

756347

**DÜZLEM ÇERÇEVE DİNAMİK ANALİZİNDE KAT
RİJİTLİK ORANININ ve DÖNME SERBESTLİK
DERECELERİNİN AÇISAL FREKANSLARA ve
MOD VEKTÖRLERİNE ETKİSİ**

119550

Dokuz Eylül Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü

Yüksek Lisans Tezi

İnşaat Mühendisliği Bölümü, Yapı Anabilim Dalı

T.C. YÜKSEKÖĞRETİM KURULU
DOKÜMANTASYON MERKEZİ

Özgür ÖZÇELİK

119550

Nisan, 2002

İZMİR


Yüksek Lisans Tezi Sınav Sonuç Formu

Özgür ÖZÇELİK tarafından Prof. Dr. Yıldırım ERTUTAR yönetiminde hazırlanan “Düzlem Çerçeve Dinamik Analizinde Kat Rijitlik Oranı ve Dönme Serbestlik Derecelerinin Açısal Frekanslara ve Mod Vektörlerine Etkisi ” başlıklı tez tarafımızdan okunmuş, kapsamı ve niteliği açısından bir Yüksek Lisans tezi olarak kabul edilmiştir.




Prof. Dr. Yıldırım Ertutar

Yönetici



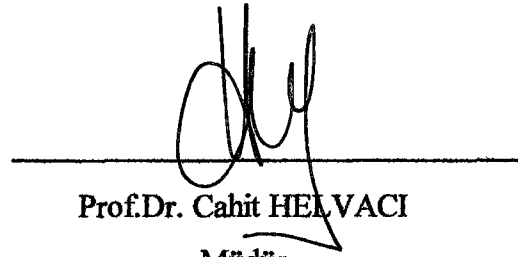
Prof. Dr. Mustafa Düzgün

Jüri Üyesi



Prof. Dr. Sinan Altın

Jüri Üyesi



Prof. Dr. Cahit HELVACI
Müdür

Fen Bilimleri Enstitüsü

TEŞEKKÜR

Tezin tüm aşamalarında en içten yardımlarını sunan tez danışmanım Prof. Dr. Yıldırım Ertutar'a, tez konusunun kesinleşmesini sağlayan Prof. Dr. Şafak Z. Uzsoy'a, tezin gelişme evresinde ve sonrasında fikri ve manevi yardımlarını esirgemeyen Doç. Dr. Serap Kahraman'a, yardımını her zaman, her koşulda yanımda hissettiğim Doç. Dr. Türkay Baran'a, tezin yazım aşamasında maddi ve manevi desteğini çok yakından hissettiğim Makine Mühendisi çok sevgili Gülten Şahbaz'a, başta Bölüm Başkanımız Prof. Dr. Ömer Z. Alku olmak üzere bana tez üstünde çalışabilme ortamı sunan İnşaat Mühendisliği Bölümü akademik ve idari personeline, bu tezin bir birikimin ürünü olduğunu gerçeğinden yola çıkarak, bu birikimde çok önemli payları olduğunu düşündüğüm sevgili arkadaşlarıma ve son olarak da beni akademik yaşama yönlendiren, önümü açan, hayatımın her döneminde, dönemecinde sonsuz güvendiğim ve güvenebileceğim sevgili aileme en içten teşekkürleri bir borç bilirim, hepsine sonsuz sevgiler ve saygılar...

Özgür Özçelik

Nisan 2002

ÖZET

Pratikte yapılan çalışmalarda dinamik analizi önceleyen bir statik analiz evresi vardır. Statik analiz, yapıya etkiyen öz yükler ve hareketli yükleri dikkate alarak yapılır. Yeterli doğrulukta bir statik analiz için gerekli olan yapısal model, genelde birkaç yüzden birkaç bine değişen ve sayısal değeri yapının karmaşıklığıyla orantılı olan, çok fazla sayıda serbestlik derecesi gerektirebilir.

Aynı model dinamik analizde de kullanılabilir; ancak bu model yeterli doğrulukta bir dinamik analiz için genelde çok fazla sayıda serbestlik derecesi içerir. Çünkü dinamik analizi yapılan yapının dinamik tepkisi, ilk birkaç mod ve bunlara karşılık gelen açısallık frekanslar ile temsil edilebilir. Bu da çok daha az sayıda serbestlik derecesi gerektiren yapısal modeller ile mümkün olabilmektedir. Bu nedenle mod vektörlerini ve açısallık frekansları hesaplamaya başlamadan önce mümkün olduğu kadar çok sayıda serbestlik derecesinde azaltma yapılmalıdır. Bu da dinamik analiz evresinin en kritik kısımlarından birini oluşturmaktadır.

Bu çalışmada serbestlik derecelerinin azaltılması işlemi için statik kondensasyon yöntemi kullanılmıştır. Bu yöntemde yapının dinamik analizde kullanılacak olan serbestlik derecelerine kütle bağlanacak, yok edilecek serbestlik derecelerinin de kütle olmadığı kabul edilecek veya kütle bağlanan serbestlik derecelerine göre ihmal edilebilir büyüklükte kütleler olduğu düşünülecektir; yok edilen serbestlik dereceleri dönme serbestlik dereceleri olarak kabul edilmiştir. Çalışmada, dinamik analize dahil edilmeyen serbestlik derecelerinin açısallık frekans ve mod vektörlerine etkileri incelenmiş; ayrıca kolon/kiriş atalet momentleri oranlarında yapılan değişimin dinamik davranışı nasıl etkilediği sorusuna cevap aranmıştır.

Çalışmada, kolon/kiriş atalet momentleri oranlarındaki değişimin mod vektörlerine ve açısallık frekanslara etkileri araştırılmıştır. Bununla birlikte dönme serbestlik derecelerine

ilişkin çeşitli kabuller yapılmıştır. Böylece kolon/kiriş atalet momentlerindeki değişimin incelenmesi, dönme serbestlik derecelerinde yapılan kabuller ile zenginleştirilmiş ve bu ikili kapsam içinde model tekrar sorgulanmıştır. Modelin dönme serbestlik derecelerine ait üç farklı kabul yapılmıştır: (C) durumunda dönme serbestlik dereceleri herhangi bir kısıta maruz bırakılmamış ve sistem gerçeğe en yakın olan bu şekliyle çözülmüştür. (B) durumuna ait modelde ise aynı katta bulunan dönme serbestlik derecelerinin aynı miktarda döndüğü kabulü yapılmış ve rijitlik matrisi bu kabule uygun oluşturularak hesaplara buradan devam edilmiştir. (B) durumunda dönme serbestlik derecelerinde yapılan bu kabuller, dinamik hesaba dahil olan rijitlik matrisi boyutlarında önemli azalmalar oluştururken açısız frekans ve mod vektörlerinde, (C) durumuna kıyasla, farkların çok az olduğu gözlenmiştir. (A) durumunda model kayma çerçevesi olarak kabul edilmiş ve mod vektörleri ve açısız frekanslar bu kabule göre bulunmuştur. (A) durumuna ait hesaplamalar, (B) ve (C) durumuna göre oldukça farklı sonuçlar vermiştir.



ABSTRACT

In practice a dynamic analysis is usually preceded by static analysis for dead and live loads. The structural idealization for the static analysis is dictated by the complexity of the structure, and several hundred to a few thousand degree of freedoms may be necessary for accurate evaluation of the internal element forces and stresses in a complex structure.

The same refined idealization may be used for dynamic analysis of the structure, but this may be unnecessarily refined and drastically fewer DOFs could suffice. Such is the case because the dynamic response of many structures can be represented well by the first few natural modes, and these modes can be determined accurately from a structural idealization with drastically fewer DOFs than required for static analysis. One of the aim of this study is to reduce the the number of DOFs as much as resonably possible before proceeding with computation of natural frequencies and modes, which is perhaps the most demanding phase of dynamic analysis.

Rotational degrees of freedoms are the ones which are used for the reduction of the system stiffness matrix's order. For the reduction procedure Static Condensation method is used. In Static Condensation method, one uses, for dynamic analysis, only degree of freedoms which masses are assigned. These DOFs are called dynamic degree of freedoms. Horizontal degree of freedoms are chosen as dynamic DOFs which can be interpreted as mass lumped degree of freedoms. The effect of the rotational degree of freedoms to dynamic behaviour of frame system has been studied in doing so.

While studying the effects of joint rotation, moment of inertia ratios have been changed continously for further understanding of the effects of rotational degree of freedoms.

Also some other assumptions about joint rotations have been made for studying the subject in a dualistic manner. The assumptions are as follows:

Case A: No joint rotation takes place.

Case B: All joints within a floor undergo an equal rotation.

Case C: No restriction is placed on joint rotation.

By doing these assumptions the study is enhanced for understanding the effects of joint rotations on natural frequencies and mode shapes of frame systems.

All the assumptions which have been made proved that rotational degree of freedoms effect drastically both the natural frequencies and the mode shapes of frame systems. The results obtained for Case B and Case C are almost the same; but in Case B one deals with much smaller matrix orders than Case C. Then it can be concluded that Case B can be used for taking the effects of joint rotations in place of Case C with Static Condensation method. By doing so obtained results are much more reliable than not considering the joint rotations and cancelling them out in system stiffness matrix.

İÇİNDEKİLER

	Sayfa No
İçindekiler.....	vi
Tablo Listesi.....	ix
Şekil Listesi.....	xi

Bölüm Bir

GİRİŞ

1. Giriş ve Tezin Amacı.....	1
------------------------------	---

Bölüm İki

LİNEER SİSTEMLER

2. Lineer Sistemler.....	3
2.1 Lineer Sistemlere Genel Yaklaşım.....	3
2.1.1 Elastik Kuvvetler.....	4
2.1.2 Sönüm Kuvvetleri.....	6
2.1.3 Atalet Kuvvetleri.....	8
2.2 Hareket Denkleminin Kurulması.....	11

Bölüm Üç

YÖNTEMLERİN TANITILMASI

3. Yöntemlerin Tanıtılması.....	14
3.1. Doğal Titreşim Frekansları ve Modları.....	14
3.1.1 Sönümsüz Sistemler.....	14

3.2. Karakteristik Denklem veya Frekans Denklemi.....	16
3.3 Modların Ortogonalliği.....	19
3.4 Modların Normalize Edilmesi.....	22
3.5 Kinematik Özellikler ve Statik Kondensasyon (İndirgeme)	23
3.5.1 Aynı Kat İçinde Bulunan Yanal Ötelenmelerin Eşit Kabul Edildiği Durum.....	24
3.5.2 Statik Kondensasyon Yöntemi.....	33
3.5.3 Aynı Kat İçinde Bulunan Dönme Serbestlik Derecelerinin Eşit Kabul Edildiği Durum.....	36
3.6. Titreşim Özelliklerinin Hesabı.....	45
3.6.1 Özdeğer Problemi için Çözüm Yöntemleri.....	45
3.6.2 Rayleigh Yöntemi.....	47
3.6.3 Birinci (Temel) Mod Açısal Frekansının ve Mod Vektörünün Hesabı- Doğrudan (Stodolo-Vianello) Vektör İterasyonu Yöntemi.....	51
3.6.4 Süpürme Matrisleri Yöntemi ile İkinci ve Daha Yüksek Modlara Ait Açısal Frekansların ve Mod Vektörlerinin Hesabı.....	54

Bölüm Dört

PROBLEMLERİN ÇÖZÜMÜ İÇİN YAPILAN KABULLER

4. Problemlerin Çözümü için Yapılan Kabuller.....	59
4.1 Çerçeve Sistemlerde Kabul Edilen Kinematik Kısıtlar.....	59
4.1.1 Dönme Serbestlik Dereceleri için Yapılan Kabuller.....	61

Bölüm Beş

PROBLEMLER

5. Problemler.....	65
5.1 Simetrik Çerçeve Sistem.....	65
5.1.1 Simetrik Çerçeve Sistemin Rijitlik Matrisinin Elde Edilmesi.....	67
5.1.2 Kütle Matrisinin Elde Edilmesi.....	74
5.1.3 Durum C Kabulü.....	74

5.1.4 Durum B Kabulü.....	83
5.1.5 Durum A Kabulü.....	89
5.2 Simetrik Olmayan Çerçeve Sistem.....	91
5.2.1 Simetrik Olmayan Çerçeve Sistemin Rijitlik Matrisinin Elde Edilmesi....	93
5.2.2 Kütle Matrisinin Elde Edilmesi.....	95
5.2.3 Durum C Kabulü.....	96
5.2.4 Durum B Kabulü.....	105
5.2.5 Durum A Kabulü.....	117
5.3 Örneklerden Elde Edilen Sonuçların Karşılaştırılması.....	119
5.3.1 Farklı Kat Rijitlik Oranları için Elde Edilen Mod Şekil Vektörlerinin Karşılaştırılması.....	119
5.3.2 Kat Rijitlik Oranının Temel Titreşim Periyoduna Etkisi.....	123
5.3.3 Durum A, B ve C Kabulleri Altında Elde Edilen Mod Şekil Vektörlerinin Karşılaştırılması.....	125
5.3.4 Durum A, B ve C Kabulleri Altında Elde Edilen Açısız Frekansların Karşılaştırılması.....	134
Bölüm Altı	
SONUÇLAR	
6. Sonuçlar.....	138

REFERANSLAR

Referanslar.....	141
------------------	-----

TABLO LİSTESİ

Tablo 5.1: $I_b / I_c = 1.00$ için bulunan açısai frekanslar ve mod vektörleri (Simetrik Sistem, Durum C).....	76
Tablo 5.2: $I_b / I_c = 0.80$ için bulunan açısai frekanslar ve mod vektörleri (Simetrik Sistem, Durum C)	78
Tablo 5.3: $I_b / I_c = 0.60$ için bulunan açısai frekanslar ve mod vektörleri (Simetrik Sistem, Durum C)	79
Tablo 5.4: $I_b / I_c = 0.40$ için bulunan açısai frekanslar ve mod vektörleri (Simetrik Sistem, Durum C)	80
Tablo 5.5: $I_b / I_c = 0.00$ için bulunan açısai frekanslar ve mod vektörleri (Simetrik Sistem, Durum C)	82
Tablo 5.6: $I_b / I_c = \infty$ için bulunan açısai frekanslar ve mod vektörleri (Simetrik Sistem, Durum A)	90
Tablo 5.7: $I_b / I_c = 1.00$ için bulunan açısai frekanslar ve mod vektörleri (Simetrik Olmayan Sistem, Durum C).....	97
Tablo 5.8: $I_b / I_c = 0.80$ için bulunan açısai frekanslar ve mod vektörleri (Simetrik Olmayan Sistem, Durum C)	99
Tablo 5.9: $I_b / I_c = 0.60$ için bulunan açısai frekanslar ve mod vektörleri (Simetrik Olmayan Sistem, Durum C)	100
Tablo 5.10: $I_b / I_c = 0.40$ için bulunan açısai frekanslar ve mod vektörleri (Simetrik Olmayan Sistem, Durum C)	102
Tablo 5.11: $I_b / I_c = 0.00$ için bulunan açısai frekanslar ve mod vektörleri (Simetrik Olmayan Sistem, Durum C)	104
Tablo 5.12: $I_b / I_c = 1.00$ için bulunan açısai frekanslar ve mod vektörleri (Simetrik Olmayan Sistem, Durum B)	110

Tablo 5.13: $I_b / I_c = 0.80$ için bulunan açısal frekanslar ve mod vektörleri (Simetrik Olmayan Sistem, Durum B)	111
Tablo 5.14: $I_b / I_c = 0.60$ için bulunan açısal frekanslar ve mod vektörleri (Simetrik Olmayan Sistem, Durum B)	113
Tablo 5.15: $I_b / I_c = 0.40$ için bulunan açısal frekanslar ve mod vektörleri (Simetrik Olmayan Sistem, Durum B)	114
Tablo 5.16: $I_b / I_c = 0.00$ için bulunan açısal frekanslar ve mod vektörleri (Simetrik Olmayan Sistem, Durum B)	116
Tablo 5.17: $I_b / I_c = \infty$ için bulunan açısal frekanslar ve mod vektörleri (Simetrik Olmayan Sistem, Durum A)	118
Tablo 5.18: Farklı kat rijitlik oranları için bulunmuş mod şekil vektörleri.....	119
Tablo 5.19: Kayma çerçevesi için bulunmuş mod şekil vektörleri.....	120
Tablo 5.20: Durum B'de farklı kat rijitlik oranları için bulunan şekil değiştirme mod vektörleri.....	126
Tablo 5.21: $\frac{I_b}{I_c} = 0$ ($\rho = 0$) için açısal frekanslar ve açısal frekans oranları.....	134
Tablo 5.22: $\frac{I_b}{I_c} = 0.4$ ($\rho = 0.133$) için açısal frekanslar ve açısal frekans oranları.....	134
Tablo 5.23: $\frac{I_b}{I_c} = 0.6$ ($\rho = 0.200$) için açısal frekanslar ve açısal frekans oranları.....	134
Tablo 5.24: $\frac{I_b}{I_c} = 0.8$ ($\rho = 0.267$) için açısal frekanslar ve açısal frekans oranları.....	135
Tablo 5.25: $\frac{I_b}{I_c} = 1.00$ ($\rho = 0.333$) için açısal frekanslar ve açısal frekans oranları.....	135

ŞEKİL LİSTESİ

Şekil 2.1: Serbestlik dereceleri: (a) eksenel deformasyonlar dahil, 18 serbestlik derecesi; (b) Eksenel deformasyonlar ihmal, 8 serbestlik derecesi.....	3
Şekil 2.2: Dışardan etkiyen dinamik kuvvetler, $p(t)$	4
Şekil 2.3: (a) Çerçevenin rijitlik bileşenleri; (b) $u_1=1$ için rijitlik etki katsayıları; (c) $u_4=1$ için rijitlik etki katsayıları.....	5
Şekil 2.4: Çerçevenin sönüm bileşenleri.....	7
Şekil 2.5: (a) Çerçevenin kütle bileşenleri; (b) $\ddot{u}_1=1$ için kütle etki katsayıları; (c) $\ddot{u}_4=1$ için kütle etki katsayıları.....	9
Şekil 2.6: Kütlenin düğüm noktalarında topaklanması.....	10
Şekil 2.7: (a) Sistem; (b) Rijitlik bileşenleri; (c) Sönüm bileşenleri; (d) Kütle bileşenleri.....	11
Şekil 3.1: Sönümsüz bir sistemin birinci ve ikinci doğal titreşim modları; (a) iki katlı sistem; (b) birinci doğal titreşim modunun farklı zamanlardaki şekli; (b) ikinci doğal titreşim modunun farklı zamanlardaki şekli.....	15
Şekil 3.2: (a) Düğüm noktalarının yatay serbestlik dereceleri ve numaralandırılma sırası, (b) düğüm noktalarının düşey serbestlik dereceleri ve numaralandırılma sırası, (c) düğüm noktalarının dönme serbestlik dereceleri ve numaralandırılma sırası.....	25
Şekil 3.3: İki katlı iki açıklıklı örnek çerçeve.....	31
Şekil 4.1: x yönünde 8, y yönünde 4 çerçeve bulunan ve rijit temele oturan çerçeve sistem.	60
Şekil 4.2: 5 katlı, düşey eksene göre simetrik olan düzlem çerçeve sistem.	62
Şekil 5.1: Hem geometrik açıdan hem de rijitlik açısından simetrik olan çerçeve sistem.	65
Şekil 5.2: Sadece kolon ve kiriş rijitliklerinin olduğu kabul edilen çerçeve eleman.....	67
Şekil 5.3: Sistem rijitlik matrisinin birinci kolon elemanları.....	67

Şekil 5.4: Sistem rijitlik matrisinin altıncı kolon elemanları.....	69
Şekil 5.5: Hem rijitlik hem de geometrik açıdan simetrik olmayan çerçeve sistem.....	91
Şekil 5.6: Sadece kolon ve kiriş rijitliklerinin olduğu kabul edilen çerçeve eleman.....	93
Şekil 5.7: Çerçeve sistemin serbestlik dereceleri.....	106
Şekil 5.8: Farklı kat rijitlik oranları için bulunmuş 1. mod şekil vektörü.....	120
Şekil 5.9: Farklı kat rijitlik oranları için bulunmuş 2. mod şekil vektörü.....	121
Şekil 5.10: Farklı kat rijitlik oranları için bulunmuş 3. mod şekil vektörü.....	121
Şekil 5.11: Farklı kat rijitlik oranları için bulunmuş 4. mod şekil vektörü.....	122
Şekil 5.12: Farklı kat rijitlik oranları için bulunmuş 5. mod şekil vektörü.....	122
Şekil 5.13: Temel Titreşim Periyodunun Kat Rijitlik Oranı ile Değişimi.....	124
Şekil 5.14: $\frac{\omega_n}{\omega_1} = \frac{T_n}{T_1}$ oranlarının kat rijitlik oranları ile değişimi.....	125
Şekil 5.15 : 1. Mod Şekli $I_b/I_c = 0.00$	127
Şekil 5.16: 1. Mod Şekli $I_b/I_c = 0.40$	127
Şekil 5.17: 1. Mod Şekli $I_b/I_c = 0.60$	127
Şekil 5.18: 1. Mod Şekli $I_b/I_c = 0.80$	127
Şekil 5.19: 1. Mod Şekli $I_b/I_c = 1.00$	128
Şekil 5.20: 2. Mod Şekli $I_b/I_c = 0.00$	128
Şekil 5.21: 2. Mod Şekli $I_b/I_c = 0.40$	128
Şekil 5.22: 2. Mod Şekli $I_b/I_c = 0.60$	128
Şekil 5.23: 2. Mod Şekli $I_b/I_c = 0.80$	129
Şekil 5.24: 2. Mod Şekli $I_b/I_c = 1.00$	129
Şekil 5.25: 3. Mod Şekli $I_b/I_c = 0.00$	129
Şekil 5.26: 3. Mod Şekli $I_b/I_c = 0.40$	129
Şekil 5.27: 3. Mod Şekli $I_b/I_c = 0.60$	130
Şekil 5.28: 3. Mod Şekli $I_b/I_c = 0.80$	130
Şekil 5.29: 3. Mod Şekli $I_b/I_c = 1.00$	130
Şekil 5.30: 4. Mod Şekli $I_b/I_c = 0.00$	130
Şekil 5.31: 4. Mod Şekli $I_b/I_c = 0.40$	131
Şekil 5.22: 4. Mod Şekli $I_b/I_c = 0.60$	131
Şekil 5.33: 4. Mod Şekli $I_b/I_c = 0.80$	131
Şekil 5.34: 4. Mod Şekli $I_b/I_c = 1.00$	131

Şekil 5.35: 5. Mod Şekli $I_b/I_c = 0.00$	132
Şekil 5.36: 5. Mod Şekli $I_b/I_c = 0.40$	132
Şekil 5.37: 5. Mod Şekli $I_b/I_c = 0.60$	132
Şekil 5.38: 5. Mod Şekli $I_b/I_c = 0.80$	132
Şekil 5.39: 5. Mod Şekli $I_b/I_c = 1.00$	133
Şekil 5.40: Durum A ve C'nin açısıl frekanslarının yüzde cinsinden (%) farkı.....	135
Şekil 5.41: Durum B ve C'nin açısıl frekanslarının yüzde cinsinden (%) farkı.....	136



BÖLÜM BİR

GİRİŞ

Pratikte yapılan çalışmalarda dinamik analizi önceleyen bir statik analiz evresi vardır. Statik analiz, yapıya etkiyen öz yükler ve hareketli yükleri dikkate alarak yapılır. Yeterli doğrulukta bir statik analiz için gerekli olan yapısal model, genelde birkaç yüzden birkaç bine değişen ve sayısal değeri yapının karmaşıklığıyla orantılı olan, çok fazla sayıda serbestlik derecesi gerektirebilir.

Aynı model dinamik analizde de kullanılabilir; ancak bu model yeterli doğrulukta bir dinamik analiz için genelde çok fazla sayıda serbestlik derecesi içerir. Çünkü dinamik analizi yapılan yapının dinamik tepkisi, ilk birkaç mod ve bunlara karşılık gelen açısal frekanslar ile temsil edilebilir. Bu da çok daha az sayıda serbestlik derecesi gerektiren yapısal modeller ile mümkün olabilmektedir. Bu nedenle mod vektörlerini ve açısal frekansları hesaplamaya başlamadan önce mümkün olduğu kadar çok sayıda serbestlik derecesinde azaltma yapılmalıdır. Bu da dinamik analiz evresinin en kritik kısımlarından birini oluşturmaktadır.

Bu çalışmada serbestlik derecelerinin azaltılması işlemi için statik kondensasyon yöntemi kullanılmıştır. Bu yöntemde yapının dinamik analizde kullanılacak olan serbestlik derecelerine kütle bağlanacak, yok edilecek serbestlik derecelerinde ise kütle olmadığı veya kütle bağlanan serbestlik derecelerine göre ihmal edilebilir büyüklükte kütleler olduğu kabul edilecektir; yok edilen serbestlik dereceleri dönme serbestlik dereceleri olarak kabul edilmiştir. Çalışmada, dinamik analize dahil edilmeyen serbestlik derecelerinin açısal frekans ve mod vektörlerine etkileri incelenmiş; ayrıca kolon/kiriş atalet momentleri oranlarında yapılan değişimin dinamik davranışı nasıl etkilediği sorusuna cevap aranmıştır.

Statik kondensasyon işlemi sırasında kütle bağlanmayan serbestlik dereceleri aslında “yok” edilmemiştir; sadece yanal deprem ivmesine maruz kalmış bir çerçevede dönme serbestlik derecelerinde oluşan atalet kuvvetlerinin, yanal ötelenme serbestlik derecelerinde oluşan atalet kuvvetlerine oranla çok küçük kaldığı gerçeğine dayanılarak dinamik hesaba dahil edilmemiştir. Statik kondensasyon yönteminin analizciye verdiği bir avantaj olarak, yok edilen serbestlik dereceleri statik analizde tekrar kullanılabilir; böylece kesit tesirlerinin hesabında daha gerçekçi sonuçlara ulaşılabilmekte ve kesit zorlanmaları, fazla serbestlik derecesi kullanılarak hesaplandığı için daha küçük çıkmaktadır.

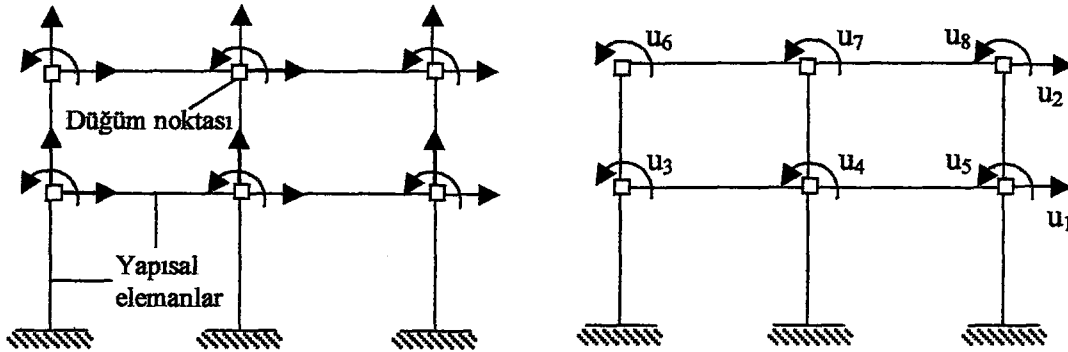
Çalışmada, kolon/kiriş atalet momenti oranlarındaki değişimin mod vektörlerine ve açısal frekanslara etkileri araştırılmıştır. Buna ek olarak birlikte dönme serbestlik derecelerine ilişkin çeşitli kabuller yapılmıştır. Böylece kolon/kiriş atalet momentindeki değişimin incelenmesi, dönme serbestlik derecelerinde yapılan kabuller ile zenginleştirilmiş ve bu ikili kapsam içinde model tekrar sorgulanmıştır. Modelin dönme serbestlik derecelerine ait üç farklı kabul yapılmıştır: (C) durumunda dönme serbestlik dereceleri herhangi bir kısıta maruz bırakılmamış ve sistem gerçeğe en yakın olan bu şekliyle çözülmüştür. (B) durumuna ait modelde ise aynı katta bulunan dönme serbestlik derecelerinin aynı miktarda döndüğü kabulü yapılmış ve rijitlik matrisi bu kabule uygun oluşturularak hesaplara buradan devam edilmiştir. (B) durumunda dönme serbestlik derecelerinde yapılan bu kabuller, dinamik hesaba dahil olan rijitlik matrisi boyutlarında önemli azalmalar oluştururken açısal frekans ve mod vektörlerinde, (C) durumuna kıyasla, farkların çok az olduğu gözlenmiştir. (A) durumunda model kayma çerçevesi olarak kabul edilmiş ve mod vektörleri ve açısal frekanslar bu kabule göre bulunmuştur. (A) durumuna ait hesaplar, (B) ve (C) durumuna göre oldukça farklı sonuçlar vermiştir.

BÖLÜM İKİ

LİNEER SİSTEMLER

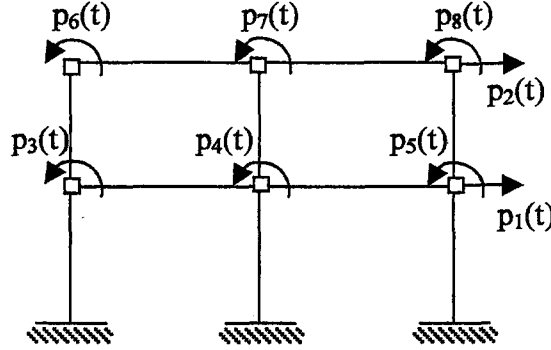
2.1 Lineer Sistemlere Genel Yaklaşım

Bir çerçeve sistem kiriş, kolon ve duvar gibi elemanların düğüm noktalarında Şekil 2.1 (a) birbirlerine bağlanmış şekli olarak idealize edilebilir. Düğüm noktalarında deplasmanlar çerçeve elemanın serbestlik dereceleri olarak düşünülür. Genelde, iki boyutlu bir uzayda bir düğüm noktasının iki ötelenme ve bir de dönme olmak üzere üç serbestlik derecesi vardır. Üç boyutlu bir uzayda ise bir düğüm noktasının üç ötelenme (x, y ve z eksenleri) ve üç dönme (x, y ve z eksenleri etrafında) olmak üzere altı adet serbestlik derecesi olduğu düşünülür. Buna göre iki boyutlu bir uzayda, iki katlı ve iki açıklıklı bir çerçevenin altı düğüm noktasında toplam 18 adet serbestlik derecesi vardır. Birçok yapıda kirişlerin aksenal deformasyonları ihmal edilirken; kat sayısı çok fazla olmayan yapılarda kolonlarda oluşan aksenal deformasyonlar da dikkate alınmaz. Bu kabuller altında iki katlı ve iki açıklıklı bir çerçeve elemanın serbestlik derecesi sayısı sekize iner Şekil 2.1.(b). Serbestlik derecelerinde yapılan bu azaltma çerçeve elemanın kinematik özellikleri düşünülerek yapılmış bir idealizasyondur ve 6. Bölümde yapılan hesaplarda bu idealizasyon kullanılacaktır [1].



Şekil 2.1: Serbestlik dereceleri: (a) aksenal deformasyonlar dahil, 18 serbestlik derecesi; (b) Aksenal deformasyonlar ihmal, 8 serbestlik derecesi

Deprem ivmelerinden kaynaklı dinamik kuvvetlerin Şekil 2.1 (b)'deki serbestlik derecelerine etkidiği düşünülecektir.

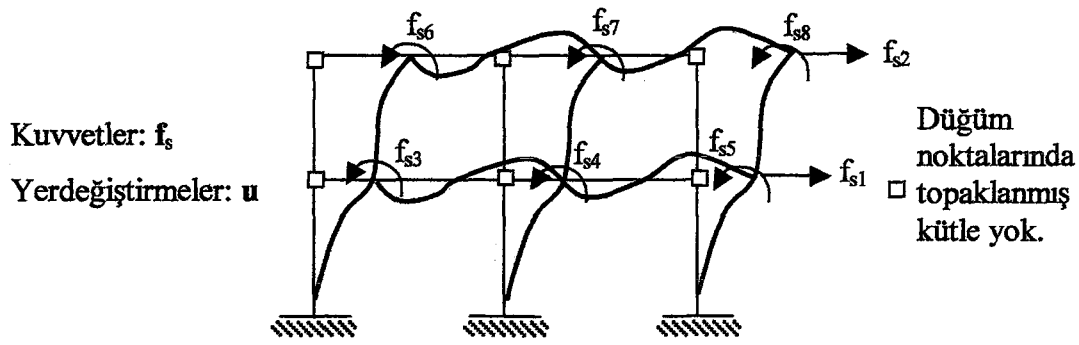


Şekil 2.2: Dışardan etkiyen dinamik kuvvetler, $p(t)$

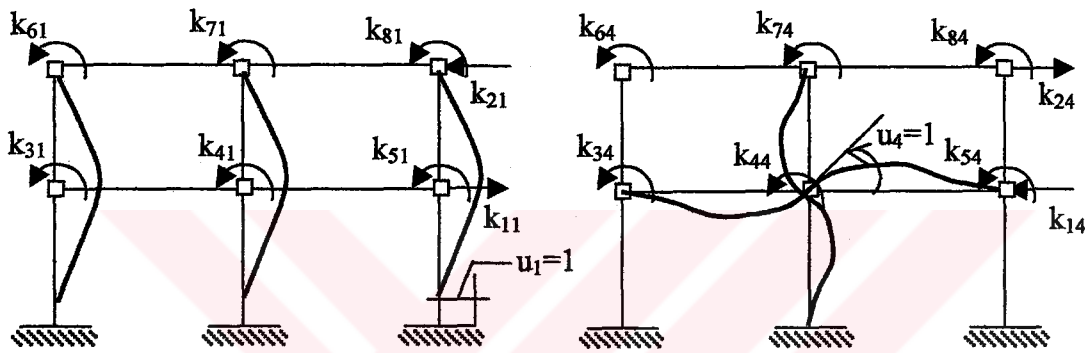
2.1.1. Elastik Kuvvetler

f_{sj} dış kuvvetleriyle u_j sonuç deplasmanları arasındaki ilişki, sistemin rijitlik bileşenleriyle kurulmaktadır Şekil 2.3. (a). Lineer sistemlerde bu ilişki süperpozisyon metodu ve rijitlik etki katsayıları kullanılarak yapılacaktır.

j . serbestlik derecesine bir birimlik deplasman verilirken, diğer serbestlik derecelerinde deplasman oluşmaması için söz konusu serbestlik dereceleri tutulur. Çerçeve elemanın empoze edilmiş bu şeklini koruyabilmesi için diğer serbestlik derecelerine uygulanması gereken kuvvetler, rijitlik etki katsayıları denir. Buna göre k_{ij} rijitlik etki katsayısı, j düğümüne empoze edilen yerdeğiştirmenin i düğümünde oluşturduğu kuvvet olarak düşünülebilir. Şekil 2.3 (b)'de gösterilen k_{i1} ($i = 1, 2, \dots, 8$) rijitlik etki değerleri çerçevenin $u_1 = 1$, yani bir nolu serbestlik derecesinde bir, diğer serbestlik derecelerinde sıfır birimlik deplasman empoze edilmesi halini sağlamak için gerekli kuvvetleri göstermektedir. Buna benzer olarak Şekil 2.3 (c)'de gösterilen k_{i4} ($i = 1, 2, \dots, 8$) rijitlik etki değerleri, $u_4 = 4$ ve diğer tüm serbestlik derecelerindeki deplasmanların sıfır olması halinde, sisteme uygulanması gereken kuvvetleri göstermektedir. Şekillerde gösterilen kuvvetler pozitif yönler dikkate alınarak gösterilmiştir; ancak deforme olmuş çerçeve elemanı tutarlılık göstermesi amacıyla bazı kuvvetler negatif yönlerde gösterilmiştir [1].



(a)



(b)

(c)

Şekil 2.3: (a) Çerçevenin rijitlik bileşenleri; (b) $u_1=1$ için rijitlik etki katsayıları; (c) $u_4=1$ için rijitlik etki katsayıları.

i serbestlik derecesine ait f_{si} kuvveti, u_j $j = 1 \dots N$ deplasmanları ile o deplasmana ait rijitlik etki katsayılarının çarpılmasından elde edilen kuvvetlerin superpozisyonu sonucunda bulunur [1]. Buna göre:

$$f_{si} = k_{i1}u_1 + k_{i2}u_2 + \dots + k_{ij}u_j + \dots + k_{iN}u_N \quad (2.1)$$

elde edilir.

$i=1 \dots N$ 'e kadar her serbestlik derecesi için denklem (2.1) gibi bir denklem yazılabilir. Bu da N adet lineer denklem demektir; N adet denklem matris formda yazılır ise;

$$\begin{bmatrix} f_{s1} \\ f_{s2} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ f_{sN} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & \cdot & \cdot & \cdot & k_{1j} & \cdot & \cdot & \cdot & k_{1N} \\ k_{21} & k_{22} & \cdot & \cdot & \cdot & k_{2j} & \cdot & \cdot & \cdot & k_{2N} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ k_{N1} & k_{N2} & \cdot & \cdot & \cdot & k_{Nj} & \cdot & \cdot & \cdot & k_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ u_N \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

veya

$$\mathbf{f}_s = \mathbf{k}\mathbf{u} \quad (2.3)$$

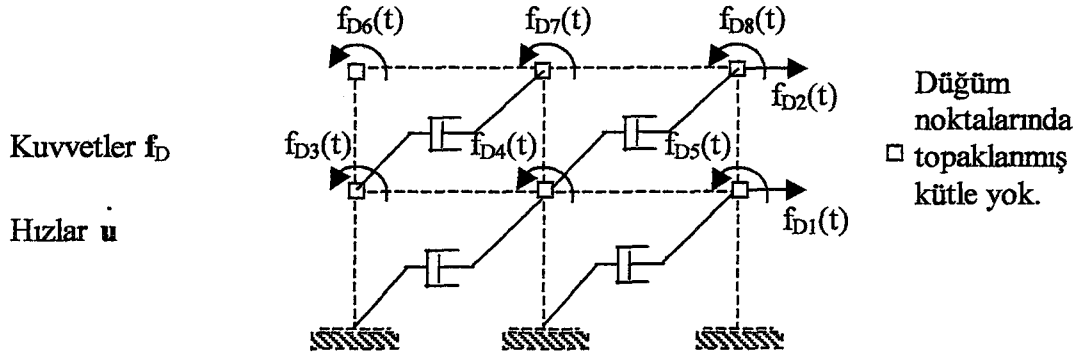
elde edilir. Burada \mathbf{k} sistem rijitlik matrisi olarak adlandırılır ve simetrik bir matristir ($k_{ij} = k_{ji}$).

2.1.2 Sönüm Kuvvetleri

Titreşen sistemlerde enerji sönüm mekanizmaları eşdeğer sönüm kutusu ile idealize edilebilir. Bu kabule dayanarak f_{Dj} sönüm dış kuvvet bileşenlerini u_j hız bileşenleriyle ilişkilendirebilir Şekil (2.4). j serbestlik derecesine bir birimlik hız bileşeni verilirken diğer serbestlik derecelerinde hız değerleri sıfır olarak tutulur. Bu hız bileşenleri, hızlara karşı koyan içsel sönüm kuvvetleri oluşturur. Böylece iç kuvvetleri dengelemek için dış kuvvetlere ihtiyaç olur. c_{ij} , j serbestlik derecesinde bir birimlik hıza bağlı oluşan i serbestlik derecesindeki dış kuvvettir ve sönüm etki katsayısı olarak adlandırılır. i serbestlik derecesine ait F_{Di} kuvveti, u_j , $j = 1 \dots N$ hızları ile o serbestlik derecesine ait sönüm etki katsayılarının çarpılmasından elde edilen kuvvetlerin süperpozisyonu sonucu elde edilir. Buna göre:

$$f_{Di} = c_{i1} \dot{u}_1 + c_{i2} \dot{u}_2 + \dots + c_{ij} \dot{u}_j + \dots + c_{iN} \dot{u}_N \quad (2.4)$$

elde edilir.



Şekil 2.4: Çerçevenin sönüm bileşenleri

Denklem (2.4) bütün serbestlik dereceleri düşünülerek yazılırsa ($i = 1 \dots N$) N adet denklem elde edilir. Bu denklemler matris formunda düzenlenirse:

$$\begin{bmatrix} f_{D1} \\ f_{D2} \\ \cdot \\ \cdot \\ f_{DN} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \cdot & \cdot & c_{1j} & \cdot & \cdot & c_{1N} \\ c_{21} & c_{22} & \cdot & \cdot & c_{2j} & \cdot & \cdot & c_{2N} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ c_{N1} & c_{N2} & \cdot & \cdot & c_{Nj} & \cdot & \cdot & c_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ u_N \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

veya

$$\mathbf{f}_D = \mathbf{c} \mathbf{u} \quad (2.6)$$

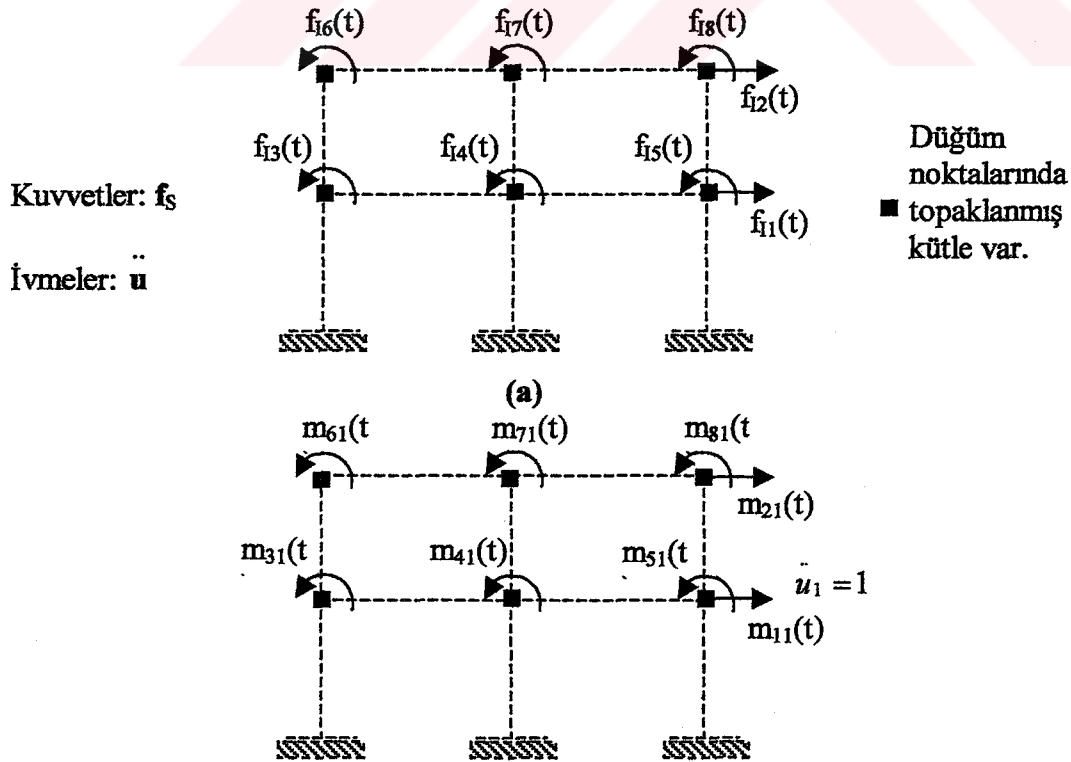
elde edilir. Burada \mathbf{c} sönüm matrisidir.

