# ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN ÇOKGENLER KONUSUNDAKİ SOYUTLAMA SÜREÇLERİNİN İNCELENMESİ: RBC+C MODELİ

**Duygu ALTAYLI ÖZGÜL**

**Doktora Tezi**

**Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı**

**Prof. Dr. Abdullah KAPLAN**

**2018**

T.C.
ATATÜRK ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANA BİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI

# ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN ÇOKGENLER KONUSUNDAKİ SOYUTLAMA SÜREÇLERİNİN İNCELENMESİ: RBC+C MODELİ

(Investigation of Abstraction Processes of Secondary School Students on the Subject of Polygons: RBC+C Model)

DOKTORA TEZİ

Duygu ALTAYLI ÖZGÜL

Danışman: Prof. Dr. Abdullah KAPLAN

Erzurum
Aralık, 2018

## KABUL VE ONAY TUTANAĞI

Duygu ALTAYLI ÖZGÜL tarafından hazırlanan "Ortaokul Öğrencilerinin Çokgenler Konusundaki Soyutlama Süreçlerinin İncelenmesi: RBC+C Modeli" başlıklı çalışması 06 / 12 / 2018 tarihinde yapılan tez savunma sınavı sonucunda başarılı bulunarak jürimiz tarafından Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı, Matematik Eğitimi Bilim Dalında doktora tezi olarak kabul edilmiştir.

| | | |
|---|---|---|
| Jüri Başkanı: | Doç. Dr. Sinan AYDIN<br>*Kocaeli Üniversitesi* | ............................ |
| Danışman: | Prof. Dr. Abdullah KAPLAN<br>*Atatürk Üniversitesi* | ............................ |
| Jüri Üyesi: | Prof. Dr. Alper Cihan KONYALIOĞLU<br>*Atatürk Üniversitesi* | ............................ |
| Jüri Üyesi: | Doç. Dr. Alper ÇİLTAŞ<br>*Atatürk Üniversitesi* | ............................ |
| Jüri Üyesi: | Doç. Dr. Muzaffer OKUR<br>*Erzincan Üniversitesi* | ............................ |

Bu tezin Atatürk Üniversitesi Lisansüstü Eğitim ve Öğretim Yönetmeliği'nin ilgili maddelerinde belirtilen şartları yerine getirdiğini onaylarım. 2 1 Aralık 2018

Prof. Dr. Mustafa SÖZBİLİR

Enstitü Müdürü

## ETİK VE BİLDİRİM SAYFASI

Doktora Tezi olarak sunduğum "Ortaokul Öğrencilerinin Çokgenler Konusundaki Soyutlama Süreçlerinin İncelenmesi: RBC+C Modeli" başlıklı çalışmanın tarafımdan bilimsel etik ilkelere uyularak yazıldığını ve yararlandığım eserleri kaynakçada gösterdiğimi beyan ederim.

06/ 12 / 2018

Duygu ALTAYLI ÖZGÜL

☐ Tezle ilgili patent başvurusu yapılması / patent alma sürecinin devam etmesi sebebiyle Enstitü Yönetim Kurulunun …./…/…. tarih ve ………… sayılı kararı ile teze erişim 2 (iki) yıl süreyle engellenmiştir.

☐ Enstitü Yönetim Kurulunun …./…/…. tarih ve ………… sayılı kararı ile teze erişim 6 (altı) ay süreyle engellenmiştir.

## TEŞEKKÜR

Lisans, yükseklisans ve doktora eğitimimin her aşamasında ilgisini, desteğini, deneyimlerini ve hoşgörüsünü her zaman hissettiğim, tanımaktan onur duyduğum, değerli ve sevgili hocam Prof. Dr. Abdullah KAPLAN'a

Tez İzleme komitesi toplantılarında görüşleri ve yardımları ile bana ışık tutan kıymetli hocalarım Prof. Dr. Alper Cihan KONYALIOĞLU'na ve Doç. Dr. Alper ÇİLTAŞ'a ayrıca tez jürimde yer alarak, araştırmama yapıcı önerileriyle katkıda bulunan Doç. Dr. Muzaffer OKUR ve Doç. Dr. Sinan AYDIN'a

Tezimi yazarken samimi görüşlerini ve yardımlarını benden esirgemeyen, bu süreçte manevi olarak her zaman yanımda olan sevgili arkadaşlarım Dr. Öğr. Üyesi Elif AÇIL KILIÇOĞLU'na, Dr. Öğr. Üyesi Gülçin OFLAZ'a, Arş. Gör. Dr. Kübra POLAT'a, Arş. Gör. Dr. Gülseda EYCEYURT TÜRK'e ve eşim Dr. Öğr. Üyesi Yusuf ÖZGÜL'e

Çalışmam için gerekli izinleri veren Sivas İl Milli Eğitim Müdürlüğü'ne ve uygulamamı yapmış olduğum okuldaki matematik öğretmenine, öğrencilere ve personele sonsuz teşekkürlerimi ve şükranlarımı sunuyorum.

Duygu ALTAYLI ÖZGÜL

# ÖZ

## DOKTORA TEZİ

## ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN ÇOKGENLER KONUSUNDAKİ SOYUTLAMA SÜREÇLERİNİN İNCELENMESİ: RBC+C MODELİ

**Duygu ALTAYLI ÖZGÜL**

**Aralık, 2018, 272 sayfa**

**Amaç:** Bu çalışmada, çokgenler konusunun öğretiminde RBC+C modelinin epistemik eylemlerine göre hazırlanan öğretim faaliyetlerinin ve MEB matematik ders öğretim programına göre yapılan öğretimin 7. sınıf öğrencilerinin matematik başarı düzeylerine etkilerinin araştırılması ve öğrencilerin soyutlama süreçlerinin incelenmesi amaçlanmıştır.

**Yöntem:** Araştırma 2015-2016 eğitim öğretim yılında bir devlet ortaokulunda 7. sınıf öğrencileriyle yürütülmüştür. Çalışmada karma araştırma yöntemlerinden yararlanılmıştır. Rastgele seçilen iki sınıftan biri deney (24 öğrenci) diğeri kontrol grubu (26 öğrenci) olarak belirlenmiştir. Uygulama öncesinde öğrencilerin çokgenler konusundaki ön öğrenme bilgi düzeylerini belirleyebilmek için her iki gruba Çokgenler-I testi uygulanmıştır. Deney grubundaki öğretim faaliyetleri RBC+C modeline göre hazırlanmış etkinliklerle yürütülmüştür. Ayrıca deney grubundaki öğrencilerin grup halinde çalışmaları sağlanarak soyutlama süreçleri incelenmiştir. Uygulama sonrasında her iki gruba da çokgenler konusunun kazanımlarına yönelik Çokgenler-II testi uygulanmıştır. Uygulamadan sonra deney ve kontrol gruplarından maksimum örnekleme yöntemine göre seçilen üçer öğrenci ile bireysel görüşmeler yapılmış ve öğrencilerin soyutlama süreçleri ele alınmıştır. Araştırmanın nicel verileri SPSS 18 paket programı kullanılarak kovaryans analiziyle, nitel verileri ise betimsel analiz ile analiz edilmiştir.

**Bulgular:** Nicel verilerin analizinden elde edilen bulguların sonucunda deney grubu ile kontrol grubunun başarı düzeyleri arasında deney grubu lehine anlamlı fark olduğu görülmüştür. Ayrıca öğretim sürecinde deney grubundaki öğrencilerin soyutlama süreçleri incelendiğinde öğrencilerin RBC+C modelinin eylemlerini gerçekleştirdikleri gözlemlenmiştir.

**Sonuç:** Araştırmanın sonunda, deney grubundaki öğrencilerin çokgenler konusunda kavramların tanımlarından yararlanarak yeni bilgi yapılarını oluşturdukları, daha sonra bu yeni bilgi yapılarını sonraki etkinliklerde kullanarak pekiştirdikleri görülmüştür. Ayrıca farklı başarı düzeylerinden oluşan gruplarda düşük matematik başarı düzeyine sahip öğrencilerin bu şekilde çalışmaktan mutlu oldukları, bilişsel ve duyuşsal olarak kendilerini geliştirdikleri söylenebilir.

**Anahtar Kelimeler:** Soyutlama, RBC+C modeli, çokgenler

**ABSTRACT**

**PhD DISSERTATION**

**INVESTIGATION OF ABSTRACTION PROCESSES OF SECONDARY SCHOOL STUDENTS ON THE SUBJECT OF POLYGONS: RBC+C MODEL**

**Duygu ALTAYLI ÖZGÜL**

**December, 2018, 272 pages**

**Purpose:** In this study, it is aimed to investigate the effects of training activities prepared in accordance with the epistemic actions of RBC+C model used for teaching the subject of polygons and the effects of the training conducted under the guidance of the Ministry of National Education on the mathematics success levels of $7^{th}$ grade students and to examine the abstraction process of the students.

**Method:** The study was conducted in the academic year of 2015-2016 with the $7^{th}$ grade students receiving education at a public secondary school. In the study, the researcher has benefited from the mixed research methods. Among the two classes that were selected randomly, one was determined as experimental (24 students) and the other was determined as control group (26 students). Before the application, Polygons-I Test was applied to both groups in order to determine the students' pre-learning knowledge levels regarding polygons. The training activities in the experimental group were conducted with activities prepared according to the RBC+C model. In addition, the abstraction process of the students was examined by ensuring the students in the experimental group to work in groups. Following the application, Polygons-II Test was applied to both groups in order to evaluate their learning outcome for the subject of polygons. After the application, personal interviews were conducted with three students from each of the experimental and the control groups who were selected according to the maximum sampling method and their abstraction process was examined in detail. Quantitative data of the study were interpreted statistically with covariance analysis using the SPSS 18 software. Qualitative data of the study, on the other hand, were analyzed with descriptive analysis technique.

**Findings:** The results acquired from the analysis of the quantitative data showed that there was a significant difference between the success levels of the experimental and control groups in favor of the experimental group. In addition, while examining the abstraction process of the students in the experimental group in the training process; it was observed that the students carried out the actions of the RBC+C model.

**Conclusion:** In consequence of the study, it was seen that the students in the experimental group constructed new knowledge structures by utilizing the definitions of concepts regarding polygons and then consolidated these new knowledge structures by using them in following activities. In addition, it is possible to assert that in groups consisting of different success levels, students with low mathematics success levels are pleasant to study in the way of aforementioned and they have developed themselves both cognitively and affectively.

**Keywords:** Abstraction, RBC+C model, polygons

## İÇİNDEKİLER

**TABLOLAR DİZİNİ**

## ŞEKİLLER DİZİNİ

## KISALTMALAR DİZİNİ

**AiC** **:** Abstraction in Context (Bağlamda soyutlama teorisinin kısaltması)

**MEB** **:** Türkiye Cumhuriyeti Milli Eğitim Bakanlığı

**RBC+C** **:** Tanıma (Recognising), Kullanma (Building-With), Oluşturma (Constructing) ve Pekiştirme (Consolidation),süreçlerinin baş harflerinin kısaltması

**SPSS** **:** Statistical Package for the Social Sciences (Sosyal Bilimler için İstatistik Paketi)

# BİRİNCİ BÖLÜM

## Giriş

Bu bölümde araştırmanın problem durumu ve önemi, amacı, varsayımları ve sınırlılıkları sunulmuştur. Ayrıca çalışma içerisinde geçen kavramlara ait tanımlar yer almaktadır.

### Araştırmanın Problem Durumu ve Önemi

Matematik eğitiminde sonuç odaklı bir öğretim, öğrencilerin sürece dahil olmasının önüne geçebilmektedir. Sürece dahil olmayan öğrenci de anlamlı matematik yapmanın uzağında olacaktır. Bu yüzden öğrencilerin "ne" öğrendiklerinden ziyade "nasıl" öğrendiklerinin üzerine yoğunlaşılması gerekmektedir. Bilginin öğrencinin zihninde nasıl oluştuğu ve hangi içsel süreçlerden geçtiği bilinirse, öğretmenlerin öğrenme sürecinde doğru ve etkili müdahalelerde bulunması kolaylaşacaktır. Ancak bilginin oluşum sürecinin doğrudan gözlemlenmesi oldukça zordur. Soyutlama süreci veya bilgiyi oluşturma süreci olarak adlandırılan bu süreci inceleyebilmek için çeşitli teoriler ortaya konulmuş, bu teorilerin savundukları felsefeye göre de soyutlama süreci, bilişsel ve sosyokültürel olarak adlandırılan iki yaklaşımda ele alınmıştır. Bilişsel yaklaşım, soyutlamanın öğrencinin zihninde bağlamdan bağımsız (bağlamsızlaştırma) olarak gerçekleştiğini savunmaktadır. Sosyokültürel yaklaşım ise öğrenmenin çevresel koşullar, öğretim materyali kullanımı ve sosyal etkileşim gibi bağlamlarla bütünleşmiş olduğunu ve bunlardan bağımsız olarak soyutlama sürecinin gerçekleşmesinin mümkün olmadığını ileri sürmektedir. Nitekim, öğrenmenin çoğunlukla sınıf ortamında ve akran iletişimin etkisinde gerçekleştiği göz önünde bulundurulduğunda; sosyokültürel yaklaşımın soyutlama süreci bakımından daha uygun olduğu söylenebilir.

Soyutlama, önceden oluşturulan matematiksel bilginin dikey olarak yeniden düzenlenerek yeni matematiksel yapının oluşturulma sürecidir (Hershkowitz, Schwarz & Dreyfus, 2001). Matematiğin kümülatif yapısı nedeniyle, öğrencilerin bir matematiksel düşüncenin daha önceki düşünce ile benzer veya farklı olduğunu anlaması beklenmektedir. Soyutlamanın gerçekleşmesi için de, öğrencinin bilgisine göre alt seviyedeki kavramlar ile yeni öğrenilen kavram arasında ilişki kurulması gerekmektedir (Pesen, 2008, s. 36). RBC+C modeli; varolan bilgiyle yeni karşılaşılan bilgi arasında ilişkinin kurulmasını gözlemlenebilir kılan *Tanıma (Recognising), Kullanma (Building-with) ve Oluşturma (Constructing)* epistemik eylemleri ve bilginin kalıcığını sağlayan *Pekiştirme (Consolidation)* eyleminin bir araya gelmesiyle oluşmuştur. Soyutlama sürecinin bu epistemik eylemlerle takip edilebilir olması öğretmene; öğrencisinin zihinsel süreçlerini takip edebilmesi, yaşadığı güçlükleri fark ederek ortadan kaldırabilmesi ve öğretim hedefine ulaşabilmesi açısından büyük ölçüde kolaylık sağlamaktadır (Yeşildere İmre & Türnüklü, 2016, s. 472). Bununla birlikte soyutlama sürecinde öğrencilerin düşüncelerini sözlü olarak ifade etmeleri; matematiksel kavramların içselleştirilmesinde, anlaşılmasında ve yapılandırılmasında önemli bir yere sahiptir. Ayrıca öğrencilerin, bu öğretim sürecinde kavramları yapılandırmaları sırasında bireysel ve bireyler arası iletişim kurmaya teşvik edilmesi gerekmektedir (MEB, 2017, s.18). RBC+C modelinin soyutlamanın sosyal bağlamın etkisinde gerçekleştiğini ileri sürmesinin yanında söz konusu model öğrenci-öğrenci etkileşimli ortamlarda da *paylaşılan bilginin (shared knowledge)* varlığından bahsetmektedir (Hershkowitz, Hadas, Dreyfus, & Schwarz, 2007). Paylaşılan bilgi, bir anlamda öğrencilerin birbirlerini tamamlamasıdır. İki veya daha fazla kişiden oluşan gruplarda her öğrencinin grubun ortak bilgisine katkıda bulunması, öğretim faaliyetlerinin amacına ulaşmasına katkı sağlamaktadır. Cobb, Wood & Yackel (1992), bireysel ve grup gelişiminin birbirine bağlı ve refleksif olarak ilişkili olduklarını ve bu yüzden öğrencilerin bir kavramı oluşturma süreçlerini incelemek için sınıf ortamında çalışılması gerektiğini ifade etmişlerdir. Modelin; öğrencilerin sosyal bağlam çerçevesinde, bilgiyi oluşturma ve pekiştirme sürecindeki epistemik eylemlerini mikro düzeyde analiz ederek soyutlamayı kapsamlı bir şekilde tanımlaması, bu modelin soyutlama süreçlerini incelemede uygun bir metodolojik araç olduğunu göstermektedir. Dolayısıyla bu çalışmada, geometri öğretiminde temel oluşturan bazı özel dörtgenlerin (kare, dikdörtgen, eşkenar dörtgen, paralelkenar ve yamuk) tanımlanması, birbirleri arasında ilişki kurulması ve alan formüllerinin oluşturulmasındaki soyutlama süreçlerini ele alırken RBC+C modelinin epistemik eylemlerinden yararlanılmıştır.

Tanımlar, matematiksel düşüncelerin, matematiksel kavramların ve kavramlar arası farklılıkların gösterilmesinde temel teşkil etmektedir (Çakıroğlu, 2013, s.1). Kavram ise, ortak özelliklere dayalı olarak bir nesne sınıfının düşüncesini, genel ve ideal bir temsilini ifade eder. Buna karşın zihinsel imaj, bir nesnenin veya olgunun duyusal gösterimidir (Fischbein, 1993). Matematiksel kavramları içeren tanımlar, öğrenciler için farklı zihinsel imajlar oluşturur. Bu duruma öğretmen, öğretim durumları veya öğrencinin kendisi neden olabilir. Öğretmenin öğrencinin seviyesine uygun olmayan kavramlar ile tanımlar yapması, öğrencide zihin karışıklığına neden olabileceği gibi öğretmenin geometrik şekillerin farklı şekillerde gösterimini yapmak yerine bu şekillerin tek bir gösterimi üzerinde yoğunlaşması, öğrencilerin bilgilerini farklı durumlara uygulayabilmesini zorlaştırmaktadır. Örneğin dikdörtgen sadece yatay olarak öğretildiği durumda, öğrenci dik duran dikdörtgeni gördüğünde kavram kargaşası yaşayabilmektedir (Fujita, 2012; Monaghan, 2000).

Bir kavrama yönelik yapılan açıklamanın tanım olabilmesi için; hiyerarşik kavram yapısını dikkate alması, gerekli ve yeterli koşulları belirtmesi ve ekonomik olması gibi ölçütlere sahip olması gerekmektedir (Çakıroğlu, 2013, s. 4). Kavramın, nesnenin veya geometrik şeklin tüm özelliklerinin alt alta yazılmasıyla doğru bir tanımlama yapılmış olmaz. Hershkowitz (1990) bu özellikleri; kritik ve kritik olmayan özellikler olmak üzere ikiye ayırmıştır. Kritik özellikler, bir kavramı kavram yapan özelliklerdir. Kritik olmayan özellikler ise kavramın bireyin zihnindeki imajından kaynaklı özelliklerdir. Örneğin dikdörtgenin tanımını yaparken "karşılıklı kenarların paralel ve eşit olması" kritik özellik iken, "köşegenlerin birbirini ortalaması" kritik olmayan özelliğidir.

Dörtgenlerin tanımlanması ve sınıflandırılması matematik müfredatının temel bir bileşeni olmasına rağmen, birçok öğrenci için zor bir konu gibi görünmektedir (Aktaş & Cansız Aktaş, 2012; Bussi & Baccaglini Frank, 2015; Currie & Pegg, 1998; De Villiers, 1994; Erez & Yerushalmy, 2006; Fujita, 2012; Fujita, Doney & Wegerif, 2017; Fujita & Jones, 2007; Monaghan, 2000; Okazaki & Fujita, 2007; Türnüklü, 2014; Türnüklü, Akkaş & Alaylı, 2013; Türnüklü, Alaylı Gündoğdu & Akkaş, 2013b; Ulusoy, 2015; Ulusoy & Çakıroğlu, 2017). Bu gibi zorlukların nedenleri; farklı dörtgenlerin özelliklerini analiz etmeyi öğrenme ile kritik ve kritik olmayan yönleri ayırt etmede yaşanılan zorluklarla ilişkilidir (Fujita & Jones, 2007). Yapılan araştırmalarda öğrencilerin prototip algılarının kavram imajlarını olumsuz yönde etkilediği ve öğrencilerin çoğunlukla ekonomik olmayan tanımlara yöneldikleri tespit edilmiştir (Fujita & Jones, 2006; Fujita & Jones, 2007; Fujita *vd.*, 2017; Okazaki & Fujita, 2007; Özdemir Erdoğan & Dur, 2014; Vinner & Hershkowitz, 1983). Öğrencilerde şekilsel ve kavramsal bileşenlerin birbiriyle uyum süreci, belirli müdahalelerle desteklenmelidir. Çünkü araştırmalar, bunun spontan olmaması gerektiğini ve prototiplere bağlı olmanın yaş geçtikçe azalmadığını göstermektedir (Bussi & Baccaglini Frank, 2015). Yapılandırmacı yaklaşım ve öğrenme teorisi, öğrencilere hazır tanımlamalar ve sınıflamalar verilmesinden ziyade, onların alternatif örnekleri tanımlama ve sınıflandırma süreçlerine aktif olarak katılmaları ve eleştirel olarak karşılaştırma yapmaları gerektiğini savunmaktadır (De Villiers, 1994).

Dörtgenlerde tanımları oluştururken öğrencinin bildiği bir kavramı kullanarak yeni bir kavramı tanımlaması, onun farklı kavramlar arasında ilişkilendirme yapmasını kolaylaştırıp matematiğe karşı bütüncül bir bakış açısı kazanmasını sağlamaktadır. Örneğin; paralelkenarın tanımı verilirken dikdörtgenin tanımından yola çıkılmasıyla, öğrenci iki şekil arasındaki hiyerarşik ilişkiyi fark edebilecektir. Ancak yapılan tanımların ekonomik yapılmaması, kavramların parça parça birbirinden bağımsızmış gibi sunulması, öğrencilerin kavramlar arasında hiyerarşik ilişki kurarken zorluk yaşamasına neden olmaktadır.

Temel dörtgenlerin öğretiminde genellikle dörtgenler birbirinden bağımsız olarak ele alındığı bölümsel veya dörtgenler birbiriyle ilişkilendirildiği hiyerarşik sınıflamalardan yararlanılmaktadır. Bu bağlamda ilk olarak neden sınıflandırma yapma ihtiyacı duyulduğu ele alınmalıdır. Sınıflandırma aracılığıyla genellemenin ve özelleştirmenin matematiksel süreçleri, mevcut kavramlarla hiyerarşik veya bölümsel bir ilişki içinde olan yeni kavramlar üretmek için kullanılmaktadır. Genelleme, yeni kavramın var olan kavramdan bazı özelliklerin çıkarılmasıyla veya değiştirilmesiyle; özelleştirme ise var olan kavrama özellikler katılarak yeni kavram oluşturulmasıyla ortaya çıkmaktadır (De Villiers, 1994). Dörtgenlerin hiyerarşik sınıflandırılması zordur, çünkü kavramlar ve imgeler arasında uygun etkileşimlerle birlikte mantıksal çıkarım gerektirmektedir (Fujita & Jones, 2007). Bu nedenle yapılan çalışmalarda öğrenci ve öğretmenlerin hiyerarşik sınflandırma yerine bölümsel sınıflandırmayı tercih ettikleri görülmektedir (Erez & Yerushalmy, 2006; Fujita & Jones, 2006; Monaghan, 2000; Türnüklü *vd.*, 2013b). Yapılan çalışmalar genellikle öğrencilerin yaşadıkları sorunların tespiti üzerinde yoğunlaşmaktadır. Zorlukların altında yatan nedenlerin belirlenmesi ve bu konudaki öğrenmenin nasıl geliştiğinin incelenmesi açısından soyutlama süreçlerinin irdelenmesinin literatüre katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

Öğrencilerin bir konuyu kendi zihinsel süreçlerine göre parçalara ayırıp belli bir sıra ile öğrenmesini Vinner ve Hershkowitz (1990) "yaygın bilişsel yol" olarak tanımlamıştır. Özel dörtgenler arasındaki aile ilişkilerini oluşturmada öğrencilerin yaygın bilişsel yollarının tespit edilmesi sayesinde ilişkileri nasıl ve ne derecede doğru yapılandırdıkları ortaya konulmuş olacaktır. Böylece bu konuların öğretiminde kavram yanılgılarının önüne geçilerek doğru kavram imajları oluşturulabilir (Türnüklü, 2014). Aynı zamanda öğrenciler farklı dörtgenler arasındaki ilişkileri kümülatif bir şekilde kurarak, dörtgenler kümesine karşı genel bir bakış açısı kazanabileceklerdir. Bu tez çalışmasında, deney ve kontrol grubuna farklı şekilde uygulanan iki öğretim sonucunda yapılan bireysel görüşmelerde öğrencilerin yaygın bilişsel yollarının tespit edilmesi amaçlanmaktadır. Böylece dörtgenler konusunda farklı gruplardaki öğrencilerin zihinlerinde nasıl bir imaj oluştuğu ve dörtgenleri nasıl ilişkilendirdikleri hakkında birtakım veriler elde edilecektir. Dolayısıyla bu çalışmanın sonuçlarının öğretmenlere, öğrenme etkinliklerini düzenlerken yol göstereceği düşünülmektedir.

Geometrik şekilleri tanımlayabilme ve aralarında ilişki kurabilme, bu şekillerin alan formüllerinin oluşturulmasında da kolaylık sağlamaktadır. Nitekim Fuys, Geddes ve Tischler (1988, s.175) temel şekillerin özelliklerinin bilinmesinin, alan formüllerinin iyi bir şekilde anlaşılmasına ve öğrencilerin formüller arasındaki mevcut ilişkileri düşünebilmelerine yardımcı olduğunu ifade etmiştir. Öğrencilerin dörtgenler arasındaki ilişkileri belirleyerek oluşturdukları yaygın bilişsel yol sayesinde, fikirler arasındaki bağlantılar daha anlamlı hale gelmektedir (Strutchens, Harris & Martin, 2001). Böylece öğrenciler, dikdörtgen ve eşkenar dörtgenin paralelkenarın; karenin ise dikdörtgen ve eşkenar dörtgenin özelliklerini taşıdığını görebilmeleri sayesinde şekilleri birbirlerine dönüştürerek temel alan formüllerini oluşturabilirler (Rowan, 1990).

Alan ölçümünün kavramsal olarak anlaşılabilmesi için geometrik bilgilerin bütünleştirilerek sunulması gereklidir (Huang & Witz, 2011). Ancak çoğu zaman alan ölçümünde kullanılan araçlar ve formüller, alan ölçümünün temelini oluşturan kavramsal yönü maskelemektedir (Stephan & Clement, 2003, s. 10). Kavramsal öğrenmenin gerçekleşmemesi; öğrencilerin çoklu, birbiriyle ilişkili tanımların kullanılmasında güçlük çekmelerine ve sorular karşısında bilişsel olarak düşük seviyeli tepkiler vermesine yol açmaktadır (Baturo & Nason, 1996). Bu alanda yapılan çalışmalar incelendiğinde öğrencilerin formüllerin arkasındaki kavramsal bilginin farkında olmadan, ezbere olarak bilinçsizce formülleri kullandıkları görülmektedir (Battista, 1982; Baturo & Nason, 1996; Kidman & Cooper, 1997; Nitabach & Lehrer, 1996; Outhred & Mitchelmore, 1996). NCTM (2000, s. 244)'ye göre çevre, alan ve hacim kavramlarının anlaşılması, alt sınıflarda başlatılıp, 6-8. sınıflarda derinleştirilmeli ve öğrenciler formülleri ve kuralları, ezberlemekten ziyade kavramsal ve anlamlı bir şekilde öğrenmeleri gerekmektedir.

Kavramsal anlayışın gelişmesi için gözlem, manipülasyon, matematiksel tartışmalar ve yansıtıcı düşünme gerekmektedir (Simon, 2006). Akıl yürütmeyi ve yansıtıcı düşünmeyi destekleyen etkinlikler, sınıf içi öğretmen-öğrenci ve öğrenci-öğrenci tartışmalarında kullanılarak kavramsal anlayışı geliştirmeye yardımcı olmaktadır (Resnick, 2010). Fakat okullarda, öğrencileri matematiksel algoritmaları kendilerinin keşfetmesi açısından teşvik etmek yerine onlara bilgiyi hazır olarak sunmak, zihinsel pasifliğe neden olmaktadır. Ancak genellikle öğrenciler, kendilerinden bir konu hakkında çözüm üretmeleri istendiğinde buna itiraz etme ve söyleneni yapmaktan kaçınma eğilimi içerisindedir. Yine de öğrencilerle verilen bu mücadelenin onların çözüm üretme sürecini desteklediği unutulmamalıdır. Bu süreci takiben çözüm üreten öğrenciler mutlu olacak ve özgüvenleri gelişecektir (Kamii & Kysh, 2006). Ayrıca öğrenciler kendilerinden istenen formülleri geliştirdiklerinde, geometrik şekiller arasındaki ilişkiler hakkında genel kavramsal bir anlayışa sahip olacaklardır. Örneğin; taban x yükseklik formülüne kendi çözümlemeleriyle ulaşan bir öğrenci, bu formülün diğer tüm alan formülleriyle olan ilişkisini daha kolay kavrayabilecektir. Nitekim, formüllerin nasıl oluşturulduğunu anlayan bir öğrenci matematiği daha anlamlı bulup matematik yapmanın gerçek süreçlerine girecektir (van de Walle, 2010, s. 391). Öğrenciler, bir şeklin parçalanması ve ayrışan parçalarının üstüste binmeden yeniden düzenlenmesinin şeklin alanını değiştirmeyeceği anlayışına sahip ise; daha önce bir dikdörtgenin alanının nasıl bulunacağı konusunda öğrendiklerinden yararlanarak, paralelkenar, üçgen ve yamuk biçimleri için yeni formül oluşturabilirler (NCTM, 2000, s.244). Bu yüzden öğrencileri teşvik etmek amacıyla; onların dörtgenlerin özelliklerini keşfetmeleri, tanımlamaları yapmaları ve alan formüllerini kendilerinin oluşturmaları için eğitim durumları hazırlanmıştır. Basit geometrik şekilleri parçalama ve alanı değişmeyecek şekilde yeniden birleştirme etkinlikleriyle, öğrencilerin şekillerin alanları arasında ilişki kurabilmelerini ve alan formüllerinin nasıl üretildiğini görebilmeleri kolaylaştırılmıştır. Ayrıca paralelkenar, eşkenar dörtgen ve yamuğun alan formüllerini oluştururken farklı geometrik şekillerden yararlanılarak, birden fazla çözüm yolunun olabileceği öğrencilere fark ettirilmiştir. Buna ilişkin olarak Sun (2009), tek bir problem ve birden çok çözümün, öğrencileri kendi yöntemlerini keşfetmeye yönlendiren etkili bir araç olarak kabul edilebileceğini belirtmiştir.

Alan ölçümü konusunda kavramsal öğrenmenin gerekli olduğu yapılan araştırmalarla ortaya koyulmuştur (Battista, 1982; Bonotto, 2003; Huang & Witz, 2011; Stephan & Clement, 2003; Strutchens *vd.*, 2001). Ancak bu durum işlemsel bilginin kullanılmayacağı anlamına gelmemektedir. Nitekim Huang ve Witz (2011)'in farklı öğretim müfredat programlarını kullanarak öğrencilerin alan ölçümü konusundaki başarılarını incelediği araştırmasında; sadece kavramsal bilginin ön planda olduğu sayısal hesaplamaların yapılmadığı müfredatın, öğrencilerde alan hesaplama problemlerinde başarısız olmalarına neden olduğunu ortaya koymuştur. Bu sonuç alan ölçme konusunda öğrencilere hem işlemsel hem de kavramsal bilgiyi destekleyecek öğretim etkinlikleri verilmesi gerektiğini göstermektedir (Huang, 2017; Huang & Witz, 2013). Bu nedenle bu tez çalışmasında öğretim etkinlikleri hazırlanırken kavramsal anlayışın yanı sıra alan hesaplama etkinliklerine de başvurulmuştur. Bu etkinlikler RBC+C modelinin pekiştirme eylemine yönelik hazırlanan sorulardır. Böylece öğrenciler, oluşturdukları formüllerin kavramsal yönünü pekiştirerek, sayısal hesaplamalarla birlikte işlemsel bilgilerini de kullanmış olacaklardır.

Dörtgenlerin tanımlanması, ilişkilendirilmesi, öğrencilerin yaygın bilişsel yolları ve alan formüllerinin oluşturması konusunda yapılan çalışmaların genellikle öğrencilerin yaşadıkları zorluklar ve bunların altında yatan nedenler ile sahip oldukları kavram yanılgılarını tespit etmeye yönelik oldukları göze çarpmaktadır. Aynı zamanda yapılan çalışmalarda bu konuların öğretiminde sosyal bağlamın dikkate alınmaması ve grup çalışmalarının etkisinin yeterince araştırılmadığı da görülmüştür. Bu konuları "nasıl" öğrendiklerini ve öğrenme sırasındaki zihinsel süreçlerini inceleyen bir çalışmanın olmaması nedeniyle bu araştırmanın literatüre katkı sağlayacağı düşünülmektedir. Ayrıca bu çalışmanın öğrenci-öğrenci etkileşimini dikkate alması ve grup içerisindeki öğrencilerin oluşturduğu grubun *paylaşılan bilgisinin* öğrencilerin soyutlama süreçlerine olan etkisini de incelemesi nedeniyle önem taşımaktadır.

Bu tez çalışmasında 7. sınıf öğrencilerinin çokgenler konusundaki soyutlama süreçleri RBC+C modeline göre incelenmiştir. Ayrıca bu çalışmada RBC+C modeli soyutlama süreçlerinin incelenmesinde teorik bir çerçeve olmasının yanı sıra metodolojik bir araç olarak da kullanılmıştır. Deney grubunda grup halinde çalışan öğrencilere RBC+C modelinin epistemik eylemleri dikkate alınarak hazırlanan etkinlikler ve problemler ile öğretim yapılmıştır. Kontrol grubunda ise MEB matematik ders öğretim programı doğrultusunda hazırlanan kaynak kitaba göre dersler yürütülmüştür. Böylece yapılan bu deneysel uygulamanın öğrencilerin çokgenler konusundaki başarılarına etkisi ve soyutlama süreçlerini nasıl şekillendirdiği ortaya konulmuştur. İlgili alanyazında RBC+C modelinin kullanıldığı az sayıda deneysel çalışmanın olduğu görülmüştür. Dolayısıyla bu çalışmanın deneysel bir çalışma olması bakımından önemli bir yere sahip olduğu düşünülmektedir.

**Araştırmanın Amacı**

Bu çalışmada, çokgenler konusunun öğretiminde kullanılan RBC+C modelinin epistemik eylemlerine göre hazırlanan öğretim faaliyetlerinin ve MEB matematik ders öğretim programına göre yapılan öğretimin 7. sınıf öğrencilerinin matematik başarı düzeylerine etkilerinin araştırılması ve öğrencilerin soyutlama süreçlerinin incelenmesi amaçlanmıştır. Ayrıca öğrencilerin dörtgenlerin tanımlanması, ilişkilendirilmesi ve alan formüllerinin oluşturulmasındaki soyutlama süreçleri de RBC+C modeline göre analiz edilmiştir. Bu amaçlar doğrultusunda aşağıdaki sorulara cevap aranmıştır:

1. RBC+C modeli esas alınarak yapılan öğretim ile MEB matematik ders öğretim programına göre yapılan öğretimin öğrencilerin çokgenler konusundaki matematiksel başarı düzeylerine etkileri nelerdir?
2. Kontrol grubundaki öğrencilerinin çokgenler konusundaki soyutlama süreçleri nasıldır?
3. Deney grubundaki öğrencilerinin çokgenler konusundaki soyutlama süreçleri nasıldır?

   3.1. Deney grubundaki öğrencilerin paylaşılan bilgileri nasıldır?

   3.2. Deney grubundaki uygulama sürecinde öğretmenin kullandığı diyalog türleri soyutlama sürecini nasıl etkilemektedir?

**Varsayımlar**

1. Öğrenciler uygulama esnasındaki etkinliklerde ve uygulama sonrası yapılan görüşmelerde fikirlerini açıkça ve samimi bir şekilde ifade etmişlerdir.
2. Uygulama boyunca ve uygulama sonrasında istemsiz olarak ortaya çıkan değişkenler her iki sınıfı da aynı oranda etkilemiştir.

**Sınırlılıklar**

1. Araştırma 2015-2016 eğitim-öğretim yılı Sivas il merkezindeki bir devlet ortaokulunun 7. sınıfına devam etmekte olan iki sınıftan elde edilen veriler ile sınırlıdır.
2. Araştırma 17 ders saati ile sınırlıdır.
3. Nitel veriler, soyutlama süreçlerinin ayrıntılı olarak incelendiği 6 öğrenci ile sınırlıdır.

**Araştırmadaki Tanımlar**

Araştırmada geçen bazı kavramların tanımlarına aşağıda yer verilmiştir. Bu kavramlar detaylı olarak Kuramsal Çerçeve ve İlgili Araştırmalar başlığı altında sunulmuştur.

***Soyutlama:*** Önceden yapılandırılmış matematiksel yapıların dikey olarak yeniden düzenlenmesi etkinliğidir. Soyutlama, genellikle tutarlılıktan yoksun, basit, gelişmemiş ve belirsiz ilk formdan başlamaktadır Somuttan soyuta değil, gelişmemiş bir formdan gelişmiş forma doğru ilerlemektedir (Hershkowitz *vd.*, 2001).

***Bilişsel Soyutlama:*** Soyutlama, yeni deneyimlerin zaten oluşturulmuş bir sınıfın benzerliklerine sahip olarak tanımlamamıza olanak tanıyan soyutlama sonucunun kalıcı bir şekilde değiştirilmesidir (Skemp, 1986, s.21). Bilişsel soyutlamaya göre, soyutlama bağlamdan bağımsız olarak insan zihninde gerçekleşmektedir.

***Sosyokültürel Soyutlama:*** Sosyokültürel soyutlama bakış açısına göre, soyutlama bağlamdan bağımsız düşünülemez. Soyutlama nesneldir, öğrencilerin önceki öğrenmelerine ve çevresel faktörlere bağlıdır (Schwarz, Hershkowitz & Dreyfus, 2002).

***Bağlamda Soyutlama (AiC-Abstraction in Context):*** van Oers (2001)'in bağlamlaştırma görüşü ile Davydov (1990)'un dialektik yaklaşım görüşünün bütünleşmesiyle ortaya çıkan, somut ve soyut arasında dialektik iki yönlü bir ilişki bulunan teoridir (Hershkowitz *vd.*, 2001).

***RBC Modeli:*** Bağlamda soyutlama (AiC) teorisine dayalı olarak Hershkovitz *vd.* (2001) tarafından geliştirilen ve epistemik eylemlere dayalı olan RBC modeli, soyutlamayı tanımlamak, soyutlama ve pekiştirme süreçlerine kapsamlı bir bakış açısı sunmak için uygun bir araç veya metottur (Dreyfus, Hadas, Hershkowitz & Schwarz, 2006; Hershkowitz *vd.*, 2007). Pekiştirme (Consolidation) eyleminin de sonradan eklenmesiyle RBC+C olarak isimlendirilmiştir.

***Tanıma:*** Öğrencinin, ikinci kez verilen matematiksel durum içerisindeki matematiksel kavramı, süreci veya düşünceyi fark etmesi durumudur (Hershkowitz *vd.*, 2001).

***Kullanma:*** Genellikle öğrencilerin bir problemi çözmek, bir durumu anlamak ve açıklamak veya bir süreci yansıtmak gibi bir hedefe ulaştığı zaman ortaya çıkan epistemik eylemdir (Hershkowitz *vd.*, 2001).

***Oluşturma:*** RBC soyutlama modelindeki üç epistemik eylemin en önemlisidir. Oluşturma eylemi, yeni bir yapı oluşturmak için önceki yapıların dikey matematikleştirme ile birleştirilmesinden oluşmaktadır (Tsamir & Dreyfus, 2002).

***Pekiştirme:*** Daha önceden oluşturulmuş matematiksel yapının öğrenciye tanıdık gelmesi ve yeni yapının bilinçli olarak yeniden kullanılması durumudur (Dreyfus & Tsamir, 2004).

***Bağlam:*** Sosyokültürel bakış açısına göre soyutlama sürecini etkileyen faktörlerdir. Müfredat, tarihsel, öğrenme ve sosyal olmak üzere bağlam çeşitleri vardır.

***Paylaşılan Bilgi:*** Grup halinde çalışan öğrenciler arasında ortak bilgi yapıları oluşmaktadır. Bu ortak bilgi yapıları, gruptaki öğrencilere bilgi paylaşımında işbirliğine devam etmelerine ve bunu daha sonraki etkinliklerde devam ettirmelerini sağlamaktadır. Bu durum paylaşılan bilgi olarak tanımlanmıştır (Hershkowitz *vd.*, 2007).

***Kavram imajı:*** Belirli bir kavramla ilişkili olan bireyin zihnindeki bilişsel yapılardan bir araya gelmesiyle oluşan görüntüdür (Kidron & Dreyfus, 2008).

***Prototip Olgu:*** Bir kavramın kritik ve kritik olmayan tüm niteliklerini içeren en uzun özellik özet listesinin alt kümelerini içeren örneklere prototip örnekler denir (Hershkowitz, 1990).

***Hiyerarşik Sınıflandırma:*** Hiyerarşik sınıflandırma terimi, özel kavramların daha genel kavramların alt kümelerini oluşturacak şekilde bir dizi kavramın sınıflandırılmasıdır (De Villiers, 1994).

# İKİNCİ BÖLÜM

## Kuramsal Çerçeve ve İlgili Araştırmalar

Bu bölümde tez çalışmasının kuramsal çerçevesi, soyutlama, RBC+C modeli ve araştırma konusu hakkında bilgi verilmektedir. Öğrencilerin araştırma konusu olan dörtgenleri (kare, dikdörtgen, eşkenar dörtgen, paralelkenar ve yamuk) öğrenme süreçleri, bu dörtgenlerin birbirleri arasındaki hiyerarşik ilişkileri ve alan formüllerini oluşturmadaki bilişsel yönleri ele alınmıştır. Ayrıca bu konularla ile ilgili yapılan çalışmalara da yer verilmiştir.

### Soyutlama

Soyutlama fikri, yüzyıllarca kapsamlı bilimsel ve felsefi söylem konusu olmakla birlikte deneysel (ampirik) felsefeyle bağlantılı bir terimdir (Özmantar, 2005). Soyutlama, Platon'un her materyal formun bir filozof tarafından keşfedilmesi gerektiğini savunan İdealar Teorisine bağlı olarak, Yunan felsefesinin merkezinde yer almıştır. Matematik eğitimcileri de matematiksel soyutlamanın tanımını yaparken bu teoriyi benimsemişlerdir (Schwarz, Dreyfus & Hershkowitz, 2009, s. 20). Onlara göre soyutlama, nesnelerin kendilerinden ziyade bazı belirgin özelliklerine ve ilişkilerine odaklanmasıdır. Soyutlama, bu yüzden, bağlamsızlaştırma sürecidir (Schwarz *vd.*, 2002). Nitekim Hiebert ve Lefevre (1986) bağlamsızlaştırma sürecini şu şekilde ifade etmiştir:

> Matematiksel bilgi parçaları arasındaki ilişkilerde iki seviye arasında ayrım yapmanız yararlı olacaktır. İlk seviyeyi birincil seviye olarak isimlendireceğiz. Bu seviyede, bilgiyi birbirine bağlayan ilişki, bilginin kendisinin temsil edildiği soyutlanma seviyesi ile aynı seviyede (veya daha az soyut düzeyde) oluşturulur. Yani, ilişki bağlı olduğu bilgiden daha soyut değildir.
>
> Bazı ilişkiler, bağlı olduğu bilgiden daha yüksek, daha soyut bir seviyede oluşturulmuştur. Buna yansıtma seviyesi diyoruz. Bu seviyedeki ilişkiler, belirli bağlamlarla daha az bağlıdır. Genellikle yüzeysel açıdan farklı bilgi parçalarında benzer temel özellikleri tanıyarak oluşturulurlar. İlişkiler, bilginin şu anda temsil edildiği seviyeyi aşar, farklı görünümlü bilginin ortak özelliklerini çıkarır ve onları bir araya getirir.

Burada geçen "daha yüksek, daha soyut seviyedeki" ilişkilerin "benzer temel özelliklerin farkına varılmasıyla oluşturulduğu" ve "belirli bağlamlara daha az bağlı olduğu" iddiaları, özellikle ilgi çekicidir. Bu iki özellik, soyutlamanın hiyerarşik ve *bağlamsızlaştırma (decontextualisation)* özellikleri olarak tanımlanır (Akt. Mitchelmore & White, 2007).

Bilişsel yaklaşımda soyutlamanın hiyerarşik ve bağlamsızlaştırma tanımına Noss ve Hoyles (1996, ss. 44-48) itiraz ederek soyutlamanın, "yükseliş yerine bağlantı süreci" ve "teorilerin, deneyimin ve önceden elde edilmiş bilgi kesitlerinin iç içe geçmiş hali" olduğunu savunmuşlardır. Benzer şekilde van Oers (1998) de soyutlamanın temeli olarak bağlamsızlaştırma fikrini eleştirerek; bağlamın daima bir insana göre olduğunu, bu yüzden bağlamsızlaştırmanın bireyselliği ön plana çıkardığını ve bağlamın kaldırılmasının bir kavramı zenginleştirmekten ziyade yoksullaşmasına neden olduğunu ifade etmiştir. Bugüne kadar ortaya atılan teorik fikirler, soyutlamanın bir etkinlik olarak incelenmesi ve benzerlik ile derinlik arasında ayrım yapan eylemleri içermesi gerektiğini ileri sürmüştür. Derinlik, van Oers'in de önerdiği gibi bağlamsızlaştırmadan (bağlamdan ayrı değerlendirme) ziyade bağlamlaştırmaya (herhangi bir konuyu çevresindeki öğelerle birlikte değerlendirme) bağlı olmalıdır (Schwarz *vd.*, 2009, s. 21).

Soyutlama konusunda yapılan çalışmalarda Piaget ve Dienes'den itibaren bilişsel bir bakış açısı hakim iken 1990'lı yıllardan itibaren soyutlamaya sosyokültürel olarak yaklaşan matematik eğitimcileri ön plana çıkmaya başlamıştır. Davydov (1990, s. 302) soyutlamayı, "olgular arasında gerçek bağlar kurarak, somutun gelişmemiş halden gelişmiş hale yükselişi" olarak tanımlamıştır. Soyutlamanın gerçekleşmesi için öğrencilerin, hali hazırda oluşturulmuş matematiksel yapıları birleştirip yeniden düzenleyerek yeni bir matematiksel yapı oluşturmaları gerekmektedir (Özmantar & Roper, 2004).

Bilişsel yaklaşım ise soyutlamayı genellikle somuttan soyuta doğru gelişen bir süreç olarak görmektedir. Bu gelenekte soyutlama, çok sayıda durumda izole edilen benzerliklerin tanınmasından doğan "sınıflandırmalar" ve "genellemelerden" oluşan üst düzey bir bilgidir (Özmantar, 2005). Davydov (1990, s. 4) genellemeyi "soyutlama ve kavram oluşturma süreçlerinin kombinasyonu" olarak tanımlayarak genellemeyi soyutlamanın ilk aşaması olarak kabul etmiştir. *Genellemenin (generalisation)* soyutlamada birçok anlamı vardır. Bunlar kategorilere ayrıldığında şu başlıklar ön plana çıkmaktadır (Mitchelmore, 2002):

i. Soyutlama veya kavramın eş anlamlısı,
ii. Mevcut kavramın uzantısı (Deneysel uzantısı, Matematiksel uzantı, Matematiksel buluş),
iii. Mevcut kavramlarla ilgili bir teorem.

Soyutlamanın çok yönlü olması, soyutlamanın tanımı için araştırmacıların kendi aralarında bir fikir birliğine varamamalarına neden olmuştur. Ancak araştırmacılar iki hususta ortak bir sonuca ulaşmışlardır (Hassan & Mitchelmore, 2006):

i. Soyutlama sürecinin sonucunda yeni bir zihinsel nesne ortaya konulur.
ii. Bu yeni nesne, bazı alakalı özellikleri, alakasız özelliklerden ayırır.

Soyutlamaya karşı bilişsel ve sosyokültürel bakış açılarının özellikleri incelendiğinde bu iki yaklaşımın birbirinden farklılaşmasının, genel olarak soyutlamanın bağlamdan ayrı veya bağlamla bütünleşik şekilde ele alınmasından kaynaklandığı görülmektedir. *Bilişsel yaklaşım* soyutlamanın bireyin zihninde gerçekleştiğini, ortam koşullarının bu süreci etkilemediğini savunurken, *sosyokültürel yaklaşım* soyutlamanın ortamdan ayrı düşünülemeyeceğini, öğrencinin geçmişinin, bulunduğu ortam koşullarının ve sosyal etkileşimin bu süreçte etkili olduğunu ortaya koymuştur. Bilişsel ve sosyokültürel yaklaşımın özellikleri ayrıntılı olarak alt başlıklarda verilmiştir.

**Soyutlamada bilişsel yaklaşım.**

20. yüzyılın ortalarında soyutlama konusunu Piaget ve Dienes, yaptıkları çalışmalarla ilkel matematiğin öğrenilmesinde kullanmışlardır (Özmantar, 2005). Dienes (1963) soyutlamayı "birçok farklı durumdan ortak olanın çıkarılması" olarak tanımlamıştır. Dienes'in bu tanımlamasını daha ileri götüren Skemp (1986, s.21) soyutlamayı şu şekilde açıklamıştır:

> Soyutlama, deneyimlerimiz arasındaki benzerliklerin farkında olduğumuz bir etkinliktir. Sınıflandırma, bu benzerlikler temelinde deneyimlerimizi bir araya getirmektir. Soyutlama, yeni deneyimlerin zaten oluşturulmuş bir sınıfın benzerliklerine sahip olarak tanımlamamıza olanak tanıyan soyutlama sonucunun kalıcı bir şekilde değiştirilmesidir. Aktivite olarak soyutlama ile nihai ürün olarak soyutlamayı birbirinden ayırmak için bunları kavram olarak adlandırmalıyız.

Skemp (1986) soyutlamayı, benzerlikleri tanıyarak daha ayrıntılı olarak sınıflandırıp yeni bir zihinsel ürüne dönüştüren bir etkinlik olarak tanımlamıştır. Yani soyutlamayı, amaçları belli olan benzerlikleri genelleyen bir süreç olarak ifade etmiştir. Bu soyutlama görüşü tecrübeye dayandığı için deneysel soyutlama olarak isimlendirilmektedir. Ancak, Skemp'in soyutlama görüşü, Piaget tarafından tanımlanan deneysel soyutlamadan daha derin anlamlar içermektedir. Piaget nesnelerin ortak özelliklerinin belirlenerek renk ve ağırlık gibi genellemeleri belirtirken (Mitchelmore & White, 2007), Skemp'in bahsettiği benzerlik yüzeysel görünüşlerle değil de; sayım, alan ve ilişkiler gibi altta yatan yapıyla ilgilidir. Öğrenciler böyle bir benzerliği tanıdıklarında büyük bir gelişim göstermiş olacaklar ve bağlantısız olarak algılanan durumları bir araya getirdikçe, daha önce yapamadıkları şeyleri yapabileceklerdir. Bahsedilen bu benzerlik tanıma süreci ve ardından yeni bir düşüncedeki benzerliğin uygulanması, deneysel soyutlama sürecidir (Mitchelmore & White, 2004).

Piaget (2001)'e göre soyutlamanın *deneysel (empirical), yarı deneysel (pseudo-empirical)* ve *yansıtıcı (reflective)* olmak üzere üç farklı hali vardır. Deneysel soyutlama, duyular için mevcut nesnelerin özellikleri (ör. bir çakıl taşının ağırlığı ve rengi) ile ilgilidir. Yarı deneysel soyutlama ise nesneler üzerindeki eylemlerle ilgilenir (çakılların sayılması gibi). Yansıtıcı soyutlama için de nesneler üzerindeki eylemler arasındaki ilişki önemlidir (Özmantar & Monaghan, 2007).

Deneysel soyutlama modeli, öğrencilerin aşina oldukları, yüzeysel olarak farklı bağlamlar arasındaki temel benzerlikleri tanımasının sonucu olarak soyutlamanın ortaya çıktığını varsaymaktadır (Mitchelmore & White, 2004). Deneysel soyutlama yüzeysel benzerliklere dayanır ve günlük kavramların oluşumuyla ilgili bir soyutlama türüdür. Örneğin, "köpek" kavramı bir çocuğun yaşantısındaki bazı hayvanlar arasındaki benzerliğin kapsanmasıdır (Mitchelmore, 2002). Deneysel soyutlamanın üç temel özelliği vardır (Özmantar & Monaghan, 2007):

i. Soyutlama, belirli örnekler kümesinde benzerliklerin tanınmasıyla oluşur.
ii. Soyutlama bağlamsızlaştırma (zaman ve mekan koşullarının ayrılması) sürecidir.
iii. Soyutlama somuttan soyuta doğru gelişir.

Deneysel soyutlamaya göre, öğrenciler temel bir matematiksel düşünceyi öğrendiklerinde üç durum ortaya çıkar: Deneysel bir kavram öğrenirler, matematiksel bir nesne hakkında bilgi sahibi olurlar ve deneysel kavram ile matematiksel nesne arasındaki ilişkiyi öğrenirler. Deneysel kavramları genellikle tanımlamak oldukça zordur. Örneğin, dairenin deneysel kavramı, mükemmel yuvarlak bir nesneninkini ifade eder; ancak "mükemmel yuvarlaklık" ancak örnekler gösterilerek tanımlanabilir. Bir daire, sabit bir noktadan eşit uzaklıktaki noktalar olarak tanımlandığında, matematiksel bir nesne haline gelir ve diğer matematiksel nesneler açısından açıkça tanımlanır. Bununla birlikte, bu tanımın anlamlı olması için birey, sabit bir noktadan eşit mesafedeki noktaların yerinin mükemmel şekilde yuvarlak bir nesne verdiğini ve tersinin tam tersini sağladığını görmelidir (Mitchelmore & White, 2004).

Piaget'e göre yansıtıcı soyutlama, kişinin eylemlerinin bir yansımasıdır. Örneğin, iki nesneyle bir nesne biraraya konulduğunda her zaman üç nesne elde edilir ki bu da değişmezliğin tanınmasını sağlamaktadır (daha sonra 1 + 2 = 3 olarak ifade edilir). Değişmezliğin nesneleri kavram (sayı 1, 2 ve 3) olmaya başlar ve değişmezlik eylemi bu kavramlar arasındaki bir ilişki haline dönüşmektedir. Bu nedenle genellikle kavramlar ve ilişkiler birlikte soyutlanmaktadır (Mitchelmore, 2002). Aynı zamanda yansıtıcı soyutlama, yüksek düzeyde gelişimsel olgunluk gerektiren genel bir süreç olarak tanımlanır ve soyutlama seviyesinin en yüksek düzeyine erişmesi gerektiğini vurgulamaktadır (Schwarz *vd.*, 2009, s.11). Dolayısıyla yansıtıcı soyutlama deneysel soyutlamadan nesneler yerine eylemlerle ilgilenmesiyle; yarı soyutlamadan ise eylemlerin kendileriyle değil de eylemler arasındaki karşılıklı ilişkileri önemsemesiyle farklılaşmaktadır (Özmantar, 2005).

Bazı araştırmacılar, soyutlama sürecindeki aşamaları belirlemeye çalışmıştır. Sfard (1991), soyutlamayı bir içselleştirme (interiorisation)-yoğunlaştırma(condensation)-cisimleştirme (reification) olarak tanımlarken; Dreyfus (1991), genelleme (generalization) - sentez (synthesis)-soyutlama (abstraction) döngüsünü ileri sürmüştür. Sentez süreci ve genelleme soyutlama için bir ön koşuldur. Bu yüzden soyutlama öğrenciler üzerinde sentez ve genellemeye göre daha baskın bilişsel talep oluşturmaktadır (Özmantar, 2005). Burada önemli olan, soyutlama yalnızca benzerlik tanımından ibaret değildir: Benzerlik soyutlanabilir ve kendi başına bir zihinsel nesne haline getirilmelidir. Örneğin, bir çocuğun "iki çocuğun bir fazlası üç çocuktur", "iki arabanın bir fazlası üç arabadır", "iki filin bir fazlası üç fildir " gibi cümleler kurması beklenebilir fakat çocuktan "ikinin bir fazlası üç" olduğunu ileri sürene kadar 1,2 ve 3 sayılarını soyutlaması beklenmez (Mitchelmore, 2002).

**Soyutlamada sosyokültürel yaklaşım.**

Sovyet psikologları tarafından bağlamsızlaştırmadan uzak, deneysel soyutlama olmayan ve teorik soyutlama olarak adlandırılan bir soyutlama teorisi önerilmiştir. Teorik soyutlamaya destek verenler arasında Vygotsky ve Davydov yer almaktadır (Mitchelmore & White, 2007). Vygotsky (1978), günlük kavramlar ile bilimsel kavramlar arasında bir ayrım yapmıştır. Günlük kavramlar deneysel soyutlama ile oluşmaktadır. Ancak bilimsel kavramların oluşumu; kavramlar arasında ilişkiler sisteminin kurulması, kişinin zihinsel etkinliğinin farkındalığı ve nesnenin özüne etki etme gibi özelliklere bağlıdır (Schwarz *vd.*, 2009, s. 22). Davydov (1990, s. 86), Vygotsky' nin bilimsel bilginin insanların gündelik deneyimlerinin bir sonucu olmadığı fikrini devam ettirerek, "bilimsel bilgi basit bir uzantı, yoğunlaştırma ve insanların gündelik deneyiminin genişlemesi değildir. Özellikle soyutlamada, belirli bir analizin ve genellemenin, dahili ilişkilerin, özünün ve biliş nesnelerinin idealleştirilmesi için özel yollarının kurulmasını gerektirir" şeklinde açıklamıştır.

Bazı örnekler deneysel veya teorik soyutlama arasındaki farkı açıklığa kavuşturabilir. Çocuklar çizginin temel geometrik kavramını nasıl öğrenirler? Deneysel soyutlama teorisine göre çocuklar, kabaca doğrusal olan ve çeşitli araçlarla (katlama, çekme, vurma vb.) üretilen gerçek nesneler arasındaki temel bir benzerliği fark eder. Teorik soyutlama teorisine göre ise uzamsal araştırmalardan kaynaklanan genellemeleri ifade etmek için noktaların ve çizgilerin kuramsal fikirleri (iki çizginin bir noktada kesişmesi gibi) gereklidir (Mitchelmore & White, 2007).

Günlük düşünme ile matematiksel düşünme arasındaki fark; birincisinin somut, ikincisinin ise soyut olmasıdır. Bununla birlikte soyutlama, artan bir süreçte yukarı doğru değil, "teorilerin, deneyimin ve önceki bilgi yapılarının iç içe geçmiş hali" olarak düşünülmelidir (Noss & Hoyles, 1996, ss. 44-45). Benzer şekilde van Oers (2001), somut ile soyut arasında ayrım yapılmasını algısal-materyal ve zihinsel-kavramsal temelinde tartışmıştır: Somut ve soyut arasındaki ayrım, aslında algısal-materyal ile zihinsel-kavramsal dünya arasında yanıltıcı bir ayrılık yaratmaktadır. Dolayısıyla soyutlama, somut ve soyut arasında birtakım içsel bir ilişki olmadıkça somut dünyada asla anlamlı bilgiler üretemez (s. 287). van Oers için somut ve soyut eylemleri özünde çok yönlü, ancak örgütlü bir bütünü temsil eden insan faaliyetlerinde diyalektik olarak bağlıdır. Soyutlama, bütünün farklı unsurları arasında bağlantılar kurmak için yeni anlamlar keşfederek somut durumları anlamaya yönelik bir süreçtir.

Davydov (1990), soyutlama sırasında somuttan soyuta doğru bir ilerleyiş olmadığını; somut ile soyut arasında iki yönlü dialektik bir ilişki olduğunu ifade etmiştir. Bununla birlikte, Davydov'un diyalektik görüşü, soyutlamanın ilk aşamalarının analiz ile başlayıp senteze doğru devam ettiğini savunmaktadır. Analiz sıklıkla soyutlamanın ilk aşamalarında gerçekleşir. Analiz sırasında, gerçekliğin gözlemlenebilir dışsal özellikleri benzerlikleri ve farklılıkları göz önüne alarak deneysel düşünceyle bütünleşir; ancak sentez, teorik düşünceyle gerçek bağlantılar kurmayı ve çeşitli olgular için evrensel bir taban olan tek bir kaynak bulmayı gerektirir (Özmantar & Monaghan, 2007).

Deneysel ve diyalektik yaklaşımlar arasındaki tartışma genellikle ürün yerine soyutlama sürecinin doğasına odaklanır ve bu yaklaşımlar, soyutlamanın süreç yönlerinin incelenmesine vurgu yapmaktadır (Özmantar & Monaghan, 2007). van Oers (2001, s. 288) soyutlamanın oluşumunda sosyokültürel etmenlerin rol oynadığını bu yüzden soyutlamanın bağlamsallaştırma çerçevesi içinde gerçekleştiğini savunmaktadır. van Oers'e göre, bir etkinliğin insan eylemleri için gerçek bir bağlam olduğu varsayılırsa bu etkinliğin somut durumdan oluşturulması gerektiği kabul edilmelidir ve bu süreç bağlamsallaştırma sürecidir. Soyut düşünme, somut durumdaki belirli bir etkinliğin (bağlam) soyutlanmasıyla başlar. Soyutlama süreci de somut bir durumun anlamlandırılması ve yeni eylemlerin ortaya çıkabileceği özel ve soyut bir sosyokültürel etkinliğe çevrilmesidir. Dolayısıyla Noss ve Hoyles (1996) soyutlama sürecinde öğrencilerin bağlamsallaştırmayla birlikte gelen farklı uyaranlara maruz kalması nedeniyle, bu süreçte öğrencilere somut yönlendirmeler yapılması gerektiğini ifade etmiştir.

O halde soyutlama, objektif ve evrensel bir süreç değildir, soyutlama faaliyetinde bulunan katılımcıların kişisel geçmişine ve katılımcılara sunulan önceki aktivitelerin sonuçları olan yapılara *(artefacts)* bağlıdır (Özmantar & Monaghan, 2005; Schwarz *vd.*, 2002; Schwarz *vd.*, 2009, s. 20). Bu yapılar, daha sonraki etkinliklerde kullanılabilen insan etkinliğinin sonuçlarıdır. Bunlara, bilgisayar objeleri gibi materyal ve araçlar ile dil ve prosedürler gibi zihinsel nesneler dahildir. Buradaki zihinsel nesneler, daha önceki aktivitelerin fikirleri veya diğer sonuçları olabilir (Dreyfus, Hershkowitz & Schwarz, 2001a; Dreyfus, 2007; Schwarz *vd.*, 2002).

Öğrencinin geçmişi, soyutlamanın ortaya çıkışı için temel oluşturur. Eğer yeni bir yapıya ihtiyaç duyulmazsa, soyutlama gerçekleşmez. Bu ihtiyaç; çelişkiler, sürprizler veya belirsizlik gibi engellerin üstesinden gelmek için gerekli içsel bir motivasyon olabilir (Hershkowitz *vd.*, 2001; Yackel & Cobb, 1996).

2000'li yıllara kadar soyutlama konusunda yapılan çalışmalarda, bilgi yapılarının ortaya çıkışında detaylı (mikrogenetik) bir tanımın bulunmaması ve bağlamın rolünün dikkate alınmaması, yeni bir yaklaşımın gelişmesine yol açmıştır (Dreyfus & Tsamir, 2004). Rina Hershkowitz, Baruch Schwarz ve Tommy Dreyfus (2001) bir proje kapsamında, matematiksel düşünceyle bilginin oluşturulmasına işaret eden verilerin spesifik özelliklerini teorik olarak ifade etme ihtiyacından yola çıkarak, teorilerin çıkış unsurlarını hesaba katıp, birleştirerek *Bağlamda Soyutlama* (*Abstraction in Context - AiC)* teorisini geliştirmişlerdir. Bu soyutlama teorisi, van Oers (2001)'in soyutlamadaki bağlamlaştırma görüşü ile Davydov'un (1990) dialektik yaklaşım görüşlerinin bütünleşmesiyle; ilkel ve düzenlenmemiş halden düzenlenmiş hale doğru, somut ile soyut yapılar arasında dialektik iki yönlü bir ilişki bulunan kapsamlı bir yapıdır (Hershkowitz *vd.*, 2001; Özmantar & Monaghan, 2007). AiC teorisinin, verilerin analizinden kaynaklandığı ve analiz edilen verilerin teoriyi doğrulamak için delil olarak kullanıldığı bir durumda olması, soyutlamanın dialektik yaklaşımının sonucudur (Hershkowitz, 2009).

Piaget ve Vygotsky'nin teorik yaklaşımları AiC soyutlama teorisini bağlam içinde güçlü bir şekilde etkileyen anlayışta fikirler sunmaktadır. Birincisi; yapılar, seviyeler ve durumlar üzerine yoğunlaşırken, ikincisi; devam eden çeşitli aktiviteler üzerinde yoğunlaşmaktadır. AiC teorisinde belirlenen standartlar ve oluşturulan tasarım ilkeleri güçlü, yapıcı ve sosyal temellere sahiptir (Schwarz *vd.*, 2009, s. 23). Bu nedenle AiC teorisi; toplumsal, fiziksel ve tarihi bağlamı göz önüne alarak, öğrencilerin yeni bilgi yapılarının ortaya çıkış süreçlerinin tanımlanması için analitik bir araç olarak hizmet etmek üzere tasarlanmıştır (Dreyfus, 2006).

AiC kapsamında yapılan çalışmalar, öğrenmenin öğrenci tarafından yapılandırılması süreçleri üzerindeki sosyal etkileşim kalıplarının etkisini analiz etmektedir. Bu yüzden teorinin odağında öğrenci veya öğrenci grubu vardır. Soyutlamayı gözlemlemek için tasarlanan etkinliklerde bireyler tek başlarına veya gruplar halinde hareket ederler ve bu eylemlere muhtemelen bir öğretmen ya da araçlar aracılık etmektedir (Schwarz *vd.*, 2009, s. 23). Aynı zamanda teori; jest ve hareketler gibi öğrencilerin birbirlerini etkilemesi mümkün olabilecek diğer yönleri de ele almaktadır (Dreyfus, 2006).

AiC çerçevesi, bilginin dikey olarak yeniden düzenlenmesine ve devam eden yapıların pekiştirilmesine potansiyel sunan durumları araştırmak için uygundur (Schwarz *vd.*, 2009, s. 17). Ayrıca iyi tanımlanmış kavramsal öğrenme hedefleri düşünülerek tasarlanmış görevlerle birlikte kullanılmasıyla bir araştırma metodolojisi olarak görülebilmektedir (Kidron, Lenfant, Bikner Ahsbahs, Artigue & Dreyfus, 2008).

AiC soyutlama da, sonuçtan ziyade öncelikli olarak süreçle ilgilendiğinden dolayı soyutlama süreçlerini deneysel olarak araştırmak için ancak bir araştırma programı ile kullanışlı hale gelmektedir. Soyutlama, eylemlerden oluşan bir etkinlik olduğu için, bu programın gerçekleştirilmesinin ilk adımı, soyutlama etkinliğinde yer alan eylem türlerini tanımlamaktır. Örneğin; bir stratejiye itiraz etmek veya bir sonuçtan veri çıkarmak epistemik eylemlere örnek olarak verilebilir. Küçük grup problemi çözme veya öğretmen rehberli araştırmalar gibi sosyal bağlamlarda, katılımcıların sözlü veya sözsüz ifadeleri epistemik eylemleri doğrulayabilir ve böylece onları gözlemlenebilir hale getirebilir (Dreyfus, 2007; Dreyfus & Tsamir, 2004; Schwarz *vd.*, 2002). Epistemik eylemlerin gözlenebilir olması, diğer katılımcıların (öğretmen veya akranlar) paylaşılanlara veya oluşturulanlara itiraz edebilmelerine imkan tanımaktadır (Dreyfus & Tsamir, 2004). Oluşturma süreci nadir görülen bir olay olduğu için metodolojik olarak gözlemlemek zordur. Hershkowitz *vd.* (2001) soyutlama sürecinde *Tanıma (**R**ecognising)*, *Kullanma (**B**uilding-With)* ve *Oluşturma (**C**onstructing)* olmak üzere üç epistemik eylem tanımlayarak RBC modelini ortaya koymuşlardır. RBC modeli olarak adlandırılan bu model, söz konusu epistemik eylemlerin bağlamdan nasıl etkilendiğine ve soyutlama süreçlerinde nasıl etkileşim kurarak birleştiklerine değinmektedir. Dreyfus (2007) RBC'nin ortaya çıkışını Şekil 1'de göstermiştir:


*Şekil 1*. RBC modelinin ortaya çıkışı (Dreyfus, 2007).

**RBC modeli.**

Hershkowitz *vd.* (2001), soyutlamayı "*önceden oluşturulmuş matematiksel bilginin yeni bir matematiksel yapıya dikey olarak yeniden düzenleme aktivitesi"* olarak tanımlamaktadır. Bu tanımdaki "aktivite" teriminin kullanılması kasıtlıdır ve doğrudan Leont'ev (1981)'in Aktivite Teorisinden alınmıştır. Aktivite teorisi bu süreçlerin ortaya çıktığı matematiksel, tarihsel, sosyal ve öğrenme bağlamlarını dikkate alarak temelde bilişsel olan süreçleri düşünmek için uygun bir çerçeve önermektedir. Aktivite teorisine göre önceki etkinliklerin sonuçları, sonraki etkinlikler için yapılara dönüşmüştür. Bu özellik sayesinde aktivitelerin soyutlama süreci başarılı bir şekilde gerçekleşecektir (Akt. Kidron ve Dreyfus, 2008). Bilginin yeniden düzenlenmesi, zihinsel veya somut nesneler üzerindeki eylemler aracılığıyla gerçekleşmektedir. Yeni bağlantıların kurulduğu, bilginin bütünleştirilmesi ve daha da derinleştirilmesiyle birlikte yeniden yapılandırılması "dikey" olarak adlandırılmaktadır (Treffers & Goffree, 1985, Akt. Dreyfus, Hershkowitz & Schwarz, 2001b). Diğer bir ifadeyle dikey yeniden düzenleme, var olan matematiksel kavramların yeni kavramlarla ilişkilendirilerek daha karmaşık bilgi yapılarına dönüştürülmesidir.

Hershkowitz *vd.* (2001), Davydov'un "yapı" terimini soyutlama ürünü olarak kullanmışlardır. Davydov için "yapı", gelişmemiş ilk varlıktan, sonuçta farklılaşmış ve yapılandırılmış varlıkla sonuçlanan bağlantılar içeren bir iç yapı oluşturulması gerektiğinde ortaya çıkmaktadır. Ayrıca yapı, soyutlanmış yöntemler, stratejiler ve kavramlar için genel bir terim olarak kullanılmaktadır (Dreyfus & Tsamir, 2004).

RBC modeline göre soyutlamanın oluşumu üç aşamadan geçmektedir (Dreyfus *vd.*, 2001b):

i. Yeni bir yapıya olan ihtiyaç,
ii. Tanıma ve kullanma eylemlerini içiçe geçmiş halde ihtiva eden yeni soyut yapının oluşturulması,
iii. Daha sonraki aktivitelerde tanıma ve kullanmayı kolaylaştırmak için soyutlamanın pekiştirilmesi.

Buradaki ihtiyaç bir öğrenme etkinliğinin tasarımından, öğrencinin ilgilendiği bir konu veya problem durumundan ya da her ikisinin birleşiminden doğabilir. İhtiyaç olmadan soyutlama süreci başlatılamaz (Kidron & Dreyfus, 2008).

RBC modeli, soyutlamanın deneysel ve teorik yönlerini kapsayan, soyutlamaya dialektik materyalist yaklaşım getiren aynı zamanda soyutlamayı gözlemleme imkanı sunan yeni bir modeldir (Özmantar & Monaghan, 2007). Model, teknolojik araçlarla olsun ya da olmasın, rehberli ve rehberli olmayan küçük ve büyük gruplar veya bireysel yapılan çalışmalar da dahil olmak üzere, çeşitli bağlamlarda soyutlamayı ve sonraki etkinliklerde pekiştirmeyi tanımlamak ve izlemek için yeterli görülmektedir (Schwarz *vd.*, 2009, s. 16).

Metodolojik bir araç olarak model, soyutlama sürecinin çeşitli yönlerini dikkate alır: Dikey yeniden yapılanmayı sağlayan matematiksel yapıların ortaya çıkışı; bir dizi bağlantılı faaliyetler sırasındaki bu yeni yapıların pekiştirilmesi; öğrencilerin tek başlarına çalışma, grup çalışması ve bütün sınıf tartışması gibi sınıflar da dahil olmak üzere farklı işbirlikçi ve bireysel sosyal ortamlarda öğrenmesi ve aynı zamanda yalnız öğrenenler (Dreyfus, 2007); fiziksel ortam, öğrencilerin üzerinde çalıştıkları görevler, kağıt, kalem yada bilgisayar gibi araçlar ve öğrencilerin önceki öğrenmelerinin sonuçlarına bağlı olarak ortaya çıkan geçmiş yaşantıları, fikirleri, kavramları ve dilleri soyutlama sürecini etkileyen bağlamsal faktörler arasında yer almaktadır. Ayrıca, soyutlama süreci belirli bir sosyal ortamda gerçekleşir ve bu nedenle bağlamda, öğrenciler arasında ve öğrenciler ile öğretmenler arasındaki sosyal ilişkiler de bulunur. Sonuç olarak bağlam, sürecin ayrılmaz bir parçası haline gelmektedir (Dreyfus & Tsamir, 2004; Schwarz *vd.*, 2009, s. 25).

RBC soyutlama modeli, epistemik eylemlerin tanımlanmasını ve soyutlama işlemi sırasında mikrogenetik gelişim hakkında kesin bir bilgiye sahip olmasına izin vermektedir. Soyutlama da süreç önemlidir çünkü soyutlamanın ürünü süreçtir (Hershkowitz *vd.*, 2001). Soyutlamaya verilen önemin artmasıyla birlikte süreçte "ne öğrenildi ve pekiştirildi ve nasıl" soruları da ön plana çıkmaya başlamıştır. Bu sorulara yönelik olarak matematik müfredatında revizyon yapılarak yeni standartlar belirlenmiştir. Bu standartlar aşağıda verilmiştir: (Schwarz *vd.*, 2009, s. 18).

S1: Sorgulama (gözlemleme, hipotezleme, genelleme ve kontrol etme) istenilen bir matematiksel aktivitedir.

S2: Matematiksel etkinlikler, anlaşılır ve inandırıcı hedeflere göre hazırlanmalıdır.

S3: İspatlama, yalnızca bir ifadenin doğru olduğunu gösteren kanıtların sağlanması için merkezi bir araç olarak değil, aynı zamanda bunun doğru olduğunun anlaşılmasını da desteklemelidir.

S4: Matematiksel aktiviteler, öğrenciler için anlamlı olmalıdır.

S5:Matematiksel aktiviteler, önceki bilgiler ile (sezgisel bilgiler dahil) ilişkili olmalıdır.

S6: Matematiksel aktiviteler büyük ölçüde yansıtıcı olmalıdır.

S7: Matematiksel diller (notasyon gösterimleri) matematiksel bilginin pekiştirilmesini teşvik eder, öğrencilerin bir notasyon gösterimine ihtiyaç duymaları halinde, tanıtımı yapılmalıdır.

S8: Teknik manipulasyon kendi içinde bir amaç değildir, ancak bir anlamı matematik yapmaktır.

S9: Öğrencilerin aktiviteleri bireysel ve işbirliğine dayalı problem çözme ve yansıtıcı faaliyetler, öğretmen liderliğindeki tartışmalar, muhtemelen tümünün aracılık ettiği teknolojiler ve diğer çeşitli araçlar gibi farklı sosyal ve etkileşim odaklı ortamlarda yapılmalıdır. Bu standartlar hazırlanırken birey ve grup öğrenmesi, işbirliği, argumantasyon ve sosyo-yapılandırmacı yaklaşıma uygun analitik araçların benimsenmesinden yararlanılmıştır.

RBC soyutlama modelini oluşturan *Tanıma (Recognising), Kullanma (Building-With)* ve *Oluşturma (Constructing)* epistemik eylemler aşağıdaki alt başlıklarda ayrıntılı şekilde verilmiştir.

***Tanıma.***

Tanıma eylemi, öğrencinin; bilinen bir matematiksel kavramı, süreci veya düşünceyi, verilen bir matematiksel duruma özgü olduğunu fark ettiğinde ortaya çıkmaktadır (Dreyfus, 2007; Dreyfus & Tsamir, 2004; Kidron & Dreyfus, 2008).

Deneyselciler "tanıma" terimini farklı anlamda kullanmaktadırlar. Onlar için soyutlamanın oluşması için tanıma gereklidir. Ancak RBC modelinde tanıma, deneysel düşünmeyi içerir fakat deneysel düşünme tek başına teorik düşünmeyi gerektiren soyutlamalar oluşturmak için yeterli değildir (Hershkowitz *vd.*, 2001; Özmantar & Monaghan, 2007).

Tanıma, zaten tanınmış olan benzer veya aynı olan yapıyla *"analoji (benzetim)"* yaparak veya *"uzmanlaşma"* yoluyla yani nesnenin tüm üyelerinin bu yapıya sahip olduğunu fark ettiğinde görülmektedir. Tanıma süreci, önceki eylemin sonuçlarına itiraz etmeyi, benzer olduğunu ya da uzmanlaşma yoluyla uyduğunu ifade etmektedir (Dreyfus, 2007; Schwarz *vd.*, 2002).

***Kullanma.***

Kullanma, bir problemi çözmek, hipotez kurmak, bir durumu anlamak ve açıklamak ya da bir ifadeyi savunmak gibi bir amacı gerçekleştirmek için tanınmış olan yapıların birleşimini içeren bir eylemdir (Dreyfus & Tsamir, 2004; Kidron & Dreyfus, 2008). Bu amaçlar doğrultusunda, öğrenciler stratejilere, kurallara veya teorilere başvurabilirler. Örneğin öğrenci daha önce öğrendiği Pisagor teoreminden, bir geometri sorusunu çözerken yararlanırsa, kullanma eylemini gerçekleştirmiş olacaktır.

Kullanmanın uygulama aşamasında başka bir anlamı daha vardır: Bir amaca ulaşmak için öğrenciler daha önceki etkinliklerden tanıdıkları yapıları, sonraki eylemler için kullanırlar. Burada tanınan yapı diğer öğrencinin aktivitesinin sonucu da olabilir. Kullanılan yapılar, yeni bir duruma, yeni bir örneklemeye, mevcut bir yöntemin modifikasyonuna veya daha karmaşık durumlara uyum sağlayan araçlardır (Hershkowitz *vd.*, 2001).

***Oluşturma.***

RBC modeli oluşturmayı, matematiksel soyutlamanın merkezindeki epistemik eylem olarak kabul etmektedir (Hershkowitz *vd.*, 2001). Oluşturma, öğrencilerin ilk defa karşılaştıkları zihinsel yapıları üretmek için bilgi yapılarını bir araya getirmeleriyle ortaya çıkmaktadır. Bu nedenle soyutlamanın temel basamağı olarak nitelendirilir (Dreyfus & Tsamir, 2004). Nitekim, soyutlama için oluşturma gereklidir.

Oluşturmanın iki temel özelliği "yenilik" ve "dikeyliktir". Yeni bir yöntem, strateji veya kavramın zihinde yer etmesi veya mevcut bilgi yapılarının bir araya getirilerek yeni bir matematiksel yapının kazanılması gerekmektedir. Ayrıca mevcut bilgi yapıları, bilgiye derinliği ekleyecek şekilde dikey olarak yeniden düzenlenmelidir (Tsamir & Dreyfus, 2002). Benzer şekilde Ohlsson ve Lehtinen (1997) soyutlamanın bilişsel mekanizmasında mevcut fikirlerin daha karmaşık fikirlere dönüştürülmesini savunduğu için, oluşturma sürecinin teorik düşünme gerektirdiğini ve bilginin dikey olarak yeniden düzenlenmesi gerektiğini öngörmektedirler. Dreyfus, *vd.* (2001a) ise, daha önceden yapılandırılmış matematiğin dikey olarak yeniden düzenlenmesi için öğrencilerin mevcut yapıları kullanmaları gerektiğini ifade etmiştir.

Oluşturma eylemi sırasında öğrenci yeni yapının tamamen farkında olabilir ancak öğrenmeyebilir. Dolayısıyla oluşturma, yapının serbest ve esnek bir şekilde öğrenciye kazandırıldığı anlamına gelmez. Serbest ve esnek olmak, soyutlamanın üçüncü aşaması olan pekiştirme eylemine aittir (Kidron & Dreyfus, 2008). Yeni oluşturulan yapılar, ancak oluşturmanın ardından gelen pekiştirme süreçleri aracılığıyla öğrencinin mevcut bilgilerinin ayrılmaz bir parçası olabilir (Tsamir & Dreyfus, 2005).

***İç içe geçmiş soyutlama.***

Tanıma, kullanma ve oluşturma epistemik eylemleri zincir halinde değil de iç içe geçmiş halde bulunurlar. Başka bir deyişle, oluşturma eylemi doğrusal bir şekilde tanıma ve kullanma eylemlerini takip etmek yerine bu eylemlerle bir bütün halindedir. Tanıma eylemi ise diğer iki eylem ile;  kullanma eylemi de oluşturma eylemi ile içiçe geçmiş haldedir. Bu mekanizmaya, iç içe geçmiş dinamik epistemik eylemler denir (Dreyfus, 2007; Hershkowitz *vd.*, 2001).

Dinamik iç içe geçmiş modelin bağlamsal bir yapısı vardır. Tanıma ve kullanmanın iç içe geçmiş halde oluşturmanın içinde yer alması, oluşturmanın diğer epistemik eylemlerle birlikte ve eş zamanlı olarak yapıldığını göstermektedir (Dreyfus & Tsamir, 2004). Yani yeni bir yapı oluşturulduğu zaman, ilkel halde bulunan yapı öğrencinin daha önceden oluşturduğu yapıya doğru bir gelişim gösterecektir. Bu durum Davydov (1990)'un diyalektik görüşünde; "soyutlama, şekillendirilmemiş formdan diyalektik süreçlere doğru gelişir" şeklinde yer almaktadır.

Öğrencinin yaşantısı, hangi yapıların tanıma, kullanma veya oluşturma düzeyinde olup olmadığını belirlemektedir. Bir öğrencinin tanıdığı bir yapı, bir başkası tarafından yeni bir yapı olarak oluşturulabilir (Dreyfus & Tsamir, 2004). Öğrencilerin hazırbulunuşlukları ve amaçları hangi eylem basamağında olduğunu etkilemektedir. Standart bir problemi çözdükleri takdirde, önceden edinilmiş yapıları tanımaları ve kullanmaları muhtemeldir. Standart olmayan bir problem çözdüğünde ise öğrenci muhtemelen oluşturma eylemini gerçekleştirir, yeni (kendine göre) bir olgu bulur ve bunu yansıtır (Dreyfus, 2007).

Kullanma ve oluşturma eylemlerinin tanımlarında benzerlikler olduğu kadar temel farklılıklar da bulunmaktadır. Bu iki eylemin ayırt edici özellikleri, faaliyeti yönlendiren "yenilik" ve "motive" dir. Kullanma ile birlikte, öğrenciler, yeni ve daha karmaşık yapılar kazanmaz; çünkü buradaki amaca önceden edinilmiş yapıları kullanarak varılır. Öte yandan, oluşturma eylemi, daha önceden edinilmiş yapıların yeniden yapılandırılmasıyla yeni yapının ortaya çıkması ile ilgilenir. Bu süreçte, yeni bir yapının oluşturulması çoğunlukla etkinliğin vazgeçilmez hedefidir (Monaghan & Özmantar, 2006).

***Pekiştirme.***

*Pekiştirme (consolidation),* soyutlamanın üç fazlı oluşumunun üçüncü ve son aşaması olup yapının kademeli olarak daha belirgin hale geldiği, öğrencinin yapıya karşı farkındalığının arttığı ve yapının kullanımının daha esnek hale geldiği bir süreçtir (Dreyfus *vd.*, 2006; Hershkowitz *vd.*, 2007). RBC modelinde pekiştirme, yüksek bilinç düzeyini içeren süreçleri ve uzun vadede yeni yapının bilinçli olarak yeniden kullanımına işaret etmektedir. Önceki yapıyı hızlıca, doğrudan ve öz güvenle tanımak ve kullanmak ise pekiştirmenin yüksek kalitede gerçekleştiğini göstermektedir (Schwarz *vd.*, 2009, s. 30).

Yeni oluşturulmuş yapılar kırılgandır. Yeni yapıların kırılganlığı, öğrencilerin problemleri çözmek için bu yapıları kullanmaya gönülsüz olmasına neden olur. Pekiştirme sayesinde, öğrenciler yeni yapı ile var olan matematiksel bilgi arasında bağlantı kurarak, zorluklara karşı direnç gösterir ve bu esnada yapı ile ilgili matematiksel işlemleri açıklamak ve yönlendirmek için de bir dil geliştirirler (Monaghan & Özmantar, 2006). Ayrıca yeni oluşturulan yapının pekiştirilmesi, öğrencinin bu yapıyı daha sonraki etkinliklerde tanımasına ve kolaylıkla kullanmasına olanak tanımaktadır (Hershkowitz *vd.*, 2001). Başka bir deyişle pekiştirme, öğrencilerin kavramın uygulamasını anlama ve kullanma sırasında esnek, güvenli ve açık fikirli olmalarını sağlamaktadır (Dreyfus & Tsamir, 2004). Yeni yapıların, yansıma, problem çözme ya da yeni yapılar oluşturma gibi sonrasındaki her yeni kullanımı, pekiştirmeye katkıda bulunarak ve öğrencilerin bilgi birikiminin bir parçası olduğunu göstermektedir (Schwarz *vd.*, 2009, s. 30). Ayrıca problem çözme ile ilgili düşünme biçimleri ve yansıtıcı aktiviteler pekiştirmeye yardımcı olmaktadır (Dreyfus, 2007).

Pekiştirme süreçleri üzerine yapılan çalışmalarda Tabach, Hershkowitz ve Schwarz (2001) ile Tabach ve Hershkowitz (2002)'in bilgiyi oluşturduktan sonra pekiştirmenin önemi ile gerekliliğine değindikleri ve yeni yapıların kırılganlığına işaret ettikleri ancak pekiştirme sürecini analiz etmedikleri görülmektedir. Bu bağlamda Dreyfus ve Tsamir (2004), sonsuzluk dizilerinin karşılaştırılmasını içeren görevler üzerinde çalışan bir öğrencinin görüşme verilerini analiz ederek; pekiştirme sürecini tanımlamayı, araştırmayı ve teorik olarak karakterize etmeyi amaçlamış ve böylece pekiştirme sürecini anlamak için en kapsamlı katkıyı sağlamışlardır. Öğretim görüşmelerinde görüşmeci ve öğrenci arasındaki etkileşimi bağlamsal faktör olarak tanımlayarak, sadece bir öğrenciyle çalışıldığı için teorinin tamamına öneride bulunmak yerine teorinin bileşenlerine öneri de bulunmayı tercih etmişlerdir. Ayrıca pekiştirme sürecinde gerçekleşen *kullanma, kullanma sırasında yansıtma* ve *yansıtma* olmak üzere üç düşünce tarzı geliştirmişlerdir. *Kullanma,* öğrencinin bir problemi çözmek için kendisinde var olan yapıyı kullanmasıdır. Dolayısıyla pekiştirmenin en doğrudan ve en temel gösterimidir. *Kullanma sırasında yansıtma,* öğrencinin bir problemi nasıl çözdüğünü yorumlamasıdır. *Yansıtma* ise öğrencinin çözmüş olduğu görevden daha kapsamlı olan bir duruma yönelik yorum yapabilmesidir.

Dreyfus ve Tsamir (2004) ile Monaghan ve Özmantar (2004)'a göre pekiştirmenin iki çeşidi vardır. İlki, yeni yapıyı kullanma sırasındaki pekiştirmedir. Bu en sık ve kolaylıkla gözlenen pekiştirme çeşididir. Bu pekiştirmenin örnekleri, öğrencilerin benzer ancak farklı bağlamlarda belirlenmiş sorulara, aşamalı olarak daha hızlı, daha esnek ve daha fazla kendine güvenen şekilde cevap vermesinde bulunabilir. İkincisi ise öğrencilere sunulan yansıtma fırsatlarına bağlı olarak yeni yapıyı, yansımanın bir nesnesi olarak algılarken pekiştirmesidir. Dreyfus *vd.* (2006) ise pekiştirmenin üçüncü bir çeşidinin daha olduğunu belirtmiştir. Bu da, daha önce oluşturulan yapı ile yeni yapının ilişkili olması durumunda yeni yapının oluşturulma sürecinde önceki yapının pekiştirilmesidir.

Pekiştirme; yapıyı tanıma, kullanma, yansıtma ve potansiyel olarak birlikte başka yapıların oluşturulduğu karmaşık süreçlerde gerçekleşmektedir. Bir yapının aşamalı olarak pekiştirilmesinde beş özellik ortaya çıkmaktadır: Dolaysızlık, açıklık, güven, esneklik ve farkındalık (Tsamir & Dreyfus, 2005).

*Dolaysızlık (Immediacy),* bir amaca ulaşmak için tanınan veya kullanılan yapıya hızlıca ve doğrudan ulaşmaktır. Aşağıda detaylı olarak açıklanan bu beş özellik, pekiştirmeyi tanımlayıp pekiştirmenin ortaya çıkışının gözlemlenebilir olmasını sağlamaktadır:

*Açıklık (Self-evidence),* öğrencinin daha fazla açıklama veya doğrulama yapmaya gerek kalmadan yapıyı kabul etmesi durumudur.

*Güven (Confidence),* kullanılan yapının açıklığıyla doğrudan ilişkilidir. Bir yapının sık kullanımı bağlantıların kurulmasını destekleyecek ve böylece kullanımının *esnekliğini (flexibility)* arttıracaktır.

*Farkındalık (Awareness)* ise öğrencinin teorik bilgisinin derinliklerini güçlü ve kolay bir şekilde kullandığı yapıyla bütünleştirmesidir.

Öğrenme süreçleri için pekiştirmenin önemi göz önünde bulundurulduğunda, ikinci "C (**C**onsolidation)" harfinin eklenmesiyle model, RBC + C modeli halini almıştır. .

***Bağlam.***

Bağlamsal faktörler, soyutlama sürecinin belirli bir durumda nasıl gerçekleşeceğini etkilemektedir. Bağlamın çeşitli bileşenleri vardır ve bunlar sırasıyla spesifik öğrenme hedefleri düşünülerek tasarlanan ve bir dizi etkinlik içeren matematiksel *müfredat bağlamı (curricular context)*, öğrencilerin önceki öğrenme deneyimlerini içeren *tarihsel bağlam (historical context)*, öğrencinin de olmayabileceği teknolojik araçlar içeren *öğrenme bağlamı*, farklı sosyal ortamları içeren (küçük grup çalışması, bireysel çalışma ve bütün sınıf çalışması) *sosyal bağlam (social context)* şeklindedir. Soyutlama bu bağlamlarda gömülüdür ve bağlamda soyutlama terimi (AiC) bağlam ile soyutlamanın ayrılmaz bir bütün olduğunu ifade etmektedir (Schwarz *vd.*, 2009, s. 32).

Müfredat bağlamında; farklılıkları, beklenmeyen sonuçları ve belirsizliği kullanan problem durumları matematiksel motivasyona elverişlidir. Yeni bir yapıya ihtiyaç duyulup duyulmadığı sorusu, öğrencilerin önceki deneyimlerine yani dolayısıyla müfredattaki konuların sıralamasına bağlıdır (Dreyfus, 2007).

RBC soyutlama modelinin doğasında sosyal bağlam yer almaktadır. Sosyal bağlamda, sosyal etkileşim ve bilişsel aktiviteler birbirine paralel olarak gelişmektedir. Bireylerin, küçük grupların veya sınıfın tamamının içinde bulunduğu farklı sosyal ortamlarda epistemik eylemlerin gözlemlenmesi oldukça zordur. Bu nedenle bireysel olarak bilginin oluşturulması ve grubun paylaşılan bilgisinin oluşturulması arasındaki ilişkileri anlamak, sınıftaki öğrenme süreçleri ile ilgili araştırmalarda oldukça önemlidir (Schwarz *vd.*, 2009, s.32).

***Paylaşılan bilgi.***

Birey tarafından bilginin oluşturulması ve bir topluluğun "paylaşılan bilgisi" arasındaki ilişki, hem bilişsel yaklaşım hem de sosyo-kültürel yaklaşım açısından oldukça dikkat çeken bir unsurdur. Bahsi geçen topluluk terimi "belirli bir bağlamla ilgili gelişim süreçlerinde birbiriyle doğrudan etkileşim kuran en küçük grup" olarak tanımlanmaktadır. Bir topluluğun varlığı, bireylerin aynı faaliyete katkıda bulunduğu durumlarda ortaya çıkmaktadır. Sınıf içerisinde çiftler, küçük gruplar veya bütün sınıf topluluğa örnek olarak verilebilir. Öğretmen ise bu topluluğa dahil olabilir veya olmayabilir (Hershkowitz *vd.*, 2007).

Hershkowitz *vd.* (2007) üç kız öğrenciden oluşan bir grupta, ortak bir bilgi yapısına ulaşıncaya kadar bilginin öğrenciler arasındaki geçişini incelemişlerdir. Bilginin yapılandırılmasında bilişsel ve etkileşimli süreçler tek bir süreç olarak ele alınmıştır. Ortak bilgi yapıları, gruptaki öğrencilere bilgi paylaşımında işbirliğine devam etmelerine ve daha sonraki etkinliklerde gerçekleştirmelerine izin vermesi durumunda bu durumu "*paylaşılan bilgi*" olarak tanımlamışlardır.

Paylaşılan bilginin ortaya çıkarılmasında; RBC+C modeli aşağıdaki perspektifler sayesinde diğer çalışmaların ötesine geçmiştir (Schwarz *vd.*, 2009, s. 6):

*Mikro Perspektif:* Mikro analiz; bireylerin, gruptaki paylaşılan bilginin ve bu paylaşılan bilginin bireylerdeki bilgiyi oluşturma süreçlerinden nasıl ortaya çıktığını ayrıntılı olarak inceleme imkanı sağlamaktadır.

*Mikro analizlerin süreklilik perspektifi:* Öğrencilerin bilgiyi oluşturma ve pekiştirme süreçlerini gözlemlemek ve analiz etmek için, uzun zaman dilimi boyunca yapılan derslerden elde edilen verileri ve analizleri birleştirmektedir.

*Teorik perspektif:* Bu perspektifle, öğrencilerin, soyutlama sürecine paralel yollarla ilerleyen diğer öğrencilerle etkileşim halinde soyutlama sürecine nasıl girdikleri incelenmektedir.

*Metodolojik perspektif:* Bu analizler için RBC+C modeli bir araç olarak kullanılmaktadır.

***Soyutlama sürecinde öğretmenin rolü.***

Öğretmen, bir yapının önce bir katılımcı tarafından tanınmasını, ardından başka bir katılımcı tarafından kullanılmasını ve diğer katılımcıların yeni bir yapıyı birbirleriyle iş birliği içerisinde oluşturmasını sağlayan bir olgu ya da yöntemi ortaya koyabilir. Vygotsky'nin bireysel gelişim kuramıyla uyumlu olarak, RBC modeli, epistemik eylemlerin kullanıldığı ve bu şekilde dağıtıldığı soyutlama faaliyetine katılan bireyin, sosyal etkileşimlerini kademeli olarak içselleştirmektedir (Hershkowitz *vd.*, 2001).

Sınıflarda, öğretmenlerin faaliyetlerdeki rolü dolaylı olma eğilimindedir. Bununla birlikte, diyalog aşamalarında, öğretmenin rolü genellikle doğrudan olduğu için kolayca gözlemlenebilir. Bu nedenle, diyalog aşamaları öğretmenlerin, öğrencilerin bilgiyi oluşturmasını ve bunu yönlendirmesini gözlemlemeleri açısından yardımcı niteliktedir. Öğretmenin diyaloğa girişi, bu diyalog sürecindeki üslubu, eylemleri ve öğrenci ile devam eden diğer diyalog türleri, öğretmenin bilginin oluşumuna sağladığı rehberliğin bileşenleridir (Schwarz, Dreyfus, Hadas & Hershkowitz, 2004).

Mercer (1996), Vygotsky'nin bireysel gelişim kuramını esas alarak sınıflardaki farklı diyalog türlerini belirlemeye yönelik çalışmalar yapmıştır. Mercer'in akıl yürütmeyi toplumsal uygulamalardan kaynaklanan sosyal bir süreç olarak tanımlaması RBC modeli ile paralellik göstermektedir. Schwarz *vd.* (2004), Mercer'in diyalog kategorilerinden esinlenerek, farklı sınıf diyalog türleri ortaya koymuşlardır. Bu diyalog türleri aşağıda verilmiştir:

*Temel (Grounding) Diyalog*: Katılımcılar, bilgiyi paylaşmaya kararlıdır. Öğretmen, çoğunlukla yeni bir konu önermekte ve öğrencilerin konu hakkında bilgi sahibi olup olmadıklarını; görevi çözmek ve yeni bilgi üretmek gibi öğrenme hedeflerine ulaşmak için gerekli bilgi birikimine sahip olup olmadıklarını kontrol etmektedir.

*İleriye dönük (Prospective) Diyalog*: Bu diyalogdaki amaç, öğrenciyi öğrenmeye hazırlamaktır. Öğretmen, sorunu ve ulaşılacak hedefleri açıklığa kavuşturur ve öğrencilere bir bakış açısı sunmaya çalışır. Bu süreçte öğrenciye, öğretmenin kapsamlı bir müdahalesi söz konusu değildir.

*Eleştirel (Critical) Diyalog*: Katılımcılar, farklı bakış açılarını anlayarak bunlara uyum sağlayıp yeni fikirler, gerekçeli argümanlar geliştirir, birbirlerine meydan okurlar ve karşı koyarlar. Öğretmen ise tüm öğrencileri katılmaya teşvik eder. Eleştirel diyalog, farklı bakış açılarını anlama ve barındırma konusundaki kararlılığını karakterize eden yapısal özelliklere sahipken, tartışmalı diyalog da katılımcılara kazanma ihtimali verilir.

*Yansıtıcı (Reflective) Diyalog*: Katılımcılar kabul edilmiş argümanları bütünleştirmeye ve genelleştirmeye çalışır. Eylemleri tekrarlar ve deneyimlerinden ders çıkarırlar. Konuşma, çoğunlukla elde edilen sonuçlar yerine süreçle ilgilidir.

