

**FONKSİYONEL KANONİK KORELASYON ANALİZİ İLE
İMKB'DE İŞLEM GÖREN ŞİRKETLERİN KAPANIŞ
FİYATLARI İLE İŞLEM MİKTARLARI ARASINDAKİ
İLİŞKİNİN ARAŞTIRILMASI**

Murat GÜNDÜZ

Doktora Tezi

İşletme Anabilim Dalı

Doç. Dr. Mehmet Suphi ÖZÇOMAK

2012

Her Hakkı Saklıdır

ATATÜRK ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
İŞLETME ANABİLİM DALI

Murat GÜNDÜZ

**FONKSİYONEL KANONİK KORELASYON ANALİZİ İLE
İMKB'DE İŞLEM GÖREN ŞİRKETLERİN KAPANIŞ FİYATLARI
İLE İŞLEM MİKTARLARI ARASINDAKİ İLİŞKİNİN
ARAŞTIRILMASI**

DOKTORA TEZİ

TEZ YÖNETİCİSİ
Doç. Dr. Mehmet Suphi ÖZÇOMAK

ERZURUM-2012

22/06/2012

SOSYAL BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜNE

Atatürk Üniversitesi Lisansüstü Eğitim-Öğretim ve Sınav Yönetmeliğine göre hazırlamış olduğum “**Fonksiyonel Kanonik Korelasyon Analizi İle İMKB’de İşlem Gören Şirketlerin Kapanış Fiyatları İle İşlem Miktarları Arasındaki İlişkinin Araştırılması**” adlı tezin tamamen kendi çalışmam olduğunu ve her alıntıya kaynak gösterdiğimi taahhüt eder, tezimin kağıt ve elektronik kopyalarının Atatürk Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü arşivlerinde aşağıda belirttiğim koşullarda saklanmasına izin verdiğimi onaylarım.

Lisansüstü Eğitim-Öğretim yönetmeliğinin ilgili maddeleri uyarınca gereğinin yapılmasını arz ederim.

- Tezimin tamamı her yerden erişime açılabilir.
- Tezim sadece Atatürk Üniversitesi yerleşkelerinden erişime açılabilir.
- Tezimin 2(iki) yıl süreyle erişime açılmasını istemiyorum. Bu sürenin sonunda uzatma için başvuruda bulunmadığım takdirde, tezimin tamamı her yerden erişime açılabilir.



22/06/ 2012

Murat GÜNDÜZ



T.C.
ATATÜRK ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ



TEZ KABUL TUTANAĞI

SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜNE

Doç.Dr. M.Suphi ÖZÇOMAK danışmanlığında, Murat GÜNDÜZ tarafından hazırlanan bu çalışma 22 / 06 / 2012 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından İşletme Anabilim Dalı Sayısal Yöntemler Bilim Dalı'nda Doktora Tezi olarak kabul edilmiştir.

Başkan : Prof. Dr. Şahamet BÜLBÜL

İmza:

Jüri Üyesi : Prof. Dr. Fazıl GÜLER

İmza:

Jüri Üyesi : Prof.Dr.Erkan OKTAY

İmza:

Jüri Üyesi : Doç.Dr.M.Suphi ÖZÇOMAK

İmza:

Jüri Üyesi : Yrd.Doç.Dr.Emrah TALAŞ

İmza:

Yukarıdaki imzalar adı geçen öğretim üyelerine aittir. / /

Prof. Dr. Mustafa YILDIRIM
Enstitü Müdürü

F-84/00/22.02.2012

İÇİNDEKİLER

ÖZET.....	IV
ABSTRACT.....	V
KISALTMALAR DİZİNİ	VI
ŞEKİLLER DİZİNİ	VII
TABLolar DİZİNİ	IX
TEŞEKKÜR	XI
GİRİŞ	1

BİRİNCİ BÖLÜM

FONKSİYONEL VERİ ANALİZİ

1.1. VERİ KAVRAMI.....	4
1.2. FONKSİYON KAVRAMI	5
1.3. FONKSİYONEL VERİ	7
1.4. FONKSİYONEL VERİ ANALİZİ	9
1.4.1. Fonksiyonel Veri Analizinde Tanımlayıcı İstatistikler	16
1.4.2. Kesikli Gözlenmiş Verileri Fonksiyonel Veri Nesnelere Dönüştürme.....	18
1.4.3. Baz Fonksiyonlar	19
1.4.3.1. Splayn Baz Fonksiyon Sistemi	21
1.4.3.1.1. B-Splayn Baz Fonksiyon Sistemi	24
1.4.3.2. Fourier Baz Fonksiyon Sistemi	29
1.4.3.3. Polinom Bazlar	31
1.4.3.4. Dalgacık Bazları.....	31
1.4.3.5. Diğer Baz Sistemleri	32
1.4.4. Pürüzlü Ceza Yöntemi	33
1.4.4.1. Düzgünleştirme Parametresinin Seçimi	38

İKİNCİ BÖLÜM

FONKSİYONEL KANONİK KORELASYON ANALİZİ

2.1. KLASİK ÇOK DEĞİŞKENLİ KANONİK KORELASYON ANALİZİ.....	41
2.1.1. Kanonik Korelasyon Analizinin Varsayımları.....	43
2.1.2. Kanonik Değişkenlerin Elde Edilmesi	43
2.1.3. Kanonik Değişkenlerin Matris Gösterimi	46

2.1.4. Kanonik Korelasyon Katsayısı.....	47
2.1.5. Kanonik Korelasyon Katsayılarının Anlamlılığı	47
2.1.6. Kanonik Değişkenler İle Orjinal Değişkenler Arasındaki Korelasyonlar.....	49
2.2. FONKSİYONEL KANONİK KORELASYON ANALİZİ.....	51
2.2.1. Fonksiyonel Kanonik Korelasyon Analizi Literatür Taraması	52
2.2.2. Fonksiyonel Kanonik Korelasyon Analizine Teorik Yaklaşımlar	58
2.2.3. Fonksiyonel Kanonik Değişkenlerin Elde Edilmesi	62
2.2.4. Fonksiyonel Kanonik Korelasyonda Baz Fonksiyon Yaklaşımı	63
2.2.5. Düzgünleştirilmiş Fonksiyonel Kanonik Korelasyon Analizi	65
2.2.5.1. Düzgünleştirilmiş Fonksiyonel Kanonik Korelasyon Analizinin Matris Gösterimi.....	66
2.2.5.2. Fonksiyonel Kanonik Korelasyon Analizinde Düzgünleştirme Parametresinin Seçimi.....	68

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

İMKB'DE İŞLEM GÖREN ŞİRKETLERİN KAPANIŞ FİYATLARI İLE İŞLEM MİKTARLARI ARASINDAKİ İLİŞKİNİN FONKSİYONEL KANONİK KORELASYON ANALİZİ İLE ARAŞTIRILMASI

3.1. VERİ SETİ	71
3.2. ANALİZDE KULLANILAN PROGRAM	73
3.2.1. Tüm Şirket Verileri İçin Kullanılan Program	73
3.2.2. İMKB 30 Şirketleri Verileri İçin Kullanılan Program	75
3.3. İMKB'DE FAALİYET GÖSTEREN TÜM ŞİRKETLER İÇİN FONKSİYONEL KANONİK KORELASYON ANALİZİ	78
3.3.1. Fonksiyonel Dönüşüm	80
3.3.1.1. Farklı Düzgünleştirme Parametreleri (Lambda) Kullanılarak Fonksiyonel Veriye Dönüşüm	84
3.3.1.2. Fonksiyonel Veriler İçin Birinci ve İkinci Türevler	90
3.3.1.3. Ortalama Fonksiyonu.....	91
3.3.1.3.1. Kapanış Fiyatı Fonksiyonel Verileri İçin Düzgünleştirmeden Önceki Ortalama Fonksiyonu	91
3.3.1.3.2. İşlem Miktarı Fonksiyonel Verileri İçin Düzgünleştirmeden Önceki Ortalama Fonksiyonu	93

3.3.1.3.3. Kapanış Fiyatı Ortalama Fonksiyonu 1. ve 2. Türevi	94
3.3.1.3.4. İşlem Miktarı Ortalama Fonksiyonu 1. ve 2. Türevi.....	96
3.3.1.4. Varyans-Kovaryans Yüzeyi	97
3.3.2. Fonksiyonel Kanonik Korelasyon Analizi Uygulaması.....	98
3.3.2.1. Fonksiyonel Kanonik Değişkenlerin Standart Ağırlıklarının Belirlenmesi	102
3.3.2.2. Fonksiyonel Kanonik Değişkenlerin Kanonik Yüklerinin ve Kanonik Çapraz Yüklerinin Belirlenmesi.....	106
3.3.2.3. Kanonik Ağırlık Fonksiyonları	117
3.4. İMKB 30 ENDEKSİNDE İŞLEM GÖREN ŞİRKETLER İÇİN FONKSİYONEL KANONİK KORELASYON ANALİZİ	118
3.4.1. Fonksiyonel Dönüşüm	118
3.4.2. Ortalama Fonksiyonu	121
3.4.3. Varyans-Kovaryans Yüzeyi	123
3.4.4. İMKB 30 Endeksinde İşlem Gören Şirketler İçin Fonksiyonel Kanonik Korelasyon Analizi	125
3.5. İMKB TÜM ŞİRKETLER İÇİN ELDE EDİLEN ANALİZ SONUÇLARI..	127
3.6. İMKB 30 ŞİRKETLERİ İÇİN ELDE EDİLEN ANALİZ SONUÇLARI.....	129
SONUÇ VE DEĞERLENDİRME.....	131
KAYNAKLAR	134
EKLER.....	143
ÖZGEÇMİŞ.....	194

ÖZET**DOKTORA TEZİ****FONKSİYONEL KANONİK KORELASYON ANALİZİ İLE İMKB'DE İŞLEM
GÖREN ŞİRKETLERİN KAPANIŞ FİYATLARI İLE İŞLEM MİKTARLARI
ARASINDAKİ İLİŞKİNİN ARAŞTIRILMASI****Murat GÜNDÜZ****Tez Danışmanı: Doç.Dr. Mehmet Suphi ÖZÇOMAK****2012, 194 sayfa****Jüri: Doç.Dr. Mehmet Suphi ÖZÇOMAK (Danışman)****Prof. Dr. Erkan OKTAY****Prof. Dr. Şahamet BÜLBÜL****Prof. Dr. Fazıl GÜLER****Yrd.Doç.Dr. Emrah TALAŞ**

Son yıllarda uluslararası literatürde geniş bir uygulama alanı bulan fonksiyonel veri analizi yöntemleri, fonksiyonel veri yapılarının incelenmesi amacıyla kullanılmaktadır. Bu çalışmada İMKB'de işlem gören şirketlerin kapanış fiyatları ile işlem miktarları önce fonksiyonel veriye dönüştürülmüş daha sonra söz konusu veri setleri arasındaki ilişki fonksiyonel kanonik korelasyon analizi yöntemiyle araştırılmıştır.

Çalışma üç bölümden oluşmaktadır. Birinci bölümde fonksiyonel veri analizi ile ilgili bilgiler verilmiştir. Bu bağlamda baz fonksiyon sistemleri genel olarak tanıtılmış, B-Splayn baz fonksiyonları ve pürüzlü ceza yöntemi detaylı olarak açıklanmıştır. İkinci bölümde önce klasik çok değişkenli kanonik korelasyon analizi hakkında bilgi verilmiş, daha sonra fonksiyonel kanonik korelasyon analizi ayrıntılı bir şekilde incelenmiştir. Üçüncü bölümde ise uygulamaya yer verilmiştir.

Uygulama bölümünde veri seti olarak 2011 yılında İMKB'de işlem gören şirketlerin kapanış fiyatları ile işlem miktarları kullanılmıştır. Uygulama iki kısımdan oluşmaktadır. Birinci kısımda 2011 yılında borsada işlem gören tüm şirketlerin verileri subjektif düzgünleştirme parametreleri kullanılarak düzgünleştirilmiştir. İkinci kısımda ise otomatik yöntemle seçilen düzgünleştirme parametreleri kullanılarak 2011 yılının son üç ayı içinde İMKB 30 endeksini oluşturan şirketlerin verileri analiz edilmiştir. Her iki kısımda yapılan analiz sonucuna göre fonksiyonel veri setleri arasında kuvvetli bir ilişki olduğu saptanmıştır. İkinci kısımda kapanış fiyatı ortalama fonksiyonu ile İMKB 30 endeksi karşılaştırılmıştır.Yapılan analiz sonucunda düzgünleştirilmiş kapanış fiyatı ortalama fonksiyonunun İMKB 30 endeksini tahmin etmede kullanılabileceği önerilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Fonksiyonel Veri Analizi, Fonksiyonel Kanonik Korelasyon Analizi, B-Splayn, Düzgünleştirme.

ABSTRACT**PhD DISSERTATION****THE SURVEY OF THE RELATIONSHIP BETWEEN CLOSING PRICE OF
THE COMPANIES TRADING ON İSTANBUL STOCK EXCHANGE AND
THEIR TRADING VOLUMES THROUGH FUNCTIONAL CANONICAL
CORRELATION ANALYSIS****Murat GÜNDÜZ****Advisor: Assoc. Prof. Mehmet Suphi ÖZÇOMAK****2012, Page: 194****Jury: Assoc. Prof. Mehmet Suphi ÖZÇOMAK (Advisor)****Prof. Dr. Erkan OKTAY****Prof. Dr. Şahamet BÜLBÜL****Prof. Dr. Fazıl GÜLER****Assist.Prof. Emrah TALAŞ**

Having found a large scope of application in international litterateur in recent years, functional data analysis methods are used for the purpose of studying the functional data structures. In this study, closing price of the companies trading on İstanbul Stock Exchange and their trading volumes are turned into functional data and then the relationship between the aforementioned data sets is researched through functional canonical correlation analysis.

The study is composed of three chapters. Information related to functional data analysis is given in the first chapter. In this sense, base function systems are introduced in general, and B-Spline base functions and roughness penalty method are explained in details. In the second chapter, first of all, information about classical multivariate canonical correlation analysis is given and then canonical correlation analysis is thoroughly studied. The third chapter includes the application.

In the application section, the closing price of the companies trading on İstanbul Stock Exchange in 2011 and their trading volumes are used as data sets. The application is composed of two parts. In the first part, the data of all of the publicly-traded companies in 2011 are smoothed via subjective smoothing parameters. In the second part, however, the data of the companies that set İstanbul Stock Exchange index number 30 in the last three months of 2011 are analyzed through smoothing parameters which are chosen by automated method. According to analysis results in both parts, it has been determined that there is a strong relationship between functional data sets. In the second part, average function of the closing price and İstanbul Stock Exchange index 30 are compared. As a result of the analysis, it has been determined that the average function of the smoothed closing price can be used for the purpose of estimating the İstanbul Stock Exchange index 30.

Key Words: Functional Data Analysis, Functional Canonical Correlation Analysis, B-Spline, Smoothing.

KISALTMALAR DİZİNİ

F.V.A.	:	Fonksiyonel Veri Analizi
K.K.A.	:	Kanonik Korelasyon Analizi
F.K.K.A.	:	Fonksiyonel Kanonik Korelasyon Analizi
Ç.G.	:	Çapraz Geçerlilik
G.Ç.G.	:	Genelleştirilmiş Çapraz Geçerlilik
R.I.	:	Gereksizlik İndeksi
T.R.I.	:	Toplam Gereksizlik İndeksi
Λ	:	Lambda (büyük harf)
λ	:	Lambda
ξ	:	Xi
η	:	Eta
kkor	:	Kanonik Korelasyon
δ	:	Delta
ε	:	Epsilon

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 1.1. Fonksiyonel Veri Analizi Akış Diyagramı	11
Şekil 1.2. Sıfırıncı Dereceden B-Splayn.....	25
Şekil 1.3. Birinci Dereceden B-Splayn.....	26
Şekil 1.4. İkinci Dereceden B-Splayn.....	27
Şekil 2.1. Üç Tahmin ve İki Ölçüt Değişkenden Oluşan İki Veri Seti Arasındaki İlişkiyi İnceleyen Örnek Kanonik Korelasyon Analizi.....	44
Şekil 3.1. Kapanış Fiyatları Orijinal Veri Grafiği	79
Şekil 3.2. İşlem Miktarlarındaki Değişim Grafiği	79
Şekil 3.3. İşlem Miktarlarındaki Değişim Grafiği	80
Şekil 3.4. Verilerin Fonksiyonlara Dönüşümünde Kullanılan B-Splayn Baz Fonksiyonlar	81
Şekil 3.5. Kapanış Fiyatlarının Fonksiyonlara Dönüştürülmesi	81
Şekil 3.6. İşlem Miktarlarının Fonksiyonlara Dönüştürülmesi.....	82
Şekil 3.7. Kapanış Fiyatı Orijinal ve Fonksiyonel Verisi	83
Şekil 3.8. İşlem Miktarı Orijinal ve Fonksiyonel Verisi.....	84
Şekil 3.9. Kapanış Fiyatlarının Fonksiyonlara Dönüştürülmesi ($\lambda=0.01$)	85
Şekil 3.10. Kapanış Fiyatlarının Fonksiyonlara Dönüştürülmesi ($\lambda=0.1$)	85
Şekil 3.11. Kapanış Fiyatlarının Fonksiyonlara Dönüştürülmesi ($\lambda=1$).	86
Şekil 3.12. Kapanış Fiyatı Verileri İçin 0.01, 0.1 ve 1 Lambda Değerlerine Ait Fonksiyonel Veriler	87
Şekil 3.13. İşlem Miktarı Verilerinin Fonksiyonlara Dönüştürülmesi ($\lambda=0.01$)... ..	87
Şekil 3.14. İşlem Miktarı Verilerinin Fonksiyonlara Dönüştürülmesi ($\lambda=0.1$).....	88
Şekil 3.15. İşlem Miktarı Verilerinin Fonksiyonlara Dönüştürülmesi ($\lambda=1$).....	89
Şekil 3.16. İşlem Miktarı Verileri İçin 0.01, 0.1 ve 1 Lambda Değerlerine Ait Fonksiyonel Veriler	89
Şekil 3.17. Kapanış Fiyatı Fonksiyonel Verileri İçin Düzgünleştirmeden Önceki 1. ve 2. Türevler	90
Şekil 3.18. İşlem Miktarı Fonksiyonel Verileri İçin Düzgünleştirmeden Önceki 1. ve 2. Türevler	91
Şekil 3.19. Kapanış Fiyatı Fonksiyonel Verileri İçin Ortalama Fonksiyonu.....	92

Şekil 3.20. Kapanış Fiyatı Fonksiyonel Verileri İçin Ortalama Fonksiyonu (Lambda 0.01, 0.1 ve 1 için)	92
Şekil 3.21. İşlem Miktarı Verileri İçin Düzgünleştirmeden Önceki Ortalama Fonksiyonu.	93
Şekil 3.22. İşlem Miktarı Verileri İçin Ortalama Fonksiyonu (Lambda 0.01, 0.1 ve 1 için)	94
Şekil 3.23. Kapanış Fiyatı Ortalama Fonksiyonu 1. ve 2. Türevi.....	95
Şekil 3.24. İşlem Miktarı Ortalama Fonksiyonu 1. ve 2. Türevi	96
Şekil 3.25. 2011 Yılı Tüm Şirketler İçin Kapanış Fiyatı Varyans-Kovaryans Yüzeyi...97	
Şekil 3.26. 2011 Yılı Tüm Şirketler İçin İşlem Miktarı Fiyatı Varyans-Kovaryans Yüzeyi.....	98
Şekil 3.27. Bağımsız Değişken Seti Birinci Kanonik Ağırlık Fonksiyonu.	117
Şekil 3.28. Bağımlı Değişken Seti Birinci Kanonik Ağırlık Fonksiyonu.....	118
Şekil 3.29. Kapanış Fiyatları İçin G.Ç.G. Yöntemiyle Düzgünleştirme Parametresinin Elde Edilmesi.....	119
Şekil 3.30. İşlem Miktarı İçin GÇG Yöntemiyle Düzgünleştirme Parametresinin Elde Edilmesi.	121
Şekil 3.31. İMKB 30 Şirketleri İçin Kapanış Fiyatı Ortalama Fonksiyonu	121
Şekil 3.32. İMKB 30 Şirketleri İçin İşlem Miktarı Ortalama Fonksiyonu	122
Şekil 3.33. İMKB 30 Endeksi ve Kapanış Fiyatı Ortalama Fonksiyonu	123
Şekil 3.34. Kapanış Fiyatı Verileri İçin Varyans-Kovaryans Yüzeyi.....	124
Şekil 3.35. İşlem Miktarı Verileri İçin Varyans-Kovaryans Yüzeyi.	124

TABLOLAR DİZİNİ

Tablo 1.1. Veri Türleri	4
Tablo 2.1. Düzgünleştirilmiş ve Düzgünleştirilmemiş Kare Kanonik Korelasyon Katsayıları	52
Tablo 2.2. 100 Monte Carlo Uygulamasına Göre Optimum Parametrelerde Farklı F.K.K.A. Metotlarının Sonlu Örnek Davranışı	53
Tablo 2.3. 100 Monte Carlo Uygulamasında Veri Tabanlı Parametre Seçimleri İle Farklı FKA Metotlarının Sonlu Örnek Davranışı	54
Tablo 2.4. Farklı k (Daraltma) Katsayıları İçin Elde Edilen Kanonik Korelasyon Katsayıları	58
Tablo 3.1. $\lambda=0,01$ Seviyesinde Düzgünleştirilmiş Fonksiyonel Veri İçin Kanonik Korelasyon Katsayıları	99
Tablo 3.2. $\lambda=0,1$ Seviyesinde Düzgünleştirilmiş Fonksiyonel Veri İçin Kanonik Korelasyon Katsayıları	100
Tablo 3.3. $\lambda=1$ Seviyesinde Düzgünleştirilmiş Fonksiyonel Veri İçin Kanonik Korelasyon Katsayıları	101
Tablo 3.4. Bağımsız Değişken Setinde Birinci Bağımsız Kanonik Değişkene Katkısı En Yüksek On Şirket ve Standart Ağırlıkları	102
Tablo 3.5. Bağımsız Değişken Setinde İkinci Bağımsız Kanonik Değişkene Katkısı En Yüksek On Şirket ve Standart Ağırlıkları	103
Tablo 3.6. Bağımsız Değişken Setinde Üçüncü Bağımsız Kanonik Değişkene Katkısı En Yüksek On Şirket ve Standart Ağırlıkları	104
Tablo 3.7. Bağımlı Değişken Setinde Birinci Bağımlı Kanonik Değişkene Katkısı En Yüksek On Şirket ve Standart Ağırlıkları	104
Tablo 3.8. Bağımlı Değişken Setinde İkinci Bağımlı Kanonik Değişkene Katkısı En Yüksek On Şirket ve Standart Ağırlıkları	105
Tablo 3.9. Bağımlı Değişken Setinde Üçüncü Bağımlı Kanonik Değişkene Katkısı En Yüksek On Şirket ve Standart Ağırlıkları	106
Tablo 3.10. Orijinal Bağımsız Değişken Setinin Birinci Bağımsız Kanonik Değişken İle Arasındaki Kanonik Yükler	107
Tablo 3.11. Orijinal Bağımsız Değişken Setinin İkinci Bağımsız Kanonik Değişken İle Arasındaki Kanonik Yükler	108

Tablo 3.12. Orijinal Bağımsız Değişken Setinin Üçüncü Bağımsız Kanonik Değişken İle Arasındaki Kanonik Yükler	108
Tablo 3.13. Orijinal Bağımsız Değişken Setinin Birinci Bağımlı Kanonik Değişken İle Arasındaki Kanonik Çapraz Yükler	109
Tablo 3.14. Orijinal Bağımsız Değişken Setinin İkinci Bağımlı Kanonik Değişken İle Arasındaki Kanonik Çapraz Yükler	110
Tablo 3.15. Orijinal Bağımsız Değişken Setinin Üçüncü Bağımlı Kanonik Değişken İle Arasındaki Kanonik Çapraz Yükler	111
Tablo 3.16. Orijinal Bağımlı Değişken Setinin Birinci Bağımlı Kanonik Değişken İle Arasındaki Kanonik Yükler.	112
Tablo 3.17. Orijinal Bağımlı Değişken Setinin İkinci Bağımlı Kanonik Değişken İle Arasındaki Kanonik Yükler.	112
Tablo 3.18. Orijinal Bağımlı Değişken Setinin Üçüncü Bağımlı Kanonik Değişken İle Arasındaki Kanonik Yükler.	113
Tablo 3.19. Orijinal Bağımlı Değişken Setinin Birinci Bağımsız Kanonik Değişken İle Arasındaki Kanonik Çapraz Yükler.	114
Tablo 3.20. Orijinal Bağımlı Değişken Setinin İkinci Bağımsız Kanonik Değişken İle Arasındaki Kanonik Çapraz Yükler.	115
Tablo 3.21. Orijinal Bağımlı Değişken Setinin Üçüncü Bağımsız Kanonik Değişken İle Arasındaki Kanonik Çapraz Yükler	115
Tablo 3.22. Bağımsız Değişken Seti İçin Açıklanan Varyans Oranı ve Gereksizlik İndeksleri.	116
Tablo 3.23. Bağımlı Değişken Seti İçin Açıklanan Varyans Oranı ve Gereksizlik İndeksleri.	117
Tablo 3.24. Kapanış Fiyatları İçin Genelleştirilmiş Çapraz Geçerlilik Sonuçları.	119
Tablo 3.25. İşlem Miktarı İçin Genelleştirilmiş Çapraz Geçerlilik Sonuçları	120
Tablo 3.26. Kanonik Değişkenlere Ait Kanonik Korelasyon Katsayıları	125

TEŞEKKÜR

“Fonksiyonel Kanonik Korelasyon Analizi İle İMKB’de İşlem Gören Şirketlerin Kapanış Fiyatları İle İşlem Miktarları Arasındaki İlişkinin Araştırılması” isimli tez çalışmasının hazırlanmasında beni yönlendiren ve desteklerini esirgemeyen danışmanım ve değerli hocam sayın Doç. Dr. M.Suphi ÖZÇOMAK’a şükranlarımı sunuyorum.

Tezimin her aşamasında yoğunluğuna rağmen kıymetli vaktini benimle paylaşan ve her ihtiyacım olduğunda yardımcı olan değerli hocam sayın Prof. Dr. Erkan OKTAY’a teşekkürlerimi arz ediyorum.

Uygulama verilerinin elde edilmesinde yol göstericiliğinden dolayı sayın Doç. Dr. Bener GÜNGÖR’e ve doktora çalışmalarım sırasında desteklerini eksik etmeyen Sayısal Yöntemler Anabilim Dalındaki değerli araştırma görevlisi arkadaşlarıma teşekkür ederim.

Akademik çalışmalarım boyunca destekleriyle yanımda olan, moral veren ve teşvik eden arkadaşlarım Yrd. Doç. Dr. Meral NURAY ve Öğr. Gör. Alırıza AĞ’a, ayrıca Fatih’e, Zeynep’e ve Burak’a teşekkürlerimi sunarım.

Hakları ödenmesi mümkün olmayan anneme ve babama sonsuz teşekkürler.

GİRİŞ

Teknolojik gelişmelerle birlikte yüksek miktarda verinin hızlı bir şekilde toplanması mümkün hale gelmiştir. Verilerin yoğun bir şekilde gözlenmesiyle örnek hacmi oldukça genişlemiş ve bu verileri analiz etmede klasik teknikler yetersiz kalmaya başlamıştır. Bu konudaki araştırmalar yeni bir veri anlayışının ortaya çıkmasına neden olmuştur. Bu anlayışa göre veriler, gözlemleri oluşturduğu düşünülen çeşitli fonksiyonların etkisini yansıtmaktadır. Bir başka deyişle veriler aslında arka plandaki bir fonksiyondan örneklenmektedir. Böylece veriler gözlem noktaları olarak değil de fonksiyonlar (eğriler) olarak ele alınır ve bu tür veriler fonksiyonel veri olarak adlandırılır. Bu verilere klasik çok değişkenli istatistik metotları uygulanabilir, ancak bu metotlar fonksiyonların içerdiği bilgileri ortaya koymada yeterli değildir. Fonksiyonel verileri analiz etmek için genelde fonksiyonlarda ve bunların türevlerinde bulunan ek bilgileri ortaya çıkarabilen metotlar “Fonksiyonel Veri Analizi” (F.V.A.) metotları olarak ifade edilir.¹ Fonksiyonel veri analizi terimi ilk kez Ramsay ve Dalzell (1991) tarafından kullanılmış, daha sonra Ramsay ve Silverman (1997, 2002, 2005) başta olmak üzere birçok çalışmada yer almıştır.

Fonksiyonel veri analizi, *i.* gözlemin eğri ya da yüzey gibi çeşitli sonsuz boyutlu nesnelerin birinden oluştuğu verilerle ilgilenir. Genelde bu nesneler bir fonksiyonel uzayın rastgele elemanları olarak değerlendirilir. Çoğu araştırma sorusu ve istatistiki modelleme problemi en iyi fonksiyonel olarak tanımlanır.² Fonksiyonel veri analizinin farklı alanlardaki uygulamaları son yıllarda büyük gelişmeler kaydetmiş ve fonksiyonel veriler için güçlü bir araç haline gelmiştir. Çok değişkenli gözlem örnekleri için oluşturulmuş hemen hemen tüm istatistik prosedürlerinin fonksiyonel karşılığı bulunmaktadır. Fonksiyonel tanımlayıcı istatistikler, t testleri, temel bileşenler analizi (TBA), kanonik korelasyon analizi (KKA), varyans analizi (ANOVA), regresyon analizi gibi çoğu denk nitelikteki teorik temel, fonksiyonel formlara genişletilmiş ve önlerine

¹ Daniel J. Levitin, Regina J. Nuzzo, Bradley W. Vines ve J. O. Ramsay, “Introduction to Functional Data Analysis” [Fonksiyonel Veri Analizine Giriş], *Canadian Psychology*, 48 (3), 2007, s.135-155. Erişim tarihi:12 Mart 2011, Apapsynet.

² Guozhong He, Hans-Georg Müller ve Jane-Ling Wang, “Functional Canonical Analysis For Square Integrable Stochastic Processes” [Kare İntegrallenebilir Stokastik Süreçler İçin Fonksiyonel Kanonik Korelasyon Analizi], *Journal of Multivariate Analysis*, 85, 2003, s.54–77. Erişim Tarihi: 07 Mart 2011, ScienceDirect.

fonksiyonel kanonik korelasyon analizi ifadesindeki gibi “fonksiyonel” kelimesi eklenmiştir.³

Bir veri kümesini fonksiyonel metotlarla inceleme işlemi iki temel adımdan oluşur: Birinci adımda, ham veriler fonksiyonel nesneye dönüştürülür. Bu dönüşüm işlemi interpolasyon, baz fonksiyon sistemi ve pürüzlü ceza yöntemlerini kapsayabilir. Veriler doğru ölçülmüşse, fonksiyonel dönüşüm için interpolasyon yöntemi kullanılır. Ölçümde çeşitli sebeplerden kaynaklanan hatalar varsa ham verilerden fonksiyonel veri nesnelere dönüşüm düzgünleştirme yoluyla yapılır. Bunun için bir baz fonksiyon sistemi kullanılır. Baz fonksiyonlar için çeşitli alternatifler mevcuttur. Uygulamada genelde periyodik olmayan veriler için B-splaylar, periyodik veriler için ise Fourier serileri baz fonksiyon olarak kullanılmaktadır. Baz fonksiyonlarının sayısal katsayıları üzerinde çalışmaya olanak sağlayan pürüzlü ceza yöntemiyle aynı zamanda bir düzgünleştirme parametresi kullanılarak düzgünlüğün kontrolü sağlanabilir. İkinci adımda, ortaya çıkan fonksiyonel nesnelere araştırılması ve analizi gerçekleştirilir. Verilerin görselleştirilmesi, özetlenmesi ve çeşitli çok değişkenli analizlerin fonksiyonel denklemlerinin uygulanması bu adımda gerçekleştirilir. Bu analizlere, tıpkı klasik istatistikte olduğu gibi açıklayıcı ve kestirimci modelleme dahildir.⁴

Bu çalışma kapsamında birinci bölümde fonksiyonel veri analizi ile ilgili temel kavramlar verilmiş, kesikli gözlenmiş verilerin fonksiyonel veri nesnelere dönüşümünde kullanılan baz fonksiyon yaklaşımı ve pürüzlü ceza yöntemi açıklanmıştır.

İkinci bölümde, iki değişken seti arasındaki ilişkiyi inceleyen kanonik korelasyon analizi yöntemi önce klasik çok değişkenli şekliyle açıklanmış daha sonra elde edilen iki fonksiyonel veri setinin arasındaki ilişkinin araştırılması için kullanılan fonksiyonel kanonik korelasyon yöntemi anlatılmıştır.

Üçüncü bölümde ise uygulamaya yer verilmiştir. Uygulama iki kısımdan oluşmaktadır. Birinci kısımda İMKB’de işlem gören 234 şirketin hisse senetlerinin 2011

³ Yow-Jen Jou, Chien-Chia Huang ve Jennifer Yuh-Jen Wu, “Functional Canonical Analysis Between Functional and Interval Data” [Fonksiyonel ve Kesikli Veriler Arasında Fonksiyonel Kanonik Korelasyon Analizi], *AIP Conference Proceedings*:13 Ağustos 2009,Sayı:1148, s. 453-457.

⁴ Wolfgang Jank ve Galit Shmueli, “Functional Data Analysis in Electronic Commerce Research, Statistical Science” [Elektronik Ticaret Araştırmalarında Fonksiyonel Veri Analizi], “A Special Issue on Statistical Challenges and Opportunities in Electronic Commerce Research”, 21 (2), 2006), s.155-166.Erişim tarihi:26 Haziran 2010, Jstor.

yılında haftalık bazda kapanış fiyatları ile işlem miktarlarının yüzdelerik değişimleri arasındaki ilişki subjektif düzgünleştirme parametreleri kullanılarak incelenmiştir. İkinci kısımda ise 2011 yılının son üç ayında İMKB 30 şirketleri için yine haftalık bazda kapanış fiyatları ile işlem miktarlarının yüzdelerik değişimleri arasındaki ilişki otomatik seçim yöntemiyle elde edilmiş düzgünleştirme parametreleri kullanılarak incelenmiştir. Her iki kısımda da fonksiyonel veri setleri arasındaki ilişki fonksiyonel kanonik korelasyon analizi ile araştırılmıştır.

BİRİNCİ BÖLÜM

FONKSİYONEL VERİ ANALİZİ

1.1. VERİ KAVRAMI

Sayısal olarak ölçülebilen veya sayısal olarak ifade edilebilen değerler veri olarak adlandırılmaktadır.⁵ Gözlem veya ölçüm sonucu elde edildikleri halleriyle yani hiçbir düzenleme yapılmadan ilk toplandııkları durumlarında bulunan verilere ham veri adı verilir. Ham veriler düzenlenerek ve işlenerek bilgi haline dönüştürülürler. Böylece hacimleri küçülür ve karar verme açısından kullanım değerleri artar.⁶ Veriler çeşitli sınıflamalara tabi tutulabilirler. Tablo1.1.'de verilerin değişken sayısı, ölçüm türü ve kayıt türüne göre sınıflandırılması gösterilmektedir.⁷

Tablo1.1.Veri Türleri

Değişken Sayısına Göre	Ölçüm Türüne Göre	Kayıt Türüne Göre
Tek Değişkenli Veriler	Nicel Veriler	Kesit Veriler
İki Değişkenli Veriler	- Kesikli	Zaman Serisi Verileri
Çok Değişkenli Veriler	- Sürekli	Panel Veriler
	Nitel Veriler	
	- Sınıflayıcı	
	- Sıralayıcı	

Tablo1.1'den görüldüğü üzere değişken sayısına göre veriler üçe ayrılmaktadır. Bunlar tek değişkenli veriler, iki değişkenli veriler ve çok değişkenli verilerdir. Tek değişkenli veri kümelerinde, her bir birim üzerinde sadece bir değişken için veri kaydedilir. İki değişkenli veri kümelerinde herbir birim için iki değişkene ait veriler toplanır. Çok değişkenli veriler ise üç veya daha fazla değişkene ilişkin verilerin kaydedildiği veri türleridir.

⁵ Selahattin Güriş, Ebru Çağlayan, *Ekonometri Temel Kavramlar*, Der Yayınları, İstanbul 2010, s.7.

⁶ Şahamet Bülbül, *Tanımlayıcı İstatistik*, Der Yayınları, İstanbul 2000, s.19.

⁷ Necmi Gürsakal, *Betimsel İstatistik*,(4. Baskı), Dora Yayıncılık, Bursa 2008, s.53.

Ölçüm türlerine göre veriler nicel (sayısal) ve nitel (kategorik) veriler olarak sınıflandırılır. Sayısal olarak ölçülebilen bir değişken nicel değişken olarak ifade edilir. Böyle bir değişken için toplanan veriler ise nicel verilerdir. Nicel veriler kesikli ve sürekli veri olmak üzere ikiye ayrılmaktadır. Kesikli veri, sadece belirli değerleri alarak bunların arasındaki değerleri alamayan, açık sınıflara sahip olan sınıflayıcı, sıralayıcı ve sayılabilir özelliklere sahip veriler olarak ifade edilir. Sürekli veri ise bitişik değerleri arasında sınır olmayan, sayılamayan aralıkları veya oranları içeren ve belli bir aralıktaki tüm değerlerin alınabildiği veriler olarak tanımlanır.⁸ Sayısal bir değer almayan ve iki veya daha fazla kategoride sınıflanan değişken nitel değişken ve böyle bir değişken için toplanan veri de nitel veri olarak adlandırılır. Sınıflayıcı ölçekle elde edilmiş veriler sınıflayıcı nitel veriler, sıralayıcı ölçekle elde edilmiş veriler sıralayıcı nitel veriler olarak adlandırılır.

Kayıt türüne göre veriler kesit veriler, zaman serisi verileri ve panel veriler olarak üç gruba ayrılır. Kesit veriler belirli bir anda veya aynı zaman döneminde toplanmış verilerdir. Bu tür verilerde veri değerlerinin bir anlamı vardır ama verilerin sırasının bir anlamı yoktur. Zaman serisi verileri aynı birimden aynı değişken için farklı zamanlarda veya dönemlerde elde edilen verilerdir. Zaman serisi verilerinde hem veri değerlerinin hem de verilerin zaman içindeki sıralarının bir anlamı vardır. Panel veriler, ülkeler, firmalar, hanehalkları vb. kesit (cross-section) gözlemlerinin belli bir zaman dönemi içinde bir araya getirilmesi olarak tanımlanabilir. Yani panel veri, kesit veriler ile zaman serisi verilerinin birleşiminden oluşmaktadır.⁹

Bu çalışma bağlamında düşünüldüğünde değişken sayısına göre çok değişkenli, ölçüm türüne göre nicel sürekli ve kayıt türüne göre panel veriler üzerinde çalışılmıştır.

1.2. FONKSİYON KAVRAMI

Fonksiyon, her bir girdi sayısına tam olarak bir çıktı sayısı atayan kuraldır. Kuralın uygulandığı tüm girdi sayılarının kümesi fonksiyonun tanım kümesi, tüm çıktı sayılarının kümesi ise değer kümesi olarak adlandırılır.¹⁰ Başka bir deyişle verilen E_1 ve

⁸ Erkan Işığışık, *Altı Sigma Kara Kuşaklar İçin Hipotez Testleri Yol Haritası*, Sigma Center Yönetim Hizmetleri Yayınları, Bursa 2005, s.6.

⁹ Recep Kök ve Nevzat Şimşek, *Panel Veri Analizi*, Erişim tarihi: 5 Haziran 2011, <http://www.deu.edu.tr/userweb/recep.kok/dosyalar/panel2.pdf>.

¹⁰ Ernest F. Haeussler Jr., Richard S. Paul ve Richard Wood, *İşletme, İktisat, Yaşam Bilimleri ve Sosyal Bilimler İçin Temel Matematiksel Analiz*, (Çev: Serdar Demir, Özcan Uzun, Andım Oben Balce, Atalay Çağlar), Akademi Yayın Hizmetleri, Ankara 2010, s.77.

E_2 kümesi için belirli bir f kuralı yardımıyla x değişkeninin E_1 kümesinden alınmış her bir değerine y büyüklüğünün E_2 kümesine ait belirli bir veya birkaç değeri karşılık gelirse, y büyüklüğüne x değişken büyüklüğünün fonksiyonu denir ve

$$y = f(x) \quad (1)$$

şeklinde gösterilir. Bu durumda x serbest (bağımsız) değişken, y ise bağımlı değişken veya fonksiyon adını alır.

Fonksiyonlarla ilgili bazı özellikler aşağıdaki gibi sıralanabilir:¹¹

1. Tanıma göre x 'in serbest değerler olarak E_1 kümesini taraması yani onun bir değişken olması koşulu vardır. y 'nin ise yalnızca seçilmiş $x \in E_1$ elemanına karşılık gelmesi ve E_2 'de bulunması şartı vardır. E_1 'e fonksiyonun tanım kümesi E_2 'ye ise değerler kümesi denir.
2. $x_1 \neq x_2$ olduğunda $y_1 = f(x_1) \neq f(x_2) = y_2$ ve tersine her bir $y \in E_2$ üyesi yalnızca bir tane $x \in E_1$ üyesine karşılık gelirse o zaman $y = f(x)$ bire-bir ve örten fonksiyon adını alır. Bu durumda $E_2 = f(E_1)$ olur. Eğer $f(E_1) \subset E_2$ ise o zaman da $y = f(x)$ fonksiyonuna "içine fonksiyon" denir.
3. $f(x)$ fonksiyonu tek değerli olabileceği gibi çok değerli de olabilir. ($x^2 + y^2 = 4$ fonksiyonunda $x = 0$ için $y = \pm 2$)
4. $y = f(x)$ eşitliğinde iki tane büyüklük vardır. Burada x 'in değişken olması, E_1 bölgesini taraması şarttır. y 'nin ise değişken olma şartı yoktur. Dolayısıyla y 'nin bütün değerleri birbirine eşit olabilir. Böyle fonksiyonlara sabit fonksiyon denir.
5. $y = f(x)$ 'de x serbest değişken y fonksiyon olduğu gibi tersine, y 'ye serbest değişken, x 'e ise fonksiyon olarak da bakılabilir. Bu halde $x = \Phi(y)$ şeklinde bir bağıntı ortaya çıkar. Bu yeni fonksiyona $y = f(x)$ 'in ters fonksiyonu denir.
6. Fonksiyonun tanım kümesi bazı kümelerin birleşimi de olabilir. ($E = \{e\}$ gibi, e kümeleri çok boyutlu olabilir). Bu durumda fonksiyon bir x değişkeninin değil e kümelerinin fonksiyonu olarak ortaya çıkar. $f(e)$ 'lerin görüntüsü ise reel sayılarda ya da kümelerde olabilir.

¹¹ Ferhad H. Nasibov, Ahmet Kaçar, *Analize Giriş Fonksiyonlar ve Fonksiyonların Sınıflandırılması*, Palme Yayıncılık, Ankara 2008, s.59-61.

1.3. FONKSİYONEL VERİ

İstatistiksel analiz metotlarının birçoğu anakütlenin tamamı veya anakütleden rastgele çekilmiş bir şans örneği üzerinde incelenen birey veya nesnelere için tanımlanmış değişkenlere ait gözlemler üzerinde işlemler yapar. Bilgi ve iletişim teknolojisindeki ilerlemeler sayesinde artık çok geniş boyutta veri toplanabilmekte ve bu verilerin istatistiksel analizi yapılabilmektedir. Çalışma sahası genişledikçe yani elde edilen gözlem noktası sayısı arttıkça, gerçekte kesikli olarak gözlenen bu verilerin tahmini olarak arka plandaki sürekli reel bir fonksiyondan örneklendiği varsayılır. Dolayısıyla bu gözlemler “fonksiyonel veri” olarak adlandırılır.¹²

Fonksiyonel veriler genelde kesikli olarak gözlenir. Gözlenen verilerle birlikte kullanıldığında “fonksiyonel” ifadesi, açık biçim yerine verilerin iç yapısına işaret eder ve n çift (y_j, t_j) olarak kaydedilir. Burada y_j , fonksiyonun t_j değerindeki görüntüsüdür ve muhtemelen ölçüm hatası sebebiyle bulanık haldedir. Fonksiyonel veri, bağımsız rastgele bir süreç altında matematiksel olarak aşağıda gösterildiği şekilde modellenir.¹³

$$\mathbf{y}_j(\mathbf{t}) = \boldsymbol{\delta}(\mathbf{t}) + \mathbf{v}_j(\mathbf{t}) + \boldsymbol{\varepsilon}_j(\mathbf{t}) \quad (2)$$

Burada $\boldsymbol{\delta}(\mathbf{t})$ stokastik süreç altındaki populasyon ortalama fonksiyonu, $\mathbf{v}_j(\mathbf{t})$ ortalama fonksiyonundan j . bireysel değişim, $\boldsymbol{\varepsilon}_j(\mathbf{t})$ süreçteki j . ölçüm hatası ve $\mathbf{y}_j(\mathbf{t})$ ise bunlara bağlı olarak süreçteki j . yanıt değişkeni olarak tanımlanır. Modelden de anlaşılacağı üzere fonksiyonel veri, tek bir gözlem olmaktan ziyade, bir sürekli ortamda bulunan ve birlikte ele alındığında tek bir varlık, eğri ya da imge olarak düşünülmesi gereken bir ölçüm grubudur. Sürekli ortam genelde zaman olmakla birlikte, uzaysal pozisyon, frekans ve ağırlık gibi başka sürekli ortamlar da söz konusu olabilir ve bu ortamlar çok boyutlu özellik gösterebilir.¹⁴

Son yıllardaki büyük miktarda veri toplama ve kaydetme kapasitesiyle ilgili gelişmelere paralel olarak, uygulamalı istatistik içeren çoğu bilimsel alanda fonksiyonel veriler ölçülüp kaydedilebilmektedir. Temelde, fonksiyonel verilerin bulunabileceği

¹² İstem Köymen Keser, “Ege Bölgesi Yağış Verilerinin Fonksiyonel Veri Analizi İle İncelenmesi”, *Dokuz Eylül Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi*, 25 (1), 2010, s.7-67.

¹³ Jin-Ting Zhang ve Jianwei Chen, “Statistical Inferences for Functional Data” [Fonksiyonel Veri İçin İstatistiksel Çıkarımlar], *The Annals of Statistics*, 35 (3), 2007, s. 1052-1079. Erişim Tarihi: 12 Mart 2011, Jstor.

¹⁴ Levitin vd., s.135-155.

disiplinlerin kapsamında tıp, ekonometri, çevresel ölçüm, biyoistatistik, jeofizik, kemometri v.b. bulunmaktadır. Bunun yanında psikoloji ve davranış bilimlerinde yapılan araştırmalardaki çoğu aktif alan da fonksiyonel veriler üretmektedir. Literatürde fonksiyonel verilerin kullanıldığı birçok çalışma mevcuttur. Bunlara örnek olarak; Ramsay ve Silverman (1997, 2002, 2005), fonksiyonel veriler olarak büyüme verilerini, sıcaklık ölçümlerini ve ekonometrik verileri ele almıştır. Yazarlar büyüme verileri olarak Tuddenham and Snyder (1954) tarafından yapılan “Berkeley Büyüme Çalışması”ndaki 31 kez ölçümü yapılan 10 kızın boy uzunluğu verilerini kullanmışlardır. Bu çalışmada ölçüm zamanları eşit aralıklı değildir; çocuk 1 yaşına gelene kadar 4 ölçüm yapılmışken, 2 yaşından 8 yaşına kadar her yılda bir ölçüm yapılmış sonrasında ise ölçümler 2 yılda bir yapılmıştır. Her bir gözlem kesikli değer olmasına rağmen, veriler 10 fonksiyonel gözleme dönüştürülmüş ve analizlerde bu şekilde kullanılmıştır. Sıcaklık ölçümleri olarak, Kanada’daki 4 hava istasyonunun aylık sıcaklıkları incelenmiş gözlenen sıcaklık değerlerinin fonksiyonel olarak ele alınmasıyla sıcaklık verilerinin sinusoidal özellik gösterdiği ve yıllık döngü üzerinde bu verilerin periyodik olduğu ortaya konulmuştur. Ekonometrik veriler olarak ise 1919-2000 yılları arasında ABD için aylık dayanıksız tüketim mallarının üretim endeksi ele alınmış ve üstel artış gösteren bu zaman serisi verileri fonksiyonel forma dönüştürülerek yıllık ya da dönemsel değişimler incelenmiştir. Ramsay, Wang ve Flanagan (1995) tarafından yapılan bir çalışmada ise insan parmağı sıkıştırma kuvveti verileri olarak, 20 kişiden 0,3 saniye süreyle 600 parmak kuvveti kaydı alınmış daha sonra bu veriler 41 noktalık bir alt gruba indirgenerek fonksiyonel veriye dönüştürülmüştür. İklim ve çevresel ölçüm eğrileri Hlubinka ve Prchal (2007) ile Lopez-Pintado ve Romo (2007) tarafından ele alınmıştır. Spektrometrik eğriler Antoniadis ve Sapatinas (2007) ile Ferraty v.d. (2007) tarafından incelenmiştir. Yerli literatürde fonksiyonel veriler Keser (2007, 2008, 2010) tarafından incelenmiştir. Keser (2007) çalışmasında İMKB 30 endeksinde yer alan 30 hisse senedinin kapanış fiyat değerlerini 61 ayıık noktada gözlemlemiş daha sonra 30 hisse senedinden 30 fonksiyonel gözlem elde ederek analize tabi tutmuştur. Keser (2008) çalışmasında ülkemizdeki coğrafi olarak ayrılmış 7 farklı bölge için 1985-2001 yılları arası GSYİH verilerini ele almıştır. Yıllar bazında kesikli olarak gözlenen GSYİH verileri zamanın sürekli bir fonksiyonu olarak 7 farklı bölge için oluşturulan 7 bireysel fonksiyon olarak incelenmiştir. Keser (2010) çalışmasında ise 2000-2005 yılları

arasında Ege Bölgesinde bulunan 22 farklı meteoroloji istasyonundan 71 noktada alınan aylık ortalama yağış verilerini incelemiş ve bu verileri 22 farklı istasyon için reel fonksiyonlara dönüştürerek analiz etmiştir.

1.4. FONKSİYONEL VERİ ANALİZİ

Fonksiyonel Veri Analizinde, i .inci gözlem aslında $x_i(t)$ ($i=1,2, N$) biçiminde reel bir sürekli fonksiyon olmasına rağmen, veriler genellikle birbirlerinden ayrı noktalarda gözlemlenir. Fonksiyonel veri analizinde verilerin genel gösterim şekli;

N : örnek büyüklüğü (hacmi),

n_i : i .inci örnek bireyi için yapılan ölçüm sayısı,

t_{ij} , i .inci örnek bireyi için j .inci ölçümlemenin alındığı nokta,

y_{ij} , y karakteristiğinin ya da değişkeninin t_{ij} noktasındaki değeri olmak üzere

i .inci birey için yapılan gözlemler, $y_{i1}, y_{i2}, \dots, y_{in-1}, y_{in}$ şeklinde verilebilir.

N hacimlik şans örneğini oluşturan veri seti ise, y_{ij} , $i= 1, 2, \dots N$, $j = 1, 2, \dots n_i$ olarak ifade edilir. Her bir gözlem için inceleme yapılan nokta sayısı eşit ve aynı noktalarda alınmak zorunluluğu yoktur.¹⁵

Veri analizini fonksiyonel açıdan ele almanın pratik sebepleri aşağıdaki şekilde sıralanabilir:¹⁶

- a) Otomatik online veri toplama imkanları araştırmacılar tarafından kullanılabilir hale geldikçe fonksiyonel gözlemler uygulamalı alanlarda daha sık görülmektedir. Bunun yanında, düzgünleştirme ve interpolasyon işlemleri sonlu gözlem kümesinin fonksiyonel gösterimlerini verebilmektedir.
- b) Yalnızca sonlu sayıda gözlem bulunsa bile, bazı modelleme problemlerinin fonksiyonel koşullarda ele alınması daha doğal gerçekleşir.
- c) Bir analizin hedefleri doğal olarak fonksiyonel olabilir ve bu durum, tüm bir fonksiyonu, türevlerini veya diğer fonksiyonların değerlerini tahmin etmek için sonlu veriler kullanıldığında da geçerlidir.

¹⁵ İstem Köymen Keser, "Karşılaştırmalı Olarak Fonksiyonel Ana Bileşenler Analizi Ve GSYİH Verilerinin İncelenmesi", *Ege Akademik Bakış*, 8 (2), 2008, s. 915-928.

¹⁶ J. O. Ramsay ve C. J. Dalzell, "Some Tools for Functional Data Analysis" [Fonksiyonel Veri Analizi için Bazı Araçlar], *Journal of the Royal Statistical Society, Series B (Methodological)*, 53 (3), 1991, s. 539-572. Erişim tarihi: 21 Haziran 2010, Jstor.

d) Çok değişkenli veriler için fonksiyonel işlemlerden ortaya çıkan düzgünlük gibi hususların dikkate alınması analizlerde önemli çıkarımları beraberinde getirebilir.

Fonksiyonel veri analitik yaklaşımı, tüm eğriyi tek bir varlık olarak ele almayı ve tekrarlanan ölçümler arasındaki korelasyonlarla ilgilenmemeyi gerektirir. Dolayısıyla eğrinin niteliği ile ilgili daha az varsayıma ve kısıta ihtiyaç duyulur. Bu da veri analizi felsefesinde bir değişimi simgeler.¹⁷

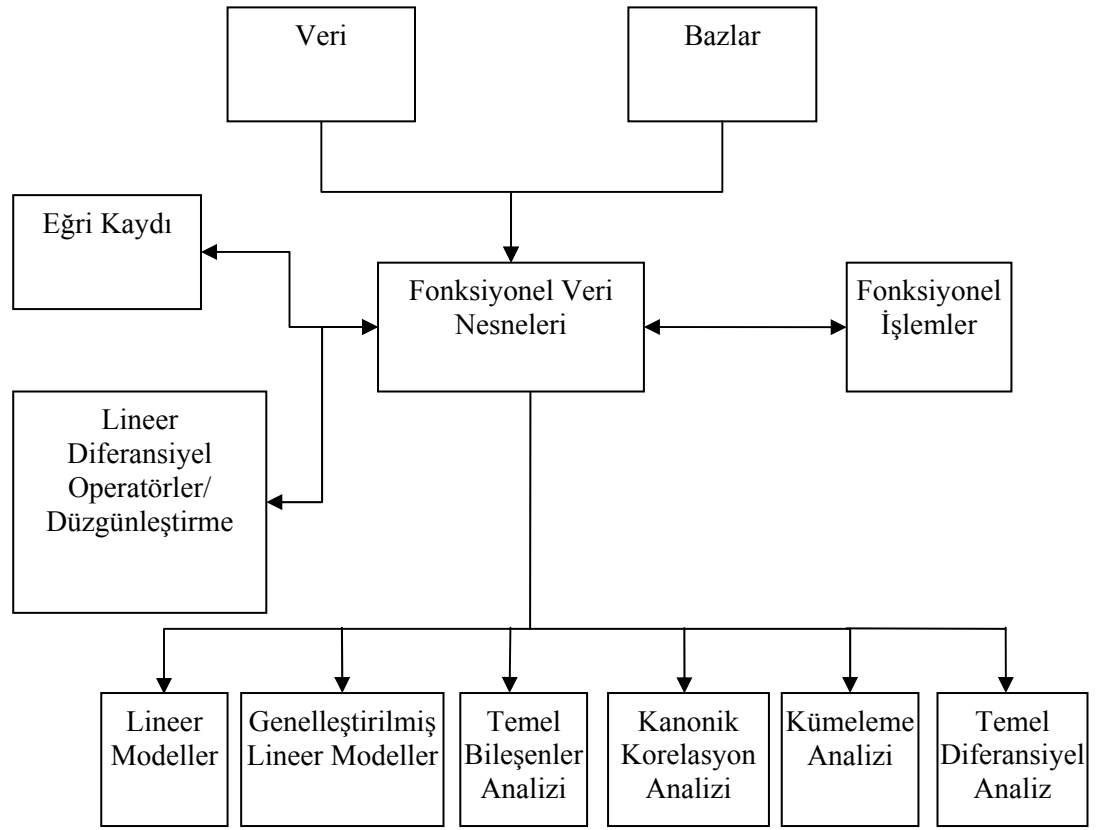
Tipik bir fonksiyonel veri analizine, her gözlemi bir fonksiyonel nesne olarak temsil etmek için parametrik olmayan düzgünleştirme teknikleri kullanılarak başlanır. Daha sonra orijinal veriler bir kenara alınır ve analizin kalan kısmında tahmin edilen fonksiyonel veri nesnelere (eğriler) kullanılır. Eğriler üzerinde, ortalama, standart sapma ve varyans gibi tanımlayıcı istatistikler ile türevlerin alınması ya da dönüşüm yapılması gibi fonksiyonel işlemler de yapılabilir. Eğer ölçümler bir zaman serisinden alınmış ise bu verilerden elde edilen fonksiyonel nesnelere genellikle zaman x ekseninde, değişken değeri ise y ekseninde olacak şekilde bir Kartezyen koordinat sisteminde gösterilir. Bu noktada, eğrilerde fonksiyonel verileri oluşturan iki değişkenlik kaynağı olduğu görülür. Bunlar eğri grafiğindeki boyutlarla ilgili olarak birincisi, y ekseninde “genişlik değişkenliği” ve ikincisi x ekseninde “safha değişkenliği”dir. Gerekiyorsa, genişlik ve safha değişkenliği sırasıyla ölçekleme ve eğri kayıt teknikleriyle çıkarılıp eksiltir ve bu değişiklik kaynakları analiz edilip birbiriyle ilişkilendirilebilir. Daha sonra fonksiyonel nesnelere üzerinde çeşitli istatistiksel analiz yöntemleri uygulanabilir.¹⁸

Kesikli gözlenmiş verilerin fonksiyonel nesnelere dönüştürülmesinden başlayarak uygulanabilecek analiz yöntemlerini gösteren fonksiyonel veri analizine ait akış diyagramı aşağıda verilmiştir.¹⁹

¹⁷ Brent Henderson, “Exploring Between Site Differences in Water Quality Trends: A Functional Data Analysis Approach” [Farklı Bölgeler Arasındaki Su Kalite Trendlerinin Araştırılması: Bir Fonksiyonel Veri Analizi Yaklaşımı], *Environmetrics*, 2006; 17, s. 65–80. Erişim tarihi: 12 Mart 2011, John Wiley.

¹⁸ Levitin vd., s.135-155.

¹⁹ Douglas B. Clarkson, Chris Fraley, Charles C. Gu ve James O. Ramsay, *S+Functional Data Analysis User's Guide*, Insightful Co.2005, USA.s.21.



Şekil 1.1. Fonksiyonel Veri Analizi Akış Diyagramı

Fonksiyonel veri analizi tekniklerini gösteren akış diyagramını aşağıdaki adımları içerir:²⁰

1. Ham veri toplanır, seçilir ve düzenlenir. t olarak gösterilen tek boyutlu bir değer için t 'nin fonksiyonları kesikli t_j ($j=1, \dots, n$) örnek değerlerinde gözlemlenir. Bu değerler eşit aralıklı olmayabilir. t 'nin gözlemlenebilen birden fazla fonksiyonu olabilir ya da $X(t)$, $Y(t)$ ve $Z(t)$ kordinat eksenlerinde gözlemlenebilen fonksiyonları da içerebilir.
2. Bir sonraki adımda, kesikli gözlenmiş veriler baz fonksiyonlar kullanılarak fonksiyonel şekle çevrilir. Bununla kastedilen gözlemlenen ham verilerin bazı aralıklar boyunca bütün t_j 'ler için değerlendirilebilen bir x_i fonksiyonunun tanımlanmasıdır. Bunu yapmak için bir baz fonksiyon belirlenmelidir. Baz fonksiyon sistemi esas fonksiyonu tanımlamak için doğrusal olarak birleştirilen

²⁰ J.O.Ramsay, *Matlab, R. And S-Plus Functions for Functional Data Analysis*, 2005, Erişim tarihi: 07 Mart 2011, McGill University Ağ Sitesi: <ftp://ego.psych.mcgill.ca/pub/ramsay/FDAfuns/Matlab>, s.6-7.

parçalı fonksiyon sistemidir. Böylece veri fonksiyonel veri nesnesi olarak düzenlenir.

3. Daha sonra fonksiyonlar için grafikler ve özet istatistikler geliştirilir. Bunlar, ortalama ve varyans gibi fonksiyonel bilgiler kullanılarak özet fonksiyonlar şeklinde oluşturulabilir.
4. Her bir eğride aynı değerler için fonksiyonların kayıt ya da hizalanması gerekebilir. Bu süreç dikey ekseninde genişlik değişimi yatay ekseninde faz değişimi olarak adlandırılır.
5. Fonksiyonel veri nesneleri üzerinde araştırmacı analizler uygulanabilir. Bu analizlere örnek olarak temel bileşenler analizi, kanonik korelasyon analizi, temel diferansiyel analizi ve lineer regresyon analizi gösterilebilir.
6. Veriler için modeller inşa edilebilir. Bu modeller fonksiyonel lineer modeller ya da diferansiyel eşitlik modelleri şeklinde kurulabilir. Modeller, özel analizlere uygun özet fonksiyonlar ve özel çizimler yardımıyla değerlendirilir.

F.V.A.'nın geleneksel çok değişkenli istatistikle karşılaştırılması çoğu seviyede geçerlidir. Klasik istatistikte büyük bir kitleden bir kesikli nokta örneği alınır. Bu örnekte, ölçülen birimleri arasındaki başlangıç değişkenliği, ölçüm hatası, örnek almaya dayalı değişkenlik, bir birimden diğerine işlem koşullarının tamamen aynı olmaması ve analizin amacı olan sistematik değişkenlik gibi çeşitli değişkenlik kaynakları olabilir. Gözlemler nokta değil, eğri şeklinde olduğunda bir veri kümesinin değişkenliği üzerinde çalışmak için standart araçlar fonksiyonel çerçeveye uygun hale getirilmeli ve fonksiyonel verilerin benzersiz özelliklerinden faydalanmak için yeni araçlar ortaya konulmalıdır. Fonksiyonel örnekte kesikli örnek ile aynı değişkenlik kaynakları bulunur. Ancak, bu sefer kesikli noktaların aksine eğrilerin içinde ve arasında başka bir niceleyici değişkenlik söz konusudur. F.V.A. ile ilgili altta yatan işlemler doğaları gereği zaman içinde (uzay yada başka bir sürekli ortamda) değiştiği için, bu dinamiklerin miktarını belirleme becerisi bu tekniklerin geleneksel teknikler üzerindeki büyük bir avantajıdır. Fonksiyonel ve çok değişkenli veriler arasındaki temel fark, fonksiyonel verilerin boyutluluğunun potansiyel olarak sonsuz boyutlu, çok değişkenli verilerin ise sonlu boyutlu olmasıdır.²¹

²¹ Levitin vd., s.135-155.

Her bir fonksiyonel gözlem aynı noktalarda gözleendiğinde çok değişkenli veriye benzemekte ise de fonksiyonel veri çok değişkenli veriden en az aşağıdaki noktalarda farklılıklar göstermektedir.²²

1. Fonksiyonel veri analizinde, (y_{ij}, t_{ij}) biçiminde gözlenen veri arka planda yer alan düzgün bir fonksiyondan örneklenmiştir. Çok değişkenli veri setinin gözlenen vektörü için böyle bir yapı yoktur.
2. Bir fonksiyonel gözlemin boyutu n_i sıklıkla o kadar büyüktür ki bazen fonksiyonel gözlem sürekli bir fonksiyon olarak dikkate alınabilir. Ayrıca boyut genellikle örnek hacminden bir diğer deyişle incelenen birey veya gözlem sayısından büyük olur. Bu durum $n_i > N$ şeklinde ifade edilebilir. Burada ilgili kovaryans matrisi tam ranklı olmadığından dolayı standart çok değişkenli yöntemler başarısızlığa uğrayabilir.
3. Gözlem noktaları t_{ij} ($j=1, 2, \dots, n_i$) bir fonksiyonel gözlemden diğerine değişebildiğinden dolayı bu durumda doğrudan çok değişkenli yöntemleri uygulamak mantıklı veya mümkün olmayabilir.

Sonsuz boyutlu değişkenler için olasılıkçı araçlara ilişkin çalışmalar 20. yüzyılın başlarında ortaya çıkmış olsa da, fonksiyonel veriler için istatistiki modellerin ve metotların geliştirilmesi son yirmi yıla dayanmaktadır. Bu büyük boşluğun sebebi açık bir şekilde birkaç yıl önceye kadar sonsuz boyutlu gözlemleri ölçme ve/veya toplamada yaşanan zorluklardan kaynaklanmıştır. Belki de sonlu boyutlu verilerden daha fazla olarak, fonksiyonel veriler için istatistik metotlarının geliştirilmesinde teorik ve uygulamalı konular ve bunların arasındaki etkileşimler daha çok hesaba katılmalıdır. Bu anlamda, bu yeni istatistik alanının popülaritesinin sadece son zamanlarda yoğunlaşan çalışmalardan kaynaklanmadığı, aynı zamanda bunlarla birlikte gelen istatistik paketlerinin de sonucu olduğu açıktır.²³ Bu istatistik paketler, Ramsay ve Silverman (2002), Clarkson vd. (2005), Ramsay (2005), Ferray ve Vieu (2006) ve Hooker vd. (2008) gibi bilim adamlarının çalışmalarında yer almaktadır.

²² Keser, "Karşılaştırmalı Olarak Fonksiyonel Ana Bileşenler Analizi Ve GSYİH Verilerinin İncelenmesi", s. 915-928.

²³ Wenceslao Gonzalez Manteiga, Philippe Vieu, "Statistics for Functional Data" [Fonksiyonel Veri İçin İstatistikler], *Computational Statistics & Data Analysis*, 51, 2007, s.4788 – 4792, Erişim tarihi: 12 Mart 2011, ScienceDirect.

Gerçekte ya da prensipte fonksiyonel olan bir veri kümesinin tanımı temel olarak aşağıdaki dört işlemi beraberinde getirir:²⁴

- a) Analizin gerçekleşeceği fonksiyon uzayı seçimi,
- b) Fonksiyonel analiz kavramıyla ilgili olarak analizin belirlenmesi,
- c) Sonlu boyutlu bir gözlem vektörünün fonksiyon uzayına nasıl dönüştürüleceğinin belirlenmesi,
- d) Sonlu gözlemlerin fonksiyonel gösterimlerinin fonksiyonel veri analizindeki anlamı.

İstatistiksel analizde fonksiyonel verilerle ilgili yeni araçlar geliştirilmesi son derece zorlu bir durumdur. Uygulamaya ilişkin hususlar dışında, teorik çıkarımlarda yaşanan zorluklar da söz konusudur ve bunların çoğu fonksiyonel verilerin sonsuz boyutlu uzaylarda yer alan matematiksel nesnelere dayandığı gözlemlerine dayanmaktadır. Bundan dolayı fonksiyonel veriler modellenirken Hilbert uzaylar gibi fonksiyon uzaylarıyla çalışılır.²⁵

Sonlu N boyutlu uzayda bir \vec{a} vektörü $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_N)$ gibi N tane bileşeni ile tanımlanır. Uzay sonlu boyutlu olduğu için matris temsilleriyle çalışma olanağı vardır. Sonsuz boyutlu bir uzayda tanımlanan \vec{f} vektörü ise $\vec{f} = (f_1, f_2, f_3, \dots, f_i, \dots)$ şeklinde sonsuz bileşenli olarak gösterilir. Bileşen indisi i sonsuz değer aldığı için sürekli bir x değişkeniyle gösterilebilir. Başka bir ifadeyle, kesikli değerler alan bir i indisi yerine, sürekli değişen reel bir x indisi vardır. Bu nedenle, sonsuz boyutlu vektör uzayları kısaca fonksiyon uzayları olarak adlandırılır. x değişkeninin tanımlı olduğu [a,b] aralığı fonksiyon uzayının tanım aralığıdır. Uzay boyutunun sonsuz oluşu nedeniyle matris temsilleriyle çalışma imkanı yoktur. Aynı zamanda lineer bağımsızlık, norm ve baz vektörleri kavramları yeniden ele alınmalıdır. f(x) ve g(x) gibi iki fonksiyonun skaler çarpımı (iç çarpım):

$$\langle f, g \rangle = \int_a^b f(x)g(x)dx \quad (3)$$

şeklinde ve buna bağlı olarak, fonksiyonun normu

²⁴ Ramsay ve Dalzell, s.539-572.

²⁵ Manteiga ve Vieu, s.4788 – 4792.

$\|f\|^2 = (f,f) = \int_a^b |f(x)|^2 dx$, olarak tanımlanır. Bu normun sonlu olup olmadığı belli değildir (burada $[a,b]$ aralığı $[-\infty,+\infty]$ olabilir). Yapılan düzenleme ile bu norm aşağıdaki şekle dönüşür:

$$\|f\|^2 = \int_a^b f(x)f(x) dx < +\infty \quad (4)$$

Bu koşulu sağlayan fonksiyonlar **Hilbert Uzayı** (H) veya **Karesi İntegrallenebilir Fonksiyonlar Uzayı** (L^2) olarak adlandırılır.²⁶

Geleneksel çok değişkenli çerçevede rastgele nesne d boyutlu rastgele vektör olan \mathbf{X} ile ölçülebilir bir fonksiyon olarak aşağıdaki şekilde modellenenir:

$$\mathbf{X}: (\Omega, A, P) \rightarrow (\mathbb{R}^d, B^d) \quad (5)$$

Burada (Ω, A, P) olasılık uzayı \mathbb{R}^d üzerindeki Borel kümelerini gösteren (\mathbb{R}^d, B^d) gerçek ölçülebilir uzayına eşlenir. d boyutlu \mathbb{R}^d gerçek uzayı $\langle x_l, x_k \rangle = x_l^T x_k$ ($x_l, x_k \in \mathbb{R}^d$) standart iç çarpımıyla birlikte Hilbert Uzayı'nın bir örneğidir. Bu gösterimle, F.V.A.'daki rastgele bir nesne aşağıda gösterildiği gibi ölçülebilir bir fonksiyon olarak modellenenir:

$$X: (\Omega, A, P) \rightarrow (H, B_H) \quad (6)$$

Burada H ayrılabilir bir Hilbert fonksiyon uzayı ve B_H Borel alanıdır. F.V.A. çerçevesinde en sık kullanılan fonksiyon uzaylarından biri de Lebesgue integrallenebilir fonksiyonlarının uzayıdır ve bu uzay $(\int_j f^2(u)du)^{\frac{1}{2}} < \infty, \langle w, v \rangle_{L^2} = \int_j w(u)v(u)du$ olacak şekilde j desteğine sahip gerçek değerli fonksiyonlar uzayıdır. $\langle w, v \rangle_{L^2}$ iç çarpımının oluşturduğu norm $\|u\|_{L^2} = \sqrt{\langle u, u \rangle_{L^2}}$ ile ifade edilir.²⁷

Kesikli gözlenmiş veriler fonksiyonel veriler olarak modellendikten sonra veri yapısına uygun olarak üzerlerinde çeşitli istatistiksel analizler uygulanabilir. Çok değişkenli metotlar fonksiyonel verilerdeki değişimi araştırmak için uzun zamandır kullanılmaktadır ve erken dönem başarılı örnekleri arasında Rao (1958), Tucker (1958) ve Deville (1974) bulunmaktadır. Kneip (1994) fonksiyonel modeldeki anakütle parametrelerinin tahmini için temel bileşenler analizi çalışması yapmış ve bu

²⁶ Bekir Karaoğlu, *Fizik ve Mühendislikte Matematik Yöntemler*, (Beşinci Baskı), Seçkin Yayıncılık, Ankara 2006, s.87.

²⁷ Michal Benko, *Functional Data Analysis with Applications in Finance*, (Yayımlanmamış Doktora Tezi), Humboldt University, Berlin 2006, s.65-66.

parametrelere yönelik anlamlılık testleri geliştirmiştir. Faraway (1997) çalışmasında çok değişkenli hipotez testlerine ait prosedürleri F.V.A.'ya genişletme üzerinde durmuştur. Fan ve Lin (1998) durağan Gauss sürecinde eğri verileri üzerinde çalışmışlar ve Neyman testi için bir uyarlama yapmışlardır. Bunlarla birlikte Cardot v.d. (1999) ve Malfait v.d (2000) fonksiyonel lineer modeller, Escabias v.d. (2004) genelleştirilmiş fonksiyonel lineer modeller, Cuevas v.d. (2004) ve Delicado (2007) fonksiyonel varyans analizi, Gattone ve Di Battista (2009) fonksiyonel lineer modeller ve fonksiyonel varyans analizi, Ferraty ve Vieu (2003) fonksiyonel diskriminant analizi, Ferraty ve Vieu (2006) fonksiyonel nanparametrik metotlar, Cuevas v.d. (2002) ve Cai ve Hall (2006) fonksiyonel lineer regresyon analizi, Yao v.d. (2005) boylamsal veriler üzerinde fonksiyonel lineer regresyon analizi, Pezulli ve Silverman (1993), Silverman (1995) temel bileşenler analizi, Laukaitis ve Račkauskas (2002) fonksiyonel AR modelleri ve temel bileşenler analizi, Ramsay ve Dalzell (1991) fonksiyonel lineer modeller ve temel bileşenler analizi, Ramsay v.d. (1995) log-normal modeller ve temel bileşenler analizi, Clarkson v.d. (2005) ve Gao v.d fonksiyonel kümeleme analizi, Leurgans v.d. (1993), He v.d. (2002), He v.d. (2003), He v.d. (2004), Gou ve Fyfe (2004) fonksiyonel kanonik korelasyon analizi üzerinde çalışmalar yapmışlardır. Yerli literatürde ise Keser (2007, 2008 ve 2010) çalışmalarında fonksiyonel temel bileşenler analizi üzerinde çalışmıştır. Bu konudaki literatür o kadar hızlı bir şekilde genişlemiştir ki, F.V.A. istatistiğin bir alt disiplini olarak kabul edilmektedir.²⁸

1.4.1. Fonksiyonel Veri Analizinde Tanımlayıcı İstatistikler

Tek değişkenli veya çok değişkenli veriler için hesaplanan ortalama, varyans, standart sapma, kovaryans ve korelasyon değeri gibi özet istatistikler fonksiyonel veriler için de hesaplanabilir.

Rastgele bir X değişkeninin, ortalaması ($\mu(t)$), varyansı ($\zeta(t)$) ve sürekli kovaryans ($\sigma(s, t)$) ve korelasyon fonksiyonları ($\rho(s, t)$) beklenen değer gösterimiyle aşağıdaki şekilde gösterilir:

$$\mu(t) = EX(t), t \in [a, b],$$

$$\zeta(t) = E\{X(t) - \mu(t)\}^2, t \in [a, b],$$

²⁸ J.O. Ramsay, *Functional Data Analysis*, 2008, Erişim tarihi: 07 Mart 2011, Ağ Sitesi: http://gbi.agrsci.dk/~shd/public/FDA2008/FDA_Sage.pdf s.5.

$$\sigma(s, t) = E\{X(s) - \mu(s)\}\{X(t) - \mu(t)\}, s, t \in [a, b],$$

$$\rho(s, t) = \frac{\sigma(s, t)}{\sqrt{\zeta(s)\zeta(t)}} s, t \in [a, b]. \quad (7)$$

Burada $\rho(s, t)$, $\zeta(s)\zeta(t) > 0$ varsayımı altında tanımlanmıştır.

İki fonksiyonel değişkenin kovaryans fonksiyonu ile yukarıda belirtilen $\sigma(s, t)$ kovaryans fonksiyonu arasında ayırım yapmak için $\sigma(s, t)$ bazen çapraz kovaryans fonksiyonu olarak tanımlanır.²⁹

$X_i(t), i = 1, \dots, n$ fonksiyonel örneği için $\mu(t), \zeta(t), \sigma(s, t)$ ve $\rho(s, t)$ tahminleri çok değişkenli denklemlerin düzgün genelleştirmeleri olarak oluşturulur:

$$\bar{X}(t) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n X_i(t),$$

$$\hat{\zeta}(t) = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^n \{X_i(t) - \bar{X}(t)\}^2,$$

$$\hat{\sigma}(s, t) = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^n \{X_i(s) - \bar{X}(s)\} \{X_i(t) - \bar{X}(t)\},$$

$$\hat{\rho}(s, t) = \frac{\hat{\sigma}(s, t)}{\sqrt{\hat{\zeta}(s)\hat{\zeta}(t)}}. \quad (8)$$

Bu kestiricilerin noktasal tutarlılığı standart çok değişkenli sonuçlar kullanılarak elde edilebilir.

