ZENGİNLEŞTİRİLMİŞ ÖĞRENME ORTAMININ MATEMATİKSEL MUHAKEMEYE VE TUTUMA ETKİSİ

Emrullah ERDEM

Doktora tezi
İlköğretim Ana Bilim Dalı
Doç. Dr. Yasin SOYLU
2015

T.C.
ATATÜRK ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
İLKÖĞRETİM ANA BİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI

ZENGİNLEŞTİRİLMİŞ ÖĞRENME ORTAMININ MATEMATİKSEL MUHAKEMEYE VE TUTUMA ETKİSİ

(The Effect of Enriched Learning Environment on Mathematical Reasoning and Attitude)

DOKTORA TEZİ

Emrullah ERDEM

Danışman: Doç. Dr. Yasin SOYLU

ERZURUM
Ocak, 2015

KABUL VE ONAY

Doç. Dr. Yasin SOYLU danışmanlığında, Emrullah ERDEM tarafından hazırlanan "ZENGİNLEŞTİRİLMİŞ ÖĞRENME ORTAMININ MATEMATİKSEL MUHAKEMEYE VE TUTUMA ETKİSİ" başlıklı çalışma 21/01/2015 tarihinde yapılan savunma sınavı sonucunda başarılı bulunarak jürimiz tarafından İlköğretim Anabilim Dalı'nda Doktora Tezi olarak kabul edilmiştir.

Başkan: Doç. Dr. Kürşat YENİLMEZ İmza:

Danışman: Doç. Dr. Yasin SOYLU İmza:

Jüri Üyesi: Doç. Dr. Alper ÇİLTAŞ İmza:

Jüri Üyesi: Yrd. Doç. Dr. Levent AKGÜN İmza:

Jüri Üyesi: Yrd. Doç. Dr. Mustafa ALBAYRAK İmza:

Yukarıdaki imzaların adı geçen öğretim üyelerine ait olduğunu onaylarım.

.. /../....

28 Ocak 2015

Prof. Dr. H.Ahmet KIRKKILIÇ

Enstitü Müdürü

TEZ ETİK VE BİLDİRİM FORMU

Doktora Tezi olarak sunduğum "Zenginleştirilmiş Öğrenme Ortamının Matematiksel Muhakemeye ve Tutuma Etkisi" başlıklı çalışmanın, tarafımdan bilimsel ahlak ve geleneklere aykırı düşecek bir yardıma başvurmaksızın yazıldığını ve yararlandığım eserlerin kaynakçada gösterilenlerden olduğunu, bunlara atıf yapılarak yararlanılmış olduğunu belirtir ve onurumla doğrularım.

Tezimin kâğıt ve elektronik kopyalarının Atatürk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü arşivlerinde aşağıda belirttiğim koşullarda saklanmasına izin verdiğimi onaylarım.

Lisansüstü Eğitim-Öğretim yönetmeliğinin ilgili maddeleri uyarınca gereğinin yapılmasını arz ederim.

31/01/2015

E. Erdem

İmza

Ad Soyad: Emrullah ERDEM

ÖZET

DOKTORA TEZİ

ZENGİNLEŞTİRİLMİŞ ÖĞRENME ORTAMININ MATEMATİKSEL MUHAKEMEYE VE TUTUMA ETKİSİ

Emrullah ERDEM

2015, 394 sayfa

Geleneksel öğretim yaklaşımı, bireysel farklılıkları göz ardı ettiğinden ve bireyin zihinsel yapısını anlamayı arka plana attığından yerini yeni yaklaşımlara bırakmıştır. Bu yeni yaklaşımlar kullanılarak öğrenme ortamlarının tasarlanması, insan zihninin doğal bir özelliği olan eleştirel, mantıklı ve derin düşünmeyi sağlayan ve matematik yapmak için olmazsa olmazlardan matematiksel muhakeme becerisini geliştirmek açısından önem arz etmektedir. Bu bağlamda bu araştırmanın amacı, farklı öğretim yöntemleri kullanılarak zenginleştirilen öğrenme ortamının matematiksel muhakemeye ve tutuma etkisini belirlemek ve bu süreçten yansımaları aktarmaktır.

Karma yapılı (nicel ve nitel) araştırma yaklaşımının kullanıldığı bu çalışma, bir il merkezinden rastgele seçilen bir devlet ortaokulunda okuyan 27 yedinci sınıf öğrencisi, bu öğrencilerin matematik dersini yürüten matematik öğretmeni ve bu okulda görev yapan başka bir matematik öğretmeninin katılımıyla yürütülmüştür. Tasarlanan öğrenme ortamında kesirler ve tamsayılar konularının öğretimi; eğitsel oyunlar, somut materyaller, karikatürler ve bilgisayar destekli uygulamalar kullanılarak, günlük yaşamla ilişkilendirilerek ve işbirlikli heterojen gruplarla tartışılarak sekiz hafta boyunca (32 ders saati) gerçekleştirilmiştir. Araştırmanın verileri, öğrencilerin Matematiksel Muhakeme Testi (MMT)'ne ve Matematik Tutum Ölçeği (MTÖ)'ne öntest ve sontestte verdikleri cevaplardan, öğretmen ve öğrencilerle gerçekleştirilen görüşmelerden, sürece katılan öğretmenlerin gözlemlerinden ve öğrenci günlüklerinden elde edilmiştir. MMT ve MTÖ'ye verilen cevaplar *Wilcoxon İşaretli Sıralar Testi* kullanılarak; katılımcılarla gerçekleştirilen görüşmeler, öğretmenlerin gözlemleri ve öğrenci günlükleri ise içerik analizi tekniğiyle analiz edilmiştir. Ayrıca nitel değerlendirmelerde bireylerin düşüncelerini olduğu gibi yansıtmada etkili olduğu için elde edilen kategorilere ilişkin katılımcı görüşleri doğrudan aktarılmıştır.

Yapılan analizler sonucunda; bu öğrenme ortamında gerçekleştirilen öğretimin öğrencilerin matematiksel muhakemelerini anlamlı düzeyde geliştirdiği, etkili ve kalıcı öğrenme sağladığı, derse katılımı arttırdığı ve öğrencilerin matematiğe ilişkin tutumlarını anlamlı düzeyde iyileştirdiği tespit edilmiştir. Öte yandan, gerçekleştirilen öğretimin sınıf yönetimi açısından *gürültü, sınıf hâkimiyeti, not kaygısı taşımama* gibi bazı sıkıntılarının olduğu ortaya çıkmıştır.

Anahtar Sözcükler: Matematiksel muhakeme, kesirler, tamsayılar, eğitsel oyunlar, somut materyaller, karikatürler, bilgisayar destekli uygulamalar, tartışma

ABSTRACT

DOCTORAL DISSERTATION

THE EFFECT OF ENRICHED LEARNING ENVIRONMENT ON MATHEMATICAL REASONING AND ATTITUDE

Emrullah ERDEM

2015, 394 pages

As traditional teaching approach ignores individual differences and underestimates mental structure of individuals, it has been replaced by new approaches. Designing learning environments by using these new approaches is of high importance since it aims to develop mathematical reasoning skill which is an indispensable factor that ensures critical, reasonable and deep thinking and is also important for doing maths. In that sense, this study aims to reveal the effect of learning environment enriched using different teaching methods on mathematical reasoning and attitude and to analyze its implications.

The study which has a mixed-method (quantitative and qualitative) was carried out with 27 seventh grade students who were studying in a randomly selected state school located in a city centre, a maths teacher who was teaching those students and another maths teachers working in the same school. Education on fractions and integers given in the designed environment lasted for eight weeks (32 hours in total) with the use of educational games, concrete materials, cartoons and computer-assisted applications helping students to relate them to their daily life and working in cooperative heterogenous groups. Data were collected through answers given by students to Mathematical Reasoning Test (MRT), Mathematical Attitude Test (MAT) during pre-test and post-test, interviews conducted with teachers and students, teachers' observations and students diaries. Answers given to MRT and MAT tests were analyzed by Wilcoxon Signed Rank Test while interviews with participants, teachers' observations and students' diaries were analyzed through content analysis technique. Also, participants' opinions regarded categories created were quoted directly as they were effective in reflecting individuals' opinions in qualitative analyses.

As a result of analyses, it was obtained that teaching carried out in this learning environment significantly develops students' mathematical reasoning; it ensures effective and permanent learning; increases student participation; significantly improves students' attitude towards maths. On the other hand, it was also revealed that the teaching brings about some problems such as *too much noise*, *problems with classroom management* and *carelessness about getting grades*.

Key Words: Mathematical reasoning, fractions, integers, educational games, concrete materials, cartoons, computer-assisted applications, argumentation

ÖN SÖZ

Son zamanlarda yapılandırmacı yaklaşımın etkililiği vurgulanmasına rağmen ve üniversite eğitimlerini bu yaklaşıma göre almalarına rağmen, birçok öğretmen hala öğrencilerini zihinsel olarak boş ve doldurulması gereken bir yazı tahtası olarak düşünmekte ve bu yönde davranarak öğrencilerin birtakım önbilgilere ve sezgilere sahip olduklarını göz ardı edebilmektedirler. Öğrenme ortamlarında gerçekleştirilecek öğretimlerde öğrencilerin sahip oldukları bu bilgi ve sezgilerini paylaşmalarına imkân tanınmalı ve bu sayede yanlış anlamaları düzeltilmelidir. Çünkü öğrenciler çevrelerinde olup bitenleri sahip oldukları bilgilerle anlamaya çalışır ve bu anlamlandırma sürecinde edindiklerini yakın çevreleriyle paylaşırlar. Okulda bu çevrenin arkadaş ve öğretmen olduğu düşünüldüğünde, bu anlamlandırma süreci öğrencilerin fikirlerini arkadaşları ve öğretmeniyle rahatlıkla paylaşıp tartışabileceği bir ortamda gerçekleşir. Dolayısıyla öğrencilerin kavram ya da problem üzerinde arkadaşları ve öğretmeniyle sahip oldukları fikirlerini rahatlıkla paylaşabilecekleri öğrenme ortamlarının tasarlanması gerekmektedir.

Matematik, muhakemede bulunarak başka bir deyişle akıl yürüterek doğayı anlama çabasıdır. Muhakemede bulunma eylemi, üst düzey bir uğraş gerektirdiğinden toplumda matematiğe karşı bir önyargı oluşmaktadır. Bu önyargı, eğitim ortamlarına da yansımakta ve öğrencilerin matematiği sevmemelerine yol açmaktadır. Bir de okullarda gerçekleştirilen öğretimler geleneksel yaklaşıma dayalı ise matematiğe ilişkin bu ön yargının oluşması kaçınılmaz olmaktadır. Çünkü geleneksel yaklaşımın benimsendiği öğrenme ortamlarında öğretim, tamamen öğretmenin öngörüsüne dayalı olarak yaptığı planlamaya göre gerçekleştirilmektedir. Bu tür bir öğretme yaklaşımı sadece düz anlatıma dayalı olduğundan, bireysel farklılıkları ve bireyin zihinsel yapısını anlamayı arka plana attığından yerini yeni yaklaşımlara bırakmıştır. Bu yeni yaklaşımlar kullanılarak öğrenme ortamlarının tasarlanması, insan zihninin doğal bir özelliği olan eleştirel, mantıklı ve derin düşünmeyi sağlayan ve matematik yapmak için olmazsa olmazlardan matematiksel muhakeme becerisini geliştirmek açısından önem arz etmektedir. Bu bağlamda, öğrencilerin ilgisini çeken ve eğlence yaratan *eğitsel oyunlar*, dikkat çeken ve teknolojiyi kullanma imkânı sunan *bilgisayar destekli uygulamalar*, görselliğin ve mizahın ön plana çıktığı *karikatürler*, görsellik ve etkinlik havası veren *somut materyaller*, öğrencilere çevrelerini anlamayı ve matematikselleştirmeyi sağlayan *günlük yaşamla ilişkilendirme*, birbirinden öğrenmeyi olanaklı kılan işbirlikli heterojen gruplarla gerçekleşen *yapıcı tartışmalar* ve üst düzey düşünmeyi sağlayan *açık uçlu problemler* sayesinde matematiğin daha etkili öğrenileceği, matematiksel muhakemenin gelişeceği ve kullanılan farklı ve eğlenceli yöntemler sayesinde öğrencilerin matematiğe ilişkin tutumlarının iyileşeceği düşünülmektedir.

Erzurum-2015 **Emrullah ERDEM**

TEŞEKKÜR

Öncelikle, çalışmanın başından sonuna her an bilgi ve tecrübesinden faydalandığım saygıdeğer hocam Doç. Dr. Yasin SOYLU'ya teşekkürü bir borç bilirim.

Akademik hayata başladığım günden itibaren desteğini ve bilgisini esirgemeyen değerli hocam Doç. Dr. Ramazan GÜRBÜZ'e teşekkür ederim.

Teze değerli katkılarından dolayı Doç. Dr. Kürşat YENİLMEZ'e, Doç. Dr. Alper ÇİLTAŞ'a, Yrd. Doç. Dr. Levent AKGÜN'e ve Yrd. Doç. Dr. Mustafa ALBAYRAK'a teşekkürlerimi sunarım.

Arkadaşlığın kelime anlamıyla fazlasını gösteren ve bilgisayar destekli materyalleri hazırlamaya yardımcı olan Arş. Gör. Selçuk FIRAT'a, tasarlanan karikatürlerin çizimini yapan Arş. Gör. Dilara KARAKAŞ'a teşekkürlerimi sunarım.

Hayatımda her an desteklerini ve tecrübelerini esirgemeyen abilerim Hayrullah ERDEM ve İsmail ERDEM'e saygılarımı sunarım.

Dünden bugüne her an yanımda olan, eşsiz özverileri ve sonsuz güvenleri ile beni yüreklendiren aileme saygılarımı ve desteğini her zaman gördüğüm eşime en içten sevgilerimi sunarım.

Eğitim-öğretim hayatımın her kademesinde beni yetiştiren, bana güven veren, yol gösteren ve bugünlere gelmemde önemli rolleri olan bütün öğretmenlerimi saygıyla selamlarım.

Erzurum-2015 **Emrullah ERDEM**

İÇİNDEKİLER

TEZ KABUL VE ONAY TUTANAĞI i
TEZ ETİK VE BİLDİRİM FORMU ii
ÖZET iii
ABSTRACT v
ÖN SÖZ vii
TEŞEKKÜR ix
TABLOLAR DİZİNİ xiv
ŞEKİLLER DİZİNİ xv
RESİMLER DİZİNİ xvii
KISALTMALAR VE SİMGELER DİZİNİ xviii

BİRİNCİ BÖLÜM

1. GİRİŞ 1
1.1. Problem Durumu 3
1.1.1. Problem Cümlesi 5
1.1.2. Alt problemler 5
1.2. Varsayımlar 6
1.3. Sınırlılıklar 6
1.4. Araştırmanın Amacı 6
1.5. Araştırmanın Önemi 7
1.6. Tanımlar 9

İKİNCİ BÖLÜM

2. KURAMSAL ÇERÇEVE VE İLGİLİ ARAŞTIRMALAR 10
2.1. Kuramsal Çerçeve 10
2.1.1. Matematiksel Muhakeme 12
2.1.2. Matematiksel Muhakemeyi Kullanarak Problem Çözme 15
2.1.3. Kesirler 19
2.1.4. Tamsayılar 24
2.1.5. Matematiksel Muhakemenin Geliştirilmesi 26

2.1.5.1. İşbirlikli gruplarda tartışma ... 29
2.1.5.2. Günlük yaşamla ilişkilendirme ... 33
2.1.5.3. Somut materyal kullanma ... 36
2.1.5.4. Bilgisayar destekli uygulamalar ... 38
2.1.5.5. Eğitsel oyunlar ... 39
2.1.5.6. Karikatürler ... 43
2.1.6. Tutum ... 46
2.2. İlgili Araştırmalar ... 49
2.2.1. Tartışmayla İlgili Araştırmalar ... 49
2.2.2. Eğitsel Oyunlarla İlgili Araştırmalar ... 53
2.2.3. Günlük Yaşamla İlişkilendirmeyle İlgili Araştırmalar ... 57
2.2.4. Karikatürlerle İlgili Araştırmalar ... 62
2.2.5. Somut Materyal Kullanmayla İlgili Araştırmalar ... 67
2.2.6. Bilgisayar Destekli Uygulamlarla İlgili Araştırmalar ... 71
2.2.7. Matematiksel Muhakemeyle İlgili Diğer Araştırmalar ... 75

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

3. YÖNTEM ... 85
3.1. Araştırmanın Deseni ... 85
3.2. Katılımcılar ... 88
3.3. Veri Toplama Araçları ... 89
3.3.1. Matematiksel Muhakeme Testi (MMT)'nin geliştirilmesi ... 89
3.3.1.1. Madde havuzu oluşturma ... 90
3.3.1.2. Uzman görüşü alınması ... 90
3.3.1.3. Ön uygulama ... 92
3.3.1.4. Geçerlik ve güvenirlik çalışmaları ... 92
3.3.2. Nitel Veri Toplama Araçları ... 94
3.3.2.1. Görüşmeler ... 94
3.3.2.2. Gözlemler ... 96
3.3.2.3. Günlükler ... 98
3.4. Verilerin Analizi ... 100
3.4.1. Nicel Verilerin Analizi ... 100

3.4.2. Nitel Verilerin Analizi 105
3.5. İşlem 106
3.5.1. Matematiksel Muhakemeyi Geliştirmek İçin Kullanılan Yöntemler 108
3.5.1.1. Bilgisayar Destekli Uygulamalar 109
3.5.1.2. Eğitsel Oyunlar 120
3.5.1.3. Somut Materyal Kullanma 124
3.5.1.4. Karikatürler 126
3.5.1.5. Günlük Yaşamla İlişkilendirme 130
3.5.1.6. İşbirlikli Gruplarda Tartışma 133

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

4. BULGULAR VE YORUM 142
4.1. Tasarlanan Öğrenme Ortamının Matematiksel Muhakemeye Etkisine İlişkin Bulgular ve Yorum 142
4.2. Sürece Katılan İlköğretim Matematik Öğretmenlerinin ve 7. Sınıf Öğrencilerinin Tasarlanan Öğrenme Ortamıyla İlgili Görüşlerine İlişkin Bulgular ve Yorum 189
4.2.1. Etkili ve Kalıcı Öğrenmeyi Sağlama 190
4.2.1.1. Görselleştirme 190
4.2.1.2. Somutlaştırma 192
4.2.1.3. Yapıcı tartışmalar 193
4.2.1.4. Farklı öğretim yöntemleri kullanma 195
4.2.1.5. Etkili dönütler verme 197
4.2.1.6. Günlük yaşamla ilişkilendirme 198
4.2.2. Muhakemeyi Geliştirme 200
4.2.2.1. Açık uçlu problemler kullanma 200
4.2.2.2. Öğrencilerin açıklamalarına imkân tanıma 202
4.2.2.3. Yanlışlardan Hareketle Doğruya Ulaştırma 203
4.2.2.4. Sebep-sonuç ilişkisi kurma 205
4.2.2.5. Farklı çözüm stratejilerini teşvik etme 206
4.2.2.6. Grupça problem çözme 207
4.2.3. Derse Katılımı Arttırma 209

4.2.3.1. Süreci eğlenceli hale getirme ... 209
4.2.3.2. Pekiştireç Kullanma ... 212
4.2.3.3. Bireysel Farklılıkları Göz Önüne Alma ... 213
4.2.4. Sınıf Yönetimi ... 215
4.2.4.1. Gürültü ... 215
4.2.4.2. Yazı yazmama ... 216
4.2.4.3. Zaman problemi ... 217
4.2.4.4. Sınıf hâkimiyeti ... 218
4.2.4.5. Not kaygısı taşımama ... 219
4.2.4.6. Merkezi sınavdaki başarıya etkisi ... 220
4.3. Tasarlanan Öğrenme Ortamının Matematik Tutumuna Etkisine İlişkin Bulgular ve Yorum ... 222

BEŞİNCİ BÖLÜM

5. SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER ... 223
5.1. Sonuç ve Tartışma ... 223
5.2. Öneriler ... 234

KAYNAKÇA ... 235
EKLER ... 276
EK 1. MATEMATİKSEL MUHAKEME TESTİ (MMT) ... 277
EK 2. MATEMATİK TUTUM ÖLÇEĞİ (MTÖ) ... 290
EK 3. ÖĞRENME ORTAMINDA KULLANILAN PROBLEMLER ... 292
EK 4. ÖĞRENME ORTAMINDA KULLANILAN KARİKATÜRLER ... 322
EK 5. ÖĞRETMENLERE YÖNELİK GÖRÜŞME FORMU ... 342
EK 6. ÖĞRETMENLERE YÖNELİK GÖZLEM FORMU ... 348
EK 7. ÖĞRENME ORTAMINA İLİŞKİN ÖĞRENCİ GÜNLÜK FORMU ... 357
EK 8. ÖĞRENME ORTAMINDAN BAZI YANSIMALAR ... 359
EK 9. BİLGİSAYAR DESTEKLİ JAVA PROGRAMINI KULLANMA İZİN BELGESİ ... 372
ÖZGEÇMİŞ ... 374

TABLOLAR DİZİNİ

Tablo 3.1. Araştırmanın Nicel Modeli 86
Tablo 3.2. MMT'ye İlişkin Belirtke Tablosu 91
Tablo 3.3. MMT'ye Ait Madde Toplam Korelasyon Değerleri 92
Tablo 3.4. MMT'deki Soruları Puanlama Ölçeği 101
Tablo 3.5. Matematiksel Muhakeme Düzeyleri 105
Tablo 3.6. Sınıf Düzeyine Göre Kazanımlar 107
Tablo 3.7. Tamsayılarda Dört İşlemin Öğretiminde Kullanılan Sayı Doğrusu Modeli 136
Tablo 4.1. MMT'ye İlişkin Wilcoxon İşaretli Sıralar Testi Sonuçları 142
Tablo 4.2. Kodlardan Elde Edilen Ana ve Alt Kategoriler 189
Tablo 4.3. MTÖ'ye İlişkin Wilcoxon İşaretli Sıralar Testi Sonuçları 222

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 2.1. Yeni bilginin yapılandırılması 10
Şekil 2.2. Matematiksel muhakeme kültürünün oluşmasını sağlayan etmenler 13
Şekil 2.3. Muhakemede bulunarak problem çözme süreci 16
Şekil 2.4. Açık uçlu sorularda matematiksel uğraşının yapısı 19
Şekil 2.5. Aynı kesirle ifade edilebilen farklı yapı ve büyüklükteki şekiller 20
Şekil 2.6. Eş parçalanmamış bütünlerden bazı örnekler 21
Şekil 2.7. Kesirlerle ilgili problemlerin çözümünde kullanılan modeller 24
Şekil 2.8. Tutum-davranış döngüsü 48
Şekil 2.9. Pozitif ve negatif tutum döngüleri 48
Şekil 3.1. Araştırmada kullanılan karma yapılı (nicel+nitel) model 85
Şekil 3.2. Araştırmanın yol haritası 87
Şekil 3.3. Öğrenme ortamında kullanılan yöntemler 109
Şekil 3.4. Tamsayılarda çarpma işleminin örüntüden faydalanarak gösterilmesi 141
Şekil 4.1. A öğrencisinin öntestte MMT’deki 7. soruya verdiği cevap 143
Şekil 4.2. A öğrencisinin sontestte MMT’deki 7. soruya verdiği cevap 145
Şekil 4.3. B öğrencisinin öntestte MMT’deki 13. soruya verdiği cevap 146
Şekil 4.4. B öğrencisinin sontestte MMT’deki 13. soruya verdiği cevap 147
Şekil 4.5. C öğrencisinin öntestte MMT’deki 3. soruya verdiği cevap 148
Şekil 4.6. C öğrencisinin sontestte MMT’deki 3. soruya verdiği cevap 149
Şekil 4.7. D öğrencisinin öntestte MMT’deki 22. soruya verdiği cevap 150
Şekil 4.8. D öğrencisinin sontestte MMT’deki 22. soruya verdiği cevap 151
Şekil 4.9. E öğrencisinin öntestte MMT’deki 8. soruya verdiği cevap 152
Şekil 4.10. E öğrencisinin sontestte MMT’deki 8. soruya verdiği cevap 153
Şekil 4.11. F öğrencisinin öntestte MMT’deki 14. soruya verdiği cevap 154
Şekil 4.12. F öğrencisinin sontestte MMT’deki 14. soruya verdiği cevap 155
Şekil 4.13. G öğrencisinin öntestte MMT’deki 15. soruya verdiği cevap 156
Şekil 4.14. G öğrencisinin sontestte MMT’deki 15. soruya verdiği cevap 157
Şekil 4.15. H öğrencisinin öntestte MMT’deki 10. soruya verdiği cevap 158
Şekil 4.16. H öğrencisinin sontestte MMT’deki 10. soruya verdiği cevap 159
Şekil 4.17. I öğrencisinin öntestte MMT’deki 4. soruya verdiği cevap 160
Şekil 4.18. I öğrencisinin sontestte MMT’deki 4. soruya verdiği cevap 161

Şekil 4.19. J öğrencisinin öntestte MMT'deki 19. soruya verdiği cevap......................162
Şekil 4.20. J öğrencisinin sontestte MMT'deki 19. soruya verdiği cevap 163
Şekil 4.21. K öğrencisinin öntestte MMT'deki 1. soruya verdiği cevap 164
Şekil 4.22. K öğrencisinin sontestte MMT'deki 1. soruya verdiği cevap.....................165
Şekil 4.23. L öğrencisinin öntestte MMT'deki 7. soruya verdiği cevap.......................166
Şekil 4.24. L öğrencisinin sontestte MMT'deki 7. soruya verdiği cevap 167
Şekil 4.25. M öğrencisinin öntestte MMT'deki 9. soruya verdiği cevap......................168
Şekil 4.26. M öğrencisinin sontestte MMT'deki 9. soruya verdiği cevap 169
Şekil 4.27. N öğrencisinin öntestte MMT'deki 11. soruya verdiği cevap 170
Şekil 4.28. N öğrencisinin sontestte MMT'deki 11. soruya verdiği cevap...................171
Şekil 4.29. P öğrencisinin öntestte MMT'deki 23. soruya verdiği cevap 172
Şekil 4.30. P öğrencisinin sontestte MMT'deki 23. soruya verdiği cevap 173

RESİMLER DİZİNİ

Resim 3.1. Öğrenciler günlük yazarken 99
Resim 3.2. Uçan Balon ve Dalgıç uygulamasından bir ara yüz 111
Resim 3.3. Uçan Balon ve Dalgıç uygulama ortamından bir kare 112
Resim 3.4. Sincabı Çıkışa Ulaştır uygulamasından bir ara yüz 114
Resim 3.5. Sincabı Çıkışa Ulaştır uygulama ortamından bir kare 115
Resim 3.6. Kesirleri Tanı, Modelle ve Karşılaştır uygulamasından bir ara yüz 117
Resim 3.7. Kesirleri Tanı, Modelle ve Karşılaştır uygulamasından diğer bir ara yüz .. 118
Resim 3.8. Kesirleri Tanı, Modelle ve Karşılaştır uygulama ortamından bir kare 119
Resim 3.9. Hedefi Vurarak En Yüksek Puanı Alalım oyunundan bir kare.................. 121
Resim 3.10. Dengini Bul oyunundan bir kare 123
Resim 3.11. Öğrenme ortamında kullanılan bazı materyaller 124
Resim 3.12. Somut materyaller kullanılarak gerçekleştirilen öğretimden bir kare....... 125
Resim 3.13. Kesirlerin ne anlam ifade ettiğine yönelik bir karikatür 127
Resim 3.14. Karikatür kullanılarak gerçekleştirilen öğrenme ortamından bir kare 128
Resim 3.15. Karikatür kullanılarak tam sayıların öğretiminde bir gruptan bir kare 129
Resim 3.16. Öğrenciler arasında işbirliğiyle problem çözümünden bir kare 134
Resim 3.17. Öğrenciler arasında işbirliğiyle problem çözümünden diğer bir kare 135

KISALTMALAR VE SİMGELER DİZİNİ

Kısaltmalar

BDÖ : Bilgisayar Destekli Öğretim
ÇZK : Çoklu Zekâ Kuramı
MEB : Milli Eğitim Bakanlığı
MMT : Matematiksel Muhakeme Testi
MTÖ : Matematik Tutum Ölçeği
NCTM : National Council of Teachers of Mathematics
PISA : Programme for International Student Assessment
SPSS : Statistical Package for Social Sciences
TDK : Türk Dil Kurumu
TEOG : Temel Eğitimden Ortaöğretime Geçiş

Simgeler

A : Cronbach alfa Katsayısı
n : Örneklem Sayısı
p : Anlamlılık Değeri
r : Pearson Korelasyon Katsayısı
z : z-tablosundaki değer

BİRİNCİ BÖLÜM

1. GİRİŞ

Matematik, doğayı muhakeme süzgecinden geçirerek nicel bakış açısıyla anlama çabası olarak tanımlanabilir. Toplum tarafından kendisine ayrı bir önem verilen matematik, hayatımızın her alanında insanla birlikte varlığını sürdürmektedir. Matematik bilgisinin genel geçer yapısı ve doğru bir şekilde kullanıldığı takdirde yanıltıcı olmaması, insanları matematik dünyasına çekmektedir. Bu yönü, matematiğin insanlar tarafından güvenilir bir araç olarak görülmesini ve dolayısıyla günlük yaşamda sıklıkla kullanılmasını sağlamaktadır. Günlük yaşamda sayısal ifadelerin her geçen gün daha fazla kullanılması ve sayısal uğraşıların daha fazla yer alması bunun bir göstergesidir. Günlük yaşamda sıklıkla duyduğumuz aşağıdaki ifadeler matematiğin insan yaşamındaki önemli yeri hakkında bilgi vermektedir:

> Bütün eğitim görmüşler, dünyaya sayıların penceresinden bakarlar. Anne ve babalar çocuklarının matematikten yüksek not almasını isterler. Okullarda matematiğe fazla zaman ayrılır. Matematik bilmek bir üstünlük olarak kabul edilir. Zekâ testleri, genel yetenek ve iş sınavlarının çoğu adayın matematiksel muhakemesini ölçen özel testlerden oluşur (Gür, 2011, s.9).

Matematik, bugün olduğu gibi tarihte de günlük yaşam ihtiyaçlarını karşılamak için vazgeçilmez bir araç olmuştur. Çünkü matematikle uğraşmak, bireylere temel matematik kavramlarını kazandırmanın yanı sıra matematiksel düşünebilme, problem çözebilme, mantıklı muhakemede bulunabilme, etkili kararlar verebilme ve matematiği günlük yaşamla ilişkilendirebilme gibi beceriler de kazandırmaktadır (Milli Eğitim Bakanlığı-MEB, 2009). Eski uygarlıkların farkında olmasalar da yaptıkları matematik uğraşılarına bir bakış, bu yargıyı doğrulamak açısından fikir verecektir. Matematiğin seyir defterine bakıldığında bu uğraşılarda, insanların modern matematikteki soyut sembol ve yapıları kullanmayıp, sadece muhakemede bulunarak basit düzeyde işlemler ve karşılaştırmalar yaptıkları görülebilir. Tarihin ilk aritmetik işlemi, ihtiyaçtan kaynaklanan ve aynı yapıda olsun ya da olmasın iki varlık veya nesneyi, soyut olarak saymaya başvurmadan, kolayca karşılaştırma olanağını sağlayan ‘birebir uygunluk’ etkinliğiyle başlamıştır. Örneğin, çobanlar sürülerinin takibini her bir koyun, keçi ya da sığırı yerdeki bir dal ya da kaya parçası ile eşleyerek yapmıştır. Çoban yanından geçen her bir hayvan için bir dal ya da kaya parçasını hareket ettirip, en son hayvan sürüye katıldığında eğer tüm dal ya da kaya parçaları hareket ettirilmişse çoban tüm hayvanlarının geri döndüklerini bilebilirdi (Ifrah, 1998). Benzer şekilde, okuma yazma bilmediği gibi saymayı da bilmeyen bir adama içinde beyaz boncukların olduğu torbada mı, yoksa içinde kırmızı boncukların bulunduğu torbada mı daha çok boncuk olduğu sorulmuştur. Adam kendi doğal muhakeme yöntemini kullanarak aynı anda her iki torbadan birer boncuk alıp yan yana yere koymaktadır. Bu işlemi torbalardan biri boşalıncaya kadar sürdürmektedir. Beyaz boncukların bulunduğu torba daha önce boşalırsa kırmızı boncukların, aksi takdirde beyaz boncukların daha çok olduğu ve torbalar aynı anda boşalırsa her iki torbada eşit sayıda boncuk olduğu sonucuna varmaktadır (King, 2010). Bu tür muhakemelere dayalı matematik, günlük yaşamda hala kullanılmaktadır. Örneğin bir çiftçi matematiği, mahsulünü pay etmek, pazarlamak ya da araziyi ölçmek ve paylaştırmak için kullanırken, bir duvar ustası ise ördüğü duvarın düzgün olup olmadığını belirlemek için kullanmaktadır. Benzer şekilde küçük esnaflar ise hala yaptıkları ticari işlerde gündelik matematiği kullanmaktadırlar (Erdem, Gürbüz ve Duran, 2011). Bu örneklerden de anlaşılacağı gibi, matematik yapmak için olmazsa olmazlardan matematiksel muhakeme becerisi insanın doğal bir özelliği olup, herhangi bir eğitim alınmadan da gerektiğinde etkili bir şekilde kullanılabilmektedir.

Matematiksel muhakeme, çeşitli düşünme tarzlarını içeren bir etkinliktir (Peresini ve Web, 1999). Kritik düşünme, yaratıcı düşünme ve mantıksal düşünme bunların en önemlilerindendir. Kritik düşünme; sebep-sonuç ilişkilerini bulma, ayrıntılarda benzerlik ve farklılıkları yakalama, çeşitli ölçütleri kullanarak sıralama yapma, verilen bilgilerin kabul edilebilirliğini, geçerliliğini belirleme, analiz etme, değerlendirme, anlamlandırma, çıkarımda bulunma gibi becerileri içermektedir (MEB, 2009). Yaratıcı düşünme; karar verme, problem çözme, değerlendirme ve muhakemeye dayalı düşünme tarzlarının ortaya çıkarılması ve geliştirilmesi, bireyin düşünsel yapısının geliştirilmesi bakımından oldukça önemlidir (Çubukçu, 2004). Mantıksal düşünme ise hedefe ulaşmada, karmaşık dünyada fırsatları değerlendirmede ve zorluklar karşısında etkili çözümler sunmada önem arz etmektedir (Savant, 1997). Buradan hareketle, matematiksel muhakeme sürecinde bu düşünme tarzları işe koşularak daha etkili çözümler sunulabilir.

Matematikte gerçeklere deneyle ya da gözlemle değil, matematikteki tüm kuralların ve işlemlerin temelinde yatan muhakemeyle ulaşılır (Umay ve Kaf, 2005). Muhakeme, tam veya doğru olan hakkında sonuç çıkarmak için kanıt, bilgi ve düşünceleri birlikte düzenleme süreci olarak da tanımlanmaktadır (Leighton, 2003). Başka bir tanımda ise muhakeme, eski bilgilerden yenilerini oluşturmak için yapılan zihinsel bir süreç olarak ifade edilmektedir (Rips, 1994). Bu tanımlardan anlaşılacağı gibi muhakeme becerisi, bilgiyi anlamlandırmanın ve açıklamanın ön koşulu olarak nitelendirilebilir. Çünkü ileri düzeylerde de olsa bir düşünce bilgi temeline dayanmıyorsa, gerekçelendirilemiyorsa, mantıklı yaklaşımlar içermiyorsa muhakeme olarak kabul edilemez (Umay, 2003).

Matematiksel muhakemenin öğrenme üzerindeki önemli rolünü vurgulayan ve muhakeme olmaksızın matematiği anlamanın sadece yöntemsel veya işlemsel olacağını belirten Ball ve Bass (2003)'a göre, muhakemenin matematikte aşağıdaki gibi görevleri vardır:

- Matematik bilgisi muhakeme yoluyla kavramsal olarak öğrenildiğinde kolaylıkla yeniden oluşturulabilir,
- Muhakeme yeni matematiksel düşünceleri ortaya çıkarmaya ve keşfetmeye olanak tanır,
- Muhakeme sayesinde matematiksel iddialar doğrulanabilir ve ispatlanabilir,
- Muhakeme, öğrencilerin özel durumlardan genellemeler yapmalarına yardımcı olur,
- Muhakeme yoluyla matematiksel kavram ve işlemler arasında ilişkilendirmeler yapılır.

1.1. Problem Durumu

Son zamanlarda işe koşulan yeni yaklaşımların ortak vurgusu, insanın düşünmesini değerlendirmek ve bireysel farklılıklardan dolayı kişiye özgü farklı ve çeşitli öğretim yöntem ve tekniklerini kullanmaktır. Bu sayede tam öğrenme hedefine yakın bir öğrenme gerçekleştirmek olanaklı hale gelebilir. Bu nedenle, öğrenme ortamlarının öğrencinin bireysel farklılıklarını göz önünde bulunduran, farklı açılardan değerlendiren, öğrencileri edilgenlikten çıkarıp sürecin merkezine yerleştiren, öğrencilerin düşündüklerini mümkün olduğunca ortaya çıkarmayı hedefleyen çeşitli yöntem ve stratejilerin kullanılarak tasarlanması gerekmektedir. Bu yeni yaklaşımların etkililiği vurgulanmasına rağmen ve üniversite eğitimlerini bu yaklaşıma göre almalarına rağmen, birçok öğretmen hala öğrencilerini zihinsel olarak boş ve doldurulması gereken bir yazı tahtası olarak düşünebilmektedir. Hâlbuki öğrencilerin kavram ya da problem üzerinde arkadaşları ve öğretmeniyle sahip oldukları fikirlerini rahatlıkla paylaşabilecekleri öğrenme ortamlarının tasarlanması etkili öğrenmelerin gerçekleşmesi açısından önemli olduğu aşikârdır.

Sınıflardaki tüm etkinliklerin, öğrencileri ezbere öğrenmektense bireysel buluşçu öğrenmeye yöneltecek şekilde düzenlenmesi ve uygulanması gerekmektedir (Novak ve Gowin, 1984). Bu nedenle, anlamlı öğrenmenin gerçekleşebileceği kavramların doğru yapılandırılabilmesini sağlayacak eğitim-öğretim stratejilerinin kullanılması önemlidir. Bu öğretim stratejileri, eğitim uygulamalarına yeni imkânlar sağlayarak, kullanılan ortam ve yöntemleri zenginleştirmektedir (Koşar ve Çiğdem, 2003). Farklı yaklaşımlara ve öğretim yöntemlerine yönelmeler hem derslerin içeriğini genişletmekte hem de öğrencilerin ön yargılarını yıkarak zor denilen derslere motive etmektedir (Özalp, 2006). Bu öğretim yöntem ve tekniklerinin uygulanacağı öğrenme ortamları zenginleştirildiğinde matematik de öğrenciler için eğlenceli ve keyif alacakları bir ders haline gelecektir. Ayrıca farklı öğrenme ortamlarının planlanması ve onlardan yararlanılması, öğrencilere daha önceki bilgi, beceri ve deneyimlerini, okulun dışındaki dünya da dâhil, geniş bir alanda uygulamaları için birçok fırsatlar sunacaktır (Karaağaçlı ve Mahiroğlu, 2005).

Bir matematiksel kavramın öğrenciye kazandırılmasında birden çok öğretim yöntem ve tekniğin kavramdan kavrama göre değişmekle birlikte bir arada veya ayrı ayrı kullanılması önemlidir. Tek bir yöntemle bir kavramın etkili bir şekilde kazandırılmasının, matematik öğretiminde nadiren rastlanan bir durum olduğu belirtilmektedir (Altun, 2004). İnsan beyninin duyulara gelen uyarıcılara göre öğrenme ve hatırlama yüzdeleri de farklı yöntemlerin kullanılması gerektiği yönünde ışık tutmaktadır. Nitekim yapılan araştırmalara göre *kişiler, öğrenmelerinin %83'ünü görme, %11'ini işitme, %3,5'ini koklama, %1,5'ini dokunma ve %1'i tatma duyularıyla* *gerçekleştirirler. Ayrıca insanlar; okuduklarının % 10'unu, işittiklerinin % 20'sini, gördüklerinin % 30'unu, hem görüp hem işittiklerinin % 50'sini, söylediklerinin % 70'ini, yapıp söylediklerinin ise % 90'ını hatırlamaktadırlar* (Çilenti, 1988). Bu nedenle, birçok duyu organına hitap eden farklı öğretim yöntemlerinin kullanıldığı ve öğrencinin aktif olduğu öğrenme ortamlarının tasarlanması etkili öğrenmelerin gerçekleşmesi için önemlidir. Bu bağlamda, öğrencilerin ilgisini çeken ve eğlence yaratan *eğitsel oyunlar*, dikkat çeken ve teknolojiyi kullanma imkânı sunan *bilgisayar destekli uygulamalar*, görselliğin ve mizahın ön plana çıktığı *karikatürler*, görsellik ve etkinlik havası veren *somut materyaller*, öğrencilere çevrelerini anlamayı ve matematikselleştirmeyi sağlayan *günlük yaşamla ilişkilendirme*, birbirinden öğrenmeyi olanaklı kılan işbirlikli heterojen gruplarla gerçekleşen *yapıcı tartışmalar* sayesinde matematiğin daha etkili öğrenileceği ve matematiksel muhakemenin gelişeceği düşünülmektedir. Bunların yanı sıra, üst düzey düşünmeyi sağlayan *açık uçlu problemler* sayesinde de matematiksel muhakemeye katkı sağlanacağı ve kullanılan farklı ve eğlenceli yöntemler sayesinde öğrencilerin matematiğe ilişkin tutumlarının iyileşeceği düşünülmektedir.

1.1.1. Problem Cümlesi

Farklı öğretim yöntemleriyle zenginleştirilmiş öğrenme ortamının matematiksel muhakemeye ve tutuma etkisi var mıdır?

1.1.2. Alt problemler

- Tasarlanan öğrenme ortamının öğrencilerin matematiksel muhakemelerini geliştirmeye etkisi var mıdır?
- Yedinci sınıf öğrencilerinin tasarlanan öğrenme ortamına ilişkin görüşleri nelerdir?
- Sürece katılan ilköğretim matematik öğretmenlerinin tasarlanan öğrenme ortamına ilişkin görüşleri nelerdir?
- Tasarlanan öğrenme ortamının öğrencilerin matematiğe ilişkin tutumlarına etkisi var mıdır?

1.2. Varsayımlar

- Araştırmaya katılan öğrencilerin, veri toplama araçlarındaki sorulara samimi cevaplar verdikleri varsayılmıştır.
- Katılımcı öğretmenlerin, sürece ilişkin görüş ve düşüncelerini içtenlikle dile getirdikleri varsayılmıştır.

1.3. Sınırlılıklar

- Araştırma, Adıyaman ili Merkez ilçesinde yer alan bir devlet ortaokulundaki 7/E şubesinde öğrenim gören 27 öğrenci ve bu okulda görev yapan iki matematik öğretmeniyle sınırlıdır.
- Öğrencilerin matematiksel muhakemelerinin ölçülmesi Matematiksel Muhakeme Testi (MMT)'nde yer alan sorularla ve matematiğe ilişkin tutumlarının ölçülmesi ise Matematik Tutum Ölçeği (MTÖ)'nde yer alan maddelerle sınırlıdır.

1.4. Araştırmanın Amacı

Bu araştırmanın amacı, farklı öğretim yöntemleri kullanılarak zenginleştirilen öğrenme ortamının matematiksel muhakemeye ve tutuma etkisini belirlemek ve bu süreçten yansımaları aktarmaktır. Çalışma grubu olarak yedinci sınıf öğrencilerinin belirlenmesinde, bu sınıf düzeyindeki öğrencilerin ortaokula iyice alışmış olmaları (5 ve 6. sınıflarla karşılaştırıldığında), Temel Eğitimden Ortaöğretime Geçiş (TEOG) sınavı gibi kaygılarının olmaması (8. sınıflara göre), tamsayılar konusunun öğretiminin bu sınıf düzeyinde de devam etmesi vb. faktörler göz önüne alınmıştır. Konu olarak tam sayılar ve kesirlerin seçilmesinde ise, literatürde tam sayıların (Altıparmak ve Özdoğan, 2010; Bingölbali ve Özmantar, 2009; Bozkurt ve Polat, 2011; Dereli, 2008; Fischbein, 1987; Hativa ve Cohen, 1995; Işıksal-Bostan, 2009; Janvier, 1983; Kilhamn, 2011; Şengül ve Körükçü, 2012; Van de Walle vd., 2010) ve kesirlerin (Behr, Lesh, Post ve Silver, 1983; de Castro, 2008; Ersoy ve Ardahan, 2003; Gökkurt vd., 2013; Işık ve Kar, 2012; Ma, 1999; Moss ve Case, 1999; Olkun ve Toluk-Uçar, 2012; Pesen, 2008; Soylu ve Soylu, 2005; Şiap ve Duru, 2004; Stafylidou ve Vosniadou, 2004; Tirosh, 2000;

Toluk-Uçar, 2009; Ünlü ve Ertekin, 2012) öğrencilerin öğrenmede zorluk çektikleri konulardan olduğunun belirtilmesi, Ortaokul Matematik Dersi (5, 6, 7, 8. sınıflar) Öğretim Programı'nın en kapsamlı temel öğrenme alanlarından olan "Sayılar ve İşlemler" in alt öğrenme alanları olmaları ve günlük yaşamda birçok alanda tamsayılar ve kesirlere ihtiyaç duyulması etkili olmuştur. Öte yandan, çalışmada iki konu belirlenmesinin nedeni, temel becerilerden olan matematiksel muhakeme becerisinin bir konunun öğretimi boyunca gelişemeyebileceği ve matematiğe ilişkin tutumun değişemeyebileceği endişesidir. İki konunun öğretimi tek konuya göre daha uzun süreceğinden, öğrencilerin muhakemelerinin gelişiminin ve tutumlarının değişiminin iki konunun öğretimi boyunca daha iyi tespit edilebileceği düşünülmektedir.

1.5. Araştırmanın Önemi

Matematiksel muhakeme, bir problem ya da durumu "Neden" ve "Nasıl" soruları etrafında detaylandırıp anlamlandırarak yapılan bir üst düzey düşünme sürecidir (Erdem, 2011). Matematik eğitimiyle ilgili yapılan ulusal (MEB, 2009; 2013) ve uluslararası reform çalışmalarında (National Council of Teachers of Mathematics-NCTM, 1989; 2000) ve diğer birçok araştırmada (Diezmann ve English, 2001; English, 1998; Erdem, 2011; Erdem ve Gürbüz, 2015; Fischbein ve Schnarch, 1997; Gürbüz ve Erdem, 2014; Kramarski vd., 2001; Lithner, 2000; 2008; Schoenfeld, 1985; Toole, 2001; Umay, 2003; White, Alexander ve Daugherty, 1998) matematiksel muhakemenin matematik öğrenme üzerindeki önemli rolünden bahsedilmektedir. Örneğin, White vd. 1998), Toole (2001), Diezmann ve English (2001), Kramarski vd. (2001) yaptıkları çalışmalarda, matematiksel öğrenme ve matematiksel başarı düzeyi ile muhakeme arasında bir ilişki olduğunu, daha iyi muhakemede bulunanların problemler karşısında daha etkili çözümler üretebildiklerini ve daha iyi ilişkilendirmelerde bulunduklarını dile getirmişlerdir. Öte yandan, muhakemede bulunmanın problem çözme sürecinde de gerekli olduğu önemle vurgulanmaktadır (Olkun ve Toluk-Uçar, 2012). Nitekim literatür incelendiğinde problem çözme becerisinin muhakemede bulunmayı gerektirdiğinden bahseden birçok çalışmaya rastlamak mümkündür (Schoenfeld, 1985; NCTM, 1989; 2000; Lithner, 2000; Briscoe ve Stout, 2001; Barker, 2003; Olkun ve Toluk-Uçar, 2012; Kramarski ve Mizrachi, 2004).

Ortaokul Matematik Dersi (5, 6, 7, 8. sınıflar) Öğretim Programı'nda muhakemenin öneminden bahsedilmekte, muhakemenin matematiği etkili öğrenmeye ve kullanmaya yönelik temel beceriler [1-Problem çözme, 2- Matematiksel süreç becerileri: a- İletişim, b- Akıl yürütme (Muhakeme), c- İlişkilendirme, 3- Duyuşsal beceriler, 4- Psikomotor beceriler, 5- Bilgi ve iletişim teknolojileri (BİT)] arasında olduğu ve muhakemenin geliştirilmesine yönelik öğrenme ortamlarının hazırlanması gerektiği şöyle belirtilmektedir: *Bu öğretim programında, kavramların farklı temsil biçimlerinin ve bunlar arasındaki ilişkilerin görülmesini mümkün kılan ve öğrencilerin matematiksel ilişkileri keşfetmelerine olanak sağlayan bilgi ve iletişim teknolojilerinden faydalanılması özellikle vurgulanmaktadır. Bu teknolojiler yardımıyla, öğrencilerin modelleme yaparak problem çözme, iletişim kurma, akıl yürütme (muhakeme) gibi becerilerinin geliştirilmesine yönelik ortamlar hazırlanmalıdır (MEB, 2013).*

Yine aynı öğretim programında; akıl yürütme ya da muhakeme, eldeki bilgilerden hareketle matematiğin kendine özgü araç (semboller, tanımlar, ilişkiler, vb.) ve düşünme tekniklerini (tümevarım, tümdengelim, karşılaştırma, genelleme, vb.) kullanarak yeni bilgiler elde etme süreci olarak tanımlanmakta ve akıl yürütme becerisinin okul ve okul dışı hayatı kolaylaştırmadaki etkisi de dikkate alındığında matematik öğretim sürecinde bu becerinin geliştirilmesi için ortamlar hazırlanmasının gerekliliğinden bahsedilmektedir. Bu bağlamda, gerek duyuldukça somut modellerden yararlanılmalı, bilgi ve iletişim teknolojilerine ve problem çözme etkinliklerine yer verilmeli, öğrencilerin iletişim, ilişkilendirme, akıl yürütme (muhakeme) becerilerini geliştirmeye yönelik çalışmalara yer verilmelidir (MEB, 2013). Bir önceki matematik dersi öğretim programında da öğrencilerin akıl yürütme (muhakeme) becerilerinin gelişimine önem verilmektedir. Nitekim bu programda, matematikle ilgili bilgi ve becerilerin okul hayatını ve okul dışındaki hayatı kolaylaştırmada kazanılmış olunan akıl yürütme becerilerinin değeri konusunda öğrencilerde farkındalık yaratmanın büyük bir önem taşıdığı ve bu öneminden dolayı matematik yaparken akıl yürütme (muhakeme) becerilerinin geliştirilmesi için ortamlar hazırlanması gerektiği belirtilmektedir (MEB, 2009). Hem ulusal hem de uluslararası reform çalışmalarında hem de birçok araştırmada muhakemenin matematiği anlama ve yapma sürecinde bu denli önemli olduğu belirtildiğinden, muhakeme becerisinin geliştirilmesinin önemli olduğu düşünülmektedir. Öte yandan, muhakemede bulunma eylemi, üst düzey bir uğraş gerektirdiğinden toplumda matematiğe karşı bir önyargı oluşmaktadır. Bu önyargı, eğitim ortamlarına da yansımakta ve öğrencilerin matematiği sevmemelerine yol açmaktadır. Bir de okullarda gerçekleştirilen öğretimler geleneksel yaklaşıma dayalı ise matematiğe ilişkin bu ön yargının oluşması kaçınılmaz olmaktadır. Dolayısıyla bu araştırma farklı öğretim yöntemleriyle zenginleştirilen öğrenme ortamının matematiksel muhakemeye ve tutuma etkisini belirlemek açısından önemlidir.

1.6. Tanımlar

Bu bölümde, araştırmada geçen bazı terimlerin tanımlarına yer verilmiştir.

Bilgisayar Destekli Öğretim (BDÖ): Öğrencinin karşılıklı etkileşim yoluyla eksiklerini ve performansını tanımasını, dönütler alarak kendi öğrenmesini kontrol altına almasını; grafik, ses, animasyon ve şekiller yardımıyla derse yönelik ilgisinin artmasını sağlamak amacıyla eğitim ve öğretim sürecinde işe koşulan bilgisayardan yararlanma yöntemidir (Baki, 2002).

İşbirlikli gruplarda tartışma: Bireysel farklılıkları olan öğrencilerin küçük gruplar halinde bir araya gelerek fikir alışverişinde bulundukları ve zaman zaman sıcak ancak yapıcı tartışmaların yaşandığı bir öğrenme yöntemidir.

Muhakeme: Belli bir amaca yönelik olarak planlı, programlı adımlar dâhilinde ve mantık çerçevesinde düşünüp karar verme veya bir olay, problem ya da durumu "Neden" ve "Nasıl" soruları etrafında detaylandırıp anlamlandırarak yapılan bir üst düzey düşünme eylemidir (Erdem, 2011).

Öğretim materyali: Soyut matematiksel ifadeleri görselleştiren, açık bir şekilde sunan ve öğrencilerin çeşitli duyularını harekete geçiren araçlardır (Moyer, 2001).

Tamsayı: Doğadaki sayılabilen nesneleri yönlü olarak belirtmek için kullanılan ifadelerdir.

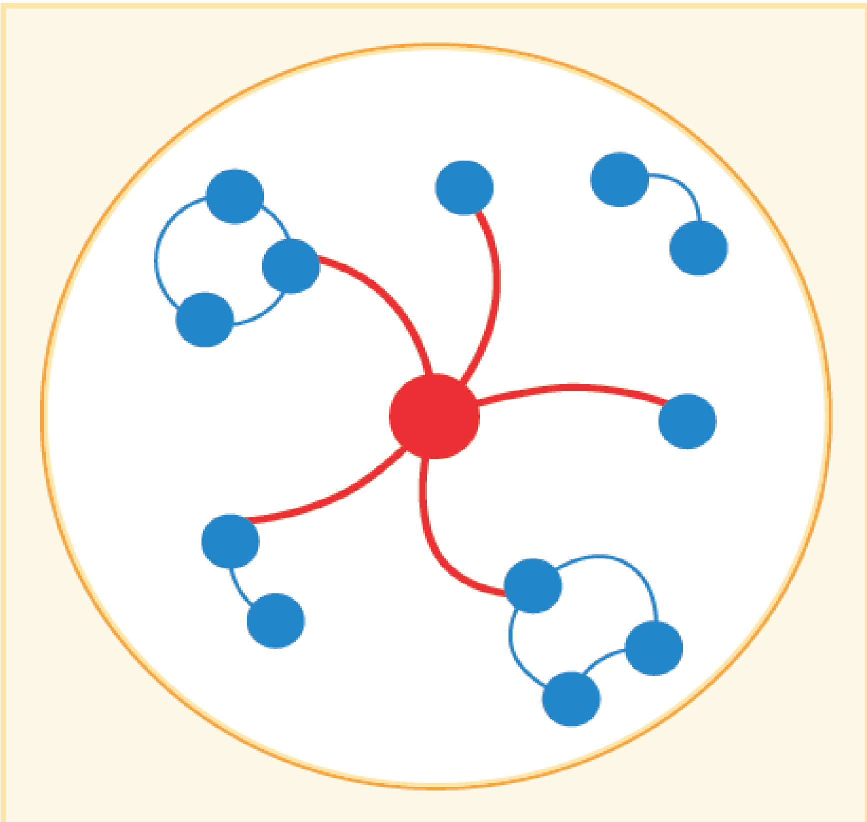
Tutum: Bireyi belli insanlar, nesneler ve durumlar karşısında belli davranışlar göstermeye iten öğrenilmiş eğilimdir (Demirel, 2001).

İKİNCİ BÖLÜM

2. KURAMSAL ÇERÇEVE VE İLGİLİ ARAŞTIRMALAR

2.1. Kuramsal Çerçeve

Bilginin yapılandırılması derin düşünmeyi, bir fikir hakkında aktif düşünmeyi veya zihinsel olarak üzerinde çalışmayı gerektirir (Van De Walle, Karp ve Bay-Williams, 2010). Muhakemenin yeni fikirler oluşturmadığı ve muhakemenin görevinin, belli bir durum, konu, bilgi ya da olay hakkında en iyi kararı vermek olduğu (Toulmin, Rieke ve Janik, 1984) göz önüne alındığında matematik bilgisinin yapılandırılmasında muhakemenin rolü anlaşılmaktadır. Yeni bir bilgiye ulaşmak için mevcut bilgiler arasında muhakemede bulunarak yeni mantıksal bağlar oluşturulduğu Şekil 2.1'de görselleştirilmiştir.



Şekil 2.1. Yeni bilginin yapılandırılması [Van de Walle vd., 2010'den alınmıştır]

Bu şekilde, *mavi ve kırmızı noktalar bilgileri belirten semboller olarak kullanılmıştır. Mavi noktalar, mevcut bilgileri temsil etmektedir. Bilgileri birleştiren çizgiler mantıksal bağları veya bilgiler arasında geliştirilen ilişkileri temsil etmektedir. Kırmızı nokta, ortaya çıkacak olan bilgidir. Yeni bilgiyi yapılandırma sürecinde hangi mevcut bilgilerin (mavi noktalar) kullanıldığı yeni bilgiyle (kırmızı nokta) bağlantılı olmak zorundadır, çünkü bunlar yeni bilgiye anlam veren bilgilerdir. Eğer yeni bilgi (kırmızı nokta) öğrenilirken bu bilgiyle bağlantısı olma potansiyeline sahip bir bilgiye (mavi nokta) öğrenen tarafından ulaşılamıyorsa, o zaman gerekli potansiyel bağ da kurulamayacaktır. Yeni bilgi (kırmızı nokta) oluşturmak için bilgiler arası ilişkilerden bağlantı sürecini geliştirerek mevcut bilgilerimizi (mavi noktalar) kullanırız. Daha fazla bilgi kullandıkça ve daha fazla bağlantı kurdukça daha iyi anlarız* (Van de Walle vd., 2010, s. 20). Buradan anlaşılacağı gibi, yeni bilgiyle bağlantısı olan mevcut bir bilgiye karar verme öğrenenin muhakemesine bağlıdır. Çünkü muhakeme, ilgilenilen durumu ya da fikri birçok açıdan ve derinlemesine düşünmektir ve bilginin yapılandırılmasında lokomotif görevi üstlenmektedir. Şekil 2.1'den de anlaşılacağı gibi, yeni bilgi oluşturma sürecinde muhakeme becerisi kullanılarak bazı mevcut bilgiler kullanılmazken birbiriyle ilişkili mevcut bilgilerden bazıları kullanılmaktadır.

Van de Walle vd. (2010), matematiksel yeterliliğin beş ana unsurunu aşağıdaki gibi belirtmiş ve muhakeme becerisinin bunların en önemlilerinden olduğunu ifade etmişlerdir:

(a) stratejik yeterlilik,
(b) kavramsal anlama,
(c) işlemsel akıcılık,
(d) uyarlanabilir muhakeme,
(e) faydalı eğilim

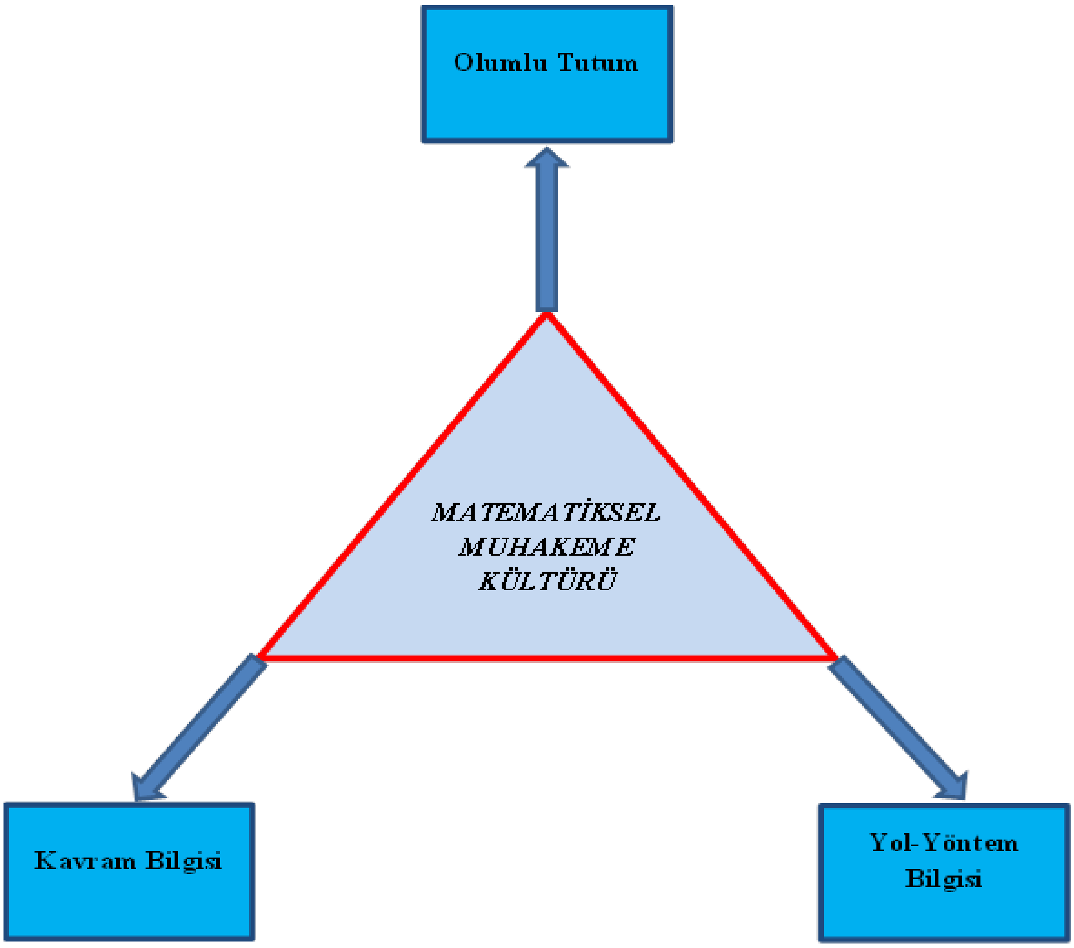
Muhakeme becerisi, matematik bilgisini öğrenmeyi karakterize eden davranışlardan biri olarak görülmektedir (Harms, 2003). Muhakeme becerisinin matematiksel öğrenme açısından oldukça önemli olduğu belirtilmektedir (NCTM, 1989; English, 1998; Erdem, 2011; Erdem ve Gürbüz, 2015; Gürbüz ve Erdem, 2014). Muhakemenin temel göstergesi, matematik konuları arasındaki ilişkiyi görme ve bunu karşılaştığı problem durumlarını çözümlemede kullanabilme becerisini sergilemektir (Mandacı-Şahin, 2007). Bir öğrencinin matematiksel tahmin ve varsayımlarda bulunması ve bunları kanıtlayabilmesi büyük ölçüde matematiksel muhakemesine bağlıdır (Yavuz-Mumcu, 2011). Bir konuda muhakemede bulunabilenler, o konuda yeterli düzeyde bilgi sahibidir ve yeni karşılaştığı durumu tüm boyutlarıyla inceler, keşfeder; bunu önceki bilgileriyle ilişkilendirir, mantıklı tahminlerde, varsayımlarda bulunur, düşüncelerini gerekçelendirir, bazı sonuçlara ulaşır, ulaştığı sonuçları açıklayabilir ve savunabilir (Umay, 2003).

2.1.1. Matematiksel Muhakeme

Muhakeme (akıl yürütme), eldeki bilgilerden hareketle matematiğin kendine özgü araç (semboller, tanımlar, ilişkiler, vb.) ve düşünme tekniklerini (tümevarım, tümdengelim, karşılaştırma, genelleme, vb.) kullanarak yeni bilgiler elde etme süreci olarak tanımlanmaktadır (MEB, 2013). Russell (1999)'e göre muhakeme, öğrencilerin matematiği bir disiplin yapan soyut ifadeleri anlamayı sağlayan bir araçtır. Yackel ve Hanna (2003), muhakemeyi hem tümevarım, tümdengelim, ilişkilendirme ve çıkarsamanın kullanımı hem de öğrenenlerin problemleri çözmek için birbirleriyle etkileşime geçtikleri ortak bir aktivite olarak tanımlamışlardır. Altıparmak ve Öziş (2005)'e göre muhakeme, sonuçlardan, yargılardan, gerçeklerden ya da önermelerden bir sonuç çıkarma işlemi; önermeleri, yargıları bir kalıba bağlamak ve bunlardan emin olmaktır. Toulmin vd. (1984), muhakemenin bir iddiayı ya da verilen bir kararı doğrulamak veya bir fikri desteklemek için kullanılan bir yol olduğunu belirtmişlerdir. Onlar ayrıca, muhakemenin yeni fikirler oluşturmadığını ve muhakemenin görevinin, belli bir durum, konu ya da olay hakkında en iyi kararı vermek olduğunu dile getirmişlerdir.

> En genel anlamda muhakeme, belli bir amaca yönelik olarak planlı, programlı adımlar dâhilinde ve mantık çerçevesinde düşünüp karar verme veya bir olay, problem ya da durumu "Neden" ve "Nasıl" soruları etrafında detaylandırıp anlamlandırarak yapılan bir üst düzey düşünme eylemidir. Başka bir deyişle, muhakeme, düşünme eyleminin çok üzerinde bir uğraş olup, ilgili problem, olay ya da durumun bütün hususlarını etraflıca düşünüp mantıklı bir sonuca varma işidir (Erdem, 2011, s. 4).

Matematiksel muhakeme, çevrede olup biteni matematik penceresinden bakarak "Neden" ve "Nasıl" sorgulamalarıyla anlamlandırmaya yardımcı olan ve bu anlamlandırma sonucunda doğru kararlar vermeyi sağlayan bireysel bir kültür olarak tanımlanabilir. Matematiksel muhakeme, bireysel bir kültürdür çünkü kişinin bilgisine, dünyaya bakış açısına, geçmiş yaşantısına gibi birçok faktöre bağlı olarak oluşmaktadır. Öğrencide bu kültürün oluşması için öğrencinin öncelikle matematiğe değer vermesi gerekmektedir. Başka bir deyişle, öğrencinin öncelikle matematiğe ilişkin olumlu tutumlara sahip olması gerekmektedir. Çünkü bireyi harekete geçiren ilk şey, bu hareketi gerçekleştirmek için kendisini zihinsel ve duygusal olarak hazır hissetmesidir. Bu kültürlenme sürecine istekle başlamak sonraki adımların atılmasını kolaylaştırmaktadır. Bu istek ya da olumlu tutum yeterli düzeyde yol-yöntem bilgisi ve kavram bilgisiyle birleşince matematiksel muhakeme kültürünün oluşması kaçınılmaz olmaktadır (Bakınız Şekil 2.2).



Şekil 2.2. Matematiksel muhakeme kültürünün oluşmasını sağlayan etmenler

Matematiksel muhakemenin göstergesinin *"Eğer… ise…", "çünkü…"* düşüncelerinin varlığı olduğu söylenebilir. Nitekim Mason (2001), muhakemeyi *"Eğer… ise…"* yapısını kullanmayı, varsayımlarda bulunmayı ve sonuç çıkarmayı öğrenmek olarak tanımlamış ve etkili muhakemede bulunmak için fikirleri gerekçelendirmek başka bir deyişle fikirleri sağlam zemine oturtmak gerektiğini belirtmiştir. Kişinin matematiksel muhakemesinin ortaya çıkarılmasında düşündüklerini gerekçelendirmesi önemlidir. Yani *"şundan dolayı…", "çünkü…", "… sebep olmaktadır"* gibi gerekçelendirmeyi gerektiren ifadelerin kullanılması gerekmektedir. Çünkü matematiksel gerekçelendirme başkalarına bağlı kalmadan, uzmanların görüşlerini kritik ederek bağımsız düşünme ve fikirlerini açıklama imkanı tanır ve kabul edilebileni ve mantıklı olanı öğrenmeyi sağlar (Mason, 2001).

Ortaokul Matematik Dersi (5, 6, 7, 8. sınıflar) Öğretim Programı'nda matematiksel kavramların kazandırılmasının yanı sıra, matematiği etkili öğrenmek ve kullanmak için *akıl yürütme ya da muhakeme becesinin* geliştirilmesi hedeflenmektedir. Bu öğretim programı, *öğrencilerin araştırma ve sorgulama yapabilecekleri, iletişim kurabilecekleri, eleştirel düşünebilecekleri, gerekçelendirme yapabilecekleri, fikirlerini rahatlıkla paylaşabilecekleri ve farklı çözüm yöntemlerini sunabilecekleri sınıf ortamlarının oluşturulmasını tavsiye etmektedir* (MEB, 2013).

Akıl yürütme becerisinin okul ve okul dışı hayatı kolaylaştırmadaki etkisi de dikkate alındığında matematik öğretim sürecinde bu becerinin geliştirilmesi için ortamlar hazırlanmasının gerekliliği ortaya çıkmaktadır. Bu bağlamda, Ortaokul Matematik Dersi (5, 6, 7, 8. sınıflar) Öğretim Programı'nda öğrencilere akıl yürütme (muhakeme) becerilerinin kazandırılması için dikkate alınması gereken bazı göstergeler aşağıdaki gibi verilmiştir:

- ✓ Çıkarımların doğruluğunu ve geçerliliğini savunma
- ✓ Mantıklı genellemelerde ve çıkarımlarda bulunma
- ✓ Bir matematiksel durumu analiz ederken matematiksel örüntü ve ilişkileri açıklama ve kullanma
- ✓ Yuvarlama, uygun sayıları gruplandırma, ilk veya son basamakları kullanma gibi stratejileri veya kendi geliştirdikleri stratejileri kullanarak işlem ve ölçümlerin sonucuna dair tahminlerde bulunma

- ✓ Belirli bir referans noktasını dikkate alarak ölçmeye ilişkin tahminde bulunma

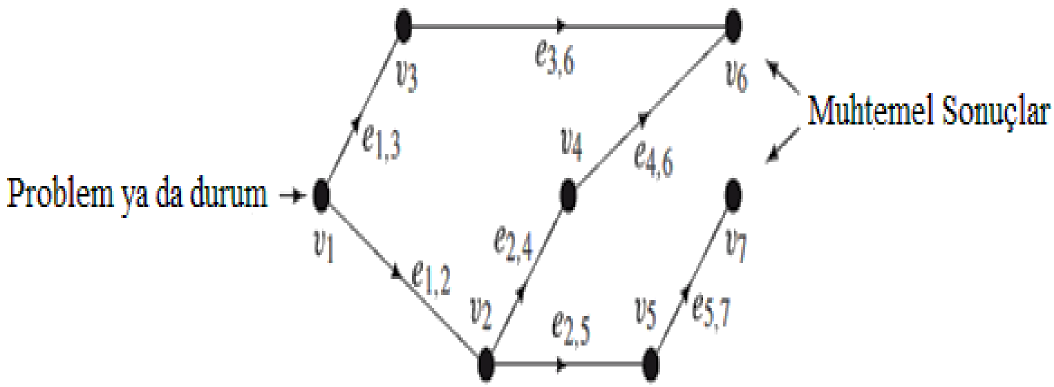
2013 yılından itibaren kademeli olarak uygulamadan kaldırılan İlköğretim Matematik Dersi 6–8. sınıflar Öğretim Programında da öğrencilerin muhakeme becerilerinin gelişimine önem verilmiş ve bunun için öğrencilere aşağıdaki becerilerin kazandırılması hedeflenmiştir:

- ✓ Öğrenme sürecinde muhakemeyi kullanır.
- ✓ Yaşantısında, diğer derslerde ve matematikte muhakeme becerisini kullanır.
- ✓ Matematik öğrenirken genellemeler ve çıkarımlar yapar.
- ✓ Matematikteki ve matematik dışındaki çıkarımların doğruluğunu savunabilir.
- ✓ Yaptığı çıkarımların, duygu ve düşüncelerinin geçerliliğini sorgular.
- ✓ Muhakemede bulunmada öz güven duyar.
- ✓ Muhakeme ile ilgili olumlu duygu ve düşüncelere sahip olur (MEB, 2009).

Matematik eğitiminde temel becerilerden olan *problem çözme* sürecinde matematiksel muhakemenin rolünden bahsetmenin gerekli olduğu düşünülmüş ve aşağıda literatürle ilişkilendirilerek açıklanmıştır.

2.1.2. Matematiksel Muhakemeyi Kullanarak Problem Çözme

Günümüzde muhakemede bulunmanın problem çözme sürecindeki gerekliliğinden bahsedilmektedir (Olkun ve Toluk-Uçar, 2012; Pellerin, 2012). Problem çözme becerisinin muhakemede bulunmayı gerektirdiği birçok çalışma tarafından dile getirilmiştir (Briscoe ve Stout, 2001; Barker, 2003; Erdem ve Gürbüz, 2015; Kramarski ve Mizrachi, 2004; Lithner, 2000; NCTM, 1989; 2000; Olkun ve Toluk-Uçar, 2012; Pellerin, 2012; Schoenfeld, 1985; Stacey, 2006). Problem çözme, ne yapacağını bilmediğin zamanlarda yaptığın şeydir (Sowder, 1985). Problem çözme, bilimsel bir uğraşı olduğundan eleştirel, yaratıcı, yansıtıcı düşünmeyi, analiz ve sentezleme yapmayı gerektirir (Soylu ve Soylu, 2006). Lithner (2008) muhakemenin; düşünme süreci, bu sürecin ürünü ya da her ikisi olduğunu belirtmekte ve problem çözerken muhakeme sürecini Şekil 2.3’de göstermektedir:



Şekil 2.3. Muhakemede bulunarak problem çözme süreci

Şekil 2.3'de v_n, bilginin ya da problemin bir anlık durumunu; $e_{n,m}$ geçişi ise stratejinin uygulanmasını temsil etmektedir. Muhakemede bulunan kişi v_n den yola çıkarak $e_{n,m}$ ler arasından bir strateji seçer. v_n de henüz ulaşılmayan bilgiler, hatırlandıktan ya da yapılandırıldıktan sonra problemin kısmen çözüldüğü ve böylece yeni bir problem durumunun oluşturulduğu v_m deki bilgiyi oluşturmak için kullanılır (Lithner, 2008). Burada, doğru muhakemede bulunarak ve uygun strateji seçerek ulaşılan bir bilgi ya da sonucun, yeni bir problem durumuna dönüşebileceği ve bu yeni problem durumunun tekrar muhakemede bulunmayı ve yeni stratejiler seçmeyi gerektirebileceği belirtilmektedir. Ancak, doğru sonuca ulaşmak için farklı stratejiler kullanılabilmekle birlikte, bu tekrarlı muhakeme ve strateji seçim sürecine bağlı olarak farklı sonuçlara ulaşma ihtimalinin de olduğu unutulmamalıdır. Dolayısıyla, bu süreçte doğru sonuca ulaşmak için doğru muhakemede bulunmak ve uygun stratejiler seçmek önemlidir.

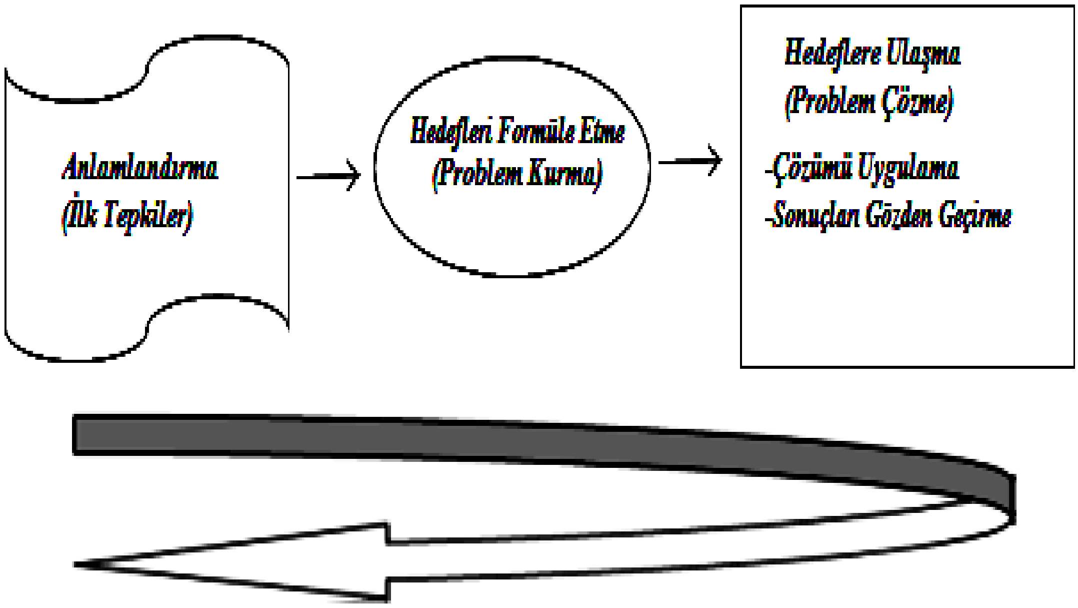
Stacey (2006), problem çözme sürecinin aşağıda verildiği gibi birçok beceriyi içerdiğini ve aralarında muhakemenin de yer aldığı ilk üçünün matematiksel düşünmeye en yakın bileşenler olduğunu belirtmiştir:

- Derin matematik bilgisi
- Muhakeme becerisi
- Sezgisel strateji bilgisi
- Faydalı fikir ve tutumlar
- Güven, kararlılık ve organize etme
- Çözümü ilişkilendirme becerisi

Problem çözme sürecinde, öğrencilerin muhakemede bulunmalarını sağlayacak türden açık uçlu problemlerin sunulması gerekmektedir. Örneğin, belli bir yöntem ya da formül kullanılarak çözülebilen, alternatif çözüm yöntemlerini düşünmeyi gerektirmeyen kısa cevaplı problemlerden çoğunlukla kaçınılması yerinde olacaktır. Bunun yerine çözüme kolaylıkla ulaşılamayan, birden fazla strateji kullanmayı ve öğrencilerin üst düzey düşünmelerini gerektiren kompleks problemler tercih edilebilir. Bunların yanı sıra öğrencilerden problemlerde eksik veya fazla bilgi olup olmadığı, eksik bilgi varsa bunu tamamlayıp çözmeleri istenebilir (MEB, 2009). Literatürde de açık uçlu problemlerin kullanımının önemini vurgulayan birçok çalışmaya rastlamak mümkündür (Becker ve Shimada, 1997; Cai ve Cifarelli, 2005; Cifarelli, 1998; Cifarelli ve Cai, 2005; Erdem, 2011; Erdem ve Gürbüz, 2015; Frederiksen, 1984; Funke ve Frensch, 1995; Gürbüz ve Erdem, 2014; Henningsen ve Stein, 1997; Kilpatrick, 1987; Schoenfeld, 1985; Silver, 1994; Simon, 1973; Sowder, 1985; Suzuki, 1997). Açık uçlu problemler, birden fazla strateji kullanarak çözülebildiğinden ve bu tür problemlerde farklı sonuçlar elde edilebildiğinden açık uçlu problemlere matematik derslerinde yer verilmesi gerektiği belirtilmektedir (MEB, 2009).

Literatürde matematiksel muhakeme becerisini değerlendirmede farklı soru tiplerinin kullanıldığından bahsedilmekte ve açık uçlu soruların ağırlıklı olarak kullanılmasının gerekliliği belirtilmektedir (Akay, Soybaş ve Argün, 2006; Alkove ve McCarty, 1992; Erdem, 2011; Erdem ve Gürbüz, 2015; Frederiksen, 1984; Gürbüz ve Erdem, 2014; Henningsen ve Stein, 1997; Kosonen, 1992; Lannin, 2004; Mandacı-Şahin, 2007; Suzuki, 1997). Örneğin, Lannin (2004), muhakeme becerisini değerlendirmede farklı soru tiplerinin kullanılmasının öğrencilerin farklı muhakeme yollarını kullanabilmelerine imkan tanıdığını belirtmiştir. Suzuki (1997), muhakemenin doğru-yanlış ya da çoktan seçmeli sorulardan ziyade belli kriterler eşliğinde açık uçlu sorularla değerlendirilebileceğini ifade etmiştir. Nasıl düşünüldüğünün sorulmasının gerekli olduğunu savunan Alkove ve McCarty (1992), öğrencilere “Evet” ve “Hayır” yanıtı gerektiren sorular yöneltmekten kaçınılması gerektiğini ifade etmişlerdir. Frederiksen (1984), açık uçlu soruları iyi yapılandırılmamış (ill-structured) sorular olarak ifade etmiş ve böyle soruların hemen formüle edilemediğini ve çözümleri için belli bir yöntemin olmadığını dolayısıyla çözen kişinin muhakemede bulunmasını gerektirdiğini dile getirmiştir. Aynı paralelde Kosonen (1992), öğrencilerin okul dışında karşılaşabilecekleri sınırlı bilgiyle sunulmuş olan problemler hakkında muhakemede bulunabilmelerini sağlayacak türden açık uçlu soruların kullanılmasını önermiştir. Öte yandan açık uçlu soruların ölçtüğü kavramsal alanın genişliği, işlemsel ve yöntemsel özellikleri ortaya çıkarmadaki gücü açısından çoktan seçmeli sorulara göre daha fazla avantaj sağladığı belirtilmektedir (Henningsen ve Stein, 1997). Mandacı-Şahin (2007), açık uçlu soruların en büyük avantajının öğrenciye farklı yöntemlerle, dilediği gibi cevap verme şansı tanıması olduğunu, öğrencilerin sadece doğru cevaba ulaşmak yerine cevabını en iyi şekilde açıklamaya çalışacağı ve bu sayede sonuçtan çok çözüm yolunun, düşünme biçiminin kapsamının genişleyeceğini belirtmiştir. Akay vd. (2006), açık uçlu sorularda doğru ve tam bir çözümü garantileyen sabit bir işlem, açık bir formülasyon olmadığı ve eksik bilgiyle kabuller bulunduğu için bu tür soruların çoğu zaman "iyi yapılandırılmamış (ill-structured) problemler" olduğunu belirtmişlerdir.

Açık uçlu sorularla uğraşmanın problem çözmeyi öğretmenin önemli bir parçası olduğu belirtilmektedir (Becker ve Shimada, 1997). Açık uçlu soruların problemi çözen kişinin problemdeki ilişkileri keşfetmek için yeni bağlantıları formüle etmesini gerekli kılmaktadır (Cifarelli ve Cai, 2005). Bu ise bireyin matematiksel muhakemesini daha fazla kullanmasını zorunlu hale getirmekte ve muhakeme becerisinin gelişmesine katkıda bulunmaktadır. Cifarelli ve Cai (2005), açık uçlu problemlerin bir boşlukla başladığını, öncelikle hedeflerin formüle edildiğini ve problem çözme sürecinin sonunda ulaşılan çözümün tekrar gözden geçirildiğini belirtmişlerdir (Bakınız Şekil 2.4). Bu nedenle, öğrencilerin üst düzey muhakemede bulunmayı gerektiren iyi yapılandırılmamış açık uçlu problemlerle uğraşmaları sağlanmalıdır.



Şekil 2.4. Açık uçlu sorularda matematiksel uğraşının yapısı [Cifarelli ve Cai, 2005'den uyarlanmıştır]

Bu araştırmada, farklı öğretim yöntemleri kullanılarak zenginleştirilen öğrenme ortamında kesirler ve tamsayılar konularının öğretimi gerçekleştirildiğinden bu konular hakkında bilgi vermenin gerekli olduğu düşünülmüştür.

2.1.3. Kesirler

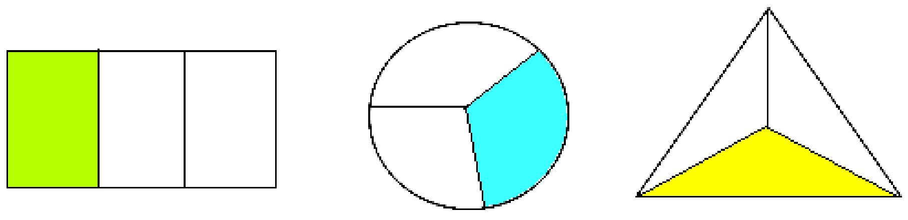
Gündelik yaşamda doğal sayılar insanların ihtiyaçlarını her zaman karşılayamamıştır. Örneğin, 2 ekmek 3 kişi arasında eşit bir şekilde paylaşıldığında kişi başına düşen miktar, 0.5 kg peynir, çeyrek saat gibi kavramlar doğal sayılarla ifade edilememiştir. Bu türden bir ihtiyaç üzerine kesir kavramı ortaya çıkmış ve gündelik yaşamda birçok alanda yaygın kullanıma sahip olmuştur. Kesir kavramına duyulan ihtiyacın ne zaman başladığı ve nasıl kullanıldığı matematik tarihine bakılınca anlaşılabilir. Örneğin,

> *Kesir kavramına duyulan ihtiyacı eski Mısırlılar M.Ö.2500 yıllarında keşfetmişler ve bir bütünün üçte biri kavramını geliştirmişlerdir. Eski Mısırlılar bugün kesir birimi olarak adlandırdığımız* $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}$ *gibi sadece payı "1" olan sayılar kullanmışlardır. Babiller ise kesir kavramını M.Ö.2000*

yıllarında ve sadece paydası 60 olan kesirleri kullanmışlardır (Baykul, 2005).

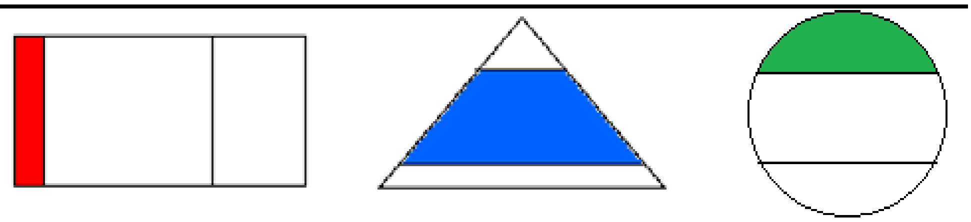
Peki, kesir nedir?

Kesir, bir bütünün eş parçalarından her biri ya da bir kaçı olarak tanımlanmaktadır (Baykul, 2005; Pesen, 2008). Bu tanımda "*her biri*" kelimesiyle birim kesir; "*bir kaçı*" kelimesiyle ise birden fazla birim kesrin biraraya gelmesiyle elde edilen $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$ gibi birim olmayan kesirler kestedilmektedir. Kesirler de tamsayılar gibi miktar belirtmekte ancak kesirlerde bütünlerle değil, parçaların kaç tane olduğuyla ilgilenilmektedir. Örneğin $\frac{2}{5}$ kesrinde 5 bütünle ilgilidir ve bütünün 5 eş parçaya bölündüğünü gösterir. 2 sayısı parçalarla ilgilidir ve 5 parçadan 2 tanesiyle ilgilendiğimizi göstermektedir (Altun, 2008). Aynı kesirler kullanılarak ifade edilen büyüklükler farklı olabilmektedir. Örneğin, Şekil 2.5'de gösterilen üç eş parçaya ayrılmış üçgensel, dikdörtgensel veya çembersel bölgelerin birer parçasıyla ilgilenilmesi aynı kesirle ($\frac{1}{3}$) ile ifade edilebilir. Ancak zaman zaman aynı kesirle belirtilen farklı büyüklüklerin eşit olacağı gibi bir öğrenci yanılgısıyla karşılaşılmaktadır. Bu yanılgının temelinde, kesirle temsil edilen miktarın, referans alınan bütünle ilişkili olduğu hususunda öğrencilerin yeterince deneyim yaşamamalarının ve bu önemli düşünceyi geliştirememelerinin yer alabileceği belirtilmektedir (Alacaci, 2009). Aynı paralelde Lamon (1996), referans alınan bütünü göz önünde bulundurmanın kesir kavramının anlamlı bir şekilde öğrenilmesinde önemli rol oynadığını ifade etmektedir.



Şekil 2.5. Aynı kesirle ifade edilebilen farklı yapı ve büyüklükteki şekiller

Kesir kavramının öğretiminde dikkat edilmesi gereken bir diğer husus, eş parçalamanın vurgulanmasıdır. Aksi takdirde, öğrenci her parçalanmayı bir kesir olarak ele alabilir. Örneğin öğrenci yanılgıya düşerek, eş parçalara ayrılmamış şekilleri de $\frac{1}{3}$ kesri ile ifade edebilir (Bakınız Şekil 2.6).



Şekil 2.6. Eş parçalanmamış bütünlerden bazı örnekler

Farklı algılamalara ve karışıklıklara yol açabilen kesirlerin, öğrencilerin öğrenmede zorluk çektikleri matematik konularından birisi olduğu yapılan birçok çalışma tarafından belirtilmektedir (Behr vd., 1983; De Castro, 2008; Ersoy ve Ardahan, 2003; Gökkurt, Şahin, Soylu ve Soylu, 2013; Işık ve Kar, 2012; Ma, 1999; Moss ve Case, 1999; Olkun ve Toluk-Uçar, 2012; Pesen, 2008; Soylu ve Soylu, 2005; Stafylidou ve Vosniadou, 2004; Şiap ve Duru, 2004; Tirosh, 2000; Toluk-Uçar, 2009; Ünlü ve Ertekin, 2012). Literatürde kesirlerin öğrenilmesinde zorluk çekilmesinin birçok nedeninden bahsedilmektedir:

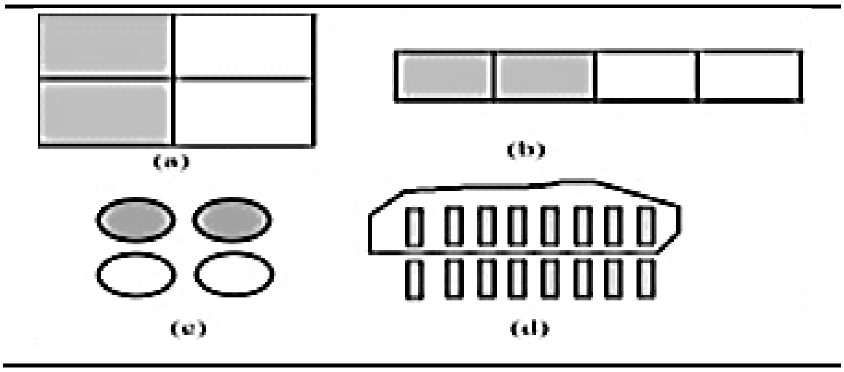
- Kesirlerin kavramsal öğretimden ziyade kural ve formül ağırlıklı öğretilmesi (Aksu, 1997; Bezuk ve Bieck, 1993; De Castro, 2008; Gökkurt, Şahin ve Soylu, 2012, Gökkurt vd., 2013; Moss ve Case, 1999; Pesen, 2008; Soylu ve Soylu, 2005; Şiap ve Duru, 2004; Tirosh, 2000; Toluk-Uçar, 2009)
- Kesir kavramının oldukça soyut bir kavram olması (Olkun ve Toluk-Uçar, 2012)
- Kesirlerin ve özelliklerinin, öğrencilerin alışkın oldukları doğal sayılar ve özellikleriyle pek uygunluk göstermemesi (Stafylidou ve Vosniadou, 2004; Tirosh, 2000)
- Birim kesir kavramının tam anlaşılamamış olması (Ersoy ve Ardahan, 2003)
- Kesrin pay ve paydasının farklı iki tam sayı olarak algılanması (Doğan ve Yeniterzi, 2011; Şiap ve Duru, 2004)
- Öğretmenlerin veya öğretmen adaylarının daha önceki yaşantılarında kesirler konusuna ilişkin eksik veya ezbere bilgi edinmesi (Toluk-Uçar, 2009)

- Kesirleri anlama yerine formülleri ve algoritmayı ezberleme (Doğan ve Yeniterzi, 2011)
- $\frac{a}{b}$ şeklindeki bir kesirli ifadenin farklı anlamlara gelebilmesi (Ünlü ve Ertekin, 2012). Literatürde bu farklı anlamlar; "*a) <u>parça-bütün karşılaştırması</u>-bir bütün ile parça arasındaki ilişkiyi ifade eder, b) <u>oran</u>-iki nicelik arasındaki ilişkiyi ifade eder, c) <u>bölüm</u>-bölme işlemini ifade eder, d) <u>işlemci</u>-kesirlerin denkliğini ve çarpma işlemini ifade eder, e) <u>ölçme</u>-kesrin ne kadar miktar belirttiğini ifade eder"* olarak açıklanmaktadır (Behr vd., 1983).
- Kesirlerin yukarıda belirtilen diğer anlamlarının göz ardı edilerek sadece bütünün belli bir kısmı veya miktarı anlamı ile düşünülmesi (Işık ve Kar, 2012)

Bu nedenler dışında, öğretmenlerin kesirler konusunda yeterli düzeyde alan bilgisine ve pedagojik alan bilgisine sahip olmamaları da kesirler konusunun öğrenilmesini zor kılabilmektedir. Öğretmenin bu iki bilgi türünü olgunlaştırdığı üniversite yılları bu noktada önemli bir rol oynamaktadır. Literatürde de, öğretmen adaylarının özellikle üniversitede aldıkları eğitimin meslek hayatında eğitim-öğretim faaliyetlerini etkili bir şekilde gerçekleştirmede önemli olduğu vurgulanmaktadır (Arslan ve Özpınar, 2008; Erdem ve Soylu, 2013; Gürbüz, Erdem ve Gülburnu, 2013; Hill, Rowan ve Ball, 2005; Küçük, Demir ve Baran, 2010; Peker, 2009; Smith, 2000; Ubuz, 2002). Yapılan çalışmalara bakıldığında, matematik öğretmenlerinin ve matematik öğretmeni adaylarının kesir kavramına ilişkin alan bilgilerinin ve pedagojik alan bilgilerinin yeterli düzeyde olmadığı görülmektedir (Ball, 1990; Gökkurt, Soylu ve Demir, 2013; Gökkurt vd., 2013; Işıksal, 2006; Kılcan, 2006; Li ve Kulm, 2008; Ma, 1999; Newton, 2008; Simon, 1993; Şahin, Gökkurt ve Soylu, 2013; Ünlü ve Ertekin, 2012). Öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının geçmiş matematik yaşantılarında kesirler konusunu kavramsal öğrenmeden ziyade kural ve formül ağırlıklı öğrenmelerinin (Aksu, 1997; Bezuk ve Bieck, 1993; De Castro, 2008; Gökkurt vd., 2012, Gökkurt vd., 2013; Moss ve Case, 1999; Pesen, 2008; Soylu ve Soylu, 2005; Şiap ve Duru, 2004; Tirosh, 2000; Toluk-Uçar, 2009) (*ör: çarpma işleminde paylar çarpılır ve bu çarpımın sonucu pay olarak, paydalar çarpılır ve bu çarpımın sonucu payda olarak yazılır; bölme işleminde ise birinci kesir aynen bırakılır, ikincisinin çarpmaya göre tersi alınır* *ve birincisiyle çarpılır)*, bu durumun oluşmasında rol oynayan en önemli faktörlerden biri olduğu söylenebilir.

Literatürde, ilköğretim düzeyindeki öğrencilerin kesirlerde çarpma ve özellikle bölme işleminde diğer işlemlere göre göre daha fazla zorluk çektikleri belirtilmektedir (Birgin ve Gürbüz, 2009; Durmuş, 2005; Parmar, 2003; Toluk, 2002; Ünlü ve Ertekin, 2012). Hatta kesirlerde bölme işleminin bu düzeydeki matematiğin en zor konularından biri olduğu ifade edilmektedir (Ma, 1999). Kesir kavramının oldukça soyut bir kavram olması (Olkun ve Toluk-Uçar, 2012) ve öğrencilerin bu kavramı ve bu kavramla ilgili diğer işlemleri anlamada zorluk çektiklerinin yapılan birçok çalışma tarafından tespit edilmesi, bu kavramın öğretilmesinde farklı ve etkili yöntemlerin kullanılmasını gerekli kılmaktadır. İlköğretim düzeyindeki öğrenciler göz önüne alındığında, kesirler konusunun kavramsal olarak öğretilmesinde bir somutlaştırma aracı olan matematiksel modellemenin etkili bir yöntem olabileceği düşünülmektedir. Yapılan birçok çalışma tarafından da, öğrenilmesi ve öğretilmesinde zorlukların yaşandığı kesirlerin öğretiminde modellerin kullanılması gerektiğine vurgu yapılmaktadır (Behr vd., 1983; De Castro, 2008; Lamon, 1996; Parmar, 2003; Toluk-Uçar, 2009).

Kesirler konusunun ilköğretim düzeyindeki öğrencilere yönelik olarak öğretiminde genellikle üç farklı model ileri sürülmektedir (Parmar, 2003). Alan ya da bölge modeli-(a), uzunluk ölçüm modeli-(b) ve küme modeli-[(c) ya da (d)] olarak ifade edilen bu modeller Şekil 2.7'de gösterilmiştir. Yapılan literatür incelemesi sonucunda, alan ya da bölge modelinin en çok kullanılan model olduğu tespit edilmiştir (De Castro, 2008; Forrester ve Chinnappan, 2010; Parmar, 2003; Toluk-Uçar, 2009). Öte yandan kesirlerle yapılan işlemlerin öğretiminde düzgün geometrik şekillerin kullanıldığı modeller önerilmektedir (Kieren, 1988; Pesen, 2008; Vergnaud, 1988). Bu nedenle alan ya da bölge modeli kullanılacaksa, üçgensel ve çembersel bölge modellerini eş parçalara ayırmanın zor olabileceği dolayısıyla daha çok dikdörtgensel bölge modellerinin kullanılması gerektiği ifade edilmektedir (Doğan-Temur, 2011). Bunların yanı sıra, literatür incelendiğinde kesirlerin öğretiminde hacim modelinin de kullanıldığı görülmektedir (Pesen, 2008).



Şekil 2.7. Kesirlerle ilgili problemlerin çözümünde kullanılan modeller [Parmar (2003)'dan aktarılmıştır]

Model kullanılarak gerçekleştirilen öğretimde, seçilen modellerin öğrencilerin seviyelerine uygun olması dikkat edilmesi gereken önemli noktalardan biridir. Bunun yapılmasında öğretmenin yeterli düzeyde alan bilgisine ve pedagojik alan bilgisine sahip olması önem arz etmektedir. Başka bir deyişle, kesirler konusunun anlamlı olarak öğrenilmesinde, öğretmenin yeterli kavramsal ve işlemsel bilgiye sahip olması ve bu bilgiyi öğrencilere etkili bir şekilde aktarabilmesi gerekmektedir. Nitekim yapılan birçok çalışma da öğretmenin alan bilgisinin ve pedagojik alan bilgisinin etkili öğretim gerçekleştirebilmek için önemli olduğuna vurgu yapmaktadır (Ball, 1988; 1990; Cankoy, 2010; Davis ve Simmt, 2006; Erdem ve Soylu, 2013; Gökkurt vd., 2012; Gökkurt vd., 2013; Gürbüz vd., 2013; Hill vd., 2005; Shulman, 1986; 1987; Şahin, Gökkurt, Başıbüyük, Erdem, Nergiz ve Soylu, 2013; Tchoshanov, 2011).

2.1.4. Tamsayılar

Matematiğin doğası gereği soyut ve kavramlar arası güçlü, bağlantılı yapısal özellikler içermesi kavramsal boyutta öğrenilmesinde zorluklara neden olmaktadır (Baykul, 2005). Bu soyut yapılardan birisi de doğal sayı ve tam sayı arasındaki geçiş noktasıdır. Öğrenciler okul öncesinden başlayarak öğrenimleri boyunca sayılarla iç içe olmalarına rağmen ilköğretimin birinci kademesinde karşılaştıkları doğal sayılar kümesi günlük yaşamdaki bazı problemlerin çözümünde yetersiz kalmaktadır (Baykul, 2005). Nitekim kesirlerde olduğu gibi gündelik yaşamda doğal sayılar insanların ihtiyaçlarını her zaman karşılayamamıştır. Örneğin, sıfırın altındaki sıcaklık değerleri, borç, zarar, bodrum katları gibi kavramlar doğal sayılarla ifade edilememiştir. Bu ihtiyaç üzerine tamsayı kavramı çıkmış ve gündelik yaşamda birçok alanda yaygın kullanıma sahip olmuştur. Örneğin, sıfırın altında 20 ^{0}C kavramı -20 sayısıyla, 1000 TL borç kavramı -1000 TL ile, zeminin altında 2. kat kavramı -2. kat ile belirtilmiştir. Bu ihtiyaçtan dolayı doğal sayılar kümesinin genişletilmesine ihtiyaç duyulmuş ve böylece tam sayılar kümesi elde edilmiştir. Tamsayılar, doğadaki sayılabilen nesneleri yönlü olarak belirtmek için kullanılan ifadeler olarak tanımlanabilir. Fakat tamsayıların öğretiminden önce, pozitif sayıların yanı sıra, negatif sayılara da ihtiyacımız olduğunun sezdirilmemesi öğrencilerin ilerleyen sınıflarda sıkıntı yaşamasına sebep olmaktadır (Altun, 2006).

Tamsayılar konusu, Ortaokul Matematik Dersi (5, 6, 7, 8. sınıflar) Öğretim Programı'nda 6. sınıftan itibaren verilmektedir. Matematikte öğrenilmesi ve öğretilmesinde zorluk çekilen konulardan birinin de tamsayılar olduğu belirtilmektedir (Altıparmak ve Özdoğan, 2010; Bingölbali ve Özmantar, 2009; Bozkurt ve Polat, 2011; Dereli, 2008; Fischbein, 1987; Hativa ve Cohen, 1995; Işıksal-Bostan, 2009; Janvier, 1983; 1985; Kilhamn, 2011; Şengül ve Körükçü, 2012; Van De Walle vd., 2010). İlkokulda doğal sayılarla işlem yapmaya alışan öğrenciler ortaokulda tamsayılarla karşılaştıklarında zorluk yaşayabilmektedirler. Örneğin, doğal sayılarda toplama işlemi yapmaya alışan bir öğrenci 2+3=5 işlemini rahatlıkla yapabilirken, (-2) - (-3) gibi bir işlemle karşılaştığında bir karmaşa yaşayabilmektedir. Literatürde de, öğrencilerin negatif sayılarda zorluk yaşadıklarını belirten birçok çalışma mevcuttur (Altıparmak ve Özdoğan, 2010; Fischbein, 1987; Hativa ve Cohen, 1995; Işıksal-Bostan, 2009; İşgüden, 2008; Janvier, 1983; 1985; Kilhamn, 2011; Van De Walle vd., 2010). Örneğin, Hativa ve Cohen (1995) öğrencilerin negatif tam sayıları anlamada ve bu sayılarla işlem yapmada güçlükler yaşadıklarını dile getirmiştir. İşgüden (2008), yedinci ve sekizinci sınıf öğrencilerinin "0" sayısının tam sayılar kümesine ait olup olmamasına karar vermede, pozitif ve negatif tamsayıları tanımlamada, negatif sayıları karşılaştırmada ve sayı doğrusuna yerleştirmede, mutlak değerin anlamında, negatif sayıların kuvvetlerini almada ve işlem önceliğinde güçlükler yaşadıklarını tespit etmiştir. Kilhamn (2011), hem öğretmenlerin hem de öğrencilerin tamsayılar konusunda zorluklar yaşadıklarını ve negatif tam sayıların anlamlı öğrenilebilmesi için 3-7=-4 olmasının "3 birime sahip olup, 7 birim ödemesi gereken birinin durumuna benzetilerek, bu kişinin 4 birim borcunun olduğu" şeklinde açıklanması gerektiğini belirtmiştir. Altıparmak ve Özdoğan

(2010), geleneksel öğretimde öğrencilerin örneğin, 6-9 işleminin sonucunu bulmada zorluk çektiklerini ve bu işlemin sonucunun -3 olmasıyla ilgili "*9 sayısı 6 sayısından daha büyük olduğundan sonuç bir negatif sayıdır*" şeklindeki bir açıklamanın yapılmamasının negatif sayıları anlamada zorlukların çekilmesine yol açabileceğini belirtmiştir. Bu çalışmada ayrıca bilgisayar destekli öğretimin negatif tam sayılar konusunda geleneksel öğretime göre daha etkili olduğu sonucuna varılmış ve negatif tam sayıların gerçek yaşamla ilişkilendirilmesi önerilmiştir. Bu çalışmadaki öneriye paralel olarak, matematik eğitimiyle ilgili yapılan ulusal (MEB, 2009; 2013) ve uluslararası (NCTM, 1989; 2000) reform çalışmalarında matematik öğretiminin gerçek yaşamla ilişkilendirilmesi üzerinde önemle durulmaktadır. Tamsayılarda zorlukların yaşandığını belirten diğer bir çalışmada (Bozkurt ve Polat, 2011), öğretmenlerin sayma pullarını tamsayılarda toplama ve çıkarma işlemlerini modellemede kullandıkları ancak çarpma ve bölme işlemlerini modellemede zorluk yaşadıkları bu yüzden çok fazla tercih etmedikleri tespit edilmiştir. Bu çalışmada öğretmenler ayrıca sayma pulları ile modellemenin somutlaştırma ve tamamlayıcı bir materyal olarak kullanılabileceğini ancak sayma pulları ile modellemenin tek başına yeterli olmadığını dile getirmişlerdir.

Araştırmada, tamsayılar konusunun öğretiminde yukarıda bahsedilen nedenlerden dolayı sayma pulları kullanılmamıştır. Literatürde ilköğretim çağındaki öğrencilere özellikle negatif tamsayıların sayı doğrusu modeli kullanılarak verilmesini öneren birçok çalışma (Fischbein, 1987; Hativa ve Cohen, 1995; Human ve Murray, 1987; NCTM, 1989; Peled, Mukhopadhyay ve Resnick, 1989) bulunduğundan diğer yöntemlerin (materyal kullanımı, oyunlar, karikatürler v.s.) yanı sıra sayı doğrusu modeli de kullanılmıştır.

