

ATATÜRK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
FİZİK ANABİLİM DALI

**X-IŞINI FLUORESANS TEKNİĞİNDE DAİRESEL
NUMUNELERDE ŞİDDET DAĞILIMININ ÖLÇÜLMESİ VE
MONTE CARLO YAKLAŞIMI**

Gökhan BUDAK

Yönetici : Yrd.Doç.Dr.Yusuf ŞAHİN

Yüksek Lisans Tezi

ÖZET

Kalitatif ve Kantitatif analiz amaçlı x-ışını spektroskopi çalışmalarında, uygun ölçü geometrisi kurulmasının önemi büyüktür.

Bu çalışmada, ince molibden levhalarından hazırlanan uygun numuneler kullanılarak relatif fluoresans şiddetin a) numunenin yarıçapına, b) kolimatör yarıçapına ve c) kaynak-numune mesafesine göre değişimi Monte Carlo simülasyon metodu ile hesaplanmıştır. Bu sonuçların sınanması için, uygun deney geometrileri ve numuneler hazırlanmıştır. Numunelerin uyarılmasında ^{241}Am halka kaynağı ve fotonların sayılmasında Ge(Li) sayacı kullanılmıştır.

Numune boyunca uyarma şiddetinin düzgün (uniform) olmasına rağmen, dedektör tarafından sayılan fluoresans şiddetin düzgün olmadığı görülmüştür. Fluoresans şiddetin numune yarıçapına, kolimatör yarıçapına ve kaynak-numune mesafesine göre değişimi deneysel yoldan da bulunarak bunların Monte Carlo simülasyon metodu ile bulunanlarla uyum içinde oldukları görülmüştür.

SUMMARY

The setting up the convenient measurement geometry is very important for the qualitative and quantitative analysis, in the x-ray spectroscopic studies.

In this study, the change of relative fluorescence intensity due to radius of the sample and collimator and the source-sample distance has been calculated by using the Monte Carlo simulation method by using molybdenum samples prepared from thin plates. The convenient experimental geometries and the samples have been prepared for the comparison of the results. In the excitation of the samples an annular ^{241}Am source is used and the photons are detected by a Ge(Li) detector.

It is found out that the fluorescence intensity is not uniform through the sample surface although the excitation intensity is uniform through the sample surface. Observed change of fluorescence intensity due to the radius of the sample, radius of the collimator and the source-sample distance is in good agreement with the results obtained from Monte Carlo method.

TEŞEKKÜR

Beni bu alıőmaya ynlendiren ve alıőmalarım boyunca yardımlarını esirgemeyen tez hocam sayın Yrd.Do.Dr.Yusuf ŞAHİN'e en iten Őükranlarımı arzederim.

alıőmalarım boyunca bana destek sağlayan ve numunelerin hazırlanmasında yardımcı olan sayın Arő.Gör.Ltf DEMİR ve Atatürk Üniversitesi Fen-Edebiyat Fakültesi Fizik Bölümü elemanları, çalışmada kullanılan bilgisayar programlarının yapılmasında ve çalıőtırılmasında yardımlarını gördüğüm sayın hocam Prof.Dr.Y.Kemal YOğURTçU ve Arő.Gör.Bünyamin YILDIZ'a teşekkür ederim.

Gökhan BUDAK

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
ÖZET	i
SUMMARY	ii
TEŞEKKÜR	iii
İÇİNDEKİLER	iv
1. GİRİŞ	1
2. TEORİK BİLGİLER	3
2.1. X-Işınlarının Madde ile Etkileşmeleri	3
2.2. Diferansiyel Tesir Kesiti	5
2.3. Serbest Atom ve Moleküllerde Fotoelektrik Tesir Kesitleri ve Açısal Dağılımlar.....	8
2.4. Primer Floresans İçin Genel Şiddet Denklemleri	10
2.4.1. Kalın Numuneler İçin Primer Floresans Şiddet	13
2.4.2. İnce Numuneler İçin Primer Floresans Şiddet	14
2.5. X-Işını Spektrumları ve Bunların Kalitatif ve Kantitatif Analizde Kullanılması.....	15

3. METOD	17
3.1. Monte Carlo Metodu.....	17
3.2. Monte Carlo Tekniğini Kullanmanın Fayda ve Sakıncaları	19
3.2.1. Monte Carlo Metodunun Faydaları.....	19
3.2.2. Monte Carlo Metodunun Sakıncaları	20
3.3. Simülasyon Süreçleri.....	20
3.4. Dağılımın Belirlenmesi	22
3.5. Rastgele Sayı Üreteçleri.....	23
3.6. Nokta Kaynak-Silindirik Dedektör	25
3.7. Halka Kaynak-Silindirik Dedektör	27
3.8. Monte Carlo Metodu ile Hesaplamalar	28
4. DENEYSEL ÖLÇÜMLER ve MONTE CARLO YAKLAŞIMI	34
4.1. Numunelerin Hazırlanması	34
4.2. Deney Sistemi ve Deney Geometrisi	35
4.3. Deneysel ve Monte Carlo Verilerinin Elde Edilmesi.....	38
5. SONUÇ VE TARTIŞMA	54
6. EK AÇIKLAMALAR	57
EK1. Dikdörtgen Dağılım	57
EK2. Monte Carlo Programının Akış Diyagramı	59
KAYNAKLAR	62

1. GİRİŞ

X-ışını spektroskopi çalışmaları, kalitatif ve kantitatif amaçlı olarak günümüzde yaygınca devam etmektedir. Uygulama alanı geniş olan bu spektroskopi eczacılık, tıp, çevre sağlığı, endüstri, arkeoloji, madencilik ve daha birçok alanda kullanılmaktadır. Bu çalışmaların sıhhatli bir şekilde yapılabilmesi uygun ölçü geometrisinin kurulmasına bağlıdır.

Bir x-ışını floresans (XRF) spektrometresinde karakteristik x-ışınlarının ölçülen şiddeti, kaynak şiddetine (I_0), temel parametrelerin (kütle ve fotoelektrik tesir kesiti, floresans verim) etkilerine, dedektör verimine ve kolimatör faktörüne bağlıdır ¹⁻². Kolimatör faktörü XRF saymalarında oldukça etkin bir niceliktir. Bu yüzden değişik araştırmacılar bu faktörü çalışmışlardır. Weber ³ boru şeklindeki halka sistemler (tubular systems) için kolimatör faktörünü hesapladı ve XRF analizleri üzerindeki sayma geometrisinin etkilerini araştırdı. Tang ⁴ ve çalışma arkadaşları halka tipi ¹⁰⁹Cd kaynak için Monte Carlo simülasyon metodu kullanarak hedef elementin relatif şiddetlerine göre uygun numune pozisyonunu bulmaya çalıştılar. Sparks⁵, Giauque ve Jaklevic⁶ sayma geometrisini araştırdılar ve çeşitli geometrilerde analitik tam çözümlerin mümkün olamamasından dolayı, hesaplamalarında bazı yaklaşımlar kullandılar. Arinç ve Gardner⁷ Monte Carlo simülasyon metodu kullanarak¹⁰⁹Cd halka tipi bir kaynak ile saf elementlerden hazırlanan numunelerden Compton ve Rayleigh saçılması şiddetlerini hesapladılar, deneysel ve teorik yoldan elde ettikleri spektrumları karşılaştırmalı olarak verdiler.

Bu çalışmanın gayesi halka kaynak ile uyarılan herhangi bir elementin (K,L,M,...) tabakaları için karakteristik x-ışını şiddetlerini, geometrinin değişik durumları için hesaplayacak pratik bir metod sunmaktır. Bunun

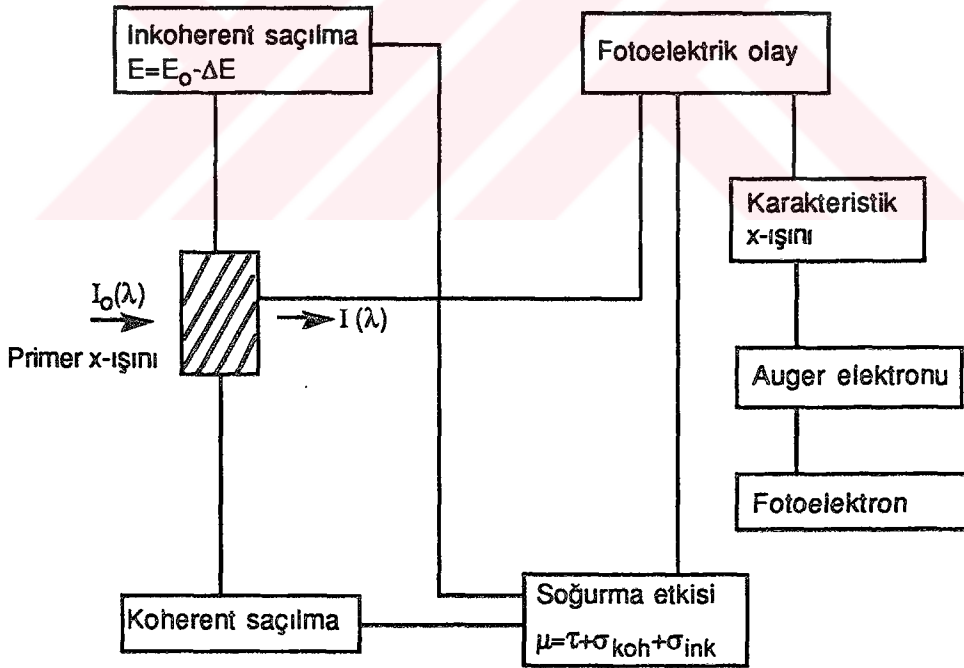
için, XRF spektroskopisinden uygulama alanı geniş olan ^{241}Am radyoizotop halka kaynağı kullanılarak, aynı merkezli, içiçe halkalar şeklinde kesilmiş olan ince levha molibden numunelerinde $K\alpha$ şiddetleri ölçülerek, şiddetin numune yarıçapına bağlı değişimi hem deneysel olarak ölçülmüş hem de Monte Carlo simülasyon metoduna göre teorik olarak hesaplanmıştır. Ayrıca kaynak-numune mesafesi ve kolimatör yarıçapları değiştirilerek şiddet ölçümleri de yapılmıştır.

Laboratuvarımızdaki bu çalışmayla ilgili her bir olay ayrı ayrı taklit edilip, bir Monte Carlo programı hazırlanarak, geometrinin farklı durumları için çok hızlı bir şekilde bilgi sahibi olunmuş ve en ideal yüksek sayım oranları, ölçü geometrisinin boyutlarına bağlı olarak tesbit edilmiştir. Kullanılan bu metodun en avantajlı yanı ise Monte Carlo yaklaşımının program kolaylığı ve hızlı bir şekilde işleyişidir. Böylece uygun deney geometrisinin ve uygun numune büyüklüğünün seçimi kolayca gerçekleştirilebilecektir.

2. TEORİK BİLGİLER

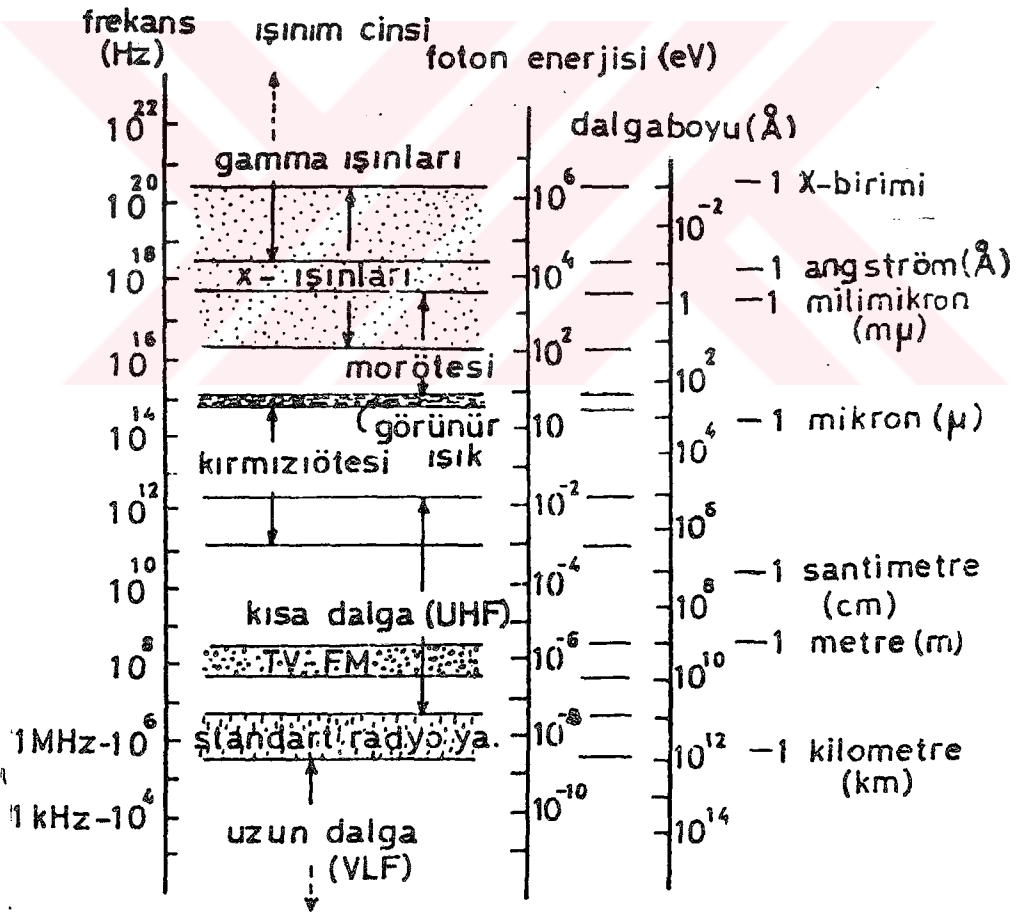
2.1. X-Işınlarnın Madde ile Etkileşmeleri

Elektromagnetik radyasyonun madde ile etkileşmesi modern fizikte çok rastlanan karmaşık bir konudur. Bir x- ışını şuası madde ile etkileşirse, x- ışını şuasının şiddeti azalmaktadır. Şiddette görülen bu azalma dikkatlice incelendiğinde, farklı birkaç etkileşme türünün meydana geldiği ve bu etkileşme türlerinin maddeye gelen x- ışını şua şiddetinin azalmasına sebep olduğunu ortaya çıkarmıştır¹.



Şekil 2.1. Elektromagnetik radyasyonun madde ile etkileşmesi.