Ortalama, varyans, kovaryans ve korelasyon fonksiyonlarının B-Splayn baz fonksiyon sistemine göre matris gösterimi ise aşağıdaki şekildedir:³⁰

$$\bar{X}(t) = \mathbf{c}'\Phi(t)$$

$$\text{Var } x(t) = \Phi'(t)\text{Cov}(C)\Phi(t)$$

$$\text{Cov } x(s, t) = \Phi'(s)\text{Cov}(C)\Phi(t), s, t \in [a, b]$$

$$\text{Cor } x(s, t) = \frac{\text{Cov } x(s, t)}{\sqrt{\text{Var } x(t)\text{Var } x(s)}} s, t \in [a, b]. \quad (9)$$

²⁹ Benko, s.66.

³⁰ İstem Keser, *Çok Değişkenli İstatistiksel Boyut İndirgeme Yöntemi Olarak Düzgünleştirilmiş Fonksiyonel Ana Bileşenler Analizi Üzerine Bir Araştırma*, (Yayımlanmamış Doktora Tezi), Dokuz Eylül Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, İzmir 2007, s.43.

Bu eşitliklerde $C = c_i, i = 1, \dots, K$ şeklinde baz fonksiyon katsayılar matrisidir.

1.4.2. Kesikli Gözlenmiş Verileri Fonksiyonel Veri Nesnelere Dönüştürme

Fonksiyonel veri analizinin ilk adımı, y_{ij} gözlem değerlerini herhangi bir t değeri için hesaplanması mümkün olan bir $x_i(t_j)$ reel sürekli fonksiyonuna dönüştürmektir. Ham veriler kullanılarak fonksiyonel nesnelere dönüşüm süreci farklı metotlar içerebilir. Ölçüm doğru bir şekilde yapılmış ve ölçüm işlemi iyi kontrol edilmiş ise, gözlenen veriler fonksiyonel veri nesnelere interpolasyon yöntemiyle dönüştürülür. Ancak, verilerde ölçüm hatası mevcutsa, fonksiyonel dönüşüm süreci düzgünleştirme adı verilen bir yöntemle yapılır.³¹ Ölçüm hatası modeli ile birlikte yazıldığında gözlenen değerler:

$$y_{ij} = x_i(t_j) + \varepsilon_j, \quad (10)$$

şeklinde ifade edilir. Fonksiyonel veri analizinde genellikle altta yatan $x_i(t_j)$ fonksiyonunun düzgün olduğu yani gözlenmiş y_{ij} ve y_{ij+1} ardışık veri değerleri çiftinin bir ölçüde bağlı olması ve birbirlerinden çok farklı olmaması gerektiği belirtilmek istenir. Ancak, ölçüm hatası olarak adlandırılan sebepten dolayı gerçekte gözlenen veriler o kadar da düzgün olmayabilir. Burada hata (gürültü, bozulma, düzensizlik) ya da diğer dış kaynaklı ε_j koşulu ham verilere pürüzlülük getirir. Ham verilerin fonksiyon olarak temsilindeki görevlerden biri de bu hata payını olabildiğince etkin şekilde filtrelemeye çalışmaktır.³²

Düzgünleştirme adımı çok farklı yollarla uygulanabilir. Bunun için öncelikle bir baz fonksiyon sistemi kullanılır. Baz fonksiyonlar için B-Splaynlar, Fourier serileri ve dalgacıklar gibi çeşitli seçenekler mevcuttur. Düzgünleştirmenin kontrolünü sağlayabilmek amacıyla da pürüzlü ceza yöntemi kullanılır. Bu adım sonucunda düşük boyutlu bir fonksiyonel nesne elde edilir. Böylece ortaya çıkan fonksiyonel nesne, verilerdeki değişkenliğin araştırılması ve çeşitli istatistiksel yöntemlerle analiz amacıyla kullanılabilir. Bu analizlere, tıpkı klasik istatistikte olduğu gibi betimsel ve kestirimci yöntemler dahildir. Tüm fonksiyonel veri analizlerinin önemli bir yönü, düzgünleştirme seçimi ve seviyesiyle ilgili olarak analiz sonuçlarının sağlamlığıdır.³³ Fonksiyonel

³¹ Henderson, s.65–80 ve J.O. Ramsay, B.W. Silverman, *Functional Data Analysis*, (Second Edition), Springer Series in Statistics, Springer Science and Business Media, Inc., New York 2005, s.11.

³² Ramsay, *Functional Data Analysis*, s.3-5.

³³ Jank ve Shmueli, s.155-166.

veriler üzerinde bu analizlerin sağlıklı bir şekilde yapılabilmesi için düzgünlüğün sağlanması gerekir. Bir eğrinin düzgün olduğu ifade edildiğinde, aynı zamanda belirli bir ölçüde türevlenebilir olduğu, yani verilerden çeşitli türevlerin elde edilebileceği ya da tahmin edilebileceği kastedilir. Bu türevler ve özellikle de ilk iki türev olan “hız” ve “ivme” çoğunlukla çalışmayla alakalı yorumlara sahiptir ve bu sayede bu türevlerin analizi F.V.A.’nın önemli bir bileşeni niteliğinde olabilir.³⁴ Bir başka deyişle belirli bir sayıda türev içerme anlamında düzgünlük x_i gizli fonksiyonunun bir özelliğidir ve gözlem hatası ya da ölçüm işleminde yapılabilecek hata yönünden ham veri vektöründe görünmeyebilir. Bu türevler Dx , D^2x , D^3x , ... $D^m x$ şeklinde gösterilir. t değerine göre ilk türevin $Dx_i(t)$ gösterimi klasik gösterim olan dx/dt 'ye göre daha kolay okunur ve bir fonksiyonun türevini alma işleminin yeni bir fonksiyon oluşturduğu fikrini de ifade eder.³⁵

Literatürde fonksiyonel dönüşüm ve popülasyon karakteristiklerinin tahmini için farklı yöntemlerin kullanıldığı çalışmalar mevcuttur. Bu çalışmaların birçoğunda bir düzgünleştirme metodunun gerekli olduğu ortaya konulmuştur. Örneğin, Besse ve Ramsay (1986), Ramsay ve Dalzell(1991) ve Ramsay (1995) Çoğaltıcı Çekirdekli Hilbert Uzayı üzerinde çalışmalarını gerçekleştirmişlerdir. Rice ve Silverman (1991), Brumback ve Rice(1998) splayn düzgünleştirme üzerinde çalışmışlardır. Besse, Cardot ve Ferraty (1997) çalışmalarında B-splaynları kullanmışlardır. Hart ve Wehrly (1986) kernel (çekirdek) düzgünleştirmeyi uygulamışlardır. Keser (2008, 2010) çalışmalarında B-Splaynları ve Fourier serilerini kullanmıştır.

1.4.3. Baz Fonksiyonlar

Verilerin fonksiyonlara dönüşümündeki ilk adım baz fonksiyon ailesini seçmektir. Baz fonksiyonu seçimi;

- Verilerin niteliğine,
- Uygulamanın sağladığı düzgünleştirme seviyesine,
- Üzerinde çalışılmak istenen veri yönlerine,
- Veri büyüklüğüne ve

³⁴ Levitin vd., s.135-155.

³⁵ Ramsay, *Functional Data Analysis*, s.5.

- Gerçekleştirilmesi planlanan analiz türlerine bağlıdır.

Fonksiyonel nesnelere dönüşüm genelde doğru düzgünleştirici tipine karar vermekten fazlasını içerir. Örneğin ham fonksiyonel nesnenin oluşturulabilmesi için interpolasyon ile ön işlem yapılabilir. Bu durumda sıklıkla görülen eşit olmayan aralıklara sahip seri problemi hafifler.³⁶

Fonksiyonel veri nesnelere oluşumu için anahtar bir adım olan baz fonksiyon sistemi, matematiksel olarak birbirinden bağımsız olan ve yeterince büyük bir K sayısının ağırlıklı toplamı ya da lineer kombinasyonu alınarak isteğe göre iyi bir şekilde yaklaşığı alınabilen ϕ_k fonksiyonları kümesidir. x fonksiyonu baz fonksiyonların bir bileşimi olarak;

$$x(t) = \sum_{k=1}^K c_k \phi_k(t) \quad (11)$$

lineer genişlemesiyle ifade edilir.³⁷

\mathbf{c} , c_k katsayılarının K boyut vektörünü, $\boldsymbol{\phi}$ ise elemanları ϕ_k baz fonksiyonları olan fonksiyonel vektörü gösterdiğinde yukarıdaki baz fonksiyon bileşimi matris gösteriminde aşağıdaki şekilde ifade edilir:

$$\mathbf{x} = \mathbf{c}'\boldsymbol{\phi} = \boldsymbol{\phi}'\mathbf{c} \quad (12)$$

Aslında, baz genişletme metotları, \mathbf{c} gibi sonlu boyutlu bir vektör çerçevesinde potansiyel olarak sonsuz boyutlu fonksiyon dünyasını temsil eder. Dolayısıyla, genişleme boyutu K'dır. İdeal koşullarda, baz fonksiyonlarda tahmin edilen fonksiyonlarla eşleşen özellikler bulunmalıdır. Böylece, kısmen küçük K sayıda baz fonksiyon ile tatmin edici yaklaşık bir sonuç daha kolay elde edilebilir. Küçük K sayıda baz fonksiyon ile bazı veri karakteristikleri daha iyi yansıtıldıkça, hipotezleri test etmede ve doğru güven aralıklarını hesaplamada daha özgür olunur. Böylece daha az hesaplama gerekir ve katsayıların daha iyi veri tanımlayıcıları olma yüzdesi artar.

Baz seçimi bir türev tahmini için özellikle önemlidir. Tahmini \hat{x} fonksiyonunun baz fonksiyonlar kullanılarak elde edilen türevi aşağıdaki şekilde bulunur:

$$D\hat{x}(t) = \hat{c}'_k D\phi_k(t) = \hat{c}' D\phi(t) \quad (13)$$

³⁶ Jank ve Shmueli, s.155-166.

³⁷ J.O Ramsay. ve B.W.Silverman, *Applied Functional Data Analysis: Methods and Case Studies*, Springer-Verlag, New York 2002, s.33.

Baz fonksiyonlarıyla ilgili farklı seçenekler mevcuttur. Bunlar splaynlar, Fourier serisi, polinomlar, dalgacıklar, üstel, poligon, sabit ve adım bazlar olarak sayılabilir. Günümüzdeki çoğu fonksiyonel veri analizi teknikleri, periyodik veriler için Fourier bazları, periyodik olmayan veriler içinse B-splayn bazları önermektedir. Türevler gerekli olmadığında dalgacık bazları gittikçe daha fazla kullanılmaktadır. Polinom bazların kullanımı giderek azalsa da basit fonksiyonel problemlerde kullanılmaya devam etmektedir.³⁸

1.4.3.1. Splayn Baz Fonksiyon Sistemi

Kelime anlamı ağaç parçasının ince bir şeridi olan splayn (*spline*), bir dizi veri noktası arasından pürüzsüz olarak geçen ve birçok parçadan oluşan esnek bir eğridir. Splayn fonksiyonlar ise bu fikrin uygulaması olan yeni bir matematiksel araçtır. Reel sayıların monoton artan bir dizisi olarak x_1, x_2, \dots, x_n 'e bağlı ve m basamak sayısını göstermek üzere reel doğru üzerinde tanımlı $m-1$. dereceden $S(x)$ splayn fonksiyonu her bir $[x_j, x_{j+1}]$ aralığında $m-1$. yada daha küçük bir dereceden bir polinomdur. Aynı zamanda $S(x)$ fonksiyonu ve bu fonksiyonun $1,2,\dots,m-2$. basamaktan türevleri, tanımlanan her aralıkta ve $x_i, i=1, 2,\dots, n$ bölünme noktalarında süreklidir. Bu fonksiyonların temel düşüncesi, tanımlanan aralığı bağımsız değişkenlerin gözlem değerleri yardımıyla alt aralıklara bölerek ve her bir alt aralıkta farklı bir polinom fonksiyon ile bağımlı ve bağımsız değişkenler arasındaki ilişkiyi modellendirerek istenilen mertebeden türevi olan sürekli bir fonksiyon elde etmektir.³⁹ Çok sayıdaki veri noktasına bir tek eğri ile yaklaşmak büyük kolaylıklar sağlasa da bazı durumlarda büyük hatalara neden olabilir. Ayrıca bu amaç için kullanılan Newton ve Lagrange interpolasyon polinomlarının dereceleri, nokta sayısı çoğaldıkça artacağından bu tür polinomlarla yapılacak işlemler zorlaşır. Bu gibi durumlarda ardı ardına gelen iki veri arasında birinci, ikinci, üçüncü yada daha yüksek dereceden fonksiyonlarla yaklaşımın yapıldığı splayn baz fonksiyon yöntemi önerilmektedir. Splayn bazlar, tanımlanan aralık üzerinde, birbirlerini örtmeyen alt aralıklarda, daha küçük dereceden polinom bulma esasına dayanmaktadır.⁴⁰

³⁸ Henderson, s.65–80.

³⁹ Dursun Aydın, *Semiparametrik Regresyon Modellemede Splayn Düzeltme Yaklaşımı İle Tahmin Ve Çıkarımlar*, (Yayımlanmamış Doktora Tezi), Anadolu Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir 2005, s.25.

⁴⁰ Zafer Helvacıoğlu, *Equal Width (Ew) Denklemine B-Spline Fonksiyonlar Yardımıyla Nümerik Çözümleri*, (Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi), Dumlupınar Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Kütahya 2009, s.12.

Her aralık üzerinde bir splayn fonksiyon belirlenen m basamağında bir polinomdur. Polinomun basamağı, polinomu tanımlamak için gereken sabit sayıdır ve en yüksek kuvveti olarak ifade edilen derecesinden 1 fazladır. Bitişik polinomlar, birinci dereceden splaynlara yani doğrusal splaynlara bölündüklerinde kesme noktalarında sürekli olmalarına karşın birinci türevlerinde süreksizdir.⁴¹ Birden büyük basamaktaki splaynlara bölündüklerinde ise kesme noktasında sorunsuz şekilde birleşir ve fonksiyon değerleri bunların kesişme noktasında eşit olacak şekilde kısıtlanır. Bununla birlikte, $m-2$ basamağına kadar türevler de bu kesişme noktalarında eşleşir. Örneğin, yaygın kullanılan dördüncü basamak kübik splaynda ikinci türev poligonal bir çizgi ve üçüncü türev adım fonksiyonudur. Uygun olan noktadaki toplam serbestlik derecesi sayısı polinom basamağıyla iç kesme noktası sayısının toplamına eşittir. İç düğüm bulunmuyorsa, splayn basit bir polinom haline geri döner.

Aşağıdaki özellikleri sağlayan parçalı polinom fonksiyonlar olarak Splayn fonksiyonlar;⁴²

- a) Düzgün fonksiyonlardır.
- b) Uygun baza sahip olan sonlu boyutlu lineer uzaylardır.
- c) Elle ya da bilgisayar programlarıyla hesaplanmaları kolaydır.
- d) Türevleri ve integralleri de splayn fonksiyonlardır.
- e) Küçük dereceden splayn fonksiyonlar çok esnektir ve polinomlardaki gibi salınım sergilemezler.
- f) Yeteri kadar alt parçaya ayrılmış $[a,b]$ aralığı üzerinde her sürekli fonksiyon $m-1$. dereceden splayn fonksiyonu ile iyi bir şekilde temsil edilebilir.

Periyodik olmayan veriler içeren çoğu uygulamada fonksiyonel dönüşüm için splayn baz fonksiyonları kullanılır. Bu fonksiyonları tanımlamadaki ilk adım, fonksiyonun yaklaşımının alınacağı aralığı L alt aralıklarına bölmek ve kesme noktası veya düğüm denen $T_l, l = 1, \dots, L-1$, değerleriyle ayırmaktır. Bir splayn fonksiyonunu belirleyen başlıca iki unsur, polinom segmentlerinin basamağı ve T

⁴¹Yasemin Koldere, *Spline Fonksiyonları ve Yapısal Değişim Türkiye İthalatı Üzerine Bir Uygulama*, (Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi), Marmara Üniversitesi Sosyal Bilimleri Enstitüsü, İstanbul 1997, s.61.

⁴² Duygu Dönmez, *Diferansiyel Denklemlerin B-Spline Metodu İle Çözümleri Hakkında*, (Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi), Celal Bayar Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Manisa 2008, s.14.

düğüm sırasındır. Kesme noktasına bir düğümün düştüğü bir durumda bir splayn fonksiyonunu tanımlamak için gereken parametre sayısı, basamak + iç düğüm sayısı $(m+L-1)$ ile hesaplanır. Splayn fonksiyonlardan biri bir sonraki alt aralığa geçtiğinde polinomun yapısı değişir. Bir düğümdeki komşu polinomlar belirli sayıda eşleşen türevle kısıtlıdır. Bunun sonucunda splayn bazlar aşağıdaki özelliklere göre belirlenir:

- a) Alt aralık ya da segment sayısı,
- b) Polinom segmentlerinin derecesi ya da basamağı,
- c) Düğümlerin konumları,
- d) Düğüm konumlarında eşleşmesi gereken türev sayısı.

Böylece baz fonksiyonların farklı özellikleri üzerinde büyük bir kontrol kazanılır.⁴³

Splaynda esneklik sağlamanın temel yolu kesme noktası sayısını arttırmaktır. Genelde eşit boşluk bırakılsa da, fonksiyonun en kompleks değişimi gösterdiği yerlerde daha fazla kesme noktası, fonksiyonun eğriselliğinin az olduğu yerlerde ise daha az kesme noktası istenir. Bunun yanında bir fonksiyonun özellikleri veri olmadan yakalanamayacağı için veri içermeyen aralık doğal olarak istenmez. Splaynlar, polinomların hızlı bir şekilde hesaplamasını büyük oranda esneklikle birleştirirken bunu az sayıda baz fonksiyonuyla elde ederler. Splayn fonksiyonunun, belirlenen, $\phi_k(t)$ baz fonksiyonlarından oluşan bir sistemle belirlenmesinde aşağıdaki temel özellikler geçerlidir.⁴⁴

- a) Her $\phi_k(t)$ baz fonksiyonu, m basamağıyla ve T düğüm sırasıyla tanımlanan bir splayn fonksiyonudur.
- b) Splayn fonksiyonunun katları, toplamları ve farkları da splayn fonksiyon olduğu için, bu baz fonksiyonların lineer kombinasyonları da splayn fonksiyonudur.
- c) m ve T ile tanımlanan tüm splayn fonksiyonları bu baz fonksiyonların lineer kombinasyonu olarak ifade edilebilir.

⁴³ Ramsay, *Functional Data Analysis*, s.8.

⁴⁴ Ramsay ve Silverman, *Functional Data Analysis*, s.49.

Splaynlar ile ilgili daha geniş bilgi için De Boor (2001), Eubank (1999) ve Green ve Silverman (1994) çalışmalarına da bakılabilir.

1.4.3.1.1. B-Splayn Baz Fonksiyon Sistemi

Belirli splayn uzayları için taban oluşturan ve lineer birleşimleriyle diğer splayn fonksiyonlarını oluşturabilen splayn fonksiyonlar B-splaynlar olarak adlandırılır. B-splayn fonksiyonlar oldukça kullanışlı, sayısal olarak güvenilir ve sınır bölgeleri hariç bütün özdeş çan eğrisi fonksiyonlarında kullanılabilen baz sistemleridir. Bu fonksiyonlar teorileri ve sayısal hesaplamalardaki model davranışlarıyla ayırt edilir ve genelleştirilebilirler.⁴⁵

B-Splaynlar çoğunlukla periyodik olmayan durumlar için tercih edilen baz fonksiyonlardır. B-Splaynların yaygın bir şekilde kullanılma sebepleri şöyle sıralanabilir:

- Esnek olmaları,
- Sayısal olarak sağlam olmaları,
- Değerlerin bant matris yapısı.

m basamağında bir B-Splayn oluşturabilmek için düğümlerin sayısının en az m+1 tane olması gerekmektedir. Eğer düğüm sayısı tekrarlı değil ise bu durumda oluşturulacak baz fonksiyon sayısı fonksiyonel veri analizinde geleneksel olarak yaklaşımın doğruluğunu garantiye alacak büyüklükte olması bakımından;

$$\text{Baz fonksiyon sayısı} = \text{Düğüm sayısı} + \text{basamak} - 2 \quad (14)$$

eşitliği yardımı ile verilmektedir.⁴⁶

m basamağında bir B-splayn baz fonksiyonunun en fazla m aralığında pozitif olması ve bunların bitişik olması durumuna destek özelliği denir. Bu özellik etkin hesaplama için çok büyük önem taşır. K sayıda B-splayn baz fonksiyonu için bu fonksiyonların iç çarpımlarının K basamak matrisi kuşak yapılı olur. Yalnızca ana köşegenin üstünde ve altında sadece m-1 alt köşegende sıfır olmayan değerler bulunur.

⁴⁵ David Kincaid ve Ward Cheney, *Numerical Analysis Mathematics of Scientific Computing*, (Third Edition), American Mathematical Society, The Sally Series, Rhode Island USA 2002, s.366.

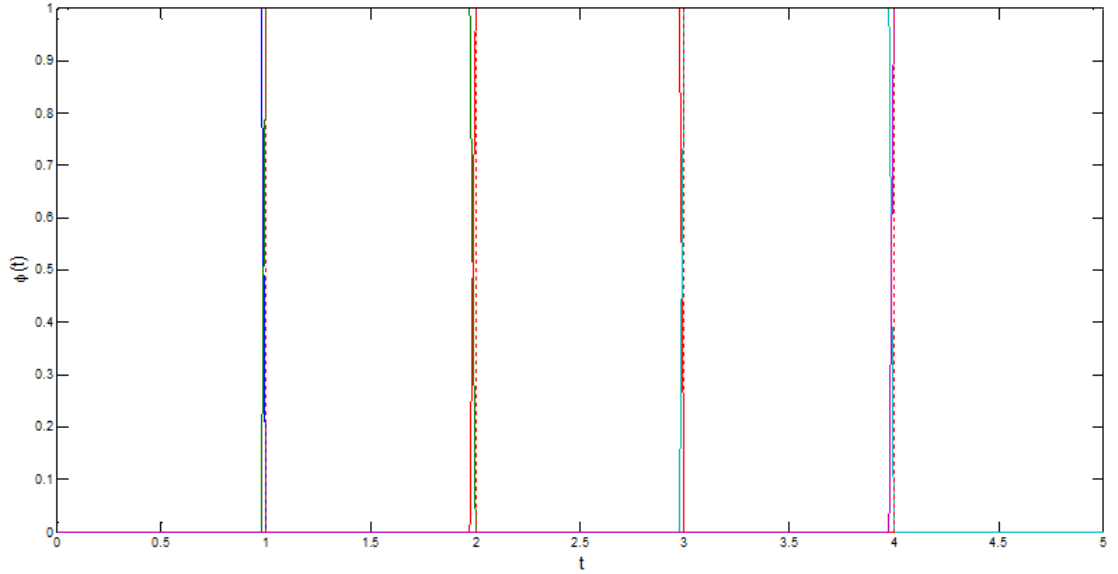
⁴⁶ Kadir Ertaş ve İstem Köymen Keser, "Düzgünleştirilmiş Fonksiyonel Ana Bileşenler Analizi İle İmkb Verilerinin İncelenmesi", *İstanbul Üniversitesi İktisat Fakültesi Ekonometri ve İstatistik Dergisi*, 8, 2008, s.1-37. Erişim tarihi: 12 Mart 2011, <http://eidergisi.istanbul.edu.tr>.

Yani, K sayısı ne kadar büyük olursa olsun, splayn fonksiyonu hesaplaması yalnızca K ile lineer olarak artacak şekilde düzenlenebilir. Böylece, splaynlar fourier ve dalgacık bazları gibi potansiyel olarak ortogonal baz sistemlerinin hesaplama avantajlarından faydalanır. B-Splayn bazların dezavantajlarından biri, K sayısı arttıkça verilere oturtulan parçanın bazı özelliklerinin daima iyileşmemesidir. Bunun sebebi, bir splayn basamağı sabit olduğunda, K sayıda B-splayn ile tanımlanan fonksiyon uzayının K+1 sayıda B-splayn ile tanımlanan uzayın içinde yer almak zorunda olmamasıdır. Bu sorunu çözmek için, mevcut t sayıda düğüm noktasına yeni bir nokta eklenir ya da basamağı yükseltip t'yi değiştirmeden K artırılır. Bu takdirde, K uzayı (K+1) uzayının içinde olur.⁴⁷

Reel eksen üzerinde tanımlı t_i düğüm noktaları aşağıdaki şekilde ele alındığında;

$$-\infty < \dots < t_{-2} < t_{-1} < t_0 < t_1 < t_2 < \dots < \infty$$

Sıfırıncı dereceden birinci basamaktan B-Splaynlar B_i^0 ile gösterilir ve $\mathbf{t}=[0 \ 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5]$ için sahip oldukları şekil aşağıdaki gibidir.



Şekil 1.2. Sıfırıncı Dereceden B-Splayn.

$B_i^0(t_i)$ birim kutu fonksiyondur. i indisi tam sayılardan oluşur ve grafiğe göre $B_i^0(t_i)=1, B_i^0(t_{i+1})=0$ eşitlikleri sağlanır. Böylece sıfırıncı dereceden B-splaynlar,

$$B_i^0(x) = \begin{cases} 1, & t_i \leq x < t_{i+1} \\ 0, & \text{diğer noktalarda} \end{cases} \quad (15)$$

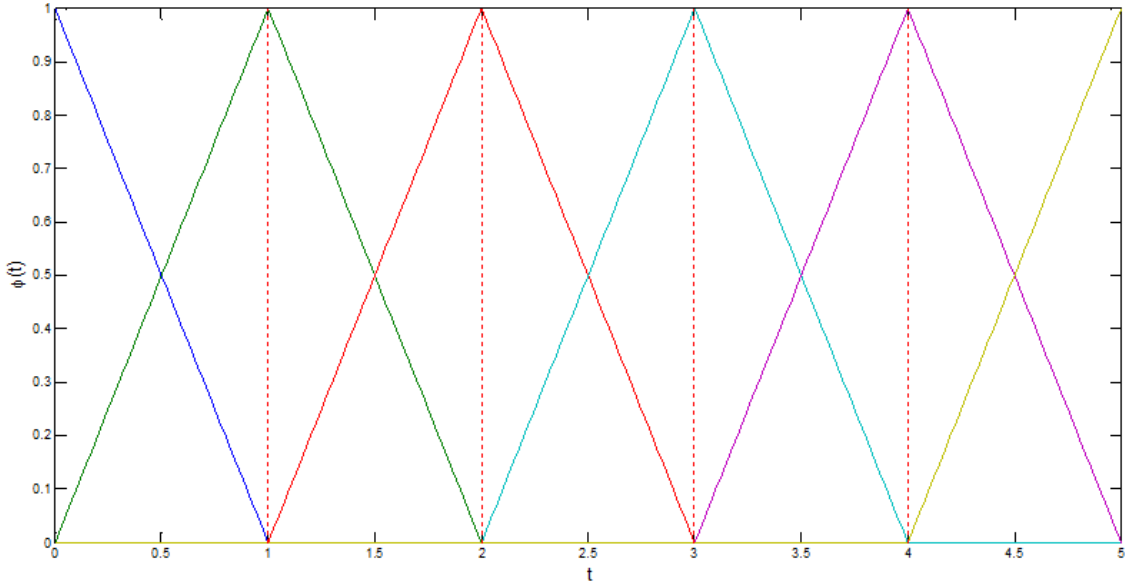
⁴⁷ Ramsay ve Silverman, *Functional Data Analysis*, s.50-52.

şeklinde tanımlanır.

Sıfırıncı dereceden B -splaynlar, aşağıdaki özelliklere sahiptir.⁴⁸

1. B_i^0 fonksiyonunun desteği $B_i^0(x) \neq 0$ olan x noktalarının kümesi olarak tanımlanır. Yani bu destek $[t_i, t_{i+1})$ aralığıdır.
2. Tüm i ve x değerleri için $B_i^0(x) \geq 0$ eşitsizliği vardır.
3. $B_i^0(x)$ fonksiyonu, sayı doğrusu üzerinde sağdan süreklidir.
4. $\forall x \in \mathbb{R}$ için $\sum_{i=-\infty}^{\infty} B_i^0(x) = 1$ eşitliği vardır.

$t = [0 \ 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5]$ için birinci dereceden $B_i^1(t_i)$ aşağıda gösterildiği gibi çadır fonksiyonlardan oluşur:



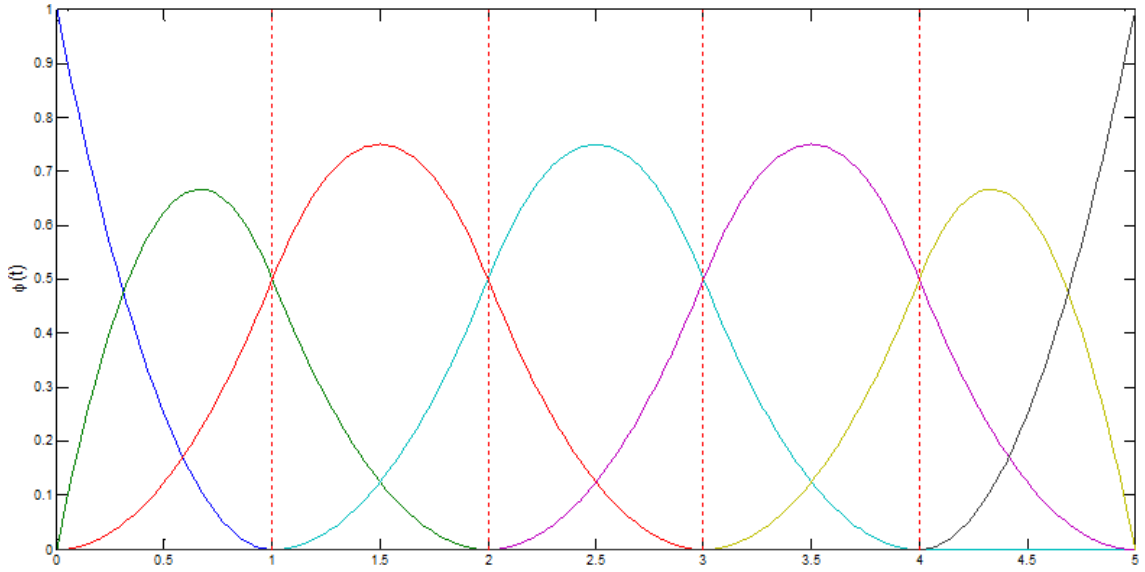
Şekil 1.3. Birinci Dereceden B-Splayn.

Birinci dereceden B-splaynların özellikleri aşağıdaki şekilde sıralanabilir:

1. $B_i^1(x)$ fonksiyonunun desteği (t_i, t_{i+2}) aralığıdır.
2. $\forall x \in \mathbb{R}$ ve $\forall i \in \mathbb{Z}$ için $B_i^1(x) \geq 0$ 'dır.
3. $B_i^1(x)$ fonksiyonu süreklidir ve t_{i+2}, t_{i+1}, t_i noktaları hariç her noktada diferansiyellenebilirdir.
4. $\forall x \in \mathbb{R}$ için $\sum_{i=-\infty}^{\infty} B_i^1(x) = 1$ 'dir.

⁴⁸ Kincaid ve Cheney, s.367.

$t = [0 \ 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5]$ için ikinci dereceden $B_i^2(t_i)$ aşağıda gösterildiği gibi kuadratik fonksiyonlardan oluşur:



Şekil 1.4. İkinci Dereceden B-Splayn.

İkinci dereceden B-Splaynlar ardışık dört düğümle bağlı ve birleşme noktalarında birinci türevleri eşittir.

B_i^0 fonksiyonları bütün yüksek dereceden B-splaynları tanımlamak için bir başlangıç noktasıdır. Bu noktadan hareketle tanımlanan herhangi bir k dereceli B-Splayn k+1 polinom parçasından meydana gelir. Bu polinom parçaları k iç düğüm noktalarında birleşmektedirler. Birleşme noktalarında türevlerin k-1 tanesi süreklidir. B-splayn k+2 düğümle bağlanmış alanda pozitif diğer yerlerde ise 0'dır. Sınırlar hariç B-Splaynlar komşularının 2k dereceli polinom parçalarıyla kesişir. Verilen herhangi bir x değeri için k+1 dereceli B-splayn sıfırdan farklıdır.⁴⁹ Böylece B-Splaynlar için herhangi bir k. dereceden temel bağıntı fonksiyonu aşağıdaki şekilde ifade edilir:

$$B_i^k(x) = \left(\frac{x-t_i}{t_{i+k}-t_i} \right) B_i^{k-1}(x) + \left(\frac{t_{i+k+1}-x}{t_{i+k+1}-t_{i+1}} \right) B_{i+1}^{k-1}(x), (k \geq 1) \quad (16)$$

Bu bağıntıyı düzenlemek için;

$$V_i^k(x) = \left(\frac{x-t_i}{t_{i+k}-t_i} \right) \quad (17)$$

⁴⁹ Paul H.C.Eilers ve Brion D.Marx, "Flexible Smoothing with B-Splines and Penalties" [B-Splaynlar ve Cezalarla Esnek Düzgünleştirme], *Statistical Science*, 11 (2), 1996,s.89-102. Erişim tarihi: 12 Mart 2011, Jstor.

şeklinde özel bir fonksiyon tanımlanıp bu fonksiyon kullanılarak temel bağıntı fonksiyonu yeniden yazıldığında;

$$B_i^k(x) = V_i^k(x)B_i^{k-1}(x) + (1 + V_{i+1}^k(x))B_{i+1}^{k-1}(x) \quad (18)$$

şekline dönüşür. k . dereceden B-splaynların genel özellikleri (B_i^k , $i \in Z$, $k \in N$ olmak üzere) aşağıda sıralanmıştır:⁵⁰

1. $k \geq 1$ ve $x \notin (t_i, t_{i+k+1})$ ise $B_i^k(x) = 0$ 'dır.
2. $k \geq 0$ olduğunda eğer $x \in (t_i, t_{i+k+1})$ ise $B_i^k(x) > 0$ 'dır.
3. k . dereceden tüm splaynlar için k . dereceden B-Splaynlar bir taban oluşturduğundan $k \geq 0$ için

$$\sum_{i=-\infty}^{\infty} c_i B_i^k = \sum_{i=-\infty}^{\infty} [c_i V_i^k + c_{i-1}(1 - V_i^k)] B_i^{k-1} \quad (19)$$

şeklinindedir. c_i katsayıları yerine $C_i^k(x)$ fonksiyonu yazıldığında splayn fonksiyonu

$$S(x) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} c_i^k(x) B_i^k(x) \quad (20)$$

şeklinde yazılır ve C_i^k katsayıları verildiğinde $S(x)$ fonksiyonu verilen bir x değeri için hesaplanabilir. Belirli bir m indisi için $t_m \leq x \leq t_{m+1}$ olmak üzere üçgensel bir tablo elde edilir ve tabloya göre $S(x) = C_m^{0'}$ 'dır.

4. $\forall k$ için $\sum_{i=-\infty}^{\infty} B_i^k(x) = 1$ 'dir.

$k \geq 2$ için B-splayn fonksiyonlarının türevleri;

$$\frac{d}{dx} B_i^k(x) = \left(\frac{k}{t_{i+k} - t_i} \right) B_i^{k-1}(x) - \left(\frac{k}{t_{i+k+1} - t_{i+1}} \right) B_{i+1}^{k-1}(x) \quad (21)$$

eşitliğiyle hesaplanır. Bu denklem $k = 1$ olduğunda $x = t_i, t_{i+1}, t_{i+2}$ hariç bütün x değerleri için doğrudur.

$k \geq 1$ için B_i^k B-splaynları $C^{k-1}(R)$ süreklilik sınıfına aittir. Bu özellik kullanılarak B-splaynların türevleriyle ilgili aşağıdaki eşitlik elde edilir.

$$\frac{d}{dx} \sum_{i=-\infty}^{\infty} c_i B_i^k(x) = k \sum_{i=-\infty}^{\infty} \left(\frac{c_i - c_{i-1}}{t_{i+k} - t_i} \right) B_i^{k-1}(x), \quad (k \geq 2) \quad (22)$$

B-splayn fonksiyonlarının integralleri ise aşağıdaki şekilde hesaplanır.

⁵⁰ Kincaid ve Cheney, s.367-370.

$$\int_{-\infty}^x B_i^k(s) ds = \left(\frac{t_{i+k+1} - t_i}{k+1} \right) \sum_{j=i}^{\infty} B_j^{k+1}(x) \quad (23)$$

Bu sistemlerin oluşturulması için birçok farklı yol olsada, en popüler olan sistem De Boor (2001) tarafından geliştirilen B-Splayn baz sistemidir ve B-Splaynlar ile çalışmak için R, S-PLUS ve MATLAB dahil çok sayıda programlama dilinde kodlar yazılmıştır.

1.4.3.2. Fourier Baz Fonksiyon Sistemi

Belli bir periyot ile tekrarlanan olaylara periyodik olaylar denir. Periyodik olaylar matematiksel olarak sinüs ve cosinüs fonksiyonlarıyla ifade edilirler. Basit sinüs ve cosinüs fonksiyonlarıyla belirtilen olaylar aynı zamanda basit harmonik hareket olarak da bilinir. Fonksiyonel olarak ifade edilecek olursa, $(t \in T)$ aralığında tanımlı bir $x(t)$ fonksiyonu için $x(t+w) = x(t)$ olacak şekilde sıfırdan farklı bir $(w \in T)$ varsa x 'e periyodik fonksiyon w 'ye de x 'in periyodu denir. Doğal olarak bu şekilde işleyen fonksiyonlara ait verilere ise periyodik veriler denir.⁵¹

Periyodik olayları ifade etmekte kullanılan trigonometrik seriler Fourier serileri olarak adlandırılmaktadır. Periyodik veriler için en çok bilinen baz genişlemesini aşağıda genel ifadesi verilen Fourier serisi ortaya koymaktadır:

$$\hat{x}(t) = c_0 + c_1 \sin wt + c_2 \cos wt + c_3 \sin 2wt + c_4 \cos 2wt + \dots \quad (24)$$

Burada

$$\phi_0(t) = 1$$

$$\phi_1(t) = \sin (wt)$$

$$\phi_2(t) = \cos (wt)$$

$$\phi_3(t) = \sin (2wt)$$

$$\phi_4(t) = \cos (2wt)$$

⋮

$$\phi_{2r-1}(t) = \sin (rwt)$$

$$\phi_{2r}(t) = \cos (rwt) \quad (25)$$

⁵¹ Abdullah Altın, *Fourier Analizi*, Gazi Kitabevi, Ankara 2011.

bazları kullanılmıştır. Bu baz periyodiktir ve w parametresi $2\pi/T$ periyodunu belirler. t değerleri T 'de eşit aralıklara sahipse ve periyot T aralığının boyuna eşitse, $\Phi'\Phi$ çarpım matrisinin köşegen olması bakımından baz ortogonaldır. Baz fonksiyon sayısı ise genelde $K=1+2r$ olarak belirlenir.⁵²

Fourier baz fonksiyonların avantajları aşağıdaki şekilde sıralanabilir:⁵³

- Fourier baz fonksiyonları 20. yüzyılın ortalarına kadar tek terimli baz fonksiyonlarının yegane alternatifi olmuşlardır.
- Bu fonksiyonlar, özellikle de gözlem sürelerinin eşit aralıklı olduğu durumlarda mükemmel hesaplama özelliklerine sahiptir.
- Bu fonksiyonlar, yıllık hava tahmin verileri, yürüyüş döngüsü verileri ve benzer periyodik verilerin doğal tanımlayıcısıdır.
- Ancak, büyüme eğrileri gibi periyodik olmayan veriler için fonksiyonların periyodikliği sorun teşkil eder. Ancak yine de Fourier baz fonksiyonları, sinyal analizi gibi pek çok alanda, verilerin periyodik olmadığı durumlarda dahi ilk tercih olabilir.

Fourier bazların popülerliği katsayıların HFD (Hızlı Fourier Dönüşümü- Fast Fourier Transform (FFT)) ile hesaplanabilmesi ve sürekli türevlere sahip olmasıdır. Fourier bazında türev tahmini basittir, ve aşağıda gösterildiği şekildedir:

$$D \sin rwt = r w \cos rwt$$

$$D \cos rwt = -r w \sin rwt \quad (26)$$

Bu sistemin kapalı diferansiyel denklem olduğu söylenebilir. Bu da Dx Fourier genişlemesinin

$$0, c_1, -wc_2, 2wc_3, -2wc_4, \dots \quad (27)$$

D^2x Fourier genişlemesininse

$$0, -w^2c_1, -w^2c_2, -4w^2c_3, -4w^2c_4, \dots \quad (28)$$

katsayılarına sahip olduğunu gösterir.

⁵² Jim Ramsay, Giles Hooker ve Spencer Graves, *Functional Data Analysis with R and Matlab*, 2009, Erişim tarihi: 07 Mart 2011, Ağ Sitesi: <ftp://ego.psych.mcgill.ca/pub/ramsay/FDALectures/R-book.pdf>, s.30.

⁵³ Jim Ramsay, *From Functional Data to Smooth Functions*, Erişim tarihi: 07 Mart 2011, Ağ Sitesi: ftp://ego.psych.mcgill.ca/pub/ramsay/FDAtalks/smooth_talk.pdf, s.12.

Fourier serisi açılımının türevi de bir Fourier serisi açılımıdır. Böylece Fourier serilerinin sonsuz sayıda türevi alınabilir.

1.4.3.3. Polinom Bazlar

Polinomlar, en eski ve en iyi bilinen baz fonksiyon açılımıdır. Polinom bazlar;

$$\phi_k(t) = \sum_{k=1}^K c_k t^{k-1} \quad (29)$$

şeklinde gösterilen tek terimlerden polinomların oluşturduğu baz sistemleridir. Polinomlar büyük bir K kullanılmadan fonksiyonun özelliklerini çok iyi sergileyemezler. Bununla birlikte, polinomlar verilerin merkezine iyi oturma eğilimi gösterirken kuyruk kısımlarında pek istenmeyen davranışlar gösterirler. Polinom açılımlarının türevlerini hesaplamak kolay olsa da türevlerin derecesi büyüdükçe polinom türevleri giderek daha az kompleks hale gelmektedir. Yüksek basamaktaki polinomlarda tipik olarak görülen hızlı ve yerel değişimler sebebiyle gerçek türev tahmin edicileri olarak istenen performansı sağlayamazlar.⁵⁴

1.4.3.4. Dalgacık Bazları

Yeni bir gelişme olan dalgacık baz fonksiyonu, Fourier ve B-splayn baz fonksiyonlarının bazı avantajlarını birleştirmektedir. Dalgacık bazlar Fourier serisinin frekansa özgü yaklaşım gücü ile B-splaynların zaman veya uzay bağlamında lokalize edilmiş özelliklerini birleştirirler. Bu fonksiyonlar özellikle keskin ve oldukça sınırlanmış özelliklerin izlenmesinde ve bir sinyali hem belirli frekansları hem de x eksenini üzerindeki belirli lokasyonları yansıtacak şekilde ayırmakta yararlıdır. Yine bunun yanında lineer dalgacık bazların önemli bir avantajı da büyük ölçekli veri yapılarında B-splaynlara göre daha hızlı bir hesaplama imkânı vermesidir.⁵⁵

Ana dalgacık, iki ayrı baz fonksiyonundan çıkan bir değerinin integrali sıfır olacak şekilde ve herhangi j ve k tamsayıları için $(-\infty, \infty)$ aralığında tanımlı bütün karesi integrallenebilir fonksiyonlar için bazın ortogonal olmasını sağlayacak şekilde aşağıdaki gibi oluşturulur:

⁵⁴ Ramsay ve Silverman, *Functional Data Analysis*, s.55.

⁵⁵ Algirdas Laukaitis, "Functional Data Analysis For Cash Flow and Transactions Intensity Continuous-Time Prediction Using Hilbert-Valued Autoregressive Processes" [Hilbert Değerli Otoregresif Süreçler Kullanılarak Nakit Akışı ve Hareketlilik Yoğunluğunda Sürekli-Zaman Tahmini İçin Fonksiyonel Veri Analizi], *European Journal of Operational Research*, 185, 2008, s.1607–1614. Erişim tarihi: 12 mart 2011, ScienceDirect.

$$\psi_{jk}(t) = 2^{\frac{j}{2}}\psi(2^j t - k) \quad (30)$$

Genelde ana dalgacıkta ve dolayısıyla tüm baz fonksiyonlarında kompakt destek bulunur. Dalgacık baz fikri, özellikle periyodik sınır koşulları uygulanıyorsa ve fonksiyonlar sınırlı bir aralıkta tanımlanmışsa kolaylıkla uygulanabilir.

Herhangi bir f fonksiyonunun dalgacık genişlemesi, ψ_{jk} katsayısı yardımıyla 2^{-j} ölçeğinde f fonksiyonun $2^{-j}k$ yakın pozisyonu hakkında bilgi verecek şekilde ve örneğin bir c sabiti için $c2^j$ 'ye yakın frekanslarda bir çoklu çözünürlük analizi sağlar. Böylece, dalgacıklar sistematik bir yer derecesi sırası sağlar. Fourier serisinin aksine, dalgacık genişlemeleri süreksizliklerde ve davranıştaki hızlı değişimlerde iyi sonuçlar verir. Bu özellik ve daha teknik özellikteki diğer matematik sonuçları göstermektedir ki keskin yerel özellikler gösterse bile, gözlenen bir fonksiyonun sıfır olmayan az sayıda katsayıya sahip bir dalgacık genişlemesiyle iyi bir şekilde yaklaşığı belirlenebilir.⁵⁶

1.4.3.5. Diğer Baz Sistemleri

Potansiyel olarak önemli sayılabilecek diğer baz sistemleri, poligon bazı, sabit baz, üstel bazlar, kuvvet bazları ve adım fonksiyon bazlarıdır.⁵⁷

Poligon bazlar: Gözlenen verilerden fonksiyonel veriler tahmin edilirken fonksiyonların verilere oturtulması özellikle istenmiyorsa, pürüzlü verileri düzgünleştirmek gerekli değildir. Ancak analiz için verilerle doğrudan bağlantılı olmayan bazı fonksiyonel parametreler gerekebilir. Özellikle fonksiyonel lineer modellerle ilgili analizlerde verilerin basit bir bazla aradeğerlemesi istendiğinde, yani herhangi bir fonksiyonel parametre tahmini gerekli olduğunda, poligon bazları bu amaçla kullanılabilir ve ilk türevin kaba bir tahminini sunabilir.

Sabit bazlar: Tüm baz sistemleri içinde en basit olan sistemdir. Genellikle verilere sabit bir değer verilmesi gerektiğinde kullanılır. $\Phi(t) = 1$ şeklinde gösterilir.⁵⁸

Bu baz sistemi kullanılarak herhangi bir skaler gözlem, değeri her yerde aynı olan bir fonksiyonel veri olarak ele alınabilir ve böylece fonksiyonun değeri sabit bazın katsayısı olur. Bu yöntem kullanılarak çoğu çok değişkenli istatistik teknik fonksiyonel veri analizine adapte edilebilir.

⁵⁶ Ramsay ve Silverman, *Functional Data Analysis*, s.53.

⁵⁷ Ramsay ve Silverman, *Functional Data Analysis*, s.54-55.

⁵⁸ Ramsay, *From Functional Data to Smooth Functions*, s.28.

Üstel bazlar: Üstel baz sistemleri $e^{\lambda_1 t}, e^{\lambda_2 t}, \dots, e^{\lambda_k t}, \dots$ şeklinde gösterilen bir dizi üstel fonksiyondan oluşur. Bu gösterimde genelde $\lambda_1 = 0$ alınır ve λ_k oran parametrelerinin tamamı farklıdır. Üstel baz fonksiyonlar olarak ifade edilen genişlemeler genellikle sabit katsayılara sahip lineer diferansiyel denklemlerin çözümünde kullanılır.

Kuvvet bazları: $t^{\lambda_1}, t^{\lambda_2}, \dots, t^{\lambda_k}, \dots$ şeklinde gösterilir. Burada kuvvetler birbirinden farklıdır ancak tam sayı veya pozitif olmaları gerekmez. Özellikle t pozitif olduğunda ve kuvvetlerin negatif olduğu durumda bu bazlar daha kullanışlıdır.

Adım fonksiyonu bazı: Adım fonksiyon baz sisteminde değişkenler basit şekilde iki kategoriye bölünür. Değişkenlerin ilişkisel ya da sınıflandırma amaçlı gösteriminde ağaç temelli gösterimler kullanılır. Örneğin veri madenciliği problemleri gibi genelde çok sayıda değişken ve büyük örnek boyutları içeren analizlerde hesaplama kısıtları kritik olabileceği için işe yarayacak en basit metotlar aranır. Böylece değişken değerlerinin bölümü, iki adım fonksiyonundan oluşan bir baz içeren bir fonksiyonel dönüşüm olarak değerlendirilebilir. Bu da aslında tek bir iç düğümü bulunan bir birinci basamak B-splayn sistemidir.

1.4.4. Pürüzlü Ceza Yöntemi

Kesikli verilerin fonksiyonla yaklaşımını almak ve düzgünlüğün kontrolünü daha iyi sağlayabilmek için güçlü bir seçenek olarak ortaya çıkan pürüzlü ceza yaklaşımı, baz fonksiyonunun ve diğer düzgünleştirme tekniklerinin avantajlarını korur ve bunların bazı kısıtlarının üstesinden gelir. Özellikle türev tahmini olmak üzere genelde daha iyi sonuçlar verir.⁵⁹ Pürüzlü ceza yönteminde düzgün kelimesinin anlamı, kullanılan baz fonksiyonu sayısı anlamında kapalı şekilde belirtilmek yerine, optimize edilen kriter seviyesinde açık olarak ifade edilmektedir. Düzgünleştirme gereği temel olarak ham verilerin niteliğine bağlıdır. Oldukça pürüzlü olan verilerde düzgün ve yorumlanabilir fonksiyonlar ortaya koymak için düzgünleştirme kritik bir önem taşıyabilir. Bununla birlikte, bazı t_j noktalarının $y(t_j)$ gözlemlerinden x eğrisini tahmin etmek yerine, pürüzlü ceza yaklaşımı daha geniş kapsamlı düzgünleştirme problemlerine uygulanabilir. Pürüzlü ceza kullanımı kesikli verilerden fonksiyonel nesne oluşturma ile sınırlı değildir. Green ve Silverman (1994), verilerin altta yatan eğriye bağımlılığının

⁵⁹ Ramsay ve Silverman, *Functional Data Analysis*, s.82.

genelleştirilmiş lineer modellerdeki parametrelere bağımlılığa benzer olduğu durumlar da dâhil olmak üzere pürüzlü cezanın çok farklı istatistiksel problemler için oldukça kullanışlı bir yöntem olduğunu ifade etmiştir. Doğal olarak eğrilerle ve düzgünlükle ilgilendikleri için, pürüzlü cezalar klasik çok değişkenli istatistik araçlarının F.V.A. çerçevesine uyarlanmasında da büyük katkı sağlar.⁶⁰

Fonksiyonel veri analizinde gözlenen verilerin aslında arka plandaki tahmini bir $\hat{x}(t)$ fonksiyonunu (eğriyi) gösterdiği ifade edilmektedir. Bu fonksiyonun sapması, varyansı ve Hata Kareler Ortalaması (HKO) aşağıdaki gibi formüle edilebilir:

$$\begin{aligned} \text{Sapma}[\hat{x}(t)] &= x(t) - E[\hat{x}(t)], \\ \text{Var}[\hat{x}(t)] &= E[\{\hat{x}(t) - E[\hat{x}(t)]\}^2], \\ \text{HKO}[\hat{x}(t)] &= E[\{\hat{x}(t) - x(t)\}^2], \end{aligned} \quad (31)$$

Buradan hata kareler ortalaması;

$$\text{HKO}[\hat{x}(t)] = \text{Sapma}^2[\hat{x}(t)] + \text{Var}[\hat{x}(t)], \text{ ya da açık bir şekilde}$$

$$\text{Hata Kareler Ortalaması(HKO)} = \text{Sapma}^2 + \text{Örnekleme varyansı} \quad (32)$$

olarak ifade edilir. Dolayısıyla bu verilere bir eğriyi oturtmaya çalışırken amaç sadece iyi bir uyum yapmak değil, aynı zamanda bu amaçla aslında çatışan diğer bir amaç da çok fazla iniş çıkış göstermeyen bir eğri tahmini elde etmeye çalışmaktır. Splaynları düzgünleştirirken yaygın olarak kullanılan Pürüzlü Ceza Yaklaşımının temel amacı eğrinin pürüzlülüğünü ölçmek ve verilerin eğriye uyumu ile eğrinin pürüzlülüğü arasında bir uzlaşma sağlamaktır. Bu iki çatışan amaç bir anlamda istatistiğin temel prensibinin iki elemanına karşılık gelebilir. Yukarıda belirtildiği gibi HKO, sapmanın karesi ile örnekleme varyansının toplamına eşittir. Örnekleme varyansını azaltmak için sapmadan biraz taviz verilebilir, bu da tahminlenen eğriye düzgünleştirme yüklenmesinin temel nedenidir.⁶¹

Bir $x(t)$ fonksiyonunun t 'deki ikinci türevinin karesine ($[D^2x(t)]^2$) t 'deki *eğrilik* denir. Çünkü düz çizginin yani eğrilik taşımayan birinci dereceden bir fonksiyonun

⁶⁰ Levitin vd., s.135-155.

⁶¹ Keser, *Çok Değişkenli İstatistiksel Boyut İndirgeme Yöntemi Olarak Düzgünleştirilmiş Fonksiyonel Ana Bileşenler Analizi Üzerine Bir Araştırma*, s.4.

ikinci türevi sıfırdır. Dolayısıyla, fonksiyonun pürüzlülüğünün doğal ölçüsü $C_2(x)$ ile gösterilir ve ikinci türevin karesinin integrali olarak aşağıdaki gibi ifade edilir.⁶²

$$C_2(x) = \int [D^2 x(t)]^2 dt = \|D^2\|^2 \quad (33)$$

Genel olarak ifade edilecek olursa m. dereceden türevi alınabilen $x(t)$ fonksiyonu için m. seviyeden uygulanabilir pürüzlü ceza aşağıdaki şekildedir.⁶³

$$C_m(x) = \int [D^m x(t)]^2 dt = \|D^m\|^2 \quad (34)$$

Pürüzlü cezayı vektör gösterimiyle ifade edebilmek için $x(t)$ fonksiyonunun baz fonksiyonların bir bileşimi olarak aşağıdaki şekilde yazılabildiğini hatırlamak gerekir;

$$x(t) = \sum_k^K c_k \phi_k(t) = \mathbf{c}'\boldsymbol{\phi} = \boldsymbol{\phi}'\mathbf{c} \quad (35)$$

Burada \mathbf{c} K boyutundan katsayı vektörü iken, $\boldsymbol{\phi}$ baz fonksiyonlarının K boyutundan vektörüdür ve çözümü aşağıdaki şekildedir:

$$\hat{\mathbf{c}} = (\boldsymbol{\Phi}'\mathbf{W}\boldsymbol{\Phi})^{-1}\boldsymbol{\Phi}'\mathbf{W}'\mathbf{y} \quad (36)$$

Burada $\boldsymbol{\Phi}$, n örnekleme noktalarındaki K adet baz fonksiyonu değerlerini içeren $n \times K$ boyutunda bir matris ve \mathbf{W} artıklar arasında olası kovaryans yapısını sağlayan ağırlık matrisi ve \mathbf{y} düzgülleştirilecek kesikli veri vektörüdür. Verilere oturan değerlerin vektörüne denk gelen ifade ise;

$$\hat{\mathbf{y}} = \boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{\Phi}'\mathbf{W}\boldsymbol{\Phi})^{-1}\boldsymbol{\Phi}'\mathbf{W}'\mathbf{y} = \mathbf{S}_\phi \mathbf{y} \quad (37)$$

şeklinindedir. Burada \mathbf{S}_ϕ ($\mathbf{S}_\phi = \boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{\Phi}'\mathbf{W}\boldsymbol{\Phi})^{-1}\boldsymbol{\Phi}'\mathbf{W}'$) olan ϕ baz sistemiyle alakalı tahmin operatörüdür.⁶⁴

Böylece $C_m(x)$ pürüzlü cezası matris terimleriyle aşağıdaki şekilde ifade edilir:

$$C_m(x) = \int [D^m x(t)]^2 dt$$

$$C_m(x) = \int [D^m \mathbf{c}'\boldsymbol{\phi}(t)]^2 dt$$

⁶² Jim Ramsay, Smoothing Data with Roughness Penalties, Erişim tarihi: 07 Mart 2011, Ağ Sitesi: ftp://ego.psych.mcgill.ca/pub/ramsay/FDATalks/rough_talk.pdf, s.6.

⁶³ Ramsay ve Silverman, *Functional Data Analysis*, s.84.

⁶⁴ Jan Ulbricht, *Representing Functional Data as Smooth Functions*, (Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi), Humboldt University, Berlin2004. s.47.

$$\begin{aligned}
C_m(x) &= \int \mathbf{c}' D^m \phi(t) D^m \phi'(t) \mathbf{c} dt \\
C_m(x) &= \mathbf{c}' \left[\int D^m \phi(t) D^m \phi'(t) \mathbf{c} dt \right] \mathbf{c} \\
C_m(x) &= \mathbf{c}' \mathbf{R} \mathbf{c}
\end{aligned} \tag{38}$$

Burada \mathbf{R} ($\mathbf{R} = \int D^m \phi(t) D^m \phi'(t) \mathbf{c} dt$) olan, integral içeren fonksiyon vektörlerinin dış çarpım matrisidir.

Verilerin uygunluğu ve düzgünlük gibi birbirlerine doğal olarak aykırı iki kriter birleştirilerek bir Cezalı Hata Kareler Toplamı (CHKT) oluşturulabilir.⁶⁵

$$CHKT_\lambda = HKT + \lambda C_2. \tag{39}$$

böylece pürüzlü ceza yaklaşımı;

$$CHKT_\lambda = \int [x(t) - x(t)_{\lambda,m}]^2 + \lambda \int [D^m x(t)]^2 dt \tag{40}$$

ile gösterilen cezalı hata kareler toplamını minimize eden $x(t)_{\lambda,m}$ fonksiyonunun bulunmasıyla $x(t)$ fonksiyonundaki toplam eğriliği cezalandırır. \mathbf{t} vektörünün değerlerine göre x fonksiyonundan ortaya çıkan vektör $x(\mathbf{t})$ olarak kabul edildiğinde matris gösterimiyle cezalı hata kareler toplamı aşağıdaki şekilde tanımlanır:

$$CHKT_\lambda(x/y) = [\mathbf{y} - x(\mathbf{t})]' \mathbf{W} [\mathbf{y} - x(\mathbf{t})]^2 + \lambda PEN_2(x). \tag{41}$$

Bu eşitlik baz fonksiyon genişlemesinin matris gösterimiyle ifade edilirse aşağıdaki sonuca ulaşılır:⁶⁶

$$CHKT_\lambda(\mathbf{y}/\mathbf{c}) = (\mathbf{y} - \Phi \mathbf{c})' \mathbf{W} (\mathbf{y} - \Phi \mathbf{c}) + \lambda \mathbf{c}' \mathbf{R} \mathbf{c} \tag{42}$$

bu ifadenin \mathbf{c} katsayı vektörüne göre türevi alındığında sonuç;

$$-2\Phi' \mathbf{W} \mathbf{y} + \Phi' \mathbf{W} \Phi \mathbf{c} + \lambda \mathbf{R} \mathbf{c} = 0 \tag{43}$$

şeklindedir. Böylece aşağıdaki cezalı tahmini katsayı vektörüne ulaşılır:⁶⁷

$$\hat{\mathbf{c}} = (\Phi' \mathbf{W} \Phi + \lambda \mathbf{R})^{-1} \Phi' \mathbf{W} \mathbf{y} \tag{44}$$

⁶⁵ Levitin vd., s.135-155.

⁶⁶ J. O. Ramsay, N. Altman ve R. Darrell Bock, "Variation in Height Acceleration in the Fels Growth Data" [Fels Büyüme Verilerindeki Boy İvmelerinde Değişim]. *The Canadian Journal of Statistics*, 22 (1), 1994, s.89-102. Erişim tarihi: 21 Haziran 2010, Jstor.

⁶⁷ Ramsay ve Silverman, *Functional Data Analysis*, s.87.

λ parametresi, ilk olarak hata kare toplamıyla ve ikinci olarak $C_2(x)$ 'e göre x fonksiyonunun değişkenliğiyle ölçülen veri uyumları arasındaki değişim oranını ölçen bir düzgünleştirme parametresidir. λ büyüdükçe lineer olmayan fonksiyonların $C_2(x)$ teriminden daha büyük bir pürüzlü cezaya uğramaları gerekir ve sonuç olarak $CHKT_\lambda(x)$ birleşik kriteri x düzgünlüğüne daha fazla, veri oturtmaya ise daha az vurguda bulunmak durumunda kalır. Bu yüzden, λ sonsuza yaklaşırken x oturtulan eğrisi $C_2(x) = 0$ olan gözlenen veri standart lineer regresyonuna yaklaşmalıdır. Diğer yandan, küçük λ değerleri için eğri daha değişken olma eğilimi gösterir, çünkü pürüzlülüğe daha az ceza uygulanır. λ sıfıra yaklaşırken x eğrisi veriye interpolant yaklaşımı gösterir ve tüm j 'lerde $x(t_j) = y_j$ eşitliği sağlanır. Ancak, bu sınırlayıcı durumda bile interpolasyon eğrisi keyfi şekilde değişken değildir, verilere tam olarak oturan en düzgün iki kez integrallenebilir eğridir.⁶⁸

Çoğu fonksiyonel veri analizi yöntemleri doğrudan ilgi sebebiyle türevlerin tahminini gerektirebilir. x fonksiyonu, içindeki eğriliği ve dolayısıyla Dx türevindeki eğimi kontrol ettiği için ceza uygun olmayabilir. Hatta D^2x ikinci türevinin sürekli olması bile gerekmez. m basamağındaki türev, istenen en yüksek türevse, en yüksek basamaktaki türevin eğriliğini kontrol etmek için $m+2$ basamağındaki türevlere fiili olarak ceza uygulanmalıdır. Örneğin, D^2x eğriliğini kontrol ettiği için $C_4(x)$ pürüzlü cezasını kullanmak ivme tahminini daha iyi verir.

Fonksiyonel veri analizi bağlamında çeşitli çok değişkenli tekniklerin tahmin ettiği fonksiyon, eldeki verilere dayalı olarak maksimizasyon (ya da minimizasyon) probleminin çözümü olarak ifade edilir. Bu bağlamda pürüzlü cezayı kullanmanın farklı yolları vardır. Ancak temeldeki fikir, ele alınan problem verilerinde uyum iyiliğinin doğru ölçüsü için gereken cezayı uygulamaktır. Pürüzlü ceza metodunda $\|D^2x\|^2$ dışında pürüzlü ölçüler de kullanılabilir. Fonksiyonun kendisi en önemli husus olsa da, daha genel pürüzlü cezaları ele almak için birbiriyle ilişkili iki sebep daha bulunmaktadır. Bir yandan, sıfır pürüzlülükle ilgili fonksiyonların sınıfının $a+bt$ formundan daha geniş ya da en azından farklı olması istenebilir. Diğer yandan ise, yerel olarak x eğrilerinin ideal olarak bir diferansiyel denklemini karşılaması istenebilir ve bundan ayrılma durumlarına ceza uygulamak istenebilir. Örneğin, periyodik veriler

⁶⁸ Ramsay ve Silverman, *Functional Data Analysis*, s.85.

analiz ediliyorsa aşağıda gösterilen harmonik ivmeiştirini kullanmak daha doğal olabilir:

$$Lx = D^3x + w^2Dx \quad (45)$$

burada w periyodu göstermektedir. İkinci türev operatörü D^2 'yi aşağıdaki şekilde tanımlanan daha genel bir lineer diferansiyel operatörü olan L ile değiştirerek bu amaçların ikisine de ulaşılabilir:

$$Lx = w_0x + w_1Dx + \dots + w_{m-1}D^{m-1}x + D^m x \quad (46)$$

burada w_j ağırlıkları sabit ya da $w_j(t)$ fonksiyonları olabilir. Bu durumda Lx 'in karesinin integrali:

$$C_L x = \int [(Lx)^2](t)dt = \|Lx\|^2 \quad (47)$$

şeklinde tanımlanır.⁶⁹

1.4.4.1. Düzgünleştirme Parametresinin Seçimi

Pürüzlü ceza ile veri uyumu sağlandığında düzgünlük, K serbestlik derecesinden λ düzgünleştirme parametresi olarak tanımlanmaya başlanır. Uygun bir düzgünleştirme parametresinin (λ) seçimi pratikte önemli bir adımdır. Çok küçük bir λ seçimi hemen hemen ham verilere uyan bir tahmin ortaya çıkarır. Çok büyük bir λ seçimi ise verilerin lineer regresyon tahminine eşit bir tahmin ortaya koyacaktır.

Düzgünleştirme parametresinin (λ) seçiminde, serbest seçim ve otomatik seçim olarak iki yaklaşım mevcuttur. Araştırmacıya parametreyi değiştirerek farklı ölçeklerde ortaya çıkan veri özelliklerini inceleme imkânı sağlayan serbest seçim yaklaşımı uygulamada sıklıkla tercih edilmektedir.⁷⁰

Otomatik seçim yöntemlerinden en çok kullanılanları;

- Çapraz Geçerlilik (Ç.G.-Cross Validation (C.V.)) ve
- Genelleştirilmiş Çapraz Geçerlilik (G.Ç.G.-Generalized Cross Validation (G.C.V.))

⁶⁹ Takayoshi Ikeda, Michael Dowd ve Jennifer L. Martin. "Application of Functional Data Analysis to Investigate Seasonal Progression with Interannual Variability in Plankton Abundance in The Bay of Fundy" [Fundy Körfezindeki Plankton Bolluğunun Bir Yıldan Fazla Sürede Gösterdiği Değişkenliğin Dönemsel Artışının Fonksiyonel Veri Analiziyle Araştırılması], *Canada, Estuarine, Coastal and Shelf Science*, 78, 2008, s.445-455. Erişim tarihi: 12 Mart 2011, ScienceDirect.

⁷⁰ Keser, *Çok Değişkenli İstatistiksel Boyut İndirgeme Yöntemi Olarak Düzgünleştirilmiş Fonksiyonel Ana Bileşenler Analizi Üzerine Bir Araştırma*, s.36.

yaklaşımlarıdır.

Bunların yanında diğer yöntemler olarak;

- Geliştirilmiş Akaike Bilgi kriteri,
- Mallow'un Cp kriteri,
- Wahba'nın genelleştirilmiş maksimum olasılık kriteri ve
- Serbestlik derecesinin daha etkin olduğu S köşegen matrisinin basit yaklaşık fonksiyonu

kullanılmaktadır.⁷¹

Çapraz geçerliliğinin ardındaki temel fikir, verilerin bir bölümünün bir tarafa ayrılıp geçerlilik (doğrulama) örneği adının verilmesi ve diğer verilere deneme örneği adı verilerek modelin eğriye oturtulmaya çalışılmasıdır. Doğrulama örneği olarak tek bir gözlemin dışarıda bırakılmasını, kalanına verilerin oturtulmasını ve daha sonra oturtulan verinin dışarı çıkarılan veri değerine göre tahmin edilmesini kapsamaktadır. Bu işlem her gözleminde sırayla tekrarlandığı ve ortaya çıkan hata kareler toplamı tüm değerlerde toplandığı takdirde, ortaya çapraz geçerlenmiş hata kareler toplamı çıkar. Bu yöntem λ değerlerinde hesaplanır ve minimumu veren değer seçilir.⁷²

Genelleştirilmiş çapraz geçerlilik (G.Ç.G.) metodu çapraz geçerlilik yönteminin yetersiz düzgünleştirme eğilimini daha az göstermesi bakımından daha güvenilir olduğu kabul edilir. Kriter aşağıdaki şekilde ifade edilir:

$$G. \text{ Ç. G. } (\lambda) = \frac{n^{-1}HKT}{[n^{-1}\text{trace}(\mathbf{I}-\mathbf{S}_{\phi,\lambda})]^2} \quad (48)$$

buradan veri matrisinin boyutu, \mathbf{I} birim matris ve \mathbf{S}_{λ} daha önce tanımlanan düzgünleştirme operatörüdür.

Literatürde düzgünleştirme parametresi seçiminde otomatik yaklaşımlarla birlikte subjektif değerlerinde kullanıldığı çalışmalar mevcuttur. Ramsay, Altman ve Bock (1994), çalışmalarında G.Ç.G. ile düzgünleştirme parametresini 10^{-3} olarak hesaplamışlar ancak atıkları ve fonksiyon uyumlarını inceledikten sonra λ için 10^{-2} değerinde karar kılmışlardır. Ramsay ve Li (1998) çalışmalarında düzgünleştirme

⁷¹ J. Newell, K. McMillan, S. Grant ve G. McCabe, "Using Functional Data Analysis to Summarise and Interpret Lactate Curves" [Fonksiyonel Veri Analizi Kullanılarak Laktat Eğrilerinin Açıklanması ve Özetlenmesi], *Computers in Biology and Medicine*, 36, 2006, s.262–275. Erişim tarihi: 12 Mart 2011, Elsevier.

⁷² Stefano A. Gattone ve Tonio Di Battista, "A Functional Approach to Diversity Profiles" [Profil Çeşitliliğine Fonksiyonel Bir Yaklaşım], *Applied Statistics*, 58(2), 2009, s.267–284. Erişim tarihi: 12 Mart 2011, John Wiley.

parametresi için 10^{-4} , 10^{-3} ve 10^{-2} değerlerini önermişlerdir. Keser (2007) çalışmasında düzgünleştirme parametresini $\lambda = 10^{-4}[\text{tr}(\Phi' \Phi)/\text{tr} \mathbf{R}]$ formülüyle hesaplamış daha sonra $\lambda=1$ ve $\lambda=50$ değerleri için karşılaştırmalar yapmıştır.

Bu çalışmada da önce subjektif olarak seçilmiş farklı λ değerleri kullanılmış sonra G.Ç.G. yöntemiyle otomatik olarak elde edilmiş düzgünleştirme parametreleri ile çalışılmıştır.

İKİNCİ BÖLÜM

FONKSİYONEL KANONİK KORELASYON ANALİZİ

2.1. KLASİK ÇOK DEĞİŞKENLİ KANONİK KORELASYON ANALİZİ

Hotelling tarafından geliştirilmiş bir teknik olarak kanonik korelasyon analizi (K.K.A.), iki değişken seti arasındaki ilişkinin tanımlanmasını ve hesaplanmasını araştırır.⁷³ İki değişken seti arasında bağımlı ve bağımsız değişken ayrımı yapılabiliyorsa, bu durumda kanonik korelasyon analizinin amacı bağımsız değişken seti ile bağımlı değişken seti arasındaki ilişkinin boyutunu incelemektir. Fakat kanonik korelasyon analizinde bu ayrımın yapılması yani değişken setlerinin bağımlı ve bağımsız değişken seti olarak ayrılması zorunlu değildir.⁷⁴ Kanonik korelasyon analizi, en genel ve en karmaşık ilişki analizi olarak ifade edilir. Çünkü bağımlı yöntemlerin çoğu kanonik korelasyon analizinin özel bir şeklidir. Kanonik korelasyon analizinde tek bir bağımlı değişken söz konusu ise kanonik korelasyon çoklu regresyon analizine dönüşmektedir. Analizde tek bir bağımlı ve bağımsız değişken varsa kanonik korelasyon analizi basit korelasyon analizine dönüşmektedir. Bağımlı değişken çok gruplu nominal bir değişkense kanonik korelasyon analizi çoklu diskriminant analizine indirgenmektedir. Eğer açıklayıcı değişkenler faktörler tarafından şekillendirilen grupları gösteriyorsa kanonik korelasyon çoklu varyans analizine dönüşmektedir.⁷⁵

Çok sayıda değişkenden oluşan iki değişken seti arasındaki ilişkileri inceleyen kanonik korelasyon analizinin genel yapısı aşağıdaki gibi ifade edilebilmektedir:

$$\beta_1 Y_1 + \beta_2 Y_2 + \dots + \beta_p Y_p = \alpha_1 X_1 + \alpha_2 X_2 + \dots + \alpha_q X_q \quad (49)$$

(metrik-metrik değil) \longleftrightarrow (metrik-metrik değil)

Birinci setteki değişkenler arasında $p(1-p)/2$, ikinci setteki değişkenler arasında $q(1-q)/2$ ve iki değişken seti arasında da $p.q$ tane korelasyon vardır. Bu kadar çok olan korelasyon katsayısının teker teker yorumlanması çok güçtür. Kanonik korelasyon analizi, bu korelasyon katsayılarının azaltılmasını amaçlamaktadır. Bundan dolayı, kanonik korelasyon analizini uygularken temel hedef, her bir kümenin rastlantı

⁷³ Richard A. Johnson ve Dean W. Wichern, *Applied Multivariate Statistical Analysis*, Fifth Edition, Pearson Prentice Hall, New Jersey 2002, s.543.

⁷⁴ Ali Sait Albayrak, "Kanonik Korelasyon Analizi", (Ed. Şeref Kalaycı), *Spss Uygulamalı Çok Değişkenli İstatistik Teknikleri*, 2. Baskı, Asil Yayın Dağıtım, Ankara 2006, s.238.

⁷⁵ Ali Sait Albayrak, *Uygulamalı Çok Değişkenli İstatistik Teknikleri*, Asil Yayın Dağıtım, Ankara 2006, s.469.

değişkenlerinin maksimum korelasyonlu ve birim varyanslı birer doğrusal bileşenini elde etmektir. Daha sonra bulunan bu çiftten bağımsız, maksimum korelasyonlu ve birim varyanslı ikinci bir doğrusal bileşim çifti aranır. Bu işlemlere küçük değişken kümesindeki değişken sayısı kadar yeni doğrusal bileşim çifti elde edilinceye kadar devam edilmektedir. Böylece iki değişken seti arasındaki çok sayıda korelasyon yerine birkaç tane doğrusal bileşenler arasındaki kanonik korelasyonla ilgilenilmiş olur.⁷⁶

Kanonik korelasyon analizi, çoğu çok değişkenli parametrik istatistik yöntemi için genel bir model olarak yaygın bir şekilde göz önünde tutulmaktadır. Eş zamanlı olarak çoklu ölçüt ve çoklu tahmin değerini kontrol altında tutabilme kapasitesinden dolayı kanonik korelasyon analizi, sosyal bilimlerde kullanım açısından çok cazip hale gelmiştir. Yöntemin bazı avantajlarının yanında bazı eksiklikleri de mevcuttur. En basitinden, araştırmacılar, bireysel parametre değerlerinin istatistiksel önemini belirlemesini açıklamakta veya çelişkili teori ve/veya gözlem değerleri nedeniyle kanonik modelin gücünü indirgemekte güçlük çekmektedirler. Bununla birlikte kanonik korelasyon analizinin, verilerdeki oldukça küçük varyanslardan etkilenebildiği sonucuna ulaşılmıştır. Kanonik çözümlerin istatistiksel olarak anlamlı olmamasına rağmen yüksek kanonik korelasyon katsayılarından etkilenmesi mümkündür. Bu nedenle kanonik modellerin hedefi, kanonik yüklemelerin hacmini hesaplamalara katmaksızın, birbiriyle maksimum düzeyde ilişkili olan orijinal değişkenlerin ağırlıklı toplamına ulaşmaktır.⁷⁷

Kanonik korelasyon analizinin amaçları aşağıda ifade edildiği şekilde sıralanabilir:⁷⁸

- İki değişken setinin birbirinden bağımsız olup olmadığını belirlemek,
- İki set arasında olabilecek ilişkinin büyüklüğünü belirlemek,
- Her iki setteki değişkenlerden, setlerarası korelasyona en fazla katkıda bulunanları saptamak,
- Her küme doğrusal bileşenlerini maksimum bir şekilde ilişkilendirip, bağımlı ve bağımsız değişken kümesinin her biri için ağırlıkları türetmek,

⁷⁶ Erkan Oktay ve Hakan Çınar, “Avrupa Birliği Ülkelerinin Bazı Sosyal Ve Ekonomik Göstergeleri Arasındaki İlişkinin Kanonik Korelasyon Analizleri Yardımıyla Belirlenmesi”, *EKEV Akademi Dergisi*, 6 (12), 2002, s.11-31.