2.1.5. Matematiksel Muhakemenin Geliştirilmesi

Matematik öğretiminin en önemli hedeflerinden birisi de neden, nasıl sorularına mantıklı cevaplar elde etmeyi sağlayan ve sadece matematiksel değil aynı zamanda temel bir yetenek olan muhakemenin gelişimini sağlamaktır (Altıparmak ve Öziş, 2005). Destekleyici ortamlar sağlandığı takdirde tüm öğrenciler çıkarımlarda bulunabilir, bu çıkarımları çürütebilir ve uygun muhakemede bulunabilirler (Yackel ve Hanna, 2003). Literatürde muhakemenin gelişmesini sağlayan birçok durum açıklanmaktadır. Örneğin, Francisco ve Maher (2005), öğrencileri kendi matematiksel aktivitelerine sahiplik etmeleri yönünde cesaretlendirmenin, ilgili problemlerin yer aldığı kompleks uygulamaları kullanmanın, öğrencilerin işbirlikli çalışmalarına imkan tanımanın ve onların fikirlerini gerekçelendirmelerini beklemenin matematiksel muhakemenin gelişmesine yardımcı olduğunu ifade etmektedirler. Umay (2003) ise, bütün öğrencilerin aktif olarak katılabildiği, kendi muhakeme stillerini bildiği öğrenci merkezli öğrenme ortamlarının, matematiksel muhakeme yeteneklerinin geliştirilmesi için uygun zeminler olduğunu belirtmiştir. Ayrıca, muhakemeyi geliştirmek için grup projeleri şeklinde, teknolojinin kullanıldığı ve öğrencilerin ilgisini çeken problem durumlarını kullanmak ve istatistiği dâhil ederek kompleksliği arttırmak önerilmektedir (NCTM, 1989). Öğrencilerin farklı muhakeme türleriyle karşı karşıya getirilmeleri de muhakemenin gelişiminde rol oynayan faktörler arasında sayılmaktadır (NCTM, 1989; 2000). Matematiksel muhakemenin; sosyal etkileşimlerle, oyunlarla, ticari işlemlerle ve bireyler arasında geçen yapıcı tartışmalarla geliştiği belirtilmektedir (Schliemann ve Carraher, 2002). Muhakeme yeteneğinin gelişiminde belirlenecek uygun stratejilerin de rolü vardır. Var olan muhakeme yapısını daha da ileriye taşımak için uygun stratejilerin belirlenmesi önem arz etmektedir (Altıparmak ve Öziş, 2005). Bunların yanı sıra, öğrencilerin birbirleriyle etkileşime geçtikleri, matematiksel fikirlerini rahatlıkla paylaşabildikleri bir ortam matematiksel muhakemenin gelişimi için ideal ortamdır (Yankelewitz, Mueller ve Maher, 2010). Vygotsky (1978), bir çocuğun muhakeme sürecinin akranlarıyla yaşadığı, sosyal etkileşime girdiği ortamlarda geliştiğini ifade etmektedir. Böyle bir ortamda her bir birey diğerlerinin muhakemesinden etkilenme fırsatı elde etmiş olur (Maher ve Davis, 1995). Öte yandan öğrencilerin muhakemelerinin farkına varmak ve bunları geliştirmek için, öğrenme ortamlarında öğrencilere düşüncelerini açıklamalarını sağlayacak "*Neden böyle düşünüyorsun?*", "*Bu sonuca nasıl ulaştın?*", "*Niçin?*", "*Başka nasıl olabilir?*"gibi soruların yöneltilmesi önem arz etmektedir.

Yapılan araştırmalar, öğrencilerin hatalarını belirleyerek analiz etmenin matematiksel muhakemelerinin gelişmesine katkıda bulunduğunu göstermektedir (Borasi, 1987; 1994; Hartman, 2001; Kramarski ve Zoldan, 2008). Öğrenme sürecinin kaçınılmaz bir parçası olan öğrenci hatalarını analiz etmek, öğrencilere öğrenmeleri hakkında detaylı bilgilere sahip olma imkânı sunmaktadır (Kramarski ve Zoldan, 2008). Öğrenci hataları, derin düşünmeye ve bilgileri keşfetmeye teşvik eder, çünkü öğrencinin bu süreçte hem problemi hem de çözümü analiz etmesi, problemin özünü keşfetmesi, ilişkilendirmeler yapması ve alternatif durumları düşünmesi gerekir (Kramarski ve Zoldan, 2008). Uluslararası reform çalışmalarında (NCTM, 1989; 2000) öğrencilerin hatalarını matematiksel muhakemelerini arttıracak şekilde analiz etmeye yönelik öğretim yaklaşımlarının işe koşulması önerilmektedir. Ayrıca diğer bazı araştırmalarda (Hartman, 2001; Kramarski, 2004; Kramarski ve Zoldan, 2008; Renkl, 1999) öğretim yaklaşımlarının öğrencileri bireysel açıklama, sorgulama, derin düşünme, kritik düşünme, muhakeme stratejilerini çeşitlendirme gibi becerileri kullanmaları yönünde teşvik etmesi gerektiği önerilmektedir. Bu nedenle, bu çalışmada işe koşulan öğretim yöntemlerinde öğrencilerin problem çözerken ne tür hatalar yaptıkları detaylı bir şekilde incelenerek, nerede hata yaptıkları araştırmacının rehberliğiyle kendilerine bildirilerek doğrusunu öğrenmeleri için çaba gösterilmiştir.

Literatür incelendiğinde, öğrencileri işbirlikli gruplar halinde organize etmenin (Van Amelsvoort, Andriessen ve Kanselaar, 2007), öğrencilerin tartışarak öğrenmelerini sağlamanın (Andriessen, Baker ve Suthers, 2003; Kuhn, Shaw ve Felton, 1997; Van Amelsvoort vd., 2007), somut materyaller kullanmanın (Gürbüz, 2006; Pijls, Dekker ve Van Hout-Wolters, 2007), teknoloji (bilgisayar) destekli öğretimin (Kramarski ve Zeichner, 2001), oyunlarla öğretimin (Lach ve Sakshaug, 2004; Olson, 2007), günlük yaşamla ilişkilendirmenin (Emig, 1997; Erdem, 2011; Erdem vd., 2011), öğrencilerin diğer arkadaşlarının muhakemeleri hakkında düşüncelerini açıklamalarına imkan tanımanın (Artzt ve Yaloz-Femia, 1999; Pape, Bell ve Yetkin, 2003), öğrencilerin problemleri çözerken kullandıkları stratejileri not etmelerini sağlama ve bu stratejileri öğretmen ve diğer öğrencilerle birlikte tartışmalarına olanak sağlamanın (Pape vd., 2003), çoktan seçmeli sorular yerine hemen ulaşılamayan, derin muhakeme gerektiren sorular yöneltmenin (Erdem, 2011; Erdem ve Gürbüz, 2015) matematiksel muhakeme becerisinin gelişiminde etkili olduğu belirtilmektedir. Bu bağlamda, bu çalışmada yukarıda bahsedilen yöntemlerin kullanılmasının matematiksel muhakemenin gelişmesinde etkili olacağı düşünülmüş ve bu yöntemler;

- ✓ *İşbirlikli Gruplarda Tartışma*
- ✓ *Günlük Yaşamla İlişkilendirme*
- ✓ *Somut Materyal Kullanma*

- ✓ *Bilgisayar Destekli Uygulamalar*
- ✓ *Eğitsel Oyunlar*
- ✓ *Karikatürler*

başlıkları altında literatürle ilişkilendirilerek açıklanmıştır.

2.1.5.1. İşbirlikli gruplarda tartışma

Bilindiği gibi öğrenme ortamlarında farklı başarı ve yeteneğe sahip öğrencilerle karşılaşmak mümkündür. Öğrenme ortamlarında geleneksel yöntemlerle öğretimler gerçekleştirildiğinde her öğrenci sadece kendi öğrenmesinden sorumludur. Bunun sonucu olarak, özellikle düşük başarı düzeyindeki öğrenciler etkili bir şekilde öğrenememekte ve genellikle pasif bir dinleyici gibi davranmaktadırlar. Ancak farklı başarıya sahip öğrenciler bir araya getirilerek bu olumsuzluğun önüne geçilebilir. Bunun için işbirlikli öğrenme ortamlarında öğrencilerin küçük ve başarı açısından heterojen gruplarda birlikte hareket etmeleri gerekmektedir (Slavin, 1987). Bu sayede öğrenciler zor bir durumla karşılaştıklarında birlikte hareket eder ve birbirlerinin farklı görüşlerinden faydalanırlar (Pijls vd., 2007). Yapılan araştırmalar da işbirlikli öğrenmenin öğrencilere matematiği sevdirerek matematiği daha etkili öğrenmek için motive ettiğini (Johnson ve Johnson, 1989), konuya ya da duruma odaklanmayı sağladığı, birlikte çalışma imkanı tanıdığı ve rahat bir ortam sunduğu (Slavin, 1996), öğrencilere grup üyeleriyle daha etkili iletişimler kurma imkanı tanıdığını (Martino ve Johnson, 1979; Slavin ve Cooper, 1999) belirtmektedir. Benzer şekilde yapılan birçok araştırma (Hamalainen, 2008; Hänze ve Berger, 2007; Slavin ve Cooper, 1999; Toumasis, 2004; Vasileiadou, 2009; Whicker, Bol ve Nunnery, 1997) etkili öğretimler gerçekleştirebilmek için işbirlikli öğrenme ortamlarının oluşturulması gerektiğini savunmuşlardır.

Öğrencilerin birbirleriyle etkileşime geçtikleri, matematiksel fikirlerini rahatlıkla paylaşabildikleri bir ortam matematiksel muhakemenin gelişimi için ideal ortamdır (Yankelewitz vd., 2010). Vygotsky (1978), bir çocuğun muhakeme sürecinin akranlarıyla yaşadığı, sosyal etkileşime girdiği ortamlarda geliştiğini ifade etmektedir. Böyle bir ortamda her bir birey diğerlerinin muhakemesinden etkilenme fırsatı elde etmiş olur (Maher ve Davis, 1995). Francisco ve Maher (2005), öğrencileri kendi matematiksel aktivitelerine sahiplik etmeleri yönünde cesaretlendirmenin, ilgili problemlerin yer aldığı kompleks uygulamaları kullanmanın, öğrencilerin işbirlikli çalışmalarına imkan tanımanın ve onların fikirlerini gerekçelendirmelerini beklemenin matematiksel muhakemenin gelişmesine yardımcı olduğunu ifade etmektedirler. Ayrıca, muhakemeyi geliştirmek için grup projeleri şeklinde, teknolojinin kullanıldığı ve öğrencilerin ilgisini çeken problem durumlarını kullanmak ve istatistiği dâhil ederek kompleksliği arttırmak önerilmektedir (NCTM, 1989).

Vygotsky (1978), sosyal çevrenin öğrenme üzerindeki etkisinin çok büyük olduğunu vurgulamaktadır. Ona göre, belirli bir gelişim düzeyindeki bireyin kendi başına gerçekleştirebildiği birtakım davranışlar olduğu gibi, akranları ve yetişkinlerin yardımıyla başarabileceği davranışları da söz konusudur. Tartışmanın içinde yer alan karşılıklı konuşma ve yansıtma gibi etkileşimler, bir üst bilgi düzeyine sahip insanların yanında gerçekleştiğinde, öğrenciler bilgiyi oluşturmada daha etkin olmaktadırlar (Vygotsky, 1994). Bu etkileşimler sayesinde, öğrenciler o ortamda yeni bir kültür oluşturmakta ve karşılıklı alınan yansımalar sayesinde yeni bilgiler etkili bir şekilde işlenmektedir. Finley (2000)'e göre de öğrenmek için sosyal etkileşim esastır ve bu etkileşim diğer öğrencilerle fikirleri paylaşma, tartışma ve test etme ile mümkün olabilir. Bu bağlamda, etkili ve kalıcı öğrenmeler gerçekleştirmek için öğrencilerin sosyal etkileşime girebileceği şekilde öğrenme ortamları oluşturmak gerekmektedir.

Gündelik hayatta insanlar arasında zaman zaman çeşitli tartışmalar yapılmaktadır. İnsanlar bu tartışmaları bazen kendi fikrini karşıdakine kabul ettirmek, bazen nedensiz olarak ve bazen de sadece eğlence olsun diye yapmaktadırlar. Ancak eğitimde kullanılması tavsiye edilen ve bu çalışmada da kullandığımız tartışma şekli, öğrencilerin işbirlikli gruplar içinde, gruplar arası ve öğretmenle yaptıkları ve birbirinden öğrenmeye dayalı destekleyici tartışmalardır. Bu tür tartışmada amaç, karşıdakinin fikrini kasıtlı olarak çürütmek değil, birbirinin fikrini dinleyerek doğru ve anlamlı öğrenmeler gerçekleştirmektir. Bu şekilde yapılan tartışmalar sayesinde öğrenciler işbirlikli bir şekilde bilgilerini yapılandırarak, fikirlerini ve savlarını değiştirirler (Baker, Quignard, Lund ve Séjourné, 2003; Kanselaar vd., 2002; Mueller ve Yankelewitz, 2014; Yackel vd., 1999).

İnsanlar bir konuyu birlikte tartıştıklarında fikirlerini ve bilgilerini birbirleriyle değiştirerek bilginin yapılandırılması sağlanabilmektedir (Van Amelsvoort vd., 2007). Yapılan araştırmalar (Bell, 1997; Stern, Aprea ve Ebner, 2003), destekleyici tartışmaların öğrencilerin muhakemelerini geliştirip şekillendirebileceğini belirtmektedir. Tartışma herhangi bir bilgiyi salt hafızadan çağırmak yerine muhakemeyi gerektirdiğinden, insanlar destekleyici tartışmaların geçtiği iletişimlerden bir şeyler öğrenirler (Andriessen vd., 2003). İnsanlar tartışma ortamında düşüncelerini açığa kavuşturmak zorundadırlar ki bu durum onların öğrenmelerine yardımcı olmaktadır (Chi ve VanLehn, 1991). İnsanlar bu tartışmalarda ayrıca bilgilere nedensel yaklaşarak ve bilgide geçen yapılar arasındaki ilişkileri araştırarak farklı yönlerden ele almaya ihtiyaç duymaktadırlar (Veerman ve Treasure-Jones, 1999). Böylece destekleyici tartışmalar, üzerinde tartışılan durumun ya da bilginin tüm yönlerini ortaya çıkardığından daha derin ve daha geniş anlamaya yardımcı olabilmektedir (Van Amelsvoort vd., 2007).

Mercer (1995, akt. Houssart ve Sams, 2008), bireyler arasında geçebilen üç tür tartışmadan bahsetmiştir. Bunlar; *Keşfedici tartışma, münakaşalı tartışma ve kümülatif tartışma*dır. *Keşfedici tartışma*, bireylerin birbirlerinin fikirlerini yapıcı bir şekilde kritik ettikleri tartışmadır. *Münakaşalı tartışma*, bireylerin birbirlerinin fikirlerini çürütmeye ya da zıt fikir beyan etmeye dayalı tartışmadır. *Kümülatif tartışma* ise bireylerin birbirlerinin fikirlerini kritik etmeden olumlu karşıladıkları tartışmadır. Mercer (1995)'e göre, diğer iki tartışma türüne göre *keşfedici tartışma*da bireyler bilgiye ilişkin daha fazla sorumluluk alır ve muhakeme bu tartışma türünde daha iyi fark edilebilir. Bu çalışmada bahsettiğimiz işbirlikli gruplar arasında geçen ve *yapıcı tartışmalar* olarak adlandırdığımız, yöntem ve amaç olarak keşfedici tartışmaya benzemektedir.

İşbirlikli gruplarda tartışma, bireysel farklılıkları olan öğrencilerin küçük gruplar halinde bir araya gelerek fikir alışverişinde bulundukları ve zaman zaman sıcak ancak yapıcı tartışmaların yaşandığı bir öğrenme yöntemi olarak tanımlanabilir. Yapılan araştırmalar, işbirlikli gruplardaki tartışmaların öğrenmeyi olumlu etkilediğini ortaya çıkarmıştır. Örneğin Kuhn vd. (1997) iki kişi arasında geçen tartışmaların ilgili konu hakkında muhakeme etmeyi geliştirdiğini bulmuşlardır. Reznitskaya vd. (2001) işbirlikli tartışmaların böyle bir tartışma ortamında yer almayan öğrencilere göre bireysel muhakemeyi daha fazla arttırdığını bulmuşlardır.

Literatür incelendiğinde, yapılan yapıcı tartışmalarda;

- Grupla birebir iletişim kurulabilmekte (Cho ve Jonassen, 2002; Yackel, Cobb ve Wood, 1999),
- Tartışmalar sayesinde bilgi yapılandırılabilmekte (Cobb, Boufi, McClain ve Whitenack, 1997; Van Amelsvoort vd., 2007),
- Grup üyelerinin öğrenmeleri daha yakından takip edilebilmekte (Cobb, Yackel ve Wood, 1992),
- Çocuklar kendi aralarında tartıştıklarından birbirlerinin kavram yanılgılarını ve hatalarını bulabilmekte ve düzeltebilmekte (Yackel, 1991; Mueller ve Yankelewitz, 2014),
- Tartışma süreci öğrencilerin muhakemelerini (Andriessen vd., 2003; Kuhn vd., 1997; Mueller ve Yankelewitz, 2014) ve problem çözme becerilerini geliştirmekte (Mueller ve Yankelewitz, 2014),
- Öğretmen öğrencilerin hatalarına anında müdahale etme imkanı elde edebilmekte (Cobb, Yackel ve Wood, 1991; Wood, Cobb ve Yackel, 1991),
- Öğrencilerin özgüveni gelişmekte ve öğretmenle tartışıp konuşabilmekte,
- Tartışma ortamı öğrencilerin matematiksel dili kullanmalarına yardımcı olmakta (Yackel vd., 1999),

olduğu gibi sonuçlara rastlanmaktadır.

Bunların yanı sıra, yapılacak yapıcı tartışmalar sayesinde; (a) doğabilecek olumsuz durumlara anında müdahale edilebilmekte, (b) öğrencide varolan "*sadece öğretmen bana öğretebilir*" düşüncesi yerini kendim ya da arkadaşlarımdan öğrenebilirim düşüncesine bırakmakta, (c) öğrenciler kendi düşüncelerini rahatlıkla ifade ettiklerinden muhakemelerinin gelişmesine katkıda bulunulmaktadır.

Öğrenme ortamlarında soruların yöneltilmesinde dikkat edilmesi gereken husus; soruların öğrencilerin öğrenme düzeylerine uygun olması, tüm sınıfa hitap edecek biçimde anlaşılır olması ve öğrencilerin de bu süreçte sorular sorabilmelerine imkân tanınmasıdır (Altun, 2004). Öğrenciler açık uçlu sorular üzerinde destekleyici tartışmalar yaptıklarında, bu tartışma ortamından daha fazla faydalandıkları belirtilmektedir. Böyle bir tartışma ortamında öğrenme, kavramlar birbiriyle ilişkilendirilerek işbirlikli ve derinlemesine bir şekilde gerçekleşir (Van Amelsvoort vd., 2007). Ancak yapılan tartışmaların etkili olabilmesi için ulaşılmak istenen amaçtan sapılmasına müsaade edilmeden, tartışma sonunda konu toparlanarak gelinen noktalar sınıfta öğrencilerle birlikte neden-sonuç ilişkisi içinde özetlenmelidir (Altun, 2004).

2.1.5.2. Günlük yaşamla ilişkilendirme

İnsan, doğumdan ölüme kadar hayatının her aşamasında çevresiyle etkileşim içerisindedir ve bu etkileşim sürecinde her an bir şeyler öğrenir. Bu süreçte yaşadığı her şey, hayat boyu devam eden eğitim faaliyetinin bir sonucu olan öğrenmedir. Çünkü eğitim faaliyeti, her disiplinde ve her düzeyde kişileri hayata hazırlayan bir süreçtir. Matematiği kullanma kavramı; öğrencinin gerçek yaşamda veya okul ortamında karşılaştığı, daha önceden alışık olmadığı türden problem durumlarında; matematiksel kavramları, süreçleri, becerileri ve matematiksel anlamayı uygun olarak uygulama sürecidir (Yavuz-Mumcu, 2011). Kültürel edinimler ve bireyin muhakemesi, matematiği kullanmayı ve matematiksel anlamayı önemli derecede etkiler (Schliemann ve Carraher, 2002). Dolayısıyla kişinin matematik öğrenmesi gündelik çevresiyle etkileşimi sonucunda edindiği deneyimlerle olgunlaşır. Zaten günlük yaşamdan uzak ve tekdüze gerçekleştirilen öğretim, ölçmede kullanılan klişe yaklaşımlar öğrencilerin başarısında istenen düzeye ulaşılmasını engellemekte, daha da önemlisi, matematik öğrenmeye karşı önyargılı bireyler yetişmesine neden olmaktadır (Umay, 1996).

Eğitimin okulda planlı, programlı gerçekleştiği kısmı olan öğretim faaliyetlerinin gerçek hayatla bağdaşması önemlidir. Öğrencilerin okul dışındaki (gündelik hayattan) anlama ya da öğrenmeleri herhangi bir etkili öğretim programı için temel bir koşuldur (Schliemann ve Carraher, 2002). Nitekim okul yaşantısı az olan insanlar bile aritmetik işlemler, ondalıklı sayıların özellikleri, orantı kurma, ölçme, geometri ve olasılık hakkında bilgi sahibi olabilmektedirler. Öğrenciler ve yetişkinler alış-veriş, marangozculuk, dokuma, piyango, tarım, terzi gibi uğraşılar sayesinde matematiksel kavramları anlamak için önemli bir alt yapı oluşturmaktadırlar (Nunes, Schliemann ve Carraher, 1993; Schliemann ve Carraher, 2002; Schliemann, Carraher ve Ceci, 1997). Özellikle matematiğin soyut yapısı göz önüne alındığında, matematiğin gerçek hayatla ilişkilendirilmesi zorunlu hale gelmektedir. Çünkü öğrenci gerçek hayatta karşılığını bulabildiği matematiği önemser ve ancak bu şekilde matematiğin soyut temsillerini gerçek hayatla ilişkilendirerek anlamlı hale getirebilir. Bu bağlamda, matematik öğretiminin gerçek yaşamla ilişkilendirilerek yapılması ve öğrenme ortamlarının bu yönde tasarlanması gerekmektedir. Bu şekilde tasarlanan ortamlar, öğrencilerin matematiği daha rahat ve daha anlamlı öğrenmelerine katkı sağlayacaktır.

İnsanlar, günlük hayatta her an matematiği kullanmak zorunda olduğu durumlarla karşılaşmaktadır. Bu da matematik öğretiminin günlük hayatla ilişkilendirilmesi gerektiğinin açık bir göstergesidir. Bireyin günlük yaşantısında matematiği kullanmasının temel şartı, ilköğretim sıralarında iken matematiği doğru ve etkili biçimde öğrenmesi, anlaması ve kendi içinde anlamlandırabilmesi, ileriki yıllarda ise bu temel bilgi ve becerilerini kullanarak zor durumların üstesinden gelebilmesi, problem çözebilmesi ve bu süreçleri günlük yaşantısıyla bütünleştirebilmesidir (Yavuz-Mumcu, 2011). Çünkü ilişkilendirme, matematik kavramlarının kendi aralarında ve diğer disiplinlerle ve günlük hayatla ilişkilendirilmesini kapsamaktadır (MEB, 2013). Öğrencilerin matematiğin yararlarını anlayabilmeleri için matematiksel kavram ve becerilerin hem birbirleriyle hem de okul içi ve okul dışı yaşantıları ile ilişkilendirilmesi gereklidir. Matematiksel muhakemenin sıradışı problemlerle uğraşarak ve deneyim yaşandıkça geliştiği düşünüldüğünde, matematiğin günlük yaşamla ilişkilendirilmesinin önemi ortaya çıkmaktadır. Matematik öğretimi gerçekleştirilirken günlük hayatla ilişkilendirmenin gerekliliğinden bahseden birçok çalışmaya rastlamak mümkündür (Altun, 2008; Baki, 2008; Ceylan, Türnüklü ve Moralı, 2000; Driscoll, 1984; Durmuş ve Karakırık, 2006; Emig, 1997; Erdem, 2011; Erdem vd., 2011; Freudenthal, 1973; Göktürk, 2013; Gürbüz, 2008; Hoerr, 1996; Inoue, 2008; Lave, 1988; MEB, 2009; 2013; Özgen, 2013; Ross ve Kurtz, 1993; Schliemann ve Carraher, 2002; Sewell, 1981; Umay, 1996; Yıldırım, 2011).

İlişkilendirmenin matematiği öğrenme-öğretme sürecinde ne kadar önemli olduğu yapılan çeşitli araştırmalarda belirtilmiştir. Matematiksel ilişkilendirmenin anlama, çıkarımda bulunma, eski ve yeni bilgiler arasında bağ kurma ve kalıcı öğrenme gibi sonuçlarının olduğu belirtilmektedir (Ball, Hill ve Boss, 2005). Ders kitaplarında yer alan etkinliklerin, öğretmenlerin sınıf içinde tasarladıkları problem çözme çalışmalarının, günlük yaşamda karşılaşılması muhtemel çok boyutlu düşünmeyi, karar vermeyi gerektiren niteliklere sahip olmasının öneminden bahsedilmektedir (Karataş ve Güven, 2010).

Öğrenme ortamlarında günlük hayatla ilişkilendirilerek gerçekleştirilen öğretimler kendilerine daha tanıdık geleceğinden öğrencilerin zihinlerinde daha kalıcı olacaktır. Öğrenme ortamlarında öğrencilerin gerçek dünya ile ilişkilendirebilecekleri, zihinde canlandırabilecekleri durumlarla uğraşmalarının sağlanmasının, gerçekle ilişkilendirebilme becerilerini geliştirebileceği vurgulanmaktadır (Inoue, 2008). Öte yandan, okula ilk başlandığı günden başlayarak günlük yaşamla ilişkisi iyi kurulan bir matematik eğitimi anlayışının, önyargıları aşarak matematiksel düşünebilen ve problem çözen bireyler yetişmesine katkıda bulunacağı ve küçük yaşlarda günlük yaşamdan örneklerle soyut-somut ilişkisinin kavratılmasının matematiğe karşı duyulan korkunun azaltılmasında büyük önem taşıdığı belirtilmektedir (Umay, 1996).

Yapılan çeşitli matematik tanımlarına ve matematiğin amacına bakıldığında da, matematiği günlük hayatla ilişkilendirmenin önemi görülebilir. Örneğin Alkan ve Altun (1998), matematik öğretiminin amacını genel olarak; kişiye günlük hayatın gerektirdiği matematik bilgi ve becerileri kazandırmak, problem çözmeyi öğretmek ve olayları problem çözme atmosferi içinde ele alan bir düşünme biçimi kazandırmak olarak ifade etmişlerdir. Altun (2008), matematik öğretiminin amacını kişiye günlük hayatın gerektirdiği matematiksel bilgi ve becerileri kazandırmak, problem çözmeyi öğretmek ve olayları problem çözme yaklaşımı içinde ele alan bir düşünme biçimi kazandırmak şeklinde dile getirmiştir. Erdem (2011) ise matematiği, dünyamızı anlama çabası olarak ortaya çıkmış bir bilim olup, gerçek dünyadaki nesnelerin soyutlanıp birer soyut nesne haline dönüştürülmesi olarak ifade etmiştir.

Açılımı "Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı-The Programme for International Student Assessment (PISA)" olan ve üçer yıllık dönemler hâlinde, 15 yaş grubundaki öğrencilerin kazanmış oldukları bilgi ve becerileri değerlendiren PISA incelendiğinde de, okul dışındaki ya da günlük hayattaki öğrenmelerin önemli olduğu ve ölçülmesi gerektiği görülebilir. Nitekim PISA'nın amacı; gençleri daha iyi tanımak, onların öğrenme isteklerini, derslerdeki performanslarını ve öğrenme ortamları ile ilgili tercihlerini daha açık bir biçimde ortaya koymaktır. PISA projesinde kullanılan "okuryazarlık" kavramı, öğrencinin bilgi ve potansiyelini geliştirip, topluma daha etkili bir şekilde katılmasını ve katkıda bulunmasını sağlamak için yazılı kaynakları bulma, kullanma, kabul etme ve değerlendirmesi olarak tanımlanmaktadır (MEB, 2014). Bu uluslararası değerlendirme programında öğrencilere yöneltilen sorulara bakılacak olursa, günlük yaşamla ilgili problemlerle karşılaşmak mümkündür.

2.1.5.3. Somut materyal kullanma

Somut işlemler döneminden soyut işlemler dönemine girilen yıllarda öğrenciler özellikle tamsayılar gibi bazı soyut kavramları öğrenmede zorluk yaşayabilmektedirler (Dereli, 2008). Zaten matematik öğretmenlerinin de matematik öğretirken yaşadıkları en önemli zorluklardan birisi öğrencilerin matematiksel soyutlama ve sembolleştirmeyi gerçekleştirememeleridir (Bozkurt ve Polat, 2011). Somut materyal kullanımının bu zorluğun üstesinden gelmede etkili olabileceği ve bu sayede bilginin somuttan soyuta doğru bir transferinin mümkün olabileceği düşünülmektedir. Nitekim öğretim materyali, soyut matematiksel ifadeleri görselleştiren ve açık bir şekilde sunan, öğrencilerin çeşitli duyularını harekete geçiren (Moyer, 2001), somut matematikten soyut matematiğe geçişi sağlayan (Moyer, Bolyard ve Spikell, 2002) araçlar olarak tanımlanmaktadır. Başka bir araştırmada ise öğretim materyalleri, öğretme ortamlarında görev alanların soyut kavramları somutlaştırmak ve öğretimi daha etkili bir şekilde gerçekleştirmek için kullandıkları araçlar olarak tanımlanmaktadır (Gürbüz, 2007a).

Matematik kavramlarının öğretiminde gerçek ve somut yaşam deneyimlerine yer verilmesi, öğretimin somuttan soyuta doğru bir şekilde yürütülmesi ve sınıf ortamlarında somut ve teknoloji destekli materyallerin kullanılması gerekmektedir (Akkan ve Çakıroğlu, 2011; MEB, 2009; NCTM, 2000). Literatür incelendiğinde somut ya da görsel materyallerin; öğrenci merkezli, zengin öğrenme fırsatları sunarak matematik yapmayı ve sevmeyi sağladığı (Gürbüz, 2006; 2007a; Raphael ve Wahlstrom, 1989), matematik öğretimini eğlenceli hale getirerek öğrencilerin motivasyonlarını artırdığı (Gürbüz, 2006; 2007a; McNeil ve Jarvin, 2007; MEB, 2009; Moyer, 2001), etkili ve kalıcı öğrenme sağladığı (Akkan ve Çakıroğlu, 2011; Bilgin, 2006; Case ve Fraser, 1999; Castro, 1998; Coştu, Ünal ve Ayas, 2007; Gürbüz, 2007a; Moyer, 2001; Sowell, 1989; Suydam, 1986; Şengül ve Körükçü, 2012; Thompson, 1992), öğrencilerin yaratıcı düşünmelerine ve hayal dünyalarının gelişmesine yardım ettiği (Gürbüz, 2007a), matematik tutumunu olumlu yönde etkilediği (Castro, 1998; Clements, 2000; İngeç, 2008; Kılınç, 2008; McNeil ve Jarvin, 2007; Nahiley, Stephens ve Sutherland, 1982; Sowell, 1989; Thompson, 1992; Üner, 2009) ortaya konmuştur.

Öte yandan, özel olarak tam sayılar konusunun görsel materyal kullanılarak öğretiminin öğrenci başarısı üzerine etkisinin incelendiği araştırmalarda; görsel materyal kullanımının öğrencilerin akademik başarılarını olumlu yönde etkilediği belirtilmiştir (Hayes ve Stacey, 1999; Köroğlu ve Yeşildere, 2004; Körükçü, 2008; McCorkle, 2001).

Bunların yanı sıra, literatürde somut materyal kullanımının matematik öğretimi açısından birçok faydası olduğu vurgulanmıştır:

- Öğrencilerin muhakemelerinin önemli bir bileşeni olan çarpımsal düşünme becerilerinin geliştirmesine katkı sağlayabilir (Empson ve Turner, 2006),
- Matematiksel muhakemeye ve kavramlar arası ilişkileri keşfetmeye yardımcı olur (Akkan ve Çakıroğlu, 2011; Olkun ve Toluk-Uçar, 2012),
- Öğretmen tarafından etkili kullanılabildiğinde matematiğe yönelik olumlu tutum geliştirilmesine fayda sağlayabilir, akılda tutma becerilerini ve akademik başarıyı geliştirebilir (Clements, 2000),
- Öğrenciler, somut materyallerle oluşturma etkinliklerinde materyallerdeki farklı örüntüleri keşfetme olanağı bulmaktadır (Empson ve Turner, 2006; Karakuş, 2010),
- Birçok geometri konusunun anlamlı öğrenilmesine, geometrik yapılar arasındaki ilişkilerin keşfedilmesine, soyut bazı geometrik kavramların somut olarak temsil edilebilmelerine olanak sağlayabilmektedir (Bohning ve Althouse, 1997; Olkun, 2001),
- Somut materyaller, öğrencilerin matematiksel dili kullanabilmelerine, bilgiyi farklı türde temsil edebilmeye olanak sağlayabilmektedir (Uttal, O'Doherty, Newland, Hand ve DeLoache, 2009),
- Öğrencilerin uzamsal görselleştirme ve zihinde döndürme yeteneklerinin gelişmesine yardımcı olabilmektedir (Yıldız, 2009).

Piaget, matematiksel kavramların ilköğretim düzeyindeki çocuklar tarafından kavranması için birçok tecrübeler yaşayabilecekleri materyallere ve çizimlere ihtiyaç olduğunu ifade etmektedir (Gürbüz, 2007a). Bu bağlamda, soyut matematik kavramlarını görselleştirerek somut ve anlaşılır bir şekilde öğretmek için tasarlanan somut materyallerin kullanılmasının öğrencilerin muhakemelerinin gelişmesine katkıda bulunacağı ve dolayısıyla matematiği daha etkili öğrenmelerine yardımcı olacağı söylenebilir.

2.1.5.4. Bilgisayar destekli uygulamalar

Matematik eğitimiyle ilgili yapılan uluslararası reform çalışmalarında (NCTM, 2000) teknolojik araçlar sayesinde öğrencilerin daha etkili kararlar verdikleri, daha etkili muhakemede bulundukları ve problem çözmeye daha iyi odaklandıkları belirtilmektedir. Bu teknolojik araçlardan biri de, son zamanlarda öğrenme ortamlarında sıklıkla kullanılan ve öneminden çokça bahsedilen bilgisayar teknolojisidir. Bilgisayar teknolojisi, ilk bilgisayarın icadından itibaren hızlı bir gelişim sürecine girmiş ve bilgisayarlar sanayi toplumundan bilgi toplumuna geçişle birlikte eğitim kurumlarında yaygın bir kullanım alanına sahip olmuştur (Fırat, 2011). Bilgisayar teknolojisi, bilgileri işleyen, matematiksel işlemleri hızlı bir şekilde sonuçlandıran, yeni bilgiler elde edebilen, mantıksal işlemler yapabilen ve elde ettiği bilgileri saklayabilen bir teknolojidir (Baki, 2008). Bu özelliklerinden dolayı bilgisayarların, gerek sınıf içi öğretimi gerekse sınıf ortamı dışında gerçekleştirilen öğretimi zenginleştirmesi, önemli bir alternatif öğretim yöntemi olarak eğitim literatüründe yer almasını sağlamıştır (Güneş, 2007).

Bilgisayarların öğrenme ortamlarında kullanılmasıyla birlikte, Bilgisayar Destekli Öğretim (BDÖ) kavramı ortaya çıkmıştır. BDÖ, öğrencinin karşılıklı etkileşim yoluyla eksiklerini ve performansını tanımasını, dönütler alarak kendi öğrenmesini kontrol altına almasını; grafik, ses, animasyon ve şekiller yardımıyla derse yönelik ilgisinin artmasını sağlamak amacıyla eğitim ve öğretim sürecinde işe koşulan bilgisayardan yararlanma yöntemi olarak tanımlanmaktadır (Baki, 2002). Başka bir araştırmada ise BDÖ, bilgisayarın öğrenme ortamında öğretmene yardımcı bir araç olarak kullanıldığı, öğretim sürecini etkili kılan, öğrenciyi merkeze alan, öğrencinin kendi öğrenme hızına göre öğrenmesine olanak sunan ve interaktif öğrenme ilkelerinin bilgisayar teknolojisi ile birleştirilmesinden oluşmuş bir öğretim yöntemi olarak tanımlanmaktadır (Şahin ve Yıldırım, 1999).

Literatüre bakıldığında BDÖ'nün birçok faydasından bahseden çalışmalara rastlamak mümkündür. Örneğin, Uşun (2004), BDÖ'nün öğretim sürecini ve öğrenci motivasyonunu güçlendirdiği, öğrencinin kendi öğrenme hızına göre yararlanabilmesini sağladığı ve kendi kendine öğrenmeyle bilgisayar teknolojisini birleştirdiğini belirtmiştir. Hançer (2005), BDÖ'nün öğrencilerin motivasyonlarını arttırarak derse yönelik ilgilerini uzun süre canlı tuttuğu ve bireysel çalışma olanağı sağladığını ifade etmiştir. Pratt (2000) ve Polaki (2002), çalışmalarında bilgisayar destekli uygulamalarla gerçekleştirilen matematik öğretiminin matematik kavramlarının öğretiminde etkili olduğunu belirtmişlerdir. Aynı paralelde, McCoy (1996) ve Ragasa (2008), yaptıkları çalışmalarında bilgisayar destekli öğretimin, kavramların öğrenilmesini kolaylaştırdığından bahsetmişlerdir. Bunların yanı sıra, BDÖ'nün öğretim materyallerini bilgisayar ortamında sunmayı ve bu materyalleri öğrencilere faydalı bir şekilde vermek için kullanıldığı, öğrenmeyi arttırdığı ve kavram yanılgılarını belirlemeyi ve gidermeyi sağladığı belirtilmiştir (Gürbüz ve Birgin, 2012). Aynı paralelde literatürde, BDÖ'nün öğrenmeyi olumlu etkilediği ve kavram yanılgılarını belirleme ve gidermede önemli bir strateji olduğunu belirten birçok çalışmaya rastlamak mümkündür (Baki, Kösa ve Güven, 2011; Chang ve Chien, 1996; Gal-Ezer ve Zur, 2004; Gürbüz, 2007b; Gürbüz, Çatlıoğlu, Birgin ve Toprak, 2009; Gürbüz ve Birgin, 2012; Huang, Liu ve Shiu, 2008; Lee, 1988; Liu, Lin ve Kinshuk, 2010; Özdener, 2008; Tirosh, Tirosh, Graeber ve Wilson, 1990; Zydney, 2010).

2.1.5.5. Eğitsel oyunlar

Öğrencilerin öğretim esnasında isteksiz davranarak, sadece zorunlu olduğu için derse katılmaları öğrenme ortamlarında karşılaşılan önemli sorunlardan biridir. Ahmad, Shafie ve Latif (2010)'e göre geleneksel öğrenme ortamlarında, motivasyon eksikliği, sürecin sıkıcı geçmesi, kendi başına öğrenememe inancı ve öğrenmenin yeterince anlamlı olmaması gibi olumsuzluklarla karşılaşılmaktadır. Özellikle sürekli olarak öğretmenin anlatımıyla ilerleyen öğretimlerde öğrencilerin bu şekilde gönülsüz davranmaları ve dolayısıyla dersten soğumaları daha muhtemeldir. Bu olumsuzlukların üstesinden gelmek için 2005'te uygulanmaya başlanan öğretim programı yeni yaklaşımların öğrenme ortamlarına taşınmasını önermektedir. Literatürde bu yaklaşımların öğrenme ortamlarına taşınmasının çeşitli avantajlarından bahsedilmektedir (Fishbein, 1975; Shaw, 1999; Baki, 2008). Bu yaklaşımlardan biri de oyun temelli öğretim yaklaşımıdır. Özellikle küçük yaş grupları için öğrenme ortamlarının cezbedici olmasında, gerçekleştirilen öğretimlerin öğrencileri heyecanlandırması ve eğlendirmesi bakımından oyunların kullanımı oldukça önemlidir.

Eğitsel oyunlar, özellikle öğrenci sayısının az olduğu sınıflarda öğrencileri güdüleyen, onların derse olan ilgilerini farkında olmadan arttıran, bir amaç çerçevesinde kazanan ya da kaybedenleri olan ve yarışma havasında geçen etkinlikler olarak tanımlanabilir. Eğitsel oyunlarda öğrencilere kazandırılmak istenenlere yönelik zaman zaman kavramsal sorular yöneltilerek öğrencilerin tamamen oyuna dalıp oyunların esas öğretici amacının dışına çıkmalarının önüne geçilmiş olunur. Öte yandan, oyunların amacına ulaşabilmesi için çocukların yaş ve algılama düzeylerine uygun olması gerekmektedir. Oyunların matematik öğretiminde amacına ulaşabilmesi için oyunun yapısının matematiğe uygun olması ve öğretilmek isteneni gizli de olsa öğrenciye kazandırabilmesi gerekmektedir.

Prensky (2001), oyunları çekici kılan 12 özelliği aşağıdaki gibi sıralamıştır:

- Oyunlar, *eğlencenin* bir çeşididir. *Eğlence* ve *zevk* verirler.
- Oyunlar, *oyun* formatındadır. *Heyecan* ve *tutku* verirler.
- Oyunların *kuralları* vardır. Bu oyunun *yapısını* gösterir.
- Oyunların *amaçları* vardır. Bu *motive* eder.
- Oyunlar *etkileşimlidir*, bir şeyler yaptırır.
- Oyunlar *uyarlanabilirdir*. Bu *akıcılık* sağlar.
- Oyunların *sonuçları* ve *dönütler*i vardır. Bu *öğrenmeyi* sağlar.
- Oyunlarda *kazanma* vardır. Bu *egomuzu tatmin etmeyi* sağlar.
- Oyunlarda *çekişme, yarış, meydan okuma, karşı koyma* vardır. Bu *heyecan* sağlar.
- Oyunlarda *problem çözme* vardır. Bu *yaratıcılığı* tetikler.
- Oyunlarda *etkileşim* vardır. Bu *sosyalleşmeyi* sağlar.
- Oyunlarda *sunum* ve *hikâye* vardır. Bu *duygu* verir.

Oyun, çocukların farkına varmadan birçok şeyi öğrendikleri eğlenceli bir uğraştır ve mantıksal düşünmenin gelişmesine katkı sağlar (Aksoy, 2010). Oyun esnasında gruplar halinde organize olan öğrenciler oyunu kazanmak için işbirliği içerisinde davranmaları gerektiğini öğrenirler ve bu nedenle oyuna odaklanarak belki de farkında olmadan yaşlarının üstünde davranırlar. Oyunu kazanmak öğrencilerin temel hedefi olduğundan, "*ne yapmalıyız?*", "*böyle daha mantıklı*", "*bu, kazanma ihtimalimizi azaltır*", *"… ise… olur, aksi takdirde… olur*" şeklinde tahminsel düşünerek zihinsel olarak daha fazla çaba harcamak zorunda kalırlar ki bu da daha fazla hayal gücü ve daha fazla muhakemede bulunmayı gerektirmektedir. Nitekim oyunlarla öğretimin öğrencilerin problem ya da konuyu daha fazla önemsemesini sağladığı ve yoğunlaşma becerilerini geliştirdiği belirtilmektedir (Çakmak, 2000). Bu nedenle, karşılıklı işbirlikli gruplar arasında oynanan eğitsel oyunların matematiksel muhakeme becerisinin gelişmesine katkısının olduğu düşünülmektedir.

Çevreye bakıldığında her yaştaki insanın oyun oynamaya karşı istekli olduğunu görmek mümkündür. Yetişkinler gibi gerçek hayatta çocuk da, çok doğal davranışlar sergileyebilir ancak oyun esnasında bazı kurallara göre hareket etmesi gerektiğini düşünür. Vygotsky (1978)'nin de ifade ettiği gibi oyun hem çocukların kurallı yaşamalarını öğretir hem de akranlarına oranla günlük davranışlarının üzerinde davranmalarına yardımcı olur. Rieber (1996), oyunun çocuğun psikolojik, sosyal ve entellektüel gelişiminde önemli rol oynadığını vurgulamıştır. Ayrıca oyunun, çocuğun dil gelişimine de katkı sağladığı ifade edilmektedir (Bruner, 1983; Levy, 1984; Zeece ve Graul, 1990). Bunların yanı sıra oyun, tartışma, sürece katılma ve rol almada gönüllü olma ortamı sağladığı için çocukların paylaşma ve işbirliği yapmalarını da arttırır. Shi (2003) ise, oyunların öğrencilerin matematiksel muhakemelerinin ve problem çözme becerilerinin gelişmesine katkıda bulunacağını belirtmiştir. Ahmad vd. (2010) ve Ke (2008) yaptıkları araştırmalarda oyun temelli öğrenmenin "eğlenceli ve etkili bir öğretim sağladığını" ifade etmişlerdir. Pulos ve Sneider (1994) eğitsel oyunların öğrenmenin bilişsel ve sosyal yönünü birleştirdiğini belirtmişlerdir. Shaughnessy (1977), olasılık konusunun öğretiminde öğrencilerin kavram yanılgılarının üstesinden gelmelerini sağlamak için geleneksel yöntemler yerine küçük gruplarla etkinlik temelli, model oluşturma yaklaşımlarıyla öğretim yapılması gerektiğini önermiştir. Bayırtepe ve Tüzün (2007), oyun-tabanlı öğrenme ortamlarının öğrencilerin hoşuna gittiğini, kaygılarını azalttığını, bireysel olarak öğrenmelerine yardımcı olduğu ve öğrenmeyi görsel olarak desteklediğini dile getirmiştir.

Öğrenme-öğretme etkinliklerinin etkili kılınması bakımından oyunun kullanımı, pek çok araştırma tarafından desteklenmektedir (Aspinwall ve Shaw, 2000; Baker ve

Chick, 2007; Bayırtepe ve Tüzün, 2007; Burguillo, 2010; Gürbüz, Erdem ve Uluat, 2014; Ke ve Grabowski, 2007; Kebritchi, Hirumi ve Bai, 2010; Memnun ve Altun, 2007; Nilsson, 2007; 2009; Nisbet ve Williams, 2009; Peters, 1998; Pratt, 2000; Robertson ve Howells, 2008; Tatsis, Kafoussi ve Skoumpourdi, 2008; Shaughnessy, 1977; Vygotsky, 1978; Watson ve Kelly, 2004). Gelen ve Özer (2010) düşünmeyi gerektiren matematikle, içinde eğlencenin olduğu oyunu birleştirerek oyunla matematik öğretiminin olumlu yansımalarından bahsetmişlerdir. Gürbüz vd. (2014) tarafından yapılan araştırmada, oyun temelli öğretimin anlamayı kolaylaştırdığı, öğrenci katılımını ve motivasyonu arttırdığı, akranlarla çalışma imkanı sağladığı, matematik kaygısının üstesinden gelmeye yardımcı olduğu, eğlenceli bir öğrenme ortamı sağladığı ancak zaman zaman gürültüye ve sınıf yönetiminde sıkıntılara yol açtığı ortaya çıkmıştır. Bunların yanı sıra literatürde oyunların; matematikte ve matematik öğrenmede önemli bir rol oynadığı dolayısıyla oyunların öğrencileri mantıklı-matematiksel düşünme yönünde cesaretlendirdiği (Kamii ve Rummelsburg, 2008), bilginin yapılandırılmasına katkıda bulunduğu (Booker, 2000), öğrencilerin ilgilerini ve motivasyonlarını arttırdığı (Bragg, 2007), özellikle küçük yaştaki çocukların sayı bilgilerini geliştirdiği (Kumar ve Lightner, 2007) ve geleneksel öğretimle karşılaştırdığında daha fazla faydalı ve anlamlı bilgi kazandırdığı (Paperny ve Starn, 1989) belirtilmektedir.

Oyunların öğrencilerin matematiksel muhakemelerinin gelişimine etkisini inceleyen bir araştırmada (Olson, 2007) öğrenme ortamlarında iyi hazırlanmış oyunlarla ilgili;

- Oyunların öğrencilerin matematiksel bilgileri keşfetmelerini sağladığı,
- Oyunların öğrencilerin matematiksel muhakemelerinin gelişmesine katkıda bulunduğu,
- Oyunların öğrencilere bazı arkadaşlarının neden sorulara hızlı cevap verdiklerini öğrenmelerini ve böylece farklı stratejileri karşılaştırmayı sağladığı,
- Öğrenciler oyun oynayarak, oyun sürecini analiz ederek, arkadaşlarının stratejilerini gözlemleyerek ve arkadaşlarıyla tartışmalar yaparak bu süreçten faydalandıkları,

- Öğretmenlerin, oyunlar sayesinde öğrencilerin tahminde bulunmalarını ve muhakemelerini açıklamalarını sağlayan sorular planlayarak onların matematiksel bilgileri keşfetmelerine imkân tanıdıkları ifade edilmiştir.

2.1.5.6. Karikatürler

Görselleştirme, karmaşık ve soyut olan matematik konularının anlaşılmasına olanak sağlar ve soyut olan bir şeyi daha az soyuta ya da somut hale dönüştürür (Özdemir, Duru ve Akgün, 2005). Birçok araştırmacı matematik öğretimi için görsel düşünmenin ve görselleştirmenin önemini vurgulamaktadır (Bishop, 1989; Davis ve Anderson, 1979; Dreyfus, 1991). Fischbein (1987) görsel bir nesnenin, istenenin yalnızca anlamlı bir şekilde kurgulanması olmadığını, aynı zamanda çözümün analitik gelişimini açıklamada da önemli bir faktör olduğunu belirtmiştir. Resimler ve şekiller, örneklerin gözlenmesi karmaşık işlemlerin sezgisel olarak anlaşılması veya soyut (uzamsal) ilişkiler kurma gibi zihinsel işlemleri harekete geçirir (Fischbein, 1987). Matematik kavramlarının büyük bir kısmının soyut olduğu göz önüne alındığında, resim ve şekillerin başka bir deyişle görselleştirmenin matematiği anlama sürecine ne kadar yardımcı olduğu görülebilir.

Matematiksel kavramların gösteriminde belli bir etkinin varlığı ve iyi planlanmış görsel bir model ya da yorum üzerine kurulu bir öğretim yaklaşımı, öğrencilerin birçok bağlantılı yapıları veya işlemleri kendi başlarına kurgulamalarını sağlamaktadır (Goldenberg, 1987). Matematik öğretim programlarında görselleştirmeye daha fazla yer verilmesinin nedeni olarak, öğrencilerin sadece matematiği anlamaları üzerinde durulmaması, aynı zamanda matematikle uğraşmak ve matematiksel düşünmek için daha yaratıcı yolların teşvik edilmesi görülmektedir (Cunningham, 1991). Goldenberg (1987) uygun görsel temsillerin matematik öğrencilerinin başa çıkmak zorunda oldukları sembol sistemini anlamlandırmaya yardımcı olduğunu ve bu sistemin öğrenimini teşvik ettiğini belirtmektedir.

Matematik kavramlarının görselleştirilmesinde dolayısıyla daha somut hale getirilmesinde kullanılan en etkili araçlardan biri *karikatürler*dir. Karikatürler, modern öğrenme araçlarının yanında özellikle matematiğe karşı var olan korku, kaygı ve olumsuz tutumların azaltılması ve giderilmesine yönelik alternatif öğrenme araçlardandır (Uğurel ve Moralı, 2006). Karikatürler, zor olduğu düşünülen matematik konularını bile somutlaştırmada ve anlamlandırmada tercih edilebilir. Karikatürler, soyut bir konu olan ve öğrencinin günlük hayatta birebir karşılığını bulmakta sıkıntı yaşadığı tam sayılar konusunun, görselleştirilerek ve somutlaştırılarak öğretilmesinde etkili olarak kullanılabilir (Şengül ve Dereli, 2013a).

Karikatürle ilgili olarak literatürde farklı tanımlar yer almaktadır. Bunlardan bazıları şöyledir:

- Karikatür, insan ve toplumla ilgili her tür olayı konu alarak abartılı bir biçimde belirten, düşündürücü ve güldürücü resimdir (Türk Dil Kurumu-TDK, 1998),
- Karikatür; insanların, varlıkların, olayların hatta duygu ve düşüncelerin doğal olanla ters düşen, olağanla çelişen, gülünç yanlarını yakalayıp bunları (kimi zaman da yazıyla desteklenmiş) abartılı çizimlerle bir gülmece anlatımına dönüştürme sanatıdır (Alsaç, 1999),
- Karikatür, çizgi ile mizah yapma sanatıdır (Selçuk, 1998). Selçuk'a göre, mizah yalnız güldürü değildir. Düşündüren, eleştiren, bir çeşit acı duygusu veren, hicveden, karşıt fikirleri kapsayan ve fikirleri beklenmedik, şaşırtıcı bir biçimde sunan materyaldir.
- Karikatür, öğrencilere kavramların doğru ve eğlenceli bir şekilde kazandırılmasında kullanılabilecek bir materyaldir (Kete, Avcu ve Aydın, 2009),
- Karikatür, temelde eleştiriye dayalı, olayların gülünç, alışılmadık ve çelişkili yönlerini yansıtarak insanı düşündürme, eğlendirme ya da güldürme sanatıdır (Şengül ve Dereli, 2013b).

Karikatürler öğrencilere; çevresini ve içinde yaşadığı toplumu daha iyi tanıma, toplumsal olaylara bakış açısını geliştirebilme ve öğrencilerin muhakeme gücünü geliştirerek olaylar arasında daha kolay neden sonuç ilişkisi kurabilme becerisini kazandırmada önemli bir rol oynayabilir (Şengül ve Dereli, 2013b). Bunun yanı sıra öğrencilerin eleştirme, eleştiriye açık olma, özeleştiri yapabilme, sorunları görebilme ve bu sorunlar için çözüm üretebilme gibi davranışlar kazanmalarına da önemli katkılar sağlayabilir (Uslu, 2007).

Literatürde görselliğin ön planda olduğu karikatür ve kavram karikatürlerinin; matematik kaygısını azalttığı (Dereli, 2008; Greenwald ve Nestler, 2004; Rule ve Auge, 2005; Şengül ve Aydın, 2013), öğrenmeyi ve bilgiyi anlamlandırmayı kolaylaştırdığı (Stephenson ve Warwick, 2002, Özalp, 2006) başarıyı artırdığı (Rule ve Auge, 2005; Durualp, 2006; Şengül ve Dereli, 2013b), öğrencilerin var olan bilgileriyle yeni karşılaştıkları bilgileri sorgulamalarına yardımcı olarak, öğrencilerin bu yöndeki algılarını etkilediği (Balım, İnel ve Evrekli, 2008), derse karşı motivasyonu artırdığı (Cengizhan, 2011; Greenwald ve Nestler, 2004; Şengül ve Aydın, 2013; Şengül ve Dereli, 2013a), ders kitaplarına karşı pozitif tutum geliştirdiği (Özalp, 2006), kavram yanılgılarının altındaki nedenleri açığa çıkarma, öğrencileri araştırmaya sevk etme ve kavram yanılgılarını gidermede başarılı olduğu (Çiğdemtekin, 2007; Kabapınar, 2005), öğretmen eğitiminde potansiyel olarak değerli bir değerlendirme metodu olarak kullanılabileceği (Keogh, Naylor, De Boo ve Feasey, 2001) ve öğrencilerin düşünme yollarını geliştirerek kalıcı matematik başarısı sağladığı (Brecht, 2000; Kamii ve Lewis, 1990; Şengül ve Dereli, 2013b; Williams ve Kamii, 1986) ortaya konulmuştur.

Mizahın etkili bir biçimde kullanıldığı alanlardan biri olan karikatürler mizahın yüklendiği görevlerin belki de en çok gözlemlendiği sanat eserleridir (Uğurel ve Moralı, 2006). Karikatürlerin diğer mizahi eserlerde olduğu gibi bilimsel ve teknik konulardan daha çok ilgi görmesi, verilmek istenen bilgi ve mesajların kolayca yerine ulaşmasını ve kalıcı olmasını sağlamasıdır (Arıkam, 2004). Bu tür olumlu etkiler hiç şüphesiz eğitim-öğretim alanında da ihtiyaç duyulan unsurlardandır. Bu durumun farkında olan eğitimciler mizahın ve özellikle karikatürlerin öğretim sürecinde kullanılmasına yönelik farklı çalışmaları literatüre kazandırmışlardır (Keogh, Naylor, De Boo ve Feasey, 1999).

Dünyada ve Türkiye’ de pek çok öğrenci matematiği zor ve başarılamayacak bir ders olarak düşünüp kaygılanmakta ve matematiğe yönelik olumsuz tutum geliştirmektedirler. Bu durum ilköğretimde başlamakta, okul yılları ilerledikçe ne yazık ki artarak devam etmektedir (Baykul, 2005). Bu noktada, matematiğe karşı duyulan bu korkuyu ve ön yargıyı ortadan kaldırmak için öğrencilerin dikkatini çeken, görsel materyallerle bilginin hatırda kalmasını kolaylaştırarak daha fazla duyu organına hitap edebilen, neden sonuç ilişkilerini sorgulama fırsatı veren, bilişsel alana hitap ettiği gibi duyuşsal alana da hitap ederek öğrencilerin derse karşı olumlu tutum geliştirmesini hedefleyen öğrenme ortamlarının ve etkinliklerinin düzenlenmesi son derece önem taşımaktadır (Şengül ve Dereli, 2013b). Belirtilen nedenlerden dolayı, matematiksel düşüncenin geliştirilmesinde, beyin fırtınası ve tartışma ortamlarının yaratılmasında ve öğrenimi sınıf dışına taşımada karikatürlerin olumlu etkilerinden yararlanmanın mümkün olabileceği düşünülmektedir (Uğurel ve Moralı, 2006).

2.1.6. Tutum

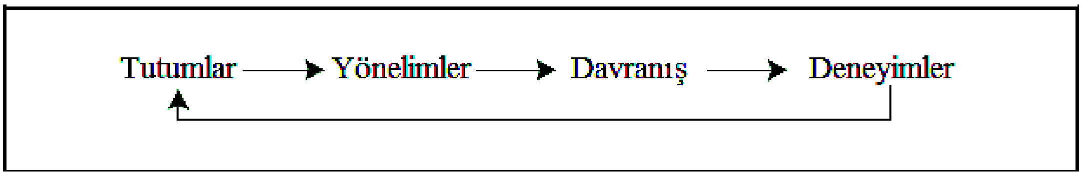
Matematiğe ve matematik öğrenmeye insanlar çoğu zaman ön yargıyla yaklaşmıştır. Özellikle küçük yaşlarda matematik dersinin öğretimine somut deneyim ve işlemlerden de başlansa, zihinsel bir sistem olarak soyut düşünmeye yönelik olması çeşitli öğretim kademelerinde öğrencilerin en çok korktuğu ve başarısız olduğu bir ders olarak kabul edilmesine yol açmıştır (Umay, 1996). Öte yandan, her ne kadar birçok öğrencide matematiğe ilişkin "ben matematiği yapamam" öğrenilmiş çaresizlik duygusu mevcut ise de bütün öğrencilerin içinde matematiği öğrenme isteği vardır. Bu isteği ortaya çıkarmak için öğrenme ortamlarında öğrencilerin ilgilerini çekecek, merak isteği uyandıracak, işbirliği içerisinde çalışmalarını teşvik edecek ve bilgiyi kendilerinin bulmalarına imkân tanıyacak farklı etkinlik ve uygulamalara yer verilmesi gerekmektedir. Böyle bir ortamda öğrenci sürece isteyerek katılacağı için etkili ve dolayısıyla kalıcı öğrenmelerin gerçekleşeceği düşünülmektedir. Nitekim (Altun, 2004), bizzat yaparak ve yaşayarak gerçekleşen öğrenmenin kalıcı olduğunu ve bu şekilde öğrenilenlerin başka alanlara aktarımının kolay olduğunu belirtmiştir.

Öğrenciler matematik konularının önemini okulda yapılan sınavlarda veya merkezi sınavlarda karşılaşma derecelerine göre belirlemektedirler. Bu nedenle, çocukluk yıllarından üniversite yıllarına kadar hemen hemen tüm düzeylerde birçok öğrenci maalesef matematik konularına "*sınavda çıkacak mı?*" bakış açısıyla yaklaşmaktadır. Matematiğe ilişkin olumlu tutuma sahip olan öğrenciler için not korkusu pek rastlanan bir durum değildir. Not korkusunu, matematik kaygısı olan öğrenciler genellikle yaşamaktadırlar. Bu kaygının öğrencide ne düzeyde mevcut olduğu matematik öğrenmesi üzerinde etkilidir. (Altun, 2004), düşük düzeyde kaygının öğrencilerin umursamaz davranmasına yol açtığını, yüksek düzeyde kaygının ise öğrencilerin amaçtan uzaklaşmalarına sebebiyet verdiğini belirtmektedir.

Matematiğin zorluğu, yapısından olduğu kadar ona karşı geliştirilen önyargı ve korkudan da kaynaklanmaktadır. Günlük yaşamdan uzak ve tekdüze gerçekleştirilen öğretim, ölçmede kullanılan klişe yaklaşımlar öğrencilerin başarısında istenen düzeye ulaşılmasını engellemekte, daha da önemlisi, matematiğe karşı önyargılı bireyler yetişmesine neden olmaktadır (Umay, 1996). Matematiğe yönelik bu tür olumsuz düşüncelerin oluşmasında pek çok neden yer almaktadır. Örneğin, öğrencilerin başarılı ya da zekî olarak nitelendirilmesinin büyük oranda matematik dersiyle ilişkilendirilmesi; ilköğretimin ilk kademesinden sonra öğretilen matematiğin giderek günlük hayattan ayrılan, soyutlaşan bir görünüme bürünmesi; yoğun ve sıkı bir ardıllığı içeren müfredat programları ve bazı negatif öğretmen davranışları bunlardan bazılarıdır (Uğurel ve Moralı, 2006). Bu ve benzeri nedenler başarısızlığın oluşmasında da büyük paya sahip olan korku, kaygı ve olumsuz tutum geliştirilmesine neden olmaktadır. Bu tür olumsuz düşünce kalıplarının çok küçük yaşlardaki yaşantılarla oluştuğu göz önünde bulundurulursa matematiğe karşı olumlu tutum geliştirmek oldukça önemlidir. Bu noktada, küçük yaşlarda günlük yaşamdan örneklerle soyut-somut ilişkisinin kavratılması matematiğe karşı duyulan korkunun ve olumsuz tutumun azaltılmasında büyük önem taşır (Umay, 1996).

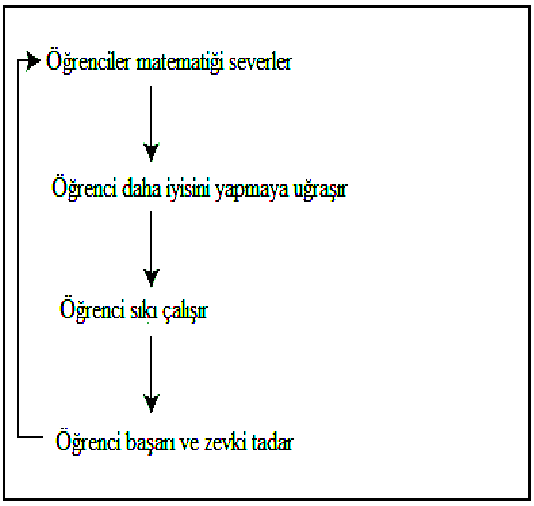
Duyuşsal öğrenmeler, kendi başlarına bir öğretim hedefi oluşturmalarının yanında, özellikle bilişsel alandaki öğrenmelerin gerçekleşmesinde bir araç olarak kullanılmaktadır (Şengül ve Dereli, 2013a). Bu duyuşsal öğrenmelerden olan tutum, bireyi belli insanlar, nesneler ve durumlar karşısında belli davranışlar göstermeye iten öğrenilmiş eğilimdir (Demirel, 2001). Başka bir tanımda ise tutum, duyuşsal nitelikteki davranışlar içinde yer alan, doğrudan gözlenemeyen psikolojik yapı (Aşkar, 1986) olarak tanımlanmaktadır. Matematiğe karşı olumsuz yönde geliştirilen tutumlar, bir basamak sonra diğer nedenlerden de etkilenerek davranışlara dönüşmekte ve matematik öğretiminde başarının sağlanmasında engel oluşturmaktadırlar (Uğurel ve Moralı, 2006).

Tutumlar davranış değil, insanın davranışlarına yön veren ve davranışların gerisindeki psikolojik değişkenlerdir (Şengül ve Dereli, 2013a). Tutum ve öğrenme arasındaki bağlantının doğasını açıklayan Ajzen ve Fischbein (2000)’e göre, tutumlar yönelimleri, yönelimler ise davranışı etkiler. Davranış ise tutumlar üzerinde etkisi olan kişisel deneyimleri doğurur (Akt. Nisbet ve Williams, 2009) (Şekil 2.8).

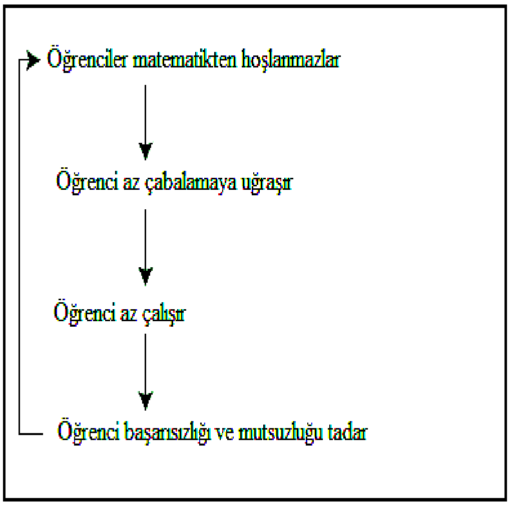


Şekil 2.8. Tutum-davranış döngüsü

Nisbet (2006), matematik öğrenmede tutum-davranış ilişkisini pozitif tutum ve negatif tutum döngüsü olmak üzere iki döngüde açıklamaktadır: Pozitif tutum döngüsünde; matematiğe ilişkin olumlu tutumlara sahip öğrenciler matematiği severler, daha iyisini yapmaya çalışırlar, böylece olumlu davranış sergiler ve başarıyı tadarlar. Bu başarı, tutumun daha da iyileşmesini sağlar ve döngü bu şekilde devam eder (Şekil 2.9a). Negatif tutum döngüsünde ise; matematikten hoşlanmayan öğrenci az çabalamaya uğraşır, az çalışır ve başarısızlığı tadar. Bu ise daha fazla olumsuz tutumun oluşmasına yol açar (Şekil 2.9b).



a. Pozitif Tutum Döngüsü



b. Negatif Tutum Döngüsü

Şekil 2.9. Pozitif ve negatif tutum döngüleri

2.2. İlgili Araştırmalar

Bu bölümde; *tartışma, eğitsel oyunlar, günlük yaşamla ilişkilendirme, karikatürler, somut materyal kullanma, bilgisayar destekli uygulamalar* ve *matematiksel muhakeme*yle ilgili yurtiçinde ve yurt dışında gerçekleştirilen araştırmaların özetlerine yer verilmiştir.

2.2.1. Tartışmayla İlgili Araştırmalar

Cobb vd. (1997), sınıfça gerçekleştirilen yansıtıcı tartışmaların öğrencilerin matematiksel gelişimlerine etkisini incelemek amacıyla bir çalışma yapmışlardır. Bu amaçla, bir matematik öğretmeninin kendi sınıfında okuyan ilkokul birinci sınıf öğrencileriyle (n=18) bir yıl boyunca gerçekleştirdiği öğretimden yansımalar aktarılmıştır. Veri toplama aracı olarak, sınıf ortamının video kayıtları, öğrencilerle gerçekleştirilen klinik görüşmeler, öğrencilerin derste tuttukları notlar ve yazdıkları günlükler kullanılmıştır. Araştırmanın verileri, içerik analizi tekniği kullanılarak analiz edilmiş ve öğrencilerin kendi aralarında ve öğretmenle yaptıkları tartışmalardan doğrudan alıntılar aktarılmıştır. Yapılan analizler sonucunda, öğretmenin etkili rehberliğinin öğrencilerin matematik öğrenmelerine katkı sunduğu, sınıfça gerçekleşen yansıtıcı tartışmaların Vygotsky (1978)'ın çevreyle ya da etkileşimle öğrenme teorisini desteklediği ve öğretmen adaylarının öğrenme ortamlarında bu tür yaklaşımlar kullanmaları yönünde yetiştirilmeleri gerektiği ortaya konmuştur.

Yackel vd. (1999), sınıfta öğrenciler arasında geçen tartışmaların öğrencilerin öğrenmelerine ve öğretmenlere katkısını incelemek amacıyla bir çalışma yapmışlardır. Bu amaçla, ilkokul 2. sınıf öğrencileri ve bu öğrencilerin matematik öğretmenleri bir yıl boyunca öğretim etkinliklerini gerçekleştirirken gözlemlenmiştir. Çalışmada kullanılan etkinlikler; düşünme stratejileri, problem çözme, basamaklar, uzamsallık, geometri, kesirler, ölçme, grafik, zaman ve para olarak kategorilendirilmiştir. Araştırmanın verileri öğrenme ortamını kayıt altına alan video kayıtlarının analiz edilmesi ve araştırmacıların gözlemleriyle elde edilmiştir. Örneğin, Sayı cümlesi etkinliğinde öğretmen öğrencilerden 4+4 toplamının başka nasıl ifade edilebileceğini istemiştir. Başka bir örnek olarak, 5+6 ifadesinin 5+3+3 olarak farklı bir şekilde yazılabileceği öğretmen ve öğrencilerin kendi aralarında yaptıkları tartışmalar sayesinde öğrenilmiştir.

Bu işlemler zorlaştırılarak sürecin sonlarına doğru 16+14+8=? şeklinde devam ettirildiğinde öğrenciler bu toplamı 15+15+8 olarak da farklı bir şekilde yazabilmişlerdir. Çıkarma işleminde ise 78-53 işlemini öğrenciler öğretmenleriyle yaptıkları tartışmalar sayesinde 70-50=20; 8-3=5 ve 20+5=25 şeklinde sonuca ulaştırmışlardır. Bu araştırma süreci sonunda, çalışmaya katılan ve 20 yıllık mesleki deneyime sahip olan öğretmen, matematiği daha da sevdiğini ve öğrencilerin açıklamalarına daha fazla değer verilmesi gerektiğini ve bu tartışma süreci sayesinde hem kendisinin hem de öğrencilerinin birbirlerinden faydalandığını ifade etmiştir. Ayrıca bu sürecin, öğrenciler açısından arkadaşları ve öğretmenleriyle birlikte gerçekleştirdikleri tartışmalar sayesinde matematiği (özellikle onluk ve birlikleri) farklı çözüm yolları kullanarak öğrenmelerine yardımcı olduğu belirtilmiştir.

McClain ve Cobb (2001), bir öğretmenin matematik öğretimi gerçekleştirirken öğrencilerin matematik gelişimleri açısından sınıf ortamında meydana gelen durumları incelemek ve öğretmenin rolünü ortaya çıkarmak amacıyla bir çalışma yapmışlardır. Bu amaçla, dört yıldır matematik öğretmenliği yapan bir öğretmenin kendi sınıfında okuyan ilkokul birinci sınıf öğrencileriyle (n=18) bir yıl boyunca gerçekleştirdiği öğretimden yansımalar aktarılmıştır. Veri toplama aracı olarak, sınıf ortamının video kayıtları, öğrencilerle gerçekleştirilen klinik görüşmeler, öğrencilerin derste tuttukları notlar ve yazdıkları günlükler kullanılmıştır. Araştırmanın verileri, içerik analizi tekniği kullanılarak analiz edilmiş ve öğrencilerin kendi aralarında ve öğretmenle yaptıkları tartışmalardan doğrudan alıntılar aktarılmıştır. Yapılan analizler sonucunda, öğretmenin öğrencileriyle yaptığı yapıcı tartışmalar ve yönlendirmeler sayesinde (*ör: genellikle öğrencilerin matematiksel gelişimine yönelik onlardan problemlere başka hangi yollarla çözüm getirebileceklerini isteyerek*), öğrencilerin problemlere etkili ve farklı çözümler sunmalarına, düşündüklerini kabul edilir düzeyde açıklamalarına ve gerekçelendirme yapmalarına katkı sunulduğu belirlenmiştir.

Cho ve Jonassen (2002), online olarak karşılıklı gerçekleştirilen tartışmaların öğrencilerin problem çözmelerine ve tutarlı tartışmaların ortaya çıkmasına etkisini incelemek amacıyla bir çalışma yapmışlardır. Araştırma, 60 üniversiteye giriş aşamasındaki öğrencinin katılımıyla gerçekleştirilmiştir. Bu öğrencilerden 30'u üçerli gruplar şeklinde iyi yapılandırılmış problemler üzerinde, diğer 30'u ise yine üçerli gruplar şeklinde iyi yapılandırılmamış problemler üzerinde online olarak işbirlikli tartışmalar yapmışlardır. Öğrenciler grup halinde problemlerle uğraştıktan sonra her katılımcıdan bireysel olarak kendi çözümünü ve çözüme ilişkin gerekçesini not etmesi istenmiştir. Bu süreçte, tüm öğrenciler arasında geçen tartışmalar bilgisayar ortamında kayıt altına alınmıştır. Yapılan analizler sonucunda, işbirlikli online tartışmaların öğrencilerin bireysel olarak problem çözmelerini etkilediği, öğrencilerin grupta öğrendiklerini bireysel uğraşılarına transfer ettikleri, iyi yapılandırılmamış problemleri çözen gruptaki öğrencilerin daha yoğun tartışmalar içerisine girdikleri ve farklı çözüm stratejileri geliştirdikleri belirlenmiştir.

Pape vd. (2003), matematiksel düşünmeyi ve öz düzenlemeli öğrenmeyi geliştirmeye yönelik bir öğretim uygulamasının etkileri üzerine bir çalışma yapmışlardır. Bu amaçla bir öğretim elemanı ve bir öğretmen, matematiksel başarı açısından ortalamanın üstünde olan 29 öğrenciden oluşan bir yedinci sınıfta somut materyaller, resimler, cebirsel semboller ve zengin matematiksel sorular kullanılarak ve bu sorular üzerinde öğrencilerin kendi aralarında ve öğretmenle tartışmaları sağlanarak birlikte öğretim gerçekleştirmişlerdir. Ayrıca bu öğrencilerden soruları çözerken kullandıkları stratejileri Strateji Gözlem Aracına not etmeleri ve bu stratejiler üzerinde arkadaşlarıyla birlikte tartışmaları istenmiştir. Öğretmen, matematiksel başarı açısından ortalamanın altında 26 öğrenciden oluşan diğer bir yedinci sınıfta ise müfredata göre öğretim gerçekleştirmiştir. Araştırmacılar, zaman zaman her iki sınıfta da katılımcı gözlemci olarak bulunmuşlardır. Veri toplama aracı olarak, öğrenme ortamında olup bitenleri kaydeden videolar, araştırmacıların süreç boyunca aldığı notlar ve öğrencilerin Strateji Gözlem Aracına yazdıkları notlar kullanılmıştır. Yapılan analizler sonucunda, öğrencilerin zengin matematiksel sorularla uğraşmaları ve kendi aralarında ve öğretmenleriyle bu sorular üzerinde tartışmaları sağlanarak, matematiksel muhakemelerine ilişkin gerekçeleri alınarak ve bu gerekçeleri arkadaşlarıyla tartışmaları sağlanarak ve farklı öğretim araçları (somut materyaller, resimler, cebirsel semboller v.b.) kullanarak öğretim gerçekleştirmenin matematiksel muhakemeyi ve öz düzenlemeli öğrenmeyi geliştirmede etkili olduğu sonucuna varılmıştır.

Pellerin (2012), günlük yaşamla ilgili sözel problemleri çözmenin öğrencilerin matematiksel muhakemelerini geliştirmeye ve öğrencilerin tartışma yapmalarına etkisini incelemek amacıyla bir çalışma yapmıştır. Çalışmada, 15 ilkokul 3. sınıf öğrencisinin katılımıyla dört hafta boyunca günlük yaşamla ilgili farklı problemler çözülerek bir öğretim gerçekleştirilmiştir. Öğrencilerle öğretim gerçekleştirilmeden önce ve gerçekleştirildikten sonra altı sözel problemden oluşan bir test öntest ve sontest olarak kullanılmıştır. Ayrıca öğrencilerin matematiğe ilişkin tutumlarının değişip değişmediğini belirlemek amacıyla öğrencilerin öntest ve sontest olarak matematikle ilgili hazırlanan bazı resimlere işaret atmaları istenmiştir. Yapılan analizler sonucunda, öğrencilerin matematik problemlerini çözme becerilerinin, çözümlerine gerekçe sunma becerilerinin dolayısıyla matematiksel muhakemelerinin anlamlı düzeyde geliştiği, sınıf ortamında öğrenciler arasında etkili tartışmaların ortaya çıktığı ve matematiğe ilişkin tutumlarının olumlu yönde değiştiği tespit edilmiştir.

Mueller ve Yankelewitz (2014), matematik öğrenirken öğrenciler arasında geçen yanlış ya da hatalı bilgiler içeren tartışmaların onların muhakemelerine etkisini incelemek amacıyla bir çalışma yapmışlardır. Bu amaçla, kesirlerle ilgili hazırlanan bir somut materyal üzerinde biri dördüncü sınıf diğeri ise altıncı sınıf düzeyinde iki farklı yaş grubundaki öğrenciler arasında geçen tartışmalar videolarla kayıt altına alınmıştır. Her iki yaş grubundaki öğrenciler heterojen gruplara ayrıldıktan sonra süreç başlamıştır. Tüm sürece araştırmacı-öğretmen bizzat kendisi katılarak süreci yönetmiştir. Kesir materyali üzerinde parça-bütün karşılaştırmasıyla ilgili sorulan sorulara tüm grupların katılması sağlanmıştır. Araştırmacı, sık sık öğrencilerin yanlış bilgiler içeren tartışmalarını sınıfa yöneltmiş ve doğru olup olmadığını sormuştur. Bu yolla, öğrencilerin söylediklerinin doğruluğunu bir kez daha kontrol etmeleri sağlanmış ve daha fazla düşünerek muhakemelerinin gelişmesine katkı sunulmuştur. Ayrıca bu süreç öğrencilerin fikilerini arkadaşlarıyla paylaşarak matematiksel tartışmalar başlatmasını ve arkadaşlarının yanlışlar içeren tartışmaları düzeltme imkânı sunmuştur. Bu çalışmayla, öğretmenlerin yanlış bilgi veren öğrencilerin diğer arkadaşlarının da kafalarını karıştıracağı yönündeki inanışlarının da değişmesine katkı sağlanmıştır.

Bu araştırmalardan özetle, *işbirlikli gruplarda geçen yapıcı tartışmaların*;

- öğrencilerin birbirlerinin yanlışlarını düzelterek matematik öğrenmelerine katkı sağladığı,
- problemlere farklı çözüm yolları geliştirmeye yardımcı olduğu,
- öğretmenlere yeni bakış açıları kazandırdığı,

- düşündüklerini açıklamalarına ve gerekçelendirmelerine imkan tanıdığı,
- grupta öğrendiklerini bireysel uğraşılarına transfer ettikleri,
- matematiksel muhakemeyi geliştirmede ve öz düzenlemeli öğrenmede etkili olduğu,
- matematiğe ilişkin tutumu olumlu yönde değiştirdiği söylenebilir.

2.2.2. Eğitsel Oyunlarla İlgili Araştırmalar

Shaughnessy (1977), küçük gruplarla (4–5 kişilik) yapılan etkinlik temelli öğretimin üniversite öğrencilerinin olasılıkla ilgili kavram yanılgılarını gidermede ne kadar etkili olduğunu belirlemek amacıyla bir çalışma yapmıştır. Bu amaçla sadece 7'si daha önce olasılık dersi almış 80 üniversite öğrencisinden 40'ı etkinlik temelli öğretimin yapıldığı gruplara, diğer 40'ı ise düz anlatım temelli öğretimin yapıldığı gruplara rasgele dağıtılmıştır. Her bir öğretim yönteminin uygulandığı gruplara 4 hafta boyunca *"Olasılık modelleri, Saymanın temel ilkeleri, Oyun teorisi ve istatistik"* konularında öğretimler gerçekleştirilmiştir. Bir olayın olasılığını hesaplamada öğrencilerde var olan *"Temsiliyet ve Mevcudiyet sezgileri"*ni belirlemek amacıyla hazırlanan testler ön test ve son test olarak uygulanmıştır. Veriler analiz edildiğinde, etkinlik temelli öğretimin uygulandığı gruplarda temsiliyet ve mevcudiyet sezgisine dayalı olarak yapılan kavram yanılgılarının daha çok giderildiği ve bu öğretim yönteminin olasılıksal muhakemenin gelişmesinde önemli olduğu sonucuna varılmıştır.

Altunay (2004), oyunla desteklenmiş matematik öğretiminin, öğrencilerin dersteki başarılarına ve öğrenilenlerin kalıcılığına etkisini belirlemek amacıyla bir çalışma yapmıştır. Bu amaçla çalışmada ön test-son test deneysel modeli kullanmıştır. Araştırmanın deney grubunu 36, kontrol grubunu ise 31 ilköğretim 4. sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Uygulama süresince deney grubunda 4. sınıf müfredatında yer alan bazı geometri konuları öğretmen tarafından anlatıldıktan sonra alıştırma ve tekrar niteliğindeki oyunlarla desteklenmiştir. Veri toplama aracı olarak araştırmacı tarafından geliştirilen erişi testi kullanılmıştır. Yapılan analizler sonucunda, deney ve kontrol grubunun ön test-son test puanları arasında anlamlı bir farklılık bulunmuştur. Başka bir deyişle, deney grubunda gerçekleştirilen oyunla desteklenmiş matematik öğretimi, kontrol grubunda uygulanan geleneksel öğretime göre öğrenci erişisi üzerinde deney grubu lehine anlamlı bir farklılık ortaya çıkmıştır. Ayrıca deney grubunun son test puanları ile kalıcılık testi puanları arasında anlamlı bir farklılık bulunmazken, kontrol grubunun puanları arasında anlamlı bir farklılık bulunmuştur. Öte yandan, deney grubunda uygulanan oyunla desteklenmiş matematik öğretimi, kontrol grubunda uygulanan geleneksel öğretime göre öğrenilenlerin kalıcılığında deney grubu lehine anlamlı bir farklılık elde edilmiştir.

Tural (2005), ilköğretim 3. sınıf düzeyinde oyun ve etkinliklerle gerçekleştirilen matematik öğretiminin öğrencilerin erişileri ve matematiğe ilişkin tutumları üzerindeki etkisini belirlemek amacıyla bir çalışma yapmıştır. Bu amaçla, araştırmada "Kontrol Gruplu Öntest ve Sontest Modeli" kullanılmıştır. Araştırma, rasgele atama yoluyla seçilen 26'sı deney ve 26'sı kontrol grubundan oluşan 52 öğrenci ile yürütülmüştür. Veri toplamak amacıyla araştırmacı tarafından geliştirilen, üç seçenekli "Matematik Dersi Erişi Testi" ve Baykul (1990) tarafından geliştirilen tek boyutlu "Matematik İle İlgili Düşünceler Anketi" kullanılmıştır. Yapılan analizler sonucunda, matematik öğretiminin oyun ve etkinliklerle gerçekleştirildiği deney grubu ile geleneksel öğretimin uygulandığı kontrol grubunun erişi düzeyleri ve matematik dersine ilişkin tutumları arasında deney grubu lehine anlamlı farklılık elde edilmiştir.

Olson (2007), oyunların, öğrencilerin matematiksel muhakemelerini geliştirmede rolünün olup olmadığını belirlemek amacıyla bir çalışma yapmıştır. Bu amaçla okulöncesi ve ilköğretim 1., 2., 3. ve 4. sınıf seviyelerindeki öğrencilerle çeşitli matematiksel oyunlar oynanmıştır. Oyunlar, strateji geliştirme açısından farklı düzeylere sahip (iyi-orta veya düşük) iki öğrenciden oluşan gruplar şeklinde oynanmış ve bu süreçte çeşitli gözlemlerde bulunularak, öğrencilerin nasıl muhakemede bulundukları öğrenilmeye çalışılmıştır. Ayrıca süreç boyunca öğrencilerin birlikte düşünerek ve aralarında faydalı tartışmalar yaparak oyunlar üzerinde fikirlerini belirtmeleri istenmiştir. Yapılan gözlemlerden tüm sınıf seviyelerinde oyunların, eğlenceli bir ortamda öğrenme imkânı sağladığı, öğrencilerin matematiksel muhakemelerini geliştirmede etkili olduğu ve öğrencilerin grup şeklinde çalışarak tartışmalar yapmalarının bu süreci daha etkili kıldığı sonucuna varılmıştır.

Houssart ve Sams (2008), 9-11 yaşındaki öğrencilerin bir strateji oyununda bilgisayara karşı kazanmak için nasıl davrandıklarını, ne tür stratejiler geliştirdiklerini görmek ve bu sürecin matematiksel muhakemeye etkisini belirlemek amacıyla bir çalışma yapmışlardır. Öğrencilerin bu ortamda nasıl davrandıklarını ve düşündüklerini ortaya çıkarmak amacıyla ortamda olup bitenler video ile kayıt altına alınmıştır. Uygulamalara başlamadan önce yürütücüler tarafından öğrencilere bilgisayar oyunları hakkında bilgi verilmiştir. Bu süreçte yürütücüler matematik dilini özenle ve sıklıkla kullanarak öğrencilerin de arkadaşlarıyla yapıcı tartışmalar yaparken matematik dilini kullanmalarının özendirilmesi amaçlanmıştır. Yürütücüler süreç boyunca öğrencilere bir rehber olarak, bilgisayar oyununu kazanmaları için birlikte düşünmelerini ve kazanma stratejileri geliştirmeleri yönünde cesaretlendirmiştir. Böylece öğrencilerin birlikte muhakeme yaparak ve mantıklı tahminlerde bulunarak bilgisayara karşı galip gelmeleri ve kendi aralarında yapıcı tartışmalar yapmaları sağlanmaya çalışılmıştır. Çalışma sonucunda, öğrencilerin birlikte çalışarak bilgisayara karşı oyunu kazanmak için tahminde bulunmalarının ve yapıcı tartışmalar sayesinde strateji geliştirmelerinin matematiksel muhakemelerinin gelişmesine katkıda bulunduğu belirtilmiştir.

Tatsis vd. (2008), okulöncesine yönelik olasılık kavramlarını içeren iki oyun tasarlayarak, bu oyunların adil olup olmadığına ilişkin çocukların düşüncelerini almak amacıyla bir çalışma yapmışlardır. Bu oyunlar 5 yaşındaki çocuklarla iki grup halinde oynanmıştır. Örneğin oyunlardan biri, 10 eşit parçaya bölünmüş iki spinner (bu makalede spinner bir çeşit fırdöndü manasında kullanılmıştır) ve her birinde 10 kiraz bulunan iki ağaç kullanılarak oynanmıştır. Birinci spinnerin 6 parçası yeşile, dört parçası kırmızıya ve ikinci spinnerin 4 parçası kırmızıya, 6 parçası ise yeşile boyanmıştır. Birinci gruba birinci spinner ikinci gruba ise ikinci spinner verilerek oyun başlatılmıştır. Oyunun kuralı gereği spinner kırmızı renkte durursa kiraz ağacından iki kiraz, yeşil renkte durursa 1 kiraz alınacaktır ve ağaçtaki kirazları erken bitiren grup oyunu kazanacaktır. Oyunlar sırasında ve oyunlar bittikten sonra öğrencilere, "*bu oyun adil mi, neden*?", "*bu oyunu hangi grup kazanır, niçin*?" gibi sorular sorularak alınan cevaplar kayıt altına alınmıştır. Elde edilen verilerden öğrencilerin çoğunun oyunların adil olup olmadığıyla ilgili doğru kararlar verdikleri ve bu oyunların olasılık kavramlarının anlaşılmasında önemli rollerinin olduğu saptanmıştır.

Nilsson (2009), 12-13 yaşlarındaki İsveçli öğrencilerin olasılık kavramlarına ilişkin düşüncelerinin bazı somut materyaller kullanılarak gerçekleştirilen deneylerin sonuçlarını gördükten sonra nasıl değiştiğini belirlemek amacıyla bir çalışma yapmıştır. Bu amaçla, 8 ilköğretim öğrencisine farklı formda tasarlanmış iki zarın kullanılacağı bir oyun tasarlanmıştır. Bu oyunda öğrencilerden klasik (123 456) zar algılarından farklı olarak asimetrik tarzda ve (222 444), (333 555), (111 333), (444 666), (222 555) şeklinde tasarlanmış zarlar kullanılarak örnek uzayı ve olasılık dağılımlarını belirlemeleri istenmiştir. Grup tartışmaları kamera ve ses kayıt cihazıyla kayıt altına alınmıştır. Çalışmanın sonunda ilk iki oturumda öğrencilerin klasik zar algılarından hareketle hatalar yaptıkları ancak son iki oturumda zarların formunun değiştiğini fark ederek bunları düzelttikleri sonucuna varılmıştır.

Aksoy (2010), kesirler konusunun oyun destekli öğrenme yaklaşımı ile öğretiminin öğrenci başarısına ve tutumuna etkisini incelemek amacıyla bir çalışma yapmıştır. Çalışma, 2009–2010 eğitim-öğretim yılında, bir ildeki bir ilköğretim okulunda öğrenim gören toplam 70 öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Araştırmada, öntest-son test ve kalıcılık testi kontrol gruplu deneysel model kullanılmıştır. Deney grubunda dersler oyun destekli öğrenme yaklaşımı ile kontrol grubunda ise geleneksel öğretim yöntemi ile yürütülmüştür. Araştırmada veri toplama aracı olarak, matematik başarı testi, matematik başarı güdüsü ölçeği, matematik dersine yönelik tutum ölçeği ve matematiğe ilişkin öz-yeterlik ölçeği kullanılmıştır. Bu ölçme araçları deneysel süreç öncesinde, süreç bitiminde ve bitimden 3 hafta sonra olmak üzere üç kez uygulanmıştır. Yapılan analizler sonucunda; oyun destekli öğrenmelerin öğrencilerin kazanımlara ilişkin başarılarını, öz-yeterlik algılarını ve matematik dersine yönelik tutumlarındaki gelişimleri olumlu yönde etkilediği görülmüştür. Bununla birlikte başarı gelişimleri ile tutum, öz-yeterlik gelişimleri arasında istatistiksel olarak anlamlı ilişki olduğu görülmüştür.

Gelen ve Özer (2010), oyunlaştırmanın beşinci sınıf matematik dersinde öğrencilerin problem çözme becerilerini nasıl etkilediğini belirlemek amacıyla bir çalışma yapmışlardır. Bu amaçla deney grubundaki 38 öğrenci ile oyun temelli öğretim yapılırken; kontrol grubundaki 42 öğrenciyle geleneksel yöntemlerle öğretim yapılmıştır. Grupları karşılaştırmak için "Matematik Dersi Problem Çözme Akademik Başarı Testi" ve "Matematik Dersi Tutum Ölçeği" uygulanmıştır. Verilerin analizinde oyun temelli matematik öğretiminin öğrencilerin problem çözme becerilerini anlamlı bir şekilde geliştirdiği sonucuna varılmıştır. Ayrıca matematik dersine karşı olumlu tutum geliştirme açısından da deney grubu lehine anlamlı bir fark olduğu saptanmıştır.

Gürbüz vd. (2014), eğitsel oyunlarla gerçekleştirilen matematik öğretiminin (*özel olarak olasılık konusu*) ne tür yansımalarının olduğunu ortaya çıkarmak amacıyla bir çalışma yapmışlardır. Çalışma, 9-10 yaşlarındaki 24 öğrenci ve bu öğrencilerin sınıf öğretmenlerinin katılımıyla yürütülmüştür. Tasarlanan oyunlar yoluyla gerçekleştirilen matematik öğretimi 3-4 kişilik gruplar arasında ve 3 ders saati boyunca sürmüştür. Veriler sekiz öğrenciyle gerçekleştirilen görüşmelerden, öğretmenin süreç hakkındaki görüşlerinden, araştırmacıların değerlendirmelerinden, öğrenci günlüklerinden ve ses ve video kayıtlarından elde edilmiştir. Elde edilen bulgular veri toplama araçlarına göre ayrı ayrı sunulmuştur. Yapılan değerlendirmeler sonucunda, oyun temelli matematik öğretiminin anlamayı kolaylaştırdığı, öğrencilerin sürece katılımlarını ve motivasyonlarını arttırdığı, arkadaşlarıyla birlikte çalışma imkânı tanıdığı, matematik kaygısını yenmeye yardımcı olduğu ve eğlenceli bir öğrenme ortamı sunduğu tespit edilmiştir. Bununla birlikte, bu sürecin gürültüye yol açtığı ve sınıf yönetimini zorlaştırdığı da elde edilen sonuçlar arasında olduğu belirtilmiştir.

Bu araştırmalardan özetle, *eğitsel oyunların;*

- kavram yanılgılarını gidermede ve başarının sağlanmasında etkili olduğu,
- muhakemenin gelişmesine katkı sunduğu,
- kalıcı öğrenme sağladığı,
- matematik dersine ilişkin tutumu olumlu yönde etkilediği,
- eğlenceli bir ortamda öğrenme imkânı sağladığı,
- problem çözme becerisini geliştirdiği,
- derse katılımı ve motivasyonu arttırdığı,
- arkadaşlarla birlikte çalışma imkânı tanıdığı,
- matematik kaygısını yenmeye yardımcı olduğu ancak gürültüye yol açabildikleri ve sınıf yönetimini zorlaştırabildikleri söylenebilir.

2.2.3. Günlük Yaşamla İlişkilendirmeyle İlgili Araştırmalar

Fast (2001), ortaöğretim seviyesindeki öğrencilerin olasılığı içeren günlük hayatla ilgili problemler karşısında nasıl akıl yürüttüklerini, analojileri kullanmanın onların kavram yanılgılarını gidermede ve bilgilerinin kalıcılığını sağlamada etkisinin olup olmadığını belirlemek amacıyla bir çalışma yapmıştır. Bu amaçla 41 öğrenciye

"*Olasılıklarının Ne Olacağını Düşünüyorsunuz?*" testi; ilkinde kavram yanılgılı cevaplar vermeye meyilli soruların bulunduğu, ikincisinde ise bu yanılgıları düzeltmeye yardımcı analojileri içeren soruların yer aldığı iki test şeklinde sunulmuştur. Öğrencilerin bir kısmına 6 ay sonra önceki testlere benzer bir test uygulanmıştır. Veriler analiz edildiğinde, kavram yanılgılarını gidermeye yardımcı analojilerin yer aldığı testin amacına hizmet ettiği, analojilerin kullanılmasının uzun dönemde *(6 ay sonra)* kalıcılığı sağlamada etkili olduğu sonucuna varılmıştır.

Schliemann ve Carraher (2002), öğrencilerin matematiksel muhakemelerinin okul dışındaki ve okuldaki yaşantılarında nasıl değişip geliştiğini incelemek amacıyla bir çalışma yapmışlardır. Bu amaçla, öncelikle okul dışında başka bir deyişle gündelik matematikte gelişen matematiksel anlamalar üzerine yapılan çalışmalardan bahsedilmiş, gündelik matematikle okul matematiği karşılaştırılmış, gündelik matematiğin okul matematiğindeki öğrenmelere etkisi incelenmiş ve gündelik matematiğin üçüncü sınıf düzeyindeki öğrenmeler üzerinde nasıl bir etki oluşturduğuna dair örnekler verilerek aralarında nasıl bir ilişki olduğu üzerinde durulmuştur. Bu çalışmada, gündelik matematiğin okuldaki matematiğin gelişimi için önemli bir temel oluşturabileceği önerilmiş ve matematiksel muhakemenin gündelik matematiği ve okuldaki matematiği birleştirmeyi gerektirdiği belirtilmiştir.

Erturan (2007), 7. sınıf öğrencilerinin sınıf düzeyinde matematik başarıları ile günlük yaşamdaki matematiği fark edebilme dereceleri arasındaki ilişkiyi incelemek amacıyla bir çalışma yapmıştır. 49 kız, 51 erkek öğrenciyle yürüttüğü çalışmasında, sınıf içindeki matematik başarılarının belirlenebilmesi için 6. sınıf müfredatını temel alan 20 maddelik çoktan seçmeli bir başarı testi uygulamış, günlük yaşamdaki matematiğin fark edilebilme derecesinin saptanması amacıyla ise üç bölümden oluşan bir anket uygulamıştır. Anketin 1. bölümünde 6. sınıf matematik konularının günlük yaşamın içine yerleştirildiği sorulara yer verilmiştir. Bu bölümdeki soruların her birinin, başarı testindeki sorularda konu olarak karşılığı bulunmaktadır. Anketin 2. bölümünde öğrencilerden, bir gün içinde matematik kullanarak yaptıkları işleri yazmaları istenmiştir. Anketin 3. bölümünde ise öğrencilerden, günlük yaşamın içinde verilen 10 farklı durum için matematik kullanıp kullanmayacaklarını, kullanırlarsa nasıl kullanacaklarını açıklamaları beklenmektedir. Elde edilen verilerin incelenmesi sonucu, başarı testi ile anketin hiçbir bölümü arasında anlamlı bir ilişki kurulamadığı görülmüştür. Bu nedenle iki uygulamada birbirinden çok farklı sonuçlar alan 7 öğrenci ile araştırmacı tarafından görüşmeler yapılmış ve tüm öğrencilerin günlük yaşam anketine verdikleri cevaplar incelenmiştir. Yapılan araştırmanın sonucunda, çalışma grubunun günlük yaşamdaki matematiğin farkında olduğu fakat sınıf içindeki matematik konularını günlük yaşamın içine transfer edemedikleri görülmüştür.

Gainsburg (2008), öğretmenlerin matematik öğretiminde gerçek yaşamla ilişkilendirmeyi ne düzeyde yaptıklarını belirlemek amacıyla bir çalışma yapmıştır. Çalışma, 28'i ortaokul ve 34'ü lise matematik öğretmeni olmak üzere toplam 62 öğretmenin katılımıyla yürütülmüştür. Öğretmenlerden araştırmacı tarafından matematiği gerçek yaşamla ne düzeyde ilişkilendirdiklerine yönelik hazırlanan açık uçlu sorulardan oluşan bir formu doldurmaları istenmiştir. Veri toplama aracı olarak, öğretmenlerle gerçekleştirilen görüşmeler, bazı sınıfların gözlemleri kullanılmıştır. Verilerin analizinde betimsel istatistikler kullanılmış ve gözlem notları ve görüşme kayıtları transkript edilerek bazıları doğrudan aktarılmıştır. Yapılan analizler sonucunda, öğretmenlerin gerçek yaşamla ilgili birçok etkinlik kullandıkları ancak çoğunun yüzeysel olduğu ve bu etkinliklerde öğrencilerin yeterince aktif hale getirilmediği, müfredatın ve ulusal sınavların öğretmenlerin bu tür yaklaşımlar kullanmalarını engellediği, bazı öğretmenlerin öğrencilere kritik düşünmeyi ve gelişimi sağlayan uygulamaları benimsediği, çoğunun ise kompleks, iyi yapılandırılmamış veya yoğun içerikli uygulamaların öğrencileri sıkacağı endişesi taşıdığı tespit edilmiştir.

Akkuş (2008), ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının matematiksel kavramları günlük yaşamla ilişkilendirme düzeylerini okudukları öğretim yılı, akademik not ortalamaları ve matematiğe karşı öz yeterliklerine göre incelemek amacıyla bir çalışma yapmıştır. 194 ilköğretim matematik öğretmeni adayından, 12 maddeden oluşan Matematik ve Günlük Yaşam İlişki Ölçeği ve Matematiğe Karşı Öz Yeterlik Ölçeği aracılığıyla toplanan verilere dayanarak ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının matematiksel kavramlarla günlük yaşamı ilişkilendirme düzeyinin öğretim yılına göre değiştiğini belirlemiştir. Dördüncü sınıf öğrencilerin ilişkilendirme düzeylerinin en yüksek, birinci sınıfların ilişkilendirme düzeyinin ise en düşük olduğu görülmüştür. Yapılan incelemede matematiğe karşı öz yeterlikle matematiği günlük yaşamla ilişkilendirme düzeyi arasında bir ilişki saptanmıştır. Araştırmanın sonucunda ilköğretim matematik öğretmen adaylarının matematiği günlük yaşamla ilişkilendirme düzeylerinin artırılması için özel öğretim yöntemleri derslerinin içeriğinde matematik ve günlük yaşam, matematik ve diğer disiplinler gibi ilişkili konulara değinilmesi önerilmiştir. Bunun yanında matematik öğretmen adaylarının, matematiği farklı günlük yaşam durumlarında tanımalarının ve kullanmalarının gerekliliği ve öğretmen adaylarına bu tür ortamları sunmanın önemi vurgulanmıştır.

Doruk (2010), matematiksel modelleme etkinliklerinin, öğrencilerin matematik dersinde öğrendiklerini günlük yaşama transfer etme becerilerinin gelişimine etkisini incelemek amacıyla bir çalışma yapmıştır. Araştırma alt sosyo-ekonomik düzeyden öğrencilerin devam ettiği bir devlet okulunun 6. ve 7. sınıfları üzerinde, 116 öğrenciyle yürütülmüştür. Araştırmacı tarafından geliştirilen ve içinde günlük yaşamdan alınmış problem durumları, günlük yaşamda matematik dilini kullanmaya yönelik açık uçlu sorular ve matematikle günlük yaşamı ilişkilendirmeye yönelik maddeler bulunan "Günlük Yaşam Matematik Testi" ön test olarak tüm gruplara uygulanmıştır. Ardından deney grubu olarak belirlenen 6. ve 7. sınıflardan birer sınıfla haftada iki ders saati olmak üzere matematiksel modelleme etkinlikleriyle çalışılmış, dönem sonunda da deney ve kontrol gruplarına "Günlük Yaşam Matematik Testi" son test olarak tekrar uygulanmış, ayrıca deney grubundaki öğrencilerle yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır. Sonuç olarak her iki sınıf düzeyinde de, matematiksel modelleme etkinlikleri kullanılan grupların, günlük yaşam problem durumlarında matematikten yararlanma, günlük yaşamlarında matematik dilini kullanma ve matematikle günlük yaşamı ilişkilendirme düzeyleri, bu etkinliklerin kullanılmadığı gruplardan yüksek olduğu belirlenmiştir. 6. sınıf deney grubuyla, 7. sınıf deney grubunun matematiği günlük yaşama transfer edebilme düzeylerindeki artışları arasında anlamlı bir fark bulunamamış, bu nedenle matematiksel modelleme etkinliklerinin okulda öğrenilen matematiği günlük yaşama transfer etmeye etkisinin sınıf düzeyine bağlı olmadığı sonucuna varılmıştır. Yapılan görüşmelerde ise öğrencilerin matematiksel modelleme etkinlikleriyle çalışmalarından sonra günlük yaşam ve matematik arasındaki bağla ilgili düşüncelerinde olumlu yönde gelişmeler olduğu belirlenmiştir. Ayrıca etkinlikler süresince matematik dersinde başarı düzeyi düşük öğrencilerin de modelleme sürecine etkin bir şekilde katıldıkları ve başarıyla model geliştirme sürecini noktalandırabildikleri gözlemlenmiştir.

Erdem vd. (2011), geçmişten günümüze matematik biliminin gündelik yaşamda nasıl kullanıldığını incelemek amacıyla bir çalışma yapmışlardır. Bu amaçla yazılı ve yazısız toplumların kullandıkları matematik incelenmiş ve günümüzde günlük yaşamda kullanılan bu matematiğin bazı yansımaları üzerinde durulmuştur. Çalışmada etnografik araştırma yöntemi kullanılmıştır. Veriler, matematiğin tarihi ile ilgili çeşitli kaynaklar taranarak, katılımcı gözlem ve mülakat metotları kullanılarak toplanmıştır. Elde edilen veriler analiz edildiğinde, geçmişte ve günümüzde gündelik matematik hesaplamaları yapılırken genellikle dört işlemin kullanıldığı ve teorik matematikteki soyut sembol ve formüllerin kullanılmadığı saptanmıştır. Gündelik matematik hesaplamalarının özellikle ilköğretim öğrencileriyle gerçekleştirilecek matematik öğretiminde etkili olacağı, günümüzde yaygın olarak sınıflarda gerçekleştirilmekte olan matematik eğitiminin, zaman zaman bu tip gündelik matematik hesaplarıyla sınıf dışına taşınabileceği ve bu gündelik matematik hesaplarının gerçek yaşam alanlarında öğrencilere yaptırılarak matematiğin yalnızca soyut sembol ve formüllerden oluşan bir bilim olmadığının gösterilebileceği önerilmiştir.

Bu araştırmalardan özetle, *günlük yaşamla ilişkilendirmenin;*

- kalıcılığı sağlamada etkili olduğu,
- okuldaki matematiğin gelişimi için önemli bir temel oluşturabileceği,
- matematiksel modelleme yapabilmeye katkı sağladığı,
- gündelik matematik hesaplamalarının özellikle ilköğretim öğrencileriyle gerçekleştirilecek matematik öğretiminde etkili olacağı,
- günümüzde yaygın olarak sınıflarda gerçekleştirilmekte olan matematik eğitiminin, zaman zaman bu tip gündelik matematik hesaplarıyla sınıf dışına taşınabileceği ve bu gündelik matematik hesaplarının gerçek yaşam alanlarında öğrencilere yaptırılarak matematiğin yalnızca soyut sembol ve formüllerden oluşan bir bilim olmadığının gösterilebileceği,
- matematik öğretmen adaylarının, matematiği farklı günlük yaşam durumlarında kullanmalarının ve öğretmen adaylarına bu tür ortamları sunmanın önemli olduğu,
- öğrencilerin matematik problemlerini çözme becerilerinin, çözümlerine gerekçe sunma becerilerinin dolayısıyla matematiksel muhakemelerinin gelişmesine katkı sunduğu,

- öğrencilerin matematiğe ilişkin tutumlarının olumlu yönde değiştirdiği söylenebilir.

2.2.4. Karikatürlerle İlgili Araştırmalar

Dereli (2008), tam sayılar konusunun öğretiminde karikatürlerin kullanılmasının öğrencilerin matematik başarılarına, kalıcılığa, öğrencilerin matematik tutumlarına ve matematik kaygılarına etkilerini belirlemek amacıyla bir çalışma yapmıştır. Araştırmada ön test-son test kontrol gruplu yarı deneysel model kullanılmıştır. Araştırma, bir il merkezindeki bir ilköğretim okulunun iki 7. sınıf şubesinde öğrenim gören toplam 61öğrencinin katılımıyla gerçekleştirilmiştir. Seçilen gruplara; öğretilecek konu öncesi ön başarı testi, ön tutum ve ön kaygı ölçekleri, uygulama sonrasında da son başarı testi, son tutum ve son kaygı ölçekleri ile öğrenilen bilginin kalıcılığını saptamak amacıyla yaklaşık 10 hafta sonra hatırlama testi uygulanmıştır. Ayrıca öğrencilerin tam sayılar konusundaki alternatif düşüncelerini belirlemek ve karikatürün onlarda bıraktığı etkileri ortaya koymak için öğrencilerle görüşmeler yapılmıştır. Deney grubunda tam sayılar konusu karikatürlerle işlenirken, kontrol grubunda geleneksel öğretim yöntemleri kullanılmıştır. Yapılan analizler sonucunda, karikatürlerle yapılan öğretimin, matematik başarısını, matematik tutumunu ve öğrenilen bilgilerin kalıcılığını anlamlı olarak olumlu yönde etkilediği ve matematik kaygısını azalttığı ve bu etkilerin deney grubu lehine anlamlı farklılık oluşturduğu tespit edilmiştir.