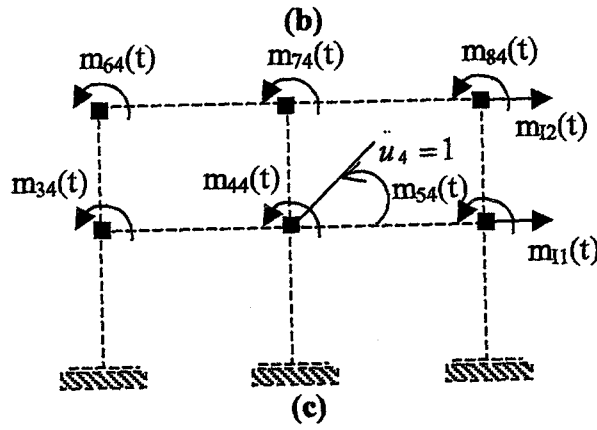
c_{ij} sönüm etki katsayılarının sayısal değerini, yapının ve yapı elemanlarının boyutlarına bağlı olarak hesaplamak pratik olmadığından, çok serbestlik dereceli sistemlerin sönüm değerleri, tek serbestlik dereceli sistemlerde olduğu gibi, deneysel verilere bağlı olarak bulunabilir [1].

Bu çalışmada kullanılan modellerde sönüm etkisi dikkate alınmamıştır. Bu kısım, çerçeve elemanın hareket denkleminin, sönüm etkilerini de dikkate alınarak oluşturulması için çalışmaya dahil edilmiştir.

2.1.3 Atalet Kuvvetleri

f_{ij} kuvvetlerini çerçevenin kütle bileşenlerine etkiyen kuvvetler olarak tanımlayabiliriz; \ddot{u}_j ivmeleri (Şekil 2.5 (a)) kütleler üzerine etkimekte ve bu kuvvetler oluşmaktadır. j serbestlik derecesine bir birimlik ivme etkiterken diğer serbestlik derecelerinde ivme sıfır olarak tutulur. D'Alembert prensibine göre kütle, ivmenin aksi yönünde fiktif bir atalet kuvveti etki eder; böylece bu atalet kuvvetlerini dengeleyecek dış kuvvetler gerekir; bu kuvvetler kütle etki katsayısı olarak tanımlanır. Kütle etki katsayısı m_{ij} , j serbestlik derecesinde oluşan bir birimlik ivme sonucu i serbestlik derecesinde meydana gelen dış kuvvet olarak tanımlanabilir. Örnek olarak Şekil 2.5 (b)'deki kuvvetler gösterilebilir: m_{i1} ($i = 1, 2, \dots, 8$), $\ddot{u}_1 = 1$ ve $\ddot{u}_j = 0$ ivmesinden kaynaklı, diğer serbestlik derecelerinde oluşan atalet kuvvetlerini dengelemek için gereken kuvvetlerdir. Benzer şekilde m_{i4} ($i = 1, 2, \dots, 8$), $\ddot{u}_4 = 1$ ivmesine bağlı oluşan dış kuvvetlerdir Şekil 2.5 (c) [1].





Şekil 2.5: (a) Çerçevenin kütle bileşenleri; (b) $\ddot{u}_1 = 1$ için kütle etki katsayıları; (c) $\ddot{u}_4 = 1$ için kütle etki katsayıları

i serbestlik derecesindeki \ddot{u}_j $j = 1 \dots N$, ivmeleriyle ilişkili f_{ij} kuvveti (Şekil 2.5

(a)) süperpozisyon prensibi kullanılarak bulunabilir:

$$f_{i1} = m_{i1} \ddot{u}_1 + m_{i2} \ddot{u}_2 + \dots + m_{ij} \ddot{u}_j + \dots + m_{iN} \ddot{u}_N \quad (2.7)$$

$i = 1 \dots N$ kadar denklem (2.7) gibi bir denklem yazılabilir. N adet denklem matris formda düzenlenirse:

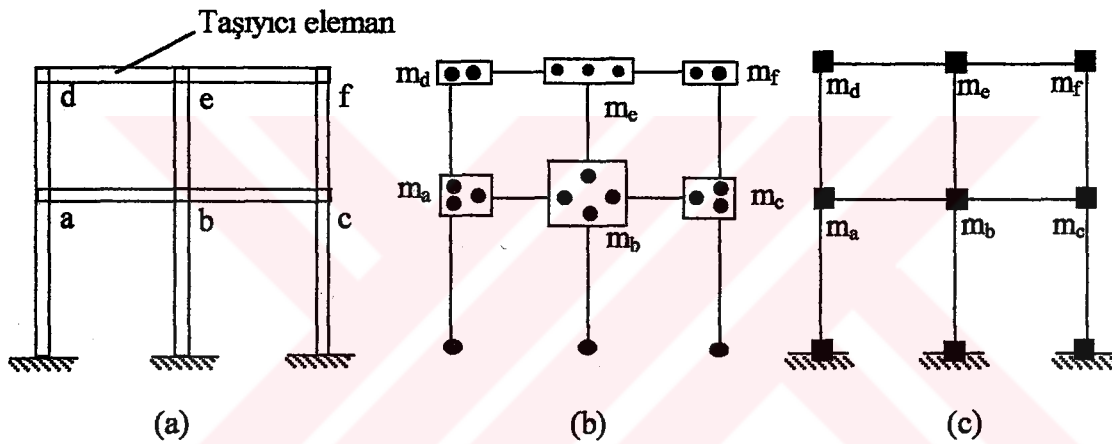
$$\begin{bmatrix} f_{i1} \\ f_{i2} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ f_{iN} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & \cdot & \cdot & \cdot & m_{1j} & \cdot & \cdot & \cdot & m_{1N} \\ m_{21} & m_{22} & \cdot & \cdot & \cdot & m_{2j} & \cdot & \cdot & \cdot & m_{2N} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ m_{N1} & m_{N2} & \cdot & \cdot & \cdot & m_{Nj} & \cdot & \cdot & \cdot & m_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \ddot{u}_N \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

veya

$$\mathbf{f}_j = \mathbf{m} \ddot{\mathbf{u}} \quad (2.9)$$

elde edilir. Burada m kütle matrisidir. Rijitlik matrisi gibi kütle matrisi de simetrik bir matristir ($m_{ij} = m_{ji}$) [1].

Çerçeve sistem üzerinde yayılı halde bulunan kütle, düğüm noktalarında toplanmış veya konsantre edilmiş olarak idealize edilebilir. Genelde bu tip idealizasyon yeterli bir yaklaşım sağlar. Bir düğüm noktasında bulunan kütle, o düğüm noktasına makul ölçüde atanabilecek kütle miktarı olarak seçilir. Her taşıyıcı elemanın kütlesi, elemanın iki ucunda toplanacak şekilde hesaplanır. Bir düğüm noktasına kaç adet eleman bağlanıyorsa o kadar noktasal kütle o düğüm noktasında birleşir (Şekil 2.6). Bu yöntem Şekil (2.6)'da şematik olarak gösterilmiştir. Burada kiriş kütleleri taşıdığı döşemelerin kütlelerini de içermektedir. Topaklanmış kütleler m_a , m_b vb. isimlerle adlandırılmışlardır [1].



Şekil 2.6: Kütlelerin düğüm noktalarında toplanması

Düğüm noktalarındaki toplanmış kütleler hesaplandıktan sonra, sistem kütle matrisi oluşturulabilir. Şekil 2.1 (b)'deki iki açıklıklı, iki katlı yapı tekrar düşünülürse; $\ddot{u}_1 = 1$ ivmesiyle harekete geçen kütle etki katsayısı $m_{11} = m_1$ 'dir. Burada $m_1 = m_a + m_b + m_c$ ' dir. m_a , m_b , ve m_c kütlelerinin hepsi $\ddot{u}_1 = 1$ ivmesinin harekete geçirdiği kütlelerdir. Benzer şekilde $\ddot{u}_4 = 1$ (Şekil 2.5 (c)) ivmesiyle ilişkilenen m_{44} dış kuvveti de $i = 4$ hariç, bütün ivmeler için sıfır değerini alır. m_{44} kütle etki katsayısı, birinci katta, ortada bulunan serbestlik derecesindeki kütleyle ait atalet kuvvetidir. Söz konusu dönme serbestlik derecesinde meydana gelen dönme atalet kuvvetinin, dinamik hesaplarda ihmal edilebilir bir etkisi olduğu bilinmektedir [1].

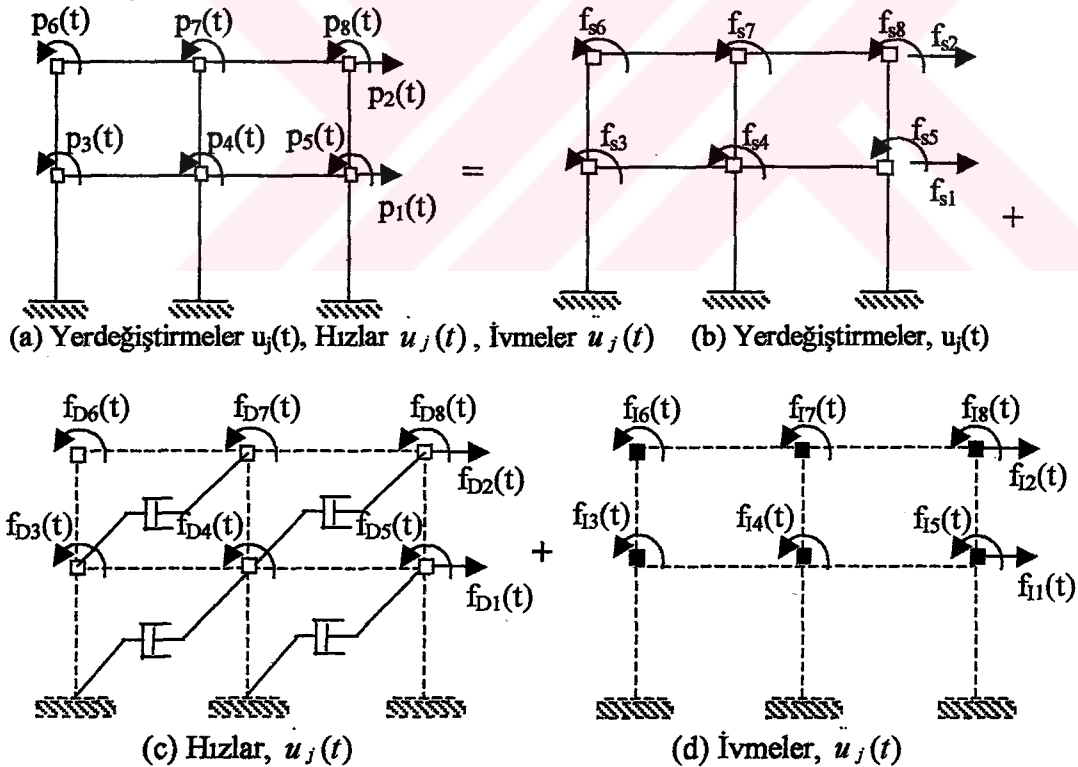
Bu durumda topaklanmış kütle idealizasyonu yönteminde kütle matrisi diyagonal olmaktadır:

$$m_{ij} = 0 \quad i \neq j \quad m_{jj} = m_j \text{ veya } 0 \quad (2.10)$$

Burada m_j j. ötelenme serbestlik dereesiyle ilişkilendirilmiş topaklanmış kütle değeri, $m_{jj} = 0$ dönme serbestlik derecesiyle ilişkilendirilmiş topaklanmış kütle değeridir [1].

2.2 Hareket Denkleminin Kurulması

$p_j(t)$, $j=1\dots N$, dış kuvvetlerinin etkisi altında sistemin herhangi bir andaki durumu, $u_j(t)$ yerdeğiştirme, $\dot{u}_j(t)$ hız ve $\ddot{u}_j(t)$ ivme değerleriyle tanımlanabilir (Şekil 2.7). İki açıklı ve iki katlı ve toplamda sekiz serbestlik derecesi olan çerçeve sistem tekrar düşünülürse:



Şekil 2.7: (a) Sistem; (b) Rijitlik bileşenleri; (c) Sönüm bileşenleri; (d) Kütle bileşenleri

Sistem, Şekil 2.7'deki gibi üç farklı saf duruma indirgenebilir: (1) Rijitlik Bileşenleri Hali: Sönüm ve kütlelerin olmadığı sadece rijitlik özelliklerinin olduğu çerçeve sistem Şekil 2.7 (b); (2) Sönüm Bileşenleri Hali: Rijitlik ve kütlelerin olmadığı; fakat sönüm özelliklerinin olduğu çerçeve sistem, Şekil 2.7 (c); (3) Kütle Bileşenleri Hali: Rijitlik ve sönüm özelliklerinin olmadığı, sadece kat kütlelerinin olduğu çerçeve sistem Şekil 2.7 (d). Çerçevenin rijitlik özellikleriyle bağlantılı f_{sj} dış kuvvetleri ve deplasmanlar arasındaki ilişki denklem 2.3 görülmektedir. Benzer şekilde çerçevenin sönüm özellikleriyle bağlantılı f_{Dj} dış kuvvetleri ve hızlar arasındaki ilişki denklem 2.6'da ve son olarak sistemin serbestlik derecelerinde bulunan kütleler ile bağlantılı f_{ij} dış kuvvetleri ve ivmeler arasındaki ilişki de denklem 2.9'da verilmiştir. $p(t)$ dış kuvvetlerinin çerçevenin saf üç hali tarafından paylaşıldığı düşünülürse $p(t)$ dış kuvvetinin $f_I + f_D + f_S$ 'ye eşit olması gerekmektedir [1]. Buna göre;

$$f_I + f_D + f_S = p(t) \quad (2.11)$$

yazılabilir. 2.3, 2.6, 2.9 denklemleri 2.11 denkleminde yerine konursa,

$$m \ddot{u} + c \dot{u} + ku = p(t) \quad (2.12)$$

denklemini bulunur.

Denklem 2.12 $u(t)$ deplasmanlarının değişken olduğu, $p(t)$ dış kuvvetlerine bağlı N adet adi diferansiyel denklemden oluşmaktadır. Burada m , c ve k $N \times N$ boyutlu kare matrisler, $u(t)$ ve $p(t)$ ise $N \times 1$ boyutunda vektör elemanlardır. Burada N , serbestlik derecesi sayısını göstermektedir. Buna göre;

m : $N \times N$ boyutunda köşegen kütle matrisini (yapılan kabuller altında),

c : $N \times N$ boyutunda sönüm matrisini,

k : $N \times N$ boyutunda sistem rijitlik matrisini göstermektedir.

c ve k kare matrislerinde diyagonal üstünde olmayan elemanlara "bağlayıcı" elemanlar (coupling terms) denir. Bu bağlayıcı elemanlar, tanımlanan serbestlik

derecelerine bağlı olarak, sistemi tanımlayan matrislerin bant genişliğinin daha büyük veya daha küçük olmasının nedenidir.



BÖLÜM ÜÇ

YÖNTEMLERİN TANITILMASI

3.1 Doğal Titreşim Frekansları ve Modları

3.1.1 Sönümsüz Sistemler

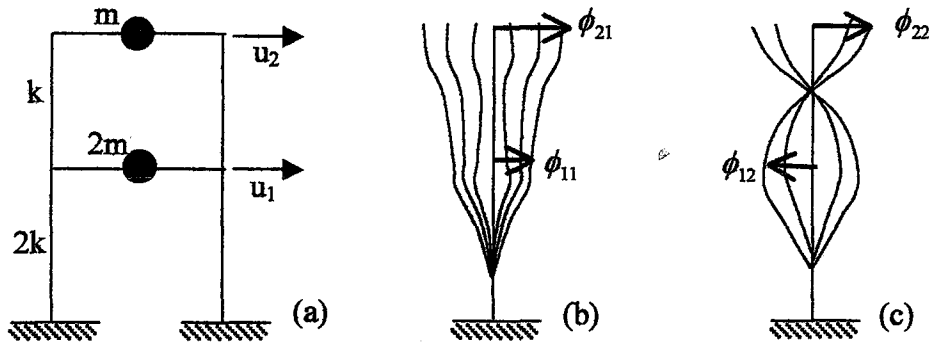
Sönümsüz çok serbestlik dereceli sistemlerin serbest titreşim denklemi 3.1 ile ifade edilebilir.

$$m \ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{k}\mathbf{u} = \mathbf{0} \quad (3.1)$$

Denklem 3.1 kütle ve/veya rijitlik matrisi ile bağlanmış (coupled) N adet homojen diferansiyel denklemi göstermektedir; N serbestlik derecesi sayısıdır. Burada bulunmak istenen, 3.2'deki başlangıç şartlarını sağlayacak $\mathbf{u}(t)$ yerdeğiştirme vektörleridir

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}(0) \text{ ve } \dot{\mathbf{u}} = \dot{\mathbf{u}}(0) \quad (t = 0) \quad (3.2)$$

Sönümsüz bir sisteme öyle başlangıç şartları verilebilir ki bu yerdeğiştirmeler sisteme basit harmonik hareket yaptırırken, sistem başlangıçta verilen şeklini de korur. Şekil 3.1 (a)'da gösterilen iki katlı kayma yapısının iki adet karakteristik yerdeğiştirme şekli vardır, Şekil 3.1 (b), (c). Bu karakteristik şekillerden herhangi birisi sisteme başlangıç şartı olarak verilir ise sistem o karakteristik şeklini koruyarak basit harmonik hareketini sürdürür [1] [2].



Şekil 3.1: Sönümsüz bir sistemin birinci ve ikinci doğal titreşim modları; (a) iki kath sistem; (b) birinci doğal titreşim modunun farklı zamanlardaki şekli; (c) ikinci doğal titreşim modunun farklı zamanlardaki şekli.

Çok serbestlik dereceli sistemlerde bu tür karakteristik şekil değiştirme hallerine doğal titreşim modları denir. Modların bu özelliği doğal titreşim modlarının birbirlerine ortogonal olmasından ileri gelir ki bu özellik ilerleyen bölümlerde anlatılmıştır [2].

Çok serbestlik dereceli sistemlerin doğal titreşim periyodu, basit harmonik hareket yapan doğal titreşim modlarının bir tam hareketi için geçen zaman olarak tanımlanabilir. Bu değere karşı gelen doğal titreşim açısal frekansı ω_n ve doğal titreşim frekansı f_n , denklem 3.3'de verilmiştir;

$$T_n = \frac{2\pi}{\omega_n} \quad \text{ve} \quad f_n = \frac{1}{T_n} \quad (3.3)$$

Şekil 3.1'deki sistemin doğal titreşim modları $\phi_n = (\phi_{1n} \ \phi_{2n})^T$ olarak tanımlanabilir. Doğal titreşim açısal frekanslarından küçük olanına ω_1 büyük olanına ω_2 denirse, birinci modun açısal frekansı (ϕ_{1n}) ω_1 , ikinci modun (ϕ_{2n}) ise ω_2 olur. Aynı şekilde T_1 birinci modun doğal titreşim periyodunu T_2 ise ikinci modun doğal titreşim periyodunu gösterir [1] [2].

3.2 Karakteristik Denklem veya Frekans Denklemi

Doğal titreşim modlarından herhangi birinde serbest titreşim hareketi yapan N serbestlik dereceli sönümsüz bir sistemin yerdeğiştirme vektörü, matematiksel olarak, denklem 3.4'deki gibi tanımlanabilir;

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{q}_n(t)\boldsymbol{\varphi}_n ; n = 1,2,\dots,N \quad (3.4)$$

Burada şekil değiştirme vektörü $\boldsymbol{\varphi}_n$ zamana bağlı olarak değişmez. Yerdeğiştirmenin zamana bağlı değişimi, denklem 3.5'de verilen basit harmonik fonksiyon ile tanımlanabilir;

$$q_n(t) = A_n \cos \omega_n t + B_n \sin \omega_n t \quad (3.5)$$

A_n ve B_n sabitleri entegrasyon sabitleri olup sistemin $t=0$ anındaki başlangıç şartlarına bağlı bulunabilir. Denklem 3.4 ve denklem 3.5 beraber düşünöldüğünde aşağıdaki denklem elde edilir;

$$\mathbf{u}(t) = \boldsymbol{\varphi}_n (A_n \cos \omega_n t + B_n \sin \omega_n t) ; n = 1,2,\dots,N \quad (3.6)$$

elde edilir. Burada ω_n ve $\boldsymbol{\varphi}_n$ bilinmeyenlerdir.

Denklem 3.6'yı denklem 3.1'de yerine koyduğumuzda;

$$\left[-\omega^2 \mathbf{m}\boldsymbol{\varphi}_n + \mathbf{k}\boldsymbol{\varphi}_n \right] q_n(t) = \mathbf{0} ; n = 1,2,\dots,N \quad (3.7)$$

elde edilir.

Yukarıdaki denklem iki farklı şekilde sağlanır: Birinci durum $q_n(t)$ 'nin 0 olması durumudur ki bu durumda sistem, herhangi bir hareket yapmaz; bu çözüme bayağı çözüm denir. İkinci durumda ise ω_n ve φ_n değerleri aşağıdaki denklemi sağlayacak şekilde çözüme gidilir [2];

$$\mathbf{k}\varphi_n = \omega_n^2 \mathbf{m}\varphi_n; \quad n = 1, 2, \dots, N \quad (3.8)$$

Yukarıdaki denklem özdeğer problemi olarak bilinir. Bu özdeğer problemi kompleks özdeğer probleminden ayırmak için denklem 3.8 genellikle gerçel özdeğer problemi olarak da adlandırılır. \mathbf{k} ve \mathbf{m} matrisleri bilinen matrisler olduğuna göre bulunması gereken ω_n^2 skaler değerleri ve φ_n vektörleridir.

Denklem 3.8 aşağıdaki şekilde de yazılabilir;

$$\left| \mathbf{k} - \omega_n^2 \mathbf{m} \right| \varphi_n = 0 \quad (3.9)$$

Denklem 3.9'un her zaman $\varphi_n = 0$ bayağı çözümü vardır; fakat bu çözüm herhangi bir hareketin olmadığı duruma denk düşer ki bu da sistemin davranışı hakkında herhangi bir fikir vermez. Denklem 3.9'un bayağı olmayan çözümü için aşağıdaki koşul sağlanmalıdır [2];

$$\det \left| \mathbf{k} - \omega_n^2 \mathbf{m} \right| = 0 \quad (3.10)$$

Bu determinant açılırsa ω_n^2 'lerin bilinmeyen olduğu N. dereceden bir polinom elde edilir. Denklem 3.10 karakteristik denklem veya frekans denklemi olarak adlandırılır. \mathbf{m} ve \mathbf{k} matrisleri simetrik ve pozitif tanımlı oldukları için frekans denkleminin N adet gerçel ve pozitif kökü vardır. \mathbf{k} sistem rijitlik matrisinin pozitif tanımlı olma özelliği, çerçeve sistemin rijit cisim hareketine izin vermeyecek şekilde mesnetlenmiş olması ile ilişkilidir. *Böylece sistemde deformasyonlar olmakta ve kesit tesirleri oluşmaktadır.* İnşaat Mühendisliği alanına giren sistemler bu özellikteki

sistemlerdir. Kütle matrisi m de pozitif tanımlı özelliğe sahiptir. Bu özellik, kütle bağlanmamış veya ihmal edilmiş serbestlik derecelerinin statik kondensasyon yolu ile yok edilerek, dinamik hesapta sadece kütle bağlanmış serbestlik derecelerinin kullanılmasıyla sağlanmıştır. Statik kondensasyon ile kütlesi ihmal edilen serbestlik derecelerinin, fiziksel olarak çerçevenin deprem davranışı ile uyumlu olup olmadığı ilgili bölümde irdelenmiştir.

Denklem 3.6'nın N adet kökü çerçeve sistemin N adet doğal titreşim açılal frekansına karşılık gelmektedir ω_n ($n = 1, 2, \dots, N$). Karakteristik denklemin bu kökleri özdeğerler, karakteristik değerler veya normal değerler olarak da bilinir. Herhangi bir ω_n değeri bilindiğinde ona karşılık gelen ϕ_n özvektörü de bulunabilir. Denklem 3.10 aslında matematiksel olarak 3.9 denklemini sağlayan ϕ_n vektörlerinin olduğunu; fakat bu vektörlerin parametrik olarak varolduğuna işaret etmektedir. Parametrik vektör elemanlarının herhangi birine sayısal bir değer verildiğinde, diğer elemanlar bu keyfi değere bağlı olarak bulunur. N serbestlik dereceli bir sistemin N adet doğal titreşim frekansına karşılık gelen N adet lineer bağımsız mod vektörü vardır. Bu vektörler doğal titreşim modları veya doğal titreşim mod şekilleri, şekil değıştirme mod vektörleri, olarak bilinirler. Dinamik hesap fiziksel boyutundan soyutlandığında, matematiksel olarak bu vektörler özvektörler, karakteristik vektörler veya normal vektörler olarak da bilinirler [1].

Özetle, N serbestlik dereceli, serbest titreşim yapan bir sistemin büyükten küçüğe doğru sıralanmış $\omega_1 < \omega_2 < \dots < \omega_N$ ($n = 1, 2, \dots, N$) N adet doğal titreşim frekansı vardır. Bu değerlere karşılık gelen N adet T_n doğal titreşim periyodu ve N adet de ϕ_n doğal mod vektörü vardır. Bu titreşim özellikleri, sistemin doğal özellikleri olan rijitlik ve kütle özellikleriyle ilişkilidir. Serbest titreşim hareketini karakterize eden bu parametrelerin "doğal" sözcüğü ile tanımlanması, sistemin doğal özelliklerinin vurgulanması amacıyla yapılmıştır [1].

3.3 Modların Ortogonalliği

Bu ispat için gerekli olan matematik teorem şu şekilde tanımlanabilir: Eğer A matrisi simetrik bir matris ise farklı özdeğerlere karşılık gelen özvektörler ortogondur. Klasik özdeğer problemi aşağıdaki gibi tanımlanabilir [4];

$$A\phi = \lambda\phi \quad (3.11)$$

Bu denklem düzenlendiğinde;

$$[A - \lambda I]\phi = 0 \quad (3.12)$$

bulunur. Bu klasik özdeğer problemidir. Denklem 3.9 ile 3.12 karşılaştırılırsa matematiksel olarak bu iki denklemin birbirinin aynısı olduğu görülür [4].

Burada I N×N 'lik birim matrisi göstermektedir. Eğer A matrisi simetrik ise $[A - \lambda I]$ matrisi de simetriktir. Dinamik probleminde simetriklik şartı ise rijitlik ve kütle matrislerinin simetrik olma özelliğiyle sağlanmaktadır. Böylece özdeğerleri bulunan $[k - \omega_n^2 m]$ matrisi simetrik bir matris olmaktadır. r. mod için denklem 3.8 yazılabilir;

$$\omega_r^2 m \phi_r = k \phi_r \quad (3.13)$$

Denklem 3.13'ün her iki tarafı s. açışal frekansa karşılık gelen s. modun transpozu ile çarpılırsa;

$$\phi_s^T \omega_r^2 m \phi_r = \phi_s^T k \phi_r \quad (3.14)$$

elde edilir.

Her iki tarafın transpozese alınırsa aşağıdaki denklem elde edilir;

$$\omega_r^2 \boldsymbol{\varphi}_r^T \mathbf{m} \boldsymbol{\varphi}_s = \boldsymbol{\varphi}_r^T \mathbf{k} \boldsymbol{\varphi}_s \quad (3.15)$$

\mathbf{k} ve \mathbf{m} matrisleri simetrik matrisler olduğundan transpozeleri kendilerine eşit olmaktadır.

Aynı işlemler denklem 3.13'den başlayarak bu sefer s. mod için yapılırsa sonuç olarak aşağıdaki denklem elde edilir;

$$\omega_s^2 \boldsymbol{\varphi}_r^T \mathbf{m} \boldsymbol{\varphi}_s = \boldsymbol{\varphi}_r^T \mathbf{k} \boldsymbol{\varphi}_s \quad (3.16)$$

Denklem 3.15 ve 3.16 incelendiğinde sağ tarafın birbirine eşit olduğu görülmektedir. Denklemlerin sol tarafları birbirine eşitlenirse;

$$\omega_s^2 \boldsymbol{\varphi}_r^T \mathbf{m} \boldsymbol{\varphi}_s = \boldsymbol{\varphi}_r^T \mathbf{k} \boldsymbol{\varphi}_s \quad (3.17)$$

elde edilir. Bu denklem düzenlenirse;

$$(\omega_s^2 - \omega_r^2) \boldsymbol{\varphi}_r^T \mathbf{m} \boldsymbol{\varphi}_s = 0 \text{ olur.} \quad (3.18)$$

Burada sıfır değeri skaler bir değerdir. Teoreme göre simetrik bir matrisin farklı özdeğerlerine karşılık gelen özvektörleri düşünülürse, denklem 3.18'in açısal frekans farkını gösteren kısmı sıfır olamaz. Bu durumda $\boldsymbol{\varphi}_r^T \mathbf{m} \boldsymbol{\varphi}_s = 0$ olması gerekmektedir; bu da farklı özdeğerlere karşılık gelen özvektörlerin kütle matrisine göre ortogonal olduğunu ispatlamaktadır [3] [4].

Aynı şekilde bu özdeğerlerin rijitlik matrisine göre de ortogonal olduğu ispatlanabilir. Bunun için r. mod için denklem 3.8 yazılır ve düzenlenirse;

$$\mathbf{m} \boldsymbol{\varphi}_r = \frac{1}{\omega_r^2} \mathbf{k} \boldsymbol{\varphi}_r \quad (3.19)$$

elde edilir.

Denklem 3.19'ün her iki tarafı s. açılal frekansa karşılık gelen s. modun transpozese ile çarpılırsa;

$$\boldsymbol{\phi}_s^T \mathbf{m} \boldsymbol{\phi}_r = \frac{1}{\omega_r^2} \boldsymbol{\phi}_s^T \mathbf{k} \boldsymbol{\phi}_r \quad (3.20)$$

elde edilir.

Her iki tarafın transpozese alınırsa aşağıdaki denklem elde edilir;

$$\boldsymbol{\phi}_r^T \mathbf{m} \boldsymbol{\phi}_s = \frac{1}{\omega_r^2} \boldsymbol{\phi}_r^T \mathbf{k} \boldsymbol{\phi}_s \quad (3.21)$$

elde edilir.

\mathbf{k} ve \mathbf{m} matrisleri simetrik matrisler olduğundan transpozeleri kendilerine eşit olmaktadır.

Aynı işlemler denklem 3.19'den başlayarak bu sefer s. mod için yapılırsa sonuç olarak aşağıdaki denklem elde edilir;

$$\boldsymbol{\phi}_r^T \mathbf{m} \boldsymbol{\phi}_s = \frac{1}{\omega_s^2} \boldsymbol{\phi}_r^T \mathbf{k} \boldsymbol{\phi}_s \quad (3.22)$$

elde edilir.

Denklem 3.21 ve 3.22'nin sol tarafları birbirlerine eşit olduğuna göre aşağıdaki eşitlik yazılabilir;

$$\frac{1}{\omega_r^2} \boldsymbol{\phi}_r^T \mathbf{k} \boldsymbol{\phi}_s = \frac{1}{\omega_s^2} \boldsymbol{\phi}_r^T \mathbf{k} \boldsymbol{\phi}_s \quad (3.23)$$

bulunur.

Denklem 3.23 düzenlenirse;

$$\left(\frac{1}{\omega_r^2} - \frac{1}{\omega_s^2} \right) \boldsymbol{\phi}_r^T \mathbf{k} \boldsymbol{\phi}_s = 0 \quad (3.24)$$

elde edilir. Burada sıfır değeri skaler bir değerdir.

Teoremden farklı özdeğerler kabulü yapılmış olmasından dolayı denklem 3.24'te parantez içinde kalan kısım sıfır olamaz. Bu durumda $\boldsymbol{\phi}_r^T \mathbf{k} \boldsymbol{\phi}_s = 0$ olmak zorundadır. Sonuç olarak, simetrik bir matrisin farklı özdeğerlerine karşılık gelen özvektörlerinin hem kütle hem de rijitlik matrisine göre ortogonal olduğu söylenebilir [3] [4].

Aşağıda verilen matrislerin diyagonal olmasının nedeni modların bu özelliğinin bir sonucudur:

$$\mathbf{K} = \boldsymbol{\Phi}^T \mathbf{k} \boldsymbol{\Phi} \quad \text{ve} \quad \mathbf{M} = \boldsymbol{\Phi}^T \mathbf{m} \boldsymbol{\Phi} \quad (3.25)$$

$\boldsymbol{\Phi}$ modal matris olarak adlandırılır; $N \times N$ boyutundaki bu matrisin kolonlarının her biri mod vektörlerinden oluşur. \mathbf{K} ve \mathbf{M} matrisinin diyagonal elemanları da;

$$K_n = \boldsymbol{\phi}_n^T \mathbf{k} \boldsymbol{\phi}_n \quad \text{ve} \quad M_n = \boldsymbol{\phi}_n^T \mathbf{m} \boldsymbol{\phi}_n \text{ 'den oluşur [1].} \quad (3.26)$$

3.4 Mod Vektörlerinin Normalize Edilmesi

Özdeğer probleminin (Denk. 3.8) çözümünden elde edilen özvektörler, mod vektörlerinin belli bir katsayı ile çarpılmış durumlara denk düşmektedirler. Eğer $\boldsymbol{\phi}_n$ özvektör ise $\boldsymbol{\phi}_n$ vektörü ile orantılı herhangi bir vektör de özvektördür; çünkü bu vektör de 3.8 denklemini sağlar. Bu nedenle özvektörlerin, yani doğal modların, derecelerine denk düşen değerlerini standartlaştırmak için mod vektör elemanları belli bir çarpan ile çarpılır. Bu işleme normalizasyon işlemi denir. Normalizasyon işlemi, bazen mod vektörünün tüm elemanlarının o vektörün en büyük olan elemanına bölünmesiyle; bazen de herhangi bir kattaki sayısal değeri 1 yapacak şekilde vektörün

tüm elemanlarının uygun bir değer ile çarpılmasıyla gerçekleştirilir. Teorik çalışmalarda veya bilgisayar programlarında kullanılmak üzere mod vektörleri M_n değeri 1 olacak şekilde normalize edilir. Bu durumda;

$$M_n = \Phi_n^T \mathbf{m} \Phi_n = 1 \text{ ve } \Phi^T \mathbf{m} \Phi = \mathbf{I} \quad (3.27)$$

olur.

Burada \mathbf{I} matrisi $N \times N$ boyutunda diyagonal üstündeki elemanların değeri 1 olan matristir ve birim matris olarak adlandırılır. Denklem 3.27 doğal modların ortogonalliğinin yanında bu modların \mathbf{m} kütle matrisine göre normalize edildiklerini de göstermektedir. Bu şekilde normalize edilmiş olan modlara ortonormal set denir. Modlar bu şekilde normalize edildikten sonra denklem 3.25(a) ve 3.26(a) aşağıdaki şekli alır [3] [4];

$$K = \Phi^T k \Phi = \Omega^2 \text{ ve } K_n = \phi_n^T k \phi_n = \omega_n^2 M_n = \omega_n^2 \quad (3.28)$$

Bu çalışmada mod vektörlerin en büyük elemanı 1 olacak şekilde normalizasyon işlemi gerçekleştirilmiştir

3.5 Kinematik Özellikler ve Statik Kondensasyon (İndirgeme)

Statik indirgeme yönteminin genel olarak çok katlı düzlem çerçevelere nasıl uygulanacağını incelemek amacı ile n katlı m açıklıklı bir düzlem çerçeve göz önüne alınmıştır. Bu çerçevenin serbestlik derecesi, bir (i) düğüm noktasının x ve y eksenleri doğrultusundaki yer değiştirme miktarları sırası ile, $u_i(t)$ ve $v_i(t)$ ve z eksenini etrafında dönmesi $\phi_i(t)$ olmak üzere $3n(m+1)$ tanedir. Bu serbestlik derecelerinden $n^*(m+1)$ tanesi düğüm noktalarının x eksenini doğrultusundaki yer değiştirmeleri u_i , $i = 1, 2, \dots, n(m+1)$, $n(m+1)$ tanesi y eksenini doğrultusundaki yer değiştirmeleri v_i , $i = 1, 2, \dots, n(m+1)$ ve $n(m+1)$ tanesi de düğüm noktalarının t eksenini etrafında dönmeleridir ϕ_i , $i = 1, 2, \dots, n(m+1)$. En genel halde n katlı m açıklıklı bir düzlem çerçevenin rijitlik matrisi $\mathbf{k} = [3n(m+1) \times 3n(m+1)]$ boyutunda bir matristir. Söz konusu çerçevenin

kinematik özellikleri düşünüldüğünde serbestlik derecesi sayısında önemli azaltmalar yapılabilir. Çerçevenin kinematik özellikleri için yapılabilen kabuller aşağıda verilmiştir:

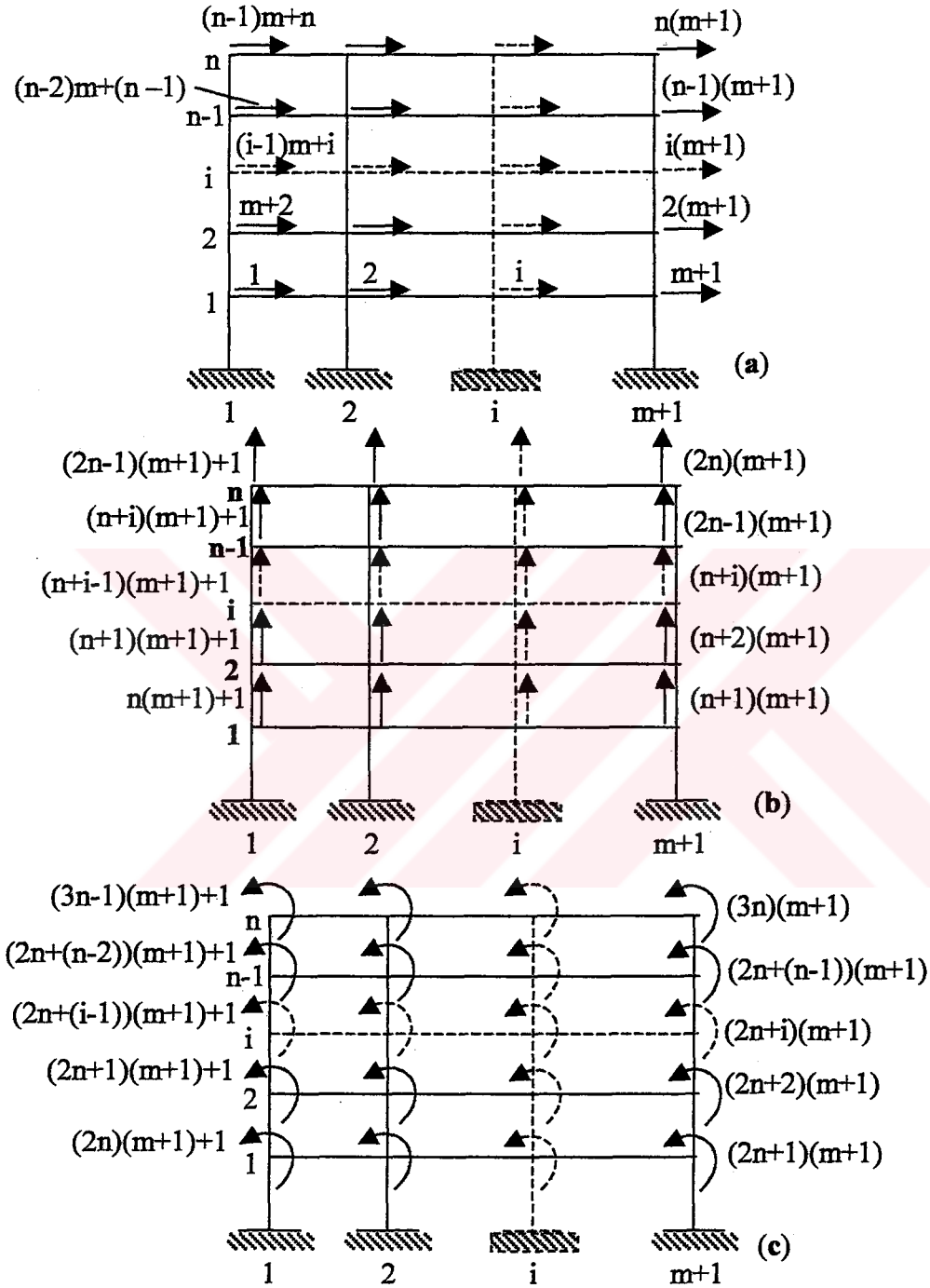
1. Kirişlerin eksenleri doğrultusunda rijit oldukları (yani kiriş uzama ve kısalmalarının gözönüne alınmaması).
2. Kolonların eksenleri doğrultusunda rijit oldukları (yani kolon uzama ve kısalmalarının gözönüne alınmaması).
3. Düğüm noktası dönmelerinin yerdeğiştirmeler üzerindeki etkisinin göz önüne alınmaması (yani kirişlerin eksenlerine dik doğrultuda rijit olduklarının kabul edilmesi).

Bu üç kabulün birlikte yapılması halinde k rijitlik matrisinin yanal ötelenme serbestlik dereceleri hariç bütün elemanlarının matristen yok edilmesi temeldir ki bu halde n katlı, m açıklıklı çerçeve n katlı bir kayma çerçevesine dönüşür. Bu üç kabulün birlikte yapılmasının kat sayısı yüksek ($n \geq 10$) çerçevelerde ve kiriş kesitleri kolon kesitlerine oranla büyük olmayan sistemlerde gerçeğe yakın değerler vermemektedir [1] [8].

3.5.1 Aynı Kat İçinde Bulunan Yanal Ötelenmelerin Eşit Kabul Edildiği Durum

Kirişlerin eksenleri doğrultusunda rijit oldukları kabulü hemen hemen her zaman yapılabilen bir kabuldür. Böyle bir kabulün yapılması durumunda bir kattaki bütün düğüm noktaları aynı miktarda yer değiştirecek ve $(n \cdot m)$ tane düğüm noktasının yatay doğrultuda yer değiştirmesi N tane u_i değeri cinsinden ifade edilebilecektir. Bu kabul sonucunda k matrisinin boyutu $[3n(m+1) \times 3n(m+1)]$ 'den $[(2nm+3n) \times (2nm+3n)]$ 'e düşecektir; başka bir anlatımla genel rijitlik matrisindeki azalmanın boyutu $nm \times nm$ olacaktır. Her bir düğüm noktasında ayrı ayrı tanımlı yanal ötelenme serbestlik derecelerinin aynı kat içinde bulunanlarının aynı miktarda ötelenme yaptığı kabulüne dayanan azaltılmış genel rijitlik matrisinin kurulması aşağıda ayrıntılı olarak incelenmiştir [8].

m açıklıklı n katlı çerçeve ve serbestlik derecelerinin numaralandırılmasında izlenen sıra şekil 3.2(a), (b) ve (c)'de gösterilmiştir.



Şekil 3.2: (a) Düğüm noktalarının yatay serbestlik dereceleri ve numaralandırılma sırası, (b) düğüm noktalarının düşey serbestlik dereceleri ve numaralandırılma sırası, (c) düğüm

noktalarının dönme serbestlik dereceleri ve numaralandırılma sırası.