⁷⁷ M.Suphi Özçomak ve Ayhan Demirci, “Afrika Birliği Ülkelerinin Sosyal ve Ekonomik Göstergeleri Arasındaki İlişkinin Kanonik Korelasyon Analizi ile İncelenmesi”, *Atatürk Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 14 (1), 2010, s.261-274.

⁷⁸ Joseph F. Hair, Rolph E. Anderson, Ronald L. Tahtam ve William C. Black, *Multivariate Data Analysis*, (Third Edition), Maxwell Macmillan International Editions, 1992, s.196.

- Bağımlı ve bağımsız değişken kümeleri arasındaki mevcut ilişkinin doğasının ne şekilde olduğunu açıklamak.

2.1.1. Kanonik Korelasyon Analizinin Varsayımları

Kanonik korelasyon analizinin uygulanabilmesi için veri setlerinin ve bu setlerde yer alan değişkenlerin bazı varsayımları karşılaması gerekmektedir. Bu varsayımlar kısaca aşağıda sıralanmıştır:⁷⁹

1. Değişkenler çok değişkenli normal dağılıma uygunluk göstermelidir.
2. Her iki sette yer alan değişkenlerin eşit sayıda olma zorunluluğu yoktur.
3. Kanonik korelasyon analizi sonuçlarının güvenilir olması için setlerdeki veri sayısının yeterince çok olması gerekmektedir. Genel olarak veri matrislerinde toplam değişken sayısının 20 katı kadar veri olması önerilmekle beraber literatürde farklı öneriler de mevcuttur.
4. Veri setlerinde aykırı değerlerin bulunmaması gerekmektedir. Aykırı değerler, değişkenler arasındaki korelasyonları önemli düzeyde etkilediklerinden aykırı değerlerin önceden saptanarak gerekli düzeltmelerin veya ayıklamaların yapılması gerekir.
5. $p+q$ sayıda değişken içeren toplam ve gruplar kovaryans ve korelasyon matrislerinin matris cebriyle göre işlenebilir olması gerekmektedir. Bu matrislerin setlere göre parçalanabilir ve tersinin alınabilir olması gerekmektedir. Bu nedenle setlerdeki değişkenlerden herhangi biri sabit değerler almamalı birden çok değişken arasındaki korelasyon katsayısı bir veya sıfır değeri almamalıdır.
6. Analiz edilecek değişkenler arasında tam korelasyon bulunmamalıdır. Çünkü veri matrisinden hesaplanan korelasyon matrisi (\mathbf{R}) birim (1) değerlerden oluştuğunda bu matrisin tersi alınamayacağından böyle veriler için kanonik korelasyon analizi yapılamaz.

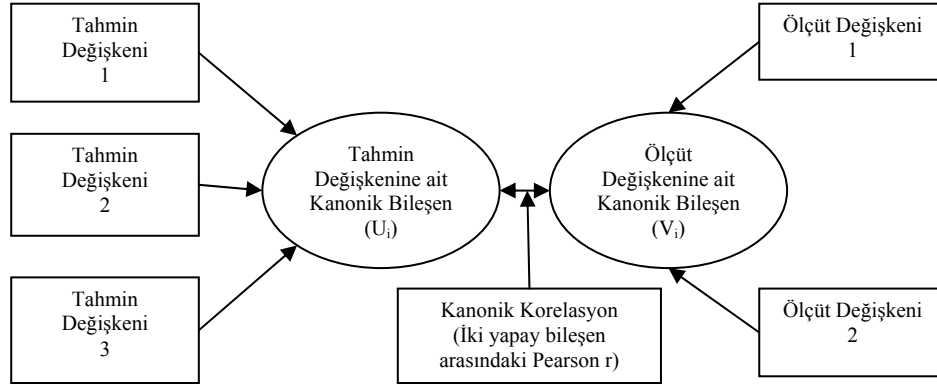
2.1.2. Kanonik Değişkenlerin Elde Edilmesi

Kanonik Korelasyon Analizinde, n gözlemden oluşan q tane bağımsız değişken (X_q) ile p tane bağımlı değişkenden (Y_p) türetilen doğrusal bileşen çiftlerine **kanonik**

⁷⁹ Kazım Özdamar, *Paket Programlar ile İstatistiksel Veri Analizi: Çok Değişkenli Analizler*, (7. Baskı), Kaan Kitabevi, Eskişehir 2010, s.408-409.

değişken, bu çiftler arasındaki maksimum korelasyona ise **kanonik korelasyon** adı verilir. Kanonik korelasyon katsayıları ile basit korelasyon katsayıları benzer özelliklere sahiptir. Fakat basit korelasyonun değeri -1 ile 1 arasında değişirken kanonik korelasyon 0 ile 1 arasında değişir.⁸⁰

Örnek olarak üç tahmin değişkeni ve iki ölçüt değişkeninden oluşan iki veri seti arasındaki K.K.A'ya ait açıklayıcı şema aşağıda verilmiştir.⁸¹



Şekil 2.1. Üç Tahmin ve İki Ölçüt Değişkenden Oluşan İki Veri Seti Arasındaki İlişkiyi İnceleyen Örnek Kanonik Korelasyon Analizi.

(U_i, V_i) kanonik değişken çiftlerinden (U_1, V_1) birincil kanonik değişkenler olarak adlandırılır ve aşağıdaki eşitlikle gösterilirler.

$$U_1 = a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + \dots + a_{1q}X_q,$$

$$V_1 = b_{11}Y_1 + b_{12}Y_2 + \dots + b_{1p}Y_p, \quad (50)$$

Birinci kanonik değişkenler olan (U_1, V_1) arasındaki korelasyon ρ_1 ile gösterilir ve birinci kanonik korelasyon olarak adlandırılır. Birinci kanonik değişkenler bulunduğundan sonra bunlardan bağımsız olarak sırayla (U_2, V_2) ... (U_n, V_n) kanonik değişkenleri ve (ρ_2, \dots, ρ_n) kanonik korelasyonları bulunur. Yani n sayıda kanonik değişken seti birbirinden bağımsız ve bu değişken setleri arasındaki kanonik korelasyonlar maksimum olacak şekilde tanımlanmaktadır. Kanonik korelasyon analizinin aşağıdaki

⁸⁰ Erkan Oktay ve Selahattin Kaynak, "Türkiye Ve Avrupa Birliği Ülkelerinin Bilgi Ekonomisi Girdi Ve Çıktı Değişkenleri Arasındaki Kanonik İlişkinin Araştırılması", *Atatürk Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 10 (2), 2007, s.419-440.

⁸¹ Alissa Sherry ve Robin K. Henson, "Conducting and Interpreting Canonical Correlation Analysis in Personality Research: A User-Friendly Primer" [Kişilik Araştırmalarında Kanonik Korelasyon Analizinin İletimi ve Yorumlanması: Kullanışlı Bir El Kitabı], *Journal Of Personality Assessment*, 84(1), 2005, s.37-48. Erişim tarihi: 10 Eylül 2011, Taylor&Francis.

verilen kısıtlara göre çözülmesi gereken bir maksimizasyon problemi olduğu görülmektedir.⁸²

$$\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_n = \text{maksimum}$$

$$\text{Korelasyon } (U_i, U_j) = 0 \text{ } i \neq j$$

$$\text{Korelasyon } (V_i, V_j) = 0 \text{ } i \neq j$$

$$\text{Korelasyon } (V_i, U_j) = 0 \text{ } i \neq j \quad (51)$$

Bağımlı ve bağımsız değişkenlere ait beklenen değerler ve kovaryanslara ilişkin eşitlikler aşağıda verilmiştir.⁸³

$$E(X) = \mu_x \quad E(Y) = \mu_y$$

$$\text{Kov}(X) = \Sigma_{11} \quad \text{Kov}(Y) = \Sigma_{22}$$

$$\text{Kov}(X, Y) = \Sigma_{12} = \Sigma'_{21} \quad (52)$$

Bağımlı değişken (Y) seti ve bağımsız değişken (X) setine ait varyans-kovaryans matrisi (Σ) aşağıda gösterilmiştir.⁸⁴

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \Sigma_{11} & \Sigma_{12} \\ \Sigma_{21} & \Sigma_{22} \end{bmatrix} \quad (53)$$

Varyans-kovaryans matrisinin elemanları aşağıdaki şekilde yazılır:

$$\begin{aligned} \Sigma_{11} &= \begin{bmatrix} \sigma_{X_1 X_1} & \cdots & \sigma_{X_1 X_q} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{X_q X_1} & \cdots & \sigma_{X_q X_q} \end{bmatrix} \\ \Sigma_{22} &= \begin{bmatrix} \sigma_{Y_1 Y_1} & \cdots & \sigma_{Y_1 Y_P} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{Y_P Y_1} & \cdots & \sigma_{Y_P Y_P} \end{bmatrix} \\ \Sigma_{12} &= \begin{bmatrix} \sigma_{X_1 Y_1} & \cdots & \sigma_{X_1 Y_P} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{X_q Y_1} & \cdots & \sigma_{X_q Y_P} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (54)$$

⁸² Sharma Subhash, *Applied Multivariate Techniques*, John Wiley and Sons Inc., New York 1996, s.397.

⁸³ Jong-Hun Lee, Min-Ho Park ve Yong-Il Kim, "An Application of Canonical Correlation Analysis Technique to Land Cover Classification of LANDSAT Images" [LANDSAT Görüntülerinin Arazi Kapsamı Sınıflandırmasına Yönelik Bir Kanonik Korelasyon Analizi Uygulaması], *ETRI Journal*, 21(4), 1999, s.41-51. Erişim tarihi: 05 Haziran 2011, Web of Science.

⁸⁴ Johnson ve Wichern, s.544.

Σ_{21} matrisi Σ_{12} matrisinin devriğidir. Yukarıda verilen eşitliklerdeki varyans değerleri aşağıdaki şekilde hesaplanabilir:⁸⁵

$$\sigma_{ij} = \frac{1}{n} \left[\sum_{r=1}^n (X_{ir} - \bar{X}_i)(X_{jr} - \bar{X}_j) \right] \quad (55)$$

Buna göre, X ve Y değişken setlerine ait varyans-kovaryans matrisinde, $i=j$ iken varyans değerleri, $i \neq j$ iken kovaryans değerleri hesaplanmış olmaktadır. Varyans-kovaryans matrisinde köşegende yer alan varyans değerleri, değişkenlerin dağılışı hakkında bilgi verirken, köşegen dışındaki kovaryans değerleri, değişken çiftleri arasındaki birlikte değişimi vermektedir.

2.1.3. Kanonik Değişkenlerin Matris Gösterimi

Doğrusal bileşenler, temel bileşenler analizinde olduğu gibi, değişkenleri basit olarak açıklamayı sağlayan ölçülerdir. İki veri setini ayrı ayrı doğrusal bileşenler cinsinden aşağıdaki gibi matris gösterimiyle ifade etmek mümkündür.⁸⁶

$$U_i = \mathbf{a}_i' X, \quad V = \mathbf{b}_i' Y \quad (56)$$

Burada \mathbf{a} ve \mathbf{b} $q \times 1$ ve $p \times 1$ boyutlu katsayı vektörlerdir. Bu katsayılar aşağıda hesaplaması verilen M_1 ve M_2 matrisleri yardımıyla bulunur. \mathbf{a} ve \mathbf{b} katsayıları, X bağımsız değişken setinin çözüm matrisi M_1 ile Y bağımlı değişken setinin çözüm matrisi M_2 matrislerinin özdeğerlerine karşılık gelen özvektör elemanlarıdır.

$$\begin{aligned} M_1 &= \Sigma_{11}^{-1} \Sigma_{12} \Sigma_{22}^{-1} \Sigma_{21} \\ M_2 &= \Sigma_{22}^{-1} \Sigma_{21} \Sigma_{11}^{-1} \Sigma_{12} \end{aligned} \quad (57)$$

Öz değer, bağımlı kanonik değişken ile bağımsız kanonik değişken arasındaki ortak varyansın büyüklüğünü verir.⁸⁷

\mathbf{a} ve \mathbf{b} katsayıları kullanılarak kanonik değişkenler U ve V 'nin varyans ve kovaryansları aşağıdaki eşitlikteki gibi hesaplanır:

$$\text{Var}(U) = \mathbf{a}' \text{Kov}(X) \mathbf{a} = \mathbf{a}' \Sigma_{11} \mathbf{a}$$

$$\text{Var}(V) = \mathbf{b}' \text{Kov}(Y) \mathbf{b} = \mathbf{b}' \Sigma_{22} \mathbf{b}$$

⁸⁵ Soner Çankaya, *Kanonik Korelasyon Analizi ve Hayvancılıkta Kullanımı*, (Yayımlanmamış Doktora Tezi), Çukurova Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Adana, 2005, s.27.

⁸⁶ Johnson ve Wichern, s.545.

⁸⁷ Çiğdem Arıcıgil Çılan ve Bilge Acar Bolat, "Bilişim Teknolojileri İle Gelişme Arasındaki İlişkinin Kanonik Korelasyon Analizi İle İncelenmesi", *İşletme İktisadi Enstitüsü Yönetim Dergisi*, 19 (60), 2008, s.50-60.

$$\text{Var}(U,V) = \mathbf{a}'\text{Kov}(XY)\mathbf{b} = \mathbf{a}' \Sigma_{12}\mathbf{b} \quad (58)$$

2.1.4. Kanonik Korelasyon Katsayısı

U ve V kanonik değişkenleri arasındaki korelasyonu, yani kanonik korelasyonu ($\rho_{u,v}$) veren eşitlik aşağıdaki gösterilmiştir.⁸⁸

$$\rho_{u,v} = \frac{\text{Kov}(U,V)}{\sqrt{\text{Var}(U)\text{Var}(V)}} = \frac{\mathbf{a}' \Sigma_{12}\mathbf{b}}{\sqrt{(\mathbf{a}'\Sigma_{11}\mathbf{a})(\mathbf{b}'\Sigma_{22}\mathbf{b})}} \quad (59)$$

U ve V kanonik değişkenleri arasındaki korelasyonu maksimize etmek için a ve b katsayılarının maksimum olduğu korelasyon katsayısını bulmak gerekir. U ve V vektörlerinde yer alan ve birim varyansa sahip olan kanonik değişken çiftleri (U_i, V_i $i=1,2,\dots,k$) korelasyonu maksimize eden değerlerdir.⁸⁹

2.1.5. Kanonik Korelasyon Katsayılarının Anlamlılığı

Kanonik korelasyon analizi sonucuna göre elde edilen kanonik korelasyon katsayılarının anlamlılıklarının test edilmesi gerekmektedir. Katsayıların anlamlılıklarının sınanması işlemi için yazılacak olan sıfır hipotezi ve alternatif hipotez aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$H_0 = \rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_n = 0$$

$$H_1 = \rho_1 \neq \rho_2 \neq \dots \neq \rho_n \neq 0 \quad (60)$$

Sıfır ve alternatif hipotezlerin sınanması için kullanılan en yaygın yöntem Wilk's Lambda (Λ) test istatistiğidir. Λ test istatistik değerinin hesaplanması aşağıda gösterilmiştir:

$$\Lambda = \prod_{i=1}^m (1 - \rho_i^2) \quad (61)$$

Λ değeri kullanılarak χ_{hes}^2 test istatistiği aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$\chi_{hes}^2 = - \left[(n-1) - \frac{1}{2}(p+q+1) \right] \ln \Lambda \quad (62)$$

Bu eşitlikte n, örnek hacmini; p, birinci setteki değişken sayısını; q, ikinci setteki değişken sayısını; ρ_i , kanonik korelasyonları; m ise kanonik korelasyon sayısını belirtir. Daha sonra χ_{hes}^2 test istatistiği değeri ile α anlamlılık düzeyinde pxq serbestlik dereceli $\chi_{pq,\alpha}^2$ tablo değeri karşılaştırılır. Hesaplanan değer tablo değerinden büyükse ($\chi_{hes}^2 >$

⁸⁸ Johnson ve Wichern, s.545.

⁸⁹ Özdamar, s.414.

$\chi^2_{pq,\alpha}$) sıfır hipotezi reddedilir. Bu durumda birinci kanonik korelasyonun anlamlı olduğu söylenir. Geriye kalan m-1 sayıda kanonik korelasyonun anlamlı veya anlamsız olabileceği ifade edilmiş olur. İlk hesaplanan test istatistiği önemli ise birinci kanonik korelasyon test dışı bırakılır ve diğer kanonik korelasyonlar ile test tekrarlanır. Bu defa Wilk's Lambda istatistiği $i = 2, 3, \dots, m$ değerleri için hesaplanır. Bu işlemler anlamsız χ^2_{hes} değerine kadar devam eder. Ayrıca Wilk's Lambda katsayısı sıfıra yaklaştıkça, H_0 hipotezinin reddedileceği (kanonik korelasyon katsayısının anlamlı olduğunu), χ^2 değeri ile korelasyon katsayılarının sıfırdan farklı (anlamlı) olacağı söylenebilir.⁹⁰

Bir diğer test yöntemi ise aşağıda hesaplaması verilmiş olan Rao (1951) tarafından önerilen F testidir.⁹¹

$$F = \frac{1-\lambda_1^{1/t}}{\lambda_1^{1/t}} \frac{sd_2}{sd_1} \sim F_{sd_1, sd_2, \alpha} \quad (63)$$

Eşitlikte kullanılan $\lambda_1, s, sd_1, sd_2, w, t$ değerlerine ait hesaplamalar aşağıda gösterilmiştir:

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= \prod_{i=1}^s (1 - r_i^2) \\ s &= \min(p, q) \\ sd_1 &= pq \\ sd_2 &= wt - \frac{1}{2}pq + 1 \\ w &= n - \frac{(p + q + 3)}{2} \\ t &= \sqrt{\frac{p^2q^2 - 4}{p^2 + q^2 - 5}} \end{aligned} \quad (64)$$

Kanonik korelasyon katsayılarının anlamlılığını sınamak için kullanılan diğer testler Hotelling-Lawley'in iz testi, Pillai'nin iz testi ve Roy'un en büyük kök testidir.⁹²

⁹⁰ Oktay ve Çınar, s.11-31.

⁹¹ Siddik Keskin ve Abdullah Nuri Özsoy, "Kanonik Korelasyon Analizi ve Bir Uygulaması", *Tarım Bilimleri Dergisi*, 10(1), 2004, s.67-71.

⁹² Fatma Lorcu ve Bilge Acar Bolat, "Yaşlara Göre Ölüm Oranları İle Sosyo-Ekonomik Göstergeler Arasındaki İlişkinin İncelenmesi", *İstanbul Üniversitesi İşletme Fakültesi Dergisi*, 38 (2), 2009, s.124-133.

Kanonik korelasyonların anlamlılığı test edildikten sonra kanonik değişkenlerin yorumlanması aşamasına geçilebilir. Kanonik değişkenlerden sadece anlamlı olanların yorumu yapılabilir. Bu amaçla standartlaştırılmış katsayılar kullanılır. Standartlaştırılmış kanonik katsayılar ilgili değişkenin kanonik değişkenlerinin tanımlanmasındaki standart ağırlıklarını göstermektedir. Araştırmadaki örnek genişliği çok küçük veya değişkenler arasında çoklu bağlantının olması durumunda, kanonik katsayılar durağan olmayabilir. Bu durumda standartlaştırılmış kanonik katsayılar yerine, kanonik yükler (canonical loadings) olarak ifade edilen kanonik değişken ile o kümede yer alan orjinal değişkenler arasındaki basit korelasyon katsayılarının kullanılması önerilmektedir.⁹³

2.1.6. Kanonik Değişkenler İle Orjinal Değişkenler Arasındaki Korelasyonlar

X ve Y değişken setlerinin doğrusal bileşimi olarak elde edilen U ve V kanonik değişkenler, hem kendi değişken setleri içerisindeki (U ile X_1, X_2, \dots, X_q arasında, V ile Y_1, Y_2, \dots, Y_p arasında), hem de diğer setin orjinal değişkenleri (U ile Y_1, Y_2, \dots, Y_p arasında ve V ile X_1, X_2, \dots, X_q arasında) ile bir ilişkinin olması ve bunun yorumu ile kanonik değişkene herhangi bir orjinal değişkenin ne ölçüde katkı sağladığını ortaya koyma açısından oldukça önemlidir.⁹⁴

X orjinal değişkenleri ile bu setten türetilen U_i kanonik değişkeni arasındaki korelasyonlar aşağıda verilen eşitlik yardımıyla bulunur:

$$\rho_{U_i, X_i} = \frac{Kov(U_i, X_i)}{\{[K\ddot{o}\ddot{s}}(Var(U_i))][K\ddot{o}\ddot{s}}(Var(X_i))\}} = \frac{\mathbf{a}' \Sigma_{11}}{\sqrt{K\ddot{o}\ddot{s}}(\Sigma_{11})} \quad (65)$$

Sırasıyla U_i kanonik değişkeni ile Y değişken kümesindeki orjinal değişkenler arasındaki korelasyonlar ile V_i kanonik değişkeni ile X ve Y değişken kümesindeki orjinal değişkenler arasındaki korelasyonlar ise aşağıdaki şekilde hesaplanır:

$$\rho_{U_i, Y_i} = \frac{\mathbf{a}' \Sigma_{12}}{\sqrt{K\ddot{o}\ddot{s}}(\Sigma_{22})}$$

$$\rho_{V_i, X_i} = \frac{\mathbf{b}' \Sigma_{21}}{\sqrt{K\ddot{o}\ddot{s}}(\Sigma_{11})}$$

⁹³ Albayrak, *Uygulamalı Çok Değişkenli İstatistik Teknikleri*, s.485.

⁹⁴ Oktay ve Çınar, s.11-31.

$$\rho_{V_i, Y_i} = \frac{\mathbf{b}' \Sigma_{22}}{\sqrt{K\ddot{o}ş(\Sigma_{22})}} \quad (66)$$

Burada, elde edilen korelasyon katsayıları arasında ise aşağıda gösterildiği şekilde bir ilişki söz konusudur.

$$\begin{aligned} Kor(U_i, Y) &= \rho_i Kor(V_i, Y) \\ Kor(V_i, X) &= \rho_i Kor(U_i, X) \end{aligned} \quad (67)$$

Eşitlikte, ρ_i , i . kanonik değişken çifti arasındaki kanonik korelasyon katsayısını göstermektedir.

Büyük örneklerde, zayıf kanonik korelasyon katsayıları önemli olabilirken, güçlü kanonik korelasyon katsayıları her zaman X ve Y değişken kümeleri arasında güçlü bir korelasyonun olduğunu belirtmeyebilir. Çünkü kanonik korelasyon, X ve Y değişkenlerinin doğrusal bileşenlerini maksimize eder. Bu nedenle X ve Y değişken setlerinden herhangi birindeki varyansın diğeri tarafından açıklanan kısmını belirtmez. Bunun için, Stewart ve Love (1968) tarafından önerilen ‘‘Gereksizlik İndeksi’’ (G.İ. (Redundancy Index (R.I.)) hesaplanır.⁹⁵ Bu indeks, setlerden birindeki varyansın diğeri ile açıklanabilen kısmını belirtir. Gereksizlik indeksi her kanonik değişken için hesaplanabilir. U ve V kanonik değişken setleri arasında hesaplanan i . kanonik korelasyon için gereksizlik indeksi iki aşamada hesaplanır. Birinci aşamada, Y değişkenlerinin bulunduğu kümedeki varyansın i . kanonik değişken ile ortalama olarak açıklanabilen kısmı aşağıda gösterildiği şekilde hesaplanır:

$$ORT(Y/V_i) = \sum_{j=1}^p \frac{LY_{ij}^2}{p} \quad (68)$$

Eşitlikte $ORT(Y/V_i)$, V_i kanonik değişkeni tarafından Y değişkenlerindeki açıklanan ortalama varyansı LY_{ij} ; Y değişken kümesindeki j . değişken ile i . kanonik değişken arasındaki korelasyonu (j . değişkenin yükünü) göstermektedir. İkinci aşamada ise, gereksizlik indeksi (R.I.) aşağıda belirtildiği şekilde hesaplanmaktadır:

$$RI_{U_i/V_i} = ORT(Y/V_i) \cdot \rho_{uv}^2 \quad (69)$$

⁹⁵ James P. Stevens, *Applied Multivariate Statistics For The Social Sciences*, Fourth Edition, Lawrence Erlbaum Associates Inc, New Jersey, 2002, s.483.

Burada ρ_{uv}^2 değeri U_i ve V_i kanonik değişkenleri arasındaki ortak varyansı vermektedir. Böylece R.I. ortalama varyansla ortak varyansın çarpımına eşit olmaktadır.

Bağımlı ya da bağımsız değişken setlerinden herhangi birinin diğer sete ait açıkladığı toplam varyans “Toplam Gereksizlik İndeksi” (T.G.İ. (Total Redundancy Index(T.R.I)) olarak adlandırılır. Bağımsız X değişkenlerinin Y değişkenlerinde açıkladığı toplam varyans yani Y değişkenleri için toplam gereksizlik indeksi aşağıda gösterildiği gibi hesaplanır:

$$TRI_{Y/X} = \sum_{i=1}^m RI_{U_i/V_i} = \sum_{i=1}^p \frac{R_{Y_i}^2}{p} \quad (70)$$

Yukarıdaki eşitlikte R_{Y_i} i. Y değişkeni ile X bağımsız değişkenleri arasındaki çoklu korelasyon katsayısını göstermektedir. Yani toplam gereksizlik indeksi, her bir Y değişkeni bağımlı ve X değişkenleri bağımsız değişkenler olarak alınıp elde edilen çoklu R^2 değerlerinin ortalamasına eşittir.⁹⁶

2.2. FONKSİYONEL KANONİK KORELASYON ANALİZİ

Fonksiyonel kanonik korelasyon analizi, verilerin fonksiyonlardan (eğrilerden) oluştuğu iki veri seti arasında birbirleriyle ilişki içinde olan eğrileri ve bunlar arasındaki değişkenlik kaynaklarını araştırır.⁹⁷ Diğer bir deyişle fonksiyonel kanonik korelasyon analizi (F.K.K.A.), uygun bir örnek üzerinde gözlenen rastgele eğri çiftleri arasındaki korelasyonların niceliğini belirlemek için kullanılan bir araçtır.⁹⁸

Klasik kanonik korelasyon analizinde n gözlemden oluşan q sayıda bağımsız değişken ($X_i, i=1, \dots, q$) ile p sayıda bağımlı değişkenin ($Y_i, i=1, \dots, p$) doğrusal bileşenlerinden türetilen kanonik değişken çiftleri arasındaki en büyük korelasyonu veren doğrusal bileşen çiftleri araştırılırken, fonksiyonel kanonik korelasyon analizinde ise $X_i(t)$ ve $Y_i(t)$ fonksiyon çiftlerinden elde edilen ağırlık fonksiyonları arasındaki korelasyonlar belirlenmeye çalışılır.⁹⁹

⁹⁶ Albayrak, *Uygulamalı Çok Değişkenli İstatistik Teknikleri*, s.488.

⁹⁷ Ramsay ve Silverman, s.201.

⁹⁸ Guozhong He, Hans-Georg Müller, Jane-Ling Wang, “Methods of Canonical Analysis for Functional Data” [Fonksiyonel Veri İçin Kanonik Analiz Yöntemleri], *Journal of Statistical Planning and Inference*, 122, 2004, s.141–159. Erişim tarihi: 12 Mart 2011, ScienceDirect.

⁹⁹ Clarkson vd., s.146.

2.2.1. Fonksiyonel Kanonik Korelasyon Analizi Literatür Taraması

Olshen v.d. (1989) tarafından San Diego Çocuk Hastanesi Hareket Analiz Laboratuvarında yapılan yürüyüş analizi çalışmasında elde edilen veriler kullanılarak Rice ve Silverman (1991) tarafından yapılan çalışmada bir ön düzgünleştirme örneği bulunmaktadır. Veriler 5 yaşındaki 39 normal çocuğunun diz ve kalçalarındaki açısız dönmelerden oluşmaktadır. Her çocuğun gerçekleştirdiği tam yürüme döngüsü fotoğraf çekilerek kayıt altına alınmış ve her döngüde 16-22 ölçüm dijitalleştirilmiştir. Verilerin analizi için lineer interpolasyon ile döngü başına eşit aralıklı 20 nokta oluşturulmuştur. Lineer interpolasyon bu örnekte kullanılan düzgünleştirme metodudur. Bu örnek düzensiz örneklenmiş fonksiyonel verilerin özdeş örnekleme noktalarına sahip bir veri grubuna dönüştürülmesi için ön düzgünleştirmenin nasıl kullanılabileceğini de göstermektedir. Düzgünleştirme, genellikle eksik gözlemler sebebiyle ortaya çıkan veri düzensizliklerini çözmek ve düzgün ağırlık fonksiyonu tahminleri elde etmek için basit ve düz bir metot sunar.¹⁰⁰

Leurgans, Moyeed ve Silverman (1993) aynı verilere fonksiyonel kanonik korelasyon analizini uygulamışlardır. Aşağıda Tablo 2.1.'de bu veriler için elde edilmiş düzgünleştirilmiş ve düzgünleştirilmemiş kare kanonik korelasyon katsayıları verilmiştir.

Tablo2.1. Düzgünleştirilmiş ve Düzgünleştirilmemiş Kare Kanonik Korelasyon Katsayıları

Kanonik değişkenler	Örnek kare korelasyonlar	
	$\rho_{\lambda}^2(\xi_{\lambda}, \eta_{\lambda})$	$\rho^2(\xi_{\lambda}, \eta_{\lambda})$
1.	0.755	0.810
2.	0.618	0.717
3.	0.141	0.198

Yazarlar fonksiyonel kanonik korelasyon analizi için düzgünleştirmenin gerekli olduğunu belirtmişlerdir. Ancak, çapraz geçerlilik yöntemiyle yapılan

¹⁰⁰ John A. Rice ve B. W. Silverman, "Estimating the Mean and Covariance Structure Nonparametrically When the Data are Curves" [Veriler Eğrilerden Oluştığında Ortalama ve Kovaryans Yapısının Nanparametrik Tahmini], *Journal of the Royal Statistical Society Series B (Methodological)*, 53, 1991, s.233-243. Erişim tarihi: 25 Mart 2012, Jstor.

düzgünleştirmenin baş kanonik değişken için başarılı olduğu fakat sonraki kanonik değişkenler için çok da iyi sonuç vermediğini belirtmişlerdir. İlgili ikincil kanonik değişkenlerde bir λ değerini kullanmanın daha faydalı olduğunu iddia etmişlerdir.¹⁰¹

He, Müller ve Wang (2004) çalışmalarında¹⁰² Monte Carlo benzetim çalışması yaparak farklı baz fonksiyonlar için Fonksiyonel Kanonik Analiz (FKA) metotlarını denemişlerdir. Bu metotlar, FKA-LP: Yerel polinom düzgünleştirmesi ile fonksiyonel kanonik analiz, FKA-SP: Splayn düzgünleştirme ile fonksiyonel kanonik analiz, FKA-FB: Fourier baz düzgünleştirmesi ile fonksiyonel kanonik analiz, FKA-EB: Özbaz düzgünleştirmesi ile fonksiyonel kanonik analiz şeklindedir. Çalışmada her örnek, 50 çift gözlenmiş sözde rastgele süreçle $n = 50$ olarak oluşturulmuştur ve gözlenen her süreçte 50 gözlenmiş nokta bulunmaktadır ($m_x = m_y = 50$). $\{t_j\} \subset [0, T]$ gözlenmiş noktaları seçilerek ve $T = 50$ alınarak eşit aralıklandırılmıştır. Sonlu örnek karşılaştırmaları 100 Monte Carlo örneğine dayalıdır.

Aşağıda verilen Tablo 2.2.'de olası en uygun parametreler kullanılarak elde edilen ilk kanonik korelasyon tahminlerine yönelik ortalamaları ve Hata Kareler Ortalaması (H.K.O.) değerleri gösterilmektedir.

Tablo2.2. 100 Monte Carlo Uygulamasına Göre Optimum Parametrelerde Farklı F.K.K.A. Metotlarının Sonlu Örnek Davranışı

<i>Metot</i>	<i>Parametreler</i>	<i>Ortalama ρ_1</i>	<i>HKO</i>
FKA-LP	Dim=4, BW=22	0.7303	0.0045
FKA-SP	Dim=13, SP=28	0.7023	0.0036
FKA-FB	BS=1	0.7082	0.0038
FKA-EB	BS=3, BW=2.51	0.7328	0.0047

Tablo 2.2.'de Dim= boyut indirgeme sonrasındaki boyut, BW= bant genişliği, SP= splayn düzgünleştirme parametresi ve BS= baz fonksiyonu sayısıdır. Örneğin, tüm Monte Carlo uygulamalarındaki en iyi boyut seçimi FKA-LP için Dim=4, FKA-SP için

¹⁰¹ S. E. Leurgans, R. A. Moyeed ve B. W. Silverman, "Canonical Correlation Analysis when the Data are Curves" [Veriler Eğrilerden Oluşturduğunda Kanonik Korelasyon Analizi], *Journal of the Royal Statistical Society Series B (Methodological)*, 55 (3), 1993, s.725-740. Erişim tarihi: 12 Mart 2011, Jstor.

¹⁰² He v.d., 2004, s.141-159.

Dim=13 ve diğer seçimlerde de benzer şekilde olmuştur. Bu parametreler verilerden seçilmemiştir. Dolayısıyla bu sonuçlar parametrelerin optimum değerleri bilinmediği için pratikte elde edilemez.

Veri tabanlı parametre seçimleri ile yapılan dört metoda ait sonuçlar Tablo 2.3.'de gösterilmiştir ve bu tabloda farklı parametre seçim tekniklerinin sonuçları da yer almaktadır.

Tablo 2.3. 100 Monte Carlo Uygulamasında Veri Tabanlı Parametre Seçimleri İle Farklı FKA Metotlarının Sonlu Örnek Davranışı

<i>FKA Metodu</i>	<i>Seçim Metodu</i>	<i>Hedef Kriteri</i>	<i>HKO \hat{R}_1</i>	<i>HKO \hat{R}_2</i>	<i>HKO \hat{R}_3</i>	<i>HKO EK₁</i>	<i>Ağırlık Fonksiyonlar t</i>
FKA- LP	İki Yönlü	Max-CV1	0.0129	0.0563	0.0826	0.0057	0.7834
		Min-CV4	0.0416	0.0518	0.0766		0.3570
	İki Aşamalı	Max-CV1	0.0146	0.0648	0.0987	0.0058	0.8331
		Min-CV4	0.0297	0.1073	0.1554		0.5279
FKA- SP	İki Yönlü	Max-CV1	0.1217	0.0655	0.0585	0.0045	0.7349
		Min-CV4	0.0301	0.0843	0.1223		0.5775
	İki Aşamalı	Max-CV1	0.0216	0.0580	0.0798	0.0061	0.8965
		Min-CV4	0.0310	0.1150	0.1698		0.5975
FKA- FB	Tek Yönlü	Max-CV1	0.0195	0.1906	0.4288	0.0049	0.0875
		Min-CV4	0.0394	0.2395	0.3847		0.1671
FKA- EB	İki Yönlü	Max-CV1	0.0305	0.1481	0.2466	0.0053	0.2336
		Min-CV4	0.0275	0.1731	0.2719		0.1670
	İki Aşamalı	Max-CV1	0.0169	0.0770	0.1188	0.0052	0.1045
		Min-CV4	0.0225	0.1442	0.2246		0.1232

Tablo 2.3.'de, ilk kanonik korelasyonu tahmin etmeye yönelik yeni sunulan EK_I kestiricisinin klasik \hat{R}_1 tahminine kıyasla kesinlikle tercih edilebilir olduğu, kanonik korelasyon tahmininin korelasyon sırası yükseldikçe zorlaştığı, yani ikinci kanonik korelasyon tahminlerinin ilk kanonik korelasyon tahminlerine göre oldukça daha büyük bir hataya sahip olduğu, MIN-CV4'ün ağırlık fonksiyonlarına göre MAX-CV1'den tutarlı bir şekilde daha iyi olduğu, ancak kanonik korelasyon tahmininde genelde daha kötü olduğu, ağırlık fonksiyonu tahmini yönünden metotlar kıyaslandığında FKA-FB'nin en iyi ağırlık fonksiyonları tahminlerini verirken FKA-LP ve FCKA-SP'nin en kötü sonuçları verdiği ve FKA-FB'ye kıyasla yaklaşık 10 kat daha büyük ağırlık fonksiyon değerine ulaşıldığı gösterilmektedir. Fourier bazı burada temeli oluşturan baz olduğu için bu durum o kadar da şaşırtıcı olmayabilir, metotlar $\hat{R}_1 - \hat{R}_3$ kestiricileriyle ve Max-CV1'e dayalı olarak kanonik korelasyonları tahmin etme yönünden kıyaslandığında, iki yönlü FKA-LP \hat{R}_3 haricinde en iyi sonuçları verir. \hat{R}_3 içindeki en iyi sonuçlar ise FKA-SP'ye aittir. Hem FKA-FB hem de FKA-EB bu kestiriciler kullanılırken daha az başarılıdır. Metotlar deneysel korelasyon (EK_I) davranışına göre kıyaslandığında, ilk kanonik korelasyon için en iyi kestirici iki yönlü FKA-SP ve tek yönlü FKA-FB'dir ve bunların hemen ardından iki yönlü ve iki aşamalı FKA-EB gelir. Diğer metotların başarısı daha düşüktür.

Sonuç olarak, ilk fonksiyonel korelasyon katsayısı ρ_1 için yeni sunulan EK_I kestiricisi kesinlikle en iyi kestiricidir. FKA metotları arasında FKA-FB, Fourier bazına dayalı olması nedeniyle sonuçları iyidir. Fakat FKA-EB iki aşamalı işlemi genelde en iyi olanıdır ve $\hat{R}_1, \hat{R}_2, \hat{R}_3$ tahminleri kullanılmak isteniyorsa iki yönlü FKA-LP de değerlendirilebilir, ρ_1 kati surette EK_I ile tahmin edilecekse, pahalı olsa da iki yönlü FKA-SP iyi bir seçenektir. Ağırlık fonksiyonlarının tahmini önem taşıyorsa zirvedeki metot kesinlikle iki aşamalı FKA-EB'dir. Yazarların bu benzetim çalışmasına göre genel olarak yaptığı tavsiye iki aşamalı FKA-EB'nin kullanılması yönündedir.

He, Müller ve Wang (2004) aynı çalışmalarında FKA metotlarını gerçek veriler üzerinde de uygulamışlardır. Çalışmada aynı kafeslerde büyütülen erkek ve dişi meyve sinekleri gruplarıyla ilgili olarak toplanan yaşam süresi verileri üzerinde uygulama yapılmıştır. Bu deney erkek ve dişi Akdeniz meyve sineği gruplarının (*Ceratitiscapitata*) hayatta kalması ile alakalıdır. Deneyin gerçekleştirilme amacı meyve

sineklerinin ölüm şekillerini belirlemektir. Çalışmanın hareket noktası hepsi şekerle beslenen 1,2 milyonu aşkın erkek ve dişi meyve sineğini içeren bir örnekteki ölüm yörüngelerini belirlemeye çalışmaktır. Aynı kafeste büyütülen erkek ve dişi meyve sinekleri arasındaki ölüm yörüngesi ilişkisi de önemlidir. Ölüm oranında kafes faktörünün olup olmadığı ve ağırlık fonksiyonu şekillerinin erkek ve dişi ölümlerinin birbirleri üzerindeki etkiye dair ipuçları verip vermediği araştırılmıştır. Farklı zamanlarda sineklerin büyütüldüğü 167 kafes bulunmaktadır. Dönem etkisi yaşanabileceğinden dolayı analiz 48 kafesin bulunduğu bir dönem üzerinde yoğunlaştırılmıştır. 48 meyve sineği grubunun her biri yaklaşık 4000 erkek ve 4000 dişi meyve sineği içeren ayrı bir kafeste tutulmuştur. Her gruptaki canlı sinek sayısı günlük olarak kaydedilmiştir ve tüm gruplarda 40. günü geçen sinekler olmuştur. Gözlenen $X_i(t)$ ve $Y_i(t), t = 1, \dots, 40$ fonksiyonları erkek ve dişi sinekler için ayrı ayrı tahmin edilen tehlike fonksiyonlarıdır. $[0, 40]$ aralığında $n = 47$ fonksiyon çiftinden oluşan bu eşlenmiş erkek/dişi tehlike fonksiyonları takımı FKA uygulanmak istenen eğri çiftlerinin örneğidir. Bu veri analizinde FKA-FB ve FKA-EB metotlarına odaklanılmıştır. Erkek ve dişi kovaryans matrislerinin ilk iki özdeğeri, gösterilen toplam değişikliğin %89'unu açıklamıştır ve bunun ilk iki özfonksiyonlu bir sonlu genişlemenin mantıklı olduğu anlamına geldiği kabul edilmiştir. Farklı sabit boyutlarda, bant genişliklerinde ve baz boyutlarında kanonik korelasyonlar tahmin edilerek tahminlerin ayar parametrelerindeki değişimlere göre ne derece sağlam olduğu test edilmiştir. Metotlar tutarlı bir şekilde ilk kanonik korelasyonun 0.8626 ile 1.000 arasında nispeten yüksek olduğunu göstermektedir. Baz fonksiyonu sayısı arttıkça bu değer de arttığı gözlemlenmiştir. Baz boyutu küçük olduğunda (örneğin 3'ten az) düzgünleştirme miktarının FKA-EB ile elde edilen değerler üzerinde çok az etkisi bulunmaktadır. FKA-FB ile tahmin edilen ikinci ve üçüncü kanonik korelasyonlar da nispeten yüksektir. Bu sonuçlar ayar parametrelerinde çapraz doğrulama gibi veri tabanlı bir seçeneğin şart olduğunu göstermektedir.

Buckheit, Olshen, Blouch ve Myers (1997) F.K.K.A.'yı difüz proliferatif lupus nefriti çalışmasında renal fizyolojiye uygulamıştır. Yazarlar 60 aylık bir sürede çeşitli hastalar üzerinde farklı ölçümler gerçekleştirmişlerdir. Araştırmada *hastalığı ilerleyenler* olarak adlandırılan ve çalışma süresince böbrek fonksiyonlarının düşüş gösterdiği ölçülen dokuz hastaya odaklanılmıştır. Hastalığı ilerleyen grubundaki

değişkenlik ve etkileşimi incelemek için düzgünleştirilmiş F.K.K.A. uygulanmıştır. Daha geniş bir açıdan bakıldığında, F.K.K.A. tüm örneğin ortalama davranışıyla geniş açıdan tutarlılık gösteren açılımlar sunmaktadır. Değişkenler arasındaki ilişkilerin, sadece ortalama düzeyinde değil bireysel düzeyde doğruluğunun kanıtlanmış olması ilginç bir durumdur.¹⁰³

Jou, Huang ve Wu (2009) yaptıkları çalışmada veri kümesi olarak yol kenarı radar cihazları kullanan gerçek zamanlı bir araç algılama sisteminden toplanan verileri almışlardır. Aracın hareket ettiği ilgili şeritleri gösteren frekanslar ele alınmış ve tüm veriler, yani radar sinyalleri, çalışma boyunca fonksiyonel olarak değerlendirilmiştir. Dolayısıyla, radar sinyalleri ile ilgili aralık frekansları arasındaki hangi değişkenlik modunun maksimum korelasyona sahip olduğu anlaşılmaya çalışılmıştır. Radar sinyallerinin toplandığı zaman aralığı temel olarak her aracın içinde kaldığı zamana bağlıdır. Kritik zaman aralıklarını, yani hedefler için araçları gerçekten temsil eden sinyalleri belirlemek önem taşımaktadır. Hızlı Fourier Dönüşümü (Fast Fourier Transform-FFT) kullanılarak dönüştürülen verilerin temel karakteristiği frekans alanının, bir derece de olsa şerit ile cihaz arasındaki mesafeyi gösterdiğini ifade etmektedir. 13-19 arasındaki frekanslarda en yüksek ağırlıklar mevcuttur, yani bu frekanslar, bir noktaya kadar ilgili şeridi gösterir. İkinci kanonik ağırlık fonksiyonunda aralık sinyal aralığına göre daha erken artış gösterir. Bu durum, ilgili şeritteki aracın algılama alanına girmesiyle, ilgili frekansların sinyal yoğunluğu şeklinde yanıt vermesi şeklinde açıklanabilir. Bu çalışmada fonksiyonel verilerle aralık verileri arasındaki kanonik analiz ortaya konmuştur. Aralık verileri çok değişkenli ya da fonksiyonel biçimde olabilir ve probleme bağlı yapıdadır. Analiz yoluyla, Hızlı Fourier Dönüşümü ile elde edilen radar sinyali ve frekans alanı arasındaki ilişki daha mantıklı bir şekilde dönüştürülebilir. Bununla birlikte, bu yöntemi uygulayarak araçların hareket ettiği şerit de sınıflandırılabilir.¹⁰⁴

Gou ve Fyfe (2004) çalışmalarında aralarında çoklu doğrusal bağlantı olan verilere fonksiyonel kanonik korelasyon analizini uygulamışlardır. Çalışmada kanonik ridge model kullanılarak değişkenler için farklı daraltma (shrinkage) katsayılarına göre kanonik korelasyonlar hesaplanmıştır. Çalışmada Mardia v.d. (1979) tarafından elde

¹⁰³ Ramsay ve Silverman, *Functional Data Analysis*, s.204.

¹⁰⁴ Jou v.d., s.453-457.

edilmiş veriler kullanılmıştır. Çalışmada 88 öğrenci için 5 farklı dersten yapılan sınavlarda alınan puanlar üzerinde analiz yapılmıştır. Sınavlar kitap açık (A) ve kitap kapalı (K) olmak üzere iki sınıfta değerlendirilmiştir. Dersler ve bunlara ait sınav yöntemi; Mekanik (K), Vektörler (K), Cebir (A), Analiz (A) ve İstatistik (A) şeklindedir. Yazarlar açık ve kapalı sınav sistemlerini iki ayrı veri seti olarak ele almış ve öğrencilerin kapalı kitap sınav sistemi yeterlilikleri ile açık kitap sınav sistemi yeterlilikleri arasında bir ilişki olup olmadığını ve bunun yanında açık kitap sınav sonuçlarının kapalı kitap sınav sonuçlarının tahmininde kullanılıp kullanılmayacağını incelemişlerdir. Aşağıda verilen tabloda çalışma sonucunda elde edilen kanonik korelasyon katsayıları gösterilmektedir:

Tablo 2.4. Farklı k (Daraltma) Katsayıları İçin Elde Edilen Kanonik Korelasyon Katsayıları

k	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0
Korelasyon	0,659	0,660	0,662	0,665	0,668	0,671	0,675	0,679	0,684	0,688	0,690

Sonuçlar azalan k değerlerine göre korelasyon katsayılarının çok azda olsa arttığını göstermiştir. Sonuçlar Mardia v.d. (1979)'nin uyguladığı klasik kanonik korelasyon analizi sonucuna (0,663) yakın çıkmıştır.¹⁰⁵

2.2.2. Fonksiyonel Kanonik Korelasyon Analizine Teorik Yaklaşımlar

Fonksiyonel kanonik korelasyon literatürü, kabaca Hilbert uzayı değerli işlemleri içeren klasik teoriyle Çoğaltıcı Çekirdek Hilbert Uzayı (RKHS-Reproducing Kernel Hilbert Space) teorisine bağlı başka bir alternatifi içeren iki gruba bölünebilir. Aşağıda her iki yaklaşımdaki önemli gelişmelere yer verilmiştir:

Hannan (1961), durağan Gauss süreçlerinde fonksiyonel kanonik analiz üzerinde çalışmalar yürütmüş ve fonksiyonel analiz çerçevesinde kanonik korelasyonun genel bir versiyonunu formüle etmiştir. Hannan'ın yaklaşımında E_1 ve E_2 indeks kümeleri

¹⁰⁵ Zhenkun Gou ve Colin Fyfe, "A Canonical Correlation Neural Network For Multicollinearity and Functional Data" [Çoklu Doğrusal Bağlantı ve Fonksiyonel Veriler İçin Bir Kanonik Korelasyon Yapay Sinir Ağı], *Neural Network*, 17, 2004, s.285-293. Erişim tarihi: 12 Mart 2011, Elsevier.

üzerinde $\{X_1(s), s \in E_1\}$ ve $\{X_2(t), t \in E_2\}$ stokastik işlemleri dikkate alınır. Odaklanılan temel konu E_1 ve E_2 'nin, tüm tamsayı kümelerini ya da gerçek sayı kümelerini temsil ettiği sonlu küme durumlarıdır.

Fransız Yaklaşımı olarak adlandırılan ve temel olarak Dauxois ve Pousse'nin (1975), Dauxois ve Nkiet'in (1997) ve Dauxois, Nkiet ve Romain'in (2004) yaptığı çalışmalara dayanan yaklaşıma göre, iki rastgele değişken arasındaki korelasyonu ele almak yerine korelasyonun daha geniş anlamda Hilbert uzaylarının kesişmesini ifade ettiği belirtilmektedir. Burada fonksiyonların alt uzayları arasındaki açılara dayalı bir teorik yaklaşım geliştirilmiştir. Bu açıdan, N_1 ve N_2 H Hilbert uzayının iki alt uzayı olarak kabul edilirse, rastgele değişkenlerin bulunup bulunmamasına bakılmaksızın, kapalı olmaları durumunda bu alt uzaylar birbirleriyle korelasyon sağlayabilir. Bu durumda rastgele değişkenler arasındaki korelasyon, kanonik korelasyonun iki kovaryans operatörü aralığındaki çakışmayı ölçmeye referans sağladığı özel bir duruma tekabül eder. Buradaki kısıtlama şudur; kovaryans işleci aralığı kapatılmalıdır, yani sadece sonlu boyutlu rastgele değişkenler ele alınabilir. Bu ikinci durumdaki yaklaşım orjinal Hotelling formülüyle tutarlılık gösterir.¹⁰⁶

He, Müller ve Wang (2002, 2004) tarafından ortaya konan yaklaşımda fonksiyonel verilerle ilgili bir kanonik korelasyon formülü geliştirilmiştir.¹⁰⁷ (X_1, X_2) iki değişkenli stokastik işlemi örneklerinin $X_1 \in L^2(E_1)$ ve $X_2 \in L^2(E_2)$ yolu ile gözlemlendiği varsayıldığında, ilk kare kanonik korelasyon ρ_1^2 ile ilişkilendirilmiş ağırlık fonksiyonlar u_1 ve v_1 ile gösterilir ve aşağıdaki şekilde tanımlanır:

$$\begin{aligned} \rho_1^2 &= \sup_{\substack{u \in L^2(E_1) \\ v \in L^2(E_2)}} Kov^2[(u, X_1)L^2(E_1), (v, X_2)L^2(E_2)] \\ &= Kov^2[(u_1, X_1)L^2(E_1), (v_1, X_2)L^2(E_2)] \end{aligned} \quad (71)$$

Burada u ve v aşağıdaki kısıta tabidir:

$$Var[(u, X_1)L^2(E_1) = Var[(v, X_2)L^2(E_2)] = 1 \quad (72)$$

k . kare kanonik korelasyonu ρ_k^2 ve $k > 1$ olmak üzere u_k, v_k ağırlık fonksiyonları aşağıdaki şekilde tanımlanır:

¹⁰⁶ David King, *Canonical Correlation Analysis of Functional Data*, (Yayımlanmamış Doktora Tezi), Arizona State University, Arizona 2009, s.73-76.

¹⁰⁷ He vd., "Functional Canonical Analysis For Square Integrable Stochastic Processes", s.54-77.

$$\begin{aligned}\rho_k^2 &= \sup_{\substack{u \in L^2(E_1) \\ v \in L^2(E_2)}} Kov^2[(u, X_1)L^2(E_1), (v, X_2)L^2(E_2)] \\ &= Kov^2[(u_k, X_1)L^2(E_1), (v_k, X_2)L^2(E_2)]\end{aligned}\quad (73)$$

Burada u ve v yukarıda verilen (72) kısıtına tabidir ve $j=1, \dots, k-1$ kabul edilirse aşağıdaki eşitlik sağlanır:

$$Kov[(u_j, X_1)L^2(E_1), (u, X_1)L^2(E_2)] = Kov[(v_j, X_2)L^2(E_1), (v, X_2)L^2(E_2)] = 0 \quad (74)$$

Buraya kadar bahsedilen fonksiyonel kanonik korelasyon yaklaşımları Hotelling formüllerindeki iç çarpımların Hilbert fonksiyonu uzayındaki uygun iç çarpımlarla değiştirilmesiyle geliştirilmiştir. Bunun aksi olarak, Eubank ve Hsing (2008) optimizasyon bölgelerini iki işlemin kapsadığı Hilbert uzayları olarak seçmiştir.¹⁰⁸ Bu yaklaşımda daha önce olduğu gibi X_1, X_2 iki stokastik işlem olarak alınmış ve E_1, E_2 indeks kümeleri

$H_1 = L^2(E_1), H_2 = L^2(E_2)$ değerlerini alarak S_1, S_2 kovaryans işleçlerinin $\{\lambda_{1j}, \varphi_{1j}\}_{j=1}^{rank(S_1)}$ ve $\{\lambda_{2i}, \varphi_{2i}\}_{i=1}^{rank(S_2)}$ özsystemlerine sahip olduğu kabul edilmiştir. $i=1,2$ için X_i işleminin Çoğaltıcı Çekirdek Hilbert Uzayları (RKHS)

$$H(K_i) = \left\{ f: f(\cdot) = \sum_{j=1}^{rank(S_i)} \lambda_{ij} f_{ij} \varphi_{ij}(\cdot), \sum_{j=1}^{rank(S_i)} \lambda_{ij} f_{ij}^2 < \infty \right\} \quad (75)$$

olarak kabul edilir ve uygun K_i çoğaltıcı çekirdekleri (kernelleri) kullanılır. Bu durumda, çapraz kovaryans çekirdeği aşağıdaki şekilde hesaplanır:

$$\begin{aligned}K_{12}(s, t) &= Kov[X_1(s), X_2(t)] \\ &= Kov \left[\sum_{j=1}^{rank(S_1)} (X_1, \varphi_{1j})_{L^2(E_1)} \varphi_{1j}(s), \sum_{i=1}^{rank(S_2)} (X_2, \varphi_{2i})_{L^2(E_2)} \varphi_{2i}(t) \right] \\ &= \sum_{j=1}^{rank(S_1)} \sum_{i=1}^{rank(S_2)} E[Z_{1j} Z_{2i}] \varphi_{1j}(s) \varphi_{2i}(t) = \sum_{j=1}^{rank(S_1)} \sum_{i=1}^{rank(S_2)} \gamma_{ji} \varphi_{1j}(s) \varphi_{2i}(t)\end{aligned}\quad (76)$$

¹⁰⁸ R.L. Eubank ve Tailen Hsing, "Canonical Correlation for Stochastic Processes" [Stokastik Süreçler İçin Kanonik Korelasyon], *Stochastic Processes and Their Applications*, 118, 2008, s.1634-1661. Erişim tarihi: 12 Mart 2011, ScienceDirect.

Eubank ve Hsing, daha sonra ilk kare kanonik korelasyon ρ_1^2 ile ilişkilendirilmiş $Z_1 \in L_{X_1}^2$ ve $W_1 \in L_{X_2}^2$ kanonik değişkenlerini aşağıdaki şekilde tanımlamıştır:

$$\rho_1^2 = \sup_{Z_1 \in L_{X_1}^2, W_1 \in L_{X_2}^2} Kov^2[Z, W] = Kov^2[Z_1, W_1] \quad (77)$$

burada Z ve W aşağıdaki kısıta bağlıdır:

$$Var[Z] = Var[W] = 1 \quad (78)$$

Sonlu boyutlu duruma benzer şekilde, $i > 1$ alınarak, i . kanonik korelasyon ρ_i ve ilişkili Z_i ve W_i kanonik değişkenleri aşağıdaki şekilde tanımlanmıştır:

$$\rho_k^2 = \sup_{Z \in L_{X_1}^2, W \in L_{X_2}^2} Kov^2[Z, W] = Kov^2[Z_i, W_i] \quad (79)$$

Burada Z ve W aşağıdaki kısıta bağlıdır:

$$Kov[Z_j, W_i] = Kov[Z_j, W_i] = 0, j < i \quad (80)$$

Leurgans, Moyeed ve Silverman ise splayn düzgünleştirme tekniklerini içeren ve parametrik olmayan bir yaklaşım izlemiştir.¹⁰⁹ Yazarlar, sıfır ortalama ve $s, t \in [0,1]$ için $K_X(s, t) = E[X(s)X(t)]$, $K_Y(s, t) = E[Y(s)Y(t)]$ ve $K_{XY}(s, t) = E[X(s)Y(t)]$ kovaryans fonksiyonlarını sağlayan iki değişkenli ikinci dereceden stokastik işlemin bağımsız tecellileri olan $\{X_i(t), Y_i(t), i = 1, \dots, N\}$ eğrilerini gözlemlediklerini varsayımlardır. Yığın kovaryans fonksiyonları $\hat{K}_X(s, t) = n^{-1} \sum X_i(s)X_i(t)$, $\hat{K}_Y(s, t) = n^{-1} \sum Y_i(s)Y_i(t)$ ve $\hat{K}_{XY}(s, t) = n^{-1} \sum X_i(s)Y_i(t)$ örnek versiyonları ile tahmin edilmiştir. Daha sonra, u ve v 'nin $[0, 1]$ aralığında karesi integrallenebilir fonksiyonlar olduğu varsayılmış ve X 'in $\langle u, X \rangle$ ve Y 'nin $\langle v, Y \rangle$ lineer fonksiyonelleri oluşturularak, $\langle u, X \rangle$ ve $\langle v, Y \rangle$ 'nin cezalı örnek kare korelasyonlarını maksimize eden formül aşağıda gösterilmiştir:

$$\frac{\langle u, \hat{K}_{XY} v \rangle^2}{(\langle u, \hat{K}_X u \rangle + \lambda_1 \|u\|^2)(\langle v, \hat{K}_Y v \rangle + \lambda_2 \|v\|^2)} \quad (81)$$

Burada $\langle ., . \rangle$ ve $\| . \|$, $L^2[0,1]$ 'de iç çarpımı ve normu göstermektedir. Yazarlar λ_1 ve λ_2 ceza parametrelerine gerek duyulduğunu belirtip, aksi takdirde örnek tabanında mükemmel korelasyona sahip X ve Y lineer fonksiyonel çiftinin daima mevcut olduğunu ve ordinattaki okuma sayısı örnek eğri sayısını geçtiğinde, kesikli verilerde

¹⁰⁹ Leurgans vd., s. 725-740.

birim kanonik korelasyonlar görüleceğini ifade etmişlerdir. Buradaki çıkarım, K_X , K_Y ve K_{XY} örnek analoglarını (kesikli) yığın formülleriyle değiştiren momentler metodu tahmin stratejilerinin belirli bir düzgünleştirme yapmadan etkili olamayacağıdır.¹¹⁰

2.2.3. Fonksiyonel Kanonik Değişkenlerin Elde Edilmesi

Fonksiyonel kanonik korelasyon analizinde, kanonik değişkenleri elde etmek için $X_i(t)$ ve $Y_i(t)$ fonksiyon kümelerinden türetilen ve katsayı yada ağırlık fonksiyonu olarak adlandırılan ve $\xi(t)$ ve $\eta(t)$ ile gösterilen kanonik ağırlık fonksiyon çiftleri kullanılır. Böylece bu fonksiyon çiftlerinin integralinin alınmasıyla kanonik değişkenler oluşturulur. Bu bağlamda $Z_i(t)$ ve $W_i(t)$ fonksiyonlarıyla gösterilen kanonik değişkenler aşağıdaki şekilde hesaplanır:¹¹¹

$$Z_i(t) = \int \xi_i(t)X_i(t)dt \quad (82)$$

$$W_i(t) = \int \eta_i(t)Y_i(t)dt$$

Birinci kanonik değişkenler olan $Z_1(t)$ ve $W_1(t)$ fonksiyonları arasındaki korelasyon ρ_1 ile gösterilir ve birinci kanonik korelasyon olarak adlandırılır. Birinci kanonik değişkenler bulunduktan sonra bunlardan bağımsız olarak sırayla ($Z_2(t)$, $W_2(t)$),..., ($Z_n(t)$, $W_n(t)$) şeklinde n sayıda kanonik değişkenler ve (ρ_2, \dots, ρ_n) kanonik korelasyonları bulunur. Yani n sayıda kanonik değişken seti birbirinden bağımsız ve bu değişken setleri arasındaki kanonik korelasyonlar maksimum olacak şekilde tanımlanmaktadır. İlgili birinci kanonik değişken çifti aşağıdaki şekilde tanımlanır:¹¹²

$$Z_1(t) = \int \xi_1(t)X_i(t)dt \quad (83)$$

$$W_1(t) = \int \eta_1(t)Y_i(t)dt$$

ρ_2 korelasyonunu maksimize eden $\xi_2(t)$ ve $\eta_2(t)$ ikinci kanonik ağırlık fonksiyonu çifti için ikinci kanonik değişkenler de aynı şekilde bulunur. Bu ikinci küme ilkinde göre ortogondir ve aşağıdaki kısıtları karşılar:

¹¹⁰ Ana Maria Kupresanin, *Topics In Functional Canonical Correlation and Regression*, (Yayımlanmamış Doktora Tezi), Arizona State University, Arizona, 2008, s.11.

¹¹¹ S. Ghebreab, A.W.M. Smeulders ve P. Adriaans, "Predictive Modeling of fMRI Brain States Using Functional Canonical Correlation Analysis" [Fonksiyonel Kanonik Korelasyon Analizi Kullanılarak Beynin Durumunun Fonksiyonel Manyetik Rezonans (fMRI) ile Görüntülenmesi İçin Model Tahmini], *Artificial Intelligence In Medicine Lecture Notes In Computer Science*, 4594(2007), 2007, s.393-397. Erişim tarihi:10 Mart 2011, Springer.

¹¹² Ramsay ve Silverman, *Functional Data Analysis*, s.202.

$$\int \xi_1(t)\xi_2(t)dt = 0$$

$$\int \eta_1(t)\eta_2(t)dt = 0$$
(84)

Bu işlem N ($i = 1, \dots, N$) ana korelasyon değerleri bulunana kadar tekrarlanır. Böylece $Z_i(t)$ ve $W_i(t)$ fonksiyonlarıyla gösterilen kanonik değişken fonksiyon çiftleri arasındaki korelasyonu maksimize eden bileşenler araştırılmaktadır. Bu korelasyon fonksiyonel kanonik korelasyon olarak adlandırılır ve aşağıda gösterildiği şekilde hesaplanır:¹¹³

$$\rho_{\xi,\eta} = \frac{\text{Kov}(Z_i(t), W_i(t))}{\sqrt{\text{Var}(Z_i(t)), \text{Var}(W_i(t))}} = \frac{\text{Kov}(\int \xi_i X_i, \int \eta_i Y_i)}{\sqrt{\text{Var}(\int \xi_i X_i), \text{Var}(\int \eta_i Y_i)}} \quad (85)$$

Birinci kanonik değişkenlere odaklanıldığında $\text{kkor}(\xi, \eta)$ 'i en büyüğe çıkaran ξ ve η fonksiyonlarının bulunması için, $\text{Kov}(\int \xi X_i, \int \eta Y_i)$ değerinin maksimum olması gerektiği düşünülür. Bunun için aşağıdaki kısıtlar sağlanmalıdır:

$$\text{Var}(\int \xi X_i) = \text{Var}(\int \eta Y_i) = 1 \quad (86)$$

Ancak, bu alanda yapılmış olan teorik çalışmalar bu maksimizasyon işleminin anlamlı bir sonuç ortaya çıkarmadığını göstermiştir. Bu yüzden fonksiyonel kanonik korelasyon analizinde pürüzlü ceza yönteminin kullanımı temel bir noktada bulunmaktadır.¹¹⁴

2.2.4. Fonksiyonel Kanonik Korelasyonda Baz Fonksiyon Yaklaşımı

Gözlem değerlerinden elde edilen $X_i(t)$ ve $Y_i(t)$ fonksiyonları ile $\xi(t)$ ve $\eta(t)$ ağırlık fonksiyonları için $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_M$ baz fonksiyonlarının kullanıldığı kabul edildiğinde;

C ve **D** sırasıyla $X_i(t)$ ve $Y_i(t)$ fonksiyonlarının baz genişlemesi katsayılarının matrisleri olarak aşağıdaki şekilde tanımlanır:

$$X_i = \sum_{v=1}^M c_{iv} \phi_v$$

¹¹³ Ghebrea v.d., s.393-397.

¹¹⁴ Ramsay ve Silverman, *Functional Data Analysis*, s.204.

(87)

$$Y_i = \sum_{v=1}^M d_{iv} \phi_v$$

$\xi(t)$ ve $\eta(t)$ fonksiyonlarının baz genişlemesi katsayılarının matrislerini ise \mathbf{a} ve \mathbf{b} ile gösterelim. Bunun yanında;

$$\mathbf{K} = \int (D^2 \phi_j) (D^2 \phi_k)$$

$$\mathbf{J} = \int (\phi_j \phi_k)$$
(88)

şeklinde \mathbf{K} ve \mathbf{J} matrisleri tanımlanabilir. Ortonormal bir baz kullanıldığında \mathbf{J} birim matristir.

$M \times M$ boyutunda kovaryans matrisleri \mathbf{V}_{11} , \mathbf{V}_{12} ve \mathbf{V}_{22} şeklinde gösterildiğinde fonksiyonların baz genişlemelerini gösterecek biçimde aşağıdaki şekilde tanımlanabilir:

$$\mathbf{V}_{11} = \frac{1}{N} \sum_i c_{iv} c_{i\rho}$$

$$\mathbf{V}_{12} = \frac{1}{N} \sum_i c_{iv} d_{i\rho}$$

$$\mathbf{V}_{22} = \frac{1}{N} \sum_i d_{iv} d_{i\rho}$$
(89)

Böylece baz genişlemesi alanında genelleştirilmiş özdeğer problemi λ_1 ve λ_2 düzgünleştirme parametreleri kullanılarak aşağıdaki şekilde çözülür:

$$\begin{bmatrix} 0 & \mathbf{J}\mathbf{V}_{12}\mathbf{J} \\ \mathbf{J}\mathbf{V}_{21}\mathbf{J} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{a} \\ \mathbf{b} \end{bmatrix} = \rho \begin{bmatrix} \mathbf{J}\mathbf{V}_{11}\mathbf{J} + \lambda_1 \mathbf{K} & 0 \\ 0 & \mathbf{J}\mathbf{V}_{22}\mathbf{J} + \lambda_2 \mathbf{K} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{a} \\ \mathbf{b} \end{bmatrix}$$
(90)

Düzdünleştirmenin baz fonksiyon sayısının $M \times M$ boyutluluğu yerine λ düzdünleştirme parametreleri ile sağlanması durumunda M değerlerinin aşırı hesaplama yükü ortaya koymadan iyi sonuçlar vermesi beklenmektedir.¹¹⁵

¹¹⁵ Ramsay ve Silverman, *Functional Data Analysis*, s.211.

2.2.5. Düzgünleştirilmiş Fonksiyonel Kanonik Korelasyon Analizi

Düzgünleştirmenin gereğini daha iyi anlayabilmek için fonksiyonel K.K.A.'yı standart çok değişkenli K.K.A. ile karşılaştırmak gerekir. Klasik K.K.A.'nın standart durumu $n > p+q+1$ 'dir ve bu da n vektörün (x_i, y_i) örnek kovaryans matrisinin (Σ_{12}) tekil olmadığını gösterir. Fonksiyonel durumda p ve q temelde sonsuzdur ve dolayısıyla bu koşul karşılanamaz. Bunun yanında, fonksiyonel verilen X_1, \dots, X_N örneği için N eğrinin lineer olarak bağımsız olduğu kabul edilip z_1, \dots, z_N gerçek bir vektör olarak ele alındığında, tüm i değerlerinde belirli bir α_x sabiti için $z_i = \alpha_x + \int \xi X_i$ olacak şekilde bir ξ eğrisi bulunabilir. Bunun temel sebebi, ξ 'de N kısıt varken, ξ fonksiyon olduğu için ξ seçiminde sonsuz serbestlik derecesine sahip olunmasıdır. Aynı şekilde X_i ile bir şekilde korelasyonlu olabilen bir ikinci Y_i eğri örneğine sahip olduğu ve bunun da lineer bağımsız olduğu kabul edildiğinde, tüm i değerlerinde belirli bir α_y sabiti için $z_i = \alpha_y + \int \eta Y_i$ olacak bir η eğrisi bulunabilir. Yani, verilen z_i değerleri X_i veya Y_i kullanılarak kusursuz bir şekilde tahmin edilebilir.

Buradan çıkarılacak sonuç, $\int \xi X_i$ ve $\int \eta Y_i$ değişkenleri mükemmel korelasyona sahip olduğu için $kkor(\xi, \eta) = 1$ olacak şekilde ξ ve η fonksiyonları bulunmakla kalmayıp bu kanonik değişkenlerle elde edilmiş z_i değerlerinin belirli bir sabite kadar istenilen şekilde belirlenebileceğidir. Özellikle herhangi bir ξ fonksiyonuyla başladığında, $z_i = \int \xi X_i$ oluşturulabilir ve daha sonra $kkor(\xi, \eta) = 1$ olacak şekilde η fonksiyonu bulunabilir. Bu açıdan mükemmel korelasyona sahip bir kanonik değişken ağırlık fonksiyonu olarak her olası fonksiyon ortaya çıkabilir. Böylece fonksiyonlar veriler hakkında anlamlı bir bilgi sunmamakla birlikte düzgünleştirme içeren bir tekniğe gerek duyulduğunu açıkça göstermektedir.¹¹⁶

Leurgans, Moyeed ve Silverman (1993) bu sonucu daha detaylı bir şekilde irdelemiştir. Yazarlar, bu davranışın ilgili veri kümesine özgü olmayıp, fonksiyonel bağlamda uygulanan K.K.A.'nın özünde bulunan bir özellik olduğunu açıklamıştır. Yazarlar, fonksiyonel verilerin çok boyutluluğu sebebiyle ilgili otokovaryans işleçlerinin ve bunların ters değerleri olmadığını, yani kanonik korelasyonu 1'e eşit duruma getirecek kanonik ağırlık fonksiyonlarının bulunabileceğini belirtmişler ve ortaya çıkan bu analiz sorununu gidermek için F.K.K.A.'da düzgünleştirmeye ihtiyaç

¹¹⁶ Ramsay ve Silverman, *Functional Data Analysis*, s.210.

olduğunu savunmuşlardır. Yazarlar düzgünleştirmeyi değiştirilmiş düzgünleştirilmiş splaynlar yoluyla yapmış ve eğriler arasındaki lineer bağımsızlık varsayımının oldukça hafif ve uygun bir tutarlılık sonucu olduğunu kanıtlayarak düzgünleştirmenin gerçekten de anlamlı tahminleri mümkün kıldığını göstermişlerdir.¹¹⁷

Düzgünleştirmeyi doğrudan uygulayabilmek için pürüzlü ceza terimleri aşağıdaki şekilde eklenerek kısıtlar değiştirilir:

$$\text{Var}(\int \xi X_i) + \lambda \|D^2 \xi\|^2 = \text{Var}(\int \eta Y_i) + \lambda \|D^2 \eta\|^2 = 1 \quad (91)$$

burada λ pozitif düzgünleştirme parametresidir.

Kısıtlara pürüzlü ceza terimi eklemenin etkisi, kanonik değişken olacak belli adaylar değerlendirilirken sadece bunların varyanslarının değil, pürüzlülüklerinin de dikkate alınması ve bu iki değer ağırlıklı toplamının kovaryans terimiyle karşılaştırılmasıdır. (91) eşitliğiyle verilen kısıtlara tabi olan $\text{Kov}(\int \xi X_i, \int \eta Y_i)$ değerini maksimize etme problemi, aşağıdaki şekilde tanımlanan cezalı örnek korelasyonunu en yükseğe çıkarmaya eşdeğerdir:

$$\rho_\lambda(\xi, \eta) = \frac{\text{Kov}(\int \xi_i X_i, \int \eta_i Y_i)}{\sqrt{\{\text{Var}(\int \xi_i X_i) + \lambda \|D^2 \xi\|^2\} \{\text{Var}(\int \eta_i Y_i) + \lambda \|D^2 \eta\|^2\}}} \quad (92)$$

Bu işlem düzgünleştirilmiş kanonik korelasyon analizi olarak adlandırılır.¹¹⁸

2.2.5.1. Düzgünleştirilmiş Fonksiyonel Kanonik Korelasyon Analizinin Matris Gösterimi

Fonksiyonel kanonik korelasyon analizinde düzgünleştirme metoduna açıklık getirmek üzere matris gösterimi kullanılabilir. Fonksiyonel kanonik değişkenler $Z_i(t) = \int \xi_i(t) X_i(t) dt$ ve $W_i(t) = \int \eta_i(t) Y_i(t) dt$ için tanımlanan N boyutunda matrisler sırasıyla \mathbf{z} ve \mathbf{w} olsun. \mathbf{R} ise Bölüm 1.4.4' te tanımlanmış fonksiyon vektörlerinin dış çarpım matrisi olmak üzere ξ fonksiyonunun en düzgün pürüzlülüğü $\mathbf{z}'\mathbf{R}_\xi\mathbf{z}$ olarak tanımlanır ve

$$\mathbf{z}'\mathbf{R}_\xi\mathbf{z} = \|D^2 \xi\|^2 \quad (93)$$

eşitliği sağlanır.

¹¹⁷ Leurgans vd., s.725-740.

¹¹⁸ Ramsay ve Silverman, *Functional Data Analysis*, s.206.

Benzer şekilde η fonksiyonunun en düzgün pürüzlülüğü $\mathbf{w}'\mathbf{R}_Y\mathbf{w}$ olarak tanımlanır ve

$$\mathbf{w}'\mathbf{R}_Y\mathbf{w} = \|\mathbf{D}^2\eta\|^2 \quad (94)$$

eşitliği sağlanır. Düzgünleştirilmiş kanonik korelasyon analizinde \mathbf{z} ve \mathbf{w} vektörleri kullanılarak z_i ve w_i için örnek kovaryansını maksimize etme işleminde kısıtlar aşağıdaki şekilde değiştirilerek yeniden biçimlendirilir:

$$\text{var}\{z_i\} + \lambda_1 \mathbf{z}'\mathbf{R}_X\mathbf{z} = \text{var}\{w_i\} + \lambda_2 \mathbf{w}'\mathbf{R}_Y\mathbf{w} = 1 \quad (95)$$

(95) eşitliğiyle verilen kısıtla yeniden düzenlenerek elde edilen $Z_i(t) = \int \xi_i(t)X_i(t)dt$ ve $W_i(t) = \int \eta_i(t)Y_i(t)dt$ kanonik değişken çiftleri için ξ ve η en düzgün kanonik ağırlık fonksiyonları olarak tanımlanır.

