön plandadır. Ayrıca yaratıcılığın kullanılmasında önceki bilgilerin doğru bir şekilde yapılandırılması da önemlidir. Bu süreç oluşturma, planlama ve üretme olmak üzere üç alt düzeyde incelenmektedir.

Oluşturma, öğrencilerin bir problem ortaya koymasını, hipotezlere ulaşmasını ve ya sunulan bir problem durumu ile ilgili alternatif çözümler üretmesini içerir. Bu aşamada öğrencilerin durumları yapılandırması sorgulandığı için, çoktan seçmeli testlerin kullanılması uygun değildir. *Planlama*, problem çözümü için bir strateji geliştirmeyi içerir. Bu düzeyde öğrencilerden, verilen problem durumu için bir çözüm planı geliştirmeleri istenebilir. *Üretme*, problemin çözümü için stratejiyi uygulama ya da gerçekleştirmeyi içerir. Bu aşamada bilgilerin koordinasyonu ön plandadır. Bu düzeyin değerlendirilmesinde, öğrenciye belirtilen tarife uygun bir ürün yaratması için bir görev verilebilir.

Anderson ve diğerleri (2001), iki boyutlu taksonominin kullanımının pek çok faydası olduğunu iddia etmişler ve hedeflerin bu iki boyutluluğu yansıtan tabloda gösterilmesinin en az üç avantajı olduğunu öne sürmüşlerdir:

1. Öğretmenlerin ilgili konunun hedeflerini bir bütün olarak görmesine imkân sağlar.
2. Öğretmenlere, öğretim ve değerlendirmeler ile ilgili daha iyi yargıda bulunma şansı verir.
3. Hedefler, öğretimsel etkinlikler ve değerlendirme arasında anlamlı ve kullanışlı bir birliktelik sağlamayı kolaylaştırır.

Taksonomi tablosunun kullanılmasındaki ilk adım, hedef ifadelerindeki isim ve fiil kısımlarının analiz edilmesidir. Ardından bu kısımların hangi boyut (bilgi boyutu ya da bilişsel süreç boyutu) altında değerlendirileceğine karar verilir. Bu belirlemelerden sonra ilgili hedef isim (bilgi) kısmının özelliklerine göre tabloda yer alan 4 bilgi boyutundan uygun olanına ve fiil (bilişsel süreç) kısmının özelliklerine göre tabloda yer alan 6 bilişsel süreç boyutundan uygun olan düzeyine yerleştirilir (Krathwohl, 2002). Hedeflerin taksonomi tablosunda gösterimi çeşitli araştırmacılar tarafından örneklendirilerek yapılmıştır. Bunlar arasından Arı (2011) çalışmasında, trafik konusuyla ilgili aşağıdaki örnek durumu kullanmıştır. Bu çalışmada araştırmacı, trafik konusuyla ilgili örnek hedefleri YBT'ye göre uyarlayarak bu hedeflerin hangi hücrelere denk düşeceğini taksonomi tablosunda göstermiştir:

Hedef 1. Trafik kurallarını listele.

Hedef 2. Okula gelirken uyulması gereken trafik kurallarına uyulmadığında olabilecekleri tahmin et.

Hedef 3. Taşıtlar ile yayalar arasında trafik kuralı ihlali yaşanan örnek bir olay dramatize et.

Hedef 4. Bir kavşakta trafik lambası, yaya geçidi olup olmama durumlarına göre taşıtların ve yayaların uyması gereken trafik kurallarını açıkla.

Hedef 5. Herhangi bir ülkenin trafik kurallarına göre ülkemizdeki kuralların üstün ve zayıf yönleri sırala.

Hedef 6. Öğrencilerin trafik kurallarını okulda öğrenerek alışkanlık kazanmalarının toplum hayatı için gerekliliğini tartıştığı bir köşe yazısı yaz.

Tablo 2.5.

Hedeflerin YBT Tablosunda Gösterimi

		Bilişsel Düzey Boyutu					
		Düzey 1	Düzey 2	Düzey 3	Düzey 4	Düzey 5	Düzey 6
Bilgi Boyutu		Hatırla	Anla	Uygula	Analiz et	Değerlendir	Oluştur
A.Olgulara Dayanan Bilgi	Hedef-1					Hedef-5	
B.Kavramsal Bilgi					Hedef-4		
C.İşlemsel Bilgi		Hedef-2					Hedef-6
D.Üst Bilişsel Bilgi				Hedef-3			

Hedef-1 ifadesinde yer alan ‘listele’ eylemi bilişsel süreç boyutunun 1. düzeyinde (hatırla) yer almaktadır. Hedefte yer alan ‘trafik kuralları’ olgusal bir bilgi niteliğindedir ve dolayısıyla bu hedefin A1 hücresine yerleştirilmesi gerekir. Hedef-2 ifadesinde yer alan ‘tahmin etme’ eylemi bilişsel süreç boyutunun 2. düzeyini (anla) temsil etmektedir. Ayrıca hedefteki ‘trafik kurallarına uyulmadığında olabilecekleri’

ifadesi bir şeyin nasıl yapılması gerektiğini işaret eden bir bilgi türüdür yani işlemsel bir bilgidir. Bu açıklamalardan sonra ilgili hedefin C2 hücresine yerleştirilmesi uygun görülmüştür. Diğer hedeflerde bu şekilde kodlanarak tabloya yerleştirilmiştir.

2.3. İlgili Araştırmalar

Araştırmanın bu kısmında, kuramsal analiz ve araştırma konusu ile ilgili araştırmalara yer verilmiştir. Bunun için, öncelikle literatürde genel olarak ne tür çalışmaların yapıldığından söz edilmiş, ardından dikkat çeken bazı araştırmalardan kısaca bahsedilmiştir. Araştırmaların veriliş sırası geçmişten günümüze doğru bir yol izlemektedir.

2.3.1. Kuramsal çerçeve ile ilgili araştırmalar

Bu kısımda hem soyutlama sürecinde yapılan araştırmalar (APOS teorisi ve ACE öğretim döngüsü) hem de YBT ile ilgili yapılan araştırmalar incelenmiştir. Yapılan incelemelere ait bulguların her biri aşağıda ayrı başlıklar altında özetlenmiştir.

2.3.1.1. Soyutlama süreci ile ilgili araştırmalar

Soyutlama Aristotele zamanından beri tartışılan bir konu olmasına rağmen, matematiksel soyutlama ile ilgili çalışmalar 19. yüzyılın sonlarına dayanmaktadır. Matematiksel soyutlama ile ilgili ilk açıklamalar, David Hilbert tarafından 1898 yılında yazılan ‘Grundlagen der Geometrie’ isimli kitapta yer almaktadır (Lane, 1999). O zamandan şimdiye kadar soyutlama ile ilgili çeşitli araştırmalar yapılmıştır. Bu araştırmalar genellikle soyutlamanın temellerinin ayrıntılı açıklaması şeklinde yürütülmüştür (Bass ve Montague, 1990; Davydov, 1990; Dienes, 1967; Dreyfus, 1991; Dubinsky, 1991; Dubinsky, Weller, McDonald ve Brown, 2005; Frorer, Hazzan ve Manes, 1997; Hampton, 2003; Mason, 1989; Mason ve Pimm, 1984; Meel, 2003; Noss ve Hoyles, 1996; Skemp, 1962; Skemp, 1986; Sfard, 1991; Tall 1999). Soyutlamanın eğitime uyarlanması ise çok eskilere dayanmamaktadır. 1900’lü yıllarda bazı araştırmacılar (Dubinsky, Herskowitz ve Dreyfus gibi) soyutlamanın gelişimi için çeşitli modeller (APOS, RBC modelleri gibi) önermiş ve kendi çalışmalarında kullanmışlardır. Günümüzde ise matematiksel soyutlama çalışmalarının çoğu bu modeller aracılığıyla

yapılmaktadır (Akkaya, 2010; Bikner-Ahsbahs, 2004; Brijlall ve Maharaj, 2011; Cooley, 2002; Dubinsky, 2000; Hassan ve Mitchelmore, 2006; Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus, 2001; Ozmantar ve Roper, 2004; Parraguez ve Oktaç, 2010; Tabaghi, 2007; Yeşildere ve Türnüklü, 2008; Yılmaz, 2011). Bazı araştırmalarda bu modeller bir araştırma yöntemi olarak kullanılmakta iken (Cottrill, 1999; Cottrill, Dubinsky, Nichols, Schwingendorf, Thomas ve Vidakovic, 1996; Montiel, Wilhelmi, Vidakovic ve Elstak, 2009a; Kashefi, Ismail ve Mohammed Yusof, 2010; Memnun ve Altun, 2012; Murray, 2002; Kabael, 2011; Ozmantar ve Monaghan, 2007; Tsamir ve Dreyfus, 2002; Salgado ve Trigueros, 2015; Speer, Smith ve Horvath, 2010; Sriraman, 2004), bazılarında ise bu modeller öğretim sürecine entegre edilmektedir (Asiala, Cottrill, Dubinsky ve Schwingendorf, 1997; Asiala, Dubinsky, Mathews, Morics ve Oktaç, 1997; Cottrill, Dubinsky, Nichols, Schwingendorf, Thomas ve Vidakovic, 1997; Çetin, 2009; Çetin ve Top, 2014; Kathleen, 1999; Tzirias, 2011; Maharaj, 2013; Weller, Arnon ve Dubinsky, 2009; 2011). Matematiksel soyutlama ile ilgili yapılan bu araştırmalardan bazılarının ayrıntıları da şu şekildedir:

Tsamir ve Dreyfus (2002), matematiğin temellerine önemli katkılar sağlamış ve çeşitli matematiksel sistemlerin teorik çatısını oluşturan sonsuzluk kavramı ile ilgili, öğrencilerin soyutlama süreçlerini incelemişlerdir. Bu çalışma için bir üstün zekâlı öğrenci (henüz 8 yaşındayken bile kendini ifade edebilme, çeşitli durumları analiz edebilme, işlemleri eleştirebilme özellikleriyle oldukça yetenekli sayılan bir öğrenci) ile görüşmeler yapılmıştır. Ortaöğretim 10. sınıfa devam eden bu öğrencinin seviyesi de dikkate alınarak, sonsuz kümeler konusunda soyutlama süreçleri, birbiri ile zıt iki yöntem kullanılarak incelenmiştir. Araştırma sonuçları ile, bilişsel eylemlerin iç içe yuvalanmış bir yapıda işe koşulduğu ve yeni oluşturulan yapının ayrıntılarının açıklanması ve olgunlaştırılması gerekliliği ortaya koyulmuştur. Araştırmanın ilerleyen süreçlerinde öğrencinin bilişsel eylemlerinde beklenen değişiklikler fark edilmiştir fakat yine de bilgilerin pekiştirilmesi gerektiği vurgulanmıştır.

Murray (2002) tez araştırmasında, öğrencilerin fonksiyon kavramı anlayışlarını analiz etmeyi ve bu süreçte öğrencilerin kural oluştururken kullandıkları notasyonları tanımlamayı amaçlamıştır. Öğrencilerin kural oluştururken kullandıkları yapıları ve fonksiyon kavramı anlayışlarını ve bu kavram ile kullandıkları notasyonlar arasındaki ilişkileri açıklamak için APOS teorisi yöntemsel yapı olarak kullanılmıştır. Araştırmacı

bu çalışma ile 5 önemli bulgu elde ettiğini ifade etmiştir: (1) öğrenciler kural oluşturmanın ilk adımında yaygın ve ortak bir hata yapmışlardır, (2) hiç bir öğrenci açık bir şekilde fonksiyon kavramını tanımlayamamıştır, (3) öğrenciler fonksiyon kavramının tanımı için, ‘örnekler’, ‘eşitlikler’, ‘tamamlanmamış fikirler’ kullanmışlardır, (4) öğrencilerin çoğunluğu kullandığı notasyonu doğru bir şekilde yorumlayamamıştır, (5) öğrenci davranışları APOS teorisi ile uyumlu bulunmuştur. Araştırma sonucunda, kural oluşturmada başarı gösteren öğrencilerin APOS teorisine göre nesne düzeyinde davranış sergilediği ifade edilmiştir. Ayrıca öğrencilerin cebirsel yetenek düzeyi ile notasyon kullanımının desteklenmesi gerekliliği üzerinde durulmuştur.

Özmantar (2004) çalışmasında, gerekli hedeflere odaklanarak matematiksel soyutlama başarısında dışarıdan alınan desteğin rolünü belirlemek istemiştir. Bu amaçla 17 yaşındaki 2 öğrenci ile görüşmeler yapılmıştır. Bu görüşmelerde veri elde etmek için öğrencilerden, $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiğinden (formda örnek olarak verilmiştir) hareketle $y = f(|x|)$ fonksiyonunun grafiğini çizmeleri istenmiştir. Öğrencilerin bu görevi gerçekleştirmesinde, araştırmacının belirlediği beş özel soru etkili olmuştur: ilk soruda öğrencilerden $y = f(|x|) = |x| - 4$ grafiğini çizmeleri istenmiş, ikinci soruda $y = f(|x|) = |x| - 4$ ile $f(x) = x - 4$ grafiği arasında bir ilişkinin olup olmadığı sorgulanmış, üçüncü soruda $y = f(x) = x + 3$ grafiği verilmiş ve öğrencilerden bu grafiği kullanarak $y = f(|x|) = |x| + 3$ grafiğini çizmeleri istenmiş, dördüncü soruda ise öğrencilere denklemleri olmayan dört doğrusal grafik verilmiş ve öğrencilerden bu dört grafiğin her biri için $y = f(|x|)$ fonksiyonunun grafiğini elde etmeleri istenmiş, beşinci soruda ise $f(x)$ grafiğini kullanarak $y = f(|x|)$ grafiğini nasıl elde ettiklerini açıklamaları istenmiştir. Araştırmada öğrencilerin birbirlerini sürekli etkiledikleri, yeni hedeflerin ortaya çıktığı ve bu süreci destek sağlayanın nasıl değerlendirdiği, nasıl yönlendirdiği, öğrencilerin ise bu desteği nasıl yorumladığı açıklanmaya çalışılmıştır. Araştırma sonucunda soyutlamanın; kavramsal çatı, öğrenci, işlemler ve hedefler olmak üzere dört parametrenin diyalektik bir etkileşimi olarak ortaya çıktığı ifade edilmiştir. Ayrıca yapılan görüşmeler sonucunda, soyutlama sürecinde dışarıdan desteğinin kullanılmasının, özellikle iç içe geçmiş ifadelerin öğretiminde, olumlu yönde etkileri olduğu da ifade edilmiştir.

Tabaghi (2007) çalışmasında temel olarak öğrencilerin logaritma kavramlarına yönelik anlayışlarını analiz etmeyi amaçlamıştır. Bu çalışmada logaritmalar ile ilgili geniş açıklamalar sunan araştırmacı, Kuzey Amerika Üniversitesi (şehir)'nde öğrenim gören 6 öğrenci ile görüşmeler yapmıştır. Klinik mülakat yöntemi ile yapılan görüşmelerde logaritma kavramları ile ilgili etkinlikler (bir grup problem olarak da ifade edilebilir) kullanılmıştır. Geliştirilen veri toplama aracının içeriği, logaritmaların belli bir alanını temsil etmekten ziyade genel olarak tüm logaritmik kavramları yansıtacak şekilde geliştirilmiştir. Ayrıca araştırmacı logaritma kavramlarını iki boyutta değerlendirmiştir: aritmetik ve fonksiyonel. Öğrencilerden elde edilen veriler, APOS teorisi çerçevesinde analiz edilmiştir. Bu analiz esas olarak öğrencilerin logaritma kavramları anlayışındaki zorlukları belirlemek için yapılmıştır. Araştırma sonucunda, çoğu öğrencilerin logaritma kavramları anlayışı APOS teorisine göre süreç aşamasını geçememiştir.

Yılmaz (2011) çalışmasında görselleştirmelerin, matematiksel soyutlama ve genelleme süreçlerindeki yerini belirlemeyi ve bu süreçler üzerindeki etkilerini incelemeyi amaçlamıştır. 2008-2009 eğitim-öğretim yılı güz dönemi ile sınırlandırılan bu çalışma, 13 tane 4. sınıf matematik öğretmen adayı ile gerçekleştirmiştir. Bu çalışmada öğretmen adaylarından, soyutlama ve genelleme yapabilmeye imkân veren durumların oluşturulması istenmiş, sonrasında ise öğretmen adaylarına görselleştirme süreçlerinin işe koşulması için geometri yazılımları (Geometers' Sketch Pad ve Maple) kullanılmıştır. Böylece öğretmen adaylarının bu süreçlerde hangi görselleştirmeleri kullandıkları, ne tür görsel imajlara sahip oldukları ve kullanılan görselleştirmelerin matematiksel soyutlama ve genelleme süreçlerine etkileri araştırılmıştır. Her bir öğretmen adayı ile dört görüşme yapılan bu çalışmada araştırmacı, soyutlama ve genelleme yaparken görselleştirmelerden sıklıkla yararlandığına ve farklı şekillerde görselleştirme kullanıldığına yönelik bulgular elde etmiştir. Ayrıca kullanılan görselleştirmelerin kavramlar ve aralarındaki ilişkilerin tamamlanmasında önemli bir role sahip olduğu ve süreçlerin gelişiminde olumlu etkilerinin bulunduğu tespit edilmiş ve öğretmen adaylarının görsel imajlarını güçlendirdiği gözlenmiştir.

Kabael (2011) çalışmasında, Analiz-II dersini alan öğrencilerin fonksiyon kavramını tek değişkenden iki değişkene genelleme süreçlerini incelemiştir. Bu amaçla araştırmacı, öğretim sürecini öğrencilerin genelleme süreçlerini destekleyici

etkinliklerle şekillendirmiştir. Bu etkinlikler, çoklu temsil, temsiller arası geçiş ve bunları destekleyen fonksiyon makinası kullanarak gerçekleştirilmiştir. Araştırmada öğrencilerin bilişsel süreçlerinin gelişimlerini ortaya koymak amaçlı tek ve iki değişkenli fonksiyon konularını içeren iki test kullanılmıştır. Uygulama sürecinin sonunda ise, 6 öğrenci ile görüşmeler yapılmıştır. Öğrencilerden toplanan bu veriler APOS teorisi çerçevesinde analiz edilmiştir. Araştırma sonucunda öğrencilerin iki değişkenli fonksiyon kavramını oluştururken, genel fonksiyon kavramını anlama seviyelerinin temel oluşturduğu tespit edilmiştir. APOS teorisine göre süreç düzeyinde anlayış sergileyen öğrencilerin iki değişkenli fonksiyon kavramını anlama düzeylerinin zayıf olduğu ifade edilmiştir.

Çetin (2009) tezinde, öğrencilerin limit konusunu nasıl kavradıklarını incelemeyi ve bu kavrayışın tasarlanan öğretimle nasıl bir değişim izleyeceğini ortaya koymayı amaçlamıştır. Araştırma, Orta Doğu Teknik Üniversitesi'nde öğrenim gören 25 tane 1. sınıf matematik bölümü öğrencisi ile gerçekleştirilmiştir. Araştırmacı öğretim ortamını APOS teorisi çerçevesinde ACE öğretim döngüsüne göre tasarlamıştır. 2007-2008 eğitim öğretim bahar dönemi ve 5 haftalık bir süre ile sınırlandırılan bu öğretimde, öğrencileri düşündürmeye teşvik eden bilgisayar programları kullanılmış ve ayrıca öğrencilerin işbirlikli bir ortamda kümeler halinde çalışmalarına imkân verilmiştir. Araştırmada veri toplama aracı olarak, öğrencilerin limit kavramını anlama düzeylerindeki değişimi belirlemek için açık uçlu sorulardan oluşan anket kullanılmıştır. Ayrıca uygulama sonunda öğrencilerle yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır. Bu görüşmelerde yine araştırmacı tarafından limit konusu ile ilgili problemlerin yer aldığı form kullanılmıştır. Görüşme verileri APOS teorisi çerçevesinde analiz edilmiştir. Çalışmanın sonuçlarına göre, oluşturulan genetik çözümlenin öğrenci verileri ile uyumlu olduğu ifade edilmiştir. Araştırmacı tarafından tasarlanan öğretim ortamının, öğrencilerin limit konusundaki başarılarına ve anlayışlarına olumlu yönde etkilerinden de bahsedilmiştir.

Weller ve diğerleri (2009) ilkökul ve ortaokul matematik öğretmen adaylarının rasyonel sayılar (kesir ve tamsayı) ve rasyonel sayıların ondalık açılımları konusunda matematiksel performanslarını incelemeyi amaçlayan bir araştırma yapmışlardır. 2005 güz yarıyılında güney Amerika'da yer alan büyük bir üniversitede gerçekleştirilen bu araştırmada, öğrenciler deney ve kontrol grubu olmak üzere iki gruba ayrılmıştır.

Araştırma konusunun tamamı beş bölümden oluşmaktadır: bölümlerin üçü kontrol grubunda geleneksel öğretim ile gerçekleştirilirken, geri kalan iki bölüm deney grubunda araştırmacılar tarafından tasarlanan APOS/ACE öğretim döngüsüne göre gerçekleştirilmiştir. Öğrencilerin gelişimlerinin takip edilmesi için uygulama öncesinde ve sonrasında görüşmeler yapılmıştır. Araştırmanın kuramsal çerçevesi APOS teorisi olarak belirlenmiş ve görüşmelerden elde edilen veriler bu çerçevede analiz edilmiştir. Araştırma sonuçları deneysel öğretime tabii olan öğrencilerin, rasyonel sayılar ve onun ondalık açılımı ile ilgili daha ileride bir anlayış yakalayabildiklerini göstermiştir. Yani kontrol grubu öğrencilerinin araştırma konusu ile ilgili gelişimlerinin deney grubuna nazaran daha alt düzeyde olduğu tespit edilmiştir.

Tzirias (2011), çalışmasında öğrencilerin oran konusu ile ilgili anlayışlarının genetik çözümlemesini yapmayı amaçlamıştır. Ayrıca araştırmada ilgili konu kapsamında tasarlanan öğretimin öğrencilerin anlayışında nasıl bir değişim oluşturacağı da kontrol edilmek istenmiştir. Bu amaçla biri deney diğeri kontrol olmak üzere iki grup belirlenmiştir. Her bir grupta ikişer öğrenci vardır. Araştırmacı tarafından deney grubuna uygulanması düşünülen 8 haftalık öğretim ACE öğretim döngüsüne göre tasarlanmıştır. Uygulama sonunda öğrencilerle görüşmeler yapılmıştır. Bu görüşmelerde kullanılan ve iki oran probleminden oluşan form veri toplama aracı olarak kullanılmıştır. Öğrencilerden elde edilen verilerin APOS teorisi çerçevesinde genetik çözümlemesi yapılmıştır. Yapılan çözümler oran konusunun öğretiminde ACE öğretim döngüsünün etkili bir araç olduğunu göstermiştir.

2.3.1.2. Yenilenmiş bloom taksonomisi ile ilgili araştırmalar

Klasik taksonomisinin yenilenmesiyle, 2001 yılından bu yana çeşitli araştırmalar yapılmıştır. Bu araştırmaların genellikle üç kısımda yoğunlaştığı söylenebilir: (1) KBT ile ilgili yapılan değişiklikler ve YBT'nin nasıl yapılandırıldığı ve bu yapılandırmanın ayrıntılı tanımı (Amer, 2006; Aviles, 2000; Bekdemir ve Selim, 2008; Forehand, 2012; Köğce, Aydın ve Yıldız, 2009; Marzano ve Kendall, 2006; Miler, 2004; Noble, 2004; Tutkun, 2012; Yüksel, 2007), (2) sınav sisteminde yer alan ya da okullarda öğretmenler tarafından hazırlanan soruların YBT'ye göre sınıflandırılması (özellikle öğrencilerin bilişsel alan düzeylerinin incelenmesi) (Coşar, 2011; Dalak, 2015; Güler, Özdemir ve Dikici, 2012; Koray, Altunçekiç ve Yaman, 2005; Köğce ve Baki, 2009; Mutlu, Uşak

ve Aydoğdu, 2003; Özcan ve Oluk, 2007; Toğrul, 2014; Risner, Nicholson ve Webb, 2000), (3) öğretim uygulamalarının YBT'ye uyarlanması (Airasan ve Miranda, 2002; Morris, Porter ve Griffiths, 2004; Su ve Osisek, 2011; Starnes, 2005). YBT ile ilgili yapılan bu çalışmaların bazılarının ayrıntıları geçmişten günümüze sıralanacak şekilde aşağıda verilmiştir:

Noble (2004) yaptığı çalışmada YBT ile Çoklu Zeka Kuramını bir arada ele almış ve bu iki yapının bütünleştirilmesinin programın (müfredat) güçlendirilmesine destek oluşturduğunu ifade etmiştir. Bu çalışmayı yaparken temel dayanağı programın çeşitlendirilmesi gereğidir. Çalışmayı iki ilköğretim okulunda 18 ay boyunca devam ettirmiştir. Araştırmanın sonucunda programın zenginleştirilmesinin, farklı özellikteki öğrencilerin ihtiyaçlarına cevap verdiğini ve dolayısıyla gerekli olduğunu ortaya koymuştur. Ayrıca program çeşitlemesinin, öğrenci başarısını arttırdığı yönünde bulgular da elde etmiştir.

Miler (2004), 12. sınıflarla İngilizce dersi çerçevesinde yaptığı araştırmasında, tasarladığı 'Anlamak İçin Öğretim' ile üst düzey bilişsel süreçlere ulaşmayı amaçlamıştır. Bu amaç için YBT'yi bir araç olarak kullanmıştır. Araştırmacı 7 haftalık bir program hazırlamış ve bu süreci (hedefleri, öğretimsel etkinlikleri, değerlendirmeleri) YBT'ye göre düzenlemiştir. Tasarladığı program sürecine genel olarak 'Anlamak İçin Öğretim' adını vermiştir. Araştırma sonuçlarına göre, bu programın üst düzey bilişsel süreçleri ihtiva eden bir yapı sunduğu ve daha etkili bir öğretim sağladığı söylenebilir. Ayrıca araştırma sonuçları YBT'nin anlamlı öğrenme için iyi bir araç olduğunu da göstermektedir.

Amer (2006) çalışmasında, KBT ve YBT'ye eleştirel bir bakış açısı ile yaklaşmıştır. Araştırmacı, öncelikle KBT'ye ilişkin eleştirilere yer vermiş ve taksonominin tekrar ele alınmasını gerektiren nedenlerden bahsetmiştir. Ardından YBT'yi yapısal olarak tanıtmış ve yapılan değişiklikleri özetlemiştir. Ayrıca bu çalışmasında taksonominin iki boyutlu olarak gösterilmesi için kullanılan taksonomi tablosunun, öğretmenlere sağlayacağı kolaylıklara da (kendi öğretim süreçlerini analiz edebilmelerine ve değerlendirebilmelerine olanak vermesi gibi) yer vermiştir.

Köğce ve Baki (2009), ÖSS sınavlarındaki matematik soruları ile matematik öğretmenlerinin yazılı sınavlarda sordukları sınavları YBT'yi kullanarak

karşılaştırmışlardır. 1995-2004 yılları arasında yapılan ÖSS sınavlarındaki 290 tane matematik sorusu ile farklı tür liselerde görev yapan matematik öğretmenlerinin 2003-2005 yılları arasında kullandıkları sınav sorularının (959 tane) seviyeleri YBT'ye göre belirlenmiştir. Araştırma sonuçları, ÖSS'de sorulan sorular ile Teknik ve Çok Programlı Lisesinde, Ticaret Meslek Lisesinde ve Genel Lisede sorulan soruların bilişsel yönden örtüşmediğini fakat Anadolu Liseleri (iki farklı lise) ile Fen Lisesinde sorulan sorular ile bilişsel yönden örtüştüğünü göstermektedir.

Coşar (2011) çalışmasında 2009-2010 eğitim-öğretim yılı 6. sınıf matematik çalışma kitabında yer alan soruları her bir üniteye göre ayrı ayrı incelemiş ve YBT'ye göre sınıflandırmıştır. Araştırmayı MEB yayınevine ait kaynak kitapta yer alan toplam 845 soru ile gerçekleştirmiştir. Aynı zamanda bu soruların kapsam geçerliliğini de incelemiştir. Araştırmacı elde ettiği bulgulara göre, bu soruların kapsam geçerliliğinin iyi düzeyde olduğu sonucuna varmıştır. Ayrıca matematik çalışma kitabının YBT'ye göre yeterli olmadığını ifade edilmesi de, araştırmanın diğer önemli bir sonucudur.

Toğrul (2014), öğrencilerin EBOB-EKOK konusunda bilgilerini, problemlere yaklaşımlarını, problemleri çözüm süreçlerini ve kavramsal-işlemsel bilgilerini YBT'ye göre incelenmeyi amaçlamıştır. Bu amaçla 25 öğretmen ve dört farklı liseden 8 öğrenci ile nitel bir çalışma gerçekleştirmiştir. Bu öğretmenler ile ilgili konu çerçevesinde bir test geliştirilmiş ve geliştirilen bu test, farklı tür okullarda öğrenim gören 89 öğrenciye uygulanmıştır. Sonrasında bu öğrenciler arasında amaçlı olarak seçilen 8 öğrenci ile görüşmeler yapılmıştır. Araştırmada öğrencilerin YBT'ye göre, en düşük performansının analiz basamağında bulunduğu ifade edilmiş ve bilişsel süreç düzeyleri yükseldikçe performanslarının düştüğü yönünde bir genelleme yapılmıştır. Ayrıca öğrencilerin değerlendirme basamağındaki performansının analiz basamağından daha yüksek çıktığı durumun, yapılan genelleme için istisnai bir durum olduğu da belirtilmiştir.

Dalak (2015), Temel Öğretimden Ortaöğretime Geçiş (TEOG) sınavında yer alan sorular ile 8. sınıf öğretim programında yer alan soruları YBT'ye göre kıyaslamıştır. Araştırma 2013-2014 yılında yapılan TEOG sınavları ile sınırlandırılmıştır. Araştırma sonuçlarına göre; TEOG-I (güz dönemi) sınavında yer alan Din Kültürü ve Ahlak Bilgisi, Matematik, Fen ve Teknoloji dersi sınav soruları ile ilgili

kazanımların YBT'ye göre aynı basamakta bulunma oranı %50 ve üzeri bulunurken; İngilizce, T.C. İnkılap Tarihi ve Atatürkçülük, Türkçe dersi sınav soruları ile ilgili bu oran %50'nin altında bulunmuştur. TEOG-II (bahar dönemi) için ise, tüm derslere ait sınav sorularının YBT'ye göre aynı basamakta bulunma oranı %50 ve üzeri olarak tespit edilmiştir.

2.3.2. Araştırma konusu ile ilgili araştırmalar

Cebir okul matematiğinin 'bekçisi' olarak düşünülebilir (Knuth, Alibali, McNeil, Weinberg ve Stephens, 2005). Yapısında öğrencilerin sıklıkla zorluk yaşadığı kavramları barındıran cebir (Kaput, 1999), geçmişten günümüze kadar araştırmacıların ilgilendiği önemli bir konudur. Bu alanda yapılan çalışmaların özellikle değişken ve eşitlik kavramlarına yönelik olduğu söylenebilir. Bu çalışmalar arasından bazıları denklem, değişken ve eşitlik kavramlarına ilişkin yanlışları ve zorlukları ortaya koymayı amaçlayan çalımlardır (Akkaya ve Durmuş, 2006; Carpenter, Levi ve Farnsworth, 2000; Dede, Yalın ve Argün, 2002; Dede ve Peker, 2007; Erbaş, Çetinkaya ve Ersoy, 2009; Ersoy ve Erbaş, 2005; Knuth ve diğerleri, 2005; Leonidou ve Philippou, 2005; MacGregor ve Stacey, 1997; McNeil ve Alibali, 2004; Nathan ve Koedinger, 2000; Soylu, 2008; Ural, 2012). Bunun dışında cebirsel kavramların öğrenilmesine yönelik çeşitli çalışmalar da yapılmıştır (Akkan, Çakıroğlu ve Güven, 2009; Johnson ve Alibali, 1999; Hiçcan, 2008; Kutluca ve Birgin, 2007; Soylu, 2006; Öner, 2009; Tekay, 2012; Yalvaç, 2010; Yenilmez ve Avcu, 2009). Aşağıda değişken, denklem, eşitlik gibi cebirsel kavramları konu edinen ve bu tez çalışmasına önemli katkılar sağlayacağı düşünülen araştırmalara, tarihsel sıraları da dikkate alınarak, yer verilmiştir.

MacGregor ve Stacey (1997), cebir ile hiç karşılaşmamış olan 7. sınıf öğrencilerinin harfleri ve cebirsel ifadeleri zamanla nasıl algıladıklarını ve oluşturduklarını ortaya koymak için boylamsal bir çalışma yapmışlardır. Bu öğrencileri 10. sınıfa gelene kadar takip etmişler ve öğrencilerin cebir konusunda değişiminin gözlemlemek için her yıl 8 hafta süren bir uygulama gerçekleştirip, öğrencilerden veriler toplamışlardır. Veri toplama aracı olarak araştırmacılar tarafından bir test geliştirilmiş ve her yıl yapılan uygulamadan önce ve sonra olmak üzere iki kez uygulanmıştır. Araştırmanın sonucunda, öğrencilerin cebirsel kavramları oluştururken, önceki bilgilerini kullanarak yeni oluşumları anlamlandırmaya çalıştıkları görülmüştür.

Üstelik 15 yaşına gelene kadar öğrencilerin büyük bir kısmının genelleştirilmiş cebirsel ifadelerin yorumlanmasında zorluklar yaşadıkları ortaya koyulmuştur. Ayrıca öğretme yaklaşımlarının öğrencide bazı yanılgılar meydana getirdiğini de çalışmada ortaya koyulan diğer bir sonuçtur.

Johnson ve Alibali (1999) çalışmalarında, öğrencilerin eşitlik hakkındaki kavramsal anlamaları ile eşitlik gerektiren problemlerin çözümü için gerekli işlemler arasındaki ilişkileri araştırmayı ve öğrencilerin ileriki sınıflarda eşit işaretini bir eylemsel sembol olarak görüp görmediklerini belirlemeyi amaçlamışlardır. Bu amaç çerçevesinde ilköğretim 4. ve 5. sınıf öğrencileri ile görüşmeler yapılmıştır. Yapılan görüşmelerde eşitlik kavramına yönelik kavramsal ve işlemsel bilgilerin değerlendirilmesine imkân veren sorular kullanılmıştır. Bu form öğrencilere eğitim öncesi ve sonrası olmak üzere iki kez uygulanmıştır. Böylelikle öğrencilerin kavram algılarının değişimlerinin tespit edilmesi sağlanmıştır. Araştırma sonucunda, öğrencilerin eşitlik işaretinin anlamını tam olarak bilmedikleri ve eşitlik yapısını kavrayamadıkları görülmüştür.

Dede ve diğerleri (2002), 8. sınıf öğrencilerinin değişken kavramının öğreniminde yaptıkları hataları belirlemeyi amaçlamışlardır. Bu amaç çerçevesinde 15 öğrenci ile yarı yapılandırılmış görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Bu görüşmelerde 26 açık uçlu sorunun yer aldığı bir anket kullanılmıştır. Araştırma sonuçları 8. sınıf öğrencilerinin değişken kavramının anlamını tam olarak bilmediklerini ve bu kavramın ne işe yaradığını anlayamadıklarını ortaya koymuştur. Ayrıca bu araştırma ile öğrencilerin değişkenin genelleme yapmadaki önemini kavrayamadıkları ve değişken içeren işlemleri yaparken yetersiz oldukları gözlenmiştir.

Knuth ve diğerleri (2005), ortaokul öğrencilerinin cebir konusunun iki önemli kavramı (eşitlik ve değişken) ile ilgili anlayışlarını incelemeyi amaçlamışlardır. Ayrıca bu çalışma ile öğrencilerin değişken ve eşitlik kavramlarını kullanmalarını gerektiren problemlerdeki performansları ile cebirsel anlayışları arasındaki ilişki açıklanmaya çalışılmıştır. Araştırmanın katılımcıları ortaokulun her düzeyinden seçilmiş yani, katılımcılar 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinden (toplamda 373 öğrenci) oluşmaktadır. Araştırmada 4 açık uçlu sorunun (değişken ve eşitlik kavramları ile ilişkili) yer aldığı bir form veri toplama aracı olarak kullanılmıştır. Araştırma sonunda, işlemsel anlamda

6. sınıf öğrencilerinden bazılarının eşittir işaretini sonuçtan hemen önce yazılan bir sembol olarak düşündükleri, 8. sınıf öğrencilerinin bir kısmının ise eşittir işaretinden hemen sonra sonucun yazılması gerektiğini düşündükleri ve 7. sınıf öğrencilerinin eşitliğin her iki tarafında da aynı ifadenin olması gerektiğini düşündükleri tespit edilmiştir.

Soylu (2006) bu çalışma ile öğrencilerin değişken kavramı ile ilgili yanılgılarının belirlenmesini amaçlamıştır. Araştırmanın örneklemi 70 tane Fen Bilgisi Öğretmenliği 2. sınıf öğrencisinden oluşmaktadır. Araştırmada veri toplama aracı olarak sekiz açık uçlu sorudan oluşan bir anket kullanılmıştır. Bu anketler uygulandıktan sonra bazı öğrencilerle görüşmeler yapılmıştır. Bu görüşmelere ait veriler de rapor edilerek çalışmada sunulmuştur. Araştırma sonucunda öğrencilerin çoğunluğunun değişken kavramı hakkında yanlış ve yetersiz bilgi sahibi olduğu ortaya koyulmuştur.

Soylu, değişken kavramı ile ilgili çalışmalarını farklı örneklemeler üzerinde gerçekleştirmeye devam etmiştir. 2008 yılında yaptığı çalışmada öğrencilerin değişken kavramı ile ilgili öğrenme güçlüklerini ve yanılgılarını tespit etmeyi amaçlamıştır. Bunun için ilköğretim 7. sınıf düzeyinde 50 öğrenci ile çalışmıştır. Araştırma 2005-2006 eğitim öğretim yılı ile sınırlıdır. Araştırmada öğrencilerin değişkenler ile bilinen sayıları kullanarak denklem oluşturabilmelerini, bu değişkenlerle işlem yapabilme yeteneklerini ve öğrencilerin değişkenleri kullanarak sözel bir ifadeyi denklem olarak ifade edebilme yeteneklerini ölçen bir araç hazırlanmıştır. Bu araç öğrencilere denklemler ve eşitsizlikler konusu anlatıldıktan sonra uygulanmıştır. Araştırmacı sonuç kısmında öğrencilerin öğrenme güçlüklerini üç başlık altında değerlendirmiştir: (a) değişkenlere değer verme, (b) işlem yaparken değişkenleri dikkate almama ve (c) değişkenleri belli harflerle sınırlandırma.

Hiçcan (2008), 7. sınıf öğrencilerinin birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler konusundaki akademik başarılarına 5E öğretim modelinin etkisini araştırmıştır. Araştırma hem nicel hem de nitel olarak karma bir yöntemle yapılmıştır. Nicel verilerin toplanması için araştırmacı tarafından geliştirilen bir başarı testi kullanılırken, nitel veriler için denklemler konusu çerçevesinde ('Denklem denildiğinde ne anlıyorsunuz?' ve ya 'Denklemin derecesi denince ne anlıyorsunuz?' gibi sorular) yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır. Yapılan görüşmeler için amaçlı olarak 5

öğrenci seçilmiş ve bu öğrencilerin birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler konusunda geçen matematiksel kavramları nasıl anlamlandırdıkları incelenmiştir. Çalışmanın sonucunda, 5E öğrenme döngüsü modelinin, öğrencilerin birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler konusundaki temel ifadeleri anlamlandırmada ve öğrencilerin kavramsal değişimini sağlamada etkili bir model olduğu ifade edilmiştir.

Tekay (2012) tez çalışmasında öğrencilerinin doğrusal denklemlerin grafiklerini Kartezyen koordinat sistemine aktarma becerileri incelemiştir. Araştırmanın örneklemini bir devlet okulunda öğrenim gören 3 tane 7. sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Araştırmanın yöntemi karma olarak belirlendiği için, hem nicel hem de nitel veriler toplanmıştır. Nicel veriler için araştırmacı tarafından geliştirilen ‘Doğrusal Denklemlerin Grafiği’ testi kullanılmıştır. Testin uygulandığı sınıftan (uygulama öncesinde araştırmacı tarafından seçilen bir 7. sınıf) amaçlı olarak seçilen 3 öğrenci ile görüşmeler yapılmıştır. Görüşmede kullanılan sorular, testte yer alan sorulara paralel şekilde oluşturulmuştur. Görüşmelerden elde edilen veriler 4 başlık altında değerlendirilmiştir: öğrencilerin; (1) doğrusal denklemlerin grafikleri konusundaki kavramlarla ilgili bilgisi, (2) doğrusal denklemi anlamlandırması, (3) doğrusal denklemin grafiğini anlamlandırması ve (4) doğrusal denklem ile denkleme ait doğru arasında ilişki kurması. Araştırma sonucunda testteki her bir sorunun doğru cevaplanma yüzdelerinin düşük olduğu ve öğrencilerin büyük çoğunluğunun bu testte yeterli düzeyde başarı gösteremedikleri görülmüştür. Ayrıca denklemde yer alan değişkenlerin ifade ettiği anlamı kavramış bir öğrencinin denkleme ait grafiği çizerken zorlanmadığı, değişken kavramını tam olarak öğrenememiş bir öğrencinin ise grafiği çizerken güçlükler yaşadığı ifade edilmiştir.

Ural (2012) öğrencilerin değişken, eşitlik ve denklem konusunda yaşadığı zorluklardan bahsetmiş ve bu konuda yapılan çalışmaların daha çok 1. dereceden denklemler üzerine yoğunlaştığını ifade etmiştir. Farklı olarak çalışmasında rasyonel denklemleri ele almak istemiş ve öğrencilerin rasyonel denklemleri çözme süreçlerini analiz etmiş ve bu süreçte yaptıkları hataları ve yanlışları ortaya çıkarmaya çalışmıştır. Araştırmayı 10. ve 11. sınıfta öğrenim gören 86 öğrenci ile gerçekleştirmiştir. Özel durum çalışmasının yapıldığı bu araştırmada, dört denklem tipinin yer aldığı form veri toplama aracı olarak kullanılmıştır. Araştırma da 3 önemli sonuç elde edilmiştir: (1) paydayı sıfır yapan değer de çözüm kümesine dâhil edilmesi, (2) eşitliğin her iki

yanında çarpım durumunda bulunan ifadelerin yok edilerek bu ifadeyi sıfır yapan sayının rasyonel denklemin çözüm kümesine dâhil edilmemesi ve (3) rasyonel denklemlerde sadeleştirmenin yapılmasında eşitliğin bir yanında ifade kalmaması durumunda sıfır yazılması.

Yukarıda araştırma konusu ile ilgili farklı araştırmacılar tarafından yapılan çalışmalara yer verilmiştir. Bu araştırmaların genellikle cebir öğreniminde ve öğretiminde yapılan hataların ve oluşan yanlışların tespit edilmesine yönelik olduğu söylenebilir. Bunun dışında bazı çalışmalarda ise bu yanlışların önüne geçilmesi için uygulamalar da yapılmış ve bu uygulamaların etkililiği araştırılmıştır. Fakat bu tür yapılan çalışmaların sayısının yetersiz olması bu konu ile ilgilenen araştırmacılara çeşitlilik sağlamamaktadır. Dolayısıyla bu araştırmada da cebir konusunun araştırma konusu olarak seçilmesi tercihten öte bir gereklilik arz etmektedir.

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

3. YÖNTEM

Bu çalışma, APOS teorisine uygun olarak gerçekleştirilen bir öğretim ortamında, ortaokul 3. sınıf öğrencilerinin denklem kavramına ilişkin soyutlama süreçlerinin incelenmesini amaçlayan bir araştırmadır. Bu bölümde; araştırmanın modeli, çalışmaya katılan öğrenciler ve bu öğrencilerin belirlenme aşamaları, veri toplama yöntemi, veri toplama araçları, uygulama süreci, kullanılan etkinlikler, pilot çalışma, verilerin toplanması ve toplanan verilerin analizi, ayrıca araştırmanın geçerliliği ve güvenilirliği ile ilgili bilgiler yer almaktadır.

3.1. Araştırmanın Modeli

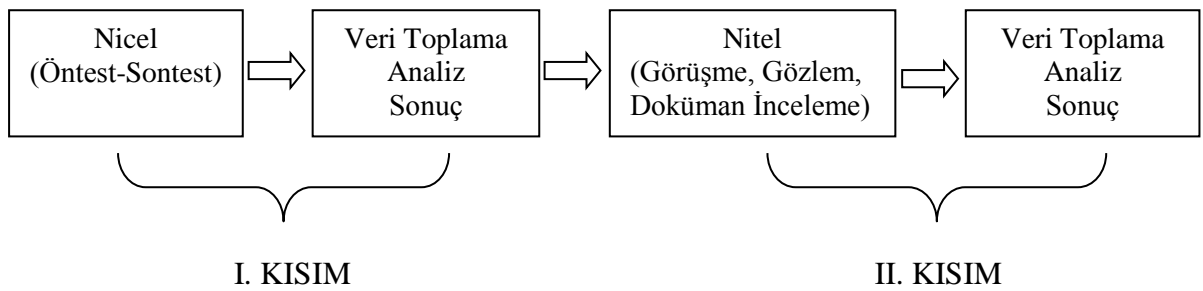
Araştırma modeli, araştırılacak birime, araştırma sorularına, araştırmacının rolüne ve araştırma üzerindeki kontrolüne, ayrıca araştırmanın odak noktasına göre çeşitlilik göstermektedir (Yin, 2011, s. 50). Bu araştırmada temelde bir öğretim yönteminin öğrencilerin düşünme becerileri üzerine olan etkisinin belirlenmesi ve niteliğinin incelenmesi amaçlanmıştır. Dolayısıyla bu amaç araştırmanın hem nicel hem de nitel araştırma yaklaşımlarını bir arada kullanmayı gerekli kılmaktadır. Bu açıdan çalışmada karma araştırma yaklaşımının tercih edilmesi uygun görülmüştür. Karma araştırma yaklaşımında araştırmacı, çalışmanın bir bölümü için nitel araştırma yaklaşımlarını kullanırken, diğer bölümü için nicel araştırma yaklaşımlarından yararlanır (Johnson ve Christensen, 2004, s. 48). Karma araştırma yaklaşımları, nitel ya da nicel araştırma yaklaşımlarının tek başına cevap veremeyeceği soruları cevaplamaya yardımcı olurlar ve bu yüzden hem okuyucuya hem de araştırmacıya daha güvenilir sonuçlar sağlarlar.

Nitel ve nicel araştırma yaklaşımları bir arada kullanıldığında birbirlerinin eksik yönlerini tamamlayarak daha güçlü bir bakış açısı sunabilirler (Creswell ve Clark, 2011, s. 12). Örneğin, nicel araştırmalarda, katılımcının sesini duymak, davranışlarını gözlemlemek, kişisel önyargılarını ve düşüncelerini yorumlamak pek mümkün

görünmemektedir. Oysaki nitel araştırma yaklaşımları, nicel araştırmaların bu eksikliklerini tamamlamada destek sağlayabilir. Nitel araştırmacılar, katılımcılarla yakın temas halinde olabilme imkânına sahip olduğu için derinlemesine analiz yapabilme şansına sahiptir ve bu yüzden örneklem sayısını sınırlı tutma gibi bir sorunla karşı karşıya kalmaktadırlar. Örneklem sayısının geniş tutulduğu nicel araştırmalar, bu hususta nitel araştırma yaklaşımlarına destek sağlayabilmektedir. Dolayısıyla nicel yaklaşım aracılığıyla toplanan veriler birçok katılımcıya ulaşmayı sağlarken, nitel yöntemler kullanılarak elde edilen veriler (gözlem, görüşme gibi), araştırma konusunu daha derinlemesine inceleyebilme olanağı sağlamaktadır. Bu durum araştırmacıları, sayılarla elde ettikleri verileri daha ince ayrıntısına kadar irdeleyebilmek için, nitel verileri kullanma yoluna itmektedir. Böylelikle araştırmacı veri çeşitlemesi yolunu tercih etmiş olur (Greene, Krayder ve Mayer, 2005).

Creswell (2005: 513-517) karma araştırma yöntemlerinin 3 farklı deseninden söz etmektedir: çeşitleyici (triangulation) karma araştırma deseni, açıklayıcı (explanatory) karma araştırma deseni ve keşfedici (exploratory) karma araştırma deseni. *Çeşitleyici karma araştırma deseni*, hem nitel hem nicel verilerin eş zamanlı olarak toplandığı araştırma deseni (s. 514). *Açıklayıcı karma araştırma deseni*, önce nicel verilerin toplandığı ve bu nicel verilerin sonuçlarının açıklanması amacıyla nitel verilerin daha sonradan toplandığı bir araştırma deseni (s. 515). *Keşfedici karma araştırma deseni* ise, öncelikle fenomeni açıklamak için nitel verilerin toplandığı, ardından nicel verilerin toplandığı bir araştırma deseni (s. 516). Burada ki amaç, nitel verilerin analizi sonucu elde edilen ilişkileri niceliksel olarak açıklamaktır. Bu tez araştırmasının öncelikle nicel verileri toplanmış daha sonra bu nicel verileri açıklamak için nitel veriler toplanmıştır. Bu yönüyle araştırmanın yukarıda bahsedilen desenlerden, açıklayıcı karma araştırma deseni olarak nitelendirilebileceği ifade edilebilir.

Bu bilgiler doğrultusunda bu tezin araştırma yönteminin genel düzeni aşağıdaki taslakta sunulmuş ve hemen sonrasında araştırmanın hem nicel boyutu hem de nitel boyutu sırası ile açıklanmıştır.



Şema 3.1. Araştırma yönteminin genel yapısı

3.1.1. Nicel Boyut

Nicel araştırma yaklaşımı, matematiksel yöntemler kullanılarak analiz edilecek olan sayısal verileri toplayarak fenomeni anlamının bir yoludur (Muijs, 2004, s. 1,2). Mcmillan ve Schumacher (2010, s. 21) bir bilimsel araştırmada istatistik ve sayıların kullanılmasının, araştırmanın tarafsızlığını maksimum seviyeye çıkardığını ileri sürmektedirler. Bu açıdan bakıldığında nicel araştırma yöntemlerinin araştırmacılara, nitel araştırmalara göre daha güvenilir bir bakış açısı sunduğu ifade edilebilir.

Nicel araştırmada odak, hipotezi ya da teoriyi test etmektir ve dolayısıyla bu tür araştırmalar, bilimsel yöntemin çıkarsamaya dayalı parçaları üzerine odaklanır (Johnson ve Christensen, 2004, s. 30). Hatta nicel araştırmalarda araştırmacı kendi hipotezlerini doğrulamak amacıyla deneyip test ettiği için, bu araştırmalar doğrulayıcı olarak da isimlendirilebilmektedir. Nicel araştırmalar temelde iki alt kategoride incelenmektedir: deneysel model, deneysel olmayan model (Mcmillan ve Schumacher, 2010, s. 21; Johnson ve Christensen, 2004, s. 35). Bu iki model hem karakteristik olarak hem de araştırmada resmedilen sonuçlara göre ince farklılıklar gösterebilir. Bazı nicel araştırmacılar, eğitimsel uygulamanın bireyler üzerinde fark yaratıp yaratmadığını test etmek isterler. Deneysel araştırma modelleri, bu tür araştırmalar için uygun görülmektedir. Deneysel modeller, uygulamalar ve yapılan ölçümler arasındaki nedensel ve etkiyel ilişkileri araştırmayı amaçlarken; deneysel olmayan modeller sadece var olan durumu tanımlamak için ölçümler yaparlar. Yani neden ve sonuç ilişkisini açıklamak bu modelde yer almaz. Deneysel olmayan modeller, temelde fenomeni tanımayı ve deneme yapılan ortamda herhangi bir değişikliğe gitmeden farklı fenomenler arasındaki ilişkileri belirlemeyi amaçlar (Creswell, 2005, s. 294-301; Mcmillan ve Schumacher, 2010, s. 22).

Bir araştırmanın hangi nicel araştırma modeli ile şekilleneceğine karar vermede, o araştırmanın amacının hangi model ile daha çok örtüştüğüne bakılır. Deneysel modellerde araştırmacılar ya farklı uygulamalar yapılan gruplar arasında ya da uygulama yapılan ve yapılmayan gruplar arasında karşılaştırma yaparlar (Mcmillan ve Schumacher, 2010, s. 21).

Deneysel modeller, katılımcı grupların belirlenmesi, karşılaştırılan grupların sayısı, araştırmacının kullandığı uygulama sayısı, bağımlı değişken sayısı ve ikincil yani konu dışı değişkenlerin kontrol edilmesi gibi etmenlerden etkilenir ve farklılık gösterebilir (Creswell, 2005, s. 294). Literatürde yaygın olarak kullanılan üç deneysel model vardır (Ercikan ve Roth, 2009, s. 174; Mcmillan & Schumacher, 2010; www.atuder.org.tr; files.gantepsosbilepo.webnode.com.tr, 2015): tam deneysel modeller, yarı deneysel modeller ve tek denek modeli. Tam deneysel modellerde araştırmacı, katılımcıların rastgele atandığı gruplar üzerinde çalışma yaparlar. Yarı deneysel modellerde, tam deneysel modele benzer fakat grupların belirlenmesinde rastgelelikten ziyade bazı ölçütler aranır. Bunun dışında eğer, araştırmacının katılımcıları kendi amaçlarına göre gruplandırma şansı yoksa (bir öğretim programının etkililiğinin incelenmesinde herhangi bir okulda yer alan sınıflar gibi) yarı deneysel modeller kullanılır. Tek denekli model ise, diğer deneysel modeller gibi neden ve sonuç ilişkilerini dikkate alır, fakat çalışılacak bireyin ya da bireylerin seçiminde araştırmanın amaçlarına uygun bir ya da birden fazla kişi ile çalışılmasını ön görür.

Bu tez çalışmasında deney ve kontrol grupları arasında öğretim şeklinin bir fark yaratıp yaratmadığı sorgulandığı için deneysel bir modeldir. Araştırmacı bunun için kendi görev yaptığı okulu uygulama ortamı olarak kullanmış ve uygulama yapacağı sınıfları rastgele olarak belirlemiştir. Okul ortamında sınıflar önceden oluşturulduğu için araştırmacının uygulama gruplarında/sınıflarında değişiklik yapma şansı olmamıştır. Dolayısıyla bu çalışma yarı deneysel model olarak nitelendirilebilir.

3.1.2. Nitel boyut

Araştırmalarda, hangi yaklaşımın kullanılacağı bilgisinin araştırmanın amacına ve içeriğine göre değiştiği, daha önce ifade edilmiştir. Bu çalışmada nitel yöntemlerin kullanılma sebebi, öğrencilerin soyutlama süreçleri hakkında derinlemesine bilgi elde

etmektedir. Nitel araştırma, araştırmayı yapan kişinin sürece olabildiğince dâhil edilmesi gerektiğini göz önüne alarak, araştırmacı ile araştırılan olgu arasındaki mesafeyi azaltarak, araştırılan olguyu yorumlamaya ve anlamlandırmaya çalışır (Creswell, 1998). Nitel araştırmalarda olgu kendi doğal ortamında incelenir ve yorumlanır (Denzin ve Lincoln, 2000, s. 215). Bu durum nitel araştırmacının, süreçte vakit harcayarak katılımcıların bakış açıları ve davranışları hakkında daha fazla bilgi sahibi olması için onlarla etkileşim halinde olmasını gerektirir.

Araştırma sürecinde bireylerin bakış açılarının ve deneyimlerinin ortaya koyulması büyük önem taşır. Bireylerin vereceği tepkiler önceden oluşturulmuş sorularla sınırlandırılmaz, bu hususta daha esnek bir tutum sergilenir. Burada ki temel amaç, araştırma konusuyla ilgili derinlemesine bilgi toplamaktır. Bu, araştırmacının katılımcıya daha yakın olması ve belki de aynı ortamda çalışmasını gerektirir (Miles ve Huberman, 1994). Dolayısıyla araştırmacı üründen ziyade süreçle ilgilenmektedir ki nitel araştırmaların bir diğer önemli özelliklerinden birisi de budur. Bu süreçte araştırmacı karşılaştığı olay ve olgulara çoklu bir bakış açısı ile yaklaşır ve gerçek şartlar altında bireylerin davranışlarını anlamaya çalışır. Bu esnada esnek bir tutum izlenir ve araştırma konusu ile ilgili mümkün olduğunca ayrıntılı bilgi toplanmaya çalışılır (Ritchie ve Lewis (2003: 4).

Nitel araştırmaların tümünde bazı varsayım ve özellikler ortak olarak bulunmasına rağmen, bu tür araştırmaların nasıl desenleneceğine ve çalışma içeriğinin ne olacağına dair farklılıklar görülmektedir (Merriam, 1998, s. 2). Bu farklılıklar ilgilenilen teorik çerçeveden kaynaklı olabilmektedir. Bu durum nitel araştırmalarda veri toplamak için kullanılan yöntemlerin de farklılaşmasına neden olmaktadır: gözlem, görüşme, anketler, doküman inceleme, görsel-işitsel materyal kullanımı gibi. Peki, uygun verinin toplanması ve analiz edilmesi için, bu yöntemler ile araştırmanın soruları nasıl eşleştirilecektir? İşte bu noktada araştırmacıya, araştırma modelleri yardım etmektedir (McMillan ve Schumacher, 2010, s.343).

Literatürde birbiri ile bazı ortak noktaları olan, fakat amaçsal olarak birbirinden ayrılan farklı modellerden söz edilmektedir. Nitel araştırma modellerinden biri de yabancı literatürde ‘case study’ olarak adlandırılan durum çalışmalarıdır. Durum çalışmasının çeşitli araştırmacılar tarafından yapılan tanımlamalarını vermeden önce

‘durum (case)’ kavramının neyi ifade ettiğini belirlemek gerekli ve önemlidir. Durum, araştırılacak şeyin seçimidir ve farklı türlerde olabilir: bir birey, bir grup, bir etkinlik ya da bir olgu olabilir ve hatta durum olarak nitelendirilen şey bir yöntem bile olabilir (Mcmillan ve Schumacher, 2010, s.345).

Durum çalışması ile ilgili literatürde pek çok tanım bulunmaktadır. Mcmillan ve Schumacher (2010)’a göre, durum çalışmaları, tek bir birimin ya da konunun derinlemesine analiz edildiği çalışmalardır (s. 344). Creswell (2007)’e göre ise durum çalışması, araştırmacının sınırlı bir sistemi ya da zamanla çoklu sınırlı sistemleri açıkladığı, çoklu bilgi kaynaklarını (gözlemler, görüşmeler, görsel-işitsel materyaller, doküman ve raporlar gibi) içeren, ayrıntılı ve derinlemesine bilgi topladığı ve durum-temelli temaları ve durum tanımlarını raporladığı nitel bir yaklaşımdır (s.73). Bu tanımda kullanılan sınırlı sistem, tek bir örnek durumu temsil etmektedir: bir çocuk, bir grup, bir sınıf, bir okul, bir topluluk gibi. Yine Creswell (2008) durum çalışmasını, geniş çapta veri toplamaya dayanan sınırlı bir sistemin (etkinlik, olgu, olay, süreç, birey gibi) derinlemesine araştırılması olarak tanımlamıştır. Bu araştırmacılara paralel olarak Stake (2010) de, durum çalışmalarının, belirli bir konunun ayrıntılarının açıklanmaya çalışıldığı ve derinlemesine anlatıldığı çalışmalar olduğunu ileri sürmektedir. Değişik araştırmacılar tarafından yapılan tanımlamalar incelendiğinde, aslında birbirinden çok da farklı ifadeler olmadığı görülmektedir. Hepsinin bahsettiği anahtar yapı, ilgilenilen olayın derinlemesine analiz edilmesidir. Bu tez araştırmasında ise aşağıda verilen durum çalışması tanımı, daha anlaşılır ve kapsamlı bir şekilde ifade edildiği görüşüne dayanarak, referans alınmıştır:

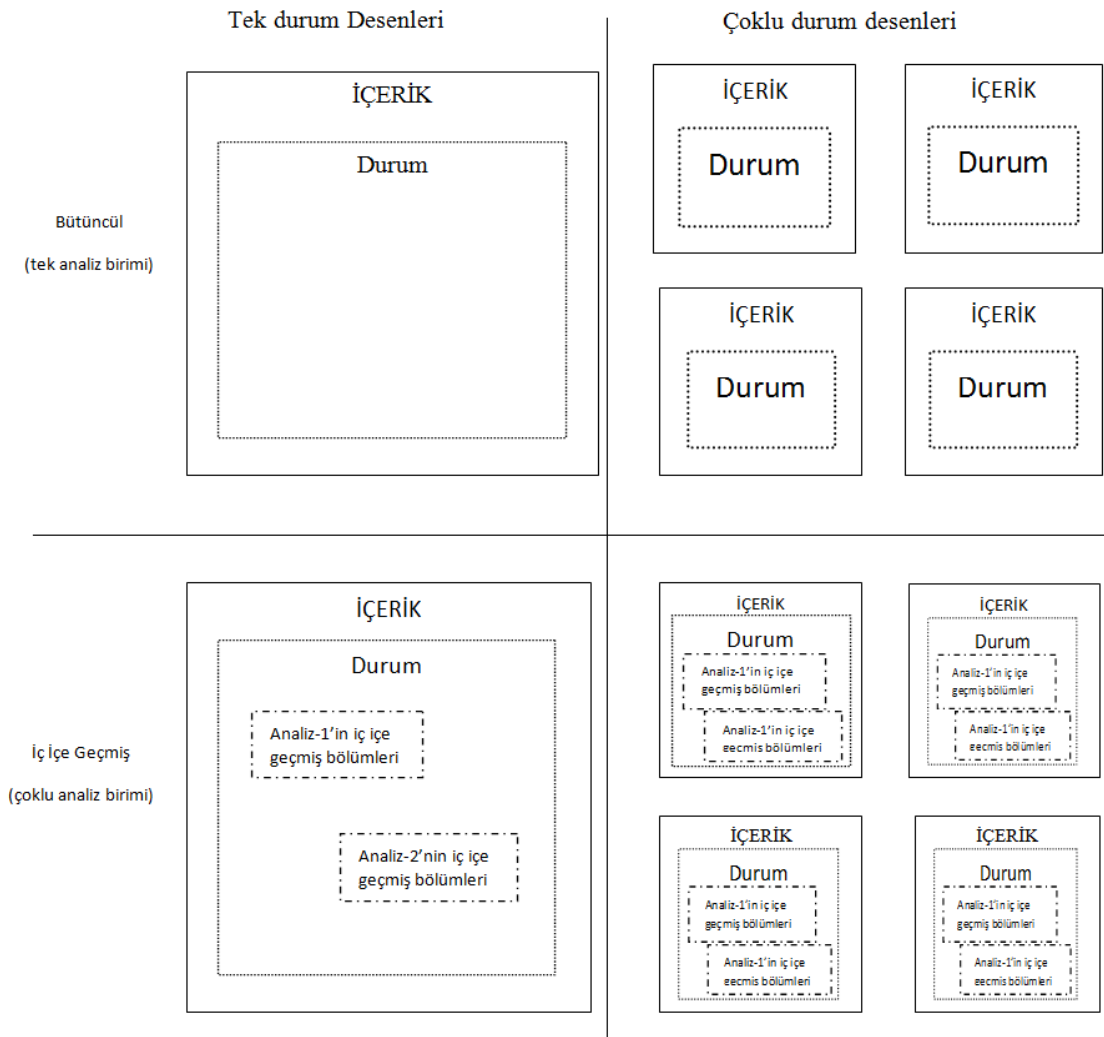
Durum çalışması sadece yöntemsel bir seçim değil aynı zamanda çalışılan şeyin seçimidir... Durum çalışması araştırma verilerini toplamaya, bu verileri öncelikle organize etmeye ve analiz etmeye yardımcı olan bir yöntemdir. Kısacası, durum çalışması bir yöntemdir. Bu tür çalışmalarda amaç, ilgilenilen her durum hakkında derinlemesine, sistematik ve kapsamlı bilgi toplamaktır. Bu analiz yöntemi bir ürünle sonuçlanır: durum çalışması. Böylece durum çalışması, analiz yöntemi ya da analiz ürününün her birini ya da ikisini birden temsil edebilir (Patton, 2002, s. 447).

Durum, kuramsal kavramlar ve uygulama tecrübeleri arasındaki boşluk için bir köprü olarak kullanılabilir. Dolayısıyla durum çalışması, öğrenenler için güçlü bir öğrenme tecrübesi sağlayan kontrol sistemi ile teknikleri ve geniş kavramları

birleştirebilir. Ve böylelikle öğrencinin öğrenmesi için motivasyonunu sağlayabilir ve ilgisini yükseltebilir. Ayrıca öğrencinin fenomen bilgisinin gelişimini sağlayabilir ve dersi daha uzun süre hatırında tutmasına yardımcı olabilir (Patton, 2002; Romney ve Weller, 1984; Umapathy, 1985). Tüm bu özellikleri düşünüldüğünde durum çalışmalarının, öğrencilerin öğrenme sürecine katılımlarını sağlamasının yanı sıra pedagojik avantajlar sunduğu da söylenebilir.

Hitchcock ve Hughes (1995) araştırmalarında durum çalışmasının birçok özelliğinden bahsetmiştir. Bunlardan biri, araştırmacının tamamen duruma dâhil olmasıdır (akt. Cohen, Lawrance ve Morrison, 2000). Araştırmacı, bir oyuncu gibi artık sahnededir ve gösterisini gerçekleştirmek için hazırlık yapar. Geniş bir perspektiften bakar ve nasıl ilerlemesi gerektiğine karar vermek için plan yapar. Bu planında da neyin üzerinde derinlemesine araştırma yapmak istediğine, zamanını nasıl kullanacağına, kimlerle ve nasıl bir görüşme yapacağına karar verir (Bogdan ve Biklen, 2007, s. 59). Durum çalışmalarında araştırmacı, normal bir araştırmacıdan daha farklı bir konumdadır; çalışma alanında zaman geçirir ve sürece dâhil olur. Bu esnada yapması gereken işten daha fazlasını yapabilir. İnsanlarla, onların tecrübeleri ve algıları üzerinde konuşur, formal birey ve grup görüşmelerinden çok daha fazlasını yönetebilir (Patton, 2002, s.4).

Bir araştırmanın durum çalışması olup olmadığına karar vermek kolay bir süreç değildir. Nitekim bu tür çalışmaların karar süreci, yapılan araştırmanın içeriğine ve amaçlarına göre değerlendirilip şekillendirilmektedir. Durum çalışmaları içeriği bakımından dört alt grupta incelenmektedir (Yin, 2003, s. 40). Durum çalışmasının bu dört desenine ait özellikler aşağıdaki şekilde görselleştirilmeye çalışılmıştır:



Şekil 3.1. Durum çalışması desenleri (Yin, 2003, s.40)

Yukarıda durum çalışması desenlerinin genel yapısını gösteren şekil, bu tez çalışmasının hangi desene göre şekillendirilmesi gerektiği hususunda bilgi vermesi açısından önemlidir. Bu çalışmada APOS/ACE öğretim döngüsüne göre ve MEB klavuzluğunda öğretim yapıldığından, araştırmanın daha çok bütüncül çoklu durum desenine uygun bir yapı olduğu söylenebilir. Bütüncül çoklu durum deseni, kendi başına bütüncül olarak düşünülen birden fazla durumu temsil etmektedir (Yin, 2003, s. 42). Uygulama için seçilen her bir sınıf (deney ve kontrol grubu) bu durum temsilleri için birer örnektir. Bu çalışmada soyutlama süreçleri, her bir grup için ayrı ayrı analiz edilmiştir. Yapılan analizler sonrasında elde edilecek bulgulara göre iki farklı uygulama sonucunda öğrencilerin soyutlama süreçlerinin ayrıntıları, ortak ve ya farklı yönleri belirlenmeye çalışılmıştır.

Durum çalışmaları, ayrıca, çalışmanın amaçları bakımından da sınıflandırılmaktadır ve bu durum çalışması desenlerinin ayrıntıları şu şekildedir (Yin, 2013, s. 8):

1. **Betimleyici (descriptive) durum çalışmaları:** Betimleyici durum çalışmalarında, araştırmacı tarafından, bireylerin, olayların ya da durumların profillerinin tam olarak ve gerçekçi bir şekilde ortaya koyulması amaçlanır. Eğer okuyucu bir konu hakkında tam olarak bir bilgi sahibi değilse ve o konu hakkında derinlemesine bilgi almak istiyorsa, bu tür çalışmalar etkili olmaktadır.
2. **Açıklayıcı (explanatory) durum çalışmaları:** Açıklayıcı durum çalışmaları, bir durum ya da problemin açıklanmasında, sebep-sonuç ilişkilerinin dikkate alındığı çalışmalardır.
3. **Keşfedici (exploratory) durum çalışmaları:** Keşfedici durum çalışmalarında amaç, ne olup bittiğini anlamak, yeni derinliklere ulaşmak ve herhangi bir olguyu farklı bakış açılarıyla değerlendirebilmektir.

Robson (1993), bir araştırmanın tek bir amaçla yapılabileceği gibi iki ve ya üç amaç içinde yapılabileceğini ileri sürmektedir. Ve yine aynı araştırmacıya göre, bu üç tür araştırma amaçlarından biri diğerlerine nazaran genellikle daha baskın olacaktır. Bu araştırma da, ortaokul 3. sınıf öğrencilerinin, dâhil oldukları öğretim grubuna göre, denklem konusundaki soyutlama süreçlerinin benzerlikleri ve farklılıkları ortaya koyulması amaçlanmıştır. Bu amaç çerçevesinde araştırmanın, yukarıda bahsi geçen durum çalışması türlerinden, daha çok betimleyici durum çalışmasına uygun olduğu söylenebilir.

Yukarıda bahsedilen durumlar ve açıklamalar toparlanacak olursa, bu tez çalışmasının, içeriği ve amaçları bakımından durum çalışması niteliğinde bir araştırma olduğu ifade edilebilir. Araştırmanın temel sorusu, APOS teorisi ile şekillendirilen öğretimin, öğrencilerin soyutlama süreçlerine nasıl yansıdığına ortaya koyulmasıdır. Uygulama esnasında yapılan görüşmelerin ve gözlemlerin kapsamlı ve uzun olması, öğrencilerin soyutlama süreçlerinin derinlemesine incelenmesi ve tüm bunların bütüncül bir bakış açısı ile değerlendirilmesi gerekliliği, durum çalışmasını kullanmayı zorunlu ve anlamlı kılmıştır.

3.2. Veri Toplama Yöntemleri

Cresswell (2005, s. 297)'e göre yarı deneysel modeller farklı desenlerde gerçekleştirilmektedir: ön test-son test kontrol gruplu desen, sadece son test kontrol gruplu desen. Bu tez çalışmasında ön-test, rastgele olarak belirlenen grupların istatistiksel olarak benzerliklerini karşılaştırmak için kullanılmıştır. Gerçekleştirilen öğretimin etkililiğini incelemek için ise, uygulama sonunda öğrencilere bir başarı testi son-test olarak uygulanmıştır. Dolayısıyla bu tez çalışmasının nicel verilerinin, sadece son-test kontrol gruplu desene göre şekillendiği söylenebilir.

Bu araştırmanın nitel boyutunun gerçekleştirilmesi için nitel araştırma modellerinden durum çalışması modeli kullanılmıştır. Durum çalışmalarında temelde ve sıklıkla kullanılan 3 yöntemden bahsedilmektedir: görüşme, gözlem ve doküman incelemesi (Patton, 2002, s. 4; Yin 2011, s. 130).

Görüşme, sözel soru-cevap formatı kullanılarak, yüz yüze gerçekleştirilen veri toplama yöntemlerinden biridir (Payne ve Payne, 2004, s. 129). Görüşmede asıl amaç, katılımcının ne söylediğini, ne yaptığını ve ne düşündüğünü, ayrıca araştırmacının bu söylenenleri nasıl yorumladığını araştırmaktır (Scott ve Morrison, 2006, s. 133). Bu özellikler görüşme yöntemini, bireylerin düşünceleri hakkında daha ayrıntılı bilgi sağladığı için daha avantajlı kılmaktadır. Görüşme yönteminin farklı türlerinden söz etmek mümkündür: yapılandırılmış görüşme, yarı-yapılandırılmış görüşme, yapılandırılmamış görüşme. *Yapılandırılmış görüşme*, genellikle ölçme temellidir, kapalı uçlu sorulardan oluşur ve önceden belirlenmiş alanlarda araştırma yapmak için tasarlanır. *Yarı-yapılandırılmış görüşme*, az sayıda açık uçlu sorular üzerine temellidir, fakat katılımcıların soruları istenilen genişlikte cevaplamalarına imkân veren bir görüşme yöntemidir. *Yapılandırılmamış görüşmeler* ise, çoğunlukla açık uçlu sorular ve sondalardan oluşan, insanların deneyimleri, algıları, düşünceleri ve bilgileri hakkında derinlemesine cevapların elde edildiği bir yöntemdir (Batu, Kırcaali ve Uzuner, 2004; Patton, 2002, s.4; Payne ve Payne, 2004; Scott ve Morrison, 2006). Bu tür görüşmede amaç, katılımcı hakkında derin ve ayrıntılı bilgi elde edilmesi olduğundan, daha çok katılımcının ne söylediğine odaklanmaktadır.

Bu tez çalışmasında öğrencilerin denklem kavramına yönelik soyutlama süreçlerinin derinlemesine incelenmesinin amaçlanması, öğrencilerle ilgili konu

çerçevesinde görüşmeler yapılmasını gerekli kılmaktadır. Ayrıca öğrencilerin düşünme süreçlerinin inceleneceğinden ötürü, kapalı uçlu sorulardan ziyade açık uçlu soruların kullanılması tercihten öte bir zorunluluktur. Bu tez çalışmasında da öğrencilerin denklem kavramına yönelik düşüncelerinin ortaya çıkarılması için açık uçlu soruların yer aldığı yarı yapılandırılmış ve yapılandırılmamış özellikte görüşmeler yapılmıştır.

Gözlem; etkinlikleri, eylemleri, davranışları, sohbetleri, kişiler arası etkileşimleri, örgütsel veya toplumsal süreçleri ve diğer gözlemlenebilir insan tecrübelerini betimleme çalışmasıdır (Patton, 2002, s. 4). Gözlem yapılan bağlam çerçevesinde ayrıntılı tanımlamalar içerir ve gözlem yoluyla zengin veriler toplanır. Temelde iki tür gözlemden bahsedilmektedir: yapılandırılmış gözlem ve yapılandırılmamış gözlem (Yıldırım ve Şimşek, 2011, s. 171-172). *Yapılandırılmış gözlem*, gözlenen ortamın tamamen araştırma amaçlarına yönelik incelenmesini ifade eder ve bu gözlem türünde araştırmacının işe vuruk bulguları kaydedeceği bir formu vardır. *Yapılandırılmamış gözlem* ise, araştırmacının da sürece dâhil olduğu, çoğunlukla doğal ortamlarda gerçekleştirilen gözlem türüdür. Burada amaç belli bir ortamı içeriden tanımak olduğu için, araştırmacının elinde gözlem ile ilgili herhangi bir araç yoktur. Araştırmacı bu yöntemde katılımlı gözlemci konumundadır ve bu durum araştırmacının, çalışma sahasına inmesine imkân verir ve araştırmacıya, çalışma atmosferi içerisinde olması bakımından avantajlar sağlar. Bu tez çalışmasında araştırmacı sürece aynı zamanda öğretmen olarak dâhil olduğu için katılımlı gözlemci konumundadır. Dolayısıyla bu tez çalışmasında veriler yapılandırılmamış gözlem yoluyla toplanmıştır. Araştırmacı tarafından her bir uygulama dersinden sonra not alınan gözlemlerin, sonrasında yapılacak olan veri analizleri için bir dayanak oluşturduğu düşünülmektedir.

Doküman incelemesi, katılımcı ile araştırmacının genellikle karşı karşıya gelmediği, etkileşimsiz nitel veri toplama yöntemidir (McMillan ve Schumacher, 2010, s. 360). Çoğunlukla yazılı ve çizili materyallerden oluşmaktadır: kayıtlar, resmi yayınlar, kişisel günlükler, mektuplar, sanatsal çalışmalar, hatırlanmaya değer şeyler, fotoğraflar ve açık uçlu anketlere verilen cevaplar. Doküman incelemesi, araştırmacının, gözlem ve görüşme yapmadan veri toplamasına imkân verdiği için, zaman ve paradan tasarruf sağlar. Bunun yanı sıra, gözlem ve görüşme teknikleri ile birlikte kullanıldığında ise, araştırmanın geçerliliğine olumlu yönde etki ettiği düşünülmektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2011, s. 188). Deney grubundaki her bir dersin kayda alınması ile

oluşan video kayıtları, kontrol grubunda öğretim sürecinde çekilen fotoğraflar, görüşmelerden elde edilen öğrencilerin çalışma kâğıtları, bu çalışmada kullanılan dokümanlara birer örnektir.

Bu çalışmada da, nitel veri toplama yöntemlerinden gözlem, görüşme ve doküman incelemesi bir arada kullanılmıştır. Farklı veri toplama yöntemlerinin bir arada kullanılması, nitel araştırmalarda çeşitlemenin bir göstergesidir. Nitel araştırmalarda çeşitleme, farklı yöntemlerin tek başına sağladığı yararların yanı sıra, her birinin kendine ait sınırlılıklarını, birbiri ile elimine etmesi bakımından avantajlı görülmektedir (Patton, 2002, s. 4).

3.3. Çalışmaya Katılan Öğrencilerin Belirlenmesi

Bu çalışmada hem nitel hem de nicel araştırma yaklaşımları bir arada kullanılmıştır. Her iki araştırma türünün temel amaçlarındaki farklılaşma (nitel araştırma da genelleme amacının, nicel araştırmaya nazaran, geri planda olması), örnekleme yöntemlerinin farklılaşmasına zemin hazırlamaktadır (Yin, 2011, s. 87). Bu araştırmada ortaokul 3. sınıf öğrencilerinin denklem konusuna yönelik soyutlama süreçleri incelenmiş ve uygulanan iki farklı öğretim yönteminin aynı konu üzerinde öğrenci başarısına etkisi araştırılmıştır. Bu nedenle, araştırmaya dâhil olan katılımcılar, belli örnekleme yöntemlerine uygun olarak, araştırmacı tarafından dikkatle seçilmiştir.

Örnekleme yöntemleri temelde iki alt boyuta ayrılmaktadır: olasılığa göre örnekleme, olasılığı bilinmeyen örnekleme (Erkuş, 2009, s.93). Bu araştırmada, olasılığa göre örnekleme türlerinden küme örnekleme yöntemi ile olasılığı bilinmeyen örnekleme türlerinden amaçlı örnekleme yöntemi bir arada kullanılmıştır. *Küme örnekleme*, çalışılması düşünülen evrende doğal olarak oluşturulmuş, kendi içerisinde bazı özellikler açısından benzerlik gösteren farklı grupların olması durumunda kullanılır. Örneğin, çalışma yapılan okul, evreni temsil etmekte ve okul içindeki önceden oluşturulmuş sınıflar ise, grupları temsil etmektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2011, s. 105). *Amaçlı örnekleme yöntemi* ise, bir olay ya da olgu hakkında derinlemesine bilgi elde edilmesi gerektiği durumlarda, kullanılan bir nitel örnekleme yöntemidir (Yin, 2011, s. 88). Bu yöntemde araştırmacı, çalıştığı konunun amaçlarına en uygun katılımcıları belirlemekle görevlidir. Bu araştırmada öğrencilerin düşünce süreçleri

inceleneyeceğinden kendilerini doğrudan ifade edebilme, etkinlikleri tamamlamada yeterli güdüye sahip olabilme ve bu gibi kişisel özelliklerin yanı sıra başarı anlamında da sınıf genelini temsil edebilme özellikleri önemle dikkate alınmıştır. Dolayısıyla araştırmanın nitel boyutu için çalışılacak öğrencilerin seçiminde amaçlı örnekleme yönteminin kullanılması uygun görülmüştür.

Araştırmaya katılacak grubun ortaokul 3. sınıf olarak belirlenmesinde, araştırma konusu etkili olmuştur. Ortaokul 3. sınıf düzeyinde denklem konusu, diğer düzeylere göre daha kapsamlı olarak yer almaktadır. Ayrıca bu düzeydeki öğrencilerin ilgili konunun öğrenilmesi için gerekli olan ön bilgilere yeterli bir şekilde sahip olduğu düşünülmektedir. Daha önceden bilinen bir konu hakkında öğrenciler soyutlama yapma gereği duymayabilirler ya da yeterli ön bilgiye sahip olmayan öğrenciler uygulamayı tamamlayamayabilirler. Bu söylenen ifadeler araştırmanın gerçekleşmesinde önemli bir yere sahiptir. Dolayısıyla, kaçınıcı sınıflar üzerinde araştırma yapılacağı belirlenmesinde, araştırma konusunun kazanımları belirleyici olmuş ve böylelikle 3. sınıf düzeyi ile araştırmanın yapılması uygun görülmüştür.

Öncelikle bu araştırmanın uygulanabilmesi için gerekli yasal izinler alınmış ve daha sonra hangi sınıflar ile çalışılacağı belirlenmiştir. Bu çalışmada, küme örnekleme yöntemine uygun olarak, Erzurum İli Osman Gazi Ortaokulu 3. sınıf düzeyinde bulunan 11 şube arasından, biri deney diğeri kontrol olmak üzere iki sınıf rastgele olarak belirlenmiştir. Yani araştırma grubu, 2014-2015 eğitim-öğretim yılında bu devlet ortaokulunun 3. sınıfına devam eden öğrencilerden oluşmaktadır. Deney grubunda 15'i kız ve 16'sı erkek olmak üzere toplam 31 öğrenci; kontrol grubunda ise 15'i kız ve 17'si erkek olmak üzere toplam 32 öğrenci yer almaktadır. Bu araştırma bu iki grupta yer alan toplam 63 öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Katılımcılara ve yer aldıkları gruplara ait bilgiler aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 3.1.

Deney ve Kontrol Grubu Öğrenci Sayısı

<i>Katılımcılar (Nitel Boyut)</i>	<i>Deney Grubu</i>	<i>Kontrol Grubu</i>
Kız	15	15
Erkek	16	17
Toplam	31	32

Seçilen öğrenciler için okul başarı puanları, matematik başarı puanları, uygulama sürecinde kullanılan testlerden elde edilen başarı puanları referans olarak alınmıştır. Okul başarı puanı, matematik başarı puanı ve test puanları; 95-100 arasında olan öğrencilerin başarı düzeyleri yüksek; 80-90 arasında olan öğrenciler iyi; 60-75 arasında olan öğrenciler orta; 40-55 arasındaki öğrenciler düşük olarak nitelendirilmiş ve bu haliyle gruplandırılmıştır. Belirtilen puan aralığı dışında kalan öğrencilerin çalışmaya alınmamasının nedeni, katılımcı öğrenciler arasında çeşitlilik sağlanmaya çalışılmasındandır. Bazı puan aralıklarına birden fazla öğrenci denk geldiği olmuştur. Bu öğrencilerin seçimlerinde, öğrencinin ders içi performans düzeyleri, uygulama sürecinde araştırmacı tarafından yapılan gözlemler, araştırmacının öğrenci hakkındaki görüş ve düşünceleri, öğrencilerin araştırmaya katılma istekleri gibi etmenler belirleyici olmuştur. Bu aşamadan sonra, okul yönetimi tekrar bilgilendirilmiş, öğrencilerin kendilerinden ve ebeveynlerinden araştırmaya katılmaları hususunda gerekli onaylar alınmıştır.