*Ders sunum (Lesson Delivery) Diyaloğu*: Katılımcılar bilgi aktarımı yaparlar. Öğretmen, açıklamalarla hazırlanmış bir ders sunar. Ders sunumu, kitap okumaktan test çözmeye kadar "öğretici" nitelikte değişkenlik gösterebilir.

RBC modelinin objektifinden, öğretmen liderliğindeki tartışmalarda öğretmenin rolünün incelenmesi yöntemsel bir sorun olarak ortaya çıkmaktadır. Schwarz *vd.* (2004) çalışmalarında kendilerinin belirledikleri, öğretmenin başlattığı diyalog türünün (temel, ileriye dönük, eleştirel, düşünceli vb.) soyutlama süreçlerine etkisini irdelemişlerdir. Özellikle eleştirel diyaloğun ele alındığı durumda epistemik eylemlerin etkinleştirilebileceğini ve olası bilgi öğelerinin soyutlanmasını sağlayabileceğini göstermişlerdir. Bu açıdan değerlendirildiğinde RBC modelini ele alan bu çalışma, öğretme sürecinde öğretmenin rolünün analiz edildiği öncü bir araştırma olma niteliğindedir.

**Neden RBC+C modeli?**

Öğrenciler, dörtgenleri tanımlama, sınıflandırma ve alan formüllerini oluşturmada zorluk yaşamaktadırlar. Bu zorlukların sebeplerini ortaya koymak açısından onların soyutlama süreçlerinin incelenmesi gerekmektedir. Soyutlama sürecinin, zihinsel olması ve üst düzey matematiksel düşünme gerektirmesi gibi nedenlerle gözlemlenmesi oldukça zordur. Bu nedenle soyutlama süreçlerini ele alan teori/yöntem/modellerden yararlanmak gerekir. Bu tez çalışmasında sosyokültürel bir bakış açısına sahip olan bağlamda soyutlama teorisine dayanan RBC+C modeli tercih edilmiştir. Bu modelin seçilme nedenleri daha anlaşılır olması açısından aşağıdaki şekilde sıralanmıştır:

1) *Bağlamı dikkate alma:* Soyutlamaya bilişsel bakış açısıyla yaklaşan matematik eğitimcileri, soyutlamanın öğrencinin zihninde gerçekleştiğini bu nedenle bağlamsızlaştırma fikrinin soyutlama üzerinde etkin olduğunu öne sürmüşlerdir. Fakat gelişen dünyada bilginin oluşmasında çevresel faktörlerin ve sosyal etkileşimin etkisinin de göz ardı edilmemesi gerektiğinden yeni bir bakış açısı gelişmeye başlamıştır. Bağlamlaştırmayı savunan sosyokültürel yaklaşım; öğrencinin bilgiyi oluştururken fiziksel ortam, öğrencilere verilen görevler, öğrenme araçları (kağıt, kalem, bilgisayar gibi), öğrencilerin önceki öğrenmeleri ve öğrenci-öğrenci, öğrenci-

öğretmen arasındaki etkileşim gibi bağlamlardan etkilendiğini savunmaktadır. Bu yaklaşımı esas alan Davydov'un diyalektik yaklaşımı ve Leont'ev 'in aktivite teorisini sentezleyen Hershkowitz *vd.*, (2001) Bağlamda Soyutlama (Abstraction in Context-AiC) teorisini ortaya koymuşlardır. Matematiğin; öğrencilerin önceki öğrenmelerinden, ortam koşullarından, sosyal etkileşimden yani özetle bağlamdan ayrı düşünülememesi nedeniyle, soyutlamaya sosyokültürel bakış açısıyla yaklaşılmıştır.

2) *Epistemik eylemleri gözlemlenebilir kılması:* AiC soyutlamayı, öğrenci için yeni olan bilgi yapılarının ortaya çıkış süreci olarak tanımlamaktadır. Bu yüzden, sürece sonuçtan daha fazla önem vermektedir. Soyutlama sürecinin olmazsa olmazı olan oluşturma eylemi ise bu sürecin merkezinde yer almaktadır. Fakat nadir ve zor görülen bir eylem olması epistemik eylemlerin ortaya çıkmasına zemin hazırlamıştır. Epistemik eylemler (Hershkowitz *vd.* (2001)'nin tanımladığı tanıma, kullanma ve oluşturma eylemleri), grup veya öğretmen etkileşimli ortamlarda problem çözme esnasındaki katılımcıların ifadeleridir. Bu ifadeler sayesinde öğrencinin eylemleri mikro düzeyde tanımlanarak (Kidron & Dreyfus, 2008) hangi eylem düzeyinde olduğu, eksiklikleri veya hatalı bilgileri tespit edilebilmektedir. Böylece öğrencilerin dörtgenleri tanıma, ilişkilendirme ve alan formüllerini oluşturma esnasındaki zihinsel süreçlerin ortaya konması mümkün olacaktır.

3) *Öğrenci-öğrenci ve öğretmen-öğrenci etkileşimini desteklemesi:* RBC+C modeli, sosyal etkileşimi bağlamın bir parçası olarak görmesinden dolayı, sosyal açıdan zengin (akran etkileşimli ve öğretmen yardımlı) ortamlarda matematiksel soyutlamayı inceleme imkanı sunmaktadır (Özmantar & Monaghan, 2007). Bu sayede öğrencinin kendi başına yapılandırdığı öğrenme süreçleri üzerindeki sosyal etkileşimin etkisi gözlemlenebilecektir. Soyutlama süreçlerinde sosyal bağlamın etkisini incelemek için öğrenciler gruplara ayrılarak arkadaşlarıyla birlikte verilen görevlerde ilerlemeye çalışmışlardır. Böylece öğrenmenin daha anlamlı olması ve dersin monotonluktan uzaklaşıp eğlenceli bir hale gelmesi planlanmıştır.

4) *Paylaşılan bilginin ortaya çıkması:* Yeni matematiksel yapının oluşturulması bir öğrencinin zihninde çevresinden bağımsız bir şekilde yani bilişsel olarak da gerçekleşebilirken, küçük grup veya tüm sınıfın yer aldığı bir tartışma esnasında sosyal etkileşimin katkılarıyla da gerçekleşebilir. Burada önemli olan öğrencinin bireysel olarak oluşturduğu bilginin, grup veya sınıf arkadaşına nasıl aktarıldığıdır. Akran öğrenmesinin kaçınılmaz olduğu sınıf ortamında paylaşılan bilginin kesin olarak var olduğu varsamıyla hareket edilmiştir. Model sayesinde bireysel bilgi ile grubun paylaşılan bilgisi arasındaki ilişki ile grup içerisindeki öğrenciler arasındaki bilgi

geçişleri gözlemlenebilir. Böylece öğrenme süreçlerine bilişsel ve sosyal bakış açılarıyla yaklaşılabilir.

5) *Pekiştirmeye önem vermesi:* Yeni oluşturulmuş yapıya, daha sonrasında tekrar kullanma imkanı verilmezse, bu yapının öğrencinin zihninde kalıcı olma ihtimali azalacaktır. Oluşturma eyleminin pekiştirmeyi içermemesi nedeniyle, soyutlama süreçlerinde pekiştirmenin ayrıca ele alınması gerekir. RBC+C modeline göre, oluşturulan yapının bilinçli olarak sonradan kullanılması o yapının soyutlandığını gösterir. Bu nedenle her yeni oluşturulan yapının ardından o yapının kullanılarak pekiştirilmesini sağlayacak etkinlikler hazırlanmıştır.

**Temel Geometrik Kavramlar ve İlişkiler**

Geometri öğrenimi, çocuklar çevrelerindeki fiziksel dünyayı "görmesi" ve "tanımasıyla" birlikte başlamakta ve tümevarım veya tümdengelim süreçleriyle üst düzey geometrik düşünmeye kadar devam edebilmektedir (Hershkowitz, 1990). Çocuklar, temel geometrik kavramlarla; okuldaki deneyimleriyle yapılandırılmış bir şekilde veya çevrelerinden, ailelerinden ve oyunlardan yapılandırılmamış bir şekilde tanışırlar. Hershkowitz (1987) bu durumlardaki öğretim stratejilerinden kaynaklanabilecek başlıca sorunları şu şekilde sıralamıştır:

i. Örneklerin ve özelliklerin sadece bir kısmının verilmesinden kaynaklanan bütünlüğün sağlanamaması durumu,

ii. Öğretmenin ders kitabındaki bilgi eksikliğinin farkında olmaması durumu,

iii. Kavramların oluşturulmasında öğrencinin yaşadığı zorlukların ve kavram yanılgılarının farkında olunmaması,

iv. Öğrencinin pasif alıcı olarak görülerek, öğretmen veya ders kitabı tarafından verilen kavramsal özelliklerin (tanımlamalar) genelleştirilmesi.

Bu aşamada, temel geometrik kavramların öğretiminin etkili bir şekilde nasıl geliştirilebileceği üzerinde durulması gerekmektedir. Öğrencilerin analitik yeteneklerini geliştirmeleri, kararlarını kritik özelliklere (tanımlamalara) dayandırmaları, tek başına görsel düşünmeden kaynaklanan geometrik akıl yürütme ile ilgili eksiklikleri ve yanlış anlamaları gidermeleri gerekmektedir (Hershkowitz, 1990).

Matematiksel ve geometrik kavramların tanımlarının öğrenilmesi, tümdengelimli akıl yürütme ve ispatlamanın geliştirilmesinde önemli bir rol oynamaktadır (Fujita & Jones, 2007). Öğrenciler, bir kavramın hem görselliğine hemde matematiksel tanımına bakarak zihinlerine yerleştirmektedirler. Fakat her zaman öğrencilerin verilen tanımları doğru ve tam bir şekilde öğreneceklerini düşünmek yerinde değildir. Özellikle şekilsel kavramın sınırlı görsel örneklerinin verilmesi, kavramlar arasında eksik veya hatalı ilişkilerin kurulması, tanımın görsele göre yorumlanması ve öğrencilerin bir kavrama ait tanımı aşırı özelleştirme veya aşırı genelleştirme yapmaları nedeniyle, yanlış öğrenmenin gerçekleşmesi kaçınılmaz olacaktır. Bu yanlış öğrenmenin önüne geçmek için öncelikle öğrencilerin formal tanımları kendilerince nasıl yorumladıkları ve bunu yaparken hangi hataları yaptıklarının tespit edilmesi gerekmektedir. Yapılan çalışmalarda; Tall ve Vinner (1981) *"Kavram İmajı-Kavram Tanımı"*, Hershkowitz (1990) "*Prototip Olgusu"*, Fischbein (1993) "*Figürel Kavram"* ve Fujita ve Jones (2006) ise "*Formal Figürel Kavram-Bireysel Figürel Kavram"* gibi teoriler ortaya koymuşlardır. Aşağıda bu teoriler kısaca açıklanarak, aralarındaki benzerlikler ve farklılıklar verilmiştir. Böylece okuyucuya; öğrencilerin perspektifinden tanımlamalar ve kavramlar arası kurulan ilişkiler bakımından farklı bakış açıları sunulmuştur.

**Figürel kavramlar.**

Fischbein (1993) geometrik figürleri, şekilsel (figural) ve kavramsal (conceptual) olmak üzere ikiye ayırmıştır. Şekilsel yön; renk, ağırlık, konum ve büyüklük gibi mekansal özellikleri içerirken, kavramsal yön; soyutluk, genellik ve mükemmellik gibi soyut özellikleri içermektedir. Kavramsal yön ile şekilsel yön arasındaki uyumun ideal form haline geldiği süreci Fischbein "*Figürel Kavram (Figural Concepts)"* olarak ele almıştır. Figürel kavram, zihinsel bir gerçekliktir ve matematiksel mantıkla ele alınmalıdır. Bu figürel yapı, prensip olarak, kalıcı olmayan, belirli bir aksiyomatik sistemdeki mantıksal kurallar ve prosedürlerle kontrol ve manipüle edilir. Figürel kavramlar, mekansal özelliklerin zihinsel temsillerini (şekil, konum, metrik olarak ifade edilen büyüklükler) yansıtır ve manipüle edilmelerine rağmen; soyut, genel, ideal ve mantıksal olarak da tayin edilebilirler.

Geometrik figürlerin özellikleri tanımlar tarafından türetilir. Bu açıdan geometrik figürlerin kavramsal bir doğası vardır. Örneğin bir kare, sadece kağıda çizilen bir resim değildir. Karenin bütün kenarları eşit olan bir dikdörtgen olmasından yola çıkılarak diğer özellikleri de keşfedilebilir (dik açıların eşit olması, köşegenlerinin eşitliği gibi). Bununla birlikte geometrik bir figür, kavramsal bir yapıya sahip olduğu kadar görsel imaja da sahiptir (Fischbein, 1993). Görsel imaj, elde bulunan veriyi anlamlı yapılarda organize etmekle kalmayan, aynı zamanda bir çözümün analitik gelişimini yönlendiren önemli bir faktördür (Hershkowitz, 1990, s. 104).

**Kavram imajı-kavram tanımı.**

Tall ve Vinner (1981), "*kavram imajı"* ile *"kavram tanımı"*nın birbirinden farklı kavramlar olduğuna dikkat çekmiştir. Kavram, matematiksel tanımdan gelirken; kavram imajı, kavram oluşturma sürecinin zihindeki ürünüdür. Öğrencinin geometrik kavram görüntülerini nasıl oluşturduğunu ve bu gelişimi etkileyen faktörleri daha iyi anlamak için kavramların ve matematiksel yapılarının analizi gereklidir (Vinner, 1983).

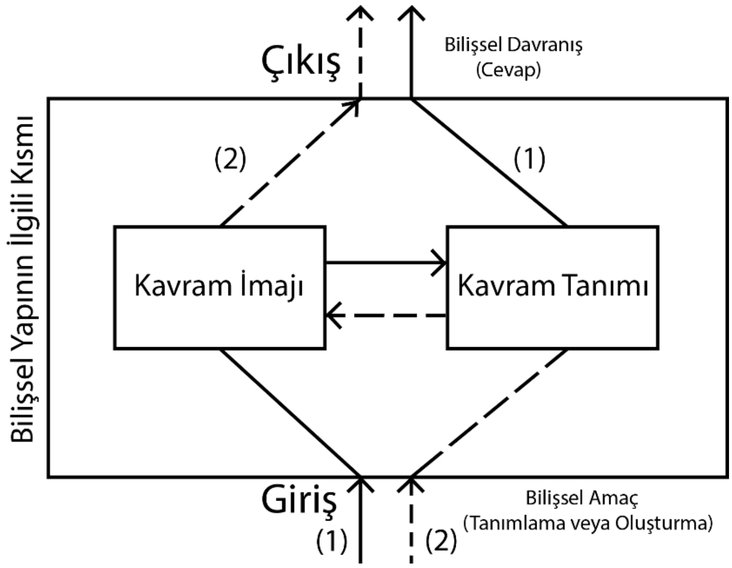
*Kavram imajı (concept image)*, kavram ile ilişkili olan zihinsel resimlerin, ilişkili özelliklerin ve süreçlerin tümünü kapsayan toplam bilişsel yapıyı tanımlamak için kullanılır. Birey, yeni uyaranlarla karşılaştığında tecrübe kazanır ve yıllar içinde olgunlaşır. Örneğin; çıkarma kavramı genellikle ilk önce pozitif tam sayıları içeren bir süreç olarak yerine getirilir. Bu aşamada çocuklar, bir sayının çıkartılmasının daima cevabı azalttığını gözlemleyebilir. Böyle bir çocuk için bu gözlem kavram imajının bir parçasıdır. Ancak daha sonra negatif sayıların çıkartılmasında sorunlar oluşabilir. İlerde bu şekilde çatışmalara meyil vermemek için bir kavramla ilişkili tüm zihinsel nitelikler, ister bilinçli olsun ister bilinçsiz olsun, kavram imajına dahil edilmelidir (Tall & Vinner, 1981).

Kavram imajı özneldir ve tamamen öğrenciye bağlıdır. Örneğin; öğrencilerin çoğunda yükseklik sadece üçgenin iç bölgesine çizilir şeklinde bir kavram imajı vardır. İkizkenar üçgen için bu durum doğru kabul edilebilir çünkü yükseklik aynı zamanda kenarortay ve açıortaydır. Kenarları eşit olmayan üçgende de geçerli olur ancak diğer iki üçgen çeşidinde bu kavram imajı hatalı sonuçlara yol açabilir (Hershkowitz, 1987).

Kavram imajı; öğrenciye kavramın tanımı verildikten sonra, birkaç örnek ve açıklamayla, aşamalı olarak oluşmaya başlamaktadır. Oluştuktan sonra da öğrenci kavramları ele almak için nadiren bir kavramın formal tanımlarına başvurma gereği hissetmektedir (Vinner, 1983). Ancak öğrencilere sınırlı veya kalıplaşmış örnekler verilmesi durumunda, hatalı kavram imajlarının oluşması kaçınılmaz olacaktır. Bu durumu destekler nitelikte Monaghan (2000) çalışmasında, dikdörtgenlerin tipik görüntülerinin yatay uzunlukları ön planda olacak şekilde verildiğinde, bunun öğrencilerin "dörtgenlerin kapsayıcı ilişkileri" algılamalarını bozduğunu ve karenin dikdörtgenin özel hali olduğunu kabul etmedikleri sonucuna ulaşmıştır.

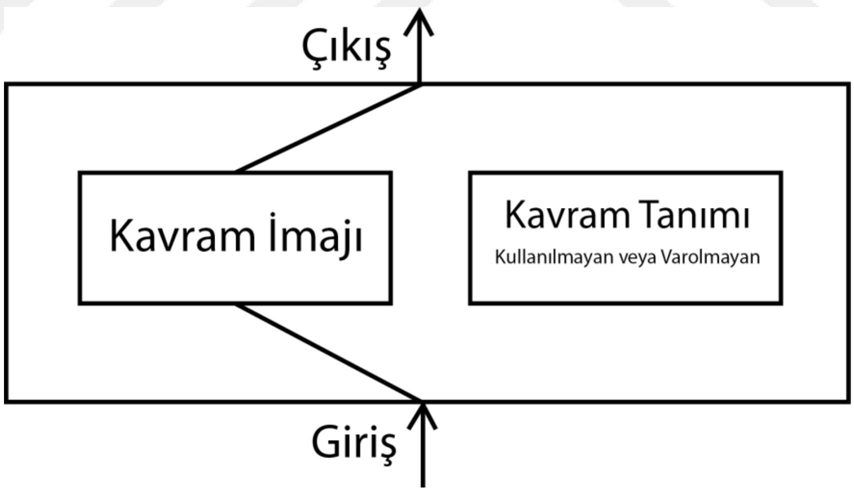
Kavram tanımı *(concept definition),* bir kavramı belirtmek için kullanılan sözcüklerin bütünüdür. Öğrenci, kavramı alışılmış tarzda veya daha anlamlı olarak öğrenebilir. Kavram tanımının öğrenciye verilip verilmediğine veya öğrenci tarafından yeniden düzenlendiğine bakılmazsızın, kavram tanımı zaman zaman değişebilir. Böylece, öğrencinin kendi yorumuyla özelleştirdiği kavram tanımı, orjinal halinden farklı olabilr. Bu kişiye özgü kavram tanımı öğrenciye özgü kavram imajını üretir (Tall & Vinner, 1981).

Bilişsel bir görevde kavram tanımı ve kavram imajı için birçok öğretmenin uygulamaya çalıştığı model Şekil 2'deki gibidir (Vinner & Hershkowitz, 1980).




*Şekil 2. Öğretmenlerin kavram imajı ve kavram tanımı için derste uygulamaya çalıştığı model.*

Kavram imajlarını oluşturmak veya bilişsel bir amacı yerine getirebilmek için öğrencileri tanımları kullanmaya zorlamak yerinde değildir. Çünkü bazı tanımları anlamak ve kavram imajına dönüştürmek oldukça güçtür. Bu durumda Şekil 2 'deki (1) ve (2) numaralı tanımlar etkisiz hale gelebilir veya unutulabilir. Dolayısıyla, yukarıdaki bilişsel amaç modeli Şekil 3'e dönüşmektedir (Vinner & Hershkowitz, 1980).




*Şekil 3. Tanımların zorla öğretimi sonucunda bilişsel amacın değişimi.*

**Formal figürel kavram-Bireysel figürel kavram.**

Fujita ve Jones (2006), Fischbein (1993)'in "figürel kavram" yaklaşımından yola çıkarak öğrencilerin geometri öğrenme deneyimlerinde, kavram imajlarından ve kendi oluşturdukları kavram tanımlarından yararlandıklarını benimsemişlerdir. Bu tarz örnekleri de "bireysel figür kavramı" olarak isimlendirmiş ve "formal figür kavramı" ile arasındaki boşluğun doğasını da raporlaştırmışlardır. Formal figürel kavramlar, Öklid geometrisinde formal kavram imajları ve tanımları içerir. Bununla birlikte, bireysel figürel kavramlar, bireylerin geometrik şekiller hakkında kendi geometri öğrenme deneyimlerinden oluşmuştur. Örneğin, "kare bütün kenarları birbirine eşit olan dikdörtgendir" formal figürel kavram tanımı iken, öğrencinin zihninde "karenin bütün açıları eşit karşılıklı kenarları paralel dörtgendir" ifadesi öğrencinin bireysel figürel kavram tanımını yansıtmaktadır.

Genel olarak bu üç yaklaşım özetlenecek olursa; Tall ve Vinner (1981) tarafından önerilen "kavram tanımını", Fischbein (1993) "ideal figür kavramı" olarak ele almıştır. Fakat Fischbein ortaya sadece figürel ve kavramsal yönlerin birbiriyle uyum içinde olduğu bir kavram tanımı koymuştur. Bireylerin bir kavramı nasıl yorumlayacağına yönelik herhangi bir kavram sunmamıştır. Bu konuya katkıda bulunmak amacıyla Fujita ve Jones (2006) öğrencilerin bireysel figürel kavram olarak adlandırdıkları geometriyi öğrenme deneyimlerini kullanarak oluşturdukları kendi figürel kavram imajlarına ve tanımlarına sahip olduklarını iddia etmişlerdir. Ayrıca kavram tanımlarını da formal figür kavramları olarak isimlendirmişlerdir.

**Prototip olgu.**

Kavram, matematiksel tanımdan türemiştir ve dolayısıyla kritik özelliklere (bir kavramın örnek olması için sahip olduğu özellikler) ve kritik olmayan özelliklere (yalnızca kavramın örneklerinden bazılarının sahip olduğu özellikler) sahiptir. Sözlü tanım, genellikle kavramı tanımlamak için yeterli olan ilgili özelliklerin en küçük alt kümesini içermektedir. Bu yüzden tanım, olumlu veya olumsuz kavram örnekleri olarak sınıflanan bir ölçüt olarak düşünülebilir. (Hershkowitz, 1987, s. 240). Kavramların özellikleri; kavramlar arasındaki ilişkilerin oluşturulması, kavramların farklılaştırılması, kavramların genelleştirilmesi ve sınıflandırılması bağlamında önemli rol oynamaktadır (Türnüklü *vd.*, 2013).

Hershkowitz (1990)'e göre kavramın her örneğinde bulunan özellikler kritik özelliklerdir. Bu özelliklerden biri bile eksik olsa kavram tamamlanamaz. Örneğin, "dört kenar", "iki çift paralel kenar" ya da "eşit iki karşılıklı açılar" paralelkenarın kritik özellikleriyken, "iki uzun kenar ve iki kısa kenar" veya "iki dar açı ve iki geniş açı" kritik özellikleri değildir. Böylece öğrenci; dörtgenlerin özelliklerini analiz etmeyi, farklı dörtgenler arasındaki kritik ve kritik olmayan özellikleri ayırt etmeyi ve dörtgenler arasındaki hiyerarşik ilişkiyi öğrenmiş olacaktır. Kritik özelliklerin yanısıra kritik olmayan özellikler de bir kavramın sahip olabileceği öğeler olarak görülebilmektedir. Bu durum "prototip olgusu" ile ilişkilendirilmiştir.

Prototip olgu, öğrencilerin geometrik şekilleri esnek bir şekilde görmekteki zorluğun sebebinin, öğrencilerin geometrik şekillerin öğrenmelerinin ilk aşamalarında sıklıkla karşılaştıkları prototip örneğinin olduğunu iddia etmektedir. Örneğin, paralelkenarın tanımında "iki çift paralel kenara sahip dörtgen" ifadesi kullanılır ancak genellikle "eğimli" görsel imge sıklıkla kullanılmaktadır. Bu görsel imgeler öğrencilerin zihninde kalıcı hale gelerek bir kavramı tanımlarken olabildiğince çok özellik (kritik ve kritik olmayan özellikler) kullanmalarına neden olacaktır. Bu sebeple de dörtgenler arasındaki hiyerarşik sıralama yapmak gerektiğinde özelliklere takılıp yanlış ilişkiler kurmaları kaçınılmazdır (Fujita *vd.*, 2017). Erez ve Yerushalmy (2006)'e göre, öğrencilerin dörtgenlerde yaşadıkları zorluklar dörtgenlerdeki kritik ve kritik olmayan özellikler arasındaki ayrımın yetersizliğinden kaynaklanmaktadır.

Prototip örnekler, genellikle kavramın sahip olduğu "en uzun" özellikler listesi olan örneklerin alt kümesidir. Bu listede tüm kritik özellikler ve güçlü görsel özelliklere sahip olan kritik olmayan özellikler yer almaktadır. Örneğin, dik üçgenin dikliği, eşit kenarlara ve açılara sahip olan karenin dikdörtgene örnek gösterilmesi, üçgenin iç bölgesindeki yüksekliği ve çokgenin iç bölgesindeki köşegenin varlığı gibi. Ancak prototip örnekleri öğrencilerin farklı şekillerde yorumlamaları kavram imajlarını etkileyeceğinden, kavramın yanlış anlaşılmasına neden olabilir (Vinner & Hershkowitz, 1983). Fujita (2012)'nın çalışmasında öğrencilerin kavramsal imajlarının bir sonucu olarak, dikdörtgeni paralelkenar ailesinin üyesi olduğunu kabul etmedikleri görülmüştür. Çünkü onlara göre dikdörtgenin açıları 90 dereceydi ve paralelkenarın açıları 90 derece değildi, hatta " yan yatmıştı".

Prototip, bireylerin tanımlama yeteneklerini etkileyen görsel-algısal kısıtlamaların bir sonucudur ve bireyler, prototip örnekleri başka örnekleri değerlendirirken bir model olarak kullanmaktadır (Hasegawa, 1997, s. 157). Örneğin, öğrencilerin paralelkenarı "karşılıklı kenarları paralel olan dörtgen (tanım)" olarak tanımlamaları ve "paralelkenarda komşu açıların birbirine eşit olmadığını" da paralelkenarın prototipinin bir sonucu olarak dolaylı yollardan eklerler (Okazaki & Fujita, 2007). Hershkowitz (1990)'e göre her kavramın bir veya birden fazla prototip örnekleri ve genellikle kavramın tüm kritik özelliklerinin yanısıra güçlü karakteristiklere sahip diğer kritik olmayan özellikleri de vardır. İki tip prototip düşünce vardır:

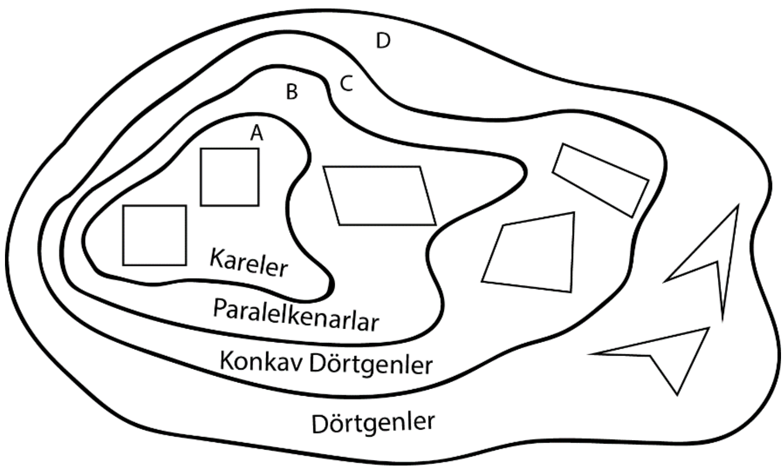
*Tip 1:* Prototip örneklerinin referans alınarak diğer görsel çıkarımlara uygulanması. Örneğin bir üçgende yüksekliği çizerken, iç bölgeye yükseklik çizilir kavram imajı yüzünden uygun olmayan durumlarda da iç bölgeye yükseklik çizmeye çalışması.

*Tip 2:* Öğrenci prototip örneği kendisine referans alarak prototipin özelliklerini diğer kavram örneklerine empoze etmeye çalışır. Bu işe yaramazsa öğrenci kavramın bir örneği olarak şekli kabul etmez. Örneğin, kare dışındaki tüm şekillerin eşit kenarları olmasına karşın eşit açıları olmadığı için dörtgen olarak kabul edilmez. Bu hatalı bir davranıştır.

Yukarıda bahsedilen iki tip prototipe ek olarak "analitik karar verme" (Tip 3) de yaygın olarak kullanılmaktadır. Mantıksal-analitik özelliklerin sonucu geometrik kavramların kazanıldığını göstermektedir. Bu tür akıl yürütme, kavramın kritik özelliklerine dayanmaktadır. Örneğin öğrenciler (kapalı olmayan bir şekil için) " her dörtgen bir çokgendir" ifadesinden yola çıkarak "kapalı olmadığı için dörtgen değil, bu nedenle bir çokgen değildir" şeklinde akıl yürütürler. Bu durum 5. sınıf öğrencilerine göre 7. sınıf öğrencilerinde daha az sıklıkla gözlenir. Aynı zamanda Tip 1'in (görsel karar verme) görülme sıklığı daha düşüktür ancak öğretmenler arasında bile tamamen kaybolmaz fakat Tip 2'nin (prototipik karar verme) görülme sıklığı öğretmenler arasında çok azdır veya yoktur (Hershkowitz, 1990, s. 83).

**Dörtgenlerin hiyerarşik sınıflandırılması.**

Temel geometrideki bazı yanlış anlamaların üstesinden, kavramları içeren matematiksel yapıların ilişkilendirilerek öğretilmesiyle gelinebilir. Başka bir deyişle kavramlar, örnekler ve ters örnekler arasındaki matematiksel ilişkiler ve bunların (eleştirel) nitelikleri, kavram kazanımında önemli rol oynamaktadır. Temel geometri öğretiminde önemli bir etkisi olan bu yapı *"karşıt yönleri kapsama ilişkisi (opposing directions inclusion relationship)"* olarak tanımlanabilir. Bu kapsama (alt küme) ilişkisi $A \subset B \subset C \subset D$ gibidir ve Şekil X' de verilmiştir (Hershkowitz, 1987, s. 240). Buradaki kapsamanın anlamı; A kavramı B kavramının alt kümesiyse, B'nin özelliklerini A için ispatlamak gereksizdir. Çünkü B zaten A'yı hiyerarşik olarak kapsadığı için, B'nin özellikleri A için geçerlidir.




*Şekil 4*. Kapsama ilişkisinin resmedilişi.

Şekil 4'teki kapsama ilişkisi kavram örneklerinden elde edilmiştir. Örneğin kareler kümesi, paralelkenar kümesinin öğelerinin bir kısmını içermektedir. Yukarıdaki şekilde kümelerin her birinin kritik özelliklerine bakıldığında aralarında ters ilişki olduğu görülmektedir. Burada "en küçük" olan kareler kümesi aslında paralelkenar kümesinin de "en büyük (en fazla)" kritik özelliğini içeren kümedir (Hershkowitz, 1987, s. 240).

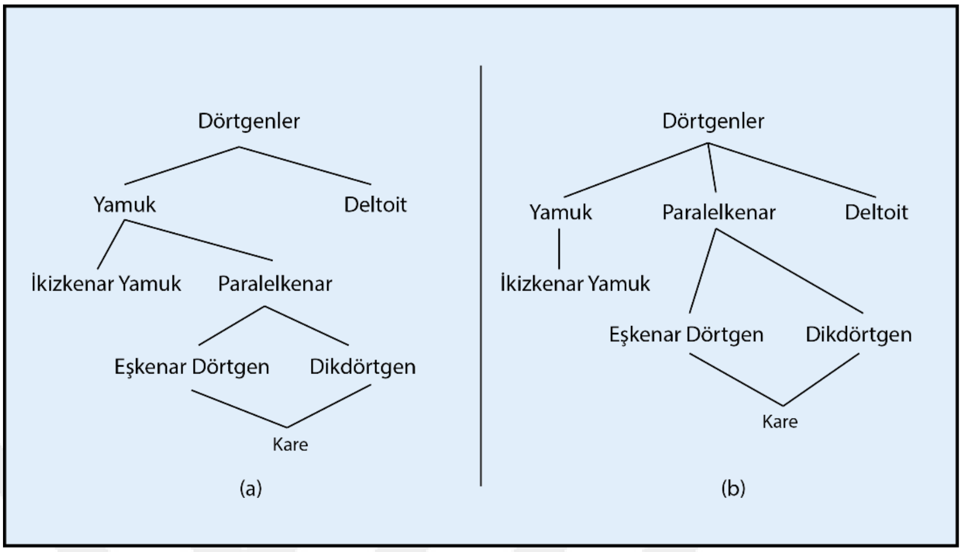
Dörtgenler arasındaki kapsama ilişkilerinin öğrenilmesi, öğrencilere mantıksal akıl yürütme becerilerini geliştirme fırsatı sağlamasının yanısıra öğrencilerin kavramları anlamasında tümevarımsal ve tümdengelimsel yöntemleri kullanmasını desteklemektedir (Crowley, 1987, s. 15). Bu anlamda öğrenmek, farklı dörtgenlerin özelliklerini analiz etmeyi, kritik ve kritik olmayan özelliklerini ayırt etmeyi ve dörtgenler arasındaki hiyerarşik sınıflandırmayı öğrenmek demektir (Erez & Yerushalmy, 2006, s. 272).

Hiyerarşik sınıflandırma terimi, özel kavramların daha genel kavramların alt kümelerini oluşturacak şekilde bir dizi kavramın sınıflandırılması anlamına gelir. Hiyerarşik sınıflamanın faydaları aşağıdaki gibidir (De Villiers, 1994):

i. Kavramların daha ekonomik (az ve öz) tanımlarının yapılmasını ve teoremlerin formülleştirilmesi sağlar.
ii. Daha özel kavramların türetilmesini ve tümdengelimi kolaylaştırır.
iii. Problem çözme sürecinde işlevsel bir kavramsal şema sağlar.
iv. Kavramlar arasındaki temel ilişkiler üzerinde daha tutarlı bir perspektif ve dolayısıyla da daha kalıcı öğrenme sağlayabilecek faydalı bir bakış açısı sağlamaktadır.
v. Daha genel kavramlar arasındaki çeşitli kesişimlerin daha özel kavramsal özellikleri nasıl ürettiğini görmek açısından daha estetik bir bakış açısı sunmaktadır.

Ekonomik tanım ve teoremlerin formulasyonu muhtemelen hiyerarşik sınıflamanın en önemli avantajlarından biridir. Aynı zamanda hiyerarşik bir sınıflandırma, problem çözme sırasında da oldukça yararlıdır. Örneğin, karşılıklı kenarları paralel uçurtmanın bir eşkenar dörtgen olduğunu ispatlamak istendiği varsayılsın. Hiyerarşik perspektifi kullanarak, eşkenar dörtgenler uçurtmanın ve paralelkenarın kesişimi olduğundan, karşılıklı kenarları paralel olan uçurtmanın eşkenar dörtgen olmasından dolayı şeklin paralelkenar olduğunun ispatlanması yeterlidir (De Villiers, 1994).

Hiyerarşik sınıflamada ve dörtgenlerde kapsama ilişkilerinde özellikle kavramsal tanımlar önemli rol oynamaktadır. Örneğin yamuğun tanımı "karşılıklı en az bir çift kenarı paralel olan dörtgen" veya "karşılıklı bir çift kenarı paralel olan dörtgen" şeklinde verilmiş olsun. Bu tanım ilk başta aynı göreve hizmet ediyormuş gibi gözükse de bir sınıflandırma yapılacağı zaman ikinci tanımı kullanan öğrencinin paralelkenarı yamuk ailesinden kabul etmesi mümkün değildir. Öte yandan yamuğun bu iki farklı tanımlaması göz önüne alındığında, dörtgenlerin farklı hiyerarşik sınıflandırmaları ortaya çıkacaktır. İlk tanımlama, yamuklar ailesine bir paralelkenarın dahil edildiğini ima eder ve Şekil 5a'ya benzer. Öte yandan, ikinci tanım, bir paralelkenar yamuk ailesinde kabul edilemez ve Şekil 5b'de gösterildiği gibi farklı bir hiyerarşik sınıflandırma ortaya çıkmaktadır (Popovic, 2012, s. 198). Dolayısıyla eğer paralelkenarı yamuğun alt kümesi olarak sınıflandırılmak isteniyorsa yamuğun tanımını "en az bir çift zıt taraflı paralel dörtgen" olarak yapmak gerekir. Burada paralelkenarı yamuktan ayıran da "karşı kenarların paralel olduğu dörtgen" özelliğidir (De Villiers, 1994).

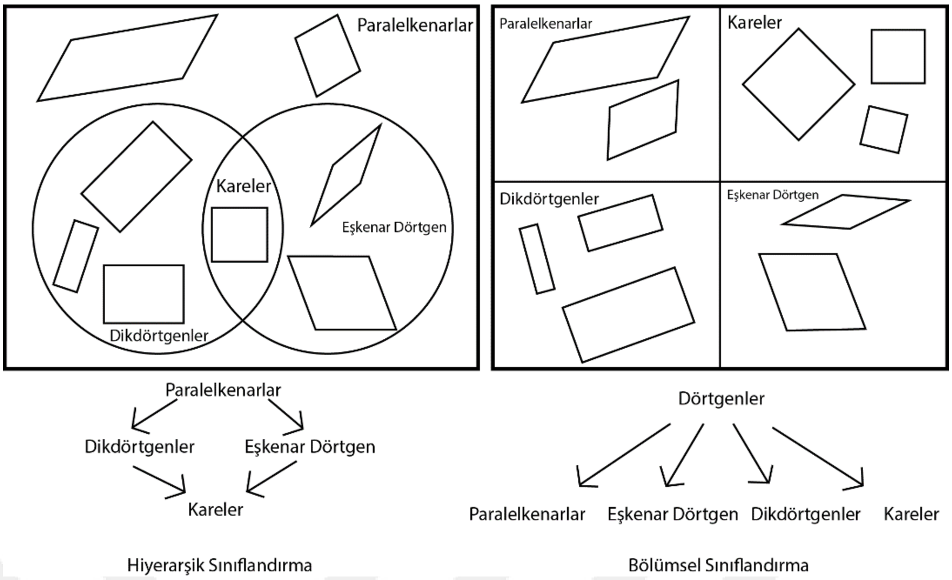



*Şekil 5*. Farklı hiyerarşik sınıflandırma örnekleri.

Markman (1989), öğrencilerin hiyerarşik ilişkileri anlayabilmeleri için dört koşulun sağlanması gerektiğini belirtmiştir:

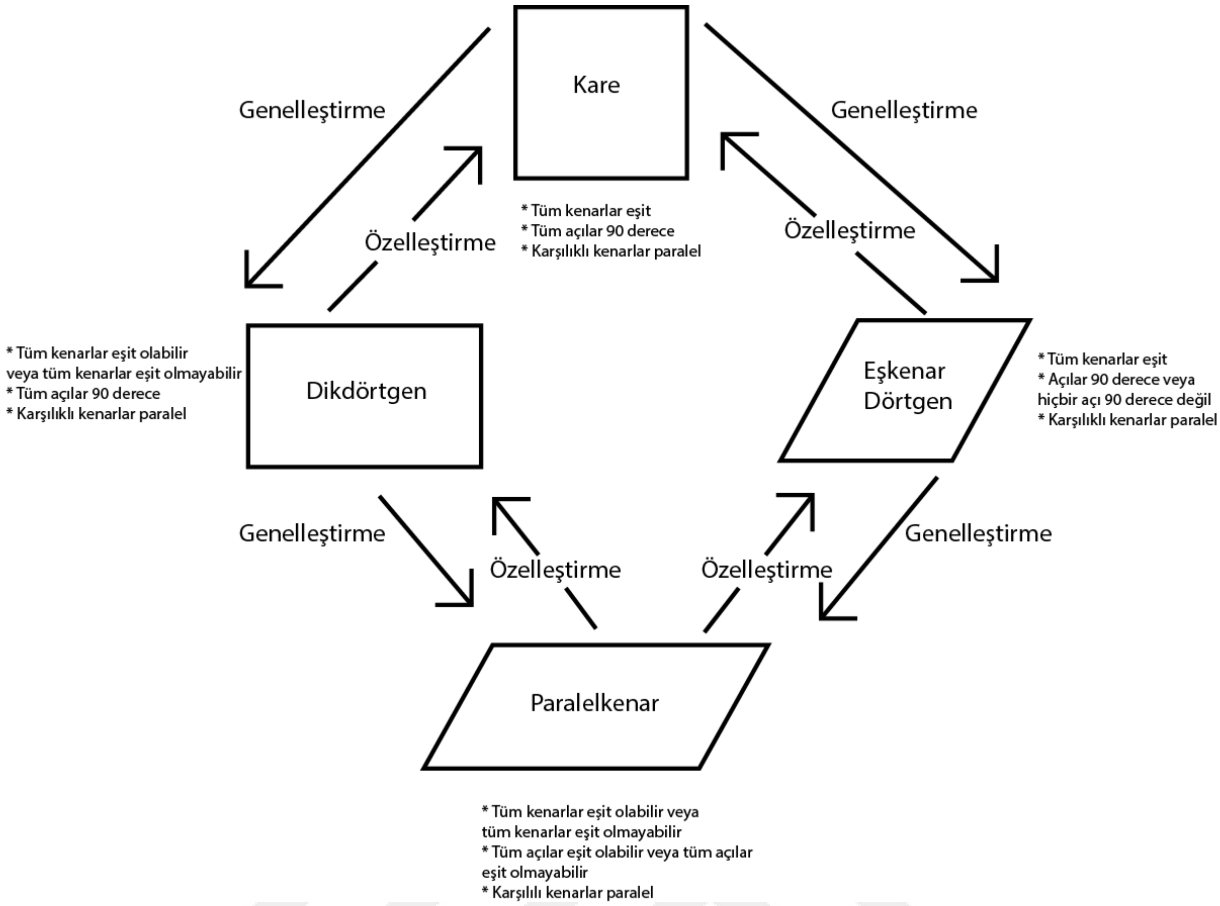
- Bir şekli farklı şekillerde sınıflandırma ve farklı isimlerle etiketleme becerisi: Örneğin, bir eşkenar dörtgen, çokgen, dörtgen veya paralelkenarın özel bir hali olarak da isimlendirilebilir.
- Şekilsel kavramlar arasındaki geçişli ilişkileri anlamaya duyulan ihtiyaç: Örneğin, bir kare bir eşkenar dörtgen ve bir eşkenar dörtgen paralelkenar ise, kare de bir paralelkenardır.
- Dörtgenler arasındaki ilişkilerin asimetrik olduğunun anlaşılma ihtiyacı: Örneğin, her dikdörtgen bir paralelkenar, ancak her paralelkenar bir dikdörtgen değildir.
- Şekilsel kavramların kritik özelliklerinin ters asimetri ve geçişli ilişkilerini anlamaya olan ihtiyaç: Örneğin, dikdörtgenin kritik özellikleri karenin kritik özelliklerine dahildir, ancak karenin kritik özellikleri, dikdörtgenin kritik özelliklerine dahil değildir (Akt. Fujita & Jones, 2007).

Dörtgenler, hiyeraşik bir sınıflamanın yanısıra bölümlere göre de sınıflandırılabilirler. Böyle bir sınıflama da kavram alt kümeleri birbirinden kopuk bir haldedir. Örneğin Şekil 6'da paralelkenar, eşkenar dörtgen, dikdörtgen ve karenin hiyerarşik sınıflandırılması, bölüm sınıflandırılması ile karşılaştırılmıştır. Hiyerarşik sınıflamada, dikdörtgen ve eşkenar dörtgenin paralelkenarın alt kümesi, karenin de dikdörtgen ile eşkenar dörtgenin kesişim kümesi olduğu açıkça görülmektedir. Fakat bölüm sınıflandırmasında bu ilişkiler gözlenememektedir (De Villiers, 1994, s. 12).




*Şekil 6.* Hiyerarşik ve bölümsel sınıflandırma.

Hiyerarşik sınıflama en özel kavram olan kare ile başlayabilir ve Şekil 7'de gösterildiği gibi dikdörtgen ve paralelkenar gibi ardarda yeni kavramlara genellenebilir. Örneğin dikdörtgen, kareden açıları eşit kalmak şartıyla karşılıklı kenarların eşit uzunlukta olması özelliğiyle daha genel bir kavram halini almaktadır. Benzer şekilde dikdörtgen üzerinden de paralelkenara, eşkenar dörtgen üzerinden paralelkenara genelleme yapılabilir. Veya tam tersi olarak daha genel bir kavram olan paralelkenardan başlayarak bir kare oluşturmak için daha fazla özellik katılarak özelleştirme yapılabilir. Örneğin eşkenar dörtgen, paralelkenara tüm kenar uzunluklarının birbirine eşit olması gerektiği özelliği eklenerek elde edilir. Eşkenar dörtgene de tüm açılarının birbirine eşit olması özelliğinin eklenmesiyle özelleştirilerek kare oluşturulur (De Villiers, 1994, s. 13).




*Şekil 7*. Dörtgenler arasındaki genelleştirme ve özelleştirme ilişkisi.

Öğrencilerin bir eşkenar dörtgenin paralelkenar olup olmadığını kavrayabilmeleri için iki ana alanda beceriye sahip olmaları gerekmektedir. Bunlar; hem kavramın şeklini zihinlerinde kullanmaları hem de kavramsal bir şekilde özelliklerini ve onunla ilişkili teorileri kavrayarak incelemeleridir. Örneğin, eşkenar dörtgenin "kenar uzunlukları birbirine eşit dörtgen" gibi bir tanım yapılırken bu kenarların birbirine paralel olduğuna dair ibare kullanılmamıştır. Bu şeklin aynı zamanda paralelkenar olduğunu belirtmek için öğrenciler; eşkenar dörtgeni paralel kenarlarını hayal ederek çizmek, eşit açılar tanımladığında eşit iki paralel çiftine sahip olduğu fikrini ortaya çıkarmak gibi çeşitli yaklaşımlar kullanabilirler (Fujita, 2012).

Dörtgenleri tanımlama ve sınıflandırma (kapsama ilişkileri) üzerine yapılan literatürdeki araştırmalarda öğrencilerin, dörtgenler arasında nasıl ilişki kurduklarını, kavramları zihinlerinde nasıl oluşturduklarına dair daha fazla bilgi sahibi olabilmek için “yaygın bilişsel yolları” da incelenmiştir. Yaygın bilişsel yol, pek çok öğrencinin benzer kavramları tanırken izledikleri yolu belirlemek için kullanılan istatistiksel bir yöntemdir (Vinner & Hershkowitz, 1980). Dörtgenler arasındaki ilişkinin anlaşılması için hiyerarşik zorluk sırasına dikkat edilmelidir. Eşkenar dörtgenler, benzerliğinden dolayı kare veya dikdörtgenden ziyade paralelkenar ile daha yakın bir ilişkinin kurulması muhtemeldir.

Eşkenar dörtgen ile paralelkenar arasındaki ilişkiyi tam olarak kavratmadan dikdörtgen ile paralelkenar ilişkisini öğretmek öğrenciler için etkili olmayabilir (Fujita & Jones, 2007).

Öğrencilerin dörtgenlere ilişkin algılarının farklı olması yaygın bilişsel yollarının değişkenlik göstermesine neden olmaktadır. Örneğin Okazaki ve Fujita (2007), İskoç öğrencilerin yaygın bilişsel yolunun dikdörtgen / paralelkenar, kare / dikdörtgen ve kare/eşkenar dörtgen iken, Japon öğrencilerin kare/eşkenar dörtgen, dikdörtgen/paralelkenar ve son olarak kare / dikdörtgen olduğunu bildirmişlerdir. Türnüklü (2014) ise ilköğretim matematik öğretmen adaylarının yaygın bilişsel yolunu; paralelkenar/eşkenar dörtgen, kare/dikdörtgen, paralelkenar/dikdörtgen ve kare/eşkenar dörtgen olarak tespit etmiştir.

**Alan Ölçümü**

Alan ölçümü; çarpma, yüzey alanı ve hacim gibi diğer matematiksel kavramlarla olan yakın ilişkisi nedeniyle ilköğretim ve ortaöğretim matematik müfredatında sıklıkla kullanılan temel konuların başında gelmektedir (Huang & Witz, 2013; Walton & Randolph, 2017). Alan kelime anlamıyla "düzlemsel bir şekli çevreleyen bölgenin ölçüsü" veya "şekli tamamen kaplayan kare birimlerin sayısı" olarak ifade edilir (Serra, 2008, s. 422).

Öğrencilerin alan ölçümü problemlerini çözme becerileri; geometrik bağlamda formülleri keşfetmeleri, şekiller üzerinde değişiklikler yapabilmeleri ve sayısal hesaplamalar yoluyla alanları ölçmeleri gibi nitelikli matematiksel deneyimlerle gelişmektedir (Huang & Witz, 2011). Bonotto (2003), alan ölçümünde ilk önce gerçek nesnelerin yüzeylerinin alanlarını cetvel gibi herhangi bir araç kullanmadan doğrudan tahmin etmelerini sağlayıp daha sonra yüzeyleri küçük karelerle kaplayarak hesaplamanın öğrencilerde, kare birim ölçüleri ve bunların ne için kullanıldığını, taban x yükseklik formülünün gerçek anlamının ne olduğunu kavramalarına yardımcı olacağını belirtmiştir. Görüldüğü üzere alan formülünün ortaya çıkışı, birim karelerle fiziksel olarak bir dikdörtgeni kaplama eylemidir. Bu işlem tek boyutlu olmasına karşın, formül iki boyutlu ve çarpımsaldır. Dolayısıyla öğrencilerin, dikdörtgenin karelerle kaplanmasıyla nasıl çizgisel boyuttan düzlemsel boyuta geçtiğini sezgisel olarak kavraması gerekmektedir (Outhred & Mitchelmore, 2000). Ancak iki boyutlu bir ölçü oluşturmak için bir boyutlu birimleri çarpmak; öğrencilerde iki uzunluğun çarpımı hakkında çarpımsal mantığa sahip olmalarını gerektirir (Stephan & Clement, 2003, s. 10). Örneğin, genişliği 4 cm, uzunluğu 6 cm olan bir dikdörtgenin alanını hesaplarken; 6 cm x 4 cm =24 cm$^2$ yerine 24 cm yazılması durumunda ortaya çıkan ölçüm sonucunun asıl sonuçla alakasının olmaması öğrencilerin bu çarpımsal ifadeleri bir boyutlu olarak düşündüğünü göstermektedir (Baturo & Nason, 1996). Burada yapılan hata, uzunluk ve alanı ölçmek için farklı ölçme araçlarının kullanıldığını gözardı etmektir. Uzunluk doğrudan cetvel gibi önceden işaretlenmiş ve sayılmış birimlere bölünmüş bir araçla ölçülürürken alan, dolaylı olarak, keyfi seçilen birim alanlar ile kaplanarak ölçülür. Fakat buna rağmen alan ölçümü, çoğunlukla doğrusal ölçümleri formüle yerleştirerek hesaplanmaktadır. Bu durum birçok öğrencinin alan kavramı hakkında oldukça belirsiz ve yanlış düşünceler geliştirmesine neden olmaktadır (Battista, 1982). Alan ölçümünde öğrencilerin; ölçü birimlerini ölçü nesnelerine uyarlamaları yani uzunluğu ölçmek için uzunluğu olan bir birimi, alan ölçmek için alana sahip bir birimi kullanmanın gerekliliğini hissetmeleri amaçlanır (Nitabach & Lehrer, 1996).

Alan ölçümü konusunda öğrencilere sunulan ölçme araçları ile onların alan ölçümünde kullandıkları stratejileri arasında bir bağ vardır. Yani öğrencilerin seçtikleri çözüm stratejileri, öğretmenin sunduğu yöntem ile paraleldir (Zacharos, 2006). Ne yazık ki, birçok öğretmenin ölçme sürecinde kavramsal gelişimden ziyade sayısal yönüne odaklanma eğilimi vardır. Bu nedenle, birçok öğrenci için, alan ölçümü deneyimleri, alan formüllerinin ezberlenmesi ve uygulanmasından ibarettir (Baturo & Nason, 1996). Bu durum öğrencilerin ölçme konusunda zorluk çekmelerine neden olmaktadır (Huang & Witz, 2011; Strutchens *vd.*, 2001). Alan ölçümünde yaşanılan zorluklarda genellikle öğrencilere alan ölçümünün, $alan = taban\ x\ yükseklik$ veya $alan = uzunluk\ x\ genişlik$ gibi kalıplaşmış ifadelerle ezberletilmesinden kaynaklanmaktadır (Battista, 1982; Kidman & Cooper, 1997; Nitabach & Lehrer, 1996; Outhred & Mitchelmore, 1996). Öğretmenin kavramsal çerçeveden uzak, alanın $taban\ x\ yükseklik$ formülüne eşit olmasından ibaret bir eğitim vermesi durumunda öğrenci sorgulamadan, düşünmeden her geometrik şeklin alanını hesaplarken bu formülü uygulamaya çalışacak ve anlamlı matematik yapmaktan uzak kalacaktır. Baturo ve Nason (1996), öğrencilerde alan ölçümünde kavramsal öğrenmenin gerçekleşmemesi durumunda, öğrencilerin matematiksel kavram ve süreçlerine karşı bütünsel ve anlamlı bir anlayış geliştirmelerini önemli derecede engelleyeceğini ifade etmiştir. Eğer öğrenci, alan konusunda yeterli kavramsal temeli olmadan, formülleri kullanmaya yönelirse, ölçümlerini anlamlı bir şekilde yapamayacaktır (NCTM, 2000, s. 243).

Geometri öğretiminde alan formülleri öğrencilere verilmeden önce formülleri kendilerinin oluşturabilecekleri, çokgenleri parçalayıp, farklı kombinasyonlarla birleştirebilecekleri ortamlar hazırlamak gereklidir (Huang & Witz, 2011). Öğrencilerin alanı daha anlamlı bir şekilde anlamasına yardımcı olmak için, öğrencilere kağıda çizilmiş bir paralelkenar vererek, kesip yeniden birleştirmeleri istenebilir. Bu etkinlik diğer geometrik şekiller için de yapılabilir (Strutchens *vd.*, 2001). Geometrik hareketlerin daha iyi kavramsallaştırması (yönleri farklı olan şekilleri tanıma) sayesinde öğrenciler iki boyutlu geometri modellerini daha iyi anlayabilirler. Geometrik hareketler, paralelkenarın aynı yüksekliğe ve tabanlara sahip olan bir dikdörtgene dönüştürülebileceğini ispatlamak için kesme ve yeniden düzenleme gibi şekillerin oluşturulmasında ve temel şekillerin alanlarının ölçülmesine ilişkin kuralların keşfedilmesinde öğrencilere yardımcı olmaktadır (Huang & Witz, 2011). Ancak burada dikkat edilmesi gereken öğrencinin alan korunumunu kazanmış olması gerektiğidir. Öğrenciler, parçaların katlanması veya yeniden düzenlenmesinin sonuçlarını tartışmalı ve kesilip yeniden birleştirilen bir bölgenin aynı alanı kapladığını görmelidir (Stephan & Clement, 2003. s. 13). İki bölgenin alanını karşılaştıran kesme- yapıştırma yöntemini sezgisel olarak kabul eden öğrenciler, alan ölçümünü kavramsal olarak anlamış olacaklardır (Battista, 1982).

Bir şeklin parçalanması ve bileşen parçalarının üstüste binmeden yeniden düzenlenmesinin şeklin alanını etkilemediği anlayışına sahip öğrenciler, daha önce bir dikdörtgen alanının nasıl bulunacağı konusunda öğrendiklerini kullanarak temel geometrik şekiller (paralelkenar, eşkenar dörtgen, yamuk) için de formül geliştirebilirler (NCTM, 2000, s. 244). Formüllerin anlamlı bir şekilde geliştirilmesi sayesinde, öğrenciler parça parça her formülü ezberlemek yerine var olan bilgilerinden yeni formülü oluşturabilir (van de Walle, 2010, s. 396). Bu bütüncül yaklaşım sayesinde öğrenciler formülleri ezberlemek zorunda kalmadan, dörtgenler arasındaki ilişkileri de fark ederek alan ölçümüne karşı kavramsal bir anlayış geliştirmiş olurlar. Böylelikle alan hesaplama problemlerinde sıkça yapılan kavram yanılgılarına düşmeden, bilinçli bir şekilde formülleri kullanarak doğru sonuca ulaşmaları muhtemeldir.

## İlgili Araştırmalar

Bu bölümde RBC, RBC+C modeli ve araştırma konusu olan temel geometrik kavramlar ve alan ölçümü ile ilgili çalışmalara yer verilmiştir. Literatürdeki çalışmalar amaçlarına göre kategorileştirilmiş olup, aralarından bazılarına da kısaca değinilmiştir.

### RBC ve RBC+C modeli ile ilgili araştırmalar.

Soyutlama sürecini RBC ve RBC+C modelinin perspektifinden ele alan araştırmalar; *bağlamda soyutlama (AiC) fikrinin ileri sürülmesiyle RBC modelinin ortaya çıkışı ve geliştirilmesi* (Dreyfus, *vd.*, 2001a; Dreyfus, *vd.*, 2001b; Hershkowitz *vd.*, 2001; Schwarz *vd.*, 2002; Schwarz *vd.*, 2004; Tsamir & Dreyfus, 2002), *RBC modeline pekiştirmenin eklenmesiyle RBC+C modelinin elde edilmesi ve soyutlama süreçleri* (Altun & Yılmaz, 2010; Dreyfus & Tsamir, 2004; Dreyfus *vd.*, 2006; Katrancı, 2010; Katrancı & Altun, 2013; Monaghan & Özmantar, 2006; Sezgin Memnun & Altun, 2012; Özcan, 2012; Tabach & Hershkowitz, 2002; Tabach *vd.*, 2001; Tsamir & Dreyfus, 2005; Yeşildere, 2006), *RBC ve RBC+C modelini* *kullanarak öğrencilerin soyutlama süreçlerinin incelenmesi* (Akkaya, 2010; Çelebioğlu & Yazgan, 2015; Kaplan & Açıl, 2015; Sezgin Memnun, 2011; Sezgin Memnun, Aydın, Özbilen & Erdoğan, 2017), *RBC modelini farklı yöntemlerle bir arada kullanma* (Dreyfus & Kidron, 2006; Hershkowitz, Tabach, Rasmussen & Dreyfus, 2014; Kidron & Dreyfus, 2008; Kidron *vd.*, 2008; Tabach, Hershkowitz, Rasmussen & Dreyfus, 2014; Wood & McNeal, 2003; Wood, Williams & McNeal, 2006), *görüşme yapan öğretmenin desteği ile soyutlama süreçlerinin şekillenmesi* (Monaghan & Özmantar, 2006; Özmantar, 2004; Özmantar, 2005; Özmantar & Monaghan 2005; Özmantar & Monaghan, 2006; Özmantar & Monaghan, 2007; Özmantar & Roper, 2004), *RBC modelinin ana unsurlarından biri olan sosyal bağlamı genişleten çalışmalar ve grubun paylaşılan bilgisinin irdelenmesi* (Dooley, 2007; Hershkowitz, Hadas & Dreyfus, 2006; Hershkowitz *vd.*, 2007; Hershkowitz, Tabach & Dreyfus, 2017; Stehlikova, 2003; Tabach, Hershkowitz & Schwarz, 2006; Ulaş & Yenilmez, 2017) gibi yapılma amaçlarına göre sınıflandırılabilir. Bu araştırmalardan bazıları aşağıda verilmiştir:

RBC modelinin çıkış noktası olan Hershkowitz *vd.* (2001) tarafından yapılan çalışmada 9. sınıfa devam eden bir öğrenciyle fonksiyon konusu üzerinde problem çözerken soyutlama süreçlerini incelenmiştir. Proje olarak yapılan bu çalışmada, soyutlamanın aşamaları ortaya konmuştur. Ayrıca her problem durumunda soyutlamanın gerçekleşmediği, bazı problemlerin sadece tanıma ve kullanma eyleminde kaldığı da tespit edilmiştir. Bu çalışmanın devamı niteliğinde olan bir başka çalışma da Dreyfus *vd.* (2001a) yaptığı araştırmadır. Bu araştırmada da iki çift öğrencinin cebirle ilgili problem çözmelerindeki bilgiyi oluşturmalarını incelemişlerdir. Çalışmanın sonucunda epistemik olayların çiftler arasında nasıl dağıldığına dikkat çekilmiştir.

RBC modelinin kapsamını genişleten çalışmalarda; Wood ve McNeal (2003); öğrencilerin matematiksel düşünme ve akıl yürütme açısından yalnızca geleneksel ve reform odaklı sınıflar arasında değil, aynı zamanda sınıf tartışmasında reform odaklı sınıflar arasında önemli farklar bulunduğunu; bunun sebebinin de öğrencilerin derse katılımları ve matematiksel düşünme düzeylerindeki farklılıklardan kaynaklandığını ileri sürmüşlerdir. Araştırmalarını genişleterek bu iki boyuta (katılım ve düşünme), strateji raporlama ve soruşturma/tartışma boyutlarını da eklemişlerdir. Epistemik eylemlerin soyutlama süreçlerini gözlemlenebilir kılmasından dolayı matematiksel düşünme süreçlerinin ortaya çıkarılmasında tanıma, kullanma ve oluşturma eylemlerine başvurulmuştur. Ayrıca RBC modelini Bloom Taksonomisinin basamaklarıyla ilişkilendirerek, epistemik eylemlerin hangi bilişsel basamağa denk geldiğini ortaya koymuştur. Benzer şekilde Wood *vd.* (2006) farklı kültürlerden dersliklerde çocukların sözel düşünce ve özel etkileşim kalıpları arasındaki ilişkileri tanımlamak, matematiksel düşünme düzeylerini belirlemek ve farklı çocukların protokollerini analiz etmek için RBC modelini kavramsal bir çerçeve olarak kullanmıştır. Burada model hem teori hem de metodoloji için bir çerçeve olarak uygulanmıştır. Böylece, çocukların düşünme düzeylerini nicel olarak analiz etme imkanı sağlamışlardır.

Dreyfus ve Tsamir (2004), Tsamir ve Dreyfus (2002) ileTsamir ve Dreyfus (2005), aynı proje kapsamında yapılan çalışmaların devamı olarak yapılan bu çalışmada kararlı veya kırılgan olan pekiştirilen bilgilerin ne kadar etkili olabileceğini ele almışlardır. Bir öğrenci ile yapılan görüşmelerin analizleri sonucunda didaktik olarak çok dikkatli tasarlanmış bir öğretim etkinliğinde bile, görünüşte çok iyi pekiştirilmiş bilgi yapısının beklenenden daha az kararlı olduğu bir duruma yol açabilecek küçük yanlışlıklar içerdiğini görülmüştür. Daha genel olarak, görünüşe göre iyi pekiştirilmiş bilgi yapıları, çeşitli bağlamlarda ilkel olarak pekiştirilmiş yapılara göre daha pasif kalabilir.

Özmantar ve Roper (2004) tarafından yapılan çalışma, ihtiyaç duyulan kadar destek vermenin (scaffolding) ve öğrencilerin etkileşimlerinin, RBC teorisi çerçevesinde matematiksel soyutlamanın oluşumunda oynadığı role odaklanan daha geniş bir araştırmanın parçasıdır. Çalışma için doğrusal fonksiyonların mutlak değerlerinin grafiklerinin çizimi ile bağlantılı olarak dört görev üzerinde çalışan iki öğrenciden veriler toplanmış ve öğrenciler seçilirken gerekli ön bilgiye sahip olmalarına ve amaçlanan soyutlamalar hakkında bilgi sahibi olmamalarına dikkat edilmiştir. Öğrencilere verilen görevlerin genel amacı; f (x) grafiğini kullanarak, |f (x)|, f (| x |) ve |f (| x |)| grafiklerini çizmek için bir yöntem oluşturmaktır. Rehberlik eden kişi, çalışmanın ana hedeflerini alt hedeflere indirgeyerek öğrencilerin gelişimlerini sağlamıştır. Bu çalışmanın verilerini genişleten Özmantar (2004), alt hedeflerin dialektik olarak birbiriyle ilişkili; görev, rehberlik eden kişinin müdahaleleri, öğrencinin görevleri yorumlaması ve daha önceden ortaya çıkmış hedefler olmak üzere dört değişkenden oluştuğunu ileri sürmüştür. Özmantar ve Monaghan (2005) yaptıkları çalışmada 17 yaşındaki iki kız öğrencinin lineer fonksiyonların mutlak değeri konusunda hazırlanmış dört soru üzerinde soyutlama süreçleri incelemişlerdir. Görüşmeler sırasında araştırmacı öğrencilere ihtiyaç duydukları anda, ihtiyaçları kadar bilgi vererek oluşturma sürecinin devamlılığını sağlamıştır. Ayrıca araştırmacı, öğrencilerin özerkliğini desteklemeye; öğrencilerin görev alanına aktif katılımını sağlamaya; "yararlı" açıklamalar yapmaya; gereksiz açıklamalar ve müdahalelerden kaçınmaya ve öğrencilerin bakış açılarını rehberlik sırasında dikkate almaya önem göstermiştir. Çalışma, iki aşamadan oluşmaktadır. Öğrencilerin ilk aşamadaki performansı, araştırmacının az yardımı olduğundan, gerçek kalkınma düzeyinde değerlendirilebilir. Bununla birlikte öğrenciler ikinci aşamada, araştırmacının yardımı ile yeni bir yöntem oluşturmuş ve bu oluşum sırasında, |f(x)|

'nin matematiksel özelliklerini tanımış, kullanmış ve yeniden organize etmişlerdir. Bu çalışmalarla paralel olarak Özmantar ve Monaghan (2007) mutlak değer fonksiyonlarının grafikleriyle ilgili görevler konusunda bir öğretmenin yardımıyla çalışan iki öğrenciyle görüşme yapmışlardır. Bu verilere dayanarak matematiksel soyutlama da önemli yer tutan; bireylerin önceki etkinliklerden elde edilenlerle ilişkisi, matematiksel soyutlamaların oluşumuna yardımcı olan öğretmen müdahaleleri, öğrenci gelişimine ve soyutlanan şeylere diyalektik bakış açısı gibi temalar bu çalışmada tartışılmıştır. Çalışmada özellikle, oluşturmayı desteklemek için önemli olan öğretmen müdahalesinin; belirsizliğin azaltılması, öğrencinin dikkatini yönlendirmesi ve alt hedefler belirlenmesi gibi üç özelliğini tespit etmişlerdir. Ayrıca çalışmanın verilerinde, soyutlama süreçlerinde analizden senteze doğru ilerleyen Davydov'un dialektik görüşünü destekler nitelikte bulgular elde edilmiştir.

Tabach *vd.* (2006) çalışmalarında bir sınıftaki öğrencilerin akran öğrenimi bağlamında soyutlama süreçleri incelemişlerdir. Bu çalışmada RBC+C modeli oluşturma ve pekiştirme süreçlerini gözlemlemek için metodolojik bir araç olarak kullanılmıştır. Öğrencilerde, bilgisayarla hazırlanmış araçlar ve görevlerle, sayısal ve grafik gösterimlerinde üstel büyüme ve değişim konusundaki kavramsal bilginin nasıl oluştuğu izlenmiştir. Araştırmacılar, birkaç ay aralıkla oturumlar yaparak bilginin oluşturulmasını analiz etmişlerdir. Analizler sonucunda, bilginin her bir etkinlikle kümülatif olarak oluşturulduğunu, önceki yapıların pekiştirilmesine izin verdiğini göstermektedir. Ayrıca bilginin oluşturulması ve pekiştirilmesi diyalektik süreçler olduğu, zamanla geliştikleri; yeni yapıların eski pekiştirilmiş yapılardan meydana geldiği ve bu sayede eski yapılar ile yeni yapıların bütünleştiği de çalışmanın sonuçları arasında yer almaktadır. Benzer şekilde Dooley (2007) sınıf etkileşimini esas alarak yaptığı çalışmada işbirliğine dayalı soyutlama süreçlerini incelemiştir. Dooley, bir öğrencinin tanıdığı yapıyı başka bir öğrencinin kullandığını, bir başka öğrencinin de oluşturduğunu belirtmiştir. Etkileşime dayalı soyutlamanın varlığını inceleyebilmek için RBC modelini metodolojik araç olarak kullanmıştır.

Dreyfus ve Kidron (2006) modeli, çalışmanın odak noktası olarak değil de öğrencinin araştırdığı matematiksel durum hakkında bilgi sahibi olup olmadığını inceleyen bir araç olarak kullanmıştır. Bir öğrenci ile yaptıkları çalışmada ileri düzeydeki matematik yapılarının dinamik sistemlerdeki çatallanması incelenmiş ve bu süreç gerekçelendirmeye duyulan ihtiyaç ile yönlendirilmiştir. Konunun karmaşık yapısı, temel eylemin birbirlerine çeşitli şekillerde etkileşime giren dört tane ikincil eyleme dönüşmesine neden olmuştur. Bu etkileşimler, devam eden bir eylemden ayrılan oluşturma eylemini, devam eden bir oluşturma eylemini kesintiye uğratmayı ve daha sonra yeniden başlatmayı içeren ve daha erken bir aşamada yeniden birleştirilen eylemleri oluşturmayı içermektedir. Verilerin analiziyle etkileşimli paralel yapılar ve epistemik eylemler arasındaki bağlantıların geliştirilmesiyle teorik yapıya dönüştürülmüştür. Böylece paralel yapıların etkileşimi ile soyutlama süreçlerine derinlemesine bakış açısı kazandırılmıştır. Ayrıca oluşturma eylemlerinin birleştirilmesinin ortaya çıkarılmasına ve bu anlamda öğrencinin gerekçelendirme yapabilmesini sağladığı da görülmüştür. Bu çalışmanın devamı niteliğinde Kidron ve Dreyfus (2008), birleştirilen yapıların etkileşim modelini analiz ederek bu yapıların öğrencileri aydınlatmalarını (enlightenment) göstermişlerdir. Bu durum, bağlamda soyutlamanın iç içe geçmiş epistemik eylem modeline analitik bir boyut katmaktadır.

Hershkowitz *vd.* (2014) ve Tabach *vd.* (2014) çalışmalarında da tüm sınıfın ve grup halinde çalışan öğrencilerin bilgi değişimleri RBC+C ve DCA (doküman toplama aktivitesi) modelleri esas alınarak irdelenmiştir. Gruptan elde edilen verilerin analizinde RBC+C modeli, sınıfın topluca katıldığı aktivitelerin analizi için de öğrencilerin kullandıkları dokümanlar toplanarak ayrıca incelenmiştir. Bu iki çalışmanın sonucunda birbirine paralel sonuçlar alınmıştır. Etkileşim halindeki öğrenciler arasında bilgi geçişi olduğu, birbirlerinin bilgilerini kullanarak yeni yapılar oluşturdukları görülmüştür.

Katrancı (2010) tarafından hazırlanan tez çalışmasında 7. sınıfa devam eden 4'ü yüksek başarılı, 4'ü düşük başarılı öğrencinin 8. sınıf olasılık konusundaki soyutlama sürecini incelemişlerdir. Sonuç olarak matematik başarı düzeyi düşük olan öğrencilerden ikisinin bilgi yapılarını kısmen oluşturabildikleri, matematik başarı düzeyi yüksek olan öğrencilerden de ikisinin tüm kavramları oluşturdukları görülmüştür. Benzer bir çalışmayı Katrancı ve Altun (2013) ilköğretim 8. sınıf öğrencilerinin olasılık konusundaki bilgi oluşturma ve pekiştirme süreçlerini incelemişlerdir. Başarı düzeyi yüksek 2 öğrenciyle yürütülen çalışmada; öğrencilerin daha önce oluşturdukları bilgiyi sonraki süreçte kullandıkları yani bilgiyi oluşturduktan sonra pekiştirdikleri tespit edilmiştir.

Yeşildere (2006) tez çalışmasında farklı matematiksel güce sahip 6, 7 ve 8. sınıfa devam eden öğrencilerin matematiksel düşünme düzeylerini ve soyutlama süreçlerini ele almıştır. Çalışmanın sonucunda matematiksel gücü yüksek olan öğrenciler problem çözerken adım adım ve sistematik yollar izlerken, matematiksel gücü düşük olan öğrenciler herhangi bir strateji belirlemeden gelişigüzel bir şekilde problemleri çözmüşlerdir. Bunun yanısıra matematiksel gücü yüksek olan öğrencilerin kendilerini ifade ederken zorluk yaşamadıkları da gözlemlenmiştir. Ayrıca bu çalışmada matematiksel güç bileşenleri ile RBC+C modelinin eylemleri arasında bağlantı kurulmuştur. Buna göre ilişkilendirme, akıl yürütme ve iletişim becerileri kullanma ve oluşturma eylemlerinin gerçekleşmesinde önemli rol oynamaktadır.

Özcan (2012) tez çalışmasında 7. sınıfa devam eden farklı van Hiele geometrik düşünme düzeyine sahip olan 12 öğrencinin soyutlama süreçlerini RBC modeline göre analiz etmiştir. Çalışmanın sonucunda öğrencilerin sahip oldukları geometrik düşünme düzeylerine göre kullandıkları matematiksel dilin de değiştiğini tespit etmiştir. Üst geometrik düşünme düzeyine sahip olan öğrenciler matematiksel dili daha dikkatli ve yerinde kullanırken, düşük düzeye sahip olanlar bu konuda yetersiz kalarak oluşturma eylemini gerçekleştirememişlerdir.

Kaplan ve Açıl (2015) ortaokul 4. sınıfa devam eden 3 öğrencinin eşitsizlik konusundaki bilgiyi oluşturma süreçlerini RBC modeline göre incelemişlerdir. Başarı durumları yüksek, orta ve düşük olarak seçilen öğrencilere iki matematik problemi yöneltilmiştir. Yapılan analizlerin sonucunda, öğrencilerin tanıdıkları yapıları kullandıkları ve eski bilgilerini kullanabildikleri zaman yeni bilgiyi oluşturdukları gözlenmiştir. Ayrıca yeni bilginin oluşturulmasının ön koşul öğrenmelerin içselleştirildiği zaman mümkün olduğunu da belirtmişlerdir.

**Araştırma konusu ile ilgili yapılan çalışmalar.**

Bu kısımda araştırma konusu olan temel geometrik kavramlar ve alan ölçümü ile ilgili öğrenci veya öğretmen adaylarıyla yapılan çalışmalar sunulmuştur. Temel geometrik kavramlar başlığında, dörtgenleri tanımlama ve dörtgenler arasındaki ilişkiler üzerine yapılan çalışmalar yer alırken, alan ölçümü başlığında alan kavramıyla ve bazı dörtgenlerin (kare, dikdörtgen, eşkenar dörtgen, paralalkenar ve yamuk) alanlarıyla ilgili literatür sentezlenmiştir.

***Temel geometrik kavramlar ile ilgili yapılan çalışmalar.***

Geometri eğitiminde dörtgenler üzerinde yapılan çalışmalar; dörtgenler tanımlama, sınıflandırma, öğrencilerin yaşadıkları zorluklar ve hatalar üzerine yoğunlaşmaktadır. Bu çalışmalar; *temel geometrik kavramların tanımlanmasını ve aralarındaki ilişkileri ortaya çıkarmaya yönelik geliştirilen teoriler* (Fischbein, 1993; Fujita & Jones, 2006; Hershkowitz, 1990; Tall & Vinner, 1981), *öğrencilerin dörtgenler arasında kapsama ilişkisi kurabilmeleri ve yaşadıkları zorluklar* (Aktaş & Cansız Aktaş, 2012; Bütüner & Filiz, 2016; Currie & Pegg, 1998; De Villiers, 1994; Doğan, Özkan, Çakır, Baysal & Gün, 2012; Erez & Yerushalmy, 2006; Fujita, 2012; Fujita & Jones, 2007; Fujita *vd.*, 2017; Horzum, 2017; Kozaklı Ülger & Tapan, 2017; Monaghan, 2000; Okazaki & Fujita, 2007; Türnüklü, 2014), *öğrencilerin dörtgenleri tanımlarken yaşadıkları zorluklar* (Ay & Başbay, 2017; Bussi & Baccaglini Frank, 2015; Türnüklü *vd.*, 2013; Türnüklü *vd.*, 2013b; Ulusoy, 2015; Ulusoy & Çakıroğlu, 2017), *dörtgenlerde kavram imajı-kavram tanımı ve prototip özelliklerin belirlenmesi* (Duatepe Paksu, İymen & Pakmak, 2012; Erşen & Karakuş, 2013; Hershkowitz, 1987; Kartal & Çınar, 2017; Linchevsky, Vinner & Karsenty, 1992; Özdemir Erdoğan & Dur, 2014; Vinner & Herskowitz, 1983; Ward, 2004) gibi amaçlar doğrultusunda kategorileştirilerek, aralarından bazıları ayrıntılı bir şekilde aşağıda verilmiştir.

Fujita ve Jones (2006) çalışmalarında İskoçya'daki 1. ve 3. sınıf öğretmen adaylarının dörtgenleri sınıflandırma ve tanımlama yeteneklerini ortaya çıkarmayı amaçlamıştır. Bu çalışmada Fischbein (1993)'in "figürel kavram" yaklaşımını esas alarak ortaya koydukları bireysel figür kavramı ve formal kavram figüründen yararlanmışlardır. Çalışmanın sonucunda birinci sınıftaki öğretmen adaylarının dörtgenler arasındaki hiyerarşik ilişki hakkında iyi bir anlayışa sahip olmadığı; dahası, iki yıl veya daha fazla yıl boyunca eğitim almalarına rağmen anlayışlarında gelişme göstermedikleri tespit edilmiştir. Bu da "formal figür kavramı" ile "bireysel figür kavramı" arasında bir boşluğun var olduğunu ve bireysel figür kavramlarındaki prototip imajlarının şekilleri tanımlama/ sınıflandırma süreçleri üzerinde güçlü bir etkiye sahip olduğunu göstermektedir. Bu çalışmanın devamı niteliğinde Fujita ve Jones (2007) ilköğretim matematik öğretmen adaylarından temel dörtgenlerin (kare, dikdörtgen, paralelkenar ve yamuk) şekillerini çizmeleri ve tanımlarını yazmaları istenmiştir. Aynı zamanda öğrencilerin dörtgenler arasında kurdukları hiyerarşik ilişkiyi de incelemişlerdir. Çalışmanın sonucunda öğretmen adaylarının büyük çoğunluğunun bu dörtgenlerin şekillerini doğru bir şekilde çizdikleri fakat dörtgenler için doğru hiyerarşik tanımlamalar üretmedikleri görülmüştür. Bu durum öğretmen adaylarının bireysel figür kavramlarının, şekilleri tanımlamasını güçlü bir şekilde etkilediğini göstermektedir. Örneğin katılımcıların hemen hemen hepsinin kareyi doğru bir şekilde çizmelerine rağmen %62'si yanlış tanımlamıştır. Kareyi tanımlarken "bütün kenarları eşit dörtgen "olarak tanımlamaları, açı kavramını gözardı ettiklerini, bu tanımla eşkenar dörtgeni de kast edebileceklerini düşünmediklerini göstermektedir. Bu durumun sebebi, kavram figürlerinde yalnızca dört kenarı eşit bir kare çizip, açıyı belirtmemeleri olarak gösterilebilir. Ayrıca birçok öğrenci dörtgenlerin prototip imajlarından etkilenmelerinden dolayı, dikdörtgeni "iki uzun ve iki kısa kenarlı dörtgen" olarak tanımladığı için kareyi dikdörtgen olarak kabul etmede tereddüt ettiği görülmüştür. Öğrenciler, tanım seçiminde dörtgenlerin prototip imajlarının etkisinde kalmaları nedeniyle bölüm sınıflamalarına ve ekonomik olmayan tanımlara yönelmiştir. Dörtgenler arasındaki ilişkilerin daha anlaşılır olması için, dörtgenlerin özellikleri ve imajlarının etkileşim halinde verilmesi gerektiği önerilmiştir.

Benzer sonuca Özdemir Erdoğan ve Dur (2014)'un çalışmasında da rastlanmıştır. Bu çalışmada, ilköğretim matematik öğretmenliğine devam eden öğretmen adaylarına dörtgenlerin tanımlarının ve imajlarının verildiği 13 soruda, imajlar arasındaki dörtgensel ilişkileri ve sınıflandırmaları tanımaları ve belirlemeleri istenmiştir. Çalışmanın sonucunda öğretmen adaylarının ilköğretim ve ortaöğretim düzeyindeki dörtgenlerdeki bilgilerinde ve bireysel figürel kavramlarında prototip imajlarının etkisi olduğu görülmüştür. Ayrıca bu prototip imajlarının etkisi nedeniyle dörtgenlerdeki hiyerarşik sınıflandırmayı ve ilişkileri kuramamışlardır. Çalışmanın sonucunda öğretmen adaylarının dörtgenlerin formal tanımlarını bilmelerine rağmen, prototip imajlarının baskın gelmesiyle bireysel figürel kavramlarının bundan etkilendiği tespit edilmiştir.

Öğrencilerin tümdengelimli akıl yürütme konusundaki anlayışını güçlendirmek ve derinleştirebilmek için kapsama ilişkilerinin geliştirilmesinin bir ön şart olduğu kabul edilmekle birlikte, çalışmalar öğrencilerin kapsama ilişkilerini oluşturmada ve değerlendirmede karşılaştıkları zorluklara vurgu yapmaktadır. Fujita *vd.* (2017), 12-13 yaşları arasındaki öğrencilerden oluşan 9 tane grubun dörtgenleri hiyerarşik olarak sınıflandırma ve tanımlamaları üzerinde çalışmışlardır. Özellikle öğretmenlerin veya eğitmenlerin müdahalelerinin az olduğu işbirliğine dayalı grup çalışmasının olmasına dikkat edilmiştir. Dört gruptan elde edilen nitel bulgulardan, işbirliğine dayalı bir öğrenme dahi olsa öğrencilerin dörtgenleri hiyerarşik sınıflandırmada ve tanımlamada güçlük yaşadıkları görülmüştür. Ayrıca öğrencilerin grup etkileşiminden faydalanamadıkları yani arkadaşının söylediği ipucu niteliğinde olan bilgiyi değerlendiremedikleri dolayısıyla bir ilerleme kaydedemedikleri de çalışmanın sonuçları arasında yer almaktadır. Öğrencilerin işbirliğine dayalı bir öğrenmeyle, geometrik şekillerin kavramsal ve görsel imgelerini oluşturduğu zaman bile prototipik imgeleri etkin rol oynadığı düşünülmüştür. Problem çözme süreçleri boyunca birbirleri arasında fikir alışverişlerinde bulunmalarına rağmen işbirliği sırasında dile getirilen farklı fikirleri dikkate almayıp doğru cevaba ulaşamamışlardır. Araştırma bağlamında genel grup düşüncesi ve geometrik düşünme arasında kuvvetli ilişkiler bulunamamıştır.

Monaghan (2000), öğrencilere dörtgensel kavramlar çiftler halinde (kare-dikdörtgen, dikdörtgen-paralelkenar, kare- eşkenar dörtgen vb.) vererek iki kavram arasındaki farklılıkları analiz etmelerini istemiştir. Yaşları 11-16 arasında değişen öğrencilerin mevcut kavramsal anlayışlarına dair fikir edinmek ve bilişsel çatışmayı teşvik ederek, bu gibi anlayışların daha da geliştirilmesi, muhtemel yanlış anlaşılmaların kaynaklarını tespit edilmesi ve düzeltilmesi amaçlanmıştır. Bilişsel çatışma öğrencilere kendi dillerinde dörtgenler arasındaki farkları tanımlamalarını istemekle ortaya çıkmıştır. Bunun altında yatan varsayım, öğrencilerin bu gibi farklılıkları tanımlamada, diğer şeylerin yanı sıra, kavramsal anlayışlarına değerli bilgiler sunmaları ve böylece öğretmenlere öğrencilerinin öğrenmesini desteklemek için çabalarına yardımcı olmalarıdır. Monaghan, mevcut olası kavramsal anlayışlarla öğrencilerin sosyokültürel perspektif çerçevesinde olmadıkları sürece yamuğun "kare", "paralelkenar", "dikdörtgen" ve "eşkenar dörtgen" içerdiğini tanımalarını sağlayacak üst düzey kavramsallaştırmaları geliştirme olasılığının düşük olduğunu ifade etmiştir. Ayrıca öğrencilerin dörtgenler arasında ilişki kurarken köşegenlerden ziyade açı ve kenar özelliklerini kullandıkları da çalışmanın sonuçları arasında yer almaktadır.

Ward (2004), çalışmasında yedi öğretmen adayının çokgenler konusundaki kavram imajları ve kavram tanımlarını belirlemek amacıyla, üçgen ve çokgenlerle ilgili üç soru yönelterek hangi şekillerin üçgen, dik üçgen ve altıgen olduğunu sormuştur. Öğretmen adaylarının çokgenlerdeki kavram imajlarının kapsamının sınırlı olduğu görülmüştür. Her üç görevde de, öğretmen adaylarının söz konusu şeklin doğru bir matematiksel tanımını verdiğini, ancak spesifik örneklere sınırlandırılmış kavram imajlarından dolayı sözlü tanımlamalarını uygulamaya koymada güçlük çektiği durumlar yaşanmıştır. Öğrenciye sınırlı ve kalıplaşmış örneklerin verilmesi öğrencinin kavramları aşırı özelleştirmesi ve aşırı genellemesine neden olmaktadır.

Türnüklü *vd.* (2013)'nin yaptıkları çalışmada dokuz matematik öğretmeninin belirli dörtgenlerin özelliklerini, ilişkilerini nasıl oluşturdukları ve dörtgenleri nasıl sınıflandırdıkları incelenmiştir. Bu amaca yönelik hazırlanan yedi problem üzerinde yarı-yapılandırılmış görüşme tekniğiyle veriler toplanmıştır. Çalışmanın sonucunda; öğretmenlerin en iyi bildikleri dörtgenlerin kare ve dikdörtgen olduğu, dörtgenlerde açı ve kenar özellikleri çok iyi bilinmesine rağmen köşegenlere ait özelliklerde zorluk çektikleri, dörtgenlerde hiyerarşik sınıflamalarda ilişki kuramama veya eksik ilişki kurma gibi durumların olduğu görülmüştür. Öğretmenlerin köşegenlerde yaşadıkları problemlere rağmen dörtgenler arasında ilişki kurarken köşegenlerden yararlanmak istemeleri de çalışmanın bir başka sonucudur.

Türnüklü *vd.* (2013b) benzer amaçla öğretmen adaylarıyla yaptıkları çalışmanın sonucunda bazı öğretmen adaylarının eşkenar dörtgen imajlarının kare ve eşkenar dörtgen arasındaki farklılıkları gösterirken engel teşkil ettiği, eşkenar dörtgen ve yamuğa ait hatalı çizimler yaptıkları görülmüştür. Aynı zamanda sınıflandırma yaparken de hiyerarşik sıralamadan ziyade bölüm sıralamasını tercih etmişlerdir. Bu durumun altında yatan sebep, bireylerin kavramlara dair imajları ve bu imajların yönlendirmesi ile dörtgenler arası ilişkilendirmenin sağlanamaması olarak gösterilmektedir.

***Alan ölçümü ile ilgili yapılan çalışmalar.***

Ölçme öğrenme alanı altındaki alan ölçümü ile ilgili yapılan çalışmaların; *öğrenci ve öğretmen adaylarının alan kavramına yönelik kavram imajları* (Furinghetti & Paola, 1999; Prusak, Hershkowitz & Schwarz, 2013; Tossavainen, Suomalainen & Mäkäläinen, 2017), *öğrencilerin ve öğretmen adaylarının alan ölçümüne yönelik algıları, kullandıkları stratejiler,* *kavram yanılgıları ve alan konusundaki başarıları* (Baturo & Nason, 1996; Gürefe, 2017; Huang & Witz, 2013; Kidman & Coper, 1997; Koçak & Soylu, 2017; Kordaki & Potari, 1998; Özçakır, 2013; Sun, 2009; Tan Şişman & Aksu, 2009; Tan Şişman & Aksu, 2016; Tumova, 2017) gibi amaçlar etrafında yoğunlaştığı görülmüştür. Ayrıca *birim karelerle alan kaplayarak dikdörtgenin alanına geçiş* (Kamii & Kysh, 2006; Olkun, Çelebi, Fidan, Engin & Gökgün, 2014; Outhred & Mitchelmore, 2000), *yükseklik kavramı* (Gürefe & Gültekin, 2016), *alan ölçümü konusunda öğretim modeli geliştirme* (Huang, 2017; Huang & Witz, 2011; Zacharos, 2006) ve *alan formülü oluşturma* (Yew, Zamri & Lion, 2010; Walton & Randolph, 2017) üzerine de yapılan çalışmalar mevcuttur. Bu amaçlar dahilinde yapılan çalışmalardan bazıları aşağıda sunulmuştur.

Üçüncü sınıf öğrencilerinin alan kavramına yönelik kavram imajlarını çalışmasında inceleyen Prusak *vd.* (2013), birden fazla çözüm yolu olan, işbirliği içinde çalışmada ortamı sunan, sosyo-bilişsel çatışmalar içeren, çözümleri yansıtmaya sevkeden görevler vermişlerdir. Böylece öğrencilerin bu görevleri nasıl çözdükleri, alan kavramına ilişkin anlayışlarını nasıl geliştirdikleri incelenmiştir. Öğrencilere uygulanan bu görevler ve problem çözme tekniği sayesinde; işbirliğine dayalı durumların oluşması, hipotezleri kontrol etmek için araçlar sağlanması ve öğrencileri bu işbirliğine dayalı durumlarda çoklu çözümler üretmeye teşvik edilmesi gibi durumlar ortaya çıkmıştır. Çalışmanın sonucunda da alan kavramının anlamlı bir şekilde öğrenilmesi sağlanmıştır.

Kordaki ve Potari (1998) yaptıkları projede 12 yaşındaki çocukların alan ölçümüne yönelik yaklaşımlarını ele almışlardır. Bu projede önceden hazırlanmış veri toplama araçları yerine, araştırmacıların ve grup halinde çalışan öğrencilerin olduğu bir sınıfta spontan bir şekilde öğrencilere verilen bir alanın konumu ve biçimi hakkında yorum yapmaları istenmiştir. Öğrencilerin grup halinde çalışmaları sağlanarak öğrenciler arasındaki işbirliğinin kavramsal gelişime etkisini incelemeyi amaçlamışlardır. Her grup kendi gerçek alan problemini oluşturarak karşılaştırmaktadır. Böylece çocuklar kişisel deneyimlerine ve karşılaştıkları durumlara uyan unsurları problemlerinde kullanmışlardır. Bu sonuç, sınıfta verilen alan kavramının daha bütünsel ve kültürel bir yönünü öğretmesi ve formüllerle hesaplamaya daha az önem verilmesi gerektiğini işaret etmektedir. Öğrencilere farklı alanlarda alan ölçümüyle yüzleşme imkanı sunarak, kavramın farklı yönleri arasında bağlantı kurabilme ve alan ölçümü konusunda daha gelişmiş kavram imajı oluşturma imkanı verilmesi önerilmiştir.

Tan Şişman ve Aksu (2016), çalışmalarında 6. sınıf öğrencilerinin uzunluk, alan ve hacim konularındaki hataları ve kavram yanılgılarını kavramsal ve işlemsel sorulardan oluşan toplam 16 soruluk veri toplama aracıyla incelemişlerdir. Öğrencilerde yaygın olarak; bölünen parçalar yeniden birleştirildiğinde alanın değişmesi, alan için çevre formülünü kullanmak, alanın uzunluk+genişliğe eşit olması gibi kavram yanılgılarına rastlanmıştır. Ayrıca öğrencilerde alan ölçümünün kavramsal olarak gelişmediği ve alan ölçme becerilerinin kazanılmadığı görülmüştür.

Outhred ve Mitchelmore (2000), alan ölçümünü öğrenmemiş 1. sınıftan 4. sınıfa kadar olan seçilmiş 115 öğrencinin dikdörtgen bir şekli kaplamak için kullandıkları stratejileri incelemişlerdir. Boylamsal olan bu çalışma da, öğrenciler gözlemlenerek çizimleri analiz edilmiştir. Analizler sonucunda dikdörtgen kaplamayı öğrenmede kullanılan birimin boyutu ile dikdörtgenin boyutları arasındaki ilişkiyi anlamış olmalarının önemi vurgulanmıştır. Ayrıca öğrencilerin kullandıkları stratejilerde beş gelişimsel seviye tespit edilmiş ve bu seviyeler sayesinde öğrenciler; tam kapatma, mekansal yapı, boyut ilişkileri ve çarpımsal olmak üzere dört ilkeyi edinmişlerdir. Bu ilkeler, öğrencilerin alan ölçümünü sezgisel olarak anlamalarını sağlamıştır.

Huang ve Witz (2001), yaptıkları çalışmada 4. sınıfa devam eden 120 öğrencinin alan formülleri ve alan hesaplama becerilerinin gelişimi için, geometriye ve alan ölçümüne ilişkin farklı matematiksel öğelerin kombinasyonlarına sahip üç öğretim modelinin etkinliği incelemişlerdir. Bu üç öğretim modeli şu şekildedir: Temel şekillerin özelliklerine ve geometrik hareketlere (parçalama, birleştirme gibi) dayalı öğretim (GM), çeşitli şekillerin alanlarını formüllerle ve sayısal değerlerle hesaplamaya dayalı öğretim (AM) ve iki boyutlu yüzeylerin alan ölçümlerinde geometrik hareketlere ve alan ölçümlerine dayalı zenginleştirilmiş öğretim (GMAM). Çalışmanın sonucunda alan hesaplama bağlantılarını içeren zenginleştirilmiş müfredatın (GMAM), çocukların matematiksel sorgulamalarını ve üst düzey kavramsal açıklama yapabilmelerini kolaylaştırdığı söylenebilir. Ayrıca bu müfredatın, alan ölçümünün kavramsal olarak anlaşılmasını gerektiren matematiksel yargı ve açıklamalar üzerinde olumlu etkiye sahip olduğu ancak alan ölçümünde sayısal hesaplamaları içeren müfredat (AM) kadar test puanlarında başarılı olmadığı görülmüştür. GMAM öğretim müfredatı alan öğrenciler ayrıştırma, değişik kompozisyonlar oluşturarak yeniden birleştirme gibi geometrik işlemleri alan ölçümünde problemleri çözmede ve formüllerin arkasındaki mantığı anlamak için gerekli olduğunu farketmişlerdir. Böylece formülleri sadece sayısal işlemlerde kullanmak yerine, formüllerin nasıl çalıştıklarını anlayabilecek kavramsal bilgiye sahip oldukları görülmüştür. Sadece formüllerle yapılan öğretimde (AM), öğrenciler alan ölçümü hesaplamaları için formüllere daha fazla dikkat etmesine rağmen, formüllerin arkasındaki mantığı gözardı ederken; geometrik hareketlere dayalı öğretim de (GM) ise öğrencilerin problemlerle karşılaşmaması çözüm üretme becerilerini olumsuz yönde etkilemiştir.

Yew *vd.* (2010), sekiz Malezyalı öğretmen adayının dikdörtgen, paralelkenar, üçgen ve yamuğun alan formülleri arasındaki ilişkinin farkında olup olmadıklarını incelemişlerdir. Çalışmanın sonucunda öğretmen adaylarından beşi paralelkenarı dikdörtgene dönüştürerek alan formülünü oluştururken; sadece üç öğretmen adayı da dikdörtgen ve üçgenden yararlanarak yamuğun alan formülünü geliştirmiştir. Dikdörtgen, üçgen, paralelkenar ve yamuğun alanları, öğrencilere mantıklı bir ilerleme ve anlamlı bir şekilde geliştirmelerine fırsat tanıyan öğretim ve öğrenim etkinlikleriyle sunulması önerilmiştir.

# ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

## Yöntem

Bu bölümde; araştırmanın deseni, çalışma grubu, veri toplama araçları, veri toplanması, uygulama süreci, pilot çalışma, verilerin analizi ve araştırmanın geçerlik ve güvenirlik çalışmalarına yer verilmiştir.

### Araştırmanın Deseni

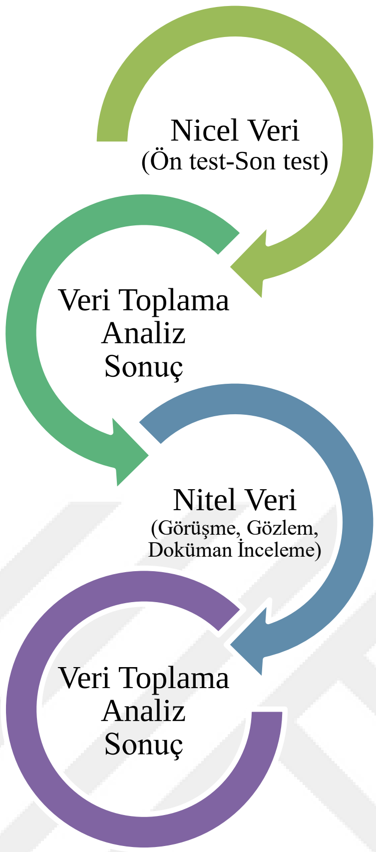
Araştırma desenleri, bilimsel araştırmalarda veri toplama, analiz etme, yorumlama ve raporlama sırasında araştırmacıya hangi yöntemi kullanacaklarına dair karar vermelerine yardımcı olan stratejilerdir (Creswell & Plano Clark, 2014, s. 61). Bu çalışmada farklı öğretim yöntemlerinin öğrencilerin başarılarına etkisinin ve soyutlama süreçlerinin incelenmesi amaçlanmıştır. Bu doğrultuda araştırma, başarıya etkisinin ele alınması yönüyle nicel, soyutlama süreçlerinin incelenmesi bakımından da nitel bir çalışmayı gerekli kılmaktadır. Dolayısıyla bu çalışmada nicel ve nitel araştırma yaklaşımlarının bir arada kullanıldığı karma yöntem araştırması tercih edilmiştir.