Kanonik değişkenlerin sıfır ortalamaya sahip oldukları kabul edildiğinde (95) eşitliğiyle verilen kısıtlara bağlı olarak özdeğer problemi çözülerek $\{z_i\}$ ve $\{w_i\}$ örnek kovaryansları maksimize edilebilir. Bunun için aşağıda (96) ve (97) eşitlikleriyle gösterilen kısıtlara bağlı olarak maksimum $\mathbf{z}'\mathbf{w}$ bulunmaya çalışılır.

$$\mathbf{z}'\mathbf{z} + \lambda_1 \mathbf{z}'\mathbf{R}_X\mathbf{z} = \mathbf{w}'\mathbf{w} + \lambda_2 \mathbf{w}'\mathbf{R}_Y\mathbf{w} = 1 \quad (96)$$

$$\mathbf{1}'\mathbf{z} = \mathbf{1}'\mathbf{w} = 0 \quad (97)$$

Bu durumda özdeğer problemi aşağıda gösterildiği şekilde ortaya çıkar:

$$\begin{bmatrix} 0 & \mathbf{I} \\ \mathbf{I} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{z} \\ \mathbf{w} \end{bmatrix} = \rho \begin{bmatrix} \mathbf{I} + \lambda_1 \mathbf{R}_X & 0 \\ 0 & \mathbf{I} + \lambda_2 \mathbf{R}_Y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{z} \\ \mathbf{w} \end{bmatrix} \quad (98)$$

(98) eşitliğiyle verilen kısıt ile $[\mathbf{z}'\mathbf{w}']$ matrisi ön çarpım yapılarak aşağıdaki sonuç elde edilir:

$$(\mathbf{z}'\mathbf{w})^2 = \rho^2 (\mathbf{z}'\mathbf{z} + \lambda_1 \mathbf{z}'\mathbf{R}_X\mathbf{z})(\mathbf{w}'\mathbf{w} + \lambda_2 \mathbf{w}'\mathbf{R}_Y\mathbf{w}) \geq \rho^2 (\mathbf{z}'\mathbf{z})(\mathbf{w}'\mathbf{w}) \quad (99)$$

Dolayısıyla $|\rho| \leq 1$ sonucu olmak durumundadır. Sabit vektörün en düzgün fonksiyonel ara değerinin pürüzlülük durumu, $R_X = R_Y = 0$ olduğu için $\mathbf{z} = \mathbf{w} = \mathbf{1}$ eşitliği özdeğer $\rho = 1$ için (98) eşitliğiyle verilen problemin çözümünü ortaya çıkarır.¹¹⁹

¹¹⁹ Ramsay ve Silverman, *Functional Data Analysis*, s.212.

2.2.5.2. Fonksiyonel Kanonik Korelasyon Analizinde Düzgünleştirme Parametresinin Seçimi

λ değeri büyüdükçe pürüzlü cezaya daha fazla vurgu yapılır ve düzgünleştirilmiş F.K.K.A. ile bulunan gerçek değişken korelasyonu daha küçük hale gelir. İyi bir düzgünleştirme parametresi seçimi, bir çift kanonik değişkene oldukça düzgün ağırlık fonksiyonları ve aşırı düşük olmayan bir korelasyon vermek için şarttır. Düzgünleştirme parametresi sübjektif olarak seçilebilir, ancak otomatik bir işlem istendiği takdirde makul bir çapraz geçerlilik biçimi aşağıdaki şekilde sağlanır:

$kkor_{\lambda}^{-i}(\xi, \eta)$, $\rho_{\lambda}(\xi, \eta)$ içinde hesaplanan şekilde, ancak (X_i, Y_i) gözlemi çıkarılmış olarak örnek cezalı korelasyon olsun. $(\xi_{\lambda}^{(-i)}, \eta_{\lambda}^{(-i)})$ ise $kkor_{\lambda}^{-i}(\xi, \eta)$ 'i maksimum yapan fonksiyonlar olarak kabul edilsin. λ çapraz geçerlilik değeri N sayıda $(\int \xi_{\lambda}^{(-i)} X_i, \int \eta_{\lambda}^{(-i)} Y_i)$ çiftinin $(i=1, \dots, n)$ korelasyonu olarak tanımlanır. Daha sonra bu korelasyonu maksimize eden değer λ değeri seçilir. Hem ξ hem de η fonksiyonu için tek bir düzgünleştirme parametresi olan λ kullanılmıştır. Bu fonksiyonlar için λ_1 ve λ_2 olmak üzere iki ayrı düzgünleştirme parametresi de kullanılabilir. Bu konuda kavramsal ve algoritmik genişlemeler açıktır, ancak yapılan çeşitli çalışmalarda incelenen örneklerde tek bir düzgünleştirme parametresinin yeterli olduğu sonucuna varılmıştır.¹²⁰

¹²⁰ Leurgans vd., s.725-740.

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

İMKB'DE İŞLEM GÖREN ŞİRKETLERİN KAPANIŞ FİYATLARI İLE İŞLEM MİKTARLARI ARASINDAKİ İLİŞKİNİN FONKSİYONEL KANONİK KORELASYON ANALİZİYLE ARAŞTIRILMASI

Borsada gerçekleşen işlemlerin analiz edilebilmesi için dünya borsalarında kabul gören birkaç analiz yöntemi geliştirilmiştir. Bu yöntemler temel analiz, finansal analiz ve teknik analiz başlıkları altında toplanmaktadır. Temel analizde ülkenin tüm ekonomik hareketleri incelenip gelecek projeksiyonu ona göre yapılır. Finansal analizde borsada işlem gören şirketlerin bilançoları üzerinden analiz gerçekleştirilir. Teknik analizde ise borsada oluşan her türlü veri incelenmekle birlikte esas olan fiyatlardır. Bu anlamda en yüksek fiyat, en düşük fiyat, açılış ve kapanış fiyatları, işlem miktarları, işlem hacmi ve sözleşme sayısı (işlem sıklığı) gibi veriler teknik analizde kullanılan temel bilgilerdir.¹²¹

Bu çalışmada araştırmacılar tarafından sermaye piyasalarında gerçekleşen işlemlere ilişkin önemli göstergelerden sayılan kapanış fiyatları ile işlem miktarları arasındaki ilişki araştırılmıştır. İMKB sözlüğüne göre kapanış fiyatı (closing price) “bir seansta borsa kaydına alınan (tescil edilen) en son işlemin fiyatı” olarak tanımlanmaktadır. İşlem miktarı (trading volume) ise “bir piyasada, bir seansta ya da belli bir dönemde alınıp satılan (el değiştiren) menkul kıymet adedi” olarak tanımlanmaktadır.¹²² İşlem miktarı aynı zamanda arz ile talep arasındaki gücün ölçüsü olarak da ifade edilmektedir. İşlem miktarının incelenmesi borsa analizlerinde önemli bir yer tutmaktadır. Borsa analizcileri tarafından el değiştiren hisse sayısının, değişen fiyatlar üzerinde nelerin daha etkili olduğunun anlaşılmasında önemli bir gösterge olduğu düşünülmektedir. Örneğin bir hissenin fiyatının düşerken işlem miktarının az olması, satış isteğinin az olmasına yorulmakta, fiyat düşerken miktarın artması ise satıcıların o hisseden kurtulmak istediklerini göstermektedir.¹²³

Literatürde hisse senedi fiyatları ile işlem miktarı, işlem hacmi ve işlem sıklığı arasındaki ilişkiyi inceleyen birçok çalışma mevcuttur. İMKB sözlüğüne göre işlem

¹²¹ Yusuf Sarı, *Borsa'da Teknik Analiz*, (Birinci Baskı), Borsa Kütüphanesi Dizisi:1, Scala Yayıncılık, İstanbul 1992, s.9.

¹²² İstanbul Menkul Kıymetler Borsası, Erişim tarihi: 15 Mart 2012, www.imkb.gov.tr.

¹²³ Sarı, s. 244.

hacmi (traded value) “tüm hisse senetleri için gerçekleşen işlemlerdeki her emrin içerdiği hisse senedi sayısı ile işlem fiyatının çarpılarak elde edilen yekûnların toplanması” olarak ifade edilmekle birlikte literatürde işlem hacmi verileri olarak, tutar olarak fiyatların yanında adet olarak işlem miktarı verilerinin kullanıldığı çalışmaların olduğu da görülmektedir. (Tüzüntürk, 2005, Gayğusuz, 2008 ve Kayalidere ve Aktaş, 2009). Literatürde fiyat-hacim veya hacim bileşenleri arasındaki ilişkinin önemini açıklayan birçok çalışma mevcuttur. Bunlardan Karpoff (1987) bu hususta teorik ve ampirik olarak detaylı bir inceleme yapmış ve bu ilişkinin önemini belirten çeşitli hususlar öne sürmüştür. Buna göre fiyat ve hacim bileşenleri arasındaki ilişki, piyasaya bilgi akışı, bu bilginin nasıl yayıldığı ve yeni gelen bu bilgilere verilen tepkiler açısından piyasa yapıları hakkında açıklayıcı bilgiye sahiptir. Bunun yanında fiyat ve hacim bileşenleri arasındaki ilişkinin derecesinin belirlenmesi durumunda piyasaya yönelik tahminlerin gücünün artacağı ifade edilebilir. Bir diğer husus da fiyat ve hacim bileşenleri arasındaki ilişkinin vadeli opsiyon borsalarına yönelik çıkarımlarda bulunmaya imkan sağlamasıdır. Çünkü bu piyasalarda işlem hacmi fiyatlardaki değişkenlikten oldukça etkilenmektedir.¹²⁴

Literatürde fiyat ile miktar ya da bileşeni olduğu hacim arasındaki ilişkiyi araştıran çoğu çalışmada nedensellik ilişkisinin incelendiği görülür. Chen v.d. (2001) hisse senedi getirisi, işlem miktarı, volatilité ve borsa endeksi arasındaki dinamik ilişkiyi araştırmışlar ve fiyat değişimlerinin miktar değişimlerinin nedeni olduğunu tespit etmişlerdir.¹²⁵ Lee ve Rui (2002) araştırmalarında New York, Tokyo ve Londra borsalarının her üçünde de işlem hacminin getirinin Granger nedeni olmadığını, New York ve Tokyo piyasalarında ise fiyattan hacme doğru bir nedensellik ilişkisinin olduğu sonucuna varmışlardır.¹²⁶ Deo v.d. (2008) seçtikleri yedi ulusal Asya-Pasifik borsasında fiyat değişimlerinin mutlak değeri ile işlem hacmi arasında anlamlı bir ilişki olduğu ve seçilen piyasaların birçoğunda fiyatın hacmi, hacminde fiyatı etkilediğini tespit

¹²⁴ Jonathan M. Karpoff, “The Relation between Price Changes and Trading Volume: A Survey” [Fiyat Değişimleri ve İşlem Miktarı Arasındaki İlişki: Bir Araştırma], *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 22, 1987, s.109-126. Erişim tarihi:10 Mart 2012, Jstor.

¹²⁵ Gong-meng Chen, Michael Firth ve Oliver M. Rui. “The Dynamic Relation Between Stock Returns, Trading Volume and Volatility” [Hisse Senedi Getirisi, İşlem Miktarı ve Volatilité arasındaki Dinamik İlişki], *The Financial Review*, 38, 2001, s.153–174. Erişim tarihi:10 Mart 2012, John Wiley.

¹²⁶ Bong-Soo Lee ve Oliver. M. Rui, , “The Dynamic Relationship between Stock Returns and Trading Volume: Domestic and Cross-Country Evidence”[Borsa Getirisi ve İşlem Hacmi Arasındaki Dinamik İlişki:İç Pazar ve Yurtçapı Araştırması], *Journal of Banking and Finance*, Vol. 26, 2002, s. 51-78. Erişim tarihi:10 Mart 2012. ScienceDirect.

etmişlerdir.¹²⁷ İMKB’de yapılan çalışmalar incelendiğinde, Umutlu (2008) fiyattan hacme doğru tek yönlü bir nedensellik ilişkisi olduğu ve fiyat ile işlem hacmi değişimlerinin geçmiş dört günlük değerlerinin, işlem hacminin gelecekteki değişimlerini etkileyebileceği sonucuna varmıştır.¹²⁸ Kayalidere v.d. (2009) 2001-2008 yılları arasında İMKB-30 ve İMKB-50’de yer alan hisse senetlerinin fiyat-işlem hacmi, fiyat-işlem adedi, işlem adedi-fiyat ve işlem hacmi-fiyat nedenselliklerini araştırmış ve özellikle beş gecikme ve daha fazlası için hisse senedi fiyat değişimlerinin, işlem adedi ve işlem hacmi değişimlerinin Granger nedeni olduğunu tespit etmişlerdir.¹²⁹ Boyacıoğlu v.d. (2010) çalışmalarında 1997- 2009 dönemi aylık verilerini kullanarak İMKB Ulusal 100 Endeksinin getiri volatilitesi ile işlem hacmi arasındaki ilişkiyi incelemişlerdir. Araştırma sonucunda getirinin volatilitesi ile işlem hacmi arasında iki yönlü Granger nedensellik ilişkisi olduğu ortaya çıkmış ve değişkenler arasında uzun dönemli, işlem hacminden volatiliteye doğru negatif yönlü ilişkinin varlığı tespit edilmiştir.¹³⁰ Elmas ve Yıldırım (2010) 2001, 2006 ve 2008 yılları için İMKB’de işlem gören İMKB-BANK endeksi hisseleri üzerinde fiyat-hacim arasındaki nedensellik ilişkisini incelemişlerdir. Araştırma sonucunda uygulamaya konu olan 3 dönem içinde fiyat-hacim arasında fiyattan (getiriden) işlem hacmine doğru tek yönlü bir nedensellik olduğunu tespit etmişlerdir.¹³¹

3.1. VERİ SETİ

Bu bölümde Fonksiyonel Kanonik Korelasyon Analizinin bir uygulamasına yer verilmiştir. Uygulamanın verileri İstanbul Menkul Kıymetler Borsası’nda (İMKB) işlem gören şirketlerden elde edilmiştir. Değişken seti olarak bu şirketlere ait kapanış fiyatı ile işlem miktarı verileri ele alınmıştır. Uygulama iki kısımdan oluşmaktadır. Birinci kısımda 2011 yılı içerisinde İMKB’de işlem gören şirketlerin haftalık olarak kapanış fiyatları ile işlem miktarlarındaki değişim yüzdesel olarak hesaplanmış ve bu şekilde

¹²⁷ Malabika Deo, K.Srinivasan ve K.Devanadhen, “The Empirical Relationship between Stock Returns, Trading Volume and Volatility: Evidence from Select Asia-Pacific Stock Market”[Borsa Getirisi, İşlem Hacmi ve Volatilité Arasındaki Deneysel İlişki:Seçilmiş Asya-Pasifik Piyasaları Araştırması], *European Journal of Economics, Finance and Administrative Sciences*, Vol. 12, 2008,s.58-68.Erişim tarihi: 29Nisan 2012. EuroJournals.

¹²⁸ Gökür Umutlu, “İşlem Hacmi ve Fiyat Değişimleri Arasındaki Nedensellik ve Dinamik İlişkiler: İMKB’de Bir Ampirik İnceleme”, *Gazi Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi*, 10, 2008, s.231-246.

¹²⁹ U.A. Kayalidere, S.Kargın ve R.Aktaş, “İMKB’ de Fiyat ve Hacim Arasındaki Nedensellik İlişkisi”, *Celal Bayar Üniversitesi S.B.E.Sosyal Bilimler Dergisi*,7, 2009, s.115-124.

¹³⁰ Melek Acar Boyacıoğlu, Burcu Güvenek ve Volkan Alptekin. “Getiri Volatilitisi İle İşlem Hacmi Arasındaki İlişki: İMKB’de Ampirik Bir Çalışma”, *Muhasebe ve Finansman Dergisi*, 48, 2010, s.200-216.

¹³¹ Bekir Elmas ve Murat Yıldırım, “Kriz Dönemlerinde Hisse Senedi Fiyatı İle İşlem Hacmi İlişkisi: İMKB’de İşlem Gören Bankacılık Sektör Hisseleri Üzerine Bir Uygulama”, *Atatürk Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Dergisi*, 24 (2), 2010, s.37-46.

veri setini oluşturmuştur. Bu kapsamda veriler, cari haftanın son işlem günü itibarıyla bir önceki haftaya göre yüzdesel değişimi alınarak toplanmıştır. Verilerin toplandığı zaman noktalarında işlem görmeyen, yıl içinde borsaya dahil olan, ayrılan yada yıl içinde belli bir süre işleme kapatılan şirket verileri analize dahil edilmemiştir. Bu kısıtlardan sonra verileri elde edilen 234 şirket Ek 2 Tablo 1.'de gösterilmiştir. Uygulamanın ikinci kısmında ise veri setini 2011 yılının son üç ayı için (Ekim- Kasım- Aralık) İMKB 30 endeksinde yer alan şirketler oluşturmaktadır. Bu şirketler için veriler, haftanın son işlem günü temel alınarak bir önceki haftaya göre yüzdesel değişimi olarak toplanmıştır. Değişken setini yine kapanış fiyatı ile işlem miktarı değişkenleri oluşturmaktadır. Verilerin toplandığı zaman noktalarında işlem görmeyen ya da son üç aylık dilim içinde belli bir süre işleme kapatılan şirket verileri analize dahil edilmemiştir. Bu kısıtlardan sonra verileri elde edilen 27 şirket Ek 2 Tablo 2.'de gösterilmiştir. Verilerin elde edildiği zaman noktaları Ek 2 Tablo 3.'de, kapanış fiyatı ve işlem miktarı verileri Ek 2 Tablo 4., Ek 2 Tablo 5.ve Ek 2 Tablo 6.'da sunulmuştur. Veriler İMKB'nin resmi internet sitesinden elde edilmiştir.

Fonksiyonel kanonik korelasyon analizi, fonksiyonel veri analizi yöntemlerinden biri olduğu için bu uygulamada kullanılan veri seti fonksiyonel dönüşümden sonra elde edilen veri setidir. Verilerin fonksiyonlara dönüşümü ve fonksiyonel kanonik korelasyon analizinin uygulanabilmesi amacıyla Matlab programlama dilinde kodlama yapılmıştır.

Uygulamanın ilk kısmında önce kesikli olarak gözlenmiş veriler düzgünleştirme olmadan fonksiyonel veriye dönüştürülmüş daha sonra seçilmiş çeşitli subjektif düzgünleştirme parametresi değerlerine göre fonksiyonel dönüşüm tekrarlanmıştır. Fonksiyonel dönüşüm için düzgünleştirme yapılmadan önce ve çeşitli düzgünleştirme parametrelerine göre yapılan düzgünleştirmelerin veri seti üzerindeki etkileri ayrı ayrı grafiklerle gösterilmiştir. Elde edilen fonksiyonel veri setleri için birinci ve ikinci türevler grafik olarak çizdirilmiş ve değişim yapıları ortaya konulmuştur. Daha sonra çeşitli düzgünleştirme parametrelerine göre elde edilmiş fonksiyonel veri setleri için fonksiyonel kanonik korelasyon analizi uygulanmıştır.

Uygulamanın ikinci kısmında kesikli gözlenmiş İMKB 30 şirketlerine ait kapanış fiyatı ile işlem miktarı verileri için fonksiyonel dönüşüm önce düzgünleştirme olmadan gerçekleştirilmiş daha sonra düzgünleştirme parametresinin seçimi için kullanılan

otomatik yöntemlerden olan genelleştirilmiş çapraz geçerlilik yöntemiyle düzgünleştirme parametresi elde edilerek düzgünleştirme yapılmıştır. Düzgünleştirme yapılmadan önce ve yapıldıktan sonra kapanış fiyatı ortalama fonksiyonu çizdirilerek İMKB 30 endeksiyle benzerlikleri incelenmiştir.

3.2. ANALİZDE KULLANILAN PROGRAM

Uygulamada Matlab programlama dili kullanılarak programlama yapılmıştır. Program adımları aşağıda tüm şirketler ve İMKB 30 şirketleri için ayrı ayrı gösterilmiştir.

3.2.1. Tüm Şirket Verileri İçin Kullanılan Program

```
rangeval=[1 52];
argvals=linspace(1, 52, 52)';
norder=4;
nbasis=54;
basisobj = create_bspline_basis(rangeval, nbasis, norder,
argvals);
plot(basisobj);
```

Yukarıdaki kod grubu 52 noktada gözlenen veri seti için 54 tane B-Splayn baz fonksiyon oluşturmakta ve bunların grafiğini çizmektedir. Ramsay tarafından altyapısı oluşturulan “create_bspline_basis” fonksiyonuna ait kodlar Ek 1’de sunulmuştur.

```
fdobjkap=data2fd(kaphafta, argvals, basisobj);
fdobjisl=data2fd(islhafta, argvals, basisobj);
```

Yukarıdaki kod grubu “kaphafta” ve “islhafta” değişkenlerinde depolanan veriler için düzgünleştirmeden önceki fonksiyonel dönüşümü gerçekleştirmektedir. Ramsay tarafından altyapısı oluşturulan “data2fd” fonksiyonuna ait kodlar Ek 1’de sunulmuştur.

```
lambda=1e-1;
Lfdobj = int2Lfd(2);
```



```

kapfdPar = fdPar(basisobj, Lfdobj, lambda);
islfldPar = fdPar(basisobj, Lfdobj, lambda);
fdobjkap = smooth_fd(fdobjkap, kapfdPar);
fdobjisl = smooth_fd(fdobjisl, islfldPar);
plot(fdobjkap);
plot(fdobjisl);

```

Yukarıdaki kod grubu belirtilen düzgünleştirme (λ) parametresi değerine göre istenilen seviyede düzgünleştirme yapılmasını sağlar ve düzgünleştirilmiş veriler için çizimleri gerçekleştirir. Ramsay tarafından altyapısı oluşturulan “smooth_fd” fonksiyonuna ait kodlar Ek 1’de sunulmuştur.

```

ncan=3;
kapfdParcca = fdPar(fdobjkap, Lfdobj, lambda);
islfldParcca = fdPar(fdobjisl, Lfdobj, lambda);
ccastr = cca_fd(fdobjkap, fdobjisl, ncan, kapfdParcca, ...
islfldParcca);

```

Yukarıdaki kod grubu fonksiyonel kanonik korelasyon analizi için belirtilen seviyede yeniden düzgünleştirme yapar ve analizi gerçekleştirir. Ramsay tarafından altyapısı oluşturulan “cca_fd” fonksiyonuna ait kodlar Ek 1’de sunulmuştur.

```

plot(fdobjkap, 1);
plot(fdobjkap, 2);
plot(fdobjisl, 1);
plot(fdobjisl, 2);

```

Yukarıdaki kod grubu fonksiyonel verilere ait birinci ve ikinci türev grafiklerinin çizimini yapmaktadır.

```
kapmeanfd = mean(fdobjkap);
plot(kapmeanfd);
plot(kapmeanfd, 1);
plot(kapmeanfd, 2);
islmeanfd = mean(fdobjisl);
plot(islmeanfd);
plot(islmeanfd, 1);
plot(islmeanfd, 2);
```

Yukarıdaki kod grubu veri setlerine ait ortalama fonksiyonunu ve ortalama fonksiyonunun birinci ve ikinci türevlerini çizdirmektedir.

```
cov=var(fdobjkap);
varmat=eval_bifd(cov, argvals, argvals);
surf(varmat);
cov=var(fdobjisl);
varmat=eval_bifd(cov, argvals, argvals);
surf(varmat);
```

Yukarıdaki kod grubu her iki veri seti için varyans-kovaryans yüzeyinin çizimini yapmaktadır. Ramsay tarafından altyapısı oluşturulan “eval_bifd” fonksiyonuna ait kodlar Ek 1’de sunulmuştur.

3.2.2. İMKB 30 Şirketleri Verileri İçin Kullanılan Program

```
rangeval=[1 13];
```

```

argvals=linspace(1, 13, 13)';
norder=4;
nbasis=15;
basisobj = create_bspline_basis(rangeval, nbasis,
norder,...argvals);
plot(basisobj);

```

Yukarıdaki kod grubu 13 noktada gözlenen veri seti için 15 tane B-Splayn baz fonksiyon oluşturmakta ve bunların grafiğini çizmektedir.

```

fdobjkap=data2fd(kap30331, argvals, basisobj);
fdobjisl=data2fd(isl30331, argvals, basisobj);

```

Yukarıdaki kod grubu “kap30331” ve “isl30331” değişkenlerinde depolanan veriler için düzgünleştirmeden önceki fonksiyonel dönüşümü gerçekleştirmektedir.

```

Lfdobj = int2Lfd(2);
loglam = (-5:1:5)';
nlam = length(loglam);
dfsave = zeros(nlam,1);
gcvsave = zeros(nlam,1);
for ilam=1:length(loglam)
    lambda = 10^loglam(ilam);
    display(['lambda = ', num2str(lambda)])
    fdParobj = fdPar(basisobj, Lfdobj, lambda);
    [fdobj, df, gcv] = smooth_basis(argvals, kap30331,...
fdParobj);
    dfsave(ilam) = df;
    gcvsave(ilam) = sum(gcv);
end

```

```

disp('Log lambda      df          gcv')
disp([loglam, dfsave, gcvsave])

figure(1)
subplot(2,1,1)
plot(loglam, gcvsave, 'o-')
ylabel('\fontsize{16} GÇG Kriteri')
title('\fontsize{16} Kapanış Fiyatı Düzgünleştirme')
subplot(2,1,2)
plot(loglam, dfsave, 'o-')
xlabel('\fontsize{16} log_{10} \lambda')
ylabel('\fontsize{16} Serbestlik Derecesi')

for ilam=1:length(loglam)
    lambda = 10^loglam(ilam);
    display(['lambda = ', num2str(lambda)])
    fdParobj = fdPar(basisobj, Lfdobj, lambda);
    [fdobj, df, gcv] = smooth_basis(argvals, isl30331,...
fdParobj);
    dfsave(ilam) = df;
    gcvsave(ilam) = sum(gcv);
end

figure(1)
subplot(2,1,1)
plot(loglam, gcvsave, 'o-')
ylabel('\fontsize{16} GÇG Kriteri')
title('\fontsize{16} İşlem Miktarı Düzgünleştirme')
subplot(2,1,2)
plot(loglam, dfsave, 'o-')
xlabel('\fontsize{16} log_{10} \lambda')
ylabel('\fontsize{16} Serbestlik Derecesi')

```

Yukarıdaki kod grubu kapanış fiyatı ve işlem miktarı verileri için Genelleştirilmiş Çapraz Geçerlilik yöntemine göre düzgünleştirme parametresini hesaplar

ve hesaplamada kullanılan düzgünleştirme parametresi değerleriyle serbestlik derecesi grafiklerini çizdirir.

```
lambda1=1e-2;
lambda2=1000;
Lfdobj = int2Lfd(2);
kapfdPar = fdPar(basisobj, Lfdobj, lambda1);
islfldPar = fdPar(basisobj, Lfdobj, lambda2);
fdobjkap = smooth_fd(fdobjkap, kapfdPar);
fdobjisl = smooth_fd(fdobjisl, islfldPar);
```

Yukarıdaki kod grubu belirtilen düzgünleştirme (lambda) parametresi değerine göre istenilen seviyede düzgünleştirme yapılmasını sağlar.

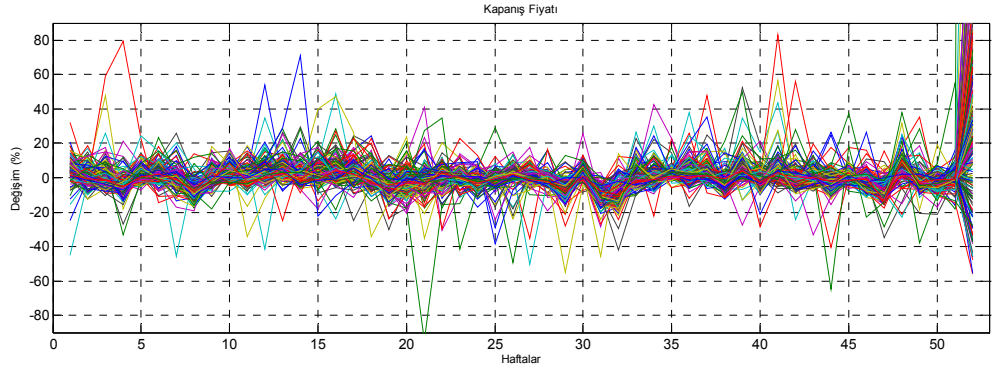
```
ncan=3;
kapfdParcca = fdPar(fdobjkap, Lfdobj, lambda1);
islfldParcca = fdPar(fdobjisl, Lfdobj, lambda2);
ccastr = cca_fd(fdobjkap, fdobjisl, ncan, kapfdParcca,...
islfldParcca);
```

Yukarıdaki kod grubu fonksiyonel kanonik korelasyon analizi için belirtilen seviyede yeniden düzgünleştirme yapar ve analizi gerçekleştirir.

3.3. İMKB'DE FAALİYET GÖSTEREN TÜM ŞİRKETLER İÇİN FONKSİYONEL KANONİK KORELASYON ANALİZİ

Kesikli gözlenmiş verilerin fonksiyonel veriye dönüşümünden önce verilerin orjinal hallerinin grafikleri aşağıda Şekil 3.1., Şekil 3.2. ve Şekil 3.3.'de gösterilmiştir. Kapanış fiyatı ile işlem miktarı verilerindeki yüzdelerik değişimin çok yüksek bir aralıkta seyrettiği grafiklerden görülmektedir. Özellikle işlem miktarındaki değişim aralığı hayli yüksek olduğundan Şekil 3.3.'de grafikteki değişim aralığı azaltılarak verilerin daha iyi görülebilmesi amaçlanmıştır.

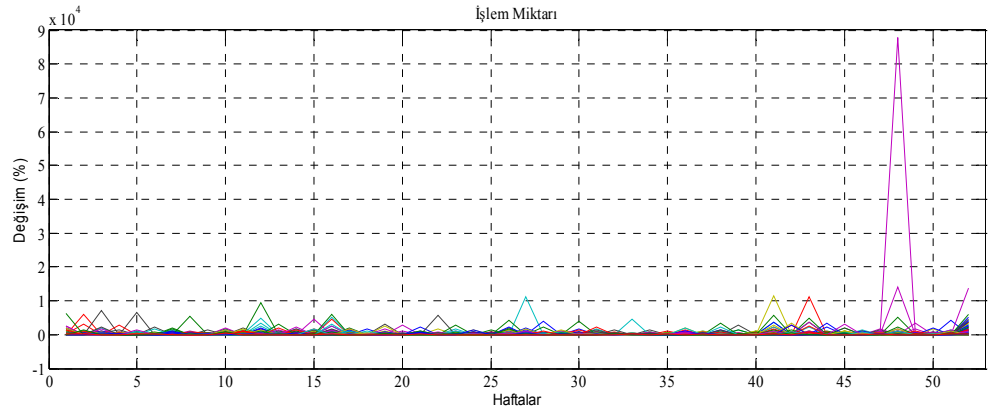
Kapanış fiyatlarındaki haftalık yüzdelerik değişimin genel seyri Şekil 3.1.'de görülmektedir.



Şekil 3.1. Kapanış Fiyatları Orijinal Veri Grafiği

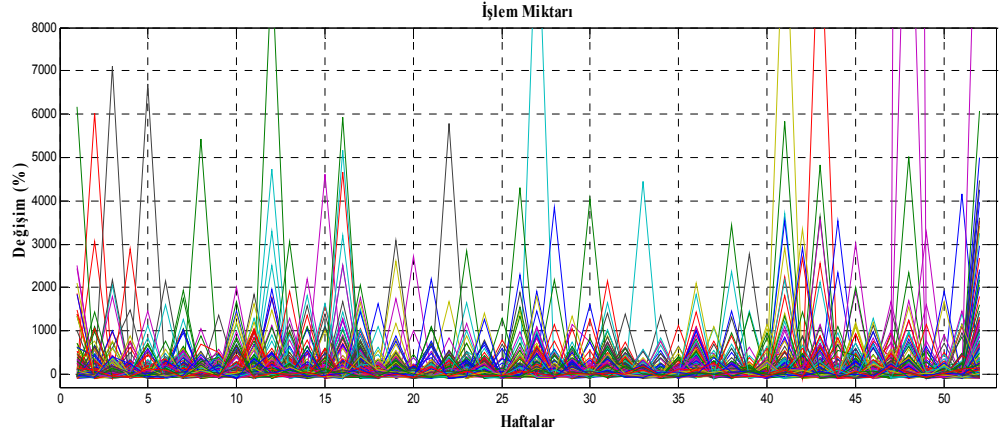
Şekil 3.1.'e göre farklı hareket edenler olmakla birlikte şirketlerin büyük çoğunluğunun aynı haftalarda benzer yükseliş ve düşüşler gösterdiği, değişim aralığının yılın son haftası hariç \pm %80 aralığında seyrettiği ve \pm %20 aralığında yoğunlaştığı görülmektedir.

İşlem miktarlarındaki haftalık yüzdelik değişimin genel seyri Şekil 3.2.'de görülmektedir.



Şekil 3.2. İşlem Miktarlarındaki Değişim Grafiği

İşlem miktarlarındaki yüzdesel değişimin çok yüksek olduğu Şekil 3.2.'den görülmektedir. Değişimin daha iyi görülebilmesi için değişim aralığı azaltılarak Şekil 3.3. çizdirilmiştir.

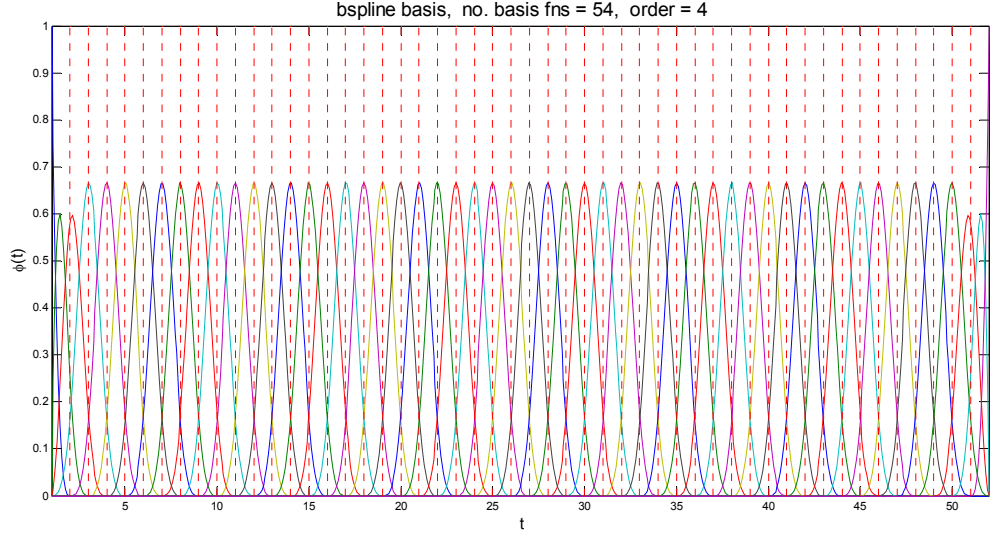


Şekil 3.3. İşlem Miktarlarındaki Değişim Grafiği

Şekil 3.3.'de işlem miktarı verilerindeki haftalık değişimin kapanış fiyatları verilerine göre daha yüksek olduğu, değişimin genel seyrinin % 0-1000 aralığında olmasına rağmen bireysel davranış gösteren bir çok şirket olduğu görülmektedir. Bu yüzden belli haftalarda birlikte yükseliş yada düşüş olup olmadığı net bir şekilde görülememektedir.

3.3.1. Fonksiyonel Dönüşüm

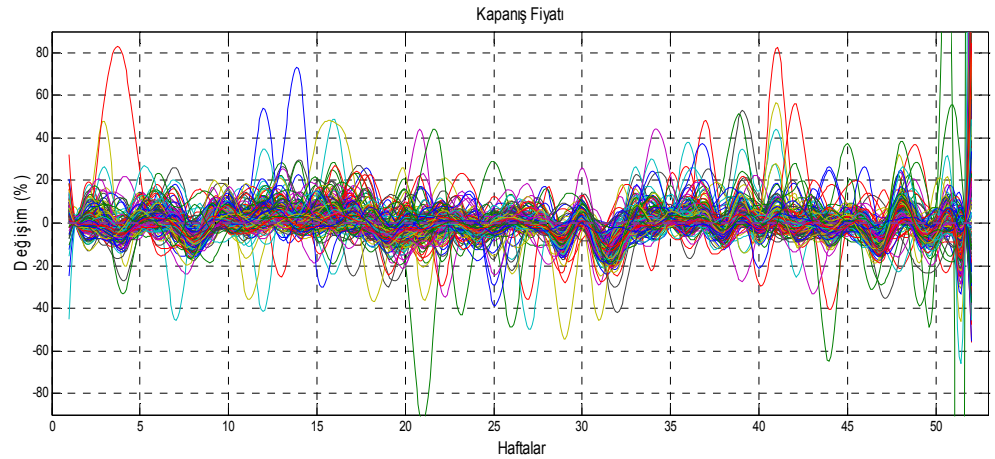
2011 yılı için 52 haftada gözlenen kapanış fiyatı ile işlem miktarı verilerinin fonksiyonel dönüşümü için periyodik olmayan veriler üzerinde sıklıkla kullanılan B-Splayn baz fonksiyon sistemi kullanılmıştır. 52 gözlem noktası için (14) eşitliğinde verilen formülün kullanılmasıyla dördüncü mertebeden 54 B-Splayn baz fonksiyon elde edilmiş ve Şekil 3.4.'de gösterilmiştir.



Şekil 3.4. Verilerin Fonksiyonlara Dönüşümünde Kullanılan B-Splayn Baz Fonksiyonlar

Şekil 3.4.'de 52 gözlem noktası için çizdirilmiş dördüncü mertebeye üçüncü dereceden kübik B-Splayn baz fonksiyonları görülmektedir. Dördüncü basamak B-Splayn baz fonksiyonlar orijinal verilerin fonksiyonel veriye dönüşümünde, her bir aralıkta kullanılan 4 parça polinomdan oluşmaktadır.

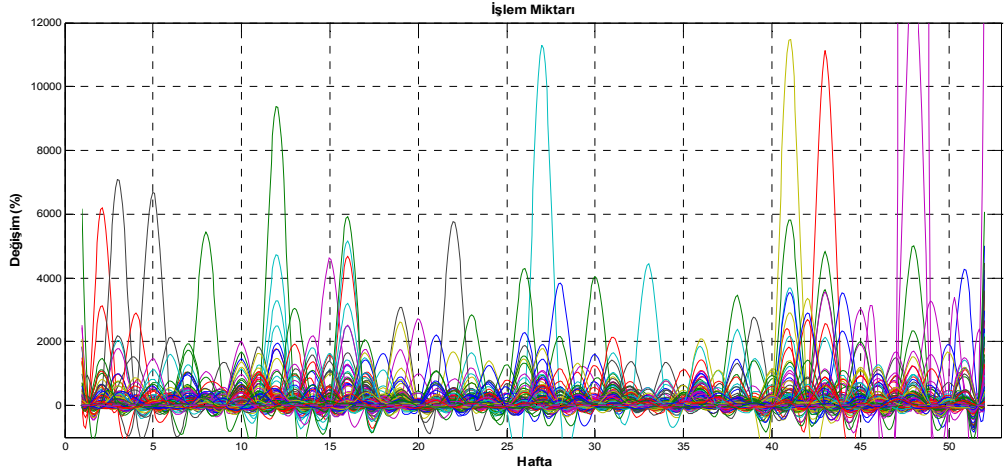
54 adet B-Splayn baz fonksiyon kullanılarak İMKB'de işlem gören 234 şirket için kapanış fiyatlarına ait fonksiyonel veriler Şekil 3.5.'de gösterilmiştir.



Şekil 3.5. Kapanış Fiyatlarının Fonksiyonlara Dönüştürülmesi

Şekil 3.5.'de kapanış fiyatlarının düzgünleştirme yapılmadan fonksiyonlara dönüştürülmüş halleri gösterilmiştir. Şekil 3.5.'de fonksiyonel dönüşümün orijinal verilere ait grafikteki tepe ve dip noktadaki keskinliği yumuşattığı görülmektedir. Değişim aralığı orijinal grafikte hemen hemen aynı kalmıştır.

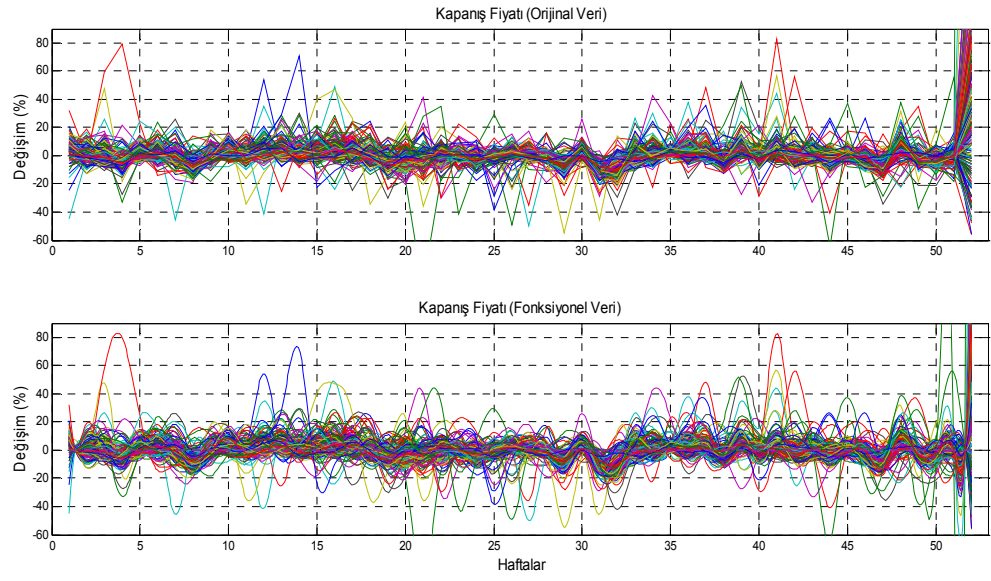
54 adet B-Splayn baz fonksiyon kullanılarak İMKB'de işlem gören 234 şirket için işlem miktarlarına ait fonksiyonel veriler Şekil 3.6.'da gösterilmiştir.



Şekil 3.6. İşlem Miktarlarının Fonksiyonlara Dönüştürülmesi

Şekil 3.6.'da işlem miktarı verilerinin düzgünleştirmeden önceki fonksiyonel durumları gösterilmiştir. Şekilden verilerin genel olarak - %1000 ile + %2000 değişim aralığında yoğunlaştığı görülmekle birlikte haftalara göre yükseliş veya düşüş yönünde ortak hareketlerine ilişkin yorum yapmak oldukça zordur. Kapanış fiyatı verilerine göre bireysel davranış gösteren şirket sayısı bir hayli fazladır.

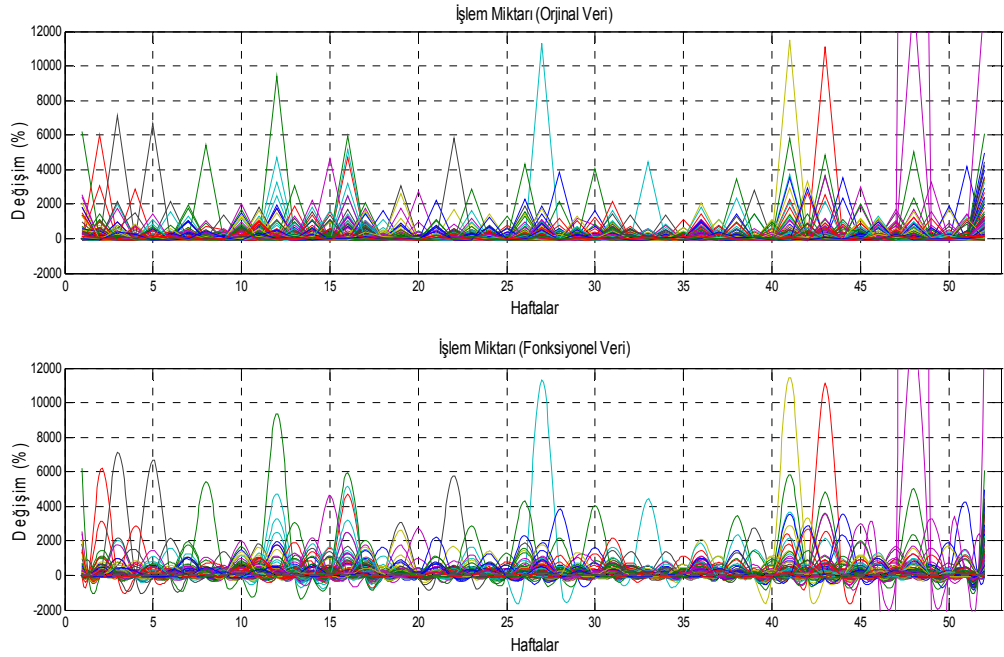
Kapanış fiyatı orijinal verilerinin grafiği ile fonksiyonel verilerinin grafiği daha kolay değerlendirilebilmeleri amacıyla aşağıda Şekil 3.7.'de birlikte verilmiştir.



Şekil 3.7. Kapanış Fiyatı Orijinal ve Fonksiyonel Verisi

Şekil 3.7.'de orijinal verinin fonksiyonel veriye dönüşümü net bir şekilde görülmektedir. Değişim aralığında herhangi bir farklılık yoktur. Orijinal verilerdeki keskin dönüşler yerini daha yumuşak geçişlere bırakmıştır.

Aynı şekilde işlem miktarı orijinal verilerinin grafiği ile fonksiyonel verilerinin grafiği daha kolay değerlendirilebilmeleri amacıyla aşağıda Şekil 3.8.'de birlikte verilmiştir.



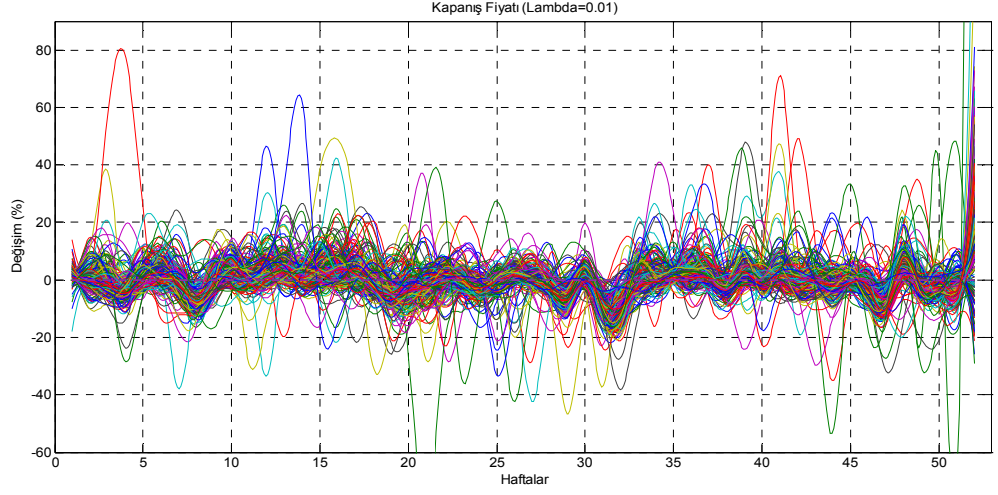
Şekil 3.8. İşlem Miktarı Orijinal ve Fonksiyonel Verisi

Şekil 3.8. incelendiğinde işlem miktarı orijinal verisi ile fonksiyonel verisi arasında değişim aralığı bakımından bir fark olmadığı gözlenmiştir. Orijinal veriler fonksiyonel veriye yani eğrilere dönüştükleri için grafikteki tepe ve dip noktadaki sivriliklerin eğrisel forma uygun hale geldiği görülmektedir.

3.3.1.1. Farklı Düzgünleştirme Parametreleri (Lambda) Kullanılarak Fonksiyonel Veriye Dönüşüm

Bu kısımda subjektif olarak seçilen lambda değerleri için kapanış fiyatı ve işlem miktarı verilerinin fonksiyonel veriye dönüşümü gerçekleştirilmiştir. Literatürde subjektif lambda değerleri 10^{-3} , 10^{-2} , 10^{-1} gibi 1'den küçük düzgünleştirme parametreleri önerilmektedir. Bu çalışmada ise subjektif düzgünleştirme parametresi değerleri olarak 10^{-2} , 10^{-1} ile düzgünleştirmenin etkisinin daha iyi görülebilmesi amacıyla bu değerlere nisbeten daha büyük olan 1 değeri kullanılmıştır. Her bir düzgünleştirme parametresinin fonksiyonel dönüşümdeki etkisi grafiklerle gösterilmiştir.

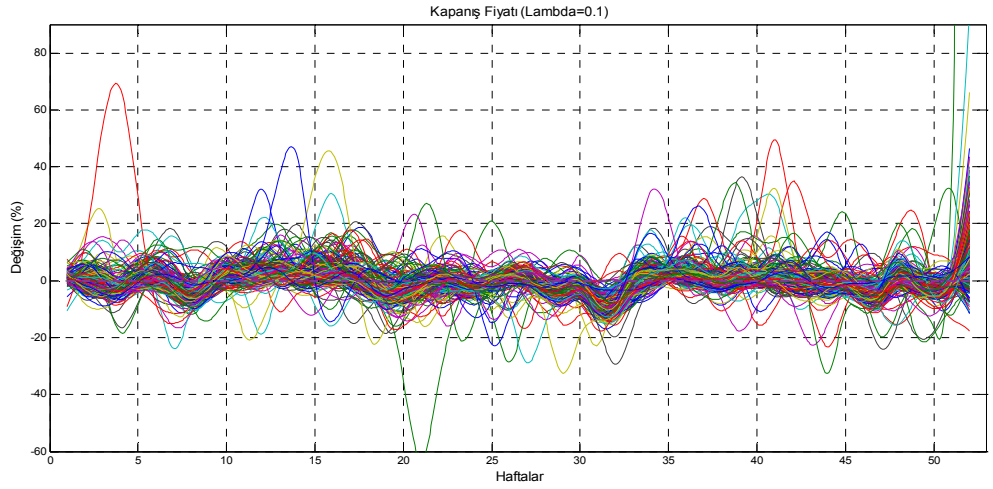
Şekil 3.9.'da kapanış fiyatlarının lambda =0.01 düzgünleştirme parametresi değerine göre düzgünleştirilmiş hali gösterilmiştir.



Şekil 3.9. Kapanış Fiyatlarının Fonksiyonlara Dönüştürülmesi ($\lambda=0.01$)

Şekil 3.9.'da 0.01 seviyesindeki düzgünleştirmede verilerdeki yüzdesel değişim aralığının düzgünleştirmeden önceki fonksiyonel veriye göre azaldığı görülmektedir. 0.01 seviyesindeki düzgünleştirmeye veriler birbirine daha yakın hale gelmiş ve ortak hareketin seyri daha belirgin görülmüştür. Bunun nedeni kapanış fiyatı verilerindeki değişim aralığının çok yüksek olmamasıdır.

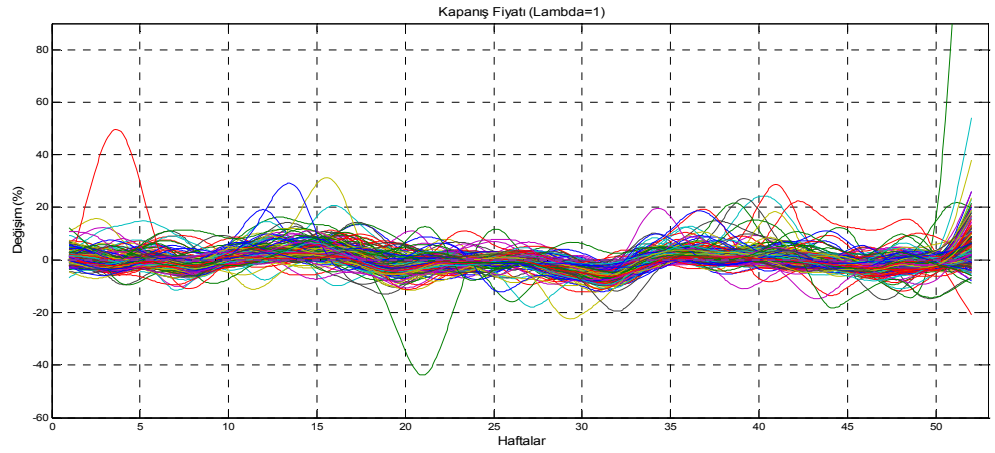
Şekil 3.10'da $\lambda=0.1$ seviyesinde düzgünleştirme parametresi değerine göre düzgünleştirilmiş kapanış fiyatı verileri gösterilmiştir.



Şekil 3.10. Kapanış Fiyatlarının Fonksiyonlara Dönüştürülmesi ($\lambda=0.1$)

Şekil 3.10.'da belirtilen seviyedeki düzgünleştirmede bireysel davranışların verilerin genel seyrine gittikçe yaklaştığı ve değişim aralığının daha da azaldığı görülmekle birlikte fonksiyonlardaki düzleşme ortaya çıkmaya başlamıştır. 0.01 seviyesindeki düzgünleştirmeye göre özellikle 8., 29. ve 32. haftalardaki ortak hareket seyrinin düzleşmeye başladığı görülmektedir.

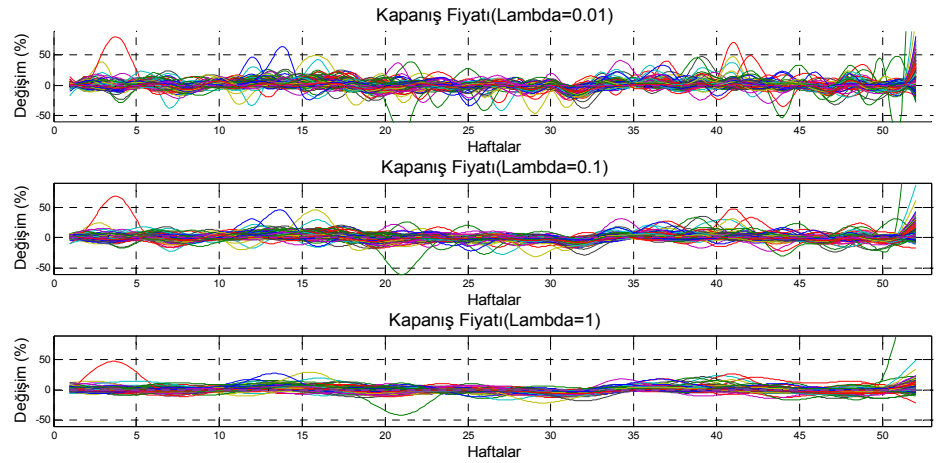
Şekil 3.11.'de kapanış fiyatlarının lambda =1 düzgünleştirme parametresi değerine göre düzgünleştirilmiş hali gösterilmiştir.



Şekil 3.11. Kapanış Fiyatlarının Fonksiyonlara Dönüştürülmesi (lambda=1).

Şekil 3.11.'de 1 seviyesindeki düzgünleştirmede verilerin çoğunluğunun gösterdiği genel davranış seyrinin gittikçe düzleşmeye başladığı grafikten görülmektedir. Fonksiyonel verilerin yükseliş ve düşüş olarak ortak hareket ettikleri haftalar artık çok net bir şekilde seçilememektedir. Yüzdesele değişim aralığı ise birkaç veri hariç \pm %20'ler seviyesine düşmüştür. Bireysel olarak değişim aralığı çok yüksek olan şirketler, diğer veriler oldukça düzleştiği için daha iyi bir şekilde görülebilmektedir. Özellikle 38-42. haftalar arası bireysel değişimlerin yüksek olduğu görülmektedir.

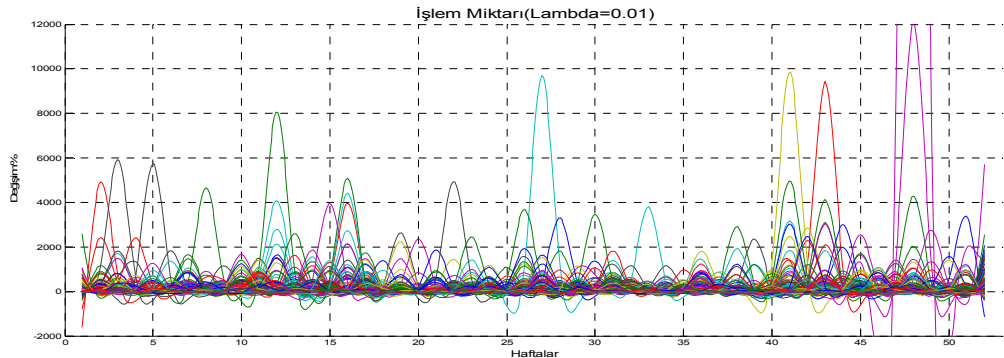
Düzgünleştirme parametresinin kapanış fiyatları fonksiyonel verisi üzerindeki etkisinin daha net olarak görülebilmesi için lambda değerleri 0.01, 0.1 ve 1 değerleri için grafikler birlikte çizdirilmiş ve aşağıda Şekil 3.12.'de gösterilmiştir.



Şekil 3.12. Kapanış Fiyatı Verileri İçin 0.01, 0.1 ve 1 Lambda Değerlerine Ait Fonksiyonel Veriler

Şekil 3.12.'de düzgünleştirme seviyesinin etkisi üç grafik birlikte gösterilince daha net bir şekilde görülmüştür. 0.01 seviyesinin verinin orijinal seyrini daha iyi yansıttığı, 0.1 seviyesinin ise düzgünleştirme etkisini daha iyi gösterdiği görülmektedir. 1 seviyesinde ise oldukça düzgün eğriler göze çarpmaktadır. Bu da verilerde aşırı düzgünleştirme bireysel davranışların etkisini kaybettireceğinden, verilerde bilgi kaybına yol açacağını göstermektedir.

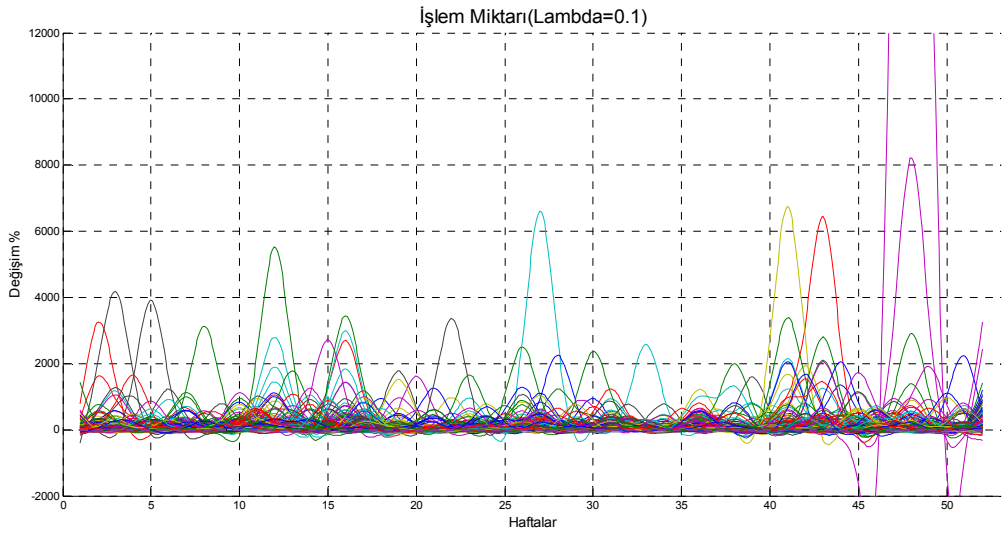
Şekil 3.13'de işlem miktarlarının lambda =0.01 düzgünleştirme parametresi değerine göre düzgünleştirilmiş hali gösterilmiştir.



Şekil 3.13. İşlem Miktarı Verilerinin Fonksiyonlara Dönüştürülmesi (lambda=0.01)

Şekil 3.13.'e göre 0.01 seviyesindeki düzgünleştirmede verilerdeki yüzdesel değişim aralığının azalmaya başladığı görülmektedir. Verilerin belli bir aralıkta yoğunlaşmakla birlikte bireysel değişim aralığının pozitif yönde yüksek olduğu dikkat çekmektedir. Özellikle 48. haftada bu yüksek değişim oldukça belirgin bir şekilde görülmektedir.

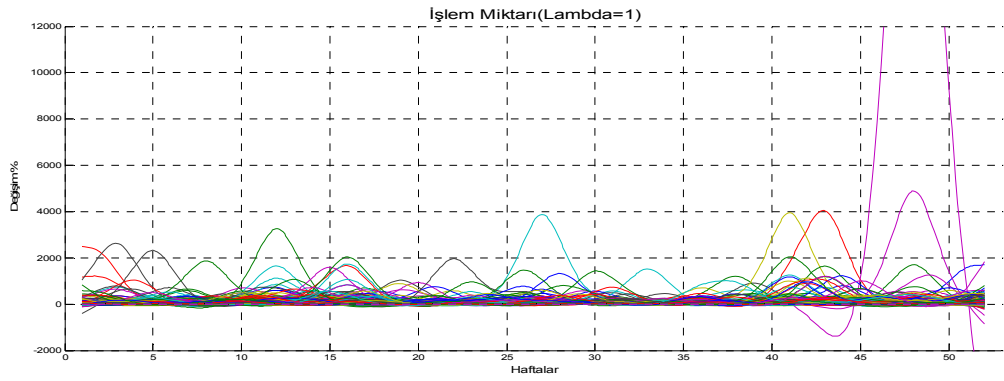
Şekil 3.14.'de işlem miktarlarının $\lambda = 0.1$ seviyesinde düzgünleştirme parametresi değerine göre düzgünleştirilmiş hali gösterilmiştir.



Şekil 3.14. İşlem Miktarı Verilerinin Fonksiyonlara Dönüştürülmesi ($\lambda=0.1$)

Şekil 3.14.'da 0.1 seviyesindeki düzgünleştirmede verilerdeki yüzdesel değişim aralığının azaldığı görülmektedir. Bireysel değişim aralığı düşük olan fonksiyonlar birbirlerine giderek yaklaşmıştır. Bireysel değişim aralığı yüksek olan fonksiyonlar ise daha net bir şekilde görülmektedir.

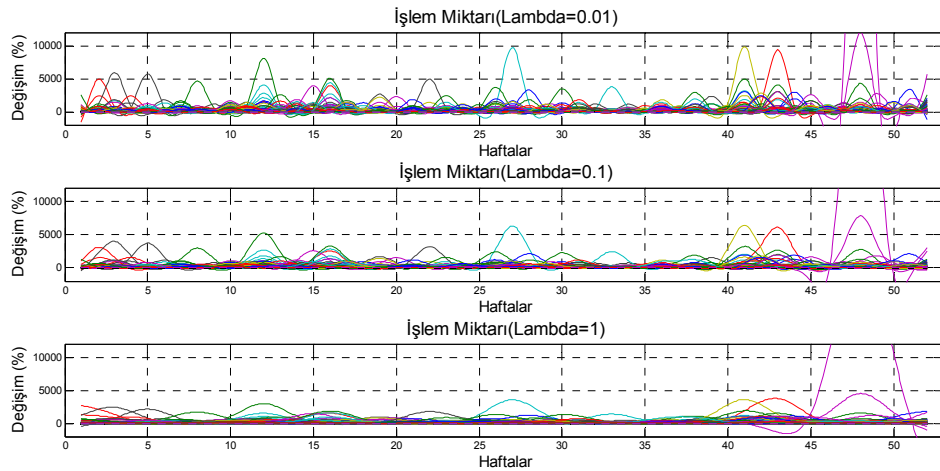
Şekil 3.15'de işlem miktarı verilerinin $\lambda = 1$ seviyesinde düzgünleştirme parametresi değerine göre düzgünleştirilmiş hali gösterilmiştir.



Şekil 3.15. İşlem Miktarı Verilerinin Fonksiyonlara Dönüştürülmesi (lambda=1)

Şekil 3.15.'de 1 seviyesindeki düzgünleştirmede verilerdeki yüzdesel değişim aralığının oldukça azaldığı, bireysel davranış gösteren verilerin genel davranış gösterenlere yaklaştığı görülmektedir. Değişim aralığı çok yüksek olan veriler dışında diğer verilerin iyice düzleştiği görülmektedir.

Düğüneleştirme parametresinin işlem miktarı fonksiyonel verisi üzerindeki etkisinin daha net olarak görülebilmesi için lambda değerleri 0.01, 0.1 ve 1 değerleri için grafikler birlikte çizdirilmiş ve aşağıda Şekil 3.16.'da gösterilmiştir.

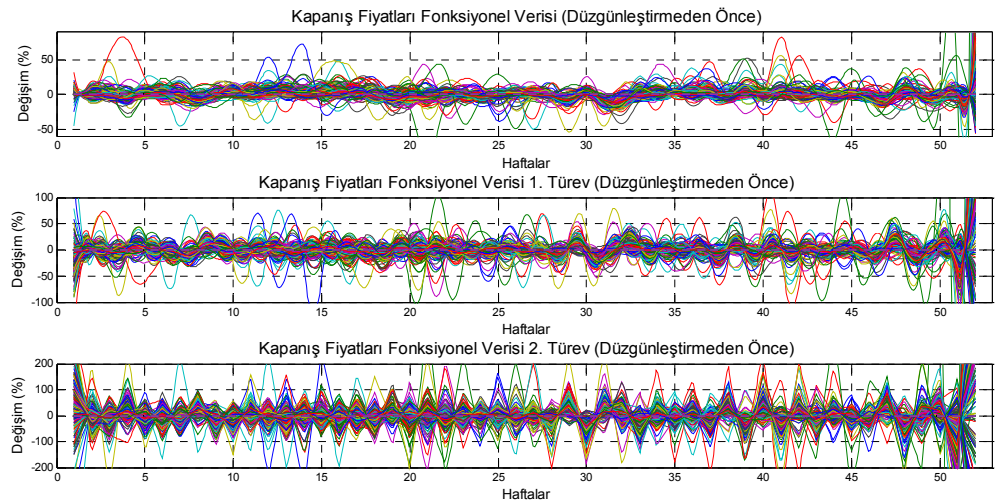


Şekil 3.16. İşlem Miktarı Verileri İçin 0.01, 0.1 ve 1 Lambda Değerlerine Ait Fonksiyonel Veriler

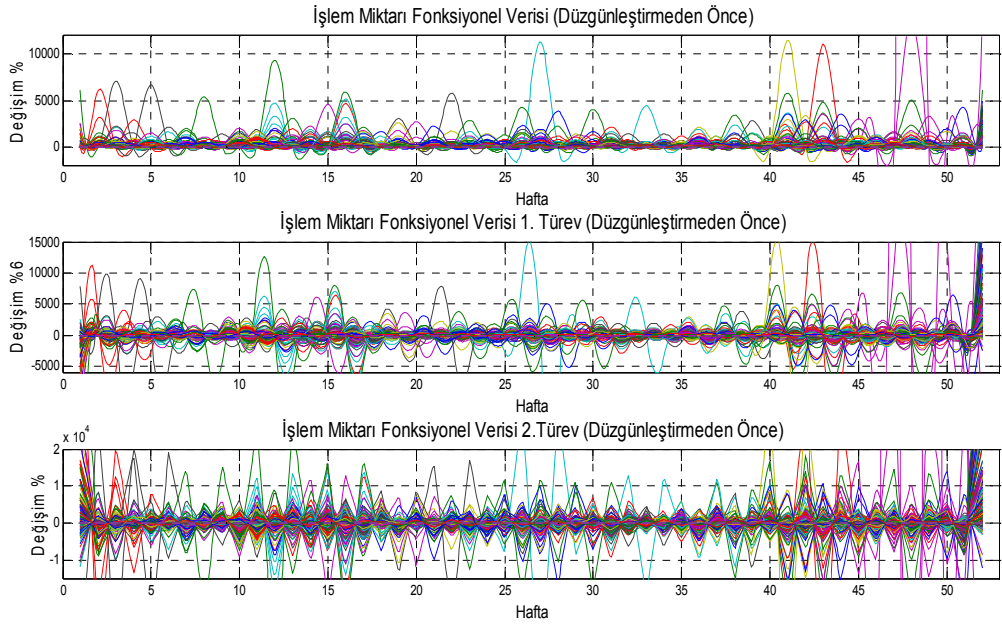
Şekil 3.16.'da her üç düzgünleştirme seviyesinin etkisi birlikte görülmektedir. 0.01 seviyesinde düzgünleştirilen verilerin düzgünleştirilmemiş fonksiyonel veriye oldukça yakın olduğu, 0.1 seviyesinde düzgünleştirilen veride ise düzgünleştirmenin etkisinin iyice ortaya çıktığı görülmektedir. 1 seviyesinde ise verilerin oldukça düzgün fonksiyonlar haline dönüştüğü görülmektedir. Bunun da verilerde bilgi kaybına yol açacağı değerlendirilmektedir.

3.3.1.2. Fonksiyonel Veriler İçin Birinci ve İkinci Türevler

Türev bir fonksiyonun bir noktasındaki değişimi gösteren matematiksel bir kavramdır. Buna göre fonksiyonun birinci türevinin pozitif olduğu bölgelerde fonksiyonun artış gösterdiği, negatif olduğu bölgelerde ise azaldığı ifade edilmektedir. Böylece fonksiyonların birinci türevleriyle fonksiyonlardaki değişim hızı daha net bir biçimde incelenebilir. İkinci türev ise fonksiyonun birinci türevindeki değişimi göstermektedir. Fonksiyonun ikinci türevinin pozitif olduğu noktalarda birinci türev artış gösteriyor, asıl fonksiyon ise artan oranda artıyor demektir. İkinci türevin negatif olduğu noktalarda ise birinci türev fonksiyonundaki değişim azalıyor, asıl fonksiyon ise azalan oranda artıyor demektir. Aşağıda Şekil 3.17. ve Şekil 3.18.'de düzgünleştirilmemiş fonksiyonel kapanış fiyatı ve işlem miktarı verilerine ait birinci ve ikinci türevler verilmiştir.



Şekil 3.17. Kapanış Fiyatı Fonksiyonel Verileri İçin Düğünlüştirmeden Önceki 1. ve 2. Türevler



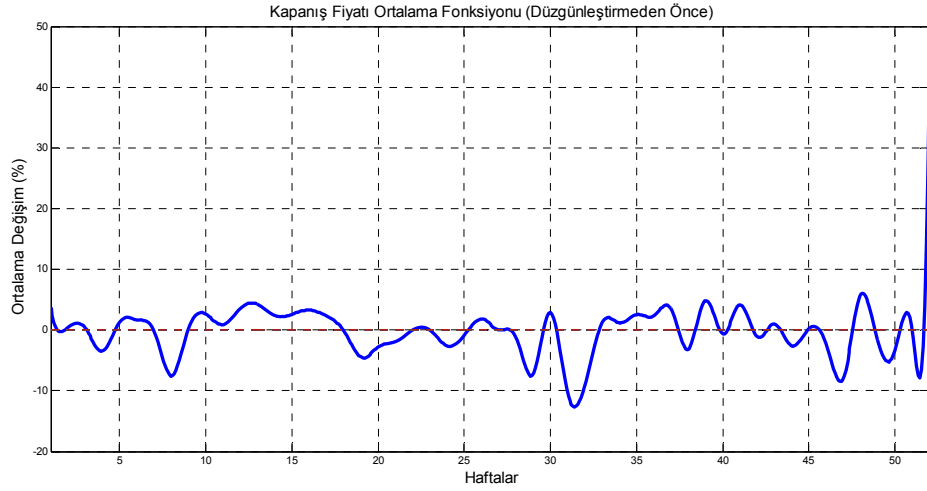
Şekil 3.18. İşlem Miktarı Fonksiyonel Verileri İçin Düzenleştirmeden Önceki 1. ve 2. Türevler

Şekil 3.17. ve Şekil 3.18.'de çok fazla sayıda fonksiyonel veri olmasından dolayı türevlerin yorumunu genel olarak yapmak zordur. Bu yüzden türevlerle ilgili yorumlar ortalama fonksiyonları üzerinden incelenmiştir.

3.3.1.3. Ortalama Fonksiyonu

3.3.1.3.1. Kapanış Fiyatı Fonksiyonel Verileri İçin Düzenleştirmeden Önceki Ortalama Fonksiyonu

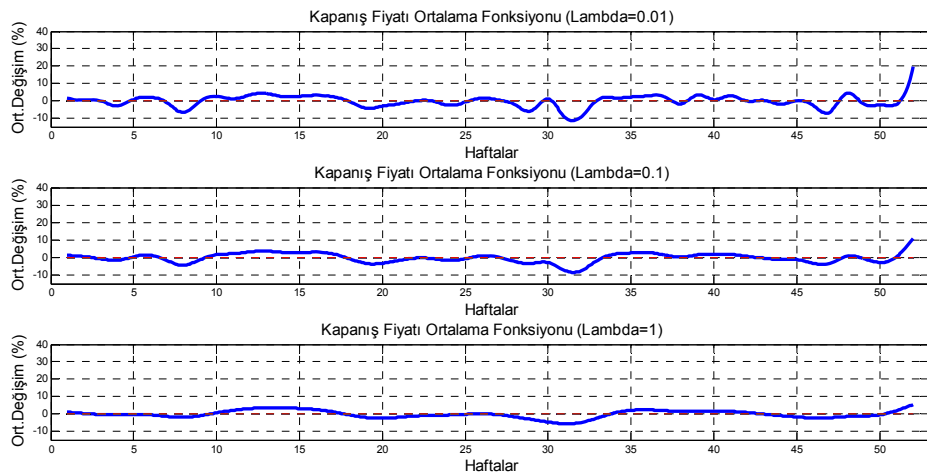
Üzerinde çalışılan veriler fonksiyonel veri olduğu için bunlara ait ortalamalarda fonksiyon şeklindedir. Aşağıda Şekil 3.19.'de kapanış fiyatları için düzenleştirmeden önceki ortalama fonksiyonu gösterilmiştir.



Şekil 3.19. Kapanış Fiyatı Fonksiyonel Verileri İçin Ortalama Fonksiyonu

Ortalama fonksiyonu verilerin haftalık ortalama seyrini fonksiyonel olarak göstermektedir. Şekil 3.19.'da kapanış fiyatlarındaki ortalama değişim rahatlıkla görülmektedir. Değişim aralığı son hafta hariç $\pm\%10$ civarındadır. Bazı haftalarda ortalama fonksiyonunda belirgin düşüşler ve yükselişler görülmektedir. Örneğin 7-8. haftalar ve 31-32. haftalardaki düşüş ile son haftadaki ani yükseliş dikkat çekicidir.

Farklı düğünlüştirme parametrelerinin ortalama fonksiyonu üzerindeki etkileri Şekil 3.20.'de gösterilmiştir.

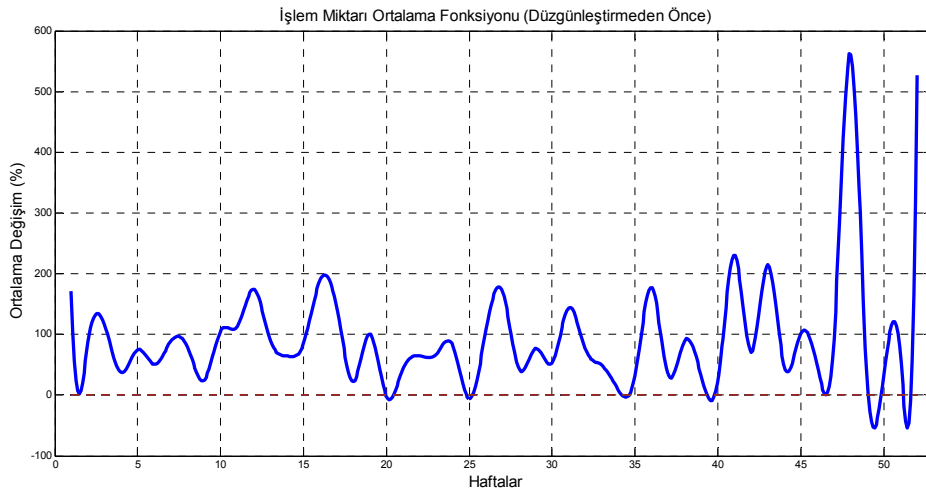


Şekil 3.20. Kapanış Fiyatı Fonksiyonel Verileri İçin Ortalama Fonksiyonu (Lambda 0.01, 0.1 ve 1 için)

Şekil 3.20'de 0.01 seviyesindeki düzgünleştirmenin düzgünleştirmeden önceki ortalama fonksiyonuna oldukça benzediği ve düzgünleştirmeye birlikte ortalama değişim aralığının azaldığı görülmektedir. 0.1 seviyesindeki düzgünleştirmeye birlikte ortalama fonksiyonunun düzleşmeye başladığı, 1 seviyesindeki düzgünleştirme ile de ortalama fonksiyonundaki iniş ve çıkışların 11-16. ile 29-33. haftalar hariç belirginliğini kaybettiği görülmektedir.