Serbestlik dereceleri yukarıda verilen numaralandırma şekline uygun düzenlenmiş sistem rijitlik matrisi altmatrislere ayrılmış şekilde Denk. 3.29 gibi ifade edilebilir;

$$\mathbf{k} = \begin{bmatrix} [\mathbf{k}_{uu}]_{(mn+n) \times (mn+n)} & [\mathbf{k}_{uv}]_{(mn+n) \times (mn+n)} & [\mathbf{k}_{u\phi}]_{(mn+n) \times (mn+n)} \\ [\mathbf{k}_{vu}]_{(mn+n) \times (mn+n)} & [\mathbf{k}_{vv}]_{(mn+n) \times (mn+n)} & [\mathbf{k}_{v\phi}]_{(mn+n) \times (mn+n)} \\ [\mathbf{k}_{\phi v}]_{(mn+n) \times (mn+n)} & [\mathbf{k}_{\phi v}]_{(mn+n) \times (mn+n)} & [\mathbf{k}_{\phi\phi}]_{(mn+n) \times (mn+n)} \end{bmatrix}_{(3mn+3n) \times (3mn+3n)} \quad (3.29)$$

Burada \mathbf{k}_{uu} , $\mathbf{k}_{uv} = (\mathbf{k})^T_{vu}$, $\mathbf{k}_{u\phi} = (\mathbf{k})^T_{\phi u}$, $\mathbf{k}_{v\phi} = (\mathbf{k})^T_{\phi v}$ matrislerinin boyutu $n(m+1) \times n(m+1)$ 'dir. Bu alt matrislere karşılık gelen deplasman vektörleri ise aşağıdaki şekilde gösterilebilir:

$$\Delta = \begin{bmatrix} \{\mathbf{u}\}_{n(m+1) \times 1} \\ \{\mathbf{v}\}_{n(m+1) \times 1} \\ \{\Phi\}_{n(m+1) \times 1} \end{bmatrix}_{3n(m+1) \times 1} \quad (3.30)$$

$\{\mathbf{u}\}$, $\{\mathbf{v}\}$ ve $\{\Phi\}$ $n(m+1) \times 1$ boyutunda vektörlerdir.

Aynı kat içinde bulunan serbestlik derecelerinden giriş uzama ve kısaltmalarının eşit kabul edilmesi durumunda genel rijitlik matrisindeki ve genel deplasman vektöründeki değişim aşağıdaki şekilde olacaktır;

$$\mathbf{k} = \begin{bmatrix} [\bar{\mathbf{k}}_{uu}]_{(n) \times (n)} & [\bar{\mathbf{k}}_{uv}]_{(n) \times (mn+n)} & [\bar{\mathbf{k}}_{u\phi}]_{(n) \times (mn+n)} \\ [\bar{\mathbf{k}}_{vu}]_{(mn+n) \times (n)} & [\bar{\mathbf{k}}_{vv}]_{(mn+n) \times (mn+n)} & [\bar{\mathbf{k}}_{v\phi}]_{(mn+n) \times (mn+n)} \\ [\bar{\mathbf{k}}_{\phi v}]_{(mn+n) \times (n)} & [\bar{\mathbf{k}}_{\phi v}]_{(mn+n) \times (mn+n)} & [\bar{\mathbf{k}}_{\phi\phi}]_{(mn+n) \times (mn+n)} \end{bmatrix}_{(2mn+3n) \times (2mn+3n)} \quad (3.31)$$

$$\Delta^* = \begin{bmatrix} \{\mathbf{u}\}_{m \times 1}^* \\ \{\mathbf{v}\}_{n(m+1) \times 1} \\ \{\Phi\}_{n(m+1) \times 1} \end{bmatrix}_{(2nm+3n) \times 1} \quad (3.32)$$

\mathbf{k}_{uu} , \mathbf{k}_{uv} , $\mathbf{k}_{u\phi}$, \mathbf{k}_{vu} ve $\mathbf{k}_{\phi v}$ altmatrislerinin boyutları $nm \times nm$ kadar azalmış ve değerleri değişmiş; diğer altmatrislerin boyutları ve değerleri ise aynı kalmış; fakat yerleri nm kolon sola ve nm satır yukarıya bloklar halinde kaymıştır. Aynı şekilde sistemin deplasman vektöründe \mathbf{u} vektörünün elemanları hariç diğer vektör elemanları değişmeden kalmıştır. Değişen altmatrislerin yeni değerlerinin bulunması için aşağıda verilen yöntem izlenmiştir:

Aynı kat içinde bulunan ötelenme değerleri eşit olduğundan bu serbestlik derecelerine ait indisler aşağıdaki şekilde gösterilmiştir;

$$\begin{aligned} u_1^* &= u_i \quad i = 1, 2, \dots, m+1 && \text{1. katta bulunan ötelenmeler} \\ u_2^* &= u_i \quad i = m+2, \dots, 2*(m+1) && \text{2. katta bulunan ötelenmeler} \\ &\cdot && \cdot \\ &\cdot && \cdot \\ &\cdot && \cdot \\ u_{n-1}^* &= u_i \quad i = (n-2)*m+(n-1), \dots, (n-1)*m+(n-1) && \text{(n-1). katta bulunan ötelenmeler} \\ u_n^* &= u_i \quad i = (n-1)*m+n, \dots, n*(m+1) && \text{(n). katta bulunan ötelenmeler} \end{aligned} \quad (3.33)$$

Burada n kat adedini m ise açıklık sayısını göstermektedir.

Değişen altmatrislerin değerleri aşağıda verilen formüllere göre hesaplanabilir;

$$F_{u1}^* = \sum_{i=1}^{m+1} F_i$$

$$\begin{aligned}
F_{u1}^* &= u_1^* \sum_{i=1}^{m+1} \sum_{j=1}^{m+1} k_{ij} + u_2^* \sum_{i=1}^{m+1} \sum_{j=m+2}^{2(m+1)} k_{ij} + \dots + u_n^* \sum_{i=1}^{m+1} \sum_{j=(n-1)m+n}^{n(m+1)} k_{ij} + v_{n+1} \sum_{i=1}^{m+1} k_{i,n(m+1)+1} \\
&+ v_{n+2} \sum_{i=1}^{m+1} k_{i,n(m+1)+2} + \dots + v_{n+n(m+1)} \sum_{i=1}^{m+1} k_{i,2n(m+1)} + \phi_{n+n(m+1)+1} \sum_{i=1}^{m+1} k_{i,2n(m+1)+1} + \\
&\phi_{n+n(m+1)+2} \sum_{i=1}^{m+1} k_{i,2n(m+1)+2} + \dots + \phi_{3n(m+1)} \sum_{i=1}^{m+1} k_{i,3n(m+1)}
\end{aligned} \tag{3.34}$$

$$F_{u2}^* = \sum_{i=m+2}^{2(m+1)} F_i$$

$$\begin{aligned}
F_{u2}^* &= u_1^* \sum_{i=m+2}^{2(m+1)} \sum_{j=1}^{m+1} k_{ij} + u_2^* \sum_{i=m+2}^{2(m+1)} \sum_{j=m+2}^{2(m+1)} k_{ij} + \dots + u_n^* \sum_{i=m+2}^{2(m+1)} \sum_{j=(n-1)m+n}^{n(m+1)} k_{ij} + v_{n+1} \sum_{i=m+2}^{2(m+1)} k_{i,n(m+1)+1} \\
&+ v_{n+2} \sum_{i=m+2}^{2(m+1)} k_{i,n(m+1)+2} + \dots + v_{n+n(m+1)} \sum_{i=m+2}^{2(m+1)} k_{i,2n(m+1)} + \phi_{n+n(m+1)+1} \sum_{i=m+2}^{2(m+1)} k_{i,2n(m+1)+1} + \\
&\phi_{n+n(m+1)+2} \sum_{i=m+2}^{2(m+1)} k_{i,2n(m+1)+2} + \dots + \phi_{3n(m+1)} \sum_{i=m+2}^{2(m+1)} k_{i,3n(m+1)}
\end{aligned} \tag{3.35}$$

$$F_{un}^* = \sum_{i=(n-1)m+n}^{n(m+1)} F_i$$

$$F_{u2}^* = u_1^* \sum_{i=(n-1)m+n}^{n(m+1)} \sum_{j=1}^{m+1} k_{ij} + u_2^* \sum_{i=(n-1)m+n}^{n(m+1)} \sum_{j=m+2}^{2(m+1)} k_{ij} + \dots + u_n^* \sum_{i=(n-1)m+n}^{n(m+1)} \sum_{j=(n-1)m+n}^{n(m+1)} k_{ij} +$$

$$v_{n+1} \sum_{i=(n-1)m+n}^{n(m+1)} k_{i,n(m+1)+1} + v_{n+2} \sum_{i=(n-1)m+n}^{n(m+1)} k_{i,n(m+1)+2} + \dots + v_{n+n(m+1)} \sum_{i=(n-1)m+n}^{n(m+1)} k_{i,2n(m+1)} +$$

$$\phi_{n+n(m+1)+1} \sum_{i=(n-1)m+n}^{n(m+1)} k_{i,2n(m+1)+1} + \phi_{n+n(m+1)+2} \sum_{i=(n-1)m+n}^{n(m+1)} k_{i,2n(m+1)+2} + \dots +$$

$$\phi_{3n(m+1)} \sum_{i=(n-1)m+n}^{n(m+1)} k_{i,3n(m+1)}$$

(3.36)

Yukarıda verilen n adet denklem yardımı ile aynı katta bulunan ötelenme serbestlik derecelerinin eşit ötelenme yaptığı kabulüne uygun oluşturulan ve genel hali denklem 3.31'de verilen rijitlik matrisinin \bar{k}_{uu} , \bar{k}_{uv} ve $\bar{k}_{u\phi}$ altmatris değerleri bulunabilir.

Aynı şekilde \bar{k}_{vu} ve $\bar{k}_{\phi u}$ altmatrislerinin değerleri ise aşağıda verilen formüller yardımı ile bulunabilir;

$$F_{v_{n+1}} = u_1^* \sum_{j=1}^{m+1} k_{n(m+1)+1,j} + u_2^* \sum_{j=m+2}^{2(m+1)} k_{n(m+1)+1,j} + \dots + u_n^* \sum_{j=(n-1)m+n}^{n(m+1)} k_{n(m+1)+1,j} +$$

(3.37)

$$\sum_{j=n(m+1)+1}^{3n(m+1)} k_{n(m+1)+1,j} * \phi_{j-nm}$$

$$F_{v_{n+2}} = u_1^* \sum_{j=1}^{m+1} k_{n(m+1)+2,j} + u_2^* \sum_{j=m+2}^{2(m+1)} k_{n(m+1)+2,j} + \dots + u_n^* \sum_{j=(n-1)m+n}^{n(m+1)} k_{n(m+1)+2,j} +$$

$$\sum_{j=n(m+1)+1}^{2n(m+1)} k_{n(m+1)+2,j} * v_{j-nm} + \sum_{j=2n(m+1)+1}^{3n(m+1)} k_{n(m+1)+2,j} * \phi_{j-nm} \quad (3.38)$$

...

$$F_{v_{n+n(m+1)}} = u_1^* \sum_{j=1}^{m+1} k_{2n(m+1),j} + u_2^* \sum_{j=m+2}^{2(m+1)} k_{2n(m+1),j} + \dots + u_n^* \sum_{j=(n-1)m+n}^{n(m+1)} k_{2n(m+1),j} +$$

$$\sum_{j=n(m+1)+1}^{2n(m+1)} k_{2n(m+1),j} * v_{j-nm} + \sum_{j=n(m+1)+1}^{3n(m+1)} k_{2n(m+1),j} * \phi_{j-nm} \quad (3.39)$$

$$M_{v_{n+n(m+1)+1}} = u_1^* \sum_{j=1}^{m+1} k_{2n(m+1)+1,j} + u_2^* \sum_{j=m+2}^{2(m+1)} k_{2n(m+1)+1,j} + \dots + u_n^* \sum_{j=(n-1)m+n}^{n(m+1)} k_{2n(m+1)+1,j} +$$

$$\sum_{j=n(m+1)+1}^{2n(m+1)} k_{2n(m+1)+1,j} * v_{j-nm} + \sum_{j=n(m+1)+1}^{3n(m+1)} k_{2n(m+1)+1,j} * \phi_{j-nm} \quad (3.40)$$

$$M_{v_{n+n(m+1)+2}} = u_1^* \sum_{j=1}^{m+1} k_{2n(m+1)+2,j} + u_2^* \sum_{j=m+2}^{2(m+1)} k_{2n(m+1)+2,j} + \dots + u_n^* \sum_{j=(n-1)m+n}^{n(m+1)} k_{2n(m+1)+2,j} +$$

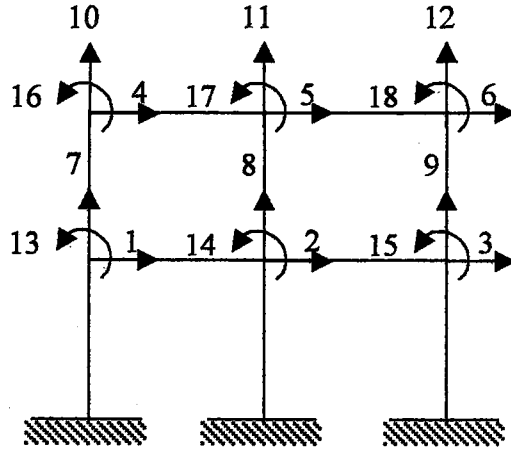
$$\sum_{j=n(m+1)+1}^{2n(m+1)} k_{2n(m+1)+2,j} * v_{j-nm} + \sum_{j=n(m+1)+1}^{3n(m+1)} k_{2n(m+1)+2,j} * \phi_{j-nm} \quad (3.41)$$

...

$$M_{v_{n+2n(m+1)}} = u_1^* \sum_{j=1}^{m+1} k_{3n(m+1),j} + u_2^* \sum_{j=m+2}^{2(m+1)} k_{3n(m+1),j} + \dots + u_n^* \sum_{j=(n-1)m+n}^{n(m+1)} k_{3n(m+1),j} +$$

$$\sum_{j=n(m+1)+1}^{2n(m+1)} k_{3n(m+1),j} * v_{j-nm} + \sum_{j=n(m+1)+1}^{3n(m+1)} k_{3n(m+1),j} * \phi_{j-nm} \quad (3.42)$$

(3.34)-(3.42) denklemlerinin (3.29) genel rijitlik matrisi üzerinde yaptığı değişikliğin anlaşılması için aşağıda verilen iki katlı ve iki açıklıklı sistem incelenilebilir;



Şekil 3.3: İki katlı iki açıklıklı örnek çerçeve

Bu çerçevede $n = 2$ ve $m = 2$ 'dir. Düğüm noktası sayısı $n(m+1) = 2 \cdot 3 = 6$ adettir. Bu sistemde ilk katta bulunan 1,2 ve 3 nolu yanal öteleme serbestlik derecelerinin birinci katta eşit deplasmanlar yaptığı, aynı şekilde ikinci katta bulunan 4,5 ve 7 nolu yanal öteleme serbestlik derecelerinin de ikinci kat içinde eşit deplasmanlar yaptığı kabul edilmiştir.

$$u_1^* = u_i \quad i = 1,2,3$$

$$u_2^* = u_i \quad i = 4,5,6$$

Bu kabuller altında her kat hizasında bir serbestlik derecesi olmakta ve 18×18 boyutundaki genel rijitlik matrisinin boyutu $n^*m = 4$ kadar azalmakta ve boyutu 14×14 'e düşmektedir. Genel rijitlik matrisinin değişmeyen altmatrisleri de 4 satır yukarı ve 4 kolon sola bloklar halinde kaymaktadır. Denklem (3.29)'da verilen sistem rijitlik matrisinde k_{uu} altmatrisi 6×6 boyutunda bir matristir ve çerçevedeki yanal öteleme serbestlik derecelerine ait değerleri göstermektedir. Denklem (3.34), (3.35) ve (3.36) incelenildiğinde görülür ki; k_{uu} altmatrisi blok halinde, k_{uv} ve $k_{u\phi}$ altmatrisleri ise satır

bazında kendi içinde toplanmaktadır. Aynı şekilde denklem (3.37)-(3.42) arasındaki denklemler incelendiğinde ve n , m değerleri yerine konulduğunda görülür ki; k_{vu} ve $k_{\phi u}$ altmatris elemanları da kendi içlerinde sütun bazında toplanmaktadır. Eşit deplasman yapan yanal ötelenme serbestlik derecelerine karşılık gelen değerlerin toplama işlemi ve yönleri; buna bağlı olarak da rijitlik matrisi boyutunun küçülmesi denklem 3.43'de gösterilmiştir;

Değişen k_{uu} Altmatrisi (6×6)	Değişen k_{uv} Altmatrisi (6×6)	Değişen $k_{u\phi}$ Altmatrisi (6×6)	
3×3'lük toplama blokları	Satır bazında toplanan elemanlar	Satır bazında toplanan elemanlar	
$\left\{ \begin{array}{ccc ccc} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} & k_{15} & k_{16} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24} & k_{25} & k_{26} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & k_{34} & k_{35} & k_{36} \\ \hline k_{41} & k_{42} & k_{43} & k_{44} & k_{45} & k_{46} \\ k_{51} & k_{52} & k_{53} & k_{54} & k_{55} & k_{56} \\ k_{61} & k_{62} & k_{63} & k_{64} & k_{65} & k_{66} \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{c} \dots \dots k_{112} \\ \dots \dots k_{212} \\ \dots \dots k_{312} \\ \dots \dots k_{412} \\ \dots \dots k_{512} \\ \dots \dots k_{612} \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{c} \dots \dots k_{118} \\ \dots \dots k_{218} \\ \dots \dots k_{318} \\ \dots \dots k_{418} \\ \dots \dots k_{518} \\ \dots \dots k_{618} \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{c} u_1^* \\ u_2^* \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \\ v_6 \\ v_7 \\ v_8 \\ \phi_9 \\ \phi_{10} \\ \phi_{11} \\ \phi_{12} \\ \phi_{13} \\ \phi_{14} \end{array} \right.$
<p style="text-align: center;">Sütun bazında toplanan elemanlar Değişen k_{vu} Altmatrisi (6×6)</p>	<p style="text-align: center;">Değişmeyen altmatris k_{vv} (6×6)</p>	<p style="text-align: center;">Değişmeyen altmatris $k_{v\phi}$ (6×6)</p>	
<p style="text-align: center;">Sütun bazında toplanan elemanlar Değişen $k_{\phi u}$ Altmatrisi (6×6)</p>	<p style="text-align: center;">Değişmeyen altmatris $k_{\phi v}$ (6×6)</p>	<p style="text-align: center;">Değişmeyen altmatris $k_{\phi\phi}$ (6×6)</p>	(3.43)

Yukarıda açıklanan yöntemin uygulanması sonucunda yeni elde edilen ve aynı katta bulunan yanal ötelenme serbestlik derecelerinin eşit olduğu kabulüne dayanan 14×14 boyutundaki rijitlik matrisi Denk. 3.44'te gösterilmiştir;

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{cccccccc|cccc|c}
 \bar{k}_{1,1} & \bar{k}_{1,2} & \bar{k}_{1,3} & \bar{k}_{1,4} & \bar{k}_{1,5} & \bar{k}_{1,6} & \bar{k}_{1,7} & \bar{k}_{1,8} & \bar{k}_{1,9} & \bar{k}_{1,10} & \bar{k}_{1,11} & \bar{k}_{1,12} & \bar{k}_{1,13} & \bar{k}_{1,14} & u_1^* \\
 \bar{k}_{2,1} & \bar{k}_{2,2} & \bar{k}_{2,3} & \bar{k}_{2,4} & \bar{k}_{2,5} & \bar{k}_{2,6} & \bar{k}_{2,7} & \bar{k}_{2,8} & \bar{k}_{2,9} & \bar{k}_{2,10} & \bar{k}_{2,11} & \bar{k}_{2,12} & \bar{k}_{2,13} & \bar{k}_{2,14} & u_2^* \\
 \bar{k}_{3,1} & \bar{k}_{3,2} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & v_3 \\
 \bar{k}_{4,1} & \bar{k}_{4,2} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & v_4 \\
 \bar{k}_{5,1} & \bar{k}_{5,2} & \cdot & \cdot & \text{Değişmeyen} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \text{Değişmeyen} & \cdot & \cdot & \cdot & v_5 \\
 \bar{k}_{6,1} & \bar{k}_{6,2} & \cdot & \cdot & \text{altmatris} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \text{altmatris} & \cdot & \cdot & \cdot & v_6 \\
 \bar{k}_{7,1} & \bar{k}_{7,2} & \cdot & \cdot & \mathbf{k}_{vv} (6 \times 6) & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \mathbf{k}_{v\phi} (6 \times 6) & \cdot & \cdot & \cdot & v_7 \\
 \bar{k}_{8,1} & \bar{k}_{8,2} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & v_8 \\
 \bar{k}_{9,1} & \bar{k}_{9,2} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \phi_9 \\
 \bar{k}_{10,1} & \bar{k}_{10,2} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \phi_{10} \\
 \bar{k}_{11,1} & \bar{k}_{11,2} & \cdot & \cdot & \text{Değişmeyen} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \text{Değişmeyen} & \cdot & \cdot & \cdot & \phi_{11} \\
 \bar{k}_{12,1} & \bar{k}_{12,2} & \cdot & \cdot & \text{altmatris} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \text{altmatris} & \cdot & \cdot & \cdot & \phi_{12} \\
 \bar{k}_{13,1} & \bar{k}_{13,2} & \cdot & \cdot & \mathbf{k}_{\phi v} (6 \times 6) & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \mathbf{k}_{\phi\phi} (6 \times 6) & \cdot & \cdot & \cdot & \phi_{13} \\
 \bar{k}_{14,1} & \bar{k}_{14,2} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \phi_{14}
 \end{array}
 \end{array} \quad (3.44)$$

Bu durumda \bar{k}_{uu} altmatrisi 2×2 boyutunda, \bar{k}_{uv} ve $\bar{k}_{u\phi}$ altmatrisleri 2×6 boyutunda, \bar{k}_{vu} ve $\bar{k}_{\phi u}$ altmatrisleri de 6×2 boyutunda altmatrislere dönüşmektedir. Yukarıda verilen örnek serbestlik derecelerinde kinematik özelliklerden yola çıkarak yapılan azaltmaya bir örnektir [8].

3.5.2 Statik Kondensasyon Yöntemi

Statik indirgeme yönteminin esası, bölüm 2.1.3'de de vurgulandığı gibi, herhangi bir türdeki serbestlik derecesine atanan kütle miktarının, diğer bir tür serbestlik derecesine atanan kütle miktarına göre ihmal edilebilir büyüklükte olanlarının, dinamik analiz işlemine dahil edilmemesine; yani diğer bir deyişle ihmal edilebilir büyüklükte kütlesi olan serbestlik derecelerinin "yok" edilmesine, azaltılmasına dayanır [1] [6].

Bölüm 3.5.1'de ayrıntısı verilen yönteme göre, dinamik analizi yapılacak sistemin kinematik özelliklerinden yola çıkarak genel rijitlik matrisinin boyutları azaltılmıştır. Yanal deprem ivmesine maruz kalan çerçeve sistemlerde yanıl ötelenme serbestlik derecelerinin harekete geçirdiği kütle miktarları, kolonların uzama-kısalma ve dönme serbestlik derecelerinin harekete geçirdiği kütle miktarlarına göre oldukça büyük olmaktadır. Bu durumda dinamik analizi yapılacak olan çerçevenin kütle matrisi oluşturulurken sadece yanıl ötelenme serbestlik dereceleri dikkate alınacak ve diğler serbestlik derecelerinde kütle olmadığı varsayılacaktır. Bu durum aşağıda verilen hareket denklemi ile ifade edilebilir;

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} \mathbf{m}_{uu} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}_{(2mn+3n) \times (2mn+3n)} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{u}}_{uu} \\ \ddot{\mathbf{u}}_0 \end{Bmatrix}_{\substack{n \times n \\ 2n(m+1) \times 1}} + \quad (3.45) \\
 & + \begin{bmatrix} \mathbf{k}_{uu} & \mathbf{k}_{u0} \\ \mathbf{k}_{0u} & \mathbf{k}_{00} \end{bmatrix}_{(2mn+3n) \times (2mn+3n)} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_{uu} \\ \mathbf{u}_0 \end{Bmatrix}_{\substack{n \times n \\ 2n(m+1) \times 1}} = \begin{Bmatrix} \mathbf{p}_u(t) \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix}_{\substack{n \times n \\ 2n(m+1) \times 1}}
 \end{aligned}$$

Kütle matrisinde birinci satır, birinci sütunda yer alan \mathbf{m}_{uu} altmatrisi $n \times n$, birinci satır, ikinci sütunda yer alan $\mathbf{0}$ altmatrisi $n \times 2n(m+1)$; birinci sütun ikinci satırda yer alan $\mathbf{0}$ altmatrisi $2n(m+1) \times n$, ve ikinci satır, ikinci sütunda yer alan $\mathbf{0}$ altmatrisi $2n(m+1) \times 2n(m+1)$ boyutunda matrislerdir. Aynı şekilde rijitlik matrisinde birinci satır, birinci sütunda yer alan \mathbf{k}_{uu} altmatrisi $n \times n$; birinci satır, ikinci sütunda yer alan \mathbf{k}_{u0} altmatrisi $n \times 2n(m+1)$, birinci sütun ikinci satırda yer alan \mathbf{k}_{0u} altmatrisi $2n(m+1) \times n$; ve ikinci satır, ikinci sütunda yer alan \mathbf{k}_{00} altmatrisi $2n(m+1) \times 2n(m+1)$ boyutunda altmatrislerdir. Denklem 3.45'de verilen hareket denkleminde yer alan kütle matrisinin \mathbf{m}_{uu} dışında kalan altmatrislerinin değerleri sıfırdır. Burada \mathbf{u}_0 serbestlik dereceleri, kütle bağlanmamış serbestlik derecelerini; yani kolon uzama-kısalma ve dönme serbestlik derecelerini göstermektedir. Eşitliğin sağ tarafında bulunan $n \times 1$ boyutlu kuvvet vektörü ise, kütle bağlanan serbestlik derecelerinde yanıl deprem ivmesine bağlı oluşan kuvvetleri $\mathbf{p}(t)$ ve $\mathbf{0}$ altvektörü de kütle bağlanmamış olan serbestlik

derecelerinde yanal deprem ivmesine bağlı olarak kuvvetlerin oluşmadığını göstermektedir [1][6][7].

Denklem 3.45 açık şekilde yazılırsa;

$$\mathbf{m}_{uu} \ddot{\mathbf{u}}_{uu} + \mathbf{k}_{uu} \mathbf{u}_{uu} + \mathbf{k}_{u0} \mathbf{u}_0 = \mathbf{p}_u(t) \quad (3.46)$$

ve

$$\mathbf{k}_{0u} \mathbf{u}_{uu} + \mathbf{k}_{00} \mathbf{u}_0 = \mathbf{0} \quad (3.47)$$

denklemleri elde edilir.

\mathbf{u}_0 serbestlik derecelerinde kütle olmadığından herhangi bir atalet kuvveti veya dış kuvvet oluşmaz; böylece denklem 3.47'de verilen \mathbf{u}_{uu} ve \mathbf{u}_0 serbestlik dereceleri arasında statik bir ilişki kurulabilir [1] [7],

$$\mathbf{u}_0 = -\mathbf{k}_{00}^{-1} \mathbf{k}_{0u} \mathbf{u}_{uu} \quad (3.48)$$

3.48 denklemi 3.46 denkleminde yerine konup ortak paranteze alınırsa,

$$\mathbf{m}_{uu} \ddot{\mathbf{u}}_{uu} + \hat{\mathbf{k}}_{uu} \mathbf{u}_{uu} = \mathbf{p}_u(t) \quad (3.49)$$

elde edilir. Burada $\hat{\mathbf{k}}_{uu}$ matrisi indirgenmiş rijitlik matrisi olup $n \times n$ boyutundadır ve aşağıdaki gibi ifade edilebilir,

$$\hat{\mathbf{k}}_{uu} = \mathbf{k}_{uu} - \mathbf{k}_{0u}^T \mathbf{k}_{00}^{-1} \mathbf{k}_{0u} \quad (3.50)$$

Burada $\mathbf{k}_{uo} = \mathbf{k}_{ou}^T$ 'dir. Denklem 3.50 yakından incelenirse, \mathbf{k}_{uu} $n \times n$, \mathbf{k}_{ou}^T $n \times 2n(m+1)$, \mathbf{k}_{00}^{-1} $2n(m+1) \times 2n(m+1)$ ve \mathbf{k}_{0u} $2n(m+1) \times n$ boyutunda olup indirgenmiş rijitlik matrisi $\hat{\mathbf{k}}_{uu}$ (3.50) işlemi sonucu $n \times n$ boyutunda bulunur. $\hat{\mathbf{k}}_{uu}$ rijitlik matrisi,

düğüm noktalarının dönmelerinin ve kolonların uzama ve kısalmalarının dikkate alındığı; ancak aynı katta bulunan ötelenme serbestlik derecelerinin birbirine eşit kabul edildiği hal için bulunan $n \times n$ boyutunda indirgenmiş rijitlik matrisidir [1][6][8].

Aynı şekilde bu sefer kolonların uzama ve kısalmalarının ve/veya dönmelerinin dikkate alınmadığı durumlara ait indirgenmiş rijitlik matrisi formülasyonları bulunabilir.

3.5.3 Aynı Kat İçinde Bulunan Dönme Serbestlik Derecelerinin Eşit Kabul Edildiği Durum

Tezin sayısal bölümünde kullanılmış olmasından dolayı burada, aynı katta bulunan dönme serbestlik derecelerinin eşit dönmeler yaptığı kabulüne dayanan azaltılmış rijitlik matrisi değerlerini veren formülasyonlar çıkarılmıştır. Elde edilen azaltılmış rijitlik matrisinde, kiriş uzama-kısalmaları ve kolonların uzama kısalmaları dikkate alınmış; ancak aynı kat içindeki dönme değerleri birbirine eşit kabul edilmiştir; bir başka deyişle her katta bir dönme serbestlik derecesi tanımlanmıştır. Ancak Bölüm 3.5.1'de ve Bölüm 3.5.3'de verilen ve ayrı kinematik durumlara karşılık gelen bu formüller birlikte de kullanılabilir böylece dinamik analizi yapılacak olan sisteme ait kinematik özelliklerde varyasyonlar yapılabilmektedir [8].

Serbestlik dereceleri şekil 3.2'de verilen sıraya göre numaralandırılmış sistemin rijitlik matrisi denklem (3.29)'da verilmiştir;

$$\mathbf{k} = \begin{bmatrix} \left[\mathbf{k}_{uu} \right]_{mn+n \times mn+n} & \left[\mathbf{k}_{uv} \right]_{mn+n \times mn+n} & \left[\mathbf{k}_{u\phi} \right]_{mn+n \times mn+n} \\ \left[\mathbf{k}_{vu} \right]_{mn+n \times mn+n} & \left[\mathbf{k}_{vv} \right]_{mn+n \times mn+n} & \left[\mathbf{k}_{v\phi} \right]_{mn+n \times mn+n} \\ \left[\mathbf{k}_{\phi v} \right]_{mn+n \times mn+n} & \left[\mathbf{k}_{\phi v} \right]_{mn+n \times mn+n} & \left[\mathbf{k}_{\phi\phi} \right]_{mn+n \times mn+n} \end{bmatrix}_{(3mn+3n \times 3mn+3n)} \quad (3.29)$$

Aynı şekilde denklem (3.29)'da verilen altmatrislere karşılık gelen deplasman vektörleri ise denklem (3.30)'da verilmiştir,

$$\Delta = \begin{bmatrix} \{\mathbf{u}\}_{n(m+1) \times 1} \\ \{\mathbf{v}\}_{n(m+1) \times 1} \\ \{\Phi\}_{n(m+1) \times 1} \end{bmatrix}_{3n(m+1) \times 1} \quad (3.30)$$

Aynı kat içinde bulunan serbestlik dereceleri içinden dönme serbestlik dereceleri değerlerinin eşit kabul edilmesi durumunda, genel rijitlik matrisindeki ve genel deplasman vektöründeki değişim aşağıdaki şekilde olacaktır;

$$\mathbf{k} = \begin{bmatrix} [\mathbf{k}_{uu}]_{n(m+1) \times n(m+1)} & [\mathbf{k}_{uv}]_{n(m+1) \times n(m+1)} & [\mathbf{k}_{u\phi}]_{n(m+1) \times n} \\ [\mathbf{k}_{vu}]_{n(m+1) \times n(m+1)} & [\mathbf{k}_{vv}]_{n(m+1) \times n(m+1)} & [\mathbf{k}_{v\phi}]_{n(m+1) \times n} \\ [\mathbf{k}_{\phi v}]_{n \times n(m+1)} & [\mathbf{k}_{\phi v}]_{n \times n(m+1)} & [\mathbf{k}_{\phi\phi}]_{n \times n} \end{bmatrix}_{(2mn+3n) \times (2mn+3n)} \quad (3.51)$$

Değişen matrislerin boyutları $n \times m$ kadar azalmıştır.

$$\Delta = \begin{bmatrix} \{\mathbf{u}\}_{n(m+1) \times 1} \\ \{\mathbf{v}\}_{n(m+1) \times 1} \\ \{\Phi\}_{n \times 1}^* \end{bmatrix}_{2nm+3n \times 1} \quad (3.52)$$

Kat hizalarında, birbirine eşit kabul edilen dönme serbestlik dereceleri ise aşağıdaki şekildedir;

1. Katta bulunan dönme değerleri,

$$\phi_{2n(m+1)+1}^* = \phi_i \quad i=2n(m+1)+1, 2n(m+1)+2, \dots, (2n+1)(m+1) \quad \phi_{2n(m+1)+2}^* = \phi_i$$

2. Katta bulunan dönme değerleri,

$$i=(2n+1)(m+1)+1, (2n+1)(m+1)+2, \dots, (2n+2)(m+1).$$

.

.

.

(3.53)

(n-1). Katta bulunan dönme değerleri,

$$\phi_{2n(m+1)+(n-1)}^* = \phi_i \quad i=(2n+(n-2))(m+1)+1, (2n+(n-2))(m+1)+2, \dots, (2n+(n-1))(m+1)$$

(n). Katta bulunan dönme değerleri,

$$\phi_{2nm+3n}^* = \phi_i \quad i=(3n-1)(m+1)+1, (3n-1)(m+1)+2, \dots, (3n)(m+1)$$

Kirişlerin uzama-kısalma serbestlik dereceleri u_i , $i = 1, 2, \dots, n(m+1)$, kolonların uzama-kısalma serbestlik dereceleri ise v_i 'dir; $i = n(m+1)+1, n(m+1)+2, \dots, 2n(m+1)$.

Burada n kat adedini, m ise açıklık sayısını göstermektedir.

Bu durumda, değişen altmatris değerleri aşağıda verilen formüller yardımı ile hesaplanabilir,

$$F_{u1} = \sum_{j=1}^{n(m+1)} k_{1,j} u_j + \sum_{j=n(m+1)+1}^{2n(m+1)} k_{1,j} v_j + \phi_{2n(m+1)+1}^* \sum_{j=2n(m+1)+1}^{(2n+1)(m+1)} k_{1,j} + \phi_{2n(m+1)+2}^* \sum_{j=(2n+1)(m+1)+1}^{(2n+2)(m+1)} k_{1,j} + \dots + \phi_{2nm+3n}^* \sum_{j=(3n-1)(m+1)+1}^{(3n)(m+1)} k_{1,j} \quad (3.54)$$

$$F_{u2} = \sum_{j=1}^{n(m+1)} k_{2,j} u_j + \sum_{j=n(m+1)+1}^{2n(m+1)} k_{2,j} v_j + \phi_{2n(m+1)+1}^* \sum_{j=2n(m+1)+1}^{(2n+1)(m+1)} k_{2,j} + \phi_{2n(m+1)+2}^* \sum_{j=(2n+1)(m+1)+1}^{(2n+2)(m+1)} k_{2,j} + \dots + \phi_{2nm+3n}^* \sum_{j=(3n-1)(m+1)+1}^{(3n)(m+1)} k_{2,j} \quad (3.55)$$

.

.

.

$$F_{u_{n(m+1)}} = \sum_{j=1}^{n(m+1)} k_{n(m+1),j} u_j + \sum_{j=n(m+1)+1}^{2n(m+1)} k_{n(m+1),j} v_j + \phi_{2n(m+1)+1}^* \sum_{j=2n(m+1)+1}^{(2n+1)(m+1)} k_{n(m+1),j} + \quad (3.56)$$

$$\phi_{2n(m+1)+2}^* \sum_{j=(2n+1)(m+1)+1}^{(2n+2)(m+1)} k_{n(m+1),j} + \dots + \phi_{2nm+3n}^* \sum_{j=(3n-1)(m+1)+1}^{(3n)(m+1)} k_{n(m+1),j}$$

$$F_{v_{n(m+1)+1}} = \sum_{j=1}^{n(m+1)} k_{n(m+1)+1,j} u_j + \sum_{j=n(m+1)+1}^{2n(m+1)} k_{n(m+1)+1,j} v_j + \phi_{2n(m+1)+1}^* \sum_{j=2n(m+1)+1}^{(2n+1)(m+1)} k_{n(m+1)+1,j} + \quad (3.57)$$

$$\phi_{2n(m+1)+2}^* \sum_{j=(2n+1)(m+1)+1}^{(2n+2)(m+1)} k_{n(m+1)+1,j} + \dots + \phi_{2nm+3n}^* \sum_{j=(3n-1)(m+1)+1}^{(3n)(m+1)} k_{n(m+1)+1,j}$$

$$F_{v_{n(m+1)+2}} = \sum_{j=1}^{n(m+1)} k_{n(m+1)+2,j} u_j + \sum_{j=n(m+1)+1}^{2n(m+1)} k_{n(m+1)+2,j} v_j + \phi_{2n(m+1)+1}^* \sum_{j=2n(m+1)+1}^{(2n+1)(m+1)} k_{n(m+1)+2,j} + \quad (3.58)$$

$$\phi_{2n(m+1)+2}^* \sum_{j=(2n+1)(m+1)+1}^{(2n+2)(m+1)} k_{n(m+1)+2,j} + \dots + \phi_{2nm+3n}^* \sum_{j=(3n-1)(m+1)+1}^{(3n)(m+1)} k_{n(m+1)+2,j}$$

...

$$F_{v_{2n(m+1)}} = \sum_{j=1}^{n(m+1)} k_{2n(m+1),j} u_j + \sum_{j=n(m+1)+1}^{2n(m+1)} k_{2n(m+1),j} v_j + \phi_{2n(m+1)+1}^* \sum_{j=2n(m+1)+1}^{(2n+1)(m+1)} k_{2n(m+1),j} + \quad (3.59)$$

$$\phi_{2n(m+1)+2}^* \sum_{j=(2n+1)(m+1)+1}^{(2n+2)(m+1)} k_{2n(m+1),j} + \dots + \phi_{2nm+3n}^* \sum_{j=(3n-1)(m+1)+1}^{(3n)(m+1)} k_{2n(m+1),j}$$

Yukarıda verilen formüller yardımı ile denklem 3.51'de verilen $\bar{k}_{u\phi}$, $\bar{k}_{v\phi}$ değişen altmatrisleri bulunabilir.

Aynı şekilde değişen $\bar{k}_{\phi u}$, $\bar{k}_{\phi v}$ ve $\bar{k}_{\phi\phi}$ altmatrisleri de aşağıda verilen formüller yardımı ile bulunabilir,

$$\begin{aligned}
M_{2n(m+1)+1}^* &= \sum_{i=2n(m+1)+1}^{(2n+1)(m+1)} M_i \\
M_{2n(m+1)+1}^* &= u_1 \sum_{i=2n(m+1)+1}^{(2n+1)(m+1)} k_{i,1} + u_2 \sum_{i=2n(m+1)+1}^{(2n+1)(m+1)} k_{i,2} + \dots + u_{n(m+1)} \sum_{i=2n(m+1)+1}^{(2n+1)(m+1)} k_{i,n(m+1)} + \\
v_{n(m+1)+1} &\sum_{i=2n(m+1)+1}^{(2n+1)(m+1)} k_{i,n(m+1)+1} + v_{n(m+1)+2} \sum_{i=2n(m+1)+1}^{(2n+1)(m+1)} k_{i,n(m+1)+2} + \dots + v_{2n(m+1)} \sum_{i=2n(m+1)+1}^{(2n+1)(m+1)} k_{i,2n(m+1)} + \\
\phi_{2n(m+1)+1}^* &\sum_{i=2n(m+1)+1}^{(2n+1)(m+1)} \sum_{j=2n(m+1)+1}^{(2n+1)(m+1)} k_{i,j} + \phi_{2n(m+1)+2}^* \sum_{i=2n(m+1)+1}^{(2n+1)(m+1)} \sum_{j=(2n+1)(m+1)+1}^{(2n+2)(m+1)} k_{i,j} + \dots + \\
\phi_{2nm+3n}^* &\sum_{i=2n(m+1)+1}^{(2n+1)(m+1)} \sum_{j=(3n-1)(m+1)+1}^{(3n)(m+1)} k_{i,j}
\end{aligned} \tag{3.60}$$

$$\begin{aligned}
M_{2n(m+1)+2}^* &= \sum_{i=(2n+1)(m+1)+1}^{(2n+2)(m+1)} M_i \\
M_{2n(m+1)+2}^* &= u_1 \sum_{i=(2n+1)(m+1)+1}^{(2n+2)(m+1)} k_{i,1} + u_2 \sum_{i=(2n+1)(m+1)+1}^{(2n+2)(m+1)} k_{i,2} + \dots + u_{n(m+1)} \sum_{i=(2n+1)(m+1)+1}^{(2n+2)(m+1)} k_{i,n(m+1)} + \\
v_{n(m+1)+1} &\sum_{i=(2n+1)(m+1)+1}^{(2n+2)(m+1)} k_{i,n(m+1)+1} + v_{n(m+1)+2} \sum_{i=(2n+1)(m+1)+1}^{(2n+2)(m+1)} k_{i,n(m+1)+2} + \dots + v_{2n(m+1)} \sum_{i=(2n+1)(m+1)+1}^{(2n+2)(m+1)} k_{i,2n(m+1)} + \\
\phi_{2n(m+1)+1}^* &\sum_{i=(2n+1)(m+1)+1}^{(2n+2)(m+1)} \sum_{j=2n(m+1)+1}^{(2n+1)(m+1)} k_{i,j} + \phi_{2n(m+1)+2}^* \sum_{i=(2n+1)(m+1)+1}^{(2n+2)(m+1)} \sum_{j=(2n+1)(m+1)+1}^{(2n+2)(m+1)} k_{i,j} + \dots + \\
\phi_{2nm+3n}^* &\sum_{i=(2n+1)(m+1)+1}^{(2n+2)(m+1)} \sum_{j=(3n-1)(m+1)+1}^{(3n)(m+1)} k_{i,j}
\end{aligned} \tag{3.61}$$

...

$$M_{2nm+3n}^* = \sum_{i=(3n-1)(m+1)+1}^{(3n)(m+1)} M_i$$

$$\begin{aligned}
M_{2nm+3n}^* &= u_1 \sum_{i=(3n-1)(m+1)+1}^{(3n)(m+1)} k_{i,1} + u_2 \sum_{i=(3n-1)(m+1)+1}^{(3n)(m+1)} k_{i,2} + \dots + u_{n(m+1)} \sum_{i=(3n-1)(m+1)+1}^{(3n)(m+1)} k_{i,n(m+1)} + \\
v_{n(m+1)+1} &\sum_{i=(3n-1)(m+1)+1}^{(3n)(m+1)} k_{i,n(m+1)+1} + v_{n(m+1)+2} \sum_{i=(3n-1)(m+1)+1}^{(3n)(m+1)} k_{i,n(m+1)+2} + \dots + v_{2n(m+1)} \sum_{i=(3n-1)(m+1)+1}^{(3n)(m+1)} k_{i,2n(m+1)} + \\
\phi_{2n(m+1)+1}^* &\sum_{i=(3n-1)(m+1)+1}^{(3n)(m+1)} \sum_{j=2n(m+1)+1}^{(2n+1)(m+1)} k_{i,j} + \phi_{22n(m+1)+2}^* \sum_{i=(3n-1)(m+1)+1}^{(3n)(m+1)} \sum_{j=(2n+1)(m+1)+1}^{(2n+2)(m+1)} k_{i,j} + \dots + \\
\phi_{2nm+3n}^* &\sum_{i=(3n-1)(m+1)+1}^{(3n)(m+1)} \sum_{j=(3n-1)(m+1)+1}^{(3n)(m+1)} k_{i,j}
\end{aligned} \tag{3.62}$$

Şekil 3.3'de verilen iki katlı ve iki açıklıklı çerçeve sistemde birinci katta bulunan 13,14 ve 15 ve ikinci katta bulunan 16,17 ve 18 nolu dönme serbestlik dereceleri birbirine eşit kabul edilmiştir. Yukarıda verilen denklem grupları kullanılarak rijitlik matrisi aşağıdaki gibi değiştirilebilir,

Birbiriyle eşit dönme yaptığı kabul edilen dönme serbestlik dereceleri aşağıda verilmiştir.

$$\phi_{13}^* = \phi_i; i = 13,14,15$$

$$\phi_{14}^* = \phi_i; i = 16,17,18$$

		Sütun bazında toplanan elemanlar	Sütun bazında toplanan elemanlar		u_1			
Değişmeyen altmatris $k_u (6 \times 6)$	Değişmeyen altmatris $k_{uv} (6 \times 6)$	Değişen $k_{u\phi}$ Altmatrisi (6x6)			u_2			
					u_3			
					u_4			
					u_5			
					u_6			
					v_7			
					v_8			
Değişmeyen altmatris $k_{vu} (6 \times 6)$	Değişmeyen altmatris $k_{vv} (6 \times 6)$	Değişen $k_{v\phi}$ Altmatrisi (6x6)			v_9			
		3x3'lük toplama blokları			v_{10}			
					v_{11}			
					v_{12}			
Değişen $k_{\phi u}$ Altmatrisi (6x6)	Değişen $k_{\phi v}$ Altmatrisi (6x6)	$k_{13,13}$	$k_{13,14}$	$k_{13,15}$	$k_{13,16}$	$k_{13,17}$	$k_{13,18}$	ϕ_{13}^*
		$k_{14,13}$	$k_{14,14}$	$k_{14,15}$	$k_{14,16}$	$k_{14,17}$	$k_{14,18}$	
		$k_{15,13}$	$k_{15,14}$	$k_{15,15}$	$k_{15,16}$	$k_{15,17}$	$k_{15,18}$	
		$k_{16,13}$	$k_{16,14}$	$k_{16,15}$	$k_{16,16}$	$k_{16,17}$	$k_{16,18}$	ϕ_{14}^*
		$k_{17,13}$	$k_{17,14}$	$k_{17,15}$	$k_{17,16}$	$k_{17,17}$	$k_{17,18}$	
		$k_{18,13}$	$k_{18,14}$	$k_{18,15}$	$k_{18,16}$	$k_{18,17}$	$k_{18,18}$	
		Değişen $k_{\phi v}$ Altmatrisi (6x6)						

Yukarıda gösterilen değişim sonucunda 14x14 boyutunda, kat hizalarında bulunan dönme serbestlik derecelerinin eşit olduğu genel rijitlik matrisi elde edilir. Bu matriste kolonların uzama-kısalma ve kirişlerin uzama-kısalma serbestlik dereceleri hiçbir kısıtlama yapılmadan alınmıştır dikkate alınmıştır.