Araştırmaya katılan öğrencilerin puan ayrıntılarını ve bu puanlarına göre başarı düzeylerini gösteren tablo aşağıdaki gibidir. Bu tablo da kullanılan isimler, araştırmacı tarafından öğrencilerin asıl isimlerine yakın olarak değiştirilmiştir.

Tablo 3.2.

Katılımcı Ayrıntıları

<i>Katılımcılar (Nitel Boyut)</i>	<i>Okul Başarı Puanı</i>	<i>Matematik Başarı Notu</i>	<i>Cebirsel Öğrenme-II Testi Başarı puanı</i>	<i>Başarı Düzeyi</i>
Deney Grubu				
Fatih	100	100	100	Yüksek
Ezgi	90	80	90	İyi
İslim	73	70	75	Orta
Sena	48	50	50	Düşük
Kontrol Grubu				
Talha	100	100	100	Yüksek
Okan	88	80	90	İyi
Harun	71	75	70	Orta
Nur	51	45	55	Düşük

Fatih ve Talha, okul başarı puanı, matematik başarı notu ve cebirsel öğrenme testinden elde edilen başarı puanı da dâhil, tüm kriterlerde yüksek başarı göstermiş öğrencilerdir. Ayrıca bu öğrenciler, uygulama sürecindeki tüm etkinliklere aktif olarak

katılmış olup, düşüncelerini rahatça ifade edebilmişlerdir. Tüm bu özellikler göz önüne alındığında, bu öğrencilerin başarı düzeylerinin yüksek olduğu yönünde görüş belirtilmiş ve bu grupta değerlendirilmesi gerektiği düşünülmüştür.

Ezgi ve Okan, okul başarı puanı sırasıyla 90 ve 88 olan öğrencilerdir. İki katılımcının da puanları birbirine çok yakındır. Bu durum diğer puan türlerinde de karşımıza çıkmaktadır. Bu öğrenciler çoğu öğretim sürecine aktif olarak katılmış, etkinlik hakkındaki görüş ve düşüncelerini genellikle ifade etmeye çalışmışlardır. Başarı puanlarına ek olarak öğretmenin/araştırmacının öğrenciler hakkındaki düşünceleri de dikkate alındığında, öğrencilerin başarı düzeyi iyi olan kategoride değerlendirilmesi uygun görülmüştür.

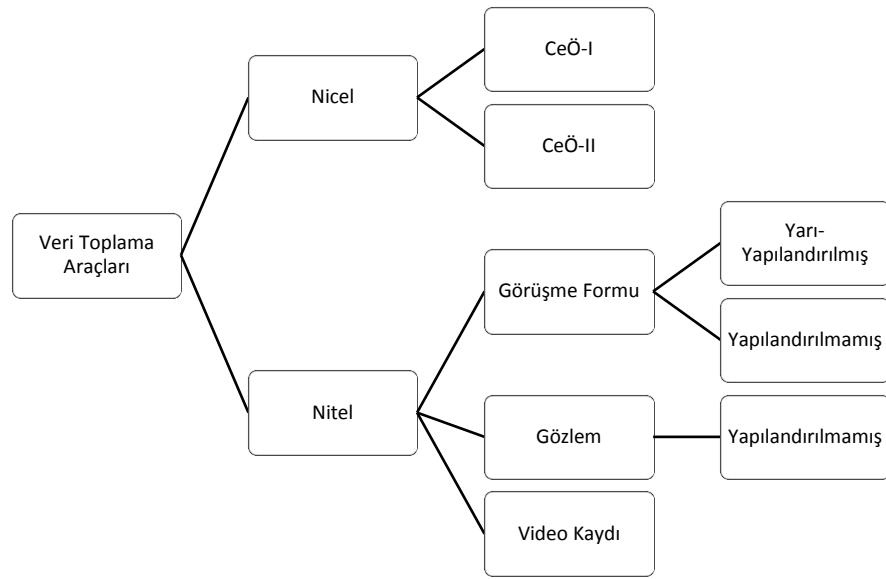
İslim ve Harun, tüm puan türlerinde 60-75 arasında puan alan öğrencilerdir. Uygulama esnasında bazen derse etkin olarak katılım sağlayan bu öğrencilerin, kendilerinden cevap verilmesi gereken durumlarda düşüncelerini ifade edebildikleri fakat bunun çok da yeterli olmadığı söylenebilir. Bu durumun öğretim sürecinin ilerlemesi ile değişiklik gösterdiğini de belirtmekte fayda vardır.

Sena ve Nur, tabloda yer alan ölçme kriterlerinden 55-40 arasında puan alan iki öğrencidir. Sena ve Nur'un ders esnasında sergiledikleri performanslar benzerlik göstermektedir. Her iki öğrencinin de, öğretmenin özellikle uyarmasına rağmen, ders esnasında sunulan etkinliklere katılma hususunda çekimser davrandıkları görülmüştür. Uygulama sürecinin ilerlemesi ile bu durumda azalma olduğu fark edilmiş, öğrencilerin eskiye oranla arkadaşları ile öğretimsel anlamda daha etkili iletişim kurdukları gözlenmiştir. Bu öğrenciler kendilerini doğru ve tam bir şekilde ifade edebilmektedir, fakat bunun için dışsal bir pekiştirece ihtiyaç duymaktadırlar.

Yukarıda araştırmanın nitel boyutuna dâhil olan öğrencilerin başarı sırası ne olursa olsun ders içi performans düzeylerinin orta ve daha yukarıda olmasına özen gösterilmiştir. Burada ders içi performanstan kasıt, özellikle, öğrencilerin etkinliklere katılma, düşüncelerini doğru bir şekilde yansıtma ve ifade etme ve ayrıca sahip olduğu düşünceyi gerekçeleriyle birlikte açıklayabilmektir. Burada söz edilen düşüncelerin doğru bir şekilde açıklanması ifadesi ile öğrencilerin söyledikleri şeyin doğruluğu ya da yanlışlığı değil, düşüncelerin zihinde olduğu şekliyle doğrudan aktarımı işaret edilmiştir. Araştırmanın nitel boyutunda öğrencilerin soyutlama süreçlerinin

derinlemesine incelenmesi amaçlandığı için, böylesi bir çalışma araştırmacının yanı sıra öğrencilerin de görüşme süresinin uzunluğundan ötürü sıkılmaları ve alınan dönütlerde nedenselliği düşüncelerinin onları zorlamaları gibi nedenlerden dolayı sabırlı olmalarını gerektirmektedir. Bu esnada, öğrencilerin düşüncelerini rahatlıkla ifade edebilmeleri ve görüşmelere istekli olarak katılmaları ve bu istekliliklerine görüşme süresince devam etmeleri önemli görülmektedir.

3.4. Veri Toplama Araçları



Şema 3.2. Veri toplama araçları

Bu tez çalışmasında Şema 3.2’de görüldüğü üzere, CeÖ-I testi, CeÖ-II testi, yarı-yapılandırılmış görüşme formu, yapılandırılmamış görüşme formu, video kayıtları, ders içi uygulama kayıtları ile birlikte araştırmacının gözlemleri, kullanılan veri toplama araçlarıdır. Araştırmacı tarafından cebir öğrenme alanıyla ilgili iki test ve görüşme formu hazırlanmıştır. Bu araçların geliştirilme aşamaları en ince ayrıntısına kadar aşağıda anlatılmıştır.

3.4.1. Cebirsel öğrenme-I testinin geliştirilme aşamaları

Öğrencilerin soyutlama yapabilmeleri için iki önemli etmen vardır. Bunlardan ilki soyutlanacak bir konunun var olması, ikincisi ise öğrencilerin soyutlanacak konunun ön şartları bakımından hazır olması gerekliliğidir (Özmantar ve Monaghan,

2007). CeÖ-I testi, öğrencilerin soyutlama yapmaları gereken konu ile ilgili ön bilgilerinin test edilmesi amacı ile araştırmacı tarafından geliştirilmiştir. Testin hazırlanmasında Ortaokul Matematik Dersi 2. sınıf ilgili alt öğrenme alanının aşağıda belirlenen kazanımları dikkate alınmıştır:

1. Aritmetik dizilerin kuralını harfle ifade eder; kuralı harfle ifade edilen dizinin istenilen terimini bulur.
2. Sözel olarak verilen bir duruma uygun cebirsel ifade ve verilen bir cebirsel ifadeye uygun sözel bir durum yazar.
3. Cebirsel ifadenin değerlerini değişkenin alacağı farklı doğal sayı değerleri için hesaplar.
4. Basit cebirsel ifadelerin anlamını açıklar.
5. Cebirsel ifadelerle toplama ve çıkarma işlemleri yapar.
6. Bir doğal sayı ile bir cebirsel ifadeyi çarpar.

Araştırmacı bu test için, yukarıdaki kazanımları eşit oranda gözetecek şekilde bir soru havuzu oluşturmuştur. Böylelikle oluşturulacak testin kapsam geçerliliğinin sağlanması hedeflenmiştir. Bunun üzerine her bir kazanımla ilgili 10'ar soru olmak üzere toplam 60 soru hazırlanmıştır. Bu soru havuzu içerisinden rastgele 30 soru seçilmiş ve taslak bir form oluşturulmuştur. Taslak formda yer alan sorular yukarıdaki kazanımları hemen hemen eşit oranda temsil edecek şekilde seçilmiştir. Bu haliyle taslak formda yer alan her bir madde için, biri öğretim üyesi, ikisi araştırma görevlisi ve ikisi de matematik öğretmeni olmak üzere, uzman görüşüne başvurulmuştur. Test maddeleri, ayrıca, bir Türkçe öğretmeni tarafından dil uygunluğu bakımından incelenmiştir. Uzmanlardan her bir madde için, 'uygun/uygun değil' şeklinde dönüt vermeleri istenmiştir. Uzmanların görüşleri de doğrultusunda taslak form yeniden düzenlenmiş ve uygulanmak üzere son hali verilmiştir.

Kapsam geçerliliği ve uzman görüşü ile geçerlilik çalışması tamamlanan testin güvenilirliği için madde analizi yapılmıştır. CeÖ-I testi, araştırma konusuna aşina olan 167 ortaokul 3. sınıf öğrencisine, 2013-2014 eğitim-öğretim yılının bahar döneminde Mayıs ayının ikinci haftasında uygulanmıştır. Test çoktan seçmeli sorulardan oluştuğu için, öğrencilerin doğru olarak yanıtladıkları her bir soru için 1, yanlış cevap verdikleri her bir soru için 0 puan verilmiştir. Uygulama sonunda bu öğrencilerden elde edilen

veriler incelenerek her bir soruya ait madde güçlük ve ayırtedicilik indeksleri Excel Programı yardımı ile hesaplanmıştır. Verilerin değerlendirilmesinde madde güçlük ve ayırt edicilik indeksine ilişkin kabul edilen ölçütler Tablo 3.3 ve Tablo 3.4'te verilmiştir.

Tablo 3.3.

Madde Güçlük İndeksi ve Yorumu

Madde Güçlük İndeksi	Yorum
0 ile 0.35 arası	Zor madde
0.35 ile 0.70 arası	Orta zorlukta bir madde
0.70 ile 1 arası	Kolay madde

(Çalık, 2015)

Tablo 3.3'de görüldüğü gibi madde güçlük indeksi 0 ile 1 arasında değer almaktadır. Maddenin doğru yapılma oranı azaldıkça bu değer 0'a yaklaşır ve bu durum maddenin zorlaştığına işaret eder. Değer 1'e yaklaştıkça maddenin doğru yapılma oranı artar ve bu da maddenin kolaylaştığını gösterir.

Tablo 3.4.

Madde Ayırtedicilik İndeksi ve Yorumu

Madde Ayırtedicilik İndeksi	Yorum
0,19 ve altı	Ayırtediciliği çok düşük, testten çıkarılmalıdır.
0.20 ile 0,29 arası	Ayırtediciliği düşük, düzeltilerek geliştirilmelidir.
0,30 ve üstü	Ayırtediciliği yüksek, geçerliliğe ve güvenilirliğe katkısı büyüktür.

(Kurnaz, 2015)

Bir maddenin ayırtedicilik indeksi -1 ile 1 arasında değer alır. Maddenin ayırtedicilik indeksi 0,19 ve altında ise teste alınması uygun görülmemektedir. Eğer bu değer 0,20 ile 0,29 arasında ise maddenin ayırtediciliği düşüktür; ancak teste geliştirilerek alınmasında bir sakınca yoktur ve son olarak bu indeks 0,30 ve üstünde bir değer ise o zaman maddenin ayırtediciliği yüksektir ve doğrudan teste alınabilir.

Tablo 3.3 ve Tablo 3.4'te verilen ölçütler doğrultusunda testte yer alan her bir maddenin indeksleri için gerekli değerlendirmeler yapılmıştır. Bu değerlere ait veriler Tablo 3.5'te verilmiştir.

Tablo 3.5.

CeÖ-I Testinde Yer Alan Maddelerin Güçlük ve Ayırtedicilik İndeksleri

<i>Madde No</i>	<i>Madde Güçlük İndeksi</i>	<i>Madde Ayırtedicilik İndeksi</i>	<i>Yorum</i>
1	.72	.62	Kolay ve ayırtediciliği yüksek
2	.71	.52	Kolay ve ayırtediciliği yüksek
3	.65	.36	Orta zorlukta ve ayırtediciliği yüksek
4	.34	.46	Zor ve ayırtediciliği yüksek
5	.74	.48	Kolay ve ayırtediciliği yüksek
6	.53	.56	Orta zorlukta ve ayırtediciliği yüksek
7	.64	.70	Orta zorlukta ve ayırtediciliği yüksek
8	.62	.74	Orta zorlukta ve ayırtediciliği yüksek
9	.50	.68	Orta zorlukta ve ayırtediciliği yüksek
10	.41	.52	Orta zorlukta ve ayırtediciliği yüksek
11	.23	.29	Zor ve ayırtediciliği düşük
12	.49	.70	Orta zorlukta ve ayırtediciliği yüksek
13	.71	.80	Kolay ve ayırtediciliği yüksek
14	.66	.64	Orta zorlukta ve ayırtediciliği yüksek
15	.42	.72	Orta zorlukta ve ayırtediciliği yüksek
16	.70	.58	Kolay ve ayırtediciliği yüksek
17	.48	.56	Orta zorlukta ve ayırtediciliği yüksek
18	.69	.62	Orta zorlukta ve ayırtediciliği yüksek
19	.29	.30	Zor ve ayırtediciliği yüksek
20	.41	.62	Orta zorlukta ve ayırtediciliği yüksek
21	.53	.70	Orta zorlukta ve ayırtediciliği yüksek
22	.48	.46	Orta zorlukta ve ayırtediciliği yüksek
23	.26	.28	Zor ve ayırtediciliği düşük
24	.35	.64	Zor ve ayırtediciliği yüksek
25	.34	.54	Zor ve ayırtediciliği yüksek
26	.59	.24	Orta zorlukta ve ayırtediciliği düşük
27	.47	.56	Orta zorlukta ve ayırtediciliği yüksek
28	.56	.46	Orta zorlukta ve ayırtediciliği yüksek
29	.35	.58	Zor ve ayırtediciliği yüksek
30	.41	.48	Orta zorlukta ve ayırtediciliği yüksek

Tablo 3.5’de CeÖ-I testine ait madde analizi verileri yer almaktadır. Bu verilere göre 1, 2, 5, 13 ve 16 numaralı maddelerin öğrencilere kolay geldiği; 4, 11, 19, 23, 24, 25 ve 29 numaralı maddelerin öğrencileri zorladığı ve diğer maddelerin ise öğrenciler tarafından orta zorlukta cevaplandığı görülmektedir. Ayrıca 11, 23 ve 26 numaralı

maddelerin ayırtecdicilikleri düşük olarak hesaplanmış fakat bu maddelerin gerekli görüldüğü noktada düzeltilerek teste alınabileceğine karar verilmiştir. Kapsam geçerliliğinin düşmemesi için seçilecek olan maddelerin yukarıda bahsedilen altı kazanımı da eşit bir şekilde temsil etmesine dikkat edilmiştir. Aynı zorlukta ve aynı kazanıma sahip soruların seçiminde maddelerin ayırtecdicilikleri belirleyici olmuştur. Örneğin 7, 8, 17, 27 ve 30 numaralı maddeler orta zorlukta ve aynı kazanımı ölçen maddelerdir. Bunlardan 7, 8 ve 17 numaralı maddelerin teste alınmasına karar verilmiştir ve bu kararın alınmasında maddelerin ayırtecdicilik indekslerinin daha yüksek olması etkili olmuştur. Güçlük indeksi düşük ve ayırtecdiciliği yüksek olan 24. maddenin çeldiricilerinin tekrar düzeltilerek teste alınması uygun görülmüştür. Uzmanlardan da alınan görüşler doğrultusunda dört tane kolay (1, 2, 13, 16), dört tane zor madde (4, 24, 25, 29) ve 12 tane orta zorlukta madde (6, 7, 8, 9, 12, 14, 15, 17, 18, 20, 21, 30) belirlenerek 20 çoktan seçmeli maddeden oluşan ve öğrencilerin ön bilgi düzeylerini ölçmeyi amaçlayan test oluşturulmuştur (Ek-2). Ayrıca CeÖ-I testinin Cronbach Alpha güvenirlik katsayısı .86 olarak hesaplanmıştır.

Soruların yapı geçerliliğini test etmek amaçlı, yukarıda ayrıntıları açıklanan 20 çoktan seçmeli sorunun yer aldığı teste faktör analizi de uygulanmıştır. Doğrulayıcı faktör analizi, daha önceden belirlenmiş bir yapının doğru olup olmadığını test etmek için yapılır (Field, 2009, s. 628). Daha önceden de bahsedildiği gibi sorular yukarıda sıralanan altı kazanım çerçevesinde hazırlanmıştır. Yapılan faktör analizinde sorular altı faktör altında gruplandı ve gruplanan soruların aynı kazanımı ölçtüğü ve bu kazanımların CeÖ-I testinin kapsadığı kazanımlar ile benzerlik gösterdiği tespit edilmiştir. Üstelik bu altı faktörün tüm yapının %70'ini açıkladığı da analizler sonucunda görülmüştür.

3.4.2. Cebirsel öğrenme-II testinin geliştirilme aşamaları

Araştırmada kullanılan diğer bir araç ise CeÖ-II testidir. CeÖ-II testinin hazırlanma aşaması da CeÖ-I testi ile benzerlik göstermektedir. Bu testin amacı öğretim sürecinin, öğrencilerin ilgili konu bazında başarı düzeylerinde bir farklılık oluşturup oluşturmadığının belirlenmesidir. Bu amaç ile araştırmacı tarafından öncelikle çoktan seçmeli soruların yer aldığı bir ölçme aracı geliştirilmiştir. Bu ölçme aracında yer alan sorular aşağıdaki kazanımlar referans alınarak oluşturulmuştur:

1. Sayı örüntülerini modelleyerek bu örüntülerdeki ilişkiyi harflerle ifade eder.
2. Cebirsel ifadelerle toplama ve çıkarma işlemleri yapar.
3. Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözer.
4. Denklemi problem çözmede kullanır.
5. Doğrusal denklemleri açıklar.

CeÖ-I ve CeÖ-II testleri ihtiva ettikleri kazanım açısından ilişkili olmakla birlikte farklılık da göstermektedirler. CeÖ-I testi, ilgili alt öğrenme alanından önceki kazanılması gereken hedef davranışları; CeÖ-II testi ise, uygulamadan sonraki kazanılması gereken hedef davranışları ölçmektedir. Öncelikle yukarıdaki kazanımlarla ilgili 50 sorudan oluşan bir soru havuzu oluşturulmuştur. Araştırmacı bu soru havuzundan rastgele 20 tanesini seçip taslak bir test formu oluşturmuştur. Oluşturulan bu form kendi içerisinde yukarıdaki beş kazanımı da eşit olarak temsil edecek şekilde seçilmiştir. Bu taslak formda yer alan soruların uygunluğunu sorgulamak için, çeşitli uzmanların (bir öğretim üyesi, bir araştırma görevlisi ve iki matematik öğretmeni) görüşleri alınmıştır. Bu görüşler doğrultusunda üç soruyu çıkartarak, yerine soru havuzundan aynı sayıda farklı sorular eklemiştir. Eklenen sorular çıkan sorularla aynı kazanımları ölçmektedir. Bu form bir Türkçe öğretmenine de incelettirilmiş, soru maddeleri ve çeldiricilerin dil bakımından uygunluğu kontrol ettirilmiştir. Son hali verilen test, uygulama yapılan ortaokulun 158 öğrencisine (ortaokul 3. düzey) uygulanmıştır. Uygulama 2013-2014 eğitim-öğretim yılının bahar döneminde Mayıs ayının son haftasında yapılmıştır. Test çoktan seçmeli sorulardan oluştuğu için, öğrencilerin doğru olarak yanıtladıkları her bir soru için 1, yanlış cevap verdikleri her bir soru için 0 puanı verilmiştir. Uygulama sonunda bu öğrencilerden elde edilen veriler incelenerek her bir soruya ait madde güçlük ve ayırtecilik indeksleri Excel Programı yardımı ile hesaplanmıştır. Bu indekslere ait sınırlar ve değerlendirmeleri Tablo 3.3 ve Tablo 3.4'te verilmişti. CeÖ-II testinin geliştirilme aşamasında her bir maddeye ait analizler ve yorumları Tablo 3.6'da gösterilmiştir.

Tablo 3.6.

CeÖ-II Testinde Yer Alan Maddelerin Güçlük ve Ayırtedicilik İndeksleri

<i>Madde No</i>	<i>Madde Güçlük İndeksi</i>	<i>Madde Ayırtedicilik İndeksi</i>	<i>Yorum</i>
1	.69	.68	Orta zorlukta ve ayırtediciliği yüksek
2	.69	.70	Orta zorlukta ve ayırtediciliği yüksek
3	.22	.40	Zor ve ayırtediciliği yüksek
4	.65	.45	Orta zorlukta ve ayırtediciliği yüksek
5	.81	.48	Kolay ve ayırtediciliği yüksek
6	.52	.65	Orta zorlukta ve ayırtediciliği yüksek
7	.61	.83	Orta zorlukta ve ayırtediciliği yüksek
8	.47	.60	Orta zorlukta ve ayırtediciliği yüksek
9	.41	.63	Orta zorlukta ve ayırtediciliği yüksek
10	.34	.55	Zor ve ayırtediciliği yüksek
11	.48	.53	Orta zorlukta ve ayırtediciliği yüksek
12	.41	.50	Orta zorlukta ve ayırtediciliği yüksek
13	.71	.63	Kolay ve ayırtediciliği yüksek
14	.67	.78	Orta zorlukta ve ayırtediciliği yüksek
15	.33	.80	Zor ve ayırtediciliği yüksek
16	.63	.75	Orta zorlukta ve ayırtediciliği yüksek
17	.49	.63	Orta zorlukta ve ayırtediciliği yüksek
18	.70	.85	Kolay ve ayırtediciliği yüksek
19	.29	.28	Zor ve ayırtediciliği düşük
20	.70	.43	Kolay ve ayırtediciliği yüksek

Tablo 3.6 incelendiğinde 5, 13, 18 ve 20 numaralı maddelerin öğrencilere kolay geldiği; 3, 10, 15 ve 19 numaralı maddelerin öğrencileri zorladığı ve diğer maddelerin ise öğrenciler tarafından orta zorlukta cevaplandığı görülmektedir. Madde güçlük indeksi bakımından zor olarak değerlendirilen 19. maddenin ayırtediciliği düşük olduğundan teste alınmaması uygun görülmüştür. Benzer yorumlara sahip maddelerin seçiminde ayırtedicilikleri belirleyici olmuştur. Kolay maddeler arasından 20 numaralı madde ayırtediciliği diğer üç kolay maddeye göre daha düşük olduğundan elenmiştir. Ayrıca seçilecek olan maddelerin yukarıda bahsedilen beş kazanımı da eşit bir şekilde temsil etmesine özen gösterilmiştir. Uzmanlardan alınan dönütler doğrultusunda üç tane kolay (5, 13, 18), üç tane zor (3, 10, 15) ve dokuz tane orta zorlukta madde (1, 2, 6, 7, 8, 9, 14, 16, 17) belirlenerek 15 çoktan seçmeli maddeden oluşan ve öğrencilerin denklem konusundaki bilgi düzeylerini ölçmeye yarayan test oluşturulmuştur (Ek.3). Madde analizi yapılan CeÖ-II testinin Cronbach Alpha güvenilirlik katsayısı .82 olarak hesaplanmıştır.

3.4.3. Görüşme formunun geliştirilme aşamaları

Araştırmanın nitel verilerini toplamak amacıyla araştırmacı tarafından, açık uçlu soruların yer aldığı bir görüşme formu oluşturulmuştur. Bu form, sırasıyla yarı-yapılandırılmış ve yapılandırılmamış olmak üzere iki aşamalı olarak tasarlanmıştır. Her iki aşama da aynı amaca hizmet etmektedir. Bu amaç, öğrencilerin denklem konusundaki doğru ya da yanlış ayırt etmeksizin tüm bilgilerinin ve düşüncelerinin ortaya çıkarılması ve incelenmesidir. Dolayısıyla soruların, öğrencilerin kendilerini rahatlıkla ifade etmelerini sağlayıcı özellikte olmasına özen gösterilmiştir. Süreç esnasında öğrencilerden istenen oluşumlarda yer alan bazı kavramların (değişken, örüntü, cebirsel ifade, denklem, orantısal ilişki, grafik, tablo gibi) öğrenci tarafından ifade edilmesinin öneminden dolayı, özellikle bu kavramların araştırmacı tarafından telaffuz edilmemesine dikkat edilmiştir. Ayrıca hazırlanan senaryoların, öğrencilerin ilgili konu hakkında eylem, süreç, nesne ve şema aşamalarını gözlemleyebilmeye fırsat tanıyacak özellikte olması önemli görülmektedir.

Görüşme sorularının hazırlanması basit ve doğrusal bir süreç değildir, aksine çok emek isteyen bir süreçtir (Yıldırım ve Şimşek, 2011, s. 141). Yani görüşmede yer alacak soruların hem kolay anlaşılır, hem de öğrencilerin geçmiş bilgilerini yansıtabileceği türden odaklı olarak hazırlanması gerekmektedir. Bunun için görüşme soruları netleştirilmeden önce, pilot çalışmasının yapılması ve uzman görüşünün alınması tercihten öte bir zorunluluktur.

Yarı-yapılandırılmış görüşme formu, öğrencilerin günlük hayatta karşılaşabileceği, gerçek yaşam durumlarını yansıtacak özellikte hazırlanmış iki temel senaryodan oluşmaktadır. Her bir senaryo kendi alt problemlerine ayrılmaktadır. Görüşmelerde yer alacak soruların seçimi ve sırası önemlidir (Schostak, 2006, s. 50). Örneğin sorular, kolaydan zora olacak şekilde ilerlemeli ki, öğrencilerin kendi fikirlerini ifade edebilmelerine ve böylelikle bir sonraki aşama için güven kazanmalarına olanak verilebilsin. Bu çalışmada da senaryolarda yer alan sorular, az önce bahsedilen özellikler dikkate alınarak oluşturulmuştur.

Yapılandırılmamış görüşme formunda ise, öğrencilerden kendi çözüm stratejileri ile birlikte bir problem durumu planlamaları istenmiştir. Bu planlama sürecinde öğrenci tamamen serbest bırakılmıştır. Bu form ile öğrencilerin öğrendikleri bilgileri organize

edebilme, düzenleyebilme, kullanabilme ve yeni durumlara yansıtabilme özelliklerinin gözlenmesi amaçlanmıştır.

Görüşme formları ortaokul 3. sınıf öğrencilerine uygulanacağı için, senaryolarda yer alacak olan soruların seçiminde, cebir öğrenme alanı ile ilgili CeÖ-II testinin hazırlanmasına kullanılan kazanımlar etkili olmuştur. Bu kazanımlar doğrultusunda birbirinden farklı senaryolar oluşturulmuş ve araştırmanın amacı doğrultusunda bir öğretim üyesinin, iki araştırma görevlisinin ve iki matematik öğretmeninin görüşlerine başvurulmuştur. Bu senaryolar arasında fikir birliği ile iki senaryo durumu seçilmiş ve senaryoların dil uygunluğu bir Türkçe öğretmeni tarafından incelenmiştir. Hazırlanan taslak form aynı ortaokulun 3. sınıf düzeyindeki 31 öğrencisine uygulanmış ve bu uygulama sonucunda soru ifadelerinde, yanlış anlaşılmaya yol açabilecek kafa karıştırıcı herhangi bir durum tespit edilmemiştir. Bunun üzerine aynı form kullanılarak üç öğrenci ile görüşme yapılmıştır. Pilot çalışması yapılan üç öğrencinin seçiminde genel başarı düzeyleri, matematik notları ve öğretmenlerinin görüşleri etkili olmuştur. Böylelikle yüksek, orta ve düşük başarılı olan üç öğrenci ile uygulama yapılması kararlaştırılmıştır. Bu görüşmeler araştırmacı tarafından daha sonradan transkript edilmek üzere kayıt altına alınmıştır. Yapılan incelemeler sonunda, ilk senaryoya bir alt problem daha eklenmiştir. Bu alt problem, önceki yapının sağlamaştırılmasının kontrol edilmesi için eklenmiştir. Öğrencilerin oluşturdukları bilgilerin kırılğan özellikte olması bu değişimi gerekli kılmıştır. Bu durum ayrıca, onların oluşturdukları bilgiyi pekiştirmelerine de olanak sağlamaktadır. İkinci senaryoda herhangi bir değişiklik yapılmasına gerek duyulmamıştır. Son olarak yapılandırılmamış görüşme için ise öğrencilerden oluşturdukları yapılarda kullandıkları stratejileri açıklamaları istenmiştir (Ek.4).

Hazırlanan formların iki aşamalı olduğunu ifade etmiştik. İlk aşama için, araştırmacı tarafından belirlenen dördü deney, diğer dördü kontrol grubunda yer alan toplam sekiz öğrenci ile yaklaşık 50 dakika süren görüşmeler yapılmıştır. Yapılan görüşmeler sonradan yazılı metinler haline dönüştürülmek üzere kayıt altına alınmıştır. Görüşmenin ikinci aşamasında ise araştırmacı, katılımcıları tamamen serbest bırakmış ve dolayısıyla süreçte herhangi bir müdahalede bulunmamıştır. Bu görüşmeler de yaklaşık 20 dakika sürmüş olup, kayıt altına alınmamıştır. Öğrencilerin uygulama

sonunda fikirlerini kısaca ifade etmeleri istenmiş ve süreç ayrıca öğretmen tarafından gözlenerek not altına alınmıştır.

3.4.4. Video kayıtları ve yapılandırılmamış gözlem notları

Video kaydı, çalışılan ortamın tekrar tekrar gözlenmesine fırsat veren bir veri toplama yöntemidir. Araştırmacı video kaydı ile, uygulama esnasında hem kendinin hem de bireylerin davranışlarını, ayrıca kaçırdığı özel durumları daha sonradan inceleme olanağı bulur (Goodnough, 2011). Video kayıtlarının araştırmacılara sağladığı avantajlar bu kadar sınırlı değildir. Video kayıtları, tekrarlanması zor olan bir olayın saptanmasına ve olayların değişik açılardan tekrar tekrar izlenmesinde fırsat vermektedir (Toptaş, 2008; Yıldırım ve Şimşek, 2011, s. 189). Ayrıca video kayıtları başka araştırmacılar tarafından da incelenebileceği için, araştırmanın güvenilirliği açısından da avantajlıdır. Kısacası, bu tür veri toplama araçları, bir davranışın tekrar edilmesinin zor olduğu nitel araştırmalarda, araştırmacıya büyük kolaylıklar sunmaktadır.

Bu tez çalışmasında deney grubunda gerçekleştirilen uygulamanın tamamı bir kamera ile kayıt altına alınmış ve uygulamaların gözlemi için bu kayıtlardan yararlanılmıştır. Kamera uygulama yapılan sınıfın bir köşesine (sınıfın tamamını kayda alabilecek şekilde) tripot desteği ile sabitlenmiştir. Teknik özellikler için sınıf dışından biri, öğrencilerin motivasyonlarını etkileyeceği düşüncesinden hareketle, özellikle sürece dâhil edilmemiştir. 20 ders süresince çekilen video kayıtlarının toplam süresi 13 saat 20 dakikadır. Her uygulama sonunda öğretmen/araştırmacı önemli gördüğü gözlemleri bir forma not etmiştir. Analizleri yapılan videolara ait bulgular, araştırmacının sürece yönelik tuttuğu notlarla birlikte, araştırmanın bulgular kısmında sunulmuştur.

3.5. Araştırmacının Rolü

Bilimsel araştırmalarda araştırmacının rolü çalışmanın gidişatını etkilemekte ve dolayısıyla bu rolün belirlenmesi büyük önem taşımaktadır (Yin, 2011, s. 11). Nicel ve nitel araştırmalarda, araştırmacı farklı rollere sahiptir. Nicel araştırmacılar, araştırma konusuyla ilgili verileri toplayan, verilerin analizlerini yapan ve bu verileri raporlaştıran

kişiyken; nitel araştırmalarda araştırmacı, ikinci elden veri toplayan değil, aksine araştırmaya bizzat dâhil olan katılımcı konumundadır. Dolayısıyla nicel araştırmacıların kendilerini sürecin dışında tutabildiği; nitel araştırmacıların ise kendilerini çalıştıkları konunun ya da bireylerin dışında tutmalarının mümkün olmadığı söylenebilir. Yani nitel araştırmalarda araştırmacı süreç ile bütünleşmiştir.

Nitel araştırmacılar, araştırmaya katılan bireylerle doğrudan görüşmeler yapıp gerektiğinde katılımcılarla beraber deneyim yaşayan, bu deneyimleri ile elde ettiği verileri kendi bakış açısıyla çözümleyen kişidir (Altındağ, 2005). Dolayısıyla nicel araştırma sürecinde sergilenen nesnel tutumun, nitel araştırmacılar da görülmesi mümkün değildir. Nitel araştırmalarda araştırmacı, alanda bizzat yer alması, katılımcılarla bire bir görüşme yapması çalışmanın doğasına etki edebilmektedir (Patton, 2002, s. 4). Bu durum araştırmacının nesnellikten ziyade öznelliğini gerektirmektedir. Aslında araştırmacının bizzat ortamda olması, ilgilendiği olay ya da olgu hakkında gerçekçi bir araştırma yapmasına olanak verdiği için önemlidir.

Araştırmacı bu tez çalışmasında sürecin bir elemanıdır ve süreç içerisinde aktif olarak rol almaktadır. Dolayısıyla araştırmacının katılımlı-gözlemci bir konumda olduğu söylenebilir. Katılımlı-gözlemci olmak, araştırmacıya daha gerçekçi bir bakış açısı yakalama fırsatı sunduğundan avantajlı görülmektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2011, s. 171). Ayrıca veri toplama aşamasında araştırmacı, sadece öğrencilerin düşünme biçimlerinin ortaya çıkarılmasını sağlayarak tarafsız bir rol oynamaya özen göstermiştir.

3.6. Araştırmanın Uygulama Boyutu

Çalışmada yer alacak iki grubun rastgele belirlenmesinden sonra hangisinin deney hangisinin kontrol grubu olacağı, yine rastgele olarak belirlenmiştir. Bu belirlemeden sonra konunun ön kazanımları açısından iki grubunda seviyesi CeÖ-I testi yardımı ile ölçülmüştür. Araştırmanın uygulaması, 2014-2015 eğitim-öğretim yılının Kasım ayında, toplam 20 ders saati süresinde gerçekleştirilmiştir. Her bir ders saati 40 dakikadır. 03.11.2014 ile 28.11.2014 tarihleri arasında gerçekleştirilen uygulama sürecine ait çalışma takviminin ayrıntıları aşağıdaki tabloda sunulmuştur.

Tablo 3.7.

Uygulamanın Kazanımları ve Ders Saatleri

Uygulama Kazanımları	Tarih	Süre
Cebirsel İfadelerle toplama ve çıkarma işlemleri yapar.	03-07 Kasım	3 ders saati
İki cebirsel ifadeyi çarpar.	03-07 Kasım	2 ders saati
Uygulama	10-14 Kasım	1 ders saati
Sayı örüntülerini modelleyerek bu örüntülerdeki ilişkiyi harflerle ifade eder.	10-14 Kasım	2 ders saati
Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözer.	10-14 Kasım	3 ders saati
Uygulama	17-21 Kasım	2 ders saati
Denklemleri problem çözmede kullanır.	17-21 Kasım	3 ders saati
Doğrusal denklemleri açıklar.	24-28 Kasım	2 ders saati
Uygulama	24-28 Kasım	2 ders saati

Gerçekleştirilen öğretim programlarının içeriği hem deney grubu hem de kontrol grubu için aşağıda ayrı ayrı sunulmuştur:

3.6.1. Kontrol Grubunun Uygulama Süreci

Kontrol grubunda matematik dersi, MEB'in önerdiği kaynak kitaba göre şekillendirilmiştir. Yani ilgili alt öğrenme alanına dair yönergeler hiçbir şekilde değiştirilmeden uygulanmıştır. Kontrol grubunun uygulama sürecine ait veriler aşağıdaki tabloda özetlenmiştir:

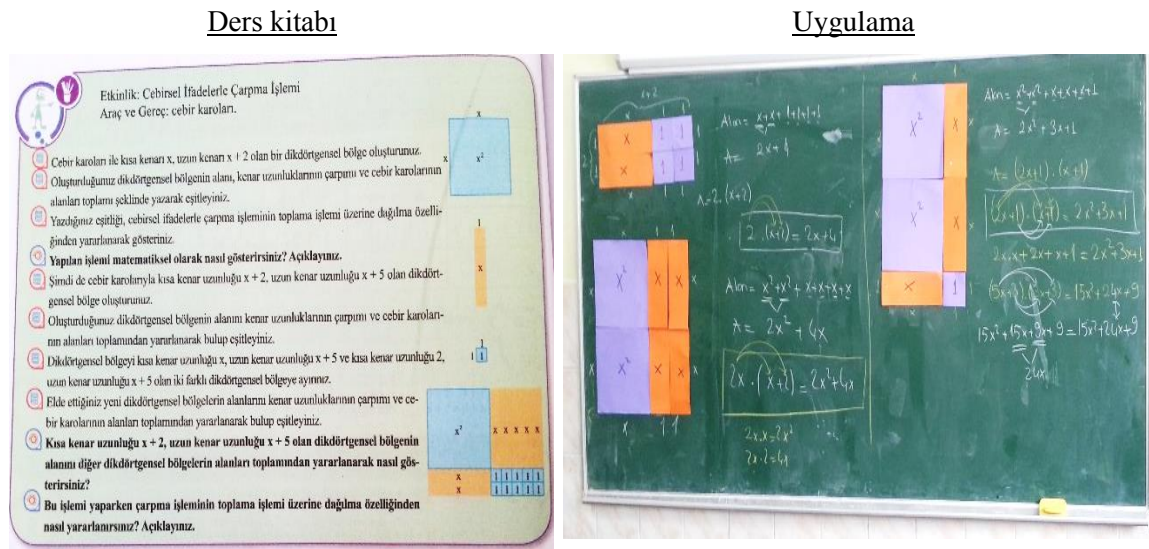
Tablo 3.8.

Cebir Alt Öğrenme Alanı ile İlgili Kazanımlar ve Açıklamaları

Kazanımlar	Açıklamalar	Ders içi ve Diğer derslerle ilişkilendirme	Öğrenme öğretme yöntem ve teknikleri
Cebirsel İfadelerle toplama ve çıkarma işlemleri yapar.	1. Terim ve kat sayı kavramları vurgulanır. 2. Bir cebirsel ifadeye bir değişkenin aynı veya farklı kat sayılara sahip olan terimlerine “benzer terim” denildiği belirtilerek cebirsel ifadelerdeki benzer terimler örneklerle açıklanır. 3. Toplama işleminin özellikleri hatırlatılır.	Tam Sayılarla İşlemler Rasyonel Sayılarla İşlemler	1. Soru-yanıt 2. Araştırma 3. Tartışma 4. Bireysel ve ya grup çalışması
İki cebirsel ifadeyi çarpır.	1. Kavram yanılgılarına yol açmayacak modellemeler kullanılır. 2. Cebirsel ifadelerle yapılan işlemlerin sonunda değişkenlerin üssü en fazla iki olmalıdır. 3. Cebirsel ifadelerde benzer olan veya olmayan terimlerin çarpımında; önce tek terimli ile tek terimli, tek terimli ile çok terimli, sonra iki terimli iki ifadenin çarpma işlemi yapılır. 4. Cebirsel ifadeler, sayısal ifadelerin başka bir gösterimi olduğundan çarpma işleminin bütün özellikleri hatırlatılarak cebirsel gösterimleri yazdırılır.	Tam Sayılarla İşlemler Rasyonel Sayılarla İşlemler	1. Soru-yanıt 2. Beyin fırtınası 3. Bireysel etkinlik
Sayı örüntülerini modelleyerek bu örüntülerdeki ilişkiyi harflerle ifade eder.	1. “n” harfinin verilen örüntüdeki sayıların sırasını veya yerini belirten bir işaret, sembol veya notasyon olduğu vurgulanır. Bu yüzden “n” ye; örüntünün “n.sayısı”, “temsilci sayısı” veya “genel sayısı” denildiği belirtilir. 2. Örüntü ilişkisinin harfli ifadesindeki harfin yerine, istenilen bir doğal sayı konarak sırası bu doğal sayı olan örüntünün sayısının bulunabileceği belirtilir.		1. Soru-yanıt 2. Beyin fırtınası 3. Bireysel etkinlik
Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözer.	1. Denklem çözümlerinde eşitliğin korunumuna dikkat çekilir. Eşitliğin bozulmaması için her iki tarafa da aynı işlemin yapılması gerektiği vurgulanır. 2. Eşitliğin her iki tarafında bilinmeyen bulunan denklemler de çözülür. 3. Rasyonel kat sayılı denklemler de çözülür. 4. Bilinmeyen ve değişken arasındaki ilişki hatırlatılır.	Rasyonel Sayılarla İşlemler Tam Sayılar	1. Soru-yanıt 2. Beyin fırtınası 3. Bireysel etkinlik
Denklemi problem çözümede kullanır.	1. Denklemler 7. sınıfa uygun seçilir. 2. Program kitabının giriş bölümünde yer alan problem çözme ile ilgili açıklamalar dikkate alınır.	Rasyonel Sayılarla İşlemler Tam Sayılar	1. Soru-yanıt 2. Beyin fırtınası 3. Bireysel etkinlik
Doğrusal denklemleri açıklar.	1. Doğrusal denklemlerin bir sabit sayı ile katsayılı iki değişkenden oluşan terimler içerdiği ve $ax+by+c=0$ biçiminde olduğu, a ile b katsayılarının aynı anda sıfır olamayacağı vurgulanır. 2. İki değişken arasındaki doğrusal ilişki tablo ve grafik kullanılarak incelenir. Bir değişkenin diğerine bağlı olarak nasıl değiştiği açıklanır.	Örüntüler ve İlişkiler Olasılık ve İstatistik	1. Aktif öğrenme 2. Soru-yanıt 3. Beyin fırtınası

MEB 7. sınıf ünitelendirilmiş yıllık planına göre hazırlanmıştır.

Tablo 3.8’te görüldüğü gibi, öğretim sürecinde aktif öğrenme, soru-yanıt, beyin fırtınası, tartışma ve araştırma gibi teknikler MEB’in uygun gördüğü kazanımlarda kullanılmıştır. Bunların dışında öğrencilerle hem bireysel etkinlikler hem de grup etkinlikleri yapılmıştır. Örneğin, ‘İki cebirsel ifadeyi çarpar.’ kazanımı ile ilgili cebir karoları yardımı ile yapılan ve ders kitabında verilen etkinlik, öğrencilere bireysel olarak yaptırılmıştır. Bu etkinlik ile ilgili öğrencilere çeşitli sorular yöneltilmiş ve öğrencilerin kendi fikirlerini açıklamalarına fırsat verilmiştir. Beyin fırtınası, yaratıcı düşüncüyü geliştiren, fikirlerin akla gelir gelmez açıklanmasını ve böylelikle çok sayıda fikir üretilmesini destekleyen, bireysel ya da grupla yapılabilen bir aktif öğretim yöntemidir (Saban, 2000). Dolayısıyla kontrol grubunda öğretmen, öğrencilerin birbirlerinin fikirlerinden beslenebileceği düşüncesinden hareket ederek, onların fikirlerini doğru ya da yanlış olarak nitelendirmemiştir. Aşağıda kontrol grubunda yapılan bir etkinlik fotoğrafı, kaynak kitapta yer alan etkinlik ile birlikte verilmiştir:



Şekil 3.2. Kontrol grubu etkinlik uygulaması örneği

Şekil 3.2’nin sağ kısmında bir sınıf içi uygulama örneği verilmiştir. Şekilde görülen cebir karoları araştırmacı/öğretmen tarafından hazırlanmıştır. Tahtada görülen her bir temsili klavuz kitapta yer alan yönerge doğrultusunda, ikişer öğrenci oluşturmuştur. Buna benzer çeşitli etkinlikler yapıldıktan sonra anlaşılmayan noktalar ve etkinlikler öğretmen tarafından tekrar anlatılmıştır. Dersin uygulama boyutunda öğrencilere bireysel yapacakları alıştırmalar verilmiştir. Bu esnada öğretmenin sıraların

arasında dolaşarak öğrencilerin bireysel görevlerine yardımcı bulunmuştur. Derslerin değerlendirme kısmında ise genellikle büyük grup tartışması yöntemini uygulamış, böylelikle her öğrencinin birbirini değerlendirmesine olanak tanımıştır.

3.6.2. Deney grubunun uygulama süreci

Araştırmanın uygulama boyutunun gerçekleştirildiği deney grubunu temsil eden sınıfa, tüm sınıfı görebilecek şekilde, bir kamera yerleştirilmiştir. Öğrencilerin kamera çekimlerine alışması için gerçek uygulamadan önce, müfredatta yer alan 'Rasyonel Sayılarla İşlemler' alt öğrenme alanı ile ilgili öğretim çalışmaları da sınıfa yerleştirilen kamera ile kayıt altına alınmıştır. Bu ön çalışma yaklaşık üç hafta boyunca devam etmiştir. Ayrıca uygulama sırasında öğrencilerin gerçek uygulamada yapması gerektiği gibi, tartışmalı bir ortam yaratılmış ve tüm sınıfın aktif olduğu bir öğretim ortamı oluşturulmaya çalışılmıştır. Öğrencilerin kameralı sürece alışmaları sağlandıktan sonra, gerçek uygulama süreci başlatılmıştır.

Deney grubunda öğretim ACE öğretim döngüsüne göre gerçekleştirilmiştir. ACE öğretim döngüsü, APOS teorisine dayalı bir pedagojik yaklaşımdır ve yapısındaki bileşenlerin ilk harfleri ile adlandırılır (Asila ve diğerleri, 1996; Tzirias, 2011): A (Activities-Etkinlik), C (Class Discussion-Sınıf Tartışması), E (Exercises-Uygulamalar).

Etkinlikler: Uygulama sürecinden kullanılan etkinlikler, öğrencilerin soyutlama becerilerini geliştirmek ve zihinsel yapılarını hızlandırmak için geliştirilen etkinliklerdir. Bu zihinsel yapılar APOS teorisinin analizleri için gerekli olan yapılardır. Burada etkinlik diyerek kastedilen şey, tahtaya yazılan bir problemde olabilir, öğrenciye uygulanmak üzere hazırlanacak etkinlik kâğıtları da olabilir ve hatta konu ile ilgili bilgisayar destekli uygulamalarda olabilir. Amaç öğrencilerin zihinsel düşünme yollarını geliştirmek olduğu için, etkinliklerde 'Nedir?' ya da 'Sonucunu bulunuz.' gibi ifadeler yerine, açıklama ve yorumlama gerektiren ifadelerin kullanılması ön plandadır.

Sınıf Tartışması: Öğrencilerin düşüncelerini yansıtabilecekleri ortamların hazırlanması ve onlara aktif olabilecekleri fırsatların sunulmasıdır. Burada önemli olan şey sınıf tartışmalarının etkileşimli olarak gerçekleştirilebilmesidir. Dolayısıyla bu aşamada öğretmen koordinatör görevi görmelidir.

Uygulamalar: Öğrencilerin sınıfta öğrendiği matematiksel kavramları kullanmaları ve öğrenilmiş kavramları güçlendirmeleri için tasarlanan sınıf dışı etkinliklerdir.

Uygulama sürecinde öğretmen, gerçekleştirilen etkinliklerin çalışılan konunun matematiksel kavramları ile ilişkisini yansıtmak için öğrencilere rehberlik eder. Bu süreçte öğrenciler matematiksel görevleri yerine getirirler. Ayrıca öğrenciler hem arkadaşlarının hem de öğretmenlerinin sınıf içi matematiksel açıklamalarını dinlerler ve sonuçlarını tartışır. Bu yaklaşımın uygulamalarının olumlu yönde sonuç verdiğine dair literatürde çalışmalar mevcuttur (Asiala, Cottrill, Dubinsky ve Schwingendorf, 1997; Asiala, Dubinsky, Mathews, Morics ve Oktaç, 1997; Cottrill, Dubinsky, Nichols, Schwingendorf, Thomas ve Vidakovic, 1997; Çetin, 2009; Çetin ve Top, 2014; Kathleen, 1999; Tzirias, 2011; Maharaj, 2013; Weller, Arnon ve Dubinsky, 2009). Bu çalışmaların çoğunda ACE öğretim döngüsünün, matematik öğrenirken ve zihinsel yapıları oluştururken öğrencilere yardım etmedeki etkililiğinden bahsedilmektedir.

Uygulama sürecinde kullanılan etkinliklerin hazırlanmasında hem yurt içinde hem de yurt dışında kullanılmakta olan kitaplardan esinlenilmiştir (Abels, de Jong, Dekker, Meyer, Shew, Burrill ve Simon, 2006; Kindt, Roodhardt, Wijers, Dekker, Spence, Simon, Pligge ve Burrill, 2006; Kindt, Wijers, Spence, Brinker, Pligge, Burrill ve Burrill, 2006; Kindt, Dekker ve Burrill, 2006; Wijers, Roodhardt, van Reeuwijk, Dekker, Burrill, Cole ve Pligge, 2006). Hazırlanan etkinliklerin bazıları tamamen ya da kısmen yanlış durumları da içermektedir. Böylelikle öğrencilere sorgulayarak ilerleyebilmeleri ve nedensel düşünebilmeleri için fırsat verilmiştir. Bu etkinliklerin uygunluğu ve yeterliliği hususunda, uzman görüşünden ve çeşitli deneyimlere sahip matematik öğretmenlerinin görüşlerinden yararlanılmıştır. Ayrıca pilot uygulama bu etkinliklerin yapısal uygunluğu hakkında araştırmacıya geri bildirim vermiştir. Yapılan pilot uygulamadan sonra etkinliklerde gerekli olan düzenlemeler uzmanların da onayı alınarak gerçekleştirilmiştir (Ek 5.).

Öğrencilerden, etkinlikleri sınıf ortamında hep beraber yapmaları, arkadaşlarının düşüncelerini bölmeden dinlemeleri, birbirlerinin düşünceleri üzerinde yorum yapmaları ve eleştirmeleri, ihtiyaç duyulan noktaları tartışabilmeleri istenmiştir. Uygulama sürecinde öğrencileri süreçte aktif kılmaya yönelik çeşitli yöntemlerden yararlanılmıştır.

Bunlar arasında en sık olarak kullanılan tartışma yöntemidir. Tartışma yöntemi, öğrencilerin kendilerini rahatça ifade edebildikleri, birbirlerinin düşüncelerine saygı gösterdikleri, yeri geldiğinde birbirlerinin düşüncelerini eleştirebildikleri bir yöntemdir (moodle.baskent.edu.tr, 2015). Bu yöntemde öğrenciler birbirlerinin görüşlerini takip etmek durumundadırlar ve dolayısıyla sürekli etkileşim halindedirler. Tartışma yönteminin uygulama sürecinde, öğrencilerin ders süresince ilgilerini canlı tutabilmelerine yardımcı olduğu fark edilmiştir.

Tartışma yöntemi pek çok sayıda alt tekniklerden oluşmaktadır. Tüm sınıfın dâhil edildiği büyük grup tartışması, sınıfın başarı olarak homojen ve eşit sayıda alt gruplara ayrıldığı küçük grup tartışması ve beyin fırtınası bu tez uygulamasında kullanılan tartışma tekniklerindedir. Araştırmacının uygun gördüğü kazanımların öğretimi için ara ara bu tekniklerden de yararlanılmıştır. Araştırmacı bu süreçte tartışmayı yöneten koordinatör görevi görmüş ve bu görevini gerçekleştirirken, öğrencilerin yorumlarının yanlış ya da doğru olmasının önemli olmadığını ve hatta bu durumun onların ders notlarına yansıtılmayacağını özellikle belirtmiştir. Dolayısıyla öğrencilerden, yöneltilen sorularla ilgili her şeyi olduğu gibi, akıllarına ilk geldiği şekliyle ifade etmeleri istenmiş, yani yanlış olduğunu düşünseler bile fikirlerini açık bir şekilde ifade etmeleri konusunda çekinmemeleri gerektiği vurgulanmıştır. Ayrıca araştırmacı süreçte yönetici olmasının yanı sıra etkin bir dinleyici konumundadır. Bu yüzden öğrencilerin düşüncelerine yönelik olumsuz geribildirimde bulunmamış, sadece onların birbirlerinin düşüncelerinden hareket ederek hedefe yönelmesine yardımcı olmuştur. Bunun yanı sıra uygulama sürecinde araştırmacı tarafından, etkinliklerin verimli ve düzenli bir şekilde ilerleyebilmesi için, ihtiyaç duyulduğu durumlarda ara ara açıklamalar yapılmıştır.

Aşağıda ACE öğretim döngüsüne uygun olarak geliştirilen etkinlik setinden bir örnek yer almaktadır. Bu etkinliğe ait planlanan ders ayrıntıları aşağıdaki gibidir:

ÖRNEK ETKİNLİK

Ders: Matematik

Sınıf: 7

Süre: 40' + 40'

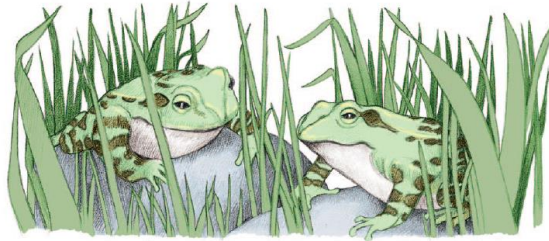
Öğrenme Alanı: Cebir

Alt Öğrenme Alanı: Denklemler

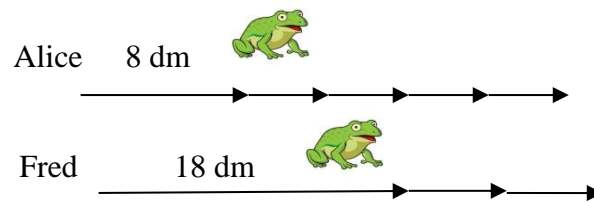
Temel Beceriler: Veri toplama ve düzenleme, veri işleme, ölçme, analiz, sentez, değerlendirme, çıkarım yapma, yorumlama, sonuç çıkarma

Kazanım: Doğrusal denklemleri açıklar.

DENKLEMLER



Alice ve Fred, ormanda bir patikada olan iki kurbağadır. Bir gün aniden ayak sesleri duyarlar ve tehlikeden uzaklaşmak için zıplayarak uzaklaşırlar. Alice patikadan 8 dm, Fred ise 18 dm uzaklıkta aynı yöne doğru zıplamaya başlıyorlar. Birkaç kez zıpladıktan sonra duruyorlar.



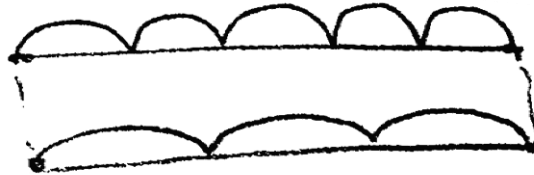
→ Farz edelim ki Alice 5 kez, Fred ise 3 kez zıplıyor ve patikada aynı mesafeyi alıyorlar. Her bir zıplayışın uzunluğu kaç dm'dir? (**Not:** Alice ve Fred her bir zıplayışta aynı mesafeyi alıyorlar)

→ Cevabının doğru olduğundan nasıl emin olabilirsin?

Yukarıdaki etkinlikte, öğrencilerin günlük hayatta karşılaşılabileceği bir durum verilmiş ve onlara bu durum ile ilgili bazı sorular yöneltmiştir. Öğrencilerin yakın olabileceği düşünülen durumlarla baş başa bırakılmasının, onların yanıtlarına daha yorumlayıcı ve eleştirel bir özellik katacağı düşünülmektedir. Dolayısıyla öğrencilerden, öğrendiklerinden yola çıkarak günlük hayattan örnekler vermeleri istenmiştir. Bu aşamada öğretmen, öğrencilere çeşitli sorular yönelterek onların önceki bilgilerini yoklamıştır. Ayrıca onları motive etme ve cesaretlendirme gibi yardımcı bir rol de üstlenmiştir.

Etkinlik öğrencilere dağıtıldıktan sonra öncelikle her bir öğrencinin bu etkinliği kısaca incelemesi istenmiştir. Daha sonra öğrencilerin düşüncelerini, gerekçelerini de açıklayarak ifade etmeleri gerektiği hatırlatılmıştır. Öğretmen ise etkinliğin koordinatörü olarak süreçte yer almış ve etkinlik sürecinde özellikle tüm sınıfın katılımının sağlanmasına dikkat etmiştir. Bu etkinliğe ait sınıf içi tartışma metinleri aşağıdaki gibidir:

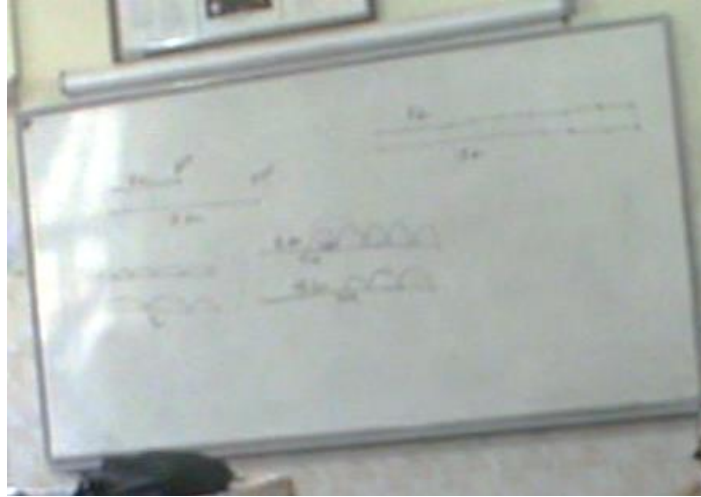
Yiğit: Biri 5 kez diğeri 3 kez zıplamaktadır ve aynı mesafede olacaklarsa böyle olmalı (tahtaya ifadesi ile ilgili bir şablon çizmek istemiştir).



Şekil 3.3. Yiğit'in durum temsili

Yusuf: Ama kurbağaların zıplayışlarında aldıkları mesafeler eşitmiş, yani böyle olmaz.

Sema: Hocam ben de şu şekilde çizdim. Birisi 5 kez zıpladığında diğeri 3 kez zıplıyor ve aynı mesafeye geliyorlar. Ama ilk yol aldıkları mesafeler farklı, burası önemli. Aralarındaki fark 2 zıplamadır ve bu iki zıplama ile 8 dm 18 dm'den öndedir. 18'den 8'i çıkarırsak 10 dm kalır, aralarındaki fark 10 dm'dir, eğer bu fark 2 zıplamaya denk geliyorsa, bu değeri de 2'ye böleriz, yani her bir zıplama 5 dm'dir.



Şekil 3.4. Sema'nın durum temsili

İrem: Bence ilki her zıpladığında sekiz sekiz diğeri de 18 diye zıplamıyor mu?

Sema: Hayır bu sadece ilk durumda patikadan ne kadar uzaktalar onları gösteriyor, daha kaç olduğu bulunmamış, her bir zıplamanın...

Samet: Burada her bir zıplayış 5 dm ise eşit mesafede nasıl olacaklar.

Sema: Baştaki mesafeleri önemli.

Yiğit: Madem bunların her bir zıplayışı 5 dm o zaman bunlar patikadan buraya gelene kadar kaç kez zıplamış ki 8 ve 18 dm mesafede olmuşlar. O zaman tam katı olması gerekmiyor mu?

Sema: Belki patikaya 2 dm kala zıplamışlar o bizi ilgilendirmiyor, önemli olan burada patikadan beri verilmiş.

Nergis: Belki zıplayarak gelmemişler oradan itibaren soruyu başlatmışlar, o önemli değil yani.

Aleyna: Burada zaten her bir zıplayışın ne kadar olduğunu bulacağız.

Dilara: Ben Sema'nın notlarının doğruluğu ile ilgili bir şey söylemek istiyorum. Bana göre çizimi de doğru, bulduğu değerler de. Çünkü 8 ile 25'i toplarsak 33 dm toplam uzaklık, diğer yandan Fred için $18 + 15 = 33$ dm, burada iki değer birbirinin aynısı, zaten soruda da eşit mesafeye geldikleri söyleniyor. Demek ki cevap doğru.

Ömer: Ama cebirsel olarak yazmadık. Cevap bu ama ve doğruladık da ama cebirsel ifade olarak da yazılabilir mi?

Nergis: Denklem yazabiliriz... $x \cdot 5 = 25$ burada x 'in 5 olduğunu bulabiliriz. Ama şöyle yazalım $x \cdot 5$, buralar x olacak yani (şablon üzerine not etmektedir).

Yiğit: Burada cebirsel ifade yazmayacak mıyız? İlk yol $8 + 5x$ ikinci yol $18 + 3x$ olacak.

Beyza: Bu iki yol birbirine eşit olduğundan eşitlik yazması lazım aralarına.

Nergis: Evet o zaman şöyle yazarım (tahtaya $8 + 5x = 18 + 3x$ ifadesini yazmaktadır).

Fatih: Başka bir denklem daha kurabiliriz (o sırada tahtaya $8 + (5x - 3x) = 18$ ifadesini yazmaktadır).

Öğretmen: Nergis ile Fatih'in yazdığı ifadelerle ilgili ne söyleyebilirsiniz?

Fatih: Aslında iki ifade de aynı Nergis yolların eşitliğini kullandı, ben de böyle yazdım.

Elif: Bence Fatih sen Alice ve Fred'in zıplama farkından hareket ettin. Aynı şey aslında iki durum da.

Rabia: Bence Fatih bilinmeyenleri parantez içine almış, hani karşı tarafta $3x$ var ya o bu tarafa $-3x$ olarak geçmiş.

Ayşegül: Fatih'in ifadesinde bilinmeyenler bir tarafta olduğundan ve parantez içi de öncelikli olarak yapıldığından x değerini bulabiliriz. Nergis'in yazdığı ifadede her iki tarafta da daha x var nasıl bulcaz ki.

Yiğit: Hocam iki denklem de aynı, sadece Fatih bir sonraki adımını yazmış, yani ikinci denklemin sadeleştirilmiş olduğunu söyleyebiliriz.

Yasin: Yani hocam Fatih bilinmeyenleri bir tarafa toplamış. Daha düzenli görünüyor.

Yiğit: Hocam o zaman şunu yazalım: $18 - 8 = 5x - 3x$.

Yukarıdaki tartışma metinlerinde sınıfın çoğunluğunun etkinliğe aktif olarak katıldığı ifade edilebilir. Ayrıca bu öğrencilerin başarı durumları da birbirinden farklıdır. Özellikle ders içi performans ve katılım düzeyleri iyi olmayan öğrencilerin kendi yorumlarını ifade edebildikleri ve arkadaşlarının düşüncelerini eleştirebildikleri gözlenmiştir. Bu durum uygulama ortamının öğrencileri olumlu anlamda güdülediğini göstermektedir. Ayrıca öğretmen tarafından gözlenen sınıf atmosferi bakımından, hazırlanan etkinliklerin öğrencilerin dikkatlerini ilgili konu üzerinde canlı tutabilmelerine yardımcı olabildiği de ifade edilebilir.

3.7. Pilot Çalışma

Bu başlık altında hem araştırmanın uygulama boyutuna hem de uygulama sonunda yapılan görüşmelerde kullanılan formlara ait pilot çalışmalara yer verilmiştir.

3.7.1. Uygulamanın pilot çalışması

Bu tez araştırmasının uygulama sürecine ait pilot çalışması, 02.06.2014 ve 13.06.2014 tarihleri arasında, Erzurum iline bağlı bir devlet ortaokuluna halen devam etmekte olan 2. sınıf öğrencileri ile gerçekleştirilmiştir. Bu öğrenciler 2. sınıfın son aşamasında olduğu için, pilot uygulamanın bu düzeyde gerçekleştirilmesinde bir sakınca görülmemiştir. Bu pilot uygulama ile temelde gerçek uygulamanın yansımalarının görülmesi amaçlanmıştır.

Pilot çalışma için araştırmacı tarafından ‘Örüntüler ve İlişkiler’ alt öğrenme alanı ile ilgili iki etkinlik hazırlanmıştır. Uygulama süreci bir kamera yardımı ile kayıt altına alınmıştır. Etkinlikler büyük sınıf tartışması tekniği kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Bu süreçte her öğrenciye söz hakkı verilmiş ve her bir öğrencinin söz hakkı alan arkadaşını dinlemesi ve arkadaşının ifadesi üzerine yorum yapması sağlanmıştır. Araştırmacı uygulamayı başlatmadan önce, öğrencilerden, uygulamanın konusu ile ilgili birkaç problemin yer aldığı soru formunu doldurmalarını istemiştir. Aynı formu 2 hafta sonra yani uygulama bitiminden sonra tekrardan uygulamıştır. Her bir öğrencinin çözümlerini tek tek incelemiş ve uygulama sürecinin öğrencilerde meydana getirdiği değişimleri ifade etmiştir. Bir öğrencinin ‘Bir sayı düşündüm ve bu sayıdan 2’yi çıkardım. Elde ettiğim sayıyı kendisiyle çarptım ve sonucu 49 olarak buldum. Düşündüğüm sayıyı bulabilir misin, bir fikrin var mı?’ sorusuna yönelik uygulama öncesi ve uygulama sonrasına ait verileri aşağıdaki gibidir:

<u>Uygulama Öncesi</u>	<u>Uygulama Sonrası</u>
<p>Bu soru'yu bulamadım. Çünkü bu soru benim için biraz zordu. Bütün sistemleri denedim. Ama bulamadım.</p>	<p>Öncelikle bilmiyordum sayıya x yazardım. Sonra x-2 olarak yazardım. Sonra x-2. y-2=49 olarak yazardım. Sonra meslemleri yapardım. Ve böylece cevabı bulmuş olurdum.</p> $x-2=7$ $\rightarrow +2$ $x=9$

Şekil 3.5. Beyza'nın durum temsilleri

Beyza, matematiksel başarı düzeyi düşük olarak nitelendirilebilecek bir öğrencidir. Aynı zamanda ders içi performans düzeyi de diğer öğrencilere nazaran daha

düşük seviyededir. Süreçte kullanılan etkinliklerin temel amacı, öğrencilerin daha önceden doğal sayılarla yaptığı işlemleri cebirsel ifadelerle açıklayabilmesidir. Beyza, önce çözümün tek tek denenerek bulunabileceğini ifade etmekte ve sorunun çözümü ile ilgili herhangi bir işlem yapamamaktadır. Uygulama sonunda ise, Beyza, problemin çözümü için nasıl bir strateji kullanması gerektiğini cebirsel ifadeler kullanarak açıklayabilmektedir (Şekil 3.5). Bu ve benzeri durumlar uygulamaya katılan bazı öğrencilerin çalışmalarında da gözlenmiştir. Bu durum süreçte kullanılan etkinliklerin temel amacına ulaştığının bir göstergesidir. Fakat bu pilot uygulamanın asıl amacı, araştırmacıya sürecin yansımaları hakkında bir yol göstermesidir. Yani bu pilot çalışma araştırmacıya, süreç yönetimi hakkında ve uygulama ile ilgili deneyim kazandırmış ve zaman yönetimi hakkında bir fikir sunmuştur. Böylelikle araştırmacı gerçek uygulamadan önce gerekli olan zamanı planlama imkânı bulmuştur. Ayrıca, araştırmacı elde ettiği video kayıtlarını tekrar tekrar izlemiş ve süreç ile ilgili daha farklı neler yapılabileceğine dair fikir sahibi olmuştur.

Yukarıda açıklanan durumun bir diğer örneği de, ders kayıtlarında kendini göstermektedir. Örneğin video analizlerinde, öğrencilerin genellikle sürece aktif bir şekilde katılmak istedikleri yönünde girişimleri fark edilmiştir. Araştırmacı bu etkinlikler vasıtasıyla öğrencilerin dikkatini çekmeyi başarmıştır. Ayrıca sürecin tartışma ortamı olarak tasarlanması ile öğrencilerin ilgilerini canlı tutulmasının da başarıldığı düşünülmektedir.

3.7.2. Bireysel görüşmelerin pilot çalışması

Bu tez araştırmasının nitel veri toplama yöntemlerinden biri öğrencilerle yapılan görüşmelerdir. Görüşmelerde araştırmacı tarafından oluşturulan açık uçlu soruların yer aldığı form, veri toplama aracı olarak kullanılmıştır. Bu ölçme aracına ait ayrıntılı bilgi veri toplama araçları kısmında sunulmuştur. Aracın geliştirilmesi aşamasında öncelikle 3 öğrenci ile görüşmeler yapılmış ve bu görüşmelerde elde edilen dönütler ve uzmanlardan alınan görüşler ışığında, görüşme soruları üzerinde gerekli düzenlemeler yapılmıştır. Bu süreç ile formda yer alan senaryolara son hali verilmiştir. Bu yapının araştırmanın amaçlarına uygun olup olmadığının belirlenmesi adına bir pilot çalışması yapılmıştır. Bu pilot uygulama ile oluşturulan senaryoların, öğrencilerin denklem kavramına yönelik soyutlama süreçlerini ortaya çıkarmada etkili olup olmadığının

belirlenmesi ve böylelikle ölçme aracının gerektiği yönde yeniden düzenlenmesi amaçlanmıştır.

Pilot kelimesi sıfat olarak deneme niteliğinde olan şey anlamına gelmektedir (TDK, 2015). Pilot uygulama, araştırmacıların kendi araştırma amaçlarını gerçekleştirmek için yapmış oldukları ön girişimlerin bütünü olarak tanımlanabilir. Araştırmacılar, bu ön uygulamanın yansımalarını gerçek uygulamalarında görmeyi hedeflerler. Bu amaçlar doğrultusunda 2013-2014 eğitim-öğretim yılının ikinci yarısında ortaokul 3. sınıf düzeyinde iki öğrenci ile pilot görüşmeler yapılmıştır. Bu görüşmelerden elde edilen veriler ayrıntıları ile birlikte aşağıda sunulmuştur.

Görüşme formunda yer alan ilk senaryo genel olarak öğrencilerin değişken, örüntü, cebirsel ifade, denklem gibi kavramları nasıl anlamlandırdığı ve ilişkilendirdiği bilgisini oluşturmak amacıyla hazırlanmıştır. Öğrencinin bilgi oluşturma süreçlerinin incelenmesinde APOS teorisinin bilişsel yapıları referans alınmıştır. Ayrıca bu yapıların ortaya çıkarılmasında bilişsel mekanizmalar etkin olarak kullanılmıştır.

Muhammed, başarı düzeyi orta olarak nitelendirilebilecek bir öğrencidir. Muhammed ile ilk senaryoya ait yapılan bu görüşme yaklaşık 18 dakika sürmüştür. Öğrenci ile araştırmacı arasında geçen diyalog aşağıda sunulmuştur (A: Araştırmacı, M: Muhammed).

Araştırmacı öncelikle senaryoda verilen değişkenlerin anlamlandırılabilirliğini sorgulamıştır.

10M: İı bakıyoruz, şirket 8 lira olan ampullerden satın alıp her ampule %25 zam yapıyor, karı yakalamak istiyor satılan parçalara a elde edilen kara k diyorlar. Bir kere satılan parçalarla $ıı$ k arasında bir şey vardır, çünkü $ıı$ k 'dan eksi %25 dediğimizde a 'yı elde ederiz; a 'ya artı %25 zam yapıldığında k 'yı buluruz. Yani a alış fiyatı k satış fiyatı.

11A: a 'ya alış fiyatı mı demiş orada?

12M: $ıı$ a satılan parça sayısı k da elde edilen kar. O zaman 8 liraya alıyor 8 liranın %25'ini bize soruyor.

13A: Hı hı.

14M: Yani $8.25/100$ yaparız sonra bunu sadeleştirmemiz gerekiyor direkt şöyle yapabiliriz de, 8 liranın %25'i bir kere $ıı$ şöyle direkt şu yoldan yaparız 100 25 'i 4 'e

bölünmüş hali yani 8'in de 4'e bölünmüş hali 2 liradır. Yani direkt kısa yoldan yapabiliriz 8 liranın %25'i 2 liradır. Yani 8 liraya alıyor 10 liraya satıyor.

$$\begin{array}{l} \text{hd. } k = x \\ \sim 8 \end{array} \quad \frac{8t}{7} \cdot \frac{25}{100} = 2 \quad = \quad 8 + \boxed{10} \quad 4 \cdot 2t = 8t$$

Şekil 3.6. Muhammed'in durum temsilleri

Yukarıdaki diyalogdan Muhammed'in değişkenleri senaryo çerçevesinde doğru bir şekilde anlamlandırabildiği ve ilişki kurabilmek için gerekli hesaplamaları yaptığı görülmüştür (10M, 12M, 14M). Böylelikle alış fiyatı, kar, satış fiyatı, parça sayısı ile ilgili ilişki kurmaya ihtiyaç duymaları sağlanmıştır.

Görüşme sırasında Muhammed'in, sadece açıklama yapmaya programlanmış gibi davrandığı ve düşüncelerini çalışma kâğıdına uyarıldıktan sonra yazdığı fark edilemiştir. Bu nedenle görüşme sürecinin yeniden düzenlenirken bu durumun göz önünde bulundurulması kararı alınmış, görüşmelerden önce katılımcılara gerekli açıklamaların vurgulanarak yapılması gerektiği düşünülmüştür.

15A: Evet, o zaman her bir ampulden ne kadar kar elde ediyor?

16M: 2 lira kar elde ediyor.

17A: Evet.

18M: a çarpı diyelim kaç tane ürün satıyor 4 tane ürün satsın kaç lira kar ediyor 4.2'den 8 lira yani 4 tane ürün sattığında 8 lira kar ediyor.

19A: Peki kaç tane sattığımızı bilmiyorsak?

20M: O zaman a tane satsak a ile kar arasında... doğru desek olmaz, ters orantı yok, işte dediğimiz gibi satılan parçalar oran 11 şeyimiz ilişkimiz şu, $a.k = \text{kar fiyatı}$ 11, bunların hepsinden kaç tane kar ettiğimizin fiyatı. Yani şöyle de yapabiliriz 8 lira kar etmişiz, her bir parçadan 2 lira kar elde ettik o zaman 4, $8/2$ 4 parça sattığımızı buluruz.

Muhammed 18M'de ki ifadesinde, değişkenler arasında bir ilişki olduğu bilgisini bir örnek vererek açıklamaya çalışmaktadır. Özel bir örnekle açıklamaya çalıştığı bu durumu değişkenler bazında bir eşitlik kurarak gösterebileceğini düşünmektedir. Bu konuda pek başarılı olmadığı görülse de, ne yapmaya çalıştığını

ifade ettiğinde, aslında doğru şeyler düşündüğü anlaşılmakta, fakat sayılar arasında fark ettiği bu ilişkiyi cebirsel anlamda tam olarak açıklayamadığı görülmektedir (20M). Ayrıca öğrencinin bu ifadesinden, değişkenler arasındaki ilişkinin belli bir kavramla ifade edilebileceğinin farkında olduğu da anlaşılmaktadır. Araştırmacı, ilişkilerin görsel materyallerle gösteriminin daha anlaşılır olabileceği düşüncesinden hareketle, öğrencinin bu ifade ettiklerini farklı şekillerde nasıl gösterebileceğini sormuştur.

21A: Peki bu söylediğin ilişkiyi gösteren bir şey yapabilir misin, bir fikrin var mı?

22M: Nasıl yani?

23A: Hani bir rapor hazırlayacaksın ya, öyle bir şey yap ki o rapora bakan doğrudan satılan parçalar ile kar arasındaki ilişkiyi görebilsin.

24M: Şimdi biz bir tane tablo yapabiliriz.

25A: Evet bir yap bakalım.

26M: Tabloda alış fiyatı.

27A: Alış fiyatı mıydı?

28M: Hayır, satılan parça, satılan parça deriz üstüne yazarız. Sonra tabloya öbür tarafına da kar k yazarız ve ikisini yaptığımızda satılan parça 1 ise kar 2, satılan parça 2 ise kar 4, satılan parça 3 ise kar 6, yani bu satılan parçalar birer birer arttığında kar ikişer ikişer artıyor. Yani satılan parçalara n dersek karı da n çarpı bir dakika, direkt şöyle iki katı n eşittir ıı sadeleştirmesini ıı en son halini yani örüntüsünün ne olduğuna bakabiliriz... 1 ise 2 hepsinin iki katı olarak gidiyor yani 1, 2, 3'e n deriz, karı da kaç iki ile çarpmış $2n$ deriz.

29A: $2n$ ifadesi neye eşit?

30M: $2n$ yani şöyle diyebiliriz ıı bu eğer n ise (ilk sütunu işaret etmektedir) bu da $2n$ 'dir (ikinci sütunu işaret etmektedir). Yani biz eğer 15. parçada kaç lira kar ederiz, öyle bir soru oldumu 15 tane parça satıyoruz biz kaç lira kar ettiğimizi bulmak istiyoruz, n 'ye 15 deriz, zaten karı da 2, 2.n idi 2.15'den 30 lira kar yapmışız.

31A: Ama şirket sahibi senin n ile ne ifade ettiğini bilemeyebilir, o zaman ne yaparız?

32M: ıı o zaman n yerine a yazsak a neydi satılan şey oda eşittir $2a$. Eee sonra buradaki a 'ya $2a$ az önceki de n 'ye $2n$ idi... Ama bir de k var burada.

33A: Evet. Peki söylediğin bu ilişkinin bir formülü olabilir mi?

34M: Bir kere ıı kar 2 idi, ıı yani... 1 parça ampul satıldı mı 2 idi k . Burada karı veren tabiki $2a$ yani k 'nin kaç lira olduğunu bulmak istiyorsak satılan parça çarpı şeyi yaparız

kaç katı sürekli satılan parça ile 2'yi çarptığı için karı öyle bulduk. O yüzden burada karı bulmak için direkt $2n$ formülümüzden şey yapabiliriz bulabiliriz. Direkt 15. parçada direkt 2.15 30 burada da satılan fiyatı veya n yerine a yazarız çünkü a burada bizim ampullerin 11 satılan parça sayısıydı a ...

15 satılan parça	kar
1	2
2	4
3	6
15	$a \cdot 2n$

$n = 2n$
 $a \mid 2a$

Şekil 3.7. Muhammed'in durum temsilleri

Araştırmacı bu soru ile değişkenleri birbiri ile ilişkilendiremeyen veya elde ettiği ilişkiyi matematiksel olarak ifade edemeyen öğrencilerin, grafik ve tablo gibi görsel açıdan uyarıcıların onlara bu konuda ipucu sağlayacağı düşüncesini gerçekleştirmeyi amaçlamaktadır. Nitekim Muhammed'in görüşme metinleri araştırmacının bu amaca ulaştığını göstermektedir. Önce söylediği ilişkiyi matematiksel olarak nasıl ifade edeceğini karıştıran Muhammed'in, son durumda doğru hedefe bir adım daha yaklaştığı görülmektedir (30M, 32M). Ayrıca öğrencinin senaryoda verilen değişkenleri değil de farklı bir değişken kullanarak çözüme ulaşması da önemli bir durumdur (28M, 29A). Yukarıdaki metinlerde öğrencinin parça sayısını temsil eden a değişkeni yerine farklı bir değişken kullanmaya çalıştığı (n) görülmektedir. Bu durum Muhammed'in bilinmeyen bilinmeyen bir çokluğun n olarak nitelendirilmesi alışkanlığını edindiğini göstermektedir. Parça sayısının a olarak nitelendirilmesi senaryoda değiştirilmemiş, fakat öğrencilerin bu konudaki tercihleri de dikkate alınmıştır. Öğrencilerden son durumda senaryo bazında verilen değişkenlere göre ifadelerinin revize edilmesi gerektiği söylenmiştir. Dolayısıyla bu durumun öğrenciyi sınırlandırmasının önüne geçilmiştir.

Araştırmacı, denklem, formül, örüntü gibi kavramları doğrudan kullanarak, öğrencileri yönlendirmemeli, öncelikle öğrencilerin bu bilgileri nasıl organize edebileceklerini beklemelidir. Dolayısıyla araştırmacının yukarıdaki müdahalelerinin

aceleci müdahaleler olduğu söylenebilir (11A, 33A). Bu yüzden gerçek uygulamada, öğrencilerin ifadeleri üzerinde daha derinlemesine sorgulama yapılması gereği ve öğrencilere düşünmeleri için daha fazla zaman ayrılması gereği fark edilmiştir.

35A: Peki son durumda bize ne diyor?

36M: (sessiz düşünmektedir) %10 indirim yapılacaktı. O zaman bu bizi 1 liraya ulaştırıyor. Sadeleştirdiğimizde yani.

37A: Evet.

38M: Yani 1 lira indirim yapmış oluyor. %10 indirim yaptı mı 9 liraya satıyor.

39A: Evet

40M: Sonra a ile k arasındaki şeyi söyleriz, Şimdi satılan n zaten bu 9 lira, sonra ikinci oldumu 18, sonra 27, 36, her birinden bu sefer birer lira kar ediyor. Bu sefer 1, 2, 3, az önce satılan parçalar 1, 2, 3'tü kar ikişer ikişer artıyordu ama şimdi kar birer birer artıyor n böyle (söylediklerini yazdığı şekli ifade ediyor).

41A: Peki bu söylediklerini daha genel ifade edebilir misin?

42M: Yani şöyle yazabiliriz. Yine tablonun sonunda gösterebiliriz. a neydi a bizim satılan parçaydı ve kar satılan parça 1 ise kar da 1, yani satılan parça 2 ise kar da 2, satılan parça 3 ise kar da 3, 3 tane malını yani 3 tane ampulünü sattığımızda 3 lira kar ediyoruz. Burada satılana n desek pardon a desek kara ise k desek, şimdi yok onun ikisi eşit olduğu için ona da a diyebiliriz. Aa şimdi biz birinci şeyi bulmak için az önce burada n demiştik birinciye ona da $2n$ demiştik ama şimdi biri n öbürü de n yani biri a ikincisi de a , 3. Parçada kaç tl kar ettiğimizi bulmak istiyorsak zaten hiçbir şeyle çarpmamış direkt söylemiş n 3 tl 3. Parçada 3 tl kar etmiş.