3.3.1.3.2. İşlem Miktarı Fonksiyonel Verileri İçin Düzgünleştirmeden Önceki Ortalama Fonksiyonu

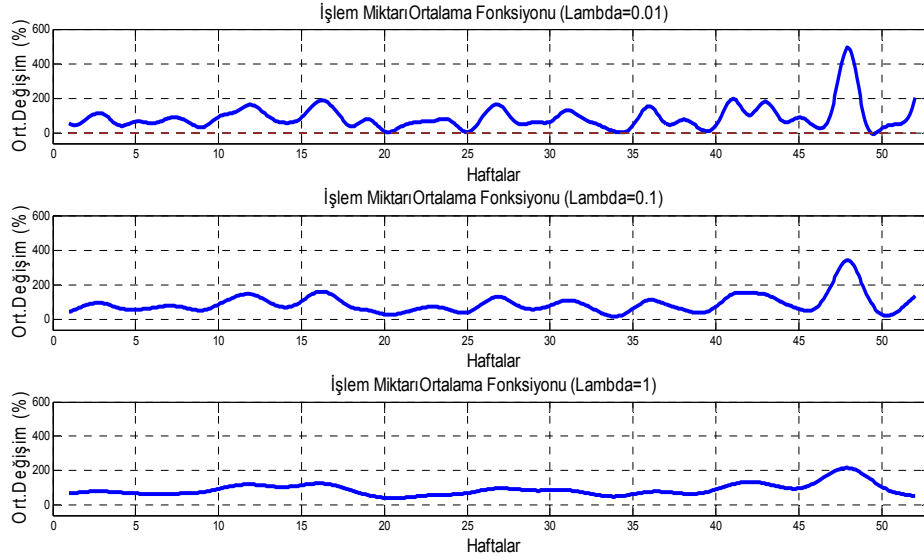
Aşağıda Şekil 3.21.'de işlem miktarları için düzgünleştirmeden önceki ortalama fonksiyonu gösterilmiştir.



Şekil 3.21. İşlem Miktarı Verileri İçin Düzgünleştirmeden Önceki Ortalama Fonksiyonu.

Şekil 3.21.'den işlem miktarlarındaki ortalama değişim rahatlıkla incelenebilir. Buna göre ortalama değişim aralığının oldukça yüksek olduğu görülmektedir. Değişim aralığı son birkaç hafta hariç genel olarak 0 ile +%200 arasında olmakla birlikte özellikle 48. ve 52. haftalarda keskin yükseliş ile 49. ve 51. haftalardaki düşüşler dikkat çekicidir.

Farklı düzgünleştirme parametrelerinin ortalama fonksiyonu üzerindeki etkileri ise Şekil 3.22.'de gösterilmiştir.

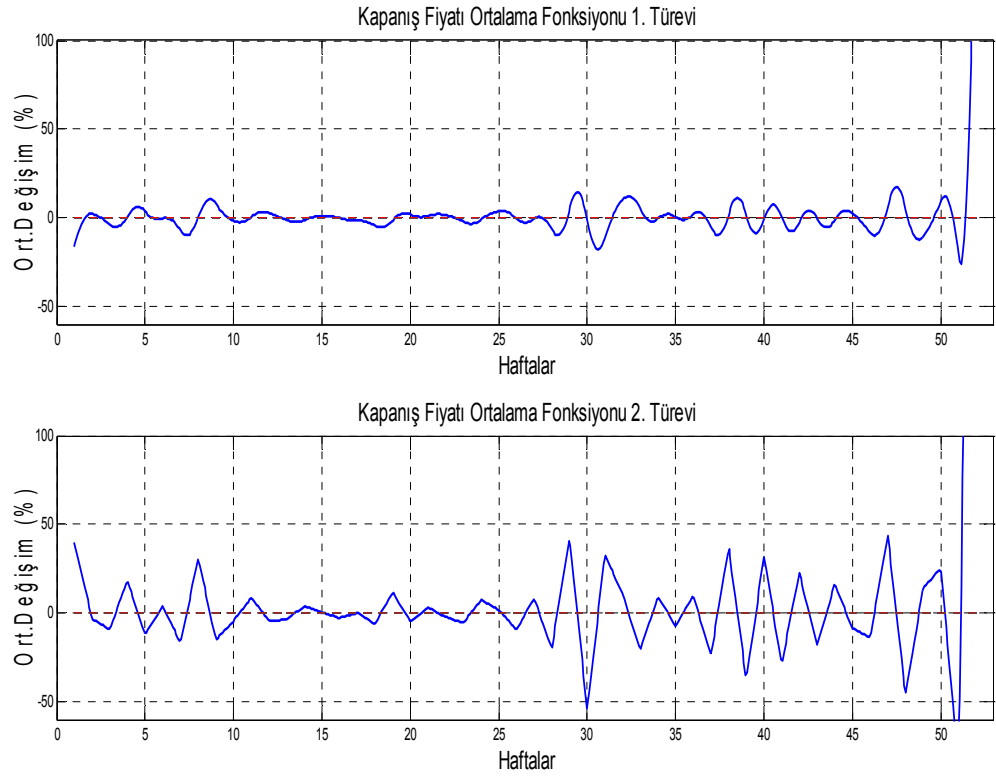


Şekil 3.22. İşlem Miktarı Verileri İçin Ortalama Fonksiyonu
(Lambda 0.01, 0.1 ve 1 için)

Şekil 3.22.'den düzgünleştirme parametresinin farklı seviyedeki değerlerinin işlem miktarı ortalama fonksiyonu üzerindeki etkileri görülmektedir. 0.01 seviyesinden itibaren değişim aralığının azalmaya başladığı ve 0.1 seviyesinde düzgünleştirmenin etkisinin iyice ortaya çıktığı söylenebilir. 1 seviyesinde ise değişim aralığının iyice azaldığı ve belli birkaç hafta hariç ortalama fonksiyonunun neredeyse düz bir çizgi haline geldiği görülmektedir.

3.3.1.3.3. Kapanış Fiyatı Ortalama Fonksiyonu 1. ve 2. Türevi

Kapanış fiyatlarındaki ortalama değişimdeki artış ve azalışlar türev fonksiyonuyla daha rahat incelenebilir. Aşağıda Şekil 3.23.'de kapanış fiyatları ortalama fonksiyonunun birinci ve ikinci türevleri gösterilmiştir.



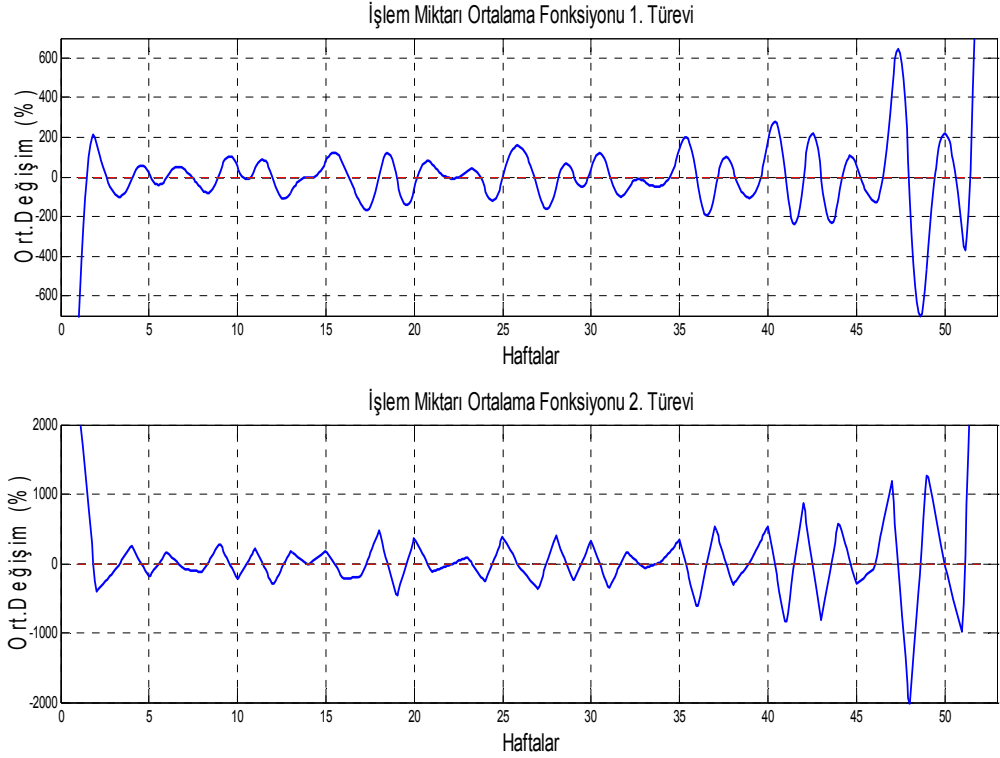
Şekil 3.23. Kapanış Fiyatı Ortalama Fonksiyonu 1. ve 2. Türevi

Şekil 3.23.'de ortalama fonksiyonunun birinci türevinin negatif bölgeden pozitif bölgeye doğru harekete geçtiği görülmektedir. Buna göre ortalama fonksiyonunun hareketine hızla azalarak başladığı söylenebilir. İkinci türev fonksiyonunun hareketinin ise pozitif bölgeden azalarak negatif bölgeye doğru olduğu görülmektedir. Burada da ortalama fonksiyonunun hareketine azalan oranda azalarak başladığı söylenebilir. Yine 30. haftaya bakıldığında birinci türevin pozitif bölgeden negatif bölgeye doğru azalarak hareket ettiği bununda ortalama fonksiyonunda hızlı bir azalmayı gösterdiği, ikinci türevin ise hızlı bir artışla pozitif bölgeye hareket ettiği bununda ortalama fonksiyonunun azalan bir oranda azaldığını gösterdiği söylenebilir. Birinci türevin 0 olduğu noktalarda ise ortalama fonksiyonu ekstremum değerlere sahiptir.

Ortalama fonksiyonunun farklı düzgülendirme parametreleri için birinci ve ikinci türevleri Ek 6'da gösterilmiştir.

3.3.1.3.4. İşlem Miktarı Ortalama Fonksiyonu 1. ve 2. Türevi

İşlem miktarlarındaki ortalama değişimdeki artış ve azalışlar türev fonksiyonuyla daha rahat incelenebilir. Aşağıda Şekil 3.24.'de işlem miktarları ortalama fonksiyonunun birinci ve ikinci türevleri gösterilmiştir.



Şekil 3.24. İşlem Miktarı Ortalama Fonksiyonu 1. ve 2. Türevi

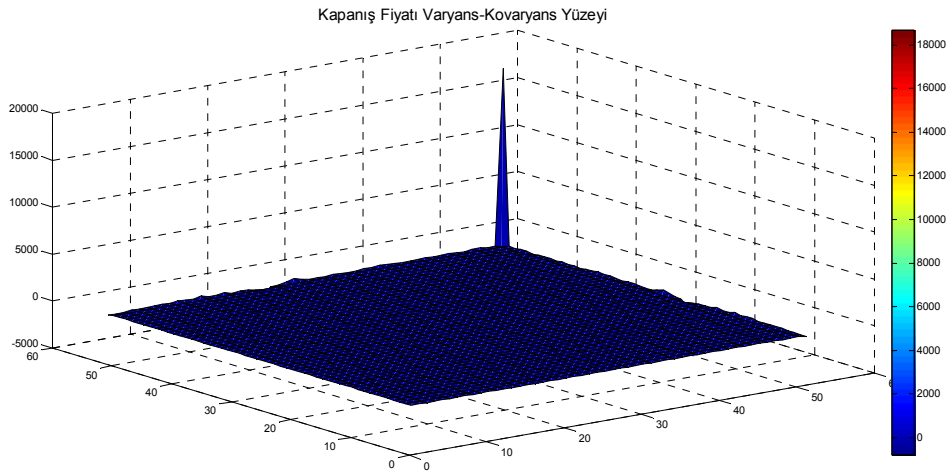
Şekil 3.24.'de ortalama fonksiyonunun birinci türevinin negatif bölgeden artarak pozitif bölgeye doğru harekete geçtiği görülmektedir. Buna göre ortalama fonksiyonunun artan bir hızla azaldığı söylenebilir. İkinci türev fonksiyonunun hareketinin ise pozitif bölgeden azalarak negatif bölgeye doğru olduğu görülmektedir. Burada da ortalama fonksiyonunun birinci türevinin hareketine azalan oranda artarak başladığı söylenebilir. Yine 46-49. haftalara bakıldığında birinci türevin önce pozitif bölgede artış gösterdiği sonra pozitif bölgeden negatif bölgeye doğru azalarak hareket ettiği bununda ortalama fonksiyonunda önce hızlı bir artışı sonra hızlı bir azalmayı gösterdiği söylenebilir. İkinci türevin ise önce bir artışla pozitif bölgeye hareket ettiği sonra hızlı bir azalışla negatif bölgede dip yapıp tekrar pozitif bölgeye doğru hızlı bir

artıŖa geçtiği bununda ortalama fonksiyonunun önce artan bir oranda arttığını sonra azalan bir oranla artmaya devam edip bir noktadan sonra önce artan oranla sonra azalan oranla azalmaya baŖladıđı söylenebilir.

Ortalama fonksiyonunun farklı düzgünleŖtirme parametreleri için birinci ve ikinci türevleri Ek 6'da gösterilmiŖtir.

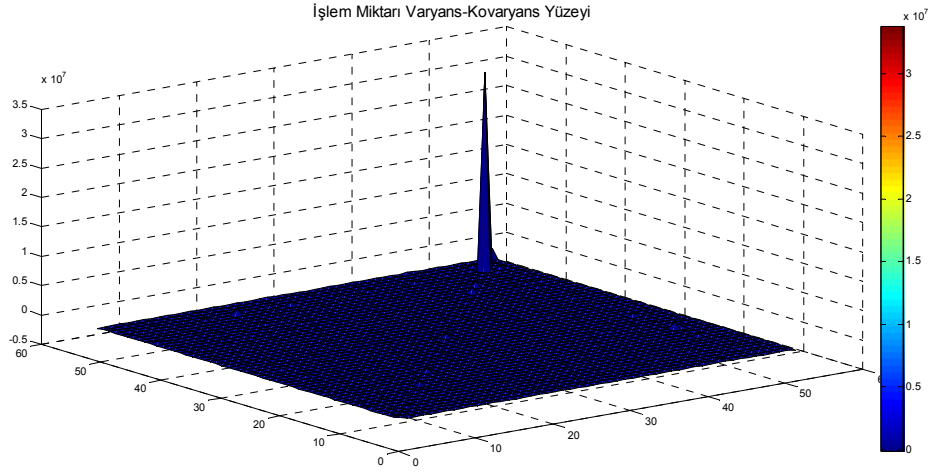
3.3.1.4. Varyans-Kovaryans Yüzeyi

Fonksiyonel verilerin deđiŖkenliđi varyans-kovaryans yüzeyi grafiğiyle incelenebilir. KapanıŖ fiyatı ve iŖlem miktarı verileri için düzgünleŖtirmeden önceki varyans-kovaryans yüzeyleri Ŗekil 3.25. ve Ŗekil 3.26.'da gösterilmiŖtir.



Ŗekil 3.25. 2011 Yılı Tüm Ŗirketler İçin KapanıŖ Fiyatı Varyans-Kovaryans Yüzeyi

234 Ŗirket için 52 noktada çizdirilen kapanıŖ fiyatlarına ait varyans-kovaryans yüzeyi Ŗekil 3.25.'de gösterilmiŖtir. Yılın son haftasındaki çok yüksek deđiŖim varyans-kovaryans yüzeyinde de kendini göstermektedir. Hem Ŗirket sayısının çok fazla olması hem de son haftadaki yüksek deđiŖkenlik nedeniyle deđiŖim aralığı -5000 ile 20000 aralığında olduğundan diğer haftalardaki deđiŖkenlik çok net bir Ŗekilde incelenememektedir.



Şekil 3.26. 2011 Yılı Tüm Şirketler İçin İşlem Miktarı Fiyatı Varyans-Kovaryans Yüzeyi

234 şirket için 52 noktada çizdirilen işlem miktarına ait varyans-kovaryans yüzeyi Şekil 3.26'da gösterilmiştir. 48-50. haftalardaki yüksek değişim varyans-kovaryans yüzeyinde oldukça belirgindir. Hem şirket sayısının çok fazla olması hem de 48-50. haftadaki yüksek değişkenlik nedeniyle diğer haftalardaki değişkenlik çok net bir şekilde incelenememektedir.

3.3.2. Fonksiyonel Kanonik Korelasyon Analizi Uygulaması

Fonksiyonel Kanonik Korelasyon Analizinin uygulanabilmesi için fonksiyonel verilere belli bir miktar düzgünleştirme uygulanması gerektiği Bölüm 2.2.3'de açıklanmıştır. Bu noktadan hareketle belirlemiş olduğumuz lambda değerlerine göre düzgünleştirilmiş fonksiyonel verilere uygulanan kanonik korelasyon analizi sonuçları aşağıda Tablo 3.1., Tablo 3.2. ve Tablo 3.3.'de gösterilmiştir.

Fonksiyonel kanonik korelasyon analizinde, kullanılan baz fonksiyon sayısı kadar kanonik korelasyon katsayısı hesaplanmaktadır. Tablo 3.1.'de 0.01 düzgünleştirme seviyesinde 54 kanonik değişken çifti için hesaplanan kanonik korelasyon katsayıları ve bunların kareleri gösterilmektedir.

Tablo3.1. Lambda=0,01 Seviyesinde Düzgünleştirilmiş Fonksiyonel Veri İçin Kanonik Korelasyon Katsayıları

Kanonik Değişken	ρ	ρ^2	Kanonik Değişken	ρ	ρ^2	Kanonik Değişken	ρ	ρ^2
1	0,88	0,77	19	0,58	0,34	37	0,28	0,08
2	0,87	0,75	20	0,58	0,33	38	0,27	0,07
3	0,86	0,73	21	0,55	0,31	39	0,25	0,06
4	0,84	0,70	22	0,53	0,29	40	0,24	0,06
5	0,82	0,67	23	0,52	0,27	41	0,23	0,06
6	0,79	0,62	24	0,50	0,25	42	0,20	0,04
7	0,77	0,60	25	0,49	0,24	43	0,16	0,03
8	0,76	0,59	26	0,47	0,22	44	0,15	0,02
9	0,75	0,57	27	0,46	0,21	45	0,14	0,02
10	0,74	0,55	28	0,45	0,20	46	0,13	0,02
11	0,73	0,53	29	0,45	0,20	47	0,12	0,02
12	0,72	0,52	30	0,43	0,18	48	0,09	0,01
13	0,69	0,48	31	0,40	0,16	49	0,08	0,01
14	0,68	0,46	32	0,39	0,15	50	0,04	0,00
15	0,66	0,44	33	0,35	0,12	51	0,02	0,00
16	0,64	0,41	34	0,34	0,12	52	0,01	0,00
17	0,62	0,38	35	0,32	0,10	53	0,00	0,00
18	0,59	0,35	36	0,31	0,10	54	0,00	0,00

Tablo 3.1. incelendiğinde 0.01 seviyesinde düzgünleştirilmiş fonksiyonel veriler için hesaplanan en yüksek kanonik korelasyon katsayısının birinci kanonik değişken çifti için 0.88 olduğu görülmektedir. İlk 24 kanonik değişken çifti için hesaplanan kanonik korelasyon katsayılarının 0.5'in üzerinde olduğu görülmektedir. Bu da değişkenler arasında kuvveti bir ilişki olduğu anlamına gelmektedir. 48. kanonik değişken çiftinden itibaren kanonik korelasyon katsayılarının gittikçe küçüldüğü ve değişkenler arasındaki ilişkinin oldukça zayıfladığı görülmektedir.

Tablo 3.2.'de 0.1 düzgünleştirme seviyesinde baz fonksiyon sayısı kadar hesaplanan kanonik korelasyon katsayıları ve bunların kareleri gösterilmektedir.

Tablo 3.2. Lambda=0,1 Seviyesinde Düzgünleştirilmiş Fonksiyonel Veri İçin Kanonik Korelasyon Katsayıları

Kanonik Değişken	ρ	ρ^2	Kanonik Değişken	ρ	ρ^2	Kanonik Değişken	ρ	ρ^2
1	0,85	0,72	19	0,48	0,23	37	0,14	0,02
2	0,83	0,68	20	0,47	0,22	38	0,12	0,02
3	0,81	0,65	21	0,45	0,21	39	0,12	0,01
4	0,78	0,61	22	0,45	0,20	40	0,11	0,01
5	0,76	0,58	23	0,42	0,18	41	0,09	0,01
6	0,71	0,51	24	0,40	0,16	42	0,08	0,01
7	0,70	0,49	25	0,39	0,15	43	0,07	0,01
8	0,69	0,48	26	0,37	0,13	44	0,05	0,00
9	0,67	0,46	27	0,35	0,12	45	0,05	0,00
10	0,66	0,44	28	0,33	0,11	46	0,04	0,00
11	0,64	0,41	29	0,31	0,09	47	0,03	0,00
12	0,63	0,39	30	0,27	0,07	48	0,02	0,00
13	0,61	0,37	31	0,26	0,07	49	0,02	0,00
14	0,57	0,33	32	0,25	0,06	50	0,01	0,00
15	0,55	0,31	33	0,23	0,05	51	0,01	0,00
16	0,54	0,29	34	0,21	0,04	52	0,00	0,00
17	0,52	0,27	35	0,19	0,04	53	0,00	0,00
18	0,49	0,24	36	0,18	0,03	54	0,00	0,00

Tablo 3.2. incelendiğinde 0.1 seviyesinde düzgünleştirilmiş fonksiyonel veriler için hesaplanan en yüksek kanonik korelasyon katsayısının birinci kanonik değişken çifti için 0.85 olduğu görülmektedir. İlk 17 kanonik değişken çifti için hesaplanan kanonik korelasyon katsayılarının 0.5'in üzerinde olduğu görülmektedir. Bu da değişkenler arasında kuvvetli bir ilişki olduğu anlamına gelmektedir. 41. kanonik değişken çiftinden itibaren kanonik korelasyon katsayılarının küçülerek değişkenler arasındaki ilişkinin oldukça zayıfladığı görülmektedir.

Tablo 3.3.'de 1 düzgünleştirme seviyesinde baz fonksiyon sayısı kadar hesaplanan kanonik korelasyon katsayıları ve bunların kareleri gösterilmektedir.

Tablo3.3. Lambda=1 Seviyesinde Düzgünleştirilmiş Fonksiyonel Veri İçin Kanonik Korelasyon Katsayıları

Kanonik Değişken	ρ	ρ^2	Kanonik Değişken	ρ	ρ^2	Kanonik Değişken	ρ	ρ^2
1	0,78	0,61	19	0,23	0,05	37	0,01	0,00
2	0,71	0,50	20	0,21	0,04	38	0,00	0,00
3	0,66	0,44	21	0,19	0,04	39	0,00	0,00
4	0,66	0,43	22	0,18	0,03	40	0,00	0,00
5	0,59	0,35	23	0,16	0,03	41	0,00	0,00
6	0,58	0,33	24	0,15	0,02	42	0,00	0,00
7	0,57	0,32	25	0,12	0,01	43	0,00	0,00
8	0,54	0,29	26	0,10	0,01	44	0,00	0,00
9	0,50	0,25	27	0,08	0,01	45	0,00	0,00
10	0,47	0,22	28	0,07	0,01	46	0,00	0,00
11	0,46	0,21	29	0,06	0,00	47	0,00	0,00
12	0,43	0,19	30	0,04	0,00	48	0,00	0,00
13	0,38	0,14	31	0,04	0,00	49	0,00	0,00
14	0,36	0,13	32	0,03	0,00	50	0,00	0,00
15	0,33	0,11	33	0,02	0,00	51	0,00	0,00
16	0,30	0,09	34	0,02	0,00	52	0,00	0,00
17	0,28	0,08	35	0,01	0,00	53	0,00	0,00
18	0,26	0,07	36	0,01	0,00	54	0,00	0,00

Tablo 3.3. incelendiğinde 1 seviyesinde düzgünleştirilmiş fonksiyonel veriler için hesaplanan en yüksek kanonik korelasyon katsayısının birinci kanonik değişken çifti için 0.78 olduğu görülmektedir. İlk 9 kanonik değişken çifti için hesaplanan kanonik korelasyon katsayılarının 0.5'in üzerinde olduğu görülmektedir. Bu da değişkenler arasında kuvveti bir ilişki olduğu anlamına gelmektedir. 27. kanonik değişken çiftinden itibaren kanonik korelasyon katsayılarının gittikçe küçüldüğü ve değişkenler arasındaki ilişkinin oldukça zayıfladığı görülmektedir.

Farklı düzgünleştirme parametrelerinin etkisini yansıtan fonksiyonel verilere uygulanan kanonik korelasyon analizine göre elde edilen korelasyon katsayıları Tablo 3.1., Tablo 3.2. ve Tablo 3.3'de gösterilmiştir. Kanonik korelasyon katsayıları

hesaplandıktan sonra bu katsayılar için standart ağırlıkların, kanonik yüklerin, açıklanan varyans oranlarının ve gereksizlik indekslerinin hesaplanması gerekmektedir. Bundan sonraki bölümde ifade edilen bu hesaplamaların daha rahat bir şekilde incelenebilmesi için düzgünleştirme parametresi 0.1 değeri ve ilk üç kanonik değişken için hesaplamalar yapılmış ve analiz açıklanmıştır.

3.3.2.1. Fonksiyonel Kanonik Değişkenlerin Standart Ağırlıklarının Belirlenmesi

Kanonik korelasyon analizinde değişken setleri için bağımlı ve bağımsız değişken seti ayrımı yapılması zorunlu değildir. Bununla birlikte eğer değişken setleri arasında böyle bir durum olduğu düşünülüyorsa analiz bağımlı değişken seti ile bağımsız değişken seti arasındaki ilişkinin incelenmesi şeklinde kullanılabilir. Bu aşamadan sonra bu çalışmada kapanış fiyatı değişken seti bağımsız, işlem miktarı değişken seti bağımlı değişken seti olarak ele alınıp analiz gerçekleştirilmiştir.

Orijinal değişkenlerin kanonik değişkene ne ölçüde katkı yaptığı standart ağırlıklar incelenerek görülebilir. Ek 3 Tablo1.'de bağımsız değişken seti olan kapanış fiyatlarının her bir şirket için ilk üç kanonik değişkene olan katkısı verilmiştir.

Ek 3 Tablo 1. incelendiğinde bağımsız değişken setinde birinci kanonik değişkene katkısı en yüksek on şirket ve standart ağırlıkları Tablo 3.4.'de verilmiştir.

Tablo 3.4. Bağımsız Değişken Setinde Birinci Bağımsız Kanonik Değişkene Katkısı En Yüksek On Şirket ve Standart Ağırlıkları

Şirket Adı	Standart Ağırlık
BURÇELİK	60,60
BURÇELİK VANA	7,58
REYSAŞ LOJİSTİK	5,84
KENT GIDA	5,50
LATEK LOJİSTİK	4,73
PLASTİKKART	4,34
KARSU TEKSTİL	4,26
ŞEKER PİLİÇ	3,67
VAKIF FİN. KİR.	3,60
VAKKO TEKSTİL	3,53

Tablo 3.4. incelendiğinde bağımsız değişken setinde birinci kanonik değişkene en yüksek katkıyı Burçelik şirketinin yaptığı ondan sonra Burçelik Vana ve Reysaş Lojistik şirketlerinin geldiği görülmektedir.

Ek 3 Tablo 1. incelendiğinde bağımsız değişken setinde ikinci kanonik değişkene katkısı en yüksek on şirket ve standart ağırlıkları Tablo 3.5.'de verilmiştir.

Tablo 3.5. Bağımsız Değişken Setinde İkinci Bağımsız Kanonik Değişkene Katkısı En Yüksek On Şirket Ve Standart Ağırlıkları

Şirket Adı	Standart Ağırlık
METEMTEKS	24,92
MARMARİS ALTINYUNUS	5,89
BURÇELİK	5,54
MARSHALL	5,42
AKSU ENERJİ	5,36
METRO HOLDİNG	4,81
İNTEMA	4,53
T.DEMİR DÖKÜM	4,46
T.TUBORG	4,11
MUTLU AKÜ	4,05

Tablo 3.5. incelendiğinde bağımsız değişken setinde ikinci kanonik değişkene en yüksek katkıyı Metemteks şirketinin yaptığı ondan sonra Marmaris Altinyunus ve Burçelik şirketlerinin geldiği görülmektedir.

Ek 3 Tablo 1. incelendiğinde bağımsız değişken setinde üçüncü kanonik değişkene katkısı en yüksek on şirket ve standart ağırlıkları Tablo 3.6.'da verilmiştir.

Tablo 3.6. Bağımsız Değişken Setinde Üçüncü Bağımsız Kanonik Değişkene Katkısı En Yüksek On Şirket ve Standart Ağırlıkları

Şirket Adı	Standart Ağırlık
FAVORİ DİNLENME YER.	16,84
BURÇELİK VANA	11,77
VAKKO TEKSTİL	8,13
SÖKTAŞ	6,43
TRABZONSPOR SPORTİF	6,40
MENDERES TEKSTİL	5,89
ACIBADEM SAĞLIK	5,54
BATI ÇİMENTO	5,25
LİNK BİLGİSAYAR	4,58
KÜTAHYA PORSELEN	4,00

Tablo 3.6. incelendiğinde bağımsız değişken setinde üçüncü kanonik değişkene en yüksek katkıyı Favori Dinlenme Yer. şirketinin yaptığı ondan sonra Burçelik Vana ve Vakko Tekstil şirketlerinin geldiği görülmektedir.

Bağımlı değişken seti olan işlem miktarının her bir şirket için ilk üç kanonik değişkene olan katkısı Ek 3 Tablo 2.'de gösterilmiştir.

Ek 3 Tablo 2. incelendiğinde bağımlı değişken setinde birinci kanonik değişkene katkısı en yüksek on şirket ve standart ağırlıkları Tablo 3.7.'de verilmiştir.

Tablo 3.7. Bağımlı Değişken Setinde Birinci Bağımlı Kanonik Değişkene Katkısı En Yüksek On Şirket ve Standart Ağırlıkları

Şirket Adı	Standart Ağırlık
BURÇELİK	222,48
SERVE KIRTASIYE	68,26
LATEK LOJİSTİK	48,80
AKSİGORTA	47,47
BURÇELİK VANA	34,75
KARTONSAN	30,43

Tablo 3.7. (Devam)

CARREFOURSA(B)	22,97
COMPONENTA DÖKÜMCÜLÜK	22,54
İPEK MATBAACILIK -DOĞAL	21,05
ENERJİ	
CARREFOURSA(A)	20,28

Tablo 3.7. incelendiğinde bağımlı değişken setinde birinci kanonik değişkene en yüksek katkıyı Burçelik şirketinin yaptığı ondan sonra Serve Kırtasiye ve Latek Lojistik şirketlerinin geldiği görülmektedir.

Ek 3 Tablo 2. incelendiğinde bağımlı değişken setinde ikinci kanonik değişkene katkısı en yüksek on şirket ve standart ağırlıkları Tablo 3.8.'de verilmiştir.

Tablo 3.8. Bağımlı Değişken Setinde İkinci Bağımlı Kanonik Değişkene Katkısı En Yüksek On Şirket ve Standart Ağırlıkları

Şirket Adı	Standart Ağırlık
METEMTEKS	92,12
İŞ Y. MEN. DEĞ.	45,39
AKSU ENERJİ	26,57
MARMARİS ALTINYUNUS	26,15
İNTEMA	20,48
BURÇELİK	19,86
PINAR SÜT	18,25
RAY SİGORTA	17,59
OLMUKSA	17,03
T.DEMİR DÖKÜM	16,70

Tablo 3.8. incelendiğinde bağımlı değişken setinde ikinci kanonik değişkene en yüksek katkıyı Metemteks şirketinin yaptığı ondan sonra İş Y. Men Değ. ve Aksu Enerji şirketlerinin geldiği görülmektedir.

Ek 3 Tablo 2. incelendiğinde bağımlı değişken setinde üçüncü kanonik değişkene katkısı en yüksek on şirket ve standart ağırlıkları Tablo 3.9.'da verilmiştir.

Tablo 3.9. Bağımlı Değişken Setinde Üçüncü Bağımlı Kanonik Değişkene Katkısı En Yüksek On Şirket ve Standart Ağırlıkları

Şirket Adı	Standart Ağırlık
FAVORİ DİNLENME YER.	72,44
MENDERES TEKSTİL	41,92
BURÇELİK VANA	38,85
MİLPA	36,76
VAKKO TEKSTİL	36,15
ACIBADEM SAĞLIK	26,53
SÖKTAŞ	26,32
GENTAŞ	22,66
VİKİNG KAĞIT	21,41
AKSU ENERJİ	21,22

Tablo 3.9. incelendiğinde bağımlı değişken setinde üçüncü kanonik değişkene en yüksek katkıyı Favori Dinlenme Yer. şirketinin yaptığı ondan sonra Menderes Tekstil ve Burçelik Vana şirketlerinin geldiği görülmektedir.

3.3.2.2. Fonksiyonel Kanonik Değişkenlerin Kanonik Yüklerinin ve Kanonik Çapraz Yüklerinin Belirlenmesi

Kanonik yük, orjinal değişkenin kendi kanonik değişkeniyle arasındaki basit doğrusal korelasyon olarak ifade edilmektedir. İlgili değişkenin kendi kanonik değişkenine ve kanonik korelasyon katsayısına yaptığı katkının ne derece güçlü olduğunun belirlenmesini sağlamaktadır. Kanonik çapraz yük ise orjinal bağımlı değişkenler ile bağımsız kanonik değişkenler arasındaki basit doğrusal korelasyon veya orijinal bağımsız değişkenler ile bağımlı kanonik değişkenler arasındaki basit doğrusal korelasyon olarak tanımlanır. Böylece yüksek korelasyona sahip gözlenmiş değişkenin, çapraz setteki kanonik değişkene yaptığı katkının gücü ölçülebilmektedir.

Orijinal bağımsız değişken seti için ilk üç kanonik değişkene ait kanonik yükler ve kanonik çapraz yükler Ek 4 Tablo 1.'de gösterilmiştir.

Ek 4 Tablo 1. incelendiğinde orijinal bağımsız değişken setinin birinci bağımsız kanonik değişken setiyle arasındaki kanonik yüke katkısı en yüksek on şirket ve kanonik yükleri Tablo 3.10.'da verilmiştir.

Tablo 3.10. Orijinal Bağımsız Değişken Setinin Birinci Bağımsız Kanonik Değişken İle Arasındaki Kanonik Yükler

Şirket Adı	Kanonik Yük
OTOKAR	0,38
ANADOLU ISUZU	0,37
ALARKO CARRIER	0,34
ERBOSAN	0,33
TÜRK TELEKOM	0,31
OLMUKSA	0,31
ERSU GIDA	0,28
MARSHALL	0,28
BORUSAN MANNESMANN	0,26
PINAR SÜT	0,26

Tablo 3.10. incelendiğinde orijinal bağımsız değişken setinin birinci bağımsız kanonik değişken ile arasındaki kanonik yüke en yüksek katkıyı Otokar şirketinin yaptığı ondan sonra Anadolu Isuzu ve Alarko Carrier şirketlerinin geldiği görülmektedir.

Ek 4 Tablo 1. incelendiğinde orijinal bağımsız değişken setinin ikinci bağımsız kanonik değişken setiyle arasındaki kanonik yüke katkısı en yüksek on şirket ve kanonik yükleri Tablo 3.11.'de verilmiştir.

Tablo 3.11. Orijinal Bağımsız Değişken Setinin İkinci Bağımsız Kanonik Değişken İle Arasındaki Kanonik Yükler

Şirket Adı	Kanonik Yük
ESCORT TEKNOLOJİ	0,29
ÇEMTAŞ	0,23
NET HOLDİNG	0,21
MARSHALL	0,18
ALTINYILDIZ	0,17
T.TUBORG	0,16
MENDERES TEKSTİL	0,15
COMPONENTA DÖKÜMCÜLÜK	0,13
BİM MAĞAZALAR	0,12
BAK AMBALAJ	0,12

Tablo 3.11. incelendiğinde orijinal bağımsız değişken setinin ikinci bağımsız kanonik değişken ile arasındaki kanonik yüke en yüksek katkıyı Escort Teknoloji şirketinin yaptığı ondan sonra Çemtaş ve Net Holding şirketlerinin geldiği görülmektedir.

Ek 4 Tablo 1. incelendiğinde orijinal bağımsız değişken setinin üçüncü bağımsız kanonik değişken setiyle arasındaki kanonik yüklere katkısı en yüksek on şirket ve kanonik yükleri Tablo 3.12.'de verilmiştir.

Tablo 3.12. Orijinal Bağımsız Değişken Setinin Üçüncü Bağımsız Kanonik Değişken İle Arasındaki Kanonik Yükler

Şirket Adı	Kanonik Yük
FORD OTOSAN	0,26
DO-CO RESTAURANTS	0,22
DENİZBANK	0,16
ÜLKER BİSKÜVİ	0,15
DURAN DOĞAN BASIM	0,15

Tablo 3.12. (Devam)

AYGAZ	0,14
GLOBAL YAT. HOLDİNG	0,13
PETKİM	0,13
BURÇELİK VANA	0,13
GOOD-YEAR	0,11

Tablo 3.12. incelendiğinde orijinal bağımsız değişken setinin üçüncü bağımsız kanonik değişken ile arasındaki kanonik yüke en yüksek katkıyı Ford Otosan şirketinin yaptığı ondan sonra Do-Co Restaurants ve Denizbank şirketlerinin geldiği görülmektedir.

Ek 4 Tablo 1. incelendiğinde orijinal bağımsız değişken setinin birinci bağımlı kanonik değişken setiyle arasındaki kanonik yüklere katkısı en yüksek on şirket ve kanonik çapraz yükleri Tablo 3.13.'de verilmiştir.

Tablo 3.13. Orijinal Bağımsız Değişken Setinin Birinci Bağımlı Kanonik Değişken İle Arasındaki Kanonik Çapraz Yükler

Şirket Adı	Kanonik Çapraz Yük
TÜRK PRYSMIAN KABLO	0,42
ANADOLU ISUZU	0,42
KORDSA GLOBAL	0,37
DERİMOD	0,37
PINAR SÜT	0,37
ERBOSAN	0,35
OLMUKSA	0,34
ALCATEL LUCENT TELETAS	0,34
BOLU ÇİMENTO	0,34
ECZACIBAŞI YATIRIM	0,34

Tablo 3.13. incelendiğinde orijinal bağımsız değişken setinin birinci bağımlı kanonik değişken ile arasındaki kanonik çapraz yüke en yüksek katkıyı Türk Prysman ve Anadolu Isuzu şirketlerinin yaptığı ondan sonra Kordsa Global, Derimod ve Pınar Süt şirketlerinin geldiği görülmektedir.

Ek 4 Tablo 1. incelendiğinde orijinal bağımsız değişken setinin ikinci bağımlı kanonik değişken setiyle arasındaki kanonik yüklere katkısı en yüksek on şirket ve kanonik çapraz yükleri Tablo 3.14.'de verilmiştir.

Tablo 3.14. Orijinal Bağımsız Değişken Setinin İkinci Bağımlı Kanonik Değişken İle Arasındaki Kanonik Çapraz Yükler

Şirket Adı	Kanonik Çapraz Yük
ESCORT TEKNOLOJİ	0,32
ÇEMTAŞ	0,29
MARSHALL	0,29
BORUSAN MANNESMANN	0,26
BAK AMBALAJ	0,25
GOOD-YEAR	0,25
T.TUBORG	0,22
ALTINYILDIZ	0,21
NETAŞ TELEKOM.	0,21
PINAR SÜT	0,19

Tablo 3.14. incelendiğinde orijinal bağımsız değişken setinin ikinci bağımlı kanonik değişken ile arasındaki kanonik çapraz yüke en yüksek katkıyı Escort Teknoloji şirketinin yaptığı ondan sonra Çemtaş ve Marshall şirketlerinin geldiği görülmektedir.

Ek 4 Tablo 1. incelendiğinde orijinal bağımsız değişken setinin üçüncü bağımlı kanonik değişken setiyle arasındaki kanonik yüklere katkısı en yüksek on şirket ve kanonik çapraz yükleri Tablo 3.15.'de verilmiştir.

Tablo 3.15. Orijinal Bağımsız Değişken Setinin Üçüncü Bağımlı Kanonik Değişken İle Arasındaki Kanonik Çapraz Yükler

Şirket Adı	Kanonik Çapraz Yük
ÜLKER BİSKÜVİ	0,38
FORD OTOSAN	0,36
DO-CO RESTAURANTS	0,33
PETKİM	0,27
GLOBAL YAT. HOLDİNG	0,24
ECZACIBAŞI YATIRIM	0,23
TOFAŞ OTO. FAB.	0,22
NUH ÇİMENTO	0,22
PARSAN	0,21
DURAN DOĞAN BASIM	0,21

Tablo 3.15. incelendiğinde orijinal bağımsız değişken setinin üçüncü bağımlı kanonik değişken ile arasındaki kanonik çapraz yüke en yüksek katkıyı Ülker Bisküvi şirketinin yaptığı ondan sonra Ford Otosan ve Do-Co Restaurant şirketlerinin geldiği görülmektedir.

Orijinal bağımlı değişken seti için ilk üç kanonik değişkene ait kanonik yükler ve kanonik çapraz yükler Ek 4 Tablo 2.'de gösterilmiştir.

Ek 4 Tablo 2. incelendiğinde orijinal bağımlı değişken setinin birinci bağımlı kanonik değişken ile arasındaki kanonik yüke katkısı en yüksek on şirket ve kanonik yükleri Tablo 3.16.'da verilmiştir.

Tablo 3.16. Orijinal Bağımlı Değişken Setinin Birinci Bağımlı Kanonik Değişken İle Arasındaki Kanonik Yükler.

Şirket Adı	Kanonik Yük
İPEK MATBAACILIK -DOĞAL ENERJİ	0,60
ÜLKER BİSKÜVİ	0,59
ECZACIBAŞI YAPI	0,58
İNTEMA	0,58
KOZA MADENCİLİK	0,53
ESCORT TEKNOLOJİ	0,50
PLASTİKKART	0,48
BAK AMBALAJ	0,45
ANADOLU ISUZU	0,44
ECZACIBAŞI YATIRIM	0,43

Tablo 3.16. incelendiğinde orijinal bağımlı değişken setinin birinci bağımlı kanonik değişken ile arasındaki kanonik yüke en yüksek katkıyı İpek Matbaacılık-Doğal Enerji şirketinin yaptığı ondan sonra Ülker Bisküvi ve Eczacıbaşı Yapı şirketlerinin geldiği görülmektedir.

Ek 4 Tablo 2. incelendiğinde orijinal bağımlı değişken setinin ikinci bağımlı kanonik değişken ile arasındaki kanonik yüke katkısı en yüksek on şirket ve kanonik yükleri Tablo 3.17.'de verilmiştir.

Tablo 3.17. Orijinal Bağımlı Değişken Setinin İkinci Bağımlı Kanonik Değişken İle Arasındaki Kanonik Yükler.

Şirket Adı	Kanonik Yük
PETKİM	0,51
DEVA HOLDİNG	0,50
KARSAN OTOMOTİV	0,49
TÜRK TELEKOM	0,48

Tablo 3.17. (Devam)

MARSHALL	0,44
ECZACIBAŞI YATIRIM	0,41
SARKUYSAN	0,40
KARDEMİR (A)	0,38
ALKİM KİMYA	0,38
MENDERES TEKSTİL	0,37

Tablo 3.17. incelendiğinde orijinal bağımlı değişken setinin ikinci bağımlı kanonik değişken ile arasındaki kanonik yüke en yüksek katkıyı Petkim şirketinin yaptığı ondan sonra Deva Holding ve Karsan Otomotiv şirketlerinin geldiği görölmektedir.

Ek 4 Tablo 2. incelendiğinde orijinal bağımlı değişken setinin üçüncü bağımlı kanonik değişken ile arasındaki kanonik yüke katkısı en yüksek on şirket ve kanonik yükleri Tablo 3.18.'de verilmiştir.

Tablo 3.18. Orijinal Bağımlı Değişken Setinin Üçüncü Bağımlı Kanonik Değişken İle Arasındaki Kanonik Yükler.

Şirket Adı	Kanonik Yük
VAKIFLAR BANKASI	0,41
İTTİFAK HOLDİNG	0,38
VESTEL	0,37
SARKUYSAN	0,37
AKFEN HOLDİNG	0,36
AFYON ÇİMENTO	0,35
İHLAS GAZETECİLİK	0,33
DENİZBANK	0,32
ALBARAKA TÜRK	0,31
FRİGO PAK GIDA	0,30

Tablo 3.18. incelendiğinde orijinal bağımlı değişken setinin üçüncü bağımlı kanonik değişken ile arasındaki kanonik yüke en yüksek katkıyı Vakıflar Bankası şirketinin yaptığı ondan sonra İttifak Holding ve Vestel şirketlerinin geldiği görülmektedir.

Ek 4 Tablo 2. incelendiğinde orijinal bağımlı değişken setinin birinci bağımsız kanonik değişken ile arasındaki kanonik çapraz yüke katkısı en yüksek on şirket ve kanonik yükleri Tablo 3.19.'da verilmiştir.

Tablo 3.19. Orijinal Bağımlı Değişken Setinin Birinci Bağımsız Kanonik Değişken İle Arasındaki Kanonik Çapraz Yükler.

Şirket Adı	Kanonik Çapraz Yük
İNTEMA	0,38
ESCORT TEKNOLOJİ	0,33
EREĞLİ DEMİR CELİK	0,32
GERSAN ELEKTRİK	0,30
KAPLAMİN	0,30
ECZACIBAŞI YAPI	0,29
İPEK MATBAACILIK -DOĞAL ENERJİ	0,29
ANADOLU ISUZU	0,28
BURÇELİK	0,28
ÜLKER BİSKÜVİ	0,26

Tablo 3.19. incelendiğinde orijinal bağımlı değişken setinin birinci bağımsız kanonik değişken ile arasındaki kanonik çapraz yüke en yüksek katkıyı İntema şirketinin yaptığı ondan sonra Escort Teknoloji ve Ereğli Demir Çelik şirketlerinin geldiği görülmektedir.

Ek 4 Tablo 2. incelendiğinde orijinal bağımlı değişken setinin ikinci bağımsız kanonik değişken ile arasındaki kanonik çapraz yüke katkısı en yüksek on şirket ve kanonik yükleri Tablo 3.20.'de verilmiştir.

Tablo 3.20. Orijinal Bağımlı Değişken Setinin İkinci Bağımsız Kanonik Değişken İle Arasındaki Kanonik Çapraz Yükler.

Şirket Adı	Kanonik Çapraz Yük
DYO BOYA	0,45
İŞ BANKASI (C)	0,44
TÜPRAŞ	0,38
GARANTİ BANKASI	0,38
ÇİMSA	0,37
KOÇ HOLDİNG	0,37
T. HALK BANKASI	0,35
AKBANK	0,34
SODA SANAYİİ	0,33
DOĞAN HOLDİNG	0,31

Tablo 3.20. incelendiğinde orijinal bağımlı değişken setinin ikinci bağımsız kanonik değişken ile arasındaki kanonik çapraz yüke en yüksek katkıyı DYO Boya şirketinin yaptığı ondan sonra İş Bankası (C) ve Tüpraş şirketlerinin geldiği görülmektedir.

Ek 4 Tablo 2. incelendiğinde orijinal bağımlı değişken setinin üçüncü bağımsız kanonik değişken ile arasındaki kanonik çapraz yüke katkısı en yüksek on şirket ve kanonik yükleri Tablo 3.21.'de verilmiştir.

Tablo 3.21. Orijinal Bağımlı Değişken Setinin Üçüncü Bağımsız Kanonik Değişken İle Arasındaki Kanonik Çapraz Yükler

Şirket Adı	Kanonik Çapraz Yük
VAKIF FİN. KİR.	0,45
VAKIFLAR BANKASI	0,42
SARKUYSAN	0,41
İTTİFAK HOLDİNG	0,40
TRABZONSPOR SPORTİF	0,39

Tablo 3.21. (Devam)

VESTEL	0,39
BORUSAN MANNESMANN	0,38
GÜBRE FABRİK.	0,36
FRİGO PAK GIDA	0,35
İŞ BANKASI (C)	0,33

Tablo 3.21. incelendiğinde orijinal bağımlı değişken setinin üçüncü bağımsız kanonik değişken ile arasındaki kanonik çapraz yüke en yüksek katkıyı Vakıf Fin. Kir. şirketinin yaptığı ondan sonra Vakıflar Bankası ve Sarkuysan şirketlerinin geldiği görülmektedir.

Kanonik değişkenlerin kendi setlerindeki açıkladığı kısmı gösteren açıklanan varyans oranı, bağımlı veya bağımsız setteki her bir kanonik değişkene ait kanonik yüklerin karelerinin ortalamasıdır. Gereksizlik indeksi ise kanonik değişkenlerin çapraz setteki açıkladıkları kısmı ifade etmektedir. Bu değer, i. kanonik değişkenin açıklanan varyans oranı ile i. kanonik korelasyon katsayısının karesinin çarpımından elde edilmektedir. Aşağıda Tablo 3.22.'de ve Tablo 3.23.'de ilk üç bağımsız ve bağımlı kanonik değişken için açıklanan varyans oranı ve gereksizlik indeksleri verilmiştir.

Tablo 3.22. Bağımsız Değişken Seti İçin Açıklanan Varyans Oranı ve Gereksizlik İndeksleri.

	U1	U2	U3
Varyans Oranı	0,06	0,10	0,03
Gereksizlik İndeksi	0,04	0,07	0,02

Bağımsız setten elde edilen ilk üç kanonik değişkenin kendi setinde açıkladığı varyans oranı sırasıyla %6, %10 ve %3'dür. Bu değişkenlerin çapraz sette açıkladıkları kısım ise sırasıyla %4, %7 ve %2'dir. 54 tane kanonik değişken elde edildiği dikkate alınırsa bu oranların azımsanmayacak derecede olduğu söylenebilir.

Tablo 3.23. Bağımlı Değişken Seti İçin Açıklanan Varyans Oranı ve Gereksizlik İndeksleri.

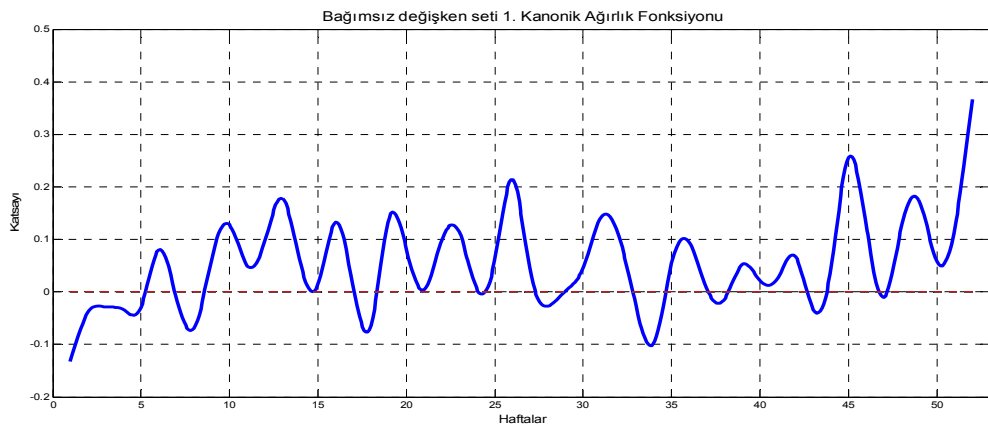
	V1	V2	V3
Varyans Oranı	0,15	0,11	0,09
Gereksizlik İndeksi	0,11	0,07	0,06

Bağımlı setten elde edilen ilk üç kanonik değişkenin kendi setinde açıkladığı varyans oranı ise sırasıyla %15, %11 ve %9'dur. Bu değişkenlerin çapraz sette açıkladıkları kısım ise sırasıyla %11, %7 ve %6'dır. Bağımlı kanonik değişkenlerin bağımsız kanonik değişkenlere göre daha yüksek açıklama düzeyine sahip oldukları görülmektedir.

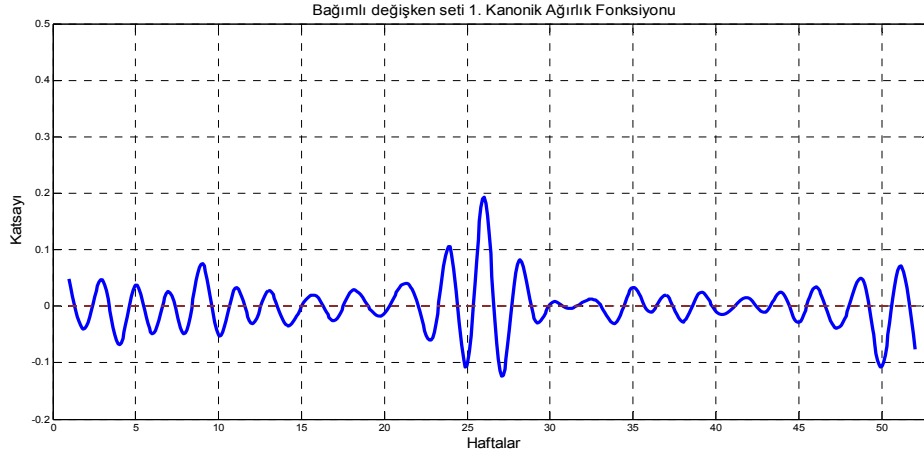
3.3.2.3. Kanonik Ağırlık Fonksiyonları

Kanonik ağırlık fonksiyonları klasik kanonik korelasyon analizinde kanonik değişkenlerin elde edilmesinde kullanılan katsayı matrislerine benzemektedir. Katsayı matrisleri birbirinden bağımsız yani birbiriyle korelasyonsuz kanonik değişkenlerin elde edilmesinde kullanılan ağırlık matrislerini ifade etmektedir. Kanonik ağırlık fonksiyonları da fonksiyonel kanonik korelasyon analizinde birbirinden bağımsız kanonik değişkenlerin elde edilmesinde kullanılan fonksiyonlardır.

Aşağıda Şekil 3.27. ve 3.28.'de bağımsız değişken seti için birinci kanonik ağırlık fonksiyonları verilmiştir.



Şekil 3.27. Bağımsız Değişken Seti Birinci Kanonik Ağırlık Fonksiyonu.



Şekil 3.28. Bağımlı Değişken Seti Birinci Kanonik Ağırlık Fonksiyonu.

Şekil 3.27. ve Şekil 3. 28.'e göre diğer kanonik değişken çiftlerinden bağımsız olarak birinci kanonik değişken çifti arasındaki korelasyonu belirleyen kanonik ağırlık fonksiyonları arasında kuvvetli bir ilişki vardır. Ağırlık fonksiyonlarının bazı haftalar birbirinin tersi yönde hareket etmelerine rağmen çoğu haftada benzer yönde hareket ettikleri görülmektedir. Özellikle 26. ve 37-42. haftalar arası seyir oldukça benzerdir.

3.4. İMKB 30 ENDEKSİNDE İŞLEM GÖREN ŞİRKETLER İÇİN FONKSİYONEL KANONİK KORELASYON ANALİZİ

3.4.1. Fonksiyonel Dönüşüm

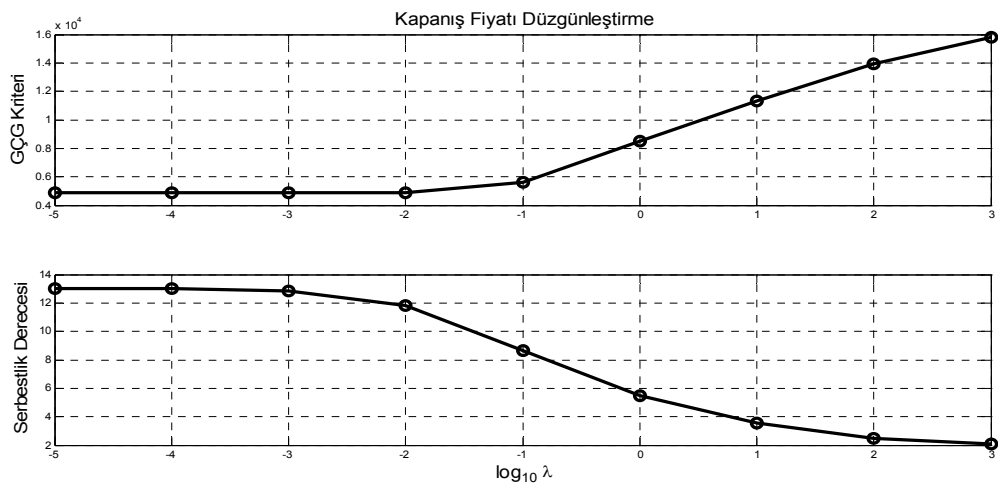
Uygulamanın bu kısmında veri seti olarak İMKB 30 şirketlerinin kapanış fiyatı ve işlem miktarlarının 2011 yılının son üç ayındaki haftalık değişimleri kullanılmıştır. Fonksiyonel dönüşümde ise düzgünleştirme parametresi otomatik olarak, Genelleştirilmiş Çapraz Geçerlilik (G.Ç.G.) (Generalized Cross Validation (GCV)) yöntemiyle elde edilmiştir. Analizde önce G.Ç.G. sonuçları verilmiş ve bu sonuçlara göre lambda değerleri tespit edilmiştir. Sonra kapanış fiyatı ve işlem miktarı fonksiyonel verileri için ortalama fonksiyonları bulunmuş ve varyans-kovaryans yüzeyleri çizdirilmiştir. Daha sonra kapanış fiyatı ortalama fonksiyonu ile İMKB 30 endeksi son üç aylık yüzdelik değişimi birlikte çizdirilerek birbirleriyle ilişkisi tartışılmıştır.

Aşağıda Tablo 3.24.'de kapanış fiyatları için lambda değeri 10^{-5} den 1000'e kadar olan aralıkta 10'un katları şeklinde artırılarak G.Ç.G. değeri hesaplanmış ve en küçük G.Ç.G. değerine göre lambda değeri tespit edilmiştir.

Tablo 3.24. Kapanış Fiyatları İçin Genelleştirilmiş Çapraz Geçerlilik Sonuçları.

Lambda	Log lambda $1.0e+004$ *	df	G.Ç.G.* $1.0e+4$
1e-005	-0.0005	13	0.4888
0.0001	-0.0004	13	0.4888
0.001	-0.0003	13	0.4882
0.01	-0.0002	12	0.4867
0.1	-0.0001	9	0.5621
1	0	5	0.8478
10	0.0001	4	1.1308
100	0.0002	2	1.3961
1000	0.0003	2	1.5777

Tablo 3.24.'e göre en düşük G.Ç.G. değeri $0.4867*10^4$ ve serbestlik derecesi 12'dir. Bu değere karşılık gelen lambda değeri ise 0.01 olarak elde edilmiştir. Şekil 3.29.'da Kapanış fiyatı verileri için G.Ç.G. kriteri ve serbestlik derecesi grafikleri gösterilmektedir.



Şekil 3.29. Kapanış Fiyatları İçin G.Ç.G. Yöntemiyle Düzgünleştirme

Parametresinin Elde Edilmesi.

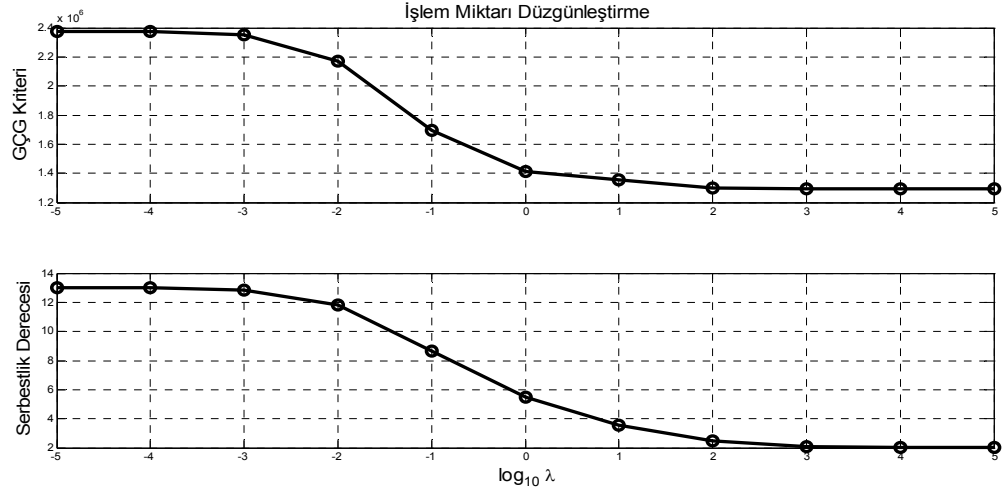
İşlem miktarı değişkeni için ise lambda değeri 10^{-5} den 10000'e kadar olan aralıkta 10'un katları şeklinde artırılarak G.Ç.G. değeri hesaplanmış ve en küçük G.Ç.G. değerine göre lambda değeri tespit edilmiştir. Sonuçlar Tablo 3.25.'de gösterilmiştir.

Tablo 3.25. İşlem Miktarı İçin Genelleştirilmiş Çapraz Geçerlilik Sonuçları

Lambda	Log lambda 1.0e+004 *	df	Gcv*1.0e+6
1e-005	-0.0005	13	2.3766
0.0001	-0.0004	13	2.3742
0.001	-0.0003	13	2.3504
0.01	-0.0002	12	2.1730
0.1	-0.0001	9	1.6937
1	0	5	1.4131
10	0.0001	4	1.3560
100	0.0002	2	1.3005
1000	0.0003	2	1.2946
10000	0.0004	2	1.2955

Tablo 3.25'e göre en düşük G.Ç.G. değeri $1.2946 \cdot 10^6$ ve serbestlik derecesi 2'dir. Bu değere karşılık gelen lambda değeri ise 1000 olarak elde edilmiştir. Düzgünleştirme parametresinin bu kadar yüksek elde edilmesinde işlem miktarı verilerindeki yüksek değişkenliğin etkili olduğu değerlendirilmektedir. Düzgünleştirme parametresinin çok büyük alınması verilerin aşırı düzgünleştirilmesine bu da verilerde bilgi kaybına yol açabilmektedir. Bu yüzden literatürde düzgünleştirme parametresinin seçimi yöntemleri için subjektif yöntemin karşılığı olarak isimlendirme objektif yöntem değil otomatik seçim yöntemi şeklindedir. Bu bakımdan düzgünleştirme parametresinin seçiminde araştırmacının çok fazla bilgi kaybına yol açmayacak bir değere karar vermesi önerilmektedir.

Şekil 3.30.'da İşlem miktarı verileri için G.Ç.G. kriteri ve serbestlik derecesi grafikleri gösterilmektedir.

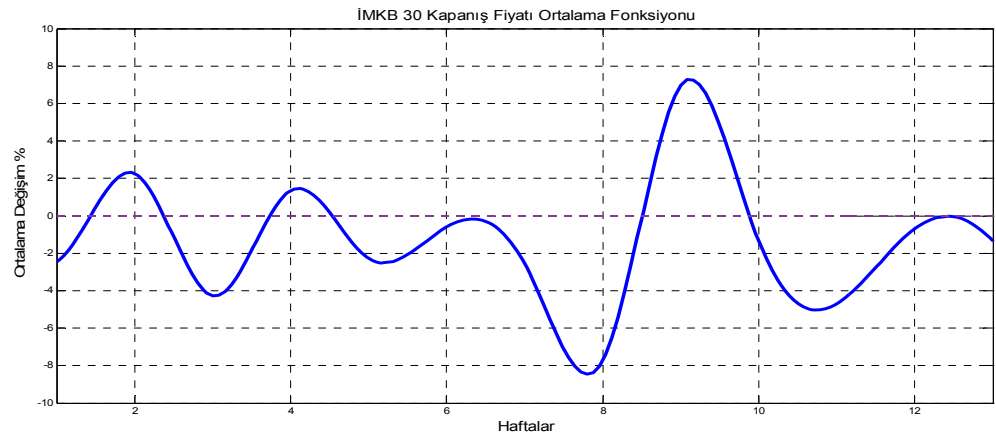


Şekil 3.30. İşlem Miktarı İçin GÇG Yöntemiyle Düzgünleştirme Parametresinin Elde Edilmesi.

3.4.2. Ortalama Fonksiyonu

İMKB 30 kapanış fiyatı ve işlem miktarı verileri için aşağıda Şekil 3.31. ve Şekil 3.32.'de önce düzgünleştirmeden önceki ortalama fonksiyonları çizdirilmiştir. Daha sonra Şekil 3.33.'de kapanış fiyatı ortalama fonksiyonu düzgünleştirmeden önceki ve düzgünleştirmeden sonraki durumuyla İMKB 30 endeksi haftalık değişim grafiği ile beraber çizdirilerek incelenmiştir.

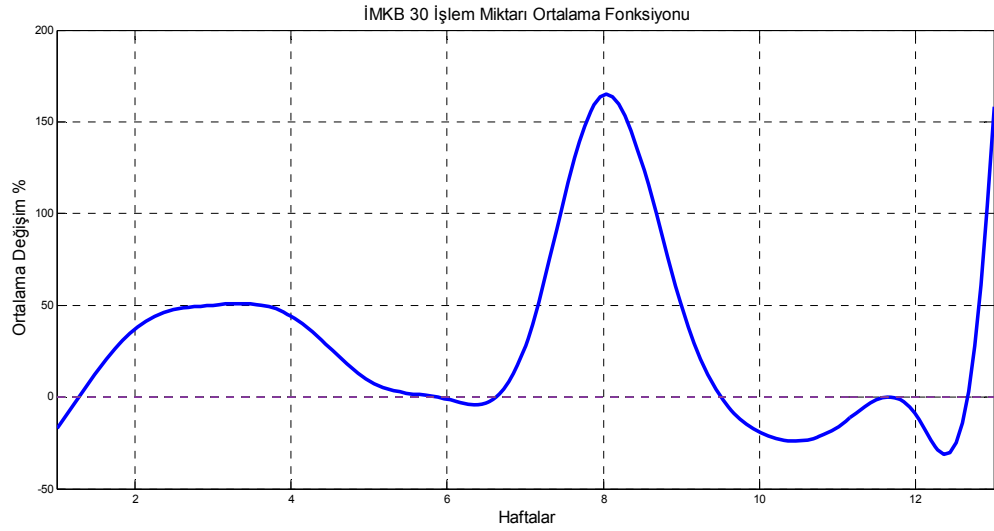
Şekil 3.31.'de kapanış fiyatı için düzgünleştirmeden önceki ortalama fonksiyonları gösterilmektedir.



Şekil 3.31. İMKB 30 Şirketleri İçin Kapanış Fiyatı Ortalama Fonksiyonu

Şekil 3.31'e göre İMKB 30 şirketleri için kapanış fiyatlarındaki ortalama değişim aralığı yaklaşık $\pm 8\%$ civarındadır. Ortalama fonksiyonu son üç aylık dönemdeki 7. ve 8. haftalarda belirgin bir düşüş göstermiş daha sonra 9. haftada ise ani bir yükseliş kaydetmiştir.

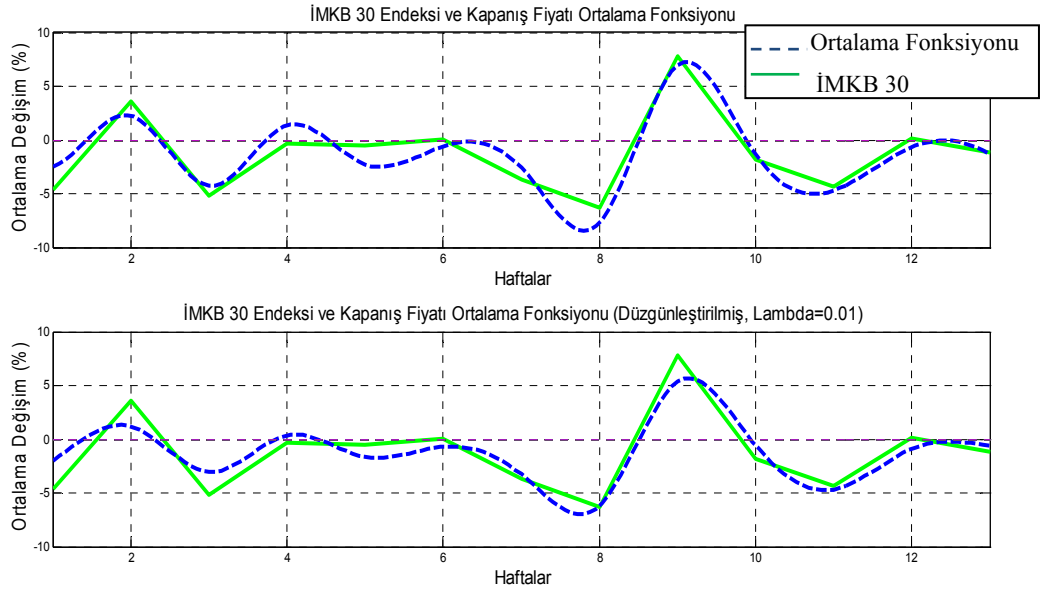
Şekil 3.32.'de işlem miktarı verileri için düzgünleştirmeden önceki ortalama fonksiyonları gösterilmektedir.



Şekil 3.32. İMKB 30 Şirketleri İçin İşlem Miktarı Ortalama Fonksiyonu

Şekil 3.32. incelendiğinde İMKB 30 şirketleri için işlem miktarı ortalama fonksiyonu değişim aralığının yaklaşık olarak -50% ile 200% aralığında olduğu görülmektedir. Grafiğe göre 8. ve 13. haftalardaki yükseliş dikkat çekicidir.

Şekil 3.33.'de İMKB 30 endeksindeki haftalık değişim ile kapanış fiyatı ortalama fonksiyonu birlikte çizdirilmiştir.



Şekil 3.33. İMKB 30 Endeksi ve Kapanış Fiyatı Ortalama Fonksiyonu

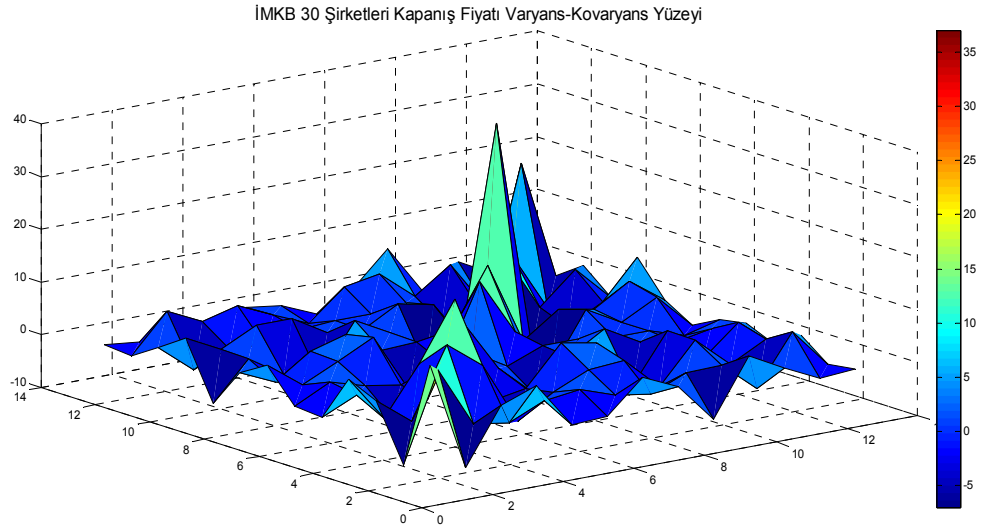
(31 Aralık'ta İMKB 30 endeks değeri verilmediğinden son haftada tüm veriler için 30 Aralık tarihi verileri kullanılmıştır.)

Şekil 3.33.'de üstteki grafikte ortalama fonksiyonu düğüleştirilmeden önceki haliyle, alttaki grafikte ise G.Ç.G. yöntemiyle elde edilen 0.01 seviyesinde düğüleştirilmiş durumuyla gösterilmiştir. Üstteki ve alttaki grafik birlikte değerlendirildiğinde 2. ve 3. hafta hariç düğüleştirilmiş ortalama fonksiyonunun İMKB 30 endeksine daha uyduğu görülmektedir. Böylelikle düğüleştirilmiş ortalama fonksiyonunun İMKB 30 endeksi grafiğine bir alternatif olabileceği söylenebilir. Böylelikle ortalama fonksiyonunun birinci ve ikinci türevlerinin alınabilmesi olanağıyla İMKB 30 endeksine yönelik türev bilgileri de ortaya konulabilir.

3.4.3. Varyans-Kovaryans Yüzeyi

Kapanış fiyatı ve işlem miktarı verilerindeki değişkenliği inceleyebilmek için aşağıda Şekil 3.34. ve Şekil 3.35.'de varyans-kovaryans yüzeyleri çizdirilmiştir.

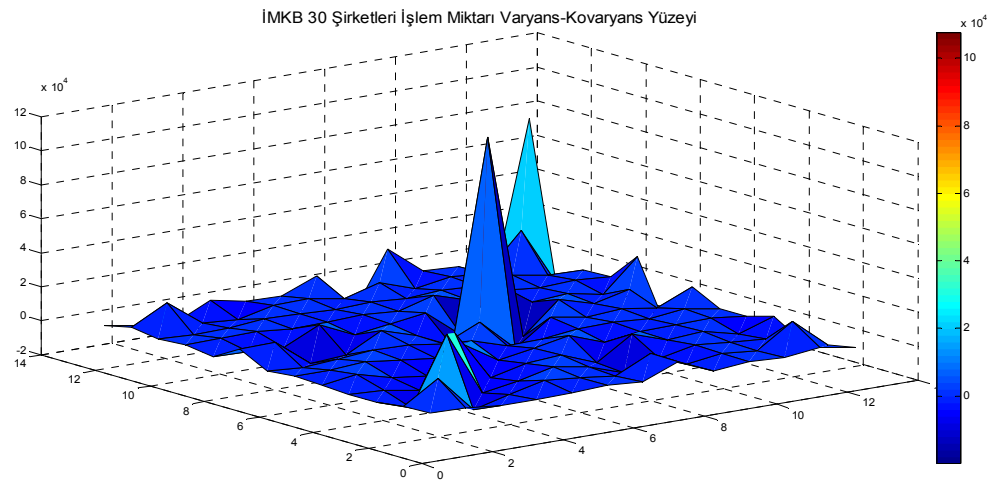
Şekil 3.34.'de kapanış fiyatı verilerine ait varyans-kovaryans yüzeyi 13 noktada 27 şirket için çizdirilmiştir.



Şekil 3.34. Kapanış Fiyatı Verileri İçin Varyans-Kovaryans Yüzeyi.

Şekil 3.34.'de değişkenliğin -10% ile 30% arasında olduğu, veri sayısının fazla olmasından dolayı yüzeylerin net bir şekilde incelenememesine rağmen grafikten özellikle 8 ve 9. haftalardaki değişkenliğin yüksek olduğu görülmektedir.

Şekil 3.35.'de işlem miktarı verilerine ait varyans-kovaryans yüzeyi 13 noktada 27 şirket için çizdirilmiştir.



Şekil 3.35. İşlem Miktarı Verileri İçin Varyans-Kovaryans Yüzeyi.

Şekil 3.35.'e göre değişkenliğin $-2 \cdot 10^4$ ile $8 \cdot 10^4$ arasında olduğu ve özellikle 8. ve 12. haftalardaki değişkenliğin oldukça yüksek olduğu görülmektedir. Şirket sayısının fazla olması yüzeylerin net bir şekilde incelenmesine imkan tanımamaktadır.

3.4.4. İMKB 30 Şirketleri İçin Fonksiyonel Kanonik Korelasyon Analizi

İMKB 30 şirketleri için fonksiyonel kanonik korelasyon katsayısı bütün kanonik değişkenler için hesaplanmış ve Tablo 3.26.'da gösterilmiştir. Düzgünleştirme parametresi olarak G.Ç.G. yöntemiyle elde edilmiş olan değerler kullanılmıştır.

Tablo 3.26. Kanonik Değişkenlere Ait Kanonik Korelasyon Katsayıları

Kanonik Değişken	ρ	ρ^2
1	0,86	0,73
2	0,54	0,29
3	0,43	0,19
4	0,01	0,00
5	0,00	0,00
6	0,00	0,00
7	0,00	0,00
8	0,00	0,00
9	0,00	0,00
10	0,00	0,00
11	0,00	0,00
12	0,00	0,00
13	0,00	0,00
14	0,00	0,00
15	0,00	0,00

Tablo 3.26.'ya göre ilk üç kanonik değişkene ait kanonik korelasyon katsayılarının yüksek olduğu diğer kanonik değişkenler arasındaki korelasyon katsayılarının ise oldukça düşük olduğu görülmektedir. Tabloya göre birinci kanonik değişken çifti arasındaki kanonik korelasyon katsayısı 0.86, ikinci kanonik değişken çifti arasındaki

kanonik korelasyon katsayısı 0.54 ve üçüncü kanonik değişken çifti arasındaki kanonik korelasyon katsayısı 0.43 olarak hesaplanmıştır. Buna göre İMKB 30 şirketleri kapanış fiyatı ve işlem miktarları arasında ilk üç kanonik değişken çifti için kuvvetli bir ilişki olduğu söylenebilir.

