T.C.
GAZİ ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

TOPLU TAŞIMA HAREKET ÇİZELGELEMESİ OPTİMİZASYONU: HİPOTETİK BİR SİSTEMDE KARMA TAM SAYILI PROGRAMLAMA ÖRNEĞİ

MUSTAFA MEHMET BAYAR

İŞLETME ANABİLİM DALI
ÜRETİM YÖNETİMİ BİLİM DALI

EYLÜL 2017

GAZİ ÜNİVERSİTESİ

1926

TOPLU TAŞIMA HAREKET ÇİZELGELEMESİ OPTİMİZASYONU: HİPOTETİK BİR SİSTEMDE KARMA TAM SAYILI PROGRAMLAMA ÖRNEĞİ

Mustafa Mehmet BAYAR

YÜKSEK LİSANS TEZİ

İŞLETME ANABİLİM DALI

ÜRETİM YÖNETİMİ BİLİM DALI

GAZİ ÜNİVERSİTESİ

SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ

EYLÜL 2017

Mustafa Mehmet BAYAR tarafından hazırlanan "Toplu Taşıma Hareket Çizelgelemesi Optimizasyonu: Hipotetik Bir Sistemde Karma Tam Sayılı Programlama Örneği" adlı tez çalışması aşağıdaki jüri tarafından OY BİRLİĞİ ile Gazi Üniversitesi İşletme Anabilim Dalında Üretim Yönetimi Bilim Dalında YÜKSEK LİSANS TEZİ olarak kabul edilmiştir.

Danışman: Prof. Dr. Abdullah Süreyya ERSOY
İşletme, Gazi Üniversitesi
Bu tezin, kapsam ve kalite olarak Yüksek Lisans Tezi olduğunu onaylıyorum. ....

Başkan : Doç. Dr. Murat ATAN
Ekonometri, Gazi Üniversitesi
Bu tezin, kapsam ve kalite olarak Yüksek Lisans Tezi olduğunu onaylıyorum. ....

Üye : Yrd. Doç. Dr. Bülent ÇEKİÇ
İşletme, Hacettepe Üniversitesi
Bu tezin, kapsam ve kalite olarak Yüksek Lisans Tezi olduğunu onaylıyorum. ....

Tez Savunma Tarihi: 15 / 09 / 2017

Jüri tarafından kabul edilen bu tezin Yüksek Lisans Tezi olması için gerekli şartları yerine getirdiğini onaylıyorum.

....
Prof. Dr. Hilmi ÜNSAL
Sosyal Bilimler Enstitüsü Müdürü

ETİK BEYAN

Gazi Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Tez Yazım Kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmasında;

- Tez içinde sunduğum verileri, bilgileri ve dokümanları akademik ve etik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- Tüm bilgi, belge, değerlendirme ve sonuçları bilimsel etik ve ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu,
- Tez çalışmasında yararlandığım eserlerin tümüne uygun atıfta bulunarak kaynak gösterdiğimi,
- Kullanılan verilerde herhangi bir değişiklik yapmadığımı,
- Bu tezde sunduğum çalışmanın özgün olduğunu,

bildirir, aksi bir durumda aleyhime doğabilecek tüm hak kayıplarını kabullendiğimi beyan ederim.

Mustafa Mehmet BAYAR

15.09.2017

TOPLU TAŞIMA HAREKET ÇİZELGELEMESİ OPTİMİZASYONU: HİPOTETİK BİR SİSTEMDE KARMA TAMSAYILI PROGRAMLAMA ÖRNEĞİ

(Yüksek Lisans Tezi)

Mustafa Mehmet BAYAR

GAZİ ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
Eylül 2017

ÖZET

Karmaşık bir problem olan tek hatlı tren hareket çizelgelemesi problemi, karma tam sayılı programlama ile formüle edilmiş ve kurulan modelde karşılanamayan talebin minimizasyonu amaçlanmıştır. Model, Gurobi Optimizer çözücüsünün çeşitli çözüm süresi sınırlamaları altında çözülmüştür. Çözüm süresi ile optimale yakınlık verisi kullanılarak elde edilen etkin sınır veri zarflama analizi ile incelenmiş ve en verimli ölçek büyüklüğü tespit edilerek karar vericiye en etkin al-ver (trade-off) önerisi sunulmuştur.

Bilim Kodu	:	118708
Anahtar Kelimeler	:	Tren Çizelgelemesi, Karma Tam Sayılı Programlama, Al-Ver (Trade Off) İlişkisi, Veri Zarflama Analizi, Çözüm Süresi
Sayfa Adedi	:	68
Tez Danışmanı	:	Prof. Dr. Abdullah Süreyya ERSOY

PUBLIC TRANSPORTATION SCHEDULING: A MIXED-INTEGER PROGRAMMING EXAMPLE ON A HYPOTHETICAL SYSTEM

(M.S. Thesis)

Mustafa Mehmet BAYAR

GAZI UNIVERSITY
GRADUATE SCHOOL OF SOCIAL SCIENCES
September 2017

ABSTRACT

A known complex problem: Single Track Train Scheduling Problem is formulated as a mixed-integer program in which, unmet demand was minimized as the objective. The model was solved for various runtime limitations. “Runtime-Distance From Optimal Solution” tuples was used to form an efficient frontier and via data envelopment analysis the trade-off decision identifed as the most productive scale size was suggested to the decision maker as the most efficient trade-off between runtime and distance from optimal solution.

Science Code	:	118708
Key Words	:	Train Scheduling, Mixed-Integer Programming, Trade Off, Data Envelopment Analysis, Solution Time
Page Number	:	68
Supervisor	:	Prof.Dr.Abdullah Süreyya ERSOY

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖZET iv
ABSTRACT v
İÇİNDEKİLER vi
ÇİZELGELERİN LİSTESİ viii
ŞEKİLLERİN LİSTESİ xiv
KISALTMALAR xv
1 GİRİŞ 1
2 KARMAŞIK BİR PROBLEM OLAN TEK HATLI TREN ÇİZELGELEME PROBLEMİ ve PROBLEMİN ÇÖZÜMÜNDE OPTİMALİTE ile ÇÖZÜM SÜRESİ AL-VER İLİŞKİSİ 5
2.1 Hipotetik Tek Hatlı Ulaşım Ağı 6
2.2 Çok Amaçlı Karar Verme Problemleri, Etkin Çözümler ve Etkin Sınır 7
3 LİTERATÜR TARAMASI 9
3.1. Alan Yazınında İlk Çalışmalar 9
3.2. Alan Yazınında Dünyadan Bazı Çalışmlar 10
3.3. Alan Yazınında Türkiye’den Bazı Çalışmalar 12
4 KURAMSAL ÇERÇEVE ve YÖNTEM 15
4.1 Tam Sayılı Programlama – Kısıt Gevşetmeli Doğrusal Programlama Modelleri ve Çözüm Kümeleri Üzerine 15
4.1.1 Örnek bir Tam Sayılı Programlama Modeli Üzerinde Uygulamalı Gösterim... 15
4.2 Doğrusal Programlama (DP) Modellerinin Çözümünde Simpleks Algoritması 17
4.2.1 Bir DP Modelinin Standart Biçimde Gösterimi 17
4.2.2 Standart Biçimdeki Bir DP Modelinin Matris Biçimi 17
4.2.3 Temel ve Temel Olmayan Değişkenler 18
4.2.4 Olurlu Bölge, Uç Nokta Çözümleri ve Temel-Olurlu Çözümler İlişkisi 19
4.2.5 Komşu Temel Olurlu Çözümler 20
4.2.6 Simpleks Algoritmasının Genel Tanımı 21
4.2.7 Örnek Bir DP Modeli İçin Simpleks Algoritması Uygulaması 21
4.3 Tam Sayılı Programlama Modellerinin Çözümünde Dal-Sınır Algoritması: 25
4.3.1 Örnek bir Tam Sayılı Programlama Modelinde Dal-Sınır Algoritması Uygulaması 26
4.4 Tam Sayılı Programlama Modellerinin Çözümünde Kesme Düzlemi Algoritması 29

Sayfa

4.5 Veri Zarflama Analizi 33
4.5.1 Girdi Odaklı CCR Modeli 34
4.5.2 Çıktı Odaklı CCR Modeli 36
4.6. Model1: Kısıt Gevşetmeli Doğrusal Programlama Modeli 38
4.7 Model2: Karma Tam Sayılı Programlama Modeli 47
4.8 Model3: Charnes-Cooper-Rhodes (CCR) Modeli 49
5 BULGULAR ve DEĞERLENDİRME 53
5.1. Model1'in Çözümü 53
5.2. Model2'nin Çözümleri 55
5.3. Model3'ün Çözümleri 56
5.4. En Verimli Tek Hatlı Tren Çizelgeleme Planı 56
6 SONUÇ 59
KAYNAKLAR 61
ÖZGEÇMİŞ 65

ÇİZELGELERİN LİSTESİ

Çizelge **Sayfa**

Çizelge 4.1. n bilinmeyenli ve m denklemli bir doğrusal eşitlikler sistemi için bazı hesaplamalar 20
Çizelge 4.2. Karar verme birimlerinin performans kriteri değerleri.. 50
Çizelge 5.1. Model1’in optimal hareket çizelgesi 54
Çizelge 5.2. Karma tam sayılı çözümler ve çözümlerin performans değerleri.. 55
Çizelge 5.3. Karar verme birimlerinin performans kriteri değerleri 56
Çizelge 5.4. Model1’in optimal hareket çizelgesi 57

ŞEKİLLERİN LİSTESİ

Şekil **Sayfa**

Şekil 2.1. Hipotetik tek hatlı ulaşım ağının şematik gösterimi 6
Şekil 4.1. Örnek TP modelinin ve kısıt gevşetmeli doğrusal programlama modelinin geometrik gösterimi 16
Şekil 4.2. Örnek doğrusal karar probleminin olurlu bölgesi 22
Şekil 4.3. Örnek TP modelinin çözümünde kullanılan D-S Algoritmasının şematik gösterimi 29
Şekil 4.4. Kesme düzlemi, eski olurlu bölgeden çıkarılan kısım ve yeni olurlu bölge 32
Şekil 4.5. Bir girdili ve bir çıktılı CCR modelinin geometrik gösterimi 37

KISALTMALAR

Bu çalışmada kullanılmış kısaltmalar, açıklamaları ile birlikte aşağıda sunulmuştur.

Kısaltmalar	**Açıklamalar**
CCR	Charnes-Cooper-Rhodes
CRS	Ölçeğe Göre Sabit Getiri
ÇAKP	Çok Amaçlı Karar Verme Problemi
DP	Doğrusal Programlama
h	Headway
KVB	Karar Verme Birimi
KTP	Karma Tam Sayılı Programlama
MPSS	Most Productive Scale Size
NP	Non-deterministic Polynomial Time
P	Polynomial Time
TP	Tam Sayılı Programlama
VZA	Veri Zarflama Analizi

1 GİRİŞ

Tek hatlı tren çizelgeleme problemi, birbirlerine tek yönlü veya çift yönlü tek bir tren yolu ile bağlı durakların yer aldığı bir ulaşım ağında belirli bir amaca yönelik en iyi tren hareket planının bulunması üzerinedir.

Tek hatlı tren çizelgeleme probleminde bekleme süresinin minimizasyonu, karşılanamayan talebin minimizasyonu, toplam ulaşım süresinin minimizasyonu, kullanılan toplam enerjinin minimizasyonu vb. amaçlar tek başlarına ya da eşanlı olarak kullanılabilir. Bu çalışmada öncelikle tek bir amaç olarak karşılanamayan talebin minimizasyonu ele alınmıştır. Daha sonra da problemin çözüm süresini kısaltmak, talep değişkenliğine duyarlı bir sistem elde etmek adına karşılanamayan talebin minimizasyonu ile beraber ele alınmıştır.

Karşılanamayan talebin minimizasyonu ve çözüm süresi minimizasyonu hem ulaşım sistemi işletmesinin ve toplumun faydasını maksimize etmek üzere seçilmiş birbirleri ile ters yönlü ilişki içerisindeki amaçlardır. İki amaç arasındaki al-ver (trade off) ilişkisinin incelenmesi ve iki amaç arasındaki verimli dengenin kurulması ise bu çalışmanın ele aldığı bir diğer konudur.

Karar problemleri, belirli varsayımlar ya da kısıtlamalar altında bir soruya evet ya da hayır cevabının aranmasıdır. Bu problemlerin bir alt kümesi de analitik optimizasyon modellerinde belirli sayıda değişkenlere atanan değerler kümesinin bir amaç fonksiyonunu maksimize ya da minimize edip etmediği cevabının aranmasını içerir.

Karar problemleri çözüm süresi ile problem boyutu arasındaki ilişkiye göre iki sınıfta incelenebilir. Bu sınıflardan ilki problemin boyutu artarken çözüm süresinin, problemin boyutunun polinom türü belirli bir fonksiyonu ile arttığı P (polynomial time) sınıfı iken ikinci sınıf çözüm süresinin, problemin boyutunun polinom üstü türden (üstel fonksiyon, faktoriyel fonksiyon, vb.) belirsiz bir fonksiyonu ile arttığı NP (non-deterministic polynomial time) sınıfıdır.

Bir karar probleminin büyüklüğü karşılıklı etkileşim halindeki değişkenlerin sayısına ve bu değişkenlere verilebilecek değer aralıklarını sınırlayan kısıtların sayısına ve yapısına göre tanımlanmaktadır. Tek hatlı tren hareket çizelgeleme probleminin çözüm süresi, problemin büyüklüğünün polinom üstü belirsiz bir fonksiyonuna bağlı olarak artmaktadır; problem NP (non-deterministic polynomial time) sınıfı bir karar problemidir.

(Parker ve Rardin, 2014)

Problemin büyüklüğü ve karmaşıklığı elde çözümü olanaksız hale getirmektedir. Bu nedenle karma tamsayılı programlama biçiminde formüle edilen problem, çözümünde bilgisayar işlemcilerinin gücünden yararlanabilmek amacıyla, e-modelleme (spreadsheet modelling) biçiminde MS Excel programında yeniden formüle edilmiştir.

E-model, Gurobi Optimizer (Gurobi, 2017) çözücüsüne python programlama dili ve SolverStudio (Mason, 2013) arayüzü kullanılarak aktarılmıştır. Çözücü, öncelikle kısıt gevşetmeli doğrusal programalama modelini simpleks algoritmasını kullanarak çözmüştür. Bu çözüm değeri, karma tam sayılı programlama modelinin optimal çözümü varsayılmıştır. Çeşitli çözüm süresi sınırlandırmaları ile karma tam sayılı model için çözümler, dal-sınır algoritması ve kesme düzlemi algoritması kullanan çözücü ile elde edilmiştir. Çözüm süresi ve optimal çözüme yakınlık arasındaki al-ver ilişkisinden yararlanırlarak bir etkin sınır oluşturulmuştur.

Etkin sınır, ölçeğe göre sabit getiri varsayımı altında veri zarflama analizi (Charnes, Cooper ve Rhodes, 1978) ile incelenmiş ve en verimli ölçek büyüklüğünü temsil eden çözüm süresi-optimale yakınlık ikilisi en etkin al-ver (trade-off) kararı olarak karar vericiye önerilmiştir.

Karmaşık karar problemleri için kısıtları sağlayan optimal ya da optimale yakın çözümlerin bulunmasında çözüm süresini kısaltan çeşitli meta-sezgisel algoritmalar (Corne vd., 1999) olmakla birlikte çözüm süresi ile optimale yakınlık al-ver ilişkisinin optimizasyonunun veri zarflama analizi ile yapıldığı bir çalışmaya bilinebildiği kadarıyla rastlanmamıştır. Bu anlamda ilk olan çalışmada kullanılan model ise Yang, Ning, Li ve Tang (2014)'de sunulan karma tam sayılı doğrusal olmayan programlama modelinden esinlenilerek ve geliştirilerek kurulmuştur.

Bu tez altı bölümden oluşmaktadır;

- Birinci, bölümde yapılan çalışmanın genel çerçevesi ve organizasyonu ile ilgili genel bilgiler verilmiştir.

- İkinci bölümde ele alınan problemin tanımlanmakta ve yürütülen çalışmanın genişletilmiş özetini verilmektedir,
- Üçüncü bölümde toplu taşımada hareket çizelgeleme üzerine yapılmış çalışmaları özetleyen literatür taraması verilmektedir,
- Dördüncü bölümde kullanılan yöntemlere dair kuramsal çerçeve ve bu yöntemlerle çözülen modeller açıklanmaktadır,
- Beşinci bölümde ise elde edilen bulgular ve bulgulara dair değerlendirmeler sunulmuştur,
- Altıncı ve son bölüm ise yapılan çalışmanın sonucu, sonucun önemi ve sonraki çalışmalara vereceği olası yönler ele alınmıştır.

2 KARMAŞIK BİR PROBLEM OLAN TEK HATLI TREN ÇİZELGELEME PROBLEMİ ve PROBLEMİN ÇÖZÜMÜNDE OPTİMALİTE ile ÇÖZÜM SÜRESİ AL-VER İLİŞKİSİ

Tez tek hatlı tren hareket çizelgelemesi problemi üzerinedir ve karşılanamayan talebin minimize eden optimal hareket çizelgesi nedir sorusuna yanıt aramaktadır. Problem karma tam sayılı programlama ile modellenmiştir ve modelin karmaşıklık düzeyi NP sınıfına aittir[1]. Bu nedenle optimal çözüm planı makul süreler içerisinde bulunabilir değildir.

Problemin çözümünde tam sayılı değişken kısıtlarının gevşetilmesi ile elde edilen doğrusal programlama modeli karmaşık değildir ve kısa sürede çözülebilmektedir ancak; model gerçekçi olmaktan uzaktır ve uygulanabilir değildir.

Tüm minimizasyon tipi karma tam sayılı programlama modelleri ve kısıt gevşetmesi ile elde edilen doğrusal programlama çözümleri için optimal çözüm değeri en çok optimal karma tam sayılı çözüm değeri kadardır. Karma tam sayılı programlama biçiminde formüle edilen modelin optimal çözümü makul süreler içerisinde elde edilemediği için doğrusal programlama çözümü ve karma tamsayılı programlama çözümünün eşitliği varsayılmıştır.

Karma tam sayılı proglama için optimal çözümün makul süre içinde bulunabilir olmaması nedeniyle karar verici, makul sürelerde erişilebilecek kısıtların sağlandığı optimal altı çözümlere yönelerek daha kısa çözüm süreleri karşılığında optimaliteyi feda edecektir.