X ve γ ışınları, menşeyleri ve dalga boyu aralıkları farklı olan elektromagnetik radyasyonlardır. Bu itibarla x-ışınlarının madde ile etkileşmesi ile ilgili olarak anlatılacak olanlar genelde γ -ışınlarının madde ile etkileşmesi için de geçerlidir. X-ışınları madde üzerine düştüğü zaman çeşitli olaylar meydana getirebilir (şekil 2.1). Bu olayların meydana gelebilme şansı, gelen primer şua ışınlarının enerjilerine, ışının monokromatiklik derecesine, saçıcı maddenin kristal yapısına ve atom numarasına sıkı sıkıya bağlıdır. X-ışınının madde ile etkileşmesinde iki temel olay baskın gelir ki , bunlardan birincisi saçılma diğeri ise fotoelektrik olaydır.



Şekil 2.2. Elektromagnetik spektrum.

Elektromagnetik dalgalar, son derece geniş bir dalga boyu aralığında bulduklarından birbirinden farklı karakterdedirler. Elektromagnetik dalga spektrumu, şekil 2.2'den de görülebileceği üzere, dalga boyu yüzlerce kilometre olan radyo dalgaları bölgesiyle 10^{-3} Å ve daha küçük dalga boyu gama ışınlarını kapsayacak biçimde, çeşitli niteliklerde elektromagnetik dalgaları kapsamaktadır. Spektrumun gözle görülebilen kısmı, tüm spektrumun ancak sınırlı bir kesitinden ibarettir (yaklaşık olarak $\lambda=4200$ Å'luk mor, $\lambda=6600$ Å'luk kırmızı ışık arasındaki bölge, çıplak gözle görülebilmektedir). Dalga boyları ne olursa olsun, tüm elektromagnetik dalgaların boşluktaki yayılma hızları aynı ve ışık hızına (c) eşittir. Buna karşılık dalga boyunun, tam yayılımı üzerindeki etkisi oldukça önemlidir. Sözelimi mor ötesi ışınlarla, kızıl ötesi ışınların (veya dalgaların) hava içindeki yayılma hızlarının aynı olmasına karşın, havanın mor ötesi ışınlar karşı daha soğurucu ve saçıcı karakter taşıması nedeniyle ulaşabildikleri mesafeler birbirinden farklıdır⁹.

2.2. Diferansiyel Tesir Kesiti

Gelen parçacıkların, hedef atomlarıyla etkileşmelerinde, her zaman sadece bir tür reaksiyon meydana getirmeleri gerekmez. Şayet birden fazla reaksiyon meydana gelmişse, her bir tür için tesir kesiti , genellikle farklı olacaktır. Yani değişik etkileşmeler için, değişik tesir kesiti kavramı ortaya çıkacaktır. Bu özel tesir kesitlerine kısmi tesir kesitleri denir ve toplam tesir kesiti bunların toplamına eşittir. Nükleer reaksiyon veya saçılma meydana geldikten sonra, dışarı gönderilen parçacıklar çoğu kez anizotropik dağılım gösterirler ve aynı zamanda, farklı açılarda farklı enerjiye sahip olabilirler. Geliş istikametiyle θ açısı yaparak $d\Omega$ katı açısı içinde saniyede saçılan parçacıkların sayısının bilinmesi önemlidir. Bunun hesabının yapılabilmesi için, açığa bağımlı başka bir tesir kesiti türünün takdim edilmesi gerekir. Bu yeni tesir kesitine diferansiyel tesir kesiti adı

verilir ve birim katı açı başına düşen tesir kesiti olarak tarif edilir.
Bunu $\sigma(\theta, \phi)$ ile gösterirsek,

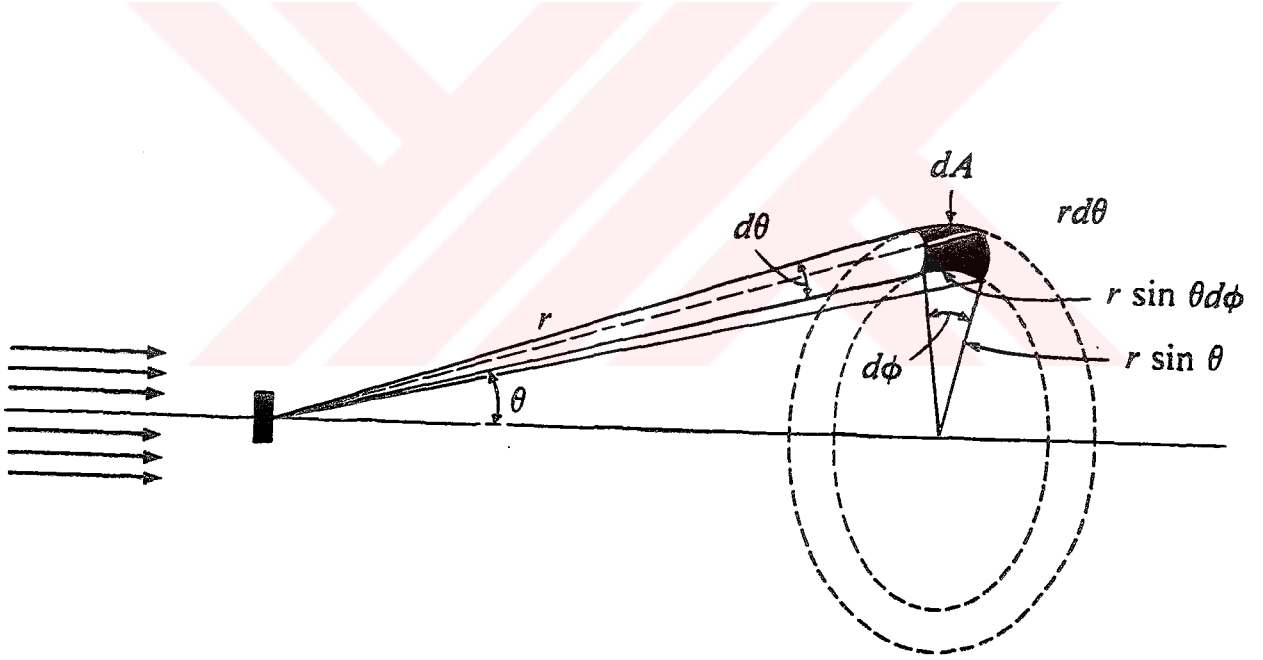
$$\sigma(\theta, \phi) = \frac{d\sigma}{d\Omega} \quad (\text{tesir - kesiti / steradian}) \quad (2.1)$$

şeklinde yazılabilir.

Böylece toplam tesir - kesiti

$$\sigma_T = \int_{\Omega} \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega \quad (2.2)$$

halini alır.



Şekil 2.3. $d\Omega$ katı açısının hesap elemanları.

$d\Omega$ katı açısının değeri şekil 2.3'ün yardımı ile;

$$d\Omega = \frac{\text{alan}}{(\text{mesafe})^2} = \frac{dA}{r^2} = \frac{(rd\theta)(r\sin\theta d\phi)}{r^2} = \sin\theta d\theta d\phi \quad (2.3)$$

ifadesiyle verilebilir. Toplam katı açısı,

$$\Omega = \int_{\Omega} d\Omega = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \sin\theta d\theta d\phi = 4\pi \quad (2.4)$$

ve katı açısı kesri ise,

$$\frac{d\Omega}{\Omega} = \frac{A}{r^2} \frac{1}{4\pi} = \frac{A}{4\pi r^2} \quad (2.5)$$

olur. σ_T , toplam tesir kesiti (2.2) ve (2.3) bağıntıları birleştirilerek bulunabilir:

$$\sigma_T = \int_{\Omega} \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega = \int \frac{d\sigma}{d\Omega} \sin\theta d\theta d\phi \quad (2.6)$$

Şayet diferansiyel tesir kesiti, ϕ 'den bağımsız ise toplam kesir kesiti (ϕ üzerinden integral alındıktan sonra)

$$\sigma_T = 2\pi \int_0^{\pi} \frac{d\sigma}{d\Omega} \sin\theta d\theta \quad (2.7)$$

şeklinde bulunabilir. Burada $d\sigma / d\Omega = \sigma(\theta)$ diferansiyel tesir kesitidir.

Diferansiyel tesir kesiti hesabının faydası, sadece enerjiye bağlı kısmi tesir kesitinin bulunmasında olmayıp, aynı zamanda tesir kesitinin yöne

bağımlılığının saçılmanın cinsine göre olduğu gerçeğinin bulunmasında da vardır¹⁰.

2.3. Serbest Atom ve Moleküllerde Fotoelektrik Tesir Kesitleri ve Açısal Dağılımlar

Fotoelektrik tesir kesiti belli bir enerjideki foton akısıyla bir alt tabakadan bir fotoelektronun uyarılması ihtimalini temsil eder. Bu bakımdan fotoelektrik tesir kesiti, gözlenen bir fotoelektron pikinin şiddeti ile doğru orantılı olmalıdır. Bu tesir kesiti aynı zamanda foton ilerleme ve elektron salma doğrultuları arasındaki açığa da bağlıdır. Serbest atomlar için "bir elektron kuramının" varsayımları ve öngörülleri şöyle özetlenebilir:

a) Fotonun etkisi ile değişme olduğu düşünülür.

b) Başlangıçtaki bir elektron yörüngesi (σ_k) ile sürekli σ_c fotoelektron yörüngesi arasındaki etkileşmenin (σ_k ve σ_c , arasında rol oynayan) bir elektrik dipol operatörü ile tanımlandığı varsayılır.

Fotonun dalga boyunun, $AlK\alpha$ ve $MgK\alpha$ x-ışınlarının $\lambda \sim 10\text{\AA}$ luk dalga boylarında olduğu gibi, σ_k 'nin uzay boyutu yanında uzun olması halinde bu iyi bir yaklaşımdır. Bu varsayıma "geciktirme olayının önemsenmemesi" denir.

c) Çok elektronlu atomun dalga fonksiyonu Slater determinanti vasıtasıyla ifade edilirse, fotosoğurma sırasında bu determinanтта yalnız tek bir elektron yörüngesinin değiştiği varsayılır. Başka bir deyimle bir elektron, diğer bütün yörüngeler aynı kalmak üzere, σ_k 'dan σ_c 'ye uyarılır. Bu bakımdan σ_c yörüngesi E_{kin} enerjisi ile bağımlıdır.

Bu varsayımlar altında k yörüngesinden c yörüngesine geçiş tesir kesiti,

$$\sigma_{k,c}(E_{kin}) = \frac{4\pi\alpha a_0^2}{3} hv \left| \int \varphi_k \bar{r} \varphi_c dt \right|^2 \quad (2.8)$$

ile verilir.

Burada, α ince yapı sabiti, a_0 Bohr yarıçapı ve son terim φ_k ile φ_c arasındaki, bir elektron dipol matris elemanının karesidir. Bunun φ_k dan uyarılma ile elde edilebilen bütün son φ_c durumları üzerinden toplamı ve verilen bir n,l alt tabakası için çeşitli φ_k yörüngeleri üzerinden ortalaması alınırsa toplam alt tabaka tesir kesiti,

$$\sigma_{n,l}(E_{kin}) = \frac{4\pi\alpha a_0^2}{3} \left[E_{kin} + B.E(n,l) \right] \left[\left| R_{E_{kin},l-1} + (l+1)R_{E_{kin},l+1} \right|^2 \right] \quad (2.9)$$

elde edilir.

Burada B , $E(n,l)$ alt tabakasının bağlanma enerjisi, $E_{kin} + B.E(n,l)=hv$ ve $R_{E_{kin},l\pm 1}$, φ_k ile φ_c arasındaki bir elektron, dipol matris elemanlarının hepsinde bulunan radyal integrallerdir¹¹.

$$R_{E_{kin},l\pm 1} = \int_0^\infty P_{n,l}(r)r P_{E_{kin},l\pm 1}(r) dr \quad (2.10)$$

Burada $P_{n,l}(r)$, φ_k yörüngesinin, $P_{E_{kin},l\pm 1}$ 'de sürekli φ_c yörüngesinin radyal kısımlarıdır. $l+1$ ve $l-1$ sürekli, yörüngeleri dipol seçim kuralı ile izin verilenlerdir.

Toplam alt tabaka tesir kesiti $\sigma_{n,l}(E_{kin})$ foton yayılma doğrultusuna göre bütün yayılma doğrultuları üzerinden, alınan integrali gösterir. Fotoelektron yayınlanmasının açığa bağımlılığı,

$$\frac{d\sigma_{n,l}(E_{kin})}{d\Omega} \quad (2.11)$$

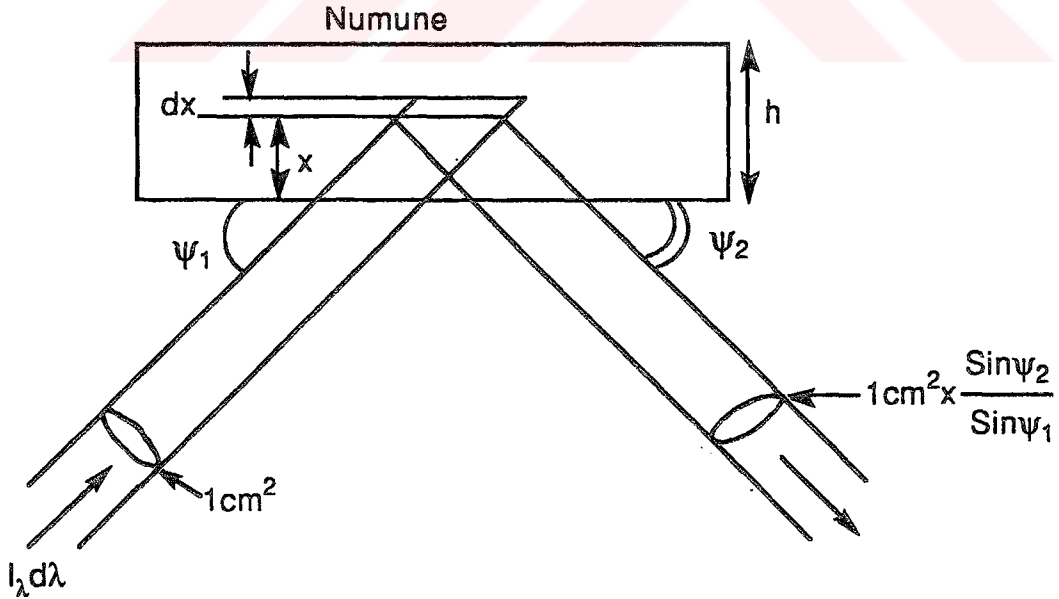
diferansiyel tesir kesiti cinsinden ifade edilebilir:

$$\frac{d\sigma_{n,l}(E_{kin})}{d\Omega} = A+B \sin^2 \theta \quad (2.12)$$

Burada θ , foton yayılma ve fotoelektron yayınlama doğrultuları arasındaki açı, A ve B ise sabitlerdir.