Üner (2009), cebirsel ifadeler ve denklemler konularının karikatürle öğretiminin öğrencilerin matematik başarılarına, kalıcılığa, öğrencilerin matematik tutumlarına ve matematik kaygılarına etkilerini ortaya çıkarmak amacıyla bir çalışma yapmıştır. Araştırmada ön test-son test kontrol gruplu yarı deneysel model kullanılmıştır. Araştırma, bir ildeki bir ilköğretim okulunun iki 7. sınıf şubesinde öğrenim gören toplam 92 öğrencinin katılımıyla gerçekleştirilmiştir. Seçilen gruplara; öğretilecek konu öncesi ön başarı testi, ön tutum ve ön kaygı ölçekleri, uygulama sonrasında da son başarı testi, son tutum ve son kaygı ölçekleri ile öğrenilen bilginin kalıcılığını saptamak amacıyla yaklaşık 8 hafta sonra hatırlama testi uygulanmıştır. Deney grubunda cebirsel ifadeler ve denklemler konuları karikatürlerle işlenirken, kontrol grubunda geleneksel öğretim yöntemleri kullanılmıştır. Yapılan analizler sonucunda, karikatürlerle yapılan öğretimin, matematik başarısını, matematik tutumunu ve öğrenilen bilgilerin kalıcılığını anlamlı olarak olumlu yönde etkilediği ve matematik kaygısını azalttığı ve bu etkilerin deney grubu lehine anlamlı farklılık oluşturduğu tespit edilmiştir.

Güler (2010), karikatürlerle desteklenerek gerçekleştirilen matematik öğretiminin geleneksel öğretime kıyasla ilköğretim 6. sınıf öğrencilerinin doğal sayılar alt öğrenme alanındaki akademik başarılarına ve tutumlarına etkisini belirlemek amacıyla bir çalışma yapmıştır. Bu araştırmada deneysel desenlerden ön test-son test eşleştirilmiş kontrol gruplu desen kullanılmıştır. Araştırma, bir ildeki bir ilköğretim okulunda öğrenim gören toplam 109 6. sınıf öğrencisinin katılımıyla gerçekleştirilmiştir. Bu öğrenciler deney ve kontrol gruplarına ayrılmıştır. Araştırmacı tarafından hazırlanan 17 soruluk çoktan seçmeli başarı testi ön test, son test ve kalıcılık testi olmak üzere üç kez uygulanmıştır. Tutum ölçeği ise ön test ve son test olmak üzere iki kez uygulanmıştır. Deney grubunda dersler 5E modeli temel alınarak hazırlanan ders planlarına göre, altı şapkalı düşünme tekniğine uygun tasarlanan karikatürize edilmiş senaryolar kullanılarak işlenmiştir. Yapılan analizler sonucunda, başarı testi ve tutum ölçeği açısından, öğrencilerin son test puanları ön test puanlarından, kalıcılık testi puanları ise son test puanlarından yüksek olmasına karşın, deney ve kontrol gruplarının akademik başarıları arasında anlamlı bir farklılık oluşmadığı saptanmıştır. Öğrencilerin ön tutum ve son tutum puanlarına bakıldığında ise puanları arasında anlamlı bir farklılık olmadığı görülmüştür. Ayrıca öğrencilerin karikatürize edilmiş senaryolar sayesinde motivasyonlarının arttığı, ders ile daha çok ilgilendikleri, dersten daha çok zevk aldıkları, yaratıcı ve eleştirel düşünme becerilerini geliştirdikleri, kendilerini daha iyi ifade edebilmeye başladıkları ve karşılaştıkları bir probleme pratik çözümler getirebildikleri belirlenmiştir.

Erdağ (2011), ilköğretim 5. sınıf matematik öğretiminde kavram karikatürlerinin ondalık kesirler konusundaki akademik başarı ve kalıcılığa etkisini araştırmak amacıyla bir çalışma yapmıştır. Araştırmanın çalışma grubunu toplam 60 (30 deney + 30 kontrol) beşinci sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Araştırmada ön-test, son-test kontrol gruplu yarı deneysel desen kullanılmıştır. Uygulama sürecinde 4 hafta (16 saat) boyunca deney grubunda “Kavram Karikatürleri ile Desteklenmiş Ondalık Kesir Öğretimi” uygulanmış, kontrol grubunda ise matematik öğretimi programında yer alan yapılandırmacı yaklaşım doğrultusunda ders işlenmiştir. Verilerin toplanmasında ise “Ondalık Kesirler Akademik Başarı Testi”, uzman görüşlerine dayalı olarak hazırlanmış olan 15 adet

“Kavram Karikatürleri Etkinlik Yaprakları” ve “Kavram Karikatürleri ile Destekli Matematik Öğretim Sürecine İlişkin Öğrenci Görüş Formu” kullanılmıştır. Yapılan analizler sonucunda, deney grubundaki öğrencilerin öntest ortalama puanlarına göre düzeltilmiş sontest ve kalıcılık akademik başarı ortalama puanlarının, kontrol grubundaki öğrencilerin puanlarına göre önemli düzeyde daha yüksek olduğu ve öğrencilerin süreç sonunda matematik dersine yönelik olumlu görüş geliştirdikleri tespit edilmiştir.

Şengül ve Dereli (2013a), tamsayılar konusunun karikatürle öğretiminin öğrencilerin matematik tutumuna etkisini belirlemek amacıyla bir çalışma yapmışladır. Çalışma, kontrol gruplu öntest-sontest yarı deneysel model kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Deney ve kontrol gruplarının belirlenmesinde “Matematik Tutum Ölçeği” ön test puanları dikkate alınarak matematik tutum puanları arasında istatistiksel olarak manidar bir fark bulunmayan iki sınıf çalışma grubu olarak seçilmiştir. Bu iki gruptan rastgele seçimle biri deney grubu (N=30) diğeri kontrol grubu (N=31) olarak belirlenmiştir. Deney grubundaki öğrencilerle tam sayılar kazanımları altı hafta boyunca karikatürle işlenirken, kontrol grubu öğrencileriyle geleneksel öğretim yöntemiyle ders işlenmiştir. Veri toplamak amacıyla, “Matematik Tutum Ölçeği” kullanılmış ve öğrencilerin karikatürle öğretimin gerçekleştiği öğrenme ortamına ilişkin görüşleri yazılı olarak alınmıştır. Nicel veriler bağımlı ve bağımsız t-testi ile nitel veriler ise betimsel analiz tekniği ile analiz edilmiştir. Yapılan analizler sonucunda, deney grubunda gerçekleştirilen öğretimin kontrol grubundakine göre öğrencilerin matematik dersine yönelik tutumlarında daha etkili olduğu tespit edilmiştir. Ayrıca karikatürle öğretim yöntemi, geleneksel öğretime göre tutumun alt bileşenleri olan matematik dersine olan ilgi, matematiğin algılanan yararları ve matematikte algılanan başarı düzeylerini olumlu yönde etkilerken geleneksel öğretim yöntemi öğrencilerin matematik dersine karşı olan ilgi bileşeninde düşüşe sebep olmuştur. Bunların yanı sıra, öğrencilerin yazılı görüşlerinden karikatürle yapılan öğretimi çok sevdikleri ve matematik dersine olan ilgilerinin arttığı belirlenmiştir.

Şengül ve Dereli (2013b), karikatürle gerçekleştirilen matematik öğretiminin 7. sınıf öğrencilerinin tamsayılar konusundaki başarılarına ve kalıcılık düzeylerine etkisini incelemek amacıyla bir çalışma yapmışlardır. Çalışma, kontrol gruplu öntest-sontest yarı deneysel model kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Çalışmada, öncelikle bir ildeki bir ilköğretim okulunun üç farklı şubesinde öğrenim gören yedinci sınıf öğrencilerine Matematik Başarı Testi uygulanmıştır. Bu uygulama sonrasında matematik başarıları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık bulunmayan iki sınıf rasgele deney (N=30) ve kontrol grupları (N=31) olarak ayrılmıştır. Veri toplamak amacıyla, "Matematik Başarı Testi" (Öntest-Sontest ve Kalıcılık Testi) kullanılmış ve öğrencilerin karikatürle öğretimin gerçekleştiği öğrenme ortamına ilişkin görüşleri yazılı olarak alınmıştır. Deney grubunda öğrenciler dörder oturtularak altı hafta boyunca matematik öğretim programında geçen tamsayılar kazanımları doğrultusunda geliştirilen karikatürler kullanılarak, kontrol grubunda ise geleneksel yöntemler kullanılarak öğretim gerçekleştirilmiştir. Nicel veriler bağımlı ve bağımsız t-testi ile nitel veriler ise betimsel analiz tekniği ile analiz edilmiştir. Yapılan analizler sonucunda, hem deney hem de kontrol gruplarındaki öğrencilerin öntest puanlarına göre sontest ve kalıcılık testi puanlarında artış olduğu ancak bu artıştaki farkın deney grubu lehine anlam düzeyde olduğu tespit edilmiştir. Ayrıca öğrencilerin karikatürle gerçekleştirilen matematik öğretimine ilişkin olumlu görüşlerinin olduğu ve motivasyonu sağladığı ortaya çıkmıştır.

Şengül ve Aydın (2013), kavram karikatürleri ile zenginleştirilmiş öğrenme ortamının öğrencilerin matematik kaygı düzeylerine etkisini belirlemek amacıyla bir çalışma yapmışladır. Çalışmada, yarı deneysel kontrol gruplu ön test-son test modeli kullanılmıştır. Araştırmanın çalışma grubunu bir ildeki bir ilköğretim okulunun iki 7. sınıf şubesinde okuyan 77 öğrenci oluşturmaktadır. Araştırmada, matematik programındaki 7. sınıf çokgenler konusuna ait kazanımlar doğrultusunda on iki adet kavram karikatürü geliştirilmiştir. Kavram karikatürlerinin geliştirilmesi aşamasında pilot çalışma yapılarak öncelikle çokgenler konusunda öğrencilerde var olabilecek kavram yanılgıları tespit edilmiştir. Pilot çalışma sonucunda ortaya çıkan öğrenci yanılgıları kavram karikatürlerinin oluşturulmasında göz önüne alınmıştır. Uygulama dört hafta devam etmiştir. Öğrencilerin sosyal öğrenme ortamı oluşturarak kavramları daha derinlemesine tartışma ve kendi düşünme kalıplarını sorgulayabilmeleri için aynı düşünceyi paylaşan öğrencilerden meydana gelen dörder kişilik homojen gruplardan yararlanılmıştır. Araştırma verileri, "Matematik Kaygı Ölçeği' ve uygulama süreci hakkında öğrencilerin yazılı görüşlerinden elde edilmiştir. Toplanan nicel veriler bağımlı ve bağımsız örneklemler t-testi ile nitel veriler ise betimsel olarak analiz edilmiştir. Yapılan analizler sonucunda, kavram karikatürlerinin öğrencilerin matematiğe kaygı düzeylerine anlamlı etkisinin olduğu tespit edilmiştir. Ayrıca, öğrencilerin kavram karikatürlerini çok sevdikleri ve matematik dersine olan ilgilerinin arttığı belirlenmiştir.

Taşkın-Gültekin (2013), matematikte bazı kavramlarla (sayı kümeleri arasındaki ilişkiler, mutlak değer, köklü sayılar) ilgili yanılgıları gidermede kavram karikatürleri ile zenginleştirilmiş öğrenme ortamının etkililiğini, oluşturulan öğrenme ortamının öğretmen ve öğrenci rollerinde nasıl bir değişime neden olduğu ve öğrencilerin bu öğrenme ortamı ile ilgili görüşlerini belirlemek amacıyla bir çalışma yapmıştır. Araştırmacı öğretmen yöntemiyle yürütülen bu çalışma, bir ildeki 20 9. sınıf öğrencisinin katılımıyla gerçekleştirilmiştir. Uygulama sürecinde üç konu için ayrılan dörder saatlik derslerden birer saatinde kavram karikatürü kullanılmıştır. Dersler yapılandırmacı yaklaşıma göre işlenmiştir. Uygulama sırasında karikatürle yansıtılan soruyla ilgili önce öğrencilerin bireysel cevapları yazılı olarak alınmış, ardından grup tartışması başlatılmış ve grup çalışma kâğıtları ile grupların düşünceleri alınmış, sonra sınıf tartışması yapılmış ve ders sonunda yine bireysel cevaplar yazılı olarak alınmıştır. Her uygulamadan sonra altı öğrenci ile derse ilişkin mülakatlar yapılmıştır. Ayrıca bilgilerin kalıcılığını görmek için farklı düzeydeki altı öğrenci ile uygulamalardan iki hafta sonra klinik mülakatlar yapılmıştır. Bu veriler betimsel ve içerik analizi teknikleri kullanılarak analiz edilmiştir. Yapılan analizler sonucunda, kavram karikatürleri ile zenginleştirilmiş öğrenme ortamının sayı kümeleri arasındaki ilişkiler, mutlak değer ve köklü sayılar konularındaki kavram yanılgılarını gidermede etkili olduğu, oluşturulan öğrenme ortamının öğretmen ve öğrenci davranışlarında yapılandırmacı yaklaşım açısından olumlu yönde değişime uğradığı ve son olarak kavram karikatürleri ile işlenen derse yönelik öğrencilerin olumlu görüş geliştirdikleri sonucuna ulaşılmıştır.

Bu araştırmalardan özetle, *karikatürlerin;*

- Matematik başarısını ve matematik tutumunu olumlu yönde etkilediği,
- Öğrenilen bilgilerin kalıcı olmasını sağladığı,
- Matematik kaygısını azalttığı,
- Motivasyonu arttırdığı,
- Yaratıcı ve eleştirel düşünme becerilerini geliştirdiği,

- Kavram yanılgılarını gidermede etkili olduğu,
- Öğrencilerin kendilerini daha iyi ifade etmelerine ve karşılaştıkları bir probleme pratik çözümler getirmelerine yardımcı olduğu söylenebilir.

2.2.5. Somut Materyal Kullanmayla İlgili Araştırmalar

Moyer (2001), öğretmenlerin matematik öğretiminde somut materyalleri niçin ve nasıl kullandıklarını incelemek amacıyla bir çalışma yapmıştır. Çalışma, 10 ortaokul matematik öğretmeninin katılımıyla gerçekleştirilmiştir. Bu öğretmenlere araştırma başlamadan önce hazırlanan materyalleri görme fırsatı verilmiş ve bu materyaller hakkında bilgi verilmiştir. Bir yıl boyunca bu öğretmenlerin hazırlanan materyalleri sınıflarından nasıl kullandıkları gözlemlenmiş, öğretmenlerle zaman zaman görüşmeler gerçekleştirilmiş ve sınıf ortamı video ile kayıt altına alınmıştır. Tüm bu farklı veri toplama araçları kullanılarak elde edilen veriler birbirleriyle ilişkilendirilerek çeşitli temalara ulaşılmıştır. Yapılan analizler sonucunda, öğretmenlerin materyallerin matematik kavramlarının öğretimini kendilerinin yapamadığı durumlarda öğretimi eğlenceli kıldığı ancak matematik öğretiminde ve öğrenilmesinde gerekli olmadığını savundukları ortaya çıkmıştır.

Gürbüz (2006), somut öğretim materyallerinin öğrencilerin olasılık konusundaki kavramsal gelişimlerine etkisini belirlemek amacıyla bir çalışma yapmıştır. Bu amaçla, araştırmacı tarafından çark, farklı formatta zarlar, geometrik şekillerden oluşan pano gibi öğretim materyalleri, çalışma yaprakları ve kavram haritası geliştirilmiştir. Çalışma, bir ilköğretim okulunun sekizinci sınıfında okuyan 20 öğrencinin katılımıyla gerçekleştirilmiştir. Veri toplama aracı olarak, literatürden de faydalanılarak geliştirilen Kavramsal Gelişim Testi kullanılmıştır. Somut materyallere dayalı öğretim 6 ders saati boyunca gerçekleştirilmiştir. Yapılan analizler sonucunda, gerçekleştirilen öğretimin olasılık kavramlarının öğretiminde başarıyı yükselttiği ve öğrencilerin kavramsal gelişimlerini sağladığı tespit edilmiştir. Bunun nedeninin, öğretim materyalleriyle öğrenciler somut nesneleri kullanarak deneyler yapabildikleri için, çalışma yapraklarıyla bilgiyi kendileri yapılandırdıkları için, kavram haritasıyla kavramları ve kavramlar arası ilişkileri muhakeme ederek özümseyebildikleri için öğrenmeye karşı istek ve sorumluluklarının artmış olabileceği belirtilmiştir.

Gürbüz (2007a), olasılık konusunda geliştirilen öğretim materyalleriyle gerçekleştirilen öğretime ilişkin öğretmen ve öğrenci görüşlerini ortaya koymak amacıyla bir çalışma yapmıştır. Bu amaçla araştırmacı tarafından somut öğretim nesneleri, iki adet çalışma yaprağı ve bir adet kavram haritası geliştirilmiştir. Geliştirilen materyallere dayalı öğretim, Trabzon'a bağlı Akçaabat ilçe merkezindeki iki ilköğretim okulunun sekizinci sınıflarında okuyan öğrencilerle gerçekleştirilmiştir. Araştırma, uygulamayı yapan her bir sınıfın matematik öğretmeni ve bu sınıflarda okuyan 44 öğrencinin katılımıyla gerçekleştirilmiştir. Veri toplamak amacıyla her iki öğretmenle ve her bir sınıftan 8 öğrenciyle yarı yapılandırılmış görüşmeler yürütülmüştür. Yapılan analizler sonucunda, geliştirilen materyallerle gerçekleştirilen öğretime ilişkin hem öğretmenlerin hem de öğrencilerin olumlu görüş belirttikleri tespit edilmiştir.

Manches, O'Malley ve Benford (2010), küçük yaştaki *(4–8 yaş)* çocukların fiziksel materyalleri kullanmalarının sayısal problemleri çözme başarılarına olan etkisini ve sanal ortamda hazırlanan ara yüzleri kullanmanın etkilerini belirlemek amacıyla bir çalışma yapmıştır. Bu amaçla, ilk uygulamada fiziksel materyallerin kullanıldığı ve kullanılmadığı durumlarda öğrencilerin problem çözme başarıları karşılaştırılmış, ikinci uygulamada öğrencilerin fiziksel materyalleri *(bloklar vb.)* hareket etme sayılarının kısıtlandığı durumlarda problem çözme başarıları belirlenmiş ve üçüncü uygulamada ise onların sadece bir ara yüzün kullanıldığı durumlarda problem çözmedeki başarıları belirlenmiştir. Verilerin analizi sonucunda çocukların sayısal stratejileri materyal yokluğunda da uygulayabildikleri ancak somut materyallerle yapılan uygulamaların öğrencilerde daha çok strateji gelişimini destekleyebildiği görülmüştür. Ayrıca sanal ortamda tek tip ara yüz kullanımının pek tercih edilmediği bunun yerine farklı ara yüzlerin kullanılması gerektiği ortaya çıkmıştır.

Sarı (2010), somut materyallerle öğretimin 4. sınıf öğrencilerinin geometri başarısına etkisini ve öğrencilerin somut materyaller ile işlenen derslere ilişkin düşüncelerini belirlemek amacıyla bir çalışma yapmıştır. Tek gruplu ön test –son test deseninin kullanıldığı bu araştırma, 32 4. sınıf öğrencisinin katılımıyla gerçekleştirilmiştir. Veri toplamak için katılımcılara Geometri Başarı Testi uygulanmıştır. Somut materyallerle gerçekleştirilen öğretim, 10 hafta süresince haftada 5 ders saati olmak üzere araştırmacı tarafından yapılmıştır. Ayrıca, 11 öğrenci ile görüşme yapılarak, öğrencilerin somut materyaller ile yapılan derslere ilişkin düşünceleri elde edilmiştir. Yapılan analizler sonucunda, somut materyaller ile yapılan öğretim sayesinde, 4. sınıf öğrencilerinin uygulama öncesi ve hemen sonrası ile uygulama öncesi ve belirli bir zaman sonrası geometri başarıları arasında olumlu yönde bir değişim olduğu saptanmıştır. Öğrencilerin, uygulamanın hemen sonrası ve belirli bir zaman sonrası geometri başarıları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir değişim olmadığı sonucuna varılmıştır. Öte yandan, öğrencilerin çoğunun somut materyaller ile yapılan dersleri daha eğlenceli buldukları, bazı öğrencilerin sorular ile ilk kez karşılaştıklarında endişe duydukları, öğrencilerin çoğunun ise sorular ile somut materyallerle yapılan öğretim sonrası karşılaştıklarında soruları daha kolay buldukları tespit edilmiştir.

Bozkurt ve Polat (2011), ilköğretim ikinci kademe öğrencilerinin tamsayılar konusunun öğretiminde sayma pulları ile modellemenin öğrenmeye etkisi üzerine öğretmen görüşlerini belirlemek amacıyla bir çalışma yapmışlardır. Bu amaçla, 16 ilköğretim matematik öğretmeni ile yarı yapılandırılmış görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Öğretmenlerin görüşleri sayma pullarıyla modellemenin kullanım, kolaylık, etkililik ve yeterlilik yönlerinden analizleri yapılmıştır. Yapılan analizler sonucunda, öğretmenlerin sayma pullarıyla modellemenin tamsayılar konusunu öğrenme üzerine etkisi ile ilgili görüşlerinin farklılık gösterdiği ve öğretmenlerin sayma pulları ile bazı işlemleri modellemeye sıcak bakmadıkları tespit edilmiştir. Öğretmenlerin sayma pullarını tamsayılarda toplama ve çıkarma işlemlerini modellemede kullandıkları ancak çarpma ve bölme işlemlerini modellemede zorluk yaşadıkları bu yüzden çok fazla tercih etmedikleri görülmüştür. Öğretmenler sayma pulları ile modellemenin somutlaştırma ve tamamlayıcı bir materyal olarak kullanılabileceğini ancak yeterli bir materyal olmadığını dile getirmişlerdir. Ayrıca öğretmenlerin programda verilen örneklere ve modellere bağlı kaldıkları, alternatif geliştirmeye çalışmadıkları görülmüştür.

Öz (2012), somut materyallerin ve dinamik geometri yazılımlarının ilköğretim matematik öğretmenliği bölümü öğrencilerinin geometri başarılarına etkisini belirlemek amacıyla bir çalışma yapmıştır. Araştırma, bir devlet üniversitesinin Eğitim Fakültesinin ilköğretim matematik öğretmenliği programında öğrenim gören 156 birinci sınıf öğrencisi ile gerçekleştirilmiştir. Katılımcılar SM-1 (Somut Materyal 1. Öğretim), SM-2 (Somut Materyal 2. Öğretim), GSP-1 (Geometer‟s Sketchpad 1. Öğretim) ve GSP-2

(Geometer‟s Sketchpad 2. Öğretim) olmak üzere dört gruba ayrılmışlardır. Gruplara öncelikle öğretim etkinliklerini yürüten iki öğretim üyesi tarafından hazırlanan "geometri başarı testi" ön test olarak uygulanmış, daha sonra 8 hafta boyunca geometri öğretim etkinlikleri yapılmıştır. Öğretim sürecinin ardından tüm katılımcılara geometri başarı testi son test olarak uygulanmıştır. Elde edilen veriler betimsel ve yordamsal olarak analiz edilmiş, yüzde değerleri ile karşılaştırılmıştır. Yapılan analizler sonucunda, başarı değerlerinde SM ve GSP grupları arasında anlamlı düzeyde bir farklılık görülmemekle birlikte hem somut materyal hem de Gometer‟s Sketchpad destekli öğrenim gören gruplardaki katılımcıların başarılarının pozitif yönde değiştiği görülmüştür. Ayrıca birinci öğretim katılımcıların ikinci öğretim katılımcılardan daha başarılı oldukları elde edilen diğer bir sonuç olmuştur. Betimsel analizlerde ise geometri başarı testindeki her bir soru için karşılaştırmalar yapılmış olup 1, 4, 6 ve 8. sorularda GSP gruplarının; 2, 5 ve 10. sorularda ise SM gruplarının göreceli olarak daha başarılı oldukları ancak bu farkın istatistiksel olarak anlamlı düzeyde olmadığı tespit edilmiştir.

Şengül ve Körükçü (2012), tam sayılar konusunun görsel materyallerle öğretiminin öğrencilerin matematik başarısı ve kalıcılık düzeylerine etkilerini incelemek amacıyla bir çalışma yapmışlardır. Çalışma, 2007–2008 eğitim-öğretim yılı İstanbul ili, Avrupa yakasındaki bir ilköğretim okulunun altıncı sınıflarında okuyan 60 öğrencinin katılımıyla gerçekleştirilmiştir. Araştırmada yarı-deneysel araştırma yöntemi kullanılmıştır. Kontrol grubunda "Tam Sayılar ve Tam Sayılarla İşlemler" konusu geleneksel yöntem ile işlenirken, deney grubunda öğretim geliştirilen görsel materyaller kullanılarak işlenmiştir. Veriler 22 sorudan oluşan "tamsayılar başarı testi" ile elde edilmiştir. Bu test, gruplara ön-son test ve uygulama bitiminden iki ay sonra da kalıcılık testi olarak kullanılmıştır. Elde edilen veriler nicel analiz yöntemiyle değerlendirilmiştir. Yapılan analizler sonucunda, görsel materyal destekli öğretimin geleneksel öğretime göre öğrencilerin matematik başarıları ve kalıcılık düzeyleri bakımından daha etkili olduğu saptanmıştır.

Bu araştırmalardan özetle, *somut materyallerin;*

- matematik öğretimini eğlenceli kıldığı,
- başarıyı yükselttiği,
- öğrencilerin kavramsal gelişimlerine katkı sunduğu,

- kalıcı öğrenme sağladığı,
- materyallerle gerçekleştirilen öğretime ilişkin hem öğretmenlerin hem de öğrencilerin olumlu görüşlere sahip oldukları,
- daha çok strateji gelişimini sağladığı,
- öğretmenlerin sayma pullarını tamsayılarda toplama ve çıkarma işlemlerini modellemede kullandıkları ancak çarpma ve bölme işlemlerini modellemede zorluk yaşadıkları bu yüzden çok fazla tercih etmedikleri söylenebilir.

2.2.6. Bilgisayar Destekli Uygulamlarla İlgili Araştırmalar

Pratt (2000), bilgisayar ortamında spinner, para ve zarı kullanarak hazırladığı bir materyal vasıtasıyla 10-11 yaşlarındaki öğrencilerin yer aldığı ikişer kişiden oluşan 8 gruba birkaç deney yaptırarak, öncelikle onların günlük yaşamlarında olasılık konusuyla ilgili yanlış öğrenmelerini ortaya koymaya çalışmıştır. Ayrıca öğrencilere bu materyal vasıtasıyla çok sayıda deneyler yaptırarak yanlış öğrenmelerini düzeltmelerini sağlamaya çalışmıştır. Örneğin, üç eş parçaya bölünmüş ve üzerinde 1, 2 ve 3 sayılarının yazılı olduğu iki spinner aynı anda döndürüldüğünde gelen sayıların toplamının 2, 3, 4, 5 ve 6 olma olasılıklarının birbirine eşit olduğu düşüncesinin yanlış olduğu, öğrencilere bilgisayar ortamında yaptırılan çok sayıda deney vasıtasıyla fark ettirilmiştir.

Kramarski ve Zeichner (2001), bilgisayar ortamında düzenlenen ve üst bilişsel geribildirim ve sonuç geribildirimi olarak adlandırılan iki farklı geribildirimin matematik başarısı üzerindeki etkisini incelemek ve matematiksel muhakemeyi açıklama becerisi üzerindeki etkilerini karşılaştırmak amacıyla bir çalışma yapmışlardır. Çalışma, İsrail'deki dört farklı liseden seçilen 186 on birinci sınıf öğrencisinin katılımıyla gerçekleştirilmiştir. Bu öğrenciler üst bilişsel geribildirim ve sonuç geribildirimi gruplarına rasgele dağıtılmışlardır. Bu gruptaki öğrenciler bireysel olarak öğrenmektedirler ve problemleri çözerken veya hata yaptıklarında bilgisayardan farklı geribildirimler almaktadırlar. Üst bilişsel geribildirim öğrencilerinin aldıkları geribildirimler, problemin doğası, önceki ve yeni bilgiler arasındaki bağlantılar, benzerlik ve farklılıklar, problemi çözmek için uygun çözüm stratejileri kullanmak üzerine odaklanırken; sonuç geribildirim öğrencilerinin aldıkları geribildirimler ise, öğrencilerin cevaplarına ilişkin "tekrar düşün, hata yaptın, tekrar dene, bir daha kontrol et, çok iyi, mükemmel" şeklinde verilmektedir. Öğretmen, öğrencilerin bilgisayar ortamındaki bu süreçlerine karışmaksızın, sadece bilgisayarla ilgili teknik bir arıza durumunda sürece müdahale etmektedir. Öğrencilerin matematiksel muhakemelerini değerlendirmek için sürecin başında ve sonunda onlara 27 maddeden oluşan bir test uygulanmıştır. Yapılan analizler sonucunda, üst bilişsel geribildirim grubundaki öğrencilerin matematiksel açıklamaları kullanma ve matematiksel muhakeme açısından sonuç geribildirimi grubundakilere göre anlamlı düzeyde daha iyi sonuçlar aldıkları tespit edilmiştir.

Polaki (2002), farklı iki öğretim uygulamasının öğrencilerindüşünme seviyelerinin gelişimini nasıl etkilediğini belirlemek amacıyla bir çalışma yapmıştır. Araştırma, altısı 9 yaşında ve diğer altısı da 10 yaşında olmak üzere toplam 12 öğrencinin katılımıyla gerçekleştirilmiştir. Bu 12 öğrenciden iki grup oluşturularak, bu gruplara 6 hafta boyunca haftada iki kez 45'er dakikalık öğretim uygulamaları gerçekleştirilmiştir. Bu uygulamalarda birinci gruba 20 deney, ikinci gruba ise bu 20 deneye ilave olarak bilgisayar ortamında 50, 100, 500, 1000, … sayılarında deneyler yaptırılmıştır. Bu uygulamaların bitiminden bir hafta sonra birinci değerlendirme ve dört hafta sonra ise ikinci değerlendirme yapılmıştır. Bu değerlendirmelerde öğrencilerle yapılan görüşmeler, video ve teyp kayıtları, araştırmacının gözlemleri, öğrenci günlükleri ve öğrencilerin olasılık konusunda geçen çeşitli kavramlara ilişkin sorulara verdikleri cevaplar göz önüne alınmıştır. Yapılan analizler sonucunda her iki grubun olasılıklı düşünme seviyelerinde gelişme olduğu görülmüştür. Ancak grupların düşünme seviyelerinin gelişimi arasında önemli bir farklılık görülmemiştir.

Gürbüz (2007b), bilgisayar destekli öğretimin ilköğretim 8. sınıf öğrencilerinin olasılık konusundaki kavramsal gelişimlerine etkisini belirlemek amacıyla bir çalışma yapmıştır. Bu amaçla olasılık konusunun öğretimi için araştırmacı tarafından Macromedia ürünlerinden Dreamweaver ve Flash MX 2004 yazılımlarından faydalanarak animasyon ve simülasyonlardan oluşturulan *Bilgisayar Destekli Öğretim Materyali (BDÖM)* kullanılmıştır. Araştırmada tek grup ön test-son test deneysel yöntem kullanılmıştır. Veriler analiz edildiğinde, çalışma grubundaki öğrencilerin kavramsal gelişim testindeki her bir kavrama ilişkin ön test-son test kavramsal gelişim düzeyleri arasında son test lehine anlamlı bir fark bulunmuştur. Bununla birlikte öğrencilerin en çok "Bir Olayın Olma Olasılığı" kavramında; en az ise "Şartlı Olasılık" kavramında gelişim gösterdikleri saptanmıştır. Sonuç olarak geliştirilen materyalin olasılık konusuna ilişkin kavramların öğretiminde etkili olduğu belirlenmiştir.

Kebritchi vd. (2010), bilgisayar ortamında tasarlanan bir oyunun öğrencilerin matematik başarılarına ve motivasyonlarına olan etkisini belirlemek amacıyla bir çalışma yapmışlardır. Bu amaçla 117'si deney grubu ve 76'sı ise kontrol grubuna rasgele dağıtılmak üzere toplam 193 9–10. sınıf öğrencisiyle ve 10 öğretmenle çalışılmıştır. Deney grubundaki öğrencilerle oyun temelli öğretim yapılırken, kontrol grubundaki öğrencilerle geleneksel öğretim yapılmıştır. Gruplara Cebir dersiyle ilgili öntest-sontest uygulanmıştır. Verilerin analizinde deney grubunun kontrol grubuna oranla daha başarılı olduğu belirlenmiştir. Ayrıca yapılan görüşmeler neticesinde öğretmenler, oyun temelli öğretimin etkili bir yaklaşım olduğunu belirtirken; öğrenciler ise öğretmenlerine paralel olarak bu sürecin etkili ve eğlenceli olduğunu ifade etmişlerdir.

Fırat (2011), bilgisayar destekli eğitsel oyunlarla gerçekleştirilen matematik öğretiminin bazı olasılık kavramlarına ilişkin kavramsal öğrenmeye etkisini incelemek amacıyla bir çalışma yapmıştır. Yarı deneysel araştırma modellerinden öntest-sontest kontrol gruplu modelin kullanıldığı araştırma, bir ildeki bir ilköğretim okulunun 6. sınıfında öğrenim gören 90 öğrenci ile yürütülmüştür. Verileri toplamak amacıyla literatürden de faydalanarak geliştirilen 14 soruluk "Kavramsal Gelişim Testi (KGT)" kullanılmıştır. Öğretim sürecinde, Java programlama dili ve NetBeans editöründen yararlanılarak tasarlanan iki oyun kullanılmıştır. Yapılan analizler sonucunda, bilgisayar destekli eğitsel oyunlarla gerçekleştirilen öğretimin öğrencilerin olasılık konusundaki kavramsal öğrenmelerine katkıda bulunduğu ve geleneksel öğretime kıyasla daha etkili olduğu belirlenmiştir. Ayrıca, her iki grubun da sontest puanlarında öntest puanlarına göre artış gözlenmiştir. Elde edilen bu sonuçlar doğrultusunda, bilgisayar destekli eğitsel oyunların matematik öğretiminde kullanımının yaygınlaştırılması önerilmiştir.

Gürbüz ve Birgin (2012), bilgisayar destekli öğretimin öğrencilerin olasılık kavramlarına ilişkin sahip oldukları kavram yanılgılarını gidermedeki etkisini belirlemek amacıyla bir çalışma yapmışlardır. Bu amaçla iki farklı bilgisayar destekli öğretim materyali geliştirilmiştir. Tam deneysel yöntemle yürütülen bu çalışma, 18'i deney grubu ve 19'u kontrol grubunda olmak üzere toplam 37 ilköğretim 7. sınıf öğrencisiyle gerçekleştirilmiştir. Deney grubundaki öğrencilerle bilgisayar destekli öğretimler gerçekleştirilirken, kontrol grubunda geleneksel yöntemler kullanılmıştır. “Olasılık Karşılaştırma”, “Eş Olasılık” ve “Temsiliyet” kavramlarının her birine ilişkin dörder sorunun yer aldığı bir test tüm öğrencilere öntest ve sontest olarak uygulanmıştır. Yapılan analizler sonucunda, bilgisayar destekli öğretimin geleneksel öğretime göre kavram yanılgılarını gidermek açısından daha etkili olduğu tespit edilmiştir.

Gürbüz, Erdem ve Fırat (2012), bilgisayar destekli kavram haritalarının yardımıyla gerçekleştirilen matematik öğretiminin kavramsal öğrenme üzerindeki etkisini belirlemek amacıyla bir çalışma yapmışlardır. Bu amaçla bilgisayar ortamında kavram haritaları geliştirilmiş ve olasılık konusunun öğretiminde kullanılmıştır. Çalışma, öntest sontest kontrol gruplu desen kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Bir okuldaki yedinci sınıflardan biri, numarasının son rakamının çift ve tek olmasına göre deney ve kontrol gruplarına ayrılmışlardır. Sınıftaki öğrenciler, numarasının sonu tek ve çift olarak ayrıldıktan sonra deney ve kontrol gruplarına rasgele dağıtılmıştır. Böylece çalışma, 20’si deney grubunda ve 19’u ise kontrol grubunda olmak üzere toplam 39 yedinci sınıf öğrencisinin katılımıyla yürütülmüştür. Veri toplama aracı olarak araştırmacılar tarafından geliştirilen 12 soruluk bir ölçek kullanılmıştır. Olasılık konusunun öğretimi, deney grubundaki öğrenciler iki öğrenciden oluşan işbirlikli gruplara ayrıldıktan sonra bilgisayar destekli kavram haritalarının yardımıyla, kontrol grubunda ise geleneksel yöntemlerle gerçekleştirilmiştir. Her bir grupla haftada iki kez (her bir saat 40 dk) olmak üzere üç hafta boyunca öğretimler gerçekleştirilmiştir. Yapılan analizler sonucunda, deney grubundaki öğrencilerin sonuçlarının kontrol grubundakilerden kavramsal anlama açısından anlamlı düzeyde daha iyi olduğu tespit edilmiştir.

Bu araştırmalardan özetle, *bilgisayar destekli uygulamaların;*

- Kavram yanılgılarını giderdiği,
- Düşünmeyi ve muhakemeyi arttırdığı,
- Kavramsal öğretimin gerçekleşmesine katkı sunduğu,
- Etkili ve eğlenceli bir öğrenme sağladığı söylenebilir.

2.2.7. Matematiksel Muhakemeyle İlgili Diğer Araştırmalar

Kosonen (1992), istatistik eğitiminin muhakeme üzerinde nasıl bir etki yarattığını belirlemek amacıyla bir çalışma yapmıştır. Bu amaçla ilköğretim, ortaöğretim ve üniversite öğrencilerinden oluşan toplam 315 öğrenci, her bir seviyede deney ve kontrol gruplarına ayrılmıştır. Deney grubundaki öğrencilerle *Büyük Sayıların Kanunu* ile ilgili öğretimler gerçekleştirilirken, kontrol grubundaki öğrencilere herhangi bir müdahalede bulunulmamıştır. Tüm gruplara günlük hayatla ilgili problemlerden oluşan bir ölçek, öntest-sontest olarak uygulanmıştır. Veriler analiz edildiğinde istatistik eğitimi alan öğrencilerin günlük yaşamla ilgili problemler karşısında daha iyi muhakemede bulundukları ve daha az hata yaptıkları sonucuna varılmıştır.

Way (2003), olasılıksal muhakemede bulunurken kullanılan stratejilerin özelliklerini belirlemek amacıyla bir çalışma yapmıştır. Bu bağlamda daha önce olasılıkla ilgili herhangi bir formal eğitim almayan 4-12 yaşlarındaki toplam 74 öğrenciyle çalışılmıştır. Bu öğrencilerin kullandıkları stratejileri ortaya çıkarmak için oyun tarzında beş uygulama gerçekleştirilmiştir. Öğrencilerle gerçekleştirilen görüşmelerde olasılık kavramlarıyla (ör: örnek uzay, rasgelelik, eş olasılık v.b.) ilgili çeşitli sorular sorulmuş ve onlardan bu sorulara verdikleri verdikleri cevapların gerekçelerini açıklamaları istenmiştir. Görüşme kayıtlarından elde edilen öğrenci cevapları, ortak özelliklere göre düşünme seviyeleri altında gruplandırılmış ve her bir seviyeye ilişkin örnek cevaplar doğrudan aktarılmıştır. Yapılan analizlerden; yaşa bağlı olarak ortaya çıkan *1) olasılıksal olmayan düşünme, 2) gelişmekte olan olasılıksal düşünme, 3) olasılığın nicelleştirilmesi* ve *a) olasılıksal olmayan düşünmeden gelişmekte olan düşünmeye geçiş, b) gelişmekte olan düşünmeden nicelleştirmeye geçiş* olmak üzere üç temel düşünme seviyesi ve iki farklı geçiş seviyesi elde edilmiştir. Öte yandan yaş seviyesi arttıkça çocukların olasılıksal düşünme seviyelerinde iyileşmelerin olduğu ve olasılık dilini daha çok kullandıkları sonucuna varılmıştır. Elde edilen sonuçlardan hareketle, bireysel farklılıklardan dolayı öğrencilere genel kural ve stratejileri zorunlu olarak öğretmenin onların öğrenmelerini olumsuz etkileyebileceği belirtilmiştir. Ayrıca dokuz yaşlarındaki çocuklara yönelik olarak basit sayısal stratejilerden daha üst düzey orantısal düşünmeye geçebilecekleri öğretimlerin gerçekleştirilmesi gerektiği önerilmiştir.

Lamprianou ve Lamprianou (2003), 9-12 yaşlarındaki ilköğretim öğrencilerinin olasılıksal akıl yürütmelerini ortaya çıkarmak ve bu akıl yürütmelerinde yaşın ve cinsiyetin etkisini belirlemek amacıyla bir çalışma yapmışlardır. Bu amaçla 169'u 4. sınıf, 132'si 5. sınıf, 125'i 6. sınıf öğrencilerinden oluşan toplam 426 ilköğretim öğrencisiyle çalışılmıştır. Öğrencilere bir olayın olasılığıyla ilgili 2 soru, olasılık karşılaştırmayla ilgili 4 soru ve günlük hayatla ilgili olayların olasılıklarını karşılaştırmayla ilgili 3 soru olmak üzere toplam 9 soru sorulmuştur. Öğrencilerin düşünme stratejilerini daha net olarak ortaya çıkarmak amacıyla her bir sorunun sonunda *"Neden"* sorusu sorulmuştur. Yapılan analizler sonucunda, öğrencilerin bazen sezgilerine dayalı olarak cevaplar verdikleri, bazen de konu ile ilgili olmayan subjektif cevaplar verdikleri görülmüştür. Ayrıca öğrencilerin testteki başarılarında ne yaş ne de cinsiyet belirleyici olmuştur. Bu başarılarında sadece olasılıksal muhakeme becerileri belirleyici olmuştur.

Umay (2003), "*Matematiksel muhakeme yaklaşımları nelerdir?", "Bireylerin matematiksel muhakeme yaklaşımları neye göre değişmektedir?", "Kültür farklılıkları muhakeme biçiminin değişmesinde etken midir?", "Kişilerin belli bir muhakeme stili var mıdır, yoksa hangi muhakeme yaklaşımını kullanacağı duruma göre mi değişmektedir?", "Herkes kendine en uygun muhakeme tarzını nasıl bulabilir?"* sorularına yanıt aramak amacıyla bir çalışma yapmıştır. Araştırmada, muhakemenin bireysel olduğu; yapılan muhakemeye damgasını vuran özelliğin ne olduğuna karar vermenin de değerlendiren kişinin bakış açısına göre değiştiği; muhakeme yeteneğinin geliştirilebilen bir özellik olmasından dolayı içinde yaşanılan kültürün bireyin muhakeme yaklaşımlarını etkilemesi, zenginleştirmesi ve bu etkinin kalıcı olmasının beklendiği; bireylerin kendi kişilik özelliklerini yansıtan matematiksel muhakeme yaklaşımlarını benimsedikleri ve düşüncelerin açıklandığı, açıkça, korkusuzca tartışıldığı, farklı fikirlerin önemsendiği, birlikte düşünme için çaba harcanan ortamların değişik muhakeme yaklaşımlarının ortaya çıkmasını sağladığı ifade edilmiştir.

Duatepe, Akkuş-Çıkla ve Kayhan (2005), ilköğretim ikinci kademe öğrencilerinin orantısal akıl yürütmeyi gerektiren oran-orantı sorularında kullandıkları çözüm stratejilerini ve bu stratejilerin soru türlerine göre nasıl değiştiğini incelemek amacıyla bir çalışma yapmışlardır. Bu amaçla, dört farklı ilköğretim okulunun ikinci kademesinde öğrenim gören toplam 295 öğrenciye, 5 problemden oluşan orantısal akıl yürütme testi uygulanmıştır. Çalışmanın sonunda, öğrencilerin bilinmeyen değer türündeki sorularda en çok içler-dışlar çarpımı stratejisini, niceliksel karşılaştırma soru türünde en çok birim oran stratejisini, niteliksel karşılaştırma sorularında çoğunlukla belirli bir strateji kullanmaksızın sadece orantısal akıl yürütmeye ilişkin ipuçları verdikleri ve orantısal olmayan karşılaştırma türündeki sorularda sıklıkla doğru sonuca ulaşmayı sağlayan toplamsal ilişki stratejisini ve son olarak ters orantı türündeki sorularda ters orantı algoritma stratejisini kullandıkları görülmüştür.

Umay ve Kaf (2005), ilköğretim ikinci kademe öğrencilerinin ne gibi kusurlu akıl yürütmeler yaptıklarını belirlemek amacıyla bir çalışma yapmışlardır. Verilerin toplanması için araştırma grubunda bulunan öğrencilerden, verilen dört problemi çözmeleri istenmiştir. Veriler incelendiğinde kusurlu akıl yürütmelerde bulunan öğrencilerin genellikle akıl yürütme sürecini henüz tamamlamadan sona erdirdikleri ya da kavramsal eksikliklerinden dolayı alıştıkları kalıp çözümlere yöneldikleri, öğrencilerin zayıf akıl yürütme yüzdelerinin en yüksek düzeyde olduğu, bunu kusurlu akıl yürütme yüzdesinin izlediği ve doğru akıl yürütme yüzdesinin ise en düşük düzeyde kaldığı sonucuna varılmıştır. Ayrıca, sınıflar arasında kayda değer bir farkla karşılaşılmamıştır.

Altıparmak ve Öziş (2005), farklı yaş seviyelerinde matematiksel ispat ve matematiksel muhakemenin gelişimini incelemek amacıyla bir çalışma yapmışlardır. Bu amaçla NCTM standartları doğrultusunda, okulöncesi, ilköğretim ve ortaöğretim seviyelerinde matematiksel ispat kavramı ile ilgili örnekler vermişler ve bu seviyelerde muhakemenin gelişimini incelemişlerdir. Araştırmanın sonuçlarında, okul öncesi dönemde sınıflama, eşleştirme, karşılaştırma, sıralama kavramlarının çocuklarda muhakemenin oluşumu için temel kavramlar oldukları ve bu kavramların aynı zamanda mantıksal düşünmeye geçişi sağladığı; ilköğretim birinci kademede, bireyin somut düşünme döneminde olduğu; ikinci kademede ise muhakeme ve ispat standartlarında öğrencilerin genellemeler hakkında varsayım oluşturabildikleri ve varsayımları değerlendirebildikleri ve lise yıllarının soyut düşünebilme evresinin geliştiği yıllar olduğu ve bu yıllarda tümdengelim ve tümevarımın oluştuğu belirtilmiştir.

Stacey (2006), matematiksel düşünmenin ne olduğu ve niçin önemli olduğuna yönelik bir çalışma yapmıştır. Bu amaçla matematiksel düşünme, *eğitimin önemli bir* *amacı olması, matematik öğrenmenin önemli bir yolu olması ve matematik öğretimi için önem arz etmesi* açılarından ele alınmıştır. Bu çalışmada; matematiksel düşünme becerisinin ve bu beceriyi problem çözmede kullanmanın eğitimin temel amaçlarından biri olduğu ve bu yönüyle matematiksel düşünmenin bilim, teknoloji ve ekonomideki gelişmelere katkı sağlayacağı, matematiksel okuryazarlığın matematiksel düşünmenin birçok bileşenini, muhakemeyi, modellemeyi ve fikirler ya da bilgiler arasında bağlantı kurmayı içerdiği ve matematiksel okuryazarlığın matematiği gündelik yaşamda ve ilerideki çalışmalarda kullanma becerisi olduğu bu nedenle PISA'nın 15 yaş öğrencilerini gerçek yaşam problemleri açısından değerlendirdiği belirtilmiştir. Ayrıca matematiksel düşünmenin özel durumları ve örnekleri incelemeyi sağlayan *özelleştirme,* ilişkilendirmeyi sağlayan *genelleme*, ilişkileri ve sonuçları önceden görmeyi sağlayan *tahmin etme* ve bir şeyin neden doğru olduğuna dair gerekçeler bulmayı sağlayan *tatmin etme* temel süreçlerini gerektirdiği vurgulanmış ve bunların bazı örnekleri çalışmaya yansıtılmıştır. Bunun yanı sıra, öğrencilerin matematiksel düşünmelerine yardımcı olmak için öğretmen boyutunun da göz önünde bulundurulması gerektiği belirtilmiş ve öğretmenin konuyu analiz etmesi, dersleri planlaması ve öğrencilerin cevaplarını öngörmesi için matematiksel düşünmeye ihtiyaç duyduğu çalışmada yer almıştır. Son olarak, matematik öğretiminde problemi çözen kişinin, hem matematik bilgisinin hem de genel pedagoji bilgisinin yeterli olması ve bu iki bilgiyi problem çözerken birlikte işe koşması gerektiği ve derslerde öğretmenlerin öğrencileri matematiksel düşünmeleri yönünde cesaretlendirmeleri önerilmiştir.

Arslan (2007), ilköğretim 6, 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin muhakemede bulunma ve ispatlama düşüncelerinin gelişimlerini incelemek amacıyla bir çalışma yapmıştır. Araştırma farklı yedi ilköğretim okulunda okuyan toplam 679 ilköğretim ikinci kademe öğrencileriyle gerçekleştirilmiştir. Araştırmanın öğrencilerin zihinsel gelişim basamaklarına uygun düşen ispat düzeylerinin belirlenmesi kısmı nicel, yargılarının arkasında yatan sebeplerin incelenmesi kısmı ise nitel olarak yapılmıştır. Beş sorudan oluşan veri toplama aracı tüm öğrencilere uygulanmış ve 36 öğrenci ile özel görüşmeler yapılmıştır. Veriler analiz edildiğinde, ilköğretim 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin muhakemede bulunma düzeylerinin literatürde belirtilen ortalamalara göre düşük olduğu ve bu süreçte kullanılması beklenen stratejileri yeterli düzeyde kullanamadıkları, verilen ifadenin doğruluğunu göstermede tercih ettikleri ispat türünün sınıf seviyesi ile birlikte belli oranda değiştiği (görsellik ve örneklerle doğrulamadan cebirsel ispata yönelme) görülmüştür. Özellikle 8. sınıf öğrencileri ile 6. ve 7. sınıf öğrencilerinin cebirsel ispatı tercih etme düzeyleri arasında anlamlı farklılık bulunmuştur.

Mandacı-Şahin (2007), 8. sınıf öğrencilerinin Matematiksel Güç (MG) düzeylerini belirlemek amacıyla bir çalışma yapmıştır. Bu amaçla, önce MG'ü yorumlamada kullanılabilecek ölçme araçlarına karar verilmiştir. Bunlardan MG'ün bilişsel boyutlarını ortaya çıkarmada kullanılacak çoktan seçmeli ve açık uçlu sınavlar, geçerlik ve güvenirlik çalışmaları yapılarak geliştirilmiştir. Ayrıca, veri toplama aracı olarak yarı yapılandırılmış gözlem formu, öğrenci tanıma fişi, tutum ölçeği, cümle tamamlama testi, matematiksel özgeçmiş formu kullanılmıştır. Araştırmada, bir okulun üç farklı sınıfından toplam 62 öğrenciyle özel durum çalışması yürütülerek nitel ve nicel veriler elde edilmiştir. Veriler analiz edildiğinde, öğrencilerin büyük bir bölümünün MG boyutlarından özellikle problem çözme, muhakeme, ilişkilendirme ve iletişim becerilerindeki eksikleri nedeniyle bir bütün halinde arzu edilen MG'e ulaşamadıkları belirlenmiştir. Bu sonuçlardan, ilköğretim matematik öğretimi programının, temel hedeflerinden olmasına rağmen, öğrencilerin MG gelişimlerini sağlama konusunda yeterli olmadığı ortaya çıkmıştır.

Kramarski ve Zoldan (2008), üç farklı üstbilişsel öğretim yaklaşımının matematiksel muhakeme üzerindeki etkisini belirlemek, kavramsal hataları azaltmadaki etkilerini incelemek ve bu üç yaklaşımın üstbilişsel bilgi üzerindeki etkilerini karşılaştırmak amacıyla bir çalışma yapmışlardır. Çalışma 115 9. sınıf öğrencisinin katılımıyla yürütülmüştür. Bu öğrenciler sekizinci sınıf başarılarına göre aralarında anlamlı fark olmayacak şekilde rasgele farklı öğretim uygulamasını almak üzere gruplara dağıtılmış ve her bir gruptaki öğretim 3 ay boyunca 10 yıldan fazla öğretmenlik deneyimi olan birer öğretmen tarafından gerçekleştirilmiştir. Bu öğretmenler uygulamalara başlamadan önce çalışmanın amacı doğrultusunda aynı eğitimi almışlardır. Çalışma, bir grupta (N=26) nasıl, niçin gibi bireysel sorgulamaya dayalı öğretim (IMP), diğer bir grupta (N=32) kavramsal hataları tartışma ve analiz etmeye dayalı öğretim (DIA), bir diğer grupta (N=30) önceki iki yaklaşımı birlikte işe koşmaya dayalı öğretim (IMP+DIA) ve bir diğer grupta (N=27) ise geleneksel müfredata dayalı öğretim gerçekleştirilmiştir. Tüm gruplara uygulama öncesinde ve sonrasında üç farklı ölçme aracı ile öntest ve sontest ölçümleri yapılmıştır. Yapılan analizler sonucunda, IMP+DIA grubunun skorlarının matematiksel muhakeme açısından ayrı ayrı IMP ve DIA gruplarından daha iyi olduğu, IMP grubunun matematiksel problem çözme açısından DIA grubundan daha iyi olduğu, DIA grubunun kavramsal hataları azaltma açısından hem IMP hem de IMP+DIA grubundan daha iyi olduğu ve DIA grubunun matematiksel yöntem becerileri açısından IMP grubundan daha iyi sonuçlar aldığı tespit edilmiştir.

Ev Çimen (2008), Matematiksel Güç (MG) kavramının ne olduğunu ve MG'ün hangi kriterlerlerinin nasıl ölçüleceğini belirlemek amacıyla bir çalışma yapmıştır. Araştırmada grup seviyeleri eşitlenmiş son test kontrol gruplu deneysel desen uygulanmıştır. Deney grubunda kuramsal yapıya uygun olarak MG'ün tanımı, bileşenleri ve gelişimine uygun yapılandırmacı öğrenme yaklaşımı destekli ortamda çalışmaların yapılırken, kontrol grubunda geleneksel yöntemlerle ders işlenişlerinin yapılmıştır. Veri toplama aracı olarak MG düzeyini ve gelişimini belirleme amaçlı Matematiksel Güç Düzey Belirleme Problemleri (MGDBP), yarı yapılandırılmış görüşmeler, öğrenci görüşleri, sınıf içi öğrenci gözlemleri, derlenen matematik yazılı soruları kullanılmıştır. Deney grubu öğrencilerine üç ayrı MGDBP uygulanmış ve süreç içerisinde öğrencilerin puan ortalamalarında artış olduğu belirlenmiştir. Bu sonuç gözlem puanları ile desteklenmiştir. Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin puan ortalamaları karşılaştırıldığında farkın deney grubu lehine anlamlı olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca, günümüz matematik ölçme sorularının basit düzeyde konu/kavram bilgisi ve işlem becerisi ölçecek düzeyde hazırlandığı belirlenmiştir. MG bileşenleri ile karşılaştırıldığında MG düzeyi belirleme amaçlı kullanılamayacakları sonucuna ulaşılmıştır.

Gürbüz (2008), matematik öğretiminde Çoklu Zekâ Kuramı (ÇZK)'na göre tasarlanan öğrenme ortamlarındaki yansımaları öğretmen ve öğrenci görüşleri doğrultusunda ortaya koymak amacıyla bir çalışma yapmıştır. Özel durum yaklaşımının kullanıldığı bu araştırma, 2006-2007 eğitim-öğretim yılında iki farklı ilköğretim okulunda çalışan iki öğretmenle ve bu öğretmenlerin ilköğretim yedinci sınıfta okuyan öğrencileriyle yürütülmüştür. Veri toplamak amacıyla, mülakat ve gözlem metotlarının yanı sıra öğrenci günlükleri kullanılmıştır. Mülakatlar öncelikle içerik analizi yapılarak çalışmanın amacı doğrultusunda verilerden kodlar ve temalar oluşturularak analiz edilmiştir. Gözlemler ve öğrenci günlükleri ise, mülakat verilerinden oluşturulan temalarla ilgili olan bölümlerden doğrudan alıntılar yapılarak aktarılmıştır. Matematik sınıflarında beklenen değişimi gerçekleştirmek için, hazırlık sürecinin zorluğu, her matematik konusuna uygun olmama, zaman ve merkezi sınavların etkisi gibi sebeplerden dolayı ÇZK'nin tüm matematik konuları için olmasa da çoğu matematik konusu için uygulanabilir bir kuram olduğu sonucuna varılmıştır. Ayrıca bu kurama göre tasarlanan öğrenme ortamının anlamayı kolaylaştırdığı ve kalıcı öğrenmeyi sağladığı, muhakeme, yaratıcı ve çok yönlü düşünme güçlerini geliştirdiği, öğretmen rolünü ve değerlendirme anlayışını değiştirdiği ortaya çıkmıştır.

Pilten (2008), matematik dersi problem çözme sürecinde kullanılan üst biliş stratejilerinin, öğrencilerin matematiksel muhakeme becerilerine etkisini incelemek amacıyla bir çalışma yapmıştır. Bu amaçla toplam 66 ilköğretim beşinci sınıf öğrencisiyle çalışmıştır. Dokuz hafta süren deneysel çalışma öncesinde ve sonrasında öğrencilere matematiksel muhakeme ölçeği uygulanmıştır. Veriler analiz edildiğinde deney grubunda yer alan öğrencilerle gerçekleştirilen üst bilişe dayalı öğretimin, kontrol grubunda sürdürülen geleneksel öğretime göre, uygun muhakemeyi belirleme ve kullanma, matematiksel bilgileri ve örüntüleri tanıma ve kullanma, tahmin etme, çözüme ilişkin mantıklı tartışmalar geliştirme, genelleme yapma, rutin olmayan problemleri çözme ve matematiksel muhakeme becerilerini geliştirmede daha etkili olduğu belirlenmiştir.

Yeşildere ve Türnüklü (2008), farklı matematiksel güce sahip ilköğretim sekizinci sınıf öğrencilerinin bilgiyi oluşturma süreçlerini incelemek amacıyla bir çalışma yapmışlardır. Çalışma grubu 262 ilköğretim 8. sınıf öğrencisinden oluşmaktadır. Araştırma yöntemi olarak örnek olay çalışması seçilmiştir. Veri toplama aracı olarak çoktan seçmeli sorulardan oluşan matematiksel bilgi ölçeği ve öğrencinin akıl yürütme sürecinin açığa çıkarılmasını amaçlayan açık uçlu problemlerden oluşan matematiksel güç ölçeği kullanılmıştır. Elde edilen verilerden farklı matematiksel güce sahip öğrencilerin matematiksel düşünme ve bilgi oluşturma süreçlerinde izledikleri yollar arasında bir takım farklılıkların olduğu tespit edilmiştir. Araştırmada bilgiyi oluşturma oluşturma eyleminin belli bir noktada başlayıp biten bir süreç olmadığı; tanıma, kullanma ve oluşturma eylemlerinin birlikte ilerledikleri; matematiksel gücü yüksek olan öğrencilerin bilgi oluşturma eylemleri arasında geliş gidişleri daha hızlı gerçekleştirdikleri sonucuna varılmıştır. Ayrıca, matematiksel güç için önemli olan akıl yürütme, ilişkilendirme ve iletişim becerilerinin matematiğin öğrenilmesinde ve bilgi oluşturma sürecinde önemli rol oynadığı ifade edilmiştir.

Garfield ve Ben-Zvi (2009), öğrenenlerin istatistiksel muhakemelerini geliştirmeye yönelik bir öğrenme ortamının hangi özelliklere sahip olması gerektiği üzerine bir çalışma yapmışlardır. 'İstatistiksel Muhakeme Öğrenme Ortamı-Statistical Reasoning Learning Environment'(SRLE) olarak adlandırdıkları bu öğrenme ortamının; öğretmen merkezli, öğrenenlerin pasif alıcı ve değerlendirmenin tek boyutlu olduğu geleneksel ortamların aksine; yapılandırmacı kurama dayalı olarak öğrenen merkezli, değerlendirmenin çok yönlü ve öğretmenin rehber rolünde olduğu, öğrenenlerin muhakemelerini geliştirecek aktivitelerin, teknolojik araçların ve gerçek verilerin kullanıldığı, öğrenenlerin işbirliği içerisinde çalıştıkları ve fikirlerini rahatlıkla paylaşabildikleri bir ortam olması gerektiği belirtilmiştir.

Yankelewitz vd. (2010), 4. ve 6. sınıf seviyesindeki öğrencilerin kullandıkları muhakeme türlerini belirlemek amacıyla bir çalışma yapmışlardır. Bu amaçla farklı renk ve uzunluktaki *(uzunlukları yazılmayan)* çubuklar arasında 'hangi renk çubuğun uzunluğu mavi çubuğun yarısı kadardır?' şeklinde öğrencilerin muhakemede bulunmalarını sağlayan açık uçlu soru sorularak bir uygulama gerçekleştirilmiştir. İkişer, üçer ya da dörder kişilik gruplar halinde çalışmaları sağlanan öğrencilerin araştırmacılar tarafından sorulan sorulara verdikleri cevaplar ve kendi aralarındaki tartışmaları video ile kayıt altına alınmıştır. Veriler incelendiğinde, öğrencilerin uygulama karşısında çeşitli muhakeme türlerini kullandıkları, her iki sınıf seviyesindeki öğrencilerin benzer muhakemelerde bulundukları sonucuna varılmıştır. Ayrıca çalışmada öğrencilerin birbirleriyle etkileşime geçtikleri, fikirlerini paylaşabildikleri ve tekdüzelikten ziyade kompleks uygulamalarla karşılaştıkları öğrenme ortamlarının mantıklı muhakemenin gelişimi için önemli olduğu ifade edilmiştir.

Bahtiyari (2010), sekizinci sınıf öğrencilerinin mevcut matematik eğitimi ve matematik eğitiminde ispatın önemi hakkındaki görüşlerini belirlemek amacıyla bir çalışma yapmıştır. Bu amaçla bir ilin farklı ilköğretim okullarında okuyan toplam 340 öğrenciye bir anket uygulanmış ve onların konu hakkındaki görüşleri elde edilerek istatistiksel değerlendirmeler yapılmıştır. Elde edilen bulgulardan, okullarımızın hala teknik ve fiziki imkanlar bakımından yetersiz oldukları ve bu imkanların etkili bir şekilde kullanılmadığı sonucuna varılmıştır. Ayrıca öğrencilerin bir çoğunun ispatın anlamından, gerekliliğinden, matematiksel gelişimleri açısından öneminden emin olmadıkları ve ispat ve muhakeme açısından yeterli deneyimlere sahip olmadıkları ortaya çıkmıştır.

Kasmer ve Kim (2011), tahmin stratejisinin öğrencilerin matematiksel anlamalarına ve akıl yürütmelerine nasıl etki ettiğini belirlemek amacıyla bir çalışma yapmışlardır. Bu amaçla ilköğretim 7. sınıf seviyesindeki öğrenciler deney ve kontrol gruplarına eşit sayıda ve rasgele dağıtılmıştır. Belirlenen bir matematik konusunun öğretimi, aynı öğretmen tarafından deney grubuyla tahmin stratejisiyle (*öğrencilere tahminde bulunacakları sorular sunulmuş ve öğretmen rehberliğinde onlardan bu sorulara mantıklı cevaplar vermeleri istenmiştir*) gerçekleştirilirken, kontrol grubuyla geleneksel öğretim yöntemleri kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin matematiksel önbilgileri test edilmiş ve anlamlı bir farklılık bulunmamıştır. Öğrencilerin matematiksel anlamalarını ve akıl yürütmelerini belirlemek için hazırlanan değerlendirme ölçeği her iki gruba uygulanmıştır. Ölçeğe verilen cevaplar, doğruluk derecesine göre 0, 1 ve 2 olarak puanlandırılmıştır. Ayrıca daha doğal veriler elde edebilmek amacıyla sınıf ortamı video ve ses kayıt cihazları ile kayıt altına alınmıştır. Veriler analiz edildiğinde deney grubundaki öğrencilerin daha başarılı olduğu ve daha iyi akıl yürütmede bulundukları sonucuna varılmıştır.

Erdem (2011), ilköğretim yedinci sınıf öğrencilerinin matematiksel muhakeme ve olasılıksal muhakeme beceri düzeylerini belirlemek ve aralarındaki ilişkiyi tespit etmek amacıyla bir çalışma yapmıştır. İlişkisel tarama modellerinden korelasyonel modelin kullanıldığı bu araştırma, 2010-2011 eğitim-öğretim yılında bir ilin üç farklı okulunda okuyan 167 yedinci sınıf öğrencisiyle yürütülmüştür. Veri toplama aracı olarak, literatürden faydalanılarak geliştirilen *"Matematiksel Muhakeme Beceri Düzeyi Belirleme Ölçeği"* ve *"Olasılıksal Muhakeme Beceri Düzeyi Belirleme Ölçeği"* kullanılmıştır. Katılımcıların her bir ölçekteki puanlarına ilişkin betimsel istatistik sonuçları verilmiş ve her iki ölçeğe ilişkin puanları arasındaki korelasyona bakılmıştır. Puanlama ölçeklerinden hareketle, matematiksel ve olasılıksal muhakeme düzeyleri belirlenerek, öğrencilerin hangi düzeyde oldukları saptanmıştır. Ayrıca belirlenen muhakeme düzeylerine örnek olan bazı öğrenci cevapları doğrudan aktarılarak yorumlanmıştır. Yapılan analizler sonucunda, araştırmaya katılan öğrencilerin çoğunun matematiksel muhakeme becerileri ile olasılıksal muhakeme becerilerinin orta düzeyde olduğu ve bu iki beceri arasında pozitif yönde yüksek bir ilişkinin olduğu tespit edilmiştir.

Gürbüz ve Erdem (2014), yedinci sınıf öğrencilerinin matematiksel ve olasılıksal muhakemeleri arasındaki ilişkiyi belirlemek amacıyla bir çalışma yapmışlardır. Çalışma, 167 yedinci sınıf öğrencisinin katılımıyla gerçekleştirilmiştir. Veri toplamak amacıyla iki test [Matematiksel Muhakeme Testi (MMT), Olasılıksal Muhakeme Testi (OMT)] geliştirilmiş ve kullanılmıştır. Öğrencilerin her bir testten aldıkları puanlar arasındaki ilişkiyi belirlemek için Pearson korelasyon katsayısı (r) hesaplanmıştır. Ayrıca her bir testteki bazı sorulara ilişkin örnek öğrenci cevapları doğrudan aktarılarak tartışılmıştır. Yapılan analizler sonucunda, yedinci sınıf öğrencilerinin matematiksel muhakemeleriyle olasılıksal muhakemeleri arasında doğru bir ilişki olduğu saptanmıştır.

Erdem ve Gürbüz (2015), yedinci sınıf öğrencilerinin matematiksel muhakeme düzeylerini belirlemek amacıyla bir çalışma yapmışlardır. Çalışma, Türkiye'nin bir ilindeki üç farklı devlet ortaokulunda öğrenim gören toplam 167 yedinci sınıf öğrencisinin katılımıyla gerçekleştirilmiştir. Veri toplama aracı olarak, geliştirilen Matematiksel Muhakeme Testi (MMT) kullanılmıştır. Öğrencilerin testten aldıkları puan ortalaması hesaplanmış ve bu ortalamanın hangi düzeyde olduğuna karar verilmiştir. Bazı öğrencilerin testteki bir soruya (7. soru) verdikleri cevaplar aynen aktarılarak tartışılmıştır. Yapılan analizler, öğrencilerin yaklaşık yarısının (%45) orta; %27.5'inin ise düşük matematiksel muhakeme düzeyinde olduğunu göstermiştir. Çalışmada, öğrencilerin matematiksel muhakemelerini geliştirmek için klasik problemlerden ziyade muhakeme gerektiren ve çözümüne hemen ulaşılamayan üst düzey problemlerle uğraşmaları gerektiği vurgulanmıştır.

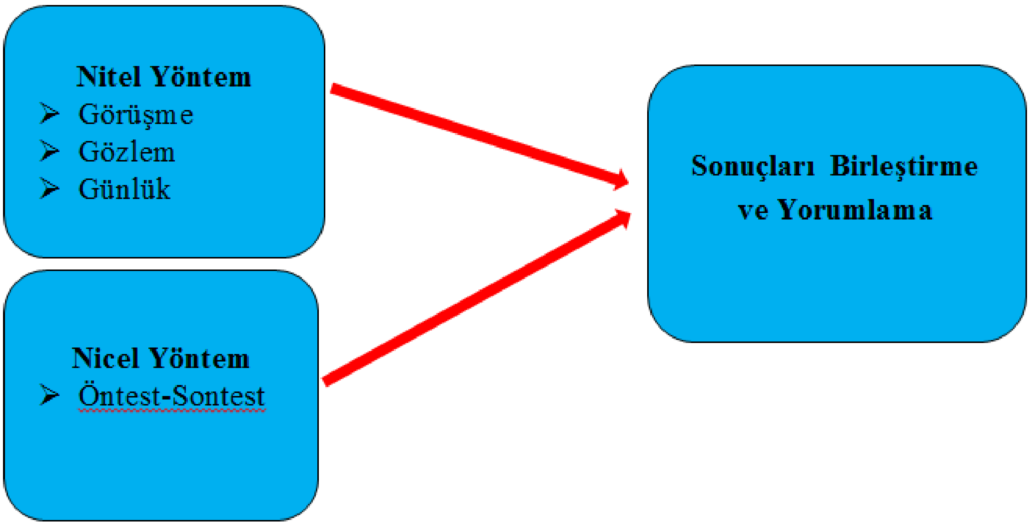
ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

3. YÖNTEM

Bu bölümde araştırmanın deseni, katılımcılar, veri toplama araçları ve verilerin analiziyle ilgili bilgilere yer verilmiştir.

3.1. Araştırmanın Deseni

Gün geçtikçe eğitim araştırmaları, daha detaylı veri elde etmek ve problemi/leri farklı yönlerden ele almak için tek bir yaklaşımdan ziyade birden fazla araştırma yaklaşımını kullanmaktadır. Bu amaçla, son zamanlarda nicel ve nitel araştırma yaklaşımlarının birlikte kullanıldığı ve karma yapılı olarak bilinen araştırmalar yapılagelmektedir. Nitel ve nicel geleneklerin veri toplama ve analiz yöntemlerinin birleştirilerek kullanıldığı bu tür araştırmaların geçmişi, 1950'li yıllara dayanmasına rağmen eğitim araştırmalarındaki yerini çok daha sonraları almıştır (Fraenkel, Wallen ve Hyun, 2012). Bu tür yaklaşımlarda, veri çeşitliliğinin sağlanması için nicel ve nitel veriler bir arada yer almaktadır (Creswell ve Plano Clark, 2006; Fraenkel vd., 2012; McMillan ve Schumacher, 2010). Mevcut çalışmada veri çeşitliliği için birlikte kullanılan yöntemler, Şekil 3.1'de görselleştirilmiştir.



Şekil 3.1. Araştırmada kullanılan karma yapılı (nicel+nitel) model

Bu araştırma, karma yapılı (nicel+nitel) araştırma yaklaşımına uygun olarak gerçekleştirilmiş bir çalışmadır. Çalışmanın nicel ayağında, deneme modellerinden tek gruplu öntest-sontest modeli kullanılmıştır. Mevcut araştırmanın nicel yönü için kullanılan model, Tablo 3.1'de sunulmuştur. Deneme modellerinde, bağımsız değişkenin araştırmacı/ların yaptığı uygulama/lar sonucunda bağımlı değişken üzerindeki etkisi incelenir (Cohen, Manion ve Morrison, 2005).

Tablo 3.1.
Araştırmanın Nicel Modeli

G	**O_1**	**X**	**O_2**

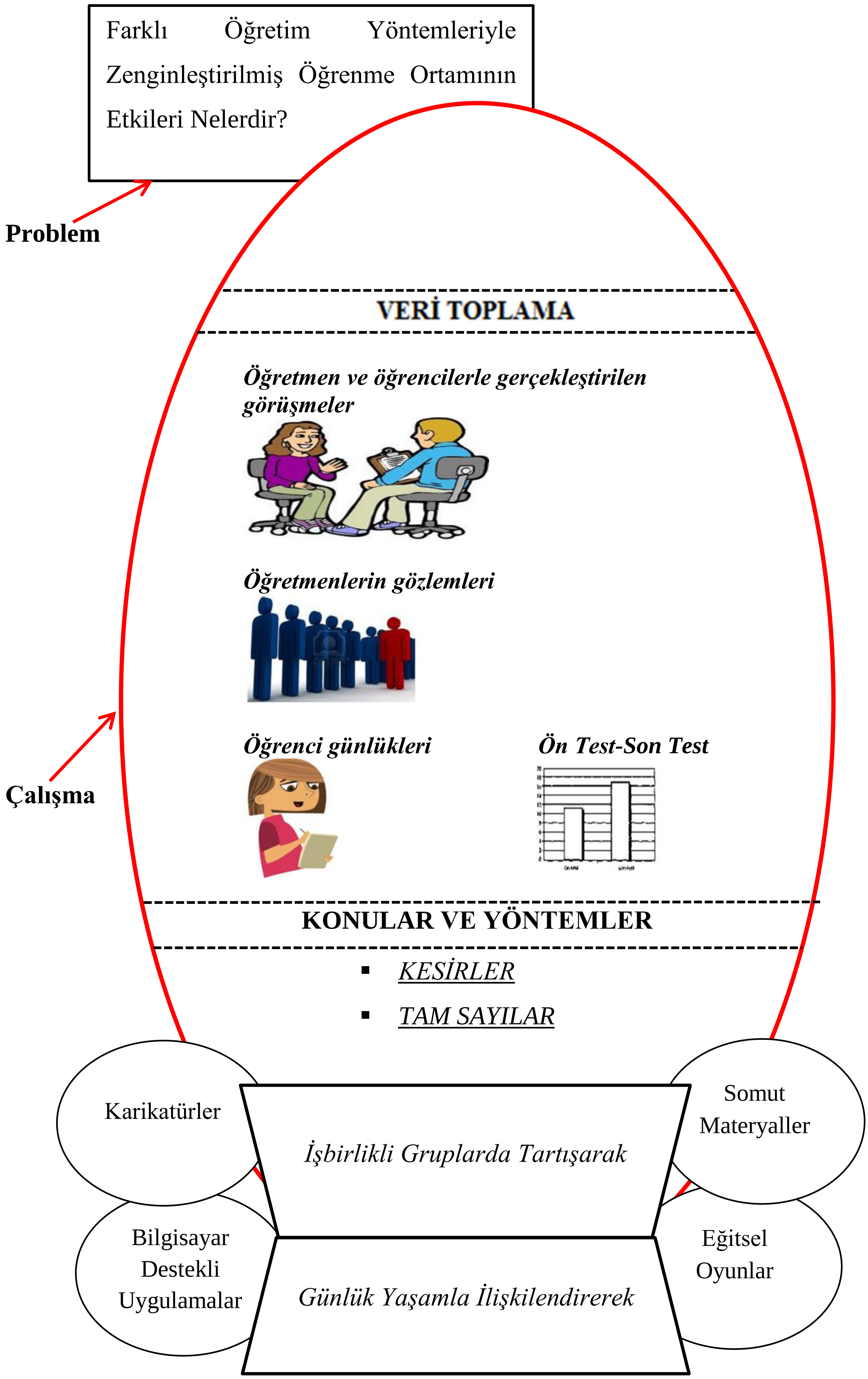
G: Grup

O_1: Ön Test

X: Müdahale

O_2: Son Test

Çalışmanın nitel ayağında ise, çalışma grubundaki öğrencilerle gerçekleştirilen görüşmeler, öğrencilerin yazdıkları günlükler, sürece katılan öğretmenlerle gerçekleştirilen görüşmeler ve öğretmenlerin gözlemleri işe koşulmuştur. Burada amaç, ulaşılan sonuç/ların doğruluğunu sınamak ve genelleme yapmak değil, özel durumları önce kendi içinde derinlemesine ele almak ve daha sonra birbiriyle karşılaştırarak ortak ve farklı yönlerini ortaya koymaktır. Bu yönüyle mevcut araştırma bir özel durum çalışması niteliğindedir. Özel durum çalışmalarında, genellikle birden fazla veri toplama yöntemi işe koşularak, zengin ve birbirini destekleyecek veri çeşitliliğine ulaşılmaya çalışılır (Yıldırım ve Şimşek, 2011). Nitekim literatürde kullanılan birden fazla veri toplama aracı kullanılarak yapılan çeşitliliğin araştırmaların geçerliliğini artırdığını belirten çalışmalara rastlamak mümkündür (Bogdan ve Biklen, 2007; Creswell, 2007; Yıldırım ve Şimşek, 2011; Yin, 2011). Bu bağlamda, araştırmada birden fazla veri toplama aracı kullanılarak veri çeşitliliği sağlanmaya çalışılmış ve böylece derinlemesine inceleme yapılmıştır. Araştırmada hangi konuların ele alındığı, bu konuların öğretiminde hangi yöntemlerin kullanıldığı, verilerin nasıl toplandığı araştırma problemiyle birlikte *araştırmanın yol haritası*nda sunulmuştur (Bakınız Şekil 3.2).



Şekil 3.2. Araştırmanın yol haritası

3.2. Katılımcılar

Araştırmanın katılımcılarını, Adıyaman il merkezinden rastgele seçilen bir devlet ortaokulunda okuyan 27 yedinci sınıf öğrencisi, bu sınıfın matematik dersini yürüten matematik öğretmeni ve bu okulda görev yapan başka bir matematik öğretmeni oluşturmaktadır. Öğrenme ortamlarının esas yürütücüleri öğretmenler olduğundan, öğretmenlerin bu süreçte yer alıp görüş ve düşüncelerinin alınmasının çalışmayı zengin kılacağı düşünülmüştür. Katılımcı olarak yedinci sınıf öğrencilerinin belirlenmesinde, bu sınıf düzeyindeki öğrencilerin ortaokula iyice alışmış olmaları (5 ve 6. sınıflarla karşılaştırıldığında), Temel Eğitimden Ortaöğretime Geçiş (TEOG) sınavı gibi kaygılarının olmaması (8. sınıflara göre), tamsayılar konusunun öğretiminin bu sınıf düzeyinde de devam etmesi gibi faktörler göz önüne alınmıştır. Bu sınıfın matematik dersini yürüten matematik öğretmeninin görüşleri alınarak ve geçen dönemin karne notlarına bakılarak bu okuldaki beş tane yedinci sınıf şubesinden matematik başarısı olarak orta düzeyde olan 7/E şubesi seçilmiştir. Bu sınıftaki öğrencilerin karnedeki matematik dersi not ortalamaları 46 ile 100 arasında değişmektedir. Çalışmaya katılan öğrenciler süreç boyunca dörderli gruplar şeklinde oturtulmuşlardır. Öğrencilerin karne matematik ortalamalarına bakılarak, grupların matematik başarısı açısından heterojen olmalarına özen gösterilmiştir. Başka bir deyişle, her grupta matematik başarısı açısından düşük, orta ve yüksek düzeyde öğrenciler yer almıştır. Bu yolla, öğrenciler arasında oluşacak işbirliği sayesinde öğrencilerin grup arkadaşlarından tartışarak öğrenebilmeleri amaçlanmıştır. Katılımcı öğrencilerin kimliklerini gizli tutmak için kendilerine A Öğrencisi, B Öğrencisi, C Öğrencisi, … şeklinde kodlar verilmiştir. Çalışmaya katılan öğretmenlerin kimliklerini gizli tutmak amacıyla da 9 yıllık mesleki deneyimi olan … öğretmenine *A Öğretmeni* ve 20 yıllık mesleki deneyimi olan … öğretmenine ise *B Öğretmeni* kodu verilmiştir. Öte yandan, 12 ders saati boyunca gerçekleştirilen pilot uygulamaya dört matematik öğretmeni katılmış ve öğretmenlerin zaman zaman kendi aralarında süreçle ilgili yaptıkları tartışmalar ve toplu bir şekilde sınıfta bulunmaları öğrencilerin dikkatini çekmiş ve dolayısıyla doğal bir ortamın oluşmasını engellemiştir. Bu nedenle gerçek uygulamada, yapılan ön görüşmeler sonrasında sürece gönüllü ve merakla katılmak isteyen iki matematik öğretmeninin alınmasının uygun olacağına karar verilmiştir. Katılımcı öğretmenlerin mesleki deneyimleri de göz önüne alındığında, bu süreç hakkında detaylı bilgiler verecekleri söylenebilir.

3.3. Veri Toplama Araçları

Çalışmanın verileri, nicel ve nitel veri toplama araçları olmak üzere iki grup kaynaktan elde edilmiştir. Veri kaynaklarının çeşitlendirilmesi, farklı özelliklere sahip katılımcıların araştırmaya dahil edilmesi ve bu şekilde farklı algıların ve yaşantıların ortaya konarak çoklu gerçekliklere ulaşılması bakımından önemlidir. Farklı yöntemlerle (görüşme, gözlem ve doküman analizi gibi) elde edilen verilerin birbirlerini teyit amacıyla kullanılması, ulaşılan sonuçların geçerliğini ve güvenirliğini arttırır başka bir deyişle gözlem sürecinde araştırmacının öğrendiklerini görüşme yoluyla teyit etmesi ya da görüşmede ortaya çıkan bulguları dokümanlarla (fotoğraf, günlük, vb.) desteklemesi araştırmanın inandırıcılığını arttırmaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2011).

3.3.1. Matematiksel Muhakeme Testi (MMT)'nin geliştirilmesi

Nicel veri toplama aracı olarak, araştırmacı tarafından geliştirilen ve uygulama öncesinde ön test ve uygulama sonrasında son test olarak öğrencilere uygulanan Matematiksel Muhakeme Testi (MMT) [Bakınız Ek 1] ve Aşkar (1986)'dan alınan Matematik Tutum Ölçeği (MTÖ) [Bakınız Ek 2] kullanılmıştır.

MMT'nin geliştirilme sürecinde, birçok ölçek geliştirme kaynağı (Kalaycı, 2010; Karasar, 2009; Tavşancıl, 2010; Tezbaşaran, 2008) incelenerek aşağıdaki aşamalar belirlenmiştir:

- ✓ Madde havuzu oluşturma
- ✓ Uzman görüşü alınması
- ✓ Ön uygulama
- ✓ Geçerlik ve güvenirlik çalışmaları

3.3.1.1. Madde havuzu oluşturma

Testteki sorular Ortaokul Matematik Dersi 5, 6, 7 ve 8. sınıflar Öğretim Programı'ndaki tamsayılar ve kesirler konularında geçen kazanımlara göre hazırlanmış ve soruların muhakeme gerektiren açık uçlu sorular olmasına özen gösterilmiştir. Literatürde matematiksel muhakeme becerisini değerlendirmede farklı soru tiplerinin kullanıldığından bahsedilmekte ve açık uçlu soruların ağırlıklı olarak kullanılmasının gerekliliği belirtilmektedir (Akay vd., 2006; Alkove ve McCarty, 1992; Erdem, 2011; Erdem ve Gürbüz, 2015; Frederiksen, 1984; Gürbüz ve Erdem, 2014; Henningsen ve Stein, 1997; Kosonen, 1992; Lannin, 2004; Mandacı-Şahin, 2007; Suzuki, 1997).

Yukarıda literatür destekli açıklamalardan da anlaşılacağı gibi, matematiksel muhakemeyi değerlendirmede en kullanışlı soruların açık uçlu sorular olduğu söylenebilir. Böyle soruların çözümünde genellikle belli bir yöntem olmadığı için öğrencilerin bu tür sorularda muhakeme becerilerini daha fazla kullanmaları gerekir. Bu nedenlerle, MMT'deki sorular açık uçlu olarak hazırlanmıştır.

3.3.1.2. Uzman görüşü alınması

MMT'de bulunan 30 taslak soru, iki alan eğitimcisi, bir eğitim programcısı, bir ölçme değerlendirme uzmanı ve mesleğinde deneyimli (biri 9 yıl, biri 14 yıl, ikisi 15 yıl ve biri 20 yıl deneyime sahip) beş matematik öğretmeninin görüşlerine sunulmuştur. Alan eğitimcilerinden ve öğretmenlerden ayrıca soruların muhakeme gerektirmesi, sınıf seviyesine uygun olması ve tamsayılar/kesirlerle ilgili olması hususunda da görüş alınmıştır. Hazırlanan ölçekteki taslak maddelerin Türkçe'ye uygunluğu dil uzmanları tarafından değerlendirilmiştir. Uzmanlardan alınan görüş ve öneriler doğrultusunda, hazırlanan sorulara ilişkin bazı küçük değişiklikler yapılmıştır. Öte yandan bir üst sınıfa geçen öğrencilerin alt sınıftaki kazanımları elde etmiş olması beklenirken, bu çalışmada 5, 6 ve 7. sınıf seviyesindeki kazanımlara yönelik bir öğretim gerçekleştirilmiştir. Bu bağlamda, programdaki tamsayılar ve kesirler konularında geçen kazanımlara ilişkin Belirtke Tablosu hazırlanmış ve Tablo 3.2'de sunulmuştur.

Tablo 3.2.

MMT'ye İlişkin Belirtke Tablosu

Soru Numarası	Kazanımlar																		
	Tam sayıları yorumlar ve sayı doğrusunda gösterir(K-6)	Bir tam sayının mutlak değerini belirler ve anlamlandırır(K-6)	Tam sayıları karşılaştırır ve sıralar (K-6)	Tam sayılarla toplama ve çıkarma işlemlerini yapar; ilgili problemleri çözer(K-6)	Tam sayılarda çıkarma işleminin eksilenin ters işaretlisi ile toplamak anlamına geldiğini kavrar(K-6)	Tam sayılarla çarpma ve bölme işlemlerini yapar(K-7)	Tam sayılarla işlemler yapmayı gerektiren problemleri çözer(K-7)	Tam sayılı kesrin, bir doğal sayı ile bir basit kesrin toplamı olduğunu anlar ve tam sayılı kesri bileşik kesre, bileşik kesri tam sayılı kesre dönüştürür (K-5)	Sadeleştirme ve genişletmenin kesrin değerini değiştirmeyeceğini anlar ve bir kesre denk olan kesirler oluşturur (K-5)	Bir çokluğun istenen basit kesir kadarını ve basit kesir kadarı verilen bir çokluğun tamamını birim kesirlerden yararlanarak hesaplar (K-5)	Kesirleri karşılaştırır, sıralar ve sayı doğrusunda gösterir(K-6)	Kesirlerle toplama ve çıkarma işlemlerini yapar (K-6)	Bir doğal sayı ile bir kesrin çarpma işlemini yapar ve anlamlandırır(K-6)	İki kesrin çarpma işlemini yapar ve anlamlandırır(K-6)	Bir doğal sayıyı bir birim kesre ve bir birim kesri bir doğal sayıya böler, bu işlemi anlamlandırır(K-6)	Bir doğal sayıyı bir kesre ve bir kesri bir doğal sayıya böler, bu işlemi anlamlandırır (K-6)	İki kesrin bölme işlemini yapar ve anlamlandırır (K-6)	Kesirlerle yapılan işlemlerin sonucunu tahmin eder (K-6)	Kesirlerle işlem yapmayı gerektiren problemleri çözer(K-6)
1	X			X			X	X				X							X
2				X			X												
3	X			X	X	X	X												
4	X	X	X		X	X	X												
5									X	X		X							X
6										X			X						X
7						X	X												
8									X		X							X	X
9										X	X		X					X	X
10									X	X		X	X						X
11	X	X		X		X	X												
12				X		X	X			X			X					X	X
13									X		X						X		X
14													X					X	X
15	X			X	X	X	X												
16										X		X	X						X
17													X			X		X	X
18	X	X		X	X		X												
19								X						X	X				X
20	X			X	X														
21	X			X	X		X												
22									X	X		X						X	X
23			X	X		X													
24	X			X	X	X	X												
25										X			X						
26				X	X	X	X												
27	X			X	X		X												
28					X	X	X			X		X	X						X
29				X	X	X	X												
30								X	X								X	X	X

3.3.1.3. Ön uygulama

Taslak sorulardan hangilerinin istenen niteliklere sahip, hangilerinin ölçülmek isteneni ölçmede yetersiz ve hangilerinin kusurlu olduğu deneme uygulamasından elde edilen verilere dayalı olarak belirlenir (Tezbaşaran, 2008). Bu bağlamda, ön uygulamaya hazır hale gelen 30 soruluk taslak test, Adıyaman ili Merkez ilçesinde yer alan, sosyo-ekonomik düzeyleri bakımından farklı iki ortaokulda okuyan ve gerçek uygulamaya katılmayan toplam 76 yedinci sınıf öğrencisine uygulanmıştır. Bu taslak testi çözmeleri için ön uygulamada öğrencilere 55 dakikalık bir süre verilmiş ve gerçek uygulamada 24 sorudan oluşan MMT için bu sürenin 50 dakikaya düşürülmesine karar verilmiştir.

3.3.1.4. Geçerlik ve güvenirlik çalışmaları

Bu aşamada tek tek maddelerin analizine geçmeden önce, test puanlarının dağılımı incelenmiştir. Testten alınabilecek en düşük puan 0, en yüksek puan ise 150'dır. Nihai testte yer alacak maddeleri belirlemek için ilk olarak her katılımcının her bir maddeye verdiği cevap ile maddelerin tümüne verdiği cevaplardan elde edilen toplam puan arasındaki madde-toplam korelasyonları hesaplanarak madde analizi yapılmıştır. Madde-toplam korelasyonu .30 ve daha yüksek olan maddelerin bireyleri iyi derecede ayırt ettiği, .20 ile .30 arasında kalan maddelerin zorunlu görülmesi durumunda teste alınabileceği veya düzeltilmesi gerektiği, .20'den daha düşük olan maddelerin ise testten çıkarılması gerektiği belirtilmektedir (Büyüköztürk, 2011). Tablo 3.3'de ölçeğe ait madde toplam korelasyonları verilmiştir.

Tablo 3.3.
MMT'ye Ait Madde Toplam Korelasyon Değerleri

Madde No	Madde Toplam Korelasyonu	Madde No	Madde Toplam Korelasyonu
1	.366	**20**	.105
2	.144	**21**	.295
3	.281	**22**	.343
4	.429	**23**	.402
5	.344	**24**	.562

Tablo 3.3 *(Devamı)*

6	.514	**25**	.337
7	.344	**26**	.529
8	.446	**27**	.252
9	.443	**28**	.476
10	.260	**29**	.481
11	.543	**30**	.428
12	.584		
13	.325		
14	.563		
15	.377		
16	.416		
17	.359		
18	.310		
19	.406		

Tablo 3.3'de görüldüğü gibi 2. ve 20. maddelerin madde toplam korelasyonları .20'den düşüktür. Bu nedenle bu maddeler testten çıkarılmıştır. 3, 10, 21 ve 27. maddelerin madde toplam korelasyonları .20 ile .30 arasında olmasına rağmen, öğrencilerin bu soruları zor olarak belirtmelerinden dolayı bu maddelerin de testten çıkarılmasına karar verilmiştir. Ayrıca testin Cronbach Alfa katsayısı ".861" olarak bulunmuştur. Eğitim araştırmalarında kullanılan ölçme araçları için gerekli olan güvenirlik düzeyinin en az .70 olması gerektiği düşünüldüğünde (Tezbaşaran, 2008), testin güvenirlik düzeyinin yüksek olduğu görülmektedir. Bu bağlamda, Cronbach Alfa katsayısı .80'in üzerinde (.861) olduğundan testin güvenilir olduğu söylenebilir (Kalaycı, 2010). Böylece yapılan bu analizler sonucunda, 24 maddeden oluşan nihai test elde edilmiştir.

24 maddeden oluşan nihai test gerçek uygulamada 27 7. sınıf öğrencisine uygulanmış ve testin Cronbach Alfa katsayısı .863 olarak hesaplanmıştır. Testteki tüm sorulara verilen cevaplar iki matematik eğitimi uzmanı tarafından bağımsız bir şekilde puanlanmıştır. Bu iki puanlama arasındaki tutarlılığı belirlemek için Pearson Korelasyon Katsayısı (r) hesaplanmıştır. İki uzmanın birbirinden bağımsız bir şekilde

yaptığı puanlamalar arasındaki tutarlılık %95 (*p=.000, r=.952*) olarak belirlenmiştir. Elde edilen bu değerler göz önüne alındığında, testin tümü için güvenirliğin ve puanlama güvenirliğinin yüksek olduğu söylenebilir.

Öğrencilerin sürecin sonunda matematiğe ilişkin tutumlarının değişip değişmediğini belirlemek için Aşkar (1986) tarafından geliştirilen Matematik Tutum Ölçeği (MTÖ) kullanılmıştır. 20 maddeden oluşan likert tipindeki bu ölçek, gerçek uygulamaya katılmayan 76 yedinci sınıf öğrencisine uygulanmıştır. Ölçekteki maddeler "Kesinlikle Katılmıyorum" 1 puan, "Katılmıyorum" 2 puan, "Fikrim yok" 3 puan, "Katılıyorum" 4 puan ve "Tamamen Katılıyorum" 5 puan olarak puanlanmıştır. Ölçekten alınan puanın yüksek olmasının matematiğe ilişkin olumlu tutumu, düşük olmasının ise olumsuz tutumu göstereceği söylenebilir. Ölçekten alınabilecek en düşük puan 20, en yüksek puan ise 100'dür. Ölçeğin bu öğrencilere uygulanabilecek güvenilir bir ölçek olup olmadığını belirlemek için Cronbach Alfa katsayısı hesaplanmıştır. Yapılan analizler sonucunda, Matematik Tutum Ölçeği'ne ilişkin Cronbach Alfa katsayısı .924 olarak belirlenmiştir. Böylece bu tutum ölçeğinin bu öğrenciler için güvenilir bir ölçek olduğu söylenebilir.

3.3.2. Nitel Veri Toplama Araçları

Nitel veri toplama aracı olarak, öğrencilerle ve öğretmenlerle sürece ilişkin gerçekleştirilen görüşmeler, katılımcı öğretmenlerin gözlemleri ve öğrencilerin süreç boyunca yazdıkları günlükler kullanılmıştır.

3.3.2.1. Görüşmeler

Görüşme, özellikle nitel araştırmalarda sıklıkla kullanılan veri toplama araçlarındandır. Görüşmenin bireylerin görüşlerini, deneyimlerini ve duygularını ortaya çıkarmada oldukça güçlü olması ve iletişimin en yaygın biçimi olan konuşmayı temel alması kullanımını arttırmaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2011). Görüşme, kişilerin deneyimleri, görüşleri ve duyguları hakkında bilgi sahibi olmak için etkili bir yöntemdir (Schostak, 2006; Yıldırım ve Şimşek, 2011). Bilimsel araştırmalarda veri toplamak amacıyla kullanılan görüşme yöntemi günlük hayatta yapılan informal görüşmelerden farklıdır. Sadece konuşma ve dinleme şeklinde kolay bir veri toplama yöntemi gibi görünmesine rağmen, iyi planlanmadığı zaman istenen verilere ulaşılamayabilir. Karasar (2009), görüşmeciler iyi yetişmiş olmadıklarında özellikle görüş, inanç ve tutum gibi öznel olan birçok konuda veri toplama olasılığının sınırlı olacağını belirtmiştir. Görüşme yoluyla sağlıklı ve istenen verilere ulaşmak için etkili konuşma ve dinleme becerisine, iyi ayarlanan ses tonuna, jest ve mimiklerin yerinde kullanılmasına ihtiyaç vardır.

Bireyleri gözlemleyerek düşünceleri, duyguları, niyetleri ve davranışlarının sebepleri hakkında bilgi sahibi olmak pek mümkün değildir. Ancak iyi planlanmış görüşmeler sayesinde kişinin iç dünyasına girilerek, görüş ve düşüncelerine ulaşılabilir. Nitekim Patton (1987), görüşmenin bireyleri direkt olarak gözlemleyerek onlar hakkında bilgi sahibi olamadığımız zaman kullanıldığını ve amacının bireyin iç dünyasına girmek ve bakış açısını anlamak olduğunu belirtmiştir. Görüşme sürecinde, sorulan sorulara karşı tarafın rahat, dürüst ve doğru bir şekilde tepkide bulunmasını sağlaması görüşmeyi yapan kişinin temel görevidir (Yıldırım ve Şimşek, 2011). Görüşmelerde söylenenlerin yüzeysel anlamlarının yanında gerçek ve derinliğine anlamları da çıkartılabilir. Görüşme esnasında, ses tonu, mimikler ve soruları cevaplamada gösterilen istek, söylenenlerin değerlendirilmesinde önemli ipuçları niteliğindedir (Karasar, 2009). Görüşmelerle istenen amaca ulaşabilmek için görüşülen kişinin yeterince güdülenmesi, yöneltilen soruların içerik ve biçim açısından iyi hazırlanmış olması ve verilerin mümkün olduğunca kayba uğramadan kayıt altına alınması gerekmektedir. Bu ise rahat bir görüşme ortamı, etkili bir görüşmeci ve iyi bir kayıt sistemini gerektirir.

Bu çalışmada, yapılandırılmamış ve yarı-yapılandırılmış görüşme yöntemleri kullanılmıştır. Yapılandırılmamış görüşme, görüşmeyi yapan kişiye büyük hareket ve yargı serbestisi veren, esnek, kişisel görüş ve yargıların kökenlerine inmeyi sağlayan bir görüşme şeklidir. Sorulacak sorular önceden ana çizgilerle hazırlanmış olsa da, görüşme sırasındaki gelişmelere göre yeni sorular düşünmek ve sormak gerekebilir (Karasar, 2009). Yapılandırılmamış görüşmelerin esas amacı, özel temalardan ziyade bireylerin genel olarak ne düşündüklerini ortaya çıkarmaktır (Fraenkel vd., 2012). Yarı-yapılandırılmış görüşme ise, önceden ne tür soruların sorulacağı, hangi verilerin toplanacağı ana hatlarıyla belirlenmesine rağmen görüşme sürecinin gidişatına göre görüşmeciye kısmi hareket özgürlüğü ve esnekliği tanıyan bir yöntemdir (Bryman, 2012). Yapılandırılmamış görüşme, sürece katılan öğretmenlerin matematiksel muhakeme ve matematiksel muhakemenin gelişimiyle ilgili bilgilerini almak amacıyla gerçekleştirilmiştir. Bu amaçla uygulama başlamadan, uygulama esnasında ve uygulama sonrasında gerçekleştirilen yapılandırılmamış görüşmelerde öğretmenlere "Matematiksel muhakeme hakkında bilgi verebilir misiniz?", "Öğrencilerin matematiksel muhakemelerinin geliştirilmesi için ne/ler yapmak gerekir?", "Bu öğrenme ortamı hakkında ne düşünüyorsunuz?" gibi genel sorular sorulmuştur. Yarı-yapılandırılmış görüşmeler Gürbüz (2008)'den de faydalanarak geliştirilen görüşme formu (Bakınız Ek 5) kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Bu görüşme yöntemleriyle, uygulama sürecinde yer alan öğretmenlerin, tasarlanan öğrenme ortamına, bu ortamda gerçekleştirilen tamsayılar ve kesirlerin öğretimine ve tasarlanan öğrenme ortamında gerçekleştirilen uygulamaların etkilerine ilişkin düşünceleri alınmıştır.

Öğrencilerle de yarı-yapılandırılmış görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Bu görüşmeler kapsamında öğrencilere "Tasarlanan öğrenme ortamı hakkında ne düşünüyorsunuz? <u>*Sonda-1*</u>*: Farklı öğretim yöntemleri? Bilgisayar destekli uygulamalar, Eğitsel oyunlar, Somut öğretim materyalleri, Karikatürler, İşbirlikli gruplarda tartışma, Günlük hayatla ilişkilendirme,* <u>*Sonda-2*</u>*: Öğrencilerin muhakemede bulunmalarını sağlayıcı üst düzey sorular?* <u>*Sonda-3*</u>*: Bireysel farklılıkların göz önüne alınması?*", "Tasarlanan öğrenme ortamının size ne gibi katkıları oldu?", "Tasarlanan öğrenme ortamındaki uygulamaları önceki derslerinizdeki uygulamalarınızdan ayıran farklar nelerdir?", "Tasarlanan öğrenme ortamında gerçekleştirilen öğretim, öğretmen ve öğrenci rolünde değişiklikler yaptı mı? Evet ise açıklar mısınız?" gibi sorular yöneltilmiştir. Ayrıca, uygulama sürecinde veya teneffüste zaman zaman öğrencilerle informal görüşmeler de gerçekleştirilmiş ve ses kayıt cihazlarıyla kayıt altına alınmıştır.

3.3.2.2. Gözlemler

Bir problem hakkında derinlemesine ve ayrıntılı veri elde edilmek isteniyorsa, bu iş için görüşmenin en etkili yöntem olduğu daha önce ifade edilmiştir. Ancak eğer görüşülen kişiler sorulan sorulara doğru cevaplar vermiyorlarsa ya da samimi cevaplar vermekle birlikte içinde bulundukları ortamı ya da davranışlarını yanlış algılıyorsa, toplanan verilerin geçerliği hususunda sorunlar ortaya çıkabilir (Yıldırım ve Şimşek, 2011). Başka bir deyişle, kişilerin yaptıkları ve söyledikleri birbiriyle uyuşuyor mu? Bu sorunu çözmek için veri toplanırken görüşmenin yanı sıra zaman zaman gözlem yöntemini de işe koşmak gerekmektedir. Çünkü gözlemler vasıtasıyla, araştırılacak olay ya da durum "Ne?", "Ne Zaman?" ve "Nerede?" soruları çerçevesinde detaylı bir şekilde ele alınabilir (Stake, 2010; Yin, 2011). En önemli özelliği araştırmacıya veriye ilk elden ulaşma olanağı sağlamak olan gözlem, herhangi bir ortamda ya da kurumda oluşan davranışı ayrıntılı olarak tanımlamak amacıyla kullanılan bir yöntemdir. Eğitim araştırmalarında 1950'li ve 60'lı yıllarda kullanılan gözlemler sonucu önemli veriler elde edilmiş ve eğitim ortamının çeşitli boyutlarında (sınıf, okul gibi) neler olup bittiğini ortaya çıkarmak mümkün olmuştur (Yıldırım ve Şimşek, 2011).

Gözlem tekniğinin en önemli özelliği, gözlenilenlerin kendi doğal ortamları içinde bulunması ve verilere ilk elden ulaşılmasıdır (Ekiz, 2009; Karasar, 2009; Yin, 2011; Yıldırım ve Şimşek, 2011). İnsan davranışlarının doğal ortamı içinde gözlenmesi, bu davranışların gerçekçi bir biçimde incelenmesinin ön koşuludur (Yıldırım ve Şimşek, 2011). Doğal ortamından farklı bir ortamda incelenen insan davranışları tam olarak gerçeği yansıtmayabilir. Bu nedenle, araştırmacının araştırma ortamında bizzat bulunarak insan davranışlarını gözlemesi önem kazanmaktadır (Karasar, 2009; Yıldırım ve Şimşek, 2011). İnsan davranışları dışarıdan (katılımsız) ya da bizzat ortamda bulunarak (katılımcı) gözlenebilmektedir. Dışarıdan gözlemde, sadece gözlem yapılır ve araştırmacının kimliği, araştırmanın konusu ve süresi açıkça bellidir (Ekiz, 2009; Karasar, 2009; Yıldırım ve Şimşek, 2011). Katılımcı gözlemde ise, araştırmacı sürece gözlenen insanlar gibi katılır ve davranır. Başka bir deyişle, araştırmacı çoğunlukla araştırmacı kimliğini gizleyerek, araştırmanın bir parçası olup sürece katılır, beraber yaşar ve paylaşımda bulunur (Karasar, 2009; Yıldırım ve Şimşek, 2011).

Gözlemler kullanılan araç-gereçlere göre yapılandırılmamış, yarı-yapılandırılmış ve yapılandırılmış olmak üzere üçe ayrılmaktadır. Yapılandırılmamış gözlemlerde amaç belirli bir kültürü içeriden tanımlamak olduğu için, araştırmacının elinde herhangi bir standart bir gözlem veya görüşme aracı yoktur. Yarı-yapılandırılmış gözlemlerde genellikle yapılandırılmış bir gözlem aracı veya araçları kullanılır ancak ortamdaki bazı davranışlar belirlenir ve gözlem aracında bunlara yer verilir. Yapılandırılmış gözlemlerde ise anket gibi bir veri toplama aracı gözleme uyarlanır ve bu gözlem aracında gözlenen davranışların listesi yer alır (Yıldırım ve Şimşek, 2011). Mevcut çalışmada yarı-yapılandırılmış gözlem yöntemi kullanılmıştır. Bu çalışmada yarı-yapılandırılmış gözlem kullanılmasının sebebi, gözlenen ortamın belli boyutlarının yanında tahmin edilmeyen farklı boyutlarının da ortaya çıkarılmasıdır. Bu kapsamda, bu çalışma boyunca, sürece katılan öğretmenler hazırlanan gözlem formunu (Bakınız Ek 6) kullanarak gözlemler yapmışlardır.

3.3.2.3. Günlükler

Günlükler, öğrencinin öğrenme sürecinde yaptığı araştırma, sorgulama, deneme, gözlem, öneri vb. çalışmalarını, duygu ve düşüncelerini ifade ettiği yazılı belgeler olarak tanımlanmaktadır (MEB, 2009). Bir araştırmada günlük yazma, bireylerin ya da öğrencilerin duygu ve düşüncelerini rahatça paylaşabilmelerine, yazılı olarak kendilerini ifade etmelerine, sorumluluk bilinçlerinin artmasına, öğrenme sürecinde yaşadıkları endişeleri ve beğendikleri ya da beğenmedikleri süreçleri gündeme getirmelerine, derste gördüklerini tekrar düşünerek yorumlamalarına, bu süreçte yaşadıklarını muhakeme ederek bilgilerini anlamlı bir şekilde kurmalarına ve öğretmen-öğrenci iletişiminin gelişmesine katkı sağlayan bir faaliyet olarak ifade edilmektedir (Gürbüz, 2008). Matematik günlükleri; işlenen konunun veya problemin ne kadar veya nasıl anlaşıldığı hakkında bilgi verir, öğrenciler matematik derslerinde yaşadıkları olayları, deneyimleri, duygularını yazabilir buna ek olarak derste öğrendiklerini günlüklerle yazılı olarak açıklayabilir, günlüklerden öğrencilerin matematik dersine ve öğrenme sürecine karşı tutumları öğrenilebilir, matematik derslerinde öğrenciler düşüncelerini yazarak diğer disiplinlerle matematik arasındaki ilişkileri açıklayabilir, konular hakkında anlayışları, fikirleri ve düşündüklerini diğer öğrencilere açıklayabilir (MEB, 2009).