Değişmeyen altmatris k_{uu} (6×6)						Değişmeyen altmatris k_{uv} (6×6)						$\bar{k}_{1,13}$	$\bar{k}_{1,14}$	u_1				
												$\bar{k}_{2,13}$	$\bar{k}_{2,14}$		u_2			
												$\bar{k}_{3,13}$	$\bar{k}_{3,14}$			u_3		
												$\bar{k}_{4,13}$	$\bar{k}_{4,14}$				u_4	
												$\bar{k}_{5,13}$	$\bar{k}_{5,14}$					u_5
												$\bar{k}_{6,13}$	$\bar{k}_{6,14}$					
Değişmeyen altmatris k_{vu} (6×6)						Değişmeyen altmatris k_{vv} (6×6)						$\bar{k}_{7,13}$	$\bar{k}_{7,14}$	v_7				
												$\bar{k}_{8,13}$	$\bar{k}_{8,14}$		v_8			
												$\bar{k}_{9,13}$	$\bar{k}_{9,14}$			v_9		
												$\bar{k}_{10,13}$	$\bar{k}_{10,14}$				v_{10}	
												$\bar{k}_{11,13}$	$\bar{k}_{11,14}$					v_{11}
												$\bar{k}_{12,13}$	$\bar{k}_{12,14}$					
\bar{k}_{131}	\bar{k}_{132}	\bar{k}_{133}	\bar{k}_{134}	\bar{k}_{135}	\bar{k}_{136}	\bar{k}_{137}	\bar{k}_{138}	\bar{k}_{139}	\bar{k}_{1310}	\bar{k}_{1311}	\bar{k}_{1312}	\bar{k}_{1313}	\bar{k}_{1314}	ϕ_{13}^*				
\bar{k}_{141}	\bar{k}_{142}	\bar{k}_{143}	\bar{k}_{144}	\bar{k}_{145}	\bar{k}_{146}	\bar{k}_{147}	\bar{k}_{148}	\bar{k}_{149}	\bar{k}_{1410}	\bar{k}_{1411}	\bar{k}_{1412}	\bar{k}_{1413}	\bar{k}_{1414}		ϕ_{13}^*			

(3.64)

Burada k_{uu} , k_{uv} , k_{vu} ve k_{vv} altmatrislerinin hem boyutları hem de değerleri değişmemiş; ancak $k_{\phi u}$ ve $k_{\phi v}$ altmatrisleri 2×6 boyutunda, $k_{u\phi}$ ve $k_{v\phi}$ altmatrisleri de 6×2 boyutunda altmatrislere dönüşmüşlerdir.

Serbestlik dereceleri yukarıda yapılan kabule uygun olarak azaltılmış sistem rijitlik matrisine statik indirgeme yöntemi uygulanırsa;

$$\begin{bmatrix} [m_{uu}] & [0] \\ [0] & [0] \end{bmatrix}_{(2mn+3n) \times (2mn+3n)} \begin{Bmatrix} \left\{ \begin{matrix} \ddots \\ \mathbf{u}_{uu} \end{matrix} \right\}_{n(m+1) \times 1} \\ \left\{ \begin{matrix} \ddots \\ \mathbf{u}_0 \end{matrix} \right\}_{n(m+2) \times 1} \end{Bmatrix}_{(2mn+3n) \times 1} + \quad (3.65)$$

$$+ \begin{bmatrix} [k_{uu}] & [k_{u0}] \\ [k_{0u}] & [k_{00}] \end{bmatrix}_{(2mn+3n) \times (2mn+3n)} \begin{Bmatrix} \left\{ \begin{matrix} \mathbf{u}_{uu} \end{matrix} \right\}_{n(m+1) \times 1} \\ \left\{ \begin{matrix} \mathbf{u}_0 \end{matrix} \right\}_{n(m+2) \times 1} \end{Bmatrix}_{(2mn+3n) \times 1} = \begin{Bmatrix} \left\{ \mathbf{p}_u(t) \right\}_{n(m+1) \times 1} \\ \left\{ \mathbf{0} \right\}_{n(m+2) \times 1} \end{Bmatrix}_{(2mn+3n) \times 1}$$

Kütle matrisinde birinci satır, birinci sütunda yer alan m_{uu} altmatrisi $n(m+1) \times n(m+1)$, birinci satır, ikinci sütunda yer alan 0 altmatrisi $n(m+1) \times n(m+2)$; birinci sütun ikinci satırda yer alan 0 altmatrisi $n(m+2) \times n(m+1)$, ve ikinci satır, ikinci

sütunda yer alan $\mathbf{0}$ altmatrisi $n(m+2) \times n(m+2)$ boyutunda matrislerdir. Aynı şekilde rijitlik matrisinde birinci satır, birinci sütunda yer alan \mathbf{k}_{uu} altmatrisi $n(m+1) \times n(m+1)$; birinci satır, ikinci sütunda yer alan \mathbf{k}_{u0} altmatrisi $n(m+1) \times n(m+2)$, birinci sütun ikinci satırda yer alan \mathbf{k}_{0u} altmatrisi $n(m+2) \times n(m+1)$; ve ikinci satır, ikinci sütunda yer alan \mathbf{k}_{00} altmatrisi $n(m+2) \times n(m+2)$ boyutunda altmatrislerdir. Denklem 3.45'de verilen hareket denkleminde yer alan kütle matrisinin \mathbf{m}_{uu} dışında kalan altmatrislerinin değerleri sıfırdır. Burada \mathbf{u}_0 serbestlik dereceleri, kütle bağlanmamış serbestlik derecelerini; yani kolon uzama-kısalma ve dönme serbestlik derecelerini göstermektedir. Eşitliğin sağ tarafında bulunan $n(m+1) \times 1$ boyutlu kuvvet vektörü ise, kütle bağlanan serbestlik derecelerinde yanal deprem ivmesine bağlı oluşan kuvvetleri $\mathbf{p}(t)$ ve $n(m+2) \times 1$ boyutlu $\mathbf{0}$ altvektörü de kütle bağlanmamış olan serbestlik derecelerinde yanal deprem ivmesine bağlı olarak kuvvetlerin oluşmadığını göstermektedir [1][6][7].

Denklem 3.65 açık şekilde yazılırsa;

$$\mathbf{m}_{uu} \ddot{\mathbf{u}}_{uu} + \mathbf{k}_{uu} \mathbf{u}_{uu} + \mathbf{k}_{u0} \mathbf{u}_0 = \mathbf{p}_u(t) \quad (3.66)$$

ve

$$\mathbf{k}_{0u} \mathbf{u}_{uu} + \mathbf{k}_{00} \mathbf{u}_0 = \mathbf{0} \quad (3.67)$$

denklemleri elde edilir.

\mathbf{u}_0 serbestlik derecelerinde kütle olmadığından herhangi bir atalet kuvveti veya dış kuvvet oluşmaz; böylece denklem 3.67'de verilen \mathbf{u}_{uu} ve \mathbf{u}_0 serbestlik dereceleri arasında statik bir ilişki kurulabilir [1][7],

$$\mathbf{u}_0 = -\mathbf{k}_{00}^{-1} \mathbf{k}_{0u} \mathbf{u}_{uu} \quad (3.68)$$

3.68 denklemi 3.66 denkleminde yerine konup ortak paranteze alınırsa,

$$\mathbf{m}_{uu} \ddot{\mathbf{u}}_{uu} + \hat{\mathbf{k}}_{uu} \mathbf{u}_{uu} = \mathbf{p}_u(t) \quad (3.69)$$

elde edilir. Burada $\hat{\mathbf{k}}_{uu}$ matrisi indirgenmiş rijitlik matrisi olup $n(m+1) \times n(m+1)$ boyutundadır ve aşağıdaki gibi ifade edilebilir,

$$\hat{\mathbf{k}}_{uu} = \mathbf{k}_{uu} - \mathbf{k}_{0u}^T \mathbf{k}_{00}^{-1} \mathbf{k}_{0u} \quad (3.70)$$

Burada $\mathbf{k}_{uo} = \mathbf{k}_{ou}^T$ 'dir. Denklem 3.70 yakından incelenirse, \mathbf{k}_{uu} $n(m+1) \times n(m+1)$, \mathbf{k}_{ou}^T $n(m+1) \times n(m+2)$, \mathbf{k}_{00}^{-1} $n(m+2) \times n(m+2)$ ve \mathbf{k}_{0u} $n(m+2) \times n(m+1)$ boyutunda olup indirgenmiş rijitlik matrisi $\hat{\mathbf{k}}_{uu}$ (3.70) işlemi sonucu $n(m+1) \times n(m+1)$ boyutunda bulunur. $\hat{\mathbf{k}}_{uu}$ rijitlik matrisi, kirişlerin uzama kısaltmalarının ve kolonların uzama ve kısaltmalarının kısıtlanmadığı; ancak aynı katta bulunan dönme serbestlik derecelerinin birbirine eşit kabul edildiği hal için bulunan $n(m+1) \times n(m+1)$ boyutunda indirgenmiş rijitlik matrisidir [8].

Yukarıda verilmiş olan ve çerçevenin iki farklı kinematik özelliğine karşılık düşen bu formüller, istenildiğinde birlikte de kullanılabilir (lineer sistem kabulü). Örneğin, hem kat hizalarındaki kiriş uzama-kısaltmalarının birbirine eşit olduğu hem de kat hizalarındaki dönme serbestlik derecelerinin birbirine eşit olduğu kabulü yapılabilir; böylece genel rijitlik matrisi, her katta bir yanal ötelenme, bir dönme ve kolon uzama-kısaltmalarında ise herhangi bir kinematik kısıta gidilmeden tanımlanmış olur.

3.6 Titreşim Özelliklerinin Hesabı

3.6.1 Özdeğer Problemi için Çözüm Yöntemleri

Dinamik analizi yapılan bir sistemin titreşim özellikleri, mod vektörleri ve açılal frekansları aşağıda verilmiş olan özdeğer probleminin çözümünden elde edilmektedir,

$$\mathbf{k}\phi = \lambda \mathbf{m}\phi \quad (3.71)$$

Daha önceden de belirtildiği gibi özdeğerler, $\lambda_n = \omega_n^2$, denklem 3.72'de verilen karakteristik denklemin kökleri olmaktadır,

$$p(\lambda) = \det(\mathbf{k} - \lambda \mathbf{m}) = 0 \quad (3.72)$$

Yukarıdaki denklemde $p(\lambda)$ N. mertebeden bir polinomdur; burada N serbestlik derecesi sayısını göstermektedir. Özellikle fazla serbestlik derecesine sahip sistemler için N. mertebeden bir polinomun köklerini bulmak pratik olmamaktadır. Çünkü, yüksek mertebeli bir polinomun köklerini bulmak çok fazla hesap gerektirmektedir; ayrıca $p(\lambda)$ polinomunun kökleri yuvarlatma hatalarına oldukça açık olmaktadır [1].

Bilgisayarların gelişmesiyle, özdeğer probleminin çözümü için etkin ve güvenilir bir yöntem geliştirmek birçok araştırmannın konusu olmuştur. Bu yöntemler, üç ana başlık altında toplanabilmektedir;

1. Doğrudan, 3.71 denkleminin özelliklerine dayanan vektör iterasyonu yöntemleri,
2. Modların ortogonalite özelliğine dayanan transformasyon yöntemleri,
3. Polinom köklerinin karakteristik denklemi sağlaması gerçeğine dayanan, ($p(\lambda_n) = 0$), polinom iterasyonu yöntemleri.

Özdeğer probleminin çözümü için geliştirilen bütün çözüm yöntemleri temelde iteratif yöntemler olmaktadır; çünkü özdeğer probleminin çözümü aslında $p(\lambda)$ polinomunun köklerini bulmak demektir. Polinom mertebesinin $N > 4$ olması durumunda bu kökleri veren açık bir formül mevcut değildir; bu nedenle daha yüksek mertebeden özdeğer problemlerinin çözümü için iteratif yöntemler gerekmektedir. Bir özdeğer çiftini bulmak için, (λ_n, ϕ_n) , yalnız birinin iteratif olarak bulunması yeterli olmaktadır; diğerini bulmak için iterasyon gerekmemektedir. Örneğin iterasyon sonucu λ_n özdeğeri bulundu ise ϕ_n özvektörü, $(\mathbf{k} - \lambda_n \mathbf{m})\phi_n = 0$ cebirsel denkleminin çözümünden elde edilmektedir. Öteki taraftan eğer ϕ_n özvektörü iterasyon sonucu bulundu ise, λ_n özdeğeri Rayleigh oranı kullanılarak elde edilmektedir [1][3].

3.6.2 Rayleigh Oranı

Serbestlik derecesi N olan toplu kütleli, lineer, sönümsüz bir sistemin n inci modunda serbest titreşim yaptığı varsayalım. Sistemin titreştiği n inci modun mod vektörü $\boldsymbol{\phi}_n$, o moda ait tabii titreşim açısal frekansı ω_n olsun.

Bu sistemin titreşiminin herhangi bir t anında $n \times 1$ boyutundaki yerdeğiştirme vektörü $\mathbf{v}_n(t)$;

$$\mathbf{v}_n(t) = z_n \boldsymbol{\phi}_n \cos(\omega_n t + \gamma_n) \quad (3.73)$$

ifade edilsin.

Bu denklemde z_n ve γ_n serbest titreşimin başlatıldığı andaki $\mathbf{v}_n(0)$ ve $\dot{\mathbf{v}}_n(0)$ başlangıç şartları ile belirlenen büyüklüklerdir.

Sistemin herhangi bir t anında kinetik enerjisi denklem 3.74'de verilmiştir;

$$T(t) = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{v}}_n(t)^T \mathbf{m} \dot{\mathbf{v}}_n(t) \quad \text{dir.} \quad (3.74)$$

Hız denklemi 3.75'de verildiğine göre;

$$\dot{\mathbf{v}}_n(t) = -\omega_n z_n \boldsymbol{\phi}_n \sin(\omega_n t + \gamma_n) \quad (3.75)$$

$$T(t) = \frac{1}{2} z_n^2 \omega_n^2 \boldsymbol{\phi}_n^T \mathbf{m} \boldsymbol{\phi}_n \sin^2(\omega_n t + \gamma_n) \quad (3.76)$$

olarak bulunur.

Sistemin şekil değiştirme potansiyel enerjisi denklem 3.77'de;

$$U(t) = \frac{1}{2} \mathbf{v}_n^T(t) \mathbf{k} \mathbf{v}_n(t) = \frac{1}{2} z_n^2 \boldsymbol{\Phi}_n^T \mathbf{k} \boldsymbol{\Phi}_n \cos^2(\omega_n t + \gamma_n) \quad (3.77)$$

Sistemin herhangi bir t anında toplam enerjisi denklem 3.78'de,

$$E = U(t) + T(t) = \frac{1}{2} z_n^2 \boldsymbol{\Phi}_n^T \mathbf{k} \boldsymbol{\Phi}_n \cos^2(\omega_n t + \gamma_n) + \frac{1}{2} z_n^2 \omega_n^2 \boldsymbol{\Phi}_n^T \mathbf{m} \boldsymbol{\Phi}_n \sin^2(\omega_n t + \gamma_n) \quad (3.78)$$

verilmiştir.

Herhangi bir $\boldsymbol{\Phi}_n$ modunda serbest titreşim yapan sönümsüz bir sistemin toplam enerjisi sabittir. $\mathbf{v}_n(t)$ ifadesi, sistemin serbest titreşim hareket denkleminde yerine konulursa

$$\begin{aligned} \mathbf{m} \ddot{\mathbf{v}}_n(t) + \mathbf{k} \mathbf{v}_n(t) &= 0 \\ -\omega_n^2 z_n \mathbf{m} \boldsymbol{\Phi}_n \cos(\omega_n t + \gamma_n) + z_n \mathbf{k} \boldsymbol{\Phi}_n \cos(\omega_n t + \gamma_n) &= 0 \\ \left[-\omega_n^2 \mathbf{m} \boldsymbol{\Phi}_n + \mathbf{k} \boldsymbol{\Phi}_n \right] z_n \cos(\omega_n t + \gamma_n) &= 0 \end{aligned} \quad (3.79)$$

elde edilir.

Bu denklem bütün $z_n \neq 0$ ve $\cos(\omega_n t + \gamma_n) \neq 0$ değerleri için sağlanması gerektiğinden:

$$\begin{aligned} -\omega_n^2 \mathbf{m} \boldsymbol{\Phi}_n + \mathbf{k} \boldsymbol{\Phi}_n &= 0 \\ \omega_n^2 \mathbf{m} \boldsymbol{\Phi}_n &= \mathbf{k} \boldsymbol{\Phi}_n \end{aligned} \quad (3.80)$$

olur.

Toplam enerji denkleminde $\mathbf{k}_n \boldsymbol{\Phi}$ yerine $\omega_n^2 \mathbf{m} \boldsymbol{\Phi}_n$ konulursa,

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{2} z_n^2 \omega_n^2 \boldsymbol{\Phi}_n^T \mathbf{m}_n \boldsymbol{\Phi} \cos^2(\omega_n t + \gamma_n) + \frac{1}{2} z_n^2 \omega_n^2 \boldsymbol{\Phi}_n^T \mathbf{m}_n \boldsymbol{\Phi} \sin^2(\omega_n t + \gamma_n) = \\ &= \frac{1}{2} z_n^2 \omega_n^2 \boldsymbol{\Phi}_n^T \mathbf{m}_n \boldsymbol{\Phi} = T_{\max} \end{aligned} \quad (3.81)$$

elde edilir.

Toplam enerji denkleminde $\omega_n^2 \mathbf{m} \boldsymbol{\varphi}_n$ yerine $\mathbf{k} \boldsymbol{\varphi}_n$ konulursa,

$$E = \frac{1}{2} z_n^2 \boldsymbol{\varphi}_n^T \mathbf{k} \boldsymbol{\varphi}_n \cos^2(\omega_n t + \gamma_n) + \frac{1}{2} z_n^2 \boldsymbol{\varphi}_n^T \mathbf{k} \boldsymbol{\varphi}_n \sin^2(\omega_n t + \gamma_n) =$$

$$= \frac{1}{2} z_n^2 \boldsymbol{\varphi}_n^T \mathbf{k} \boldsymbol{\varphi}_n = U_{\max} \quad (3.82)$$

bulunur.

Buradan $E = T_{\max} = U_{\max}$ olduğu hatırlanır ve T_{\max} ve U_{\max} ifadeleri yerine konursa,

$$\frac{1}{2} z_n^2 \omega_n^2 \boldsymbol{\varphi}_n^T \mathbf{m} \boldsymbol{\varphi}_n = \frac{1}{2} z_n^2 \boldsymbol{\varphi}_n^T \mathbf{k} \boldsymbol{\varphi}_n \quad (a)$$

$$\omega_n^2 = \frac{\boldsymbol{\varphi}_n^T \mathbf{k} \boldsymbol{\varphi}_n}{\boldsymbol{\varphi}_n^T \mathbf{m} \boldsymbol{\varphi}_n} \quad (b) \quad (3.83)$$

elde edilir.

Denklem 3.83(b)'nin sağ tarafındaki ifadeye Rayleigh oranı (Rayleigh's quotient) adı verilir. Bu oranı, sistemin serbest titreşim hareketinin diferansiyel denkleminde elde edilen $\omega_n^2 \mathbf{m} \boldsymbol{\varphi}_n = \mathbf{k} \boldsymbol{\varphi}_n$ denkleminin iki tarafını $\boldsymbol{\varphi}_n^T$ ile çarparak doğrudan doğruya elde etmek de mümkündür. Ancak Rayleigh oranı enerjinin korunumu kavramından hareketle elde edilmiş olup; özellikle çok serbestlik dereceli sistemlerin birinci (temel) tabii titreşim açısal frekanslarının yaklaşık olarak hesaplanmasında büyük kolaylıklar sağlamaktadır.

Sistemlerin tabii titreşim birinci açısal frekansının yaklaşık olarak hesaplanmasında Rayleigh yönteminin önemi Rayleigh oranının şu özelliklerinden kaynaklanmaktadır.

1. Rayleigh oranında $\boldsymbol{\varphi}_n$ vektörü yerine konacak herhangi bir $\boldsymbol{\psi}$ vektörü için bulunacak ω^2 değeri, birinci (temel) mod açısal frekansı ω_1^2 ye eşit veya ondan

büyük, sistemin en yüksek açısal frekansı ω_N^2 ye eşit veya ondan küçüktür. Eşitlik halleri ancak $\psi = \phi_1$ veya $\psi = \phi_n$ durumlarına karşılık gelmektedir. Bu durumda seçilen bir ψ vektörü ile bulunan ω^2 değeri

$$\omega_1^2 \leq \omega^2 \leq \omega_N^2$$

şartını sağlar.

2. Lord Rayleigh tarafından ifade edilen her bir mod için o moda ait ω^2 değerinin ekstremum (stationary) olması prensibine göre

$$\omega^2 = \frac{\psi^T \mathbf{k} \psi}{\psi^T \mathbf{m} \psi}$$

oranını ekstremum (stationary) yapan her ψ vektörü mutlaka bir mod vektörüdür; ve oranın değeri o moda ait açısal frekansın karesine eşittir. Ekstremum prensibine göre ω^2 nin bir mod vektöründeki değişimlere göre ekstremum (stationary) olmasının en önemli sonucu, seçilen ψ vektörünün ϕ_1 vektöründen birinci mertebeden bir hata kadar farklı olması halinde ψ vektörü ile bulunan ω^2 değerinin ω_1^2 değerinden ikinci mertebeden bir hata kadar farklı olmasıdır. Rayleigh yöntemi, bu nedenle, seçilen ψ vektörünün oldukça kaba ve hatalı bir vektör olması halinde dahi ω^2 için gerçeğe oldukça yakın değerlerin elde edilebilmesine imkan sağlamaktadır. Bununla beraber, birinci mod vektörü ϕ_1 için seçilecek ψ vektörü ϕ_1 vektörüne ne kadar yakın olur ise bulunacak ω^2 değerinin ω_1^2 değerine o kadar yakın olacağını da vurgulamak gerekir.

3. Rayleigh yönteminin en önemli kullanım alanı sistemlerin birinci (temel, en küçük) tabii titreşim açısal frekansını yaklaşık olarak hesaplamak olduğuna göre seçilen bir çok farklı ψ_i ile bulunan ω_i^2 değerlerinden birinci mod açısal frekansına en yakın olanı en küçük olanıdır [8].

Rayleigh yönteminin standart bir şekilde uygulanması için atılacak adımlar, sırası ile, şöyledir:

1. Sınır şartlarını sağlayan ve ϕ_1 birinci mod vektörüne yakın olduğu tahmin edilen bir ψ vektörü seçilir. Bu vektöre $\psi^{(0)}$ diyelim. $\psi^{(0)}$ vektörü genellikle en büyük elemanı 1.0 olacak şekilde normalize edilmiş olarak seçilir.
2. $\bar{\mathbf{k}} = \psi^{(0)T} \mathbf{k} \psi^{(0)}$ ve $\bar{\mathbf{m}} = \psi^{(0)T} \mathbf{m} \psi^{(0)}$ ifadelerinden $\bar{\mathbf{k}}$ genelleştirilmiş rijitlik ve $\bar{\mathbf{m}}$ genelleştirilmiş kütle değerleri hesaplanır.
3. $\frac{\bar{\mathbf{k}}}{\bar{\mathbf{m}}}$ oranından ω^2 hesaplanır.

3.6.3 Birinci (Temel) Mod Açısal Frekansının ve Mod Vektörünün Hesabı -Doğrudan (Stodola-Vianello) Vektör İterasyonu Yöntemi

Herhangi bir tabii titreşim modunda serbest titreşim yapan çok serbestlik dereceli bir sistemin, tabii titreşim açısal frekansları ve mod vektörleri aşağıda verilen özel değer (eigenvalue) probleminin çözümünden elde edilir,

$$\mathbf{k} \phi = \omega^2 \mathbf{m} \phi$$

$$\phi = \omega^2 \mathbf{k}^{-1} \mathbf{m} \phi = \omega^2 \mathbf{D} \phi \quad (3.84)$$

$$\mathbf{D} \phi = \frac{1}{\omega^2} \phi = \lambda \phi \quad (\lambda = \frac{1}{\omega^2})$$

İterasyon başlangıç vektörü olarak, en büyük elemanı 1.00 olan bir $\psi^{(0)}$ vektörü seçilir. $\lambda^{(0)} = 1$ olmak üzere bu vektör 3.84(c) denkleminin sol tarafındaki ϕ vektörü yerine koyulur.

$$\mathbf{D} \psi^{(0)} = \underline{\psi}^{(1)} \quad (3.85)$$

Çarpım sonucunda elde edilen $\underline{\psi}^{(1)}$ vektörü en büyük elemanı 1.00 olacak şekilde normalize edilir,

$$\underline{\psi}^{(1)} = \lambda^{(1)} \underline{\psi}^{(1)} \quad (3.86)$$

Bulunan $\lambda^{(1)}$ değeri bir önceki $\lambda^{(0)}$ değeri ile karşılaştırılır; eğer $\frac{|\lambda^{(1)} - \lambda^{(0)}|}{\lambda^{(1)}} > \delta$ ise iterasyona devam edilir :

$$D \underline{\psi}^{(1)} = \underline{\psi}^{(2)} = \lambda^{(2)} \underline{\psi}^{(2)} \quad (3.87)$$

$\frac{|\lambda^{(2)} - \lambda^{(1)}|}{\lambda^{(2)}} > \delta$ ise iterasyona devam edilir; aksi halde iterasyona son verilir.

Bu yöntemde yapılacak işlemler , sırası ile , şöyledir:

- 1) Tolerans (δ) değeri ve $\underline{\psi}^{(0)}$ iterasyona başlangıç vektörü seçilir
- 2) $i=0$
- 3) $\lambda^{(i)} = 1.00$
- 4) $D \underline{\psi}^{(i)} = \underline{\psi}^{(i+1)} = \lambda^{(i+1)} \underline{\psi}^{(i+1)}$
- 5) $\frac{|\lambda^{(i+1)} - \lambda^{(i)}|}{\lambda^{(i+1)}} > \delta$ (Tolerans) ise i 1 artırılır ve 4'üncü adıma dönülür,
- 6) $\omega_1^2 \cong \frac{1}{\lambda^{(i+1)}} , \quad \underline{\psi}^{(i+1)} \cong \underline{\phi}_1$

Bu şekilde yapılan iterasyon en büyük λ değerine (en küçük ω değerine , $T = \frac{2\pi}{\omega}$ olduğundan en uzun periyot değerine) yakınsar.

Buna karşılık:

$$\mathbf{m}^{-1} \mathbf{k} \underline{\phi} = [\mathbf{k}^{-1} \mathbf{m}]^{-1} \underline{\phi} = \mathbf{D}^{-1} \underline{\phi} = \omega^2 \underline{\phi} \quad (3.88)$$

$$\mathbf{D}^{-1} \underline{\phi} = \lambda \underline{\phi} , \quad \lambda = \omega^2$$

denklemleri ile yapılan iterasyon ise yine en büyük λ değerine ve $\lambda = \omega^2$ olduğundan en büyük açısal frekans değerine (en yüksek modun açısal frekansına) yakınsar [8].

Tezin sayısal bölümünde temel titreşim açısal frekanslarının ve mod vektörlerinin bulunması işlemlerinde doğrudan vektör iterasyonu yöntemi kullanılmıştır. Titreşim özelliklerini hesaplayan program MathCad 7.0 Pro programlama dili kullanılarak yapılmıştır. Temel titreşim açısal frekansını ve bu değere karşılık gelen mod vektörünü bulan program aşağıdaki gibidir:

I. Program

```

λ :=
n ← 100
ϕ0 ←
⎡ 1 ⎤
⎢ 1 ⎥
⎣ 1 ⎣
⎢ 1 ⎥
⎣ 1 ⎣
mmn ← D·ϕ0
mm ← |mmn|
ϕ1 ←  $\frac{1}{\max(mm)}$  · (D·ϕ0)
for j ∈ 1..n
    mmj ← D·ϕj
    mm ← |mmj|
    ϕj+1 ←  $\frac{1}{\max(mmj)}$  · (D·ϕj)
    λj+1 ← max(mmj)

```

II. Program

```

ϕ :=
n ← 500
ϕ0 ←
⎡ 1 ⎤
⎢ 1 ⎥
⎣ 1 ⎣
⎢ 1 ⎥
⎣ 1 ⎣
mmn ← D·ϕ0
mm ← |mmn|
ϕ1 ←  $\frac{1}{\max(mm)}$  · (D·ϕ0)
for j ∈ 1..n
    mmj ← D·ϕj
    mm ← |mmj|
    ϕj+1 ←  $\frac{1}{\max(mmj)}$  · (D·ϕj)
    ϕj+1

```

Programın birinci satırı iterasyon adedini, ikinci satırı iterasyon başlangıç vektörünü tanımlamaktadır. Üçüncü satırda bulunan **D** matrisi $k^{-1}m$ çarpımına; bir başka ifadeyle sistem esneklik matrisi ile sistem kütle matrisinin çarpımına eşittir. Bu matrisler programa dahil edilmemiş; Mathcad 7.0 Pro programlama dilinin verdiği bir kolaylık olarak program dışında tanımlanmışlardır. Programın dördüncü satırında, **D** matrisi ile iterasyon başlangıç vektörünün çarpımı sonucu bulunan **mmn** ara işlem

vektörünün elemanlarının mutlak değeri bulunmaktadır. Beşinci satırda ise iterasyonun devamında kullanılacak olan normalize edilmiş iterasyon vektörü bulunmaktadır. Normalizasyon, vektörün en büyük elemanı bir olacak şekilde tüm vektör elemanlarının bir katsayı ile çarpılması ile gerçekleştirilmiştir. Programın altıncı satırında başlangıçta tanımlanan iterasyon sayısı kadar iterasyon yapılmaktadır. Yukarıda verilen programlardan birincisi özdeğeri, diğer bir deyişle açısal frekansı; ikincisi ise o açısal frekansa karşılık gelen özvektörü, diğer bir deyişle, mod vektörünü vermektedir.

3.6.4 Süpürme Matrisleri Yöntemi ile İkinci ve Daha Yüksek Modlara Ait Açısal Frekansların ve Mod Vektörlerinin Hesabı

Herhangi bir yöntemle ϕ_1 birinci mod vektörünü elde ettikten sonra, doğrudan doğruya vektör iterasyonunun ϕ_2 ikinci mod vektörüne yakınsayacak şekilde yapılması süpürme matrisi yöntemi ile gerçekleştirilebilir. ϕ_2 mod vektörü için doğrudan doğruya vektör iterasyonuna bir $\psi_2^{(0)}$ vektörü ile başlansın. Bu vektör, bilindiği varsayılan ϕ_i ($i=1,2,3,\dots,N$) mod vektörlerinin doğrusal süperpozisyonu şeklinde ifade edilebilir [8].

$$\psi_2^{(0)} = c_1\phi_1 + c_2\phi_2 + \dots + c_N\phi_N \quad (3.91)$$

Bu vektörden ϕ_1 vektörünün katkısı yok edilirse, elde edilen vektör ile başlayan vektör iterasyonu, ϕ_2 vektörüne yakınsayacaktır. ϕ_1 vektörünü bilindiğine göre c_1 katsayısı eşitliğin iki tarafı $\phi_1^T \mathbf{m}$ ile çarpılmak sureti ile elde edilir.

$$\phi_1^T \mathbf{m} \psi_2^{(0)} = c_1 \phi_1^T \mathbf{m} \phi_1 = c_1 M_1 \quad (3.92)$$

Mod vektörlerinin ortogonalite özelliği nedeni ile diğer terimler sıfır olacaktır. Yukarıdaki denklemden;

$$c_1 = \frac{\phi_1^T \mathbf{m} \psi_2^{(0)}}{M_1} \quad (3.93)$$

elde edilir. Bu değer süperpozisyon denkleminde yerine konulursa;

$$\psi_2^{(0)} = \frac{\phi_1^T \mathbf{m}}{M_1} \psi_2^{(0)} \phi_1 + c_2 \phi_2 + c_3 \phi_3 + \dots + c_N \phi_N \quad (3.94)$$

Bu denklem aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$\left[\mathbf{I} - \phi_1 \frac{\phi_1^T \mathbf{m}}{M_1} \right] \psi_2^{(0)} = c_2 \phi_2 + c_3 \phi_3 + \dots + c_N \phi_N \quad (3.95)$$

Burada;

$$\mathbf{I} - \phi_1 \frac{\phi_1^T \mathbf{m}}{M_1} = \mathbf{S}_1 \quad (3.96)$$

denirse,

$$\mathbf{S}_1 \psi_2^{(0)} = c_2 \phi_2 + c_3 \phi_3 + \dots + c_N \phi_N \quad (3.97)$$

elde edilir.

Buna göre $\psi_2^{(0)}$ başlangıç vektörü ile başlayan $\mathbf{DS}_1 \phi = \lambda \phi$ şeklinde \mathbf{D} matrisi yerine \mathbf{DS}_1 matrisi ile yapılan vektör iterasyonu bu defa ϕ_2 mod vektörüne ve λ_2 özel değerine yakınsayacaktır. Çünkü λ_1 'den sonra en büyük özel değer λ_2 değeridir. ϕ_2 vektörü elde edildikten sonra iterasyonun ϕ_3 mod vektörüne yakınsaması için $\psi_3^{(0)}$ başlangıç vektöründen ϕ_1 ve ϕ_2 vektörlerinin katkılarını yok etmek gerekmektedir [8].

$$c_1 = \frac{\phi_1^T \mathbf{m} \psi_3^{(0)}}{M_1} \quad c_2 = \frac{\phi_2^T \mathbf{m} \psi_3^{(0)}}{M_2} \quad (3.98)$$

olduğundan;

$$\left[\mathbf{I} - \varphi_1 \frac{\varphi_1^T \mathbf{m}}{M_1} - \varphi_2 \frac{\varphi_2^T \mathbf{m}}{M_2} \right] \Psi_3^{(0)} = c_3 \varphi_3 + c_4 \varphi_4 + \dots \quad (3.99)$$

olacaktır.

$$\left[\mathbf{I} - \varphi_1 \frac{\varphi_1^T \mathbf{m}}{M_1} \right] = \mathbf{S}_1 \quad (3.100)$$

olduğundan;

$$\left[\mathbf{S}_1 - \varphi_2 \frac{\varphi_2^T \mathbf{m}}{M_2} \right] \Psi_3^{(0)} = c_3 \varphi_3 + c_4 \varphi_4 + \dots \quad (3.101)$$

olacaktır.

$$\mathbf{S}_1 - \varphi_2 \frac{\varphi_2^T \mathbf{m}}{M_2} = \mathbf{S}_2 \text{ dir.} \quad (3.102)$$

Burada \mathbf{S}_2 süpürme matrisi daha açık bir şekilde yazılırsa;

$$\left[\mathbf{I} - \varphi_1 \frac{\varphi_1^T \mathbf{m}}{M_1} - \varphi_2 \frac{\varphi_2^T \mathbf{m}}{M_2} \right] = \mathbf{S}_2 \quad (3.103)$$

olacaktır.

Böylece \mathbf{DS}_2 matrisi ile yapılan iterasyon doğrudan doğruya φ_3 mod vektörüne yakınsayacaktır. Böylece φ_1 vektörü elde edildikten sonra \mathbf{DS}_1 matrisi ile yapılan iterasyon φ_2 vektörüne, φ_2 vektörü bulunduktan sonra elde edilen \mathbf{S}_2 matrisi kullanılarak \mathbf{DS}_2 matrisi ile yapılan iterasyon φ_3 vektörüne, \mathbf{DS}_3 matrisi ile yapılan

iterasyon ϕ_4 vektörüne yakınsayacaktır. Böyle devam edilerek ϕ_1 vektöründen başlayarak istenilen bir ϕ_n vektörüne kadar bütün ϕ_i ($i=1,2,3,\dots,n$) mod vektörlerinin ve λ_i ($i=1,2,3,\dots,n$) özel değerlerinin birbiri ardı sıra elde edilmesi mümkün olmaktadır. ϕ_i ($i=1,2,3,\dots,n-1$) vektörleri bilindiğine göre ϕ_n vektörüne doğrudan doğruya yakınsayacak iterasyonda kullanılması gereken S_{n-1} süpürme matrisi;

$$S_{n-1} = S_{n-2} - \phi_{n-1} \frac{\phi_{n-1}^T \mathbf{m}}{M_{n-1}} \quad (n = 2,3,\dots) \quad (3.104)$$

$n=2$ için;

$$S_1 = S_0 - \phi_1 \frac{\phi_1^T \mathbf{m}}{M_1} \text{ olup } S_0 = I \text{ dir.}$$

$n=3$ için;

$$S_2 = S_1 - \phi_2 \frac{\phi_2^T \mathbf{m}}{M_2}$$

$n=4$ için;

$$S_3 = S_2 - \phi_3 \frac{\phi_3^T \mathbf{m}}{M_3} \dots$$

bulunabilir.

Süpürme matrisinin hesabı için Mathcad 7.0 Pro programlama dili kullanılmıştır. Program aşağıdaki gibidir:


```

S := n ← 5
      k ← 1
      m ←  $\begin{bmatrix} k & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5k \end{bmatrix}$ 
      Pro ← 0
      for i ∈ 1.. n - 1
        Sem1 ←  $\phi_i^T \cdot m$ 
        Sem2 ←  $\phi_i^T \cdot m \cdot \phi_i$ 
        M1 ← Sem20,0
        Int1 ←  $\phi_i \cdot Sem1$ 
        Int2 ←  $\frac{Int1}{M1}$ 
        Pro ← Pro + Int2
      Sf ← identity(5) - Pro
      Sf

```

Programın ilk satırı iterasyon sonucu yakınsamak istenilen açısal frekans ve ona karşılık gelen mod vektörünün numarasını programa tanımlamaktadır. İkinci satırda çerçeve kat hizalarındaki kütle değerlerini tanımlayan katsayı, üçüncü satır ise çerçevenin kütlelerinin kat hizalarında topaklanmış haline denk düşen kütle matrisi girilmektedir. Burada kütleler sadece ötelenme serbestlik dereceleri doğrultularında tanımlanmıştır. Programın sonraki satırlarında denklem 3.96'nın bir döngü içinde programlanması gerçekleştirilmiştir. İlk satır program içinden değiştirilerek istenilen mod vektörüne yakınsayacak süpürme matrisi elde edilebilmektedir.

Yukarıda verilen bu üç program ardarda kullanılarak açısal frekanslar ve mod vektörleri matris iterasyonu ve süpürme matrisi yöntemleri ile bulunmaktadır. Programlar genel durumlar için yazılmamış, tezde çözümü yapılan problemler için yazılmışlardır.