$\frac{105-10}{100}$	$9t$																		
<table style="border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">9</td> <td style="padding: 5px;">1</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">18</td> <td style="padding: 5px;">2</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">27</td> <td style="padding: 5px;">3</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">36</td> <td></td> </tr> </table>	9	1	18	2	27	3	36		<table style="border-collapse: collapse;"> <tr> <th style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">satılan</th> <th style="padding: 5px;">kar</th> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;">1</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">2</td> <td style="padding: 5px;">2</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">3</td> <td style="padding: 5px;">3</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">n</td> <td style="padding: 5px;">n</td> </tr> </table>	satılan	kar	1	1	2	2	3	3	n	n
9	1																		
18	2																		
27	3																		
36																			
satılan	kar																		
1	1																		
2	2																		
3	3																		
n	n																		

Şekil 3.8. Muhammed'in durum temsilleri

Son aşamada ise öğrencilere, kendi oluşturdukları bilgileri yeni durum içerisinde sağlamlaştırma ve içselleştirme olanağı verilmiştir. Muhammed'in bir önceki aşamaya göre, bu süreci daha hızlı tamamlayabilmesi, önceki kısımda oluşturduğu bilgileri yeni duruma kolay bir şekilde aktarabildiğinin bir göstergesidir (40M). Ayrıca son durumda öğrencinin yeni ilişkiyi cebirsel olarak ifade etmede önceki durumu hatırlamaya çalıştığı gözlenmiştir (42M). Dolayısıyla öğrencilerden en son, elde ettikleri verileri genel olarak değerlendirmeleri gerektiğine karar verilmiştir. Bu durumun, öğrencilerin denklem kavramını oluşturmak için gerekli olan bilgileri organize ve enkapsüle edebilmelerine yardımcı olacağı düşünülmektedir.

Araştırmanın ikinci senaryosunda yer alan sorularla öğrencilerin denklem bilgilerini oluşturma süreçlerinin incelenmesi amaçlanmıştır. Burada denklem bilgisi olarak ifade edilen şey, öğrencilerin verilen bir denklemi yorumlama, denklemde yer alan her bir terimi ilişkilendirme ve çözüme bilgileri kastedilmektedir. Dolayısıyla bu senaryoda denklem doğrudan verilmiş, öğrencilerin bu denklemde yer alan yapıları ayırıştırma ve son durumda yine sentezleyerek yorumlama yetenekleri incelenmiştir. Araştırmacı ölçme aracının ikinci senaryosu için, Rabia'nın görüşme metinlerinden yararlanmıştır. Rabia başarı düzeyi iyi olarak nitelendirilebilecek bir öğrencidir. Rabia ile yapılan görüşme yaklaşık 18 dakikayı almış ve bu süreçteki diyaloglar aşağıda sunulmuştur (A: Araştırmacı, R: Rabia).

10R: (Rabia soruyu sesli bir şekilde okuduktan sonra sessizce düşünmeye başlamaktadır) İı bu a taşınmayan çuval sayısı.

11A: Hı hı.

12R: Bu da herhangi bir zaman 1 olur 2 olur mesela taşımaya başladığında kaç çuval kum vardır mesela bunu şöyle yapabilir miyiz? 12. $(4 - t)$ mesela bu 1 saat taşıdıysa 4'ten 3 çıkartırsak ııı 4'ten 1 çıkartırsak 3, 12×3 şeklinde belki bulabiliriz ama bu 1 de olur 2 de olur 3 de olur ama 5 ve yukarısı olmaz çünkü 4'ten 5 çıktığında yani 5 saatten yukarısı olduğunda, 4'ten 5 çıktığında -1 , 12. (-1) de yani -1 çuvalda taşınmamış olamaz, o yüzden bu soru yanlış olabilir.

13A: Hı yani burada Kemal'in kaç saat çalıştığı hakkında bir şey söyleyemez misin?

14R: En fazla 4 saat çalışabilir.

15A: Süre için üst sınır 4 diyorsun, peki alt sınırı ne olur?

16R: En az da 1 saat çalışır.

17A: İşe başladığında süre ne olur?

18R: Hııı hiç saat olmaz yani 0, o yüzden buraya 0 yazarsak, 12×4 olarak tüm çuvalların sayısını da bulabiliriz.

15A: Yani tüm çuvalların sayısı (öğrenci hemen cevap veriyor).

16R: 48 hocam, işe başladığında 48 çuval varmış.

17A: Peki Rabia Kemal'in bu çuvalları taşıması ne kadar zamanını almıştır?

18R: 48 çuval var bu a yerine 48 yazarsak çünkü a 'yı bulduk ıı bu da $12 \cdot (4 - t)$ ne kadar zaman alır buraya da 4 koyarsak 0 12 ile de çarparsak yani.

19A: Evet.

20R: Şimdi burada da taşınmayan en başta hiç bir şey taşımadığı için.

21A: Ne söyleyebilirsin yani?

22R: Yani buraya 4 yazarız.

23A: Neden?

24R: Çünkü kaç saatte ne kadar zaman aldığını bulabilmek için.

$$a = 12(4 - t)$$

$$12 \cdot 3 = 12 - 1$$

$$12 \cdot 4 = 48$$

$$a = 48$$

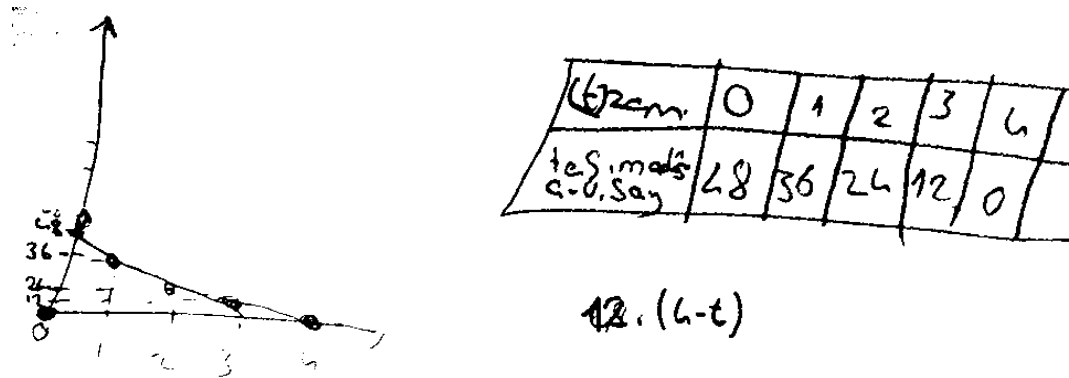
12	3	48
2	26	12

Şekil 3.9. Rabia'nın durum temsilleri

Araştırmacı Rabia'dan öncelikle senaryoyu inceleyip değerlendirmesini istemiştir. Bunun üzerine Rabia, soruyu sesli bir şekilde okuyup kendince yorumlamaya başlamıştır. 12R ifadesinde, öğrencinin en sonunda sorunun yanlış olabileceği yorumu, araştırmacının olası cevap beklentileri ile örtüşmektedir.

Kemal'in kaç saat çalıştığı hakkında fikir yürüten Rabia'dan, bu düşüncesi ile ilgili daha açıklayıcı konuşması istenebilir ya da bu düşüncesi daha ayrıntılı bir şekilde sorgulanabilirdi. Gerçek uygulamada bu durumun önüne geçilmesi adına, daha sakin hareket edilmesi gerektiği kararına varılmıştır. Benzer durum araştırmacının 17A ifadesinde de görülmektedir. Araştırmacı öğrencinin düşünmesine fırsat vermeden onu

cevaba doğru yönlendirmektedir. Burada amaç öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerinin incelenmesi olduğundan, yorumun sadece katılımcıya ait olması gerekmektedir. Araştırmacı burada sürecin yanlı bir yönlendiricisi değil, sürecin yöneticisi konumundadır. Katılımcının son yorumunda (24R) aslında durumu tam olarak açıklayamadığı, fakat araştırmacının bu düşüncüyü irdelemeden geçtiği görülmektedir. Tüm bu durumlar araştırmacıya, gerçek uygulamada dikkat etmesi gereken hususları işaret etmektedir. Araştırmacı bundan sonraki aşamada öğrencinin elde ettiği verileri ilişkilendirip ilişkilendiremeyeceğini merak etmekte ve görüşmeye bu durumu sorgulayarak devam etmektedir.



Şekil 3.10. Rabia'nın durum temsilleri

25A: Peki bulduğun bu değerler ilişkili olabilir mi?

26R: Deneyelim. Bir grafik yani şöyle önce söyleyeyim. Mesela hiç başlamamışken zaman sıfırken 48 tane çuval vardı zaman 1 olduyken yani bu çuval sayısı aşıyor zaman 2 olduyken...

27A: Söylediğin şeyleri yazarak ifade eder misin?

28R: Hı hı sıfırken şeydi 48 şöyle 48, 1 iken $4 - 1 = 3 \times 12 = 36$, 48'den 12'yi de çıkarabiliriz.

29A: Neden?

30R: Çünkü en başta 48 çuval vardı... 2 koysam bulabilir miyim acaba... 1 saat olunca birazını taşımış oluyor zaten... Yani 36 çuvalı taşımış.

31A: Bu taşıdığı anlamına mı geliyor?

32R: Hayır taşınmamış 1 saatte 12 çuval taşıyor bu kalan. Ama taşınanlar arasında ilişki kuracam.

- 33A: Niye, taşınmayan çuvallar arasında ilişki kuramaz mısınız?
- 34R: Hıı o da olur, o zaman 1’de de 36 oluyor, 2’de de 24 oluyor, 3 olunca da 12 oluyor.
- 35A: Hı hı.
- 36R: 4 saat olunca zaten hiç çuval kalmıyor (Bu söylediklerini bir grafik üzerinde göstermektedir).
- 37A: Evet, grafiği neden böyle çizdin?
- 38R: Çünkü 48 çuvala başlıyor ve gitgide azalıyor.
- 39A: Peki niye buraya kadar çizdin onu da açıklayabilir misin ((3,12) noktasında bitiriyor)?
- 40R: Hıı pardon 4’e kadar devam edecek 0 da vardı böyle tamam.
- 41A: Peki bu ne anlama geliyor?
- 42R: Tüm çuvalların taşınması anlamına geliyor yani burada çuval bitti.
- 43A: Peki Rabia söylediklerini farklı bir şekilde gösterebilir misin?
- 44R: Bu sayıları tabloda gösterebilirim (bir kenarda tablo oluşturmaktadır)... Mesela şuraya bu tabloyu iki şekilde ayırsak buraya t zaman buraya da taşıdığı ya da taşınmadığı hatta taşınmadığı çuval sayısı (Tablonun sütunlarını oluşturmaktadır). Mesela bu zaman 0 olduğunda 48, 1 olduğunda 36, 2 olduğunda 24, 3 olduğunda ise 12, 4 olduğunda ise 0 oluyor.
- 45A: Evet.
- 46R: Yani bu şey örüntü gibi biz yapıyorduk ya hani.
- 47A: Nasıl?
- 48R: 0 da 48 iken yani sonra bu şey bu 12şer 12şer azalmış... Grafikte görülüyor zaten doğrusal bu... Sanırım buradan da bu denkleme gidilecek, örüntü kuralını buluyorduk ya onun gibi herhalde.

Senaryonun bu kısmında öğrencilerden, geçen süre ile kalan çuval sayısı arasında ilişki kurabilmesi, kurduğu ilişkiyi ifade edebilmesi ve gösterebilmesi beklenmektedir. Rabia’nın görüşme metinlerinden, araştırmacının beklentilerine genel olarak cevap verdiği anlaşılmaktadır. Rabia’nın kendini rahatlıkla ifade edebilmesi ve yanlışlarını tereddütsüz bir şekilde düzeltebilmesi araştırmanın kolaylıkla ilerlemesine yardım etmiştir. Başarı durumu yüksek ya da düşük fark etmeksizin öğrencilerin düşünme süreçlerinin irdelenmesi için, öncelikle onların düşüncelerinin ortaya

çıkarılması gerekmektedir. Dolayısıyla bu araştırmaya katılacak öğrencilerin seçiminde bu kriterin özellikle göz önünde bulundurulmasına karar verilmiştir.

Bu pilot uygulama ile yukarıda bahsedilen durumlar dikkate alınarak ve ayrıca araştırmanın amaçları da göz önünde bulundurularak, görüşme süresince kullanılan senaryolar üzerinde gerekli düzenlemeler yapılmıştır. Pilot uygulama süreci boyunca uygulamanın gerçekleşeceği ortamlarla ilgili bir fikir sahibi de olunmuştur. Uygulama okul ortamında yapıldığı için, ders aralarında aşırı gürültü olmasından dolayı, gerçek uygulamanın bu aralara denk gelmemesine özen gösterilmiştir. Ayrıca görüşme ortamının, kameranın öğrencinin sadece çalışma kâğıdına konumlanması gibi teknik olarak düzenlenmesi de sağlanmıştır. Görüşmelerin kayıt altına alınması, araştırmacıya görüşmeleri tekrar tekrar inceleme olanağı sunmuştur. Pilot çalışmanın bu bulguları doğrultusunda yeniden düzenlenen çalışma kâğıtları, bu tez çalışmasının görüşme kısmında nitel veri toplama aracı olarak kullanılmıştır.

3.8. Verilerin Toplanması

Bu tez çalışmasında nicel ve nitel araştırma yöntemleri bir arada kullanıldığı için, her iki yöntemle ait verilerin toplanma aşamalarından da bahsedilmiştir. Uygulama yapmadan önce yani 30.10.2014 tarihinde araştırmacı tarafından geliştirilen ve öğrencilerin ilgili konu çerçevesinde sahip olması gereken ön kazanımlarını ölçen test (CeÖ-I), her iki gruba da eş zamanlı olarak bir ders saati içerisinde uygulanmıştır. Araştırmanın uygulama boyutunun gerçekleştirildiği deney grubunu temsil eden sınıfa, tüm sınıfı görebilecek şekilde, bir kamera yerleştirilmiştir. Öğrencilerin kamera çekimlerine alışması için gerçek uygulamadan önce, müfredatta yer alan ‘Rasyonel Sayılarla İşlemler’ konusunun öğretim çalışmaları da sınıfa yerleştirilen kamera ile kayıt altına alınmıştır. Bu konu müfredatta üç hafta yer almaktadır, yani uygulama toplamda 13 ders saatinde gerçekleştirilmiştir. Uygulama sırasında öğrencilerin gerçek uygulamada yapması gerektiği gibi, tartışmalı bir ortam yaratılmış ve tüm sınıfın aktif olduğu bir öğretim ortamı oluşturulmaya çalışılmıştır. Öğrencilerin sürece alışmaları sağlandıktan sonra, gerçek uygulama süreci başlatılmıştır.

Araştırmanın uygulaması, 2014-2015 eğitim-öğretim yılının Kasım ayında, toplam 20 ders saati süresinde gerçekleştirilmiştir. Her bir ders saati 40 dakikadır.

03.11.2014 ile 28.11.2014 tarihleri arasında gerçekleştirilen uygulama sürecinde araştırmacı tarafından hazırlanan etkinlikler kullanılmıştır. Öğrencilerden, etkinlikleri sınıf ortamında hep beraber yapmaları, arkadaşlarının düşüncelerini bölmeden dinlemeleri, birbirlerinin düşünceleri üzerinde yorum yapmaları ve eleştirmeleri, ihtiyaç duyulan noktaları tartışabilmeleri istenmiştir. Uygulama sürecinde araştırmacı tarafından, etkinliklerin verimli ve düzenli bir şekilde ilerleyebilmesi için, ihtiyaç duyulduğu durumlarda ara ara açıklamalar yapılmıştır. Her bir ders kaydı ayrıntılı bir şekilde analiz edilmiş ve soyutlama süreci için önemli görülen diyaloglar transkript edilerek sunulmuştur. Uygulamadan sonra ise araştırmacı tarafından geliştirilen ve öğrencilerin uygulamanın kazanımıyla ilgili seviyelerini ölçen test, her iki gruba da eş zamanlı olarak, bir ders saati süresince uygulanmıştır.

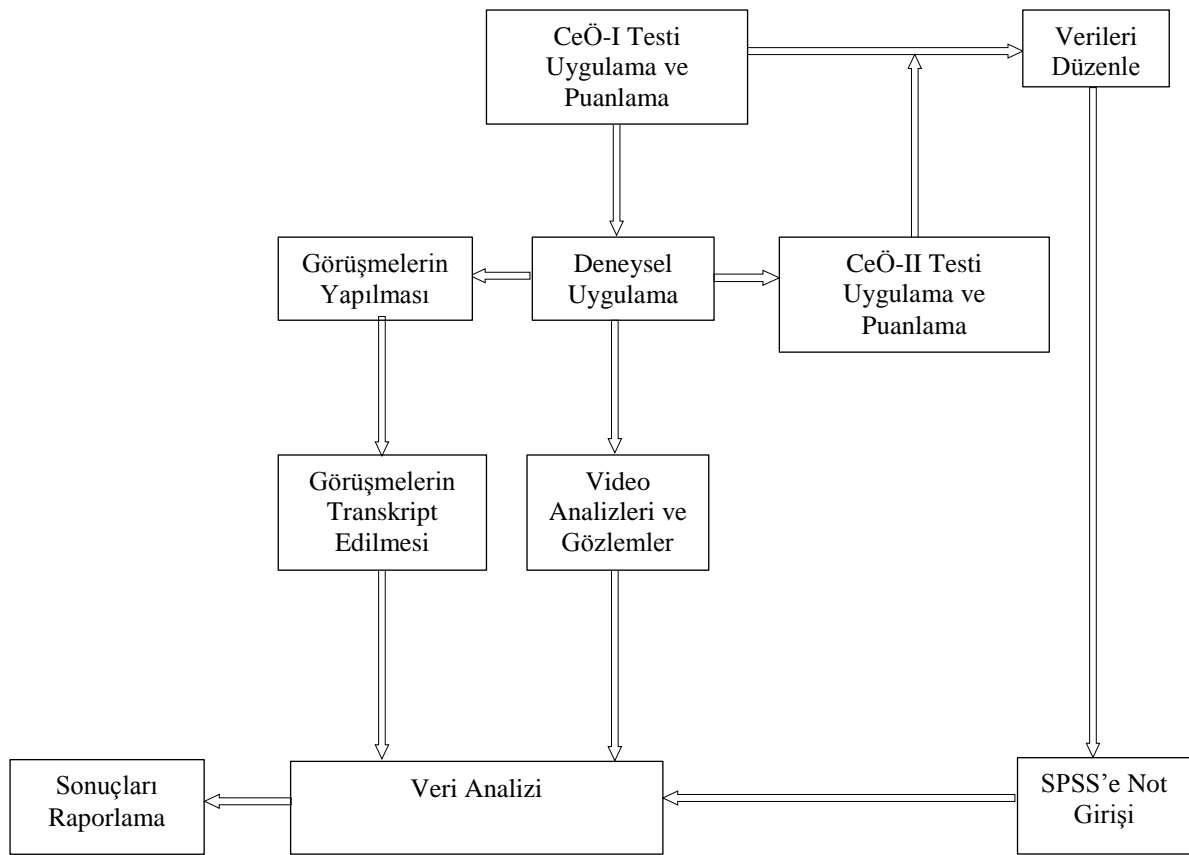
Uygulama sürecinden elde edilen video kayıtları araştırmacı tarafından incelemeye alınmıştır. Hem öğrencilerin kendi aralarında yaptıkları tartışmalar hem de öğretmenleri ile yapmış oldukları konuşmalar transkript edilmiş ve bu diyalogların önemli görülen kısımları bulgular kısmında sunulmuştur. Araştırmacı süreçte bizzat yer aldığı için (öğretmen olarak) öğrencilerin davranışlarını gözleme imkânını da yakalamıştır. Her uygulamanın sonunda elde ettiği gözlemleri not almış ve bu gözlemler ihtiyaç duyulan durumlarda video analizlerinin bulunduğu kısımlarda sunulmuştur.

Uygulamadan sonra, amaçlı örnekleme yöntemine göre belirlenen deney ve kontrol grubu öğrencilerinin (toplam sekiz öğrenci) her biri ile ayrı ayrı görüşülmüştür. Görüşmelerin yapılması için araştırmacıya okul yönetimi tarafından bir oda tahsis edilmiştir. Oda, görüşme yapılmadan önce teknik olarak hazır hale getirilmiştir. Görüşmeler, öğrencilerin sadece düşüncelerini not ettikleri çalışma kâğıtlarına odaklanmış bir kamera ile kayıt altına alınmıştır. Öğrencilere görüşme esnasında senaryolarında yazılı olduğu birer çalışma kâğıdı verilmiş, onlardan düşüncelerini bu kâğıtlara yansıtılmaları istenmiş ve böylelikle onlardan yazılı dokümanlar elde edilmiştir. Görüşmeler sırasında öğrencilerin kullanmak isteyebileceği milimetrik kâğıtlar, kareli kâğıtlar, cetvel, renkli kalemler gibi materyaller hazır halde bulundurulmuş ve ihtiyaç halinde katılımcıların talepleri üzerine verilmiştir.

Öğrencilerin bağlamdan ve odaktan uzaklaşmalarını önlemek adına, öğrencilere araştırmacı tarafından ara ara uygulamada yer alan senaryolarla ilgili sorular

yöneltilmiş, böylelikle öğrencilerin çalışmaya odaklanmaları sağlanmıştır. Her bir görüşme yaklaşık 50 dakika sürmüştür. Elde edilen görüşmenin kayıtları transkript edilerek yazılı metinlere dönüştürülmüş ve önemli görülen kısımları bulgular bölümünde sunulmuştur. Görüşmeler esnasında ayrıca öğrencilerden elde edilen sözlü ve yazılı verilerin yanı sıra öğrencilerin sözsüz iletişimi de gözlenmiştir. Elde edilen gözlemler gerekli görüldüğü durumlarda görüşme metninin bulgularına eklenmiştir.

3.9. Verilerin Analizi



Şema 3.3. Araştırmanın akış şeması

Bu tez çalışmasında, yukarıdaki akış şemasından da görüldüğü gibi, nitel ve nicel araştırma yöntemleri bir arada kullanılmıştır. Her iki yönetime ait verilerin analizi birbirinden farklı yapılmaktadır. Bu tez çalışmasında da hem nicel hem de nitel verilere ait analiz sürecinin ayrıntıları aşağıda ayrı ayrı sunulmuştur.

3.9.1. Nicel verilerin analizi

Bu araştırmanın nicel boyutu deneysel model özelliğindedir. Deneysel modellerle ilgili ayrıntılı açıklama araştırma modeli alt başlığı altında verilmiştir. Deneysel modellerin istatistiksel analizleri için parametrik ya da parametrik olmayan testlerden yararlanır. Bu testlerin ayrımı temel olarak dayandıkları varsayımlara göre şekillenmektedir. *Parametrik testler*, örnek verilerden yola çıkarak ana kütle parametreleri hakkındaki iddiaların belirli bir hata düzeyinde (anlamlılık düzeyinde) araştırılmasında kullanılan testlerdir ve şu varsayımlara dayanır: verilerin aralıklı ya da oransal olması, verilerin normal dağılıma sahip olması ve verilerin varyanslarının eşit olması (Kalaycı, 2010, s. 73). Bu varsayımları sağlayan veriler parametrik testler aracılığıyla analiz edilir. *Parametrik olmayan testler*, yukarıda bahsedilen varsayımların sağlanmadığı durumlarda, parametrik testlerin alternatifleri olarak kullanılmaktadır (Durmuş, Yurtkoru ve Çinko, 2011, s. 182).

Araştırmalarda hangi parametrik testlerin kullanılacağı, bağımsız değişken sayısına göre farklılaşmaktadır. Bilimsel araştırmalarda parametrik testlerden en sık kullanılanı t-testi analizidir (Kalaycı, 2010, s. 74). t-testinde genel olarak ortalamalar, gruplar arasındaki farkın istatistiksel olarak anlamlı olup olmadığını belirlemek için karşılaştırılır. t-testi örneklem sayısının küçük olduğu durumlarda kullanılabilirdiği için araştırmacılara kolaylık sağlamaktadır. SPSS programında farklı t-testi analizleri yer almaktadır: tek grup t-testi, bağımsız gruplar t-testi, bağımlı gruplar t-test. Örneğin iki bağımsız değişkeniniz var ve bu değişkenlerin bağımlı değişken üzerindeki etkisini inceliyor iseniz, bu t-testlerinden bağımsız gruplar t-testini kullanmanız uygun görülmektedir. Bağımsız gruplar-t testi, iki bağımsız grubun ortalamaları karşılaştırılmak istendiğinde kullanılan parametrik testlerdendir (Durmuş ve diğerleri, 2011, s. 118). Her bir durumda da farklı katılımcıların dâhil olduğu iki deneysel durumun var olduğu şartlarda bu analiz tekniğinin kullanımının daha uygun olacağı düşünülmektedir (Field, 2009, s. 334). Dolayısıyla bu testin uygulanabilmesi için, araştırmaya dâhil olan grupların birbirinden bağımsız olması gerekmektedir.

Bu tez çalışmasının nicel boyutunda, deney ve kontrol grubunda uygulanan öğretimin öğrencilerin denklem konusundaki başarılarına etkilerinin belirlenmesi amaçlanmıştır. Burada iki bağımsız değişkenin (deney ve kontrol grubundaki

gerçekleştirilen öğretimler) bir bağımlı değişken (öğrencilerin başarı düzeyleri) üzerinde anlamlı bir farklılık oluşturup oluşturmadığı belirlenmesi söz konusudur. Bu durum bağımsız gruplar t-testi analizini gerektirmektedir.

Bu tez çalışmasında nicel verilerin analizi için SPSS-22 paket programı kullanılmıştır. Deney ve kontrol grubuna ait veriler SPSS-22 programına kaydedildikten sonra, istatistiksel olarak analiz edilmiştir. Araştırma bir okul ortamında gerçekleştirildiğinden araştırmacının deney ve kontrol grubu üyelerini seçme hakkı olmamış ve bu yüzden gruplar rastgele olarak belirlenmiştir. Dolayısıyla grupların istatistiksel olarak benzerliklerinin incelenmesi bir gereklilik haline gelmiştir. Öğrencilerin araştırma konusu bazında ön kazanımlarını test etmek amaçlı geliştirilen CeÖ-I testi ön-test olarak kullanılmıştır. Creswell (2005, s. 298) ön-testlerin, son-testten bağımsız olarak, sadece grupların uygulama öncesinde denkliliğine bakılması durumunda da kullanılabileceğini ifade etmiştir. Ayrıca öğrencilerin uygulama sonunda ilgili konu bazında başarı düzeyleri, araştırmacı tarafından geliştirilen CeÖ-II testi yardımıyla ölçülmüştür. Her iki testin analizi için de bağımsız gruplar t-testi kullanılmıştır. Bu testte bağımsız iki grubun ortalamaları karşılaştırılır ve daha önceden belirlenmiş bir anlamlılık düzeyinde değerlendirilir (Field, 2009, s. 328). Araştırma sonucunda elde edilen veriler .05 anlamlılık düzeyinde değerlendirilmiştir.

3.9.2. Nitel verilerin analizi

Bu tez çalışması ayrıca nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması için bir örnek teşkil etmektedir. Durum çalışmalarında araştırmacılar, olayların hangi yönde nasıl bir gelişim gösterdiğine yönelik bilgi sahibi olmak isterler ve olayların neden böyle geliştiğini anlamaya ve açıklamaya çalışırlar (Miles ve Huberman, 1994, s. 90,91). Bu tür çalışmaların analizi ise, durum olarak belirlenen şeyin ayrıntılı bir biçimde betimlenmesine ve verilerin araştırılma amaçlarının anlamlandırılmasına dayanmaktadır (Creswell, 2007, s. 163; Merriam, 1998, s. 194). Bu süreç temelde iki tür analiz yöntemi ile yönetilebilir: betimsel analiz ve içerik analizi (Strauss ve Corbin, 1990). Betimsel analiz, verilerin daha önceden belirlenen kategorilere göre özetlenmesi ve yorumlanması ile açıklanmaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2011, s. 224). Bu tür analizde araştırmacı görüşmelerden elde ettiği verileri, gerçekçi ve çarpıcı bir biçimde ortaya koymayı tercih eder. Betimsel analizde verilerin sistematik bir şekilde

düzenlenerek okuyucuya sunulması önemli olduğundan, sürece öncelikle verilerin betimlenmesinden başlanır. Fakat betimsel analiz, sadece verilerin organize bir halde sunumundan ibaret değildir. Bundan sonraki aşama organize edilen verilerin açıklanması ve yorumlanmasıdır ki bu, büyük bir dikkat ve özen gerektirmektedir. Betimsel analiz dört aşamada incelenmektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2011, s. 224):

1. *Betimsel analiz için bir çerçeve oluşturma:* Araştırmanın kavramsal alt yapısından ve görüşmelerde yer alan boyutlardan yola çıkarak genel bir taslak yapı oluşturulur. Daha önceden oluşturulmuş bir yapı yoksa temaların oluşturulması güçtür.
2. *Tematik çerçeveye göre verilerin işlenmesi:* Bir önceki aşamada oluşturulan çerçeveye göre veriler düzenlenir, organize edilir ve yorumlanır. Burada önemli olan şey verilerin mantıklı bir şekilde organize edilmesidir.
3. *Bulguların tanımlanması:* Organize edilen veriler tanımlanır ve doğrudan alıntılarla güçlendirilir.
4. *Bulguların yorumlanması:* Tanımlanan bulguların anlamlandırılması ve ilişkilendirilmesi bu aşamada yapılır. Bulgular arasındaki örüntülerin ortaya koyulması ve farklı olgularla kıyaslanarak nedenselliğin açıklanması ön plandadır. Bu durum araştırmacının daha nitelikli yorumlar yapmasına yardımcı olur.

Creswell (1998, s. 147) ise, nitel verilerin analizinin yukarıdaki aşamaları destekler bir sıra izlediğini ileri sürmektedir: verilerin organize edilmesi (görüşme kayıtlarının transkript edilerek metin haline getirilmesi gibi), verilerin kodlanması, kodların kategorileştirilmesi ve verilerin çeşitli şekillerle (tablo, şema gibi) ya da bir tartışma halinde sunulup sonuç çıkarılması. Bu tez çalışmasının hem ders içi video kayıtları hem de öğrencilerle yapılan görüşmeleri araştırmacı tarafından yazılı metinler haline getirilmiştir. Verilerin analizi için kullanılacak çerçeve önceden hazırlanmış olan bir yapı olduğundan veri analizinin ilk aşamasının gerçekleştirilmesi güç olmamıştır. Öğrencilerle yapılan görüşme metinlerinin analizi için, kullanılan temalar eylem (A), süreç (P), nesne (O) ve şemadır (S) ve elde edilen veriler bu temalara göre organize edilmiştir.

APOS teorisinde yer alan bilişsel yapıların ortaya çıkarılmasında etkili olduğu düşünülen bilişsel mekanizmalarla ilgili ayrıntılı bilgi araştırmanın kuramsal çerçevesi bölümünde yer almaktadır. Bu mekanizmaların tanımlarından hareketle her bir mekanizmaya ait anahtar kelimeler oluşturulmaya çalışılmıştır (Tablo 3.9). Bu tablonun araştırmacıya, öğrencilerin ifadelerinin hangi yapı altında değerlendirilmesi gerektiği hususunda yardım edeceği düşünülmektedir. Kısacası öğrencilerin hangi mekanizmaları kullandığının belirlenmesinde genellikle bu tabloda yer alan davranışlar etkili olmuştur.

Tablo 3.9.

Bilişsel Mekanizmaların Tanımlarında Yer Alan Anahtar Kelimeler

İçselleştirme	Koordine etme	Enkapsülasyon	Genelleme	Tersine Çevirme
<ul style="list-style-type: none"> • Karşılaştırma • Yansıtma • Farkına varma • İçsel betimleme • Tanımlama 	<ul style="list-style-type: none"> • Bütünleştirme • Kompozisyon • Bir arada düşünme 	<ul style="list-style-type: none"> • Sentezleme • Muhafaza etme 	<ul style="list-style-type: none"> • Daha geniş uygulanabilirlik • Oluşan yapının uygulanabilirliği hakkında farkındalık • İlişkilendirme • Araştırma (Benzerlikleri ilişkilendirme) 	<ul style="list-style-type: none"> • Geri dönüşümlülük

Araştırmacı elde ettiği verileri farklı zamanlarda farklı uzmanlarla incelemiş, hangi metinlerin hangi temalar altına değerlendirileceğine fikir birliği ile karar verilmiştir. Bundan sonraki aşamayı ise, organize edilen verilerin öğrenci ifadeleri ile güçlendirilmesi takip etmektedir. Son aşamada bulguların anlamlandırılması ve bir bütün halinde ortaya koyulması için, verilerin benzer ve farklı yönleri vurgulanarak ilişkilendirilmiştir. Yapılan analizler ve uygulamalar sonucunda, tasarlanan öğretimin niteliği ve denklem konusunun öğrenciler tarafından ne ölçüde oluşturulduğu rapor edilmiştir.

3.10. Araştırmanın Geçerliliği ve Güvenirliği

Geçerlilik ve güvenilirlik, bilimsel araştırmanın en önemli iki ölçütü olarak görülmektedir ve bilimsel araştırmalarda yaygın olarak kullanılmaktadır (Johnson ve Christensen, 2004, s. 132). Araştırmalarda geçerlilik, genellikle araştırma sonuçlarının doğruluğuna işaret ederken; güvenilirlik, araştırma sonuçlarının tekrar edilebilirliği ile

ilişkilendirilir. Geçerlilik ve güvenilirlik araştırma türleri için (nicel-nitel) bazen farklı anlamlar taşıyabilmektedir. Bu durum onların ifade ediliş biçimlerine de yansımakta ve iki araştırma türünün olaya veya olguya bakış açısına göre şekil almaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2011, s. 255-259). Örneğin, birey davranışlarını inceleyen nitel bir çalışmanın tekrar edilmesi ile aynı sonuçların elde edilmesi mümkün görülmemektedir. Çünkü birey davranışları sürekli değişim gösteren bir özelliktir. Dolayısıyla geçerlilik ve güvenilirlik çalışmalarının, her bir araştırma yöntemi için ayrı ayrı incelenmesi uygun görülmüştür.

Nicel araştırmalarda güvenilirlik ve geçerlilik çalışmalarının yapılması, araştırmacının yanı sıra okuyucuyu da tatmin etmesi açısından önemlidir. Nicel araştırmalarda güvenilirlik, araştırmacının aynı yöntemleri kullanarak araştırmayı tekrar edebilmesi ve benzer sonuçlara ulaşabilmesi ile ilgilidir (Creswell, 2005, s. 39). Bu araştırmada ölçme aracında yer alan her bir maddenin bütün ile olan uyumu farklı araştırmacılardan da görüş alınarak incelenmiştir. Ayrıca testte çeşitli soruların yer alması, soru sayısının yeterli çoğunlukta olmasına ve böylelikle ölçme aracının duyarlılığının artmasına imkân vermiştir. Ölçme aracının tutarlılığı ve duyarlılığını arttırmaya yönelik girişimler, araştırmanın güvenilirliğine doğrudan etki etmektedir. Geçerlilik için ise, araştırmacının yanlılığının kontrol edilmesi açısından test, farklı bir araştırmacı tarafından puanlanmış ve aynı ölçümlerin elde edildiği görülmüştür. Böylelikle bir araştırmanın doğruluğu ile eşdeğer görünen geçerlilik sağlanmaya çalışılmıştır.

Nitel araştırmalarda bir olay ya da olgu hakkında derinlemesine inceleme yapılması öngörülmür. Bu tür araştırmalar, araştırmacının bakış açısını da gerekli kıldığı için, nicel araştırmalara nazaran nesnellikten daha uzaktır. Hatta iki farklı araştırmacının aynı veriyi farklı şekillerde yorumlaması da mümkün olabildiğinden, geçerlilik ve güvenilirlik çalışmaları nitel araştırmalarda daha dikkatli bir şekilde incelemeyi gerektiren süreç haline gelmektedir. Lincoln ve Guba (1985), bir araştırmanın geçerliliğinin ve güvenilirliğinin artırılması için bazı stratejiler ortaya koymuşlardır ve bu stratejileri farklı kavramlarla ifade etmeyi tercih etmişlerdir: iç geçerlilik, inandırıcılık; dış geçerlilik, aktarılabilirlik; iç güvenilirlik, tutarlılık ve dış güvenilirlik, teyit edilebilirlik (akt. Yıldırım ve Şimşek, s. 264). Aşağıda bu kavramlarla ilgili

açıklamalara ve bu tez çalışmasında nasıl uygulandıkları ile ilgili bilgilere yer verilmiştir.

İç geçerlilik ile, araştırmanın dış dünyadaki gerçeklikle ne kadar örtüştüğü ifade edilmektedir. Bu anlamda bir araştırmanın iç geçerliliğinin sağlanmasında gerçeğe benzerlik, özgünlük, mantığa uyma, yeterlilik ve inandırıcılık gibi özellikler önem taşımaktadır (Miles ve Huberman, 1994, s. 278, 279). Nitel araştırmalarda iç geçerliliği artırmanın birkaç yolu vardır: çeşitleme, katılımcı doğrulaması ve uzman görüşü (Merriam, 1998, s. 204). Bu çalışmada ise, inandırıcılığı sağlamada az önce bahsedilen üç stratejiden de yararlanılmıştır. Araştırmada, katılımcılarla yapılan görüşmelere ek olarak, onlardan elde edilen yazılı dokümanlar, uygulama esnasındaki gözlemler ve yapılan video kayıtları, çoktan seçmeli sorulardan oluşan testlerle birlikte kullanılmış ve böylelikle bir tür çeşitleme yapılmıştır. Katılımcı doğrulaması ile, araştırmacı yaptığı analizler üzerinde kendi perspektifinin doğruluğunu teyit etmek için, herhangi bir katılımcıdan kendi bulguları hakkında geri bildirim istemiştir. Böylelikle katılımcıların söyledikleri hakkında onların sahip olduğu bakış açısının araştırmacı tarafından yanlış anlaşılmasının önüne geçilmiştir. Uzman incelemesinde ise, elde edilen bulgular farklı iki uzman ile tartışılmış ve uzmanlardan alınan tavsiyeler ile bulgular tekrar gözden geçirilmiştir. Böylelikle araştırmanın inandırıcılık (iç geçerlilik) çalışmaları tamamlanmıştır.

Dış geçerlilik, çalışmanın ne dereceye kadar aktarılabilirliği ile ilgilidir (Miles ve Huberman, 1994, s. 279). Bir araştırma sonuçlarının benzer durumlara genellenebilmesi dış geçerliliği ifade ederken, nitel araştırmalarda genellemenin pek uygun olmadığı düşüncesi, bu kavramın aktarılabilirlik ile açıklanmasının daha uygun olacağı fikrini pekiştirmiştir (Yıldırım ve Şimşek, 2011, s. 255). Bu çalışmada farklı düzeyde olan öğrencilerle çalışılarak geniş kapsamlı uygulanabilirliği teşvik edilmiş, bulguların önceki çalışmalar ile tutarlılığı ortaya koyulmuş ve sonuç kısmında bu çalışmanın farklı konular ya da farklı katılımcılarla tekrarlanabileceği ifade edilmiştir. Böylelikle bu tez çalışmasının dış geçerliliği sağlanmaya çalışılmıştır.

İç güvenilirlik yani tutarlılık; veri setinin birden fazla kişi tarafından incelenmesi sonucu uzman görüşlerinin kararlılığı ile ilgilidir (Patton, 2002, s. 212). Bu durum araştırmanın bulgularının geçen zaman içinde geçerliliğini koruması anlamına

gelmektedir. Bu araştırmada da her bir öğrenciye ait görüşme ayrıntıları ile birlikte rapor edilmiş, öğrencilerin bu görüşmeler esnasında karaladıkları kâğıtlar dokuman olarak kullanılmıştır. Araştırmada ortaya koyulması amaçlanan öğrencilerin soyutlama süreçleri bu metinlerden takip edilebilmektedir. Yin (1994) araştırmada böylesi bir veri tabanının oluşturulmasının tutarlılığı olumlu yönde etkileyeceğini vurgulamıştır (akt. Akkaya, 2010).

Dış güvenilirlik yani teyit edilebilirlik; genel anlamıyla araştırmanın benzer gruplarda tekrarlanması ile aynı sonuçların elde edilmesidir, fakat insan davranışlarının incelendiği nitel araştırmalarda bu durum pek de sağlıklı görülmemektedir (Yıldırım ve şimşek, 2011, s. 259). Yani dış güvenilirlik nitel araştırmalar için farklı anlamlar taşımaktadır: bilimsel araştırma sonuçlarının gerçeği yansıması ve araştırma sonuçlarının araştırmacı yanlılığından arındırılmış bir şekilde sunumudur (Yıldırım ve şimşek, 2011, s. 272). Teyit edilebilirlik tarafsızlık ile ilişkili bir kavramdır. Dolayısıyla bu araştırma da elde edilen bulgular, bağımsız bir araştırmacıya incelemesi üzerine verilmiştir. Bu araştırmacının yaptığı analizler, araştırmanın kendi analizleri ile karşılaştırılmış ve uygun görülmeyen hususlar tekrar gözden geçirilmiştir. Bu durum araştırmacı yanlılığını azaltması açasından önemli görülmektedir. Böylelikle araştırmanın teyit edilebilirlik özelliği sağlanmaya çalışılmıştır. Yin (2003, s. 93) araştırmanın teyit edilebilirliğinin sağlanmasında delil oluşturmanın önemine dikkat çekmiştir. Bu çalışmada da araştırmacı tarafından yapılan gözlemler, uygulama sürecinde elde edilen video kayıtları ve öğrencilerden elde edilen dokumanlar, görüşme metinlerine birer delil olarak kullanılmış ve birbirini destekleyen ifadeler bulgular aşamasında sunulmuştur.

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

4. BULGULAR VE YORUMLAR

Bu araştırmada temel olarak öğrencilerin denklem konusundaki anlayışlarının incelenmesi amaçlanmıştır. Bu amaç çerçevesinde öğrencilerin, matematik etkinliklerini gerçekleştirirken ve matematik problemlerini çözerken matematiksel bilgilerini nasıl kullandıkları ve soyutladıkları araştırılmıştır. Ayrıca denklem konusu uygulamaları, APOS teorisine göre şekillenen (ACE öğretim döngüsü) ve MEB klavuzluğunda tasarlanan öğrenme ortamlarında gerçekleştirilmiştir. İki farklı uygulama ile yapılan öğretim, öğrencilerin denklem konusunda soyutlama süreçlerine olan yansımaları tespit edilerek, matematiksel başarıları üzerindeki etkileri incelenmiştir. Bu amaçlar doğrultusunda araştırma da nicel ve nitel verilerin bir arada kullanıldığı ifade edilebilir.

Araştırmanın uygulama boyutunda biri deney diğeri kontrol olmak üzere iki grup ile çalışılmıştır. Bu kısımdan elde edilen verilere nicel bulgular başlığı altında yer verilmiştir. Gruplardan elde edilen genel kanıların ayrıntılarına inebilmek için her bir gruptan farklı matematiksel düzeyde dörder öğrenci seçilmiştir. Bu öğrencilerin denklem kavramını oluşturma süreçlerine ait bulgular her bir öğrenci için ayrı ayrı olmak üzere, nitel bulgular başlığı altında sunulmuştur. Ayrıca uygulama sürecinde kayıt altına alınan videolar ve araştırmacının gözlemleri de nitel bulgular altında analiz edilmiştir. Son olarak öğrencilerin soyutlama süreçleri ile YBT boyutları arasında ilişki olup olmadığı incelenmiştir. Bu analizlere ait yorumlar da yine aynı başlık altında bulguların devamında verilmiştir.

4.1. Nicel Verilere Ait Bulgular ve Yorumlar

Bu bölümde araştırmanın nicel bölümünde kullanılan CeÖ-I testi ve CeÖ-II testi puanlarına göre, deney ve kontrol gruplarından elde edilen veriler analiz edilerek, uygulama sürecinde gerçekleştirilen öğretimlerin etkililiği ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır. Ayrıca grupların denkliğini sorgulamak için öğrencilerin bir önceki yıla ait başarı puanları da analiz edilmiş ve bu analizlere ait bulgular aşağıda sunulmuştur.

4.1.1. Deney ve kontrol gruplarının denkliliğine ilişkin bulgular ve yorumlar

Bu tez çalışmasında biri deney diğeri kontrol olmak üzere iki gruba çalışılmıştır. Deneysel yöntemde her iki grup için de istenmedik değişkenlerin kontrol altına alınması ve grupların bunlar açısından denk olması, araştırmanın sonuçlarına daha güvenilir bir bakış açısı sağlamaktadır. Cohen, Lawrence ve Morrison (2000, ss. 212-214) bu görüşe paralel olarak, deneysel araştırmalarda araştırmacıların grupların benzer katılımcılarla temsil edilmesine veya mümkün olduğunca birbirine denk grupların tercih edilmesine dikkat etmeleri gerektiğini ifade etmektedir. Bu araştırma eğitim-öğretimin devam ettiği bir okulda gerçekleştiği için gruplarda (sınıflarda) katılımcı bazında değişiklik yapılması mümkün olmamıştır. Dolayısıyla deney ve kontrol gruplarının uygulama öncesinde araştırma konusunun ön şartları açısından denk olup olmadığı belirlenmek istenmiştir. Bu bağlamda grupların 6. sınıf matematik dersi yılsonu notları ve CeÖ-I testi puanları, bağımsız gruplar t-testi kullanılarak analiz edilmiş ve sonuçlar ayrıntılı bir şekilde aşağıda verilmiştir.

4.1.1.1. Grupların 6. sınıf matematik dersi yılsonu notlarının karşılaştırılması ve yorumlanması

Hem deney hem kontrol grubunun 6. sınıfa ait yılsonu matematik notları e-okul sisteminden alınmış ve bu notlara ilişkin veriler analiz edilmiştir. Aşağıdaki tabloda bu analizlere ait bulgular yer almaktadır:

Tablo 4.1.

Deney ve Kontrol Grubu öğrencilerinin Yılsonu Not Ortalamalarına İlişkin Bağımsız Gruplar t-testi Sonuçları

Grup	<i>N</i>	\bar{X}	<i>SS</i>	<i>Sd</i>	<i>F</i>	<i>t</i>	<i>p</i>
Deney Grubu	31	3.58	1.31	61	.01	-.32	.74
Kontrol Grubu	32	3.68	1.28				

Tablo 4.1 incelendiğinde, deney grubunda yer alan öğrencilerin matematik dersi yılsonu puanlarının ortalamaları ($\bar{X} = 3.58$) ile kontrol grubundaki öğrencilere ait

matematik dersi yılsonu puan ortalamalarının ($\bar{X} = 3.68$) birbirine yakın değerler olduğu görülmektedir. Ayrıca deney ve kontrol gruplarının yılsonu puan ortalamaları arasındaki bu farkın, istatistiksel olarak anlamlı bulunmadığı da söylenebilir ($t(61) = .74; p > .05$). Bu bulgudan hareketle iki grubun matematik dersi ortalama puanlarının birbirine denk olduğu ifade edilebilir.

4.1.1.2. Grupların CeÖ-I testi puan ortalamalarının karşılaştırılması ve yorumlanması

Bir önceki kısımda öğrencilerin genel olarak matematik başarı puan ortalamaları karşılaştırılmıştır. Bu kısım da ise, öğrencilerin araştırma konusuyla ilgili ön kazanımlarının ölçülmesi ve grupların bu ön şartlar bakımından benzerliğinin incelenmesi amaçlanmıştır. Bu amaçla araştırmacı tarafından geliştirilen CeÖ-I testi (ön-test), uygulama süreci başlatılmadan hemen önce, bir ders saati içerisinde her iki gruba da eş zamanlı olarak uygulanmıştır. Bu uygulamaya ait analizler aşağıdaki tabloda sunulmuştur.

Tablo 4.2.

Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Ön-Test Puan Ortalamalarına İlişkin Bağımsız Gruplar t-testi Sonuçları

Grup	N	\bar{X}	SS	Sd	F	t	p
Deney Grubu	31	45.16	27.55	56.35	4.63	.78	.43
Kontrol Grubu	32	40.31	21.21				

Tablo 4.2’de görüldüğü gibi, deney ve kontrol gruplarının CeÖ-I testi puan ortalamaları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık yoktur ($t(56.35) = .43; p > .05$). Ön test sonuçlarına bakıldığında, deney grubunun puan ortalamasının $\bar{X} = 45.16$ ve kontrol grubunun puan ortalamasının $\bar{X} = 40.31$ olduğu görülmektedir. Burada deney ve kontrol grubunun CeÖ-I testi puan ortalamalarının birbirine yakın değerlerde olduğu ifade edilebilir. Deneysel uygulama öncesinde, deney ve kontrol gruplarındaki öğrencilerin ön test puanları arasında anlamlı bir fark bulunmaması, bu tez çalışmasının amaçlarının lehine bir bulgudur.

Hem öğrencilerin yılsonu başarı puanı hem de ön-test puan ortalamaları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık bulunmaması, uygulama sürecine dâhil olan her iki grubun birbirine denk olduğunu ifade etmek için yeterli görülmüş ve grupların denk olduğu kabul edilmiştir.

4.1.2. Grupların CeÖ-II testi puan ortalamalarının karşılaştırılması ve yorumlanması

Deney ve kontrol gruplarının araştırma konusunun ön şartları açısından denk olduğuna yönelik bulgular Tablo 4.1 ve Tablo 4.2’de gösterilmiştir. Grupların benzer özellikler gösterdiği belirlendikten sonra araştırmanın uygulama boyutu gerçekleştirilmiştir. Deney ve kontrol grubunda yapılan öğretimden sonra öğrencilerin başarı düzeyleri incelenmiştir. Öğrencilerin başarı düzeyleri araştırmacı tarafından hazırlanan CeÖ-II testi (son-test) yardımı ile ölçülmüştür. Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin son test puan ortalamaları arasında farklılaşma olup olmadığını belirlemeye yönelik yapılan bağımsız gruplar t-testi analiz sonuçları Tablo 4.3’de verilmiştir.

Tablo 4.3.

Deney ve Kontrol Grubu öğrencilerinin Son-Test Puan Ortalamalarına İlişkin Bağımsız Gruplar t-testi Sonuçları

Grup	N	\bar{X}	SS	Sd	F	t	p
Deney Grubu	31	75.61	20.10	61	.57	4.29	.00
Kontrol Grubu	32	54.90	18.03				

Tablo 4.3’de sunulan bilgilere göre, deney grubundaki öğrencilerin son test puan ortalamaları ile kontrol grubundaki öğrencilerin son test puan ortalamaları arasındaki fark, istatistiksel olarak anlamlı bulunmuştur ($t(61) = .00; p < .05$). Bu anlamlı farklılık deney grubu lehinedir, nitekim deney grubunun son test puan ortalamalarının ($\bar{X} = 75.61$), kontrol grubunun son test puan ortalamalarından ($\bar{X} = 54.90$) fazla olduğu görülmektedir. Kontrol grubunda da orta düzeyde bir başarı sağlanmasına rağmen, deney grubundaki sağlanan başarının kontrol grubundakine nazaran daha iyi

düzyeyde olduğu ifade edilebilir. Bu bulgu ile deney grubunda gerçekleştirilen öğretimin, öğrencilerin denklem konusundaki başarıları üzerinde olumlu etkilerinin olduğu söylenebilir. Fakat bir öğretimin etkililiğinden bahsetmek sanıldığından daha zordur (etin ve Top, 2014). Dolayısıyla nicel verilerin yanı sıra nitel verilere ait bulgulardan hareketle de (video analizler, gözlemler) ğretimin etkililiği yordanmaya çalışılmıştır.

4.2. Nitel Verilere Ait Bulgular ve Yorumlar

Bu bölümde araştırmanın nitel verilerine ait bulgularına ve bu bulgulara dayalı yorumlara yer verilmiştir. Nitel bulgular, soyutlama süreci ve uygulama süreci olmak üzere iki başlık altında toplanmıştır. Öncelikle soyutlama süreci ile ilgili bulgulara yer verilmiş ve görüşme kayıtları, öğrencilere ait çalışma kâğıtlarının ayrıntıları bu kısımda sunulmuştur. Ayrıca bu bulgular deney ve kontrol gruplarının her biri için ayrı ayrı başlıklar altında yer almaktadır. Uygulama süreci için ise hem öğretmenin sürec boyunca tuttuğu gözlem notları hem de ders video kayıtları analiz edilmiştir. Bu analizlere ait bulgular ve yorumlar ise uygulama süreci başlığı altında yer almaktadır.

4.2.1. Soyutlama süreci ile ilgili bulgular ve yorumlar

Bu kısımda görüşme formunda yer alan her bir senaryo için öğrencilerden elde edilen veriler analiz edilmiş ve bu analizlere ait bulgular yorumları ile birlikte sunulmuştur. Yapılan inceleme deney ve kontrol grubundaki her bir ğrenci için ayrı ayrı gerçekleştirilmiştir. Öğrencilerin görüşme metinlerine ek olarak, çalışma kâğıtlarının görüntülerine de yer verilmiştir. Ayrıca araştırmacı aynı zamanda görüşmeci olduğundan öğrencilerin sözel ve yazılı bilgilerinin yanı sıra sözsüz iletişimlerini de gözlemeleme fırsatı bulmuş ve bu gözlemlerini not edebilmiştir. Her bir öğrenciye ait bulgulara yer verilirken, bu gözlem notlarından gerekli görüldüğü kısımlarda yararlanılmış ve yorumlar kısmına eklenmiştir.

Bu kısımda öğrencilerin soyutlama srecleri analiz edilmiştir. Bu analizler için kullanılan temel ereve APOS teorisinde yer alan bilişsel yapılarıdır. Öğrencilerin soyutlama süreci analizlerinde Şekil 2.2’de yer alan bilişsel yapıların yanı sıra Tablo 3.9’da verilen ve bilişsel yapıların oluşumuna yardımcı olan bilişsel mekanizmalara ait anahtar kelimeler dikkate alınmıştır.


4.2.1.1. Şirket senaryosuna ilişkin bulgular ve yorumlar

Araştırmanın ilk senaryosu görüşme yapılan öğrencilere inceletirilmiş ve gerekli görüldüğünde açıklamalar yapılmıştır. Öğrencilerin fikirlerinin hem sözel hem de yazılı olarak alınması araştırmanın amacı için önemli görülmektedir. Bunun için görüşmeye başlamadan önce öğrenciler, düşüncelerini ifade etmeleri gerektiği hususunda bilgilendirilmiştir. Ayrıca yazılı verilerin toplanmasında ise öğrencilere, düşüncelerini not etmeleri için bir çalışma kâğıdı da verilmiştir. Görüşmenin ilk problem durumuna ait bulgular yorumları ile birlikte, deney ve kontrol grubunda yer alan her bir öğrenci için ayrı ayrı ifade edilmiştir.

Aşağıda görüşmenin bu kısmında kullanılan senaryoya yer verilmiştir. Bu senaryoda yer alan sorularla öğrencilerin denklem oluşturma konusunda soyutlama süreçlerinin incelenmesi amaçlanmıştır. Ayrıca öğrencilerin değişken ve eşitlik kavramı ile ilgili bilgisi, değişkenler arasındaki ilişkinin yönü gibi orantı bilgisi de incelenmesi amaçlanan diğer alt birimlerdenidir. Senaryoda öğrencilerden bulduğu değerleri göstermesinin istenmesinde ki amaç, denklem bilgisini oluşturmada görsellerin olumlu etkilerinden yararlanmaktır. Dolayısıyla burada öğrencilerin tablo ya da grafik oluşturma bilgileri incelenmemiştir. Senaryonun son kısmında öğrencilere önceki soruya paralel bir sorunun daha sunulması ile, öğrencilerin oluşturduğu denklem bilgilerinin sağlamlığının kontrol edilmesi amaçlanmıştır.

Tablo 4.4.

Görüşme Sürecinde Kullanılan İlk Problem Durumu

ŞİRKET SENARYOSU	
<p>Bir ampul şirketinin satış departmanında çalıştığınızı düşünün. Şirketiniz tanesi 8 lira olan ampullerden üretmekte ve her bir ampulü %25 zamlarla satmayı planlamaktadır. Senin temel görevin, bu şirketin 1 ay boyunca elde ettiği karı bularak, satılan parça sayısı ile elde edilen kar ilişkisini gösteren bir doküman hazırlamaktır (bu süreçte a, satılan parça sayısı; k, elde edilen kar).</p>	

- Sence satılan parça sayısı ile elde edilen kar arasında bir ilişki var mıdır, varsa açıklar mısın?
- Bu ilişkiyi nasıl gösterebilirsin?
- Şirketin bir aylık raporunu yöneticiye teslim ettiniz. Yönetici satışlardan memnun kalmadı ve satış fiyatı üzerinden %10 indirim yapılmasını talep etti. Ve sen, yine satılan parça sayısı ile elde edilen karı ilişkilendiren bir doküman hazırlayacaksın. Ne yapmayı düşünürsün?
- Tüm bu yaptıklarınla ilgili genel olarak değerlendirme raporu hazırlamak isteseydin ne yapardın?

4.2.1.1.1. Deney grubu öğrencilerinin soyutlama süreci bulguları ve yorumları

Deney grubunda öğretim süreci APOS/ACE öğretim döngüsüne göre tasarlanmıştır. Deney grubunun genelini temsil ettiği düşünülen, başarı düzeyleri birbirinden farklı olan dört öğrenciye ait görüşme metinleri ve çalışma kâğıtları aşağıda sunulmuştur.

4.2.1.1.1.1. Fatih'in soyutlama süreci analizi

Gerek matematik ders notları gerekse ders içi katılım düzeyi ve performans gözlemleri sonucunda Fatih'in matematik dersinde oldukça başarılı bir öğrenci olduğu sonucuna varılmıştır. Şirket senaryosu için Fatih ile yaklaşık 19 dakika süren bir görüşme yapılmıştır. Bu görüşmede, Fatih'in denklem kavramını oluşturmaya ilişkin soyutlama süreçlerinin incelenmesi amaçlanmıştır. Bu inceleme APOS teorisi bilişsel yapıları (eylem, süreç, nesne, şema) ve bu yapıların ortaya çıkarılmasında etkili olan bilişsel mekanizmalar (içselleştirme, koordine etme, tersine çevirme, yansıtma, genelleme gibi) dikkate alınarak gerçekleştirilmiştir. Bu amaçla araştırmacı, öncelikle Fatih'in senaryoyu incelemesini istemiş ve düşüncelerini kaydetmesi için bir çalışma kâğıdı vermiştir. Bu esnada soruyu sesli bir şekilde okuyarak yorumlamasını istemiştir. Görüşme esnasında araştırmacı ile öğrenci arasında geçen diyalog aşağıdaki gibidir (A: Araştırmacı, F: Fatih).

10F: Burada önce satılan parçalarla fiyatı bulalım, 11 bir ilişki var mı diye sorulmuş, 11 şimdi evet vardır, doğru orantılı olur, yani ne kadar çok parça satarsak o kadar çok kar elde ederiz.

11A: Söylediğin şeyleri daha net bir şekilde ifade edebilir misin?

12F: Evet, mesela bir adam iki tane ampul alsın yani satılan parçaya 2 diyelim, burada iki tane alsa 16 , 11 yani ikisinden toplam 4 lira kar elde etmiş olacaktır. Bunu artırdıkça (a 'yı göstererek) bu da (k 'yı göstererek) eşit miktarda artacaktır. Eğer 4 tane parça satın alınsaydı 8 lira kar elde edilecekti, yani böyle böyle 2 katı olarak ilişkilendirebiliriz.

13A: 2 katı derken ne demek istediğini ifade edebilir misin?

14F: Değer verdiğimizde de 2 kat ilerlediği ortaya çıkıyor zaten, burada 8 liraya alıyoruz 2 liraya da satıyoruz (Bu kısımda satış fiyatı ile kar kavramlarını karıştırdığını fark etmiyor fakat bir tuhaflık olduğunun farkında gibi konuşuyor).

15A: 8 liraya alıp 2 liraya mı satıyor?

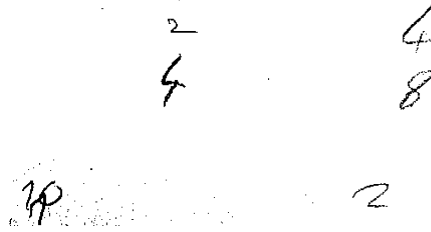
16F: Sanırım ben şaşırdım hocam, burada alış fiyatı 8 lira ise %25 zam ile satarsak satış fiyatı 10 lira olur (Bu işlemleri kalem kâğıt kullanmadan ifade ediyor sadece)... %25 demek $1/4$ ' tür, 8 liranın $1/4$ ' ü 2 eder, topladığımızda da 10 lira olduğunu bulabiliriz.

17A: ... Yani a ile k arasındaki ilişki için ne söylüyorsun?

18F: Doğru orantılıdır diyorum, yani burada hep 2 kat artmış başka bir örüntü de yoktur o yüzden doğru orantılıdır.

19A: a ile k ' yı da dikkate alarak, bu ilişkiyi bir cümlede ifade et desem...

20F: Yani k , a 'nın 2 katı olduğu için doğru orantılıdır.



Şekil 4.1. Fatih'in şirket senaryosu çalışma kağıdı

Yukarıdaki konuşma metni incelendiğinde Fatih'in, satılan parçalarla elde edilen kar arasında nasıl bir ilişki olması gerektiği bilgisini zihninde şekillendirmeye başladığı söylenebilir (10F). Bu ilişki hakkında daha net bir şeyler ifade etmek için satılan parça sayısına göre elde edeceği karın ne kadar olacağını bulmakta ve nihayet iki değişken arasındaki ilişkinin nasıl olacağını açıklayabilmektedir (12F, 20F). Ayrıca yüzdelik dilimlerin kesir karşılıkları, doğru orantı ve örüntü gibi kavramları kullanarak soruyu anlamlandırmaya çalışması ise, yeni bilgiyi oluştururken eski bilgilerinden yararlandığının bir göstergesidir (16F, 18F).

Bu aşamaya kadar Fatih'in eski bilgilerini hatırlayabildiği ve yeni duruma uyarlayabildiği söylenebilir. Yani, Fatih değişkenlerin neyi ifade ettiğini tam olarak kavrayabilmiş, aralarında ilişki kurabilmiş, dolayısıyla sahip olduğu bilgileri içselleştirip yeni durumlara yansıtabilmiştir. Bu yönüyle süreç aşamasında davranış sergilediği düşünülebilir.

21A: Fatih şimdiye kadar soru ile ilgili düşüncelerini ifade ettin, peki bunları hazırlayacağın dokumanda gösterebilir misin?

22F: Evet gösterebiliriz, bir tablo çizerim (bu esnada grafik çiziyor).

23A: Tablo mu o çizdiğin şekil?

24F: İy yani grafik diyelim biz buna (grafik eksenlerini oluşturup, yatay eksene k , dikey eksene a ismini veriyor ve sayıları yerleştiriyor)...Grafığı bu şekilde çizebiliriz bu zaten (grafik doğrusunu işaret ederek) doğru orantılı olduğunu gösteriyor.

25A: ... Peki bu grafiği biraz yorumlayabilir misin?

26F: Grafik buradan başlar (başlangıç noktasını göstererek). Çünkü burası orijin olduğu için hiç satış yapmazsak hiç kar elde edemeyiz. Birde tablo çizeyim (hemen yan tarafına tablo oluşturmaya başlamakta ve tabloyu doldurmaktadır).

27A: Fatih a ile k arasındaki ilişkiyi göstermek için grafik çizdin, tablo oluşturduğun, peki daha eklemek istediğin bir şey var mı?

28F: Denklem de kurabiliriz.

29A: Nasıl yapabiliriz?

30F: $a = 2k$ diyebiliriz belki.

31A: Belki diyorsun, bundan nasıl emin olabilirsin?

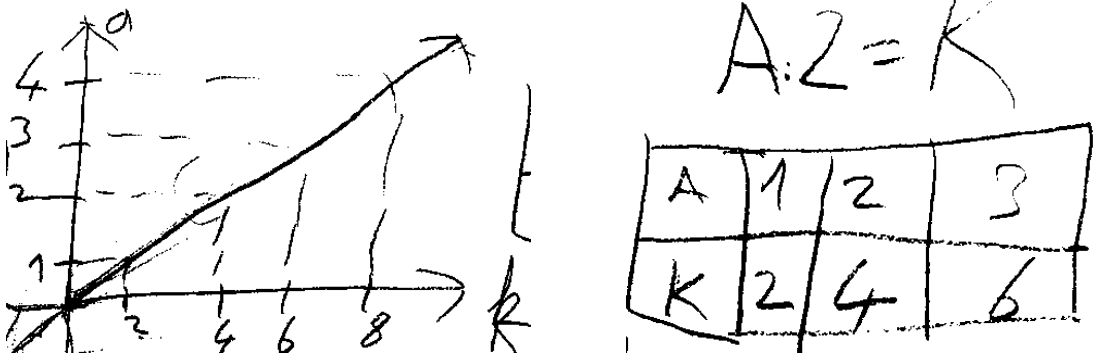
32F: Değer vererek yapabilirim... Burada k , a 'nın 2 katı oluyor, a 1 olduğunda yani 1 parça sattığımızda k yani kar 2 lira oluyor, 2 parça sattığımızda 4 lira oluyor... ($a = 2k$ ifadesindeki eşitliği siliyor) Bunlar orantılıdır eşittir yazmayalım (aslında Fatih yazdığı denklemin hatalı olduğunu biliyor ama hala tam olarak fark edemiyor ve kafa karışıklığı yaşıyor). (İçsel konuşma ve mırıldanmalarına devam eden Fatih birden) evet $a.2 = k$ 'dır hocam, tamam şimdi oldu, denklemi böyle yazabiliriz... Değer vererek de doğruluğundan emin olabiliriz... Evet tabloya uyumlu çıkıyor, doğru yani.

33A: Neden az önce eşitlik yazmayalım dedin?

34F: Bunlar orantılı ya o zaman birbirine bağlıdır, yani yazmam gerektiğini anladım sonra zaten...

35A: Denklem kurarak neyi anlatmaya çalışıyorsun peki?

36F: Denklem, içinde bilinmeyen olan 11 sayılardan oluşan bir matematik terimidir. Yani hocam, ne kadar satıldığını bilmiyoruz, daha kolay olacak yani, 2 katı kadar kar elde edeceğimizi göstereceğiz kolaylıkla...



Şekil 4.2. Fatih'in çizdiği grafik ve tablo

Fatih, satılan parça ile elde edilen karı grafik ve tablo yardımı ile göstermeye çalışmakta (Şekil 4.2) ve oluşturduğu grafiğin ne anlam ifade ettiğini de senaryo çerçevesinde açıklayabilmektedir (24F, 26F). Ardından a ile k arasındaki ilişkiyi bir denklem kurarak açıklamaya çalıştığı fark edilmiştir (28F, 30F). Ayrıca oluşturduğu denklem yardımıyla, satılan parça sayısına göre elde edilecek karın ne kadar olacağını daha kolay yoldan bulunacağını da ifade ettiği görülmüştür (32F, 36F).

Fatih, önceki kısımda işlem yaparak a ile k arasındaki ilişkinin doğru orantılı olduğunu ifade etmişti. Bu kısımda ise oluşturduğu grafik ile ifade ettiği ilişkiye bir delil oluşturmakta ve böylelikle bulduğu ilişkiyi daha emin bir şekilde savunabilmektedir. 32F ifadesinde Fatih'in, grafiğe ek olarak oluşturduğu tabloda da sayılar arasındaki örüntüden yola çıkarak ifade ettiği ilişkiyi, farklı gösterimler ile desteklediği görülmektedir. Bu durum Fatih'in yeni bir kavramı oluştururken daha iyi bildiği şeylerden hareket ettiğini göstermektedir. Yazdığı denklemden emin olmak için denemeler yapması, tablo ve grafik gibi farklı gösterimlerinde aynı ilişkiyi verip vermemesini kontrol etmesi Fatih'in aslında bir tür ilişkilendirme yaptığının göstergesidir. Daha özel durumları düşünmesi, bunlarla ilişki kurarak ilerlemesi aslında öğrencinin genelleme yapmaya hazırlık aşamasında olduğunu habercisidir. Fatih'in yazıp çizdiği ifadeleri birbiri ile ilişkilendirmeye çalışması ve böylelikle kısa süreli yaşadığı iç karışıklığını sonlandırması dikkate alınırsa, zihninde var olan ilişkili birimleri nesne haline getirme aşamasında olduğunu söylenebilir.

Fatih grafik oluştururken doğrusallık, orijin gibi kavramları doğru bir şekilde kullanıp yorumlayabilmektedir. Bu durum Fatih'in konu ile alakalı farkındalığı ve dikkatliliği hakkında dönüt vermekte ve bu tavrını denklem oluştururken de devam ettirmektedir. Denklem kavramının tanımını yaparak, genel olarak ne işe yaradığını açıklaması, Fatih'in teorik bilgisini pratikte nasıl kullanması gerektiğini yönetebildiğinin bir işaretidir.

Araştırmacı, Fatih'in oluşturduğu ilişkiyi yeni durumlara aktarmada nasıl bir yol izleyeceğini belirlemek için, senaryonun bir diğer sorusunu yöneltmiştir.

37A: Peki diğer şıkkı düşünelim, %10 indirim yapıldığı durumu.

38F: Burada da denklem kuralım. 10 lira satış fiyatı için %10 kar 1 lira eder. Yani denklem $a + 1 = k$ olur.

39A: Bu denklemin doğruluğundan nasıl emin olabilirsiniz?

40F: Deneyerek... Yanıldım sanırım, 1 parçada 1 lira, 2 parçada 2 lira, 3 parçada ise 3 lira kar elde ediyor, yani $a = k$, ikisi de aynı olur.

41A: ...Genel olarak değerlendirmek için ne yaparsın?

42F: Önce 8 liraydı sonra %25 zam ile 10 liraya sattık, bu 10 liradan da %10 indirim yaptık 9 liraya sattık. İlk durumda 2 lira kar ederken son durumda 1 lira kar elde ettik. İlk 2 katıydı şimdi ise eşitlendi, yine doğrusal bir ilişki var bu açıdan değişmedi, bu soru için ama.

$$A=K$$

Şekil 4.3. Fatih'in şirket senaryosu durum temsili

Fatih, her bir ampulün %25 zamlı satıldığı durum için, parça sayısı ile elde edilen kar arasında bulduğu ilişkiyi, bu sefer %10 indirimli olan durum için bulmaktadır (38F, 40F). 38F'de ifade ettiği denklemin hatalı olduğunu kısa sürede fark ederek değiştirmektedir (40F). Bulduğu yeni ilişkinin değiştiğini fakat her iki ilişkinin de doğrusal olduğunu ifade etmektedir (42F). Fatih, az önceki ilişki için oluşturmuş olduğu grafik ve tabloyu, bu sefer kullanma gereği duymamakta ve iki değişken arasındaki ilişkiyi doğrudan denklem kurarak açıklamaktadır (Şekil 4.3). Bu durum öğrencinin önceki durumda oluşturduğu 'iki değişken arasındaki ilişkinin denklem olarak ifade edilmesi' sürecini yeni duruma yansıtarak nesneleştirdiğinin bir göstergesidir.

4.2.1.1.1.2. Ezgi'nin soyutlama süreci analizi

Ezgi matematik başarısı iyi olarak nitelendirilebilecek bir öğrencidir. Matematik yazılı sınavları, okul başarı puanları ve cebirsel öğrenme testlerinde iyi bir başarı sergilemesine rağmen ders içi katılım düzeyi akademik başarısı kadar iyi değildir. Genellikle sessiz kalmayı tercih eden Ezgi ile yapılan görüşme yaklaşık 29 dakika sürmüştür. Bu görüşmede Ezgi'nin denklem kavramı oluşturma süreçlerinin incelenmesi amaçlanmıştır. Yapılan incelemede, APOS teori bilişsel yapıları ve soyutlama sürecinde etkili olan bilişsel mekanizmalar dikkate alınmıştır (A: Araştırmacı, E: Ezgi).

Araştırmacı senaryoyu Ezgi'nin sesli bir şekilde anlayarak okumasını istemiştir. Fakat Ezgi soruyu sessizce okumayı tercih etmiştir.

10A: ... Ne yapmayı düşünüyorsun Ezgi?

11E: Satılan parça sayısı arttıkça elde edilen kar da artar.

12A: Bu soru için daha özel bir şeyler söyleyebilir misin?

13E: Ampullerin tanesi 8 liraydı, %25 zam derken ne kadara satmış onu bulabiliriz (Ezgi 8 liranın %25'ini bulmak için işlemler yapıyor). %25'i 2 lira ediyor yani toplamda da 10 liraya satıyor (Ezgi bu işlemleri yaparken genellikle sessiz kalıyor).

14A: Evet... Sesli düşünebilirsin Ezgi.

15E: (Öncelikle hemen $k = b$ yazıyor, bunun üzerinde değişik yapmaya hazırlanıyor).

Kar 2 lira olduğu için k 'nın başına 4 yazarım, yani 4 tane elde edilen kar toplamda 8 lirayı veriyor, b 'yi de satın alınan fiyat olarak nitelendirirsek $4k = b$ yazabiliriz.

16A: Peki 4 lira kar ettiği durumda ne olur Ezgi?

17E: Hayır k hep 2'dir.

18A: 4 nereden geliyor peki?

19E: %25 zam yapması $\frac{1}{4}$ olduğunu gösterir, 4 ile çarpıyorum ki %100'ünü yani tamamını bulabileyim.

20A: Peki Ezgi satılan parça sayısı ile karı ilişkilendirebilir misin?

21E: $a = 2k$ olabilir. Satılan parça 1 olduğunda, ama yok o zaman olmaz (Hemen siliyor ardından $k = a^2$ yazıyor). k elde edilen kar olduğu için 2, 4 ve 6 yani ikişerli sayılar olur, bu da olmadı.

22A: Ne göstermeye, ne yapmaya çalışıyorsun Ezgi orada?

23E: Elde edilen karın, yani 4 tane elde edilen karın, 1 satın alınan ampule eşit olduğunu göstermeye çalıştım.

$$\begin{array}{r}
 200 : 100 = 2 \text{ TL} \\
 8 + 2 = 10 \text{ TL} \\
 \\
 \begin{array}{r}
 25 \\
 \cdot 8 \\
 \hline
 200
 \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 k = 8 \cdot \%25 \\
 \perp k = b
 \end{array}$$

Şekil 4.4. Ezgi'nin şirket senaryosu durum temsili

Ezgi, soruyu okur okumaz, satılan parça sayısına göre karın nasıl değişeceği hakkında yorum yapmakta (11E) ve sonrasında satılan parça sayısına göre elde edilecek karı bulmak için, her bir parçadan ne kadar kar elde edildiğini ve böylelikle her bir parçanın ne kadara satıldığını hesaplamaktadır (13E). Görüşme sırasında düşüncelerini sesli olarak ifade etmesi için öğrenci, araştırmacı tarafından ara ara uyarılmıştır (14A). Bir ilişki bulmaya çalışan Ezgi, bunu denklem kurarak başarabileceğini düşünmekte, fakat bu konuda pek başarılı olamamaktadır (15E, 21E). Dolayısıyla Ezgi'nin değişken bilgisini tam olarak zihninde anlamlandıramadığı söylenebilir. Aslında Ezgi'nin hangi değişkenler arasında ilişki kurması gerektiği bilgisini tam olarak kavrayamadığı da anlaşılmaktadır (15E, 19E, 23E). Son ifadeden de (23E) anlaşılacağı gibi Ezgi, kafasında yanlış bir şekilde oluşturduğu alış fiyatı ile kar arasındaki bağlamdan uzaklaşmamaktadır. Bu ise Ezgi'nin soruyu doğru olarak kavramasının önüne geçmektedir. Ezgi'nin şimdiye kadar olan görüşme metinleri onun hala eylem aşamasında davranış sergilediğini ortaya koymaktadır.

24A: Peki Ezgi satılan parça sayısı ile kar arasındaki ilişkiyi gösterebilir misin?

25E: Kar çift sayılar oluyordu, 2, 4, 6.

26A: Bunlar neye göre değişiyor?

27E: Satılan parça sayısına göre (sessiz düşünmeye devam ediyor).

28A: $a = k$ mı yazdın?

29E: Hayır burada deniyorum ben sadece (Sonra $2a = \dots$ yazıyor ve düşünüyor).

30A: Neden $2a$ yazdın?

31E: Deniyorum aslında da...

32A: Neyi deniyorsun?

33E: Aralarındaki ilişkiyi bulmak için a 'ya değer veriyorum, 1, 2, 3 diye ($2a = k$ yazıyor).

34A: Neden $2a = k$ yazdın?

35E: İlişkiyi veriyor mu diye deneyecektim de (ve siliyor).

36A: Neden sildin?

37E: Olmadı... a 'ya 2 verdiğimde 2 parça satmış olurum yani 20 lira, 4 lira da kar elde etmiş olurum.

Ezgi, a ile k arasındaki ilişkiyi veren denklemin de aralarında bulunduğu birbirinden farklı denemeler yapmakta, fakat bunların hiç birisinin ilişkiyi vermediğini ifade etmektedir (25E, 29E, 31E, 33E). Araştırmacı ilişkinin satılan parça sayısı ile elde edilen kar arasında kurulacağını hatırlatmasına (24A) ve öğrencinin de bunu ifade etmesine (27E) rağmen, Ezgi işlem yaparken satılan parça sayısını değil de satış fiyatını düşünmekte ve bu düşünceye takılı kalmaktadır (37E).

Ezgi satılan parça sayısı ile elde edilebilecek kar arasındaki ilişkiyi ifade edebilmiştir. Ezgi'nin, aslında değişkenler arasındaki ilişkiyi bir denklem ile gösterebileceği bilgisine sahip olduğu yukarıdaki cevaplarından anlaşılmaktadır. Fakat bu ilişkiyi ifade etmede kullanılacak değişkenlerden a 'yı parça sayısı olarak değil de birim fiyatı olarak düşündüğünden dolayı değişkenlerin neyi temsil ettiğini tam olarak anlamlandıramadığı için bir fikir sunamadığı fark edilmiştir.

Görüşme sürecinde öğrencinin soru hakkında söylediklerini, çalışma kâğıdına not etmediği de görülmüştür. Bunun üzerine araştırmacı öğrencinin içinde bulunduğu durum hakkında daha net bir bilgiye sahip olmak için, bir sonraki aşamada, öğrenciden ifade ettiği şeyleri yazarak göstermesini istemektedir.

38A: Söylediğin şeyi gösterebilir misin?

39E: (Tam soruyu duyar duymaz, sessizce çalışma kâğıdının sol köşesine grafik çizmeye başlamaktadır)

40A: Bu grafik bize neyi anlatıyor?

41E: Aralarındaki doğrusal bir ilişki olduğunu anlatıyor.

42A: Doğrusal ilişki derken.

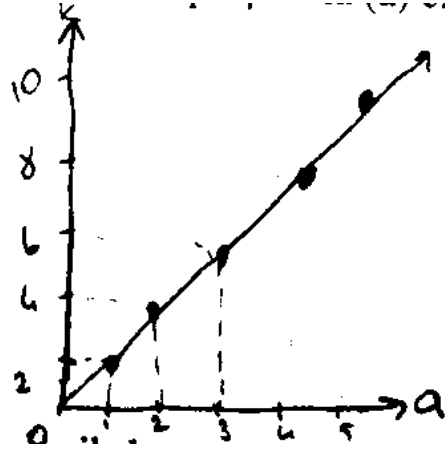
43E: Aralarında 2 kat ilişki olduğunu biliyorum. $a = 2k$ yani, yok yoksa tam tersi mi, $2a = k$ mı?

44A: Peki ne yapacağız?

45E: Sağlamadı ($a = 2k$ denklemini için grafikteki değerleri yerlerine koymaktadır). (Aynı işlemleri $k = 2a$ için de yapmaktadır)...Burada $a = 1$ dersek 2 mal satmış oluruz, k 'nin 4 olması gerekiyor, ama 2 oluyor o yüzden bu da olmuyor.

46A: ...Peki Ezgi satılan parça sayısı ile elde edilen kar arasındaki ilişkiyi ifade et desem.

47E: Satılan parçalar, 1 parçada 2 lira kar ediliyor, 2 parçada 4 lira, yani k a 'nın 2 katı oluyor.



Şekil 4.5. Ezgi'nin şirket senaryosu durum temsili

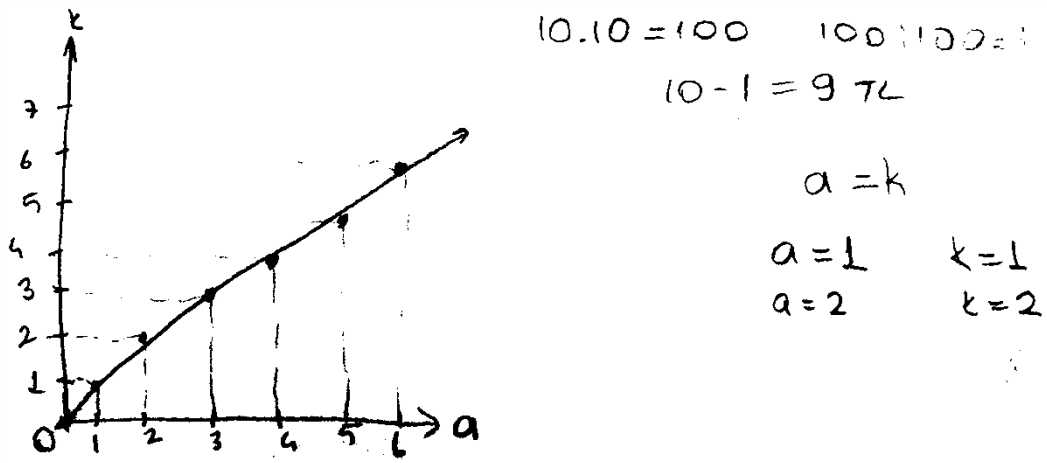
Öğrencinin satılan parça sayısına göre değişen kar miktarını önceki kısımda ifade ettiği doğrultuda grafikte de gösterebildiği görülmektedir (Şekil 4.5). Bu durum Ezgi'nin, değişkenler arasındaki ilişkiyi kurabileceğinin somut bir göstergesidir. Devamında ise Ezgi, oluşturduğu grafikte iki değişken arasındaki ilişkinin doğrusal olduğunu fark etmiş ve doğrusal ilişkiden ne kastettiğini ifade edebilmiştir (41E, 43E). Satılan her bir parçadan elde edilecek karın ne kadar olacağını ifade edebilirken (47E), bu ilişkiyi denklem olarak göstermede zorluk yaşadığı görülmektedir (45E). Zaten bu durum Ezgi'nin şimdiye kadar sunulan görüşme metinlerinde yaygın olarak görülen bir durumdur. En başta değişkenler arasındaki ilişkinin denklemlerle ifade edilebileceği bilgisine sahip olan Ezgi, değişkenleri zihninde tam olarak anlamlandıramadığı için bu ilişkiyi denklem olarak gösterememektedir. Doğru olarak ifade etse bile, parça sayısından ziyade ampul fiyatına odaklandığı için hala kafa karışıklığı yaşamakta ve en başta değişkenleri zihninde nasıl kodladıysa öyle devam etmekte ve bu konuda kesin bir fikir sunamamaktadır.

48A: Peki diğer duruma bakalım, satış fiyatı üzerinden %10 indirim yapıldığı durum için ne söyleyebilirsin?