Günlük yazma; öğrencilerin potansiyellerinin farkına varmasına, kendilerini daha yakından tanımalarına, derse daha aktif katılmalarına, kendilerine güvenlerinin ve zihinsel gelişimlerinin artmasına, iyi birer gözlemci olmalarına, mantıklı çıkarımlar yapmalarına, düşünme becerilerinin gelişmesine ve doğru ve yerinde soru sormalarına olumlu katkılar sağlar. Çünkü günlük yazma işlemi öğrencileri düşünmeye ve okulda yaşadıkları deneyimi tekrar kısmen de olsa yaşamaya zorlar (Gürbüz, 2008). Öğrencilere yazdırılan günlüklerin bu yönleri göz önüne alınarak, mevcut çalışmada da öğrencilere günlük tutturmaya karar verilmiştir. Bu günlükler vasıtasıyla, tasarlanan öğrenme ortamı hakkında öğrenci gözüyle daha geniş bilgilere ulaşılacağı söylenebilir. Bu kapsamda bu çalışmada, tüm süreç boyunca her hafta gerçekleştirilen öğretimler sonrasında öğrencilere günlük yazdırılmış (Bakınız Resim 3.1) ve bu günlük raporlarının içerik analizine tabi tutulması sonucunda kodlara ve kategorilere ulaşılmış ve bulgularda sunulmuştur.

Resim 3.1. Öğrenciler günlük yazarken

3.4. Verilerin Analizi

Bu bölümde, araştırmadan elde edilen nicel ve nitel verilerin analizine yer verilmiştir. Bu bağlamda, tasarlanan öğrenme ortamının etkilerini ortaya koymak için öğrencilerin Matematiksel Muhakeme Testi (MMT)'ne, Matematik Tutum Ölçeği (MTÖ)'ne öntestte ve sontestte verdikleri cevaplardan, öğretmen ve öğrencilerle gerçekleştirilen görüşmelerden, gözlemlerden ve öğrenci günlüklerinden elde edilen verilerin nasıl analiz edildiğine ilişkin bilgiler verilmiştir.

3.4.1. Nicel Verilerin Analizi

Araştırmanın nicel verilerini, öğrencilerin Matematiksel Muhakeme Testi (MMT)'ne ve Matematik Tutum Ölçeği (MTÖ)'ne öntestte ve sontestte verdikleri cevaplar oluşturmaktadır. Bu veriler, Statistical Package for Social Sciences (SPSS 15) programı kullanılarak analiz edilmiştir. MMT'deki sorulara verilen cevapların analizinde, Erdem (2011) tarafından geliştirilen Tablo 3.4'deki puanlama ölçeği kullanılmıştır. Bu puanlama ölçeğinde, her bir sorunun puanlaması 0 ile 5 puanları arasında değişmektedir. MMT'nin puanlanmasına katılan deneyimli iki matematik eğitimcisi öncelikle sorulara verilen cevapları ön test ve son test için ayrı ayrı puanlamışlardır. Her iki uygulamada puanlamalar arasındaki tutarlılığı belirlemek için Pearson Korelasyon Katsayısı (r) hesaplanmıştır. İki uzmanın birbirinden bağımsız bir şekilde yaptığı puanlamalar arasındaki tutarlılık öntestte %95 ($p=.000,\ r=.952$), sontestte ise %92 ($p=.000,\ r=.918$) olarak belirlenmiştir. Soruları daha güvenilir bir şekilde puanlamak, başka bir deyişle öğrencinin matematiksel muhakemesi hakkında daha doğru değerlendirmeler yapmak için çözümleri anlaşılmayan ya da herhangi bir çıkarıma ulaşılamayan durumlarda ilgili öğrenciyle görüşülerek çözümlerine ilişkin bilgi sahibi olunmuştur. Tablo 3.4'de yer alan ölçütlere göre verilen puanlar kullanılarak öğrencilerin matematiksel muhakeme gelişim düzeylerinin istatistiksel karşılaştırmaları yapılmıştır. Bu amaçla, her bir öğrencinin öntest ve sontestte MMT'den aldığı puan ortalaması (Puan ortalaması 0 ile 5 arasında değişmektedir) hesaplanmıştır.

Örneklem büyüklüğünün 50'den küçük olması durumunda Shapiro-Wilk, büyük olması durumunda Kolmogorov-Smirnov testleri veri dağılımının normalliği için kullanılır (Büyüköztürk, 2011). Yapılan analiz sonucunda MMT'ye ilişkin Shapiro-

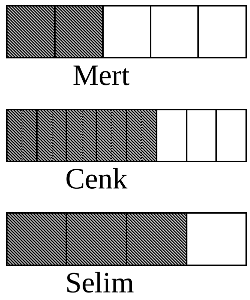
Wilk normallik testi p değerinin öntestte .05'ten küçük çıkması (p=.008) verilerin normal dağılım sergilemediğini (Kalaycı, 2010) göstermiştir. Verilerin normal dağılım göstermemesi nedeniyle (Kalaycı, 2010) MMT'ye ilişkin karşılaştırmalarda parametrik olmayan *Wilcoxon İşaretli Sıralar Testi* kullanılmıştır. Bunların yanı sıra, MMT'de yer alan sorularda, ön test ve son test bakımından ortaya çıkan değişimi daha detaylı ortaya koymak amacıyla bazı öğrenci cevapları doğrudan aktarılarak yorumlanmıştır. Öğrencilerin matematiğe ilişkin tutumlarının değişip değişmediğini belirlemek için de benzer istatistiksel karşılaştırmalar yapılmıştır. Bu amaçla, her bir öğrencinin öntest ve sontestte MTÖ'den aldığı puan ortalaması hesaplanmıştır. MTÖ'ye ilişkin yapılan Shapiro-Wilk normallik testi sonucunda p değerinin sontestte .05'ten küçük çıkması (p=.000) verilerin normal dağılım sergilemediğini (Kalaycı, 2010) göstermiştir. Böylece Verilerin normal dağılım göstermemesi nedeniyle (Kalaycı, 2010) MTÖ'ye ilişkin karşılaştırmalarda parametrik olmayan *Wilcoxon İşaretli Sıralar Testi* kullanılmıştır.

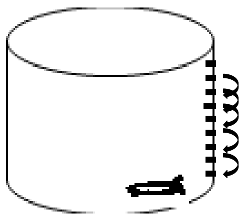
Tablo 3.4.

MMT'deki Soruları Puanlama Ölçeği

Düzey	**Puan**	**Açıklama**	**Örnek Öğrenci Cevabı**
Tam Doğru	5	Tamamen doğru kabul edilen ifadeler	$\underline{M_{15}}$: $\frac{2}{3}$. 6= 4 litre (6. bardak tam dolmuş) Yedinci bardak tam dolmadığına göre, sürahideki su miktarı 4 litre ile 5 litre arasında olur. $\underline{M_{18}}$: $\frac{1}{4} \equiv \frac{12}{48}$'ini okula, $\frac{1}{16} \equiv \frac{3}{48}$'ini yola, $\frac{1}{8} \equiv \frac{6}{48}$'ini ders çalışmaya, $\frac{2}{24} \equiv \frac{4}{48}$'ini oyuna ve televizyona, $\frac{5}{48}$'ini yemek yemeye ayırıyor. Geriye kalan, $\frac{48}{48} - \frac{12+3+6+4+5}{48} = \frac{18}{48}$'ini uykuya

Tablo 3.4. *(Devamı)*

<table>
<tr><td></td><td></td><td></td><td>ayırıyor. $\frac{18}{48} \equiv \frac{9}{24}$ ise günün 9 saatini
uykuya ayırmaktadır.
M_7:


Çizdiğim gibi yarışta en çok yolu Selim almıştır. Bu nedenle, bitiş çizgisine en yakın olan Selim'dir.</td></tr>
<tr><td>Kısmen Doğru-A</td><td>4</td><td>Tam doğru cevaba göre eksik ifadeler</td><td>M_{12}:
2500:4=625 (Peşin ödemiş)
2500-625=1875 (Taksitle ödeyecek)
1875:150=12 taksit
M_{15}:
Altı bardak tam dolu, bu yüzden sürahide $\frac{2}{3}$.6= 4 lt su vardır. Ama yedinci bardak da var ve tam dolmuyor.
M_{13}:

3 mt yukarı çıkıp, 2 mt aşağı iniyorsa, kurbağa toplamda 5 mt'de 1 mt ancak yukarı çıkar. Yani bir dakika sonunda 1 mt yukarı çıkıyor. 2 dakika sonunda 2 mt, 3 dakikada 3 mt, … 8. dakikada 3 metre çıkar… ama 2 metre tekrar iner.</td></tr>
</table>

Tablo 3.4. *(Devamı)*

Kısmen Doğru-B	3	Doğru nedene bağlanarak yapılan kısmen doğru ifadeler	M3: $\frac{28}{9} . 2\frac{3}{4} = \frac{308}{36}$ Tüm salonunki $\frac{1}{3} . \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$ Parkeninki M13: Kurbağa her seferinde 3 metre çıkıp, 2 metre iniyor. Kurbağa bir dakikada 5 metre gidiyor ancak 1 metre yukarı çıkabiliyor. 1 dakikada 1 metre yukarı çıkıyorsa, 10 dakika sonunda 10 metre yukarı ilerler ve kuyudan çıkar. M2: Türkçe: $\frac{16}{24}$ Matematik: $\frac{14}{16}$ Fen ve Teknoloji: $\frac{10}{12}$ Yukarıdaki bilgilere göre, Türkçe'de daha az çözmüş.
Kısmen Doğru-C	2	Yanlış nedene bağlanarak ya da herhangi bir nedene bağlanmadan yapılan kısmen de olsa doğru kabul edilebilecek ifadeler	M10: $\frac{45}{14} : \frac{4}{7} = \frac{45}{\mathbf{14}} . \frac{\mathbf{7}}{4} = \frac{45}{8}$ *(Paydadaki 14 ile paydaki 7 sayısını sadeleştirirerek)* M9: Önce dalgıcın konumunu bulalım. Dalgıç denizin altında -17 metrededir. Sonra… her iki dakikada bir 3 metre dalıyor… M23: (-3). (7)= (-21) (-3). (-7)= (+21) İkisini toplarsak, (-21)+(+21)=0 olur. Fark yoktur.

Tablo 3.4. *(Devamı)*

Yanlış	1	Tamamıyla yanlış ya da soru ile tam ilişkisi olmayan ifadeler	M_{11}: Mehmet'in parası arttığına göre, Mehmet'in parası Zeki'nin parasından fazladır. M_{21}: Cevap sıfırdır. Çünkü sıfır hep sıfırdır M_{18}: Uykuya yeterli zaman ayırmıyor. Çünkü yola ve yemeğe çok fazla zaman harcıyor.
Yanıtsız	0	Boş bırakılmış veya sorunun aynısının cevap olarak yazıldığı ifadeler	---------------------

M_a: MMT'de Yer Alan a. Soru

Öğrencilerin MMT'ye ilişkin puan ortalamalarına göre Tablo 3.5'te verilen matematiksel muhakeme düzeyleri belirlenmiştir. Öğrencilerin MMT'ye ilişkin ön test ve sontestteki puan ortalamaları hesaplanarak, öntestte ve sontestte hangi matematiksel muhakeme düzeyinde oldukları belirlenmiştir. Bu şekilde, öğrencilerin MMT'den ön testte ve sontestte aldıkları puan ortalamalarına göre matematiksel muhakeme düzeyi belirlenmiş olacaktır. Her öğrencinin MMT'den aldığı toplam puan, soru sayısına (24) bölünerek öğrencinin puan ortalaması/düzeyi belirlenmiştir. Örneğin Tablo 3.4'deki puanlama ölçeğine göre MMT'den toplam 66 puan alan bir öğrencinin [66/24=2.75 puanı 2.00-2.99 aralığındadır] (Bakınız Tablo 3.5) matematiksel muhakemesi orta düzey olarak değerlendirilmiştir.

Tablo 3.5.

Matematiksel Muhakeme Düzeyleri

Düzey	**Puan Ortalaması ($\bar{x}$)**
Oldukça Düşük	0.00-0.99
Düşük	1.00-1.99
Orta	2.00-2.99
Yüksek	3.00-3.99
Oldukça Yüksek	4.00-5.00

3.4.2. Nitel Verilerin Analizi

Araştırmanın nitel verilerini, tasarlanan öğrenme ortamının etkilerini ortaya koymak için öğretmen ve öğrencilerle gerçekleştirilen görüşmelerden, gözlemlerden ve öğrenci günlüklerinden elde edilen veriler oluşturmaktadır. Tüm nitel veriler, içerik analizi tekniği kullanılarak benzer formatta analiz edilmiştir. İçerik analizinde elde edilen veriler, detaylı bir şekilde incelenir ve betimsel yaklaşımla fark edilmeyen kavram ve temalar keşfedilir (Yıldırım ve Şimşek, 2011). Yin (2011), nitel verilerin analizi için öncelikle bireylerin fikir birliğine vardığı veya varamadığı noktaların tespit edilmesi gerektiğini ifade etmektedir. Burada dikkat edilmesi gereken husus, kategorilerin önceden belirlenmesi yerine, elde edilen verilerin benzerliklerine veya zıtlıklarına göre gruplandırılması sonucunda kategorilerin oluşturulmasıdır. Aynı paralelde, birbirleriyle ilişkili olan ifadelerin aynı grup altında toplanması gerektiği savunulmaktadır (Cohen vd., 2005; Stake, 2010; Yıldırım ve Şimşek, 2011). Ayrıca verilerin bulgu olarak verilmesi aşamasında, direkt ifadelerin alınarak, bireyin düşüncelerinin olduğu gibi yansıtılmasının da yararlı olacağına inanılmaktadır (Çepni, 2009; Yıldırım ve Şimşek, 2011; Yin, 2011). Bu bağlamda, öğretmenlerin sorulara verdikleri özgün cevaplar, öğrencilerin uygulamalar ve görüşmeler sırasında söyledikleri bazı ilginç bölümler ya da günlüklerine yazdıkları bazı ilginç cümleler herhangi bir değişiklik yapılmaksızın doğrudan aktarılmıştır.

Mevcut araştırma kapsamında, her haftanın bitiminde öğretmen görüşleri, öğrenci görüşleri, gözlemler ve günlükler ayrı ayrı incelenmiştir. Her bir veri toplama aracıyla elde edilen verilerin kendi içerisinde benzer ve zıt ifadeleri tespit edilmiştir. Bu süreçten sonra kodların oluşturulması sürecine geçilmiştir. Kodlama, nitel verilerin organize edilmesi için önemli bir avantaj ve kolaylık sağlar (Bogdan ve Biklen, 2007; Yıldırım ve Şimşek, 2011). Kodlama sürecinde, elde edilen veriler incelenerek, anlamlı bölümlere ayrılmış ve her bölümün ne anlam ifade ettiği bir kelime ya da bir cümle kullanılarak belirlenmiştir. Kavram ya da kodlardan ortak yönleri olanlar bir araya getirilerek kategorilere ulaşılmıştır. Bu yolla, ortaya çıkan kodlardan (kavramlardan) yola çıkarak bu kod ya da kavramları verileri genel düzeyde açıklayabilen kategoriler altında toplamak mümkün olmaktadır. Mevcut çalışmada, kodlama sürecinde ilk olarak belirlenen kodlar ve bu kodları kapsayan kategoriler tüm uygulama sürecini tanımlayacak şekilde belirlenmiştir. Kodlama güvenirliğini sağlamak için Miles ve Huberman'ın (1994) güvenirlik formülünden (güvenirlik=görüş birliği/(görüş birliği+görüş ayrılığı) yararlanılmıştır. Matematik eğitimi alanında uzman iki araştırmacının birbirinden bağımsız bir şekilde yaptıkları kodlamanın güvenirliğinin .85-.90 arasında olduğu belirlenmiştir.

3.5. İşlem

Bu çalışma, Adıyaman il merkezinden rastgele seçilen bir devlet ortaokulunda görev yapan iki matematik öğretmeni ve bu okulun bir şubesindeki 27 yedinci sınıf öğrencisinin katılımıyla gerçekleştirilmiştir. Bu öğrencilerle, her hafta 4 ders saati olmak üzere toplam 8 hafta (32 ders saati) boyunca Ortaokul Matematik Dersi 5, 6, 7 ve 8. sınıflar Öğretim Programı'ndaki tamsayılar ve kesirler konularında belirlenen kazanımlara (Bakınız Tablo 3.6) göre farklı yöntemler (Bakınız Şekil 3.3) kullanılarak bir öğretim gerçekleştirilmiştir. Öğretim programında; 5. sınıf düzeyinde kesirler konusunda geçen 9 kazanım için 29 ders saati, 6. sınıf düzeyinde kesirlerde geçen 9 kazanım için 24 ders saati ve tam sayılar konusunda geçen 6 kazanım için 16 ders saati, 7. sınıf düzeyinde ise tamsayılar konusunda geçen 3 kazanım için 12 ders saati ayrılmıştır (MEB, 2013). Bu çalışmada ise, her bir sınıf düzeyinde kesirler ve tamsayılar konularında geçen benzer kazanımlar tek bir kazanım olarak ele alındığından toplam 19 kazanım için 32 ders saati uygun görülmüştür.

Tüm uygulama süreci boyunca, öğrencilerin muhakeme becerilerinin farkına varmak ve bunu geliştirmek için öğrenme ortamında öğrencilere düşüncelerini açıklamalarını sağlayacak “Neden böyle düşünüyorsunuz”, “Bu sonuca nasıl ulaştınız”, “Niçin?”, “Başka nasıl olabilirdi?” gibi sorular sorulmuştur. Öğrencilere uygulama süreci başlamadan önce araştırmacı tarafından geliştirilen Matematiksel Muhakeme Testi (MMT) öntest, çalışma sonunda ise sontest olarak uygulanmıştır. Benzer şekilde süreç başlamadan önce Matematik Tutum Ölçeği (MTÖ) öntest, çalışma sonunda ise sontest olarak uygulanmıştır. Süreç boyunca farklı öğrencilerle ve öğretmenlerle farklı zamanlarda görüşmeler gerçekleştirilmiş ve öğrencilere her haftanın bitiminde günlükler yazdırılmıştır. Ayrıca tüm süreç boyunca öğretmenler gözlem yapmışlardır. Bu süreç boyunca çeşitli veri toplama araçları kullanılarak elde edilen veriler bir bütün olarak yansıtılmaya çalışılmıştır.

Tablo 3.6.

Sınıf Düzeyine Göre Kazanımlar

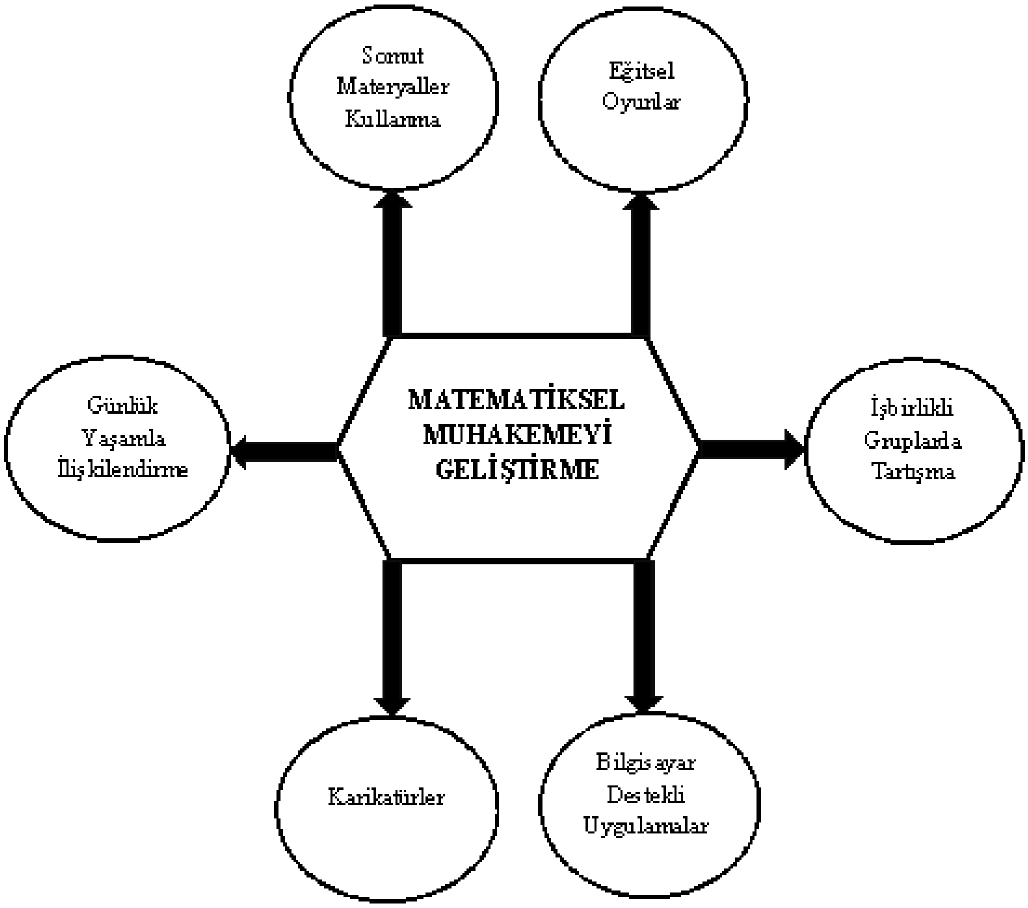
Kazanımlar			
Tamsayılar	***Sınıf***	***Kesirler***	***Sınıf***
Tam sayıları yorumlar ve sayı doğrusunda gösterir	6	Bir çokluğun istenen basit kesir kadarını ve basit kesir kadarı verilen bir çokluğun tamamını birim kesirlerden yararlanarak hesaplar	5
Bir tam sayının mutlak değerini belirler ve anlamlandırır	6	Kesirleri karşılaştırır, sıralar ve sayı doğrusunda gösterir	6
Tam sayıları karşılaştırır ve sıralar	6	Sadeleştirme ve genişletmenin kesrin değerini değiştirmeyeceğini anlar ve bir kesre denk olan kesirler oluşturur	5
Tam sayılarla toplama ve çıkarma işlemlerini yapar; ilgili problemleri çözer	6	Tam sayılı kesrin, bir doğal sayı ile bir basit kesrin toplamı olduğunu anlar ve tam sayılı kesri bileşik kesre, bileşik kesri tam sayılı kesre dönüştürür	5
Tam sayılarda çıkarma işleminin eksilenin ters işaretlisi ile toplamak anlamına geldiğini kavrar	6	Kesirlerle toplama ve çıkarma işlemlerini yapar	6

Tablo 3.6 *(Devamı)*

Tam sayılarla çarpma ve bölme işlemlerini yapar	7	Bir doğal sayı ile bir kesrin çarpma işlemini yapar ve anlamlandırır	6
Tam sayılarla işlemler yapmayı gerektiren problemleri çözer	7	İki kesrin çarpma işlemini yapar ve anlamlandırır	6
		Bir doğal sayıyı bir birim kesre ve bir birim kesri bir doğal sayıya böler, bu işlemi anlamlandırır	6
		Bir doğal sayıyı bir kesre ve bir kesri bir doğal sayıya böler, bu işlemi anlamlandırır	6
		İki kesrin bölme işlemini yapar ve anlamlandırır	6
		Kesirlerle yapılan işlemlerin sonucunu tahmin eder	6
		Kesirlerle işlem yapmayı gerektiren problemleri çözer	6

3.5.1. Matematiksel Muhakemeyi Geliştirmek İçin Kullanılan Yöntemler

Bu bölümde, tasarlanan öğrenme ortamında kullanılan temel yöntemlere yer verilmiştir. Öğrenme ortamında kullanılan "Bilgisayar Destekli Uygulamalar", "Somut Materyal Kullanma", "Eğitsel Oyunlar", "Karikatürler", "Günlük Yaşamla İlişkilendirme", "İşbirlikli Gruplarda Tartışma" yöntemlerinin her birinin kapsamında ne tür uygulamaların yapıldığı belirtilmiştir. Ayrıca öğrenme ortamında bu yöntemlerin nasıl kullanıldığını daha iyi betimlemek amacıyla gerçekleştirilen öğretimlerden yansımalar resim olarak aktarılmıştır. Şekil 3.3'te bu yöntemlerin bir arada yer aldığı bir model sunulmuştur.



Şekil 3.3. Öğrenme ortamında kullanılan yöntemler

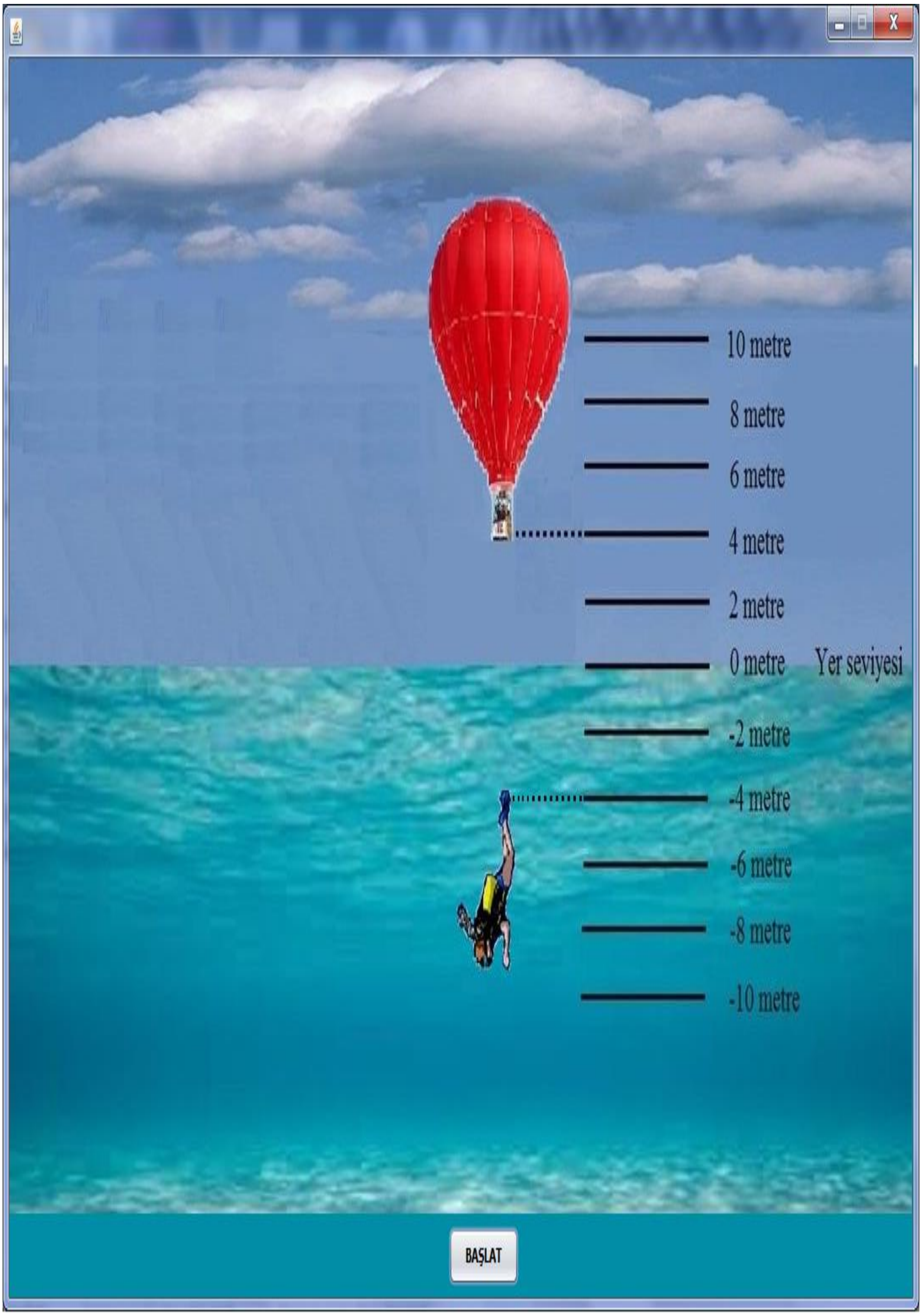
3.5.1.1. Bilgisayar Destekli Uygulamalar

Öğrenme ortamında kullanılan bilgisayar destekli uygulamalar, "Uçan Balon ve Dalgıç", "Sincabı Çıkışa Ulaştır", "Kesirleri Tanı, Modelle ve Karşılaştır" olarak adlandırılmıştır. Bu uygulamalar ve içerikleri önce araştırmacı tarafından projeksiyon cihazıyla perdeye yansıtılarak öğrencilere anlatılmıştır (Bakınız Resim 3.3). Her bir uygulama bir süre anlatıldıktan sonra işbirlikli gruplar halinde organize edilen öğrencilerin de bilgisayar ekranından görmelerine imkan tanınmıştır (Bakınız Resim 3.5). Bu uygulamalarla, araştırmacının rehberliğinde, tüm öğrencilerin bu uygulamalarla uğraşarak ve konu ve sorular üzerinde grup arkadaşlarıyla yapıcı tartışmalar yaparak öğrenmeleri sağlanmıştır. Bu uygulamaların; içerikleri hedeflenen kazanımları verecek şekilde hazırlandığı için öğretici, bilgisayar ekranında bir etkinlik olduğu için eğlenceli, içindeki görsel sorular sayesinde düşündürücü birer etkinlik olduğu söylenebilir.

Bilgisayar destekli bu uygulamaların her biri aşağıda ayrı ayrı açıklanmış ve öğrenme ortamlarında kullanımlarından bazı kareler aktarılmıştır.

Uçan Balon ve Dalgıç

Bu uygulama, öğrencilerin "Tam sayıları yorumlar ve sayı doğrusunda gösterir" ve "Bir tam sayının mutlak değerini belirler ve anlamlandırır" kazanımlarını edinmeleri için hazırlanmıştır. Uygulama, NetBeans editörü ve Java proglamlama dili kullanılarak tasarlanmıştır. Öğrenciler bilgisayarda karşılarına çıkan ekranda "Başlat" butonuna bir kez tıkladıklarında balon 2 metre yukarı çıkarken, aynı anda dalgıç 2 metre dalmaktadır ve bu süreç bu şekilde devam etmektedir. Bu uygulamayla, araştırmacının rehberliği ve grup işbirliğiyle öğrenciler pozitif tamsayı kavramını balonun yer seviyesinden (0 metre) yükseğe çıkmakla ve negatif tamsayı kavramını ise dalgıcın denizin derinliklerine inmesiyle ilişkilendirebileceklerdir. Öğrenciler örneğin (-2) metre ifadesiyle 2 metre derinliğin kastedildiğinin farkına varacaklardır. Ayrıca bu uygulama sayesinde öğrenciler mutlak değer kavramına da anlam yükleyebileceklerdir. Örneğin, öğrenciler aynı anda balon 2 metre yukarı çıktığında ve dalgıç 2 metre daldığında balonun ve dalgıcın yer seviyesine uzaklıklarının eşit olduğunu fark edeceklerdir. Buradan $|-2|=|+2|=2$ eşitliğinin ne anlam ifade ettiğini görebileceklerdir. Öte yandan, sayı doğrusunun mantığına benzeyen bu uygulamayla, öğrenciler sayı doğrusunu ve tamsayıların sayı doğrusundaki dizilişleri, işaretleri hakkında da bilgi sahibi olacaklardır. Uçan Balon ve Dalgıç uygulamasından bir arayüz ve bu uygulamanın kullanıldığı öğrenme ortamından bir kare Resim 3.2 ve Resim 3.3'te verilmiştir.

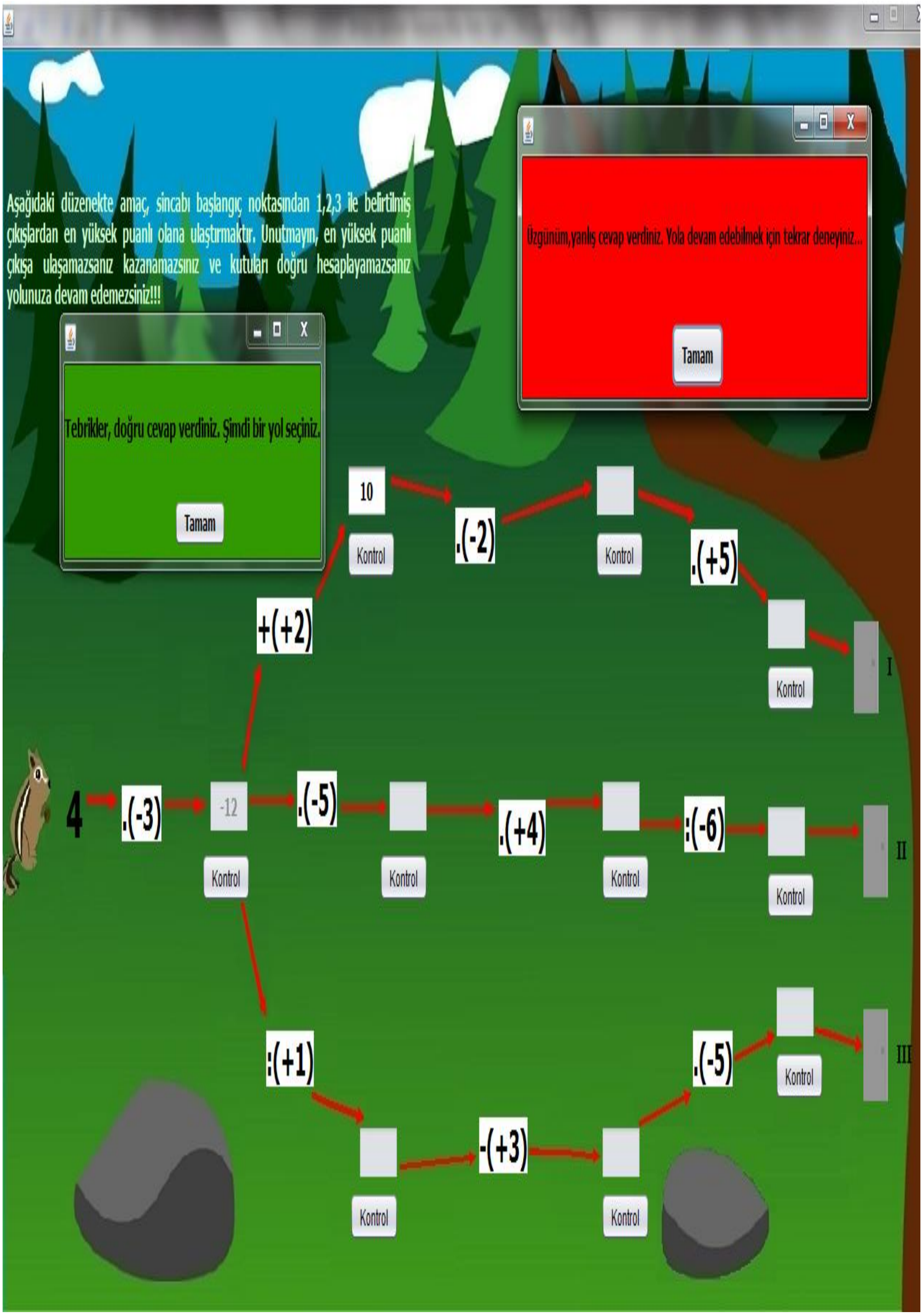


Resim 3.2. Uçan Balon ve Dalgıç uygulamasından bir ara yüz

Resim 3.3. Uçan Balon ve Dalgıç uygulama ortamından bir kare

Sincabı Çıkışa Ulaştır

Bu uygulama, öğrencilerin *"Tam sayılarla toplama ve çıkarma işlemlerini yapar", "Tam sayılarda çıkarma işleminin eksilenin ters işaretlisi ile toplamak anlamına geldiğini kavrar", "Tamsayılarda çarpma ve bölme işlemlerini yapar"* kazanımlarını edinmeleri için hazırlanmıştır. Uygulama, NetBeans editörü ve Java proglamlama dili kullanılarak tasarlanmıştır. Öğrenciler ekranda belirtilen tamsayılarla istenen işlemleri yaparak odacıkları dolduracak ve böylece sincabı ilerleteceklerdir. Örneğin, ilk odada 4.(-3)=-12 sonucunu bulunarak sincap ilk odayı geçmiş olacaktır. Sincabın bundan sonraki odaları geçmesi için öğrencinin bir sonraki işlemin sonucunu doğru hesaplayıp yazması gerekmektedir. Eğer öğrenci işlemi yanlış yaparsa bilgisayar "*Üzgünüm, yanlış cevap verdiniz. Yola devam edebilmek için tekrar deneyiniz*" cevabını verecektir. Öğrenci işlemi doğru yaparsa "*Tebrikler, doğru cevap verdiniz. Şimdi bir yol seçiniz*" cevabını verecek ve bir sonraki odaya geçmek için bir sonraki işlemi yapabilecektir. Bu süreç sincap çıkışa gelene kadar devam edecektir. Ancak burada önemli olan öğrencinin sincabı çıkışa en yüksek puanla ulaştıracak yolu seçmesidir. Dolayısıyla öğrencinin muhakemede bulunarak hangi odalardan geçerse daha fazla puan alacağını hesaplayarak, birden fazla yol olan bu süreçte mantıklı yolu seçmesi gerekmektedir. Bu uygulamada öğrencilerin dört işlemin tamamıyla işlem yapmaları gerektiğinden, onların bu yöndeki becerilerinin gelişmesine katkıda bulunacaktır. Çünkü öğrenci yanlış işlem yaparsa, bilgisayar öğrenci doğru cevabı bulana kadar sincabı ilerletmeyecektir. Bu da öğrencinin işlemlerin sonucunu doğru yapmada ısrar etmesini sağlayacaktır. Bir oyun etkinliğini andıran bu uygulama öğrencilerin ilgisini çekecek ve her bir grup diğer gruplardan önce ve daha yüksek puanla sincabı çıkışa götürmek isteyeceğinden, öğrencileri daha mantıklı ve doğru düşünmeye teşvik edeceği söylenebilir. Sincabı Çıkışa Ulaştır uygulamasından bir arayüz ve bu uygulamanın kullanıldığı öğrenme ortamından bir kare Resim 3.4 ve Resim 3.5'te verilmiştir.



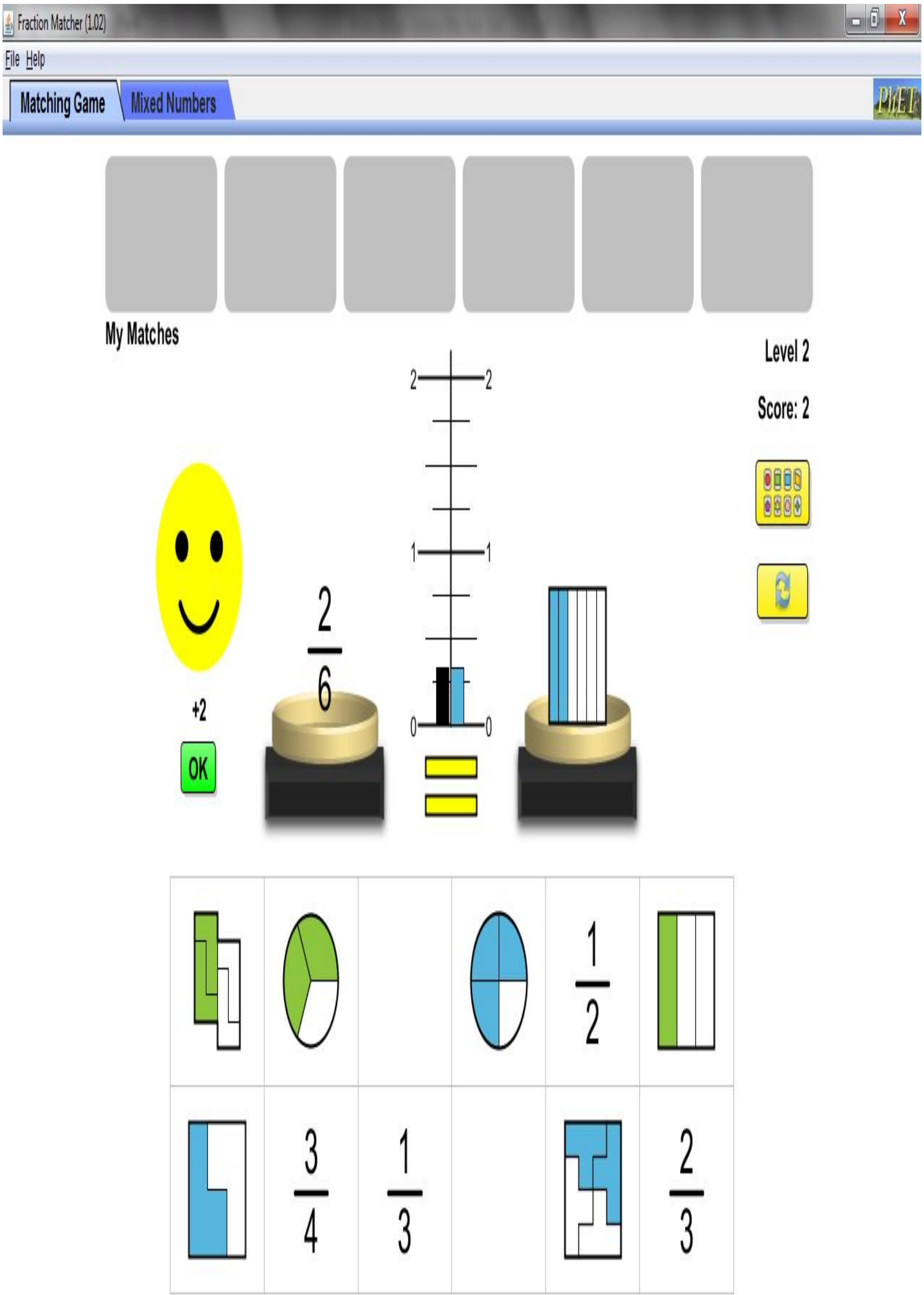
Resim 3.4. Sincabı Çıkışa Ulaştır uygulamasından bir ara yüz

Resim 3.5. Sincabı Çıkışa Ulaştır uygulama ortamından bir kare

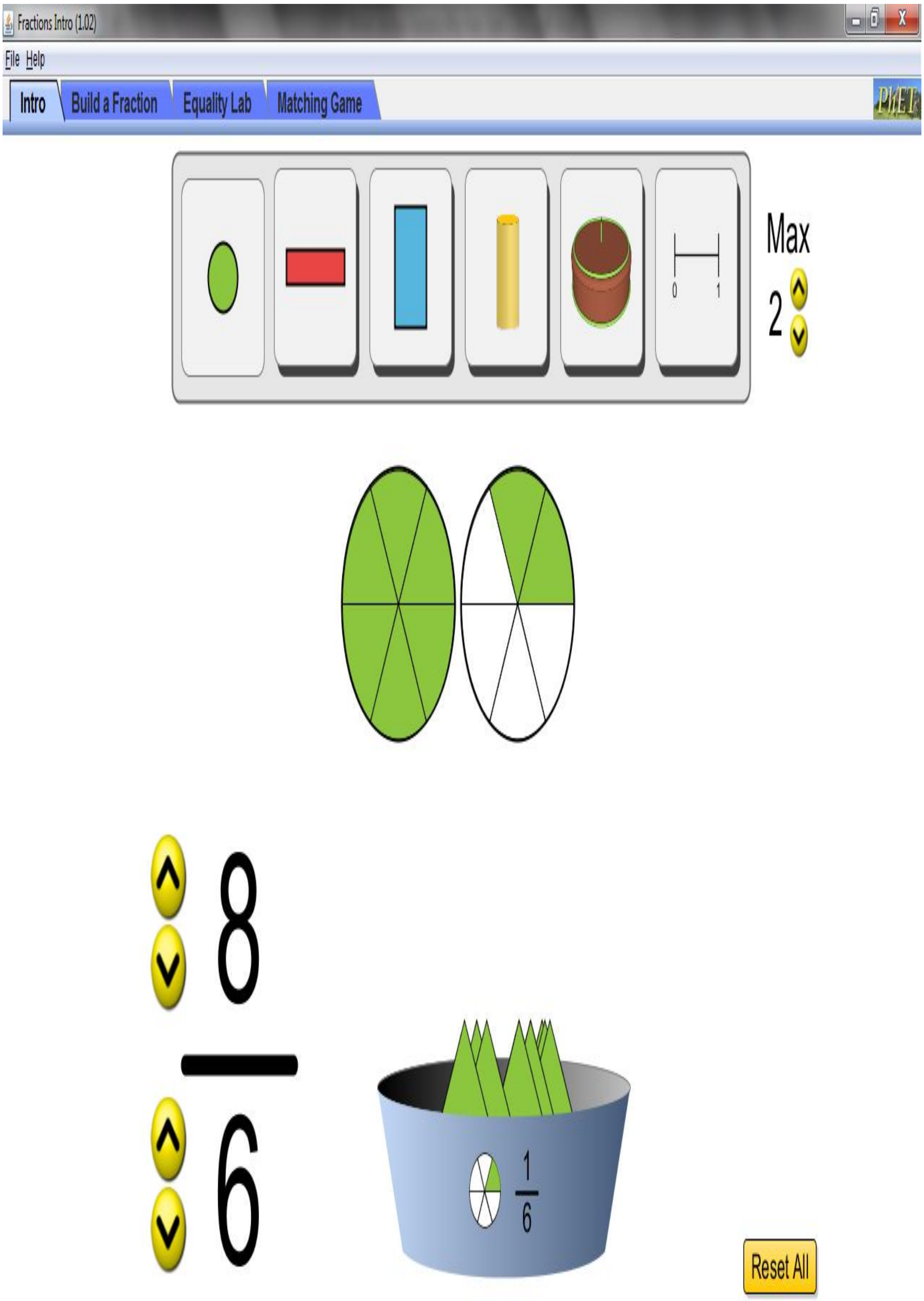
Kesirleri Tanı, Modelle ve Karşılaştır

Bu uygulama, öğrencilerin *"Bir çokluğun istenen basit kesir kadarını ve basit kesir kadarı verilen bir çokluğun tamamını birim kesirlerden yararlanarak hesaplar", "Kesirleri karşılaştırır, sıralar ve sayı doğrusunda gösterir", "Tam sayılı kesrin, bir doğal sayı ile bir basit kesrin toplamı olduğunu anlar ve tam sayılı kesri bileşik kesre, bileşik kesri tam sayılı kesre dönüştürür", "Sadeleştirme ve genişletmenin kesrin değerini değiştirmeyeceğini anlar ve bir kesre denk olan kesirler oluşturur"* kazanımlarını edinmeleri için hazırlanmıştır. Öğrenciler bu uygulamayla kesir kavramının anlamını kavrayabilecek, kesirlerde eş parçalanmanın öneminin farkına varacak, kesir ve tamsayılı kesir oluşturabilecek, kesirlerde modelleme, sadeleştirme, genişletme ve karşılaştırma yapabileceklerdir. Bu uygulamada, kesre karşılık gelen model doğru seçildiğinde "*Tamam*", yanlış seçildiğinde ise "*Tekrar deneyin*" dönütü verilmektedir. Bu yolla öğrenciler bireysel olarak da öğrenebilme imkanı elde etmiş olacaklardır. Başka bir deyişle bu uygulama bir öğretmen görevi üstlenerek doğru ve yanlışlar için dönütler vermektedir. Ayrıca bu uygulamada aynı kesir; alan, uzunluk, hacim gibi farklı modellerle sunulmaktadır. Bu uygulamayla, öğrenciler kesirlerde modellemenin nasıl yapıldığını daha düzenli ve renkli olarak öğrenme fırsatı elde etmiş olacaklardır. Uygulamanın görsel yönünün ön planda olması ve tekrar tekrar oynanabilir olması, öğrencilerin dikkatini çekmekte ve bu uygulamayı bir oyun etkinliği olarak görüp odaklanmalarını sağlamaktadır.

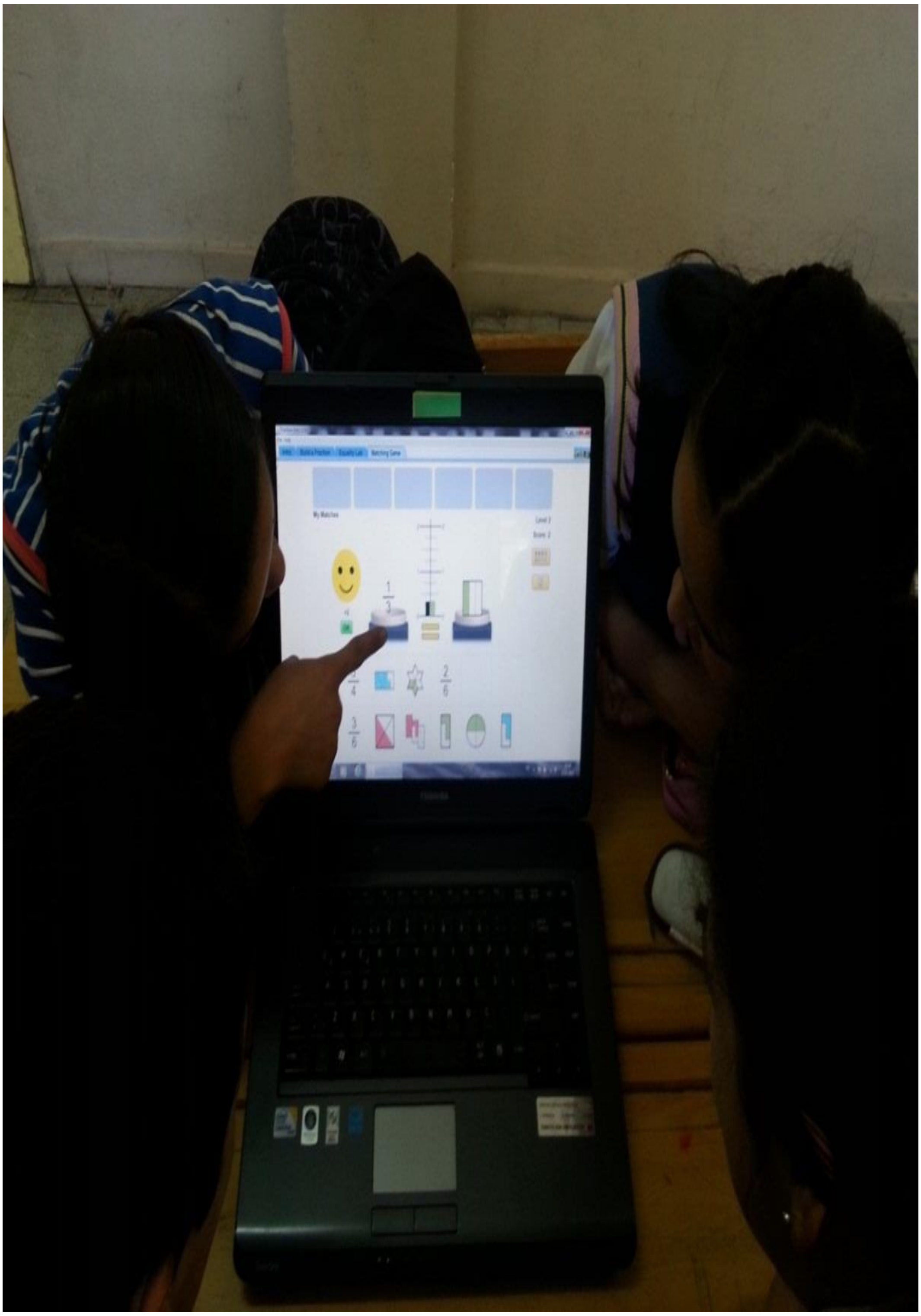
Uygulama, http://phet.colorado.edu/en/simulations/category/math adresinden kullanma izni (Bakınız Ek 9) istenerek alınmıştır. Kesirleri Tanı, Modelle ve Karşılaştır uygulamasından iki arayüz ve bu uygulamanın kullanıldığı öğrenme ortamından bir kare Resim 3.6, Resim 3.7 ve Resim 3.8'de verilmiştir.



Resim 3.6. Kesirleri Tanı, Modelle ve Karşılaştır uygulamasından bir ara yüz



Resim 3.7. Kesirleri Tanı, Modelle ve Karşılaştır uygulamasından diğer bir ara yüz



Resim 3.8. Kesirleri Tanı, Modelle ve Karşılaştır uygulama ortamından bir kare

3.5.1.2. Eğitsel Oyunlar

Öğrenme ortamında kullanılan eğitsel oyunlar, "Hedefi Vurarak En Yüksek Puanı Al", "En Büyük Tam Sayıya İsabet Et", "Dengini Bul" olarak adlandırılmıştır. Bu oyunlarda amaç, öğrencilerin hem hedeflenen kazanımları edinmeleri hem de eğlenerek matematk öğrenmelerini sağlamaktır. Tüm oyunlar dört kişiden oluşan gruplar arasında oynanmıştır. Her bir oyunu kazanan gruba çeşitli ödüller verilerek, motive olmaları sağlanmaya çalışılmıştır. Oyunlara gruptaki tüm öğrencilerin katılmalarına özen gösterilmiştir. Her oyunda her bir grubun skorları tahtaya yazılarak tüm öğrencilerin görmeleri sağlanmıştır. Öğrencilerin tamamen oyuna dalarak, oyunların öğretim boyutundan uzaklaşmalarını engellemek için oyun esnasında "Neden böyle düşündün?", "Hangi ihtimal daha yüksek? Niçin?", "Başka nasıl olabilirdi?" gibi yapıcı sorular yöneltilmiştir. Bu oyunların her biri aşağıda ayrı ayrı açıklanmış ve öğrenme ortamlarında kullanımlarından bazı kareler aktarılmıştır.

Hedefi Vurarak En Yüksek Puanı Al

Bu oyun, öğrencilerin *"Kesirleri karşılaştırır ve sıralar", "Kesirlerle toplama ve çıkarma işlemlerini yapar"* kazanımlarını edinmeleri için hazırlanmıştır. Bu oyunda, öğrencilerin içteki daireden en dış halkasına doğru sırasıyla "$\frac{4}{2}, \frac{3}{2}, \frac{2}{2}, \frac{1}{2}$,0 ifadelerinin yazılı olduğu bir darta atış yapmaları gerekmektedir. Öğrencilerin bu kesirli ifadeleri karşılaştırıp en büyük ifadenin olduğu bölgeye isabet etmeleri gerekmektedir. Her bir gruptaki öğrenciler dörder atış yaptıktan sonra atışların isabet ettiği bölgedeki ifadeleri araştırmacının kontrolünde toplayacaktır. En yüksek puanı alan grup oyunu kazanan grup olacaktır. Bu oyunla, öğrencilerin paydaları eşit olan kesirli ifadeleri karşılaştırmaları ve toplamaları amaçlanmıştır.

Benzer formattaki başka bir oyunda ise öğrencilerin en dış halkasından en içteki daireye doğru sırasıyla "$\frac{2}{8}, \frac{2}{7}, \frac{2}{6}, \frac{2}{5}, \frac{2}{4}, \frac{2}{3}$,1" sayılarının yazılı olduğu bir başka darta atış yapmaları gerekmektedir. Öğrencilerin bu kesirli ifadeleri karşılaştırıp en büyük ifadenin olduğu bölgeye isabet etmeleri gerekmektedir. Her bir gruptaki öğrenciler dörder atış yaptıktan sonra atışların isabet ettiği bölgedeki sayıları araştırmacının kontrolünde toplayacaktır. En yüksek puanı alan grup oyunu kazanan grup olacaktır. Bu oyunla, öğrencilerin payları eşit olan kesirli ifadeleri karşılaştırmaları ve toplamaları amaçlanmıştır. Hedefi Vurarak En Yüksek

Puanı Al oyununun kullanıldığı öğrenme ortamından bir kare Resim 3.9’da verilmiştir.

Resim 3.9. Hedefi Vurarak En Yüksek Puanı Alalım oyunundan bir kare

En Büyük Tam Sayıya İsabet Et

Bu oyun, öğrencilerin *"Tam sayıları karşılaştırır ve sıralar", "Tam sayılarla toplama ve çıkarma işlemlerini yapar", "Tam sayılarda çıkarma işleminin eksilenin ters işaretlisi ile toplamak anlamına geldiğini kavrar"* kazanımlarını edinmeleri için hazırlanmıştır. Bu oyunda, öğrencilerin en dış halkasından en içteki daireye doğru sırasıyla "-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2" sayılarının yazılı olduğu bir darta atış yapmaları gerekmektedir. Öğrencilerin bu sayıları karşılaştırıp en büyük sayının olduğu bölgeye isabet etmeleri gerekmektedir. Her bir gruptaki öğrenciler dörder atış yaptıktan sonra atışların isabet ettiği bölgedeki sayıları araştırmacının kontrolünde toplayacaktır. En yüksek puanı alan grup oyunu kazanan grup olacaktır. Bu oyunla, öğrencilerin tamsayıları karşılaştırmaları, tamsayılarla toplama ve çıkarma yapmaları amaçlanmıştır.

Dengini Bul

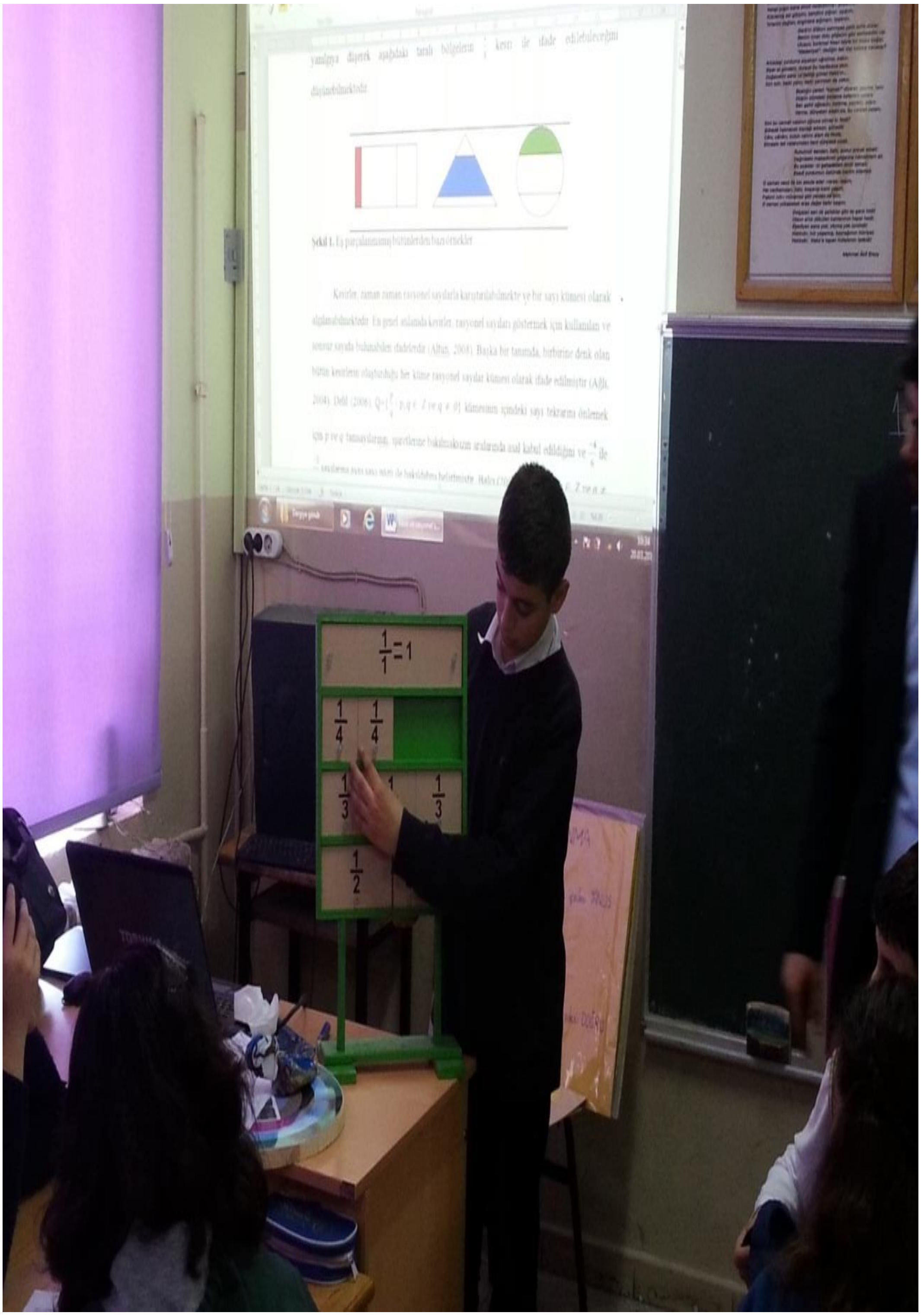
Bu oyun, öğrencilerin *"Sadeleştirme ve genişletmenin kesrin değerini değiştirmeyeceğini anlar ve bir kesre denk olan kesirler oluşturur"* kazanımını edinmeleri için hazırlanmıştır. Bu oyunda, bölmelerine $\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{4}{8}, \frac{2}{5}, \frac{2}{2}, \frac{3}{7}, \frac{6}{11}, \frac{5}{10}, \frac{1}{1}, \frac{1}{9}, \frac{4}{7}, \frac{8}{4}, \frac{3}{2}, \frac{2}{1}, \frac{1}{2}$ kesir ifadelerinin rastgele yerleştirildiği bir materyal kullanılmıştır. Her bir grubun 1 bölme açma hakkı vardır ve bu 1 açma sonucunda $\frac{1}{2}$ kesrine denk kesri bulan grup oyunu kazanacaktır. Bu oyunla, öğrencilerin kesirlerde denklik, sadeleştirme ve genişletme kavramlarını öğrenmeleri amaçlanmıştır Dengini Bul oyununun kullanıldığı öğrenme ortamından bir kare Resim 3.10'da verilmiştir.

Resim 3.10. Dengini Bul oyunundan bir kare

3.5.1.3. Somut Materyal Kullanma

Öğrencilerin tamsayılar ve kesirlerle ilgili kazanımları edinmeleri için farklı materyaller tasarlanmış ve bu somut materyaller kullanılarak işbirlikli gruplar arasında oyun şeklinde çeşitli etkinlikler gerçekleştirilmiştir. Somut materyaller hem dikkat çektiği, hem görsel olduğu hem de öğrenciler tarafından bizzat kullanıldıkları için etkili öğrenmelerin gerçekleşmesini sağladığı söylenebilir. Somut materyaller ve bu materyallerin kullanılarak gerçekleştirildiği etkinliklerden bir kare Resim 3.11 ve Resim 3.12'de verilmiştir.

Resim 3.11. Öğrenme ortamında kullanılan bazı materyaller



Resim 3.12. Somut materyaller kullanılarak gerçekleştirilen öğretimden bir kare

3.5.1.4. Karikatürler

Karikatürler, bilindiği gibi kavramları günlük yaşamın içinden daha eğlenceli bir şekilde kazandırmak için kullanılan yardımcı öğretim araçlarıdır. Tamsayılar ve kesirlerle ilgili çeşitli karikatürler hazırlanarak öğrencilerin daha eğlenceli ve kalıcı öğrenmeler gerçekleştirmeleri sağlanmaya çalışılmıştır. Her bir karikatür projeksiyon cihazıyla perdeye yansıtılarak öğrencilerin hem daha detaylı hem de araştırmacının anlatımıyla öğrenmeleri amaçlanmıştır. Bir karikatüre ve öğrenme ortamında bu karikatürlerin kullanılmasına ilişkin bazı karelere Resim 3.13, Resim 3.14 ve Resim 3.15'te yer verilmiştir. Çalışmada kullanılan tüm karikatürler ise Ek 4'te verilmiştir.

Resim 3.13. Kesirlerin ne anlam ifade ettiğine yönelik bir karikatür

Resim 3.14. Karikatür kullanılarak gerçekleştirilen öğrenme ortamından bir kare

Resim 3.15. Karikatür kullanılarak tam sayıların öğretiminde bir gruptan bir kare

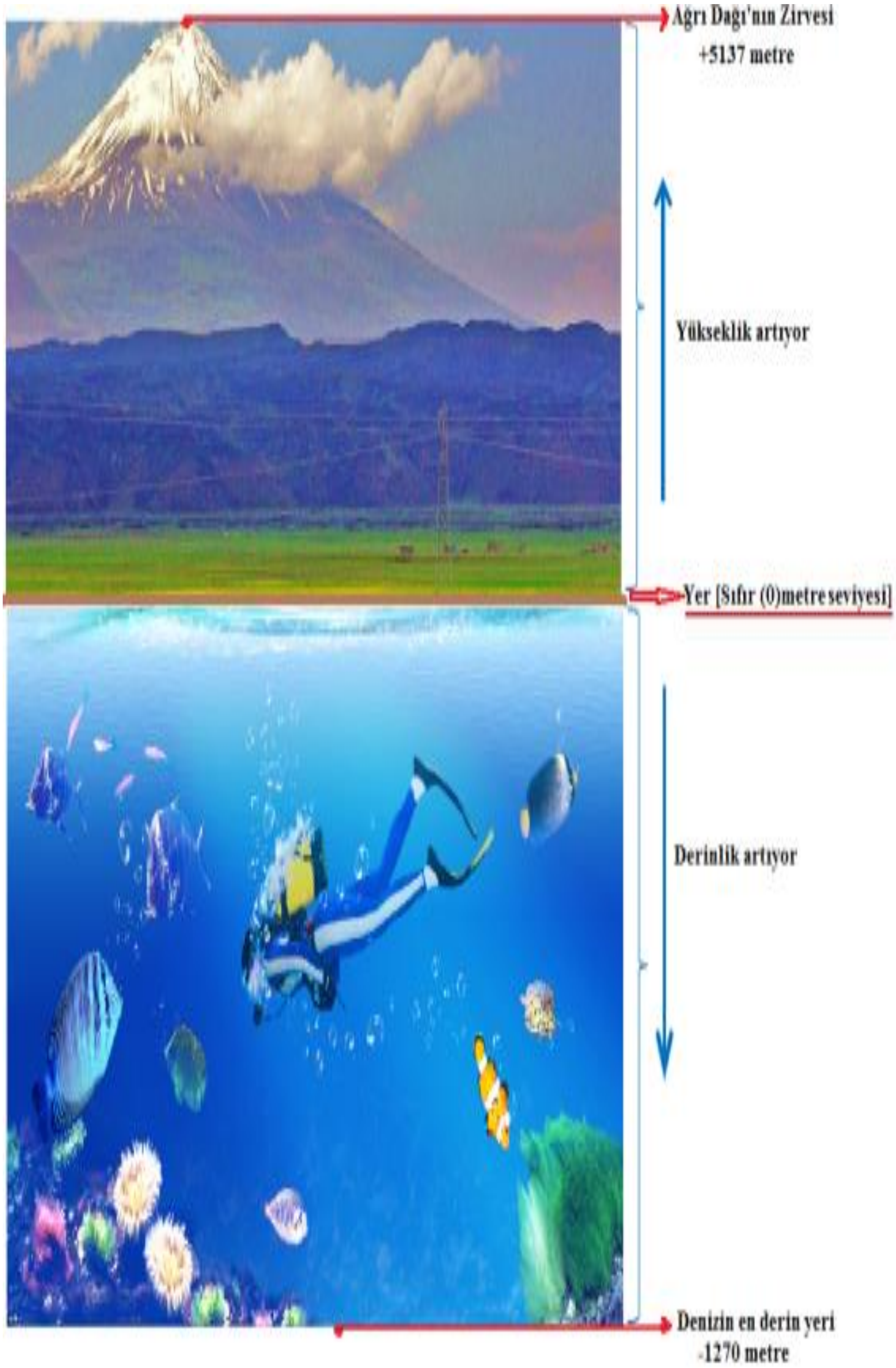
3.5.1.5. Günlük Yaşamla İlişkilendirme

Şimdiye kadar yapılan tüm uygulamalar esnasında konu ve kavramların öğretimi günlük yaşamla ilişkilendirilerek gerçekleştirilmiştir. Bunların yanı sıra, hazırlanan bazı çalışma kağıtlarıyla kavramların günlük hayattaki karşılıklarından örneklere yer verilmiştir. Bu örneklerde, tamsayılarda özellikle negatif tamsayı kavramını kazandırmak için deniz seviyesi 0 metre, denizin üstü pozitif tamsayılarla (+) ve denizin altı negatif tamsayılarla (-) gösterilmiştir. Benzer şekilde öğrencilerin günlük yaşamlarında sıkça karşılaştıkları apartmanlarda zemin kat 0 ile, zeminin altındaki katlar negatif tamsayılarla (-) ve zeminin üstündeki katlar pozitif tamsayılarla (+) ilişkilendirilmiştir. Öğrencilerin günlük yaşamlarında karşılaştıkları bu görsellerin tamsayılara anlam yüklemede kendilerine daha bilindik geldiğinden faydalı oldukları düşünülmektedir. Aşağıda hazırlanan bu çalışma kağıtları betimlenmiştir.

Çalışma Kağıdı-1

Bu çalışma kağıdı, öğrencilerin *"Tam sayıları yorumlar", "Bir tam sayının mutlak değerini belirler ve anlamlandırır"* ve *"Tam sayıları karşılaştırır"* kazanımlarını edinmeleri için hazırlanmıştır.

Not: *Günlük yaşamda pozitif ve negatif tamsayılara örnek olabilecek birçok durumla karşılaşmak mümkündür. Yükseklik, pozitif değerler için örnek olarak verilebilir. Örneğin, Ağrı dağı 5137 metre yüksekliğiyle Türkiye'nin en yüksek yeridir. Derinlik ise negatif değerleri göstermek için kullanılabilir. Örneğin, Marmara Denizi'nin en derin yeri -1270 metredir.*



*Yer seviyesinin üstündeki yerlerin (yükseklik) pozitif (+) ve altındaki yerlerin (derinlik) negatif (-) tamsayılarla belirtildiğini fark ettiniz mi?

Uyarı: *Birinde yukarı doğru 5137 metre çıkılmakta, diğerinde ise denizin derinliklerine doğru 1270 metre inilmektedir. Eğer alınan yollar eşitse işaret sadece yön belirtir. Başka bir deyişle, fark sadece sayıların önündeki "+" ve "-*

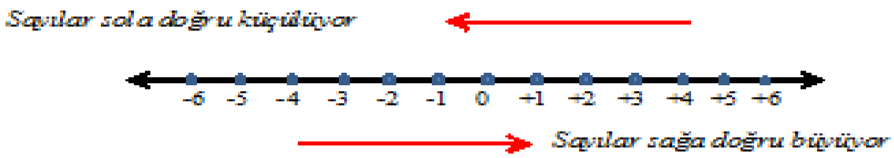
" işaretleridir. Örneğin, yer seviyesinden itibaren 100 metre yükseğe çıkan biri ile 100 metre denizin derinliklerine inen birinin aldığı yollar eşittir. Yani |-100|=|+100| = 100 metre olur. Alınan yolların işaretten bağımsız olduğunu sizler de fark etmişsinizdir. O halde işaretine bakılmaksızın sabit bir noktaya (yer seviyesi ya da sayı doğrusunda sıfır (0) noktası) olan uzaklığı bir sayının mutlak değeri olarak ifade ediyoruz.

Çalışma Kağıdı-2

Bu çalışma kağıdı, öğrencilerin *"Tam sayıları yorumlar ve sayı doğrusunda gösterir"* ve *"Tam sayıları karşılaştırır"* kazanımlarını edinmeleri için hazırlanmıştır.

***Soru:** Çalışma Kağıdı-1'deki dağın yüksekliği ve denizin derinliği örneklerinden yararlanarak tamsayıların sayı doğrusundaki yeri hakkında fikir sahibi olabilir miyiz? Aşağıdaki sayı doğrusuna göz atalım ve pozitif ve negatif tamsayıların dizilişine ve aralarındaki ilişkiye bakalım.*

**Sayı doğrusuna bakıldığında, sıfır (0)'ın solundaki sayıların negatif (-) ve sağındaki sayıların ise pozitif (+) olduğunu görmek mümkündür.*



***Soru:** Peki, sayı doğrusunda sola doğru gidildikçe sayıların küçülmesi ya da sağa doğru gidildikçe sayıların büyümesi hakkında ne söyleyebiliriz?*

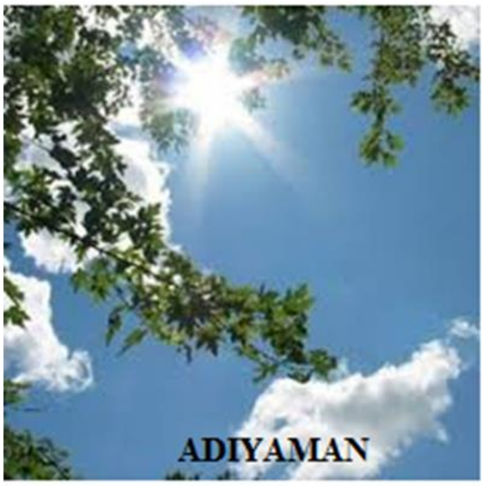
***Cevap:** Bu sorunun cevabını birkaç farklı şekilde açıklayalım. Örneğin, Ali ve Veli'nin ceplerinde eşit miktarda para olsun. Ali, Mehmet'ten 150 TL borç para aldığında, Ali'nin para durumu -150 TL olarak ifade edilir. Benzer şekilde, Veli, Mehmet'ten 300 TL borç para aldığında, Veli'nin para durumu -300 TL olarak ifade edilir. Bu durumda, Mehmet Ali'ye göre Veli'den daha fazla para alacaktır. Yani başlangıca göre Veli'nin cebinde daha az para kalacaktır. Bu nedenle -300<-150 olur.*

**Sayı doğrusuyla ilişkilendirildiğinde, sağa doğru gittikçe kişinin cebine daha fazla giriyorsa, sola doğru gittikçe kişinin cebinde daha az para kalmaktadır.*

Çalışma Kağıdı-3

Bu çalışma kağıdı, öğrencilerin *"Tam sayıları yorumlar"* ve *"Tam sayıları karşılaştırır"* kazanımlarını edinmeleri için hazırlanmıştır.

Not: *Sıcaklık kavramı pozitif ve negatif tamsayılarla ifade edilmektedir. Örneğin, aynı günde Erzurum'da hava sıcaklığı -10 ^{0}C iken, Adıyaman'da hava sıcaklığı +10 ^{0}C olmaktadır. Dikkat edilirse, hava sıcaklığının sıfırın üstünde olması pozitif tamsayılarla, sıfırın altında olması negatif tamsayılarla gösterilmektedir.*



-10 ^{0}C ***+10 ^{0}C***

3.5.1.6. İşbirlikli Gruplarda Tartışma

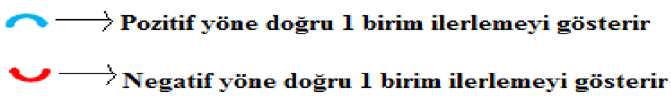
Tüm uygulama süreci boyunca öğrencilerin araştırmacının rehberliğinde gruptaki arkadaşları arasında yapıcı tartışmalar yapmaları sağlanmıştır. Bu yolla, tüm öğrencilerle birlikte özellikle düşük başarı düzeyindeki öğrencilerin hem araştırmacıdan hem de grup arkadaşlarından öğrenebilmelerine imkan tanınmıştır. Bu bağlamda, her hafta tamsayılar ve/veya kesirlerle ilgili üst düzey düşünmeyi gerektiren ve dikkat çeken sarı kağıtlara yazılı problemler (Bakınız Ek 3) öğrencilere sunulmuştur. Öğrencilerden, bu soruları grup arkadaşlarıyla birlikte çözmeleri ve çözümlerini kâğıtlara mutlaka yazmaları istenmiştir. Tüm gruplara her bir problemi çözmeleri için yeterli süre verildikten sonra araştırmacı tarafından her bir problem detaylı bir şekilde çözülmüştür. Öğrencilerin grup arkadaşlarıyla birlikte işbirliği dâhilinde yaptıkları tartışmalardan bazı kareler Resim 3.16 ve Resim 3.17'de verilmiştir.

Resim 3.16. Öğrenciler arasında işbirliğiyle problem çözümünden bir kare

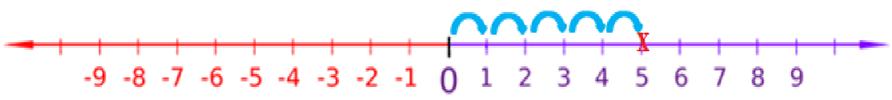
Resim 3.17. Öğrenciler arasında işbirliğiyle problem çözümünden diğer bir kare

Yukarıda belirtilen yöntemlerle gerçekleştirilen öğretimlerin yanında, tamsayıların öğretiminde sayı doğrusu modelinin de kullanılmasının etkili olacağı düşünülmüştür. Nitekim literatürde ilköğretim çağındaki öğrencilere özellikle negatif tamsayıların sayı doğrusu modeli kullanılarak verilmesini öneren birçok çalışmaya rastlamak mümkündür (Fischbein, 1987; Hativa ve Cohen, 1995; Human ve Murray, 1987; NCTM, 1989; Peled vd., 1989). Araştırmada kullanılan sayı doğrusu modeli ve örnek işlemler Tablo 3.7'de gösterilmiştir.

Tablo 3.7.
Tamsayılarda Dört İşlemin Öğretiminde Kullanılan Sayı Doğrusu Modeli

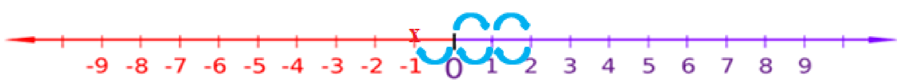


(+2)+(+3)=+5



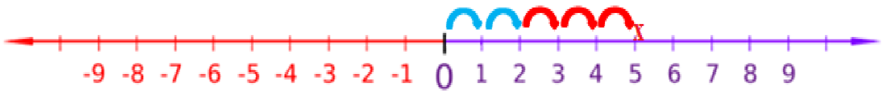
Pozitif yönde 2 birim ilerledikten sonra 3 birim daha aynı yöne doğru ilerleyip vardığın noktadır.

(+2)-(+3)=-1



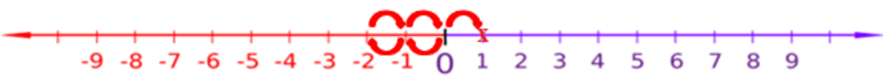
Pozitif yönde 2 birim ilerledikten sonra ters yöne doğru 3 birim ilerleyip vardığın noktadır.

Tablo 3.7. *(Devamı)*



(+2)-(-3)=+5 Pozitif yönde 2 birim ilerledikten sonra aynı yöne doğru 3 birim ilerleyip vardığın noktadır (*Burada aradaki "-" işareti (-3)'ün yönünü değiştirmektedir*).

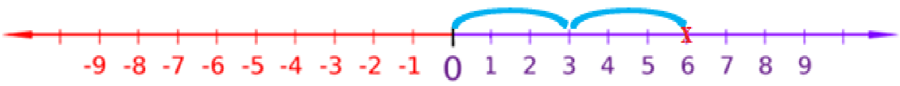
(-2)-(+3)=-5 Negatif yönde 2 birim ilerledikten sonra aynı yöne doğru 3 birim ilerleyip vardığın noktadır (*Burada aradaki "-" işareti (+3)'ün yönünü değiştirmektedir*).



(-2)-(-3)=+1 Negatif yönde 2 birim ilerledikten sonra ters yöne doğru 3 birim ilerleyip vardığın noktadır (*Burada aradaki "-" işareti (-3)'ün yönünü değiştirmektedir*).

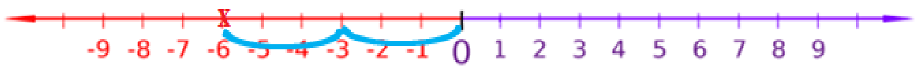
Tablo 3.7. *(Devamı)*

(+3)-(+2)=+1 Pozitif yönde 3 birim ilerledikten sonra ters yöne doğru 2 birim ilerleyip vardığın noktadır (*Burada aradaki "-" işareti (+2)'nin yönünü değiştirmektedir*).



(+2).(+3)=+6

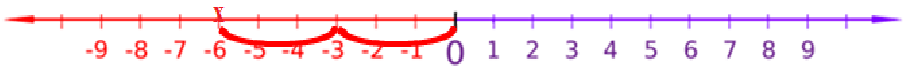
Pozitif yönde 2 kez 3'er birim ilerleyip vardığın noktadır.



(-2).(+3)=-6

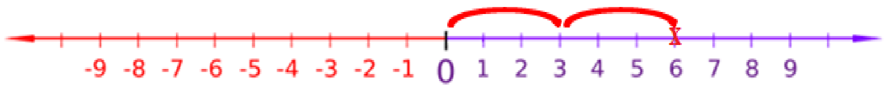
2 kez (+3)'ün tersi yönde 3'er birim ilerleyip vardığın noktadır (*Burada ilk çarpanın "-" işareti (+3)'ün yönünü değiştirmektedir*).

Tablo 3.7. *(Devamı)*



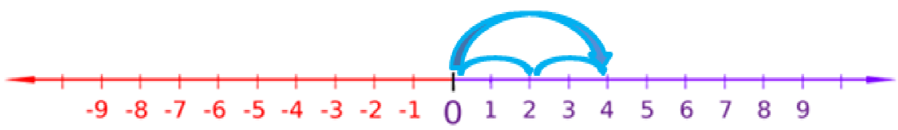
(+2).(-3)=-6

2 kez (-3)'ün yönünde 3'er birim ilerleyip vardığın noktadır.



(-2).(-3)=+6

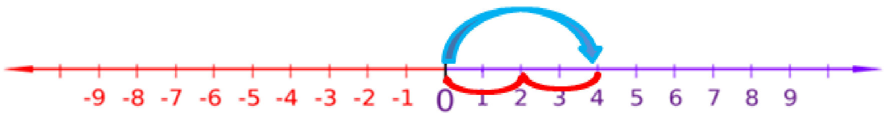
2 kez (-3)'ün tersi yönde 3'er birim ilerleyip vardığın noktadır (*Burada ilk çarpanın "-" işareti (-3)'ün yönünü değiştirmektedir*).



(+4):(+2)=+2

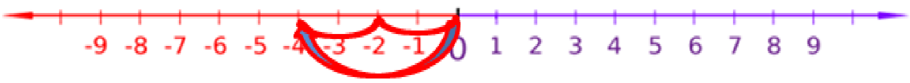
(+4)'ün içinde (+2)'lik gruplardan kaç tane vardır?

Tablo 3.7. *(Devamı)*



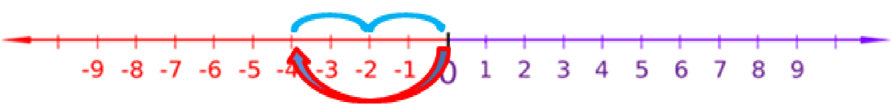
(+4):(-2)=-2

(+4)'ün içinde (-2)'lik gruplardan kaç tane vardır? *(Burada (+4)'ün içinde negatif yöne doğru olan 2'lik gruplardan iki tane olduğundan cevap (-2) olur).*



(-4):(-2)=+2

(-4)'ün içinde (-2)'lik gruplardan kaç tane vardır?



(-4):(+2)=-2

(-4)'ün içinde (+2)'lik gruplardan kaç tane vardır? *(Burada (-4)'ün içinde pozitif yöne doğru olan 2'lik gruplardan iki tane olduğundan cevap (-2) olur).*

Tamsayılarda dört işlemin verilmesinde sayma pullarının kullanılması tercih edilmemiştir. Yapılan bazı çalışmalara bakıldığında, özellikle tamsayılarda çarpma ve bölme işlemlerinin öğretilmesinde sayma pullarının kullanılmasının öğrencilerin kafalarını karıştırdığı ve dolayısıyla kullanılmasının tavsiye edilmediği görülebilir (Bozkurt ve Polat, 2011). Tamsayılarda çarpma ve bölmenin mantığı, öğrencilerin daha iyi kavramaları için Crowley ve Dunn (1985, akt. Işıksal-Bostan, 2009) tarafından belirtilen Şekil 3.4'deki örüntüde öğrencilere anlatılmıştır.

2.3=6	2.-2=-4
2.2=4	1.-2=-2
2.1=2	0.-2=0
2.0=0	-1.-2=2
2.-1=-2	-2.-2=4
2.-2=-4	-3.-2=6
I. Sütun	II. Sütun

Şekil 3.4. Tamsayılarda çarpma işleminin örüntüden faydalanarak gösterilmesi

Şekil 3.4'deki işlemlerle, iki negatif sayının çarpımının neden pozitif; bir negatif sayı ile bir pozitif sayının çarpımının neden negatif bir sayı olduğu öğrencilere kavratılabilir. I. sütundaki örüntüde çarpanlardan biri aşağı doğru 1 azaltılarak sonuç ifadelerindeki örüntüden (aşağı doğru ikişer azalıyor: 6, 4, 2, 0, -2, -4) faydalanarak bir negatif sayı ile bir pozitif sayının çarpımının [2.-2=-4] bir negatif sayı olduğu aritmetik işlemlerden faydalanarak gösterilmiş oldu. II. sütundaki örüntüde ise I. sütundaki örüntüde elde edilen [2.-2=-4] işlemi kullanılarak bu kez diğer çarpan 1 azaltılarak sonuç ifadelerindeki örüntüden (aşağı doğru ikişer artıyor: -4, -2, 0, 2, 4, 6) faydalanarak iki negatif sayının çarpımının [-2.-3=6] bir pozitif sayı olduğu gösterilmiş oldu.

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

4. BULGULAR VE YORUM

Bu bölümde, araştırmanın alt problemleriyle ilgili bulgulara, bunların ana probleme yansımalarına ve bu bulgulara ilişkin yorumlara yer verilmiştir. Bu bağlamda, öğrencilerin MMT ve MTÖ’ye ilişkin ön test ve son test sonuçları, öğretmenlerin ve öğrencilerin süreçle ilgili görüşleri, öğretmenlerin gözlemleri ve süreçte öğrencilerin işbirliği içerisinde yaptıkları bazı tartışmalardan alıntılara yer verilmiştir. Ancak tüm öğrencilerin MMT’deki sorulara verdikleri cevapları ve süreçle ilgili tüm katılımcıların görüşlerini çalışmaya yansıtmak mümkün olmadığından, öntest ve sontestte MMT’deki sorulara verilen bazı öğrenci cevapları ve ulaşılan alt kategorilere ilişkin bazı katılımcı (öğrenci ve/ya öğretmen) görüşleri aktarılmıştır.

4.1. Tasarlanan Öğrenme Ortamının Matematiksel Muhakemeye Etkisine İlişkin Bulgular ve Yorum

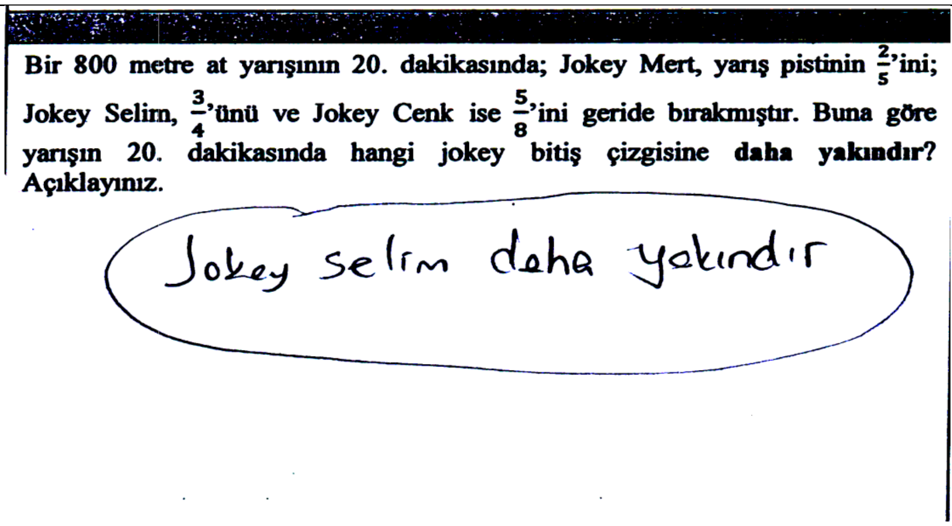
“Tasarlanan öğrenme ortamının öğrencilerin matematiksel muhakemelerini geliştirmeye etkisi var mıdır?” şeklinde ifade edilen alt probleme ilişkin bulgular, öğrencilerin MMT’ye ilişkin ön test ve son test puanlarının *Wilcoxon İşaretli Sıralar Testi* kullanılarak analiz edilmesiyle elde edilmiştir. Yapılan analiz sonuçları Tablo 4.1’de verilmiştir.

Tablo 4.1.
MMT’ye İlişkin Wilcoxon İşaretli Sıralar Testi Sonuçları

Sontest-Öntest	n	Sıra Ortalaması	Sıra Toplamı	z	p
Negatif Sıra	0	.00	.00	4.54	.00
Pozitif Sıra	27	14.00	378.00		
Eşit	0	-	-		

Tablo 4.1'den görüldüğü gibi, analiz sonuçları öğrencilerin MMT'den aldıkları ön test ve sontest puanları arasında anlamlı bir fark olduğunu göstermektedir (z=4.54, p<.05). Fark puanlarının sıra ortalaması ve toplamları dikkate alındığında, gözlenen farkın pozitif sıralar, yani sontest puanı lehine olduğu görülmektedir. Başka bir deyişle, öğrencilerin MMT'ye ilişkin sontest puanlarının öntest puanlarına göre anlamlı düzeyde daha yüksek olduğu tespit edilmiştir. MMT'de yer alan soruların muhakeme gerektirdiği göz önüne alındığında, bu öğrenme ortamının öğrencilerin matematiksel muhakemelerini geliştirdiği söylenebilir. Öte yandan, tüm cevap kağıtları incelendiğinde, her öğrencide farklı düzeyde de olsa şaşırtıcı bir şekilde tüm öğrencilerin sontest puan ortalamalarının öntest puan ortalamalarından daha yüksek olduğu görülmüştür.

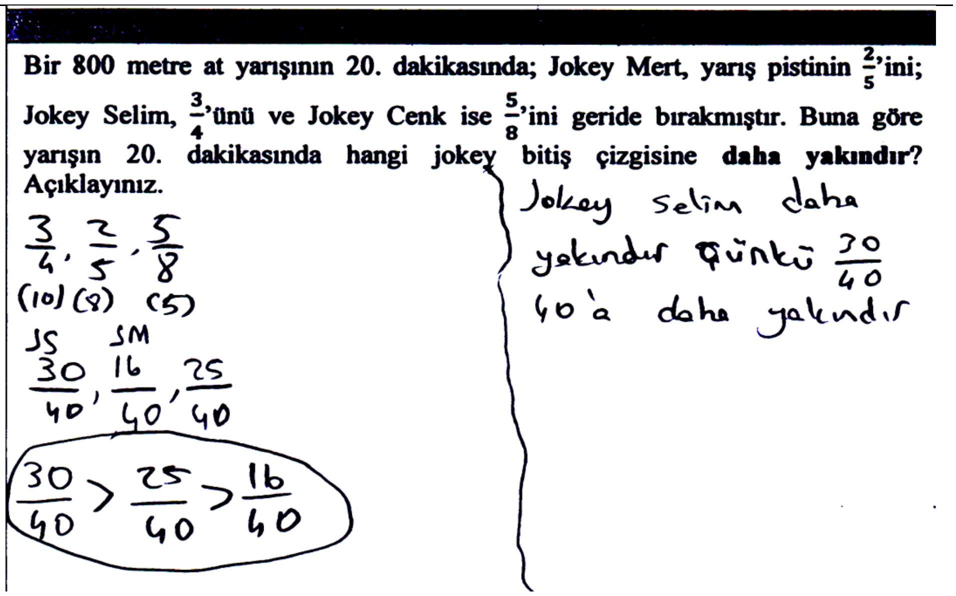
MMT'deki sorulara öntestte ve sontestte verilen cevaplar incelenip karşılaştırıldığında da, öğrencilerin sontest performanslarının öntest performanslarından daha iyi olduğu görülmüştür. Aşağıda bazı öğrencilerin MMT'deki sorulara verdikleri bazı cevaplar doğrudan aktarılmış ve aynı öğrencilerin öntestte ve sontestte verdikleri cevaplar birbiriyle karşılaştırılarak yorumlanmıştır.


Bir 800 metre at yarışının 20. dakikasında; Jokey Mert, yarış pistinin $\frac{2}{5}$'ini; Jokey Selim, $\frac{3}{4}$'ünü ve Jokey Cenk ise $\frac{5}{8}$'ini geride bırakmıştır. Buna göre yarışın 20. dakikasında hangi jokey bitiş çizgisine daha yakındır? Açıklayınız.

Jokey selim daha yakındır

Şekil 4.1. A öğrencisinin öntestte MMT'deki 7. soruya verdiği cevap

MMT'deki 7. soruda öğrencilerin şu şekilde muhakemede bulunmaları gerekmektedir: Öncelikle her bir Jokeyin aldığı yollar ya da yarışı bitirmeleri için kalan yollar karşılaştırılacaktır. Bunun için, her bir Jokeyin aldığı yolun tüm yola oranını gösteren $\frac{2}{5}$ (Jokey Mert), $\frac{3}{4}$ (Jokey Selim) ve $\frac{5}{8}$ (Jokey Cenk) kesirli ifadelerin karşılaştırılması gerekmektedir. Tek başına karşılaştırma yapmayı düşünebilmek de matematiksel muhakemenin bir göstergesi olarak değerlendirilebilir. Bu karşılaştırma işlemi paydalar eşitlenerek, modelle gösterilerek ya da farklı yollardan yapılabilmektedir. Şekil 4.1'de bu soruya A öğrencisinin ön testte verdiği cevap incelendiğinde, öğrenci cevap olarak sadece "*Jokey Selim daha yakındır*" ifadesini kullanmıştır. Öğrenci herhangi bir matematik işlemi yapmamış ve beklenen muhakemeyi gösteren bir ifade ya da açıklama kullanmamıştır. Ancak A öğrencisi, şaşırtıcı bir şekilde bitiş çizgisine daha yakın olan Jokey Selim cevabını doğru vermiştir. Kendisiyle bu çözüme ilişkin yapılan görüşmede, A öğrencisi "*Pay ile paydadaki sayılar birbirine yakın olduğu için* $\frac{3}{4}$*'ün daha büyük olduğunu düşündüm. Bu nedenle, Jokey Selim daha yakındır dedim. Ama emin olmadığım için bunu açıklama olarak yazmadım"* ifadesini kullanmıştır. Bu ifadeden de anlaşılacağı gibi, A öğrencisi doğruluğu hakkında kesin fikirlere sahip olmadığı bir açıklamayı yapmaktan kaçınmıştır. Matematik öğretmeniyle yapılan görüşmelerde, öğretmen bu öğrencinin matematik başarısının düşük düzeyde olduğunu ifade etmiştir. Nitekim bu öğrencinin bir önceki dönemde matematik dersi karne notunun 56 olduğu belirlenmiştir. Bu değerlendirmeler ışığında, öğrencinin öntestte bu soruya ilişkin matematiksel muhakemesinin yetersiz olduğu söylenebilir. Bu durum MMT'den aldığı puan ortalaması tarafından da doğrulanmaktadır. Nitekim A öğrencisinin ön test puan ortalaması 1.83 olarak hesaplanmıştır. Bu ortalama *"düşük"* düzey aralığına (1.00-1.99) düşmektedir.



[redacted]

Bir 800 metre at yarışının 20. dakikasında; Jokey Mert, yarış pistinin $\frac{2}{5}$'ini; Jokey Selim, $\frac{3}{4}$'ünü ve Jokey Cenk ise $\frac{5}{8}$'ini geride bırakmıştır. Buna göre yarışın 20. dakikasında hangi jokey bitiş çizgisine daha yakındır? Açıklayınız.

$\frac{3}{4}, \frac{2}{5}, \frac{5}{8}$

(10) (8) (5)

JS SM

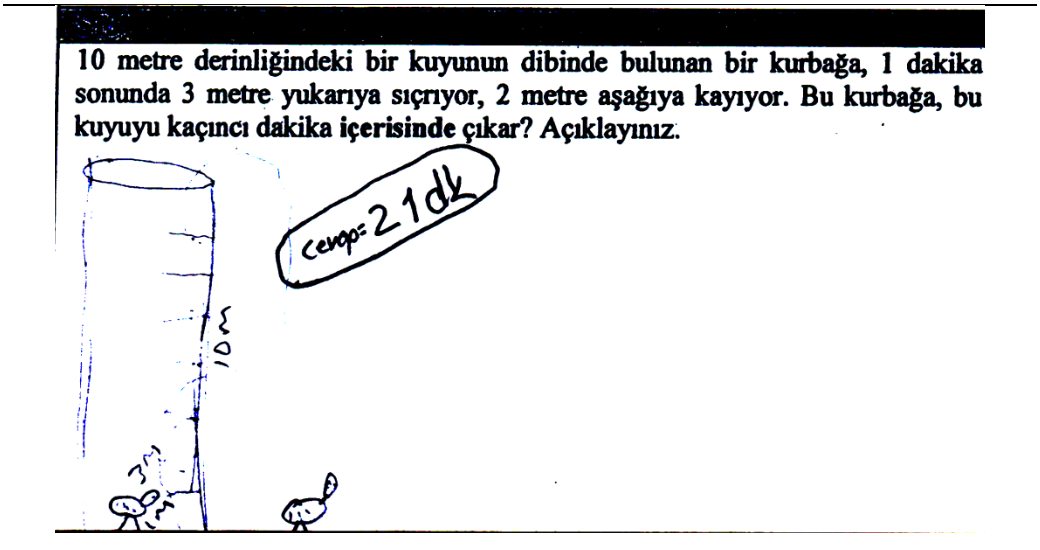
$\frac{30}{40}, \frac{16}{40}, \frac{25}{40}$

$\frac{30}{40} > \frac{25}{40} > \frac{16}{40}$

Jokey Selim daha yakındır çünkü $\frac{30}{40}$ 40'a daha yakındır

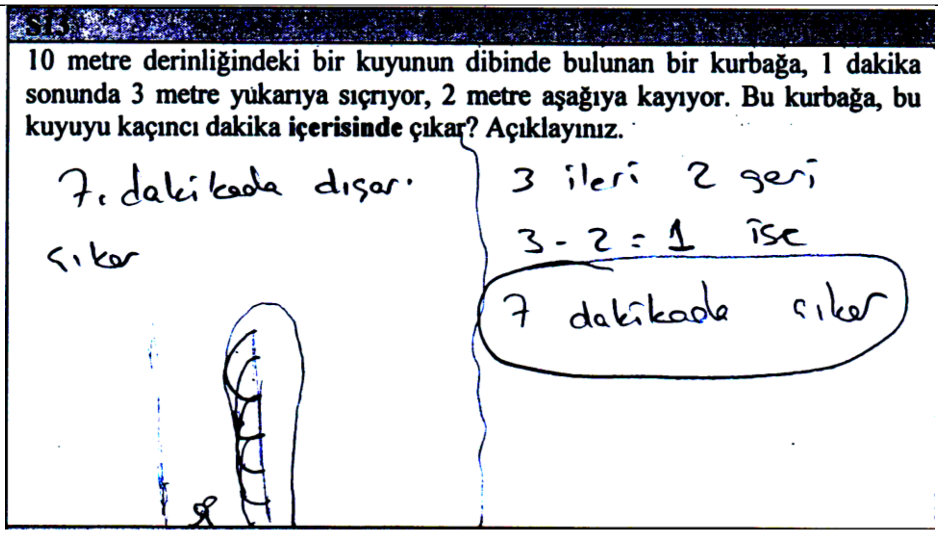
Şekil 4.2. A öğrencisinin sontestte MMT'deki 7. soruya verdiği cevap

Şekil 4.2'de bu soruya A öğrencisinin son testte verdiği cevap incelendiğinde, öğrenci $\frac{2}{5}$ (Jokey Mert), $\frac{3}{4}$ (Jokey Selim) ve $\frac{5}{8}$ (Jokey Cenk) kesirli ifadelerini karşılaştırmayı düşünebilmiş ve bunun için bu ifadelerin paydalarını doğru olarak eşitlemiştir. Yaptığı çözüme bakıldığında, öğrenci paydaları eşitledikten sonra kesirli ifadeleri paylarına göre büyükten küçüğe doğru sıralamıştır. Bu sıralama sonrasında en büyük kesirli ifadenin Jokey Selim'e ait olduğunu belirlemiş ve "*Jokey Selim daha yakındır, çünkü* $\frac{30}{40}$ *40'a daha yakındır*" şeklinde doğru bir gerekçe sunmuştur. Öğrencinin, "$\frac{30}{40}$ 40'a daha yakındır" şeklindeki gerekçesiyle bu ifadenin 1'e dolayısıyla bitiş çizgisine daha yakın olduğu yönünde muhakemede bulunabildiği çıkarılabilir. Öğrencinin çözümünden hareketle, sontestte bu soruya ilişkin matematiksel muhakemesinin daha iyi olduğu söylenebilir. Bu durum MMT'den aldığı puan ortalaması tarafından da doğrulanmaktadır. Nitekim A öğrencisinin son test puan ortalaması 2.38 olarak hesaplanmıştır. Bu ortalama *"orta"* düzey aralığına (2.00-2.99) düşmektedir. Tüm bu rakamlar ve değerlendirmeler ışığında, yapılan müdahalenin bir sonucu olarak A öğrencisinin matematiksel muhakemesinin iyileştiği söylenebilir.



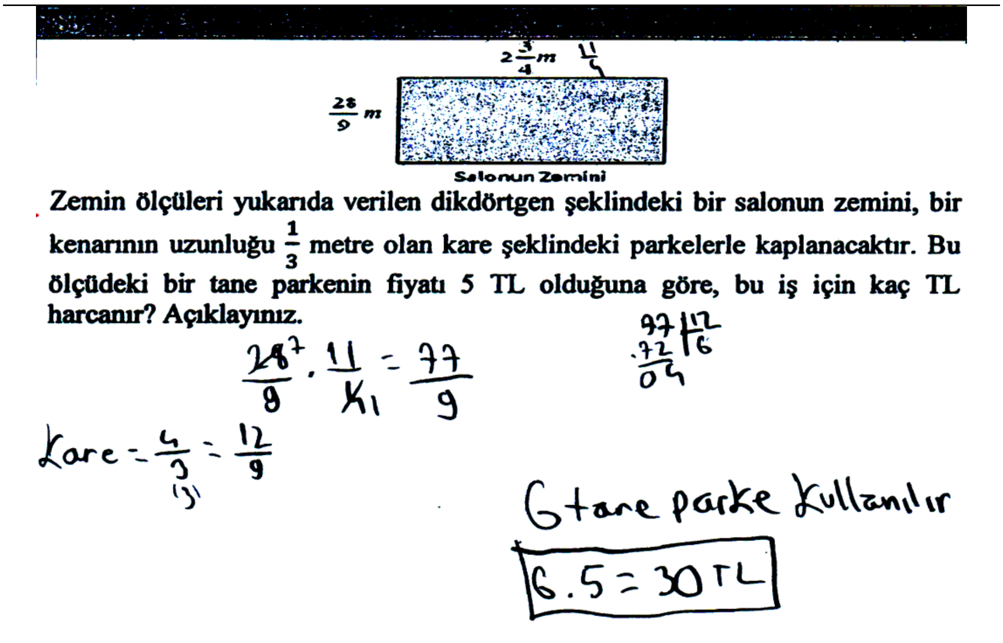
Şekil 4.3. B öğrencisinin öntestte MMT'deki 13. soruya verdiği cevap

MMT'deki 13. soruda öğrencilerin şu şekilde muhakemede bulunmaları gerekmektedir: Öncelikle bir dakika sonunda kurbağa 3 metre yukarı çıkıp, 2 metre aşağı kayarak toplam 5 metre sonunda 1 metre yukarı çıkacaktır. Bunun yanı sıra, kurbağa bu şekilde devam edip, 7 dakika sonunda toplamda 7 metre yukarı çıkacak ve 8. dakika içerisinde 3 metre daha çıkarak 10 metrelik kuyudan çıkabilecektir. Şekil 4.3'te bu soruya B öğrencisinin ön testte verdiği cevap incelendiğinde, bu öğrenci beklenen muhakemeyi tam olarak sergileyememiştir. Kendisiyle bu çözüme ilişkin yapılan görüşmede, B öğrencisi "*Tek tek yazdım ve 7 dakikada 7 metre çıkacağını sıranın üzerinde hesapladım. Sonra kalan 3 metre için… işte (düşünüyor, çekinerek)… 7.3=21 sonucunu buldum*" ifadesini kullanmıştır. Bu ifadeden de anlaşılacağı gibi, B öğrencisi bu soruda beklenen ilk muhakemeyi yaparak ilk 7 dakika sonunda 7 metre yukarı çıkacağını doğru hesaplamıştır. Ancak geri kalan 3 metreyi nasıl kullanacağı hususunda yanlış muhakemede bulunarak yanlış sonuca ulaşmıştır. Öte yandan, öğrencinin açıklama kısmına problemi resmeden bir resim çizmesi de gözden kaçmamıştır. Matematik öğretmeniyle yapılan görüşmelerde, öğretmen bu öğrencinin matematik başarısının orta düzeyde olduğunu ifade etmiştir. Bu öğrencinin bir önceki dönemde matematik dersi karne notunun 89 olduğu belirlenmiştir. Yaptığı çözümlerden, öğrencinin öntestte bu soruya ilişkin matematiksel muhakemesinin kısmen iyi ya da orta düzeyde olduğu söylenebilir. Bu durum MMT'den aldığı puan ortalaması tarafından da doğrulanmaktadır. Nitekim B öğrencisinin ön test puan ortalaması ise 2.88 olarak hesaplanmıştır. Bu ortalama *"orta"* düzey aralığına (2.00-2.99) düşmektedir.