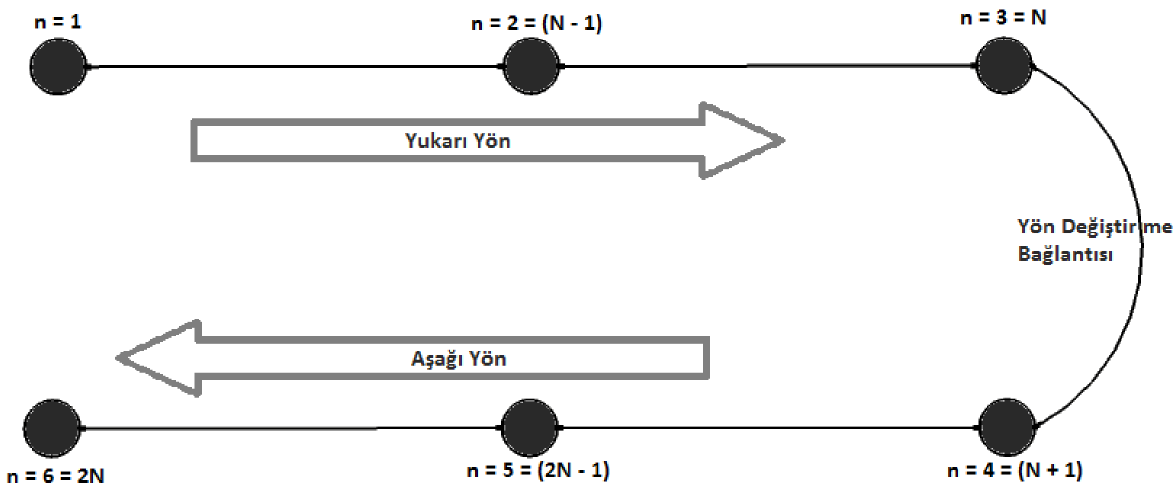
Optimal çözüme uzaklık faktörü ε, karma tam sayılı programlama (KTP) modelinin çözümü ile doğrusal programlama (DP) modelinin optimal çözümü arasındaki oransal ilişkiyi ifade etmektedir. ε değerinin büyük değerleri için çözüm süresi küçük olmakta ve ε değerinin küçük değerleri içinse çözüm süresi aşırı derecede büyük olmaktadır.

---

[1] Karmaşıklığın kaynağı tam sayılı programlama değişkenlerinin tanım kümesinin tam sayılar kümesinin alt kümeleri biçiminde kısıtlanmış olmasıdır. Bu kısıtlamalar, çözümde dal-sınır algoritması ve kesme düzlemi algoritmaları ile çok sayıda tam sayılı çözümün araştırılmasını gerektirmektedir. Kısıt ve değişken sayısı ile ifade edilen model büyüklüğü arttıkça araştırılması gereken tam sayılı değişken kombinasyonlarının sayısı polinom üstü fonksiyonlar ile artmakta ve çözüm süresi hızla makul sürelerin ötesine taşınmaktadır.[1]

Çözüm süresi-optimale yakınlık ikilileri, karar verici için aralarından birinin seçileceği al-ver (trade off) karar alternatiflerini oluşturmaktadır. Çözüm süreleri girdisi ile optimale yakınlık çıktısının elde edilmesi veri zarflama analizi ile ele alınarak al-ver ilişkisinde en etkin karar, en verimli ölçek büyüklüğü kavramı ile bağdaştırılarak seçilmiştir.

2.1 Hipotetik Tek Hatlı Ulaşım Ağı



Şekil 2.1. Hipotetik tek hatlı ulaşım ağının şematik gösterimi

Şekil 2.1, ilk hareket noktasından itibaren yukarı yönlü üç durak ile ilk harket noktasına kadar aşağı yönlü üç durağın yer aldığı ve yukarı yönden aşağı yöne dönüş bağlantısının bulunduğu tek hatlı bir hipotetik tren ağını göstermektedir. Bu ulaşım ağında 1. ile 6. duraklar, 2. ile 5. duraklar ve 3. ile 4. duraklar aynı konumdan farklı yöne hareket edecek trenlerin uğrayacağı durakları temsil etmektedir.

Bu hipotetik tren ağında duraklar arası uzaklıklar ulaşım süresi cinsinden tanımlanmış ve bir birlerine eşit olarak varsayılmıştır. Yukarı yönden aşağı yöne yön değiştirme süresinin de duraklar arası ulaşım süresi ile aynı olduğu varsayılmıştır.

Bu çalışmada gerçek hayata daha uygun büyük bir tek hatlı ulaşım ağının unsurlarını yapısı içerisinde barındıran hipotetik ve küçük bir sistemin tasarlanma nedeni problemin karmaşıklığını, problemin boyutunu küçülterek azaltma ihtiyacından kaynaklanmaktadır.

Tasarlanan hipotetik sistem ve bu sistemde iyileştirme sağlamak üzere kurulan tek hatlı tren çizelgeleme problemi rahatlıkla daha büyük ya da daha küçük bir sisteme uyarlanarak genellenebilir.

2.2 Çok Amaçlı Karar Verme Problemleri, Etkin Çözümler ve Etkin Sınır

Problemin karmaşıklığı ve çözüm süresinin uzunluğu, hızlı sonuçlara ulaşarak talep değişimlerine duyarlı bir sistem oluşturulmak isteyen karar verici için karşılanamayan talebin minimizasyonu ile beraber değerlendirilecek ikinci bir amaç olarak çözüm süresi minimizasyonunu da karar problemine dahil etme ihtiyacını doğurmaktadır. Bu yeni problem bir çok amaçlı karar verme problemi (ÇAKP) biçimini almaktadır.

Karar verme problemlerinin optimize edilmesi üzerine oluşturulan modeller genellikle tek bir kriterin (amacın) maksimizasyonu ya da minimizasyonu biçimindedir (Rardin, 1988: 373). Bu tür karar verme problemlerinde genellikle amaç fonksiyonunda yer almayan amaçlar kısıtlar biçiminde modelde formüle edilirler.

Çok amaçlı karar problemlerinde en çok kullanılan yöntem olan hedef programlama (Charnes ve Cooper, 1977: 39-54), karar verici tarafından belirlenen tüm hedeflerden sapmaların minimize edildiği bir yöntemdir. Hedef programlamada öznel olarak belirlenen hedeflerin ulaşılabilirliğinin belirsizliği ve hedeflerin ortak bir ölçekte ifade edilmemesi çok sayıda amaç arasındaki al-ver dengesinin sağlıklı olarak kurulmasını engellemektedir.

Ölçeklendirme sorununu çözen çok amaçlı doğrusal programlama (Steuer,1977) amaçlar arasında daha anlaşılır bir al-ver ilişkisi kurma olanağı vermiştir. Daha sonraları ölçeklendirme açısından daha iyi yöntemler (Selim ve Özkarahan, 2008) geliştirilmiştir.

Çok amaçlı karar verme problemlerinde al-ver ilişkisi, diğer amaçlarda taviz verilmeden bir amaçta iyileştirmenin sağlanamadığı pareto optimal çözümlerde ya da etkin çözümlerde incelendiğinde bir etkin sınırın varlığından söz edilebilir (Rardin, 1988: 378-384).

Konveks polihedral yüzey biçimindeki bir etkin sınırda (etkin çözümler kümesinde) hangi etkin çözümün seçilmesi gerektiği bu çalışmada veri zarflama analizi ve en verimli ölçek büyüklüğü kavramları ile ele alınmıştır.

3 LİTERATÜR TARAMASI

Bu bölümde, bu çalışmanın içinde bulunduğu alan yazınında (toplu taşıma çizelgeleme) yer almış çalışmalara dair bilgiler yer almaktadır.

3.1. Alan Yazınında İlk Çalışmalar

Alan yazınında, bu çalışmaya benzer matematiksel model içeren çalışmalar genel olarak trenlerin uğrayacakları duraklara varış ve bu duraklardan ayrılma zamanları üzerinedir. Çizelgeleme çalışmalarında öncelikle uygulanabilir olmayan bir taslak çizelge hazırlanır ve daha sonra uygulanabilir hale getiren düzeltmeler yapılarak bir tren hareket çizelgesi elde edilir.

Frank'in 1966'daki çalışması, Salzborn'un 1969'daki çalışması, Nemhauser'in 1969'daki çalışması, Amit ve Goldfarb'ın 1971'deki çalışmaları, Szpigel'in 1973'teki çalışması, Cury, Gomide ve Mendes'in 1979'daki çalışmaları ile yine Cury, Gomide & Mendes'in 1980'deki çalışmaları tren çizelgelemesi alanında matematiksel modellerin kullanıldığı ilk çalışmalardır.

Frank'in 1966'daki çalışması, tek yönlü taşımada kapasiteyi ve duraklarda her iki yöne de seyahat edilebilen, trenlerin bir yönlü hareket sistemlerin düzenini araştırmıştır. Bu problem demiryolu planlaması problemi olarak adlandırılmaktadır. Bu çalışmada trenlerin tur süreleri ve çeşitli sistemlerde taşıma hizmeti için gerekli tren sayısının da incelenmiştir. İki biçimde çalışan modelin ilk halinde duraklarda en fazla bir trenin beklenmesini sağlamıştır. İkinci halinde ise duraklarda birden fazla tren beklenmekteydi. Çalışmanın amacı taşıma kapasitesini maksimize eden optimum sistemin belirlenmesiydi. Araştırmanın öne çıkan bazı özellikleri şöyledir: Bir hat üzerinde yalnızca tek bir tren yer alıyordu; duraklarda sonsuz sayıda tren aynı anda bulunabiliyordu; her iki yönde de trenlerin hareket hızı sabitti ve trenler birbirleri ile çakışamıyordu. Ulaşım altyapısı, tek yönlü hatları ve iki yönden de trenlerin duraklayabildiği durakları içeriyordu ki bu sistem alan yazınında sıkça görülmektedir.

1969'da Salzborn, şubesiz banliyö demiryolu hattı için zaman çizelgesi oluşturmak adına bir yöntem geliştirdi; çalışmasında hareket planları durma zamanı çizelgeleri üzerinden oluşturuluyordu. Durma zamanlamaları için iki kriter değerlendirildi; orta yolcu durağı sayısı (ilk ve son durak haricindeki duraklar) ve taşıma mesafesi. Çözüm için dinamik programlama kullanıldı. Amaç minimum durma zamanlarını, minimum sayıda taşıma mesafesiyle ve minimum duraklama ile elde etmekti. Aynı zamanda Salzborn (1969) çalışması bekleme sürelerini ilk kez modelinde yer veren çalışmadır.

Nemhauser (1969), ilk durak ile bir son durak arasında çalışan yerel ve ekspres ulaşım hizmetlerinin birlikte optimize eden çizelgeyi bulmak için bir model geliştirdi. Amaç, planlanan tüm trenlerden elde edilen karın maksimizasyonunu sağlayan bir çizelge oluşturmaktı ve kurduğu modeli dinamik programlama ile çözdü. Nemhauser (1969), yolcu talebinin ilk kez çözümde kullanıldığı; çakışma, taşıma kapasitesi ve farklı tren türleri kavramlarına yer verilen çalışmadır.

Amit & Goldfarb (1971), demiryollarında zaman çizelgelemesi problemi üzerinde çalışmış ve trenlerin toplam sefer süresini minimize etmiş ve bir seferde bir tren sistemini temel alan bir sezgisel algoritma geliştirmiştir. Tren hareketlerinde teknik detayların yer aldığı çalışmada hız sınırı, ivmelenme süresi ve frenleme süresi kavramları ele alınmıştır. Aynı zamanda kullanılan enerji ve ekip atama kavramlarından bahsedilmiştir.

Szpigel'in (1973) tren çizelgeleme problemini dal ve sınır algoritması kullanarak çözen ilk çalışmadır.

3.2. Alan Yazınında Dünyadan Bazı Çalışmlar

Higgins ve diğ. (1996), iki durak arasında en küçük servis düzeyi (headway) süresi ile trenlerin birbirlerine takip ederek çok sayıda trenin aynı anda hatlarda olabileceğini kabul eden ilk çalışmadır.

Eşzamanlı olarak optimize edilecek birden fazla amacın yer aldığı ilk çalışma Chang ve diğ. (2000)'dir ve aynı zamanda bulanıklık kavramını çözüm yaklaşımına dahil eden ilk çalışma olma özelliğini de taşımaktadır.

Linder ve Zimmermann (2000), Hollanda'da ana demiryolu hatlarında çizelgelemesi yapmış ve çözümde doğrusal programlama ile dal ve sınır algoritmasını beraber kullanmışlardır.

Optimum sonuç bulan algoritmalar ve sezgisel yöntemler, herbir değişkenin bir tam çizelgeye ait olduğu tam sayılı modellerin gevşetilmesi esası ile çalışmaktadır. Bu yeni yöntem, Capara ve diğ. (2001)'de sunulan eski yöntemlerden tamamen farklıdır. Bunun üzerine Caprara ve diğ. (2002) ve Caprara ve diğ. (2006) her değişkenin bir trenin belirli bir zaman anında belirli bir istasyona gelişi ya da gidişiyle ilişkili olduğu tamsayılı doğrusal programlama modelini kurmuşlardır.

Pyke ve Kozan (2004), demiryolu ağı tasarımı ve çizelgelemesi üzerine yaptıkları çalışmada karma tam sayılı programlama biçiminde formüle ettikleri problemi dal ve sınır algoritması ile çözmüşlerdir..

Ahuja ve diğ. (2005), tren çizelgeleme problemi üzerine yaptıkları çalışmada modeli ikili (0/1) tam sayılı programlama 0-1 karışık tamsayılı programlama biçiminde kurmuşlarıdır.

Zhou ve Zhong (2005), çift hatlı sistemde çok amaçlı optimizasyon çalışması üzerinedir. İki kritere yer verilen çalışmada Pareto optimal çözüm elde edilmiştir ve sonuçları Pekin – Şangay arasındaki yüksek hızlı hattı temel alan bir örnek olay çalışması ile kıyaslamışlardır.

Çok güzergahlı tren hattı sisteminde ilk kez gerçek zamanlı karar verme olanağı sağlayan modeli Mazzareello ve Ottaviani (2007) kurmuştur.

Zhou ve Zhong (2007), çoklu sistemler yernine tek hat üzerinde durarak ve tren çizelgeleme problemi için genelleştirilmiş bir kaynak kısıtlı proje-çizelgeleme modeli önermişlerdir. Bu çalışmada, duraklar için servis düzeyi (headway) kapasitesi sınırlı kaynak olarak görülmüş ve uygulanabilir çizelgeleri elde etmek için dal ve sınır algoritması kullanılmıştır.

Castillo ve diğ. (2009), Zhou & Zhong (2007) tarafından sunulan modele benzer ancak daha karmaşık tek hatlı iki yönlü tren çizelgeleme problemini çözmek için bir optimizasyon metodu kullanarak duyarlılık analizi yapmıştır.

Lee & Chen (2009) çok sayıda tren yoluna için bir zaman çizelgesini çözmek için optimizasyon odaklı, dört adımlı bir sezgisel yöntem önermişlerdir. Sezgisel yöntem, ilk uygun çözümü oluşturmak için basit bir kural kullanıp ve elde ettiği çözümü adım adım geliştiren bir algoritmaydı.

Masaud, Kozan ve Kent (2011), tam sayılı kısıt programlama modeli biçiminde kurdukları makine çizelgeleme (jobshop scheduling problem) problemi temelinde tek hatlı tren çizelgeleme üzerine çalışmışlardır.

Jamili ve diğ. (2012), periyodik tren hareket çizelgelemesi üzerine yaptıkları çalışmalarında tek hatlı bir demiryolu ulaşım ağında optimum çizelgeyi parçacık sürü optimizasyonu (particle swarm optimization) ve benzetim tavlama sezgisel yöntemlerini birlikte kullanarak elde etmişlerdir.

Herbering ve diğ. (2015), tek hatlı tren çizelgeleme problemi üzerine çalışmışlardır. Dinamik programlama biçiminde kurdukları makine çizelgeleme modeli temelinde formüle ettikleri matematiksel model için karmaşıklık analizi de yapmış ve birkaç özel durumda problemin P sınıfına yaklaştığı çözüm süreleri elde etmişlerdir. Ancak; kesin algoritma çözümünün genellenebilir olmadığı ve problem ölçeği gerçek hayat durumlarındaki gibi genişletildiğinde çözümün uygulanabilir olmadığını belirtmişlerdir.

Mladenovic ve diğ. (2016), gerçek zamanlı kısıt programlama modeli biçiminde makine çizelgeleme temelinde formüle ettikleri tek hatlı tren çizelgeleme problemi üzerine çalışmışlardır. Problemin çözümünde, geliştirdikleri üç ayrı sezgisel algoritmayı beraber kullanarak optimal çizelgeyi elde etmişlerdir.

3.3. Alan Yazınında Türkiye'den Bazı Çalışmalar

Türkiye'de bu alanda yapılan çalışmalar oldukça sınırlıdır. Yapılan literatür taramasında bu teze benzer konularda yazılmış eserler bu başlık altında verilmiştir.

Alev ve diğ. (2009), Türkiye'de vagonların manevra alanlarındaki hareketlerini optimize eden bir matematiksel model geliştirmişlerdir ve problemin çözümünde sezgisel algoritmaları kullanmışlardır.

Aydın (2009), tren çizelgelemesi problemini tam sayılı programlama biçiminde formüle etmiş ve çözüm için sezgisel bir indirgeme algoritması geliştirmiştir. Bu sezgisel yöntem, dispeçerlerin karar verme davranışlarını örnek almaktadır. Çalışmada, dispeçerlerin kullandığı yöntemin sonuçları ile kurulan matematiksel modelin bulgularının karşılaştırıldığı bir bölüm de yer almaktadır.

Dündar (2009), demiryolu trafik kontrolü ve çizelgelemesi üzerine yaptığı çalışmasında genetik algoritma ve yapay sinir ağları yöntemlerini kullanarak çözdüğü bir optimizasyon modeli kurmuştur.

Yalçınkaya (2010), tren çizelgeleme problemi üzerine yaptığı çalışmada genetik algoritma kullanarak çözüme ulaştığı bir simülasyon modeli geliştirmiştir.

Dündar ve Şahin (2013), tren çizelgelemede çakışmaları çözmek içinn genetik algoritma temelli bir sezgisel yöntem geliştirmiş ve çözüm süresini yapay sinir ağları algoritması ile karşılaştırmışlardır. Geliştirilen sezgisel yöntem ile küçük ölçekli problemlerde yapay sinir ağları yöntemine göre daha kısa sürelerde sonuca ulaşılmıştır.