49E: (hemen grafik çizmeye başlıyor) 1 parçada 1 lira oluyor. Burada $a = k$ oluyor, çünkü burada kar 1 lira, mesela burada a 1 olduğunda k 1 oluyor, a 2 olduğunda k da 2 oluyor.

50A: Peki Ezgi, bu yaptıklarınla ilgili genel bir değerlendirme yapman isteniyor?

51E: Grafik böyle gider (kaleminin ucuyla çizdiği grafiği işaret ediyor), bu doğrusal olduğunu gösterir 1'e 1, 2'ye 2, ıı 0 ise hiç ampul satılmadığını kar olmadığını gösteriyor... Diğeri de zaten 1'e 2, 2'ye 4 idi. Burada sattığı kadar kar var ama ilk durumda 2 katı kadar kar var...



Şekil 4.6. Ezgi'nin şirket senaryosu durum temsili

Ezgi bu soruyu hemen bir grafik çizerek anlamlandırmaya çalışmakta ve bu sefer denklem oluşturmada başarılı olmaktadır (49E). a 'ya verdiği değerlerle elde ettiği k değerlerini karşılaştıran ve bunu bir grafik üzerinde açıklamalarıyla birlikte gösteren Ezgi (51E), iki değişken arasındaki ilişkiyi ifade etmek için bir denklem kurmaktadır (Şekil 4.6). Öğrencinin önceki aşamada son durumda oluşturduğu grafiği şimdi ilk etapta yaptığı görülmekte ve ardından ifade ettiği ilişkiyi denklem kurarak açıklayabilmektedir. Ezgi'nin görüşme metinlerinden senaryoya dikkat etmediği, sadece çözülmesi gereken durumları göz önüne aldığı da fark edilmiştir (51E).

Yukarıdaki konuşma metinlerinden, öğrencinin değişken, eşitlik, örüntü kuralı gibi bilgi birimlerini sentezleyemediği, daha geniş uygulamalara genellemediği, geriye dönük düşünmeyi ve değerlendirmeyi tercih etmediği söylenebilir. Bu sayılan

davranışların her biri soyutlama sürecinin gerçekleşmesi için temel yapı niteliğindedir. Dolayısıyla bu senaryoda Ezgi'nin süreç aşamasında davranış sergilediği ve denklem kavramını tam olarak soyutlayamadığı ifade edilebilir.

4.2.1.1.1.3. İslim'in soyutlama süreci analizi

İslim gerek matematik başarı notları gerekse ders içi katılımı ve performansı açısından orta düzeyde nitelendirilen bir öğrencidir. Çalışmanın şirket senaryosu için İslim ile yapılan görüşme yaklaşık 10 dakika sürmüştür. İslim'in görüşme kayıtlarından elde edilen metinler, APOS teorisinde yer alan bilişsel yapılar ve bu yapıların ortaya çıkarılmasında etkili olan bilişsel mekanizmalar dikkate alınarak incelenmiştir (A: Araştırmacı, İ: İslim).

Araştırmacı İslim'den senaryoyu sesli bir şekilde anlayarak okumasını istemektedir. Bunun üzerine İslim senaryoyu yorumlayarak anlamlandırmaya başlamıştır.

10İ: Burada ilk önce satış fiyatını bularak başlayalım. 8'in %25'i yani $\frac{1}{4}$ 'ü demektir... Yani 8 + 2 liradan 10 liraya satılıyor bu, satılan parçalara a elde edilen kara k diyoruz, satılan parça sayısı a mesela, 1 tane satılınca 2 lira kar ediliyor, 2 tane satılınca 4 lira kar ediliyor, öyle mi yapacağız yani (birden susuyor) tablo şeklinde yapsak (hemen tablo çizmeye başlıyor).

11A: Yap bakalım.

12İ: a , a neydi, a satılan parçalar, k da kar, 1 tane satılınca 2 lira kar ediliyor, sonra 2 tane satılınca 4 lira kar ediliyor, 3 tane satılınca 6 tane, 4 tanede 8 lira kar ediliyor, yani doğru orantılı bir şey bu.

13A: Söylediğin şeyleri bana gösterebilir misin?

14İ: Formül olarak mı yani (Aslında İslim soru sormuyor sadece düşüncelerini soru cümlesi tarzında ifade ediyor). Şimdi burada x desek bir saniye $a + 1$ (sessiz düşünüyor) yok a çarpı (yine sessiz düşünmeye başlıyor).

15A: Nasıl bir ilişki var aralarında?

16İ: Aralarında ikişer ikişer artan yani katları olarak artan bir şey var ama nasıl yapacağım ki, x^2 mi olacak, x için 2 desek x^2 4, 3 desek 9 olur, olmaz yani; x 2 desek, x 1 için 2, 11 2 desek 4 olur, 3 desek 6 olur, böyle x 2 diyebiliriz yani.

17A: x ne, 2 ne?

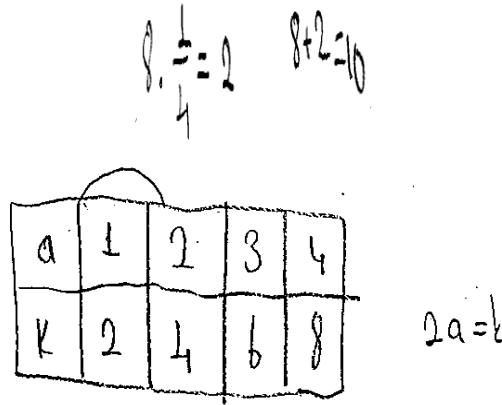
18İ: Burada x yani x burada a yani sayı, artış sayısı, 2 ise kaç kat ilerlediği. Yani a 'da diyebiliriz (x ' i değiştirip a yazıyor).

19A: Peki $a. 2$ ifadesi neyi veriyor bize?

20İ: $2a$ ifadesi buradaki ilişkisini veriyor a ile k arasındaki ilişkiyi, k ' yı verir bize.

21A: O zaman nasıl yazacağız?

22İ: $2a = k$ diye yazalım.



Şekil 4.7. İslim'in şirket senaryosu durum temsili

Soruyu seslice okuyup anlamaya çalışan İslim, daha bu aşamada iken a ile k arasındaki ilişkinin nasıl olabileceğini kafasında oluşturmaya başlamaktadır (10İ). Bunun için öncelikle tablo çizmeye çalışması, İslim'in iki değişken arasındaki ilişkiyi bulmada hem önceki bilgilerinden yararlandığını hem de hangi araçların hangi durumlarda kullanıldığı bilgisine sahip olduğunu göstermektedir. Çizimini yaptıktan sonra, birkaç farklı parça sayısı için bulduğu kar değerlerini tabloya yerleştirip iki değişken arasındaki ilişkiyi tespit etmeye çalışmaktadır (12İ). İslim, satılan parça sayılarının ne kadar kar getireceğine dair bir yorum yapabilmekte ve ifade ettiklerini bir denklemlerle gösterebileceğini söylemektedir (14İ, 16İ). Bunun için çeşitli denemeler yapmakta ve nihayet doğru denklemi bulabilmektedir (16İ, 18İ). Ayrıca yazdığı denklemin her bir teriminin neyi ifade ettiğini de açıklayabilmektedir (18İ, 20İ, 22İ).

İlişkiyi bu kadar akıcı bir şekilde ifade etmesi ve yorumlayabilmesi, ayrıca denklemi rahatlıkla oluşturabilmesi, İslim'in bağlamdan uzaklaşmadığının ve tamamen hedefe odaklandığının bir göstergesidir. İslim'in önceki bilgilerinden yararlanıp yeni bilgilerini oluşturmaya çalışması, iki farklı değişkeni birbiri cinsinden ifade edebilmesi

bu ilerlemeleri gösterirken ilişkisel bağlamdan uzaklaşmaması süreç aşamasında davranış gösterdiğinin birer işaretidir. Ayrıca değişken, eşitlik, örüntü gibi süreç olarak oluşturduğu bilgi birimlerini yansıtarak genel bir ifadeye ulaşması da nesne aşamasında davranış gösterdiğinin birer kanıtıdır. İslim, oluşturduğu bilgiyi özümsemeye başladığı için deneme yöntemine başvurmadan ne istendiğini ifade edebilmektedir. Bu durum öğrencinin farkındalığı ile doğrudan ilişkilendirilebilir. Araştırmacı bu bilginin oluşumunu teyit etmek amaçlı, bir alt problem daha sunmuştur.

23A: Peki devam eder misin İslim?

24İ: %10 indirim yapınca bir saniye %10 indirim yapılırsa buradaki yani 9 lira mı olacak? (Onay beklemeden hemen devam ediyor) Ne kadar kar eder, az önceye göre 1 lira zarar ama alış fiyatına göre yine karlıdır, 1 lira.

25A: Şimdi satılan parçalarla elde edilen kar arasında bir ilişki kurabilir misin?

26İ: Hı hı... Şimdi 1 tane satılınca 1 lira kar ediliyor, 2 tane satılınca 2 lira kar ediliyor, sonra 3 tane satılınca 3 lira, 4 tane satılınca da 4 lira kar ediliyor.

27A: Yani!

28İ: Yani burada a, k 'ya eşittir.

$a = k$

9

$10 \cdot \frac{10}{100} = \frac{1}{10}$

a	1	2	3	4
k	1	2	3	4

Şekil 4.8. İslim'in şirket senaryosu durum temsili

İslim, her bir ampulün alış fiyatını, karlı fiyatını ve indirimli fiyatını birbiri ile ilişkilendirebilmekte ve soruda istenileni herhangi bir karışıklık yaşamadan ortaya koyabilmektedir (24İ, 26İ). Son durumda ise, ifade ettiği ilişkiyi yukarıdaki şekilde de görüldüğü gibi öncelikle tablo oluşturarak a ve k değişkenlerini eşleştirmekte ve buradan yola çıkarak denklem oluşturmaktadır (28İ).

İslim, denklem oluşturmaya ait temel kavramları hatırlamakta, bu kavramları doğru bir şekilde anlamlandırabildiği için onları uygun yerlerde kullanabilmekte ve bu

kavramlar arasında ilişkisel olarak düşünebilmektedir. Dolayısıyla İslim'in kısa sürede birden fazla kavramı (ilk durum, karlı durum ve indirim yapıldığı durum) ayırt ederek, emin bir şekilde yorumlaması ile onun bu bilgileri sentezleyebildiğini ve bir bütün olarak değerlendirebildiğini ifade edebiliriz.

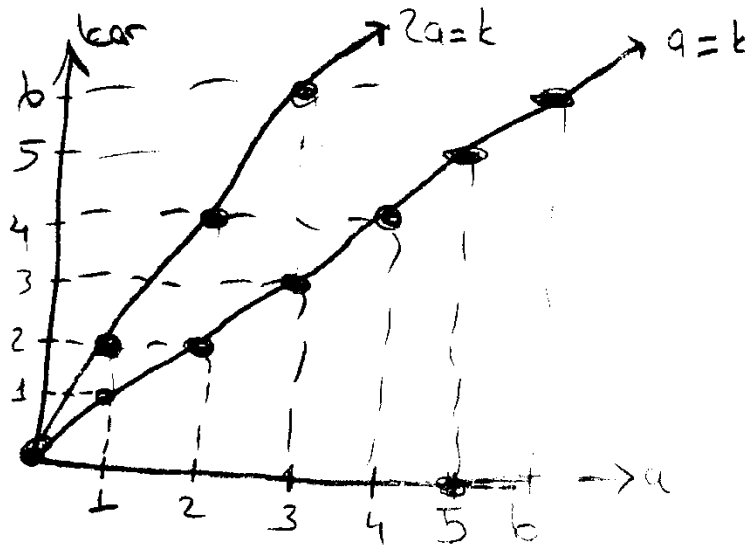
Araştırmacı sorular hakkında kısa ve doğrudan cevaplar veren İslim'in devam etmesini istiyor ve görüşmeye devam ediyorlar:

29A: ... Peki, genel olarak değerlendirmen isteniyor?

30İ: Grafik çizebilir miyim (oluşturduğu her iki denklemi de tek grafik üzerinde ifade ediyor, bu esnada önceki durumda yaptıklarını tekrar ederek grafik oluşturmaya çalışıyor)?

31A: Evet...

32İ: Burada da dediğim gibi karı azalıyor ama yine de bu şekilde ($a = k$ grafiğini işaret ederek) karı var. Bu ($2a = k$ doğrusunu işaret ederek) bundan ($a = k$ doğrusunu işaret ederek) daha yukarıda... daha hızlı artıyor.



Şekil 4.9. İslim'in şirket senaryosu durum temsili

İslim satılan parça sayısı ile elde edilecek karı her iki durum için de ilişkilendirmekte ve bu durumları yansıtacak denklemleri oluşturmaktadır. Son durumda ise araştırmacı öğrenciden bu iki durumu genel olarak değerlendirmesini istenmektedir (29A). Bunun üzerine İslim, iki denklem için de tek grafik oluşturmakta (30İ) ve farklı

durumları tek bir grafik üzerinde karşılaştırmayı tercih etmektedir (Şekil 4.9). Ayrıca 32İ ifadesinde de bu karşılaştırmanın sonuçlarından bahsetmektedir.

Yukarıda ki grafik ve İslim'in açıklamalarından hareketle, öğrencinin şimdiye kadar elde ettiği bilgileri organize bir halde ifade edebildiği söylenebilir. İslim'in önceki sorular için ifadeleri ve bu son açıklamaları denklem kavramının soyutlanması yönündeki ipuçlarını ortaya koyması açısından önemlidir.

4.2.1.1.1.4. Sena'nın soyutlama süreci analizi

Sena matematik ders notları açısından düşük düzeyde bir öğrenci iken, ders içi katılımı ve performansı orta düzeyde olan bir öğrencidir. Sena'nın denklem bilgisini oluşturma süreçlerinin incelenmesi amacı ile yapılan görüşme yaklaşık 13 dakika sürmüştür. APOS teorinde yer alan bilişsel yapılar ve bu yapıların ortaya çıkarılmasında etkili olan bilişsel mekanizmalar dikkate alınarak yapılan bu incelemeler aşağıda sunulmuştur (A: Araştırmacı, S: Sena).

10S: Önce 11 soruya bakalım, a satılan parçalar, 8 lirada %25 zam yani artı oluyor, yani 8 liraya %25'ini ekleyeceğiz.

11A: Peki burada ne yapacağız?

12S: 8 lira bunun da %25 zam ile satılması yani bunun çeyreği demektir, çeyreği de 2 yapar, 8 lira da 2 yaparsa tam satış fiyatı 10 liradır.

13A: a bize neyi ifade ediyordu?

14S: Satılan parçalarla elde edilen kar.

15A: Peki ne yapacaksın?

16S: a ile k 'yi ilişkilendireceğim, a 3 arttığında elde edilen karda 6 olur, yani a 1 arttığında ise karıda 2 lira olur.

17A: Nasıl bir ilişki vardır sence?

18S: Yani a 1 arttığında k 'da 2 artar.

$$\begin{array}{l}
 a = 8\%25 \\
 a = 8 + 2 = 10 \\
 a = 6 \\
 a = 3 \quad k = 6 \\
 a = 1 \quad k = 2
 \end{array}$$

Şekil 4.10. Sena'nın şirket senaryosu durum temsili

Sena, senaryoyu doğru bir şekilde yorumlayıp, satılan parça sayısına göre elde edilecek olan karı bulmaktadır (10S, 12S). Araştırmacı Sena'dan bulduğu değerleri birbirine göre ilişkilendirmesini istemektedir (13A, 15A). Sena ise, bulduğu değerleri karşılaştırarak iki değişken arasında ilişki kurmaya çalışmaktadır (16S, 18S). Fakat Sena a ile k arasındaki ilişkiyi artma miktarı olarak açıklarken, kat ifadesini kullanamamaktadır. Çünkü şu ana kadar a ile k arasında bir denklem kurabileceği bilgisini oluşturamadığı için, bu değişkenlerin hala birbiri cinsinden ifade edilebileceği bilgisine sahip değildir. Öte yandan Sena, değişkenlerin tam olarak neyi temsil ettiğini anlamlandırabilmiştir. Bu anlamlandırma O'nun, bir değişkenin değişiminin diğerini nasıl etkileyeceği bilgisini oluşturabilmesine yardım etmiştir. Dolayısıyla Sena'nın bu aşamada eylem düzeyinden süreç düzeyine doğru ilerlediği söylenebilir.

Fakat araştırmacı, öğrencinin ifade ettiği ilişkinin daha net bir şekilde ortaya koyması gerektiğini düşünmekte ve bu yönde devam etmektedir (19A).

19A: Evet peki ifade ettiğin ilişkiyi... gösterebilir misin?

20S: Bunu grafikte de gösterebiliriz tabloda da gösterebiliriz (Bu arada grafik çizmeye başlıyor). Önce 1, 2, 3, 4 burası da (kar eksenini işaret ederek) iki iki arttığında 2, 4, 6, 8, 10 yani 1 artarsa 2 artar, 2 artarsa 4 artar, 3 artarsa 6 artar, böyle böyle gider (Bu esnada ise çizdiği grafiği işaret ediyor).

21A: 1 artarsa 2 artarsa 3 artarsa dediğin ifadeden ne kastediyorsun?

22S: Yani satılan parçalar, a 1 arttığında yani 1 tane parça sattığımızda karımız 2 lira olur, 2 tane sattığımızda 4 lira olur. Tablo da çizebiliriz aynı şekilde (Hemen tablo çizimine başlıyor). Burası a olsun satılan 11 parçalarımız, k de karımız hıh burada a 1 artarsa k 2 artar, a 2 artarsa k 4 artar, 3 artarsa 6, 4 artarsa 8, tablo da böyle gösterilir.

23A: Sena a ile k 'yı grafik çizerek ilişkilendirdin, tablo çizerek ilişkilendirdin, peki Sena kaç tane ampul satıldığı bilmiyoruz, belki 1000 belki daha fazla, elde edilen karı bulabilir miyiz?

24S: Hı hı a eşit a 'nın 1 artması k 'nın %25 yani 2 artması demektir, yani 10'dan da 8'i çıkarırsak 10-8 olur ($a = 10 - 8$ yazmaktadır)...

25A: a ile k yı ilişkilendiriyoruz, a parça sayısı k da karı, biz ikisini ilişkilendiriyoruz.

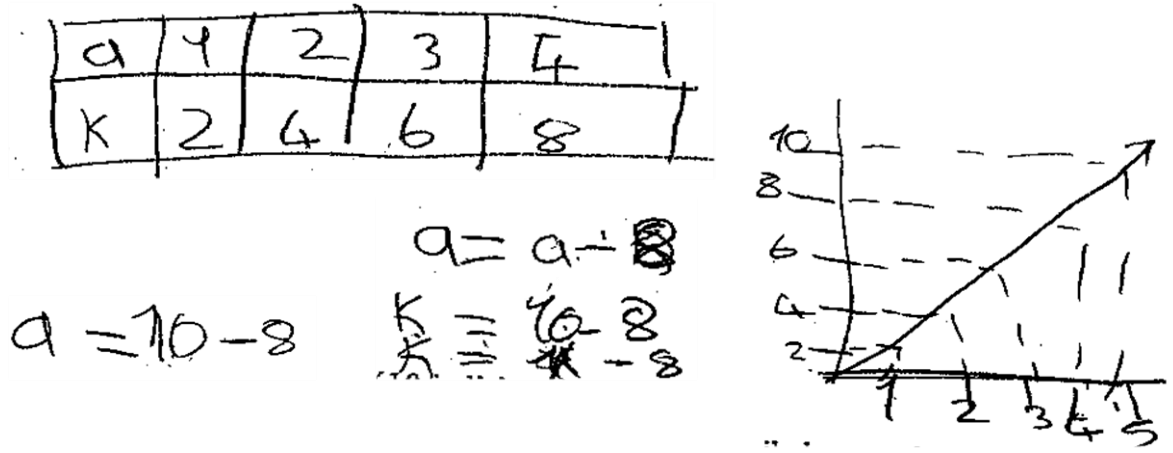
26S: O zaman imm k eşittir a 'da satılan parçalar, 10 satılan parça fiyatı, 10'dan da 8'i çıkarırsak 2 olur buna da bağlıdır ($k = 10 - 8$, yazıyor ve devamında ise $k = a - 8$, yazıyor).

27A: a dediğimiz parça sayısıydı Sena.

28S: O zaman buna biz bir bilinmeyen verelim x olur $x - 8 = 10$ yani eşittir k olur ($k = x - 8$ yazmaktadır).

29A: Sena burada ne yapmaya çalışıyorsun, açıklayabilir misin?

30S: Aslında hocam yapamıyorum, biliyorum ama nasıl olacak yapamıyorum, bu konuda bir fikrim yok... açıklayamıyorum.



Şekil 4.11. Sena'nın şirket senaryosu durum temsili

Araştırmacı, Sena'dan, bir önceki kısımda ifade ettiği ilişkiyi göstermesini istemektedir (19A). Sena, satılan parçalarla elde edilebilecek karı tablo ve grafik çizerek göstermekte (Şekil 4.11) ve burada yazdığı değerleri çizimiyle eşzamanlı olarak yorumlamaktadır (20S, 22S). Fakat k 'yı satılan parça sayısına (a) göre yorumlamak için, bu iki değişken arasında denklem kurabileceğini düşünmemektedir. Araştırmacının, satılan parça sayısı hakkında bir bilgi verilmediğini, dolayısıyla çok daha büyük değerler alabileceğini söylemesi üzerine, Sena, bu değişkenler arasında bir denklem kurması gerektiğini fark edebilmiştir (24S). Buna rağmen, Sena'nın denklem oluşturmak için yaptığı denemelerde başarısız olduğu görülmektedir (26S, 28S). Hatta denklem oluşturmaya çabaladıkça iddia ettiği düşüncelerini göstermede karışıklık yaşamakta ve söylemek istediklerini toparlayamamaktadır (28S). Bu durum O'nu satılan parça sayısı ile kar arasında ilişki kurma fikrinden de adım adım

uzaklaştırmaktadır. Yani Sena, satılan parça sayısına en fazla 5'e kadar değer verip bulduğu kar miktarlarını ilişkilendirmekte, parça sayısının çok daha büyük olduğu durumlarda karın ne olacağı hususunda herhangi bir fikir beyan edememektedir. Bu ise onun hala süreç aşamasını gerçekleştirememesi ile sonuçlanmaktadır.

31A: Peki daha sonra?

32S: Satış fiyatı üzerinden %10 indirim yapmak istiyorlar.

33A: Bu durumda ne yapacaksın?

34S: Hı %10'u, 10'un biridir sadece, o zaman 10'dan da 9'u çıkarırsak şey 1'i çıkarırsak 9 kalır.

35A: Peki ne kadar kar elde edersin?

36S: Ne kadar kar elde edersin, 1 lira elde ederim, çünkü burada 2 lira yapmıştım (Üstteki yazdıklarını göstererek), burada da 1 lira indirim yaptıysam, 1 lira kar elde ederim.

37A: Peki a ile k arasında bir ilişki kurabilir miyiz?

38S: Evet, burada a 1 artarsa, yani $a = 1$ için k o zaman 1 olur, evet burada da doğru olur, $a = 2$ için k da 2 olur çünkü %10 indirim yaptık.

39A: peki a ile k 'yi ilişkilendiren bir ifade yazabilir misin?

40S: a ile k 'yi ilişkilendiren $a = k \cdot x$

41A: x ne?

42S: x de satış, şimdi burada elde edilen kar ile satılan parçalar x , a yani... Kafam karıştı, sattığımız 2 tane ise kar da 2 oluyor... Ama nasıl yazacağım bilemiyorum...

43A: ... Devam edelim?

44S: Önce 8 liraydı sonra %25 zam ile 10 liraya sattık, son durumda ise 9 liraya sattık, yani indirim yaptık... bu kadar söyleyeceklerim.

$$\begin{array}{r}
 10 \\
 - 9 \\
 \hline
 9
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 a = 1 \quad k = 1 \\
 a = 2 \quad k = 2
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 a = k \cdot x \\
 1 \quad \cdot \quad \cdot
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 k = a \cdot x \\
 \cdot \quad \cdot \quad \cdot
 \end{array}$$

Şekil 4.12. Sena'nın şirket senaryosu durum temsili

Sena bir önceki soruda olduğu gibi değişkenler arasında ilişkiyi rahat bir şekilde ifade edebilmekte, fakat bu ilişkiyi denklem kurarak göstermekte zorlanmaktadır (36S, 38S, 40S). Sena, yeni durumda elde edilecek karı, bir ampulün alış fiyatı ve satış fiyatını düşünerek değil de, ilk durumda elde ettiği kar ve şu an ki yaptığı indirim miktarına göre bulmaktadır (36S). Kaç tane ampul satıldığını bilmediği için bunu x olarak kabul etmekte ve buna bağlı olarak bir denklem oluşturmaktadır (40S). a ile k arasında kurduğu denklemin hatalı olduğunun farkında olmasına rağmen, elde ettiği verileri tam olarak uygulamaya geçirememekte ve bu konuda daha fazla bir şey söyleyemeyeceğini ifade etmektedir (42S). Bulduğu bilgileri genel olarak değerlendirirken de sadece ampullerin alış fiyatı ve satış fiyatlarını değişimlerini de göz önüne alarak ifade etmektedir (44S).

Sena'nın sorunun çözümüne ısrarla farklı değişken katmak istemesi aslında, eski bilgilerini yeni durumlara uygun bir şekilde yansıtamaması sonucunda yaşadığı kafa karışıklığının somut bir göstergesidir. Yani ' a , 1 olduğunda k da 1 olur; a , 2 olduğunda k da 2 olur' gibi sözel olarak ifade ederken anlamlandırmakta zorlanmadığı değişkenlerin ' $a = k \cdot x$ denklemini oluştururken x ' i parça sayısı olarak düşünmesi' gibi denklem oluşturma aşamasında anlamlarını kaybetmektedir. Bu durum Sena'nın denklem bilgisini tam olarak oluşturmasının/soyutlamasının önüne geçmektedir. Burada vurgulanması gereken diğer bir husus ise, Sena'nın yaşadığı zorluğun farkına varması ile senaryo sorularını cevaplamaya yönelik ilgisinin ve istekliliğinin azaldığı gözlenmiştir.

4.2.1.1.2. Kontrol grubu öğrencilerinin soyutlama süreci bulguları ve yorumları

Kontrol grubunda öğretim süreci MEB matematik kılavuz kitabına göre şekillendirilmiştir. Kontrol grubunun genelini temsil ettiği düşünülen, başarı düzeyleri birbirinden farklı olan 4 öğrenciye ait görüşme metinleri ve çalışma kâğıtları aşağıda sunulmuştur.

4.2.1.1.2.1. Talha'nın soyutlama süreci analizi

Talha hem matematik başarı notları hem de ders içi katılım düzeyi açısından yüksek performans sergileyen bir öğrencidir. Talha ile şirket senaryosu için yaklaşık 10 dakika görüşme yapılmış ve öğrencinin cevapları APOS teorisi bileşsel yapıları ve bu yapıların ortaya çıkarılmasında kullanılan bilişsel mekanizmalar çerçevesinde incelenmiştir (A: Araştırmacı, T: Talha).

Araştırmacı Talha'ya çalışma kâğıdını uzatarak, O'ndan soruyu sesli bir şekilde okuyup yorumlamasını istemiştir.

10T: Hocam ben ilk başta tablo kurarak ayarlayabilirim onu, mesela ilk başta 8 liraysa bunun %25 zammı yani 2 lira arta arta gidecek, peki satılan parçaları da göz önünde bulundurduğumuzda 1 parça satın aldığımızda 8, bir de %25 zam 10 lira yapar, 2 parça satın aldığımızda ise 8 liraydı aldık 16 ı 14 lira 18 lira olur. O zaman da çünkü burada hem %25 zammını da veriyoruz yani kısacası 11 parça sayısı arttıkça elde edilen kar da fazla olur, çünkü %25' de zam yaparak da satıcı kar kazanmış olur.

11A: Peki, daha farklı bir şeyler söylemek ister misin?

12T: İşte (Sessiz kalmaktadır).

13A: Az önce 1 tane satarsak 10 lira, 2 tane satarsak 18 lira olur dedin, peki kaç tane satacağımızı bilmiyoruz, bu durumda ne diyebiliriz?

14T: Mesela hocam bir 3'ü de yapsam şurada 3 kere 8. (Biraz sessiz düşündükten sonra) işte genelleyebiliriz de aslında (Yine sessiz düşünmeye başlamaktadır).

15A: Mesela nasıl genelleriz bunu. Biz satılan parçalar ile elde edilen karı ilişkilendiriyorduk.

16T: Aslında ilkinden 2 lira kar, ikincisinden 4 lira, üçüncüsünden de 6 lira kar olarak, yani mesela burada 2 ile 1'i çarptığımızda tekrardan 2, burada mesela 2 ile 2'i çarptığımızda 4, 3 ile de 2'yi çarptığımızda 6 bulunuyor.

17A: O zaman nasıl bir ilişki olur yani?

18T: Doğrusal bir ilişki mi?

19A: Neden doğrusal ilişki dedin?

20T: Hani ikisi de artıyor ya ondan dedim.

21A: O zaman bunu nasıl gösterebiliriz?

22T: Bilmiyorum hocam.

23A: a ve k olarak düşünsen Talha...

24T: Ne yapabilirim ki bilmiyorum?

25A: Denklem gibi mesela.

26T: O zaman hocam mesela a ile k 'yı şöyle yazsak, yani hocam a çarpı (sessiz kalmaktadır) işte hocam onu kuramıyorum bende.

27A: Hı peki tablo olarak gösterdin daha farklı bir şekilde gösterebilir misin?

28T: Grafikle... (Talha az önce parça sayısına göre hesapladığı karı şimdide grafik oluştururken ifade ediyor ve çizdiği grafikte bu verileri yerleştiriyor) Aslında burada birazcık da oran orantıyı kullanabiliriz.

29A: Aralarında oran orantı da kullanabiliriz derken Talha ne demek istiyorsun?

30T: İşte burada (yukarıda ki yazdıklarını göstererek) yapamadım ki, burada da işte yani sıkıntılı.

a	k	S
1	2	10
2	4	18
3	6	26

Şekil 4.13. Talha'nın şirket senaryosu durum temsili

Talha, senaryoda verilenleri doğru bir şekilde anlamlandırmakta ve satılan parça sayısı ile elde edilecek karı, olması gerektiği haliyle yorumlayabilmektedir (10T). Fakat beklenen şey, Talha'nın a ile k arasındaki ilişkiyi genelleyip genelleyememesidir. Talha, yukarıdaki şekilde de görüldüğü gibi, farklı sayıda satılan parçalara göre elde edilecek karı bulmakta ve bu verileri bir tablo yardımı ile gösterebilmektedir (14T, 16T). Talha, iki değişken arasında hem doğrusal bir ilişki olduğunu hem de bir oran olduğunu ifade edebilmektedir ama bu söylediklerini gösterememektedir (18T, 26T). Araştırmacı, Talha'dan daha farklı gösterimler isteyerek, onun ilişkiyi daha genel bir şekilde ifade etmesini sağlamaya çalışmaktadır (25A, 27A). Bunun üzerine Talha, grafik oluşturmaya başlamıştır (26T). Araştırmacı, öğrenciden açık bir şekilde denklem oluşturmasını istemiş, buna rağmen öğrenci bu ilişkiyi gösteren bir denklem kurmanın kendisi için sıkıntılı bir durum olduğunu ifade etmiştir (25A, 30T).

Talha, öncelikle soruyu tablo çizerek anlamlandırmaya çalışmaktadır. Çünkü iki değişken arasındaki ilişkinin nasıl olacağı hususunda bir bilgi sahibidir (10T) ve bu ilişkiyi hem tablo hem de grafikte açıklayabilmektedir. Talha'nın görüşme metinlerinde de görüldüğü gibi yaşadığı karışıklık elde ettiği bilgi birimlerini süreç aşamasında değerlendirebilmesi için gereklidir. Öğrencinin yaşadığı bu karışıklık, tablo oluşturarak örüntü kuralının bulunması gibi eski bilgilerinden hareketle, örüntüyü cebirsel olarak ifade etme gibi yeni bilgilerini oluşturma aşamasında doğal bir tepki olarak nitelendirilebilir.

Talha'nın daha fazla fikir sunamayacağını düşünen araştırmacı, senaryonun bir sonraki aşamasına geçmiştir.

31T: ... 10'un üzerinden %10 da indirim yaparsak... O zaman burada 1 lira indirim yapıyor.

32A: Yani...

33T: $10 - 1 = 9$ liraya satacak.

34A: Evet.

35T: ...Yine mesela 1 parça satılıyorsa 9 liraysa, 2 parça satılırsa 18 lira oluyor, (mırıldanarak) satış fiyatı üzerinden %10 indirim yaptık.

36A: Evet.

37T: ... Bu satılan parça sayısıyla 9'u sürekli çarparak, $1.9=9$, $2.9=18$, $3.9=27$ buldum öyle öyle yaparak işte.

38A: Şimdi peki bunlar satış fiyatı diyorsun değil mi?

39T: Evet.

40A: Burada satılan parçalarla karı ilişkilendirecektik, nasıl ilişkilendiririz?

41T: Hocam ama biz burada %10 indirim yaptık ya, orada kar elde edebilir miyiz ki yani?

42A: Senaryoyu en baştan inceler misin?

43T: Evet şimdi burada karla ilişkilendirirsek, burada 1 lira kar etmiş. Burada 8 liraydı, burada 2 lira, çünkü 8 kere 2, 16 olurdu, burada 3 lira kar eder, 8 kere 3, 24 öyle öyle gider (Bu söylediklerini tek tek yazmaktadır).

44A: Öyle öyle gider derken.

45T: Daha kaç tane sattığımızı bilmiyoruz.

46A: O zaman nasıl ilişki kurabiliriz?

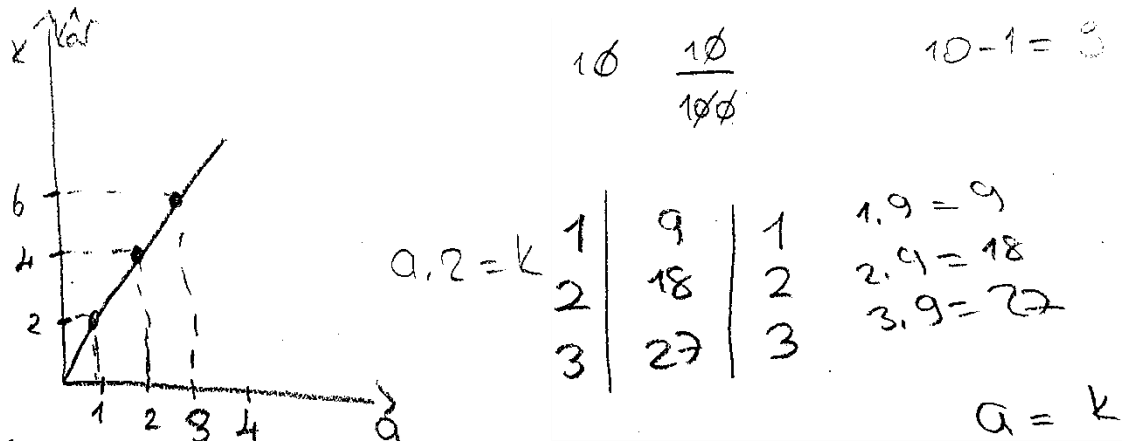
47T: Kurabilir miyiz ki? ... Kuramayız...

48A: Peki elde edilecek karı bulmanın bir formülü olabilir mi Talha?

49T: ... Nasıl olacak ki, anlamadım.

50A: Mesela a ile k arasında bir formül yazabilir misin?

51T: Evet, onu yazabilirim, o zaman a ile k birbirine eşittir ($a = k$ yazıyor).



Şekil 4.14. Talha'nın şirket senaryosu durum temsili

Talha, senaryonun bu aşaması için gerekli matematiksel işlemleri yapmakta, bu sefer satılan parça sayısı ile elde edilecek toplam parayı bulmaktadır (29T, 31T, 33T). Araştırmacının, karın ilişkilendirilmesi gerekliliği hatırlatması üzerine Talha, ilk durumda indirim yapıldığı için karın olamayacağını ifade etmektedir (38A, 39T). Bunun üzerine araştırmacı Talha'yı senaryoyu baştan incelemesi için uyarmıştır (40A). Alış fiyatı ile son durumda satış fiyatını karşılaştıran Talha, kar edilemeyeceğine yönelik düşüncesini değiştirerek, elde edilecek kar miktarlarını oluşturduğu tablonun üçüncü sütununa ilave etmektedir (Şekil 4.14). Ama hala iki değişken arasında genel bir ifade yazamamaktadır (43T). Araştırmacı öğrenciye bu konuda ipucu vermesine rağmen, öğrenciden olumlu bir dönüt alamamıştır (48A, 49T). Bu yüzden araştırmacı doğrudan a ile k arasında bir formül yazılıp yazılamayacağını sorgulamak zorunda kalmıştır (50A). Bunun üzerine Talha, yeni durumda elde edilecek karı veren denklemi oluşturmayı başarmıştır (51T).

Talha, problemin çözümü için gerekli işlemleri zihinsel olarak yapabilmektedir, fakat ilişkisel düşünme becerisi tam olarak aktif olmadığı için, indirim yapılmasından dolayı kar sağlanamayacağı düşüncesini geliştirmiştir. Araştırmacı öğrenciye senaryoyu baştan değerlendirmesi gerektiğini hatırlatması üzerine, Talha sorun yaşamadan ne kadar kar elde edileceğini bulabilmekte, fakat bu seferde söz konusu olan değişkenler arasında bir ilişki kurulamayacağını ifade eden Talha, araştırmacının 'Bu iki değişken arasında bir formül yazabilir misin?' sorusunu hiç tereddüt etmeden doğru bir şekilde cevaplayabilmiştir. Yalnız bunu dışarıdan bir ipucu (araştırmacının formül ifadesini kullanması gibi) aldığında gerçekleştirebilmiş, yani kendi başına herhangi bir fikir sunamamıştır. Süreç basamağının en önemli özelliklerinden biri, kişinin kendi kontrolünü elinde tutabilmesi ve bu esnada herhangi bir dışsal ipucuna ihtiyaç duymamasıdır. Talha, nesnelere tanıyabilmekte ve ayırt edebilmektedir, ancak nesnelere bütünsel olarak düşünememektedir, yani en azından bunu kendi kontrolü ile yapamamakta, dışsal bir ipucuna ihtiyaç duymaktadır. Dolayısıyla Talha, süreç aşamasını tam olarak gerçekleştirememiştir.

Araştırmacı senaryonun son aşaması ile devam etmektedir:

52A: ... Peki bu yaptıklarınla ilgili genel bir değerlendirme yapar mısınız?

53T: ... bunlar kar bunlar satış fiyatı (ilk aşama ile ilgili oluşturduğu tabloyu yorumlamaktadır), satış fiyatı formülleştireceksek 11 mesela hocam 11 a çarpı 2 eşittir k 'ya eşit... burada da yazabiliriz aynı çünkü nerdeyse aynı... Yani mesela parçalardan ne kadar alırsak onun iki katı kadarda kar ediyoruz.

54A: Başka ne diyebiliriz?

55T: Önce karlı satmış, sonra indirim yapmış ama yine karlı olur...

a

$$a \cdot 2 = k$$

Şekil 4.15. Talha'nın şirket senaryosu durum temsili

Son durumda ise, Talha tekrar başa dönüp zamlı durumda satılan parça sayısı ile elde edilecek kar ilişkisini veren denklemi oluşturmakta ve bu denklemin neyi ifade ettiğini açıklamaktadır (53T). Yukarıdaki diyalogdan da anlaşılacağı üzere Talha, senaryonun baştan sona nasıl bir değişim izlediğini yani aşamaların nasıl farklılaştığını analiz ederek, son durumda bir bütün içinde değerlendirememektedir (55T). Yani senaryo çerçevesinde yaptığı açıklamalar sınırlı kalmaktadır. Dolayısıyla öğrencinin soyutlama süreci ile ilgili gerçekleştirmesi gereken becerileri gözlenememektedir. Bu yönüyle öğrencinin denklem bilgisini soyutlayamadığı ifade edilebilir.

4.2.1.1.2.2. Okan'ın soyutlama süreci analizi

Okan, matematik derslerinde iyi düzeyde başarı gösteren bir öğrencidir. Okan'ın bu başarısı ders esnasındaki hal ve davranışlarında da gözlemlenebilmektedir. Okan ile yapılan şirket senaryosuna ait görüşme yaklaşık 15 dakika sürmüştür ve bu görüşmede Okan'ın denklem kavramını oluşturma süreçlerinin incelenmesi amaçlanmıştır. Okan ile yapılan görüşmelerden elde edilen veriler APOS teorisi bileşsel yapıları ve bu yapıların ortaya çıkarılmasında etkili olan bilişsel mekanizmalar referans alınarak gerçekleştirilmiştir (A: Araştırmacı, O: Okan).

Araştırmacı Okan'a senaryoyu içeren çalışma kâğıdı vermiş ve O'ndan soruyu sesli bir şekilde okuyarak yorumlamasını istemiştir.

10O: Bunu yapabiliriz hocam, yani ilişki kurabiliriz, şimdi %25, 8 liraya alıyor ya hani buna %25 (Bir müddet sessiz kalmaktadır). Hahh satılan parçalara a dersek, her a 'ya %25 artı... edilen kar eşittir k 'ya bu şekilde gösterebiliriz.

11A: Bu şekilde gösterebiliriz diyorsun yani?

12O: Evet hocam. Satılan parça değerleri artı (Sessiz kalmaktadır).

13A: Her bir ampulün satış fiyatını bulabilir misin?

14O: ... a satılıyor ya o yüzden ilk fiyatı ile %25 zam toplanıyor, ... a 'yı yani şirketin sattığı fiyatını buluyoruz.

15A: a satış fiyatı mı?

16O: Bir dakika hocam, satılan parçaların sayısı (sessiz düşünmektedir)...satılan parçalara a diyorsak, önce bu yapıyor (yazdığı $8.25/100$ ifadesini kastetmektedir), sonrada bunu a ile çarptığımızda satılan parçalar ve bunların fiyatlarını buluruz.

17A: Okan, a ile k arasında bir ilişki olduğunu söyledi.

18O: Evet hocam.

19A: Bu ilişkiyi bir cümle ile açıkla desem, ne diyebilirsin Okan?

20O: İıı %25... 2 lira, 2 liraysa (sessiz kalmaktadır) hocam ben bunu nasıl yapacağım ki?

21A: Mesela nasıl ilişkilendirebiliriz?

22O: Satılan parça arttıkça kar da artabilir ya da hocam satılan parça üzerinden zam arttıkça karımız da artar.

23A: Satılan parçalarla kar arasındaki ilişki soruluyor ama...

24O: Evet hocam, mesela 1 parça satılmışsa... 8 liradan %25'i... 2 lira, mesela 1 parçada 10 lira ise 2 parçada 12 lira, 3 parçada 14 lira.

25A: Biraz daha açıklayabilir misin?

26O: Hocam... karı 2 lira... O zaman k 2, 2 parçada $k = 4$, 3 parçada $k = 6$, hocam yani burada bu (a 'yı işaret ederek) 1 arttıkça bu (k 'yı işaret ederek) iki kat artıyor.

27A: Peki Okan, biz kaç parça satıldığını bilemiyoruz, bu durumda elde edilen kar hakkında daha başka bir şey söyleyebilir miyiz?

28O: Hııı n 'li yani cebirsel olarak... Hocam hepsinde $2n$ olarak artıyor (bu sırada çalışma kağıdına ifade ettiği şeyi yazmaktadır).

29A: n dediğimiz ne?

30O: Yani parça sayısı o zaman a desek daha doğru olur buna, 2 kere 1; 2, 2 kere 2; 4, 2 kere 3; 6 böylece $2a$.

$$a + \frac{25}{100} = k$$

$$\begin{aligned} 1 \text{ parça } k &= 2 \\ 2 \text{ parça } k &= 4 \\ 3 \text{ parça } k &= 6 \end{aligned}$$

$$(2a)$$

Şekil 4.16. Okan'ın şirket senaryosu durum temsili

Okan, senaryoyu sesli bir şekilde okuyarak yorumlamaya çalışmaktadır (100). Yalnız yukarıdaki konuşma metinlerinden de anlaşılacağı üzere, Okan a 'yı parça sayısı olarak değil de satış fiyatı olarak nitelendirmektedir (120, 140). Araştırmacının a 'nın satış fiyatı olup olmadığını sorgulaması üzerine Okan, parça sayısı ile satış fiyatı

arasındaki ayrımı fark edebilmiştir (15A, 16O). Her bir ampulden elde edilen kar miktarını bulup, satılan parça sayısı ile elde edilen karı sözel olarak ilişkilendirebilmiştir (20O, 22O). Bu ilişkiyi sayısal verilerle ifade ederken, öncelikle parça sayısı ile toplam satış fiyatlarını karşılaştırmış ve her seferinde kar miktarının sabit kaldığını düşünerek ilerlemiştir (24O). Araştırmacının öğrenciden bu sayısal verileri daha açıklayıcı bir dille ifade etmesini istemesi üzerine, Okan, herhangi bir dışsal etkiye maruz kalmadan, hatasının farkına varmış ve bu sefer parça sayısına göre kar miktarının nasıl değişeceğini, hem sayısal verilerle hem de sözel olarak ifade etmiştir (25A, 26O). Ayrıca tüm bu düşüncelerini ise, bir cebirsel ifade olarak gösterebileceğini ifade etmektedir (28O). Önce satılan parçaları farklı bir değişken ile ifade etmekte, daha sonra elde ettiği denklemi senaryoya göre uyarlayabilmektedir (30O).

Yukarıdaki metinlerden de anlaşıldığı üzere, Okan'ın senaryoyu doğru bir şekilde yorumlayabilmesi, gerekli işlemleri mantık çerçevesinde yapabilmesi ve uygun yerlerde kullanabilmesi ve bunları gerçekleştirirken ara ara dışsal bir ipucuna ihtiyaç duyması, onun eylem aşamasını gerçekleştirdiğinin bir göstergesidir. Ayrıca, Okan, kendi kontrolü ile senaryoyu yönetebilmiş, eski bilgilerini yeni durumlara uyarlayabilmiş ve verilen bilgiler ile elde ettiği bilgileri ilişkişel olarak değerlendirebilmiştir. Bu özellikler onun süreç aşamasında olduğunu göstermektedir.

Araştırmacı Okan'ın oluşturduğu bilgiler hakkında daha ayrıntılı bilgi almak için devam etmektedir.

31A: Peki a ile k arasındaki ilişkiyi açıkladın, burada gösterdin de zaten, peki farklı bir şekilde ifade edebilir misin?

32O: Tablo falan şeklinde mi hocam?

33A: Bilmiyorum olabilir mi sence?

34O: Evet olabilir hocam, tablo şeklinde mesela parça sayısı kar, elde edilen kar (Bu söylediklerini tabloya yazmaktadır)... Mesela hocam parça sayısı 1 iken burada kar 2 lira oluyor, parça sayısı 2 iken burada kar 4 lira oluyor, 3 iken 5 lira oluyor, 4 iken 11 yok işte 3 iken 6 lira, 4 iken 8 lira oluyor.

35A: Evet

36O: Bu böylece ilerliyor yani 2 kat her zaman.

37A: Hımm peki devam edelim (araştırmanın son aşamasını kastetmektedir).

$$\left(8 \div \frac{25}{100}\right) \cdot a$$

Parça sayısı	Kar (L)
1	2
2	4
3	6
4	8

Şekil 4.17. Okan'ın şirket senaryosu durum temsili

Şekil 4.17'de Okan'ın önceki kısımda ifade ettiği bilgileri bir tablo yardımı ile gösterdiği görülmektedir. Tabloyu oluştururken karlı satış örneklerini tekrardan yorumlamaktadır (340, 360). Bu durumun öğrenciyi olumlu anlamda güdülediği ve öğrenciyeye güven verdiği araştırmacının gözlemleri arasındadır.

Araştırmacı, Okan'ın oluşturduğu bu bilgilerin sağlamlığını kontrol etmek adına senaryonun üçüncü aşamasına geçmektedir (37A).

380: Evet bu parçaları 10 liraya satmıştı. %10 indirim yapmak istiyorsa... 100' e bölüp 10' u alacağız... burası 100' e böl 10, 10' un içinde kaç kere var, 10' da 1 kere var, 1 yani... 1 lira indirim yapıyorsa bu şirket ampulün tekini 9 liraya satıyor. Ampulün tekini 9lirayasatıyorsa...elde ettiği karla arasındaki ilişkiyi, satılan parçalarla arasındaki ilişkiyi istiyorsa, hepsinde 1 lira ise 1 lira, 2 lira, 3 lira olarak kar elde etmiş olur, bu da 11 satılan parçalar 1 arttıkça, satış fiyatı da, 11 yok elde edilen kar da, 1 lira artıyor.

39A: Bunu gösterebilir misin peki?

400: Evet bunu da gösterebilirim. Tablo ile ya da grafikte, önce tabloyla göstereyim... (Tablo yapmaktadır) 1, 1 lira kar ediyor, 2 tane sattığında 2 lira, 3 tane sattığında 3 lira kar ediyor, 4 tane sattığında 4 lira kar ediyor yani $n + 1$, yok $n + 1$ değil, hah bu n oluyor (a sütununa yazıyor).

41A: Peki devam edelim.

420: Grafikte de gösterelim şuraya... (Grafik oluşturmaya başlamaktadır) şimdi burası kar olsun (dikey eksenini oluşturarak) burası da parça sayısı olsun (yatay eksenini

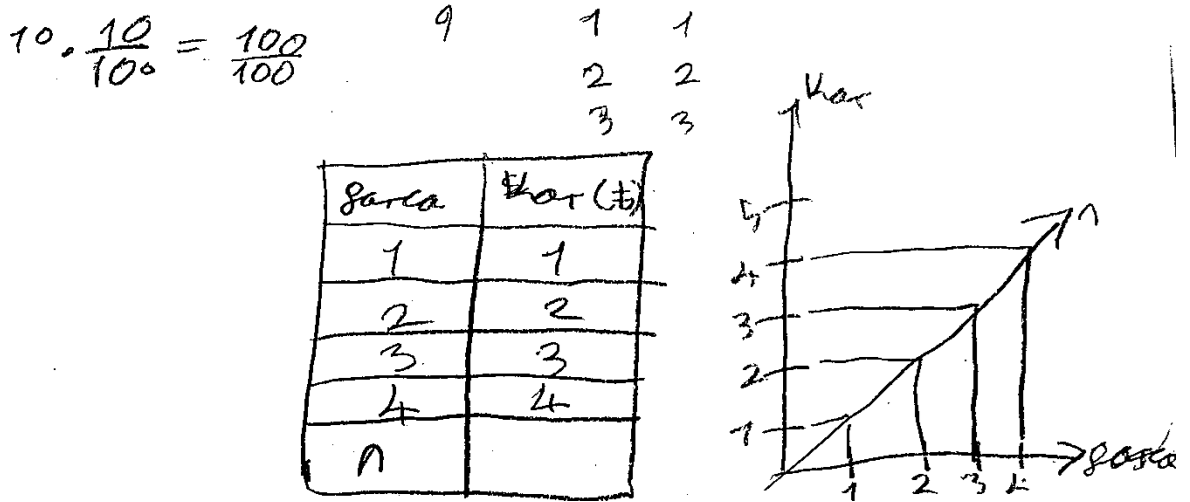
oluşturarak)... 1 parça sattığında 1 lira kar ediyor, 2 parça sattığında 2 lira kar ediyor... bu aynı şekilde birbirini tekrar ediyor... ikisi de artıyor, birer artıyor, yani n .

43A: Peki bu aşamada ne istiyor bizden?

44O: İndirimli fiyatı göstermemizi... bende gösterdim burada (oluşturduğu grafik ve tabloyu işaret etmektedir).

45A: Genel olarak değerlendirirsen peki?

46O: Yani önce karlı satış, ardından da zararlı pardon indirimli satış yapılmış genel olarak ne kadar satıldığını bilmiyoruz, sadece yine de kar edeceğini söyleyebilirim şirketin...



Şekil 4.18. Okan'ın şirket senaryosu durum temsili

Okan, senaryonun üçüncü aşaması için gerekli matematiksel işlemleri yapmakta ve parça sayısına düşecek olan kar miktarlarını ifade etmektedir (38O). a 'ya 4 farklı değer vererek bulduğu k değerlerini hem tablo hem de grafik ile göstermekte ve bu değerleri birbiri ile ilişkilendirmektedir (40O, 42O). Ampullerin karlı satışının planlanmasında olduğu gibi, bu kısımda da farklı bir değişkeni (n) dikkate almakta, fakat satılan parça sayısı ile elde edilecek kar arasındaki ilişkiyi veren bir denklem yazmayı düşünmemektedir (44O). Son olarak sözel olarak senaryoyu kısaca özetlemektedir (46O).

Öğrencinin yukarıdaki yanıtlarından süreç aşamasında davranış sergilediği düşüncesi pekişmektedir. Yalnız Okan, her iki kısımda da görüldüğü gibi, bu iki

değişken arasında bir denklem oluşturamamıştır. Nesne aşamasının en önemli özelliklerinden biri, bireyin bildiklerini ya da içselleştirdiklerini yansıtabilmesidir. Yani iki değişkeni birbirine göre ifade ederek yorumlayabilmek ve oluşturduğu bilgi birimlerini (sözel ilişki ve örüntü kuralı gibi) bütüncül olarak sunabilmek, nesne aşamasının gerekliliklerindedir. Okan, değişkenleri birbirine göre yorumlamak yerine işin içine belki de daha aşına geldiği için n gibi farklı bir değişken katmaktadır. Görüşmede farklı değişkenlerin kullanılmasına yönelik herhangi bir kısıtlama yapılmamıştır. Fakat son aşamada senaryoda verilen değişkenlere göre düzenleme yapılması gerektiğine dikkat edilmiştir.

4.2.1.1.2.3. Harun'un soyutlama süreci analizi

Harun, hem matematik ders notları hem de ders içi performansı açısından orta düzeyde başarı gösteren bir öğrencidir. Harun'un denklem konusunu oluşturma süreçlerinin incelenmesi amacıyla yapılan şirket senaryosuna ait görüşme yaklaşık 10 dakika sürmüştür. Harun'un sorulara verdiği yanıtlar, APOS teorisi bilişsel yapılarına ve bu yapıların ortaya çıkarılmasında etkili olan bilişsel mekanizmalara göre incelenmiştir. Araştırmacı Harun'dan senaryoyu incelemesini ve düşüncelerini sesli bir biçimde paylaşmasını istemiştir. Yapılan görüşmeye ait bulgular aşağıdaki gibidir (A: Araştırmacı, H: Harun).

10H: Mesela şurası 8 ise şu sadeleştirilirse (%25'i göstermektedir) $\frac{1}{4}$ 'ü 2 lira artacaktır. 16 lirada ise bu iki katı artar yani 4 lira kar etmiş olurlar.

11A: Peki o zaman satılan parçalarla elde edilen kar arasında nasıl bir ilişki var?

12H: Satılan parça artarken kar da o kadar artar, yani satılan parça 2 olduğunda 16 lira oluyorsa kar da 2 lira iken 4 lira oluyor, yani o arttığında (a 'yı kastetmektedir) yani 2 tane satıldığında o da (karı ifade etmektedir) 2 artar.

13A: Peki bu söylediğin ilişkiyi biraz daha açıklayabilir misin?

14H: Mesela tablo olarak ifade edebilirim. Mesela şu şekilde iki bölmemiz olacak (Tablo çizmeye başlamaktadır)... satılan parça a , kar ise k olarak, satılan parça 1 iken kar 2 idi, satılan parça 2 olduğunda karımız 4'e çıktı, satılan parça 3 olduğunda ise 6 oldu (çizdiği sütunları doldurmaktadır), şurası (a sütununu işaret ederek) 1 artarken burası da (k sütununu işaret ederek) 2 arttı.

15A: Evet, peki daha farklı açıklayabilir misin?

16H: Mesela grafikte olabilir. Grafikte de mesela şu şekilde, şuraya a dersek (yatay eksen işaret ederek), şuraya k diyelim (dikey eksen işaret ederek), mesela şurada 1, 2, 3 (a eksenine yazmaktadır), şurası 2, 4 ve 6 (k eksenine yazmaktadır) ve satılan parçamız 1 iken şurası (k ekseninden 2'yi işaretlemektedir)... 3 iken ise karımız 6 oldu.

17A: Bu şekilde mi çizersin grafiğini?

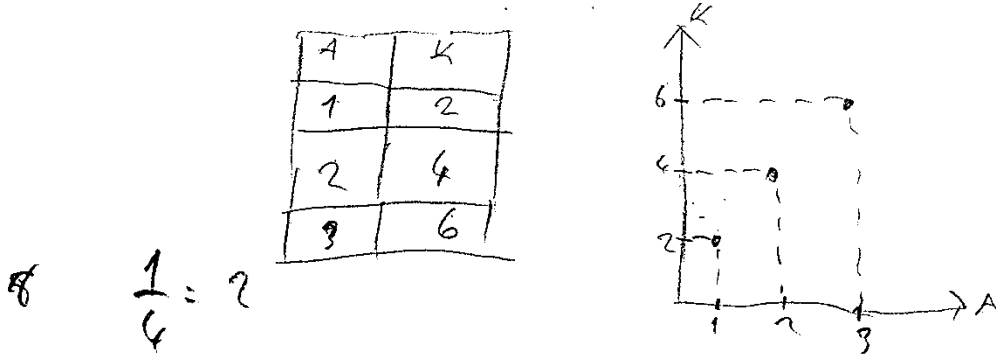
18H: Evet.

19A: Grafiğin bu şekilde olması ne anlama geliyor?

20H: Ne kadar satarsak karımızda o kadar artar.

21A: Peki o zaman ne kadar sattığımızı bilmiyoruz, a ile k arasındaki ilişki hakkında daha genel bir şey söyleyebilir miyiz?

22H: (bir müddet sessiz düşünmektedir) Bilmiyorum...



Şekil 4.19. Harun'un şirket senaryosu durum temsili

Harun'un iki değişken arasındaki ilişkiyi açıklarken verdiği örneklerden senaryoyu doğru yorumladığı anlaşılmaktadır (12H, 14H). Daha sonra bulduğu ilişkiyi sunmada farklı gösterimlerden de yararlanmakta ve oluşturduğu şekiller üzerinde parça sayısı ile kar arasındaki ilişkiyi açıklayabilmektedir (14H, 16H). Fakat senaryoda bu ilişki hakkında daha genel bir gösterim sunulması istenmektedir. Buna rağmen Harun'un a ile k arasındaki ilişkiyi ifade eden bir denklem oluşturmayı düşünmediği görülmektedir (20H, 22H).

Harun'un her bir parçadan elde edilecek karı bulabilmesi, zihninde var olan bilgileri (alış fiyatı ve parça sayısı) ve bulduğu bilgileri (kar) bir arada yorumlayabilmesi eylem aşamasında davranış gösterdiğinin birer kanıtıdır. Ayrıca bunları yaparken satış fiyatını işin içine hiç katmamasıyla, Harun'un senaryoya tam

olarak odaklandığı söylenebilir. Harun, öncelikle değer vererek bulduğu ilişkiyi, tablo ve grafik gibi farklı şekiller kullanarak da gösterebilmektedir. Fakat çizdiği şekilleri yorumlayamamakta, dolayısıyla ilişkiyi daha genel bir şekilde ifade edememekte ve doğal olarak denklem ile ifade etmeyi düşünmemektedir. Bu durumda Harun, süreç aşamasına tam olarak geçememektedir. Aslında Harun kısmen de olsa sahip olduğu bilgileri anlamlandırabilmekte, ilişkilendirebilmekte ve sınıflandırabilmektedir. Fakat tüm bu eylemleri kullanıp konu ile ilgili herhangi bir genelleme yapamamaktadır. Bu durumun devam ettirilip ettirilmeyeceği hususunda bilgi sahibi olmak isteyen araştırmacı, senaryonun son aşamasına geçmesi için öğrenciyi yönlendirmektedir.

23A: Peki diğer durumu düşünelim, satış fiyatı üzerinden %10 indirim yapılıyor, şimdi satılan parçalarla elde edilen kar arasındaki ilişki için ne söyleyebilirsin?

24H: Şimdi bu ampul şirketi satış fiyatı üzerinden %10 indirim yapmak istiyor. Yani burası 11 (sessiz kalıyor).

25A: Ne kadardı satış fiyatı?

26H: 10 lira.

27A: Peki ne yapılıyor burada?

28H: %10 yani 1/10'i kadar yani 1 lira indirim yapacaklar, yani 9 liraya inecek.

29A: Tamam.

30H: Her seferinde, mesela biz 2 tane sattık, bu 18 lira bizim indirim yaptığımız para ise %10 indirimimizde çıkar 2 lira, yani her seferinde 1 artarak ilerler...

31A: Ne demek istediğini toparlar mısın?

32H: Satılan parça 1 iken indirimimizde 1 lira.

33A: Karı peki?

34H: Hı karı 1 lira şimdi karı, 10 lira iken, 1 lira indirim yaptık, 8 liraydı 10 lira satış fiyatı vardı yani 1 lira tam kar etmiş olduk.

35A: Peki bunu bana gösterebilir misin?

36H: Bunu da yine tablo ile gösterebiliriz (Tablo oluşturmaktadır).

37A: Tamam. Peki a ile k arasında nasıl bir ilişki buldun?

38H: Alış fiyatı 2 iken 18 lira idi. Yine karımızda burada 2 lira oldu. Her seferinden bu 1 arttıkça (a sütununu işaret ederek) o da (k sütununu işaret ederek) 1 artacak.

39A: Harun ne kadar parça sattığımızı bilmiyoruz ve biz satılan parçalara göre kar miktarı hakkında yorum yapacağız. Dolayısıyla ne yapmamız gerekiyor burada?

40H: Nasıl yani?

41A: Mesela a ile k arasındaki ilişkiyi daha genel olarak gösterebilir misin?

42H: a ile k arasındaki (Sessiz kalıyor). Nasıl yapabilirim ki ben bunu, şimdi (Yine sessiz kalıyor).

43A: Diyorsun ki a 1 artarken, k da 1 artıyor.

44H: Evet.

45A: Bu durumu ifade eden bir denklem kurabilir misin peki?

46H: a ile k arasındaki ilişki matematiksel olarak (Sessiz düşünüyor).

47A: Ya da kurulabilir mi?

48H: Bu konuda tam emin değilim hocam...

49A: ... Peki devam edelim (senaryonun son aşamasını ifade ederek).

50H: Yani hocam ilk önce 2, 4, 6 lira karımız varken şimdi 1, 2, 3 lira karımız var yani yarı yarıya azaldı karımız, başka mı bu kadar...

A	K indisi
1	1
2	2
3	3
4	4

Şekil 4.20. Harun'un şirket senaryosu durum temsili

Harun indirimli satıştan yapılacak indirim miktarını, gerekli matematiksel işlemleri yaparak bulmakta ve parça sayısı ile indirim miktarını ilişkilendirebilmektedir (28H, 30H, 32H). Araştırmacının hatırlatması üzerine elde edilecek karı hesaplayan Harun, bulduğu değerleri tablo ile göstermektedir (33A, 36H). Yukarıdaki metinde de görüldüğü gibi, Harun, elde edilecek karı satılan parça sayısına göre genelleymemektedir (48H). Üstelik araştırmacı Harun'a doğrudan denklem kurup kuramayacağını sormakta, fakat Harun'dan olumlu bir dönüt alamamaktadır (45A, 46H). Son durumda ise öğrencinin hiçbir cebirsel ifade kullanmadan sadece sözel olarak değişimden bahsettiği görülmüştür (50H).

Harun, denklem oluşturmak için gerekli olan “ a , k ’nın yarısıdır ya da k , a ’nın iki katıdır”, ikinci bölümde ise “ a , k ’ya eşittir” gibi bazı ilişkileri ifade edebilmektedir. Harun, senaryonun ilk bölümünde olduğu gibi, işlemler yapabilmekte, ilişki kurabilmekte, fakat ilişkiyi denklem olarak ifade etmekte veya göstermekte herhangi bir fikir öne sürememektedir. Ayrıca son durumda ise Harun elde edilecek kar miktarının yarı yarıya azaldığını ifade ederek iki durumu ilişkilendirebilmiştir. Dolayısıyla Harun’un ilişki olarak düşünebildiği fakat genelleme yapmada bu ilişki bilgisi kullanamadığı söylenebilir. Bu açıklamalardan sonra Harun’un elde ettiği bilgi birimlerini nesneleştirmediği ifade edilebilir.

4.2.1.1.2.4. Nur’ un soyutlama süreci analizi

Gerek matematik ders notları gerekse cebirsel öğrenme başarı notları açısından Nur’un matematik dersinde düşük başarı gösteren bir öğrenci olduğu sonucuna varılmıştır. Yapılan uygulama sonunda Nur ile şirket senaryosu ile ilgili yaklaşık 9 dakika süren bir görüşme yapılmıştır. Bu görüşmede Nur’ un denklem konusuna ilişkin soyutlama süreçlerinin incelenmesi amaçlanmıştır. Bu amaçla öğrenciden elde edilen yanıtlar, APOS teorisinde yer alan bilişsel yapılar ve bu yapıların ortaya çıkarılmasında kullanılan bilişsel mekanizmalar ışığında analiz edilmiştir. Araştırmacı Nur’a senaryonun yazılı olduğu çalışma kâğıdını vermiş ve O’ndan soruyu sesli bir şekilde okuyarak yorumlamasını istemiştir. Nur ile yapılan görüşmenin ayrıntıları aşağıdaki gibidir (A: Araştırmacı, N: Nur).

10N: ... %25 karı derken $\frac{1}{4}$ ‘ünü ifade ediyor, 8’in $\frac{1}{4}$ ‘ünü alırız, satılan parçalar a , elde edilen kar arasında, satılan parçalar 8 lira ampuller, satılan parça ona a diyebiliriz, edilen kar da %25 zam yapıldığı için onu bulup yapabiliriz.

11A: Bir yap bakalım o zaman söylediklerini.

12N: Yani satılan parçalar 8 lira, elde edilen kar ise %25 zam, 8’in %25’i de 2, yani 4’e böldüğümüzde $\frac{1}{4}$ olduğu için, bu yani, arasındaki ilişkiyi böyle buldum.

13A: Hı satılan parçalar derken fiyatını mı ifade ediyor orda bize?

14N: Ben fiyatı olarak ilişkilendirdim. Ben satılan parçaları 8 olarak aldım çünkü ampullerden satın alıp dediği için satılan parça olarak ilişki buldum.

15A: Hı nasıl bir ilişki buldun?

16N: Burada bir bilinmeyen vardır, yani ilişki a ve k 'yı burada bilinmeyen olarak bir denklem kurmuş, cebirsel ifade olarak.

17A: Denklem kurmuş derken Nur?

18N: Satılan parçalarla elde edilen kar arasındaki ilişkiyi denklem kurarak bilinmeyenleri işe katarak yapmış, burada gösterdiği gibi a ve k .

19A: Denklem peki hangisi?

20N: Burada a elde edilen kar olarak yazarız, ampullerden satın almış, 8 lira olan ampullerden şirket satın almış, her ampülü %25 yani artı %25'de kar demiş, k yazabiliriz bunu, bu da bir bilinmeyen olarak geliştirilmiş (bu sırada çalışma kağıdına söylediklerini not etmektedir).

21A: Hı bu bir denklem mi peki?

22N: Evet.

23A: Hani bu a ile k 'ya bilinmeyen dedin ya, a ve k değerlerini bulamaz mısın?

24N: Ne kadar sattığımızı söylememiş ki, bulamayız yani.

25A: Yorum yapamaz mıyız?

26N: Bulamadığımız için yapamayız ki...

27A: Peki a ile k arasındaki ilişkiyi daha farklı ifade edebilir misin?

28N: Evet, çözerek mesela bir başka problemle aynı şeyleri kullanarak ilişkilendirebilirim, yani 8 liraysa 16 lira 2 tane almıştır ve %50 zam yapmıştır her bir ampüle, o zaman yarısı olur yarısını hesaplarım.

.....

$$\begin{array}{l} \text{satılan parçalar} = 8 \\ \text{elde edilen kar} = 0,25 \\ a + k \end{array}$$

Şekil 4.21. Nur'un şirket senaryosu durum temsili

Nur, senaryoda verilen bilgiler doğrultusunda doğru matematiksel işlemleri yapabilmekte, fakat bulduğu şeylerin neyi ifade ettiği hususunda her hangi bir fikir sunamamaktadır (10N). Ayrıca senaryodaki satılan parça kavramından satış fiyatını anladığını ve dolayısıyla ilişkiyi de bu yönde bulduğunu ifade etmektedir (14N).

Araştırmacı değişkenleri yanlış anlamlandırırdığını ve dolayısıyla yanlış ilişkiler kurduğunu fark etmesi için, Nur'dan ilişkilendirmeye devam etmesini istemiştir (15A). Ancak Nur, senaryoda verilen bilinmeyenlerin bir denklem ifade ettiğini söylemekte ve hatta senaryoda anlatılmak istenilen şeyin ' $a + k$ ' olarak gösterilebileceğini ifade etmektedir (16N, 18N, 20N, 22N). Yukarıdaki şekilde de görüldüğü gibi, Nur, satılan parçaların birim fiyatını a olarak nitelendirmekte ve karlı satış yapıldığı için k 'yı da artı olarak ifade etmektedir. Üstelik bu yazdığı ifadenin a ile k arasındaki ilişkiyi veren bir denklem olduğunu savunmaktadır (22N). Ayrıca satılan parça sayısı ve elde edilen kar ile ilgili herhangi bir değer bulanabileceğini düşünmediği için bu konuda yorum da yapamamaktadır (24N, 26N). Araştırmacı öğrenciden ifade ettiği şeyleri farklı şekillerde göstermesini istemekte, fakat Nur'un gitgide araştırmanın odağından koptuğu görülmektedir (27A, 28N).

Nur'un yukarıdaki metinlerinden, değişken, cebirsel ifade gibi kavramları tanıyabildiği, fakat tam olarak anlamlandıramadığı görülmektedir. Dolayısıyla bu kavramların birbiri ile olan ilişkilerinin ya da farklılıklarının ayrıntısına inememekte ve hepsine birden denklem deyip yanlış bir genelleme yapmaktadır. Kavramları senaryo çerçevesinde anlamlandıramadığı için, yeni oluşturması gereken bilgilere bunları doğru ve tam bir şekilde entegre edememektedir. Nur, değişkenler arasında ilişkisel olarak düşünmeyi denemediği için, önceki bilgilerini yeni bilgiler üzerine yansıtamamaktadır. Ayrıca öğrenci, satılan parçalar ile elde edilecek kar arasında bir ilişki olacağını düşünmekte fakat a ve k 'ya ilişkin herhangi bir değer bulunamayacağını da ifade etmektedir. Düşündüğü ilişkiyi farklı bir şekilde ifade edip edemeyeceği sorusuna Nur, bu ilişkinin farklı sorular için farklı şekillerde gösterilebileceği cevabını vermiştir. Buradan hareketle, öğrencinin yöneltilen soruları pek düşünmeden yanıtladığı düşünülmektedir. Tüm bu durumların, Nur'un süreç aşamasına ilerlemesine engel olduğu söylenebilir.

Araştırmacı, Nur'un ilişkisel düşünbilmesine ipucu sağlayacağı ve yardım edeceği düşüncesinden, senaryonun üçüncü aşamasıyla devam etmiştir.

29A: Peki devam edelim Nur, bu şirket satış fiyatı üzerinden %10 indirim yaparsa...

30N: ... satış fiyatı burada 8 lira demiş.

31A: 8 lira satış fiyatı mı?

Nur'un ilişkisel olarak düşünemediği, durumları sadece simgesel olarak nitelendirdiği araştırmanın bu kısmı ile de teyit edilmiştir. Nur'un değişkenleri bile anlamlandıramadığı ve bu konuda bir istikrar da gösteremediği düşünülürse (a 'yı önce alış fiyatı, sonra da satış fiyatı olarak nitelendirmiştir), her bir birimi kendinden sonraki birim için soyutlayamadığı düşünülebilir. Ayrıca yukarıdaki görüşme metinlerinden, Nur'un, tablo ve grafik gibi gösterimlerden yararlanmayı tercih etmediği de görülmektedir. Zaten Nur, kaç tane ampul satıldığına ilişkin bir bilgi verilmediğinden hareketle elde edilecek kara yönelik herhangi bir değer bulamamakta ve dolayısıyla a ve k 'ya ilişkin sayısal verilere ulaşamamaktadır. Senaryoya ilişkin yaptığı tek yorum, $a + k$ 'nın karı, $a - k$ 'nın zararı ifade ettiğini söylemesi gibi karın ve zararın simgesel olarak gösterilmesinden ibarettir. Nur, ne kadar kar edildiğini bulmak gibi sadece basit/temel işlemleri yapabilmekte, fakat bulduğu her bir birimi zihninde gruplandırıp ilişkilendirememektedir. Bu durumun Nur'un soyutlama yapmaya ve soyutlamanın daha ileriki aşamalarına geçmesine engel oluşturduğu düşünülmektedir.

4.2.1.2. İnşaat senaryosuna ilişkin bulgular ve yorumlar


Araştırmanın ikinci senaryosu, görüşme yapılan öğrencilere incelettirilmiş ve gerekli görüldüğünde açıklamalar yapılmıştır. Öğrencilerin fikirlerinin hem sözel hem de yazılı olarak alınması araştırmanın amacı için önemli görülmektedir. Bunun için görüşmeye başlamadan önce öğrenciler, düşüncelerini ifade etmeleri gerektiği hususunda bilgilendirilmiştir. Ayrıca yazılı verilerin toplanmasında ise öğrencilere, düşüncelerini not etmeleri için bir çalışma kâğıdı verilmiştir. Görüşmenin ikinci problem durumuna ait bulgular yorumları ile birlikte, deney ve kontrol grubunda yer alan her bir öğrenci için ayrı ayrı sunulmuştur.

Aşağıda görüşmenin bu kısmında kullanılan senaryoya yer verilmiştir. Bu senaryoda yer alan sorularla öğrencilerin denklem bilgilerini oluşturma süreçlerinin incelenmesi amaçlanmıştır. Burada denklem bilgisi olarak ifade edilen şey, öğrencilerin verilen bir denklemi yorumlama, denklemde yer alan her bir terimi ilişkilendirme ve çözme bilgileri kastedilmektedir. Dolayısıyla bu senaryoda denklem doğrudan verilmiş, öğrencilerin bu denklemde yer alan yapıları ayrıştırma ve son durumda yine sentezleyerek yorumlama yetenekleri incelenmiştir. İlk senaryoda da olduğu gibi

öğrencilerden bulduğu değerleri farklı şekillerde göstermesinin istenmesinde ki amaç, denklem bilgisini oluşturmada görsellerin olumlu etkilerinden yararlanmaktır. Dolayısıyla bu senaryoda da öğrencilerin tablo ya da grafik oluşturma bilgileri incelenmemiştir.

Tablo 4.5.

Görüşme Sürecinde Kullanılan İkinci Problem Durumu

İNŞAAT SENARYOSU	
	<p>Kemal okul harçlığını çıkarmak için yaz tatilini değerlendirmek istemektedir. Bunun için bir inşaat şirketinde işe başlıyor. Kemal'in görevi, inşaatın zemin katından 2. katına kum dolu çuvalları çıkarmaktır. Senin görevin ise, Kemal'in toplam ne kadar çuval taşıdığını ve bu işi toplam ne kadar sürede yaptığını bularak, geçen süre ile kalan çuval sayısını ilişkilendirmektir. Taşıma esnasında geçen süre (t) ile taşınmayan çuval sayısını (a) veren eşitlik şu şekildedir: $a = 12 \cdot (4 - t)(t, \text{ saat})$</p> <p>a. Kemal'in işe kaç çuvala başladığı hakkında bir fikrin var mı?</p> <p>b. Kemal'in çuvalları taşınması ne kadar zamanını almıştır?</p> <p>c. Geçen süre ile taşınmayan çuval sayısı arasındaki ilişkiyi gösteren bir form hazırlayıp, senaryo ile ilgili genel değerlendirmelerinizi yapınız.</p>

4.2.1.2.1. Deney grubu öğrencilerinin soyutlama süreci bulguları ve yorumları

Bu kısımda deney grubunu temsilen ve başarı durumları birbirinden farklı olarak seçilen öğrencilerin cevaplarına ait analizlere ve bulgularına yer verilmiştir. Ve ardından öğrencilerden elde edilen bulgular APOS teorisinde yer alan bilişsel yapılar ve bu yapıların ortaya çıkarılmasında etkili olan bilişsel mekanizmalar çerçevesinde yorumlanmıştır.

4.2.1.2.1.1. Fatih'in soyutlama süreci analizleri

Fatih ile ikinci senaryoya yönelik yapılan görüşme yaklaşık 20 dakika sürmüştür. Araştırmacı görüşme formunun ikinci senaryosunun yazılı olduğu çalışma kâğıdını Fatih'e vermiş ve senaryoyu sesli bir şekilde okuyarak yorumlamasını istemiştir. Bu görüşmeye ait veriler şu şekildedir (A: Araştırmacı, F: Fatih).

43F: Burada zaten iki denklem de bulunamaz, çünkü bunlar için kesin bir değer verilmediği için bulunamaz... bu iki tane bilinmeyenden herhangi biri verilseydi, bulunabilirdi, fakat verilmediği için bulunamaz...

44A: Bu verilen eşitliği yorumlayabilir misin?

45F: Evet yorumlayabilirim. Taşınmayan çuval sayısı a imiş, t de saatmiş. Aslında a ile t 'yi anlayamıyorum.

46A: t geçen süre, a taşınmayan çuval sayısı.

47F: Tamam, taşınmayan çuval sayısı eşitmiş 12. $(4 - t)$ 'ye. Burada t de zaman olduğu için 4'ten de zamanı çıkardığımızda 11 taşınmayan çuval sayısını buluyormuşuz. Ama bunlar verilmediği için bulamayız ikisini de. Fakat değer vererek yapabiliriz.

48A: Peki Fatih zamanla taşınmayan çuval sayısı arasında bir ilişki var mıdır sence?

49F: Hı hı ilişki vardır... aslında büyüklük gibi ilişki kurabiliriz, yani a t 'ye göre değişir ve 12 katıdır... ne kadar çok çuval taşınmamışsa zaman azalır ya da 11... ne kadar çok taşırsa zaman azalacaktır... ters orantı oluyor yani. Taşırda azalıyor taşımazsa zaman da artıyor... yani yok doğru orantı oluyor.

50A: Yani zaman geçtikçe ne olur?

51F: Taşması devam ettiği için kalan çuval sayısı azalacaktır. Yani burada ters orantı olur... (Biraz sessiz düşündükten sonra) Burada tüm çuvalları ne kadar zaman alır, bunu bulamayız.

52A: Bulamayız diyorsun.

53F: Evet, çünkü değer vermemiş, eksiklik var bu soruda.

Fatih, senaryo sorularının cevaplanabilmesi için daha fazla bilgi verilmesi gerektiğini düşünmektedir (43F). Fatih, senaryodaki değişkenleri anlayamadığını ifade ettikten sonra denklemi yorumlamaya çalışmaktadır (45F, 47F). Fakat bu konuda karışıklık yaşamakta ve iddia ettiği düşüncelerinden emin olamamaktadır (49F). Daha

sonra düşüncelerini toparlayarak iki değişken arasında ters orantı olacağını söylemektedir (51F). İlk soruda olduğu gibi ikinci sorunun da cevaplanamayacağını düşünmekte, çözümün yapılabilmesi için ek bir bilginin daha verilmesi gerektiğini savunmaktadır (53F). Yani Fatih bir denklemin çözümü için sayısal verilerin olması gerektiği düşüncesine sahip olduğundan, sözel olarak ifade edilen soruların eksik olduğunu düşünmektedir. Böylelikle öğrencinin çözüme ulaşmanın gereklilikleri için yeterince dikkatli olmadığı sonucuna varılabilir. Ayrıca Fatih'in geçen zaman ile çuval sayısı arasında ne yönde bir ilişki olduğuna karar vermede tereddüt yaşadığı görülmektedir. Son durumda değişkenler arasındaki ilişkiyi doğru bir şekilde ifade etmesinde rağmen, bu konuda emin olmadığı gözlenmiş ve Fatih'in bundan sonraki düşüncelerinde bu durumu nasıl ifade edeceği merak edilmiştir.

54A: Peki o zaman Fatih, bu soruda şu verilseydi çözümü yapılırdı, dediğin bir şey var mı?

55F: Evet, bu iki bilinmeyenden a veya t fark etmez, herhangi biri verilseydi, anında bulabilirdik.

56A: Mesela örnek verebilir misin?

57F: Mesela burada t 'yi 2 versek, a 'yı vermesek bile rahatlıkla çözümü bulabiliriz. Burada önce işlem önceliğini kullanarak işlemi yaparız... yani t 'ye 2 değerini verirsek a 24 olur. İki bunun sağlamasını yapmak için, a 'ya 24 desek, bu sefer de t 'yi vermesek... 12 ile kaç çarparsak 24 olur: 2'yi; peki 4'den kaç çıkarırsak 2 kalır: 2'yi, yani böylelikle sağlama da yapmış olduk.

58A: Fatih, t 'ye 2 değerini verdin a 'yı 24 buldun. Bu sayılar ne anlama geliyor?

59F: Yani a , t 'nin 12 katı oluyor.

60A: Senaryoyla ilişkili düşünürsen.

61F: Ters orantı oluyor, yani zaman azaldıkça çuval ı artmaz öyle bir şey olamaz yani ters orantı vardır aralarında, zaman arttıkça çuval taşıdığı için a azalacaktır... yani biri arttıkça biri azalır.

62A: Biri artarken diğeri azalır, diyorsun ama bunların kaç olduğunu bulamam diyorsun.

63F: Evet, ikisinden birini vermesi lazımdı.

$$a = 12(4 - t)$$

24

Şekil 4.23. Fatih'in inşaat senaryosu durum temsili

Fatih, senaryodaki soruların çözümü için a veya t 'nin herhangi birinin değerinin verilmesinin yeterli ve gerekli olacağını düşünmektedir (55F). Geçen süre için herhangi bir değer verip kalan çuval sayısını hesaplamakta, fakat buradan yola çıkarak toplam çuval sayısına yönelik ya da çuvalların ne kadar sürede taşındığını bulmaya yönelik bir yorum yapamamaktadır (57F, 59F). Son olarak geçen süre ile taşınan çuvalların sayısının nasıl değişeceğine yönelik tahminde bulunmakta ama değerlerinin bulunamayacağı hususunda ısrar ettiği görülmektedir (61F, 63F).

Fatih, denklemi sorunun anlamını da dâhil ederek değil sadece bir eşitlik olarak yorumlamaktadır. Bu durum değer vererek bulduğu a ve t değerlerini ilişkilendirme biçiminde de görülmektedir. Dolayısıyla soruların cevaplarının bulunması için toplam çuval sayısının soruda verilmesi gerektiğini düşünmesi gibi dışsal bir ipucunun olması gerektiği hususunda ısrar etmektedir. Geçen süreye değer vererek bulduğu kalan çuval sayıları ile süreyi ilişkilendirerek önceki kısımda emin olmadığı ters ilişkiden bu sefer emin bir şekilde bahsetmektedir. Araştırmacı Fatih'in bu konudaki düşünce süreçlerinin daha ayrıntısına inebilmek için öğrenciye sorular yöneltmeye devam etmektedir.