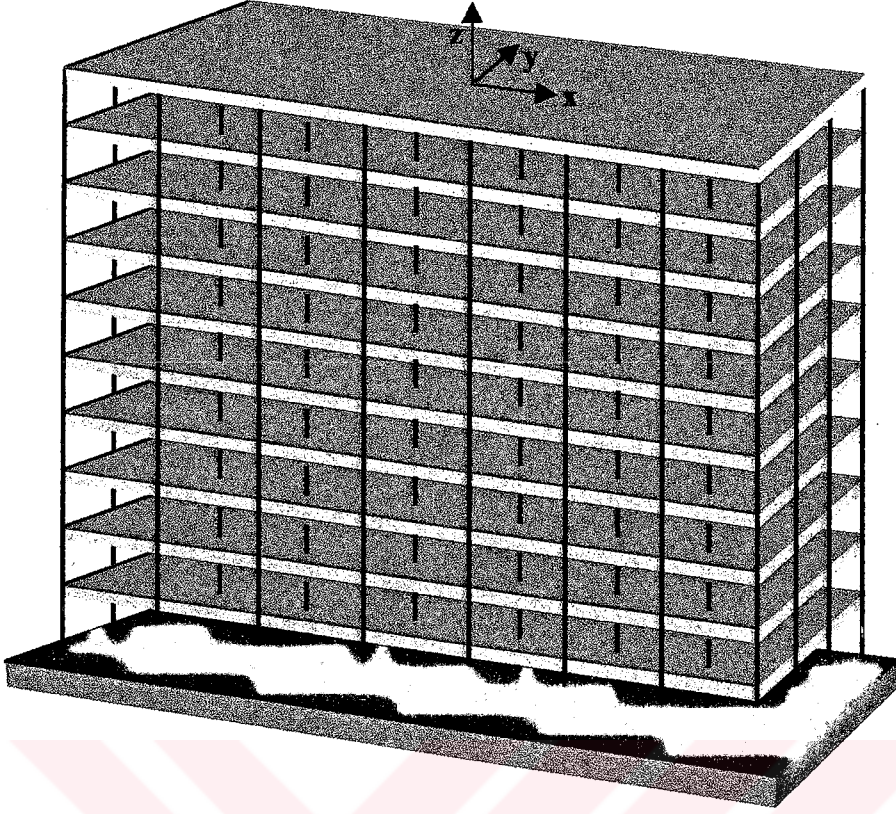
BÖLÜM DÖRT

PROBLEMLERİN ÇÖZÜMÜ İÇİN YAPILAN KABULLER

4.1 Çerçeve Sistemlerde Kabul Edilen Kinematik Kısıtlar

Çerçeve sistemlerin imalat türleri ve özellikleri, bu tür sistemlerde bazı kinematik kabuller yapılmasına olanak sağlamaktadır. Örneğin, çok katlı bir yapının döşemeleri, kendilerine dik olan düzlemde esnek bir yapıya sahipken, kendi düzlemleri içinde oldukça rijit bir özellik göstermektedir. Öyle ki; döşemelerin kendi düzlemleri içinde rijit kabul edilmesi çok az hataya neden olmaktadır. Bu kabul altında aynı kat içinde bulunan bütün düğüm noktalarının serbestlik derecesi sayısı üç olmaktadır. Bunlar, x ve y yönlerinde birer adet ötelenme, diğeri ise z ekseninde bir adet dönme şeklinde tanımlanabilmektedir.

Bu kinematik kısıtlar altında, statik analiz sırasında kullanılacak serbestlik derecesi sayısı, dinamik analiz sırasında neredeyse yarı yarıya azalmış olacaktır. Örneğin 10 katlı, x yönünde 8, y yönünde 4 çerçeve bulunan ve rijit temele oturan uzaysal bir çerçeve sistem düşünelim; Şekil 4.1:



Şekil 4.1: x yönünde 8, y yönünde 4 çerçeve bulunan ve rijit temele oturan çerçeve sistem.

Herhangi bir kinematik kısıt düşünülmediğinde çerçeve sistemin her düğüm noktasında 6 adet serbestlik derecesi vardır. Bu durumda sistemin toplam serbestlik derecesi sayısı 1920 olacaktır. Fakat döşemelerin kendi düzlemleri içinde rijit kabul edilmesi durumunda serbestlik derecesi sayısı 990'a düşecektir. Sisteme dahil edilen serbestlik dereceleri; düşey deplasmanlar (320), xz ve yz düzlemleri içinde iki adet dönme (640) ve her katta iki adet ötelenme (20) ve bir adet z eksenine etrafında dönme (10) olmak üzere toplam üç adet serbestlik derecesidir. Kinematik olarak düşünülebilecek bir başka kısıt ise kolonların aksenal olarak sonsuz rijit kabul edilmesidir; bir başka anlatımla kolonlarda uzama ve kısalmalar ihmal edilebilir düzeyde kalmaktadır. Bu kabul, 10 kattan yüksek olmayan ve düşey taşıyıcı elemanları narin olmayan binalarda yapılabilen bir kabuldür. Bu durum sağlanıyor ise serbestlik derecesi sayısında, Şekil 4.1'deki sistem için, 320 adet daha ek azalma olacaktır ve sistemin statik analiz için kullanılabilir serbestlik derecesi sayısı 670 olacaktır [1].

Statik analizde kullanılmak üzere, çerçeve sistemin kinematik özellikleri düşünülerek yapılmış olan idealizasyon işlemi bittikten sonra geri kalan serbestlik derecelerinde Bölüm 3.5.2’de ayrıntısı verilen statik kondensasyon yöntemi ile kütle bağlanmamış serbestlik dereceleri azaltılabilir. Böylece dinamik analiz sırasında oldukça küçük boyutlarda serbestlik derecesi ile çalışılır.

Tez kapsamında çözülen örneklerde yapılan kabuller şu şekildedir:

- İki boyutlu bir çerçeve sistem çözülmüştür;
- Çerçeve sistemin kütleleri kat hizalarında topaklanmıştır;
- Çerçeve sistemin kolonları uzama ve kısalmaya karşı sonsuz rijit kabul edilmiştir (kat adedi 5 ile sınırlı tutulmuştur).

Bu kabullere ek olarak dönme serbestlik dereceleri ile ilgili aşağıdaki kabuller yapılmıştır.

4.1.1 Dönme Serbestlik Dereceleri için Yapılan Kabuller

Tez kapsamı içinde cevap aranan sorulardan biri dönme serbestlik derecelerinin açısal frekanslara ve mod vektörlerine olan etkisi olmuştur. Bu etkinin araştırılması için yukarıda sıralanan kabullere ek olarak, dönme serbestlik derecelerinde üç farklı durum incelenmiştir. Bu üç farklı durum incelenirken bir yandan da kolon/kiriş atalet momenti değerleri değiştirilmiş ve kiriş-kolon birleşimlerindeki rijitlik farklarının açısal frekanslara ve mod vektörlerine etkisi araştırılmıştır. Dönme serbestlik dereceleri için yapılan kabuller şu şekildedir:

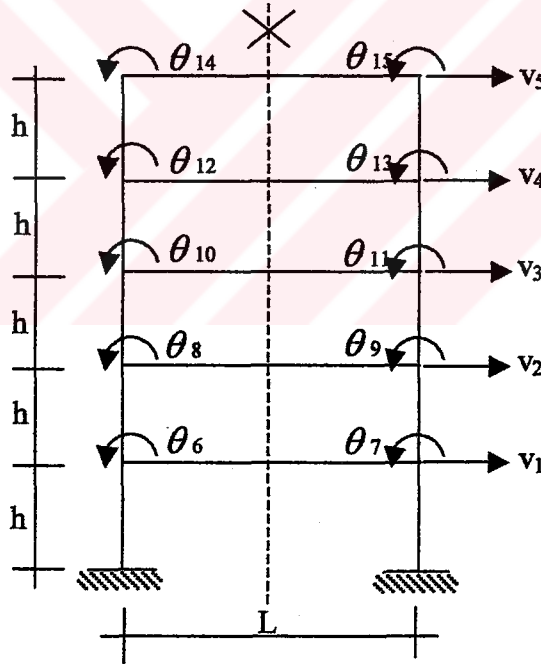
Durum A: Kolon-kiriş birleşimlerinin sonsuz rijit kabul edildiği böylece dönmelerin oluşmadığı durum; bu durum kayma çerçevesi kabulü olarak da bilinir.

Durum B: Çerçeve elemanında aynı kat içinde bulunan dönme değerlerinin eşit kabul edildiği durum; diğer bir deyişle her katta bir adet dönme değerinin tanımlandığı durum,

Durum C: Dönme serbestlik derecelerinde herhangi bir kısıtlamanın olmadığı durum; diğer bir deyişle her düğüm noktasında ayrı ayrı dönme değerlerinin tanımlandığı durum.

İlgili bölümlerde, ayrı ayrı durumlara karşılık gelen çerçeve sistemlerin nasıl oluşturuldukları anlatılacak ve ardından rijitlik matrisleri verilecektir. Burada Durum B'ye karşılık gelen sistemin rijitlik matrisi oluşturulurken izlenen yöntem anlatılacaktır. Problemler çözülrken bir düşey eksene göre simetrik ve simetrik olmayan olmak üzere iki farklı problem çözülmüştür. Burada simetrik bir sistem alınarak Durum B açıklanmaya çalışılmıştır.

Yöntemin esası Bölüm 3.5'te ayrıntılı olarak anlatılmıştır. Aynı kat içinde bulunan dönme değerlerinin eşit kabul edildiği sistemin genel hali şekil 4.2'de gösterilmiştir.



Şekil 4.2: 5 katlı, düşey eksene göre simetrik olan düzlem çerçeve sistem.

Yukarıda verilen serbestlik derecesi sırasına göre oluşturan çerçeve sistemin rijitlik matrisi, deplasman vektörü ve bunlara karşılık gelen kuvvet vektörü aşağıdaki gibi olacaktır;

$$\begin{bmatrix} \{\mathbf{F}\}_{5 \times 1} \\ \{\mathbf{M}\}_{10 \times 1} \end{bmatrix}_{15 \times 1} = \begin{bmatrix} [\mathbf{k}_{11}]_{5 \times 5} & [\mathbf{k}_{12}]_{5 \times 10} \\ [\mathbf{k}_{21}]_{10 \times 5} & [\mathbf{k}_{22}]_{10 \times 10} \end{bmatrix}_{15 \times 15} \begin{bmatrix} \{\mathbf{v}\}_{5 \times 1} \\ \{\boldsymbol{\theta}\}_{10 \times 1} \end{bmatrix}_{15 \times 1} \quad (4.1)$$

Eşit dönme yaptığı kabul edilen dönme serbestlik dereceleri aşağıdaki gibi tanımlanabilir;

$$\begin{aligned} \theta_6^* &= \theta_i & i &= 6, 7 \\ \theta_7^* &= \theta_i & i &= 8, 9 \\ \theta_8^* &= \theta_i & i &= 10, 11 \\ \theta_9^* &= \theta_i & i &= 12, 13 \\ \theta_{10}^* &= \theta_i & i &= 14, 15 \end{aligned} \quad (4.2)$$

Denklem 4.2'de tanımlanan yeni duruma göre rijitlik matrisini değiştirmek için aşağıda verilen formüller kullanılmıştır. Bu formüllerin en genel hali Bölüm 3.5'de çıkarılmıştır.

$$F_1 = \sum_{j=1}^5 k_{1,j} * u_j + \theta_6^* \sum_{j=6}^7 k_{1,j} + \dots + \theta_{10}^* \sum_{j=14}^{15} k_{1,j}$$

...

$$F_5 = \sum_{j=1}^5 k_{5,j} * u_j + \theta_6^* \sum_{j=6}^7 k_{5,j} + \dots + \theta_{10}^* \sum_{j=14}^{15} k_{5,j}$$

(4.3)

$$\begin{aligned}
M_1^* = & u_1 \sum_{i=6}^7 k_{i,1} + u_2 \sum_{i=6}^7 k_{i,2} + \dots + u_5 \sum_{i=6}^7 k_{i,5} + \theta_6^* \sum_{i=6}^7 \sum_{j=6}^7 k_{i,j} + \theta_7^* \sum_{i=6}^7 \sum_{j=8}^9 k_{i,j} + \\
& \dots + \theta_{10}^* \sum_{i=6}^7 \sum_{j=14}^{15} k_{i,j}
\end{aligned} \tag{4.4}$$

$$\begin{aligned}
M_5^* = & u_1 \sum_{i=14}^{15} k_{i,1} + u_2 \sum_{i=14}^{15} k_{i,2} + \dots + u_5 \sum_{i=14}^{15} k_{i,5} + \theta_6^* \sum_{i=14}^{15} \sum_{j=6}^7 k_{i,j} + \theta_7^* \sum_{i=14}^{15} \sum_{j=8}^9 k_{i,j} + \\
& \dots + \theta_{10}^* \sum_{i=14}^{15} \sum_{j=14}^{15} k_{i,j}
\end{aligned}$$

4.3 ve 4.4 denklem blokları kullanılarak oluşturulan yeni rijitlik matrisi, deplasman vektörü ve bunlara karşılık gelen kuvvet vektörü aşağıdaki gibi olacaktır [5];

$$\begin{bmatrix} \{F\}_{5 \times 1} \\ [M]_{5 \times 1}^* \end{bmatrix}_{10 \times 1} = \begin{bmatrix} [k_{11}]_{5 \times 5} & [k_{12}]_{5 \times 5}^* \\ [k_{21}]_{5 \times 5}^* & [k_{22}]_{5 \times 5}^* \end{bmatrix}_{15 \times 15} \begin{bmatrix} \{v\}_{5 \times 1} \\ \{\theta\}_{5 \times 1}^* \end{bmatrix}_{10 \times 1} \tag{4.5}$$

Bu değişiklik bölüm 3.5.3'de ayrıntılı olarak anlatılmıştır.

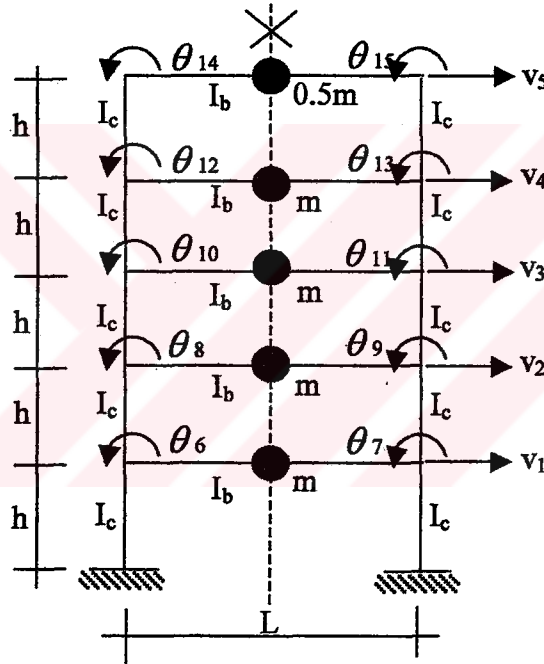
Denklem 4.5'de görüldüğü üzere, yeni oluşturulan rijitlik matrisinin boyutları 15×15 'den 10×10 düşmüştür. Yeni oluşturulan bu rijitlik matrisi, her katta bir adet yanal ötelenme ve her katta bir adet de dönme serbestlik derecesinin etkilerini barındırmaktadır. Denklem 4.1'de genel hali verilen rijitlik matrisi ile denklem 4.5'de yapılan kabullere bağlı yeniden oluşturulmuş rijitlik matrisi karşılaştırılırsa görülür ki; denklem 4.1'de verilen $[k_{11}]_{5 \times 5}$ boyutundaki rijitlik altmatrisi değişmeden kalmış; fakat $[k_{12}]_{5 \times 10}$, $[k_{21}]_{10 \times 5}$ ve $[k_{22}]_{10 \times 10}$ rijitlik altmatrisleri değişerek, sırası ile $[k_{12}]_{5 \times 5}^*$, $[k_{21}]_{5 \times 5}^*$ ve $[k_{22}]_{5 \times 5}^*$ boyutlarında rijitlik altmatrislerine dönüşmüşlerdir.

BÖLÜM BEŞ

PROBLEMLER

5.1 Simetrik Çerçeve Sistem

Simetrik sistem olarak tanımlanan çerçeve, ortasından geçen düşey bir eksene göre hem geometrik hem de rijitlik bakımından simetrik olan bir çerçeve sistemdir Şekil 5.1.



Şekil 5.1: Hem geometrik açıdan hem de rijitlik açısından simetrik olan çerçeve sistem.

Şekil 5.1'de gösterilen simetrik sistemin bütün kolonlarının atalet momentleri I_c , bütün kirişlerinin atalet momenti ise I_b olarak tanımlanmıştır. Kat kütleleri kat ortalarında toplanmıştır ve değerleri en üst katta $0.5m$, diğer katlarda ise m 'dir. Kat yükseklikleri tüm katlarda sabit tutulmuştur ve değeri h olarak alınmıştır. Çerçeve açıklığının değeri ise L 'dir. Kolon-kiriş atalet momentleri ve kolon-kiriş yükseklikleri arasındaki ilişki kat rijitlik oranı ile belirlenmiştir [1];

$$\rho = \frac{I_b / L}{2I_c / h} = \frac{I_b}{2I_c} * \frac{h}{L} \quad (5.1)$$

dir.

Çözülen tüm problemlerde sistem rijitlik matrisleri alfanümerik olarak kurulmuştur. Böylece kat rijitlik oranı değiştirilerek, farklı kiriş/kolon atalet moment oranları için rijitlik matrislerindeki değişimler gözlenebilmiştir. Çözülen problemlerin

hepsinde $\frac{h}{L} = \frac{1}{2}$ alınmıştır. $\frac{I_b}{I_c}$ oranı ise sırası ile 1.00, 0.80, 0.60, 0.40 ve 0.00

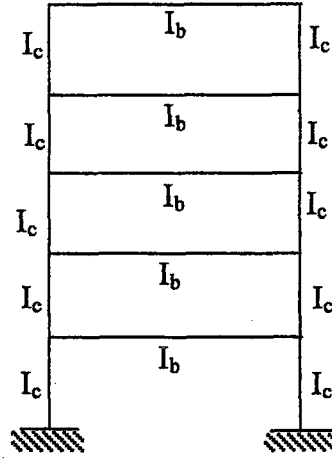
alınarak, dönme serbestlik dereceleri için yapılan Durum B ve Durum C kabullerine uygun, sistem farklı oranlara göre ayrı ayrı çözülmüştür. Durum A'da ise zaten çerçeve kayma çerçevesi olduğundan sistem bir kez çözülmüştür. Durum A, kayma çerçevesi

çözümü ile $\frac{I_b}{I_c} = 0$ oranına göre bulunan çözüm, çerçeve sistem için iki sınır çözüm

değeri vermektedir. Diğer atalet momenti oranları altında elde edilen sonuçlar bu iki sınır değer arasında kalmaktadır.

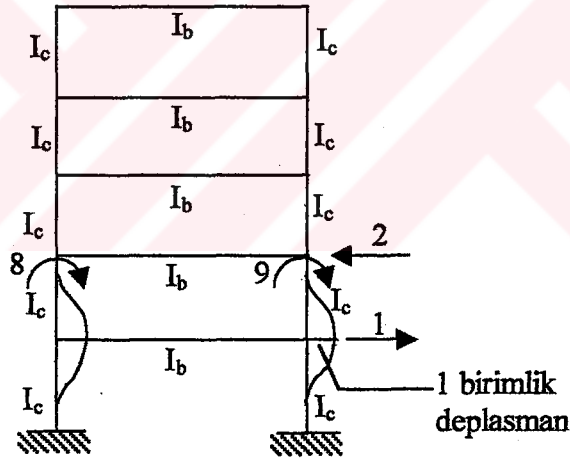
5.1.1 Simetrik Çerçeve Sistemin Rijitlik Matrisinin Elde Edilmesi

Simetrik sistemin rijitlik matrisini elde etmek için her serbestlik derecesine (Şekil 5.1) ayrı ayrı bir birimlik deplasman verilir; oluşan rijitlik etki katsayıları rijitlik matrisinin ilgili kolonuna yerleştirilir. Örneğin rijitlik matrisinin birinci kolonu bulunmak isteniyorsa bir nolu serbestlik derecesine bir birimlik deplasman verilir ve diğer serbestlik derecelerinin ilk halini koruması için gerekli olan kuvvetler bulunur ve bir nolu kolona bütün bu rijitlik etki katsayıları veya diğer bir deyiş ile kuvvetler yerleştirilir. Rijitlik matrisinin birinci kolonu Şekil 5.2'de gösterilen, kat kütlelerinin olmadığı, sadece rijitlik özelliklerinin olduğu kabul edilen çerçeve ele alınarak şu şekilde bulunmuştur:



Şekil 5.2: Sadece kolon ve kiriş rijitliklerinin olduğu kabul edilen çerçeve sistem

Bir nolu serbestlik derecesine pozitif yönde (Şekil 5.1) bir birimlik deplasman verilirse, elde edilen kuvvetler veya rijitlik etki katsayıları rijitlik matrisinin birinci kolonunu oluştururlar Şekil 5.3;



Şekil 5.3: Sistem rijitlik matrisinin birinci kolon elemanları

Buna göre şekil 5.3'deki yönler doğrultusunda sırası ile şu kuvvetler oluşmaktadır: 1 nolu serbestlik derecesinde, $k_{11} = \frac{48EI_c}{h^3}$; 2 nolu serbestlik

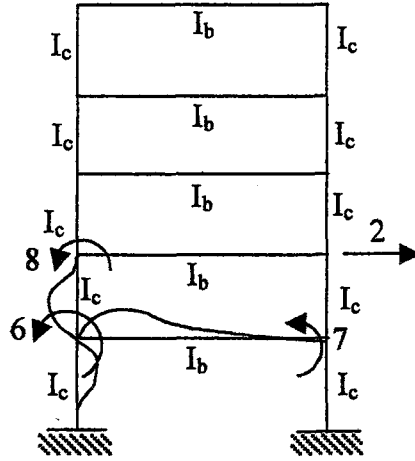
derecesinde, $k_{21} = -\frac{24EI_c}{h^3}$; 8 ve 9 nolu serbestlik derecelerinde ise

$k_{71} = k_{81} = -\frac{6EI_c}{h^2}$ 'dir. Eksi işareti Şekil 5.1'de kabul edilen pozitif yönlerin tersi

yönünde kuvvetlerin oluştuğunu göstermektedir. Diğer bütün serbestlik derecelerindeki değerler ise sıfırdır. Buna göre rijitlik matrisinin ilk kolonu aşağıdaki gibi olacaktır;

$$1.Kolon \rightarrow \left\{ \begin{array}{c} \frac{48EI_c}{h^3} \\ \frac{24EI_c}{h^3} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{6EI_c}{h^2} \\ \frac{6EI_c}{h^2} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right\}_{15 \times 1} \quad (5.2)$$

Bir başka örnek olarak da 6 nolu serbestlik derecesi verilebilir. 6 nolu serbestlik derecesine 1 birimlik dönme verilirse aşağıda gösterilen kuvvet değerleri veya bir başka anlatımla rijitlik etki katsayıları elde edilir:



Şekil 5.4: Sistem rijitlik matrisinin altıncı kolon elemanları

Bu kuvvet değerleri, Şekil 5.1'de verilen pozitif yönlere göre, sırası ile şöyledir:

2 nolu serbestlik derecesinde, $k_{26} = \frac{6EI_c}{h^2}$; 6 nolu serbestlik derecesinde,

$k_{66} = \frac{4EI_b}{L} + \frac{8EI_c}{h}$; 7 nolu serbestlik derecesinde, $k_{76} = \frac{2EI_b}{L}$; 8 nolu serbestlik

derecesinde, $k_{86} = \frac{2EI_c}{h}$ 'dir. Buna göre rijitlik matrisinin 6. kolunu aşağıdaki gibi

olacaktır:

$$6.Kolon \rightarrow \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ \frac{6EI_c}{h^2} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{4EI_b}{L} + \frac{8EI_c}{h} \\ \frac{2EI_b}{L} \\ \frac{2EI_c}{h} \\ h \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right\}_{15 \times 1} \quad (5.3)$$

Yukarıda verilen iki örnekte anlatıldığı gibi çerçeve sistemin rijitlik matrisi, tüm serbestlik derecelerine ayrı ayrı birer birimlik deplasman veya birer birimlik dönme verilerek oluşturulmuştur. 15×15 boyutunda, simetrik sistem rijitlik matrisi bir sonraki sayfada verilmiştir. Denklem 5.4'de verilen alfanümerik rijitlik matrisi alt matrislere ayrılmıştır. Bu altmatrisleri aşağıdaki gibi göstermek mümkündür:

$$\mathbf{k} = \begin{bmatrix} \mathbf{k}_{11} & \mathbf{k}_{12} \\ \mathbf{k}_{21} & \mathbf{k}_{22} \end{bmatrix}_{15 \times 15} \quad (5.5)$$

\mathbf{k}_{11} altmatrisi 5×5 boyutunda bir kare matristir ve ötelenme serbestlik derecelerinin birbiriyle olan ilişkisini, bağlantısını tanımlar. Aynı şekilde \mathbf{k}_{12} altmatrisi 5×10 boyutunda bir matristir ve ötelenme serbestlik dereceleri ile dönme serbestlik derecelerinin arasındaki ilişkiyi kurar. \mathbf{k}_{21} altmatrisi ise 10×5 boyutunda bir matristir ve dönme serbestlik dereceleri ile ötelenme serbestlik dereceleri arasındaki ilişkiyi kurar; burada $\mathbf{k}_{12} = \mathbf{k}_{21}^T$ 'dir. Son olarak \mathbf{k}_{22} altmatrisi 10×10 boyutunda bir kare matristir ve dönme serbestlik derecelerinin birbiriyle olan ilişkisini kurar [9].

Denklem 5.4'de verilen alfanümerik rijitlik matrisi içinde bazı değişiklikler yapmak mümkündür. Bunun için matrisin bütün elemanları $\frac{EI_c}{h^3}$ parantezine alınırsa, rijitlik matrisi elemanları aşağıdaki gibi değişir;

$$\begin{aligned} \left(\frac{h^3}{EI_c} \right) * \frac{6EI_c}{h^2} &\rightarrow 6h \\ \left(\frac{h^3}{EI_c} \right) * \frac{2EI_b}{L} &\rightarrow 2 * \frac{I_b}{I_c} * \frac{h^3}{L} \\ \left(\frac{h^3}{EI_c} \right) * \frac{2EI_c}{h} &\rightarrow 2h^2 \end{aligned} \quad (5.6)$$

$$\left(\frac{h^3}{EI_c}\right) * \left(\frac{4EI_b}{L} + \frac{8EI_c}{h}\right) \rightarrow 4 \frac{I_b}{I_c} \cdot \frac{h^3}{L} + 8h^2 \rightarrow A \quad (5.7)$$

$$\left(\frac{h^3}{EI_c}\right) * \left(\frac{4EI_b}{L} + \frac{4EI_c}{h}\right) \rightarrow 4 \frac{I_b}{I_c} \cdot \frac{h^3}{L} + 4h^2 \rightarrow B$$

Sistem rijitlik matrisi bu hali ile yeniden düzenlenirse denklem 5.8'deki 15×15 boyutunda kare matris elde edilir;

$$\begin{array}{c}
 \left[\begin{array}{cccc|cccccccccccc}
 48 & -24 & 0 & 0 & 0 & 0 & -6h & -6h & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 48 & -24 & 0 & 0 & 6h & 6h & 0 & 0 & -6h & -6h & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 & 48 & -24 & 0 & 0 & 0 & 6h & 6h & 0 & 0 & -6h & -6h & 0 & 0 \\
 & & 48 & -24 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6h & 6h & 0 & 0 & -6h & -6h \\
 & & & 24 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6h & 6h & 6h & 6h \\
 \hline
 & & & & A & 2\frac{I_b}{I_c} \cdot \frac{h^3}{L} & 2h^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 & & & & & A & 0 & 2h^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 & & & & & & A & 2\frac{I_b}{I_c} \cdot \frac{h^3}{L} & 2h^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 & & & & & & & A & 0 & 2h^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 & & & & & & & & A & 2\frac{I_b}{I_c} \cdot \frac{h^3}{L} & 2h^2 & 0 & 0 & 0 \\
 & & & & & & & & & A & 0 & 2h^2 & 0 & 0 \\
 & & & & & & & & & & A & 2\frac{I_b}{I_c} \cdot \frac{h^3}{L} & 2h^2 & 0 \\
 & & & & & & & & & & & A & 0 & 2h^2 \\
 & & & & & & & & & & & & B & 2\frac{I_b}{I_c} \cdot \frac{h^3}{L} \\
 & & & & & & & & & & & & & B
 \end{array} \right]_{15 \times 15} \quad (5.8)
 \end{array}$$

Denklem 5.8 bundan sonraki hesaplarda kullanılacak olan rijitlik matrisidir. Bu rijitlik matrisi farklı $\frac{I_b}{I_c}$ oranları için hesaplanarak dinamik analize dahil edilecek ve böylece kiriş/kolon atalet momenti oranlarındaki değişimin açısal frekanslara ve mod vektörlerine etkisi incelenebilecektir.

5.1.2 Kütle Matrisinin Elde Edilmesi

Yapılan kabuller altında kütle matrisi kat hizalarında toplanmıştır Şekil 5.1. Buna göre sistemin kütle matrisi denklem 5.8'deki gibi olacaktır;

$$\mathbf{m} = m \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 \end{bmatrix}_{5 \times 5} \quad (5.9)$$

Denklem 5.8'e göre kütleler sadece ötelenme serbestlik derecelerine atanmıştır. Sistem rijitlik matrisi 15×15 , kütle matrisi ise 5×5 boyutunda kare matrislerdir. Dinamik analiz sırasında hem boyut uyumsuzluğunun olmaması hem de kütle atanmayan serbestlik derecelerinin dinamik analizden "yok" edilmeleri statik kondensasyon işlemi ile yapılacaktır (Bölüm 3.5.2). Eğer denklem 3.50 dikkatle incelenirse görülür ki; aslında kütle bağlanmayan serbestlik dereceleri yok edilmemekte, bu serbestlik derecelerine ait rijitlik altmatrisleri denklem 3.48'deki statik ilişki kullanılarak, kütle bağlanan serbestlik derecelerine ait olan rijitlik altmatrisinden (k_{11}) çıkarılmaktadır. Başka bir deyişle öteleme serbestlik derecelerine ait olan altmatrisin değeri küçülmekte ve daha az rijit hale gelmektedir. Eğer dönme serbestlik dereceleri hiç dikkate alınmasaydı ve çerçeve sistem kayma çerçevesi gibi çözülsüydi, k_{11} altmatrisi kullanılacaktı; bu da aslında çözülmek istenilen çerçeve sistemin değil de sanki daha rijit olan bir çerçeve sisteminin çözülmesi anlamına gelecekti. Dolayısıyla elde edilen sonuçlar gerçek sistemin sonuçlarından oldukça farklı olacaktı [8].

5.1.3 Durum C Kabulü

Hem geometrik hem de rijitlik açısından düşey bir eksene göre simetrik olan çerçeve sistem, yukarıda elde edilmiş olan alfanümerik rijitlik ve kütle matrisleri kullanılarak, Durum C için incelenmiştir.

$$\frac{I_b}{I_c} = 1.00 \text{ durumu için;}$$

Denklem 5.7 incelenirse görülür ki $\frac{I_b}{I_c}$ oranı sistem rijitlik matrisinin sadece k_{22} altmatrisini ve ρ kat rijitlik oranını değiştirmektedir. Bu nedenle aşağıda sıralanan işlemlerde sadece k_{22} altmatrisi ve ρ değeri verilmiştir;

$$\rho = 0.25$$

$$k_{22} = \frac{EI_c}{h} \begin{bmatrix} 10 & 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 10 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 10 & 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 10 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 10 & 1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 1 & 10 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 10 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 1 & 10 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 6 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 1 & 6 \end{bmatrix}_{10 \times 10}$$

k_{22} altmatrisi kendi içinde h^2 parantezine alınmıştır.

Denklem 5.7'deki sistem rijitlik matrisinin altmatrisleri kullanılarak, Bölüm 3.5.2'de anlatıldığı gibi, statik kondensasyon işlemi yapılırsa, kondense olmuş 5×5 'lik rijitlik matrisi aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\hat{k} = k_{11} - k_{21}^T k_{22}^{-1} k_{21} \text{ işleminden}$$

$$\hat{k} = \frac{EI_c}{h^3} \begin{bmatrix} 40.982175 & -23.953901 & 6.764277 & -1.249626 & 0.181105 \\ -23.953901 & 34.672307 & -22.743789 & 6.418531 & -0.930222 \\ 6.764277 & -22.743789 & 34.326561 & -22.052296 & 4.935115 \\ -1.249626 & 6.418531 & -22.052296 & 30.869099 & -14.212913 \\ 0.181105 & -0.930222 & 4.935115 & -14.212913 & 10.059842 \end{bmatrix}_{5 \times 5}$$

elde edilir. Bu rijitlik matrisi ile k_{11} rijitlik altmatrisi karşılaştırılırsa bu iki matrisin birbirlerinden oldukça farklı oldukları görülür.

Ters matris iterasyonu yöntemi ve süpürme matrisi yöntemi kullanılarak açılal frekanslar mod vektörleri aşağıdaki gibi elde edilmiştir;

Tablo 5.1: $I_b / I_c = 1.00$ için bulunan açılal frekanslar ve mod vektörleri

$I_b / I_c = 1.00$		Açılal Hızlar $\sqrt{EI_c / (mh^3)}$	Peryotlar $\sqrt{(mh^3) / EI_c}$	Mod Vektörleri
MODLAR	1	0.793375	7.919563	0.181457
				0.472546
				0.732494
				0.911380
				1.00
	2	2.575881	2.439238	0.490790
				0.846453
				0.465306
				-0.361957
				-1.00
	3	4.734932	1.326985	0.739912
				0.400910
				-0.700370
				-0.340889
				1.00
	4	7.066451	0.889157	1.00
				-0.539578
				-0.390868
				0.924123
				-0.964818
5	9.019413	0.696626	0.785463	
			-1.00	
			0.996455	
			-0.732613	
			0.535794	

$$\frac{I_b}{I_c} = 0.80 \text{ durumu için;}$$

$$\mathbf{k}_{22} = \frac{EI_c}{h} \begin{bmatrix} 9.6 & 0.8 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.8 & 9.6 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 9.6 & 0.8 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0.8 & 9.6 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 9.6 & 0.8 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0.8 & 9.6 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 9.6 & 0.8 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0.8 & 9.6 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5.6 & 0.8 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.8 & 5.6 \end{bmatrix}_{10 \times 10}$$

\mathbf{k}_{22} altmatrisi kullanılarak bulunmuş indirgenmiş rijitlik matrisi;

$$\hat{\mathbf{k}} = \frac{EI_c}{h^3} \begin{bmatrix} 40.511713 & -23.941018 & 7.181579 & -1.403191 & 0.210862 \\ -23.941018 & 33.869823 & -22.582063 & 6.756905 & -1.015382 \\ 7.181579 & -22.582063 & 33.445150 & -21.732717 & 5.069124 \\ -1.403191 & 6.756905 & -21.732717 & 29.453221 & -13.344063 \\ 0.210862 & -1.015382 & 5.069124 & -13.344063 & 9.120010 \end{bmatrix}_{5 \times 5}$$

Tablo 5.2: $I_b / I_c = 0.80$ için bulunan açısal frekanslar ve mod vektörleri

$I_b / I_c = 0.80$		Açısal Hızlar $\sqrt{EI_c / (mh^3)}$	Peryotlar $\sqrt{(mh^3) / EI_c}$	Mod Vektörleri
MODLAR	1	0.737356	8.521235	0.172114
				0.459529
				0.721491
				0.904910
				1.00
	2	2.428474	2.587298	0.467492
				0.829691
				0.476138
				-0.337340
				-1.00

$I_b / I_c = 0.80$		Açısal Hızlar $\sqrt{EI_c / (mh^3)}$	Peryotlar $\sqrt{(mh^3) / EI_c}$	Mod Vektörleri
MODLAR	3	4.548958	1.381236	0.727921
				0.430167
				-0.676417
				-0.370129
				1.00
	4	6.920896	0.907857	1.00
				-0.500265
				-0.432081
				0.921139
				-0.928027
	5	8.971540	0.700346	0.802429
				-1.00
				0.981027
				-0.702633
				0.498921

$\frac{I_b}{I_c} = 0.60$ durumu için,

$\rho = 0.15$

$$k_{22} = \frac{EI_c}{h} \begin{bmatrix} 9.2 & 0.6 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.6 & 9.2 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 9.2 & 0.6 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0.6 & 9.2 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 9.2 & 0.6 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0.6 & 9.2 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 9.2 & 0.6 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0.6 & 9.2 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 5.2 & 0.6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0.6 & 5.2 \end{bmatrix}_{10 \times 10}$$

k_{22} rijitlik altmatrisi kullanılarak bulunan indirgenmiş rijitlik matrisi;

$$\hat{\mathbf{k}} = \frac{EI_c}{h^3} \begin{bmatrix} 39.968346 & -23.923120 & 7.654941 & -1.586092 & 0.246812 \\ -23.923120 & 32.960789 & -22.384746 & 7.124468 & -1.108640 \\ 7.654941 & -22.384315 & 32.430315 & -21.323799 & 5.185522 \\ -1.586092 & 7.124468 & -21.323799 & 27.762147 & -12.300416 \\ 0.246812 & -1.108640 & 5.185522 & -12.300416 & 8.027092 \end{bmatrix}_{5 \times 5}$$

Tablo 5.3: $I_b / I_c = 0.60$ için bulunan açısal frekanslar ve mod vektörleri

$I_b / I_c = 0.60$		Açısal Hızlar $\sqrt{EI_c / (mh^3)}$	Peryotlar $\sqrt{(mh^3) / EI_c}$	Mod Vektörleri
MODLAR	1	0.669432	9.385852	0.160377
				0.441626
				0.705423
				0.895171
				1.00
	2	2.249019	2.793745	0.439183
				0.807480
				0.489788
				-0.304468
				-1.00
	3	4.323175	1.453373	0.717128
				0.468071
				-0.647336
				-0.407843
				1.00
	4	6.745801	0.931422	1.00
				-0.454563
				-0.479044
				0.915368
				-0.882386
5	8.915117	0.704779	0.822059	
			-1.00	
			0.963479	
			-0.669406	
			0.458622	

$$\frac{I_b}{I_c} = 0.40 \text{ durumu için;}$$

$$\rho = 0.10$$

$$k_{22} = \begin{bmatrix} 8.8 & 0.4 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.4 & 8.8 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 8.8 & 0.4 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0.4 & 8.8 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 8.8 & 0.4 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0.4 & 8.8 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 8.8 & 0.4 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0.4 & 8.8 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 4.8 & 0.4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0.4 & 4.8 \end{bmatrix}_{10 \times 10}$$

k_{22} rijitlik altmatrisi kullanılarak bulunan indirgenmiş sistem rijitlik matrisi;

$$\hat{k} = \begin{bmatrix} 39.332396 & -23.897543 & 8.196303 & -1.805449 & 0.290032 \\ -23.897543 & 31.921071 & -22.139382 & 7.520087 & -1.208046 \\ 8.196303 & -22.139382 & 31.244855 & -20.786951 & 5.266980 \\ -1.805449 & 7.520087 & -20.786951 & 25.699886 & -11.020062 \\ 0.290032 & -1.208046 & 5.266980 & -11.020062 & 6.734146 \end{bmatrix}_{5 \times 5}$$

Tablo 5.4: $I_b / I_c = 0.40$ için bulunan açısal frekanslar ve mod vektörleri

$I_b / I_c = 0.40$		Açısal Hızlar $\sqrt{EI_c / (mh^3)}$	Peryotlar $\sqrt{(mh^3) / EI_c}$	Mod Vektörleri
MODLAR	1	0.583173	10.774132	0.144535
				0.414525
				0.679166
				0.878616
				1.00
	2	2.020641	3.554928	0.403688
				0.777227
				0.508722
				-0.257265
				-1.00

$I_b / I_c = 0.40$		Açısal Hızlar $\sqrt{EI_c / (mh^3)}$	Peryotlar $\sqrt{(mh^3) / EI_c}$	Mod Vektörleri
MODLAR	3	4.040822	1.554928	0.710664
				0.521581
				-0.610582
				-0.460029
				1.00
	4	6.530840	0.962079	1.00
				-0.400181
				-0.533259
				0.904677
				-0.822738
	5	8.846564	0.710240	0.844874
				-1.00
				0.943680
				-0.632146
				0.413219

$$\frac{I_b}{I_c} = 0 \text{ (Eğilme Çerçevesi)}$$

$$\rho = 0$$

$$k_{22} = \begin{bmatrix} 8 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 8 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 8 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 8 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 8 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 8 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 8 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 4 \end{bmatrix}_{10 \times 10}$$

k_{22} rijitlik altmatrisi kullanılarak bulunan indirgenmiş sistem rijitlik matrisi;

$$\hat{\mathbf{k}} = \frac{EI_c}{h^3} \begin{bmatrix} 37.657459 & -23.801105 & 9.546961 & -2.386740 & 0.397790 \\ -23.801105 & 29.303867 & -21.414365 & 8.353591 & -1.392265 \\ 9.546961 & -21.414365 & 28.110497 & -19.027624 & 5.171271 \\ -2.386740 & 8.353591 & -19.027624 & 19.756906 & -7.292818 \\ 0.397790 & -1.392265 & 5.171271 & -7.292818 & 3.215470 \end{bmatrix}_{5 \times 5}$$

Tablo 5.5: $I_b / I_c = 0.00$ için bulunan açısız frekanslar ve mod vektörleri

$I_b / I_c = 0.00$		Açısız Hızlar $\sqrt{EI_c / (mh^3)}$	Peryotlar $\sqrt{(mh^3) / EI_c}$	Mod Vektörleri
MODLAR	1	0.195312	32.169934	0.063234
				0.228047
				0.458534
				0.723349
				1.00
	2	1.172865	5.357125	0.314000
				0.730699
				0.671899
				0.007469
				-1.00
	3	3.165176	1.985098	0.785688
				0.803487
				-0.488999
				-0.703205
				1.00
	4	5.907743	1.063551	1.00
				-0.250148
				-0.672970
				0.852097
				-0.629167
5	8.656131	0.725865	0.905648	
			-1.00	
			0.894672	
			-0.538531	
			0.301683	

5.1.4 Durum B Kabulü

Hem geometrik hem de rijitlik açısından düşey bir eksene göre simetrik olan çerçeve sistem, 5.1.1 ve 5.1.2 bölümlerinde elde edilmiş olan alfanümerik rijitlik ve kütle matrisleri kullanılarak Durum B için incelenmiştir.

Bölüm 4.1.1'de çıkarılan formüller kullanılarak (4.3 ve 4.4), farklı $\frac{I_b}{I_c}$ oranlarına denk düşen sistem rijitlik matrislerinde Durum B kabulüne uygun değişiklikler yapılmıştır. Bu değişiklikler $\frac{I_b}{I_c}=1.00$ oranı için ayrıntılı olarak gösterilmiş diğer oranlar için ise sadece değişmiş durumları verilmiştir.

Durum C'de farklı kiriş/kolon atalet momentleri için bulunan k_{11} , k_{12} , k_{21} ve k_{22} rijitlik altmatrisleri burada da aynen kullanılmıştır; $\frac{I_b}{I_c}$ oranlarındaki değişim sistem rijitlik matrisinin sadece k_{22} rijitlik altmatrisini değiştirmektedir diğer altmatrislerde ise herhangi bir değişiklik oluşturmamaktadır. k_{11} , k_{12} , k_{21} ve k_{22} rijitlik altmatrislerine denklem 4.3 ve 4.4 uygulandığında k_{12} , k_{21} ve k_{22} rijitlik altmatrislerinde değişiklikler olmaktadır. k_{11} öteleme serbestlik derecelerine denk düşen rijitlik altmatrisinde ise herhangi bir değişiklik olmamaktadır. Bu zaten beklenen bir durumdur; çünkü Durum B'de dönme serbestlik dereceleriyle ilgili kabuller yapılmaktadır. Genel hali denklem 5.7'de verilen alfanümerik rijitlik alt matrisleri burada tekrar yazılmış ve denklem 4.3 ve 4.4'ün yaptığı değişiklikler aşağıda gösterilmiştir;

$$k_{11} = \frac{EI_c}{h^3} \begin{bmatrix} 48 & -24 & 0 & 0 & 0 \\ -24 & 48 & -24 & 0 & 0 \\ 0 & -24 & 48 & -24 & 0 \\ 0 & 0 & -24 & 48 & -24 \\ 0 & 0 & 0 & -24 & 24 \end{bmatrix}_{5 \times 5} ; \text{ bu matriste herhangi bir değişiklik}$$

olmayacaktır.