Karma yöntem araştırması, nicel ve nitel araştırma yaklaşımlarının birbirini tamamlayan güçlü yanları ile birbiriyle örtüşmeyen zayıf yönlerini bilinçli ve stratejik bir şekilde bütünleştirmektedir (Johnson & Christensen, 2004, ss. 410-411). Böylece araştırmacılara değişkenler arasında var olan ilişkiyi açıklayarak bu ilişkileri derinlemesine inceleme imkanı tanımaktadır (Fraenkel, Wallen & Hyun, 2012, s.558).

Creswell ve Plano Clark (2014, ss. 70-72) karma araştırma yöntemlerini; yakınsayan paralel desen, açımlayıcı sıralı desen, keşfedici sıralı desen, iç içe gömülü desen, dönüşümsel desen ve çok aşamalı desen olmak üzere altı desene ayırmıştır.

Bu çalışmada eş zamanlı veya sıralı olarak nicel ve nitel verilerin toplandığı, asıl verilerin toplanmasının öncesinde ve sonrasında destekleyici verinin kullanmasına imkan tanıyan iç içe gömülü desen kullanılmıştır. İç içe gömülü karma desende araştırmacı deneysel çalışma gibi nicel olan bir araştırmaya nitel bir bölüm ekleyebileceği gibi durum çalışması gibi nitel olan bir çalışmaya da nicel bir bölüm ekleyebilir. Dolayısıyla nicel veya nitel boyuttan biri daha çok ön plana çıkmaktadır. Ayrıca bu desen, deneysel çalışmaların sürecini ve sonucunu daha anlaşılır kılmasının yanısıra süreci izleme olanağı da sunmaktadır (Creswell & Plano

Clark, 2014, ss. 71-75). Bu araştırmada benimsenen desen  Şekil 8'de verilmiştir. Bir sonraki alt başlıkta bu çalışmanın nicel ve nitel kısmı ayrı ayrı açıklanmıştır.




*Şekil 8*. Araştırma deseni.

**Nicel kısım.**

Nicel araştırma, araştırmacının çalışma konusunu belirleyip, özel ve sınırlı sorular yönelterek, katılımcılardan topladığı sayısal verileri tarafsız bir şekilde istatistiksel olarak yorumlamasıdır (Creswell, 2005, s. 39). Nicel araştırmacılar olaylar arasındaki ilişkileri tahmin etmek ve açıklamak için değişkenler arasındaki ilişkileri göstermeye çalışırlar (Johnson & Christensen, 2004, s. 51). Bu değişkenler ölçme araçlarıyla ölçümlenebilen sayısal veriler olduğu için istatistiksel olarak analiz edilebilmektedirler (Creswell, 2009, s. 4). Böylece çalışmanın sonucunda; nesnel, genellenebilir, geçerli ve güvenilir bir bilgi elde edilmektedir (Kuş, 2009, s. 105). Nicel araştırma yöntemleri deneysel model ve deneysel olmayan model olmak üzere ikiye ayrılmaktadır. Deneysel modellerde araştırmacı çalışmanın gidişatını etkileyebilecek sistematik değişkenleri kontrol altına alarak müdahale etmektedir. Deneysel olmayan modellerde ise araştırmacı var olan duruma herhangi bir etkide bulunmadan değişkenler arasındaki ilişkiyi incelemektedir (Mcmillan & Schumacher, 2006, s. 24).

Deneysel çalışmaları diğer araştırma türlerinden ayıran başlıca özellik, araştırmacıların bağımsız değişken üzerinde değişiklik yapabilmeleridir. Yani bir öğretim yönteminin veya uygulamanın kime ne ölçüde uygulanacağına araştırmacı karar vermektedir. Eğitim araştırmalarında sıklıkla kullanılan bu çalışmalarda öğretim yöntemleri, öğrenme materyalleri ve ödev türleri gibi bağımsız değişkenlerin; öğrencinin başarısı, ilgisi, tutumu ve motivasyonu gibi bağımlı değişkenler üzerindeki etkisi incelenmektedir (Fraenkel *vd.*, 2012, s. 265). Deneysel modeller; *tam deneysel, yarı deneysel* ve *tek denekli model* olmak üzere üçe ayrılmaktadır (Cohen, Manion & Morrison, 2005, s. 212). Tam deneysel model de katılımcıların her grupta olma ihtimali eşit olacak şekilde, rastgele gruplara atanmaktadır. Yarı deneysel modelde ise katılımcıların rastgele atanması durumu bulunmamaktadır. Bu nedenle bir öğretim yönteminin veya materyalin etkinliğinin ölçüldüğü çalışmalarda, sınıflar arasında öğrenci değişimi yapma şansının düşük olması nedeniyle yarı deneysel model tercih edilmektedir. Ancak bu modelde gruplar rastgele dağıtılmadığı için gruplar arası farklılıkların sonucu etkileyebilme riski bulunmaktadır. Tek denekli model ise bir veya birkaç kişiyle neden-sonuç çalışmalarının yapılabilmesi olanağını sunmaktadır (Mcmillan & Schumacher, 2006, s. 24).

Bu tez çalışmasının nicel kısmı; bağımsız değişken olarak RBC+C modeline göre hazırlanmış etkinliklerle yapılan öğretimin, bağımlı değişken olan öğrenci başarısı üzerine etkisi araştırıldığından dolayı deneysel bir modeldir. Ancak okullar ve sınıflar önceden belirlendiği için öğrenci değişimi yapmak mümkün olmadığından yarı deneyseldir.

**Nitel kısım.**

Bu araştırmada öğrencilerin soyutlama süreçlerini derinlemesine incelemek amacıyla nitel araştırma yöntemlerine başvurulmuştur. Nitel araştırmalar bireyin doğal ortamındaki davranışlarını inceleyebilmek için derin ve geniş bir bakış açısına sahip olmakla birlikte davranışların doğal sürecini bozmamak için duruma müdahale etmemektedirler (Johnson & Christensen, 2004, s. 33). Nitel verilerin bu şekilde ilk elden zengin ve bütüncül bir içerik sunması yeni çalışma alanlarının keşfedilmesinde ve hipotez geliştirmede araştırmacılara yardımcı olmaktadır. Ayrıca nitel veriler, araştırmacılara nicel veriler ile elde ettikleri bulguları daha kapsamlı bir şekilde yorumlama imkanı sağlamaktadır (Miles & Huberman, 1994, s.10).

Yin (2011, s. 7)'e göre nitel araştırmaların beş temel özelliği vardır:

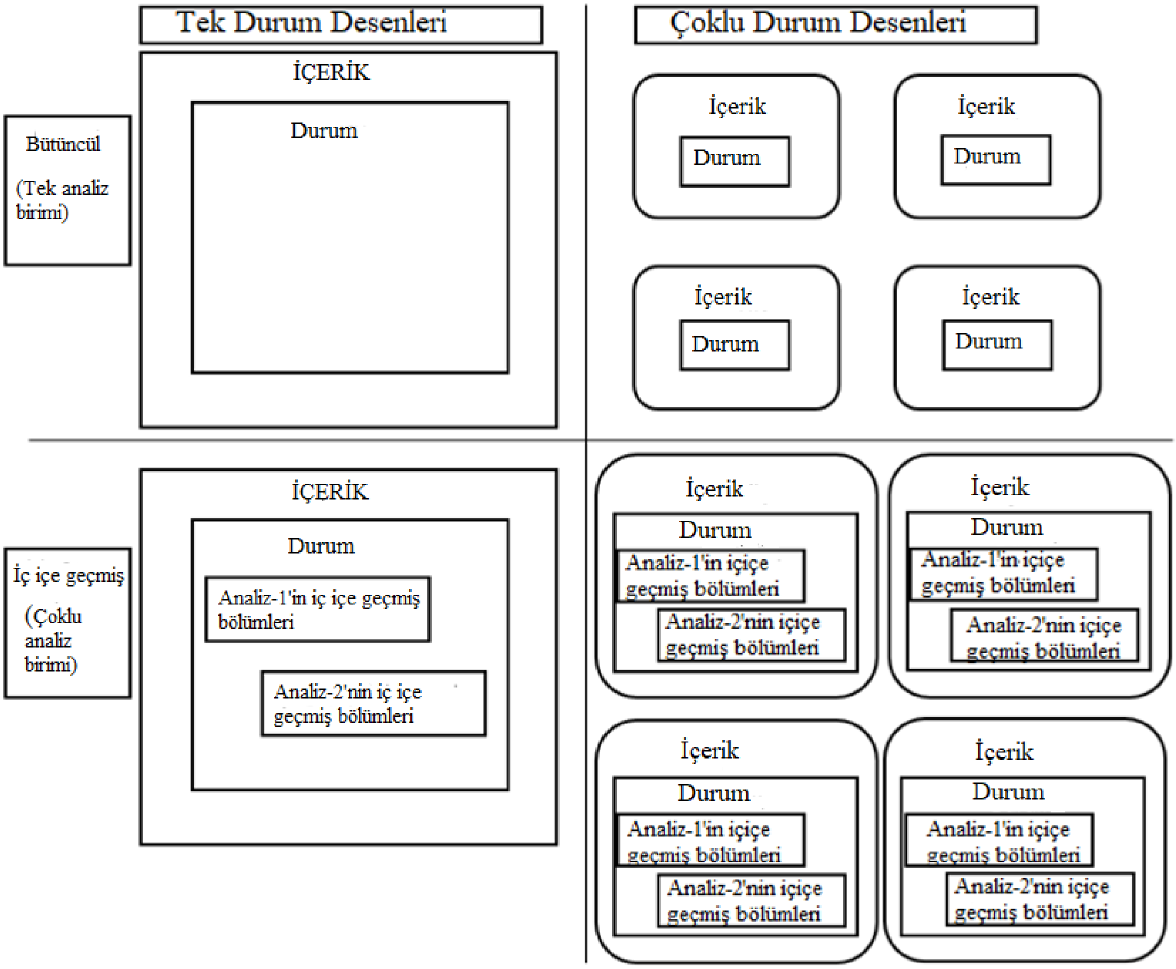
- Gerçek yaşam durumları altında bireylerin davranışlarını anlamaya çalışır.
- Bireylerin görüş ve bakış açılarını temsil eden katılımcılarla çalışmayı tercih eder.

- Bireylerin yaşadıkları sosyal, kurumsal ve çevresel durumları içeren bağlamsal durumları kapsar.
- Bireylerin sosyal davranışlarını açıklamaya yardımcı mevcut yada gelişmekte olan kavramları anlamaya yönelik katkıda bulunur.
- Nitel araştırmalarda tek bir veri kaynağına güvenmek yerine gözlem, görüşme, doküman analizi gibi birçok veri kaynağını kullanmak tercih edilir.

Nitel araştırmalar *etkileşimli (interactive)* ve *etkileşimsiz (noninteractive)* olmak üzere ikiye ayrılmaktadır. Etkileşimli nitel araştırmalarda veriler, gerçek yaşam ortamlarında bireylerle yüzyüze görüşülerek toplanmaktadır. Etkileşimli nitel araştırmalar içerisinde yer alan fenomenoloji (olgu bilimi), durum çalışması ve kuram oluşturma gibi modeller insan deneyimlerine yoğunlaşırken; etnografi modelinde (kültür analizi) toplum ve kültür ön plana çıkmaktadır. Bunun yanısıra etkileşimsiz nitel araştırmalarda dokümanlardaki kavramlar ve olaylar incelenmektedir (Mcmillan & Schumacher, 2006, s. 27). Bu çalışmada, nitel veriler sınıf ortamında öğrencilerin birbirleriyle etkileşimleri sonucunda elde edildiği için etkileşimli nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması kullanılmıştır.

Durum çalışmasına yönelik alanyazında bir çok tanımlama yer almaktadır. Creswell (2007)'e göre durum çalışması, araştırmacının bir veya birkaç durumu çoklu veri toplama araçları ile (gözlem, görüşme, görsel-işitsel dokümanlar, raporlar) derinlemesine incelediği durumları ve bu durumlara bağlı temaları ortaya koyduğu nitel yaklaşımdır (s. 73). Merriam (1998) ise durum çalışmasının "araştırmanın sonucundan ziyade araştırma sürecinin araştırmacının ilgisini çektiği durumun anlaşılmasını sağlamanın bir yolu" olduğunu ifade etmiştir (s.19). Stake (2010, s. 27)'e göre ise araştırmacılar durum çalışmaları sayesinde belirli bir durumu ayrıntılı bir şekilde açıklayabilirler. Yapılan tanımlara göre durum çalışmasının sistematik bir şekilde çoklu veri toplama araçları kullanılarak bir veya birden fazla durumu ayrıntılı bir şekilde analiz etmeye yarayan model olduğu söylenebilir.

Yin (2003, s. 39) durum çalışmalarını içeriklerine göre dört farklı desene ayırmıştır. Şekil 9'da durum çalışmasının bu dört deseninin ayrıntılı gösterimine yer verilmiştir.




*Şekil 9*. Durum çalışması desenleri.

Bütüncül tek ve çoklu durum çalışmalarını birbirinden ayıran fark, araştırma problemlerine göre veri toplamanın nasıl olacağıdır. Eğer tek bir bağlamsal durum varsa bütüncül tek durum, birden fazla kendi içinde oluşturulmuş bağlamsal durumlar varsa da bütüncül çoklu durum desenleri kullanılır (Yin, 2003, s. 39). Şekil 9 dikkate alındığında bu tez çalışmasında deney ve kontrol gruplarına iki farklı öğretim uygulandığından araştırmanın bütüncül çoklu durum çalışmasına uygun olduğu söylenebilir. Her iki grubun soyutlama süreçlerinin ayrı ayrı analiz edilmesi sonucunda ortak ve farklı yönlerinin ortaya koyulması birden fazla durumu temsil etmektedir.

Yin (2003), durum çalışmalarını amaçları bakımından betimleyici durum çalışması *(descriptive case study)*, açıklayıcı durum çalışması *(explanatory case study)* ve keşfedici durum çalışması *(exploratory case study)* olmak üzere üç desene ayırmıştır. Betimleyici durum çalışmalarında bir durum hakkında yeterli bilgi olmadığında bir veya iki örnek olay kullanılarak o durum hakkında derinlemesine bilgi elde edilmesi amaçlanmaktadır. Açıklayıcı durum çalışmalarının amacı, bir durum hakkındaki neden-sonuç ilişkilerini ortaya koymaktır.

Keşfedici durum çalışmasında ise, geniş kapsamlı bir çalışma yapılmadan önce araştırma yapılarak soru ve hipotezleri belirlemek amaçlanmaktadır. Bu tez çalışmasında öğrencilerin soyutlama süreçlerinin incelenmesi amaçlandığından durum çalışması modellerinden betimsel durum çalışmasından yararlanılmıştır.

**Veri Toplama Yöntemleri**

Bu çalışmanın nicel kısmında deney ve kontrol gruplarına yapılan öğretimin öğrencilerin başarılarına etkisi araştırılmıştır. Rastgele seçilen sınıfların birbirine denk olduğunu istatistiksel olarak gösterebilmek için öğrencilerin ön öğrenmelerine yönelik hazırlanan ön test uygulanmıştır. Her iki gruba yapılan farklı öğretimlerin öğrencilerin başarısına etkisini inceleyebilmek için de son test uygulanmıştır. Dolayısıyla bu çalışmanın nicel verileri son test puanlarının karşılaştırılmasından elde edilmiştir. Bu nedenle çalışmada son test kontrol gruplu desen kullanılmıştır.

Bu araştırmanın nitel kısmı için durum çalışmasından yararlanılmıştır. Nitel araştırmalarda verileri toplamak için genellikle görüşme-anket, gözlem, doküman inceleme ve görsel-işitsel materyaller kullanılmaktadır (Creswell, 2005, s. 209; Patton, 2002, s. 449). Bu çalışmada da belirtilen bu teknikler kullanılmıştır.

*Görüşme,* görüşmecinin katılımcılara sorular sorarak, onların bir duruma yönelik bakış açılarını, duygu ve düşüncelerini derinlemesine incelemeyi amaçladığı nitel veri toplama yöntemidir (Kuş, 2009, s. 87). Görüşmenin yapılandırılmış görüşme, yarı-yapılandırılmış görüşme ve yapılandırılmamış görüşme olmak üzere üç farklı türü vardır. *Yapılandırılmış görüşme,* soruların önceden belirlendiği ve kapalı uçlu soruların olduğu görüşme türüdür. Yanıtlayan kişinin sorular üzerinde herhangi bir etkisi olmamakla birlikte görüşmeyi araştırmacı yönlendirmektedir. Bu görüşme türü genellikle nicel araştırmalarda kullanılmaktadır.*Yarı-yapılandırılmış görüşme* de araştırmacı tarafından hazırlanan sorular üzerinde görüşme yapılan kişinin kısmen düzeltme ve düzenleme şansı vardır. Dolayısıyla bazı sorular görüşme esnasında değişikliğe uğrayabilir. Bu yüzden nitel araştırmalarda daha çok tercih edilmektedir. *Yapılandırılmamış görüşme* ise açık uçlu ve yönlendirici olmayan sorulardan oluşmaktadır. Araştırmacının çalışacağı konu hakkında ön bilgi toplaması gerektiği durumlarda kullanılır (Sönmez & Alacapınar, 2011, s. 108).

Bu çalışmanın amaçlarından biri öğrencilerin soyutlama süreçlerinin incelenmesidir. Bir kavram ile ilgili oluşturma süreçlerinin incelenmesi bireyin düşünce dünyasını incelemeyi gerektirmektedir. Böylesi bir amaç ancak görüşme gibi fenomen hakkında derinlemesine bilgi sağlayan teknikler aracılığıyla gerçekleşmesi mümkün olabilir. Dolayısıyla bu çalışma da yarı-yapılandırılmış ve yapılandırılmamış görüşmeler kullanılarak öğrencilerin çokgenler ile ilgili düşüncelerinin ayrıntılı bir şekilde incelenmesi sağlanmıştır.

*Gözlem,* insanların aktivitelerini, davranışlarını, eylemlerini, insanlar arasındaki etkileşimi ve örgütsel veya toplumsal süreçleri ayrıntılı bir şekilde betimlemeyi sağlayan bir yöntemdir (Patton, 2002, s. 4). Gözlem çalışmaları yapılandırılmış ve yapılandırılmamış gözlem olmak üzere ikiye ayrılmaktadır. *Yapılandırılmış gözlem*, yapılandırılmamış alan çalışmaları ile elde edilen sonuçları doğal ortamlarında test etmek için kullanılmaktadır. *Yapılandırılmamış gözlem* ise davranışın gerçekleştiği doğal ortamlarda yapılmaktadır. Burada bir veya birkaç denenceyi test etmek yerine belirli bir kültürü yakından tanımak amaçlanmaktadır. Dolayısıyla araştırmacının elinde herhangi standart bir gözlem aracı yoktur (Yıldırım & Şimşek, 2011, ss. 169-172).

Bu tez çalışmasında öğrencilerin sınıf ortamında gözlemlenmesi nedeniyle sınıf içi etkinlikler yapılandırılmamış gözlem tekniğiyle gözlemlenmiştir. Araştırmacı her dersin sonunda sınıf içindeki öğretim faaliyetleri ile ilgili gözlemlerini not almış ve verilerin analizinde bu notlardan yararlanmıştır.

*Doküman inceleme,* veri toplama aracı olarak tek başına kullanılabileceği gibi diğer alan gözlemleri ve görüşmelerden derinlemesine bilgi elde etmek amacıyla da kullanılabilir. Kişisel belgeler, günlükler, mektuplar, otobiyografiler, notlar, politik yazınlar, medyada yazılanlar, film, fotoğraf gibi veri kaynakları nitel araştırma çerçevesinde yardımcı olabilecek kaynaklardır (Maykut & Morehouse, 1994, s. 106). Bu tez çalışmasında da öğrencilerin sınıf içi etkinliklerde ve bireysel görüşmelerde kullandıkları çalışma kağıtları birer doküman olarak kullanılarak analiz edilmiştir.

*Görsel-işitsel materyaller*, araştırmacının çalışma sırasında topladığı fotoğraf ve sesli materyallerdir. Görsel-işitsel materyaller, çalışmanın yapıldığı ortamdan ve katılımcılardan geniş bir veri elde etme olanağı sunmaktadır (Creswell, 2005, s. 220). Bu çalışmada da öğrencilerin her söylediği soyutlama süreçleri açısından önemli olduğundan veri kaybı olmaması için sınıf içi etkinlikler ve bireysel görüşmeler video ile kaydedilmiş, elde edilen veriler fotoğraflar ile desteklenmiştir.

Nitel araştırmalarda aynı anda çok sayıda durum ele alınamadığı için çalışmanın geçerliği ve güvenirliği konusunda sorun yaşanması ihtimaller arasındadır. Bu durumdan, aynı olay ile ilgili farklı veri türlerinin birbirleriyle karşılaştırılması (çapraz kontrol) yöntemiyle kaçınmak mümkündür. Bu yöntem, *çeşitleme (triangulation)* olarak adlandırılmaktadır (Scott & Morrison, 2006, s. 251). Bunlara ek olarak Bogdan ve Biklen (2007, s. 115) farklı kaynaklardan elde edilen veriler sayesinde incelenen fenomenlerin daha iyi anlaşılacağını ifade etmişlerdir. Bu çalışmada görüşme, gözlem ve doküman incelemesi gibi farklı veri toplama yöntemleri kullanılarak hem araştırmanın geçerliğini ve güvenirliğini artırmaya hem de nitel verileri derinlemesine analiz etmeye çalışılmıştır.

**Çalışma Grubu**

Örneklem yöntemleri çalışmanın nicel veya nitel olmasına bağlı olarak iki kısma ayrılmaktadır. Nicel araştırmalarda olasılık temelli örnekleme (seçkisiz, sistematik, tabaka, küme vb.) yöntemleri kullanılırken, nitel araştırmalarda ise amaçlı örnekleme (aykırı durum, maksimum çeşitlilik, ölçüt örnekleme) yöntemleri kullanılır. *Olasılık temelli örnekleme*, bir evrende yer alan özelliklerin herkese eşit olarak dağıldığını savunur. Böylelikle nicel araştırmalarda sonuçlar genellenebilir. *Amaçlı örneklemede* ise, genelleme yapmaktan ziyade bir örnekleme olabildiğince fazla çeşitlilik ve farklılık katarak bütüncül bir şekilde probleme yaklaşmak söz konusudur (Yıldırım & Şimşek, 2011, ss. 103-107).

Bu tez çalışmasının nicel kısmında deney ve kontrol gruplarına uygulanan iki farklı öğretimin öğrencilerin başarılarına olan etkisi araştırılmıştır. Deney ve kontrol gruplarının belirlenmesinde olasılık temelli örnekleme yöntemlerinden küme örnekleme yöntemi kullanılmıştır. *Küme örnekleme yöntemi*, araştırmacının bireysel olarak katılımcıları seçemediği, daha önceden oluşturulmuş grupları, okulları, sınıfları rastgele seçebildiği bir yöntemdir (Mcmillan & Schumacher, 2006, s. 123). Araştırmanın nitel kısmında ise öğrencilerin soyutlama süreçlerinin incelenmesi amaçlandığından, öğrencilerin gönüllü olmalarına, düşüncelerini açıkça ifade edebilmelerine ve başarı düzeylerinin sınıfı temsil etmelerine dikkat edilmiştir. Bu yüzden öğretim sürecinde gözlemlenecek ve bireysel görüşmeler yapılacak öğrenciler belirlenirken, amaçlı örnekleme yöntemlerinden maksimum çeşitlilik örnekleme yönteminden yararlanılmıştır. *Maksimum çeşitlilik örnekleme yöntemi*, ele alınan problemin içindeki farklı durumların belirlenerek çalışmanın bu durumlar üzerinde yapılmasıdır. Ayrıca örneklemde istenilen çeşitlilik durumları araştırmanın amacına göre şekillenmektedir (Büyüköztürk, Kılıç Çakmak, Akgün, Karadeniz & Demirel, 2011, s. 89).

Araştırma, 2015-2016 eğitim-öğretim yılı bahar döneminde İç Anadolu Bölgesinde bulunan bir devlet ortaokulunda gerçekleştirilmiştir. Uygulamaya başlamadan önce gerekli yasal izinler alınmıştır (Ek - 1). Bu okuldaki 7. sınıflar arasından küme örnekleme yöntemiyle rastgele bir şekilde deney ve kontrol grubu olmak üzere iki sınıf seçilmiştir. Deney ve kontrol grubundaki öğrencilere ait bilgiler Tablo 1'de verilmiştir.

Tablo 1. *Deney ve Kontrol Grubu Öğrencilerinin Gruplara Göre Dağılımı*

| ***Katılımcılar*** | ***Deney Grubu*** | ***Kontrol Grubu*** |
|---|---|---|
| Kız | 12 | 15 |
| Erkek | 12 | 11 |
| Toplam | 24 | 26 |

Tablo 1’ de görüldüğü üzere deney grubunda 12'si kız ve 12'si erkek olmak üzere toplam 24 öğrenci; kontrol grubunda ise 15'i kız ve 11'i erkek toplam 26 öğrenci bulunmaktadır. Yani bu araştırma toplamda 50 öğrenci ile yürütülmüştür.

Araştırmanın nitel kısmı için öğrencilerin belirlenmesinde öğrenciler Çokgenler-I testinden aldıkları puanlara göre sıralanmıştır. Öncelikle bu testten 50 puanın altında alan öğrenciler çalışma grubunun dışında bırakılmıştır. Pilot çalışmanın sonuçlarına göre çalışmaları video ile kayıt altına alınan grupta, matematik başarı puanı 50 puanın altında olan öğrencinin soyutlama süreci gözlemlenememiştir. Bunun sebebi öğrencilerin soyutlama yapabilmesi için bazı işlemsel ve kavramsal bilgilere sahip olma gerekliliğidir. 50 puanın üzerinde olan öğrenciler düşük, orta ve yüksek olmak üzere üç kategoriye ayrılmıştır. Soyutlama süreçlerinin incelenecek olması nedeniyle, seçilecek öğrencilerin fikirlerini çekinmeden söylemeleri ve derse katılımlarının beklenilen düzeyde olması gerekmektedir. Bu nedenle her bir kategoride yer alan öğrenciler hakkında ders öğretmeninin görüşlerine başvurulmuştur. Öğretmenin görüşlerinin yanısıra araştırmacının öğrenciler hakkındaki gözlem notları, öğrencilerin bir önceki yıla ait matematik başarı puanları ve dönem içerisinde yapılan iki matematik yazılı sınavlarının ortalamaları da öğrencilerin belirlenmesinde etkili olmuştur. Belirlenen öğrencilerin çalışmaya katılma konusunda gönüllü oldukları teyit edilmiştir. Ayrıca bu öğrencilerin aileleri de bilgilendirilerek imzalı onayları alınmıştır (Ek-2). Sonuç olarak her kategoriden birer öğrenci olacak şekilde deney grubundan üç, kontrol grubundan üç olmak üzere toplam 6 öğrenci seçilmiştir. Çalışmaya katılan öğrencilerin puanları ve hangi kategoride yer aldıkları Tablo 2’de gösterilmiştir. Öğrencilerin isimleri araştırmacı tarafından değiştirilmiştir.

Tablo 2. *Nitel Kısma Katılan Öğrencilerin Özellikleri*

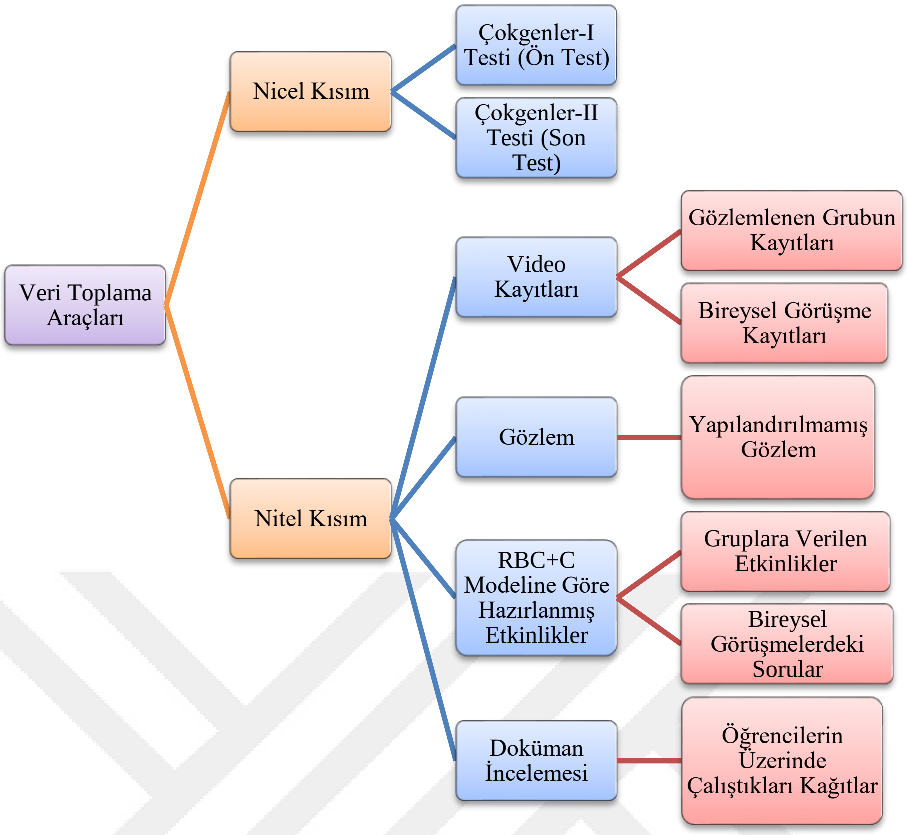
| | ***Matematik Başarı Puanı*** | ***Matematik Yazılı Ortalaması*** | ***Çokgenler -I Testi Başarı Puanı*** | ***Başarı Kategorisi*** |
|---|---|---|---|---|
| **Deney Grubu** | | | | |
| Yiğit | 96 | 100 | 100 | **Yüksek** |
| Şule | 80 | 85 | 80 | **Orta** |
| Nida | 55 | 60 | 55 | **Düşük** |
| **Kontrol Grubu** | | | | |
| Mustafa | 95 | 95 | 100 | **Yüksek** |
| Seda | 80 | 85 | 80 | **Orta** |
| Bengü | 55 | 60 | 55 | **Düşük** |

Tablo 2 incelendiğinde her iki grupta matematik başarı puanı, matematik yazılı ortalaması ve Çokgenler-I testinden aldıkları puanlara göre en başarılı öğrencilerin Yiğit ve Mustafa olduğu görülmektedir. Bu iki öğrencinin sınıfta en önde oturdukları, derse aktif olarak katıldıkları ve düşüncelerini söylemekten çekinmedikleri gözlemlenmiştir. Dolayısıyla bu iki öğrencinin yüksek başarı düzeyinde değerlendirilmesi uygun görülmüştür.

Şule ve Seda da yine derse aktif katılan, fikirlerini söylemekten çekinmeyen öğrencilerdir. Ancak bazen öğretmenin sorduğu sorulara yanlış cevaplar verdikleri görülmüştür. Buna rağmen çekingen davranmayıp, düşüncelerini savundukları ve sonrasında da yanlışlarını kendilerinin düzelttiği fark edilmiştir. Matematik öğretmeni de her iki öğrencinin dersteki başarı düzeylerinin sınıf ortalamasının biraz üzerinde olduğunu belirtmiştir. Ayrıca bu öğrencilerin uygulama sırasında, fikirlerini savunacakları ve grup arkadaşlarıyla etkileşim halinde olacakları düşünülmüştür.

Nida ve Bengü'nün sınıfta orta ve ön sıralarda oturdukları, dersi dinledikleri ve derse katıldıkları gözlemlenmiştir. Fakat genelde öğretmenin sorduğu sorularda ve alıştırmalarda yanlış yanıtlar verdikleri, buna rağmen motivasyonlarının düşmediği, soruyu tekrar çözmeye çalıştıkları görülmüştür. Grup içerisinde başarı düzeyi bakımından heterojenliği sağlamak ve öğrenciler arasında bilgi geçişini gözlemleyebilmek adına bu öğrencilerin seçiminin uygun olduğu düşünülmektedir.

## Veri Toplama Araçları




*Şekil 10*. Araştırmada kullanılan veri toplama araçları.

Yukarıdaki şemada görüldüğü üzere bu çalışmada kullanılan nicel veri toplama araçları Çokgenler-I ve Çokgenler-II testleri iken nitel veri toplama araçları ise RBC+C modeline göre hazırlanmış etkinlikler, yapılandırılmamış gözlem formu, video kayıtları ve öğrencilerin çalışma kağıtlarıdır. Araştırmacı tarafından Çokgenler-I ve Çokgenler-II testleri, RBC+C modeline göre hazırlanmış etkinlikler ve bireysel görüşme soruları geliştirilmiştir. Bu veri toplama araçlarının geliştirilme süreçleri alt başlıklar halinde sunulmuştur.

### Çokgenler-I testinin geliştirilme aşamaları.

Soyutlamanın Hershkowitz *vd.* (2001) tarafından var olan bilgi yapılarının dikey olarak yeniden düzenlenmesi şeklinde tanımlanması, öğrencilerin soyutlamayı gerçekleştirebilmeleri için konuyla ilgili ön bilgilerinin olması gerekliliğini zorunlu kılmaktadır. Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin birbirine denk olup olmadıklarını belirlemek amacıyla Çokgenler-I testi geliştirilmiştir. Bu testin geliştirilmesinde çokgenler konusundaki ön bilgileri içerdiği düşünülen 6. sınıf geometri ve ölçme öğrenme alanında yer alan açılar ve alan ölçme alt öğrenme alanına ait kazanımlar belirlenerek sorular oluşturulmuştur. Bu kazanımlar şu şekildedir:

1. Açıyı başlangıç noktaları aynı olan iki ışının oluşturduğu şekil olarak tanır ve sembolle gösterir.
2. Komşu, tümler, bütünler ve ters açıların özelliklerini keşfeder, ilgili problemleri çözer.
3. Bir doğrunun üzerindeki veya dışındaki bir noktadan doğruya dikme çizer.
4. Üçgende bir kenara ait yüksekliği çizer.
5. Üçgenin alan bağıntısını oluşturur, ilgili problemleri çözer.

Hazırlanan bu testin kapsam geçerliliğini sağlamak amacıyla her kazanıma eşit oranda olmak üzere toplam 35 soru hazırlanmıştır. Bu sorular uzmanlık alanı matematik eğitimi olan iki öğretim üyesinin, bir öğretim elemanının, bir türkçe ve iki matematik öğretmeninin görüşü alınarak uzman görüşü ve meslektaş teyidi sağlanmıştır. Bu görüşler doğrultusunda 10 sorunun anlaşılmasının güç olması ve kazanımları karşılamaması nedeniyle testten çıkarılmıştır. Böylece teste son hali verilmiştir.

Geçerliliği sağlanan testin güvenirliğini sağlamak için 25 sorudan oluşan test, 2015-2016 eğitim-öğretim yılı güz döneminde 132 7. sınıf öğrencisine uygulanmıştır. Çoktan seçmeli testte öğrencilerin doğru cevaplarına 1 puan, yanlış cevaplarına ise 0 puan verilerek puanlandırılmıştır. Hazırlanan bu testin Cronbach Alpha güvenirlik katsayısı .85 olarak bulunmuştur. Testteki soruların değerlendirilmesinde kullanılan, madde güçlük ve ayırt edicilik indeksine yönelik ölçütler Tablo 3 ve Tablo 4'te verilmiştir.

Tablo 3. *Madde Güçlük İndeksi ve Değerlendirilmesi (Sözbilir, 2016)*

| *Madde Güçlük İndeksi (p)* | *Maddenin Değerlendirilmesi* |
|---|---|
| 0.80 ve daha büyük | Çok kolay bir madde |
| 0.65-0.79 arası | Oldukça kolay bir madde |
| 0.35-0.64 | Orta düzeyde bir madde |
| 0.20-0.34 | Oldukça zor bir madde |
| 0.19 ve daha küçük | Çok zor bir madde |

Madde güçlük indeksi 0 ile 1 arasında değerler almaktadır. Bulunan değer 0'a yaklaştıkça madde zorlaşırken, 1'e yaklaştıkça da madde kolaylaşmaktadır. Başarı testlerinde genellikle madde güçlük indeksinin 0.50 civarında olması beklenmektedir (Bayrakçeken, 2012, s. 315). Tablo 3 incelendiğinde ise madde güçlük indeksinin 0.80 ve üzeri olduğunda sorunun öğrencilere çok kolay geldiği, 0.19'dan daha küçük olduğunda ise öğrencilere göre bu sorunun çok zor olduğu görülmektedir.

Tablo 4. *Madde Ayırtedicilik İndeksi ve Değerlendirilmesi (Karaca, 2008, s.284)*

| ***Madde Ayırtedicilik İndeksi (r)*** | ***Maddenin Değerlendirilmesi*** |
|---|---|
| 0.40 ve daha büyük | Çok iyi bir madde |
| 0.30-0.39 arası | Oldukça iyi bir madde |
| 0.20-0.29 | Ayırtetme gücü orta düzeyde bir madde |
| 0.19 ve daha küçük | Ayırt etme gücü düşük madde |

Madde ayırtedicilik indeksi -1 ile 1 arasında değerler almaktadır. Bu indeks -1'e yaklaştıkça maddenin bilen ile bilmeyeni ayırtetme gücü düşerken, 1'e yaklaştıkça artmaktadır (Erkuş, 2012, s.152). Tablo 4'e göre madde ayırtedicilik indeksinin 0.19'dan büyük olması, maddenin ayırtediciliğinin orta veya daha iyi düzeyde olduğunu göstermektedir.

Bir maddenin testte kullanılıp kullanılmayacağını o maddenin güçlük ve ayırtedicilik indeksleri belirlemektedir. Bir maddenin kolay veya zor olması, o maddenin testte kullanılacağını garanti etmemektedir. Ayırtedicilik indeksinin de istenilen aralıklarda olması gerekmektedir. Bu nedenle güçlük ve ayırtedicilik indekslerinin tek bir tabloda verilmesinin, maddenin niteliğini belirlemede kolaylık sağlayacağı düşünülmektedir. Tablo 5'te madde güçlük ve ayırtedicilik indekslerinin ölçütleri birleştirilerek birarada verilmiştir.

Tablo 5. *Madde Güçlük ve Ayırtedicilik İndekslerinin Birlikte Değerlendirilmesi (Sözbilir, 2016)*

| ***Madde Güçlük İndeksi (p)*** | ***Madde Ayırtedicilik İndeksi (r)*** | ***Maddenin Değerlendirilmesi*** |
|---|---|---|
| 0.90'dan fazla | Değer yok | Eğer etkili bir yöntem varsa tercih edilir |
| 0.60-0.90 | r>0.20 | Tipik iyi bir madde |
| 0.60-0.90 | r<0.20 | Düzeltilmesi gereken madde |
| p<0.60 | r>0.20 | Zor fakat ayırtedici bir madde |
| p<0.60 | r<0.20 | Zor ve ayırtedici olmayan madde(Bu madde kullanılamaz) |

Madde güçlük indeksi 0.90'dan büyük olduğunda ancak etkili bir yöntem varsa tercih edilebilir aksi taktirde testten çıkarılmalıdır. Madde güçlük indeksi 0.60 ile 0.90 arasında olduğunda madde ayırtedicilik indeksinin aldığı değere göre madde aynen kalır veya düzeltilir. Benzer şekilde madde güçlük indeksinin 0.60'dan düşük olduğu durumlarda madde ayıredicilik indeksi eğer 0.20'den büyükse; madde zor ama ayırtedici, 0.20'den küçükse de zor ve ayırtedici değildir. Sözbilir (2016) ideal bir testin genelinde güçlük indeksleri ortalamalarının 0.5 civarında, madde ayırtedicilik indeksinin de 0.3'ten büyük olması gerektiğini ifade etmiştir.

Tablo 3, Tablo 4 ve Tablo 5'te yer alan ölçütler doğrultusunda Çokgenler-I testinde yer alan maddelerin güçlük ve ayırtedicilik indekslerine yönelik veriler Tablo 6'da verilmiştir.

Tablo 6. *Çokgenler-I testinde Yer Alan Soruların Madde Güçlük ve Ayırdedicilik İndeksleri*

| ***Madde No*** | ***Madde Güçlük İndeksi*** | ***Madde Ayırtedicilik İndeksi*** | ***Değerlendirme*** |
|---|---|---|---|
| **1** | 1.00 | 0 | Çok kolay ve ayırediciliği düşük |
| **2** | .92 | .16 | Çok kolay ve ayırediciliği düşük |
| **3** | .34 | .21 | Zor ve ayırtediciliği orta düzeyde |
| **4** | .92 | .8 | Çok kolay ve ayırediciliği düşük |
| **5** | .52 | .83 | Orta zorlukta ve ayırtediciliği yüksek |
| **6** | .55 | .63 | Orta zorlukta ve ayırtediciliği yüksek |
| **7** | .63 | .75 | Orta zorlukta ve ayırtediciliği yüksek |
| **8** | .82 | .20 | Çok kolay ve ayırtediciliği orta |
| **9** | .79 | .36 | Kolay ve ayırtediciliği iyi |
| **10** | .88 | .19 | Çok kolay ve ayırtediciliği düşük |
| **11** | .44 | .20 | Orta zorlukta ve ayırtediciliği orta |
| **12** | .59 | .67 | Orta zorlukta ve ayırtediciliği yüksek |
| **13** | .77 | .50 | Kolay ve ayırtediciliği yüksek |
| **14** | .45 | .69 | Orta zorlukta ve ayırtediciliği yüksek |
| **15** | .56 | .75 | Orta zorlukta ayırtediciliği yüksek |
| **16** | .46 | .47 | Orta zorlukta ayırtediciliği yüksek |
| **17** | .27 | .48 | Oldukça zor ve ayırtediciliği yüksek |
| **18** | .35 | .12 | Orta zorlukta ayırtediciliği düşük |
| **19** | .52 | .59 | Orta zorlukta ayırtediciliği yüksek |
| **20** | .63 | .66 | Orta zorlukta ayırtediciliği yüksek |
| **21** | .69 | .56 | Kolay ve ayırtediciliği yüksek |
| **22** | .67 | .42 | Kolay ve ayırtediciliği yüksek |
| **23** | .48 | .65 | Orta zorlukta ayırtediciliği yüksek |
| **24** | .79 | .26 | Kolay ve ayırtediciliği orta |
| **25** | .24 | .31 | Oldukça zor ve ayırtediciliği iyi |

Tablo 6'daki veriler Tablo 5'e göre değerlendirildiğinde 1, 2, 4, 10 ve 18 numaralı maddelerin ayırtediciliklerinin düşük olması nedeniyle testten çıkarılmaları uygun görülmüştür. Maddeler çıkarıldıktan sonra hazırlanan belirtke tablosu yeniden gözden geçirilmiş ve testin kapsam geçerliğinde değişiklik olup olmadığı kontrol edilmiştir. Çıkarılan maddelerin farklı kazanımlara ait maddeler olması sebebiyle testte her kazanımı temsil edecek oranda maddenin olduğu söylenebilir. Geriye kalan maddelere bakıldığında 3, 17 ve 25 numaralı maddelerin çok zor; 9, 13, 21, 22 ve 24 numaralı maddelerin kolay ve geriye kalanların ise orta zorluk düzeyinde olduğu görülmektedir. Tablo 5'te güçlük indeksi 0.60-0.90 arasında olup ayırtediciliği 0.20'den düşük olan maddelerin düzeltilmesi gerektiği bildirilmiştir. Bu duruma uyan 8, 11 ve 24 numaralı maddelerden 8 ve 24 numaralı maddelerin öğrencilere kolay gelmesinden dolayı, 11 numaralı maddenin ise zor olmasından dolayı ayırtediciliklerinin düştüğü düşünülmektedir. Bu yüzden her üç madde üzerinde gerekli düzeltmeler yapılarak güçlükleri istenilen düzeye getirilmiştir. Sonuç olarak 3 soru zor, 3 soru kolay ve 14 soru da orta zorlukta olmak üzere toplam 25 çoktan seçmeli maddenin yer aldığı Çokgenler-I testi oluşturulmuştur (Ek-3).

**Çokgenler-II testinin geliştirilme aşamaları**

Deney ve kontrol grubu öğrencilerine uygulanan iki farklı öğretimin öğrencilerin çokgenler konusundaki başarı düzeylerinde bir farklılık oluşturup oluşturmadığını belirleyebilmek için araştırmacı tarafından Çokgenler-II başarı testi hazırlanmıştır. Testin geliştirilmesinde 7. sınıf çokgenler alt öğrenme alanının aşağıdaki kazanımlarından yararlanılmıştır:

1. Düzgün çokgenlerin kenar ve açı özelliklerini açıklar.
2. Çokgenlerin köşegenlerini, iç ve dış özelliklerini belirler; iç açılarının ve dış açılarının ölçüleri toplamını hesaplar.
3. Dikdörtgen, paralelkenar, yamuk ve eşkenar dörtgeni tanır; açı özelliklerini belirler.
4. Eşkenar dörtgen ve yamuğun alan bağıntılarını oluşturur; ilgili problemleri çözer.
5. Alan ile ilgili problemleri çözer.

Çokgenler-II testini geliştirme süreci Çokgenler-I testini geliştirme süreci ile benzerlik taşımaktadır. Ancak geliştirilme amaçları bakımından iki test birbirinden farklılık göstermektedir. Çokgenler-I testi öğrencilerin ön öğrenme düzeylerini ölçmeyi amaçlarken Çokgenler-II testi uygulama sürecinde esas alınan kazanımlara yönelik hazırlandığı için hedeflere ne düzeyde ulaşıldığını göstermeyi amaçlamaktadır. Bu amaçla Çokgenler-II başarı testinin de kapsam geçerliliğini sağlamak amacıyla yukarıdaki kazanımları eşit sayıda temsil eden 50 soru geliştirilmiştir. Bu sorular uzmanlık alanı matematik eğitimi olan iki öğretim üyesine, iki öğretim elemanına, bir türkçe ve bir matematik öğretmenine inceletilmiştir. Uzmanların görüşleri doğrultusunda kazanımları tespit etmediği belirlenen 20 soru testten çıkarılmıştır. 30 soruluk Çokgenler-II testi 2014-2015 eğitim-öğretim yılı bahar döneminde 7. sınıfa devam eden 80 öğrenciye uygulanmıştır. Çoktan seçmeli testte öğrencilerin doğru cevaplarına 1 puan, yanlış cevaplarına ise 0 puan verilerek puanlandırılmıştır. Hazırlanan bu testin Cronbach Alpha güvenirlik katsayısı .82 olarak bulunmuştur. Testteki soruların değerlendirilmesinde Tablo 3, Tablo 4 ve Tablo 5'teki madde güçlük ve ayırt edicilik indeksine yönelik ölçütler kullanılmıştır. Yapılan analizlerin sonucunda elde edilen veriler Tablo 7'de yer almaktadır.

Tablo 7. *Çokgenler-II testinde Yer Alan Soruların Madde Güçlük ve Ayırdedicilik İndeksleri*

| ***Madde No*** | ***Madde Güçlük İndeksi*** | ***Madde Ayırtedicilik İndeksi*** | ***Değerlendirme*** |
|---|---|---|---|
| **1** | .92 | .16 | Kolay ve ayırtediciliği düşük |
| **2** | .64 | .45 | Orta zorlukta ve ayırtediciliği iyi |
| **3** | .64 | .64 | Orta zorlukta ve ayırtediciliği iyi |
| **4** | .14 | .30 | Zor ve ayırtediciliği iyi |
| **5** | .73 | .35 | Kolay ve ayırtediciliği iyi |
| **6** | .14 | -.15 | Çok zor ve ayırtediciliği düşük |
| **7** | .60 | .40 | Orta zorlukta ve ayırtediciliği çok iyi |
| **8** | .84 | .17 | Çok kolay ve ayırtediciliği düşük |
| **9** | .18 | -.25 | Çok zor ve ayırtediciliği düşük |
| **10** | .60 | .44 | Orta zorlukta ve ayırtediciliği çok iyi |
| **11** | .10 | .44 | Zor ve ayırtediciliği çok iyi |
| **12** | .16 | -.2 | Çok zor ve ayırtediciliği düşük |
| **13** | .21 | -.15 | Zor ve ayırtediciliği düşük |
| **14** | .08 | -.10 | Çok zor ve ayırtediciliği düşük |
| **15** | .83 | .23 | Çok kolay ve ayırtediciliği orta |
| **16** | .54 | .39 | Orta zorlukta ve ayırtediciliği iyi |
| **17** | .55 | .37 | Orta zorlukta ve ayırtediciliği iyi |
| **18** | .41 | .5 | Orta zorlukta ve ayırtediciliği düşük |
| **19** | .06 | -.9 | Çok zor ve ayırtediciliği düşük |
| **20** | .56 | .50 | Orta zorlukta ve ayırtediciliği çok iyi |
| **21** | .63 | .30 | Orta zorlukta ve ayırtediciliği iyi |
| **22** | .46 | .21 | Orta zorlukta ve ayırtediciliği orta |
| **23** | .73 | .29 | Kolay ve ayırtediciliği orta |
| **24** | .56 | .72 | Orta zorlukta ve ayırtediciliği çok iyi |
| **25** | .70 | .22 | Kolay ve ayırtediciliği orta |
| **26** | .53 | .78 | Orta zorlukta ve ayırtediciliği çok iyi |
| **27** | .63 | .61 | Orta zorlukta ve ayırtediciliği çok iyi |
| **28** | .18 | .30 | Zor ve ayırtediciliği iyi |
| **29** | .46 | .53 | Orta zorlukta ve ayırtediciliği çok iyi |
| **30** | .15 | .33 | Zor ve ayırtediciliği iyi |

Tablo 7 incelendiğinde 1, 6, 8, 9, 12, 13, 14, 18 ve 19 numaralı maddelerin çok zor veya çok kolay olmalarından dolayı ayırtedicilik indeksleri 0.19'un altına düşmüştür. Bu nedenle bu maddelerin testten çıkarılması uygun görülmüştür. Testte yer alan 5, 22, 23 ve 25 numaralı maddelerin ise ayırtedicilik indeksini artırmak amacıyla gerekli düzenlemeler yapılmıştır. Sonuç olarak dördü (5, 15, 23, 25) kolay, dördü (4, 11, 28, 30) zor ve 14'ü ise (2, 3, 7, 10, 16, 17, 20, 21, 22, 24, 26, 27, 29) orta zorlukta toplam 20 çoktan seçmeli sorudan oluşan Çokgenler-II testi oluşturulmuştur (Ek-4).

**Çalışma kağıtlarının geliştirilme aşamaları.**

Bu çalışmanın uygulama aşamasında kullanılan çalışma kağıtlarının geliştirilmesinde RBC+C modelinin *tanıma, kullanma, oluşturma* ve *pekiştirme* epistemik eylemleri kullanılmıştır. Soyutlamanın gerçekleşmesi; yeni yapıya duyulan ihtiyaç, yeni yapının ortaya çıkışı ve yeni yapının pekiştirilmesi gibi üç durumun sağlanmasına bağlı olduğu için (Schwarz *vd.*, 2009, s. 24) etkinlikler bu üç koşul doğrultusunda hazırlanmıştır. Ayrıca oluşturma eylemine yönelik hazırlanan etkinliklerin öğrencilerin, tanıma, kullanma ve pekiştirme eylemlerini; pekiştirme eylemine yönelik etkinliklerin ise öğrencilerin tanıma ve kullanma eylemlerini gerçekleştirmelerini sağlayacak şekilde geliştirilmiştir. Bununla birlikte etkinliklerin birbiriyle ilişkili şekilde verilmesine dikkat edilmiştir. Yani bir etkinliğin sonucunda oluşturulan kavram veya formül bir sonraki etkinlikte kullanılabilecek şekilde düzenlenmiştir. Her kazanımı temsil edecek şekilde geliştirilen çalışma kağıtları, uzmanlık alanı matematik eğitimi olan iki öğretim üyesine, iki öğretim elemanına, iki matematik ve bir türkçe öğretmenine inceletilmiş ve görüşleri alınmıştır. Daha sonra 2015-2016 eğitim-öğretim yılı güz döneminde 7. sınıfa devam eden 16 öğrenci ile geliştirilen bu çalışma kağıtlarının pilot çalışması yapılmıştır. Başarı düzeyi bakımından heterojen olacak şekilde gruplandırılan bu öğrencilerden etkinlikleri yanıtlamaları istenmiştir. Süreç sonunda bazı etkinliklerin fazla yönlendirme içerdiği tespit edilmiş ve öğrencilerin daha fazla fikir öne sürebileceği şekilde yeniden düzenlenmiştir.

Çokgenler konusunun kazanımlarına yönelik hazırlanan çalışma kağıtlarındaki etkinlikler (Ek-5) aşağıda ayrıntılı bir şekilde açıklanmıştır.

*Kazanım 1 ($K_1$): Düzgün çokgenlerin kenar ve açı özelliklerini açıklar.*

Etkinlik 1 ($K_1$-$E_1$): Bu etkinlikte öğrencilerin; çokgen, iç açı, dış açı, köşegen kavramlarına yönelik bilgilerinin *tanıma* ve *kullanma* eylemlerine göre incelenmesi amaçlanmıştır.

*Kazanım 2 ($K_2$): Çokgenlerin köşegenlerini, iç ve dış açılarını belirler; iç açılarının ve dış açılarının ölçüleri toplamını hesaplar.*

Etkinlik 1 ($K_2$-$E_1$): Öğrencilerin düzgün çokgenlerin iç açıları ölçüleri toplamını ve bir iç açısının ölçüsünü veren formülü *oluşturma* süreçlerini gözlemlemeyi amaçlanmaktadır.

Etkinlik 2 ($K_2$-$E_2$): Benzer şekilde bu etkinlikte de öğrencilerin; düzgün çokgenlerin bir dış açısının ölçüsünü veren formülü ve dış açılarının ölçüleri toplamını *oluşturmaları* beklenmektedir.

Etkinlik 3 ($K_2$-$E_3$): Bu etkinlikte düzgün çokgenlerin tüm köşegen sayısını ve bir köşeden çizilebilecek köşegen sayısını veren formülün *oluşturulma* süreçlerini incelemek amaçlanmıştır.

Etkinlik 4 ($K_2$-$E_4$): Bu kazanıma ait son etkinlikte düzgün çokgenin bir iç açısının ölçüsü ile köşegen sayısı aynı problemde istenmektedir. Öğrencilerin oluşturdukları bilgileri bu problemde *kullanma* ve *pekiştirme* süreçleri incelenmektedir.

*Kazanım 3 ($K_3$): Dikdörtgen, paralelkenar, yamuk ve eşkenar dörtgeni tanır; açı özelliklerini belirler.*

Etkinlik 1 ($K_3$-$E_1$): Öğrencilerin kare ve dikdörtgenin kenar, açı, köşegen gibi özelliklerini *tanımaları* ve bu özelliklerin *kullanma* sürecinin araştırmacı tarafından incelenmesi amaçlanmaktadır.

Etkinlik 2 ($K_3$-$E_2$): Öğrencilerden, kare ve dikdörtgen arasındaki ilişkiyi (benzerlik ve farklılık) önceki bilgilerini *kullanarak açıklaması* ve karenin dikdörtgenin özel hali olduğu bilgisini *oluşturması* beklenmektedir.

Etkinlik 3 ($K_3$-$E_3$): Öğrencilerin kare ve dikdörtgen ile ilgili öğrendiklerini *kullanmaları* ve *pekiştirmeleri* için dört tane geometri sorusu hazırlanmıştır.

Etkinlik 4 ($K_3$-$E_4$): Öğrencilerin eşkenar dörtgenin kenar, açı, köşegen gibi özelliklerini *tanımaları* ve bu özelliklerin *kullanma* sürecinin, araştırmacı tarafından incelenmesi amaçlanmaktadır.

Etkinlik 5 ($K_3$-$E_5$): Öğrencilerin bir önceki etkinlikte öğrendiklerini *kullanarak* kare ve eşkanar dörtgen arasındaki ilişkiyi keşfetmelerini ve karenin eşkenar dörtgenin özel hali olduğu bilgisini *oluşturmaları* amaçlanmaktadır.

Etkinlik 6 ($K_3$-$E_6$): Eşkenar dörtgenin özelliklerini *tanımaya* ve *kullanmaya* yönelik hazırlanmış dört geometri sorusuyla öğrencilerin bilgilerini de *pekiştirmeleri* beklenmektedir.

Etkinlik 7 ($K_3$-$E_7$): Bu etkinlikte öğrencilerin paralelkenarın kenar, açı, köşegen özelliklerini *tanıyarak kullanmasını* gözlemlemek amaçlanmaktadır.

Etkinlik 8 ($K_3$-$E_8$): Öğrencilerden, paralelkenar ile dikdörtgen ve eşkenar dörtgen arasındaki ilişkiyi (benzerlik ve farklılıklarını) *farketmelerini*, dikdörtgenin ve eşkenar dörtgenin paralelkenarın özel hali olduğu bilgisini *oluşturmaları* amaçlanmaktadır.

Etkinlik 9 ($K_3$-$E_9$): Bu etkinlikte paralelkenar ile ilgili öğrencilerin önceki etkinliklerde oluşturdukları bilgileri *kullanmaları* ve *pekiştirmeleri* amaçlanmıştır.

Etkinlik 10 ($K_3$-$E_{10}$): Bu etkinlikte öğrencilerin yamuğun çeşitleri ve açı özelliklerini *tanımasını* ve bilgisini *kullanarak* gerekli yerleri doldurması beklenmektedir.

Etkinlik 11 ($K_3$-$E_{11}$): Öğrencilerden yamuk ile dikdörtgen, eşkenar dörtgen, paralelkenar arasında ilişki olup olmadığını düşünmeleri ve yamuğun tüm dörtgenlerin en genel hali olduğunu tanımlardan yararlanarak *oluşturmaları* amaçlanmıştır.

Etkinlik 12 ($K_3$-$E_{12}$): Bu etkinlikte yamuk ile ilgili öğrencilerin bilgilerini *kullanmaya* ve *pekiştirmeye* yönelik dört adet geometri sorusu hazırlanmıştır.

Etkinlik 13 ($K_3$-$E_{13}$): Bu etkinlikte öğrencilere doğru ve yanlış önermeler verilmiştir. Öğrencilerin o derse kadarki etkinliklerde öğrendiklerini *kullanarak* bu önermelerin doğru mu yoksa yanlış mı olduklarına karar vermeleri gerekmektedir. Aynı zamanda öğrencilerin önermelerdeki bilgileri *oluşturma* süreçlerinin de gözlenmesi amaçlanmaktadır.

*Kazanım 4 ($K_4$): Eşkenar dörtgen ve yamuğun alan bağıntılarını oluşturur; ilgili problemleri çözer.*

Etkinlik 1 ($K_4$-$E_1$): Öğrencilerin eşkenar dörtgen ve yamuğun alan formüllerini oluşturabilmeleri için paralelkenarın alan formülünü bilmeleri gerekmektedir. Paralelkenarın alanı 6. sınıf müfredatında yer aldığından öğrencilere bu konuyu hatırlatmak amacıyla paralelkenarın alan formülünü oluşturmaya yönelik bu etkinlik hazırlanmıştır. Öğrencilerin dikdörtgenin alanını *tanıyıp kullanarak* paralelkenarın alanıyla ilişkilendirmeleri ve paralelkenarın alan formülünü *oluşturmaları* beklenmektedir.

Etkinlik 2 ($K_4$-$E_2$): Bu etkinlikte de öğrencilerden paralelkenarın alan formülünü dikdörtgenden farklı bir geometrik şeklin alan bağıntısı ile *ilişkilendirerek oluşturmaları* istenmiştir. Öğrencilerin geometrik şekillerin alan formüllerini hatırlamaları ve paralelkenar için uygun olanı kullanmaları amaçlanmaktadır. Aynı zamanda bu ilişkilendirme ile bir önceki etkinliğin *pekiştirilmesi* de sağlanacaktır.

Etkinlik 3 ($K_4$-$E_3$): Bu etkinlikte paralelkenarın içine çizilen üçgenin alanının paralelkenarın alanının yarısı olduğunu göstermeleri amaçlanmıştır. Öğrencilerin paralelkenar ile üçgenin yüksekliğinin aynı olduğunu *farketmeleri* ve bu bilgilerini kullanarak eşitliğin doğru olduğunu göstermeleri beklenmektedir.

Etkinlik 4 ($K_4$-$E_4$): Paralelkenarın alanını bulmaya yönelik üç tane geometri sorusu hazırlanarak öğrencilerin *tanıma, kullanma* ve *pekiştirme* süreçleri incelenecektir.

Etkinlik 5 ($K_4$-$E_5$): Eşkenar dörtgenin alan formülünü oluşturmaya yönelik hazırlanan bu etkinlikte, öğrencilere birim kağıt üzerine çizilmiş eşkenar dörtgen ve makas verilerek alan formülü *oluşturmaları* istenmiştir. Buradaki amaç, alan formülünü bildikleri bir geometrik şekilden *tanıyıp kullanarak* eşkenar dörtgenin alan formülünü *oluşturmalarıdır.*

Etkinlik 6 ($K_4$-$E_6$): Bu etkinlikte de eşkenar dörtgen ile paralelkenarın özelliklerini *tanımaları* ve birarada *kullanarak* aslında eşkenar dörtgen ile paralelkenarın alan formülünün aynı olduğunu *farketmeleri* amaçlanmaktadır. Ayrıca etkinliğin sonunda eşkenar dörtgenin alanının hem üçgenden hem de paralelkenardan yararlanarak bulmalarının bu dörtgenler arasında nasıl bir ilişkinin var olduğuna dair grupça tartışmaları ve bilgilerini *pekiştirmeleri* istenmektedir.

Etkinlik 7 ($K_4$-$E_7$): Eşkenar dörtgeni, paralelkenar ve üçgenle birarada sorulduğu dört geometri sorusu hazırlanarak öğrencilerin bilgilerini *kullanmaları* ve *pekiştirmeleri* beklenmektedir.

Etkinlik 8 ($K_4$-$E_8$): Eşkenar dörtgenin alan formülünü oluşturmaya benzer olarak yamuğun alan formülünü oluşturmada da öğrencilere birim kağıda çizilmiş iki yamuk ve makas verilmiştir. Etkinlikteki yönergelerde bu yamukları alan formülünü bildikleri bir geometrik şekile benzetecek şekilde birleştirmeleri istenmiştir. Buradaki amaç iki yamuğun birleşiminin paralelkenar olduğunu *tanımaları* ve bu bilgiyi yamuğun alan formülünü *oluşturacak* şekilde *kullanmalarıdır.* Paralelkenarın alan formülünü kullanmaları ile *pekiştirme* süreçleri de gözlemlenmiş olacaktır.

Etkinlik 9 ($K_4$-$E_9$): Bu etkinlikte öğrencilere tek bir yamuğun yer aldığı birim kağıt verilmiş ve makasla bu yamuğu üçgenlere ayırarak alan formülünü farklı bir yoldan oluşturmaları istenmiştir. Öğrencilerin üçgenin alanındaki bilgilerini *kullanarak* yamuğun alan formülünü *oluşturmaları* beklenmektedir.

Etkinlik 10 ($K_4$-$E_{10}$): Bu etkinlikte öğrencilere yamuk ile diğer geometrik şekillerin ilişkilendirilerek sorulduğu dört geometri sorusu yöneltilmiştir. Öğrencilerin *tanıma, kullanma* ve *pekiştirme* süreçlerinin incelenmesi amaçlanmaktadır.

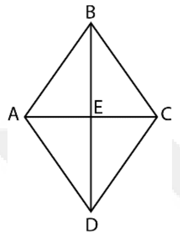
**Bireysel soruların geliştirilme aşamaları.**

Uygulama sonunda farklı iki yöntemle öğrenim görmüş öğrencilerin soyutlama süreçlerini belirlemek için öğrencilerle bireysel görüşmeler yapılmıştır. Çokgenler-II testinin geliştirilmesinde kullanılan kazanımlardan yararlanılarak dört açık uçlu soru hazırlanmıştır. Bu görüşmeler yarı-yapılandırılmış olarak gerçekleştirilmiştir. Bu sayede araştırmacı öğrencilerin soyutlama süreçlerini daha ayrıntılı inceleyebilmek için ek sorular da sorma imkanı bulmuştur. Sorular öğrencilerin birkaç yoldan çözebilecekleri şekilde olup, RBC+C modelinin tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme eylemlerini de açığa çıkaracak niteliktedir. Ayrıca uygulama süresince incelenen grup içi "paylaşılan bilginin" bireysel olarak ne düzeyde kullanıldığı ve öğrencilerin grup arkadaşlarından öğrendikleri bilginin kalıcı olup olmadığı da bu sorular sayesinde belirlenmiştir. Tablo 8'de bireysel görüşmelerde yer alan sorular, ilgili oldukları kazanım ve soruların hazırlanmasındaki amaçlar verilmiştir.

Tablo 8. *Bireysel Görüşmelerde Öğrencilere Yöneltilen Sorular*

| *Soru* | *Kazanım* | *Amaç* |
|---|---|---|
| **1-)** Dörtgenler arasındaki ilişkiyi gösteriniz? | 1. Dikdörtgen, eşkenar dörtgen, yamuk ve paralelkenarı tanır ve açı özelliklerini belirler. (Kare; dikdörtgenin ve eşkenar dörtgenin özel hali olarak ele alınır. Bunun yanısıra dikdörtgen ve eşkenar dörtgen, paralelkenarın özel hali olarak alınır. Ayrıca dikdörtgen, eşkenar dörtgen ve paralelkenar, yamuğun özel hali olarak alınır) | Bu soru ile öğrencilerden dörtgenleri sıralamaları istenmiştir. Öğrencilerin bu konudaki kavramları tanıma ve kullanma eylemlerinde nasıl kavramsallaştırdıkları ve dörtgenler arasında kurdukları ilişkilere göre parçalı mı yoksa hiyerarşik sınıflamayı mı tercih ettikleri incelenmiştir. Dörtgenler arasında kurdukları doğru ilişkiler oluşturma eylemini gerçekleştirdiklerine işarettir. Ayrıca bu soru, deney ve kontrol grubunda verilen farklı öğretim yöntemlerinin ne derece etkili olduğu ve nasıl farklılaştığını görmek açısından da önemlidir. |
| **2-)** Aşağıdaki ifadelerin doğru olup olmadığına karar veriniz ve bu kararınızı destekleyen örnekler veriniz.<br>• Bazı eşkenar dörtgenler yamuktur.<br>• Bütün kareler paralelkenardır.<br>• Bütün dikdörtgenler yamuktur. | 1. sorunun kazanımı ile ilişkili olarak hazırlanmıştır. | Bir önceki soruda dörtgenler arasındaki ilişkilerin doğru ve bilinçli bir şekilde oluşturulduğunu sorgulamak amacıyla kuramsal çerçeve başlığında bahsedilen Markman (Akt. Fujita & Jones, 2007)'ın ileri sürdüğü hiyerarşik ilişkiyi anlayabilmek için gerekli olan; bir dörtgeni diğerinin özel hali olarak görme ve dörtgenler arasındaki ilişkilerin geçişli, asimetrik ve ters simetrik olduğunu anlayabilme gibi koşullar dikkate alınarak bu önermeler hazırlanmıştır. Bu önermelerle öğrencilerin; bir şekli farklı bir şeklin özel hali olarak isimlendirebilmeleri, dörtgenler arasındaki ilişkinin geçişli ve asimetrik, kritik özelliklerinin ise ters asimetri ve geçişli ilişkilere sahip olduğunu fark edebilmeleri amaçlanmıştır. Bu soru oluşturma eylemine yönelik olup, önceden oluşturmuş oldukları kapsama ilişkisinin sağlaması niteliğindedir. Ayrıca bu soruyla öğrencilerin dörtgenlerdeki kavram imajları ve tanımları doğru kullanabilmeleri de irdelenmiştir. |

Tablo 8. *(Devamı)*

| | | |
|---|---|---|
| **3-)** Yamuğun alan formülünü derste görmediğiniz farklı bir yoldan oluşturunuz? | Yamuğun alan bağıntılarını oluşturur. | Bu soruda öğrencilerden alan formülünü bildiklerini herhangi bir geometrik şekilden yararlanarak yamuğun alan formülünü oluşturmaları istenmiştir. Dolayısıyla soruyu çözerken önceden öğrendikleri bilgi yapılarını kullanmaları ve pekiştirmeleri beklenmiştir. Öğrencilere derste öğrendikleri yöntemlerden farklı bir yöntem kullanmaları konusunda uyarı yapılmıştır. |
| **4-)** ABCD eşkenar dörtgen, \|DB\| ve \|AC\| köşegen olmak üzere, \|DB\|= e ve \|AC\|= f olan eşkenar dörtgenin alan formülünü oluşturunuz.   | Eşkenar dörtgenin alan bağıntılarını oluşturur. | Bu soruda eşkenar dörtgenin köşegen uzunluklarından yararlanarak alan formülünü oluşturmaları istenmiştir. Öğrencilere ders etkinliklerinde sadece $A = \frac{d.f}{2}$ olarak verilen formülün nasıl oluştuğunu bulmaları istenmiştir. Bu soruyla farklı bir yoldan eşkenar dörtgenin alan formülünü, önceki bilgilerini tanıyıp kullanarak oluşturmaları beklenmiştir. Aynı zamanda bir dörtgenin alanının sadece $tabanxy$ü$kseklik$ ile bulunamayacağını, farklı uzunluklardan yararlanarak da oluşturabileceğini görmeleri amaçlanmıştır. |

Deney ve kontrol grubuna farklı iki öğretim uygulandıktan iki hafta sonra maksimum çeşitlilik örnekleme yöntemine göre seçilen deney ve kontrol grubundaki toplam 6 öğrenci ile araştırmacı tarafından bireysel görüşmeler yapılmıştır. Uygulamadan iki hafta sonra yapılmasının nedeni ise bilginin kalıcılığına bakarak öğrencilerde pekiştirme eyleminin ne düzeyde gerçekleştiğini incelemektir. Öğrencilerin dikkatinin dağılmaması ve sorulara yoğunlaşabilmeleri için sessiz bir ortam oluşturulmuş ve istedikleri kadar süre verilmiştir. Verilerin daha sonra incelenebilmesi ve veri kaybı olmaması için de görüşmeler video kamera ile kayıt alınmıştır. Video kamera sadece öğrencinin kağıdını görecek şekilde odaklanmıştır. İki gün boyunca, her öğrenci ile ortalama 40 dakika süren görüşmeler yapılmıştır (Ek-6).

**Video kayıtları ve yapılandırılmamış gözlem notları**

Gözlem, araştırmada ihtiyaç duyulan verilerin; insan, toplum ve doğa gibi hedeflere yoğunlaşılarak çıplak gözle veya bir araç kullanılarak izlenmesiyle toplanmasıdır. Gözlem, yapılandırılmış, yarı-yapılandırılmış ve yapılandırılmamış olmak üzere üç gruba ayrılmaktadır. Yapılandırılmamış gözlem, araştırmacıyı veri toplamada ve kaydetmede özgürlük sağlamaktadır. Bu tür gözlemler genellikle not alma ve gözlemlenen kişi veya kişilerden bilgi toplama şeklindedir (Büyüköztürk *vd.*, 2011, ss. 143-144). Bu çalışmada araştırmacı uygulama öncesinde ve uygulama süresince her iki sınıfı da gözlemlerken yapılandırılmamış gözlem tekniğini kullanmıştır. Araştırmacı gözlem sırasında, sınıftaki öğrencilerle ilgili elde ettiği verileri kaydetmek için gözlem formundan yararlanmıştır. Gözlem formundaki bu veriler, öğrencilerin ifadelerini yorumlarken ve değerlendirirken transkript verileri ile birlikte kullanılmıştır.

Gözlem tekniği, sınıfların kalabalık ve gürültülü olması nedeniyle tek başına yetersiz kalmaktadır. Soyutlama süreçlerinin incelenmesinden dolayı öğrencilerin her ifadesi önemli görülmektedir. Bu nedenle veri kaybının önüne geçebilmek için bu çalışmada video kameradan yararlanılmıştır. Video kayıtları, araştırmacının gözden kaçırmış olabileceği vücut hareketleri ile mimikler gibi sözsüz ifadeleri ve öğrenciler arasındaki iletişimi ayrıntılı bir şekilde görebilme imkanı vermektedir. Bununla birlikte başka araştırmacıların da kayıtları izleyerek değerlendirme yapabilme şanslarının olması çalışmanın güvenirliği açısından olumlu bir durumdur (Yıldırım & Şimşek, 2011, s. 189).

Bu tez çalışmasının uygulama kısmında deney grubu öğrencileri ile yapılan öğretimin tamamı iki kamera ile kayıt altına alınmıştır. Bir kamera sınıfın tamamını görecek şekilde sınıfın köşesine yerleştirilmiş, diğer kamera da tripot yardımıyla belirlenen grubun sıralarının yanına öğrencilerin dikkatini dağıtmayacak şekilde yerleştirilmiş ve süreç kayıt altına alınmıştır. 17 ders saati süresince yaklaşık olarak her bir kameradan 12 saat 20 dakikalık kayıt alınmıştır. Kontrol grubundaki uygulamada video kamera ile kayıt alınmazken ders içi etkinlikler, araştırmacı tarafından fotoğraflarla desteklenmiştir.

**Araştırmacının Rolü**

Nitel araştırmalarda araştırmacı, araştırma yapacağı alanı yakından tanıyan, alanda olup bitenleri yaşayan ve araştırmaya dahil olan kişilerle birebir diyalog içerisinde bulunan kişidir. Burada önemli olan araştırmacının veri toplarken ve verileri analiz ederken görüş ve düşüncelerini çalışmaya yansıtmamasıdır (Creswell, 2007, s. 55).

Araştırmacı uygulama süresince katılımlı gözlemci durumundadır. Katılımlı gözlemci, veri toplama süresince örneklemin davranışlarını gözler ve gerektiğinde örneklem ile iletişime geçerek bu davranışların altında yatan anlamları anlamaya çalışır (Çepni, 2014, s. 176). Araştırmacı da deney grubunda sınıfı gözlemlemiş ve öğrencilerin soyutlama süreçlerini derinlemesine inceleyebilmek amacıyla gözlemlenen gruptaki öğrencilerle lüzum gördükçe iletişime geçmiştir.

Deney ve kontrol gruplarında sınıfı yönlendiren ve dersi anlatan bir matematik öğretmeni bulunmaktadır. Araştırmacı, soyutlama süreci incelenen grupla ilgilenerek gerekli yönlendirmeleri yapmıştır. Ayrıca sınıfta aksayan bir durum gerçekleştiğinde müdahale etmiştir. Matematik öğretmeni de bilgiyi vermek yerine bilgiyi oluşturma süreçlerinde öğrencilere nasıl rehberlik edeceği hususunda uygulama öncesinde bilgilendirilmiştir.

## Araştırmanın Uygulama Süreci

Bu çalışmanın uygulaması 2015-2016 eğitim-öğretim yılı 02.05.2016-23.05.2016 tarihleri arasında toplam 17 ders saati süresince gerçekleştirilmiştir. Her dersin süresi 40 dakikadır. Uygulamaya başlamadan önce deney ve kontrol gruplarının seviyesini belirlemek için Çokgenler-I testi uygulanmıştır. Deney ve kontrol grubundaki uygulama sürecinin ayrıntılı zaman takvimi Tablo 9'da verilmiştir.

Tablo 9. *Uygulamaya Ait Kazanımlar ve Ders Saatleri*

| Kazanımlar | Tarih | Süre |
|---|---|---|
| Düzgün çokgenlerin kenar ve açı özelliklerini açıklar. | 02-06 Mayıs | 5 ders saati |
| Çokgenlerin köşegenlerini, iç ve dış özelliklerini belirler; iç açılarının ve dış açılarının ölçüleri toplamını hesaplar. | 09 Mayıs | 2 ders saati |
| Dikdörtgen, paralelkenar, yamuk ve eşkenar dörtgeni tanır; açı özelliklerini belirler. | 10-13 Mayıs | 4 ders saati |
| Eşkenar dörtgen ve yamuğun alan bağıntılarını oluşturur; ilgili problemleri çözer. | 16-20 Mayıs | 4 ders saati |
| Alan ile ilgili problemleri çözer. | 20-23 Mayıs | 2 ders saati |

Deney ve kontrol gruplarının uygulama süreci ayrıntılı olarak alt başlıklarda verilmiştir.

### Kontrol grubunun uygulama süreci.

Kontrol grubunda MEB'in önerdiği Tutku Yayıncılığa ait kaynak kitap kılavuzluğunda öğretim yapılmıştır. Dersi, sınıfın matematik öğretmeni yürütmüştür. Araştırmacı, sınıfın arka tarafında öğrencilerin dikkatini dağıtmayacak şekilde yapılandırılmamış gözlem ile alan notları almıştır. Tablo 10'da MEB 7. sınıf çokgenler konusuna ait yıllık plan verilmiştir:

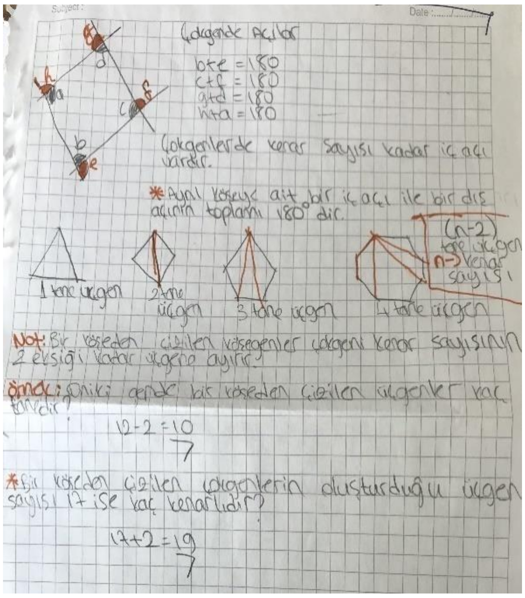
Tablo 10. *Çokgenler Alt Öğrenme Alanına Ait Yıllık Plan*

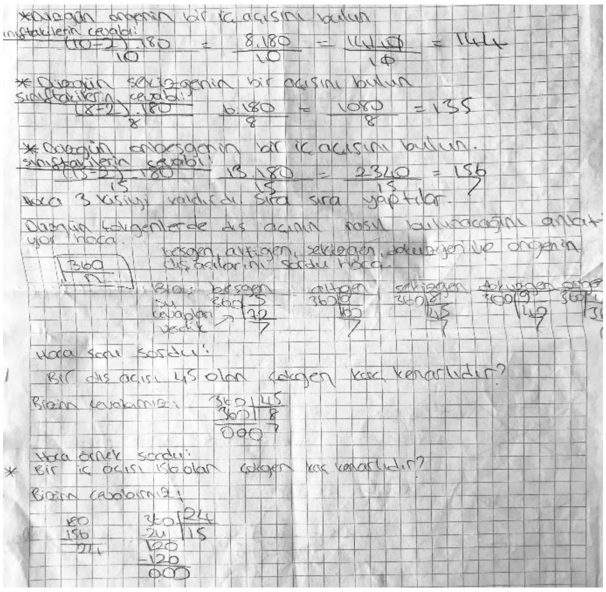
| | | | KAZANIMLAR | AÇIKLAMALAR |
|---|---|---|---|---|
| **7.3. GEOMETRİ VE ÖLÇME** | **ÜNİTE 5** | **7.3.2. ÇOKGENLER** | 7.3.2.1. Düzgün çokgenlerin kenar ve açı özelliklerini açıklar.<br><br>7.3.2.2. Çokgenlerin köşegenlerini, iç ve dış açılarını belirler, iç açılarının ve dış açılarının ölçüleri toplamını hesaplar. | • Yalnızca dışbükey çokgenler incelenecektir.<br>• İç açılar toplamını keşfetmeye yönelik çalışmalara yer verilir. |

Tablo 10. *(Devamı)*

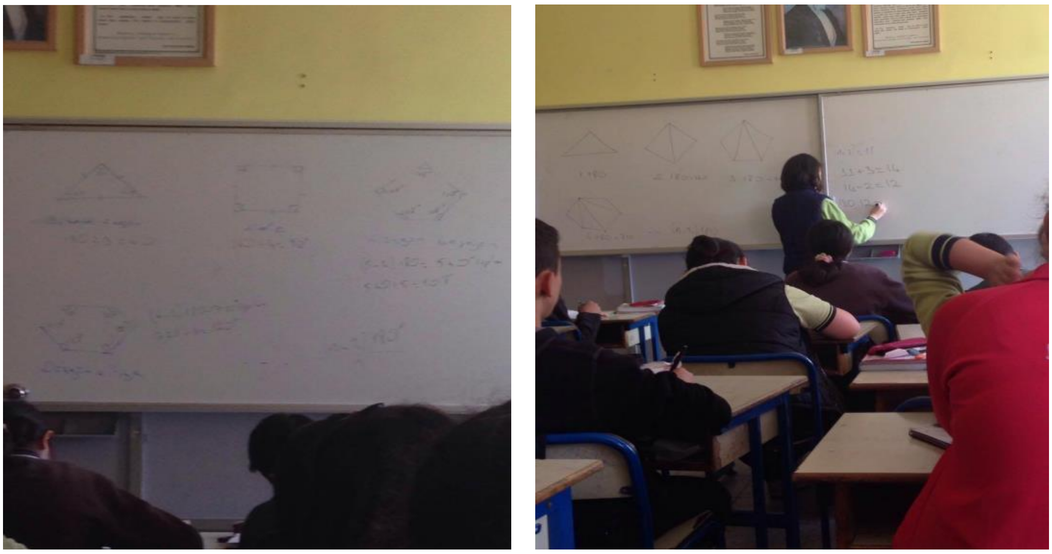
| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| **7.3. GEOMETRİ VE ÖLÇME** | **ÜNİTE 5** | **7.3.2. ÇOKGENLER** | 7.3.2.3. Dikdörtgen, paralelkenar, yamuk ve eşkenar dörtgeni tanır, açı özelliklerini belirler.<br><br>7.3.2.4. Eşkenar dörtgen ve yamuğun alan bağıntılarını oluşturur, ilgili problemleri çözer. | • Kenarların oluşturduğu açılarla birlikte eşkenar dörtgen, kare ve dikdörtgende köşegenlerin oluşturduğu açılarda incelenir.<br><br>• Kare, dikdörtgen ve eşkenar dörtgenin özel bir durumu olarak ele alınır. Bunun yanısıra dikdörtgen ve eşkenar dörtgen paralelkenarın özel halleri olarak ele alınır. Ayrıca dikdörtgen, eşkenar dörtgen ve paralelkenarda yamuğun özel durumları olarak ele alınır. |
| | **ÜNİTE 5** | **7.3.2. ÇOKGENLER** | 7.3.2.5. Alan ile ilgili problemleri çözer. | • Üçgen, dikdörtgen, paralelkenar, yamuk veya eşkenar dörtgenden oluşan birleşik şekillerin alanlarını bulmayı gerektiren problemlere yer verilir. |

Kontrol grubunda öğretmen düzgün çokgenlerin kenar, açı özelliklerini tanımlama ve iç açı, dış açı ve köşegen sayısını veren formüllerin oluşturulması konularını matematik ders kitabındaki etkinliklere göre işlemiştir. Çokgenlere giriş yaptığı derste geometri tahtasından yararlanarak öğrencilerden çokgenlerin kenar sayılarını ve köşegen sayılarını gösterip; iç açı, dış açı ve köşegen sayısını veren formülü oluşturmalarını sağlamıştır. Daha sonra öğretmen tahtaya işlemsel bilgi gerektiren sorular yazmış ve her soru için bir öğrenciyi tahtaya kaldırarak soruyu çözmesini istemiştir. Eğer öğrenci yanlış yapmışsa öğretmen sınıfa sorular yöneltmiş ve sorunun cevabını öğrencilere buldurduğu gözlemlenmiştir. Sınıftaki bir öğrencinin bu derse ait ders notları Şekil 11'de, çokgenlerde açı dersindeki sınıf içi görüntüler de Şekil 12'de verilmiştir.




*Şekil 11*. Kontrol grubundaki öğrenciye ait ders notu.



*Şekil 12*. Kontrol grubu örnek ders etkinliği.

Tablo 10'da yer alan yıllık planda dörtgenler arasındaki kapsama ilişkisinin öğretilmesi konusunda açıklama yer almaktadır. Ancak kaynak ders kitabı incelendiğinde bu kapsama ilişkisinin öğretimine yönelik herhangi bir etkinliğe rastlanmamıştır. Sadece kısa ifadelerle bu kapsama ilişkisi öğrencilere sunulmuştur. Dolayısıyla öğretmen ders anlatımında kare, dikdörtgen, eşkenar dörtgen, paralelkenar ve yamuk arasındaki ilişkiyi sözel olarak ifade etmiştir.

Öğretmen öğrencilerin eşkenar dörtgen ve yamuğun alan formülünü oluşturmalarını sağlamak için ders kitabındaki etkinlikten yararlanmıştır. Öğrencilerden kareli bir kağıda bir paralelkenar ve bir eşkenar dörtgen çizmelerini istemiştir. Daha sonra kitaptaki yönergeleri söyleyerek onların üçgenin alanından faydalanarak paralelkenar ve eşkenar dörtgenin alan formüllerine ulaşmalarını sağlamıştır. Bu esnada öğretmen öğrenciler arasında dolaşmış ve öğrencilerin sorularını yanıtlamıştır. Dersin sonunda da konuyu özetlemek amacıyla her iki dörtgenin alan formülünün nasıl ve nereden geldiğini öğrencilere açıklamıştır. Sonraki derste de kitapta yer alan bu dörtgenlerle ilgili alan hesaplama problemlerini öğrencilere çözdürmüştür. Benzer şekilde yamuğun alan formülünü oluşturmak için tahtaya bir yamuk çizmiş ders kitabındaki yönergeler doğrultusunda yamuğu bir üçgen ve paralelkenara ayırarak öğrencilere açıklamıştır. Ardından da öğrencilere yamuğun alanını hesaplamaya yönelik işlemsel sorular yöneltmiştir.

Kontrol grubunda ders anlatımına genel olarak bakıldığında öğretmenin kaynak kitaptaki etkinliklerden ve sorulardan yararlandığı, soru-cevap ve beyin fırtınası öğretme tekniklerini sıklıkla kullandığı gözlemlenmiştir. Ayrıca öğretmenin öğrencileri derse katarak konuyu birlikte işledikleri söylenebilir. Araştırmacının gözlemlerine göre sınıfın ön tarafında oturan öğrenciler derse daha fazla katılım gösterirken, arka sıralarda oturanlar sadece tahtada yazılanları defterlerine geçirmekle veya kendi aralarında konuşmaktadırlar. Öğretmen, arka sıradaki öğrencilerin matematik başarı notlarının düşük, ön sıralardaki öğrencilerin başarı notlarının ise daha yüksek olduğunu; bu durumun da öğrencilerin derse katılımını etkilediğini belirtmiştir.

**Deney grubunun uygulama süreci.**

Deney grubundaki öğrencilerin kamera ve araştırmacı karşısında çekinmemeleri ve fikirlerinin rahatça ifade edebilmeleri için uygulama başlamadan önce bir ay boyunca sınıfın köşesine kamera yerleştirilerek öğrencilerin kendilerini rahat hissetmeleri sağlanmıştır. Bir süre sonra öğrencilerin artık kameranın varlığını unutarak doğal davrandıkları gözlenmiştir. Bu bir aylık süre boyunca öğrenciler araştırmacı tarafından gözlemlenerek, derse aktif katılım sağlayan ve fikirlerini yanlış da olsa savunmaktan çekinmeyen öğrenciler tespit edilmiştir. Çalışmada kamera ile gözlemlenecek grubun bu özellikleri taşıması, öğrencilerin soyutlama sürecinin incelenmesinde kritik derecede önemli rol oynamaktadır.

Uygulamanın başlayacağı hafta ilk ders, öğrencilere bir önceki yıla ait kazanımlardan oluşan test uygulanacağı, bu testin sonuçlarının notlarını etkilemeyeceği bildirilmiştir. Daha sonra öğrenciler uygulama hakkında bilgilendirilmiştir. Onlara grup halinde çalışacakları, konuyu öğretmenin anlatmayacağı, bunun yerine kendilerinin keşfedecekleri, bu süreçte fikirlerini doğru veya yanlış düşünmeksizin açıkça ifade etmeleri gerektiği bildirilmiştir. Daha sonra öğrenciler üçerli veya dörderli olmak üzere küçük gruplara ayrılarak birbirlerinin yüzlerini görecek şekilde bir oturma düzeni sağlanmıştır. Sınıfı kaydedecek olan iki kameradan birisi sınıfın tümünü görecek şekilde sınıfın köşesine, diğeri ise gözlemlenecek olan grubun masasının yanına konumlandırılmıştır. Ardından öğrencilere çalışma kağıtları dağıtılmış ve kağıtlardaki yönergelere göre görevleri yapmaları belirtilmiştir.

Öğretmen ve araştırmacı, her etkinlikten önce gerekli açıklamaları yaparak öğrencilerin birbirleri ile tartışmalarına imkan vermişlerdir. Ayrıca tartışmalar devam ederken sıraları dolaşarak öğrencilerin gidişatlarına bakıp, gerekli yerlerde ipuçları vererek öğrencilerin doğru bilgiyi oluşturmalarında rehberlik etmişlerdir.  Şekil 13'te deney grubunun ders içi etkinliklerine ait fotoğraflar sunulmuştur.

Şekil 13. *Deney grubu örnek ders etkinliği.*

**Pilot Çalışma**

Pilot çalışma sayesinde araştırma probleminin, örneklem grubunun, veri toplama araçlarının araştırmaya uygun olup olmadığı test edilerek araştırma durumunun ve araştırma sorularının netliğe ulaşmasını sağlanabilir (Glesne, 2012). Bu amaçla uygulama sürecine ve bireysel soruların geliştirilmesine yönelik pilot çalışmalar ayrıntılı olarak aşağıda sunulmuştur.

**Uygulamaya yönelik yapılan pilot çalışma.**

RBC+C modelinin epistemik eylemlerine göre hazırlanan çalışma kağıtlarıyla öğretimin sınıf ortamında uygulanabilirliğine bakmak için 2014-2015 eğitim-öğretim yılı bahar döneminde pilot çalışma yapılmıştır. Pilot çalışmada uygulanan etkinliklerle asıl uygulamada uygulanan etkinliklerin aynı öğrenme alanında olmasına dikkat edilmiştir. Dolayısıyla geometri ve ölçme öğrenme alanında bulunan "Silindirin Yüzey Alanı" alt öğrenme alanına yönelik etkinlikler hazırlanmıştır. Çalışma 7. sınıf öğrencileri ile yürütülmüştür. Sınıftan; öğretmen görüşleri doğrultusunda derse aktif katlım sağlayan, fikirlerini söylemekten çekinmeyen, matematik karne notları iyi, orta ve düşük düzeyde olan 4 öğrenci belirlenmiştir. Bu öğrenciler bir grup, sınıfın kalanı da dörderli gruplar olacak şekilde öğretim yapılmıştır. Öğretim boyunca biri belirlenen grubu, diğeri tüm sınıfı kayıt altına alacak şekilde iki video kamera kullanılmıştır. Öğrenciler grup halinde tartışarak silindirin yüzey alanını veren formülü kendileri oluşturmuşlardır. Pilot çalışmanın sonuçları transkript edilerek RBC+C modelinin tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme kategorilerine göre analiz edilmiştir (Altaylı Özgül & Kaplan, 2016).

Bu pilot çalışmanın sonuçlarına göre RBC+C modeline göre hazırlanan etkinlikler ile yapılan öğretimin öğrencilerin ilgisini çektiği söylenebilir. Tüm sınıf çalışma kağıtlarındaki yönergelere göre bilgiyi kendileri oluşturmaya çalışmışlardır. Kamera ile kaydedilen grupta başarı düzeyi diğerlerine nazaran daha düşük olan öğrenci grup çalışmalarında sessiz ve pasif kalmasına neden olmuştur. Bu çalışmada soyutlama süreçlerinin incelenmesi amaçlandığından her öğrencinin etkinliklere aktif bir şekilde katılması beklenmektedir. Pilot çalışmada böyle bir durumun yaşanması, asıl uygulamada durum çalışması yapılacak olan örneklemin seçiminde öğrencilerin başarı düzeyinin çok iyi, iyi ve orta olarak belirlenmesine neden olmuş ve gruptaki öğrenci sayısı üçe indirgenmiştir.

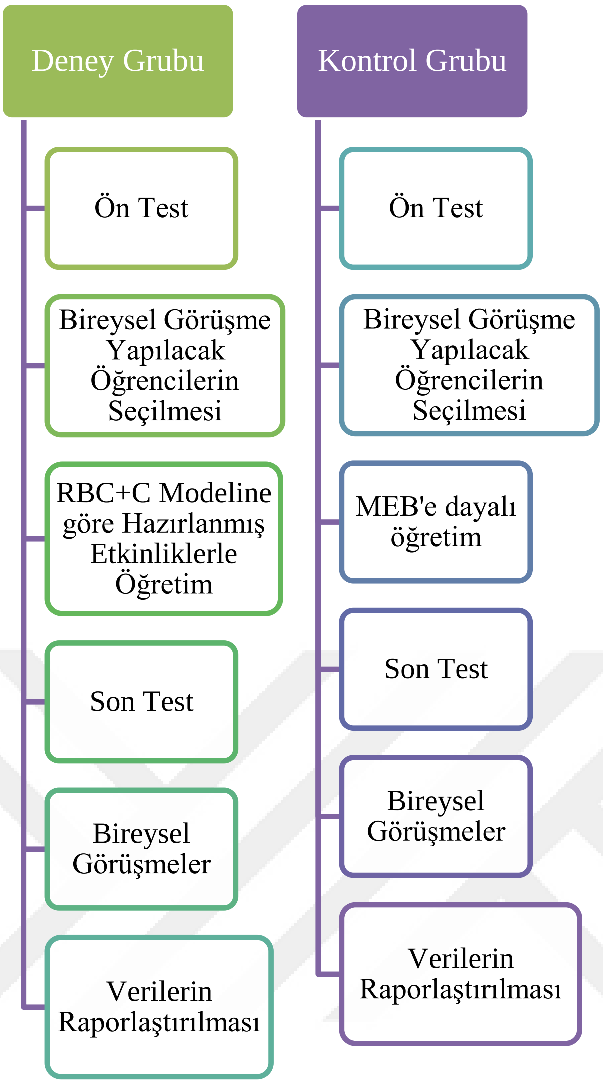
Bu pilot çalışma, araştırmacıya RBC+C modeline göre hazırlanan etkinliklerin sınıf içerisinde uygulanabilirliği ve öğrencilerin derse katılımlarını görmek açısından faydalı olmuştur. Böylece bu pilot uygulama araştırmacıya deneyim kazandırmış, sınıf yönetimi ve zaman yönetimi gibi konularda düzenlemeler yapabilmesini sağlamıştır.

#### Bireysel sorulara yönelik yapılan pilot çalışma

Bireysel soruların öğrencilerin düzeyine uygunluğu ve anlaşılabilir olup olmadığı hususunda uzmanlık alanı matematik eğitimi olan iki öğretim üyesi, iki öğretim elemanı ve bir Türkçe öğretmeninin görüşlerine başvurulmuştur. Daha sonra hazırlanan taslak form 2015-2016 eğitim-öğretim yılı güz döneminde 7. sınıfa devam eden 16 öğrenciye uygulanmıştır. Görüşmeler, sessiz bir ortamda birebir olarak yapılmış ve alan notları alınmıştır. Bu öğrencilerin matematik başarı düzeylerinin yüksek, orta ve düşük seviyede olması tercih edilmiştir. Yapılan pilot çalışma sonrasında öğrencilerin soyutlama süreçlerini ortaya çıkaracak sondaj sorular belirlenmiş ve gerekli düzenlemeler yapılarak bireysel sorulara son hali verilmiştir.

### Verilerin Toplanması

Deney ve kontrol grubu olarak rastgele belirlenen iki sınıfa, iki farklı öğretim yöntemiyle çokgenler konusunun öğretimi planlanmıştır. Her iki sınıfın matematik dersini aynı öğretmen yürütmektedir. Araştırmacı, çalışmanın güvenirliğini etkilememesi adına her iki sınıfta da katılımlı gözlemci olarak dahil olmuştur. Şekil 14'te araştırmanın veri toplama süreci özetlenmiştir.



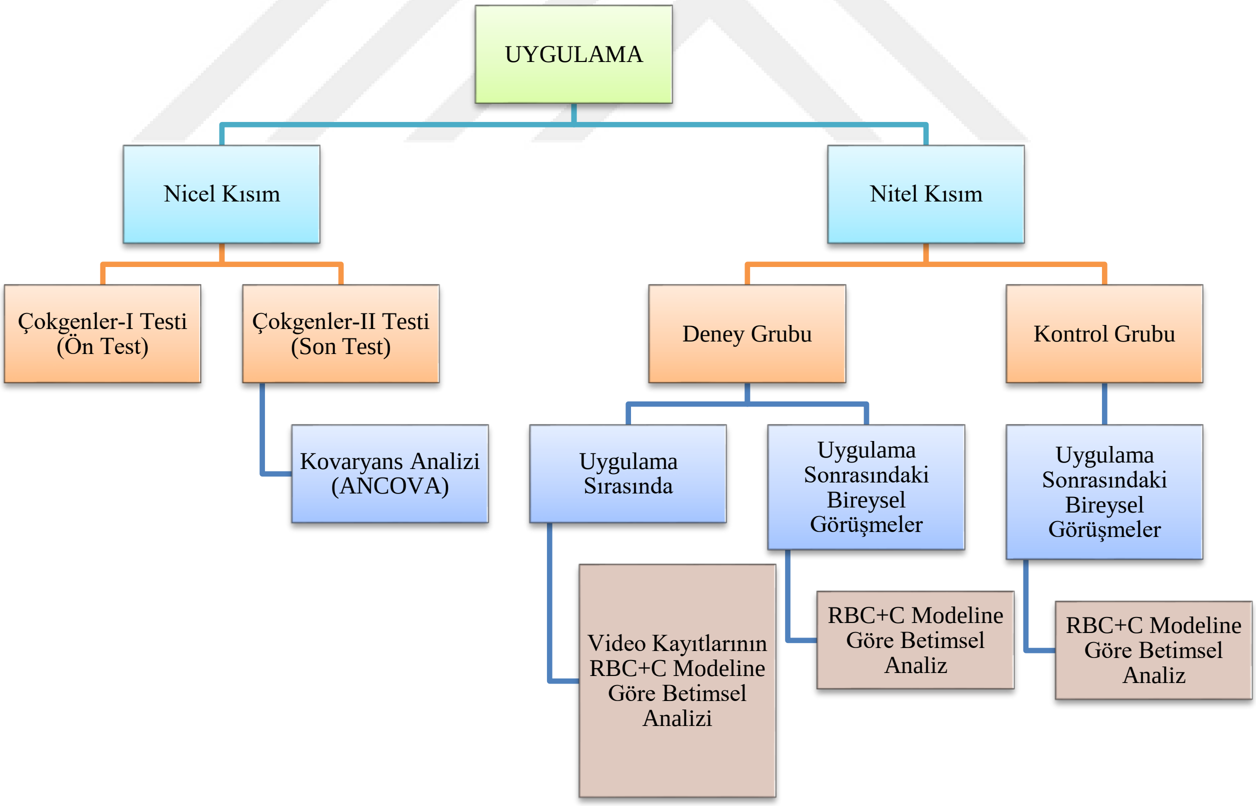

*Şekil 14*. Araştırmanın veri toplama süreci.