3.5. İMKB TÜM ŞİRKETLER İÇİN ELDE EDİLEN ANALİZ SONUÇLARI

Uygulamanın ilk bölümü olan İMKB tüm şirketler için yapılan analizde önce kesikli olarak gözlenmiş kapanış fiyatı ve işlem miktarı verileri düzgünleştirme olmadan fonksiyonel veriye dönüştürülmüş daha sonra subjektif olarak seçilmiş 0.01, 0.1 ve 1 düzgünleştirme parametresi değerlerine göre fonksiyonel dönüşüm tekrarlanmıştır. Fonksiyonel dönüşüm için düzgünleştirme yapılmadan önce ve çeşitli düzgünleştirme parametrelerine göre yapılan düzgünleştirmelerin veri seti üzerindeki etkileri ayrı ayrı grafiklerle gösterilmiştir. Elde edilen fonksiyonel veri setleri için birinci ve ikinci türevler grafik olarak çizdirilmiş ve değişim yapıları ortaya konulmuştur. Kapanış fiyatı ve işlem miktarı verileri için ortalama fonksiyonu çizdirilmiş ve ortalama değişim incelenmiştir. Her iki değişken seti için varyans-kovaryans yüzeyleri çizdirilerek veri setlerinin değişkenliği araştırılmıştır. Daha sonra seçilmiş subjektif düzgünleştirme parametrelerine göre elde edilmiş fonksiyonel veri setleri için fonksiyonel kanonik korelasyon analizi uygulanmıştır.

Fonksiyonel kanonik korelasyon analizi sonuçlarına göre 0.01 seviyesinde düzgünleştirmeye elde edilen en yüksek kanonik korelasyon katsayısı 0.88 olmuştur. 0.1 seviyesinde yapılan düzgünleştirme sonucunda elde edilen en yüksek kanonik korelasyon katsayısı 0.85'dir. 1 seviyesinde yapılan düzgünleştirmeye elde edilen en yüksek kanonik korelasyon katsayısı ise 0.78'dir. Subjektif olarak seçilen her üç düzgünleştirme parametresi değeri için belirtilen kanonik korelasyon katsayılarının oldukça yüksek olduğu görülmektedir. Bu da kapanış fiyatı ve işlem miktarı veri setleri arasında oldukça kuvvetli bir ilişki olduğu anlamına gelmektedir.

Analizde kapanış fiyatı değişken seti bağımsız, işlem miktarı değişken seti ise bağımlı değişken olarak alınmış ve 0.1 seviyesinde düzgünleştirilmiş veriler için standart kanonik ağırlıklar, kanonik yükler, kanonik çapraz yükler, açıklanan varyans oranı ve gereksizlik indeksi değerleri hesaplanmıştır.

Hesaplanan standart kanonik ağırlıklar incelendiğinde bağımsız ve bağımlı değişken setinde ilk üç kanonik değişkenin oluşmasında en yüksek katkıyı aynı şirketlerin yaptığı görülmektedir. Birinci kanonik değişkenin oluşmasına en yüksek katkıyı Burçelik şirketinin yaptığı, ikinci kanonik değişkene en yüksek katkıyı

Metemteks, üçüncü kanonik değişkene en yüksek katkıyı ise Favori Dinlenme Yer. şirketlerinin yaptığı görülmüştür.

Hesaplanan kanonik yükler incelendiğinde, orijinal bağımsız değişken setinin birinci bağımsız kanonik değişken seti ile arasındaki ilişkide en yüksek katkı Otokar şirketininidir. Yine orijinal bağımsız değişken setinin birinci bağımlı kanonik değişken seti ile arasında ilişkide yani kanonik çapraz yükte en yüksek katkı Türk Prysmian Kablo şirketininidir. Orijinal bağımsız değişken setinin, ikinci bağımsız kanonik değişken seti ile arasındaki kanonik yüke ve ikinci bağımlı kanonik değişken seti ile arasındaki kanonik çapraz yüke en yüksek katkıyı Escort Teknoloji şirketinin yaptığı görülmüştür. Orijinal bağımsız değişken setinin üçüncü bağımsız kanonik değişken seti ile arasındaki kanonik yüke en yüksek katkı Ford Otosan şirketininidir. Yine orijinal bağımsız değişken setinin üçüncü bağımlı kanonik değişken seti ile arasındaki kanonik çapraz yüke en yüksek katkıyı Ülker Bisküvi şirketinin yaptığı görülmüştür. Orijinal bağımlı değişken setinin birinci bağımlı kanonik değişken seti ile arasındaki kanonik yüke en yüksek katkıyı İpek Matbaacılık şirketinin yaptığı görülmüştür. Orijinal bağımlı değişken setinin ikinci bağımlı kanonik değişken seti ile arasındaki kanonik yüke en yüksek katkıyı Petkim şirketinin yaptığı görülmüştür. Orijinal bağımlı değişken setinin üçüncü bağımlı kanonik değişken seti ile arasındaki kanonik yüke en yüksek katkıyı Vakıflar Bankası şirketinin yaptığı görülmüştür. Orijinal bağımlı değişken setinin birinci bağımsız kanonik değişken seti ile arasındaki kanonik çapraz yüke en yüksek katkıyı İntema şirketinin yaptığı görülmüştür. Orijinal bağımlı değişken setinin ikinci bağımsız kanonik değişken seti ile arasındaki kanonik çapraz yüke en yüksek katkıyı Dyo Boya şirketinin yaptığı görülmüştür. Orijinal bağımlı değişken setinin üçüncü bağımsız kanonik değişken seti ile arasındaki kanonik çapraz yüke en yüksek katkıyı Vakıf Fin. Kir. şirketinin yaptığı görülmüştür.

Kanonik değişkenlerin kendi setlerindeki açıkladığı kısmı gösteren varyans oranları incelendiğinde, bağımsız setten elde edilen ilk üç kanonik değişkenin açıkladığı varyans oranlarının sırasıyla %6, %10 ve %3 olduğu görülmüştür. Bağımlı setten elde edilen ilk üç kanonik değişkenin açıkladığı varyans oranlarının ise sırasıyla %15, %11 ve %9 olduğu görülmüştür. 54 tane kanonik değişkenin olduğu dikkate alındığında ilk üç kanonik değişken için açıklanan varyans oranlarının azımsanmayacak derecede olduğu söylenebilir.

Kanonik değişkenlerin çapraz setteki açıkladıkları kısmı gösteren gereksizlik indeksleri incelendiğinde, bağımsız setten elde edilen ilk üç kanonik değişkenin bağımlı sette açıkladığı kısmın sırasıyla %4, %7 ve %2 olduğu görülmüştür. Bağımlı setten elde edilen ilk üç kanonik değişkenin bağımsız sette açıkladığı kısmın ise sırasıyla %11, %7 ve %6 olduğu görülmüştür. Bağımlı kanonik değişkenlerin bağımsız kanonik değişkenlere göre daha yüksek açıklama düzeyine sahip oldukları görülmüştür.

3.6. İMKB 30 ŞİRKETLERİ İÇİN ELDE EDİLEN ANALİZ SONUÇLARI

Uygulamanın ikinci bölümü olan İMKB 30 Şirketleri için yapılan analizde önce kesikli gözlenmiş İMKB 30 Şirketlerine ait kapanış fiyatı ve işlem miktarı verileri için fonksiyonel dönüşüm düzgünleştirme olmadan gerçekleştirilmiştir. Sonra düzgünleştirme parametresinin seçimi için kullanılan otomatik yöntemlerden olan genelleştirilmiş çapraz geçerlilik yöntemiyle düzgünleştirme parametresi elde edilerek düzgünleştirme yapılmıştır. Düzgünleştirme yapılmadan önce ve yapıldıktan sonra kapanış fiyatı ortalama fonksiyonu çizdirilerek İMKB 30 endeksiyle benzerlikleri incelenmiştir. İMKB 30 Şirketlerinin kapanış fiyatı ve işlem miktarı verileri arasındaki ilişki, otomatik yöntemle seçilmiş düzgünleştirme parametresi kullanılarak fonksiyonel kanonik korelasyon analizi ile incelenmiştir.

Bu bölümde düzgünleştirme parametresi otomatik seçim yöntemlerinden genelleştirilmiş çapraz geçerlilik yöntemiyle elde edilmiştir. Kapanış fiyatı verileri için genelleştirilmiş çapraz geçerlilik yöntemi sonucuna göre düzgünleştirme parametresi 0.01 olarak hesaplanmıştır. 0.01 düzgünleştirme parametresi değeri için serbestlik derecesi 12, genelleştirilmiş çapraz geçerlilik değeri $4.867 \cdot 10^4$ olarak bulunmuştur. İşlem miktarı verileri için genelleştirilmiş çapraz geçerlilik yöntemi sonucuna göre düzgünleştirme parametresi 1000 olarak hesaplanmıştır. Bu seviyedeki düzgünleştirme parametresi değeri için serbestlik derecesi 2, genelleştirilmiş çapraz geçerlilik değeri $1.2946 \cdot 10^6$ olarak bulunmuştur. İşlem miktarı verileri için düzgünleştirme parametresinin çok yüksek çıkmasının bu verilerdeki değişkenliğin oldukça yüksek olmasından kaynaklandığı değerlendirilmiştir.

Kapanış fiyatı ve işlem miktarı fonksiyonel verileri için ortalama fonksiyonu çizdirilmiştir. Kapanış fiyatı ortalama fonksiyonu hem dzgnleştirilmeden önce hem de 0.01 seviyesinde düzgünleştirilmiş şekliyle İMKB 30 endeksi grafiğiyle birlikte

izdirilerek benzerlikleri incelenmiştir. Düzgünleştirilmiş kapanış fiyatı ortalama fonksiyonu grafiğinin İMKB 30 endeksi grafiğiyle oldukça benzer oldukları görülmüştür. Bu bağlamda düzgünleştirilmiş kapanış fiyatı ortalama fonksiyonunun İMKB 30 endeksine bir alternatif olabileceği ve ortalama fonksiyonunun birinci ve ikinci türevlerinin incelenmesiyle İMKB 30 endeksindeki değişimlerin daha iyi analiz edilebileceği değerlendirilmektedir.

İMKB 30 şirketleri için yapılan kanonik korelasyon analizi sonucunda 15 kanonik değişken için kanonik korelasyon katsayısı hesaplanmıştır. İlk üç kanonik değişken için hesaplanan kanonik korelasyon katsayıları sırasıyla 0.86, 0.54 ve 0.43 olarak bulunmuştur. Özellikle birinci kanonik değişken için kapanış fiyatı ve işlem miktarı veri setleri arasında kuvvetli bir ilişki olduğu görülmektedir.

SONUÇ ve DEĞERLENDİRME

Fonksiyonel veri analizi yöntemleri, fonksiyonel veriler üzerinde yapılan çalışmalarda kullanılan teknikleri içerir. Bu tekniklerin kullanımında ilk adım birbirinden ayrı noktalarda gözlemlenmiş verilerin fonksiyonlara dönüştürülmesidir. Bu amaçla baz fonksiyon yaklaşımı kullanılır. Baz fonksiyon sistemleri çeşitli alternatiflere sahiptir. Özellikle periyodik olmayan veriler için B-Splayn baz fonksiyonlar, periyodik veriler için ise Fourier serileri yaygın bir kullanıma sahiptir. Bu çalışmada B-Splayn baz fonksiyonları kullanıldığından, baz fonksiyon yaklaşımları ve B-Splayn baz fonksiyon sistemi detaylı bir şekilde açıklanmıştır. Kesikli gözlenmiş verilerin fonksiyonel dönüşümü tamamlandıktan sonra elde edilen fonksiyonel verilerin (eğrilerin) incelenmesi için çeşitli fonksiyonel analiz yöntemleri kullanılmaktadır. Bu yöntemler arasında fonksiyonel kanonik korelasyon analizi, fonksiyonel ana bileşenler analizi, fonksiyonel lineer modeller, fonksiyonel diferansiyel analiz ve fonksiyonel diskriminant analizi sayılabilir. Bu çalışmada fonksiyonel verilerin incelenmesinde fonksiyonel kanonik korelasyon analizi yöntemi kullanılmış ve analiz detaylarıyla açıklanmıştır.

Çalışmada veri seti olarak İstanbul Menkul Kıymetler Borsası'nda (İMKB) 2011 yılı içerisinde tüm haftalarda işlem gören ve verisi elde edilebilen tüm şirketler ile 2011'in son üç ayı için İMKB 30 endeksini oluşturan şirketlerin kapanış fiyatı ile işlem miktarı verileri kullanılmıştır.

Tüm şirketler için yapılan analizde veriler önce B-Splaynlar kullanılarak fonksiyonlara dönüştürülmüştür. Daha sonra düzgünleştirme parametreleri 0.01, 0.1 ve 1 şeklinde subjektif olarak seçilmiş ve pürüzlü ceza yöntemiyle fonksiyonların belirtilen farklı seviyelerdeki düzgünlükleri incelenmiştir. Belirlenen her bir düzgünleştirme seviyesi için fonksiyonların birinci ve ikinci türevleri grafiksel olarak gösterilmiştir. Türev fonksiyonlarının elde edilmesiyle asıl fonksiyonlardaki değişimin daha net bir şekilde incelenmesi amaçlanmıştır. Kapanış fiyatı ve işlem miktarı verilerinin haftalık bazda genel seyrini görebilmek için ortalama fonksiyonları çizdirilmiş, değişkenliklerini inceleyebilmek amacıyla da varyans-kovaryans yüzeyleri gösterilmiştir.

Veri setleri arasındaki ilişkinin incelenmesi için fonksiyonel kanonik korelasyon analizi kullanılmıştır. Subjektif olarak seçilen düzgünleştirme parametrelerine göre düzgünleştirilmiş fonksiyonel veri setleri için kanonik korelasyon katsayıları hesaplanmıştır. 0.01 seviyesinde düzgünleştirilmiş veriler için en yüksek kanonik

korelasyon katsayısı 0.88 olarak hesaplanmıştır. 0.1 seviyesinde yapılan düzgünleştirme sonucu hesaplanan kanonik korelasyon katsayısı 0.85 olmuştur. 1 seviyesinde düzgünleştirilmiş fonksiyonel veriler için hesaplanan kanonik korelasyon katsayısı ise 0.78 olmuştur. Bu değerler kapanış fiyatı ve işlem miktarı veri setleri arasında kuvvetli bir ilişki olduğunu göstermektedir. Daha sonra 0.1 seviyesinde düzgünleştirilmiş fonksiyonel verilerden elde edilen ilk üç kanonik değişken çifti için standart ağırlıklar, kanonik yükler, kanonik çapraz yükler, açıklanan varyans oranı ve gereksizlik indeksleri hesaplanmıştır.

Hesaplanan standart ağırlıklara göre bağımlı ve bağımsız değişken setinde ilk üç bağımlı ve bağımsız kanonik değişkene en yüksek katkıyı aynı şirketlerin yaptığı görülmüştür. Bunlar Burçelik, Metemteks ve Favori Dinlenme Yer. şirketleridir. Orijinal değişken setinin kanonik değişken setine yaptığı katkının gücünü gösteren kanonik yükler incelendiğinde orijinal bağımsız değişken setinde birinci bağımsız kanonik değişkenin oluşmasında en güçlü katkı Otokar şirketinin, birinci bağımlı kanonik değişkenin oluşmasında en güçlü katkı ise Türk Prysmian şirketindedir. Orijinal bağımlı değişken setinde birinci bağımlı kanonik değişkenin oluşmasında en güçlü katkı İpek Matbaacılık şirketinin, birinci bağımsız kanonik değişkenin oluşmasında en güçlü katkıyı ise İntema şirketinin yaptığı görülmüştür. Bağımsız setten elde edilen ilk üç kanonik değişkenin kendi setinde açıkladığı varyans oranı toplam %19'dur. Bu değişkenlerin çapraz sette açıkladıkları varyans oranı ise toplam %13'tür. Bağımlı setten elde edilen ilk üç kanonik değişkenin kendi setlerinde açıkladıkları varyans oranı toplam %35'dir. Çapraz sette açıkladıkları kısım ise toplam %24'dür. Bu değerler 54 kanonik değişken içinde ilk üç kanonik değişkenin ağırlığını göstermektedir.

İMKB 30 şirketleri için yapılan analizde, fonksiyonel dönüşüm için yine B-Splayn baz fonksiyon sistemi kullanılmıştır. Düzgünleştirme parametresinin seçiminde ise otomatik seçim yöntemlerinden genelleştirilmiş çapraz geçerlilik yöntemi kullanılmıştır. Yöntem sonucunda düzgünleştirme parametresi değerleri kapanış fiyatı verileri için 0.01 işlem miktarı verileri için 1000 olarak hesaplanmıştır. Elde edilen düzgünleştirme parametresi değerlerine göre fonksiyonel kanonik korelasyon katsayısı ilk üç kanonik değişken çifti için hesaplanmıştır. Buna göre kanonik korelasyon katsayıları sırasıyla 0.86, 0.54 ve 0.43 olarak hesaplanmıştır. İMKB 30 şirketleri kapanış fiyatı ve işlem miktarı verileri arasında birinci kanonik değişken çifti için

kuvvetli bir ilişki olduğu söylenebilir. Düzgünleştirilmiş kapanış fiyatı ortalama fonksiyonu İMKB 30 endeksi grafiğiyle birlikte çizdirilerek benzerlikleri incelenmiştir. Düzgünleştirilmiş kapanış fiyatı ortalama fonksiyonu grafiğinin İMKB 30 endeksi grafiğiyle oldukça benzer oldukları görülmüştür. Bu bağlamda düzgünleştirilmiş kapanış fiyatı ortalama fonksiyonunun İMKB 30 endeksine bir alternatif olabileceği düşünülmektedir.

Verilerin fonksiyonlara dönüşümü ve fonksiyonel kanonik korelasyon analizinin uygulanabilmesi için Matlab programlama dili kullanılmıştır. Verileri analiz etmek için kullanılacak program yazılırken Ramsay'in altyapısını oluşturduğu fonksiyonlar temel alınmıştır. Grafikler yine Matlab programlama dilinin imkanları kullanılarak çizdirilmiştir.

Fonksiyonel veri analizi yöntemleri uluslararası literatürde hızla gelişen bir çalışma alanıdır. Özellikle iki ve üç boyutlu verilerin analizinde, sinyal ve görüntü işlemede sıklıkla kullanılmaktadır. Yerli literatürde ise çalışılmaya yeni başlanmış bir konudur. Örneğin bu çalışma fonksiyonel kanonik korelasyonanalizi konusunda yerli literatürde yapılan ilk çalışmadır. Fonksiyonel veri analizi yöntemleriyle ilgili programlama alt yapısının giderek gelişmesiyle araştırmacıların bu alana daha fazla ilgi göstereceği ve uluslararası literatüre katkı yapacak çalışmaların ortaya çıkacağı düşünülmektedir.

KAYNAKLAR

- Albayrak, Ali Sait. “Kanonik Korelasyon Analizi”, (Ed. Şeref Kalaycı), *Spss Uygulamalı Çok Değişkenli İstatistik Teknikleri*, (2. Baskı), Asil Yayın Dağıtım, Ankara 2006.
- Albayrak, Ali Sait. *Uygulamalı Çok Değişkenli İstatistik Teknikleri*, Asil Yayın Dağıtım, Ankara 2006.
- Altın, Abdullah. *Fourier Analizi*, Gazi Kitabevi, Ankara 2011.
- Aydın, Dursun. *Semiparametrik Regresyon Modellemede Splayn Düzeltme Yaklaşımı İle Tahmin ve Çıkarımlar*, (Yayımlanmamış Doktora Tezi), Anadolu Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir 2005.
- Benko, Michal. *Functional Data Analysis with Applications in Finance*, (Yayımlanmamış Doktora Tezi), Humboldt University, Berlin 2006.
- Boyacıoğlu, Melek Acar, Güvenek, Burcu ve Alptekin, Volkan. “Getiri Volatilitisi İle İşlem Hacmi Arasındaki İlişki: İMKB'de Ampirik Bir Çalışma”, *Muhasebe ve Finansman Dergisi*, 48, 2010, 200-216.
- Bülbül, Şahamet. *Tanımlayıcı İstatistik*, Der Yayınları, İstanbul 2000.
- Chen, Gong-meng, Firth, Michael ve Rui, Oliver M. “The Dynamic Relation Between Stock Returns, Trading Volume and Volatility” [Hisse Senedi Getirisi, İşlem Miktarı ve Volatilité arasındaki Dinamik İlişki], *The Financial Review*, 38, 2001, 153–174. Erişim tarihi: 10 Mart 2012, John Wiley.
- Clarkson, Douglas B., Fraley, Chris., Gu, Charles C. ve Ramsay, James O., *S+Functional Data Analysis User's Guide*, Insightful Co.2005, USA.
- Çankaya, Soner. *Kanonik Korelasyon Analizi ve Hayvancılıkta Kullanımı*, (Yayımlanmamış Doktora Tezi), Çukurova Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Adana, 2005.
- Çılan, Çiğdem Arıcıgil ve Bolat, Bilge Acar. “Bilişim Teknolojileri İle Gelişme Arasındaki İlişkinin Kanonik Korelasyon Analizi İle İncelenmesi”, *İşletme İktisadi Enstitüsü Yönetim Dergisi*, 19 (60), 2008, 50-60.

- Deo, Malabika, Srinivasan, K. ve Devanadhen, K., “The Empirical Relationship between Stock Returns, Trading Volume and Volatility: Evidence from Select Asia-Pacific Stock Market” [Borsa Getirisi, İşlem Hacmi ve Volatilite Arasındaki Deneysel İlişki: Seçilmiş Asya-Pasifik Piyasaları Araştırması], *European Journal of Economics, Finance and Administrative Sciences*, Vol. 12, 2008, 58-68. Erişim tarihi: 29 Nisan 2012. EuroJournals.
- Dönmez, Duygu. *Diferansiyel Denklemlerin B-Spline Metodu İle Çözümleri Hakkında*, (Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi), Celal Bayar Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Manisa 2008.
- Eilers, Paul H.C. ve Marx, Brion D., “Flexible Smoothing with B-Splines and Penalties” [B-Splaynlar ve Cezalarla Esnek Düzgünleştirme], *Statistical Science*, 11 (2), 1996, 89-102. Erişim tarihi: 12 Mart 2011, Jstor.
- Elmas, Bekir ve Yıldırım, Murat. “Kriz Dönemlerinde Hisse Senedi Fiyatı İle İşlem Hacmi İlişkisi: İMKB’de İşlem Gören Bankacılık Sektör Hisseleri Üzerine Bir Uygulama”, *Atatürk Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Dergisi*, 24 (2), 2010, 37-46.
- Ertaş, Kadir ve Keser, İstem Köymen. “Düzgünleştirilmiş Fonksiyonel Ana Bileşenler Analizi İle İmkb Verilerinin İncelenmesi”, *İstanbul Üniversitesi İktisat Fakültesi Ekonometri ve İstatistik Dergisi*, 8, 2008, 1-37. Erişim tarihi: 12 Mart 2011, <http://eidergisi.istanbul.edu.tr>.
- Eubank, R.L. ve Hsing, Tailen. “Canonical Correlation for Stochastic Processes” [Stokastik Süreçler İçin Kanonik Korelasyon], *Stochastic Processes and Their Applications*, 118, 2008, 1634-1661. Erişim tarihi: 12 Mart 2011, ScienceDirect.
- Gattone, Stefano A. ve Di Battista, Tonio. “A Functional Approach to Diversity Profiles” [Profil Çeşitliliğine Fonksiyonel Bir Yaklaşım], *Applied Statistics*, 58(2), 2009, 267–284. Erişim tarihi: 12 Mart 2011, John Wiley.
- Ghebreab, S., Smeulders, A.W.M. ve Adriaans, P., “Predictive Modeling of fMRI Brain States Using Functional Canonical Correlation Analysis” [Fonksiyonel Kanonik Korelasyon Analizi Kullanılarak Beynin Durumunun Fonksiyonel Manyetik Rezonans (fMRI) ile Görüntülenmesi İçin Model Tahmini], *Artificial Intelligence In Medicine Lecture Notes In Computer Science*, 4594(2007), 2007, 393-397. Erişim tarihi: 10 Mart 2011, Springer.

- Gou, Zhenkun ve Fyfe, Colin. “A Canonical Correlation Neural Network For Multicollinearity and Functional Data” [Çoklu Doğrusal Bağlantı ve Fonksiyonel Veriler İçin Bir Kanonik Korelasyon Yapay Sinir Ağı], *Neural Network*, 17, 2004, 285-293. Erişim tarihi: 12 Mart 2011, Elsevier.
- Güriş, Selahattin ve Çağlayan, Ebru. *Ekonometri Temel Kavramlar*, Der Yayınları, İstanbul 2010.
- Gürsakal, Necmi. *Betimsel İstatistik*, (4. Baskı), Dora Yayıncılık, Bursa 2008.
- Haeussler, Ernest F. Jr., Paul, Richard S. ve Wood, Richard. *İşletme, İktisat, Yaşam Bilimleri ve Sosyal Bilimler İçin Temel Matematiksel Analiz*, (Çev: Serdar Demir, Özcan Uzun, Andım Oben Balce, Atalay Çağlar), Akademi Yayın Hizmetleri, Ankara 2010.
- Hair, Joseph F., Anderson, Rolph E., Tahtam, Ronald L. ve Black, William C., *Multivariate Data Analysis*, Third Edition, Maxwell Macmillan International Editions, 1992.
- He, Guozhong., Müller, Hans-Georg ve Wang, Jane-Ling. “Functional Canonical Analysis For Square Integrable Stochastic Processes” [Kare İntegrallenebilir Stokastik Süreçler İçin Fonksiyonel Kanonik Korelasyon Analizi], *Journal of Multivariate Analysis*, 85, 2003, 54–77. Erişim Tarihi: 07 Mart 2011, ScienceDirect.
- He, Guozhong., Müller, Hans-Georg ve Wang, Jane-Ling. “Methods of Canonical Analysis for Functional Data” [Fonksiyonel Veri İçin Kanonik Analiz Yöntemleri], *Journal of Statistical Planning and Inference*, 122, 2004, 141–159. Erişim tarihi: 12 Mart 2011, ScienceDirect.
- Helvacıoğlu, Zafer. *Equal Width (Ew) Denkleminin B-Spline Fonksiyonlar Yardımıyla Nümerik Çözümleri*, (Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi), Dumlupınar Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Kütahya 2009.
- Henderson, Brent. “Exploring Between Site Differences in Water Quality Trends:A Functional Data Analysis Approach” [Farklı Bölgeler Arasındaki Su Kalite Trendlerinin Araştırılması: Bir Fonksiyonel Veri Analizi Yaklaşımı], *Environmetrics*, 2006; 17, 65–80. Erişim tarihi:12 Mart 2011, John Wiley.

- Ikeda, Takayoshi., Dowd, Michael ve Martin, Jennifer L., “Application of Functional Data Analysis to Investigate Seasonal Progression with Interannual Variability in Plankton Abundance in The Bay of Fundy” [Fundy Körfezindeki Plankton Bolluğunun Bir Yıldan Fazla Sürede Gösterdiği Değişkenliğin Dönemsel Artışının Fonksiyonel Veri Analiziyle Araştırılması], *Canada, Estuarine, Coastal and Shelf Science*, 78, 2008, 445-455. Erişim tarihi: 12 Mart 2011, ScienceDirect.
- Işığışık, Erkan. *Altı Sigma Kara Kuşaklar İçin Hipotez Testleri Yol Haritası*, Sigma Center Yönetim Hizmetleri Yayınları, Bursa 2005
- Jank, Wolfgang ve Shmueli, Galit. “Functional Data Analysis in Electronic Commerce Research, Statistical Science” [Elektronik Ticaret Araştırmalarında Fonksiyonel Veri Analizi], “A Special Issue on Statistical Challenges and Opportunities in Electronic Commerce Research”, 21 (2), 2006), 155-166. Erişim tarihi:26 Haziran 2010, Jstor.
- Johnson, Richard A. ve Wichern, Dean W., *Applied Multivariate Statistical Analysis*, Fifth Edition, Pearson Prentice Hall, New Jersey 2002.
- Jou, Yow-Jen., Huang, Chien-Chia ve Wu, Jennifer Yuh-Jen. “Functional Canonical Analysis Between Functional and Interval Data” [Fonksiyonel ve Kesikli Veriler Arasında Fonksiyonel Kanonik Korelasyon Analizi], *AIP Conference Proceedings*: 13 Ağustos 2009, Sayı:1148,453-457.
- Karaoğlu, Bekir. *Fizik ve Mühendislikte Matematik Yöntemler*, (Beşinci Baskı), Seçkin Yayıncılık, Ankara 2006.
- Karpoff, Jonathan M., “The Relation between Price Changes and Trading Volume: A Survey” [Fiyat Değişimleri ve İşlem Miktarı Arasındaki İlişki: Bir Araştırma], *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 22, 1987, 109-126. Erişim tarihi:10 Mart 2012, Jstor.
- Kayalidere, U.A., Kargın, S. ve Aktaş, R. “İMKB’ de Fiyat ve Hacim Arasındaki Nedensellik İlişkisi”, *Celal Bayar Üniversitesi S.B.E. Sosyal Bilimler Dergisi*, 7, 2009, 115-124.

- Keser, İstem. *Çok Değişkenli İstatistiksel Boyut İndirgeme Yöntemi Olarak Düzgünleştirilmiş Fonksiyonel Ana Bileşenler Analizi Üzerine Bir Araştırma*, (Yayımlanmamış Doktora Tezi), Dokuz Eylül Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, İzmir 2007.
- Keser, İstem Köymen, “Ege Bölgesi Yağış Verilerinin Fonksiyonel Veri Analizi İle İncelenmesi”, *Dokuz Eylül Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi*, 25 (1),2010.
- Keser, İstem Köymen, “Karşılaştırmalı Olarak Fonksiyonel Ana Bileşenler Analizi ve GSYİH Verilerinin İncelenmesi”, *Ege Akademik Bakış*, 8 (2), 2008, 915-928.
- Keskin, Sıddık ve Özsoy, Abdullah Nuri. “Kanonik Korelasyon Analizi ve Bir Uygulaması”, *Tarım Bilimleri Dergisi*, 10(1), 2004, 67-71.
- King, David. *Canonical Correlation Analysis of Functional Data*, (Yayımlanmamış Doktora Tezi), Arizona State University, Arizona 2009.
- Kincaid, David ve Cheney, Ward. *Numerical Analysis Mathematics of Scientific Computing*, (Third Edition), American Mathematical Society, The Sally Series, Rhode Island USA 2002.
- Koldere, Yasemin. *Spline Fonksiyonları ve Yapısal Değişim Türkiye İthalatı Üzerine Bir Uygulama*, (Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi), Marmara Üniversitesi Sosyal Bilimleri Enstitüsü, İstanbul 1997.
- Kök, Recep ve Şimşek, Nevzat. *Panel Veri Analizi*, Erişim tarihi: 5 Haziran 2011, <http://www.deu.edu.tr/userweb/recep.kok/dosyalar/panel2.pdf>.
- Kupresanin, Ana Maria. *Topics In Functional Canonical Correlation and Regression*, (Yayımlanmamış Doktora Tezi), Arizona State University, Arizona, 2008.
- Laukaitis, Algirdas. “Functional Data Analysis For Cash Flow and Transactions Intensity Continuous-Time Prediction Using Hilbert-Valued Autoregressive Processes” [Hilbert Değerli Otoregresif Süreçler Kullanılarak Nakit Akışı ve Hareketlilik Yoğunluğunda Sürekli-Zaman Tahmini İçin Fonksiyonel Veri Analizi], *European Journal of Operational Research*, 185, 2008, 1607–1614. Erişim tarihi: 12 mart 2011, ScienceDirect.

- Lee, Bong-Soo. ve Rui, Oliver M., (2002), “The Dynamic Relationship between Stock Returns and Trading Volume: Domestic and Cross-Country Evidence” [Borsa Getirisi ve İşlem Hacmi Arasındaki Dinamik İlişki: İç Pazar ve Yurtçapı Araştırması], *Journal of Banking and Finance*, Vol. 26, 51-78. Erişim tarihi:10 Mart 2012. ScienceDirect.
- Lee, Jong-Hun., Park, Min-Ho ve Kim, Yong-Il. “An Application of Canonical Correlation Analysis Technique to Land Cover Classification of LANDSAT Images” [LANDSAT Görüntülerinin Arazi Kapsamı Sınıflandırmasına Yönelik Bir Kanonik Korelasyon Analizi Uygulaması], *ETRI Journal*, 21(4), 1999, 41-51. Erişim tarihi: 05 Haziran 2011, Web of Science.
- Leurgans, S. E., Moyeed, R. A. ve Silverman, B. W., “Canonical Correlation Analysis when the Data are Curves” [Veriler Eğrilerden Oluştığında Kanonik Korelasyon Analizi], *Journal of the Royal Statistical Society Series B (Methodological)*, 55 (3), 1993, 725-740. Erişim tarihi: 12 Mart 2011, Jstor.
- Levitin, Daniel J., Nuzzo, Regina J., Vines, Bradley W. ve Ramsay, J. O., “Introduction to Functional Data Analysis” [Fonksiyonel Veri Analizine Giriş], *Canadian Psychology*, 48 (3), 2007, 135-155. Erişim tarihi:12 Mart 2011, Apapsycenet.
- Lorcu, Fatma ve Bolat, Bilge Acar. “Yaşlara Göre Ölüm Oranları İle Sosyo-Ekonomik Göstergeler Arasındaki İlişkinin İncelenmesi”, *İstanbul Üniversitesi İşletme Fakültesi Dergisi*, 38 (2), 2009, 124-133.
- Manteiga, Wenceslao Gonzalez., Vieu, Philippe. “Statistics for Functional Data” [Fonksiyonel Veri İçin İstatistikler], *Computational Statistics & Data Analysis*, 51, 2007, 4788 – 4792, Erişim tarihi: 12 Mart 2011, ScienceDirect.
- Nasibov, Ferhad H. ve Kaçar, Ahmet. *Analize Giriş Fonksiyonlar ve Fonksiyonların Sınıflandırılması*, Palme Yayıncılık, Ankara 2008.
- Newell, J., McMillan, K., Grant, S. ve McCabe, G., “Using Functional Data Analysis to Summarise and Interpret Lactate Curves” [Fonksiyonel Veri Analizi Kullanılarak Laktat Eğrilerinin Açıklanması ve Özetlenmesi], *Computers in Biology and Medicine*, 36, 2006, 262–275. Erişim tarihi: 12 Mart 2011, Elsevier.

- Oktay, Erkan ve Çınar, Hakan. “Avrupa Birliği Ülkelerinin Bazı Sosyal ve Ekonomik Göstergeleri Arasındaki İlişkinin Kanonik Korelasyon Analizleri Yardımıyla Belirlenmesi”, *EKEV Akademi Dergisi*, 6 (12), 2002, 11-31.
- Oktay, Erkan ve Kaynak, Selahattin. “Türkiye Ve Avrupa Birliği Ülkelerinin Bilgi Ekonomisi Girdi ve Çıktı Değişkenleri Arasındaki Kanonik İlişkinin Araştırılması”, *Atatürk Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 10 (2), 2007, 419-440.
- Özçomak, M.Suphi ve Demirci, Ayhan. “Afrika Birliği Ülkelerinin Sosyal ve Ekonomik Göstergeleri Arasındaki İlişkinin Kanonik Korelasyon Analizi İle İncelenmesi”, *Atatürk Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 14 (1), 2010, 261-274.
- Özdamar, Kazım. *Paket Programlar İle İstatistiksel Veri Analizi: Çok Değişkenli Analizler*, (7. Baskı), Kaan Kitabevi, Eskişehir 2010.
- Ramsay, Jim. *From Functional Data to Smooth Functions*, Erişim tarihi: 07 Mart 2011, Ağ Sitesi: ftp://ego.psych.mcgill.ca/pub/ramsay/FDAtalks/smooth_talk.pdf.
- Ramsay, Jim. *Smoothing Data with Roughness Penalties*, Erişim tarihi: 07 Mart 2011, Ağ Sitesi: ftp://ego.psych.mcgill.ca/pub/ramsay/FDAtalks/rough_talk.pdf.
- Ramsay, J.O., *Functional Data Analysis*, 2008, Erişim tarihi: 07 Mart 2011, Ağ Sitesi: http://gbi.agrsci.dk/~shd/public/FDA2008/FDA_Sage.pdf/.
- Ramsay, J.O., *Matlab, R. And S-Plus Functions for Functional Data Analysis*, 2005, Erişim tarihi: 07 Mart 2011, McGill University Ağ Sitesi: <ftp://ego.psych.mcgill.ca/pub/ramsay/FDAfuns/Matlab>.
- Ramsay, J. O., Altman, N. ve Bock, R. Darrell. “Variation in Height Acceleration in the Fels Growth Data” [Fels Büyüme Verilerindeki Boy İvmelerinde Değişim]. *The Canadian Journal of Statistics*, 22 (1), 1994, 89-102. Erişim tarihi: 21 Haziran 2010, Jstor.
- Ramsay, J. O. ve Dalzell, C. J., “Some Tools for Functional Data Analysis” [Fonksiyonel Veri Analizi için Bazı Araçlar], *Journal of the Royal Statistical Society, Series B (Methodological)*, 53 (3), 1991, 539-572. Erişim tarihi: 21 Haziran 2010, Jstor.

- Ramsay, Jim., Hooker, Giles ve Graves, Spencer. *Functional Data Analysis with R and Matlab*, 2009, Erişim tarihi: 07 Mart 2011, Ağ Sitesi: <ftp://ego.psych.mcgill.ca/pub/ramsay/FDAlectures/R-book.pdf>.
- Ramsay, J. O. ve Silverman, B.W., *Applied Functional Data Analysis: Methods and Case Studies*, Springer-Verlag, New York 2002.
- Ramsay, J. O. ve Silverman, B.W., *Functional Data Analysis*, (Second Edition), Springer Series in Statistics, Springer Science and Business Media, Inc., New York 2005.
- Rice, John A. ve Silverman, B. W. “Estimating the Mean and Covariance Structure Nonparametrically When the Data are Curves” [Veriler Eğrilerden Oluştığında Ortalama ve Kovaryans Yapısının Nanparametrik Tahmini], *Journal of the Royal Statistical Society*, Series B (Methodological), 53, 1991, 233-243. Erişim tarihi: 25 Mart 2012, Jstor.
- Sarı, Yusuf. *Borsa'da Teknik Analiz*, (Birinci Baskı), Borsa Kütüphanesi Dizisi:1, Scala Yayıncılık, İstanbul 1992.
- Sherry, Alissa ve Henson, Robin K., “Conducting and Interpreting Canonical Correlation Analysis in Personality Research: A User-Friendly Primer” [Kişilik Araştırmalarında Kanonik Korelasyon Analizinin İletimi ve Yorumlanması: Kullanışlı Bir El Kitabı], *Journal Of Personality Assessment*, 84(1), 2005, 37–48. Erişim tarihi: 10 Eylül 2011, Taylor&Francis.
- Stevens, James P., *Applied Multivariate Statistics For The Social Sciences*, (Fourth Edition), Lawrence Erlbaum Associates Inc, New Jersey, 2002.
- Subhash, Sharma. *Applied Multivariate Techniques*, John Wiley and Sons Inc., New York 1996.
- Ulbricht, Jan. *Representing Functional Data as Smooth Functions*, (Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi), Humboldt University, Berlin 2004.
- Umutlu, Gökür. “İşlem Hacmi ve Fiyat Değişimleri Arasındaki Nedensellik ve Dinamik İlişkiler: İMKB’de Bir Ampirik İnceleme”, *Gazi Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi*, 10, 2008, 231-246.

Zhang, Jin-Ting ve Chen, Jianwei. “Statistical Inferences for Functional Data”
[Fonksiyonel Veri İçin İstatistiksel ıkarımlar], *The Annals of Statistics*, 35 (3),
2007, 1052-1079. Erişim Tarihi: 12 Mart 2011, Jstor.

www.imkb.gov.tr

EKLER

EK1:

Uygulamada kullanılan programın alt yapısını oluşturan fonksiyonlara ait kodlar aşağıda verilmiştir.

```
function basisobj = create_bspline_basis(rangeval, nbasis, norder, ...
breaks, dropind)
if nargin==0
    type           = 'bspline';
    rangeval       = [0,1];
    nbasis         = 2;
    params         = [];
    dropind        = [];
    quadvals       = [];
    values         = {};
    basisvalues    = {};

    basisobj = basis(type, rangeval, nbasis, params, ...
                    dropind, quadvals, values, basisvalues);
return
end

% check RANGEVAL

if length(rangeval) == 1
if rangeval <= 0
    error('RANGEVAL a single value that is not positive.');
```

```
end
    rangeval = [0,rangeval];
end

if rangechk(rangeval) ~= 1
    error('RANGEVAL is not a legitimate range.');
```

```
end

% set some default values

if nargin < 2, nbasis = 1;           end
if nargin < 3, norder = min(4,nbasis); end
if nargin < 4
    breaks = [];
else
if size(breaks,1) > 1, breaks = breaks'; end
if size(breaks,1) > 1
    error('BREAKS must be a vector.');
```

```
end
end
if nargin < 5, dropind = [];        end

% Determine what to do if some arguments are empty

% case of empty NBASIS and empty BREAKS: set up splines with a
% single interior knot
```

```

if isempty(nbasis) && isempty(breaks)
    nbasis = 5;
    norder = 4;
    nbreaks = 3;
    breaks = linspace(rangeval(1), rangeval(2), nbreaks);
end

% If NBASIS is empty but BREAKS are supplied, determine
% NBASIS = NORDER + number of interior knots.
if isempty(nbasis) && ~isempty(breaks)
    nbreaks = length(breaks);
    nbasis = nbreaks + norder - 2;
end
% If NBASIS and NORDER are present but no BREAKS supplied,
% set up NBASIS - NORDER + 2 equally spaced breaks.
if ~isempty(nbasis) && isempty(breaks)
    nbreaks = nbasis - norder + 2;
    breaks = linspace(rangeval(1), rangeval(2), nbreaks);
end
nbreaks = length(breaks);

% check the compatibility of NBASIS, NBREAKS and RANGEVAL

if (nbreaks < 2)
    error('Number of values in BREAKS less than 2.');
```

```

end
if (nbasis < nbreaks-1)
    error('NBASIS is less than number of values=BREAKS.');
```

```

end
if (breaks(1) ~= rangeval(1))
    error('Smallest value in BREAKS not equal to RANGEVAL(1).');
```

```

end
if (breaks(nbreaks) ~= rangeval(2))
    error('Largest value in BREAKS not equal to RANGEVAL(2).');
```

```

end

% The PARAMS field contains only the interior knots

if nbreaks > 2
    params = breaks(2:(nbreaks-1));
else
    params = [];
end

% check DROPIND

if length(dropind) > 0
if length(dropind) >= nbasis
    error('Too many index values in DROPIND.');
```

```

end
    dropind = sort(dropind);
if length(dropind) > 1
if any(diff(dropind)) == 0
    error('Multiple index values in DROPIND.');
```

```

end
end

```

```

for i=1:length(dropind);
if dropind(i) < 1 || dropind(i) > nbasis
    error('An index value is out of range.');
```

end
end
end

% construct basis object

```

type      = 'bspline';
quadvals  = [];
values    = {};
basisvalues = {};
```

```

basisobj = basis(type, rangeval, nbasis, params, ...
                dropind, quadvals, values, basisvalues);
```

function fdobj = **data2fd**(y, argvals, basisobj, fdnames)

```

if nargin < 4
    fdnames{1} = 'arguments';
    fdnames{2} = 'replications';
    fdnames{3} = 'functions';
end
```

% check the BASIS argument

```

if nargin < 3
    error('Argument BASIS must be supplied in this release.');
```

end

```

if ~isa_basis(basisobj)
    error('Argument BASISOBJ is not a basis obj.');
```

end

% check the dimensions of Y

```

yd = size(y);
```

```

if yd(1) == 1
if length(yd) == 2
    y = y';
    yd = size(y);
else
    error(['Y is an array and length of ', ...
          'first dimension = 1.']);
end
end
    ydim = length(yd);
if ydim > 3
    error('Too many dimensions for argument Y.');
```

end

% set number of sampled values

```

n = yd(1);
if n == 1
    error('Only one value in ARGVALS not allowed.');
```

end

% set number of replications


```

if (ydim > 1)
    nrep = yd(2);
else
    nrep = 1;
end
% set number of variables
if (ydim > 2)
    nvar = yd(3);
else
    nvar = 1;
end

% check argument value array

    argd = size(argvals);
if length(argd) > 2
    error('Argument ARGVALS has too many dimensions.');
```

```

end
if argd(1) == 1, argvals = argvals'; argd = size(argvals); end
nargd = length(argd);
if argd(nargd) == 1, nargd = nargd - 1; end
if (argd(1) ~= n)
    error('Number of arg. values not equal to 1st dim. of Y.');
```

```

end
if nargd == 2 && argd(2) ~= 1 && argd(2) ~= nrep
    error(['Matrix ARGVALS must have same number of columns', ...
'as the number of replicates.']);
end
% Issue a warning if arguments are outside of the range in the basis.
rangeval = getbasisrange(basisobj);
if nargd == 1
    temp = argvals;
else
    temp = reshape(argvals, n*nrep, 1);
end
temp = temp(~isnan(argvals));
if min(temp) < rangeval(1) || max(temp) > rangeval(2)
    warning('Wid1:range', ...
'Some arguments values are outside of the range in BASIS.');
```

```

if nargd == 1
    index = argvals < rangeval(1) || argvals > rangeval(2);
    argvals(index) = NaN;
else
for irep=1:nrep
    index = argvals(:,irep) < rangeval(1) || ...
        argvals(:,irep) > rangeval(2);
    argvals(index,irep) = NaN;
end
end
end

% Determine which of three cases applies:
% First case: ARGVALS a vector, and there are no missing values in
Y.
% Second case: ARGVALS a vector, but missing values in ARGVALS and/or
Y.
% Third case: ARGVALS is a matrix
```

```

if nargd == 1 || (nargd == 2 && argd(2) == 1)
if ~any(isnan(argvals)) && ~any(isnan(y(:)))
% -----
% First case: no missing values, ARGVALS a vector
% -----
        nbasis = getnbasis(basisobj);
if nbasis <= n
        coef = project_basis(y, argvals, basisobj);
else
        coef = project_basis(y, argvals, basisobj, 1);
end

else
% -----
% Second case: ARGVALS a vector, but missing data present.
% -----
        nbasis = getnbasis(basisobj);
        coefd = yd;
        coefd(1) = nbasis;
        coef = zeros(coefd);
% set up penalty and basis matrix
        index = ~isnan(argvals);
        basismat = getbasismatrix(argvals, basisobj);
        penmat = eval_penalty(basisobj);
        penmat = penmat + 1e-10 .* max(max(penmat)) .* eye(nbasis);
        lambda1 = 0.0001 .*
sum(sum(basismat(index,:).^2)./sum(sum(diag(penmat))));
        penmat1 = lambda1 .* penmat;
% process each observation in turn
if(length(coefd) == 2)
for j=1:nrep
        yy = y(:,j);
        index = ~isnan(yy) && ~isnan(argvals);
if length(yy(index)) < 2
        error(['Less than 2 data values available for curve ',...
                num2str(j),'.']);
end
        temp = basismat(index,:);
        Cmat = temp' * temp + penmat1;
        Dmat = temp' * yy(index);
        coef(:,j) = symsolve(Cmat, Dmat);
end
else
for j=1:nrep
for k=1:nvar
        yy = y(:,j,k);
        index = ~isnan(yy) && ~isnan(argvals);
if length(yy(index)) < 2
        error(['Less than 2 data values available for curve
',...
                num2str(j), ' and variable ', num2str(k), '.']);
end
        temp = basismat(index,:);
        Cmat = temp' * temp + penmat1;
        Dmat = temp' * yy(index);
        coef(:,j,k) = symsolve(Cmat, Dmat);
end
end
end
end

```

```

end
else
% -----
% Third case: ARGVALS a matrix.
% -----
    nbasis    = getnbasis(basisobj);
    coefd     = yd;
    coefd(1)  = nbasis;
    coef      = zeros(coefd);
    argv      = reshape(argvals,n*nrep,1);
    index     = ~isnan(argv);
    argv      = unique(argv(index));
    basismat  = getbasismatrix(argv, basisobj);
    penmat    = eval_penalty(basisobj);
    penmat    = penmat + 1e-10 .* max(max(penmat)) .* eye(nbasis);
    lambda1   = 0.0001 .*
sum(sum(basismat.^2))./sum(sum(diag(penmat)));
    penmat1   = lambda1 .* penmat;
if length(coefd) == 2
for j=1:nrep
    yy       = y(:,j);
    argv     = argvals(:,j);
    index    = (~isnan(yy) & ~isnan(argv));
if length(yy(index)) < 2
    error(['Less than 2 data values available for curve ',...
          num2str(j),'.']);
end
    coef(:,j) = ...
        project_basis(yy(index), argv(index), basisobj, penmat1);
end
else
for j=1:nrep
for k=1:nvar
    yy       = y(:,j,k);
    argv     = argvals(:,j);
    index    = (~isnan(yy) & ~isnan(argv));
if length(yy(index)) < 2
    error(['Less than 2 data values available for curve
',...
          num2str(j),' and variable ',num2str(k),'.']);
end
    coef(:,j,k) = ...
        project_basis(yy(index), argv(index), basisobj, penmat1);
end
end
end
end

% set up the functional data object

fdobj = fd(coef, basisobj, fdnames);

function smthfd = smooth_fd(fdobj, fdParobj, rebase)
if nargin < 2
    error('There are less than two arguments.');
```

```

% set default values

if nargin < 3, rebase = 1; end

% check fdParobj

if ~isa_fdPar(fdParobj)
if isa_fd(fdParobj) || isa_basis(fdParobj)
    fdParobj = fdPar(fdParobj);
else
    error(['FDPAROBJ is not a functional parameter object, ', ...
'not a functional data object, and ', ...
'not a basis object.']);
end
end

% check LFD

Lfdobj = getLfd(fdParobj);
Lfdobj = int2Lfd(Lfdobj);

% check FDOBJ

if ~isa_fd(fdobj)
    error('FDOBJ is not a functional data object.');
```

```

end

% set up basis

basisobj = getbasis(fdobj);
type = getbasistype(basisobj);
if rebase == 1 && strcmp(type, 'polyg')
    fdnames = getnames(fdobj);
    params = getbasispar(basisobj);
    fdobj = data2fd(getcoef(fdobj), params, fdnames);
    basisobj = getbasis(fdobj);
end

% check lambda

lambda = getlambda(fdParobj);
if lambda <= 0
    warning('Wid:positive', ...
'LAMBDA was not positive. No smoothing carried out.');
```

```

    smthfd = fdobj;
return;
end
%
% Main smoothing step
%
coef = getcoef(fdobj);
coefd = size(coef);
ndim = length(coefd);
if ndim == 3
    nvar = coefd(3);
else
    nvar = 1;
end

```

```

end
Bmat = inprod_basis(basisobj);
%
% set up coefficient matrix for normal equations
%
penmat = eval_penalty(basisobj, Lfdobj);
Cmat = Bmat + lambda .* penmat;
%
% solve normal equations for each observation
%
if(ndim < 3)
    Dmat = inprod(basisobj, fdobj);
    coef = symsolve(Cmat, Dmat);
else
for ivar = 1:nvar
    Dmat = inprod(basisobj, fdobj(:,ivar));
    coef(:, :, ivar) = symsolve(Cmat, Dmat);
end
end
%
% replace coefficient matrix = fdobj, leaving other properties alone
%
fdnames = getnames(fdobj);
smthfd = fd(coef, basisobj, fdnames);

function ccastr = ...
    cca_fd(fdobj1, fdobj2, ncan, ccafdPar1, ccafdPar2,
centerfns)
if ~strcmp(class(fdobj1), 'fd')
    error('FDOBJ1 is not a FD object.');
```

```

end
if ~strcmp(class(fdobj2), 'fd')
    error('FDOBJ1 is not a FD object.');
```

```

end

% Center functions if required

if nargin < 6, centerfns = 1; end

if centerfns
    fdobj1 = center(fdobj1);
    fdobj2 = center(fdobj2);
end

% check that functions have the same number of replications

coef1 = getcoef(fdobj1);
coef2 = getcoef(fdobj2);
coefd1 = size(coef1);
coefd2 = size(coef2);
nrep1 = coefd1(2);
nrep2 = coefd2(2);

if (nrep1 ~= nrep2)
    error('The numbers of replications are not equal.');
```

```

end

```

```

% check that there are more one replication

if nrep1 < 2
    error('There is only one replication.');
```

end

```

nrep = nrep1;

% get basis information

fdbasis1 = getbasis(fdobj1);
fdbasis2 = getbasis(fdobj2);

% Set up essential cross product matrices

Jmat1 = eval_penalty(fdbasis1, int2Lfd(0));
Jmat2 = eval_penalty(fdbasis2, int2Lfd(0));
Jx     = (Jmat1 * coef1)';
Jy     = (Jmat2 * coef2)';
PVxx   = Jx' * Jx./nrep;
PVyy   = Jy' * Jy./nrep;

% set up default fdPar objects

if nargin < 5,
    ccafdPar2 = fdPar(fdbasis2, 2, 0.1);
end
if nargin < 4,
    ccafdPar1 = fdPar(fdbasis1, 2, 0.1);
end

% check fdPar objects

if ~strcmp(class(ccafdPar1), 'fdPar')
    error('CCFDPAROBJ1 is not an FDPAR object.')
```

end

```

if ~strcmp(class(ccafdPar2), 'fdPar')
    error('CCFDPAROBJ2 is not an FDPAR object.')
```

end

```

% add penalty if either LAMBDA positive

lambda1 = getlambda(ccafdPar1);
lambda2 = getlambda(ccafdPar2);

if lambda1 > 0
    Lfdobj1 = getLfd(ccafdPar1);
    Kmat1   = eval_penalty(fdbasis1, Lfdobj1);
    PVxx    = PVxx + lambda1 * Kmat1;
end
if lambda2 > 0
    Lfdobj2 = getLfd(ccafdPar2);
    Kmat2   = eval_penalty(fdbasis2, Lfdobj2);
    PVyy    = PVyy + lambda2 * Kmat2;
end
```

```

% set up matrix to be analyzed

Vxy = Jx' * Jy./nrep;

% do eigenanalysis

geigstr = geigen(Vxy, PVxx, PVyy);

% set up canonical correlations and coefficients for weight functions

if nargin < 3, ncan = 2; end

canwtcoef1 = geigstr.Lmat(:,1:ncan);
canwtcoef2 = geigstr.Mmat(:,1:ncan);

corrs = diag(geigstr.values);
% corrs = corrs(1:ncan);

% Normalize the weight functions

for j = 1:ncan
    temp = squeeze(canwtcoef1(:,j));
    temp = temp./sqrt(sum(temp.^2));
    canwtcoef1(:,j) = temp;
    temp = squeeze(canwtcoef2(:,j));
    temp = temp./sqrt(sum(temp.^2));
    canwtcoef2(:,j) = temp;
end

% set up final results in struct object CCASTR

fdnames1 = getnames(fdobj1);
fdnames2 = getnames(fdobj2);
ccawtfd1 = fd(canwtcoef1, fdbasis1, fdnames1);
ccawtfd2 = fd(canwtcoef2, fdbasis2, fdnames2);

ccavar1 = Jx * canwtcoef1;
ccavar2 = Jy * canwtcoef2;

ccastr.wtfd1 = ccawtfd1;
ccastr.wtfd2 = ccawtfd2;
ccastr.var1 = ccavar1;
ccastr.var2 = ccavar2;
ccastr.corrs = corrs;

function evalarray = eval_bifd(sevalarg, tevalarg, bifd, sLfd, tLfd)
if nargin < 3
    error('There are less than three arguments.');
```

```

end

% exchange order if BIFD is the first argument

if isa_bifd(sevalarg)
```

```

    temp      = bifd;
    bifd      = sevalarg;
    sevalarg  = tevalarg;
    tevalarg  = temp;
end

% check SEVALARG

sizesevalarg = size(sevalarg);
if sizesevalarg(1) > 1 && sizesevalarg(2) > 1
    error('Argument EVALARG is not a vector.');
```

```

end
sevalarg = sevalarg(:);

% check TEVALARG

sizetevalarg = size(tevalarg);
if sizetevalarg(1) > 1 && sizetevalarg(2) > 1
    error('Argument EVALARG is not a vector.');
```

```

end
tevalarg = tevalarg(:);

if nargin < 5
    tLfd = int2Lfd(0);
end
if nargin < 4
    sLfd = int2Lfd(0);
end

sLfd = int2Lfd(sLfd);
tLfd = int2Lfd(tLfd);

if ~isa_bifd(bifd)
    error('Argument BIFD is not a bivariate functional data object.');
```

```

end
ns = length(sevalarg);
sbasisobj = getsbasis(bifd);
snbasis   = getnbasis(sbasisobj);

if ~isa_Lfd(sLfd)
    error('sLfd is not a linear differential operator object.');
```

```

end

if ~isa_Lfd(tLfd)
    error('sLfd is not a linear differential operator object.');
```

```

end

snderiv      = getnderiv(sLfd);

sbasismat = eval_basis(sevalarg, sbasisobj, snderiv);
if snderiv > 0 && ~strcmp(class(sLfd), 'double')
    derivwtmat = eval_basis(sevalarg, sbasisobj, sLfd);
    onerow = ones(1,snbasis);
for j = 1:snderiv
if any(abs(derivwtmat(:,j))) > 1e-7
    sbasismat = sbasismat + ...
        (derivwtmat(:,j)*onerow) .* ...
```



```

                                eval_basis(sevalarg, sbasisobj, j-1);
end
end
end

nt = length(tevalarg);
tbasisobj = gettbasis(bifd);
tnbasis   = getnbasis(tbasisobj);

tnderiv   = getnderiv(tLfd);

tbasismat = eval_basis(tevalarg, tbasisobj, tnderiv);
if tnderiv > 0 && ~strcmp(class(tLfd), 'double')
    derivwtmat = eval_basis(tevalarg, tbasisobj, tLfd);
    onerow = ones(1,tnbasis);
    for j = 1:tnderiv
        if any(abs(derivwtmat(:,j))) > 1e-7
            tbasismat = tbasismat + ...
                (derivwtmat(:,j)*onerow) .* ...
                eval_basis(tevalarg, tbasisobj, j-1);
        end
    end
end

coef = getcoef(bifd);
coefd = size(coef);
ndim = length(coefd);

switch ndim
case 2
    evalarray = sbasismat * coef * tbasismat';
case 3
    ncurves = coefd(3);
    evalarray = zeros(ns,nt,ncurves);
    for i= 1:ncurves
        evalarray(:,:,i) = sbasismat * coef(:,:,i) * tbasismat';
    end
case 4
    ncurves = coefd(3);
    nvar = coefd(4);
    evalarray = zeros(ns,nt,ncurves,nvar);
    for i = 1:ncurves
        for j = 1:nvar
            evalarray(:,:,i,j) = sbasismat * coef(:,:,i,j) *
tbasismat';
        end
    end
otherwise
    error('coefficient array of improper dimension');
end
end

```

EK 2

Tablo 1. İMKB Tüm Şirketler.

1	ACIBADEM SAĞLIK	79	DİTAŞ DOĞAN	157	LOGO YAZILIM
2	ADANA ÇİMENTO (A)	80	DO-CO RESTAURANTS	158	MARDİN ÇİMENTO
3	ADANA ÇİMENTO (B)	81	DOĞAN GAZETECİLİK	159	MARMARİS ALTINYUNUS
4	ADANA ÇİMENTO (C)	82	DOĞAN HOLDİNG	160	MARSHALL
5	ADEL KALEMCİLİK	83	DOĞAN YAYIN HOL.	161	MARTI OTEL
6	AFM FİLM	84	DOĞUŞ OTOMOTİV	162	MENDERES TEKSTİL
7	AFYON ÇİMENTO	85	DURAN DOĞAN BASIM	163	MERKO GIDA
8	AK ENERJİ	86	DYO BOYA	164	METEMTEKS
9	AKAL TEKSTİL	87	ECZACIBAŞI İLAÇ	165	METRO HOLDİNG
10	AKBANK	88	ECZACIBAŞI YAPI	166	MİGROS TİCARET
11	AKÇANSA	89	ECZACIBAŞI YATIRIM	167	MİLPA
12	AKFEN HOLDİNG	90	EDİP GAYRİMENKUL	168	MONDİ TİRE KUTSAN
13	AKIN TEKSTİL	91	EGE ENDÜSTRİ	169	MUTLU AKÜ
14	AKSA	92	EGE GÜBRE	170	NET HOLDİNG
15	AKSA ENERJİ	93	EGE SERAMİK	171	NET TURİZM
16	AKSİGORTA	94	EMEK ELEKTRİK	172	NETAŞ TELEKOM.
17	AKSU ENERJİ	95	ENKA İNŞAAT	173	NUH ÇİMENTO
18	ALARKO CARRIER	96	ERBOSAN	174	OLMUKSA
19	ALARKO HOLDİNG	97	EREĞLİ DEMİR ÇELİK	175	OTOKAR
20	ALBARAKA TÜRK	98	ERSU GIDA	176	PARK ELEK.MADENCİLİK
21	ALCATEL LUCENT TELETİAŞ	99	ESCORT TEKNOLOJİ	177	PARSAN
22	ALKİM KAĞIT	100	FAVORİ DİNLENME YER.	178	PENGUEN GIDA
23	ALKİM KİMYA	101	FENERBAHÇE SPORİF	179	PETKİM
24	ALTERNATİFBANK	102	FENİŞ ALÜMİNYUM	180	PINAR ET VE UN
25	ALTINYAĞ	103	FİNANS FİN. KİR.	181	PINAR SU
26	ALTINYILDIZ	104	FİNANSBANK	182	PINAR SÜT
27	ANADOLU CAM	105	F-M İZMİT PİSTON	183	PİMAŞ
28	ANADOLU EFES	106	FORD OTOSAN	184	PLASTİKKART
29	ANADOLU HAYAT EMEK.	107	FRİGO PAK GIDA	185	RAY SİGORTA
30	ANADOLU ISUZU	108	GALATASARAY SPORİF	186	REYSAŞ LOJİSTİK
31	ANADOLU SİGORTA	109	GARANTİ BANKASI	187	SABANCI HOLDİNG
32	ANEL ELEKTRİK	110	GARANTİ FAKTORİNG	188	SANKO PAZARLAMA
33	ANEL TELEKOM	111	GENTAŞ	189	SARKUYSAN

Ek 2. Tablo 1. (Devam)					
34	ARÇELİK	112	GERSAN ELEKTRİK	190	SELÇUK ECZA DEPOSU
35	ARENA BİLGİSAYAR	113	GLOBAL YAT. HOLDİNG	191	SERVE KIRTASIYE
36	ARSAN TEKSTİL	114	GOLDAS KUYUMCULUK	192	SODA SANAYİİ
37	ASELSAN	115	GOOD-YEAR	193	SÖKTAŞ
38	ASYA KATILIM BANKASI	116	GÖLTAŞ ÇİMENTO	194	ŞEKER PİLİÇ
39	AVİVA SİGORTA	117	GSD HOLDİNG	195	ŞEKERBANK
40	AYEN ENERJİ	118	GÜBRE FABRİK.	196	ŞİŞE CAM
41	AYGAZ	119	GÜNEŞ SİGORTA	197	T. HALK BANKASI
42	BAGFAŞ	120	HEKTAŞ	198	T. KALKINMA BANK.
43	BAK AMBALAJ	121	HÜRRİYET GZT.	199	TAT KONSERVE
44	BANVİT	122	İŞIKLAR YAT. HOLDİNG	200	TAV HAVALİMANLARI
45	BATI ÇİMENTO	123	İDAŞ	201	T.DEMİR DÖKÜM
46	BATISÖKE ÇİMENTO	124	İHLAS EV ALETLERİ	202	TEK-ART TURİZM
47	BEŞİKTAŞ FUTBOL YAT.	125	İHLAS GAZETECİLİK	203	TEKFEN HOLDİNG
48	BİM MAĞAZALAR	126	İHLAS HOLDİNG	204	T.EKONOMİ BANK.
49	BOLU ÇİMENTO	127	İHLAS YAYIN HOLDİNG	205	TEKSTİLBANK
50	BOROVA YAPI	128	İNDEKS BİLGİSAYAR	206	TESCO KİPA
51	BORUSAN MANNESMANN	129	İNTEMA	207	TOFAŞ OTO. FAB.
52	BORUSAN YAT. PAZ.	130	İPEK MATBAACILIK -DOĞAL ENERJİ	208	TRABZONSPOR SPORTİF
53	BOSCH FREN SİSTEMLERİ	131	İŞ BANKASI (C)	209	TRAKYA CAM
54	BOSSA	132	İŞ FİN.KİR.	210	T.S.K.B.
55	BOYNER MAĞAZACILIK	133	İŞ Y. MEN. DEĞ.	211	T.TUBORG
56	BRİSA	134	İTTİFAK HOLDİNG	212	TUKAŞ
57	BSH EV ALETLERİ	135	İZMİR DEMİR ÇELİK	213	TURCAS PETROL
58	BURÇELİK	136	İZOCAM	214	TÜPRAŞ
59	BURÇELİK VANA	137	KAPLAMIN	215	TÜRK HAVA YOLLARI
60	BURSA ÇİMENTO	138	KARDEMİR (A)	216	TÜRK PRYSMIAN KABLO
61	CARREFOURSA(A)	139	KARDEMİR (B)	217	TÜRK TELEKOM
62	CARREFOURSA(B)	140	KARDEMİR (D)	218	TÜRK TRAKTÖR
63	COCA COLA İÇECEK	141	KAREL ELEKTRONİK	219	UŞAK SERAMİK
64	COMPONENTA DÖKÜMCÜLÜK	142	KARSAN OTOMOTİV	220	UYUM GIDA
65	CREDITWEST FAKTORİNG	143	KARSU TEKSTİL	221	ÜLKER BİSKÜVİ

Ek 2. Tablo 1. (Devam)					
66	ÇELEBİ	144	KARTONSAN	222	ÜNİYE ÇİMENTO
67	ÇELİK HALAT	145	KENT GIDA	223	VAKIF FİN. KİR.
68	ÇEMTAŞ	146	KEREVİTAŞ GIDA	224	VAKIFLAR BANKASI
69	ÇİMBETON	147	KLİMASAN KLİMA	225	VAKKO TEKSTİL
70	ÇİMENTAŞ	148	KOÇ HOLDİNG	226	VESTEL
71	ÇİMSA	149	KONYA ÇİMENTO	227	VESTEL BEYAZ EŞYA
72	DEMİSAŞ DÖKÜM	150	KORDSA GLOBAL	228	VİKİNG KAĞIT
73	DENİZBANK	151	KOZA ALTIN	229	YAPI KREDİ SİGORTA
74	DENİZLİ CAM	152	KOZA MADENCİLİK	230	YAPI VE KREDİ BANK.
75	DENTAŞ AMBALAJ	153	KRİSTAL KOLA	231	YATAŞ
76	DERİMOD	154	KÜTAHYA PORSELEN	232	YAZICILAR HOLDİNG
77	DESA DERİ	155	LATEK LOJİSTİK	233	YÜNİSA
78	DEVA HOLDİNG	156	LİNK BİLGİSAYAR	234	ZORLU ENERJİ

Tablo 2. İMKB 30 Endeksinde Yer Alan Şirketler.

1	AK ENERJİ
2	AKBANK
3	AKSA
4	ARÇELİK
5	ASYA KATILIM BANKASI
6	BİM MAĞAZALAR
7	DOĞAN HOLDİNG
8	DOĞAN YAYIN HOL.
9	EREĞLİ DEMİR ÇELİK
10	GARANTİ BANKASI
11	İHLAS HOLDİNG
12	İŞ BANKASI (C)
13	KARDEMİR (D)
14	KOÇ HOLDİNG
15	KOZA ALTIN
16	KOZA MADENCİLİK
17	MİGROS TİCARET
18	PETKİM
19	SABANCI HOLDİNG
20	ŞİŞE CAM
21	T. HALK BANKASI
22	TEKFEN HOLDİNG
23	TÜPRAŞ
24	TÜRK HAVA YOLLARI
25	TÜRK TELEKOM
26	VAKIFLAR BANKASI
27	YAPI VE KREDİ BANK.