Şekil 4.4. B öğrencisinin sontestte MMT'deki 13. soruya verdiği cevap

Şekil 4.4'te bu soruya B öğrencisinin son testte verdiği cevap incelendiğinde, bu öğrenci beklenen muhakameyi büyük bir oranda göstermiştir. Öğrencinin yaptığı çözümden, kurbağanın 3 metre yukarı çıkıp, 2 metre aşağı kayarak toplamda 1 metre yukarı çıktığını düşündüğü anlaşılmıştır. Öğrenci buradan hareketle, 7 dakika sonunda 7 metre yukarı çıkarak kurbağanın kuyudan 7 dakikada çıkacağını belirtmiştir. Ancak B öğrencisi öntestte yaptığı gibi kurbağanın 8. dakika içerisinde 3 metre daha yukarı çıkarak, kuyudan çıkabileceği şeklinde bir muhakemeyi yapamamıştır. Kendisiyle bu çözüme ilişkin yapılan görüşmede, B öğrencisi "*Yine tek tek yazdım, en sonda açıklamamı kağıda yazdım. 3 ileri 2 geri ise 1 ilerler. 1 dakikada 1 ilerliyorsa, 7 dakikada 7 metre ilerler ve son 3 metreyi de 7. dakikada… Hmmm… 8. Dakikada (düşünüyor) ... ilerler ve kuyudan çıkar"* ifadesini kullanmıştır. B öğrencisinin son 3 metrenin bu soruda ne anlam ifade ettiğinin farkına vardığı ancak bu 3 metrenin 7. dakikada mı yoksa 8. dakikada mı alınacağı noktasında kararsız olduğu söylenebilir. Öte yandan, öğrenci öntestte olduğu gibi sontestte de açıklama kısmına problemi resmeden bir resim çizmiştir. Öğrencinin çözümü ve yaptığı açıklamalardan hareketle, sontestte bu soruya ilişkin matematiksel muhakemesinin daha iyi olduğu söylenebilir. Bu durum MMT'den aldığı puan ortalaması tarafından da doğrulanmaktadır. Nitekim B öğrencisinin son test puan ortalaması 3.50 olarak hesaplanmıştır. Bu ortalama *"yüksek"* düzey aralığına (3.00-3.99) düşmektedir. Tüm bu rakamlar ve değerlendirmeler ışığında, yapılan müdahalenin bir sonucu olarak B öğrencisinin matematiksel muhakemesinin iyileştiği söylenebilir.


$2\frac{3}{4}m$ $\frac{11}{4}$

$\frac{28}{9}m$

Salonun Zemini

Zemin ölçüleri yukarıda verilen dikdörtgen şeklindeki bir salonun zemini, bir kenarının uzunluğu $\frac{1}{3}$ metre olan kare şeklindeki parkelerle kaplanacaktır. Bu ölçüdeki bir tane parkenin fiyatı 5 TL olduğuna göre, bu iş için kaç TL harcanır? Açıklayınız.

$\frac{28^{7}}{9} \cdot \frac{11}{4_1} = \frac{77}{9}$

77 | 12
-72 | 6
05

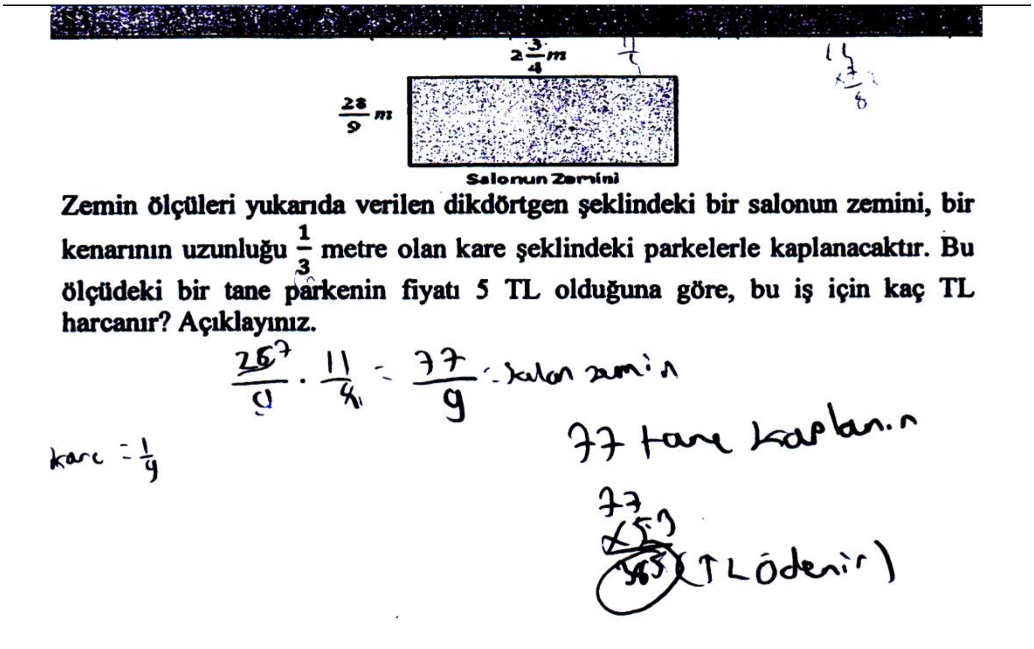
Kare = $\frac{4}{3} = \frac{12}{9}$
(3)

6 tane parke Kullanılır

$\boxed{6.5 = 30\,TL}$

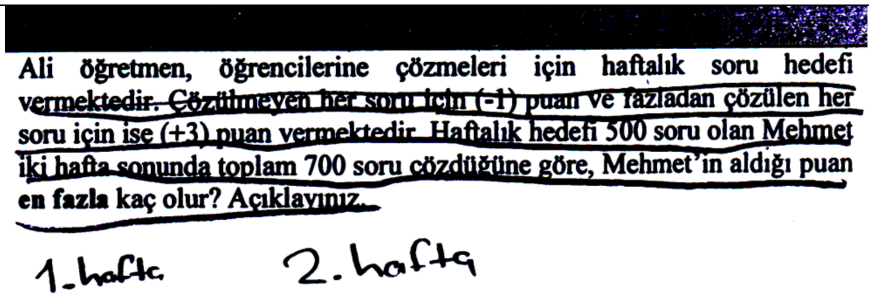
Şekil 4.5. C öğrencisinin öntestte MMT'deki 3. soruya verdiği cevap

MMT'deki 3. soruda öğrencilerin şu şekilde muhakemede bulunmaları gerekmektedir: Öncelikle zeminin alanı ve kare şeklindeki bir parkenin alanı hesaplanacaktır. Zeminin kaç tane parke ile kaplanacağını bulmak için zeminin alanı bir tane parkenin alanına bölünecektir. Kullanılacak parke sayısı bir tane parkenin fiyatı ile çarpılarak sonuca ulaşılacaktır. Şekil 4.5'te bu soruya C öğrencisinin ön testte verdiği cevap incelendiğinde, öğrenci kenar uzunluklarının ölçülerini çarparak zeminin alanını doğru hesaplamış ancak parkenin alanını hesaplarken yanlış düşünmüştür. Öğrencinin, kenar uzunluklarının ölçülerini çarparak alanı bulması gerekirken, çevre uzunluğu gibi düşünüp kenar uzunluklarını toplayarak bir parkenin alanını $\frac{4}{3}$ olarak bulmuştur. Öğrenci ayrıca daha kolay bölme yapabilmek için zeminin alan ölçüsü olan $\frac{77}{9}$ ifadesinde paydadaki 9 rakamından dolayı $\frac{4}{3}$ ifadesini $\frac{12}{9}$ 'a genişletmiştir. Böylece 77 sayısını 12'ye bölmüş, bölme işlemi 4 kalanını vermesine rağmen sonucu 6 olarak yazmıştır. Bulduğu 6 sayısını da bir parkenin fiyatı olan 5 TL işe çarparak 30 TL sonucuna ulaşmıştır. Kendisiyle bu çözüme ilişkin yapılan ilk görüşmede, C öğrencisi "*Bölme* *işlemi kalanlı çıktı, parke tam olduğundan yarımlı bir şey olamaz, o yüzden 6 yazdım"* ifadesini; ikinci görüşmede ise *"İlk testte yanlışlıkla parkenin kenarlarını topladım…* [Çekinerek]*…, ama ikinci kez çözdüğümde parkenin kenarlarını çarpmayı düşündüm, çünkü alanı bulmak için kenarları çarpmamız gerekiyor…"* ifadesini kullanmıştır. Bu açıklama ve çözümlerden hareketle ve sadece bu soruya göre değerlendirme yapılamayacağından, öğrenci öntestte bu soruda beklenen muhakemenin hepsini sergilemese de genel anlamda öğrencinin muhakemesinin iyi olmadığı söylenemez. Matematik öğretmeniyle yapılan görüşmelerde, öğretmen bu öğrencinin matematik başarısının oldukça iyi düzeyde olduğunu ifade etmiştir. Nitekim bu öğrencinin bir önceki dönemde matematik dersi karne notunun 100 olduğu belirlenmiştir. Öğrencinin bu durumu MMT'den aldığı puan ortalaması tarafından da doğrulanmaktadır. C öğrencisinin ön test puan ortalaması 4.00 olarak hesaplanmıştır. Bu ortalama *"oldukça yüksek"* düzey aralığına (4.00-5.00) düşmektedir.



Şekil 4.6. C öğrencisinin sontestte MMT'deki 3. soruya verdiği cevap

Şekil 4.6'da bu soruya C öğrencisinin son testte verdiği cevap incelendiğinde, bu öğrenci beklenen muhakemenin hepsini sergilemiştir. Öğrenci, zeminin alanını ve bir parkenin alanını doğru hesaplamış ve parke sayısını bulmak için zeminin alanını parkenin alanına doğru bölerek kaç tane parke bulunacağını hesaplamıştır. Bulduğu parke sayısını bir parkenin fiyatıyla çarparak, bu iş için 385 TL harcanacağını doğru hesaplamıştır. Öntestte bu soruda parkenin alanını bulmak için yanlış düşünerek kenar uzunluklarını toplayan C öğrencisi, sontestte kenar uzunluklarını çarpmayı düşünebilmiştir. Öğrencinin çözümü ve yaptığı açıklamalardan hareketle, sontestte bu soruya ilişkin matematiksel muhakemesinin oldukça iyi olduğu söylenebilir. Bu durum MMT'den aldığı puan ortalaması tarafından da doğrulanmaktadır. Nitekim C öğrencisinin son test puan ortalaması 4.67 olarak hesaplanmıştır. Bu ortalama *"oldukça yüksek"* düzey aralığına (4.00-5.00) düşmektedir. Tüm bu rakamlar ve değerlendirmeler ışığında, yapılan müdahalenin bir sonucu olarak C öğrencisinin matematiksel muhakemesinin daha da iyileştiği söylenebilir.



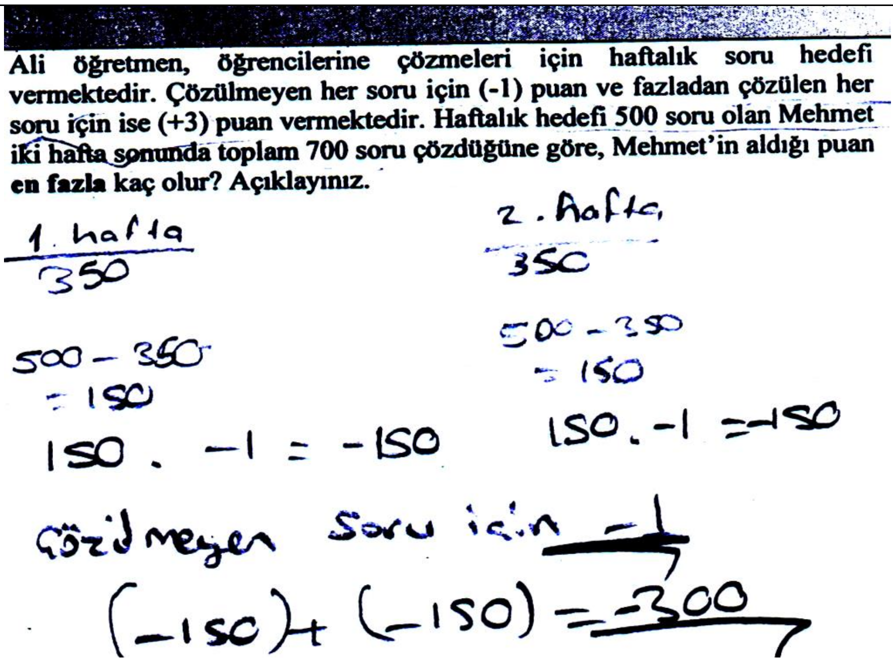
[redacted]

Ali öğretmen, öğrencilerine çözmeleri için haftalık soru hedefi vermektedir. Çözülmeyen her soru için (-1) puan ve fazladan çözülen her soru için ise (+3) puan vermektedir. Haftalık hedefi 500 soru olan Mehmet iki hafta sonunda toplam 700 soru çözdüğüne göre, Mehmet'in aldığı puan en fazla kaç olur? Açıklayınız.

1.hafta 2.hafta

Şekil 4.7. D öğrencisinin öntestte MMT'deki 22. soruya verdiği cevap

MMT'deki 22. soruda öğrencilerin şu şekilde muhakemede bulunmaları gerekmektedir: Mehmet'in iki hafta sonunda en fazla puan alması için ilk hafta hiç soru çözmemesi ve ikinci hafta ise 700 soru çözmesi gerekmektedir. İlk hafta hiç soru çözülmediğinde Mehmet'in puanı 500.(-1)= -500 olur. İkinci hafta 700 soru çözüldüğünde haftalık 500 soru hedefine ilave olarak 200 soru çözüldüğünden Mehmet'in puanı 200.(+3)= +600 olur. İlk hafta ve ikinci hafta alınan puanlar toplandığında, Mehmet iki hafta sonunda en fazla (-500)+ (+600)= +100 puan alınır. Şekil 4.7'de bu soruya D öğrencisinin ön testte verdiği cevap incelendiğinde, bu öğrenci soruya ilişkin herhangi bir çözüm ya da açıklama yapmamıştır. Kendisiyle bu çözüme ilişkin yapılan ilk görüşmede, D öğrencisi "*Çok düşündüm ama hangi hafta ne kadar soru çözüleceğine karar veremedim. Bu yüzden boş bıraktım*" ifadesini kullanmıştır. Bu açıklamadan hareketle ve sadece bu soruya göre değerlendirme yapılamayacağından, öğrenci öntestte bu soruda herhangi bir çözüm sunmasa da genel anlamda öğrencinin muhakemesinin kötü olduğunu söyleyemeyiz. Matematik öğretmeniyle yapılan görüşmelerde, öğretmen bu öğrencinin matematik başarısının iyi düzeyde olduğunu ifade etmiştir. Bu öğrencinin bir önceki dönemde matematik dersi karne notunun 97 olduğu belirlenmiştir. D öğrencisinin ön test puan ortalaması 2.88 olarak hesaplanmıştır. Bu ortalama *"orta"* düzey aralığına (2.00-2.99) düşmektedir.


Ali öğretmen, öğrencilerine çözmeleri için haftalık soru hedefi vermektedir. Çözülmeyen her soru için (-1) puan ve fazladan çözülen her soru için ise (+3) puan vermektedir. Haftalık hedefi 500 soru olan Mehmet iki hafta sonunda toplam 700 soru çözdüğüne göre, Mehmet'in aldığı puan en fazla kaç olur? Açıklayınız.

1. hafta
350

500 − 350
= 150

150 . −1 = −150

2. hafta
350

500 − 350
= 150

150 . −1 = −150

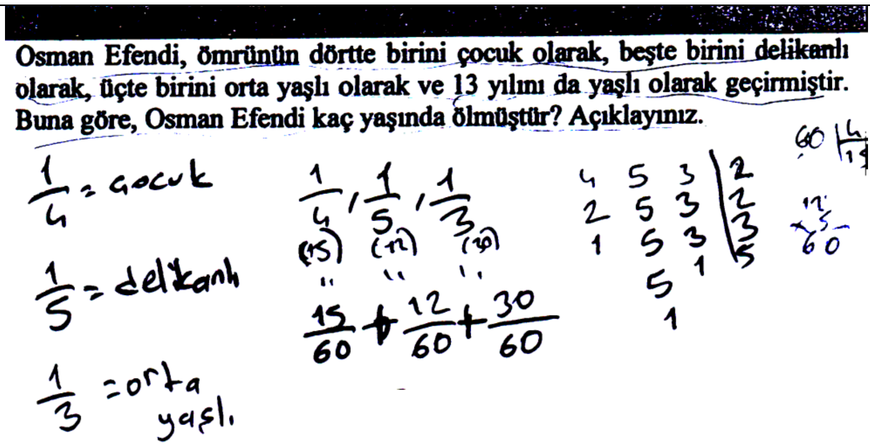
çözülmeyen soru için −1

(−150) + (−150) = −300

Şekil 4.8. D öğrencisinin sontestte MMT'deki 22. soruya verdiği cevap

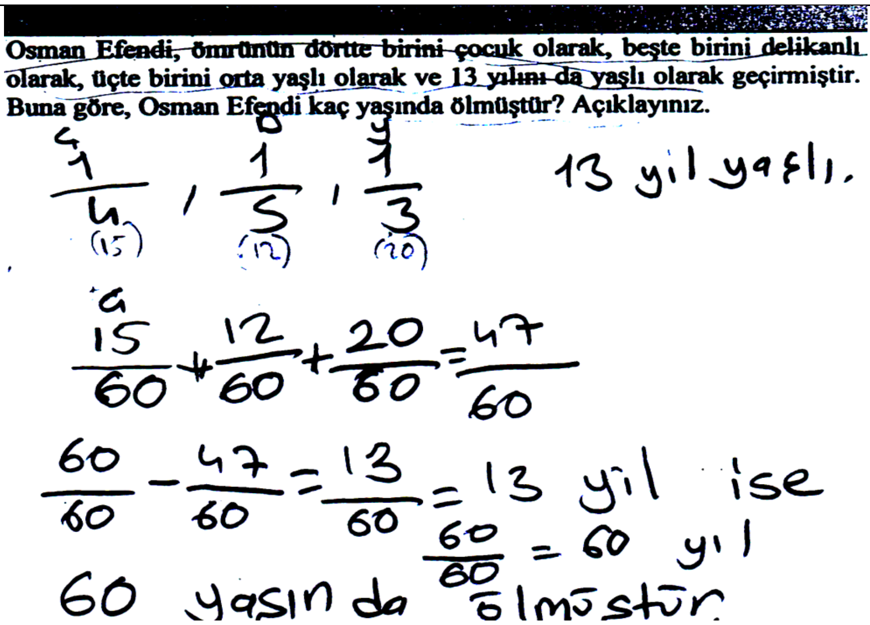
Şekil 4.8'de bu soruya D öğrencisinin son testte verdiği cevap incelendiğinde, bu öğrenci beklenen muhakemeyi sergileyememiştir. Öğrenci, Mehmet'in her hafta 350'şer soru çözerek en fazla puan alacağını düşünmüş ve her hafta çözülmeyen 150 soru için toplamda 300 soru çözmediğini dolayısıyla (-150)+(-150)= -300 puan alacağı şeklinde bir çözüm yapmıştır. Kendisiyle bu çözüme ilişkin yapılan ikinci görüşmede, D öğrencisi kendisinden emin olmayan bir tavırla "*Her hafta 350 soru çözerse, daha az puan kaybedeceğini düşündüm, hiç çözmemektense her hafta eşit sayıda çözmesi daha iyi"* ifadesini kullanmıştır. Bu açıklamadan hareketle ve sadece bu soruya göre değerlendirme yapılamayacağından, öğrenci sontestte bu soruda beklenen muhakemeyi sergilemese de genel anlamda öğrencinin muhakamesinin kötü olduğunu söyleyemeyiz.

Nitekim, D öğrencisinin son test puan ortalaması 3.96 olarak hesaplanmıştır. Bu ortalama *"yüksek"* düzey aralığına (3.00-3.99) düşmektedir. Tüm bu rakamlar ve değerlendirmeler ışığında, yapılan müdahalenin bir sonucu olarak D öğrencisinin matematiksel muhakemesinin iyileştiği söylenebilir.



Şekil 4.9. E öğrencisinin öntestte MMT'deki 8. soruya verdiği cevap

MMT'deki 8. soruda öğrencilerin şu şekilde muhakemede bulunmaları gerekmektedir: Öncelikle Osman Efendi'nin hayatının çocuk, delikanlı ve orta yaşlı olmak üzere her bir aşamasının ayrı ayrı ve toplam olarak kesir ifadesi şeklinde yazılması gerekmektedir. 1'den bu toplam kesir ifadesinin çıkarılarak, yaşlı olarak hayatının kaçta kaçının geçirildiği bulunacaktır. Osman Efendi'nin yaşlı olarak geçirdiği kesir ifadesi 13'e eşitlenerek kaç yıl yaşadığına ya da kaç yaşında öldüğüne ulaşılacaktır. Şekil 4.9'da bu soruya E öğrencisinin ön testte verdiği cevap incelendiğinde, bu öğrenci hayatın her bir aşamasını kesir ifadesi olarak yazmıştır. Öğrenci, beklenen muhakemenin bir kısmını göstererek çocuk, delikanlı ve orta yaşlı olarak geçirilen kesir ifadelerini toplamayı düşünebilmiştir. Bunu yapmak için kesir ifadelerinin paydalarının ortak katlarının en küçüğü olan 60 sayısında doğru olarak birleştirmiştir. Ancak öğrenci dikkat eksikliğinden dolayı payda eşitlerken $\frac{1}{3}$ ifadesinde 20 ile 3 sayısını çarpması gerekirken, yanlışlıkla 30 ile 3 sayısını çarpmıştır. Öğrencinin 30 ile 3 sayısını çarpmasına rağmen paydaya 60 sonucunu yazması, bu yanlışın payda eşitlerken dikkatinden kaçtığının bir göstergesidir. Bu nedenle öğrenci, 30 ile 1 sayısını çarparak payı 30 olarak yazmıştır. Ayrıca E öğrencisi, bu üç ifadenin toplamını yazmamıştır. Kendisiyle bu çözüme ilişkin yapılan ilk görüşmede, E öğrencisi "*Payda eşitlerken* $\frac{1}{3}$*'te 30 ile 3'ü yanlışlıkla çarpmışım, dikkatimden kaçmış, 20 olacaktı. Toplamı yazabilirdim ama sonrasında nasıl yapacağımı bilmedim"* ifadesini kullanmıştır. Matematik öğretmeniyle yapılan görüşmelerde, öğretmen bu öğrencinin matematik başarısının iyi düzeyde olduğunu ifade etmiştir. Bu öğrencinin bir önceki dönemde matematik dersi karne notunun 87 olduğu belirlenmiştir. Öğretmenin görüşü ve karne notunun aksine, E öğrencisinin ön test puan ortalaması 1.67 olarak hesaplanmıştır. Bu ortalama *"düşük"* düzey aralığına (1.00-1.99) düşmektedir.



Osman Efendi, ömrünün dörtte birini çocuk olarak, beşte birini delikanlı olarak, üçte birini orta yaşlı olarak ve 13 yılını da yaşlı olarak geçirmiştir. Buna göre, Osman Efendi kaç yaşında ölmüştür? Açıklayınız.

$\frac{1}{4}$ (15), $\frac{1}{5}$ (12), $\frac{1}{3}$ (20)   13 yıl yaşlı.

$\frac{15}{60}+\frac{12}{60}+\frac{20}{60}=\frac{47}{60}$

$\frac{60}{60}-\frac{47}{60}=\frac{13}{60}$ = 13 yıl ise $\frac{60}{60}$ = 60 yıl

60 yasında ölmüştür.

Şekil 4.10. E öğrencisinin sontestte MMT'deki 8. soruya verdiği cevap

Şekil 4.10'da bu soruya E öğrencisinin son testte verdiği cevap incelendiğinde, bu öğrenci beklenen muhakemeyi sergilemiştir. Öğrenci, Osman Efendi'nin hayatının her bir aşamasını kesir ifadesi olarak doğru yazmıştır. Öğrenci, çocuk, delikanlı ve orta yaşlı olarak geçirilen kesir ifadelerinin paydalarını ortak katlarının en küçüğü olan 60 sayısında birleştirmiş ve doğru toplayarak $\frac{47}{60}$ sonucunu bulmuştur. E öğrencisi, tüm hayatı ifade eden $\frac{60}{60}$ ifadesini doğru düşenebilmiş ve bu ifadeden $\frac{47}{60}$ çıkararak $\frac{13}{60}$ sonucunu yazmıştır. Öğrenci bundan sonra doğru bir muhakemeyle orantı kurarak; $\frac{13}{60}$'ı 13 yıl ise $\frac{60}{60}$'ının 60 yıl olacağını dolayısıyla 60 yaşında öldüğünü doğru hesaplamıştır.

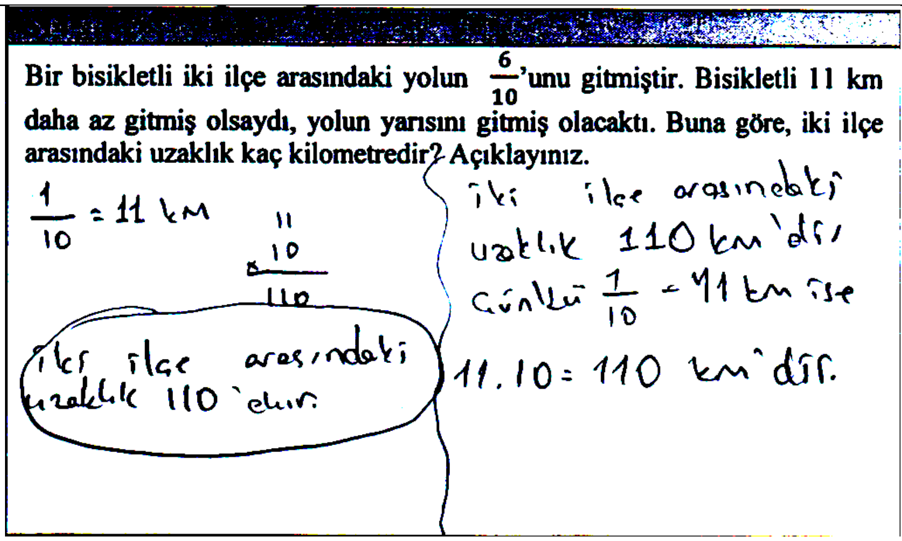
Öğrencinin çözümünden hareketle, öntestte bu soruya ilişkin muhakemesinin iyi olduğu söylenebilir. Bu durum MMT'den aldığı puan ortalaması tarafından da doğrulanmaktadır. Nitekim E öğrencisinin son test puan ortalaması 3.92 olarak hesaplanmıştır. Bu ortalama *"yüksek"* düzey aralığına (3.00-3.99) düşmektedir. Tüm bu rakamlar ve değerlendirmeler ışığında, yapılan müdahalenin bir sonucu olarak E öğrencisinin matematiksel muhakemesinin çok daha iyileştiği söylenebilir.

Bir bisikletli iki ilçe arasındaki yolun $\frac{6}{10}$'unu gitmiştir. Bisikletli 11 km daha az gitmiş olsaydı, yolun yarısını gitmiş olacaktı. Buna göre, iki ilçe arasındaki uzaklık kaç kilometredir? Açıklayınız.

11
1

Şekil 4.11. F öğrencisinin öntestte MMT'deki 14. soruya verdiği cevap

MMT'deki 14. soruda öğrencilerin şu şekilde muhakemede bulunmaları gerekmektedir: Bisikletlinin 11 km daha az gitmesi, tamamı $\frac{10}{10}$ olmak üzere yolun $\frac{5}{10}$'ununu (yolun yarısı) gitmesi anlamına gelmektedir. Aradaki $\frac{1}{10}$'luk fark $(\frac{6}{10} - \frac{5}{10})$ 11 km ise yolun tamamı 11.10=110 km olur. Şekil 4.11'de bu soruya F öğrencisinin ön testte verdiği cevap incelendiğinde, bu öğrencinin herhangi bir işlem yapmadığı söylenebilir. Kendisiyle bu çözüme ilişkin yapılan ilk görüşmede, F öğrencisi "*11 km'nin yolun $\frac{1}{10}$'una eşit olduğunu düşündüm. Ancak emin olamadığım için devam etmedim"* ifadesini kullanmıştır. Yapılan bu açıklamadan hareketle, öğrencinin beklenen muhakemeyi düşündüğü ancak gerçekleştiremediği söylenebilir. Ancak sadece bu soruya göre değerlendirme yapılamayacağından, öğrenci öntestte bu soruda herhangi bir çözüm sunmasa da genel anlamda muhakemesinin kötü olduğu söylenemez. Matematik öğretmeniyle yapılan görüşmelerde, öğretmen bu öğrencinin matematik başarısının orta düzeyde olduğunu ifade etmiştir. Bu öğrencinin bir önceki dönemde matematik dersi karne notunun 65 olduğu belirlenmiştir. F öğrencisinin ön test puan ortalaması 1.93 olarak hesaplanmıştır. Bu ortalama *"düşük"* düzey aralığına (1.00-1.99) düşmektedir.


Bir bisikletli iki ilçe arasındaki yolun $\frac{6}{10}$'unu gitmiştir. Bisikletli 11 km daha az gitmiş olsaydı, yolun yarısını gitmiş olacaktı. Buna göre, iki ilçe arasındaki uzaklık kaç kilometredir? Açıklayınız.

$\frac{1}{10} = 11$ km

$11 \times 10 = 110$

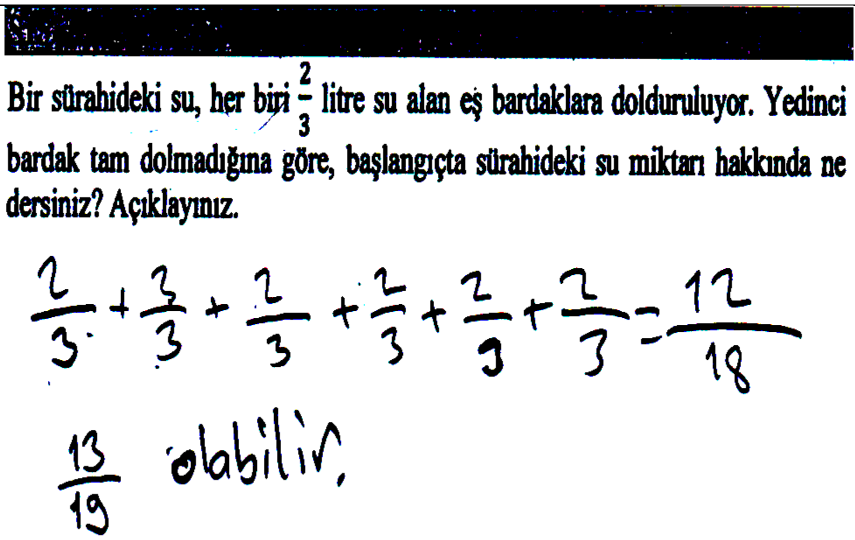
iki ilçe arasındaki uzaklık 110 'dur.

iki ilçe arasındaki uzaklık 110 km'dir çünkü $\frac{1}{10} = 11$ km ise

11.10= 110 km'dir.

Şekil 4.12. F öğrencisinin sontestte MMT'deki 14. soruya verdiği cevap

Şekil 4.12'de bu soruya F öğrencisinin son testte verdiği cevap incelendiğinde, bu öğrenci beklenen muhakemeyi sergilemiştir. Öğrenci, bisikletlinin 11 km gitmesinin tamamı $\frac{10}{10}$ olmak üzere yolun $\frac{1}{10}$'ununa eşit olduğunu fak etmiş ve yolun $\frac{1}{10}$'u 11 km ise tamamı 11.10=110 km şeklinde muhakemede bulunarak doğru hesaplamıştır. Öğrencinin çözümünden hareketle, öntestte bu soruya ilişkin muhakemesinin iyi olduğu söylenebilir. Bu durum MMT'den aldığı puan ortalaması tarafından da doğrulanmaktadır. Nitekim, F öğrencisinin son test puan ortalaması 3.18 olarak hesaplanmıştır. Bu ortalama *"yüksek"* düzey aralığına (3.00-3.99) düşmektedir. Tüm bu rakamlar ve değerlendirmeler ışığında, yapılan müdahalenin bir sonucu olarak F öğrencisinin matematiksel muhakemesinin iyileştiği söylenebilir.


[redacted]

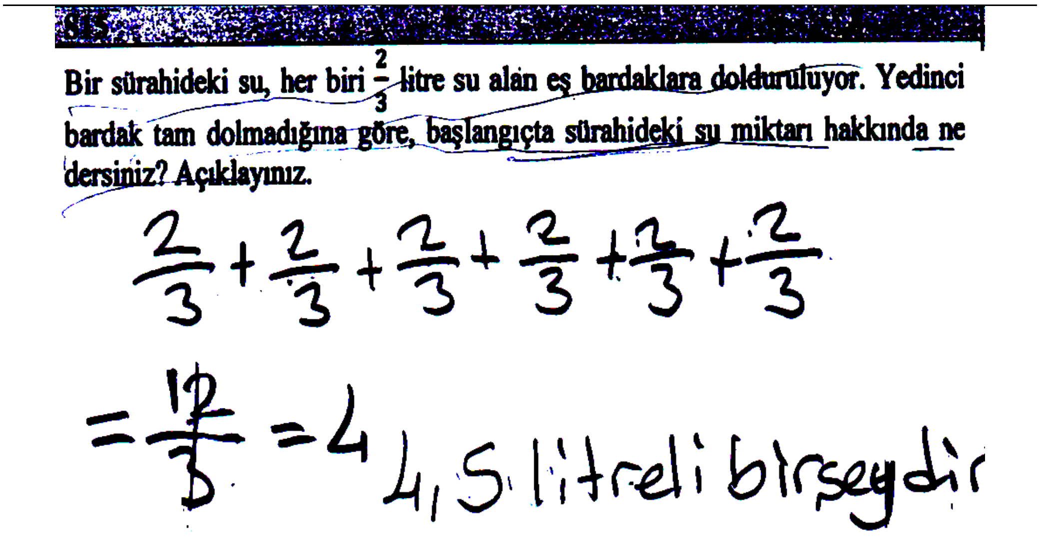
Bir sürahideki su, her biri $\frac{2}{3}$ litre su alan eş bardaklara dolduruluyor. Yedinci bardak tam dolmadığına göre, başlangıçta sürahideki su miktarı hakkında ne dersiniz? Açıklayınız.

$$\frac{2}{3}+\frac{2}{3}+\frac{2}{3}+\frac{2}{3}+\frac{2}{3}+\frac{2}{3}=\frac{12}{18}$$

$\frac{13}{19}$ olabilir.

Şekil 4.13. G öğrencisinin öntestte MMT'deki 15. soruya verdiği cevap

MMT'deki 15. soruda öğrencilerin şu şekilde muhakemede bulunmaları gerekmektedir: Altıncı bardak tam dolduğu için sürahide kesinlikle 6. $\frac{2}{3}$ =4 litre vardır. Yedinci bardak tam dolmadığına göre, başlangıçta sürahide 4 litreden fazla su bulunmaktadır. Şekil 4.13'te bu soruya G öğrencisinin ön testte verdiği cevap incelendiğinde, bu öğrenci $\frac{2}{3}$ ifadesini altı kez toplamayı düşünebilmiş ancak kavram yanılgılı bir toplama işlemi yapmıştır. Öğrenci, paylardaki sayıları toplayarak toplamın payı ve paydadaki sayıları toplayıp toplamın paydası olarak yazmıştır. G öğrencisi, altı bardağın toplamını $\frac{12}{18}$ olarak bulduktan sonra yedinci bardak eklendiğinde $\frac{12}{18}$ den fazla olacağını düşünerek, bu ifadeden büyük bir ifade yazmaya çalışmış ve $\frac{13}{19}$'u yazmıştır. Öğrenci, büyük bir ifade yazmak için doğal sayılardaki büyüklük-küçüklük kavramının mantığını kesirli ifadelere aynen aktarmış ve pay ve paydayı birer artırarak $\frac{13}{19}$ yazmıştır. Yapılan bu çözümden hareketle, öğrencinin beklenen muhakemeyi gerçekleştiremediği söylenebilir. Matematik öğretmeniyle yapılan görüşmelerde, öğretmen bu öğrencinin matematik başarısının orta düzeyde olduğunu ifade etmiştir. Bu öğrencinin bir önceki dönemde matematik dersi karne notunun 77 olduğu belirlenmiştir. G öğrencisinin ön test puan ortalaması 1.78 olarak hesaplanmıştır. Bu ortalama *"düşük"* düzey aralığına (1.00-1.99) düşmektedir.



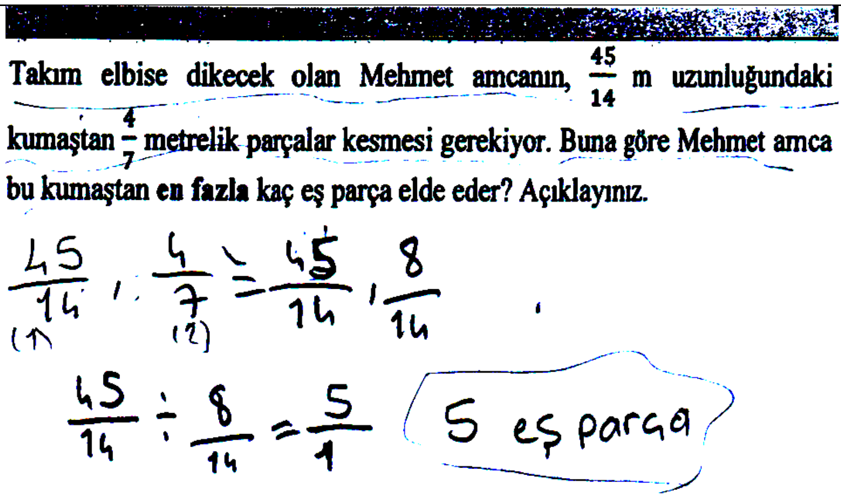
Bir sürahideki su, her biri $\frac{2}{3}$ litre su alan eş bardaklara dolduruluyor. Yedinci bardak tam dolmadığına göre, başlangıçta sürahideki su miktarı hakkında ne dersiniz? Açıklayınız.

$$\frac{2}{3}+\frac{2}{3}+\frac{2}{3}+\frac{2}{3}+\frac{2}{3}+\frac{2}{3}$$

$$=\frac{12}{3}=4$$ 4,5 litreli birşeydir

Şekil 4.14. G öğrencisinin sontestte MMT'deki 15. soruya verdiği cevap

Şekil 4.14'te bu soruya G öğrencisinin son testte verdiği cevap incelendiğinde, bu öğrenci beklenen muhakemeyi sergilemiştir. Öğrenci, öntestte verdiği cevaptaki hataya düşmemiş ve $\frac{2}{3}$ ifadesini doğru bir şekilde toplayarak sonucu 4 olarak bulmuştur. Öğrenci, yedinci bardağın tam dolmadığını düşünerek sürahideki suyun 4,5 litreli bir şey olacağını düşünmüştür. Öğrencinin çözümünden hareketle, sontestte bu soruya ilişkin muhakemesinin iyi olduğu söylenebilir. Bu durum MMT'den aldığı puan ortalaması tarafından da doğrulanmaktadır. Nitekim G öğrencisinin son test puan ortalaması 3.51 olarak hesaplanmıştır. Bu ortalama *"yüksek"* düzey aralığına (3.00-3.99) düşmektedir. Tüm bu rakamlar ve değerlendirmeler ışığında, yapılan müdahalenin bir sonucu olarak G öğrencisinin matematiksel muhakemesinin çok daha iyileştiği söylenebilir.



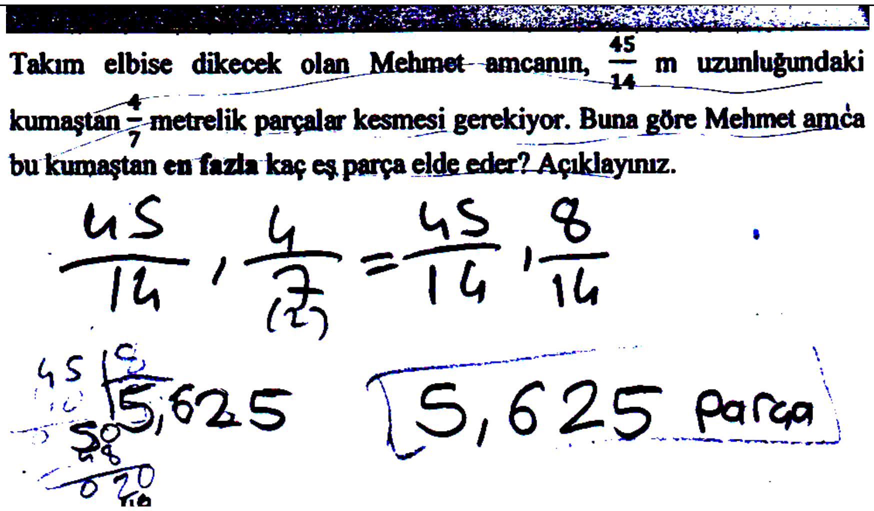
Takım elbise dikecek olan Mehmet amcanın, $\frac{45}{14}$ m uzunluğundaki kumaştan $\frac{4}{7}$ metrelik parçalar kesmesi gerekiyor. Buna göre Mehmet amca bu kumaştan en fazla kaç eş parça elde eder? Açıklayınız.

$\underset{(1)}{\frac{45}{14}}, \underset{(2)}{\frac{4}{7}} = \frac{45}{14}, \frac{8}{14}$

$\frac{45}{14} \div \frac{8}{14} = \frac{5}{1}$ 5 eş parça

Şekil 4.15. H öğrencisinin öntestte MMT’deki 10. soruya verdiği cevap

MMT’deki 10. soruda öğrencilerin şu şekilde muhakemede bulunmaları gerekmektedir: Kumaşın uzunluk ölçüsü olan $\frac{45}{14}$ ifadesi, eş parçaların birinin uzunluk ölçüsü olan $\frac{4}{7}$ ifadesine bölünecektir. Bu bölme işlemini daha kolay yapmak için $\frac{4}{7}$ ifadesinin paydasının 14 olması gerekmektedir. Bu nedenle, bu ifadenin pay ve paydası 2 sayısı ile genişletilerek $\frac{8}{14}$ ifadesine dönüştürülecektir. Ardından, $\frac{45}{14}$ ifadesi $\frac{8}{14}$ ifadesine bölünerek 5 eş parça elde edilecektir. Şekil 4.15’teki çözümden de anlaşılacağı gibi, öğrencinin beklenen muhakemeyi sergilediği söylenebilir. Matematik öğretmeniyle yapılan görüşmelerde, öğretmen bu öğrencinin matematik başarısının iyi düzeyde olduğunu ifade etmiştir. Bu öğrencinin bir önceki dönemde matematik dersi karne notunun 96 olduğu belirlenmiştir. H öğrencisinin ön test puan ortalaması 3.58 olarak hesaplanmıştır. Bu ortalama *“yüksek”* düzey aralığına (3.00-3.99) düşmektedir.



Takım elbise dikecek olan Mehmet amcanın, $\frac{45}{14}$ m uzunluğundaki kumaştan $\frac{4}{7}$ metrelik parçalar kesmesi gerekiyor. Buna göre Mehmet amca bu kumaştan en fazla kaç eş parça elde eder? Açıklayınız.

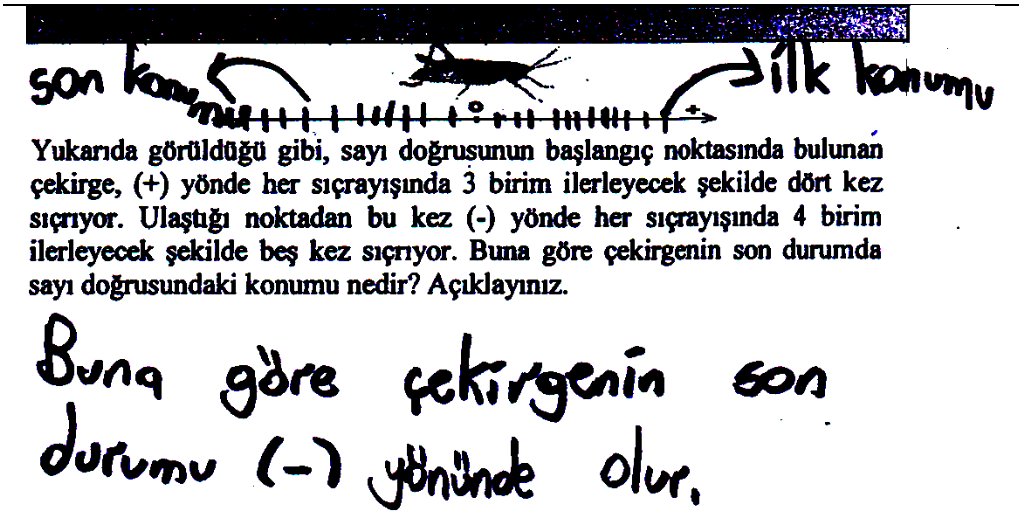
$$\frac{45}{14} : \frac{4}{7} = \frac{45}{14} : \frac{8}{14}$$

5,625

5,625 parça

Şekil 4.16. H öğrencisinin sontestte MMT'deki 10. soruya verdiği cevap

Şekil 4.16'da bu soruya H öğrencisinin son testte verdiği cevap incelendiğinde, bu öğrenci beklenen muhakemeyi sergilemiştir. Ancak öntestte verilen cevaptan farklı olarak, H öğrencisi 5 eş parça cevabı yerine 45'i 8'e bölerek işlemin sonucunu küsüratlı olarak bulmuştur. Halbuki soruda eş parçaların kaç tane olduğu istendiğinden, küsüratlı yazılmaması gerekmektedir. Öğrencinin çözümünden hareketle, sontestte bu soruya ilişkin muhakemesinin iyi olduğu söylenebilir. Bu durum MMT'den aldığı puan ortalaması tarafından da doğrulanmaktadır. Nitekim, H öğrencisinin son test puan ortalaması 4.51 olarak hesaplanmıştır. Bu ortalama *"oldukça yüksek"* düzey aralığına (4.00-5.00) düşmektedir. Tüm bu rakamlar ve değerlendirmeler ışığında, yapılan müdahalenin bir sonucu olarak H öğrencisinin matematiksel muhakemesinin daha da iyileştiği söylenebilir.


[redacted]

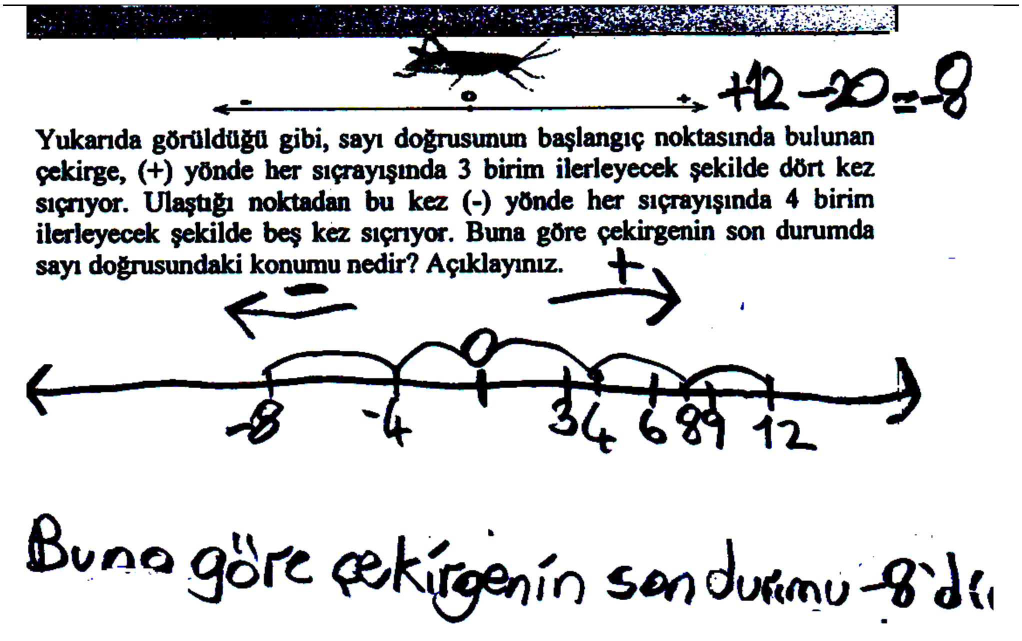
son konumu ilk konumu

Yukarıda görüldüğü gibi, sayı doğrusunun başlangıç noktasında bulunan çekirge, (+) yönde her sıçrayışında 3 birim ilerleyecek şekilde dört kez sıçrıyor. Ulaştığı noktadan bu kez (-) yönde her sıçrayışında 4 birim ilerleyecek şekilde beş kez sıçrıyor. Buna göre çekirgenin son durumda sayı doğrusundaki konumu nedir? Açıklayınız.

Buna göre çekirgenin son durumu (-) yönünde olur.

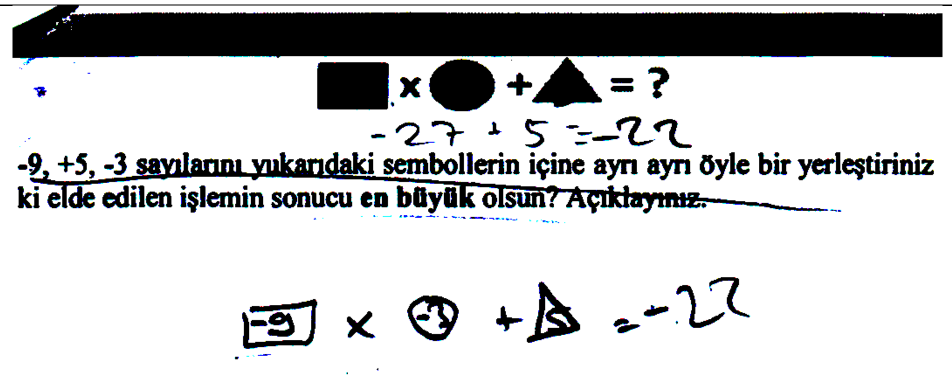
Şekil 4.17. I öğrencisinin öntestte MMT'deki 4. soruya verdiği cevap

MMT'deki 4. soruda öğrencilerin şu şekilde muhakemede bulunmaları gerekmektedir: Çekirge (+) yönde sıçrayış için 4. (+3)= +12 ve (-) yönde sıçrayış için 5. (-4)= -20 birim kadar ilerleyecektir. Çekirge toplamda ise (+12)+(-20)= -8 konumunda olacaktır. Şekil 4.17'de görüldüğü üzere öğrenci, herhangi bir işlem yapmamış, sayı doğrusunda eşit olmayan aralıklar çizmiş ve çekirgenin ilk konumunu ve son konumunu göstermiştir. Kendisiyle bu çözüme ilişkin yapılan ilk görüşmede, I öğrencisi "*Önce 12 birim (+) yönde tek tek gittim, sonra bu sefer 20 birim (-) yönde ilerledim ve çekirgenin son yerini belirledim… Sadece çizerek gösterdim*" ifadesini kullanmıştır. Yapılan bu açıklamadan hareketle, öğrencinin beklenen muhakemeyi düşündüğü ancak matematiksel işleme dökemediği çıkarılabilir. Matematik öğretmeniyle yapılan görüşmelerde, öğretmen bu öğrencinin matematik başarısının düşük düzeyde olduğunu ifade etmiştir. Bu öğrencinin bir önceki dönemde matematik dersi karne notunun 72 olduğu belirlenmiştir. I öğrencisinin ön test puan ortalaması 1.00 olarak hesaplanmıştır. Bu ortalama *"düşük"* düzey aralığına (1.00-1.99) düşmektedir.



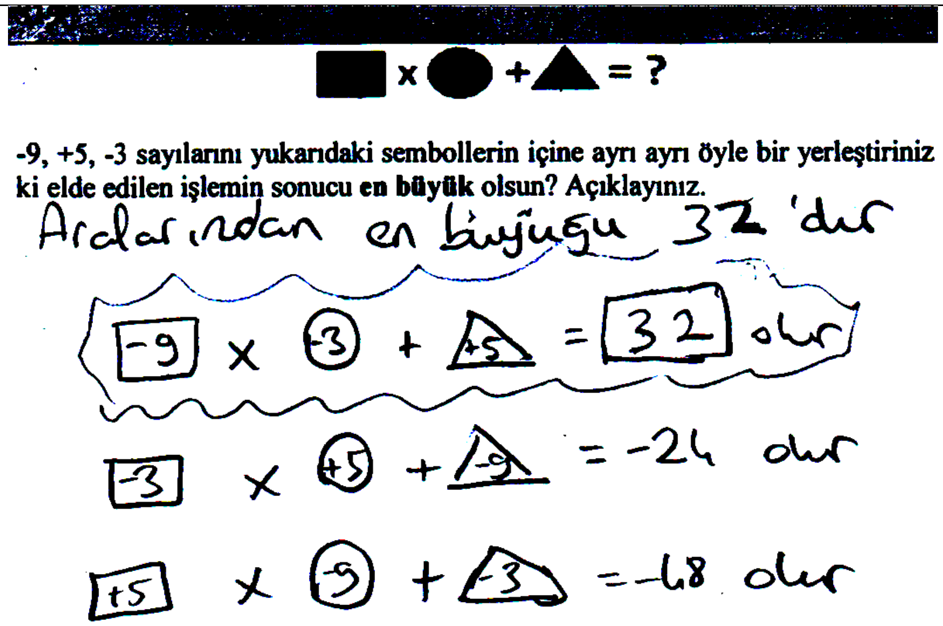
Şekil 4.18. I öğrencisinin sontestte MMT'deki 4. soruya verdiği cevap

Şekil 4.18'de bu soruya I öğrencisinin son testte verdiği cevap incelendiğinde, bu öğrenci beklenen muhakemeyi sergilemiştir. Öğrenci, bir sayı doğrusu çizmiş ancak (+) yönde 3'er birim ilerlemesi gerekirken 4'er birim ilerleyerek +12 noktasına varmıştır. Bu noktadan ise (-) yönde 4'er birim ilerleyecek şekilde 5 kez sıçramış ve -8 noktasına ulaşmıştır. Kendisiyle bu çözüme ilişkin yapılan ikinci görüşmede, I öğrencisi " *(+) yönde yanlışlıkla 4'er birim ilerlemişim. 3'er birim olacaktı"* ifadesini kullanmıştır. I öğrencisi, doğru işlem yaparak (12-20=-8) doğru sonuca ulaşmıştır. Öğrencinin çözümünden hareketle, sontestte bu soruya ilişkin muhakemesinin kötü olmadığını göstermektedir. Bu durum MMT'den aldığı puan ortalaması tarafından da doğrulanmaktadır. Nitekim, I öğrencisinin son test puan ortalaması 2.33 olarak hesaplanmıştır. Bu ortalama *"orta"* düzey aralığına (2.00-2.99) düşmektedir. Tüm bu rakamlar ve değerlendirmeler ışığında, yapılan müdahalenin bir sonucu olarak I öğrencisinin matematiksel muhakemesinin iyileştiği söylenebilir.



Şekil 4.19. J öğrencisinin öntestte MMT'deki 19. soruya verdiği cevap

MMT'deki 10. soruda öğrencilerin şu şekilde muhakemede bulunmaları gerekmektedir: -9, +5, -3 sayıları kullanılarak yapılacak işlemler sonucunda en büyük sayının elde edilmesi için çarpma işlemindeki çarpanların -9 ve -3 olmalıdır. Başka bir deyişle, dikdörtgensel ve dairesel bölge şekillerinin -9 ve -3 ve üçgensel bölge şeklinin ise +5 olması gerekmektedir. Bu işlem; (-9) x (-3) + (+5)= +32 olarak sonuçlandırılır. Şekil 4.19'da görüldüğü gibi öğrenci, beklenen muhakemeyi sergileyememiştir. J öğrencisi, dikdörtgensel bölgeye -9, dairesel bölgeye -3 ve üçgensel bölgeye +5 sayısını yerleştirmiş ve işlem yaparak -22 sonucuna şekilde ulaşmıştır. Öğrenci, çarpma işlemininin sonucunu -27 olarak hesaplamış ki bu sayıyla +5 sayısını toplayarak -22 sonucuna ulaşmıştır. Matematik öğretmeniyle yapılan görüşmelerde, öğretmen bu öğrencinin matematik başarısının düşük düzeyde olduğunu ifade etmiştir. Bu öğrencinin bir önceki dönemde matematik dersi karne notunun 71 olduğu belirlenmiştir., J öğrencisinin ön test puan ortalaması 2.21 olarak hesaplanmıştır. Bu ortalama *"orta"* düzey aralığına (2.00-2.99) düşmektedir.


[redacted]

■ x ● + ▲ = ?

-9, +5, -3 sayılarını yukarıdaki sembollerin içine ayrı ayrı öyle bir yerleştiriniz ki elde edilen işlemin sonucu en büyük olsun? Açıklayınız.

Aralarından en büyüğü 32'dir

-9 x -3 + +5 = 32 olur

-3 x +5 + -9 = -24 olur

+5 x -9 + -3 = -48 olur

Şekil 4.20. J öğrencisinin sontestte MMT'deki 19. soruya verdiği cevap

Şekil 4.20'de bu soruya J öğrencisinin son testte verdiği cevap incelendiğinde, bu öğrenci beklenen muhakemeyi karşılaştırma yaparak daha iyi sergilemiştir. Öğrenci, -9, -3 ve +5 sayılarını dikdörtgensel, dairesel ve üçgensel bölgelere farklı kombinasyonlarla yerleştirmiş ve her yerleştirmede işlemin sonuçlarını doğru bulmuş ve karşılaştırmıştır. Bu karşılaştırma sonucunda, en büyük sonuca karar vererek, cevap olarak belirtmiştir. Öğrencinin çözümünden hareketle, sontestte bu soruya ilişkin muhakemesinin daha iyi olduğu söylenebilir. Bu durum MMT'den aldığı puan ortalaması tarafından da doğrulanmaktadır. Nitekim, J öğrencisinin son test puan ortalaması 3.25 olarak hesaplanmıştır. Bu ortalama *"yüksek"* düzey aralığına (3.00-3.99) düşmektedir. Tüm bu rakamlar ve değerlendirmeler ışığında, yapılan müdahalenin bir sonucu olarak J öğrencisinin matematiksel muhakemesinin iyileştiği söylenebilir.

Bir yunus balığı, suyun 2 metre derinliğinden 6 metre yukarı zıplamıştır. Bu yunus balığı, su seviyesinin kaç metre üzerine çıkmıştır? Açıklayınız.

Yunus 2metre suyun altındaiken
-2'dir. 6metre yukarı zıplayınca
+6 metre zıplar. Böylece (+6)+(+2):
Çıkarmada birinci sayıyı değiştirmeyiz
işlemi ve ikinci sayının işaretini
değiştiririz. Böylece cevap $\boxed{+8}$ olur.

Şekil 4.21. K öğrencisinin öntestte MMT'deki 1. soruya verdiği cevap

MMT'deki 1. soruda öğrencilerin şu şekilde muhakemede bulunmaları gerekmektedir: yunus balığı, su seviyesinin 2 metre altında olduğu için konumu -2'dir. Bu konumdan 6 metre yukarı zıpladığında öncelikle 2 metre zıplayarak su seviyesine gelir, ardından 4 metre daha zıplayarak suyun 4 metre üstünde ve konumu +4 olur. Dolayısıyla, yunus balığı toplamda 4 metre suyun üzerine çıkmış olur. Şekil 4.21'de görüldüğü gibi, öğrenci beklenen muhakemeyi sergileyememiştir. K öğrencisi, yunus balığının suyun 2 metre altındaki konumunu doğru düşünerek -2 olarak yazmıştır. Başka bir deyişle, K öğrencisi derinliğin (-) kavramıyla ifade edilebileceğinin farkındadır. Ancak öğrenci, yunus balığının 6 metre yukarı zıplaması sonrasında balığın son konumundan ilk konumunu çıkarma gereksinimi duymuş ve yanlış düşünerek yanlış sonuca ulaşmıştır. Bu tür bir muhakeme sonucunda, 6-(-2)= +8 sonucunda ulaşmış ve yaptığı çıkarma işleminin mantığını bir algoritma ile açıklamıştır. Yaptığı çözümden hareketle, öntestte bu soruda K öğrencisinin matematiksel muhakemesinin iyi olmadığı söylenebilir. Matematik öğretmeniyle yapılan görüşmelerde, öğretmen bu öğrencinin matematik başarısının orta düzeyde olduğunu ifade etmiştir. Bu öğrencinin bir önceki dönemde matematik dersi karne notunun 77 olduğu belirlenmiştir. K öğrencisinin ön test puan ortalaması 1.04 olarak hesaplanmıştır. Bu ortalama *"düşük"* düzey aralığına (1.00-1.99) düşmektedir.

Bir yunus balığı, suyun 2 metre derinliğinden 6 metre yukarı zıplamıştır. Bu yunus balığı, su seviyesinin kaç metre üzerine çıkmıştır? Açıklayınız.

$(+6)+(-2)=\boxed{+4}$

Çünkü 2 metre suyun altından 6 metre yukarı çıkmıştır. Bu yüzden -2 olur. Bunlar da +6'yı toplarız. Sonuç +4 olur.

Şekil 4.22. K öğrencisinin sontestte MMT'deki 1. soruya verdiği cevap

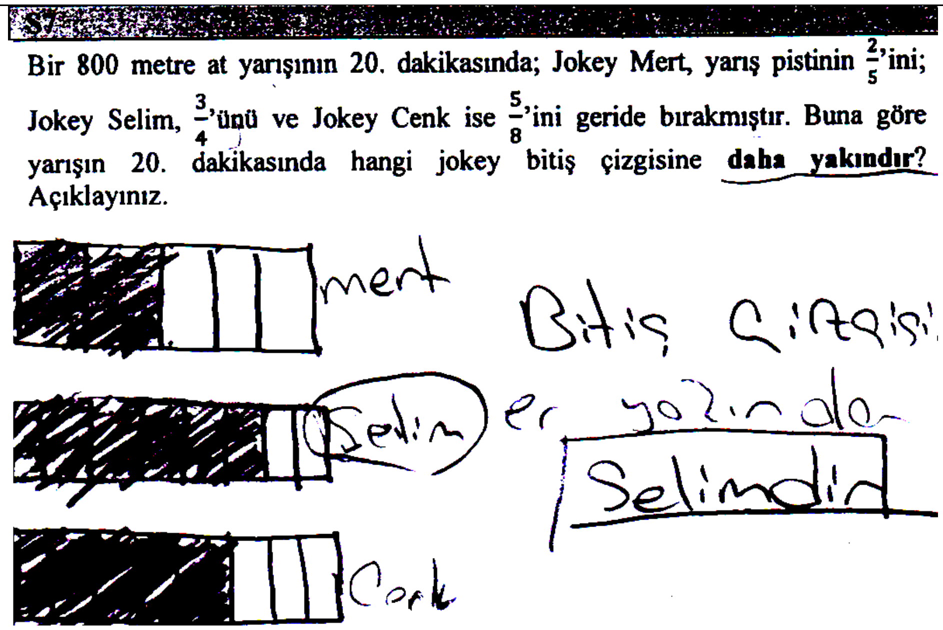
Şekil 4.22'de bu soruya K öğrencisinin son testte verdiği cevap incelendiğinde, bu öğrenci beklenen muhakemeyi sergilemiştir. Öğrenci, yunus balığının ilk konumunu doğru olarak yazmış [(-2)] ve 6 metre yukarı zıpladığında toplamak gerektiğini düşünebilmiştir. K öğrencisi, bu muhakemesiyle (+6)+(-2)= +4 sonucuna varmıştır. Öğrenci, öntestte yaptığı yanlış muhakemeyi sontestte düzeltmiştir. Nitekim kendisiyle bu soruya öntestte ve sontestte verdiği cevaplara ilişkin yapılan görüşmede, K öğrencisi *"İlk testte 6 metre zıpladığındaki konumu ile ilk konumu arasındaki mesafeyi bulmayı düşünmüştüm. Ama ikinci testte farkına vardım ki ilk konumuna 6 birim eklemek gerekiyor"* ifadesini kullanmıştır. Öğrencinin yaptığı açıklamalardan ve çözümünden hareketle, sontestte bu soruya ilişkin muhakemesinin daha iyi olduğu söylenebilir. Bu durum MMT'den aldığı puan ortalaması tarafından da doğrulanmaktadır. Nitekim K öğrencisinin son test puan ortalaması 2.71 olarak hesaplanmıştır. Bu ortalama *"orta"* düzey aralığına (2.00-2.99) düşmektedir. Tüm bu rakamlar ve değerlendirmeler ışığında, yapılan müdahalenin bir sonucu olarak K öğrencisinin matematiksel muhakemesinin iyileştiği söylenebilir.

[redacted]

Bir 800 metre at yarışının 20. dakikasında; Jokey Mert, yarış pistinin $\frac{2}{5}$'ini; Jokey Selim, $\frac{3}{4}$'ünü ve Jokey Cenk ise $\frac{5}{8}$'ini geride bırakmıştır. Buna göre yarışın 20. dakikasında hangi jokey bitiş çizgisine daha yakındır? Açıklayınız.

Şekil 4.23. L öğrencisinin öntestte MMT'deki 7. soruya verdiği cevap

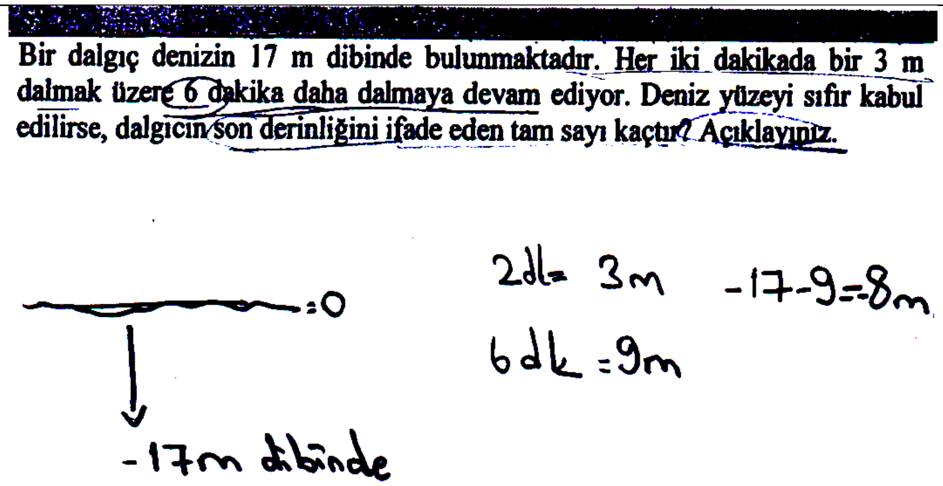
MMT'deki 7. soruda öğrencilerin şu şekilde muhakemede bulunmaları gerekmektedir: Öncelikle her bir Jokeyin aldığı yollar ya da yarışı bitirmeleri için kalan yollar karşılaştırılacaktır. Bunun için, her bir Jokeyin aldığı yolun tüm yola oranını gösteren $\frac{2}{5}$ (Jokey Mert), $\frac{3}{4}$ (Jokey Selim) ve $\frac{5}{8}$ (Jokey Cenk) kesirli ifadelerin karşılaştırılması gerekmektedir. Tek başına karşılaştırma yapmayı düşünebilmek de matematiksel muhakemenin bir göstergesi olarak değerlendirilebilir. Bu karşılaştırma işlemi, paydalar eşitlenerek, modelle gösterilerek ya da farklı yollardan yapılabilmektedir. Şekil 4.23'te bu soruya L öğrencisinin ön testte verdiği cevap incelendiğinde, bu öğrenci herhangi bir çözüm sunmamıştır. Kendisiyle bu soruya ilişkin yapılan ilk görüşmede, L öğrencisi "*Bu soruyu şekille yapmayı düşündüm ama…*" ifadesini kullanmıştır. Yaptığı açıklamadan hareketle, öğrencinin öntestte bu soruya ilişkin muhakemesinin iyi olmadığı söylenebilir. Matematik öğretmeniyle yapılan görüşmelerde, öğretmen bu öğrencinin matematik başarısının iyi düzeyde olduğunu ifade etmiştir. Bu öğrencinin bir önceki dönemde matematik dersi karne notunun 96 olduğu belirlenmiştir. L öğrencisinin ön test puan ortalaması 0.92 olarak hesaplanmıştır. Bu ortalama *"oldukça düşük"* düzey aralığına (0.00-0.99) düşmektedir.


S7

Bir 800 metre at yarışının 20. dakikasında; Jokey Mert, yarış pistinin $\frac{2}{5}$'ini; Jokey Selim, $\frac{3}{4}$'ünü ve Jokey Cenk ise $\frac{5}{8}$'ini geride bırakmıştır. Buna göre yarışın 20. dakikasında hangi jokey bitiş çizgisine **daha yakındır?** Açıklayınız.

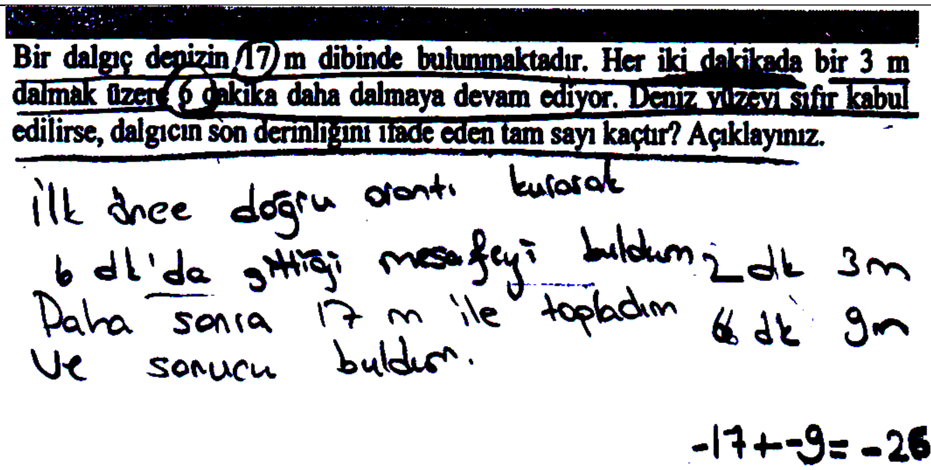
Şekil 4.24. L öğrencisinin sontestte MMT'deki 7. soruya verdiği cevap

Şekil 4.24'te bu soruya L öğrencisinin son testte verdiği cevap incelendiğinde, bu öğrenci beklenen muhakemeyi karşılaştırma yoluna başvurarak sergilemiştir. Öğrenci, aynı büyüklükteki ve aynı türdeki bir geometrik şekil kullanarak her bir Jokeyin aldığı yolları modelle göstermiştir. Jokey Mert için şekli 5 eş parçaya bölüp 2 parçasını, Jokey Selim için şekli 8 eş parçaya bölüp 6 parçasını ve Jokey Cenk için şekli 8 eş parçaya bölüp 5 parçasını taramıştır. Bu gösterimle, bitiş çizgisine en yakın Jokeyin Selim olduğu sonucuna varmıştır. Öğrencinin çözümünden hareketle, sontestte bu soruya ilişkin muhakemesinin çok daha iyi olduğu söylenebilir. Bu durum MMT'den aldığı puan ortalaması tarafından da doğrulanmaktadır. Nitekim L öğrencisinin son test puan ortalaması 2.21 olarak hesaplanmıştır. Bu ortalama *"orta"* düzey aralığına (2.00-2.99) düşmektedir. Tüm bu rakamlar ve değerlendirmeler ışığında, yapılan müdahalenin bir sonucu olarak L öğrencisinin matematiksel muhakemesinin iyileştiği söylenebilir.



Şekil 4.25. M öğrencisinin öntestte MMT’deki 9. soruya verdiği cevap

MMT’deki 13. soruda öğrencilerin şu şekilde muhakemede bulunmaları gerekmektedir: Öncelikle dalgıcın denizin 17 metre dibinde bulunması -17 tamsayısı ile belirtilecek. Dalgıç, her iki dakikada bir 3 metre daha dalarak 6 dakika daha dalıyorsa toplamda 9 metre daha dalacaktır. Buradan, dalgıcın son derinliği (-17)+(-9)= -26 tamsayısı ile ifade edilir. Şekil 4.25’te bu soruya M öğrencisinin ön testte verdiği cevap incelendiğinde, bu öğrenci dalgıcın ilk konumunu çizerek doğru bir şekilde göstermiştir. Ayrıca öğrenci, dalgıcın 6 dakikada ne kadar dalacağını da doğru hesaplamıştır. Ancak öğrenci, çıkarma işlemine doğru karar vermesine karşın, çıkarma işleminin sonucunu yanlış bulmuştur. Kendisiyle bu soruya ilişkin yapılan ilk görüşmede, M öğrencisi “*Toplam işlemi yerine çıkarma işlemi yaptım, karıştırdım, öyle yapılmıyordu. Aradaki işareti çıkarma işlemi gibi düşündüm… ”* ifadesini kullanmıştır. Yaptığı açıklamadan ve çözümden hareketle, öğrencinin öntestte bu soruya ilişkin muhakemesinin kötü olmadığı söylenebilir. Matematik öğretmeniyle yapılan görüşmelerde, öğretmen bu öğrencinin matematik başarısının orta düzeyde olduğunu ifade etmiştir. Bu öğrencinin bir önceki dönemde matematik dersi karne notunun 77 olduğu belirlenmiştir. M öğrencisinin ön test puan ortalaması 2.13 olarak hesaplanmıştır. Bu ortalama *“orta”* düzey aralığına (2.00-2.99) düşmektedir.


[redacted]

Bir dalgıç denizin 17 m dibinde bulunmaktadır. Her iki dakikada bir 3 m dalmak üzere 6 dakika daha dalmaya devam ediyor. Deniz yüzeyi sıfır kabul edilirse, dalgıcın son derinliğini ifade eden tam sayı kaçtır? Açıklayınız.

İlk önce doğru orantı kurarak 6 dk'da gittiği mesafeyi buldum. Daha sonra 17 m ile topladım ve sonucu buldum.

2 dk 3m
6 dk 9m

-17+-9= -26

Şekil 4.26. M öğrencisinin sontestte MMT'deki 9. soruya verdiği cevap

Şekil 4.26'da bu soruya M öğrencisinin son testte verdiği cevap incelendiğinde, öğrenci beklenen muhakemeyi sergilemiştir. Öğrenci, orantı kurarak dalgıcın 2 dakikada 3 metre dalarsa 6 dakikada 9 metre dalacağını doğru hesaplamıştır. Öğrenci, dalgıcın ilk konumunu göz önünde bulundurarak; (-17)+(-9)= -26 doğru sonucuna ulaşmıştır. Öğrencinin çözümünden hareketle, sontestte bu soruya ilişkin muhakemesinin daha iyi olduğu söylenebilir. Bu durum MMT'den aldığı puan ortalaması tarafından da doğrulanmaktadır. Nitekim, M öğrencisinin son test puan ortalaması 3.17 olarak hesaplanmıştır. Bu ortalama *"yüksek"* düzey aralığına (3.00-3.99) düşmektedir. Tüm bu rakamlar ve değerlendirmeler ışığında, yapılan müdahalenin bir sonucu olarak M öğrencisinin matematiksel muhakemesinin iyileştiği söylenebilir.

[redacted]

Zeki ile arkadaşı Mehmet arasında geçen bir diyaloğa göre; Zeki, parasının $\frac{1}{6}$'sını Mehmet'e verdiğinde, Mehmet'in parası, $\frac{2}{3}$ oranında artmaktadır. Buna göre, Zeki'nin parasının Mehmet'in parasına oranı kaçtır? Açıklayınız.

Zekinin $\frac{1}{6}$ parası

mehmetin $\frac{1}{3}$ parasının

4 katıdır.

Şekil 4.27. N öğrencisinin öntestte MMT'deki 11. soruya verdiği cevap

MMT'deki 11. soruda öğrencilerin şu şekilde muhakemede bulunmaları gerekmektedir: Zeki parasının $\frac{1}{6}$ 'sının Mehmet'e verdiğinde Mehmet'in parası $\frac{2}{3}$ oranında artıyorsa, Zeki'nin parasının $\frac{1}{6}$ 'sı, Mehmet'in parasının $\frac{2}{3}$ 'üne eşittir. $\frac{2}{3}$ kesri 2 ile genişletilirse $\frac{4}{6}$ elde edilir. O halde, Zeki'nin parasının $\frac{1}{6}$ 'sı, Mehmet'in parasının $\frac{4}{6}$'sına eşittir olur ki bu ise Zeki'nin parasının Mehmet'in parasının 4 katı olduğunu gösterir. Buradan, Zeki'nin parasının Mehmet'in parasına oranı 4 olur. Şekil 4.27'de bu soruya N öğrencisinin ön testte verdiği cevap incelendiğinde, bu öğrenci Zeki'nin parasının $\frac{1}{6}$ 'sının, Mehmet'in parasının $\frac{1}{3}$ 'ünün 4 katı olduğunu yazmıştır. Kendisiyle bu soruya ilişkin yapılan ilk görüşmede, N öğrencisi "$\frac{1}{3}$, $\frac{1}{6}$ *'nın iki katıdır.* $\frac{2}{3}$ *ise* $\frac{1}{3}$ *'ün iki katı olduğu için toplamda Zeki'nin parası Mehmet'in parasının 4 katıdır… "* ifadesini kullanmıştır. Yaptığı açıklamadan ve çözümden hareketle, öğrencinin öntestte bu soruya ilişkin muhakemesinin iyi olduğu söylenebilir. Matematik öğretmeniyle yapılan görüşmelerde, öğretmen bu öğrencinin matematik başarısının orta düzeyde olduğunu ifade etmiştir. Bu öğrencinin bir önceki dönemde matematik dersi karne notunun 84 olduğu belirlenmiştir. N öğrencisinin ön test puan ortalaması 3.54 olarak hesaplanmıştır. Bu ortalama *"yüksek"* düzey aralığına (3.00-3.99) düşmektedir.

S11

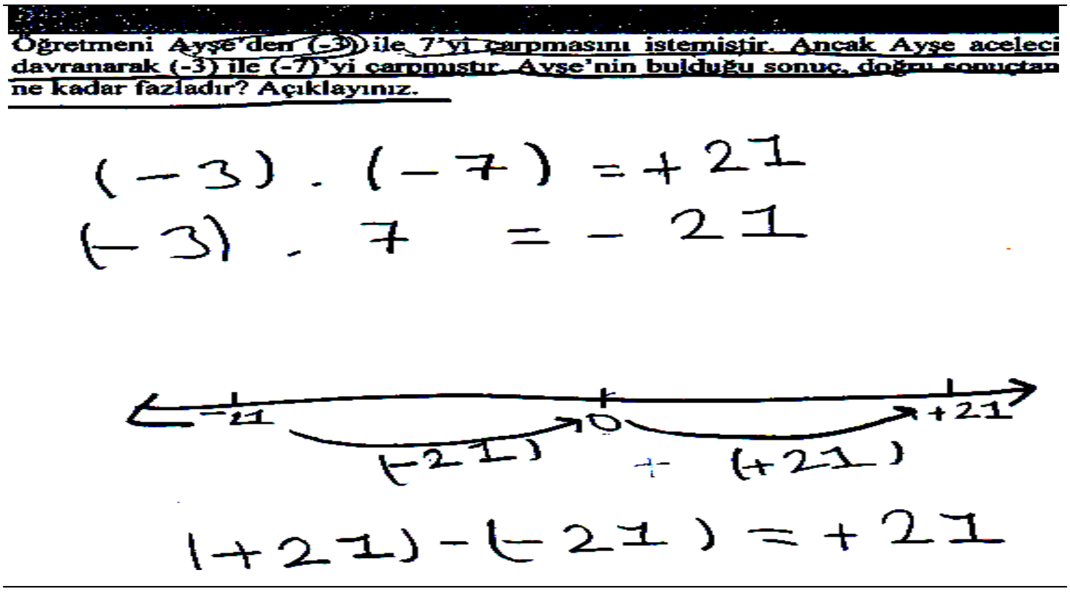
Zeki ile arkadaşı Mehmet arasında geçen bir diyaloğa göre; Zeki, parasının $\frac{1}{6}$'sını Mehmet'e verdiğinde, Mehmet'in parası, $\frac{2}{3}$ oranında artmaktadır. Buna göre, Zeki'nin parasının Mehmet'in parasına oranı kaçtır? Açıklayınız.

Mehmetin $\frac{4}{6}$ sı = Zekinin $\frac{1}{6}$

yani Zekinin 4 katı parası var

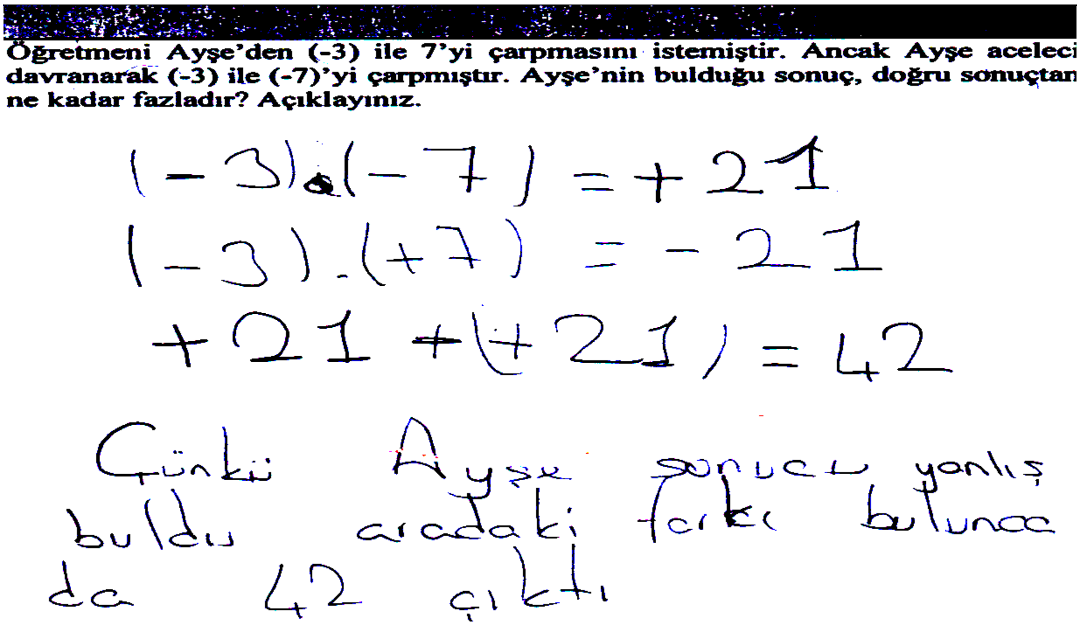
Şekil 4.28. N öğrencisinin sontestte MMT'deki 11. soruya verdiği cevap

Şekil 4.28'de bu soruya N öğrencisinin son testte verdiği cevap incelendiğinde, öğrenci beklenen muhakemeyi sergilemiştir. Öğrenci, kesir ifadelerinin paydalarını eşitlemek için $\frac{2}{3}$ 'ü $\frac{4}{6}$ 'ya genişletmiş ve $\frac{4}{6}$ ile $\frac{1}{6}$'yı karşılaştırarak Zeki'nin parasının Mehmet'in parasının 4 katı olduğunu kendi cümleleriyle yazmıştır. Öğrencinin çözümünden hareketle, sontestte bu soruya ilişkin muhakemesinin de iyi olduğu söylenebilir. Bu durum MMT'den aldığı puan ortalaması tarafından da doğrulanmaktadır., N öğrencisinin son test puan ortalaması 4.29 olarak hesaplanmıştır. Bu ortalama *"oldukça yüksek"* düzey aralığına (4.00-5.00) düşmektedir. Tüm bu rakamlar ve değerlendirmeler ışığında, yapılan müdahalenin bir sonucu olarak N öğrencisinin matematiksel muhakemesinin daha da iyileştiği söylenebilir.



Şekil 4.29. P öğrencisinin öntestte MMT'deki 23. soruya verdiği cevap

MMT'deki 23. soruda öğrencilerin şu şekilde muhakemede bulunmaları gerekmektedir: Ayşe'nin bulması gereken doğru sonuç; (-3).(7)=-21 dir. Ayşe'nin bulduğu yanlış sonuç ise; (-3).(-7)= +21 dir. Bulduğu sonuç, doğru sonuçtan (+21)-(-21)=+42 dir. Şekil 4.29'da bu soruya P öğrencisinin ön testte verdiği cevap incelendiğinde, bu öğrenci Ayşe'nin bulması gereken sonucu ve yanlış bulduğu sonucu doğru olarak hesaplayabilmiştir. Hatta öğrenci bu soruyu sayı doğrusunu kullanarak doğru bir şekilde modellemiştir. Öğrenci yanlış sonuçtan doğru sonucu çıkararak sonuca ulaşacağını düşünebilmiş ancak (+21)-(-21) işleminin sonucunu +21 olarak yanlış bulmuştur. Kendisiyle bu soruya ilişkin yapılan ilk görüşmede, P öğrencisi "*Aceleden çıkarma işlemini yanlış yaptım… Yoksa sonucun 42 olduğunu bulabilirdim…"* ifadesini kullanmıştır. Bu açıklamadan ve çözümden hareketle ve sadece bu soruya göre değerlendirme yapılamayacağından, öğrenci öntestte bu soruda gözünden kaçtığı için yanlış sonuca varsa da genel anlamda öğrencinin muhakemesi hakkında genel bir yargıya varıldığı söylenemez. Matematik öğretmeniyle yapılan görüşmelerde, öğretmen bu öğrencinin matematik başarısının orta düzeyde olduğunu ifade etmiştir. Bu öğrencinin bir önceki dönemde matematik dersi karne notunun 76 olduğu belirlenmiştir. P öğrencisinin ön test puan ortalaması 1.50 olarak hesaplanmıştır. Bu ortalama *"düşük"* düzey aralığına (1.00-1.99) düşmektedir.



Öğretmeni Ayşe'den (-3) ile 7'yi çarpmasını istemiştir. Ancak Ayşe aceleci davranarak (-3) ile (-7)'yi çarpmıştır. Ayşe'nin bulduğu sonuç, doğru sonuçtan ne kadar fazladır? Açıklayınız.

$(-3).(-7) = +21$

$(-3).(+7) = -21$

$+21 + (+21) = 42$

Çünki Ayşe sonucu yanlış buldu aradaki farkı bulunca da 42 çıktı

Şekil 4.30. P öğrencisinin sontestte MMT'deki 23. soruya verdiği cevap

Şekil 4.30'da bu soruya P öğrencisinin son testte verdiği cevap incelendiğinde, öğrenci beklenen muhakemeyi sergilemiştir. Öğrenci, Ayşe'nin bulduğu yanlış sonucu, (-3).(-7)=+21 ve doğru sonucu ise (-3).(7)= -21 olarak doğru hesaplamış ve aralarındaki farkı da (+21)-(-21)= +42 şeklinde doğru bulmuştur. Öğrencinin çözümünden hareketle, sontestte bu soruya ilişkin muhakemesinin daha iyi olduğu söylenebilir. Bu durum MMT'den aldığı puan ortalaması tarafından da doğrulanmaktadır. Nitekim, P öğrencisinin son test puan ortalaması 3.13 olarak hesaplanmıştır. Bu ortalama *"yüksek"* düzey aralığına (3.00-3.99) düşmektedir. Tüm bu rakamlar ve değerlendirmeler ışığında, yapılan müdahalenin bir sonucu olarak P öğrencisinin matematiksel muhakemesinin iyileştiği söylenebilir.

Birçok öğrenci cevabının karşılaştırmalı olarak değerlendirilmesi sonucunda, tasarlanan öğrenme ortamında gerçekleştirilen öğretimin tüm öğrencilerin matematiksel muhakemelerinin gelişmesine katkı sağladığı söylenebilir. Ancak yukarıda detaylı bir şekilde değerlendirilen öğrenci cevaplarından da anlaşılacağı gibi, bu süreçten her öğrencinin aynı düzeyde etkilendiği söylenemez. Örneğin, B öğrencisinin MMT'deki puan ortalaması öntestte 2.88 iken, son testte 3.50'e yükselmiştir. C öğrencisinin MMT'deki puan ortalaması öntestte 4.00 iken, son testte 4.67'e, L öğrencisinin MMT'deki puan ortalaması öntestte 0.92 iken, son testte 2.21'e ve P öğrencisinin

MMT’deki puan ortalaması öntestte 1.50 iken, son testte 3.13’e yükselmiştir. Bu rakamlara bakıldığında, süreç sonrasında B öğrencisinin matematiksel muhakemesinin %22 oranında geliştiği, C öğrencisi için bu gelişmenin %17, L öğrencisi için %129 ve P öğrencisi için ise %108 olduğu tespit edilmiştir. L ve P gibi bariz bir şekilde daha fazla gelişme gösteren öğrencilerde böyle farkın oluşmasında, bu öğrencilerin matematiksel muhakemelerinin süreç öncesinde diğer öğrencilere göre çok daha düşük olmasının etkili olduğu söylenebilir.

Birçok öğrenci cevabının karşılaştırmalı olarak değerlendirilmesiyle ulaşılan bir diğer sonuç ise, matematik öğretmeninin öğrencilerin matematik başarısıyla ilgili görüşlerinin (düşük, orta, yüksek) ve matematik dersi karne notunun her zaman matematiksel muhakemeyle paralellik göstermediğidir. Başka bir deyişle, matematik dersi karne notu yüksek olan ve matematik öğretmeninin başarılı dediği bir öğrencinin matematiksel muhakeme performansının her zaman yüksek olmadığı ve zaman zaman düşük hatta oldukça düşük olduğu belirlenmiştir. Örneğin, L öğrencisi için matematik öğretmeni matematik başarısının “iyi” düzeyde olduğunu ifade etmiş ve öğrencinin matematik dersi karne notu ise 96’dır. Öğretmenin görüşleri ve karne notundan hareketle, L öğrencisinin matematiksel muhakemesinin de paralel olarak yüksek olması beklenir. Ancak L öğrencisinin öntest puan ortalaması 0.92 ve son test puan ortalaması ise 2.21 olarak tespit edilmiştir. Bu ortalamalara göre, L öğrencisinin öntestte oldukça düşük düzeyde, sontestte ise orta düzeyde matematiksel muhakemeye sahip olduğu söylenebilir. Başka bir örnekte, N öğrencisi için matematik öğretmeni matematik başarısının “orta” düzeyde olduğunu ifade etmiş ve öğrencinin matematik dersi karne notu ise 84’tür. Öğretmenin görüşleri ve karne notundan hareketle, N öğrencisinin matematiksel muhakemesinin de orta düzeyde olması beklenen bir durumdur. Ancak N öğrencisinin öntest puan ortalaması 3.54 ve son test puan ortalaması ise 4.29 olarak tespit edilmiştir. Bu ortalamalara göre, N öğrencisinin öntestte yüksek düzeyde ve sontestte oldukça yüksek düzeyde matematiksel muhakemeye sahip olduğu söylenebilir. Öte yandan, matematik öğretmeninin görüşlerine göre iyi düzeyde olan ve matematik dersi karne notu da yüksek olan öğrencilerin matematiksel muhakeme performanlarının da yüksek olduğu tespit edilmiştir. Örneğin, C öğrencisi için matematik öğretmeni matematik başarısının “iyi” düzeyde olduğunu ifade etmiş ve öğrencinin matematik dersi karne notu ise 100’dür. Öğretmenin görüşleri ve karne notundan hareketle, C öğrencisinin matematiksel muhakemesinin de iyi düzeyde olması beklenir ki zaten bu öğrencinin öntest puan ortalaması 4.00 ve son test puan ortalaması ise 4.67 olarak tespit edilmiştir. Bu ortalamalara göre, C öğrencisinin hem öntestte hem de sontestte oldukça yüksek düzeyde matematiksel muhakemeye sahip olduğu söylenebilir. Özetle, öğrencinin matematik dersi karne notu ve matematik öğretmeninin öğrenciye ilişkin görüşleri ile matematiksel muhakeme performansı arasında her zaman bir paralelliğin olmadığı tespit edilmiştir.

Öğrencilerin kendi grup arkadaşlarıyla yaptıkları işbirlikli tartışmalar sayesinde de matematiksel muhakemelerinin iyileştiği söylenebilir. Bu işbirlikli tartışmalarda, düşük performanslı öğrencilerin öğrenme sürecinde grup arkadaşlarından oldukça istifade ettikleri belirlenmiştir. Bu bağlamda, aşağıda öğrenme ortamında öğrencilere yöneltilen açık uçlu problemlere ilişkin bazı gruplardaki öğrencilerin kendi aralarında yaptıkları işbirlikli tartışmalara yer verilmiştir.

Problem-1: *Hasan, başlangıç sıcaklığı bilinmeyen bir maddenin soğutucuya konulduktan sonra, her 2 saat sonunda 3 ^{o}C soğuduğunu fark etmiştir. Maddenin 4 saat sonraki sıcaklığı -8 ^{o}C olduğuna göre, Hasan'ın soğutucuya bıraktığı bu maddenin başlangıç sıcaklığı kaç ^{o}C dir? Açıklayınız.*

Bu problemde, öğrencilerin şu şekilde muhakemede bulunmaları gerekmektedir: Madde her 2 saatte 3 ^{o}C soğuyorsa, 4 saat sonra iki kez soğuyarak toplamda 6 ^{o}C soğuyacaktır. Madde gittikçe soğuduğundan başlangıçtaki sıcaklığı daha yüksek olacaktır. Bu nedenle, son sıcaklık değerinden soğuma miktarı olan -6 sıcaklık değerini çıkarmak gerekir. Maddenin son sıcaklığı -8 ^{o}C ise başlangıç sıcaklığı -8 - (-6)= -2 ^{o}C olur.

Aşağıda Problem-1'e ilişkin bir grupta işbirliği içerisinde gerçekleştirilen yapıcı tartışmalara yer verilmiştir.

F öğrencisi: *4 saat sonra -8 derece oluyor…*

M öğrencisi: *2 saatte 3 derece soğuyorsa… (düşünüyor)*

C öğrencisi: *Tamam işte, 4 saatte ise 6 derece soğur.*

M öğrencisi: *Ya da saatte 1,5 derece soğur. Toplamda 4*1,5=6 derece soğur.*

I öğrencisi: *-8 den 6' yı çıkar. Yani -8-6= -14 olur.*

F öğrencisi: *6' yı mı?*

C öğrencisi: *Hayıııır, -8 den -6 yı çıkarmamız gerekiyor. -8-(-6)=-2*

I öğrencisi: *Tamam da niye -6?*

C öğrencisi: *Çünkü soğumak (-) ile belirtilir.*

I öğrencisi: *Anlamadım.*

M öğrencisi: *Bence C arkadaşımız haklı, başlangıç sıcaklığı -14 olursa... Hayır olmaz, çünkü gittikçe soğur ve -8 den daha soğuk olur, bu da olmaz.*

C öğrencisi: *Senin anlamadığın -8 ile -14 arasındaki fark. -8 sıcaklığı -14 e göre daha sıcaktır.*

I öğrencisi: *Hmmm. Tamam tamam, ben...*

M öğrencisi: *O halde cevap -2 dir.*

C öğrencisi: *Evet.*

Dialogdan da anlaşılacağı üzere, matematiksel muhakemesi iyi düzeyde olan C öğrencisi (*öntest ortalaması: 4.00, son test ortalaması: 4.67*) gruba liderlik yapmaktadır. C öğrencisi problemi sadece kendisi çözmeyip, arkadaşlarının yanlışlarına da yerinde müdahelede bulunmaktadır. Probleme ilişkin kısmen çözümü olan M öğrencisi (*öntest ortalaması: 2.13, son test ortalaması: 3.17)* zaman zaman karışıklıklar yaşamış ancak C ile birlikte doğru sonuca ulaşmıştır. I öğrencisi (*öntest ortalaması: 1.00, son test ortalaması: 2.33)* ise problemi çözmek için yanlış işlemler yaparak başlamış ancak gruptaki diğer arkadaşlarının yardımıyla yanlışının farkına varmıştır. F öğrencisi (*öntest ortalaması: 1.93, son test ortalaması: 3.18)*, ilk başta sürece dahil olmuş, belli bir süre sonra susmayı tercih etmiş ancak karıştırdığı noktada birşeyler ifade etmiştir. Öğrencilerin grup içindeki bu yapıcı tartışmalarına bakıldığında, özellikle I öğrencisinin sürecin başında problemi çözme performansının düşük olduğu, karışıklık yaşadığı noktaların olduğu ve I öğrencisiyle birlikte gruptaki diğer öğrencilerin C öğrencisinden faydalanarak doğru çözüme ulaştıkları anlaşılmaktadır. Bu çıkarım, C öğrencisinin matematiksel muhakemesinin oldukça yüksek düzeyde olduğunu desteklemektedir. Bu durum, farklı matematik performansına sahip öğrencileri işbirlikli gruplar şeklinde organize etmenin matematiksel muhakemeyi geliştirme üzerindeki etkisini ortaya koymaktadır.

Problem-1'e ilişkin başka bir gruptaki öğrenciler arasında geçen bir dialog aşağıda sunulmuştur.

N öğrencisi: *2 saatte 3 derece soğuyorsa, 3/2=1,5.*

L öğrencisi: *O zaman 4 ile 1,5 çarparsak 6 eder.*

N öğrencisi: *Evet, her saatte 1,5 derece soğuduğundan toplamda 6 derece soğur.*

N öğrencisi: *-8 den 6 yı çıkarırsak -2 derece olur.*

E öğrencisi: *-8 den 6 yı çıkarırsak -2 etmez ki… -14 eder.*

A öğrencisi: *Evet, -14 çıkar sonuç.*

L öğrencisi: *Nasıl… Ama…*

N öğrencisi: *Hııı… Yok yok dur. -8 den -6 yı çıkarmalıyız.*

E öğrencisi: *Nasıl oluyor?*

N öğrencisi: *Soğuduğu için başlangıçtaki sıcaklığı daha fazla olacaktır.*

L öğrencisi: *Sıcaklık fazla olursa…*

N öğrencisi: *Değer olarak değil, örneğin -8, -14'ten daha sıcaktır. Termometrede de öyle değil mi?*

A öğrencisi: *Termometrede -14 daha altta…*

E öğrencisi: *Tamam işte bu yüzden -14 daha soğuk.*

N öğrencisi: *O halde cevap -2.*

L öğrencisi: *Okey.*

Bu dialoğa bakıldığında, matematiksel muhakemesi iyi düzeyde olan N öğrencisi (*öntest ortalaması: 3.54, son test ortalaması: 4.29*) problemin çözümüne ilişkin görüş bildiren ilk öğrenci olmuştur. N öğrencisinin -8'den -6'yı çıkarması gerekirken, yanlışlıkla -8'den 6'yı çıkarmıştır. Grup arkadaşlarının bu çözümü kritik etmesi üzerine N, yanlışının farkına vararak -6'yı çıkarmıştır. Ancak N öğrencisinin problemin cevabını en başta doğru bildiği söylenebilir. Çünkü -8'den 6'yı çıkardığında doğru cevap olan -2 sayısına ulaşmıştır. Hatta N, arkadaşlarının uyarması üzerine doğru muhakemede bulunarak maddenin başlangıç sıcaklığının daha fazla olduğunu örnekle ve termometreyle ilişkilendirerek açıklamıştır. Matematiksel muhakemesi düşük düzeyde olan L öğrencisi (*öntest ortalaması: 0.92, son test ortalaması: 2.21*), -8 ve -14 sayılarının büyüklükleriyle sıcaklık değerlerini karıştırmıştır. Grup arkadaşlarının işbirliğiyle -8 değerinin -14 değerinden daha sıcak olduğunu öğrenmiştir. A öğrencisi (*öntest ortalaması: 1.83, son test ortalaması: 2.38*) ve E öğrencisi (*öntest ortalaması: 1.67, son test ortalaması: 3.92*) grup arkadaşlarıyla birlikte problem çözme noktasında işbirliği içerisinde hareket etmişlerdir. Örneğin, E öğrencisi N'nin -8'den 6'yı çıkararak -2 yanlış sonucunu bulması üzerine N'yi uyararak doğru cevabın -2 olmadığını ve bu işlemin sonucunun -14 olduğunu belirtmiştir.

Problem-2: *Erzurum'da hava sıcaklığı sıfırın altında 8 ^{o}C iken, sıcaklık bir hafta boyunca her gün 3 ^{o}C düşmüştür. Sıcaklık, bir haftadan sonra 5 gün boyunca da her gün 2 ^{o}C artmıştır. Buna göre, 12 gün sonra Erzurum'un hava sıcaklığı kaç ^{o}C olur? Açıklayınız.*

Bu problemde, öğrencilerin şu şekilde muhakemede bulunmaları gerekmektedir: Sıcaklık bir hafta boyunca her gün 3 ^{o}C düşüyorsa, bir hafta sonunda toplam 7.3=21 ^{o}C düşer. Başta hava sıcaklığı -8 ^{o}C olduğundan bir hafta sonra 21 C^{o} daha düşerse daha soğuk olacağından -8-21=-29 ^{o}C olur. Sıcaklık, bir haftadan sonra 5 gün boyunca her gün 2 ^{o}C artıyorsa 5 gün sonra toplamda 5.2=10 ^{o}C artar. Buradan, Erzurum'un hava sıcaklığı 12 gün sonunda, -29+10=-19 ^{o}C olur.

Aşağıda Problem-2'ye ilişkin bir grupta işbirliği içerisinde gerçekleştirilen yapıcı tartışmalara yer verilmiştir.

H öğrencisi: *Şimdi sıfırın altında 8, yani -8.*

K öğrencisi: *Evet, -8.*

P öğrencisi: *-8.*

H öğrencisi: *Sıcaklık bir sonraki gün 11, ondan sonraki 14, sonra 17,.. öyle gidiyor.*

P öğrencisi: *5 gün boyunca… (düşünüyor)*

Hepsi düşünüyor…

K öğrencisi: *Evet, bir haftada 11, 14, 17, 20, 23, 26, 29.*

P öğrencisi: *Tamam da eksi mi artı mı?*

J öğrencisi: *Eksi tabi ki… Nasıl gösterecez… (düşünüyor)*

Hepsi düşünüyor…

H öğrencisi: *Şöyle: -8 di. -11 sonra -14, devam eder bir hafta sonra -29 derece olur.*

P öğrencisi: *Niye?*

H öğrencisi: *Çünkü gittikçe sıcaklığı düşüyor. Daha soğuk olur. Pozitifin tam tersiydi ya. Sayı arttıkça daha soğuk olur.*

J öğrencisi: *Evet, öyleydi.*

P öğrencisi: *Tamam, devam edelim.*

H öğrencisi: *Sonra 5 gün boyunca 2 derece artıyor.*

J öğrencisi: *O halde daha sıcak olacak.*

H öğrencisi: *Hah işte onu diyorum. (sevinerek)*

H öğrencisi: *En son -29 du. Sonra -27, -25, -23, -21, -19 ve en son -17 olur.*

P öğrencisi: *Sıcaklık arttığı için mi böyle oldu? Sayı doğrusundaki gibi… Sağa doğru gittikçe… Hmmm.*

H öğrencisi: *Evet.*

J öğrencisi: *Bence de cevap -17 olur.*

Yukarıdaki dialogdan anlaşıldığı gibi, matematiksel muhakemesi iyi düzeyde olan H öğrencisi (*öntest ortalaması: 3.58, son test ortalaması: 4.51*) gruba liderlik yapmaktadır. H öğrencisi problemi sadece kendisi çözmeyip, arkadaşlarının yanlışlarına da yerinde müdahalede bulunmaktadır. H öğrencisi de dahil tüm grup üyeleri sıcaklığın pozitif veya negatif olacağı noktasında çıkmazda kalmışlardır. Ancak H öğrencisi sıcaklık değeriyle sıcaklığın büyüklüğü kavramlarını arkadaşlarına anlatmakta zorluk yaşasa da doğrusunu bulmayı başarmıştır. H, grup arkadaşlarına sıcaklık değerlerinde sayının büyüklüğü arttıkça sıcaklığın daha düşük olacağını anlatmaya çalışmıştır. H, bu farkı anlatmak için yapmak arkadaşlarına derste öğrendiklerini hatırlatmıştır. H'ın bu yönlendirmesi arkadaşlarının problemi anlamalarını sağlamıştır. Örneğin, P öğrencisi (*öntest ortalaması: 1.50, son test ortalaması: 3.13*) negatif tamsayıları karşılaştırmak için derste öğrendiği sayı doğrusundan faydalanmıştır. P, bu problemdeki sıcaklık değerleri arasındaki ilişkiyi "*Sayı doğrusundaki gibi… Sağa doğru gittikçe…*" şeklinde ifade etmiştir. J öğrencisi (*öntest ortalaması: 2.21, son test ortalaması: 3.25*) ve K öğrencisi (*öntest ortalaması: 1.04, son test ortalaması: 2.71*) grup arkadaşlarıyla birlikte problem çözme noktasında işbirliği içerisinde hareket etmişlerdir. Örneğin, tüm grup üyelerinin sıcaklığın eksi mi yoksa artı mı olacağı hususunda zorluk çektikleri bir anda J, sıcaklığın eksi olacağını emin bir şekilde belirtmiştir. Ancak J, bunu nasıl göstereceğine ilişkin bir açıklamada bulunamamıştır.

Problem-3: *Denizin 12 m derinliğinde bulunan bir dalgıç her dakikada 4 m dalmak üzere 6 dakika daha dalmaktadır. Deniz yüzeyi sıfır kabul edilirse dalgıcın son derinliğini ifade eden tam sayı kaçtır? Açıklayınız.*

Bu problemde, öğrencilerin şu şekilde muhakemede bulunmaları gerekmektedir: Denizin 12 metre derinliğinde bulunan dalgıcın ilk konumu -12'dir. Dalgıç, her dakikada 4 metre dalmak üzere 6 dakika dalarsa, toplamda 6.4=24 metre daha derine dalar. Buradan, dalgıcın son derinliği -12-24=-36 metre olur.

Aşağıda Problem-3'e ilişkin bir grupta işbirliği içerisinde gerçekleştirilen yapıcı tartışmalara yer verilmiştir.

R öğrencisi: *Denizin 12 metre derinliğinde bulunan…*

G öğrencisi: *-12 dir o zaman.*

B öğrencisi: *-12.*

D öğrencisi: *Her dakika 4 metre dalıyorsa, 6 dakikada 24 metre dalar.*

B öğrencisi: *Bilgisayarda gördüğümüz balon ve dalgıç gibi.* [Öğrenme ortamında kullanılan bilgisayar destekli uygulama kastedilmektedir]

D öğrencisi: *O halde -12+(-24)=-36 metrede bulunur.*

R öğrencisi: *-24 çıkarmayacak mıyız?*

G öğrencisi: *Çıkarmak mı?*

D öğrencisi: *Hayır.*

R öğrencisi: *Niye?*

D öğrencisi: *Çünkü eksi yönde yani aşağıda doğru dalmaya devam ediyor, yukarı çıksaydı çıkarırdık. Bilgisayardaki Balon ve dalgıç örneğini hatırlasana, önce -2, sonra -4 sonra -6 diye devam ediyordu.*

R öğrencisi: *Haaa, tamam, hatırladım.*

B öğrencisi: *Derinliği gittikçe arttığı için -36 oluyor yani.* (A öğrencisine bakarak)

D öğrencisi: *Aynen öyle.*

Yukarıdaki dialogdan anlaşıldığı gibi, matematiksel muhakemesi iyi düzeyde olan D öğrencisi (*öntest ortalaması: 2.88, son test ortalaması: 3.50*) gruba liderlik yapmaktadır. Problemi çözmeye diğer grup üyeleri başlasa da D öğrencisi, gerekli işlemleri yapıp çözüme ulaşmaya çalışmıştır. Ancak bazı grup üyeleri derine dalmayı negatif tamsayılarla yeterince ilişkilendirememişlerdir. Örneğin, D öğrencisinin yaptığı *"-12+(-24)=-36 metrede bulunur"* şeklindeki doğru çözümüne R öğrencisi (*öntest ortalaması: 1.08, son test ortalaması: 2.10*) *"-24 çıkarmayacak mıyız?"* şeklinde kendisinden emin olmayan bir tavırla bir itirazda bulunmuştur. D öğrencisi ise bu öğrenciyi ikna etmek için "*Çünkü eksi yönde yani aşağıda doğru dalmaya devam ediyor, yukarı çıksaydı çıkarırdık. Bilgisayardaki Balon ve dalgıç örneğini hatırlasana, önce -2, sonra -4 sonra -6 diye devam ediyordu."* şeklinde öğrenme ortamında kullanılan bilgisayar destekli bir uygulamayı örnek göstermiştir. D öğrencisinin bu müdahalesi etkili olmuş ve öğrenciler tarafından anlamlı bulunmuştur. B öğrencisi (*öntest ortalaması: 2.88, son test ortalaması: 3.50*) ve G öğrencisi (*öntest ortalaması: 1.78, son test ortalaması: 3.51*) grup arkadaşlarıyla birlikte problem çözme noktasında işbirliği içerisinde hareket etmişlerdir.