2.4. Primer Floresans İçin Genel Şiddet Denklemleri

Primer floresans denklemleri birçok araştırmacı tarafından birbirine çok yakın olarak çıkarılmışlardır^{1,2,8,12,13}. Primer şuanın spektral I_λ şiddet dağılımında, paralel ve ψ_1 geliş açısı ile geldiğini, kolimatör aralığına yönelen floresans şuanın numuneden çıkış açısının da ψ_2 olduğunu farzedelim.



Şekil 2.4. Primer floresans şiddetin hesap elemanları.

Bu kabullerle, aşağıdaki denklemler yalnız $K\alpha$ çizgisinin yayınlanmasını örneklemek için çıkarılmıştır. x ile $x+dx$ arasındaki hacim elemanı ve λ ile $\lambda+d\lambda$ arasında bulunan uyarıcı spektral bandın toplam fluoresans şiddete (P_i), $dP_i(\lambda, x)$ katkısı aşağıdaki faktörlere bağlıdır.

1. Hacim elemanına ulaşan a şiddeti, ki bu gelen $(I_\lambda d\lambda)$ şiddetin $x/\text{Sin}\psi_1$ mesafesini geçerken zayıflaması sonucu ortaya çıkan şiddettir. Yani ;

$$a = I_\lambda d\lambda \exp[-\mu_{s,\lambda} \rho x / \text{Sin}\psi_1] \quad (2.13)$$

dir. Burada $\mu_{s,\lambda}$, λ dalga boyulu fotonlar için numunenin kütle soğurma katsayısı, ρ ise numunenin yoğunluğudur.

2. Numunenin x derinliğinde bulunan dx kalınlığındaki hacim elemanında soğurulan primer radyasyonun kesri,

$$\mu_{s,\lambda} \rho dx / \text{Sin}\psi_1 \quad (2.14)$$

ile verilir.

Fakat sadece $\mu_{i,\lambda}$ kütle soğurma katsayılı fluoresans element tarafından soğurulanların kesri $C_i \mu_{i,\lambda} / \mu_{s,\lambda}$ dir. Burada C_i , i . elementin konsantrasyonudur. Buna göre hacim elemanında i . element tarafından soğurulanların kesri ;

$$b = C_i \mu_{i,\lambda} \rho dx / \text{Sin}\psi_1 \quad (2.15)$$

ile verilir.

3. $K\alpha$ fluoresans yayınlanımı uyarma faktörü (E_i) ve soğurulan fotonların sayısının çarpımı ile elde edilir:

$$I_{K\alpha} = E_i \cdot b \quad (2.16)$$

Burada

$$E_i = \frac{r_{k-1}}{r_k} W_k g_{K\alpha} \quad (2.17)$$

olup, bu üç ihtimalin çarpımıdır: r_{k-1}/r_k , K tabakası için sıçrama soğurma katsayısı W_k , K tabakası için fluoresans verim, $g_{K\alpha}$ ise K çizgilerine tercihen $K\alpha$ yayınlanma ihtimalidir.

4. Floresans radyasyon, her yönde uniform olarak yayınlanır ve kolimatöre girenlerin kesri,

$$c = d\Omega / 4\pi \quad (2.18)$$

dir. Burada $d\Omega$, kolimatör tarafından tanımlanan katı açıdır.

5. Kolimatör yönünde yayınlanan λ_i dalga boylu floresans radyasyon, numunede $x/\text{Sin}\psi_2$ mesafesi boyunca soğurulmaya uğrayabilir ve geçenlerin kesri,

$$d = \exp[-\mu_{s,\lambda_i} \rho x / \text{Sin}\psi_2] \quad (2.19)$$

ile verilir. Burada μ_{s,λ_i} , λ_i dalga boylu fotonlar için numune kütle soğurma katsayısıdır.

Söz konusu hacim elemanından i. elemente ait olarak gelen şiddet $dP_i(\lambda, x)$, yukarıda tanımlanan a, b, c, d, E_i ve $\text{Sin}\psi_1/\text{Sin}\psi_2$ terimlerinin çarpımından ibaret olup, bunun yeniden düzenlenmiş hali,

$$dP_i(\lambda, x) = \frac{d\Omega}{4\pi} E_i C_i \frac{\rho}{\text{Sin}\psi_2} \mu_{i,\lambda} I_\lambda d\lambda \exp \left[-\rho x \left(\frac{\mu_{s,\lambda}}{\text{Sin}\psi_1} + \frac{\mu_{s,\lambda_i}}{\text{Sin}\psi_2} \right) \right] dx \quad (2.20)$$

dir.

Numuneye gelen $I_\lambda d\lambda$ radyasyonunun uyarılmasıyla meydana gelen floresans şiddet, bu ifadenin $x=0$ 'dan $x=h$ 'ye kadar integre edilerek bütün numune için genelleştirilmesiyle elde edilir:

$$P_i(\lambda) = \frac{d\Omega}{4\pi} E_i C_i \left[1 - \exp \left[-\rho h \left(\frac{\mu_{s,\lambda}}{\text{Sin}\psi_1} + \frac{\mu_{s,\lambda_i}}{\text{Sin}\psi_2} \right) \right] \right] \frac{\mu_{i,\lambda} I_\lambda d\lambda}{\mu_{s,\lambda_i} + \frac{\text{Sin}\psi_2}{\text{Sin}\psi_1} \mu_{s,\lambda}} \quad (2.21)$$

Burada, λ' yi λ_0 dan $\lambda_{\text{abs},i}$ ye kadar alarak λ üzerinden integral almak suretiyle tüm uyarıcı fotonların da hesaba katıldığı

$$P_i(\lambda) = \frac{d\Omega}{4\pi} E_i C_i \int_{\lambda_0}^{\lambda_{abs,i}} \left[1 - \exp \left[-\rho h \left(\frac{\mu_{s,\lambda}}{\sin\psi_1} + \frac{\mu_{s,\lambda i}}{\sin\psi_2} \right) \right] \right] \frac{\mu_{i,\lambda} I_\lambda d\lambda}{\mu_{s,\lambda i} + \frac{\sin\psi_2}{\sin\psi_1} \mu_{s,\lambda}} \quad (2.22)$$

şeklinde bulunur.

Fluoresans şiddet için bulunan bu denklem genel bir denklemdir. Ancak bu denklemi kalın ve ince numuneler için incelemenin sağlayacağı pratik faydalar vardır.

2.4.1. Kalın Numuneler için Primer Fluoresans Şiddet

h 'nin büyüklüğü, denklemdaki exponansiyel terimi, diğer terimlerle karşılaştırıldığında ihmal edilebilecek kadar küçük yapıyorsa bu tür numuneler kalın numune olarak tanımlanmaktadır. Bu durumda geometrik faktör

$$A = \frac{\sin\psi_1}{\sin\psi_2} \quad (2.23)$$

olmak üzere denklem (2.22)

$$P_i = \frac{d\Omega}{4\pi} \cdot A E_i C_i \int_{\lambda_0}^{\lambda_{abs,i}} \frac{\mu_{i,\lambda} I_\lambda d\lambda}{\mu_{s,\lambda} + A \mu_{s,\lambda i}} \quad (2.24)$$

şekline indirgenir. Bu formül çok önemlidir, çünkü, pratikte analitik maksatlar için kullanılan numunelerin birçoğu genellikle birkaç milimetreden daha kalındır. Gerçekte birçok hallerde $h, 1$ mm'den daha küçük olabilir ama exponansiyel terimdeki diğer parametrelerin farklı büyüklüklerine bağlı olarak numune yine de kalın olarak düşünülebilir.

2.4.2. İnce Numuneler İçin Primer Floresans Şiddet

Denklem (2.22)'de parantez içindeki terim $1-\exp(-\epsilon)$ şeklinde yazılırsa h'nin çok küçük olması halinde bu terim büyük bir yaklaşıklıkla ϵ 'ye eşit olur.

O zaman floresans şiddet,

$$P_i = \frac{d\Omega}{4\pi} E_i \frac{\rho}{\sin\psi_2} h C_i \int_{\lambda_0}^{\lambda_{abs,i}} \mu_{i,\lambda} I_\lambda d\lambda \quad (2.25)$$

şekline dönüşür. Numunede birim alan başına düşen floresans elementin kütlesi,

$$m_i = \rho h C_i \quad (2.26)$$

dir. Denklem (2.25)'de $\rho h C_i$ dışındaki parametreler,

$$G_i = \frac{d\Omega}{4\pi} \frac{E_i}{\sin\psi_2} \int_{\lambda_0}^{\lambda_{abs,i}} \mu_{i,\lambda} I_\lambda d\lambda \quad (2.27)$$

fluoresans elemente ve deney şartlarına bağlı olan fakat numuneden bağımsız bir sabittir.

Böylece denklem (2.25)

$$P_i = G_i m_i \quad (2.28)$$

şeklinde yazılabilir. Bu denklem, floresans elementin konsantrasyonu ve floresans şiddet arasındaki direkt bir ilişki olduğunu ortaya koyar. Bununla birlikte, hesaplar sadece birkaç bin veya birkaç Å kalınlığındaki çok ince numunelerde bunun doğru olduğunu göstermektedir.

2.5. X-Işını Spektrumları ve Bunların Kalitatif ve Kantitatif Analizlerde Kullanılması

X-ışınlarının Roentgen tarafından keşfi araştırmacılara x-ışınlarının özelliklerini inceleme fırsatı vermiştir. Karakteristik x-ışını spektrumu kullanılarak miktar analizi çalışmaları ilk olarak Moseley¹⁴ tarafından 1913 yılında yapılmıştır.

1928'de Glocker ve Schreiber¹⁵ ikinci x-ışını yayınlama spektrometresini uygulamaya koymuş, bundan 20 yıl sonra Friedman ve Birk¹⁶ x-ışını floresans spektrometresinin ilk ticari modelini geliştirmişlerdir. Bunu müteakiben x-ışını floresans tekniği ile kalitatif ve kantitatif amaçlı analizler yapılmaya başlanmıştır. Bu analizler primer foton veya parçacıklar ile numunenin uyarılması sonucu, numuneden çıkan karakteristik x-ışınlarının enerjilerini ve sayılarını tesbit etmek suretiyle yapılmaktadır.

Element analizleri, analiz taleplerine göre üç ana başlıkta verilebilir.

1. Numunenin major bileşenlerinin ($C_i > 10^{-2}$) tayinleri, yeni sentezlenen bileşiklerin formüllerinin bulunması, bilinen bileşenlerin saflık kontrolleri veya endüstriyel ürünlerin kalite kontrollerinin yapılması.
2. Ancak düşük tayin sınırlarına sahip olan metodlar minör element ($10^{-4} < C_i < 10^{-2}$) ve eser element ($C_i < 10^{-4}$) tayinlerinin yapılması. Eser element analizleri özellikle yarıiletkenlerin ve reaktörde kullanılan maddelerin saflık kontrollerinde, hava ve su kirliliği denetimlerinde ve tıpta vücut sıvılarının tetkikinde kullanılmaktadır.
3. Minerallerin, kaynakların, yapı malzemelerinin ve katalizörlerin yüzeylerinde element dağılımlarının tesbitinin yapılması.

Spektroskopik metodlarla numunelerin kantitatif analizlerinde analit

konsantrasyonları değiştirilerek kalibrasyon eğrileri hazırlanmaktadır. Bu kalibrasyon eğrileri hazırlanırken ya numune kalınlığı sabit kalmakta ya da ilave analit miktarı kalınlık artışının az olacağı düşünülerek analizi yapılacak numuneye fazladan ilave edilmektedir. Her iki halde de numune kompozisyonunun değişmesi söz konusu olup bu durumda soğurma ve şiddetlendirme etkilerinden dolayı lineerlikten bir sapma gözlenecektir. Ayrıca x-ışını spektrometrik çalışmaların çoğunda kalın numuneler kullanılmakta ve bu tür numunelerde gerek uyarıcı radyasyonun ve gerekse karakteristik x-ışınlarının numune ile etkileşmeleri söz konusu olup, gerçek denel şiddetin bulunmasında bir öz soğurma düzeltmesinin yapılması gerekmektedir¹⁷.



3. METOD

3.1. Monte Carlo Metodu

Monte Carlo metodu, istatistik teknikler kullanılarak gerçek bir sistemin modelini tasarlama sureci ve sistemin işlemesi için sistemin davranışlarını anlamak veya değişik stratejileri değerlendirmek amacıyla, bir model üzerinde denemeler yapmaktır.

Bu metod rastgele niceliklerin örneklenmesi ile fiziksel ve matematiksel problemleri zmede bir yaklaşım metodudur.

Monte Carlo metodunun 1949 yılında "The Monte Carlo Method"¹⁸ isimli makalenin yayınlanması ile birlikte ortaya çıktığı kabul edilir. J.Neyman ve S.Ulam bu metodun ortaya çıkışındaki Amerikan matematikileridir. Eski Sovyetler Birliğinde Monte Carlo metodu üzerine ilk makaleler 1955 ve 1956 da yayınlandı. Metodun teoriksel temeli uzun zamandan beri biliniyordu. 19. Yüzyılın sonu ile 20.Yüzyılın başlarında istatistiksel problemler, bazen rastgele seçimler yardımıyla üzüldü. Bilgisayarların ortaya çıkmasından önce bu metod çok emek ve zaman kaybı ile rastgele niceliklerin simülasyonların elle yapılmasından dolayı yaygın olarak uygulanamadı. Metodun yaygın olarak kullanılması bilgisayarların doğuşundan sonra başlamıştır. Metod, ismini meşhur kumar merkezi olan Monte Carlo şehrinden almıştır. Rastgele sayıların elde edilmesinde geliştirilmiş en basit mekanik aletlerden biri rulet tekerleęidir²⁹.

Bu metod, fizik ve matematikte olduğu kadar biyoloji, tıp, kimya, mühendislik ve hatta sosyal bilimlerde de çeşitli deneyler ve olayların örneklenmesinde kullanılmaktadır.

Monte Carlo metodunda model kurma ve modelin analitik olarak kullanımı simülasyon sürecini oluşturur. Monte Carlo metodu ile modelleme :

- a) Sistemin davranışını tanımlama
- b) Teori ve hipotez kurma
- c) Kurulan teoriyi sistemin gelecekteki davranışlarını tahmin etmek için kullanma, şeklinde bir deneme ve uygulama metodolojisidir.

Model; bir objenin, bir sistemin veya bir fikrin temsilidir. Modelin amacı; sistemi açıklamak, anlamak ve iyileştirmek hususlarında bize yardımcı olmasıdır. Bu metod, modelleme tiplerinden biridir. Modelleme ise yeni bir kavram değildir.

Modellerin;

- a) Düşünmeye yardım etme
- b) Haberleşmeye yardımcı olma
- c) Eğitime hizmet etme
- d) Tahmin aracı olma
- e) Denemelere yardım etme

gibi fonksiyonları vardır.

Monte Carlo metodu bir teori değildir, ama problemi çözmek için bir metodolojidir. Burada akla gelen sorulardan biri "Monte Carlo metodu ne zaman faydalıdır?" sorusudur. Aşağıdaki şartlardan biri veya birkaçı bulunduğu zaman simülasyona başvurulmalıdır¹⁹.