Tablo 3: Verilerin Gözlendiği Zaman Noktaları

İMKB tüm şirketleri için													
07.Oca	04.Şub	04.Mar	01.Nis	06.May	03.Haz	01.Tem	05.Ağu	02.Eyl	07.Eki	04.Kas	02.Ara		
14.Oca	11.Şub	11.Mar	08.Nis	13.May	10.Haz	08.Tem	12.Ağu	09.Eyl	14.Eki	11.Kas	09.Ara		
21.Oca	18.Şub	18.Mar	15.Nis	20.May	17.Haz	15.Tem	19.Ağu	16.Eyl	21.Eki	18.Kas	16.Ara		
28.Oca	25.Şub	25.Mar	22.Nis	27.May	24.Haz	22.Tem	26.Ağu	23.Eyl	27.Eki	25.Kas	23.Ara		
			29.Nis			29.Tem		30.Eyl				31.Ara	
İMKB 30 şirketleri için													
07.Eki	14.Eki	21.Eki	27.Eki	04.Kas	11.Kas	18.Kas	25.Kas	02.Ara	09.Ara	16.Ara	23.Ara	30.Ara	31.Ara

	GERSAN	GLOBAL	GOLDAS	GOOD-Y	GÖLTAS	GSD HO	GÜBRE	GÜNES	HEKTAS	HÜRRİY	ŞİKLAR	IDAŞ	IHLAS E	IHLAS G	IHLAS H	IHLAS Y	İNDEKS	İNTEMA	IPEK MA	İŞ BANK	İŞ FIN	İŞ Y. ME	İTTIFAK	İZMIR D	ZOCAM	KAPLAM	KARDEN	KARDEM	KARDEM	KAREL	KARSAN	KARSU	KARTON	KENT G	KEREVİ	KLİMAS	KOÇ HOLD
07.Oca	2.08	14.29	2.88	11.46	3.58	4.67	-2.33	0.94	0.64	18.68	18.46	-15.72	-0.75	5.74	0.55	1.60	3.95	3.17	0.81	3.27	2.16	0.77	7.89	9.86	31.96	5.54	3.25	2.26	5.26	3.76	6.11	3.83	1.65	2.37	6.46	3.92	1.60
14.Oca	3.40	-2.50	-0.93	2.42	10.38	-0.89	0.90	-3.26	-0.64	-0.46	-7.79	-1.49	-0.75	4.95	-12.57	-1.62	5.76	-3.84	1.07	-4.58	11.97	2.28	2.20	5.80	0.00	-2.62	-1.57	-0.74	2.50	-4.23	-4.19	0.92	10.65	-8.09	0.00	1.45	-1.31
21.Oca	-2.63	-1.71	-2.83	1.18	2.19	-4.50	-0.89	-2.88	2.56	-1.86	-3.52	-0.76	-2.27	8.68	0.00	-1.08	-4.76	0.00	-6.37	-4.43	-2.52	1.12	-3.58	9.23	6.44	4.38	2.40	2.96	9.76	0.95	-1.64	-3.65	2.72	0.63	3.93	-4.29	-4.24
28.Oca	0.68	-4.35	-4.85	-0.39	-2.76	-4.72	-8.66	-3.47	-6.88	3.32	-7.30	-5.34	-5.43	4.34	-5.00	-2.17	-6.43	-1.60	-6.52	-4.63	0.00	0.37	-0.99	-3.65	1.25	5.16	-9.38	-9.35	-6.67	-9.69	0.00	-2.37	-5.09	-3.13	-6.19	-1.19	-4.99
04.Şub	3.36	5.45	-1.02	4.30	-3.47	0.99	5.23	14.36	2.68	3.21	0.00	0.00	-0.82	12.47	0.66	-1.11	-1.91	3.51	3.03	10.53	13.55	1.47	-2.00	3.32	13.40	12.58	0.86	0.79	1.19	2.08	3.89	2.91	-5.15	-7.10	1.47	1.21	4.37
11.Şub	-10.39	-2.59	2.06	7.49	8.82	0.00	-2.17	-7.62	3.27	-0.44	-11.02	1.61	1.65	-1.95	-1.31	-1.69	5.06	1.04	0.88	-4.40	-7.39	-1.44	1.02	10.09	5.00	7.63	0.85	0.79	-1.18	2.03	7.49	2.36	10.86	3.82	-0.36	0.60	0.84
18.Şub	-5.07	7.08	-1.01	15.68	20.12	-1.96	-0.32	2.43	1.90	-2.68	-10.62	1.59	-2.44	0.00	-0.66	-2.86	-3.70	-1.29	0.87	3.07	-2.45	0.37	0.00	6.67	6.49	-4.81	0.00	0.00	-1.19	18.27	15.92	-3.23	2.04	-4.35	-2.54	0.59	-1.66
25.Şub	-11.45	-11.57	-11.22	-1.20	5.00	-11.00	-12.10	-9.95	-4.35	-11.01	-10.89	-11.72	-12.50	-1.19	0.00	-2.35	-5.77	-10.47	-9.83	-5.95	-6.29	-1.46	-10.86	-7.62	-10.57	0.00	-11.86	-10.94	-7.23	-5.34	-7.73	-5.24	-16.00	-11.89	-8.92	3.24	-8.17
04.Mar	1.72	-1.87	-1.15	0.30	-7.62	0.00	5.80	-2.11	-0.65	1.03	-2.22	-0.88	8.57	0.40	14.67	0.00	6.12	-3.51	4.17	-4.35	-1.34	-2.96	-4.25	3.17	1.82	-2.93	0.96	1.75	1.30	-4.75	8.84	0.00	-4.52	11.11	1.63	2.86	-0.92
11.Mar	5.08	12.38	1.16	-3.65	-7.73	7.87	-1.71	1.08	1.96	1.02	3.41	0.00	5.26	16.40	15.70	0.00	5.00	2.73	5.85	3.31	6.12	-2.67	4.44	3.28	-4.02	3.56	9.52	7.76	5.13	15.89	-2.56	-0.50	3.49	-1.43	0.00	-3.06	9.60
18.Mar	12.90	-0.85	6.90	1.58	-0.84	-2.08	7.67	2.13	0.00	1.52	8.79	1.79	-2.50	-34.19	-3.52	0.60	-3.30	0.59	2.33	4.40	-3.21	-2.35	6.23	-1.19	-2.79	1.06	-2.61	-3.20	0.00	-4.57	-2.19	2.02	3.37	0.72	18.47	0.29	0.00
25.Mar	-4.29	6.84	8.60	14.91	1.41	1.06	3.24	2.08	5.13	0.50	0.00	11.40	6.84	-11.75	6.25	0.60	2.65	1.17	2.27	-1.39	7.28	1.61	-0.27	3.61	2.87	5.76	1.79	2.48	1.22	-1.69	0.90	1.98	-5.59	-0.72	5.76	6.57	1.98
01.Nis	0.75	0.80	0.99	12.97	1.11	4.21	-4.70	6.12	4.27	2.48	3.03	-0.79	12.80	3.55	4.90	4.17	2.95	0.87	-1.39	-0.20	-3.70	-1.98	5.88	12.79	-1.40	21.53	7.89	8.87	6.02	3.15	0.89	1.46	1.23	25.36	11.86	1.61	3.05
08.Nis	-2.22	11.11	0.00	1.44	4.40	0.00	6.25	29.81	-0.58	-3.86	4.40	-1.59	1.42	1.14	7.94	-0.57	14.70	10.06	6.76	4.86	4.49	-2.02	-1.01	0.00	4.25	0.00	0.00	0.74	0.00	0.28	-1.32	0.96	4.68	4.62	1.43	-2.11	6.72
15.Nis	-0.76	-4.29	0.00	3.30	-6.58	8.08	2.79	2.59	2.35	0.50	4.67	3.23	8.39	-0.85	-8.66	-0.57	6.87	2.06	3.96	3.09	0.61	2.88	7.91	-1.37	2.71	1.43	0.00	0.00	1.14	5.26	5.80	9.00	-4.98	-3.87	-0.85	19.41	-0.25
22.Nis	3.82	1.49	-0.98	9.36	-0.56	7.48	1.51	-4.69	7.47	-1.00	-2.68	4.69	-1.94	-3.70	-5.69	-1.16	9.94	26.82	15.74	0.00	4.27	1.60	7.33	4.18	2.64	7.63	1.63	1.47	3.37	5.79	-3.38	4.35	2.35	0.86	-1.14	11.74	-1.52
29.Nis	1.47	0.00	0.00	13.26	0.00	-1.74	0.59	-1.52	10.70	0.00	-1.83	-0.75	9.87	1.18	-7.04	-1.17	-1.06	3.18	0.66	0.75	-1.17	-1.57	8.59	-4.01	-1.29	0.37	0.00	1.45	0.00	-2.49	-1.75	10.42	4.82	-3.13	-2.31	7.47	4.87
06.May	7.25	-4.41	-1.98	0.92	-1.13	-2.65	-4.72	0.00	-0.97	-1.52	1.87	2.26	-2.99	-5.56	-2.70	-0.59	0.00	-0.50	-2.83	-0.74	1.18	-3.60	-3.04	2.79	-3.04	-3.72	0.00	0.00	4.35	-5.36	-13.33	-3.40	-4.60	-0.29	0.00	-7.71	-3.91
13.May	-2.70	-6.15	-7.07	7.76	-15.47	-10.00	-8.67	-10.00	-9.98	-10.26	-8.26	-2.94	-9.26	-0.93	-30.00	5.36	-3.76	-4.60	-8.97	-3.75	-6.43	-7.05	10.88	2.03	-4.48	-7.34	-2.40	-7.86	-8.33	0.27	-5.64	0.39	0.69	-1.77	-7.08	-2.65	-4.33
20.May	0.69	-7.38	-3.26	5.08	-7.80	-5.05	-10.17	-1.28	-4.93	-10.86	-3.00	-10.61	-14.97	-8.75	-2.38	-5.65	-4.47	-8.60	-8.87	-3.50	-1.88	-3.13	-5.85	7.31	1.41	-13.33	4.10	-3.10	-1.14	-5.91	-6.52	0.00	-3.64	-5.11	1.27	-8.37	0.00
27.May	-7.59	0.86	-2.25	-14.52	1.10	-2.13	3.77	1.73	-0.52	-8.33	-6.19	-2.54	-4.80	-6.51	-4.88	-1.20	8.77	-5.50	0.27	-1.21	1.27	3.23	-3.61	4.64	-5.56	10.58	-5.13	-4.80	0.00	-3.14	-3.49	0.00	-3.31	4.43	-6.27	-2.97	-6.65
03.Haz	1.49	9.65	3.45	10.85	0.00	3.26	6.55	5.53	-15.10	-0.70	2.20	6.96	1.68	-3.66	-0.85	-4.24	-5.91	2.18	0.54	0.82	-1.26	1.34	-3.95	5.33	0.00	-3.48	0.90	1.68	2.30	-1.47	-4.82	-10.89	-4.89	3.33	3.68	-1.41	3.99
10.Haz	-0.74	-0.80	1.11	-7.66	-1.09	-1.05	1.17	-10.89	-3.07	-0.70	22.58	3.25	4.13	8.37	4.31	-1.90	-3.14	12.59	4.83	3.24	-1.91	-1.76	-4.55	1.69	4.41	-4.05	0.00	1.65	3.37	-0.60	0.00	-4.37	2.57	0.88	0.65	-0.48	-1.64
17.Haz	2.22	5.65	-3.30	2.76	-5.15	-4.26	-4.36	1.81	-5.06	-11.35	13.16	-3.36	-5.56	-4.46	-5.79	-5.81	-3.83	-7.81	-3.84	-6.67	-3.25	-7.17	-5.90	3.87	-4.23	-4.69	-2.68	-4.88	-4.35	-2.11	-3.80	-6.39	-1.50	4.65	-6.41	-2.40	-4.46
24.Haz	0.00	-6.11	-1.14	-1.35	-2.71	1.11	0.70	0.44	0.00	-5.60	-4.65	-0.87	-1.68	-2.52	1.75	-2.74	-0.92	-3.20	-0.53	1.68	-15.44	-0.97	0.96	0.53	-0.98	0.25	-0.92	-0.85	1.14	-14.15	3.95	1.95	1.27	7.50	0.68	-1.47	-1.75
01.Tem	2.90	1.63	4.60	6.82	3.59	2.20	0.00	4.87	3.33	13.56	2.44	4.63	2.27	2.58	-0.86	1.41	-0.31	6.62	13.10	2.48	-1.59	-18.05	5.01	-49.07	2.97	0.25	5.56	6.90	6.74	2.87	3.80	0.96	7.04	15.25	2.72	3.49	5.93
08.Tem	1.41	-3.20	-1.10	5.11	-0.38	-2.15	-5.23	-0.42	1.29	-6.72	9.52	-1.71	-2.46	-2.52	-0.87	-2.08	-1.86	2.66	-3.31	0.40	3.23	1.79	3.18	1.30	-0.48	-3.20	1.75	0.81	2.11	1.39	-1.22	7.58	-3.05	-6.28	0.00	-1.69	-0.28
15.Tem	1.39	0.83	-1.11	2.83	-1.93	-2.20	-0.74	-1.27	8.92	2.40	-3.62	-1.74	-5.88	-5.54	-8.77	-4.96	1.27	0.00	-1.47	0.20	-1.56	0.00	-3.30	3.85	-1.93	-4.58	-1.72	-1.60	0.00	-0.34	-3.09	2.20	-0.48	-10.05	-0.66	-0.25	-1.40
22.Tem	-13.01	-0.82	-11.24	6.69	-12.60	-8.99	-7.04	-11.16	-7.02	-11.72	-3.01	-14.16	-8.04	-14.45	3.85	-15.67	0.31	-6.26	-5.21	-6.01	-4.76	-6.88	-8.66	-3.70	-7.98	-14.40	-5.26	-4.88	-2.06	8.97	-11.46	-5.17	-8.76	-0.53	-6.33	-9.09	-3.13
29.Tem	3.94	10.74	1.27	0.74	3.60	0.00	6.37	8.70	4.40	0.00	2.33	3.09	0.97	1.83	0.00	3.54	2.80	4.15	6.28	3.41	-0.83	-2.45	3.49	0.51	1.28	5.61	1.85	4.27	5.26	1.90	2.16	0.00	2.13	1.07	3.20	0.81	4.12
05.Ağu	-3.03	-8.96	-7.50	-4.40	-14.35	-14.81	-9.36	-10.67	-12.65	-20.35	-9.09	-12.00	-11.54	-17.49	-3.70	-20.51	-6.97	-6.19	-6.65	-7.42	-11.76	-11.95	-9.88	-10.20	-14.16	-16.52	-10.00	-10.66	-7.00	0.93	-11.97	-9.09	-12.27	-10.05	-10.69	-14.21	-9.89
12.Ağu	-7.03	-9.02	-13.51	-24.60	-8.83	-14.49	-5.37	-7.96	-6.90	-4.44	-17.50	-15.91	-17.39	-14.67	-11.54	-17.20	-6.19	-4.95	-3.43	-5.57	-10.48	-2.14	-13.90	-11.93	-6.90	-13.43	-7.07	-7.34	-10.75	-4.00	-14.40	-9.50	-11.01	2.94	-22.01	-13.44	-9.09
19.Ağu	-3.36	-0.90	0.00	0.61	11.58	13.56	0.44	-2.70	-2.96	5.81	-2.02	0.00	1.32	-0.64	2.17	1.30	-4.51	1.74	-0.55	3.30	8.51	5.11	0.31	6.13	2.91	2.45	1.09	-1.98	3.61	-9.29	-2.80	-1.66	1.00	-4.57	2.97	8.30	6.90
26.Ağu	5.22	2.73	0.00	-4.24	-1.70	-1.49	0.87	-2.22	-1.53	0.00	7.22	5.41	3.90	6.41	0.00	3.85	-2.91	7.07	-3.85	2.23	-1.96	2.78	-1.86	2.43	-3.34	4.78	0.00	5.05	-3.49	0.00	-1.12	0.00	-9.58	-3.37	0.67	-2.58	
02.Eyl	1.65	3.54	3.13	4.01	1.52	1.52	-0.86	4.55	1.55	0.00	3.85																										

	KONYA	KORDS	KOZA AL	KOZA M	KRISTAL	KÜTAHYA	LATEK L	LİNK BİL	LOGO Y	MARDIN	MARMAH	MARSH	MARTI Q	MEMDER	MERKO	METEM	METRO	MIGROS	MİLPA	MONDI	MUTLU A	NET HO	NET UR	NETAŞ	NUH ÇİM	OLMUKS	OTOKAR	PARK EU	PARSAN	PENGÜB	PETKİM	PINAR E	PINAR S	PINAR S	İMPAŞ	PLASTİK	RAY SİGOR
07.Oca	13.39	-0.79	1.46	7.79	6.25	1.96	-24.80	2.71	16.10	4.44	5.25	4.30	6.31	10.00	2.31	6.90	3.96	5.78	6.99	5.14	1.37	-2.14	0.00	1.49	13.68	5.31	3.27	-2.29	4.76	4.62	6.72	0.29	-0.42	-7.46	5.88	2.77	2.73
14.Oca	12.15	-0.26	1.20	2.01	-12.35	-3.08	-1.06	-2.64	-1.46	1.25	-2.35	2.86	1.69	2.60	0.75	-2.15	-9.76	0.96	8.16	-4.35	0.81	-0.80	-0.99	0.73	2.63	0.00	1.58	9.38	0.51	-0.49	-3.94	-1.17	1.04	-1.10	6.08	-0.77	-2.13
21.Oca	0.93	-1.83	-2.13	-6.69	-6.04	-2.38	-1.08	-1.94	-2.59	-1.48	-2.10	10.19	-3.33	-7.59	0.00	59.34	-0.90	4.14	6.42	-2.84	12.33	-0.73	2.00	26.18	-2.93	0.00	4.23	2.62	3.02	-4.93	-0.82	-0.30	0.00	2.22	5.49	4.65	-3.26
28.Oca	-5.83	-2.13	-13.77	-9.70	-10.71	-4.47	-3.99	-5.34	-12.17	-1.50	21.47	-0.28	-6.03	-4.11	-6.72	79.31	-3.64	0.00	-7.80	-3.51	9.55	-0.79	-0.98	-3.17	-1.13	-7.28	11.54	-13.46	-0.49	-6.74	-3.72	0.60	-2.27	-2.17	-1.65	-7.41	-2.25
04.Şub	-2.93	-2.17	5.88	0.93	11.20	0.85	-3.40	-2.09	0.87	-3.82	7.07	-1.40	5.50	0.00	4.80	23.08	0.00	8.56	0.77	0.00	-2.18	2.38	0.99	24.40	-3.82	3.32	-3.45	4.02	0.98	0.00	-0.43	-1.48	0.85	1.11	0.24	-0.80	0.57
11.Şub	23.49	5.00	1.85	1.62	1.44	4.64	-1.56	1.07	1.72	2.65	-8.02	1.14	2.61	8.57	-3.82	-14.38	1.89	-1.97	-0.76	1.21	6.68	-0.78	1.96	15.79	3.57	0.29	5.95	-0.77	0.00	-1.11	0.43	1.80	0.84	-1.10	0.72	-2.42	0.00
18.Şub	2.72	12.70	1.30	4.33	-4.26	-3.23	2.78	-0.42	-7.17	2.58	-3.59	-5.07	-1.69	1.32	1.59	-10.58	1.85	2.30	-11.92	0.60	-8.56	0.78	2.88	4.55	6.51	3.21	-7.49	4.42	-5.34	-4.49	1.72	-1.47	-2.29	1.11	2.38	-1.24	-2.29
25.Şub	-8.73	-10.56	-2.82	-4.80	-6.67	-10.83	-13.51	-12.08	-10.45	-4.77	-15.16	-5.04	-10.34	-11.69	-4.69	-13.47	-14.55	-7.30	-16.59	-10.71	-0.46	1.55	-5.61	6.72	-6.47	-8.19	-7.09	-13.18	-9.74	-13.53	-2.53	-4.79	-8.51	-5.49	-15.35	-13.81	-10.53
04.Mar	-18.26	6.82	3.69	-0.69	7.14	2.80	-4.02	0.48	7.61	0.00	3.76	-0.94	0.00	4.41	-0.82	-1.42	1.06	-1.21	18.32	-1.33	-2.98	8.40	0.99	6.30	-0.77	-0.62	-3.92	1.15	0.00	4.76	-0.87	-3.46	2.33	-6.20	-4.40	-3.88	-1.31
11.Mar	-2.84	3.19	6.11	2.31	-1.48	0.45	15.35	5.04	-0.94	-0.53	7.55	-2.21	3.85	11.27	0.00	0.48	7.37	0.61	7.96	1.35	-1.18	3.52	2.94	0.00	-3.10	0.93	8.84	9.63	2.84	0.00	0.44	1.95	-1.36	4.13	1.72	4.55	0.66
18.Mar	-1.46	-5.00	7.19	3.61	0.75	0.90	-1.21	-1.37	-0.95	-0.53	4.78	-0.32	2.78	2.53	3.31	5.71	-1.96	0.61	-1.23	2.67	4.55	5.44	0.95	-10.10	0.00	2.45	5.42	-2.33	-1.10	5.19	0.43	1.92	1.84	3.17	0.28	-0.48	-1.32
25.Mar	-1.48	0.25	-9.62	2.61	4.48	7.62	2.45	0.46	0.96	0.00	-2.95	7.12	4.50	9.88	4.80	-0.45	4.00	3.64	-1.66	0.65	20.82	9.68	10.38	4.65	6.80	7.19	-0.40	5.29	17.32	5.56	1.73	4.08	3.39	1.92	5.35	2.43	4.67
01.Nis	4.51	4.50	0.00	0.64	7.14	3.33	7.17	2.07	4.29	6.40	11.05	2.72	2.59	3.37	5.34	13.57	5.77	2.05	-0.84	3.87	1.52	-0.59	1.71	1.48	-2.25	20.95	5.56	2.51	4.29	8.19	1.70	3.61	4.81	3.77	4.01	7.11	3.82
08.Nis	10.79	-2.87	7.18	2.74	6.67	0.40	0.00	28.67	6.85	-0.25	5.47	2.65	0.84	-2.17	4.35	-4.78	0.91	6.68	-2.13	1.24	10.07	-5.92	4.20	0.36	0.38	3.23	-1.13	3.43	-5.48	-8.65	0.00	4.07	5.86	2.18	-1.54	-2.65	7.36
15.Nis	1.30	3.69	0.00	2.67	-2.50	2.01	10.41	-7.02	2.99	0.50	10.38	40.11	1.67	11.11	17.36	5.44	2.70	-18.15	-3.91	0.61	0.34	-1.68	0.00	-0.36	1.91	15.21	-1.14	0.00	0.00	10.65	1.26	1.96	3.08	7.47	5.48	2.73	-1.14
22.Nis	4.81	11.40	4.85	8.40	0.00	1.57	11.11	5.66	7.47	0.00	1.28	47.24	2.46	7.00	-4.73	4.76	3.51	2.26	0.45	4.27	4.05	-18.75	0.00	0.36	5.62	12.14	8.46	2.61	16.91	0.53	1.24	1.64	-1.49	11.59	4.70	8.41	-1.73
29.Nis	-2.14	2.35	5.07	0.00	5.13	8.53	3.64	9.64	7.07	0.50	7.17	28.39	5.60	-0.93	-4.35	2.73	1.69	-3.31	3.60	1.75	-5.52	6.99	-1.61	8.00	2.84	-4.76	2.48	1.39	15.70	12.23	7.76	11.05	1.14	-2.67	6.38	-0.41	0.00
06.May	-2.19	1.46	-4.40	-5.54	6.71	11.79	-2.05	14.33	-4.21	0.50	-4.33	-34.34	-6.82	-2.83	4.55	10.80	-2.50	-3.80	-4.35	-2.30	-4.47	4.58	-2.46	5.05	-3.79	6.82	1.04	0.00	2.50	20.38	2.27	-1.70	12.36	0.00	-2.22	-4.51	4.12
13.May	-7.03	5.13	-2.41	-0.78	-9.71	-1.92	-9.25	-11.40	-1.20	-2.23	-0.02	-14.23	-7.32	-0.97	-8.07	-23.96	-5.13	-7.51	1.82	-7.65	-3.60	-8.75	-6.72	3.21	-10.75	1.70	13.01	-5.24	0.70	-7.48	-0.37	-1.73	-5.33	-1.83	-13.86	-8.15	-7.91
20.May	-2.41	5.08	-6.52	-6.30	-11.39	-4.56	-7.24	8.68	-2.83	-1.52	1.12	8.78	-0.88	-4.90	-9.46	-9.16	-9.01	-2.51	-4.46	-3.18	-1.87	2.74	9.91	1.55	-0.80	23.85	6.67	-4.09	-5.19	8.09	-6.69	-3.77	-3.17	0.31	-4.75	-4.21	-5.52
27.May	-2.11	-8.36	3.85	-1.47	-9.29	-0.34	-6.38	-2.07	0.42	0.26	-4.65	-8.97	-3.54	0.00	-0.75	-16.94	-0.99	7.26	-0.47	-5.92	-6.46	-2.67	-3.28	-4.62	-0.40	-35.47	-1.99	-1.00	-9.49	0.00	-1.99	-0.52	-1.45	2.79	0.55	-0.98	2.60
03.Haz	-5.04	1.01	-2.31	-4.05	4.72	-0.68	0.00	2.72	-3.32	-7.95	-3.25	-5.91	2.75	4.12	6.02	9.22	0.00	-0.75	6.57	2.10	10.16	-2.05	3.39	-3.29	0.41	0.52	6.96	0.51	0.40	10.24	3.66	-9.45	-11.70	-0.90	0.28	0.99	-1.27
10.Haz	1.52	0.40	5.92	3.78	-1.50	-2.41	0.00	-2.35	-1.72	2.51	-0.48	-1.78	-0.89	-2.97	-2.84	-9.78	0.00	-3.54	-1.76	11.64	-1.48	0.00	-0.82	-4.25	0.81	-5.21	-0.27	-0.76	0.40	-7.50	-0.39	-0.58	-11.24	-3.04	3.02	-0.98	0.64
17.Haz	-2.24	-6.00	0.89	0.64	-8.40	-6.36	5.68	-7.53	-8.73	-5.43	3.86	8.32	-2.70	-17.35	-2.92	-6.40	1.00	-6.28	-7.17	-11.04	-3.00	-2.10	-4.96	-3.85	-0.40	-2.86	-0.54	-5.33	-3.60	-3.47	-5.51	-3.50	-3.97	2.51	-4.53	-6.40	-3.18
24.Haz	-1.91	-0.85	-6.21	-0.43	0.00	-1.13	-0.72	-2.61	3.35	-1.72	-2.09	-2.56	0.00	-7.41	-1.50	1.05	0.00	-0.84	-0.97	0.69	-0.77	1.71	-0.87	-8.82	-1.21	-1.58	-1.64	-2.68	4.98	-0.40	-0.83	0.91	3.49	-6.12	-1.96	4.21	0.00
01.Tem	4.67	2.15	1.42	1.92	3.33	3.05	7.22	-0.33	1.85	1.75	5.45	1.01	1.85	4.00	4.58	-3.12	0.00	8.45	-10.24	0.68	0.78	9.22	1.75	8.88	1.63	-1.84	5.00	4.68	0.40	1.81	2.10	3.59	0.63	3.91	1.42	1.52	0.66
08.Tem	0.74	2.52	5.83	-0.21	-0.83	0.00	-2.02	-0.67	-0.91	-2.59	-2.25	0.50	-2.73	3.85	-2.19	-1.61	2.97	0.52	-7.07	1.36	3.86	-1.30	-2.59	9.22	-2.41	-0.23	-2.84	1.84	0.06	0.79	2.47	4.34	0.00	1.88	2.81	2.49	-1.31
15.Tem	-2.58	-2.46	3.96	3.36	-2.44	2.22	-5.15	-3.38	0.46	0.59	-1.38	-3.68	0.93	-3.70	0.00	-8.20	-4.81	-3.36	-1.17	-2.01	0.00	-1.97	-2.65	0.00	-1.23	-3.99	1.86	0.52	-5.42	-1.18	2.41	-0.83	-1.46	-0.31	-1.64	0.97	-1.99
22.Tem	-9.09	-5.46	-1.06	-2.03	-10.83	-9.06	-9.78	-12.94	-5.02	-4.40	-15.38	-7.64	-12.96	-8.97	-10.45	-21.43	-12.12	-5.88	-20.12	-8.90	-12.27	-5.37	-7.27	-8.12	-9.58	-8.31	9.40	-6.68	-6.87	-8.73	-5.10	-2.23	-9.13	-8.86	-3.61	-11.06	-13.51
29.Tem	7.08	2.89	5.35	3.11	1.87	-0.40	4.42	3.21	1.44	-0.31	3.58	2.91	2.13	4.23	3.33	12.88	1.15	9.94	0.00	2.26	6.36	2.84	2.94	1.77	1.38	3.20	2.24	6.89	4.10	6.52	4.10	3.00	1.87	-0.66	0.00	4.32	0.78
05.Ağu	-8.75	-7.34	-4.07	-4.83	-15.60	-14.80	-6.15	-12.84	-14.69	-4.62	-11.70	-13.70	-15.63	-9.46	-15.32	-14.09	-15.91	-12.14	-14.81	-11.76	-16.14	-3.45	-11.43	-6.60	-8.64	-11.63	-8.33	-12.37	-8.27	-15.92	-13.10	-2.57	-3.34	0.33	-5.19	-9.33	-10.85
12.Ağu	-8.53	-7.93	-9.32	-8.46	-15.22	-9.86	-13.52	-4.02	-13.33	-1.94	-19.58	-8.06	-7.41	-8.96	-12.38	-5.47	-8.11	-13.82	-5.22	-18.33	-12.83	-9.29	-13.98	-11.90	-8.86	-13.16	-13.77	-11.18	-11.59	-15.53	1.37	-9.09	-19.55	-8.55	-13.68	-9.14	-18.26
19.Ağu	6.29	4.05	13.08	1.62	0.00	1.04	-3.32	1.86	-3.21	-0.33	1.50	12.05	0.00	8.20	-2.17	-1.65	4.41	-3.41	-0.92	1.02	-2.18	4.72	3.75	-0.42	4.80	2.36	7.23	-4.64	-1.46	-1.15	5.41	-3.23	-2.15	4.32	-7.75	-5.66	6.38
26.Ağu	-3.73	-5.60	-3.51	-3.18	2.56	6.19	-7.35	5.71	3.97	0.66	4.43	-5.87	1.33	9.09	7.78	12.61	-1.41	-0.35	13.89	1.01	2.51	9.77	6.02	-2.54	0.63	4.61	0.56	1.74	-0.49	2.91	-3.42	-4.00	2.52	-6.21	-0.38	-2.00	0.00
02.Eyl	2.96	1.29	6.64	2.58	6.25	1.46	3.70	1.08	0.00																												

	REYSAŞ	SABANG	SANKO	SARKUY	SELÇUK	SERVE	SODA S.	SÖKTAS	SEKER	ŞEKERB	ŞİŞE	CA T.	HALK	T. KALKI	TAT KON	TAV HA V	T.DEMİR	TEK-AR	TEKFEV	T.EKON	TEKSTİL	TESCO	KOFAŞ	(TRABZ)	TRAKYA	T.S.K.B.	T.TUBOF	TUKAŞ	TURÇAS	TUPRAŞ	TURK H	TURK P	TURK T	ŞAK	ŞEHÜYM	ULKER	HUNYE	ÇİME
07.Oca	-45.08	0.83	4.84	2.21	9.69	0.86	3.06	4.63	7.59	2.26	9.93	6.11	6.80	-1.86	2.67	10.22	15.65	12.07	4.04	4.63	3.29	14.07	9.33	4.09	8.81	4.0	5.17	5.70	9.07	0.37	4.51	5.23	8.09	3.90	2.21	5.09	3.41	
14.Oca	-2.36	-1.10	0.77	2.88	0.00	-1.71	3.81	3.98	-4.79	-1.66	10.03	-7.55	13.64	-3.55	-1.04	-2.02	11.28	12.93	-6.47	-1.77	-0.21	1.32	12.47	4.01	-0.18	-2.46	0.98	2.38	-4.80	-0.72	3.22	7.48	2.35	5.29	0.00	0.88		
21.Oca	0.97	-0.84	-4.39	-0.47	-6.36	-0.87	-1.63	-2.13	1.06	-5.06	1.82	-3.89	7.20	-2.21	0.00	2.06	-1.35	-1.08	-7.83	-3.60	-0.64	-6.09	17.51	4.79	2.66	-0.40	-3.20	-0.49	-0.46	-3.49	5.80	-1.98	3.66	-4.13	-2.28	2.77	-1.96	
28.Oca	-1.91	-3.09	-4.79	-4.69	-6.04	-4.39	-4.56	-7.39	-1.31	-5.33	-1.79	-1.21	-33.13	-1.01	-4.74	-6.45	-7.53	-3.29	-9.00	-4.41	-0.86	-6.43	-11.92	-0.57	-9.63	-2.40	-3.31	-4.15	-1.86	4.02	-3.42	-4.05	-12.01	-5.26	1.17	-3.03	-4.89	
04.Şub	3.90	0.00	-0.42	0.25	0.00	-0.92	3.48	-0.47	-0.27	4.37	0.30	8.61	-0.89	-0.76	-2.21	-1.72	1.48	-3.12	5.49	4.08	-2.16	-1.99	2.26	-5.17	6.97	-2.46	-1.71	1.78	-0.71	-1.16	-3.55	0.00	9.24	8.08	-1.39	-2.08	-1.40	
11.Şub	-4.23	-1.74	-0.84	0.74	-2.01	5.56	10.50	10.38	1.06	-1.80	-0.91	-6.04	1.35	-0.51	1.41	0.88	-0.73	-2.05	2.60	0.00	0.66	-3.84	-6.99	0.30	8.05	0.84	6.09	-1.25	-3.59	2.73	9.56	7.23	-0.74	15.42	-0.94	-3.55	3.55	
18.Şub	-0.49	2.36	1.06	-0.49	-2.05	-0.88	-5.70	-0.85	-2.11	1.83	-3.98	3.21	-1.78	1.54	1.39	0.00	0.74	-5.07	-3.05	-0.98	-1.10	-4.23	-1.38	-5.44	-3.19	10.00	-2.46	2.03	-0.25	-3.80	-6.04	-1.12	0.00	7.69	-0.71	4.41	4.35	
25.Şub	-11.33	-7.78	-11.97	-3.43	-2.51	-6.19	-6.45	-12.50	-10.48	-6.59	-7.32	-9.73	-11.31	-7.85	-12.36	0.00	-15.33	-12.89	-9.95	-9.90	-9.53	-6.37	-10.02	-6.71	-3.66	0.38	-15.97	-9.18	-0.25	-8.89	-10.00	1.14	-8.15	12.03	-9.29	-9.86	-5.92	
04.Mar	5.56	10.63	-2.63	-1.27	-1.72	0.00	-2.59	-4.04	-4.20	2.56	-2.06	-2.59	0.51	-5.22	3.76	-2.17	2.59	0.36	-4.07	-1.10	-0.49	9.16	-8.24	6.16	-4.94	8.68	9.00	-1.09	-1.00	-3.90	0.79	-3.65	1.61	13.76	1.31	2.34	0.23	
11.Mar	0.53	6.21	5.15	0.00	0.44	3.77	3.98	10.37	3.76	8.12	8.77	9.73	4.57	-1.45	7.55	0.44	1.68	0.36	4.85	8.89	1.97	-3.36	16.99	4.52	0.80	-3.82	-3.67	1.38	4.79	3.61	3.15	0.29	13.89	3.24	0.00	-1.53	0.23	
18.Mar	-4.19	-1.06	-0.23	0.77	0.87	0.91	2.98	-0.47	10.27	-4.05	1.61	-0.81	-2.18	-3.24	1.69	3.10	5.79	1.79	-1.16	-3.06	-2.42	0.74	-1.04	-2.16	0.79	0.72	0.00	2.18	3.37	0.00	3.82	2.03	3.83	7.14	13.99	1.94	0.23	
25.Mar	3.28	-3.49	6.31	9.18	4.31	2.70	0.41	16.36	0.27	1.20	7.30	-1.63	0.25	7.90	-1.66	8.15	3.91	-0.35	7.02	0.00	1.98	1.97	-2.94	4.73	9.06	4.66	1.90	8.53	1.40	-7.41	-0.74	4.56	9.40	10.40	0.00	1.52	1.62	
01.Nis	1.59	3.90	2.20	-0.23	3.31	4.39	4.94	-0.40	2.73	6.55	4.14	1.24	9.90	1.41	4.21	-1.98	9.77	11.66	17.49	3.16	5.58	5.80	2.59	9.34	1.08	9.93	11.21	0.98	5.73	2.59	4.44	8.17	-7.98	14.98	0.00	5.62	4.78	
08.Nis	-2.08	9.12	1.51	1.41	2.00	1.68	-0.78	10.08	-0.53	-1.68	-0.57	5.31	3.60	1.94	2.43	13.77	0.00	-2.22	0.00	1.02	-0.92	-4.11	1.05	1.10	2.86	3.74	10.08	-2.43	1.95	0.92	-1.42	1.51	3.33	12.61	-2.50	2.13	1.74	
15.Nis	0.53	-2.21	7.20	5.08	4.31	2.48	0.00	12.09	6.68	2.27	3.43	3.49	-3.04	4.09	0.26	17.79	4.11	-0.65	0.47	6.06	0.70	5.00	-0.83	4.90	1.74	15.32	21.37	1.00	0.64	0.68	4.32	-0.25	3.23	2.99	16.32	-0.69	1.28	
22.Nis	0.53	2.26	5.14	10.77	3.01	6.45	5.93	2.81	-0.25	-0.56	2.21	-0.75	0.90	-1.05	-0.26	4.83	0.00	3.58	0.00	3.81	1.15	-1.36	-3.99	-3.12	-0.34	2.86	-1.89	2.22	1.48	0.68	8.97	1.74	-0.62	9.78	5.21	6.29	4.22	
29.Nis	4.21	0.00	-2.26	0.79	-4.38	-5.30	-1.12	-1.27	-0.75	-1.68	1.08	-0.75	0.00	2.91	1.05	-0.86	3.95	2.83	0.93	-0.92	3.64	0.46	-11.38	-0.27	0.00	3.04	1.28	3.86	2.92	0.67	0.63	-3.18	10.38	1.32	-4.76	5.00	0.20	
06.May	-2.53	-2.70	3.08	-0.79	-1.91	4.00	8.68	10.32	0.25	-1.14	4.28	-0.76	-1.33	-0.77	2.08	0.00	-9.49	0.31	0.00	-3.70	-3.08	-10.98	3.95	-0.81	3.08	-3.69	-4.43	0.70	-3.44	4.45	8.81	1.01	0.85	-0.98	-1.20	-1.32	1.21	
13.May	-10.36	-9.60	-6.34	-9.33	-7.78	7.69	-2.78	1.17	-6.06	-3.45	2.05	-7.28	-1.80	-9.33	-6.89	-6.40	-4.20	-9.76	-0.46	-5.77	-3.85	-4.37	-7.84	-2.44	-3.65	-7.40	-2.65	-6.70	-8.39	-5.97	-5.20	-1.00	5.08	0.00	-5.67	-5.00	-1.20	
20.May	-2.89	1.96	-5.58	-7.22	-2.11	6.43	-3.57	-13.29	-6.72	-11.31	12.06	-3.72	-6.65	3.14	4.38	-6.46	-5.84	-1.35	-0.46	-6.12	3.30	2.42	-17.01	-2.22	-7.59	3.86	-4.08	-0.99	-1.37	-2.49	-7.32	-0.51	-4.57	15.79	-8.80	0.70	-5.05	
27.May	1.19	-3.56	-2.32	0.24	-0.43	-13.42	1.85	6.00	-3.46	-4.03	6.73	-3.43	-3.19	-2.49	3.67	-0.33	-3.10	-0.68	0.46	-1.09	-10.73	0.26	-8.07	-1.70	-7.46	2.92	27.66	-4.00	-3.02	-3.02	-2.63	1.02	5.92	-3.41	-1.88	-0.70	-11.06	
03.Haz	0.00	-3.13	-0.86	0.00	-4.33	6.98	1.09	-1.26	0.30	2.80	-15.34	4.89	0.51	5.11	4.05	2.94	-0.80	0.00	1.84	2.20	-1.02	-2.09	-9.46	1.16	0.81	7.73	35.00	1.82	0.48	1.68	0.00	-4.77	3.72	1.47	3.84	0.00	-2.87	
10.Haz	-0.59	1.76	6.75	1.65	0.90	3.62	0.72	-2.23	0.00	2.04	-1.74	0.42	0.76	-0.54	3.16	7.94	0.00	0.69	0.00	0.78	-3.48	13.81	-1.43	-1.20	8.85	-41.56	2.81	1.43	-0.24	-0.68	6.60	-3.85	1.74	-0.69	5.26	5.17		
17.Haz	-5.33	-5.76	-5.92	0.69	-6.73	-2.80	-1.43	1.30	-0.89	-6.67	2.53	-2.95	-2.51	0.27	-3.77	7.06	1.61	-1.03	-0.45	-4.30	-4.87	-3.88	6.23	3.19	-5.26	9.45	-6.34	2.49	-6.34	-2.13	-1.36	-2.23	1.07	-3.42	-3.72	-8.67	-3.51	
24.Haz	-2.50	3.06	3.69	0.46	3.85	-5.76	0.36	-0.96	-2.10	2.86	-17.00	1.30	-1.54	-2.17	0.74	-24.18	-0.79	-3.46	-5.45	3.37	-1.08	8.07	3.09	-4.78	0.43	-38.35	3.01	-4.85	-1.75	3.38	0.69	2.28	-1.58	-5.01	0.42	2.19	-0.49	
01.Tem	4.49	1.48	1.67	-0.69	0.00	-5.34	2.17	3.57	1.23	-23.61	5.93	2.15	4.44	2.22	0.74	-25.10	-1.08	-1.92	0.00	2.18	-1.36	6.89	1.47	10.21	-7.17	0.73	0.00	1.28	-0.23	4.11	5.45	-0.80	-1.24	2.16	0.00	0.98		
08.Tem	-2.45	0.00	12.35	0.69	0.46	1.61	10.25	-50.09	-2.12	-0.91	2.24	-0.84	-1.50	1.08	-0.74	7.06	-5.07	3.99	0.49	-1.09	-1.33	-0.54	17.65	7.27	1.54	2.11	0.72	0.51	3.53	-3.04	-3.29	-0.23	1.89	-0.94	7.06	-2.14	1.93	
15.Tem	-3.77	-2.34	-9.52	-4.58	-0.92	0.00	-0.96	-1.76	-1.86	-2.75	3.01	-1.81	1.27	-2.72	2.02	-3.05	1.39	-4.39	-3.39	-1.30	-1.62	0.82	-11.43	-1.63	-2.33	2.09	-0.72	-5.84	3.16	-19.08	1.36	-5.68	-1.33	-1.27	0.00	1.09	3.08	
22.Tem	-7.19	-4.19	-11.54	-4.08	-7.44	-7.14	-5.83	-9.21	-12.93	-10.38	-5.85	-3.08	-2.01	-5.65	0.00	-10.54	-14.17	-3.09	-4.59	-6.82	-1.10	-14.02	-9.95	-6.79	-2.01	-15.25	-7.25	-6.74	-8.73	-7.46	-6.71	-2.00	-3.76	12.86	-6.37	-4.33	-5.98	
29.Tem	3.52	3.44	2.97	1.75	1.01	-2.56	2.41	-0.28	1.45	5.26	4.24	7.73	0.26	2.56	4.82	1.52	4.59	4.26	3.21	0.00	-1.67	9.72	2.39	4.97	-2.46	0.84	3.13	-1.16	6.20	1.61	2.16	-8.16	7.26	9.69	3.99	3.02	1.47	
05.Ağu	-19.73	-8.16	-9.11	-3.44	-8.96	-12.28	-2.03	-3.39	-1.43	-12.00	-7.86	-10.55	-10.46	-26.94	-8.23	-11.99	-14.91	-14.29	-9.33	-13.41	-3.95	-13.71	-16.33	-12.26	-17.65	-13.69	-15.91	-14.33	-17.27	-13.02	-10.56	-4.44	-17.45	0.00	-11.29	-5.13	-7.95	
12.Ağu	-12.71	-8.88	-10.02	3.56	-1.09	-16.00	7.34	-17.84	-15.58	-3.41	-6.47	-5.66	-10.26	-8.75	-12.14	-15.06	-14.43	-6.75	5.14	-9.86	-6.47	0.99	-6.97	-1.59	-11.22	-13.46	-9.91	-10.92	-2.35	-6.93	-5.51	3.20	4.14	-1.82	-4.33	-1.16	-0.79	
19.Ağu	-5.83	-0.36	1.09	4.18	-8.84	11.90	-0.65	2.14	-0.86	-1.18	-0.31	-1.00	-1.59	3.75	0.00	-2.20	8.43	5.32	-3.80	3.13	-2.20	-6.56	0.37	-7.10	4.02	17.78	-2.00	-0.77	7.23	-5.49	-5.00	6.48	0.61	3.17	2.66	1.17	0.26	
26.Ağu	2.06	10.87	-0.27	-1.79	-6.06	-2.13	0.98	29.97	-1.73	1.19	-1.26	7.07	-1.94	0.40	2.10	1.43	0.00	3.23	-3.39	1.52	-2.25	-4.21	42.54	-2.43	-3.31	0.00	8.16	11.97	-8.43	0.00	0.88	5.29	5.12	12.56	2.85	2.70	2.63	
02.Eyl	0.00	1.96	1.62	8.88	1.29	17.39	-0.65	-2.95	-0.88	2.35	3.83	3.77	2.30	2.4																								

	VAKIF FI	VAKIFLA	VAKKO T	VESTEL	VESTEL	VIKING K	YAPI KR	YAPI VE	YATAŞ	YAZICILA	YÜNSA	ZORLU E
07.Oca	11,14	7,42	4,50	7,79	9,06	-0,62	8,16	7,41	3,57	1,49	-1,35	1,43
14.Oca	-2,25	-0,48	0,86	-2,28	-3,75	-3,11	0,33	-1,92	-1,03	-1,47	5,00	-0,71
21.Oca	-3,35	-6,22	-2,56	-1,95	-1,11	-1,92	-4,58	-7,23	-10,45	-3,72	8,66	-1,78
28.Oca	-6,28	-1,53	-5,26	-5,16	-4,79	-3,92	-6,16	-2,32	1,95	-7,34	5,18	-5,43
04.Şub	2,31	4,92	1,85	2,51	-2,37	5,44	-1,09	6,03	0,00	1,67	0,00	0,77
11.Şub	4,97	-1,23	4,55	1,22	-1,82	0,00	-0,74	-0,41	5,73	0,82	-0,38	2,28
18.Şub	-0,86	3,50	0,00	1,21	-1,23	-1,94	5,20	0,82	-2,89	3,66	-10,27	-0,74
25.Şub	-8,03	-6,28	-11,30	-7,57	-7,19	-8,55	-4,95	-9,51	-5,95	-4,31	8,47	-8,24
04.Mar	-1,89	-3,61	0,00	-2,16	3,03	0,00	5,95	-2,68	-2,77	1,23	-3,13	-0,82
11.Mar	15,63	4,28	3,92	3,08	-2,61	1,44	4,56	4,14	-1,22	0,00	-2,82	8,23
18.Mar	-0,83	1,28	0,94	4,27	-4,70	-1,42	0,67	1,99	11,11	0,00	-3,73	-2,28
25.Mar	4,40	-2,03	9,35	7,38	0,00	1,44	1,00	-3,03	4,81	4,86	1,72	-0,39
01.Nis	-1,61	1,81	29,06	3,05	6,34	0,00	2,31	1,12	-4,24	5,41	2,97	2,73
08.Nis	0,61	3,30	70,86	-2,96	-0,66	4,26	14,52	4,19	-3,32	-4,03	2,88	-1,52
15.Nis	1,83	0,49	-22,48	0,76	5,00	14,97	1,41	1,69	2,29	-1,53	10,40	-1,16
22.Nis	4,38	-1,71	-10,50	-0,38	-2,54	-0,59	4,72	-1,04	-1,49	-0,78	16,67	3,91
29.Nis	6,11	0,50	-2,79	3,42	5,54	1,19	1,86	0,84	7,20	5,47	-5,90	1,88
06.May	1,08	-0,99	7,47	-1,47	-3,40	-0,59	-3,91	-1,25	13,07	-0,74	5,94	-2,21
13.May	-3,56	-4,50	-0,53	-6,34	-4,15	-5,33	-5,15	-10,57	-16,25	-8,58	-2,18	-7,55
20.May	-5,17	-4,71	-1,61	1,99	-2,00	-6,25	-3,71	-3,55	-2,24	0,00	6,05	-3,27
27.May	-0,39	-1,10	2,19	1,56	-2,38	-2,00	-3,26	-6,13	4,20	-2,86	-2,70	-2,95
03.Haz	1,95	1,11	1,60	9,62	-1,05	-0,68	0,31	5,48	3,30	0,84	-0,93	2,61
10.Haz	-0,38	0,82	-2,63	-4,56	1,41	-1,37	0,31	0,25	2,84	0,83	0,31	0,00
17.Haz	-4,23	-2,72	-3,24	-0,37	-4,51	-5,56	0,30	-3,21	-6,21	0,41	-1,86	-2,97
24.Haz	-2,61	-1,12	-1,12	-3,32	-1,82	0,00	-4,86	1,02	-1,47	-4,53	-1,58	-0,44
01.Tem	3,92	4,53	1,69	2,29	1,85	2,21	3,19	2,78	0,00	0,86	-0,32	2,19
08.Tem	-1,59	0,54	-1,67	-2,24	-1,82	0,00	2,79	0,49	0,75	-1,71	-0,32	-0,86
15.Tem	0,20	-1,35	-4,52	-3,05	-2,96	-4,32	1,81	-2,69	-1,85	-3,48	-1,62	-2,16
22.Tem	-54,73	-7,65	-11,83	-9,06	-6,49	-11,28	-1,48	-4,52	-5,66	0,00	-9,54	-8,41
29.Tem	-4,00	4,73	3,36	8,66	6,53	1,69	0,00	6,05	0,40	0,00	5,45	0,97
05.Ağu	-16,20	-4,24	-17,53	-7,57	-10,34	-14,17	-15,92	-10,67	-9,96	-4,50	-11,38	-7,66
12.Ağu	-17,68	-12,39	-7,87	-10,34	-10,68	-13,59	-6,43	-13,61	-42,04	-1,89	-15,18	-9,84
19.Ağu	8,05	2,69	4,27	0,48	-2,39	-1,12	-1,15	7,72	-9,16	-4,23	7,80	-1,72
26.Ağu	-1,24	0,98	24,59	-1,91	-1,47	3,41	-1,54	0,00	-1,68	-1,81	-2,55	-1,17
02.Eyl	1,89	5,19	3,29	1,95	2,99	1,10	0,39	5,37	3,42	2,45	3,06	1,18
09.Eyl	1,85	2,16	1,27	2,39	1,93	11,96	0,00	2,55	2,48	-1,40	2,12	0,58
16.Eyl	2,42	6,65	1,26	2,34	0,95	0,00	1,95	4,97	1,61	-0,61	2,07	1,16
23.Eyl	-4,73	-3,68	-6,21	-1,37	-4,69	2,91	-4,98	-4,47	-7,94	-5,09	-3,25	-0,57
30.Eyl	3,11	9,71	2,65	-0,46	3,94	0,94	4,44	13,77	5,17	1,07	2,94	4,05
07.Eki	-0,60	-6,17	-3,23	-1,40	-3,32	3,74	-1,54	-9,20	-1,64	-2,97	0,82	-2,78
14.Eki	6,67	1,71	3,33	0,94	1,96	1,80	12,16	7,20	4,17	3,94	-0,81	2,86
21.Eki	0,00	-7,30	10,32	-2,80	0,48	0,00	1,75	-9,20	8,00	2,53	28,16	-2,22
27.Eki	5,11	-5,76	-0,58	1,44	0,00	-1,77	-0,34	-6,30	1,48	0,62	1,91	0,57
04.Kas	1,08	-1,93	-7,65	-3,79	-2,39	-2,70	-4,83	-4,09	-10,22	-4,90	5,62	-2,26
11.Kas	3,74	0,66	0,00	-1,48	-0,98	-0,93	-1,45	2,13	-0,81	1,07	0,89	-1,73
18.Kas	-5,67	-5,86	-3,82	-5,00	-0,99	2,80	0,74	-7,76	-2,46	-2,34	2,05	-0,59
25.Kas	-10,93	-11,76	-12,58	-7,89	-7,50	-12,73	-8,03	-9,39	-10,92	0,22	-1,72	-13,02
02.Ara	12,88	9,41	25,00	10,86	1,08	25,00	3,17	9,64	11,32	1,95	13,45	10,20
09.Ara	-2,17	-3,94	-9,70	-6,19	-3,21	5,83	-2,69	-5,21	0,00	2,13	-4,90	-2,47
16.Ara	3,89	-5,97	-0,67	-4,40	-5,52	-7,87	-4,35	-5,84	3,39	-0,42	-3,25	-1,27
23.Ara	0,00	-1,98	-2,70	5,17	0,58	-6,84	0,00	-1,09	0,00	5,13	-0,56	-1,28
31.Ara	135,29	58,30	-22,92	33,33	98,84	48,62	16,53	79,34	129,51	33,83	-37,18	81,17

	KONYA	(KORDS)	KOZA KI	KOZA MI	KRISTAL	KÜTAHYA	LATEK L	LİNK BİL	LOGO Y	MARDIN	MARMA	MARŞA	MARTI Ç	MEHDE	MERKO	METEM	METRO	MIGROS	MILPA	MONDI N	TMUTLU	NET HOI	NET TUR	NETAS	TNUH Ç	OLMUKS	ÖTOKAR	PARK E	PARSAN	PENGÜB	PETKİM	PINAR E	PINAR S	PINAR S	PİMAS	PLASTIK	RAY SIG	
07.Oca	98,26	13,69	48,08	72,46	101,25	-83,77	71,01	712,71	1398,05	199,69	-63,11	37,14	354,16	327,60	265,02	227,69	-68,96	17,09	68,53	-45,41	16,18	5,02	-73,36	102,85	251,83	1328,94	108,12	-73,02	36,10	8,32	17,20	355,29	-10,47	156,87	611,63	-58,57	-61,64	
14.Oca	-61,95	-51,96	-13,01	-2,77	44,28	-71,31	-0,80	-92,54	-82,44	-19,20	-6,42	19,74	35,80	20,14	-9,07	627,63	20,65	-4,79	1,60	-70,73	-70,88	-22,62	132,31	-3,06	-79,75	-86,12	-57,48	163,02	-31,16	-69,21	-33,15	-69,15	101,52	31,70	403,45	-41,10	1054,66	
21.Oca	-49,03	-1,86	48,44	8,01	-74,22	18,91	38,04	-22,09	-39,20	-69,07	-7,16	277,72	-55,80	-63,68	-41,97	-98,37	276,40	1793,88	268,11	12,59	362,76	87,88	59,49	141,12	62,43	-74,20	2180,16	54,98	-66,14	100,88	-1,94	-72,89	-44,60	-44,63	-73,04	202,03	-87,15	
28.Oca	-48,59	-41,60	-4,17	-62,03	119,55	1,70	8,00	-14,80	-69,74	196,57	727,57	-70,78	-60,79	9,06	17,54	2886,83	-57,42	-48,71	-83,19	14,78	181,54	-36,00	-49,53	-63,16	32,14	873,57	-20,63	-70,37	29,94	10,71	-37,95	208,47	-27,64	-0,18	-57,92	-59,90	309,09	
04.Şub	15,73	448,45	-50,62	102,39	-40,25	31,18	14,61	-33,31	167,31	97,63	28,67	10,06	149,27	-41,19	712,45	-86,93	-47,47	-49,82	56,73	-26,80	-75,02	92,29	89,90	1116,80	-59,64	-47,95	-53,54	-14,28	-36,59	-33,59	95,99	-47,45	20,76	113,62	110,74	168,11	-77,04	
11.Şub	311,95	153,53	-52,68	-53,04	-10,23	233,47	-56,08	-9,17	235,10	-52,41	-42,08	15,35	-15,67	34,14	-84,12	-89,39	371,33	-40,08	-60,79	-45,31	-36,89	-74,20	-15,55	-62,02	192,06	-14,79	-77,90	-47,27	-33,64	-59,85	34,34	-20,36	-78,27	-46,20	-48,47	-76,43		
18.Şub	139,06	136,43	-42,05	13,55	-37,51	-77,79	93,31	191,56	48,84	180,41	-58,63	-66,25	107,65	51,98	-73,76	230,43	-83,92	540,46	36,89	6,60	-34,60	6,22	13,45	-73,20	536,03	6,30	254,67	89,37	88,51	-34,75	-26,06	-61,73	-63,13	-28,99	114,12	1746,32	147,90	
25.Şub	-54,32	-91,99	-4,40	-35,69	2,32	-46,05	4,49	-57,45	-89,76	-70,18	-41,49	77,49	-72,10	-77,53	5433,40	107,07	209,04	-84,52	8,02	116,87	389,79	273,64	-49,25	188,09	-47,63	185,79	4,76	-21,44	27,12	75,99	51,15	15,12	151,79	-29,05	49,41	-91,58	-31,91	
04.Mar	-75,49	155,12	78,70	22,51	337,39	136,23	-18,88	-21,50	-48,88	260,46	123,41	-8,98	-21,07	447,51	-98,22	-79,98	-42,68	-14,21	88,02	-64,07	-60,24	-40,00	79,40	-19,55	-62,91	33,38	230,58	-39,68	-16,90	110,97	-44,72	126,65	-66,89	1361,50	-59,25	-47,32	-43,01	
11.Mar	72,11	-70,98	-27,87	39,12	-72,02	-43,23	1468,64	273,03	-16,81	-58,49	-17,43	4,64	81,39	-70,91	90,08	633,47	239,47	-30,13	-48,11	144,41	-50,97	-6,14	-58,81	-48,91	-56,97	85,02	-61,15	617,58	1,52	-66,25	132,37	-83,05	75,79	-34,29	-19,70	-2,05	659,96	
18.Mar	-70,46	185,78	162,14	84,40	-28,34	50,44	-84,57	-38,44	122,14	-11,36	-2,22	-46,69	-40,66	349,90	287,66	-75,86	-70,20	541,15	101,69	95,64	24,53	105,23	75,39	24,85	-12,28	-26,70	-42,90	-67,63	-12,74	825,85	-17,01	76,08	4,73	-66,31	28,21	2,44	-40,73	
25.Mar	-13,51	-20,62	4728,00	14,38	106,25	313,19	-18,85	-53,70	-14,99	176,47	-45,11	141,51	79,59	-3,14	-49,03	-59,33	23,70	19,96	0,88	-45,76	208,65	156,18	593,72	-72,93	159,78	1480,01	52,79	-19,93	1063,78	-69,63	185,06	251,01	-115,27	-73,77	27,09	32,09	-32,53	
01.Nis	221,34	190,30	-97,01	10,62	6,97	-47,73	21,36	2,25	23,36	-34,85	1292,06	-38,76	220,91	-53,71	-8,72	1920,85	-32,18	-73,08	-75,89	-27,61	-71,94	-76,83	-81,10	48,31	-43,08	30,98	-62,53	-63,35	-27,41	-5,36	-6,72	55,44	42,74	178,92	-28,47	264,88	-61,86	
08.Nis	50,32	-85,38	-15,15	-67,76	69,55	-9,64	-27,42	1104,98	62,18	-46,84	-80,70	17,16	-34,15	-0,40	66,26	-94,03	218,92	66,13	4,86	62,67	651,81	638,92	521,46	-22,95	102,69	-27,28	129,31	-9,50	-77,58	30,30	28,87	-55,48	4,42	-35,95	284,77	-85,08	1365,56	
15.Nis	-50,06	397,44	-32,50	-45,52	-31,06	-13,27	179,04	-65,07	46,87	1000,57	-24,63	37,27	35,67	32,67	300,27	-23,20	4619,91	176,17	1,94	-87,74	-37,64	-92,29	20,50	45,65	64,82	-48,85	9,03	86,25	-15,74	-70,43	249,60	-4,90	1389,97	-28,73	-27,16	-85,81		
22.Nis	69,34	-18,34	-69,35	1276,17	-37,49	98,79	-53,62	-70,07	-16,78	2,88	-7,80	-56,86	40,65	-62,05	-49,83	25,25	185,91	-42,19	-42,79	275,74	57,21	104,57	138,62	-49,60	81,53	-70,40	1664,43	218,64	48,08	-32,53	61,93	-34,87	68,63	-99,92	-43,77	5930,09	-48,16	
29.Nis	-28,78	-12,13	498,08	-71,43	93,32	318,19	101,36	664,64	436,90	60,41	4,75	-36,49	-52,33	-25,49	-23,66	142,08	-35,65	-49,52	-32,85	-43,74	386,07	-64,03	54,57	103,36	77,80	-4,06	-80,19	-25,30	80,49	206,18	4,50	136,37	7,61	791,29	151,86	-97,48	221,07	
06.May	-28,68	42,79	-50,11	-47,46	166,14	56,73	-42,06	-74,71	-94,43	-45,92	15,64	60,72	0,40	28,92	11,86	-30,06	-70,33	-61,40	-43,49	-67,03	-63,60	183,61	-61,87	126,35	-17,76	23,71	-64,56	-59,98	-63,22	83,34	43,95	5,74	306,90	1389,97	-4,92	-28,77	-27,16	-85,81
13.May	-38,99	39,68	-23,22	15,49	-47,27	-54,77	-1,50	9,53	238,12	32,81	-48,86	-31,47	-34,08	760,95	268,22	-36,92	147,12	11,75	290,10	-1,95	105,61	211,17	63,84	-31,32	217,87	553,36	208,90	45,63	31,73	-62,94	24,50	6,74	-77,93	106,49	-26,60	32,70	-39,79	
20.May	-27,33	-41,46	122,15	-65,54	-48,93	-85,99	-25,69	-47,85	-72,61	86,22	-2,51	80,75	-11,30	-61,57	-84,19	218,18	-65,66	386,16	-69,78	-46,03	-60,62	-91,39	-53,16	36,57	-72,72	-62,53	132,53	-73,55	-61,12	-22,02	-67,37	-12,79	4,58	-53,45	-50,34	-36,50	-63,91	
27.May	5,10	-2,80	-18,94	102,65	-19,38	-11,75	44,45	-55,22	-35,14	-48,40	-34,14	-75,61	51,59	-86,06	47,30	16,84	115,59	-58,77	325,87	-14,63	-3,73	-15,61	-5,92	72,42	92,42	-36,08	-4,71	74,39	-2,84	-26,90	-4,71	74,39	-2,84	-26,90	-4,71	74,39	-2,84	-26,90
03.Haz	4,14	27,26	-59,24	-14,79	-21,62	75,89	-4,35	183,95	-19,38	-16,20	0,26	118,86	37,06	44,34	386,76	27,31	46,52	-4,06	-38,55	-14,68	-3,68	104,53	95,35	7,06	46,48	142,03	-25,19	-35,55	-34,33	226,69	128,37	-48,96	-13,36	147,44	-2,84	158,06	551,86	
10.Haz	711,64	-75,45	38,99	2,27	-42,09	-43,67	-1,72	-65,79	-14,37	-13,40	-32,98	-77,48	-60,89	-40,63	-89,05	-66,62	-83,37	-25,83	-24,63	37,93	-59,32	-60,25	-11,09	127,92	-43,09	94,41	-59,47	44,50	120,18	-70,72	-39,77	-12,49	22,96	-66,34	313,00	-3,75	-83,19	
17.Haz	-51,09	308,13	10,40	-4,79	246,40	56,73	-18,88	60,77	370,18	73,19	70,23	-1,34	214,41	-75,61	51,59	-86,06	47,30	16,84	115,59	-58,77	325,87	-14,63	-3,73	-15,61	-5,92	72,42	92,42	-36,08	-4,71	74,39	-2,84	-26,90	-4,71	74,39	-2,84	-26,90	-4,71	74,39
24.Haz	-86,67	-63,32	-49,21	-41,28	-23,65	-60,69	-86,61	68,57	30,14	-69,40	-50,68	-83,26	-17,06	-22,91	-38,78	-48,12	46,82	-60,12	-5,21	3,35	-27,31	-62,91	-35,33	-73,80	39,80	-19,08	-66,65	73,23	-57,01	-22,44	-51,48	-87,21	-35,14	-89,98	53,17	-24,45	40,80	
01.Tem	166,55	-33,42	6,01	116,03	-58,17	10,88	2284,08	-66,78	-45,43	0,72	70,54	-42,79	164,19	22,38	30,07	70,31	14,41	242,06	65,32	-33,36	152,98	538,79	61,86	149,18	121,18	61,09	94,55	-77,00	-30,02	-42,52	15,28	114,71	-18,50	-89,76	-83,09	50,24	65,75	
08.Tem	24,57	142,81	-5,23	60,25	117,83	171,93	-84,79	86,35	-40,13	26,57	-8,22	213,81	-72,99	-69,20	-24,27	-13,14	28,80	-70,35	-35,64	38,57	122,55	-71,81	-32,49	149,18	112,17	402,95	-78,49	174,90	292,31	90,56	49,40	97,14	-5,03	583,34	1921,43	-10,16	-38,48	
15.Tem	-53,66	-56,14	-0,01	-43,02	-37,40	-63,16	-84,50	-29,46	-45,78	69,84	-16,41	-78,26	476,38	31,97	128,14	-83,82	-79,20	159,39	-41,55	-54,14	-90,39	-9,38	-66,42	-71,01	-29,36	-90,59	421,82	-51,18	89,73	-11,29	-42,37	-70,08	-24,70	208,72	-10,50	-42,64	-72,62	
22.Tem	9,25	2,12	72,12	-34,79	19,73	19,17	39,62	273,73	180,83	-32,86	2,59	15,42	-41,37	37,81	-45,98	26,65	233,91	-38,25	55,97	4,03	281,47	-45,94	110,36	736,49	44,89	95,84	87,54	-3,17	-57,51	-61,76	-2,69	20,96	1,19	3,88	-75,18	5,92	151,60	
29.Tem	100,13	-62,94	-33,73	-35,11	-14,69	95,94	738,58	-71,79	17,57	13,11	68,51	152,53	51,46	-62,61	45,50	552,76	-32,81	-9,05	25,07	-22,00	-9,42	-10,34	-24,11	-53,78	-78,62	-22,29	-23,63	345,56	-26,56	-59,94	30,26	-75,53	-22,67	-87,43	76,85	107,37	-64,73	
05.Ağu	-8,52	328,27	83,42	151,06	81,29	-41,97	-83,51	0,59	31,79	161,06	41,20	-26,92	84,52	220,64	-16,24	-70,95	127,87	63,68	-53,89	43,23	158,24	563,76	179,24	-6,32	288,89	0,69	-57,10</											

	VAKIF FI	VAKIFLA	VAKKO	VESTEL	VESTEL	VIKING K	YAPI KR	YAPI VE	YATAŞ	YAZICILA	YÜNSA	ZORLU E
07.Oca	2092,92	474,67	53,64	6178,77	1492,54	-44,78	-48,56	63,75	-50,55	-35,13	-48,83	133,53
14.Oca	-76,79	-15,39	-5,61	-98,25	-87,59	-0,30	2,32	-15,29	10,57	-83,47	1433,38	87,21
21.Oca	-70,57	78,63	-74,23	146,02	-18,86	-63,74	-76,28	368,47	201,82	400,12	-75,39	-54,42
28.Oca	-29,99	-59,79	26,59	-30,49	38,54	44,16	75,99	-77,52	24,30	238,50	-49,84	-59,27
04.Şub	-20,10	41,03	-82,91	-33,99	459,14	825,58	1465,74	151,35	-85,49	-57,31	-24,34	116,33
11.Şub	-26,28	-9,37	307,90	31,61	-83,42	-88,67	-72,04	-37,91	20,82	-70,49	154,09	100,27
18.Şub	-2,47	-57,42	68,30	33,68	-14,77	11,47	-36,02	-42,66	37,52	-31,19	-71,69	-78,25
25.Şub	178,99	85,19	-9,95	-57,98	-35,58	39,36	51,90	96,11	-26,05	445,58	210,37	45,51
04.Mar	-77,91	22,85	221,65	7,78	1,43	76,33	-81,68	-36,34	-5,67	29,99	-57,79	-36,99
11.Mar	1378,03	-26,52	-85,44	14,08	55,20	-48,03	210,80	22,12	156,18	-85,28	662,94	445,57
18.Mar	-85,34	0,07	159,46	63,28	957,16	34,77	-69,96	148,44	29,69	352,97	-82,97	-72,34
25.Mar	346,34	-30,72	512,23	149,07	119,36	3,31	322,20	-81,55	14,99	17,91	-40,97	11,75
01.Nis	-7,32	16,82	-32,96	12,44	-51,70	-1,71	38,94	162,49	-27,11	112,19	101,38	-11,24
08.Nis	-75,56	50,37	554,72	-69,80	-29,84	11,70	11,21	4,73	-38,83	-53,10	9,16	47,52
15.Nis	-6,49	-47,17	-56,07	125,11	-56,44	1633,66	-57,40	-52,74	18,50	-27,74	50,34	-66,29
22.Nis	144,60	-79,34	-73,88	-39,65	23,55	-83,64	188,38	-77,33	84,32	12,50	43,83	353,63
29.Nis	-21,74	431,91	108,34	-17,53	133,19	121,99	-46,54	402,52	45,72	129,35	-56,96	63,47
06.May	-18,46	7,53	-75,62	-55,70	-63,17	-77,37	13,82	100,74	19,63	-72,12	-40,82	-68,53
13.May	-38,58	-27,08	16,28	175,55	-42,01	-41,23	-75,04	46,90	41,03	6,09	150,95	-2,16
20.May	21,41	132,48	-56,31	-46,61	-64,45	-28,23	32,87	40,50	-89,52	-21,70	-6,20	-75,16
27.May	-25,51	-58,32	763,98	-51,78	-21,59	-14,29	-59,67	-41,05	45,55	474,85	-53,21	159,63
03.Haz	4,22	34,62	-85,31	454,64	-9,58	49,19	141,88	9,94	69,34	-85,98	-30,50	-58,46
10.Haz	-16,96	-13,74	-59,23	-51,61	43,47	-35,41	44,04	-50,70	-33,29	-54,18	99,22	62,57
17.Haz	57,77	-11,46	246,33	9,24	227,06	167,71	243,42	43,36	-46,35	1265,38	76,14	-53,40
24.Haz	-31,07	4,98	-41,94	-84,37	-69,63	-51,38	-92,60	4,06	-27,72	-76,80	-50,22	-27,18
01.Tem	-1,27	-51,95	-0,73	350,11	49,64	161,28	626,91	-68,40	-64,02	-33,17	-55,56	75,30
08.Tem	-47,59	90,70	29,70	-24,20	-21,91	-72,65	-36,91	136,07	201,74	486,27	117,96	33,25
15.Tem	-18,27	-64,77	-54,75	-62,60	1149,85	98,07	-54,24	-24,60	-48,82	-82,15	-0,18	-37,58
22.Tem	1329,94	226,77	25,83	229,18	-91,27	-68,02	-61,35	-6,19	31,54	243,78	10,93	22,73
29.Tem	-29,76	-23,16	-19,22	-73,17	86,61	93,38	197,15	-26,62	72,35	-29,80	27,38	-2,81
05.Ağu	-43,04	4,08	30,31	187,72	-54,63	-8,65	263,51	441,87	-2,05	87,87	-62,21	29,79
12.Ağu	50,82	176,09	40,52	-57,87	26,46	-21,64	-18,98	-7,09	504,88	-70,34	196,11	5,48
19.Ağu	73,86	24,17	203,95	198,48	197,05	35,64	-20,40	-55,70	123,59	-62,95	2,61	88,27
26.Ağu	-74,11	-59,61	0,26	-70,41	-22,59	1,41	-73,97	-49,70	-17,35	39,03	4,37	-70,00
02.Eyl	42,68	7,17	-62,62	339,02	-43,57	-30,99	92,80	37,77	-60,23	44,76	-50,32	114,13
09.Eyl	84,39	44,18	-0,80	-20,94	101,38	1846,44	392,34	1,81	57,06	-18,95	33,24	85,96
16.Eyl	-32,17	-45,09	20,82	94,74	-39,57	-90,08	-61,27	36,37	8,48	386,27	1,92	261,65
23.Eyl	10,70	12,40	-20,56	-74,94	45,00	2373,83	25,04	105,17	41,66	44,55	-53,27	-71,98
30.Eyl	-63,53	93,92	-39,55	174,16	-13,29	-84,96	-51,24	-5,59	50,04	78,34	70,32	-53,06
07.Eki	-15,31	-38,47	3,10	-58,78	10,27	-22,26	-70,83	-44,03	-56,33	-81,75	-9,46	-38,26
14.Eki	83,72	36,44	-54,28	91,71	151,74	-85,85	1011,44	-14,42	56,26	6,01	1,94	87,02
21.Eki	101,78	37,38	2906,97	-29,58	-72,22	666,15	-29,05	88,85	-21,87	-45,36	485,06	-45,16
27.Eki	7,37	19,51	-80,76	19,35	646,43	-78,32	-60,05	-20,31	42,22	72,32	-80,52	886,54
04.Kas	-22,70	-26,18	0,96	-42,02	-84,91	85,26	-89,80	-4,63	-24,41	-36,40	-66,40	-87,27
11.Kas	1098,51	-19,48	-68,19	191,41	-62,02	-67,31	3014,33	-70,17	-73,58	4,84	52,44	65,70
18.Kas	-97,87	-33,57	-23,54	-32,15	330,68	685,84	-90,68	229,37	8,47	-40,40	66,24	-71,30
25.Kas	77,88	305,39	85,49	-61,21	13,77	-92,68	188,32	73,27	137,77	247,35	-15,99	193,70
02.Ara	377,29	-26,67	340,30	300,34	25,17	962,55	-2,83	-26,11	58,30	-67,76	29,79	15,16
09.Ara	-75,22	-1,24	-56,31	-67,78	-63,11	45,08	-45,29	23,48	-66,22	-13,19	-84,78	-73,52
16.Ara	212,01	-34,40	-46,57	-8,42	-21,15	168,65	-48,07	-32,99	78,64	21,46	24,26	20,83
23.Ara	-37,42	-24,06	-68,67	254,95	90,67	-75,98	22,73	-73,82	3,74	1,26	126,33	129,69
31.Ara	-50,30	-68,44	599,13	-42,77	-75,56	-12,91	1135,45	24,29	-38,33	267,71	217,28	137,21

Tablo 6. İMKB 30 Şirketleri İçin Kapanış Fiyatı ve İşlem Miktarı Verileri

İmkb 30 Kapanış Fiyatı Verileri																												
	AK ENER	AKBANK	AKSA	ARÇELİK	ASYA KA	BİM MA	DOĞAN	DOĞAN	EREĞLİ	GARANTİ	İHLAS H	İŞ BANK	KARDEM	KOÇ HO	KOZA AL	KOZA M	MIGROS	PETKİM	SABANÇI	ŞİŞE CA	T. HALK	TEKFEN	TÜPRAŞ	TÜRK HA	TÜRK TE	VAKIFLA	YAPI VE	
07.Eki	0,69	-8,17	0,42	-6,56	-2,58	2,43	-3,13	1,54	-2,77	-9,94	1,14	-3,74	-2,38	-2,89	0,00	2,26	-2,65	-3,33	-1,85	2,25	-9,70	1,40	-1,56	-4,04	2,51	-6,17	-9,20	
14.Eki	-3,07	6,23	-2,49	1,75	2,65	2,84	3,23	7,58	6,01	6,44	0,00	2,81	1,22	3,87	6,08	1,72	2,72	2,16	1,57	-2,47	4,13	2,08	1,06	0,77	-6,36	1,71	7,20	
21.Eki	-4,23	-7,54	-2,56	-5,75	-3,09	-1,38	-3,13	-8,45	6,57	-7,20	-2,25	-7,98	-3,61	-4,87	-6,58	-3,86	-2,98	-2,11	-5,25	-8,73	-6,75	2,71	0,00	-3,80	-6,01	-7,30	-9,20	
27.Eki	0,37	-1,51	2,84	5,18	3,72	2,80	-1,61	-3,08	6,72	-1,24	2,30	-3,88	2,50	-1,20	10,00	4,26	12,29	1,29	-0,65	3,09	-4,26	1,65	3,39	2,37	0,83	-5,76	-6,30	
04.Kas	-4,03	0,61	-6,81	-1,16	0,51	-1,36	1,64	0,00	-9,71	1,26	-5,62	-1,66	1,22	-4,88	0,21	-4,09	-4,56	-8,09	-2,30	-3,29	0,00	-5,19	4,80	-3,86	1,10	-1,93	-4,09	
11.Kas	-1,91	0,61	-2,05	-2,93	-1,02	-2,30	-1,61	-1,59	-1,74	1,55	-1,19	-1,93	1,20	0,00	0,21	0,00	-0,32	-2,31	-0,67	-0,93	0,44	3,42	0,00	-2,01	-1,63	0,66	2,13	
18.Kas	-6,23	-3,03	2,56	-2,42	-5,67	-4,25	-3,28	-1,61	-0,30	-4,89	-1,20	-3,94	-2,38	-1,92	5,35	-0,75	-5,11	5,21	-3,04	-2,81	-7,96	-1,66	-7,95	4,10	-2,77	-5,86	-7,76	
25.Kas	-15,77	-6,88	-5,00	-10,53	-10,93	-3,45	-13,56	-14,75	-7,72	-4,82	-2,44	-8,46	-7,32	-10,13	-3,71	-7,83	-6,40	-6,31	-6,62	-9,65	-5,38	-6,06	-3,14	-9,45	-1,71	-11,76	-9,39	
02.Ara	14,78	10,40	6,22	6,57	11,04	5,61	3,92	3,85	7,72	5,74	-2,50	6,44	3,95	16,73	13,18	-15,07	3,24	2,40	11,19	10,68	12,80	6,81	13,51	3,48	6,67	9,41	9,64	
09.Ara	-4,29	-3,04	-2,70	-3,57	-2,76	1,45	5,66	0,00	3,58	-0,32	1,28	-6,58	1,27	-3,74	3,94	2,58	-3,48	-2,82	0,00	-3,54	-4,50	0,00	-2,38	-3,36	0,00	-3,94	-5,21	
16.Ara	-3,59	-2,19	-2,08	-2,02	-6,82	-5,90	-7,14	-5,56	-9,80	-4,17	-1,27	-3,94	-2,50	-6,80	-10,69	-4,09	-6,14	-5,31	-4,36	-2,33	-5,66	-1,01	-7,07	-3,04	-1,63	-5,97	-5,84	
23.Ara	-16,28	-2,56	4,73	2,41	-0,61	5,26	1,92	1,96	7,67	0,00	0,00	-1,47	-1,28	1,39	3,09	-3,93	-1,54	-1,02	-1,75	-1,37	0,00	-10,85	2,89	-0,90	-2,76	-1,98	-1,09	
30.Ara	2,22	-0,99	-0,23	2,68	-2,45	0,96	0,00	-3,85	-2,67	-1,34	-1,28	-1,49	-1,30	-2,74	-5,99	-9,90	-1,17	1,55	-3,57	-1,38	-1,00	1,52	2,04	-4,07	-0,28	-0,81	-0,74	
31.Ara	100,56	41,12	-16,25	30,87	74,23	0,96	111,32	276,92	51,34	30,77	133,33	63,69	-1,30	28,77	-22,85	57,68	129,69	22,68	28,57	-5,88	31,00	22,81	-1,53	144,34	-7,67	58,30	79,34	
İmkb 30 İşlem Miktarı Verileri																												
	AK ENER	AKBANK	AKSA	ARÇELİK	ASYA KA	BİM MA	DOĞAN	DOĞAN	EREĞLİ	GARANTİ	İHLAS H	İŞ BANK	KARDEM	KOÇ HO	KOZA AL	KOZA M	MIGROS	PETKİM	SABANÇI	ŞİŞE CA	T. HALK	TEKFEN	TÜPRAŞ	TÜRK HA	TÜRK TE	VAKIFLA	YAPI VE	
07.Eki	-38,04	-13,95	-50,91	-17,95	-66,55	-49,92	88,51	73,08	-63,92	35,63	42,43	-34,97	-13,54	-20,00	-78,72	-59,97	-24,17	-40,40	-11,72	-21,75	75,36	4,16	-34,15	-2,62	-57,84	-38,47	-44,03	
14.Eki	129,53	-53,02	14,47	-21,68	71,33	-71,59	41,35	538,27	-0,41	-64,08	98,26	-29,66	-81,62	-32,47	33,87	83,07	-16,05	71,56	15,55	-42,35	-54,97	170,25	107,54	-49,28	119,44	36,44	-14,42	
21.Eki	-68,47	129,34	-37,86	12,30	-47,29	22,02	-82,75	-92,01	144,87	47,09	-26,64	215,06	884,57	-0,38	123,75	-31,12	-3,69	-25,05	-36,81	44,51	7,08	45,43	-57,62	28,69	31,54	37,38	88,85	
27.Eki	-6,16	-4,56	261,85	-4,87	-23,48	109,08	40,17	-42,11	-14,38	-29,57	137,60	-62,55	-76,80	74,12	84,47	202,69	726,57	24,71	-28,63	-45,39	-26,05	-66,29	-38,83	56,40	-53,29	19,51	-20,31	
04.Kas	348,73	-37,61	-67,21	-47,71	191,49	-13,25	61,06	34,97	-62,13	-16,02	-90,17	-25,51	12,57	-14,72	-6,91	-83,22	-83,81	-49,62	42,44	127,95	-42,35	-20,91	221,96	-65,09	-42,55	-26,18	-4,63	
11.Kas	-68,47	-53,23	-64,36	57,79	-47,44	-71,82	-52,21	24,51	121,13	-51,10	139,11	33,75	53,16	3,09	-53,13	96,45	-28,62	-3,17	-13,53	-45,29	99,12	52,14	-76,86	36,11	-27,51	-19,48	-70,17	
18.Kas	112,12	20,40	150,77	-63,20	-67,79	202,30	-72,35	-41,99	-20,32	130,15	-35,07	-4,43	-18,33	-49,31	50,23	-38,23	24,34	45,45	71,66	-52,29	44,68	-42,11	100,67	57,65	47,16	-33,57	229,37	
25.Kas	22,43	132,13	-35,18	445,21	328,71	1,84	1674,96	520,17	-18,95	42,86	91,76	206,88	128,38	113,66	-54,78	35,44	-3,31	59,05	-20,94	167,12	-22,52	81,27	16,79	42,45	114,94	305,39	73,27	
02.Ara	-19,80	32,39	241,69	-7,85	-27,49	349,00	-70,19	-28,47	15,04	47,71	73,49	-43,75	-24,93	75,58	152,58	416,07	21,34	15,90	71,15	51,50	27,14	-33,61	32,59	62,82	-45,82	-26,67	-26,11	
09.Ara	-26,12	-40,78	-71,30	-39,72	-53,85	-55,62	60,34	21,03	40,73	-46,39	46,73	12,04	16,38	-43,01	-0,60	-22,92	-17,43	-21,00	-45,92	-48,81	-33,14	-42,78	-16,07	-48,95	-60,79	-1,24	23,48	
16.Ara	-52,36	-19,79	123,80	-2,44	105,54	-24,52	-37,82	-71,79	-42,71	-18,96	-56,78	15,18	-45,65	-11,74	-41,18	-50,55	-11,83	-17,76	-53,10	-3,24	29,83	-61,57	3,75	-33,25	5,68	-34,40	-32,99	
23.Ara	61,98	-53,54	28,70	-75,49	-47,52	-94,18	-66,12	471,14	26,78	-50,58	-89,92	-66,58	-33,92	-63,85	-84,74	-61,81	-66,74	-49,91	-78,72	-66,69	-82,87	473,57	-67,64	1,61	-23,44	-24,06	-73,82	
30.Ara	-7,38	194,24	-66,74	133,38	100,48	1084,88	3,27	-55,77	-22,48	-0,88	650,77	-8,42	-40,51	100,94	544,10	93,29	56,03	270,38	785,81	183,66	60,29	-53,75	185,10	-30,28	142,43	-43,17	7,72	
31.Ara	-24,03	204,29	-44,17	298,46	160,60	717,86	668,62	-58,76	69,28	-13,91	1456,58	31,19	1108,83	55,86	627,35	577,01	-88,74	573,36	1184,83	617,67	45,09	-8,12	73,90	-53,58	124,06	-68,44	24,29	

Ek 3

Tablo 1. Bağımsız Değişken Seti İle İlk Üç Bağımsız Kanonik Değişken Arasındaki Standart Ağırlıklar