Denklem 4.3 k_{12} altmatrisinde aşağıdaki şekilde değişiklik yapacaktır;

$$k_{12} = \frac{EI_c}{h^2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & -6 & -6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 6 & 6 & 0 & 0 & -6 & -6 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 6 & 6 & 0 & 0 & -6 & -6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 6 & 6 & 0 & 0 & -6 & -6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6 & 6 & 6 & 6 \end{bmatrix}_{5 \times 10}$$

gruplanmış elemanlar

sütunlar halinde toplanacaktır.

Denklem 4.4 k_{21} ve k_{22} altmatrisinde aşağıdaki şekilde değişiklik yapacaktır;

$$k_{21} = \frac{EI_c}{h^2} \begin{bmatrix} 0 & 6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 & 0 & 0 \\ -6 & 0 & 6 & 0 & 0 \\ -6 & 0 & 6 & 0 & 0 \\ 0 & -6 & 0 & 6 & 0 \\ 0 & -6 & 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & -6 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & -6 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & -6 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & -6 & 6 \end{bmatrix}_{10 \times 5}$$

gruplanmış elemanlar satırlar halinde

toplanacaktır.

$$k_{22} = \frac{EI_c}{h} \begin{bmatrix} 10 & 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 10 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 10 & 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 10 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 10 & 1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 1 & 10 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 10 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 1 & 10 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 6 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 1 & 6 \end{bmatrix}_{10 \times 10}$$

gruplanmış elemanlar bloklar

halinde toplanacaktır.

Bu durumda yeni sistem rijitlik matrisinin değeri aşağıdaki gibi olacaktır;

$$\tilde{\mathbf{k}} = \frac{EI_c}{h^3} \begin{bmatrix} 48 & -24 & 0 & 0 & 0 & 0 & -12 & 0 & 0 & 0 \\ -24 & 48 & -24 & 0 & 0 & 12 & 0 & -12 & 0 & 0 \\ 0 & -24 & 48 & -24 & 0 & 0 & 12 & 0 & -12 & 0 \\ 0 & 0 & -24 & 48 & -24 & 0 & 0 & 12 & 0 & -12 \\ 0 & 0 & 0 & -24 & 24 & 0 & 0 & 0 & 12 & 12 \\ \hline 0 & 12 & 0 & 0 & 0 & 22 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ -12 & 0 & 12 & 0 & 0 & 4 & 22 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & -12 & 0 & 12 & 0 & 0 & 4 & 22 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & -12 & 0 & 12 & 0 & 0 & 4 & 22 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & -12 & 12 & 0 & 0 & 0 & 4 & 14 \end{bmatrix}_{10 \times 10}$$

Burada \mathbf{k}_{11} rijitlik altmatrisi değişmemiş, \mathbf{k}_{12} rijitlik altmatrisi 5×10 boyutlu bir altmatrisken 5×5 boyutlu bir altmatrise $\tilde{\mathbf{k}}_{12}$, \mathbf{k}_{21} rijitlik altmatrisi 10×5 boyutlu bir altmatrisken 5×5 boyutlu bir altmatrise $\tilde{\mathbf{k}}_{21}$ ve \mathbf{k}_{22} rijitlik altmatrisi ise 10×10 boyutlu bir altmatrisken 5×5 boyutlu bir altmatrise $\tilde{\mathbf{k}}_{22}$, dönüştürmüştür. $\tilde{\mathbf{k}}$, düşey bir eksene göre hem rijitlik hem de geometrik açıdan simetrik olan bir çerçevenin, aynı katta bulunan dönme serbestlik derecelerinin eşit dönmeler yaptığı kabul edilen değiştirilmiş rijitlik matrisidir.

Bu rijitlik matrisinin yeniden düzenlenmiş altmatrisleri kullanılarak, kütle bağlanmamış serbestlik dereceleri olan dönme serbestlik dereceleri statik kondensasyon yolu ile azaltılırsa aşağıda verilen indirgenmiş rijitlik matrisi elde edilir;

$$\hat{\mathbf{k}} = \mathbf{k}_{11} - \tilde{\mathbf{k}}_{21}^T \tilde{\mathbf{k}}_{22}^{-1} \tilde{\mathbf{k}}_{21} \text{ işleminden}$$

$$\hat{\mathbf{k}} = \frac{EI_c}{h^3} \begin{bmatrix} 40.982175 & -23.953901 & 6.767277 & -1.249626 & 0.181105 \\ -23.953901 & 34.672307 & -22.743789 & 6.418531 & -0.930222 \\ 6.764277 & -22.743789 & 34.326561 & -22.052296 & 4.935115 \\ -1.249626 & 6.418531 & -22.052296 & 30.869099 & -14.212913 \\ 0.181105 & -0.930222 & 4.935115 & -14.212913 & 10.059842 \end{bmatrix}_{5 \times 5}$$

Yukarıda $\frac{I_b}{I_c} = 1.00$ olan ve aynı katta bulunan dönme serbestlik derecelerinin

eşit dönme yaptığı kabulüne dayanarak çıkarılmış olan indirgenmiş rijitlik matrisi ile Durum C'de aynı atalet momenti oranına denk düşen indirgenmiş rijitlik matrisi kıyaslandığında görülür ki; her iki indirgenmiş rijitlik matrisi birbirinin aynısıdır. Buradan çıkan sonucu şu şekilde özetlemek mümkündür: Bir sistemin, hem geometri hem de rijitlik yönlerinden ortasından geçen düşey eksene göre simetrik olması durumunda, katların yatay doğrultudaki yerdeğiştirmeleri için düğüm noktalarında meydana gelen dönme miktarları antisimetrik (aynı yönde eşit büyüklükte) olacaktır. Bir başka deyişle Durum B'de dönme serbestlik dereceleri için yapılan kabul ile sistemin yanal yer ivmesi etkisi altındaki dönme serbestlik derecelerinin davranışı ile tam olarak örtüşmektedir [6][8].

Yukarıda anlatılan sebeplerden ötürü, Durum B ve Durum C'de farklı atalet momenti değerleri için elde edilen indirgenmiş sistem rijitlik matrisleri aynı olmaktadır; dolayısıyla açılma frekanslar ve mod vektörleri de aynı olacaktır. Bu iki durum arasındaki tek fark, statik kondensasyon işlemi sırasında Durum C'de kullanılan alt matrisler daha küçük boyutlardadır.

$\frac{I_b}{I_c} = 0.80$ için;

$$\tilde{\mathbf{k}} = \frac{EI_c}{h^3} \begin{bmatrix} 48 & -24 & 0 & 0 & 0 & 0 & -12 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -24 & 48 & -24 & 0 & 0 & 12 & 0 & -12 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -24 & 48 & -24 & 0 & 0 & 12 & 0 & -12 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -24 & 48 & -24 & 0 & 0 & 12 & 0 & -12 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -24 & 24 & 0 & 0 & 0 & 12 & 12 & 0 \\ \hline 0 & 12 & 0 & 0 & 0 & 20.8 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -12 & 0 & 12 & 0 & 0 & 4 & 20.8 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -12 & 0 & 12 & 0 & 0 & 4 & 20.8 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -12 & 0 & 12 & 0 & 0 & 4 & 20.8 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -12 & 12 & 0 & 0 & 0 & 4 & 12.8 & 0 \end{bmatrix}_{10 \times 10}$$

Yukarıda verilen rijitlik matrisinin altmatrisleri kullanılarak elde edilen indirgenmiş rijitlik matrisi;

$$\hat{\mathbf{k}} = \frac{EI_c}{h^3} \begin{bmatrix} 40.511713 & -23.941018 & 7.181579 & -1.403191 & 0.210862 \\ -23.941018 & 33.869823 & -22.582063 & 6.756905 & -1.015382 \\ 7.181579 & -22.582063 & 33.445150 & -21.732717 & 5.069124 \\ -1.403191 & 6.756905 & -21.732717 & 29.453221 & -13.344063 \\ 0.210862 & -1.015382 & 5.069124 & -13.344063 & 9.120010 \end{bmatrix}_{5 \times 5}$$

Durum C'de bulunan $\frac{I_b}{I_c} = 0.80$ oranına denk düşen indirgenmiş rijitlik matrisi

ile yukarıda bulunan indirgenmiş rijitlik matrisi aynıdır. Dolayısıyla açılal frekanslar ve mod vektörleri de aynı olacaktır.

$\frac{I_b}{I_c} = 0.60$ oranı için;

$$\tilde{\mathbf{k}} = \frac{EI_c}{h^3} \begin{bmatrix} 48 & -24 & 0 & 0 & 0 & 0 & -12 & 0 & 0 & 0 \\ -24 & 48 & -24 & 0 & 0 & 12 & 0 & -12 & 0 & 0 \\ 0 & -24 & 48 & -24 & 0 & 0 & 12 & 0 & -12 & 0 \\ 0 & 0 & -24 & 48 & -24 & 0 & 0 & 12 & 0 & -12 \\ 0 & 0 & 0 & -24 & 24 & 0 & 0 & 0 & 12 & 12 \\ \hline 0 & 12 & 0 & 0 & 0 & 19.6 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ -12 & 0 & 12 & 0 & 0 & 4 & 19.6 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & -12 & 0 & 12 & 0 & 0 & 4 & 19.6 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & -12 & 0 & 12 & 0 & 0 & 4 & 19.6 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & -12 & 12 & 0 & 0 & 0 & 4 & 11.6 \end{bmatrix}_{10 \times 10}$$

Yukarıda verilen rijitlik matrisinin altmatrisleri kullanılarak elde edilen indirgenmiş rijitlik matrisi;

$$\hat{\mathbf{k}} = \frac{EI_c}{h^3} \begin{bmatrix} 39.968346 & -23.923120 & 7.654941 & -1.586092 & 0.246812 \\ -23.923120 & 32.960789 & -22.384746 & 7.124468 & -1.108640 \\ 7.654941 & -22.384746 & 32.430315 & -21.323799 & 5.185522 \\ -1.586092 & 7.124468 & -21.323799 & 27.762147 & -12.300416 \\ 0.246812 & -1.108640 & 5.185522 & -12.300416 & 8.027092 \end{bmatrix}_{5 \times 5}$$

Durum C'de bulunan $\frac{I_b}{I_c} = 0.60$ oranına denk düşen indirgenmiş rijitlik matrisi

ile yukarıda bulunan indirgenmiş rijitlik matrisi aynıdır. Dolayısıyla açılal frekanslar ve mod vektörleri de aynı olacaktır.

$\frac{I_b}{I_c} = 0.40$ durum için;

$$\tilde{\mathbf{k}} = \frac{EI_c}{h^3} \begin{bmatrix} 48 & -24 & 0 & 0 & 0 & 0 & -12 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -24 & 48 & -24 & 0 & 0 & 12 & 0 & -12 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -24 & 48 & -24 & 0 & 0 & 12 & 0 & -12 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -24 & 48 & -24 & 0 & 0 & 12 & 0 & -12 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -24 & 24 & 0 & 0 & 0 & 12 & 12 & 0 \\ 0 & 12 & 0 & 0 & 0 & 18.4 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -12 & 0 & 12 & 0 & 0 & 4 & 18.4 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -12 & 0 & 12 & 0 & 0 & 4 & 18.4 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -12 & 0 & 12 & 0 & 0 & 4 & 18.4 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -12 & 12 & 0 & 0 & 0 & 4 & 10.4 & 0 \end{bmatrix}_{10 \times 10}$$

Yukarıda verilen rijitlik matrisinin altmatrisleri kullanılarak elde edilen indirgenmiş rijitlik matrisi;

$$\hat{\mathbf{k}} = \frac{EI_c}{h^3} \begin{bmatrix} 39.332396 & -23.897543 & 8.196303 & -1.805449 & 0.290032 \\ -23.897543 & 31.921071 & -22.139382 & 7.520087 & -1.208046 \\ 8.196303 & -22.139382 & 31.244855 & -20.786951 & 5.266980 \\ -1.805449 & 7.520087 & -20.786951 & 25.699886 & -11.020062 \\ 0.290032 & -1.208046 & 5.266980 & -11.020062 & 6.734146 \end{bmatrix}_{5 \times 5}$$

Durum C'de bulunan $\frac{I_b}{I_c} = 0.40$ oranına denk düşen indirgenmiş rijitlik matrisi

ile yukarıda bulunan indirgenmiş rijitlik matrisi aynıdır. Dolayısıyla açılal frekanslar ve mod vektörleri de aynı olacaktır.

$\frac{I_b}{I_c} = 0.00$ (Eğilme Çerçevesi) durumu için;

$$\tilde{\mathbf{k}} = \frac{EI_c}{h^3} \begin{bmatrix} 48 & -24 & 0 & 0 & 0 & 0 & -12 & 0 & 0 & 0 \\ -24 & 48 & -24 & 0 & 0 & 12 & 0 & -12 & 0 & 0 \\ 0 & -24 & 48 & -24 & 0 & 0 & 12 & 0 & -12 & 0 \\ 0 & 0 & -24 & 48 & -24 & 0 & 0 & 12 & 0 & -12 \\ 0 & 0 & 0 & -24 & 24 & 0 & 0 & 0 & 12 & 12 \\ 0 & 12 & 0 & 0 & 0 & 16 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ -12 & 0 & 12 & 0 & 0 & 4 & 16 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & -12 & 0 & 12 & 0 & 0 & 4 & 16 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & -12 & 0 & 12 & 0 & 0 & 4 & 16 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & -12 & 12 & 0 & 0 & 0 & 4 & 8 \end{bmatrix}_{10 \times 10}$$

Yukarıda verilen rijitlik matrisinin altmatrisleri kullanılarak elde edilen indirgenmiş rijitlik matrisi;

$$\hat{\mathbf{k}} = \frac{EI_c}{h^3} \begin{bmatrix} 37.657459 & -23.801105 & 9.546961 & -2.386740 & 0.397790 \\ -23.801105 & 29.303867 & -21.414365 & 8.353591 & -1.392265 \\ 9.546961 & -21.414365 & 28.110497 & -19.027624 & 5.171271 \\ -2.386740 & 8.353591 & -19.027624 & 19.756906 & -7.292818 \\ 0.397790 & -1.392265 & 5.171271 & -7.292818 & 3.215470 \end{bmatrix}_{5 \times 5}$$

Durum C'de bulunan $\frac{I_b}{I_c} = 0.00$ oranına denk düşen indirgenmiş rijitlik matrisi ile yukarıda bulunan indirgenmiş rijitlik matrisi aynıdır. Dolayısıyla açısal frekanslar ve mod vektörleri de aynı olacaktır.

5.1.5 Durum A Kabulü

Bu kabulde çerçeve sistem, kayma çerçevesi kabul edilerek modellenmiştir. Kayma çerçevesi kabulünde kirişler hem aksenal hem de düğüm noktalarındaki dönmeler yönünden sonsuz rijit olacaktır.

Kayma çerçevesi olarak modellenen çerçeve sistemin rijitlik matrisi, Durum C ve Durum B'de incelenen sistem rijitlik matrisleri ötelenme serbestlik derecelerine ait olan kısmı olacaktır (5×5 boyutunda k_{11} altmatrisi).

$$\mathbf{k} = \frac{EI_c}{h^3} \begin{bmatrix} 48 & -24 & 0 & 0 & 0 \\ -24 & 48 & -24 & 0 & 0 \\ 0 & -24 & 48 & -24 & 0 \\ 0 & 0 & -24 & 48 & -24 \\ 0 & 0 & 0 & -24 & 24 \end{bmatrix}_{5 \times 5}$$

Bu kabul altında herhangi bir statik indirgeme işlemi yapılmasına gerek yoktur; çünkü zaten kütleler ötelenme serbestlik derecelerine bağlanmıştır. Yukarıda verilen rijitlik matrisi ve daha önce bulunmuş olan kütle matrisi kullanılarak açılal frekanslar ve mod vektörleri Ters Matris İterasyonu Yöntemi ve Süpürme Matrisi Yöntemleri ile aşağıdaki gibi elde edilmiştir;

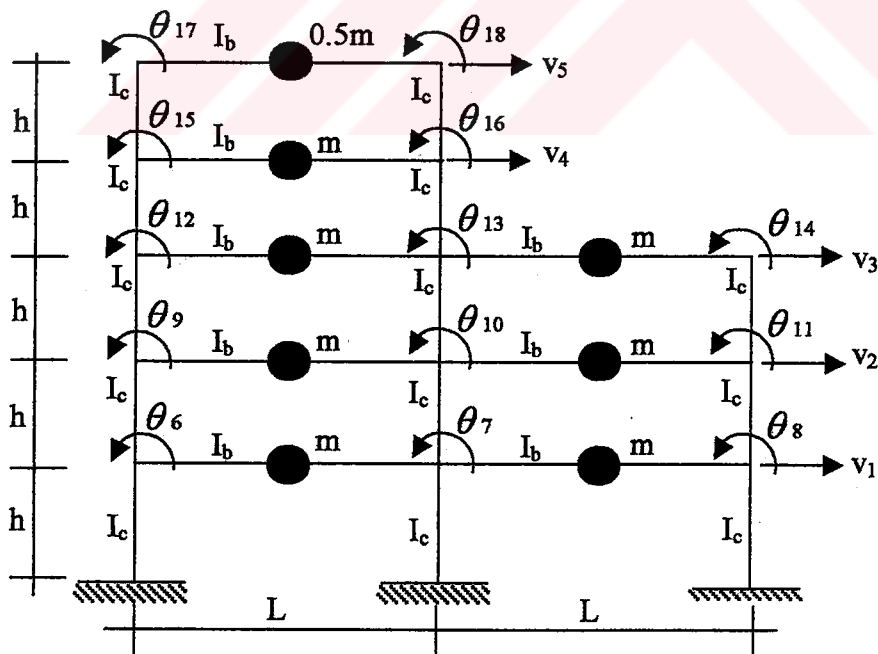
Tablo 5.6: $I_b / I_c = \infty$ için bulunan açılal frekanslar ve mod vektörleri

Kayma Çerçevesi		Açılal Hızlar $\sqrt{EI_c / (mh^3)}$	Periyotlar $\sqrt{(mh^3) / EI_c}$	Mod Vektörleri
MODLAR	1	1.532470	4.100050	0.311610
				0.586970
				0.809940
				0.950680
				1.00
	2	4.451480	1.411480	0.815120
				0.936510
				0.287140
				-0.587590
				-1.00
	3	6.970100	0.901540	0.920750
				0.033580
				-0.933520
				-0.014520
				1.00

Kayma Çerçevesi		Açısal Hızlar $\sqrt{EI_c / (mh^3)}$	Periyotlar $\sqrt{(mh^3) / EI_c}$	Mod Vektörleri
MODLAR	4	8.679560	0.723910	0.829610
				-1.00
				0.140840
				0.695950
				-0.996140
	5	9.593850	0.654920	0.419670
				-0.651180
				1.00
				-0.987940
				0.915160

5.2 Simetrik Olmayan Çerçeve Sistem

Bu bölümde hem geometrik açıdan hem de rijitlik açısından simetrik olmayan bir çerçeve sistem incelenmiştir. Bu sistem Şekil 5.5'de gösterilmiştir;



Şekil 5.5: Hem rijitlik hem de geometrik açıdan simetrik olmayan çerçeve sistem

Şekil 5.5'de gösterilen simetrik olmayan sistemin bütün kolonlarının atalet momenti I_c , bütün kirişlerinin atalet momenti de I_b olarak tanımlanmıştır. Kat kütleleri kat ortalarında toplanmıştır ve beşinci katta $0.5m$, diğer katlarda ise m 'dir. Kat yükseklikleri tüm katlarda sabit tutulmuştur ve değeri h olarak alınmıştır. Her iki çerçeve açıklığının değeri ise L 'dir. Kolon-kiriş atalet momentleri ve kolon-kiriş yükseklikleri arasındaki ilişki kat rijitlik oranı ile belirlenmiştir. Bu değer en genel hali ile aşağıdaki gibi tanımlanabilir;

$$\rho = \frac{\sum \frac{EI_b}{L_b} \text{ Tüm kirişler}}{\sum \frac{EI_c}{h_c} \text{ Tüm kolonlar}} \quad (5.10)$$

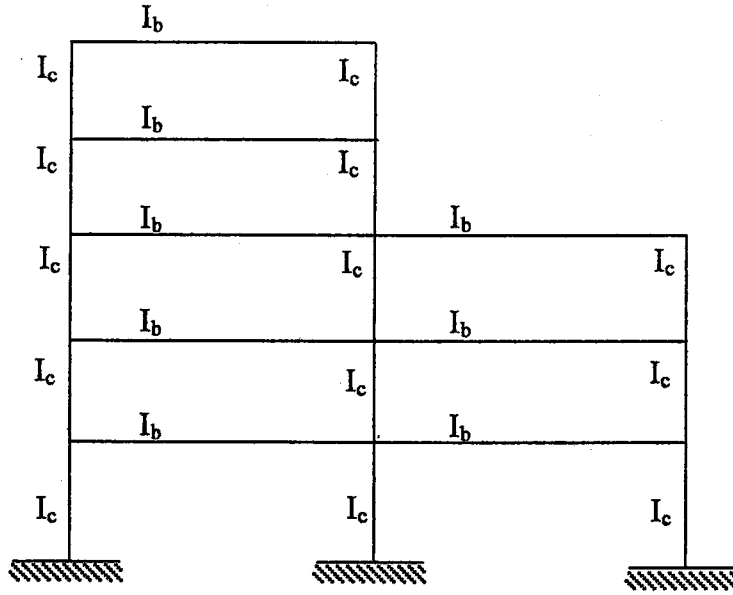
Bu değer çerçevenin orta katına en yakın olan kolon ve kirişlerin rijitlik özellikleri ile tanımlanabilir. Bu örnekte bu kat üçüncü kat olarak alınmıştır. Buna göre Şekil 5.5'de verilen çerçeve elemanı için kat rijitlik oranı aşağıda verilmiştir [1];

$$\rho = \frac{2}{3} \cdot \frac{I_b}{I_c} \cdot \frac{h}{L}$$

Simetrik sistem için yapılan tüm kabuller simetrik olmayan sistem için de geçerlidir. Simetrik sistemin çözümünde izlenen yol burada da aynı şekilde izlenmiştir.

5.2.1 Simetrik Olmayan Çerçeve Sistemin Rijitlik Matrisinin Elde Edilmesi

Simetrik sistemin rijitlik matrisinin elde edilmesinde izlenen yol burada da izlenmiştir. Aşağıdaki çerçeve sistemin tüm serbestlik derecelerine birer birimlik deplasman verilerek sistem rijitlik matrisi kurulmuştur;



Şekil 5.6: Sadece kolon ve kiriş rijitliklerinin olduğu kabul edilen çerçeve eleman

Bölüm 5.1.1’de anlatıldığı şekliyle elde edilen 18×18 boyutunda simetrik sistem rijitlik matrisi düzenlenmiş hali ile bir sonraki sayfada verilmiştir. Denklem 5.11’de verilen alfanümerik rijitlik matrisi alt matrislere ayrılmıştır. Bu altmatrisleri aşağıdaki gibi göstermek mümkündür:

$$\mathbf{k} = \begin{bmatrix} \mathbf{k}_{11} & \mathbf{k}_{12} \\ \mathbf{k}_{21} & \mathbf{k}_{22} \end{bmatrix}_{18 \times 18} \quad (5.12)$$

\mathbf{k}_{11} altmatrisi 5×5 boyutunda bir kare matristir ve ötelenme serbestlik derecelerinin birbiriyle olan ilişkisini, bağlantısını tanımlar. Aynı şekilde \mathbf{k}_{12} altmatrisi 5×13 boyutunda bir matristir ve ötelenme serbestlik dereceleri ile dönme serbestlik derecelerinin arasındaki ilişkiyi kurar. \mathbf{k}_{21} altmatrisi ise 13×5 boyutunda bir matristir ve dönme serbestlik dereceleri ile ötelenme serbestlik dereceleri arasındaki ilişkiyi kurar; burada $\mathbf{k}_{12} = \mathbf{k}_{21}^T$ ’dir. Son olarak \mathbf{k}_{22} altmatrisi 13×13 boyutunda bir kare matristir ve dönme serbestlik derecelerinin birbiriyle olan ilişkiyi kurar [9].

$$\begin{bmatrix}
 72 & -36 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 & 72 & -36 & 0 & 0 & 0 & 6h & 6h & 6h & 0 & -6h & -6h & -6h & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 & & 60 & -24 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6h & 6h & 6h & 0 & -6h & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 & & & 48 & -24 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6h & -6h & -6h & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 & & & & 24 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6h & 6h & 0 & -6h & -6h & 0 & 0 \\
 \hline
 & & & & & A & \frac{I_b h^3}{2 I_c L} & B & \frac{I_b h^3}{2 I_c L} & A & 2h^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 & & & & & & B & \frac{I_b h^3}{2 I_c L} & A & 0 & 2h^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 & & & & & & & A & 0 & 2h^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 & & & & & & & & B & \frac{I_b h^3}{2 I_c L} & A & 0 & 2h^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 & & & & & & & & & A & 0 & 2h^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 & & & & & & & & & & B & \frac{I_b h^3}{2 I_c L} & 0 & 2h^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 & & & & & & & & & & & C & \frac{I_b h^3}{2 I_c L} & 0 & 2h^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 & & & & & & & & & & & & & A & \frac{I_b h^3}{2 I_c L} & 2h^2 & 0 & 0 & 0 \\
 & & & & & & & & & & & & & & & A & 0 & 2h^2 & 0 & 0 \\
 & & & & & & & & & & & & & & & & C & \frac{I_b h^3}{2 I_c L} & 2h^2 & 0 \\
 & & & & & & & & & & & & & & & & & & C & \frac{I_b h^3}{2 I_c L} & 2h^2 \\
 & C & \frac{I_b h^3}{2 I_c L} & 2h^2 \\
 \hline
 & C & \frac{I_b h^3}{2 I_c L} & 2h^2 \\
 \end{bmatrix}$$

(5.11)

$$k = \frac{EI_c}{h^3}$$

Denklem 5.11'de verilen alfanümerik sistem rijitlik matrisinin A, B ve C elemanlarının değerleri aşağıda verilmiştir;

$$\begin{aligned}
 A &\rightarrow \left(8h^2 + 4\frac{I_b}{I_c} \cdot \frac{h^3}{L}\right) \\
 B &\rightarrow \left(8h^2 + 8\frac{I_b}{I_c} \cdot \frac{h^3}{L}\right) \\
 C &\rightarrow \left(4h^2 + 4\frac{I_b}{I_c} \cdot \frac{h^3}{L}\right)
 \end{aligned} \tag{5.13}$$

Sistem rijitlik matrisinin elemanları $\frac{EI_c}{h^3}$ parantezine alınarak düzenlenmiştir.

Denklem 5.11 bundan sonraki hesaplarda kullanılacak olan rijitlik matrisidir. Bu rijitlik matrisi farklı $\frac{I_b}{I_c}$ oranları için hesaplanarak dinamik analize dahil edilecek ve böylece kiriş/kolon atalet momenti oranlarının açısal frekanslara ve mod vektörlerine etkisi incelenebilecektir.

5.2.2 Kütle Matrisinin Elde Edilmesi

Yapılan kabuller altında kütle matrisi kat hizalarında toplanmıştır Şekil 5.5. Buna göre sistemin kütle matrisi denklem 5.14'deki gibi olacaktır;

$$\mathbf{m} = m \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 \end{bmatrix}_{5 \times 5} \tag{5.14}$$

Denklem 5.14'e göre kütleler sadece ötelenme serbestlik derecelerine atanmıştır. Sistem rijitlik matrisi 18×18 , kütle matrisi ise 5×5 boyutunda kare matrislerdir. Dinamik analiz sırasında hem boyut uyumsuzluğunun olmaması hem de kütle atanmayan serbestlik derecelerinin dinamik analizden "yok" edilmeleri statik kondensasyon işlemi ile yapılacaktır.

5.2.3 Durum C Kabulü

Yukarıda elde edilmiş olan alfanümerik rijitlik ve kütle matrisleri kullanılarak, hem geometri hem de rijitlik açısından simetrik olmayan çerçeve sistem, Durum C için incelenmiştir.

Burada izlenen yöntem simetrik sistem için izlenmiş olan yöntem ile tamamen aynıdır.

$$\frac{I_b}{I_c} = 1.00 \text{ durumu için;}$$

$$\rho = 0.333333$$

$$k_{22} = \frac{EI_c}{h} \begin{bmatrix} 10 & 1 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 12 & 1 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 10 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 10 & 1 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 & 12 & 1 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 1 & 10 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 10 & 1 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 1 & 12 & 1 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 1 & 6 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 10 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 1 & 10 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 6 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 1 & 6 \end{bmatrix}_{13 \times 13}$$

k_{22} altmatrisi kendi içinde h^2 parantezine alınmıştır.

$\hat{\mathbf{k}} = \mathbf{k}_{11} - \mathbf{k}_{21}^T \mathbf{k}_{22}^{-1} \mathbf{k}_{21}$ işleminden indirgenmiş 5×5 boyutunda rijitlik matrisi aşağıdaki gibi bulunur;

$$\hat{\mathbf{k}} = \frac{EI_c}{h^3} \begin{bmatrix} 62.147767 & -35.518105 & 8.459858 & -0.936059 & 0.135661 \\ -35.518105 & 51.348225 & -29.577108 & 5.482843 & -0.794615 \\ 8.459858 & -29.577108 & 39.428853 & -21.760591 & 4.892839 \\ -0.936059 & 5.482843 & -21.760591 & 31.342511 & -14.281523 \\ 0.135661 & -0.794615 & 4.892839 & -14.281523 & 10.069786 \end{bmatrix}_{5 \times 5}$$

Bu rijitlik matrisi \mathbf{k}_{11} rijitlik altmatrisi ile karşılaştırılırsa bu iki matrisin birbirlerinden oldukça farklı oldukları görülür.

Ters matris itersasyonu yöntemi ve süpürme matrisi yöntemi kullanılarak açılal frekanslar mod vektörleri aşağıdaki gibi elde edilmiştir;

Tablo 5.7: $I_b / I_c = 1.00$ için bulunan açılal frekanslar ve mod vektörleri

$I_b / I_c = 1.00$		Açılal Hızlar $\sqrt{EI_c / (mh^3)}$	Periyotlar $\sqrt{(mh^3) / EI_c}$	Mod Vektörleri
MODLAR	1	0.875231	7.178887	0.195303
				0.485787
				0.723841
				0.901088
				1.00
	2	2.392009	2.626740	0.282167
				0.466685
				0.234685
				-0.447657
				-1.00
	3	4.184621	1.501494	0.704465
				0.381225
				-0.691991
				-0.159572
				1.00

$I_b / I_c = 1.00$		Açısal Hızlar $\sqrt{EI_c / (mh^3)}$	Peryotlar $\sqrt{(mh^3) / (EI_c)}$	Mod Vektörleri
MODLAR	4	6.620708	0.949020	0.745059
				-0.565205
				-0.013729
				0.863413
				-1.00
	5	7.753290	0.810390	0.452348
				-0.571840
				0.579553
				-1.00
				0.882407

$$\frac{I_b}{I_c} = 0.80 \text{ durumu için;}$$

$$\rho = 0.266667$$

$$k_{22} = \frac{EI_c}{h} \begin{bmatrix} 9.6 & 0.8 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.8 & 11.2 & 0.8 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.8 & 9.6 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 9.6 & 0.8 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0.8 & 11.2 & 0.8 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0.8 & 9.6 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0.8 & 11.2 & 0.8 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0.8 & 11.2 & 0.8 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0.8 & 5.6 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 9.6 & 0.8 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0.8 & 9.6 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 5.6 & 0.8 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0.8 & 5.6 \end{bmatrix}_{13 \times 13}$$

k_{22} altmatrisi kullanılarak bulunmuş indirgenmiş rijitlik matrisi;

$$\hat{\mathbf{k}} = \frac{EI_c}{h^3} \begin{bmatrix} 61.397579 & -35.421132 & 8.998070 & -1.087782 & 0.163465 \\ -35.421132 & 49.794906 & -29.015772 & 5.883858 & -0.884186 \\ -1.087782 & -29.015772 & 38.089576 & -21.471319 & 5.029843 \\ 0.163465 & 5.883858 & -21.471319 & 29.895707 & -13.410557 \\ 0.163465 & -0.884186 & 5.029843 & -13.410557 & 9.130002 \end{bmatrix}_{5 \times 5}$$

Tablo 5.8: $I_b / I_c = 0.80$ için bulunan açısal frekanslar ve mod vektörleri

$I_b / I_c = 0.80$		Açısal Hızlar $\sqrt{EI_c / (mh^3)}$	Periyotlar $\sqrt{(mh^3) / EI_c}$	Mod Vektörleri
MODLAR	1	0.818026	7.680909	0.184685
				0.471289
				0.712468
				0.894258
				1.00
	2	2.254594	2.786836	0.270024
				0.460993
				0.243872
				-0.426921
				-1.00
	3	4.031635	1.558471	0.691053
				0.403113
				-0.673655
				-0.196031
				1.00
	4	6.483974	0.969033	0.726583
				-0.514313
				-0.065220
				0.905015
				-1.00
5	7.664699	0.819756	0.520690	
			-0.633946	
			0.614646	
			-1.00	
			0.846929	

$$\frac{I_b}{I_c} = 0.60 \text{ durumu için;}$$

$$\rho = 0.20$$

$$\mathbf{k}_{22} = \frac{EI_c}{h} \begin{bmatrix} 9.2 & 0.6 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.6 & 10.4 & 0.6 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.6 & 9.2 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 9.2 & 0.6 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0.6 & 10.4 & 0.6 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0.6 & 9.2 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 9.2 & 0.6 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0.6 & 10.4 & 0.6 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0.6 & 5.2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 9.2 & 0.6 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0.6 & 9.2 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 5.2 & 0.6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0.6 & 5.2 \end{bmatrix}_{13 \times 13}$$

\mathbf{k}_{22} altmatrisi kullanılarak bulunmuş indirgenmiş rijitlik matrisi;

$$\hat{\mathbf{k}} = \frac{EI_c}{h^3} \begin{bmatrix} 60.497539 & -35.290514 & 9.622364 & -1.282891 & 0.199631 \\ -35.290514 & 47.953545 & -28.340174 & 6.350988 & -0.988278 \\ 9.622364 & -28.340174 & 36.532949 & -21.103111 & 5.151180 \\ -1.282891 & 6.350988 & -21.103111 & 28.154837 & -12.361523 \\ 0.199631 & -0.988278 & 5.151180 & -12.361523 & 8.036601 \end{bmatrix}_{5 \times 5}$$

Tablo 5.9: $I_b / I_c = 0.60$ için bulunan açısal frekanslar ve mod vektörleri

$I_b / I_c = 0.60$		Açısal Hızlar $\sqrt{EI_c / (mh^3)}$	Periyotlar $\sqrt{(mh^3) / EI_c}$	Mod Vektörleri
MODLAR	1	0.746701	8.414595	0.171212
				0.451428
				0.696196
				0.884365
				1.00

$I_b / I_c = 0.60$		Açısal Hızlar $\sqrt{EI_c / (mh^3)}$	Periyotlar $\sqrt{(mh^3) / EI_c}$	Mod Vektörleri
MODLAR	2	2.085075	3.013409	0.255771
				0.454055
				0.255745
				-0.399882
				-1.00
	3	3.842025	1.635384	0.675734
				0.430114
				-0.650734
				-0.241562
				1.00
	4	6.309440	0.995839	0.714518
				-0.461606
				-0.124798
				0.956446
				-1.00
	5	7.566066	0.830443	0.607388
				-0.709281
				0.656671
				-1.00
				0.804890

$\frac{I_b}{I_c} = 0.40$ durumu için;

$\rho = 0.133333$

$$k_{22} = \frac{EI_c}{h} \begin{bmatrix} 8.8 & 0.4 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.4 & 9.6 & 0.4 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.4 & 8.8 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 8.8 & 0.4 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0.4 & 9.6 & 0.4 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0.4 & 8.8 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 8.8 & 0.4 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0.4 & 9.6 & 0.4 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0.4 & 4.8 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 8.8 & 0.4 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0.4 & 8.8 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 4.8 & 0.4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0.4 & 4.8 \end{bmatrix}_{13 \times 13}$$

k_{22} altmatrisi kullanılarak bulunmuş indirgenmiş rijitlik matrisi;

$$\hat{k} = \frac{EI_c}{h^3} \begin{bmatrix} 59.391019 & -35.107728 & 10.357235 & -1.540328 & 0.247442 \\ -35.107728 & 45.728859 & -27.510535 & 6.901651 & -1.108699 \\ 10.357235 & -27.510535 & 34.694016 & -20.620547 & 5.240249 \\ -1.540328 & 6.901651 & -20.620547 & 26.014281 & -11.070567 \\ 0.247442 & -1.108699 & 5.240249 & -11.070567 & 6.742260 \end{bmatrix}_{5 \times 5}$$

Tablo 5.10: $I_b / I_c = 0.40$ için bulunan açısal frekanslar ve mod vektörleri

$I_b / I_c = 0.40$		Açısal Hızlar $\sqrt{EI_c / (mh^3)}$	Periyotlar $\sqrt{(mh^3) / EI_c}$	Mod Vektörleri
MODLAR	1	0.653109	9.620430	0.152907
				0.421590
				0.670064
				0.868132
				1.00
	2	1.866454	3.366376	0.238521
				0.445471
				0.272787
				-0.361849
				-1.00

$I_b / I_c = 0.40$		Açısal Hızlar $\sqrt{EI_c / (mh^3)}$	Periyotlar $\sqrt{(mh^3) / EI_c}$	Mod Vektörleri
MODLAR	3	3.598099	1.746251	0.659354
				0.466104
				-0.621357
				-0.301749
				1.00
	4	6.081158	1.033222	0.698144
				-0.397448
				-0.192870
				1.00
				-0.976358
	5	7.454438	0.842878	0.718472
				-0.801253
				0.706938
				-1.00
				0.752686

$\frac{I_b}{I_c} = 0.00$ durumu için (Eğilme Çerçevesi);

$$\rho = 0$$

$$k_{22} = \frac{EI_c}{h} \begin{bmatrix} 8 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 8 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 8 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 8 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 8 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 8 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 8 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 8 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}_{13 \times 13}$$

k_{22} altmatrisi kullanılarak bulunmuş indirgenmiş rijitlik matrisi;

$$\hat{k} = \frac{EI_c}{h^3} \begin{bmatrix} 56.118997 & -34.416490 & 12.316192 & -2.386740 & 0.397790 \\ -34.416490 & 39.457714 & -25.106672 & 8.353591 & -1.392265 \\ 12.316192 & -25.106672 & 29.725882 & -19.027624 & 5.171271 \\ -2.386740 & 8.353591 & -19.027624 & 19.756906 & -7.292818 \\ 0.397790 & -1.392265 & 5.171271 & 19.756906 & 3.215470 \end{bmatrix}_{5 \times 5}$$

Tablo 5.11: $I_b / I_c = 0.00$ için bulunan açısal frekanslar ve mod vektörleri

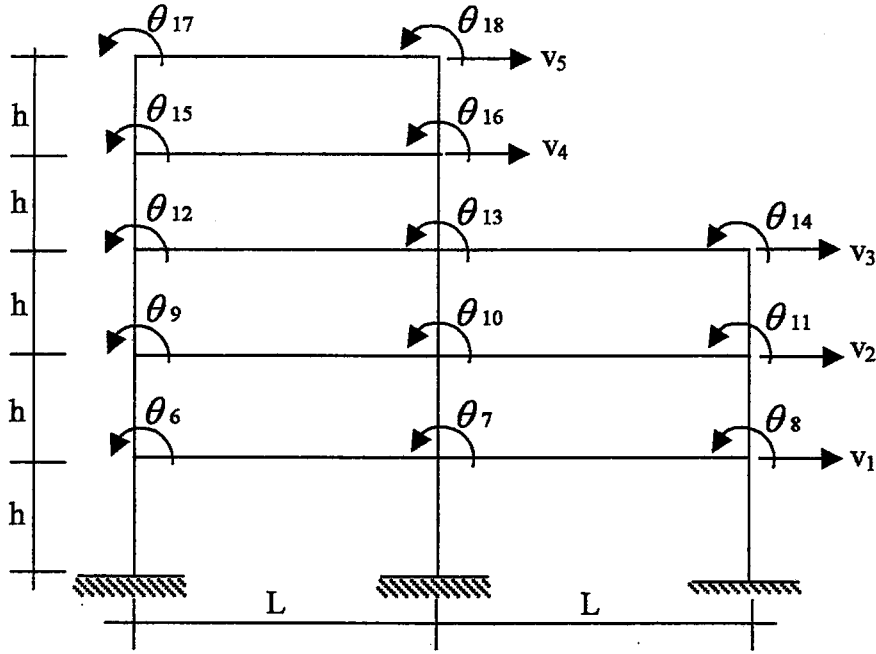
$I_b / I_c = 0.00$		Açısal Hızlar $\sqrt{EI_c / (mh^3)}$	Periyotlar $\sqrt{(mh^3) / EI_c}$	Mod Vektörleri
MODLAR	1	0.216296	29.052648	0.064390
				0.229615
				0.456116
				0.720807
				1.00
	2	1.046576	6.003565	0.197639
				0.455429
				0.410285
				-0.151049
				-1.00
	3	2.775556	2.263757	0.666295
				0.647594
				-0.532038
				-0.551768
				1.00
	4	5.346729	1.175146	0.641373
				-0.222088
				-0.347087
				1.00
				-0.769257
5	7.169697	0.876353	1.00	
			-0.997326	
			0.800331	
			-0.949379	
			0.573711	

5.2.4 Durum B Kabulü

Bölüm 5.2.1'de verilen alfanümerik rijitlik matrisi (Denklem 5.11) bu bölümde de aynen kullanılmıştır; ancak Durum B'de yapılan kabuller altında dönme serbestlik derecelerini ilgilendiren rijitlik altmatrislerinde bazı değişiklikler olmuştur. Bölüm 4.1.1'de çıkarılan formüller kullanılarak (4.3 ve 4.4), farklı $\frac{I_b}{I_c}$ oranlarına denk düşen sistem rijitlik matrislerinde Durum B kabulüne uygun değişiklikler gerçekleştirilmiştir. Bu değişiklikler $\frac{I_b}{I_c}=1.00$ oranı için ayrıntılı olarak verilmiş diğer oranlar için ise sadece değişmiş durumları verilmiştir.

Simetrik olmayan çerçeve sistemin, Durum C'de farklı kiriş/kolon atalet momentleri için bulunan k_{11} , k_{12} , k_{21} ve k_{22} rijitlik altmatrisleri burada da aynen kullanılmıştır. $\frac{I_b}{I_c}$ oranlarındaki değişim sistem rijitlik matrisinin sadece k_{22} rijitlik altmatrisini değiştirmektedir; diğer altmatrislerde ise herhangi bir değişiklik oluşmamaktadır. k_{11} , k_{12} , k_{21} ve k_{22} rijitlik altmatrislerine denklem 4.3 ve 4.4 uygulandığında ise k_{12} , k_{21} ve k_{22} rijitlik altmatrislerinde değişiklikler olmaktadır. k_{11} öteleme serbestlik derecelerine denk düşen rijitlik altmatrisinde ise herhangi bir değişiklik olmamaktadır. Bu zaten beklenen bir durumdur; çünkü Durum C'de dönme serbestlik dereceleriyle ilgili kabuller yapılmaktadır.