- a) Ya problemin tam bir matematik formülasyonu mevcut değildir veya matematik modeli analitik metotla çözümünü henüz bulunamamıştır.
- b) Analitik metodlar çözüm için elverişlidir, ancak matematik metodlar çok karmaşıktır.
- c) Analitik çözümler vardır ve kullanılabilir ama problem üzerinde çalışanlarda bu bilgiler yoktur.

d) Belirli parametrelerin tahmin edilebilmesi için simülasyon tek yol olabilir.

e) Deneme yapma açısından simülasyon tek yol olabilir.

f) Sistemlerin veya süreçlerin davranış karakteristiklerini ortaya koymak zaman gerektirebilir.

İleri düzeyde bulunan ülkelerde yapılan araştırmalar bu metodun en fazla kullanılan teknikler arasında olduğunu göstermiştir. Başarılı Monte Carlo modelinin geliştirilmesi pahalı, zaman alıcı ve hünere gerektirir. Kurulan model doğru çözülmez ise yanlış sonuçlar doğurabilir. Bir Monte Carlo modelinin kurulması çoğu yazarlarca bir sanat olduğu belirtilmektedir. Zaten genel olarak model kurma, bir bilimden ziyade bir sanattır.

3.2. Monte Carlo Tekniğini Kullanmanın Fayda ve Sakıncaları

3.2.1. Monte Carlo Metodunun Faydaları

a) Sistemin modelini kurduktan sonra, farklı durumların analizi için istenildiği kadar kullanılabilir.

b) Monte Carlo tekniği, sistem verilerinin detaylı olmadığı durumlarda elverişlidir.

c) Bu model üzerinde daha sonra yapılacak analizler için veri, çoğu kez hayatta olduğundan daha ucuz elde edilir.

d) Bir sistemdeki dahili karmaşık etkileri etüd etme ve bunlar üzerinde deney yapma imkanı sağlar.

e) Değişik şartlar altında sistemin nasıl olacağı hakkında çok az veya hiçbir veriye sahip olmaksızın yeni durumlar üzerinde deney yapma amacıyla kullanılır²⁰.

3.2.2. Monte Carlo Metodunun Sakıncaları

- a) Bir sistemin bilgisayar Monte Carlo metodunu kurmak ve geçerli olduğunun gösterilme maliyeti çok yüksektir. Genel olarak her bir sistem için ayrı bir program yazma gereği vardır.
- b) Kurulan bir Monte Carlo programının bilgisayarda çalışması çok zaman alabilir. Bunun ise maliyeti yüksektir.
- c) Araştırmacılar, bu metodu öğrendikten sonra onu, analitik metodun daha uygun olduğu durumlarda da kullanma eğilimindedirler.

3.3. Simülasyon Süreçleri

Gerçek sistemlerin davranışını araştırmak için kullanılan simülasyon çalışmalarının aşamaları aşağıda verilmiştir ¹⁹.

1. Sistem Tanımı :

Sistemin sınırlarını, kısıtlamalarını ve etkinlik ölçüsünü belirleme aşamasıdır.

2. Modeli Formüle Etme :

Sistemi soyutlamak veya indirgemek için mantıksal bir akış diyagramına aktarma işlemidir.

3. Veri Derleme :

Modelin gerektirdiği verileri tanımlama ve onları kullanabilecek ölçülere indirgeme aşamasıdır.

4. Modelin Dönüştürülmesi

Simülasyonun yapılacağı bilgisayar diline, modelin tercüme edilmesidir.

5. Modelin Geçerliliğini Araştırma :

Modelin güven seviyesini kabul edilebilir hale getirme ve gerçek sistem hakkında modelden yorum yapma aşamasıdır.

6. Stratejik Planlama:

İstenilen bilgiyi sağlıyacak olan bir denemenin tasarımıdır.

7. Taktik Planlama:

Tasarımı yapılan denemede tanımlanan şarlara ait testlerin nasıl yapılacağının belirlenmesidir.

8. Deneme:

İstenilen veriler ile simülasyonu icra etme ve duyarlılık analizlerini yapma aşamasıdır.

9. Yorum :

Simülasyon sonuçlarını kullanarak, sistemin davranışı hakkında bilgi sahibi olmaktır.

10. Uygulama:

Modeli ve sonuçları kullanıma koymaktır.

11. Belgeleme:

Proje faaliyetlerini raporlama ve model kullanımını dökümante etme aşamasıdır.

Belirtilen aşamalar arasında 5. aşama olan modelin geçerliliğini araştırmadan veya modeli değerlendirdikten sonra model reddedilirse, tekrar modelin formüle edilmesi aşamasına dönülür.

3.4. Dağılımın Belirlenmesi

Normal, poisson, dikdörtgen, binom, gama v.b. gibi teorik dağılımlarla belirlenebilen olayların gözlem veya tecrübe verilerine, bu dağılımlar uydurulabilir. Uydurma işlemi ise dağılım parametrelerinin belirlenmesi anlamına gelmektedir. Popülasyon dağılımı iki parametrenin fonksiyonudur ve çoğu kez bu parametreler örnek ortalaması ve örnek varyansdır.

Gruplanmış veriler için,

$$n = \text{toplam örnek hacmi} = \sum_{i=1}^k F_i$$

k = sınıf ve aralık sayısı

F_i = i . sınıf ve aralık frekansı

M_i = kesikli veri üzerinde çalışılması halinde i . aralıktaki orta değeri veya i . sınıfın değeri olmak üzere ortalama ve varyans,

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^k M_i F_i}{n} \quad S^2 = \frac{\sum_{i=1}^k M_i^2 F_i - n\bar{X}^2}{n-1}$$

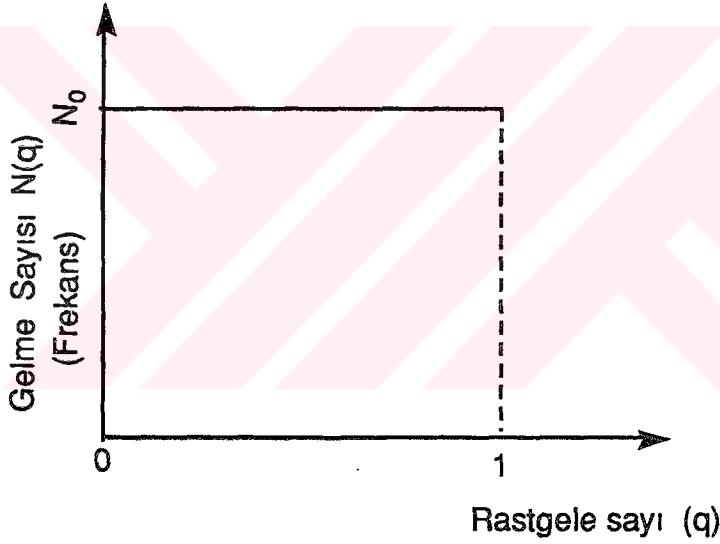
formülü ile hesaplanır²⁸.

Sistem elemanlarının bazıları stochastic (tahmini, hedefe ulaşmak için en uygun imkanları seçme işlemleri) davranış gösterirse, simülasyon çalışmaları sırasında çoğu kez ortaya çıkan problem, gözlem frekanslarının teorik frekanslar kümesine uygunluğunun test edilmesidir. Bu durumda eldeki veriler veya örnek değerlerin teorik ihtimal dağılımından gelip gelmediğinin araştırılması gerekir.

3.5. Rastgele Sayı Üreteçleri

Belli bir ölçme veya deneyde bulunabilecek değerler kümesi bir gelişigüzel sayı kümesi oluşturur. Gelişigüzel sayılar kümesinde herhangi bir sayının gelme ihtimali ötekilerden farklı olabilir. İhtimaller aynı ise böyle kümeye düzgün (uniform) dağılımlı rastgele sayılar kümesi denir.

Sayısal olarak bir deneyi veya olayı taklik etmek için temel araç 0-1 arasında değerler alan düzgün dağılımlı sayılar kullanmaktır. q ile gösterilen bu sayıların dağılımı Şekil 3.1'de görüldüğü gibidir²².



Şekil 3.1. Rastgele sayı (q) dağılımı.

Dağılımın özelliğinden dolayı düzgün dağılışa dikdörtgen dağılış da denir. Şans üreteçlerinde girilen ilk sayıya çekirdek sayı adı verilir. Bu üreteçler ne kadar iyi olursa olsun şüphe ile bakılmalıdır.

Aşağıda önemli bazı sayı üreteçleri verilmiştir.

$$a) n_{i+1} = 5^{13} n_i \pmod{2^{31}} \quad (3.1)$$

Bu üreteç 1985'de teklif edilmiş ve oldukça başarılı sonuç vermiştir. Burada $i=1,2,\dots,n$ değerlerini alır. n_{i+1} , n_i tamsayı değerlerinin değişimine bağlı tamsayı değişken takımlarıdır. $\text{Mod}2^{31}$ 'in anlamı, i 'nin her bir değeri için n_{i+1} değerinin 2^{31} bölümünden kalan tamsayıdır.

$$b) n_{i+1} = 16807 n_i \pmod{2^{31}-1} \quad (3.2)$$

Bütün testlerden geçmiş fakat spektral testte kaybetmiştir, ama yine de oldukça başarılı bir sayı üreticidir.

$$c) n_{i+1} = 764261123 n_i \pmod{2^{31}-1} \quad (3.3)$$

$$d) n_{i+1} = 69069 n_{i+1} \pmod{2^{32}} \quad (3.4)$$

Bir rastgele sayı üreticinin iyi sayılabilmesi için periyodun çok büyük olması gerekir. Periyodun büyük olması demek, üreteçde bir sayının bir daha tekerrür edebilmesi için arada çok fazla sayının geçmesi demektir. Bu çalışmada denklem (3.2)'deki sayı üretici kullanılmıştır. Bu üreticinin bilgisayar program dilinde yazılması için belli aşamalardan geçmesi gerekir yani bir adaptasyon işleminin uygulanması gerekir ki bunlar içinde tavsiye edilecek adaptasyon şekli

$$K_{i+1} = A K \pmod{M} \quad (3.5)$$

dir. Burada K_{i+1} , K , A ve $\text{Mod}M$ denklem (3.1) ile aynı anlamdadır. Fortran programlama dilinde bu üreticiyi uyguluyabilmek için,

$$K_{i+1} = 16807 K_i \pmod{2147483647} \quad (3.6)$$

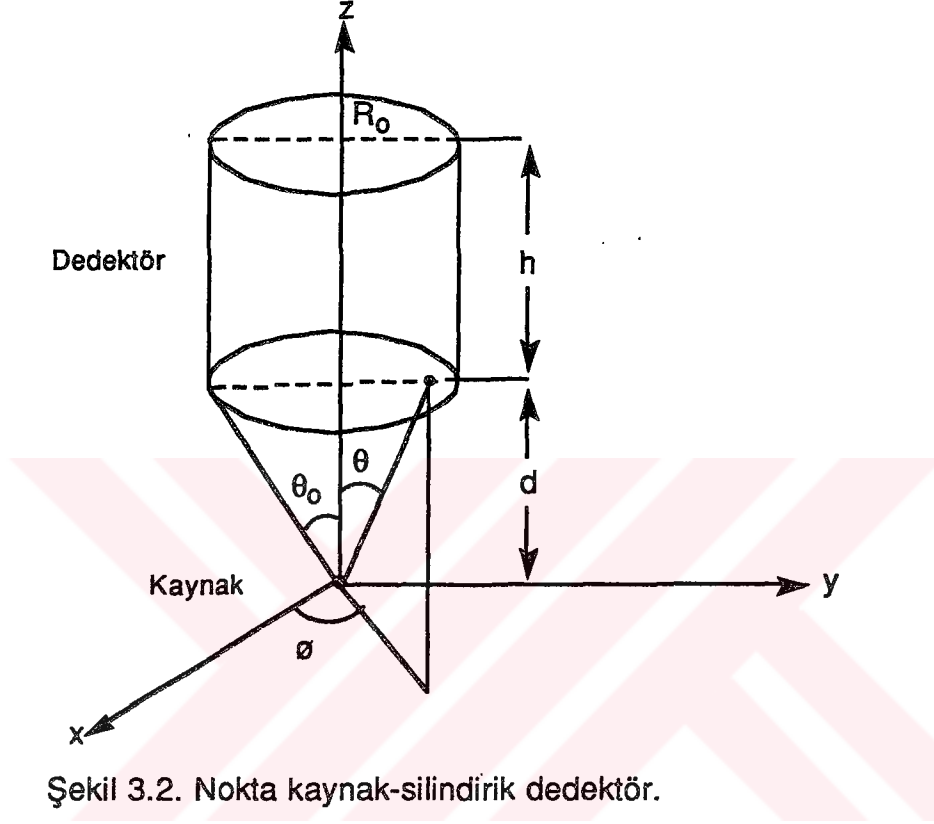
bu işlemi parçalı kısımda yapıp programlamak gerekir. Bilgisayarlar 32 bit olduğundan 2147483647 sayısının

$$M= AB+C$$

(3.7)

şeklinde yazılması gerekir²¹.

3.6. Nokta Kaynak-Silindirik Dedektör

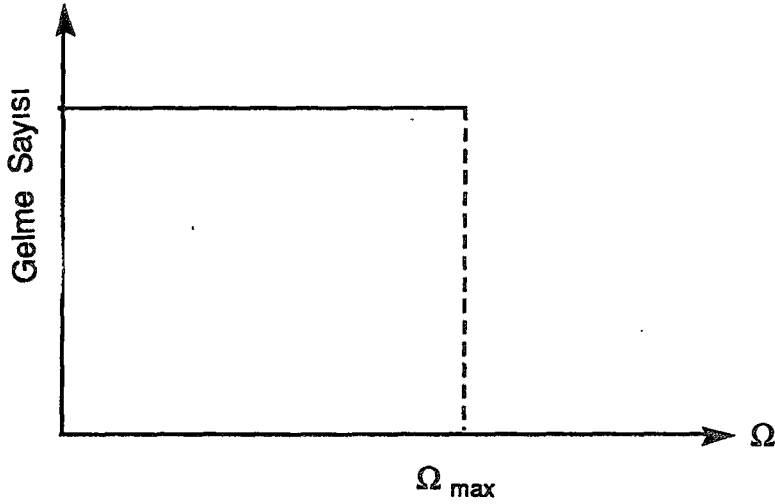


Şekil 3.2. Nokta kaynak-silindirik dedektör.

Bir izotropik nokta gama kaynağından uzaya her yönde γ -ışını yayınlama ihtimali aynıdır. Yani her bir γ -ışını bir vektörle temsil edersek, izotropik nokta kaynaktan birim katı açıya düşen γ -ışını vektörü sayısı aynıdır.