Gültekin ve Eren (2014), demiryolu çizelgelemesi problemi üzerine çalışmışlardır. gecikme sürelerini minimize etmeyi amaçlayan çalışmalarında 0/1 karma tam sayılı programlama biçiminde formüle ettikleri modeli benzetim tavlama sezgisel yöntemi ile çözmüşlerdir.

Aydın ve Şahin (2015), tek hatlı tren çizelgeleme problemi üzerine yaptıkları çalışmalarında problemin karmaşıklığının çözüm sürelerini kabul edilebilir sınırların dışına taşıması nedeniyle çözümü sezgisel yöntemler ile elde etmeyi tercih etmişlerdir.

Gencer ve Eren (2016), Ankara'da metro hatlarında çizelgeleme problemi üzerine yaptıkları çalışmada talep tahmini üzerine odaklanmışlardır.

4 KURAMSAL ÇERÇEVE ve YÖNTEM

Bu başlık altında doğrusal programlama ve tam sayılı programlama biçiminde formüle edilen modellerin benzerlikleri, farklılıkları; bu modellerin çözümünde kullanılan temel yöntemlerin işleyişi açıklandıktan sonra çalışmaya konu olan probleme yönelik kurulan doğrusal programlama modeli, karma tam sayılı programlama modeli ve doğrusal programlama biçiminde formüle edilmiş veri zarflama analizi modeli verilmiştir.

4.1 Tam Sayılı Programlama – Kısıt Gevşetmeli Doğrusal Programlama Modelleri ve Çözüm Kümeleri Üzerine

Tam sayılı programlama (TP) problemlerinin çözüm kümelerini (olurlu çözüm noktalarını) belirlerken karar değişkenlerinin tam sayılar kümesinden değerler alma kısıtlarının gevşetilmesi ile elde edilen *"kısıt gevşetmeli doğrusal programlama modeli"*nin çözüm kümesinden (olurlu çözüm polihedronundan) yararlanılır; bu kümenin elemanı olan tam sayılı değer kombinasyonları TP probleminin uygun çözüm noktalarını oluşturur.

4.1.1 Örnek bir Tam Sayılı Programlama Modeli Üzerinde Uygulamalı Gösterim

Tam sayılı programlama ve kısıt gevşetmeli doğrusal programlama modellerinin çözüm kümeleri aşağıda belirtilen doğrusal sistem ile uygulamalı olarak gösterilecektir:

TP Modeli:

$$\max Z = 8x_1 + 5x_2 \tag{4.1}$$

$$\boldsymbol{x} =: \{x_1, x_2 | x_1 + x_2 \leq 6,\ 9x_1 + 5x_2 \leq 45,\ x_1, x_2 \in \mathbb{Z}_+\} \tag{4.2}$$

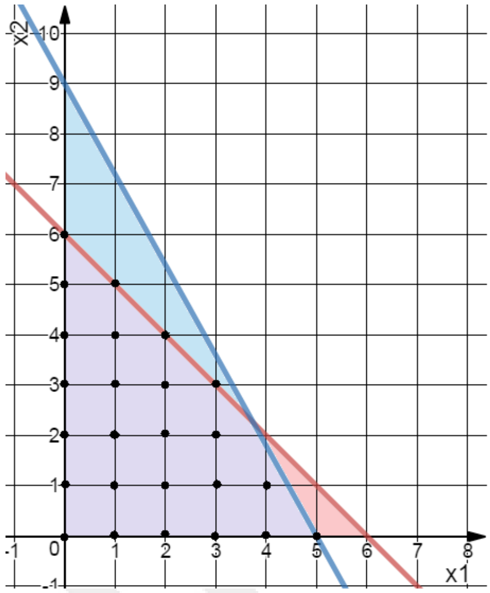
Kısıt Gevşetmeli Doğrusal Programlama Modeli:

$$\max Z = 8x_1 + 5x_2 \tag{4.3}$$

$$\boldsymbol{x} =: \{x_1, x_2 | x_1 + x_2 \leq 6,\ 9x_1 + 5x_2 \leq 45,\ x_1, x_2 \in \mathbb{R}_+\} \tag{4.4}$$

Çözüm Kümeleri:

Örnek TP modelinin ve kısıt gevşetmeli doğrusal programlama modelinin geometrik gösterimi aşağıda Şekil 4.1'de verilmiştir:



Şekil 4.1. Örnek TP modelinin ve kısıt gevşetmeli doğrusal programlama modelinin geometrik gösterimi

Şekil 4.1'de doğrusal sistemin ilk kısıtı kırmızı ve mor taralı alanla, ikinci kısıtı ise mavi ve mor taralı alanla temsil edilmektedir. Her iki kısıtın da ortak kümesi olan mor taralı alan aynı zamanda kısıt gevşetmeli doğrusal programlama modelinin de çözüm kümesini (olurlu çözümler polihedronunu) temsil etmektedir. Doğrusal programlama modelinin optimal çözümü şöyledir:

$$x_1 = \frac{15}{4}, x_2 = \frac{9}{4}, z = \frac{165}{4}$$

Kısıt gevşetmeli doğrusal programlama modelinin optimal çözümü ile TP modelinin optimal çözümü arasındaki ilişki minimizasyon tipi problemler için; $Z_{DP}^* \leq Z_{TP}^*$ biçimindedir. Maksimizasyon tipi problemlerde bu eşitsizlik yön değiştirecektir. Doğrusal programlama modelinin optimal çözümü ancak; optimal çözüm planında karar değişkenlerinin tümü tam sayılı değerlerden oluşuyorsa TP modelinin optimal çözümüne eşit olacaktır. Diğer durumlarda TP modelinin optimal değeri doğrusal programlama modeli için optimal altı bir çözüm olacaktır.

TP modelinin olurlu çözümleri Şekil 4.1'de mor bölgenin içindeki siyah noktalarda temsil edilmektedir. Bu çözümler, doğrusal programlama modelinin olurlu çözümler polihedronunun içindeki tam sayılı değer kombinasyonlarının araştırılması ile ortaya çıkarılmıştır.

4.2 Doğrusal Programlama (DP) Modellerinin Çözümünde Simpleks Algoritması

Simpleks algoritması (Dantzig, Orgen ve Wolfe, 1955) George Dantzig tarafından 1947 yılında geliştirilen doğrusal programlama modellerinin çözümünde devrim niteliğinde bir yöntemdir. Bu başlık altında simpleks algoritmasının temelleri ve algoritmanın işleyişi açıklanmıştır.

4.2.1 Bir DP Modelinin Standart Biçimde Gösterimi

Simpleks algoritması, matris işlemlerine dayalı bir arama yöntemidir. Eğer bir DP modeli standart biçimde değilse modeli bir doğrusal eşitlikler sistemi olarak göstermek ve matris işlemlerine hazır hale getirmek için model standart biçimde yeniden düzenlenmelidir.

Standart biçimdeki bir DP modelinde;

- Sağ taraf sabitlerinin tümü negatif olmayan değer alır,
- Tüm bilinmeyenler(değişkenler) negatif olmayan değerler almalıdır,
- Tüm kısıtlar doğrusal eşitlikler biçiminde olmalıdır.

Bu üç kuraldan herhangi birine uymayan bir DP modelinde;

- İşaretle sınırlandırılmamış bir x_i değişkeni $x_i = x'_i - x''_i \;\;|\;\; x'_i, x''_i \in \mathbb{R}_+$ biçiminde negatif olmayan iki alt bileşenine ayrılarak modelde kullanılır,
- Eşitsizlik biçimindeki kısıtlar; işaratin yönüne bağlı olarak sağ ya da sol tarafa eşitliği sağlayacak bir aylak değişken eklenerek yeniden düzenlenir ve eğer aylak değişken sağ tarafta ise sağ taraf sabitini yalnız bırakmak üzere aylak değişken eşitliğin diğer tarafına taşınır,
- Sağ taraf sabiti negatif değerli doğrusal eşitliklerin her iki tarafı da negatif değerli bir sayı $(basitlik\ için\ genelde -1\ kullanılır)$ ile çarpılarak yeniden düzenlenir.

Böylece DP modeli standart biçimde gösterilmiş olur.

4.2.2 Standart Biçimdeki Bir DP Modelinin Matris Biçimi

n bilinmeyenli ve m kısıtlı standart biçimdeki bir DP modeli aşağıdaki gibidir.

$$maks\ Z = c_1x_1 + \cdots + c_nx_n \iff \sum_{i=1}^{n} c_ix_i \tag{4.5}$$

$kısıtlar$:

$$\left.\begin{matrix} a_{11}x_1 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ \vdots \quad + \cdots + \ \vdots \ = \ \vdots \\ a_{m1}x_1 + \cdots + a_{mn}x_n = b_m \end{matrix}\right\} \iff \sum_{i=1}^{n} a_{ij}x_i = b_j \qquad \forall j \tag{4.6}$$

$$x_i \in \mathbb{R}_+ \qquad \forall i \tag{4.7}$$

Bu modelin kısıtları n bilinmeyenli m eşitlikten oluşan bir doğrusal eşitlikler sistemi oluşturur:

$$\left.\begin{matrix} \left.\begin{matrix} a_{11}x_1 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ \vdots \quad + \cdots + \ \vdots \ = \ \vdots \\ a_{m1}x_1 + \cdots + a_{mn}x_n = b_m \end{matrix}\right\} \iff \sum_{i=1}^{n} a_{ij}x_i = b_j \qquad \forall j \\ x_i \in \mathbb{R}_+ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \forall i \end{matrix}\right\} \begin{matrix} n\ bilinmeyenli\ ve\ m\ denklemli \\ doğrusal\ eşitlikler\ sistemi \end{matrix}$$

n bilinmeyeni olan ve m denklemi olan bir doğrusal eşitlikler sistemi matris biçiminde gösterilecek olursa;

$$\begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}_{mxn} . \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}_{nx1} = \begin{bmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}_{mx1} \qquad \begin{matrix} A : katsayılar\ (teknoloji)\ matrisi \\ \boldsymbol{x} : bilinmeyenler\ vektörü \\ \boldsymbol{b} : sağ\ taraf\ sabitleri\ vektörü \end{matrix}$$

Veya kısa gösterimi ile;

$$A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b} \tag{4.8}$$

4.2.2.1 Bir doğrusal eşitlik sisteminin çözümü:

Doğrusal eşitlik sistemlerinin, $A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ biçminde gösterilebildiğini belirtilmişti. Bu sistemi çözen $\boldsymbol{x}$ 'ler;

$$\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}A^{-1} \tag{4.9}$$

denkleminin çözümüyle elde edilir.

(Strang, 2009, s31-87)

4.2.3 Temel ve Temel Olmayan Değişkenler

$n \geq m$ koşulunu sağlayan n bilinmeyenli ve m denklemli bir doğrusal eşitlikler sisteminde, sistemin çözen bir **x** vektörünü bulmak için;

- $n - m$ değişkene 0 değeri verilir,
- kalan $n - (n - m) = m$ değişken için sistem çözülür[2]

Değeri 0 olan (çözümde olmayan) $n - m$ değişkene *"temel-olmayan değişken"*ler denilirken çözümde yer alan m değişkene ise *"temel değişken"*ler denilir.

Seçilen temel değişkenler ile $A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ sisteminin ulaşılan çözümlerine *"temel çözüm"* adı verilir. Eğer bir temel çözümde $\boldsymbol{x}$ vektörünün tüm elemanları negatif olmayan değerler almışsa o çözüm bir *"temel-olurlu çözüm"*dür.

(Luenberger ve Ye, 2015; Rardin, 1998)

4.2.4 Olurlu Bölge, Uç Nokta Çözümleri ve Temel-Olurlu Çözümler İlişkisi

Tüm DP modelleri için; doğrusal eşitlikler sistemini sağlayan tüm çözümlerin kümesi olan olurlu bölge (eğer boş kümeden farklı ise) bir konveks kümedir. Olurlu bölgedeki bir nokta eğer bir uç nokta çözümü ise bu nokta DP modelinin bir temel-olurlu çözümüdür (Luenberger, 1984).

Tüm DP problemlerinde bulunabilecek temel-olurlu çözümler sonlu sayıdadır; problemin çözümlerini içeren olurlu bölgenin sonlu sayıda köşe noktası vardır (Luenberger ve Ye, 1984, s47). Ve doğrusal bir karar probleminin optimal çözümünü arayan bir karar verici, optimal sonucu sonlu sayıdaki bu köşe noktalarından birinde bulacaktır.

n bilinmeyenli ve m denklemli bir doğrusal eşitlikler sisteminde herbir temel olmayan değişkenler kümesi seçimi için bir temel çözüm bulunabilir. n bilinmeyen (değişken) içinden $n - m$ temel olmayan değişken seçilebilir.

Bu seçim $\binom{n}{n-m}$ ayrı şekilde yapılabilir (benzer biçimde $\binom{n}{m}$ farklı şekilde m temel değişken belirlenebilir).

Her temel çözüm bir temel olurlu çözümü temsil ediyor olabilir. Ve bu nedenle bir DP probleminin en çok $\binom{n}{m}$ optimal çözüm adayı vardır. Farklı bir ifade ile karar verici, bir

[2] Sıfırdan farklı değer alacak m değişkenin doğrusal bağımsız olduğu varsayılmıştır.

doğrusal karar probleminin optimal çözümünü en kötü senaryoda $\binom{n}{m}$ deneme (iterasyon) sonunda bulabilecektir (Winston, 2004, s, 137, 138).

Simpleks algoritması, karar vericinin genel olarak doğrusal karar problemlerinin çözümünü 3m denemede veya daha az deneme sonunda bulmasını sağlar (Winston, 2004, s138). Chvatal 1983, çalışmasında simpleks algoritmasının optimal çözüme ortalamada 2m temel olurlu çözümü deneyerek ulaştığını belirtmiştir. Çizelge 4.1'de çeşitli bilinmeyen ve denklem sayıları için 2m, 3m ve $\binom{n}{m}$ sayıları özetlenmiştir:

Çizelge 4.1. n bilinmeyenli ve m denklemli bir doğrusal eşitlikler sistemi için bazı hesaplamalar

N	***M***	***2m***	***3m***	$\binom{n}{m}$
64	*32*	*64*	*96*	$1{,}83.10^{18}$
32	*16*	*32*	*48*	$6{,}01.10^{8}$
16	*8*	*16*	*24*	$1{,}29.10^{4}$
8	*4*	*8*	*12*	*70*
4	*2*	*4*	*6*	*6*
2	*1*	*2*	*3*	*2*

Çizelge 4.1'den de görülebildiği gibi simpleks algoritması optimal çözümün aranmasında son derecede verimli bir yöntemdir. Bunun nedeni simpleks algoritmasının temel olurlu çözümleri belirli bir kurala göre denemesidir.

4.2.5 Komşu Temel Olurlu Çözümler

n bilinmeyenli ve m kısıtlı bir doğrusal karar problemine ait iki temel olurlu çözümü için, eğer bu iki çözümde $m-1$ temel değişken ortaksa, komşu çözümlerdir denir. Diğer bir ifade ile komşu temel olurlu çözümlerle temsil edilen, olurlu bölgenin iki uç nokta çözümü ardışıktır, aralarında üçüncü bir uç nokta çözümü bulunamaz.

(Winston, 2004, s137)

4.2.6 Simpleks Algoritmasının Genel Tanımı

Simpleks algoritması, doğrusal karar problemlerinin optimal çözümünün birbiri ardına komşu temel olurlu çözümlerde sistematik olarak aranmasıdır. Algoritma şu adımlardan oluşur:

- DP modeli standart biçimde ifade edilir,
- Standart biçimdeki DP modelinden bir temel olurlu çözüm elde edilir,
- Eldeki temel olurlu çözümün optimal olup olmadığı araştırılır;
    - eğer eldeki çözüm optimal ise algoritma sonlandırılır.
    - eğer değilse, eldeki çözümün temel olmayan değişkenlerinden biri yeni bulunacak temel olurlu çözümde bir temel değişken olur. Benzer biçimde eldeki çözümün temel değişkenlerinden biri de yeni bulunacak çözümde bir temel olmayan değişken olacaktır[3].
- İkinci adıma dönülür.

4.2.7 Örnek Bir DP Modeli İçin Simpleks Algoritması Uygulaması

Aşağıda örnek bir doğrusal karar problemi modeli ve modelin standart biçimi gösterilmiştir.

$$maks\ Z = 60x_1 + 30x_2 + 20x_3$$

$$kısıtlar:$$

$$8x_1 + 6x_2 + 1x_3 \leq 48$$

$$4x_1 + 2x_2 + 1{,}5x_3 \leq 20$$

$$2x_1 + 1{,}5x_2 + 0{,}5x_3 \leq 8$$

$$0x_1 + 1x_2 + 0x_3 \leq 5$$

$$x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{R}_+$$

(Winston, 2004, 140)

$$maks\ Z = 60x_1 + 30x_2 + 20x_3 + 0s_1 + 0s_2 + 0s_3 + 0s_4 \quad (4.10)$$

$$kısıtlar:$$

$$8x_1 + 6x_2 + 1x_3 + s_1 = 48 \quad (4.11)$$

$$4x_1 + 2x_2 + 1{,}5x_3 + s_2 = 20 \quad (4.12)$$

$$2x_1 + 1{,}5x_2 + 0{,}5x_3 + s_3 = 8 \quad (4.13)$$

$$0x_1 + 1x_2 + 0x_3 + s_4 = 5 \quad (4.14)$$

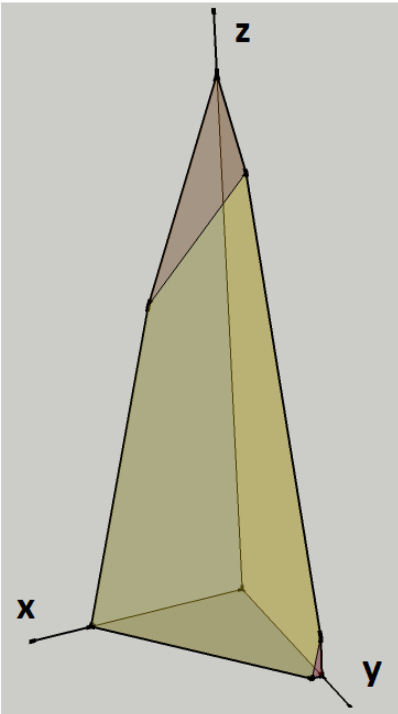
$$x_1, x_2, x_3, s_1, s_2, s_3, s_4 \in \mathbb{R}_+ \quad (4.15)$$

---

[3] Yapılan bu işleme pivot işlemi denir. Pivot işlemi; kısaca optimal çözümün, daha iyi amaç fonksiyonu değeri elde edilmesini sağlayan bir komşu temel olurlu çözümün denenmesiyle aranmaya devam edeceği anlamına gelmektedir.