Uygulama 2015-2016 eğitim-öğretim yılı 02 Mayıs-23 Mayıs tarihleri arasında 17 ders saati süresince gerçekleştirilmiştir. Her iki sınıfa da uygulamadan önce Çokgenler-I testi uygulanarak, öğrencilerin çokgenler konusu ile ilgili önbilgileri ve rastgele seçilen iki sınıfın başarı düzeylerinin birbirine denk olup olmadığı belirlenmiştir. Deney grubundaki öğrenciler gruplar halinde, RBC+C modeline göre hazırlanan etkinliklerle konuyu öğrenirken; kontrol grubuna MEB matematik ders öğretim programına bağlı olarak hazırlanmış ders kitabına göre öğretim gerçekleştirilmiştir. Deney grubunda belirlenen 3 öğrenci bir grup oluşturulmuş ve bu grubun soyutlama süreçleri bir kamera ile kayıt altına alınmıştır. Sınıfın geri kalanı da üçerli veya dörderli gruplara ayrılarak etkinlikleri grupça tartışarak yapmışlardır. Sınıfın tamamını görecek şekilde başka bir kamerada sınıfın köşesine konularak tüm sınıfın öğretim faaliyetleri gözlemlenmiştir. Uygulama süresince öğrencilere sessiz kalmamaları, fikirlerini açıkça söylemeleri, yanlış birşey söylemekten korkmamaları gerektiği gibi telkinlerde bulunulmuştur. Bu sayede öğrencilerin zihinlerinde gerçekleşen soyutlama süreçlerinin belirlenmesi amaçlanmıştır.

Her iki sınıfa uygulama bittikten iki hafta sonra 6 öğrenci ile çokgenler konusunun kazanımlarına göre geliştirilen, ayrıntılı şekilde düşünmelerini sağlayan dört soru yöneltilerek bireysel görüşmeler yapılmıştır. Bu görüşmeler sessiz bir ortamda kamera ile kaydedilmiştir. Öğrencilere soruların yer aldığı çalışma kağıtları ile dördüncü soruda kullanabilmesi için yamuk dörtgeninin çizili olduğu birim kağıt ve makas verilmiştir. Görüşmelerin süresi 30 ile 45 dakika sürmüştür. Araştırmacı görüşmeler sırasında, öğrencilere müdahale etmeyip, yalnızca konudan uzaklaştıklarında yönlendirici ipuçlarıyla süreci devam ettirmiştir. Bu kayıtlar daha sonra transkript edilerek elde edilen veriler betimsel analiz ile kategorileştirilmiştir. Ayrıca araştırmacının gözlem notları da bulguların yorumlanmasında etkili olmuştur.

**Verilerin Analizi**

Bu tez çalışmasında nicel ve nitel olmak üzere iki araştırma yöntemi kullanıldığı için verilerin analizinde de bu yöntemler ayrı ayrı analiz edilmiştir. Nicel ve nitel verilerin analiz süreçleri alt başlıklarda ayrıntılı olarak anlatılmıştır.




*Şekil 15*. Araştırmanın veri analizini resmeden şema.

**Nicel verilerin analizi.**

Çalışmanın nicel kısmının yarı deneysel model olduğu daha önce ifade edilmişti. Deneysel çalışmalarda verilerin analizinde verilerin bazı özellikleri taşıyıp taşımamasına bağlı olarak parametrik veya parametrik olmayan testler kullanılır. Bir veri setinin istatistiksel işlemlerinde *parametrik test* kullanılması için şu şartları sağlaması gerekmektedir (Field, 2009, s. 132):

1. *Normal dağılımlı veri:* Veriler normal dağılıma uymalıdır yani basıklık ve çarpıklık değerleri -1 ile +1 arasında olmalıdır.
2. *Varyans homojenliği:* Bu varsayım veriler boyunca varyansın aynı olması demektir. Farklı grupların katılımcılarını test etmek istediğimiz yöntemlerde bu varsayımda her grubun varyansı aynı olmalıdır.
3. *Veri aralığı:* Veriler en az aralık seviyesinde ölçülmelidir.
4. *Bağımsızlık:* Bu varsayım, normallikte olduğu gibi kullandığımız teste bağlı göre farklılık göstermektedir. Tekrarlı ölçümlerde (katılımcıların birden fazla deneysel koşullarda ölçüldüğü) farklı katılımcılar arasındaki davranış şekli bağımsız olmalıdır.

*Parametrik olmayan testlerde* ise değişken değerleri yerine sıralama puanları kullanılarak analiz yapılır. Gerekli koşullar sağlandığı sürece parametrik testler non-parametrik testlere göre daha güçlüdür (Durmuş, Yurtkoru & Çinko, 2008, s. 183). Non-parametrik testlerin parametrik testler gibi ön koşulları yoktur fakat verilerin analizinde gruplar arasındaki farklılığı ortaya çıkarmada daha az duyarlıdır. Çok küçük örneklemlerde ve parametrik testlerin ön koşullarının sağlanmadığı durumlarda non-parametrik testler kullanılır (Kalaycı, 2010, s. 85).

Bu tez çalışmasının nicel kısmında son test kontrol gruplu yarı deneysel desenden elde edilen verilerin analizinde parametrik testlerden kovaryans analizi (ANCOVA) kullanılmıştır. ANCOVA, iki veya daha fazla grubun ortalamalarını kıyaslarken, bağımlı değişken üzerinde etkisi olan başka bir bağımsız değişkenin etkisini ortadan kaldıran güçlü ve yararlı istatistiksel bir yöntemdir. Böylelikle bağımlı değişken üzerindeki değişim kontrol altına alınarak, hata varyansının azalması sağlanmaktadır. Hata varyansının azalmasıyla F değeri artar ve modelin gücü artmış olur. Ayrıca ANCOVA örneklem büyüklüğünün küçük olduğu durumlarda daha faydalı olabilmektedir (Kalaycı, 2010, ss. 185-186). Büyüköztürk (2011, s. 112) kovaryans analizi ile ön test-son test kontrol gruplu çalışmalarda ön testin etkisi kontrol altına alınarak, öğrencilerin son test puanları üzerinde sadece işlemin etkisinin gösterilebileceğini ifade etmiştir. Dolayısıyla bu çalışmada SPSS18 paket programı ile öğrencilerin, ön testten aldığı puanlar kontrol altına alınarak son test puanları istatistiksel olarak karşılaştırılmıştır.

ANCOVA analizinin doğru ve geçerli sonuçlar verebilmesi için aşağıdaki varsayımların sağlanmış olması gerekmektedir: (Can, 2014, s. 331)

- Gruplar birbirinden bağımsız olmalıdır.
- Grupların her birisi için, bağımlı değişkene ait puanlar normal dağılım göstermeli ve varyansları homojen olmalıdır.
- Bağımlı değişken ve kontrol değişkeni arasında doğrusal bir ilişki bulunmalıdır.
- Grupların regresyon doğrularının eğimleri homojen (eşit) olmalıdır.
- Kontrol değişkeni ve bağımsız değişken birbirinden bağımsız olmalıdır.

Çokgenler-I (ön test) ve Çokgenler-II (son test) başarı testlerinden elde edilen verilerin ANCOVA için uygunluğuna bakmak için yukarıdaki varsayımlara bakılmış ve her varsayım testinin sonucu nicel verilere ait bulgular başlığında sunulmuştur.

**Nitel verilerin analizi.**

Nitel araştırmalarda nicel araştırmalar gibi önceden belli bir standarda kavuşturulmuş veri analizi yoktur. Dolayısıyla nitel araştırmalarda veri analizi daha zorlu bir süreçtir. Belli bir standardın olmaması araştırmacıların çalışmalarına göre veri analizi yöntemleri geliştirmesine sebep olmuştur. Bu ilk başta avantaj gibi gözüksede kuramsal ve kavramsal çerçevenin geniş olması karmaşa yaratmaktadır. Yine de son zamanlarda nitel araştırmalarda standart veri analizi teknikleri oluşturulmaya başlamıştır. Fakat araştırmacı kendi çalışmasının amacına göre herhangi bir kurama bağlı kalmadan da verilerini analiz edebilir (Ekiz, 2009, s. 73). Strauss ve Gorbin (1998) nitel veri analizini betimsel ve içerik analizi olmak üzere iki düzeyde incelemiştir. Nitel veri analizinin çoğunlukla ilk basamağında yer alan analiz biçimi olarak bilinen *betimsel analiz*, araştırmada kullanılan gözlem, görüşme ve dökuman gibi veri toplama araçlarında yer alan soru, konu ya da temalara göre özetlenir ve yorumlanır. Betimsel analiz dört aşamadan oluşmaktadır (Yıldırım & Şimşek, 2011, s. 224):

1. *Betimsel analiz için bir çerçeve oluşturma:* Araştırmaya temel olan kuramdan ve araştırma sorularından yola çıkarak bir çerçeve oluşturulur. Bu çerçeve sayesinde verilerin hangi temalar ile düzenleneceği ve sunulacağı belirlenir.
2. *Tematik çerçeveye göre verilerin işlenmesi:* Bu aşamada daha önce belirlenen çerçeve dahilinde veriler düzenlenir. Verilerin anlamlı ve mantıklı olarak bütünleştirilmesi sağlanır. Sonuç yazarken doğrudan alıntılara da yer verilebilir.

3. *Bulguların tanımlanması:* Veriler tanımlanır ve gerekli yerlerde doğrudan alıntılarla desteklenir. Burada dikkat edilmesi gereken verilerin kolay anlaşılabilir bir dille yazılması gerektiğidir.
4. *Bulguların Yorumlanması:* Bu aşamada bulguların açıklanması, ilişkilendirilmesi ve anlamlandırılması yapılır. Bulgular arasında neden-sonuç ilişkisi kurarak araştırmacının yorumları desteklenir

*İçerik analizinde* ise metnin içeriği irdelenerek kategorilere ayrılır ve alt-üst sınıflamalar yapılır. Bunlar arasındaki ilişkiyi gösterebilmek için ise matris hazırlanarak bu sınıflamalar sayısal verilere dönüştürülür (Creswell, 2007, s. 163). Bu tez çalışmasında uygulama sırasında elde edilen veriler önceden hazırlanmış bir soyutlama süreci analiz modeli olan RBC+C modelinin tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme eylemlerine göre analiz edileceğinden dolayı betimsel analiz kullanılmıştır. Verilerin kategorilere ayrılmasından sonra öğrencilerin doğrudan ifadeleriyle desteklenerek bulgular açıklanmış ve ilişkilendirilmiştir.

RBC+C modelinin kuramsal çerçevesinden yararlanılarak tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme epistemik eylemlerini tanımlayan anahtar kelimeler oluşturulmuştur (Tablo 11). Böylece bulgular yorumlanırken, öğrencilerin ifadelerinin ve bilişsel davranışlarının hangi eylem basamağını temsil ettiğini tespit etmek kolaylaşmıştır.

Tablo 11. *Epistemik Eylemlerin Tanımlanmasında Kullanılan Anahtar Kelimeler*.

| ***Tanıma*** | ***Kullanma*** | ***Oluşturma*** | ***Pekiştirme*** |
|---|---|---|---|
| • Farkına varma<br>• Bir geometrik şeklin özelliklerini ifade etme<br>• Örnek verme | • Problem çözme<br>• Bir durumu anlama veya açıklama<br>• Bir süreci yansıtma<br>• Bir öneriyi savunma<br>• Varsayımda bulunma<br>• İlişkilendirme<br>• Dikkatle düşünme<br>• Akıl yürütme | • Yeni yapılara ulaşma<br>• İlişkilendirme<br>• Akıl yürütme<br>• İletişim<br>• Matematiksel dil geliştirme | • Dolaysızlık<br>• Farkındalık<br>• Esneklik<br>• Açıklık<br>• Özgüven<br>• Yapıları ilişkilendirme |

## Araştırmanın Geçerliliği ve Güvenirliği

Eğitim araştırmalarında geçerlik ve güvenirlik çalışmaları büyük önem taşımaktadır. Yapılan birçok araştırmanın objektif olması nedeniyle, veriler geçerli ve güvenilir olmak zorundadır (Çepni, 2014, s. 234). Bir ölçeğin objektif olması için güvenilir olması gereklidir.

Her iki ölçüm sonunda farklı sonuçlar elde edilmesi halinde insiyatif kullanılıp iki sonuçtan biri seçilecektir. Bu durumda çalışmanın objektifliği olumsuz yönde etkilenir. Fakat bazı durumlarda, ölçeğin objektif olması için güvenilir olması yeterli değildir. Örneğin bir kişiye "nasılsın" diye sorulduğunda "iyiyim" şeklinde cevap verir. Bu soru tekrar sorulduğunda yine "iyiyim" şeklinde cevap verebilir. Her iki ölçme sonucunda da aynı sonucu vermesi ölçeğin "güvenilir" olduğunu gösterir. Ancak bu cevabı nezaketen de vermiş olma durumu vardır. O yüzden bir ölçme aracının objektif olması için güvenilir olmasının yanısıra geçerliliğinin de sağlanmış olması gerekir (Auerbach & Silverstein, 2003, s. 79).

Geçerlik ise aynı sonuçlar alınsa bile bu sonuçların "doğru" olmasıdır (Payne & Payne, 2004, s. 196). Güvenirlik, farklı klinik deneylerde veya istatistiksel denemelerde aynı veya uyumlu sonuçlar alınmasıdır (Hancock & Algozzine, 2006, s. 86). Nicel ve nitel araştırmalarda geçerliğin, iç geçerlik ve dış geçerlik olmak üzere iki çeşidi vardır. İç geçerlik, ölçme sonucunun doğruluğunu ve gerçekle örtüşüp örtüşmediğini inceler. Dış geçerlik ise sonuçların farklı yer ve zamanda genelleştirilebilirliğinin bir ölçüsüdür (Scott & Morrison, 2006, s. 253). Güvenirlik de kendi arasında iç güvenirlik ve dış güvenirlik olmak üzere ikiye ayrılır. İç güvenirlik araştırmanın tekrarlanması halinde yine benzer sonuçların çıkmasıdır. Dış güvenirlik de nesnel bir bakış açısıyla bulguların yorumlanmasıdır (Yıldırım & Şimşek, 2011, ss. 259-260).

Nitel ve nicel araştırmalarda geçerlik ve güvenirlik çalışmaları farklı şekillerde gerçekleştirilmektedir. Çünkü nitel araştırmalar insanın doğasına yoğunlaşıp, davranışlarının anlamını anlamayı amaçlarken, nicel araştırmalar bir topluluktan aldığı verilere, genelleme yapmak amacıyla istatistiksel bir bakış açısıyla yaklaşır. Dolayısıyla her iki yaklaşımdaki araştırmalara, aynı güvenirlik ve geçerlik yöntemleriyle test etmek mümkün değildir. Bu yüzden araştırmanın, nicel ve nitel kısımlarının geçerlik ve güvenirlik çalışmaları ayrı ayrı ele alınarak incelenmiştir.

**Nicel kısmın geçerlik ve güvenirlik çalışmaları.**

Nicel araştırmalarda iç geçerlik, çalışmanın ve çalışmanın sonuçlarının "kesin" ve "doğru" olduğunu işaret eder. İç geçerliği artırmanın bir yolu "değişkenleri kontrol altına almak"tır. Bu, araştırmacıların araştırılan problemin anahtar unsurlarını tanımlama, her birini dış etmenlerden izole etme ve bağımsız değişkenlerin bağımlı değişkenler üzerindeki etkisini test etmelerine olanak sağlayan araştırma tasarımı geliştirmek için çalıştıkları süreci ifade eder. İç geçerliği artırmanın bir başka yolu katılımcıların gruplara veya ortam koşullarına dikkatle atanmasıdır. Örneğin bir yöntemin etkililiğini inceleyen araştırmacı her iki grubun performansını karşılaştırırken uygulama öncesinde grupların birbirine kabul edilebilir şekilde benzer olması gerekmektedir. Araştırmacılar, uygulamadan önce grupların karşılaştırılabilirlik olasılığını artırmak için özel olarak tasarlanmış örnekleme yöntemleri kullanmalıdır. Dış geçerlik ise bulguların diğer örneklemlere, koşullara ve durumlara ne ölçüde genellenebileceği ile ilgilenir (Lankshear & Knobel, 2004, s. 67).

Nicel araştırmalarda geçerliğin sağlanması için güvenilir olması ön koşul niteliğindedir. Yani tekrar edilemeyen ölçümün geçerliği de şüphelidir (Yıldırım & Şimşek, 2011, s. 271). Güvenirlik, tutarlılık ve tekrarlanabilirlik kavramlarıyla eş anlamlıdır. Araştırmanın güvenilir olması için benzer bir bağlamda, benzer bir katılımcı grubunda gerçekleştirilmesi durumunda benzer sonuçların elde edileceğini göstermektedir (Cohen *vd.*, 2005, s. 117). Yüksek güvenirliğin sağlanması, testin tekrar uygulanmasında benzer sonuçların elde edilmesi durumuna bağlıdır. Bir ölçeğin güvenirliğini incelemek için aşağıdaki dört farklı yola başvurulabilir (Scott & Morrison, 2006, ss. 208-209):

- *Puanlayıcılar veya gözlemciler arası güvenirlik:* Bir araştırmada, sınıflarda öğretmen-öğrenci etkileşim düzeylerini ve türlerini belirlemek için yapılandırılmış bir gözlem formu farklı gözlemciler tarafından doldurulur ve aralarındaki benzerlik ve farklılıklara bakılır. Kabul edilebilir düzeyde bir benzerlik varsa ölçek güvenilir olarak kabul edilir.
- *Test-tekrar test güvenilirliği:* Bu teknikte, test farklı zamanlarda yeniden uygulanır ve iki testin sonuçları arasındaki benzerliğe bakılır.
- *Paralel formlar güvenirliği:* Eğer testin iki kere uygulanma imkanı yoksa benzer içerikte bir test daha hazırlanıp uygulanarak test sonuçları arasındaki tutarlılık esas alınır.
- *İç tutarlılık güvenirliği:* Bu teknik, testteki öğeler arasındaki tutarlılığı değerlendirmek için testin iç ölçütü olarak kullanılır.

Bu çalışmanın nicel kısmında yapılan geçerlik ve güvenirlik çalışmaları Tablo 12 'de verilmiştir.

Tablo 12. *Çalışmanın Nicel Kısmında Yapılan Geçerlik ve Güvenirlik Çalışmaları.*

| *Geçerlik ve Güvenirlik* | | *Kullanılan Strateji* | *Yapılan Çalışmalar* |
|---|---|---|---|
| Geçerlik | İç geçerlik (Doğruluk) | Değişkenleri kontrol altına almak | Bu çalışmada uygulanan öğretim yöntemlerinin (bağımsız değişken), öğrenci başarılarına (bağımlı değişken) etkisi araştırıldığından, her iki grubu etkileyebilecek diğer bağımsız değişkenleri kontrol altına almak amacıyla; deney ve kontrol grubuna aynı öğretmen, eşit ders saati, aynı konu ve aynı testler (ön test-son test) ile uygulama yapılmıştır. |

Tablo 12. *(Devamı)*

| | | | |
|---|---|---|---|
| Geçerlik | | Sınıfların denk olması | Araştırmanın yapılacağı deney ve kontrol grupları, olasılık temelli örnekleme yöntemlerinden küme örnekleme yöntemiyle seçilmiştir. Rastgele seçilen bu iki sınıfın matematik başarı düzeyi bakımından istatistiksel olarak denk olduğunu tespit etmek amacıyla uygulama öncesinde her iki gruba da uygulanan Çokgenler-I testi puanları ANCOVA ile eşitlenmiş ve düzeltilmiş son test puanları karşılaştırılmıştır. |
| | Dış geçerlik (Genelleme) | Örneklem seçimi | Deney ve kontrol gruplarının rastgele seçilmesiyle, çalışmanın sonuçları evrene genellenebilir. Ayrıca, görüşme yapılan öğrenciler amaçlı örnekleme yöntemine göre belirlenmiş olup, grupların başarı bakımından heterojenliği de sağlanmıştır. Böylelikle araştırmanın bulguları her başarı düzeyinden öğrenciye uygun olmaktadır. |
| Güvenirlik | İç güvenirlik (Tutarlılık) | İç tutarlılık güvenirliği | Araştırmanın nicel kısmında hazırlanan Çokgenler-I (ön test) ve Çokgenler-II (son test) testlerinin iç tutarlılığını ölçmek için Cronbach Alpha katsayılarına bakılmıştır. Sırasıyla Cronbach Alpha güvenirlik katsayıları .85 ve .82 bulunmuştur. Bu değerlerin .70'den büyük olması testin iç tutarlılık güvenirliğinin sağlandığını göstermektedir. |
| | Dış güvenirlik (Nesnellik) | Puanlayıcılar veya gözlemciler arası güvenirlik | Çalışmada ön test ve son teste verdikleri yanıtlar araştırmacı tarafından puanlandırıldıktan sonra başka bir uzman tarafından daha kontrol edilmiştir. Sorular çoktan seçmeli test şeklinde olduğu için iki puanlayıcı arasında herhangi bir farklılık olmamıştır. |

**Nitel kısmın geçerlik ve güvenirlik çalışmaları.**

Nicel ve nitel araştırmalarının doğası birbirinden farklı olduğu için nicel araştırmalarda tanımlanan geçerlik ve güvenirlik kavramları da nitel araştırmalarda farklılaşmaktadır. Örneğin Lincoln ve Guba (1985) "iç geçerlik" yerine "inandırıcılık"; "dış geçerlik" yerine "aktarılabilirlik"; "iç güvenirlik" yerine "tutarlılık" ve "dış güvenirlik" yerine "teyit edilebilirlik" kavramlarının daha uygun olduğunu ifade etmişlerdir (Akt. Yıldırım & Şimşek, 2011, s. 264).

İnandırıcılık (iç geçerlik), araştırmadan elde edilen verilerin gerçek olay ve durumları ne derece yansıttığını göstermektedir. Nitel araştırmaların inandırıcılığının artırılması ancak araştırma sonuçlarının gerçeği doğru bir şekilde yansıtmasıyla mümkündür (Cohen *vd.*, 2005, s. 107). Merriam (1998, ss. 204-205) nitel araştırmalarda inandırıcılığı artıran bazı temel özellikler önermiştir. Bunlar; çeşitleme, katılımcı teyidi, uzun süreli gözlem, uzman incelemesi ve araştırmacının önyargılarıdır. Nitel bir araştırmada bulguların aktarılabilir (dış geçerlik) olması için açık, detaylı ve ayrıntılı bir açıklama yapılması gerekmektedir (Schofield, 1993, s. 201). Tutarlılık (iç güvenirlik) ise, bir çalışmadaki araştırmacıların, süreçlerin ve analiz sonuçlarının "güvenirliği" hususunda ne ölçüde fikir birliğine vardıklarını ifade eder (Gibson ve Brown, 2009, s. 182).

Nicel ve nitel araştırmalardaki sonuçların olabildiğince araştırmacının öznel yargılarından uzak ve gerçeği yansıtacak nitelikte olması beklenmektedir. Bu durumu sağlamak nicel araştırmalarda istatistiksel analizler yapıldığından dolayı nispeten daha kolaydır. Fakat nitel araştırmalarda araştırmacının duruma etkisinin sıfıra indirilmesi mümkün olmayacağından "nesnellik" kavramı yerine "teyit edilebilirlik (dış güvenirlik)" kavramları önerilmektedir (Yıldırım & Şimşek, 2011, s. 272). Bu bağlamda teyit edilebilirlik çalışmaya dahil olmayan araştırmacıların teyit etmelerinin kapsamını tanımlar (Gibson & Brown, 2009, s. 182). Bu çalışmanın nitel kısmında yapılan geçerlik ve güvenirlik çalışmaları Tablo 13'te verilmiştir.

Tablo 13. *Çalışmanın Nitel Kısmında Yapılan Geçerlik ve Güvenirlik Çalışmaları*

| *Geçerlik ve Güvenirlik* | | *Kullanılan Strateji* | *Yapılan Çalışmalar* |
|---|---|---|---|
| Geçerlik | İç geçerlik (İnandırıcılık) | Katılımcı teyidi | Bulgular yorumlandıktan sonra herhangi bir yanlış anlaşılmaya veya araştırmacının nesnel olmasını sağlayabilmek adına, çalışma yapılan öğrencilerden rastgele biri seçilerek kendi görüşmesinden elde edilen veriler hakkında yorum yapması istenmiştir. Araştırmacı, verilerden elde ettiği sonuçları katılımcı ile paylaşarak doğruluğuna dair fikir alışverişi yapmıştır. |
| | | Çeşitleme | Araştırmanın veri toplama araçları olarak; görüşmeler, yapılandırılmamış gözlem formları, video kamera kayıtları, öğrencilerin sorulara verdikleri yanıtları içeren yazılı materyaller ve başarı testleri kullanılmıştır. Böylece bir konu hakkında derinlemesine bilgi alabilmek amacıyla birden fazla veri toplama aracı kullanılarak çalışmanın inandırıcılığına katkı sağlanmıştır. |
| | | Uzun süreli gözlem | Deney grubundaki öğrencilerin hem araştırmacıyla hem de video kamerayla rahat bir şekilde çalışmalarını sağlamak amacıyla uygulamadan önce araştırmacı bir süre boyunca matematik derslerini takip etmiştir. Benzer uygulama kontrol grubu için de yapılmıştır. Fakat kamera ile çekim yapma ihtiyacı duyulmamıştır. |

Tablo 13. *(Devamı)*

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | Uzman incelemesi | Veri toplama araçlarının geliştirilmesinde ve bulguların yorumlanmasında matematik eğitimi alanında çalışan akademisyenlerin ve öğretmenlerin görüşlerine başvurulmuş ve alınan dönütler doğrultusunda düzenlenmeler yapılmıştır. |
| | | Araştırmacının önyargıları | Çalışmanın sınırlılıkları ve varsayımları araştırmacı tarafından ortaya koyulmuştur. |
| | Dış geçerlik (Aktarılabilirlik) | Ayrıntılı betimleme | Uygulama öncesinde öğrencilerin nasıl çalışmaya dahil edildiği, kullanılan veri toplama araçları, araştırmacının rolü, uygulanan etkinlikler kısacası tüm uygulama süreci ve verileri analiz etme süreci araştırmacı tarafından ayrıntılı bir şekilde aktarılmıştır. Ayrıca sınıf ortamına ait görüntülerle de desteklenmiştir. |
| Güvenirlik | İç güvenirlik (Tutarlılık) | Farklı uzmanlardan görüş alma | Nitel veriler transkript edildikten sonra, bu görüşmelere ait diyaloglar araştırmacı tarafından yorumlanmıştır. Bu bulgulardan her kazanıma ait geliştirilen etkinliklerden rastgele seçilen toplam dört etkinlik başka bir araştırmacıya daha inceletilmiştir. Transkript yorumları arasındaki tutarlık yüzdesine göre iki araştırmacının yorumlarının birbiriyle uyuşup uyuşmadığına bakılmıştır. Bu yüzdenin %80 ve üzeri olması durumunda kodlama güvenilir kabul edilir (Hugh & Cormier, 2011, Akt., Kabapınar, 2003). Bu çalışmada da etkinliklere ait tutarlılık yüzdesi %81olarak belirlenmiştir. |
| | Dış güvenirlik (Teyit edilebilirlik) | Deliller sunma | Çalışmaya dahil olmayan bir araştırmacının bile çalışmanın güvenilir olduğuna kanaat getirmesi için verilerin doğruluğu hakkında yeterli düzeyde deliller sunmak gerekmektedir. Bu amaçla, görüşmelerde ve grup çalışmalarında öğrencilerden elde edilen dokümanlar, sınıf içi görüntüler ve yapılandırılmamış gözlem notları da bulgular kısmında verilmiştir. |

# DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

## Bulgular ve Yorumlar

Bu bölümde araştırmanın alt problemlerine yönelik olarak nicel ve nitel verilerin analizlerinden elde edilen bulgular ve bu bulgulara ait yorumlar yer almaktadır. Buna göre bu başlık altında ilk olarak nicel verilere ait istatistiksel sonuçlara, daha sonra öğretim sürecinde deney grubundaki öğrencilerin soyutlama süreçlerine ve en sonunda da her iki gruptan belli ölçütlere göre seçilen öğrencilerle yapılan bireysel görüşmelere yer verilmiştir. Ayrıca bulgular verilirken öğrencilerin ifadelerinden ve çalışma kağıtlarından yararlanılmıştır. Bu bulgular "Nicel Verilere ait Bulgular ve Yorumlar" ve "Nicel Verilere ait Bulgular ve Yorumlar" ana başlıkları altında okuyucuya sunulmuştur.

### Nicel Verilere Ait Bulgular ve Yorumlar

Çalışmanın nicel kısmında deney ve kontrol grubunda yapılan farklı öğretim yöntemlerinin öğrencilerin başarıları üzerindeki etkilerine yönelik istatistiksel bulgulara ve yorumlara yer verilmiştir. Deney ve kontrol grubu öğrencilerine uygulama öncesinde ve sonrasında uygulanan ön test (Çokgenler-I) ve son testten (Çokgenler-II) öğrencilerin aldıkları puanların karşılaştırılmasında kovaryans analizi (ANCOVA) kullanılmıştır. Ayrıca bu başlık altında ANCOVA'nın varsayım testlerinin sonuçları da detaylı bir şekilde verilmiştir

Bu uygulamada, öğretim yönteminin öğrencilerin başarısı üzerindeki etkisi araştırılmaktadır. Ancak yöntemin yanısıra, rastgele seçilen sınıflardaki öğrencilerin çokgenler konusundaki ön öğrenmelerinin de başarı üzerinde bir etkisinin olması muhtemeldir. Bu durumda başarıdaki değişim, hem yöntemden hem de iki sınıfın bilgi düzeyinden kaynaklanıyor olacaktır. Bu durumun önüne geçebilmek için öğrencilerin ön test puanlarının istatistiksel olarak eşitlenmesi gerekmektedir. Bunun için de önce regresyon analizi ile ön test puanlarının başarıyı ne düzeyde etkilediği bulunacak sonra da bu etki kontrol edilerek, öğrencilerin son test puanlarındaki başarıları üzerinde sadece yöntemin etkisi bırakılmaya çalışılacaktır. Daha sonra ise *düzeltilmiş ortalamalar* birbiriyle karşılaştırılabilecektir.

Öncelikli olarak veri setlerinin parametrik test kullanmak için uygunluğuna bakılmıştır. Parametrik testlerin yapılabilmesi için veriler; en az aralık ölçeğinde (oran da olabilir) olmalıdır ve normal dağılım göstermelidir (Can, 2014, s.81). Her bir grup için ön testin ve son testin normal dağılım gösterip göstermediği, shapiro wilk testine, çarpıklık (skewness)-basıklık (kurtosis) katsayılarına ve Q-Q grafiğine bakılarak incelenmiştir. Verilerin analizi sonucunda basıklık-çarpıklık katsayıları ve shapiro-wilk testinin sonuçları Tablo 14'te verilmiştir.

Tablo 14. *Veri Setinin Basıklık-Çarpıklık Katsayıları ve Shapiro Wilk Testinin Sonucu*

| | ***Basıklık*** | ***Basıklık S.S.*** | ***Çarpıklık*** | ***Çarpıklık S.S.*** | ***Shapiro-Wilk (p)*** |
|---|---|---|---|---|---|
| **Ön Test** | -.630 | .662 | .422 | .337 | .063 |
| **Son Test** | -.481 | .662 | .107 | .337 | .160 |

Tablo 14'te görüldüğü üzere ön test ve son testin basıklık çarpıklık katsayıları ±1 ve bu katsayıların standart hataya oranları da ±1.96 aralığındadır. Shapiro-wilk testinin sonucunda ise $p>.05$ olduğu görülmektedir. Bu değerlere göre dağılımın normal olduğu kabul edilebilir (Çokluk, Şekercioğlu & Büyüköztürk, 2012, s. 16). Ayrıca Q-Q grafiğinde de verilerin yatayla $45^o$ açı yaparak doğrusal bir yol izlemesi normal dağılım gösterdiğinin başka bir kanıtıdır.

Verilerin normal dağılıma sahip olduğunu gösterdikten sonra ANCOVA'nın bir diğer varsayımı olan varyansların homojenliğine bakılmıştır. Deney ve kontrol gruplarının bağımlı değişken olan son testteki puanlarının varyanslarının yapılan Levene testi sonucunda homojen olduğu görülmüştür [$F(1, 48)=0.07$, $p>.05$)].

Bağımlı değişken (son test puanları) ile kontrol değişkeni (ön test puanları) arasında doğrusal bir ilişkinin olmasını gerektiren varsayım için saçılma diyagramına (scatter plot) bakılmıştır ve veriler arasındaki ilişkinin doğrusal olduğu görülmüştür. Daha sonra verilerin, grup içi regresyon doğrularının eğiminin eşit olmasını gerektiren varsayımı sağlayıp sağlamadığına bakılmıştır. Bu doğrultuda yapılan iki yönlü ANOVA testinin sonuçları Tablo 15'te verilmiştir.

Tablo 15. *İki Yönlü ANOVA Sonuçları*

| ***Varyans Kaynağı*** | ***Kareler Toplamı*** | ***Sd*** | ***Kareler Ortalaması*** | ***F*** | ***Anlamlılık Düzeyi*** |
|---|---|---|---|---|---|
| Grup | 481.070 | 1 | 481.070 | 2.593 | .114 |
| Ön test | 5269.079 | 1 | 5269.079 | 28.402 | .000 |
| **Grup*Ön test** | **113.252** | **1** | **113.252** | **.610** | **.439** |
| Hata | 8533.962 | 46 | 185.521 | | |
| Toplam | 249575.952 | 50 | | | |

Tablo 15 incelendiğinde grup değişkeni ile ön test değişkeninin ortak etkisinin (Grup*Ön test) anlamlı olmadığı [$F(1,46)=0.610$, $p>.05$] yani regresyon doğrularının eğimlerinin homojen olduğu söylenebilir.

Ön test ve son testin aynı etkiyi paylaşmamaları için birbirinden bağımsız olmaları gerekmektedir. Bu varsayımı doğrulayabilmek için varyans analizi (ANOVA) ile ön test sonuçlarının gruplar arasında farklılık göstermediğine bakılmıştır. Tablo 16'da bu amaçla yapılan tek yönlü varyans analizinin sonuçlarına yer verilmiştir.

Tablo 16. *Tek Yönlü Varyans Analizi Sonuçları*

| | ***Kareler Toplamı*** | ***Sd*** | ***Kareler Ortalaması*** | ***F*** | ***Anlamlılık Düzeyi*** |
|---|---|---|---|---|---|
| Gruplar arası | 637.551 | 1 | 637.551 | 1.840 | .181 |
| Grup içi | 16630.449 | 48 | 346.468 | | |
| Toplam | 17268.000 | 49 | | | |

Tablo 16'daki ANOVA sonuçlarında anlamlılık testi sonucu (p=0.181), 0.05'ten büyük olduğu için kontrol değişkeni olan ön testin gruplarda anlam farklılık göstermemektedir. Yani rastgele seçilen her iki grubun ön test puanları bakımından birbirine denk olduğu söylenebilir.

Şimdiye kadar yapılan analizlerin sonucunda ANCOVA'nın tüm varsayımlarının sağlandığı görülmektedir. Dolayısıyla artık deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin ön test puanlarına göre yeniden düzenlenmiş son test puanları arasındaki fark ortaya koyulabilecektir. Öncelikle deney ve kontrol grubunun ön test ve son testten almış oldukları puanların betimsel istatistik sonuçları Tablo 17'de verilmiştir.

Tablo 17. *Deney ve Kontrol Grubuna ait Ön Test, Son Test ve Düzeltilmiş Son Test Puanlarının Betimsel İstatistik Sonuçları*

| ***Grup*** | ***N*** | ***Ön Test*** | | ***Son Test*** | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | $\overline{X}$ | ss | $\overline{X}$ | ss | $\overline{X}$ * |
| Deney | 24 | 47.92 | 20.690 | 75.13 | 16.51 | 73.06 |
| Kontrol | 26 | 40.77 | 16.474 | 62.10 | 17.36 | 64.01 |

*: Ön teste göre düzeltilmiş son test ortalaması

Tablo 17 incelendiğinde ön test puanlarının etkisi kontrol altına alındığında deney grubunun son test puan ortalamalarının 75.13'ten 73.06'ya düştüğü, kontrol grubunun son test puan ortalamalarının ise 62.10'dan 64.01' e çıktığı görülmektedir.

Deney ve kontrol grubunun ön test puanları kontrol altına alınarak düzeltilmiş olan son test puanları arasında anlamlı fark olup olmadığına bakmak amacıyla yapılan ANCOVA sonuçları Tablo 18'de sunulmuştur.

Tablo 18. *Deney ve Kontrol Grubunun Ön Teste Göre Yeniden Düzeltilmiş Son Test Puanlarının ANCOVA Sonuçları*

| *Varyans Kaynağı* | *Kareler Toplamı* | *Sd* | *Kareler Ortalaması* | *F* | *Anlamlılık Düzeyi* |
|---|---|---|---|---|---|
| **Grup** | **985.113** | **1** | **985.113** | **5.354** | **.025** |
| Ön test | 5163.483 | 1 | 5163.483 | 28.065 | .000 |
| Hata | 8647.214 | 47 | 183.983 | | |
| Toplam | 249575.952 | 50 | | | |

Tablo 18'de yer alan ANCOVA sonucuna göre deney ve kontrol grubunun son test puan ortalamaları arasında anlamlı bir farklılık [F(1,47)=5.354, p<.05] olduğu tespit edilmiştir. Her iki grubun düzeltilmiş son test puan ortalamaları karşılaştırıldığında bu anlamlı farklılığın deney grubu lehine olduğu görülmektedir ( $\overline{X}_D$=73.06, $\overline{X}_K$=64.01, $\eta^2$=.10). Bu durumda, RBC+C modelinin epistemik eylemlerine göre hazırlanan öğretim etkinliklerinin, MEB matematik ders öğretim programı doğrultusunda yapılan öğretime göre, öğrencilerin matematik başarı puanları üzerinde daha etkili olduğu söylenebilir. Etki büyüklüğü katsayısı $.01 \leq \eta^2 < .06$ aralığında ise "düşük düzeyde etki", $.06 \leq \eta^2 < .14$ aralığında ise "orta düzeyde etki", $\eta^2 \geq .14$ aralığında ise "yüksek düzeyde etki" şeklinde yorumlanmaktadır (Huck, 2012, s. 223). Buna göre testin sonucunda bulunan etki büyüklüğü katsayısına göre, yapılan deneysel işlemin grupların son test başarı puanları üzerinde orta düzeyde bir etkisi bulunmaktadır.

## Nitel Verilere Ait Bulgular ve Yorumlar

Bu bölümde öğrencilerin soyutlama süreçlerine yönelik elde edilen nitel bulgular ve bu bulgulara yönelik yapılan yorumlar yer almaktadır. Araştırmanın nitel bulguları iki başlık altında incelenecektir. İlk kısımda deney grubundaki öğrencilerin uygulama esnasındaki soyutlama süreçlerinden elde edilen bulgular ve kamera kayıtlarından transkript edilen görüşme metinleri, öğrencilere ait çalışma kağıtlarıyla desteklenerek sunulmuştur. İkinci kısımda ise uygulama bitiminde deney ve kontrol grubundan seçilen öğrencilerle bireysel olarak yapılan görüşmelerde öğrencilerin soyutlama süreçleri ile ilgili verilere yer verilmiştir. Ayrıca bu verilerde transkript edilen görüşme kayıtları ve öğrencilerin çalışma kağıtlarından görüntüler yer almaktadır.

### Uygulama sürecine ait bulgular ve yorumlar.

Uygulamanın başında deney grubu öğrencileri matematik başarı puanlarına göre üçerli veya dörderli olmak üzere heterojen gruplara ayrılmıştır. Bu gruplardan birisi maksimum örnekleme yöntemine göre seçilmiştir. Bu grup 17 ders saati boyunca kamera ile kaydedilmiştir. Grupta Yiğit, Şule ve Nida isimli öğrenciler yer almaktadır. Çalışma kağıtları, çokgenler konusunun kazanımları ve RBC+C modelinin epistemik eylemleri esas alınarak hazırlanmıştır. Her kazanıma yönelik farklı sayıda etkinlik (Ek-5) hazırlanmış ve öğrencilere bu etkinlikler verilerek grup tartışmalarıyla sonuca kendilerinin ulaşmaları istenmiştir. Öğrencilerin soyutlama süreçlerine ait kamera kayıtları transkript edildikten sonra RBC+C (Tanıma, Kullanma, Oluşturma, Pekiştirme) modeline göre analiz edilerek yorumlanmıştır. Daha anlaşılabilir olması için bulgular kazanımlara göre başlıklar oluşturularak sunulmuştur.

***Birinci kazanıma yönelik hazırlanan etkinliklere ait soyutlama süreçleri.***

"*Düzgün çokgenlerin kenar ve açı özelliklerini açıklar*" kazanımına yönelik hazırlanan Etkinlik 1'de ($K_1$-$E_1$) çokgen, iç açı, dış açı ve köşegen kavramlarına yönelik *tanıma ve kullanmaya* yönelik sorular yöneltilmiştir. Gruptaki öğrencilerden elde edilen görüşme metinleri ve çalışma kağıtlarına ait görüntüler aşağıda verilmiştir. (Y=Yiğit, Ş= Şule, N=Nida, A= Araştırmacı)

(Öğrenciler, düzgün ve düzgün olmayan çokgenlerin tanımını okudu ve çevrelerinde gördükleri düzgün çokgenlerin şekillerini çizdiler. Yiğit bir dik üçgen, Şule dikdörtgen, Nida ise altıgen çizdi.)

*10Y: (Soruyu okuyor) Sizce dikdörtgen bir düzgün çokgen midir? Hayır değildir.*

*11N: Evet düzgün çokgendir.*

*12Ş: Evet.*

*13N: Bütün iç açıları 90 derece olduğu için.*

*14Y: Ama kenarları eşit değil.* ***(Tanıma)***

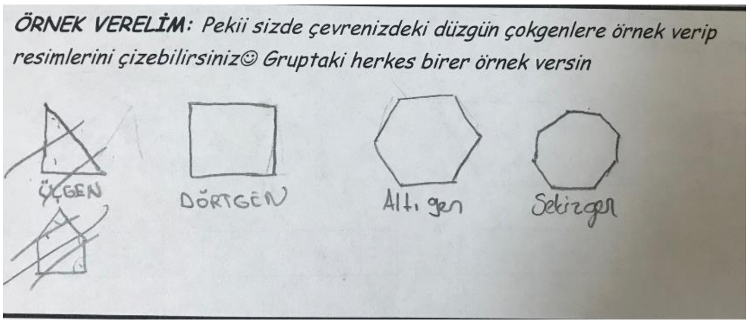
*15N: (Yiğit'in çizdiği üçgeni göstererek) Peki bunun düzgün çokgen olduğuna emin misin?*

*16Y: (düşündükten sonra) Hayır değil eşkenar üçgen olması gerekiyor (çizdiği üçgenin üstünü karalayarak düzgün olmayan beşgen çizdi).* ***(Dikkatli düşünme-Kullanma)***

*17Ş: Yiğit kenarları eşit ama şimdide açıları eşit değil, kenarları aşağı doğru çizmeliydin.*

*18Y: (çizdiği düzgün olmayan beşgeni de karalayarak düzgün sekizgen çizdi) Şimdi oldu mu (Şekil 11)?*

*19Ş: Oldu.*




*Şekil 16*. Öğrencilerin ilgili soruya verdiği yanıt.

*20Y: O zaman dikdörtgen düzgün çokgen değildir.*

*21Ş: Çünkü bütün kenar uzunlukları birbirine eşit değildir.* ***(Anlamlandırma-Kullanma)***

*22N: Ama (etkinlikte yer alan üçgeni göstererek) burda bütün kenarlar birbirine eşit değilmiydi neden düzgün çokgen değil dedik?*

*23Ş: (üçgenin hipotenüsü ile bir kenarının uzunluğunu göstererek) Bu iki kenar birbirine eşit değil.*

*24Y: Bu üçgen ikizkenar üçgen, iki kenar birbirine eşit diğer kenar farklı.* ***(Tanıma)***

*25N: Tamam anladım o zaman dikdörtgen düzgün çokgen olmaz, açıları birbirine eşit ama kenarlar birbirine eşit değildir.* ***(Anlamlandırma-Kullanma)***

Yukarıdaki diyalogda; öğrencilerden çevrelerinde gördükleri düzgün çokgenlerin şekillerini çizmeleri istendiğinde Yiğit'in dik üçgen, Şule'nin dikdörtgen, Nida'nın ise altıgen çizdiği görülmektedir. Bu durum öğrencilerin düzgün çokgenin tanımını yeterince kavrayamadıklarını göstermektedir. Fakat dikdörtgenin bir düzgün çokgen olup olmadığının sorulduğu soruda Yiğit'in tereddüt etmeden dikdörtgenin düzgün çokgen olmadığını, Şule ve Nida ise düzgün çokgen olduğunu ifade ettikleri görülmektedir (10Y, 11N, 12Ş). Nida bunun sebebinin dikdörtgenin açılarının $90^{o}$ olmasından kaynaklandığını belirtmiştir (13N). Ancak 14Y'deki ifadeden Yiğit'in dikdörtgenin kenar özelliklerini *tanıması* ve bütün kenar uzunluklarının eşit olmamasından dolayı da düzgün çokgen olamayacağını arkadaşlarına söylemesi, Nida ve Şule'nin dikdörtgenin özelliklerini *fark etmesini* sağlamıştır (21Ş, 25N). 25N'deki ifadede Nida'nın konuyu *açıklaması* onun dikdörtgenin düzgün çokgen olmadığı bilgisini *kullandığını* göstermektedir.

*26Y: İç açı, kapalı şeklin iç bölgesinde kalan kenarların birleştiği noktadır.* ***(Hatalı matematiksel tanımlama)***

*27N: Burası nokta mıdır?(köşeyi göstererek)*

*28Y: Kenarların birleştiği köşenin açısıdır.*

*29Ş ve N: Evet oldu.*

*30Y: Dış açı da kapalı şeklin dış bölgesinde kalan açılardır.*

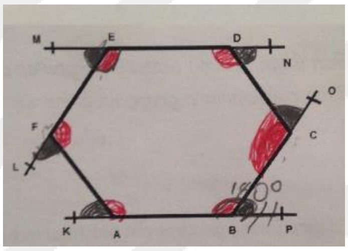
*31Ş: Nasıl yani dış bölgesi?*

*32Y: Çokgenin bir kenarını uzattığımızda uzattığımız kenar ile diğer kenar arasında kalan açı.*

*33Ş: O zaman (dış açıyı göstererek) burası ile iç açının toplamı da 180 derece olur.* ***(Tanıma-Kullanma)***

*34Y:Evet.*

(Üç öğrenci birlikte çokgenin iç açılarını kırmızıyla dış açılarını siyah kalemle boyayarak gösterdiler.)




*Şekil 17.* Öğrencilerin çizdiği iç ve dış açıları gösteren şekil.

Öğrencilerden iç açı, dış açı ve köşegenin tanımını yapmaları istendiğinde, doğru matematiksel terimleri kullanmada zorluk yaşadıkları görülmektedir (26Y, 43N, 45Ş, 46N, 47Y). 26Y ve 30Y'deki ifadelerden Yiğit'in iç açı ve dış açıyı *tanıdığını* ancak matematiksel bir dil kullanmadan tanımlamaya çalıştığı görülmektedir. Onun bu eksikliğini Şule ve Nida fark ederek (27N, 31Ş) Yiğit'in yaptığı tanımı düzeltmesini sağlamışlardır. 33Ş'deki ifadede de Şule iç açı ve dış açıyı *biraraya getirerek* doğru açının 180° olduğu bilgisini kullanmıştır.

*35N: Aşağıdaki çokgenlerin isimlerini yazarak köşegenlerini çizin (soruyu okudu).*

(Öğrencilerin üçü de çokgenleri kenar sayılarına ve özelliklerine göre dörtgen, paralelkenar, eşkenar dörtgen ve altıgen olarak isimlendirmişlerdir.)

*36Y: Köşegenlerini çizelim.*

*37N: Bir noktadan çizilen köşegenlerini istemediği için tüm köşegenleri çizeriz.*

*38Y: (köşegenleri çizdikten sonra) Dörtgenlerin hepsinde ikişer köşegen oldu.*

*39N: O zaman kenar sayısından iki çıkardığımızda köşegen sayısını mı buluruz? (tereddüt ederek)*

*40Y: Altıgenin her kenarından ikişer tane geçiyor ama şöyle bir şekil oluşuyor.*

*41N: O zaman hepsi için geçerli değil bu.*

*42Y: Köşegenin tanımını istiyor.*

*43N: Bir noktadan diğer noktaya çizilen çizgi.* ***(Hatalı matematiksel tanımlama)***

*44Y: Bir kapalı şeklin ama üçgen hariç kare gibi dörtgen ve fazla kenarlı çokgenlerde bir köşeden diğer köşeye...*

*45Ş: Komşu açı olmadığı kenara.*

*46N: Bir köşeden komşu açı olmadığı diğer noktaya.*

*47Y: Bir şeklin bir açısının herhangi bir açıya bağlantısı olmadığı zaman ikisinin arasına çizilen çizgi.* ***(Hatalı matematiksel tanımlama)***

*48Ş: Buraya bir şekil yazdın ama düzgün olmayan şekilde olabilir.*

*49Y: (düzgün olmayan çokgen üzerinde köşegen çizerek) Düzgün olmasa da köşegen çizilebiliyor ama.*

*50N: Bir şekil değil de kapalı şekil demen gerekiyor bence.*

*51A: Burada çizilen çizgi değil de matematiksel bir ifade kullanmanız gerekse ne kullanırdınız?*

*52Y: Doğru, ışın, doğru parçası..*

*53A: Hangisi olur?*

*54N: Doğruları kesen parçaya ne diyorduk?*

*55Y: Doğru parçası.* ***(Tanıma)***

*56Y: Kapalı bir şeklin bir açısının herhangi bir açıya bağlantısı olmadığı zaman ikisinin arasına çizilen doğru parçasına köşegen denir.* ***(Biraraya Getirme-Kullanma)***

Öğrencilerin çeşitli dörtgenler üzerinde köşegenleri çizip göstermesi köşegen kavramına yönelik *tanıma* ve *kullanma* eylemlerini gerçekleştirdiklerine örnek teşkil etmektedir. Ancak köşegenin tanımını yaparken Nida ve Yiğit'in matematiksel dilden uzak bir tanım yaptıkları görülmektedir (43N, 47Y). Şule arkadaşlarının yaptıkları tanımlardaki eksik ve yanlış noktaları düzeltme amaçlı sorular sormuştur (45Ş, 48Ş). Çizgi yerine başka hangi matematiksel ifadenin kullanılacağı sorulduğunda Yiğit; doğru, ışın ve doğru parçası şeklinde yanıt vermiştir (52Y). Bu da öğrencinin zihninde bu kavramların tanımlarının tam olarak oturmadığını, cevap olarak hangisini vereceğinde kararsız kaldığını göstermektedir. Daha sonra

Nida'nın verdiği ipucuyla (54N) Yiğit doğru parçası diyerek, köşegenin tanımına son halini vermiştir (56Y). Bu etkinlikle grup içerisinde paylaşılan bilginin oluşmaya başladığı ve öğrencilerin akran öğrenmesiyle birbirlerinin yanlışlarını düzelterek, doğru bilgiye ulaştıkları söylenebilir. Öğrencilerin köşe, açı, kenar, doğru gibi temel kavramların tanımlarını doğru ve tam bir şekilde oluşturamadıkları ve bu hususta güçlük yaşadıkları görülmektedir.

***İkinci kazanıma yönelik hazırlanan etkinliklere ait soyutlama süreçleri.***

*"Çokgenlerin köşegenlerini, iç ve dış açılarını belirler; iç açılarının ve dış açılarının ölçüleri toplamını hesaplar"* kazanımına yönelik hazırlanan ilk etkinlikte ($K_2$-$E_1$) düzgün çokgenlerin iç açılarının ölçüleri toplamı ile bir iç açısının ölçüsünü veren formülünü oluşturmaları amaçlanmıştır. Öğrencilerin bu etkinlikte geçen diyalogları aşağıda verilmiştir. (Y=Yiğit, Ş= Şule, N=Nida, A= Araştırmacı)

*1Y: Karenin köşelerini ABCD olarak isimlendirelim önce daha sonra (kare üzerinde köşegenler çizerek) AD köşegeni ve BC köşegeni olur.*

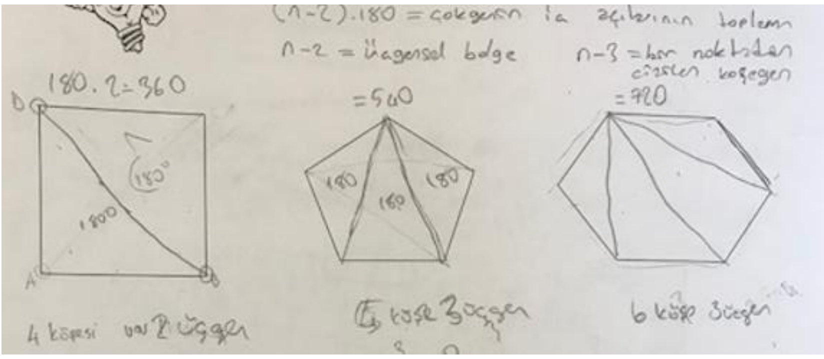
*2Ş: AB köşegeni de olur.*

*3N: Hayır olmaz onlar komşu açı.* ***(Dolaysızlık-Pekiştirme)***

*4Y: Dörtgenin dört köşesi var her kenardan bir köşegen çiziliyor.*

*5N: Beşgende bir köşeden iki tane köşegen çizebiliriz (bütün köşegenlerini çizdi)*

*6Y: Dörtte bir köşegen, beşte iki köşegen, altıda üç köşegen (Şekil 18).*




*Şekil 18.* Çalışma kağıdından görüntü.

*7N: O zaman dörtten üç çıkarınca bir, beşten üç çıkarınca iki, altıdan üç çıkardığımızda üç kalıyor.****(Anlamlandırma-Kullanma)***

*8Y: Yedide kaç olur o zaman?*

*9Ş: Yedide de dört olur.*

*10Y: (yedigen çizip, köşegenlerini göstererek) Yedigende de dört oluyor.*

*11Ş: O zaman biz bir köşesini bilmediğimiz için x diyebiliriz.*

*12Y: X den o zaman üç çıkarıyoruz, mesela 30 kenarlı olsa 30 eksi üç olur.*

*13N: Formülümüz (x-3) olur o zaman.* ***(Akıl yürütme-Oluşturma)***

*14Y: Hocam (x-3) mü oluyor formül?*

*15A: Bulduğunuz bu formül ile neyi bulmayı amaçlıyorsunuz?*

*16Y: Bu formülde çokgenlerin bir köşesinden çizilebilecek köşegen sayısını buluruz.* ***(Farkındalık-Pekiştirme)***

Şule'nin bir önceki etkinlikte "komşu açılardan köşegen çizilemez" (45Ş) ifadesine rağmen bu etkinlikte "AB köşegeni de olur" demesi (2Ş), Şule'nin köşegen kavramında tereddüt yaşadığını göstermektedir. Buna rağmen Nida'nın Şule'ye "hayır olmaz onlar komşu açı" diye hızlı bir şekilde cevap vermesiyle Nida'nın köşegen kavramını *pekiştirdiği* görülmektedir (3N). 5N, 6Y, 7N, 9Ş ifadeleri incelendiğinde öğrencilerin bir örüntü oluşturmaya çalıştıkları göze çarpmaktadır. Öğreniler şekil üzerinde gösterip (10Y) emin olduktan sonra genel bir formül ile gösterme ihtiyacı ortaya çıkmıştır (11Ş). Grup üyeleri birlikte *akıl yürüterek* çokgenin bir köşesinden çizilen köşegen sayısını veren formülü *oluşturmuşlardır* (11Ş, 12Y, 13N). Araştırmacı ortaya çıkan bu formülün bilinçli olarak oluşturulup oluşturulmadığını öğrenmek için 15A'daki soruyu yöneltmiştir. 16Y'deki ifadeden yeni oluşturulan yapının *kullanıldığı* ve *pekiştirildiği* görülmektedir.

*17A: Ama soruyu dikkatli okursanız sizden çokgenlerin iç açıları ölçüleri toplamını veren formülü oluşturmanız isteniyor.*

*18Y: Doğru evet hocam.*

*19A: Düşünün biraz daha bakalım.*

*(bir süre düşündükten sonra)*

*20Y: Biz bu köşegenleri çizdiğimizde çokgenler içerisinde üçgensel bölgeler elde ediyoruz. Bakın şekillere( dörtgen, beşgen ve altıgeni göstererek)..*

*21N: Üçgenin iç açılarının toplamı 180 derece.****(Tanıma)***

*22Ş: (dört parçaya ayrılmış kareyi göstererek ) Dört tane üçgen var o zaman 180 çarpı 4 olur.*

*23N: Hayır 4 tane değil tek bir köşegenle bölücez o zaman iki üçgen oluşur, 180 çarpı iki olur.*

*24Y: (bir kare çizdi) Kareye bir köşegen çizdiğimizde iki tane üçgensel bölgeye ayrılıyor, (beşgen üzerinde köşegenlerini çizerek) beşgende de iki tane çizebiliriz o zaman da üç üçgensel bölgeye ayrılıyor, altıgen de aynı şekilde çizdiğimiz zaman dört üçgensel bölgeye ayrılıyor.*

*25N: 180 i iki ile çarparsak karenin iç açılarının ölçüsünü buluruz.*

*26Y: 180 çarpı iki?*

*27N: 360.*

*28Y: Beşgende de 180 çarpı 3 den 540 bulunur.*

*29N: Böyle tek tek hesaplamaya gerek yokki dörtten iki çıkardığımızda kaç tane üçgen oluştuğunu buluruz.**(Yeni yapıya duyulan ihtiyaç)***

*30Y: O zaman beşten de iki çıkarırız.*

*31N: Üç tane üçgensel bölgeye ayrılıyor.*

*32Y: Altıdanda iki çıkarırsak 4 tane üçgensel bölge oluşuyor.*

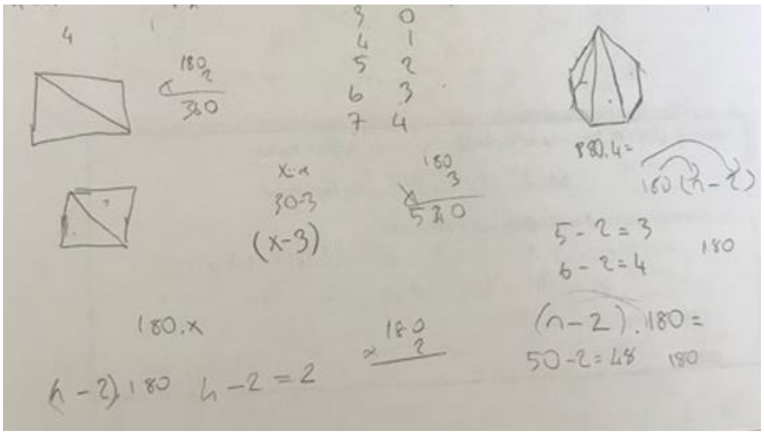
*33N: n-2 oluşan üçgensel bölgelerin formülü olur o zaman?* ***(İlişkilendirme-Kullanma)***

*34Y: (n-2) çarpı 180 dersek de çokgenin iç açılarının ölçüleri toplamını veren formül olur.* ***(Yeni yapıya ulaşma-Oluşturma)***

*35Ş: Ben pek anlamadım, n köşe sayısı oluyor eksi 2 de?*

*36N: Eksi 2 çıkardığımız zaman kaç tane üçgensel bölge olduğunu buluyoruz, üçgenin de iç açılar ölçüleri toplamı 180 değil mi, 180 ile de üçgenlerin sayısını çarptığımız zaman toplam ölçüyü buluyoruz anladın mı?**(Farkındalık-Pekiştirme)***

*37Ş: Mesela beşgende bir köşeden en fazla iki köşegen çizebiliyoruz, bunun sonucunda da üç üçgen oluşuyor, üçgenin iç açıları toplamı 180 olduğu için 180 ile üçü çarptığımızda 540 buluyoruz. Tamam anladım.**(Anlama-Kullanma)***




*Şekil 19.* Öğrencilerin çalışma kağıdından görüntü.

Nida, üçgenin iç açıları ölçüsünün toplamının 180° olduğunu *tanıyıp*, Yiğit'in 20Y'deki ifadesini de *kullanarak* karenin iç açıları ölçüsünün toplamını hesaplamıştır (21N, 23N, 25N, 27N). 30Y, 31N, 32Y'deki ifadelerde Nida ve Yiğit'in genel formülü oluşturmadan önce denemeler yaptıkları görülmektedir. Nida çokgenin kenar sayısıyla ortaya çıkan üçgensel bölgelerin sayısı arasında *ilişkilendirme* yaparak genel bir matematiksel ifade oluşturmaya çalışmıştır. Nida'nın 29Y'deki ifadesinin yeni bir matematiksel yapıya ihtiyaç duyduğu açıkça görülmektedir. Yiğit, Nida'nın bu ifadesinden yola çıkarak çokgenlerin iç açıları ölçüleri toplamını veren formülü *oluşturmuştur* (34Y). Nida'nın bu sürece katkı sağladığı için mutlu olduğu ve bu süreçte sessiz kalmayı tercih eden Şule'ye açıklama yaparken de oldukça istekli olduğu görülmektedir (36N). Aynı zamanda Yiğit'in oluşturduğu yapıyı Nida'nın *açıklaması*, Nida'nın da bu yapıyı *oluşturup pekiştirdiğini* göstermektedir. 37Ş'deki ifadeden Şule'nin Nida ve Yiğit'in oluşturduğu yapıyı *anlatması* da bu yeni yapıyı *kullandığını* göstermektedir (Şekil 19).

*38A: Çokgenlerin bir iç açısını nasıl bulabilirsiniz peki?*

*39Y: Eğer düzgün olmayan çokgense bulamayız.* ***(Esneklik-Pekiştirme)***

*40N: Evet düzgün olmazsa biri 90 derece olabilir biri 40 derece olabilir.* ***(Esneklik-Pekiştirme)***

*41Y: Ama eğer düzgünse çıkan sonucu kenar sayısına böleriz. Örneğin, dörtgenin iç açılarının ölçüsü toplamı 360 derecedir. Bunu dörtkenarı olduğu için dörde bölersek bir iç açısını buluruz.* ***(Akıl yürütme-Oluşturma)***

*42A: Peki bu bulduğunuz formül düzgün olmayan çokgenlerde de kullanılabilir mi?* ***(Eleştirel Diyalog)***

*43N: Evet.*

*44A: Düzgün olmayan çokgen çizerek gösterebilir misiniz?*

*45Y: (dış bükey çokgen çizerek) Kenar uzunlukları eşit olmasa bile köşegenler çizdiğimizde üçgenler oluşuyor. (n-2).180 formülü geçerli olur yine.*

*46A: (yıldız şeklinde içbükey bir çokgen çizerek) Peki bu durumda nasıl olur?*

*47N: Üçgenler oluşturamıyoruz nasıl olacak o zaman.*

*48Y: Bu çokgenler içbükeydi hatırladığım kadarıyla, bunlarda köşegen çizersek şeklin dışında kalıyor, ozaman olmaz.* ***(Tanıma, Açıklama-Kullanma)***

*49Ş: Peki düzgün olmayan çokgenlerde nasıl olacak?*

*50N: Düzgün olmayan içbükey çokgenlerde geçerli olmuyor bu formül.* ***(Akıl yürütme-Kullanma)***

*51A: Bir iç açısını veren formülü söyleyin bakalım.*

*52Y: (n-2) .180 bölü kenar sayısı yani n* olur. ***(Matematiksel dil geliştirme- Oluşturma)***

Öğrencilerin, çokgenlerin bir iç açısını veren formülü oluştururken, çokgenin düzgün çokgen olması gerektiğini vurgulayarak bir önceki derste öğrenmiş oldukları düzgün çokgen kavramını *tanıdıkları* ve aynı zamanda *pekiştirdikleri* görülmüştür (39Y, 40N). 41Y'deki ifadeden Yiğit'in çokgenin bir iç açısının ölçüsünü veren formülü *akıl yürüterek oluşturduğu* söylenebilir. Araştırmacının düzgün olmayan çokgenlerde bu formülün geçerli olup olmadığını sorması üzerine öğrenciler çelişkili ifadelerde bulunmuşlardır (43N, 45Y). Öğrenciler, içbükey bir çokgenle karşılaştıklarında ise üçgenler oluşturamadıklarını bu yüzden bu formülün içbükey çokgenlerde geçerli olmayacağını belirtmişlerdir (48Y, 50N).

Çokgenlerin bir dış açısının ve dış açılarının ölçülerinin toplamını oluşturmaya yönelik hazırlanan Etkinlik 2'deki ($K_2$-$E_2$) öğrencilere ait görüşme metinleri ve öğrencilerin çalışma kağıtlarından örnekler aşağıda verilmiştir.

*53Y: Bir kare çizelim, bir iç açısının ölçüsü* $\frac{(n-2).180}{n}$ *den 90 derece buluruz. İç açı ve dış açının ölçüleri toplamı 180 derece olduğu için bir dış açısının da ölçüsü 90 derecedir.* ***(İlişkilendirme-Kullanma, Esneklik-Pekiştirme)***

*54N: Doğru üzerinde oldukları için iç açı 90 ise dış açı da 90 dır.* ***(Farkına varma-Tanıma)***

*55Y: (Altıgen çizerek) Bunda da (dış açısını uzatıp) bi 180 derece oluşuyor. Dış açı şöyle bulunuyor. 180 dış açının formülü (Özgüvenli bir şekilde söyledi).* ***(İlişkilendirme-Kullanma)***

*56N: Nasıl dış açının formülü 180 oluyor?*

*57Y: Dış açının birbirlerine toplamı.*

*58N: İç açı ile dış açının toplamı yani.*

*59Y: İkisi bir doğru parçası ya o yüzden ikisinin toplamı 180 derece oluyor.****(Açıklama-Kullanma)***

*60N ve Ş: (dörtgen ve altıgen üzerinde düşünürken Yiğit sessiz bir şekilde düşünerek önce* $\frac{(n-2).180}{n} - 180$ *yazmış daha sonra 180 i başa alarak* $180 - \frac{(n-2).180}{n}$ *yazmıştır)****(Dikkatle düşünme-Kullanma)***

*60Y: Ben sanırım buldum hocam doğru mu?*

*61A: Bu ifadeyi daha sade bir hale getirebilir misiniz?*

(Üç öğrencide bu ifadeyi sadeleştirmeye çalıştılar fakat işlem hataları yaptıklarından dolayı doğru sonuca ulaşamadılar. Başka bir yol denemeye karar verdiler.)

*62Y: Altıgenin bir iç açısını bulalım.*

*63Ş: Hesapladık ya 120 derece.*

*64Y: Tamam o zaman bir dış açısı ne olur?*

*65N: 180-120=60 olur.*

*66Y: Altıgenin altı tane dış açısı olduğu için 360 dış açılarının ölçüleri toplamı olur.*

*67Y: O zaman $\frac{360}{n}$ bir dış açısının ölçüsü olur.* ***(Akıl yürütme-Oluşturma)***

*68N: Beşgen için de deneyelim. (sağlama yaptıktan sonra) evet doğru, formülü oluşturduk.*

Yiğit bir önceki etkinlikte *oluşturdukları* bilgi yapısını yeni yapı ile *ilişkilendirerek* yapının kullanımının *esnekliğini* sağlamıştır (53Y). Nida'da Yiğit'in görüşünü destekleyerek doğru açının 180$^{o}$ olmasından dolayı dış açının 90$^{o}$ olduğunu *tanımıştır* (54N). Yiğit iç açı ile dış açının toplamının 180$^{o}$ olduğunu *ilişkilendirerek* yoğun bir şekilde düşünmeye başlamıştır. Bir süre düşündükten sonra Yiğit yazdığı denklemi sadeleştirmeye çalışmış ancak bunu başaramamıştır. O yüzden öğrenciler farklı bir yol denemeye karar verdiler. Bunun üzerine öğrenciler çeşitli çokgenler üzerinden *akıl yürüterek* çokgenin bir dış açısının ölçüsünü veren formülünü *oluşturmuşlardır* (65N, 66Y, 67N). Burada öğrencilerin $180-\frac{(n-2).180}{n}$ ifadesini sadeleştirememeleri denklem üzerinde işlem yapabilme bilgilerinin yetersiz olduğunu göstermektedir. Etkinliğin geneline bakıldığında grubun bilgi paylaşımına en fazla katkının Yiğit'in sağladığı söylenebilir. Nida, Yiğit'in yaptığı işlemleri dikkatlice izleyerek her işlem adımını anlamaya çalışırken, Şule ise bu etkinlikte bireysel olarak çalışmayı tercih etmiştir.

*69Ş: Biz bir tane dış açısını bulduğumuzda diğer dış açılarını da buluruz. Formülümüz neydi $\frac{360}{n}$ idi. Altıgeni ele aldığımızda 60 mı çıkıyordu. Bir açısı 60 ise, altıgenin kaç tane dış açısı oluyordu? (Altıgenin dış açılarını sayarak) 1,2,...12 tane dış açısı oluyor.*

*70Y: 12 tane mi? Her köşede bir tane dış açı olarak hesaplayacaksın.* ***(Açıklık-Pekiştirme)***

*71N: Şunu şöyle çizersin (kenarı çokgenin dışına doğru uzatarak) çünkü bi doğru üzerinden geliyoruz ya, şuranın ki şuraya tamamlamış oluyoruz.* ***(Özgüven-Pekiştirme)***

*72Y:* $\frac{360}{n}.n$ ***(Oluşturma)***

*73N: Bu mu?*

*74Y: Bak şimdi 360 ı 6 ya bölüp 6 ile çarptığımızda 360 olur.*

*75Ş: Başka değer ver.*

*76N: 9 ile yap.*

*77Y: (işlem yaparak) 360 oluyor yine.*

*78Y: Ezbere gerek yok ki hepsinin ki 360 oluyor.*

*79Ş: (n 'e başka değerler vererek hesaplamalar yaptıktan sonra) Evet bunlar da 360 çıkıyor, demekki dış açıların ölçüleri toplamı 360 derecedir.* ***(Akıl yürütme-Oluşturma)***

*80N: Hocam bütün çokgenlerin dış ölçüsü 360 oluyor?* ***(Akıl yürütme-Oluşturma)***

*81A: Neden hepsinin dış açılarının ölçüleri toplamı* $360^o$ *peki?*

*(Sessizlik)*

*82A: Kenarlar daraldıkça şekil neye benziyor?*

*83Y: Kapalı şekil olduğu için daireye benziyor. Kenar sayısı arttıkça, dörtgeninki 90 ya, kenar sayısı arttıkça açının ölçüsü azalıyor ters orantı oluyor. Mesela hocam, dairenin hiç kenarı yok ya dış açısı sıfır oluyor.* ***(Tanıma, Kullanma)***

*84Ş: Hocam mesela altmışgen yetmişgen ne kadar küçük küçük çizgiler halinde onları birleştirdiğimizde daire oluşuyor, daireninki de 360 olduğu için herbirinin ki de 360 derecedir.* ***(Tanıma, Kullanma)***

69Ş'deki ifadeden Şule'nin altıgenin dış açılarını çizerken yanlışlık yaptığı, bu durumunda dış açının tanımını yeterince kavrayamamasından kaynaklandığı söylenebilir. 70Y ve 71N'deki ifadelerden Yiğit ve Nida'nın dış açıyı *tanıdığı* ve *pekiştirdiği* görülmektedir. Yiğit bir önceki etkinlikte *oluşturduğu* $\frac{360}{n}$ formülünü kenar sayısıyla çarptığında bir çokgenin dış açıları ölçümünün toplamını bulacağını farketmiştir (72Y). Yiğit'in 72Y'deki ifadesinde üç öğrenci de n yerine farklı değerler vermiş ve sonucun herzaman $360^o$ olduğunu bulmuşlardır (74Y, 75Ş, 76N, 77Y, 78Y). Yiğit'in grubun paylaşılan bilgisine kattığı formülü Şule ve Nida *kullanarak* çokgenlerin dış açılarının ölçüleri toplamının $360^o$ olduğu bilgisini *oluşturmuşlardır* (79Ş, 80N). Gruba, neden bütün çokgenlerin dış açılarının ölçüleri toplamı $360^o$ diye sorulduğunda öğrenciler ilk başta sessiz kalmışlardır. Fakat 82A'daki ipucuyla ilk önce Yiğit, kenar sayısı ile dış açı arasında ters orantı olduğuna kanaat getirmiştir (83Y). Şule de kenar sayısı arttıkça kenar uzunluğunun azalacağını ve gitgide daireye benzeyeceğini, dairenin açısının da $360^o$ olmasından dolayı tüm çokgenlerin dış açısının $360^o$ olduğunu savunmuştur (84Ş). Burada öğrenciler, dairenin özelliklerini ve açılarını *tanımışlar* ve *pekiştirmişlerdir.*

Etkinlik 3'te ($K_2$-$E_3$) öğrencilerden düzgün çokgenlerin tüm köşegen sayısını ve bir köşeden çizilebilecek köşegen sayısını veren formülü oluşturmaları beklenmiştir. Öğrencilerin bu etkinliğe ait diyalogları aşağıda verilmiştir.

*85Y: Dörtgende (komşu açıları göstererek) bu iki köşeye çizemeyiz, kendine de köşegen çizemeyiz, o yüzden sadece bir tane köşegen çizebiliriz.**(Açıklık-Pekiştirme)***

*86N: Beşgen çizelim beşgende de bir köşeden 2 tane köşegen çizebiliriz.*

*87Y: Her seferinde 3 eksiğini buluyoruz o zaman bir köşeden* $(n-3)$ *tane köşegen çizebiliriz.*

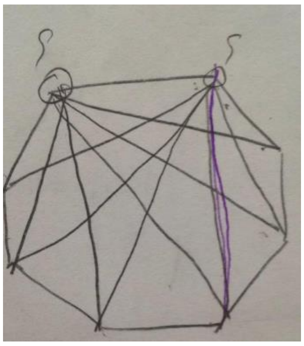
*88Ş: Peki tüm köşegenlerini nasıl buluruz?**(Yeni bir yapıya olan ihtiyaç)***

*89Y: (altıgen çizip köşegenlerini çizerek) Tamam ama bir köşeden iki kez gidiliyor?*

*90N: İşte onu saymayacağız o zaman.*

*91Y:İşte ikiye bölüyoruz,* $\frac{(n-3)}{2}$ *çıkar.*

*92N: Hayır bir dakika, şimdi bir sekizgen çizelim, her köşeye ait köşegenleri çizersek 1,2,3,4,5.. Her köşeye ait beş köşegen çiziliyor.*



Şekil 20. *Öğrencilerin çalışma kağıdından görüntü.*

*93Y: Yani şöyle yapıcaz* $\frac{(n-3)}{2}.n$ ***(Dil geliştirme-Oluşturma)***

*94Ş: Hayır.*

*95Y: n yerine 8 yazarsak 20 buluruz.*

*96Y: Hocam* $\frac{(n-3)}{2}.n$ *bulduk biz doğru mu?*

*97A: Şule bu formülü nerden bulduğunuzu anlatabilir misin?* ***(Yansıtıcı Diyalog)***

*98Ş: Sekizgen olduğundan bir kenara iki kez gidildiği için ikiye bölüyoruz, bir kenardan ilk başta bulduğumuz (n-3) formülünden kaç tane köşegen çizdiğimizi buluyoruz, sonra bunu kenar sayısı ile çarpıyoruz, sonra ikiye bölüyoruz çünkü üzerinden iki kez geçtiğimiz için.* ***(Dil geliştirme-Oluşturma, Anlatma-Kullanma)***

*99N: Sekizgende bir noktadan beş tane köşegen çiziliyor aynı zamanda (n-3) formülünden de beş köşegen olduğunu görüyoruz. Sonra bunu sekizle çarpıyoruz ki her oktadan kaç tane çizildiğini görüyoruz o da 40 yapıyor. Bir köşegeni böyle (göstererek) iki kez çizdiğimiz için sonucu ikiye bölüyoruz.* $\frac{(n-3)}{2}.n$ *formülünü oluşuyor böylece.* ***(Dil geliştirme-Oluşturma, Anlatma-Kullanma)***

*100Y: Üç eksiği oluyor, sekizinde üç eksiği beş, her köşeden beş köşegen çizilebiliyor fakat çizilen her köşegen iki kez üzerinden geçiliyor karşılıklı oldukları için. O da çıkan köşegen sayısının ikiye bölümü kadar oluyor hepsinin toplamı o yüzden* $\frac{(n-3)}{2}.n$ *formülünden hesaplıyoruz.* ***(Dil geliştirme-Oluşturma, Anlatma-Kullanma)***

İç açılarının ölçülerini bulma etkinliğinde öğrenciler bir köşeden çizilebilecek köşegen sayısını veren formülü *oluşturmuşlardı*. Bu etkinlikte de bu formülü yeniden kullanmaları *yeni oluşturulan yapının pekiştirilmesine* örnek olarak verilebilir (86N, 87Y). Öğrenciler bir köşeden çizilebilecek köşegen sayısını bilmelerine rağmen, düzgün çokgenlerin tüm köşegen sayısını hesaplayan formülü geliştirme ihtiyacı duymuşlardır (88Ş). Bu süreçte farklı düzgün çokgen örnekleri çizerek genel formülün nasıl olabileceğine dair grupça fikir yürütmüşlerdir (89Y, 90N, 91Y, 92N). Yiğit, altıgen çizip tüm köşelerden çizilebilecek köşegenleri çizdiğinde bir köşeden iki defa çizildiğini fark ederek, ikiye bölünmesi gerektiğini belirtmiştir (91Y). Ancak Nida, Yiğit'in yanlış yaptığını ve bir köşeden çizilen köşegen sayısını kenar sayısıyla çarpılması gerektiğini söylemiştir (92N). Yiğit de bunun üzerine tüm köşegenlerin sayısını veren formülü $\frac{(n-3)}{2}.n$ şeklinde *oluşturmuştur* (93Y). Öğrencilerin bu süreçte matematiksel dil kullanarak birbirlerine açıklama yapmaları onların bu bilgi yapısını oluşturduğunu göstermektedir (98Ş, 99N, 100Y). Ayrıca bu oluşturma süreci tanıma ve kullanma eylemlerini içiçe geçmiş halde ihtiva eden yeni soyut yapının oluşturulmasına örnek olarak gösterilebilir. Araştırmacı grup üyelerinin bu konuyu oluşturup oluşturmadığını belirlemek için herbirinden açıklama yapmasını istemiştir. Böylece öğrencilerin oluşturdukları yapıları *kullanma sırasında yansıttıkları* görülmüştür. Şule'nin sessiz kalmasına karşın Yiğit ve Nida'nın birlikte oluşturdukları paylaşılan bilgiyi zihinlerinde *oluşturduğu* söylenebilir (98Ş).

Bu kazanıma ait son etkinlikte ($K_2$-$E_4$) düzgün çokgenin bir iç açısının ölçüsü ile köşegen sayısına aynı problemde verilmektedir. Gruptaki öğrencilere ait görüşme metinleri aşağıda verilmiştir.

*110N: Biz burada 20 bulduk değil mi ikiye bölüp, o zaman ters işlem mi yapıcaz acaba?*

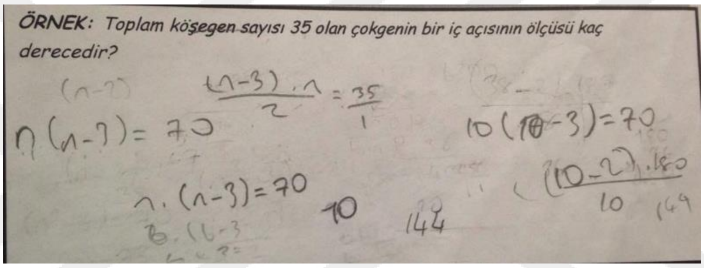
*111Y: Olabilir, o zaman* $\frac{(n-3)}{2}.n$ *=35 deriz. 35'i iki ile çarparız. 70 eder. (n-3).n=70 de hangi sayıyı üç eksiğiyle çarparsak 70 eder?* ***(Kullanma)***

(Bir süre işlem yaptıktan sonra)

*112Y: 10 olur. Ongenin bir iç açısını hesaplayalım şimdi de*

*113N:* $\frac{(n-2).180}{n}$ *de n yerine 10 yazarsak (işlemleri yapıyor)*

*114Ş: 144 olur.*




*Şekil 21*. Öğrencilerin soruya ilişkin çözümü.

Kenar sayısının verilmediği problemde öğrenciler tüm köşegenlerin sayısını veren formülde kenar sayısını bulup, bir iç açısının ölçüsünü hesaplamışlardır. Öğrencilerin bir problemi çözmek için kendilerinde var olan yapıyı kullanması, pekiştirmenin gerçekleştiğinin en temel göstergesidir. Dolayısıyla öğrencilerin önceki etkinliklerde oluşturdukları formülleri *kullanarak pekiştirdikleri* görülmektedir (Şekil 21). Bu etkinlikle birlikte soyutlamanın oluşması için gerekli olan üç aşamanın sağlandığı söylenebilir.

***Üçüncü kazanıma yönelik hazırlanan etkinliklere ait soyutlama süreçleri.***

*"Dikdörtgen, paralelkenar, yamuk ve eşkenar dörtgeni tanır; açı özelliklerini belirler"* kazanıma yönelik hazırlanan Etkinlik 1'de ($K_3$-$E_1$) öğrencilerin dikdörtgen ve karenin kenar, açı ve köşegen gibi özelliklerini *tanımaya* ve *kullanmaya* yönelik sorular yöneltilmiştir. Öğrencilere ait diyaloglar aşağıda verilmiştir.

*1Y: Dikdörtgenin kenarlarının özellikleri nelerdir?(soruyu okudu)* ***(Tanıma)***

*2N: Karşılıklı kenarları eşittir.* ***(Tanıma)***

*3Ş: Karşılıklı kenarlar birbirine paraleldir.* ***(Tanıma)***

*4Y: Açılarının özellikleri? Bütün açıları diktir ve 90'ar derecedir.*

*5Y: Köşegenleri dik midir?*

*6N: Çizelim. Hayır değil dik kesmiyor birbirini.**(Kullanma, Dolaysızlık-Pekiştirme)***

*7Y: Köşegenler birbiri tarafından iki eşit parçaya bölünüyor mu?*

*8Ş: (köşegenlerin uzunluklarına bakarak) Eşit bir şekilde bölünüyor.*

*9Y: Köşegenlerin uzunlukları birbirine eşit mi?*

*10N: Uzunluklar birbirine eşit. **(Açıklık-Pekiştirme)***

*11Y: Karenin kenarlarının uzunlukları hakkında ne söyleyebiliriz?*

*12Ş: Bütün kenar uzunlukları birbirine eşittir. **(Tanıma)***

*13N: Karşılıklı kenarlar birbirine paraleldir. **(Tanıma)***

*14Y: Açılarının özellikleri nelerdir?*

*15N: Bütün açıları diktir ve 90ar derecedir. **(Tanıma)***

*16Y: İç açılarının toplamı 360$^o$ dir. **(Tanıma)***

*17N: Bütün dış açıları birbirine eşittir. Toplamları 360$^o$ dir.**(İlişkilendirme-Kullanma)***

*18Ş: Köşegenler dik mi yoksa değil midir?*

*19Y: Diktir çünkü kare (şekil üzerinde göstererek)**(Kullanma, Dolaysızlık-Pekiştirme)***

*20N: Birbiri tarafından iki eşit parçaya bölünür mü?*

*21Y: Bölünür.*

*22Ş: Köşegen uzunlukları da birbirine eşittir. **(Açıklık-Pekiştirme)***

Öğrencilerin dikdörtgenin ve karenin; kenar uzunluklarına yönelik özelliklerini (2N, 3Ş, 12Ş, 13N), açı özelliklerini (4Y, 15N, 16Y, 17N) ve köşegenlerinin özelliklerini (6N, 8Ş, 10N, 19Y, 21Y, 22Ş) kolaylıkla *tanıdıkları* görülmektedir. Ayrıca öğrencilerin dikdörtgen ve kare üzerinde köşegenler çizerek köşegenlerin birbirini dik kesip kesmediğini duraksamadan hızlıca cevaplamaları, pekiştirmenin *dolaysızlık* özelliğine örnek olarak gösterilebilir (6N, 19Y). Öğrencilerin köşegen uzunluklarının birbirine eşit olduğunu ispatlama ihtiyacı duymadan *kullanmaları* da pekiştirmenin *açıklık* özelliğine vurgu yapmaktadır (10N, 22Ş). Nida'nın 17N'deki ifadesinde önceki etkinlikte oluşturdukları düzgün çokgenlerin dış açılarının ölçüleri toplamının 360$^o$ olduğu bilgisini, bu soruda *ilişkilendirerek kullanması* konuyu pekiştirdiğini göstermektedir. Genel olarak bakıldığında bu etkinlikte öğrencilerin kolaylıkla sorulara cevap verdikleri ve herbirinin aktif olarak sürece katılarak grubun paylaşılan bilgisine katkı sağladığı söylenebilir.

Etkinlik 2'de öğrencilerden ($K_3$-$E_2$) kare ve dikdörtgen arasındaki (benzerlik ve farklılık) ilişkiyi açıklamaları ve karenin, dikdörtgenin özel hali olduğunu oluşturmaları beklenmektedir. Öğrencilerin görüşme metinlerine aşağıda yer verilmiştir.

*30Y: Diğer soruya geçelim, kare ve dikdörtgen arasında nasıl bir ilişki vardır?*

*31Ş: Benzerliklerini ve farklılıklarını mı yazıcaz?*

*32A: Sizce kare mi dikdörtgenin özel halidir yoksa dikdörtgen mi karenin özel halidir? Bunu grupça tartışın bakalım.* ***(Eleştirel diyalog)***

*33Y: Dikdörtgen karenin özel halidir, kareyi ikiye böldüğümüz zaman dikdörtgenler oluşur.*

*34Ş: Dikdörtgen karenin uzatılmış halidir.*

*35N: Bence Yiğit haklı, kareyi ikiye böldüğümüzde dikdörtgen oluşur.*

*36A: Sizce hangisi daha genel?*

*37Y: Kareden dikdörtgen ortaya çıkmış.*

*38N: Ama Yiğit dikdörtgeni ortadan ikiye böldüğümüzde kare de oluşabilir.*

*39Ş: Kare dikdörtgeni de oluşturur, kendini de oluşturur ama dikdörtgen kareyi oluşturamaz o yüzden dikdörtgen karenin özel halidir.*

*40N: Dikdörtgen kareden oluşmuştur bence..*

*41A: Size bir ipucu veriyim, sizce karenin mi daha fazla özelliği var yoksa dikdörtgenin mi?****(İleriye dönük diyalog)***

*42Y: Nasıl yani?*

*43A: Kareyi çizmek için mi yoksa dikdörtgeni çizmek için mi daha fazla özelliğe ihtiyaç duyarsınız? Anladınız mı?*

*44N: Anlamadık.*

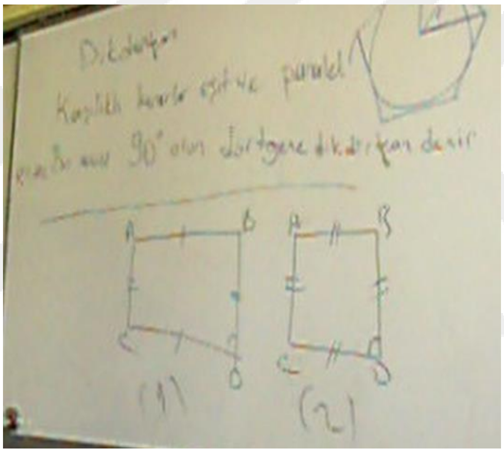
Gruplar halinde çalışan sınıfın genelinde "Kare mi dikdörtgenin özel hali, yoksa dikdörtgen mi karenin özel hali" sorusunu öğrencilerin anlamakta zorluk yaşadıkları gözlenmiştir. Dolayısıyla sadece kare ve dikdörtgen konusunda, öğrencilerden ne istendiği öğretmen tarafından açıklanmıştır. Çalışmanın bu kısmı yaklaşık 15 dakika süren sınıf tartışması şeklinde devam etmiştir. Öğrencilerin iki çokgen arasındaki özel hal olma (kapsama) ilişkisini kavrayıp kavramadıklarını tespit edebilmek için özellikle gözlemlenen grupta yer alan öğrencilerin fikirlerinin alınmasına dikkat edilmiştir. (Ö: Öğretmen)

*45Ö: Dikdörtgenin tanımını yapar mısınız?* ***(Temel diyalog)***

*46Esra: Karşılıklı kenarları birbirine eşit ve paralel.*

*47Merve: Karşılıklı kenarları eşit ve paralel, bir açısı $90^o$ olan dörtgene dikdörtgen denir.*

(Öğretmen bu tanımı (47M) tahtaya yazdı ve altına dikdörtgen ve kare çizdi. Daha sonra numaralandırdığı bu iki şekilden hangisinin dikdörtgen olduğunu sordu. Sınıfın hepsi sadece 1. şeklin dikdörtgen olduğunu, diğerinin kare olduğunu söyledi. Sadece Yiğit ve Merve her iki şeklin de dikdörtgenin tanımına uyduğunu ifade etti. Konunun tam anlaşılmaması üzerine öğretmen ipucu vermeye devam etti.)




*Şekil 22.* Sınıf içi etkinliklerden görüntü.

*48Ö: Yiğit neden böyle düşünüyorsun açıklar mısın?*

*49Yiğit: Her ikisinin de karşılıklı kenarları birbirine eşit ve paralel, bunun da en az bir açısı $90^o$, bunun da en az bir açısı $90^o$ o yüzden her ikiside dikdörtgendir.*

*50Ö: Peki başka fikri olan? Merve?*

*51M: İki kareyi yanyana getirdiğimizde dikdörtgen oluşuyor, kare dikdörtgenin kısaltılmış hali.* ***(Prototip olgunun kavram imajını etkilemesi, İlişkilendirememe)***

*52Ö: Tanımlardan gideceğiz arkadaşlar, kare ve dikdörtgenin tanımını düşünün. Başka fikri olan? Esra?*

*53E: Birinci şekil dikdörtgen çünkü karşılıklı kenarları birbirine eşit, ikinci şekil karedir çünkü bütün kenarları birbirine eşit.*

*54Ö: Peki o zaman tanımımız yanlış mı dikdörtgenin tanımı değil mi?*

*55S: Hocam uzun ve kısa kenarları olarak da yazmalıyız.* ***(Kritik olmayan özellik)***

*56Ö: Gerek var mı sence bu tanımla dikdörtgen çizemiyor musun?*

*57Yiğit: Hocam gerek yokki, kare de bir dikdörtgendir.*

*58Ö: Peki karenin tanımını nasıl yaparsın?*

*59Yiğit: Karşılıklı kenarları eşit ve paralel, en az bir açısı 90$^o$ ve bütün kenarları birbirine eşit olan dörtgene kare denir.* ***(Tanıma)***

*60Şule: Hocam, dikdörtgende karşılıklı kenarlar birbirine eşitken karede tüm kenarlar birbirine eşit ve paraleldir.* ***(Tanıma)***

*61Merve: Dikdörtgenin tanımıyla kare de çizebiliriz.* ***(Akıl yürütme-Kullanma)***

*62Esra: Ama kare çizebilmemiz için bütün kenarları eşit diye vurgulamalıyız.* ***(Tanıma)***

*63Nida: O zaman dikdörtgen daha genel oluyor kareye göre.* ***(Akıl yürütme-Kullanma)***

*64Yiğit: Dikdörtgenin tanımına bir özellik daha eklersek kare çizebiliriz.* ***(Akıl yürütme-Kullanma)***

*65Şule: Dikdörtgenin tanımına göre hem dikdörtgen hem de kare çizebiliyoruz. Ama biz kare çizdirmek istiyorsak buna ek bilgi olarak bütün kenarlar birbirine eşit özelliğini de söylemeliyiz. Kareye özel olarak bir özellik daha getirdiğimiz için dikdörtgen daha genel bir dörtgen olur.* ***(Anlatma-Kullanma)***

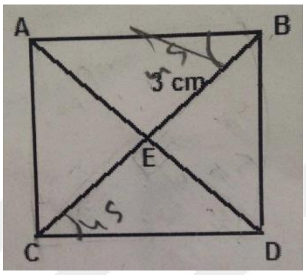
51M'deki ifadeden sınıftaki öğrencilerden Merve'nin dikdörtgendeki prototip olgusunun kavram imajını etkilediği dolayısıyla dikdörtgen ve karenin özelliklerini birbiriyle ilişkilendirememesinden kaynaklı olarak *kullanmada* zorluk yaşadığı görülmüştür. Sınıf tartışmasında öğrencilerin dikdörtgenin tanımından karenin tanımına geçişte dikdörtgenin kritik olmayan özelliklerini de *kullanmaya* çalışmaları, kavram kargaşasına neden olmuştur (53E, 55S). Nitekim öğrenciler arasındaki bilgi geçişleri sayesinde karenin daha fazla özelliğe sahip olması nedeniyle dikdörtgenin özel hali olduğu sonucuna varmışlardır (61M, 62E, 63N, 64Y, 65Ş). 51M'deki ifadeden 61M'deki ifadeye geçişte, Merve'nin sınıfın paylaşılan bilgisinden yararlanarak bireysel kavram imajını akıl yürüterek düzelttiği sonucuna varılabilir. Bu etkinlikte öğrencilerin özel hal ve genel hal kavramını bilmediklerinden dolayı öğretmen tarafından verilen ipucular sayesinde öğrencilere bu kavramlar öğretilmiştir. Daha sonraki etkinliklerde öğrenciler bu derste öğrendiklerini uygulayarak diğer dörtgenler arasında ilişki kurmaya çalışmışlardır.

Etkinlik 3'te ($K_3$-$E_3$) öğrencilerin kare ve dikdörtgen konusunda oluşturdukları bilgi yapılarını *kullanmaları* ve *pekiştirmeleri* için dört tane soru yöneltilmiştir. Bu soruların işlemsel bilgiye yönelik olması ile öğrencilerin kavramsal bilgilerini sayısal işlemler içeren sorularda kullanarak bu becerilerini de geliştirmeleri amaçlanmıştır. İşlemsel sorulara ilişkin öğrencilerin çözümleri ve çalışma kağıtlarından örnekler aşağıda verilmiştir.

Soru 1

*Y: Karede köşegen aynı zamanda açıortay olduğu için 90 dereceyi ikiye böleriz. 45 derece olur.* $s(ABC) = 45^0$

*N: s(ABC) ile s(BCD) iç ters açı olduklarından* $s(BCD) = 45^o$ *olur. Bunların toplamı da* $90^o$ *dir.*




*Şekil 23.* Öğrencilerin birinci soruya ilişkin çözümüç

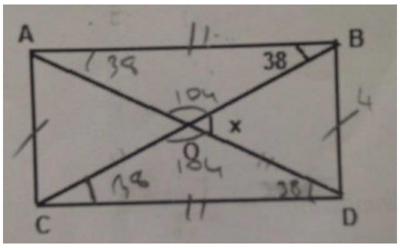
Öğrenciler, karede köşegenlerin kesim noktasının köşegenleri eşit olarak böldüğünü *fark edip kullanarak* yarı köşegenin uzunluğundan tam köşegenin uzunluğunu bulmuşlardır. Ayrıca içters açıyı doğrudan ve hızlıca kullanmaları bu konuyu *pekiştirdiklerini* göstermektedir.

*Soru 2*

*Ş: s(ADC) açısı da 38 olur.*

*N: Şule burası niye 38 olsun, s(BCD) açısı iç ters açıdan 38 olur. İkizkenar olduğunu nerden biliyorsun*

*Ş: çünkü bu iki üçgen birbirine eşittir. (işlemleri yaparak x değerini buldu)*




*Şekil 24.* Öğrencilerin ikinci soruya ilişkin çözümü.

*Soru 3*

*Ş: |AE| uzunluğu açıortay değilmi?*

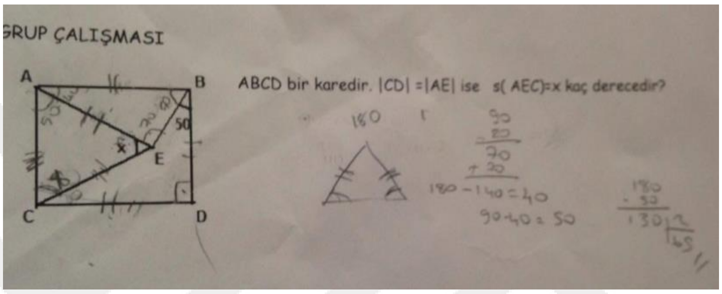
*Y: Köşegen olması gerekiyor kare olduğu için.*

Öğrenciler ilk başta soruda verilen |CD|=|AE| eşitliğini kullanmadan çözmeye çalıştıklarından dolayı doğru sonucu bulamamışlardır. Ancak daha sonra verilen eşitliğin farkına varmışlardır.

*N: Soruda |CD|=|AE| eşitliğini vermiş. Bu şekil de kare olduğu için ve bütün kenarları da eşit olduğunu için burada ikizkenar üçgen oluşur.*

*Y: Aynen..*

Öğrencilerin üçünün de, karenin tüm kenarlarının birbirine eşit olduğu ve bir köşesinin açısının 90$^{o}$ olduğu bilgisini *kullanarak* sonucu doğru şekilde buldukları görülmüştür. Bu durum, öğrencilerin karenin özelliklerini *tanıdığını* göstermektedir.