64A: Peki, bu ilişkiyi gösterebilir misin?

65F: Tabloda ve grafikte gösterebilirim. İlk grafikte gösterelim. Bir tarafa a diyelim (dikey eksene yazmaktadır), bir tarafa t diyelim (yatay eksene yazmaktadır). t 'yi 1, 2, 3, 4'e kadar yapalım, a 'yı da bu denkleme göre bulmak zorundayız zaten. Eğer t 1 olursa a 36 olur, 2 olursa a 24 olur, 3 olursa a 12 olur, 4 olursa da 0 olur, yani burada 11 burada vazgeçtim bulabiliriz değerleri. Burada en fazla zaten 4 saat çalışabilir.

66A: Bulmıyız diyordun neden fikrin değişti?

67F: Bulabiliriz aslında çünkü değerler sınırlı zaten çok olsaydı bulamazdık... Mesela t en fazla 4 olur, çünkü daha fazla çalışırsa a negatife gider, negatif de olmaz... yani t en fazla 4 olur, 4 dediğimizde a 0 olur yani 4 saatte tüm çuvalları taşımış olur, zaten a 'nın 0 olması çuvalın bitmesi demektir.

68A: Yani Kemal kaç saatte bitiriyor?

69F: 4 saatte bitiriyor.

70A: Peki Kemal işe başladığında kaç çuval kum vardı, bunu bulabilir misin?

71F: İşe başladığında da kaç çuval olduğunu bulabiliriz. Bu sefer de t 'ye 0 yazarız, yani hiç zaman geçmemiş olur (gerekli matematiksel işlemleri yapmaktadır)... işe başladığında 48 çuval kum varmış.

72A: Peki bu söylediklerinin doğruluğundan nasıl emin olabilirsin Fatih?

73F: Sağlamasını yaptık, oradan emin olabiliriz.

74A: Sağlamasını yaptık derken.

75F: Burada ilk başta t 'ye değer verip a 'yı bulduk, sonra da t 'ye değer vererek bulduğum a değerlerinden t 'ye ulaştım, grafikte de gösterdik.

76A: Grafiği böyle mi çizersin?

77F: Evet, zaten en fazla 4 saat çalışıyor, 4 saatte tüm çuvalları taşıyor, ama kaç çuval onu bulamayız.

78A: Bulamaz mıyız?

79F: Hayır t 'ye küçük bir değer verdiğimizde a çok büyük bir değer alır, sonsuza kadar gider. Tabi bu dediğim olmadı. Aslında bu ters orantı, azalacak yani, ama grafikte olmuyor... yani yorumlama olarak eminim böyle ama grafik çizemedim, olmadı. Ama tabloda basit olduğu için orada çok rahat gösterebilirim (tablo çizip t 'ye karşılık bulduğu a değerlerini yerlerine yazmaktadır).

80A: Çizdiğin tablo ne anlatıyor?

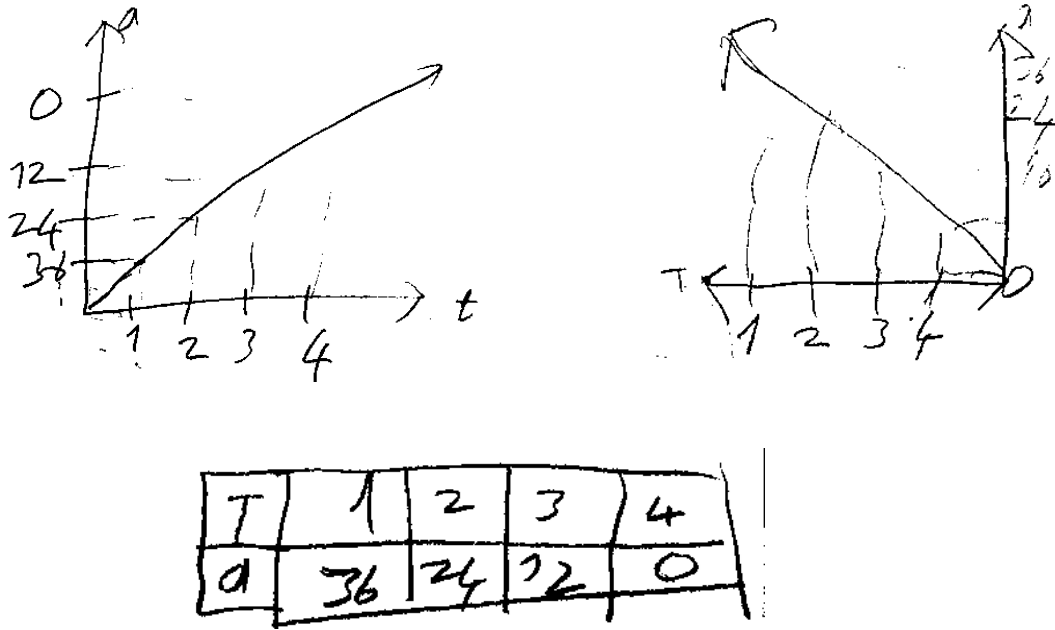
81F: t 1 arttıkça, a 12 12 azalıyor. Yani burada anlıyoruz ki Kemal 1 saatte 12 çuval taşımaktadır.

Fatih, a ile t arasındaki ilişkiyi açıklamak için tablo ve grafikten yararlanmaktadır. İlk grafik ile açıklamayı tercih eden Fatih, grafiği oluşturmaya başladığında aslında a ve t değerlerini bulabileceğini fark etmiş ve geçen her saat için kalan çuval sayısını hesapladıktan sonra, bu bulduğu değerlerin neleri ifade ettiğini de açıklayabilmiştir (63F, 65F). Fatih'in artık denklemleri senaryo çerçevesinde yorumlayabildiğini 69F ifadesinden anlamaktayız. Her geçen sürede kalan çuval sayılarını önce tek tek hesaplayan Fatih, tüm çuvalların sayısını bulmak için ayrı ayrı işlem yapmak yerine doğrudan mantık geliştirerek sonuca ulaşmayı tercih etmektedir (69F). Bulduğu sonuçlardan emin olduğunu göstermek için oluşturduğu grafiği öne

sürmektedir; fakat kendisi de bulduğu değerler ile oluşturduğu grafiğin uyuşmadığının farkındadır (77F). Bu yüzden a ile t değerlerini bir tablo yardımı ile daha kolay gösterebileceğini ifade etmekte ve bu tablo yardımı ile bulduğu değerlerin ne anlama geldiğini açıklamaktadır (79F).

Fatih a ile t arasındaki ilişkinin farklı şekilde gösterilebileceği düşüncesine sahiptir ve bu düşünceden yola çıkarak iki değişken arasındaki ilişkiyi hem tablo hem grafik ile göstermeye çalışmaktadır (65F). Fakat senaryoyu yorumlamadaki başarısını grafik çiziminde gösterememekle birlikte bu konuda hatalı bir çizim yaptığının da farkındadır (79F). Ayrıca Fatih, az önce yaşadığı kararsızlıktan emin bir şekilde sıyrılmakta ve cevabını bulamayız diye düşündüğü soruları şimdi çok rahat bir şekilde bulabileceğini ifade etmektedir (65F). Yine yukarıdaki metinlerden anlaşılacağı üzere, Fatih bu sefer denklemini senaryo çerçevesinde yorumlayabilmektedir. Fatih ipuçlarına ihtiyaç duymadan sadece grafik çizmeye başladığında sorunun ne demek istediğini anlamlandırmıştır (67F). Bu durum Fatih'in kısa sürede iç kontrolünü sağladığının bir göstergesidir. Fatih'in değişkenlerin değerlerinin ne anlama geldiğini kavrayabilmesi, iki değişkeni birbirine göre yorumlayabilmesi işlem aşamasında olduğunun birer göstergesidir (81F). Ayrıca, Fatih senaryonun ikinci sorusu için kendince bir mantık geliştirmiş ve toplam geçen süreyi doğrudan bulmuştur (71F). Yani Fatih genel olarak denklem bilgisini oluştururken sahip olduğu bilgilerini iyi bir şekilde organize ederek mantıksal olarak akıl yürütebilmektedir. Fatih'in yeni oluşturmaya çalıştığı bilgilerin, hali hazırda sahip olduğu bilgilerin birer yansıması olduğu söylenebilir. Ayrıca öğrencinin önce fikir yürütemediği noktaları sonrasında geri dönüp değerlendirerek ve kısa sürede sonuca ulaştırarak bilgileri sentezleyebilmesi onun denklem bilgisini nesneleştirdiğini göstermektedir. Bu açıdan bakıldığında Fatih'in nesne aşamasında davranış sergilediği düşünülebilir.

Aşağıdaki şekilde Fatih'in çalışma kâğıdı görüntüsünden bir kesit sunulmuştur. Bu şekilde Fatih'in elde ettiği değerler için bir grafik ve tablo oluşturduğu görülmektedir.



Şekil 4.24. Fatih'in inşaat senaryosu durum temsili

Grafik, tablo gibi görsellerin, öğrencilerin içsel ipuçları geliştirmesine ve dolayısıyla soyutlama süreçlerine yardımcı olacağı düşünüldüğünden kullanılması faydalı bulunmaktadır (Yılmaz, 2011). Bu araştırmada görsellerin kullanımı tamamen öğrencilerin tercihine bırakılmış, bu konuda öğrencilere herhangi bir müdahalede bulunulmamıştır. Nitekim bu durum Fatih'in soyutlama süreçlerinde ortaya çıkmıştır. Fatih, senaryoda yer alan değişkenler arasındaki ilişkiyi göstermek için grafik ve tablodan yararlanmak istemiş ve bu hareketinden sonra cevabını bulamayız diye düşündüğü sorular için yorum yapabilmiştir. Grafik denemelerinde başarısız olan Fatih, aslında oluşturduğu grafiklerin hatalı olduğunun ve ifade ettiği ilişkiyi desteklemediğinin farkındadır; fakat bu hususta herhangi bir görüş sunamamaktadır. Bu durum soyutlama süreci için önemli görülmektedir. Görsel ifadeler, bu senaryo için destekleyici ve ipucu sağlayıcı özellikte olduğundan öğrencilerin denklem kavramını soyutlamalarına yardımcı olduğu düşünülmektedir. Fakat Fatih'in de verilerinde görüldüğü gibi bu destekleyicilerin yanlış oluşturulması, onun ilgili kavramı soyutlamasının önünde bir engel teşkil etmektedir.

Son olarak araştırmacı Fatih'ten senaryoyu ve senaryo için yaptıklarını gözden geçirmesini ve değerlendirmesini istemiştir.

82A: Peki Fatih, bu senaryo ve senin yaptıkların hakkında ne düşünüyorsun?

83F: Burada bize Kemal'in işe başladığında kaç çuval kum olduğunu ve ne kadar sürede taşıdığını söylemiş... Ben de burada önce anlamadım, ama aslında hiç değer verilmeden de yapılabilecek bir soruymuş... biraz mantık geliştirmek lazım.

84A: Mantık geliştirmek derken?

85F: Yani doğrudan t , 0 için değer bulmak gibi.

86A: Peki bu sorunun çözümü için kendi stratejini açıklar mısın?

87F: İşte az önce dediğim olabilir. Ben sorunun çözümü için 0 vermeyi kullandım, ama grafiğim biraz tuhaf oldu, yanlış oldu yani (gülüyor).

88A: Doğrusunu çizmeyi deneyebilirsin?

89F: Ya işte (sessiz kalmaktadır)...

Yukarıdaki diyalogda Fatih'in senaryoda yer alan sorular için kendi bakış açısını değerlendirdiğini görmekteyiz. Fatih, soruların çözümünün mantık geliştirilerek kısa yoldan yapılabileceğini ifade etmektedir (83F, 85F). Ayrıca Fatih yanlış oluşturduğu kavramların farkında olmasına rağmen bunları düzeltmek için herhangi bir girişimde bulunmamıştır (87F, 89F). Araştırmacı, öğrencinin bunu yapabilecek kapasiteye sahip olduğunu ve dolayısıyla öğrencinin grafik çizimindeki hatasının bilgi eksikliğinden değil, hatalarını düzeltmek için istekli olmamasından ve ihmal etmesinden kaynaklandığını düşünmektedir.

Fatih, önce doğru çıkarımlar yapamamakta, fakat çok kısa sürede kendi iç kontrolü ile düşüncelerini ve gerekçelerini sunarak değiştirebilmektedir. Fatih, kendi özdenetimini sağlayabildiği için geriye dönüp ilişkisel olarak düşünebilmekte ve kendi öz değerlendirmesini yaparak hatalarının farkına varabilmektedir. Burada Fatih'in yanlış yaptıklarının farkına varması ama yanlışlarını düzeltme konusunda isteksiz davranması, araştırmacının gözlemlediği önemli bir noktadır.

4.2.1.2.1.2. Ezgi'nin soyutlama süreci analizleri

Ezgi ile ikinci senaryoya yönelik yapılan görüşme yaklaşık 19 dakika sürmüştür. Araştırmacı görüşme formunun ikinci senaryosunun yazılı olduğu çalışma kâğıdını Ezgi'ye uzatmış ve senaryoyu sesli bir şekilde okuyarak yorumlamasını istemiştir. Bu görüşmeye ait veriler şu şekildedir (A: Araştırmacı, E: Ezgi).

- 52E: Burada t 4'ten küçük olmak zorundadır 4'ten çıkabildiğine göre.
- 53A: Neden 4'ten küçük olmalı ki?
- 54E: Çünkü 4'ten küçük olsun ki 4'ten çıkabilsin.
- 55A: 5 olsa çıkmaz mı?
- 56E: Çıkar da eksili olur, taşınmayan çuval sayısı eksili olabilir mi yani.
- 57A: Peki denklem ile ilgili başka şeyler eklemek ister misin?
- 58E: a ise ya 0 olmalı eğer burası 4 ise (t 'yi göstermektedir) ya da 12'nin katları olmalı, 12 ile çarpacağımız için.
- 59A: Ezgi a 'nın 12'nin katları olması ne anlama gelir?
- 60E: Taşınmayan çuval sayısı, 0, 12 (t 'ye değer vererek a değerlerini zihinden hesaplamaktadır), 24 veya 36 tane taşınmayan çuval sayısı olduğunu gösterir.
- 61A: O zaman şu soruya bakalım (ilk soruyu işaret ederek), ne düşünüyorsun?
- 62E: Bulabilir miyiz (sessiz düşünmeye başlamaktadır)?
- 63A: İşe başlamadan önce kaç çuval kum olduğunu bulabilir miyiz?
- 64E: (Biraz sessiz düşündükten sonra) Bence bulamayız.
- 65A: Neden?
- 66E: Çünkü burada bize mesela zamanı verse taşınmayan çuval sayısını bulabiliriz ama işe başladığında taşınan çuval sayısını bulamayız veya taşınmayanları verse zamanı bulabiliriz.
- 67A: Yani eksik bir şeyler olduğunu mu düşünüyorsun?
- 68E: Yani bence başlangıcında kaç tane kum çuvalı olduğunu söyleyebilirdi.
- 69A: Peki Ezgi diğer soruya geçelim, burada da tüm çuvalların taşınmasının ne kadar zaman alacağı soruluyor, bunu bulabilir misin?
- 70E: Bunu bulabilmemiz için, Kemal'in işe başladığında kaç tane çuval olduğunu bulmamız gerekiyor ama burada (önceki soruyu işaret etmektedir) zaten ben bulamayız dedim, bunun için otomatikman bunu da bulamayız.

$$a = 12(4-t) \quad 0 = 12(4-t)$$

$$t = 0 \quad t = 4$$

$$a = 48$$

Şekil 4.25. Ezgi'nin inşaat senaryosu durum temsili

Ezgi'nin senaryodaki verilenleri doğru bir şekilde anlamlandırmaya başladığı, değişkenlerin hangi sınırlarda değer alacağı konusundaki yorumlarından anlaşılmaktadır (52E, 54E, 56E, 58E, 60E). Ezgi taşınmayan çuval sayısının 0 olma durumunu düşünebilmekte, ama sürenin 0 olma durumunu düşünememektedir ki; bu yüzden a ve t ikilileri için muhtemel tüm durumları bulamamaktadır (60E). Ezgi senaryoda yer alan soruların çözümünün yapılabilmesi için daha fazla bilgi verilmesi gerektiğini düşünmektedir (66E, 68E). Ayrıca ilk soru ile ikinci sorunun bağlantılı olduğunu, ilk sorunun cevabının bulunamayacağını ve dolayısıyla ikinci sorunun da cevaplanamayacağını ifade etmektedir (70E).

Ezgi, sürenin en fazla 4 olabileceğini ifade etmesine rağmen (E52), bu bilgisini tüm çuvalların ne kadar sürede taşınacağı sorusunun cevabına uyarlayamamaktadır (E70). Ayrıca 66E, 67E ve 70E ifadelerinde de Ezgi'nin var olan düşüncelerini oluşturması gereken bilgilere tam olarak yansıtamadığı da görülmektedir. Araştırmacı öğrencinin bilgi soyutlama sürecini daha da ayrıntılamak istemekte ve bu yüzden sorularına devam etmektedir.

71A: Ezgi, az önce t 'nin kaç olabileceğini söyledin, a 'nın kaç olabileceği hakkında yorum yaptın. Peki, a ile t arasında bir ilişki var mıdır sence?

72E: t mesela 3 olduğu zaman a 12 oluyor, t 2 olduğu zaman a 24 oluyor, yani t (sessiz kalmaktadır), t 1 olduğu zaman (sessiz kalıp sadece t 'ye göre elde ettiği a değerlerini çalışma kağıdına not etmektedir).

73A: Ne yapmaya çalışıyorsun Ezgi?

74E: Bunları yazıyorum ki aralarındaki ilişkiyi söylemek için.

75A: Evet.

76E: Zaman 3 olduğunda a 12 oluyor yani burada 4 ile çarpılmış, burada 12 ile çarpılmış (t 'nin 2 olduğu durumu kastetmektedir), burada da 36 ile çarpılmış (t 'nin 1 olduğu durumu kastetmektedir). Bunlar arasında da üçer çarpma olayı var, yani 4'ten 12'ye çarpı 3, 12'den 36'ya yine çarpı 3 var.

77A: Şu bulduğun a ve t değerlerine baksan, mesela $t = 4$ için $a = 0$, $t = 3$ için $a = 12$, bu değerler ile ilgili bir şey söyleyebilir misin?

78E: t 'nin 4 olması (sessiz düşünmektedir).

$$\begin{array}{l}
 t=4 \\
 t=3 \\
 t=2 \\
 t=1 \\
 t=0
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 a=0 \\
 a=12 \text{ (x4)} \\
 a=24 \text{ (x12)} \\
 a=36 \text{ (x36)} \\
 a=48
 \end{array}$$

$a = 12(4-t)$

Şekil 4.26. Ezgi'nin inşaat senaryosu durum temsili

Ezgi, öncelikle çalışma kâğıdına değişkenler arasında nasıl bir ilişki olduğunu bulabilmek için olası tüm durumları yazmaktadır (72E, 74E). Ayrıca yazdığı değerler üzerinde uzunca düşündükten sonra, bu değerler arasında nasıl bir ilişki olabileceğini ifade etmektedir (76E). Ezgi, bulduğu ilişkinin a ile t arasında değil de kalan çuvalların sayıları arasında olduğunu fark edememektedir (76E). Bunun üzerine araştırmacı Ezgi'ye her iki değeri de göz önüne alması gerektiğini hatırlatmıştır. Yine sessiz düşünmeyi tercih eden öğrenciye araştırmacı devam etmesi ve düşüncelerini paylaşması için sorular yöneltmiştir.

79A: Ne düşünüyorsun Ezgi?

80E: İlişkiyi ifade etmeye çalışıyorum hocam (tekrardan denklemini yazmaktadır).

81A: İlişkiyi bana sözel olarak ifade edebilir misin?

82E: Bu denklem zaten t ile yani zaman ile kalan çuval sayısı arasındaki ilişkiyi veriyor bize, ama soruda verilmiş... Aralarındaki ilişki 11 zaman hep birer birer azalırken 11 artarken de fark etmez taşınmayan çuval sayısı 12şer 12şer artıyor (birden grafik çizmeye başlamaktadır)... Aralarında ters bir ilişki vardır.

83A: Ters ilişki derken Ezgi, biraz daha net bir şeyler söyleyebilir misin?

84E: Yani, az önceki soruda (şirket senaryosunu kastetmektedir) doğru orantı çıkmıştı, şimdi ise ters orantı. Yani zaman arttıkça taşınmayan çuval sayısı azalıyor.

85A: Peki aralarında bu ilişki için başka bir şeyler söyleyebilir misin?

86E: Nasıl yani?

87A: Yani hani dedin ki biri artarken diğeri azalıyor, bu artış ve azalış hakkında bir şeyler söyleyebilir misin?

88E: Zaman birer birer azalırken taşınmayan çuval sayısı 12şer artar. İki zaman birer birer artarken taşınmayan çuval sayısı 12şer 12şer azalıyor.

Ezgi, görüşmenin genelinde sessiz düşünmeyi tercih etmiştir. Bunun için araştırmacı öğrenciye sürekli kendini ifade etmesi için uyarıda bulunmaktadır (79A, 81A). İki değişken arasındaki ilişkinin yönünü doğru bir şekilde ifade etmesine rağmen, geçen zaman ve kalan çuval sayısı arasındaki ilişkiyi tam olarak ifade edememekle birlikte, düşüncelerini grafik çiziminden hemen sonra toparlamaya çalıştığı görülmektedir (82E, 84E, 88E). Ezgi önceki kısımda değişkenler arasında herhangi bir ilişki bulamamıştı. Bu kısımda ise değişkenler arasında bir ilişki olabileceğini düşünmüş ve elde ettiği verileri karşılaştırıp nasıl bir ilişki olduğunu ifade edebilmiştir. Ayrıca burada önemli olan bir husus ise öğrenci tarafından denklemin zaman ile kalan çuval sayısı arasındaki ilişkiyi veren bir kavram olduğunun söylenmesidir (82E).

Araştırmacı öğrenciden düşüncelerini daha düzenli olarak açıklamasını istemekte ve görüşmeye bu yönde devam etmektedir.

89A: Peki Ezgi, şimdi baştan bir değerlendirme yapar mısın?

90E: ... Şimdi zamanın 0 olduğunu düşünürsek, aslında t 'nin 0 olması gerekiyor, yani Kemal işe hiç başlamamış... a 'yı 48 buluruz, yani başladığı zaman 48 tane çuval varmış (o sıra aşağıda çizmiş olduğu grafiği düzeltmeye karar veriyor). O zaman burası da biraz uzamalı (a eksenini 48'e kadar uzatmaktadır, gerekli düzeltmeleri aynı grafik üzerinde yapamayınca yeni bir grafik çizmeye karar vermekte ve grafik üzerinde bulunduğu a ve t ikililerini işaretleyip grafik çizimini gerçekleştirmektedir).

91A: Peki taşıma işlemini kaç saatte yapar, bu soru hakkında bir bilgin var mı?

92E: 48 tane çuval vardı, hepsini taşıyor, geriye 0 tane çuval kalır, o zaman... (gerekli işlemleri yapmaktadır). Yani 4 saatte tüm çuvaları bitirmektedir (Bunu ifade ederken hem yukarı kısma not etmekte hem de grafik çizimine devam etmektedir).

93A: Niye grafiği yeniden çizme gereği duydun?

94E: Çünkü burada hata yaptım, 0'ı tam buraya yazacaktım (başlangıç noktasını işaret etmektedir). Eğer 0'ı doğru yazsaydım grafiği 4'ten başlatacaktım.

95A: Peki Ezgi, burada genel bir değerlendirme yapar mısın?

96E: Burada bize Kemal'in toplam ne kadar çuval taşıdığını, ne kadar sürede taşıdığını ve bunlar arasındaki ilişki sorulmuş. Bende burada bunların nasıl olacağını buldum. Toplam 48 çuval varmış ve 4 saatte taşıma işlemi tamamlanmış.

97A: Ezgi, bu söylediklerinden nasıl emin olabiliyorsun?

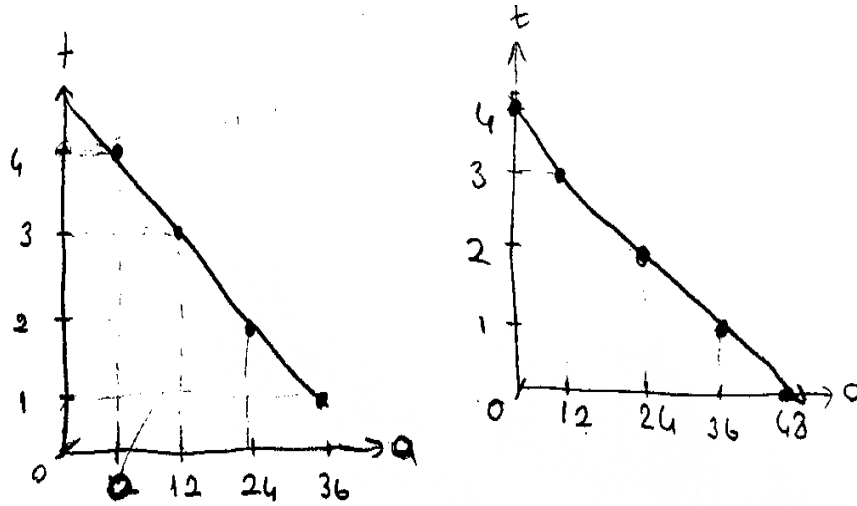
98E: Hocam, Kemal işe başlamadan önce demiş, bu zaten zamanın hiç geçmediği yani 0 olduğu anlamına gelir, zaten verilen denklemde yerine yazarsak 48 olduğunu buluruz. Diğer soruda ise a zaten taşınmayan çuval sayısıydı, bu önemli, hepsi taşınırsa taşınmayan kalmaz yani a da 0 olur. Denklemde a yerine 0 koyarsak t 'yi yani tüm zamanı 4 buluyoruz.

99A: a ile t arasındaki ilişkiyi tekrardan ifade eder misin?

100E: t 1 azalırken a 12 artıyor.

101A: Peki bu ilişkiyi t ve a olarak değil de geçen zaman ve taşınmayan çuval sayısı olarak düşünürsen?

102E: Şimdi mantık olarak da düşünürsek, diyelim ki biz bir işte çalışıyoruz, çuval taşıyoruz, saat arttığı zaman yani daha çok çalıştığımız zaman taşımadığımız çuval sayısı azalacaktır. Eğer az çalışırsak taşınmayan çuval sayısı da daha fazla olacak.



Şekil 4.27. Ezgi'nin inşaat senaryosu durum temsili

Ezgi bu kısımda önceki bölümlerde olduğundan daha farklı olarak artık daha net şeyler söyleyebilmekte ve kendi stratejisini açık bir biçimde ifade edebilmektedir (90E, 92E). Bu durumda öğrencinin kullanmış olduğu ifadelerden soruların nasıl çözülmesi gerektiğini daha genel olarak düşünebildiği anlaşılmaktadır (94E, 96E, 98E). Araştırmacı öğrenciden oluşturduğu yapının kırılabilir olduğundan hareketle, tekrar bir dönüt istemektedir (99A). Ezgi, değişkenleri a ile t olarak kullandığında anlamlı bir ilişki kuramazken (100E), geçen zaman ve taşınmayan çuval sayısı olarak düşündüğünde anlamlı bir ilişki kurmaktadır (102E). Ayrıca Ezgi'nin denklemde yer alan değişkenlerin birbirine göre değişimlerini yorumlamalarında genel olarak bir istikrarsızlık fark edilmiştir (82E, 88E, 100E). Bu ifadelerden hareketle öğrencinin geçen zaman ve kalan çuval sayısı arasındaki bu ilişkiyi pek düşünmeden söylediği anlaşılmaktadır. Ezgi denklemi senaryo çerçevesinde yorumlamak için gerekli olan küçük birimleri oluşturabilmekte; fakat bu birimleri birbiri ile ilişkilendirmede ve bir bütün olarak değerlendirmede yetersiz kalmaktadır. Bu durum görüşme genelinde mevcuttur. Diğer önemli bir bulgu ise Ezgi'nin kendi hatalarını fark edip bunu düzeltmek için gerektiğinde geri dönmeyi denemesidir. Bu durumun somut örneğine öğrencinin grafik çiziminde rastlanmaktadır (94E). Zaten Ezgi'nin soruda yer alan bilgileri anlamsal çerçevesi ile oluşturmaya başlaması ve kullanması, aslında tam olarak grafik çiziminden sonra başlamaktadır.

4.2.1.2.1.3. İslim'in soyutlama süreci analizleri

İslim ile ikinci senaryoya yönelik yapılan görüşme yaklaşık 8 dakika sürmüştür. Araştırmacı görüşme formunun ikinci senaryosunun yazılı olduğu çalışma kâğıdını İslim'e uzatmış ve senaryoyu sesli bir şekilde okuyarak yorumlamasını istemiştir. Bu görüşmeye ait veriler şu şekildedir (A: Araştırmacı, İ: İslim).

33İ: Kaç tane çuval olduğunu bulabiliriz (Senaryoyu tekrardan mırıldanarak okumaya başlamaktadır).

34A: Nasıl bulabiliriz?

35İ: Burada nasıl yapabiliriz ki, burada 12 şeyi gösteriyor, yok aslında bunların ikisi (a ile t 'yi kastetmektedir) bir şey ifade etmiyor, aslında... O zaman taşınmayan çuval

sayısı (sessiz düşünmektedir) geçen süre desek burada mesela 1 saatte (gerekli işlemleri yapmaktadır)... 36, yani 1 saatte 36 tane taşınmamış oluyor.

36A: Peki ilk başladığında ne kadar çuval olduğunu bulabilir miyiz?

37İ: t 'ye 1 verirsek... 36 buluruz, ama bu 1 saat geçtikten sonraki şey.

38A: Söylediğin şeyleri yazabilir misin? 1 saat geçtikten sonra 36 çuval ne oluyor?

39İ: Kalıyor. Demek ki biz 1 saatte yani 12 tane taşımış oluyoruz, demek ki taşınmamış çuval sayısı 48, 48 tane çuvala başlıyor.

40A: Peki ne kadar süre alır tüm çuvalları taşınması?

41İ: Ne kadar süre alır, şimdi burada $a = 48$, sonra 12 çarpı, yok... $4 - t$, şimdi burada 48'i ilk önce 12'ye böleriz... 48 tane çuvalı taşınması 4 saat alır o zaman.

42A: Yani toplam da 4 saat mi alır?

43İ: 2 saat olsa 8, 2 saat alıyor.

44A: 2 saat mi?

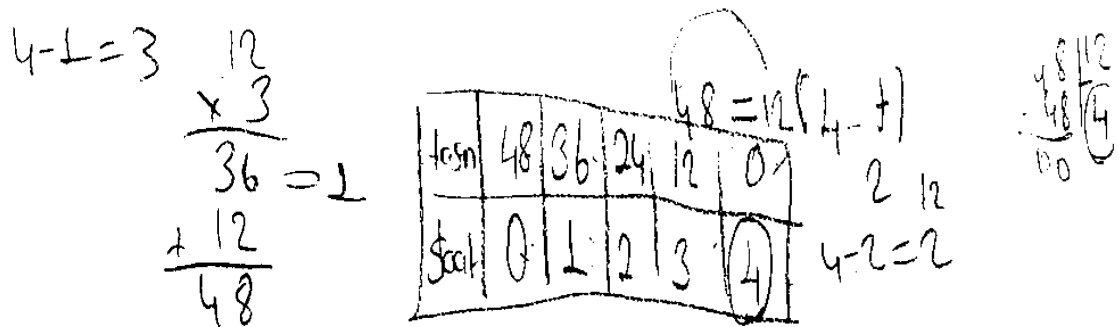
45İ: Bir saniye, 4'ten 2'yi çıkarsak, 2 kalır. 12 ile 2'yi çarparsak, olmaz ki, 4 olsa, bir saniye tablo çizebilir miyim?

46A: Tabii ki.

47İ: Şuraya taşınmayan çuval sayısı buraya da saat versek (tablo sütunlarını oluşturmaktadır), şimdi burası 48 olunca burası 0, sonra burası 36 olunca burası 1, burası 24 olunca burası 2, 12 olunca 3, 0 olunca şey işte 12, bir saniye, evet 0 olunca da 4 oluyor.

48A: Yani bu ne demek?

49İ: Tüm çuvalları 4 saatte taşır.



Şekil 4.28. İslim'in inşaat senaryosu durum temsili

İslim, senaryoyu birkaç defa okumuş ve sonrasında denklemin her bir teriminin neyi ifade ettiğini yorumlamaya başlamıştır (33İ, 35İ, 37İ). a ile t 'nin bir şey ifade etmediğini söyleyen İslim, denklemde çarpı durumunda olan 12'nin neyi temsil ettiğini düşünmekte ve 1 saatte ne kadar çuval kalacağını bulmaktadır. İslim t 'ye değer verdikten sonra bu iki değişkeni kafasında şekillendirmeye başlamaktadır (37İ). t 'nin 1 olduğu durumda kalan çuval sayısını 36 bulan İslim, 1 saat geçtikten sonra 36 çuval kaldığını ve dolayısıyla bir saatte de 12 çuval taşındığını ifade ederek, bu iki sayıyı toplayıp tüm çuvalların sayısına ulaşmaktadır (Şekil 4.28). Bu durum İslim'in bulduğu verileri birbiri ile kolaylıkla ilişkilendirebildiğini göstermektedir. Ayrıca tüm çuvalların ne kadar sürede taşınacağını da denklemde a yerine 48'i koyarak bulmaktadır, fakat $4 - t$ ifadesini 4 bulduğu için, İslim tereddüt yaşamakta ve bu sefer kafa karışıklığını gidermek için tablo çizmeyi istemektedir (39İ, 41İ, 45İ). Oluşturduğu tabloda a ile t 'nin olası tüm durumlarını bulmakta ve toplam kaç saat taşınacağını ifade etmektedir (47İ, 49İ). İslim'in kafa karışıklığı yaşamasının nedeni 4 saatte taşınıp bitmesi gereken işin denklemde 0 olarak bulunmasıdır. Dolayısıyla İslim'in hala oluşturduğu bilgi birimlerini kendi aralarında tam olarak yansıtamadığı söylenebilir. Araştırmacı öğrencinin oluşturduğu tablo ile az önce yaşadığı karışıklığı giderebildiğini merak etmiş ve görüşmeye bu yönde devam etmiştir.

50A: Peki İslim, tüm çuvalların sayısını 48 buldun.

51İ: Evet.

52A: Ne kadar sürede taşındığını da 4 buldun.

53İ: Evet.

54A: Bir şey dikkatini çekiyor mu burada?

55İ: Şey mesela burada saati hiç başlamadan önce 48, sonra bu bitiyor, yani o zaman da taşınmayan çuval sayısı 11 (kısa bir süre sessiz kalmaktadır).

56A: Ne anlama geliyor yani?

57İ: Sıfırlanması anlamına geliyor. Yani hepsini taşıması anlamına geliyor.

58A: Peki a ile t arasındaki ilişkiyi (İslim hemen cevap vererek)

59İ: Grafikte gösterebilirim.

60A: Devam edelim o zaman.

61İ: (Grafik çizmeye başlamaktadır) Mesela şuraya saat desek (yatay ekseni işaret etmektedir), buraya da taşınmayan çuval sayısı (dikey ekseni işaret etmektedir). Sonra

burada 0, 1, 2, 3, 4 (yatay eksene yazmaktadır), diğeri de 0, 12, 24, 36, 48 (Dikey eksene yazmaktadır), böyle yaparsak sıfır da böyle (12'yi işaretlemektedir) sonra (sessiz bir şekilde çizdiği grafiğe bakmaktadır).

62A: 1 için 24 mü?

63İ: Hayır yanlış gidiyorum. Burada şimdi önce 1 saate bakalım, 1 saatte 36, 0 saatte 48, o zaman ilk önce burayı işaretlememiz gerekiyor (Grafikte (0,48) noktasını işaretlemektedir). Sonra 1 saatte 36, burayı işaretlememiz gerekiyor, sonra 24 tane de 2 saat, 3 zaten 4 taneydi, şöyle bir şey oluyor (Elde ettiği noktaları işaretleyip grafik çizimini tamamlamaktadır).

64A: Peki grafiğin böyle olması (Grafiğin doğru olarak çizilmesini işaret etmektedir) ne anlama gelir?

65İ: Böyle devam eder.

66A: Böyle devam eder diyorsun yani.

67İ: İı ama çuval sayısı bitmiş (yatay eksen tarafındaki oku silmektedir). Böyle olacak. Hatta burası da devam etmez (dikey ekseni kastetmektedir), çünkü ikisinde de sıfırlanıyor.

68A: Peki a ile t arasındaki ilişki hakkında ne söyleyebiliriz?

69İ: ... yani bakayım, doğrusal bir ilişki aslında olabilir.

70A: Doğrusal ilişki derken neyi kastediyorsun?

71İ: Yani mesela 0 saatte 48 tane, 1 saatte 36, sürekli azala azala gidiyor.

72A: Evet (devam edelim anlamında söylemektedir).

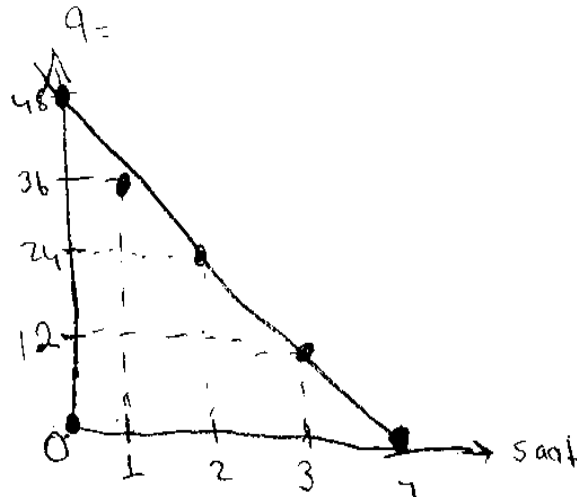
73İ: Azalma miktarı 12 12 azalıyor yukarıda (y eksenini göstererek), altta da (x eksenini göstererek) 1, 1 artıyor.

74A: Yani o zaman toparlarsak İslim.

75İ: Ters orantılı deriz, çünkü biri azalırken diğeri artıyor.

76A: ... Genel olarak değerlendirmen isteniyor?

77İ: Burada ben her saat için 12 çuval taşıdığımı söyledim ve tüm işi yani 48 çuvalı 4 saatte bitireceğini söyledim ve değerleri tabloda grafikte gösterdim... Aslında bu kadar şeyi burada ($a = 12 \cdot (4 - t)$ denklemini işaret ediyor) verilen denklemde yer aldığını söyleyebiliriz. Yani soruda denklemde verilmiş ama ben bunu açıklayarak yaptım... buradaki sorulara göre yani...



Şekil 4.29. İslim'in inşaat senaryosu durum temsili

İslim, tüm çuvalların taşınmasını, taşınmayan çuval sayısının 0 olması ile ilişkilendirmektedir (55İ, 57İ). Fakat aynı mantıkla ilerleyerek, Kemal'in işe başlaması durumunda zamanın 0 olacağı yorumunu yapamadığı görülmektedir. Çuval sayısı ile geçen zamanı ilişkilendirmeye çalışan İslim, bunun için bir grafik oluşturmaktadır (Şekil 4.29). Oluşturduğu grafiğin nasıl çizileceğine dair gerekçelerini sunmakta (61İ, 63İ, 67İ) ve bu grafik yardımı ile a ve t arasındaki ilişkiyi açıklamaktadır (71İ, 73İ, 75İ). Burada dikkat çeken nokta iki değişkenin de sıfırlanması ile soruların çözülmesinin denk olduğunun grafik oluşturduktan sonra fark edilmesidir. Ayrıca İslim bulduğu bu ilişkinin doğrusal olduğunu ve ters orantılı olarak ilerlediğini de ifade etmektedir (69İ, 75İ). İslim'in doğrusal ilişki, ters orantı gibi kavramları durumlara uygun olarak kullanması ve gerekçelerini açıklayabilmesi onun denklem konusu ile ilgili farkındalığını göstermektedir. Öğrencinin var olan bilgilerini yeni durumlara doğru ve tam bir şekilde yansıtabilmesi, elde ettiği bilgi birimlerini bir bütün içerisinde değerlendirebilmesi onun denklem bilgisini soyutlayabildiğinin birer göstergesidir. Öğrencinin 77İ ifadesi araştırmaya bu konuda önemli bir ipucu sunmaktadır. Önce analiz ederek incelediği denklemin her bir bileşeninin bir araya gelerek daha genel bir şekilde ifade edildiğini söylemesi, öğrencinin bilgilerini organize edebildiğinin ve yeri geldiğinde bu organize bilgilerini parçalayıp kullanabildiğinin bir göstergesidir. Araştırmacı ayrıca öğrencinin tablo ve grafik çizdikten sonra düşüncelerinden daha emin bir şekilde bahsettiğini gözlemlemiştir. Hatta bu durumun öğrencinin bir sonraki görüşmesini de olumlu anlamda etkilediğini not etmiştir.

4.2.1.2.1.4. Sena'nın soyutlama süreci analizleri

Bu bölümde Sena ile yapılan görüşme yaklaşık 10 dakika sürmüştür. Araştırmacı görüşme formunun ikinci senaryosunun yazılı olduğu çalışma kâğıdını Sena'ya verdikten sonra, senaryoyu sesli bir şekilde okuyarak öncelikle verilen denklemi yorumlamasını istemiştir. Bu görüşmeye ait veriler şu şekildedir (A: Araştırmacı, S: Sena).

45S: $a = 12 \cdot (4 - t)$, yani a burada taşınmayan çuval sayısı, 12 çarpı 4'ten geçen zamanı çıkarırsan 12 ile de çarparsan taşınmayan çuval sayısını bulursun.

46A: Evet.

47S: Kemal işe başladığında kaç saat geçtiğini bulmamız lazım, ııı ikinci katına kum dolu çuval (bundan sonraki kısmını içinden okumaktadır). Şimdi burada taşınmayan bu t zamanı bulursak taşınmayan çuval sayısını da bulabiliriz. Kaç çuval, sayısı x deriz, x 'ten de taşınmayan çuval sayısı a 'yı çıkarırsan, Kemal işe başladığında kaç çuval kum olduğunu bulabiliriz. Şimdi a burada ııı taşınmayan çuval sayısı burada da zaman (sessiz düşünmeye başlamaktadır).

48A: Peki zamanı neye göre bulacağız.

49S: Zamanı da, herhangi bir zamanda taşınmayan çuval sayısı.

50A: t 'yi saat olarak vermiş zaten bize, işe başladığında kaç çuval kum vardı diye soruyor.

51S: Hı hı herhangi bir zamanda.

52A: O zaman t 'yi nasıl bulabiliriz?

53S: t 'yi bulamazsak zaten bu soruyu bulamayız... yani 1 saatte kaç çuval kum taşıdığını bulmamız lazım, t 'de zaman, burada vermediği için bu soruyu bulamayız... yani verdiği bir zamana bağlı, mesela 1 saatte 3 çuval taşıyorsak gibi, o olmadığı için burada t 'yi de bulamayız. Bir şey vermesi lazımdı, burada sadece formülü vermiş.

54A: Peki tüm çuvalları taşınması ne kadar zaman alır, bunu bulabilir miyiz? ...

55S: x bütün taşınmayan çuvallar ise bu x 'ten bu formülü çıkarırız, taşınması ne kadar zaman alır, burada da yine zamanı vermemiş.

56A: Zaten zamanı istiyor bizden.

57S: Evet, taşınmayan çuval sayısı a , şu eşitlikle verilmektedir ıııı (sessiz düşünmektedir).

58S: Taşınmayan çuval sayısını bulabilmemiz için önce t 'yi bulabilmemiz lazım. t 'yi bulabilmek için burada bize bir ipucu vermemiş, o yüzden bunu bulamıyoruz. t zamanı mesela 2 diye verseydi biz hemen bulabilirdik veya 2 diye bir ipucu verseydi o zaman yine bulabilirdik.

59A: Peki 11 diyorsun ki bu soruları çözmek için bana bir ipucu vermesi lazım, farz etki o ipucunu verdi diyelim ki 2 saat dedi, 2 saatte neyi bulabilirsin mesela?

60S: Ben taşınmayan çuval sayısını bulabilirim.

61A: Yap bakalım.

62S: Tamam, 4'ten 2 çıkarırsak 12 de 24, 24 taşınmayan çuval sayısı demek ki bu $24 + x$ bütün çuvallara eşitmiş, şimdi x 'i taşıdığı için $24 + x =$ bizim bütün çuvallarımız.

63A: Peki 24'ün anlamı ne, zamanı kaç verdin sen?

64S: 24, burada zamanı 2 verdiğimiz için 24 de taşınmayan çuval sayısı, taşıdıklarımızı da eklersek bütün çuvalları bulabiliriz.

65A: Hımm işte onları acaba nasıl bulacağız?

66S: Hı hı (Sessiz kalmaktadır). Vermediği için bulamıyoruz zaten.

$$a = 12(4 - t)$$

taşınan zaman

$$x - a = 24 + x$$

Bütün

Şekil 4.30. Sena'nın inşaat senaryosu durum temsili

Sena, öncelikle a ile t 'nin ne ifade ettiğini belirlemeye ve bunun için denkleme yer alan her bir terimin neyi temsil ettiğini yorumlamaya çalışmaktadır (45S). Fakat Sena'nın taşınan çuval ile taşınmayan çuval sayısı arasında yanlış ilişkiler kurması, onu hatalı düşüncelere yöneltmektedir (47S, 55S). Bu durum Sena'nın soruların bu haliyle çözümünün yapılamayacağını ve soruların çözülebilmesi için saatte ne kadar çuval taşıdığına dair bir ipucu verilmesi gerektiğini düşünmesine neden olmaktadır (53S, 58S). Araştırmacının öğrenciden ipucunun verildiğini varsaymasını ve bu açıdan soruları tekrardan değerlendirmesini istemesi üzerine Sena, taşınmayan çuval sayısını

bulabileceğini söylemektedir (59A, 60S). Fakat bu bilgilerle sadece taşınmayan çuval sayısının bulunabileceğini, taşınan çuval sayısının bulunamayacağını ve dolayısıyla tüm çuvalların ne kadar olduğunu bulunamayacağını ifade etmektedir (66S).

Sena, bu sorunun çözümünün yapılabilmesi için ek olarak bir bilgi daha verilmesi hususunda ısrar etmektedir. Bu durum, Sena'nın 57S ifadesinde mevcuttur. Tüm çuvalları bulması için ayrıca taşınan çuval sayısını da bulması gerektiğini söylemektedir. Yani tüm çuvalların taşınmasının taşınmayan çuval sayısının 0 olması ile ilişkili olduğunu fark edememektedir. Bu yüzden sorunun çözümü için farklı bir bilinmeyeni (taşınan çuval sayısı, x) dâhil etme gereği duymaktadır. Taşınan çuvallar ile taşınmayan çuvallar arasında doğru bir ilişki kuramaması Sena'yı senaryonun odağından uzaklaştırmakta ve sorunun gözünde daha çözülemez bir hal almasına neden olmaktadır. Ve belki de bu yüzden soruların bu haliyle çözülemeyeceğini ifade etmektedir. Görüşme sırasında araştırmacı, öğrencinin sürekli soruyu içinden mırıldanarak tekrarladığını ve senaryoyu bir türlü anlamlandıramadığına dair davranışlar sergilediğini gözlemlemiştir. Araştırmacı Sena'nın senaryodan uzaklaşmasına izin vermemek için öğrenciye fırsat yakalatacak sorular sormaya devam etmektedir.

67A: Peki a ile t arasında bir ilişki var mıdır sence?

68S: Hı hı, t mesela 3 olursa a biraz daha artar 1, 2 hayır a azalır t artarsa a azalır.

69A: Peki a ve t hakkında daha net bir şeyler söyleyebilir misin?

70S: Hı hı, $t = 1$ olursa... $a = 36$; $t = 0$ olursa... $a = 48$; $t = 2$ olursa $a = 24$; $t = 3$ olursa $a = 12$ olur, yani t arttığında, t en son 4 olduğunda $a = 0$ olur, yani t 1 arttığında a 12 azalır.

71A: Neden en son ifadesini kullandın?

72S: t en son 4, eğer 5 yapsaydık burada eksilere düşerdi, bu seferde... -1 çuval sayısı olmaz, o yüzden en son 4 olur, t 'ye 4 verirsek, (hızlıca işlemleri yapmaktadır)... a taşınmayan çuval sayısı, yani bütün çuvalları 4 saatte taşır.

73A: Yani tüm çuvalları taşımalarının ne kadar zaman aldığını bulabilir misin?

74S: Hı hı bulabilirim.

75A: Nasıl peki?

76S: t 4 için... $a = 0$ yani bütün çuvallar 4 saatte taşır.

77A: Peki o zaman Kemal işe başladığında toplam kaç çuval olduğunu bulabilir misin?
 78S: Sanırım bulunur, 4 saatte taşırsa bütün çuvaları, 1 saatte 12 çuval taşıyormuş, 12 ile de 4'ü çarparsak 48 çuval. Toplam 48 çuval yani.

$$0 = 12 \cdot (4 - t)$$

$$0 = 12 \cdot 4 - 12t$$

$$0 = 48 - 12t$$

$$12t = 48$$

$$t = 4$$

Şekil 4.31. Sena'nın inşaat senaryosu durum temsili

Araştırmacı Sena'nın a ile t arasında (varsa) bir ilişki kurmasını istemektedir (67A). Araştırmacının bu sorusu ile Sena, hemen olası tüm t değerlerine karşılık a değerlerini bulmakta ve böylelikle az önce çözümlerinin yapılamayacağını düşündüğü soruların artık çözebileceğini ifade etmektedir (68S, 74S). Geçen zamana göre kalan çuval sayılarının nasıl değişeceğine dair açıklamalar yapmakta ve bu açıklamalarını sayısal verilerle desteklemektedir (68S, 70S). Ayrıca a ve t 'nin hangi aralıklarda değer alacağını da gerekçeleriyle birlikte açıklamakta (72S) ve her bir saatte taşınan çuval sayısını bulup tüm çuvaların sayısına da ulaşmaktadır (78S). Bu durum Sena'nın senaryoda yer alan değişkenlerin ne ifade ettiğini anlamlandırmaya başladığının ve her bir bileşenin birbiri ile ilişkili olabileceğini kavramaya başladığının bir göstergesidir. 70S ifadesinde Sena, a ile t 'nin olası tüm durumlarını bulmakta ve bu verilerin birbiri ile olan ilişkisini de açıklayabilmektedir (68S, 70S).

Sena'nın şimdiye kadar oluşturduğu denklem çözme bilgisini yansıtip yansıtamadığını araştırmak, bu oluşumun varlığını tekrar test etmek ve sağlamlaştırmak için araştırmacı diyalogu şu şekilde devam ettirmektedir:

79A: Peki a ile t arasındaki ilişkiyi söyledin bunu bana gösterebilir misin?

80S: ... Bir formülle gösterebilirim, bir ifade ile yani.

81A: Yani?

82S: Evet... aslında burada var zaten formül yazsam da bu ($a = 12(4 - t)$ ifadesini kastetmektedir) çıkacak... biz önce şey ile gösteriyorduk, grafikte gösteriyorduk. 1, 2 burası t , 3, 4, 5 (grafik çizip söylediklerini yatay eksene yazmaktadır), eğer t 1 olursa

36 olur, yani buraya (dikey eksenini oluşturmaktadır) 48, 36, 12; 12 12 ineriz, burası da 0 (orijini işaret ederek) eğer $t = 1$ ise $a = 12$ 'dir.

83A: Onu neye göre söyledin?

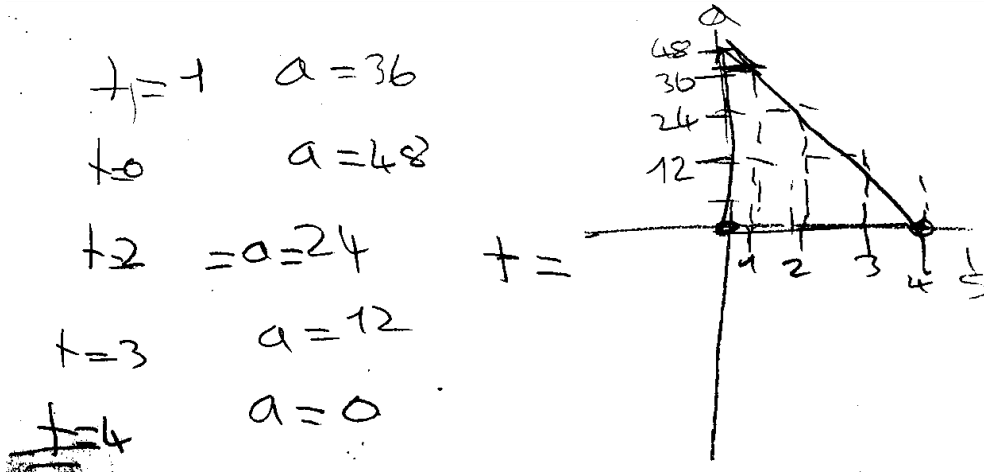
84S: Pardon $a = 36$, $t = 1$ iken $a = 36$, $t = 2$ iken $a = 24$, $t = 3$ iken $a = 12$, $t = 4$ iken de $a = 0$, yani burada tam $a = 48$ 'in (Grafikte (0,48) noktasını işaret ederek) yani buradan iner... Burada... $a = 1$ iken 36, 0 iken 48 olur, yani burada biter (Grafikte (4,0) noktasını işaret etmektedir).

85A: Peki bu grafiği yorumlamak ister misin?

86S: Evet, şimdi biz burada saati ve çuval sayısını bulduk, grafiğe de yazdık bu değerleri, bu şekilde olacak yani...

87A: Yaptığın şeyleri genel olarak değerlendirmen isteniyor, ne yapmak istersin?

88S: Hocam şimdi burada bize denklemi vermiş, biz değerleri bula bula ilerlemeliyiz... Burada ilk soruyu 48 bulduk ikinciye de 4 saat bulduk... Burada 12 12 azalıyor ve 4 saat sonra da bitiyor... Daha sonra bu şekilde (grafiği işaret ederek) gösterdik...



Şekil 4.32. Sena'nın inşaat senaryosu durum temsili

Sena bir önceki aşamada sayısal verilerle ortaya koyduğu ve ifade ettiği ilişkiyi artık bu aşamada gösterebilmektedir (Şekil 4.32). Bunun için bir grafikten yararlanmakta, bulunduğu a ve t değerlerini grafiğe yerleştirmekte ve grafiği nasıl oluşturacağını açıklamaktadır. Sena, saatin 4 olması durumunda çuvaların biteceğine dair ifadesini grafik üzerinde göstermektedir. Yani Sena şimdiye kadar oluşturduğu bilgileri grafik üzerinde yansıtabilmekte ve ilişki olarak yorumlayabilmektedir. Fakat Sena'nın bu ifadelerinde, değişkenler arasındaki ilişki için doğrusal ilişki, ters orantı

gibi özel bir kavram ya da ifade kullanmaması dikkat çekmektedir. Araştırmacı, öğrenciden grafiği yorumlamasını istemiş (85A) ve bu istek ile değişkenler arasındaki ilişkinin ters yönlü olduğunu grafik üzerinde göstermesini beklemiştir. Sena ise değişkenler arasındaki ilişkinin nasıl olduğuna dair önceki yorumlarını (68S, 70S), bu kısım ile desteklemeyi tercih etmemiş, sadece grafiğin nasıl oluşturulduğunu gerekçeleri ile birlikte açıklamıştır (84S). Sena genel olarak değerlendirmelerini yaptığında, yine aynı şekilde konu ile ilişkili kavramları kullanmadan yaptıklarını özetlemektedir (88S). Burada önemli olan şey öğrencinin tüm yaptıklarını en sonunda verilen denklem ile ilişkilendirmesi ve açıklamasıdır. Bu, öğrencinin bir tür genelleme yaptığının bir göstergesidir.

4.2.1.2.2. Kontrol Grubu öğrencilerinin soyutlama süreci bulguları ve yorumları

Bu kısımda kontrol grubunu temsilen ve başarı durumları birbirinden farklı olarak seçilen öğrencilerin cevaplarına ait analizlere ve bulgularına yer verilmiştir. Ardından öğrencilerden elde edilen bulgular APOS teorisinde yer alan bilişsel yapılar ve bu yapıların ortaya çıkarılmasında etkili olan bilişsel mekanizmalar çerçevesinde yorumlanmıştır.

4.2.1.2.2.1. Talha'nın soyutlama süreci analizleri

Araştırmanın ikinci senaryosu için Talha ile yapılan görüşme yaklaşık 11 dakika sürmüştür. Araştırmacı görüşme formunun ikinci senaryosunun yazılı olduğu çalışma kâğıdını Talha'ya verdikten sonra, senaryoyu sesli bir şekilde okuyarak öncelikle verilen denklemi yorumlamasını istemiştir. Bu görüşmeye ait veriler şu şekildedir (A: Araştırmacı, T: Talha).

56T: (Denklemi yazarak), ben bunu açarak yaparım... ama Kemal işe başladığında ne kadar çuval var, bunu bulamıyorum.

57A: Denklemi yorumlayabilir misin?

58T: İşte onu yapamıyorum, bu denklem neyi veriyor yani.

59A: Senaryo da ne vardı: geçen zamanda taşınmayan çuval sayısı.

60T: Bu onu veriyor yani. Ama hocam zamanla taşınmayan çuval sayısının ne ilişkisi olabilir ki yani çıkarmak istesek bile yani burada. Mesela 1 saat için desek... (denklemleri kullanarak a değerini bulmaktadır) 36'dır.

61A: Başladığında ne kadar çuval olduğunu bulmak için ne yaparız?

62T: Mesela 1 saat geçtiğinde 11 36 çuval kalıyorsa 2 saatte de mesela burada ters orantı da var, 18 tane kalır, 11 bir dakika 1, $4 - 2 = 2$, 24 tane kalır... mesela 3 saat geçtiğinde de 12 kalır, 4 saat geçtiğinde de 11 tamamlanır. Çünkü (gerekli matematiksel işlemleri yaparak), 4 saatte de hiç kalmaz.

63A: Evet (devam edelim anlamında).

64T: Bunların hepsini toplarsak, burada ki toplam kaç çuval kum olduğunu bulabiliriz.

65A: Yani kalan çuvalları mı topluyorsun, tüm çuvalları bulmak için?

66T: İşte onu bulamayız. Mesela burada ($t = 1$ için a değerini göstererek) desem ki 36 tane çuval kum kalmış, burada ($t = 2$ için a değerini göstererek) mesela 24, demek ki 1 saat içerisinde 12 çuval kum azaltmış...

67A: Evet.

68T: Yani ondan sonra işte toplama (söylediği cümleden emin olamamaktadır, sessiz düşünmektedir). Acaba bunları eşitlesek mi mesela, öyle mi yapabiliriz?

69A: Nasıl yani?

70T: Mesela her bir saatte 12 yapıyorsa, zaten hepsini 4 saatte taşır.

71A: Evet.

72T: Çünkü 4 saate geldiğimizde 0 tane kum çuvalı kalıyor, o zaman acaba 48 tane kum çuvalı varken böyle mi yapa yapa gitmiş.

73A: 48'i nasıl buldun?

74T: İşte yani mesela her bir saatte 12 çuval taşımışsa... 4 saatte de 48, öyle bir mantıkla gittim ama.

Yukarıdaki diyalogda öğrencinin genel olarak senaryoyu anlamlandırmaya, senaryoda verilenler ile istenilenler arasında bir ilişki kurmaya çalıştığı görülmektedir. Bu süreçte Talha, öncelikle geçen süre ile kalan çuval sayısı arasında bir ilişkinin olmayacağını ifade etmektedir (58T, 60T). Fakat 1 saatte 36 çuval kalmasının ne anlama geldiğini yorumladığında, bu fikirden uzaklaşmaktadır (62T). Talha, taşıma işleminin toplam kaç saat süreceğini hesaplamakta, fakat toplam kaç çuval kum olacağını hesaplamada zorluk çekmekte ve bulduğu sonucun doğruluğundan bir türlü emin

olamamaktadır (64T, 66T, 68T, 70T, 72T). Talha'nın 68T ifadesinde 'eşitlesek mi' dediği şey, Kemal'in her bir saatte taşıdığı çuval sayısının eşit olup olmadığının bilinmemesi ile ilgilidir. Talha eşit olduğunu varsayarak Kemal'in 4 saat içerisinde toplamda ne kadar çuval taşıyacağını hesaplamaktadır (74T). Bu durumu sorgulayarak ilerlemesi, Talha'nın ne kadar dikkatli ve bilinçli davrandığının bir göstergesidir. Fakat öğrenci genel olarak cevaplarından emin olmayacak bir tarzda konuştuğu için araştırmacı sorulara paralel bir şekilde devam etmektedir.

75A: Peki tüm çuvalları taşıması kaç saat alır diyor, bunun için ne diyebilirsiniz?

76T: 4 saat alır. Hocam şimdi mesela buna değer vererek yaptım, sonradan da burada çarpalım, burada zaten bir gizli çarpımda var ya mesela ordan öyle öyle çıkar.

77A: Peki bu buldukların hakkında daha açıklayıcı bilgi verir misin?

78T: Hı mesela koordinat sisteminde olduğu gibi... mesela t burada 1 iken a 'yı 36 buldum, mesela $t = 2$ iken a 'yı da 24 buldum. Böyle böyle ilerleyerek gittim (t 'ye değer vererek a 'nın alabileceği değerleri gerekli matematiksel işlemler yaparak bulmakta ve bunları mırıldanarak ifade etmektedir)...

79A: 48'i nasıl buldun?

80T: İşte yani burada birazcık da denemeye de dayandım... yani 1 saatte 12 çuval indirdiyse, 2. saatte 24'e indi, 3. saatte de zaten 12'ye indirdim yani böyle böyle (çalışma kağıdına yazdıkları üzerinde gösterim yapmaktadır).

$$\begin{array}{l}
 a = 12(4-t) \\
 t = 1 \text{ iken } a = 36 \\
 t = 2 \text{ iken } a = 24 \\
 \begin{array}{l}
 1 \text{ saat} = 36 \\
 2 \text{ saat} = 24 \\
 3 \text{ saat} = 12 \\
 4 \text{ saat} = 0
 \end{array}
 \end{array}$$

4 saat almıştır.

Şekil 4.33. Talha'nın inşaat senaryosu durum temsili

Yukarıdaki şekilde Talha'nın taşıma işleminin ne kadar sürede tamamlanacağını gösteren notları yer almaktadır. Bu değerleri t 'ye değer vererek bulunduğunu ifade eden

Talha, bir saat içinde ne kadar çuval taşındığını ifade etmekte ve çuvalların taşınma işleminin 4 saatte tamamlanacağını söylemektedir (78T, 80T). Fakat bu durumun kalan çuval sayısının sıfır olması ile ilişkili olduğuna dair herhangi bir yorum yapamamaktadır. Üstelik zamanın sıfır olabileceği durumu (Kemal'in işe başlaması) göz önüne almadığı da görülmektedir. Ayrıca Talha bulduğu değerler hakkında daha açıklayıcı bir bilgi vermek istediğinde koordinat sisteminden yararlanabileceğini düşünmekte, fakat bununla ilgili herhangi bir grafik oluşturmamaktadır (78T). Araştırmacı öğrencinin bulduğu bu değerleri ne oranda ilişkilendirebileceğini merak etmekte ve görüşmeye bu yönde sorularla devam etmektedir.

81A: Peki burada a ile t arasındaki ilişkiyi açıklayabilir misin?

82T: Mesela buradaki yaptıklarımızı aslında bir grafiğe de dökeriz.

83A: Evet.

84T: ...(Grafik oluşturmaktadır) 12, 24, 36 mesela burada t 1 iken 36 bulmuşuz, o zaman burada u karşımıza azalan bir grafik çıkacak. u burada mesela 2 iken de 24 buluyoruz, çünkü git gide azalır çuval sayısı, mesela 3 iken de buraya da iner (grafikteki (0,12) noktasını işaret etmektedir), 4. saatte de zaten hiç kalmaz, u sıfıra direkt buraya gelir, azalan grafik de böyle çizilebilir.

85A: Bu şekilde çizilebilir diyorsun (Grafiğin a eksenini 36'dan başlatmaktadır).

86T: Evet.

.....
87A: Peki burası (Grafiğin a eksenini kestiği noktayı işaret ederek) kaç olur?

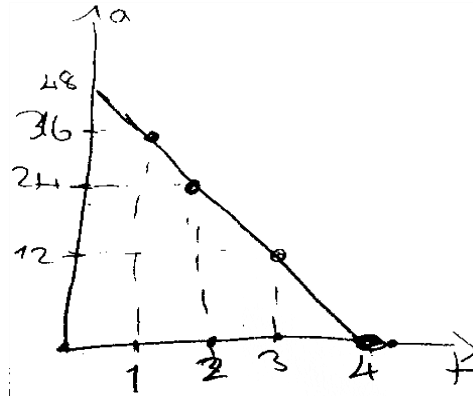
88T: Orası işte hocam bütün sayıları verir, yani 48'i verir. Mesela burada bulmuştuk ya hani mesela 48, 48 sıfırdı yani başlangıç olarak 48'de ise, direkt azala azala devam etmiştir yani (grafik üzerinde işaretlediği noktaları tekrardan tek tek ifade etmektedir)...

89A: 1, 2, 3, 4 dediğin ne oluyor?

90T: İşte geçen zaman hocam.

91A: Peki Talha bu söylediklerini değerlendirebilir misin?

92T: Önce kaç saatte taşıdığını bulduk, sonra da toplam kaç çuval kum olduğunu bulduk... Grafikte de gösterdik yani t artarken zaten en fazla 4 saat çalışmış, a 12şer azaldı...



Şekil 4.34. Talha'nın inşaat senaryosu durum temsili

Talha, geçen süreye göre bulduğu çuval sayılarını grafik yardımı ile daha açık bir şekilde gösterebileceğini ifade etmektedir (82T). Talha, öncelikle oluşturduğu grafik üzerinde 4 nokta belirleyip ((1,36), (2,24), (3,12), 4,0) noktaları çizimini tamamlamaktadır (Şekil 4.34). Grafiğin a eksenini kestiği noktayı belirtmeyen Talha'ya araştırmacı, bu noktanın kaç olacağını sormuş (87A), bunun üzerine Talha bu noktanın tüm çuvalları temsil ettiğini gerekçesiyle birlikte açıklamıştır (88T). Ayrıca öğrenci oluşturduğu grafiğin azalan bir grafik olduğunu ifade etmiş ve geçen süreye göre kalan çuval sayısını ifade ederek, azalan grafiğin nasıl çizileceğini göstermiştir (84T). Son durumda ise yaptıklarını bir bütün olarak değil de birim birim ilişkisel olarak ifade etmekte ve özetlemektedir (92T).

Yukarıdaki bulgulardan hareketle öğrencinin önceki bilgilerini yeni bilgilerini oluşturmak için etkili bir şekilde kullanabildiği ve yansıtabildiği görülmektedir. Ayrıca öğrencinin işe başlama ile tüm çuvalların taşınmasının denklemde ilgili değişkenin 0 olması anlamına geldiğini fark ettiği de tespit edilmiştir. Tüm bu davranışlar öğrencinin denklem konusunu içselleştirdiğinin bir göstergesi olarak sunulabilir. Fakat son durumda öğrenciden elde ettiği verileri tersten hareket ederek tekrardan senaryoda verilen denklem ile ilişkilendirmesi beklenmiş ve öğrencinin bu davranışı göstermediği gözlenmiştir. Yani öğrencinin elde ettiği bilgi birimlerini organize ederek sentezleyemediği söylenebilir.

4.2.1.2.2.2. Okan'ın soyutlama süreci analizleri

Araştırmanın ikinci senaryosu için Okan ile yapılan görüşme yaklaşık 12 dakika sürmüştür. Araştırmacı görüşme formunun ikinci senaryosunun yazılı olduğu çalışma kâğıdını Okan'a verdikten sonra, senaryoyu sesli bir şekilde okuyarak yorumlamasını istemiştir. Bu görüşmeye ait veriler şu şekildedir (A: Araştırmacı, O: Okan).

47O: 11 çuval sayısı, hocam bence bulamayız.

48A: Neden peki?

49O: Çünkü burada bir tane daha bilinen vermesi gerek bize... yani en başta taşınmayan ya da taşınan ya da kalan çuval sayılarından bir tanesini vermesi gerekti bize.

50A: Peki o zaman tüm çuvalları taşınması ne kadar zaman alır, bunu bulabilir miyiz?

51O: ... t 1 için... 36, t 2 için, 24 öyle gidiyor. Hepsinde 12 azalıyor ise, tüm çuvalları taşınması ne kadar zaman alır?

52A: Bu bulduğun 36, 24, 12 ne?

53O: Hocam şimdi bunlar t 'ye değer vererek bulduğum a 'lar. Hani koordinat sisteminde yaptığımız gibi. Bir dakika, 0 verelim... $a = 48$, a 'ya 0 verelim (sessiz kalmaktadır), t 'nin de 0 olması gerek, (mırıldanarak) ne kadar zamanını alır?

54A: Neden 0 olması gerek?

55O: 12 artıyor da hocam... hocam hiçbir şey anlamadım ki ben. Bence burada da eksik sayı var, o yüzden çözemiyorum.

56A: ... şunu verselerdi ben bu soruyu çözerdim dediğin bir şey var mı?

57O: 11 hocam mesela baştaki çuval sayısı 11 (sessiz kalmaktadır), hocam mesela zamanı verseydi kalan çuvalları 11 mesela 5 kalan çuvalda 3 saat sürüyorsa, eğer zamanı verseydi burada kalan çuvalları, tüm çuvalları bulabilirdik. Yani o yüzden bence bu soruda da t 'yi vermesi gerekirdi.

forunin için t'ye vermesi gerektir

$$a = 12(4 - t)$$

0 . 36 . 0

24

12

Şekil 4.35. Okan'ın inşaat senaryosu durum temsili

Okan, ne kadar çuval taşındığının bulunamayacağını, bunu bulmak için ek bir bilgiye daha ihtiyacının olduğunu düşünmektedir (470, 490). Bu iki ifade arasında t 'nin alabileceği tüm muhtemel değerlere göre kalan çuval sayılarını hesaplamakta ve hatta bunlar arasında a 'ya ve t 'ye 0 verilmesi gerektiğini de düşünmektedir (510, 530). Bu bilgisini, koordinat sisteminde eksenleri kesen noktaların bulunması ile ilişkilendirerek ifade ettiği tahmin edilmektedir. Fakat hala bu bilgilerini senaryo çerçevesinde yansıtamadığı için tam olarak kavrayamamaktadır. Yani Okan, birimler arasında ilişkiyi düşünmeyi tam olarak gerçekleştiremediği için nesnelere zihninde birleştirememektedir. Dolayısıyla oluşturduğu bilgileri tam olarak toparlayamadığı için tekrardan soruda eksik bir bilgi olduğunu düşünmekte, kaç saatte ne kadar çuval taşındığı bilgisinin verilmesi ile soruların çözülebileceğine inanmaktadır (550, 570). Öğrencinin zorlandığı ilk anda soruda hatalı/eksik bir durum olabileceği düşüncesini geliştirmesi ve hala dışsal bir ipucuna gerek duyması, senaryoyu anlamlandıramadığının bir göstergesidir. Araştırmacı Okan'ın elde ettiği verileri zihninde bir bütün olarak düşünmeyi gerçekleştireceği zaman, bu olumsuzluklardan kurtulacağını düşünmekte ve bunun için görüşmeye devam etmektedir.

58A: Hım, Peki Okan sence a ile t arasında bir ilişki var mıdır?

59O: Hocam sadece şurada kurduğum, değer vererek kurduğumuz ilişki var. Buraya 1 (t 'yi işaret etmektedir) verdiğimizde 12, 2 verdiğimizde o ilişki sadece bulunabilir.

60A: Söylediğin şeyleri daha net bir şekilde ifade edebilir misin?

61O: Grafik çizebiliriz ya da mesela tablo yapalım. t burası da a olsun (Tablo çizmektedir). $t = 1$ olduğunda... $t = 0$ olduğunda $a = 48$, $t = 1$ olduğunda $a = 36$, $t = 2$ olduğunda $a = 24$, $t = 3$ olduğunda $a = 12$, $t = 4$ olduğunda $a = 0$ olur.

62A: Bu kadar mı?

63O: Bundan sonra ilerler ama eksilere iner, ama zamanda da eksi olmadığı için ilerleyemez.

64A: Nasıl yani?

65O: Yani çuval sayısı eksi olamaz ki. (hemen grafik çizmeye başlamaktadır) 0, 12, 24... $t = 1$ olduğunda 48, $t = 2$ olduğunda 36, $t = 3$ olduğunda 24, yok yanlış mı çizdim (biraz düşündükten sonra) haa bir de 0 var, birincisi şurası tam 0 noktası.

66A: Evet.

67O: Burası hani burası 0 olunca... 48, birincisi burası hocam (Grafikte (0,48) noktasını işaretlemektedir), ondan sonra ikincisi, $t = 1$ çıktığında 3 de 36 ediyor, $t = 2$ çıktığında 2, 24 ediyor, $t = 3$ de 12 ediyor, $t = 4$ de 0 yani şu noktada (Grafikte (4,0) noktasını işaretlemektedir) yapıyor, bunun gidişatı da hocam, şöyle aşağıya doğru.

68A: Çizdiğin grafiği yorumlar mısın biraz?

69O: Böyle aşağıya doğru iner, 4 ile 48 arasındadır, devam etmez, neden, çünkü eksi olmazdı... bu kadar.

70A: Peki a ile t arasındaki ilişkiyi toparlayıp söyleyebilir misin?

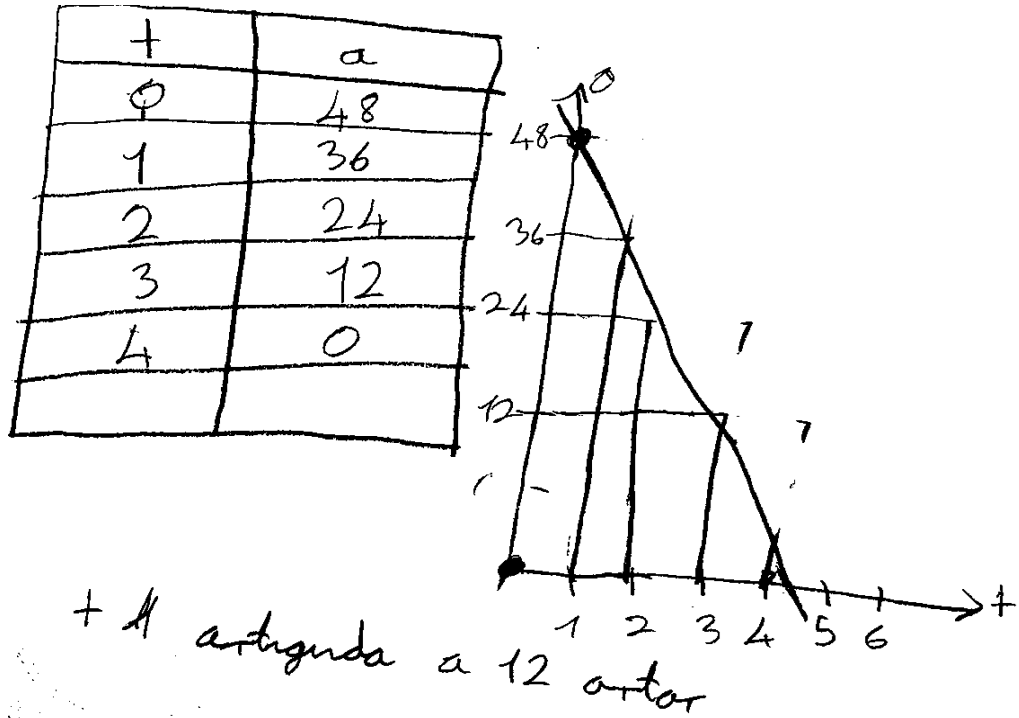
71O: $t = 1$ arttığında $a = 12$ artar.

72A: ... Okan, peki bu senaryoyu ve senin yaptığın her bir işlemi de dikkate alarak değerlendirebilir misin?

73O: Yani burada değer verdik ve bu değerleri gösterdik... Burada bir örnek verseydi bulabilirdik, ama değer vermediği için bulamayız (soruları kastetmektedir)...

74A: Yani bulduğun bu değerler sana yardımcı olamaz mı?

75O: ... Hayır hocam yeterli değil, bu değerleri ben verdim ama aslında soruda vermesi lazımdı belli bir sayı, ona göre yapabiliirdik ama şimdi yapamayız.



Şekil 4.36. Okan'ın inşaat senaryosu durum temsili

Okan a ile t arasındaki ilişkinin az önce değer verdiği gibi kurulabileceğini ifade etmekte (590) ve bulduğu verileri önce tablo sonra ise grafik yardımı ile gösterebilmektedir (610, Şekil 4.36). Ayrıca t 'nin en son 4 değerini alacağını, gerekçesini sunarak açıklamakta (630) ve grafiği de ifade ettiği düşüncelerine uygun bir şekilde oluşturmaktadır (650, 670, 690). Okan'ın oluşturduğu ilişki için 'azalan grafik', 'doğrusal ilişki' gibi kavramları kullanmamasına rağmen, öğrencinin 'grafik'in gidişatı aşağı doğru' ifadesinden bu kavramları anlatmak istediği düşünülmektedir (670). Okan, geçen zamana göre kalan çuval sayılarını bulabilmekte hatta bu değerlerin hangi aralıklarda olacağını da düşünebilmektedir. Tüm bu açıklamalarına rağmen, hem a ile t arasındaki ilişkiyi doğru bir şekilde ifade edemezken (710), hem de tüm çuvalların sayısının ne kadar olduğunu ve taşıma işleminin ne kadar sürede tamamlanacağını bulunamayacağını ifade etmektedir (730, 750). Bu durumda Okan'ın bulduğu değerlere senaryo çerçevesinde anlam yükleyemediği, bu değerleri sadece bağımlı ve bağımsız değişken değerleri olarak düşündüğü söylenebilir. Aynı durum Okan'ın geçen süre ile kalan çuval sayıları arasında kurduğu ilişkide de görülmektedir (710). Okan ifade ettiği durumu anlamlandırarak tanımlayamadığı için zamanın geçmesi ile çuval sayısının artmasının yanlış bir ifade olduğunu fark

edememektedir. Öğrencinin elde ettiği verileri anlamlandıramaması, bu bilgi birimleri arasındaki ilişkiyi fark edememesi ve bütüncül olarak değerlendirememesi onun içselleştirme, enkapsüle etme gibi davranışları gerçekleştirmediğinin bir göstergesidir. Genel değerlendirmesinde bile tüm senaryoya bir bütün olarak bakmadığı, hala dışsal bir ipucuna ihtiyacı olduğu görülmektedir. Eylem aşamasını gerçekleştiren öğrencinin süreç aşamasının gerekliliklerini tam olarak yerine getiremediği söylenebilir.

4.2.1.2.2.3. Harun'un soyutlama süreci analizleri

Araştırmanın ikinci senaryosu için Harun ile yapılan görüşme yaklaşık 8 dakika sürmüştür. Araştırmacı görüşme formunun ikinci senaryosunun yazılı olduğu çalışma kâğıdını Harun'a verdikten sonra, senaryoyu sesli bir şekilde okuyup senaryoda yer alan denklemleri incelemesini istemiştir. Bu görüşmeye ait veriler şu şekildedir (A: Araştırmacı, H: Harun).

51H: Şimdi burada ki, $a = 12 \cdot (4 - t)$ 'dir. Burada mesela... a 'ya değer vererek ya da t 'ye değer vererek bunu çözebiliriz.

52A: Buraya (çalışma kâğıdını işaret ederek) yazabilir misin söylediklerini?

53H: Mesela $t = 1$ için... (gerekli matematiksel işlemleri yapmaktadır) $a = 36$ 'dır. Mesela $t = 2$ için ise $a = 24$ 'tür.

54A: Peki bunları neden yapıyorsun?

55H: Şimdi kaç çuval kum olduğunu bulacağız. Aslında burada herhangi birine değer vermediğinden bizim değer vermemiz gerektiğinden onun için tam olarak net bir şey bulamayız da.

.....
56A: Peki yukarıda bulduğun değerler neyi ifade ediyor?

57H: İşte hocam $t = 1$ için mesela $a = 36$, yani taşınmayan çuval sayısı 36 oldu, $t = 2$ için ise 24 tane kaldı a 'dan.

58A: Ne kadar çuval olduğunu bulabilir miyiz?

59H: Evet bulabiliriz.

60A: Nasıl bulabiliriz?

61H: Kemal işe kaç çuval (sessiz düşünmektedir), bence bulamayız hocam orasını, değer vererek bulabiliriz ancak.

62A: Hı, devam edelim o zaman.

63H: Mesela $t = 3$ için ise $a = 12$, $t = 4$ için, evet bulabiliriz hocam, $a = 0$ yani 4 saat içinde tüm çuvalları taşıyabiliriz.

64A: Yani tüm çuvalları taşıması ne kadar zaman alır?

65H: 4 saat.

66A: Peki işe başladığında kaç çuval kum olduğunu bulabilir misin?

67H: İşe başladığında (sessiz kalmaktadır). O zaman da galiba a 'ya mı değer vereceğiz?... kaç çuval kum vardır, aslında buldum da, (mırıldanarak) kaç çuval kum vardır işe başladığında, 4 saat içinde yapıyorsa... $t = 0$ için ise, o zaman hocam t 'ye 0 değerini verdiğimizde ise, bütün çuvalların şeyini sayısını bulabiliriz.

68A: Evet (devam edelim anlamında söylemektedir).

69H: Mesela $t = 0$ için burada... (gerekli matematiksel işlemleri yapmaktadır) 48 eder, yani işe hiç başlamadığında a 'nın değeri 48 olur.

$$a = 12(4 - t)$$

48

$t = 1$ için $a = 36$	$t = 3$ için $a = 12$
$t = 2$ için $a = 24$	$t = 4$ için $a = 0$

Şekil 4.37. Harun'un inşaat senaryosu durum temsili

Harun, a ile t 'den herhangi birine değer vererek bu soruların çözülebileceğini düşünmektedir (51H, 53H); fakat soruda herhangi bir değer verilmediğinden net bir şey bulunamayacağını da ifade etmektedir (55H). Aynı durum Harun'un 61H ifadesinde de ortaya çıkmaktadır. Harun, Kemal'in hem kaç çuvala işe başladığını hem de bu işi toplam kaç saat içinde tamamladığını bulabilmektedir, fakat bunu değer verdiği için bulabildiğini aslında soruda herhangi bir değer verilmediği için bunun hesabının yapılamayacağını ifade etmektedir (55H, 61H). Bu durum Harun'un bilgi oluşturma sürecinde dışsal bir ipucuna gerek duyduğunu göstermektedir. t 'ye değer vererek bulduğu a değerlerini yorumlamakta ve $a = 0$ olması durumunun hem tüm çuvalların

taşınacağını hem de geçen sürenin 4 olacağını temsil ettiğini söylemektedir (63H). Ayrıca Harun, Kemal'in işe başlamasının t 'nin 0 değerine karşılık geldiğini ve bu durumda ise toplam kaç çuval kum taşındığının bulunabileceğini ifade etmektedir (67H).