Standart biçimden elde edilen $n = 7$ bilinmeyenli ve $m = 4$ denklemli doğrusal eşitlikler sistemi görülebilmektedir.

Yedi bilinmeyenden n-m=7-4=3 temel olmayan değişken, $\binom{n}{n-m} = \binom{n}{m} = \binom{7}{4} = 35$ farklı şekilde seçilebilir; karar verici, en kötü senaryoda optimal çözümü 35 denemeden sonra bulabilecektir. Aşağıda Şekil 4.2'de doğrusal karar probleminin olurlu bölgesi gösterilmektedir:



Şekil 4.2. Örnek doğrusal karar probleminin olurlu bölgesi

Şekil 4.2'de olurlu bölgeyi; dört kısıt denkleminin nasıl tanımladığı, olurlu bölgenin konveks yapısı ve içerdiği sekiz uç nokta çözümü görülebilmektedir. Optimal çözüm, bu sekiz temel olurlu çözümden biridir ve simpleks algoritması komşu temel olurlu çözümleri sistematik deneyerek optimal çözümü bulacaktır.

Aşağıda, $n = 7$ bilinmeyenli ve $m = 4$ denklemli doğrusal eşitlikler sisteminin matris biçimi verilmiştir:

$$\begin{bmatrix} 8 & 6 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 2 & 1,5 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1,5 & 0,5 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{4x7} . \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ s_1 \\ s_2 \\ s_3 \\ s_4 \end{bmatrix}_{7x1} = \begin{bmatrix} 48 \\ 20 \\ 8 \\ 5 \end{bmatrix}_{4x1}$$

Bu yapıdan yararlanılarak ve kolaylık sağlaması açısından n-m=3 temel olmayan değişken seçimi x_1, x_2, x_3 olarak yapılmıştır. Böylece temel değişkenler de s_1, s_2, s_3, s_4 olarak belirlenmiştir. Bu seçimin temsil ettiği temel olurlu çözüm sıralı (kanonik) biçimde gösterildiğinde simpleks algoritmasının başlangıç tablosu elde edilir:

Başlangıç Tablosu(Deneme 0) : Uç nokta çözümü: $(0, 0, 0)$

satır									SağT.	temel değişken
0	z	$-60x_1$	$-30x_2$	$-20x_3$					$= 0$	$z = 0$
1		$8x_1$	$+6x_2$	$+x_3$	$+1s_1$				$= 48$	$s_1 = 48$
2		$4x_1$	$+2x_2$	$+1{,}5x_3$		$+1s_2$			$= 20$	$s_2 = 20$
3		$2x_1$	$+1{,}5x_2$	$+0{,}5x_3$			$+1s_3$		$= 8$	$s_3 = 8$
4			x_2					$+1s_4$	$= 5$	$s_4 = 5$

Sıralı biçimde z değerine marjinal katkısı en fazla olan temel olmayan değişkenin x_1 olduğu görülmektedir; x_1 bir sonraki temel olurlu çözümde temel değişken olacaktır.

x_1 bilinmeyenini en fazla sınırlandıran kısıt denklemi oran testi ile aranır; oran testi herbir denklemde sağ taraf sabitinin yeni çözüme giren değişkenin A matrisindeki katsayısına bölümüdür. Bu değerin en küçük negatif olmayan değerinin yer aldığı satıra karşılık gelen kısıt denklemi, giren değişkenin alabileceği değeri en çok sınırlandıran kısıttır. Bu nedenle o kısıt denkleminin sınırlandırma gücünü temsil eden aylak değişken bir sonraki temel olurlu çözümde temel olmayan değişken olacaktır. Oran değeri $8/2 = 4$ ile en küçük olan denklem üçüncü denklem ve dolayısıyla da çıkan değişken s_3'tür.

Bu ve aynı sistematik ile sonraki temel olurlu çözümler için pivot işlemleri yapıldığında elde edilen ardışık komşu çözümleri içeren denemeler şöyledir:

Deneme 1 : Uç nokta çözümü: $(4, 0, 0)$

satır									SağT.	temel değişken
0	z		$+15x_2$	$-5x_3$			$+30s_3$		$= 240$	$z = 240$
1				$-x_3$	$+s_1$		$-4s_3$	$+s_4$	$= 16$	$s_1 = 16$
2			$-x_2$	$+0{,}5x_3$		$+s_2$	$-2s_3$		$= 4$	$s_2 = 4$
3		x_1	$+0{,}75x_2$	$+0{,}25x_3$			$+0{,}5s_3$		$= 8$	$x_1 = 4$
4			x_2						$= 5$	$s_4 = 5$

Deneme 2 : Uç nokta çözümü: $(2, 0, 8)$

satır									SağT.	temel değişken
0	z		$+5x_2$			$+10s_2$	$+10s_3$		$= 280$	$z = 280$
1			$-2x_2$		$+s_1$	$+2s_2$	$-8s_3$		$= 24$	$s_1 = 16$
2			$-2x_2$	$+x_3$		$+2s_2$	$-4s_3$		$= 8$	$x_3 = 8$
3		x_1	$+1{,}25x_2$			$-0{,}5s_2$	$+1{,}5s_3$		$= 2$	$x_1 = 2$
4			x_2					$+s_4$	$= 5$	$s_4 = 5$

Deneme 2'de görüldüğü üzere amaç fonksiyonu değerini baskılayan hiçbir bilinmeyen kalmamıştır; z değerini iyileştiren bir komşu çözüm yoktur. Ardışık komşu çözümlerde optimal çözüm arama algoritması sonlandırılmıştır. $\boldsymbol{x}^* = (2, 0, 8, 16, 0, 0, 5)$ ile elde edilen optimal çözüm değeri $z^* = 280$'dir.

Algoritmanın hızına dair ikinci bir gösterim olarak; simpleks algoritması 35 olası temel çözümün içinden sistematik olarak 3 tanesini inceleyerek optimal çözüme ulaşmıştır.

4.3 Tam Sayılı Programlama Modellerinin Çözümünde Dal-Sınır Algoritması:

Dal-sınır (D-S) algoritması (Little, Murty ve Sweeney, 1963); sistematik biçimde, kesirli değerler içeren çözümlerden tam sayılı değerlerden oluşan çözümlerin türetilmesi, tam sayılı çözümlerin optimale uzaklığına alt sınırlar koyarak TP modelinin optimal altı çözümlerin elenmesi ve sınırlı sayıda denemenin sonunda TP optimal çözümünün elde edilmesi yöntemidir.

TP modellerinin D-S algoritması kullanılarak çözümü, referans çözümler etrafındaki tam sayılı çözümlerin araştırılması ve tam sayılı çözüm değerlerinin kıyaslanması yoluyla optimum çözümün elde edilmesi adımlarının sistematik olarak uygulanmasıdır.

"Referans çözümler", herbiri ana problemden türetilmiş alt problemlerin çözümleridir ve TP optimal çözümünün arandığı "*düğüm*"leri ifade ederler. İlk düğüm kısıt gevşetmeli DP problemidir. İlk düğümde değişkenlerin en az bir tanesi kesirli değere sahipse bu kesirli değerin supremumu ve infimumu olan tam sayılı değerler üzerinden oluşturulan iki eşitlik kısıtı, oluşturulacak yeni düğümlere ayrı ayrı kısıt olarak eklenir. Bu işleme "*dallandırma"* denir. Oluşturulan yeni problemlerde kısıtların çelişkisi (olurlu bölgenin boş küme olması) durumunda bu problemler için çözülemez denir ve düğüm oluşturulamaz. Bir düğümdeki tüm değişkenler tam sayılı değerler aldıysa bu düğümden dallandırma yapılamaz ve bu düğüme "*uç düğüm*" veya "aday TP çözümü" denir. Uç düğümlerin çözüm değerleri kaydedilir ve ilk düğümün çözüm değerine yakınlığına göre sonraki uç düğümlerin değerlendirilmesinde referans kabul edilirler. Elde edilen referans değere göre ilk düğüm çözüm değerine daha uzak olan aday TP çözümleri elenir.

Tüm TP modelleri için sonlu sayıda dallandırma işlemi yapılabilir ve elde edilen aday TP çözümlerinin değerlendirilmesi sonunda TP modelinin optimum çözümü elde edilir.

4.3.1 Örnek bir Tam Sayılı Programlama Modelinde Dal-Sınır Algoritması Uygulaması

Tam sayılı programlama modeli:

$$\max Z = 8x_1 + 5x_2 \tag{4.16}$$

$$x_1 + x_2 \leq 6 \tag{4.17}$$

$$9x_1 + 5x_2 \leq 45 \tag{4.18}$$

$$x_1, x_2 \in \mathbb{Z}_+ \tag{4.19}$$

Kısıt gevşetmeli doğrusal programlama modeli: Alt Problem1: Düğüm 1:

Alt Problem1:	Optimal Çözüm:
$\max Z = 8x_1 + 5x_2$	$Z^* = 41{,}25$
$x_1 + x_2 \leq 6$	${x_1}^* = 3{,}75$
$9x_1 + 5x_2 \leq 45$	${x_2}^* = 2{,}25$
$x_1, x_2 \in \mathbb{R}_+$	

Düğüm1 tam sayılı kısıtları sağlamadığı için herhangi bir değişken üzerinden dallandırma yapılır (rassal olarak $x_1$değişkeni seçilmiştir.) . 3,75 değeri için infimum ve supremum değerler üzerinden alt problem1'e eklenen birer kısıtla alt problem2 ve alt problem3 oluşturulmuştur.

Alt Problem2:	Optimal Çözüm:
$\max Z = 8x_1 + 5x_2$	$Z^* = 41$
$x_1 + x_2 \leq 6$	${x_1}^* = 4$
$9x_1 + 5x_2 \leq 45$	${x_2}^* = 1{,}8$
$x_1, x_2 \in \mathbb{R}_+$	

$$x_1 \geq 4 \tag{4.20}$$

Alt Problem3: Optimal Çözüm:

$$\max Z = 8x_1 + 5x_2 \qquad Z^* = 39$$
$$x_1 + x_2 \leq 6 \qquad {x_1}^* = 3$$
$$9x_1 + 5x_2 \leq 45 \qquad {x_2}^* = 3$$
$$x_1, x_2 \in \mathbb{R}_+$$
$$x_1 \leq 3 \tag{4.21}$$

Düğüm2 tam sayılı kısıtları sağlamadığı için x_2'nin değerinin, "1,8"in, infimum ve supremum değeri üzerinden dallandırma yapılarak alt problem4 ve alt problem5 oluşturulmuştur. Düğüm3 tam sayılı kısıtları sağlamıştır; elde edilen ilk tam sayılı çözüm değeri 39 sonraki tam sayılı çözümlerin değerlendirilmesinde alt sınır değeri olarak alınmıştır.

Alt Problem4: Optimal Çözüm:

$$\max Z = 8x_1 + 5x_2 \qquad Z^* = 40,\overline{5}$$
$$x_1 + x_2 \leq 6 \qquad {x_1}^* = 4,\overline{5}$$
$$9x_1 + 5x_2 \leq 45 \qquad {x_2}^* = 1$$
$$x_1, x_2 \in \mathbb{R}_+$$
$$x_1 \geq 4$$
$$x_2 \leq 1 \tag{4.22}$$

Alt Problem5: Çözülemez

$$\max Z = 8x_1 + 5x_2$$
$$x_1 + x_2 \leq 6$$
$$9x_1 + 5x_2 \leq 45$$
$$x_1, x_2 \in \mathbb{R}_+$$
$$x_1 \geq 4$$
$$x_2 \geq 2 \tag{4.23}$$

Düğüm4 tam sayılı kısıtları sağlamadığı için x_1'nin değerinin, "$4,\overline{5}$"in, infimum ve supremum değeri üzerinden dallandırma yapılarak alt problem6 ve alt problem7 oluşturulmuştur. Alt problem5 çelişen kısıtlar içeren bir modeldir ve çözülebilir değildir.

Alt Problem6:	Optimal Çözüm:
$\max Z = 8x_1 + 5x_2$	$Z^* = 37$
$x_1 + x_2 \leq 6$	${x_1}^* = 4$
$9x_1 + 5x_2 \leq 45$	${x_2}^* = 1$
$x_1, x_2 \in \mathbb{R}_+$	
$x_1 \geq 4$	
$x_2 \leq 1$	
$x_1 \leq 4$	

(4.24)

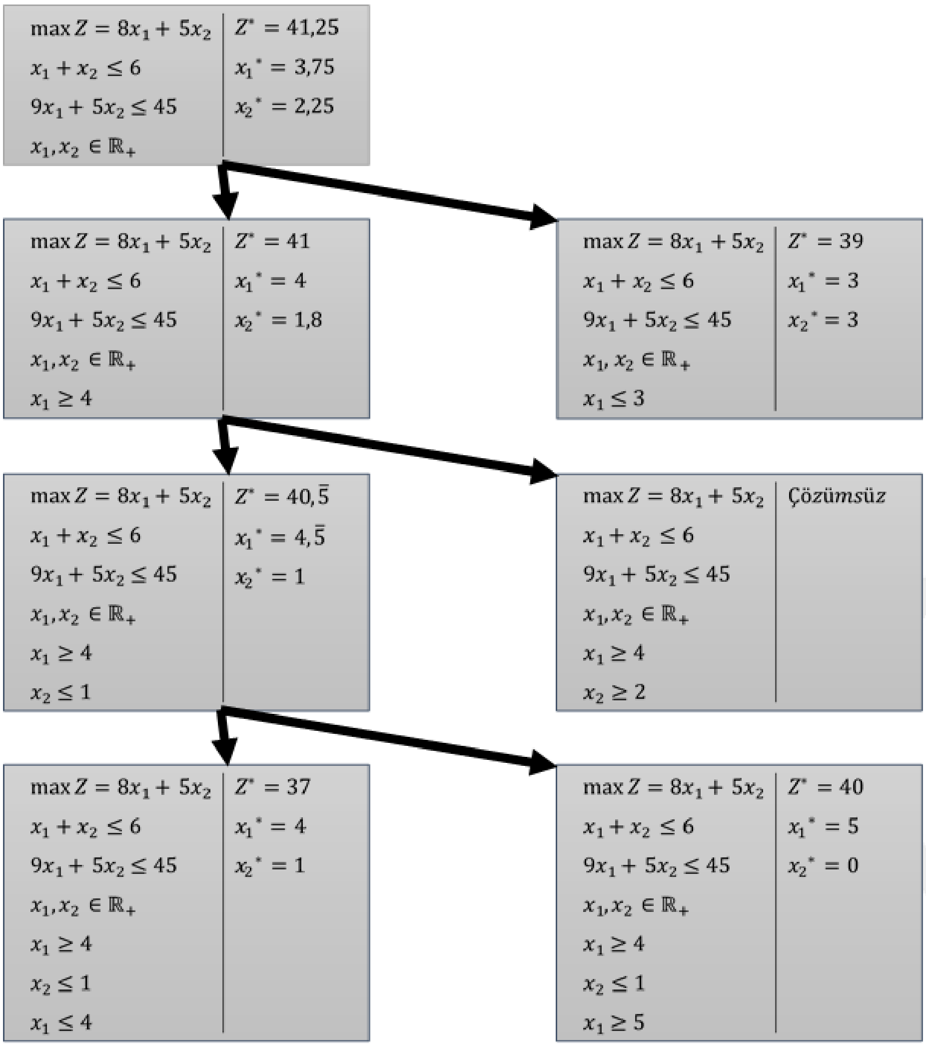
Alt Problem7:	Optimal Çözüm:
$\max Z = 8x_1 + 5x_2$	$Z^* = 40$
$x_1 + x_2 \leq 6$	${x_1}^* = 5$
$9x_1 + 5x_2 \leq 45$	${x_2}^* = 0$
$x_1, x_2 \in \mathbb{R}_+$	
$x_1 \geq 4$	
$x_2 \leq 1$	
$x_1 \geq 5$	

(4.25)

Düğüm6 tam sayılı kısıtları sağlamıştır; elde edilen tam sayılı çözüm değeri alt sınır değerini aşamadığı için aday çözüm olarak değerlendirilmemiştir.

Düğüm7 tam sayılı kısıtları sağlamıştır; elde edilen tam sayılı çözüm değeri 40, eski alt sınırı aşmıştır ve alt sınır değeri 40 olarak güncellenmiştir. Düğüm3 yeni alt sınır değerini aşamadığı için aday çözüm olarak değerlendirilmemiştir.

Keşfedilen yedi düğümden yeni bir dallandırma yapılması mümkün değildir, dal ve sınır algoritması sonlandırılmıştır. Elde edilen tam sayılı optimal çözüm değeri, düğüm7 ile temsil edilen 40’tır. Yapılan dallandırmaların şematik gösterimi aşağıda Şekil 4.3’de verilmiştir:



Şekil 4.3. Örnek TP modelinin çözümünde kullanılan D-S Algoritmasının şematik gösterimi

4.4 Tam Sayılı Programlama Modellerinin Çözümünde Kesme Düzlemi Algoritması

Kesme düzlemi algoritması, tam sayılı programlama problemlerinin çözümünde olurlu bölgenin bir hiperdüzlem ile tam sayılı optimal çözümün bulunamayacağı kısmının, çözümün aranacağı kısımdan ayrıştırılması ve çözümün yeni sınırlamalar dahilinde arandığı sistematik bir yöntemdir.