	U1	U2	U3		U1	U2	U3		U1	U2	U3
x1	-0,75	-2,20	5,54	x79	-1,87	-1,96	1,39	x157	-0,77	-2,39	-2,49
x2	-1,29	1,13	-2,35	x80	1,46	-1,86	1,51	x158	-1,17	0,84	-1,58
x3	-1,32	0,99	-1,71	x81	-2,22	1,61	0,43	x159	-0,23	5,89	0,38
x4	-0,74	0,91	-0,32	x82	-1,20	1,13	-0,30	x160	1,45	5,42	-2,69
x5	0,80	-0,46	-3,47	x83	1,61	0,61	-2,53	x161	-0,32	0,10	1,32
x6	-0,04	0,17	-1,89	x84	1,90	-0,13	-2,28	x162	2,75	0,64	5,89
x7	-4,59	-2,04	0,60	x85	0,15	2,68	-1,10	x163	-2,75	-0,51	-0,13
x8	-0,51	0,78	2,33	x86	-0,26	-0,31	-0,02	x164	-12,17	24,92	2,66
x9	-1,91	1,21	-1,59	x87	0,51	1,45	-1,41	x165	2,88	4,81	-0,80
x10	0,02	-1,49	1,62	x88	-2,21	-0,64	1,31	x166	-2,81	2,33	-0,87
x11	1,08	0,05	0,14	x89	0,11	1,30	0,73	x167	0,34	-5,04	3,15
x12	-0,74	2,69	2,23	x90	0,39	-0,08	-2,57	x168	0,32	0,61	-0,80
x13	2,29	1,43	-0,22	x91	-0,03	2,60	0,94	x169	-1,10	4,05	0,48
x14	1,43	-1,46	-0,17	x92	-0,19	0,27	-0,26	x170	-0,06	-0,59	1,11
x15	0,36	-0,87	-2,01	x93	0,92	1,30	0,92	x171	-1,61	1,04	-0,12
x16	3,52	-0,29	-1,00	x94	-3,86	1,02	1,98	x172	-3,69	-2,25	1,02
x17	-1,52	5,36	3,06	x95	-0,64	0,52	-1,35	x173	-0,97	0,89	-0,53
x18	0,52	-0,14	0,73	x96	-0,42	-0,90	-1,51	x174	1,57	-0,83	-2,70
x19	0,48	-1,20	-0,59	x97	-1,47	-0,01	-3,24	x175	-0,60	1,12	1,44
x20	3,03	-1,09	-2,08	x98	-0,05	-3,12	3,07	x176	0,43	-2,20	0,77
x21	-0,99	-0,47	0,32	x99	0,70	-0,08	2,08	x177	1,17	0,92	-0,80
x22	-1,10	0,20	3,35	x100	2,11	-4,11	16,84	x178	-1,44	-0,98	2,78
x23	-0,04	-0,89	1,14	x101	-3,65	0,03	3,93	x179	-1,84	1,51	-0,79
x24	-0,47	-0,65	-2,46	x102	-1,48	1,20	1,79	x180	0,44	0,61	-3,52
x25	0,76	-8,24	-0,43	x103	1,40	-0,83	-2,74	x181	-2,10	-1,28	-5,42
x26	2,83	0,50	0,36	x104	-0,02	-6,29	-10,45	x182	1,92	2,41	-3,07
x27	-0,96	-0,71	2,00	x105	-2,15	-4,32	2,70	x183	0,12	0,47	1,83
x28	2,47	-2,06	-1,32	x106	0,95	-2,59	0,07	x184	4,34	0,53	-1,60
x29	-1,44	-0,88	-0,22	x107	0,73	-2,81	0,93	x185	-2,06	3,78	1,16
x30	0,33	1,87	-2,93	x108	1,51	1,95	-0,91	x186	5,84	3,34	-2,69

Ek 3 Tablo 1.(Devam)											
x31	-0,94	1,99	-2,19	x109	-0,69	-1,18	1,93	x187	-1,03	-1,54	1,33
x32	0,28	-0,26	0,24	x110	0,23	-0,89	0,11	x188	1,34	-0,33	-1,85
x33	1,52	1,90	-1,94	x111	-1,98	-0,84	2,94	x189	0,53	-0,11	-0,18
x34	-1,17	-1,10	0,29	x112	0,77	-1,50	0,99	x190	0,82	-1,81	-3,12
x35	-0,60	1,12	1,87	x113	0,06	0,35	2,13	x191	-0,92	1,97	0,21
x36	0,11	-0,87	-0,11	x114	0,53	0,76	-1,27	x192	2,11	-1,02	-0,56
x37	1,00	-0,85	-1,62	x115	0,03	-0,09	0,56	x193	-4,13	-4,16	6,43
x38	-0,92	0,01	1,38	x116	-5,61	-2,26	0,20	x194	3,67	-0,95	-7,41
x39	-1,92	-4,65	-3,86	x117	-0,70	0,16	0,20	x195	-1,97	-0,02	0,11
x40	1,37	2,02	0,14	x118	1,56	-0,57	2,51	x196	-1,36	-0,41	-0,19
x41	-1,92	-1,25	-0,21	x119	1,58	1,00	0,62	x197	-0,76	0,34	2,50
x42	-1,04	-0,01	1,45	x120	-1,29	1,40	-2,85	x198	0,34	-7,09	-2,47
x43	-0,43	0,15	-0,81	x121	-1,47	1,45	-0,73	x199	-2,75	2,50	0,84
x44	-0,07	2,63	-2,02	x122	1,30	0,80	-1,23	x200	0,06	-0,55	-0,48
x45	-5,21	-0,75	5,25	x123	0,17	0,90	-1,27	x201	-1,75	4,46	-1,38
x46	-1,07	-2,00	-0,36	x124	0,35	-0,42	0,82	x202	0,28	-4,09	1,14
x47	-3,10	3,09	2,46	x125	-3,19	0,17	-0,51	x203	-2,10	-0,69	1,07
x48	-0,57	-0,65	-3,45	x126	1,10	1,13	-1,26	x204	3,47	1,31	-3,50
x49	-0,01	0,63	-0,09	x127	-0,61	0,05	-0,74	x205	-0,08	-2,70	-1,79
x50	-0,07	2,57	-5,17	x128	1,08	0,19	1,13	x206	1,14	2,07	-2,62
x51	-2,39	-1,45	0,52	x129	1,56	4,53	3,83	x207	-0,47	0,66	-3,02
x52	-1,35	-1,87	-1,31	x130	1,64	2,36	-0,13	x208	-5,51	0,29	6,40
x53	0,71	-3,19	-0,37	x131	-1,25	1,03	-0,71	x209	0,69	0,30	-1,70
x54	0,87	0,50	-1,63	x132	-2,58	1,20	1,80	x210	-0,23	-3,00	-2,36
x55	-1,41	-1,29	-2,29	x133	-5,06	3,16	-0,56	x211	1,24	4,11	2,53
x56	-1,98	0,21	1,81	x134	-0,63	1,26	-1,15	x212	0,33	1,22	0,79
x57	-1,05	-1,29	-1,39	x135	-0,92	-0,41	-1,75	x213	-3,49	-0,66	1,81
x58	60,60	5,54	1,64	x136	-3,41	-1,95	0,93	x214	-0,87	0,43	2,01
x59	7,58	-5,32	11,77	x137	-1,58	2,16	1,82	x215	1,17	1,93	0,51
x60	-1,30	-0,25	0,15	x138	1,33	-1,73	1,41	x216	0,12	-0,68	1,71
x61	0,63	-2,47	-0,51	x139	0,73	-3,46	2,22	x217	0,26	-1,01	1,30
x62	1,04	-0,19	-2,27	x140	0,15	-0,50	0,60	x218	-1,32	-2,67	1,10

Ek 3 Tablo 1.(Devam)											
x63	0,74	0,15	1,74	x141	1,08	2,10	-0,33	x219	-2,73	-1,12	0,84
x64	0,95	2,02	-1,90	x142	-1,42	-0,95	-0,96	x220	-1,06	1,59	-0,47
x65	-2,19	3,53	-3,03	x143	4,26	-2,70	-2,16	x221	0,18	2,02	-1,00
x66	0,53	-1,74	-0,24	x144	0,99	-0,48	0,10	x222	-0,92	0,38	-0,25
x67	-2,12	-1,21	2,21	x145	5,50	-2,03	-1,58	x223	3,60	-3,28	2,33
x68	-0,73	0,66	0,31	x146	0,56	-1,18	0,13	x224	-1,04	-0,39	0,87
x69	-2,64	-0,05	1,93	x147	-2,62	0,46	-1,76	x225	3,53	-1,48	8,13
x70	-1,30	2,00	-1,04	x148	1,05	-0,34	0,69	x226	0,25	-0,01	-1,12
x71	0,81	-0,02	0,08	x149	-1,34	-0,94	-1,07	x227	-0,65	1,10	-2,13
x72	-0,45	0,28	-1,56	x150	-0,62	-0,99	-0,93	x228	0,68	-1,51	1,42
x73	-1,85	-7,77	-10,47	x151	0,55	-0,97	2,50	x229	-0,95	-1,10	-1,53
x74	-2,72	0,61	1,70	x152	-1,18	0,56	-2,44	x230	-1,23	-0,56	0,95
x75	1,68	-2,43	1,40	x153	0,18	-0,45	0,81	x231	-0,81	-1,42	-1,72
x76	0,03	1,50	-2,56	x154	-1,67	-0,41	4,00	x232	0,86	-0,72	-2,87
x77	-0,80	-4,91	-0,97	x155	4,73	1,40	-1,88	x233	-1,24	2,42	2,02
x78	0,15	0,34	-3,14	x156	-0,50	0,34	4,58	x234	0,50	-1,28	-0,72

Ek 3

Tablo 2. Bağımlı Değişken Seti İle İlk Üç Bağımlı Kanonik Değişken Arasındaki Standart Ağırlıklar

	V1	V2	V3		V1	V2	V3		V1	V2	V3
y1	-4,49	-7,08	26,53	y79	-13,69	-12,16	6,50	y157	-5,87	-6,20	0,99
y2	-6,36	0,24	-3,43	y80	-0,46	-8,56	6,54	y158	-8,14	-0,80	-28,53
y3	-4,52	5,14	-7,43	y81	-14,41	-2,78	-0,56	y159	-3,39	26,15	-2,53
y4	-12,75	5,34	-5,29	y82	-18,95	-2,38	8,84	y160	9,07	4,04	-16,87
y5	-13,01	-0,26	-5,95	y83	-6,47	-3,82	-7,40	y161	7,86	4,14	-4,39
y6	13,59	-1,17	-17,99	y84	6,36	0,62	-13,51	y162	9,08	-0,22	41,92
y7	-3,20	-5,18	8,42	y85	-0,32	2,54	6,51	y163	-5,31	-1,13	-3,22
y8	-13,15	7,53	5,38	y86	-3,57	-6,27	9,94	y164	-48,36	92,12	13,80
y9	-6,71	-4,73	-3,17	y87	-6,10	-5,89	-10,59	y165	8,14	16,57	-3,12
y10	-3,30	-2,91	5,32	y88	-14,25	-6,83	9,68	y166	-19,55	14,07	-14,35
y11	7,82	-0,98	4,99	y89	0,91	2,76	-6,58	y167	17,28	-23,63	36,76
y12	-11,44	1,91	6,59	y90	14,69	-0,31	-14,01	y168	-6,52	-4,52	0,41
y13	15,19	7,88	7,72	y91	-10,41	9,31	-2,13	y169	0,86	14,04	9,89
y14	-0,22	-6,13	1,13	y92	1,04	-6,97	-1,90	y170	13,29	8,72	-6,25
y15	2,66	-1,13	-6,45	y93	1,22	-2,30	7,51	y171	-13,33	3,50	-0,02
y16	47,47	4,35	5,79	y94	-14,45	3,16	10,90	y172	-15,65	-13,03	6,28
y17	-24,99	26,57	21,22	y95	3,56	-7,05	-1,09	y173	-5,57	-0,06	0,67
y18	0,57	-2,52	-0,97	y96	-9,29	-0,04	2,21	y174	-14,04	17,03	-18,11
y19	-0,99	-2,27	-1,29	y97	6,29	3,13	-7,55	y175	2,94	8,34	9,90
y20	3,49	8,07	-14,10	y98	-9,97	-12,25	1,39	y176	-5,70	-5,94	-7,57
y21	-6,21	-0,99	-5,51	y99	-1,02	-0,48	-2,12	y177	-2,19	4,70	3,45
y22	2,93	6,32	12,24	y100	18,62	-13,03	72,44	y178	-10,74	-3,71	-0,51
y23	-6,00	1,66	-5,24	y101	-5,63	5,49	11,20	y179	-3,92	0,05	-3,57
y24	-2,47	-7,12	-5,84	y102	-10,52	13,70	15,61	y180	0,50	9,01	-9,59
y25	6,05	-27,81	12,02	y103	7,42	-3,81	-15,74	y181	3,91	-11,59	-24,31
y26	19,11	6,53	3,92	y104	-2,66	-40,13	-58,95	y182	16,73	18,25	-12,89
y27	-4,43	1,73	-4,86	y105	-23,98	-15,46	18,48	y183	-8,14	-2,04	-1,55
y28	5,61	-18,36	-15,39	y106	-4,93	-1,37	-0,47	y184	12,69	5,23	-7,52
y29	-1,80	2,92	-14,08	y107	3,52	-9,51	11,26	y185	-13,13	17,59	3,27
y30	2,19	1,48	-7,54	y108	0,62	-0,18	-1,58	y186	4,04	7,53	-10,19
y31	-1,02	6,09	-6,62	y109	-7,09	-1,68	7,31	y187	4,90	-4,67	6,77
y32	-9,56	-8,30	17,72	y110	-0,30	0,66	-5,27	y188	9,49	9,84	0,69
y33	9,96	1,71	-4,26	y111	-3,37	3,76	22,66	y189	-0,21	9,98	4,51

y34	9,95	-2,32	0,33	y112	8,99	-1,99	6,73	y190	-0,83	0,05	-11,79
y35	-14,36	3,35	4,26	y113	-6,86	0,44	5,25	y191	68,26	3,75	-2,79
y36	1,58	5,95	-5,94	y114	10,43	-2,59	2,25	y192	-1,65	-8,76	2,44
y37	-10,02	-7,31	-12,24	y115	2,22	-2,99	-4,41	y193	-13,97	-22,15	26,32
y38	-11,79	-4,23	0,98	y116	-20,95	-1,37	12,62	y194	3,81	-0,86	-18,54
y39	-4,60	-13,17	-13,52	y117	-0,69	3,44	-0,74	y195	-4,30	-2,05	-8,55
y40	4,76	-0,80	9,45	y118	0,69	-1,24	-3,52	y196	-0,05	1,42	0,38
y41	-5,02	-1,58	3,46	y119	6,98	4,65	5,57	y197	-8,89	-6,51	4,83
y42	-4,72	1,59	-2,88	y120	0,75	0,90	-1,70	y198	-0,90	-25,55	-15,79
y43	-1,81	8,95	-5,43	y121	6,12	0,42	-11,47	y199	-11,76	4,04	11,39
y44	4,40	-0,02	-19,21	y122	1,35	-1,86	-1,99	y200	-9,32	2,72	-2,76
y45	-16,44	-0,55	14,05	y123	-18,92	6,04	-1,15	y201	-5,70	16,70	10,53
y46	4,24	-2,85	-3,07	y124	-0,85	-1,04	-1,09	y202	17,51	2,63	1,26
y47	-22,07	4,91	10,32	y125	-8,55	-4,76	-4,14	y203	-0,09	-0,51	9,80
y48	-4,38	0,46	1,72	y126	-1,19	-1,67	2,52	y204	12,38	1,80	-11,70
y49	-4,49	0,29	-0,01	y127	-3,25	-3,33	0,07	y205	11,99	-10,62	6,75
y50	3,42	7,34	-34,96	y128	-5,86	-1,10	12,61	y206	-1,38	14,16	-16,38
y51	-6,87	-1,72	1,01	y129	3,27	20,48	16,58	y207	-1,72	-3,58	-2,31
y52	7,28	-8,43	-2,16	y130	21,05	13,00	5,06	y208	-26,46	3,71	15,65
y53	-3,99	-7,17	-8,08	y131	-6,74	-2,12	3,81	y209	-3,86	-6,97	-11,29
y54	2,38	5,28	-7,86	y132	-7,46	-2,44	-7,13	y210	-3,66	4,23	-12,41
y55	-6,93	-7,16	2,09	y133	-19,42	45,39	-4,74	y211	4,75	12,93	4,11
y56	-2,52	-4,13	9,13	y134	-8,78	-1,34	2,07	y212	5,75	0,32	-3,67
y57	-8,47	-7,44	-5,97	y135	-12,99	-1,99	-5,46	y213	-13,13	-0,91	8,43
y58	222,48	19,86	6,21	y136	-7,53	-6,22	2,30	y214	-5,51	-1,82	4,13
y59	34,75	-21,79	38,85	y137	10,45	0,97	-3,12	y215	0,74	-0,73	-4,55
y60	-8,28	-1,33	9,05	y138	6,57	-8,72	9,90	y216	11,92	-4,99	8,42
y61	20,28	-8,93	3,86	y139	13,13	-5,11	2,09	y217	-12,25	-1,01	9,24
y62	22,97	4,04	-4,61	y140	2,78	-4,33	10,64	y218	-9,49	0,00	-1,79
y63	-0,50	-8,66	3,40	y141	6,73	1,58	5,76	y219	-6,99	-3,02	8,20
y64	22,54	-0,55	-10,61	y142	-17,60	-2,43	-5,04	y220	9,54	-0,72	1,17
y65	-9,30	15,58	-9,70	y143	-5,22	-2,77	-8,18	y221	4,04	8,30	-3,08
y66	-5,11	1,58	-3,23	y144	30,43	4,08	-0,77	y222	11,72	2,18	-10,88
y67	-9,16	-7,06	11,89	y145	11,45	1,13	5,93	y223	-0,32	-11,11	-0,26
y68	-7,24	-2,77	-2,73	y146	-5,85	-10,32	-4,61	y224	-5,77	-5,07	3,47

y69	-8,32	-6,81	1,58	y147	-2,17	-3,43	-8,26	y225	15,42	-9,97	36,15
y70	-6,71	8,39	-1,63	y148	-2,55	1,02	3,96	y226	18,03	-2,38	-8,44
y71	-12,97	1,39	-5,43	y149	-4,13	-5,89	-0,23	y227	-1,18	6,13	-12,24
y72	2,93	8,38	-0,69	y150	1,65	1,46	-17,48	y228	-8,54	-4,44	21,41
y73	-10,87	-22,46	-40,94	y151	-5,90	-7,05	5,02	y229	11,70	-3,58	-9,54
y74	-0,20	-5,42	4,88	y152	7,52	1,58	-5,93	y230	-7,02	-1,75	2,84
y75	-5,59	-10,79	1,49	y153	-0,55	6,17	-9,14	y231	-9,91	-1,69	-2,80
y76	-8,32	-1,81	-16,15	y154	-5,52	-3,88	10,36	y232	16,94	6,35	-13,92
y77	-17,09	-6,21	4,37	y155	48,80	9,16	-12,57	y233	-10,92	1,11	7,62
y78	-1,50	5,84	0,05	y156	-0,51	0,10	7,99	y234	2,00	-5,24	-7,96

Ek 4

Tablo 1.Orjinal Bağımsız Değişken Seti İçin İlk Üç Bağımsızve Bağımlı Kanonik

Değişkene Ait Kanonik Yükler

	U1	U2	U3	V1	V2	V3		U1	U2	U3	V1	V2	V3
x1	0,20	0,01	0,02	-0,03	0,12	0,03	x118	-0,09	-0,19	-0,13	0,16	-0,20	0,02
x2	-0,04	-0,18	-0,11	0,18	-0,21	-0,02	x119	0,09	-0,10	-0,11	0,03	-0,13	0,00
x3	-0,05	-0,17	-0,08	0,14	-0,20	0,02	x120	0,08	-0,11	-0,09	0,19	-0,11	0,04
x4	0,02	-0,15	-0,14	0,20	-0,14	-0,03	x121	-0,03	-0,14	-0,06	0,15	-0,17	0,03
x5	0,13	0,01	0,01	0,18	0,04	0,03	x122	0,03	-0,17	0,03	0,15	-0,14	0,01
x6	-0,06	-0,14	-0,19	0,14	-0,13	-0,07	x123	-0,05	-0,11	-0,11	0,18	-0,14	-0,04
x7	-0,10	-0,11	-0,06	0,16	-0,17	0,02	x124	-0,08	-0,09	-0,07	0,14	-0,10	0,03
x8	0,02	-0,11	-0,11	0,21	-0,13	0,01	x125	-0,11	-0,17	-0,07	0,08	-0,14	-0,01
x9	0,15	-0,01	-0,05	0,05	0,05	0,04	x126	-0,11	-0,12	-0,02	0,09	-0,15	0,00
x10	-0,03	-0,31	-0,15	0,11	-0,23	-0,04	x127	-0,06	-0,14	-0,08	0,14	-0,15	-0,01
x11	0,18	-0,15	-0,11	0,33	-0,17	0,08	x128	0,06	-0,18	-0,04	0,24	-0,20	0,03
x12	0,00	-0,15	-0,02	0,16	-0,10	0,05	x129	0,17	-0,08	-0,04	0,08	0,02	-0,05
x13	0,07	-0,08	0,06	0,21	-0,01	0,16	x130	0,04	-0,13	0,01	0,29	-0,16	0,06
x14	0,14	-0,18	0,02	0,15	-0,03	0,10	x131	-0,01	-0,26	-0,11	0,14	-0,23	0,03
x15	-0,02	-0,17	-0,12	0,14	-0,13	-0,04	x132	-0,01	0,04	-0,15	0,05	0,02	-0,10
x16	-0,10	-0,10	0,01	0,07	-0,08	0,03	x133	-0,14	-0,18	-0,11	0,07	-0,19	-0,04
x17	-0,01	-0,10	-0,01	0,30	-0,10	-0,10	x134	0,03	-0,19	0,01	0,21	-0,10	0,12
x18	0,34	0,04	-0,07	0,33	0,09	0,07	x135	-0,14	-0,02	0,00	-0,11	-0,03	-0,07
x19	0,00	-0,18	-0,09	0,23	-0,11	0,01	x136	0,06	-0,23	0,01	0,01	-0,14	0,12
x20	0,01	-0,23	-0,09	0,25	-0,20	0,01	x137	0,10	-0,11	-0,07	0,17	-0,06	0,07
x21	0,07	-0,01	-0,02	0,34	0,06	0,05	x138	0,16	-0,16	-0,10	0,27	-0,05	0,03
x22	0,13	-0,06	-0,14	0,31	-0,12	-0,07	x139	0,07	-0,16	0,05	0,11	-0,01	0,15
x23	0,07	-0,13	0,04	0,26	-0,04	0,04	x140	0,20	-0,05	-0,02	0,28	0,07	0,02
x24	-0,06	-0,09	-0,01	0,16	-0,03	0,17	x141	-0,15	-0,12	-0,03	0,20	0,04	-0,03
x25	-0,08	-0,15	-0,03	-0,05	-0,09	0,05	x142	-0,17	-0,22	-0,08	0,11	-0,19	0,04
x26	0,19	0,17	0,06	-0,06	0,21	0,14	x143	0,04	0,03	0,02	-0,09	0,14	0,01
x27	0,14	-0,15	0,03	0,24	-0,08	0,06	x144	0,11	-0,14	-0,13	0,24	-0,02	-0,07
x28	0,09	-0,23	-0,09	0,13	-0,23	0,04	x145	0,11	-0,16	-0,05	0,27	-0,16	0,13
x29	-0,09	-0,17	-0,06	0,16	-0,20	0,05	x146	0,09	-0,18	-0,10	0,24	-0,14	0,02
x30	0,37	-0,09	-0,22	0,42	0,07	-0,06	x147	0,05	-0,10	-0,06	0,24	-0,05	0,09

Ek 4 Tablo 1. (Devam)													
x31	-0,06	-0,17	-0,07	0,15	-0,16	-0,01	x148	0,08	-0,17	-0,08	0,13	-0,08	0,10
x32	-0,03	-0,24	-0,07	0,17	-0,19	0,04	x149	0,17	-0,09	-0,05	0,18	0,01	-0,06
x33	-0,03	-0,15	-0,08	0,21	-0,16	0,01	x150	0,10	-0,21	-0,13	0,37	-0,02	0,05
x34	0,09	-0,18	-0,07	0,22	-0,08	0,04	x151	0,10	0,03	-0,03	0,06	0,09	0,08
x35	-0,03	-0,17	-0,08	0,31	-0,24	0,01	x152	0,01	-0,17	0,01	0,26	-0,20	0,06
x36	-0,01	-0,10	-0,17	0,22	-0,09	-0,05	x153	-0,04	-0,13	-0,03	0,14	-0,15	0,05
x37	0,05	-0,18	0,05	0,09	-0,12	0,14	x154	0,07	-0,13	-0,01	0,19	-0,11	0,01
x38	-0,03	-0,16	-0,06	0,17	-0,14	0,02	x155	-0,03	-0,12	-0,15	0,20	-0,12	-0,05
x39	-0,02	-0,08	-0,05	0,10	-0,13	0,07	x156	0,14	-0,15	-0,02	0,19	-0,08	0,09
x40	-0,07	-0,10	-0,01	0,14	-0,12	0,05	x157	0,07	-0,27	-0,06	0,23	-0,25	0,04
x41	0,13	0,05	0,14	0,01	0,15	0,04	x158	0,00	-0,13	-0,06	0,19	-0,15	0,02
x42	-0,04	-0,15	0,06	0,17	-0,18	0,15	x159	0,14	-0,13	-0,15	0,13	0,02	0,00
x43	0,18	0,12	0,09	0,05	0,25	0,14	x160	0,28	0,18	-0,05	0,21	0,29	0,07
x44	-0,03	-0,19	-0,02	0,17	-0,20	0,04	x161	0,02	-0,16	-0,07	0,19	-0,17	0,05
x45	-0,07	-0,11	0,03	0,14	-0,14	0,12	x162	0,08	0,15	0,01	0,19	0,13	-0,04
x46	-0,04	-0,15	-0,02	0,16	-0,12	0,07	x163	0,04	-0,15	-0,07	0,15	-0,15	0,01
x47	0,01	0,04	-0,18	0,05	-0,08	-0,05	x164	0,00	0,03	-0,01	-0,09	0,16	0,13
x48	-0,07	0,12	0,05	0,06	0,03	0,12	x165	-0,02	-0,16	-0,02	0,20	-0,06	0,04
x49	0,06	-0,14	-0,03	0,34	-0,10	0,11	x166	-0,11	-0,13	-0,05	0,12	-0,14	0,02
x50	0,01	-0,16	-0,12	0,10	-0,20	-0,09	x167	-0,10	-0,04	-0,14	0,06	-0,12	-0,01
x51	0,26	0,04	-0,05	0,16	0,26	0,04	x168	-0,04	-0,18	-0,01	0,20	-0,12	0,01
x52	0,14	-0,24	-0,09	0,26	-0,06	-0,05	x169	0,18	-0,10	-0,01	0,11	-0,06	-0,07
x53	-0,06	-0,20	-0,05	0,14	-0,13	0,02	x170	0,06	0,21	0,00	-0,20	0,15	-0,07
x54	0,15	0,00	-0,07	0,03	-0,01	0,00	x171	0,06	-0,11	-0,11	0,24	-0,10	-0,06
x55	-0,07	-0,21	-0,05	0,14	-0,15	0,04	x172	0,08	0,12	-0,10	-0,10	0,21	-0,13
x56	-0,22	-0,06	0,06	0,05	0,09	0,07	x173	-0,10	-0,13	0,09	0,19	-0,08	0,22
x57	-0,13	-0,20	-0,08	0,15	-0,19	0,02	x174	0,31	-0,15	-0,12	0,34	0,01	0,03
x58	0,22	-0,13	-0,08	0,13	-0,16	0,00	x175	0,38	-0,05	-0,04	0,32	0,14	-0,08
x59	0,01	0,03	0,13	-0,01	0,11	0,07	x176	-0,14	-0,11	-0,01	0,07	-0,04	0,09
x60	0,03	-0,32	0,01	0,24	-0,35	0,13	x177	0,11	0,04	0,08	0,13	0,17	0,21
x61	-0,02	-0,17	-0,03	0,14	-0,19	0,10	x178	0,05	-0,12	-0,04	0,19	-0,06	0,06
x62	-0,01	-0,18	-0,09	0,19	-0,15	0,03	x179	0,01	-0,20	0,13	0,11	-0,15	0,27

x63	0,25	-0,02	-0,16	0,13	0,13	-0,04	x180	0,01	-0,06	-0,04	0,10	0,04	0,06
x64	0,02	0,13	0,09	-0,04	0,02	-0,01	x181	-0,08	-0,15	-0,07	0,08	-0,16	0,04
x65	0,22	-0,25	-0,08	0,11	-0,24	0,02	x182	0,26	0,07	-0,26	0,37	0,19	-0,19
x66	0,02	-0,07	-0,13	0,23	-0,16	0,01	x183	-0,17	-0,14	0,00	-0,01	0,03	-0,04
x67	0,01	0,07	-0,04	-0,02	-0,05	0,04	x184	0,03	-0,27	-0,09	0,17	-0,08	0,16
x68	0,16	0,23	0,01	0,00	0,29	0,13	x185	0,00	-0,14	-0,08	0,16	-0,13	-0,05
x69	0,08	0,04	-0,15	0,04	0,08	0,01	x186	-0,08	-0,11	-0,11	0,11	-0,13	-0,05
x70	-0,07	-0,10	-0,09	0,13	-0,11	0,00	x187	0,00	-0,27	-0,17	0,20	-0,24	0,02
x71	-0,08	-0,15	-0,06	0,18	-0,09	0,03	x188	0,00	-0,24	0,00	0,23	-0,15	0,08
x72	-0,09	-0,16	-0,06	0,14	-0,18	0,01	x189	0,06	0,02	-0,02	0,19	-0,04	0,19
x73	-0,15	-0,06	0,16	-0,11	-0,02	0,18	x190	-0,02	-0,23	-0,06	0,13	-0,24	0,05
x74	0,02	-0,16	-0,13	0,15	-0,12	-0,08	x191	0,08	-0,13	-0,05	0,26	-0,08	-0,03
x75	0,02	-0,03	-0,01	0,09	-0,10	0,14	x192	0,24	0,00	0,01	0,10	0,01	-0,04
x76	0,18	-0,21	-0,08	0,37	-0,19	0,01	x193	-0,03	-0,09	-0,09	0,20	-0,18	0,03
x77	-0,02	-0,17	-0,07	0,17	-0,17	-0,07	x194	-0,06	-0,15	-0,06	0,15	-0,18	0,02
x78	-0,03	-0,14	-0,03	0,17	-0,12	0,05	x195	-0,17	-0,19	-0,04	0,04	-0,24	0,06
x79	0,04	-0,11	-0,02	0,16	-0,22	0,10	x196	0,26	0,09	-0,16	0,05	0,10	-0,10
x80	0,02	0,05	0,22	0,02	0,06	0,33	x197	-0,07	-0,35	-0,08	0,07	-0,26	0,08
x81	-0,14	-0,08	0,05	0,00	-0,16	0,08	x198	-0,01	-0,16	-0,09	0,20	-0,19	0,02
x82	-0,01	-0,19	-0,09	0,13	-0,23	0,03	x199	-0,04	-0,16	-0,05	0,13	-0,15	0,01
x83	-0,07	-0,14	-0,07	0,13	-0,17	0,01	x200	-0,02	-0,12	0,01	0,11	0,08	-0,04
x84	-0,05	-0,15	-0,08	0,17	-0,16	0,02	x201	0,05	0,01	0,02	0,10	0,07	-0,07
x85	-0,05	-0,19	0,15	0,12	-0,08	0,21	x202	0,05	-0,14	-0,11	0,23	-0,15	0,11
x86	-0,09	-0,06	0,00	0,09	-0,06	0,09	x203	0,08	-0,09	0,04	0,20	-0,11	0,12
x87	0,01	-0,23	-0,05	0,18	-0,21	0,10	x204	0,01	-0,12	-0,03	0,15	-0,11	0,10
x88	0,10	-0,13	-0,14	0,32	0,00	-0,02	x205	-0,04	-0,23	-0,07	0,19	-0,20	0,05
x89	0,10	-0,04	0,01	0,34	0,07	0,23	x206	0,00	-0,17	-0,06	0,16	-0,07	-0,01
x90	-0,01	-0,14	-0,07	0,21	-0,17	0,00	x207	0,00	-0,23	-0,01	-0,01	-0,25	0,22
x91	0,11	-0,18	-0,02	0,13	-0,14	0,10	x208	-0,11	-0,22	0,08	0,12	-0,23	0,14
x92	-0,08	-0,15	-0,12	0,16	-0,15	0,00	x209	-0,01	-0,15	-0,13	0,12	-0,15	-0,03
x93	0,05	-0,14	-0,05	0,14	-0,16	0,02	x210	0,00	-0,22	0,03	0,15	-0,17	0,11
x94	0,00	-0,18	-0,11	0,02	-0,23	-0,09	x211	0,03	0,16	-0,05	-0,02	0,22	-0,15

Ek 4 Tablo 1. (Devam)													
x95	-0,10	-0,25	-0,15	0,12	-0,11	0,02	x212	-0,01	-0,12	0,00	0,19	-0,10	0,09
x96	0,33	-0,02	-0,13	0,35	0,03	0,06	x213	-0,06	-0,12	-0,07	0,18	-0,12	0,01
x97	-0,08	-0,22	-0,02	0,11	-0,12	0,07	x214	0,11	-0,09	0,04	0,00	-0,05	0,18
x98	0,28	-0,30	-0,19	0,33	-0,28	-0,19	x215	-0,07	-0,18	-0,08	0,14	-0,13	0,00
x99	0,08	0,29	0,01	-0,06	0,32	-0,11	x216	0,20	-0,12	-0,03	0,42	-0,17	0,05
x100	-0,21	-0,25	-0,03	-0,05	-0,17	-0,08	x217	0,31	-0,05	0,01	0,25	-0,01	0,14
x101	0,02	0,06	-0,05	-0,03	-0,12	0,14	x218	0,03	0,05	0,03	-0,18	0,02	0,11
x102	-0,07	-0,17	-0,08	0,11	-0,18	-0,01	x219	0,02	-0,14	0,06	0,01	0,05	0,17
x103	0,12	-0,12	-0,24	0,17	-0,05	-0,11	x220	0,05	-0,19	-0,05	0,30	-0,24	0,08
x104	-0,11	-0,09	-0,04	0,03	-0,05	0,06	x221	-0,01	-0,27	0,15	0,22	-0,13	0,38
x105	0,09	-0,05	0,02	0,08	0,09	0,18	x222	0,05	-0,28	-0,08	0,30	-0,27	0,07
x106	0,03	-0,06	0,26	-0,18	-0,10	0,36	x223	-0,03	-0,11	-0,04	0,14	-0,14	0,06
x107	0,09	-0,03	-0,09	0,19	-0,03	0,03	x224	-0,04	-0,24	-0,09	0,14	-0,20	0,03
x108	0,00	-0,14	-0,06	0,22	-0,13	0,01	x225	0,16	-0,08	0,02	0,06	-0,05	0,10
x109	-0,12	-0,31	-0,02	0,05	-0,24	0,06	x226	-0,01	-0,07	0,00	0,15	-0,02	0,14
x110	0,03	-0,07	-0,18	0,21	-0,08	-0,02	x227	-0,08	-0,14	-0,04	0,12	-0,13	0,03
x111	0,21	-0,19	-0,13	0,21	-0,16	0,01	x228	0,02	-0,19	-0,13	0,16	-0,13	0,04
x112	0,16	-0,08	-0,13	0,06	-0,07	0,06	x229	0,00	-0,27	0,07	0,19	-0,20	0,17
x113	-0,10	-0,13	0,13	0,03	-0,08	0,24	x230	-0,06	-0,24	-0,09	0,14	-0,20	0,02
x114	-0,05	-0,12	-0,04	0,16	-0,15	0,01	x231	-0,09	-0,13	-0,05	0,12	-0,08	-0,06
x115	0,10	0,07	0,11	0,08	0,25	0,10	x232	-0,20	-0,03	0,05	0,02	0,01	0,13
x116	-0,17	-0,12	-0,02	0,15	-0,12	0,08	x233	0,24	0,10	-0,05	0,13	0,19	-0,11
x117	0,01	-0,17	-0,09	0,24	-0,17	0,00	x234	-0,03	-0,18	-0,10	0,19	-0,15	0,00

Ek 4

Tablo 2. Orijinal Bağımlı Değişken Seti İçin İlk Üç Bağımsız Ve Bağımlı Kanonik Değişkene Ait Kanonik Yükler Ve Kanonik Çapraz Yükler

	V1	V2	V3	U1	U2	U3		V1	V2	V3	U1	U2	U3
y1	-0,06	-0,05	0,08	-0,08	-0,09	0,11	y118	-0,15	0,14	0,18	-0,36	-0,05	0,36
y2	-0,07	0,04	0,03	-0,10	0,02	-0,25	y119	-0,01	0,07	0,10	0,11	-0,01	-0,01
y3	-0,05	0,17	-0,08	-0,10	0,05	-0,13	y120	-0,02	0,00	0,00	-0,07	0,01	-0,01
y4	0,09	-0,07	-0,06	-0,14	-0,07	-0,12	y121	-0,13	-0,14	0,17	0,06	-0,02	0,19
y5	0,02	0,17	-0,09	-0,10	0,11	-0,14	y122	0,27	-0,03	0,06	0,14	0,02	0,05
y6	-0,02	0,12	-0,05	-0,07	-0,07	0,07	y123	-0,03	0,05	0,03	-0,08	0,09	0,18
y7	-0,26	0,29	0,35	-0,21	0,27	0,29	y124	0,09	-0,13	0,00	-0,08	-0,07	-0,06
y8	0,11	0,03	-0,05	0,04	0,12	-0,11	y125	-0,05	0,01	0,33	-0,16	-0,05	0,32
y9	-0,05	0,10	0,27	0,06	0,11	0,22	y126	0,02	-0,12	0,03	-0,12	-0,05	-0,01
y10	-0,28	0,41	0,26	-0,18	0,34	0,23	y127	0,12	-0,13	0,01	-0,11	-0,13	-0,07
y11	-0,06	0,05	-0,07	-0,07	-0,03	0,12	y128	-0,05	0,00	0,15	-0,27	-0,07	0,28
y12	-0,05	-0,07	0,36	0,02	-0,07	0,33	y129	0,58	0,05	0,08	0,38	-0,01	-0,05
y13	0,17	-0,06	0,08	-0,10	-0,06	0,05	y130	0,60	0,08	0,12	0,29	-0,02	-0,01
y14	0,08	-0,02	-0,05	0,07	-0,08	-0,07	y131	-0,45	0,50	0,26	-0,23	0,44	0,33
y15	0,10	0,03	0,11	-0,19	-0,22	0,08	y132	-0,03	0,11	0,08	0,06	0,09	0,04
y16	-0,02	0,32	0,11	0,01	0,23	0,17	y133	-0,14	0,15	-0,04	-0,07	0,09	0,05
y17	-0,23	0,12	0,10	-0,17	0,22	0,05	y134	-0,08	-0,10	0,38	-0,06	-0,14	0,40
y18	0,33	0,11	0,03	0,25	-0,07	-0,03	y135	-0,11	-0,03	-0,09	-0,08	0,01	0,08
y19	0,10	0,06	-0,03	0,04	0,04	0,00	y136	-0,02	-0,05	-0,01	-0,23	-0,12	0,20
y20	0,00	0,06	0,31	-0,02	0,03	0,27	y137	0,20	0,16	0,06	0,30	0,11	-0,12
y21	-0,10	0,15	0,06	-0,05	0,05	0,05	y138	0,13	-0,14	-0,01	-0,08	-0,12	-0,07
y22	0,36	-0,01	-0,14	0,18	0,16	-0,10	y139	0,14	-0,11	0,03	-0,08	-0,18	-0,12
y23	0,12	-0,17	-0,02	-0,09	-0,16	-0,02	y140	0,13	-0,11	0,03	-0,04	-0,06	0,06
y24	0,19	-0,01	0,19	0,03	-0,10	0,11	y141	0,08	-0,12	0,03	-0,02	-0,27	0,02
y25	-0,09	-0,27	-0,17	-0,02	-0,25	-0,20	y142	-0,01	-0,10	0,13	-0,33	-0,16	0,03
y26	0,06	0,19	-0,19	0,23	-0,07	-0,12	y143	-0,16	0,05	0,14	0,05	0,23	0,17
y27	-0,01	0,11	-0,15	0,07	0,27	-0,16	y144	0,22	0,04	0,12	0,00	-0,07	0,07
y28	-0,43	0,23	0,12	-0,08	0,29	0,14	y145	0,20	0,10	0,17	0,12	0,02	0,07
y29	-0,19	0,27	-0,04	-0,09	0,07	0,18	y146	0,06	-0,15	0,17	0,08	-0,12	0,10
y30	0,44	0,12	-0,01	0,28	0,01	-0,11	y147	-0,13	-0,08	0,23	-0,18	-0,17	0,08

Ek 4 Tablo 2. (Devam)													
y31	-0,22	0,16	0,14	-0,14	0,19	0,16	y148	-0,29	0,44	0,10	-0,27	0,37	0,10
y32	0,13	-0,07	0,02	-0,09	-0,17	-0,04	y149	0,12	0,07	0,05	0,05	-0,03	0,10
y33	0,03	0,07	0,08	-0,06	-0,09	-0,07	y150	0,08	0,06	-0,09	-0,01	0,00	-0,13
y34	-0,15	0,10	0,25	-0,32	0,11	0,18	y151	-0,17	0,06	0,14	-0,06	0,22	0,17
y35	0,07	0,03	0,01	-0,01	0,09	0,00	y152	0,53	0,04	0,12	0,20	-0,07	-0,09
y36	0,04	-0,15	0,00	-0,18	-0,10	-0,08	y153	-0,29	0,05	0,10	-0,27	0,23	0,11
y37	-0,16	0,02	0,20	-0,06	-0,01	0,18	y154	0,12	-0,10	-0,01	-0,10	-0,07	-0,06
y38	-0,34	0,17	0,07	-0,30	0,21	0,14	y155	0,16	0,17	-0,16	0,19	0,14	-0,14
y39	-0,05	-0,07	0,13	-0,20	-0,13	0,01	y156	-0,07	0,15	0,07	-0,03	-0,01	0,05
y40	-0,16	-0,07	0,13	-0,28	-0,10	0,26	y157	-0,07	0,06	0,29	-0,07	-0,10	0,21
y41	-0,35	0,38	0,19	-0,26	0,28	0,24	y158	-0,09	0,00	0,08	-0,17	-0,03	0,01
y42	0,17	-0,09	0,10	0,00	-0,15	-0,02	y159	0,10	0,20	0,05	0,13	0,15	-0,04
y43	0,45	0,04	-0,02	0,18	-0,11	-0,02	y160	-0,06	-0,01	-0,06	0,00	0,03	-0,12
y44	-0,12	0,00	0,03	-0,12	-0,03	0,02	y161	0,20	-0,27	0,05	0,11	-0,12	-0,03
y45	-0,24	0,38	0,04	-0,24	0,31	0,02	y162	0,02	-0,05	-0,20	0,00	0,19	-0,07
y46	-0,10	0,29	-0,01	-0,10	0,13	0,08	y163	-0,16	0,12	0,10	0,01	0,05	0,17
y47	-0,19	0,07	0,03	-0,29	0,27	0,05	y164	-0,01	0,20	0,03	0,08	0,15	-0,01
y48	-0,11	0,24	0,07	-0,05	0,18	-0,12	y165	0,20	0,01	-0,12	-0,03	-0,16	-0,05
y49	-0,03	0,28	-0,12	-0,09	0,12	-0,09	y166	0,06	0,05	-0,10	0,04	-0,03	-0,15
y50	-0,02	-0,22	-0,08	0,05	-0,09	-0,02	y167	-0,09	0,02	0,00	-0,08	-0,01	0,02
y51	-0,03	0,27	0,29	-0,23	0,15	0,38	y168	0,12	-0,14	0,01	-0,09	-0,11	-0,03
y52	0,07	-0,13	0,00	-0,15	-0,11	-0,06	y169	-0,07	0,26	0,05	-0,03	0,05	0,16
y53	0,00	-0,09	0,05	-0,07	-0,17	0,06	y170	0,11	0,08	0,19	0,20	0,21	0,09
y54	0,02	0,01	0,08	0,21	-0,06	0,10	y171	0,08	-0,09	0,07	-0,04	0,07	-0,02
y55	0,14	0,14	-0,08	-0,02	0,17	0,06	y172	-0,21	0,18	-0,15	0,02	0,10	-0,06
y56	0,06	-0,02	0,03	-0,10	0,02	-0,03	y173	0,03	-0,05	0,22	-0,14	-0,03	0,10
y57	0,07	-0,15	0,04	-0,15	-0,14	-0,03	y174	-0,15	-0,01	0,21	-0,15	-0,03	0,22
y58	0,23	0,14	0,08	0,28	0,02	0,08	y175	0,28	0,06	0,00	0,09	0,05	-0,04
y59	0,15	-0,02	0,10	0,03	-0,18	0,17	y176	0,11	-0,05	0,00	-0,08	-0,09	-0,05
y60	0,14	0,14	-0,43	0,06	0,29	-0,25	y177	-0,03	-0,02	-0,03	-0,09	0,13	0,08
y61	-0,06	0,08	0,10	-0,01	0,07	0,04	y178	-0,13	0,06	0,23	-0,33	0,02	0,28
y62	0,18	0,05	0,10	0,09	-0,14	0,02	y179	0,04	-0,01	0,16	-0,10	-0,02	0,11

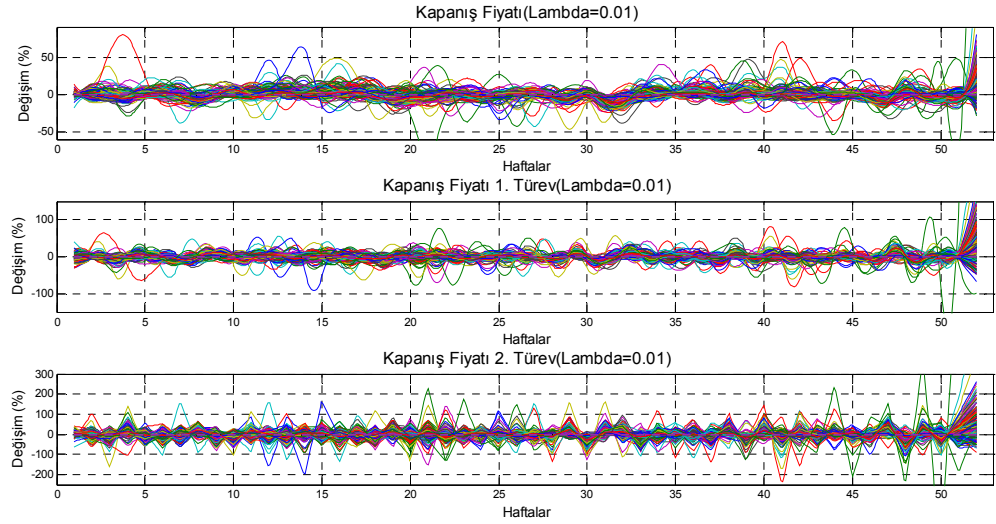
Ek 4 Tablo 2. (Devam)													
y63	-0,04	-0,14	-0,05	-0,21	-0,23	-0,15	y180	0,02	0,10	0,09	-0,06	0,17	0,05
y64	-0,11	-0,10	0,09	-0,11	-0,02	0,13	y181	-0,11	-0,04	0,24	-0,03	0,05	0,16
y65	0,11	-0,30	-0,14	0,09	-0,11	-0,19	y182	-0,15	0,04	0,00	-0,16	0,08	-0,03
y66	0,12	-0,04	0,04	-0,06	-0,07	0,03	y183	-0,12	-0,01	0,11	-0,08	-0,10	0,16
y67	0,12	0,00	-0,05	0,10	0,12	-0,12	y184	0,48	0,13	0,10	0,17	-0,05	-0,12
y68	0,00	0,27	0,04	-0,01	0,14	0,05	y185	-0,08	0,12	0,04	-0,08	-0,01	-0,02
y69	-0,13	0,10	-0,05	-0,16	0,02	0,01	y186	0,16	0,16	-0,12	0,04	0,17	-0,15
y70	-0,02	0,10	-0,10	-0,11	0,06	-0,13	y187	-0,21	0,32	0,18	-0,19	0,27	0,09
y71	-0,13	0,34	0,13	-0,16	0,37	0,12	y188	0,08	-0,04	-0,04	-0,06	-0,17	0,10
y72	-0,12	0,05	0,09	-0,04	0,18	0,15	y189	-0,25	0,08	0,37	-0,30	0,04	0,41
y73	-0,10	-0,05	0,32	-0,08	0,03	0,33	y190	-0,15	0,07	-0,08	-0,12	0,00	-0,19
y74	-0,12	0,04	0,09	-0,09	0,12	0,14	y191	0,18	0,11	0,04	0,22	0,03	0,03
y75	0,01	0,03	-0,01	0,02	-0,01	0,08	y192	-0,08	0,01	-0,08	0,04	0,33	-0,03
y76	0,10	-0,07	0,15	0,08	0,03	0,09	y193	0,07	-0,12	-0,07	-0,16	-0,06	0,07
y77	0,01	-0,20	-0,12	0,08	-0,24	-0,07	y194	-0,17	0,12	0,07	-0,21	-0,05	0,14
y78	-0,04	0,11	0,10	-0,04	0,00	0,09	y195	-0,07	-0,02	0,00	-0,14	-0,08	-0,07
y79	0,07	-0,06	-0,13	0,04	0,00	-0,26	y196	-0,06	0,07	-0,06	0,01	0,19	-0,06
y80	-0,13	0,09	0,11	-0,23	0,07	0,07	y197	-0,32	0,48	0,25	-0,11	0,35	0,19
y81	0,02	0,04	0,16	-0,07	0,09	0,11	y198	0,10	-0,05	0,01	-0,03	-0,10	-0,04
y82	-0,35	0,24	0,12	-0,23	0,31	0,11	y199	-0,15	0,19	0,05	-0,11	0,25	0,08
y83	-0,28	0,06	0,14	-0,30	0,05	0,23	y200	0,05	0,04	-0,02	-0,08	0,07	-0,08
y84	-0,19	0,08	-0,05	-0,21	0,16	-0,14	y201	-0,03	0,01	0,19	0,00	-0,15	0,21
y85	0,09	-0,06	0,04	-0,13	-0,17	0,06	y202	0,03	0,02	0,22	0,04	0,04	0,09
y86	-0,29	0,51	0,26	-0,10	0,45	0,21	y203	-0,01	0,36	0,26	0,03	0,29	0,18
y87	-0,15	0,15	-0,01	-0,14	0,01	-0,09	y204	0,03	-0,10	-0,08	-0,07	-0,04	-0,05
y88	0,58	-0,04	0,08	0,29	-0,08	-0,06	y205	-0,02	-0,34	0,24	-0,06	-0,44	0,03
y89	0,43	0,07	0,05	0,18	-0,07	-0,20	y206	-0,17	0,21	-0,04	-0,15	0,01	0,04
y90	0,15	0,12	0,28	0,17	0,10	0,25	y207	0,02	-0,07	0,05	-0,08	0,09	0,15
y91	-0,01	-0,06	-0,10	-0,13	-0,08	-0,09	y208	-0,04	0,09	0,25	-0,13	0,09	0,39
y92	0,14	-0,12	-0,01	-0,19	-0,12	-0,06	y209	-0,26	0,11	0,11	-0,24	0,13	0,23
y93	0,01	-0,13	0,02	0,11	-0,16	0,08	y210	-0,08	0,08	-0,08	0,01	0,18	-0,22
y94	0,12	0,20	0,07	0,05	0,13	0,03	y211	0,07	-0,11	0,01	-0,25	-0,30	0,03

Ek 4 Tablo 2. (Devam)													
y95	-0,27	0,37	0,19	-0,16	0,26	0,13	y212	0,07	-0,13	-0,11	-0,13	-0,10	-0,08
y96	0,42	0,11	0,07	0,13	0,16	0,01	y213	0,06	-0,06	-0,04	-0,10	0,02	-0,03
y97	0,40	-0,06	0,00	0,32	-0,03	-0,02	y214	-0,26	0,40	0,16	-0,03	0,38	0,07
y98	-0,28	-0,06	0,26	-0,07	0,10	0,16	y215	-0,30	0,23	0,09	-0,10	0,15	0,16
y99	0,50	0,01	0,18	0,33	-0,01	0,02	y216	-0,13	0,36	0,16	-0,08	0,28	0,07
y100	-0,04	-0,01	-0,05	0,01	0,11	0,03	y217	-0,16	0,35	0,12	-0,10	0,27	0,09
y101	-0,01	-0,12	0,21	-0,08	-0,11	0,21	y218	-0,11	0,10	0,02	-0,27	0,20	0,06
y102	0,01	0,15	-0,09	0,03	0,05	-0,08	y219	0,33	-0,03	-0,02	0,15	-0,08	-0,15
y103	-0,02	0,01	0,03	-0,01	-0,04	-0,22	y220	0,20	-0,02	0,08	0,15	-0,01	-0,01
y104	-0,01	-0,02	0,02	-0,11	-0,07	-0,02	y221	0,59	0,07	0,02	0,26	-0,04	-0,06
y105	0,21	0,03	-0,18	-0,01	0,03	-0,12	y222	0,04	0,02	-0,10	-0,13	-0,10	-0,02
y106	-0,33	0,33	0,25	-0,21	0,30	0,21	y223	-0,12	-0,04	0,29	-0,19	-0,13	0,45
y107	-0,07	-0,07	0,30	-0,02	-0,10	0,35	y224	-0,41	0,27	0,41	-0,18	0,16	0,42
y108	0,03	0,08	0,16	0,03	0,01	-0,05	y225	-0,06	-0,01	-0,02	-0,08	0,04	0,08
y109	-0,35	0,49	0,26	-0,12	0,38	0,20	y226	-0,04	-0,10	0,37	-0,06	-0,14	0,39
y110	-0,01	0,02	0,05	0,00	-0,01	-0,21	y227	0,03	-0,18	0,19	0,16	-0,13	0,17
y111	0,10	-0,02	-0,13	-0,03	0,04	-0,07	y228	-0,08	0,03	-0,09	0,03	-0,03	-0,10
y112	0,31	0,06	0,10	0,30	0,10	-0,04	y229	-0,15	0,02	0,18	-0,31	-0,04	0,22
y113	0,09	-0,16	0,01	-0,11	-0,14	-0,04	y230	-0,24	0,34	0,11	-0,06	0,25	0,06
y114	-0,05	-0,03	0,00	-0,24	-0,13	0,20	y231	-0,07	0,04	0,12	-0,09	0,11	-0,01
y115	-0,13	0,17	0,12	-0,26	0,21	0,12	y232	-0,17	0,05	-0,11	-0,13	0,06	-0,03
y116	-0,14	-0,07	0,12	-0,27	-0,05	0,17	y233	-0,04	-0,04	-0,02	-0,07	-0,02	-0,06
y117	-0,03	-0,12	0,17	-0,11	-0,23	0,17	y234	0,05	0,18	0,06	0,05	0,02	0,08

Ek 5:

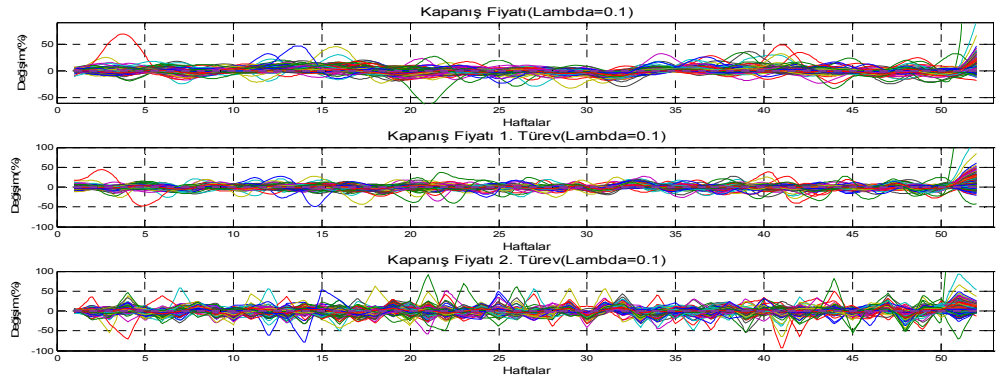
Farklı düzgünleştirme parametrelerine göre düzgünleştirilmiş verilere ait birinci ve ikinci türev grafikleri Ek 5’de gösterilmiştir.

Ek 5 Şekil 1.’de 0.01 seviyesinde düzgünleştirilmiş kapanış fiyatı verileri için birinci ve ikinci türevler gösterilmiştir.



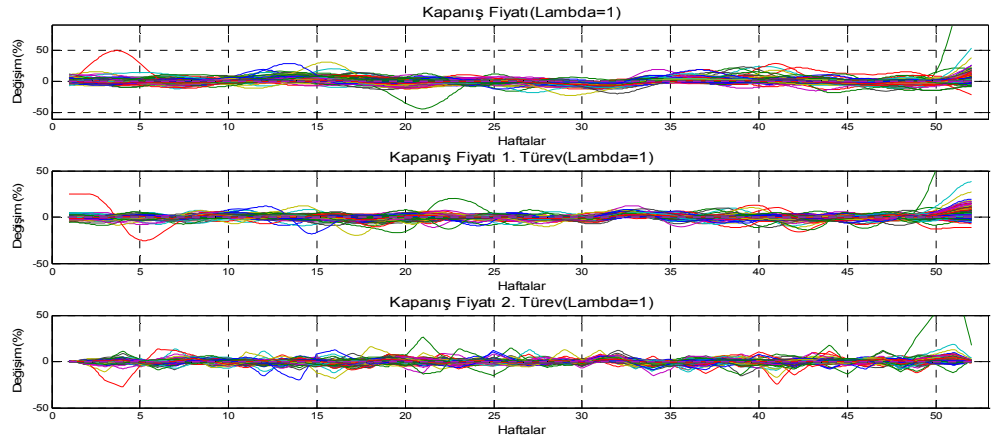
Ek 5 Şekil 1. Lambda=0.01 İçin 1. ve 2. Türevler

Ek 5 Şekil 2.’de 0.1 seviyesinde düzgünleştirilmiş kapanış fiyatı verileri için birinci ve ikinci türevler gösterilmiştir.



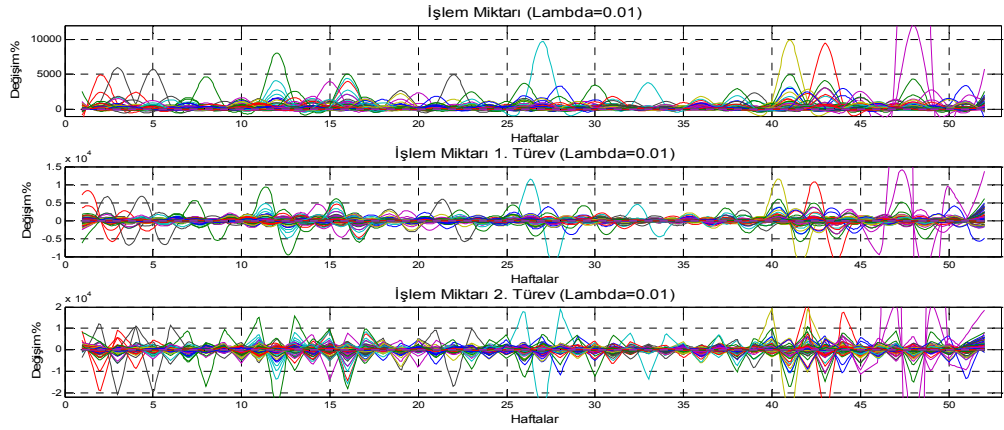
Ek 5 Şekil 2. Lambda=0.1 İçin 1. ve 2. Türevler

Ek 5 Şekil 3.’de 1 seviyesinde düzgünleştirilmiş kapanış fiyatı verileri için birinci ve ikinci türevler gösterilmiştir.



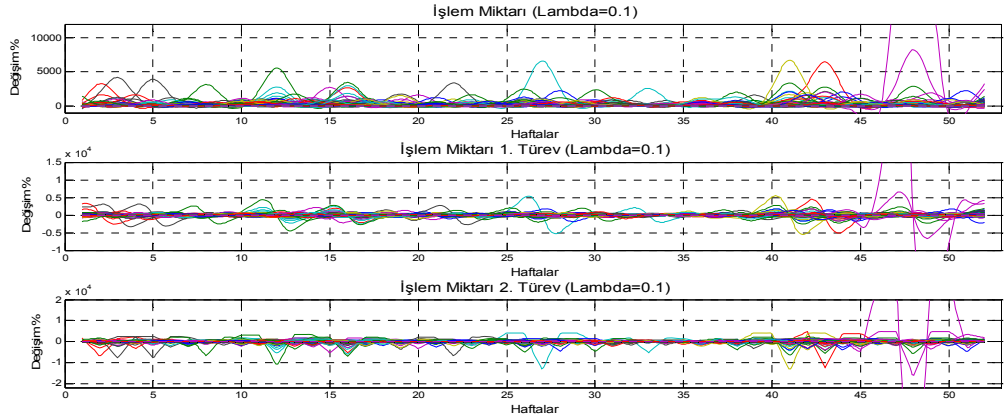
Ek 5 Şekil 3. Lambda=1 İçin 1. ve 2. Türevler

Ek 5 Şekil 4.'de 0.01 seviyesinde düzgünleştirilmiş işlem miktarı verileri için birinci ve ikinci türevler gösterilmiştir.



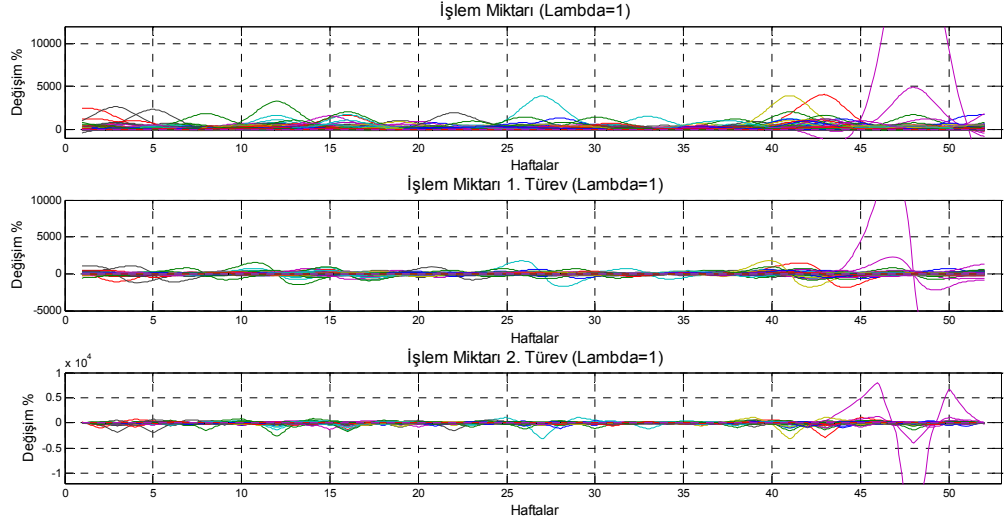
Ek 5 Şekil 4. Lambda=0.01 İçin 1. ve 2. Türevler

Ek 5 Şekil 5.'de 0.1 seviyesinde düzgünleştirilmiş işlem miktarı verileri için birinci ve ikinci türevler gösterilmiştir.



Ek 5 Şekil 5. Lambda=0.1 İçin 1. ve 2. Türevler

Ek 5 Şekil 6.'da 1 seviyesinde düzgünleştirilmiş işlem miktarı verileri için birinci ve ikinci türevler gösterilmiştir.

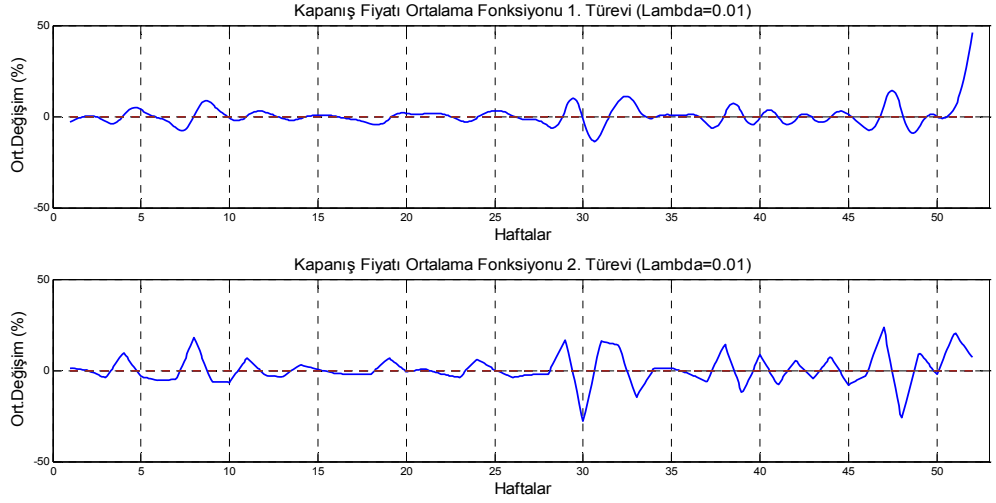


Ek 5 Şekil 6. Lambda=1 İçin 1. ve 2. Türevler

Ek 6

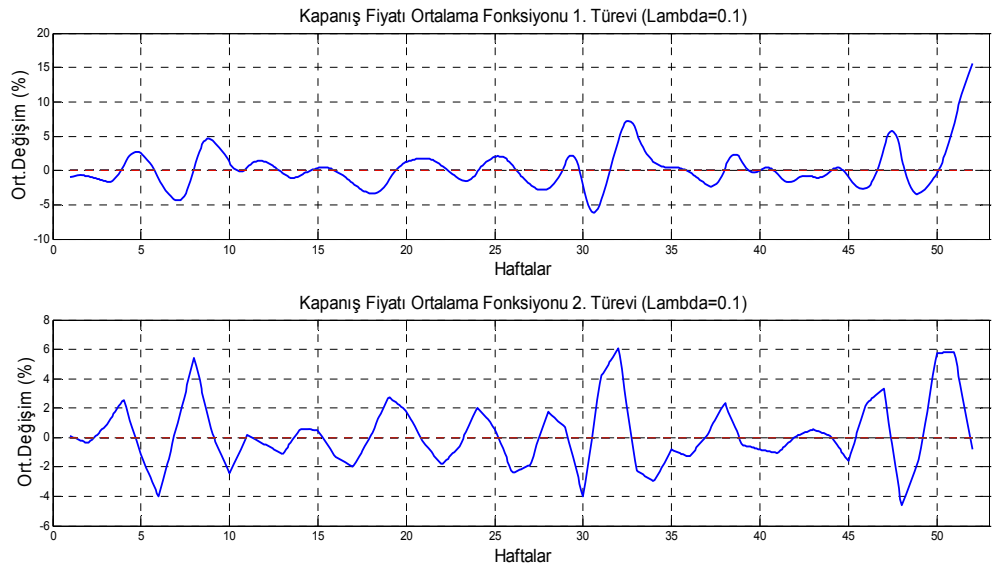
Farklı seviyelerde düzgünleştirilmiş kapanış fiyatı ve işlem miktarı verileri ortalama fonksiyonları için birinci ve ikinci türevler:

Lambda=0,01 için;



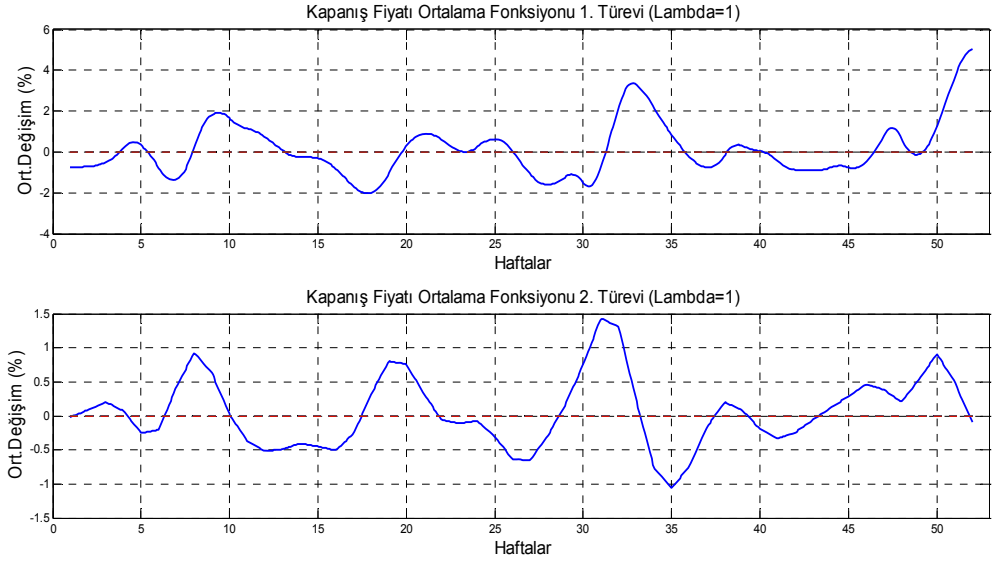
Ek 6 Şekil 1. Lambda =0.01 Seviyesi İçin Kapanış Fiyatı Ortalama Fonksiyonu 1. ve 2. Türevi

Lambda=0,1 için;



Ek 6 Şekil 2. Lambda =0.1 Seviyesi İçin Kapanış Fiyatı Ortalama Fonksiyonu 1. ve 2. Türevi

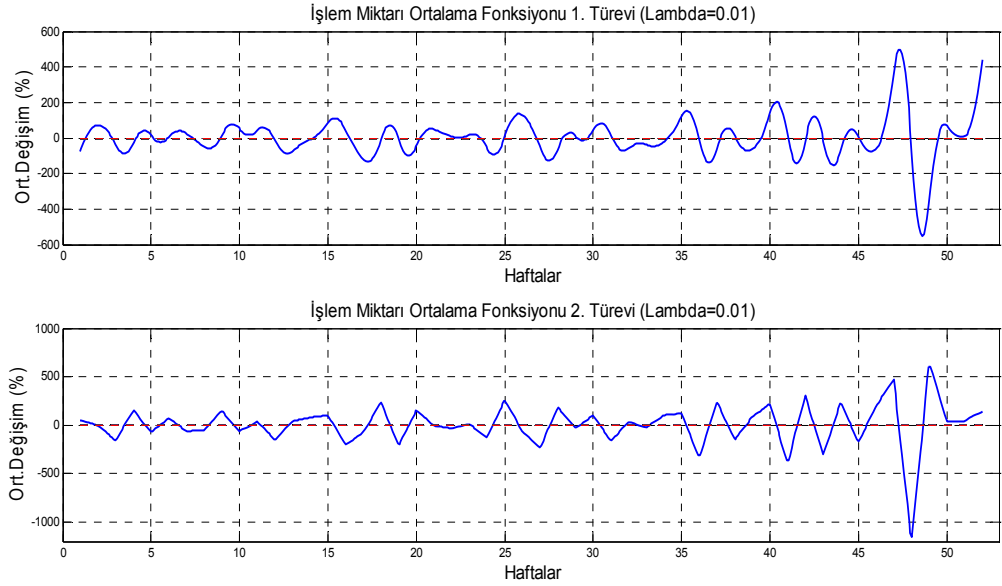
Lambda=1 için;



Ek 6 Şekil 3.Lambda =1 Seviyesi İçin Kapanış Fiyatı Ortalama Fonksiyonu 1. Ve 2. Türevi

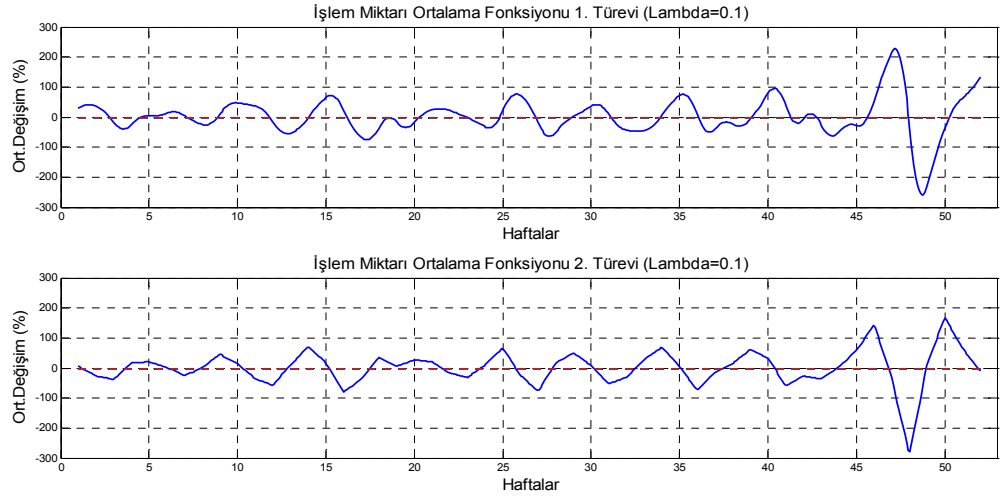
İşlem miktarı verileri ortalama fonksiyonu

Lambda= 0,01 için;



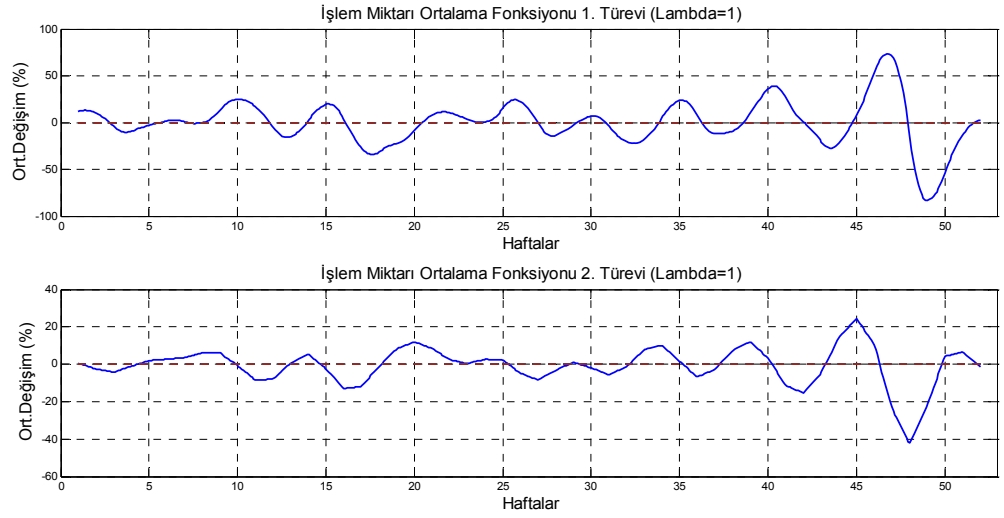
Ek 6 Şekil 4. Lambda =0.01 seviyesi için İşlem Miktarı Ortalama Fonksiyonu 1. ve 2. Türevi

Lambda= 0,1 için;



Ek 6 Şekil 5. Lambda =0.1 seviyesi için İşlem Miktarı Ortalama Fonksiyonu 1. ve 2. Türevi

Lambda= 1 için;



Ek 6 Şekil 6.Lambda =1 seviyesi için İşlem Miktarı Ortalama Fonksiyonu 1. ve 2. Türevi

ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler	
Adı Soyadı	Murat GÜNDÜZ
Doğum Yeri ve Tarihi	Erzurum- 1979
Eğitim Durumu	
Lisans Öğrenimi	Muğla Üniversitesi Fen-Edebiyat Fakültesi İstatistik ve Bilgisayar Bilimleri Bölümü
Y.Lisans Öğrenimi	Atatürk Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü İşletme Anabilim Dalı
Bildiği Yabancı Diller	İngilizce
İş Deneyimi	
Çalıştığı Kurumlar	Kafkas Üniversitesi Kağızman Meslek Yüksekokulu Öğretim Görevlisi(2004-...) K.K. Astsubay Meslek Yüksekokulu Öğretim Elemanı (2004-2005)
İletişim	
E-Posta Adresi	mgunduzkmyo@hotmail.com
Tarih:	02.05.2012