Problem-4: *Osman, sitenin bahçesinde 7 adım ileri gidip 3 adım geriye giderek yürüyüş yapmaktadır. Aynı sitede oturan ve bir adım mesafesi Osman'ınkiyle aynı olan Veli ise 6 adım ileri gidip 2 adım geriye giderek yürüyüş yapmaktadır. Aynı noktadan aynı yöne doğru yürüyüşe başlayan Osman ve Veli, ayrı ayrı toplamda 125 adım attıklarında aralarındaki mesafe kaç adım olur? Açıklayınız.*

Bu problemde, öğrencilerin şu şekilde muhakemede bulunmaları gerekmektedir: Osman, 10 adımda 4 adım (7 ileri, 3 geri) ilerlediğine göre 125'e en yakın 10'un katı olan 120 adımda 12.4=48 adım ilerler. Osman, kalan 5 adımı da atarak, toplamda 48+5=53 adım ilerlemiş olur. Veli, 8 adımda 4 adım (6 ileri, 2 geri) ilerlediğine göre 125'e en yakın 8'in katı olan 120 adımda 15.4=60 adım ilerler. Veli, kalan 5 adımı da atarak, toplamda 60+5=65 adım ilerlemiş olur. O halde, Osman ile Veli arasında 65-53=12 adım mesafe oluşur.

Aşağıda Problem-4'e ilişkin bir grupta işbirliği içerisinde gerçekleştirilen yapıcı tartışmalara yer verilmiştir.

Ç öğrencisi: *Biraz karışık.*

İ öğrencisi: *Osman, 7 adım ileri gidiyormuş ve 3 adım geri geliyormuş…* (düşünüyor). *O zaman toplamda 4 adım ilerliyor.*

O öğrencisi: *Hayır toplamda 10 adım atıyor, ama başladığı yerden 4 adım uzaklaşıyor.*

İ öğrencisi: *Evet 4.*

Hepsi düşünüyor.

İ öğrencisi: *Veli de 4 adım gidiyormuş.*

Ş öğrencisi: *6 adım ileri 2 adım geri, bu da aynı.*

O öğrencisi: *O da 4 adım uzaklaşıyor. Ama toplamda 8 adım attığında.*

Soruyu çözmek için düşünüyorlar.

O öğrencisi: *Osman toplamda 10 adım ve Veli toplamda 8 adım… Osman daha fazla adım atıyor.*

İ öğrencisi: *7 adım ileri… 3 adım geri… (düşünüyor)*

Ş öğrencisi: *İkisi de aynı miktarda uzaklaştıkları için aralarındaki mesafe sıfır olmaz mı?*

İ öğrencisi: *Ama biri 10 adımda 4, diğeri 8 adımda 4 adım ilerliyor, aynı değil.*

Soru grup üyeleri tarafından defalarca okunuyor.

O öğrencisi: *Osman daha çok adım atıyor…*

Ç öğrencisi: *Ama aynı ilerliyorlar… (kafası karışık bir şekilde)*

İ öğrencisi: *Arkadaşlar, Osman 10 adımda 4 adım ilerliyorsa 125 adımda kaç adım ilerler?*

O öğrencisi: *Orantı kurarsak… ama 125 10'un tam katı değil…*

İ öğrencisi: *Ama… (düşünüyor)*

Sessizlik.

İ öğrencisi: *10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100, 110, 120, 130 ama 130 adım yok. 125 var.*

O öğrencisi: *Tamam işte İ. 120 adım atar önce. Ne olur o zaman? … 10 adımda 4 ise 120 adımda 48 adım ilerler.*

Ş öğrencisi: *Evet.*

Ç öğrencisi: *Peki kalan 5 adım?*

Sessizlik (Herkes düşünüyor)

İ öğrencisi: *7 adımdan sonra ancak geri geliyor. 5 adım daha atar değil mi?*

O öğrencisi: *Evet, 5 adımda 7 adıma varmadığı için geri gelmez. Yani, Osman 48+5=53 adım toplamda ilerler.*

İ öğrencisi: *Evet, 53 adım.*

Ş öğrencisi: *Hmmm.*

Ç öğrencisi: *Çok zor bulduk sonucu.*

Ş öğrencisi: *Veli'ninki?*

O öğrencisi: *Aynı işte… (Konuşuyordu…)*

İ öğrencisi: *Evet, ben söyleyeyim. 8 adımda 4 adım uzaklaştığı için 8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, 72, 80, 88, 96, 104, 112, 120 ama 128 adım yok.*

O öğrencisi: *120 adım atar önce… 8 adımda 4 ise 120 adımda 60 adım ilerler.*

İ öğrencisi: *5 adım daha atacak.*

Ş öğrencisi: *Geri gelmeyecek mi?*

O öğrencisi: *Hayıııır. Geri gelmesi için en az 6 adım atması gerekiyor.*

İ öğrencisi: *O, haklı. Daha 6 adıma varmadığı için sadece öne doğru ilerler. Bu yüzden toplamda Veli, 60+5=65 adım uzaklaşır.*

Ş öğrencisi: *Tamam tamam, anladım.*

Ç öğrencisi: *Aralarındaki mesafe… 65-53=12 adım. Tamam işte bulduk.*

Hep bir ağızdan: *Evet.*

Yukarıdaki dialoğa bakıldığında, matematiksel muhakemesi iyi düzeyde olan İ öğrencisi (*öntest ortalaması: 3.71, son test ortalaması: 4.75*) ve matematiksel muhakemesi orta düzeyde olan O öğrencisi (*öntest ortalaması: 2.21, son test ortalaması: 3.55*) gruba liderlik yapmaktadır. Öğrenciler Osman ve Veli'nin ileri ve sonra geri adım atmalarını nasıl yorumlayacakları hususunda zorluk yaşamışlardır. Öğrenciler işbirliğiyle Osman ve Veli'nin 10 adım ve 8 adımda ne kadar uzaklaştıklarını bulabilmişlerdir. Ancak 125 adımı problemin çözümünde nasıl değerlendireceklerini muhakeme edememişlerdir. İ öğrencisi ve O öğrencisinin problemi adım adım düşünmeleri sonucunda 125'e yakın olan 120 sayısının hem 10 hem de 8'in katı olduğunu fark etmişlerdir. Bu düşünme esnasında, grubun diğer üyeleri çoğunlukla susmayı tercih etmişlerdir. Problem aydınlığa kavuşmaya başlayınca, Ş öğrencisi (*öntest ortalaması: 1.25, son test ortalaması: 2.75*) ve Ç öğrencisi (*öntest ortalaması: 1.25, son test ortalaması: 2.88*) zaman zaman sürece katkı sağlamışlardır. Örneğin, Ç öğrencisi "*Peki kalan 5 adım?*" şeklinde bir ifade kullanarak bu 5 adımın problemin çözümünde önemli olduğunu fark etmiştir. Grup üyeleri işbirliği içerisinde çalışarak, problemi zor da olsa çözmüşlerdir.

Problem-5: *20 sorudan oluşan bir testin cevap anahtarı yanda verilmiştir. Bu testte, hiçbir soruyu çözemeyeceğini anlayan Ahmet cevap kâğıdına, 1-5. soruların cevabını A, 6-10. soruların cevabını B, 11-15. soruların cevabını C ve 16-20. soruların cevabını D olarak işaretliyor. Üç yanlış cevabın bir doğru*

1-A	2-C	3-D	4-A	5-A
6-B	7-D	8-C	9-A	10-B
11-C	12-D	13-B	14-A	15-C
16-B	17-C	18-D	19-B	20-A

cevabı götürdüğü bu sınavda Ahmet'in kaç neti vardır? Açıklayınız.

Bu problemde, öğrencilerin şu şekilde muhakemede bulunmaları gerekmektedir: 1-5. sorularda doğru cevabı A olmayan 2 soru (*2 ve 3. sorular*), 6-10. sorularda doğru cevabı B olmayan 3 soru (*7, 8 ve 9. sorular*), 11-15. sorularda doğru cevabı C olmayan 3 soru (*12, 13 ve 14. sorular*), 16-20. sorularda doğru cevabı D olmayan 4 soru (*16, 17, 19 ve 20. sorular*), bulunmaktadır. Dolayısıyla, Ahmet'in bu testte toplam 2+3+3+4=12 yanlış ve 20-12= 8 doğru cevabı vardır. 3 yanlış 1 doğru cevabı götürdüğüne göre, 12 yanlış 4 doğru cevabı götürür ve Ahmet'in testte 8-4=4 net cevabı kalır.

Aşağıda Problem-5'e ilişkin bir grupta işbirliği içerisinde gerçekleştirilen yapıcı tartışmalara yer verilmiştir.

A öğrencisi: *İlk beş sorunun cevabını A yapmış…*

N öğrencisi: *Bu beş soruda üç tane doğrusu var… 1, 4 ve 5. sorular.*

E öğrencisi: *Üç doğru, iki yanlış.*

E öğrencisi: *6-10 arasında iki doğru, üç yanlış.*

L öğrencisi: *Evet.*

A öğrencisi: *Öyle mi? (düşünüyor).*

N öğrencisi: *Öyle işte. İki tane doğrusu var… 6 ve 10. sorular, üç yanlışı var… 7, 8 ve 9. sorular.*

L öğrencisi: *Sonra…*

Hepsi düşünüyor…

E öğrencisi: *11 ile 15 arasında da iki doğru, üç yanlış.*

N öğrencisi: *O da aynı. İki doğru, üç yanlış.*

E öğrencisi: *16-20 arasında… Bir doğru, dört yanlış.*

L öğrencisi: *Evet.*

N öğrencisi: *Doğru. Bir doğru, dört yanlış.*

E öğrencisi: *O zaman… (düşünüyor)*

N öğrencisi: *Durun, yanlışların hepsini toplayalım.*

E öğrencisi: *3, 6, 9, 12…Toplamda 12 yanlışı var.*

N öğrencisi: *12 yanlış.*

L öğrencisi: *12 yanlış var toplamda, saydım.*

E öğrencisi: *Üç yanlış bir doğruyu götürüyorsa… (düşünüyor)*

N öğrencisi: *12 yanlış, orantı kurarsak, 4 doğruyu götürür.*

L öğrencisi: *Yok ya 3 doğruyu götürür.*

N öğrencisi: *Hayır hayır, yanlış* buldun.

L öğrencisi: *Nasıl?*

N öğrencisi: *12 nin içinde kaç tane 3 var?*

L öğrencisi: *Sayıyor… 3, 6, 9, 12… Haa tamam, dört tane.*

E öğrencisi: *12 yanlışı var, toplam 20 soruydu. Geriye 8 doğrusu kalır.*

L öğrencisi: *8 doğrusu var.*

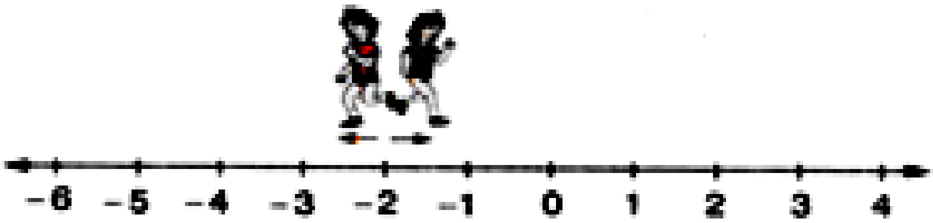
N öğrencisi: Evet.

N öğrencisi: *Bu 8 doğrudan 4 tane de yanlışlardan dolayı gider. Geriye 4 tane net cevabı kalır.*

Hepsi aynı anda: Evet.

Dialogdan da anlaşılacağı üzere, matematiksel muhakemesi iyi düzeyde olan N öğrencisi (*öntest ortalaması: 3.54, son test ortalaması: 4.29*) gruba liderlik yapmaktadır. N öğrencisi problemi sadece kendisi çözmeyip, arkadaşlarının yanlışlarına da yerinde müdahalede bulunmaktadır. N öğrencisi, 3 yanlış 1 doğru cevabı götürüyorsa, 12 yanlış 4 doğru cevabı götürür şeklinde orantı kurarak sonuca ulaşmıştır. Diğer grup üyeleri işbirliği içerisinde davranarak N öğrencisiyle birlikte çözüme ulaşmaya çalışmışlardır.

Problem-6:



Ayşe ile Fatma sayı doğrusu üzerinde -2 noktasından zıt yönlerde aynı anda ve aynı hızla koşmaya başlıyorlar. Aralarındaki uzaklık 10 birim olduğunda, bulundukları noktaların gösterdiği sayıların toplamı kaçtır? Açıklayınız.

Bu problemde, öğrencilerin şu şekilde muhakemede bulunmaları gerekmektedir: Ayşe ile Fatma aynı anda ve aynı hızla koştuklarından aynı mesafeleri alacaklardır. Bu nedenle, aralarındaki uzaklık 10 birim ise, her biri farklı yönlerde 5'er birim koşmuştur. Ayşe 5 birim sol tarafa koştuğunda, -2-5=-7 noktasında, Fatma ise 5 birim sağ tarafa koştuğunda -2+5=+3 noktasında bulunur. O halde, ikisinin bulundukları noktaların gösterdiği sayıların toplamı -7+(+3)=-4 olur.

Aşağıda Problem-6'ya ilişkin bir grupta işbirliği içerisinde gerçekleştirilen yapıcı tartışmalara yer verilmiştir.

H öğrencisi: *İkisi arasındaki uzaklık 10 birim olacak…* (düşünüyor)
P öğrencisi*: Kim ne kadar uzaklaşacak?*
J öğrencisi: *Aynı koşacaklar.*
K öğrencisi: *Biri sağ yönde +5 noktasında ve diğeri sol tarafta -5 noktasında duracaktır.*

Birbirlerine bakıyorlar (Doğruluğu hususunda).

H öğrencisi: *Hayır. Öyle değil. Sıfır noktasından başlamıyorlar ki…*
J öğrencisi: *Evet, -2 noktasından başlıyorlar.*
H öğrencisi: *-2 den sağa ve sola 5 er birim koşacaklar.*
P öğrencisi: *Doğru.*
H öğrencisi: *Ayşe için; -2 +(-5)=-7 ve Fatma için; -2+(+5)=+3 olur.*
K öğrencisi: *Ama sayı doğrusunda -7 yok.*

J öğrencisi: *Sen varsayacaksın ya da çizeceksin zaten.*

J öğrencisi: *Fatma, +3 noktasında doğru. Ayşe… -7 mi?*

H öğrencisi: *Bak hele J. Sayı doğrusunda sola doğru -2 noktasından 5 adım çizelim.*

H öğrencisi, sayı doğrusunda sola doğru birer birim ilerleyecek şekilde çiziyor.

H öğrencisi: *-7 noktasını da biz çizeceğiz arkadaşlar.*

J öğrencisi: *Tamam tamam.*

P öğrencisi: *Çizdiğimizde daha iyi anladım.*

K öğrencisi: *Ben de.*

J öğrencisi: *O halde -7+3=-4 olur.*

H öğrencisi: *Ben de -4 buldum.*

Yukarıdaki dialogdan anlaşıldığı gibi, matematiksel muhakemesi iyi düzeyde olan H öğrencisi (*öntest ortalaması: 3.58, son test ortalaması: 4.51*) gruba liderlik yapmaktadır. H öğrencisi problemi sadece kendisi çözmeyip, arkadaşlarının yanlışlarına da yerinde müdahalede bulunmaktadır. Örneğin, H öğrencisi K öğrencisinin "*Biri sağ yönde +5 noktasında ve diğeri sol tarafta -5 noktasında duracaktır"* şeklindeki düşüncesinin yanlış olduğunu sayı doğrusu üzerinde belirtmiş ve K'nın yanlışının farkına varmasını sağlamıştır. Ayrıca H, sayı doğrusunda Ayşe'nin varacağı nokta olan -7 sayısını kendilerinin sayı doğrusunda yazacaklarını ifade etmiş ve grup arkadaşlarının kafalarındaki karışıklığın giderilmesine yardımcı olmuştur. Hatta P öğrencisi H'nin sayı doğrusu üzerinde gösterimler yapması sonrasında "*Çizdiğimizde daha iyi anladım*" ifadesini kullanmıştır. Tüm grup üyeleri arkadaşlarıyla birlikte problem çözme noktasında işbirliği içerisinde hareket etmişlerdir.

Yukarıda aktarılan grup tartışmalarından da anlaşılacağı gibi, öğrencilerin kendi aralarında yaptıkları işbirlikli tartışmaların hem grupta dayanışma sağladığı hem de grup üyelerinin birbirlerinden faydalanmalarını sağladığı söylenebilir. Bu tartışmalarda genellikle matematiksel muhakemesi iyi düzeyde olan öğrencilerin gruba liderlik yaptıkları ve arkadaşlarının zorluk çektikleri, anlamadıkları noktalarda kendilerine yardımcı oldukları görülmüştür. Bu işbirliğinden sadece düşük matematik performansına sahip öğrenciler yararlanmamış, matematik performansı yüksek olan öğrencilerin de diğer arkadaşlarından zaman zaman gerekli noktalarda faydalandıkları gözlenmiştir. Özetle, bu öğrenme ortamında farklı matematik performansına sahip öğrencilerden gruplar oluşturularak gerçekleştirilen öğretim sayesinde, öğrencilerin işbirliği içerisinde yapıcı tartışmalar yapmalarını sağlayarak birbirlerinin eksiklerini giderdikleri ve sürecin sonuna doğru daha iyi muhakemede bulundukları söylenebilir.

4.2. Sürece Katılan İlköğretim Matematik Öğretmenlerinin ve 7. Sınıf Öğrencilerinin Tasarlanan Öğrenme Ortamıyla İlgili Görüşlerine İlişkin Bulgular ve Yorum

"Sürece katılan ilköğretim matematik öğretmenlerinin tasarlanan öğrenme ortamına ilişkin görüşleri nelerdir?" ve "7. sınıf öğrencilerinin tasarlanan öğrenme ortamına ilişkin görüşleri nelerdir?" şeklinde ifade edilen alt problemlere ilişkin bulgular, yapılan içerik analizi sonucunda ulaşılan alt kategoriler ve bu kategorileri kapsayan ana kategoriler olarak sunulmuştur. Her bir alt kategoriye ilişkin öğrenci görüşlerine (*görüşme ve günlüklerden hareketle*) ve öğretmen görüşlerine (*görüşme ve gözlemlerden hareketle*) yer verilerek her bir kategori ayrı ayrı yorumlanmıştır. Ulaşılan ana kategoriler ve bu ana kategorileri oluşturan alt kategoriler Tablo 4.2'de sunulmuştur.

Tablo 4.2.
Kodlardan Elde Edilen Ana ve Alt Kategoriler

Ana Kategoriler	Alt Kategoriler
ETKİLİ VE KALICI ÖĞRENMEYİ SAĞLAMA	▪ Görselleştirme ▪ Somutlaştırma ▪ Yapıcı Tartışmalar ▪ Farklı Öğretim Yöntemleri Kullanma ▪ Etkili Dönütler Verme ▪ Günlük Yaşamla İlişkilendirme
MUHAKEMEYİ GELİŞTİRME	▪ Açık Uçlu Problemler Kullanma ▪ Öğrencilerin Açıklamalarına İmkân Tanıma ▪ Yanlışlardan Hareketle Doğruya Ulaştırma ▪ Sebep-Sonuç İlişkisi Kurma ▪ Farklı Çözüm Stratejilerini Teşvik Etme ▪ Grupça Problem Çözme

Tablo 4.2 *(Devamı)*

DERSE KATILIMI ARTTIRMA	▪ Süreci Eğlenceli Hale Getirme ✓ *Eğitsel Oyunlarla* ✓ *Karikatürlerle* ✓ *Bilgisayar Destekli Uygulamalarla* ✓ *Somut Materyallerle* ▪ Pekiştireç Kullanma ▪ Bireysel Farklılıkları Göz Önüne Alma
SINIF YÖNETİMİ	▪ Gürültü ▪ Yazı Yazmama ▪ Zaman Problemi ▪ Sınıf Hâkimiyeti ▪ Not Kaygısı Taşımama ▪ Merkezi Sınavdaki Başarıya Etkisi

4.2.1. Etkili ve Kalıcı Öğrenmeyi Sağlama

Bu bölümde, *Etkili ve Kalıcı Öğrenmeyi Sağlama* ana kategorisine cevap bulabilmek amacıyla her bir alt kategoriye ilişkin öğretmen ve öğrenci görüşlerine yer verilmiştir. Ayrıca öğretmen ve öğrenci görüşlerini destekleyen gözlemler ve günlükler varsa ilgili yerde ele alınmıştır.

4.2.1.1. Görselleştirme

Tasarlanan öğrenme ortamında görselliğin ön plana çıktığı ve bunun da kalıcı öğrenme sağladığı araştırmaya katılan öğrenci ve öğretmenler tarafından belirtilmiştir. Bu anlamda, A öğretmeni düşüncelerini "*Araştırmacı, projeksiyonu kullanarak kazanımları birçok farklı görselle ve karikatürlerle sundu. Her bir kazanım, öğrencilerin günlük yaşamlarında karşılaştıkları türden örnekler projeksiyonla görselleştirildi. Süreç boyunca öğrencilerin görsellere daha fazla odaklandıklarını gördüm. Bu yolla, konuların öğrencilerin akıllarında daha iyi yer edineceğini rahatlıkla söyleyebilirim*" şeklinde açıklamıştır. Benzer düşünceler dile getiren B öğretmeni ise "*Her kazanım için bazen bilgisayarda bazen de kağıt ortamında görsel figürler* *kullanıldı. Öğrencilere sunulan karikatürler ve bilgisayardaki resimler sayesinde öğrenciler görsel, işitsel birçok duyu organıyla konuları kavradılar. Öğrenmede görmek duymaktan daha etkili olduğu için bu figürlerin öğrencilerin daha iyi öğrenmesini sağladığını düşünüyorum*" şeklinde görüş bildirmiştir. Yine B öğretmeni düşüncelerini "*Derste görsellere yer verilmekteydi. Hazırlanan çalışma kâğıtları öğrencilerin yorum kazanmalarına oldukça katkı sağladı. Görseller daha kalıcı oluyor, ezberden kurtarıyor*" şeklinde açıklamıştır.

Tasarlanan öğrenme ortamında görsellere yer verilerek daha etkili öğrenme sağlandığı öğrenciler tarafından da ifade edilmiştir. Bu bağlamda, bazı öğrencilerin günlüklerinde yazdıkları bazı ifadeler aşağıdaki gibidir:

> … Hocamız, dersi görsel olarak anlattı. Normal matematik dersinden çok farklıydı. Karikatür gibi resimlerle güzel uygulamalar gösterildi… (K öğrencisi)

> … Görseller çoktu, bu da konuyu daha iyi anlamamızı ve sonradan hatırlamamızı sağlıyor… (D öğrencisi)

> … Görsel olarak ders işlendiği için daha kalıcı oluyor. Örneğin üç hafta önceki bilgisayarda balon ve dalgıç resmi hala aklımda… (J öğrencisi)

> … Özellikle karikatürler, bazen fikirlerimizi değiştirse de sonradan anlaşılıyor oluyor. İçindeki şekiller ve insanlar, hayvanlar, rakamlar, mesela asansör örneği aklımda kalmış… (G öğrencisi)

Bu öğrenme ortamında görselleştirmenin yapıldığı, gerçekleştirilen bir görüşmede D öğrencisi tarafından "*Bu şekilde sıkıcı olmuyor, resimlerle komik oluyor ve ilgimizi çekiyor. Sınıfta derse hiç katılmayan arkadaşlarımız bile resimlere bakıp konuştular"* şeklinde dile getirilmiştir. P öğrencisi tarafından ise "*Oyun ve resimlerle matematik öğrenmek bana daha kolay ve eğlenceli geldi ve bu dersi daha iyi anladım*" şeklinde ifade edilmiştir. Benzer şekilde, L öğrencisi ise "*Ben bu matematiği daha çok sevdim, karikatürleri gördük, dart oyunu oynadık. Bilgisayardan resimler gösterildi. Bu daha kalıcı…"* şeklinde görüş bildirmiştir. Görüşme, gözlem ve günlük verileri birbiriyle teyit edildiğinde hem öğretmenler hem de öğrenciler bu öğrenme ortamında görselleştirme yapılarak daha etkili ve kalıcı öğrenme sağlandığını ifade etmişlerdir. Bu bulgudan hareketle, tasarlanan öğrenme ortamının görsellik sunarak etkili ve kalıcı öğrenme sağladığı söylenebilir.

4.2.1.2. Somutlaştırma

Tasarlanan öğrenme ortamında yapılan somutlaştırmanın eğlenceli ve kalıcı öğrenme sağladığı öğretmen ve öğrenciler tarafından dile getirilmiştir. Bu yönde görüş bildiren B öğretmeni düşüncelerini, "*Araştırmacı, dersin başlangıcında kesir tahtası materyalini kullandı. Kesir tahtasının özelliği hem kesir kavramını ifade etmesi hem de yarım ve çeyreklerin yer değiştirebilmesiydi. Bu materyalle, öğrenciler bir bütünün kaç parçaya ayrıldığı kaçının alındığı veya taranan bölgenin kaçta kaçı ifade ettiği gibi kafalarında oluşan soruların cevaplarını görmüş oldular. Ayrıca kesir tahtasında payların bir olmasından dolayı payı eşit olan kesirlerin sıralaması öğrenilmiş oldu. Bu arada öğrenciler hazırlanan karikatür ve etkinlik kağıtları sayesinde konuyu kavradılar. Öte yandan önceden hazırlanan kesirlerden oluşan bölgeleri içeren dart tahtası sayesinde öğrenciler hem eğlenceli bir şekilde oyun oynadılar hem de kesirleri sıralamayı öğrenmiş oldular*" şeklinde ifade etmiştir. A öğretmeni ise "*Görsel materyaller konuyu anlamada ve problemleri çözmede yararlı olmuştur. Öğrenci kitaptaki şekil ya da cisimleri bizzat somut olarak gördüğünde dikkat çekici oluyor ve derse ilgiyi arttırarak öğrenmeyi kolaylaştırmaktadır. Ayrıca öğrenciler materyalle oyunlar oynadıklarında daha eğlenceli oluyor*" şeklinde görüş bildirmiştir.

Bu öğrenme ortamında somut materyal kullanılarak daha eğlenceli ve etkili öğrenme sağlandığı öğrenciler tarafından da ifade edilmiştir. Bu bağlamda, bazı öğrencilerin günlüklerinde yazdıkları bazı ifadeler aşağıdaki gibidir:

> … Eğlenerek öğrendik, kesir ve tam sayılar konularında hocamızın tasarladığı materyallerle oynadık. Görsel materyallerden yararlandık, bu da matematiğe bakış açımızı, soruları çözme şeklimizi ve anlayışımızı değiştirdi. Artık matematik daha güzel ve daha kolay geliyor… (B öğrencisi)

> … Bilgisayardaki karikatürler ve materyallerle yapılan ders çok güzel oldu. Materyallerle yaptığımız oyunlar ve uygulamalarla birlikte matematik bilgimiz de arttı. Keşke önceki derslerimiz de böyle işlenseydi… (K öğrencisi)

> … Materyalleri hep ders kitaplarımızda görüyorduk. Burada materyalleri bizzat somut olarak gördük ve bu materyallerle kesirlerde toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemleri, denklik, sıralama ve tamsayılarda dört işlem ve sıralamayı öğrendik… (E öğrencisi)

Bu öğrenme ortamında somutlaştırmanın yapıldığı, gerçekleştirilen bir görüşmede M öğrencisi tarafından "*Kesir tahtası materyalinde kesirlerde denklik, birim kesir ve dartlarda kesirlerde ve tamsayılarda sıralamayı öğrenmiş olduk. Hem de oyun şeklinde eğlenerek …"* şeklinde dile getirilmiştir. Ş öğrencisi ise düşüncelerini "*Sarı kartonlar üzerinde çizilmiş kesir sayılarıyla toplama, çıkarma, çarpma ve bölmenin nasıl yapıldığını görsel olarak gördük. Örneğin, çarpma işleminde yatay ve dikey olarak taranan bölgelerin kesiştiği bölgenin çarpma işleminin sonucu olduğunu öğrendik…* " şeklinde ifade etmiştir. Görüşme, gözlem ve günlük verileri birbiriyle teyit edildiğinde hem öğretmenler hem de öğrenciler bu öğrenme ortamında somutlaştırma yapılarak eğlenceli ve kalıcı öğrenme sağlandığını ifade etmişlerdir. Bu bulgudan hareketle, tasarlanan öğrenme ortamında yapılan somutlaştırmanın eğlenceli ve kalıcı öğrenme sağladığı söylenebilir.

4.2.1.3. Yapıcı tartışmalar

Öğretmen ve öğrenciler, tasarlanan öğrenme ortamında heterojen olarak düzenlenmiş gruplarda öğrenciler arasında geçen yapıcı tartışmalar sayesinde öğrencilerin daha aktif davrandıklarını ve birbirlerinden öğrendiklerini ifade etmişlerdir. Bu yönde görüş bildiren A öğretmeni düşüncelerini "*Pasif öğrenciler gruptaki diğer arkadaşlarıyla etkileşim halinde daha aktif oldular. Ayrıca öğrenciler grup içerisinde eşit konuşma ve söz alma hakları olduklarını hissettiler. Grupta çekinmeden yanlış veya doğru bilgilerini paylaştılar ve takıldıkları yerlerde grup arkadaşlarından yardım aldılar*" şeklinde açıklamıştır. B öğretmeni ise "*Pasif öğrenciler grup arkadaşları sayesinde daha aktif hale geldiler. Grup çalışması yapıldığı için birlikte çözülen sorularda yanlışlar olsa da fikirlerini rahatlıkla ifade etmişlerdir. Sınıfta dersin farklı matematik başarısına sahip öğrencilerin bir araya getirilmesiyle grup şeklinde işlenmesi öğrencilerin birbirinden de öğrenmelerini sağlamıştır. Kötü düzeyde olan öğrenciler daha iyi düzeyde olan öğrencilerden öğrenebilmişlerdir.*" şeklinde görüş bildirmiştir.

Bu öğrenme ortamında, işbirlikli gruplar sayesinde öğrencilerin sürece daha etkin katılarak birbirlerinden öğrendikleri öğrenciler tarafından da ifade edilmiştir. Bu bağlamda, bazı öğrencilerin günlüklerinde yazdıkları bazı ifadeler aşağıdaki gibidir:

> … Grupça yaptığımız çalışmalarda bilmediğimiz şeyleri arkadaşlarımızdan öğrendik… (R öğrencisi)
>
> … Grup çalışması sayesinde kafamızı daha fazla yoruyoruz. Herkes kendi fikrini öne sürüyor ve sonuç olarak ortaklaşa bir fikirle davranıyoruz. Bence grup çalışmasının büyük bir faydası oluyor… (J öğrencisi)
>
> … Grupla birlikte çalışmanın bireysel çalışmadan daha iyi olduğunu ve birlikte hareket edince ne kadar güzel olduğunu öğrendim… (Z öğrencisi)
>
> … Küme ve grup çalışması beni pozitif yönde etkiliyor. Arkadaşımla soru üstünde konuşmak tartışmak hoşuma gidiyor. Sürekli birbirimizle iletişim içinde olmamız bizi iyi yönde etkiliyor… (M öğrencisi)
>
> … Bu dersin grupça olması iyi bir şey. Çünkü kendin tek başına yapman biraz zor ve yanlış yapınca tüm grupça oluyor… (U öğrencisi)

Bu öğrenme ortamında öğrencilerle gerçekleştirilen bir görüşmede yapıcı tartışmalarla ilgili D öğrencisi "*çözemediğimiz problemleri grup arkadaşlarımızla birlikte çözüyorduk. Daha önceki derslerde anlamadığını sormayan arkadaşlarımız, bu derslerde grup arkadaşlarına çekinmeden sorabiliyorlardı."* şeklinde görüş bildirmiştir. Başka bir görüşmede bu yönde görüş bildiren G öğrencisi düşüncelerini "*Daha önceki derslerimizde derse hiç katılmayan arkadaşlarımız da bu şekilde derse katıldılar. Bu dikkatimi çekti. Örneğin X arkadaşımız gruptaki arkadaşlarıyla problemleri düşünüyordu ve derse istekle katılıyordu.*" şeklinde ifade etmiştir. Görüşme, gözlem ve günlük verileri birbiriyle teyit edildiğinde, hem öğretmenler hem de öğrenciler bu öğrenme ortamında heterojen gruplarda öğrenciler arasında gerçekleşen yapıcı tartışmaların öğrencilerin daha aktif olmalarını ve birbirlerinden öğrenmelerini sağladığını ifade etmişlerdir. Bu bulgudan hareketle, tasarlanan öğrenme ortamında öğrencilerin kendi aralarında gerçekleştirdikleri yapıcı tartışmalar sayesinde öğrencilerin daha aktif oldukları ve birbirlerinden öğrendikleri söylenebilir.

4.2.1.4. Farklı öğretim yöntemleri kullanma

Öğretmen ve öğrenciler, tasarlanan öğrenme ortamında farklı öğretim yöntemlerinin kullanılmasının birden fazla duyu organına hitap edilerek daha etkili ve kalıcı öğrenme sağladığını belirtmişlerdir. Bu yönde görüş bildiren A öğretmeni düşüncelerini "*Araştırmacı, konuyu projeksiyonda çeşitli görsellerle ve karikatürlerle sundu. Öğrencilerin birden fazla duyu organına hitap ederek ve sebep-sonuç ilişkisi kurmalarına yardımcı olarak, konuyu daha iyi kavramalarını sağladı ve öğrenmeyi kolaylaştırdı. Dersin sonlarına doğru öğrencilere oyunlar oynatılarak konu pekiştirildi. Öğrenciler oyun oynayarak hem eğlendiler hem de konuyu daha iyi kavradılar.*" şeklinde ifade etmiştir. B öğretmeni ise "*Öğrencilere sunulan karikatürler ve bilgisayardaki resimler sayesinde öğrenciler görsel, işitsel, duyusal olarak konuyu kavradılar. Verilen karikatürlerdeki diyaloglar çocuklar için konuyu daha da cazip hale getirdi. Pozitif ve negatif sayıların toplanıp çıkarılması işlemlerinde hazırlanan etkinlik kağıtlarının rolü çok büyük oldu. Etkinlik kağıtları sayesinde toplama ve ve çıkarma işlemi öğrencilere kavratıldı. Sayı doğrusu modeli üzerinde yapılan çalışmalar ve dört işlemin ifade edilmesi ayrıca bilgisayar destekli modelleme çalışmaları öğrencilerin derse olan ilgisini bir kat daha artırdı. Daha sonra hocamızın hazırlamış olduğu dart oyunu materyali üzerinde pozitif, negatif ve sıfırı belirten alanlar vardı. Bu da tamsayıları ve tamsayılarda dört işlemi vermek için etkili oldu*" şeklinde görüş bildirmiştir. Yine A öğretmeni "*Dersin somut materyaller, bilgisayar-projeksiyon, karikatürler ve oyunlardan yararlanarak işlenmesi öğrencilerin muhakeme güçlerini daha fazla kullanmalarını sağladı ve dersi zevkli hale getirerek öğrenci katılımını arttırdı*" şeklinde görüş bildirmiştir. Yine B öğretmeni "*Görsel olarak komik şeyler olduğu için ve bizim yaptığımız öğretimden farklı olduğu için öğrencilerin dikkatini çekti. Çocuklar çizgi filmleri sevdikleri için ve gösterdiğiniz karikatürlerdeki kişi ve nesneler çizgi film havası verdiğinden ilgilenmelerini sağlamıştır. Bu sayede karikatürlerde vermek istediğiniz matematik kazanımını vermenin kolaylaşacağını düşünüyorum. Bir kazanımı farklı yöntemlerle vermeniz konuyu pekiştirmeye ve daha iyi öğrenilmesine katkıda bulunduğunu söyleyebilirim*" şeklinde görüş bildirmiştir.

Bu öğrenme ortamında, kullanılan farklı öğretim yöntemleri sayesinde daha kolay öğrenme sağlandığı öğrenciler tarafından da dile getirilmiştir. Bu bağlamda, bazı öğrencilerin günlüklerinde yazdıkları bazı ifadeler aşağıdaki gibidir:

> … Bu şekilde matematik dersi daha eğlenceli oldu. Beraber problem çözdük, oyunlar oynadık, eğlendik, güldük. Ben bu matematiği daha çok sevdim, karikatürleri izledik, dart oyunu oynadık. Bilgisayardan video veya resimler gösterildi... (W öğrencisi)

> … Hem görsel hem işitsel hem dokunma duyularımızı kullandık, bu da konuyu iyi kavramamı sağladı. Matematik dersinin şimdiki hali daha keyifli hem neşeli hem de komik geçti. Derste oyun oynattılar, çok güzeldi. Karikatür dağıttılar, çok keyifli geçti, çok keyifli bir ders oldu. Düşünmemize faydası şöyle oldu: Konuyu beyin fırtınası yaparak öğrencik ve problemleri de arkadaşlarla birlilkte çözdük… (I öğrencisi)

> … Bilgisayardan oyunlar oynadık. Karikatürlerle ve hikayelerle matematiği iyi anladık. Grupça güzelce soru çözdük. Ödüller kazandık. Sorular çözdük. Gruplarda arkadaşımın bilmediğini ben ve benim bilmediğimi de arkadaşım bana söyledi. Bence böyle matematik öğrenmek daha güzel. Matematiğin daha güzel olması için böyle etkinlikler yapılması gerekiyor… (R öğrencisi)

> … Öncelikle önceki derslerimize hiç benzemiyordu. Bizlere eğlenceli farklı yöntemlerle anlatmaya çalıştılar. Bence bu yöntemleri uygulayarak bilgimizin kalıcı olmasını sağladılar. Karikatürleri kullandılar mesela. Hem güldük hem bilgilerimizi tazeledik. Arkadaşlarımla soru çözerken bilgilerimizi paylaştık ve tam bir grup çalışması sergiledik. Sonra oyun oynadık çok eğlendik ama maalesef kaybettik. Bugün gerçekten çok eğlendik… (J öğrencisi)

Bu öğrenme ortamında öğrencilerle gerçekleştirilen bir görüşmede, kullanılan farklı öğretim yöntemleriyle ilgili A öğrencisi görüşlerini "*Daha önceki derslerimizde çok yazı yazıyorduk, bu derslerde hem çok yazı yazmıyoruz hem de konu anlatımı üzerinde daha çok duruldu. Aynı konu bilgisayarla, karikatürle, materyallerle, oyunlarla anlatıldı.*" şeklinde açıklamıştır. N öğrencisi ise "*Önceki derslerimizde çok soru çözülmüyordu ve bilgisayar, karikatür, oyun yoktu. Öğretmenimiz anlatıyordu, biz de dinleyip yazıyorduk. Bu derslerde hem konu çok fazla anlatıldı hem de çok zor problem çözdük.*" şeklinde görüş bildirmiştir. Görüşme, gözlem ve günlük verileri birbiriyle teyit edildiğinde, hem öğretmenler hem de öğrenciler bu öğrenme ortamında farklı öğretim yöntemlerinin kullanılmasının çok yönlü öğrenmeyi sağladığını ifade etmişlerdir. Bu bulgudan hareketle, tasarlanan öğrenme ortamında kullanılan farklı öğretim yöntemleri sayesinde öğrencilerin daha etkili ve kalıcı öğrendikleri söylenebilir.

4.2.1.5. Etkili dönütler verme

Öğretmen ve öğrenciler, tasarlanan öğrenme ortamında araştırmacı tarafından verilen yerinde dönütlerin öğrencilerin yanlışlarını görmelerine ve düzeltmelerine yardımcı olduğunu ifade etmişlerdir. Bu yönde görüş bildiren B öğretmeni düşüncelerini "*Sunulan sorunun cevabını bilmeyen öğrenciler, öğretmenin geri dönütleri sayesinde sorunun çözümünü kavramış oldular. Çocuklar hem grup arkadaşlarından hem de öğretmenden soruların çözümünü öğrenmişlerdir. Sınıf içerisinde etkinlikler rahatlıkla gerçekleştirilmekte ve her öğrenciye söz hakkı verilmektedir. Öğrencilerin takıldıkları noktalarda öğretmen müdahalede bulunarak ipucu vermiştir.*" şeklinde açıklamıştır. A öğretmeni ise "*Öğrencilerin problem çözerken zaman zaman belli bir noktadan sonra tıkandıklarını gözlemledim. Öğretmenin gruplara müdahale edip, öğrencilere geri bildirim vermesi onlara problemi çözmek için yol gösterici olmuştur.*" şeklinde görüş bildirmiştir.

Bu öğrenme ortamında, araştırmacı tarafından verilen dönütler sayesinde problemlerin doğru çözülmesine yardımcı olduğu öğrenciler tarafından da dile getirilmiştir. Bu bağlamda, bazı öğrencilerin günlüklerinde yazdıkları bazı ifadeler aşağıdaki gibidir:

> … Bugünkü sorular geçen haftaya göre bizi biraz daha zorladı. İki soruda yanıldık ama öğretmenimiz bize yanlışlarımızı gösterdi ve biz yanlışlarımızı anladık ve düzelttik… (J öğrencisi)
>
> … Sorular çözdük, grupça mantık yürüterek. Yapamadığımız ve grupça zorlandığımız sorularda öğretmenimiz yardımcı oluyordu ama doğru cevabı vermiyordu, sadece ipucu veriyordu… (P öğrencisi)
>
> … Öğretmenimiz bizim çözdüğümüz soruları doğrumu yanlış mı kontrol ediyordu. Bu mantıklı çözümler benim zihnimi her geçen gün geliştiriyor… (Y öğrencisi)

> … Bir soruyu anlamadığımızda öğretmenimiz bize yol gösteriyordu. Öğretmimizin böyle yapması matematiği daha çok sevmemizi sağlıyor… (S öğrencisi)

Bu öğrenme ortamında araştırmacı tarafından verilen yerinde dönütlerle ilgili gerçekleştirilen bir görüşmede N öğrencisi görüşlerini "*Arkadaşlarımızla birlikte bol bol zor problemler çözdük. Sınıfımızın en çalışkanı bile bazı soruları çözemedi. Sorular hemen anlaşılmıyordu. Epey düşündükten sonra öğretmenimizin yardımıyla ancak mantığını anlıyorduk. Bu da daha çok düşünmemizi sağlıyordu.*" şeklinde açıklamıştır. D öğrencisi ise "*Araştırmacı öğretmenizin her bir problemi gruplar soru üzerinde düşündükten sonra (bazı gruplar çözemediler) problemi çözmek için yol göstermesi ve tek tek tüm gruplara anlayıp anlamadıklarını sorması daha iyi anlamamız için iyi oldu.*" şeklinde görüş bildirmiştir. Görüşme, gözlem ve günlük verileri birbiriyle teyit edildiğinde, hem öğretmenler hem de öğrenciler bu öğrenme ortamında araştırmacı tarafından verilen dönütlerin öğrencilerin yanlışlarını görmelerine ve bu yanlışlarını düzeltmelerine yardımcı olduğunu ifade etmişlerdir. Bu bulgudan hareketle, tasarlanan öğrenme ortamında araştırmacı tarafından verilen dönütler sayesinde öğrencilerin daha etkili problem çözdükleri söylenebilir.

4.2.1.6. Günlük yaşamla ilişkilendirme

Öğretmen ve öğrenciler, öğrenme ortamında günlük yaşamla ilişkilendirilerek gerçekleştirilen öğretimin öğrencilere tanıdık geldiğini ve bu sayede etkili öğrenme sağlandığını belirtmişlerdir. Bu yönde görüş bildiren A öğretmeni düşüncelerini "*Öğrenci matematiği ne kadar günlük yaşamla ilişkilendirirse o kadar aklında kalıcı olacaktır. Türkçeyi günlük yaşamında çok kullandığı için daha iyi anlıyor ama matematiği günlük yaşamda az kullanıyor. Öğrenci matematiği günlük yaşamında ne kadar çok kullanırsa o kadar öğrenmesi etkili ve kalıcı olur. Bu ortamda konu anlatımı ve sorular günlük hayatla ilgili olduğundan, bu süreç öğrencilerin gerçek hayattaki problemleri çözmelerine yardımcı olacaktır. Örneğin bilgisayar materyalinde uçan balon ve dalgıç örnekleri günlük yaşamdan seçildiği için pozitif ve negatif kavramlarını öğrenmede daha etkili olacağını düşünüyorum*" şeklinde açıklamıştır. B öğretmeni ise "*Örneğin negatif tamsayıları sıcaklıkla ilişkilendirdiniz, bu çocuklar hava durum raporlarını dinlerken dikkatini çekecektir ya da bunu TV'de gördüğü için sınıfta daha* *da iyi anlayacaktır. Çünkü kendisine daha tanıdık bilindik gelecektir. Örneğin, Erzurum'da hava sıcaklığının -10 C ve Adıyaman'da 10 C olduğunu söylemeniz, sıfırın üstünde ve sıfırın altında olan değerler… Daha soğuk olan Erzurum'da soğuk kavramının negatif tamsayılarla ilişkilendirilmesini sağlar*" şeklinde görüş bildirmiştir.

Bu öğrenme ortamında, günlük yaşamla ilişkilendirilerek gerçekleştirilen öğretim sayesinde kalıcı ve etkili öğrenme sağlandığı öğrenciler tarafından da dile getirilmiştir. Bu bağlamda, bazı öğrencilerin günlüklerinde yazdıkları bazı ifadeler aşağıdaki gibidir:

> … Ben bu matematiği daha çok sevdim, her zaman günlük yaşamda görebileceğimiz karikatürleri izledik. Bilgisayardan dağ resmi, deniz resmi gibi resimler ve video gösterdiler. Bu şekilde konular daha kalıcı oldu… (Z öğrencisi)

> … Tamsayıların hikayesi bir kabileye benzetilerek anlatıldı. Bu kabiledeki üyeler negatif, pozitif ve sıfır aileleri olarak verildi. Aileye benzetilerek anlatılan bu hikaye hala aklımda. Şimdi anlatabilirim… (R öğrencisi)

> … Öğretmenimiz derse başlarken günlük hayattan örnekler verdiyordu. Hemen işlem yapmaya geçmiyordu. Örneğin, pozitifi anlatmak için deniz seviyesinin üstü, kar, alacak; negatifi anlatmak için ise deniz seviyesinin altı, zarar, borç gibi durumları örnek gösterdi… (A öğrencisi)

> … Özellikle karikatürler, bazen fikirlerimizi değiştirse de sonradan anlaşılıyor oluyor. İçindeki şekiller ve insanlar, hayvanlar, rakamlar, mesela asansör örneği aklımda kalmış… (G öğrencisi)

Bu öğrenme ortamında günlük yaşamla ilişkilendirilerek yapılan öğretimle ilgili gerçekleştirilen bir görüşmede C öğrencisi görüşlerini "*Farklı yollarla öğrenmemiz daha iyi öğrenmemizi sağlıyor ayrıca daha geç unutuyoruz. Yani daha kalıcı oluyor. Özellikle güncel hayatla ilgili olan etkinlikler hatırlamamızı sağlıyor*" şeklinde açıklamıştır. G öğrencisi ise "*Günlüklerde de yazmıştım. Özellikle karikatürlerdeki şekiller ve insanlar, hayvanlar, rakamlar, mesela asansör örneği hala aklımda*" şeklinde görüş bildirmiştir. Görüşme, gözlem ve günlük verileri birbiriyle teyit edildiğinde, hem öğretmenler hem de öğrenciler günlük yaşamla ilişkilendirilerek gerçekleştirilen öğretimin kalıcı öğrenme sağladığını ifade etmişlerdir. Bu bulgudan hareketle, tasarlanan öğrenme ortamında günlük yaşamla ilişkilendirilerek gerçekleştirilen öğretim sayesinde öğrencilerin daha etkili ve kalıcı öğrendikleri söylenebilir.

4.2.2. Muhakemeyi Geliştirme

Bu bölümde, *Muhakemeyi Geliştirme* ana kategorisine cevap bulabilmek amacıyla her bir alt kategoriye ilişkin öğretmen ve öğrenci görüşlerine yer verilmiştir. Ayrıca öğretmen ve öğrenci görüşlerini destekleyen gözlemler ve günlükler varsa ilgili yerde ele alınmıştır.

4.2.2.1. Açık uçlu problemler kullanma

Öğretmen ve öğrenciler, öğrenme ortamında kullanılan açık uçlu, düşündürücü problemlerin muhakeme yapmayı gerektirdiğini dolayısıyla bu sürecin matematiksel muhakeme becerisinin gelişmesine katkıda bulunduğunu belirtmişlerdir. Bu yönde görüş bildiren A öğretmeni düşüncelerini "*Bu ortamda çoktan seçmeli sorular yerine açık uçlu düşünmeyi gerektiren sorular soruldu. Çoktan seçmeli sorular muhakemeyi geliştirmez. Öğrencilerle çözülen açık uçlu problemlerin muhakemeyi geliştirdiğini düşünüyorum. Çünkü bu problemlerde öğrenci öncelikle kafa yorup, soruyu anlamaya çalışıyor"* şeklinde açıklamıştır. B öğretmeni ise "*Tamsayılar ve kesirlerle ilgili muhakeme gerektiren sorularda öğrencilerin bocaladıklarını gördüm. Hemen çözemediler. Soruları çözmek için grup arkadaşlarıyla uzun tartışmalar yaptılar. Bu sorular elbette muhakemeyi geliştirecektir. Zaten sürecin sonuna doğru öğrencilerin sorular karşısında daha iyi mantık kurduklarını gördüm. Ancak çekingem bu soruların öğrencileri matematikten korkmalarına yol açması. Çünkü ilk bakışta çözülemeyecek tipten sorulardı*" şeklinde görüş bildirmiştir. Yine B öğretmeni "*Einstein'e sormuşlar, sana bir soru versek, bir saat zaman verseler, 50 dk sorunun çözüm yolları üzerinde düşünürüm. 9 dk bu çözüm yollarından hangisini kullanmam gerektiğini düşünürüm ve 1 dk çözerim demiş. Yani mesele problemi muhakeme edip anlayabilmek. Soruyu anlıyorsanız çözebilirsiniz. Zaten eskiler* de *öyle der; soruyu anlamak çözümün yarısıdır diye. Tamsayılar ve kesirlerle ilgili muhakeme gerektiren bu açık uçlu sorularda öğrencilerin bocaladıklarını gördüm. Hemen çözemediler. Arkadaşlarıyla uzun* *tartışmalar da yaptılar, daha fazla muhakeme etmeleri gerekti. Bu sürecin muhakemelerinin gelişmesine katkı sağlayacağını söyleyebilirim*" şeklinde bir görüş bildirmiştir.

Bu öğrenme ortamında, kullanılan açık uçlu problemlerin muhakemeyi geliştirdiği öğrenciler tarafından da dile getirilmiştir. Bu bağlamda, bazı öğrencilerin günlüklerinde yazdıkları bazı ifadeler aşağıdaki gibidir:

> … Birçok problem çözdük. SBS'de çıkabilecek sorulara benzer sorular da çözdük. Hem eğlendik hem de zihnimizi geliştirdik. Problemler, akıl yürütme açısından çok iyi oldu… (A öğrencisi)

> … Soruların güzel yanı mantıklı ve düşündürüyor olması. Matematik ile ilgili yeni şeyler öğrendik. Bu süre boyunca matematik alanda geliştiğimi gördüm. Mantık açısından ise çok kafa yorucu sorular vardı… (S öğrencisi)

> … Öğretmenimiz bizim çözdüğümüz soruları doğrumu yanlış mı kontrol ediyordu. Bu mantıklı çözümler benim zihnimi her geçen gün geliştiriyor… (E öğrencisi)

> … Bu derste mantık geliştirdim. Sorular bizi düşündürüyordu. Bir soru üzerinde fazla kafa yoruyorduk. Bir sorunun üzerinde birçok çözüm yolu ürettik. Bu da daha mantıklı düşünmemizi sağlıyor… (L öğrencisi)

> … Dersteki soruların mantık yürütmeye faydası oldu. Sorular çok düşündürücüydü. Soruların kolaydan zora dağıtılması daha iyi anlamamızı sağladı… (M öğrencisi)

Bu öğrenme ortamında açık uçlu ve düşündürücü problemlerin kullanılmasıyla ilgili gerçekleştirilen bir görüşmede N öğrencisi görüşlerini "*Arkadaşlarımızla birlikte bol bol zor problemler çözdük. Sınıfımızın en çalışkanı bile bazı soruları çözemedi. Sorular hemen anlaşılmıyordu. Epey düşündükten sonra öğretmenimizin yardımıyla ancak mantığını anlıyorduk. Bu da daha çok düşünmemizi sağlıyordu*" şeklinde açıklamıştır. E öğrencisi ise "*Ben doğruyu söyleyecem, matematikten korkuyordum, hele de böyle zor problemleri görüp yapamayınca. Ama bu derslerde gördüm ki böyle problemleri çözmek o kadar da zor değilmiş. Problem çözmeyi sevmeye başladım bu dersler sayesinde. Ama çok gürültü oluyordu*" şeklinde görüş bildirmiştir. Görüşme, gözlem ve günlük verileri birbiriyle teyit edildiğinde, hem öğretmenler hem de öğrenciler bu öğrenme ortamında kullanılan açık uçlu problemlerin muhakemeyi geliştirmeye katkısının olduğunu ifade etmişlerdir. Bu bulgudan hareketle, tasarlanan öğrenme ortamında kullanılan açık uçlu problemler sayesinde öğrencilerin muhakemelerinin gelişmesine katkı sağlandığı söylenebilir.

4.2.2.2. Öğrencilerin açıklamalarına imkân tanıma

Öğretmen ve öğrenciler, öğrenme ortamında öğrencileri açıklama yapmaya teşvik etmenin ve buna imkân tanımanın öğrencilerin matematiksel muhakeme becerilerinin gelişmesine katkıda bulunduğunu belirtmişlerdir. Bu yönde görüş bildiren A öğretmeni düşüncelerini "*Bu süreçte öğrenci daha aktif hale geldi, fikirlerini son haftalara doğru daha da rahatlıkla açıklayabildiler. Bizim derslerde genelde biz çözeriz sorularımızı. Öğrencilere fikirlerini ve çözüm yollarını açıklamalarını sağlamanız, onların muhakemelerinin gelişmesine katkıda bulunduğunu düşünüyorum. Öğrenci bu şekilde yanlışının farkına vararak doğru çözümü bulacaktır"* şeklinde açıklamıştır. B öğretmeni ise "*Öğrencilerden soruların çözüm yollarını açıklanması yönünde teşvik edilmesi kendilerini rahatlıkla ifade etmelerini sağladı. Pasif öğrenciler bile siz yanlarına gidip çözümlerini dinlediğiniz zaman uğraşmaya başladılar. Yani siz bizzat onların nasıl düşündüklerini sorduğunuzda daha fazla problemlerle uğraşmaya çalıştılar. Bu da daha doğru ve mantıklı düşünmeyi sağladı bence*" şeklinde görüş bildirmiştir.

Bu öğrenme ortamında, öğrencilerin açıklama yapmalarına imkân tanımanın onların matematiksel muhakemelerini geliştirdiği öğrenciler tarafından da dile getirilmiştir. Bu bağlamda, bazı öğrencilerin günlüklerinde yazdıkları bazı ifadeler aşağıdaki gibidir:

> … İlk başta yanlış yaparım endişesiyle çözüm yolumu açıklamıyordum. Sonradan herkesin fikrini rahatlıkla söylediğini görünce ben de hem konu anlatılırken hem de soru çözerken düşündüklerimi söylemeye başladım. İlk başta yanlış cevaplar versem de öğretmenimiz rahat davrandığı için gittikçe daha doğru cevaplar vermeye başladım… (T öğrencisi)

> … Düşüncelerimizi rahatlıkla açıklamamız derse motivemizi arttırıyor. Çünkü öğretmen bize değer veriyordu. Zor problemleri bile arkadaşlarımızla konuşarak

çözüyorduk. Anlamadığımız yerleri öğretmene soruyorduk çekinmeden… (N öğrencisi)

… Önceki derslermizde hiç konuşmayan X arkadaşımız bile çekinmeden konuşuyordu, derse sürekli katılmak istiyordu ve problemleri çözüyordu… (V öğrencisi)

Bu öğrenme ortamında öğrencilerin açıklama yapmalarına imkân tanımayla ilgili gerçekleştirilen bir görüşmede U öğrencisi görüşlerini "*Öğretmenimiz bize düşüncelerinizi çekinmede mutlaka açıklayın deyince ve açıklama yapan arkadaşlarımızı iyi karşılayınca (yanlış yapsalar dahi) tüm arkadaşlarımız çekinmeden konuşmaya başladılar. Bu şekilde birlikte tartışarak hem öğretmenimizle hem de arkadaşlarımızla sorular üzerinde daha çok kafa yoruyorduk ve daha çok mantık yürütüyorduk*" şeklinde açıklamıştır. K öğrencisi ise "*Ben hep bizi dinleyen böyle bir öğretmen istiyordum. Bu derste öğretmen bana arkadaş gibi davranıyordu. Çözüm yollarımı ve fikirlerimi rahatlıkla açıklıyordum. Birlikte problemler üzerinde tartışabiliyorduk*" şeklinde görüş bildirmiştir. Görüşme, gözlem ve günlük verileri birbiriyle teyit edildiğinde, hem öğretmenler hem de öğrenciler bu öğrenme ortamında öğrencilerin açıklama yapmalarına imkân tanımanın muhakemeyi geliştirmeye katkısının olduğunu ifade etmişlerdir. Bu bulgudan hareketle, tasarlanan öğrenme ortamında öğrencilerin açıklama yapmalarına imkân tanınmasının öğrencilerin muhakemelerinin gelişmesine katkı sağladığı söylenebilir.

4.2.2.3. Yanlışlardan Hareketle Doğruya Ulaştırma

Öğretmen ve öğrenciler, öğrenme ortamında öğrencilerin yanlışlarından hareketle doğruya kendilerinin ulaşmalarının matematiksel muhakeme becerilerinin gelişmesine katkıda bulunduğunu belirtmişlerdir. Bu yönde görüş bildiren A öğretmeni düşüncelerini "*Öğretmen sürece yardımcı olan ve yönlendiren bir kılavuz gibi olmalıdır ki öğrenci kendisi yorumlayıp, karar versin. Öğrenciye problemin çözümü buldurmaya çalışılmalıdır. Öğretmenin direkt olarak anlatmasından ziyade öğrencinin kendisinin bulmasını sağlamak öğrencilerin daha çok düşünmelerini sağlayacağından muhakemelerinin gelişmesine yardımcı olur. Bu ortamda böyle bir süreç gözlemledim. Öğrencilerin yanlışlarını kendilerinin düzeltmelerine yardımcı oldunuz*" şeklinde açıklamıştır. B öğretmeni ise "*Öğrencilerin takıldıkları yerlerde direkt olarak doğru cevabı vermektense, onların kendilerinin bulmasını sağladınız. Bu da öğrencilerin sorular üzerinde daha fazla uğraşarak, daha fazla muhakeme yapmalarını sağladı*" şeklinde görüş bildirmiştir.

Bu öğrenme ortamında, öğrencilerin yanlışlarından hareketle doğruya kendilerinin ulaşmalarının matematiksel muhakeme becerilerini geliştirdiği öğrenciler tarafından da dile getirilmiştir. Bu bağlamda, bazı öğrencilerin günlüklerinde yazdıkları bazı ifadeler aşağıdaki gibidir:

> … Biz soruları çözemeyince öğretmenimiz doğru cevabı hemen vermiyordu. Ancak öğretmenimiz bize nasıl bir çözüm yolu kullanacağımızı söylüyordu ve biz de doğru cevabı zor da olsa kendimiz buluyorduk… (Y öğrencisi)

> … Önceki matematik öğretmenimiz biz problemleri yanlış çözünce kendisi doğru çözümü tahtaya yapıyordu. Ama bu derslerde öğretmen genellikle soruyu kendisi çözmedi. Öğretmen bize yol gösterdi, nerede yanlış yaptığımızı söyledi… (P öğrencisi)

> … Öğretmenimiz biz yanlış yapınca, hiç doğru cevabı vermiyordu. Bize bulduruyordu. Bunun için soruları çözmek için çok zorlanıyorduk. Ama sonradan soruları daha kolay çözebildik… (I öğrencisi)

Bu öğrenme ortamında öğrencilerin yanlışlarından hareketle doğruya kendilerinin ulaşmalarıyla ilgili gerçekleştirilen bir görüşmede F öğrencisi görüşlerini "*Soruları kendimiz çözmek zorunda olduğumuz için bazen öğretmenimize niye siz çözmüyorsunuz diyordum. O da bizim yapmamız gerektiğini söylüyordu. Bize problem çözerken takıldığımız yerlerde yardım ediyordu. Özellikle yanlış yapınca nasıl yanlış yaptığımızı söylüyordu. Ama yine biz çözüyorduk, bu yüzden çok zorlanıyorduk, düşünüyorduk*" şeklinde açıklamıştır. Ü öğrencisi ise "*Derslerde öğretmenimiz yanlışlarımıza bakarak, bize doğru yolu bulduruyordu. Tam cevabını vermiyordu. Biz de grup arkadaşlarımızla birlikte daha fazla akıl yürütmek zorunda kalıyorduk*" şeklinde görüş bildirmiştir. Görüşme, gözlem ve günlük verileri birbiriyle teyit edildiğinde, hem öğretmenler hem de öğrenciler bu öğrenme ortamında öğrencilerin yanlışlarından hareketle doğruya kendilerinin ulaşmalarının matematiksel muhakeme becerilerini geliştirmeye katkısının olduğunu ifade etmişlerdir. Bu bulgudan hareketle, tasarlanan öğrenme ortamında öğrencilerin yanlışlarından hareketle doğruya kendilerinin ulaşmalarının öğrencilerin muhakemelerinin gelişmesine katkı sağladığı söylenebilir.

4.2.2.4. Sebep-sonuç ilişkisi kurma

Öğretmen ve öğrenciler, öğrenme ortamında sebep-sonuç ilişkisi içerisinde gerçekleştirilen öğretimin öğrencilerin matematiksel muhakeme becerilerinin gelişmesine katkıda bulunduğunu belirtmişlerdir. Bu yönde görüş bildiren A öğretmeni düşüncelerini "*Biz konuları işlerken matematiksel muhakemeyi göz ardı ediyoruz açıkçası. Biz anlatıyoruz ve öğrencilerin soruları çözmelerini* istiyoruz. *Bu şekilde biraz ezbere dayalı oluyor. Öğrencilerin problemleri anlayıp, kendilerinin sebep-sonuç ilişkisi kurmalarına, detaylı bir şekilde yorumlamalarına çok önem vermiyoruz. Bu öğrenme ortamında sebep-sonuç ilişkisine dayalı bir öğretim vardı. Bunun da ezberden ziyade mantıklı düşünmeyi sağladığını söyleyebilirim*" şeklinde açıklamıştır. B öğretmeni ise "*Çocuk yorum yapamıyorsa ne öğrenebilir ki… Yorumlama gücü yoksa ezberleyecektir sadece. Ama yaptığınız gibi sebep-sonuç şeklinde öğretim yapılırsa yorumlama gücü gelişecektir*" şeklinde görüş bildirmiştir.

Bu öğrenme ortamında, sebep-sonuç ilişkisi içerisinde gerçekleştirilen öğretimin öğrencilerin matematiksel muhakeme becerilerini geliştirdiği öğrenciler tarafından da dile getirilmiştir. Bu bağlamda, bazı öğrencilerin günlüklerinde yazdıkları bazı ifadeler aşağıdaki gibidir:

> … Öğretmenimiz çok soru soruyordu bize. Bir şey söyleyeceksek gerekçesini de belirtmemizi isterdi. Sonraları buna alıştık ve soruların bile gerekçelerini söylüyorduk… (H öğrencisi)

> … Bu derslerde *Niçin böyle düşünüyorsun? Neden?* gibi sorular sık sık soruluyordu. Bu sorulara cevap vermek için çok düşünmek zorunda kalıyorduk. Ama bunun faydasını gördük. Yaptıklarımızı yorumlama becerisi kazandırdı bence… (M öğrencisi)

> … Diğer derslerimizdeki gibi sadece problemleri çözmüyorduk. Nasıl çözdüğümüz üzerinde de çok duruyorduk. Hangi strateji kullanmışız, niçin kullanmışız hepsi soruluyordu. Bu zor geliyor ama… (N öğrencisi)

… Yaptıklarımızın nedenleri çok soruluyor. Bu nedenle çok düşünüyor ve aklımız zorlanıyor... (T öğrencisi)

Bu öğrenme ortamında sebep-sonuç ilişkisi içerisinde gerçekleştirilen öğretimle ilgili gerçekleştirilen bir görüşmede L öğrencisi görüşlerini "*Önceki matematik derslerimizde soruların doğru cevabını bulduğumuzda, başka soruya geçiyorduk. Ama bu derslerde niçin bu şekilde çözdüğümüz soruluyor. İlk başta hoşlanmıyorduk bu durumdan. Sonradan alıştık ve nasıl düşündüğümüzü açıklamaya öğrendik*" şeklinde açıklamıştır. A öğrencisi ise *bize hep "neden?" sorusu sorulduğu için çok uğraşıyorduk. Kafamızı zorluyorduk ve bence bu mantığımızı geliştiriyor*" şeklinde görüş bildirmiştir. Görüşme, gözlem ve günlük verileri birbiriyle teyit edildiğinde, hem öğretmenler hem de öğrenciler bu öğrenme ortamında sebep-sonuç ilişkisi içerisinde gerçekleştirilen öğretimin matematiksel muhakeme becerilerini geliştirmeye katkısının olduğunu ifade etmişlerdir. Bu bulgudan hareketle, tasarlanan öğrenme ortamında sebep-sonuç ilişkisi içerisinde gerçekleştirilen öğretimin öğrencilerin muhakemelerinin gelişmesine katkı sağladığı söylenebilir.

4.2.2.5. Farklı çözüm stratejilerini teşvik etme

Öğretmen ve öğrenciler, öğrenme ortamında öğrencileri problem çözerken farklı çözüm stratejilerini kullanmalarına teşvik etmenin matematiksel muhakeme becerilerinin gelişmesine katkıda bulunduğunu belirtmişlerdir. Bu yönde görüş bildiren A öğretmeni düşüncelerini "*Öğrenci konuyu ezberlemek yerine sebep-sonuç ilişkisi kurarak daha iyi anlamıştır. Bu süreçte öğrenciler matematik problemlerini daha iyi anlayarak, öğretmenleri sayesinde farklı çözüm yolları belirleyerek çözmüşlerdir*" şeklinde açıklamıştır. B öğretmeni ise "*Bizler derslerimizde bir tek çözüm stratejisi kullanarak problemleri çözüyoruz ve öğrencileri de bu yönde yönlendiriyoruz maalesef. Bu derslerde öğretmenin öğrencileri problemlere farklı çözüm stratejileri geliştirmeleri yönünde teşvik ettiğini gördüm*" şeklinde görüş bildirmiştir.

Bu öğrenme ortamında, öğrencileri farklı çözüm stratejilerini kullanmaya teşvik etmenin matematiksel muhakeme becerilerini geliştirdiği öğrenciler tarafından da dile getirilmiştir. Bu bağlamda, bazı öğrencilerin günlüklerinde yazdıkları bazı ifadeler aşağıdaki gibidir:

> … Birçok problem çözdük. Problem çözünce yeni çözüm yolları bulduk. Bu da problem çözerken farklı düşünmemizi sağlıyor… (R öğrencisi)
>
> … Öğretmenimiz çözdüğümüz soruları doğru mu yanlış mı diye kontrol ediyordu. Öğretmenin yardımıyla geliştirdiğimiz mantıklı çözümler zihnimizi her geçen gün geliştiriyor… (K öğrencisi)
>
> … Bu derslerde mantık geliştirdim. Çünkü bir soru üzerinde fazla kafa yorduk**.** Bir sorunun üzerinde birçok çözüm yolu ürettik… (M öğrencisi)
>
> … Önceki derslerimizde soruları bildiğimiz bir yoldan çözüyorduk. Ama bu öğretmenimiz bir soruyu başka nasıl farklı çözeceğimizi istiyordu. Burada ikinci bir çözüm yolu bulmak için çok kafa yoruyorduk… (S öğrencisi)

Bu öğrenme ortamında öğrencileri farklı çözüm stratejilerini kullanmaya teşvik etmeyle ilgili gerçekleştirilen bir görüşmede F öğrencisi görüşlerini "*Artık bu derslerden sonra problemleri nasıl çözeceğimi anladım ve daha fazla zor problem çözebilirim. Çünkü biraz daha fazla akıl yürüterek problemlere birden fazla çözüm yolu geliştirebilirim*" şeklinde açıklamıştır. G öğrencisi ise "*Zor problemlerden korkuyordum daha önce. Ama bu derslerde arkadaşlarımız ve araştırmacı öğretmenimizin gösterdiği farklı yollar sayesinde daha iyi çözebilirim artık. Sadece daha fazla düşünmem gerekecek*" şeklinde görüş bildirmiştir. Görüşme, gözlem ve günlük verileri birbiriyle teyit edildiğinde, hem öğretmenler hem de öğrenciler bu öğrenme ortamında öğrencileri farklı çözüm stratejilerini kullanmaya teşvik etmenin matematiksel muhakeme becerilerini geliştirmeye katkısının olduğunu ifade etmişlerdir. Bu bulgudan hareketle, tasarlanan öğrenme ortamında öğrencileri farklı çözüm stratejilerini kullanmaya teşvik etme sayesinde öğrencilerin muhakemelerinin geliştiği söylenebilir.

4.2.2.6. Grupça problem çözme

Öğretmen ve öğrenciler, öğrenme ortamında grupça problem çözmenin matematiksel muhakeme becerilerinin gelişmesine katkıda bulunduğunu belirtmişlerdir. Bu yönde görüş bildiren A öğretmeni düşüncelerini "*Soruların bir kağıtta verilmesi ve gruptaki öğrencilerin birlikte sadece bu kağıt üzerinde çalışmaları birbirlerinden öğrenmelerine yardımcı oldu. Dört kişi biraya gelip soruya odaklanıp soruyu çözmeleri birbirlerinin düşünmelerine katkı sağlıyor*" şeklinde açıklamıştır. B öğretmeni ise "*Bu* *öğrenme ortamında pasif öğrenciler daha aktif hale geldiler. Pasif öğrenciler her grupta daha aktif hale geldiler. Grup çalışması yapıldığı için birlikte çözülen sorularda öğrenciler yanlışları olsa da fikirlerini rahatlıkla ifade etmişlerdir. Bu süreç öğrencileri olumlu yönde etkilemiştir*" şeklinde görüş bildirmiştir.

Bu öğrenme ortamında, grupça problem çözmenin matematiksel muhakeme becerilerini geliştirdiği öğrenciler tarafından da dile getirilmiştir. Bu bağlamda, bazı öğrencilerin günlüklerinde yazdıkları bazı ifadeler aşağıdaki gibidir:

> … Gruptaki arkadaşlarımla soru çözerken bilgilerimizi birbirimizle paylaştık ve tam bir grup çalışması sergiledik. Bu sayede arkadaşlarımızın nasıl problem çözdüklerini farklı bakış açısıyla gördük… (J öğrencisi)
>
> … Bu derslerde grupla birlikte çalışmanın bireysel çalışmadan daha iyi olduğunu ve birlikte hareket edince ne kadar güzel olduğunu öğrendim… (P öğrencisi)
>
> … Bu dersin grupça olması iyi bir şey. Çünkü kendin tek başına bu sorular üzerinde akıl yürütmen biraz zor. Bir de yanlış yapınca tüm grupça oluyor… (R öğrencisi)
>
> … Soruları çözdük grupça, mantık yürüterek soruları çözdük. Tahtada çözümlerimizi doğruladık. Bilmediğimiz soruları öğretmene ya da birbirimize sorarak çözebildik… (H öğrencisi)

Bu öğrenme ortamında grupça problem çözmeyle ilgili gerçekleştirilen bir görüşmede E öğrencisi görüşlerini "*Soruları gruplaşa çözdük. Birbirimizden de öğrendiğimiz için kafamızı daha fazla yorarak zihnimizi açtık ve matematiği daha iyi kavrayabildik*" şeklinde açıklamıştır. C öğrencisi ise "*Grupça çözmek çok faydalı oluyor. Çünkü bu şekilde düşüncelerimizi birbirimize söylüyoruz ve sorular üzerinde tartışıyoruz. Bu da daha fazla akıl yürütmemizi gerektiriyor*" şeklinde görüş bildirmiştir. Görüşme, gözlem ve günlük verileri birbiriyle teyit edildiğinde, hem öğretmenler hem de öğrenciler bu öğrenme ortamında grupça problem çözmenin matematiksel muhakeme becerilerini geliştirmeye katkısının olduğunu ifade etmişlerdir. Bu bulgudan hareketle, tasarlanan öğrenme ortamında grupça problem çözmenin öğrencilerin muhakemelerinin gelişmesine katkı sağladığı söylenebilir.

4.2.3. Derse Katılımı Arttırma

Bu bölümde, *Derse Katılımı Arttırma* ana kategorisine cevap bulabilmek amacıyla her bir alt kategoriye ilişkin öğretmen ve öğrenci görüşlerine yer verilmiştir. Ayrıca öğretmen ve öğrenci görüşlerini destekleyen gözlemler ve günlükler varsa ilgili yerde ele alınmıştır.

4.2.3.1. Süreci eğlenceli hale getirme

Öğretmen ve öğrenciler, tasarlanan öğrenme ortamında farklı yöntemler (*Eğitsel oyunlar, Karikatürler, Bilgisayar destekli uygulamalar, Somut materyaller*) kullanılarak gerçekleştirilen öğretimin eğlenceli olduğu ve dolayısıyla derse katılımı arttırdığını belirtmişlerdir. Bu yönde görüş bildiren A öğretmeni düşüncelerini "*Öğretmen, projeksiyonda konuyu çeşitli görsellerle ve karikatürlerle sundu. Öğrencilerin birden fazla duyu organına hitap ederek anlatılması, öğrencilerin konuyu daha iyi kavramasını sağladı ve öğrenmeyi kolaylaştırdı. Ayrıca oyun, bilgisayar, karikatür gibi farklı yöntemlerin kullanılması dersi eğlenceli hale getirdi ve dolayısıyla öğrencilerin derse katılımını arttırdı*" şeklinde açıklamıştır. B öğretmeni ise "*Öğrenme tüm duyu organlarına hitap edecek şekilde gerçekleşti. Oyunlarla bilgi kalıcı hale geldi. Karikatürlerle dersin işlenişinden zevk aldılar. Sorulara da daha istekli cevaplar verdiler. Bilgisayar üzerinde yapılan etkinliklerde derse daha fazla katılmak istediler. Tüm bu uygulamalar ortamı eğlenceli kıldı*" şeklinde görüş bildirmiştir. Yine A öğretmeni "*Dersin somut materyaller, bilgisayar-projeksiyon, karikatürler ve oyunlardan yararlanarak işlenmesi öğrencilerin muhakeme güçlerini kullanmalarını daha fazla kullanmalarını sağladı ve dersi zevkli hale getirerek öğrenci katılımını arttırdı*" şeklinde görüş bildirmiştir. B öğretmeni ise başka bir düşüncesini "*Öğretmenin dersi bilgisayardan sunumlar yaparak ve çeşitli oyunlarla işlemesi, bilgisayardan sunumlar yapması öğrencilerin konuyu daha iyi kavramalarını sağladı. Oynanan oyunlarla ders daha eğlenceli hale geldi. Öğrenciler hem eğlendiler hem de konuyu daha iyi kavradılar. Sınıftaki pasif ve çekingen olan öğrenciler oynanan oyunlarla daha aktif hale geldiler. Öğrenciler oyunları çok sevdiklerinden, derste oyunların daha çok ve uzun süreli oynamalarını istediler*" şeklinde açıklamıştır. A öğretmeni ise başka bir düşüncesini "*Her çocuk oyun oynamayı sever, sürece etkin bir şekilde katılır. Bu* *ortamda gördüm ki sınıfın en pasifi bile sürece katıldı. Öğrenci bu süreçte hem öğreniyor hem de eğleniyor. Oyunlara ilişkin şöyle bir kaygım vardır: Öğrenciler dersi unutup tamamen oyunlara dalabiliyorlar. Ama siz zaman zaman müdahalede bulunarak matematiği oyunlarda konuşuyordunuz. Bu önemli bir nokta*" şeklinde açıklamıştır.

Bu öğrenme ortamında gerçekleştirilen öğretimin eğlenceli olduğu ve dolayısıyla derse katılımı arttırdığı öğrenciler tarafından da dile getirilmiştir. Bu bağlamda, bazı öğrencilerin günlüklerinde yazdıkları bazı ifadeler aşağıdaki gibidir:

> … Bilgisayar destekli çalışmalar vardı, karikatürler vardı, oyunlar vardı. Bu dersler çok güzel geçti ve çok eğlendik ve matematikle ilgili düşüncelerim değişti… (Ü öğrencisi)

> … Ben bu şekilde matematik işlemeyi sevdim. Çünkü oyun oynayarak, eğlenerek matematik öğrendik. Dart oyunu oynadık. Bilgisayar destekli oyunlar oynadık. Grupça soru çözdük, yarıştık. Bilgisayarda karikatürlere baktık. Canlı oyunlar oynadık. Bu derslerde bütün duyu organlarımızı kullandığımız için öğrenmemize çok katkısı oldu… (S öğrencisi)

> … Hem görsel hem işitsel hem dokunma duyularımızı kullandık bu da konuyu iyi kavramamızı sağladı. Matematik dersinin şimdiki hali daha keyifli hem neşeli hem de komik geçti. Derste oyun oynattılar çok güzeldi. Karikatür dağıttılar o çok keyifli geçti, çok keyifli bir ders oldu. Düşünmemize faydası şöyle oldu: Konuyu beyin fırtınası yaparak anladık ve problemleri de arkadaşlarla beyin fırtınası yaparak çözdük. Ders böyle oldukça eğlenceli geçti… (E öğrencisi)

> … Dersin sonunda oyunlar oynadık. Karikatürler matematik öğrenmemizi kolaylaştırıyordu. Karikatürler aynı zamanda komikti. Grupça yaptığımız çalışmalar sayesinde bilmediğimiz şeyleri arkadaşlarımızdan öğrendik. Birçok arkadaşımız derse katılmak için öğretmenden izin istiyordu. Bence bu ders işleme şekli çok güzel oldu… (H öğrencisi)

> … Bize sevdirerek anlatıyorlarmış. Bu da çok faydalı olmuş. Bu güne kadarki oyunlar, karikatürler, sorular, dersler faydalı olmuş ve anlamamıza katkıda bulunmuş. Son uygulanan testte öncekine göre daha iyi yaptım çünkü… (M öğrencisi)

> … Tam sayılarla ilgili karikatürler verildi. Tahtada tamsayıların hikayesini anlattılar ve tam sayılarda negatif, pozitif ve sıfır ailesini anlattılar. Sıfır ortada kaldı ve arkadaşlarımızla oyun oynadık. Oyunda arkadaşlarımla hem oyunu oynadık hem de tam sayılarda toplama işlemini öğrendik. Bu ders matematik dersini iyi anlamamıza yardım etti. Tam sayıları eğlenerek öğrendim ve bence bu ders en güzel oldu yani yararlı ve zevkli bir ders oldu… (T öğrencisi)

> … Bugün hocamız bilgisayardan bir oyun açtı çok hoşuma gitti. En çok da sevdiğim bütün duyu organlarımı kullandırtmayı öğrettiler bize o yönden çok iyi geçti. Herkes söz sahibiydi, oyunlar güzeldi başarılı olmasam da çok güzel. Derslerde başarı sağladım, dart oyunları çok güzeldi, biraz zor soru çıksada güzeldi… (U öğrencisi)

> … Etkinliklerimiz güzeldi. Bence böyle matematik öğrenmek daha güzel. Matematiğin daha güzel olması için böyle etkinlikler yapılması gerekiyor. Karikatürler çok güzeldi. Ok atarak oyunlar oynadık. Ders çok eğlenceli geçti… (A öğrencisi)

> … Karikatürler de güzeldi ve komikti. Bu ders bizi eğlendirdi. Oyunlar oynadık tabi ki oyunlar güzeldi. Bu tür faaliyetler matematiği sevdirerek öğretiyordu… (F öğrencisi)

> … Bu derslerde eğlenerek öğrendik. Kesir ve tam sayılarda çeşitli oyunlar oynadık. Görsel materyallerden yararlandık, bu da matematiğe bakış açımızı, soruları çözme şeklimizi, anlayışımızı değiştirdi. Artık matematik daha güzel, daha kolay geliyor bana… (Ç öğrencisi)

Bu öğrenme ortamında gerçekleştirilen öğretimin eğlenceli olduğuyla ilgili gerçekleştirilen bir görüşmede Z öğrencisi görüşlerini "*Bugünkü dersimiz yine çok eğlenceli geçti. Önceki derslerimize hiç benzemiyordu. Bizlere eğlenceli farklı yöntemlerle anlatmaya çalıştılar. Bence bu yöntemleri uygulayarak bilgimizin kalıcı olmasını sağladılar. Karikatürleri kullandılar mesela. Hem güldük hem bilgilerimizi tazeledik. Arkadaşlarımla soru çözerken bilgilerimizi paylaştık ve tam bir grup çalışması sergiledik. Sonra oyun oynadık çok eğlendik ama maalesef oyunu kaybettik. Gerçekten çok eğlendik*" şeklinde açıklamıştır. P öğrencisi ise "*Oyunlar oynadık, eğlendik, güldük. Eskiden işlediğimiz matematik de güzeldi ama bu daha eğlenceli oldu. Ben bu matematiği daha çok sevdim, karikatürleri izledik, dart oyunu oynadık.*

Bilgisayardan video veya resimler gösterildi" şeklinde görüş bildirmiştir. Y öğrencisi ise "*Bilgisayardan oyunlar oynadık. Oyunlar çok eğlenceliydi. Ben şahsen çok eğlendim, keşke bu son haftamız olmazsa, çok üzülüyorum. Matematik dersini bu dersler sayesinde sevmeye başladım. Bana göre eskiden matematik zor ve bir dersti ama şimdi öyle değil. Matematik bir oyundan ibaretmiş de haberim yokmuş. Bunu dersteki araçlarla, oyunlarla, karikatürle, problemlerle ve tabi ki öğretmenle öğrendim. Şunu iyi bilelim ki matematik asıl bir oyunmuş*" şeklinde görüş bildirmiştir. R öğrencisi ise görüşlerini "*Bilgisayar destekli karikatür ve materyal destekli çok güzel bir çalışma oldu. Oyunlar ve uygulamalarla birlikte hem matematik bilgimiz arttı hem de çok eğlendik. Yani bence bu çalışma çok güzel keşke bundan sonra hep böyle işlesek*" şeklinde açıklamıştır. Görüşme, gözlem ve günlük verileri birbiriyle teyit edildiğinde, hem öğretmenler hem de öğrenciler bu öğrenme ortamında gerçekleştirilen öğretimin eğlenceli olduğu ve dolayısıyla derse katılımı arttırdığını ifade etmişlerdir. Bu bulgudan hareketle, tasarlanan öğrenme ortamında farklı yöntemler (*Eğitsel oyunlar, Karikatürler, Bilgisayar destekli uygulamalar, Somut materyaller*) kullanılarak gerçekleştirilen öğretimin eğlenceli olması sayesinde derse katılımın arttığı söylenebilir.

4.2.3.2. Pekiştireç Kullanma

Öğretmen ve öğrenciler, öğrenme ortamında pekiştireç kullanmanın derse katılımı arttırdığını belirtmişlerdir. Bu yönde görüş bildiren A öğretmeni düşüncelerini "*Pekiştirecin motiveyi arttırdığı herkes tarafından bilinen bir gerçektir. Pekiştireç kullanılınca öğrenciler pekiştireci almak için derse katılır dolayısıyla daha fazla istekli olurlar. Bu öğrenme ortamında oyunu kazananlara veya soruyu doğru çözenlere çeşitli hediyeler vermeniz öğrencilerin derse katılımını arttırmıştır*" şeklinde açıklamıştır. B öğretmeni ise "*Pekiştireç kullanılmasının öğrencilerin derse katılımlarının artmasında oldukça etkili olduğunu düşünüyorum. Çünkü öğrenciler pekiştireci almak için daha fazla çaba içerisine girmekte ve dolayısıyla etkinliklere daha fazla katılmaktadır. Bu ortamda bunu bir kez daha gördüm*" şeklinde görüş bildirmiştir.

Bu öğrenme ortamında, pekiştireç kullanmanın derse katılımı arttırdığı öğrenciler tarafından da dile getirilmiştir. Bu bağlamda, bazı öğrencilerin günlüklerinde yazdıkları bazı ifadeler aşağıdaki gibidir:

… Derslerde hocamız bize hediyeler verdi. Oyunu kazanan gruba hediyeler veriliyordu. Örneğin sincap oyunu diye bir ödüllü yarışma yapıldı. Şampiyon olduk ve çok sevindik. Çünkü hem şampiyon olduk hem de sınıfta biz hediye alan grup olduk… (G öğrencisi)

… Hediyeyi almak için çok uğraştık ama diğer grup kazandı. Ama haftaya biz daha fazla çalışarak hediyeyi alan grup olacağız… (I öğrencisi)

… Verilen hediyeler sayesinde daha önceleri derse katılmayan arkadaşlarımız bile derse katılmak istediler ki hediyeyi kazansınlar… (K öğrencisi)

… Bizim gruptaki X arkadaşımızdan dolayı hediyeyi alamadık. Biz onun cevaplarınıa güveniyorduk ama o yanlış cevap verdi. Bundan sonra birlikte düşünüp karar vererek hediyeyi almaya çalışacağız… (O öğrencisi)

Bu öğrenme ortamında pekiştireç kullanmayla ilgili gerçekleştirilen bir görüşmede P öğrencisi görüşlerini "*Önceki derslerde matematik öğretmenimiz bize soruları doğru cevapladığımız için hediye vermiyordu. Bence hediye verilmesi güzel bir şey. Çünkü daha motive edici oluyor*" şeklinde açıklamıştır. D öğrencisi ise "*Hediyeleri almak için herkesin yarışması derste bir rekabet oluşturdu. Bu da derse ve etkinliklere daha fazla katılımı sağladı bence*" şeklinde görüş bildirmiştir. Görüşme, gözlem ve günlük verileri birbiriyle teyit edildiğinde, hem öğretmenler hem de öğrenciler bu öğrenme ortamında pekiştireç kullanmanın derse katılımı arttırdığını ifade etmişlerdir. Bu bulgudan hareketle, tasarlanan öğrenme ortamında kullanılan pekiştireçler sayesinde öğrencilerin derse katılımlarının arttığı söylenebilir.

4.2.3.3. Bireysel Farklılıkları Göz Önüne Alma

Öğretmen ve öğrenciler, öğrenme ortamında bireysel farklılıkları göz önüne almanın derse katılımı arttırdığını belirtmişlerdir. Bu yönde görüş bildiren A öğretmeni düşüncelerini "*Öğretmen öğrenciyi merkeze alarak dersi işlemiştir. Öğrenci derse daha etkin bir şekilde katılmıştır. Pasif öğrenciler gruptaki diğer arkadaşlarıyla etkileşim halinde daha aktif olmuşlardır. Çünkü gruplar farklı matematik başarısına sahip öğrenciler birarada olacak şekilde organize edilmişti. Öğretmen zaman gruplara müdahale edip öğrencilerin anlayabilecekleri türden farklı açıklamalar yapmıştır*" şeklinde açıklamıştır. B öğretmeni ise "*Kimi öğrenci duyarak, kimisi görerek, kimisi* *yaparak daha iyi öğreniyor. Bu ortamın bu yönde katkısının olduğunu düşünüyorum. Böyle yapınca da her öğrenci kendisime değer verdiğinizi anlıyor ve hem sizi hem de dersi önemsiyor. Örneğin, B öğrencisini görsel olarak doyurmak zorundayız, yoksa konuyu ya da problemi anlamaz. K öğrencisi ise, öğretmenin yorumunu, anlatımını dikkatlice dinler, kelimesi kelimesine virgülü virgülüne takip eder, teneffüste 'öğretmenim falan yerde yanlış kelime kullandınız' söyler. R öğrencisi ise falanca yerde öyle olmayacak mıydı der. Yani her öğrencinin algı düzeyi farklı oluyor ve algılamaları farklı yollardan daha iyi olabiliyor*" şeklinde görüş bildirmiştir.

Bu öğrenme ortamında, bireysel farklılıkları göz önüne almanın derse katılımı arttırdığı öğrenciler tarafından da dile getirilmiştir. Bu bağlamda, bazı öğrencilerin günlüklerinde yazdıkları bazı ifadeler aşağıdaki gibidir:

> … Ben şahsen bilgisayar meraklısıyım. Matematik konularının bilgisayarda verilmesini sevdim. Keşke hep bilgisayardan işlesek… (Y öğrencisi)
>
> … Öğretmen en tembel arkadaşımızın bile yanına gidiyordu ve ona anlamasında yardım ediyordu. Bu arkadaşlarımız önceki matematik derslerinde pek katılmazken bu derslerde bu arkadaşlarımız bile derse katılıyorlardı. Ayrıca en çalışkan arkadaşlarımıza da yardım ediyordu… (N öğrencisi)
>
> … Matematikle ilgili yeni şeyler öğrendik. Bu süreç içinde matematik alanda geliştiğimi gördüm. Küme çalışması en çok sevdiğim şeylerden birisi, beni derse bağlıyor… (W öğrencisi)
>
> … Karikatürlerin çizgi film gibi komik olmaları dikkatimi çekti. İçinde matematik vardı ve matematiği sevmemi sağladı… (R öğrencisi)

Bu öğrenme ortamında bireysel farklılıkları göz önüne almayla ilgili gerçekleştirilen bir görüşmede Ş öğrencisi görüşlerini "*Öğretmen yanıma gelip, bana anlamadığım yerleri yanıma oturarak bizzat anlatıyordu. Öğretmen bana değer veriyordu. Ben bu öğretmeni ve bu matematik dersini sevdim*" şeklinde açıklamıştır. Ü öğrencisi ise "*Bu derslerde öğretmenimiz herbirimizle ayrı ayrı ilgileniyordu. Arkadaşlarla teneffüste konuştuğumuzda herkese matematiği anlamada yardım ediyormuş. Bence bundan dolayı herkes derse katılmak istiyordu*" şeklinde görüş bildirmiştir. Görüşme, gözlem ve günlük verileri birbiriyle teyit edildiğinde, hem öğretmenler hem de öğrenciler bu öğrenme ortamında bireysel farklılıkları göz önüne almanın derse katılımı arttırdığını ifade etmişlerdir. Bu bulgudan hareketle, tasarlanan öğrenme ortamında bireysel farklılıkları göz önüne alma sayesinde öğrencilerin derse katılımlarının arttığı söylenebilir.

4.2.4. Sınıf Yönetimi

Bu bölümde, *Sınıf Yönetimi* ana kategorisine cevap bulabilmek amacıyla her bir alt kategoriye ilişkin öğretmen ve öğrenci görüşlerine yer verilmiştir. Ayrıca öğretmen ve öğrenci görüşlerini destekleyen gözlemler ve günlükler varsa ilgili yerde ele alınmıştır.

4.2.4.1. Gürültü

Öğretmen ve öğrenciler, öğrenme ortamında meydana gelen gürültünün sınıf yönetimi açısından sıkıntı oluşturduğunu belirtmişlerdir. Bu yönde görüş bildiren A öğretmeni düşüncelerini "*Ders dinleme açısından sıkıntı oldu. Diğer gruplardan önce soruları çözmek için gruptaki öğrenciler birlikte uğraştıkları için gürültü oldu. Ayrıca oyunlar esnasında çocuklar oyunu kazanmak için rekabete girdiler ve bu da aşırı gürültüye yol açtı*" şeklinde açıklamıştır. B öğretmeni ise "*Ancak sınıf hakimiyeti açısından sıkıntılar olmuştur. Özellikle oyunlar bu yaştaki çocuklar için dikkat çektiğinden öğrencilerin oyunlardan dolayı derse aşırı katılmak istemesi ve hocanın da bu sınıfın öğretmeni olmamasından dolayı gürültü yaşanmış ve sınıf hakimiyeti zaman zaman sıkıntı yaratmıştır*" şeklinde görüş bildirmiştir.

Bu öğrenme ortamında meydana gelen gürültünün sınıf yönetimi açısından sıkıntı oluşturduğu öğrenciler tarafından da dile getirilmiştir. Bu bağlamda, bazı öğrencilerin günlüklerinde yazdıkları bazı ifadeler aşağıdaki gibidir:

> … Matematik dersimiz çok eğlenceliydi. Ancak sınıftan çok ses geliyordu ve sınıf çok gürültülüydü… (U öğrencisi)
>
> … Öte yandan herkes oyunlara katılmak istediği için gürültü oluyordu. Hediye almak için gruplar yarışınca da gürültü oluyordu… (O öğrencisi)
>
> … Ben doğruyu söyleyecem, matematikten korkuyordum, hele de böyle zor problemleri görüp yapamayınca. Ama bu derslerde gördüm ki böyle problemleri

> çözmek o kadar da zor değilmiş. Problem çözmeyi sevmeye başladım bu dersler sayesinde. Ama çok gürültü vardı… (E öğrencisi)
>
> … Bu derslerin tek kötü yönü gürültü olmasıydı. Çünkü herkes derse katılmak istiyordu. Özellikle de oyun oynarken… (H öğrencisi)

Bu öğrenme ortamında meydana gelen gürültüyle ilgili gerçekleştirilen bir görüşmede A öğrencisi görüşlerini "*Bu öğretmen bizim matematik öğretmenimiz olmadığı için ve herkes oyun oynamak istediği için sınıfta gürültü oluştu. Bu da bizi bazen bunaltıyordu*" şeklinde açıklamıştır. L öğrencisi ise "*Sınıfta her zaman olmasa da zaman zaman curcuna oluyordu. Bir kez oyun oynayan bir daha bir daha oynamak istiyordu. Darta atış yapmak istiyordu mesela atışını tutturamayanlar. Bu nedenle de gürültü oluyordu doğal olarak*" şeklinde görüş bildirmiştir. Görüşme, gözlem ve günlük verileri birbiriyle teyit edildiğinde, hem öğretmenler hem de öğrenciler bu öğrenme ortamında meydana gelen gürültünün sınıf yönetimi açısından sıkıntı oluşturduğunu ifade etmişlerdir. Bu bulgudan hareketle, tasarlanan öğrenme ortamında meydana gelen gürültünün sınıf yönetimi açısından sıkıntı oluşturduğu söylenebilir.

4.2.4.2. Yazı yazmama

Öğretmenler, öğrenme ortamında not tutturulmamasını garipsediklerini belirtmişlerdir. Bu yönde görüş bildiren A öğretmeni düşüncelerini "*Herşey güzel ancak biz sizin yaptığınız gibi öğrencilere not tutturmasak, öğrenciler yazılı sınavlarda sıkıntı yaşarlar. Bir de not tutturmadan nasıl değerlendirme yapılabilir ki*" şeklinde açıklamıştır. B öğretmeni ise "*Sınıfta hiç not tutturulmadı, bence not tutmadan öğrenilenler kalıcı olmaz. Bir de derste anlatılanlar not tutturulduğunda öğrenci eve gittiğinde yazdıklarını tekrar etme imkanı elde etmiş olur*" şeklinde görüş bildirmiştir.

Bu öğrenme ortamında not tutturulmadığı öğrenciler tarafından da dile getirilmiştir. Bu bağlamda, bazı öğrencilerin günlüklerinde yazdıkları bazı ifadeler aşağıdaki gibidir:

> … Matematik dersi bu derste çok güzel geçti, normal diğer derslerde hiç böyle şeyler yoktu ve öncekilerde çok yazı yazıyorduk… (J öğrencisi)
>
> … Önceki derslerde çok yazıyorduk, bu derste hiç yazmadık. Demek ki yazmadan da anlayabiliyoruz… (S öğrencisi)

… Daha önceki derslerimizde çok yazı yazıyorduk, bu derslerde hem çok yazı yazmadık hem de konu anlatımı üzerinde daha çok duruldu… (P öğrencisi)

Bu öğrenme ortamında öğrencilere not tutturulmamasıyla ilgili gerçekleştirilen bir görüşmede B öğrencisi görüşlerini "*Yazı yazmaktan sıkılıyoruz genelde. Bir de zamanımızı çok alıyordu, öğretmenimiz de hep yazmamızı bekliyordu. Bu derslerde yazı yazmıyorduk*" şeklinde açıklamıştır. V öğrencisi ise "*Önceki derslerimizde çok soru çözülmüyordu ve bilgisayar, karikatür, oyun yoktu. Öğretmenimiz anlatıyordu, biz de dinleyip yazıyorduk. Ama bu derslerde ise hiç not tutmadık*" şeklinde görüş bildirmiştir. Görüşme, gözlem ve günlük verileri birbiriyle teyit edildiğinde, öğretmenler bu öğrenme ortamında not tutturulmamasının bir eksiklik olduğunu, öğrenciler ise farklı bir uygulama olduğunu ifade etmişlerdir. Bu bulgudan hareketle, tasarlanan öğrenme ortamında not tutturulmamasının öğretmenler tarafından bir eksiklik olarak değerlendirildiği, öğrencilere ise farklı bir bakış açısı kazandırdığı söylenebilir.

4.2.4.3. Zaman problemi

Öğretmenler, öğrenme ortamında gerçekleştirilen öğretimin oldukça emek istediğini, zaman aldığını ve müfredatta bu kazanımlar için bu kadar zaman verilmediğini belirtmişlerdir. Bu yönde görüş bildiren A öğretmeni düşüncelerini "*Öğretim materyalleri hazırlayamıyoruz, hazırlaması zahmetli ve zaman alıcı olduğu için ve de derslerde çok zaman aldığı için etkinlik ya da oyun yaptıramıyoruz*" şeklinde açıklamıştır. B öğretmeni ise "*Zaman yetmediğinde bir sonraki konuya ayrılan zamanı kısmak zorunda kalıyoruz. Müfredat; etkinlik, oyun, kavram haritaları, bilgisayar destekli uygulamalar gibi farklı yöntemleri kullanmamıza izin vermiyor. Çünkü zaman sınırlı*" şeklinde görüş bildirmiştir.

Bu öğrenme ortamında gerçekleştirilen öğretimin zaman aldığı öğrenciler tarafından dile getirilmiştir. Bu bağlamda, bazı öğrencilerin günlüklerinde yazdıkları bazı ifadeler aşağıdaki gibidir:

… Her bir kazanım üzerinde farklı yöntemlerle çok duruldu. Yani epey zaman konu anlatıldı… (Z öğrencisi)

… Çok fazla problem çözüldü ve epey uğraştık… (T öğrencisi)

> … Konu farklı şekilde yani karikatür, oyun, bilgisayarla anlatılınca epey zaman aldı… (C öğrencisi)

Bu öğrenme ortamında gerçekleştirilen öğretimin zaman aldığıyla ilgili gerçekleştirilen bir görüşmede M öğrencisi görüşlerini "*Güzeldi ama burada zamana daha çok ihtiyaç duyuldu. Çünkü bu süreçte çok fazla soru çözüldü ve farklı araçlarla konu anlatıldı*" şeklinde açıklamıştır. P öğrencisi ise "*Önceki derslerimizde bu konular tek bir yöntemle anlatılırdı. Yani öğretmenimiz anlatırdı biz de yazardık*" şeklinde görüş bildirmiştir. Görüşme, gözlem ve günlük verileri birbiriyle teyit edildiğinde, hem öğretmenler hem de öğrenciler bu öğrenme ortamında gerçekleştirilen öğretimin zaman aldığını ifade etmişlerdir. Tasarlanan öğrenme ortamında farklı öğretim yöntemleri kullanılarak gerçekleştirilen öğretimin ve işbirlikli gruplarda muhakeme gerektiren üst düzey problem çözmenin zaman aldığı söylenebilir. Ancak Ortaokul Matematik Dersi (5, 6, 7 ve 8. sınıflar) Öğretim Programı incelendiğinde, kesirler ve tamsayılar konularının öğretimi için bu tür farklı öğretim yöntemlerini kullanmaya imkan tanıyacak kadar sürenin verildiği söylenebilir.

4.2.4.4. Sınıf hâkimiyeti

Öğretmenler, öğrenme ortamında sınıf hâkimiyetinde sıkıntıların yaşandığını belirtmişlerdir. Bu yönde görüş bildiren A öğretmeni düşüncelerini "*Öğrenciler bu derslerde not kaygısı taşımadıklarından dolayı derste zaman zaman aşırı gürültü yapmışlardır. Özellikle oyunlara katılmak için. Öğretmen de sınıf hâkimiyetini oluşturmada zorlanmıştır*" şeklinde açıklamıştır. B öğretmeni ise "*Ancak sınıf hâkimiyeti açısından sıkıntılar olmuştur. Özellikle oyunlar bu yaştaki çocuklar için dikkat çektiğinden öğrencilerin oyunlardan dolayı derse aşırı katılmak istemesi ve hocanın da bu sınıfın öğretmeni olmamasından dolayı gürültü yaşanmış ve sınıf hâkimiyeti zaman zaman sıkıntı yaratmıştır*" şeklinde görüş bildirmiştir.

Bu öğrenme ortamında sınıf hâkimiyetinde sıkıntıların yaşandığı öğrenciler tarafından da dile getirilmiştir. Bu bağlamda, bazı öğrencilerin günlüklerinde yazdıkları bazı ifadeler aşağıdaki gibidir:

> … Arkadaşlarımız kendilerine not verilmeyeceği için sınıfta çok gürültü yapmışlardır. Öğretmen de bazen sınıfta sessizliği oluşturmak için zorlanmıştır… (A öğrencisi)
>
> … Herkes derse aşırı katılmak istediğinden öğretmenimiz hâkimiyeti sağlamada sıkıntı yaşadı zaman zaman… (S öğrencisi)
>
> … Öğretmenimizin sınıfta öğrencileri susturmada zorlandığını gördük… (W öğrencisi)
>
> … Öğretmenimiz dersin hocası olmadığından öğrenciler yeterince sessiz durmadılar… (U öğrencisi)

Bu öğrenme ortamında sınıf hâkimiyetinde sıkıntıların yaşandığıyla ilgili gerçekleştirilen bir görüşmede L öğrencisi görüşlerini "*Önceki matematik derslerimizde öğretmenimiz öğrencileri susturabiliyordu. Ama bu derslerde öğrenciler çok hareketli ve bazen vurdumduymaz olabiliyorlardı*" şeklinde açıklamıştır. E öğrencisi ise "*Bence arkadaşlarımız bu hocaların dersleri bitirdiklerinde gideceklerini ve not vermeyeceklerini bildikleri için rahat davranıyorlardı. Bizim matematik öğretmenimiz olsaydı, bu kadar rahat davranamazlardı*" şeklinde görüş bildirmiştir. Görüşme, gözlem ve günlük verileri birbiriyle teyit edildiğinde, hem öğretmenler hem de öğrenciler bu öğrenme ortamında sınıf hâkimiyetinde sıkıntıların yaşandığını ifade etmişlerdir. Bu bulgudan hareketle, tasarlanan öğrenme ortamında sınıf hâkimiyetinde sıkıntıların yaşandığı söylenebilir.

4.2.4.5. Not kaygısı taşımama

Öğretmenler, öğrenme ortamında öğrencilerin not kaygısı taşımadıklarını belirtmişlerdir. Bu yönde görüş bildiren A öğretmeni düşüncelerini "*Öğrenciler bu derslerde not kaygısı taşımadıklarından dolayı derste zaman zaman aşırı gürültü yapmışlardır. Özellikle oyunlara katılmak için. Öğretmen de sınıf hâkimiyetini oluşturmada zorlanmıştır*" şeklinde açıklamıştır. B öğretmeni ise "*Not vermenin öğrenciler açısından ve sınıf yönetimini sağlama açısından oldukça etkili olduğunu gördüm. Çünkü öğrenciler bu süreçte not kaygısı taşımadıklarından öğretmen sınıf hâkimiyetini sağlamada zorlanmıştır*" şeklinde görüş bildirmiştir.

Bu öğrenme ortamında not kaygısı taşımadıkları öğrenciler tarafından da dile getirilmiştir. Bu bağlamda, bazı öğrencilerin günlüklerinde yazdıkları bazı ifadeler aşağıdaki gibidir:

> … Arkadaşlarımız kendilerine not verilmeyeceği için sınıfta çok gürültü yapmışlardır. Öğretmen de bazen sınıfta sessizliği oluşturmak için zorlanmıştır… (A öğrencisi)
>
> … Not verilmediğinden çok rahat davranıyoruz. Bu nedenle sınıfta ara sıra gürültü oluyordu… (D öğrencisi)
>
> … Öğretmenimiz sınıfta zorlanıyordu. Çünkü herkes not verilmeyeceğini biliyordu… (N öğrencisi)
>
> … Keşke hep böyle not korkusu olmadan matematik işlesek. Çok rahat… (H öğrencisi)

Bu öğrenme ortamında öğrencilerin not kaygısı taşımadıklarıyla ilgili gerçekleştirilen bir görüşmede F öğrencisi görüşlerini "*Derslerde not verilmemesi her zaman doğru değilmiş, bunu bu derslerde gördüm. Eğer not kaygısı olsaydı öğrenciler dersi daha sakin dinlerlerdi*" şeklinde açıklamıştır. E öğrencisi ise "*Bence arkadaşlarımız bu hocaların dersleri bitirdiklerinde gideceklerini ve not vermeyeceklerini bildikleri için rahat davranıyorlardı. Bizim matematik öğretmenimiz olsaydı, bu kadar rahat davramazlardı*" şeklinde görüş bildirmiştir. Görüşme, gözlem ve günlük verileri birbiriyle teyit edildiğinde, hem öğretmenler hem de öğrenciler bu öğrenme ortamında öğrencilerin not kaygısı taşımadıklarını ifade etmişlerdir. Bu bulgudan hareketle, süreci öğrencilerin her zamanki matematik öğretmenlerinden farklı bir kişinin yürütmesinin ve öğrencilerin sürecin sonunda resmi bir değerlendirmeye (yazılı sınav) tabi tutulmayacaklarını düşünmelerinin not kaygısı taşımamalarına yol açtığı söylenebilir.