Harun, genel olarak sorunun gerektirdiği matematiksel işlemleri sorun yaşamadan mantıksal çıkarımlar da yaparak gerçekleştirebilmektedir, fakat elde ettiği verilerin, senaryo da özel olarak değer verilmediği için net veriler olmadığını düşünmektedir. Bu durum Harun'un bilgi birimlerini hala anlamlandıramadığının bir göstergesidir. Araştırmacı öğrencinin bu konuda daha açıklayıcı yorumlar yapmasını istediğinden görüşmeye devam etmektedir.

70A: Tamam, peki a ile t arasında bir ilişki var mıdır?

71H: Evet, vardır. Mesela hocam, burada t 1 arttığında a ise, yani taşınmayan çuval sayısı ise hep azalıyor, 12şer azalıyor.

72A: Peki bu ilişkiyi gösterebilir misin?

73H: Evet. Tablo ile gösterebiliriz diğerlerinde de olduğu gibi (Önceki senaryoda oluşturduğu tabloyu işaret etmektedir)... bunu grafikte de gösterebiliriz.

74A: Gösterelim o zaman.

75H: İlk önce tablo ile göstereyim (tablo yapmaktadır). Mesela şurası a (ilk sütuna yazarak), burası da t (ikinci sütuna yazarak)... (t 'ye değer vererek a değerlerini hesaplamaktadır), 4 için ise tamamını taşımış oldu.

76A: Tamam, grafik olarak peki?

77H: Mesela bu sefer şuraya a diyelim, buraya t diyelim (eksenleri oluşturmaktadır). t , 1, 2, 3, 4 burası (a eksenini işaret ederek) 0, 12, 24, 36 ve 48 idi. t 1 iken, t 4 den başlayalım. t 4 iken çuvalımız yani zamanımız 4 saatte yani hiç çuval kalmadı, 3 saat iken... 12 çuval kadar şey taşıdı, 12 çuval kaldı, 3. saatte ise hani 2 saat çalıştığında ise 24 çuval kaldı, 1 saat çalıştığında ise tam 48 tane vardı (Grafikte bulduğu noktaları tek tek işaretlemektedir).

78A: 48 ile eşleşen bir nokta yok mu?

79H: 48, zaten 0.

80A: Peki a değerlerini böyle mi yazıyorsun (a eksenini işaret ederek)?

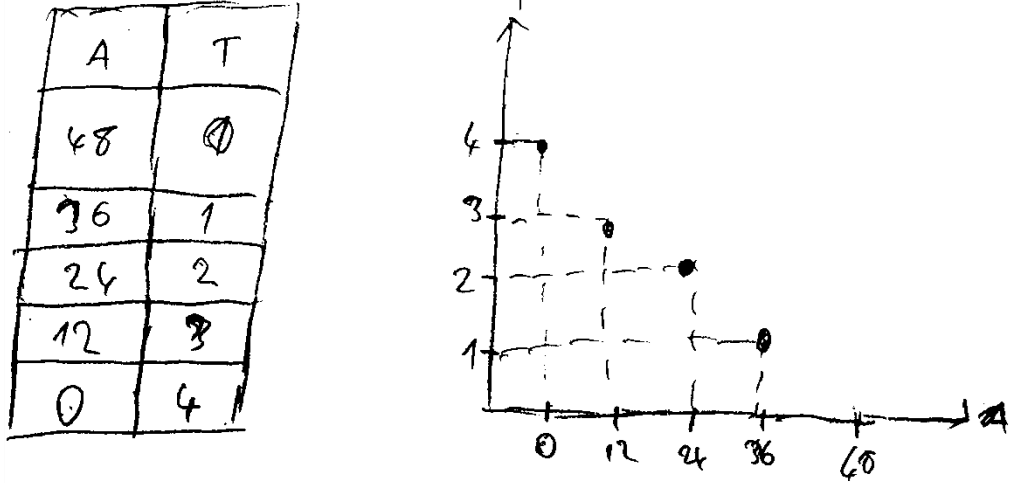
81H: İstersek buraya da yazabilirdik (t eksenini işaret ederek)?

82A: Grafiğin böyle çizileceğinden emin misin?

83H: Evet.

84A: Peki elde ettiğin verileri gözden geçirip değerlendirebilir misin?

85H: Hocam ıı şimdi biz burada değerleri bulduk, yani t 'ye değer verip kalan çuval sayılarını bulduk... sonra sorularda bize kaç çuval olduğunu soruyordu zaten 48 çuval olacak, çünkü en fazla 48... kaç saatte taşıdığı da 4 saatte taşınır...



Şekil 4.38. Harun'un inşaat senaryosu durum temsili

Harun a ile t arasındaki ilişkiyi doğru bir şekilde ifade etmekte (71H) ve bu iki değişken arasındaki ilişkiyi hem tablo hem de grafik ile göstermektedir (Şekil 4.38). Harun, yukarıdaki şekilde de görüldüğü gibi, tabloyu bulduğu değerler ile doğru bir şekilde oluştururken, grafiği söylediklerini tam olarak yansıtmak biçimde oluşturamamaktadır (75H, 77H, 79H, 81H). Ayrıca işe başlamamak ve tüm çuvalların taşınması gibi sözel ifadelerin 0 ile ilişkili olduğunu ifade etmekte fakat bu durumu grafik üzerinde gösterememektedir. Araştırmacı bu kısımda öğrenciden değişkenler arasındaki azalan yönde ilişkinin grafik üzerinde gösterilmesini ve grafiği eksik ve yanlış oluşturduğunu fark etmesini beklemektedir. Fakat Harun bu konuda pek başarılı olamamaktadır (Şekil 4.38). Genel değerlendirmede ise, öğrenci bütünsel düşünmekten ziyade birim birim değerlendirmeyi yani aslında yaptıklarını özetlemeyi tercih etmektedir (85H). Genel olarak yaptıklarını eleştirel bakış açısı ile ele alamamakta ve belki de bu yüzden hatalarının ve eksiklerinin farkına varamamaktadır.

Harun'un görüşme verilerinde genel olarak değişkenler arasındaki ilişkileri mantıksal çerçevede açıklayabildiği fakat bu ifadelerinde denklem konusu ile ilişkili

olan kavramları kullanmayı tercih etmediği görülmektedir. Ayrıca öğrencinin bulduğu ilişkileri bir araya getirerek genelleme yapamadığı da söylenebilir. Daha genel yapıyı ortaya koymak için küçük yapıların mantık çerçevesinde koordine edilmesi ve sentezlenmesi gerekmektedir. Dolayısıyla bu süreç denklem konusunun tam olarak öğrenci zihninde soyutlanmaması ile sonuçlanmaktadır.

4.2.1.2.2.4. Nur'un soyutlama süreci analizleri

Araştırmanın ikinci senaryosu için Nur ile yapılan görüşme yaklaşık 9 dakika sürmüştür. Araştırmacı görüşme formunun ikinci senaryosunun yazılı olduğu çalışma kâğıdını Nur'a verdikten sonra, senaryoyu sesli bir şekilde okuyarak incelemesini ve yorumlamasını istemiştir. Fakat öğrenci soruyu sessiz bir şekilde okuduktan sonra hemen ilk soru hakkında yorum yapmaya başlamıştır. Bu görüşmeye ait veriler şu şekildedir (A: Araştırmacı, N: Nur).

41N: Kaç çuval kum olduğunu bulabiliriz... yani t zamanı bilmiyoruz burada bir denklem kurmuş, $a = 12 \cdot (4 - t)$, burada 4 ve 12 ne olarak, a çuval sayısı, taşınmayan çuval sayısı, t ise saat orada yazdığı gibi, bu taşınmayan çuval sayısını (a 'yı kastetmektedir) bu saatte yani çıkarmış (t 'yi kastetmektedir) bu denklemde.

42A: Yani?

43N: Yani 12 mi yoksa? (Biraz sessiz kaldıktan sonra) Nasıl ya hatırlayamadım. Saat (sessiz kalmaktadır) bu taşınmayansa, taşınmayı o zaman taşınanlara mı eşit? Burada eşittir demiş bu işarete, o zaman taşınmayan çuval sayısını buluruz ve taşınanı da bulabiliriz.

44A: Hı öyle mi diyorsun, peki onu nasıl bulacağız?

45N: Onu nasıl bulacağız? Nasıl yapmam gerektiğini hatırlamıyorum.

46A: Peki tüm çuvalların ne kadar sürede taşındığına yönelik bir yorumun var mı?

47N: Yani saatte demiş, o zaman 12 ile 4'ü mü çarpacağız? $36 - t$ taşınmayan çuval sayısı (Biraz sessiz kaldıktan sonra) değil de tüm çuvalların sayısını buluruz. Yani bu denklemi bulacağız ve bunu bulacağız, toplayıp tüm çuvalları bulacağız.

48A: Dediğin şeyi nasıl yapabiliriz?

49N: Mesela değer verebiliriz.

50A: Nasıl yani?

- 51N: Mesela t 'ye 1 değerini verebiliriz... $a = 36$.
- 52A: Bu ne demek peki?
- 53N: Bu denklemin cevabı, çözümü.
- 54A: Tamam çözümü, ama ne anlama geliyor, t 'nin 1 olduğunda a 'nın 36 olması.
- 55N: Değer vermemiz anlamına geliyor.
- 56A: Peki böyle yapıp ne yapacağız?
- 57N: Taşınan çuval sayısını bulacağız, kaç çuval taşımış onu bulacağız.
- 58A: Bir yap bakalım.
- 59N: Bu taşıdığı çuval sayısı, t 'ye 1 değerini verdiğimizde, 2 vererek, 3 vererek yani onu bulabiliriz farklı yöntemlerle olur.
- 60A: Mesela t 'ye 2 verdiğimiz zaman farklı yöntem mi kullanmış olacağız?
- 61N: Farklı bir sayı yani farklı bir işlem yapmış olacağız. Yani mesela t 'ye 2 verdiğimizde... $a = 24$ oldu, gittikçe azalan bir denklem oldu.

$$\begin{array}{lll}
 t=1 \text{ için} & t=2 \text{ için} & 36 = 12(4-1) \\
 a = 12(4-1) & a = 12(4-2) & 36 = 12 \cdot 3 \\
 a = 12 \cdot 3 & a = 12 \cdot 2 & 36 = 36 \\
 a = 36 & a = 24 &
 \end{array}$$

Şekil 4.39. Nur'un inşaat senaryosu durum temsili

Nur, senaryoyu anlamlandırmak için denklemleri yorumlamaya çalışmaktadır (41N). Denklemin taşınmayan çuval sayısını verdiğini ve böylelikle taşınan çuval sayısının da bulunabileceğini ifade etmektedir (43N). Bunun dışında taşınan çuval sayısının nasıl bulunacağına dair herhangi bir düşünceye sahip değildir (45N). Ayrıca Nur'un bazı sorulara kendisinin de tam olarak ifade edemediği anlamsız açıklamalar yaptığı görülmektedir (47N). Bu durum öğrencinin senaryoda verilenleri anlamlandıramadığının bir göstergesidir. Araştırmacının tüm çuvalların ne kadar sürede taşınacağı ile ilgili sorusuna Nur, tüm çuvalların sayısının nasıl bulunacağına dair yorumlamalar yapmakta (47N, 49N) ve t 'ye değer verilmesi gerektiğini düşünmektedir

(51N). t 'ye değer verip a değerlerini bulmaktadır, fakat elde ettiği verileri birbiri ile ilişkilendirememektedir (53N, 55N). O'na göre t değerlerine göre bulunduğu a değerleri, 55N ifadesinde de bahsettiği gibi sadece bir değer anlamı taşımaktadır. Yani öğrenci elde ettiği verileri yorumlayamadığı için senaryonun odağından kopmakta ve kendisinden istenilenleri bulmakta başarı gösterememektedir. Sonrasında Nur, t 'nin her bir değeri için, bulunduğu her a değerinin azalarak ilerlediğini ifade etmektedir (61N). Fakat öğrencinin bu konudaki açıklamaları bütünsel özellik taşımamaktadır. Yani Nur, geçen süre için bulunduğu değerleri kendi arasında, kalan çuval sayısı için bulunduğu değerleri kendi arasında kıyaslamaktadır. Buradan hareketle öğrencinin hala bütünsel bir bakış açısını yakalayamadığı söylenebilir. Araştırmacı sonraki aşamalarda Nur'un bu bulunduğu bilgi parçalarını koordine edip edemeyeceğini merak etmekte ve görüşmeye devam etmektedir.

62A: Peki burada bizim sorularımızın cevabı olabilir mi sence?

63N: Olabilir, mesela yani taşınmayan çuval sayısı biz burada a 'yı bulduk, 36 olabilir.

64A: Emin değilsin yani?

65N: Yok işte böyle olacak.

66A: Hı, peki tüm çuvaları taşınması ne kadar zaman alır sorusunu bulabilir miyiz?

67N: Bu seferde t 'ye değil de a 'ya değer verebiliriz.

68A: Evet yapalım.

69N: Mesela a 'ya 2 versek, 2 çok küçük bir sayı 36 versek a 'ya, 4'ten 1'i çıkarırız, 12 ile de çarparız... Yani zaman eşitliği buluruz burada t 'yi...

Nur, tüm çuvaların sayısının 36 olduğunu ifade etmektedir (59N, 61N). Bu durumda zamanın başlangıcının 1 olduğunu düşündüğü söylenebilir. Az önce tüm çuvaları bulurken t için değer vermişti, şimdi ise aynı mantıkla Kemal'in kaç saat çalıştığını bulunabileceğini iddia etmektedir (63N). Az önce yaptığı işlemleri tekrarlayıp zamanın 1 olduğunu söylemekte ve mantıklı açıklamalar yapamamaktadır (65N). Araştırmacı öğrencinin bulunduğu değerleri ilişkilendirerek, cevap için gerekli olan önemli noktaları fark edip etmeyeceğini sorgulamak için, öğrenciye bu bulunduğu değerlerin arasında bir ilişki olup olmadığı sormaktadır.

70A: Peki a ile t arasında nasıl bir ilişki var Nur?

71N: a ile t arasında, zaman arttıkça taşınmayan çuval sayısı azalır.

72A: Hı... peki bunu bize gösterebilir misin?

73N: Mesela bir tablo çizsek, şuraya a desek yani taşınmayan çuval sayısı, buraya da zamanı yazsak yani t desek, taşınmayan çuval sayısı 1 olunca zaman artıyor, zaman 2 olur, bu 2 olduğunda 3 olur, yani sürekli taşınmayan çuval sayısı azalması lazım, zamanın da azalması lazım. Onun için ilk önce taşınmayan çuval sayısı 10 olsa 9, 8, 7 böyle arasındaki $n + 1$, birinci sayı 9, yani bir ilişki kurarız.

74A: Süre nasıl değişiyor bunlar böyle olurken?

75N: Bunlar azaldıkça süre de yani artar, yani 10 tane taşınmayan çuvalı daha fazla sürede taşır, 9 olduğunda daha azalır, yani bunlarda mesela bunu 9 dakikada taşır veya bunu 7 dakikada, bunlarda da ikişer ikişer azalabilir, 5 dakika 3 dakika 2 dakika gibi yani.

76A: Bu söylediklerinden nasıl emin olabiliyorsun?

77N: ... Değer vererek yaptık zaten oradan da eminim böyle olduğuna...

78A: Elde ettiğin verileri gözden geçirip, senaryoyu baştan değerlendirebilir misin?

79N: İy hocam bize burada Kemal'in kaç çuval taşıdığı sorulmuş bende burada yaptım zaten 36 çuval vardı sanırım...

taşınmayan	zaman
10	9 dk
9	7 dk
8	5 dk
7	3 dk
6	2 dk
n	

Şekil 4.40. Nur'un inşaat senaryosu durum temsili

Nur, geçen zamana göre kalan çuval sayısının nasıl değişeceğini ifade edebilmektedir (71N). Ayrıca Nur, bu durumu bir tablo yardımı ile gösterebileceğini söylemektedir (Şekil 4.40). Fakat yukarıdaki açıklamalarına ve oluşturduğu tabloya bakılırsa, öğrencinin pek de anlamlı şeyler yapmadığı görülmektedir (73N, 75N). Araştırmacı öğrencinin elde ettiği veriler arasında ilişki olup olmadığı görmesini istemiş ve bu yönde sorularını yöneltmiştir, fakat öğrencinin senaryonun odağından daha da uzaklaştığı ve senaryo ile ilgili birbirinden kopuk veriler elde ettiği, ayrıca bu veriler hakkında anlamsız açıklamalar yaptığı görülmektedir. Görüşmenin sonlarına doğru öğrencinin isteksiz tavırları da araştırmacının gözünden kaçmamıştır. Yani Nur, araştırmanın bu kısmında basit matematiksel işlemleri yapmanın ötesine geçememektedir. Tüm bu açıklamalardan sonra Nur'un denklem bilgisini soyutlamadığı ifade edilebilir.

4.2.1.3. Öğrencilerin kendi oluşturdukları senaryolara ilişkin bulgular ve yorumlar

Araştırmanın son kısmında öğrenciler öğrendikleri bilgileri kullanma konusunda tamamen serbest bırakılmıştır. Görüşme başlatılmadan önce gerekli görülen açıklamalar yapılmış, görüşme esnasında öğrencilere herhangi bir soru yöneltilmemiş ya da herhangi bir uyarı da bulunulmamıştır. Yani bu kısımda öğrencilerin oluşturdukları bilgileri nasıl şekillendireceği tamamen kendilerine bırakılmıştır. Öğrencilere, düşüncelerini yazabilmeleri için bir çalışma kâğıdı verilmiş ve görüşme öncesinde düşüncelerini açık bir şekilde bu kâğıda not etmelerinin gerekliliğinden bahsedilmiştir.

Aşağıda görüşmenin bu kısmında kullanılan yönergelerin yer aldığı form verilmiştir. Burada öğrencilerin öğretim süreci sonunda oluşturdukları denklem konusuna yönelik farkındalıkları belirlenmek istenmiş ve bu farkındalıkları ile soyutlama düzeyleri arasında ilişki kurulmaya çalışılmıştır. Dolayısıyla öğrencilerin oluşturdukları problem durumları ile ilgili değerlendirme yapılmasından ziyade, onların bilgi oluşturma süreçlerinin değerlendirilmesi yapılmıştır. Görüşmenin son kısmına ait bulgular yorumları ile birlikte, deney ve kontrol grubunda yer alan her bir öğrenci için ayrı ayrı verilmiştir.

Tablo 4.6.

Görüşme Sürecinde Kullanılan Yapılandırılmamış Görüşme Formu

KENDİN YAZ KENDİN ÇÖZ!

--Uygulama sürecinde öğrendiğiniz kavramları kullanabilmenize fırsat veren bir problem durumu yazınız.

--Problemi oluşturduktan sonra çözümünü yapınız.

--Çözüm stratejinizi açıklayınız.



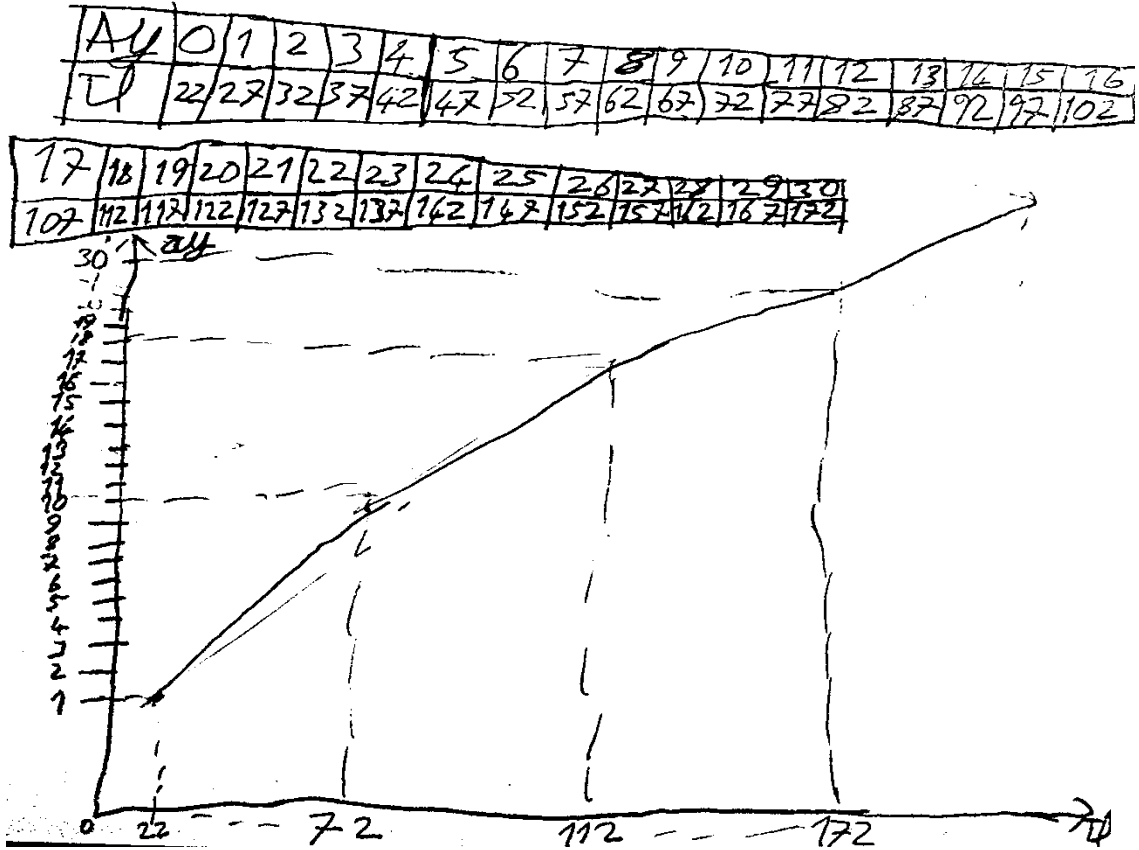
4.2.1.3.1. Deney grubu öğrencilerin soyutlama süreci bulguları ve yorumları

Deney grubunda öğretim süreci APOS/ACE öğretim döngüsüne göre tasarlanmıştır. Deney grubunun genelini temsil ettiği düşünülen, başarı düzeyleri birbirinden farklı olan 4 öğrenciden elde edilen veriler aşağıda sunulmuştur. Ve ardından öğrencilerden elde edilen bulgular yorumlanmıştır.

4.2.1.3.1.1. Fatih'in soyutlama süreci analizleri

Fatih yaklaşık 15 dakika boyunca bir problem durumu oluşturmaya ve oluşturduğu bu problemi çözmeye uğraşmıştır. Bu süre boyunca öğrenciye herhangi bir müdahale de bulunulmamıştır. Öğrenci çalışma kâğıdını teslim ettikten sonra, araştırmacı öğrenciden yaptıklarını özetlemesini istemiştir. Fatih'ten elden edilen veriler aşağıdaki gibidir:

(1 ay = 30 gün)
 Ahmet her gün kumpanyasına 5'er TL
 atmaktadır. Başlangıçta 22 TL'si olan
 Ahmet'in bir ay sonra kumpanyada kaç TL
 bulunmaktadır. Tablo ve grafik çizerek
 açıklayalım.



Şekil 4.41. Fatih'in durum görüntüsü temsili

Yukarıdaki çalışma kâğıdında, Fatih'in oluşturduğu problem durumu ve buna ait çözümler yer almaktadır. Fatih'in kendi çalışma kâğıdı ile ilgili düşünceleri de şu şekildedir:

Burada bir soru yazdım. Çözümünde ise öncelikle tablo kullandım. Daha sonra grafiği para miktarının artışını göstermek için çizdim. Denklem yazdım ama kullanmaya da gerek yok, yani hemen çözebiliyorsun bir tablo ile... Denklem kullanarak çözülen daha zor soru yazmaya çalıştım ama yapamadım, böyle daha kolay geldi...

Fatih, oluşturduğu problemin daha kolay yolla çözülebildiğini, bunun için illa denklem kurma gereğinin olmadığını ifade etmektedir. Tablo çizerek sorunun cevabının bulunabileceğini, grafikte de değişkenler arasındaki ilişkilerin gösterilebileceğini ifade etmektedir. Denklem kurarak çözülebilen daha zor bir soru yazmadığını ifade ettikten sonra araştırmacı Fatih'e daha zor ifadesinden tam olarak ne kastettiğini sormuştur. Bunun üzerine Fatih;

Yani öyle bir soru olacak ki denklemlerle çözülecek... u bu mesela hocam deseysen keşke 10 yılda, o zaman tablo çok uzun olurdu mecbur işlem yaptım... u ya da bir de kardeşinin olsaydı iki farklı kişi o zaman da belki tablo ile ya da grafikte daha zor olurdu, denklem kurardım, aklıma geldi ama yazmadım...

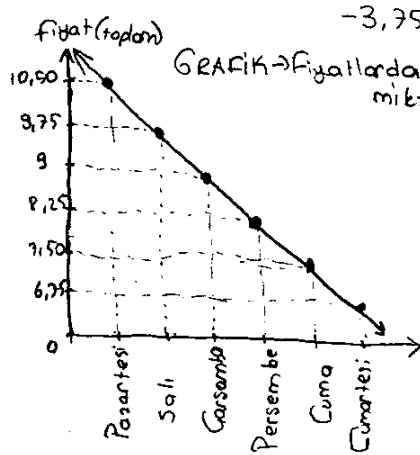
Yukarıdaki konuşmalardan Fatih'in hangi bilginin nerede kullanılacağı hususunda bilgi sahibi olduğu düşünülmektedir. Fatih'in, kendi sorusu için değişken ve denklem bilgisini matematiksel olarak kullanmasa da grafik çizimi için yaptığı yorumdan bu bilgiye sahip olduğu anlaşılmaktadır. Yukarıdaki çalışma kâğıdında öğrencinin grafik çizimi gibi hatalı oluşturduğu ifadeler rastlanmaktadır. Buradaki amaç öğrencilerin hatalarını sorgulamak ya da doğrularını göstermek değildir. Dolayısıyla Fatih'in bu gibi hatalı durumları ile ilgilenilmemiş, sadece konuya olan bakış açısı değerlendirilmiştir. Son yorumuna bakılacak olursa, Fatih'in denklem konusuna ilişkin düşünceleri özetlenebilir. Fatih, kullanılmasının kolaylık sağlayacağından yola çıkarak soruyu öncelikle tablo çizerek çözmekte ve denklem kullanılarak çözülen soruların daha karışık ve zor olacağını düşünmektedir. Bu durum onun denklem konusuna bakış açısını kısmen de olsa yansıtmaktadır.

4.2.1.3.1.2. Ezgi'nin soyutlama süreci analizleri

Ezgi yaklaşık 20 dakika boyunca bir problem durumu oluşturmaya ve oluşturduğu bu problemi çözmeye uğraşmıştır. Bu süre boyunca öğrenciye herhangi bir müdahale de bulunulmamıştır. Öğrenci çalışma kâğıdını teslim ettikten sonra, araştırmacı öğrenciden yaptıklarını özetlemesini istemiştir. Elde edilen veriler şu şekildedir:

Piyasalar için geçerli) Ankara 'da muz Pazartesi günü 5 TL, Mandalina 2,5 TL, Elma ise 3 TL idi. Bu meyvelerin fiyatı hergün 0,25 kr azaldığına göre Cumartesi günü bu meyvelerin her birinden 3'er kilo alan birisi kaç TL öder?

Gün	Pazartesi	Salı	Çarşamba	Perşembe	Cuma	Cumartesi
Fiyat (toplam)	10,50	9,75	9	8,25	7,50	6,75
		-0,75	-0,75	-0,75	-0,75	-0,75



Denklemler $\rightarrow x = 3 \cdot (10,50 - 3,75)$
 (Cumartesi günü için ödeyeceğimiz miktar)

$$\begin{array}{r} 6,75 \\ \times \quad 3 \\ \hline 20,25 \end{array}$$

Cumartesi günü için ödeyeceğimiz para
 ↓
 20,25 TL

Şekil 4.42. Ezgi'nin durum görüntüsü temsili

Yukarıdaki çalışma kâğıdında, Ezgi'nin oluşturduğu problem durumu ve buna ait çözümler yer almaktadır. Aşağıda öğrencinin çalışma kâğıdına not ettikleri ile ilgili düşüncelerine yer verilmiştir.

Önce sorumu yazdım. Bu sorunun cevabını bulmak için önce tablo çizdim ki 3 tane farklı veri var ya... Azalma miktarını buldum daha kolay olsun diye, sonra bu tablodan hareketle bir denklem yazdım... Burada x olarak ifade ettiğim şey cumartesi günü için ödeyeceğimiz para, bunu henüz bilmediğimiz için bilinmeyen olarak yazdım, x yani. Denklem ile cevabın kaç olacağını işlem yaparak buldum... En son da grafik çizdim, bu grafiği de toplam fiyattaki azalışı göstermek için çizdim.

Yukarıdaki veriler, Ezgi'nin denklem konusuna ilişkin bakış açısını yansıtmaktadır. Ezgi yazdığı soruyu öncelikle tablo çizerek ifade etmektedir. Öğrenciler uygulama sürecinde örüntü kuralını bulurken ilk olarak tablo çizerek sayısal veriler arasındaki ilişkileri görmeyi öğrenmişlerdir. Sonrasında Ezgi sorunun cevabının olduğunu iddia ettiği eşitliği yazmaktadır. En son kısımda ise bu sayısal veriler arasındaki ilişkiyi göstermektedir. Burada dikkat çeken nokta öğrencinin sayılar arasında bir örüntü bulmaktan ziyade sadece azalış miktarını belirlemeye çalışması ve eşitliği de sorunun cevabını veren dört işlem üzerine yapmasıdır. Öğrencinin soru ve cevabından, değişken ve eşitlik bilgisini etkili bir şekilde kullanabildiği ve ortaya koymaya çalıştığı ilişkileri farklı şekillerde ifade edebildiği de görülmüştür.

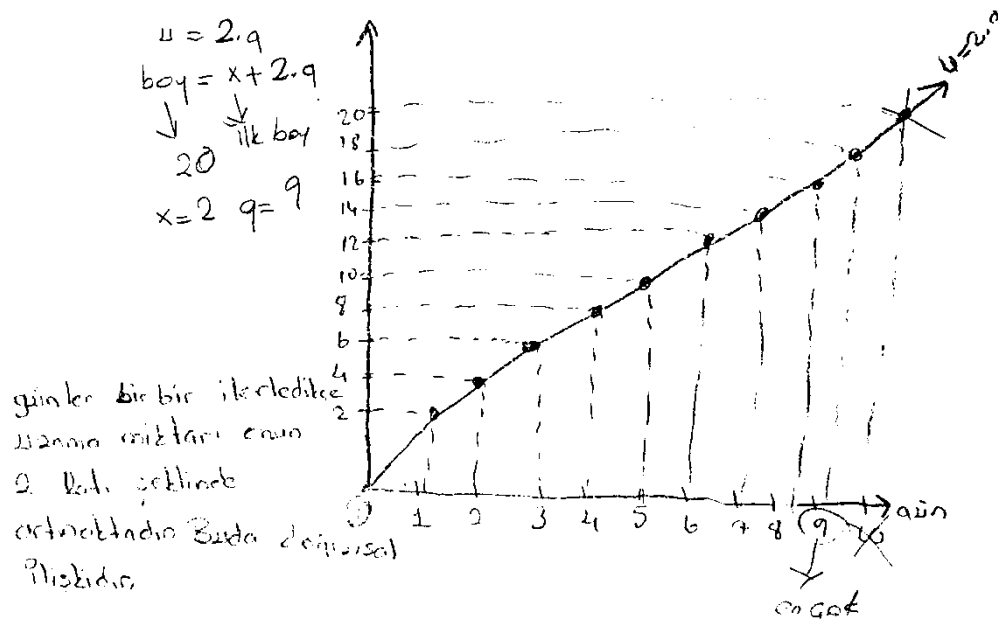
4.2.1.3.1.3. İslim'in soyutlama süreci analizleri

İslim yaklaşık 12 dakika boyunca bir problem durumu oluşturmaya ve oluşturduğu bu problemi çözmeye uğraşmıştır. Bu süre boyunca öğrenciye herhangi bir müdahale de bulunulmamıştır. Öğrenci çalışma kâğıdını teslim ettikten sonra, araştırmacı öğrenciden yaptıklarını özetlemesini istemiştir. İslim'in çalışma kâğıdına ilişkin durum görüntüsü şu şekildedir:

Bir ağaç her gün 2 santim uzamaktadır. Buna göre ağaç ~~eski~~ boyunu 10. günde 20 cm uzunluğunda olur?

gün	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
uzama miktarı	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20

Formül \rightarrow Uzunluk = 2 \cdot gün sayısı



Şekil 4.43. İslim'in durum görüntüsü temsili

İslim'den çalışma kâğıdına not ettikleri hakkında kısa bir açıklama istenmiştir. İslim'in düşüncelerine ilişkin açıklamaları aşağıda verilmiştir.

Sorduğum soruda önce tablo çizdim, çünkü ağacın güne göre uzama miktarını gösterdim burada dikkat edilecek bir nokta var, 10. gün... Ağaç olduğu için başta belli bir uzunluğu var zaten... Bunun üzerine eklenecek, ama baştaki uzunluğunu bilmiyoruz, x dedim... 10 gün olsa zaten 20 olur, ama başta da uzunluğu var, demek ki 10 değil, 9 olacak... Önce tablo çizdim örüntüyü görmek için sonrada denklem kurdum zaten. Yani denklem, tablo kullandım, en son da grafik çizdim,

ağacın boyunun her gün düzenli, ı doğrusal olarak arttığını gördük... Başka cebirsel ifade zaten bunlar... Bu kadar...

İslim, denklem konusunda öğrendiklerini uygulayabilecek bir problem durumu oluşturmuş ve konu ile ilgili bilgilerini kullanarak problemin çözümünü yapmıştır. İslim çözüme soruda verilen ifadenin hangi sayılarla temsil edileceğini gösteren bir tablo çizerek başlamaktadır. Burada öğrencinin tablo çiziminden sonra denklem oluşturma girişimi, onun elde ettiği sayısal veriler arasındaki ilişkinin cebirsel ifade olarak gösterilmesini kolaylaştıracağını düşündüğünü göstermektedir. Ayrıca Şekil 4.43’de de görüldüğü gibi İslim değişkenler arasında genel bir ifadenin yazımını gerçekleştirmek için bu değişimi ifade eden hipotezi de not etmektedir. İslim, sonrasında artış miktarını temsilen bir denklem oluşturmakta ve bu artış miktarının günlere göre değişimini bir grafik yardımı ile göstermeye çalışmaktadır. Yapılan görüşmede, konu ile ilgili kavramları dikkate alarak hareket etmesi, İslim’in uygulama sürecinde verilen kavramları ve kullanımlarını ne kadar dikkate aldığına bir göstergesidir. Ayrıca İslim’in her bir kavramı neden kullandığını açıklayabilmesi, onun kullandığı kavramlarla ilgili farkındalığına işaret etmektedir.

4.2.1.3.1.3. Sena’nın soyutlama süreci analizleri

Sena yaklaşık 16 dakika boyunca bir problem durumu oluşturmaya ve oluşturduğu bu problemi çözmeye uğraşmıştır. Bu süre boyunca öğrenciye herhangi bir müdahalede bulunulmamıştır. Öğrenci çalışma kâğıdını teslim ettikten sonra, araştırmacı öğrenciden yaptıklarından kısaca bahsetmesini istemiştir. Sena’nın çalışma kâğıdına ilişkin durum görüntüsü şu şekildedir:

① Ayşe Matematik sınavı oluyor aldığı puanın 10 aksigini Sertaç alıyor. buna göre Sertaçın aldığı puanı veren grafik ve tablo oluşturur.

$$\underline{\underline{S_p = A_p - 10}}$$

$$\begin{array}{l} S_p = \text{Sertaçın puanı} \\ A_p = \text{Ayşe'nin puanı} \end{array}$$

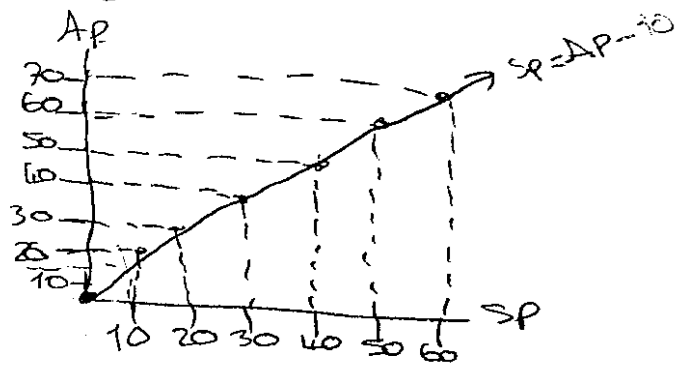
② S_p ile A_p yi ilişkilendirip tablo ve grafik oluşturur.

$$A_p = 10 \text{ ise } S_p = 0$$

$$A_p = 20 \text{ ise } S_p = 10$$

$$A_p = 30 \text{ ise } S_p = 20$$

$$A_p = 40 \text{ ise } S_p = 30$$



A_p	10	20	30	40
S_p	0	10	20	30

Şekil 4.44. Sena'nın durum görüntüsü temsili

Yukarıdaki çalışma kâğıdında, Sena'nın oluşturduğu problem durumu ve buna ait çözümler yer almaktadır. Aşağıda ise öğrencinin yazdıkları hakkındaki düşüncelerine yer verilmiştir.

İki farklı kişi düşündüm ve bunların aldıkları notları birbirlerine göre değerlendirdim. Böylelikle iki bilinmeyen arasındaki ilişkiyi düşündüm... Bunun için, yani notları belli olmadığı için tablo ve grafik çizmeyi istedim... Sonra da denklemlerimi yazdım, buna göre iki öğrencinin matematik notlarını hesapladım, en düşük 0 olacağından 10'dan başladım... Bu denklemlere göre tablo ve grafik oluşturudum ve Ayşe ve Sertaç'ın puanlarını ilişkilendirdim, ama kaç aldıkları belli değil, zaten onu sormadım, sadece grafik ve tablo da göstermek istedim...

Sena, değişken bilgisini kullanmak için iki farklı kişiye ait veri oluşturmakta ve her bir kişiye bir değişken olarak ifade etmektedir. İki değişken arasındaki ilişkiyi veren denklemi oluşturduktan sonra bu değişkenlerin hangi değerleri alabileceğini hesaplamaktadır. Öğrencinin bu değerlerin alt limitini belirlerken, üst limitini belirlemeyi düşünmediği gözlenmiştir. Sena'nın yukarıdaki görüşleri, onun denklemi değişkenler arasında ilişkiyi gösteren bir nesne olarak gördüğünü düşündürmektedir. Sonrasında grafik ve tablo oluşturmasındaki amaç ise, bu ifade ettiği ilişkiyi görsel verilerle desteklemektir.

4.2.1.3.2. Kontrol grubu öğrencilerin soyutlama süreci bulguları ve yorumları

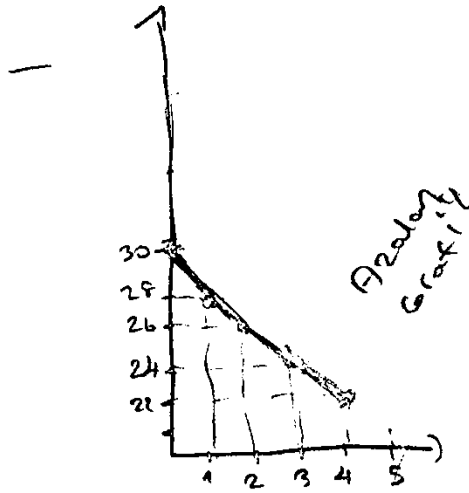
Kontrol grubunda öğretim süreci MEB matematik kılavuz kitabına göre şekillendirilmiştir. Kontrol grubunun genelini temsil ettiği düşünölen, başarı düzeyleri birbirinden farklı olan 4 öğrenciye ait çalışma kâğıtları öğrencilerin düşünceleri ile birlikte aşağıda sunulmuştur. Sonrasında öğrencilere ait bulgular yorumlanmıştır.

4.2.1.3.2.1. Talha'nın soyutlama süreci analizleri

Talha yaklaşık 17 dakika boyunca bir problem durumu oluşturmaya ve oluşturduğu bu problemi çözmeye uğraşmıştır. Bu süre boyunca öğrenciye herhangi bir müdahalede bulunulmamıştır. Araştırmacı çalışma kâğıdını teslim eden öğrenciden, düşündüklerini kısaca açıklamasını istemiştir. Talha'ya ait çalışma kâğıdı aşağıda sunulmuştur.

Bir araba tekerleği yeni alındıktan sonra her kilometre başına 2 cm aşınıyor. Bu tekerleğin her kilometre başına azaldığını tablo ve grafik şeklinde açıklıyoruz. (Araba tekerleğinin) (eri 30 cm'dir.)

Balanar Kilometre başına				
30cm	28	26	24	22



Şekil 4.45. Talha'nın durum görüntüsü temsili

Yukarıdaki çalışma kâğıdında, Talha'nın oluşturduğu problem durumu ve buna ait çözümler yer almaktadır. Aşağıda ise öğrencinin kendi çalışma kâğıdı ile ilgili düşüncelerine yer verilmiştir.

Burada ben ilk önce soruyu yazdım ve çözümünü tablo ile yaptım. 4 km için gösterdim her kilometrede 2 cm azaldı zaten en son da 22 cm olarak kalacak... Tabloda görmek çok kolay zaten. Bunun için de bir grafik çizdim ve doğrusal olduğunu gösterdim, yani azalan grafik... Bu şekilde çözümümü tamamladım, zaten sonucun kaç olduğu da hem tablo da hem de grafikte direkt görünüyor. Daha zor bir şeyler yazmaya çalıştım ama olmadı, bu kolay oldu biraz ama...

Talha oluşturduğu sorunun cevabını tablo ve grafik yardımı ile doğrudan yapmış ve göstermiştir. Bu durumda değişken bilgisini ya da denklem bilgisini kullanmaya gerek duymadığı söylenebilir. Daha önce de belirttiğimiz gibi, sorunun niteliği ya da çözümün yapılması araştırmada incelenen özelliklerden değildir. Burada amaç, öğrencinin süreç boyunca öğrendiklerini kendi kendine nasıl yansıtacağının merak edilmesidir. Talha yukarıda 4 kilometre için her kilometrede tekerleğin yeni boyutunu bulmaktadır. Çözümü öncelikle tablo oluşturarak yapmakta ve tablo oluşturarak kolay yoldan çözüme ulaşacağını ifade etmektedir. Bu durum öğrencinin çözüme odaklı olduğunun, dolayısıyla değişkenler arasındaki ilişkiye odaklı olmadığını bir göstergesidir. Hâlbuki görüşmeden önce araştırmacı bu konuda öğrencileri özellikle uyarmıştır. Sonrasında Talha, elde ettiği verilerin değişimini göstermek için bir grafikten faydalanmakta ve bu grafiğin doğrusal ama azalan bir grafik olduğunu söylemektedir. Öğrencinin hem notlarında hem de açıklamalarında değişken (kilometre, aşınma miktarı veya tekerleğin boyutu arasındaki ilişkiden bahsederken), denklem (grafiklin doğrusallığını ve azalan olduğunu ifade ederken) gibi kavramları kullanmaması dikkat çekmektedir.

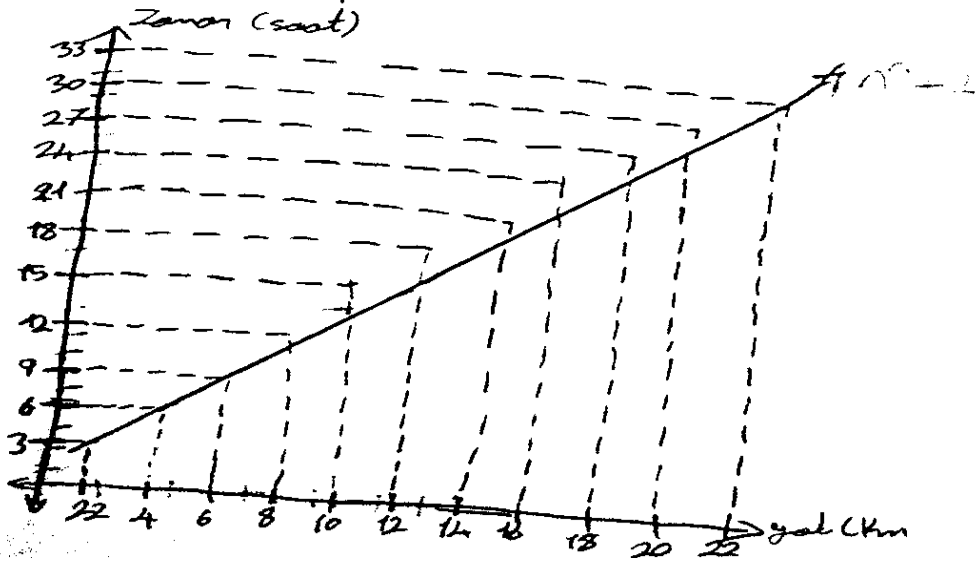
4.2.1.3.2.2. Okan'ın soyutlama süreci analizleri

Okan bir problem durumu oluşturmaya ve oluşturduğu bu problemi çözmeye yaklaşık 14 dakikasını ayırmıştır. Bu süre boyunca öğrenciye herhangi bir müdahalede bulunulmamıştır. Ayrıca araştırmacı Okan'dan bu süre zarfında neler düşündüğünü kısaca açıklamasını istemiştir. Okan'a ait çalışma kâğıdı görüntüsü aşağıdaki gibidir:

Bir araba 3 saate 2 km yol gidiyorsa bu
yani arabasi 22 km yolu kaç saate gider

Zaman (saat)	Yol (km)
3	2
6	4
9	6
12	8
15	10
18	12
21	14
24	16
27	18
30	20
33	22

Zaman $3n$ olarak arttıkça yol da
 $2n$ olarak artıyor, yani
ilüside bende tabloda göster



Şekil 4.46. Okan'ın durum görüntüsü temsili

Yukarıdaki çalışma kâğıdında, Okan'ın oluşturduğu problem durumu ve buna ait çözümler yer almaktadır. Aşağıda ise öğrencinin kendi çalışma kâğıdı ile ilgili düşüncelerine yer verilmiştir.

3 saatte 2 kilometre giden bir araba düşündüm ve kolaylık olsun diye tam katı olan 22 kilometrelik yolu sordum, yani kaç saatte gideceğini... Sonra aklımdan 33 saat olacağını buldum, ama bunu öğrendiklerimle göstermeliydim... Bende tablo çizdim önce, sonra n 'li olarak bulmak istedim, birini $3n$, diğerini $2n$ olarak buldum. Sonra tablodaki verileri bir grafiğe yerleştirdim, grafikte göstermek için... Buradaki doğrunun denklemini böyle buldum, aslında çok uğraştım bulamadım ama bundan da emin değildim zaten, o yüzden sildim... Tablonun ilk

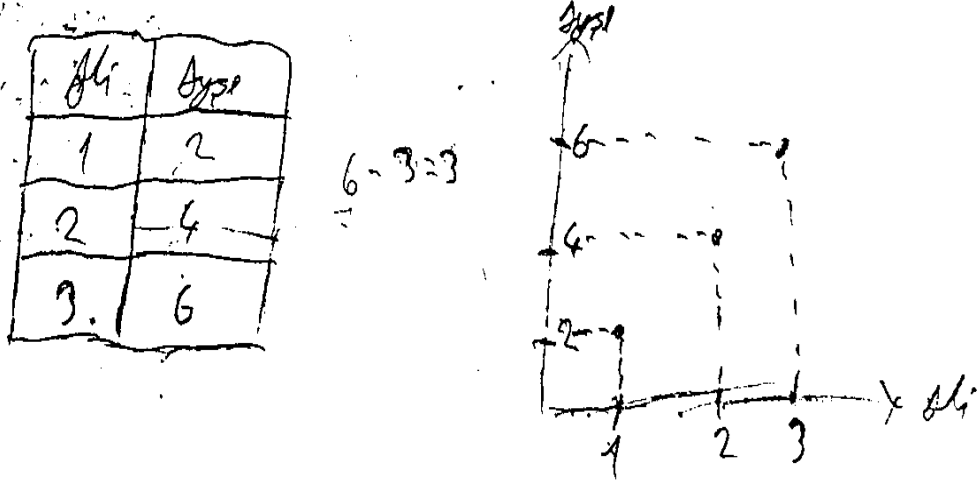
tarafı 1, 2, 3 olsaydı yapabilirdim belki ama burada kafam karıştı bende bu haliyle bıraktım, devam etmedim...

Okan'ın, değişkenler arasındaki ilişkiye odaklı olmayan bir problem durumunu tercih ettiği Şekil 4.46'den görülmektedir. Bu durum öğrencinin sorunun çözümü için yaptığı yorumlardan da anlaşılmaktadır. Yukarıda Okan, çözümü kendince basit olan bir soru yazdığını ve bu sorunun çözümünün kaç olacağını öncelikle zihinden hesaplayarak bulduğunu ifade etmektedir. Daha sonra ise verileri ayrıntılı bir şekilde tabloya yazdığını söylemektedir. Bu aşamada örüntü kuralını bulma gibi eski bilgilerinden hareketle genel bir kural bulmaya çalışmaktadır. Bu konuda zorlandığını belirterek nedenini de açıklamaktadır. Her ne kadar doğru bir şekilde ifade edemese de, grafiğini çizdiği denklemin bir kuralının olacağı bilgisine sahiptir. Fakat burada yazdığı kuralı yani cebirsel ifadeyi bir denklem olarak ifade ettiği de görülmektedir. Yani öğrencinin konu ile ilgili kavramları tam olarak anlamlandıramadığı söylenebilir. Okan da diğer öğrencilere benzer olarak kullanım kolaylığından öncelikle tablo oluşturmayı seçmiştir.

4.2.1.3.2.3. Harun'un soyutlama süreci analizleri

Harun yaklaşık 13 dakika boyunca bir problem durumu oluşturmaya ve oluşturduğu bu problemi çözmeye uğraşmıştır. Bu süre boyunca öğrenciye herhangi bir müdahale de bulunulmamıştır. Öğrenci çalışma kâğıdını teslim ettikten sonra, araştırmacı öğrenciden yaptıklarını özetlemesini istemiştir. Harun'un çalışma kâğıdına ilişkin durum görüntüsü şu şekildedir:

Ali ile Ayşe bir gün oyun yapmaya karar verdiler. Bu oyun Ali 1 ileri gittiğinde Ayşe 2 adım ileri gidiyor. Bu iki arkadaşın 3. adımlarında aralarındaki kaç adım farkı vardır?



Şekil 4.47. Harun'un durum görüntüsü temsili

Yukarıdaki çalışma kâğıdında, Harun'un oluşturduğu problem durumu ve buna ait çözümler yer almaktadır. Aşağıda ise öğrencinin kendi çalışma kâğıdı ile ilgili düşüncelerine yer verilmiştir.

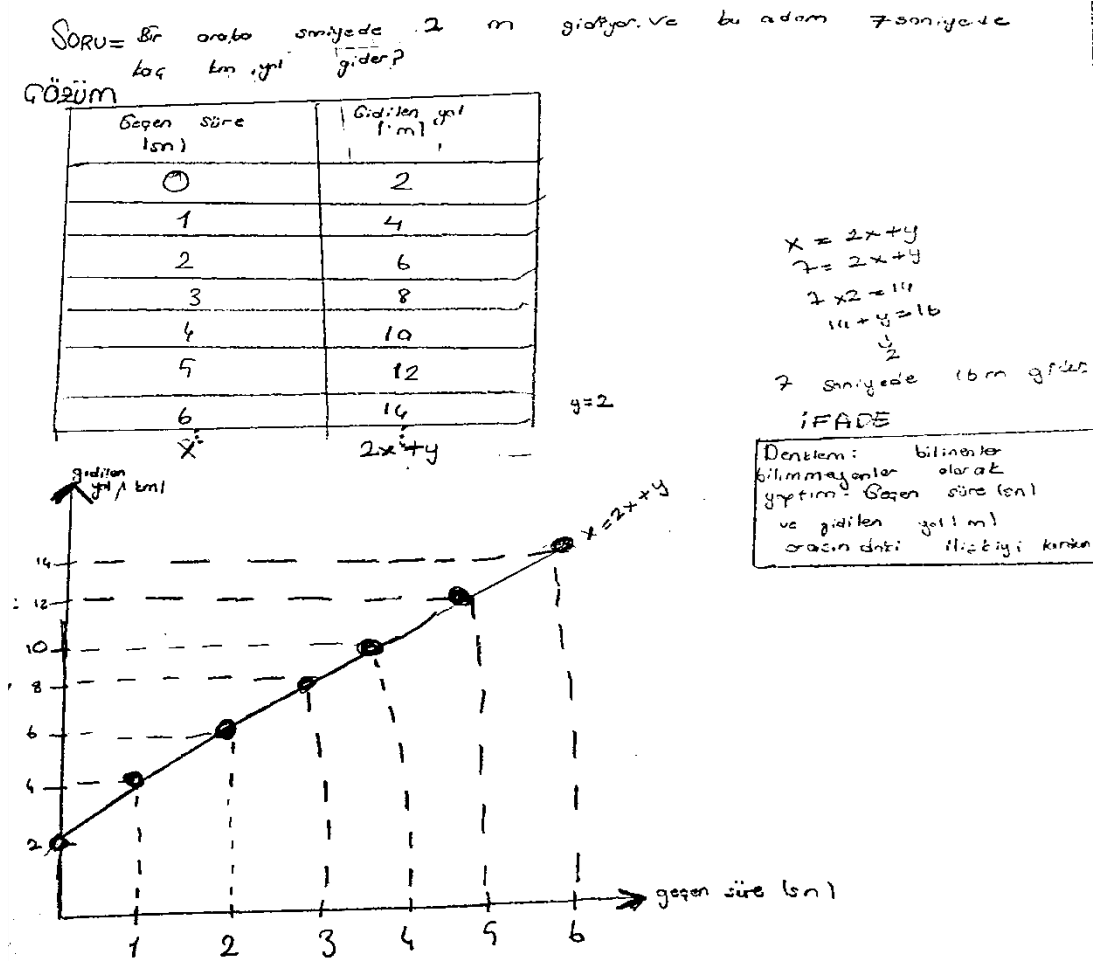
Ali'nin 1 adım ilerlemesi ile Ayşe 2 adım ileri gitmektedir. Ben burada 3. adımda aralarındaki farkın kaç olacağını sordum. Bunu göstermek için hemen bir tablo çizdim. Tabloya göre 3 fark çıktı. Sonrada tablodaki verileri grafikte gösterdim... Bu şekilde ilerliyor yani Ali birer arttığında, Ayşe ikişer artarak ilerliyor, bunu tabloda da görürüz, grafikte de... Aklıma bunlar geldi...

Yukarıdaki verilere göre Harun, sorduğu soruyu daha kolay geldiği için tablo ile çözümlmeyi tercih etmektedir. Harun grafik çizimini anlatırken, kişilerin birbirlerine göre durumlarını ilişkilendirdiğinden bahsetmemiş, sadece tablodaki verileri farklı olarak grafikte de gösterebileceğini ifade etmiştir. Öğrencinin cebirsel ifadeleri kullanmayı tercih etmediği hem çalışma kâğıdından hem de yukarıda yazılı olan düşüncelerinden fark edilmektedir. Bu durum öğrencinin denklem konusu ile ilgili bakış açısını ortaya koyması açısından önemlidir. Ayrıca araştırmacı öğrencinin bu soruyu

oluşturmadan önce farklı denemeler yaptığını, fakat bu denemelerin hepsinde cebirsel ifadeleri kullanmayı tercih etmediğini gözlemlemiştir.

4.2.1.3.2.4. Nur'un soyutlama süreci analizleri

Nur bir problem durumu oluşturmaya ve oluşturduğu bu problemi çözmeye yaklaşık 16 dakikasını ayırmıştır. Bu süre boyunca öğrenciye herhangi bir müdahale de bulunulmamıştır. Ayrıca araştırmacı Nur'dan bu süre zarfında neler düşündüğünü kısaca açıklamasını istemiştir. Nur'a ait çalışma kâğıdı görüntüsü aşağıdaki gibidir:



Şekil 4.48. Nur'un durum görüntüsü temsili

Nur'dan çalışma kâğıdına not ettikleri hakkında kısa bir açıklama istenmiştir. Nur'un düşüncelerine ilişkin açıklamaları aşağıda verilmiştir.

Önce örüntüleri nasıl kuruyorduk onu düşündüm ve tablo çizdiğimiz aklıma geldi... İlk taraf 0, 1, 2, 3, ... olacaktı o yüzden böyle sordum. Sonra aralarındaki ilişkiyi veren denklemi buldum. 7 saniye diye sorduğumdan burada yerine koydum ve bilinmeyenler bir de bilinler olarak denklemi çözdüm, 16 buldum cevabı... Sonra da tabloda yazdığım verileri grafiğe yerleştirip, geçen süre ile alınan yol arasında bir ilişki buldum ve bunu gösterdim grafikte...

Yukarıda Nur'un verilerine ait dokümanlar yer almaktadır. Öğrencinin ifade ettiği sorunun ve çözümün doğru olup olmamasını dikkate almadan, Nur'un cebirsel ifadeleri kullanmak ve denklem oluşturmak için çabaladığı söylenebilir. Oluşturduğu denklem sorduğu soruyu tam olarak yansıtmasa da sorunun çözümü için denklem oluşturmak istediği görülmektedir. Zaten öğrenci açıklamalarında örüntü kuralının nasıl bulunduğunu zihninde canlandırarak problem yazımını bu yönde şekillendirdiğini ifade etmektedir. Fakat Nur'un kendi problem durumu için oluşturduğu denklem incelenecek olursa aynı değişkenleri farklı anlamlarda kullandığı ve üstelik bu durumu fark etmediği görülebilir. Diğer yandan Nur, iki değişken arasındaki ilişkinin ne olduğunu ifade etmese bile, bir ilişkinin var olduğunu düşünmekte ve bu ilişkiyi oluşturduğu grafik üzerinde gösterdiğini söylemektedir. Bu durum öğrencinin öğrendiği bilgilerin ne amaçla kullanılacağına farkında olduğunun bir göstergesi olarak düşünülebilir.

4.2.2. Uygulama süreci ile ilgili bulgular

Uygulama sürecinde deney ve kontrol grubunun nasıl bir gelişim izlediğine tanık olan araştırmacı elde ettiği gözlemleri not alma fırsatı bulmuştur. Ayrıca deney grubundaki dersler kayıt altına alınmış ve elde edilen kayıtlar araştırmacı tarafından tekrar tekrar izlenerek analiz edilmiştir. Bu analizlerden bazıları hem okuyuculara hem de araştırmacılara örnek oluşturması açısından bu kısımda sunulmuştur. Bunun yapılması uygulama sürecinin nasıl ilerlediğine dair ayrıntılı bilgilerin verilmesi açısından önemli görülmektedir.

Örnek Uygulama-1

Öğrencilere sözel olarak verilen bir ifadenin matematiksel olarak nasıl ifade edilebileceği sorulmuştur. Bu amaçla hazırlanan etkinlikteki ifadeden bir tanesi şu şekildedir: 'Bir sayının 3 katının 4 fazlası'. Öğrencilerin bu ifade ile ilgili görüşlerini yansıtan diyalog aşağıdaki gibidir.



Şekil 4.49. Örnek uygulama-1 durum temsilleri

Fatih: Bilinmeyene x diyelim (tahtaya $x \cdot 3 + 4$ ifadesini yazmaktadır ve bu esnada öğrenciler yanlış yapıyor diyerek söz hakkı istemektedir).

Yusuf: Hocam böyle olmayacak, 3 yazacaktı sonra parantez içinde x (tahtaya $3 \cdot (x + 4)$ yazmaktadır).

Fatih: İlk önce çarpma olduğu için doğru olmadı mı (yine öğrenciler yanlış diye müdahale ediyor)?

Burcu: (Tahtaya sessizce $3 \cdot x + 4$ ifadesini yazmaktadır).

Öğretmen/Araştırmacı: Farklı bir fikri olan var mı?

Berat: (Berat söz hakkı isteyerek) Sanırım böyle olabilir hocam (o sırada tahtaya $x \cdot (3 + 4)$ ifadesini yazmaktadır).

Öğrenciler hep birlikte tartışarak tahtaya yazılan ifadeleri sorgulamakta ve her bir ifadeyi değerlendirmektedirler. Yusuf'un yazdığı ifade için;

Dilara: İşlem önceliğine göre parantez içi daha önce yapılır, o zaman 3 katı önce olmaz 4 fazlası önce olur, bu ise hatalı bir durumdur.

Sema söz hakkı alarak, Fatih ve Yusuf'un yazdığı ifadeler için;

Sema: Biri (Fatih) x ile 3'ü çarpmış, diğeri (Yusuf) 3 ile x 'i çarpmış.

Ayşegül: Aralarında bir fark vardır (Yusuf ve Fatih'in ifadelerini kastetmektedir), $3 \cdot x$ ifadesi daha kolay görünüyor. 4'ü diğer tarafa at 3'e böl ama $x \cdot 3$ daha karışık geliyor.

Aleyna : $x \cdot 3 + 4$ ifadesinden $3 + 4$ parantez içine alınmalı.

Sefa: Berat'ın ifadesi bir sayının 7 katını ifade etmektedir.

Yiğit: Burada hem Fatih hem de Burcu doğru yanıtı vermiş, sadece sıralama farklı olmuş.

Elif: Zaten bu durum değişme özelliğini göstermektedir, farkı yok yani.

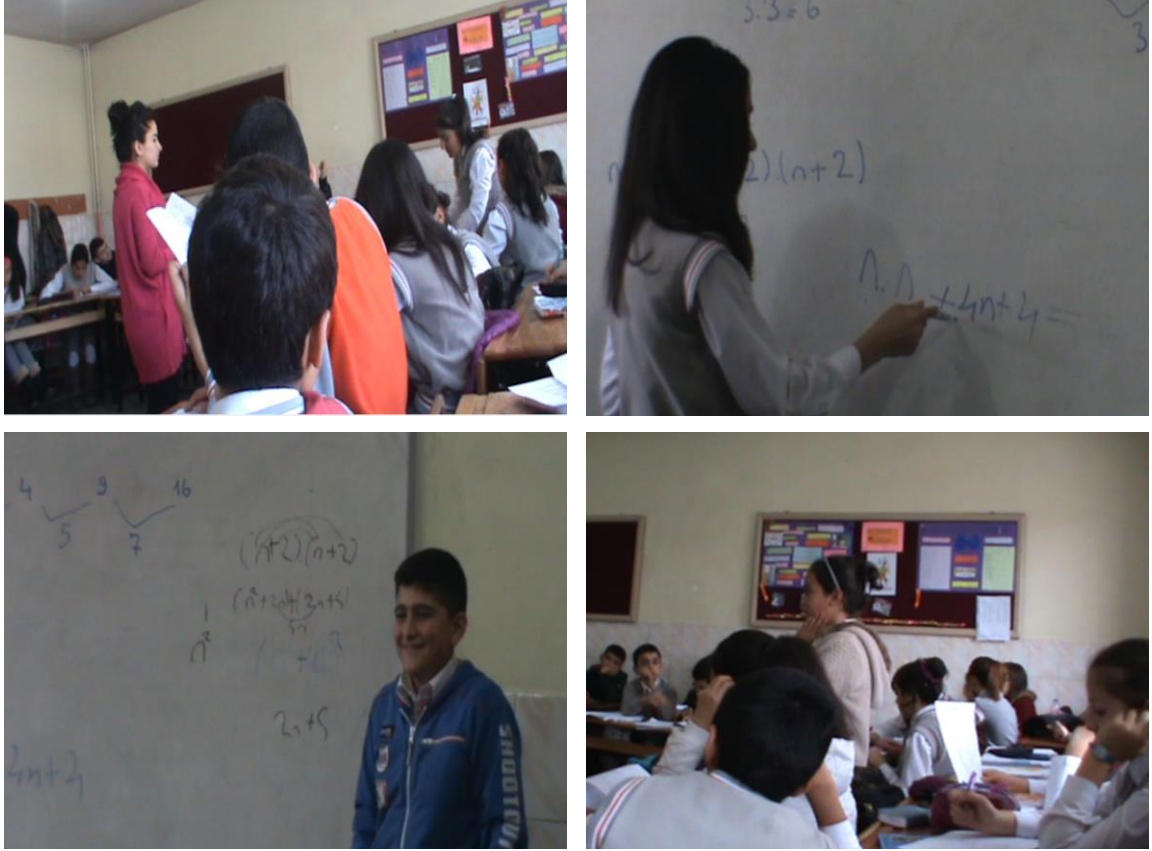
Ayşegül: Benim farklı dediğim sadece görünüşleriydi, kolaylık açısından demiştim.

Yukarıda bu tez uygulamasının ilk dersine ait bir diyalog yer almaktadır. Bu kısımda öğrenciler hem soruyu cevaplamaya çalışmakta hem de birbirlerinin cevaplarını değerlendirmektedirler. Bunun için öğrencilerden öncelikle farklı fikirler toplanmakta ardından bu fikirler üzerinde tüm sınıfın tartışması istenmektedir. Öğrencilerin kendi hatalarını arkadaşlarının yardımı ile bulmaları istendiği için, yaşanan kafa karışıklıklarına müdahale edilmemeye özen gösterilmiştir. Son durumda öğretmen tarafından fikirler özetlenerek değerlendirilmiş ve bu konuda tüm öğrencilerin fikir birliği dikkate alınmıştır.

Örnek Uygulama-2

Bu uygulamada öğrencilere belli bir kurala göre bazı kutucukları taralı olan bir şekil örüntüsü verilmiş ve bu şekil ile ilgili bazı sorular sorulmuştur: 1-taralı kutucukların sayısını veren genel kuralı bulma, 2-taralı olmayan kutucukların sayısını veren genel kuralı bulma, 3-tüm kutucukların sayısını veren genel kuralı bulma, 4-bu

genel kurallar arasında (varsa) ilişkiyi açıklama. Bu etkinliğe ait öğrenciler arasında geçen diyalog aşağıdaki gibidir:



Şekil 4.50. Örnek uygulama-2 durum temsilleri

Aleyna: Birincide 1 taralı, ikincide 4, 9, 16. İlk sırada 3 artmış, ikincide 5 artmış üçüncüde 7 artmış yani tek sayılar artış miktarı.

Taha: Bende aynı şeyi buldum, ikişer ikişer fazla fazla artarak ilerlemiştir.

Aziz: Hocam ben de kuralı söyleyeyim $2n$.

Samet: Aziz'in söylediği bence yanlış $2n$ bir kere ilk sırayı bile sağlamıyor. Bence bu örüntünün genel kuralı n^2 dir. Çünkü bunlar adım sayılarının kareleridir.

Rüveyda: Yani hocam her adımda kare var. Taralı karelerin sayısı da bu karenin alanı kadar.

Rabia: İç kare yani, dışarıdaki değil.

Rüveyda: Dolayısıyla n . sıradaki taralı kare sayısı n kenarlı karenin alanı olur.

Aziz: O da $n.n$ olur hocam.

Öğretmen: Peki taralı olmayan kutucuklar için ne söyleyebilirsiniz?

Elif: Buradaki kural $4n + 4$ olacak, Yani ben önce her sırada kaç tane kutu var onu yazdım; 8, 12, 16, 20. Yani dörder arttığı için $4n$ olacak bir kere kuralda. İlk sıradakini bulmak için 4'ü 1 ile çarptım 4, 8 bulmak için 4 eklemeliyim. O yüzden $4n + 4$ olacak.

Dilara: Ama diğerleri için de bakmamız lazım, ilk adım yeterli değil, diğer adımlar için de sağladığını görüyoruz zaten.

Öğretmen: Devam edelim.

Sefa: Buradaki kutucuk sayıları sırasıyla 9, 16, 25, 36. Bu sırayı sağlayan şey $7n + 2$ 'dir.

Samet: Olmaz ki, üçüncü sırayı sağlamaz bu formül.

Alparslan: $4n + 4$ olabilir mi?

İrem: Daha ilk sıra için bile sağlamadı, bu da olmaz.

Yiğit: Bence $(n + 2) \cdot (n + 2)$ (bu esnada tahtaya bu ifadeyi yazmaktadır).

Sefa: Hıı yani $n^2 + 4$ olacak.

Fatih: Hayır o şekilde olmaz ki.

Tuana: Bu tam karedir. İki aynı ifadeyi çarpmış.

Yiğit: Evet yani $(n+2)^2$ olarak yazabiliriz. Çünkü bu ifadeyi her sıra için tek tek yaparsak tüm kutucukların sayısını verdiğini görürüz.

Taha: Yani her sıradaki hem taralı hem de taralı olmayan kutucukların sayısı.

Öğretmen: Sırasıyla bulduğunuz bu ifadeler hakkında ne söyleyebilirsiniz?

Yasin: Bu ifadelerin hepsinde n var, toplama, çarpma gibi işlem var hepsinde ortak olarak yani.

Burcu: Bunların toplamı burada, en son $(n + 2) \cdot (n + 2)$ yazdık bunu yaparsak belki bir şey bulabiliriz (bu sırada tahtaya kalkıp düşündüklerini yazmak istiyor ve $n \cdot n$ ile $(n + 2) \cdot (n + 2)$ ifadesini topluyor ve $4n + 4$ ifadesine ulaşmaya çalışıyor, bu yaparken, ' $n \cdot n = 2n, 2 \cdot 2 = 4$ başta da $n \cdot n = 2n$ var, toplam $4n + 4$ olduğunu ifade ediyor).

Yiğit: Onu bende düşündüm ama +4 işi bozuyor.

Yasin: Bence de +4 olduğu için olmuyor.

Ömer: Bence onda bir sorun yok.

İrem: Bence de yok, zaten $n \cdot n$ ile $4n + 4$ toplanmayacak mı? $n \cdot n + 4n + 4 = n^2 + 4n + 4$ olacak ama neden yaptım ki bunu.

Yiğit: Burada $(n + 2)^2$ var. Hocam zaten taralı kutucuklar ile taralı olmayanların toplamı tamamını veriyor. Demek ki bu ifadede ilk iki formül de var. Zaten n^2 var burada. İkinci de de 4'ü buldum ben $2n$ de var burada sadece bir tane daha $2n$ lazım, onu da bulmuştum ama bir dakika. $(n + 2).(n + 2)$ bu ifadeyi dağıttım (bu sırada işlemleri yapmaktadır). İşte hocam burada çıktı ilk iki formül.

Ömer ve Ayşegül: Yiğit ne yaptı ben hiçbir şey anlamadım.

Sefa: Ben anladım açıklamak istiyorum. İkinci ifadeyi açtıktan sonra, zaten ilk iki formül bunun içinde de var. Çünkü bu ifade bize tüm kutucukları veriyor, zaten iki kuralı vermesi gerekti bize.

Fatih: Bende fikrimi söylemek istiyorum. $(n + 2).(n + 2)$ ifadesinden n^2 çıkarsa $4n + 4$ 'ü buluruz.

Etkinlik boyunca elde edilen sonuçlar tüm öğrenciler tarafından anlaşılana kadar gerekli açıklamalar yapılarak genişletilmiştir. Daha önceki etkinliklerde öğrencilerin iki örüntünün toplamının ya da farkının yine bir örüntü olduğunu fark etmeleri sağlanmıştı. Bu etkinlikle ise, öğrencilerin bu durumu görsel olarak zihinlerinde canlandırmalarına da imkân verilmek istenmiştir. Dolayısıyla etkinlik sonunda özellikle bu açıklamalara da zaman ayrılmış, öğrencilerin her bir etkinliği önceki etkinliklerden bağımsız düşünmemeleri gerektiği ve birbiri ile ilişkilendirerek yapılandırmaları gerektiği vurgulanmıştır.

Örnek Uygulama-3

Bu uygulama da öğrencilere ‘birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözer’ kazanımı ile ilgili etkinlik uygulanmıştır. Bunun için, öğrencilere iki farklı örüntü verilmiş ve bu örüntülerin aynı sırada olan her bir terimi için var olan ilişkinin (büyüklük, küçüklük) daha ileriki adımlar için de devam edip etmeyeceği ya da nereye kadar devam edeceği sorgulanmıştır. Ayrıca bu durumun bir anlam ifade edip etmediği de incelenmek istenmiştir. Bu etkinliğin bir kısmına ait sınıf tartışması şu şekildedir:



Şekil 4.51. Örnek uygulama-3 durum temsilleri

Yasin: Bunların her biri bir örüntüye göre ilerliyor dolayısıyla bu sonuç hiç değişmez. R'nin değerleri B de olan değerlerden her zaman büyüktür yani.

Aziz: Bence değil, çünkü her terim arasındaki farka baktım. Birinci terimler arasında 25, ikinci terimler arasında 24, üçüncü terimler arasında 23 fark var. O yüzden böyle devam etmeyecek, çünkü azalarak ilerliyor. Yani bence çok ileri gittikten sonra küçülür.

Öğretmen: Çok ileri derken?

Aziz: Yani bence 2'ye, 1'e kadar gelecek sonrasında ikinci örüntü daha büyük olacak.

Tuana: Bir kere ilk örüntü 5'er artarak ilerliyor, ikinci örüntüde 6'şar artarak ilerliyor, neden değişsin ki bence aynı şekilde devam eder, R büyük olur, B küçük olur.

Öğretmen: Örüntülerin genel terimleri hakkında ne söylüyorsunuz?

Alparslan: İlki $5n$ ikincisi $6n$ gibi olacak.

Yusuf: İlk örüntü için $5n$ ifadesine 29 eklememiz lazım.

Aysegül: İkinci ifade için ise 3 eklememiz lazım, yani $6n + 3$ olması gerekiyor (Öğrenciler genel kuralı bulurken gerekli matematiksel işlemleri yapmaktadırlar).

Beyza: Örüntünün terimleri hep aynı şekilde ilerleyecek, zaten R de artıyor, B de artıyor ama R'deki artış daha fazla olduğundan hep R, B'den büyük olarak ilerleyecek.

Sema: Örüntünün gidişatı aynı olacak hiçbir şey değişmeyecek, yine R, B'den büyük olacak, ama öyle bir şey gelecek ki zaten bu aralarındaki fark git gide azaldığı için fark sıfıra inecek, sıfırda da eşit olacak bunlar... yani bence aralarındaki fark eşitlendikten sonra değişecek.

İrem: Bence soruyu karıştırıyorsun. Biri beş beş artarken diğeri altı altı artacak, ileride bu aradaki farkı kapatarak daha öne geçecek.

Elif: Bence de öne geçecek mesela 27. terimde B, R'den öne geçecek. Çünkü B 164 olurken R 163 oluyor.

Öğretmen: Neden 27. terim?

Elif: Yani 27. terimde 1 fark var, sıfırlandığında eşitleniyor ama bu hangi terimde onu hesaplamadım.

Sefa: 26. terimde eşit oluyor terimler.

Yiğit: Bence burada örüntülerin ilk 11 terimi verilmiş ve en son terimler arasındaki fark 15, demek ki 15 adım yani terim sonra bu fark 0 olacak, yani 26. terimde artık fark 0 olur, Sefa'nın da dediği gibi eşit olur. Eşit olması bile böyle ilerlemediğini kanıtlar. Bir sonraki adımına bakmasak bile olur yani, çünkü hep büyüktü ama 26. terimde eşit oldu yani bozuldu.

Öğretmen: Peki bunu yapmanın daha kolay bir yolu olabilir mi?

Yiğit: Örüntü kurallarını kullanarak yapabiliriz...

Dilara: Hocam 26. terimde farklar 0 ya o yüzden terimler eşit burada...

Elif: Bence kısa olarak şöyle diyebiliriz ilk azalma miktarı 25 olduğundan bir sonraki adım farklar eşit olur yani $25+1=26$. terim.

Öğretmen: Örüntü kuralları çerçevesinde düşünmeye çalışın...

Bu etkinlikte öğrencilerin cevapları süreç içerisinde önceki ifadelerinden pek de farklı olmamakla birlikte, 26. terimin eşit olması gibi terim olarak ifade edebildikleri durumu, genel terimlerin eşitlenmesi gibi matematiksel olarak genelleymemektedirler. Yani öğrenciler terimlerin eşit olma durumunu iki genel terimin eşitlenmesi anlamında düşünmemektedir. Öğretmen öğrencilerin bu tür genelleme yapabilmelerine yardım etmek için gerekli yönlendirmeleri yapmaktadır. Ardından benzer etkinliklerle devam edilerek bu durum sağlamlaştırılmaya çalışılmıştır.

Örnek Uygulama-4

Bu uygulamada öğrencilere genel terimini bulmaları gereken bir sayı örüntüsü belli bir sıraya kadar verilmiştir. Bu örüntü bir tablo yardımı ile gösterilmiş, öğrencilerden bu tabloyu yorumlamaları istenmiştir. Senaryo ile ilgili çeşitli soruların yöneltildiği etkinlikte öğrencilerin grafik oluşturmalarına da imkân verilmiştir. Sayı örüntüsü ile elde ettikleri ilişkileri, cebirsel olarak genelledebilmelerinin yanı sıra grafik ile de görselleştirmeleri ve ilişkilendirmeleri sağlanmıştır. Bu etkinliğe ait videonun bir kısmı aşağıdaki gibidir:



Şekil 4.52. Örnek uygulama-4 durum temsilleri

Ayşegül: Burada tabloda ilk kutucuk Hasan'ın saç boyunun ilk uzunluğunu vermektedir, yani boyu kuaföre gittiğinde 2 cm imiş.

Öğretmen: Ayşegül bunu nasıl bulmuş olabilir?

Taha: Hocam tabloda ayın 0 olduğu zaman ilk saç uzunluğunu vermektedir. Zaten 1 ay olan kısımda 3,5 cm var bu demek oluyor ki zaman geçmiş ama 2 cm iken zaman geçmediğinden ilk saç uzunluğu budur.

Öğretmen: Peki 6 ay sonraki saç uzunluğu soruluyor.

Beyza: Her ay 1,5 cm uzadığı için 6 ay sonra 11 cm olur.

Öğretmen: Bunu hesaplamak kolay mı?

Rüveyda: Çünkü artış miktarı 1,5 yani belli bir örüntü var ekleyerek doğrudan yapabiliyorsun.

Yiğit: Yani bir kural var.

Buse: Çünkü tablo var, bu bizim işimizi kolaylaştırır.

Samet: 6. adım olduğu için kolay olabilir mi?

Öğretmen: Samet neden böyle düşünmüş olabilir?

Nergis: Çünkü 6 küçük bir sayı.

Yusuf: Tabloda da boş kutucuk olarak var olan bir adım.

Öğretmen: Daha büyük bir sayı olsaydı?

Fatih: O zaman bu kadar kolay hesaplanmayabilirdi.

Öğretmen: Bu durumda ne yapabiliriz?

Yiğit: Kuralını yazalım o zaman direkt bulabiliriz, ama burada ilk adım 0.

Samet: Bazı örüntüler sıfırdan başlayabilirdi. Biz ona göre genel terimi değiştirebiliriz.

Yiğit: O zaman genel terimi $1,5 \cdot n + n$ olmalı.

Berat: Bu sağlamaz ki, sıfırdan sırada 0 olur ama burada 2 var.

İrem: O zaman $+2$ olacak.

Yiğit: Evet onu şaşırmışım, burası n değil 2 olacak (yazdığı ifade üzerinde değişiklik yapmaktadır).

Dilara: O zaman 12 ay sonra saç uzunluğunu kolay yoldan bulabiliriz, bu formülde n yerine 12 koyalım, cevap 20 cm olur.

Öğretmen: Bulduğunuz bu ifadeyi yorumlar mısınız?

Sema: Uzama miktarı artı geçen zaman eşittir saçın uzunluğuna.

Dilara: Bende söyleyebilir miyim?

Sema: Bir dakika düzeltecem, başlangıç miktarı artı uzama miktarı çarpı arasındaki fark eşittir saçın uzunluğuna.

Öğretmen: Buradaki ifadeyi okuyun demiyorum, yorumlamanızı istiyorum, soruyu da düşünerek.

Ayşegül: Burada saçın ilk hali ile son hali ilişkilendiriliyor, tam olarak ifade edemiyorum.

Ömer: Saçın uzunluğu geçen sürenin 1,5 katının 2 fazlasıdır.

Sefa: Her ay 1,5 cm uzayan 2 cm'lik bir saçın toplam uzunluğu.

.....
Öğretmen: Peki bulduğumuz bu değerleri, geçen zamana göre değişen saç uzunluğunu daha farklı nasıl ifade edebiliriz.

Ömer: Tabloda her ay olarak verilmiş ya belki bu aralığı artırıp iki ayda bir yapabiliriz, hem o zaman ondalık sayıdan da kurtulmuş oluruz.

Sema: Tabloda gösterdik.

Taha: Aralarındaki ilişkiyi veren denklemi de bulduk.

Yiğit: Tablo ile formülü birleştiririm, yani tabloda yer alan tüm değerleri denklemde yerine koyarak her birini bir adımda gösteririm.

Ayşegül: Grafikte gösterebilir miyiz acaba?

Öğretmen: Olabilir tabi ki, peki nasıl yapabiliriz herkes uğraşabilir mi?

Bu sırada öğrenciler grafik oluşturmakta ve öğretmen de sınıfta gezerek öğrencileri takip etmektedir. Genel olarak grafik çizimini başlangıç noktasından dolayı hatalı yapmaktadırlar. Sonra hep birlikte büyük sınıf tartışması şeklinde grafik çizimini tamamlamaktadırlar. Ayrıca oluşturdukları grafiğin nasıl bir grafik olduğunu (doğrusal ve artan) yorumlamaktadırlar. Daha sonra öğretmen öncülüğünde sınıfça yapılanlar değerlendirilmekte, tablo, denklem ve grafik arasındaki ilişki açıklanmaya çalışılmaktadır.

İrem: Hocam bu çok kolaymış.

Dilara: Evet bende zor sanıyordum.

Samet: Sanırım buradan koordinat sistemine geçeceğiz.

Uygulama sürecinde bazı etkinliklerde öğrenciler dört, beş kişilik küçük gruplara ayrılmış ve bu küçük grupların kendi aralarında tartışmaları sağlanmıştır. Tartışma sonunda grup temsilcilerinin, grup içi üretilen fikirlerin özetlerini tüm sınıf ile

paylaşmaları sağlanmıştır. Bu küçük grup tartışmalarına ait iki farklı örnek şu şekildedir:

Örnek Uygulama-5

‘Cebirsel ifadelerle toplama ve çıkarma işlemleri yapar’ kazanımı ile ilgili hazırlanan etkinliğin bir kısmında ‘ $18a - 5a$ ifadesinin 13’e eşit olduğu durumu verilmiş ve öğrencilerin bu konudaki görüşleri alınmıştır. Bu konu ile ilgili küçük grup tartışmalarından biri şu şekildedir:



Şekil 4.53. Örnek uygulama-5 durum temsilleri

Nurullah: Burada $18a - 5a$ ifadesinde a yerine öncelikle 1 yazıyorum, sonuç 13; 2 yazıyorum sonuç 26, yani farklı sonuçlar elde ediyoruz. Burada 18 kat 5 kattan daha büyük olduğundan aradaki fark her seferinde daha da artıyor. Yani 13 olmuyor cevap.

İrem: Bende şunu söyleyebilirim. Mesela 1 koyduğunda burada 13 çıkıyor, 2 koyduğunda 26, 26 ise 13’ün dengi, 3 olduğunda 39 oluyor, 39 da 13’ün dengi yani şey dengi derken 13 bunların en sade halidir.

Yiğit: Biz burada aynı ifadelerin katsayılarının çıkarılacağını biliyoruz, yani burası $13a$ olacak.