Yöntem, yedi adımlı bir algoritmadır ve aşağıda uygulamalı olarak açıklanmaktadır:

Tam sayılı programlama modeli:

$$\max Z = 8x_1 + 5x_2$$
$$x_1 + x_2 \leq 6$$
$$9x_1 + 5x_2 \leq 45$$
$$x_1, x_2 \in \mathbb{Z}_+$$

Kısıt gevşetmeli doğrusal programlama modeli:

$$\max Z = 8x_1 + 5x_2$$
$$x_1 + x_2 \leq 6$$
$$9x_1 + 5x_2 \leq 45$$
$$x_1, x_2 \in \mathbb{R}_+$$

Doğrusal programlama modelinin standart biçimi:

$$\max Z = 8x_1 + 5x_2$$
$$x_1 + x_2 + s_1 = 6$$
$$9x_1 + 5x_2 + s_2 = 45$$
$$x_1, x_2, s_1, s_2 \in \mathbb{R}_+$$

Doğrusal programlama modelinin simpleks algoritması ile elde edilmiş optimal tablosu:

Satır						SağT.	temel değişken
0	z			$+1{,}25s_1$	$+0{,}75s_2$	$= 41{,}25$	$z = 41{,}25$
1			$6x_2$	$+2{,}25s_1$	$-0{,}25s_2$	$= 2{,}25$	$x_2 = 2{,}25$
2		$4x_1$		$-1{,}25s_1$	$+0{,}25s_2$	$= 3{,}75$	$x_1 = 3{,}75$

Adım1: Herhangi bir kısıtı seç

Rassal olarak ilk kısıt seçilmiştir.

$$0x_1 + 1x_2 + 2{,}25s_1 - 0{,}25s_2 = 2{,}25 \Leftrightarrow x_2 + 2{,}25s_1 - 0{,}25s_2 = 2{,}25$$

Adım2: Kat sayılar infimum tamsayı ve eklenen kesirli değer biçiminde ayrıştırılır.

$$x_2 + 2s_1 + 0{,}25s_1 - 1s_2 + 0{,}75s_2$$
$$= 2 + 0{,}25$$

Adım3: Kesirli değerler, eşitliğin sağ tarafında yalnız bırakılır.

$$\cdots = 0{,}25 - 0{,}25s_1 - 0{,}75s_2$$

Adım4: Eşitliğin sağ tarafındaki ifadeden yararlanılarak kesme düzlemi elde edilir.

$$0{,}25 - 0{,}25s_1 - 0{,}75s_2 \leq 0 \tag{4.26}$$

Adım5: Kesme düzlemi yeniden yazılır.

$$x_1 + x_2 + s_1 = 6 \Leftrightarrow s_1 = 6 - x_1 - x_2$$

$$9x_1 + 5x_2 + s_2 = 45 \Leftrightarrow s_2 = 45 - 9x_1 - 5x_2$$

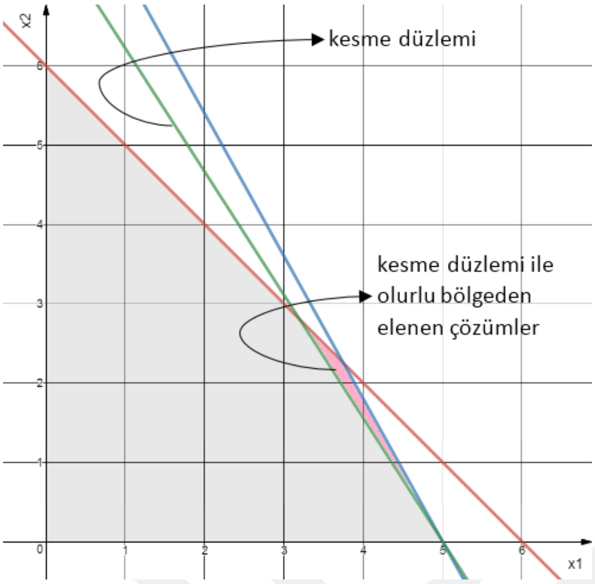
$$0{,}25 - 0{,}25(6 - x_1 - x_2) - 0{,}75(45 - 9x_1 - 5x_2) \leq 0$$
$$\Leftrightarrow 7x_1 + 4x_2 \leq 35$$

Adım6: Kesme düzlemi modele kısıt olarak ilave edilir ve elde edilen yeni problem çözülür.

Yeni modelin standart biçimi:

$$\begin{aligned} &\max Z = 8x_1 + 5x_2 \\ &x_1 + x_2 + s_1 = 6 \\ &9x_1 + 5x_2 + s_2 = 45 \\ &7x_1 + 4x_2 + s_3 = 35 \\ &x_1, x_2, s_1, s_2, s_3 \in \mathbb{R}_+ \end{aligned} \tag{4.27}$$

Kesme düzlemi ile eski olurlu bölgeden çıkarılan çözümler ve yeni olurlu bölge:



Şekil 4.4. Kesme düzlemi, eski olurlu bölgeden çıkarılan kısım ve yeni olurlu bölge

Yeni model için simpleks algoritması ile elde edilmiş optimal tablo:

satır							SağT.	temel değişken
0	z				$-3s_2$	$+5s_3$	$= 40$	$z = 40$
1				$+s_1$	$+3s_2$	$-4s_3$	$= 1$	$s_1 = 1$
2		x_1			$+4s_2$	$-5s_3$	$= 5$	$x_1 = 5$
3			x_2		$-7s_2$	$+9s_3$	$= 0$	$x_2 = 0$

Adım7: Yeni çözümün tam sayılı kısıtları sağlayıp sağlamadığı incelenir ve karar değişkenlerinden en az birinin değeri tam sayılı kısıtları ihlal ediyorsa adım1'e dönülür. Çözümde her karar değişkeni tam sayılı kısıtları sağlıyorsa elde edilen sonuç optimal olarak kabul edilir.

Gomory (1958), tüm tam sayılı programlama problemlerinin sonlu sayıda kesme işlemi sonunda çözülebildiğini gösterir.

4.5 Veri Zarflama Analizi

Veri Zarflama Analizi (VZA)'nın ilk sunumu Charnes, Cooper ve Rhodes (1978)'un Farrell (1957)'yi temel alan çalışmasında görülür. VZA, girdileri çıktılara dönüştüren *"karar verme birimleri"*nin göreli etkinlikliğini *"ölçeğe göre sabit getiri"* ya da *"ölçeğe göre değişken getiri"* varsayımları altında ölçen bir yöntemdir (Coelli ve Prasada Rao, 2005). VZA'nın matematiksel modelleri birer doğrusal programlama modelidir. Parametrik olmayan bir analiz yöntemi olan VZA'da girdiler ve çıktılar arasında fonksiyonel ilişki mutlak olarak aranmaz (Cooper, Seiford ve Zhu, 2011). Bu nedenle etkinlik değerini çıktıların ağırlıklı toplamını girdilerin ağırlıklı toplamına oranı olarak tanımlayan yöntemde karar verme birimlerine (KVB'lere) ait girdi, azaltılmak istenen çıktı ise artırılmak istenen performans kriterleri olarak ifade edilebilir.

Etkinlik değerinin hesaplanmasında girdilere ve çıktılara verilecek ağırlıklar önemlidir; bir KVB'nin etkinlik değeri o birimin etkinliğinin artırılması için gerekli girdi-çıktı bileşimi değişiminin boyutunu ifade eder ve böylece verimlilik artışına kılavuzluk eder (Coelli ve Prasada Rao, 2005). Girdilere ve çıktılara verilen ağırlıkları DP modelinde karar değişkeni olarak alan ve böylece kendiliğinden belirleyen VZA modelleri KVB'lerin etkinlik değerini maksimize edecek biçimde herbir KVB için yeniden çözülen modelde diğer modellerden bağımsız olarak yeniden belirler. Bunun sonucu olarak diğer birimlerden en az bir çıktıyı daha fazla üretirken diğer tüm çıktıları daha az üreten ya da en az bir girdiyi daha az kullanırken diğer tüm girdileri daha fazla kullanan bir KVB etkin olarak kabul edilebilecektir. Bu nedenle, yapılacak göreli etkinlik ölçümünün kabul edilebilirliği adına, VZA yöntemi ile incelenmek üzere seçilen KVB'lerin kullanılan girdiler ve üretilen çıktılar bakımından homojen olması istenir.

VZA modellerinde etkinlik değerinin tüm KVB'ler için $(0,1]$ aralığında bulunacağı kabul edilir (Golany, 1988). Etkinlik değeri 1 olan tüm KVB'ler *"etkin"*; etkinlik değeri < 1 olan tüm KVB'ler ise *"etkin olmayan"* olarak kabul edilir. Girdi ve çıktı bileşimleri bakımından pareto etkin birimler ve komşu etkin birimlerin doğrusal kombinasyonları en iyi uygulama sınırını oluşturur (best practice frontier, efficient frontier). Etkinlik değeri 1 olan KVB'ler bu sınır üzerinde konumlanmıştır. Etkin olmayan birimler ise VZA'nın girdi ya da çıktı yönlü olmasına göre sırasıyla eş çıktı düzeyini daha az girdi ile elde edebilme olanağını gösteren konumlarının etkin sınıra uzaklığına ya da eş girdi düzeyi ile daha fazla çıktı üretebilme olanağını gösteren konumlarının etkin sınıra uzaklığına göre 1'den düşük etkinlik değerleri alırlar. VZA, etkin olmayan KVB'lerin etkin sınır üzerindeki izdüşümleri (etkin projeksiyonları) yardımıyla etkinsizliğin kaynağını ve verimlilik artışı için referans noktasını açıklamaktadır (Golany ve Roll, 1989; Atıcı, 2008).

Literatürde çeşitli VZA modelleri kullanılıyor olmakla birlikte bu tezde kullanılan model ölçeğe göre sabit getiri (CRS) varsayımı altında VZA modelidir (Charnes ve diğ., 1978). Model, 1978 yılında Charnes, Cooper ve Rhodes tarafından geliştirilmiştir. Bu nedenle modele Charnes-Cooper-Rhodes (CCR) modeli de denilmektedir. Ölçeğe göre sabit getirinin varsayıldığı CCR modeli girdi odaklı ya da çıktı odaklı olarak formüle edilebilmektedir:

4.5.1 Girdi Odaklı CCR Modeli

Girdi odaklı CCR modelinde sabit çıktı düzeyini daha az girdi ile üretmenin mümkün olup olmadığı araştırılarak KVB'lerin etkinlik değerleri belirlenir. Etkinlik değerinin çıktıların ağırlıklı toplamının girdilerin ağırlıklı toplamına oranı olduğu belirtilmişti. m girdi ile s çıktının üretildiği bir üretim olanakları kümesini paylaşan n KVB için doğrusal olmayan CCR modeli şöyledir:

$$\text{maks} \frac{\sum_{r=1}^{s} u_r y_{ro}}{\sum_{i=1}^{m} v_i x_{io}} \qquad o = 1, \dots, n \tag{4.28}$$

$kısıtlar$:

$$\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij} \leq 0 \qquad j = 1, \dots, n \tag{4.29}$$

$$u_r, v_i \in \mathbb{R}_+ \qquad r = 1, \dots, s\, ; i = 1, \dots, m \tag{4.30}$$

Doğrusal olmayan modelde kullanılmış olan x_{ij} j'inci KVB'nin kullandığı i'nci girdi miktarını, v_i i'nci girdiye çözümde verilen ağırlık değerini, y_{rj} j'inci KVB'nin ürettiği r'inci çıktı miktarını ve u_r ise r'inci çıktıya çözümde verilen ağırlık değerini temsil etmektedir. Bu model amaç fonksiyonun paydası bir kısıt ile sabit bir değere eşitlenerek doğrusallaştırılmış ve şu biçimi almıştır:

$$\text{maks} \sum_{r=1}^{s} u_r y_{ro} \qquad o = 1, \dots, n \tag{4.31}$$

$kısıtlar$:

$$\sum_{i=1}^{m} v_i x_{io} = 1 \tag{4.32}$$

$$\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij} \leq 0 \qquad j = 1, \dots, n \tag{4.33}$$

$$u_r, v_i \in \mathbb{R}_+ \qquad r = 1, \dots, s\,; i = 1, \dots, m \tag{4.34}$$

Modelde yer alan eşitsizlik kısıtı çıktıların ağırlıklı toplamının girdilerin ağırlıklı toplamını aşamayacak biçimde ağırlıkları sınırlar ve böylece ilgili KVB'nin etkinlik değerinin birim değeri (1'i ya da %100'ü) aşmasının önüne geçer (Ulucan, 2002). Benzer biçimde ağırlıkların negatif olmayan reel değerler almaları kısıtı ve etkinlik değerinin negatif olmayan değerler almasını sağlar. VZA'nın primal DP modeli girdi-performans kriterlerine verilen ağırlıkları temel alan bir yapı ile formüle edilmiştir. Bu modelin çözümünde elde edilen ağırlık bileşimi ilgili KVB'nin hangi performans kriterlerinde göreli üstünlüğe sahip olduğunu ortaya çıkararak birimler için zayıf ve güçlü yanlar analizi yapma olanağı sunmaktadır.

Primal CCR modelinin duali alındığında aşağıdaki model elde edilir:

$$\min \theta_o \qquad o = 1, \dots, n \tag{4.35}$$

$kısıtlar$:

$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j x_{ij} \leq \theta_o x_{io} \qquad i = 1, \dots, m \tag{4.36}$$

$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j y_{ij} \geq y_{ro} \qquad r = 1, \dots, s \tag{4.37}$$

$$\lambda_j \in \mathbb{R}_+ \qquad j = 1, \dots, n \tag{4.38}$$

$$\theta_o \in \mathbb{R} \tag{4.39}$$

Dual modelde kullanılmış olan λ_j j'inci birimin primal çözümdeki gölge fiyat değerini ve θ_o ise o'uncu KVB'nin etkinlik değerini temsil etmektedir. Model çözüldüğünde bulunan gölge fiyat değerleri, ilgili KVB'nin etkin sınır üzerindeki izdüşümünü diğer etkin birimlerin bir doğrusal kombinasyonu biçiminde tarif etme olanağı verir. Böylece birimlere verimliliği artırma konusunda kılavuzluk eder.

Primal model literatürde çarpan modeli (multiplier model) olarak, dual model ise zarflama modeli (envelopment model) olarak bilinmektedir. Her iki modelin de optimal sonuçları, *KVB'ler için bulduğu etkinlik değerleri*, aynıdır.

4.5.2 Çıktı Odaklı CCR Modeli

Girdi odaklı modelin aksine çıktı odaklı modelde sabit girdi düzeyi ile daha fazla çıktı düzeyini üretmenin mümkün olup olmadığı araştırılarak KVB'lerin etkinlik değeri hesaplanır. Çıktı odaklı CCR modelinin doğrusal olmayan formülasyonu girdi odaklı model ile aynıdır ancak; doğrusal model biçimindeki primal modelin (çarpan modelinin) elde edilmesi için eklenen kısıt, çıktı odaklı modelde çıktıların ağırlıklı toplamıdır. m girdi ile s çıktının üretildiği bir üretim olanakları kümesini paylaşan n KVB için çıktı odaklı doğrusal CCR modeli şöyledir:

$$\text{maks} \frac{1}{\sum_{i=1}^{m} v_i x_{io}} = \min \sum_{i=1}^{m} v_i x_{io} \qquad o = 1, \dots, n \tag{4.40}$$

$kısıtlar$:

$$\sum_{r=1}^{s} u_r y_{ro} = 1 \tag{4.41}$$

$$\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij} \leq 0 \qquad j = 1, \dots, n \tag{4.42}$$

$$u_r, v_i \in \mathbb{R}_+ \qquad r = 1, \dots, s\,; i = 1, \dots, m \tag{4.43}$$

Çarpan modelinde çıktı-performans kriterlerine verilen ağırlıkları temel alan bir yapı ile formüle edilmiştir. Bu modelin çözümünde elde edilen ağırlık bileşimi ilgili KVB'nin hangi performans kriterlerinde göreli üstünlüğe sahip olduğunu ortaya çıkararak birimler için zayıf ve güçlü yanlar analizi yapma olanağı sunmaktadır.

CCR çarpan modelinin duali alındığında CCR zarflama modeli elde edilir:

$$\min \varphi_o \qquad o = 1, \dots, n \tag{4.44}$$

$kısıtlar$:

$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j x_{ij} \leq x_{io} \qquad i = 1, \dots, m \tag{4.45}$$

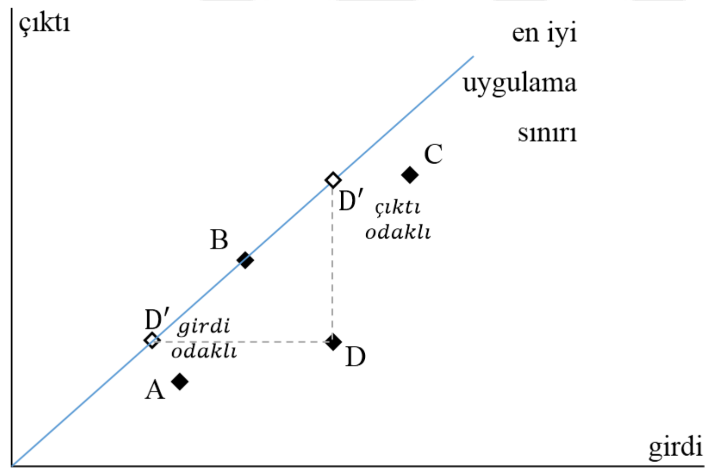
$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j y_{ij} \geq \varphi_o y_{ro} \qquad r = 1, \dots, s \tag{4.46}$$

$$\lambda_j \in \mathbb{R}_+ \qquad j = 1, \dots, n \tag{4.47}$$

$$\varphi_o \in \mathbb{R} \tag{4.48}$$

Dual modelde kullanılmış olan λ_j j'inci birimin çarpan modeli çözümündeki gölge fiyat değerini ve φ_o ise o'uncu KVB'nin etkinlik değerini temsil etmektedir. Model çözüldüğünde bulunan gölge fiyat değerleri, ilgili KVB'nin etkin sınır üzerindeki izdüşümünü diğer etkin birimlerin bir doğrusal kombinasyonu biçiminde tarif etme olanağı verir. Böylece birimlere verimliliği artırma konusunda kılavuzluk eder.

Şekil 4.5'de bir girdi ile bir çıktı üreten dört KVB için CCR modelinin geometrik sunumu verilmiştir:



Şekil 4.5. Bir girdili ve bir çıktılı CCR modelinin geometrik gösterimi

Şekil 4.5'deki dört KVB'den A, C ve D etkin olmayan birimlerdir ve en iyi uygulama sınırının altında konumlanmışlardır; B ise etkin birimdir ve en iyi uygulama sınırı üzerinde konumlanmıştır. D birimi için etkin projeksiyon girdi odaklı ve çıktı odaklı modeller için ayrı ayrı $D'_{girdi\ odaklı}$ ve $D'_{çıktı\ odaklı}$ izdüşüm noktaları ile temsil edilmektedir.

Çıktı odaklı CCR modelerde elde edilen etkinlik değeri, girdi odaklı modellerde elde edilen etkinlik değerlerinin çarpmaya göre tersidir; etkin KVB'ler için bu değer 1 olarak bulunurken etkin olmayan birimler için 1'den büyük değerler bulunacaktır ve böylece $\theta_o = 1/\varphi_o$ ilişkisi sağlanacaktır.