4.2.4.6. Merkezi sınavdaki başarıya etkisi

Öğretmenler, öğrenme ortamında gerçekleştirilen öğretimin merkezi sınavdaki başarıya etkisinin tartışılabileceğini belirtmişlerdir. Bu yönde görüş bildiren A öğretmeni düşüncelerini "*Tamsayılar ve kesirler konuları farklı ve eğlenceli yöntemlerle anlatıldı. Farklı problemler çözüldü. Ancak bu sürecin SBS gibi merkezi sınavlarda* *beklenen etkiyi yaratacağını söyleyemeyeceğim. Çünkü SBS'de test var, dolayısıyla siz öğrencilere test pratiği yaptırmalısınız. Öğrenciler bol bol test çözmeliler*" şeklinde açıklamıştır. B öğretmeni ise "*Siz öğrencilerle genelde açık uçlu problemler çözdünüz ve konu anlatımı üzerinde çok* durdunuz. *Ama maalesef sistem (SBS'den dolayı) öğrencileri test çözen makine haline getirmemizi istiyor. Aileler öğretmen ve okulun başarısını bu gibi sınavlardaki başarıya göre değerlendiriyor. Bizler konu anlatımı üzerinde az, soru çözme üzerinde ise çok duruyoruz. Başka bir deyişle, bol bol test çözüyoruz, testlerin pratik mantığını veriyoruz*" şeklinde görüş bildirmiştir.

Bu öğrenme ortamında gerçekleştirilen öğretimin merkezi sınavdaki başarıya etkisinin sorgulanabileceği öğrenciler tarafından da dile getirilmiştir. Bu bağlamda, bazı öğrencilerin günlüklerinde yazdıkları bazı ifadeler aşağıdaki gibidir:

> … Çok güzel ve mantık gerektiren sorular çözdük. Ama bizim öğretmenimiz SBS'de çıkan soru türlerine göre bol bol test çözüyordu… (Ü öğrencisi)

> … Farklı yollarla konu anlatıldı. Çok eğlendik bu süreçte. Ancak SBS'ye yönelik daha fazla test çözmeliydik. … (O öğrencisi)

> … Önceki öğretmenimiz test sorularının mantığını veriyordu. Bu derslerde çözdüğümüz sorular açık uçlu sorulardı. Test değildi… (Ç öğrencisi)

> … Bu süreçte çok fazla test sorusu çözülmedi. Sınav sisteminin varlığını düşünürsek, biraz sıkıntılı oluyor… (K öğrencisi)

Bu öğrenme ortamında gerçekleştirilen öğretimin merkezi sınavdaki başarıya etkisiyle ilgili gerçekleştirilen bir görüşmede, I öğrencisi görüşlerini "*Öğrencileri derslerde daha başarılı hale getireceğini ve düşünme gücünü arttıracağını fakat sınavlarda çok etkili olmayacağını düşünüyorum*" şeklinde açıklamıştır. Y öğrencisi ise "*Sınav sisteminde bu yöntemler etkili olmaz. Sınavlar kalkarsa bu yöntemler çok daha etkili olur. Çünkü biz konunun mantığını öğrenmektense ne kadar çok ve daha hızlı soru çözerim diye uğraşırız*" şeklinde görüş bildirmiştir. Görüşme, gözlem ve günlük verileri birbiriyle teyit edildiğinde, hem öğretmenler hem de öğrenciler bu öğrenme ortamında gerçekleştirilen öğretimin merkezi sınavdaki başarıya etkisinin sorgulanabileceğini ifade etmişlerdir. Bu bulgudan hareketle, tasarlanan öğrenme ortamında gerçekleştirilen öğretimin merkezi sınavdaki başarıya etkisinin tartışılabileceği söylenebilir.

4.3. Tasarlanan Öğrenme Ortamının Matematik Tutumuna Etkisine İlişkin Bulgular ve Yorum

"Tasarlanan öğrenme ortamının öğrencilerin matematiğe ilişkin tutumlarına etkisi var mıdır?" şeklinde ifade edilen alt probleme ilişkin bulgular, katılımcıların Matematik Tutum Ölçeğine ilişkin ön test ve son test sonuçlarının analiz edilmesiyle elde edilmiştir. MTÖ'ye ilişkin ön test ve son test analiz sonuçları Tablo 4.3'te verilmiştir.

Tablo 4.3.
MTÖ'ye İlişkin Wilcoxon İşaretli Sıralar Testi Sonuçları

Sontest-Öntest	n	Sıra Ortalaması	Sıra Toplamı	z	p
Negatif Sıra	0	.00	.00	4.54	.00
Pozitif Sıra	27	14.00	378.00		
Eşit	0	-	-		

Tablo 4.3'ten de görüldüğü gibi, analiz sonuçları öğrencilerin MTÖ'ye ilişkin öntest ve sontest puanları arasında anlamlı bir fark olduğunu göstermektedir ($z=4.54$, $p<.05$). Fark puanlarının sıra ortalaması ve toplamları dikkate alındığında, gözlenen farkın pozitif sıralar yani sontest puanı lehinde olduğu görülmektedir. Başka bir deyişle, öğrencilerin MTÖ'ye ilişkin sontest puanlarının öntest puanlarına göre anlamlı düzeyde daha yüksek olduğu tespit edilmiştir. Bu bulgu, öğretmen ve öğrencilerin süreçle ilgili daha önce dile getirdikleri olumlu görüşlerini doğrulamaktadır. Bu sonuçtan hareketle, bu öğrenme ortamının öğrencilerin matematiğe ilişkin tutumlarını olumlu yönde etkilediği söylenebilir.

Tüm bulgulardan özetle, yapılan analizler sonucunda tasarlanan öğrenme ortamının öğrencilerin matematiksel muhakemelerini anlamlı düzeyde geliştirdiği, etkili ve kalıcı öğrenme sağladığı, derse katılımı arttırdığı ve öğrencilerin matematiğe ilişkin tutumlarını anlamlı düzeyde iyileştirdiği tespit edilmiştir. Öte yandan bu öğrenme ortamında gerçekleştirilen öğretimin sınıf yönetimi açısından *gürültü, sınıf hâkimiyeti, not kaygısı taşımama* gibi bazı sıkıntılarının olduğu ortaya çıkmıştır.

BEŞİNCİ BÖLÜM

5. SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

5.1. Sonuç ve Tartışma

Bu araştırmanın amacı, farklı öğretim yöntemleri kullanılarak zenginleştirilen öğrenme ortamının matematiksel muhakemeye ve tutuma etkisini belirlemek ve bu süreçten yansımaları aktarmaktır. Bu bölümde, araştırmanın alt problemleriyle ilgili tartışmalara ve bunların ana probleme yansımalarına yer verilmiştir.

Araştırmanın birinci alt problemi "Tasarlanan öğrenme ortamının öğrencilerin matematiksel muhakemelerini geliştirmeye etkisi var mıdır?" şeklinde ifade edilmişti. Yapılan analizler sonucunda, öğrencilerin MMT'ye ilişkin sontest puanlarının öntest puanlarına göre anlamlı düzeyde ($z=4.54$, $p<.05$) daha yüksek olduğu tespit edilmiştir. MMT'de yer alan soruların muhakeme gerektirdiği göz önüne alındığında, bu öğrenme ortamının öğrencilerin matematiksel muhakemelerini geliştirdiği söylenebilir. Öte yandan, tüm cevap kâğıtları incelendiğinde, her öğrencide farklı düzeyde de olsa şaşırtıcı bir şekilde tüm öğrencilerin sontest puan ortalamalarının öntest puan ortalamalarından daha yüksek olduğu görülmüştür.

Literatürde muhakemenin gelişmesini sağlayan birçok durum açıklanmaktadır. Örneğin, Francisco ve Maher (2005), öğrencileri kendi matematiksel aktivitelerine sahiplik etmeleri yönünde cesaretlendirmenin, ilgili problemlerin yer aldığı kompleks uygulamaları kullanmanın, öğrencilerin işbirlikli çalışmalarına imkan tanımanın ve fikirlerini gerekçelendirmelerini beklemenin matematiksel muhakemenin gelişmesine yardımcı olduğunu ifade etmektedirler. Umay (2003) ise, bütün öğrencilerin aktif olarak katılabildiği, kendi muhakeme stillerini bildiği öğrenci merkezli öğrenme ortamlarının, matematiksel muhakemenin geliştirilmesi için uygun zeminler olduğunu belirtmiştir. Ayrıca, muhakemeyi geliştirmek için grup projeleri şeklinde, teknolojinin kullanıldığı ve öğrencilerin ilgisini çeken problem durumlarını kullanmak ve istatistiği dâhil ederek kompleksliği arttırmak önerilmektedir (NCTM, 1989). Öğrencilerin farklı muhakeme türleriyle karşı karşıya getirilmeleri de muhakemenin gelişiminde rol oynayan faktörler arasında sayılmaktadır (NCTM, 1989; 2000). Matematiksel muhakemenin; sosyal etkileşimlerle, oyunlarla, ticari işlemlerle ve bireyler arasında geçen yapıcı tartışmalarla da geliştiği belirtilmektedir (Schliemann ve Carraher, 2002). Muhakeme becerisinin gelişiminde belirlenecek uygun stratejilerin de önemli rolü vardır. Var olan muhakeme yapısını daha da ileriye taşımak için uygun stratejilerin belirlenmesi önem arz etmektedir (Altıparmak ve Öziş, 2005). Bunların yanı sıra, öğrencilerin birbirleriyle etkileşime geçtikleri, matematiksel fikirlerini rahatlıkla paylaşabildikleri bir ortam matematiksel muhakemenin gelişimi için ideal ortamdır (Yankelewitz vd., 2010). Vygotsky (1978), bir çocuğun muhakeme sürecinin akranlarıyla yaşadığı, sosyal etkileşime girdiği ortamlarda geliştiğini ifade etmektedir. Böyle bir ortamda her bir birey diğerlerinin muhakemesinden etkilenme fırsatı elde etmiş olur (Maher ve Davis, 1995). Öte yandan, uluslararası reform çalışmalarında (NCTM, 1989; 2000) öğrencilerin hatalarını matematiksel muhakemelerini arttıracak şekilde analiz etmeye yönelik öğretim yaklaşımlarının işe koşulması önerilmektedir. Ayrıca diğer bazı araştırmalar (Hartman, 2001; Kramarski, 2004; Kramarski ve Zoldan, 2008; Renkl, 1999) öğretim yaklaşımlarının öğrencileri bireysel açıklama, sorgulama, derin düşünme, kritik düşünme, muhakeme stratejilerini çeşitlendirme gibi becerileri kullanmaları yönünde teşvik etmesi gerektiğini önermişlerdir.

Araştırmanın birinci alt problemine ilişkin elde edilen sonuç, birden fazla duyu organına hitap edecek şekilde farklı öğretim yöntemleri kullanılarak tasarlanan zengin öğrenme ortamlarının matematiksel muhakemeyi geliştirdiğini göstermiştir. Bu araştırmada kullanılan farklı yöntemler sayesinde matematiksel muhakeme becerisinin gelişmesi literatürdeki çalışmaları desteklemektedir. Nitekim literatürde; öğrencileri işbirlikli gruplar halinde organize etmenin (Van Amelsvoort vd., 2007), öğrencilerin tartışarak öğrenmelerini sağlamanın (Andriessen vd., 2003; Gürbüz vd., 2014; Kuhn vd., 1997; Mueller ve Yankelewitz, 2014; Van Amelsvoort vd., 2007), somut materyal kullanmanın (Gürbüz, 2006; Pijls vd., 2007), teknoloji (bilgisayar) destekli öğretimin (Kramarski ve Zeichner, 2001), oyunlarla öğretimin (Gürbüz vd., 2014; Lach ve Sakshaug, 2004; Olson, 2007), günlük yaşamla ilişkilendirmenin (Emig, 1997; Erdem, 2011; Erdem vd., 2011), öğrencilerin diğer arkadaşlarının muhakemeleri hakkında düşüncelerini açıklamalarına imkan tanımanın (Artzt ve Yaloz-Femia, 1999; Pape vd., 2003), öğrencilerin problemleri çözerken kullandıkları stratejileri not etmelerini sağlama ve bu stratejileri öğretmen ve diğer öğrencilerle birlikte tartışmalarına olanak sağlamanın (Pape vd., 2003), çoktan seçmeli sorular yerine hemen ulaşılamayan, derin muhakeme gerektiren sorular yöneltmenin (Erdem, 2011; Erdem ve Gürbüz, 2015) matematiksel muhakeme becerisinin gelişiminde etkili olduğu belirtilmektedir. Benzer şekilde Gürbüz (2008), Hoyles (1985), Jeffrey ve Craft (2004), Qin, Johnson ve Johnson (1995) ve Umay (2003) öğrencilerin aktif olarak katılabildiği ve grupça yürütülen öğrenci merkezli öğrenme ortamlarının öğrencilerin muhakemelerinin geliştirilmesi için uygun zeminler olduğunu ifade etmişlerdir.

Araştırmanın ikinci alt problemi "7. sınıf öğrencilerinin tasarlanan öğrenme ortamına ilişkin görüşleri nelerdir?", üçüncü alt problemi ise "Sürece katılan ilköğretim matematik öğretmenlerinin tasarlanan öğrenme ortamına ilişkin görüşleri nelerdir?" şeklinde ifade edilmişti.

Tasarlanan zenginleştirilmiş öğrenme ortamında görselliğin ön plana çıktığı ve bunun da etkili ve kalıcı öğrenme sağladığı ortaya çıkmıştır. Bu sonuçtan hareketle, farklı türdeki görsel uyaranların etkili ve kalıcı öğrenme sağladığı söylenebilir. Öğrenmenin kalıcı olmasında öğrenme ortamındaki uyaranların çeşitliliğinin ve etkileşimlerin önemi literatürdeki (Angelides ve Agius, 2002; Gürbüz, 2008; Köksal ve Yel, 2007; Martens, Valcke ve Portier, 1997; McDonald, 2003; Strijbos, Martens ve Jochems, 2003; Yıldırım ve Tarım, 2008; Yılmaz ve Akkoyunlu, 2006) çalışmalarla da ortaya konulmuştur.

Tasarlanan öğrenme ortamında somut materyal kullanılarak gerçekleştirilen öğretimin eğlenceli ve kalıcı öğrenme sağladığı belirlenmiştir. Bu sonuçtan hareketle, somut materyallerin eğlenceli bir öğretim sunduğu ve etkili ve kalıcı öğrenme sağladığı söylenebilir. Bu sonuç, somut materyallerin kullanılması gerektiğini belirten Suydam (1986), Sowell (1989), Thompson (1992), Castro (1998), Case ve Fraser (1999), Moyer (2001), Moyer vd. (2002); Bilgin (2006), Coştu vd. (2007), Gürbüz (2006; 2007a; 2008), Akkan ve Çakıroğlu (2011) ve Şengül ve Körükçü (2012)'nün çalışmalarıyla paralellik göstermektedir.

Tasarlanan öğrenme ortamında heterojen olarak düzenlenmiş gruplarda öğrenciler arasında geçen yapıcı tartışmaların öğrencilerin daha aktif davranmalarını ve birbirlerinden öğrenmelerini sağladığı ortaya çıkarılmıştır. Bu sonuçtan hareketle, heterojen olarak düzenlenmiş gruplarda öğrenciler arasında geçen yapıcı tartışmalar sayesinde öğrencilerin daha aktif davrandıkları ve birbirlerinden öğrendikleri söylenebilir. Literatür incelendiğinde, bu sonucu destekleyen birçok çalışmaya (Andriessen vd., 2003; Baker vd., 2003; Bell, 1997; Cobb vd., 1991; Cobb vd., 1992; Gürbüz vd., 2014; Finley, 2000; Francisco ve Maher, 2005; Gürbüz, 2008; Kanselaar vd., 2002; Kuhn vd., 1997; Mueller ve Yankelewitz, 2014; Pape vd., 2003; Pijls vd., 2007; Stern vd., 2003; Van Amelsvoort vd., 2007; Vygotsky, 1978; 1994; Wood vd., 1991; Yackel, 1991; Yackel vd., 1999; Yankelewitz vd., 2010) rastlamak mümkündür.

Tasarlanan öğrenme ortamında farklı öğretim yöntemi kullanılmasının birden fazla duyu organına hitap ederek daha etkili ve kalıcı öğrenme sağladığı belirlenmiştir. Bu sonuçtan hareketle, farklı öğretim yöntemleri sayesinde öğrencilerin daha etkili ve kalıcı öğrendikleri söylenebilir. Bu sonuç, öğrencilerin etkinliklere bizzat katıldıkları, birden fazla duyu organına hitap eden farklı öğretim yöntemlerinin kullanıldığı öğrenme ortamlarının kalıcı öğrenmenin gerçekleştirilmesine katkı sağladığını belirten çalışmalarla (Altun, 2004; Campbell ve Campbell, 1999; Checkley, 1997; Demirel, 2002; Gürbüz, 2008; NCTM, 1989; 2000; Pape vd., 2003; Tuğrul ve Duran, 2003; Yıldırım ve Tarım, 2008) uygunluk göstermektedir.

Tasarlanan öğrenme ortamında yerinde verilen dönütlerin öğrencilerin yanlışlarını görmelerine ve düzeltmelerine yardımcı olduğu belirlenmiştir. Bu sonuçtan hareketle, verilen dönütler sayesinde öğrencilerin daha etkili problem çözdükleri ve bu problem çözme sürecinin muhakemenin gelişmesine katkı sağladığı söylenebilir. Literatüre bakıldığında da, öğrencilere verilen dönütlerin öneminden bahseden çalışmalar (Akkuzu, 2014; Brent ve Thomson, 1996; Ekşi, 2012; Eraslan, 2009; Ganesh ve Matteson, 2010; Kouritzin ve Vizard, 1999; Peker, 1992; Senemoğlu, 1987; Shute, 2008; Voerman, Mejier, Korthagen ve Simons, 2012) mevcuttur.

Tasarlanan öğrenme ortamında günlük yaşamla ilişkilendirilerek gerçekleştirilen öğretimin öğrencilere tanıdık geldiği ve bu sayede etkili öğrenme sağlandığı ortaya çıkmıştır. Bu sonuçtan hareketle, günlük yaşamla ilişkilendirilerek gerçekleştirilen öğretim sayesinde öğrencilerin daha etkili ve kalıcı öğrendikleri söylenebilir. Literatürde de bu sonucu destekleyen birçok çalışmaya rastlamak mümkündür (Altun, 2008; Baki, 2008; Ceylan vd., 2000; Driscoll, 1984; Durmuş ve Karakırık, 2006; Emig, 1997; Erdem, 2011; Erdem vd., 2011; Freudenthal, 1973; Göktürk, 2013; Gürbüz, 2008; Hoerr, 1996; Inoue, 2008; Lave, 1988; MEB, 2009; 2013; Özgen, 2013; Ross ve Kurtz, 1993; Schliemann ve Carraher, 2002; Sewell, 1981; Umay, 1996; Yıldırım, 2011).

Tasarlanan öğrenme ortamında kullanılan açık uçlu, düşündürücü problemlerin matematiksel muhakemeyi geliştirdiği belirlenmiştir. Bu bulgudan hareketle açık uçlu üst düzey problemler sayesinde öğrencilerin muhakemelerinin geliştiği söylenebilir. Literatürde de matematiksel muhakeme becerisini değerlendirmede farklı soru tiplerinin kullanıldığından bahsedilmekte ve açık uçlu soruların ağırlıklı olarak kullanılmasının gerekliliği belirtilmektedir (Akay vd., 2006; Alkove ve McCarty, 1992; Becker ve Shimada, 1997; Cai ve Cifarelli, 2005; Cifarelli, 1998; Cifarelli ve Cai, 2005; Erdem, 2011; Erdem ve Gürbüz, 2015; Frederiksen, 1984; Funke ve Frensch, 1995; Gürbüz ve Erdem, 2014; Henningsen ve Stein, 1997; Kilpatrick, 1987; Kosonen, 1992; Lannin, 2004; Mandacı-Şahin, 2007; Schoenfeld, 1985; Silver, 1994; Simon, 1973; Sowder, 1985; Suzuki, 1997).

Tasarlanan öğrenme ortamında öğrencileri açıklama yapmaya teşvik etmenin ve buna imkân tanımanın öğrencilerin matematiksel muhakemelerinin gelişmesine katkıda bulunduğu ortaya çıkarılmıştır. Bu sonuçtan hareketle, öğrencilerin açıklama yapmalarına imkân tanınması sayesinde öğrencilerin muhakemelerinin geliştiği söylenebilir. Öğrencilerin zorluk yaşadıkları ya da anlayamadıkları yerleri öğretmenlerine ve arkadaşlarına sorabilmeleri konuyu anlamaları için oldukça önemlidir. Öğrencilerin konuya ilişkin sorular sormaları onların hatalarını düzeltebilmelerine, sorularına cevap bulabilmelerine ve öğretmen tarafından anlatılmayan ya da ders kitaplarında olmayan bazı şeyleri de öğrenmelerine imkân sağlamaktadır (Gürbüz, 2008; Kyriacou, 1992; Leikin ve Zaslavsky, 1997). Öte yandan, yapılan çeşitli araştırmalar (Erdem, 2011; Erdem ve Gürbüz, 2015; Gürbüz, 2008; Gürbüz ve Erdem, 2014; Hartman, 2001; Kramarski, 2004; Kramarski ve Zoldan, 2008; Renkl, 1999) öğrencileri bireysel açıklama, sorgulama, derin düşünme, kritik düşünme, muhakeme stratejilerini çeşitlendirme gibi becerileri kullanmaları yönünde teşvik edecek öğretim yaklaşımlarının işe koşulması gerektiğini önermişlerdir.

Tasarlanan öğrenme ortamında öğrencilerin yanlışlarından hareketle doğruya kendilerinin ulaşmalarına imkan tanımanın matematiksel muhakemelerinin gelişmesine katkıda bulunduğu belirlenmiştir. Bu sonuçtan hareketle, öğrencilerin yanlışlarından hareketle doğruya kendilerinin ulaşmalarının sağlanması sayesinde muhakemelerinin geliştiği söylenebilir. Öğrencilerin nerede yanlış yaptıkları ya da hataya düştüklerini tespit etmek için konuşma imkanı tanınması önemlidir. Nitekim öğrencilerin matematiksel fikirlerini rahatlıkla paylaşabildikleri bir ortam matematiksel muhakemenin gelişimi için ideal ortamdır (Yankelewitz vd., 2010). Böyle bir ortamda her bir bireyin diğerlerinin muhakemesinden etkilenme fırsatı elde edeceği belirtilmektedir (Maher ve Davis, 1995). Aynı parelelde, uluslararası reform çalışmalarında (NCTM, 1989; 2000) da öğrencilerin hatalarını belirlemenin matematiksel muhakemelerini geliştirmesindeki öneminden bahsedilmektedir.

Tasarlanan öğrenme ortamında sebep-sonuç ilişkisi içerisinde gerçekleştirilen öğretimin öğrencilerin matematiksel muhakemelerinin gelişmesine katkıda bulunduğu ortaya çıkmıştır. Bu sonuçtan hareketle, tasarlanan öğrenme ortamında sebep-sonuç ilişkisi içerisinde gerçekleştirilen öğretim sayesinde öğrencilerin muhakemelerinin geliştiği söylenebilir. Nitekim yapılan çeşitli araştırmalar (Erdem, 2011; Erdem ve Gürbüz, 2015; Gürbüz, 2008; Gürbüz ve Erdem, 2014; Hartman, 2001; Kramarski, 2004; Kramarski ve Zoldan, 2008; Renkl, 1999) öğrencileri bireysel açıklama, sorgulama, derin düşünme, kritik düşünme, muhakeme stratejilerini çeşitlendirme gibi becerileri kullanmaları yönünde teşvik edecek öğretim yaklaşımlarının işe koşulması gerektiğini önermişlerdir.

Tasarlanan öğrenme ortamında öğrencileri problem çözerken farklı çözüm stratejileri kullanmaya teşvik etmenin matematiksel muhakemelerinin gelişmesine katkı sağladığı belirlenmiştir. Bu sonuçtan hareketle, öğrencileri farklı çözüm stratejileri kullanmaya teşvik etme sayesinde muhakemelerinin geliştiği söylenebilir. Literatür incelendiğinde de, problem çözerken farklı çözüm stratejileri kullanmanın öneminden bahseden çalışmalara rastlamak mümkündür (Akay vd., 2006; Altun, 2008; Cai ve Cifarelli, 2005; Cifarelli, 1998; Cifarelli ve Cai, 2005; Duatepe vd., 2005; Erdem, 2011; Erdem ve Gürbüz, 2015; Gürbüz, 2008; Kramarski ve Zeichner, 2001; Mandacı-Şahin, 2007; Umay, 2003).

Tasarlanan öğrenme ortamında grupça problem çözmenin öğrencilerin matematiksel muhakemelerinin gelişmesine katkıda bulunduğu ortaya çıkmıştır. Bu sonuçtan hareketle, grupça problem çözme sayesinde öğrencilerin muhakemelerinin geliştiği söylenebilir. Bu sonuç, öğrencilerin aktif olarak katılabildiği ve grupça yürütülen öğrenci merkezli öğrenme ortamlarının öğrencilerin matematiksel muhakemelerinin geliştirilmesi için uygun zeminler olduğunu belirten araştırmalarla (Demirel, Tuncel, Demirhan ve Demir, 2008; Gürbüz, 2008; Gürbüz vd., 2014; Jeffrey ve Craft, 2004; Qin vd., 1995; Umay, 2003; Van Amelsvoort vd., 2007; Yıldırım ve Tarım, 2008) paralellik göstermektedir.

Tasarlanan öğrenme ortamında farklı yöntemler (*Eğitsel oyunlar, Karikatürler, Bilgisayar destekli uygulamalar, Somut materyaller*) kullanılarak gerçekleştirilen öğretimin eğlenceli olduğu ve dolayısıyla derse katılımı arttırdığı belirlenmiştir. Bu sonuçtan hareketle, farklı yöntemler kullanılarak gerçekleştirilen öğretimin eğlenceli olması sayesinde derse katılımın arttığı söylenebilir. Bu sonuç, farklı duyu organlarına hitap edecek şekilde gerçekleştirilen öğretimin öğrencileri aktif kıldığını ve derse katılımlarını arttırdığını belirten Gardner (1997), Greenhawk (1997), Coşkungönüllü (1998), Başbay (2005), Yıldırım ve Tarım (2008), Gürbüz (2008; 2011) ve Gürbüz vd. (2014) çalışmalarıyla paralellik göstermektedir.

Tasarlanan öğrenme ortamında pekiştireç kullanmanın derse katılımı arttırdığı ortaya çıkmıştır. Bu sonuçtan hareketle, pekiştireç sayesinde öğrencilerin derse katılımlarının arttığı söylenebilir. Bu sonuç, doğru ve yerinde kullanılan pekiştireçlerin öğrenmeyi olumlu etkilediğini belirten araştırmalarla (Can, 2005; Dovis, Van der Oord, Wiers ve Prins, 2013; Flora ve Flora, 1999; Ross ve Braden, 1991; Yaman ve Güven, 2014) uygunluk göstermektedir.

Tasarlanan öğrenme ortamında bireysel farklılıkları göz önüne almanın derse katılımı arttırdığı belirlenmiştir. Bu sonuçtan hareketle, bireysel farklılıkları göz önüne alma sayesinde öğrencilerin derse katılımlarının arttığı söylenebilir. Bütün öğrenciler, geleneksel öğrenme ortamlarında aynı tip öğretime maruz bırakılmaktadır. Ancak tasarlanacak öğrenme ortamlarında öğrenciler arasındaki bireysel farklılıklar, öğrenme biçimlerinin farklı olması ve yetenek, zekâ, güdü vb. özelliklerinin farklı olması göz önüne alınması gereken önemli faktörlerdir (Açıkgöz, 2003). Nitekim literatürde bireysel farklılıkların dikkate alındığı öğrenme ortamlarının başarıyı, motivasyonu ve kalıcı öğrenmenin sağlanmasına katkı sunduğunu belirten birçok çalışmaya (Başbay, 2005; Campbell ve Campbell, 1999; Demirci ve Yağcı, 2008; Demirel vd., 2008; Gürbüz, 2008; Kezar, 2001; Köksal ve Yel, 2007; Talu, 1999; Yıldırım ve Tarım, 2008) rastlamak mümkündür.

Tasarlanan öğrenme ortamında meydana gelen gürültünün sınıf yönetimi açısından sıkıntı oluşturduğu belirlenmiştir. Bu sonuçtan hareketle, gürültünün sınıf yönetimi açısından sıkıntı oluşturduğu söylenebilir. Bu tür, öğrencilerin ilgilerini çeken farklı öğretim yöntemlerinin bir arada kullanıldığı öğrenme ortamlarında sınıf mevcutlarının az olması öğretimin etkili olmasında önemlidir. Nitekim kalabalık sınıfların etkileri üzerine yapılan bir araştırmaya göre, kalabalık sınıfların; eğitim-öğretim ortamı, öğretmenin sınıf yönetimi, sınıflardaki hijyen ve sağlık problemleri, sınıftaki sosyal iletişim ve öğretmenin rehberlik rolleri boyutlarında ciddi düzeyde sorunlar yaşanmasına yol açtığı bulunmuştur (Yaman, 2010). Yapılan diğer birçok çalışmada da sınıfların kalabalık olmasının öğrenmeyi olumsuz etkilediği belirtilmektedir (Airasian, 2001; Bakioğlu ve Polat, 2002; Başar, 2003; Çetin, 2013; Gürbüz, 2008; Gürbüz vd., 2014; Karabenick, 2003; Kutluca vd., 2009; Metin, 2013; Moyer, 2001; Öğülmüş ve Özdemir, 1995; Seferoğlu, 2004; Tuncel, Argon, Kartallıoğlu ve Kaya, 2011; Yaman, 2006; 2009).

Tasarlanan öğrenme ortamında not tutturulmamasının öğretmenler tarafından bir eksiklik olarak değerlendirildiği, öğrencilere ise farklı bir bakış açısı kazandırdığı ortaya çıkmıştır. Bu sonuçtan hareketle, öğrenme ortamında not tutturulmamasının öğretmenler tarafından garipsendiği, öğrencilere ise yeni bir bakış açısı kazandırdığı söylenebilir. Öğrenme ortamlarında öğretmenin not tutmayı öğrenciye bırakması gerektiği ve kitabı deftere aktarır gibi not tutturmasının öğrencileri ezberciliğe itebileceği ve dersleri sıkıcı hale getireceği düşünülmektedir. Bu bağlamda, öğrencinin önemli gördüğü ve sonradan okuyunca hatırlayacağı ve merakını çekecek hususları kendisinin yazmasının daha verimli olacağı söylenebilir.

Tasarlanan öğrenme ortamında gerçekleştirilen öğretimin oldukça emek ve zaman aldığı belirlenmiştir. Bu sonuçtan hareketle, gerçekleştirilen öğretimin zaman aldığı ve farklı öğretim araçları hazırlamanın emek gerektirdiği söylenebilir. Ancak Ortaokul Matematik Dersi (5, 6, 7 ve 8. Sınıflar) Öğretim Programı incelendiğinde, kesirler ve tamsayılar konularının öğretimi için bu tür farklı öğretim yöntemlerini kullanmaya imkân tanıyacak kadar sürenin verildiği söylenebilir. Yapılan bir araştırmada (Özmen, Taşkın ve Güven, 2012), öğretmenlerin derslerde rutin olmayan problemlerden çok, rutin problemleri tercih etmelerinde ülkemizdeki mevcut eğitim sisteminin müfredat bağımlı olmasının etkili olabileceği öne sürülmüştür. Diğer bir araştırmada ise Özpolat (2013), öğretmenlerin müfredata son derece bağlı kalmaları ve var olan merkezi sınavlar öğrenci merkezli eğitimin hayata geçirilmesini olumsuz etkilediğini belirtmiştir. Aynı parelelde, merkezi sınavların öğrenme ortamları üzerinde etkisinin olduğunu ve sınav odaklı öğretimin yapılmasını teşvik ettiğini belirten birçok araştırmaya (Ayres, Sawyer ve Dinham, 2004; Baki, 1998; Black ve Wiliam, 1998; Crook, 1988; Dori ve Herscovitz, 1999; Gainsburg, 2008; Gürbüz, 2008; 2011; Stiggins, 1999; 2002; Tobin, 1987) rastlamak mümkündür.

Tasarlanan öğrenme ortamında sınıf hâkimiyetinde sıkıntılar yaşandığı ortaya çıkmıştır. Bu sonuçtan hareketle, tasarlanan öğrenme ortamında sınıf hâkimiyetinde sıkıntıların yaşandığı söylenebilir. Aynı parelelde, Özgan ve Yılmaz (2009) sınıf yönetimi ile sınıf hâkimiyeti arasında bir ilişki olduğunu ortaya koymuş ve öğretmenlerin öğretme-öğrenme sürecindeki eksikliklerden sonra en fazla sınıf hâkimiyetinde sıkıntı yaşadıkları sonucuna varmışlardır. Kutluca vd. (2009) ise sınıf mevcudunun kalabalık olduğu ortamlarda grupların oluşturulması, konunun işlenmesi ve sınıf hâkimiyeti konularında sıkıntılar yaşanabileceğini belirtmişlerdir. Diğer bir araştırmada ise Tuncel vd. (2011), sınıfların kalabalık olduğu ortamlarda, araç-gereçlerin kullanımının zorlaştığı ve sınıf hâkimiyetinin azaldığı bulgusuna ulaşmışlardır.

Tasarlanan öğrenme ortamında öğrencilerin not kaygısı taşımadıkları belirlenmiştir. Bu sonuçtan hareketle, bu öğrenme ortamında öğrencilerin not kaygısı taşımadıkları ve bu durumun öğrencilerin gürültü yapmalarına yol açtığı söylenebilir. Öte yandan, bu öğrencilerle uzun zaman sürecinde gerçekleştirilecek olan öğretimler sonrasında öğretmene ve ders işleme tarzına alışmayla birlikte öğrencilerin etkili öğrenmelere sahip olabilecekleri söylenebilir. Yapılan araştırmalara bakıldığında; Altun ve Akkaya (2014), çalışma grubundaki öğretmenlerin sınavların gerekliliğini belirttikleri ancak öğrencilerin not kaygısı yaşamalarının önüne geçilmesi gerektiğini ifade etmişlerdir. Greene ve Saxe (1992) ve Köklü (2000) ise öğrencilerin olumsuz davranışlar göstermelerinin altında yatan en önemli nedenlerden birinin not kaygısı olduğunu belirtmişlerdir.

Tasarlanan öğrenme ortamında gerçekleştirilen öğretimin merkezi sınavdaki başarıya etkisinin sorgulanabileceği ortaya çıkmıştır. Bu sonuçtan hareketle, tasarlanan öğrenme ortamında gerçekleştirilen öğretimin merkezi sınavdaki başarıya etkisinin tartışılabileceği söylenebilir. Yapılan çeşitli çalışmalarda (Ayres vd., 2004; Baki, 1998; Black ve Wiliam, 1998; Crook, 1988; Dori ve Herscovitz, 1999; Gürbüz, 2008; 2011; Stiggins, 1999; 2002; Tobin, 1987) merkezi sınavların öğrenme ortamları üzerinde etkisinin olduğu ve sınav odaklı öğretimin yapılmasını teşvik ettiği belirlenmiştir. Bu araştırmada kullanılan açık uçlu üst düzey problemlerin çoktan seçmeli sorulara göre daha fazla muhakeme gerektirdiği göz önüne alındığında, öğrencilerin bu tür problemlerle uğraşmalarının merkezi sınavdaki başarılarına da olumlu etkisinin olacağı söylenebilir.

Araştırmanın dördüncü alt problemi ise “Tasarlanan öğrenme ortamının öğrencilerin matematiğe ilişkin tutumlarına etkisi var mıdır?” şeklinde ifade edilmişti. Yapılan analiz sonucunda, tasarlanan öğrenme ortamının öğrencilerin matematiğe ilişkin tutumlarını anlamlı düzeyde iyileştirdiği ($z=4.54$, $p<.05$) tespit edilmiştir. Bu bulgu, öğretmen ve öğrencilerin süreçle ilgili daha önce dile getirdikleri olumlu görüşlerini doğrulamaktadır. Bu sonuçtan hareketle, bu öğrenme ortamının öğrencilerin matematiğe ilişkin tutumlarını olumlu yönde etkilediği söylenebilir.

Matematiğe karşı duyulan olumsuz tutumu, korkuyu ya da ön yargıyı ortadan kaldırmak için öğrencilerin dikkatini çeken, görsel materyallerle bilginin hatırda kalmasını kolaylaştırarak daha fazla duyu organına hitap edebilen, neden sonuç ilişkilerini sorgulama fırsatı veren, bilişsel alana hitap ettiği gibi duyuşsal alana da hitap ederek öğrencilerin derse karşı olumlu tutum geliştirmesini hedefleyen öğrenme ortamlarının ve etkinliklerinin düzenlenmesi son derece önemli olduğu belirtilmektedir (Şengül ve Dereli, 2013b). Bunların yanı sıra, küçük yaşlarda günlük yaşamdan örneklerle soyut-somut ilişkisinin kavratılmasının matematiğe karşı duyulan korkunun ve olumsuz tutumun azaltılmasında büyük önem taşıdığı ifade edilmektedir (Umay, 1996). Literatürdeki bu tür öneriler göz önüne alınarak yürütülen bu çalışmada, farklı öğretim yöntemleri kullanılarak birden fazla duyu organına hitap edecek şekilde gerçekleştirilen öğretimin öğrencilerin matematiğe ilişkin tutumlarını olumlu yönde etkilediği belirlenmiştir. Bu sonuç, öğrenme ortamlarında farklı öğretim araçları kullanılarak gerçekleştirilen öğretimin matematiğe ilişkin tutumu olumlu yönde etkilediğini belirten çalışmalarla (Aksoy, 2010; Castro, 1998; Clements, 2000; Dereli, 2008; Gelen ve Özer, 2010; Gürbüz vd., 2014; İngeç, 2008; Kılınç, 2008; McNeil ve Jarvin, 2007; Nahiley vd., 1982; Sowell, 1989; Şengül ve Dereli, 2013a; Thompson, 1992; Tural, 2005; Uğurel ve Moralı, 2006; Üner, 2009) paralellik göstermektedir.

Bu araştırmada tartışılması gereken diğer bir önemli husus ise, matematiksel muhakemeyi değerlendirmede ve geliştirmede açık uçlu problemlerin kullanılması gerektiğidir. Araştırmada, öğrencilerin matematiksel muhakemelerini öğretim sürecinde geliştirmek ve öntestte ve sontestte değerlendirmek için farklı açık uçlu problemler kullanılmıştır. Tüm bu araştırma sürecinden hareketle, açık uçlu problemler sayesinde öğrencilerin cevap seçeneklerine odaklanmak yerine bir çözüm sunmaya çalıştığı ve bu sayede daha fazla muhakemede bulundukları söylenebilir. Benzer şekilde Mandacı-Şahin (2007), açık uçlu problemlerin öğrenciye farklı yöntemlerle dilediği gibi cevap verme şansı tanıdığını, öğrencilerin sadece doğru cevaba ulaşmak yerine cevabını en iyi şekilde açıklamaya çalışacağı ve böylece sonuçtan çok çözüm yolunun, düşünme biçiminin kapsamının genişleyeceğini belirtmiştir. Matematiksel muhakeme becerisini değerlendirmede açık uçlu problemlerin ağırlıklı olarak kullanılması gerektiği Akay vd. (2006), Alkove ve McCarty (1992), Erdem (2011), Erdem ve Gürbüz (2015), Frederiksen (1984), Gürbüz ve Erdem (2014), Henningsen ve Stein (1997), Kosonen (1992), Lannin (2004), Mandacı-Şahin (2007) ve Suzuki (1997) tarafından yapılan çalışmalarda da belirtilmiştir. Öğretim sürecinde öğrencilere sunulan açık uçlu problemler işbirlikli gruplarda araştırmacı rehberliğinde tartışılarak çözülürken, öğrencilerin muhakemelerini ortaya çıkarmak için "Niçin böyle düşünüyorsunuz?", "Nasıl?", "Bu sonuca nasıl ulaştınız?", "Başka nasıl çözebilirdiniz?" gibi sorular yöneltilmiştir. Bu şekildeki soruların öğrencilerin düşündüklerini açıklamalarına imkân tanıdığı ve matematik dilini kullanarak kendilerini ifade etmelerine katkı sağladığı söylenebilir. Öğrencilerin nasıl matematiksel muhakemede bulunduklarını belirlemede kullanılan benzer sorulara literatürdeki çalışmalarda (Erdem, 2011; Erdem ve Gürbüz, 2015; Gürbüz, 2010; Gürbüz ve Erdem, 2014; Howell ve Wilson, 2014) da rastlanmıştır.

5.2. Öneriler

Farklı öğretim yöntemleri kullanılarak zenginleştirilen öğrenme ortamının etkileriyle ilgili yürütülen bu çalışmanın sonucunda; gerçekleştirilen öğretimin öğrencilerin matematiksel muhakemelerini anlamlı düzeyde geliştirdiği, etkili ve kalıcı öğrenme sağladığı, derse katılımı arttırdığı ve öğrencilerin matematiğe ilişkin tutumlarını anlamlı düzeyde iyileştirdiği tespit edilmiştir. Öte yandan, gerçekleştirilen öğretimin sınıf yönetimi açısından *gürültü, sınıf hâkimiyeti, not kaygısı taşımama* gibi bazı sıkıntılarının olduğu ortaya çıkmıştır.

Aşağıda araştırmanın sonuçlarından hareketle bazı önerilere yer verilmiştir.

- Matematiksel muhakemeyi değerlendirmek ve geliştirmek için çözümüne hemen ulaşılamayan açık uçlu problemler kullanılabilir.
- Öğrencilerin nasıl muhakemede bulunduklarını ortaya çıkarmak ve ezbere öğrenmenin önüne geçmek için öğrenme ortamlarında “Niçin böyle düşünüyorsunuz?”, “Nasıl?”, “Bu sonuca nasıl ulaştınız?”, “Başka nasıl çözebilirdiniz?” gibi sorular yöneltilebilir.
- Milli Eğitim Bakanlığı’yla işbirliği içerisinde öğretmenlerin bu tür farklı öğretim araçlarının kullanıldığı İlköğretim Matematik Öğretmenliği lisans programında yer alan Özel Öğretim Yöntemleri derslerini gözlemlemelerine imkân tanınabilir.
- Sınıf mevcutlarının uygun olduğu ortamlarda işbirlikli heterojen gruplar oluşturularak öğrencilerin yapıcı tartışmalar yapmaları sağlanabilir.
- Mizahın ön plana çıktığı karikatürlerin matematik öğretimindeki etkinliği arttırılabilir.
- Kesirler ve tamsayılar dışındaki diğer konularda da zenginleştirilmiş öğrenme ortamlarının etkileri araştırılabilir.
- Farklı öğretim araçları kullanılarak tasarlanmış öğrenme ortamlarının merkezi sınavdaki başarıya etkisi araştırılabilir.
- Öğrencilerin matematik dersi karne başarılarıyla matematiksel muhakemeleri arasındaki ilişki araştırılabilir.

KAYNAKÇA

Açıkgöz, Ü. K. (2003). *Aktif öğrenme.* İzmir: Eğitim Dünyası Yayınları.

Ahmad, W., Shafie, A. and Latif M. (2010). Role-playing game-based learning in mathematics. *Electronic Journal of Mathematics & Technology, 4*(2), 184-196.

Airasian, P. W. (2001). *Classroom assessment: Concepts and application*. New York: McGraw-Hill.

Akay, H., Soybaş, D. ve Argün, Z. (2006). Problem kurma deneyimleri ve matematik öğretiminde açık-uçlu soruların kullanımı. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, *14*(1), 129-146.

Akkan, Y. ve Çakıroğlu, Ü. (2011). *Farklı branşlardaki öğretmen ve öğretmen adaylarının matematik öğretiminde sanal-fiziksel manipülatiflere bakış açılarının karşılaştırılması*. V. ICITS, Elazığ.

Akkuş, O. (2008). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının matematiği günlük yaşamla ilişkilendirme düzeyleri. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 35,* 1- 12.

Akkuzu, N. (2014). The role of different types of feedback in the reciprocal ınteraction of teaching performance and self-efficacy belief. *Australian Journal of Teacher Education, 39*(3), 36-66.

Aksoy, N. C. (2010). *Oyun destekli matematik öğretiminin ilköğretim 6. sınıf öğrencilerinin kesirler konusundaki başarı, başarı güdüsü, özyeterlik ve tutumlarının gelişimlerine etkisi*. Yüksek lisans tezi, Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Aksu, M. (1997). Student performance in dealing with fractions. *The Journal of Education Journals*, *90*(6), 375-380.

Alacaci, C. (2009). *Öğrencilerin kesirler konusundaki kavram yanılgıları*. E. Bingölbali ve M. F. Özmantar (Ed.), İlköğretimde karşılaşılan matematiksel zorluklar ve çözüm önerileri (1.baskı), Ankara: Pegem Akademi Yayınları.

Alkan, H. ve Altun, M. (1998). *Matematik öğretimi*. Eskişehir: Anadolu Üniversitesi Yayınları.

Alkove, L. D. and McCarty, B. J. (1992). Plain talk: Recognizing positivism and constructivism in practice. *Action in Teacher Education, 14*, 16-22.

Alsaç, Ü. (1999). *Türkiye'de karikatür, çizgi roman ve çizgi film.* İletişim Yayınları: İstanbul.

Altıparmak, K. and Özdoğan, E. (2010). A study on the teaching of the concept of negative numbers. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *41*(1), 31-47.

Altıparmak, K. and Öziş, T. (2005). Matematiksel ispat ve matematiksel muhakemenin gelişimi üzerine bir inceleme. *Ege Eğitim Dergisi*, *6*(1), 25-37.

Altun, H. (2004). *Kesirler ve rasyonel sayıların öğretilmesinde karşılaşılan güçlüklerin giderilme yöntemleri*. Yüksek lisans tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.

Altun, M. (2006). Matematik öğretiminde gelişmeler. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *19*(2), 223–238.

Altun, M. (2008). *İlköğretim ikinci kademe (6, 7 ve 8. sınıflarda) matematik öğretimi*. Bursa: Aktüel Yayıncılık.

Altun, M. and Akkaya, R. (2014). Mathematics teachers' comments on PISA math questions and our country's students' low achievement levels. *Hacettepe University Journal of Education*, *29*(1), 19-34.

Altunay, D. (2004). *Oyunla desteklenmiş matematik öğretiminin öğrenci erişisine ve kalıcılığa etkisi*. Yüksek Lisans Tezi, Gazi üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Andriessen, J., Baker, M., and Suthers, D. (2003). *Argumentation, computer support, and the educational context of confronting cognitions*. In J. Andriessen, M. Baker, & D. Suthers (Eds.), Arguing to learn: Confronting cognitions in computer-supported collaborative learning environments (pp. 1–25). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic.

Angelides, M. C. and Agius, H. V. (2002). An interactive multimedia learning environment for VISI built with COSMOS. *Computers & Education, 39,* 145-160.

Arıkam, G. (2004). *Kırşehir ilköğretim II. kademe öğrencilerinin matematik kaygı düzeyleri ile matematik başarıları arasındaki ilişki*. Yüksek lisans tezi, Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Arslan, Ç. (2007). *İlköğretim öğrencilerinde muhakeme etme ve ispatlama düşüncesinin gelişimi*. Doktora Tezi, Uludağ Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Bursa.

Arslan, S. ve Özpınar, İ. (2008). Öğretmen nitelikleri: ilköğretim programlarının beklentileri ve eğitim fakültelerinin kazandırdıkları. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, *2*(1), 38-63.

Artzt, A. and Yaloz-Femia, S. (1999). Mathematical reasoning during small-group problem solving. In L. Stiff and F. Curio (eds.), *Developing Mathematical Reasoning in Grades K-12*: 1999 Yearbook (pp. 115–126), National Council of Teachers of Mathematics, Reston, VA.

Aspinwall, L. and Shaw, K. L. (2000). Enriching students' mathematical intuitions with probability games and tree diagrams. *Mathematics Teaching in the Middle School*, *6*(4), 214-220.

Aşkar, P. (1986). Matematik dersine yönelik tutumu ölçen likert tipi bir ölçeğin geliştirilmesi. *Eğitim ve Bilim*, *11*(62), 31-36.

Ayres, P., Sawyer. W., and Dinham, S. (2004). Effective teaching in the context of a grade 12 high-stakes external examination in New South Wales, Australia. *British Educational Research Journal*, *30*(1), 141-165.

Bahtiyari, Ö. A. (2010). *8. Sınıf matematik öğretiminde ispat ve muhakeme kavramlarının ve önemlerinin farkındalığı*. Yüksek Lisans Tezi, Atatürk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.

Baker, M., Quignard, M., Lund, K., and Séjourné, A. (2003). *Computer-supported collaborative learning in the space of debate*. In B.Wasson, S. Ludvigsen, & U. Hoppe (Eds.), Designing for change in networked learning environments (pp. 11–20). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic.

Baker, M. and Chick, H. (2007). Making the most of chance. *Australian Primary Mathematics Classroom, 12*(1), 8–13.

Baki, A. (1998). *Matematik öğretiminde işlemsel ve kavramsal bilginin dengelenmesi.* Atatürk Üniversitesi, 40. Kuruluş Yıldönümü Matematik Sempozyumu, Erzurum.

Baki, A. (2002). *Bilgisayar destekli matematik (öğrenen ve öğretenler için)*. İstanbul: Ceren Yayın-Dağıtım.

Baki, A. (2008). *Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi*. Ankara: Harf Eğitim Yayıncılık.

Baki, A., Kösa, T. and Güven, B. (2011). A comparative study of the effects of dynamic geometry software and physical manipulatives on pre-service mathematics teachers' spatial visualization skills. *British Journal of Educational Technology, 42*(2), 291–310.

Bakioğlu, A. ve Polat, N. (2002). Kalabalık sınıfların etkileri bir ön araştırma çalışması. *Eğitim Araştırmaları Dergisi, 7*, 147-156.

Balım, G. A., İnel, D. and Evrekli, E. (2008). The effects the using of concept cartoons in science education on students' academic achievements and enquiry learning skill perceptions. *Elementary Education Online, 7*(1), 188-202.

Ball, D. L. (1988). *Knowledge and reasoning in mathematical pedagogy: examining what prospective teachers bring to teacher education*. Unpublished doctoral dissertation, Michigan State University, East Lansing.

Ball, D. L. (1990). Prospective elementary and secondary teachers' understanding of division. *Journal for Research in Mathematics Education, 21*(2), 132–144.

Ball, D. L. and Bass, H. (2003). Making Mathematics Reasonable in School. In J. Kilpatrick, W. G. Martin. & D. Schifter. (Eds.), *A research companion to principles and standards for school mathematics* (pp 227-236). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Ball, D. L., Hill, H. C., and Bass, H. (2005). Knowing mathematics for teaching: Who knows mathematics well enough to teach third grade, and how can we decide? *American Educator*, *29*(1), 14-46.

Barker, J. A. (2003). *The effects of motivational conditions on the mathematics performance of students on the National Assessment of Educational Progress Assessment*. Unpublished doctoral dissertation, Georgia State University.

Başar, H. (2003). *Sınıf yönetimi.* Ankara: Anı Yayıncılık.

Başbay, A. (2005). Çoklu zekâ uygulamasına katılan öğretmenlerin ve öğrencilerin uygulama hakkındaki görüşleri üzerine nitel bir araştırma. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *5*(2), 189-206.

Bayırtepe, E. ve Tüzün, H. (2007). The effects of game-based learning environments on students' achievement and self-efficacy in a computer course. *Hacettepe University Journal of Education, 33,* 41–54.

Baykul, Y. (2005). *İlköğretimde matematik öğretimi 1-5. sınıflar (8. Baskı)*. Ankara: PegemA Yayıncılık.

Becker, J. and Shimada, Y. (1997). *The open ended approach: A new proposal for teaching mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Behr, M. J., Lesh, R., Post, T., and Silver, E. A. (1983). Rational number concepts. In R. Lesh, & M. Landau (Eds.), *Acquisitions of mathematics concepts and processes* (pp. 92–126). New York: Academic Press.

Bell, P. (1997). Using argument representations to make thinking visible for individuals and groups. In R. Hall, N. Miyake, and N. Enyedy (Eds.), *Proceedings of CSCL'97: The second international conference on computer-supported collaborative learning* (pp. 10–19). Toronto, Canada: University of Toronto Press.

Bezuk, N. S. and Bieck, M. (1993). Current Research on Rational Numbers and Common Fractions: Summary and Implications for Teachers. In D. T. Owens (Ed.), *Research Ideas for the Classroom–Middle Grades Mathematics*, MacMillan, New York.

Bilgin, İ. (2006). The effects of hands-on activities incorporating a cooperative learning approach on eight grade students' science process skills and attitudes towards science. *Journal of Baltic Science Education*, *1*(9), 27-37.

Bingölbali, E. ve Özmantar M. F. (2009). *İlköğretimde karşılaşılan matematiksel zorluklar ve çözüm önerileri*. Ankara: Pegem Akademi Yayınları

Birgin, O. ve Gürbüz, R. (2009). İlköğretim II. kademe öğrencilerinin rasyonel sayılar konusundaki işlemsel ve kavramsal bilgi düzeylerinin incelenmesi. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *22*(2), 529-550.

Bishop, A. (1989). Review of research on visualization in mathematics education. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, *11*(1), 7–16.

Black, P. and Wiliam, D. (1998). Assessment and classroom learning. *Assessment in Education*, *5*(1), 7-74.

Bogdan, R.C. and Biklen, S. K. (2007). *Qualitative research for education: An Introduction to theory and methods*, (5th Ed.). Boston: Pearson Education.

Bohning, G. and Althouse, K. J. (1997). Using tangrams to teach geometry to young children. *Early Childhood Education Journal, 24*(2), 239-242.

Booker, G. (2000). *The maths game: using instructional games to teach mathematics*. Wellington, NZ: New Zealand Council for Educational Research.

Borasi, R. (1987). Exploring mathematics through the analysis of errors. *For the Learning of Mathematics, 7*(3), 1–8.

Borasi, R. (1994). Capitalizing on errors as "springboards for inquiry": A teaching experiment. *Journal of Mathematical Research, 25*, 166–208.

Bozkurt, A. ve Polat, M. (2011). Sayma pullarıyla modellemenin tam sayılar konusunu öğrenmeye etkisi üzerine öğretmen görüşleri. *Gaziantep Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, *10*(2), 787 -801.

Bragg, L. (2007). Students' conflicting attitudes towards games as a vehicle for learning mathematics: A methodological dilemma. *Mathematics Education Research Journal*, *19*(1), 29–44.

Brecht, L. J. (2000). *The relative effects of cooperative learning, manipulatives, and teh combination of cooperative learning and manıpulatives on fourth graders' conceptual knowledge, computation knowledge, and problem solving skills in multiplication*. Unpublished doctoral thesis, Indiana University of Pennsylvania, USA.

Brent, B. and Thomson, S. (1996). Videotaped microteaching: Bridging the gap from the university to the classroom. *The Teacher Educator*, *31*, 238-247.

Briscoe, C. and Stout, D. (2001). Prospective elementary teachers' use of mathematical reasoning in solving a lever mechanics problem. *School Science and Mathematics*, *101*(5), 228-235.

Bruner, J. (1983). Play, thought, and language. *Peabody Journal of Education, 60(3),* 60–69.

Bryman, A. (2012). *Social research methods (4th Ed.).* New York: Oxford University Press.

Burguillo, J.C. (2010). Using game theory and competition-based learning to stimulate student motivation and performance. *Computers and Education*, *55,* 566–575.

Büyüköztürk, Ş. (2011). *Sosyal bilimler için veri analizi el kitabı: İstatistik, araştırma deseni, SPSS uygulamaları ve yorum* (14. Baskı). Ankara: PegemA Yayınları.

Cai, J. and Cifarelli, V. V. (2005). Exploring mathematical exploration: How two college students formulated and solved their own mathematical problems? *Focus on Learning Problems in Mathematics*, *27*(3), 43–72.

Campbell, L. and Campbell, B. (1999). *Multiple intelligences and student achievement: success stories from six schools.* ASCD, Virginia, USA.

Can, Ş. (2005). Öğretme-öğrenmede ipuçları ve pekiştireçlerin rolü. *Muğla Üniversitesi Sosyal Bilimler Ensitüsü Dergisi*, *1*(14), 97-109.

Cankoy, O. (2010). Mathematics teachers' topic-specific pedagogical content knowledge in the context of teaching a^0, 0! and a ÷ 0. *Educational Sciences: Theory & Practice, 10*(2), 749-769.

Case, J. M. and Fraser, D. M. (1999). An investigation into chemical engineering students' understanding of the mole and use of concrete activities to promote conceptual change. *International Journal of Science Education*, *21*(12), 1237-1249.

Carraher, T. N., Carraher, D.W., and Schliemann, A. D. (1985). Mathematics in the streets and in schools. *British Journal of Developmental Psychology*, *3*, 21–29.

Carraher, T. N., Carraher, D. W., and Schliemann, A. D. (1987). Written and oral mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, *18,* 83-97.

Castro, C. S. (1998). Teaching probability for conceptual change. *Educational Studies in Mathematics, 35*, 233-254.

Cengizhan, S. (2011). Modüler öğretim tasarımıyla entegre edilmiş kavram karikatürleri hakkında öğretmen adaylarının görüşleri. *Eğitim ve Bilim*, *36*(160), 93-104.

Ceylan, A., Türnüklü, E. B. ve Moralı, S. (2000). *İlköğretimin birinci kademesinde matematik öğretimine uygun materyallerin geliştirilmesi ve uygulanması*. IV. Fen Bilimleri Eğitimi Kongresi, Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi, Ankara.

Chang, K. T. and Chien, T. M. (1996). A learning system for correcting misconceptions in DC electric circuits. *Proceedings of the National Science Council, Republic of China*, *6*(1), 31–38.

Checkley, K. (1997). The first seven and the eight a conversation with Howard Gardner. *Educational Leadership, 5*(1), 8-9.

Chi, M. T. H. and VanLehn, K. (1991). The content of physics self-explanations. *Journal of the Learning Sciences, 1,* 69–105.

Cho, K. and Jonassen, D. (2002). The effects of argumentation scaffolds on argumentation and problem solving. *Educational Technology Research & Development*, *50*(3), 5–22.

Cifarelli, V. V. (1998). The development of mental representations as a problem solving activity. *Journal of Mathematical Behavior, 17*, 239–264.

Cifarelli, V. V. and Cai, J. (2005). The evolution of mathematical explorations in open-ended problem-solving situations. *The Journal of Mathematical Behavior*, *24*(3), 302-324.

Clements, D. H. (2000). 'Concrete' manipulatives, concrete ideas. *Contemporary Issues in Early Childhood*, *1*(1), 45-60.

Cobb, P., Yackel, E., and Wood, T. (1991). Curriculum and teacher development: Psychological and anthropological perspectives. In E. Fennema, T.P. Carpenter and S.J. Lamon. (Eds.), *Integrating research on teaching and learning mathematics* (pp. 83 -119). Albany, NY: SUNY Press.

Cobb, P., Yackel, E., and Wood, T. (1992). Interaction and learning in mathematics classroom situations. *Educational Studies in Mathematics, 23,* 99 -122.

Cobb, P., Boufi, A., McClain, K., and Whitenack, J. (1997). Reflective discourse and collective reflection. *Journal for Research in Mathematics Education*, *28*(3), 258-277.

Cohen, L., Manion, L., and Morrison, K. (2005). *Research methods in education* (5th ed.). NewYork: Routledge, Taylor & Francis Inc.

Coşkungönüllü, R. (1998). *The effects of multiple intelligences theory on fifth graders' mathematics achievement*. Yüksek Lisans Tezi, Ortadoğu Teknik Üniversitesi, Ankara.

Coştu, B., Ünal, S. and Ayas, A. (2007). A hands-on activity to promote conceptual change about mixtures and chemical compounds. *Journal of Baltic Science Education, 6*(1), 35-46.

Creswell, J. W. and Plano Clark, V. L. (2006). *Designing and conducting mixed methods research*. Thousand Oaks, CA: Sage.

Creswell, J. W. (2007). *Qualitative inquiry and research method: Choosing among five approaches* (2nd. ed.). Thousand Oaks, CA: Sage.

Crook, T. J. (1988). The impact of classroom evaluation practice on student. *Review of Educational Research*, *58*(4), 438-481.

Cunningham, S. (1991). The visualization environment for mathematics education. W. Zimmerman and S. Cunningham (Eds.), *Visualization in teaching and learning mathematics*, (pp.67-76). Washington: Mathematical Association of America.

Çakmak, M. (2000). İlköğretimde matematik öğretimi ve aktif öğrenme teknikleri. *Gazi Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *20*(3), 111-118.

Çepni, S. (2009). *Araştırma ve proje çalışmalarına giriş* (4. Baskı), Trabzon.

Çetin, B. (2013). Sınıfta İstenmeyen öğrenci davranışlarıyla ilgili sınıf öğretmenlerinin karşılaştıkları sorunlar ve çözüm önerileri. *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi*, *14*(1), 255-269.

Çiğdemtekin, B. (2007). *Fizik eğitiminde elektrostatik konusu ile ilgili kavram yanılgılarının giderilmesine yönelik bir karikatüristik yaklaşım.* Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü. Ankara, Türkiye.

Çilenti, K. (1988). *Eğitim teknolojisi ve öğretim*. Ankara: Yargıcı Matbaası.

Çimen, E. E. (2008). *Matematik öğretiminde, bireye "Matematiksel Güç" kazandırmaya yönelik ortam tasarımı ve buna uygun öğretmen Etkinlikleri geliştirilmesi*. Doktora Tezi. Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.

Çubukçu, Z. (2004). *Öğretmen adaylarının düşünme stillerinin öğrenme biçimlerini tercih etmelerindeki etkisi*. XIII. Ulusal Eğitim Bilimleri Kurultayı, İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi, Malatya.

Davis, P. J. and Anderson, J. A. (1979). Nonanalytic aspects of mathematics and their implication for research and education. *Siam Review*, *21*(1), 112-127.

Davis, B. and Simmt, E. (2006). Mathematics-for-teaching: An ongoing investigation of the mathematics that teachers (need to) know. *Educational Studies in Mathematics*, *61*, 293–319.

De Castro, B. (2008). Cognitive models: the missing link to learning fraction multiplication and division. *Asia Pacific Education Review*, *9*(2), 101-112.

Demirci, N. ve Yağcı, Z. (2008). Fen bilgisi dersi “yaşamımızı yönlendiren elektrik” ünitesinin çoklu zekâ kuramı etkinliklerine göre değerlendirilmesi. *Eğitimde Kuram ve Uygulama*, *4*(1), 79-97.

Demirel, Ö. (2001). *Eğitim sözlüğü.* Ankara: PegemA Yayıncılık.

Demirel, Ö. (2002). *Eğitimde program geliştirme*. Ankara: PegemA Yayıncılık.

Demirel, Ö., Tuncel, İ., Demirhan, C. ve Demir, K. (2008). Çoklu zekâ kuramı ile disiplinlerarası yaklaşımı temel alan uygulamalara ilişkin öğretmen-öğrenci görüşleri. *Eğitim ve Bilim*, *33*, 14-25.

Dereli, M. (2008). *Tamsayılar konusunun karikatürlerle öğretiminin öğrencilerin matematik başarılarına ve tutumuna etkisi*. Yüksek lisans tezi, Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.

Diezmann, C. and English, L. D. (2001). Developing young children’s mathematical power. *Roeper Review*, *24*(1), 11-13.

Doğan, M. ve Yeniterzi, B. (2011) İlköğretim 7. sınıf öğrencilerinin rasyonel sayılar konusundaki hazır bulunuşlukları. *Selçuk Üniversitesi Ahmet Keleşoğlu Eğitim Fakültesi Dergisi, 31, 217-237*.

Doğan-Temur, Ö. (2011). Dördüncü ve beşinci sınıf öğretmenlerinin kesir öğretimine ilişkin görüşleri: fenomenografik araştırma. *Dumlupınar Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, *29*, 203-212.

Dori, Y. J. and Herscovitz, O. (1999). Question-posing capability as an alternative evaluation method: analysis of an environmental case study. *Journal of Research in Science Teaching*, *36*(4), 411-430.

Doruk, B. K. (2010). *Matematiği günlük yaşama transfer etmede matematiksel modellemenin etkisi*. Doktora Tezi, Hacettepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ankara.

Dovis, S., Van der Oord, S., Wiers, R. W., and Prins, P. J. (2013). What part of working memory is not working in ADHD? Short-term memory, the central executive and effects of reinforcement. *Journal of abnormal child psychology*, *41*(6), 901-917.

Dreyfus, T. (1991). *On the status of visual reasoning in mathematics and mathematics education*. Proceedings of the 15th Annual Meeting of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (Vol. 1, pp. 33-48).

Driscoll, M. (1984). What research says. *Arithmetic Teacher*, *31*(6), 34-35.

Duatepe, A., Akkuş-Çıkla, O. ve Kayhan, M. (2005). Orantısal akıl yürütme gerektiren sorularda öğrencilerin kullandıkları çözüm stratejilerinin soru türlerine göre değişiminin incelenmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 28*, 73-81.

Durmuş, S. (2005). Rasyonel sayılarda bölme işlemini ilköğretim öğrencilerin algılayışları. *Sakarya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *9*, 97-109.

Durmuş, S. and Karakırık, E. (2006). Virtual manipulatives in mathematics education: a theoretical framework. *The Turkish Online Journal of Educational Technology*, *5*(1), 117-123.

Durualp, E. (2006). *İlköğretimde sosyal bilgiler öğretiminde karikatür kullanımı.* Yüksek lisans tezi. Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Ekiz, D. (2009). *Bilimsel araştırma yöntemleri*. Ankara: Anı Yayıncılık.

Ekşi, G. (2012). Implementing an observation and feedback form for more effective feedback in microteaching. *Education and Science*, *37* (164), 267-282.

Emig, V. B. (1997). A multiple intelligences inventory. *Educational Leadership*, *55*(1), 47-50.

Empson, B. S. and Turner E. (2006). The emergence of multiplicative thinking in children's solutions to paper folding tasks. *Journal of Mathematical Behavior, 25*(1), 46-56.

English, L. D. (1998). Reasoning by analogy in solving comparison problems. *Mathematical Cognition, 4*(2), 125-146.

Eraslan, A. (2009). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının öğretmenlik uygulaması üzerine görüşleri. *Necatibey Eğitim Fakultesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi, 1*(3), 207-221.

Erdağ, S. (2011). *İlköğretim 5. sınıf matematik dersinde kavram karikatürleri ile destekli matematik öğretiminin, ondalık kesirler konusundaki akademik başarıya ve kalıcılığa etkisi*. Yüksek Lisans Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.

Erdem, E. (2011). *İlköğretim 7. sınıf öğrencilerinin matematiksel ve olasılıksal muhakeme becerilerinin incelenmesi.* Yüksek Lisans Tezi, Adıyaman Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Adıyaman.

Erdem, E., Gürbüz, R. ve Duran, H. (2011). Geçmişten günümüze gündelik yaşamda kullanılan matematik üzerine: Teorik değil pratik. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi*, *2*(3), 232-246.

Erdem, E. ve Soylu, Y. (2013). Öğretmen adaylarının KPSS ve alan sınavına ilişkin görüşleri. *Çankırı Karatekin Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi, 4*(1), 223-236.

Erdem, E. and Gürbüz, R. (2015). An analysis of seventh-grade students' mathematical reasoning. *Çukurova University Faculty of Education Journal*, in press.

Ersoy, Y. ve Ardahan, H. (2003). İlköğretim okullarında kesirlerin öğretimi-II: tanıya yönelik etkinlikler düzenleme [Bu çalışma http://www.matder.org.tr/ adresinden Kasım 2012'de edinilmiştir].

Erturan, D. (2007). *7.sınıf öğrencilerinin sınıf içindeki matematik başarıları ile günlük hayatta matematiği fark edebilmeleri arasındaki ilişki.* Yüksek Lisans Tezi, Hacettepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ankara.

Fast, G. R. (2001). The stability of analogically reconstructed probability knowledge among secondary mathematics students. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, *1*(2), 193-210.

Fırat, S. (2011). *Bilgisayar destekli eğitsel oyunlarla gerçekleştirilen matematik öğretiminin kavramsal öğrenmeye etkisi.* Yüksek Lisans Tezi, Adıyaman Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Adıyaman.

Finley, S. (2000). The *changing role of the teacher*. Southwest Educational Development Laboratory.

Fischbein, E. (1975). *The intuitive sources of probabilistic thinking in children*. Reidel: Dordrecht, The Netherlands.

Fischbein, E. (1987). *Intuition in science and mathematics: An educational approach*. Dordrecht: Reidel.

Fischbein, E. and Schnarch, D. (1997). The evolution with age of probabilistic, intuitively based misconceptions. *Journal of Research in Science Teaching*, *28*(1), 96-105.

Flora, S. R. and Flora, D. B. (1999). Effects of extrinsic reinforcement for reading during childhood on reported reading habits of college students. *The Psychological Record, 49*, 3- 14.

Forrester, P. A. and Chinnappan, M. (2010). The predominance of procedural knowledge in fractions. In L. Sparrow, B. Kissane and C. Hurst (Eds.), *Shaping the future of mathematics education MERGA33* (pp. 185-192). Fremantle, WA: MERGA Inc.

Francisco, J. M. and Maher, C. A. (2005). Conditions for promoting reasoning in problem solving: Insights from a longitudinal study. *Journal of Mathematical Behavior*, *24*, 361–372.

Fraenkel, J. R., Wallen, N. E., and Hyun, H. H. (2012). *How to design and evaluate research in education (8th ed.)*. New York: McGraw Hill.

Frederiksen, N. (1984). Implications of cognitive theory for instruction in problem solving. *Review of Educational Research*, *54*, 363-407.

Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task*. D. Reidel, Dordrecht.

Funke, J. and Frensch, P. A. (1995). Complex problem solving research in North America and Europe: an integrative review. *Foreign Psychology*, *5*, 42-47.

Gainsburg, J. (2008). Real-world connections in secondary mathematics teaching. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *11*, 199-219.

Gal-Ezer, J. and Zur, E. (2004). The efficiency of algorithms-misconceptions. *Computers & Education*, *42*, 215–226.

Ganesh, B. and Matteson, S. M. (2010). The benefits of reteaching lessons in preservice methods classes. *Action in Teacher Education, 32*(4), 52-60.

Gardner, H. (1997). Multiple intelligences as a partner in school ımprovement. *Educational Leadership, 55*(1), 20-21.

Garfield, J. and Ben-Zvi, D. (2009). Helping students develop statistical reasoning: implementing a statistical reasoning learning environment. *Teaching Statistics*, *31*(3), 72-77.

Gelen, İ. ve Özer, B. (2010). Oyunlaştırmanın beşinci sınıf matematik dersinde problem çözme becerisi ve derse karşı tutum üzerindeki etkisi. *e-Journal of New World Sciences Academy***,** *5*(1), 71–87.

Goldenberg, E., (1987). Believing is seeing: how preconceptions influence the perception ofgraphs, J. Bergeron, N. Herscovics and C. Kieran (Eds.), *Proceedings of the eleventh ınternational conference for the psycology of mathematics education*, (pp.197-203). Canada: University of Montreal.

Gökkurt, B., Şahin, Ö. ve Soylu, Y. (2012). Matematik öğretmenlerinin matematiksel alan bilgileri ile pedagojik alan bilgileri arasındaki ilişkinin incelenmesi. *The Journal of Academic Social Science Studies (JASSS), 5*(8), 997-1012.

Gökkurt, B., Soylu, Y. ve Demir, Ö. (2013). Ortaokul matematik öğretmenlerinin kesir öğretimine yönelik görüşlerinin incelenmesi. *12. Matematik Sempozyumu*, Hacettepe Üniversitesi, Ankara.

Gökkurt, B., Şahin, Ö., Soylu, Y. ve Soylu, C. (2013). Öğretmen adaylarının kesirlerle ilgili pedagojik alan bilgilerinin öğrenci hataları açısından incelenmesi. *International Online Journal of Educational Sciences, 5*(3),719-735.

Göktürk, F. (2013). *Ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin rasyonel sayılar konusunu günlük hayat problemlerinin çözümüne olan transfer düzeylerinin incelenmesi*. Yüksek Lisans Tezi, Fırat Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Elazığ.

Greene, A. S. and Saxe, L. (1992). *Everybody (else) does it: Academic cheating*. Paper presented at the annual meeting of the Eastern Psycliological Association, Boston, MA.

Greenhawk, J. (1997). Multiple intelligences meet standards. *Educational Leadership, 55*(1), 62-64.

Greenwald, S. J. and Nestler, A. (2004). Engaging students with significant mathematical content from the simpsons. *PRIMUS*, *14*(1), 29-39.

Gür, B. S. (2011). *Matematik felsefesi (3. Baskı)*. Ankara: Kadim Yayınları

Güler, H. K. (2010). *Karikatür kullanılarak yapılan öğretimin ilköğretim 6. Sınıf öğrencilerinin matematik dersi doğal sayılar alt öğrenme alanındaki akademik başarılarına ve matematik dersine karşı tutumlarına etkisi*. Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Güneş, A. (2007). *Bilgisayar-II. Bilgisayar destekli öğretim ve uzaktan eğitim*. Ankara: Pegema Yayıncılık.

Gürbüz, R. (2006). Olasılık kavramlarıyla ilgili geliştirilen öğretim materyallerinin öğrencilerin kavramsal gelişimine etkisi. *Dokuz Eylül Üniversitesi Buca Eğitim Fakültesi Dergisi, 20,* 59-68.

Gürbüz, R. (2007a). Olasılık konusunda geliştirilen materyallere dayalı öğretime ilişkin öğretmen ve öğrenci görüşleri. *Kastamonu Eğitim Dergisi, 15*(1), 259-270.

Gürbüz, R. (2007b). Bilgisayar destekli öğretimin öğrencilerin kavramsal gelişimlerine etkisi: Olasılık örneği. *Eurasian Journal of Educational Research*, *28*, 75-87.

Gürbüz, R. (2008). *Matematik öğretiminde çoklu zekâ kuramına göre tasarlanan öğrenme ortamlarından yansımalar.* Doktora Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.

Gürbüz, R., Çatlıoğlu, H., Birgin, O., and Toprak, M. (2009). Students' and their teachers' views of computer-assisted instruction: a case of probability subject. *Odgojne Znanosti-Educatinal Sciences*, *11*(1), 153–167.

Gürbüz, R. (2010). The effect of activity based instruction on conceptual development of seventh grade students in probability. *International Journal of Mathematical Educationin Science and Technology*, *41*(6), 743-767.

Gürbüz, R., Çatlıoğlu, H. Birgin, O., and Erdem, E. (2010). An investigation of fifth grade students' conceptual development of probability through activity based instruction: a quasi-experimental study. *Educational Sciences: Theory & Practice, 10*(2), 1021-1069.

Gürbüz, R. (2011). Çoklu zekâ kuramına göre tasarlanan öğrenme ortamında gerçekleştirilen matematik öğretiminin olumlu ve olumsuz yansımaları. *International Online Journal of Educational Sciences, 3*(3), 1195-1223.

Gürbüz, R. and Birgin, O. (2012). The effect of computer-assisted teaching on remedying misconceptions: The case of the subject “probability”. *Computers & Education, 58*, 931-941.

Gürbüz, R., Erdem, E., and Fırat, S. (2012). The effects of teaching mathematics performed with the help of CSCM on conceptual learning. *Creative Education, 3*(7), 1231-1240.

Gürbüz, R., Erdem, E. ve Gülburnu, M. (2013). Sınıf öğretmenlerinin matematik yeterliklerini etkileyen faktörlerin incelenmesi. *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi (KEFAD), 14*(2), 255-272.

Gürbüz, R., Erdem, E., and Fırat, S. (2014). The Effect of activity-based teaching on remedying the probability-related misconceptions: A cross-age comparison. *Creative Education, 5*(1), 18-30.

Gürbüz, R. ve Erdem, E. (2014). Matematiksel ve olasılıksal muhakeme arasındaki ilişkinin incelenmesi: 7. sınıf örneği. *Adıyaman Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, *16*, 205-230.

Gürbüz, R., Erdem, E. and Uluat, B (2014). Reflections from the process of game-based teaching of probability. *Croatian Journal of Education, 16*(Sp. Ed. 3), 109-131.

Hamalainen, R. (2008). Designing and evaluating collaboration in a virtual game environment for vocational learning. *Computers & Education, 50*, 98-109.

Hänze, M. and Berger, R. (2007). Cooperative learning, motivational effects, and student characteristics: An experimental study comparing cooperative learning and direct instruction in 12th grade physics classes. *Learning and Instruction, 17*, 29-41.

Hançer, A. H. (2005). *Fen eğitiminde yapılandırmacı yaklaşıma dayalı bilgisayar destekli öğrenmenin öğrenme ürünlerine etkisi*. Doktora Tezi, Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Harms, T. J. (2003). *Analysis of Minnesota students' mathematical literacy on TIMSS, NAEP, and MN BST*. Unpublished doctoral dissertation, The University of North Dakota.

Hartman, H. J. (2001). Developing students' meta-cognitive knowledge and skills. In H. J. Hartman (Ed.), *Metacognition in learning and instruction* (pp. 33–68). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic.

Hativa, N. and Cohen, D. (1995). Self learning of negative number concepts by lower division elementary students through solving computer-provided numerical problems. *Educational Studies in Mathematics, 28*(2), 401-431.

Hayes, R. and Stacey, K. (1999). Teaching negative number using integer tiles. In *22nd Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia (MERGA), University of Adelaide, Adelaide, SA*.

Henningsen, M. and Stein, M. K. (1997). Mathematical tasks and student cognition: classroom based factors that support and inhibit high-level mathematical thinking and reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education, 28*(5), 524-549.

Hill, H. C., Rowan, B., and Ball, D. L. (2005). Effects of teachers' mathematical knowledge for teaching on student achievement. *American Educational Research Journal, 42*(2), 371-406.

Hoerr, T. R. (1996). Introducing the theory of multiple intelligences. *NASSP Bulletin, 80*, 8-10.

Houssart, J. and Sams, C. (2008). Developing mathematical reasoning through games of strategy played against the computer. *The International Journal for Technology in Mathematics Education, 15*(2), 59-71.

Howell, T. H. and Wilson, P. H. (2014). *The role of teachers' questions in support of students' articulation of their mathematical reasoning*. Paper presented in proceedings of the 41the Annual Meeting of the Research Council on Mathematics Learning (pp. 105-112).

Hoyles, C. (1985). What is the point of group discussion in mathematics? *Educational Studies in Mathematics*, *16*(2), 205-214.

Huang, T. H., Liu, Y. C., and Shiu, C. Y. (2008). Construction of an online learning system for decimal numbers through the use of cognitive conflict strategy. *Computers & Education*, *50*, 61-76.

Human, P. and Murray, H. (1987). *Non-concrete approaches to integer arithmetic*. In Proceedings of the 11th International Conference for the Psychology of Mathematics Education (pp. 437-443). Montreal, Canada.

Işık, C. ve Kar, T. (2012). 7. sınıf öğrencilerinin kesirlerde toplama işlemine kurdukları problemlerin analizi. *İlköğretim Online*, *11*(4), 1021-1035.

Işıksal, M. (2006). *A study on pre-service elementary mathematics teachers' subject matter knowledge and pedagogical content knowledge regarding the multiplicatıon and division of fractions.* Unpublished doctoral dissertation. Middle East Technical University, Turkey.

Işıksal-Bostan, M. (2009). *Negatif sayılara ilişkin zorluklar, kavram yanılgıları ve bu yanılgıların giderilmesine yönelik öneriler*. E. Bingölbali ve M. F. Özmantar (Ed.), İlköğretimde karşılaşılan matematiksel zorluklar ve çözüm önerileri, Ankara: Pegem Akademi Yayınları.

Ifrah, G. (1998). *Rakamların evrensel tarihi I: Bir gölgenin peşinde*. Ankara: Tübitak Popüler Bilim Kitapları.

İngeç, S. (2008). Use of concept cartoons as an assessment tool in physics education. *US-China Education Review*, *5*(11), 47-54.

Inoue, N. (2008). Minimalism as a guiding principle: Linking mathematical learning to everyday knowledge. *Mathematical Thinking and Learning*, *10*(1), 36-67.

İşgüden, E. (2008). *7. ve 8. sınıf öğrencilerinin tam sayılar konusunda karşılaştıkları güçlükler*. Yüksek Lisans Tezi, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.

Janvier, C. (1983). *The understanding of directed numbers*. In Proceedings of the 8th International Conference for the Psychology of Mathematics Education (pp. 295-300). Sydney, Australia.

Janvier, C. (1985). Comparison of models aimed at teaching signed integers. In L. Streefland (Ed.), *Proceedings of the ninth international conference for the Psychology in Mathematics Education* (pp. 135–140). Utrecht, the Netherlands: Program Committee.

Jeffrey, B. and Craft, A. (2004). Teaching creatively and teaching for creativity: distinctions and relatioships. *Educational Studies, 30*(1), 77-87.

Johnson, D.W. and Johnson, R. T. (1989). *Cooperation and competition*, 2nd edition, Edina, Minnesota: Interaction.

Kabapınar, F. (2005). Effectiveness of teaching via concept cartoons from the point of view of constructivist approach. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri Dergisi*, *5*(1), 135- 146.

Kalaycı, Ş. (2010). *SPSS uygulamalı çok değişkenli istatistik teknikleri* (5. Baskı). Asil Yayın Dağıtım: Ankara.

Kamii, C. and Lewis, B. A. (1990). Constructivism and first grade arithmetic. *Arithmetic Teacher*, *38*(1), 34-35.

Kamii, C. and Rummelsburg, J. (2008). Arithmetic for first graders lacking number concepts. *Teaching Children Mathematics, 14*(7), 389–394.

Kanselaar, G., Andriessen, J., Erkens, G., Jaspers, J., Prangsma, M., and Veerman, A. (2002). Co-construction of knowledge in computer supported collaborative argumentation (CSCA). In P. Kirschner (Ed.), *Three worlds of CSCL: Can we support CSCL?* (pp. 93–130). Heerlen, The Netherlands: Open Universiteit.

Karaağaçlı, M. ve Mahiroğlu, A. (2005). Yapılandırmacı öğretim açısından teknoloji eğitiminin değerlendirilmesi. *Gazi Üniversitesi Endüstriyel Sanatlar Eğitim Fakültesi Dergisi, 16,* 47-63.

Karabenick, S. A. (2003). Seeking help in large college classes: A person-centered approach. *Contemporary educational psychology*, *28*(1), 37-58.

Karakuş, F. (2010). Fraktal kart etkinliğiyle fraktal geometriye giriş. *İlköğretim Online, 9*(1), 1-6.

Karasar, N. (2009). *Bilimsel araştırma yöntemi* (19. Baskı). Ankara: Nobel Yayın Dağıtım.

Karataş, İ. ve Güven, B. (2010). Ortaöğretim öğrencilerinin günlük yaşam problemlerini çözebilme becerilerinin belirlenmesi. *Erzincan Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *12*(1), 201-217.

Kasmer, L. and Kim, O. K. (2011). Using prediction to promote mathematical understanding and reasoning. *School Science and Mathematics*, *111*(1), 20-33.

Ke, F. (2008). Computer games application within alternative classroom goal structures: cognitive, metacognitive, and affective evaluation. *Educational Technology Research and Development*, *56*, 539–556.

Ke, F. and Grabowski, B. (2007). Game playing for mathematics learning: cooperative or not? *British Journal of Educational Technology*, *38*(2), 249-259.

Kebritchi, M., Hirumi, A. and Bai, H. (2010). The effects of modern mathematics computer games on mathematics achievement and class motivation. *Computers & Education*, 55, 427–443.

Keogh, B., Naylor, S., De Boo, M., and Feasey, R. (1999*). Formative Assessment Using Concept Cartoons: Initial Teacher Trainig in The UK*. 2nd Conference of the European Science Education Research Association Conference, Kiel, Germany.

Keogh, B., Naylor, S., De Boo, M., and Feasey, R. (2001). (Ed: B, Helgard) *Research in science education- past, present and future, formative assesment using concept cartoons:* Initial Teacher Training in the UK. Hingham, USA: Kluwer Academic Publishers.

Kete, R., Avcu, T. ve Aydın, A. (2009). Öğretmen adaylarının çalışma yapraklarında karikatür kullanımına yönelik tutumları. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, *17*, 531-540.

Kezar, A. (2001). Theory of multiple intelligences: implications for higher education, *Innovative Higher Education*, *26*(2), 141-154.

Kılcan, S. (2006). *İlköğretim matematik öğretmenlerinin kavramsal bilgileri: Kesirlerle bölme.* Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Abant İzzet Baysal Üniversitesi, Bolu.

Kılınç, A. (2008). *Öğretimde mizahi kavramaya dayalı bir materyal geliştirme çalışması: Bilim karikatürleri.* Doktora tezi, Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Kieren, T. E. (1988). *Personal knowledge of rational numbers: Its intuitive and formal development*, In J. Hiebert and M. Behr (eds.), Research agenda for mathematics education: number concepts and operations in the middle grades. Lawrence Erlbaum,Virginia.

Kilhamn, C. (2011). *Making sense of negative numbers*. Göteborg, Sweden: Acta Universitatis Gothoburgensis. https://gupea.ub.gu.se/handle/2077/24151 adresinden Nisan 2013'te edinilmiştir.

Kilpatrick, J. (1987). Problem formulating: Where do good problems come from? In A. H. Schoenfeld (Ed.), *Cognitive science and mathematics education* (pp. 123–147). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

King, J. P. (2010). *Matematik sanatı (19. Baskı).* Ankara: Tübitak Popüler Bilim Kitapları.

Köklü, N. (2000). Lisans ve lisansüstü öğrencilerinin görüşlerine göre araştırma sürecine yönelik etik olmayan davranışları gösterilme sıklığı ve nedenleri. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Yönetimi Dergisi*, *6*(4), 527-542.

Kosonen, P. O. (1992). *Effects of teaching statistical laws on reasoning about problems*. Thesis submitted in partial fullfilment of the requirements for the degree of doctor of philosophy. Faculty of Education, Simon Fraser University.

Koşar, E. ve H. Çiğdem. (2003). *Eğitim ortamı tasarımı, araç-gereç ve materyal özellikleri öğretim teknolojileri ve materyal geliştirme*. Ankara: Pegem A Yayıncılık.

Kouritzin, S.G. and Vizard, C. (1999). Feedback on feedback: Preservice ESL teachers respond to evaluation practices. *TESL Canada Journal*, *17*(1), 16-39.

Köksal, M. S. ve Yel, M. (2007). Solunum sistemleri konusunun çoklu zekâ kuramına dayalı öğretiminin 10. sınıf öğrencilerinin akademik başarısı, derse karşı tutumu ve öğretimin kalıcılık düzeyine etkisi. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri, 7*(1), 211-239.

Köroğlu, H. ve Yeşildere, S. (2004). İlköğretim 7. sınıf matematik dersi tamsayılar ünitesinde çoklu zekâ teorisi tabanlı öğretimin öğrenci başarısına etkisi. *Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *24*(2), 25–41.

Körükçü, E. (2008). *Tam sayılar konusunun görsel materyal ile öğreniminin 6. sınıf öğrencilerinin matematik başarılarına etkisi.* Yüksek lisans tezi, Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.

Kramarski, B., Mevarech, Z. R., and Lieberman A. (2001). Effects of multilevel versus unilevel metacognitive training on mathematical reasoning. *Journal of Educational Research, 94*(5), 292-300.

Kramarski, B. and Zeichner, O. (2001). Using technology to enhance mathematical reasoning: Effects of feedback and self-regulation learning. *Educational Media International*, *38*(2-3), 77-82.

Kramarski, B. (2004). Making sense of graphs: Does metacognitive instruction make a difference on students' mathematical conceptions and alternative conceptions. *Learning and Instruction, 14,* 593–619.

Kramarski, B. and Mizrachi, N. (2004). *Enhancing mathematical literacy with the use of metacognitive guidance in forum discussion*. In Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psycology of Mathematics Education (Vol. 3, pp. 169-176).

Kramarski, B. and Zoldan, S. (2008). Using errors as springboards for enhancing mathematical reasoning with three metacognitive approaches. *The Journal of Educational Research*, *102*(2), 137-151.

Kuhn, D., Shaw, V., and Felton, M. (1997). Effects of dyadic interaction on argumentative reasoning. *Cognition and Instruction, 15,* 287–315.

Kumar, R. and Lightner, R. (2007). Games as an interactive classroom technique: perceptions of corporate trainers, college instructors and students. *International Journal of Teaching and Learning in Higher Education*, *19*(1), 53–63.

Küçük, A., Demir, B. ve Baran, T. (2010). *İlköğretim dördüncü ve beşinci sınıf öğretmenlerinin matematik öğretimi alanındaki yeterlilik düzeylerinin çeşitli değişkenler açısından incelenmesi.* 9. Ulusal Sınıf Öğretmenliği Eğitimi Sempozyumu, Elazığ.

Kyriacou, C. (1992). Active learning in secondary school mathematics. *British Educational Journal*, *18*(3), 309-318.

Lach, T. and Sakshaug, L. (2004). The role of playing games in developing algebraic reasoning, spatial sense and problem solving. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, *26*(1), 34-42.

Lamon, S. J. (1996). The development of unitizing: its role in children's partitioning strategies. *Journal for Research in Mathematics Education*, *27*(2), 170–193.

Lamprianou, I. and Lamprianou T. A. (2003). The nature of pupils' probabilistic thinking in primary schools in Cyprus. *International Group for the Psychology of Mathematics Education, 3*, 173-180.

Lannin, J. K. (2004). Developing MP by using explicit and recursive reasoning. *Mathematics Teacher*, *98*(4), 216-253.

Lave, J. (1988). *Cognition in practice: Mind, mathematics and culture in everyday life*. Cambridge: Cambridge University Press.

Lee, A. B. (1988). Computer-aided misconception-based intelligent tutoring and exercise generation. *Innovations in Education and Teaching International*, *25*(1), 67–73.

Leighton, J. P. (2003). Defining and describing reasoning. In J. P. Leighton and R. J. Sternberg (Eds.), *The nature of reasoning*. New York, NY: Cambridge.

Leikin, R. and Zaslavsky, O. (1997). Facilitating student interactions in mathematics in a cooperative learning setting. *Journal for Research in Mathematics Education, 28(*3), 331-355.

Levy, A. K. (1984). The language of play: The role of play in language development: A review of literature. *Early Child Development and Care*, *17*(1), 49-61.

Lithner, J. (2000). Mathematical reasoning in task solving. *Educational Studies in Mathematics*, *41*, 165-190.

Lithner, J. (2008). A research framework for creative and imitative reasoning. *Educational Studies in Mathematics*, *67*, 255-276.

Li, Y. and Kulm, G. (2008). Knowledge and confidence of pre- service mathematics teachers: the case of fraction division. *Mathematics Education*, *40*, 833-843.

Liu, T. C., Lin, Y. C., and Kinshuk. (2010). The application of Simulation-Assisted Learning Statistics (SALS) for correcting misconceptions and improving understanding of correlation. *Journal of Computer Assisted Learning*, *26*, 143–158.

Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics: teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States*. Mahwah, NJ: Erlbaum.

Maher, C. A. and Davis, R. B. (1995). *Children's explorations leading to proof*. In C. Hoyles and L. Healy (Eds.), Justifying and proving in school mathematics (pp. 87-105). Mathematical Sciences Group, Institute of Education, University of London, London.

Manches, A., O'Malley, C., and Benford, S. (2010). The role of physical representations in solving number problems: A comparison of young children's use of physical and virtual materials. *Computers & Education*, *54*(3), 622-640.

Mandacı-Şahin, S. (2007). *8. Sınıf öğrencilerinin matematik gücünün belirlenmesi*. Doktora tezi. Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.

Martino, L. and Johnson, D.W. (1979). Cooperative and individualistic experiences among disabled and normal children. *The Journal of Social Psychology, 107,* 177–83.

Martens, R. L., Valcke, M. M. A., and Portier, S. J. (1997). Interactive learning environments to support independent learning: the impact of discernability of embedded support devices. *Computers & Education*, *28,* 185-197.

Mason, J. (2001). *Questions about mathematical reasoning and proof in schools*. Opening address to QCA Conference, UK.

McClain, K. and Cobb, P. (2001). An analysis of development of sociomathematical norms in one first-grade classroom. *Journal for Research in Mathematics Education*, *32*(3), 236-266.

McCorkle, K. (2001). *Relational and instrumental learning when teaching the addition and subtraction of positive and negative integers:* Master Thesis, Faculty of California State University Domingues Hills, USA.

McCoy, L. P. (1996). Computer-based mathematics learning. *Journal of Research Computing in Education*, *28*(4), 438-460.

McDonald, D. S. (2003). The influence of multimedia training on users' attitudes: lessons learned. *Computers & Education*, *42*, 195-214.

McMillian, H. J. and Schumacher, S. (2010). *Research in education.* Boston: Pearson.

McNeil, N. M. and Jarvin, L. (2007). When theories don't add up: Disentangling the manipulatives debate. *Theory into Practice*, *46*(4), 309-316.

MEB (2009). *İlköğretim matematik dersi 6-8. sınıflar öğretim programı.* T.C. Milli Eğitim Bakanlığı. Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı, Ankara.

MEB (2013). *Ortaokul matematik dersi (5, 6, 7 ve 8. Sınıflar) öğretim programı*. T.C. Milli Eğitim Bakanlığı. Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı, Ankara.

MEB (2014). T.C. Millî Eğitim Bakanlığı. Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğü, Uluslarası Sınavlar, PISA.

Memnun, D. S. ve Altun, M. (2007). Permütasyon ve olasılık konularının aktif öğrenme ile öğretiminin öğrenci başarısına etkisi. *e-Journal of New World Sciences Academy*, *2*(4), 398-418.

Metin, M. (2013). Öğretmenlerin performans görevlerini hazırlarken ve uygularken karşılaştığı sorunlar. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, *13*(3), 1645-1673.

Miles, M. B. and Huberman, A. M. (1994). *An expanded sourcebook: qualitative data analysis (2nd Editon).* Thousand Oaks, CA: Sage.

Moss, J. and Case, R. (1999). Developing children's understanding of the rational numbers: a new model and experimental curriculum. *Journal for Research in Mathematics Education*, *30*(2), 122 – 147.

Moyer, P. S. (2001). Are we having fun yet? How teachers use manipulatives to teach mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 47, 175-197.

Moyer, P.S., Bolyard, J.J., and Spikell, M. M. (2002). What are virtual manipulatives? *Teaching Children Mathematics*, *8*, 372-377.

Mualler, M. and Yankelewitz, D. (2014). Fallacious argumentation in student reasoning: Are there benefits? *European Journal of Science and Mathematics Education, 2(1), 27-38.*

Nahiley, J., Stephens, J., and Sutherland, J. (1982). Cartoons: When they are effective. *Journal of Extansion*. *3-4*, 531-540.

National Council of Teachers of Mathematics [NCTM] (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston: Virginia.

National Council of Teachers of Mathematics [NCTM] (2000). *Principles and standards for school mathematics.* Reston, VA.

Newton, K. J. (2008). An extensive analysis of elementary preservice teachers' knowledge of fractions. *American Educational Research Journal*, *45*(4), 1080–1110.

Nilsson, P. (2007). Different ways in which students handle chance encounters in the explorative setting of a dice game. *Educational Studies in Mathematics*, *66*(3), 293-315.

Nilsson, P. (2009). Conceptual variation and coordination in probability reasoning. *The Journal of Mathematical Behavior*, *28*(4), 247–261.

Nisbet, S. (2006). *Mathematics without attitude*. Keynote address to the Annual Conference of the Queensland Association of Mathematics Teachers, Brisbane.

Nisbet, S. and Williams, A. (2009). Improving students' attitudes to chance with games and activities. *Australian Mathematics Teacher*, *65*(3), 25–37

Novak, J. D. and Gowin, D. B. (1984). *Learning how to learn*. New York: Cambridge University.

Nunes, T., Schliemann, A. D., and Carraher, D. W. (1993). *Street mathematics and school mathematics*. Cambridge University Press.

Olkun, S. (2001). Öğrencilerin hacim formülünü anlamlandırmalarına yardım edelim. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri Dergisi, 1*(1), 181-190.

Olkun, S. ve Toluk-Uçar, Z. (2012). *İlköğretimde etkinlik temelli matematik öğretimi*. Ankara: Anı Yayıncılık.

Olson, J. (2007). Developing students' mathematical reasoning through games. *Teaching Children Mathematics*, *13*(9), 464-471.

Öğülmüş, S. ve Özdemir, S. (1995). Sınıf ve okul büyüklüğünün öğrenciler üzerindeki etkisi. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Yönetimi Dergisi*, *1*(2), 261-273.

Öz, A. (2012). *Somut materyallerin ve geometer's sketchpad yazılımının kullanımının öğretmen adaylarının geometri başarılarına etkisinin incelenmesi.* Yüksek Lisans Tezi, Gaziantep Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Gaziantep.

Özalp, I. (2006). *Karikatür tekniğinin fen ve çevre eğitimde kullanılabilirliği üzerine bir araştırma*. Yüksek lisans tezi, Celal Bayar Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Manisa.

Özdemir, E. M., Duru, A. ve Akgün, L. (2005). İki ve üç boyutlu düşünme: iki ve üç boyutlu geometriksel şekillerle bazı özdeşliklerin görselleştirilmesi. *Kastamonu Eğitim Dergisi,13*(2), 527-540.

Özdener, N. (2008). A comparison of the misconceptions about the time-efficiency of algorithms by various profiles of computer-programming students. *Computers & Education*, *51*, 1094–1102.

Özgan, H. ve Yılmaz, S. (2009). Müfettişlerin öğretmenlerin sınıf yönetimindeki eksiklikleri hakkındaki görüşleri. *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi*, *10*(2), 57-65.

Özgen, K. (2013). Problem çözme bağlamında matematiksel ilişkilendirme becerisi: öğretmen adayları örneği. *E-Journal of New World Sciences Academy*, *8*(3), 323-345.

Özmen, Z. M., Taşkın, D. ve Güven, B. (2012). İlköğretim 7. sınıf matematik öğretmenlerinin kullandıkları problem türlerinin belirlenmesi. *Eğitim ve Bilim, 37*(165), 246-261.

Özpolat, V. (2013). Öğretmenlerin mesleki önceliklerinde öğrenci merkezli eğitim yaklaşımının yeri. *Milli Eğitim Dergisi*, *200*, 5-27.

Pape, S. J., Bell. C. V., and Yetkin, I. E. (2003). Developing mathematical thinking and self-regulated learning: A teaching experiment in a seventh-grade mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics 53,* 179-202.

Paperny, D. M. and Starn, J. R. (1989). Adolescent pregnancy prevention by health education computer games: computer-assisted instruction of knowledge and attitudes. *Pediatrics, 83*(5), 742-752.

Parmar, R. (2003). Understanding the concept of "division": assessment considerations. *Exceptionality*, *11*(3), 177-189.

Patton, M. Q. (1987). *How to use qualitative methods in evaluation*. London: Sage Publications Inc.

Peker, R. (1992). Geribildirimin üniversite öğrencilerinin ölçme ve değerlendirme dersindeki basarıya etkisi. *Uludağ Üniversitesi Dergisi, 7*(1), 31-39.

Peker, M. (2009). Genişletilmiş mikro öğretim yaşantıları hakkında matematik öğretmeni adaylarının görüşleri. *Türk Eğitim Bilimleri Dergisi*, *7*(2), 353-376.

Peled, I., Mukhopadhyay, S., and Resnick, L. B. (1989). *Formal and informal sources of mental models for negative numbers*. In Proceedings of the 13th international conference for the Psychology of Mathematics Education (Vol. 3, pp. 106-110). Paris, France.

Pellerin (2012). Improving mathematical reasoning and discourse through problem solving. *University of South Florida St. Petersburg Student Research Journal*, *2*(1), 1-14.

Peresini, D. and Webb, N. (1999). *Analyzing mathematical reasoning in students' responses across multiple performance assessment tasks*. Developing Mathematical Reasoning in Grades K-12 / Lee V. Stiff, 1999 Yearbook Editor, National Council of Teachers of Mathematics, Reston, Virginia.

Pesen, C. (2008). *Yapılandırmacı öğrenme yaklaşımına göre matematik öğretimi (4. Baskı).* Ankara: PegemA Yayıncılık.

Peters, S. (1998). Playing games and learning mathematics: the results of two intervention studies. *International Journal of Early Years Education*, *6*(1), 49–58.

Pijls, M., Dekker, R., and Van Hout-Wolters, B. (2007). Reconstruction of a collaborative mathematical learning process. *Educational Studies in Mathematics*, *65*, 309-329.

Pilten, P. (2008). *Üstbiliş stratejileri öğretiminin ilköğretim beşinci sınıf öğrencilerinin matematiksel muhakeme becerilerine etkisi*. Doktora Tezi. Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Polaki, M. V. (2002). Using instruction to identify key features of Basotho elementary students' growth in probabilistic thinking. *Mathematical Thinking and Learning*, *4*(4), 285-313.

Pratt, D. (2000). Making sense of the total of two dice. *Journal for Research in Mathematics Education*, *31*(5), 602-625.

Prensky, M. (2001). Fun, play and games: what makes games engaging. In M. Prensky (Ed.), *Digital game-based learning.* New York: McGraw-Hill

Pulos, S. and Sneider, C. (1994). Designing and evaluating effective games for teaching science and mathematics: an illustration form coordinate geometry. *Focus on Learning Problems in Mathematics 16*(3), 23–42.

Qin, A., Johnson, D. W., and Johnson R. T. (1995). Restructuring the classroom: condition for productive small groups: change elizabeth. *Review of Educational Research*, *64*(1), 1-35.

Ragasa, C. Y. (2008). A comparison of computer-assisted instruction and the traditional method of teaching basic statistics. *Journal of Statistics Education*, *16*(1), 1-10.

Raphael, D. and Wahlstrom, M. (1989). The influence of instructional aids on mathematics achievement. *Journal for Research in Mathematics Education*, *20,* 173–190.

Renkl, A. (1999). Learning mathematics from worked-out examples: Analyzing and fostering self-explanation. *European Journal of Psychology of Education, 14,* 477–488.

Resnick L. B. and Ford, W. W. (1984). *The psychology of mathematics for instruction*. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates Publishers.

Reznitskaya, A., Anderson, C., McNurlen, B., Nguyen-Jahiel, K., Archodidou, A., and Kim, S. (2001). Influences of oral discussion on written argument. *Discourse Processes*, *32*, 155–175.

Rips, L. J. (1994). *The psychology of proof: Deductive reasoning in human thinking*. Cambridge, MA: MIT.

Robertson, J. and Howells, C. (2008). Computer game design: Opportunities for successful learning. *Computers & Education*, *50*(2), 559-578.

Ross, P. A. and Braden, J. P. (1991). The effects of token reinforcement versus cognitive behavior modification on learning-disabled students' math skills. *Psychology in the Schools*, *28*(3), 247-256.

Ross, R. and Kurtz, R. (1993). Making manipulatives work: a strategy for success. *Arithmetic Teacher*, *40*(5), 254-257.

Rule, A. C. and Auge, J. (2005). Using humorous cartoons to teach mineral and rock concepts in sixth grade science class. *Journal of Geoscience Education*, *53*(5), 548-558.

Russell, S. J. (1999). Mathematical reasoning in the middle grades. In L. V. Stiff and F. R. Curcio (Eds.), *Developing mathematical reasoning in grades K-12* (pp. 1–12). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Sarı, S. (2010). *The effect of instruction with concrete materials on fourth grade students' geometry achievement*. Master Thesis, Middle East Technical University, Ankara.

Savant, M. (1997). *The power of logical thinking*. New York: St. Martin's Press.

Schliemann, A. D., Carraher, D. W., and Ceci, S. J. (1997). Everyday cognition. J.W Berry, P.R Dasen, T.S Saraswathi (Eds.), *Handbook of cross-cultural psychology* (Vol. 2. pp. 177–215). Basic processes and developmental psychology, Allyn & Bacon, Boston.

Schliemann, A. D. and Carraher, D. W. (2002). The evolution of mathematical reasoning: Everyday versus idealized understandings. *Developmental Review*, *22*(2), 242-266.

Schostak, J. (2006). *Interviewing and representation in qualitative research.* New York, NY: Open University Press.

Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. Orlando: Academic Press.

Seferoğlu, S. S. (2004). Öğretmenlerin hizmet içi eğitiminde yeni yaklaşımlar. *Akdeniz Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi,1,*83-95.

Selçuk, T. (1998). *Çizgi mizah*. İstanbul: İris Yayınları.

Senemoğlu, N. (1987). Bilişsel giriş davranışları ve dönüt düzeltmenin erişiye etkisi. *Yayınlanmamış Doktora tezi, Hacettepe Üniversitesi, Ankara*.

Sewell, B. (1981). *Use of mathematics by adults in daily life.* Leicester: Advisory Council for Adult and Continuing Education.

Shaughnessy, J. M. (1977). Misconceptions of probability: An experi- ment with a small group, activity-based, model building approach to introductory probability at the college level. *Educational Studies in Mathematics, 8*, 295-316.

Shaw, D. (1999). Active teaching for active learners. *Curriculum Administrator*, *35*(10), 37-45.

Shi, Y. (2003). Using volleyball games as examples in teaching mathematics. *Teaching mathematics and its applications*, *22*(2), 53-62.

Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher, 15*(2), 4–14.

Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: Foundation of the new reform. *Harvard Educational Review*, *57*(1), 1-22.

Shute, V. (2008). Focus on formative feedback. *Review of Educational Research*, *78* (1), 153-189.

Silver, E. (1994). On mathematical problem posing. *For the Learning of Mathematics*, *14*(1), 19–28.

Simon, H. A. (1973). The structure of ill-structured problems. *Artificial Intelligence*, *4*, 181–201.

Simon, M. A. (1993). Prospective elementary teachers' knowledge of division. *Journal for Research in Mathematics Education*, *24*, 233–254.

Slavin, R. E. (1987). Cooperative learning and cooperative school. *Educational Leadership*, *45,* 7–13.

Slavin, R. E. (1996). Research on cooperative learning and achievement: what we know, what we need to know. *Contemporary Educational Psychology*, *21,* 43–69.

Slavin, R. E. and Cooper, R. (1999). Improving intergroup relations: Lessons learned from cooperative learning programs. *Journal of Social Issues*, *55*(4), 647–663.