Melisa: O zaman burası $13a$ olursa 1 koyalım ilkinin bulurum, 2 koyalım ikincisini yani 26 buluruz bu şekilde devam ederse orada bulunan değerlere eşit olur zaten demek ki bu durum $13a$ olarak ifade edilecek.

Grup açıklaması-Burcu: Burada biz katsayıları çıkarırız yanına da ortak olan değişkeni koyarız, çıkarma işlemini bu şekilde yaparız.

Örnek Uygulama-6

Genel olarak ‘Sayı örüntülerini modelleyerek bu örüntülerdeki ilişkiyi harflerle ifade eder’ kazanımı ile ilgili olan ve iki farklı örüntünün genel teriminin toplamının ya da farkının yine bir örüntü olduğuna dair etkinliğe ait veriler de şu şekildedir:



Şekil 4.54. Örnek uygulama-6 durum temsilleri

Beyza: İlk sayılar arasında şu şekilde bir ilişki vardır: ilk sayıyı 4 ile çarparsak ve 1 çıkarırsak sonuç 3; 4 ile ikiyi çarparsak sonuç 8 ve bundan da 1’i çıkarırsak sonuç 7, bu şekilde ilerlediği için demek ki genel olarak yaptığımız şey 4 katının 1 eksiği ($4n - 1$ yazmaktadır). Bu kısımda da ilişkiye bakalım, burada da hep 1, 2, 3’ün sırasıyla 5 katını alıp 2 ekleyerek ilerlemiş, demek ki bunun da kuralı $5n + 2$ olarak gösterilir. Toplam için de kuralı bulmamız lazım. Buranın kuralı da (gerekli işlemleri yapmaktadır) $9n + 1$ olarak yazılır.

Sema: $4n$ ile $5n$ ’i toplarsak $9n$, -1 ile de $+2$ ’yi toplarsak $+1$ ediyor.

Beyza: Yani o zaman ilk örüntüde artış 4, ikinci örüntüde artış 5 olarak ilerliyor, toplam da ise 9 artıyor yani bunun ikisinin toplamı kadar ($4 + 5$).

Samet: Burada kural arasında da bir ilişki vardır. $4n$ ile $5n$ toplanırsa $9n$, -1 ile 2 de toplanırsa $+1$ olur, yani kural sayılar arasındaki gibi devam ediyor. Her bir terimin toplamı toplam kısmında yazılan örüntüyü oluşturuyor zaten.

Sema: Bende şöyle bir şeye ulaştım, iki örüntüyü toplarken sayıları topladığımız gibi terimlerin arasındaki farkları ıı çıkan örüntüyü ıı yani genel terimleri de toplayabiliriz.

Grup açıklaması-Elif: Hocam burada iki aritmetik örüntünün toplamının yine bir örüntü olduğunu söyleyebiliriz.

Yukarıdaki son iki uygulama dörder beşer kişilik oluşturulmuş küçük gruplar arasındaki tartışmayı yansıtmaktadır. Öğrenciler kendi fikirlerini açıklayarak birbirlerinin fikirlerini değerlendirmekte ve grup sözcüsü olarak belirledikleri bir kişi tarafından tüm fikirlerin özütünü veren ifadeyi açıklamaktadırlar. Öğretmen ise bu sırada gruplar arasında gezinerek genel koordinasyonu sağlamakta ve ayrıca tüm grupların fikirlerini alarak öğrencilerin son değerlendirmeleri yapmalarına destek olmaktadır.

Yukarıda örnek olarak açıklanan altı uygulama deney grubunda yürütülen öğretimi örneklemektedir. Bu şekilde tüm kazanımlarla ilgili farklı etkinlikler yapılmış ve her bir etkinlik sonrasında öğrencilerin ilgili kazanımı sağlamlaştırması için ev ödevleri (uygulama) verilmiştir. Uygulama süresince kullanılan etkinlikler ve ev ödevleri ekler kısmında yer almaktadır.

4.2.3. Soyutlama sürecinin YBT ile ilişkisine yönelik bulgular ve yorumlar

Bu çalışmada ortaokul 3. sınıf öğrencilerinin denklem konusu ile ilgili anlayışları incelenmiştir. Bu amaçla öğrencilerin denklem konusunu soyutlama düzeyleri Dubinsky'nin APOS teorisi dikkate alınarak ortaya koyulmaya çalışılmıştır. Bu incelemede soyutlama sürecinde etkili olan bilişsel mekanizmalar gözlenebilir davranışlar içerdiğinden özellikle belirleyici olmuştur. Bu bilişsel mekanizmaların yapısında bulunan davranış birimlerinin, soyutlama süreci içerisinde Bloom taksonomisi ile ilişkili olabileceği düşünülmüştür. Bu ilişkiyi ortaya çıkarmak için hem deney grubu hem de kontrol grubu öğrencilerinin görüşme metinleri tekrardan gözden geçirilmiştir. Bu durum öğrencilerin bilişsel düzeylerini daha somut ve tanıdık bir biçimde ortaya koyacağından yapılan öğretimin niteliği hakkında okuyucuya farklı bir bakış açısı sunacağından anlamlıdır.

Bu kısımda öncelikle öğrencilerin ilgili senaryolara verdikleri yanıtlar değerlendirilmiş ve yorumlanmıştır. Bu değerlendirmelere dayalı olarak her bir

öğrencinin YBT tablosunda hangi hücrede yer alacağına karar verilmiş ve Tablo 4.7’de sunulmuştur.

Araştırmanın soyutlama süreci analizlerinde öğrencilerin denklem oluşturma konusunda soyutlama süreçleri incelenmiştir. Bu amaç kapsamında öğrencilerin değişken, örüntü, eşitlik gibi kavramları nasıl anlamlandırdıkları ve oluşturdukları yorumlanmıştır. Yorumlanan veriler YBT’nin bilgi ve bilişsel boyutu dikkate alınarak tekrardan değerlendirilmek üzere ele alınmıştır. Bu değerlendirme ile deney grubu öğrencilerinin bilgi ve bilişsel boyut düzeylerinin kontrol grubu öğrencilerine nazaran daha yüksek olması beklenmektedir.

Deney grubundaki öğrencilerin soyutlama süreci verilerini özetle ifade edersek, Fatih’in değişkenleri anlamlandırabildiği, sayılar arasındaki ilişkiyi ifade edebildiği, bu ilişkiyi daha genel bir şekilde gösterebildiği ve yeni durumlar için yansıtılabildiği, elde ettiği bilgi birimlerini yeni bilgileri oluşturmak için organize edebildiği ve bir bütün olarak nesneleştirebildiği ifade edilebilir. Öğrencinin kullanmadığı kavramları bile neden kullanmadığını/kullanamadığını açıklaması onun konu hakkındaki farkındalığının bir göstergesidir. Fatih’in farkındalığı ve kendi bilişyle ilgili bilgisi YBT’ye göre üst bilişsel bilgi düzeyinde olduğunu göstermektedir. Ayrıca bilişsel boyuttan bakıldığında yukarıda bahsedilen davranışlar öğrencinin oluştur düzeyinde olduğunu ifade etmektedir. Bu açıklamalardan sonra Fatih’in D6 hücresinde yer alması gerektiği düşünülmektedir.

Ezgi ise, ifade ettiği ilişkiyi temsil eden sayıları bulabilmekte ve bu sayılar arasındaki ilişkileri bir araya getirip değerlendirebilmektedir. Fakat bu oluşturduğu nesnelere bütüncül olarak değerlendirememekle birlikte, genellemede yapamamaktadır. Ezgi’nin bir şeyin nasıl yapılacağına dair bilgisinin olduğu ve belli bir durumda yapılması gerekenleri sorunsuz bir şekilde gerçekleştirebildiği ve yürütebildiği ifade edilebilir. Bu özellikler öğrencinin C3 hücresinde yer alması gerektiğini işaret etmektedir.

İslim’in ise, denklem oluşturmada ve yorumlamada gerekli başarıyı gösterdiği fakat bunu yaparken özellikle bir sıra izlediği fark edilmiştir. Bu durum öğrencinin belli bir prosedüre göre hareket ettiğinin bir göstergesidir. Öğrencinin hiç tereddüt etmeden, yeni oluşturmak istediği yapı için öncelikle küçük bilgi birimlerini elde ettiği ve sonrasında bu bilgileri birbiri ile ilişkilendirerek ve yeni durumlara yansıtarak

nesneleştirdiği ve bu nesnelere daha büyük yapıları oluşturmak için tekrar işlediği görülmüştür. Bu durum öğrencinin yeni bir ürün oluşturmak için parçaları bir araya getirebildiğini göstermektedir. Bu açıklamalardan sonra öğrencinin C6 hücresinde değerlendirilmesi gerektiği kararlaştırılmıştır.

Diğer yandan Sena soyutlama sürecinde, öne sürdüğü fikirleri bir araya getirerek tüm resmi görmeye çalışmamıştır. Sadece elde ettiği bilgi birimlerini incelemiş fakat bu bilgileri bir bütün halinde değerlendirmeyi düşünmemiştir. Dolayısıyla öğrenci oluşturduğu parçaları analiz edememektedir. Senaryoda yer alan ve kullanması gereken kavramları bilen ve uygun bir şekilde kullanan Sena'nın B3 hücresinde davranış sergilediği düşünülmektedir.

Kontrol grubundaki öğrencilerin soyutlama süreçlerine dair elde edilen verileri genel olarak değerlendirirsek; Talha'nın denklem konusu ile ilgili büyük resmi ortaya koyması için gerekli olan tüm adımları gerçekleştirdiği, fakat bu adımları bütüncül olarak değerlendiremediği söylenebilir. Elde ettiği bilgileri parçalarına ayırabildiği, bu parçaların bütün ile olan ilişkisini ifade edebildiği düşünülürse ve hangi işlemlerin yapılabileceğine karar vermede sahip olduğu strateji bilgisi dikkate alınırsa Talha'nın C4 hücresinde değerlendirilmesi gerektiği ifade edilebilir.

Okan ise, sadece sonucu ortaya koymaya odaklanmış bir öğrenci resmi çizmiştir. Öğrencinin sayılar arasındaki ilişkilere odaklandığı, fakat bu ilişkileri bir arada değerlendirerek daha genel bir şekilde ifade etmeyi tercih etmediği görülmüştür. Diğer yandan Harun, Okan ile benzer şekilde, elde ettiği bilgi birimlerini birbiri ile ilişkilendirebilmekte fakat bir bütün olarak düşünememektedir. Özellikle bu iki öğrencinin sadece soruların cevaplarını elde etmeye çalıştıkları, dolayısıyla senaryo kapsamında yöneltilen soruları cevaplama isteksiz davrandıkları görülmüştür. Öğrencilerin var olan durumları kendi cümleleri ile açıklayabildiği ve sınıflayabildiği düşünülürse, ayrıca genelleme yapabilmek için gerekli olan operasyonları gerçekleştirebildikleri de dikkate alınırsa, bu öğrencilerin B3 hücresinde yer almaları gerektiği söylenebilir.

Son olarak Nur ile yapılan görüşmelerde, öğrencinin sadece gerekli matematiksel işlemleri yapabildiği ve elde ettiği sayılar arasında var olan ilişkiyi ifade edemediği görülmüştür. Ayrıca öğrencinin konu ile ilişkili kavramları anlamlandıramadığı ve genellikle her adımda dışsal bir ipucuna ihtiyaç duyduğu ifade

edilebilir. Öğrencinin konu ile ilgili kavramları tanıyabilmesi ve konu ile ilgili sembolleri kullanabilmesi göz önüne alındığında A1 hücresinde yer almasına karar verilmiştir.

Yukarıda hem deney hem de kontrol grubu öğrencilerinin soyutlama süreçlerine yönelik genel açıklamalar ve bu açıklamalardan yola çıkarak öğrencilerin YBT'nin iki boyutluluğunu yansıtan tabloda hangi hücrede yer alacağına dair kararlar ifade edilmiştir. Bu tablo şu şekildedir:

Tablo 4.7.

Öğrencilerin YBT'ye göre düzeylerinin gösterimi

Bilgi Boyutu	Bilişsel Düzey Boyutu					
	Düzyey 1	Düzyey 2	Düzyey 3	Düzyey 4	Düzyey 5	Düzyey 6
	Hatırla	Anla	Uygula	Analiz et	Değerlendir	Oluştur
A.Olgulara Dayanan Bilgi	Nur					
B.Kavramsal Bilgi	Okan/Harun/ Sena					
C.İşlemsel Bilgi			Ezgi	Talha	İslim	
D.Üst Bilişsel Bilgi	Fatih					

Yukarıdaki tablodan da görüldüğü gibi deney grubunda yer alan öğrencilerin davranışlarının genellikle uygula düzeyi ve üzerinde; kontrol grubunda yer alan öğrencilerin davranışlarının ise analiz et düzeyi ve altında olduğu görülmektedir. Bu durum yapılan öğretimin öğrencilerin bilişsel düzeylerine olan etkileri hakkında somut örnekler vermektedir. Ayrıca bu tabloda dikkat çeken bir husus ise, deney grubunda düşük başarılı olarak nitelendirilen öğrencinin süreç sonunda, kontrol grubunda iyi ve orta düzeyde başarı gösteren öğrenciler ile aynı hücrelerde davranış göstermesidir. Dolayısıyla deney grubunda gerçekleştirilen öğretimin en az kontrol grubunda gerçekleştirilen öğretim kadar başarı sağladığı söylenebilir.

BEŞİNCİ BÖLÜM

5. SONUÇ VE TARTIŞMA

Bu araştırmada öğrencilerin temelde denklem konusunda anlayışları analiz edilmiştir. Öğrencilerin denklem konusundaki anlayışlarının ortaya koyulması amacıyla, araştırmada hem nicel hem nitel yaklaşımlar kullanılmıştır.

Asiala ve diğerleri (1996) tarafından, öğrencilerin soyutlama süreçlerinin incelenmesine yönelik öne sürülen ACE öğretim döngüsü, bu tez araştırmasının uygulama boyutunda kullanılmıştır. Araştırmacı ACE öğretim döngüsüne göre 20 saatlik bir öğretim planlamış ve deney grubundaki öğretimi bu döngüye göre şekillendirmiştir. Yapılan öğretimin öğrencilerin denklem konusundaki başarılarına etkileri incelenmiş ve bu verilere ait analizler nicel bulgular kısmında verilmiştir.

Uygulama süreci bir kamera yardımı ile kayıt altına alınmıştır. Böylelikle araştırmacı sürecin öğrencilerin ilgi ve motivasyonlarına etkilerini de gözlemleme fırsatı yakalamıştır. Uygulama sonunda ise deney ve kontrol grubunu temsilen dörder öğrenci ile denklem konusunu soyutlama süreçlerinin incelenmesi amacıyla bireysel görüşmeler yapılmıştır. Yapılan görüşmelere ait veriler APOS teorisi çatısı altında yani eylem, süreç, nesne ve şema bilişsel yapıları dikkate alınarak analiz edilmiştir. Ayrıca öğrencilerin soyutlama süreçlerinin YBT boyutları ile ilişkili olup olmadığı da analiz edilmiştir. Tüm bu analizlerden, video kayıtlarından ve araştırmacının gözlemlerinden nitel bulgular kısmında bahsedilmiştir.

Bu bölümde ise, hem nicel hem de nitel bulguların eğitimsel çıkarımları tartışılmış ve değerlendirilmiştir. Dolayısıyla yapılan çıkarımlar iki başlık altında toplanmıştır: nicel verilere ait sonuçlar ve nitel verilere ait sonuçlar.

5.1. Nicel Verilere Ait Sonuçlar ve Tartışma

Araştırmada öğrencilerin denklem konusundaki başarıları, gerçekleştirilen iki farklı öğretime göre incelenmiştir. Deney grubunda APOS/ACE öğretim döngüsüne

göre öğretim yapılırken, kontrol grubunda MEB klavuzluğuna göre öğretim yapılmıştır. Bu şekillerde yapılan öğretimin öğrenci başarısına etkisini incelemek amacıyla CeÖ-II testi kullanılmıştır.

Denklem konusunda yer alan kavramların birbirleriyle ön şart ilişkisi taşımasından hareketle deneysel çalışma öncesinde öğrencilerin denklem konusunda başarıları arasında anlamlı bir farklılık olup olmadığını tespit etmek için CeÖ-I testi kullanılmıştır. Bu testle toplanan verilerle yapılan bağımsız gruplar t-testi sonucunda anlamlılık düzeyi yani p değeri .43 ($p > .05$) olarak hesaplanmıştır. Bu sonuca göre, öğrencilerin denklem konusunun ön şartları açısından anlamlı bir şekilde farklılaşmadığı söylenebilir.

Ayrıca deney ve kontrol gruplarının ön şartlar açısından denkliğinin sorgulanması için, uygulama öncesinde öğrencilerin bir önceki yıla ait (ortaokul 2. sınıf) matematik başarı puanlarının da farklılaşıp farklılaşmadığı incelenmiştir. Öğrencilerin matematik dersi başarı puanları üzerinde yapılan bağımsız gruplar t-testi sonucuna göre p değeri .74 ($p > .05$) olarak bulunmuştur. Bu sonuç ile grupların matematik başarı puanına göre istatistiksel açıdan farklılaşmadığı saptanmıştır. Bu test sonuçlarına göre, deneysel çalışma öncesinde grupların denkliğinden bahsedilebilir. Cohen ve Lawrence (2000, ss. 212-214)'e göre deneysel araştırmalarda araştırmacıların grupların benzer katılımcılarla temsil edilmesine veya mümkün olduğunca birbirine denk grupların tercih edilmesine dikkat etmeleri, araştırmanın sonuçlarının daha güvenilir bir bakış açısı ile değerlendirilmesine imkân sağlamaktadır. Dolayısıyla uygulama öncesinde grupların denk olması, uygulama sonunda elde edilen puanların daha objektif bir biçimde karşılaştırılmasına fırsat sunmaktadır.

Deneysel çalışma sonrasında öğrencilerin denklem konusunda başarı düzeyleri arasındaki farklılığı istatistiksel açıdan incelemek için kullanılan CeÖ-II testi sonuçları bağımsız gruplar t-testi yardımı ile ortaya koyulmuş ve anlamlılık değeri .00 olarak hesaplanmıştır. Deneysel çalışma sonucunda deney ve kontrol grubunda bulunan öğrencilerin son-test puan ortalamaları arasında deney grubu lehine anlamlı bir farklılık ($p < .05$) tespit edilmiştir.

Bu sonuçlardan hareketle ACE öğretim döngüsüne göre tasarlanan öğretimin, öğrencilerin denklem konusunda akademik başarılarına olumlu anlamda etki ettiği ifade

edilebilir. Uygulama sonrasında kontrol ve deney gruplarının başarı puan ortalamaları sırasıyla, $\bar{X} = 54.90$ ve $\bar{X} = 75.61$ olarak bulunmuştur. Bu durumda her iki grubun ortalama başarı puanlarının orta düzey ve üstünde olduğu söylenebilir. Burada önemli olan iki husus vardır:

(1) Öğrencilerin son-test başarı puanları ortalamalarının, uygulama öncesinde hazır bulunuşluk başarı puanlarından daha yüksek olduğu fark edilmiştir. Yani her iki grup için yapılan öğretimin kendi içerisinde başarılı olduğu söylenebilir.

(2) Uygulama sonunda öğrencilerin başarı puanları arasındaki farklılaşma deney grubu lehinedir ve asıl önemli olan şey öğrencilerin denklem konusundaki başarıları üzerinde ACE öğretim döngüsü ile şekillendirilen öğretimin MEB klavuzluğunda gerçekleştirilen öğretime nazaran daha etkili olmasıdır.

Dubinsky (2001)'e göre APOS teorisi ya da bu teoriye dayalı olarak öne sürülen ACE öğretim döngüsü, matematik öğreniminde öğrenci gelişimini tanımlayan geçerli bir araç olabilir. Nitekim bu öğretim döngüsünü kendi ders planlarına uyarlayan ve öğrencilerin düşünme süreçlerine etkilerini araştıran araştırmacılar mevcuttur (Asiala, Cottrill, Dubinsky ve Schwingendorf, 1997; Asiala, Cottrill ve Dubinsky, 1997; Asiala, Dubinsky, Mathews, Morics ve Oktaç, 1997; Cottrill, Dubinsky, Nichols, Schwingendorf, Thomas ve Vidakovic, 1997; Çetin, 2009; Çetin ve Top, 2014; Kathleen, 1999; Tzirias, 2011; Maharaj, 2013; Murray, 2002; Tzirias2011; Weller, Arnon ve Dubinsky, 2009; 2011). Bu çalışmalar öğretim sürecinin APOS teorisine göre şekillendirilmesinin olumlu sonuçlarını ortaya koyan çalışmalardır.

Asiala, Cottrill ve Dubinsky (1997), APOS teorisi ile şekillendirilen öğretimin, öğrencilerin türevin geometriksel anlayışı üzerinde etkili bir öğretim sağladığı sonucuna varmışlardır. Murray (2002) APOS teorisine dayalı olarak planlanan öğretimin öğrencilerin fonksiyon kavramı anlayışına etkisini inceleyen karma bir çalışma yapmıştır. Bu çalışmanın sonuçlarına göre, cebirsel kavramların öğreniminde bu tür öğretimin pozitif yönde etkili olduğu ve doğal olarak öğrenci başarısını arttırdığı sonucuna varmıştır. Çetin (2009)'e göre matematik eğitiminin temel amacı matematiksel kavramların anlamlı gelişimini desteklemektir. Bunun için anlamlı öğretim planlamanın yolu öğrencilerin anlayış yollarının hesaba katılması ile mümkün olacaktır. O'na göre ACE öğretim döngüsü bu amaca hizmet eden bir uygulama

biçimidir. Aynı şekilde Tzirias (2011) ACE öğretim döngüsünün öğrencilerin düşünme süreçlerini hızlandığını ve dolayısıyla geliştirdiğini, öğrencilerin daha odaklı düşünmelerine yardım ettiğini ifade ederek, bu model ile anlamlı öğrenmenin kaçınılmaz olduğunu ifade etmiştir. Bu araştırmanın nicel sonuçları da ACE öğretim döngüsünün, öğrencilerin denklem konusu bağlamında akademik başarıları üzerinde anlamlı bir farklılık oluşturduğunu göstermektedir. Doğal olarak bu tez çalışmasının bazı sonuçlarının literatürde bahsedilen araştırma sonuçları ile paralellik gösterdiği fark edilmiştir.

Sadece nicel verilere dayanarak bir modelin etkili olduğunu söylemek ne kadar zor ise etkisiz bir yöntem olduğunu söylemek de o oranda zordur (Çetin ve Top, 2014). Dolayısıyla sadece nicel verilere dayanarak bir modelin etkililiğinden bahsetmek bazen tam doyum sağlamayabilir. Bu yönüyle araştırmanın bundan sonraki kısmında yani nitel verilere yönelik sonuçları arasında bu modelin etkililiğine tekrardan değinilmesi önem arz etmektedir.

5.2. Nitel Verilere Ait Sonuçlar ve Tartışma

Bu kısımda araştırmanın nitel verilerine ait analizler ile ilgili çıkarımlara yer verilmiştir. Burada oluşturulan alt başlıklar bulgular kısmına göre şekillendirilmiştir. Dolayısıyla sonuçlar hem soyutlama sürecine ilişkin hem de öğretim sürecine ilişkin değerlendirilmiştir. Ayrıca elde edilen bulguların YBT ile ilişkisine de değinildiği için, son olarak öğrencilerin soyutlama süreçleri ile bilişsel süreç boyutları arasındaki ilişki de yorumlanmıştır. Bunun için öncelikle deney grubundaki öğrencilere ait değerlendirmeler, ardından kontrol grubundaki öğrencilere ait değerlendirmelerden bahsedilmiş, sonrasında ise iki grup bir arada değerlendirilerek ilgili literatür ile desteklenmeye çalışılmıştır.

5.2.1. Soyutlama sürecine ilişkin sonuçlar ve tartışma

Araştırmanın ilk senaryosu ile, öğrencilerin değişken, eşitlik, örüntü gibi cebirsel ifadeleri kullanarak denklem oluşturma konusunda soyutlama süreçlerinin incelenmesi amaçlanmıştır. Deney ve kontrol grubunda yer alan öğrencilerin bu senaryo için vermiş oldukları yanıtlar, APOS teorisindeki bilişsel yapılar (eylem, süreç, nesne, şema) ve

soyutlama sürecinde bu yapıların gözlenmesine olanak sağlayan bilişsel mekanizmalar (içselleştirme, koordinasyon, genelleme, enkapsüle etme, tersini düşünme gibi) tarafından ortaya koyulmaya ve yorumlanmaya çalışılmıştır.

Deney grubunda başarı düzeyleri yüksekte düşüğe doğru sıralanan Fatih, Ezgi, İslim ve Sena ile görüşmeler yapılmıştır. Fatih, senaryo çerçevesinde değişkenleri anlamlandırarak, yaptığı işlemleri tekrar ederek ve elde ettiği bilgi birimlerini kendi arasında yansıtarak değişken bilgisini süreç aşaması çerçevesinde oluşturabilmektedir (16F, 18F, 20F). Oluşturduğu bilgi birimlerinden hareketle, öğrencinin değişkenler arasındaki ilişkiyi örüntü kuralı olarak cebirsel ifade şeklinde gösterebilme gibi küçük genellemelere ve buradan hareketle daha geniş genellemelere ulaşmaya çalıştığı görülmektedir (32F, 36F). Fatih'in *'Denklem, içinde bilinmeyen olan u sayılardan oluşan bir matematik terimidir. Yani hocam, ne kadar satıldığını bilmiyoruz, daha kolay olacak yani, 2 katı kadar kar elde edeceğini göstereceğiz kolaylıkla...'* ifadesi onun genelleme yapmaya uğraştığının bir göstergesidir. Ezgi ise, ilk aşamada doğrudan bir eşitlik yapıp, bu eşitliğin her iki yanına hangi ifadelerin yazılacağını değerlendirmeye başlamıştır (15E, 21E). Fakat birçok kez denemesine rağmen, doğru olarak ifade ettiği ilişkiyi bir türlü denklem olarak yazamamakta ve oluşturduğu eşitliklerin ilişkiyi yansıtmadığını da ifade etmektedir (29E, 31E, 33E, 35E, 37E, 43E, 45E, 47E). Üçüncü durumda ifade ettiği ilişkiyi öncelikle bir grafik yardımıyla göstermeye çalışan Ezgi, sonrasında indirimli durumla ilgili olan denklemi oluşturabilmektedir (49E). İlk aşama ile ilgili herhangi bir fikri olmadığını ifade eden Ezgi, genel olarak değerlendirmesini de kar üzerinden açıklamaktadır (51E). Ezgi senaryoda yer alan değişkenleri tam olarak anlamlandıramadığı için örüntü kuralını oluştursa bile, bilgi birimlerini kendi içerisinde yansıtamamakta ve dolayısıyla nesneleştirememektedir. Bu durum öğrencinin denklem kavramını tam olarak soyutlayamaması ile sonuçlanmaktadır. Diğer yandan İslim, senaryoya kendisinin belirlediği bir değişken (x) ile başlamış, son durumda bu değişkenleri senaryo çerçevesinde istenilen gibi değiştirmiştir (16İ, 18İ). Değişken, eşitlik, örüntü gibi bilgi birimlerini doğru bir şekilde anlamlandırabilmiş ve yansıtabilmiştir. Öğrencinin denklem oluşturmak için, önce tablo oluşturup genel kuralı bulma ve ardından bu kural ile ilgili eşitliği yazma ve grafik ile açıklama gibi kesin ve tam bir sıra izlediği fark edilmiştir (20İ, 22İ, 24İ, 26İ). Son durumda ise, geriye dönük olarak alış, karlı satış ve indirimli satış fiyatını ilişkilendirerek, bulunduğu iki denkleme ait

grafiği tek bir grafik üzerinde karşılaştırıp durumu özetlemeye çalışmıştır (Şekil 4.9). Tüm bu açıklamalardan sonra İslim'in elde ettiği verileri önce gruplandırıp nesneleştirmediği, bu nesnelere organize edemediği ve ilişkilendiremediği söylenebilir. Sena, İslim gibi farklı bir değişkenle soruyu anlamlandırmaya çalışmakta, fakat bu durum onun kafasının daha da karışmasına neden olmaktadır (28S, 40S, 42S). Ayrıca Sena oluşturduğu denklemlerin, satılan parça sayısı ile elde edilen karın değişimini göstermediğini ifade etmekle birlikte bu konuda daha fazla bir yorum yapamayacağını da söylemektedir (24S, 26S, 30S, 44S). Kieran (2004), öğrencilerin cebirsel yapıları anlamadaki yetersizliğinin bu tür konularda yaşanan zorlukların temel nedeni olarak ifade etmektedir. Üstelik öğrenci yaşadığı zorluğun farkındadır ve bu durumun onun denklem oluşturma konusundaki istekliliğini daha da azalttığı gözlenmiştir (42S). Benzer durum Ezgi'nin görüşmesinde de ortaya çıkmaktadır. Ezgi'nin senaryonun ilk aşaması için b gibi kendisine daha aşına gelen farklı bir değişkeni kullanmayı tercih ettiği ve senaryoda verilen değişkenleri anlamlandıramadığı görülmüştür (15E). Üçüncü aşamada ise denklem oluşturduktan sonra, oldukça karışıklık yaşadığı ilk aşamaya tekrar dönmek istememiştir. Dolayısıyla öğrencilerin yaşadığı zorlukların ve karşılaştığı güçlüklerin onların bir kavramı soyutlamalarının önündeki bir engel olduğu söylenebilir.

Kontrol grubunda başarı düzeyleri yüksekte düşüğe doğru bir sıra izleyen, Talha, Okan, Harun ve Nur ile çalışılmıştır. Talha, değişkenler arasında bulduğu ilişkiyi cebirsel ifade olarak göstermede zorlanmakta (16T, 18T, 20T, 24T, 26T, 30T, 41T, 43T, 47T) ve bunun için dışsal bir ipucuna (formül kelimesi onun için bir ipucu niteliği taşımaktadır) ihtiyaç duymaktadır (50A, 51T). Yani Talha senaryoda yer alan sorular için gerekli operasyonel işlemleri ve sıralarını sorunsuz yapabilmesine rağmen son olarak yazması gereken denklemi dışsal bir ipucu almadan yazmayı düşünmemektedir. Süreç aşamasının en belirgin özelliği öğrencinin dışsal bir etkiye gerek duymadan içsel kontrolünü gerçekleştirebilmesidir. Ayrıca son durumda öğrenciden genel olarak değerlendirme yapması istenmiş, öğrencinin ise senaryo çerçevesinde bütüncül açıklamalarının kısıtlı olduğu sonucuna varılmıştır (53T, 55T). Okan ise, değişkenleri senaryo çerçevesinde anlamlandırarak ve denklem oluşturmak için gerekli olan bilgi birimlerini oluşturarak süreç aşamasında davranış sergilemektedir (16O, 22O, 24O, 26O, 28O, 30O, 34O, 36O, 40O, 42O, 44O). Ayrıca bu süreçte Okan senaryoda verilen

değişkenler yerine farklı değişkenler kullanmayı tercih etmiş, daha sonra senaryo çerçevesinde değişkenleri istenilen duruma dönüştürebilmiştir (28O, 30O, 40O, 42O). Fakat öğrencinin ilgili durumlara yönelik denklem oluşturmayı düşünmediği ve sadece örüntü kuralı olarak ifade etmeyi tercih ettiği görülmüştür. Ayrıca durumları bir bütün içinde değerlendirememiş, sadece oluşturduğu bilgi birimlerini kendi çerçevesinde yorumlamıştır (46O). Dolayısıyla öğrencinin bir bilginin soyutlanması için gerekli olan birimlerin nesnelere dönüştürülmesi olayını gerçekleştiremediği söylenebilir. Harun, senaryoda yer alan soruları cevaplandırabilmiş, fakat bunun için cebirsel ifadelerden yararlanmayı düşünmemiştir (Şekil 4.16, Şekil 4.17, Şekil 4.18). Genel olarak elde ettiği her bir bilgi parçasını anlamlandırabilmekte ve bu bilgi birimlerini birbiri ile ilişkilendirebilmekte, fakat bu birimleri sentezleyerek nesneleştirilememektedir (20H, 22H, 28H, 30H, 32H). Bu durum öğrencinin soyutlama becerisinin yetersizliğini göstermektedir. Son olarak Nur ile yapılan görüşmenin genelinde, öğrencinin değişken, cebirsel ifade, denklem gibi kavramları birbirine karıştırdığı ve ayırt edemediği fark edilmiştir. Mesela kar ve zarar gibi nitelikleri bir ifade içinde sadece simgesel olarak düşündüğü yani $a + k$ gibi karlı satışı temsil eden gösterimlerin aslında değişkenler arasında ilişkilerin ortaya koyulduğu bir denklem olduğunu ileri sürdüğü görülmüştür (16N, 18N, 20N, 22N, 24N, 26N). Araştırmacının vermiş olduğu ipuçlarını bile etkili şekilde kullanamayan Nur'un, denklem kavramını soyutlaması için gerekli olan küçük bilgi birimlerini bile oluşturamadığı tespit edilmiştir.

Araştırmanın ikinci senaryosu ile öğrencilerin verilen denklemi yorumlayabilme ve çözebilme yetenekleri, denklem bilgisini soyutlama süreçleri aracılığıyla incelenmiştir. Deney ve kontrol grubunda yer alan öğrencilerin bu senaryo için vermiş oldukları yanıtlar APOS teorisindeki bilişsel yapılar ve soyutlama sürecinde bu yapıların gözlenmesine olanak sağlayan bilişsel mekanizmalar tarafından ortaya koyulmaya ve yorumlanmaya çalışılmıştır.

Deney grubundan Fatih'in, geçen zamana göre kalan çuval sayısının değişimi hakkında bir fikir sunmasına rağmen, senaryoda yer alan soruların çözümünün yapılabilmesi için a ya da t 'nin değerlerinin verilmesi gibi dışsal bir ipucuna ihtiyaç duyduğu görülmüştür (43F, 45F, 47F, 49F, 51F, 53F, 55F, 57F, 59F). Fatih, denklemde yer alan değişkenler arasındaki ilişkiyi göstermek için grafik ve tablodan yararlanmak istemiş ve bu hareketinden sonra cevabını bulamayız dediği sorular için yorum

yapabilmiştir (71F, 75F, 79F). Dolayısıyla öğrencinin bu süreçte kullandığı görseller onun içsel ipucu geliştirmesini desteklemiş olabilir. Öğrenci senaryo ile ilgili değerlendirmelerini yaparken nerede nasıl bir hata yaptığını gerekçelerini de sunarak açıklayabilmiştir (83F, 85F). Ezgi ise, senaryoda verilen denklemi yorumlamak için değişkenlerin muhtemel değerlerini bularak işe başlamıştır (72E, 76E, 90E). Bu değerlerin ayrı ayrı belli bir aralıkta olacağını ifade eden Ezgi'nin, değişkenleri birbirine göre yorumlamada kararsızlık yaşadığı fark edilmiştir (82E, 88E, 100E). Ayrıca öğrencinin bu kararsızlıklarının doğru grafik çizimini tamamladıktan sonra azaldığı ve düşüncelerini daha net bir şekilde ifade edebildiği gözlenmiştir. Ezgi, bulduğu ilişkilerin senaryoda verilmiş olan denklemi ifade eden ayrıntılar olduğunu söylemektedir (82E). Bu yönüyle öğrencinin bilgi birimlerinin daha genel temsili olan denklemi fark edebildiği ifade edilebilir. Öğrencinin tutuk tavırları ve yorum yapmaktan çekinmesi, araştırmacının bu konuda daha fazla bilgi edinmesinin önüne geçmektedir. İslim'in görüşme metinlerinde dikkat çeken nokta, öğrencinin elde ettiği bilgi birimlerini, yeni nesneleri oluşturmak için organize edebildiği ve gerekli görüldüğünde bu grupsal verileri parçalayabildiği fark edilmiştir (67İ, 69İ, 71İ, 73İ, 75İ, 77İ). Ayrıca İslim elde ettiği verilerin ilişkisini teyit etmek için tablo ve grafikten yararlanarak, oluşturduğu bu bilgiler için birer delil oluşturmaya çalışmaktadır (Şekil 4.26, Şekil 4.27). Son olarak Sena ile yapılan görüşmede, öğrencinin senaryoya farklı bir değişken dâhil etmesinin senaryonun odağından daha da uzaklaşmasına neden olduğu fark edilmiştir (62S, 64S, 66S). Öğrenci son durumda elde ettiği bilgi birimlerini denklem kavramı altında organize etmeyi düşünerek bir tür genelleme yapmıştır (82S, 88S). Ayrıca öğrencinin genel olarak yorumlarından doğrusal ilişki, orantı, örüntü gibi matematiksel kavramları kullanmadığı da gözlenmiştir.

Kontrol grubunda yüksek başarılı olarak nitelendiren Talha ile yapılan görüşme metinleri, öğrencinin denklem konusunda ilişkisel ve yansıtıcı düşünebildiğini, fakat elde ettiği verileri bir bütün olarak değerlendiremediğini göstermektedir (78T, 88T, 92T). Bu durumda öğrencinin küçük birimleri anlamlandırabildiği ve ilişkilendirebildiği fakat büyük resmi ortaya koyamadığı söylenebilir. Ayrıca öğrencinin yorumlarında dikkat çeken bir diğer husus denklem konusu ile ilgili olabilecek matematiksel kavramları doğru bir şekilde kullanabilmesidir (78T, 84T). Başarı düzeyi iyi olarak nitelendirilen Okan, değişkenleri sadece bağımlı ve bağımsız değişken olarak

nitelendirmekte, senaryoda verilen anlamını oluşturmamaktadır (59O, 65O, 67O, 71O). Bu değişkenlerin hangi aralıklarda hangi değerleri alabileceği hakkında bir fikir sunmasına rağmen, senaryoda yer alan soruların bu değerlerden biri ile cevaplanabileceğini düşünememekte ve bunun için hala dışsal bir ipucunun verilmesi gerektiğini ifade etmektedir (65O, 67O, 69O, 73O, 75O). Tüm bu durumlar öğrencinin resmi bir bütün olarak göremediğinin bir göstergesidir. Orta düzeyli başarıya sahip Harun ile yapılan görüşmelerde, öğrencinin basit matematiksel işlemleri yapabildiği ve elde ettiği verileri ilişkilendirebildiği görülmüştür (53H, 57H, 63H, 67H, 69H). Fakat Harun, ilişkilendirebildiği küçük yapıları tek bir yapı altında koordine edememekte ve dolayısıyla genel yapıyı ortaya koyamamaktadır. Bu durum öğrencinin denklem bilgisini tam olarak soyutlayamaması ile sonuçlanmaktadır. Başarı düzeyi düşük olarak nitelendirilen Nur ile yapılan görüşme sonunda, öğrencinin senaryoda verilen denklemi anlamlandırmada hayli zorlandığı görülmüştür (41N, 43N, 45N, 47N). İlerleyen zamanda ise hala değişkenlere ve bulduğu değerlere yönelik mantıklı ilişkiler kuramadığı fark edilmiştir. Üstelik biraz derine inildikçe öğrencinin senaryodan tamamen uzaklaştığı, hiçbir yere dayandırmadan anlamsız veriler elde ettiği ve açıklamalar yaptığı da görülmektedir (Şekil 4.40).

Yukarıdaki soyutlama sürecinin ayrıntılı değerlendirmeleri ışığında bazı önemli noktaların ön plana çıktığı ifade edilebilir. Bunlardan ilki öğrencilerin belli bir kavramı soyutlama süreçlerinin çok yönlü olmasıdır. Bu tercihler bazı öğrencileri nihai hedefe ulaştırırken bazılarını ise istenilen noktaya taşıyamamıştır. Bu durum bize soyutlama süreci hakkında önemli dönütler vermektedir. Ezgi gibi bazı öğrencilerin görsel şekillerden yararlanarak daha kolay ilerlemeleri, İslim ve Talha gibi öğrencilerin ise sadece cebirsel ifadelerle aynı noktaya ulaşabilmeleri bunun birer örneğidir. Ayrıca deney grubundan temsili olarak seçilen dört öğrenciden başarı durumu Fatih ve Ezgi'den daha düşük olan İslim'in, soyutlama sürecinde bilişsel mekanizmaları diğerlerine nazaran daha etkili bir biçimde kullanabildiği görülmektedir. Bu sonuç literatürde yapılan bazı çalışmaların sonuçları ile de tutarlıdır (Özmantar ve Monaghan, 2007; Sezgin Memnun, 2011).

Yapılan görüşmelerde ortaya çıkan bir husus ise, öğrencilerin değişken kullanımında daha önceden aşına oldukları notasyonları tercih etme eğilimleridir. Deney grubundan İslim ve Ezgi, kontrol grubundan ise Okan senaryoda verilen değişkenleri x

ve n gibi farklı notasyonlarla ifade etmiş ve daha sonra senaryo çerçevesinde değiştirmeyi düşünmüşlerdir. Bu konuda İslim ve Okan başarılı olurken, Ezgi var olan durumu daha da karmaşık bir hale getirmiştir. Kinzel (2001) çalışmasında, cebirsel öğrenme perspektifinde öğrencilerin daha az aşına oldukları notasyonları yorumlamada ve kullanmada yetersiz olduklarını ortaya koymuştur. Araştırmanın bu sonucu, Kinzel (2001)'in çalışmasının yanı sıra Soylu (2008), Knuth ve diğerleri (2005) ve Zazkis ve Liljedahl (2002) tarafından yapılan çalışmaların sonuçları ile de benzerlik göstermektedir.

Araştırmada dikkat çeken diğer bir durum ise, soyutlama süreçlerinin incelenmesinde öğrencilerin iletişim yeteneklerinin yeterli düzeyde olması gerekliliğidir. Bu süreçte öğrencilerin kendilerini tam olarak ifade edememeleri gözlenmesi amaçlanan beceriler hakkında yetersiz yorumlara neden olmaktadır. Talha ve Ezgi'nin söylemek istediklerini tam olarak ifade edememesi ve özellikle Ezgi'nin görüşme süresince sessiz kalmayı tercih etmesi, bu öğrencilerin soyutlama süreçlerinin incelenmesini engellemiştir. Dolayısıyla soyutlama süreçlerinin incelenmesinde öğrencilerin düşüncelerini olduğu gibi ifade edebilmeleri normalden daha önemli bir hal almaktadır. Sadece öğrencilerin iletişim düzeylerinde değil aynı zamanda süreç esnasında da bu durumların oluşumu mümkün olabilir. Örneğin, Sena ve Nur'un cebirsel anlamaları oluşturamamaları ile yaşadıkları olumsuzluklar görüşmeye devam etme istekliliklerini azaltmıştır. Bu durum öğrencilerin kendilerini geri plana çekmelerine sebebiyet vererek, soyutlama süreçlerinin incelenmesine kısıtlama getirmektedir. Dolayısıyla bu öğrenciler sürece benzer isteklilikle başlamakta fakat aynı motivasyonla devam edememektedirler. Araştırmanın bu sonucu ise Herskowitz ve diğerleri (2006) tarafından gerçekleştirilen çalışma bulguları ile tutarlıdır.

Soyutlama sürecinde önemli görülen diğer bir durum ise deney ve kontrol grubu öğrencilerinin cebirsel yapıları anlamlandırma düzeylerinde var olan farklılıktır. Kontrol grubu öğrencilerinin denklem konusunu soyutlarken gerekli olan bilişsel süreçleri etkili ve tam olarak kullanmadığı yukarıda yapılan değerlendirmelerde görülmektedir. Bu durum kontrol grubu öğrencilerin cebirsel yapıları anlamada deney grubu öğrencilerine göre daha yetersiz olduğunu ortaya koymaktadır. Ayrıca bu öğrencilerin sayılar arasındaki ilişkilere odaklanamamaları, oluşturdukları küçük bilgi birimlerini daha kapsamlı bilgileri oluşturmak için koordine edememeleri ve bütünsel olarak

düşünememeleri, soyutlama sürecinde yer alan bilişsel yapıları oluşturmamaları ile sonuçlanmaktadır. Bu yönüyle öğrencilerin belli bir kavramı soyutlayabilmelerinin belki de temel basamağı, ilgili kavramı anlama düzeylerinin yeterliliği ile ilişkilidir. Kieran (2004), Garcia Cruz ve Martinon (1998) tarafından yapılan çalışmalar araştırmanın bu sonucuna destek oluşturmaktadır.

Soyutlama süreci ile ilgili olarak elde edilen sonuçlardan bir diğeri ise, bu süreçte görsel şekillerin kullanımının olumlu etkilerinin olmasıdır. Denklem kavramını soyutlamaya çalışan Ezgi, Sena ve Talha gibi öğrencilerin sayılar arasındaki ilişkileri grafik, tablo gibi şekillerden sonra anlamlandırabildiği ve genelleyebildiği görülmüştür. Ayrıca öğrencilerin anlamlandıramadıkları bilgi birimlerini görselleri kullandıktan sonra tekrar ele almak istemeleri öğrencileri olumlu anlamda güdülediğini de göstermektedir. Fakat Okan ve Nur'un, sayılar arasındaki ilişkileri ifade etmede sadece bu görselleri kullandıkları ve bir adım daha ileri gidemedikleri de fark edilmiştir. Dolayısıyla soyutlama sürecinde bu görsellerin kullanımının tek başına yeterli olmaması ile birlikte, ilgili kavramın oluşturulmasına yönelik destek sağladığı söylenebilir. Nitekim araştırmanın bu sonucu, soyutlama sürecinde görselleştirmenin önemi üzerinde gerçekleştirilen çalışmaların sonuçları ile paralellik göstermektedir (Çetin ve Top, 2014; Kabael ve Tanışlı, 2010; Yılmaz, 2011).

Yapılandırılmamış görüşme formundan elde edilen bulgulara göre, hem deney grubu hem de kontrol grubu öğrencilerinin hepsinin oluşturdukları problem durumunun çözümü için tablo ve grafikten yararlandığı fark edilmiştir. Fakat bu sürecin deney ve kontrol grubunda farklılık gösterdiği tespit edilmiştir. Deney grubunda süreç genellikle tablo oluşturarak örüntünün sayı örüntüsüne dönüştürülmesi, değişkenler arasındaki ilişkinin cebirsel ifadelerle temsil edilmesi ve bağımlı değişkenin bağımsız değişkene göre değişiminin grafik ile gösterilmesi şeklindedir. Kontrol grubunda ise, genellikle örüntünün sayısal verilerle bir tablo ile gösterilmesini takiben, değişken ve denklem bilgisine değinmeden, değişkenler arasında elde edilen ilişkinin grafik yardımı ile gösterilmesi yönündedir. Buradan hareketle kontrol grubundaki öğrencilerin değişkenler arasındaki ilişkiye odaklanmadığı ifade edilebilir. Ayrıca deney grubundaki öğrencilerin sayısal örüntülerden hareketle genel terimi cebirsel olarak ifade etmeye çalışmaları soyutlama sürecinde olmazsa olmaz olarak nitelendirilebilecek genelleme kavramına işaret etmektedir. Kısacası değişkenler arasındaki ilişkilere odaklanmayan öğrencilerin,

elde ettikleri hipotezleri cebirsel ifade olarak göstermeyi düşünmedikleri yani genelleme yapmayı tercih etmedikleri söylenebilir. Elde edilen bu sonuç Yeşildere ve Akkoç (2011) tarafından yapılan çalışma ile paralellik göstermektedir.

Burada dikkat çeken diğer bir sonuç ise, öğrencilerin açıklamalarında denklem konusuna yönelik kullandıkları kavramlar ile ilgilidir. Bu konuda deney grubu öğrencilerin hem değişken, denklem, örüntü gibi kavramlara açıklamalarında yer vermeleri hem de grafik çizimlerinde artan, azalan grafik, doğrusal ilişki gibi kavramları kullanmaları açısından kontrol grubu öğrencilerine nazaran ilgili konu çerçevesinde farkındalık düzeylerinin daha iyi olduğu ifade edilebilir. Ayrıca deney grubundan Fatih çözümde denklem kullanmamış, fakat öğrencinin yaptığı açıklamalarda denklem kullanmadığının farkına vardığı, neden kullanmadığını açıkladığı ve hangi durumlarda kullanmanın uygun olduğunu ifade ettiği görülmüştür. Bu durum deney grubu öğrencilerinin denklem konusundaki farkındalığına örnek temsil etmektedir. Benzer durum kontrol grubu öğrencilerinde gözlenmemiştir. Bu yönüyle deney grubunda gerçekleştirilen öğretimin öğrencilerin ilgili konu hakkındaki farkındalığını geliştirdiği ifade edilebilir. Araştırmanın bu sonucunun ise Asiala ve diğerleri (1996), Wachira, Roland ve Skitzki (2013) ve Cooley (2002) tarafından yapılan çalışmalarla paralellik gösterdiği fark edilmiştir.

Son olarak soyutlama sürecinde ifade edilmesi gereken diğer bir nokta ise, deney grubunda başarı düzeyi birbirinden farklı olan öğrencilerin uygulama sonunda denklem kavramını soyutlayabilme düzeylerinin birbirinden çok da farklılaşmadığıdır. Tasarlanan öğretimin, başarı düzeyi düşük olan öğrencilerin kendilerinden daha iyi düzeyde olan öğrencilerle aralarındaki farkı kapatmaya yardım edebileceği düşünülmektedir. Bu yönüyle ACE öğretim döngüsünün, öğretimin niteliğine olan katkısı açıktır. Dolayısıyla denklem konusundaki öğrenci başarısı açısından bakılırsa deney grubunda gerçekleştirilen öğretimin kontrol grubunda gerçekleştirilen öğretimden daha etkili olduğunu ifade edilebilir.

5.2.2. Öğretim sürecine ilişkin sonuçlar ve tartışma

Deney grubunda ACE öğretim döngüsüne göre gerçekleştirilen ve toplamda 20 ders saati süresince devam eden uygulama, denklem konusu ile ilgili çeşitli etkinliklerle

şekillendirilmiştir. Her bir dersin kayıt altına alınması ile elde edilen videolar analiz edilmiştir. İncelemeler sonucunda yapılan öğretimde aktif olan ya da olmayan, başarılı olan ya da olmayan tüm öğrencilerin sürece dâhil olmaya çalıştıkları ve birbirlerinin görüşlerine daha fazla önem verdikleri gözlenmiştir. Bu süreçte hazırlanan etkinliklerin genellikle derse katılmayı tercih etmeyen öğrencileri kendi düşüncelerini açıklamaya yönelttiği söylenebilir. Ayrıca etkinliklerde öğrencilerin kendi kontrollerini kendilerinin sağlamasına imkân verilmesi uygulama süresince motivasyonlarının güçlü kalmasını sağlamıştır. Bu tür özelliklere imkân veren ortamların oluşturulmasının daha nitelikli öğrenmeye olanak sağlayacağı ifade edilebilir. Bu, başka çalışmalarca da ortaya koyulan önemli bir durumdur (Akkaya, 2010; Sezgin Memnun, 2011).

ACE öğretim döngüsü ile şekillenen öğretimde dikkat çeken diğer bir husus ise, öğrenciler arasındaki etkileşimin öğrenme sürecinde önemli bir faktör olduğudur. Öğrencilerin grup olarak çalışmaları, söz konusu kavram üzerinde hep beraber tartışmaları, birbirinin düşüncelerinden hareket etmelerinin kendi gelişimlerine olumlu etkileri olduğu düşünülmektedir. Bu kanı, uygulama sürecinde elde edilen video kayıtlarının ilkinde ve sonuncusunda gözlenmektedir. İlk etapta öğrenciler daha çok bağımsız olarak hareket etmekte ve dolayısıyla anlama daha çetin olmaktadır; fakat daha ileriki uygulamalarda öğrenciler birbirlerinin düşüncelerinden yola çıkarak kendi düşüncelerini genişletmekte ve yardımlaşarak ilerlemektedirler. Bu sürecin başarı durumu düşük olan öğrencilerin kendinden daha iyi durumda olan arkadaşları ile aralarındaki farkı kapatmalarına fırsat verdiği söylenebilir.

Soyutlama sürecinde deney grubundaki öğrencilerin değişken, örüntü, eşitlik, denklem gibi kavramları adım adım soyutlayabildikleri ve oluşumlarında doğru bir şekilde kullanabildikleri; kontrol grubundaki öğrencilerin bu hususta deney grubundaki öğrencilerden daha geri planda kaldıkları bir önceki bölümde belirtilmişti. Geri kalışın nedenleri arasında, uygulamaya katılmayan öğrencilerin sayılar arasındaki ilişkilere odaklanmaktansa daha çok sayılara odaklanmaları, birimler arasındaki benzerliklere ve farklılıklara dikkat etmemeleri ve bilgi birimlerini bütünsel olarak değerlendirememeleri gösterilmişti. Bu durum ise doğal olarak kontrol grubu öğrencilerinin var olan bilgilerini, yeni yapıların oluşumunda etkili bir biçimde değerlendirememesi ile sonuçlanmıştır. Yapılan ACE öğretiminin, öğrencilerin denklem konusunda kavram kullanımını desteklediği ifade edilebilir.

Son olarak soyutlama süreçlerinde elde edilen verilerin YBT’de yer alan boyutlar ile ilişkileri incelenmiştir. Bu inceleme sonunda deneysel uygulama sürecinin diğer uygulamaya nazaran daha iyi düzeyde olduğu görülmüştür. Nicel veriler ile öğrencilerin başarı düzeyleri arasında anlamlı bir farklılık olup olmadığına bakılmıştır. Bu farklılık deney grubu lehine istatistiksel olarak anlamlı bulunmuştur. Daha sonra bireysel görüşmelerle bu sürecin öğrencilerin anlayışlarında nasıl gelişim gösterdiği ortaya koyulmaya çalışılmıştır. Burada elde edilen nitel veriler, nicel verilerle elde edilen sonuçların derinliğine incelenmesine imkân sağlamıştır. Son olarak nitel yönüyle incelenen sürecin YBT’de yer alan boyutlarla ilişkisi de ortaya koyulmuş ve yine deney grubu lehine bir durum ortaya çıkmıştır. Dolayısıyla ACE öğretim döngüsünün etkililiğine dair bir delil daha ortaya koyulmuştur. Yapılan öğretimin etkililiğinin incelenmesinde kullanılan bu aşamaların birbirini destekler nitelikte olduğu görülmektedir. Bu açıklamalardan sonra ACE öğretim döngüsünün nitelikli öğrenmeye katkısının kaçınılmaz olduğu rahatlıkla ifade edilebilir.

ALTINCI BÖLÜM

6. ÖNERİLER

Araştırmanın bu kısmında, öğrencilerin denklem konusuna yönelik soyutlama süreçlerinin incelenmesi ile elde edilen sonuçlar ışığında bazı önerilerde bulunulmuştur. Bu öneriler soyutlama süreci ve öğretim süreci olmak üzere iki başlık altında sunulmuştur.

6.1. Soyutlama Süreci ile İlgili Öneriler

Bu tez araştırmasında elde edilen önemli sonuçlardan biri, öğrencilerin soyutlama süreçlerinin incelenmesinde iletişim düzeylerinin yeterli olması gerekliliğidir. Kendisini tam olarak ifade edemeyen öğrencilerin düşünme süreçleri hakkında yeterli yorumlamalar yapılamamaktadır. Dolayısıyla soyutlama süreçlerinin incelenmesinde araştırmaya katılan öğrencilerin seçimi daha da önemli bir hal almaktadır. Bu tür çalışmalarla ilgilenen araştırmacılara, öğrencilerin başarı düzeylerinin yanı sıra iletişim özelliklerinin de ölçek, envanter gibi araçlar ile ya da öğretmen görüşleri ile belirlenmesi önerilmektedir.

Bir kavramın öğrenci zihninde oluşum aşamalarının incelenmesi, özellikle anlaşılması zor olan konuların öğretiminde çeşitli avantajlar sağlayabilir. Dolayısıyla öğretmenlerin, bu tür çalışmaları incelemesi ve yapılan uygulamalardan yararlanması önerilmektedir.

Öğrencilerin soyutlama süreçlerinin incelenmesi basit bir süreç değildir. Ayrıca ilgili kavramın oluşum süreçlerinin ayrıntılanması yani genetik çözümlemesinin yapılması söz konusu araştırmanın temel basamağıdır. Bu tür çalışmalarla ilgilenen araştırmacıların ve öğretmenlerin bu konuya daha fazla zaman ayırmaları gerektiği düşünülmektedir. Sriraman (2004) da öğrencilerin soyutlama süreçlerinin incelenmesinin daha fazla zaman gerektirdiğini ifade etmektedir. Yine aynı araştırmacı öğrencilerin problem çözme becerilerinin genelleme yapmalarını mümkün

kılabileceğini ifade etmektedir. Bu çalışmada da öğrencilerin kurdukları problemlerin genelleme yapma mantığına uygun olmadığı ve dolayısıyla bu durumun onların soyutlama yapmalarına imkân vermediği görülmüştür. Dolayısıyla daha ileriki çalışmalarda öğrencilerin soyutlama süreçleri ile problem çözme becerileri arasındaki ilişkiler detaylı bir şekilde incelenip, öğrencilerde problem çözme becerilerinin gelişimine yönelik bir çözüm önerisi ortaya atılabilir.

Bu tez çalışmasında deneysel uygulama yapılmış ve bu uygulama sonunda amaçlı örnekleme yöntemi ile belirlenen öğrencilerle bireysel görüşmeler yapılmıştır. Diğer yandan deney grubundaki uygulama sürecinde yapılan analizler, öğrencilerin soyutlama süreçleri üzerinde sosyal etkileşimlerinin önemini ortaya koymuştur. Dolayısıyla araştırmacıların, öğrencilerin soyutlama süreçlerinin incelenmesinde gerçekleştirilen görüşmeleri başarı düzeyleri aynı ya da farklı olan küçük öğrenci grupları ile de yapabileceği öngörülmektedir.

6.2. Öğretim Süreci İle İlgili Öneriler

Bu tez çalışmasının deneysel boyutu için ACE öğretim döngüsü kullanılmış ve bu döngünün nitelikli öğretim için önemi ve etkisi ortaya koyulmuştur. Bu uygulamanın kullanılması öğretmenler için zor konuların öğretiminde bir çıkış yolu olabilir. Araştırmacılara da ACE öğretim döngüsü yerine farklı uygulamalar ile öğrencilerin soyutlama süreçlerini inceleyebileceği önerilmektedir.

Kavram yanılgıları konusunda şimdiye kadar yapılan çalışmaların çoğunluğu, ilgili konu kapsamında yer alan yanılgıların tespiti şeklindedir. Bu çalışmada gerçekleştirilen ACE öğretim döngüsünün, öğrencilerin denklem konusuna yönelik kavramları doğru bir şekilde kullanmalarını desteklediği fark edilmiştir. Dolayısıyla bu öğretim döngüsünün, kavram yanılgılarını önlenmesine yönelik etkileri ayrıntılı bir şekilde araştırılabilir.

Görsel imajların soyutlama sürecine olan olumlu katkıları, araştırma sürecinde fark edilen ve bahsedilen önemli bir durumdur. Yani soyutlama süreci için hazırlanan ortamlarda görsellerden yararlanılması, daha nitelikli bir öğretim için önemli görülmektedir. İlgili literatür incelendiğinde Çetin (2009), Gueudet (2008) gibi bazı araştırmacıların, ACE öğretim döngüsünde yer alan etkinlikleri hazırlarken bilgisayar

programlarını kullanarak, görsellerin etkilerinden yararlanmaya çalıştıkları görülmüştür. Dolayısıyla hem araştırmacılara hem de öğretmenlere yapılan uygulamaları imkân olduğu ölçüde matematiksel programlar ile destekleyebilecekleri veya şekillendirebilecekleri önerilmektedir. Böylelikle soyutlama sürecinin teknoloji ile entegrasyonu da sağlanmış olacaktır.

Bu çalışma ortaokul 3. sınıf düzeyi ile denklem konusu çerçevesinde gerçekleştirilmiştir. Öğrencilerin soyutlama süreçlerinin incelenmesinde konu seçiminin önemli olduğundan bahsedilmiştir. Değişken, eşitlik, örüntü, denklem gibi konular ardışık konulardır ve birbiri ile yakından ilişkilidir. Daha ileriki düzeyler için fonksiyon, türev gibi konularda dâhil edilerek çember genişletilebilir. Bu çalışmanın da devamı olarak araştırmacılar ileri düzeydeki öğrencilerle daha kapsamlı araştırmalar yapabilir.

Bu çalışmada yapılan görüşmeler esnasında öğrencilerin değişkenler arasındaki ilişkileri anlamlandırmada ve ifade etmede grafik çizimine sıkça başvurdukları gözlenmiştir. Buna rağmen çalışmaya katılan öğrencilerin grafik çiziminde yaygın olarak hata yaptıkları da tespit edilmiştir. Bu araştırmada öğrencilerin grafik oluşturma becerileri incelenmemiştir. Dolayısıyla araştırmacılara bu konuda çözüm odaklı çalışmalar yapılması önerilmektedir.

KAYNAKÇA

- Abels, M., de Jong, J. A., Dekker, T., Meyer, M. R., Shew, J. A., Burrill, G., and Simon, A. N. (2006). *Ups and downs*. In Wisconsin Center for Education Research & Freudenthal Institute (Eds.), *Mathematics in Context*. Chicago: Encyclopaedia Britannica, Inc.
- Airasian, P.W. and Miranda, H. (2002). The role of assessment in the revised taxonomy. *Theory into Practice*, 41(4), 249 -254.
- Akkan, Y., Çakıroğlu, Ü. ve Güven, B. (2009). İlköğretim 6. ve 7. Sınıf Öğrencilerinin Denklem Oluşturma ve Problem Kurma Yeterlilikleri. *Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 9(17), 41-55.
- Akkaya, R. (2010). *Olasılık ve istatistik öğrenme alanındaki kavramların gerçekçi matematik eğitimi ve yapılandırmacılık kuramına göre bilgi oluşturma sürecinin incelenmesi*. Yayınlanmamış Doktora Tezi, Uludağ Üniversitesi, Bursa.
- Akkaya, R., ve Durmuş, S. (2006). İlköğretim 6-8. sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanındaki kavram yanlışları, *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 31, 1-12.
- Alkan, H. ve Bukova Güzel, E. (2005). Öğretmen adaylarında matematiksel düşünmenin gelişimi, *Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 25 (3), 221-236.
- Amer, A. (2006). Reflections on Bloom's revised taxonomy. *Electronic Journal of Research in Educational Psychology*, 4(1), 213-230.
- Anderson, L. W.(Ed.), Krathwohl, D.(Ed.), Airasian, P.W., Cruikshank, K.A., Mayer, R.E., Pintrich, P.R., Raths, J., and Wittrock, M.C. (2001). *A taxonomy for learning, teaching, and assessing: A revision of Bloom's taxonomy of educational objectives*. U.S.: Addison Wesley Longman, Inc.
- Anderson, L.W. (2005). Objectives, evaluation, and the improvement of education. *Studies in Educational Evaluation*. 31, 102-113.
- Arı, A. (2011). Bloom'un gözden geçirilmiş bilişsel alan taksonomisinin Türkiye'de ve uluslararası alanda kabul görme durumu. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, 11 (2), 749-772.

- Arnon, I., Cottrill, J., Dubinsky, E., Oktaç, A., Fuentes, R., S., Trigueros, M., and Weller, K. (2013). *APOS Theory: A framework for research and curriculum development in mathematics education*. Springer Science & Business Media.
- Asiala, M., Brown, A., Devries, D. J., Dubinsky, E., Mathews, D., and Thomas, K. (1997). A framework for research and curriculum development in undergraduate mathematics education. In J. Kaput, A. H. Schoenfeld & E. Dubinsky (Eds.), *Research in Collegiate Mathematics Education II* (pp. 1-32). Providence, RI: American Mathematical Society.
- Asiala, M., Cottrill, J., Dubinsky, E., and Schwingendorf, E., K. (1997). The development of students' graphical understanding of the derivative. *The Journal of Mathematical Behavior* 16(4), 399-431.
- Asiala, M., Dubinsky, E., Mathews, D. M., Morics, S., and Oktac, A. (1997). Development of students' understanding of cosets, normality, and quotient groups. *The Journal of Mathematical Behavior*, 16(3), 241-309.
- Aviles, C.B. (2000). *Teaching and testing for critical thinking with bloom's taxonomy of educational objectives*. (Reports- Descriptive), <http://www.eric.ed.gov>.
- Bass, E., J., and Montague, J., E. (1972). Piaget-based sequences of instruction in science, 56(4), 503-512.
- Başbay, M. (2008). *Yenilenmiş taksonomiye göre düzenlenmiş öğretim tasarımı dersinde projeye dayalı öğretimin öğrenme ürünlerine etkisi*. Yayınlanmamış Doktora Tezi, Hacettepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ankara.
- Batu, S. Kırcaali-İftar, G. and Uzuner, Y. (2004). Opinions and suggestions of the teachers in girls' vocational school about inclusive education, *Ankara University, Journal of Faculty of Educational Sciences Special Education*, 5(2), 33-50.
- Bekdemir, M., ve Selim, Y. (2008). Revize edilmiş Bloom taksonomisi ve cebir öğrenme alanı örneğinde uygulaması. *Erzincan Eğitim Fakültesi Dergisi*, 10 (2), 185-196.
- Bikner-Ahsbahs, A. (2004). *Towards the emergence of constructing mathematical meanings*, Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 2: 119-126.

- Brijlall, D., and Maharaj, A. (2011). A framework for the development of mathematical thinking with teacher trainees: The case of continuity of functions. *US-China Education Review B*, 5, 654-668.
- Bogdan, C., R., and Biklen, K., S. (2007). *Qualitative research for education: An introduction to theory and methods* (5th Edition). Boston: Pearson.
- Bümen, N. (2006). Program geliştirmede bir dönüm noktası: Yenilenmiş Bloom taksonomisi. *Eğitim ve Bilim*, 142, 3-14.
- Carpenter, T. P., Levi, L., and Farnsworth, V. (2000). Building a foundation for learning algebra in the elementary grades. *In Brief*, 1(2), 1-6.
- Clark, V. L. P., and Creswell, J. W. (2011). *Designing and conducting mixed methods research*. Thousand Oaks, CA: Sage Publications.
- Cohen, L., Lawrance, L., and Morrison, K. (2000). *Research methods in education* (5th ed.). London: RoutledgeFalmer.
- Cooley, R. (2002). Writing in calculus and reflective abstraction. *Journal of Mathematical Behaviour*, 21, 255-282.
- Coşar, Y. (2011). *İlköğretim altıncı sınıf matematik dersi çalışma kitabındaki soruların kapsam geçerlik ve yenilenmiş Bloom taksonomisinin bilişsel süreç boyutuna göre analizi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Atatürk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.
- Cottrill, J., Dubinsky, E., Nichols, D., Schwingendorf, K., Thomas, K., and Vidakovic, D. (1996). Understanding the limit concept: Beginning with a coordinated process scheme. *Journal of Mathematical Behavior*, 15, 167- 192.
- Cottrill, J. F. (1999). *Students' understanding of the concept of chain rule in first year calculus and the relation to their understanding of composition of functions*, Doctoral Dissertation, Purdue University.
- Creswell, J. W. (1998). *Qualitative inquiry and research design: Choosing among five traditions*. Thousand Oaks, CA: Sage Publications.
- Cresswell, J., W. (2003). *Qualitative inquiry and research design: Choosing among five approaches* (2nd ed.). London: Sage Publications.

- Cresswell, J., W. (2005). *Educational research: Planning, conducting, and evaluating quantitative and qualitative research* (2nd Edition). Ohio: Pearson.
- Çalık, M. (2015). *Test geliştirme ve madde analizi*. 09.10.2015 tarihinde <https://fatihegitim.files.wordpress.com> adresinden alınmıştır.
- Çepni, S. (2010). *Araştırma ve proje çalışmalarına giriş* (5. Baskı). Trabzon.
- Çetin, İ. (2009). *Students' understanding of limit concept: An APOS perspective*. Yayınlanmamış doktora tezi, Orta Doğu Teknik Üniversitesi.
- Çetin, İ., ve Top, E. (2014). Programlama eğitiminde görselleştirme ile ACE döngüsü. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 5 (3), 274-303.
- Dalak, O. (2015). *TEOG sınav soruları ile 8. sınıf öğretim programlarındaki ilgili kazanımların yenilenmiş Bloom taksonomisine göre incelenmesi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Gaziantep Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Gaziantep.
- Davydov, V., V. (1990). Types of generalisation in instruction: logical and psychological problems in the structuring of school curricula. In: J. Kilpatrick (Ed.). *Soviet studies in mathematics education*, (2). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Dede, Y. (2005). I. dereceden denklemlerin yorumlanması: Eğitim fakültesi 1. sınıf öğrencileri üzerine bir çalışma. *Cumhuriyet Üniversitesi, Sosyal Bilimler Dergisi*, 29(2), 197-205.
- Dede, Y., ve Peker, M. (2007). Öğrencilerin cebire yönelik hata ve yanlış anlamaları: Matematik öğretmen adaylarının bunları tahmin becerileri ve çözüm önerileri. *İlköğretim Online*, 6(1), 35-49.
- Dede, Y., Yalın, H. İ., ve Argün, Z. (2002). İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinin değişken kavramının öğrenimindeki hataları ve kavram yanılgıları. *V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi* (ss. 221). Ankara.
- Dede, Y. (2005). Değişken kavramı üzerine. *Gazi Üniversitesi Kastamonu Eğitim Dergisi*, 13(1), 139-148.

- Denzin, K., and Lincoln S. (2000). *The sage handbook of qualitative research* (3rd Edition). London: Sage Publications.
- Dienes, Z., P. (1967). On abstraction and generalization. *Harvard Educational Review*, 31, 281-301.
- Dreyfus, T. (1991). Advanced mathematical thinking processes. In D. O. Tall (Ed.), *Advanced mathematical thinking* (pp 25-41). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer.
- Dubinsky, E. (2000). Mathematical literacy and abstraction in the 21st century. *School Science and Mathematics*, 100 (6), 289-97
- Dubinsky, E. (1991). Constructive aspects of reflective abstraction in advanced mathematics. *Epistemological Foundations of Mathematical Experience*. (pp. 160-187). New York: Springer-Verlag.
- Dubinsky, E. (1991). Reflective abstraction in advanced mathematical thinking, In Tall, *Advanced Mathematical Thinking*, Dordrecht: Kluwer.
- Dubinsky, E., and McDonald, M. A. (2001). APOS: A constructivist theory of learning in undergraduate mathematics education research. In D. Holton (Ed.), *The Teaching And Learning of Mathematics at University Level: An ICME Study* (pp. 275-282). The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Dubinsky, E., Weller, K., McDonald, A., M., and Brown, A. (2005). Some historical issues and paradoxes regarding the concept of infinity: An Apos-based analysis: part 1. *Educational Studies in Mathematics*, 58 (3), 335-359.
- Dubinsky, E., Weller, K., Stenger, C., and Vidakovic, D. (2008). Infinite iterative process: the tennis ball problem. *European Journal of Pure and Applied Mathematics*, 1(1), 99-121.
- Durmuş, B., Yurtkoru, E.S., ve Çinko, M. (2011). *Sosyal bilimlerde SPSS'le veri analizi* (4. Baskı). İstanbul: Beta.
- Erbaş, A. K., Çetinkaya, B., ve Ersoy, Y. (2009). Öğrencilerin basit doğrusal denklemlerin çözümünde karşılaştıkları güçlükler ve kavram yanlışları. *Education and Science*, 34(152), 44-59.

- Ercikan, K., and Roth, M., W. (2009). *Generalizing from educational research: Beyond qualitative and quantitative polarization*. New York: Routledge.
- Erkuş, A. (2012). *Psikolojide ölçme ve ölçek geliştirme-I: Temel kavramlar ve işlemler*. Ankara: Pegem Akademi.
- Ersoy, Y., ve Erbaş, A. K. (2005). Kassel projesi cebir testinde bir grup türk öğrencisinin başarısı ve öğrenme güçlükleri. *İlköğretim Online*, 4(1), 18-39.
- Ferrari, P. L. (2003). Abstraction in mathematics. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London B*, 358, 1225-1230.
- Field, A. (2009). *Discovering statistics using SPSS* (3rd Edition). London: Sage Publications.
- files.gantepsosbilepo.webnode.com.tr, adresinden 23.04.2015 tarihinde alınmıştır.
- Forehand, M. (2012). Bloom's taxonomy. *From Emerging Perspectives on Learning, Teaching and Technology*. The University of Georgia
- Frorer, P., Hazzan, O., and Manes, M. (1997). Revealing the faces of abstraction. *The International Journal of Computers for Mathematics Education*, (3), American Mathematical Society, 234-283.
- Garcia-Cruz, J.A., and Martinon, A. (1997). Actions and invariant schemata in linear generalizing problems. In: Pehkonen E. (Ed.). *Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 2, 289-296.
- Goodnough, K. (2011). Examining the long-term impact of collaborative action research on teacher identity and practice: the perceptions of K-12 teachers. *Educational Action Research*, 19(1), 73-86.
- Green, J. C., Krayder, H., and Mayer, E. (2005). Combining qualitative and quantitative methods in social inquiry. In B. Somekh and C. Lewin (Eds.). *Research methods in the social sciences*, 275-282. London: Sage Publications.
- Güler, G., Özdemir, E., ve Dikici, R. (2012). İlköğretim matematik öğretmenlerinin sınav soruları ile SBS matematik sorularının Bloom taksonomisine göre karşılaştırmalı analizi. *Erzincan Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 14 (1), 41-60.

- Hampton, J. (2003). Abstraction and context in concept representation. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London B*, 358, 1251-1259.
- Hassan, I., and Mitchelmore, M. (2006). The role of abstraction in learning about rates of change. In P. Grootenboer, R. Zevenbergen and M. Chinnappan (Eds.) *Identities, Cultures and Learning Spaces* (Proceedings of the 29th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia, Vol. 1, pp. 278-285). Adelaide, the United States of America: MERGA.
- Hazzan O., and Zazkis R. (2005). Reducing abstraction: the case of school mathematics. *Educational Studies in mathematics*. 58, 101-119.
- Hershkowitz, R. (2004). From diversity to inclusion and back: Lenses on learning (plenary lecture). In M.J. Hoines ve A.B. Fuglesad (Eds.) *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Sayı:1, Norway.
- Hershkowitz, R., Schwarz, B. B., and Dreyfus, T. (2001). Abstraction in context: epistemic actions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 32, 195-222.
- Hershkowitz, R., Schwarz, B., and Dreyfus, T. (2001). Abstraction in context: Epistemic actions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 32(2): 195-222.
- Hiçcan, B. (2008). *5E öğrenme döngüsü modeline dayalı öğretim etkinliklerinin ilköğretim 7. sınıf öğrencilerinin matematik dersi birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler konusundaki akademik başarılarına etkisi*, Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi, Ankara.
- Hiebert, J., and Carpenter, T. P. (1992). Learning and teaching with understanding. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 65-97). New york: Macmillian.
- Johnson, B., and Alibali, M. W. (1999). Conceptual and procedural knowledge of mathematics: Does one lead you the other?. *Journal of Educational Psychology*, 91(1), 175-189.
- Johnson, B., and Christensen, L. (2004). *Educational research: Quantitative, qualitative and mixed approaches* (2nd Edition). Pearson Education.

- Kabael, T. (2011). Tek değişkenli fonksiyonların iki değişkenli fonksiyonlara genellenmesi, fonksiyon makinesi ve APOS. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, 465-499.
- Kabael, T., U., ve Tanışlı, D. (2010). Cebirsel dűşünme sürecinde örüntüden fonksiyona öğretim. *İlköğretim Online*, 9(1), 213-228.
- Kalaycı, ř. (2010). *SPSS uygulamalı çok değişkenli istatistik teknikleri* (2. Baskı). Ankara: Asil Yayın Dağıtım.
- Kaput, (1999). Teaching and learning a new algebra with understanding, *NSF Applications of Advanced Technology Program, Foundation or the Department of Education*.
- Kashefi, H., İsmail, Z., and Mohammad Yusof, Y. (2010). Obstacles in the learning of two-variable functions through mathematical thinking approach, *International Conference on Mathematics Education Research 2010 (ICMER 2010)*, 8, 173-180.
- Kathleen, M. (1999). Active learning and situational teaching: How to ACE a course. *Clinical Laboratory Science*, 12(1), 35-41.
- Kindt, M., Dekker, T., and Burrill, G. (2006). *Algebra rules*. In Wisconsin Center for Education Research & Freudenthal Institute (Eds.), *Mathematics in Context*. Chicago: Encyclopaedia Britannica, Inc.
- Kindt, M., Roodhardt, A., Wijers, M., Dekker, T., Spence, M. S., Simon, A. N., Pligge, M. A., and Burrill, G. (2006). *Patterns and figures*. In Wisconsin Center for Education Research & Freudenthal Institute (Eds.), *Mathematics in Context*. Chicago: Encyclopaedia Britannica, Inc.
- Kindt, M., Wijers, M., Spence, M. S., Brinker, L. J., Pligge, M. A., Burrill, J., and Burrill, G. (2006). *Graphing equations*. In Wisconsin Center for Education Research & Freudenthal Institute (Eds.), *Mathematics in Context*. Chicago: Encyclopaedia Britannica, Inc.
- Knuth, E. J., Alibali, M. W., McNeil, N. M., Weinberg, A., and Stephens, A. C. (2005). Middle school students' understanding of core algebraic concept: Equivalence & variable. *National Science Foundation*, 37(1), 1-9.

- Koray, Ö., Altunçekiç, A., ve Yaman, S. (2002). Fen bilgisi öğretmen adaylarının soru sorma becerilerinin Bloom taksonomisine göre değerlendirmesi. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 17, 38-46.
- Köğçe, D., Aydın, M., ve Yıldız, C. (2009). Bloom taksonomisinin revizyonu: Genel bir bakış. *İlköğretim Online*, 8(3), 1-7.
- Köğçe, D., ve Baki, A. (2009). Farklı türdeki liselerin matematik sınavlarında sorulan soruların Bloom taksonomisine göre karşılaştırılması. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 17(2), 557-574.
- Krathwhol, R. D. (2002). A revision of Bloom taxonomy: an overview. *Theory Into Practice*, 41(4), 212-264.
- Kurnaz, B. F. (2015). *Eğitimde ölçme ve değerlendirme* (10. hafta ders notları). Uzaktan Eğitim Uygulama ve Araştırma Merkezi: Karabük Üniversitesi. 15.10.2015 tarihinde <http://edebiyat.karabuk.edu.tr> sitesinden alınmıştır.
- Kutluca, T., ve Birgin, O. (2007). Doğru denklemleri konusunda geliştirilen bilgisayar destekli öğretim materyali hakkında matematik öğretmen adaylarının görüşlerinin değerlendirilmesi. *Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 27(2), 81-97.
- Lane, S., M. (1999). The origins of mathematical abstraction. *Journal of Pure and Applied Algebra*, 143, 309-311.
- Leonidou, A., V., and Philippou, N., G. (2005). Teachers' beliefs about students' development of the pre-algebraic concept of equation. *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 2, 41-48.
- Liu P., H. (1996). *Do teachers need to incorporate the history of mathematics in their teaching?* *The Mathematics Teacher*. Reston, 96(6), 416.
- MacGregor, M., and Stacey, K. (1997). Students' understanding of algebraic notation: 11-15. *Educational Studies in Mathematics*, 33, 1-19.
- Maharaj, A. (2013). An APOS analysis of natural science students' understanding of Derivatives. *South African Journal of Education*, 33(1), 458-477.

- Marzano, J., R., and Kendall, S., J., (2006). *The New Taxonomy of Educational Objectives* (2nd Edition.). Corwin Press, Sage Publications.
- Mason, J., and Pimm, D. (1984). Generic examples: seeing the general in the particular. *Educational Study Mathematics*, 15, 277-289.
- Mason, J. (1989). Mathematical abstraction as the result of a delicate shift of attention. *For the Learning of Mathematics, Montreal, Quebec, Canada*. 9(2), 2-8.
- McMillan, J.H., and Schumacher, S. (2010). *Research in education: Evidence-based inquiry* (7th Edition). London: Pearson.
- McNeil, N. M., and Alibali, M. W. (2004). You'll see what I mean: students encode equations based on their knowledge of arithmetic. *Cognitive Science*, 28, 451-466.
- Meel, E., D. (2003). Models of theories of mathematical understanding: comparing Pirie and Kieren's model of the growth mathematical understanding and APOS theory. *CBMS Issues in Mathematics Education*, 12.
- Memnun Sezgin, D. (2010). *İlköğretim altıncı sınıf öğrencilerinin analitik geometri'nin koordinat sistemi ve doğru denklemi kavramlarını oluşturması süreçlerinin araştırılması*. Yayınlanmamış Doktora Tezi, Uludağ Üniversitesi, Bursa.
- Memnun Sezgin, D., ve Altun, M. (2012). Matematiksel başarı düzeyleri farklı iki altıncı sınıf öğrencisinin koordinat sistemini soyutlamaları üzerine bir örnek olay çalışması, *Elektronik Sosyal Bilimler Dergisi*, 11(41), 34-52.
- Merriam, B., S. (1998). *Qualitative research and case study applications in education* (2nd Edition). Jossey-Bass: San Fransisco.
- Miles, B., M., and Huberman, M., A. (1994). *An expanded sourcebook: Qualitative data analysis* (2nd Edition). United States of America: Sage Publications.
- Miles, B., M., and Huberman, M., A. (2004). *Qualitative data analysis: An expanded sourcebook*. (2nd Edition). Sage publication.
- Miller, A. D. (2004). "Cogito, ergo sum": Applying Bloom's revised taxonomy within the framework of teaching for understanding to enhance the frequency and quality of students' opportunities to develop and practice higher-level cognitive processes. Yayınlanmamış Doktora Tezi. Kalamazoo College, Michigan.

- Milli Eğitim Bakanlığı, Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı (2014). *Ortaokul Matematik Dersi 7. Sınıf Öğretim Programı*. Ankara: <http://ttkb.meb.gov.tr>.
- Milli Eğitim Bakanlığı, Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı (2014). *İlköğretim Matematik 7 Ders Kitabı*. Ankara: ADA Matbaacılık.
- Mitcelmore M., and White, P. (2004a). *Teaching mathematical concepts: Instruction for abstraction*. Invited regular presented at the 10th International Congress on Mathematical Education, Copenhagen, Denmark.
- Mitcelmore M., and White, P. (2004b). *Abstraction in mathematics and mathematics learning*. In M. J. Hoines and A.B. Fuglestad (Eds.). Paper presented at the Proceedings of the 28 th Conference of The International Group for the Psychology of Mathematics Education. (3), (pp. 329-336).
- Mitchelmore, M. (2002). *The role of abstraction and generalisation in the development of mathematical knowledge*. Paper presented at the Proceeding of The East Asia Regional Conference on Mathematics Education (2 nd) and The Southeast Asian Conference on Mathematics Education (9 th, Singapore, May, pp.27–31).
- Mitchelmore, M., and White, P. (2007). Abstraction in mathematics learning. *Mathematics Education Research Journal*, 19 (2), 1-9.
- Monaghan, J., and Ozmantar, M., F. (2006). Abstraction and consolidation. *Educational Studies in Mathematics*, 62(3), 233-258.
- Monaghan, J., and Özmantar, M., F. (2004). Abstraction and consolidation, *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 3: 353-360.
- Montiel, M., Vidakovic, D., Wilhelmi, M., and Elstak, I. (2009a). Using the onto-semiotic approach: Different coordinate systems and dimensional analogy in multivariate calculus. In Swars, S. L., Stinson, D. W., & Lemons-Smith, S. (Eds.), *Proceedings of the 31st annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 5, pp. 95-103). Atlanta, GA: Georgia State University.

moodle.baskent.edu.tr adresinden 01.12.2014 tarihinde alınmıştır.