Banker (1984), CCR etkin karar verme birimlerinin “*en verimli ölçek büyüklüğü*”ne (most productive scale size, MPSS) sahip birimler olarak tanımlar. CCR etkin birimlerin, bu durumda girdiler ile çıktılar arasındaki en verimli al-ver ilişkisine sahip girdi-çıktı bileşimlerine sahip olduğu söylenebilir.

Tezde girdi odaklı CCR zarflama modeli kullanılmış ve en verimli ölçek büyüklüğüne sahip KVB’ler araştırılmıştır.

4.6. Model1: Kısıt Gevşetmeli Doğrusal Programlama Modeli

Tamsayılı ve İkili Tamsayılı Karar Değişkenlerin Sürekli Değişken Biçiminde Gevşetilmesi ile Elde Edilen Doğrusal Programlama Modeli:

<u>Kümeler:</u>

İstasyonlar Kümesi “D” :

$$\mathrm{D} =: \{\mathrm{n}: \forall \mathrm{n} \in \mathrm{D} |\ \mathrm{n} \in [1, 2\mathrm{N}], \mathrm{N} = 3\ ,\ \mathrm{n} \in \mathrm{Z}_{+}\}$$

Tren Seferleri Kümesi “S”:

$$\mathrm{S} =: \{\mathrm{i}: \forall \mathrm{i} \in \mathrm{S} | \mathrm{i} \in [1,\ \mathrm{I}]\ ,\ \mathrm{I} = 25\ ,\ \mathrm{i} \in \mathrm{Z}_{+}\}$$

<u>Parametreler:</u>

$\mathrm{t}_{\mathrm{i,n}}$: i′nci seferde n′inci istasyondan n + 1′inci istasyona ulaşma süresi

$\mathrm{k}_{\mathrm{n}}^{1}$: n′inci istasyona trene binmek üzere gelen saniye başına kişi sayısı

$\mathrm{k}_{\mathrm{i,n}}^{2}$: i′nci seferde n′inci istasyonda inecek yolcuların oranı

k_{δ} : istasyonlardan trenlere yolcuların saniye başına iniş hızı

k_{γ} : trenlerden istasyonlara yolcuların saniye başına biniş hızı

κ : vagon başına yolcu taşıma kapasitesi

<u>Hipotetik Veri Kümesi:</u>

$t_{i,n}$		n=					
		1	2	3	4	5	6
i=	1	120	120	120	120	120	
	2	120	120	120	120	120	
	3	120	120	120	120	120	
	4	120	120	120	120	120	
	5	120	120	120	120	120	
	6	120	120	120	120	120	
	7	120	120	120	120	120	
	8	120	120	120	120	120	
	9	120	120	120	120	120	
	10	120	120	120	120	120	
	11	120	120	120	120	120	
	12	120	120	120	120	120	
	13	120	120	120	120	120	
	14	120	120	120	120	120	
	15	120	120	120	120	120	
	16	120	120	120	120	120	
	17	120	120	120	120	120	
	18	120	120	120	120	120	
	19	120	120	120	120	120	
	20	120	120	120	120	120	
	21	120	120	120	120	120	
	22	120	120	120	120	120	
	23	120	120	120	120	120	
	24	120	120	120	120	120	
	25	120	120	120	120	120	
k_n^1		n=					
		1	2	3	4	5	6
		1,333	0,667	0000	2,667	1,333	0000

$k_{i,n}^2$		n=					
		1	2	3	4	5	6
i=	1	0	0,4	1	0,3	0,3	1
	2	0	0,5	1	0,3	0,4	1
	3	0	0,6	1	0,2	0,7	1
	4	0	0,4	1	0,4	0,2	1
	5	0	0,6	1	0,2	0,4	1
	6	0	0,2	1	0,8	0,4	1
	7	0	0,6	1	0,6	0,8	1
	8	0	0,7	1	0,2	0,6	1
	9	0	0,8	1	0,7	0,5	1
	10	0	0,8	1	0,6	0,3	1
	11	0	0,8	1	0,6	0,8	1
	12	0	0,3	1	0,3	0,7	1
	13	0	0,3	1	0,7	0,8	1
	14	0	0,8	1	0,2	0,8	1
	15	0	0,3	1	0,6	0,8	1
	16	0	0,5	1	0,2	0,4	1
	17	0	0,4	1	0,5	0,2	1
	18	0	0,3	1	0,2	0,3	1
	19	0	0,2	1	0,3	0,6	1
	20	0	0,3	1	0,4	0,4	1
	21	0	0,5	1	0,2	0,5	1
	22	0	0,3	1	0,5	0,4	1
	23	0	0,3	1	0,6	0,6	1
	24	0	0,8	1	0,6	0,6	1
	25	0	0,8	1	0,5	0,7	1

k_δ	18

κ	90

k_γ	27

Değişkenler:

$t_{i,n}^{\delta}$: i′nci seferde n′inci istasyonda trenden yolcu indirmek için beklenen süre

$t_{i,n}^{\gamma}$: i′nci seferde n′inci istasyonda trene yolcu almak için beklenen süre

$x_{i,n}$: i′nci seferde n′inci istasyonda toplam bekleme süresi

h : ortalama hizmet yoğunluğu (headway)

$t^1_{i,n}$: i'nci seferde n'inci istasyondan trenin kalkış zamanı

$t^4_{i,n}$: i'nci seferde n'inci istasyona trenin varış zamanı

$Q_{i,n}$: i'nci seferde n'inci durakta trene binmek üzere bekleyen yolcu sayısı

$Q^0_{i,n}$:

n'inci durakta bekleyen yolculardan i'nci seferde arz yetersizliği nedeniyle trene binemeyip beklemeye devam eden yolcu sayısı

w_i : i'nci seferde işletilen trenin vagon sayısı

y^1_i : i'nci seferde işletilenin trenin vagon sayısını artırmak üzere tanımlanan değişken

y^2_i : i'nci seferde işletilen trenin vagon sayısını ikinci defa artırmak üzere tanımlanan değişken

$\gamma_{i,n}$: i'nci seferde n'inci istasyondan trene binen yolcu sayısı

$\delta_{i,n}$: i'nci seferde n'inci istasyonda trenden inen yolcu sayısı

$p_{i,n}$: i'nci seferde n'inci istasyondan $n+1'$inci istasyona taşınan yolcu sayısı

Karar Değişkenleri:

$t^\delta_{i,n}$: i'nci seferde n'inci istasyonda trenden yolcu indirmek için beklenen süre

$t^\gamma_{i,n}$: i'nci seferde n'inci istasyonda trene yolcu almak için beklenen süre

$x_{i,n}$: i'nci seferde n'inci istasyonda toplam bekleme süresi

y^1_i : i'nci seferde işletilenin trenin vagon sayısını artırmak üzere tanımlanan değişken

y^2_i : i'nci seferde işletilen trenin vagon sayısını ikinci defa artırmak üzere tanımlanan değişken

<u>Kısıtlar:</u>

Bekleme Kısıtı:

$$x_{i,n} \geq t^{\delta}_{i,n} + t^{\gamma}_{i,n} \qquad \forall i \in S, \qquad \forall n \in D \qquad (4.49)$$

Her seferde ve her durakta; i'nci seferde n'inci durakta toplam bekleme süresi, en az i'nci durakta n'inci seferde yolcu indirmek ve yolcu bindirmek için beklenen süre kadardır.

Ortalama Hizmet Yoğunluğu Kısıtı:

$$h = \left(\frac{\sum_{n=1}^{2N}\sum_{i=1}^{I} x_{i,n}}{I} + \frac{\sum_{n=1}^{2N-1}\sum_{i=1}^{I} t_{i,n}}{I}\right)/I \qquad (4.50)$$

Ortalama hizmet yoğunluğu, seferlerde ortalama toplam durakta bekleme süreleri ve seferlerde ortalama duraklar arası ulaşma süreleri toplamının sefer ortalmasıdır.

<u>Zaman Kısıtları:</u>

Son duraktan bir sonraki durağa ulaşma süresi tanımsızdır. Bu nedenle son durak hariç her durak için; i'nci seferde n'inci istasyondan trenin kalkış zamanı şöyle hesaplanır:

İlk durak için; trenin i'nci seferde kalkış zamanı, sefer sayısı ile ortalama hizmet yoğunluğunun çarpımıdır:

Diğer duraklar için; trenin i'nci seferde n'inci istasyondan kalkış zamanı, bir önceki sefer sayısı ile ortalama hizmet yoğunluğu süresi çarpımına i'nci seferde n'inci durağa kadar tüm duraklarda bekleme süreleri ve n-1'inci durağa kadar tüm duraklardan bir sonraki durağa ulaşma süreleri toplamı kadardır.

$n < 2N$ için;

$$t^{1}_{i,n} = \begin{cases} i.h & , \ n = 1 \\ (i-1).h + \sum_{n=2}^{n} x_{i,n'} + \sum_{n=2}^{n-1} t_{i,n'} & , \ n > 1 \end{cases} \qquad \forall i \in S, \qquad \forall n, n' \in D \qquad (4.51)$$

Son duraktan bir sonraki durağa varış zamanı tanımsızdır. Bu nedenle tüm seferlerde son durak hariç her duraktan bir sonraki durağa varış zamanı şu şekilde hesaplanır:

i'nci seferde n+1'inci durağa varış zamanı, n'inci duraktan kalkış zamanı ve n'inci duraktan bir sonraki durağa ulaşma süresinin toplamı kadardır.

n'inci durağa varış zamanı, en az önceki seferlerde n'inci duraktan kalkış zamanı ve güvenlik payı olan 10 saniye toplamı kadardır.

n'inci seferde durağa varış zamanı, n'inci durakta toplam bekleme süresi ve sonraki durağa ulaşma süresi olan 120 saniye toplamı; en fazla, en az 4 sonraki seferin n'inci duraktan kalkış zamanı kadardır.

$$\mathrm{n} < 2\mathrm{N} \text{ için; } \quad \mathrm{t}^4_{\mathrm{i,n+1}} = \mathrm{t}^1_{\mathrm{i,n}} + \mathrm{t}_{\mathrm{i,n}} \qquad \forall \mathrm{i} \in \mathrm{S}, \quad \forall \mathrm{n} \in \mathrm{D} \quad (4.52)$$

$$\mathrm{i} > \mathrm{i}' \text{ için; } \quad \mathrm{t}^4_{\mathrm{i,n}} \geq \mathrm{t}^1_{\mathrm{i',n}} + 10 \qquad \forall \mathrm{i}, \mathrm{i}' \in \mathrm{S}, \quad \forall \mathrm{n} \in \mathrm{D} \quad (4.53)$$

$$\mathrm{i} > \mathrm{i}' + 3 \text{ için; } \quad \mathrm{t}^4_{\mathrm{i',2N}} + \mathrm{x}_{\mathrm{i',2N}} + 120 \leq \mathrm{t}^1_{i,1} \qquad \forall \mathrm{i}, \mathrm{i}' \in \mathrm{S} \quad (4.54)$$

<u>Vagon Sayısı Kısıtları:</u>

Tüm seferlerde; duraklarda ortalama hizmet alamayan yolcu sayısı-bekleme süresi çarpımı, pozitif değer alıyorsa o seferde trene y_i^1 kadar vagon ilave edilir.

Tüm seferlerde; duraklarda ortalama hizmet alamayan yolcu sayısı- bekleme süresi çarpımı, 50 ve üzerinde pozitif değer alıyorsa o seferde trene y_i^2 kadar vagon ilave edilir.

i'nci seferde hizmet veren trenin vagon sayısı, y_i^1, y_i^2 ve alt sınır değeri olan 3'ün toplamı kadardır.

$$\frac{1}{2\mathrm{N}}\sum_{\mathrm{n}=1}^{2\mathrm{N}} \mathrm{Q}^0_{\mathrm{i,n}} \leq \mathrm{My}^1_{\mathrm{i}} \qquad \forall \mathrm{i} \in \mathrm{S} \quad (4.55)$$

$$50 - \frac{1}{2\mathrm{N}}\sum_{\mathrm{n}=1}^{2\mathrm{N}} \mathrm{Q}^0_{\mathrm{i,n}} \leq \mathrm{My}^2_{\mathrm{i}} \qquad \forall \mathrm{i} \in \mathrm{S}, \quad \forall \mathrm{n} \in \mathrm{D} \quad (4.56)$$

$$\mathrm{w}_{\mathrm{i}} = \mathrm{y}^1_{\mathrm{i}} + \mathrm{y}^2_{\mathrm{i}} + 3 \qquad \forall \mathrm{i} \in \mathrm{S} \quad (4.57)$$

$$y_i^1 \leq 1 \qquad \forall i \in S \qquad (4.58)$$

$$y_i^2 \leq 1 \qquad \forall i \in S \qquad (4.59)$$

<u>Akış Kısıtları:</u>

Yukarı yönlü son (N'inci) duraktan aşağı yönlü ilk (N+1'inci) durağa ulaşmak üzere i'nci seferde trene binen yolcu sayısı sıfırdır; N'inci duraktan N+1'inci durağa yapılan yolculuk aynı konumda trenin yön değiştirmesidir.

Aşağı yönlü son (2N'inci) duraktan bir sonraki durak tanımsızdır; i'nci seferde 2N'inci istasyonda trene binen yolcu sayısı sıfırdır.

$$\gamma_{i,N} = 0 \qquad \forall i \in S \qquad (4.60)$$

$$\gamma_{i,2N} = 0 \qquad \forall i \in S \qquad (4.61)$$

i'nci seferde ilk durakta binen yolcu sayısı, i'nci seferde işletilen vagon sayısı ve vagon başına yolcu taşıma kapasitesi çarpımı ile i'nci seferde ilk durakta inen yolcu sayısı (0) kadardır.

$$\gamma_{i,1} \leq w_i.\kappa + \delta_{i,1} \qquad \forall i \in S \qquad (4.62)$$

i'nci seferde ilk durak haricindeki n'inci durakta binen yolcu sayısı, i'nci seferde işletilen vagon sayısı ve vagon başına yolcu taşıma kapasitesi çarpımı ile i'nci seferde n'inci durakta inen yolcu sayısı toplamından n-1'inci duraktan n'inci durağa taşınan yolcu sayısı farkı kadardır.

$$\begin{aligned} &n > 1 \text{ için;} \\ &\gamma_{i,n} \leq w_i.\kappa + \delta_{i,n} - p_{i,n-1} \end{aligned} \qquad \forall i \in S\,,\ \forall n \in D \qquad (4.63)$$

i'nci seferde n'inci durakta binen yolcu sayısı, i'nci seferde n'inci durakta trene binmek üzere istasyonda bekleyen yolcu sayısını aşamaz.

$$\gamma_{i,n} \leq Q_{i,n} \qquad \forall i \in S\,,\ \forall n \in D \qquad (4.64)$$

i'nci seferde n'inci durakta binen yolcu sayısı, i'nci seferde n'inci durakta yolcu almak için beklenen süre ve saniye başına trene yolcu binme hızı çarpımını aşamaz.

$$\gamma_{i,n} \leq t_{i,n}^{\gamma} . k_{\gamma} \qquad \forall i \in S\,, \ \forall n \in D \qquad (4.65)$$

İlk duraktan önceki duraklar tanımsızdır; ilk durağa ulaşmak isteyen yolcular da tanımsızdır. i'nci seferde boş trenden inen yolcu sayısı 0'dır.

$$\delta_{i,1} = 0 \qquad \forall i \in S \qquad (4.66)$$

N'inci durak ve N+1'inci durak aşağı yönden yukarı yöne trenin yön değiştirdiği aynı konumu ifade etmektedir. N+1'inci durağa ulaşmak isteyen yolcular ile N'inci durağa ulaşmak isteyen yolcular aynıdır ve rasyonel tüketici varsayımı altında davranan yolcular geri dönüş süresini tasarruf etmek üzere trenden N'inci durakta ineceklerdir; i'nci seferde N+1'inci durakta inen yolcu sayısı 0'dır.

$$\delta_{i,N+1} = 0 \qquad \forall i \in S \qquad (4.67)$$

i'nci seferde ilk duraktan 2. durağa taşınan yolcu sayısı, i'nci seferde ilk durakta binen yolcu sayısı ile inen yolcu sayısı (0) farkı kadardır.

$$p_{i,1} = \gamma_{i,1} - \delta_{i,1} \qquad \forall i \in S \qquad (4.68)$$

i'nci seferde ilk durak haricindeki n'inci durakta inen yolcu sayısı, i'nci seferde n'inci durakta inecek yolcuların oranı ve i'nci seferden-1'inci duraktan n'inci durağa taşınan yolcu sayısı çarpımını aşamaz.

$$\begin{array}{l} n > 1 \text{ için;} \\ \delta_{i,n} \leq k_{i,n}^{2} . p_{i,n-1} \end{array} \qquad \forall i \in S\,, \qquad \forall n \in D \qquad (4.69)$$

i'nci seferde n'inci durakta inen yolcu sayısı, i'nci seferde n'inci durakta yolcu indirme süresi ve saniye başına yolcu inme hızı çarpımını aşamaz.

$$\delta_{i,n} \leq t_{i,n}^{\delta} . k_{\delta} \qquad \forall i \in S\,, \qquad \forall n \in D \qquad (4.70)$$

N'inci durak ve N+1'inci durak aşağı yönden yukarı yöne trenin yön değiştirdiği aynı konumu ifade etmektedir. Rasyonel tüketici varsayımı altında davranan yolcular N'inci *duraktan N+1'inci durağa geri dönüş süresini tasarruf edeceklerdir; i'inci seferde N'inci duraktan N+1'inci durağa taşınan yolcu sayısı 0'dır.*

$$p_{i,N} = 0 \qquad \forall i \in S \qquad (4.71)$$

Son duraktan sonraki duraklar tanımsızdır; 2N'inci duraktan bir sonraki durağa taşınan yolcu sayısı 0'dır.

$$p_{i,2N} = 0 \qquad \forall i \in S \qquad (4.72)$$

i'nci seferde ilk durak hariciddeki n'inci durakta; n-1'inci duraktan n'inci durağa taşınanların sayısı ve n'inci durakta binenlerin sayısı toplamı ile n'inci durakta inenlerin sayısı farkı i'nci seferde işletilen vagon sayısı ve vagon başına yolcu kapasitesi çarpımını aşamaz.

$$\begin{array}{l} n > 1 \text{ için;} \\ p_{i,n-1} - \delta_{i,n} + \gamma_{i,n} \leq w_i . \kappa \end{array} \qquad \forall i \in S\,, \quad \forall n \in D \qquad (4.73)$$

i'inci seferde ilk durak haricindeki n'inci duraktan n+1'inci durağa taşınanların sayısı, n-1'inci duraktan n'inci durağa taşınanların sayısı ve n'inci durakta binenlerin sayısı toplamı ile n'inci durakta inenlerin sayısı farkı kadardır.