Smith, M. (2000). Redefining success in mathematics teaching and learning. *Mathematics Teaching in the Middle School*, *5*(6), 378-389.

Sowell, E. J. (1989). Effects of manipulative materials in mathematics instruction. *Journal of Research in Mathematics Education, 20*(5), 498-505.

Soylu, Y. ve Soylu, C. (2005). İlköğretim beşinci sınıf öğrencilerinin kesirler konusundaki öğrenme güçlükleri: kesirlerde sıralama, toplama, çıkarma, çarpma ve kesirlerle ilgili problemler. *Erzincan Eğitim Fakültesi Dergisi*, *7*(2), 101-117.

Soylu, Y. ve Soylu, C. (2006). Matematik derslerinde basarıya giden yolda problem cozmenin rolu. İnonu Universitesi Eğitim Fakultesi Dergisi, *7*(11),14–22.

Sowder, L. (1985). Cognitive psychology and mathematical problem solving: A discussion of Mayer’s paper. In E. A. Silver (Ed.), *Teaching and learning mathematical problem-solving: Multiple research perspectives* (pp. 139–145). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

Stacey, K. (2006). *What is mathematical thinking and why is it important*. Progress report of the APEC project: Collaborative Studies on Innovations for Teaching and Learning Mathematics in Different Cultures (II)–Lesson Study focusing on Mathematical Thinking.

Stake, R. (2010). *Qualitative research: Studying how things work*. New York: The Guilford Press.

Stafylidou, S. and Vosniadou, S. (2004). The development of students’ understanding of the numerical value of fractions. *Learning and Instruction, 14,* 503-518.

Steen, L. A. (1999). *Twenty questions about mathematical reasoning, developing mathematical reasoning in grades K-12.* (Lee V. Stiff, 1999 yearbook editor), National Council of Teachers of Mathematics, Reston: Virginia.

Stephenson, P. and Warwick, P. (2002). Using concept cartoons to support progression in students’understanding of light. *Physics Education, 37* (2), 135-14.

Stern, E., Aprea, C., and Ebner, H. G. (2003). Improving cross-content transfer in text processing by means of active graphical representation. *Learning and Instruction, 13,* 191–203.

Stiggins, R. J. (1999). Assessment, student confidence, and school success. *Phi Delta Kappan, 81*(3), 191-198.

Stiggins, R. J. (2002). Classroom assessment for learning. *Educational Leadership, 60*(1),40-44.

Strijbos, J. W., Martens, R. L., and Jochems, W. M. G. (2003). Designing for interaction: six steps to designing computer-supported group-based learning. *Computers & Education, 42,* 403-424.

Suydam, M. N. (1986). Manipulative materials and achievement. *Arithmetic Teacher, 33* (6), 10-32.

Suzuki, K. (1997). *Cognitive constructs measured in word problems: A comparison of students' responses in performance-based tasks and multiple-choice tasks for reasoning*. Paper presented at the Annual Meeting of the American Educational Research Association, Chicago

Şahin, T. Y. ve Yıldırım, S. (1999). *Öğretim teknolojileri ve materyal geliştirme*. Ankara: Anı Yayıncılık.

Şahin, Ö., Gökkurt, B. ve Soylu, Y. (2013). Matematik öğretmeni adaylarının kesirlerle ilgili pedagojik alan bilgilerinin öğrenci hataları bağlamında incelenmesi. *4th International Conference on New Trends in Education and Their Implications,* Antalya.

Şahin, Ö., Gökkurt, B., Başıbüyük, K., Erdem, E., Nergiz, T. ve Soylu, Y. (2013). Matematik ve sınıf öğretmeni adaylarının pedagojik alan bilgilerinin karşılaştırılması. *The Journal of Academic Social Science Studies* (JASSS), *6*(4), 693-713.

Şengül, S. ve Körükçü, E. (2012). Tam sayılar konusunun görsel materyal ile öğretiminin altıncı sınıf öğrencilerinin matematik başarıları ve kalıcılık düzeylerine etkisi. *International Online Journal of Educational Sciences, 4*(2), 489-508.

Şengül, S. ve Dereli, M. (2013a). Tam sayılar konusunun karikatürle öğretiminin 7. sınıf öğrencilerinin matematik tutumuna etkisi. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri, 13*(4), 1-26.

Şengül, S. ve Dereli, M. (2013b). Karikatürle öğretimin 7. sınıf öğrencilerinin tam sayılar konusundaki başarılarına ve kalıcılık düzeylerine etkisi. *The Journal of Academic Social Science Studies, 6*(7), 973-1003.

Şengül, S. ve Aydın, Y. (2013). Kavram karikatürleriyle zenginleştirilmiş öğrenme ortamının öğrencilerinin matematik kaygılarına etkisinin incelenmesi. *The Journal of Academic Social Science Studies, 6*(3), 639-659.

Şiap, İ. ve Duru, A. (2004). Kesirlerde geometriksel modelleri kullanabilme becerisi. *Gazi Üniversitesi Kastamonu Eğitim Dergisi*, *12*(1), 89-96.

Talu, N. (1999). Çoklu zekâ kuramı ve eğitime yansımaları. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 15,* 164-172.

Taşkın-Gültekin, S. (2013). *Kavram karikatürleri ile zenginleştirilmiş matematik öğrenme ortamlarından yansımalar*. Yüksek Lisans Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.

Tatsis, K., Kafoussi, S., and Skoumpourdi, C. (2008). Kindergarten children discussing the fairness of probabilistic games: the creation of a primary discursive community. *Early Childhood Education Journal, 36*(3), 221-226.

Tavşancıl, E. (2010). *Tutumların ölçülmesi ve SPSS ile veri analizi (4. Baskı)*. Nobel Yayın Dağıtım, İstanbul.

Tchoshanov, M. A. (2011). Relationship between teacher knowledge of concepts and connections, teaching practice, and student achievement in middle grades mathematics. *Educational Studies in Mathematics, 76,* 141-164.

Tezbaşaran, A. A. (2008). *Likert tipi ölçek geliştirme kılavuzu* (3. Baskı). Türk Psikologlar Derneği Yayınları, Ankara.

Thompson, P. W. (1992). Notations, conventions and constraints: Contributions to effective uses of concrete materials in elementary mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education, 23(*2), 123-147.

Tirosh, D., Tirosh, C., Graeber, A., and Wilson, J. (1990). Computer-based intervention to correct preservice teachers' misconceptions about the operators of division. *Journal of Computers in Math and Science Teaching, 10*(2), 71–78.

Tirosh, D. (2000). Enhancing prospective teachers' knowledge of children's conceptions: the case of division of fractions. *Journal for Research in Mathematics Education, 31*(1), 5-25.

Tobin, K. (1987). Forces which shape the ımplemented curriculum in high school science and mathematics. *Teaching and Teacher Education, 3*(4), 287-298.

Toluk-Uçar, Z. (2009). Developing pre-service teachers understanding of fractions through problem posing. *Teaching and Teacher Education, 25,* 166–175.

Toole, C. M. (2001). *Explaining math achievement by examining its relationships to ethnic background, gender, and level of formal reasoning*. Unpublished Doctoral Dissertation, The University of North Carolina, Greensboro.

Toulmin, S., Rieke, R., and Janik, A. (1984). *An introduction to reasoning* (Second Edition). New York: Macmillan Publishing Co.

Toumasis, C. (2004). Cooperative study teams in mathematics classrooms. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *35*(5), 669-679.

Tuğrul, B. ve Duran, E. (2003). Her çocuk başarılı olmak için bir şansa sahiptir: zekânın çok boyutluluğu çoklu zekâ kuramı. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 24,* 224-233.

Tuncel, M., Argon, T., Kartallıoğlu, S. ve Kaya, S. (2011). *İlköğretim matematik öğretmenlerinin derslerinde araç-gereçleri kullanma sıklığı ve bu sıklığı etkileyen faktörler*. 2nd International Conference on New Trends in Education and Their Implications, Antalya.

Tural, H. (2005). *İlköğretim matematik öğretiminde oyun ve etkinliklerle öğretimin erişi ve tutuma etkisi*. Yüksek Lisans Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.

Türk Dil Kurumu (1998). *Türkçe sözlük.* Ankara: Türk Tarih Kurumu Basımevi.

Ubuz, B. (2002). *Üniversite eğitimi ve öğretmenlik: Matematik öğretmenlerinin ve adayların görüşleri*. V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi, Ankara.

Uğurel, I. ve Moralı, S. (2006). Karikatürler ve matematik öğretiminde kullanımı. *Milli Eğitim Dergisi, 170,* 32-47.

Umay, A. (1996). Matematik eğitimi ve ölçülmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *12*, 145-149.

Umay, A. (2003). Matematiksel muhakeme yeteneği. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24, 234-243.

Umay, A. ve Kaf, Y. (2005). Matematikte kusurlu akıl yürütme üzerine bir çalışma. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 28,* 188-195.

Uşun, S. (2004). *Bilgisayar destekli öğretimin temelleri*. Ankara: Nobel Yayıncılık.

Uslu, H. (2007). Eğitimde karikatür. *Bilim ve Aklın Aydınlığında Eğitim*, *847*, 15-18.

Uttal, D. H., O'Doherty, K., Newland, R., Hand, L. L., and DeLoache, J. (2009). Dual represantation and the linking of concrete and symbolic representations. *Child Development Perspectives, 3*(3), 156-159.

Üner, İ. (2009). *İlköğretim okullarında karikatürle öğrenmenin öğrencilerin başarı ve tutum düzeylerine etkisi*. Yüksek Lisans Tezi, Marmara Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.

Ünlü, M. and Ertekin, E. (2012). Why do pre-service teachers pose multiplication problems instead of division problems in fractions? *Procedia - Social and Behavioral Sciences, 46,* 490-494.

Van Amelsvoort, M., Andriessen, J., and Kanselaar, G. *(*2007*).* Representational tools in computer-supported collaborative argumentation-based learning: How dyads work with constructed and inspected argumentative diagrams. *Journal of the Learning Sciences, 16(*4*),* 485–521.

Van De Walle, J., Karp, K. S., and Bay-Williams, J. M. (2010). *Elementary and middle school mathematics; Teaching developmentally* (7th Ed.). Boston, MA: Allyn & Bacon.

Vasileiadou, M. (2009). Cooperative learning and its effects on pre-primary, marginalized children. *Emotional and Behavioural Difficulties, 14*(4), 337-347.

Veerman, A. L. (2000). *Computer-supported collaborative learning through argumentation*. Enschede, The Netherlands: PrintPartners Ipskamp.

Veerman, A. L., & Treasure-Jones, T. (1999). Software for problem-solving through collaborative argumentation. In G. Rijlaarsdam & E. Espéret (Series Eds.) & J. E. B. Andriessen & P. Coirier (Vol. Eds.), *Studies in writing:* Vol 5. Foundations of argumentative text processing (pp. 203–230). Amsterdam: Amsterdam University Press.

Vergnaud, G. (1988). Multiplicative structures. In J. Hiebert & M. Behr (Eds.), *Number concepts and operations in the middle grades* (pp. 141-161). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Voerman, L., Meijer, P. C., Korthagen, F. A. J., and Simons, R. J. (2012). Types and frequencies of feedback interventions in classroom interaction in secondary education. *Teaching and Teacher Education*, *28*(8),1107-1115.

Vygotsky, L. S. (1978). *Mind and society: The development of higher mental processes.* Cambridge, MA: Harvard University Press.

Vygotsky, L. S. (1994). The problem of the environment. In R. Van deer Veer & J. Valsiner (Eds.), *The Vygotsky Reader* (pp. 338-354). Cambridge: Blackwell.

Watson, J. M. and Kelly, B. A. (2004). Statistical variation in a chance setting: A two-year study. *Educational Studies in Mathematic*, *57*, 121-144.

Way, J. (2003). The development of young children’s notions of probability. *European Research in Mathematics Education III.* Retrieved 17/3/2013 from http://www.dm.unipi.it/clusterpages/didattica/CERME3/proceedings/Groups/TG5/TG5_way_cerme3.pdf

Whicker, K. M., Bol, L., and Nunnery, J. A. (1997). Cooperative learning in the secondary mathematics classroom. *The Journal of Educational Research*, *91*(1), 42-48.

White, C. S., Alexander, P. A., and Daugherty, M. (1998). The relationship between young children’s analogical reasoning and mathematical learning. *Mathematical Cognition*, *4*(2), 103-123.

Williams, C. K. and Kamii, C. (1986). How do children learn by handling objects? *Young Children*, *42*(1), 23–46.

Wood, T., Cobb, P., and Yackel, E. (1991). Change in teaching mathematics: A case study. *American Educational Research Journal*, *28*(3), 587 - 616.

Yackel, E. (1991). The role of peer questioning during class discussion in second grade mathematics. In F. Furinghetti (Ed.), *Proceedings of the Fifteenth International Conference on the Psychology of Mathematics Education*, (Vol. 3, pp. 364-371). Assisi, Italy: PME.

Yackel, E. Cobb, P., and Wood, T. (1999). The interactive constitution of mathematical meaning in one second grade classroom: An illustrative example. *Journal of Mathematical Behavior, 17*(4), 469-488.

Yackel, E. and Hanna, G. (2003). Reasoning and proof. In J. Kilpatrick, G. Martin and D. Schifter (Eds.), *A research companion to principles and standards for school mathematics* (pp. 227–236). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Yaman, E. (2006). Eğitim sistemindeki sorunlardan bir boyut: büyük sınıflar ve sınıf yönetimi. *Gazi Üniversitesi Türk Eğitim Bilimleri Dergisi, 4(*3), 261-274.

Yaman, H. (2009). Teachers' views on the applicability of the Turkish course curriculum in crowded primary classrooms. *Educational Sciences: Theory & Practice*, *9*(1), 349-359.

Yaman, E. (2010). Kalabalık sınıfların etkileri: Öğrenciler ne düşünüyor? *Kastamonu Eğitim Dergisi, 18*(2), 403-414.

Yaman, E. ve Güven, N. (2014). Öğrencilerin motivasyon düzeyine etki eden önemli bir kavram: Ödül ve ceza. *International Journal of Human Sciences*, *11*(1), 1163-1177.

Yankelewitz, D., Mueller, M., and Maher, C. A. (2010). A task that elicits reasoning: A dual analysis. *The Journal of Mathematical Behavior, 29*, 76-85.

Yavuz-Mumcu, H. (2011). *12. sınıf öğrencilerinin matematiği kullanma becerilerinin yorumlanması*. Doktora tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.

Yeşildere, S. ve Türnüklü, E. (2008). İlköğretim sekizinci sınıf öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerinin matematiksel güçlerine göre incelenmesi. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 21*(2), 485-510.

Yıldırım, C. (2011). *Matematiksel düşünme.* İstanbul: Remzi Kitabevi.

Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2011). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri.* Ankara: Seçkin Yayınları.

Yıldırım, K. ve Tarım, K. (2008). Çoklu zekâ kuramı destekli kubaşık öğrenme yönteminin ilköğretim beşinci sınıf matematik dersinde akademik başarı ve hatırda tutma düzeyine etkisi. *İlköğretim Online Dergisi*, *7*(1), 174-187.

Yıldız, B. (2009). *Üç-boyutlu sanal ortam ve somut materyal kullanımının uzamsal görselleştirme ve zihinsel döndürme becerilerine etkileri.* Yüksek Lisans Tezi, Hacettepe Üniversitesi, Ankara.

Yılmaz, M. ve Akkoyunlu, B. (2006). Farklı öğrenme ortamlarının kalıcılığa etkisi. *Eğitim Araştırmaları Dergisi, 23*, 209-218.

Yin, R. K. (2011). *Qualitative research from start to finish*. New York: The Guilford Press.

Zeece, P. D. and Graul, S. K. (1990). Learning to play: Playing to learn. *Day Care and Early Education*, *18*(1), 11-15.

Zydney, J. M. (2010). The effect of multiple scaffolding tools on students' understanding, consideration of different perspectives, and misconceptions of a complex problem. *Computers & Education, 54*, 360–370.

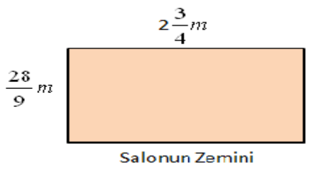
EKLER

EK 1. MATEMATİKSEL MUHAKEME TESTİ (MMT)

MATEMATİKSEL MUHAKEME TESTİ (MMT)

S1	**S2**
Bir yunus balığı, suyun 2 metre derinliğinden 6 metre yukarı zıplamıştır. Bu yunus balığı, su seviyesinin kaç metre üzerine çıkmıştır? Açıklayınız.	Merve, 24 tane Türkçe, 16 tane matematik, 12 tane fen ve teknoloji sorusunun yer aldığı, bir deneme sınavına girmiştir. 16 tane Türkçe, 14 tane matematik, 10 tane fen ve teknoloji sorusunu doğru cevapladığına göre, Merve'nin hangi derste daha başarılı olduğunu bularak açıklayınız.
……………………………………………	……………………………………………
……………………………………………	……………………………………………
……………………………………………	……………………………………………
……………………………………………	……………………………………………
……………………………………………	……………………………………………
……………………………………………	……………………………………………
…………………………………………...	…………………………………………...
……………………………………………	……………………………………………
……………………………………………	……………………………………………
…………………………………………...	…………………………………………...
……………………………………………	……………………………………………
…………………………………………...	…………………………………………...
……………………………………………	……………………………………………
…………………………………………...	…………………………………………...
……………………………………………	……………………………………………
…………………………………………...	…………………………………………...
……………………………………………	……………………………………………

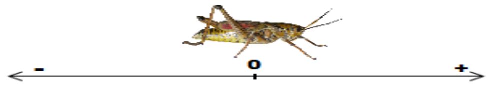
S3



Zemin ölçüleri yukarıda verilen dikdörtgen şeklindeki bir salonun zemini, bir kenarının uzunluğu $\frac{1}{3}$ metre olan kare şeklindeki parkelerle kaplanacaktır. Bu ölçüdeki bir tane parkenin fiyatı 5 TL olduğuna göre, bu iş için kaç TL harcanır? Açıklayınız.

……………………………………………………
……………………………………………………
……………………………………………………
……………………………………………………
……………………………………………………
……………………………………………………
……………………………………………………
……………………………………………………
……………………………………………………
……………………………………………………
……………………………………………………
……………………………………………………
……………………………………………………

S4



Yukarıda görüldüğü gibi, sayı doğrusunun başlangıç noktasında bulunan çekirge, (+) yönde her sıçrayışında 3 birim ilerleyecek şekilde dört kez sıçrıyor. Ulaştığı noktadan bu kez (-) yönde her sıçrayışında 4 birim ilerleyecek şekilde beş kez sıçrıyor. Buna göre çekirgenin son durumda sayı doğrusundaki konumu nedir? Açıklayınız.

……………………………………………………
……………………………………………………
……………………………………………………
……………………………………………………
……………………………………………………
……………………………………………………
……………………………………………………
……………………………………………………
……………………………………………………
……………………………………………………
……………………………………………………
……………………………………………………
……………………………………………………

S5	**S6**
Boş olan kalem kutusundan kalemleri kimin aldığı sorulduğunda; Hüseyin, "Ben, kalemlerin $\frac{3}{8}$'ini aldım. Lale, $\frac{1}{4}$ 'ünü aldı. Gül ise son üç kalemi aldı" dedi. Buna göre, Hüseyin kaç kalem almıştır? Açıklayınız.	Bir sinemaya gelen 100 seyircinin $\frac{2}{5}$'i öğrencidir. Normal bilet 12 TL, öğrenci bileti ise normal biletin $\frac{3}{4}$'ü kadardır. Buna göre, sinemaya gelenlerden elde edilen bilet parası toplam kaç liradır? Açıklayınız.
…………………………………………… …………………………………………… …………………………………………… …………………………………………… …………………………………………… …………………………………………… …………………………………………… …………………………………………… …………………………………………… …………………………………………… …………………………………………… …………………………………………… …………………………………………… …………………………………………… …………………………………………… …………………………………………… ……………………………………………	…………………………………………… …………………………………………… …………………………………………… …………………………………………… …………………………………………… …………………………………………… …………………………………………… …………………………………………… …………………………………………… …………………………………………… …………………………………………… …………………………………………… …………………………………………… …………………………………………… …………………………………………… …………………………………………… ……………………………………………

S7	**S8**
Bir 800 metre at yarışının 20. dakikasında; Jokey Mert, yarış pistinin $\frac{2}{5}$'ini; Jokey Selim, $\frac{3}{4}$'ünü ve Jokey Cenk ise $\frac{5}{8}$'ini geride bırakmıştır. Buna göre yarışın 20. dakikasında hangi jokey bitiş çizgisine daha yakındır? Açıklayınız.	Osman Efendi, ömrünün dörtte birini çocuk olarak, beşte birini delikanlı olarak, üçte birini orta yaşlı olarak ve 13 yılını da yaşlı olarak geçirmiştir. Buna göre, Osman Efendi kaç yaşında ölmüştür? Açıklayınız.
……………………………………………	……………………………………………
……………………………………………	……………………………………………
……………………………………………	……………………………………………
……………………………………………	……………………………………………
……………………………………………	……………………………………………
……………………………………………	……………………………………………
……………………………………………	……………………………………………
……………………………………………	……………………………………………
……………………………………………	……………………………………………
……………………………………………	……………………………………………
……………………………………………	……………………………………………
……………………………………………	……………………………………………
……………………………………………	……………………………………………
……………………………………………	……………………………………………
……………………………………………	……………………………………………
……………………………………………	……………………………………………
……………………………………………	……………………………………………

S9	**S10**
Bir dalgıç denizin 17 m dibinde bulunmaktadır. Her iki dakikada bir 3 m dalmak üzere 6 dakika daha dalmaya devam ediyor. Deniz yüzeyi sıfır kabul edilirse, dalgıcın son derinliğini ifade eden tam sayı kaçtır? Açıklayınız.	Takım elbise dikecek olan Mehmet amcanın, $\frac{45}{14}$ m uzunluğundaki kumaştan $\frac{4}{7}$ metrelik parçalar kesmesi gerekiyor. Buna göre Mehmet amca bu kumaştan en fazla kaç eş parça elde eder? Açıklayınız.
…………………………………………… …………………………………………… …………………………………………… …………………………………………… …………………………………………… …………………………………………… …………………………………………… …………………………………………… …………………………………………… …………………………………………… …………………………………………… …………………………………………… …………………………………………… …………………………………………… …………………………………………… …………………………………………… ……………………………………………	…………………………………………… …………………………………………… …………………………………………… …………………………………………… …………………………………………… …………………………………………… …………………………………………… …………………………………………… …………………………………………… …………………………………………… …………………………………………… …………………………………………… …………………………………………… …………………………………………… …………………………………………… …………………………………………… ……………………………………………

S11	**S12**
Zeki ile arkadaşı Mehmet arasında geçen bir diyaloğa göre; Zeki, parasının $\frac{1}{6}$'sını Mehmet'e verdiğinde, Mehmet'in parası, $\frac{2}{3}$ oranında artmaktadır. Buna göre, Zeki'nin parasının Mehmet'in parasına oranı kaçtır? Açıklayınız.	Ekrem, 2500 TL'ye aldığı bilgisayarın ücretinin dörtte birini peşin olarak ödüyor. Kalan borcunu aylık **en fazla** 150 TL taksitle ödeyebileceğine göre, borcunu **en erken** kaç taksitle bitirebilir? Açıklayınız.
……………………………………………	……………………………………………
……………………………………………	……………………………………………
……………………………………………	……………………………………………
……………………………………………	……………………………………………
……………………………………………	……………………………………………
……………………………………………	……………………………………………
……………………………………………	……………………………………………
……………………………………………	……………………………………………
……………………………………………	……………………………………………
……………………………………………	……………………………………………
……………………………………………	……………………………………………
……………………………………………	……………………………………………
……………………………………………	……………………………………………
……………………………………………	……………………………………………
……………………………………………	……………………………………………
……………………………………………	……………………………………………
……………………………………………	……………………………………………

S13	**S14**
10 metre derinliğindeki bir kuyunun dibinde bulunan bir kurbağa, 1 dakika sonunda 3 metre yukarıya sıçrıyor, 2 metre aşağıya kayıyor. Bu kurbağa, bu kuyuyu kaçıncı **dakika içerisinde** çıkar? Açıklayınız.	Bir bisikletli iki ilçe arasındaki yolun $\frac{6}{10}$'unu gitmiştir. Bisikletli 11 km daha az gitmiş olsaydı, yolun yarısını gitmiş olacaktı. Buna göre, iki ilçe arasındaki uzaklık kaç kilometredir? Açıklayınız.
……………………………………………	……………………………………………
……………………………………………	……………………………………………
……………………………………………	……………………………………………
……………………………………………	……………………………………………
……………………………………………	……………………………………………
……………………………………………	……………………………………………
……………………………………………	……………………………………………
……………………………………………	……………………………………………
……………………………………………	……………………………………………
……………………………………………	……………………………………………
……………………………………………	……………………………………………
……………………………………………	……………………………………………
……………………………………………	……………………………………………
……………………………………………	……………………………………………
……………………………………………	……………………………………………
……………………………………………	……………………………………………
……………………………………………	……………………………………………

S15	S16
Bir sürahideki su, her biri $\frac{2}{3}$ litre su alan eş bardaklara dolduruluyor. Yedinci bardak **tam dolmadığına** göre, başlangıçta sürahideki su miktarı hakkında ne dersiniz?	Bir iş merkezinin 7. katından asansöre binen Aysel Hanım, 10 kat aşağı inmektedir. Buna göre, Aysel Hanımın iş merkezinin kaçıncı katına indiğini tamsayı ile yazınız? Açıklayınız.
………………………………………………	………………………………………………
………………………………………………	………………………………………………
………………………………………………	………………………………………………
………………………………………………	………………………………………………
………………………………………………	………………………………………………
………………………………………………	………………………………………………
……………………………………………...	……………………………………………...
………………………………………………	………………………………………………
………………………………………………	………………………………………………
……………………………………………...	……………………………………………...
………………………………………………	………………………………………………
……………………………………………...	……………………………………………...
………………………………………………	………………………………………………
……………………………………………...	……………………………………………...
………………………………………………	………………………………………………
……………………………………………...	……………………………………………...
………………………………………………	………………………………………………

S17	**S18**
Feride ile Tuba arasında aşağıdaki diyalog geçmiştir: **Feride:** *Tuba, aklımda bir sayı tuttum.* **Tuba:** *Tamam, peki.* **Feride:** *Bu sayının yarısının 4 eksiğinin beşte biri -4 tür.* **Tuba:** *Hmmm.* *O halde aklında tuttuğun sayı ... dır.* Buna göre, Feride'nin aklında tuttuğu sayı kaçtır? Açıklayınız.	Uzmanlara göre gelişme çağındaki bir çocuk, gününün 9 ile 11 saatini uykuda geçirmelidir. Gelişme çağındaki Fatma bir gününün; *1/4'ünü okula, 1/16'sını yola, 1/8'ini ders çalışmaya, 2/24'ünün oyun oynamaya ve televizyon izlemeye, 5/48'ini yemek yemeye ve geri kalanını da uyumaya ayırmaktadır. Sizce Fatma, uyku için gerekli zamanı ayırmakta mıdır? Açıklayınız.

S19	**S20**
□ × ◯ + △ = ? -9, +5, -3 sayılarını yukarıdaki sembollerin içine ayrı ayrı öyle bir yerleştiriniz ki elde edilen işlemin sonucu **en büyük** olsun? Açıklayınız.	Bir oyunda, her doğru cevap için +5 puan, her yanlış cevap için -2 puan ve boş bırakılan cevaplar için sıfır (0) puan alınmaktadır. Bu oyuna katılan İsmail, 17 soruyu doğru cevaplamış, 5 soruyu yanlış cevaplamış ve 3 soruyu boş bırakmıştır. Buna göre, İsmail bu oyundan kaç puan almıştır? Açıklayınız.
…………………………………………………	…………………………………………………
…………………………………………………	…………………………………………………
…………………………………………………	…………………………………………………
…………………………………………………	…………………………………………………
…………………………………………………	…………………………………………………
…………………………………………………	…………………………………………………
…………………………………………………	…………………………………………………
…………………………………………………	…………………………………………………
…………………………………………………	…………………………………………………
…………………………………………………	…………………………………………………
…………………………………………………	…………………………………………………
…………………………………………………	…………………………………………………
…………………………………………………	…………………………………………………
…………………………………………………	…………………………………………………
…………………………………………………	…………………………………………………
…………………………………………………	…………………………………………………

S21	**S22**
Bilindiği gibi, bir a sayısının toplama işlemine göre tersi –a ve çarpma işlemine göre tersi $\frac{1}{a}$ dır. Örneğin, 3 sayısının toplama işlemine göre tersi -3 ve çarpma işlemine tersi $\frac{1}{3}$ tür. Bu bilgiye göre, hem toplama hem de çarpma işlemine göre tersi **bir tamsayı** olan bir sayı bulunuz. Açıklayınız.	Ali öğretmen, öğrencilerine çözmeleri için haftalık soru hedefi vermektedir. Çözülmeyen her soru için (-1) puan ve fazladan çözülen her soru için ise (+3) puan vermektedir. Haftalık hedefi 500 soru olan Mehmet iki hafta sonunda toplam 700 soru çözdüğüne göre, Mehmet'in aldığı puan **en fazla** kaç olur? Açıklayınız.
……………………………………………	……………………………………………
……………………………………………	……………………………………………
……………………………………………	……………………………………………
……………………………………………	……………………………………………
……………………………………………	……………………………………………
……………………………………………	……………………………………………
……………………………………………...	……………………………………………...
……………………………………………	……………………………………………
……………………………………………	……………………………………………
……………………………………………...	……………………………………………...
……………………………………………	……………………………………………
……………………………………………...	……………………………………………...
……………………………………………	……………………………………………
……………………………………………...	……………………………………………...
……………………………………………	……………………………………………
……………………………………………...	……………………………………………...
……………………………………………	……………………………………………

S23	S24
Öğretmeni Ayşe'den (-3) ile 7'yi çarpmasını istemiştir. Ancak Ayşe aceleci davranarak (-3) ile (-7)'yi çarpmıştır. Ayşe'nin bulduğu sonuç, doğru sonuçtan ne kadar fazladır? Açıklayınız.	Bir hedef tahtasına yapılan atışlarda; kırmızı renkli bölgeye yapılan her bir atış için $\frac{5}{3}$ puan, yeşil renkli bölge için $\frac{3}{2}$, sarı renkli bölge için 1 puan, mavi renkli bölge için $\frac{1}{2}$ ve pembe renkli bölge için $\frac{1}{4}$ puan alınmaktadır. Buna göre, 3 atışı mavi, 2 atışı yeşil ve 1 atışı da sarı renkli bölgeye isabet eden Veli, toplam kaç puan almıştır? Açıklayınız.
……………………………………………	……………………………………………
……………………………………………	……………………………………………
……………………………………………	……………………………………………
……………………………………………	……………………………………………
……………………………………………	……………………………………………
……………………………………………	……………………………………………
…………………………………………..	…………………………………………..
……………………………………………	……………………………………………
……………………………………………	……………………………………………
…………………………………………..	…………………………………………..
……………………………………………	……………………………………………
…………………………………………..	…………………………………………..
……………………………………………	……………………………………………
…………………………………………..	…………………………………………..
……………………………………………	……………………………………………

EK 2. MATEMATİK TUTUM ÖLÇEĞİ (MTÖ)

MATEMATİK TUTUM ÖLÇEĞİ (MTÖ)

Madde No	Madde İfadesi	KESİNLİKLE KATILMIYORUM	KATILMIYORUM	FİKRİM YOK	KATILIYORUM	TAMAMEN KATILIYORUM
1	Matematik sevdiğim bir derstir					
2	Matematik dersine girerken büyük bir sıkıntı duyarım					
3	Matematik dersi olmasa öğrencilik hayatı daha zevkli olur					
4	Arkadaşlarımla matematik tartışmaktan zevk duyarım					
5	Matematiğe ayrılan ders saatlerinin fazla olmasını dilerim					
6	Matematik dersi çalışırken canım sıkılır					
7	Matematik dersi benim için bir angaryadır					
8	Matematikten hoşlanırım					
9	Matematik dersinde zaman geçmek bilmez					
10	Matematik dersi sınavından çekinirim					
11	Matematik benim için ilgi çekicidir					
12	Matematik bütün dersler içinde en çok korktuğum derstir					
13	Yıllarca matematik okusam bıkmam					
14	Diğer derslere göre matematiği daha çok severek çalışırım					
15	Matematik beni huzursuz eder					
16	Matematik beni ürkütür					
17	Matematik dersi eğlenceli bir derstir					
18	Günlük hayatta matematik, çok işimize yarar					
19	Derslerin içinde en sevimsiz matematiktir					
20	Çalışma zamanımın çoğunu matematiğe ayırmak isterim					

Bu ölçek, Aşkar (1986)'dan alınmıştır.

EK 3. ÖĞRENME ORTAMINDA KULLANILAN PROBLEMLER

HAYDİ BİRLİKTE ÇÖZELİM ARKADAŞIM.

Denizin 12 m derinliğinde bulunan bir dalgıç her dakikada 4 m dalmak üzere 6 dakika daha dalmaktadır. Deniz yüzeyi sıfır kabul edilirse dalgıcın son derinliğini ifade eden tam sayı kaçtır? Açıklayarak çözünüz.

ÇÖZÜM:

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

HAYDİ BİRLİKTE ÇÖZELİM ARKADAŞIM.

Erzurum'da hava sıcaklığı sıfırın altında 8 °C iken, sıcaklık bir haftada üç boyunca her gün 3 °C düşmüştür. Sıcaklık, bir haftadan sonra 5 gün boyunca da her gün 2 °C artmıştır. Buna göre, 12 gün sonra Erzurum'un hava sıcaklığı kaç °C olur? Açıklayarak çözünüz.

ÇÖZÜM:

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

HAYDİ BİRLİKTE ÇÖZELİM ARKADAŞIM.

25 sorunun yer aldığı bir testte öğrenciler verdikleri her doğru cevap için 4 puan almakta, her yanlış cevap için 2 puan kaybetmekte ve boş bıraktıkları sorular için ise puan alamamaktadırlar. Merve'nin cevapladığı 19 sorudan 12'si doğru olduğuna göre, Merve bu testten kaç puan almıştır? Açıklayarak çözünüz.

ÇÖZÜM:

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

HAYDİ BİRLİKTE ÇÖZELİM ARKADAŞIM.

Ticaretle uğraşan Veli Efendi, 2013 yılının ilk beş ayının her birinde 240 TL zarar ediyor. Veli Efendi'nin yılsonunda 900 TL kar etmesi gerektiğine göre sonraki yedi ayda aylık kaç TL kar elde etmesi gerekir? Açıklayarak çözünüz.

ÇÖZÜM:

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

HAYDİ BİRLİKTE ÇÖZELİM ARKADAŞIM.

A şirketi Salı, Cuma ve Pazar günleri 50 şer TL kar, diğer günlerde ise 30 ar TL zarar etmektedir. B şirketi ise Salı, Cuma ve Pazar günleri 30 ar TL kar, diğer günlerde ise 50 şer TL zarar etmektedir. Bu iki şirketin bir haftalık kar-zarar durumlarını karşılaştırınız. Açıklayarak çözünüz.

ÇÖZÜM:

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

HAYDİ BİRLİKTE ÇÖZELİM ARKADAŞIM.

Yukarıdaki kazana, her 2 saatte bir 4 L su boşaltılırken, aynı anda kazanın tabanındaki delikten de her 10 dakikada bir 50 mL su damlamaktadır. Buna göre, 3 saatin sonunda boş kazana kaç L su birikir? Açıklayarak çözünüz.

ÇÖZÜM:

....

....

....

....

....

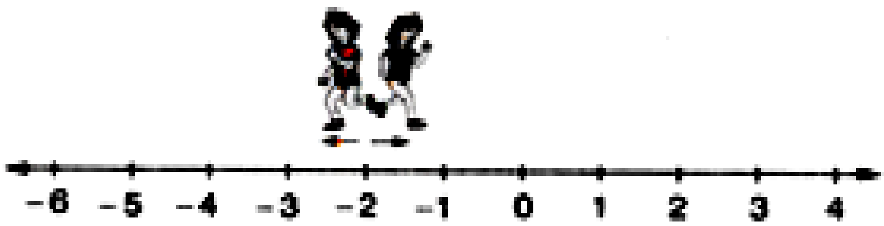
....

....

....

....

HAYDİ BİRLİKTE ÇÖZELİM ARKADAŞIM.



Ayşe ile Fatma sayı doğrusu üzerinde -2 noktasından zıt yönlerde aynı anda ve aynı hızla koşmaya başlıyorlar. Aralarındaki uzaklık 10 birim olduğunda, bulundukları noktaların gösterdiği sayıların toplamı kaçtır? Açıklayarak çözünüz.

ÇÖZÜM:

....

....

....

....

....

....

....

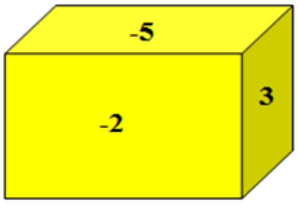
....

....

....

....

HAYDİ BİRLİKTE ÇÖZELİM ARKADAŞIM.



Her yüzeyinde bir tamsayının yer aldığı yukarıdaki dikdörtgenler prizmasının karşılıklı yüzeylerindeki sayıların toplamı 0'dır. Buna göre, bu dikdörtgenler prizmasının görünmeyen üç yüzeyindeki sayıların toplamı kaçtır? Açıklayarak çözünüz.

ÇÖZÜM:

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

HAYDİ BİRLİKTE ÇÖZELİM ARKADAŞIM.

Selçuk, Ali, Melik ve Veli adlarında dört arkadaş bilgisayarı kullanarak birer adet farklı program hazırlamışlardır. Bu programlarda bir kutucuğa bir sayı girildiğinde aşağıdaki işlemler yapılmaktadır.

- *Selçuk'un programı girilen sayıyı 2 ye bölüyor.*
- *Ali'nin programı girilen sayıyı 5 ile topluyor.*
- *Melik'in programı girilen sayıyı -4 ile çarpıyor.*
- *Veli'nin programı girilen sayıdan -6 çıkarıyor.*

Buna göre, bu dört programa ayrı ayrı -40 sayısı girildiğinde her bir kişinin programında çıkan sonuçları yazınız. Açıklayarak çözünüz.

ÇÖZÜM:

....

....

....

....

....

....

....

....

....

HAYDİ BİRLİKTE ÇÖZELİM ARKADAŞIM.

Hasan, başlangıç sıcaklığı bilinmeyen bir maddenin soğutucuya konulduktan sonra, her 2 saat sonunda 3 C^o soğuduğunu fark etmiştir. Maddenin 4 saat sonraki sıcaklığı -8 C^o olduğuna göre, Hasan'ın soğutucuya bıraktığı bu maddenin başlangıç sıcaklığı kaç C^o dir? Açıklayarak çözünüz.

ÇÖZÜM:

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

HAYDİ BİRLİKTE ÇÖZELİM ARKADAŞIM.

Ortaokul öğrencisi Elif'in tamsayılarla ilgili geliştirdiği küçük bir hesap robotunun özelliği aşağıdaki gibidir.

- Robot ***sesli*** harf ile başlayan bir kelime gördüğünde, kelimenin harf sayısını -2 ile çarpmaktadır.
- Robot ***sessiz*** harf ile başlayan bir kelime gördüğünde ise, kelimenin harf sayısını 3 ile çarpmaktadır.

Buna göre, Elif'in robotunun "**Türkiye**" ve "**Adıyaman**" kelimeleri için göstereceği sonuçların toplamı kaçtır? Açıklayarak çözünüz.

ÇÖZÜM:

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

HAYDİ BİRLİKTE ÇÖZELİM ARKADAŞIM.

1-A	2-C	3-D	4-A	5-A
6-B	7-D	8-C	9-A	10-B
11-C	12-D	13-B	14-A	15-C
16-B	17-C	18-D	19-B	20-A

20 sorudan oluşan bir testin cevap anahtarı yanda verilmiştir. Bu testte, hiçbir soruyu çözemeyeceğini anlayan Ahmet cevap kağıdına, 1-5. soruların cevabını A, 6-10. soruların cevabını B, 11-15. soruların cevabını C ve 16-20. soruların cevabını D olarak işaretliyor. Üç yanlış cevabın bir doğru cevabı götürdüğü bu sınavda Ahmet'in kaç neti vardır? Açıklayarak çözünüz.

ÇÖZÜM:

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

HAYDİ BİRLİKTE ÇÖZELİM ARKADAŞIM.

Fen ve Teknoloji dersinde bir deney yapılmaktadır. Bu deneyde kullanılan bir sürahinin aldığı suyun hacmi, bir bardağın aldığı suyun hacminin 6 katıdır. Bardağın $\frac{1}{3}$ ü, sürahinin ise $\frac{1}{2}$ si su ile doludur. Bardaktaki su sürahiye boşaltılırsa, son durumda sürahinin kaçta kaçı su ile dolu olur? Açıklayarak çözünüz.

ÇÖZÜM:

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

HAYDİ BİRLİKTE ÇÖZELİM ARKADAŞIM.

150 kişilik bir sinema salonunda giriş ücreti 8 yaş ve altındakiler için 5 TL, 8 yaşın üstündekiler için 8 TL'dir. Bu sinema salonu tam dolu olduğu bir anda içerdeki seyircilerin $\frac{2}{3}$ ü 8 yaş veya 8 yaşın altında olduğuna göre, bu durumda toplanan giriş ücreti toplam kaç TL'dir? Açıklayarak çözünüz.

ÇÖZÜM:

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

HAYDİ BİRLİKTE ÇÖZELİM ARKADAŞIM.

Safiye, aldığı $1\frac{2}{3}$ kilogramlık dondurmanın beşte birini yiyor ve geriye kalan kısmını 4 arkadaşı için 4 tabağa eşit olarak paylaştırıyor. Buna göre, Safiye her bir tabağa kaçar kilogram dondurma koymuştur? Açıklayarak çözünüz.

ÇÖZÜM:

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

HAYDİ BİRLİKTE ÇÖZELİM ARKADAŞIM.

Denge konumunda olmayan aşağıdaki terazinin sol kefesinde 1 yarım elma ile 5 bütün elma, sağ kefesinde ise 5 birim kütle bulunmaktadır. Bir bütün elmanın ağırlığı bir birim kütlenin ağırlığının $\frac{2}{3}$ ü dür.

Eşit kollu teraziyi dengeye getirmek için, Mehmet'in kefelerde yapabileceği değişiklik aşağıdakilerden hangisi ya da hangileri **olabilir**? Açıklayarak çözünüz.

a) Sağ kefeye bir birim kütle eklemelidir
b) Sağ kefedeki birim kütlelerden bir tanesini çıkarmalı ve sol kefeye bir yarım elma eklemelidir
c) Sol kefeye iki bütün elma eklemelidir
d) Sol kefedeki bütün elmalardan bir tanesini çıkarmalıdır

ÇÖZÜM:

....

....

....

....

....

....

....

....

....

HAYDİ BİRLİKTE ÇÖZELİM ARKADAŞIM.

"-13, -4, 7, 15"

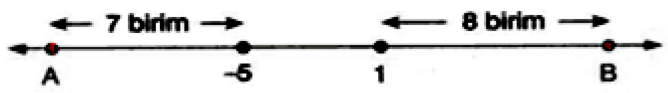
sayıları arasından seçilen iki sayının, hem çarpımı hem de toplamı negatiftir. Buna göre, seçilen bu iki sayıdan küçük olanı kaçtır? Açıklayarak çözünüz.

ÇÖZÜM:

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

HAYDİ BİRLİKTE ÇÖZELİM ARKADAŞIM.

Aşağıdaki sayı doğrusunda gösterilen A ile -5 tamsayıları arasındaki uzaklık 7 birim ve 1 ile B tamsayıları arasındaki uzaklık 8 birimdir.



Buna göre, sayı doğrusunda B noktasına karşılık gelen tamsayı, A noktasına karşılık gelen tamsayıdan kaç fazladır? Açıklayarak çözünüz.

ÇÖZÜM:

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

HAYDİ BİRLİKTE ÇÖZELİM ARKADAŞIM.

$|a|=7$ ve $|b|=5$

olduğuna göre, a+b işleminin sonucu ne olabilir?

Açıklayarak çözünüz.

ÇÖZÜM:

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

HAYDİ BİRLİKTE ÇÖZELİM ARKADAŞIM.

Babasından her gün 5 lira alıp, her hafta için kardeşine 15 lira veren Mert, geriye kalan parasını kumbarada biriktirdiğine göre, bir ay sonunda Barış'ın kumbarasında kaç lira birikmiş olur? Açıklayarak çözünüz.

ÇÖZÜM:

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

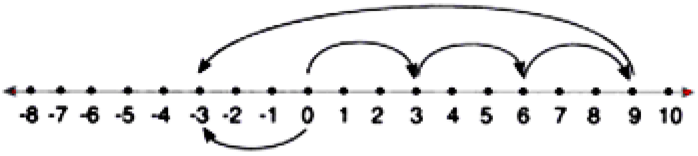
....

....

....

....

HAYDİ BİRLİKTE ÇÖZELİM ARKADAŞIM.



Yukarıdaki sayı doğrusuyla verilen işlem aşağıdakilerden hangisidir? Açıklayarak çözünüz.

a) [(+3)x(-3)]+(-9) b) [(+3)x(+3)]+(-12)

c) [(+3)x(-1)]+(-3) d) [(-3)x(-3)]-(-12)

ÇÖZÜM:

....

....

....

....

....

....

....

....

....

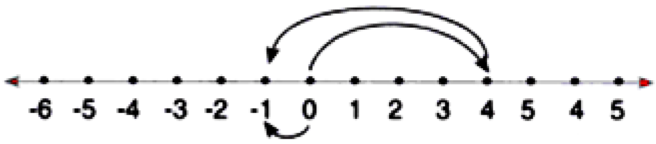
....

....

....

....

HAYDİ BİRLİKTE ÇÖZELİM ARKADAŞIM.



Yukarıdaki sayı doğrusuyla verilen işlem aşağıdakilerden hangisidir? Açıklayarak çözünüz.

a) (+4)+(-5)= (-1) b) (-4)-(+5)= (+1)

c) (+5)-(+4)= (+1) d) (+5)+(-4)= (-1)

ÇÖZÜM:

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

HAYDİ BİRLİKTE ÇÖZELİM ARKADAŞIM.

Osman, sitenin bahçesinde 7 adım ileri gidip 3 adım geriye giderek yürüyüş yapmaktadır. Aynı sitede oturan ve bir adım mesafesi Osman'ınkiyle aynı olan Veli ise 6 adım ileri gidip 2 adım geriye giderek yürüyüş yapmaktadır. Aynı noktadan aynı yöne doğru yürüyüşe başlayan Osman ve Veli, ayrı ayrı toplamda 125 adım attıklarında aralarındaki mesafe kaç adım olur? Açıklayarak çözünüz.

ÇÖZÜM:

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

HAYDİ BİRLİKTE ÇÖZELİM ARKADAŞIM.

Ümit ve Murat kendi aralarında oynadıkları bir oyun gereği 1'den 10'a kadar numaralandırılmış (1 ve 10 dahil) birer kart seçiyorlar. Büyük seçen I nolu zarftaki işlemi yaptıktan sonra III nolu zarfı, küçük seçen ise II nolu zarftaki işlemi yaptıktan sonra, IV nolu zarfı almaktadır.

- *I. zarfı alan kişi, sayıya 5 ekliyor*
- *II. zarfı alan kişi, sayıyı 3'e bölüyor*
- *III. zarfı alan kişi, sayıyı 2 ile çarpıyor*
- *IV. zarfı alan kişi, sayıyı 4 eksiltiyor*

Ümit ve Murat sırasıyla 6 ve 8 çektiğine göre, oyun sonunda aldıkları puanlar arasındaki fark kaçtır? Açıklayarak çözünüz. Açıklayarak çözünüz.

ÇÖZÜM:

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

HAYDİ BİRLİKTE ÇÖZELİM ARKADAŞIM.

Fatih, gideceği yolun yarısını gittikten sonra kalan yolun $\frac{2}{3}$'ünü de gittiğinde ve aynı noktadan, aynı yönde, aynı yolu kullanan Cihat ise gideceği yolun üçte birini gittikten sonra kalan yolun $\frac{3}{4}$'ünü de gitmiştir. Buna göre, en son durumda Fatih ve Cihat'ın kalan yollarının oranı kaçtır? Açıklayarak çözünüz.

ÇÖZÜM:

....

....

....

....

....

....

....

....

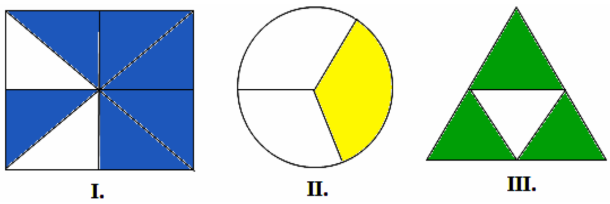
....

....

....

....

HAYDİ BİRLİKTE ÇÖZELİM ARKADAŞIM.



Eş parçalara ayrılmış yukarıdaki bütünlerden; I. şekildeki taranmamış bölgeyi ifade eden kesir Ali'nin, II. şekildeki taranmamış bölgeyi ifade eden kesir Ayşe'nin, III. Şekildeki taranmamış bölgeyi ifade eden kesir ise Mehmet'indir. Buna göre, Ali, Ayşe ve Mehmet'e ait olan kesir ifadelerini karşılaştırınız. Açıklayınız.

ÇÖZÜM:

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

HAYDİ BİRLİKTE ÇÖZELİM ARKADAŞIM.

Hasan'ın yaşı Mehmet'in yaşının $\frac{2}{3}$ ü ve Mehmet'in yaşı Osman'ın yaşının $\frac{1}{2}$ sidir. Buna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur? Açıklayarak çözünüz.

a) Hasan, Mehmet'ten büyüktür

b) Mehmet, Osman'dan büyüktür

c) Osman, Hasan'dan büyüktür

d) Yaşı en küçük olan Mehmet'tir

ÇÖZÜM:

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

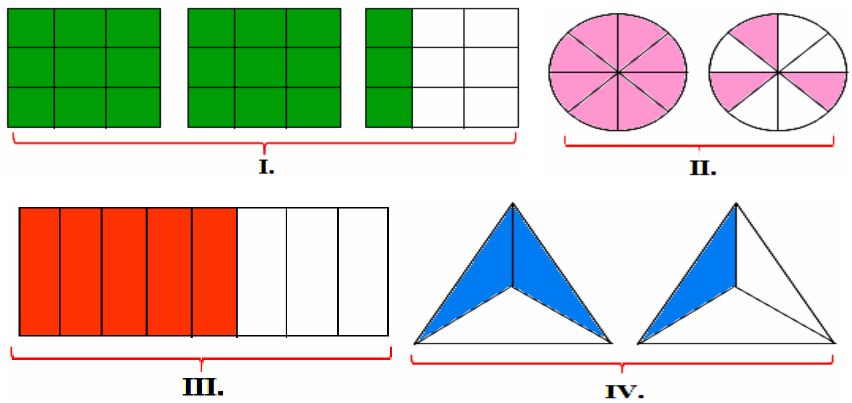
HAYDİ BİRLİKTE ÇÖZELİM ARKADAŞIM.

$2\frac{3}{4}$ kesrinin içinde kaç tane birim kesir vardır? Açıklayarak çözünüz.

ÇÖZÜM:

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

HAYDİ BİRLİKTE ÇÖZELİM ARKADAŞIM.



Yukarıda gösterilen modellere karşılık gelen kesir ifadelerini aşağıya ilgili numaranın karşısına yazınız. Açıklayınız.

I. ……………

II. …………

III. …………

IV. ………….

ÇÖZÜM:

……………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………

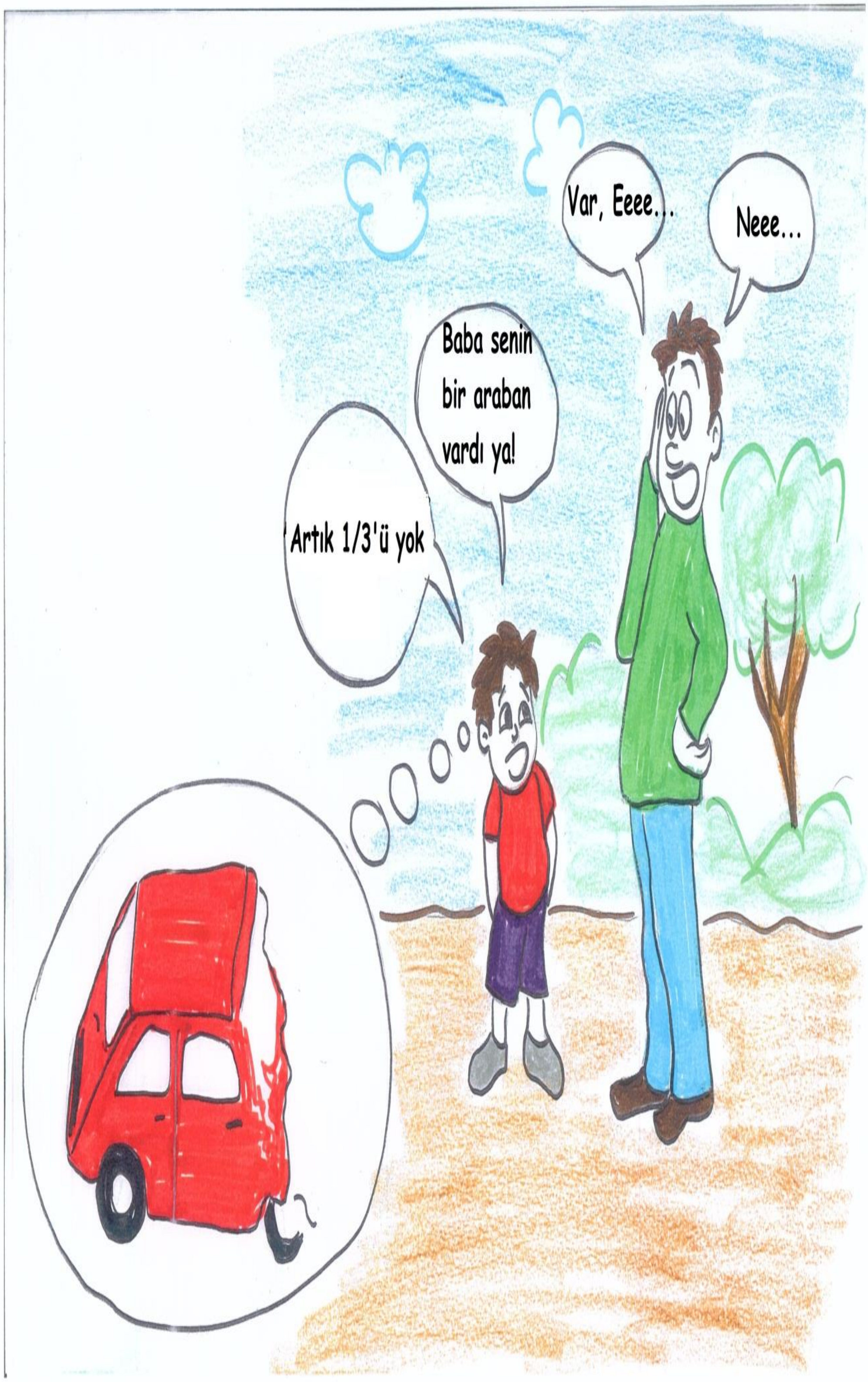
……………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………

EK 4. ÖĞRENME ORTAMINDA KULLANILAN KARİKATÜRLER


Var, Eeee...
Neee...
Baba senin bir araban vardı ya!
Artık 1/3'ü yok


Anne baba,
artık peynir
yemeyecek miyiz?
Elimizde kalan
tüm peynir bu.
Korkmayın, bi
hesaplama yaptım
Hergün peynirin
1/30'unu yersek
bize bir ay yeter.


Bey, bizim oğlanın
ayakkabıları eskimiş.
Ama o zaman ayaklarının
yarısı çıplak kalır
Ne!!!
Kırk ayağın mı var,
kırk derdin var.
20'sini bu yıl
gerisi de seneye...

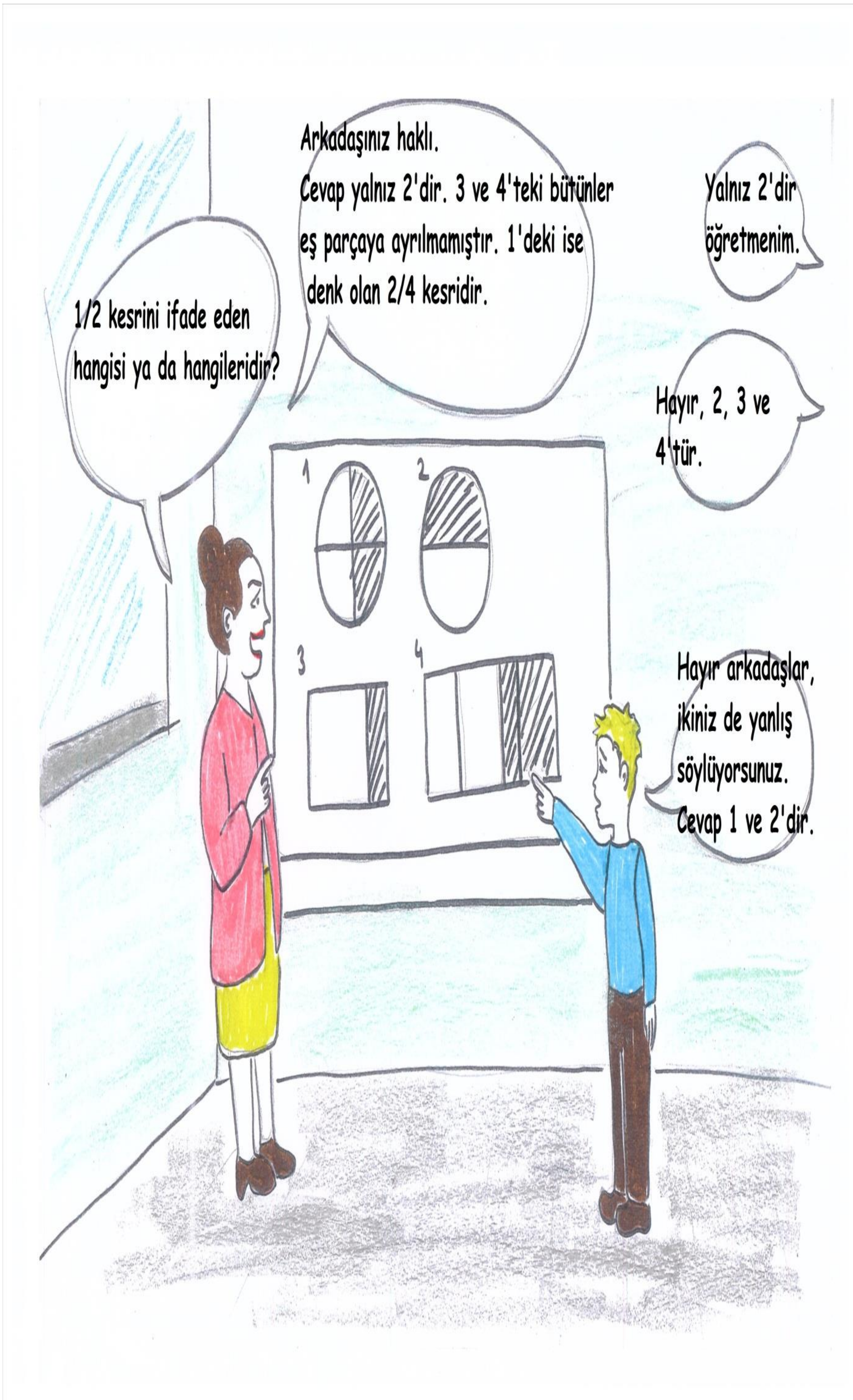

Git burdan,
istemiyorum seni.
Saçımın da 3/4'ünü
keseceğim
artık gelemeyeceksin
Lütfen Rapunzel,
Kıyma saçlarına
istemezsen gelmem.
Saçının herbir teli çok
değerli benim için.

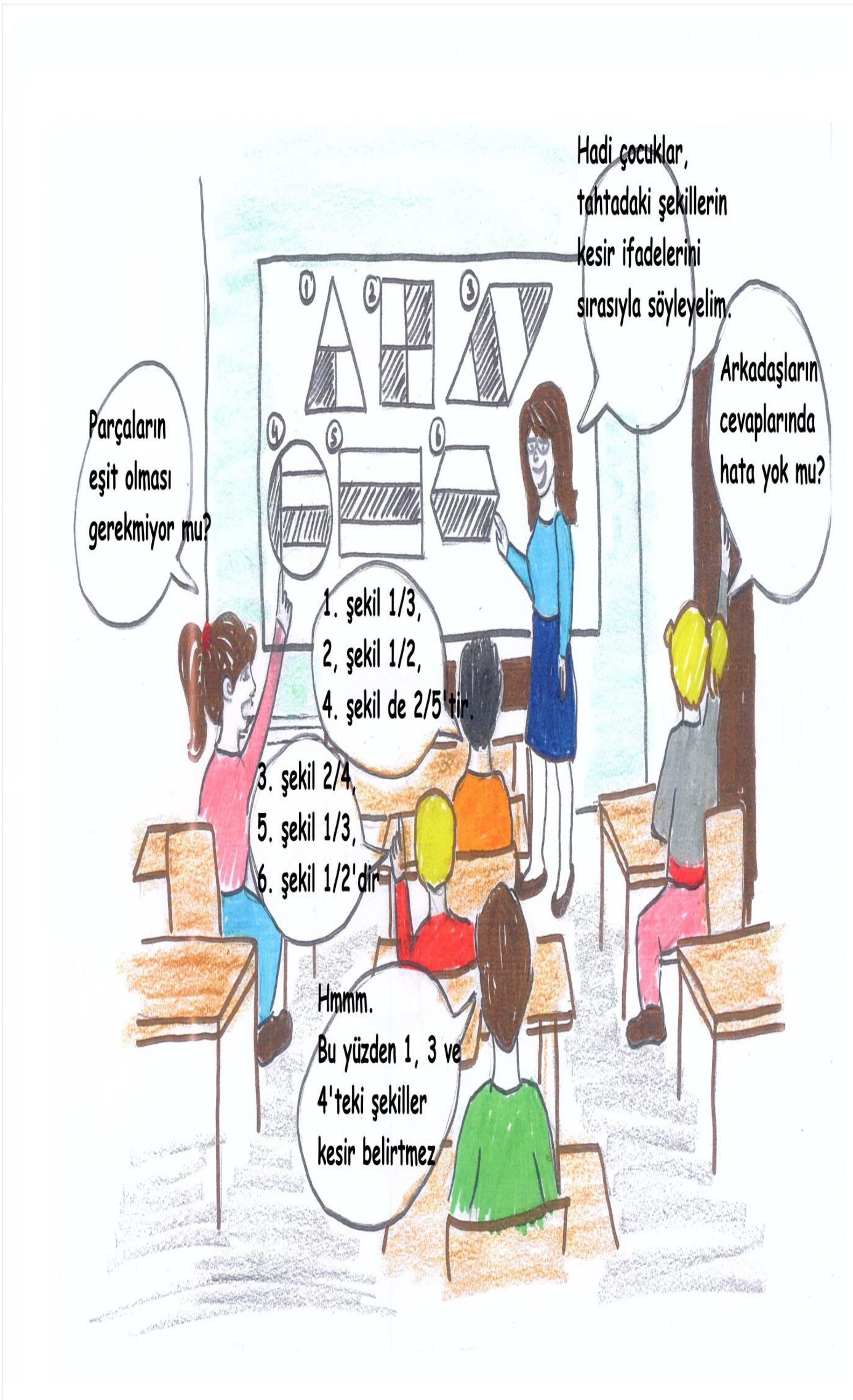
Öğretmenim, $7\frac{3}{4}, 2\frac{1}{3}, 5\frac{7}{9}$ kesirlerini nasıl sıralarız?
Öğretmene sormana gerek yok. Payı büyük olan, daha büyüktür.
Eğer öyle olsaydı paydası büyük olan daha büyük olurdu
Hayır, benim dediğim doğru göreceksin bak
Hayır çocuklar, ikinizin de söylediği doğru değil. Önce tamsayılı kısımları sıralamanız gerekiyor. 7>5>2 yani $7\frac{3}{4} > 5\frac{7}{9} > 2\frac{1}{3}$ olur.
Hmmm. Anladım


Hahaha...
Yaşasın ben
en büyüğüm.
En büyük kesir
bizim kesir
En büyük kesir
bizim kesir
1/2
1/4
1/5
1/3


Yanılgıları değiştirmek gerçekten zormuş.
Soru: 1/2 mi yoksa 2/4 mü daha büyüktür?
2, 1'den; 4 de 2'den büyük olduğu için cevap 2/4'tür.

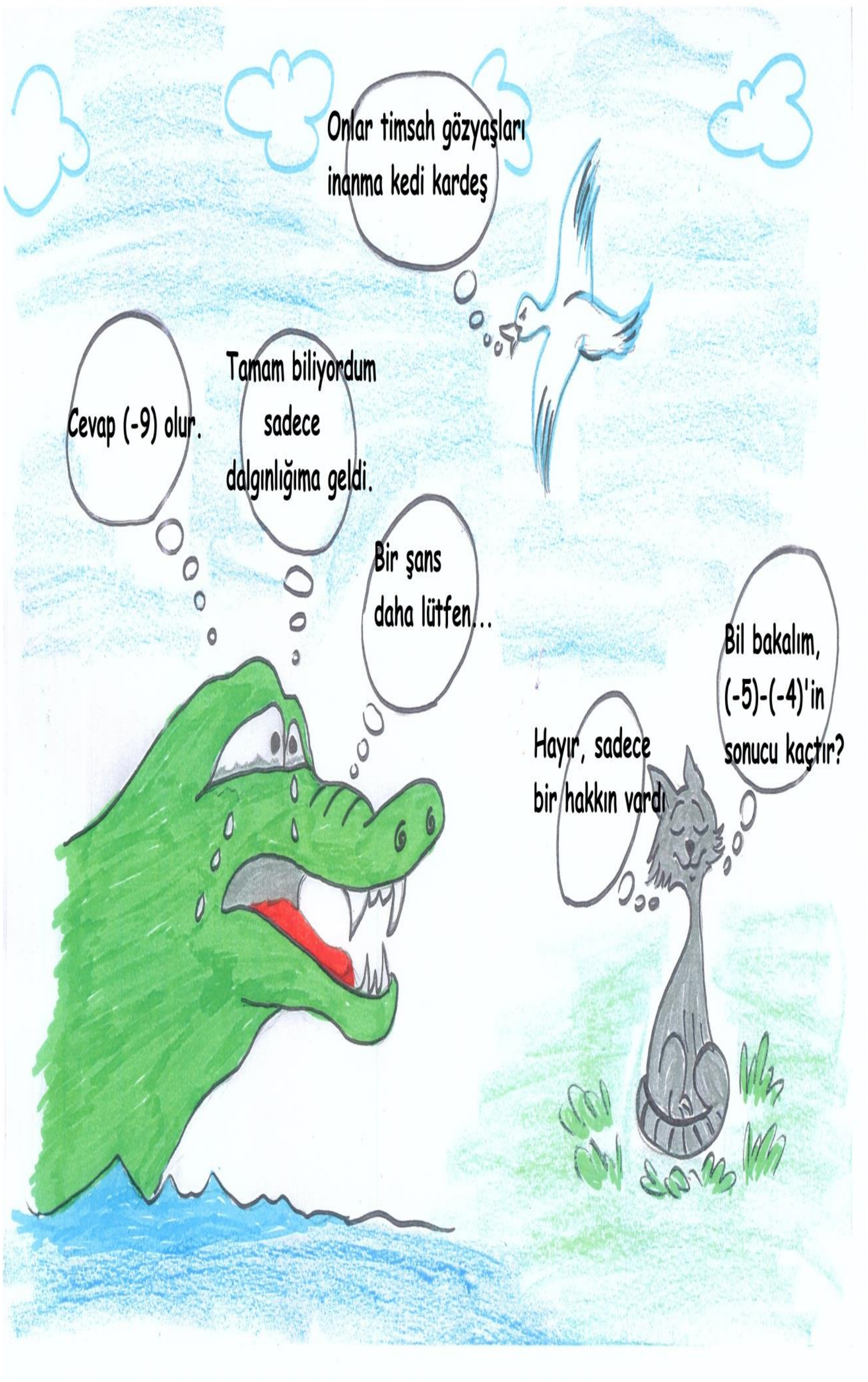

Şatonun 5/4'ünü temizlersen baloya gelebilirsin külkedisi hahaha...
Hahaha... Çok saf... Şatonun 5/4'ü olur mu hiç?
Ah çok iyisiniz.
Ben de baloya gelebilir miyim?

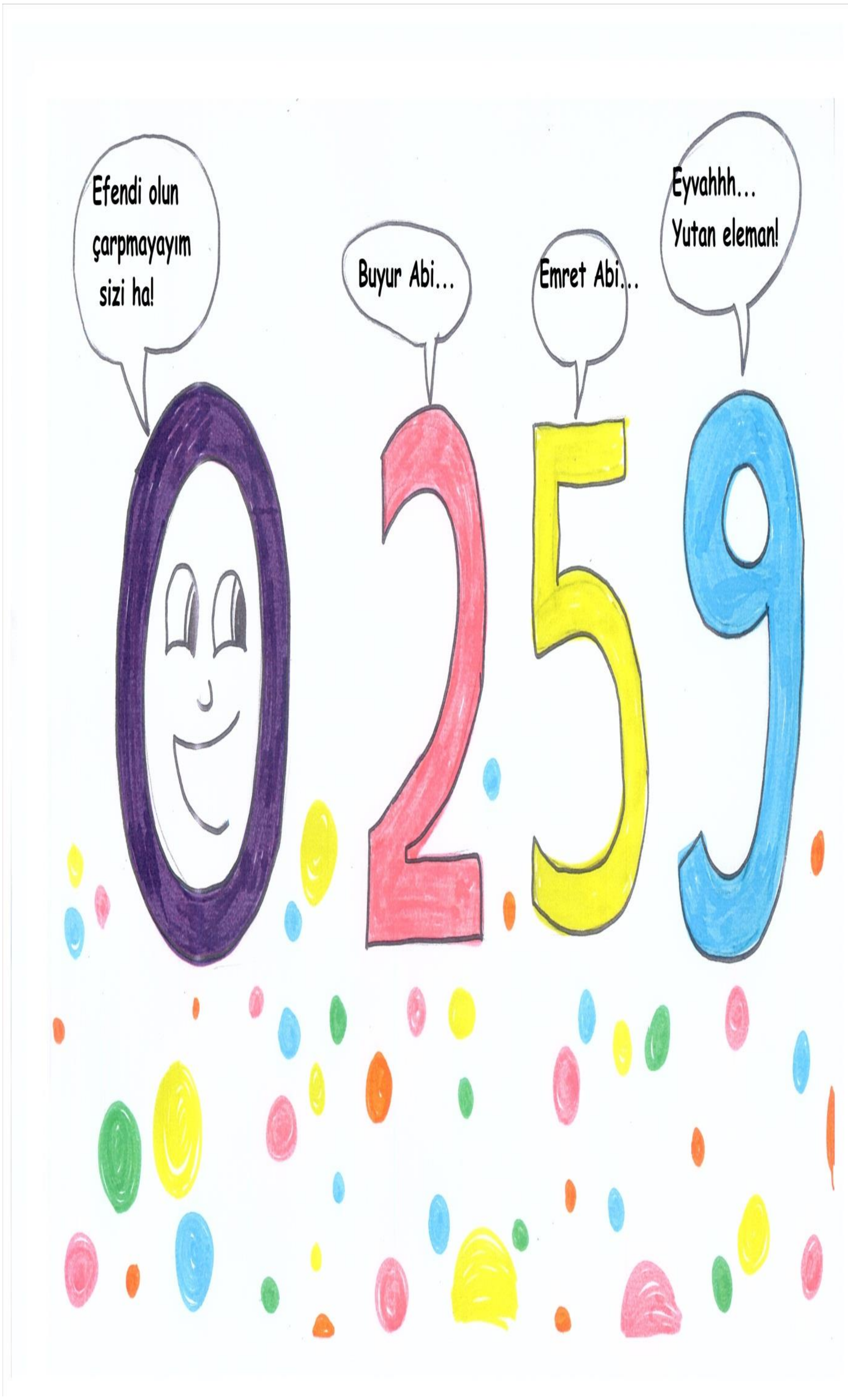

1/2 kesrini ifade eden hangisi ya da hangileridir?
Arkadaşınız haklı. Cevap yalnız 2'dir. 3 ve 4'teki bütünler eş parçaya ayrılmamıştır. 1'deki ise denk olan 2/4 kesridir.
Yalnız 2'dir öğretmenim.
Hayır, 2, 3 ve 4'tür.
1
2
3
4
Hayır arkadaşlar, ikiniz de yanlış söylüyorsunuz. Cevap 1 ve 2'dir.


Hadi çocuklar, tahtadaki şekillerin kesir ifadelerini sırasıyla söyleyelim.
1. şekil 1/3, 2, şekil 1/2, 4. şekil de 2/5'tir.
3. şekil 2/4, 5. şekil 1/3, 6. şekil 1/2'dir
Parçaların eşit olması gerekmiyor mu?
Arkadaşların cevaplarında hata yok mu?
Hmmm. Bu yüzden 1, 3 ve 4'teki şekiller kesir belirtmez

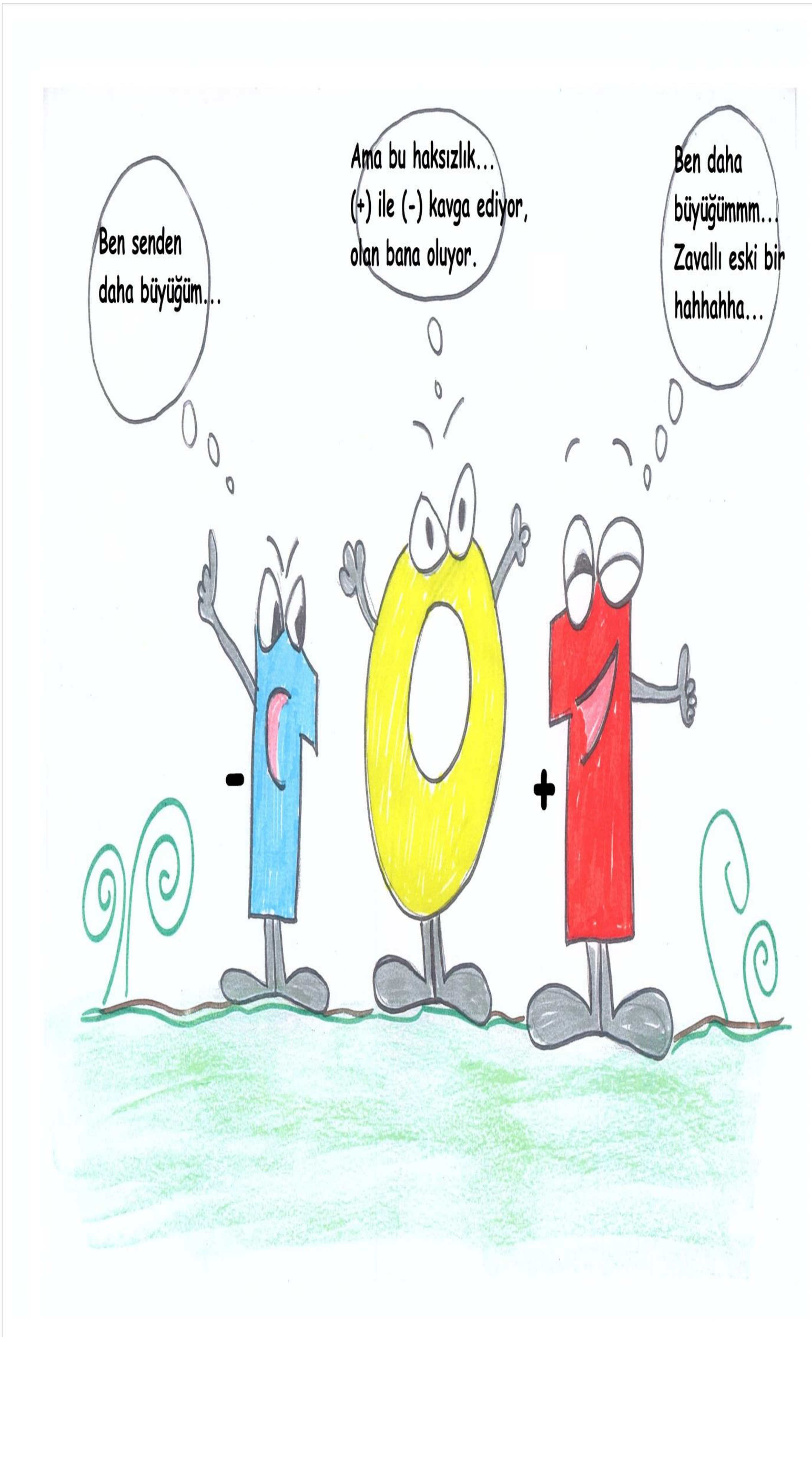

(-1) ile (+1) arasındaki
fark nedir çocuklar?
Fark yoktur.
İkisi de birdir
(-1) negatiftir,
(+1) pozitiftir.
Pozitifler her zaman
negatiflerden
daha büyüktür.


Dostumun dostu benim de dostumdur.
Dostumun düşmanı benim de düşmanımdır.
Düşmanımın dostu benim düşmanımdır.
Düşmanımın düşmanı benim dostumdur.
Ne oldu ya!
Savaş mı çıktı?
(+), (-) ???


Onlar timsah gözyaşları
inanma kedi kardeş
Cevap (-9) olur.
Tamam biliyordum
sadece
dalgınlığıma geldi.
Bir şans
daha lütfen…
Bil bakalım,
(-5)-(-4)'in
sonucu kaçtır?
Hayır, sadece
bir hakkın vardı

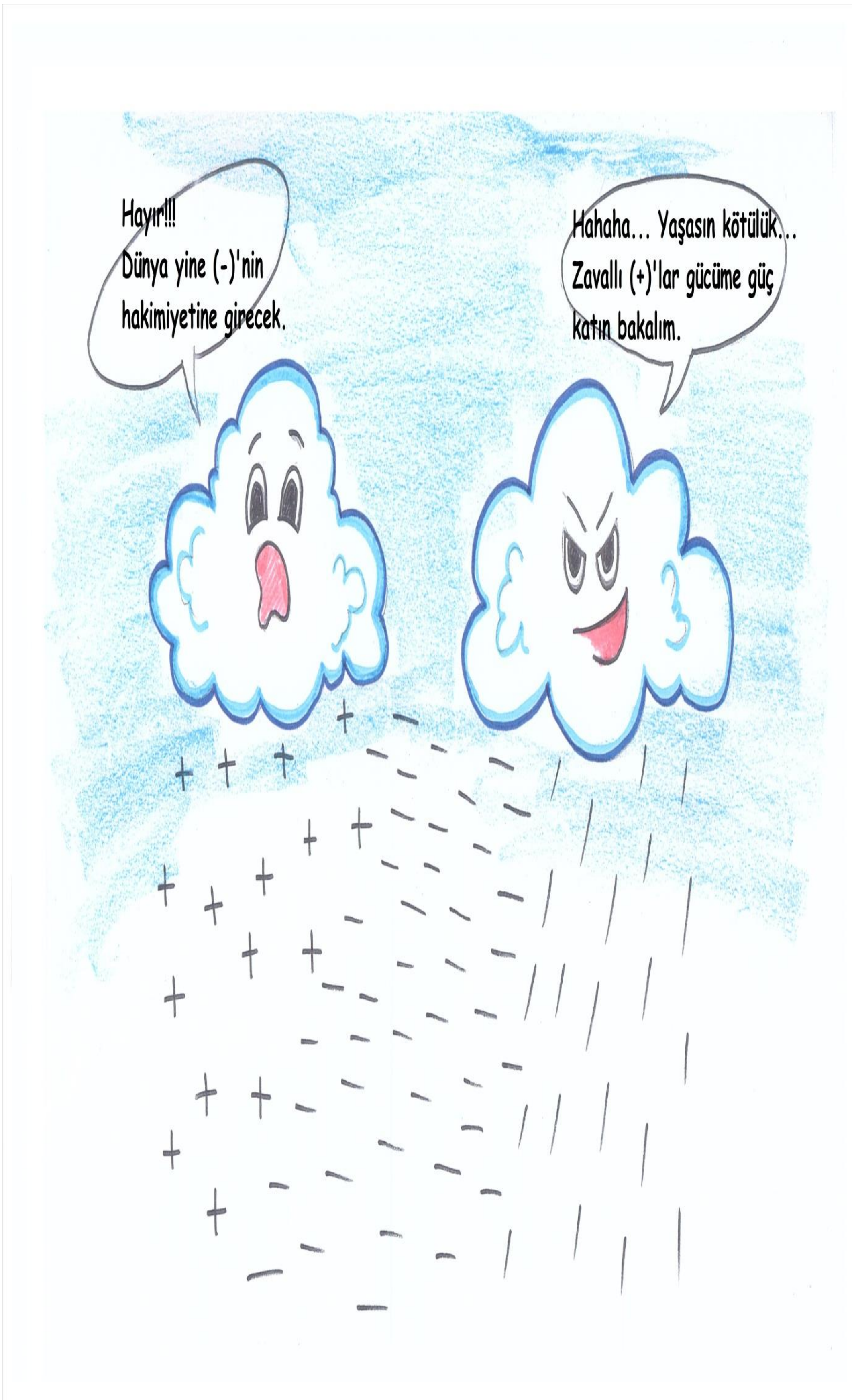

Efendi olun
çarpmayayım
sizi ha!
Buyur Abi…
Emret Abi…
Eyvahhh…
Yutan eleman!


Pozitif ve negatif ne demek, Mert?
Mesela, Yürüyen merdivenden yukarı çıkan annem pozitif, aşağı inen babam ise negatiftir.
Annemi neden daha çok sevdiğimi anladım.


Ben senden
daha büyüğüm...
Ama bu haksızlık...
(+) ile (-) kavga ediyor,
olan bana oluyor.
Ben daha
büyüğümmm...
Zavallı eski bir
hahhahha...
-
+


(+), (-), (+), (-), ...
Leyla...
(+) çıktı (+) çıktı...
Hmmm.
(+) çıktığına
göre demek
beni çoook
seviyorsun
Mecnun...


Kaçıncı kata
çıkıyorsun evladım?
Hmmm.
4. kata çıkacak
bu çocuk öyleyse.
Kaça dedin?
Yani 6 kat yukarı
çıkıyoruz amca.
10-8+2 'ye
gidiyorum.
NOT: Asansör otoparkın yer aldığı -2. kattadır.


Hayır!!!
Dünya yine (-)'nin
hakimiyetine girecek.
Hahaha… Yaşasın kötülük…
Zavallı (+)'lar gücüme güç
katın bakalım.

EK 5. ÖĞRETMENLERE YÖNELİK GÖRÜŞME FORMU

ÖĞRETMENLERE YÖNELİK GÖRÜŞME FORMU

GİRİŞ

Sayın Hocam Merhabalar. Farklı öğretim yöntemleriyle zenginleştirilen öğrenme ortamının matematiksel muhakemeye ve tutuma etkisini belirlemek için bir araştırma yapıyorum. Yaptığımız tüm görüşmelerde verdiğiniz bilgiler, sadece bu araştırmada kullanılacak ve kişisel bilgileriniz kesinlikle gizli tutulacaktır. İzin verirseniz görüşemyi kaydetmek istiyorum. Bu şekilde hem zamanı daha iyi kullanabiliriz, hem de sorulara vereceğiniz yanıtların kaydını daha ayrıntılı tutma fırsatı elde edebilirim.

Bu araştırmaya katılmayı kabul ettiğiniz için şimdiden teşekkür ederim. Eğer sizin bana görüşmeye başlamadan sormak istediğiniz bir soru varsa, önce onu yanıtlamak istiyorum.

SORULAR

1. Matematiksel muhakeme becerisi başka bir deyişle akıl yürütme becerisi kavramı hakkında bilgi verebilir misiniz?

Sonda: *Matematiksel muhakeme becerisi, matematiği anlamak ve yapmak için gerekli midir? Evet ise neden?*

Öğrencilerin bu becerilerini geliştirmek için neler yapılabilir?

2. Ders anlatırken hangi yöntem veya yöntemleri kullanıyorsunuz?

Sonda: *Bu yöntemleri neden tercih ediyorsunuz?*

Bu yöntemleri uygularken öğrencilerin etkili bir şekilde öğrenebilmeleri için nelere dikkat ediyorsunuz?

3. Derse hazırlık yapar mısınız? Evet ise ne tür hazırlıklar yaptığınızı açıklar mısınız?

Sonda: *Etkinlik planlama ya da hazırlama?*

Öğretim materyali hazırlama?

Diğer (soru hazırlama, sınavlarda çıkmış soruları sınıfa götürme,... ?

4. Tasarlanan öğrenme ortamı öğrencilerin matematiksel muhakemelerini güçlendirme ve geliştirmede onlara yardımcı olmakta mıdır?

Sonda: *Farklı öğretim yöntemleri?*

-Bilgisayar destekli uygulamalar

-Eğitsel oyunlar

-Somut öğretim materyalleri

-Karikatürler

-İşbirlikli gruplarda tartışma

- Günlük yaşamla ilişkilendirme

Öğrencilerin muhakemede bulunmalarını sağlayıcı üst düzey sorular?

Bireysel farklılıkların göz önüne alınması?

5. Tasarlanan öğrenme ortamı öğrencilerin öğrenmelerini nasıl etkiliyor?

Sonda: *Bilginin yapılanma şeklini?*

Konularınsebep sonuç ilişkisi içinde kavranmasını?

Bilginin kalıcı olmasını?

Matematik problemlerine yaklaşımlarını?

6. Tasarlanan öğrenme ortamındaki uygulamaları önceki uygulamalarınızdan ayıran en önemli farklar nelerdir?

Sonda: *Kullanılan öğretim yöntemleri?*

Sınıfın oturma düzeni?

Kullanılan öğretim araçları ve etkinlikler?

Disiplin anlayışı?

7. Bu uygulamanın sizi nasıl etkilediğini merak ediyorum?

Sonda: *Ders sürecini zevkli hale getiriyor mu?*

Ders sürecinde yürümediğine inandığınız durumlar oluştu mu?

8. Tasarlanan öğrenme ortamında kullanılan öğretim araçlarını nasıl değerlendiriyorsunuz?

Sonda: Çalışma kağıtlarını?

Somut öğretim materyallerini?

Karikatürleri?

Bilgisayar destekli uygulamaları?

Problem kağıtlarını?

9. Matematikteki öğretim felsefesi, bu uygulamalardaki öğretime benzer bir yaklaşımla yürütülecek olursa;

Sonda: *Öğrencilerin matematikle ilgili tutumları nasıl etkilenir?*

Öğrencilerin matematikle ilgili algıları ve bakış açıları değişir mi? Evet ise nasıl?

Öğrencilerin başarı profillerinde bir değişim olur mu? Evet ise açıklar mısınız?

Öğrencilerin genel başarı grafiklerinde bir değişim olur mu? Evet ise açıklar mısınız?

Aktif ya da pasif öğrencilerin sınıf ortamındaki davranışlarında bir farklılık olur mu?

Öğrencilerin öğrenme potansiyelleri etkilenir mi? Evet ise açıklar mısınız?

Öğretmen-öğrenci ve öğrenci-öğrenci iletişimi nasıl etkilenir?

10. Tasarlanan öğrenme ortamında gerçekleştirilen öğretim, öğretmen ve öğrenci rolünde değişiklikler yaptı mı? Evet ise açıklar mısınız?

Sonda: *Öğretmen rolü değişti mi? Evet ise nasıl?*

Öğrenci rolü değişti mi? Evet ise nasıl?

11. Daha önceki öğretmen rolünüzle araştırmacının öğretmen rolünü karşılaştırırsanız ne söylersiniz?

Sonda: *Dersi işleme süreci açısından?*

Bilgiyi sunma açısından?

Sınıftaki disiplin anlayışı açısından?

Öğrencilerle iletişim açısından?

Öğrencileri anlama açısından?

12. Bu uygulama sürecinin mesleki deneyiminize katkısı olmuş mudur? Evet ise açıklar mısınız?

Sonda: *Öğretim materyali tasarlama?*

Yöntem?

Sınıf Hakimiyeti?

İletişim?

13. Öğrencilerinizi değerlendirmek için bir ölçme aracı hazırlarken nelere dikkat edersiniz?

14. Tasarlanan öğrenme ortamında gerçekleştirilen öğretim, ölçme ve değerlendirme yaklaşımınızda bir değişim yapar mı? Evet ise nasıl?

15. Matematiksel muhakemeyi geliştirmeye yönelik tasarlanacak bir öğrenme ortamı nasıl olmalıdır?

<u>Sonda:</u> *Mevcut sınıf ortamlarında ilave olarak neler olmalıdır?*

Matematiksel muhakemeyi geliştirmeye yönelik tasarlanan bir öğrenme ortamını geleneksel öğrenme ortamıyla kıyaslar mısınız?

16. Tasarlanan öğrenme ortamının olumlu ve olumsuz yönleri nelerdir?

<u>Sonda</u>: *Zorlukları var mı?*

Öğrenmeyi nasıl etkiliyor?

Sınıf hakimiyeti?

Zaman?

Problem çözme?

Muhakeme?

17. Belirtmek istediğiniz başka görüş ve önerileriniz var mı?

EK 6. ÖĞRETMENLERE YÖNELİK GÖZLEM FORMU

ÖĞRETMENLERE YÖNELİK GÖZLEM FORMU

Tarih: …..../…..../2014

1. Öğrenme ortamının öğretmen rolünde yaptığı değişiklikler hakkında bilgi verir misiniz?

…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………

2. Öğrenme ortamının öğrenci rolünde yaptığı değişiklikler hakkında bilgi verir misiniz?

…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

3. Öğrenme ortamı, pasif öğrencilerin rollerinde bir değişim oluşturdu mu? Evet ise nasıl?

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

4. Öğrenme ortamının en çok hangi yönü öğrencileri etkilemiştir?

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………

5. Öğrenme ortamının öğrenciler arasındaki işbirliğini nasıl etkilediğini düşünüyorsunuz?

…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………

6. Öğrencilerin etkinliklere katılımı açısından bu dersin işlenişi ile önceki ders işlenişlerinizi kıyaslar mısınız?

…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………

7. Bu uygulamaların öğrencilerin başarılarını nasıl etkileyeceğini düşünüyorsunuz?

………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………

8. Bu tür uygulamaların öğrenciye sağladığı yararlar nelerdir?

………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………

9. Bu ders işlenişinin öğrencilerin ezber olayını ve konunun sebep-sonuç ilişkilerini kavramada nasıl bir etkisi olduğunu düşünüyorsunuz?

…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………

10. Bu uygulamaların öğrencilerin matematik problemlerine yaklaşımlarında bir değişim oluşturacağını düşünüyor musunuz?

…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………

11. Bu uygulamaların öğrencilerin motivasyonlarını nasıl etkileyeceğini düşünüyorsunuz?

………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………

12. Tasarlanan öğrenme ortamı öğrencilerin *matematiksel muhakemelerini güçlendirme ve geliştirmelerinde* onlara yardımcı olmakta mıdır?

………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

13. Tasarlanan öğrenme ortamı öğrencilerin sınıf dışındaki (gerçek hayattaki) problemleri çözmelerine yardımcı olacak nitelikte midir?

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

14. Konularla gerçek yaşam arasında kurulan ilişkiyi değerlendiriniz?

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………

15. Uygulama sürecinde öğrencilerin düşünmesini sağlayıcı üst düzey sorular soruluyor mu?

…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………

-Daha genel değerlendirmeler yapılması için ayrılmış bölümdür. Uygulama sürecinde aklınıza gelebilecek her türlü düşünceyi yazabilirsiniz.

…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………

EK 7. ÖĞRENME ORTAMINA İLİŞKİN ÖĞRENCİ GÜNLÜK FORMU

ÖĞRENME ORTAMINA İLİŞKİN ÖĞRENCİ GÜNLÜK FORMU

Tarih: …../…../

Öğrencinin Adı Soyadı: ....

Bugünkü öğrenme ortamına ilişkin görüş ve düşüncelerinizi aşağıda belirtiniz.

………………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………………...

………………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………………...

………………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………………

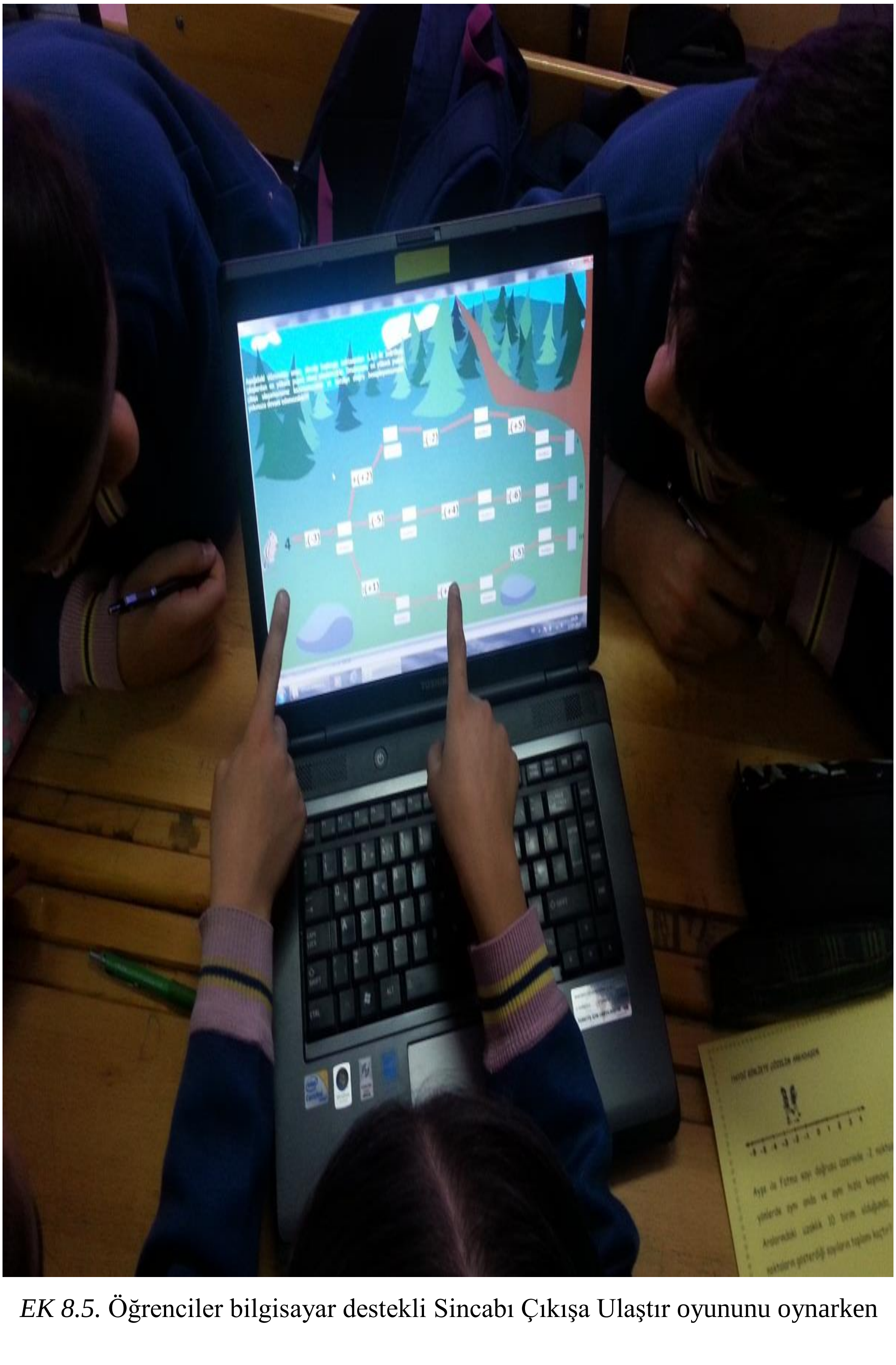
EK 8. ÖĞRENME ORTAMINDAN BAZI YANSIMALAR

EK 8.1. Öğretmenler gözlemlerini not ederken

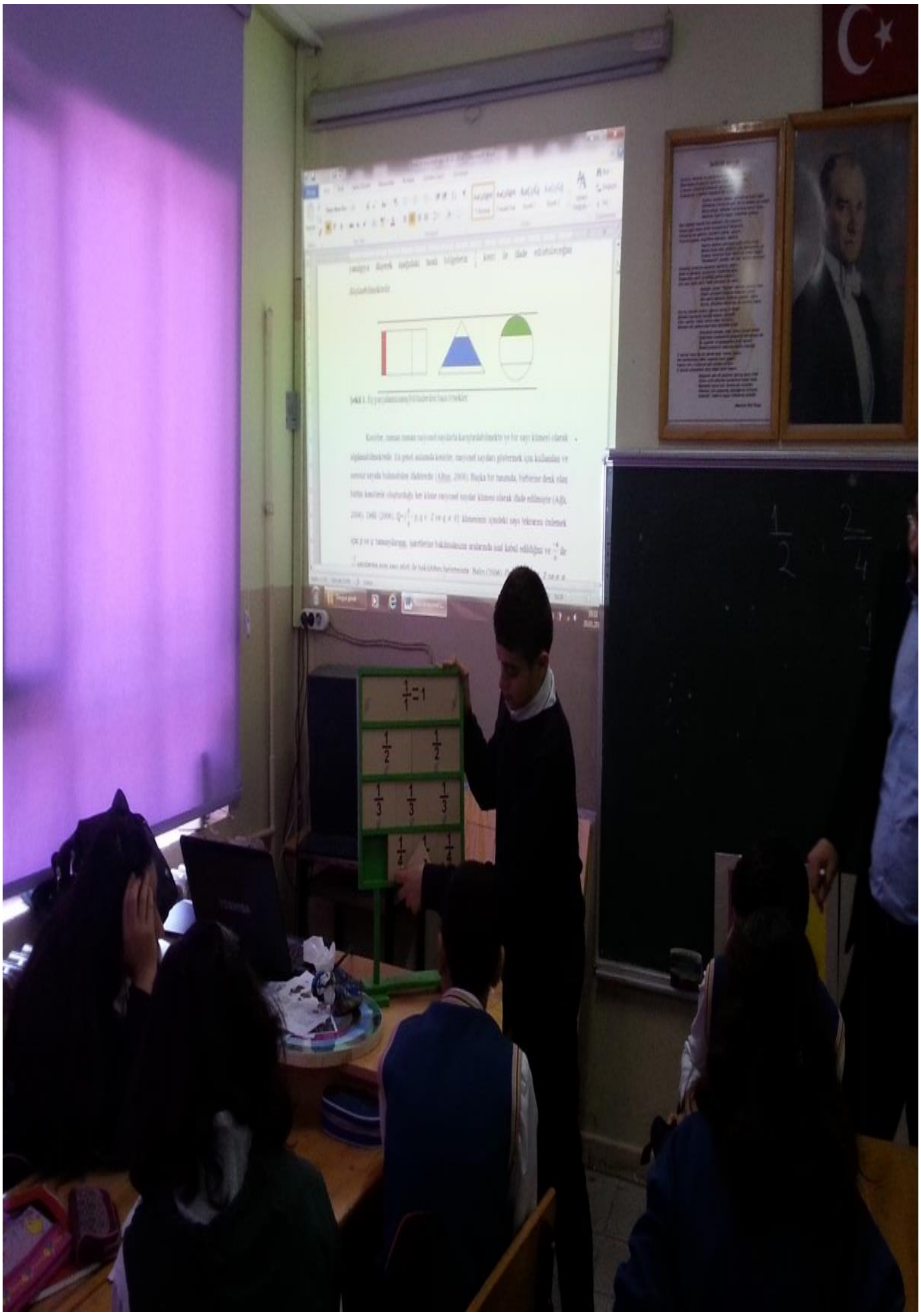
EK 8.2. Bilgisayarda karikatürler gösterilirken

EK 8.3. Öğrenciler işbirlikli bir şekilde problem çözerken

EK 8.4. Öğrenciler günlük yazarken



EK 8.5. Öğrenciler bilgisayar destekli Sincabı Çıkışa Ulaştır oyununu oynarken



EK 8.6. Somut materyaller kullanılırken-1

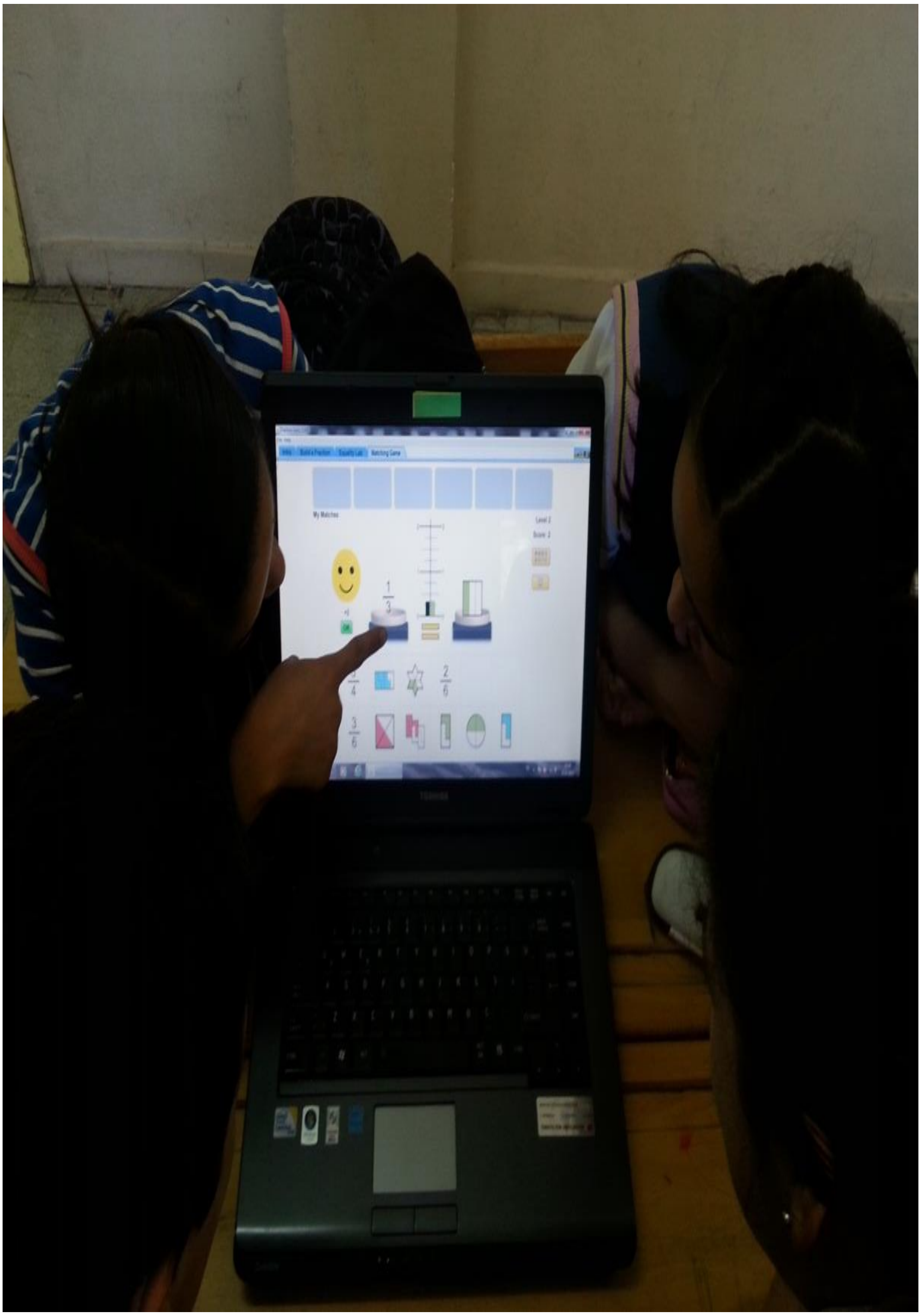
EK 8.7. Somut Materyaller Kullanılırken-2

EK 8.8. Somut materyaller kullanılırken-3

EK 8.9. Öğrenciler karikatürlerle matematik öğrenirken

EK 8.10. Öğrenciler dart oyununu oynarken

EK 8.11. Öğrenciler işbirlikli bir şekilde problem çözerken



EK 8.12. Öğrenciler bilgisayar destekli uygulamalarla kesirleri öğrenirken

EK 9. BİLGİSAYAR DESTEKLİ JAVA PROGRAMINI KULLANMA İZİN BELGESİ

Kimden: **PhET Help** (phethelp@Colorado.EDU)
Gönderme tarihi: 31 Mart 2014 Pazartesi 16:32:18
Kime: Emrullah ERDEM (eerdem@outlook.com)

Hello Emrullah,

You can certainly use the PhET simulations in your research. Please be sure to add the following attribution in either the video itself or the description:

PhET Interactive Simulations

University of Colorado

http://phet.colorado.edu

When you are finished, please email us a copy of your final write-up/article. If is always nice for us to keep a record of how people are using the simulations.

If you have specific questions about using the sims in your study, I should be able to help or forward any questions to Kathy Perkins.

Best,
Oliver

On Fri, Mar 28, 2014 at 8:18 AM, Emrullah ERDEM <eerdem@outlook.com> wrote:

Dear individual responsible,

First of all, thank you for preparing of these perfect simulations.

If you deem appropriate, I want to use some math simulations for a scientific research by attributing of the work from the address: http://phet.colorado.edu/en/simulations/category/math

I need to take a license from you, may be via response to this e-mail, please.

Sincerely,

ÖZGEÇMİŞ

1987 Adıyaman doğumludur. İngilizce ve Almanca bilen ERDEM, ilk ve ortaokulu Atakent İlköğretim Okulunda 2001 yılında, lise öğrenimini ise Adıyaman Anadolu Öğretmen Lisesinde 2005 yılında tamamlamıştır. Şubat 2007-Eylül 2009 arasında Adıyaman Üniversitesi'nde idari personel olarak hizmet vermiş ve 2009 yılında aynı üniversitede başladığı öğretim elemanlığına halen devam etmektedir. Lisans öğrenimini Gaziantep Üniversitesi Adıyaman Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği Programında 2009 yılında, yüksek lisans öğrenimini Adıyaman Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İlköğretim Matematik Eğitiminde 2011 yılında tamamlamıştır. Atatürk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü İlköğretim Matematik Eğitiminde başladığı doktora öğrenimini ise 2015 yılında tamamlamıştır. Uzmanlık alanları: Matematiksel Muhakeme (Akıl Yürütme), Olasılık, Öğretmen Eğitimi, Matematik Tarihi, Kesirler, Tamsayılar, Gündelik Matematik