- Morris, M., Porter, A., and Griffiths, D. (2004). Assessment is Bloomin' luvly: Developing assessment that enhances learning. *Journal of University Teaching and Learning Practice*, 90-106.
- Muijs, D. (2004). *Doing Quantitative Research in Education with SPSS*. Great Britain: Sage Publications.
- Murray, M., A. (2002). *First-Time Calculus Students Discovering The Product Rule: Function, Notation And Apos Theory*. Dissertation Doctoral Thesis, University at Albany, New York.
- Mutlu, M., Uşak, M., ve Aydoğdu, M. (2003). Fen bilgisi sınav sorularının Bloom taksonomisine göre değerlendirilmesi. *Gazi Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi*, 4 (2), 87-95.
- Nathan, J., M., and Koedinger, R., K. (2000). An investigation of teachers' beliefs of students' algebra development. *Cognition and Instruction*, 18(2), 209–237.
- Noble, T. (2004). Integrating the revised Bloom's taxonomy with multiple intelligences: A planning tool for curriculum differentiation. *Teachers College Record*, 106, 193-211.
- Noss, R., and Hoyles, C. (1996). *Windows on mathematical meanings*. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer.
- Ohlsson, S., and Regan, S. (2001). A function for abstract ideas in conceptual discovery and learning. *Cognitive Science Quarterly*, 1(3), 243-277.
- Öner, A., T. (2009). *İlköğretim 7. sınıf cebir öğretiminde teknoloji destekli öğretimi öğrencilerin erişti düzeyine, tutumlarına ve kalıcılığa etkisi*, Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.
- Özcan, S., ve Oluk, S. (2007). İlköğretim fen bilgisi derslerinde kullanılan soruların Piaget ve Bloom taksonomisine göre analizi, *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi* 8, 61-68.
- Özmantar, M. F., and Roper, T. (2004). Mathematical abstraction through scaffolding. In M. J. Hoines and A.B. Fuglesad (Eds.), *Proceedings of the 28th Conference of*

- the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (Vol. 3, pp. 481-488). Bergen, Norway: PME.
- Özmantar, M., F. (2004). Scaffolding, abstraction, and emergent goals. *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics* 24(2), 83-89.
- Özmantar, M., F., and Monaghan, J. (2007). A dialectical approach to the formation of mathematical abstractions. *Mathematics Education Research Journal*, 19(2), 89–112.
- Parraguez, M., and Oktaç, A. (2010). Construction of the vector space concept from the viewpoint of APOS theory. *Linear Algebra and its Applications*, 432, 2112–2124.
- Patton, Q., M. (2002). *Qualitative Reseach & Evaluaiton Methods* (3th Edition). United States of America: SAGE Publications.
- Payne, G., and Payne, J. (2004). *Key concept in social research*. Great Britain: Sage Publications.
- Polya, G. (1954). *Mathematics and plausible reasoning: induction and analogy in mathematics* (2nd. Edition). Princeton, NJ: Princeton University Press.
- Risner, G.P, Nicholson J.I., and Webb B. (2000). *Cognitive levels of questioning demonstrated by new social studies textbooks: What the Future Holds for Elementary Students*. <http://www.eric.ed.gov> [ED448108]
- Ritchie, J., and Lewis, J. (2003). *Qualitative Research Practice: A Guide For Social Science Students and Researchers*. Great Britain: Sage Publications.
- Robson, C. (1993). Real world research: A resource for social scientists and practitioners-researchers. *Massachusetts: Blackwell Pushers*.
- Romney, A. K., and Weller, S. C. (1984). Predicting informant accuracy from patterns of recall among individuals. *Social Networks*, 6(1), 59-77.
- Saban, A. (2000). *Öğrenme öğretme süreci*. Ankara: Nobel Yayın Dağıtım.
- Salgado, H., and Trigueros, M. (2015). Teaching eigenvalues and eigenvectors using models and APOS Theory. *The Journal of Mathematical Behavior* 39, 100-120.
- Schostak, J. (2006). *Interviewing and representation in qualitative research*. England: Open Universty Press.

- Schwarz, B. B., Hershkowitz, R., and Dreyfus, T. (2002). Abstraction in context: Construction and consolidation of knowledge structures. *Proceedings of the 26th international conference for the psychology of mathematics education, sayı: 1, UK.*
- Schwarz, B., Dreyfus, T., Hadas, N., and Hershkowitz, R. (2004). *Teacher Guidance of Knowledge Construction*, Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 4: 169-176.
- Scott, D., and Morrison, M. (2006). *Key ideas in educational research*. New York: Continuum International Publishing Group.
- Seddon, G.M. (1978). The properties of Bloom's taxonomy of educational objectives for the cognitive domain. *Review of Educational Research, 48*, 303-323.
- Senemoglu, N. (2007). *Gelisim öğrenme ve öğretim kuramdan uygulamaya*. Ankara: Gönül Yayıncılık.
- Sevgen, B. (2002), *Matematiksel düşünce yapısı ve gelişimi*, V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi, 16-18-Eylül-2002, Ortadoğu Teknik Üniversitesi, Ankara.
- Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics, 22*, 1-36.
- Simon, M., and Tzur, R. (2004). Explicating the role of mathematical tasks in conceptual learning: An elaboration of the hypothetical learning trajectory, *Mathematical Thinking and Learning, 6(2)*, 91-104.
- Skemp, R. (1962). *The Pphysiology of Learning Mathematics* (1st Edition). Original: English.
- Skemp, R. (1986). *The pphysiology of learning mathematics* (2nd. Edition). Harmondsworth: Penguin.
- Soylu, Y. (2006). Öğrencilerin değişken kavramına vermiş oldukları anlamlar ve yapılan hatalar, *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 30*, 211-219.

- Soylu, Y. (2008). Yedinci sınıf öğrencilerinin cebirsel ifadeleri ve harf sembollerini (değişkenleri) yorumlamaları ve bu yorumlamada yapılan hatalar. *Selçuk Üniversitesi Ahmet Keleşoğlu Eğitim Fakültesi Dergisi*, 25, 237-248.
- Speer, N. M., Smith, J., P., and Horvath, A. (2010). Collegiate mathematics teaching: An unexamined practice. *The Journal of Mathematical Behavior* 29(2), 99-114.
- Sriraman, B. (2004). Reflective abstraction, unframes and the Formulation of generalizations. *Journal of Mathematical Behavior*, 23, 205–222.
- Stake, E., R. (2010). *Qualitative research: Studying how things work*. New York: The Guilford Press.
- Starnes, B. A. (2005). Aligning objectives, instruction, and assessment for metacognitive thinking: Employing the Revised Bloom's Taxonomy to promote accountability in educational practices for nursing students. (Doctoral dissertation, Capella University, 2005). *Dissertation Abstracts International*, 66.
- Strauss, A., and Gorbin, J. (1990). *Basics of qualitative research: Grounded theory procedures and techniques*. London: Sage Publications.
- Su, W., and Osisek, P. J. (2011). The revised Bloom's taxonomy: Implications for educating nurses. *Journal of Continuing Education in Nursing*, 42, 321-327.
- Tabaghi, S. G. (2007). APOS analysis of students' understanding of logarithms. A Thesis in The Department of Mathematics and Statistics, *Teaching of Mathematics at Concordia University Montreal*, Quebec, Canada.
- Tall, D., and Thomas M. (Eds.), *Intelligence and understanding in mathematics*. Flaxton, QLD: Post Pressed, 235-256.
- Tall, D. (1991). (Ed.) *Advanced mathematical thinking*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.
- Tall, D. (1999). Reflections on APOS theory in elementary and advanced mathematical thinking, *Proceedings of the 23rd Conference of PME, Haifa, Israel*, 1, 111–118.
- Tekay, T. (2012). *İlköğretim 7. sınıf öğrencilerinin doğrusal denklemlerin grafiklerini kartezyen koordinat sistemine aktarma becerileri*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Ondokuz Mayıs Üniversitesi, Samsun.

- Toğrul, A. (2014). *Lise öğrencilerinin ebob-ekok problemlerinin çözüm süreçlerinin kavramsal ve işlemsel bilgi açısından incelenmesi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Toptaş, V. (2008). Geometri öğretiminde sınıfta yapılan etkinlikler ile öğretme-öğrenme sürecinin incelenmesi. *İlköğretim Online*, 7(1), 91-110.
- Tsamir, P., and Dreyfus, T. (2002). Comparing infinite sets- a process of abstraction: the case of Ben. *Journal of Mathematical Behavior*, 21, 1-23.
- Tsamir, P., and Dreyfus, T. (2005). How fragile is consolidated knowledge? Ben's comparisons of infinite sets, *Journal of Mathematical Behavior*, 24, 15-38.
- Tutkun, Ö., F. (2012). Bloom'un yenilenmiş taksonomisi üzerine genel bir bakış, *Sakarya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 1(3), 14-22.
- Türk Dil Kurumu (TDK) Sözlüğü. <http://tdkterim.gov> adresinden 20.07.2015 tarihinde indirilmiştir.
- Tzirias, W. (2011). *APOS theory as a framework to study the conceptual stages of related rates problems*. Dissertation Masters Thesis, Concordia University.
- Umaphy, S. (1985). Teaching behavioral aspects of performance evaluation: An experiential approach. *Accounting Review*, 97-108.
- Ural, A. (2012). Lise öğrencilerinin rasyonel denklem çözümlerinde kavram yanlışları ve hataları. *Eğitim Bilimleri ve Uygulama*, 11 (22), 135-155.
- Van Oers, B. (2001). Contextualisation for abstraction. *Cognitive Science Quarterly*, 1(3), 279-305.
- Wachira, P., Roland G. P., and Raymond, S. (2013). Mathematics teacher's role in promoting classroom discourse. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning* 6648707.
- Weller, K., Arnon, I., and Dubinsky, E. (2009). Preservice teachers' understanding of the relation between a fraction or integer and its decimal expansion. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, 9 (1), 5-28.
- Weller, K., Arnon, I., and Dubinsky, E. (2011). Preservice teachers' understandings of the relation between a fraction or integer and its decimal expansion: Strength

and Stability of Belief, *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, 11(2), 129-159.

White, P., and Mitchelmore, M. C. (2002). Teaching and learning mathematics by abstraction. In D. O.

Wijers, M., Roodhardt, A., Reeuwijk, M., Dekker, T., Burrill, G., Cole, B.R., and Pligge, M. A. (2006). *Building Formulas*. In Wisconsin Center for Education Research & Freudenthal Institute (Eds.), *Mathematics in Context*. Chicago: Encyclopeadia Britannica, Inc.

wikipedia.org adresinden 28.08.2015 tarihinde alınmıştır.

www.atuder.org.tr adresinden 15.06.2015 tarihinde alınmıştır.

www.emu.edu.tr (2015). *Abstraction and generalization*. 30.08.2015 tarihinde alınmıştır.

Yalvaç, E. (2010). *İlköğretim ikinci kademe matematik programına yönelik etkinliklerin bazı cebir konularının öğretimi üzerindeki etkileri*, Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Yüzüncü Yıl Üniversitesi, Van.

Yenilmez, K., ve Avcu, T. (2009). Altıncı sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanındaki başarı düzeyleri. *Ahi Evran Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 10(2), 37-45.

Yeşildere, S. (2006). *Farklı matematiksel güce sahip ilköğretim 6, 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin matematiksel düşünme ve bilgiyi oluşturma süreçlerinin incelenmesi*, Yayınlanmamış Doktora Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.

Yeşildere, S., ve Türnüklü, E. B. (2008). İlköğretim sekizinci sınıf öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerinin matematiksel güçlerine göre incelenmesi. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 21(2), 485-510.

Yeşildere, S., ve Akkoç, H. (2011). Matematik öğretmen adaylarının şekil örüntülerini genelleme süreçleri, *Pamukkale Eğitim Fakültesi Dergisi*, 30(2), 141-153.

Yıldırım, A., ve Şimşek, H. (2011). *Nitel araştırma yöntemleri*, Ankara: SeçkinYayıncılık.

- Yılmaz, R. (2011). *Matematiksel soyutlama ve genelleme süreçlerinde görselleştirme ve rolü*, Yayınlanmamış Doktora Tezi, Uludağ Üniversitesi, Bursa.
- Yin, R., K. (2003). *Case study research, designs and methods* (3rd Edition). California: Sage Publications.
- Yin, R., K. (2011). *Qualitative research from start to finish*, A Division of Guilford Publications, New York.
- Yin, K., R. (2013). *Case study research: Design and methods* (5th Edition). London: Sage Publications.
- Yüksel, S. (2007). Bilişsel alanın sınıflamasında (taksonomi) yeni gelişmeler ve sınıflamalar. *Türk Eğitim Bilimleri Dergisi*, 5, 479-509.
- Zazkis R., Dubinsky E., and Dautermann J. (1996), Coordinating visual and analytic strategies a study of students' understanding of the group D4, *Journal for Research in Mathematics Education*, 27 (4), 435-437.
- Zembat, İ., Ö. (2007). Yansıma dönüşümü, doğrudan öğretim ve yapılandırmacılığın temel bileşenleri. *Gazi Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 27 (1), 195-213.

EKLER**EK 1. Resmi İzin Yazıları**

T.C.
ATATÜRK ÜNİVERSİTESİ
Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü



Sayı : 56785782-72-2081
Konu : Elif AÇIL

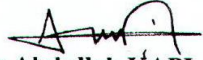
02.09.2014

İLGİLİ MAKAMA

Enstitümüz İlköğretim Matematik Eğitimi bilim Dalı doktora öğrencisi Elif AÇIL Erzurum Palandöken ilçesi Osmangazi Ortaokulu 7. Sınıf öğrencilerine doktora tezinde kullanmak üzere tez uygulama yapma isteği Enstitümüzce uygun görülmüştür.

İş bu belge ilgilinin isteği üzerine verilmiştir.

Bilgilerinizi arz ve rica ederim.


Prof.Dr.Abdullah KAPLAN
Müdür Yardımcısı



T.C.
ERZURUM VALİLİĞİ
İl Milli Eğitim Müdürlüğü

Sayı : 36648235/604/4856685
Konu: Araştırma İzni
(Elif AÇIL)

27/10/2014

MÜDÜRLÜK MAKAMINA

İlgi: a) Atatürk Üniversitesinin 23/10/2014 tarihli ve 21761 sayılı yazısı.
b) Bakanlığımızın 07/03/2012 tarihli ve 3616(2012/13) sayılı genelgesi.

Atatürk Üniversitesinin Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik Eğitimi Bilim Dalı Doktora öğrencisi Elif AÇIL'ın "**Ortaokullar 3. Sınıf Öğrencilerinin Eşitlik ve Değişken Kavramlarına Yönelik Algılarının İncelenmesi : Apos Teorisi**" konulu tez çalışmasını 05/11/2014- 28/11/2014 tarihleri arasında Palandöken İlçe Milli Eğitim Müdürlüğü'ne bağlı ortaokullarda yapma isteği (b) genelge çerçevesinde ve eğitim öğretim faaliyetlerini aksatmayacak şekilde uygulanması şubemizce uygun görülmektedir.
Makamınızca da uygun görülmesi halinde olurlarınıza arz ederim.

Turan BAĞAÇLI
İl Milli Eğitim Müdür Yardımcısı

OLUR
27/10/2014

Yüksel ARSLAN
İl Milli Eğitim Müdürü



Yönetim Cad. Valilik Binası Kat:4 Yakutiye ERZURUM
Elektronik Ağ: erzurum.meb.gov.tr
e-posta: stratejigelistirme25@meb.gov.tr

Ayrıntılı bilgi için: Çiğdem HOPUR Şb.Mdr.
Tel: (0 442) 234 4800
Faks: (0 442) 235 1032



T.C.
ERZURUM VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

Doğru Bilimler
Enstitüsü

Sayı : 36648235/604/4874391
Konu: Uygulama İzni
(Elif AÇIL)

28/10/2014

ATATÜRK ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜNE
(Öğrenci İşleri Daire Başkanlığı)

İlgi : 23/10/2014 tarihli ve 21761 sayılı yazınız.

Üniversiteniz Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik Eğitim Bilim Dalı doktora öğrencisi Elif AÇIL'ın "Ortaokul 3. Sınıf Öğrencilerinin Eşitlik ve Değişken Kavramlarına Yönelik Algılarının İncelenmesi: Apos Teorisi" konulu tez çalışmasına ait onay ekte gönderilmiştir.

Bilgilerinizi rica ederim.

Elif AÇIL
Mabeyn

Turan BAĞAÇLI
Vali a.
İl Millî Eğitim Müdür Yardımcısı

EKLER:

- 1- Onay (1 adet)
- 2-Komisyon Kararı


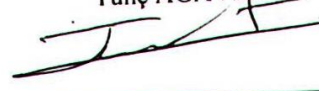
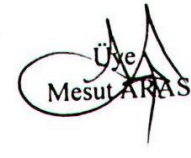
Güvenli Elektronik İmza



T.C.	
Atatürk Üniversitesi	
Eğitim Bilimleri Enstitüsü	
Müdürlüğüne	
NO:	3164
TARİH:	05.11.2014
SAYI:	72

Yönetim Cad. Valilik Binası Kat:4 Yakutiye ERZURUM
Elektronik Ağ: <http://erzurum.meb.gov.tr>
e-posta: stratejigelistirme25@meb.gov.tr

Ayrıntılı bilgi için: Çiğdem HOPUR Şb.Mdr.
Tel: (0 442) 234 4800
Faks: (0 442) 235 1032

FORM:2	
T.C. MİLLİ EĞİTİM BAKANLIĞI Eğitimi Araştırma ve Geliştirme Dairesi Başkanlığı	
ARAŞTIRMA DEĞERLENDİRME FORMU	
ARAŞTIRMA SAHİBİNİN	
Adı Soyadı	Elif AÇIL
Kurumu / Üniversitesi	Atatürk Üniversitesi
Araştırma yapılacak iller	Erzurum
Araştırma yapılacak eğitim kurumu ve kademesi.	Erzurum Palandöken İlçe Milli Eğitim Müdürlüğüne bağlı ortaokullarda 05.11.2014-28.11.2014 tarihleri arasında uygulanacak. Ortaokul 3. Sınıf
Araştırmanın konusu	"Ortaokul 3. Sınıf Öğrencilerinin Eşitlik ve Değişken Kavramlarına Yönelik Algılarının İncelenmesi:Apos Teorisi"
Üniversite / Kurum onayı	Var
Araştırma / Proje /ödev / Tez önerisi	Tez Önerisi
Veri toplama araçları	Giriş Davranışları Değerlendirme Testi, Başarı Testi, Cebir Anketi, Görüşme Formu
Görüş İstenilecek Birim / Birimler.	
KOMİSYON GÖRÜŞÜ	
Milli Eğitim Bakanlığına Bağlı Okul ve Kurumlarda Yapılacak Araştırma Desteğine Yönelik İzin ve Uygulama Yönergesi "doğrultusunda yapılan incelemede araştırmanın kabulüne karar verildi.	
Komisyon Kararı	Oybirliği ile Kabulüne
Muhalif Üyenin Adı ve Soyadı	
KOMİSYON	
 <p>27.10.2014 Komisyon Başkanı Cigdem TOPUR Şube Müdürü</p>	<p>Üye Tunç AĞAVER</p> 
	<p>Üye Mesut ARAS</p> 

EK 2. Cebirsel Öğrenme-I Testi

1. Ahmet'in a tane bilyesi var. Furkan'ın bilye sayısı Ahmet'in bilye sayısının 3 katından 6 eksiktir. Furkan'ın bilye sayısını gösteren cebirsel ifade aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $a - 6$
- B) $6a - 3$
- C) $3a - 6$
- D) $a - 3.6$

2. "**40 dakikalık bir sınavda kalan süre**" tümcesinin cebirsel olarak ifade edilişi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $40 \cdot x$
- B) $40 - x$
- C) $x - 40$
- D) $40x - x$

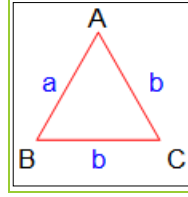
3. " **$3x - 4$** " cebirsel ifadesi için aşağıdakilerden hangisi **yanlıştır**?

- A) $x = 2$ için değeri 1' dir.
- B) İki terimlidir.
- C) Katsayıları 3 ve -4' tür.
- D) Bilinmeyeni ' x ' tir.

4. "**Bir kümesteki tavukların 2 eksiğinin 4 katı**" tümcesinin cebirsel ifade olarak karşılığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $a - 2 \cdot 4$
- B) $4a - 2$
- C) $4 \cdot (a - 2)$
- D) $2 \cdot (a - 4)$

5.



Yukarıda verilen ABC üçgeninin çevresini ifade eden cebirsel ifade aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2a + b$

B) $a + b$

C) $2a + 2b$

D) $a + 2b$

6. $\frac{3a+4}{2}$ cebirsel ifadesinin $a=6$ için alacağı değer kaçtır?

A) 10

B) 11

C) 12

D) 13

7. 0, 3, 6, 9 ... örüntüsüne karşılık gelen cebirsel ifade aşağıdakilerden hangisidir?

A) $3n$

B) $n + 3$

C) $6n - 3$

D) $3n - 3$

8. Genel terimi $2n + 3$ olan sayı örüntüsünde 4. terim ile 2. terim arasındaki fark kaçtır?

A) 2

B) 3

C) 4

D) 5

9. Bir sayının 3 katının 1 eksiği ile aynı sayının 2 katının 4 fazlasının toplamı 78'dir.

Buna göre bu sayı kaçtır?

A) 15

B) 18

C) 20

D) 25

10. Dikdörtgen şeklindeki bir bahçenin uzun kenarı kısa kenarının 2 katından 1 fazladır.

Bu bahçenin çevresi 38 m olduğuna göre, bahçenin **uzun kenarı** kaç m 'dir?

A) 6

B) 9

C) 11

D) 13

11. Bir kavanozdaki yeşil bilyelerin 2 eksiğinin 3 katının yarısı kadar kırmızı bilye vardır. Kırmızı bilyelerin sayısını veren cebirsel ifade aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{3x-2}{3}$

B) $\frac{2(x-3)}{2}$

C) $\frac{3.(x-2)}{2}$

D) $\frac{x-2}{2}$

12. $5\left(\frac{x}{2} - 1\right)$ cebirsel ifadesinin sözel karşılığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) Bir sayının 5 katının yarısının 1 eksiği

B) Bir sayının yarısının 1 eksiğinin 5 katı

C) Bir sayının yarısının 5 katının 1 eksiği

D) Bir sayının 5 katının bir eksiğinin yarısı

13. $3.(a - 5) = 12 + 3$ olduğuna göre a kaçtır?

A) 20 B) 15 C) 10 D) 5

14. Ardışık 5 çift sayının toplamı 180 olduğuna göre, bu sayıların **en büyüğü** kaçtır?

A) 36 B) 38 C) 40 D) 42

15. Bir babanın yaşı 45, iki çocuğunun yaşları toplamı 15'tir. Kaç yıl sonra babanın yaşı çocuklarının yaşları toplamının 2 katı olur?

A) 5 B) 4 C) 3 D) 2

16. "Buse'nin babasının yaşı 39'dur. Babasının yaşı, Buse'nin yaşının 3 katından 6 eksiktir. Buse'nin yaşı kaçtır?" ifadesine uygun denklem aşağıdakilerden hangisinde verilmiştir?

A) $3x + 3 = 39$

B) $3(x + 6) = 39$

C) $3(x - 6) = 39$

D) $3x - 6 = 39$

17. İki sayıdan biri diğerinden 5 fazladır. Küçük sayının 4 katı ile büyük sayının 3 katının toplamı 155'tir. **Küçük sayı** kaçtır?

- A) 10 B) 15 C) 20 D) 25

18. “*Hangi sayının yarısı kendisinin 5 eksiğinin 4 katına eşittir?*”

Problemin çözümünü veren denklem aşağıdakilerden hangisidir?

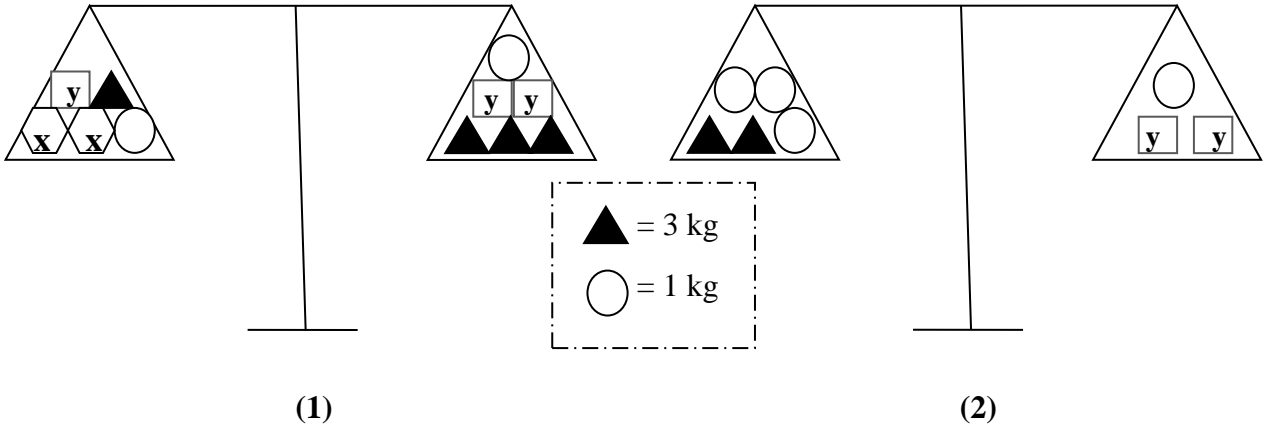
A) $2x - 5 = 4$

B) $\frac{x}{2} = (x - 5) \cdot 4$

C) $\frac{x}{2} - 5 = 4$

D) $\frac{x}{2} = 4x + 5$

19)



Yukarıdaki ▲ ve ○ nesnelere özdeşdir. 1 ve 2 numaralı teraziler dengede olduğuna göre;

a) x'in değeri kaçtır?

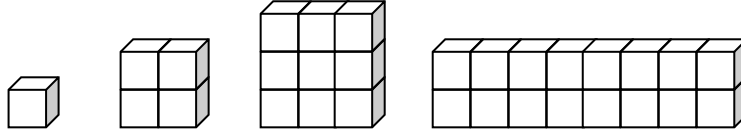
- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6

b) x ile y'nin değerleri farkı kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3

EK 3. Cebirsel Öğrenme-II Testi

1)



Yukarıdaki her bir adımdaki küp sayısı belli bir kurala göre oluşturulmuştur. Bu kural aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2n + 2$ B) n C) n^2 D) 2^n

2) Genel kuralı $5^n + 2$ olan bir sayı örüntüsünün kaçınıcı terimi 127'dir?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5

3)

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline \square & \square & \square & \square & \square \\ \hline \end{array} - \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline \square & \square & \square & \square & \square \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline \square & \square & \square & \square & \square \\ \hline \end{array}$$

$5n + 2$ $3n - 2$?

Yukarıdaki kutucuklar örüntünün ilk 5 adımını, altındaki ifadeler ise örüntünün kuralını temsil etmektedir. Buna göre; soru işaretleri yerine hangileri gelmelidir?

A)

2	4	6	8	10
---	---	---	---	----

 $2n$

B)

8	16	24	32	40
---	----	----	----	----

 $8n$

C)

0	2	4	6	8
---	---	---	---	---

 $2n - 2$

D)

6	8	10	12	16
---	---	----	----	----

 $2n + 4$

4) Bir sayının kendisi ile 3 eksiğinin çarpımını veren ifade aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(x - 3)$ B) $x \cdot (3 - x)$ C) $x \cdot (x - 3)$ D) $(x - 3) \cdot (x - 3)$

5) Aşağıdakilerden hangisi $(2x - 3) \cdot (x - 1)$ ifadesinin terimlerinden biri **değildir**?

- A) $-5x$ B) $2x^2$ C) $5x$ D) 3

6) $K = 8x^2 - 6x$

$L = 4x^2 + 2x$

olduğuna göre $K - L$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine verilmiştir?

A) $4x^2 - 8x$

B) $4x^2 + 4x$

C) $x^2 - 2x$

D) $4x^2 - 4x$

7) $6x + 8 = 16x - 2$ denkleminde bilinmeyeninin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{6}{10}$

B) 6

C) 10

D) 1

8)

x	1	2	3	4	5	6
y	2	5	8	11	14	17

Yukarıdaki tabloya göre; x ile y arasındaki ilişkiyi veren denklem aşağıdakilerden hangisidir?

A) $y = 3x - 1$

B) $y = 1 - 3x$

C) $y = x + 3$

D) $x = y + 3$

9) Bir kargo şirketi kargo gönderme ücretini $F = 2K + 50$ eşitliği ile ifade etmektedir. K gönderilen paketin kütlesini, F ise gönderilen paketin ücretini gösteriyor ise, 100 lirası olan bir müşteri en fazla kaç kilogramlık bir paketi gönderebilir?

A) 250

B) 25

C) 100

D) 10

10) Bir kitaplıkta şiir kitabı, roman ve hikaye kitabı olmak üzere toplam 36 tane kitap vardır. Kitaplıkta; şiir kitaplarının sayısının 2 katı kadar roman ve roman sayısının yarısı kadar hikaye kitabı vardır. Hikaye kitapları, şiir kitaplarından kaç fazladır?

A) 0

B) 3

C) 9

D) 12

11) Bir okul, belirli bir süre devam edecek olan su kesintisinde depolarında bulunan suyu kullanacaktır. Kesintinin olduğu her gün; 200'er litre su kullanılırsa depoda 300 litre su kalacak, 250'şer litre su kullanılırsa depoda 50 litre su kalacaktır.

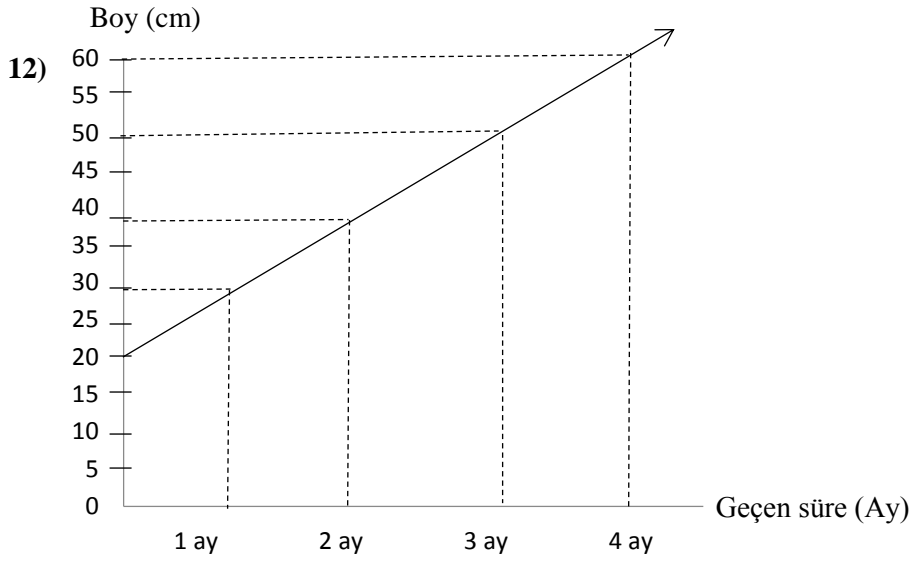
Su kesintisinin kaç gün süreceğini bulabileceğimiz denklem aşağıdakilerden hangisidir?

A) $200 \cdot x + 300 = 250 \cdot x + 50$

B) $200 \cdot (x + 300) = 250 \cdot (x + 50)$

C) $200 \cdot x - 300 = 250 \cdot x - 50$

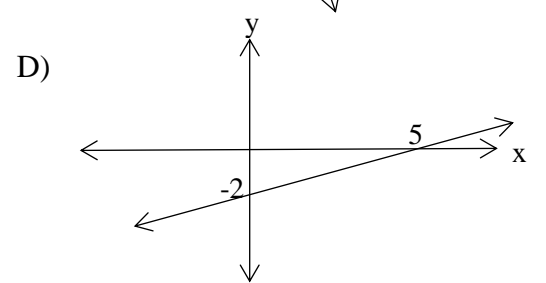
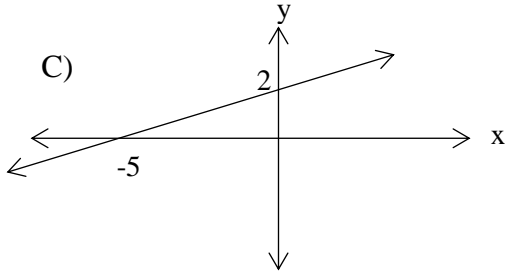
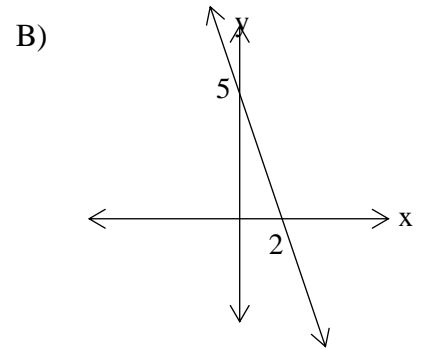
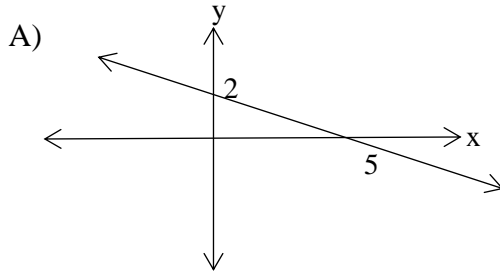
D) $200 \cdot (x - 300) = 250 \cdot (x - 50)$



Yukarıda verilen grafik bahçeye dikilen bir fidanın aylara göre uzama miktarını göstermektedir. Grafiğe göre; bu fidan, dikildikten 8 ay sonra kaç cm olur?

- A) 90 cm B) 100 cm C) 110 cm D) 120 cm

13) $2x - 5y = 10$ doğrusunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



14) Aşağıda verilen ilişkilerden hangisi doğrusal **değildir**?

- A) Su tüketim miktarı ile ödenen ücret
- B) Aynı kapasitedeki işçi sayısındaki artış ile yapılan iş miktarındaki artış
- C) Malatya ilinin ocak ayındaki sıcaklık değişimi
- D) Bir manavdan alınan muzun ağırlığı ile ödenen toplam ücret

15) Koordinat düzleminde $x = 5$, $y = 2$ doğruları ve eksenler arasında kalan bölgenin alanı kaç birim karedir?

- A) 5 B) 10 C) 15 D) 20

EK 4. Aşağıdaki tabloda görüşme sürecinde kullanılan ve senaryo olarak ifade edilen maddeler yer almaktadır:

ŞİRKET SENARYOSU

Bir ampul şirketinin satış departmanında çalıştığınızı düşünün. Şirketinizin tanesi 8 lira olan ampullerden üretmekte ve her bir ampülü %25 zamlı satmayı planlamaktadır. Senin temel görevin, bu şirketin 1 ay boyunca elde ettiği karı bularak, satılan parça sayısı ile elde edilen kar ilişkisini gösteren bir doküman hazırlamaktır (a, satılan parça sayısı; k, elde edilen kar).

- Sence satılan parça sayısı ile elde edilen kar arasında bir ilişki var mıdır, varsa açıklar mısın?
- Bu ilişkiyi nasıl gösterebilirsin?
- Şirketin 1 aylık raporunu yöneticiye teslim ettiniz. Yönetici satışlardan memnun kalmadı ve satış fiyatı üzerinden %10 indirim yapılmasını talep etti. Ve sen, yine satılan parça sayısı ile elde edilen karı ilişkilendiren bir doküman hazırlayacaksın. Ne yapmayı düşünüyorsun?



İNŞAAT SENARYOSU



Kemal okul harçlığını çıkarmak için yaz tatilini değerlendirmek istemektedir. Bunun için bir inşaat şirketinde işe başlıyor. **Kemal'in görevi**, inşaatın zemin katından 2. katına kum dolu çuvalları çıkarmaktır. **Senin görevin ise**, Kemal'in toplam ne kadar çuval taşıdığını ve bu işi toplam ne kadar sürede yaptığını bularak, geçen süre ile kalan çuval sayısını ilişkilendirmektir. Taşıma esnasında geçen süre (t) ile taşınmayan çuval sayısını (a) veren eşitlik şu şekildedir: $a = 12 \cdot (4 - t)(t, \text{saat})$

- Kemal'in işe kaç çuvala başladığı hakkında bir fikrin var mı?
- Kemal'in çuvalları taşıması ne kadar zamanını almıştır?
- Geçen süre ile taşınmayan çuval sayısı arasındaki ilişkiyi gösteren bir form hazırlayınız.

KENDİN YAZ KENDİN ÇÖZ!

- Uygulama sürecinde öğrendiğiniz kavramları kullanabilmenize fırsat veren bir problem durumu yazınız.
- Problemi oluşturduktan sonra çözümünü yapınız.
- Çözüm stratejinizi açıklayınız.



EK 5. ACE Öğretim Döngüsü Süresince Kullanılan Etkinlikler ve Uygulamalar

CEBİRSEL İFADELER



Aşağıda sözel olarak verilen ifadelerin matematiksel cümlelerini yazalım.

→“Bir sayının 3 katının 4 fazlası”

→“Bir sayının 4 fazlasının 3 katı”

→ “Bir torba cevizi eşit paylaşan 5 kardeş”

→“2,5 saatlik bir sınavın x dakikası geçtikten sonra kalan süre”

→“20 *tl* kârla satılan bir ürünün satış fiyatı”

→“13 *tl* harçlığımız ile 3 tost aldıktan sonra elinizde kalan para”

→ “7, 13, 19, 25, ... ” sayı örüntüsünün kuralına cebirsel olarak ifade edersek,

→ “3, 6, 11, 18, ... ” sayı örüntüsünün kuralı,

★ Bir örüntüdeki sayılar arasındaki ilişkinin harflerle belirtildiği ifadeler birer’dir.

SORUYU



Aşağıdaki şekil bir örüntü müdür? Eğer örüntü ise genel terimini bulabilir misiniz?

ÇÖZELİM

CEBİRSEL İFADELER

Değişken: Bir niceliği ifade etmek için kullanılan semboldür.

$$x, y, z, a, b, c, \dots$$

Terim: Bir cebirsel ifadede bir sayı ile bir veya birden fazla değişkenin çarpımına terim derim.

$$12, 2x, -3y, -\frac{8}{17}k, 5x^3, -a^2 \cdot x$$

Katsayı: Bir terimdeki çarpım durumunda bulunan sayıya katsayı denir.

Terim		Katsayı	Terim		Katsayı
$-2c$	→	-2	$-x \cdot y$	→	-1
$\frac{3}{4}k^2$	→	$\frac{3}{4}$	-5	→	-5

Cebirsel İfade: En az bir bilinmeyen ve işlem içeren ifadelere denir.

$$7k, 6y^2, 3(a + b), 8xy + 5a, 3 - k$$

Benzer Terim: Bir cebirsel ifade de harfleri ve harflerin kuvvetleri aynı olan terimlerdir.

$$3x \text{ ile } -5x$$

$$-7x^2 \text{ ile } 8x^2$$

$$\frac{1}{5}a \text{ ile } -\frac{3}{8}a$$

Üç tane
cebirsel ifade
yazarak
elemanlarını
belirleyiniz.



UYGULAMA

Cebirsel İfade	Terimleri	Terim Sayısı	Katsayıları	Katsayılar Toplamı	Benzer Terimler
$3x - 5$					
	$7, -5k^3$				
$a - 4a + 5$					
$4x + 5y - 3z$					
	$a, -2y, -8$				
$\frac{1}{2}m - \frac{3}{4}m^2 - \frac{3}{8}$					
$x - 7 + 8x^2$					
$n^2 + 1$					
	$y^2, -5^2, +3$				
$4a^2 + 8b^2 + 3$					
$-5 - 3x - 10x$					
$13x - 3 + 5x - y$					

EŞLEŞTİRİYORUM

→ A ve B sütunundaki ifadeleri inceleyerek, birbirine eşit olanları eşleştiriniz.

A

$2x + (a + b)$
$5 + (3 + 4)$
$x + 0$
$7k + 3m$
$a + a + a + a$
$0 + (-5k)$
$5y + 4m$
$8 + (-7)$
$3.8 - 1.8$
$7x + (3y + 5)$
$8a - 4a$
$(x + y) + z$
$18 + 0$
$3a + 4a - 8a$
$(-3) + (-3)$
$2.b + 3.b$

B

$4a$
2.8
$x + (y + z)$
$(7x + 3y) + 5$
18
$5.b$
$-a$
$(2x + a) + b$
$2.(-3)$
$4m + 5y$
$3m + 7k$
$(-7) + 8$
$(5 + 3) + 4$
$4a$
$-5k$
x

Not alınız



CEBİRSEL İFADELERLE İŞLEMLER

→ Aşağıda en sade hali yapılan cebirsel ifadelerin doğruluğu hakkında tartışalım.

$$1. \quad 7a - a = 70$$

$$\begin{array}{r} 7a \\ - a \\ \hline 70 \end{array}$$

$$2. \quad 18.a - 5.a + 18.a - 12.a$$

$$\begin{array}{ccc} \swarrow & \searrow & \swarrow & \searrow \\ & \blacktriangledown & & \blacktriangledown \\ 13 & + & 6 & = 19 \end{array}$$

$$3. \quad 5a + 8y - 3a - 4y = 13ay - 7ay = 6ay$$

$$\begin{array}{ccc} \swarrow & \searrow & \swarrow & \searrow \\ & \blacktriangledown & & \blacktriangledown \\ 13ay & - & 7ay & \end{array}$$

$$4. \quad 4x - 5y + 3x - y = 7x - 5y - y = 7x - 4y$$

$$\begin{array}{ccc} \swarrow & \searrow & \swarrow & \searrow \\ & \blacktriangledown & & \blacktriangledown \\ 7x & & & 4y \end{array}$$

$$5. \quad n^2 - 7x.y + 3.n + 8x.y = 4n^2 + x.y$$

$$\begin{array}{ccc} \swarrow & \searrow & \swarrow & \searrow \\ & \blacktriangledown & & \blacktriangledown \\ 4n^2 & & & 1.x.y \end{array}$$

$$6. -4 - m + 3n - (-4 - m) = -4 - m + 3n - 4 - m = -8 + 3n - 2m$$

$$7. (x^2 + 2xy + 1) + (x^2 + 9xy - 4) = x^2 + 2xy + 1 + x^2 + 9xy - 4$$
$$= 2x^2 + 11xy - 3$$

$$8. (k^2 - 3k - 5) - (2k^2 - 5k - 6) = k^2 - 3k - 5 - 2k^2 - 5k - 6$$
$$= -k^2 - 8k - 11$$

Not almız



UYGULAMA

→Aşağıda en sade halleri verilen cebirsel ifadelerin sadeleştirilmemiş halleri ne olabilir?

1. $3x - 8y$	4. $3k^2$
2. $n^2 - 8m - 5$	5. $6a - 4b + 3$
3. 14	6. $25y - 8$
7. x^2	8. $1a + 8k$
9. $2,5m$	10. $7 - n$

→Aşağıda en sade hali yapılan cebirsel ifadelerin doğruluğu hakkında tartışalım.

1. $m^2 - 8m^2 + 9m^2$	2. $5 - 3k + 3x - (3x - 3k)$
3. $15n + 8 - 7n - 3$	4. $(x - a) + (a - x)$
5. $(19k + a) - (19a + k)$	6. $(21 + b) + (2a - 21)$
7. $(25m + 18x + y) - (18x + y + 25m)$	8. $-6 + 4k - (2k - 8)$
9. $y - 0 + y$	10. $5m - (0 - m)$

UYGULAMA

→ Aşağıdaki cebirsel ifadelerin en sade hallerini bulalım.

$3a^2 + a^2 - 2a^2$	
$\frac{1}{3}x + \frac{5}{12}x - \frac{1}{4}x$	
$3a + 2 - 2a + 5$	
$8x - 24 - 4x - 8$	
$n^2 + 3xy + 8n^2 - 2xy$	
$(5x + 1) + (3x + 7)$	
$(-2x + 7) + (2x + 3)$	
$(-x + 8) + (-3x - 2)$	
$6x - 4x^2 + (3 + 7x^2)$	
$7x^2 - 6x + y - 2x^2 + 5y$	

Not alınız



EŞLEŞTİRİYORUM

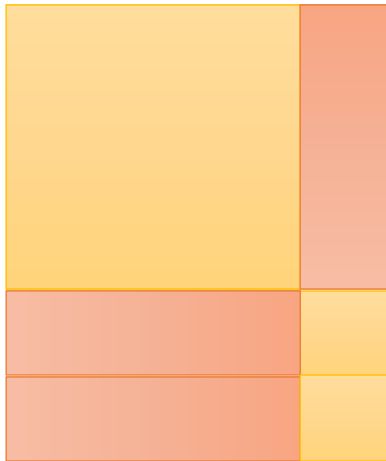
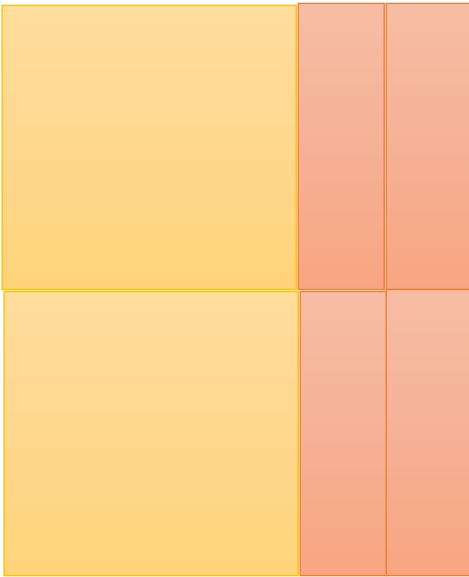
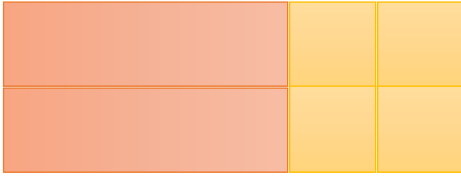
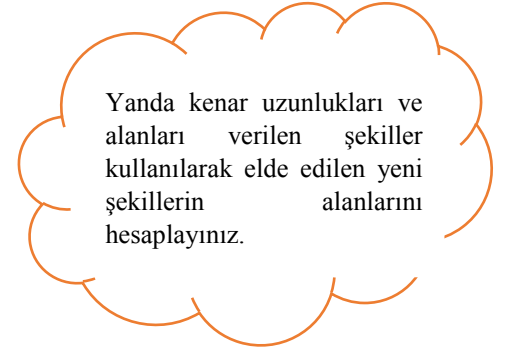
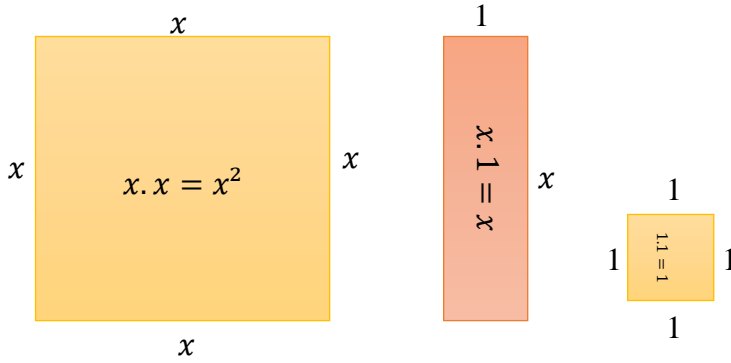
A ve B sütunlarındaki ifadeleri inceleyelim ve birbirine eşit olan ifadeleri eşleştirelim.

A	B
$(-5) \cdot (8)$	$2b^2$
0.18	-17
1. (-17)	0
$a \cdot b$	$(-25 \cdot 3) \cdot 2$
$a \cdot (b \cdot c)$	$c \cdot a + c \cdot b$
$-6 \cdot (2 + 3)$	b^3
$-25 \cdot (3 \cdot 2)$	$b \cdot a$
$k \cdot 0$	9^3
$b \cdot b \cdot b$	$(8) \cdot (-5)$
$c \cdot (a + b)$	$a \cdot b - a \cdot c$
9.9.9	$12.3 + 12.4$
1. $a \cdot b$	0
12. (3 + 4)	-6.5
$a \cdot (b - c)$	$(a \cdot b) \cdot c$
$2b \cdot b$	$a \cdot b$

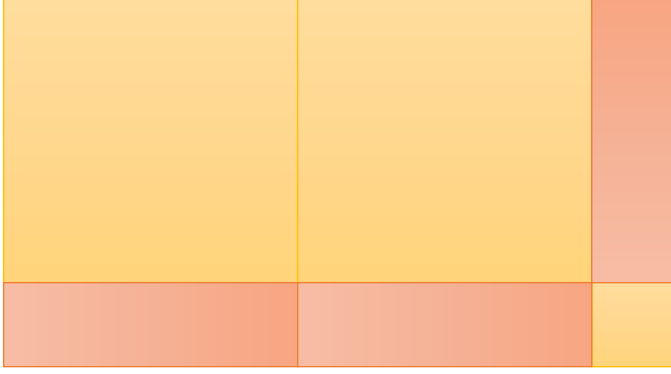
Not alınız



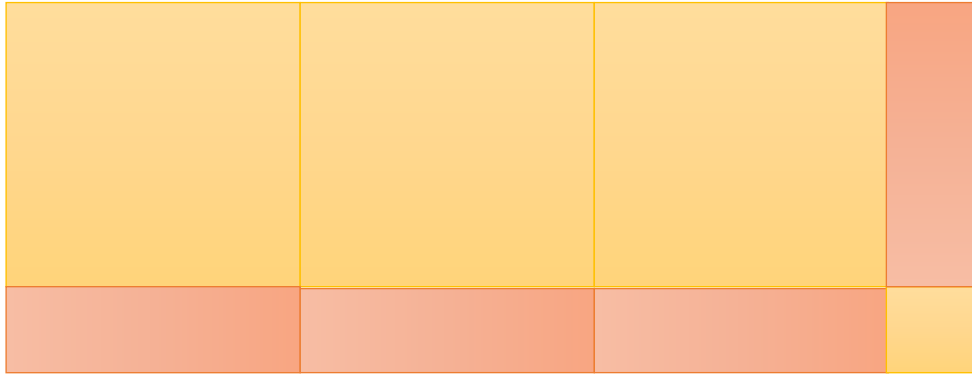
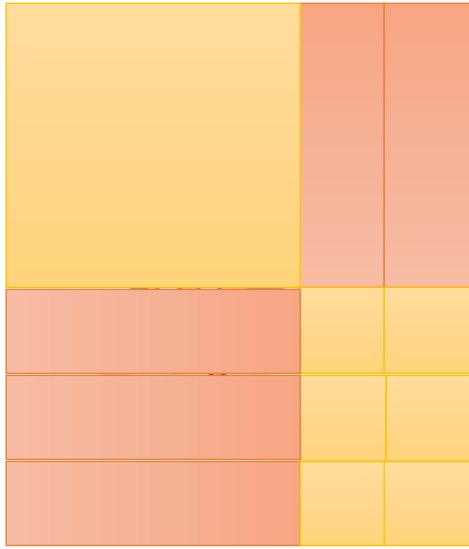
CEBİRSEL İFADELERDE ÇARPMA İŞLEMİ



UYGULAMA



Yandaki şekillerin alanlarını hesaplayınız.

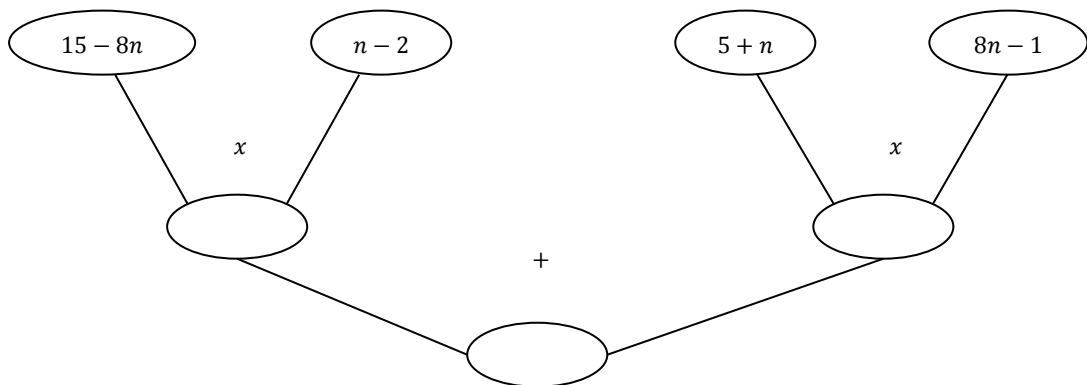
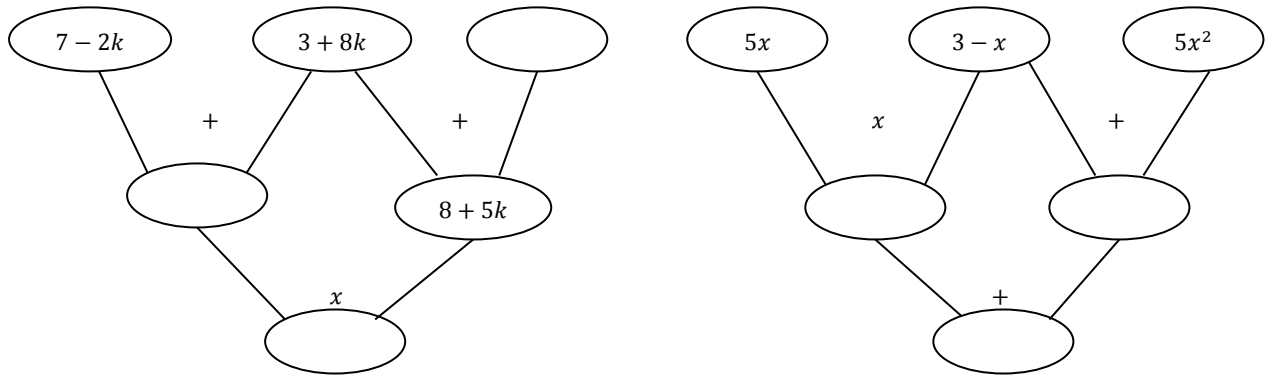
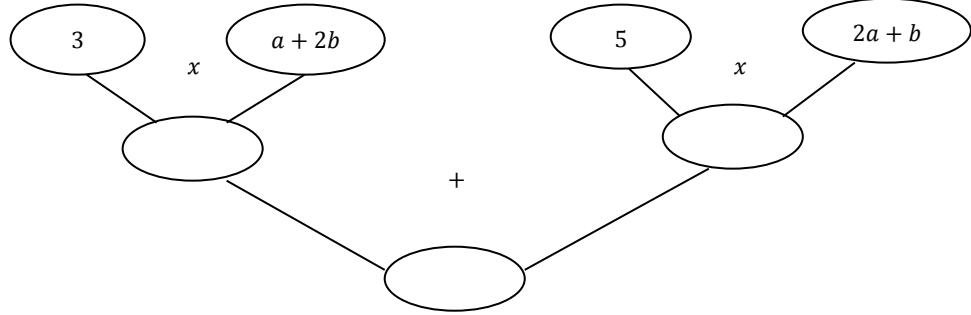


Not Alınız



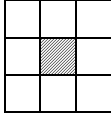
CEBİRSEL İFADELER

Aşağıdaki ağaç şemasında verilmeyenleri bulalım.

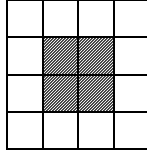


ÖRÜNTÜLER VE İLİŞKİLER

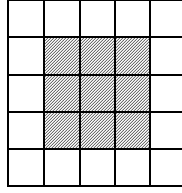
$n = 1$



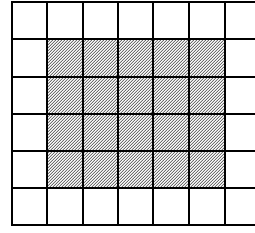
$n = 2$



$n = 3$

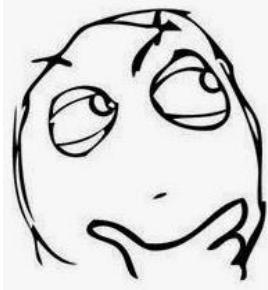


$n = 4$



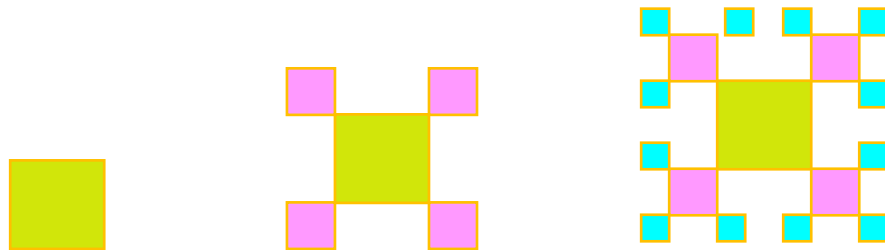
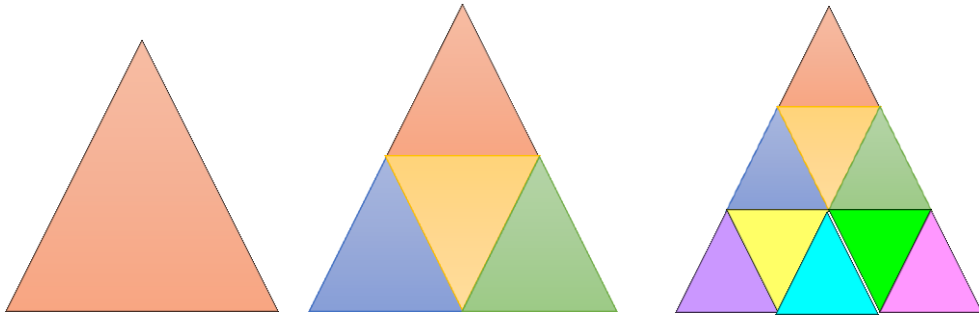
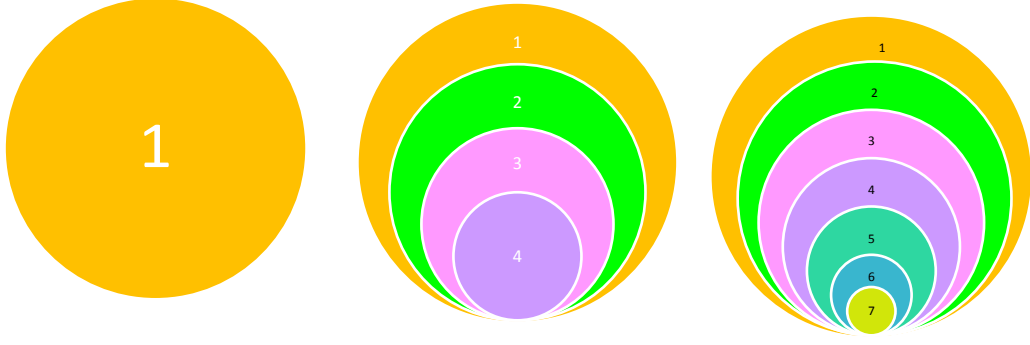
Yukarıda ilk dört adımı verilen bir örüntü vardır. Buna göre;

- 1) Herhangi bir sıradaki (n) taralı kutucukların sayısını veren bağıntıyı yazalım.
- 2) Herhangi bir sıradaki (n) taralı olmayan kutucukların sayısını veren bağıntıyı yazalım.
- 3) Herhangi bir sıradaki (n) tüm kutucukların sayısını veren bağıntıyı yazalım.
- 4) 1,2 ve 3 numaralı sorularda bulduğumuz bağıntıları ilişkilendirelim.



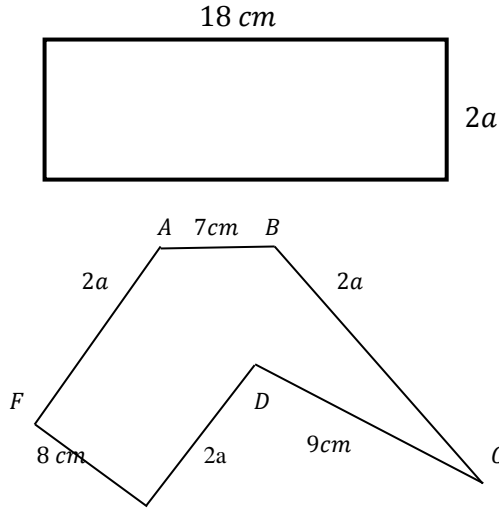
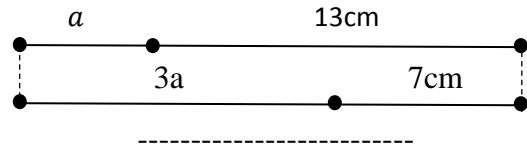
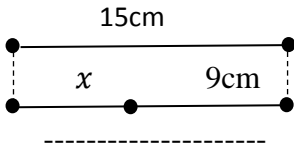
UYGULAMA

Aşağıda ilk üç adımı verilen şekil örüntülerinin genel kuralını bulalım ve bu bulduğunuz kuralı kullanmaya imkân verecek bir problem yazalım.

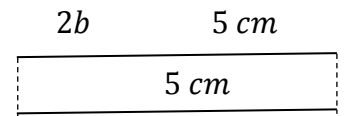
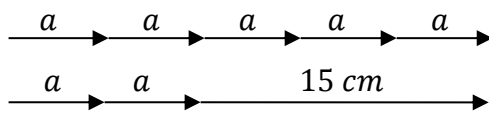
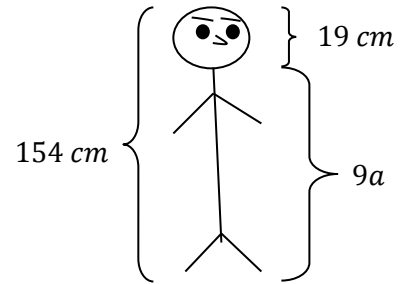
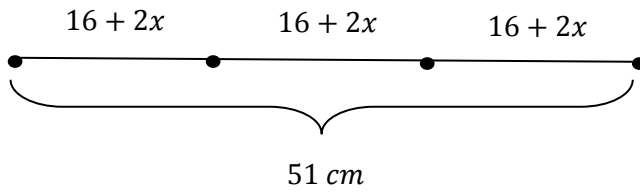


DENKLEMLER

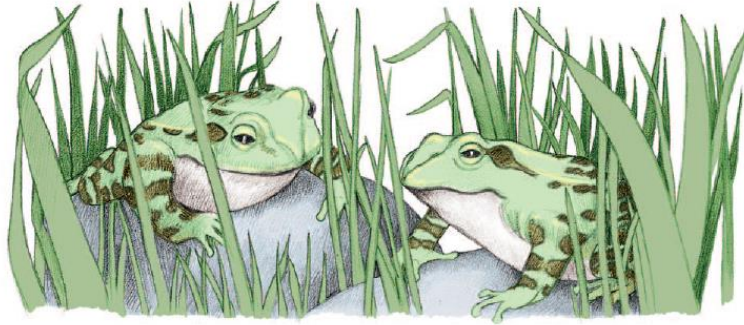
Aşağıda şema olarak verilenleri matematiksel olarak ifade edebilir miyiz?



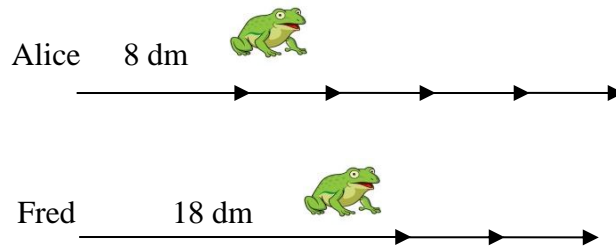
Yandaki şekillerin çevre uzunluklarının eşit olduğunu matematiksel olarak gösterebilir miyiz?



DENKLEMLER



Alice ve Fred, ormanda bir patikada olan iki kurbağadır. Bir gün aniden ayak sesleri duyarlar ve tehlikeden uzaklaşmak için zıplayarak uzaklaşırlar. Alice patikadan 8 dm, Fred ise 18 dm uzaklıkta aynı yöne doğru zıplamaya başlıyorlar. Birkaç kez zıpladıktan sonra duruyorlar.

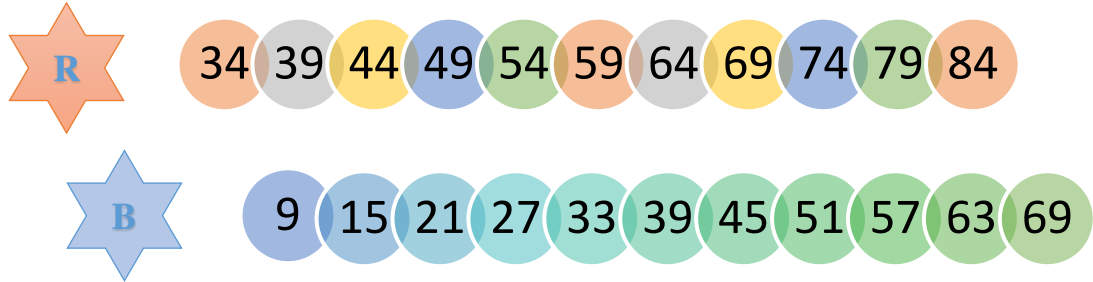


→ Farz edelim ki Alice 5 kez, Fred ise 3 kez zıplıyor ve patikada aynı mesafeyi alıyorlar. Her bir zıplayışın uzunluğu kaç dm'dir? (**Not:** Alice ve Fred her bir zıplayıştta aynı mesafeyi alıyorlar)

→ Cevabının doğru olduğundan nasıl emin olabilirsin?



DENKLEMLER



Yukarıdaki R ve B şemasında bulunan sayılar sırası ile birbiriyle karşılaştırırsak,
 $34 > 9$, $39 > 15$, $44 > 21 \dots$

→ Peki bu karşılaştırmayı istediğin kadar devam ettirirsen, hep aynı sonucu verecek mi? Tartışalım.

81		21		
83		25		
85	-	29	=	
87		33		
89		37		
⏟		⏟		
$81 + 2n$	-	$21 + 4n$	=	



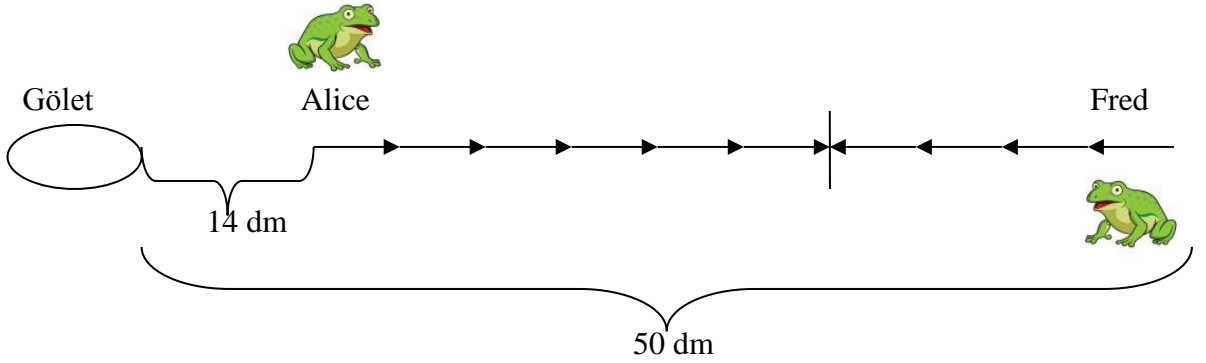
→ Kaç adım sonra son sütundaki sayı 0 olacaktır?

→ Hangi değer için $81 + 2n$ ifadesi, $21 + 4n$ ifadesine eşittir?

DENKLEMLER



Bir gün Alice ve Fred bölgelerini teste çıkarıyorlar. Alice göletten 14 dm. Fred ise 60 dm. uzaklıktadır. Bu iki kurbağa birbirlerine doğru sıçramaya başlıyorlar. Fred, Alice karşı 4, Alice ise Fred'e karşı 6 sıçrama yaptıktan sonra karşılaşıyorlar. Bu durum aşağıdaki şemada gösterilmiştir.



Farz edelim ki, Alice ve Fred her bir sıçrayışta aynı mesafeyi alsınlar. Bu mesafenin kaç dm olduğunu bulabilir miyiz?

! Lütfen stratejinizi açıklayınız.

! Cevabınızdan nasıl emin olabilirsiniz?

DENKLEMLER

→ Aşağıdaki bölümde bilinmeyen değeri bulmak için bazı yöntemler gösterilmiştir. Bu yöntemlerde kullanılan stratejiyi tartışalım.

İki örnek:

$$9 \cdot (5 + a) = 72$$

ve

$$9 + 4k = 81$$

$$9 \cdot \text{○} = 72$$

$$9 + \text{○} = 81$$

↓

↓

8

72

$$5 + a = 8$$

$$4k = 72$$

$$a = 3$$

$$k = 18$$

?

Peki eşitliğin her iki yanında da bilinmeyen değerler varsa.....

★ Hangi n değeri için $34 + 5n$, $9 + 6n$ ifadesine eşittir?

Denge Yöntemi

$$\begin{array}{r} -9 \left\{ \begin{array}{l} 34+5n = 9+6n \\ 25+5n = 6n \end{array} \right. -9 \\ -5n \left\{ \begin{array}{l} 25 = n \end{array} \right. -5n \end{array}$$

$$\begin{array}{r} +6n \left\{ \begin{array}{l} -5-6n = 1-9n \\ -5 = 1-3n \end{array} \right. +6n \\ -1 \left\{ \begin{array}{l} -6 = -3n \end{array} \right. -1 \\ \dots = \dots \end{array}$$

0 Yöntemi

$$\begin{array}{r} 34+5n = 9+6n \\ 34+5n \\ - \quad 9+6n \\ \hline 25-n = 0 \\ 25 = n \\ -5-6n = 1-9n \\ -5-6n \\ - \quad 1-9n \\ \hline -6+3n = 0 \\ \dots \end{array}$$

DENKLEMLER



→ Ali, evi için yeni bir çatı yaptırmak istiyor. Bu yüzden yeni ahşap çubuklar almak zorundadır. Yaşadığı bölgede iki farklı firma vardır; Yılmazlar Şirketi ve Kalender Çatı. İki firma da çatı için gerekli olan ahşap çubuklar için farklı ücret öneriyorlar.

- Yılmazlar şirketi her ahşap çubuk için 0.75 tl ve teslimat için 100 tl talep ediyor.
- Kalender çatı her ahşap çubuk için 0.55 tl ve teslimat için 200 tl talep ediyor.

Ali, hesaplamalarını yapıyor ve hangi firmadan alırsa alsın; maliyetin değişmediğini fark ediyor. Ali'nin kaç tane çubuk aldığını bulabilir miyiz?

→ Ankara-Eskişehir arasında sefer yapan hızlı trenin bilet ücretleri 2012 yılının Temmuz ayında yandaki gibidir. Yandaki verileri kullanarak problem kurunuz ve çözüm stratejinizi açıklayınız.

A sınıfı bilet = 20 tl
B sınıfı bilet = 30 tl
Öğrenci bileti = 16 tl



‘Denklem’ kavramı üzerine konuşalım.

DENKLEMLER

Denklem: İki niceliğin eşitliğini gösteren ifadelerdir. Denklemler içinde bilinmeyen bulduran ve bilinmeyenin özel değerleri için doğruluğu sağlanabilen eşitliklerdir.

$$3x + 4 = 0$$

$$\frac{1}{2}x - 8 = 18 - \frac{x}{8}$$

$$8a + 4k = 3a + 2k$$

$$(15 + a) \cdot 2 = 18 \quad \text{gibi}$$

Denklemin kökü ve çözümü: Denklemin doğruluğunu sağlayan özel değere “denklemin kökü”; denklemin kökünü bulmak için yapılan işleme “denklemin çözümü” denir.

Cözüm Kümesi: Denklemi doğru yapan değerlerin kümesine denir. Ç veya ÇK ile gösterilir.

→ Eşitliğin korunumu önemlidir.

→ Eşitliğin her iki yanına da aynı işlem uygulanmalıdır ki eşitlik bozulmasın. Bunun için bir eşitliğin;

- * her iki tarafına da aynı sayı eklenmelidir.
- * her iki tarafından da aynı sayı çıkarılmalıdır.
- * her iki tarafı da aynı sayıyla çarpılmalıdır.
- * her iki tarafı sıfırdan farklı aynı sayıyla bölünmelidir.

$$5x + 8 = 18 \Rightarrow \text{1.dereceden 1 bilinmeyenli denklem}$$

$$5x + 8a = 18 \Rightarrow \text{1.dereceden 2 bilinmeyenli denklem}$$



Burada 1.dereceden derken ne demek isteniyor?

Ç.K=0
Ç.K={}
Ç.K=∅
Ç.K={0}

Bu çözüm kümeleri ile ilgili tartışalım.

DENKLEMLER

→Aşağıdaki bilinmeyenlerin değerini bulalım.

1) $76x + 203 = 279$

3) $76 + \frac{6}{x} = 78$

2) $(76 + x) = 240$

4) $\frac{76}{x-3} = 19$

→Aşağıdaki bilinmeyenlerin değerlerini bulalım.

1) $5x + 90 = 10x - 10$

3) $24 - 3x = 56 - 7x$

2) $1/(2)x + 9 = x - 1$

4) $3(2 + x) = 2(3 + x)$



Hangi Stratejiyi Kullandın!!!

UYGULAMA

→Aşağıda verilen denklemlerde bilinmeyenleri bulalım.

SORULAR		
1) $2x - 3 = 15$	2) $3\left(x - \frac{1}{3}\right) = 4$	3) $a - \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$
4) $3b - 2 = b + 5$	5) $\frac{1}{2}x + \frac{1}{3} = \frac{x}{3} + \frac{1}{4}$	6) $1 + \frac{1}{x} = \frac{3}{4}$
7) $\frac{5x}{2} + \frac{3}{7} = \frac{5}{6}$	8) $\frac{2x - 3}{4} = \frac{x - 5}{3}$	9) $3x - 8 = x + 10$
10) $(x + 1) \cdot \left(\frac{1}{-x + 1}\right) = 1$	11) $\frac{-1}{3}x - 6 = \frac{x}{2} + 2$	12) $7 - a + (3 - 2a) = 1$

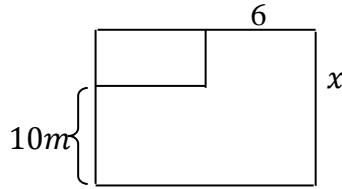
ÇÖZÜMLER

PROBLEMLER

1) Bir keçi 15 km uzunluğundaki bir patikanın $(3x - 5)$ km'sini gittikten sonra otlamak için durmuştur. Daha sonra yolun $(2x + 5)$ km'lik kısmını da gitmiştir. Keçinin geriye kaç kilometre yolu kalmıştır?

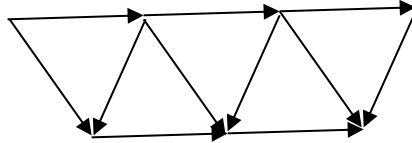


2) Bir kenar uzunluğu x birim olan kare şeklindeki bir oyun bahçesinin dikdörtgen şeklinde ayrılmış bölgesine salıncak yerleştirilecek. Buna göre salıncak yerleştirilecek alanı " x " cinsinden yazınız.



3) Bir sporcu, bir koşu parkurunda 1. gün 3. turu tamamlamasına 50 m kala koşuyu bırakıyor. 2. gün 2 turdan sonra 100 m daha koşuyor. Her iki günde eşit mesafe koştuğuna göre koşu parkurunun uzunluğunu bulalım.

4) Şekildeki 5 üçgeni yapmak için 11 kibrit çöpü kullanılmıştır. Aynı yöntemle 57 kibrit kullanarak kaç tane üçgen yapılabileceğini bulalım.



5) Bahçe için kamelya yapan bir marangozun elinde eşit uzunlukta tahta parçaları vardır. Marangoz, kamelyanın duvarları için tahta parçalarını iki eş parçaya bölerek kullanıyor. Çatısı için ise tahtaları 3 eş parçaya bölüyor. Duvarlar için kullandığı parçalar, çatı için kullandığı parçalardan 1.25 m daha uzun olduğuna göre, her bir tahta parçasının uzunluğu kaç santimetredir?

6) Bir sınıftaki öğrenci sayısı 28'dir. Bu sınıftaki kız öğrencilerin sayısı, erkek öğrencilerin sayısının $\frac{4}{5}$ 'idir. Bu sınıftaki erkek öğrencilerin sayısını veren denklemi bulalım.

7) Tümler iki açıdan büyük olanın ölçüsü, küçük olanın ölçüsünün 3 katından 14°C eksiktir. Bu açıların ölçülerini denklem kurarak bulunuz.

8) Bir çiftlikteki ineklerden 3 gün boyunca toplam 29 kova süt elde ediliyor. Çiftlikteki ikinci gün, ilk günkü miktarının iki katının bir kova fazlası kadar, üçüncü gün ise ilk günün yarısı kadar süt elde ediliyor. Çiftlikte ilk gün toplanan süt miktarı kaç kovadır?

9) Şubat ayında, bir gün sabah saatlerinde termometrede okunan sıcaklık değeri -7°C 'tur. Öğle vaktinde sıcaklık değeri bir miktar artıyor. Akşam vakti ölçülen sıcaklık değeri ise öğle vaktindeki sıcaklık değerinin $\frac{5}{6}$ 'sı kadardır. Akşam vakti ölçülen sıcaklık sabahki sıcaklığın 3°C altında olduğuna göre, öğle vakti hava sıcaklığının kaç derece olduğunu bulunuz.

10) Bir anketör "Sağlıklı Beslenme" konusunda bir anket uygulamak istiyor. Anketi ilk gün bir grup insana, ikinci gün birinci gün uyguladığı insan sayısının $\frac{4}{3}$ katına uyguluyor. Üçüncü günde ise ilk iki gün uyguladığı kişi sayısı kadar insana uyguluyor. Anketör, anketini üç gün boyunca toplam 1050 kişiye uyguladığına göre her gün için anketini kaç kişiye uygulamıştır.

11) $(x - 3) = 2x - 2$ denklemiyle çözülebilen bir problem kurunuz ve çözünüz.



DOĞRUSAL DENKLEMLER



Hasan, Pazar günü saçını kestirmek için berbere gidiyor. Eve geldiğinde aynaya bakıyor ve aslında saçlarının oldukça kısa olduğunu fark ediyor. Uzun bir zaman saçını kestirmeme kararı alıyor ve bu süre içerisinde saçının uzama hızını ölçmeye karar veriyor. Aşağıdaki tabloda Hasan'ın her ay yaptığı ölçümler verilmiştir.

Zaman(ay)	0	1	2	3	4	5	6	7
Uzunluk(cm)	2	3.5	5	6.5				

→Saç kesiminden sonra Hasan'ın saçları ne kadar uzunluktaydı?

→Hasan'ın saçı 6 ayda ne kadar uzunlukta olacak?

→Bu uzunluğu hesaplamak niçin kolaydır?

→Hasan saçını hiç kestirmezse 1 yıl sonra saçının uzunluğu kaç cm olacaktır?

→Hasan'ın geçen zamana göre artan saç uzunluğunu ilişkilendirecek bir formül yazabilir misiniz?

→ Hasan'ın geçen zamana göre gelişen saç uzunluğu arasındaki ilişki başka türlü gösterilebilir mi?

Kardelen taksii, taşıma ücretlerini şu formülle hesaplamaktadır:

T (Türk lirası) K (kilometre)

$$T = 3 + 2.K$$



★ Yukarıdaki formülde anlatılmak istenen ne olabilir?

★ Sayılar neyi ifade ediyor?



★ T ile K 'yı ilişkilendirelim.

★ Bulduğunuz ilişkiyi farklı şekilde ifade edebilir misiniz?

★ Taksii ile 12 km giden birisi kaç lira öder?

★ Kerem hafta içi evden işyerine taksii ile gidiyor. Kerem her gün taksiye 11 lira ödediğine göre ev ile işyeri arasındaki uzaklık kaç km'dir?

DOĞRUSAL DENKLEMLER



→Esmâ saçlarını atkuyruğu yapmak istiyor. Fakat bunun için yeteri kadar uzunlukta saçları yok. Kuaförü Esmâ'ya bir insanın saçlarının her ay ortalama 1,5 cm kadar uzadığını söylüyor.

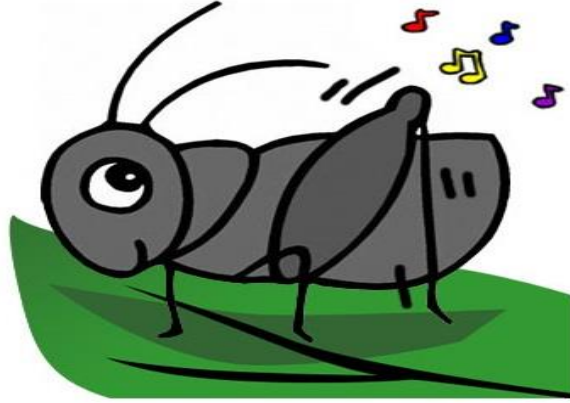
→Esmâ'nın saçları 15 cm olduğuna göre, Esmâ'nın saçlarının nasıl uzadığını ifade eden şu formülü kullanabiliriz:

$$L=15+1,5T$$

? L ile T neyi ifade etmektedir?

? Bu sorudaki ilişkiyi nasıl ifade edebiliriz gösterelim.

UYGULAMA



→ Bir cırcır böceğinin dakikadaki ötüş sayısını hesaplayarak sıcaklık değerini tahmin edebiliriz. $C \rightarrow$ sıcaklığı, $N \rightarrow$ ötüş sayısını ifade etsin.

$$\frac{N}{4} + 40 = C$$

? Bir cırcır böceği dakikada 100 kez ötüyor. Hava sıcaklığını tahmin edelim.

? Cırcır böceği hiç ötmezse hava sıcaklığıyla ilgili ne söylenebilir.

? Cırcır böceğinin kaç kez ötüşü hava sıcaklığını 1°C artırır?

? En az 5 ötüş sayısı için hava sıcaklığını ifade eden bir tablo yapalım ve bu verileri bir grafikte gösterelim.



20 cm uzunluğundaki bir mum yakıldığında dakikada 2 cm eriyor. Bu verileri tablo ve grafik ile gösterelim. Yorumlayalım.

ÖZGEÇMİŞ

1987 Kırıkhan doğumlu Elif AÇIL, ilk ve orta öğretimini Hatay/Kırıkhan'da tamamladı. 2005 yılında başladığı Atatürk Üniversitesi Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği eğitimini 2009 yılında yine aynı üniversitede tamamladı. Aynı yıl Gaziantep Üniversitesi Eğitim Fakültesi Matematik Eğitimi programında yüksek lisansa başlayıp, 2011 yılında mezun oldu. Uludağ Üniversitesi İlköğretim bölümü Matematik Eğitimi'nde 2011 yılında başladığı doktora eğitimine Atatürk Üniversitesinde devam etti. Lisansüstü eğitimi süresinde Milli Eğitim Bakanlığı'nda matematik öğretmeni olarak görev yapan Elif AÇIL, 2015 yılının Şubat ayından itibaren Gaziosmanpaşa Üniversitesi İlköğretim Bölümü'nde araştırma görevlisi olarak çalışmaktadır.