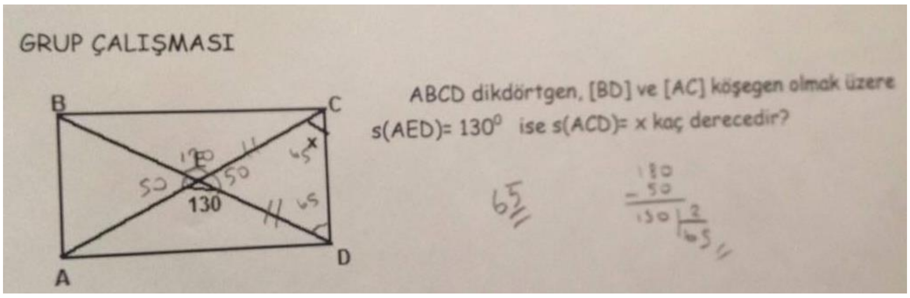

*Şekil 25*. Öğrencilerin üçüncü soruya ilişkin çözümü.

Soru 4

*N: Dikdörtgende köşegenler birbirini dik bölmüyo. Doğrusal olduğu için 180 den 130 çıkarırsak 50 kalır. Şurası 50 derece.*

*Y: Köşegenler birbirini iki eşit parçaya böldüğü için burada ikizkenar üçgen var. Tepe açısı 50 ise tabanların toplamı 130 olur. x= 65 buluruz.*

Bu soruyla öğrenciler, dikdörtgenin köşegenlerinin birbirini dik kesmediği ve köşegenlerin birbirini ortaladığı bilgisini farkederek kullanmışlardır. Aynı zamanda da pekiştirmişlerdir.




*Şekil 26*. Öğrencilerin dördüncü soruya ilişkin çözümü.

Öğrencilerin işlemsel bilgilerini geliştirmek amacıyla her kazanımdan sonra bu tarz sorulara yer verilmiş ve öğrencilerin bu sorulara yukarıda verilen örneğe benzer şekilde çözümler ürettikleri görülmüştür. Bu çözümlerde dikkat çekici bir duruma rastlanmadığı için öğrenci çözümlerine bundan sonraki kazanımlardaki etkinliklerde yer verilmeyecektir.

Etkinlik 4'te ($K_3$-$E_4$) öğrencilerden eşkenar dörtgenin kenar, açı ve köşegen gibi özelliklerini *tanımaları* ve *kullanmaları* amaçlanmıştır. Grubun görüşme metinleri aşağıda verilmiştir.

*2Ş: Şekle bakarsak eşkenar dörtgenin kenarları eşit ve karşılıklı kenarları paralel.*

*3Y: Peki açıları hakkında ne söyleyebiliriz.*

*4Ş: 90 derecedir herbir açısı.*

*5Y: Nerden biliyorsun, kare değil ki bu bak şekle, iki açısı 90 dereceden daha küçük görünüyor.*

*6N: Bencede $90^o$ diyemeyiz.*

*7Y: Karşılıklı açılar birbirine eşit bence.*

*8Ş: Komşu açıların toplamı $180^o$ dir.*

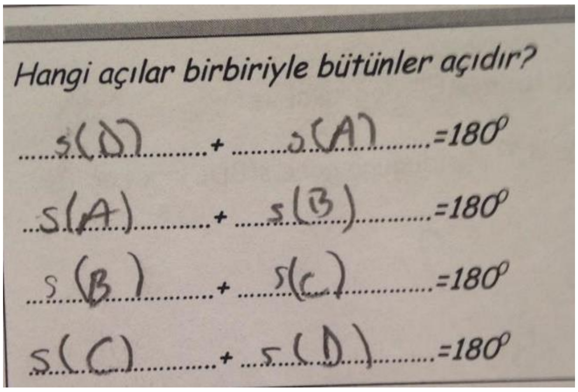
*9N: Neden?*

*10Ş: U kuralını hatırlıyor musun, kenarlar paralel olduğu için bu açılar birbirine komşu oluyor. Toplamları da $180^o$ olur.* ***(Akıl yürütme-İlişkilendirme- Kullanma)***

*11Y: Hangi açılar birbiriyle bütünler açıdır? (soruyu okudu) Bütünler açı neydi?*

*12N: D ile A işte A ile B, B ile C*

*13Y: Hatırladım evet.*




*Şekil 27*. Öğrencilerin çalışma kağıdından görüntü.

*14Y: Köşegenler dik mi yoksa değil midir?*

*15Ş: Karelerin üzerinde gösterirsek (birim karelerin üzerinde göstererek), köşegenlerini çizelim. Köşegenlerin kesiştiği yer 90$^o$. O zaman köşegenler birbirini dik keser.* ***(Tanıma)***

*16Y: Köşegenler birbiri tarafından iki eşit parçaya bölünür mü bölünmez mi?*

*17N: Köşegenler kesiştiği noktada köşegenler iki eşit parçaya ayrılıyor bakın.*

*18Ş: İki eşit parçaya bölünür o zaman.* ***(Fark etme)***

*19Y: Köşegen uzunlukları birbirine eşit mi?*

*20N: Karenin alttan ve üstten çekilmiş hali gibi düşünün. O zaman bi köşegen diğer köşegenden daha uzun oluyor.*

*21Y: Eşkenar dörtgenin köşegen uzunlukları birbirine eşit değildir.*

Öğrencilerin eşkenar dörtgenin tüm kenarlarının eşit ve birbirine paralel olduğunu *farkettikleri* görülmüştür. Açı özelliklerine gelindiğinde Şule 90$^o$ olduğunu iddia etmiş (4Ş) fakat Yiğit ve Nida buna karşı çıkmışlardır (5Y, 6N). Eşkenar dörtgenin karşılıklı açılarının eşit olduğu (7Y), komşu açılarının toplamının 180$^o$ olduğunu (10Ş) ve bütünler açıların hangi açı çiftlerinin olduğunu (12N) *tanıdıkları* ve *kullandıkları* belirlenmiştir. Ayrıca Şule'nin geçmiş derslerde öğrendiği U kuralını yeni konu ile *ilişkilendirerek kullanmasıyla* grubun paylaşılan bilgisine katkı sağlamıştır (10Ş). Öğrenciler, eşkenar dörtgenin köşegenlerinin birbirine dik olduğunu (15Ş), birbirini iki eşit parçaya böldüğünü (18Ş) ve köşegen uzunluklarının birbirine eşit olmadığını (21Y) birim kareler üzerinde çizilen eşkenar dörtgen üzerinde göstererek f*arkına varmışlardır*. Ancak öğrencilerin bu esnada kare etkinliğinde olduğu gibi seri ve emin cevaplar veremedikleri de görülmüştür.

Kare ve eşkenar dörtgen arasındaki ilişkiyi sorgulayan ve karenin eşkenar dörtgenin özel hali olduğunu oluşturmaları beklenen Etkinlik 5'e ($K_3$-$E_5$) yönelik öğrencilerin görüşme metinleri aşağıda sunulmuştur.

*32Y: Kare ve eşkenar dörtgenin bütün kenarları birbirine eşittir.*

*33Ş: Karenin tüm açıları 90$^o$ iken, eşkenar dörtgeninki değildir.*

*34A: Kare ve dikdörtgen arasındaki benzer ilişkiyi eşkenar dörtgen ve kare için de kurabilir misiniz?*

*35Ş: Birbirinin özel hali genel hali olması durumu gibi değil mi?*

*36A: Evet aynen öyle bir ilişki kuracaksınız, grupça tartışarak bu soruyu cevaplayın bakalım.*

*37Ş: Tanımlardan gideceğiz. Önce karenin tanımını yapalım sonra da eşkenar dörtgenin tanımını yapalım.*

*38Ş: Karenin özellikleri neydi Nida? Karşılıklı kenarları paralel, bütün kenarları eşit, bütün açıları 90º derecedir. Eşkenar dörtgende ise bütün açıları 90º değil.* ***(Kullanma, Dolaysızlık-Pekiştirme)***

*39N: Eşkenar dörtgenin tanımını yapalım şimdide.*

*40Y: Bütün kenarları birbirine eşit, karşılıklı kenarları birbirine paralel dörtgene eşkenar dörtgen denir.* ***(Ekonomik tanım)***

*41N: Dediğim gibi biz kareyle dikdörtgeni neden ayırdık, çünkü karenin bir özelliğinden dolayı dikdörtgenin özel hali oluyordu o da neydi karenin bütün kenarlarının eşit olmasıydı. Eşkenar da karenin özellikleri tüm kenarları eşit ve karşılıklı kenarları paralel biz burada eşkenar dörtgenin tanımıyla kare de çizebiliriz. Ama karenin bir özelliğini daha eklediğimiz zaman kare daha özel oluyor.* ***(Yeni yapılara ulaşma-Oluşturma)***

*42Y: Evet evet doğru söylüyorsun bütün açıları 90º dediğimiz zaman kare çizebiliyoruz.* ***(Akıl yürütme- Oluşturma)***

*43Ş: Eşkenar dörtgenin tanımını hem eşkenar dörtgen için hemde kare için kullanabiliriz. Ama fazladan bide bütün açıları 90º olmalı dediğimizde sadece kare çizebiliyoruz.*

*44Y: Karenin daha fazla özelliği olduğu için kare eşkenar dörtgenin özel halidir.*

*45Ş: Eşkenar dörtgen de daha genel olur.*

*46A: Bütün kareler eşkenar dörtgen midir aynı zamanda?*

*47Y: Hayır açılardan dolayı...*

*48Y: Ama hocam şu tanımı eklersek kare oluşuyordu.*

*49N: Kare eşkenar dörtgenin tanımına uyuyor o zaman kare aynı zamanda eşkenar dörtgendir.*

*50Ş: Hocam o zaman eşkenar dörtgenden kare oluşturabiliriz.*

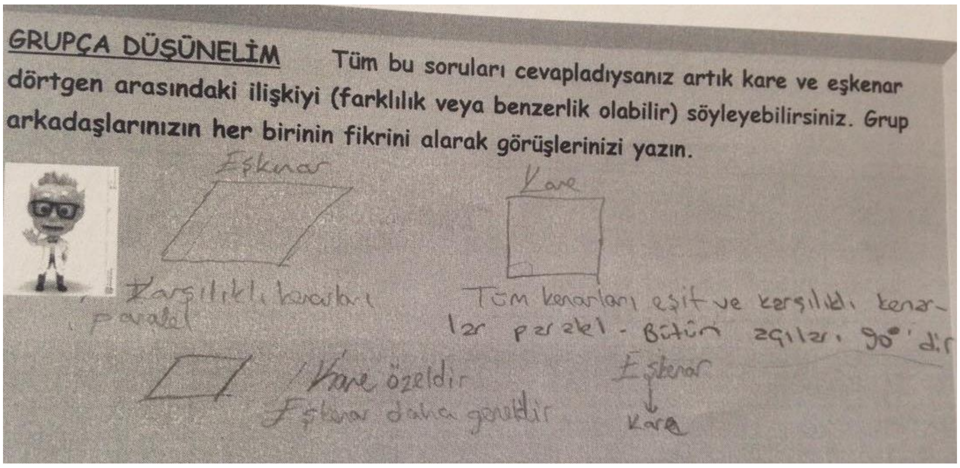
*51Y: Evet.*

*52Ş: Nasıl bir dikdörtgenden kare oluşturuyorsak.*

*53A: Nasıl oluşturursun?*

*54Ş: Açılarını 90'ar derece yaptığımızda.*

*55Y: Yani kare daha özel.*




*Şekil 28.* Öğrencilerin çalışma kağıdından görüntü.

32Y ve 33Ş deki ifadelerden Yiğit ve Şule'nin kare ile eşkenar dörtgenin benzerliklerini ve farklılıklarını *tanıdıkları* ve *kullandıkları* görülmüştür. Yiğit ve Şule, kare ve eşkenar dörtgen arasında özel hal ilişkisi kurulması istendiğinde, kare ve eşkenar dörtgenin tanımlarından bu ilişkinin kurulabileceğini *farketmişlerdir* (37Ş). 40Y'deki ifadesinde Yiğit'in eşkenar dörtgenin sadece kritik özelliklerini *kullanarak* ekonomik bir tanım yaptığı görülmektedir. Bu da Yiğit'in bir önceki etkinlikte dikdörtgenin tanımında genel ifadelerin kullanılması gerektiği bilgisini *kullandığı* ve dolayısıyla *pekiştirdiğini* göstermektedir. Öğrenciler, kare ile eşkenar dörtgeni *ilişkilendirirken,* kare ve eşkenar dörtgenin ekonomik tanımlarını yapmaları sayesinde eşkenar dörtgenin tanımıyla karenin de çizilebileceğini (43Ş), bütün açılarının $90^o$ olması özelliğinin eklenmesiyle de sadece karenin çizilebileceği (41N, 42Y) bilgisini *oluşturmuşlardır.* Öğrenciler karenin kritik özelliğinin daha fazla olması gerektiğini *fark ederek,* eşkenar dörtgenin özel hali olduğunu *matematiksel bir dil kullanarak* açıklamışlardır (44Y, 45Ş, 49N, 54Ş, 55Y). Öğrencilerin dörtgenleri tanımlarken kritik özelliklerini kullanmaları, onların dörtgenler arasında ilişki kurabilmelerini kolaylaştırmaktadır.

Etkinlik 7'de ($K_3$-$E_7$) öğrencilerin paralelkenarın kenar, açı ve köşegen özelliklerini *tanıyarak kullanmasına* yönelik sorulara yer verilmiştir. Öğrencilerin bu etkinlikteki görüşme metinleri aşağıda sunulmuştur.

*3Ş: Paralelkenarın karşılıklı kenarları birbirine paraleldir.* ***(Tanıma)***

*4Y: Karşılıklı kenarların uzunlukları birbirine eşittir.* ***(Tanıma)***

*5N: Karşılıklı açılar birbirine eşittir.* ***(Tanıma)***

*6Y: Komşu açıların toplamı $180^o$ dir.* ***(İlişkilendirme-Kullanma)***

*7N: A ile B açısının ve C ile D açısının toplamı 180$^o$* dir.***(Açıklama-Kullanma)***

*8Y: B ile C ve A ile D açısınında toplamı 180$^o$* dir. ***(Açıklama-Kullanma)***

*9Y: Köşegenlerinin uzunlukları birbirine eşit değil (köşegenleri çizerek arkadaşlarına gösterdi)*

*10N: Köşegenler birbirine dik mi? Çizelim (köşegenleri çizdi) dik değil.*

*11Y: Evet değil.*

*12Y: Köşegenler birbiri tarafından iki eşit parçaya bölünür mü?*

*13N: Evet bölünür şu uzunlukla şu uzunluk, şu uzunlukla da şu uzunluk birbirine eşittir. (şekil üzerinde köşegen uzunluklarını göstererek)*

Öğrencilerin paralelkenarın kenar özelliklerini (3Ş, 4Y), açı özelliklerini (5N, 6Y, 7N, 8Y) ve köşegen özelliklerini (9Y, 10N, 11Y, 13N) şekil üzerinde *tanıdıkları* ve *kullandıkları* açıkça görülmektedir. Öğrencilere verilen birim kağıt üzerindeki paralelkenar, köşegenlere ait özellikleri gösterirken öğrencilere yardımcı olmuştur.

Etkinlik 8'de de ($K_3$-$E_8$) öğrencilerin paralelkenar ile dikdörtgen ve eşkenar dörtgen arasındaki ilişkiyi *farketmeleri* ve dikdörtgen ile eşkenar dörtgenin paralelkenarın özel hali olduğunu *oluşturmaları* istenmiştir. Öğrencilerin bu etkinliğe ait diyaloğu aşağıda sunulmuştur.

*1Ş: Geçen dersteki gibi hangisi hangisine göre daha genel onu bulacağız.*

*2N: Tanımlardan gidicez.*

*3Y: Dikdörtgenin tanımını yazalım.*

*4Ş: Karşılıklı kenarları eşit ve paralel olan.* ***(Kullanma, Esneklik-Pekiştirme)***

*5N: Her bir açısı 90$^o$ olan dörtgene dikdörtgen* denir *(kağıda tanımı yazdı).* ***(Kullanma, Esneklik-Pekiştirme)***

*6Y: Şimdi dikdörtgenin köşegen uzunlukları eşit ama paralelkenarın köşegen uzunlukları eşit değil. Köşegen uzunlukları eşit olan (kağıttaki tanıma bu ifadeyi de ekledi) dörtgendir..****(Kritik olmayan özellik)***

*7Ş: Paralelkenar daha mı özel, ama önce paralelkenarın tanımını yazıp sonra dikdörtgene geçebiliriz o zaman dikdörtgen daha özel.*

*8Y: Hocam biz dikdörtgenin tanımını yazdık bu tanımda köşegen uzunlukları birbirine eşit değil dersek paralelkenar çizmiş oluruz. ..****(Kritik olmayan özellik)***

*9N: Hocam biz tanımda karşılıklı kenarları birbirine eşit ve paralel herbir açısı $90^o$ olan köşegen uzunlukları birbirine eşit olan dörtgen dediğimizde köşegen uzunlukları kısmına kadar olan tanımla hem paralelkenar hemde dikdörtgen çizebiliriz.*

*10A: Bu tanıma uygun şekiller çizer misiniz?*

*11Ş: Köşegen uzunlukları eşit olmayan bir sürü şekil çizilir o zaman.*

(Öğrenciler bir süre düşündüler, tereddüt ederek fikirlerini belirttiler, yazdıkları tanımı silerek soruyu baştan yapmaya karar verdiler)

*12N: Dikdörtgenin her bir açısı $90^o$, paralelkenarınki değil bence ikisini ayıran özellik bu.*

*13Y: Karşılıklı kenarları eşit ve paralel olan, karşılıklı açıları birbirine eşit olan dörtgene paralelkenar denir (kağıda bu tanımı yazdı). Bu tanımla paralelkenar da çizilir dikdörtgen de çizilir. **(Oluşturma, Kritik olmayan özellik)***

*14Ş: Paralelkenarın tanımı daha kısa olduğu için paralelkenar dikdörtgenden daha geneldir. Dikdörtgen olması için her bir açısının $90^o$ olması gerekir. **(Oluşturma)***

*15Ş: Paralelkenarın tanımıyla eşkenar dörtgen de çizilir. O yüzden paralelkenar eşkenar dörtgene göre de daha geneldir.*

Önceki etkinlikte tüm sınıfın katılımıyla oluşturulan dikdörtgenin ekonomik tanımını Şule ve Nida bu etkinlikte *kullanmış* ve *pekiştirmişlerdir* (4Ş, 5N). Yiğit, paralelkenarı tanımlarken dikdörtgenin tanımından farkının, köşegen uzunluklarının olmaması gibi kritik olmayan bir özellik eklemiştir (6Y, 8Y). Yiğit'in grubun paylaşılan bilgisine kattığı bu bilgiyi Nida'nın da *kullandığı* görülmüştür (9N). Bu yüzden Yiğit ve Nida'nın zihninde kapsama ilişkisini tam oluşturamadıkları söylenebilir (6Y, 8Y, 9N). Araştırmacı yanlış bilginin oluşturulmasına engel olmak için öğrencilere soru sorarak (10A) onların bu durum üzerinde düşünmelerini sağlamıştır. Daha sonra Nida *akıl yürüterek* dikdörtgen ve paralelkenar arasındaki farklılığı ortaya koyan özelliği bulmuştur (12N). Grubun diğer üyeleri de Nida'nın ortaya koyduğu bu bilgi yapısına katkıda bulunarak dikdörtgenin, paralelkenarın özel hali olduğunu oluşturmuşlardır (13Y, 14Ş). Bu sırada Şule, paralelkenarın tanımıyla aynı zamanda eşkenar dörtgende çizilebileceğini *farketmiş,* aralarındaki farklılığın sadece eşkenar dörtgenin tüm kenarlarının eşit olmasından kaynaklandığını ifade ederek, eşkenar dörtgenin paralelkenarın özel hali olduğu bilgisini *oluşturmuştur.*

Etkinlik 10'da ($K_3$-$E_{10}$) yamuğun çeşitlerine ve açı özelliklerine yönelik hazırlanmış sorular yer almaktadır. Bu sorularla öğrencilerin yamuğun açı, kenar özelliklerini tanımaları ve kullanmaları amaçlanmıştır. Öğrencilerin bu etkinlikteki diyaloglarına aşağıda yer verilmiştir.

*1N: Yamuğun kenar uzunlukları ve açıları birbirine eşit değildir. (kağıda da yazdı)*

*2Y: İkizkenar yamuğun yan kenarları birbirine eşit yani |EG|=|FH|*

*3N: Açıları eşit değil bence karşı açıları birbirine eşit.*

*4Y: Ama ikizkenar yamuk.*

*5Ş: Bencede eşit değil.*

*6N: Ben G ve H açıları eşit diyorum. (taban açılarını kastediyor)*

*7Y: Ha tamam. O zaman komşu açıları eşittir(kağıda yazdı) karşılıklı açıların toplamı $180^o$ dir (E ve H açılarını göstererek)*

*8Ş: Dik yamuğun herbir açısı ve kenar uzunlukları hakkında ne söyleyebilirsiniz?(soruyu okudu)*

*9Y: İki açısı $90^o$ dir.*

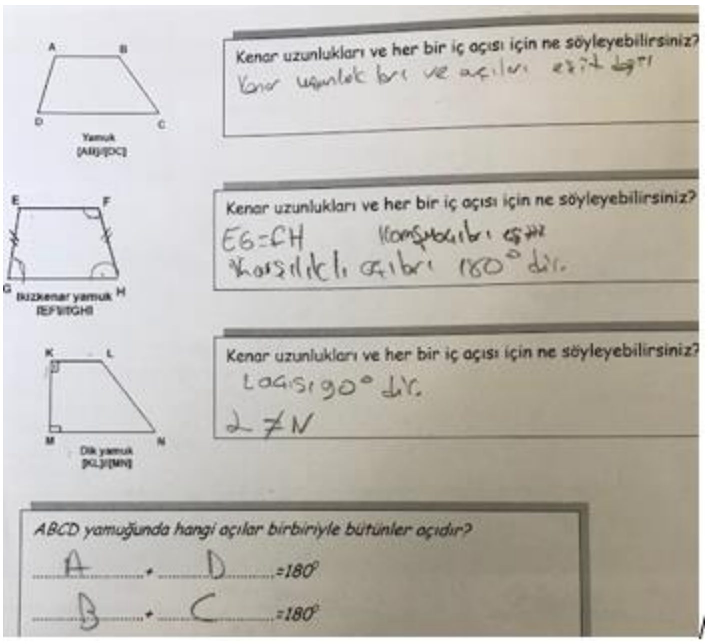
*10N: L ve N açısı birbirine eşit değil.*

*11Y: Toplamları $180^o$ dir ama.*

*12N: Evet ama birbirlerine eşit değildir.*

*13N: ABCD yamuğunda hangi açılar bütünler açıdır? (soruyu okudu) A ile D*

*14Y: B ile C açısı bütünler açıdır.* ***(Tanıma)***




*Şekil 29.* Öğrencilerin çalışma kağıdından görüntü.

Yamuğun kenar uzunluklarının birbirine eşit olmadığı (1N), ikizkenar yamukta taban açılarının birbirine eşit olduğu (2Y, 6N, 7Y), dik yamukta iki açısının $90^0$ olduğunu ve ABCD yamuğundaki bütünler olan açı çiftlerini öğrenciler *tanımış* ve *açıklamışlardır* (Şekil 29). Öğrencilerin komşu ve bütünler açıların özelliklerini yamuk üzerinde göstermeleri, önceden oluşturdukları bu bilgi yapılarını pekiştirdiklerine dair örnek teşkil etmektedir.

Etkinlik 11'de ($K_3$-$E_{11}$) öğrencilerden yamuğun diğer dörtgenlerle olan ilişkisinin incelenmesi ve yamuğun kapsama ilişkisi bakımından en genel dörtgen olduğunu oluşturmaları beklenmiştir. Öğrencilerden elde edilen bulgular aşağıda sunulmuştur.

*1Ş: İlk önce dikdörtgen ile yamuğun ilişkisine bakalım.*

*2N: İlk önce dikdörtgen çizelim sonrada yamuk çizelim. Yamuğu dikdörtgene tamamlayalım.*

*3Ş: O zaman yamuk dikdörtgenin özel halidir.*

*4Y: Hayır.*

*5Ş: İyi de yamuğun daha çok özelliği var.*

*6Y: Yamuğu dikdörtgene tamamlayınca, yamuk dikdörtgenin özel halidir diyemeyiz.*

*7N: Dikdörtgenin önce bi tanımını yazalım bakalım ki o tanımla yamuk çizilebiliyor mu?*

*8Ş: Karşılıklı kenarları birbirine paralel.*

*9Y: Bu tanımla dikdörtgen çizebiliriz ama yamuğu çizemeyiz.*

*10Ş:Dikdörtgen çizebiliriz ama buna ek özellikler katarsak yamuğu da çizebiliriz, o yüzden yamuk daha özel.*

*11N: Ama karşılıklı kenarlar birbirine paralel dediğimizde yamuğu çizemeyiz ki yan kenarlar birbirine paralel olduğunu nerden bilicez, paralel değil ki.*

*12Ş: Çizemiyorsak nasıl dikdörtgene tamamlıyoruz.*

.......

*13N: Karşılıklı kenarları birbirine paralel şekiller çiz desen ben yamuk da çizerim.*

*14Ş: Yan kenarlar da karşılıklı ama bak uzatınca kenarları birleşiyorlar paralel değil ki, karşılıklı kenarlar birbirine paralel diyorsun.*

*15Y: Dikdörtgen daha özeldir.*

*16Y: Üst ve alt kenarlar birbirine paralel, yan kenarlar birbirine paralel değildir.*

*17Ş: Bu tanımla dikdörtgeni çiziyoruz ama yamuk için özel olarak yan kenarlar birbirine paralel değildir eklersek, yamuğun daha çok özelliği olur yamuk daha özel olur.*

*18Y: Hayır, kenarları paralel derken ikisini de çizebiliriz fakat iç açıları 90º dersek sadece dikdörtgeni çizebiliriz, o yüzden dikdörtgenin tanımı daha özeldir.*

*19N: Hayır dikdörtgenin tanımına yan kenarlar birbirine paralel değil dersek yamuğu çizeriz.*

*20Y: Sırf açılar araya giriyor daha özel oluyor bence dikdörtgen özel.*

*21N: Aslında Yiğit'in dediği doğru gibi.*

*22Y: Bak yamuğun çizilmesi için iki kenarının paralel olması yeterli, bu tanımla her ikisinide çizebiliriz ama birde bu tanıma iç açılarının 90'ar derece olmasını eklersek dikdörtgen de çizeriz o zaman hangisi daha özel olur?* ***(Akıl yürütme-Oluşturma)***

*23N: Dikdörtgenin fazladan özelliği olduğu için dikdörtgen daha özel olur. Anladım.*

Yamuğun dikdörtgenle ilişkisinin incelendiği bu kısımda öğrenciler yamuk ve dikdörtgenin tanımlarını *kullanmaya* özen göstermişlerdir (7N, 8Ş, 9Y). Bu durum öğrencilerin artık dörtgenlerin tanımlarına dikkat ettiklerini ve tanımlara özellikler ekleyip çıkardıklarında farklı dörtgenler elde edebileceklerini görmeye başladıklarını göstermektedir. Yamuğun tanımını dikdörtgenin tanımı ile ilişkilendirmekte ve yamuğu tanımlamakta öğrencilerin güçlükler yaşadığı görülmektedir. Şule, dikdörtgenin tanımına yan kenarların birbirine paralel olmadığı özelliğini katarak yamuğu çizebileceğini dolayısıyla yamuğun daha özel bir hal olduğunu ısrarla belirtmiştir (5Ş, 10Ş, 17Ş). Burada Şule duruma sadece tek taraflı bakmakta ve dikdörtgenin tanımından yamuğa gitmeyi tercih etmektedir. Ancak grup arkadaşlarının Şule'nin bu fikrini sorguladıkları ve mantıklı bulmadıkları görülmüştür. Nida, Şule'den farklı düşünmekte fakat bunu matematiksel bir dil kullanarak ifade edememektedir. Yiğit yamuğun tanımından dikdörtgene gitmeyi deneyerek, yamuğun tanımını *tanıyıp kullanmıştır* ve yamuğun dikdörtgene göre daha genel olduğunu *oluşturmuştur* (18Y). Yiğit'in grubun paylaşılan bilgisine kattığı 18Y'deki ifade, Nida'nın akıl yürütmesini sağlamış ve Yiğit'in fikrinin doğru olduğunu tasdik etmiştir (23N).

*24N: Eşkenar dörtgen ile yamuk arasında nasıl bir ilişki vardır?*

*25N: Eşkenar dörtgende de karşılıklı kenarlar birbirine paralel.*

*26Ş: Bence eşkenar dörtgen özeldir. Karşılıklı kenarların bir tanesi bile paralel olsa yamuğun çizilmesine yeterdi, eşkenar dörtgen de bütün karşılıklı kenarlar birbirine paralel ve eşit. O yüzden özeldir.* ***(Akıl yürütme-Oluşturma)***

*27Ş: (Kağıda yazarak) Eşkenar dörtgen ile yamuk arasında ilişki vardır. Çünkü eşkenar dörtgenin tanımı daha özeldir. Kenarlar paralel derken ikisini de çizeriz fakat bütün kenarları paralel ve eşit dersek eşkenar dörtgen çizebiliriz.* ***(Dil geliştirme-Oluşturma)***

(Diğer grup üyeleri Şule'nin ifadesini onaylar şekilde mimik ve hareketlerde bulundular)

Yamuğun dikdörtgenle ilişkisi incelendiğinde sessiz kalan Şule grubun paylaşılan bilgisini kullanarak eşkenar dörtgenin bütün kenarlarının eşit ve paralel olduğunu, yamuğun sadece alt ve üst tabanının paralel olduğunu bu yüzden de eşkenar dörtgenin yamuğun özel hali olduğunu *oluşturmuştur* (26Ş, 27Ş).

*28A: Evet arkadaşlar ne yaptınız? Fikirlerinizi almak istiyorum.* ***(Yansıtıcı diyalog)***

*29Y: Yamuğun hepsiyle ilişkisi var. Karşılıklı kenarları birbirine paralel dediğimiz zaman yamuğu çizebiliriz ama başka özellikler eklediğimizde diğer hepsini çizeriz. Yani yamuk en genel.*

*30A: Karşılıklı kenarlar derken neyi kast ediyorsun Yiğit?*

*31Y: Nasıl desem ki üst ve alt taban birbirine paralel hepsini bununla çizebiliriz ama farklı özellikler geldiği zaman diğerlerini çizebiliriz. Bana göre bütün şekiller arasında yamuk en geneli. Mesela üst ve alt taban birbirine paralel dedik, hepsininki paralel. Sonra dedikki iç açılarının ölçüsü 90º o zaman da dikdörtgen ve kare çizdik, bütün kenarları eşit deyince de kare çizdik.****(Dil geliştirme-Oluşturma, Farkındalık-Pekiştirme)***

*32N: Basamak gibi özellikleri kata kata aşağı iniyorsun.* ***(İlişkilendirme-Oluşturma)***

*33Ş: Kare ve dikdörtgende karşılıklı kenarlar birbirine paralel ve eşit diyorduk, kare için de ek olarak bütün kenarları birbirine eşit diyince de kareyi çiziyorduk. Yamukta ise alt ve üst taban birbirine paralel iken dikdörtgende ise karşılıklı kenarlar birbirine paralel, benzer şekilde de eşkenar dörtgende de bütün kenarları paralelken yamuk da sadece iki kenar orda da eşkenar dörtgen daha özel oluyor, yani hocam yamuk burdakilerin genel halidir o yüzden de ilişki vardır hepsiyle de.* ***(Açıklama-Kullanma)***

*34Y: Bence en geneli yamuk. Tek özelliği alt ve üst tabanın birbirine paralel olması bütün hepsinde gerçek ama diğer özellikler ekleyince de diğerleri ortaya çıkıyor en genel yamuk.* ***(Açıklama-Kullanma)***

*35 A: Peki bir sıralama yapsan en genelden en özele doğru nasıl sıralarsın?*

*36Y: Yamuk, paralelkenar, eşkenar dörtgen, dikdörtgen, kare.*

*37A: Yamuğun üstüne ne yazabilirsiniz? Bu şekillerin ortak özelliği ne?*

*38N: Dörtgen yazarız.*

Araştırmacı öğrencilerin oluşturmuş oldukları argümanları birleştirerek anlatmalarını istemiştir (28A). Bunun üzerine Yiğit yamuğun neden en genel dörtgen olduğunu anlatmıştır (29Y, 31Y, 34Y). Nida dörtgenler arasındaki kapsama ilişkisinin *farkına vardığını* 32N'deki ifadesiyle göstermiştir. Nida genelden özele doğru dörtgenler sıralandığında sahip oldukları özelliklerin sayısının arttığı bilgisini *oluşturmuştur.* Şule de grubun paylaşılan bilgisinden yararlanarak şimdiye kadar ki oluşan süreci *açıklamıştır* (33Ş).

*39A: Dikdörtgen ile eşkenar dörtgen arasında ilişki varmı?*

*40Y, Ş, N: Evet var.*

*41Y: Açı giriyo işin içine.*

*42Ş: Dikdörtgen ve eşkenar dörtgen de de eşkenar dörtgen daha özel oluyor değil mi?*

*43Y: Hayır dikdörtgen daha özel oluyor.*

*44N: Neden öyle oluyor.*

*45Ş: Dikdörtgenin iç açıları 90'ar derece ya.*

Dikdörtgen ile eşkenar dörtgen arasında da bir ilişki olduğunu belirten öğrenciler (40) dikdörtgenin açılarının $90^o$ olmasından dolayı daha fazla özelliği olduğunu, bu yüzden eşkenar dörtgenin özel hali olduğunu düşünmüşlerdir. Eşkenar dörtgenin bütün kenarlarının eşit olması, dikdörtgenin de açılarının $90^o$ olmasını göz ardı etmelerinden dolayı ikisi arasında bir ilişki olmadığı bilgisini *oluşturamamışlardır.*

*46N: Paralelkenar ile yamuk arasındaki ilişkiyi de yazalım kağıda.*

*47Y: Eşkenar dörtgende ki gibi ama eşit olmasına gerek yok.* ***(İlişkilendirme-Kullanma)***

*48N: O zaman paralelkenar daha özeldir. Alt ve üst taban birbirine paralel dersek her ikisini de çizebiliriz. Ama bu tanıma ek olarak bütün kenarları birbirine paralel olmalı dersek paralelkenar çizebiliriz.* ***(Akıl yürütme-Oluşturma)***

Yiğit ve Nida, paralelkenarın bütün kenarlarının birbirine paralel olmasının ona daha çok özellik kattığını belirterek, paralelkenarın yamuğun özel hali olduğunu *oluşturma* eyleminde gerçekleştirmişlerdir (47Y, 48N). Şule bu etkinlikte sessiz kalmayı tercih etmiştir. Nida, Yiğit'in fikrini (47Y) tamamlayarak paralelkenar ile yamuk arasında kapsama ilişkisini *oluşturmuştur.* Şule'nin bu bilgi yapısını kullanıp kullanmayacağı bireysel görüşmelerde ortaya çıkacaktır.

Etkinlik 13' de ($K_3$-$E_{13}$) ise öğrencilere doğru ve yanlış önermeler verilmiştir ve bu önermelerle öğrencilerin şimdiye kadar öğrendiklerini *kullanarak* bu soruları cevaplamaları beklenmiştir. Ayrıca bu önermelerle öğrencilerin dörtgenler arasındaki ilişkinin geçişli ve asimetrik olduğunu fark edebilmeleri amaçlanmıştır. Bu etkinliğe ait öğrencilerin görüşme metinleri aşağıda verilmiştir.

*1Y: Bütün kareler dikdörtgendir? Evet doğru. Çünkü biz ne dedik dikdörtgenin tanımıyla kare de çizebiliriz.* ***(Farkındalık-Pekiştirme)***

*2N: Evet kare dikdörtgenin özelliklerini taşır.* ***(Farkındalık-Pekiştirme)***

*3Y: Bütün paralelkenarların eş köşegenleri vardır?*

*4N: Hayır. Eş köşegenleri yoktur. Çünkü paralelkenar dikdörtgenin yamultulmuş hali olduğu için köşegenlerin uzunlukları eşit değildir.****(Açıklama-Kullanma)***

*5Y: Bazı eşkenar dörtgenler, paralelkenardır?*

*6N: Bütün eşkenar dörtgenler paralelkenardır.****(Akıl yürütme-Kullanma, Açıklık-Pekiştirme)***

*7Ş: Tablo çizmiştik ya eşkenar dörtgenler paralelkenardan sonra geldiği için paralelkenarın bütün özelliklerini taşıyordu. O zaman bütün eşkenar dörtgenler paralelkenardır doğru olur.* ***(Farkındalık-Pekiştirme)***

*8Y: Evet bazıyı silip bütün yazmalıyız.*

*9Y: Bütün paralelkenarlar yamuktur?*

*10N: Doğru. Çünkü yamuğun tanımıyla paralelkenar çizebiliriz.* ***(Özgüven-Pekiştirme)***

İlk önermeyle Yiğit ve Nida, dikdörtgen ve kare arasındaki kapsama ilişkisini *farkındalık* kazanarak *pekiştirmişlerdir* (1Y, 2N). İkinci önermeyle Nida paralelkenarı "dikdörtgenin yamultulmuş hali" şeklinde tanımlayarak köşegen uzunluklarının eşit olamayacağını belirtmiştir (4N). Şule'nin önceki etkinliklerde grubun paylaşılan bilgisine kattığı "dikdörtgenin yamultulmuş hali" ifadesini Nida bu etkinlikte *kullanmıştır.* "Bazı eşkenar dörtgenler paralelkenardır" önermesinde her üç öğrenci de eşkenar dörtgen ve paralelkenar arasındaki kapsama ilişkisini oluşturmuş olacak ki bütün eşkenar dörtgenlerin paralelkenar olduğu bilgisini *kullanmışlardır* (6N). Öğrencilerin burada önceden oluşturmuş oldukları bilgiyi farklı bir soruda yorum yaparken kullanması, bu bilgiyi *yansıttıklarını* dolayısıyla *pekiştirdiklerini* göstermektedir. "Bütün paralelkenarlar yamuktur" önermesinde Nida daha genel olan dörtgenin tanımıyla daha özel olan dörtgenin çizibileceği bilgisini *oluşturmuş* ve bu soruyla da pekiştirmiştir (10N). Ancak Nida'nın "bütün paralelkenarlar" ifadesini dikkate alarak mı yoksa sadece paralelkenarı düşünerek mi bu cevabı verdiği bireysel görüşmelerde açıklığa kavuşacaktır.

*11Y: Bazı paralelkenarlar dikdörtgendir?*

*12Y: Size bir soru, yamuğu paralelkenardan ayıran özellik nedir?*

*13N: Çünkü paralelkenar daha özeldir.*

*14Y: Ne işte ayıran özellik?*

*15Ş: Yamukta alt ve üst taban paralelken, paralelkenarda bütün kenarlar paraleldir.**(Esneklik-Pekiştirme)***

*16Y: Madem bütün kenarlar paralelse dikdörtgende çizebiliriz. **(İlişkilendirme-Kullanma)***

*17N: Biz ne dedik paralelkenar dikdörtgenden daha genel.*

*18Y: Paralelkenarın tanımıyla dikdörtgen çizebiliriz.*

*19Ş: Genelden mi özel çizebiliriz özelden mi genel çizebiliriz?**(Yeni yapıya olan ihtiyaç)***

*20Y: Genelden özel çizebiliriz.*

*21Y: Dikdörtgenin tanımıyla kare çizebiliriz ama karenin tanımıyla dikdörtgen çizemeyiz. **(Akıl yürütme-Kullanma)***

*22N: Bu ifade yanlış oluyor o zaman. Diğer ifadelerde özelden genele doğru yazılmış bakın kareden dikdörtgene, eşkenar dörtgenden paralelkenara, paralelkenardan yamuğa ama bunda paralelkenardan yamuğa yazmış o yüzden yanlış bu.*

*23A: (Bir kağıda paralelkenar ve dikdörtgen çizerek) Hangisi paralelkenardır?**(Eleştirel diyalog)***

*24N: (paralelkenarı göstererek) Bu!*

*25Ş: İkisi de.*

*26Y: (paralelkenarı göstererek) Bu! Hayır hayır ikiside.*

*27N: Haaa evet tamam ikiside.*

*28Y: Evet hocam çünkü paralelkenarın tanımıyla ikisini de çizebildiğimiz için ikiside paralelkenardır. **(Farkındalık-Pekiştirme)***

*29A: O zaman bazı paralelkenarlar dikdörtgen midir?*

*30Y: Hayır değildir.*

*31Ş: Öyledir bu ifade doğrudur.*

*32N: Bu ifade yanlış hocam.*

*33Y: Paralelkenar dikdörtgendir ama dikdörtgen paralelkenar değildir.*

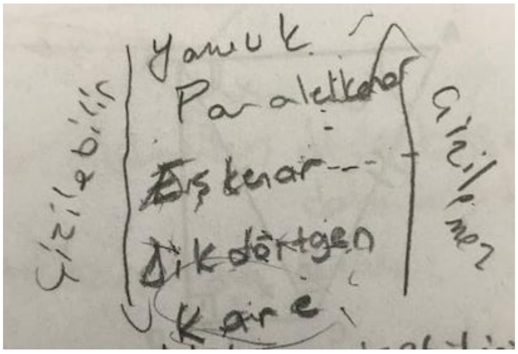
*34A: Paralelkenarın tanımına dikdörtgen uyuyor mu?* ***(İleriye dönük diyalog)***

*35Y: Evet uyuyor da hocam şimdi (altalta yazarak) yamuk, paralelkenar, eşkenar dörtgen, dikdörtgen, kare. Hocam şimdi yamuğun tanımıyla paralelkenar çizebiliriz doğru, paralelkenarın tanımıyla eşkenar çizebiliriz doğru, eşkenarın tanımıyla dikdörtgen çizebiliriz, dikdörtgenin tanımıyla kare çizebiliriz, paralelkenarın tanımıyla dikdörtgen çizebiliriz ama dikdörtgenin tanımıyla paralelkenar çizemeyiz. Bazı paralelkenarlar dikdörtgendir ifadesi yanlış oluyor o yüzden.* ***(Yaygın bilişsel yol)***

*36A: Sen şurda basamak atladığı için mi çizilemez diyorsun?*

*37Y: Hayır. Yamuğun neydi alt ve üst tabanları paralel, paralelkenar neydi karşılıklı kenarlar paralel, eşkenarınki neydi bütün kenarları eşit, (dikdörtgenle eşkenar dörtgeni işaret ederek) bence şunlar yer değiştirmeli, kareninki en özel. Şimdi biz özelin tanımıyla geneli çizemeyiz bence bu yanlış.*

*38Y: Hatta şuraya ok çizelim (en üstten aşağı doğru) çizilebilir yazalım; bide tam tersi yönde çizelim çizilemez yazalım.* ***(Dil geliştirme-Oluşturma)***




*Şekil 30.* Öğrencilerin çalışma kağıdından görüntü.

*39A: Bu şekle göre paralelkenarların bazıları 90º olabilir mi?*

*40N: Evet olabilir bazıları doğru dediği için doğru değil mi hocam?*

*41Y: Tamam ya doğru her ikisininde karşılıklı kenarları paralel. O zaman hepsi birbiriyle bağlantılı, kareler yamuktur dediğimizde de doğru, bütün kareler eşkenar dörtgendir paralelkenardır dediğimizde de doğru.* ***(Akıl yürütme-Kullanma)***

Son önermedeki "bazı" kelimesi Yiğit'in kafasını karıştırmış olacakki grup arkadaşlarıyla birlikte akıl yürütmek için onlara yamuk ile paralelkenarı birbirinden ayıran özelliği sormuştur (12Y). Yiğit burada aslında şimdiye kadar oluşturdukları kapsama ilişkisini hatırlamak istemiştir. Paralelkenar-dikdörtgen ilişkisinden yola çıkarak (15Ş, 16Y, 17N, 18Y) genelden mi özel yoksa özelden mi genel çizilir şeklinde aralarında *akıl yürütmeye* çalıştıkları görülmektedir (19Ş, 20Y, 21Y). Bu önermede öğrencilerin zorluk çekmeleri nedeniyle araştırmacı etkinliğin amacını daha alt boyutlara indirgeyerek onları sürece dahil etmek istemiştir (23A). Öğrenciler, dikdörtgenin de bir paralelkenar olduğu bilgisini *kullanmışlardır* (24N, 25Ş, 26Y, 27N). Yiğit'in açıklama yapması (28Y) ne söylediğinin *farkında* olduğunu göstermektedir. Araştırmacı önermeyi tekrar gruba sorduğunda Nida ve Yiğit bu önermenin yanlış olduğunu (30Y, 32N) Şule ise doğru olduğunu (31Ş) ifade etmiştir. Ancak Şule'nin bunu bilinçli olarak mı söylediği belirsizdir. Önermede geçen "bazı" ifadesi yüzünden öğrencilerin zihinlerinin karıştığı ve tereddüte düştükleri gözlemlenmiştir. Yiğit'in "dikdörtgen paralelkenar değildir" (33Y) ifadesi üzerine araştırmacı müdahale etme gereği duymuş ve Yiğit'e yanlışını görmesi için soru yöneltmiştir. Bu soru üzerine Yiğit açıklamalar yaparak (35Y, 37Y, 38Y) yaygın bilişsel yolunu *oluşturmuş* ve çizdiği şekil üzerinde akıl yürüterek "çizilebilir" ve "çizilemez" ibarelerini eklemiştir (Şekil 30). Yiğit'in çizdiği şekile bakarak düşünen Nida, bazı paralelkenarların dikdörtgen olabileceğini söylemiştir (40N). Nida'nın bu fikriyle Yiğit nerede yanlış yaptığının farkına vararak dörtgenler arasındaki kapsama ilişkisi bilgisini *pekiştirmiştir* (41Y).

***Dördüncü kazanıma yönelik hazırlanan etkinliklere ait soyutlama süreçleri.***

Bu kısımda "eşkenar dörtgen ve yamuğun alan bağıntılarını oluşturur; ilgili problemleri çözer" kazanımıyla ilgili etkinliklere yer verilmiştir. Alan bağıntısını oluştururken kolaylık sağlaması açısından öğrencilere birim kağıt üzerine çizilmiş paralelkenar, eşkenar dörtgen ve yamuk verilmiştir. Makas da verilerek öğrencilerin bu şekilleri istedikleri gibi kesmeleri ve alan formüllerini oluşturmaları beklenmiştir.

Bu kazanımın ilk etkinliği olan Etkinlik 1'de ($K_4$-$E_1$) paralelkenarın alan formülünü dikdörtgenin alan formülünden yararlanarak oluşturmaları istenmiştir. Öğrencilerin görüşme metinlerine aşağıda yer verilmiştir.

*1Ş: Soruda masanın üst yüzeyinin alanını hesaplamamız isteniyor.*

*2N: Masanın yüzeyi dikdörtgen, uzun kenarı 90 cm kısa kenarı 70 cm* ***(Tanıma)***

*3Y: Kolay o zaman 90 ile 70 i çarparız (işlem yapıyor) 6300 cm$^2$ cam gerekliymiş.****(Kullanma)***

*4Y: Şimdi de masanın kenar uzunlukları 90 cm ve 70 cm yerine a birim ve b birim olsaydı bütün masanın yüzeyinin büyüklüğünü veren ifade ne olurdu? (soruyu okudu) formül mü yazıyoruz? (araştırmacıya sordu)*

*5A: Evet formül.*

*6Y: a.b yazıcaz.**(Dolaysızlık-Pekiştirme)***

*7N: Diğer soruya geçelim, paralelkenarın ve dikdörtgenin özelliklerini yazın, ortak olanların yanına + koyun (soruyu okudu)*

*8Ş: Dikdörtgenin karşılıklı kenarları eşit ve* paralel.***(Tanıma, Kritik özellik)***

*9Y: Tüm açıları $90^o$* dir. ***(Tanıma, Kritik özellik)***

*10N: İç açıları toplamı $180^o$* dir.***(Tanıma, Kritik olmayan özellik)***

*11Y: Komşu açılarının toplamı $180^o$* dir. ***(Tanıma, Kritik olmayan özellik)***

*12Y: Karşılıklı açıları birbirine eşittir.* ***(Tanıma, Kritik olmayan özellik)***

*13Y: Şimdi paralelkenarın özelliklerini yazalım, karşılıklı kenarları eşit ve paralel.* ***(Tanıma, Kritik özellik)***

*14Ş: Her açısı eşit değildir.* ***(Hatalı matematiksel ifade)***

*15N: İç açılarının toplamı $360^o$* dir. .***(Tanıma, Kritik olmayan özellik)***

*16Y: Karşılıklı açıları birbirine eşittir.* ***(Tanıma, Kritik olmayan özellik)***

*17N: Şimdi ortak olanlara + koyalım yanına.*

*18Ş: Hepsine + koy bi tek her açısı eşit değil olan ortak değil.*

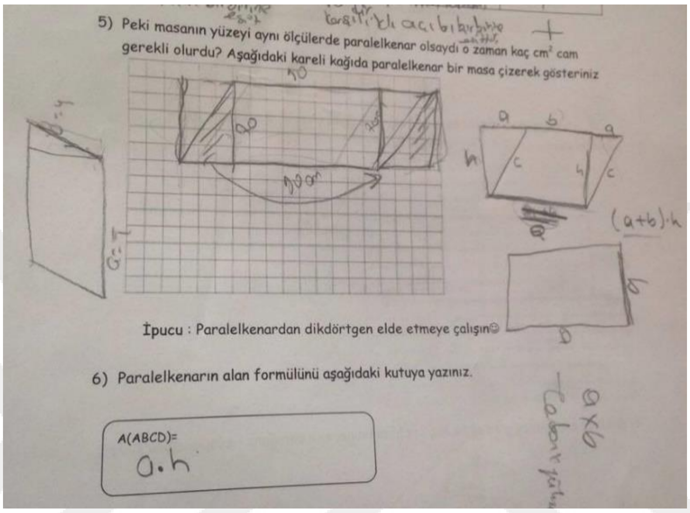
Etkinlikte kenar ölçüleri verilen dikdörtgen şeklindeki masanın yüzey alanının hesaplanması istenmiştir. Öğrenciler zorluk çekmeden dikdörtgenin alanını *tanıyıp kullanarak* hesaplamış ve tereddüt etmeden alan formülünü yazmışlardır (2N, 3Y, 6Y). Daha sonra öğrencilerin paralelkenar ile dikdörtgen arasındaki ortak özellikleri ve farklılıklarını görmeleri için onların doldurması gereken bir tablo verilmiştir. Bu tabloyu dikdörtgen ve paralelkenarın kritik ve kritik olmayan özellliklerini *tanıyarak* yazmışlar ve ortak olmayan tek özelliğin açıları olduğunu ifade etmişlerdir (8Ş, 9Y, 10N, 11Y, 12Y, 14Ş, 15N, 16Y, 18Ş). Şule'nin paralelkenarın özelliğini söylerken "her açısı eşit değildir" ifadesiyle aslında komşu açılar birbirine eşit değildir demek istemesine rağmen burada doğru bir matematiksel dil kullanamadığı görülmektedir (14Ş).

19Y: *Masanın yüzeyi aynı ölçülerde paralelkenar olsaydı o zaman kaç cm$^2$ cam lazım olurdu? (soruyu okudu)*

20Y: *Paralelkenardan dikdörtgen elde edecekmişiz.*

23Ş: *Şurdan bi çizgi çekeriz şurdan da bi çizgi çekeriz dikdörtgen olur (paralelkenarda dikmeler indirerek bir dikdörtgen elde etti)*

25N: *O zaman iki üçgen bir dikdörtgen elde ederiz Şule. Aaa üçgenleri böyle çevirebiliriz. Üçgenin birini çevirip diğer tarafa yapıştırdığımızda dikdörtgen elde ederiz.*




*Şekil 31*. Öğrencilerin çalışma kağıdından görüntü.

26Y: *Evet doğru ee şimdi alanını nasıl hesaplıcaz, tabanla yüksekliği çarpıp ikiye mi bölücez?(tereddütte kalarak)*

27Ş: *Dikdörtgenin alanını taban çarpı yükseklikten buluyorduk, bunu da dikdörtgene dönüştürdük ikisi arasında bir ilişki olmalı, hem çoğu özelliği de ortak zaten dikdörtgen paralelkenarın özel hali ya mutlaka var burda bişey ama..**(Yeni yapı oluşturulurken varolan yapının kullanılması)***

28Ş: *Bence değişmiyor formül.*

29Y: *Bencede a.b oluyor yine.*

30Ş: *Değişmez bence çünkü alan değişmiyorki artan eksilen parça olmadı.*

31Y: *Yükseklik aynı değişmiyor, tabanı da kesip tekra ekledik o da değişmedi, dikdörtgenle aynı oluyor formül taban çarpı yükseklik yani a.h olur. **(Yeni yapıya ulaşma-Oluşturma)***

32A: *Peki bir paralelkenarda taban neresi yükseklik neresi gösterirmisiniz?**(Yansıtıcı diyalog)***

*33N: Hocam, taban bu uzun kenar (paralelkenar üzerinde tabanı göstererek) yükseklik de burası (Paralelkenarın kısa kenarını göstererek).**(Tip 1 hata)***

*34A: Burası yükseklik mi sizce yükseklik kaç derecelik açı yapar?*

*35Y: Dışardan yükseklik çizeriz (paralelkenarın dışından dikme indirdi).**(Özgüven-Pekiştirme)***

*36A: İçinden çizemez misin?*

*37Ş: Hocam zaten burada dikdörtgene tamamladığımızda burası 90º oluyor, yükseklik de burası oluyor o zaman, Nida yanlış söyledi. **(Özgüven-Pekiştirme)***

*38Ş: Hocam yükseklik 90º lik açı yapıyor.*

Kendilerine verilen paralelkenardan dikdörtgen elde etmeye çalışan öğrenciler, bir süre bunun üzerinde uğraşmışlardır. Şule'nin paralelkenara dikmeler indirmesiyle (23Ş) Nida'nın aklına, elde edilen iki üçgeni de birleştirerek paralelkenarı dikdörtgene dönüştürme fikri gelmiştir (25N). Yiğit de bunun mantıklı olduğunu düşünerek alanının taban çarpı yükseklik bölü iki olabileceğini ifade etmiştir (26Y). Buna karşı çıkan Şule alanın değişmeyeceğini çünkü eksilen parça olmadığını belirtmiştir (27Ş, 28Ş). Burada Şule'nin alan korunumunu kazandığı söylenebilir. Ayrıca Şule dikdörtgenin, paralelkenarın özel hali olduğunu *fark etmiş* ve iki dörtgen arasındaki benzerliklerden alan formülünün değişmeyeceğini düşünmüştür. Yiğit'de Şule'nin fikrini doğru bulmuş ve paralelkenarın alan formülünün $taban\ x\ yükseklik$ olduğu bilgisini birlikte *oluşturmuşlardır.* Araştırmacı öğrencilerin oluşturduğu bu bilginin doğruluğunu ölçmek için formülde geçen taban ve yüksekliğin neresi olduğunu sormuştur. Nida, yüksekliğin paralelkenarın kısa kenarı olduğunu ifade etmiştir (33N). Nida'nın bu ifadesi yükseklik kavramına yönelik Tip 1 hataya örnek olarak gösterilebilir. Nida, yüksekliğin sadece dikey olabileceği prototipinden dolayı paralelkenarın kısa kenarını yükseklik olarak algılamıştır. Yiğit yüksekliği paralelkenarın dışından, Şule ise içinden 90ºlik açıyla çizerek Nida'ya göstermişlerdir (35Y, 37Ş). Böylece Yiğit ve Şule'nin önceden oluşturdukları yükseklik kavramını yeni durumda kendilerinden emin bir şekilde kullanarak bu yapıyı *pekiştirdikleri* gözlemlenmiştir. Fakat Nida'nın *oluşturma* eyleminde olup olmadığına dair bir kanıya ulaşılamamıştır.

Etkinlik 2'de ($K_4$-$E_2$) paralelkenarın alanının dikdörtgenden farklı bir geometrik şekilden yararlanarak oluşturulması istenmiştir. Aynı zamanda bir önceki etkinlikte öğrendiklerinin de pekiştirilmesi amaçlanmıştır. Öğrencilerin bu etkinliğe ait diyalogları aşağıda yer almaktadır.

(Soruyu okuyorlar)

*39Ş: Bir paralelkenar çiz.*

*40Y: Üçgenlerden yapabiliriz bence şöyle üçgenler oluşturabiliriz (paralelkenarı dört tane üçgene ayırdı)*

*41Ş: Ama şu üçgenle şu üçgen eşit değil.*

*42Y: (bi paralelkenar daha çizdi, bir dikdörtgen iki üçgen olacak şekilde paralelkenara çizgiler çizdi)*

*43Ş: Tamam dikdörtgenin alanını bulursun, sonra iki üçgenin alanını hesaplarsın, toplam alanı bulmuş oluruz, bu üçgenler birbirine eş oluyor.*

*44Y: Üçgenin ölçülerini nerden bilicez.*

*45Ş: İkizkenar değilmi bu? (paralelkenarın kısa kenarlarının eşit olduğunu göstererek)*

*46Y: Mesela diyelim paralelkenarın tabanının uzunluğu 10 cm burayı böldüğümüzde buraya kaç kaldı buraya kaç kaldı nerden bilicez.*

*47N: Hocam, biz böyle yaptık ama üçgenlerden mi bulucaz?*

*48A: Nasıl bulursunuz?*

*49Y: Üçgenlerin alanlarını hesaplar toplarız.*

*50A: Ama size her zaman böyle kareli kağıt verilmez, boş kağıda çizilmiş paralelkenarın alanını nasıl bulacaksınız?*

*(bir süre sessizlik oldu, düşünmeye başladılar)*

Öğrenciler ilk başta paralelkenarı üçgenlere ayırıp bu üçgenlerin alanlarını bulup toplayarak paralelkenarın alan formülünü oluşturabileceklerini düşünmüş (40Y, 43Ş, 49Y) fakat daha sonra buldukları üçgenlerin herbirinin alanını hesaplamanın mümkün olmayacağını fark etmiş ve bunun üzerine düşünmeye devam etmişlerdir..

*51N: Bu paralelkenar ya şuraya bir köşegen çizsek burada oluşan üçgeni de şuraya yapıştırsak.. (paralelkenara iki üçgen oluşacak şekilde köşegen çizdi)*

*52Ş: (Nida ile aynı şekilde göstererek) köşegen çiziyoruz ya iki eşit parçaya bölüyoruz ya ordan da birşey çıkabilir.*

*53Y: Bence bu üçgenleri bi ikiye ayrılmış gibi çizelim. (paralelkenarı köşegenle bölerek iki ayrı üçgen çizdi)*

*54Ş: Bu üçgenlerin alanlarını bulabilir miyiz?*

*55N: Üçgenin alanı taban çarpı yükseklik bölü iki. Bunu ikiyle çarpmamız lazım.* ***(İlişkilendirme-Kullanma)***

*56Y: O zaman* $2.\frac{taban x yükseklik}{2}$ *yazarız. (Kağıda yazdı)*

*57Ş: Burada da ikiler sadeleşir taban x yükseklik olur.*

Paralelkenarda köşegen çizerek iki eş üçgene ayıran öğrenciler bu üçgenlerin alanlarını paralelkenar ile *ilişkilendirip* hesaplayarak paralelkenarın alan formülünü *oluşturabileceklerini* farketmişlerdir (51N, 53Y, 54Ş, 55N, 56Y, 57Ş). Paralelkenarın alanını farklı bir geometrik şekilden yararlanarak oluştururken grup üyelerinin herbirinin fikrini belirtmesi ile bilgi kümülatif şekilde büyüyerek grubun paylaşılan bilgisi haline dönüşmüştür.

*58Y: Hocam biz taban x yükseklik bulduk paralelkenarın alanını.*

*59A: İki üçgende tabanlar ve yükseklikler neresi gösterebilir misiniz?*

*60N: Burası taban burası yükseklik (üçgenin tabanını taban olarak, üçgende taban ile geniş açı yapan kenarı da yükseklik olarak gösterdi).* ***(Tip 1 hata)***

*61A: Bir doğruya çizilen yüksekliği gösterir misiniz?*

*62Y: (Yatay bir doğru çizip dikme indirdi)*

*63A: Doğruyla dikme kaç derecelik açı yapar?*

*64N: 90.*

*65Y: 90.*

*66A: Nida'nın gösterdiği yükseklik doğru mu o zaman?*

*67Y: Hayır değil çünkü* $90^o$ *değil.*

*68A: Geniş açılı bir üçgende yükseklik neredededir?*

*69N: Burası taban zaten burası da dik açılı olmaz mı? (daha önce gösterdiği kenarı gösteriyor yine)*

*70A: O zaman dik açılı üçgen olur? Üçgen çeşitleri neydi?*

*71N: Geniş açılı, dar açılı, dik açılı.*

*72A: Tamam üç tane, bu hangisine giriyor?(Geniş açılı üçgeni göstererek)*

*73N: Geniş açılı.*

*74A:Yani?*

*75N:* $90^o$ *den büyük.*

*76A: O zaman bu üçgenin yüksekliği neredendir?*

*77Y: Dışarıda mı? (geniş açılı üçgenin dışından dikme çizerek) bence dışarıda olur. Ama biz dikdörtgene tamamladığımızda da böyle yapmıştık.*

*78Ş: Ama bak parça eklemiştik, demekki bi yerden parça alıp parça eklemeliyiz.*

*79Y: Hocam yüksekliğini nasıl yapıcaz?*

*80A: Geniş açılı bir üçgen çizicem şimdi size bu üçgenin yüksekliği bulun, alanı 30 cm$^2$ olsun. Tabanı 6 cm ise yüksekliği kaçtır ve nerdedir?*

*81Y:* $\frac{6.h}{2} = 30$ *ise* $h = 10$ *olur. (şekle bir süre baktı) Hocam iyide o zaman dışarıdan çizmemiz lazım.*

*82A: Çizebilirsin tabiki.*

*83N: Dışarıdan parça eklemiş olmaz mı ?*

*84A: Parça eklemiyor ki cetvelle yüksekliğini ölçtüğünü farzet. Şimdi soruya tekrar dönelim.*

*85N: Hocam o zaman şuradan dikme çizeriz burası yüksekliği olur (geniş açılı üçgende dışarıdan dikme çizdi).*

60E'deki ifadeden Nida'nın yükseklik kavramında prototip özelliklerden dolayı kavram imajında yanlışlıkların olduğu aşikardır. Yiğit de yüksekliğin, indirildiği taban ile 90$^o$ lik açı yapması gerektiğini *tanımasına* rağmen bu bilgisini farklı prototiplerde *kullanamamaktadır.* Yiğit, 77Y ifadesinde paralelkenarı dikdörtgene tamamladığında oluşan üçgenin dışındaki dikliği üçgenin içine taşıyamamıştır. Bu durum, öğrencilerin $taban\ x\ yükseklik$ ifadesini ezberlediklerinin ve yüksekliğin nerede olabileceği konusunda yeterince bilgi sahibi olmadıklarının göstergesidir. Araştırmacının müdahalesiyle Yiğit ve Nida anladıklarını ima eden mimikler yapmışlardır. Yüksekliğin sonraki etkinliklerde sıklıkla kullanılmasının öğrencilerin bu kavramı esneklik kazanarak pekiştirmelerini sağlayacağı düşünülmektedir.

*86A: Şimdiye kadar neler yaptığınızı anlatın bakalım.* ***(Yansıtıcı diyalog)***

*87Y: Şimdi hocam paralelkenarı köşegeninden ayırdığımız zaman..*

*88N: İki üçgen oluşuyor.*

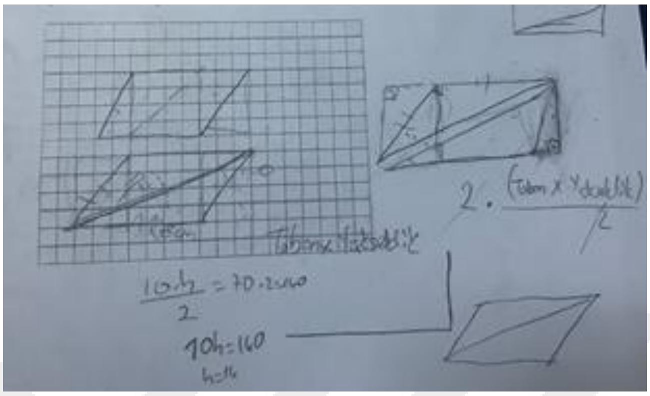
*89Y: Önce bir üçgenin alanını buluyoruz taban x yükseklik bölü iki sonra iki üçgen olduğu için ikiyle çarpıyoruz, ikisinin toplamı paralelkenarın alanına eşit. Bunun yüksekliğinide şurdan anlıyoruz hayali bir dik çiziyoruz yükseklik oluyor, bu üçgenin ki de bu oluyor (üstte kalan üçgene de yükseklik çizdi)*

*90A: Bu yükseklik aynı zamanda başka neyin yüksekliği oluyor?*

*91Ş: Paralelkenarın.* ***(Akıl yürütme-Kullanma)***

*92Y: Paralelkenarın.*

*93Y: Paralelkenarın tabanıyla yüksekliğini çarptığımızda paralelkenarın alanını hesaplıyoruz.*



*Şekil 32*. Öğrencilerin çalışma kağıdından görüntü.

Etkinliğin sonunda araştırmacı öğrencilerin yeni oluşturdukları yapı hakkındaki farkındalıklarını belirlemek için süreci anlatmalarını istemiştir (86A). Yiğit, Şule ve Nida paralelkenarın alan formülünü bulmak için paralelkenarı köşegen ile ikiye bölerek iki üçgen elde etmiş ve bu iki üçgenin alan formüllerini toplayarak paralelkenarın alan formülünü yeniden *oluşturmuşlardır*. Bu etkinlikte öğrencilerin, üçgenin alan formülünü *kullanarak pekiştirmelerinin* yanısıra paralelkenarın alan formülünün farklı yollardan oluşturulabileceğininde farkına vardıkları görülmüştür.

Etkinlik 3'te ($K_4$-$E_3$) öğrencilerden paralelkenarın içine çizilen üçgenin alanının paralelkenarın alanının yarısına eşit olduğunu göstermeleri istenmiştir. Bu etkinlikle, öğrencilerin bir önceki etkinlikte oluşturdukları paralelkenar üçgen ilişkisinin kalıcılığı desteklenerek bu bilgi yapısının kullanımında esneklik kazanmaları sağlanacaktır. Öğrencilerin etkinliğe ilişkin görüşme metinleri aşağıda sunulmuştur.

*1Y: Bu soruda paralelkenarda çizilen üçgenin alanı paralelkenarın alanının yarısına eşittir diyor ben böyle bir kural hatırlıyorum.*

*2N: O zaman geriye kalan iki üçgenin alanlarının toplamı da çizilen üçgenin alanına eşit.****(Fark etme)***

*3Y: Evet öyle oluyor, paralelkenarın alanının yarısı olduğu için.*

*4Y: Bu kuralın neden böyle olduğunu gösteriniz diyor soruda, şimdi paralelkenar iki üçgenden oluşuyor ya Nida senin söylediğin gibi bu üçgenlerin toplamı bu üçgene eşit.*

*5Ş: Ama formülde zaten bu verilmiş, soruda bunun neden böyle olduğunu göstermemizi istiyor.*

*6N: Paralelkenarın alanını hesaplarken yükseklik indiriyorduk tabanla çarpıyorduk, üçgende de tabanla yüksekliği çarpıp ikiye bölüyorduk.*

*7Ş: Tamam yükseklik çizelim bi tane h olsun adı. Paralelkenarın tabanı da a olsun.*

*8Y: Paralelkenarın alanı $a.h$ olur. Şimdi ne yapıcaz?*

*9N: Soruda ne diyo paralelkenarın alanının yarısıymış üçgenin alanı, paralelkenarın alanı $a.h$ bi de üçgenin alanını bulalım. Yükseklik çizelim. Nerden çizicez yüksekliği, üçgenin dışından mı içinden mi?*

*10Ş: Dar açılı üçgen bu, içinden çizmemiz lazım.*

*11Y: Dışından da çizebilirsin bişey değişmez, az önceki soruda mecburen dışından çizmiştik geniş açılıydı çünkü.**(Farkındalık-Pekiştirme)***

*12Ş: Anladım. Dar açılı üçgen olursa hem içinden hem dışından yükseklik çizebiliyoruz. O zaman buradaki üçgenin tabanına yükseklik indirelim ama zaten paralelkenarın yüksekliği var. Bu yükseklik her ikisininde yüksekliği olur o zaman.**(Anlamlandırma-Kullanma)***

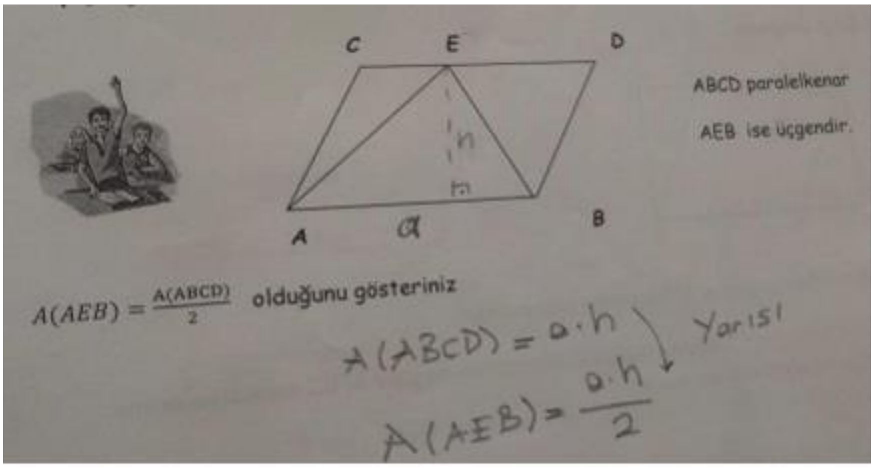
*13N: Evet baksana ikisinin tabanı da aynı.*

*14Ş: Üçgenin alanı da $\frac{a.h}{2}$ yazalım. Eee şimdi ne olacak?*

*(Bir süre düşündüler)*

*15Y: Tamam işte bulduk. Paralelkenarın alanının yarısı üçgenin alanı oluyor bakın taban çarpı yükseklik bölü iki.*

*16N: Aaa evet bulduk!*




*Şekil 33*. Öğrencilerin çalışma kağıdından görüntü.

Nida'nın verilen ifadeden hareketle geriye kalan iki üçgenin alanları toplamının, büyük üçgenin alanına eşit olduğunu *fark etmesi* grubun paylaşılan bilgisine önemli ölçüde katkı sağlamıştır (2N). Yiğit, Şule ve Nida paralelkenarda taban ve yüksekliği belirleyerek, paralelkenarın ve üçgenin alanını a ve h cinsinden bulmuşlardır (6N, 7Ş, 8Y). Burada öğrenciler, paralelkenarın yüksekliğinin aynı zamanda üçgenin yüksekliği olduğunu *tanıyarak kullanmışlardır.* Yiğit'in 11Y'deki ifadesiyle yükseklik kavramında *farkındalık* kazandığı ve bu kavram ile ilgili bilgisini kullanırken güçlük yaşamadığı görülmüştür.

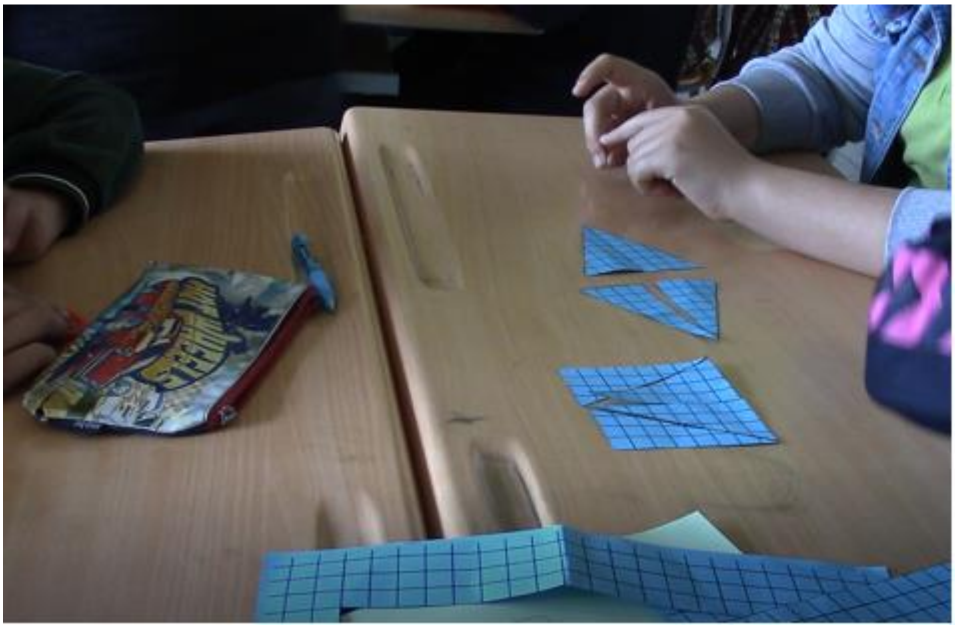
Etkinlik 5'te ($K_4$-$E_5$) eşkenar dörtgenin alan formülünün öğrenciler tarafından oluşturulması amaçlanmıştır. Bunun için öğrencilere renkli birim kağıtlar üzerine çizilmiş eşkenar dörtgen ve bunları istedikleri gibi kesebilmeleri için makas verilmiştir. Öğrencilere ait görüşme metinleri ve çalışma sırasındaki fotoğraflar aşağıda sunulmuştur.

*1N: Eşkenar dörtgeni dört üçgene bölüp bunları birleştirebiliriz*

*2Y: Keselim o zaman (birim kağıttaki eşkenar dörtgeni dört üçgen olacak şekilde kesti)*

(Grupça kestikleri parçaları dörtgen olacak şekilde birleştirmeye çalıştılar, sonunda kare olacak şekilde birleştirdiler)

*Şekil 34*. Öğrencilerin ders içi etkinliklerinden görüntü.



*Şekil 35*. Öğrencilerin ders içi etkinliklerinden görüntü.

*3Y: Hocam biz kestik eşkenar dörtgeni, dört tane üçgen elde ettik, bunları birleştirince kare elde ettik.*

*4A: Ne buldunuz peki eşkenar dörtgenin alanı neye eşittir?*

*5N: Kareye*

*6A: Eşkenar dörtgenin alan formülü nedir?*

*7Y: Taban x yükseklik*

*8Y: a.h (eliyle karenin tabanını ve yüksekliğini göstererek)*

*9N: Aslında iki üçgenin alanını da bulup toplayabilirdik (iki üçgeni birleştirip tek üçgen yaptı, diğer iki üçgeni de birleştirip tek üçgen yaptı)**(Fark etme)***

*10Ş: Böyle de olur. Üçgenlerin hepsini birleştirdiğin zaman eşkenar dörtgenin tabanlarını yazalım. (Üçgenlerden eşkenar dörtgen oluşturup, tabanlarına a yazdı). Sonra tekrar ayıralım bunları iki üçgen olacak şekilde. **(İlişkilendirme-Kullanma)***

*11Y: Tabanları belli de yüksekliği neresi olur?*

(Bir süre düşündüler, kağıt üzerinde denemeler yaptılar)

*12N: Bu üçgen dar açılı üçgen değil mi, dar açılı üçgen de yüksekliği üçgenin içinden yapmıyormuyduk o zaman şuradan yükseklik çizeriz h olsun (Aynı zamanda eşkenar dörtgenin yüksekliği olacak şekilde üçgenin dışından yükseklik çizdi)**(Açıklama-Kullanma)***

*13Y: Eee tamam tabanı a yüksekliği h bölü iki de dersek bir üçgenin alanını hesaplarız. (kağıda yazdı)*

*14Ş: İki üçgen olduğu için de ikiyle çarparız. İkiler sadeleşir a.h kalır.**(Oluşturma)***

Öğrenciler ilk önce kendilerine verilen birim kağıttaki eşkenar dörtgeni üçgenlere ayırarak alan formülünü bildikleri bir geometrik şekil olan kareyi oluşturmuş (1N, 2Y, 3Y) ve eşkenar dörtgenin alanının karenin alanına eşit olduğunu ifade etmişlerdir (5N). Her üç öğrencinin de parçalara ayrılan eşkenar dörtgenin alanının sonradan oluşturulan karenin alanına eşit olacağı konusunda hemfikir ve kendilerinden emin oldukları gözlemlenmiştir. Bu da öğrencilerin alan korunumu kavramını kazandıklarını göstermektedir. Öğrencilerin oluşturdukları kareden eşkenar dörtgenin alan formülünü söylemeleri istendiğinde (6A) Yiğit "$taban\ x\ yükseklik$" şeklinde cevap vererek aslında karenin alanını söylemiştir. Ancak parçalara ayırdığı eşkenar dörtgenin neresinin karenin bir kenarına denk geldiği konusunda kararsız kalmıştır. Bunun üzerine Nida, kesilen parçalardan iki üçgen oluşturabileceğini fark ederek yeni şekiller oluşturmuştur (9N). Şule, Nida'nın birleştirdiği üçgenlerin alanlarını hesaplayarak da eşkenar dörtgenin alan formülünün bulunabileceğini belirtmiş ve üçgenin alan formülünden eşkenar dörtgenin alan formülünü oluşturabilmek için iki şekli birbiriyle *ilişkilendirmeye* çalışmıştır (10Ş). Şule grubun paylaşılan bilgisine tabanları eşkenar dörtgeninkiyle ilişkilendirilmiş, üçgenleri katmış ve böylece var olan bilgi yapılarını *tanıyıp kullanarak* yeni soyut yapının oluşturulmasına öncülük etmiştir. Yiğit üçgenlerin yüksekliğinin nasıl olacağını grup arkadaşlarına sormuştur (11Y). Bu durum öğrencilerin yükseklik kavramını *tanımalarına* rağmen kullanmada zorluk yaşadıkları ve tereddüt ettiklerini göstermektedir. Sessizliğin ardından Nida'nın yüksekliği çizmesi ve bunu *açıklaması* önceki etkinliklerde grubun paylaşılan bilgisinden yararlandığını ve bu bilgiyi *kullandığını* ortaya koymaktadır (12N). Yiğit ve Şule yüksekliğin belirlenmesinin ardından heyecanlı ve hızlı bir şekilde iki üçgenin alanının toplamının eşkenar dörtgenin alanına eşit olduğunu söyleyerek eşkenar dörtgenin alan formülünü *oluşturmuşlardır* (13Y, 14Ş).

Etkinlik 6'da ($K_4$-$E_6$) öğrencilerin eşkenar dörtgen ile paralelkenarın özelliklerini *tanımaları* ve birarada *kullanarak* aslında eşkenar dörtgen ile paralelkenarın alan formülünün aynı olduğunu farketmeleri istenmektedir. Öğrencilerin bu etkinliğe ait görüşme metinlerine aşağıda yer verilmiştir.

*15Y:Paralelkenarla eşkenar dörtgenin ortak özelliklerini yazacakmışız.*

*16Y: Paralelkenarda karşılıklı kenarlar eşit ve paralel, komşu açıları 180$^o$ dir.**(Tanıma)***

*17N: Karşılıklı açıları eşit. **(Tanıma)***

*18Ş: Köşegenleri dik değil. (kağıda paralelkenar çizip köşegenlerinin kesiştiği noktaya baktı)* ***(Tanıma)***

*19Y: Eşkenar dörtgenin de karşılıklı kenarları eşit ve paralel hatta tüm kenarları birbirine eşit, komşu açılarının toplamı 180º (kağıda yazdı).* ***(Tanıma)***

*20N: Bunun da karşılıklı açıları eşit.* ***(Tanıma)***

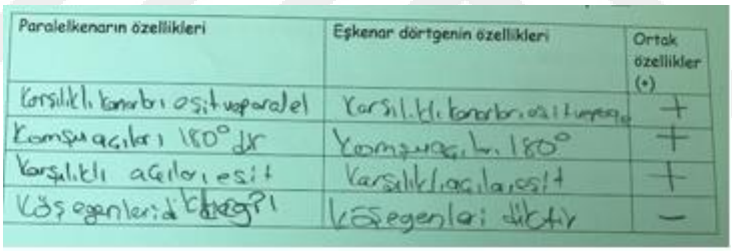
*21Ş: (kestikleri üçgenleri birleştirip eşkenar dörtgen yaptı tekrar) Köşegenleri dik.* ***(Tanıma)***

*22Y: Ortak olanların yanına + koyalım. (Sadece köşegenlerinin dikliğiyle ilgili olan özelliğin yanına + koymadılar)*

*23N: Kenar uzunluğu "a", yüksekliği "h" olan eşkenar dörtgensel bölgenin alanını paralelkenar alan formülünden yararlanarak bulunuz. (soruyu okudu)*

*24Y: Tüm özellikleri aynı zaten bi tek tüm kenarları eşit birinde, diğerinde karşılıklı kenarları eşit.*

*25Ş: Köşegenleri birinde dik birinde değil.*



| Paralelkenarın özellikleri | Eşkenar dörtgenin özellikleri | Ortak özellikler (+) |
|---|---|---|
| Karşılıklı kenarları eşit ve paralel | Karşılıklı kenarları eşit ve paralel | + |
| Komşu açıları 180° dır | Komşu açıları 180° | + |
| Karşılıklı açıları eşit | Karşılıklı açıları eşit | + |
| Köşegenleri dik değil | Köşegenleri diktir | − |

*Şekil 36*. Öğrencilerin çalışma kağıdından görüntü.

*26Y: Zaten demiştik ya eşkenar dörtgen paralelkenarın özel haliydi, tüm özelliklerini taşıyordu demekki alan formülleri de aynıymış.****(Esneklik-Pekiştirme)***

*27N: Cevap a.h dır o zaman.*

Öğrenciler geçmiş bilgilerini *tanıyarak* paralelkenar ile eşkenar dörtgenin ortak özelliklerini ve farklı özelliklerini yazmışlardır (16Y, 17N, 18Ş, 19Y, 20N, 21Ş). Ayrıca iki dörtgenin birbirinden farklı özelliği olarak köşegenlerinin dik olması durumunu not etmişlerdir (22Y). Öğrenciler, eşkenar dörtgen ile paralelkenarın özelliklerinin benzer olması (24Y) ve eşkenar dörtgenin paralelkenarın özel hali olması sebebiyle iki dörtgenin alan formüllerinin aynı olduğunu *pekiştirmişlerdir* (Şekil 36).

Etkinlik 8'de ($K_4$-$E_8$) yamuğun alan formülünün öğrenciler tarafından oluşturulması istenmiştir. Bu etkinliğe ait öğrencilerin görüşme metinleri ve çalışma sırasındaki görüntüleri aşağıda yer almaktadır.

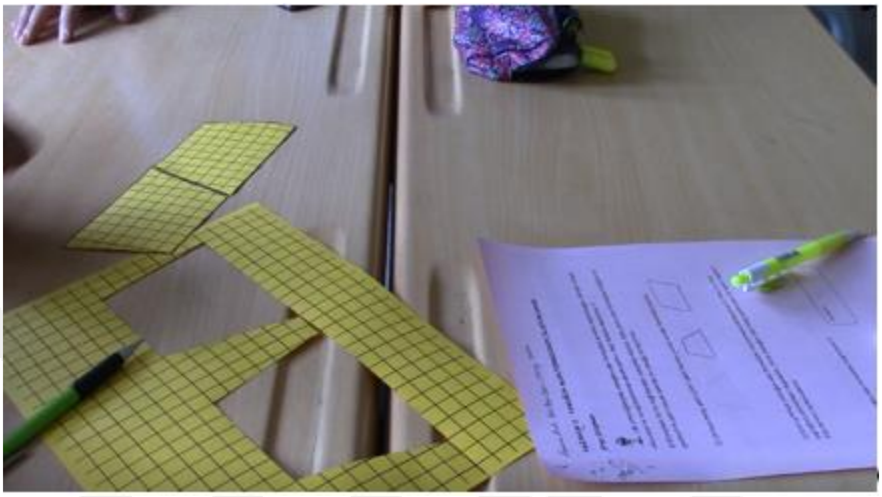
*1Y: Elinizdeki birim kağıttaki yamukları kesiniz. Daha sonra alan formülünü bildiğiniz bir geometrik şekil olacak şekilde iki yamuğu birleştiriniz diyor soruda.*

*2Y: Bence paralelkenar ya da dikdörtgen oluşacak.*

*3N: Paralelkenar çıkabilir.*

*4Y: Dikdörtgende çıkabilir ama kenarları yamuk.*

*5N: Önce bir keselim de (kağıdı keserek yamukları çıkardılar).*



*Şekil 37. Öğrencilerin etkinliklerinden görüntü*

*6N: Paralelkenar oluştu, paralelkenarın alanı $a.h$ dı ya o zaman bunu ikiye bölersek bi tane yamuğun alanını buluruz.* ***(Varsayımda bulunma-Kullanma)***

*7Y: $\frac{a.h}{2}$ olur o zaman.*

*8N: Hocam $\frac{a.h}{2}$ mi?*

*9A: a neresi?*

*10Y: Yamuğun tabanı uzun kenar yani.*

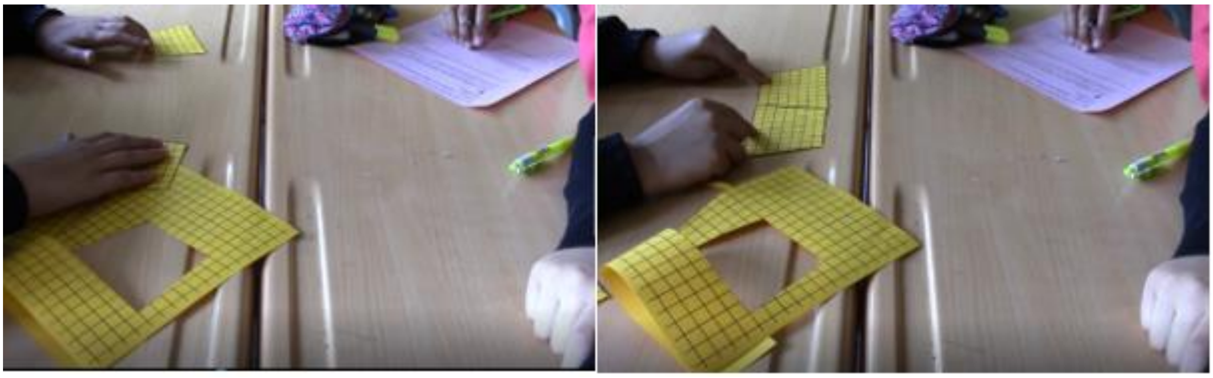
*11A: Yamuğu ters çevirirsek de kısa kenar alt taban olabilir peki alt taban ile üst taban birbirine eşit midir?*

*12Ş: Hayır hocam değildir.*

*13Y: İki yamuğu birleştirdiğimizde paralelkenarın tabanı, yamuğun üst tabanı ile alt tabanının toplamı olur.* ***(İlişkilendirme-Kullanma)***

*14A: Tamam siz devam edin grupça soruyu yanıtlayın.*

*15Y: Burayı anladınız mı iki yamuğu aynı şekilde koyduğumuz zaman bir şekil oluşmuyor ama ters çevirdiğimiz zaman bunun uzun kenarıyla bunun kısa kenarı birleşiyor demi o zaman* *paralelkenarın tabanı, uzun kenar ile kısa kenarın toplamı oluyor. Sonra paralelkenarın tabanını yükseklikle çarpıp ikiye bölücez. Çünkü iki tane yamuktan oluşuyordu. Anladınız mı?* ***(Farkındalık-Pekiştirme, Grubun paylaşılan bilgisi)***



*Şekil 38*. Öğrencilerin etkinliklerinden görüntü.

*16Ş: Biz şöyle yaptığımızda burası a oluyor demi yoksa burası a burası b mi diyorsun (İki yamuğu birleştirerek oluşan paralelkenarın tabanını göstererek)*

*17Y: Hepsi a bak burası a burası b ya hepsi birleşince.*

*18Ş: a+b oluyor.*

*19Y: Tek bi a oluyor yani. Buradakilerin toplamı paralelkenarın tabanını veriyor.*

*20Ş: Anladım. Formülede o zaman* $\frac{(a+b)}{2}.h$ *yazarız.*

Öğrenciler birim kağıttaki iki yamuğu kesip, alan formülünü bildikleri bir geometrik şekil olacak şekilde birleştirmiş ve paralelkenar olduğunu görmüşlerdir. Nida oluşan paralelkenarın alanının $a.h$ olduğunu *kullanarak* yarısının alanının yamuğun alanına eşit olacağını söylemiştir (6N). Yiğit de bu fikrin doğru olduğunu düşünüp formülün $a.h$ olduğunu ifade etmiştir (7Y). Burada öğrenciler aceleci davranarak yamuk ve paralelkenarı ilişkilendirmeden bu cevabı vermişlerdir. Bu yüzden araştırmacı, öğrencilerin verdikleri cevabın bilincinde olmalarını istediğinden "formülde geçen $a$ neresi" diye soru yöneltmiştir (9A). Yiğit 15Y'deki ifadesiyle paralelkenarın uzun kenarının yamuğun alt ve üst tabanlarının toplamı olduğunu göstermiştir. Ancak tabanı gösterirken alt taban ile üst tabanın toplamı yani $a + b$ ifadesini kullanmamıştır. Bu durum öğrencilerin matematiksel ifadeleri kullanmada çekincelerinin olduğunu göstermektedir. Yiğit grup arkadaşlarına *anlatarak* hem kendi bilgi yapısını *pekiştirmiş* hem de grubun paylaşılan bilgisine katkıda bulunmuştur (15Y). Şule'nin Yiğit'in anlatımından paralelkenarın tabanının $a + b$ olduğunu ve yamuğun alanının $\frac{(a+b)}{2}.h$ formülüne eşit olmasını *oluşturma* eyleminde gerçekleştirdiği görülmüştür (20Ş). Nida bu etkinlikte pek konuşmadığından dolayı zihinsel süreçleri hakkında bilgi sahibi olunamamıştır.

Etkinlik 9'da ($K_4$-$E_9$) öğrencilerden yamuğun alanının farklı bir yoldan oluşturulması istenmiştir. Bu etkinliğe ait öğrenci diyalogları ve çalışma sırasındaki görüntüler aşağıda verilmiştir.

*1Y: Bir önceki etkinliğimizde yamuğun alan formülünü paralelkenardan yararlanarak bulmuştuk. Şimdi de farklı bir geometrik şeklin alan formülünden yararlanarak bulalım (soruyu okudu)*

(Öğrencilere renkli birim kağıda çizilmiş yamuk verildi)

*2Y: (Yamuğu iki üçgen oluşacak şekilde köşegeninden kesti)*

*3Ş: Şimdi bunun kısa tabanına a diyelim, uzun tabanına da b diyelim.*

*4Y: (bir üçgeni eline aldı) Bunun alanı* $\frac{a.h}{2}$ *(üçgenin üstüne de yazdı)*

*5N: (diğer üçgeni eline aldı) Bunun alanı da* $\frac{b.h}{2}$ *olur.*

*6Ş: (iki üçgeni yamuk olacak şekilde birleştirdi) Alanlarını toplarız.* ***(Biraraya getirme-Kullanma)***

*7Y:* $\frac{a.h}{2}+\frac{b.h}{2}$ *olur. Hocam doğru mu?*

*8A: Bu ifadeyi daha sade bir hale getirebilir misiniz?*

*9N: Şöyle yapabiliriz biliyor musunuz, h ler iki tane ya (duraksadı) ama ikiler birbirini götürmüyor.*

*10Y:* $\frac{(a+b).2h}{2}$ *mi?*

*11A: 2h nerden geldi?*

*12Ş: 2 tane h varya.*

*13A: Burada yanlış yapıyorsunuz düşünün bakalım.*

*(Bir süre düşündüler)*

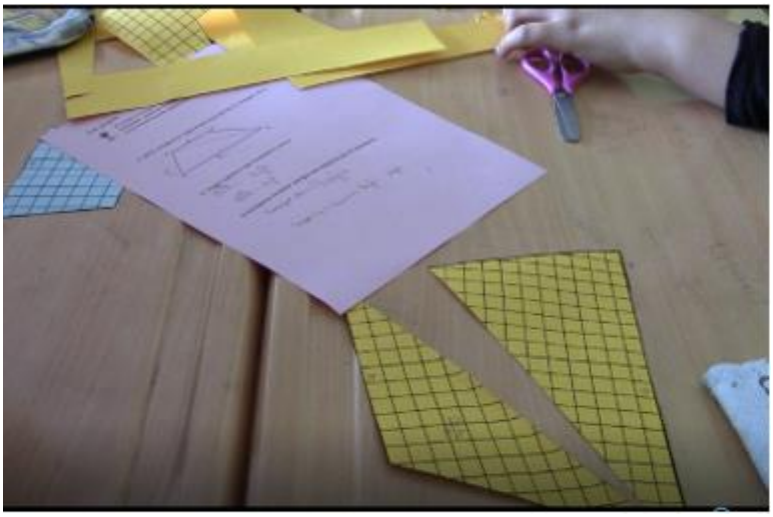
*14Y: Hocam sağlamasını yapınca parantez içine dağıttığımızda 2ha+2hb oluyor, farklı çıkıyor, başka bir şey yapmamız lazım.*

*15N: Sadece h parantezine alırsak (a+b).h yazarsak oluyor.*

*16Y: Evet evet böyle yapıcaz zaten yamuğun alanı oluyor* $\frac{(a+b).h}{2}$ *oluyor tamam bulduk hocam.****(Oluşturma)***

*17A: Yamuğun alanını hangi geometrik şekillerden yararlanarak bulduk?*

*18Y: Paralelkenar ve üçgen.*



*Şekil 39.* Öğrencilere ait sınıf içi etkinliklerden görüntü.

Öğrencilerin bu etkinlikte daha hızlı düşünerek hareket ettikleri görülmüştür. Yiğit birim kareler üzerine çizilmiş yamuğu iki üçgen oluşacak şekilde köşegen çizerek kesmiştir. Diğer öğrencilerde bunu tasdik eder şekilde davranışlarda bulunmuşlardır. Öğrencilerin artık hızlı bir şekilde plan yapıp uyguladıkları, yamuğu alan formülünü bildikleri bir geometrik şekle dönüştürmeye çalıştıkları gözlemlenmiştir. Ayrıca önceki etkinliklerde iki şekli *ilişkilendirmek* için her iki şekilde de ortak olan taban ve yüksekliği önceden belirlemenin işlerini kolaylaştırdıklarını bildiklerinden, bu etkinlikte ilk önce bu işlemi yapmışlardır (3Ş, 4Y, 5N). Daha sonra öğrenciler her iki üçgenin alan formülünü üçgenlerin üzerine yazıp, üçgenleri biraraya getirmişlerdir (6Ş, 7Y). Ancak öğrencilerin buldukları sonucu sadeleştirirken ortak paranteze alırken zorluk yaşadıkları, $h$ parantezi almak yerine denklemde iki $h$ olması, onları yanılgıya düşürerek $2h$ parantezine almalarına sebep olmuştur. Fakat sağlamasını yaptıklarında bu şekilde paranteze almanın yanlış olduğunu fark etmişlerdir. Etkinliğin sonunda öğrencilerin üçgenlerin alanlarından yararlanarak yamuğun alan formülünü *oluşturdukları* görülmüştür (15N, 16Y).

**Bireysel görüşmelere ait bulgular ve yorumlar.**

Bu başlık altında, deney ve kontrol grubundan seçilen toplam 6 öğrenci ile uygulama sonrasında yapılan bireysel görüşmelerin bulgularına ve yorumlarına yer verilmiştir. Öğrencilerin sorulara verdiği cevaplar RBC+C modelinin tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme epistemik eylemleri çerçevesinde analiz edilerek soyutlama süreçleri incelenmiştir. Analiz sürecinde Tablo 11’de yer alan anahtar kelimelerden ve araştırmacının gözlem verilerinden de yararlanılmıştır. Ayrıca öğrencilerin çalışma kağıtlarından görüntüler inandırıcılığı artırmak amacıyla okuyucuya sunulmuştur. Öğrencilere ait bulgular matematik başarı düzeyi bakımından yüksek, orta ve düşük sıralamasına göre verilmiştir.

***Birinci soruya ait bulgular ve yorumlar.***

Bu soruyla öğrencilerin dörtgenler arasında kurdukları ilişki ve dörtgenlerdeki yaygın bilişsel yolları ele alınmıştır. Ayrıca bu soru, öğrencilerin dörtgenler arasında ilişki kurarken dörtgenlerin tanımlarından mı yoksa şekilsel olarak mı duruma yaklaştıklarını görmek açısından önemlidir. Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin bu soruya ilişkin soyutlama süreçleri ayrı başlıklar altında ele alınmıştır.

*Deney grubu öğrencilerinin soyutlama süreci bulguları ve yorumları.*

Yiğit, matematik ders notları bakımından yüksek başarılı bir öğrencidir. Yiğit, uygulama sürecinde de fikirlerini ifade etmekten çekinmemiş, bilgisini arkadaşlarıyla paylaşmış ve bu yönüyle soyutlama süreçleri kolaylıkla gözlemlenebilmiştir. Yiğit'in birinci sorudaki çözümü yaklaşık olarak 4 dakika sürmüştür. Birinci soruya ilişkin Yiğit ile yapılan görüşme metinleri aşağıda verilmiştir (A: Araştırmacı, Y: Yiğit).