Kaynaktan yayınlanan bir γ -ışınının doğrultusu kutup açısı (θ) ve azimut açısı (ϕ) ile belirlidir. θ açısı 0'dan π 'ye , ϕ açısı da 0'dan 2π ' ye kadar değişince tüm yönelişler bölgesi taranır.

İzotropik nokta gama kaynağında birim katı açıya düşen γ -ışını vektörü sayısı aynı olunca katı açı (Ω)' ya bağlı γ -ışını sayısı dağılımı, Şekil 3.3.de görüldüğü gibi sabit bir fonksiyonla verilebilir.



Şekil 3.3. İzotropik nokta kaynaktan yayınlanan γ -ışınlarının dağılımı.

Gama ışınlarının θ 'ya göre dağılımı

$$\cos\theta = 1-2q \quad (3.8)$$

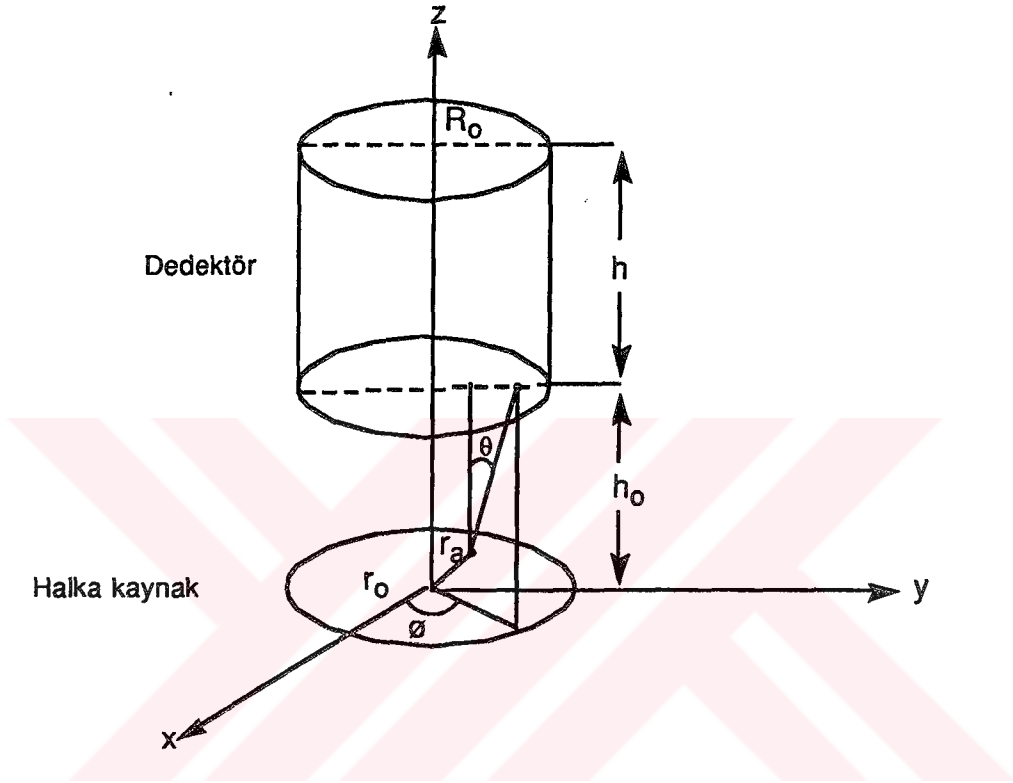
olarak, θ 'ye göre dağılımı ise düzgündür ve

$$\theta=2\pi q \quad (3.9)$$

olarak örneklenir.

Nokta kaynaktan yayınlanan γ -ışınlarından ancak belli bir açıda olanlar dedektörün önyüzüne yönelirler. Nokta kaynaktan yayınlanan γ -ışınlarının , dedektörün ön yüzüne yönelip yönelmediğini araştırmak yerine, dedektörün önyüzüne yönelen γ -ışınlarının doğrultusunu örneklemek daha uygundur 22,23.

3.7. Halka Kaynak - Silindirik Dedektör



Şekil 3.4. Halka kaynak-silindirik dedektör

γ -ışının halka kaynaktan yayınladığı nokta

$$r_s = r_0 \varrho \quad (3.10)$$

$$\vartheta_s = 2\pi\varrho \quad (3.11)$$

bağıntıları ile örneklenebilir. γ -ışınlarının azimut açısı ϑ yine (3.9) eşitliği ile örneklenebilir. Bu sistemde de dedektörün ön yüzüne yönelen γ -ışını doğrultularını örnekleme yerine, halka kaynağın dedektörün bulunduğu tarafta bulunan düzleminden yayınlanan γ -ışını doğrultularını, bu ışınların dedektöre girip girmediğini araştırmak daha kolaydır.

Halka kaynağın dedektörün bulunduğu taraftaki yüzünden yayınlanan γ -

ışınının kutup açısı $[0, \pi/2)$ aralığında değiştiğinden,

$$q = 1/2 (1 - \cos\theta) \quad (3.11b)$$

bağıntısı ile örneklenir.

Halka kaynak-silindirik dedektör sisteminde γ -ışınının yayınlanma yeri ve doğrultusu (3.10) ve (3.11) bağıntıları kullanılarak örneklenmiştir. Daha sonrada bu doğrultuda yayınlanan gama ışınları takip edilmiştir ²².

3.8. Monte Carlo Metodu ile Hesaplamalar

E_0 enerjili fotonlar tarafından numunedeki belirli atomların uyarılması ile meydana gelen E_i enerjili fluoresans x-ışını şiddet ölçümü ¹.

$$I = CAk\epsilon\alpha G \quad (3.12)$$

denklemleri ile verilebilir. Burada ,

C = Kaynağın karakteristiğine bağlı bir sabit;

A = Radyoaktif kaynağın aktivitesi;

k = Uyarma faktörü (bu nicelik, fluoresans verim, aynı serinin diğer çizgilerine tercihen, ölçülen çizginin yayınlanma ihtimali ve soğurma sıçrama faktörünün çarpımına eşittir).

ϵ = E_i enerjili x-ışınları için dedektör verimi;

α = Elementin konsantrasyonu;

ρ = Numunenin yoğunluğu;

T = Numunenin kalınlığı;

μ_0 = E_0 enerjili fotonlar için toplam kütle azaltma katsayısı;

μ_1 = E_i enerjili fotonlar için toplam kütle azaltma katsayısı;

$$G = \iiint da_e d\Omega_s d\Omega_d \csc\psi_o \times \left[\frac{1 - e^{-\rho T(\mu_o \csc\psi_o + \mu_1 \csc\psi_1)}}{\mu_o \csc\psi_o + \mu_1 \csc\psi_1} \right] \quad (3.13)$$

dir. Denklem (3.13)'deki geometrik değişkenler ince numune-halka kaynak için şekil (3.5)'te çizilmiştir. Silindirik koordinatlarda, halka kaynaktan çıkan fotonların numunede gördüğü alan ve diferansiyel katı açıları;

$$da_e = r_e dr_e d\theta_e \quad (3.14a)$$

$$d\Omega_s = \left(\frac{\sin\psi_o}{d_o^2} \right) r_s dr_s d\theta_s \quad (3.14b)$$

$$d\Omega_d = \left(\frac{\sin\psi_1}{d_1^2} \right) r_d dr_d d\theta_d \quad (3.14c)$$

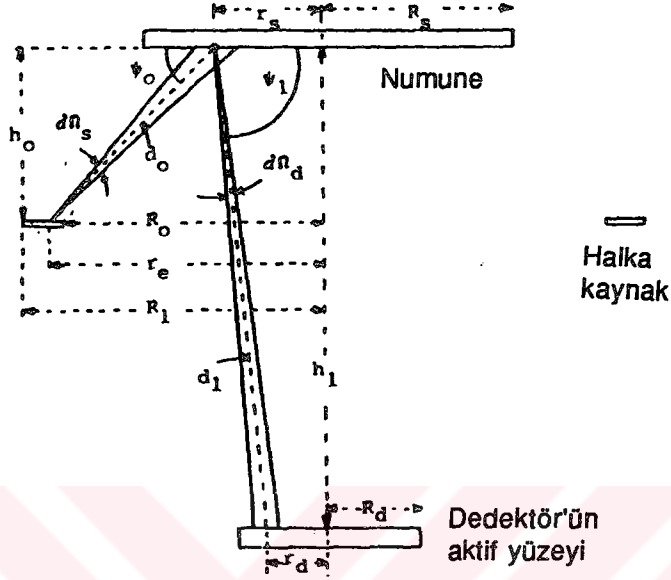
denklemleriyle verilebilir.

Burada, denklem (3.13)'teki üç katlı integraldeki değişkenler kaynak, numune ve dedektör konum ve boyutlarını belirleyen parametreler cinsinden ifade edilmiştir.

Şayet nümerik değerler için Monte Carlo metodu kullanılırsa, bu denklem

$$G = \frac{8\pi^3 (R_1 - R_o) R_s R_d}{N} \sum_{i=1}^N \frac{r_{e_i} r_{s_i} r_{d_i}}{d_{o_i}^2 d_{1_i}^2} \sin\psi_{1_i} F_i \quad (3.15)$$

şeklinde yazılabilir.



Şekil 3.5. Halka kaynak numune sistemleri.

Bu denklemdeki d_{o_i} , d_{1_i} ve hatta F_i fonksiyonları rastgele niceliklere bağlı fonksiyonlardır. Bu rastgele nicelikler, $(r_{e_i}, r_{s_i}, r_{d_i}, \vartheta_{e_i}, \vartheta_{s_i}, \vartheta_{d_i})$ kaynak-numune dedektör yüzeyleri üzerinde bulunan üç noktanın polar koordinatlardaki göstericileridir. Bu rastgele sayılar aşağıda takip edilen aralık içinde rastgele olarak üretilmişlerdir:

<u>Rastgele Sayılar</u>	<u>Aralık</u>
r_{e_i}	$[R_o, R_1]$
r_{s_i}	$[0, R_s]$
r_{d_i}	$[0, R_d]$
$\vartheta_{e_i}, \vartheta_{s_i}, \vartheta_{d_i}$	$[0, 2\pi]$

bu rastgele sayıların d_{o_i} , d_{1_i} , ψ_{o_i} ve ψ_{1_i} fonksiyonlarına bağımlılığı

$$d_{o_i} = [r_{e_i}^2 + r_{s_i}^2 - 2r_{e_i}r_{s_i}\cos(\theta_{e_i} - \theta_{s_i}) + h_o^2]^{1/2} \quad (3.16a)$$

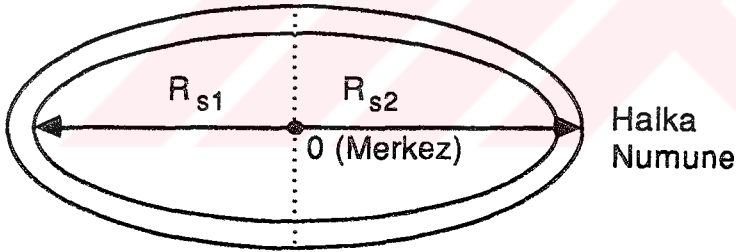
$$d_{1_i} = [r_{s_i}^2 + r_{d_i}^2 - 2r_{s_i}r_{d_i}\cos(\theta_{s_i} - \theta_{d_i}) + h_1^2]^{1/2} \quad (3.16b)$$

$$\psi_{o_i} = \text{ArcSin}\left(\frac{h_o}{d_{o_i}}\right) \quad (3.16c)$$

$$\psi_{1_i} = \text{ArcSin}\left(\frac{h_1}{d_{1_i}}\right) \quad (3.16d)$$

şeklinde açık olarak verilmektedir 4.

Şayet numunemiz halka şeklinde ise fotonların bu bölgeyi taraması için rastgele sayının (r_{s_i}) değişim aralığının belirlenmesi gerekir.



Şekil 3.6. Halka numunenin görünümü.

Halka numuneler için r_{s_i} nin numunenin iç yarıçapı ile dış yarıçapı arasında bir değişim aralığına sahip olması gerekir. Böylece

<u>Rastgele Sayı</u>	<u>Aralık</u>
r_{s_i}	$[R_{s1}, R_{s2}]$

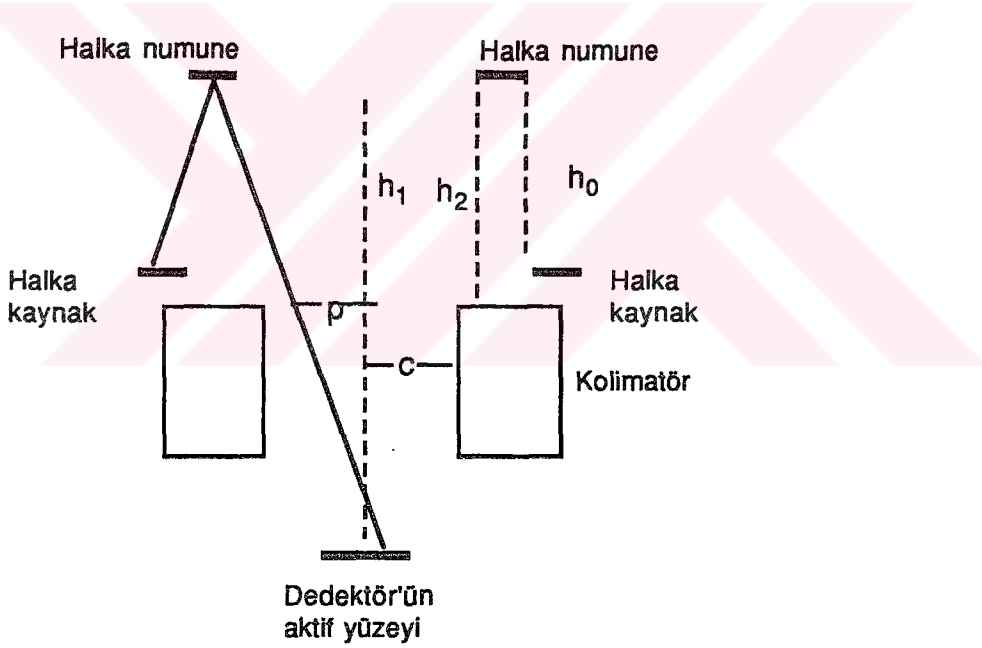
halini alır.

Buna göre denklem (3.15) aşağıdaki şekilde,

$$G = \frac{8\pi^3 (R_1 - R_0)(R_{s2} - R_{s1})R_d}{N} \sum_{i=1}^N \frac{r_{e_i} r_{s_i} r_{d_i}}{d_{o_i}^2 d_{1_i}^2} \sin \psi_i F_i \quad (3.15b)$$

şeklinde yazılabilir.