$$\begin{array}{l} n > 1 \text{ için;} \\ p_{i,n} = p_{i,n-1} - \delta_{i,n} + \gamma_{i,n} \end{array} \qquad \forall i \in S\,, \quad \forall n \in D \qquad (4.74)$$

İlk seferde n'inci durakta trene binmek üzere bekeleyenlerin sayısı, ilk seferde n'inci duraktan trenin kalkma zamanı ve n'inci istasyona trene binmek üzere gelen saniye başına yolcu sayısı çarpımı kadardır.

$$Q_{1,n} = t_{1,n}^{1} . k_{n}^{1} \qquad \forall n \in D \qquad (4.75)$$

i'nci seferde hizmet alamadığı için n'inci durakta beklemeye devam eden yolcu sayısı, i'nci seferde n'inci durakta trene binmek üzere bekleyenlerin sayısı ile i'nci seferde n'inci durakta binenlerin sayısı farkı kadardır.

$$Q_{i,n}^{0} = Q_{i,n} - \gamma_{i,n} \qquad \forall i \in S\,, \ \forall n \in D \qquad (4.76)$$

İlk sefer haricindeki seferlerde n'inci durakta trene binmek üzere bekleyenlerin sayısı, i'nci seferde n'inci duraktan trenin kalkma zamanı ile i-1'inci seferde n'inci duraktan trenin kalkma zamanı farkı ve n'inci durağa trene binmek üzere gelen saniye başına yolcu sayısı çarpımı ile i-1'inci seferde hizmet alamadığı için n'inci durakta beklemeye devam edenlerin kadardır.

$$\mathrm{i} > 1 \text{ için;} \quad Q_{i,n} = \left(t^1_{i,n} - t^1_{i-1,n}\right).k^1_n + Q^0_{i-1,n} \qquad \forall i \in S,\ \forall n \in D \qquad (4.77)$$

Negatif Olmama Kısıtları:

$$x_{i,n}, t^{\gamma}_{i,n}, t^{\delta}_{i,n} \geq 0 \qquad \forall i \in S,\ \forall n \in D \qquad (4.78)$$

$$h \geq 0 \qquad (4.79)$$

$$t^1_{i,n}, t^4_{i,n} \geq 0 \qquad \forall i \in S,\ \forall n \in D \qquad (4.80)$$

$$w_i, y^1_i, y^2_i \geq 0 \qquad \forall i \in S \qquad (4.81)$$

$$p_{i,n}, \gamma_{i,n}, \delta_{i,n}, Q_{i,n}, Q^0_{i,n} \geq 0 \qquad \forall i \in S,\ \forall n \in D \qquad (4.82)$$

<u>Amaç Fonksiyonu:</u>

Modelde tüm duraklarda ve tüm seferlerde arz yetersizliği nedeniyle trene binemeyip beklemeye devam eden toplam yolcu sayısının minimize edilmesi amaçlanmıştır.

$$\min Z = \sum_{i=1}^{S} \sum_{n=1}^{D} Q^0_{i,n} \qquad (4.83)$$

4.7 Model2: Karma Tam Sayılı Programlama Modeli

Tamsayılı ve ikili tamsayılı karar değişkenlerin sisteme dahil edildiği karma tamsayılı kısıt sağlama modeli Model1'in temel olarak aynısıdır. Bu başlık altında Model2'nin Model1'den farklılaştırılmış yanları verilmiştir.

Kümeler:

Model1 ve Model2 aynı kümeleri kullanır.

Parametreler:

Z_1 : $Model\ 1'in\ optimum\ sonucu$

ε : $karma\ tamsayılı\ programlama\ modelinde\ tüm\ duraklarda\ ve\ tüm\ seferlerde\ arz\ yetersizliği\ nedeniyle\ trene\ binemeyip\ beklemeye\ devam\ eden\ toplam\ yolcu\ sayısı\ ile\ Model\ 1'in\ optimum\ sonucu\ arasındaki\ oransal\ ilişki$

Hipotetik Veri Kümesi:

Model1 ve Model2 aynı veriyi kullanır.

Değişkenler:

$Q_{i,n}$: i′nci seferde n′inci durakta trene binmek üzere bekleyen yolcu sayısını ifade eden tamsayılı değişken

$Q^0_{i,n}$:
n′inci durakta bekleyen yolculardan i′nci seferde arz yetersizliği nedeniyle trene binemeyip beklemeye devam eden yolcu sayısını ifade eden tamsayılı değişken

y^1_i : i′nci seferde işletilenin trenin vagon sayısını bir artırmak üzere tanımlanan ikili tamsayılı değişken

y^2_i : i′nci seferde işletilen trenin vagon sayısını ikinci defa bir artırmak üzere tanımlanan ikili tamsayılı değişken

$\gamma_{i,n}$: i′nci seferde n′inci istasyondan trene binen yolcu sayısını ifade eden $tamsayılı\ değişken$

$\delta_{i,n}$: i'nci seferde n'inci istasyonda trenden inen yolcu sayısını ifade eden *tamsayılı değişken*

$p_{i,n}$: i'nci seferde n'inci istasyondan $n+1'$inci istasyona taşınan yolcu sayısını *ifade eden tamsayılı değişken*

Z_ε : *tüm duraklarda ve tüm seferlerde arz yetersizliği nedeniyle trene binemeyip beklemeye devam eden toplam yolcu sayısı*

Karar Değişkenleri:

y_i^1 : i'nci seferde işletilenin trenin vagon sayısını bir artırmak üzere tanımlanan ikili tamsayılı değişken

y_i^2 : i'nci seferde işletilen trenin vagon sayısını ikinci defa bir artırmak üzere tanımlanan ikili tamsayılı değişken

Kısıtlar:

Optimuma Yakınsama Kısıtı:

$$Z_\varepsilon \leq Z_1 . \varepsilon \tag{4.84}$$

Negatif Olmama Kısıtları:

$$Z_\varepsilon \geq 0 \tag{4.85}$$

4.8 Model3: Charnes-Cooper-Rhodes (CCR) Modeli

Ölçeğe göre sabit getiri varsayımı altında, girdi odaklı dual (zarflama tipi) VZA modeli:

Kümeler:

Al-Ver Kararları (Karar Verme Birimleri) Kümesi :

$$\text{Karar Verme Birimleri} =: \{o, j : \forall o, j \in \text{KVB} |\ o, j \in [1, n]\ ;\ n = 8\ ;\ \ o, j \in Z_+\}$$

Çözüm Süreleri (Girdiler) Kümesi:

$$\text{Girdiler} =: \{i : \forall i \in \text{Girdiler} | i \in [1, m]\ , m = 1\ ,\ i \in Z_+\}$$

Optimal Sonuca Yakınlık (Çıktılar) Kümesi:

$$\text{Çıktılar} =: \{r: \forall r \in \text{Çıktılar} | r \in [1, s], s = 1, \ r \in Z_{+}\}$$

Parametreler:

$x_{i,j}$: j′inci KVB′nin çıktı elde ederken tükettiği i′nci girdi düzeyi

$y_{r,j}$: j′inci KVB′nin girdileri tüketerek elde ettiği r′inci çıktı düzeyi

Veri:

Çizelge 4.2. Karar verme birimlerinin performans kriteri değerleri

	KVB_{KS}	KVB_1	KVB_2	KVB_3	KVB_4	KVB_5	KVB_6	KVB_7
Çözüm Süresi	0,63	1	2	3	4	5	6	7
Optimal e Yakınlık	0,078 400	0,9986 14	0,9988 52	0,9989 36	0,9989 36	0,9989 36	0,9989 36	0,9991 18

Değişkenler:

λ_j :

o′uncu KVB′nin j′inci KVB cinsinden etkin projeksiyonunu tanımlayan yoğunluk faktörü (intensity factor)

θ_o : $o'uncu$ KVB′nin etkinlik değeri

Kısıtlar:

Girdilere Yönelik Kısıtlar:

$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j x_{ij} \leq \theta_o x_{io} \qquad \forall \mathrm{i} \in \mathrm{Girdiler} \qquad (4.86)$$

o'uncu KVB için etkin i'nci girdi kullanım düzeyi, o'uncu KVB'nin etkin projeksiyonunun j'inci KVB cinsinden i'nci girdi kullanım yoğunluğundan daha az olamaz.

Çıktılara Yönelik Kısıtlar:

$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j y_{ij} \geq y_{ro} \qquad \forall \mathrm{r} \in \mathrm{Çıktılar} \qquad (4.87)$$

o'uncu KVB için r'inci çıktı üretim düzeyi, o'uncu KVB'nin etkin projeksiyonunun j'inci KVB cinsinden r'inci çıktı üretim düzeyini aşamaz.

Negatif Olmama Kısıtları:

$$\lambda_j \in \mathbb{R}_+ \qquad \forall \mathrm{j} \in \mathrm{Karar\ Verme\ Birimleri} \qquad (4.88)$$

o'uncu KVB'nin etkin projeksiyonunu j'inci KVB cinsinden tanımlayan yoğunluk faktörü negatif değerler alamaz.

$$\theta_o = \theta_o' - \theta_o'' \mid \theta_o \in \mathbb{R}\,, \qquad \theta_o'\,, \theta_o'' \in \mathbb{R}_+ \qquad \forall \mathrm{o} \in \mathrm{Karar\ Verme\ Birimleri} \qquad (4.89)$$

o'uncu KVB'nin etkinlik değeri her ne kadar optimal değerinde (0,1] aralığında olsa da o'uncu KVB'nin etkinlik değerini işaret ile sınırlandırmak CCR modelini çözülemez yapmaktadır. Bu nedenle herbir karar verme birimi için serbest, işaret ile sınırlandırılmamış olarak, bırakılmıştır.

Amaç Fonksiyonu:

$$\min \theta_o \qquad \forall \mathrm{o} \in \mathrm{Karar\ Verme\ Birimleri} \qquad (4.90)$$

o'uncu KVB için etkinlik değerinin maksimize edilmesiyle elde edilen göreli performans karşılaştırma olanağı, modelin herbir KVB için tekrarlanmasıyla mümkün olur.

5 BULGULAR ve DEĞERLENDİRME

Bu bölümde çalışmada kullanılan üç ayrı modelin çözümleri ve çözümlerinden elde edilen bulgular açıklanıp değerlendirilmiştir.

5.1. Model1'in Çözümü

4.6.'da verilen Hipotetik Veri Kümesi, MS Excel'e girilmiştir. Girilen veri SolverStudio (Mason, 2013) eklentisi ve Python programlama dili kullanılarak Gurobi Optimizer 7.0.2 (Gurobi, 2017) çözücüsüne 5143 kısıtlı ve 1951 karar değişkenli bir doğrusal programlama modeli olarak tanıtılmıştır. Çözücü simpleks algoritmasını kullanarak problemin optimal sonucunu 510 iterasyon sonucunda ve 2 çekirdek 1,9 GHz'lik 6 GB bellekli Windows 7 Home Premium 64 bit işletim sistemine sahip cihazda 0,39 saniye sonunda elde etmiştir. Elde edilen sonuç MS Excel'e yine SolverStudio (Mason, 2013) eklentisi ve Python programlama dili kullanılarak yazdırılmıştır. Elde edilen sonuca göre optimum çizelgeleme planı şöyledir:

Çizelge 5.1. : Model1'in optimal hareket çizelgesi

$t_{i,n}^{1}$		n=					
		1	N-1	N_d	N_u	2N-1	2N-1
i=	1	7,6	127,6	259,0	395,6	528,1	0,0
	2	185,1	305,1	432,7	561,0	694,3	0,0
	3	381,0	501,0	641,4	774,8	919,5	0,0
	4	577,5	697,5	831,6	960,8	1087,5	0,0
	5	729,0	849,0	1011,9	1140,8	1266,0	0,0
	6	909,0	1029,0	1162,3	1382,3	1515,5	0,0
	7	1165,5	1285,5	1422,7	1551,0	1717,5	0,0
	8	1267,0	1387,0	1602,1	1731,0	1897,5	0,0
	9	1537,5	1657,5	1796,4	1926,0	2052	0,0
	10	1626,8	1746,8	1877,3	2001,0	2125,5	0,0
	11	1879,5	1999,5	2137,7	2271,0	2439,0	0,0
	12	1987,5	2107,5	2238,7	2363,3	2626,5	0,0
	13	2244,0	2364,0	2500,1	2633,4	2799,0	0,0
	14	2347,5	2467,5	2722,1	2853,0	2980,3	0,0
	15	2647,5	2767,5	2904,8	3033,8	3158,2	0,0
	16	2707,5	2827,5	2983,6	3107,3	3234,0	0,0
	17	2890,5	3010,5	3143,4	3271,5	3510,0	0,0
	18	3070,5	3190,5	3324,0	3453,0	3687,0	0,0
	19	3322,5	3442,5	3577,5	3710,3	3844,5	0,0
	20	3429,0	3549,0	3788,5	3918,8	4041,8	0,0
	21	3667,5	3787,5	3922,1	4048,5	4239,0	0,0
	22	3789,0	3909v	4039,7	4165,5	4545,0	0,0
	23	3970,5	4090,5	4302,2	4435,5	4556,1	0,0
	24	4149,2	4269,2	4402,5	4704,8	4879,5	0,0
	25	4512,0	4632,0	4772,3	4902,0	5025,6	0,0

Çizelge 5.1 ile elde edilen hareket planı ile elde edilen talebi karşılanamayan yolcu sayısı 109714,33689891'dir ve Çizelge 5.1'de de rahatça görülebildiği üzere trenin istasyonlardan kalkış zamanlarına ve talebi karşılanan veya karşılanamayan yolcu sayılarına tam sayı olmayan değerler atanabilmektedir. Tren hareket planında tam sayı olmayan değerlerin varlığı hizmet alanların sistemi anlaması ve sisteme ayak uydurmasını güçleştirirken, sistemin performans kriteri olan talebi karşılanamayan yolcu sayısının tam sayı olmayışı insan sayısının bölünemeyen bir terim olması nedeniyle uygulanabilirliğe aykırıdır. Bu nedenle uygulanabilir bir tam sayılı çözüme ihtiyaç duyulmaktadır.

5.2. Model2'nin Çözümleri

Model2 karma tamsayılı bir optimizasyonu modeli olarak formüle edilip model1 ile aynı amaç fonksiyonu ile çözülmek istenildiğinde çözücü algoritma 100 saat boyunca çalıştırıldıktan sonra halen çözüme ulaşamamışken durdurulmuştur. Ulaşılabilir olmayan model2'nin optimal çözümünün model1'in optimal çözümü ile aynı olduğu varsayılmıştır.

Model2'nin kısıtları sağlayan optimale yakın çözümleri, çözücü algoritmanın çalışma süresi sınırlandırılarak elde edilmiştir. Çözücü algoritmanın çalışma süresi sınırlandırarak elde edilen çözümlerin performans ölçütü elde edilen amaç fonksiyonu değerinin optimal sonuca yakınlığıdır. Optimale yakınlık değeri, model1 optimal çözüm değerinin tam sayılı çözüm değerine oranı ile elde edilmiştir. Aşağıda Çizelge 5.2'de model2'nin çeşitli çözümleri hakkında bilgiler özetlenmiştir:

Çizelge 5.2. Karma tam sayılı çözümler ve çözümlerin performans değerleri

	Çözüm Süresi	Çözüm Değeri	Optimale Yakınlık
Kısıt Sağlama Modeli	0,62	1399418	0,078400
Çözüm1	1	109867	0,998614
Çözüm2	2	109840	0,998852
Çözüm3	3	109831	0,998936
Çözüm4	4	109831	0,998936
Çözüm5	5	109831	0,998936
Çözüm6	6	109831	0,998936
Çözüm7	7	109811	0,999118

Çözüm süreleri, modelin talep yapısındaki değişimlere hızla cevap verme gücünü belirlemektedir; model2, veri kümesindeki değişim ile yeniden çözülerek talep yapısı değişimlerine cevap verilebilir. Çizelge 5.2'de belirtilen çözümlerden hangisinin seçileceği; karşılanamayan talebin minimizasyonu hedefine yakınlık ile çözüm süreleri (talep değişimlerine cevap verme yeteneği) ikililerinin veri zarflama analizi yöntemi ile performans analizine tabi tutulması ile belirlenmiştir. Bu ikililer model3'ün verisini oluşturmuştur.

5.3. Model3'ün Çözümleri

Model3'ün çeşitli al-ver kararları için çözümünden elde edilen sonuçlar Çizelge 5.3'de özetlenmiştir:

Çizelge 5.3. Karar verme birimlerinin performans kriteri değerleri

	$\mathrm{KVB_{KSM}}$	$\mathrm{KVB_1}$	$\mathrm{KVB_2}$	$\mathrm{KVB_3}$	$\mathrm{KVB_4}$	$\mathrm{KVB_5}$	$\mathrm{KVB_6}$	$\mathrm{KVB_7}$
Etkinlik Skoru	12,46%	100,00%	50,01%	33,34%	25,01%	20,01%	16,67%	14,29%
$\lambda_{\mathrm{KVB_1}}$	0,07851	1	1,00024	1,00032	1,00032	1,00032	1,00032	1,00051

Çizelge 5.3, Model2'nin çeşitli çözüm süresi sınırlandırmaları ile elde edilmiş çözüm süresi ile optimale yakınlık al-ver ilişkisinde göreli performans ilişkilerini özetlemiş ve en verimli al-ver ilişkisinin (en verimli ölçek büyüklüğünün) $\mathrm{KVB_1}$ ile temsil edilen seçim olduğunu ortaya koymuştur.