*1Y: Alt ve üst kenarları birbirine paralel dediğimiz zaman yamuğu çizebiliyoruz, o yüzden yamuk en genel. Diğerlerini de bu tanımla çizebiliriz. Fakat yamuk sadece bu tanımla çizilebilir. Paralelkenarda ise karşılıklı kenarları eşit ve paralel olması gerekiyor. Bu tanıma göre hepsini çizebiliyorduk. Sonra eşkenar dörtgene geldiğimiz zaman bütün kenarları birbirine eşit (paralelkenarın altına yazdı) Dikdörtgene geldiğimiz zaman…**(Açıklama-Kullanma, Esneklik-Pekiştirme)***

(Yiğit eşkenar dörtgenin altına dikdörtgeni yazarken duraksadı, bir süre sessiz kaldı)

*2Y: Hocam, eşkenar dörtgenin altına dikdörtgeni yazdığımız zaman yanlış oluyor ama sanki..**(Yeni yapıya ihtiyaç)***

*3A: Sesli düşünmek ister misin?*

*4Y: Şimdi paralelkenarın tanımına bütün kenarları eşit dediğimiz zaman eşkenar dörtgeni çizebiliriz, köşegen uzunlukları birbirine eşit dediğimiz zaman dikdörtgeni çizebiliyoruz..**(Akıl yürütme-Kullanma)***

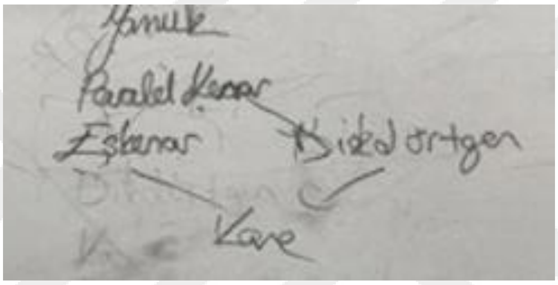
(Yaklaşık 1 dakika sessizce düşündü, sonra heyecanla cevap verdi)

*5Y: Paralelkenar burada ikiye ayrılmalı, eşkenar dörtgen ve dikdörtgen (Paralelkenardan oklar çıkararak eşkenar dörtgen ve dikdörtgen olacak şekilde ikiye kola ayırdı).*

*6A: Yaptıklarını tekrardan anlatır mısın?**(Yansıtıcı diyalog)***

*7Y: Hocam şimdi paralelkenarın tanımına bütün kenarları birbirine eşit dersek eşkenar dörtgeni çizebiliriz. Paralelkenarın tanımına bütün açıları 90 derece ya da bütün açıları dik dersek dikdörtgeni çizebiliriz. Yani bir tanımla hem eşkenar dörtgeni hem de dikdörtgeni çizemeyiz, farklı şekiller. Yani burada paralelkenar ikiye ayrılıyor.* ***(Dil geliştirme-Oluşturma)***

*8Y: Sonra hocam bunları da..(eşkenar dörtgen ve dikdörtgenden oklar çıkarıp kare yazdı) Eşkenar dörtgenin tanımı da bütün kenarları eşit karşılıklı kenarları birbirine paralel, buna birde köşegen uzunlukları birbirine eşit dersek kareyi çizebiliriz. Dikdörtgenin özelliklerine de bütün kenarlarının uzunlukları birbirine eşit dediğimiz zaman kareyi çizebiliriz. En genel dörtgen yamuk, en özel dörtgen kare olur.* ***(İlişkilendirme-Kullanma, Farkındalık-Pekiştirme)***




*Şekil 40*. Yiğit'in yaygın bilişsel yolu.

Yiğit uygulama sürecinde grup arkadaşlarıyla birlikte oluşturdukları yamuğun en genel dörtgen olduğu bilgisini *kullanarak pekiştirmiştir.* Bu yapıları sıklıkla öğrencinin kullanması, bilginin kalıcılığını artırarak *esneklik* kazanmasını sağlamıştır. Ayrıca Yiğit, genel olan dörtgenin tanımıyla daha özel olan dörtgenlerin çizilebileceğini belirterek (1Y) önceden oluşturmuş olduğu tabloyu pekiştirmiştir (Şekil 30). Dikdörtgeni eşkenar dörtgenin altına yazarken duraksayan Yiğit önceden doğru bir şekilde ilişkilendirdiğini düşündüğü bu iki dörtgen arasında farklı bir ilişki olması gerektiğinin farkına varmıştır. Yiğit var olan yapının zihnindeki ilişkilendirmeyi karşılamadığını, dolayısıyla *yeni bir yapıya ihtiyaç* olduğunu hissetmiştir (2Y) ve bu yapıyı oluşturmak için eşkenar dörtgen, dikdörtgen ve paralelkenarın özelliklerini *tanıyıp kullanarak* bu dörtgenler arasında yeni bir ilişki *oluşturmuştur* (7Y). Önceden dikdörtgenin özel hali olarak belirttikleri kareyi de yeni duruma göre her iki dörtgenin özel hali olacak şekilde *ilişkilendirerek* bu konudaki bilgisini derinleştirmiştir. Yiğit, eşkenar dörtgen ile kareyi ilişkilendirirken kritik olmayan bir özellik olan köşegen uzunluklarını dikkate almıştır (8Y).

Uygulama öncesinde gözlemlenen Şule, derse aktif katılım sağlayan, fikirlerini beyan etmekten çekinmeyen ve matematik başarı düzeyi orta düzey olan bir öğrencidir. Uygulama sürecinde yapılan gözlemlerde Şule'nin Nida ve Yiğit'e göre daha pasif kaldığı, çok fazla konuşmadığı ancak arkadaşlarını dinlediği ve bazı hallerde duruma müdahale ettiği gözlenmiştir. Yapılan bireysel görüşmelerle Şule'nin grubun paylaşılan bilgisinden yararlanıp yararlanmadığı ve soyutlama süreçleri incelenmiştir. Şule'nin bu sorudaki çözümü yaklaşık olarak dört dakika sürmüştür. Şule ile yapılan birinci soruya ait görüşme metinleri aşağıda verilmiştir (A:Araştırmacı, Ş:Şule)

*1Ş: Bu dörtgenlerin en genel olanı yamuktur. Yamuğun tanımında karşılıklı bir kenarı paralel dememiz yetiyordu (kağıda yamuk yazdı)* ***(Esneklik-Pekiştirme)***

*3Ş: Daha sonra paralelkenar mıydı?(Tereddüt ederek)*

*4A: Düşün biraz daha istersen.*

*5Ş: Eşkenar dörtgen ile paralelkenarı karıştırdım bir dakika.*

*6A: Hangisinin daha genel bir tanımı vardı?*

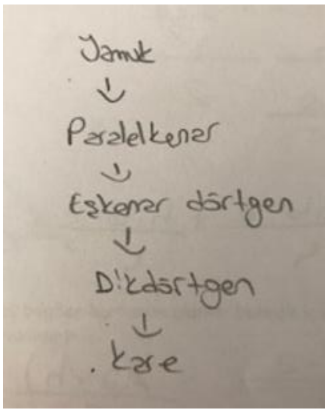
*7Ş: Paralelkenar dikdörtgene benziyordu eşkenar dörtgen de kareye benziyordu. Paralelkenarda karşılıklı kenarlar birbirine paraleldi, eşkenar dörtgende de karşılıklı kenarlar birbirine paralel…* ***(Tanıma)***

*8Ş: Tamam, paralelkenarın tanımı neydi? Karşılıklı kenarları birbirine paralel dörtgendi. Bu tanımla eşkenar dörtgen, dikdörtgen, kare de çizebiliriz. O zaman yamuktan sonra paralelkenar geliyor (Yamuğun altına paralelkenar yazdı)* ***(İlişkilendirme-Kullanma)***

*9A: Diğerleri için ne söyleyebilirsin?*

*10Ş: Paralelkenarın tanımına bütün kenarlar eşit dersek eşkenar dörtgen çizebiliriz. O zaman paralelkenarın altına eşkenar dörtgen yazarız.* ***(İlişkilendirme-Kullanma)***

*11Ş: Kare de dikdörtgenin özel hali olduğu için, dikdörtgen yazarız altına da kare yazarım.* ***(Tanıma)***




*Şekil 41*. Şule'nin yaygın bilişsel yolu.

Şule grubun paylaşılan bilgisinden yararlanarak oluşturmuş olduğu yamuğun en genel dörtgen olduğu bilgisini bu soruda yeniden kullanarak pekiştirmiştir. Ancak Şule'nin yamuğun tanımını yaparken, "en az bir çift karşılıklı kenarı" ifadesini kullanmak yerine "karşılıklı bir kenarı paralel" şeklinde söylemesi, matematiksel dili doğru bir şekilde kullanamadığını göstermektedir (1Ş). Eşkenar dörtgen ve paralelkenarın özelliklerini *tanıyan* Şule bu iki dörtgen arasında ilişki kurmakta bir süreliğine sıkıntı yaşamıştır. Grup çalışmalarında pasif kalmayı tercih eden Şule'nin paylaşılan bilgiden yararlandığı, ancak ya tam oluşturamadığı ya da pekiştirmediği için bilginin kalıcılığında sorunlar yaşadığı söylenebilir. Bir süre düşündükten sonra paralelkenarın tanımını yapmaya karar veren Şule doğru bir tanım yaparak, diğer dörtgenlerin paralelkenardan daha özel olduğuna, paralelkenarın daha kapsayıcı olduğuna karar vermiştir. Şule, eşkenar dörtgen ile dikdörtgeni birbiriyle *ilişkilendirmeden* karenin dikdörtgenin özel hali olduğunu *tanıyıp* hiyerarşik ilişkisini tamamlamıştır (Şekil 41).

Nida matematik başarı düzeyi bakımından düşük düzeyde olmasına karşın uygulama süresince oldukça aktif bir şekilde Yiğit ile birlikte etkinlikleri tamamlamıştır. Nida'nın bu soruya ilişkin çözümü dört dakika sürmüştür. Nida'nın görüşme metinleri aşağıda verilmiştir (A: Araştırmacı, N: Nida).

*1N: Yamuk en genel dörtgendi. Yamuğun tanımında sadece bir tane karşılıklı kenarı paralel dörtgen dememiz yeter. Bu yüzden yamuğun özellikleriyle paralelkenar çizebiliriz. Ama paralelkenarın daha fazla özelliği olduğu için paralelkenarın tanımıyla yamuk çizemiyoruz. O yüzden paralelkenar daha özel oluyordu. Yamuk daha genel oluyor. Aynı şekilde paralelkenarın tanımıyla eşkenar dörtgen çizebiliyoruz ama eşkenar dörtgene bir özellik eklediğimiz zaman paralelkenar çizemiyoruz.* ***(İlişkilendirme-Kullanma, Farkındalık-Pekiştirme)***

*2A: Ne özelliği mesela?*

*3N: Eşkenar dörtgenin tüm kenarları eşittir.****(Tanıma)***

*4A: Paralelkenarın nasıl özelliği vardı?*

*5N: Paralelkenarda da karşılıklı kenarları birbirine paralel desek o zaman eşkenar dörtgen çizebiliriz. Ama örneğin karşılıklı kenarları birbirine paralel ve tüm kenarları birbirine eşittir dersek paralelkenar çizemeyiz. Bu yüzden eşkenar dörtgen paralelkenara göre daha özeldir.* ***(İlişkilendirme-Kullanma, Farkındalık-Pekiştirme)***

*6N: Dikdörtgen de eşkenar dörtgenden daha özel çünkü…. (duraksadı bir süre)*

*7A: Eşkenar dörtgen ile dikdörtgen arasında nasıl bir ilişki vardır Nida?*

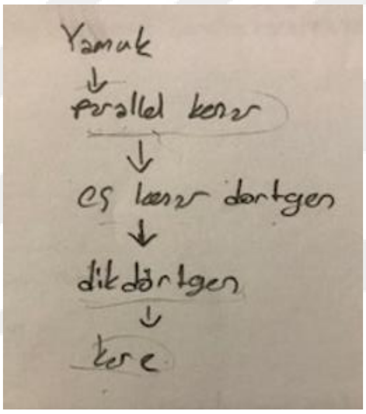
*8N: Eşkenar dörtgene nasıl bir özellik ekleyelim?*

*9A: Eşkenar dörtgenin tanımını yap önce istersen.*

*10N: Tüm kenar uzunlukları birbirine eşit, karşılıklı açılar birbirine eşit, karşılıklı kenarlar birbirine paralel dörtgendir. O zaman dikdörtgen olması için karşılıklı kenar uzunlukları birbirine eşit desek sadece karşılıklı kenar uzunlukları birbirine eşit olduğuna göre dikdörtgen daha özel bir dörtgen oluyor.* ***(Tanıma, İlişkilendirememe)***

*11A: Peki.. Dikdörtgen ile kare arasında nasıl bir ilişki vardır?*

*12N: Dikdörtgenin tanımında karşılıklı kenarlar birbirine paralel, bütün açılarının ölçüleri 90, iç açıları ölçüleri toplamı 360. Karenin de 360 ama kareye tüm kenarları birbirine eşit desek o zaman kare daha özel olmuş oluyor.* ***(İlişkilendirme-Kullanma, Esneklik-Pekiştirme)***




*Şekil 42*. Nida'nın yaygın bilişsel yolu.

Nida soruyu okur okumaz en genel dörtgenin yamuk olduğunu belirtmiş ve yamuğun tanımını yaparak paralelkenarın neden yamuğun özel hali olduğunu paralelkenarın özelliklerini *kullanarak* pekiştirmiştir (1N). Benzer şekilde Nida, eşkenar dörtgenin de paralelkenarın özel hali olduğunu çünkü paralelkenarın özelliklerine ek olarak tüm kenarlarının birbirine eşit olduğunu ifade etmiştir (5N). Ancak Nida, dikdörtgen ile eşkenar dörtgen arasında kenar uzunluğu özelliğini kullanarak ilişki kurmaya çalışmış, ikisinin de açılarının farklı olduğunu dikkate almayarak dikdörtgeni eşkenar dörtgenin özel hali olarak göstermiştir (10N). Nida, kare ile dikdörtgeni ilişkilendirirken de kritik olmayan bir özellik olan iç açıları ölçüleri toplamını kullanmıştır. Fakat Nida, sıklıkla karenin dikdörtgenin özel hali olduğu bilgisiyle karşılaştığı için bu konuda *esneklik* kazanmıştır. Nida grup çalışmalarında Yiğit ile birlikte sürece sürekli aktif olarak katılan bir öğrenci olmasıyla birlikte uygulama sürecinde birlikte oluşturdukları bu yapıları, kendinden emin bir tavırla ifade ederek yaygın bilişsel yolunu ortaya koymuştur (Şekil 42).

Üç öğrencinin de birinci sorudaki cevaplarından, dörtgenler arasında ilişki kurarken dörtgenlerin tanımlarından yararlandıkları, bu tanımları yaparken de kritik özelliklerini kullanmaya çalışmaları görülmüştür. Yiğit'in dörtgenlerdeki hiyerarşik ilişkiyi tamamen doğru, Şule ve Nida'nın da dikdörtgen ve eşkenar dörtgen arasındaki ilişkiyi kuramadıklarından dolayı kısmen doğru bir şekilde *oluşturmuşlardır.* Ayrıca bu süreçte özel dörtgenlerin genel dörtgenlerin özelliklerini taşıdıkları bilgisini de *kullanmışlardır.*

*Kontrol grubu öğrencilerinin soyutlama süreci bulguları ve yorumları.*

Mustafa matematik başarı notları yüksek olan, derslere aktif katılan ve fikirlerini ifade etmekten çekinmeyen bir öğrencidir. Mustafa ile birinci soru için yapılan görüşme 9 dakika sürmüştür. Araştırmacı'nın Mustafa ile yaptığı görüşmenin diyalogları aşağıda verilmiştir (A: Araştırmacı, M: Mustafa)

*1A: Soruda yamuk, paralelkenar, eşkenar dörtgen, dikdörtgen ve kare arasındaki ilişkiyi soruyor.*

*2M: İlişki derken?*

*3A: Kapsama ilişkisi, özel ve genel olma durumu gibi.*

*4M: Yamukta U kuralı vardır, şu açıların toplamı 180 derece, köşegenler birbirini dik kesmiyor ondan sonra sadece üst ve alt kenarı birbirine paralel.* ***(Tanıma)***

(Mustafa'nın ne yapacağını anlamadığını anlayan araştırmacı tarafından Mustafa'ya kare ve dikdörtgen arasındaki özel hal olma ilişkisini örnekler vererek anlatıldı. Mustafa'nın anladığını ifade etmesinden sonra sürece devam edildi)

*11A: Şimdi aynı şekilde paralelkenar ile eşkenar dörtgen için düşün. Mesela paralelkenarın tanımı neydi?*

*12M: Karşılıklı kenarları birbirine paralel, köşegenler birbirini dik kesmez, karşılıklı açıları birbirine eşittir. Ama eşkenar dörtgende tüm kenarları birbirine eşit oluyor. Diğer özellikler aynı aslında.* ***(Kritik olmayan özellik kullanımı, Tanıma)***

*13A: Paralelkenarın tanımıyla eşkenar dörtgen çizebiliyor muyuz?*

*14M: Evet ama eşkenar dörtgenin bütün kenarları birbirine eşit. Bu yüzden eşkenar dörtgenin özelliği daha çok oluyor. O zaman eşkenar dörtgen paralelkenarın özel hali oluyor.* ***(İlişkilendirme-Kullanma)***

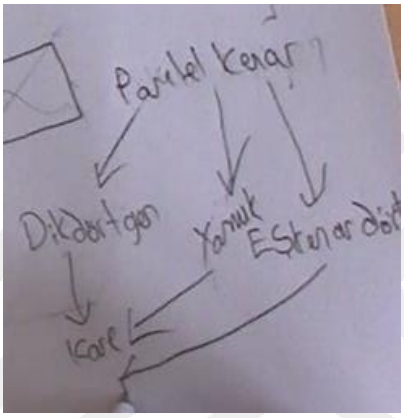
*15M: Mesela dikdörtgen ile paralelkenarı ele alalım. (Kağıda bir dikdörtgen ve paralelkenar çizdi) Genel olduğu zaman daha az özelliği olan dikdörtgen oluyor. Çünkü tüm* *kenar uzunlukları ikisinde de birbirine eşit değil. Dikdörtgenin köşegen uzunlukları birbirine eşit, paralelkenarın birbirine eşit değil. (Duraksadı)* ***(İlişkilendirememe)***

*16A: Dörtgenler arasındaki ilişkiyi gösteren şekil çizmeni istiyorum senden (örnek çizimle göstererek)*

*17M: (Yaygın bilişsel yolunu çizdi, en genel dörtgen olarak paralelkenarı belirledi)*

*18A: Neden paralelkenar yamuğa göre daha genel?*

*19M: Yamuğun yan kenarları paralel değil, köşegen uzunlukları farklı…****(İlişkilendirememe)***




*Şekil 43*. Mustafa'nın ilk çizdiği yaygın bilişsel yolu.

Yapılan görüşmede Mustafa'nın, dörtgenler arasında nasıl ve neye göre ilişki kurması gerektiğini bilmediği ve sadece dörtgenlerin kritik ve kritik olmayan özelliklerini kullanarak ilişki kurmaya çalıştığı görülmektedir. Ancak Mustafa'nın kritik olmayan özellikleri kullanmak kafasını karıştırmış ve dörtgenler arasında hiyerarşik ilişki kurmasına engel olmuştur. Sürecin devam edebilmesi için araştırmacı dikdörtgen ve kare arasındaki ilişki üzerinden, dörtgenlerin kritik özelliklerini kullanarak tanımlarını yapmasını gerektiğini ipucularla verse de Mustafa'nın durumu anlamadığı 15M, 19M'deki ifadelerinden görülmektedir. Mustafa, yalnızca eşkenar dörtgen ile paralelkenarın tanımlarını doğru bir şekilde *kullanarak* eşkenar dörtgenin paralelkenarın özel hali olduğunu ifade etmiştir (14M). Mustafa, en genel dörtgen olarak paralelkenarı oluşturmasının nedenini de açıklayamamıştır (19M).

Seda matematik ders notları bakımından orta düzeyde bir öğrenci iken ders içi faaliyetlerde aktif ve öğrenmeye hevesli bir öğrencidir. Seda ile yapılan görüşme altı dakika sürmüştür. Seda'nın dörtgenler arasında nasıl bir ilişki kurduğunu incelemek amacıyla yapılan görüşmeye ait diyalog aşağıda verilmiştir (A: Araştırmacı, S: Seda).

(Seda'ya dikdörtgen ile kare arasındaki özel hal olma durumu tanımlardan yararlanılarak anlatıldı, Seda karenin daha fazla özelliğinin olmasından dolayı dikdörtgenin özel hali olduğunu anladığını söyledi)

*3A: Şimdi bu anlattıklarımla paralel olarak diğer dörtgenler arasındaki ilişkiyi gösteren bir kavram haritası çizmeni istiyorum.*

*4S: Tamam hocam anladım. (bir süre düşündü)*

*5S: Şimdi en başta kare gelmesi lazım, çünkü hepsinden daha fazla özelliği var. Daha sonra eşkenar dörtgen gelmesi lazım çünkü eşkenar dörtgen kareye benzer, karenin özelliklerinden birçoğunu taşıyor, üçüncü sırada dikdörtgen o da zaten karenin genel hali oluyor, paralelkenarda sadece iki kenarı birbirine eşit olduğu için o yüzden dördüncü sırada paralelkenar var. Yamukta da hiçbir kenar birbirine eşit olmadığı için en son sırada yamuk var (Şekil 57)* ***(İlişkilendirme-Kullanma)***

*6A: En son sıra dediğin en genel mi en özel mi?*

*7S: Genel.*


*Şekil 44*. Seda'nın yaygın bilişsel yolu.

Seda dörtgenler arasında ilişki kurarken, dörtgenlerin tanımlarını dikkate alarak yaygın bilişsel yolunu oluşturmuş ve yamuğun en az özelliğe sahip olmasından dolayı en genel dörtgen olduğunu, karenin de en fazla özelliğinin olması nedeniyle en özel dörtgen olduğunu ifade etmiştir. Seda, paralelkenarın dikdörtgenle arasındaki ilişkiyi de kurmasına rağmen, eşkenar dörtgeni paralelkenar ile ilişkilendirmemiştir. Ayrıca Seda, eşkenar dörtgen ile dikdörtgen arasında bir ilişki olmamasına rağmen yaygın bilişsel yolunda dikdörtgeni eşkenar dörtgenin özel hali olarak göstermiştir. Genel olarak Seda'nın dörtgenlerin özelliklerini *tanıdığı* söylenebilir. Fakat tanımlara yeterince dikkat etmemesi nedeniyle dörtgenler arasındaki ikili ilişkilerde sıkıntı yaşamıştır (5S).

Bengü matematik derslerinde düşük düzeyde başarı gösteren bir öğrencidir. Ancak ders içi etkinlikde söz hakkı alan, fikirlerinin arkasında duran bir profil sergilemektedir. Bengü ile yapılan görüşme yaklaşık olarak 13 dakika sürmüştür. Bengü ile yapılan görüşmenin diyaloğu aşağıda verilmiştir (A: Araştırmacı, B: Bengü).

*4B: Mesela eşkenar dörtgende ve karede köşegen açıortaydır. (çizerek gösterdi) Paralelkenarda paralel olduğu için komşu açıların toplamının 180' eşit olması, karede de aynı şekilde, dikdörtgende de ardışık açıların toplamının 180'e eşit olması.* ***(Tanıma)***

*5B: Dikdörtgende köşegenler birbirini eş böler, karede de birbirini eşit böler (çizerek gösterdi). Karede birçok özellik var. Köşegenler birbirini dik keser. Eşkenar dörtgende de köşegenler birbirini eşit kesiyor. Bu kadar.* ***(Tanıma)***

*6A: Özelliklerini gayet güzel açıkladın. Şimdi mesela kare dikdörtgenin bir özel hali midir yoksa dikdörtgen mi karenin özel halidir?*

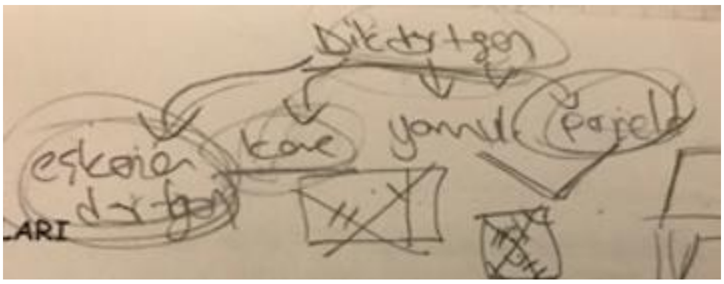
*7B: Kare dikdörtgenin özel halidir. Çünkü en özelleşmiş hali budur. Çünkü bütün özellikleri vardır.*

*8A: Diğer dörtgenleri de birbiriyle ilişkilendirsen?*

*9B: Mesela eşkenar dörtgende paralelkenar ile ilişkilidir. İkisinde de karşılıklı kenarlar birbirine paralel. Paralelkenar da dikdörtgenin yan çevrilmiş hali.****(Prototip olgunun kavram imajını etkilemesi, Tip 2 hata)***

*11B: Bunların en geneli bence dikdörtgen. Dikdörtgen paralelkenara ayrılıyor birazcık yamultularak. Sonra yamuk oluşturuluyor bazı kenarları kesilerek. Sonra kare, en özelleşmiş hali bu çünkü bütün kenarları eşit oluyor birbirine. Eşkenar dörtgen bence dikdörtgenin sadece kenarlarının değiştirilmiş hali.* ***(Prototip olgunun kavram imajını etkilemesi, Yaygın bilişsel yol)***

*12B: Yamukla paralelkenar bazı konularda eşit çünkü paralelkenar ve yamuk bence birbirine çok benziyor çünkü dikdörtgen olarak birbirine yakınlar (çizdiği paralelkenar ve yamuk üzerinde göstererek)kare ile eşkenar dörtgen aynı gibi bir şey zaten sadece karede bütün özellikler var eşkenar dörtgende karede olan özellikler yok (Şekil 40).*




*Şekil 45*. Bengü'nün ilk çizdiği yaygın bilişsel yol.

4B, 5B’deki ifadelerden Bengü’nün dörtgenlerin özelliklerini *tanıdığı* görülmektedir. Bengü eşkenar dörtgen ile paralelkenarın, karşılıklı kenarları paralel olduğu için ilişkili olduğunu belirtmiş (9B) ve paralelkenarı da dikdörtgenin “yan yatmış hali” olarak tanımlamıştır. Bengü’nün bu ifadesi Tip 2 hataya örnek olarak gösterilebilir. Bu hataya sahip olanların paralelkenarın açılarının hiçbir zaman 90 derece olmayacağını düşünmektedirler. Bengü’nün ifadelerinden dörtgenleri ilişkilendirirken prototip özelliklerine göre ilişkiler kurmaya çalıştığı göze çarpmaktadır. Bengü, oluşturduğu yaygın bilişsel yolunda da en genel dörtgen olarak dikdörtgeni belirlemiş, diğer dörtgenleri de şekilsel olarak dikdörtgenle ilişkilendirmiştir (9B, 11B,12B).

*13A: Sen diyorsun ki bütün hepsinin başında dikdörtgen var.*

*14B: Evet.(Emin bir şekilde)*

*15A: Kare dikdörtgenin özel hali diyorsun. Dikdörtgene hangi özellik eklenmiş de kare oluşturulmuş?*

*16B: Dikdörtgen birazcık kısaltılmış, köşegenleri dik kesmiyor, kare de dik kesiyor ve açıortay. Yani karenin köşegenlerinin birçok özelliği var ama dikdörtgenin köşegenleri birçok özelliğe sahip değil.**(Kritik olmayan özellik kullanımı)***

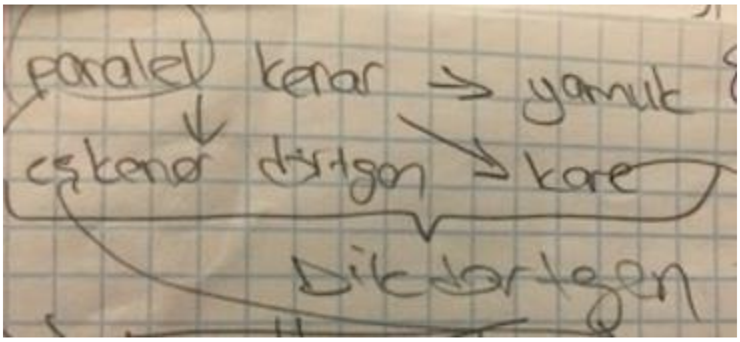
*18B: Eşkenar dörtgende de aynı şey. Dikdörtgen böyle ise eşkenar özelleştirilip kenarları eğriltilip bütün kenarları eşit hale getiriliyor. Yani paralelkenarın kenarlarının eşit olmuş hali **(Prototip, Tip 2 hata)**.*

*19A: Paralelkenarın eşit olmuş hali ise neden paralelkenarın özel hali değil?*

*20B: Çünkü mesela paralelkenarın karşılıklı kenarları birbirine eşitken, eşkenar dörtgenin bütün kenarları birbirine eşit. O zaman eşkenar dörtgen paralelkenarın özelleştirilmiş hali olabilir.*

*21A: Çizdiğin şemaya göre paralelkenar ve eşkenar dörtgen alakasız gibi duruyor. Nasıl değiştirebilirsin?*

*22B: Paralelkenar, eşkenar dörtgenin kenarları düzeltilmiş halidir. Yamuk, paralelkenarın biraz daha yamuk halidir. Kare de paralelkenarın tam düzleştirilmiş halidir. Dikdörtgen de bunların hepsini kapsıyor (Şekil 46).*




*Şekil 46*. Bengü'nün çizdiği ikinci yaygın bilişsel yol.

Bengü kare ile dikdörtgeni ilişkilendirirken kritik olmayan özelliklerden yararlanmış, eşkenar dörtgeni de dikdörtgenin kenarlarının eğriltilip bütün kenarları eşit hale getirilmiş olmasından dolayı eşkenar dörtgeni dikdörtgenin özel hali olarak kabul etmiştir (18B). Bu şekilde düşünmesinin nedeni Bengü'nün dikdörtgene karşı kavram imajından kaynaklanmaktadır. Bengü paralelkenar ile eşkenar dörtgen arasında *ilişkilendirme* yaparak yaygın bilişsel yolunda değişiklik yapmıştır (20B, 22B).

*23A: Dikdörtgenin tanımını yapar mısın?*

*24B: Karşılıklı kenarları birbirine eşit, köşegenleri birbirini tam ortadan kesen, açısı 90 derece olan bir dörtgen.* ***(Kritik olmayan özellik kullanımı)***

*25A: Paralelkenarın tanımını yapar mısın?*

*26B: İki kenarı birbirine paralel, ardışık açıları 180, karşılıklı açılar birbirine eşit, köşegenler birbirine eşit değil ama tam ortadan kesiyorlar.* ***(Kritik olmayan özellik kullanımı)***

*27A: Paralelkenarın tanımıyla dikdörtgen çizilebilir mi?*

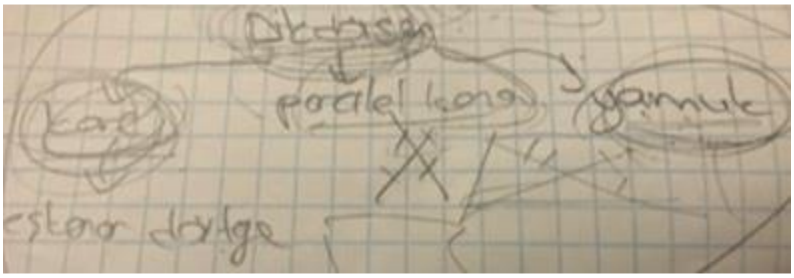
*28B: Hayır bence çizilemez. Paralelkenar bu oluyor (paralelkenar çizdi) tüm kenarları paralel, tamam dikdörtgenle paralelkenarın eşit özellikleri olabilir ama dikdörtgenin yan yatmış hali.****(Tip 2 hata)***

*32A: Dikdörtgenin tanımıyla kare çizebilir miyiz?*

*33B: Hayır imkansız. Çünkü dikdörtgenin iki kenarı eşit, karenin tüm kenarları eşit, açıortay, köşegenleri birbirine eşit.* ***(Kritik olmayan özellik kullanımı)***

*36A: Dörtgenleri birbiriyle son bir kez ilişkilendirebilir misin?*

*37B: Dikdörtgen özelleştirilmiş ve bütün özellikler verilmiş kare olmuş. Kare yan yatmış ve eşkenar dörtgen olmuş. Dikdörtgen biraz daha yan yatmış paralelkenar olmuş. Dikdörtgenin iki tarafı kesilmiş ve yamuk oluşmuş (Şekil 47).*




*Şekil 47*. Bengü'nün çizdiği üçüncü yaygın bilişsel yol.

24B, 26B ve 28B'deki ifadelerden Bengü'nün dikdörtgen ve paralelkenarın tanımını yaparken kritik olmayan özelliklerini *kullanması* iki dörtgen arasında hiyerarşik bir ilişki kurmasına engel olmuştur. Bengü'nün ifadelerinden ısrarla paralelkenarı dikdörtgenin "yan yatmış" hali olarak vurguladığı dolayısıyla dikdörtgeni paralelkenarın özel hali olarak kabul etmediği görülmüştür. 33B'deki ifadede Bengü'nün kareyi dikdörtgenin özel hali olarak görmesine rağmen, karenin dikdörtgenin özelliklerini taşımadığını belirtmiştir. Onun bu şekilde düşünmesinin nedeni her iki dörtgeni tanımlarken açıortay, köşegen gibi kritik olmayan özellikleri sıralaması ve buna bağlı olarak ilişki kuramamasıdır. Ayrıca öğrencinin özel olan dörtgenin genel olan dörtgenin özelliklerini taşır bilgisini de *oluşturamadığı* görülmüştür. Yaygın bilişsel yolunu tekrar değiştirerek Şekil 47'deki son halini vermiştir. Bengü, eşkenar dörtgen ile paralelkenarı ilişkilendirmesine rağmen yaygın bilişsel yolunda bu ilişkiyi göstermemiştir.

Kontrol grubunun birinci soruya verdikleri cevaplarda üç öğrencinin de dörtgenler arasında hiyerarşik ilişkiyi doğru bir şekilde *oluşturamadıkları* görülmüştür. İlişkiyi oluştururken dörtgenlerin tanımlarını kullanmak yerine prototip özelliklerinden yararlandıkları, kavramların tanımlarını yaparken de kritik olmayan özellikleri esas aldıkları gözlemlenmiştir.

***İkinci soruya ait bulgular ve yorumlar.***

Bu soruda yer alan önermelerle öğrencilerin bir önceki soruda oluşturdukları dörtgenler arasındaki ilişkileri doğru bir şekilde oluşturup oluşturmadıklarını ve çizdikleri yaygın bilişsel yollarını yorumlamaları amaçlanmıştır. Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin bu soruya ilişkin soyutlama süreçleri ayrı başlıklar altında ele alınmıştır.

*Deney grubu öğrencilerinin soyutlama süreci bulguları ve yorumları.*

Yiğit ile ikinci soruya ilişkin yapılan görüşme dört dakika sürmüştür. Araştırmacı Yiğit'den çalışma kağıdındaki önermeleri okumasını ve cevaplamasını istemiştir. Bu görüşmeye ait diyaloglar aşağıda verilmiştir (A: Araştırmacı, Y: Yiğit).

*9Y: Bütün paralelkenarlar eşkenar dörtgendir (soruyu okudu, bir süre düşündü).*

*10Y: Yanlıştır.*

*11A: Neden?*

*12Y: Çünkü eşkenar dörtgenin tanımıyla paralelkenar çizemeyiz. Çünkü eşkenar dörtgenin tanımında bütün kenarları eşit de var. Ama paralelkenarın tanımında karşılıklı kenarları eşit ve paralel var. Bu tanımla eşkenar dörtgen de çizebiliriz paralelkenar da çizebiliriz. Ama bütün kenarları birbirine eşit, karşılıklı kenarları birbirine paralel dediğimiz zaman paralelkenar çizemeyiz.* ***(Farkındalık-Pekiştirme)***

*16Y: Bütün kareler paralelkenardır, bu doğru. Çünkü karenin tanımı bütün kenarları birbirine eşit ve karşılıklı kenarları birbirine paralel, bu tanımla paralelkenar çizemeyiz. Fakat karşılıklı kenarlar birbirine paralel dediğimiz zaman kare de çizebiliriz.* ***(Farkındalık-Pekiştirme)***

*18Y: Bütün dikdörtgenler yamuktur, doğru (emin bir şekilde). Dikdörtgenin tanımı karşılıklı kenarları birbirine paralel, yamuğun tanımı da alt ve üst kenarı birbirine paralel o yüzden dikdörtgenin tanımıyla yamuk çizemeyiz fakat alt ve üst kenarları birbirine paralel dediğimiz zaman bütün dörtgenleri çizebildiğimiz için bu doğru.* ***(Farkındalık-Pekiştirme)***

İkinci soruda yer alan önermelerin üçünü de Yiğit doğru cevaplamıştır. Ancak duruma farklı bir yönden yaklaşmıştır. Yiğit sürekli olarak önceden oluşturmuş olduğu "genel dörtgenin tanımından özel dörtgen çizilebilir, bunun tersi doğru değildir" genellemesine bağlı kalarak açıklamalarını da bu yönde yapmıştır (12Y, 16Y, 18Y). Yiğit bu konuda farkındalık kazanarak teorik bilgisini derinleştirmiştir.

Şule ile ikinci soruya ilişkin yapılan görüşme beş dakika sürmüştür. Araştırmacı Şule'den çalışma kağıdındaki önermeleri okumasını ve cevaplamasını istemiştir. Bu görüşmeye ait diyalog aşağıda verilmiştir (A: Araştırmacı, Ş: Şule).

*12A: Bütün paralelkenarlar eşkenar dörtgen midir?*

*13Ş: Evet de anlamadım tam..*

*14A: Birinci soruda çizdiğin ilişkiye bakarak cevapla istersen.*

*15Ş: (Bir süre birinci soruda yaptıklarına baktı). Hayır doğru değil*

*16A: Neden?*

*17Ş: Şimdi hocam özelden genel çizemeyiz ama genelden özel çizebiliriz. Şimdi hocam genelden özel yapabilmemiz için bir özellik daha eklemeliyiz ondan dolayı paralelkenar da genel olduğu için eşkenar dörtgene göre bu yüzden genelden özel çizebiliriz.* ***(Esneklik-Pekiştirme)***

*18A: Bütün paralelkenarlar derken ne kast ediyor sence?*

*19Ş: Paralelkenarın tanımına uyan bütün dörtgenler. Şekle bakarsak (birinci soruda çizdiği şekle baktı) Eşkenar dörtgen, dikdörtgen ve kare, bunların hepsi paralelkenarın tanımıyla çizilebilir. (Duraksadı) Eeee hocam tamam işte bunların hepsi eşkenar dörtgen değil ki kare de var dikdörtgen de var. Bu sorunun cevabı yanlış o zaman.* ***(Açıklama-Kullanma)***

*20Ş: Bütün kareler paralelkenar mıdır? Evet.*

*21A: Neden?*

*22Ş: Çünkü kare paralelkenara göre özeldir ondan dolayı da paralelkenarın özelliklerini de taşır.* ***(Tanıma, Açıklama-Kullanma, Esneklik-Pekiştirme)***

*23Ş: Bütün dikdörtgenler yamuktur. Doğru..*

*24A: Bütün dikdörtgenler yamuğun özelliğini taşır mı?*

*25Ş: Evet ama yamuk dikdörtgenlerin özelliğini taşımaz.*

*26A: Hangi özelliğini taşımaz?*

*27Ş: Mesela hocam, dikdörtgen de 90'ar derecedir iç açılar ama yamukta 90'ar derece değildir.* ***(Tanıma, Kullanma)***

*28A: Başka?*

*29Ş: Dikdörtgende karşılıklı kenarlar paralelken yamukta alt ve üst kenarlar birbirine paraleldir.* ***(Tanıma, Kullanma)***

Şule'nin 17Ş'deki ifadeleri, Yiğit'in grubun paylaşılan bilgisine kattığı "özelden genel çizilemez, genelden özel çizilebilir" bilgisini *kullandığını* ve *pekiştirdiğini* göstermektedir. Bu durum bilginin grup içerisindeki geçişine örnek olarak gösterilebilir. Araştırmacı Şule'ye ipucu vererek (18A) önerme üzerinde yeniden düşünmesini sağlamıştır. Şule ilk soruda oluşturmuş olduğu dörtgenlerin hiyerarşik ilişkiyi *kullanmıştır.* Ancak eşkenar dörtgen, dikdörtgen ve karenin paralelkenar olmasına rağmen eşkenar dörtgen olmadığını, bu yüzden önermenin yanlış olduğunu ifade etmiştir (19Ş). Burada aslında Şule'nin çizdiği ilişkiye göre dikdörtgen ve kare de eşkenar dörtgendir. Ama Şule bu duruma dikkat etmeden soruyu cevaplamıştır. Cevap doğru olmasına rağmen öğrencinin bunu bilinçli olarak doğru cevaplamadığı aşikardır. Şule, ikinci önermede karenin paralelkenarın özel hali olmasını *tanıyarak*, özel olan dörtgenlerin daha genel olan dörtgenlerin özelliklerini taşıdığı bilgisini de *kullanarak pekiştirmiştir.* Benzer şekilde üçüncü önermede de yamuğun dikdörtgenin özelliklerini taşımadığını, buna karşın dikdörtgenin yamuğun özelliklerini taşıdığını ifade etmiştir (23Ş, 27Ş, 29Ş). Üçüncü önerme ile ikinci önermenin benzer olması ve Şule'nin her ikisini de doğru şekilde cevaplaması bu konuda *farkındalık* kazandığını, teorik olarak bu yapıyı zihninde *oluşturduğunu* göstermektedir.

Nida ile yapılan görüşme altı dakika sürmüştür. Araştırmacı Nida'dan çalışma kağıdındaki önermeleri okumasını ve cevaplamasını istemiştir. Bu görüşmeye ait diyalog aşağıda verilmiştir (A: Araştırmacı, N: Nida).

*13N: Bütün paralelkenarlar eşkenar dörtgendir. Olabilir çünkü paralelkenarın tanımından eşkenar dörtgen çizebildiğimiz için bütün paralelkenarlar eşkenar dörtgen olabilir.* ***(İlişkilendirme-Kullanma)***

*15N: Bütün kareler paralelkenardır demiş. Burada kare paralelkenardan daha özel, paralelkenarın tanımıyla kare çizebiliriz. Karenin tanımıyla paralelkenar çizemeyiz, çünkü karenin bütün kenarları birbirine eşit, karşılıklı kenarları birbirine eşit deseydik olurdu. Ama bu yanlış bence.* ***(İlişkilendirme-Kullanma)***

*16A: Paralelkenarın özelliklerini kare taşıyor mu?*

*17N: Karşılıklı kenarları birbirine paralel ikisinde de, karşılıklı açılar birbirine eşit karede de var eee ondan sonra ama karşılıklı kenarlar birbirine eşit dediğimiz zaman kare olmuyor.*

*18A: Karşılıklı kenarlar birbirine eşit özelliği karede yok mu?*

*19N: Var aslında.*

*20A: Soruda aslında bütün kareler paralelkenar özelliğini taşır mı diye soruyor, doğru mu?*

*21N: Doğru çünkü daha az önce saydım hepsini, hepsi karede vardı. Özel olan dörtgen genel olan dörtgenin özelliğini taşır.* ***(Akıl yürütme-Kullanma)***

*22N: Bütün dikdörtgenler yamuktur demiş. Evet..Burada da dedik ya (yaygın bilişsel yolu üzerinde göstererek) özel dörtgen daha genel olan dörtgenin özelliklerini taşır dedik.* ***(Akıl yürütme-Kullanma, Esneklik-Pekiştirme)***

*23A: Biraz daha açıklar mısın?*

*24N: Yine özelliklerden mi gidiyim? Yamuğun özelliğini anlatıyım. Alt ve üst taban birbirine paralel desek dikdörtgen çizebiliriz.*

*25A: Yamuğun tanımı nedir?*

*26N: Alt ve üst tabanlar birbirine paralel dörtgendir.* ***(Tanıma)***

*27A: Soruya dönelim. Bütün dikdörtgenler yamuğun özelliğini taşır mı?*

*28N: Alt ve üst taban birbirine paralel dediğimiz zaman her ikisini de çizebiliriz.*

Nida ilk önermede Yiğit'in grubun paylaşılan bilgisine kattığı çizilebilir çizilemez genellemesini kullanarak soruya cevap vermiştir. Eşkenar dörtgenin paralelkenarın özelliklerini taşıdığını belirterek, diğer paralelkenar olan dörtgenleri gözardı edip bu önermenin doğru olduğunu söylemiştir (13N). İkinci önermede ise ilk başta yine Yiğit'in oluşturduğu yapının etkisinde kalarak bütün karelerin paralelkenar olmadığını iddia etmiştir (15N). Araştırmacı burada duruma müdahale ederek Nida'nın bu şekilde düşünmesinin nedenini irdelemiştir (16A). Nida'nın verdiği cevaplardan (17N, 19N, 21N) dörtgenler arasındaki kapsayıcı ilişkiyi doğru bir şekilde *oluşturduğu* görülmüştür. Ancak Nida'nın soruda ne istendiğini tam olarak anlamadığından yanlış cevap verdiği göze çarpmaktadır. Araştırmacı soruda ne anlatılmak istendiğini (20A) Nida'ya söylediğinde, Nida "özel olan dörtgen genel olan dörtgenin özelliklerini taşır" şeklinde *akıl yürüterek* bütün karelerin aslında paralelkenar olduğunu belirtmiştir. Nida üçüncü önermenin neyi kastettiğini hızlı bir şekilde anlayarak soruya bütün dikdörtgenlerin yamuk olduğunu söylemiştir (22N). Nida yamuğu matematiksel olarak nispeten doğru bir kullanarak tanımlamıştır (26N). Son önermeyle birlikte Nida hiyerarşik ilişkide dörtgenlerin özel ve genel olması durumlarını *pekiştirmiştir.*

Deney grubu ile ikinci soruya ilişkin yapılan görüşmelerde öğrenciler önermelerin doğru veya yanlış olma durumlarına doğru yanıtlar vermişlerdir. Öğrencilerin önermeleri yorumlarken dörtgenlerin tanımlarını kullandıkları ve tanımları yaparken kritik özellikleri kullanmaya özen gösterdikleri görülmüştür. Ayrıca öğrencilerin ifadelerinde paylaşılan bilgiden yararlandıklarına dair örnekler yer almaktadır.

*Kontrol grubu öğrencilerinin soyutlama süreci bulguları ve yorumları.*

Mustafa ile yapılan görüşme 10 dakika sürmüştür. Araştırmacı Mustafa'dan çalışma kağıdındaki önermeleri okumasını ve cevaplamasını istemiştir. Bu görüşmeye ait diyalog aşağıda verilmiştir (A: Araştırmacı, M: Mustafa).

*22M: Eşkenar dörtgen paralelkenara göre daha özel olduğu için paralelkenarın özelliklerini taşıyor. O yüzden bütün paralelkenarlar eşkenar dörtgendir.*

*23M: Bütün kareler paralelkenardır. Hayır tabiki.*

*24A: Hangisi daha özeldir.*

*25M: Kare özel oluyor bence*

*26A: Kare paralelkenarın özelliklerini taşır mı?*

*27M: Hayır ama birkaç tane özelliğini taşıyor olabilir. Karşılıklı kenarlar birbirine paralel ve eşit.*

*28A: Soruda bütün kareler paralelkenarların özellikleri taşır diyor soruda*

*29M: Yani bir tane özellik olsa da olur mu yoksa hepsini mi taşıması lazım?*

*30A: Yani paralelkenarın tanımında geçen özellikleri taşır mı?*

*35M: Hayır bu yanlış. Çünkü karelerdeki özelliklerin tanımını yaptığımızda bir paralelkenar elde edemeyiz.*

*36A: Bütün dikdörtgenler sence yamuk mudur?*

*37M: Değildir (kağıda yamuk ve dikdörtgen çizdi). Dikdörtgenin karşılıklı kenarları birbirine paralelken, yamuğun yan kenarları değildir. Köşegen uzunlukları dikdörtgende eşit yamuk da değil. Karşılıklı açılar dikdörtgende eşit, yamukta değil.* ***(Tanıma)***

*38A: Yamuğun tanımını söyleyebilir misin, bana yamuğu çizdirmek istesen ne söylersin?*

*39M: İki tarafında da U kuralı olması lazım dediğim zaman çizebilirsiniz.*

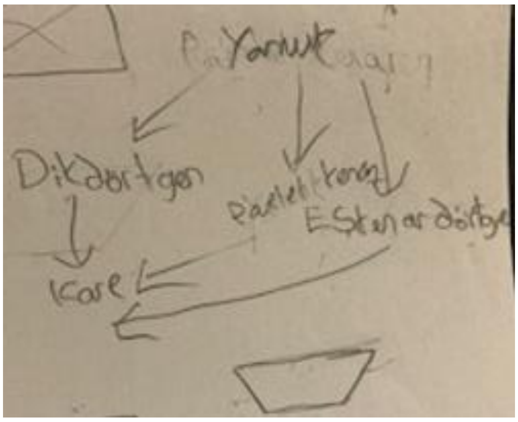
*40A: (paralelkenar çizerek) tamam çizdim.*

*41M: (Gülerek) Köşegen uzunlukları birbirine eşit derim.*

*42A: Peki ben sana sadece bir çift karşılıklı kenarı paralel dörtgen çiz dersem.*

*43M: (yamuk çizdi) doğru, çizebildim. Yamuğun en az özelliği var o zaman en genel yamuk oluyor. (yaygın bilişsel yolunda paralelkenar ile yamuğu yer değiştirdi)*

*44M: Bu son soru da yanlış olur. Çünkü tanımlarını yaptığımız zaman bunda bir tane özellik söylüyorsak diğerinde iki tane özellik söylüyor olabiliriz. Söylediğimiz özellikler birbirini tutmayabilir.*




*Şekil 48*. Mustafa'nın sonradan düzelttiği yaygın bilişsel yolu.

Mustafa eşkenar dörtgenin paralelkenarın özelliklerini taşıdığını bu yüzden paralelkenarın özel hali olduğunu, dolayısıyla ilk önermenin doğru olduğunu söylemiştir (22M). Ancak ikinci önermede kareyi paralelkenarın özel hali olarak kabul etmesine rağmen, karenin paralelkenarın özelliklerini taşıdığını *anlamlandıramamıştır* (27M). Mustafa, kareden paralelkenar elde edilemeyeceğini düşündüğünden ikinci önermenin yanlış olduğunu ifade etmiştir (35M). Üçüncü önermede Mustafa dikdörtgen ile yamuğun özelliklerini karşılaştırmaya çalışmak istemiş fakat bir sonuca ulaşamamıştır. Araştırmacı tanımlardan faydalanması gerektiğini hissettirmek için öğrencinin yamuğun tanımını yapmasını istemiştir (38A). Mustafa ise yamuğun kritik olmayan özelliklerini sıralamıştır (39M, 41M). Yamuğun tanımını yapamayan Mustafa'ya araştırmacı tanımı söylediğinde, yamuğun aslında en az özelliğe sahip olan dörtgen olduğunu *fark etmiş* ve önceki soruda oluşturmuş olduğu yaygın bilişsel yolunda paralelkenar ile yamuğun yerini değiştirmiştir. Son değişiklik ile birlikte yeniden düzeltme gereği görmemiş ve bu haliyle bırakmıştır (Şekil 48).

Seda ile yapılan görüşme 6 dakika sürmüştür. Araştırmacı Seda'dan çalışma kağıdındaki önermeleri okumasını ve cevaplamasını istemiştir. Bu görüşmeye ait diyalog aşağıda verilmiştir (A: Araştırmacı, S: Seda).

*8A: Bütün paralelkenarlar eşkenar dörtgenin özelliğini taşır mı, çizdiğin şekle bakarak cevaplandırabilirsin.*

*9S: Taşır aslında, ikisinde de karşılıklı açılar birbirine eşit, karşılıklı kenarlar eşit bu yüzden soru doğru olur.* ***(İlişkilendirme)***

*10S: Bütün kareler paralelkenardır (soruyu okudu).*

*11A: Kareler paralelkenarın özelliklerini taşır mı?*

*12S: Taşımaz, çünkü karenin tüm kenarları eşit.*

*13A: Ne demiştik dikdörtgen de, sen dikdörtgenin tanımını verdiğinde ben hem kare hem de dikdörtgen çizebilmiştim. Demek ki kare dikdörtgenin özelliklerini taşıyor ama kendine has başka özellikleri de var. Şimdi tekrardan düşün bakalım. Senin çizdiğin şekline göre hangisi daha genel?*

*14S: Paralelkenar.*

*15A: O zaman paralelkenarın özellikleriyle kare çizilebilir mi?*

*16S: Hayır. Çünkü paralelkenarın sadece iki kenarı eşit, karenin hepsi eşit.*

*17A: Tamam karenin ekstra özelliği olmuyor mu? Paralelkenarın tanımını yapar mısın?*

*18S: Paralelkenar, karşılıklı kenarları eşit ve paralel, komşu açıların toplamı 180 derece.**(Tanıma)***

*20S: Karenin de karşılıklı kenarları eşit ve paralel, paralelkenarın özelliklerini taşıyor. Kareler paralelkenardır doğru oluyor.*

*21S: Bütün dikdörtgenler yamuktur. Bu değil asla değil.*

*22A: Çizdiğin şekle göre düşün.*

*23S: Yamuk en genel, dikdörtgen ona göre daha özel olduğu için taşımaz, dikdörtgen yamuk olamaz, dikdörtgenin karşılıklı kenarları eşit, yamuğun karşılıklı kenarları eşit değil.* ***(Prototip olgunun kavram imajını etkilemesi)***

Seda çizdiği yaygın bilişsel yoluna göre paralelkenar ile eşkenar dörtgen arasında bir ilişkilendirme yapamamasına rağmen, ikisinin de birbirinin özelliklerini taşıdığını söyleyerek bu önermenin doğru olduğunu söylemiştir (9S). 12S ve 16S'deki ifadelerden Seda'nın kare ile paralelkenar arasında kapsama ilişkisini kurmasına rağmen, karenin paralelkenarın özelliklerini taşımadığını ısrarla belirttiği anlaşılmaktadır. Araştırmacı duruma müdahale ederek öğrencinin paralelkenarın tanımını yapmasını istemiştir. Seda düşündükten sonra paralelkenarı karşılıklı kenarlarının eşit ve paralel, komşu açılarının 180 derece olarak tanımlamıştır (18S). Seda bunu söylerken karenin de aynı özelliklere sahip olduğunu fark ederek karenin aynı zamanda paralelkenar olduğunu belirtmiştir (20S). İkinci önermeye benzer olan üçüncü önerme de Seda dikdörtgenin yamuktan daha özel olmasına rağmen, yamuğun özelliklerini taşımadığını, çünkü şekilsel olarak özelliklerinin benzemediğini iddia etmiştir (23S). Seda ikinci önermede *kullandığı* özel olan dörtgenin daha genel olan dörtgenin özelliklerini taşıması bilgisini son önermede *kullanamamıştır.* Bu durumun nedeni olarak yamuğun tanımını kavramsal olarak öğrenememesi ve dikdörtgenin klasik gösterimlerinden dolayı dikdörtgene sabit fikirli olarak yaklaşması gösterilebilir.

Bengü ile yapılan görüşme beş dakika sürmüştür. Araştırmacı Bengü'den çalışma kağıdındaki önermeleri okumasını ve cevaplamasını istemiştir. Bu görüşmeye ait diyalog aşağıda verilmiştir (A: Araştırmacı, B: Bengü).

*38B: Bütün paralelkenarlar eşkenar dörtgendir (soruyu okudu). Hayır, paralelkenarla eşkenar dörtgenin bazı özellikleri benziyor, eşkenar dörtgen karenin yan yatmış hali, paralelkenar ise dikdörtgenin yan yatmış hali. Eşkenar dörtgenin bütün kenarları eşit, paralelkenarın iki kenarı eşit. Bazı özellikleri eşit ama, eşit değildir bence..**(Tip 2 hata)***

*40B: Bütün kareler paralelkenardır (soruyu okudu). Bence değil, ikisi arasında çok fark var. Paralelkenar dikdörtgenin yan yatmış hali, kare ise özel bir dikdörtgen.* ***(Tip 2 hata)***

*41B: Bütün dikdörtgenler yamuktur. Bence bunla hiç alakası yok. Çünkü yamuk çok hiçbirşeye eşit olmayan bazı özellikleri çok değişik olan, dikdörtgen ise çok düzgün bir şekil. Yamukta köşegen uzunlukları çok farklı, açıları 90 derece değil.* ***(İlişkilendirememe)***

Bengü'nün ifadelerinden dörtgenlere ait kavram imajının dörtgenler arasında ilişki kurmasına engel olduğu anlaşılmaktadır. Öğrencinin dörtgenlerin kritik özelliklerine çok fazla takılmasından dolayı kapsama ilişkisini kuramamaktadır. Bengü, kareyi dikdörtgenin özel hali olarak kabul etmesine rağmen, dikdörtgeni paralelkenar olarak kabul etmemektedir (40B). Bengü'nün yaygın bilişsel yolu genel olarak ele alındığında, dörtgenleri ilişkilendirirken tanımları kullanmaması ve tamamen şekilsel özelliklerine dikkat etmesi, onun dörtgenler konusunda kavramsal bilgiyi henüz kazanmadığını göstermektedir. Bengü'nün açıklamalar yaparken kendinden emin konuşmaları ve bu iddialarının her soruda arkasında durması kalıplaşmış bir kavram imajına sahip olduğunu göstermektedir.

Kontrol grubu ile yapılan görüşmelerde, öğrencilerin bu önermelere yorum yaparken zorluk yaşadıkları gözlemlenmiştir. Öğrencilerin bir önceki soruda çizdikleri yaygın bilişsel yollarını dikkate alarak soruları cevapladıklarında çelişkili durumlar ortaya çıkmıştır. Ayrıca önermelerde yer alan "bütün" ifadesini dikkate almadan yorum yaptıkları görülmüştür.

***Üçüncü soruya ait bulgular ve yorumlar.***

Bu soruda öğrencilerden alan formülünü bildikleri herhangi bir geometrik şekilden yararlanarak yamuğun alan formülünü oluşturmaları istenmiştir. Öğrencilere derste öğrendikleri yöntemlerden farklı bir yöntem kullanmaları konusunda uyarı yapılmıştır. Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin bu soruya ilişkin soyutlama süreçleri ayrı başlıklar altında ele alınmıştır.

*Deney grubu öğrencilerinin soyutlama süreci bulguları ve yorumları.*

Yiğit ile ikinci soruya ilişkin yapılan görüşme 13 dakika sürmüştür. Araştırmacı Yiğit'den çalışma kağıdındaki soruyu okumasını ve cevaplamasını istemiştir. Bu görüşmeye ait diyalog aşağıda verilmiştir (A: Araştırmacı, Y: Yiğit).

*20A: Derste kullandığımız yamuğun alan formülleri oluşturduğumuz yollardan farklı bir yol deneyerek alan formülünü oluşturman isteniyor soruda.*

*21Y: Biraz düşüneyim..*

*22Y: Yamuğun yüksekliği varya, bu yükseklikten kesip yan tarafa yapıştırıp dikdörtgen elde ederiz. İki tarafın da yüksekliği birbirine eşit.*

*23A: Kağıdı keserek dene bakalım.*

(Yiğit birim kağıdı söylediği gibi kesti. Diğer tarafa birleştirmeye çalıştı)

*24Y: Tam dikdörtgen olmadı. Demek ki bu yamuğun kenarları birbirine eşit değil, ikizkenar yamuk değil. O zaman başka bir yol deneyelim (Tekrar düşünmeye başladı)* ***(Tanıma)***

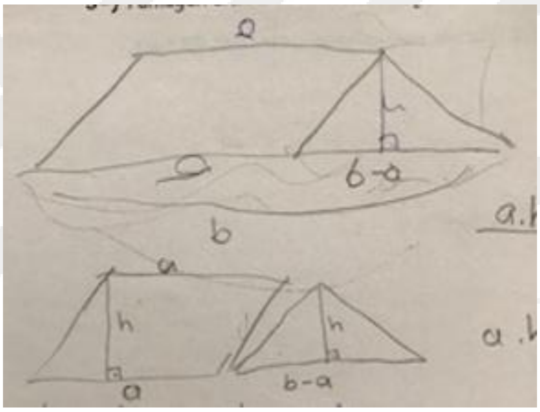
(Yiğit denemeler yapmaya devam etti, araştırmacı duruma müdahale etmeyip sessizce bekledi)

*31Y: Dik yamuk elde etsek, ama onun da alan formülünü bilmiyoruz.*

*40Y: (birim kağıt üzerindeki yamuk üzerinde göstererek) Yamuktan bir paralelkenar ve bir üçgen elde ederiz alanlarını toplarız.*

*41A: Nasıl bulursun alanlarını?*

*42Y: Paralelkenarın yüksekliğiyle üçgenin yüksekliği birbirine eşittir. O zaman yükseklikleri aynı. Kağıda çiziyim ben.* ***(İlişkilendirme-Kullanma)***



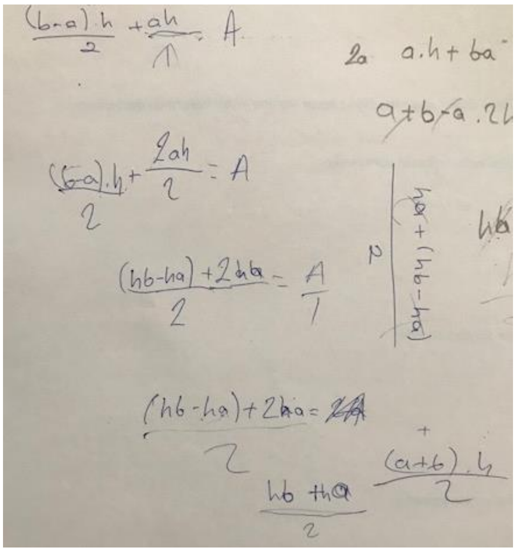

*Şekil 49*. Yiğit'in üçüncü soruya ilişkin durum temsili.

*43Y: Yamuğun üst kenarı a, alt kenarı b olsun. Burada paralelkenar oluştu. Üst kenarı a ise alt tabanı da a olur. O zaman yamuğun tabanına b demiştik, geriye b-a kalır. Şimdi formülü yerine yazalım. (* $a.h + \frac{(b-a).h}{2} = A$ *yazdı kağıda)* ***(Akıl yürütme-Oluşturma)***

*46Y: Sadeleştirmemiz gerekiyor değil mi?*

(Yiğit bu aşamadan sonra $h$'yi dağıtarak paydaları eşitlemiş ve sonuçta $\frac{(a+b).h}{2} = A$ şeklinde bulmuştur)

*52Y: (Şaşırarak) Eee yine aynı formülü bulduk, ama farklı yoldan.*




*Şekil 50*. Yiğit'in üçüncü sorudaki çözümü.

Derste yamuğun alan formülünün iki farklı yoldan oluşturan Yiğit, kendisinden farklı bir yol bulması istendiğinde, paralelkenarın alan formülünü dikdörtgenden yararlanarak buldukları gibi yamuğu keserek yan tarafına eklemeyi düşünmüştür. Ancak birim kağıdı kesip birleştirdiğinde yamuğun kenarlarının eşit olmadığını görmüş ve farklı bir yol bulmaya çalışmıştır (22Y, 24Y). Yiğit, daha sonra dik yamuk elde etmeyi düşünmüş ancak alan formülünü bildiği bir dörtgen olmadığını fark etmiştir (31Y). Yiğit dikkatli bir şekilde düşündükten sonra, yamuğu alan formülünü bildiği şekillere parçalamayı başarmıştır. Yiğit uygulama sürecindeki gibi alan formülünü bilmediği yamuğun kenarlarına $a$ ve $b$ cinsinden değerler vererek, sonradan oluşturduğu şekillerle *ilişkilendirmeye* çalışmıştır. Burada Yiğit'in çiziminde paralelkenarın tabanına $a$, geri kalan kısma da $(b-a)$ şeklinde belirtmesi yaptığı ilişkilendirmenin bilincinde olduğunu göstermektedir (43Y). Yiğit, üçgenin alanı ile paralelkenarın alanını $a$ ve $b$ cinsinden toplayarak yamuğun alan formülünü farklı bir yoldan *oluşturmuştur* (52Y).

Şule ile ikinci soruya ilişkin yapılan görüşme 13 dakika sürmüştür. Araştırmacı Şule'den çalışma kağıdındaki soruyu okumasını ve cevaplamasını istemiştir. Bu görüşmeye ait diyalog aşağıda verilmiştir (A: Araştırmacı, Ş: Şule).

*30Ş: Yamuğun içinde kare oluştururum.*

*31A: Nasıl yaparsın?*

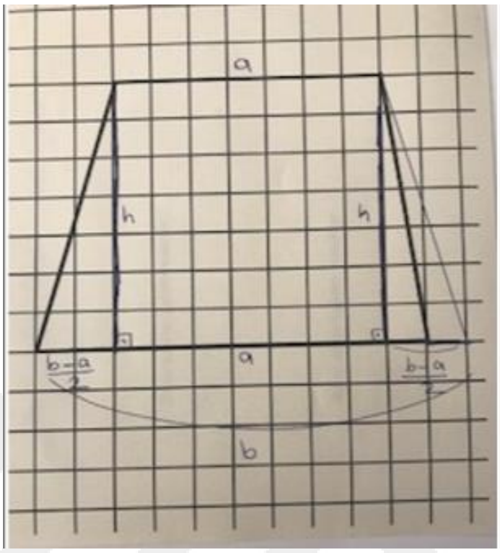
*32Ş: Yamuğun üst tabanıyla alt tabanı aynı olacak şekilde keserim, ortada kare kalır, yanlarda iki üçgen oluşur.*

*33A: Diğerlerini nasıl hesaplarsın?*

*34Ş: Hocam burası a olsun (yamuğun üst tabanına a yazdı) o zaman alt taban da yükseklik de a olur kare olduğu için.*

*35A: Nereden biliyorsun kare olduğunu?*

*36Ş: Doğru, dikdörtgen de olabilir. Yamuğun üst kenarına a diyelim. Yüksekliğini çizelim h olsun (yamuğun içinde iki tane yükseklik çizdi). O zaman burası da a dır (İki yükseklik arasında kalan kısma a yazdı). Dikdörtgenin alanından a.h olur.Burayı bulduk (Şekil 51).*




Şekil 51. *Şule'nin üçüncü soruya ilişkin çözümü.*

*37A: (üçgenleri göstererek) Bu üçgenlerin alanlarını nasıl bulacaksın?*

*38Ş: Üçgen zaten yükseklikleri h*

*39A: Tabanları nedir?*

*………………………………………………………………………………………………………*

*40Ş: Yükseklik indirdiğimiz zaman kalan kenarlar birbirine eşit değil ki (birim kareli kağıt üzerinde sayarak)*

*41Ş: İkizkenar yamuk olsaydı yapabilirdik, tabanları eşit olurdu üçgenlerin…Aslında ikizkenar yamuk olduğunu kabul ederek de yapabiliriz (İkizkenar yamuk olacak şekilde yeniden çizdi yamuğun kenarlarını). Yazalım şimdi. Yamuğun alt tabanı b olursa a kenarını çıkarırsak geriye (b-a) kalıyor. İki eşit parça olduğu için de bunu ikiye böleriz.*

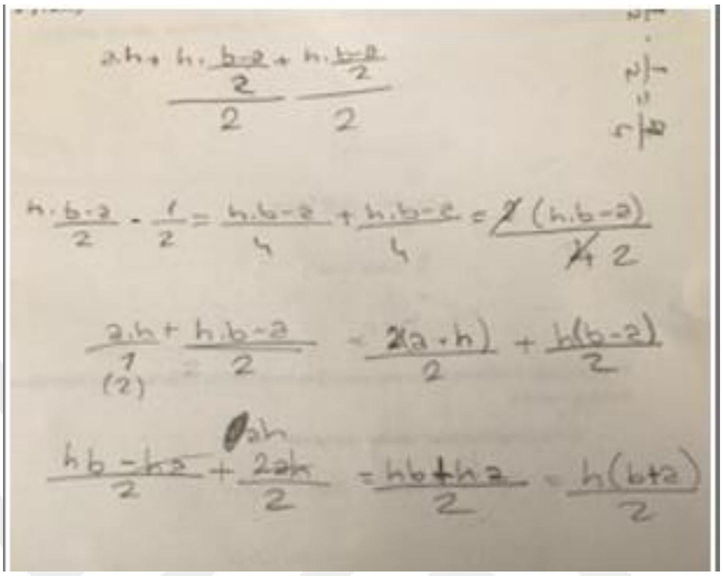
*42A: İki tane üçgenin bir tane dikdörtgenin var bunların alanlarını toplarsan neyi bulursun?*

*43Ş: Yamuğun alanını buluruz.*

*44A: Kağıda yaz bakalım.*

*45Ş: Dikdörtgenin formülü a.h buradaki üçgenlerin alanları da* $\frac{h \cdot \frac{b-a}{2}}{2} + \frac{h \cdot \frac{b-a}{2}}{2}$

(Şule kağıda bu ifadeleri yazdı, ancak sadeleştirme konusunda sıkıntılar yaşadı, araştırmacının direktifleriyle en sade hale getirebildi) (Şekil 52)



*Şekil 52.* Şule’nin üçüncü soruya ilişkin çözümü

Şule yamuğu alan formülünü bildiği başka geometrik şekillere dönüştürürken fazla vakit harcamamıştır. Önceki derslerde yaptıkları etkinliklerin Şule’ye hızlı düşünme ve dönüşümler yapma becerisi kazandırdığı söylenebilir (30Ş, 32Ş). Yamuğun yüksekliğiyle, yeni oluşturdukları şekillerin yüksekliklerini Şule doğru bir şekilde *ilişkilendirerek* yamuk içerisinde dikmeler indirmiştir. Ancak birim kağıt üzerinde verilen yamuğun ikizkenar olmaması, ilk başta Şule’yi düşündürmüş, daha sonra ikizkenar olmasının birşey değiştirmeyeceğini fark etmiş ve yamuk çeşitleri arasında *ilişki kurarak* alan formüllerinin aynı kalacağını düşünmüştür (41Ş). Şule, cebirsel ifadeleri burada çok iyi bir şekilde kullanarak üçgenin ve dikdörtgenin taban uzunluklarını yamuğun alt tabanının uzunluğuyla *ilişkilendirmiştir.* Şule yazdığı ifadeyi sadeleştirmekte oldukça zorlanmıştır. Şule’nin kesir çizgisini yanlış yere yazması ve "+" işaretini kesir çizgisiyle aynı hizada yazmaması, değişkenlerle işlem yapmasını güçleştirmiştir. Araştırmacı verdiği öğretici ipucularıyla Şule’nin ifadeyi sadeleştirmesine yardımcı olmuştur.

Nida ile yapılan görüşme 10 dakika sürmüştür. Araştırmacı Nida’dan çalışma kağıdındaki soruyu okumasını ve cevaplamasını istemiştir. Bu görüşmeye ait diyalog aşağıda verilmiştir (A: Araştırmacı, N: Nida).

*29A: Biz yamuğun alanını derste iki farklı yoldan yapmıştık, hatırlıyor musun?*

*30N: Evet, iki yamuğu kesip, bir tanesini ters çevirip birleştirdiğimizde paralelkenar oluşmuştu. Alt taban üste geldiği için a ile b yi topluyorduk, sonra h ile çarpıp ikiye bölüyorduk, iki tane yamuk olduğu için.* ***(Dolaysızlık-Pekiştirme)***

*31A: Bir başka yoldan daha yapmıştık.*

*32N: Yamuğu iki üçgen olacak şekilde ikiye bölmüştük, iki üçgenin alanını hesaplamıştık.*

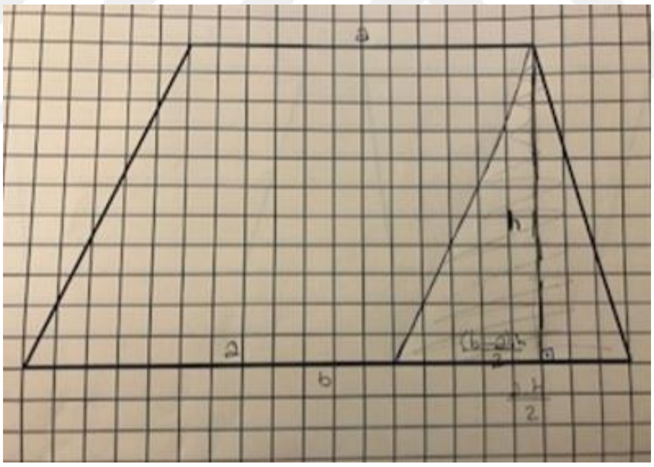
*33A: Şimdi senden tamamen farklı bir yöntemle alan formülünü bulmanı istiyorum.*

*37N: Dikdörtgen oluştursak, yanlarda iki üçgen oluşur..Ama bu üçgenlerin alanını nasıl bulurum ki..(Sessizlik)*

*38N: (Birim kağıt üzerinde çizerek) bu üçgenlerin tabanları eşit olmuyor, ikizkenar yamuk değil bu.*

*39N: Başka bir yol da şuradan çizersek bir eşkenar dörtgen bir de üçgen elde ederiz. Üçgenin alanı ile eşkenar dörtgenin alanını toplarım yamuğun alanını bulurum.*

*(Birim kağıt üzerinde Şekil 53'teki çizimi yaptı)*




*Şekil 53*. Nida'nın üçüncü soruya ilişkin çizimi.

*41N: Önce yamuğun üst tabanı a, alt tabanı b, bide yükseklik çizelim o da h olsun. Birde buraya eşkenar olacak şekilde bir paralel çiziyim.*

*42A: Hangi şekilleri elde ettin?*

*43N: Eşkenar dörtgen ve üçgen elde ettim.*

*44A: Burası (Eşkenar dörtgen olduğunu söylediği yeri işaret ederek) paralelkenar olsa senin için bir şey değişir mi?*

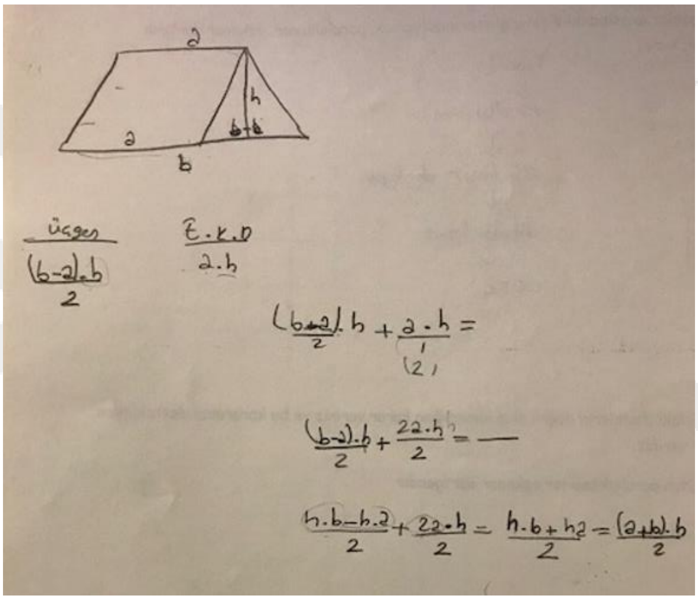
*45N: İkisinin alanı da taban x yükseklik olduğu için bir şey değişmezdi.* ***(Tanıma)***

*46A: Şimdi sen burada yamuğun tabanına b dedin. Peki burada oluşan yeni üçgenin tabanının uzunluğu ne olur?*

*47N: Eşkenar dörtgen olduğu için burası da a olur. Üçgenin tabanı için de b den a yı çıkarırız.*

*48N: Üçgenin alanı* $\frac{(b-a)\cdot h}{2}$ *yazarız. (Üçgeni de karaladı) Eşkenar dörtgenin alanı da* $a \cdot h$ *olur. Bu ikisini de toplarsak yamuğun alanını buluruz.* ***(Kullanma, Oluşturma)***

(Bu ifadelerden sonra araştırmacının yardımıyla Nida cebirsel ifadeler üzerinde sadeleştirmeler yaparak $\frac{(a+b)\cdot h}{2}$ formülünü elde etmiştir.)




*Şekil 54*. Nida'nın üçüncü soruya ilişkin çözümü.

Araştırmacı Nida'nın derste yaptıkları yamuk etkinliklerinin kalıcılığını tespit etmek için yamuğun alanını nasıl oluşturduklarını sormuştur (29A). Nida'da hızlı bir şekilde yamuğun alanını nasıl paralelkenardan yararlanarak oluşturduklarını anlatarak *pekiştirmiştir.* Nida'nın aklına kısa sürede yeni bir yöntem gelmiş, fakat yamuğun çeşitlerinin alan formülünü etkilemeyeceği konusunda *akıl yürütemeyerek* bu fikirden vazgeçmiştir (37N, 38N). Nida hemen sonrasında yamuktan bir eşkenar dörtgen ve üçgen elde edebileceğini *fark etmiş* (39N), derste yaptıkları etkinliklerden kazandığı tecrübe ile hızlıca yamuğun kenarlarını isimlendirerek ortaya çıkan eşkenar dörtgen ve üçgenin tabanıyla *ilişkilendirmiştir* (41N, 47N). Öğrenci, üçgenin ve eşkenar dörtgenin alan formülünü *kullanarak* yamuğun alan formülünü farklı bir yolla *oluşturmuştur.* Ancak diğer öğrencilerde olduğu gibi Nida da kurduğu denklemi sadeleştirirken güçlük yaşamış, araştırmacının yardımlarıyla sonuca ulaşmıştır.

Deney grubu öğrencilerinin üçüncü soruya verdikleri yanıtlar incelendiğinde, öğrencilerin uygulama sırasında yararlandıkları yöntemlerden farklı olarak yeni yöntemler belirleyerek yamuğun alan formülünü yeniden oluşturdukları görülmüştür. Öğrenciler ilk olarak yamuğu alan formülünü bildikleri başka bir geometrik şekle benzetmeye çalışarak ilişkilendirmişlerdir.

*Kontrol grubu öğrencilerinin soyutlama süreci bulguları ve yorumları.*

Mustafa ile yapılan görüşme dokuz dakika sürmüştür. Araştırmacı Mustafa'dan çalışma kağıdındaki soruyu okumasını ve cevaplamasını istemiştir. Bu görüşmeye ait diyalog aşağıda verilmiştir (A: Araştırmacı, M: Mustafa).

*45A: Üst tabanına a, alt tabanına b, yüksekliği de h olan yamuğun alan formülü nasıl oluşturulmuş olabilir?*

*46M: Alt taban ve üst tabanı toplardım (birim kağıt üzerinde kareleri saydı) iki tane böyle karşılıklı kenar yapardım 32 32, uzunlukları h mesela birleştirirdim dikdörtgen olurdu.*

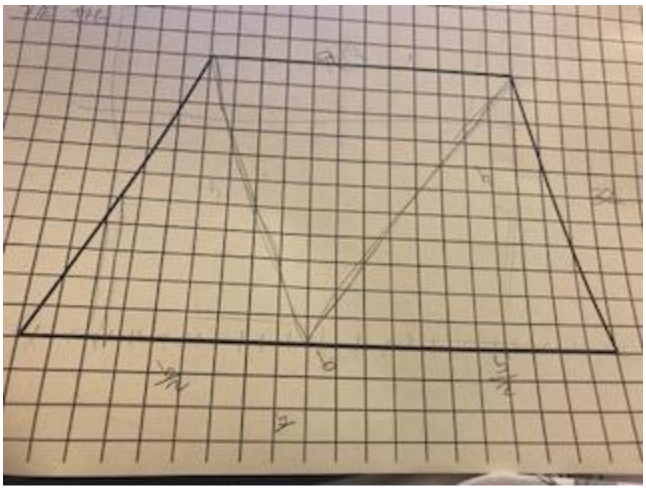
*47A: Sana her zaman böyle kareli kağıtta verilmeyebilir. (Kağıda yamuk çizerek) Böyle bir yamuğun alan formülünü nasıl oluştururdun? Bu yamuğu alan formülünü bildiğin bir şekle dönüştür.*

*48M: Yamuğun köşelerini keser dikdörtgen olacak şekilde birleştiririm. İki parça birbirini tamamlarsa.*

*49A: Birim kağıt üzerinde dene istersen.*

(Kağıt üzerinde çizip kesip birleştirmeye çalıştı, dikdörtgen olmadığını gördü)

*50M: Yamuğun içinde üç tane üçgen oluştururum. Yamuğu alt kenarının ikiye eşit böldüğünü varsayalım (Şekil 55).*

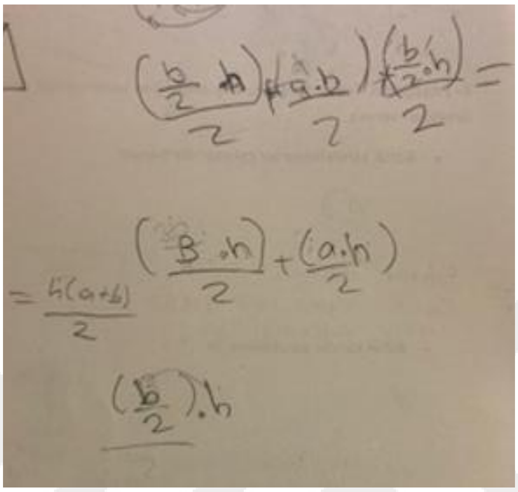


*Şekil 55*. Mustafa'nın üçüncü soruya ilişkin çizimi.

*51A: Yükseklik nerede?*

*52M: Yükseklik üç üçgen için de aynıdır (Çizdi). Üçünün alanını da toplarım.* $\left(\frac{\frac{b}{2}.h}{2}\right)+\frac{a.h}{2}+\left(\frac{\frac{b}{2}.h}{2}\right)$ *yazarım.*

(Mustafa denklemi sadeleştirirken zorluk yaşadı, özellikle h ortak parantezine almayı araştırmacının yönlendirmeleriyle yapabildi)



*Şekil 56*. Mustafa'nın üçüncü soruya ilişkin çözümü.

Mustafa'nın yamuğun alan formülünü oluştururken ilk başta sayısal değerler verme, birim kağıttaki kareleri sayma gibi yöntemler denediği görülmüş (46M), daha sonra dikdörtgen oluşturmaya çalışmış fakat yapamayacağını anlayınca vazgeçmiştir (48M). Bu denemelerden sonra Mustafa, yamuğu üç tane üçgene parçalayabileceğini ve üçgenin alan formülünden yararlanarak toplam alanı bulabileceğini söylemiştir (50M). Mustafa yamuğun ve üçgenlerin yüksekliğinin aynı olduğunu çizerek göstermiştir. Bu durum Mustafa'nın yükseklik kavramını doğru bir şekilde *oluşturduğunun* kanıtıdır. Yamuk içerisinde çizdiği üçgenlerin alanlarını $a$ ve $b$ cinsinden hesaplayan denklemi kurmuş olsa da sadeleştirme konusunda yetersiz olduğu yapılan gözlemler sonucunda ortaya koyulmuştur.

Seda ile yapılan görüşme 13 dakika sürmüştür. Araştırmacı Seda'dan çalışma kağıdındaki soruyu okumasını ve cevaplamasını istemiştir. Bu görüşmeye ait diyalog aşağıda verilmiştir (A: Araştırmacı, S: Seda).

*30S: Yamuğu üçgene uzatsak (yamuğun üst tarafını uzatarak üçgene benzetmeye çalıştı)*

*31A: Ama uzattığın yerlerin alanını bilmiyorsun.*

*32S: Dikdörtgene uzatsak.. Olmaz ama…*

(Bir süre boyunca kendi kendine denemeler yaptı, ama bir sonuca varamadı)

*33S: Dikdörtgene mi benzetiriz, başka bir şeye benzetemedim..*

*34S: Kare olur mu? (yamuğun içinde bir kare ve iki üçgen olacak şekilde dikmeler indirdi) burası 2 olsa burası 4 olsa (yamuğun üst ve alt kenarına sayısal değer verdi) o zaman üçgenlerin tabanı 1 cm olur.*

*35S: Kareli kağıtta deniyim birde. (kareleri saydı) ama üçgenler eşit olmuyor.*

*36S: Yamuktan iki üçgen elde etsek, üçgenin alanı da alt taban çarpı yükseklik bölü iki.*

*37A: Ne yapabiliriz şimdi?*

*38S: Şimdi ne yapabiliriz. Bunu böyle yaptığımız zaman burada bir derece çıkıyor (Köşegeni yamuğun dışına doğru uzattı).*

*39A: Dereceye gerek var mı?*

*40S: Ama bir dakika formülden de bulabiliriz belki.*

*41A: Şu üçgenin alanını bulabilir misin?*

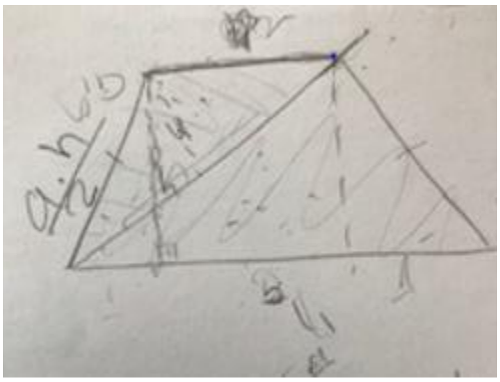
*42S: Tabanı b, yüksekliği h,* $\frac{b.h}{2}$

*43A: Diğer üçgenin alanını bulabilir misin?*

*44S: Bunun tabanı burası mı oluyor (köşegeni göstererek)*

(Araştırmacı kağıdı ters çevirdi)

*45S: Ha tamam burası oluyor. Burası da a oluyor. Bunun alanı da* $\frac{a.h}{2}$ *olur.*

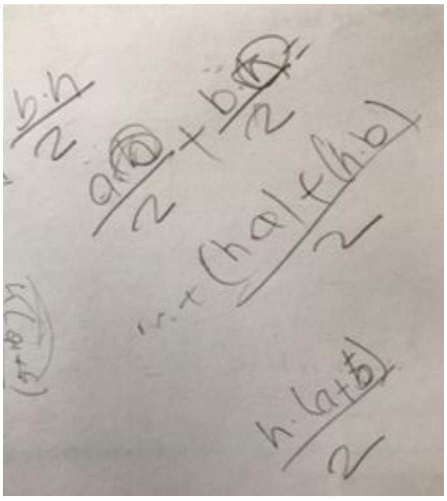


*Şekil 57*. Seda'nın üçüncü soruya ilişkin çizimi.

*46A: Yamuğun alanını nasıl hesaplarsın?*

*47S: Bu çıkan değerleri toplarım.*

(Seda iki üçgenin alanını da topladı ancak sadeleştirmede yetersiz kalmasından dolayı araştırmacı yardım etmiştir)




*Şekil 58*. Seda’nın üçüncü soruya ilişkin çözümü.

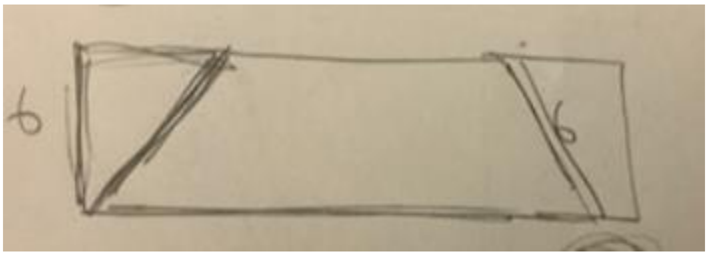
Seda bir süre yamuğu farklı bir geometrik şekle benzetmeye çalışmış, ancak başarılı olamamıştır (30S, 32S, 33S). Seda daha sonra yamuktan bir kare ve iki üçgen oluşturabileceğini düşünmüş ama birim kağıttaki yamuğun çeşitkenar olmasından dolayı bunun da yanlış olabileceğini düşünerek vazgeçmiştir (34S, 35S). Öğrenci, sonrasında yamuk içinde köşegen yardımıyla iki üçgen oluşturmuş ancak bu üçgenlerin alanlarını bulmak için köşegeni uzatarak doğru açı oluşturmaya çalışması ve köşegeni üçgenin tabanıymış gibi göstermesi Seda’nın üçgenin alanını tam olarak *oluşturamadığı* göstermiştir. Araştırmacının müdahalesiyle Seda, üçgenlerin alan formüllerini $a, b$ ve $h$ cinsinden yazarak denklem oluşturmuş ancak sadeleştirme konusunda yetersiz kalmıştır.

Bengü ile yapılan görüşme 16 dakika sürmüştür. Araştırmacı Bengü’den çalışma kağıdındaki soruyu okumasını ve cevaplamasını istemiştir. Bu görüşmeye ait diyalog aşağıda verilmiştir (A: Araştırmacı, B: Bengü).

(Bengü ilk başta yamuğun kenarlarına ve yüksekliğine sayısal değerler verip formülde yerine koymuş ve neden formülün bu şekilde olduğunu düşünmüştür)

*43A: Formülün hiç verilmediğini farzet ve yamuğu alan formülünü bildiğin bir geometrik şekle benzetmeye çalış.*

*44B: Yamuğu dikdörtgen yaparım. Yamuğun kenarıyla dikdörtgenin kenarı eşit olur (Şekil 54).*




*Şekil 59*. Bengü’nün çizimi.

*45A: Birim kağıt üzerinde bak istersen eşit mi?*

*46B: (kareleri saydı) Eşit. Peki yamuktan paralelkenar oluştursak..(Yamuğu paralelkenar olacak şekilde yanlarına parça ekledi, daha sonra sayısal değerler verdi)*

*47A: Boş bir kağıtta verilmiş olsaydı alan formülünü nasıl oluştururdun?*

*48B: Paralelkenar oluştururdum. Alan formülü taban x yükseklik. Buraya eklediğimiz parçanın uzunluğu (b-a) olur. Üçgenin alanı* $\frac{b-a}{2}.h$

*50B: Tamamının alanını nasıl bulabiliriz?*

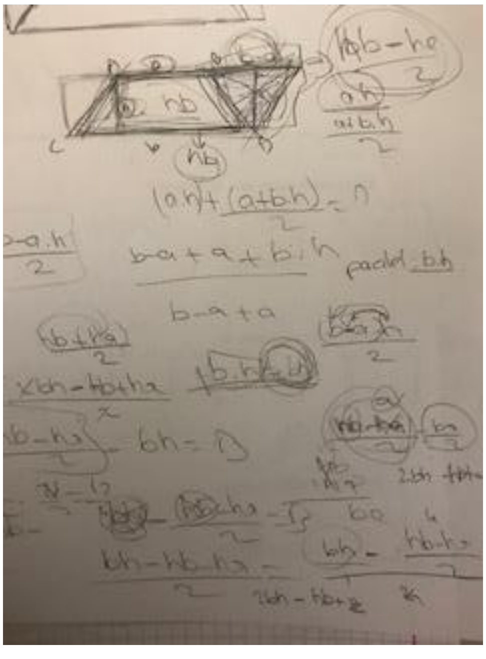
*51A: Sen yamuğa üçgen ekleyerek paralelkenar yaptın, tamamının nasıl bulunacağını mı düşünüyorsun?*

*52B: Evet.. Eşkenar dörtgene mi tamamlasam (emin olmayan bir tavırla)*

*53A: Bu şekilde hesaplanamayacağını mı düşünüyorsun? Bilinmeyen ne? Neyi bilsen hesaplayabilirdin?*

*54B: Sayı verseniz belki bilebilirdim.*

*57B: Paralelkenarın alanı b.h Bu alandan üçgeni çıkarmamız lazım.* (Paralelkenarın alan formülünden üçgenin alanını çıkarmaya çalıştı fakat sadeleştirme yaparken yanlışlıklar yapması sonuca ulaşmasını zorlaştırdı. Daha sonra Bengü, küçük üçgenin alanından paralelkenarın alan formülünü çıkarmayı denedi ve sayısal değerler vererek denklemi çözme yoluna gitti. Öğrenci uzun işlemlerin sonunda yamuğun alan formülünü *oluşturdu.*)



*Şekil 60*. Bengü'nün üçüncü soruya ilişkin çözümü.

Bengü bu soruda yamuğun alan formülünü oluştururken öncelikli olarak sayısal değerler vermeyi tercih etmiş ve formül üzerinden işlem yapmıştır. Öğrenci, araştırmacının müdahalesiyle alan formülünü bildiği dikdörtgene benzetmeye çalışmış, ancak çizdiği şekilde yamuğun kenarıyla dikdörtgenin kenarının eşit olduğu şeklinde bir kanıya varmıştır (Şekil 55). Bengü, dikdörtgenden sonra paralelkenara benzeterek yamuğun yanına üçgen eklemiş ve üçgenin alan formülünü *kullanmış* fakat yeni oluşturduğu şekilde yamuğun alanını nasıl bulacağı konusunda tereddüt yaşamıştır (50B). Sonrasında Bengü, paralelkenarın alanından üçgeni çıkarmak istemiş, ancak işlemlerini yaparken üçgenin alanından paralelkenarı çıkarmıştır. Araştırmacının müdahalesiyle öğrenci büyük alandan küçük alanı çıkarması gerektiğini *fark etmiştir.* Öğrencinin değişkenlerle işlem yaparken zorluk yaşadığı görülmüştür.

Kontrol grubu öğrencilerinin yamuğun alan formülünü oluştururken nasıl yapacakları konusunda tereddüt yaşadıkları görülmüştür. Yamuğun alan formülünü bildikleri bir geometrik şekle benzetirken iki şeklin kenar ve yüksekliklerini ilişkilendirmeden işlem yapmaya çalışmaları sürecin uzamasına neden olmuştur.

***Dördüncü soruya ait bulgular ve yorumlar.***

Bu soruda öğrencilerden eşkenar dörtgenin alanını köşegen uzunluklarından yararlanarak oluşturmaları istenmiştir. Öğrencilerin eşkenar dörtgenin özelliklerini tanımaları ve kullanmaları beklenmektedir. Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin bu soruya ilişkin soyutlama süreçleri ayrı başlıklar altında ele alınmıştır.

*Deney grubu öğrencilerinin soyutlama süreci bulguları ve yorumları.*

Yiğit ile ikinci soruya ilişkin yapılan görüşme dört dakika sürmüştür. Araştırmacı Yiğit'den çalışma kağıdındaki soruyu okumasını ve cevaplamasını istemiştir. Bu görüşmeye ait diyaloglar aşağıda verilmiştir (A: Araştırmacı, Y: Yiğit).

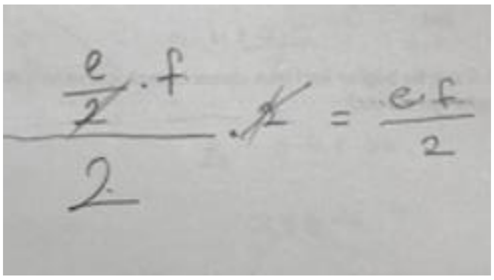
*54Y: Eşkenar dörtgende köşegenler dik kesiyor. Üçgenlerden yararlanırız. Şimdi bu üçgenin tabanı, diğer üçgenin yüksekliğine eşittir. Benzer şekilde diğer üçgenin tabanı da bu üçgenin yüksekliğine eşittir. (kağıdı yan çevirerek)* ***(Tanıma)***

*55A: Köşegenleri isimlendirerek yaparsan daha kolay olur bence.*

*56Y: Bi üçgen belirleyelim, köşegenlere e ve f diyelim. Bu üçgenin tabanı f olsun. Yüksekliği $\frac{e}{2}$ olsun. O zaman bu üçgenin alanı $\frac{\frac{e}{2}.f}{2}$ olur. Diğer üçgeninde formülü aynısı olur. Diğerinin de tabanı f, yüksekliği $\frac{e}{2}$ dir. O zaman bu yazdığımız formülü ikiyle çarparız. İkiler birbiriyle sadeleşir. Geriye $\frac{e \cdot f}{2}$ kalır.* ***(Akıl yürütme-Oluşturma)***

*57A: Bu formül neyin formülü, açıklar mısın?*

*58Y: Eşkenar dörtgenin başka bir alan formülü. e ve f köşegenlerine demiştik. O zaman köşegen uzunluklarını çarpıp ikiye bölersek eşkenar dörtgenin alanını hesaplarız.*



*Şekil 61*. Yiğit'in dördüncü soruya ilişkin çözümü.

Yiğit eşkenar dörtgenin köşegen özelliğini *tanıyarak* eşkenar dörtgenin köşegenlerinin, üçgenlerin yüksekliği ve tabanıyla ilişkili olduğunu *akıl yürüterek oluşturmuştur.* Öğrenci bir üçgen belirleyip, bu üçgenin yüksekliğinin eşkenar dörtgenin bir köşegen uzunluğunun yarısı olduğunu, tabanının ise diğer köşegeninin uzunluğuna eşit olduğunu belirtmiştir (54Y). Yine öğrenci, eşkenar dörtgenin, "köşegenler eşkenar dörtgeni iki eşit parçaya böler" özelliğini *kullanarak* iki üçgenin alanını $e$ ve $f$ cinsinden yazarak toplamıştır. Yiğit'in bulduğu formülün eşkenar dörtgenin alan ölçüsünü veren diğer formül olduğunun farkında olduğu da 58Y'deki ifadesinden anlaşılmaktadır.

Şule ile ikinci soruya ilişkin yapılan görüşme beş dakika sürmüştür. Araştırmacı Şule'den çalışma kağıdındaki soruyu okumasını ve cevaplamasını istemiştir. Bu görüşmeye ait diyalog aşağıda verilmiştir (A: Araştırmacı, Ş: Şule).

*47A: Eşkenar dörtgenin alanını köşegen uzunluklarından yararlanarak nasıl hesaplarsın Şule?*

*48Ş: Hocam şimdi köşegenleri çizdiğimiz zaman eşkenar dörtgenin içinde dört tane üçgen oluşuyor. Buradaki bir üçgenin alanı h çarpı e bölü iki olur.* ***(Tanıma)***

*49A: h neresi e neresi, çizerek gösterir misin?*

*(Birim kağıt üzerinde bir köşegenin yarısı h, diğer köşegenin yarısı e olacak şekilde çizdi?*

*50A: Peki bu çizdiklerin aynı zamanda eşkenar dörtgenin neyi oluyor?*

*51Ş: Köşegeni. Köşegenler birbirini dik ve eşit keser. (Şekil üzerinde çizerek gösterdi)* ***(Tanıma)***

*52Ş: Yükseklik h, üçgenin tabanı da e olsun. O zaman yarısı e bölü iki olur.*

(Kağıda $\frac{\frac{h}{2}\cdot\frac{E}{2}\cdot 4}{2}$ yazdı)

*53Ş: Dört tane üçgen olduğu için dört ile çarparız.*

(Yaptığı işlemler sonrasında cevabı $= h.E.2$ olarak buldu. Araştırmacı işlemleri yeniden yapmasını söyleyerek verdiği ipucularıyla Şule'nin cevabı $\frac{h\cdot E}{2}$ olarak bulmasını sağladı)

*54A: Burada h dediğimiz uzunluk neydi?*

*55Ş: Eşkenar dörtgenin köşegeni.*

*56A: E neydi?*

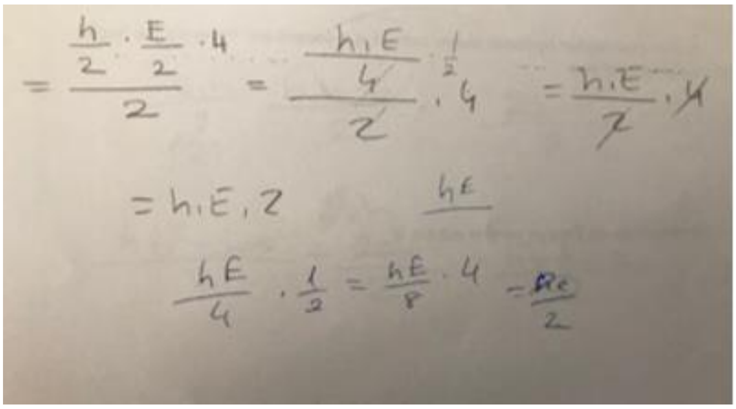
*57Ş: Diğer köşegeni.*

*58A: O zaman h yerine e diye isimlendirirsek yükseklik ile karışmasını engellemiş oluruz.*

*59A: Şimdiye kadar ne yaptık Şule özetler misin?*

*60Ş: Eşkenar dörtgenin alanı köşegenlerinin çarpımının yarısıymış.*

Daha sonra notasyonda karışıklık olmaması için araştırmacı Şule'ye $h$ yerine $f, E$ yerine de $e$ yazması gerektiğini söyledi.)