Birinci kademe olarak, ²⁴¹Am halka-kaynaktan uniform dağılan E_0 enerjili fotonların halka-numuneyi görenleri örneklenmiş oldu. İkinci kademede, halka-numuneye gelen E_0 enerjili fotonların, numune atomlarını uyararak meydana getirdiği E_i enerjili fotonların kullanılan kolimatör sistemini geçip geçmediği örneklendi.



Şekil 3.7. Kolimatör sistemi.

Bunun için kolimatör kullanımında denklem (3.15)'e ilave bir g_j kontrol faktörü getirilmiştir. Bu g_j faktörü fotonun kolimatöre çarptığı zaman artık o fotondan vazgeçip tekrar başka bir foton kontrolünü üstlenir.

Şekil 3.7. görülen kolimatör - kaynak- numune ve foton yolu dizaynı için

$$p = \left[m^2 + \left(\sqrt{r_{s_i}^2 - m^2} - \frac{h_2}{h_1} q \right)^2 \right]^{1/2} \quad (3.17a)$$

$$m = r_{s_i} r_{d_i} \sin(\theta_{s_i} - \theta_{d_i}) / q \quad (3.17b)$$

$$q = [r_{s_i}^2 + r_{d_i}^2 - 2r_{s_i} r_{d_i} \cos(\theta_{s_i} - \theta_{d_i})]^{1/2} \quad (3.17c)$$

ve

$$\left. \begin{array}{l} p < c \text{ ise } \quad g_i = 1 \\ p \geq c \text{ ise } \quad g_i = 0 \end{array} \right\} \quad (3.18)$$

olarak alınmıştır⁴.

Denklem (3.15) teki özsoğurma düzeltmesi (F_i)

$$F_i = \frac{1 - e^{-\rho T (\mu_o(E_o) \csc \psi_o + \mu_1(E_i) \csc \psi_1)}}{\mu_o(E_o) \csc \psi_o + \mu_1(E_i) \csc \psi_1} \quad (3.19)$$

şeklinde verilmektedir.

²⁴¹Am halka kaynağın molibden numunesini uyarabilecek enerjideki fotonların yüzdeleri, enerjileri ve bunlar için kütle soğurma katsayıları aşağıda verilmektedir²⁵.

<u>Enerji (keV)</u>	<u>Yayınlanma Yüzdesi</u>	<u>Kütle Soğurma Katsayısı (cm²/g)</u>
59.540	35.9±0.6	4.4
26.400	2.4±0.1	38
20.800	5±0.1	71

Burada kaynaktan çıkan fotonların enerji dağılımı $[0,1]$ aralığında uniform sayı üretilmiş ve kütle soğurma katsayı değerleri bu enerji dağılımına bağlı olarak teşkil edilmiştir.

Numune yüzeyine gelen toplam şiddet,

$$I_s = B \iint da_e d\Omega_s \quad (3.20)$$

ifadesi ile hesaplanabilir. Burada B bir sabit, da_e ve $d\Omega_s$ ise denklem (3.14a),(3.14b) ile verilmiştir. Denklem (3.20), numune yüzeyinin farklı bölgelerindeki şiddet dağılımı hakkında bilgi vermesi bakımından çok önemlidir. (3.20) ifadesi Monte Carlo metoduna göre;

$$I_s(r_s) = \frac{2\pi B (R_1 - R_0)}{N} \sum_{i=1}^N \frac{r_{e_i} \sin \psi_{o_i}}{d_{o_i}^2}$$

şeklinde yazılabilir ²⁴.

4.DENEYSEL ÖLÇÜMLER VE MONTE CARLO YAKLAŞIMI

4.1. Numunelerin Hazırlanması

Bu çalışmada atom numarası 42 olan %99.9 saflıkta molibden (M_0) levhalarından faydalanılmıştır. Bu levha numunelerin kalınlıkları, 10^{-5} gram hassasiyete sahip bir Metler H-10 terazisinden istifade edilerek ~ 0.0931 mm bulunmuştur.

Molibden levhadan iki tip numune hazırlanmıştır:

1. M_0 levha numunesi çok ince uçlu bir elmas uç ile tornada içiçe geçmiş dairesel halkalar şeklinde kesilmişlerdir ve daha sonra her bir halka numune ayrı ayrı asetonla yıkanarak temiz kurutma kağıtları ile kurutulmuştur. Halka numunelerin kesilmesi sonucu dairesellikten sapma meydana geldiğinden numune alanları tartım metodu ile, iç ve dış yarıçaplar için ortalama değerler ise numunenin farklı birçok yerinden $1/20$ mm lik kumpasla alınan ölçülerden hesaplanmıştır.

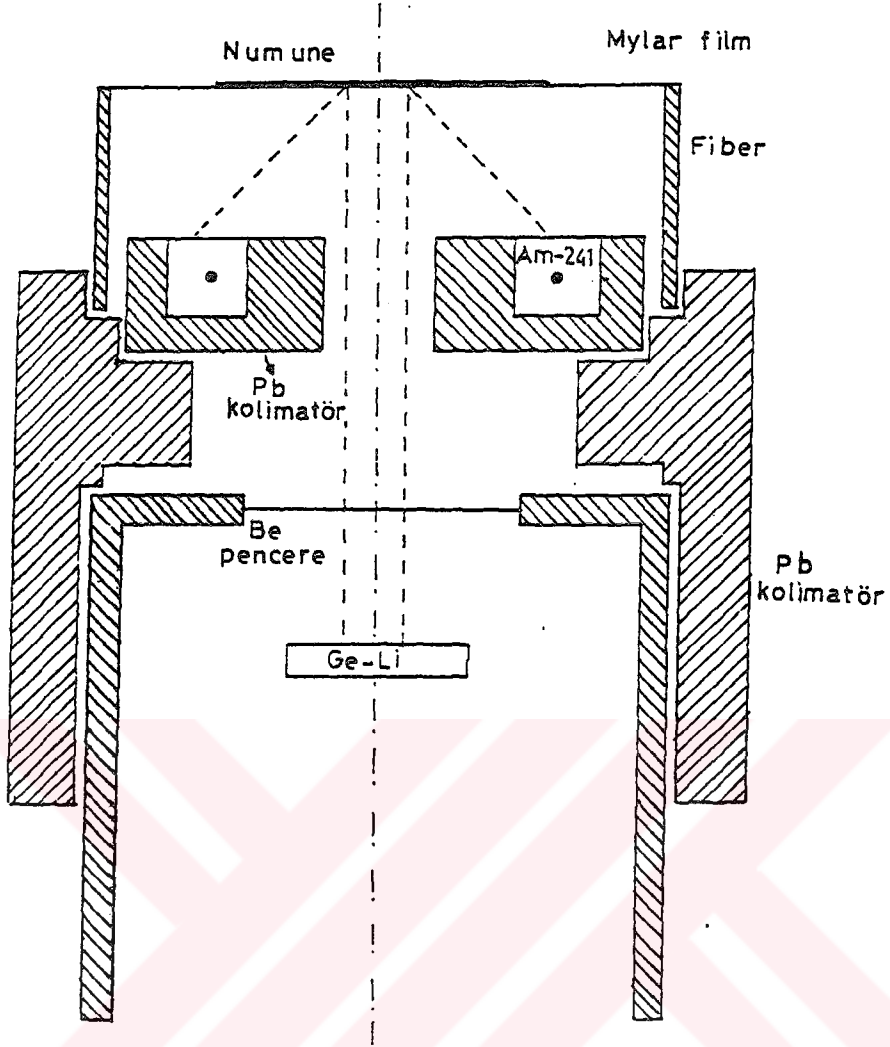
2. Molibden levhadan 0.5875 cm ve 1.3706 cm yarıçapında iki dairesel numune kesilerek diğer numuneler gibi temizlenmiş ve bu numuneler hem kolimatör yarıçapına göre, hem de kaynak-numune mesafesine göre, şiddet değişimini incelemek için kullanılmışlardır.

4.2. Deney Sistemi ve Deney Geometrisi

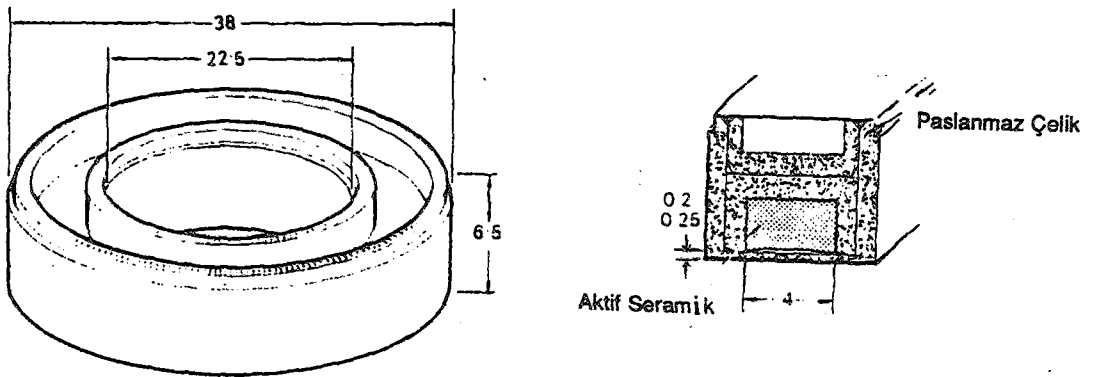
Bu çalışmada kullanılan deney geometrisi Şekil 4.1'de gösterilmiştir. Numuneler $100 \pm \%10$ mCi şiddetinde filitrelenmiş bir ^{241}Am halka kaynağı kullanılarak uyarılmışlardır.

Uyarmada kullanılan radyoaktif ^{241}Am halka kaynağı uzunlukları milimetre cinsinden verilmiştir. Kaynak, kurşun kolimatör içerisine yerleştirilerek kaynaktan çıkan fotonların sayacı doğrudan görmeleri önlenmiştir.

Çalışmamızda, 5.9 keV 'de yarı maksimumdaki tam genişliği (FWHM) 190 eV olan, 10 mm aktif çaplı Ortec 8013 Ge (Li) sayacı kullanılmıştır. Berilyum pencere ile dedektörün aktif yüzü arasındaki mesafe 7 mm'dir.



Şekil 4.1. Deney geometrisi.



Şekil 4.2. Halka kaynağın boyutları.

4.3. Deneysel ve Monte Carlo Verilerinin Elde Edilmesi

Bölüm 4.1'de anlatıldığı üzere hazırlanan halka numuneler, Şekil 4.1'de gösterilen deney geometrisinde, 100 mCi şiddetindeki ^{241}Am radyoizotop halka kaynağından çıkan fotonlarla bombardıman edilerek şiddet ölçümleri yapılmıştır. Şiddet ölçümleri Mo numunesinden elde edilen karakteristik $K\alpha$ ve $K\beta$ pikleri için yapılmıştır. Ayrıca aynı geometride ve seride temel saymanın (Background) belirlenmesi için numunesiz ölçümler yapılmıştır. Aynı işlemler değişik kolimatör çapları için de tekrarlanmıştır. Daha sonra, numune kaynak mesafesinin 0.2 - 4 cm aralığındaki değişimine karşı $K\alpha$ ve $K\beta$ şiddetlerini incelemek üzere ölçümler alınmıştır. Tablo 4.1- 4.4 deki relatif şiddetler o tablo serisindeki en büyük $K\alpha'$ ya göre bulunmuştur.

Sayma zamanı, normal bir pikin oluşabilmesi için gerekli olan 10.000 sayımı verecek şekilde belirlemeye çalışılmıştır. Fazla sayım alınmamasının sebebi, $K\alpha$ ve $K\beta$ piklerinin birbirine girip, pik analizlerinde doğabilecek zorluklardan kaçınmak ve hassasiyetten uzaklaşmamak istenmesindedir.

Kurulan Monte Carlo modelinde, önce kaynak, dedektör ve numuneye ait özellikler belirlendi. Detaylarına girersek kaynaktan çıkan fotonların enerjileri ve bu fotonların yüzdeleri kaynaktan gelen ve Mo numunesini uyaran fotonların enerjileri belirlendi. Kaynaktan çıkan fotonların herbirinin numuneye ulaşıcaya kadar ne kadar yol aldığı örneklendi. Aynı düşünce, numune ve dedektör için de uygulandı. Burada birde kolimatör sistemi bulunduğundan, örneklemede kolimatöre çarpan foton, bir kontrol çarpanıyla saf dışı edilerek çarpıyorsa işlem kaynaktan salınan bir başka foton için yeniden başlatıldı. Bu programda havanın, berilyum

pencere, ölü tabaka, altın tabakanın soğurma ve saçma etkileri göz-önüne alınmamıştır.

Program içinde bulunan kaynak, dedektör ve numuneye ait sabitler ve bunların değerleri aşağıda çıkarılmıştır.

1. Molibdenin K tabakası için soğurma sığrama katsayısı ($r_k=0.852$).
2. Molibdenin K tabakası için fluoresans verim ($W_k=0.764$).
3. Molibdenin diğer K çizgilerine tercihen $K\alpha$ yayınlama ihtimali ($f_k=0.639$).
4. Molibdenin diğer K çizgilerine tercihen $K\beta$ yayınlama ihtimali ($f_{ka}=0.124$).
5. ^{241}Am halka kaynağın çalışma yapıldığı zamanki aktivitesi ($bq=3.68 \times 10^9$ parçalanma / sn).
6. E_i enerjili fotonlar için dedektör verimi ($e_k=0.913$).
7. Numunede ağırlıkça molibden konsantrasyonu ($c_{lu}=0.999$).
8. E_0 enerjili fotonlar için numunenin $K\alpha$ kütle soğurma katsayısı ($c_1=18.2 \text{ cm}^2 / \text{g}$).
9. E_0 enerjili fotonlar için numunenin $K\beta$ kütle soğurma katsayısı ($c_{1a}=13.48 \text{ cm}^2/\text{g}$).
10. Numunenin yoğunluğu ($g_2=10.2 \text{ g/cm}^3$).
11. Numunenin kalınlığı ($t= 0.00931 \text{ cm}$).
12. Dedektörün yarıçapı ($r_d=0.5 \text{ cm}$).
13. ^{241}Am halka kaynağın iç yarıçapı ($r_0=1.3125 \text{ cm}$).
14. ^{241}Am halka kaynağın dış yarıçapı ($r_1=1.7125 \text{ cm}$).

Hesaplamalar için numunenin toplam kütle soğurma katsayıları Storm ve Israel tarafından verilen tablolardan alınmıştır²⁶.

Tablo 4.1. 0.8 cm'lik kolimatör yarıçapı için MoK α relatif şiddetleri.