Durum C'de aynı katta bulunan dönme serbestlik derecelerinin eşit dönmeler yaptığı kabul edilmektedir. Şekil 5.7'de çerçeve sistemin tüm serbestlik dereceleri tekrar gösterilmiştir.



Şekil 5.7: Çerçeve sistemin serbestlik dereceleri.

Aynı dönme yaptığı kabul edilmiş olan serbestlik dereceleri aşağıda verilmiştir;

$$\theta_6^* = \theta_i \quad i = 6, 7, 8$$

$$\theta_7^* = \theta_i \quad i = 9, 10, 11$$

$$\theta_8^* = \theta_i \quad i = 12, 13, 14$$

$$\theta_9^* = \theta_i \quad i = 15, 16$$

$$\theta_{10}^* = \theta_i \quad i = 17, 18$$

Denklem 5.11'de verilmiş olan alfanümerik sistem rijitlik matrisinin, $\frac{I_b}{I_c} = 1.00$

oranı için almış olduğu değer aşağıda verilmiştir;

$$\mathbf{k}_{11} = \frac{EI_c}{h^3} \begin{bmatrix} 72 & -36 & 0 & 0 & 0 \\ -36 & 72 & -36 & 0 & 0 \\ 0 & -36 & 60 & -24 & 0 \\ 0 & 0 & -24 & 48 & -24 \\ 0 & 0 & 0 & -24 & 24 \end{bmatrix}_{5 \times 5}$$

bu matriste herhangi bir değişiklik olmayacaktır.

Denklem 4.3 \mathbf{k}_{12} altmatrisinde aşağıdaki şekilde değişiklik yapacaktır;

$$\mathbf{k}_{12} = \frac{EI_c}{h^2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -6 & -6 & -6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 6 & 6 & 6 & 0 & 0 & 0 & -6 & -6 & -6 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6 & 6 & 6 & 0 & 0 & 6 & -6 & -6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6 & 6 & 0 & 0 & 0 & -6 & -6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6 & 6 & 6 & 6 \end{bmatrix}_{5 \times 13}$$

gruplanmış elemanlar sütünlar halinde toplanacaktır.

Denklem 4.4 \mathbf{k}_{21} ve \mathbf{k}_{22} altmatrisinde aşağıdaki şekilde değişiklik yapacaktır;

$$\mathbf{k}_{21} = \frac{EI_c}{h^2} \begin{bmatrix} 0 & 6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 & 0 & 0 \\ -6 & 0 & 6 & 0 & 0 \\ -6 & 0 & 6 & 0 & 0 \\ -6 & 0 & 6 & 0 & 0 \\ 0 & -6 & 0 & 6 & 0 \\ 0 & -6 & 0 & 6 & 0 \\ 0 & -6 & 6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -6 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & -6 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & -6 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & -6 & 6 \end{bmatrix}_{13 \times 5}$$

gruplanmış elemanlar satırlar halinde toplanacaktır.

$$\mathbf{k}_{22} = \frac{EI_c}{h} \begin{bmatrix} 10 & 1 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 12 & 1 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 10 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 2 & 0 & 0 & 10 & 1 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 & 12 & 1 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 1 & 10 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 10 & 1 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 1 & 12 & 1 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 1 & 6 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 10 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 1 & 10 & 0 & 2 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 6 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 1 & 6 \end{bmatrix}_{13 \times 13}$$

gruplanmış elemanlar bloklar halinde toplanacaktır.

Böylece Durum B'ye göre düzenlenmiş yeni sistem rijitlik matrisinin değeri aşağıdaki gibi olacaktır;

$$\tilde{\mathbf{k}} = \frac{EI_c}{h^3} \begin{bmatrix} 72 & -36 & 0 & 0 & 0 & 0 & -18 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -36 & 72 & -36 & 0 & 0 & 18 & 0 & -18 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -36 & 60 & -24 & 0 & 0 & 18 & 6 & -12 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -24 & 48 & -24 & 0 & 0 & 12 & 0 & -12 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -24 & 24 & 0 & 0 & 0 & 12 & 12 & 0 \\ \hline 0 & 18 & 0 & 0 & 0 & 36 & 6 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -18 & 0 & 18 & 0 & 0 & 6 & 36 & 6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -18 & 6 & 12 & 0 & 0 & 6 & 32 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -12 & 0 & 12 & 0 & 0 & 4 & 22 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -12 & 12 & 0 & 0 & 0 & 4 & 14 & 0 \end{bmatrix}_{10 \times 10}$$

Burada \mathbf{k}_{11} rijitlik altmatrisi değişmemiş, \mathbf{k}_{12} rijitlik altmatrisi 5×13 boyutlu bir altmatrisken 5×5 boyutlu bir altmatrise ($\tilde{\mathbf{k}}_{12}$), \mathbf{k}_{21} rijitlik altmatrisi 13×5 boyutlu bir altmatrisken 5×5 boyutlu bir altmatrise ($\tilde{\mathbf{k}}_{21}$) ve \mathbf{k}_{22} rijitlik altmatrisi ise 13×13 boyutlu bir altmatrisken 5×5 boyutlu bir altmatrise $\tilde{\mathbf{k}}_{22}$, dönüşmüştür. $\tilde{\mathbf{k}}$, simetrik

olmayan bir çerçevenin, aynı katta bulunan dönme serbestlik derecelerinin eşit dönme yaptığı kabulüne dayanan indirgenmiş rijitlik matrisidir.

Bu rijitlik matrisinin yeniden düzenlenmiş altmatrisleri kullanılarak, kütle bağlanmamış serbestlik dereceleri olan dönme serbestlik dereceleri statik kondensasyon yolu ile azaltılırsa aşağıda verilen indirgenmiş rijitlik matrisi elde edilir;

$$\hat{\mathbf{k}} = \mathbf{k}_{11} - \tilde{\mathbf{k}}_{21}^T \tilde{\mathbf{k}}_{22}^{-1} \tilde{\mathbf{k}}_{21} \text{ işleminden}$$

$$\hat{\mathbf{k}} = \frac{EI_c}{h^3} \begin{bmatrix} 62.427616 & -35.756492 & 8.724304 & -1.158762 & 0.167937 \\ -35.756492 & 52.620121 & -31.437724 & 6.566319 & -0.951640 \\ 8.724304 & -31.437724 & 42.938112 & -23.986005 & 5.215363 \\ -1.158762 & 6.566319 & -23.986005 & 32.891308 & -14.505987 \\ 0.167937 & -0.951640 & 5.215363 & -14.505987 & 10.102317 \end{bmatrix}_{5 \times 5}$$

bulunur.

Durum C'de $\frac{I_b}{I_c} = 1.00$ oranı için elde edilen indirgenmiş sistem rijitlik matrisi

ile yukarıda elde edilmiş olan indirgenmiş sistem rijitlik matrisi kıyaslandığında görülmüş ki; her iki rijitlik matrisi birbirine oldukça yakındır. Dolayısıyla elde edilen açısız frekanslar ve mod vektörleri de birbirine yakın olacaktır. Durum B'de incelenen sistemin Durum C'ye göre avantajı ise küçük rijitlik altmatrisleri ile çalışılıyor oluşmasıdır. Bununla birlikte Durum B için yapılan kabuller altında elde edilen sonuçlar, gerçek davranışa en yakın durum olan Durum C için elde edilen sonuçlar ile hemen hemen aynı olmaktadır.

İndirgenmiş rijitlik matrisi ve ötelenme serbestlik derecelerine atanmış kütle matrisi kullanılarak elde edilmiş olan açısız frekanslar ve mod vektörleri aşağıda verilmiştir;

Tablo 5.12: $I_b / I_c = 1.00$ için bulunan açılal frekanslar ve mod vektörleri

$I_b / I_c = 1.00$		Açılal Hızlar $\sqrt{EI_c / (mh^3)}$	Periyotlar $\sqrt{(mh^3) / EI_c}$	Mod Vektörleri
MODLAR	1	0.885023	7.099456	0.195931
				0.485501
				0.723273
				0.899884
				1.00
	2	2.426731	2.589156	0.288170
				0.472519
				0.224395
				-0.440424
				-1.00
	3	4.251529	1.477865	0.672860
				0.346043
				-0.650980
				-0.175555
				1.00
	4	6.639810	0.946290	0.790766
				-0.603479
				-0.004892
				0.870311
				-1.00
5	7.953277	0.790012	0.404408	
			-0.545173	
			0.586921	
			-1.00	
			0.843367	

$\frac{I_b}{I_c} = 0.80$ durumu için;

$$\tilde{\mathbf{k}} = \frac{EI_c}{h^3} \begin{bmatrix} 72 & -36 & 0 & 0 & 0 & 0 & -18 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -36 & 72 & -36 & 0 & 0 & 18 & 0 & -18 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -36 & 60 & -24 & 0 & 0 & 18 & 6 & -12 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -24 & 48 & -24 & 0 & 0 & 12 & 0 & -12 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -24 & 24 & 0 & 0 & 0 & 12 & 12 & 0 \\ \hline 0 & 18 & 0 & 0 & 0 & 33.6 & 6 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -18 & 0 & 18 & 0 & 0 & 6 & 33.6 & 6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -18 & 6 & 12 & 0 & 0 & 6 & 29.6 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -12 & 0 & 12 & 0 & 0 & 4 & 20.8 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -12 & 12 & 0 & 0 & 0 & 4 & 12.8 & 0 \end{bmatrix}_{10 \times 10}$$

Yukarıda verilen rijitlik matrisinin altmatrisleri kullanılarak elde edilen indirgenmiş rijitlik matrisi;

$$\hat{\mathbf{k}} = \frac{EI_c}{h^3} \begin{bmatrix} 61.641206 & -35.690322 & 9.344417 & -1.347593 & 0.202507 \\ -35.690322 & 51.090687 & -30.991445 & 7.065239 & -1.061716 \\ 9.344417 & -30.991445 & 41.720979 & -23.782449 & 5.377144 \\ -1.347593 & 7.065239 & -23.782449 & 31.471522 & -13.647360 \\ 0.202507 & -1.061716 & 5.377144 & -13.647360 & 9.165587 \end{bmatrix}_{5 \times 5}$$

Tablo 5.13: $I_b / I_c = 0.80$ için bulunan açısal frekanslar ve mod vektörleri

$I_b / I_c = 0.80$		Açısal Hızlar $\sqrt{EI_c / (mh^3)}$	Periyotlar $\sqrt{(mh^3) / EI_c}$	Mod Vektörleri
MODLAR	1	0.825800	7.608607	0.185198
				0.471174
				0.712125
				0.893291
				1.00
	2	2.286847	2.747532	0.276491
				0.467783
				0.233303
				-0.420367
				-1.00

$I_b / I_c = 0.80$		Açısal Hızlar $\sqrt{EI_c / (mh^3)}$	Peryotlar $\sqrt{(mh^3) / EI_c}$	Mod Vektörleri
MODLAR	3	4.094507	1.534540	0.658045
				0.360340
				-0.632526
				-0.210581
				1.00
	4	6.506251	0.965715	0.786343
				-0.561682
				-0.054543
				0.913295
				-1.00
	5	7.875357	0.797829	0.456473
				-0.594173
				0.617266
				-1.00
				0.809877

$\frac{I_b}{I_c} = 0.60$ durumu için;

$$\tilde{\mathbf{k}} = \frac{EI_c}{h^3} \begin{bmatrix} 72 & -36 & 0 & 0 & 0 & 0 & -18 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -36 & 72 & -36 & 0 & 0 & 18 & 0 & -18 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -36 & 60 & -24 & 0 & 0 & 18 & 6 & -12 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -24 & 48 & -24 & 0 & 0 & 12 & 0 & -12 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -24 & 24 & 0 & 0 & 0 & 12 & 12 & 0 \\ \hline 0 & 18 & 0 & 0 & 0 & 31.2 & 6 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -18 & 0 & 18 & 0 & 0 & 6 & 31.2 & 6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -18 & 6 & 12 & 0 & 0 & 6 & 27.2 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -12 & 0 & 12 & 0 & 0 & 4 & 19.6 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -12 & 12 & 0 & 0 & 0 & 4 & 11.6 & 0 \end{bmatrix}_{10 \times 10}$$

Yukarıda verilen rijitlik matrisinin altmatrisleri kullanılarak elde edilen indirgenmiş rijitlik matrisi;

$$\hat{\mathbf{k}} = \frac{EI_c}{h^3} \begin{bmatrix} 60.702326 & -35.597356 & 10.062348 & -1.586883 & 0.246935 \\ -35.597356 & 49.291882 & -30.454076 & 7.641454 & -1.189088 \\ 10.062348 & -30.454076 & 40.302467 & -23.499801 & 5.524130 \\ -1.586883 & 7.641454 & -23.499801 & 29.749772 & -12.609711 \\ 0.246935 & -1.189088 & 5.524130 & -12.609711 & 8.075221 \end{bmatrix}_{5 \times 5}$$

Tablo 5.14: $I_b / I_c = 0.60$ için bulunan açısal frekanslar ve mod vektörleri

$I_b / I_c = 0.60$		Açısal Hızlar $\sqrt{EI_c / (mh^3)}$	Periyotlar $\sqrt{(mh^3) / EI_c}$	Mod Vektörleri
MODLAR	1	0.752300	8.351971	0.171594
				0.451441
				0.696015
				0.883659
				1.00
	2	2.114525	2.971441	0.262720
				0.461905
				0.245044
				-0.394164
				-1.00
	3	3.899854	1.611134	0.641377
				0.391512
				-0.609895
				-0.254218
				1.00
	4	6.337765	0.991388	0.789274
				-0.517424
				-0.113491
				0.966845
				-1.00
5	7.786786	0.806904	0.521931	
			-0.653430	
			0.653340	
			-1.00	
			0.769819	

$$\frac{I_b}{I_c} = 0.40 \text{ durumu için;}$$

$$\tilde{\mathbf{k}} = \frac{EI_c}{h^3} \begin{bmatrix} 72 & -36 & 0 & 0 & 0 & 0 & -18 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -36 & 72 & -36 & 0 & 0 & 18 & 0 & -18 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -36 & 60 & -24 & 0 & 0 & 18 & 6 & -12 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -24 & 48 & -24 & 0 & 0 & 12 & 0 & -12 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -24 & 24 & 0 & 0 & 0 & 12 & 12 & 0 \\ \hline 0 & 18 & 0 & 0 & 0 & 28.8 & 6 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -18 & 0 & 18 & 0 & 0 & 6 & 28.8 & 6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -18 & 6 & 12 & 0 & 0 & 6 & 24.8 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -12 & 0 & 12 & 0 & 0 & 4 & 18.4 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -12 & 12 & 0 & 0 & 0 & 4 & 10.4 & 0 \end{bmatrix}_{10 \times 10}$$

Yukarıda verilen rijitlik matrisinin altmatrisleri kullanılarak elde edilen indirgenmiş rijitlik matrisi;

$$\hat{\mathbf{k}} = \frac{EI_c}{h^3} \begin{bmatrix} 59.557907 & -35.462160 & 10.903775 & -1.896243 & 0.304617 \\ -35.462160 & 47.142469 & -29.794883 & 8.311863 & -1.335239 \\ 10.903775 & -29.794883 & 38.622827 & -23.098396 & 5.638297 \\ -1.896243 & 8.311863 & -23.098396 & 27.615519 & -11.327794 \\ 0.304617 & -1.335239 & 5.638297 & -11.327794 & 6.783581 \end{bmatrix}_{5 \times 5}$$

Tablo 5.15: $I_b / I_c = 0.40$ için bulunan açısıl frekanslar ve mod vektörleri

$I_b / I_c = 0.40$		Açısıl Hızlar $\sqrt{EI_c / (mh^3)}$	Periyotlar $\sqrt{(mh^3) / EI_c}$	Mod Vektörleri
MODLAR	1	0.656463	9.571265	0.153138
				0.421650
				0.669930
				0.867690
				1.00

$I_b / I_c = 0.40$		Açısal Hızlar $\sqrt{EI_c / (mh^3)}$	Periyotlar $\sqrt{(mh^3) / EI_c}$	Mod Vektörleri
MODLAR	2	1.893024	3.319126	0.245916
				0.454438
				0.262216
				-0.357106
				-1.00
	3	3.649766	1.721531	0.623848
				0.425511
				-0.581555
				-0.311962
				1.00
	4	6.119694	1.026716	0.777179
				-0.453438
				-0.180424
				1.00
				-0.963249
	5	7.685034	0.817587	0.605270
				-0.725698
				0.696708
				-1.00
				0.721294

$\frac{I_b}{I_c} = 0.00$ durumu için (Eğilme Çerçevesi);

$$\tilde{\mathbf{k}} = \frac{EI_c}{h^3} \begin{bmatrix} 72 & -36 & 0 & 0 & 0 & 0 & -18 & 0 & 0 & 0 \\ -36 & 72 & -36 & 0 & 0 & 18 & 0 & -18 & 0 & 0 \\ 0 & -36 & 60 & -24 & 0 & 0 & 18 & 6 & -12 & 0 \\ 0 & 0 & -24 & 48 & -24 & 0 & 0 & 12 & 0 & -12 \\ 0 & 0 & 0 & -24 & 24 & 0 & 0 & 0 & 12 & 12 \\ \hline 0 & 18 & 0 & 0 & 0 & 24 & 6 & 0 & 0 & 0 \\ -18 & 0 & 18 & 0 & 0 & 6 & 24 & 6 & 0 & 0 \\ 0 & -18 & 6 & 12 & 0 & 0 & 6 & 20 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & -12 & 0 & 12 & 0 & 0 & 4 & 16 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & -12 & 12 & 0 & 0 & 0 & 4 & 8 \end{bmatrix}_{10 \times 10}$$

Yukarıda verilen rijitlik matrisinin altmatrisleri kullanılarak elde edilen indirgenmiş rijitlik matrisi;

$$\hat{\mathbf{k}} = \frac{EI_c}{h^3} \begin{bmatrix} 56.264901 & -34.927152 & 13.112583 & -2.860927 & 0.476821 \\ -34.927152 & 41.245033 & -27.894040 & 10.013245 & -1.668874 \\ 13.112583 & -27.894040 & 34.072848 & -21.615894 & 5.602649 \\ -2.860927 & 10.013245 & -21.615894 & 21.298013 & -7.549669 \\ 0.476821 & -1.668874 & 5.602649 & -7.549669 & 3.258278 \end{bmatrix}_{5 \times 5}$$

Tablo 5.16: $I_b / I_c = 0.00$ için bulunan açısal frekanslar ve mod vektörleri

$I_b / I_c = 0.00$		Açısal Hızlar $\sqrt{EI_c / (mh^3)}$	Periyotlar $\sqrt{(mh^3) / EI_c}$	Mod Vektörleri
MODLAR	1	0.216733	28.990414	0.064928
				0.231501
				0.459797
				0.722612
				1.00
	2	1.074595	5.847025	0.204941
				0.464670
				0.398197
				-0.149370
				-1.00
	3	2.811020	2.235197	0.627667
				0.599103
				-0.498283
				-0.554274
				1.00
	4	5.429244	1.157286	0.735040
				-0.276626
				-0.340709
				1.00
				-0.753024

$I_b / I_c = 0.00$		Açısal Hızlar $\sqrt{EI_c / (mh^3)}$	Periyotlar $\sqrt{(mh^3) / EI_c}$	Mod Vektörleri
MODLAR	5	7.417946	0.847025	0.857510
				-0.925280
				0.814088
				-1.00
				0.578301

5.2.5 Durum A Kabulü

Bu kabulde çerçeve sistem, kayma çerçevesi kabul edilerek modellenecektir. Kayma çerçevesi kabulünde kirişler hem eksenel hem de düğüm noktalarındaki dönmeler yönünden sonsuz rijit olacaktır.

Kayma çerçevesi olarak modellenen çerçeve sistemin rijitlik matrisi, Durum C ve Durum B'de incelenen sistem rijitlik matrisinin ötelenme serbestlik derecelerine ait olan kısmı olacaktır (5×5 boyutunda k_{11} altmatrisi).

$$k_{11} = \frac{EI_c}{h^3} \begin{bmatrix} 72 & -36 & 0 & 0 & 0 \\ -36 & 72 & -36 & 0 & 0 \\ 0 & -36 & 60 & -24 & 0 \\ 0 & 0 & -24 & 48 & -24 \\ 0 & 0 & 0 & -24 & 24 \end{bmatrix}_{5 \times 5}$$

Bu kabul altında herhangi bir statik indirgeme işlemi yapılmasına gerek yoktur; çünkü zaten kütleler ötelenme serbestlik derecelerine bağlanmıştır. Yukarıda verilen rijitlik matrisi ve daha önce bulunmuş olan kütle matrisi kullanılarak açısal frekanslar ve mod vektörleri Ters Matris İterasyonu Yöntemi ve Süpürme Matrisi Yöntemleri ile aşağıdaki gibi elde edilmiştir;

Tablo 5.17: $I_b / I_c = \infty$ için bulunan açısai frekanslar ve mod vektörleri

Kayma Çerçevesi		Açısai Hızlar $\sqrt{EI_c / (mh^3)}$	Peryotlar $\sqrt{(mh^3) / EI_c}$	Mod Vektörleri
MODLAR	1	1.539305	4.081833	0.324166
				0.605655
				0.807419
				0.950637
				1.00
	2	4.001162	1.570340	0.478165
				0.531065
				0.111616
				-0.666481
				-1.00
	3	5.909471	1.063240	0.854581
				0.051210
				-0.851545
				0.272464
				1.00
	4	7.719522	0.813935	0.763012
				-1.00
				0.547562
				0.149745
				-0.619761
5	9.225410	0.681074	0.030322	
			-0.082731	
			0.195411	
			-0.773074	
			1.00	

5.3 Örneklerden Elde Edilen Sonuçların Karşılaştırılması

Bölüm 5.3.1 ve 5.3.2 verilen karşılaştırmalar *Durum C* için elde edilen sonuçlar dikkate alınarak yapılmıştır. Çünkü *Durum C*, çözümü yapılan diğer durumlar içinde, hiçbir kısıtlama yapılmayan çerçeve sisteme en yakın durum olarak düşünülmüştür

5.3.1 Farklı Kat Rijitlik Oranları için Elde Edilen Mod Şekil Vektörlerinin Karşılaştırılması

Farklı kat rijitlik oranları için elde edilen mod şekil vektör değerleri aşağıdaki tabloda verilmiştir:

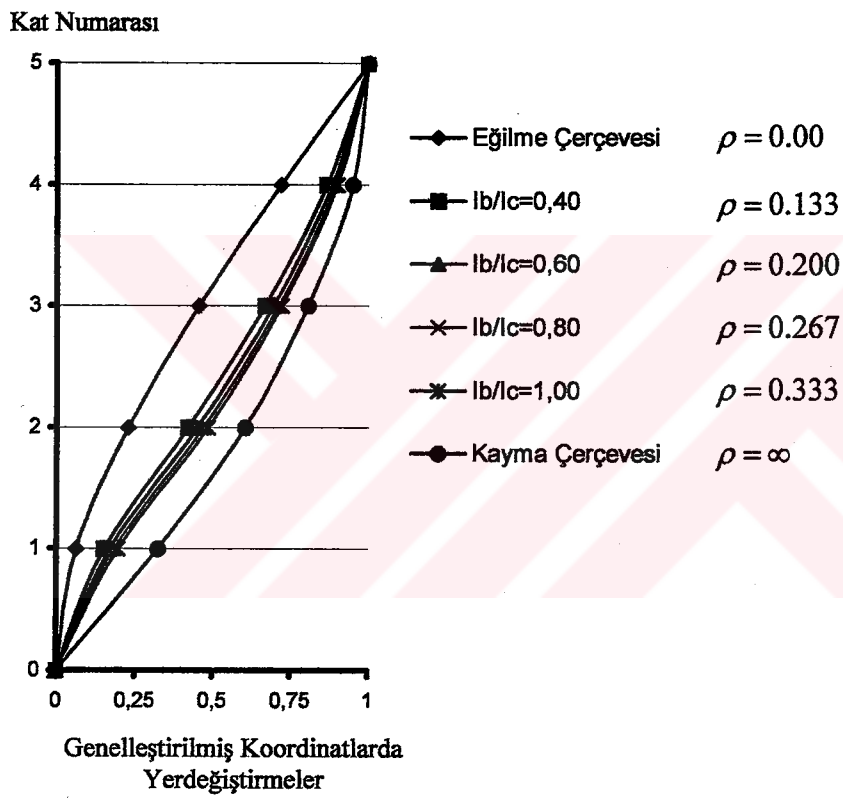
Tablo 5.18: Farklı kat rijitlik oranları için bulunmuş mod şekil vektörleri

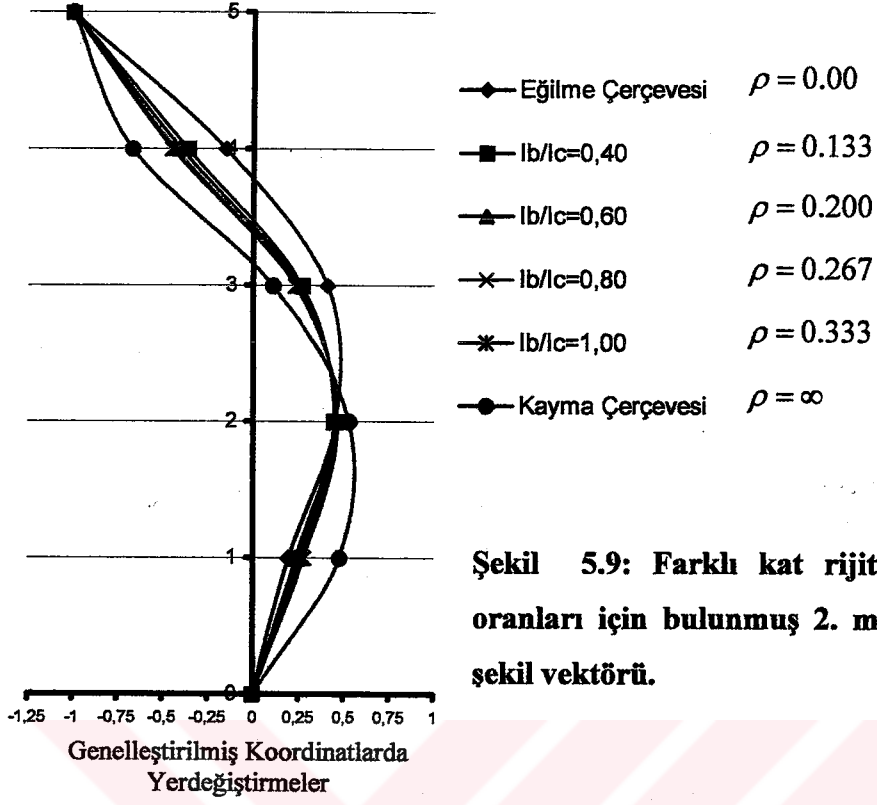
Durum C	Genelleştirilmiş Koordinatlarda Mod Şekilleri					
	ρ	1	2	3	4	5
$\rho = 0.00$		0,064928	0,204941	0,627667	0,73504	0,85751
		0,213501	0,46467	0,599103	-0,276626	-0,92528
		0,459797	0,398197	-0,498283	-0,340709	0,814088
		0,722612	-0,14937	-0,554274	1	-1
		1	-1	1	-0,753024	0,578301
$\rho = 0.133$		0,153138	0,245916	0,623848	0,777179	0,60527
		0,42165	0,454438	0,425511	-0,453438	-0,725698
		0,66993	0,262216	-0,581555	-0,180424	0,696708
		0,86769	-0,357106	-0,311962	1	-1
		1	-1	1	-0,963249	0,721294
$\rho = 0.200$		0,171594	0,26272	0,641377	0,789274	0,521931
		0,451441	0,461905	0,391512	-0,517424	-0,65343
		0,696015	0,245044	-0,609895	-0,113491	0,65334
		0,883659	-0,394164	-0,254218	0,966845	-1
		1	-1	1	-1	0,769819
$\rho = 0.267$		0,185198	0,276491	0,658045	0,786343	0,456473
		0,471174	0,467783	0,36634	-0,561682	-0,594173
		0,712125	0,233303	-0,632526	-0,054543	0,617266
		0,893291	-0,420367	-0,210581	0,913295	-1
		1	-1	1	-1	0,809877
$\rho = 0.333$		0,195931	0,28817	0,67286	0,790766	0,404408
		0,485501	0,472519	0,346043	-0,603479	-0,545173
		0,723273	0,224395	-0,65098	-0,004892	0,586921
		0,899884	-0,440424	-0,175555	0,870311	-1
		1	-1	1	-1	0,843367

Tablo 5.19: Kayma çerçevesi için bulunmuş mod şekil vektörleri

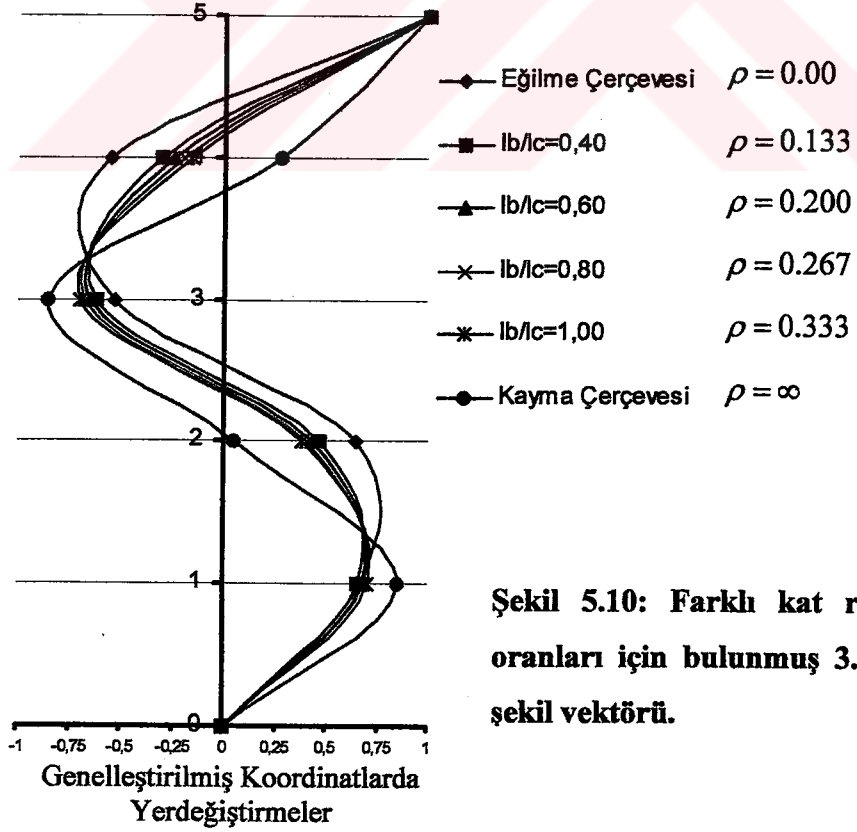
Durum C	Genelleştirilmiş Koordinatlarda Modlar				
	1	2	3	4	5
$\rho = \infty$	0,324166	0,478165	0,854581	0,763012	0,030322
	0,605655	0,531065	0,05121	-1	-0,08273
	0,807419	0,111616	-0,85155	0,547562	0,195411
	0,950637	-0,66648	0,272464	0,149745	-0,77307
	1	-1	1	-0,61976	1

Bu değerlere karşılık gelen mod şekil vektörleri aşağıdaki gibi çizilmiştir;

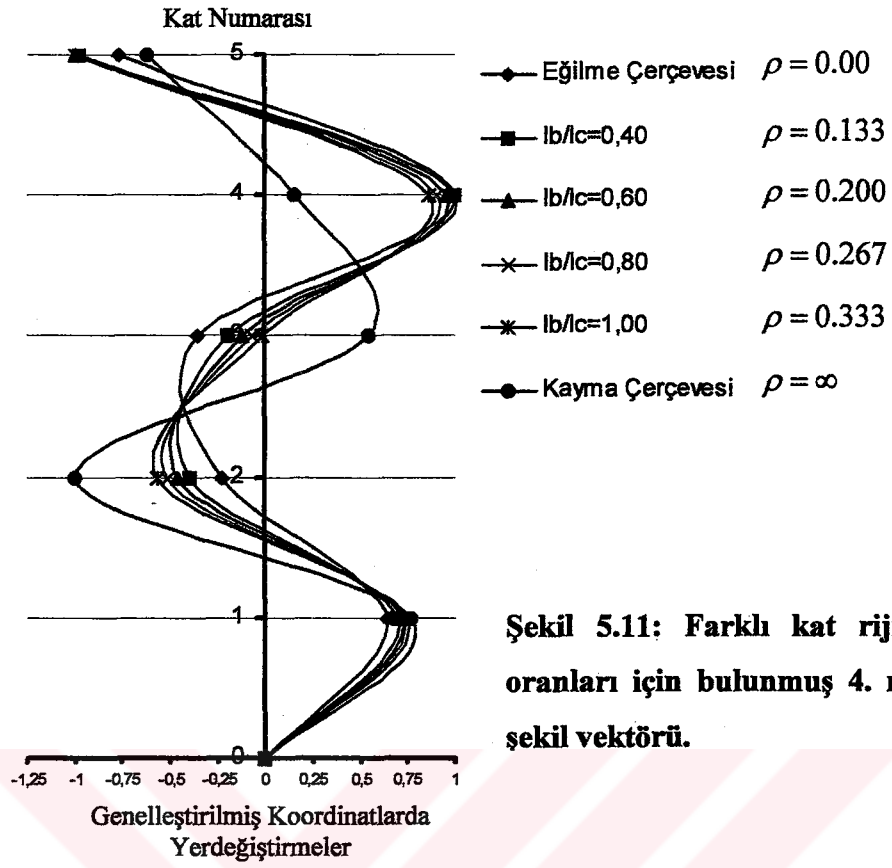
**Şekil 5.8: Farklı kat rijitlik oranları için bulunmuş 1. mod şekil vektörü.**



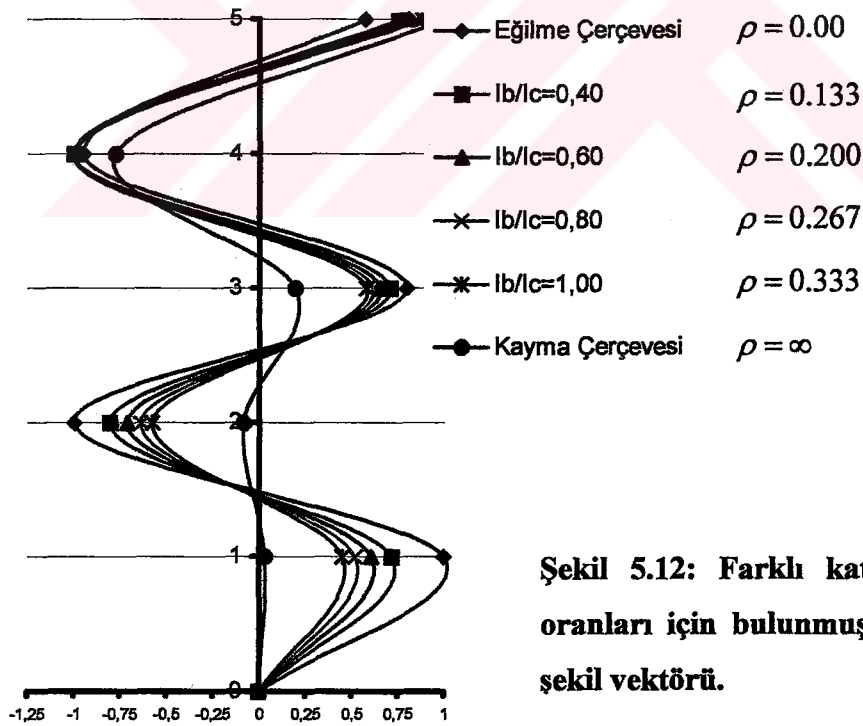
Şekil 5.9: Farklı kat rijitlik oranları için bulunmuş 2. mod şekil vektörü.



Şekil 5.10: Farklı kat rijitlik oranları için bulunmuş 3. mod şekil vektörü.



Şekil 5.11: Farklı kat rijitlik oranları için bulunmuş 4. mod şekil vektörü.



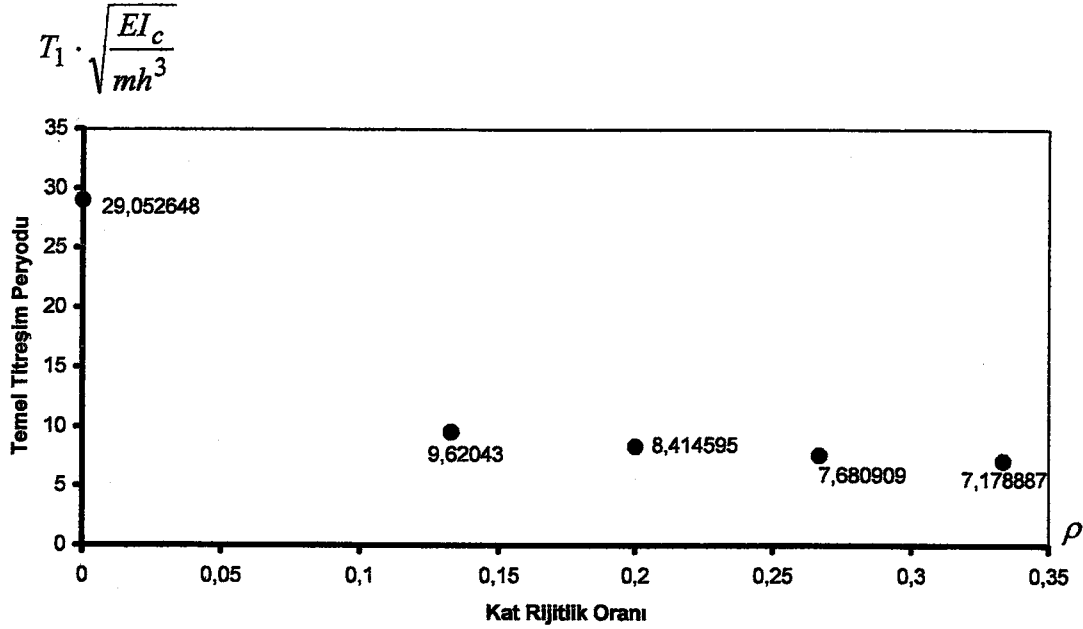
Şekil 5.12: Farklı kat rijitlik oranları için bulunmuş 5. mod şekil vektörü.

Yukarıda verilen mod şekil vektörleri incelendiğinde görülür ki; bu vektörler kat rijitlik oranındaki değişimlere oldukça duyarlıdır. Bu duyarlılık yüksek modlara doğru gidildikçe azalmaktadır. Bu durum, yüksek mod şekillerinde titreşen sistemlerde dönme serbestlik derecelerinin titreşime etkisinin fazla olmadığını göstermektedir. Sonuçlara göre özellikle vurgulanması gereken bir başka nokta ise, kat rijitlik oranı küçük olan çerçeve sistemlerin dinamik analizinde dönme serbestlik derecelerinin mutlaka dikkate alınmasıdır. Dönme serbestlik derecelerini dikkate alındığı çerçeve sistemlerin rijitlik matrisleri, alınmayan çerçeve sistemlere göre daha küçük değerler almaktadır; bir başka deyişle sistem daha esnek olmaktadır [5].

Mod şekil vektörleri arasında görülen en büyük fark, eğilme çerçevesine karşılık gelen mod vektörü ile kayma çerçevesine karşılık gelen mod vektörü arasındadır. Bu iki vektör, ara kat rijitlik oranına sahip sistemler için zarf eğrisi görevi görmektedir. Kat rijitlik oranı arttıkça mod şekil vektörleri kayma çerçevesine karşılık gelen mod şekil vektörlerine yaklaşmaktadır; bu beklenen bir durumdur. Kat rijitlik oranı birbirine yakın olan sistemlerin mod şekil vektörleri de birbirine yakın olmaktadır [1][5].

5.3.2 Kat Rijitlik Oranının Temel Titreşim Periyoduna Etkisi

Kat rijitlik oranındaki değişimin temel titreşim periyoduna (birinci moda karşılık gelen periyot) etkisi Şekil 5.13'de incelenebilir;



Şekil 5.13: Temel Titreşim Periyodunun Kat Rijitlik Oranı ile Değişimi

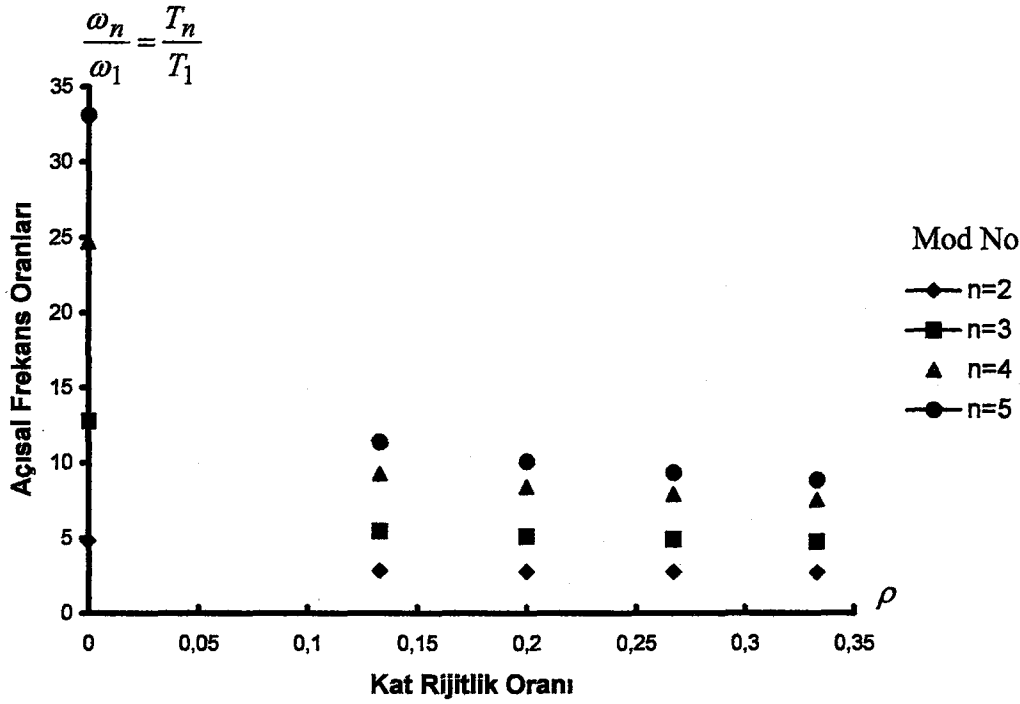
Kat rijitlik oranı temel titreşim periyodunu çok büyük ölçüde değiştirmektedir. Düşük kat rijitlik oranlarında temel titreşim periyodu uzun, yüksek kat rijitlik oranlarında ise bu değer kısa olmaktadır. Düşük kat rijitlik oranına sahip sistemlerin periyodunun büyük olması, sistem rijitlik matrisinin elemanlarının en rijit hal olan kayma çerçevesine göre daha küçük değerler aldığına işaret etmektedir. Diğer bir deyişle, dönme serbestlik derecelerinin dikkate alındığı sistemler, alınmayan sistemlere

göre daha esnek sistemler olmaktadır. $\rho = 0.00$ ($T = 29.052648 \sqrt{\frac{EI_c}{mh^3}}$) ile $\rho = \infty$ ($T =$

$4.081833 \sqrt{\frac{EI_c}{mh^3}}$) için elde edilen temel titreşim periyotları arasındaki fark 7 kata kadar

çıkılmaktadır. Bu durum özellikle küçük kat rijitlik oranına sahip çerçeve sistemlerin dönme serbestlik derecelerinin dikkate alınmasının gerekliliğine ait bir kanıttır; aksi durumda sistem hesaplarda gerçekte olmadığı gibi rijit davranacak ve elde edilen değerler de çözülen sisteme ait değerlerden çok uzak olacaktır [8].