*Şekil 62*. Şule'nin dördüncü soruya ilişkin çözümü.

Şule eşkenar dörtgenin köşegen özellikleri *tanıyarak,* köşegenlerin eşkenar dörtgeni dört eşit üçgene böldüğünü *fark etmiştir.* Öğrencinin köşegen uzunluğunu notasyon ile gösterirken bunu bilinçli olarak yapmadığı hareketlerinden belli olmuştur. Şule'nin köşegenin tamamını mı yoksa yarısını mı $h$ ile gösterdiği ancak araştırmacının sorularıyla ortaya çıkmıştır. Bu durum Şule'nin matematiksel dil kullanımının yetersiz olduğunu göstermektedir. Şule, belirlediği üçgenin alanını $h$ ve $E$ cinsinden yazıp dört ile çarpmış ancak kesirlerle yaptığı yanlış işlemler sonrasında cevabı hatalı bulmuştur. Araştırmacı öğrenciden işlemleri daha açık bir şekilde tekrardan yapmasını istemiştir. Şule'nin tanıma ve kullanma eylemlerini gerçekleştirmesine rağmen işlem hatası ve sadeleştirmeyi yanlış yapması nedeniyle doğru sonuca ulaşamadığı görülmüştür (Şekil 62).

Nida ile yapılan görüşme beş dakika sürmüştür. Araştırmacı Nida'dan çalışma kağıdındaki soruyu okumasını ve cevaplamasını istemiştir. Bu görüşmeye ait diyalog aşağıda verilmiştir (A: Araştırmacı, N: Nida).

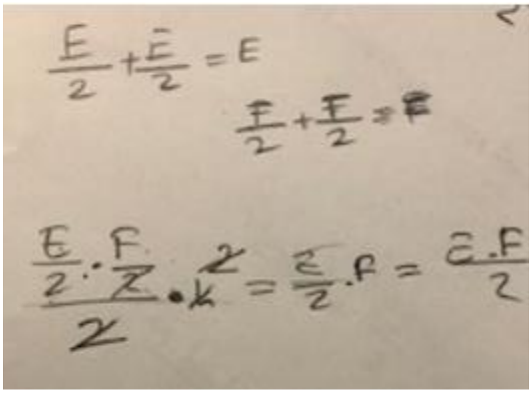
*50N: Bir tane köşegen çizdiğimizde iki tane üçgen elde ederiz. Bir tane daha köşegen çizdiğimizde iki tane daha üçgen elde ederiz. Toplam 4 tane dik üçgen elde ederim. Üçgenin formülünden gidersek..* $\frac{a \cdot h}{2}$ *formülünü kullanmamız gerekir. Köşegenlerden hesaplayacağız. O zaman bi tane köşegene h mi diyoruz?*

*51A: Tamamına e ve f demiştik ya e ve f diyebilirsin.*

*53N: Bunları kapattığımızda (diğer üç üçgeni eliyle kapatarak) dik üçgen çıkıyor. Köşegenler birbirini iki eşit parçaya böldüğü için* $\frac{e}{2}$ *olur. Diğeri de* $\frac{f}{2}$ *olur.* ***(Tanıma)***

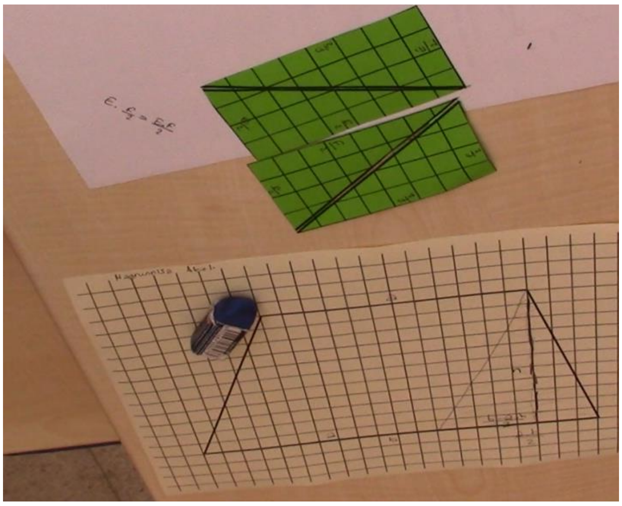
*54N:* $\frac{\frac{e}{2}.\frac{f}{2}}{2} \cdot 4$ *formülümüz oluyor. Bunu hesaplayalım.* ***(İlişkilendirme-Oluşturma)***

(Nida yazdığı formülü araştırmacıdan yardım almadan doğru bir şekilde sadeleştirerek $\frac{e \cdot f}{2}$ formülünü elde etmiştir)



*Şekil 63*. Nida'nın dördüncü soruya ilişkin çözümü.

*55N: Hocam, şu kağıdı keserek de gösterebilirim. (birim kağıtta verilen eşkenar dörtgeni köşegenlerinden keserek dört tane dik üçgen elde etti. Bu üçgenlerin tabanına ve yüksekliğine* $\frac{e}{2}$ *ve* $\frac{f}{2}$ *yazıp kare olacak şekilde birleştirdi)*

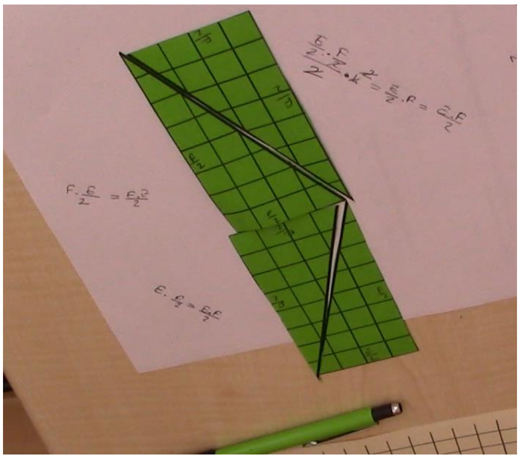


*Şekil 64*. Nida'nın eşkenar dörtgenden dikdörtgen elde etmesine ait görüntü.

*56N: Şurada oluşan dikdörtgenin bir kenarı e olur yani köşegen, diğer kenarı da* $\frac{f}{2}$ *elde ediyoruz. Dikdörtgenin alanı da taban x yükseklik olduğundan dolayı e* $\cdot \frac{f}{2} = \frac{ef}{2}$ *elde ederiz (Şekil 4.x).*

*57A: Bu kestiğin parçalardan başka hangi şekli oluşturabilirsin?*

*58N: (denemeler yaparak)Bir de böyle bir dikdörtgen elde ederim (Şekil4.x).Burada yine bir f elde ettik, burada da bir tane* $\frac{e}{2}$ *elde ettik.* $f \cdot \frac{e}{2} = \frac{f \cdot e}{2}$ oluyor dikdörtgenin alanından dolayı. Yine aynı formülü bulduk. Eşkenar dörtgenin alanını köşegenlerinden yararlanarak bulduk.



*Şekil 65*. Nida'nın eşkenar dörtgenden dikdörtgen elde etmesine ait görüntü.

Nida eşkenar dörtgenin köşegen özelliklerini, köşegenlerin birbirini dik kestiğini ve eşit böldüğünü *tanıyarak* köşegenlerin eşkenar dörtgende dört dik üçgen oluşturduğunu söylemiştir (50N). Nida, köşegen uzunluklarını da araştırmacının yönlendirmesiyle $e$ ve $f$ olarak tanımlayarak üçgenin yüksekliğini ve tabanını köşegenlerle *ilişkilendirmiştir* (54N). Nida'nın bu soruda sadeleştirmeyi tek başına ve doğru bir şekilde yaptığı gözlemlenmiştir. 55N, 56N, 58N'deki ifadelerden de görüldüğü üzere, Nida parçalara ayırdığı eşkenar dörtgeni kolaylıkla alan formülünü bildiği dikdörtgene tamamlayarak alan formülünü *oluşturmuştur.*

Deney grubu öğrencilerinin dördüncü soruyu çok kısa sürede zorluk yaşamadan cevaplandırdıkları görülmüştür. Eşkenar dörtgende köşegen özelliklerini tanımaları ve kullanmaları, alan formülünü oluştururken onlara kolaylık sağlamıştır.

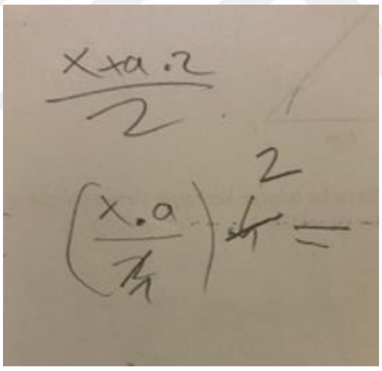
*Kontrol grubu öğrencilerinin soyutlama süreci bulguları ve yorumları.*

Mustafa ile yapılan görüşme beş dakika sürmüştür. Araştırmacı Mustafa'dan çalışma kağıdındaki soruyu okumasını ve cevaplamasını istemiştir. Bu görüşmeye ait diyalog aşağıda verilmiştir (A: Araştırmacı, M: Mustafa).

*53M: Köşegenler dik üçgen oluşturuyor. Üçgenin birinin yüksekliğine x, tabanına da a dersek, bu üçgenin alanı* $\frac{x.a}{2} \cdot 4$ *şeklinde yazarız.*

*54A: Niye dört ile çarptın?*

*55M: Dört tane üçgen var çünkü. İkileri sadeleştirirsek* $x.a.2$ *kalır.*



*Şekil 66.* Mustafa'nın dördüncü soruya ilişkin çözümü.

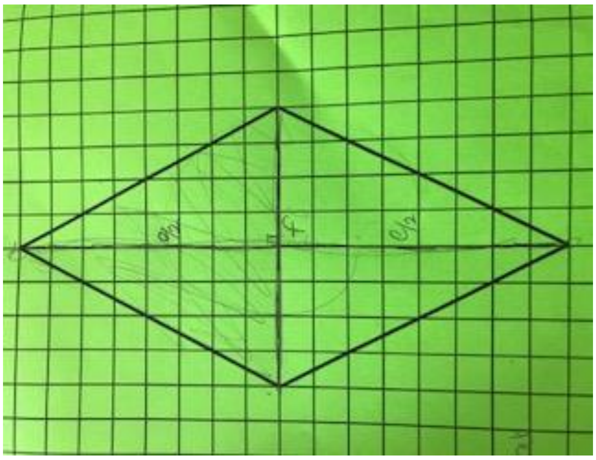
Mustafa köşegenlerin eşkenar dörtgeni dört dik üçgene ayırdığını *fark ederek,* bir üçgenin alanından eşkenar dörtgenin alanının bulanabileceğini söylemiş (53M) ancak köşegenleri değişkenlerle ifade ederken köşegenlerin yarısına x ve a dediği için sonuçta formülü $x.a.2$ şeklinde bulmuş ve bu ifadeyi köşegenin tam uzunluğuna dönüştürmeden bu haliyle bırakmıştır (55M).

Seda ile yapılan görüşme yedi dakika sürmüştür. Araştırmacı Seda'dan çalışma kağıdındaki soruyu okumasını ve cevaplamasını istemiştir. Bu görüşmeye ait diyalog aşağıda verilmiştir (A: Araştırmacı, S: Seda).

*55A: Köşegenler birbirini eşit keser mi?*

*56S: Evet.* ***(Tanıma)***

*57A: Köşegen uzunluklarına e ve f diyelim.*



*Şekil 67*. Seda’nın dördüncü soruya ilişkin çizimi.

*58S: Hocam köşegenleri çizdiğimizde iki tane üçgen oluşuyor.*

*59A: Bu üçgenin yüksekliği nedir?*

*60S:* $\frac{e}{2}$ *mi?*

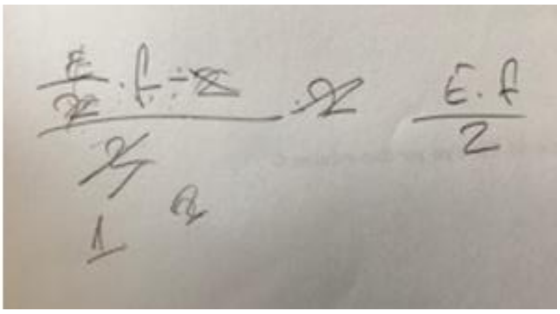
*64A: Şuradaki üçgenin alanı neye eşittir?*

*65S:* $\frac{\frac{e}{2}.f}{2}$ ***(Kullanma)***

*66S: Diğer üçgende bu üçgenin aynısı olduğu için bu formülü iki ile çarparız.*

*67A: Sadeleştirmeleri yap istersen.*

*68S: : (gerekli düzenlemeleri yaptıktan sonra)* $\frac{e.f}{2}$ *buluruz.*



*Şekil 68*. Seda’nın dördüncü soruya ilişkin çözümü.

Seda eşkenar dörtgenin alanını bir süre sayısal değerler vererek bulmaya çalışmıştır. Seda’nın kendinden emin olmayan tavırları nedeniyle araştırmacı ona köşegenlerin eşkenar dörtgen içerisinde üçgenler oluşturduğunu görmesini sağlamak için köşegenlerle ilgili bir soru yöneltmiştir (55A). Bu soru üzerine Seda'nın dikkatini üçgenler çekmiş ve köşegen uzunluklarını $\frac{e}{2}$ cinsinden yazarak, üçgenin alan formülünü *kullanmıştır.* Seda, eşkenar dörtgende köşegenin eşkenar dörtgeni iki üçgene ayırmasından dolayı bu formülü iki ile çarpmıştır. Seda oluşturduğu formülü araştırmacıdan yardım almadan sadeleştirmiştir. Bu durum cebirsel ifadelerde işlem yapabilme becerisinin yeterli düzeyde olduğunu göstermektedir (68S).

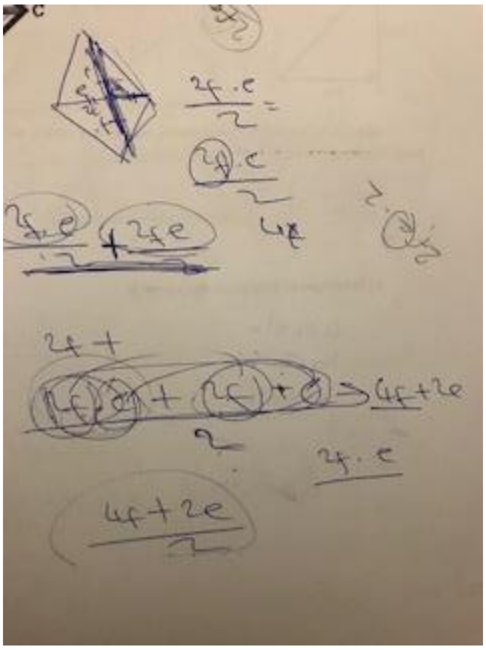
Bengü ile yapılan görüşme altı dakika sürmüştür. Araştırmacı Bengü'den çalışma kağıdındaki soruyu okumasını ve cevaplamasını istemiştir. Bu görüşmeye ait diyalog aşağıda verilmiştir (A: Araştırmacı, B: Bengü).

*60B: Eşkenar dörtgeni iki üçgene bölerim. Köşegen uzunluklarının tamamına 2e ve 2f desek. Sonra bunları ikiye bölsek çünkü köşegen birbirini eş parçaya bölüyor.* $\frac{2f.e}{2}$ *bir üçgenin alanı. Diğerinin alanı da* $\frac{2f.e}{2}$ *dir. İkisini de toplayalım* $\frac{2f.e}{2}+\frac{2f.e}{2}$ *bunları ortak payda yapsak* $\frac{4f+2e}{2}$ *olur.*

*……………………………………*

*(Araştırmacının yardımlarıyla sadeleştirme işlemini yaptı)*

*73B: Sonuç 2.e.f olur.*



*Şekil 69*. Bengü'nün dördüncü soruya ilişkin çözümü.

Bengü zorluk yaşamadan eşkenar dörtgenin içinde iki üçgen oluşturarak alanlarını toplamıştır. Ancak yazdığı cebirsel ifadelerde işlem yaparken bazı hatalar yapmıştır.

Araştırmacının yardımlarıyla, denklemin sonucunu $2.e.f$ bulmuştur. Bengü'nün cebirsel ifadelerle toplama ve çarpma işlemlerinde eksikliklerinin olduğu görülmüştür.

# BEŞİNCİ BÖLÜM

## Sonuç-Tartışma ve Öneriler

Çokgenler konusunun öğretiminde farklı iki öğretim yönteminin karşılaştırılması ve öğrencilerin soyutlama süreçlerinin incelenmesi nedeniyle bu araştırmada nicel ve nitel yaklaşımlardan yararlanılmıştır. Dolayısıyla bu bölümde nicel ve nitel bulguların sonuçları ayrı başlıklar altında sunularak tartışılmıştır.

### Nicel Bulgulara Ait Sonuç ve Tartışma

Bu çalışmada çokgenler konusunun öğretiminde araştırmacı tarafından RBC+C modelinin epistemik eylemlerine göre geliştirilen etkinliklerle yapılan öğretim ile MEB matematik ders öğretim programına göre yapılan öğretimin öğrenci başarısına olan etkililiği incelenmiştir. Bu amaçla deney ve kontrol gruplarının Çokgenler–II testlerinden aldıkları puanlar karşılaştırılmıştır.

Deney ve kontrol gruplarında yapılan iki farklı öğretimin karşılaştırılabilmesi için her iki grubun  hazırbulunuşluk bilgileri bakımından birbirine denk olması gerekmektedir. Bu amaçla hazırlanan Çokgenler-I testi uygulama öncesinde her iki gruba da uygulanmıştır. Öğrencilerin bu testten aldıkları puanlar ANCOVA ile istatistiksel olarak birbirine eşitlenerek bu testin son test puanları üzerindeki etkisi kontrol altına alınmıştır. Yapılan analizlerin sonucunda deney ve kontrol grubunun son test puanları arasında deney grubu lehine anlamlı fark bulunmuştur. Buna göre RBC+C modelinin tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme eylemleri ile şekillendirilen öğretimin, MEB matematik ders öğretim programı doğrultusunda yapılan öğretime göre öğrencilerin başarıları üzerinde daha etkili olduğu görülmüştür. RBC+C modelinin kullanıldığı deneysel çalışma fazla olmamakla beraber yapılan çalışmalarda genel olarak az sayıda öğrenci ile çalışılmış olup daha fazla öğrenci gruplarıyla çalışmalar yapılması önerilmiştir (Sezgin Memnun *vd*, 2017; Yeşildere, 2006). Bu çalışmada; önerildiği şekilde RBC+C modelinin epistemik eylemlerine göre hazırlanmış etkinliklerle öğretimin, sınıftaki tüm öğrencilere uygulanmış ve bu çalışmada da daha az öğrenci ile yapılan çalışmaların sonuçlarına benzer şekilde RBC+C modelinin etkili öğretim modeli olarak kullanılabileceği sonucu elde edilmiştir.

### Nitel Bulgulara Ait Sonuç ve Tartışma

Bu başlık altında öğrencilerin öğretim sürecindeki ve bireysel görüşmelerdeki soyutlama süreçlerine ilişkin sonuç ve tartışma alt başlıklar halinde yer almaktadır.

#### Öğretim sürecine ilişkin sonuç ve tartışma.

7. sınıf çokgenler konusunun öğretiminde, deney grubu öğrencilerine RBC+C modelinin epistemik eylemlerine göre hazırlanmış öğretim yöntemi uygulanmıştır. Bu başlık altında uygulama süresince farklı matematiksel başarı düzeylerine sahip öğrencilerin oluşturduğu grubun soyutlama süreçlerinden elde edilen bulgulara ait sonuç ve tartışmaya yer verilmiştir. Ayrıca bu süreçte grup halinde çalışan öğrencilerin paylaşılan bilgileri ayrı bir alt başlık altında ele alınarak tartışılmıştır.

Birinci kazanıma yönelik hazırlanan etkinlikte ($K_1$-$E_1$), öğrencilerin düzgün çokgenin tanımını yapabilmeleri ve kenar açı özelliklerini *tanıyarak* farklı sorular üzerinde bu bilgilerini *kullanmaları* amaçlanmıştır. Yiğit, Şule ve Nida'nın verilen düzgün çokgenlerin üzerinde iç açı, dış açı ve köşegenleri rahatlıkla gösterebildikleri görülmüştür. Bu durum öğrencilerin bu kavramları *tanıdığını* ve *kullandığını* göstermektedir. Ancak bu kavramları tanımlarken doğru matematiksel terimleri kullanmakta zorluk yaşamışlardır. Örneğin doğru parçası yerine *"çizgi"*, köşe yerine *"nokta"* gibi ifadelerle tanımlamışlardır. Hatta matematik başarısı yüksek olan Yiğit'in bile doğru, doğru parçası ve ışın arasındaki farkı bilmediği ve bu terimleri bilinçsizce kullandığı göze çarpmaktadır. Benzer şekilde Gürefe ve Gültekin (2016) 8. sınıfa devam eden öğrencilerin yüksekliği tanımlarken "uzaklık, çizgi, uzunluk, dikme, kenar, doğru, ölçü, dikey yer" gibi ifadeler kullandıklarını tespit etmiştir. Linchevsky *vd.* (1992), öğrencilerin doğru matematiksel ifadeleri kullanamamasının sebebi olarak, bu kavramları kavramsal olarak öğrenmemesinden kaynaklanabileceğini ifade etmişlerdir. Bu nedenle temel matematiksel terimlerin tanımları öğretilirken kavramsal öğrenmenin desteklenmesi gerekmektedir.

İkinci kazanıma yönelik hazırlanan etkinlikte ($K_2$-$E_1$) öğrencilerden çokgenin bir iç açısı ile iç açıları ölçüleri toplamını veren formülü oluşturmaları istenmiştir. Öğrencilerin iç açıları ölçüleri toplamını veren formülü oluşturmaya çalışırken; çokgenlerde bir köşeden çizilebilecek köşegen sayısını *oluşturdukları* görülmüştür. Yani bir bilgi yapısının oluşturulma sürecinde başka bilgi yapıları da oluşturulabilir. Dolayısıyla soyutlama süreçleri birbirinden bağımsız değil aksine matematiksel bilginin kümülatif olarak gelişmesinden dolayı içiçe geçmiş halde bulunabilir. Nitekim Yeşildere (2006), bir bilgi yapısının oluşturulma sürecinin farklı bir yapının da oluşumu için başlangıç noktası oluşturabileceğini yani bir bilgiyi oluştururken aynı anda iki bilgi yapısının oluşabileceğini belirtmiştir. Ancak bu çalışma da olduğu gibi öğrenciler her zaman doğru bilgiyi oluşturmayabilir. Sezgin Memnun (2011)'un tez çalışmasında öğrencilerden doğru denklemi kavramını oluşturmaları beklenirken öğrencilerin iki bilinmeyenli denklem konusunda yanlış bilgiyi oluşturdukları tespit edilmiştir. Sonuç olarak bir bilgi yapısının oluşturulması sırasında başka bir bilgi yapısı doğru veya yanlış bir şekilde oluşturulabilir. Bilginin doğru oluşturulması herhangi bir sorun teşkil etmezken yanlış oluşturulması öğrencinin sonraki öğrenmelerini olumsuz etkileyecektir. Dolayısıyla öğrencilerin öğrenmelerinin öğretmen gözetiminde olması ve öğretmenin gerektiğinde öğrenciye yönlendirmeler yapması gerektiği düşünülmektedir.

Formül oluşturulması istenen sorularda öğrencilerin öncelikle bu formüle ihtiyaç duyması sağlanmalıdır. Soyutlamanın gerçekleşmesi için ihtiyaç duyulması şarttır. ($K_2$-$E_1$) etkinliğinde öğrenciler çokgenlerin iç açıları ölçüleri toplamını veren formülü oluşturmaya çalışırken, ilk başta tek tek çizdikleri çokgenler üzerinden deneme yapmışlar ancak daha sonra genel bir formül oluşturma gereği hissetmişlerdir. Bunun üzerine çokgenin içinde oluşan üçgen sayısıyla çokgenin kenar sayısı arasında ilişki kurmaya çalışmışlardır. Üçgenin iç açıları ölçüleri toplamını *tanımaları* ve var olan bilgi yapıları arasında *ilişkilendirme* yapmaları da yeni soyut yapının oluşturulmasını sağlamıştır. Nida ve Yiğit'in süreci anlamadığını ifade eden Şule'ye açıklama yapmaları, bu oluşturdukları yapının farkında olduklarının ve dolayısıyla pekiştirdiklerinin kanıtıdır. Hershkowitz *vd.* (2001) RBC modeline göre soyutlamanın oluşumunun üç aşamadan geçtiğini belirtmiştir: Yeni yapıya olan ihtiyaç, tanıma ve kullanma eylemlerini içiçe geçmiş halde içeren yeni soyut yapının oluşturulması ve soyutlamanın pekiştirilmesi. Bu etkinlikte her üç aşamanın da örneklerine rastlandığı için soyutlamanın gerçekleştiği söylenebilir.

Düzgün çokgenlerin tüm köşegen sayısını veren formülün oluşturulması istenen etkinlikte ($K_2$-$E_3$), öğrenciler bir önceki etkinlikte oluşturdukları bir köşeden çizilebilecek köşegen sayısını veren formülü bu etkinlikte *kullanarak;* tüm köşegen sayısını veren formüle ulaşmaya çalışmışlardır. Bu durum önceden oluşturulan yapının yeni yapıyı oluştururken *kullanılmasına* ve *pekiştirilmesine* örnek olarak gösterilebilir. Ayrıca bu etkinlikte öğrenciler tüm köşegen sayısını veren formülü oluşturduktan sonra araştırmacı her birinden kabul ettikleri argümanları açıklamalarını istemiştir. Yiğit, Şule ve Nida matematiksel dil geliştirerek formülü nasıl oluşturduklarını anlatmışlardır. Bu durum grup üyelerinin matematiksel iletişim kurmaya başladığını göstermektedir. Matematiksel iletişim kurma, öğrencilerin fikirlerini ifade ederken matematiksel dil kullanması ve matematiksel düşünmeleri hakkında akranlarıyla ve öğretmenleriyle iletişime geçmesidir (Yeşildere, 2006). Burada öğrencilerin fikirlerini matematiksel dil kullanarak ifade etmeye çalışmaları yeni yapıyı *oluşturduklarının* kanıtıdır.

Nitekim Hershkowitz *vd.* (2001), Monaghan ve Özmantar (2006) ile Özmantar ve Monaghan (2007)'ın çalışmalarında öğrencilerin yeni bilgilerini açıklamak ve savunmak için matematiksel dil geliştirmelerinin, o yapıyı soyutladıklarının göstergesi olduğunu ifade etmişlerdir.

Üçüncü kazanıma yönelik hazırlanan etkinliklerde kare, dikdörtgen, paralelkenar, eşkenar dörtgen ve yamuğun açı kenar özelliklerini *tanımaya* ve *kullanmaya* yönelik sorular hazırlanmıştır. Ayrıca dörtgenler arasında ilişkilendirmeler yaparak hiyerarşik sınıflandırmanın oluşturulması amaçlanmıştır. Dörtgenler arasında ilişki kurulurken öğrencilerden dörtgenlerin tanımlarından yararlanmaları hususunda vurgu yapılmıştır. Böylece dörtgenlerin tanımlanmasında ve ilişkilerin kurulmasında kavramsal öğrenme desteklenmiştir.

Öğrencilerin; karenin, dikdörtgenin, paralelkenarın, eşkenar dörtgenin ve yamuğun açı, kenar ve köşegen özelliklerini kolaylıkla *tanıdıkları* görülmüştür. Geometrik şekillerin öğrencilere birim kağıtlar üzerinde çizilmiş şekilde verilmesinin öğrencilerin bu özellikleri *tanımalarını* kolaylaştırdığı düşünülmektedir. Ancak öğrenciler $K_3$-$E_2$ etkinliğinde kare ve dikdörtgenin özelliklerini bilmelerine rağmen iki dörtgen arasında *ilişki kurmada* zorluk yaşamışlardır. Burada öğrencilerin *tanıdıkları* yapıyı *kullanarak* yeni bilgi yapısını *oluşturmada* sıkıntı yaşadıkları görülmektedir. Bu durumun nedeni olarak; öğrencilerin dikdörtgen kavramına karşı sahip oldukları bireysel kavram imajlarının dikdörtgen ve kare arasında hiyerarşik sınıflandırma yapmalarına engel olması gösterilebilir. Doğan *vd.* (2012) ile Okazaki ve Fujita (2007)'nın öğrencilerle, Fujita ve Jones (2006), Horzum (2017), Kozaklı Ülger ve Tapan (2017) ile Özdemir Erdoğan ve Dur (2014)'un öğretmen adaylarıyla yapmış oldukları çalışmalarda da dörtgenler arasında ilişki kurulmaya çalışılırken kavramların tanımlarını kullanmak yerine kavram imajlarından yararlandıkları ifade edilmektedir. Benzer şekilde Bütüner ve Filiz (2016)'in çalışmasında öğretmen adaylarının kavram imajlarından kaynaklı olarak yamuk ve deltoit gibi aralarında bağlantı olmayan dörtgenler arasında da ilişki kurmaya çalıştıkları gözlemlenmiştir. Bazı öğrenciler dörtgenlere dair kavram imajlarında ısrarcı davranırken bazıları da geometrik şekilleri birbirine benzeterek geçişler yapılabileceğini ifade etmektedirler. Örneğin aynı etkinlikte kare ve dikdörtgen arasında ilişki kurmaya çalışan Şule'nin *"dikdörtgen karenin uzatılmış halidir"* (34Ş) şeklinde cevap vermesi onun gözünde geometrik şekillerin sert ve sabit olmadığını, eğilip bükülebileceğini göstermektedir. Nitekim Monaghan (2000) geometrik şekilleri bu şekilde görselleştiren öğrencilerin daha yüksek düzeyde dönüşümler gerçekleştirme becerisine sahip olduklarını, dolayısıyla bir şekli diğerinin özel hali olarak görmek için gereken kavramsal bütünleştirmede daha az zorluk çekeceklerini belirtmiştir.

$K_3$-$E_5$ etkinliğinde öğrencilerden kare ve eşkenar dörtgen arasında özel hal ilişkisi kurmaları istenmiştir. Öğrenciler bir önceki etkinlikte dikdörtgeni tanımlarken kritik özelliklerin kullanılması gerektiği bilgisini bu etkinlikle *pekiştirmişlerdir.* Yiğit iki dörtgen arasında ilişki kurabilmek için eşkenar dörtgenin kritik özelliklerini *kullanarak* ekonomik bir tanım yapmıştır. Ekonomik tanımlar hiyerarşik ilişki kurabilmeyi kolaylaştırmaktadır. Dolayısıyla öğrenciler, bir önceki etkinliğe göre iki dörtgen arasındaki ilişkiyi daha hızlı bir şekilde *oluşturmuşlardır.* Fakat paralelkenarın dikdörtgen ve eşkenar dörtgen ile arasındaki ilişkinin kurulmasının istendiği etkinlikte ($K_3$-$E_8$), öğrenciler dikdörtgenin tanımıyla paralelkenarın tanımını ilişkilendirirken kritik olmayan bir özellik olan köşegen uzunluklarını kullanmayı tercih etmişlerdir. Köşegen uzunluklarının eşit olmaması şeklinde özellik belirtmeleri doğru fakat gereksiz bir özellik olduğundan bu tanım ekonomik bir tanım değildir (De Villiers, 1994). Bu yüzden öğrenciler iki dörtgen arasında ilişki kurarken zorluk yaşamışlardır. Benzer bulguya Erez ve Yerushalmy (2006), Fujita *vd.* (2017) Türnüklü, Alaylı Gündoğdu ve Akkaş (2013a) ile Ulusoy ve Çakıroğlu (2017)'nun çalışmalarında da rastlanmıştır. Bu çalışmalarda öğrencilerin şeklin kritik özelliklerini sorgulamadan şekilsel ve kritik olmayan özellikler üzerinde odaklandıkları sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca Fujita (2012), Okazaki ve Fujita (2007) ile Türnüklü (2014)'nün çalışmalarının sonuçlarıyla benzer şekilde bu çalışmada öğrenciler paralelkenar ile eşkenar dörtgenin benzer özellikler taşıması nedeniyle hızlı bir şekilde eşkenar dörtgenin paralelkenarın özel hali olduğunu belirtmişlerdir.

Öğrencilerden yamuğun en genel dörtgen olduğu bilgisini oluşturmaları istenilen etkinlikte ($K_3$-$E_{11}$), öğrenciler ilk önce dikdörtgen ile yamuğun ilişkisini ele almışlardır. Öğrencilerin kapsama ilişkisi kurabilmek için tanımlar üzerinde yoğunlaşmaları, onların dörtgenlerin tanımlarını yaparken kapsamlı bir dil kullanarak o dörtgen sınıfının karakteristik özelliklerini tanımlamaya başladıklarını göstermektedir. Benzer bulguya Currie ve Pegg (1998)'in çalışmasında da rastlanmıştır. Buna ek olarak öğrenciler yamuğun tanımını yaparken diğer dörtgenlere göre zorluk yaşamış ve daha fazla vakit harcamışlardır. Bu durum Özdemir-Erdoğan ve Dur (2014), Türnüklü (2014) ile Türnüklü *vd.* (2013)'nin çalışmalarının sonuçlarıyla paralellik göstermektedir. Öğrenciler yamuğun tanımını yaptıktan sonra, yamuğun diğer dörtgenlerle olan ilişkilerini hızlıca ve zorlanmadan *akıl yürüterek oluşturmuşlardır*. Ayrıca bu süreçte kullandıkları matematiksel dilde de gelişme olduğu gözlemlenmiştir. Ancak yamuğun tanımını yaparken "en az bir karşılıklı kenar" ifadesini kastettikleri fakat bunu matematiksel olarak yazamadıkları görülmüştür. Dolayısıyla öğrencilerin bu konuda eksikliklerinin ve tanım yapabilme becerilerinin yetersiz olduğu söylenebilir. Bütüner ve Filiz (2016), Duatepe Paksu *vd.* (2012), Linchevsky *vd.* (1992) ile Tossavainen *vd.* (2017)'nin çalışmalarında da öğrencilerin matematiksel tanım yaparken güçlük yaşadıkları sonucuna ulaşılmıştır.

Dörtgenler arasında benzer özellikler ilişkilerin kurulmasını sağlarken, bazı durumlarda baskın özelliklerin farklı olması nedeniyle herhangi bir bağlantı kurulamamaktadır. Buna en iyi örnek dikdörtgen ve eşkenar dörtgen verilebilir (Currie & Pegg, 1998). Örneğin öğrenciler, dikdörtgenin açılarının $90^o$ olmasından dolayı daha fazla özelliğinin var olduğunu düşünerek dikdörtgenin eşkenar dörtgenin özel hali olduğunu ifade etmişlerdir. Öğrenciler burada dikdörtgenin karşılıklı kenarlarının eşit, eşkenar dörtgenin ise tüm kenarlarının birbirine eşit olduğunu gözardı ettiklerinden, ikisi arasında ilişki olmadığı bilgisini *oluşturamamışlardır.* Öğrencilerin dikdörtgenin ve eşkenar dörtgenin özelliklerini *tanıdıkları* açıkça görülmektedir. Ancak tanıdıkları yapıyı, önceki etkinliklerdeki gibi tanımlardan yararlanarak ilişkilendirmeye çalışmış olsalarda tek bir özelliğe yoğunlaşmalarından dolayı yanlış bir ilişki kurmuşlardır. Yeşildere (2006)'nin de belirttiği gibi bilgi yapısının doğru bir şekilde oluşturulması için kavramlar arasında doğru ilişkiler kurulması gerekmektedir. Bu nedenle öğrencilere dörtgenlerde hiyerarşik sınıflandırmanın öğretiminde her dörtgen ikilisi arasında ilişki olmayabileceği ve ilişkilendirme sırasında tüm özelliklerin göz önüne alınması gerektiği vurgulanmalıdır.

Üçüncü kazanıma yönelik hazırlanan etkinliklerde öğrencilere dörtgenler, ilişki kurabilecekleri sırada verilmiş ve öğrencilerden her yeni dörtgen ile var olan dörtgeni ilişkilendirmeleri istenmiştir. Bu sayede öğrenciler dörtgenlerin tanımlarını *kullanıp akıl yürüterek* hiyerarşik sınıflandırmayı yani yeni bilgi yapısını *oluşturmuşlardır*. Öğrencilerin oluşturdukları bu hiyerarşik sınıflandırmayı pekiştirmek ve varsa eğer eksik, yanlış öğrenmelerini tespit etmek amacıyla onlara $K_3$-$E_{13}$'de yer alan doğru ve yanlış ifadelerden oluşan önermeler yöneltilmiştir. Öğrenciler bu önermelerden yalnızca birinde zorluk yaşamışlardır. “Bazı paralelkenarlar dikdörtgendir” önermesinde “bazı” kelimesi öğrencilerin zihinlerini karıştırmıştır. Öğrencilerin "bazı" ifadesini fark ederek yanıtlarını bu ifadeye göre düşünüp vermeleri soyutlamanın gerçekleşmesi adına önemli bir adımdır. Çünkü öğrenci sorgulayarak ve önceki öğrenmelerini *kullanarak* yeni bilgi yapısını *oluşturmaya* çalışmaktadır. Fakat her üç öğrenci de daha önceden hatalı oluşturdukları dikdörtgen ve eşkenar dörtgen ilişkisi nedeniyle bu önermeyi yanlış cevaplamışlardır. Ancak bu önerme öğrencilerin akıl yürütmelerini, duruma farklı boyuttan bakabilmelerini ve yeni bir yapıya ihtiyaç duymalarını sağlamıştır. Örneğin matematiksel iletişim sonucunda öğrenciler daha genel olan dörtgenin tanımıyla daha özel olan dörtgenin çizilebileceğini ve bunun tam tersi durumunda çizilemeyeceği şeklinde genellemeye ulaşmışlardır (Şekil 30). Sonuç olarak soyutlama süreçlerinde öğrencileri düşünmeye sevk eden ifadeler, öğrencilerin farklı çözüm yolları bulmasını veya o sorunun amacından farklı bilgi yapılarını oluşturmalarını sağlamaktadır. Bu nedenle öğretim faaliyetleri düzenlenirken sorular içerisinde bu gibi düşündürücü ifadelere yer verilmesinin öğrencilerin oluşturma eylemini gerçekleştirmelerine ve matematiksel dillerini geliştirmelerine yardımcı olacağı düşünülmektedir.

Dördüncü kazanıma yönelik hazırlanan etkinliklerde öğrencilerden paralelkenar, eşkenar dörtgen ve yamuğun alan formüllerini oluşturmaları istenmiştir. Öğrenciler kendilerine verilen birim kağıttaki dörtgenleri keserek, üçgen, kare veya dikdörtgen gibi alan formülünü bildikleri başka bir geometrik şekil oluşturmaya çalışmışlardır. Böylece oluşturulan yeni şekil ile alan formülü istenen şekil arasında ortak taban ve yükseklikleri belirleyerek formülleri kendileri oluşturmuşlardır. Öğrencilerin bir şekli kesip tekrar birleştirdiklerinde şeklin alanında değişiklik olacağını düşündüklerine dair herhangi bir bulguya rastlanmamıştır. Yani öğrencilerin alan korunumunu kazandığı söylenebilir. Gürefe (2017)'nin çalışmasında da öğrencilerin eşkenar dörtgen ve yamuğun alan ölçüsünün hesaplanmasında kesip birleştirme stratejilerini kullandıkları ve alan korunumuna dikkat ettikleri görülmüştür. Ancak Tan Şişman ve Aksu (2009)'nun çalışmasında bazı öğrenciler şekilleri kesip tekrar birleştirdiklerinde yeni oluşan şeklin alanının değişeceğini ifade etmişlerdir. Kesme-birleştirme etkinliklerinde parçaların yeniden birleştirilmesinde farklı bir şekil oluşturulduğunda artan parçaların olmaması durumu, öğrencilerin alan korunumu kazanmasına yardımcı olmuştur. Nitekim Battista (1982) kesme-birleştirme yöntemini sezgisel olarak kabul eden öğrencilerin alan ölçümünü kavramsal olarak anladıklarını belirtmiştir. Ayrıca bu tarz etkinliklerin öğrencilerin hoşuna gittiği ve etkinliklere tüm sınıfın katılım gösterdiği gözlemlenmiştir.

Paralelkenarın alan formülünün oluşturulduğu etkinlikte ($K_4$-$E_1$) öğrencilerden ilk önce verilen dikdörtgenin alanını hesaplamaları istenmiştir. Bu sayede dikdörtgenin alanını hesaplarken kısa kenarı yükseklik olarak algılayıp algılamadıklarına dair fikir edinilmiş olacaktır. Öğrenciler dikdörtgenin alanını *tanıyıp taban x yükseklik* formülünü *kullanarak* soruyu çözmüşlerdir. Daha sonra paralelkenarın alan formülünü oluşturmaları istendiğinde kesme–birleştirme ile dikdörtgen elde etmişlerdir. Alanda bir değişiklik olmadığını, bu nedenle iki dörtgenin de alan formüllerinin *taban x yükseklik* olduğunu *akıl yürüterek oluşturmuşlardır.* Ancak bazı öğrencilerin yükseklik kavramını *tanıdığı* ancak soruyu çözerken *kullanamadığı* görülmektedir. Hershkowitz (1987) bu durumun ders kitaplarının ve öğretmenlerin genellikle yatay-dikey örnekleri vermelerinden kaynaklandığını belirtmiştir. Benzer şekilde Ay ve Başbay (2017), Ulusoy ve Çakıroğlu (2017) ile Ward (2004)'a göre de öğrencilerin bu tür hatalar yapmasının sebebi prototip örneklerle sınırlandırılmış kavram imajlarından dolayı aşırı genelleme yapmalarıdır. Bu nedenle yükseklik kavramının öğretiminde van de Walle (2010, s. 392) bir şeklin her tabanı için yükseklik çizilmesi gerektiğine vurgu yapmıştır. Böylece öğrencinin *tanıdığı* yükseklik kavramını farklı durumlarda *kullanmasına* imkan verilerek bu kavramı *pekiştirmesi* sağlanmış olacaktır.

Paralelkenar, eşkenar dörtgen ve yamuğun alan formülünü oluşturma etkinlikleri her dörtgen için en az iki farklı yol kullanmayı gerektiren sorulardan hazırlanmıştır. Bu sayede öğrencilerin hem daha önce oluşturdukları hiyerarşik sınıflandırmayı *kullanmaları* ve *pekiştirmeleri* hem de bir formülü oluştururken birden farklı yolun olduğunu görmeleri amaçlanmıştır. Öğrenciler paralelkenarın alan formülü oluşturma etkinliğinde paralelkenarı dikdörtgenle ($K_4$-$E_1$) ve üçgenle ($K_4$-$E_2$) ilişkilendirerek paralelkenarın alanının iki farklı yoldan oluşturulabileceğini görmüşlerdir. Benzer şekilde eşkenar dörtgenin alan formülünü oluşturmak için öğrencilere iki etkinlik yöneltilmiştir. $K_4$-$E_6$ etkinliğinde öğrencilerden eşkenar dörtgeni paralelkenar ile ilişkilendirerek alan formülünü oluşturmaları istenmiştir. Öğrenciler her iki dörtgene ait özellikleri kolaylıkla *tanımışlar* ve eşkenar dörtgenin alan formülünü paralelkenarın alanından faydalanarak *oluşturmuşlardır*. Eşkenar dörtgenin alan formülünün oluşturulduğu diğer etkinlikte ise ($K_4$-$E_5$) öğrenciler ilk önce eşkenar dörtgeni parçalara ayırıp birleştirerek kare elde etmişlerdir. Ancak kare ile eşkenar dörtgenin bağlantısını kuramadıklarından dolayı sonuca ulaşamamış, farklı denemeler yapmışlardır. Sonunda eşkenar dörtgeni köşegenle ikiye keserek, iki üçgenin alan formüllerini toplayıp eşkenar dörtgenin alan formülünü *oluşturmuşlardır*. Öğrenciler kare ile eşkenar dörtgenin uzunlukları arasında bağlantı kuramayıp farklı bir yol denemeleri, alan formülü oluştururken alternatif yöntemler de olabileceğini düşünmelerinden kaynaklanmaktadır. Uygulamanın sonlarına doğru yamuğun alan formülünü oluşturma etkinliklerinde öğrenciler daha hızlı ve daha bilinçli bir şekilde *akıl yürüterek* yamuğu, alan formülünü bildikleri paralelkenara ve üçgene benzeterek alan formülünü *oluşturmuşlardır*. Öğrenciler bir formüle farklı yollardan ulaşılabileceğini gördüklerinden artık dörtgenler arasındaki ilişki kurabilme becerilerinin, ilk etkinlikten son etkinliğe kadar gelişme gösterdiği görülmüştür. Bu tarz geometrik şekiller arasında ilişki kurmayı gerektiren soruların öğrencilerin *ilişkilendirme* ve *akıl yürütme* becerilerilerini geliştireceği düşünülmektedir. Nitekim Sun (2009) öğretmen adaylarıyla yaptığı çalışmasında "bir problemin birden fazla çözümü" olmasının öğretmen adaylarının kendi çözüm sistemlerini bir dereceye kadar yeniden yapılandırmalarına yardımcı olduğunu tespit etmiştir.

$K_4$-$E_6$ etkinliğinde öğrenciler eşkenar dörtgenin paralelkenarın özel hali olduğuna vurgu yaparak ikisinin de aynı alan formülüne sahip olduğunu belirtmişlerdir. Bu durum dörtgenlerin öğretiminde hiyerarşik sınıflandırmanın önemini göstermektedir. Hiyerarşik sınıflandırmayı kavramsal olarak öğrenen öğrencilerin bu ilişkileri *kullanarak* daha kolay ve hızlı bir şekilde dörtgenlerin alan formüllerini *oluşturabilecekleri* düşünülmektedir. Ayrıca öğrencilerin bu ilişkileri yeni yapının oluşturulmasında *kullanması,* bu ilişkilendirmelerin yerleşmesini olumlu yönde etkileyerek bilgi yapısının kullanımında *esnekliği* sağlayacaktır. Nitekim Fujita ve Jones (2007) çalışmalarında dörtgenlerin özelliklerinin birbiriyle ilişkili şekilde verilmesinin öğrencilerin dörtgenler konusunu kavramsallaştırmasına yardımcı olacağını belirtmişlerdir.

Yeni oluşturulan bilgi yapısının kalıcılığını sağlamak pekiştirme eylemi ile gerçekleşmektedir. Bu yüzden öğrencilere her oluşturma eyleminden sonra yeni yapının tekrar kullanılmasını gerektiren sorular yöneltilmelidir (Dreyfus & Tsamir, 2004; Schwarz *vd.*, 2009, s. 30). Bu çalışmada da her kazanıma ait etkinliklerde veya etkinlik sonlarında verilen işlemsel sorularla pekiştirmenin sağlanması amaçlanmıştır. Nasıl ki tanıma, kullanma ve oluşturma eylemleri iç içe geçmiş epistemik eylemler olarak tanımlanıyorsa, pekiştirme eylemi de diğer eylemler içerisinde yer almaktadır. Öğrencinin önceden oluşturduğu yapıyı, bir sorunun çözümünde *kullanması* aynı zamanda onun bu yapıyı *pekiştirmesi* demektir. Benzer şekilde öğrencinin bir soruda *kullandığı* bilgisini, çözümünü veya fikrini grup arkadaşlarına *yansıtması* da onun *pekiştirdiğini* göstermektedir. Oluşturma eylemine yönelik hazırlanan etkinliklerde de pekiştirme eylemi sürecin merkezindedir. Oluşturma, var olan bilgi yapısının dikey olarak yeniden düzenlenmesi olduğu için bu yapının kullanılması aynı zamanda o yapının pekiştirilmesidir. Uygulama sürecinde bu tür pekiştirme örnekleri oldukça fazla görülmüştür. Ayrıca Tsamir ve Dreyfus (2005)'un ortaya koyduğu, pekiştirmeyi gözlemlenebilir kılan özelliklere de öğrencilerin ifadelerinde rastlanmıştır. Schwarz *vd.* (2009)'nin de belirttiği gibi öğrencilerin önceden öğrenmiş oldukları yapıyı hızlıca, doğrudan ve özgüvenle tanımaları ve kullanmaları, o yapıyı yüksek kalitede pekiştirdiklerinin göstergesidir. Ayrıca bu çalışmada öğrencilerin kavramsal bilgilerinin geliştirilmesinin yanısıra işlemsel bilgilerinin de gelişmesi için her kazanımda sayısal işlemler gerektiren sorular yöneltilmiştir. Bu sorular öğrencilere; temel geometri konuları, dörtgenlerin açı, kenar, köşegen özellikleri ve dörtgenlerde alan konusunda *oluşturmuş* oldukları bilgi yapılarını *pekiştirme* imkanı sağlamaktadır. Transkript verileri ve gözlem sonuçlarına göre öğrencilerin kavramsal bilgilerini işlemsel bilgi gerektiren sorularda rahatlıkla *kullanarak pekiştirdikleri* görülmüştür. Böylece öğrencilerin kavramsal bilgilerini problem çözerken *kullanma* becerilerinin arttığı da söylenebilir. Benzer şekilde Huang (2017) ile Huang ve Witz (2011) çalışmalarında, alanların ölçülmesine yönelik sayısal hesaplamaların, formüllerin uygulanmasını sağlayarak öğrencilerin karar verme ve üst düzey matematiksel düşünmede açıklamalar yapma kabiliyetlerini artırdığını ifade etmişlerdir.

Uygulama süresince öğretmen ve araştırmacı, sürece yön vermiş ve öğrencilere ihtiyaç duyduklarında ihtiyaçları kadar yardım etmişlerdir. Sınıf içerisinde araştırmacı kamera ile gözlemlenen grupla, öğretmen ise diğer gruplarla ilgilenmiştir. Araştırmacı bu süreçte bazı sorumluluklar üstlenmiştir. Araştırmacı, öğrencilere yanlışlarını görmelerini sağlayacak sorular yöneltmiş ve süreç planlanan doğrultuda devam ettirilmiştir. Bazen de araştırmacı öğrencilerin verilen soruda işin içinden çıkamadıkları durumlarda alt hedefler belirleyerek küçük adımlarla amaca ulaşmalarını sağlamıştır Araştırmacı eğer öğrencilerin yeni bir yapıyı oluşturmalarını istiyorsa, grup içinde farklı fikirleri ortaya çıkarmayı amaçlayan eleştirel diyaloğu kullanmayı tercih etmiştir. Schwarz *vd.* (2004)'nin çalışmasının sonucuyla benzer şekilde bu çalışmada da öğretmenin rehberliğinin, seçtiği diyalog türüne göre değiştiği ve özellikle eleştirel diyaloğun oluşturma eylemini gerçekleştirmede etkili olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Öğretim sürecine genel olarak bakıldığında grup çalışmalarında önce herkesin düşünmesi, fikrini açıklaması ve daha sonra aralarında iletişim kurmaları istenmiştir. Böylece özellikle düşük düzeyli öğrencilerin bilgi değişimleri gözlemlenebilecektir. Dersin sonunda araştırmacı öğrencilere sorularyöneltmiş ve öğrencilerin yaptıklarını anlatarak konu hakkındaki bilgilerini yansıtmalarını sağlamıştır. Araştırmacı, öğrencilerin cevapları yanlışsa doğrusunu söylemek yerine ipucuları vermiştir ve hala doğru bilgiyi üretememişlerse tüm sınıfın katıldığı sınıf tartışmasıyla doğru bilgiyi oluşturmalarına yardımcı olmuştur. Bu sayede birçok öğrencinin *oluşturma* eylemini gerçekleştirmesi mümkün olmuştur. Benzer bulgulara Monaghan ve Özmantar (2006), Özmantar (2004), Özmantar (2005), Özmantar ve Monaghan (2005; 2006; 2007), Özmantar ve Monaghan (2006), Özmantar ve Monaghan (2007), Özmantar ve Roper (2004)'in çalışmalarında da rastlanmıştır. Bu çalışmalarda soyutlama süreçlerinde öğretmenin rolü ele alınmıştır. Çalışmaların sonucunda oluşturma eyleminin gerçekleşmesinde önemli olan öğretmen müdahalesinin; belirsizliği azaltması, öğrencinin dikkatini yönlendirmesi ve alt hedefler belirlenmesi gibi üç özelliğe sahip olduğu tespit edilmiştir. Ayrıca Hershkowitz *vd.* (2017)'nin yaptıkları çalışmada da öğretmen, öğrenciler tarafından ortaya atılan her fikri gerekçelendirmeleri konusunda ısrarcı olmuş ve bir öğrenci gerekçe sunamadığı zaman soruyu başka bir öğrenciye veya tüm sınıfa yöneltmiştir. Bu sayede öğrencilerin fikirlerinin arkasında yatan sebebi ortaya çıkararak soyutlama süreçlerini inceleme imkanı bulabilmişlerdir.

Bu tez çalışmasında RBC+C modeli öğrencilerin çokgenler konusundaki soyutlama süreçlerinin incelenmesinde bir analiz yöntemi olarak kullanılmasının yanısıra modelin öngördüğü teorik müdahalelerle öğretim süreci şekillendirilmiştir. Tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme epistemik eylemlerine göre hazırlanan etkinlikler sosyal bağlam çerçevesinde ele alınarak bir önceki etkinliğin kazandırdığı yapıyı sonraki etkinliklerde kullanılacak şekilde hazırlanmıştır. Dolayısıyla etkinliklerde her daim ilişkilendirme ve pekiştirme söz konusu olmuştur. Sosyal bağlamın soyutlama sürecini ne düzeyde etkilediği ve soyutlamanın bireysel süreçlerden geçerek grubun paylaşılan bilgisine doğru yol alması ayrıntılı bir şekilde ortaya koyulmuştur. Benzer sonuç RBC modelini hem teorik hem de metodolojik bir çerçevede ele almış ve modelin teorik boyutta çocukların matematiksel düşünme düzeylerini doğru bir şekilde ifade edebilmelerini sağladığını, metodolojik boyutta da her çocuğun düşünme düzeyini belirlemek için kullanışlı bir analiz yöntemi olduğunu belirten Wood *vd.* (2006)'nin çalışmasında da görülmüştür.

***Paylaşılan bilgi.***

Paylaşılan bilgi grup içerisindeki öğrencilerin bilişsel ve etkileşim süreçlerini tek başlık altında toplamaktadır. RBC+C modeli, öğrencilerin bireysel bilgilerinin grupça nasıl soyutlandığını mikro düzeyde analiz edebilen güçlü, uygun ve kullanışlı bir metodolojik araçtır. Bu tez çalışmasında da grup halinde çalışan öğrencilerin grubun paylaşılan bilgisine ne derece katkı sağladığı ve bu paylaşılan bilgiden ne düzeyde etkilendiği gözlemlenerek mikro analiz edilmiştir. Sürecin uzun olması sayesinde gruplardaki öğrencilerin bilgiyi oluşturmaları ve sonraki etkinliklerde geliştirmek için işbirliği içinde çalışmaya devam etmeleri; paylaşılan bilginin pekiştirilme süreçlerini de gözlemlenebilir kılmıştır. Yapılan çalışmalarda öğrenciler arasındaki etkileşim dikkate alınarak soyutlama süreçlerinde paylaşılan bilgi incelenmiştir (Dreyfus & Kidron, 2006; Hershkowitz *vd.*, 2006; Hershkowitz *vd.*, 2017; Stehlikova, 2003; Tabach *vd.*, 2006).

Uygulama sürecinde bazı öğrencilerin aktif bir şekilde süreci yönettikleri, bazılarının ise pasif kaldığı görülmüştür. Grup halinde öğrencilerden bazılarının pasif olması onların soyutlamanın dışında kaldığı anlamına gelmemektedir. Grup tartışmaları sırasında pasif kalan öğrenci arkadaşlarının ifadelerinden yararlanabilir ve bilgiyi zihninde oluşturabilir. Öğrencilerin psikolojileri ve öğrenme stilleri grup çalışmalarında pasif olmalarının sebebi olarak gösterilebilir. Nitekim benzer sonuca Akkaya (2010), Hershkowitz *vd.* (2006) ve Sezgin Memnun (2011) çalışmalarında da rastlanmıştır. Bu çalışmalarda grup halinde çalışan öğrencilerden bazılarının daha pasif kalması durumunun, öğrencinin o anki başarısızlığına veya psikolojisine bağlı olduğu belirtilmiştir. Ancak Fujita *vd.* (2017)'nin çalışmasında bu durum farklılık göstermektedir. Fujita *vd.* (2017) 12-13 yaş aralığında dörtgenlerde hiyerarşik sınıflandırma konusu üzerinde grup halinde çalışan öğrencilerin, grup etkileşiminden faydalanamadıkları yani arkadaşlarının söyledikleri bilgiyi değerlendiremeyip bir ilerleme kaydedemediklerini belirtmişlerdir. Dolayısıyla soyutlama sürecini sadece bireysel veya sadece işbirliğine dayalı bir süreç olarak tanımlamak yerine hem bireysel hem de işbirliğine dayalı süreçlerin bir arada yer aldığı bir süreç olarak ele alınmasının daha doğru olacağı düşünülmektedir.

Bir bilginin oluşturulması bireysel olarak yapıldığında öğrencinin çıkış bulamadığı durumlarda süreç sonlanabilir veya bir öğretmenin yardımıyla devam ettirilebilir. Ancak bir toplulukla yapılan çalışmalarda bir kişinin söylediği diğeri için ipucu niteliğinde olabilmektedir. Bir öğrencinin kullandığı bilgiyi, diğer öğrenci dikey olarak düzenleyerek yeni bilgiyi oluşturabilir. Dolayısıyla grup halinde çalışan öğrencilerin birbirlerinin bilgi eksikliklerini tamamlayarak oluşturma eylemini gerçekleştirdikleri söylenebilir. Araştırmanın bu sonucu Dooley (2007) ve Tabach *vd.* (2006) tarafından yapılan çalışmalarının sonuçlarıyla paralellik göstermektedir. Tabach *vd.* (2006) akran öğrenimi bağlamında bir sınıftaki öğrencilerin soyutlama süreçlerini inceledikleri çalışmalarında bilginin her etkinlikte kümülatif olarak oluşturulduğunu belirtmişlerdir. Benzer şekilde Dooley (2007)'in çalışmasında da sınıf ortamında bir öğrencinin tanıdığı yapıyı başka bir öğrencinin kullandığı, bir başka öğrencinin de oluşturduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Matematiksel başarı düzeyi bakımından daha düşük öğrencilerin uygulama süresince daha aktif olduğu, sürece yön veren fikirler sunduğu, grubun paylaşılan bilgisine önemli ölçüde katkı sağladığı ve açıklama yaparken matematiksel dilinin geliştiği görülmüştür. Dolayısıyla grup halinde çalışmanın bir başka avantajı olarak öğrencilerin birbirine açıklama yaparak özgüven kazanmaları gösterilebilir. Çalışmanın bu sonucu Altaylı Özgül ve Kaplan (2016) ile Hershkowitz *vd.* (2007)'nin çalışmalarının sonuçlarıyla benzerdir. Ancak Katrancı (2010) ve Özcan (2012)'ın çalışmalarında düşük matematik başarı düzeyine sahip öğrencilerin kullanma ve oluşturma eylemlerini kısmen gerçekleştirdiği veya hiç gerçekleştiremediği görülmüştür. Bu çalışmada gruplar oluşturulurken öğrencilerin heterojen başarı düzeyine sahip olmasına dikkat edilmiştir. Gruplar oluşturulurken düşük matematik başarı düzeyine sahip olan öğrencilerin orta ve yüksek başarı düzeyine sahip olan öğrencilerle grup yapılmasının öğrenciyi güdüleyeceği ve başarısını arttıracağı düşünülmektedir. Sezgin Memnun (2011) ile Ulaş ve Yenilmez (2017)'in çalışmalarının sonuçları bu düşünceyi destekler niteliktedir. Bu çalışmalarda düşük düzeyde başarılı olan öğrenci gruplarında bilgi oluşturma sürecinin istenilen düzeyde gerçekleşmediği bu yüzden heterojen grupların oluşturulmasının daha faydalı olacağı ifade edilmiştir.

**Bireysel görüşmelere ilişkin sonuçlar ve tartışma.**

7. sınıf çokgenler konusunun öğretiminde RBC+C modeline uygun olarak hazırlanmış öğretim yöntemi ile MEB matematik ders öğretim programına göre gerçekleşen öğretimin etkinliği araştırılmıştır. Bu amaçla deney ve kontrol grubu belirlenerek iki farklı öğretim yöntemi ile dersler yürütülmüştür. Uygulama sonunda her iki gruptan toplam 6 öğrenci

seçilerek bireysel görüşmeler yapılmıştır. Bu alt başlık altında da deney ve kontrol grubundan seçilen öğrencilerle yapılan görüşmelerden elde edilen bulgulara ait sonuç ve tartışmaya verilmiştir.

Deney grubunda yer alan öğrencilerden Yiğit, Şule ve Nida ile bireysel görüşmeler yapılmıştır. Yiğit ile yapılan görüşmede Yiğit'in dörtgenleri tanımlarken öncelikli olarak tanımlardan yararlandığı ve bu tanımları yaparken kritik özellikleri kullanmaya özen gösterdiği görülmüştür. Ayrıca dörtgenler arasındaki ilişkiyi göstermesi istendiğinde yamuğun tanımını yapıp, yamuğun en genel dörtgen olduğunu, paralelkenarın yamuğun özel hali olduğunu ifade etmiştir. Uygulama sırasında grupça oluşturdukları hiyerarşik ilişki genelden özele doğru sıralandığında yamuk-paralelkenar-eşkenar dörtgen-dikdörtgen-kare şeklindedir. Görüşme esnasında ise Yiğit eşkenar dörtgen ile dikdörtgen arasında önceden oluşturdukları ilişkinin yanlış olduğunu fark etmiştir. 4Y ve 7Y'deki ifadelerinden eşkenar dörtgen ile dikdörtgen arasında hiyerarşik bir ilişki olmadığı ve her ikisinin de paralelkenarın özel hali olduğu bilgisini *oluşturduğu*, kullandığı matematiksel dilin gelişimiyle görülmüştür. Kareyi de eşkenar dörtgen ve dikdörtgenin özel hali olarak *ilişkilendirmesiyle* yaygın bilişsel yolunu oluşturmuştur. Yiğit'in yaygın bilişsel yolundan dörtgenler arasındaki hiyerarşik ilişkiyi tam ve doğru bir şekilde *oluşturduğu* söylenebilir. Bu sonuç, Özdemir Erdoğan ve Dur (2014)'un çalışmasının sonucuyla paraleldir. Fakat Currie ve Pegg (1998), Fujita (2012), Fujita ve Jones (2007), Okazaki ve Fujita (2007), Türnüklü (2014) ve Türnüklü *vd.* (2013)'nin çalışmalarında hiyerarşik ilişkiyi tam ve doğru bir şekilde oluşturamadığı görülmüştür.

Deney grubundaki Şule ve Nida ile yapılan görüşmelerde bu öğrencilerin öğretim sürecinde grupça oluşturdukları paylaşılan bilgiden yararlanarak yamuğun en genel dörtgen olduğu bilgisini *pekiştirdikleri* görülmüştür. Şule'nin, etkinlikler sırasında diğer arkadaşlarına göre daha pasif kalmasına rağmen dörtgenler arasındaki ilişkiyi *oluşturduğu* tespit edilmiştir. Her iki öğrenci de öğretim sürecinde oluşturdukları gibi dikdörtgenin eşkenar dörtgenin özel hali olduğunu belirtmişler ve yaygın bilişsel yollarını oluşturmuşlardır. Grup çalışmalarında ve bireysel görüşmelerde öğrencilerin ısrarla bu iki dörtgen arasında ilişki olduğunu ifade etmeleri, bu öğrencilerin iki dörtgen arasındaki ilişkiyi tek yönlü açıdan ele aldıklarını, farklı durumları düşünmediklerini ve her dörtgen arasında bir ilişki vardır şeklinde genelleme yaptıklarını göstermektedir. Bu yüzden eşkenar dörtgen ile dikdörtgen arasındaki ilişkinin farklı örneklerle daha fazla pekiştirilmesi durumunda öğrencilerin bu şekilde düşünmelerinin önüne geçilebileceği düşünülmektedir.

Kontrol grubunda yer alan öğrencilerden Mustafa, Seda ve Bengü ile bireysel görüşmeler yapılmıştır. Görüşmelerden elde edilen bulgulara göre kontrol grubu öğrencilerinin dörtgenler arasında nasıl ilişki kuracakları konusunda tereddüt yaşadıkları görülmüştür. Mustafa, iki dörtgen arasında ilişki kurabilmek için o dörtgenlerin kritik ve kritik olmayan tüm özelliklerini *tanımıştır.* Bu durum Mustafa'nın kafasının karışmasına ve yanlış ilişki kurmasına neden olmuştur. Nitekim Fujita *vd.* (2017) bir kavramı tanımlarken kritik ve kritik olmayan özellikleri kullanmanın, öğrencilerin özelliklere takılıp hatalı kapsama ilişkisi kurmalarına neden olacağını belirtmişlerdir. Mustafa dörtgenlerin tüm özelliklerini *tanımasına* rağmen bu özelliklerden hangisini seçmesi gerektiğine dair fikir yürütemediğinden dolayı *kullanma* eylemini gerçekleştirememiştir. Kullanma eylemi için, tanınan bilgi yapıları arasında anlamlı bir bağ kurmak gerekmektedir. Nitekim Yeşildere (2006)'ye göre, kullanma eyleminde akıl yürütmenin etkisi büyüktür. Mustafa'nın yalnızca eşkenar dörtgen ve paralelkenar arasında bu dörtgenlerin kritik özelliklerini *kullanarak* doğru kapsama ilişkisi kurabildiği görülmüştür (12M). Fujita ve Jones (2007) ile Okazaki ve Fujita (2007)'ya göre bu durumun sebebi, paralelkenar ve eşkenar dörtgen arasındaki kapsama ilişkisinin diğerlerine göre daha kolay anlaşılmasıdır. Birinci soruya ait görüşmenin sonucunda Mustafa en genel dörtgen olarak paralelkenarı, en özel dörtgen olarak da kareyi göstermiştir. Ancak paralelkenarı neden genel olarak nitelendirdiği konusunda tatmin edici bir cevap verememiştir. Sonuç olarak Mustafa'nın dörtgenlerin özelliklerini *tanıdığı* ancak *akıl yürütemediğinden* dolayı *kullanamadığı* ve hiyerarşik sınıflandırmayı *oluşturamadığı* görüşme metinlerinde açıkça görülmüştür. Seda ise diğer arkadaşlarına kıyasla dörtgenlerin tanımlarından yararlanarak, yamuğun en genel, karenin en özel dörtgen olduğunu ifade etmiştir. Ancak Seda paralelkenar ile dikdörtgen arasında ilişki kurabilmesine rağmen, paralelkenar ile eşkenar dörtgen arasında ilişki kurmamıştır. Esasında paralelkenar ve eşkenar dörtgen en kolay ilişki kurulabilen dörtgen çifti olmasına rağmen; Seda'nın bu bağlantıyı kuramaması, kapsama ilişkisi bilgisini tam ve doğru bir şekilde *oluşturamamış* olduğunu göstermektedir.

Bengü ile yapılan görüşmelerde Bengü'nün dörtgenlerin özelliklerini eksiksiz ve doğru bir şekilde *tanıdığı* görülmüştür. Ancak Bengü'de prototip örneklerin kavram imajını etkilediğine dair birçok örneğe rastlanmıştır. Bengü dörtgenler arasında ilişki kurarken şekilsel olarak birbirine benzetmeyi tercih edip dikdörtgenin en genel dörtgen olduğunu ve diğer dörtgenlerin dikdörtgene benzeştiğini kabul etmiştir. Bu yüzden Bengü hiyerarşik sınıflandırma yaparken karenin prototip özelliklerini kendisine referans alarak diğer dörtgenlere uyarlamaya çalışmıştır. Bu durum da Bengü'nün doğru sınıflandırma yapmasına engel olmuştur. Fujita *vd.* (2017)'ne göre prototip olgu, öğrencilerin geometrik şekiller arasında esnek geçişler yapmasına engel olmaktadır. Benzer şekilde Monaghan (2000)'ın çalışmasında da dikdörtgenin tipik yatay çizimlerinden dolayı öğrencilerin kapsama ilişkilerini anlamakta zorluk yaşadıkları sonucuna ulaşılmıştır.

Deney grubu öğrencilerinden Yiğit ikinci soruda yer alan önermeleri uygulama sırasında oluşturduğu Şekil 30'daki "genel olan dörtgenin tanımıyla özel dörtgen çizilir, özel olan dörtgenin tanımıyla genel olan dörtgen çizilemez" bilgisiyle her üçüne de doğru cevap vermiştir. Yiğit hiyerarşik ilişkiyi doğru bir şekilde oluşturmasına rağmen bu önermeleri cevaplandırırken kendi oluşturduğu yapıyı *kullanmayı* tercih etmiştir. "*Bütün paralelkenarlar eşkenar dörtgendir"* önermesinde aslında paralelkenarın özel hali olan dikdörtgenin bir eşkenar dörtgen olmadığını, bu yüzden bu ifadenin yanlış olduğunu söylemeleri amaçlanmıştır. Yiğit dikdörtgen ve eşkenar dörtgen arasında ilişki olmadığını belirtmesine rağmen bu ayrıntıya dikkat etmeden yanlış yanıt vermiştir. Erez ve Yerushalmy (2006) ile Türnüklü (2014)'nün çalışmalarının sonuçlarıyla benzer şekilde bu çalışmada da öğrencilerin hiyerarşik ilişkiyi doğru ve tam bir şekilde oluşturan öğrencilerin bile ters (karşıt)ilişkiyi içeren durumlarda zorluk yaşadıkları söylenebilir. Ancak Şule'nin ilk soruda oluşturduğu yaygın bilişsel yoldan farklı yanıtlar vermesi onun hiyerarşik sınıflandırmayı tam olarak yorumlayamadığını göstermektedir. Ayrıca Şule ve Nida'nın uygulama sürecinde Yiğit'in oluşturduğu yapıyı *kullanarak* önermelere yanıt vermeleri, paylaşılan bilginin öğrenciler arasındaki geçişinin kanıtıdır. Bu öğrencilerin öğretim sürecinde, yüksek matematik başarı düzeyine sahip olan Yiğit'in oluşturduğu yapıyı içselleştirmeleri ve bireysel görüşmelerde bu yapıyı kullanmaları, Yiğit'e güvendiklerini göstermektedir. Nitekim Hershkowitz *vd.* (2017) yaratıcı akıl yürüten öğrencilerin diğer öğrenciler tarafından takip edildiklerini ve bu öğrencilerin bilgi ajanı olarak kabul edildiğini ifade etmişlerdir.

Deney grubundaki öğrenciler ikinci soruda yer alan önermeleri, dörtgenlerin tanımlarından yararlanarak *oluşturdukları* hiyerarşik ilişkileri *kullanarak* yorumlamışlardır. Bu durum öğrencilerin dörtgenlerin kritik özelliklerini *tanıdıklarını* ve ilişkilendirerek *kullandıklarını* göstermektedir. Hershkowitz (1990), dörtgenlerin özelliklerini ve farklı dörtgenler arasındaki kritik ve kritik olmayan özellikleri ayırt eden öğrencilerin dörtgenler arasındaki hiyerarşiyi öğrendiklerini belirtmiştir. İçiçe geçmiş olan *tanıma* ve *kullanma* eylemleri hiyerarşik ilişkiyi *oluşturmaya* zemin hazırlamıştır. Öğrencilere yöneltilen bu önermeler hem önceden oluşturulan bilgi yapısının pekiştirilmesini hem de paylaşılan bilginin kalıcılığını göstermek açısından önemlidir. Öğrencilerin verdikleri yanıtlar, grup çalışmalarında birlikte oluşturdukları yapıları bireysel görüşmelerde *kullanarak* pekiştirdiklerini dolayısıyla bu bilgilerin kalıcı bir öğrenmenin ürünü olduğunu göstermektedir. Ayrıca öğrencilerin birinci ve ikinci soruya verdikleri yanıtlarda Markman 'ın öne sürdüğü hiyerarşik ilişkileri anlamak için gerekli olan dört koşulu sağladıkları görülmüştür. Örneğin bir şekli başka bir şeklin özel hali olması şeklinde nitelendirdiklerine ve dörtgenler arasındaki ilişkilerin geçişli, asimetrik ve ters asimetrik olduğunu anladıklarına dair ifadeler bulunmaktadır. Nitekim Türnüklü (2014)'nün çalışmasında Markman'ın belirtmiş olduğu dört koşulu sağlayamayan öğretmen adaylarının hiyerarşik ilişkiyi oluşturamadığı sonucuna ulaşılmıştır.

Kontrol grubu öğrencilerinden Mustafa ile ikinci soruya ilişkin yapılan görüşmelerde Mustafa'nın kapsama ilişkisini tam olarak anlamlandıramadığı ve farklı durumlara uyarlamayamadığından dolayı *kullanamadığı* görülmüştür. Araştırmacının yönlendirmesiyle Mustafa'nın yamuğun tanımını yaparak bir önceki soruda çizdiği yaygın bilişsel yolunu değiştirip yamuğun en genel dörtgen olduğunu ifade etmiştir Seda ise paralelkenar ile eşkenar dörtgen arasında benzer özellikler olduğunu ifade ederek ilk önermeyi doğru olarak kabul etmiştir. Karenin paralelkenarın özel hali olduğunu bilmesine rağmen, paralelkenarın özelliklerini taşıdığını kabullenmekte zorluk yaşamıştır. Bu durum Seda'nın kapsama ilişkisinin tam olarak neyi ifade ettiğini anlamadığını göstermektedir. Ayrıca dikdörtgenin şekilsel özelliklerinden dolayı yamuk olmadığını söylemesi prototip olgunun kavram imajını etkilediğini ve yamuğun tanımını kavramsal olarak öğrenemediğini ortaya koymaktadır. Fischbein (1993) şekilsel yönün kavramsal yöne göre daha baskın olduğunu bu yüzden öğrencilerin karar verirken şekilsel olarak değerlendirdiklerini belirtmiştir. Bengü de tıpkı birinci soruda verdiği cevaplar gibi ikinci soruda da önermeleri bireysel kavram imajına göre yanıtlamıştır. Bengü dörtgenlerin özelliklerini *tanımasına* rağmen ilişkilendirme kuramamakta dolayısıyla bu özellikleri *kullanamamaktadır.* Bengü'nün önermeleri açıklarken emin bir şekilde konuşması da kalıplaşmış bir kavram imajına sahip olduğunu göstermektedir. Bu şekilde kalıplaşmış kavram imajlarının değiştirilmesi oldukça zordur. Bunun sebebi, öğrencilerin varolan bilgilerine uyma eğiliminde olmaları ve daha önceden tahmin edemeyecekleri farklı bir sonuçla karşılaştıklarında bunu var olan bilgileriyle değiştirmelerinin güç olmasıdır (Erez & Yerushalmy, 2006).

Kontrol grubunda MEB ders kitabına bağlı kalınarak yapılmış öğretimin sonucunda öğrencilerinin genel olarak dörtgenler arasında hiyerarşik sınıflandırma yapamadığı, kalıplaşmış prototip çizimlerin kavram imajlarını etkilediği ve dörtgenleri tanımlarken ekonomik olmayan tanımlar yaptıkları görülmüştür. Ayrıca ikinci sorudaki önermelere verdikleri yanıtlar Markman'ın belirlediği dört koşulu sağlayamadıklarının göstergesidir. Dolayısıyla öğrencilerin ifadelerinden dörtgenlerin özelliklerini doğru bir şekilde *tanıdıkları* ancak özelliklerden hangilerini seçeceği konusunda *akıl yürütemedikleri* için *kullanamadıkları* tespit edilmiştir. Bu durum yeni bilgi yapısının *oluşturulamamasına* neden olmaktadır. Öyleyse buradan şu sonuç çıkarılabilir. Öğrencilerin prototip olgularından kaynaklı yanlış veya eksik kavram imajları RBC+C modelinin kullanma eyleminde aksaklıklara yol açmaktadır. Öğrenci kavramı tanımlayabilmesine rağmen kritik ve kritik olmayan özellikleri ayırt edememesinden iki dörtgeni ilişkilendirememekte yani bilgisini *kullanamamaktadır*. Dolayısıyla var olan bilgi yapısını dikey olarak yeniden düzenleyemedikleri için *oluşturma* eyleminin varlığından söz edilmesi mümkün değildir. Nitekim Monaghan ve Özmantar (2007) oluşturma sırasında mevcut bilgi yapılarının tanınmasını, kullanılmasını, yeniden düzenlenmesini ve yeni ilişkilerle bağlantılar kurulmasının gerektiğini ifade etmişlerdir.

Deney grubu öğrencilerinden yamuğun alanını farklı bir yoldan oluşturulması istenilen üçüncü soruda öğrenciler yamuğu alan formülünü bildikleri geometrik şekillere benzeterek hızlı ve kendilerinden emin bir şekilde yamuğun alan formülünü *oluşturmuşlardır.* Böylece farklı yollardan aynı sonuca ulaşmışlardır. Benzer bulguya Sun (2009)'un çalışmasında da rastlanmıştır. Ayrıca üç öğrencinin de kesme-yeniden birleştirme etkinliklerinde alanın değişmediğini söylemeleri alan korunumunu kazandıklarını göstermektedir. Bu sonuç Kamii ve Kysh (2006) ile Tan Şişman ve Aksu (2009, 2016)'nun çalışmalarının sonuçlarıyla farklılık göstermektedir. Bahsedilen çalışmalarda öğrenciler bir şeklin parçalara ayrılıp tekrar birleştiğinde alanının değişeceğini ifade etmişlerdir. Öğrencilerin bu şekilde düşünmelerinin nedeni olarak alan ölçümünde kavramsal öğrenmenin gerçekleşmemesi ve alan ölçme becerilerinin gelişmemesi gösterilmiştir. Yapılan bireysel görüşmelerde dikkat çeken durum, öğrencilerin alan formülünü oluşturmak için bir yöntem belirledikten sonra yamuk ve yeni oluşturdukları şeklin kenar ve yüksekliğini *ilişkilendirmeye* çalışmalarıdır. Bu sayede iki şekil arasında bağlantı kurarak yamuğun alan formülünü *oluşturmuşlardır.* Huang ve Witz (2011) böyle etkinliklerin öğrencilerin geometrik şekiller arasında ilişki kurabilmelerini ve alan formüllerini fark etme, parçalama ve yeniden birleştirme gibi geometrik işlemler ile nasıl oluşturulduğunu görmelerini sağladığını ifade etmiştir.

Kontrol grubundaki öğrencilerin üçüncü soruya verdikleri yanıtlar incelendiğinde üçünün de ilk önce sayısal değerler vererek yamuğun alan formülünü oluşturmaya çalıştıkları görülmüştür. Sonrasında da bir süre boyunca emin olmayan davranışlar sergileyerek yamuğu farklı geometrik şekillere benzetmeye çalışmışlardır. Mustafa diğer iki arkadaşına nazaran daha bilinçli bir şekilde hareket ettiği, Seda'nın ise ne yapacağı konusunda kararsız tavırlar sergilemiştir. Bengü ise ilk önce yamuğu dikdörtgene tamamlamak istemiş, yamuğun yan kenarı ile dikdörtgenin kısa kenarının eşit olduğunu söylemiştir (44B). Bu durum Bengü'nün iki dörtgen arasında *ilişkilendirme* yapamadığını göstermektedir. Daha sonra da yamuğa üçgen ekleyerek paralelkenara tamamlamış, ancak üçgenin alanından paralelkenarın alanını çıkararak yamuğun alan formülünü oluşturmak istemiştir. Bengü'nün küçük alandan büyük alanı çıkarmaya çalışması bu süreçte bilinçsiz bir şekilde formülü oluşturmaya çalıştığını göstermektedir. Her üç öğrencinin de ilk başta sayısal değerler vererek formül oluşturmaya çalışmaları, Seda'nın iki üçgenin alanından yamuğun alanına geçiş yaparken güçlük yaşaması gibi durumlar öğrencilerin formülleri ezbere kullanmalarının ve bu konudaki kavramsal öğrenme hususunda yetersiz olduklarının göstergesidir. Benzer şekilde Gürefe (2017), Olkun *vd.* (2014) ve Zacharos (2006) çalışmalarında da ilköğretimdeki öğrencilerin alan ölçümünde kullandıkları stratejilerin başında formül uygulamak olduğu fakat formülleri kavramsal olarak anlamlandırmadan kullanmaya çalıştıkları görülmüştür.

Eşkenar dörtgenin alanının köşegen uzunluklarından yararlanarak oluşturulması istenen dördüncü soruda deney grubu öğrencilerinin eşkenar dörtgenin köşegen özelliklerini *tanıdıkları* ve bu bilgilerini strateji geliştirirken *kullandıkları* görülmüştür. Öğrencilerin, bu soruda hızlıca ve tereddüt etmeden üçgenlerden yararlanacaklarını söylemeleri ve eşkenar dörtgenin köşegen uzunluğunu üçgenlerin tabanları ve yükseklikleriyle ilişkilendirmeleri, öğretim sürecinde yaptıkları etkinliklerin olumlu sonuçları olarak gösterilebilir. Uygulama süresince RBC+C modelinin epistemik eylemleri çerçevesinde şekillenen öğretim sayesinde öğrenciler, bireysel görüşmelerde bu konudaki bilgi yapılarını *pekiştirerek esneklik* kazanmışlardır. Van de Walle (2010, s. 396) formülleri kendileri oluşturan öğrencilerin kavramlar ve kavramlar arasındaki bağlantıyı kavramsal olarak öğrendikleri için hata yapma olasılıkları düşük olduğunu ifade etmiştir. Benzer şekilde Prusak *vd.* (2013)'nin çalışmalarında; alan kavramı konusunda, işbirliğine dayalı öğrenme durumlarının ve çoklu çözüm yollarına sahip soruların öğrencilerin alan kavramını anlamlı şekilde öğrenmesini sağladığı sonucuna ulaşılmıştır.

Kontrol grubundaki öğrencilerin dördüncü soruya verdikleri yanıtlarda Mustafa 'nın eşkenar dörtgenin alan formülünü, eşkenar dörtgenin içerisine çizdiği üçgenlerden yararlanarak oluşturmuştur. Seda ise bir önceki soruda olduğu gibi bu soruda da ilk önce sayısal değerler vererek alan formülünü bulmayı denemiştir. Ancak bir sonuca ulaşamayınca araştırmacının yönlendirmeleriyle köşegenlerin eşkenar dörtgende üçgenler oluşturduğunu fark etmiştir. Köşegen uzunluklarını $\frac{e}{2}$ ve $\frac{f}{2}$ cinsinden yazarak iki üçgenin alanını toplamış ve eşkenar dörtgenin alan formülünü *oluşturmuştur*. Bengü de eşkenar dörtgeni iki eş üçgene parçalayıp köşegen uzunluklarını $2e$ ve $2f$ olarak kabul etmiş ve üçgenlerin alanlarını toplayarak eşkenar dörtgenin alanını *oluşturmuştur.* Kontrol grubundaki öğrencilerden Mustafa ve Bengü bu soruda zorluk yaşamadan eşkenar dörtgenin alan formülünü oluşturmuşlardır. Ancak Seda'nın kavramsal olarak düşünme gerektiren alan formülü oluşturma sorularına ilk olarak sayısal değerler vermeyi denemesi işlemsel bilgisini kullandığını göstermektedir. Bu durum kontrol grubundaki öğretim etkinliklerinde daha çok işlemsel bilgiyi kullanmayı gerektiren sorular yöneltilmesinin sonucu olarak gösterilebilir. Nitekim Baturo ve Nason (1996)'a göre alan öğretiminde kavramsal öğrenmenin gerçekleşmemesi durumunda öğrencilerin matematiksel kavramlara karşı anlamlı bir anlayış geliştirmeleri ve alan problemlerinde esnek düşünceye sahip olmaları zorlaşmaktadır.

Deney ve kontrol grubu cebirsel ifadeleri sadeleştirirken ve cebirsel ifadelerde işlem yaparken güçlük yaşamışlar ancak araştırmacının yardımlarıyla sonuca ulaşabilmişlerdir. Nitekim Sezgin Memnun (2011)'un tez çalışmasında başarılı öğrencilerin bile cebirde harflerin kullanımını algılarken ve cebirsel ifadeleri yorumlarken zorluk yaşadıkları tespit edilmiştir.

Bu çalışmada çokgenler alt öğrenme alanının öğretiminde RBC+C modeline göre hazırlanmış etkinliklerden oluşan öğretim yöntemi ile MEB matematik ders öğretim programına göre gerçekleşen öğretimin, öğrencilerin başarılarına etkisi ve soyutlama süreçlerini nasıl şekillendirdiğiele alınmıştır. Kontrol grubunda sürece öğrenciler bireysel olarak katılmış ve MEB matematik ders kitabında öngörülen öğretim yöntemine göre dersler yürütülmüştür. Deney grubunda ise öğrenciler gruplar halinde RBC+C modelinin epistemik eylemlerine göre hazırlanan etkinliklerin yer aldığı çalışma kağıtları ile çalışmışlardır. Dörtgenlerin özelliklerini her iki gruptaki öğrencilerin de *tanıdığı* gözlemlenmiştir. Ancak dörtgenleri ilişkilendirme, sınıflandırma ve alan formülünü oluşturma konusunda iki grubun öğrencileri arasında farklılıkların olduğu görülmüştür. Deney grubundaki öğrencilere var olan bilgi yapılarını *tanımalarını, kullanmalarını* ve dikey olarak yeniden düzenleyerek *oluşturmalarını* gerektiren etkinlikler verilmiştir. Aynı zamanda işlemsel sorularla da kavramsal bilgilerini kullanmaları ve pekiştirmeleri sağlanmıştır. Uygulamadan sonra yapılan bireysel görüşmelerde deney grubundaki öğrencilerin dörtgenleri tanımlama ve sınıflandırmada kontrol grubundaki öğrencilere göre kavramsal bilgilerinin daha iyi olduğu görülmüştür. Öğrenciler dörtgenlerin tanımlarından yararlanarak dörtgenler arasında hiyerarşik sınıflandırma yapmışlar ve eşkenar dörtgen ile yamuğun alan formülünü de alan formülünü bildikleri başka bir geometrik şekle benzeterek farklı yollardan oluşturmuşlardır. Bireysel görüşmelerin uygulama bittikten iki hafta sonra yapılmasına rağmen öğrencilerin uygulama sürecindeki bilgilerini kullanmaları bu bilgilerini kalıcı olarak pekiştirdiklerini göstermektedir.

Kontrol grubundaki öğrenciler ise dörtgenlerin tanımlarını kullanmak yerine şekilsel olarak ilişkilendirmeye çalışmışlardır. Bunun yanısıra tanım yaparken kritik ve kritik olmayan özellikleri aynı anda kullanmaya çalışmaları, dörtgenleri yanlış ilişkilendirmelerine yol açmıştır. Ayrıca öğrencilerin alan formülü oluşturma sorularında tereddüt yaşamaları ve sayısal değerler vererek formülü oluşturmak istemeleri, kesme-birleştirme etkinliklerinde yetersiz olduklarını göstermektedir. Sonuç olarak her iki grubun soyutlama süreçleri ele alındığında deney grubundaki öğrenciler *tanıdıkları* bilgileri doğru bir şekilde *kullanarak* yeni bilgi yapılarını *oluştururken,* kontrol grubundaki öğrenciler bazı sorularda *tanımalarına* rağmen *kullanma* ve *oluşturma* eylemlerini gerçekleştirememişlerdir. Bu durumda RBC+C modeline göre hazırlanan etkinliklerle yapılan öğretimin öğrencilerin kavramsal öğrenmelerinde ve soyutlamanın gerçekleşmesinde daha etkili olduğu söylenebilir.

**Öneriler.**

Öğretmenlere öneriler;

- Öğrencilerin alan formülünü oluşturma ve işlemsel sorularda sonuca kadar doğru şekilde gelebilmelerine rağmen; sonucu sadeleştirirken ve cebirsel ifadelerde işlem yaparken zorluk yaşadıkları, yanlış veya eksik sonuca ulaştıkları görülmüştür. Öğretmenlerin ders içinde öğrencilerin bu eksikliklerini gidermeye yönelik ek etkinlikler yapması önerilebilir.
- Öğrencilerin kritik olmayan özellik kullanımından kaynaklı olarak hiyerarşik sınıflandırma yaparken zorluk yaşadıkları görülmüştür. Bir dörtgenin tanımını yaparken o dörtgenin kritik özellikleri yerine tüm özelliklerini (kritik ve kritik olmayan) kullanmaları, dörtgenler arasında ilişki kurmalarını engellemektedir. Dolayısıyla dörtgenleri tanımlarken kritik veya kritik olmayan özelliklerin hangileri olduğunu öğrencilerin *tanımaları* sağlanmalıdır.
- Bu çalışmada düşük matematik başarısına sahip olan öğrencilerin kendilerinden daha başarılı öğrencilerle grup çalışması yaptıklarında derse karşı ilgilerinin ve başarılarının arttığı gözlemlenmiştir. Bu yüzden grup çalışmalarında grupların başarı düzeyi bakımından heterojen şekilde oluşturulması önerilmektedir.
- Bu çalışmada öğrencilerin dikdörtgen ve eşkenar dörtgen arasında kapsama ilişkisi olmadığını farkedemedikleri görülmüştür. Öğrencilerin bu şekilde cevap vermelerinin sebebi olarak her dörtgen arasında kapsama ilişkisinin olabileceğini düşünmelerinin ve tek bir özelliğe göre bu ilişkiyi kurmalarının neden olduğu düşünülmektedir. Bu yüzden özellikle bu iki dörtgen arasındaki ilişkinin ele alındığı derslerde farklı örneklerle bu durumun *pekiştirilmesi* önerilmektedir.
- Öğrencilere bir problemin farklı çözüm yolunun olabileceğinin gösterilmesi onların problemlere farklı bakış açılarıyla ve daha hızlı bir şekilde çözüm getirebilmelerini sağlamıştır. Dolayısıyla bir probleme farklı çözüm yolları ile ulaşılabileceğini gösteren etkinlikler ve öğretim müfredatı hazırlanabilir.
- Uygulamada yapılan etkinliklerde ve bireysel görüşmelerde öğrencilerin prototip olgunun bireysel kavram imajlarında güçlü bir etkiye sahip olduğu görülmüştür. Bu yüzden öğretmenlerin derslerini planlarken özellikle gometrik şekillerin farklı prototip

çizimlerine yer vermeleri faydalı olacaktır. Böylelikle sadece görsel düşünme odaklı prototip olgunun kavram imajını etkileme olasılığının azalacağı düşünülmektedir.

- Bu çalışmada kavramsal öğrenmenin öğrencilerin çokgenler konusundaki kazanımların üzerindeki etkisi ele alınmıştır. Kavramsal öğrenme ancak öğrencinin bireysel veya arkadaşlarıyla birlikte sorgulayarak bilgiye ulaştığı zaman gerçekleşecektir. Dolayısıyla özellikle dörtgenleri tanımlama ve sınıflandırma ile dörtgenlerde alan konusunun öğretiminde ezberci bir yaklaşımdan uzak durularak mantıklı bir ilerleme ve anlamlı bir şekilde *oluşturmalarına* fırsat tanıyan öğretim etkinlikleri düzenlenmesi önerilmektedir.
- Soyutlama süreçlerinin incelenmesi öğrencilerin sıklıkla yanılgıya düştükleri konularda tam olarak hangi aşamada sıkıntı yaşadıklarını tespit etmek açısından yarar sağlamaktadır. Bu nedenle öğretmenlerin soyutlama ile ilgili teori ve modellerden haberdar olmaları ve öğrencilerinin soyutlama süreçlerini incelemeleri sorunların giderilmesi açısından faydalı olacaktır.

Araştırmacılara öneriler;

- RBC+C modelinin epistemik eylemlerine göre hazırlanan öğretim etkinliklerinin 7. sınıf öğrencilerinin çokgenler alt öğrenme alanındaki kavramsal bilgi, başarı ve becerilerini artırdığı görülmektedir. Dolayısıyla ileride yapılacak olan çalışmalarda RBC+C modelinin bir öğretim modeli olarak farklı sınıf düzeylerinde ve farklı konuların öğretiminde kullanılması önerilmektedir.
- Bu çalışmada farklı matematik başarı düzeylerine sahip olan öğrencilerin çokgenler alt öğrenme alanındaki soyutlama süreçleri ele alınmıştır. Daha ileriki çalışmalarda farklı van Hiele geometrik düşünme seviyelerine sahip öğrencilerin bu konudaki soyutlama süreçleri RBC+C modelinin perspektifinden ele alınarak geometrik düşünme düzeylerinin değişiminin incelenmesi önerilmektedir.
- Öğrencilerin soyutlama süreçlerinin gözlemlenmesinde kullanılan epistemik eylemlerin, yenilenmiş Bloom taksonomisinde yer alan bilgi ve bilişsel boyutlarla ilişkilendirilmesinin soyutlama süreçlerini değerlendirirken farklı bir bakış açısı sunacağı düşünülmektedir. Bu nedenle daha ileride yapılacak olan çalışmalarda RBC+C modelinin epistemik eylemlerinin yenilenmiş Bloom taksonomisinin hangi basamağına denk geldiğinin araştırılması önerilmektedir.

# KAYNAKÇA


Akkaş, E. N., & Türnüklü, E. (2015). Middle school mathematics teachers' pedagogical content knowledge regarding student knowledge about quadrilaterals. *Elementary Education Online, 14*(2), 744-756. doi: 10.17051/io.2015.12002

Akkaya, R. (2010). *Olasılık ve istatistik öğrenme alanındaki kavramların gerçekçi matematik eğitimi ve yapılandırmacılık kuramına göre bilgi oluşturma sürecinin incelenmesi* (Doktora Tezi). Yüksek Öğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi'nden edinilmiştir. (Tez No. 263028)

Aktaş, D. Y., & Cansız Aktaş, M. (2012). 8. sınıf öğrencilerinin özel dörtgenleri tanıma ve aralarındaki hiyerarşik sınıflamayı anlama durumları. *İlköğretim Online, 11*(3), 714-728. http://dergipark.gov.tr/download/article-file/90562 adresinden edinilmiştir.

Altaylı Özgül, D., & Kaplan, A. (2016). 7. sınıf öğrencilerinin silindirin yüzey alanı konusundaki soyutlama süreçlerinin ve paylaşılan bilgilerinin incelenmesi. *Bayburt Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 11*(2), 344-364. http://dergipark.ulakbim.gov.tr/befdergi/article/view/5000203321/5000178242 adresinden edinilmiştir.

Altun, M., & Yılmaz, A. (2010). Lise öğrencilerinin parçalı fonksiyon bilgisini oluşturma ve pekiştirme süreci. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi,* 311-337. http://dergipark.ulakbim.gov.tr/uefad/article/viewFile/5000152459/5000138271 adresinden edinilmiştir.

Auerbach, C., & Silverstein, L. B. (2003). *Qualitative data: An introduction to coding and analysis*. New York and London: New York University Press.

Ay, Y., & Başbay, A. (2017). Çokgenlerle ilgili kavram yanılgıları ve olası nedenler. *Ege Eğitim Dergisi, 1*(18), 83-104. doi:10.12984/egeefd.328377

Battista, M. (1982). Understanding area and area formulas. *Mathematics Teacher*, *75*(5), 362–368. Retrieved from http://www.jstor.org/stable/27962957

Baturo, A., & Nason, R. (1996). Student teachers' subject matter knowledge within the domain of area measurement. *Educational Studies in Mathematics, 31*(3), 235–268. doi:10.1007/BF00376322

Bayrakçeken, S. (2012). Test geliştirme. E. Karip (Ed.), *Ölçme ve değerlendirme* içinde (5.Baskı, ss.294-324). Ankara: Pegem Akademi.

Bogdan, R. C., & Biklen, S. K. (2007). *Qualitative research for education* (5th ed.). London: Pearson.

Bonotto, C. (2003). About students' understanding and learning of the concept of surface area. In D. H. Clements & G. Bright (Eds.), *Learning and teaching measurement: 2003 Yearbook* (pp. 157–167). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Bussi, M. G. B., & Baccaglini Frank, A. (2015). Geometry in early years: sowing seeds for a mathematical definition of squares and rectangles. *ZDM Mathematics Education*, *47*(3), 391-405. doi:10.1007/s11858-014-0636-5

Bütüner, S. Ö., & Filiz, M. (2016). Matematik öğretmeni adaylarının dörtgenleri sınıflandırma becerilerinin incelenmesi. *Alan Eğitimi Araştırmaları Dergisi (ALEG), 2*(2), 43-56. http://dergipark.gov.tr/aleg/issue/24315/257669 adresinden edinilmiştir.

Büyüköztürk, Ş. (2011). *Sosyal bilimler için veri analizi el kitabı* (14. baskı). Ankara: Pegem Akademi.

Büyüköztürk, Ş., Kılıç Çakmak, E., Akgün, Ö. E., Karadeniz, Ş., & Demirel, F. (2011). *Bilimsel araştırma yöntemleri.* (9. Baskı). Ankara: Pegem Akademi.

Can, A. (2014). *SPSS ile bilimsel araştırma sürecinde nicel veri analizi* (2. Baskı). Ankara: Pegem Akademi.

Cobb, P., Yackel, E., & Wood, T. (1992). Interaction and learning in mathematics classroom situations. *Educational studies in mathematics*, *23*(1), 99-122. Retrieved from https://link.springer.com/content/pdf/10.1007%2FBF00302315.pdf

Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2005). *Research methods in education*. (5th ed.). Taylor & Francis e-Library. doi:10.4324/9780203224342

Creswell, J. W. (2005). *Educational research*: *Planning, conducting and evaluating quantitative and qualitative research* (2nd ed.). Ohio: Pearson.

Creswell, J. W. (2007). *Qualitative inquiry and research design: Choosing among five traditions* (2nd ed.). London: Sage Publications.

Creswell, J. W. (2009). *Research design:Qualitative, quantitative and mixed methods approaches* (3th ed.). CA: Sage Publications.

Creswell, J. W., & Plano Clark, V. L. (2011). *Desing and conducting mixed methods research*. (2nd ed.). California: Sage publications.

Creswell, J. W., & Plano Clark, V. L. (2014). *Karma yöntem araştırmaları tasarımı ve yürütülmesi* (Y. Dede & S. B. Demir *çev. ed.).* Ankara: Anı Yayıncılık. (Çalışmanın orijinali 2011'de yayımlanmıştır)

Crowley, M. L. (1987). *The van Hiele model of the development of geometric thought.* In M. Montgomery Lindquist (Ed.). *Learning and Teaching Geometry, K-12* (*pp.* 1-16) Reston: National Council of Teachers of Mathematics.