Halka numuneler	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.
K α Deneysel	0.242	0.298	0.307	0.416	0.515	0.655	0.785	0.892	1	0.942	0.912	0.771
K α Monte Carlo	0.222	0.290	0.282	0.400	0.505	0.641	0.759	0.881	1	0.939	0.848	0.697
H.nu.alanı(cm ²)	0.216	0.288	0.278	0.398	0.522	0.686	0.847	1.013	1.198	1.285	1.391	1.418
H.nu.lg.y.çap(cm).	0	0.2525	0.39125	0.491	0.605	0.7255	0.850625	0.985	1.13	1.288	1.4325	1.585
H.nu.diş.y.çap(cm)	0.25	0.389	0.49	0.605	0.726	0.8575	0.989	1.1295	1.282	1.4355	1.582	1.7325

Tablo 4.2. 1.3706 cm yarıçaplı dairesel levha molibden numunesi için kolimatör yarıçapına bağlı K α relatif şiddetleri.

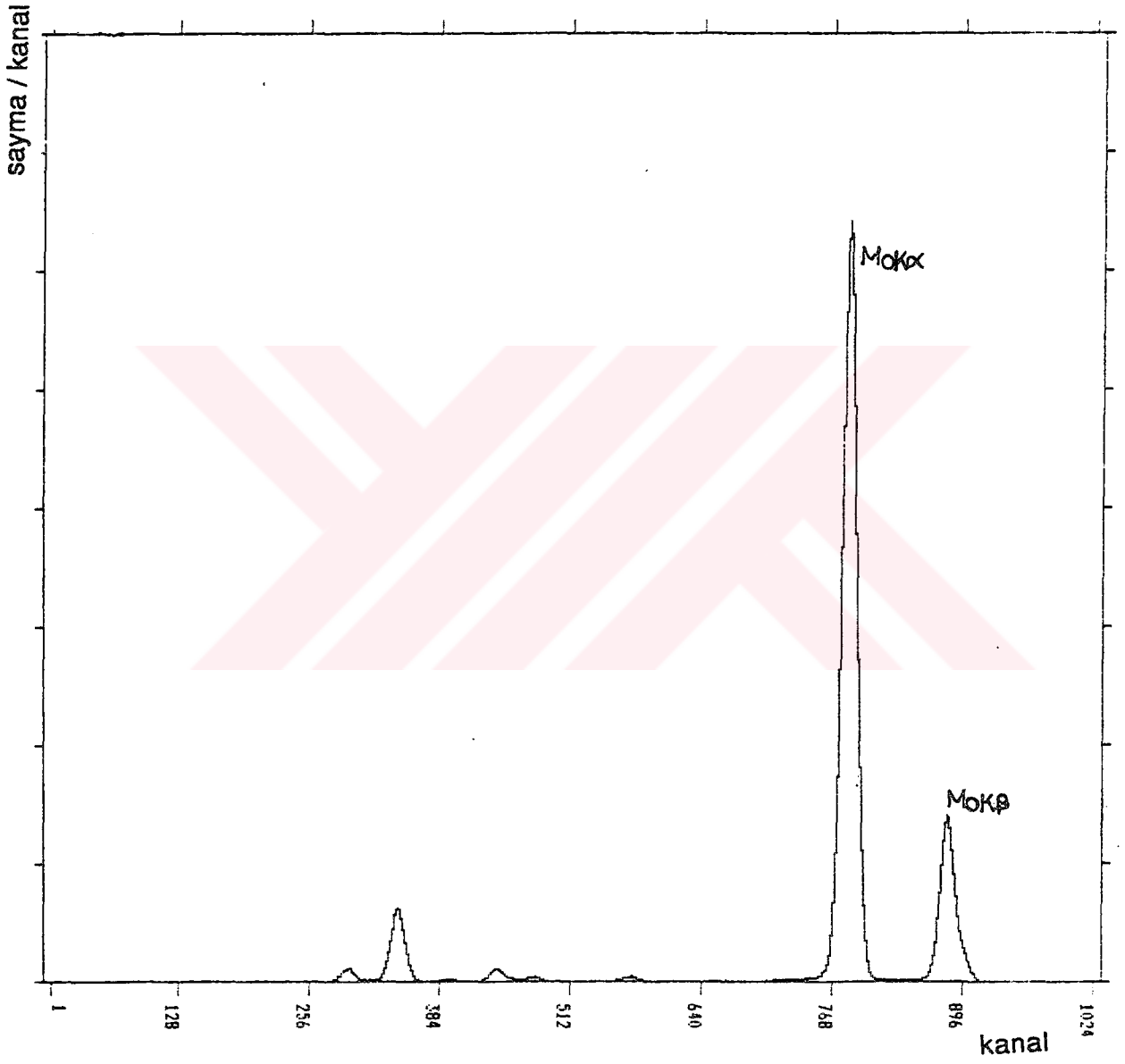
Kolimatör yarı- çapı (cm)	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3	0.35	0.4	0.45	0.5	0.55	0.6	0.65	0.7	0.8
K α x10 ⁻¹														
Deneysel	0.187	0.627	1.25	2.2	3.24	4.15	5.19	6.2	7.26	7.95	8.73	9.11	9.29	10
K α x10 ⁻¹														
Monte Carlo	0.339	0.718	1.26	1.92	2.7	3.57	4.51	5.5	6.55	7.49	8.24	8.95	9.56	10

Tablo 4.3. Kaynak-numune mesafesine göre relatif şiddetler (Numunenin yarıçapı($r_s=0.5875$ cm), kolimatör yarıçapı($c=0.76$ cm))

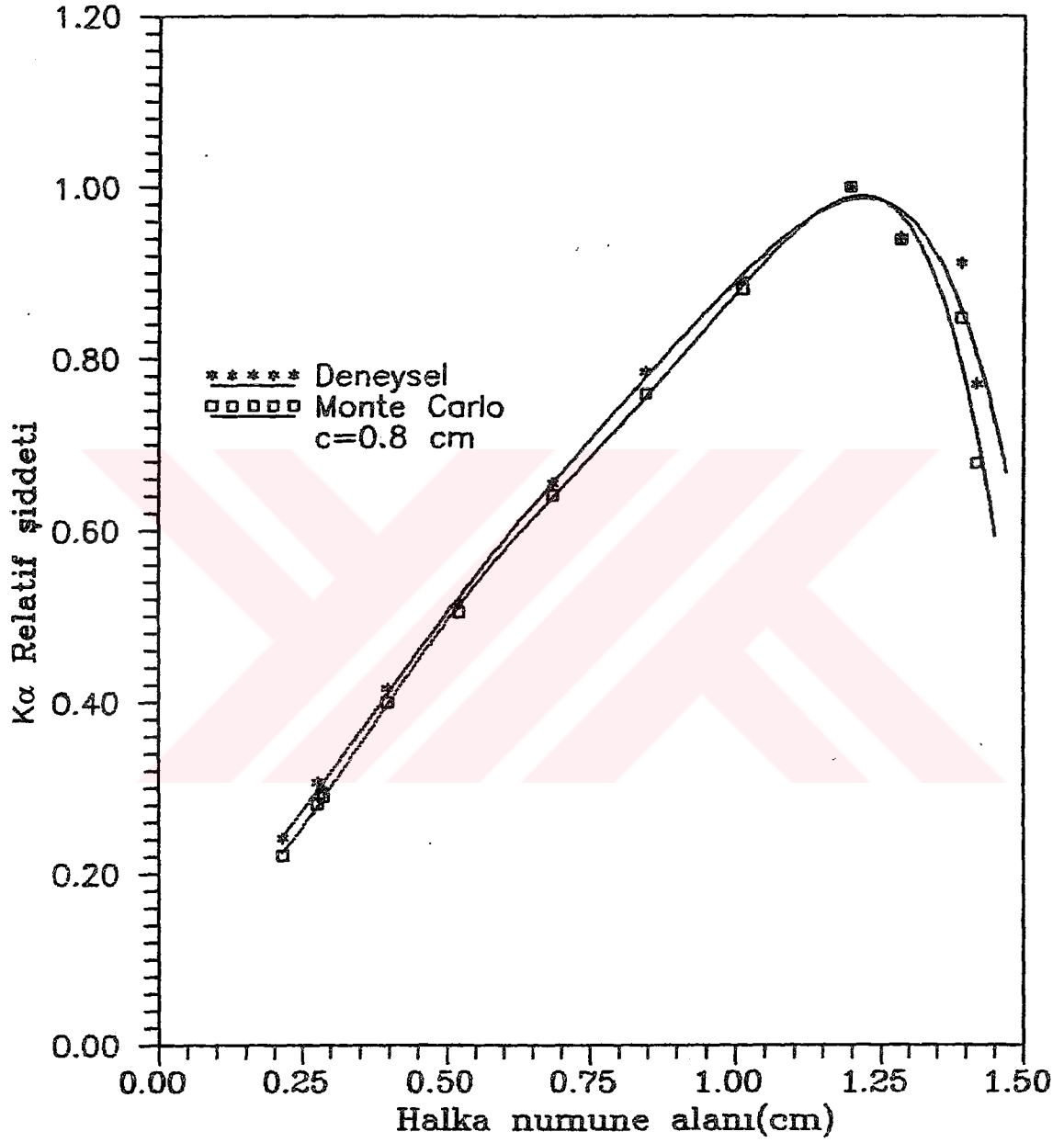
Halka numune mesafesi(cm)	4	3.8	3.6	3.4	3.2	3	2.8	2.6	2.4	2.2	2	1.8	1.6	1.4	1.2	1	0.8	0.6	0.4	0.2
K_{α} Deneysel	0.113	0.133	0.153	0.175	0.197	0.234	0.294	0.373	0.443	0.531	0.614	0.697	0.840	0.931	1	0.921	0.870	0.726	0.685	0.383
K_{α} Monte Carlo	0.110	0.126	0.145	0.168	0.195	0.227	0.266	0.313	0.368	0.435	0.514	0.561	0.656	0.761	0.867	0.957	1	0.947	0.737	0.289

Tablo 4.4. 0.7cm'lik kolimatör yarıçapı için değişik numune alanına göre relatif şiddetler:

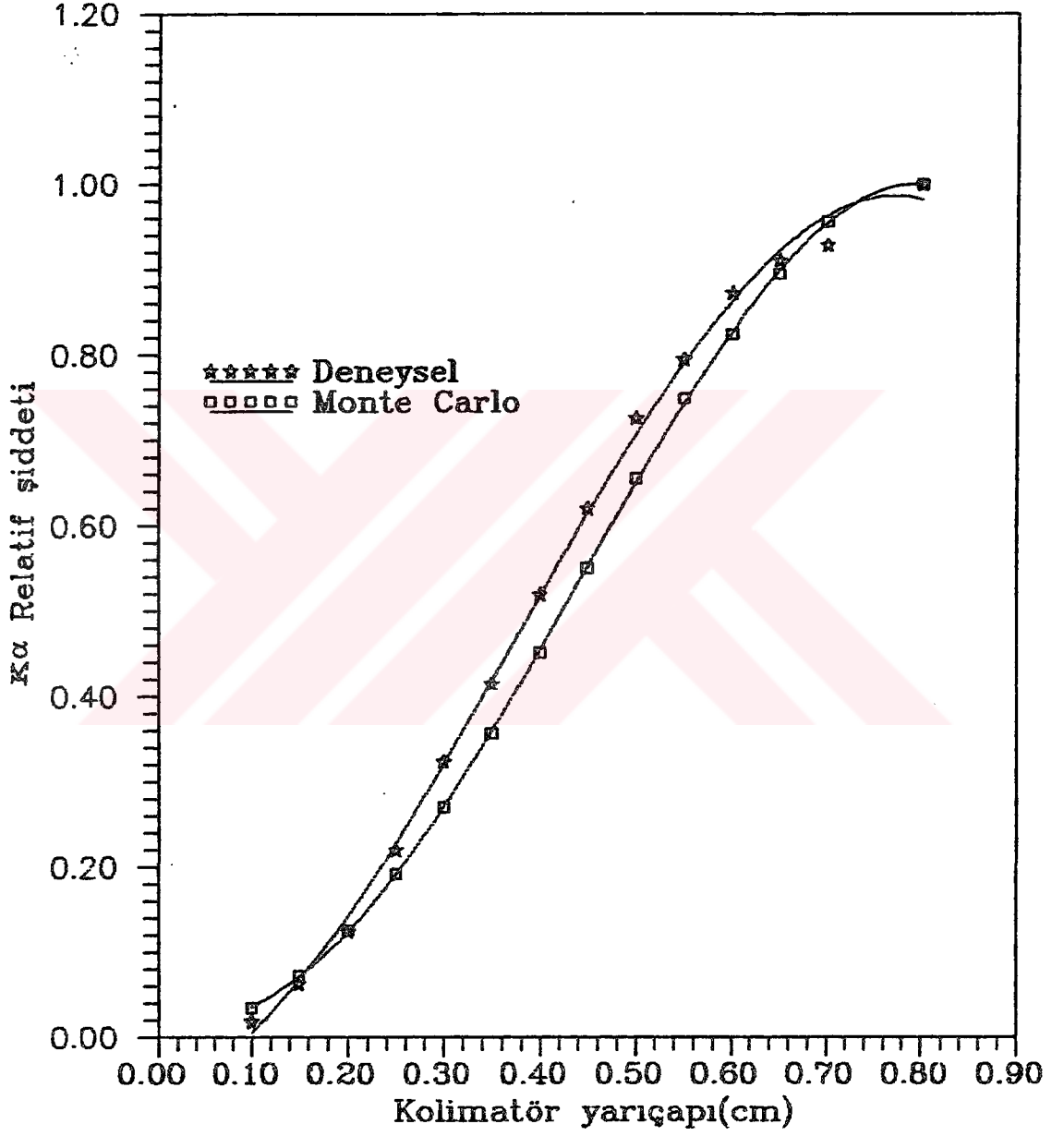
Halka numune	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.
K_{α} Deneysel	0.235	0.315	0.317	0.416	0.543	0.700	0.823	0.934	1	0.878	0.744	0.553
K_{α} Monte Carlo	0.266	0.346	0.338	0.478	0.604	0.766	0.907	0.999	1	0.838	0.680	0.487