Diğer modlara karşılık gelen açısal frekansların veya periyotların kat rijitlik oranı ile değişimi ise Şekil 5.14 izlenebilir;



Şekil 5.14: $\frac{\omega_n}{\omega_1} = \frac{T_n}{T_1}$ oranlarının kat rijitlik oranları ile değişimi

Şekil 5.14'de düşük kat rijitlik oranına sahip bir sistemin farklı modlara karşılık gelen açısal frekanslarının birbirinden oldukça ayrı, yüksek kat rijitlik oranına sahip sistemlerin farklı modlara karşılık gelen açısal frekanslarının ise birbirine oldukça yakın olduğu görülmektedir. Bu durum çerçeve sistemlerin deprem davranışına dair bir fikir vermekte; böylece iterasyona dayalı karakteristik değer hesaplarında da yol gösterici olmaktadır [1].

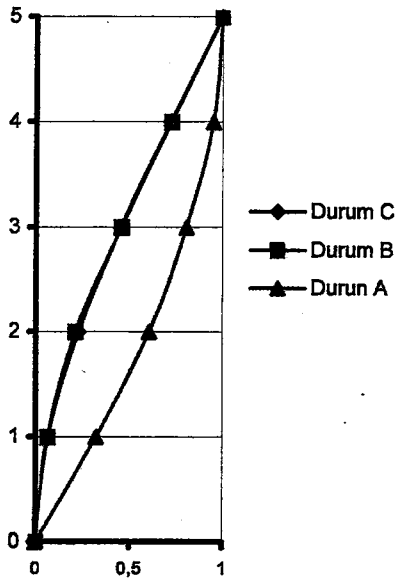
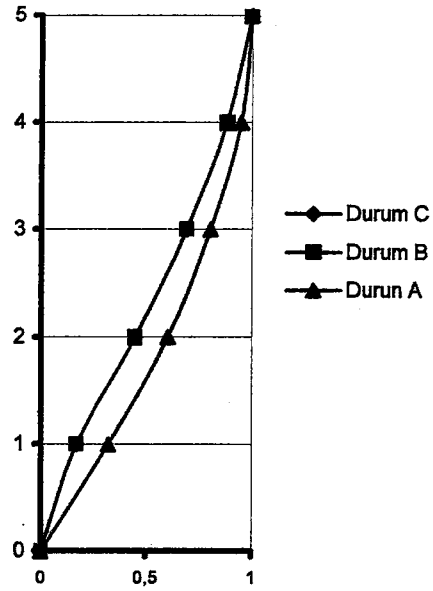
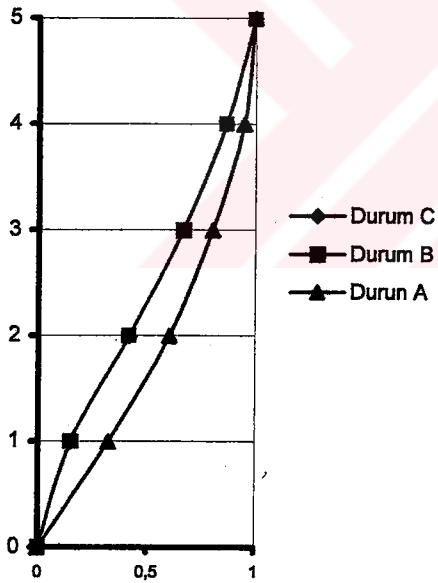
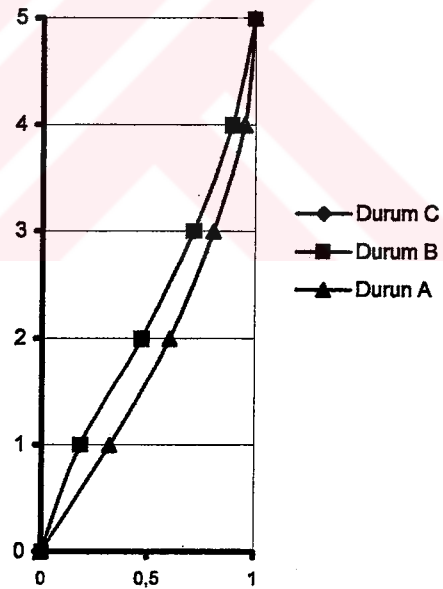
5.3.3 Durum A, B ve C Kabulleri Altında Elde Edilen Mod Şekil Vektörlerinin Karşılaştırılması

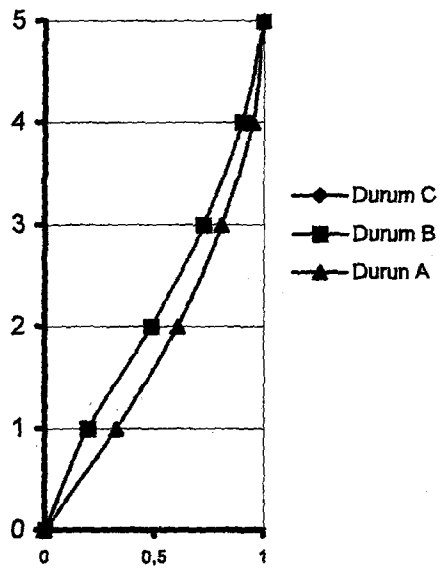
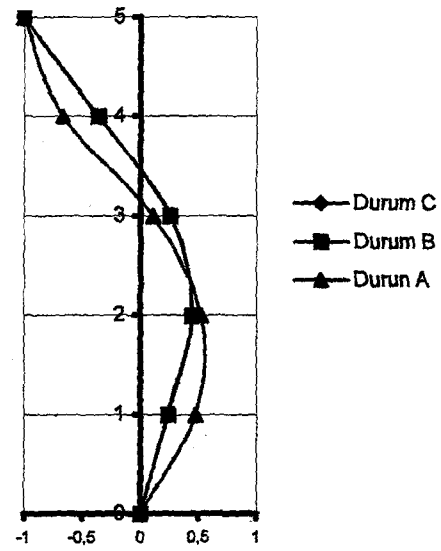
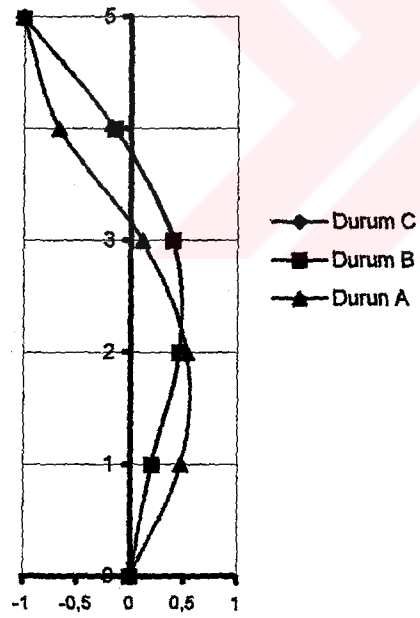
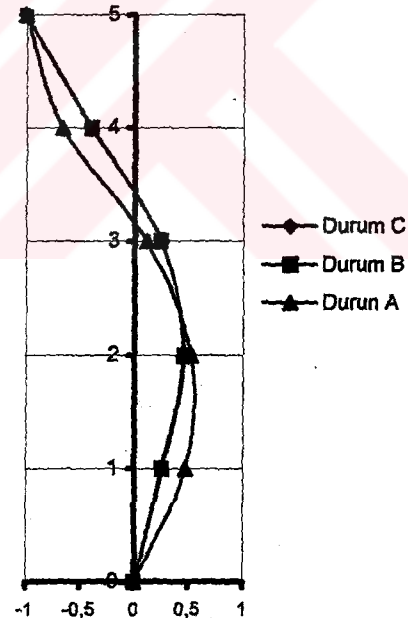
Durum A ve C için bulunan mod şekil vektörlerinin değerleri bir önceki bölümde verildiğinden burada sadece Durum B için bulunan mod şekil vektörlerinin değerleri verilecektir:

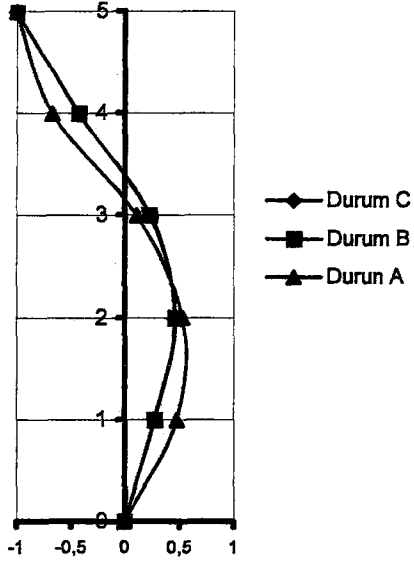
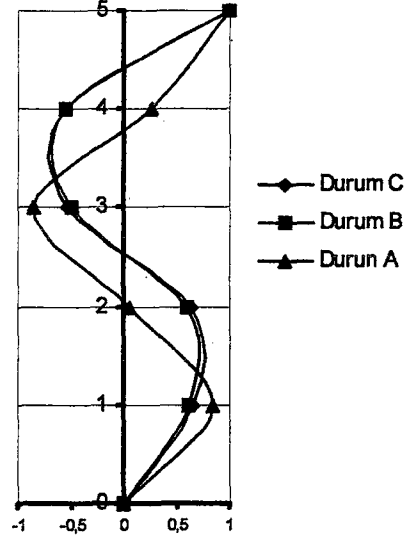
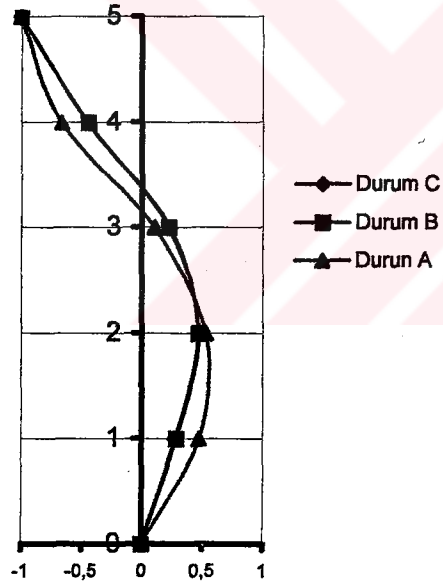
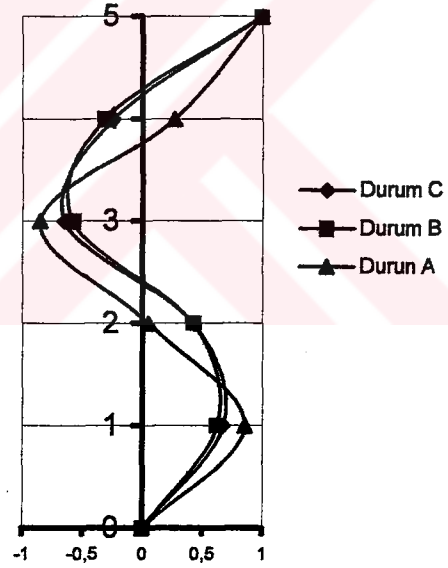
Tablo 5.20: Durum B'de farklı kat rijitlik oranları için bulunan şekil değiştirme mod vektörleri

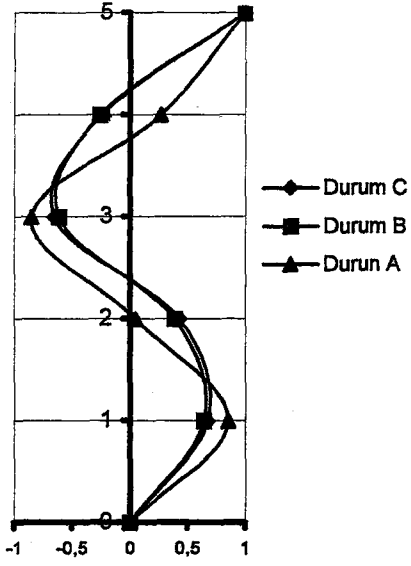
Durum B	Genelleştirilmiş Koordinatlarda Modlar				
ρ	1	2	3	4	5
$\rho=0.00$	0,064928	0,204941	0,627667	0,73504	0,85751
	0,213501	0,46467	0,599103	-0,27663	-0,92528
	0,459797	0,398197	-0,49828	-0,34071	0,814088
	0,722612	-0,14937	-0,55427	1	-1
	1	-1	1	-0,75302	0,578301
$\rho=0.133$	0,153138	0,245916	0,623848	0,777179	0,60527
	0,42165	0,454438	0,425511	-0,45344	-0,7257
	0,66993	0,262216	-0,58156	-0,18042	0,696708
	0,86769	-0,35711	-0,31196	1	-1
	1	-1	1	-0,96325	0,721294
$\rho=0.200$	0,171594	0,26272	0,641377	0,789274	0,521931
	0,451441	0,461905	0,391512	-0,51742	-0,65343
	0,696015	0,245044	-0,6099	-0,11349	0,65334
	0,883659	-0,39416	-0,25422	0,966845	-1
	1	-1	1	-1	0,769819
$\rho=0.267$	0,185198	0,276491	0,658045	0,786343	0,456473
	0,471174	0,467783	0,36634	-0,56168	-0,59417
	0,712125	0,233303	-0,63253	-0,05454	0,617266
	0,893291	-0,42037	-0,21058	0,913295	-1
	1	-1	1	-1	0,809877
$\rho=0.333$	0,195931	0,28817	0,67286	0,790766	0,404408
	0,485501	0,472519	0,346043	-0,60348	-0,54517
	0,723273	0,224395	-0,65098	-0,00489	0,586921
	0,899884	-0,44042	-0,17556	0,870311	-1
	1	-1	1	-1	0,843367

Bir önceki bölümde verilen değerler ve yukarıda verilen değerler kullanılarak mod şekil vektörleri çizilirse;

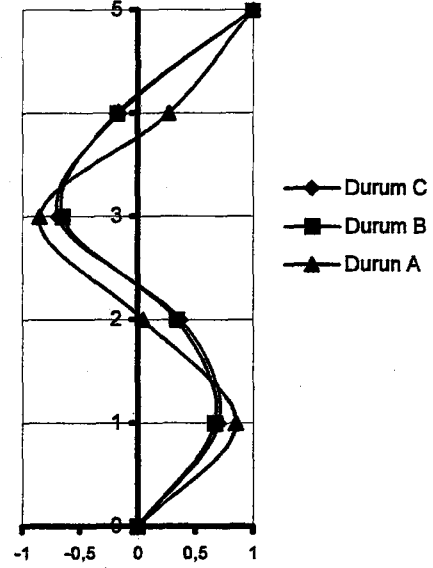
Şekil 5.15 : 1. Mod Şekli $I_b/I_c = 0.00$ Şekil 5.17: 1. Mod Şekli $I_b/I_c = 0.60$ Şekil 5.16: 1. Mod Şekli $I_b/I_c = 0.40$ Şekil 5.18: 1. Mod Şekli $I_b/I_c = 0.80$

Şekil 5.19: 1. Mod Şekli $I_b/I_c = 1.00$ Şekil 5.21: 2. Mod Şekli $I_b/I_c = 0.40$ Şekil 5.20: 2. Mod Şekli $I_b/I_c = 0.00$ Şekil 5.22: 2. Mod Şekli $I_b/I_c = 0.60$

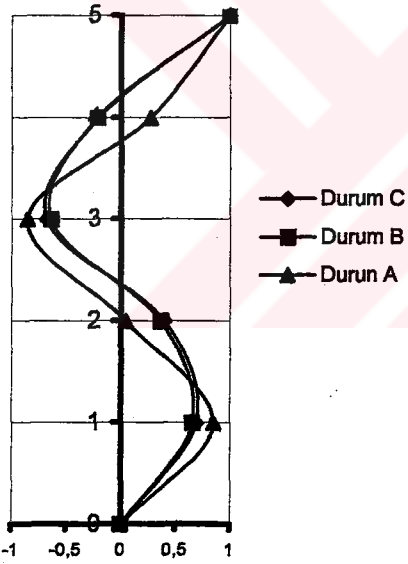
Şekil 5.23: 2. Mod Şekli $I_b/I_c = 0.80$ Şekil 5.25: 3. Mod Şekli $I_b/I_c = 0.00$ Şekil 5.24: 2. Mod Şekli $I_b/I_c = 1.00$ Şekil 5.26: 3. Mod Şekli $I_b/I_c = 0.40$



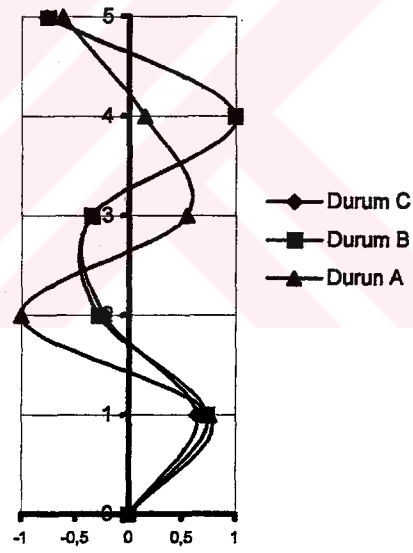
Şekil 5.27: 3. Mod Şekli $I_b/I_c = 0.60$



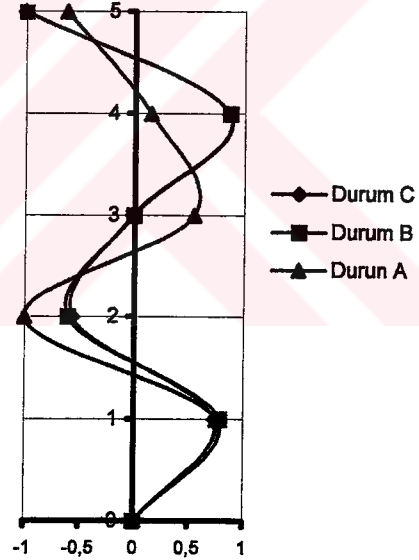
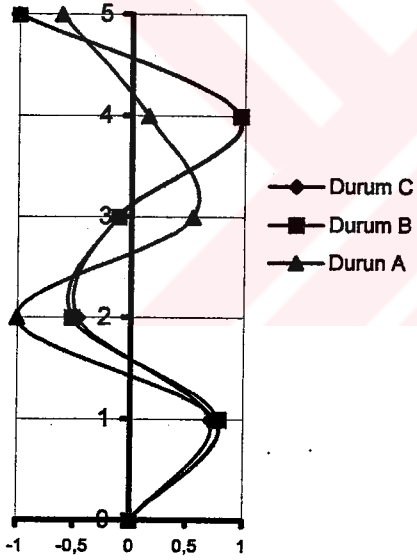
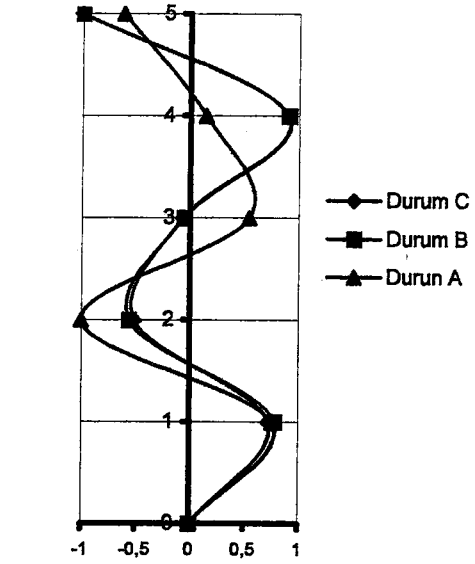
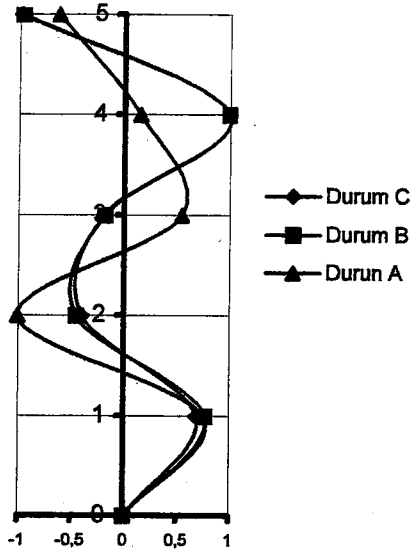
Şekil 5.29: 3. Mod Şekli $I_b/I_c = 1.00$

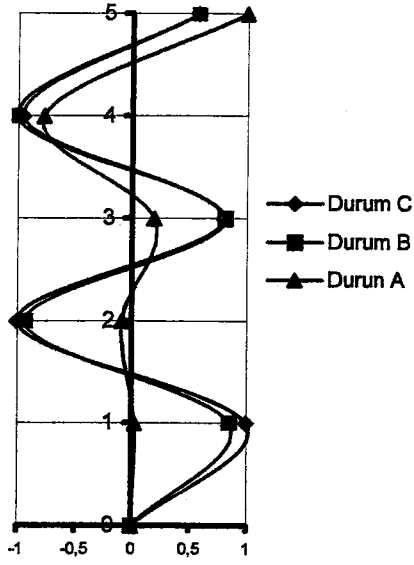


Şekil 5.28: 3. Mod Şekli $I_b/I_c = 0.80$

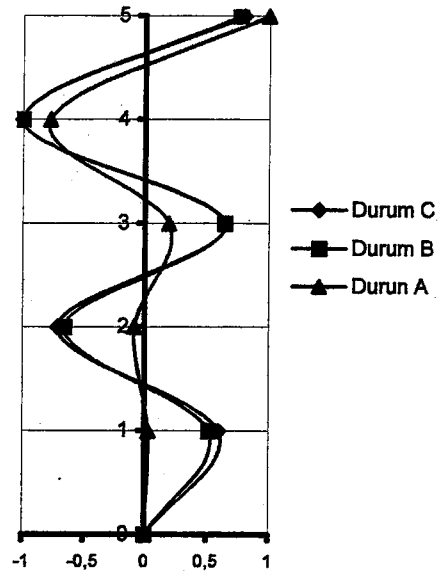


Şekil 5.30: 4. Mod Şekli $I_b/I_c = 0.00$

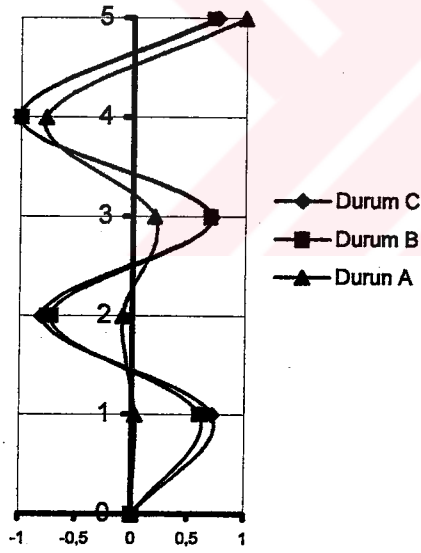




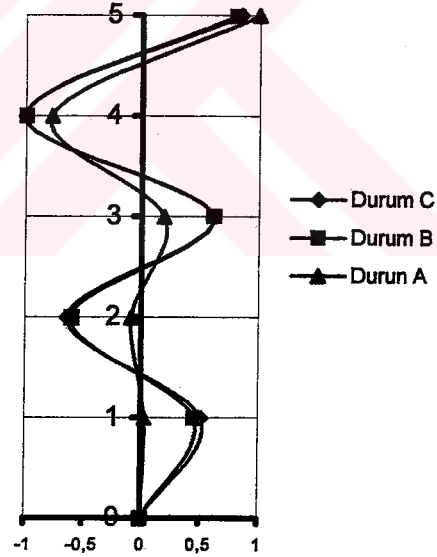
Şekil 5.35: 5. Mod Şekli $I_b/I_c = 0.00$



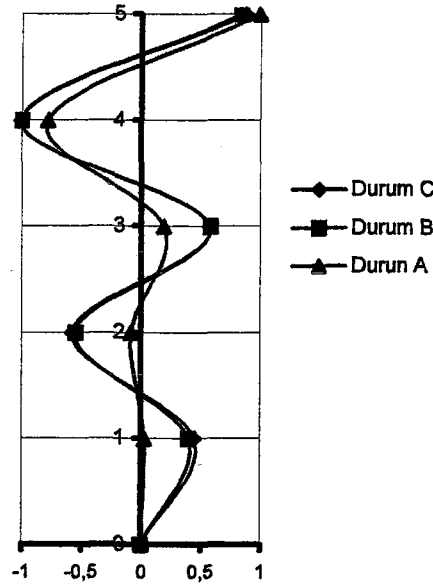
Şekil 5.37: 5. Mod Şekli $I_b/I_c = 0.60$



Şekil 5.36: 5. Mod Şekli $I_b/I_c = 0.40$



Şekil 5.38: 5. Mod Şekli $I_b/I_c = 0.80$



Şekil 5.39: 5. Mod Şekli $I_b/I_c = 1.00$

Yukarıda üç farklı durum için çizilen mod şekil vektörleri, Durum C ve B için elde edilen değerlerin birbirine çok yakın çıkmasından dolayı bazı çizimlerde tek bir eğri gibi gözükmemektedir. Kat rijitlik oranındaki değişimler, Durum C ve B’de elde edilen sonuçların birbirine yakın olması durumunu etkilememektedir. Durum A kabulüne göre bulunan mod vektörleri ise diğer iki kabulden elde edilen mod vektörlerine göre oldukça farklı değerlerdedir. I_b/I_c oranı sonsuza yaklaştıkça Durum A ve diğer durumlar arasında görülen fark ise azalmaktadır; bu beklenen bir sonuçtur; çünkü I_b/I_c oranı arttıkça çerçeve kayma çerçevesi gibi davranmaya başlayıp, dönme serbestlik derecelerinin etkileri azalmaktadır [5].

Aynı kat içinde bulunan dönme serbestlik derecelerinin birbirine eşit olması durumu (Durum B) ile dönme serbestlik derecelerinde herhangi bir kısıtın olmaması durumu (Durum C) için elde edilen mod vektörleri arasında hemen hemen hiç fark oluşmamaktadır; ancak Durum B kabulü, Durum C’ye göre, serbestlik derecesinde önemli oranda düşme yarattığı ve dolayısı ile hesapları azalttığı için tercih edilmesi gereken bir kabuldür. Özellikle kat rijitlik oranı küçük olan çerçeve sistemlerin dönme serbestlik derecelerini dikkate alma zorunluluğu, Durum B kabulünü oldukça faydalı hale getirmektedir [5].

5.3.4 Durum A, B ve C Kabulleri Altında Elde Edilen Açısıl Frekansların Karşılaştırılması

Bu başlık altında incelen sonuçlarda kıyaslamada baz alınan durum Durum C'dir. Bunun nedeni olarak, incelen durumlar içinde Durum C'nin, gerçeğe en yakın sistem olması söylenebilir. Aşağıdaki tablolarda farklı durumlara karşılık gelen açısıl frekanslar ve açısıl frekans oranları, Durum C baz alınarak, verilmiştir:

Tablo 5.21: $\frac{I_b}{I_c} = 0$ ($\rho = 0$) için açısıl frekanslar ve açısıl frekans oranları

0	Mode No	Açısıl Frekanslar			Açısıl Frekans Oranları	
		ω_a	ω_b	ω_c	ω_a / ω_c	ω_b / ω_c
	1	1,539305	0,216733	0,216296	7,127	1,002
	2	4,001162	1,074595	1,046576	3,823	1,027
	3	5,909471	2,81102	2,775556	2,129	1,013
	4	7,719522	5,429244	5,346729	1,444	1,015
	5	9,225410	7,417946	7,169697	1,287	1,035

Tablo 5.22: $\frac{I_b}{I_c} = 0.4$ ($\rho = 0.133$) için açısıl frekanslar ve açısıl frekans oranları

0.4	Mode No	Açısıl Hızlar			Açısıl Hız Oranları	
		ω_a	ω_b	ω_c	ω_a / ω_c	ω_b / ω_c
	1	1,539305	0,656463	0,653109	2,357	1,005
	2	4,001162	1,893024	1,866454	2,144	1,014
	3	5,909471	3,649766	3,598099	1,642	1,014
	4	7,719522	6,119694	6,081158	1,269	1,006
	5	9,225410	7,685034	7,454438	1,238	1,031

Tablo 5.23: $\frac{I_b}{I_c} = 0.6$ ($\rho = 0.200$) için açısıl frekanslar ve açısıl frekans oranları

0.6	Mode No	Açısıl Hızlar			Açısıl Hız Oranları	
		ω_a	ω_b	ω_c	ω_a / ω_c	ω_b / ω_c
	1	1,539305	0,752300	0,746701	2,061	1,007
	2	4,001162	2,114525	2,085075	1,919	1,014
	3	5,909471	3,899854	3,842025	1,538	1,015
	4	7,719522	6,337765	6,309440	1,223	1,004
	5	9,225410	7,786786	7,566066	1,219	1,029

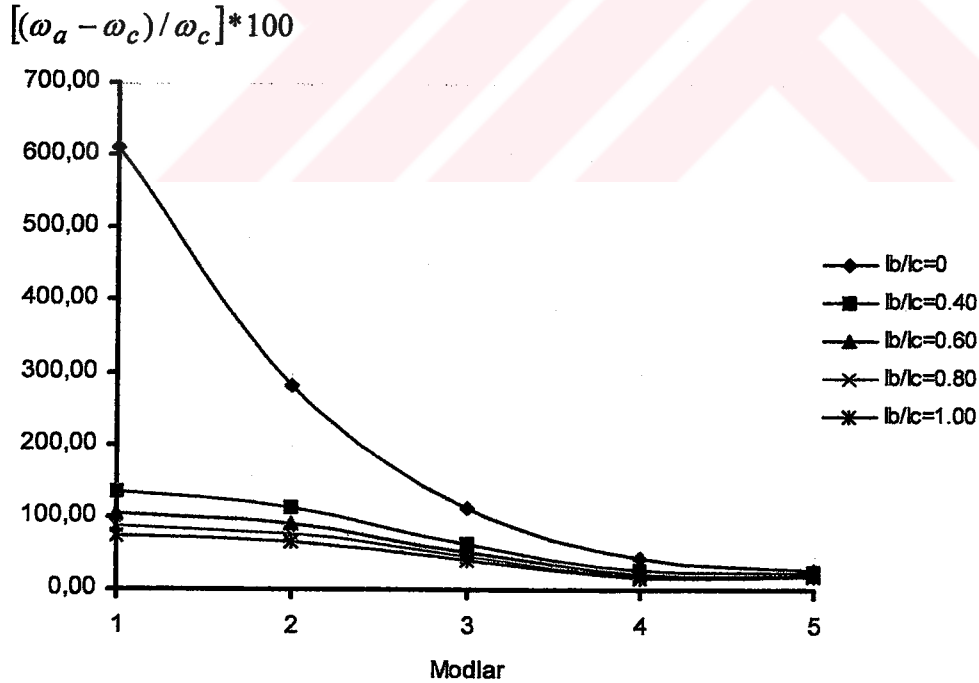
Tablo 5.24: $\frac{I_b}{I_c} = 0.8$ ($\rho = 0.267$) için açısız frekanslar ve açısız frekans oranları

0.8	Mode No	Açısız Hızlar			Açısız Hız Oranları	
		ω_a	ω_b	ω_c	ω_a / ω_c	ω_b / ω_c
	1	1,539305	0,825800	0,818026	1,882	1,010
	2	4,001162	2,286847	2,254594	1,775	1,014
	3	5,909471	4,094507	4,031635	1,466	1,016
	4	7,719522	6,506251	6,483974	1,191	1,003
	5	9,225410	7,875357	7,664699	1,204	1,027

Tablo 5.25: $\frac{I_b}{I_c} = 1.00$ ($\rho = 0.333$) için açısız frekanslar ve açısız frekans oranları

1	Mode No	Açısız Hızlar			Açısız Hız Oranları	
		ω_a	ω_b	ω_c	ω_a / ω_c	ω_b / ω_c
	1	1,539305	0,885023	0,875231	1,759	1,011
	2	4,001162	2,426731	2,392009	1,673	1,015
	3	5,909471	4,251529	4,184621	1,412	1,016
	4	7,719522	6,639810	6,620708	1,166	1,003
	5	9,225410	7,953277	7,753290	1,190	1,026

Yukarıda tablolar kullanılarak Şekil 5.40 oluşturulmuştur:

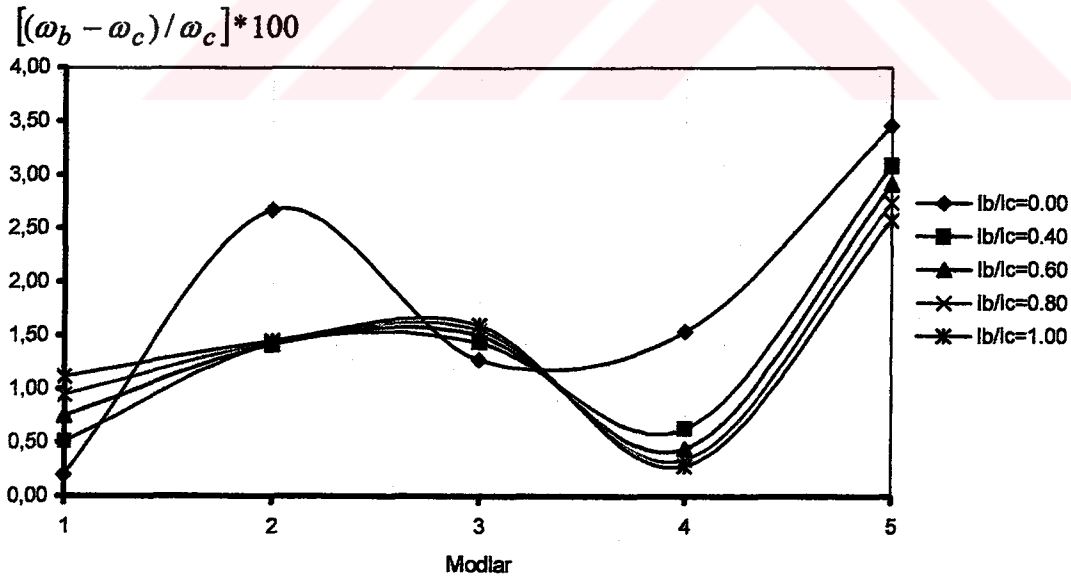


Şekil 5.40: Durum A ve C'nin açısız frekanslarının yüzde cinsinden (%) farkı.

Şekil 5.40 incelendiğinde görülür ki; Durum A ve Durum C için bulunan açısız frekanslar arasında çok büyük farklar vardır. Bu da çerçeve sistemlerin, kat adedinden bağımsız olarak, dönme serbestlik derecelerine oldukça duyarlı olduğunu göstermektedir. Yapılan dinamik analizde dönme serbestlik dereceleri mutlaka dikkate alınmalıdır. Aksi durumda elde edilen sonuçlarda, özellikle ilk modlarda, makul I_b/I_c oranları için %100'ün üzerine çıkan farklılıklar görülmektedir. Daha düşük I_b/I_c oranlarında ve ilk modlarda bu fark çok daha büyümektedir; örneğin $I_b/I_c=0.00$ oranında Durum A ve C için elde edilmiş olan 1. modun açısız frekansları arasındaki fark %600'ün üstündedir. I_b/I_c oranı yükseldikçe bu fark da azalmaktadır [5].

Yüksek modlara doğru gidildikçe Durum A ve Durum C için elde edilen açısız frekanslar arasında görülen farkların azaldığı görülmektedir. Örneğin, $I_b/I_c = 0.40$ oranı için Durum A ve C için elde edilmiş olan 5. modun açısız frekansları düşünülürse, frekanslar arasındaki farkın %24'lere kadar düştüğü görülmektedir. Buradan çıkan sonuç özellikle ilk modlar söz konusu olduğunda dönme serbestlik derecelerinin mutlaka dikkate alınması gerektiğidir [5].

Durum B ve C'nin karşılaştırılabilmesi için aşağıdaki grafik elde edilmiştir:



Şekil 5.41: Durum B ve C'nin açısız frekanslarının yüzde cinsinden (%) farkı.

Durum B ve C için elde edilen açısai frekanslar hemen hemen aynıdır. Bu iki durum arasında görülen en büyük fark %3.5 mertebesindedir; ancak Durum B'de kullanılan matrislerin boyutları Durum C'ye göre daha küçük olduğunda işlem kolaylığı sağlamakta ve yapılan hata düşünöldüğünde, Durum B'nin tercih edilebilir olduğu sonucuna varılmaktadır. Durum B ve C'nin açısai frekanslarının karşılaştırması sırasında, yüksek modlara doğru gidildikçe açısai frekans değerlerinde yapılan hatanın küçöldüğüne veya büyüdüğüne dair anlamlı bir sonuç çıkarılamamıştır.



BÖLÜM ALTI

SONUÇLAR

Tez kapsamında çıkarılan sonuçlar en genel durum olan simetrik olmayan sistemler düşünülerek yapılmıştır.

Elde edilen sonuçları aşağıdaki gibi sıralamak mümkündür:

Farklı Kat Rijitlik Oranlarının Mod Şekil Vektörlerine Etkisi:

- Şekil değiştirme mod vektörleri kat rijitlik oranındaki değişimlere çok duyarlıdır. Ancak bu duyarlılık yüksek modlara doğru gidildikçe azalmaktadır. Bu durum dönme serbestlik derecelerinin yüksek modlara doğru gidildikçe etkisinin azaldığına bir işarettir.
- Dönme serbestlik derecelerinin etkili olduğu düşük kat rijitlik oranına sahip sistemlerde ve özellikle ilk şekil değiştirme mod vektörlerinin hesabında bu serbestlik dereceleri mutlaka dikkate alınmalıdır.

Kat Rijitlik Oranının Temel Titreşim Periyoduna Etkisi:

- Kat rijitlik oranı temel titreşim periyodunu çok büyük ölçüde değiştirmektedir. Özellikle küçük kat rijitlik oranına sahip sistemlerin temel titreşim periyodunun hesabında dönme serbestlik dereceleri mutlaka dikkate alınmalıdır. Dönme serbestlik derecelerini statik kondensasyon yolu ile dikkate almak, çerçeve sistemi kayma çerçevesine göre daha esnek bir hale getirmek demektir.

- Kat rijitlik oranının diğer açısall frekanslara etkisi şöyle özetlenebilir; küçük kat rijitlik oranına sahip çerçeve sistemlerin açısall frekansları birbirinden daha uzak, yüksek kat rijitlik oranına sahip çerçeve sistemlerin açısall frekansları ise birbirine daha yakın olmaktadır.

Dönme Serbestlik Dereceleri ile İlgili Yapılan Kabullerin Şekil Değişirme Mod Vektörlerine Etkisi:

- Aynı kat içinde bulunan dönme serbestlik derecelerinin birbirine eşit olması durumu (Durum B) ile dönme serbestlik derecelerinde herhangi bir kısıt olmaması durumu (Durum C) için elde edilen mod vektörleri arasında hemen hemen hiç fark oluşmamaktadır; ancak Durum B kabulü, Durum C'ye göre, serbestlik derecesinde önemli oranda düşme yarattığı ve dolayısı ile hesapları azalttığı için tercih edilmesi gereken bir kabuldür. Özellikle kat rijitlik oranı küçük olan çerçeve sistemlerin dönme serbestlik derecelerini dikkate alma zorunluluğu, Durum B kabulünü oldukça faydalı hale getirmektedir.
- Simetrik sistemlerde Durum B kabulü ile Durum C kabulü, yanal deprem ivmesi etkisi altında çerçevenin davranışı açısından tam olarak örtüşmektedir. Bu yüzden, düşey bir eksene göre hem geometrik hem de rijitlik bakımından simetrik bir sistem çözülmüyor ise Durum B kabulü yapılarak sistem rijitlik matrisi boyutlarında önemli azaltmalar yapılabilir. Bu azaltma işlemine rağmen hesaplarda, hem şekil değiştirme mod vektörleri hem de açısall frekanslar için, gerçeğe en yakın sonuçlar, Durum C için bulunan sonuçlar, elde edilecektir.

Dönme Serbestlik Dereceleri ile İlgili Yapılan Kabullerin Açısall Frekanslara Etkisi:

- Durum A (kayma çerçevesi) ve Durum C (dönme serbestlik derecelerinde herhangi bir kısıt yok) için bulunan, farklı modlara karşılık gelen açısall frekanslar arasında oldukça büyük farklılıklar vardır. Bu da çerçeve sistemlerin, kat adedinden bağımsız olarak, dönme serbestlik derecelerine oldukça duyarlı

olduğunu göstermektedir. Bunun için yapılan dinamik analizde dönme serbestlik dereceleri mutlaka dikkate alınmalıdır. Yüksek modlara doğru gidildikçe Durum A ve Durum C için elde edilen farklı modlara karşılık gelen açısız frekanslar arasındaki farkların azaldığı görülmektedir. Bu da yüksek modlarda dönme serbestlik derecelerinin etkilerinin azaldığını göstermektedir.

- Durum B (aynı katta bulunan dönme serbestlik derecelerinin eşit dönme yaptığı kabulü) ve Durum C için elde edilen açısız frekanslar hemen hemen aynıdır. Bu iki durum arasında görülen en büyük fark %3.5 mertebesindedir; ancak Durum B’de kullanılan matrislerin boyutları Durum C’ye göre daha küçük olduğunda işlem kolaylığı sağlamak ve yapılan hata düşünülüğünde, Durum B’nin tercih edilebilir olduğu sonucuna varılmaktadır.



REFERANSLAR

- [1]. Chopra, A. K. (1995). Dynamics of Structures. New Jersey: Prentice Hall Inc.
- [2]. Clough, R. W.; Penzien, J. (1993). Dynamics of Structures (2nd Edition). Singapore: Mc-Graw Hill Book Co.
- [3]. Crandall, S. H. (1956). Engineering Analysis. A survey of Numerical Procedures. New York: McGraw-Hill Company Inc.
- [4]. Greenberg, M. D. (1998) Advanced Engineering Mathematics (2nd edition). New Jersey: Prentice Hall Co.
- [5]. Hurty, W. C.; Rubinstein, M. F. (1964). Dynamics of Structures. New Jersey: Prentice Hall Inc.
- [6]. Moshe, F. R. (1966). Matrix Analysis of Structures. New Jersey: Prentice-Hall Inc.
- [7]. Paz, M. (1997). Structural Dynamics (4th Edition). New York: Chapman and Hall Inc.
- [8]. Uzsoy, Ş. Z. (2001). Yapı Dinamiği ve Deprem Mühendisliği, Çözümlü Örnekler. İzmir: D.E.Ü Mühendislik Fakültesi Matbaası.
- [9]. West, H. H. (1993). Fundamentals of Structural Analysis. Canada: John Wiley and Sons Inc.