Currie, P., & Pegg, J. (1998). *Investigating students' understanding of the relationships among quadrilaterals.* In Clive, K., Merilyn, G. & Elizabeth, W. (Eds.). *Teaching Mathematics in New Times:Proceedings of the 21 th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia Incorporated,* 177-184.

Çakıroğlu, E. (2013). Matematik kavramlarının tanımlanması. İ. Ö. Zembat, M. F. Özmantar, E. Bingölbali, H. Şandır & A. Delice (Eds.), *Tanımları ve tarihsel gelişimleriyle matematiksel kavramlar* içinde (1. baskı, *ss.* 1-13). Ankara: Pegem Akademi.

Çelebioğlu, B., & Yazgan, Y. (2015). The investigation of fourth graders' construction process of fractional multiplication using RBC+C model. *Procedia Social and Behavioral Sciences,* 197, 316-319. doi:10.1016/j.sbspro.2015.07.143

Çepni, S. (2014). *Araştırma ve proje çalışmalarına giriş* (7. Baskı). Trabzon: Celepler Matbaacılık.

Çokluk, Ö., Şekercioğlu, G., & Büyüköztürk, Ş. (2012). *Sosyal bilimler için çok değişkenli istatistik SPSS ve LISREL uygulamaları* (2. baskı). Ankara: Anı Yayıncılık.

Davydov, V. V. (1990). *Types of generalisation in instruction: Logical and phsycological problems in the structuring of school curricula.* In J. Kilpactrick (Ed.), *Soviet studies in mathematics education, (2).* Reston, Virgina: National Council of Teachers of Mathematics.

De Villiers, M. (1994). The role and function of a hierarchical classification of quadrilaterals. *For the Learning of Mathematics*, *14*(1), 11-18. Retrieved from https://www.jstor.org/stable/40248098

Doğan, A., Özkan, K., Çakır, N. K., Baysal, D., & Gün, P. (2012). İlköğretim ikinci kademe öğrencilerinin yamuk kavramına ait yanılgıları ve bu yanılgıların sınıf seviyelerine göre değişimi. *Uşak Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi, 5*(1), 104-116. http://dergipark.gov.tr/download/article-file/202366 adresinden edinilmiştir.

Dooley, T. (2007). *Construction of knowledge by primary pupils: The role of whole-class interaction*. *CERME-5,*1658-1668. Retrieved from https://www.researchgate.net/profile/Therese_Dooley/publication/265929686.pdf

Dreyfus, T. (1991). *Advanced mathematical thinking processes*. In D.O. Tall (Ed.), *Advanced Mathematical Thinking (pp.* 25-41). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer.

Dreyfus, T. (2006). *Linking theories in mathematics education*. In A. Simpson (Ed.). *Retirement as Process and as Concept: A Festschrift for Eddie Gray and David Tall (pp.*77-82). Durham, Reino Unido: Durham University. Retrieved from https://s3.amazonaws.com/academia.edu.documents/30874947/festschrift.pdf

Dreyfus, T. (2007). *Processes of abstraction in context the nested epistemic actions model.* Retrieved from http://medicina.iztacala.unam.mx/medicina/dreyfus.pdf

Dreyfus, T., & Tsamir, P. (2004). Ben's consolidaiton of knowledge structures about infinite sets. *Journal of Mathematical Behavior, 23*(3), 271-300. doi:10.1016/j.jmathb.2004.06.002

Dreyfus, T., Hadas, N., Hershkowitz, R., & Schwarz, B. B. (2006). *Mechanisms for consolidating knowledge construct.* J. Novotna, H. Moraova, M. Kratha & N. Stehlikova (Eds.), *Proceedings of the 30th Conference of International Group for the Psychology of Mathematics Education,* Prague, Czech Repuclic: Charles University Faculty of Education, 2, 465-472. Retrieved from https://s3.amazonaws.com/academia.edu.documents/5388786/pme30-volume2.pdf

Dreyfus, T., Hershkowitz, R., & Schwarz, B. (2001a). Abstraction in context: The case of peer interaction. *Cognitive Science Quartely, 1*(3), 307-368. Retrieved from https://www.researchgate.net/publication/273134154

Dreyfus, T., Hershkowitz, R., & Schwarz, B. (2001b). The construction of abstract knowledge in interaction. M. van den Heuvel-Panhuizen (Ed.), *Proceedings of the 25th Conference of International Group for the Psychology of Mathematics Education. (pp*.377-384). Utrecht: The Netherlands.

Duatepe Paksu, A., İymen, E., & Pakmak, G. S. (2012). How well elementary teachers identify parallelogram. *Educational Studies, 38*(4), 415-418. https://doi.org/10.1080/03055698.2011.643106

Durmuş, B., Yurtkoru, E.S., & Çinko, M. (2011). *Sosyal bilimlerde SPSS'le veri analizi* (4. Baskı). İstanbul: Beta.

Ekiz, D. (2009). *Bilimsel araştırma yöntemleri*. Ankara: Anı Yayıncılık.

Erdoğan, E. O., & Dur, Z. (2014). Preservice mathematics teachers' personal figural concepts and classifications about quadrilaterals. *Australian Journal of Teacher Education, 39*(6), 107-133. http://dx.doi.org/10.14221/ajte.2014v39n6.1

Erez, M. M., & Yerushalmy, M. (2006). "If you can turn a rectangle into a square, you can turn a square into a rectangle..." young students experience the dragging tool. *International Journal of Computers for Mathematical Learning, 11*(3), 271-299. doi:10.1007/s10758-006-9106-7

Erkuş, A. (2012). *Psikolojide ölçme ve ölçek geliştirme-I: Temel kavramlar ve işlemler.* Ankara: Pegem Akademi.

Erşen, Z. B., & Karakuş, F. (2013). Sınıf öğretmeni adaylarının dörtgenlere yönelik kavram imajlarının değerlendirilmesi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education,4*(2), 124-146. http://dergipark.gov.tr/turkbilmat/issue/21570/231470 adresinden edinilmiştir.

Field, A. (2009). *Discovering statistics using SPSS* (3rd Edition). London: Sage Publications.

Fischbein, E. (1993). The theory of figural concepts. *Educational studies in mathematics*, *24*(2), 139-162. Retrieved from https://link.springer.com/content/pdf/10.1007%2FBF01273689.pdf

Fraenkel, J.R., Wallen, N.E., & Hyun, H. H. (2012). *How to design & evaluate research in education* (8th ed.). New York: McGrawHill.

Fujita, T. (2012). Learners's level of understanding of the inclusion relations of quadrilaterals and prototype phenomenon. *Journal of Mathematical Behavior,31*,60-72. Retrieved from https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S073231231100040X

Fujita, T., Doney, J., & Wegerif, R. (2017). *Dialogic processes in collective geometric thinking: a case of defining and classifying quadrilaterals.* In T. Dooley, V. Durand-Guerrier & G. Gueudet (Eds.), *Proceedings of CERME10,* Dublin, TWG4.PA6. Retrieved from https://keynote.conference-services.net/resources/444/5118/pdf/CERME10_0526.pdf

Fujita, T., & Jones, K. (2006). *Primary trainee teachers' understanding of basic geometrical figures in Scotland.* In J. Novotana, H. Moraova, K. Magdelena & N. Stehlikova (Eds.), *Proceedings of the 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education,* 3, 14-21. Retrieved from https://eprints.soton.ac.uk/41247/1/Fujita_Jones_PME30_2006.pdf

Fujita, T., & Jones, K. (2007). Learners'understanding of the definitions and hierarchical classification of quadrilaterals: towards a theoretıcal framing. *Research in Mathematics Education*, *9*(1), 3-20. doi: 10.1080/14794800008520167

Furinghetti, F., & Paola, D. (1999). *Explorıng students'ımages and defınıtıons of area.* In O. Zaslavsky (Ed.), *In Proceedings of the Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Israel, 2, 345-352. Retrieved from https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED436403.pdf#page=775

Fuys, D., Geddes, D., & Tischler, R. (1988). The van Hiele model of thinking in geometry among adolescents. *Journal for Research in Mathematics Education, Monograph, 3,* 1-195. http://dx.doi.org/10.2307/749957

Gibson, W., & Brown, A. (2009). *Working with qualitative data*. Sage Publication.

Glesne, C. (2012). *Nitel araştırmaya giriş* (A. Ersoy & P. Yalçınoğlu çev. ed.). Ankara: Anı Yayıncılık. (Çalışmanın orijinali 2011'de yayımlanmıştır)

Gürefe, N. (2017). Ortaokul öğrencilerinin alan ölçüm problemlerinde kullandıkları stratejilerin belirlenmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi,* 1-22. doi:10.16986/HUJE.2017032703

Gürefe, N., & Gültekin, S. H. (2016). Yükseklik kavramına dair öğrenci bilgilerinin incelenmesi. *Journal of Kirsehir Education Faculty*, *17*(2), 429-450. http://www.kefad.ahievran.edu.tr adresinden edinilmiştir.

Hancock, D. R., & Algozzine, B. (2006). *Doing case study research: A practical guide for beginning researchers*. Teachers College Press.

Hassan, I., & Mitchelmore, M. (2006). *The role of abstraction in learning about rates of change.* In P. Grootenboer, R. Zevenbergen, & M. Chinnappan (Eds.), *Identities,* *cultures and learning spaces:Proceedings of the 29th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia,* Australia, 278-285.

Hershkowitz, R. (1987). *The acquisition of concepts and misconceptions in basic geometry*. In J. D. Novak (Ed.), *Proceedings of the Second İnternational Seminar on Misconceptions and Educational Strategies in Science and Mathematics*, 3, 236-251.

Hershkowitz, R. (1990). *Psychological aspects of learning geometry.* In P. Nesher, & J. Kilpatrick (Eds.), *Mathematics and Cognition: A Research Synthesis by the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Cambridge: Cambridge University Press, 70-95. doi:10.1017/CBO9781139013499.006

Hershkowitz, R. (2009). *Contour lines between a model as a theoretical framework and the same model as methodological tool.* In B. Schwarz, T. Dreyfus & R. Hershkowitz (Eds.), *Transformation of Knowledge Through Classroom Interaction (pp.* 273-280). London and Newyork: Routledge.

Hershkowitz, R., Hadas, N., & Dreyfus, T. (2006). *Diversty in the construction of a group's shared knowledge.* J. Novatha, H. Moraova, M. Kratka & N. Stehlikova (Eds.), *Proceedings of the 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education,* 297-304. Prague : PME.

Hershkowitz, R., Hadas, N., Dreyfus, T., & Schwarz, B. (2007). Abstracting processes, from individuals' constructing of knowledge to a group's shared knowledge. *Mathematics Education Research, 19*(2), 41-68. Retrieved from https://link.springer.com/content/pdf/10.1007%2FBF03217455.pdf

Hershkowitz, R., Schwarz, B. B., & Dreyfus, T. (2001). Abstraction in context: Epistemic actions. *Journal for Research in Mathematics Education, 32*(2), 195-222. http://dx.doi.org/10.2307/749673

Hershkowitz, R., Tabach, M., & Dreyfus, T. (2017). Creative reasoning and shifts of knowledge in the mathematics classroom, *ZDM Mathematics Education,* 49, 25-36. doi: 10.1007/s11858-016-0816-6

Hershkowitz, R., Tabach, M., Rasmussen, C., & Dreyfus, T. (2014). Knowledge shifts in a probability classroom: A case study coordinating two methodologies. *ZDM Mathematics Education, 46,* 363-387. https://doi.org/10.1007/s11858-014-0576-0

Horzum, T. (2017). Matematik öğretmeni adaylarının dörtgenler hakkındaki anlamalarının kavram haritası aracılığıyla incelenmesi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education,* 1-30. doi: 10.16949/turkbilmat.333678

Huang, H. M. E. (2017). Curriculum interventions for area measurement instruction to enhance children's conceptual understanding. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *15*(7), 1323-1341. doi:10.1007/s10763-016-9745-7

Huang, H. M. E., & Witz, K. G. (2011). Developing children's conceptual understanding of area measurement: A curriculum and teaching experiment. *Learning and Instruction*, *21*(1), 1-13. doi:10.1016/j.learninstruc.2009.09.002

Huang, H. M. E., & Witz, K. G. (2013). Children's conceptions of area measurement and their strategies for solving area measurement problems. *Journal of Curriculum and Teaching, 2*(1), 10-26. doi:10.5430/jct.v2n1p10.

Huck, S. W. (2012). *Reading statistics and research* (6th Edition). Boston: Pearson Education.

Johnson, B., & Christensen, L. (2004). *Educational research: Quantitative, qualitative and mixed approaches* (2nd Edition). Boston: Pearson Education.

Kabapınar, F. (2003). Kavram yanılgılarının ölçülmesinde kullanılabilecek bir ölçeğin bilgi-kavrama düzeyini ölçmeyi amaçlayan ölçekten farklılıkları. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Yönetimi,* 35, 398-417. http://dergipark.gov.tr/download/article-file/108430 adresinden edinilmiştir.

Kalaycı, Ş. (2010). *SPSS uygulamalı çok değişkenli istatistik teknikleri* (5. Baskı). Ankara: Asil Yayın Dağıtım.

Kamii, C., & Kysh, J. (2006). The difficulty of "length×width": Is a square the unit of measurement? *Journal of Mathematical Behavior,* 25, 105–115. doi:10.1016/j.jmathb.2006.02.001

Karaca, E. (2008). Test ve Madde Analizi. S. Erkan & M. Gömleksiz (Ed.), *Eğitimde ölçme ve değerlendirme* içinde (1. baskı, *ss.* 239-306). Ankara: Nobel Basımevi.

Kartal, B., & Çınar, C. (2017). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının çokgenlere dair geometri bilgilerinin incelenmesi. *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi, 18*(2), 375-399.

Katrancı, Y. (2010). *Olasılığın temel kuralları bilgisinin yapılandırmacı kurama göre oluşturulması sürecinin incelenmesi* (Yükseklisans tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi'nden edinilmiştir. (Tez No. 311069)

Katrancı, Y., & Altun, M. (2013). İlköğretim ikinci kademe öğrencilerinin olasılık bilgisini oluşturma ve pekiştirme süreci. *Kalem Eğitim ve İnsan Bilimleri Dergisi, 3*(2), 11-58.

Kidman, G., & Cooper, T. (1997). *Area integration rules for grades 4, 6 and 8 students*. In E. Pehkonen (Ed.), *Proceedings of the 21st conference of the international group for the psychology of the mathematics education (PME21) (pp.* 136-143). Lahti Finland.

Kidron, I., & Dreyfus, T. (2008). *Abstraction in context, combining constructions, justification and enlightenment.* In M. Goos, R. Brown & K. Makar (Eds.), *Proceedings of the 31st Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia*, Australia, 303-309. Retrieved from http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.854.1435&rep=rep1&type=pdf#page=282

Kidron, I., Lenfant, A., Bikner-Ahsbahs, A., Artigue, M., & Dreyfus, T. (2008). Toward networking three theoretical approaches: the case of social interactions. *ZDM Mathematics Education, 40*(2), 247-264. doi: 10.1007/s11858-008-0079-y

Koçak, M., & Soylu, Y. (2017). Analysis of pre-service mathematics teachers' teaching strategy knowledge of geometric formulas. *Universal Journal of Educational Research, 5*(3), 297-315. doi: 10.13189/ujer.2017.050302

Kordaki, M., & Potari, D. (1998). Children's approaches to area measurement through different contexts. *The Journal of Mathematical Behavior, 17*(3), 303-316. Retrieved from https://www.researchgate.net/profile/Maria_Kordaki/publication/222306293

Kozakli Ulger, T., & Tapan Broutin, M. S. (2017). Pre-service mathematics teachers' understanding of quadrilaterals and the internal relationships between quadrilaterals: the case of parallelograms. *European Journal of Educational Research, 6*(3), 331-345. doi: 10.12973/eu-jer.6.3.331

Kuş, E. (2009). *Nicel-nitel araştırma teknikleri.* Ankara: Anı Yayıncılık.

Lankshear, C., & Knobel, M. (2004). *A handbook for teacher research*. McGraw-Hill Education (UK).

Linchevsky, L., Vinner, S., & Karsenty, R. (1992). *To be or not to be minimal? Student teachers views about definitions in geometry.* In W. Geeslin & K. Graham (Eds.), *In Proceedings of the 16th International Conference for the Psychology of Mathematics Education*, Durham, USA, 48-55.

Maykut, P., & Morehouse, R. (1994). *Beginning qualitative research: A philosophical and practical guide*. London: Falmer.

McMillan, J. H., & Schumacher, S. (2006). *Research in education: Evidence-based inquiry* (6th Edition). London: Pearson.

Mercer, N. (1996). The quality of talk in children's collaborative activity in the classroom. *Learning and Instruction, 6*(4), 359-377. Retrieved from https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0959475296000217

Merriam, B. S. (1998). *Qualitative research and case study applications in education* (2nd Edition). Jossey-Bass: San Fransisco.

Miles, M. B., & Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis* (2nd ed.). Sage Publications.

Milli Eğitim Bakanlığı Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı (2005). *İlköğretim Matematik Dersi Öğretim Programı ve Kılavuzu.* Ankara: Devlet Kitapları Müdürlüğü.

Milli Eğitim Bakanlığı Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı (2017). *İlköğretim Matematik Dersi (6,7 ve 8. Sınıflar) Öğretim Programı.* MEB Ankara.

Mitchelmore, M. C. (2002). The Role of Abstraction and Generalisation in the Development of Mathematical Knowledge. *Proceedings of the 9th East Asia Regional Conference on Mathematics Education and the Southeast Asian Conference on Mathematics Education (EARCOME), 1,* 157-167. Retrieved from https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED466962.pdf

Mitchelmore, M., & White, P. (2004). *Abstraction in mathematics and mathematics learning.* In M. J. Hoines & A. B. Fuglestad (Eds.). *The 28th International Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Bergen, Norway: PME, 3, 329-336. Retrieved from http://emis.ams.org/proceedings/PME28/RR/RR031_Mitchelmore.pdf

Mitchelmore, M., & White, P. (2007). Abstraction in mathematics learning. *Mathematics Education Research Journal*, *19*(2), 1-9. Retrieved from https://link.springer.com/content/pdf/10.1007/BF03217452.pdf

Monaghan, F. (2000). What difference does it make? Children's views of the differences between some quadrilaterals. *Educational Studies in Mathematics, 42*(2), 179-196. Retrieved from https://link.springer.com/content/pdf/10.1023%2FA%3A1004175020394.pdf

Monaghan, J., & Özmantar, M. F. (2006). Abstraction and consolidation. *Educational Studies in Mathematics, 62*(3), 233-258. Retrieved from https://link.springer.com/content/pdf/10.1007%2Fs10649-006-8753-x.pdf

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics.* Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Nitabach, E., & Lehrer, R. (1996). Research into practice: Developing spatial sense through area measurement. *Teaching Children Mathematics, 2* (8), 473–476. Retrieved from http://www.jstor.org/stable/41198332

Ohlsson, S., & Lehtinen, E. (1997). Abstraction and the acquisition of complex ideas. *International Journal of Educational Research, 27*(1), 37-48. http://dx.doi.org/10.1016/S0883-0355(97)88442-X

Okazaki, M., & Fujita, T. (2007). *Prototype phenomena and common cognitive paths in the understanding of the inclusion relations between quadrilaterals in Japan and Scotland.* In W. Jeong-Ho, L. Hee-Chan, P. Kyo-Sik Park & S. Dong-Yeop (Eds.). *In Proceedings of the 31st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education,* Seoul, Korea, 4, 41-48. Retrieved from https://www.researchgate.net/profile/George_Philippou/publication

Olkun, S., Çelebi, Ö., Fidan. E., Engin., & Gökgün, C. (2014). Birim kare ve alan formülünün Türk öğrenciler için anlamı. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 29*(1), 180-195. http://dergipark.gov.tr/download/article-file/87087 adresinden edinilmiştir.

Outhred, L. N., & Mitchelmore, M. C. (2000). Young children's intuitive understanding of rectangular area measurement. *Journal for Research in Mathematics Education*, *31*(2), 144-167. doi: 10.2307/749749

Özcan, B. N. (2012). *İlköğretim öğrencilerinin geometrik düşünme düzeylerinin geliştirilmesinde bilgiyi oluşturma süreçlerinin incelenmesi* (Doktora Tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi'nden edinilmiştir. (Tez No. 313078)

Özçakır, B. (2013). *The effects of mathematics instruction supported by dynamic geometry activities on seventh grade students achievement in area of quadrilaterals* (Yükseklisans tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi'nden edinilmiştir. (Tez No. 345124)

Özmantar, M. F. (2004). *Scaffolding, abstraction, and emergent goals.* In O. McNamara (Ed.), *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, *24*(2), 83-89. Retrieved from http://www.bsrlm.org.uk/IPs/ip24-2/BSRLM-IP-24-2-14.pdf

Özmantar, M. F., & Monaghan, J. (2005). *Voices in scaffolding mathematical constructions*. In M. Bosch (Ed.). *Proceedings of CERME 4,* Sant Feliu de Guixols, Spain, 1-10. Retrieved from http://www.mathematik.uni-dortmund.de/~erme/CERME4/CERME4_WG8.pdf#page=86

Özmantar, M. F., & Monaghan, J. (2006). *Abstraction, scaffolding and emergent goals.* In J. Novotna, M. Moraova, H. Kratha & N. Stehlikova (Eds.). *Proceedings of the 30th International Conference for the Psychology of Mathematics Education,* 2, 305-312. Retrieved from https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED496934.pdf#page=313

Özmantar, M. F., & Monaghan, J. (2007). A dialectical approach to the formation of mathematical abstractions. *Mathematics Education Research Journal*, *19*(2), 89-112. Retrieved from https://link.springer.com/content/pdf/10.1007%2FBF03217457.pdf

Özmantar, M. F., & Roper, T. (2004). *Mathematical Abstraction through Scaffolding.* In M. J. Hoines & A. B. Fuglestad (Eds.). *The 28th International Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Bergen, Norway: PME, 3, 481-488. Retrieved from http://emis.ams.org/proceedings/PME28/RR/RR085_Ozmantar.pdf

Patton, M. Q. (2002). *Qualitative research &evaluation methods* (3th ed.). United States of America: SAGE Publications.

Payne, G., & Payne, J. (2004). *Key concepts in social research*. Sage Publications.

Pesen, C. (2008). *Yapılandırmacı öğrenme yaklaşıma göre matematik öğretimi.* Ankara: Sempati Yayınları.

Popovic, G. (2012). Who is This Trapezoid, Anyway?. *Mathematics Teaching in the Middle School*, *18*(4), 196-199. doi: 10.5951/mathteacmiddscho.18.4.0196

Prusak, N., Hershkowitz, R., & Schwarz, B. B. (2013). Conceptual learning in a principled design problem solving environment. *Research in Mathematics Education*, *15* (3), 266-285. doi: 10.1080/14794802.2013.836379

Schofield, J. W. (1993). *Increasing the generalizability of qualitative research*. Open University Press.

Schwarz, B., Dreyfus, T., Hadas, N., & Hershkowitz, R. (2004). *Teacher guidance of knowledge construction.* M. J. Hoines & A. B. Fuglesad, (Eds.). *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education,* Norveç: Bergen University College, 169-176. Retrieved from http://emis.ams.org/proceedings/PME28/RR/RR175_Schwarz.pdf

Schwarz, B., Dreyfus, T., & Hershkowitz, R. (2009). The nested epistemic actions model for abstraction in context. In B. Schwarz, T. Dreyfus & R. Hershkowitz (Eds.), *Transformation of knowledge through classroom interaction (pp.* 11-41). Routledge: Taylor &Francis Group.

Schwarz, B., Hershkowitz, R., & Dreyfus, T. (2002). *Emerging knowledge structures in and with algebra.* In J. Novotna (Ed.). *Proceedings of CERME 2,* Czech Republic, 2, 81-91. Retrieved from http://www.angelfire.com/ma/ejma/cerme2.pdf#page=81

Scott, D., & Morrison, M. (2006). *Key ideas in educational research*. A&C Black.

Serra, M. (2008). *Discovering geometry: An investigative approach* (4th ed.). Emeryville, CA: Key Curriculum Press.

Sezgin Memnun D. (2011). *İlköğretim altıncı sınıf öğrencilerinin analitik geometrinin koordinat sistemi ve doğru denklemi kavramlarını yapılandırmacı öğrenme ve gerçekçi matematik eğitimine göre oluşturması süreçlerinin araştırılması* (Doktora Tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi'nden edinilmiştir. (Tez No. 306364)

Sezgin Memnun D., & Altun, M. (2012). İki altıncı sınıf öğrencisinin doğru denklemini oluşturma sürecinin incelenmesi. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi, 6*(1), 171-200. http://dergipark.gov.tr/download/article-file/39848 adresinden edinilmiştir.

Sezgin Memnun, D., Aydın, B., Özbilen, Ö., & Erdoğan, G. (2017). The abstraction process of limit knowledge. *Educational Sciences: Theory & Practice, 17*, 345-371. http://dx.doi.org/10.12738/estp.2017.2.0404

Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics*, *22*(1), 1-36. Retrieved from https://link.springer.com/article/10.1007%2FBF00302715

Skemp, R. (1986). *The Physcology of learning mathematics* (2nd Edition). Harmondsworth: Penguin.

Sönmez, V., & Alacapınar, F. G. (2011). *Örneklendirilmiş bilimsel araştırma yöntemleri.* Ankara: Anı Yayıncılık.

Sözbilir, M. (2016). *Madde analizi ve test geliştirme* (ders notları). 15.10.2016 tarihinde https://olcmevedegerlendirme.files.wordpress.com/2010/09/7-madde-analizi-ve-test-gelistirme.pdf adresinden edinilmiştir.

Stake, E. R. (2010). *Qualitative research: Studying how things work.* New York: The Guilford Press.

Stehlikova, N. (2003). *Building a Finite Arithmetic Structure: Interpretation in Terms of Abstraction in Context*. In M. A. Mariotti (Ed.). *Proceedings of CERME 3,* Bellaria, Italy, 1-10. Retrieved from http://fibonacci.dm.unipi.it/~didattica/CERME3/proceedings/Groups/TG3/TG3_Stehlikova_cerme3.pdf

Stephan, M., & Clements, D. H. (2003). Linear and area measurement in prekindergarten to grade 2. In D. H. Clements & G. Bright (Eds.), *Learning and teaching measurement, 65th Yearbook* (*pp.* 3–16). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Strauss, A., & Gorbin, J. (1998). *Basics of qualitative research: Techniquesand procedures for developing grounded theory.* (2nd Edition). London: Sage Publications.

Strutchens, M. E., Harris, K. A., & Martin, W. G. (2001). Assessing geometric and measurement understanding using manipulatives. *Mathematics Teaching in Middle School, 6* (7), 402-405. Retrieved from http://www.jstor.org/stable/41180984

Sun, X. (2009). *Renew the Proving Experiences: An experiment for enhancement of a trapezoid area formula proof constructions of student teachers by "One problem multiple solutions".* In: F.-L. Lin, F.-J. Hsieh, G. Hanna & M. de Villers (Eds.), *Proceedings of the International Commission on Mathematical Instruction (ICMI), Study 19 conference: Proof and Proving in Mathematics Education*, Taipei Taiwan, 2, 178–183. Retrieved from https://s3.amazonaws.com/academia.edu.documents/30622782/volume_2.pdf

Tabach, M., Hershkowitz, R., Rasmussen, C., & Dreyfus, T. (2014). Knowledge shifts in the classroom- a case study. *Journal of Mathematical Behavior, 33,* 192-208. doi:10.1016/j.jmathb.2013.12.001

Tabach, M., Hershkowitz, R., & Schwarz, B. (2001). *The struggle towards algebraic generalisation and its consolidation.* In van den Heuvel-Panhuizen & Marja (Eds.), *Proceedings of the 25th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Utrecht, The Netherlands, 4, 241-248. Retrieved from https://eric.ed.gov/?id=ED466950

Tabach, M., Hershkowitz, R., & Schwarz, B. (2006). Constructing and consolidating of algebraic knowledge within dyadic processes: A case study. *Educational Studies in Mathematics, 63,* 235-258. Retrieved from https://link.springer.com/content/pdf/10.1007%2Fs10649-005-9012-2.pdf

Tall, D., & Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educational Studies in Mathematics*, *12*(2), 151-169. Retrieved from https://link.springer.com/content/pdf/10.1007%2FBF00305619.pdf

Tan Şişman, G., & Aksu, M. (2009). Yedinci sınıf öğrencilerinin alan ve çevre konularındaki başarıları. *İlköğretim Online, 8*(1), 243-253. http://ilkogretim-online.org.tr adresinden edinilmiştir.

Tan Şişman, G., & Aksu, M. (2016). A Study on Sixth Grade Students' Misconceptions and Errors in Spatial Measurement: Length, Area, and Volume. *International Journal of Science and Mathematics Education, 14*(7), 1293–1319. doi: 10.1007/s10763-015-9642-5

Tossavainen, T., Suomalainen H., & Mäkäläinen, T. (2017). Student teachers' concept definitions of area and their understanding about two-dimensionality of area, *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *48*(4), 520-532. doi: 10.1080/0020739X.2016.1254298

Tsamir, P., & Dreyfus, T. (2002). Comparing infinite sets-a process of abstraction: The case of Ben. *The Journal of Mathematical Behavior*, *21*(1), 1-23. https://doi.org/10.1016/S0732-3123(02)00100-1

Tsamir, P., & Dreyfus, T. (2005). How fragile is consolidated knowledge?: Ben's comparisons of infinite sets. *The Journal of Mathematical Behavior, 24*(1), 15-38. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2004.12.001

Tumova, V. (2017). *What influences grade 6 to 9 pupils' success in solving conceptual tasks on area and volume*. In Dooley, T., & Gueudet, G. (Eds.), *Proceedings of the10th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME10),* Dublin, Ireland, (*pp*. 669-676). Retrieved from https://www.researchgate.net/profile/Veronika_Tumova2/publication/322796059_What_influences_grade_6_to_9_pupils%27_success_in_solving_conceptual_tasks_on_area_and_volume/links/5a706285aca272e425ec0735/What-influences-grade-6-to-9-pupils-success-in-solving-conceptual-tasks-on-area-and-volume.pdf

Türnüklü, E. (2014). Dörtgenlerde aile ilişkilerinin yapılandırılması: İlköğretim matematik öğretmen adaylarının ders planlarının analizi. *Eğitim ve Bilim*, *39* (173), 197-207. http://eb.ted.org.tr/index.php/EB/article/view/2705/708 adresinden edinilmiştir.

Türnüklü, E., Akkaş, E. N., & Alaylı Gündoğdu F. (2013). *Mathematics teachers' perceptions of quadrilaterals and understanding the inclusion relations.* In B. Ubuz, C. Haser, & M. A. Mariotti (Eds.), *In Proceedings of the Eighth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*, Ankara, Turkey, 705-714. Retrieved from http://cerme8.metu.edu.tr/wgpapers/WG4/WG4_Akkas.pdf

Türnüklü, E., Alaylı Gündoğdu, F., & Akkaş, E. N. (2013a). Investigation of prospective primary mathematics teachers' perceptions and images for quadrilaterals. *Educational Science Theory & Practice, 13*(2),1225-1232. Retrieved from https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ1017328.pdf

Türnüklü, E., Alaylı Gündoğdu F., & Akkaş, E. N. (2013b). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının dörtgenlere ilişkin algıları ve imgelerinin incelenmesi. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, *13*(2), 1213-1232. http://oldsite.estp.com.tr/pdf/tr/65a3478a0c22b4e083a93df015223401klutr.pdf adresinden edinilmiştir.

Ulaş, T. & Yenilmez, K. (2017). Sekizinci sınıf öğrencilerinin özdeşlik kavramını oluşturma süreçlerinin incelenmesi. *International e-Journal of Educational Studies (IEJES), 1* (2), 103-117. http://dergipark.gov.tr/download/article-file/393568 adresinden edinilmiştir.

Ulusoy, F. (2015). *A meta-classification for students' selections of quadrilaterals: The case of trapezoid.* In K. Krainer, & N. Vondrova (Eds.), *Proceedings of the Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME9),* Prague, Czech Republic, 598-604. Retrieved from https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01287033/

Ulusoy, F., & Çakıroğlu, E. (2017). Ortaokul öğrencilerinin paralelkenarı ayırt etme biçimleri: Aşırı özelleme ve aşırı genelleme. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *17*(1), 457-475. http://efdergi.ibu.edu.tr/index.php/efdergi/article/viewFile/2332/3356 adresinden edinilmiştir.

Van Oers, B. (2001). Contextualisation for abstraction. *Cognitive Science Quarterly*, 1, 279-305. Retrieved from https://www.researchgate.net/profile/Bert_Van_Oers/publication/321832549

Van Oers, B. (1998). The fallacy of decontextualization. *Mind, Culture and Activity, 5*(2), 135-142. doi: 10.1207/s15327884mca0502_7

Van de Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay Williams, J. M. (2010). *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally.* 7th Edition. Boston, MA: Allyn & Bacon.

Vinner, S. (1983). Concept definition, concept image and the notion of function. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *14*(3), 293-305. doi:10.1080/0020739830140305

Vinner, S., & Hershkowitz, R. (1980). *Concept images and common cognitive paths in the development of some simple geometrical concepts.* In R. Karplus (Ed.), *Proceedings of the 4th International Conference for the Psychology of Mathematics Education*, California, 177-184. Retrieved from https://www.researchgate.net/publication/284382029_Concept_images_and_common_cognitive_paths_in_the_development_of_some_simple_geometrical_concepts_In_R_Karplus_Ed_Proceedings_of_the_4th_conference_of_the_International_Group_for_the_Psychology_of_Math

Walton, C., & Randolph, T. (2017). Alternative Methods for Understanding Area Formulas. *Illinois Mathematics Teacher*, *64*(1), 1-6. Retrieved from http://journal.ictm.org/index.php/imt/article/view/89/103

Ward, R. A. (2004). An Investigation of K-8 Preservice Teachers' Concept Images and Mathematical Definitions of Polygons. *Issues in Teacher Education*, *13*(2), 39-56. Retrieved from https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ796429.pdf

Wood, T., & McNeal, B. (2003). *Complexity in Teaching and Children's Mathematical Thinking.* In A. N. Pateman, B. J. Dougherty, & J. T. Zilliox (Eds.), *Proceedings of the 27th International Group for the Psychology of Mathematics Education Conference*, Honolulu, Hawai, 4, 435-441. Retrieved from https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED501153.pdf

Wood, T., Williams, G., & McNeal, B. (2006). Children's mathematical thinking in different classroom cultures. *Journal for Research in Mathematics Education*, *37*(3), 222-255. Retrieved from https://www.jstor.org/stable/30035059

Yackel, E., & Cobb, P. (1996). Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education, 27*(4), 458-477. Retrieved from https://www.jstor.org/stable/749877?seq=1#metadata_info_tab_contents

Yeşildere, S. (2006). *Farklı matematiksel güce sahip ilköğretim 6,7 ve 8. Sınıf öğrencilerinin matematiksel düşünme ve bilgiyi oluşturma süreçlerinin incelenmesi* (Doktora Tezi). Yükseköğretim Kurulu Tez Merkezi'nden edinilmiştir. (Tez No. 206024)

Yeşildere İmre, S., & Türnüklü, E. (2016). RBC soyutlama teorisi. E. Bingölbali, S. Arslan & İ. Ö. Zembat (Eds.), *Matematik Eğitiminde Teoriler* içinde (1. Baskı, *ss.* 459-473). Ankara: Pegem Akademi.

Yew, W. T., Zamri, S. N. A. S., & Lian, L. H. (2010). Examining Preservice Teachers' Knowledge of Area Formulae. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 8, 198-206. doi:10.1016/j.sbspro.2010.12.027

Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2005). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (5.baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Yin, R., K. (2003). *Case study research, designs and methods* (3rd Edition). California: Sage Publications.

Yin, R., K. (2011). *Qualitative research from start to finish,* A Division of Guilford Publications, New York.

Zacharos, K. (2006). Prevailing educational practices for area measurement and students' failure in measuring areas. *The Journal of Mathematical Behavior, 25*(3), 224-239. doi:10.1016/j.jmathb.2006.09.003

# EKLER

## EK-1. Resmi İzin Yazıları

T.C.
SİVAS VALİLİĞİ
İl Milli Eğitim Müdürlüğü

Sayı : 92255297-605.01-E.13141130 — 21.12.2015
Konu: Araştırma İzni
(Duygu ALTAYLI ÖZGÜL)

Atatürk Üniversitesi Rektörlüğü
(Erzurum)

İlgi :a) Atatürk Üniversitesi Rektörlüğünün 04/12/2015 Tarihli ve 56785782-300-E.1500118372 Sayılı Yazısı.
b)Valilik Makamının 21/12/2015 Tarihli ve 92255297-605.01-E.13119098 Sayılı Onayı.
c)Milli Eğitim Bakanlığı Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğünün 07/03/2012 Tarihli B.08.0.YET.00.20.00.0-3616 Sayılı 2012/13 No'lu Genelgesi.

Atatürk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü İlköğretim Matematik Eğitimi Bilim Dalı Doktora Öğrencisi Duygu ALTAYLI ÖZGÜL'ün,"Ortaokul 3. Sınıf Öğrencilerinin Dörtgenlerde Alan Konusundaki Bilgi Oluşturma Süreçlerinin RBC+C Modeline Göre İncelenmesi" konulu araştırma çalışması kapsamında hazırlayacağı tezi için İlimiz Merkez İlçede bulunan Süleyman Demirel Ortaokulunda öğrenim gören öğrencilere yönelik anket çalışması yapması Valilik Makamının ilgi (b) onayı ile uygun görülmüş olup onay örneği yazımız ekinde gönderilmiştir.

Söz konusu anket çalışmasının bitiminde araştırmacı tarafından sonuç raporunun bir örneğinin CD ortamında Müdürlüğümüze gönderilmesi hususunda;

Bilgilerinizi ve gereğini arz/rica ederim.

Mustafa ALTINSOY
Milli Eğitim Müdürü

EK : İlgi (b) Onay Örneği (1 Sayfa)

DAĞITIM :
Gereği :
-Atatürk Üniversitesi Rektörlüğü

Bilgi :
- Süleyman Demirel Ortaokulu

Güvenli Elektronik İmzalı
Aslı İle Aynıdır.
21/12/2015

Lütfi KELDAL
Şef

Muhsin Yazıcıoğlu Bulvarı No:23 SİVAS
Elektronik Ağ:http://sivas.meb.gov.tr

Bilgi için: L.KELDAL - Şef
Tel:0 346 2284800/132

T.C.
SİVAS VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı : 92255297-605.01-E.13119098 21.12.2015
Konu: Araştırma İzni
(Duygu ALTAYLI ÖZGÜL)

VALİLİK MAKAMINA

İlgi :a)Atatürk Üniversitesi Rektörlüğünün 04/12/2015 Tarihli ve 56785782-300-E.1500118372 Sayılı Yazısı.
b)Milli Eğitim Bakanlığı Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğünün 07/03/2012 Tarihli B.08.0.YET.00.20.00.0-3616 Sayılı 2012/13 No'lu Genelgesi.
c)Valilik Makamının 10/04/2015 Tarihli ve 92255297-605-3872938 Sayılı Onayı.

Atatürk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü İlköğretim Matematik Eğitimi Bilim Dalı Doktora öğrencisi Duygu ALTAYLI ÖZGÜL'ün. "Ortaokul 3. Sınıf Öğrencilerinin Dörtgenlerde Alan Konusundaki Bilgi Oluşturma Süreçlerinin RBC+C Modeline Göre İncelenmesi" konulu araştırma çalışması kapsamında. İlimiz merkez ilçede bulunan Süleyman Demirel Ortaokulunda öğrenim gören öğrencilere yönelik anket çalışması yapmak istemektedir.

İlgi (a) yazı ekindeki anket soruları. Valilik Makamının İlgi (c) Onayı ile oluşturulan Araştırma Değerlendirme Komisyonu tarafından incelenmiş olup anketin. eğitim öğretimin aksatılmaması kaydıyla İlimiz merkez ilçede bulunan Süleyman Demirel Ortaokulunda öğrenim gören öğrencilere uygulanmasında bir sakınca görülmemektedir.

Makamlarınızca da uygun bulunduğu takdirde onaylarınıza arz ederim.

Celal KARAHAN
Müdür a.
Müdür Yardımcısı

OLUR
21.12.2015

Mustafa ALTINSOY
Vali a.
Milli Eğitim Müdürü

Güvenli Elektronik İmzalı
Aslı İle Aynıdır.
21 / 12 / 2015
Lütfi KELDAL
Şef

## EK-2. Veli İzin Formu

Sayın

Ben Duygu ALTAYLI ÖZGÜL. Cumhuriyet Üniversitesi Eğitim Fakültesi'nde araştırma görevlisiyim. Matematik eğitimi alanında çalışıyorum.

Öncelikle ne yapmak istediğimden bahsedeyim. Öğrencilerin en zorlandıkları derslerin başında matematik gelmektedir. Ülkemizde ve dünyada pekçok matematik eğitimcisi öğrencilerinmatematiği nasıl daha iyi öğrenebileceği hakkında çalışmakta ve çeşitli yaklaşımlar geliştirmektedirler. Benim çalıştığım konu olan RBC tabanlı matematik öğretimi de bu yaklaşımlardan biridir. RBC tabanlı matematik öğretimi yurt dışında üzerinde çokça çalışılmış ve öğrencilerin soyutlama süreçlerini inceleyen bir yaklaşımdır. Ben de bu yaklaşımı temele alarak oluşturduğum çokgenler ünitesiyle ilgili soruları öğrencinize yönelterek onların bilgiyi oluşturma süreçlerini incelemek istiyorum.

Bunun için de 02.03.2016 ile 03.06.2016 tarihinde öğle aralarında öğrencinizle birlikte okulda matematik sınıfında soruları çözeceğiz. Çalışmamın Milli Eğitim Bakanlığından izinli olduğunu veokul müdürlüğü ile Kenan Hocanın da bilgisi dahilinde olduğunu belirtmek istiyorum. Ayrıca sürecin nasıl işlediğini kayıt altına almak üzere bir video kamera ile kayıt edilecektir. Derslerin kayıt altına alınması eğitim bilimlerinde sıkça kullanılan bir veri toplama aracı olup bunun tek amacı daha sonra gerekli analizlerin yapılmasıdır. Sadece soruların yer aldığı kağıt kameraya alınacaktır, öğrencinizin yüzü ve kimliği hiç bir birimde paylaşılmayacaktır.

Sanıyorum ne yapmak istediğimi açıkladım. Bunun dışında aklınıza takılan herhangi bir şey için beni arayabilirsiniz. Aşağıda adresim ve cep telefonu numaram bulunmaktadır. Öğrencinizle çalışmam için izin verirseniz ve bu belgeyi imzalarsanız çok memnun olurum.

Saygılar...

Adres: Cumhuriyet Üniversitesi Eğitim Fakültesi 01.06.2016

İlköğretim Bölümü Matematik Eğitimi ABD Arş. Gör. Duygu ALTAYLI ÖZGÜL

Telefon Numarası: ---|

## EK-3. Çokgenler-I testi

**1)**Aşağıdakilerden hangisi yanlış bir ifadedir?

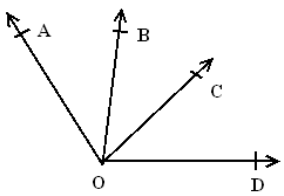
A) Başlangıç noktaları aynı olan iki ışının birleşimine açı denir.

B) Üç harfli sembol ile gösterimlerde ortadaki harf açının köşesini ifade etmektedir.

C) B= [BC ve [BA ışınlarının birleşimi şeklinde de ifade edilebilir.

D) [OD ve [EO ışınlarının oluşturduğu açı O olarak gösterilir.

**2)** Aşağıdaki şekle göre ifadelerden hangisi yanlıştır?




A) AOB ile COD komşu açılardır

B) AOB ile BOC açılarının bir kenarı ve köşesi ortak olduğundan komşu açılardır.

C) BOC ile COD komşu açılardır

D) AOC ile COD komşu açılardır

**3)** Bütünler iki açıdan birinin ölçüsü diğerinin ölçüsünün 4 katıdır. Buna göre küçük açı kaç derecedir?

A) 25 B) 36 C) 42 D) 50

**4)** Aşağıdaki ifadelerden hangisi yanlıştır?

A) Bir ışını ortak ve ölçüleri toplamı $90^0$ olan iki açıya tümler açı denir.

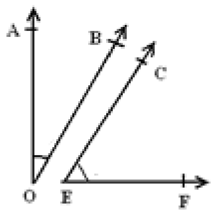
B) Bir ışını ortak ve ölçüleri toplamı $180^o$ olan iki açıya bütünler açı denir.

C) Bütünler iki açıdan birisinin ölçüsü $35^0$ ise diğerinin ölçüsü $55^0$ dir.

D) Tümler iki açıdan birisinin ölçüsü $25^o$ ise diğerinin ölçüsü $65^o$ dir.

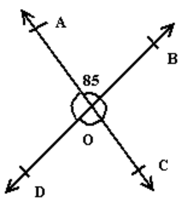
**5)** AOB ile CEF açıları tümler açılardır.

s(AOB)= 2a+4 ve s(CEF)= 3a+6 olduğuna göre s(CEF) kaç derecedir?




A) 16 B) 24 C) 48 D)54

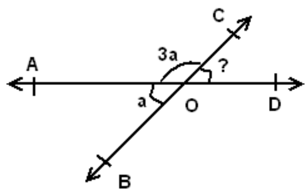
**6)** Aşağıdaki şekilde BD ve AC doğruları O noktasında kesişmişlerdir. s(AOB)=$85^o$ olduğuna göre s(DOC)kaç derecedir?




A) 85 B)95 C) 105 D) 115

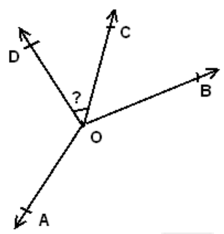
**7)** Aşağıdaki şekilde s(AOC)=3a ve s(AOB)=a dır.Buna göre s(COD) kaç derecedir?

A)135 B) 90 C)60 D)45




**8)** Aşağıdaki şekilde AOD açısı ile COB açısı bütünler açıdır. s( AOB)= 4 . s( DOC) olduğuna göre s(DOC) kaç derecedir?

A)20 B)24 C)36 D)72

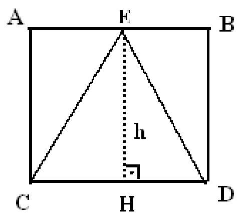



**9)** Tümlerinin ölçüsü $50^0$ olan açının bütünlerinin ölçüsü kaç derecedir?

A) 140 B)130 C) 120 D) 110

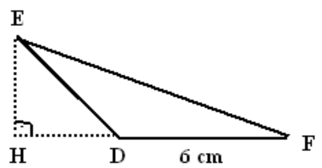
**10)**Şekildeki ABCD karesinin çevresinin uzunluğu 20 cm dir. Buna göre ECD üçgeninin h yüksekliği kaç cm dir?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6



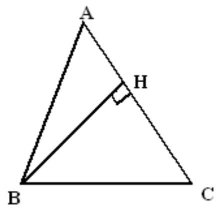

**11)** Aşağıda verilen üçgende |EH|=3 cm ise üçgenin alanı kaç cm$^2$ dir?

A) 18 B) 16 C) 10 D) 9



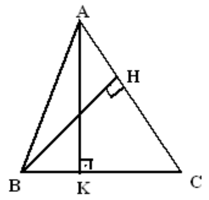
**12)** Aşağıdaki üçgende |BH|=4 cm  A(ABC)=12 cm$^2$ ise |AC| uzunluğu kaç cm dir?

A) 6  B) 8  C)16  D) 18



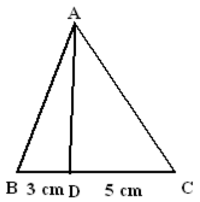

**13)** |AB|=8 cm |BH|=9 cm  |BC|= 12 cm  |AK| uzunluğu kaç cm dir?

A) 9  B) 8  C) 7  D) 6



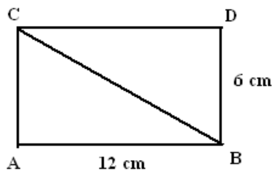

**14)** Şekildeki üçgende A(ABD)= 9 cm$^2$ |BD|= 3cm  |DC|= 5 cm  olduğuna göre A(ADC) kaç cm$^2$ dir?

A) 12  B) 15  C) 18  D) 21



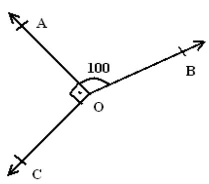

**15)** ABCD dikdörtgeninde |DB|= 6 cm |AB|= 12 cm ise ABC üçgeninin alanı kaç cm$^2$ dir?

A) 18  B) 24  C) 36  D) 48

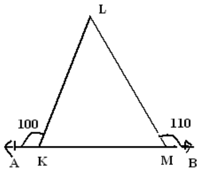



**16)** s(AOB)=100° olduğuna göre s(COB) kaç derecedir?

A)170  B) 160  C) 150  D) 140

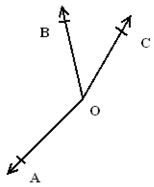


**17)** s(AKL)=$100^o$ s(BML)= $110^0$ ise s(KLM) kaç derecedir?




A) 20 B)30 C) 40 D)50

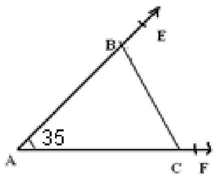
**18)** s (AOC)=$170^0$ 4.s(BOC) = s(BOA) olduğuna göre s(BOC) açısı kaç derecedir?



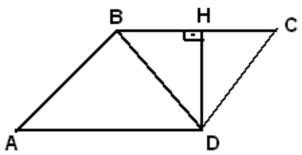

A) 42 B) 40 C)38 D) 34

**19)** s(BAC) = $35^o$ s(BCF)=$125^0$ ise s(ABC) kaç derecedir?

A)30 B) 45 C)60 D)90



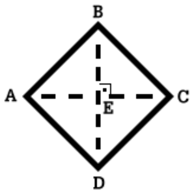

**20)** Aşağıdaki şekilde |DH|= 6 cm |AD|= 8 cm olduğuna göre A(ABD) kaç $cm^2$ dir?




A) 22 B)24 C)26 D)28

# EK-4. Çokgenler-II testi

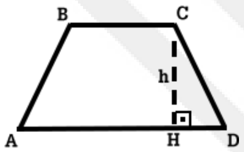
1-




ABCD eşkenar dörtgen |BE| = 6cm ve |AE| = 4cm ise A(ABCD) = ?

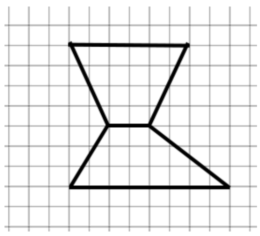
A) 24 B) 48 C) 72 D) 96

2-




ABCD bir yamuk. |BC| = 4 cm, |AD| = 8 cm, A(ABCD) = 30 $cm^2$ ise yükseklik kaç cm'dir?
A) 3 B) 4 C)5 D) 6

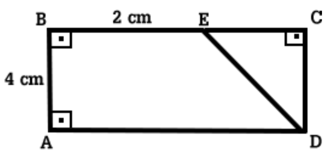
3-



Şekildeki dörtgensel bölgelerin alanları toplamları kaç $br^2$'dir?

A) 31 B)33 C) 35 D)37

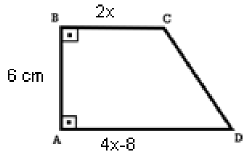
4-




ABCD dikdörtgen, ABED dik yamuk, |AB| = 4cm, A(ABED) = 16 $cm^2$ ise A(ABCD) = ?

A) 12 B) 24 C)36 D) 48

5-




ABCD dik yamuğunda |BC| = 2x, |AD| = 4x-8, |AB|= 6 cm, A(ABCD) = 120 $cm^2$ olduğuna göre x kaçtır?

A) 8 B) 7 C)6 D)5

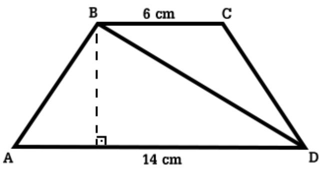
6- Köşegen uzunluklarından birisi 12 cm olan bir eşkenar dörtgenin alanı 96 $cm^2$ ise diğer köşegenin uzunluğu kaçtır?

A)10 B) 11 C)12 D)16

7- İç açılarının ölçüleri toplamı $1800^0$ olan bir çokgenin kenar sayısı kaçtır?

A) 9 B) 10 C)11 D)12

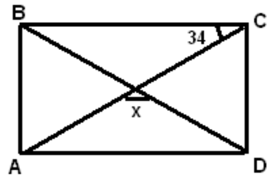
8-




ABCD bir yamuk ABD bir üçgen olmak üzere A(ABD) = 28 $cm^2$, |AD| = 14 cm, |BC| = 6 cm olduğuna göre A(ABCD) = ?

A) 10 B) 20 C)30 D)40

9-



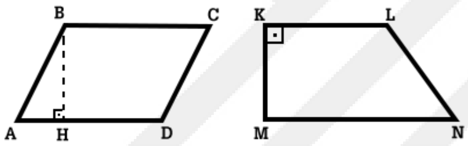

Şekilde verilen dikdörtgende x kaç derecedir?

A) 68 B) 84 C)96 D)112

10- Koordinat düzleminde köşe noktaları A(2,6), B(2,2), C(4,6), D(6,2) üzerinde olan şeklin alanı kaç $br^2$'dir.

A) 12 B) 14 C)16 D)18

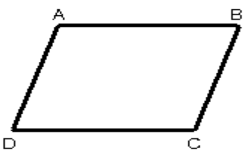
11-




ABCD eşkenar dörtgeni ile KLMN dik yamuğunun alanları birbirine eşittir. ABCD eşkenar dörtgeninde |BH| = 4cm, |AD| = 9 cm, |KM| = 4 cm, |KL| = 7 cm ise |MN| = ?

A) 6 B) 7 C)8 D)9

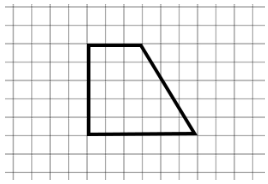
12- ABCD bir paralelkenar, s(DAB)=3a+4 ve s(ADC)= a olduğuna göre s(ABC) kaç derecedir?



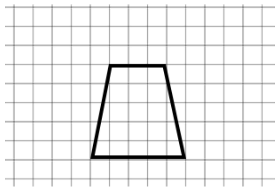

A) 20 B) 22 C)34 D)44

13- Aşağıda kareli kağıda çizilmiş olan I,II ve III numaralı dörtgenlerin alanlarına göre sıralanışı aşağıdakilerden hangisidir?

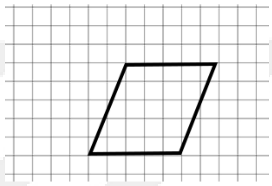
I-



II-



III-

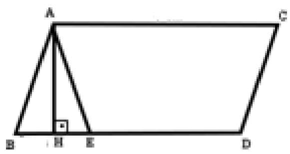


A) I<II<III
B) II<I<III
C) II<III<I
D) I<III<II

14- Aşağıdakilerden hangisi yanlış bir ifadedir?

A) Paralelkenarda karşılıklı açıların ölçüleri eşittir.
B) Eşkenar dörtgende köşegenler birbirini dik keser.
C) Paralelkenarda köşegenler aynı zamanda açıortaydır.
D) Dikdörtgende köşegenler birbirini dik kesmez.

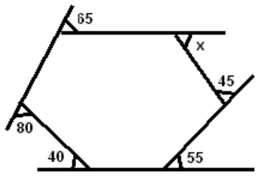
15-




ABCD bir paralelkenar, A(ABE) = $6cm^2$, |BE| = 3cm, |AC|= 8 cm ise A(ABCD) = ?

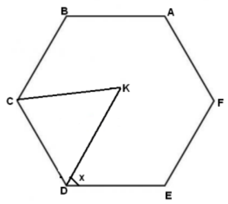
A)16 B)32 C) 48 D)60

16- Dış açılarının ölçüleri verilen çokgende x kaç derecedir?




A)55 B) 65 C)75 D)85

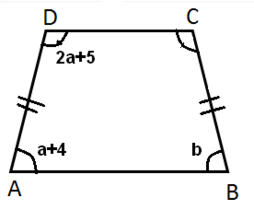
17-




ABCDEF düzgün altıgen ve CDK eşkenar üçgen olmak üzere s(KDE)= x kaç derecedir?

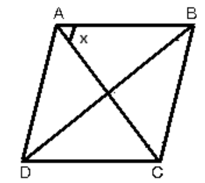
A) 40 B)50 C)60 D)70

18-




ABCD bir ikizkenar yamuktur.
s(D)= 2a+5 ve s(A)=a+4 olduğuna göre b kaç derecedir?
A)44 B)57 C)63 D)72

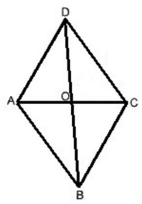
19-




ABCD eşkenar dörtgen ve s(ABC)= $70^0$ olduğuna göre x kaç derecedir?

A)55 B)45 C)35 D)25

20- Şekildeki ABCD eşkenar dörtgeninde |BD|=2.|AC| ve ABCD eşkenar dörtgeninin alanı da 49 $cm^2$ olduğuna göre |OC| uzunluğu kaç cm dir?




A) 7 B)8 C)9 D)10

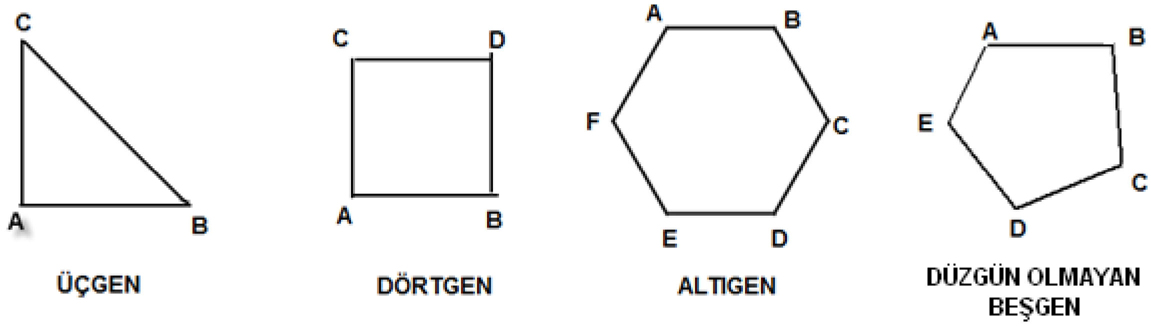
## EK-5. RBC+C Modeline Göre Geliştirilen Etkinlikler

## KAZANIM 1 : *Düzgün Çokgenlerin Kenar ve Açı Özelliklerini Açıklar*

### K1-E1

*Merhaba ! Ben Bilge Adam ! Sizlere çokgenler ünitesinde yardımcı olacağım. Ama sizden istediğim cevaplarınızı grupça düşünerek vermeniz. Hadi bakalım başlıyoruz☺*

Herhangi üçü bir doğru üzerinde olmayan noktaların birleştirilmesiyle oluşturulan kapalı şekillere çokgen denir. Çokgenler kenar sayılarına göre adlandırılır. Örnek olarak;

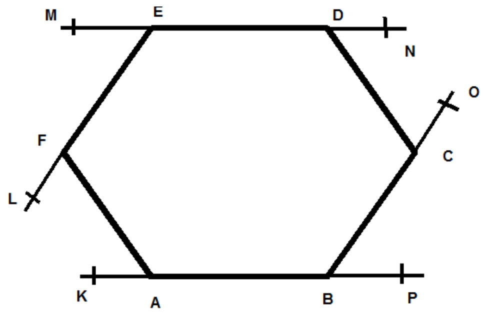



Üçgen, dörtgen, altıgen gibi tüm kenarları ve her bir açılarının ölçüleri birbirine eşit olan çokgenlere düzgün çokgen denir. Yukarıdaki beşgen gibi kenarları birbirine eşit olmayan çokgenler düzgün olmayan çokgen olarak adlandırılır.

**ÖRNEK VERELİM:** *Pekii sizde çevrenizdeki düzgün çokgenlere örnek verip resimlerini çizebilirsiniz☺ Gruptaki herkes birer örnek versin*

**<u>GRUPÇA DÜŞÜNELİM</u> Sizce bu tanıma göre dikdörtgen de bir düzgün çokgen midir?Açıklayınız..**

Bir çokgenin iç ve dış açısı hakkında ne söyleyebilirsiniz? Aşağıdaki çokgenin iç açılarını kırmızı kalemle, dış açılarını siyah kalemle gösteriniz.




**TANIM YAPALIM**

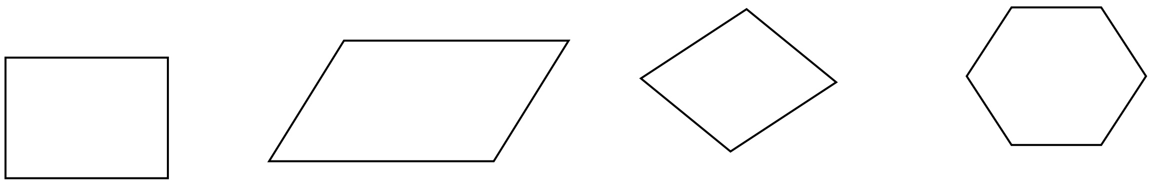
**İç Açı Nedir?**

…………………………………………………………………………………………………………….

**Dış Açı Nedir?**

……………………………………………………………………………………………………………..

Haydi bakalım aşağıdaki çokgenlerin isimlerini altındaki boş kutucuğa yazın ve bana köşegenlerini çizin ☺



**TANIM YAPALIM**

**Köşegen Nedir?**

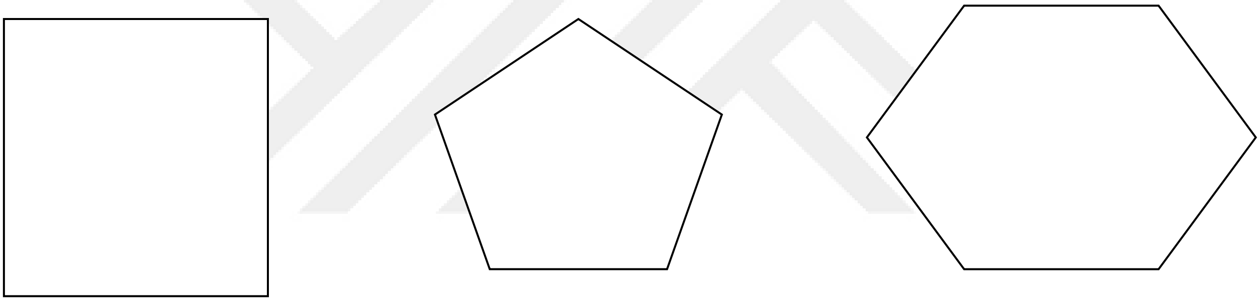
…………………………………………………………………………………………………………………………..

**KAZANIM 2 :*Çokgenlerin Köşegenlerini, İç Ve Dış Açılarını Belirler; İç Açılarının Ve Dış Açılarının Ölçüleri Toplamını Hesaplar.***

**$K_2$-$E_1$**

*Üçgenin iç açılarının toplamının $180^{o}$, dikdörtgen ve karenin iç açılarının toplamının $360^{o}$ olduğunu geçen yı öğrenmiştiniz. Peki çokgenlerin iç açılarının ölçülerinin toplamının kaç olduğunu biliyor musunuz? Bunun cevabını siz bulacaksınız ☺ hadi bakalım başlıyoruz.*

Çokgenlerin iç açılarının ölçüleri toplamını bulmak için nasıl bir yol izlerdiniz ? Grup arkadaşlarınızla birlikte tartışarak genel formülü oluşturun bakalım ☺



n kenarlı çokgen için genel formülü oluşturunuz. Kolay gelsin ☺

***FORMÜL ÜRETELİM:*** *n kenarlı çokgenin iç açıları ölçüleri toplamı*

*……………………………………………… ile hesaplanır.*

*Cevabınızın neden doğru olduğunu düşünüyorsunuz?*

**GRUPÇA DÜŞÜNELİM** Düzgün çokgenlerin bir iç açısının ölçüsünü nasıl hesaplarsınız grupça tartışın ve cevabınızı yazın.


n kenarlı çokgenin bir iç açısının ölçüsü=

**$K_2$-$E_2$**

n kenarlı çokgenin bir iç açısının ölçüsünü hesapladınız. Peki çokgenin bir dış açısını nasıl hesaplarsınız? Hadi bakalım grupça iş başına ☺

***FORMÜL ÜRETELİM:***

*Çokgenlerin bir dış açısının ölçüsü = ……………………………………*

Çokgenlerin bir dış açısının ölçüsünü de hesapladınız aferin size tebrikler ☺ Ben başka bir şeyi daha merak ediyorum, peki çokgenlerin dış açılarının ölçüleri toplamı kaçtır diye sorsam ne cevap verirsiniz??? Nasıl hesaplarsınız ? Şimdi herkes düşünüp fikrini grup arkadaşlarına açıklasın ☺

***FORMÜL ÜRETELİM:***

*Çokgenlerin dış açılarının ölçümleri toplamı = ……………………………………*

***ÖRNEK:*** *Düzgün sekizgenin bir iç açısı ile bir dış açısının ölçüsünü bulunuz.*

**$K_2$-$E_3$**

Bir düzgün çokgenin tüm köşegenlerinin ve bir köşesinden çizilebilecek köşegenlerinin sayısını veren formülü oluşturunuz.

**$K_2$-$E_4$**

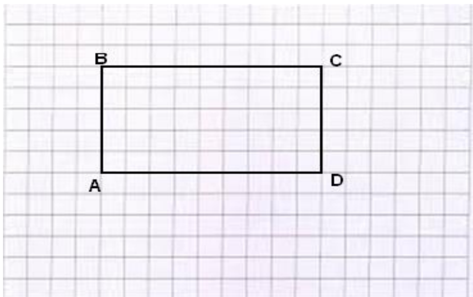
***ÖRNEK:*** *Toplam köşegen sayısı 35 olan çokgenin bir iç açısının ölçüsü kaç derecedir?*

**KAZANIM 3: *DİKDÖRTGEN, PARALELKENAR, YAMUK VE EŞKENAR DÖRTGENİ TANIR; AÇI ÖZELLİKLERİNİ BELİRLER***

**$K_3$-$E_1$**

DİKDÖRTGEN VE KARENİN AÇI ÖZELLİKLERİ

Kare ve dikdörtgeni geçmiş yıllarda görmüştünüz. Yine de hatırlamak için aşağıdaki soruları grup arkadaşlarınızla birlikte cevaplandırın bakalım ☺ İlk önce <u>dikdörtgenleri</u> inceleyelim.




*<u>Kenarlarının özellikleri:</u>*

*<u>Açılarının özellikleri:</u>*

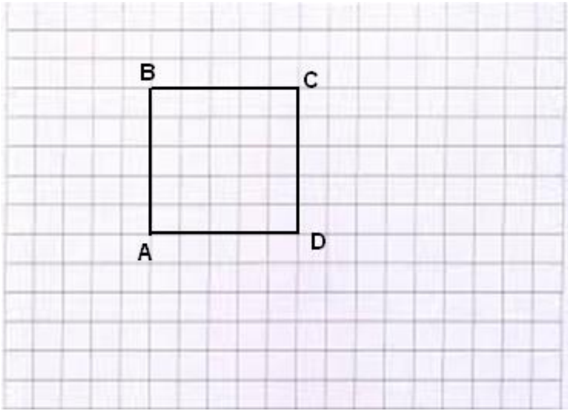
*<u>Köşegenlerinin Özellikleri:</u>*

*Köşegenler dik midir yoksa değil midir?*

*Birbiri tarafından iki eşit parçaya bölünür mü veya bölünmez mi?*

*Uzunlukları eşit midir yoksa değil midir?*

Şimdi de kareyi inceleyelim. Soruları cevaplayalım ☺




*Kenarlarının özellikleri:*

*Açılarının özellikleri:*

*Köşegenlerinin Özellikleri:*

*Köşegenler dik mi yoksa değil mi?*

*Birbiri tarafından iki eşit parçaya bölünür mü veya bölünmez mi?*

*Uzunlukları eşit mi yoksa değil mi?*

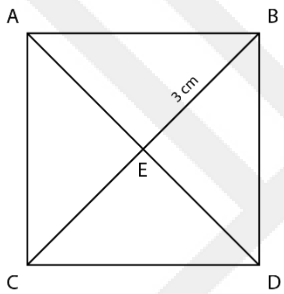
**K3-E2**

**GRUPÇA DÜŞÜNELİM** **Kare ve dikdörtgen arasında nasıl bir ilişki (benzerlik veya farklılık olabilir) vardır? Açıklayınız..**


**K3-E3**

GRUP ÇALIŞMASI

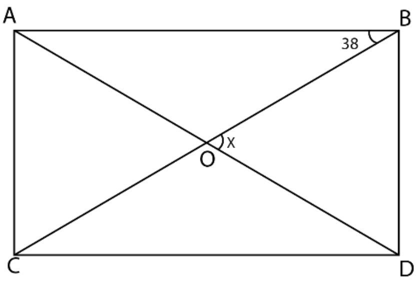
**1)** ABCD karesinde köşegenlerin kesim noktası E’dir. |BE|= 3cm ise;



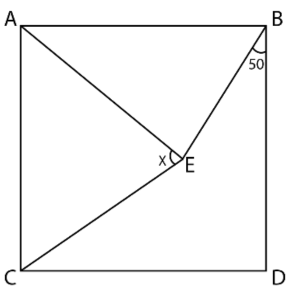

a) |AD| kaç cm’dir

b) s(ABC) ile s(BCD) açılarının toplamı kaç derecedir?

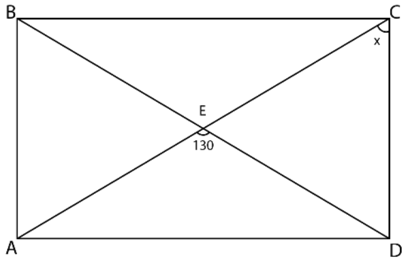
**2)** Aşağıdaki dikdörtgende s(BOD)= x kaç derecedir?




3) ABCD bir karedir. |CD| =|AE| ise s( AEC)=x kaç derecedir?

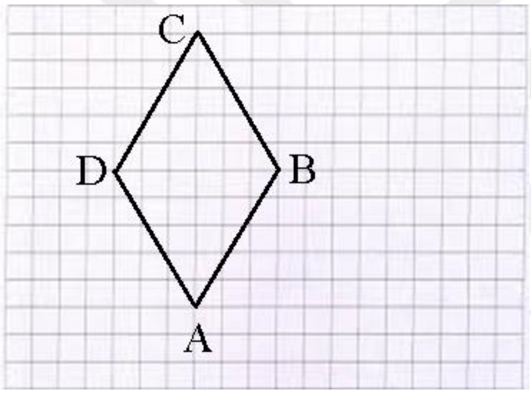


**4)** ABCD dikdörtgen, [BD] ve [AC] köşegen olmak üzere s(AED)= $130^0$ ise s(ACD)= x kaç derecedir?




**K$_3$-E$_4$**

Sıra geldi eşkenar dörtgenin özelliklerini tanımaya. Eşkenar dörtgen ile kare birbirine çok benzemektedir ama aslında ikiside farklı dörtgenlerdir. Sizin göreviniz bu farklılıkları bulmak. Hazırsanız başlayalım ☺




*Kenarlarının özellikleri:*

*Açılarının özellikleri:*

*Hangi açılar birbiriyle bütünler açıdır?*

*……………………….+ …………………………=$180^0$*

*……………………….+ …………………………=$180^0$*

*……………………….+ …………………………=$180^0$*

*……………………….+ …………………………=$180^0$*

*Köşegenlerinin Özellikleri:*

*Köşegenler dik mi yoksa değil mi?*

*Birbiri tarafından iki eşit parçaya bölünür mü veya bölünmez mi?*

*Uzunlukları eşit mi yoksa değil mi?*

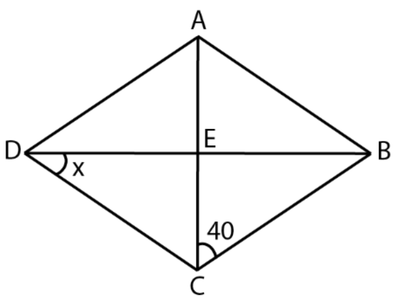
**K3-E5**

**GRUPÇA DÜŞÜNELİM** **Tüm bu soruları cevapladıysanız artık kare ve eşkenar dörtgen arasındaki ilişkiyi (farklılık veya benzerlik olabilir) söyleyebilirsiniz. Grup arkadaşlarınızın her birinin fikrini alarak görüşlerinizi yazın.**

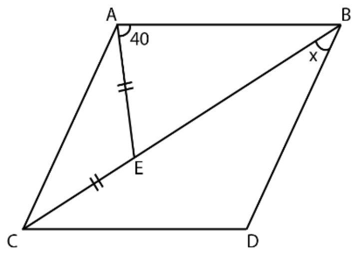
**K3-E6**

*GRUP ÇALIŞMASI*

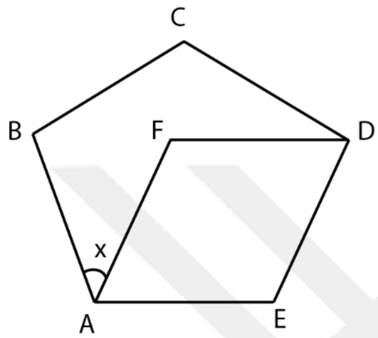
**1)** ABCD eşkenar dörtgen, AEC doğrusal ve s(BCE)= $40^0$ olduğuna göre s(BDC)= x kaç derecedir?



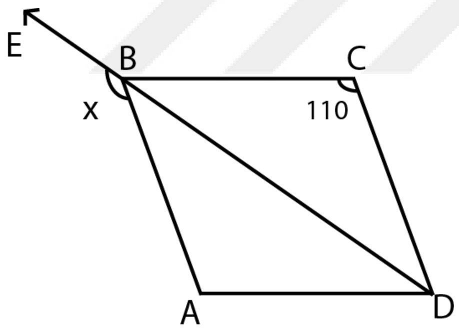
**2)** ABCD eşkenar dörtgen, |AE|=|EC| , [CB] köşegen ve s(BAE)=$40^0$ ise s(CBD)=x kaç derecedir?




**3)** ABCDE düzgün beşgen, AEFD eşkenar dörtgen olmak üzere s(BAF)= x kaç derecedir?

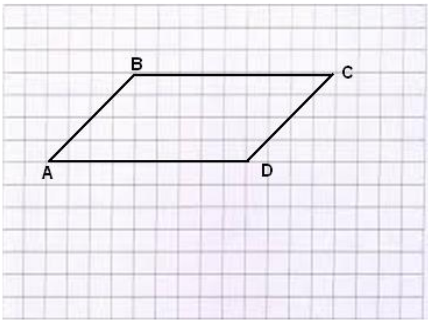



**4)** ABCD eşkenar dörtgen ise s(EBA)= x kaç derecedir?



**$K_3$-$E_7$**

*Gittikçe dörtgenler hakkında daha fazla bilgi sahibi oluyorsunuz. Kare, dikdörtgen ve eşkenar dörtgenin özelliklerini birbirleri arasındaki ilişkileri keşfettiniz. Şimdi de paralelkenarı inceleyelim. Paralelkenarda şekil olarak diğer dörtgenlere benzemekte ama tabiki onun da kendine göre özellikleri var. Hadi ozaman başlıyoruz.:)*




*Kenarlarının özellikleri:*

*Açılarının özellikleri:*

*Hangi açılar birbiriyle bütünler açıdır?*

……………………….+ …………………………=$180^0$

……………………….+ …………………………=$180^0$

……………………….+ …………………………=$180^0$

……………………….+ …………………………=$180^0$

*Köşegenlerinin Özellikleri:*

*Köşegenler dik mi yoksa değil mi?*

*Birbiri tarafından iki eşit parçaya bölünür mü veya bölünmez mi?*

*Uzunlukları eşit mi yoksa değil mi?*

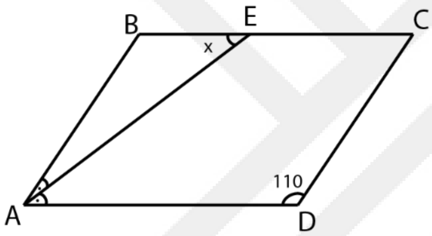
K3-E8

**GRUPÇA DÜŞÜNELİM** Paralelkenar ile dikdörtgen, eşkenar dörtgen arasındaki ilişkiyi açıklayın. Hangisi diğerlerini kapsar?

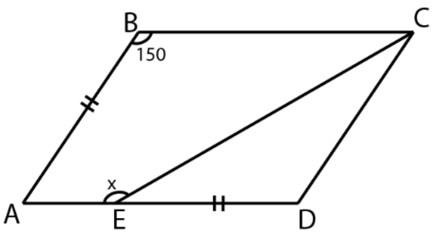
K3-E9

GRUP ÇALIŞMASI

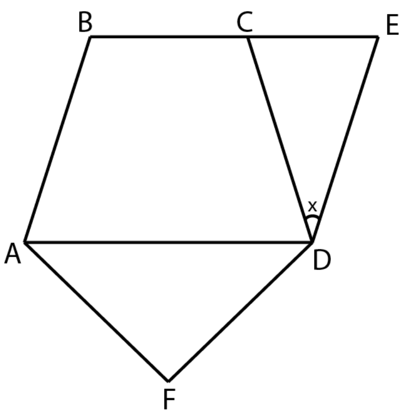
**1)** ABCD paralelkenar s(BAE)= m(EAD) ve s(CDA)= 110$^0$ ise s(BEA)=x kaç derecedir?



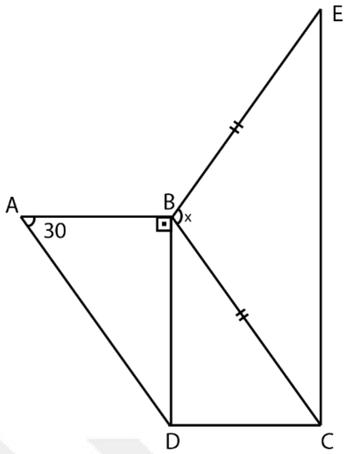

**2)** ABCD paralelkenardır. |AB|=|ED| ve s(ABC)= 150$^0$ ise s(AEC)= x kaç derecedir?




**3)** ABCDF düzgün beşgen ve ABED paralelkenar olduğuna göre s(EDC)= x kaç derecedir?

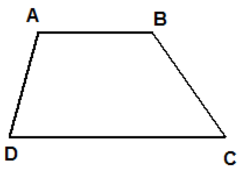


**4)** ABCD paralelkenar ve |BE|= |BC|  s( ABD)= $90^0$ ve s(BAD)= $30^0$  [BD]// [CE]  ise  s(EBC)= x kaç derecedir?



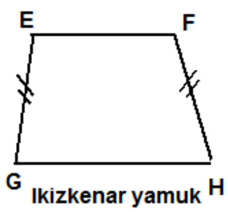

## K3-E10

Son dörtgenimiz yamuğu incelemeye sıra geldi. Yamuğun üç farklı hali vardır. Aşağıdaki şekilleri inceleyin bakalım tanıdık gelecek mi size☺



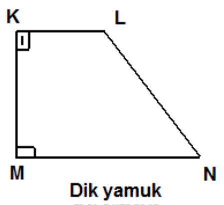

Yamuk
[AB]//[DC]

Kenar uzunlukları ve her bir iç açısı için ne söyleyebilirsiniz?




Ikizkenar yamuk
[EF]//[GH]

Kenar uzunlukları ve her bir iç açısı için ne söyleyebilirsiniz?




Dik yamuk
[KL]//[MN]

Kenar uzunlukları ve her bir iç açısı için ne söyleyebilirsiniz?

*ABCD yamuğunda hangi açılar birbiriyle bütünler açıdır?*

*……………………….+ ………………………….=$180^0$*

*……………………….+ ………………………….=$180^0$*

**K3-E11**

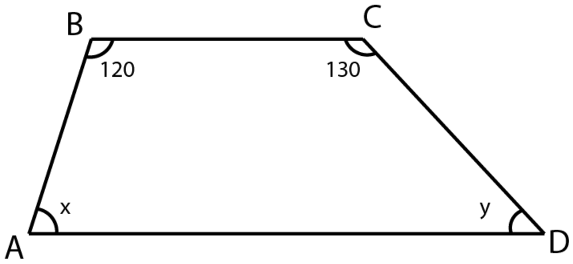
**GRUPÇA DÜŞÜNELİM** Sizce yamuk ve diğer dörtgenler arasında bir ilişki var mıdır? Eğer var olduğunu düşünüyorsanız lütfen aşağıdaki tabloya not ediniz

| | İlişki Var | İlişki Yok | Neden? |
|---|---|---|---|
| Dikdörtgen | | | |
| Eşkenar Dörtgen | | | |
| Paralelkenar | | | |

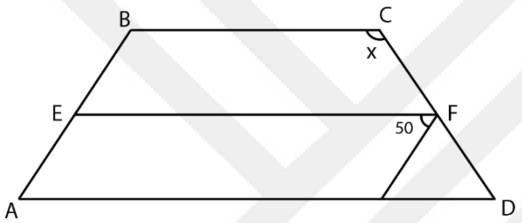
**$K_3$-$E_{12}$**

GRUP ÇALIŞMASI

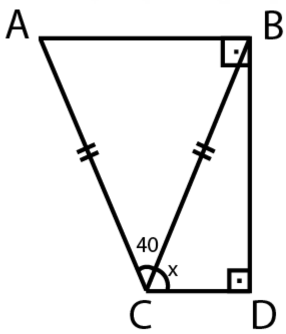
**1)** ABCD yamuk, s(ABC)=$120^0$ ve s(BCD)= $132^0$ olduğuna göre x+y toplamı kaç derecedir?



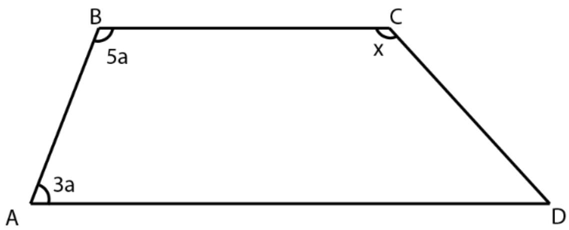

**2)** ABCD ikizkenar yamuk ve AEFG paralelkenardır. s(EFG)= $50^0$ ve s(BCF)=x kaç derecedir?




**3)** ABCD dik yamuk, |AC|=|BC| ve s(ACB)= $40^0$ ise s(BCD)= x kaç derecedir?




**4)** ABCD ikizkenar yamuk s(BAD)= 3a ve s(ABC)= 5a ise s(BCD)=x kaç derecedir?



## $K_3$-$E_{13}$

Aşağıdaki ifadelerin doğru olup olmadığına karar veriniz ve bu kararınızı destekleyen örnekler veriniz.

- Bütün kareler dikdörtgendir

- Bütün paralelkenarların eş köşegenleri vardır

- Bazı eşkenar dörtgenler, paralelkenardır

- Bütün paralelkenarlar yamuktur

- Bazı paralelkenarlar, dikdörtgendir

## KAZANIM 4 :EŞKENAR DÖRTGEN VE YAMUĞUN ALAN BAĞINTILARINI OLUŞTURUR; İLGİLİ PROBLEMLERİ ÇÖZER.

## $K_4$-$E_1$

*Soruları sırayla okuyunuz ve <u>cevaplandırarak devam ediniz</u>. Hadi bakalım başlıyoruz ☺*

1) Ayşe hanım mutfak masasının üzerini camla kaplayınca daha güzel olacağını düşünmektedir. Kocası Emre Beye camcıya gidip masa için cam kestirip getirmesini söyler. Emre Bey de mutfak masasının ölçülerini alır ve camcıya gider. Buna göre Emre bey kaç $cm^2$ cam kestirmelidir? Hadi ona yardım edelim☺

 Masanın üst yüzeyini aşağıdaki kareli kağıda çizerek daha kolay işlem yapabilirsiniz

2) Şekli de çizdiğinize göre artık kaç $cm^2$ camın gerekli olduğunu hesaplayabilirsiniz☺

3)Şimdi de masanın kenar uzunlukları 90 cm ve 70 cm yerine a birim ve b birim olsaydı bütün masanın yüzeyinin büyüklüğünü veren ifade ne olurdu?

A(ABCD)=

4) İlk önce paralelkenarın özelliklerini ve dikdörtgenin özelliklerini hatırlayalım. Aşağıdaki tabloyu doldurunuz. Ortak olan özelliklerin yanına “ + “ işareti koyunuz.

| Dikdörtgenin özellikleri | Paralelkenarın özellikleri | Ortak özellikler (+) |
|---|---|---|
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |

5) Peki masanın yüzeyi aynı ölçülerde paralelkenar olsaydı o zaman kaç $cm^2$ cam gerekli olurdu? Aşağıdaki kareli kağıda paralelkenar bir masa çizerek gösteriniz

6) Paralelkenarın alan formülünü aşağıdaki kutuya yazınız.

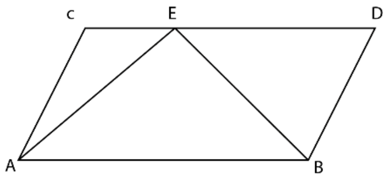
A(ABCD)=

***Sizce bulduğunuz formül neden doğru? Neden çözümünüzün doğru ve mantıklı olduğunu düşünüyorsunuz? Grup arkadaşlarınızla birlikte cevaplayınız.***

**$K_4$-$E_2$**

Yukarıdaki etkinliklerde dikdörtgenden ile paralelkenarın ilişkisinden yararlanarak paralelkenarın alan formülünü oluşturdunuz. Paralelkenarın alan bağıntısının farklı bir geometrik şeklin alan bağıntısı ile ilişkili olup olmadığını merak ediyorum. Acaba bana yardımcı olabilir misiniz? Sizce bu hangi geometrik şekil olabilir? Lütfen bir fikir veriniz ☺

**K$_4$-E$_3$**



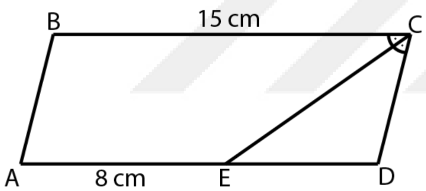

ABCD paralelkenar

AEB ise üçgendir.

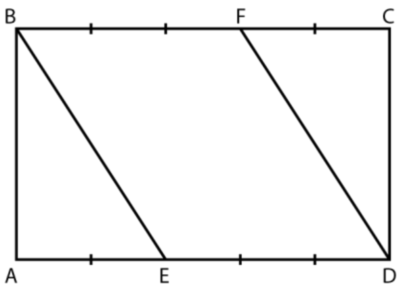
$A(AEB) = \frac{A(ABCD)}{2}$ olduğunu gösteriniz

**K$_4$-E$_4$**

1 ) ABCD paralelkenar ve [CE] açıortaydır. |BC|= 15 cm , |AE|= 8 cm ise |AB| uzunluğu kaç cm'dir? Açıklayarak çözünüz.




**2)**




ABCD bir dikdörtgen ve BFED bir paralelkenardır.

|BC| ve |AD| kenarı 5 eşit parçaya ayrılmıştır. Buna göre BFED paralelkenarının dikdörtgenin alanına oranı kaçtır?

**3)** Bir paralelkenarın taban uzunluğu 12 cm ve yüksekliği 6 cm dir. Bu paralelkenarın taban uzunluğu %25 azaltılıp, yüksekliği %50 artırılırsa alanı nasıl değişir?

## $K_4$-$E_5$

*Bu etkinliğimizde eşkenar dörtgenin alan formülünü birlikte oluşturacağız. Soruları sırayla okuyunuz ve <u>cevaplandırarak devam ediniz</u>. Hadi bakalım başlıyoruz ☺*

*Eşkenar dörtgenin alan formülünü iki farklı geometrik şeklin alan formülünden yararlanarak bulabiliriz.*

*1*) Elinizdeki birim kağıtta yer alan eşkenar dörtgenin alan formülünü, bildiğiniz başka bir geometrik şeklin alanından yararlanarak bulunuz.

A(ABCD)=

*2) Sizce bulduğunuz formül neden doğru? Neden çözümünüzün doğru ve mantıklı olduğunuz düşünüyorsunuz? Grup arkadaşınızla birlikte cevaplayınız.*

## $K_4$-$E_6$

*Arkadaşlar, eşkenar dörtgenin alanını başka bir yoldan daha bulabiliriz . Kenar uzunluğu "a", yüksekliği "h" olan eşkenar dörtgensel bölgenin alanını bulalım.*

1) İlk önce paralelkenarın özelliklerini ve eşkenar dörtgenin özelliklerini hatırlayalım. Aşağıdaki tabloyu doldurunuz. Ortak olan özelliklerin yanına " + " işareti koyunuz.

| Paralelkenarın özellikleri | Eşkenar dörtgenin özellikleri | Ortak özellikler (+) |
|---|---|---|
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |

2) Kenar uzunluğu “a” , yüksekliği “h” olan eşkenar dörtgensel bölgenin alanını paralelkenar alan formülünden yararlanarak bulunuz.

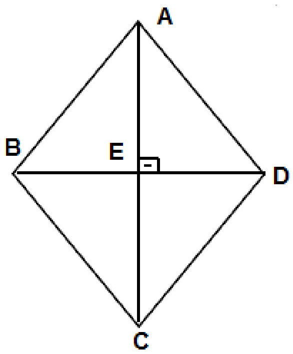
A(ABCD)=

***Eşkenar dörtgenin alanını hem üçgenden hemde paralelkenardan yararlanarak buldunuz. Genel bir değerlendirme yapmanız istenirse sizce bu üç geometrik şekil arasında nasıl bir ilişki var ? Grup arkadaşlarınızla birlikte bu konuyu tartışın bakalım ☺***

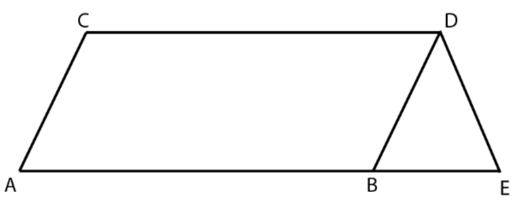
## K4-E7

GRUP ÇALIŞMASI

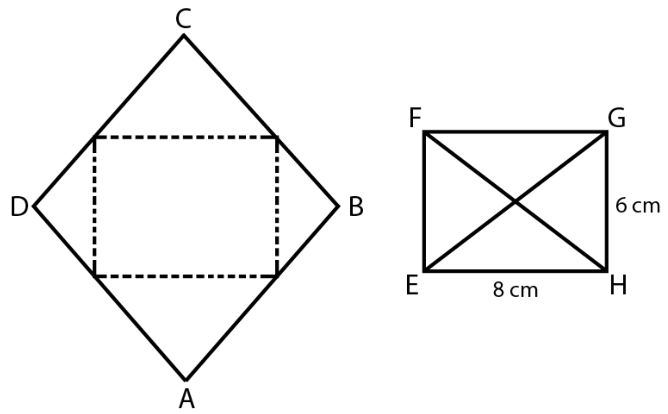
**1)** Şekildeki ABCD eşkenar dörtgeninde |BD|=3|AC| A(ABCD)= 96 $cm^2$ olduğuna göre |CE| uzunluğu kaç cm’dir?




**2)** ABCD eşkenar dörtgen ve BED eşkenar üçgendir. |DE|=5 cm ve A(BED)= 15 $cm^2$ olduğuna göre A(ABCD)=?



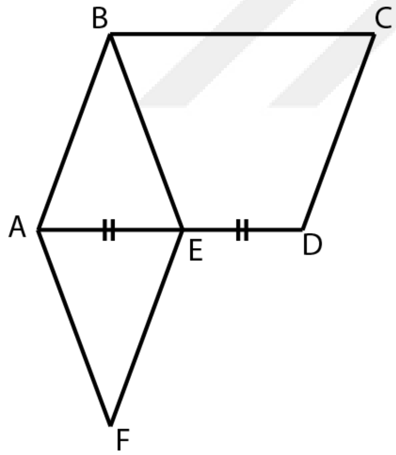
**3)**




Eşkenar dörtgen şeklindeki kağıdın köşe noktalarını uçuca gelecek şekilde katlayınca EFGH dikdörtgeni oluşmaktadır. |EH|= 8 cm ve |GH| = 6 cm olmak üzere ABCD eşkenar dörtgeninin alanı kaç $cm^2$ dir?

**4)** ABCD paralelkenar, ABEF eşkenar dörtgen olmak üzere,

|AE|=|ED| ve A(ABCD)= 40 $cm^2$ olduğuna göre A(ABEF) kaç $cm^2$ dir?



**K$_4$-E$_8$**

*Bu etkinliğimizde yamuğun alan formülünü birlikte oluşturacağız. Soruları sırayla okuyunuz ve cevaplandırarak devam ediniz. Hadi bakalım başlıyoruz ☺*

1) Elinizdeki birim kağıtlardaki yamukları kesiniz. Daha sonra alan formülünü bildiğiniz bir geometrik şekil olacak şekilde iki yamuğu birleştiriniz.

2) Ortaya hangi şekil çıktı? Şekli buraya çiziniz ve alan formülünü yazınız.

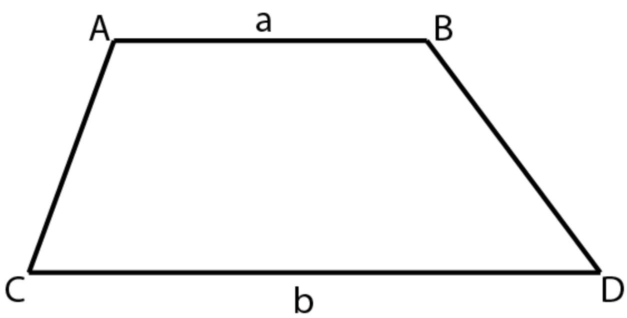
3) Evet gittikçe yamuğun alan formülünü oluşturmaya yaklaşıyoruz ☺ Pekiii az önce yaptığınız etkinlikleri düşünelim. Sizce yamuğun alanı hangi şeklin alanı ile ilişkili olabilir? Fikirlerinizi açıkça yazınız.

4) Hadi yamuğun alan formülünü oluşturalım ☺

A(ABCD)=

**K$_4$-E$_9$**

*Bir önceki etkinliğimizde yamuğun alan formülünü paralelkenardan yararlanarak bulmuştuk . Şimdi de farklı bir geometrik şekilin alan formülünden yararlanarak bulalım. Başlıyoruz ☺*

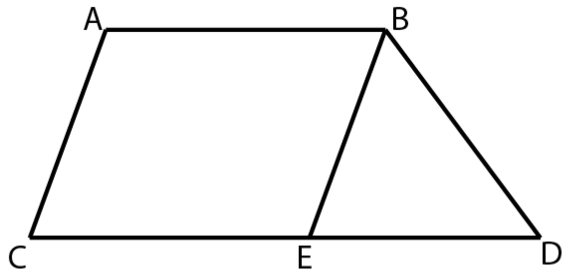



Bulduğunuz formüller yamuğun alan formülü ile aynı mı? Kıyaslayalım.

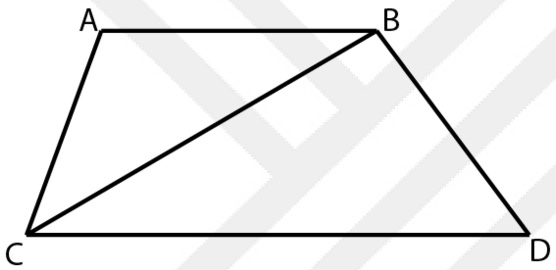
**$K_4$-$E_{10}$**

***Grup Çalışması***

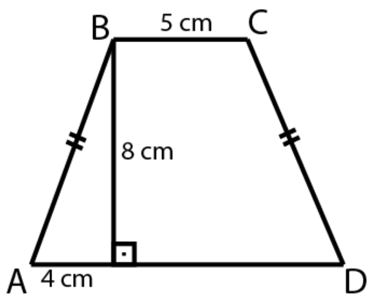
**1)** ABCD dörtgeni bir yamuktur. |AB|= 6 cm ve |CD|= 12 cm A(ABCD)= 45 cm$^2$ ise A(EBD)=?




***2)*** A(ABCD)=24 cm$^2$ |AB|= 5 cm , |CD|= 7 cm ise A(ABC)=?




**3)** Yandaki ABCD ikizkenar dik yamuğunda |BH|= 8 cm |BC|= 5 cm ve |AH |= 4 cm ise A(ABCD) kaç cm$^2$ dir?




**4)** Koordinat düzleminde köşe noktaları A(0,1), B(0,4), C(2,4), D(6,1) üzerinde olan şeklin alanı kaç br$^2$'dir?

## EK-6. Bireysel Görüşme Soruları

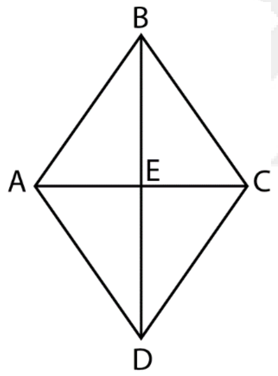
**1-)** Dörtgenler arasındaki ilişkiyi gösteriniz?

**2-)** Aşağıdaki ifadelerin doğru olup olmadığına karar veriniz ve bu kararınızı destekleyen örnekler veriniz.

- Bazı eşkenar dörtgenler yamuktur
- Bütün kareler paralelkenardır
- Bütün dikdörtgenler yamuktur

**3-)** Yamuğun alan formülünü derste görmediğiniz farklı bir yoldan oluşturunuz.

**4-)** ABCD eşkenar dörtgen, |DB| ve |AC| köşegen olmak üzere, |DB|= e ve |AC|= f olan eşkenar dörtgenin alan formülünü oluşturunuz.



## ÖZGEÇMİŞ

1987 Erzurum doğumlu Duygu ALTAYLI ÖZGÜL, ilk ve orta öğretimini Erzurum'da tamamladı. 2005 yılında başladığı Atatürk Üniversitesi Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği eğitimini 2009 yılında tamamladı. Aynı yıl Atatürk Üniversitesi Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi'nde İlköğretim Matematik Öğretmenliği bölümünde yüksek lisansa başlayıp, 2012 yılında mezun oldu. 2013 yılında aynı fakültede İlköğretim Matematik Öğretmenliği doktora programına başladı. 2011 yılının Ekim ayından itibaren Cumhuriyet Üniversitesi İlköğretim Matematik Anabilimdalı'nda araştırma görevlisi olarak çalışmaktadır.