5.4. En Verimli Tek Hatlı Tren Çizelgeleme Planı

Model3 ile en verimli ölçek büyüklüğüne sahip olduğu belirlenen KVB_1, birim çözüm süresi artışına optimaliteye en fazla yaklaşma performansı gösteren ideal etkin çözümü temsil etmektedir. Aşağıda Çizelge 5.4'de KVB_1 çözümü ile elde edilen tren çizelgeleme planı verilmiştir:

Çizelge 5.4. Model1'in optimal hareket çizelgesi

$t_{i,n}^{1}$		n=					
		1	N-1	N_d	N_u	2N-1	2N-1
i=	1	20	140	278	413	546	0,0
	2	201	321	466	603	740	0,0
	3	394	504	645	782	932	0,0
	4	559	679	824	944	1081	0,0
	5	741	861	1006	1143	1280	0,0
	6	920	1040	1185	1316	1453	0,0
	7	1100	1220	1365	1502	1655	0,0
	8	1271	1391	1527	1657	1798	0,0
	9	1481	1601	1746	1873	2012	0,0
	10	1637	1757	1902	2039	2171	0,0
	11	1820	1940	2085	2216	2364	0,0
	12	2002	2122	2290	2423	2613	0,0
	13	2179	2299	2444	2564	2805	0,0
	14	2427	2547	2692	2829	2977	0,0
	15	2527	2647	2776	2909	3048	0,0
	16	2730	2850	2990	3114	3254	0,0
	17	2894	3014	3155	3289	3416	0,0
	18	3077	3197	3343	3480	3612	0,0
	19	3260	3380	3525	3645	3782	0,0
	20	3448	3568	3713	3850	3987	0,0
	21	3521	3741	3882	4016	4153	0,0
	22	3801	3921	4066	4203	4323	0,0
	23	3990	4110	4255	4473	4618	0,0
	24	4147	4267	4397	4517	4637	0,0
	25	4500	4447	4578	4698	4831	0,0

Çizelge 5.4'de verilen hareket çizelgesi ile ulaşılan çözüm değeri, optimal değerin 1,000881 katıdır. Kazanılan talep değişimlerine cevap verme yeteneği ile beraber değerlendirildiğinde optimaliteden yaklaşık %0,09'luk sapma yapılan çalışmanın sağladığı avantajı ortaya koymaktadır.

6 SONUÇ

Bu tezde genellenebilir bir hipotetik ulaşım ağı için tek hatlı tren çizelgeleme problemi ve bu problemin çözümüne dair ilgili alan yazınında bilinebildiği kadarıyla rastlanmamış bir yöntem ortaya konulmuştur. Çalışmanın önerdiği yöntem iki ayrı biçimde problemin formülasyonunu ve bir başka doğrusal programlama problemi olan ölçeğe sabit getiri varsayımı altındaki veri zarflama analizi modellerini içermektedir.

Model1, doğrusal programlama biçiminde formüle edilmiştir. Bu nedenle çözüm ile elde optimal çizelgedeki tam sayı olmayan değerler ve karar değişkenlerinin aldığı tam sayılı olmayan değerler bu çizelgenin uygulanabilirliğini ortadan kaldırmaktadır.

Model2, optimize edilmek istendiğinde çözüm algoritmasının uzun saatler çalışmasına karşın bir sonuca ulaşılamamıştır. Dolayısıyla optimal çözüm bilinmemektedir. Model1'in optimal amaç fonksiyonu değeri, model2'nin optimal değeri olarak varsayılmıştır.

Model2'nin çeşitli süre sınırlandırmaları altında çözüm algoritması ile çözülmesi ile optimal sonuca çeşitli uzaklıkta sonuçlar (çözüm süresi-optimalite al-ver karar alternatifleri) elde edilmiştir. Bu sonuçların oluşturduğu etkin sınır ölçeğe göre sabit getiri varsayımı altındaki girdi odaklı veri zarflama modeli ile incelenmiştir.

VZA sonucunda etkin birim olduğu belirlenen çözüm süresi-optimalite karar alternatifi, en verimli ölçek büyüklüğüne sahip karar verme birimidir ve karar vericinin birim çalışma süresi girdisi karşılığında optimal sonuca en fazla yaklaşan seçimini temsil etmektedir.

Tek hatlı tren çizelgelemesi problemi talep yapısı değişimlerine hızla tepki verebilmesi için ulaşım ağını işleten karar verici tarafından kısa çözüm sürelerinde tekrar tekrar çözülmesi gerekebilen bir problem tipidir. Bu nedenle çözüm sürelerini optimaliteden belirli ölçüde feda ederek kısaltmak talebi karşılama yeteneğini artırarak toplumsal faydayı ve işletme gelirlerini artırmak adına makul bir seçim olacaktır.

Tek hatlı tren çizelgeleme problemi ve benzeri karmaşık yapıya sahip, karar problemi çevresindeki değişimlere duyarlılığı artırılmak istenen problemlerde bu çalışmadaki yöntem örnek alınabilir bir çözüm yoludur.

E-modelleme ve çözümde bilgisayar işlemcilerinin gücünü verimli kullanan çözücü algoritmaların kullanımı, büyük ölçekli problemlerin çözümüne kısa sürede ulaşma olanağını sağlayarak karar vericilerin işletme amaçlarına ulaşma gücünde azımsanamayacak iyileştirmeler sağlamaktadır.

Kısıtlı bir kaynak olan ve karar verme problemlerinin çözümünde azalan getiri sağlayan bir girdi olan zamanın kullanımını optimize etmek de karar vericilerin her zaman değerlendirmesi gereken bir amaçtır. Bu çalışmanın zaman girdisinin kullanımının minimizasyonunu ihmal eden geleneğin yön değiştirmesine katkı sağlamak ve öncülük etmek açısından fark yarattığı umulmaktadır.

KAYNAKLAR

06.06.2017 tarihinde, http://www.gurobi.com/products/gurobi-optimizer adresinden erişilmiştir.

Ahuja, R. K., Liu, J., Orlin, J. B., Sharma, D., and Shughart, L. A. (2005). Solving real-life locomotive-scheduling problems. *Transportation Science*, *39*(4), 503-517.

Alev, I., Çavdar, B., Çelik, B., and Demirel, V., (2009). Yük Treni İstasyonlarında Hareket Planlaması. *Endüstri Mühendisliği Dergisi, 20* (3), 2-21,

Amit, I., and Goldfarb, D. (1971). The time-table problem for railways. *Developments in Operations Research,* 2, 379-387.

Atıcı, K.B. (2008). *Enerji endüstrisinde karar destek sistemi geliştirilmesi ve uygulanması.* Yüksek Lisans Tezi, Hacettepe Üniversitesi, Ankara.

Aydın, G., (2009). *Tren çizelgelemesi problemi.* Yüksek Lisans Tezi. Yıldız Teknik Üniversitesi, İstanbul.

Aydın, G., Şahin, İ. (2015). Traın scheduling on a single-track railway line. *Sigma,* 6(1), 159-171.

Banker, Rajiv D. (1984). Estimating most productive scale size using data envelopment analysis. *European Journal of Operational Research,* 17(1), 35-44.

Caprara, A., Fischetti, M., and Toth, P. (2002). Modeling and solving the train timetabling problem. *Operations Research,* 50, 851-861.

Caprara, A., Fischetti, M., Guida, P.L., Monaci, M., Sacco, G., and Toth, P. (2001). Solution of real-word train timetabling problems. 34th Hawaii International Conference on System Sciences, 1-10.

Caprara, A., Monaci, M., Toth, P., and Guida, P.L. (2006). A lagrangian heuristic algorithm for a real-world train timetabling problem. *Discrete Applied Mathematics,* 154, 738-753.

Castillo, E., Gallego, I., Ureña, J.M., and Coronado, J.M. (2009). Timetabling optimization of a single railway track line with sensitivity analysis. *Top,* 17 (2), 256-287.

Chang, Y.-H., Yeh, C.-H., and Shen, C.-C. (2000). A multiobjective model for passenger train services planning: Application to Taiwan's high-speed rail line. *Transportation Research B,* 34, 91-106.

Charnes, A., Cooper, W. W. (1977). Goal programming and multiple objective optimizations: Part 1. *European Journal of Operational Research*, 1(1), 39-54.

Charnes, A., Cooper, W. W., and Rhodes, E. (1978). Measuring the efficiency of decision making units. *European Journal of Operational Research,* 2(6), 429-444.

Chvatal, V. (1983). *Linear programming*. Macmillan, 45-52

Coelli, T. J., Prasada Rao, D. S. (2005). Total factor Productivity growth in agriculture a Malmquist index analysis of 93 countries, 1980-2000. *Agricultural Economics,* 32, 115-134.

Corne, D., Dorigo, M., Glover, F., Dasgupta, D., Moscato, P., Poli, R., and Price, K. V. (1999). *New ideas in optimization.* McGraw-Hill Ltd., UK. (http://dl.acm.org/citation.cfm?id=329055)

Cooper, W. W., Seiford, L. M., and Zhu, J. (2011). *Handbook on data envelopment analysis.* Second Edition. London: International Series in Operations,

Cury, J.E., Gomide, F.A.C., & Mendes, M.J. (1979). *A methodology for generation of optimal schedules for an underground railway system.* 18th IEEE Conference on Decision and Control including the Symposium on Adaptive Processes, 18, 897-902.

Cury, J.E., Gomide, F.A.C., & Mendes, M.J. (1980). A methodology for generation of optimal schedules for an underground railway system. *IEEE Transactions on Automatic Control, AC*-25 (2), 217-222.

Dantzig, G., Orden, A., and Wolfe, P. (1955). The generalized simplex method for minimizing a linear form under linear inequality restraints. *Pacific Journal of Mathematics,* 5(2), 183-195.

Dündar, S. (2009). *Demiryolu trafik kontrolü probleminin genetik algoritmalarla çözümü. Doctoral dissertation.* YTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.

Dündar, S., Şahin, İ. (2013). *Train Re-scheduling With Genetic Algorithms and Artificial Neural Networks for Single-track Railways,* Transportation Research Part C: Emerging TechnologiesVolume 27, 1–15, Şubat,

Farrell, M. J. (1957). The measurement of productive efficiency. journal of the royal statistical society. *Series A (General),* 120(3), 253-290.

Frank, O. (1966). Two-way traffic on a single line of railway. *Operations Research,* 14 (5), 801-811.

Gencer, M. A., Eren, T. (2016). Ankara metrosu M1 (Kızılay-Batıkent) hattı hareket saatlerinin çizelgelenmesi. *Akademik Platform Mühendislik ve Fen Bilimleri Dergisi,* 4(2).

Golany, B. (1988). A note on ıncluding ordinal relations among multipliers ın data. *Management Science,* 34(8), 1029-1033.

Golany, B., Roll, Y. (1989). An apllication procedure for DEA. *Omega*, 17 (3), 237-250.

Gomory, R. E. (1958). An algorithm for integer solutions to linear programs. Princeton IBM mathematics research project. *Techn. Report,* (1).

Gültekin, N., Tamer, E. (2014). Demiryolu çizelgeleme probleminin modellenmesi ve Çözümü. *Gazi Üniversitesi Mühendislik-Mimarlık Fakültesi Dergisi,* 29(2).

Higgins, A., Kozan, E., and Ferreira, L. (1996). Optimal scheduling of trains on a single line track. *Transportation Research B, 30*, 147-161.

Lee, Y., Chen, C.-Y. (2009). A heuristic for the train pathing and timetabling problem. Transportation Research Part B, 43, 837-851.

Linder, T., Zimmermann, U.T., Train Schedule Optimization in Public Rail Transport,Mathematics—Key Technology for the Future: Joint Projects Between Universities and Industry, pp. 703-716, 2000.

Little, J. D., Murty, K. G., Sweeney, D. W., and Karel, C. (1963). An algorithm for the traveling salesman problem. *Operations Research,* 11(6), 972-989.

Luenberger, D. G. (1984). Introduction to nonlinear programming, 47.

Luenberger, D. G., Ye, Y. (2015). Linear and nonlinear programming (Vol. 4). Springer, 251.

Mason, A. J. (2013). SolverStudio: A New tool for better optimisation and simulation modelling in Excel. *INFORMS Transactions on Education,* 14(1), 45-52.

Mazzarello, M., Ottaviani, E. (2007). A traffic management system for real-time traffic optimisation in railways. *Transportation Research Part B,* 41, 246-274.

Nemhauser, G. L. (1969). Scheduling local and express service. *Transportation Science*, 3(2), 164-175.

Parker, R. G., Rardin, R. L. (2014). *Discrete optimization.* Elsevier.

Pyke, S., Kozan, E., (2004). An Event Based Optimisatıon Model For Train Scheduling, Conference Paper, 0-9596291-7-3,

Rardin, R. L. (1998). *Optimization in operations research. Upper Saddle River,* NJ: Prentice Hall, 373, 378-384

Salzborn, F. J. M. (1969). Timetables for a suburban rail transit system. *Transportation Science,* 3 (4), 297-316.

Selim, H., Ozkarahan, I. (2008). A supply chain distribution network design model: an interactive fuzzy goal programming-based solution approach. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology,* 36(3), 401-418.

Steuer, R. E. (1977). An interactive multiple objective linear programming procedure. *TIMS Studies in the Management Sciences,* 6, 225-239.

Strang, G. (2009). *Introduction to linear algebra (Vol. 4).* Wellesley, MA: Wellesley-Cambridge Press.

Szpigel, B. (1973). Optimal train scheduling on a single track railway. Operational Research'72, 343-352.

Ulucan A. (2002). İSO500 şirketlerinin ölçülmesinde veri zarflama analizi yaklaşımı: farklı girdi çıktı bileşenleri ve ölçeğe göre getiri yaklaşımları ile değerlendirmeler. *Ankara Üniversitesi, Siyasal Bilgiler Fakültesi Dergisi,* 57(2), 185-202.

Winston, W. L. (2004). Operations Research: Applications and Algorithms (Vol. 4). Brooks/Cole, 137, 138, 140.

Yalçınkaya, Ö. (2010). A feasible timetable generator simulation modelling framework and simulation integrated genetic and hybrid genetic algorithms for train scheduling problem. Dokuz Eylül University, İzmir, Turkey.

Yang, X., Ning, B., Li, X., and Tang, T. (2014). A two-objective timetable optimization model in subway systems. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems,* 15(5), 1913-1921.

Zhou, X., Zhong, M. (2007). *Single-track train timetabling with guaranteed optimality: branch-and-bound algorithms with enhanced lower bounds.* Transportation Research Part B, 43, 320-341.

ÖZGEÇMİŞ

Mustafa Mehmet BAYAR

Adres: Aşağıyurtçu Mahallesi 4205. Sokak No:14

Etimesgut / ANKARA

GSM: +90 530 281 15 07

E-Posta: mustafamehmetbayar@gmail.com

KİŞİSEL BİLGİLER:

Uyruğu:	T.C.
Doğum Yeri:	Yenimahalle / ANKARA
Doğum Tarihi:	05.07.1988
Askerlik Durumu:	08.01.2018'e Kadar Tecilli
Medeni Durumu:	Evli
Sürücü Belgesi:	B Sınıfı Sürücü Belgesi

EĞİTİM:

2014 -	Gazi Üniversitesi, Üretim Yönetimi Yüksek Lisans
2013 -	Hacettepe Üniversitesi, Üretim Yönetimi ve Sayısal Yöntemler Yüksek Lisans
2007 - 2012	Hacettepe Üniversitesi, İşletme Bölümü (Bölüm 9.su / Şeref Öğrencisi 3,34)
2002 - 2006	Hacı Ömer Tarman Anadolu Lisesi (Almanca)
1995 - 2002	TED Ankara Koleji
1994 - 1995	Bilim Koleji

YABANCI DİL:

İngilizce: İleri Seviyede

- YDS Sonbahar 2013: 86,25 / B

Almanca: Orta Seviyede

- Zentrale Deutschprüfung zum Schulabschluss 2006

BİLGİSAYAR BİLGİSİ:

MS Windows

MS Office

- SPSS

- MS Excel
  - VBA Programlama
  - Solver (Yöneylem Araştırması Modelleme ve Çözümleme, Finansal Tahmin Modelleri)
  - Solver Studio (Yöneylem Araştırması Modelleme ve Çözümleme, Finansal Tahmin Modelleri)
  - @ Risk (Monte Carlo Simülasyonu)
- MS Word
- MS Power Point
- MS Access

Python

Concorde TSP Çözücüsü

VRP Solver

Gurobi Optimizasyon Çözücüsü (Solver Studio)

GMPL Optimizasyon Çözücüsü (Solver Studio)

JSMAA

İnternet Sitesi Tasarımı

SketchUP

İŞ DENEYİMİ:

2014 - T.C. GAZİ ÜNİVERSİTESİ

Araştırma Görevlisi

2010 - 2012 Serbest Emlak - İnşaat Danışmanlığı

- Talep tahmini oluşturup bu tahminler doğrultusunda öngörülen toplu alımlar için piyasa araştırması yapmak,
- Öngörülen ürünlerin veya hizmetlerin tasarımını ve anahtar teslimine kadar süreç yönetimini gerçekleştirmek.

2010 MOPAK

Genç Mopak Tanıtım Takımı

- MOPAK ürünlerinin tanıtımını yapmak,
- Görevli olduğum alanda geliştirilebilecek yeni ürünlere yönelik talebi araştırmak,
- MOPAK dağıtım ağını, yeni satış noktaları oluşturarak genişletmek,
- Pazarlama departmanına geri bildirimleri iletmek ve verim artırma konusunda gözlem raporları oluşturmak.

ÇALIŞMALAR:

2016 - Gazi Üniversitesi, Üretim Yönetimi Yüksek Lisans Tez Çalışması

2017 - Hacettepe Üniversitesi, Üretim Yönetimi ve Sayısal Yöntemler Yüksek Lisans Tez Çalışması

İLGİ ALANLARI:

Akademik İlgi Alanlar:

Teknoloji ve Inovasyon Yönetimi

Bilkent Üniversitesi, İşletme Yüksek Lisans, Teknoloji ve İnovasyon Yönetimi Dersi

Ağ Modelleri Optimizasyonu

Çok Kriterli Optimizasyon:

- Hedef Programlama
- Çok Kriterli Doğrusal Programlama
- Bulanık Çok Kriterli Optimizasyon

Çok Kriterli Karar Destek Sistemleri:

- Analitik Hiyerarşi Süreci (AHP)
- Promethee
- ELECTRE III
- ELECTRE TRI
- UTA II
- UTADIS
- MACBETH
- Stokastik Çok Kriterli Kabul Analizi (SMAA)
- Veri Zarflama Analizi
  - Aralık Veri Zarflama Analizi
  - Bulanık Veri Zarflama Analizi

Sezgisel Algoritmalar:

- Prim's Algorithm
- Kruskal's Algoritm
- Floyd Warshall Algorithm
- Clarke & Wright's Savings Algorithm

Kişisel İlgi Alanları:

Makro Fotoğrafçılık

Dragon Bot Sporu: 2011 - 2013

Hitit Dragon Kulübü

- Bronz Madalya - 2012 Ankara Dragon Festivali
- Ankara Piri Reis Yarışı Birinciliği - 2013 Ankara Dragon Cup
- Ankara İkinciliği - 2013 Ankara Dragon Cup
- Türkiye Şampiyonası Birinciliği - 2013 Dragon Cup Turkey

GAZİLİ OLMAK AYRICALIKTIR…