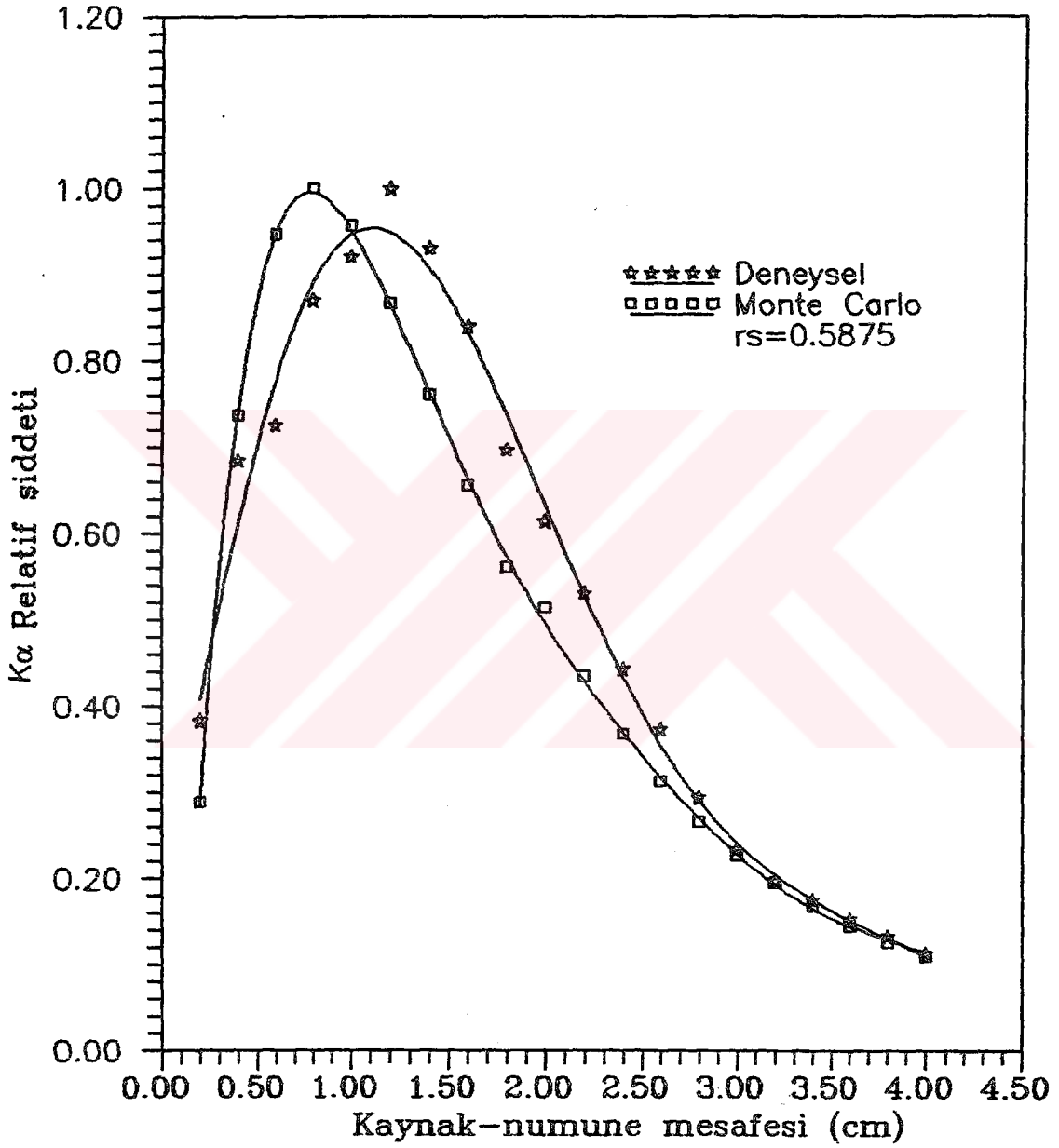
Şekil 4.4. Molibden numunesinden elde edilen bir spektrum.



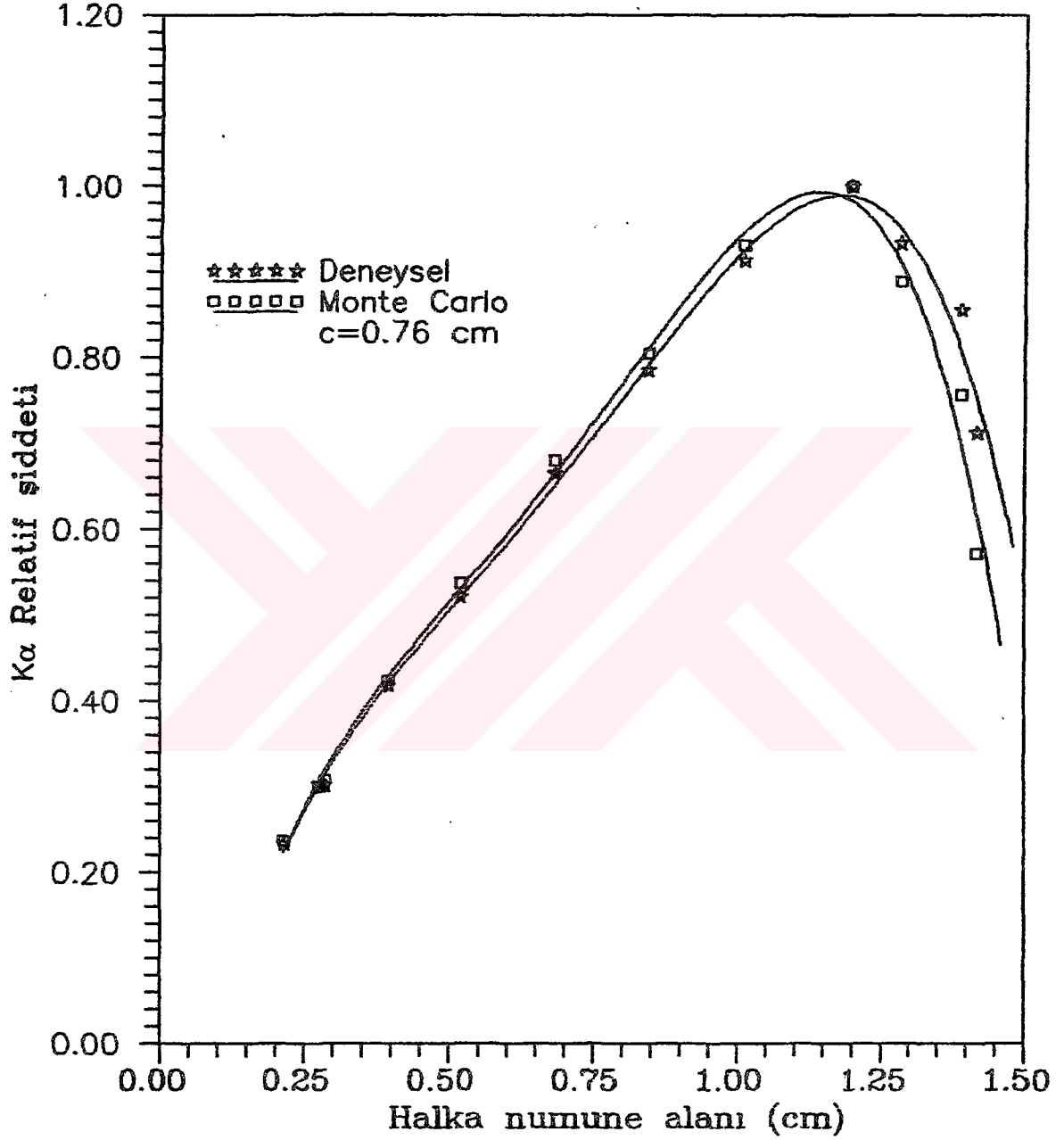
Şekil 4.5. 0.8 cm yarıçaplı kolimatör için MoK α nın Monte Carlo ve deneysel relatif şiddetleri.



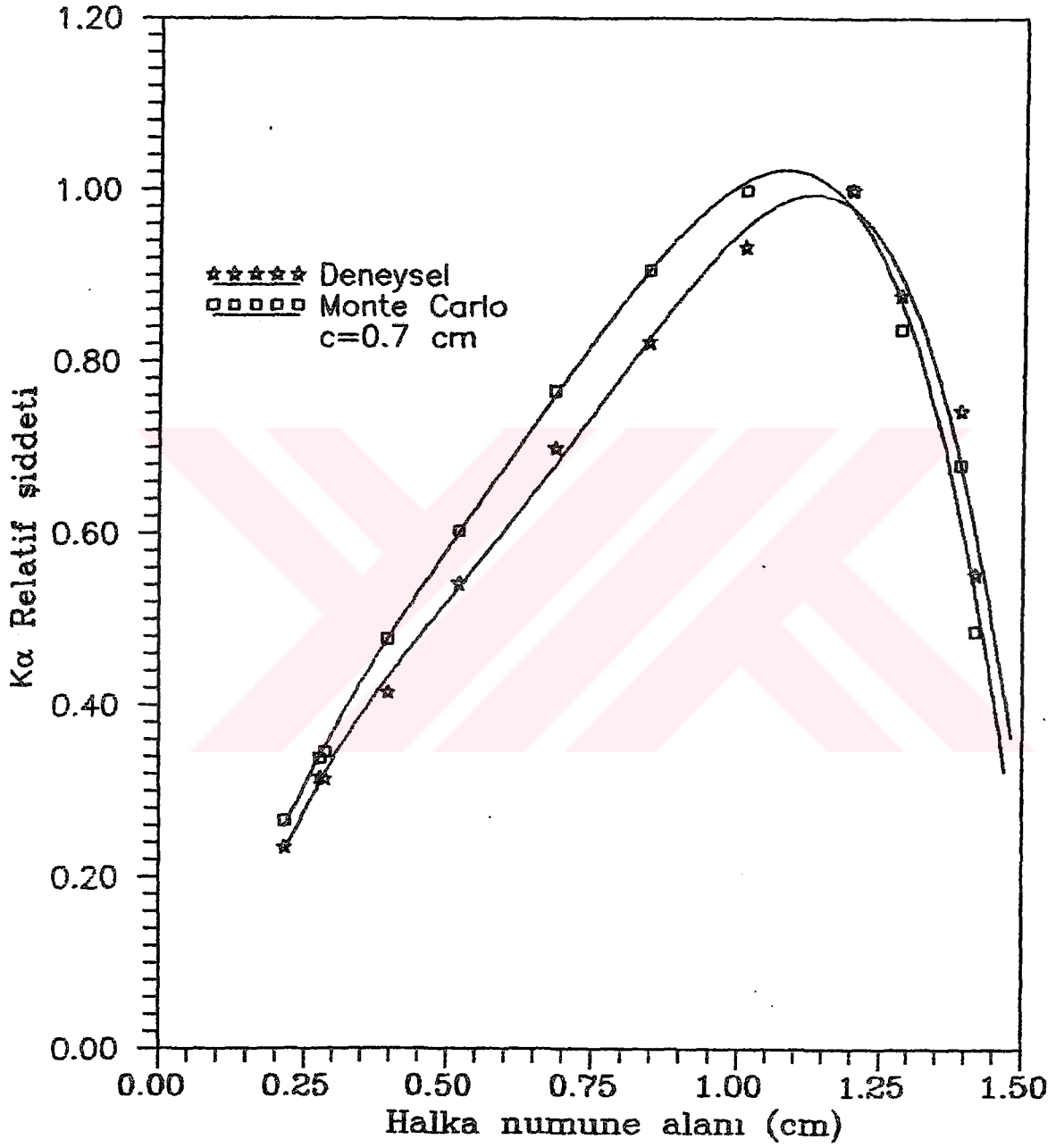
Şekil 4.6. 1.370625 cm yarıçaplı dairesel levha Mo numunesi için kolimatör yarıçapına bağlı $K\alpha$ relatif şiddetleri.



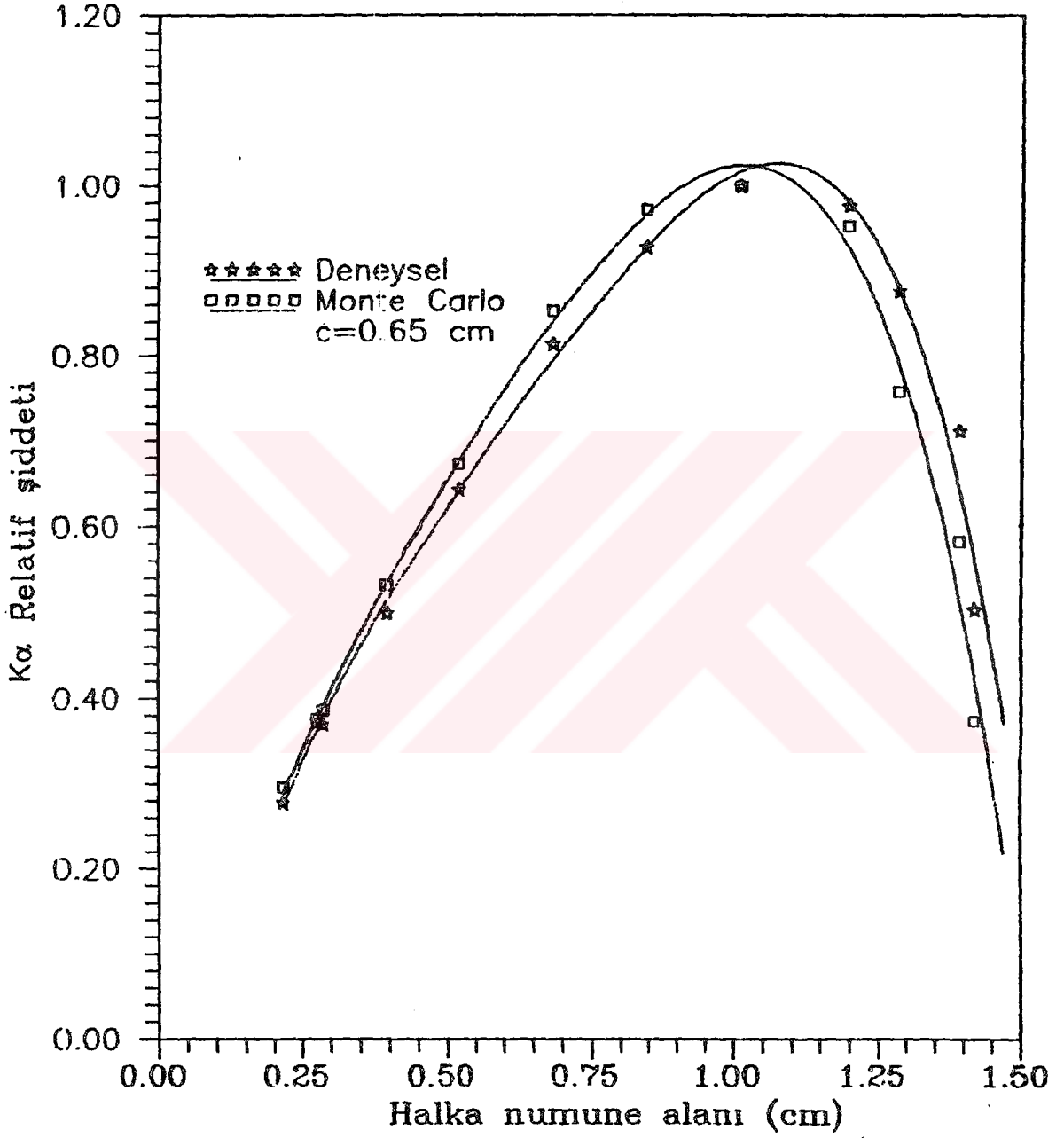
Şekil 4.7. Değişik kaynak-numune mesafesine göre MoKα relatif şiddetleri.



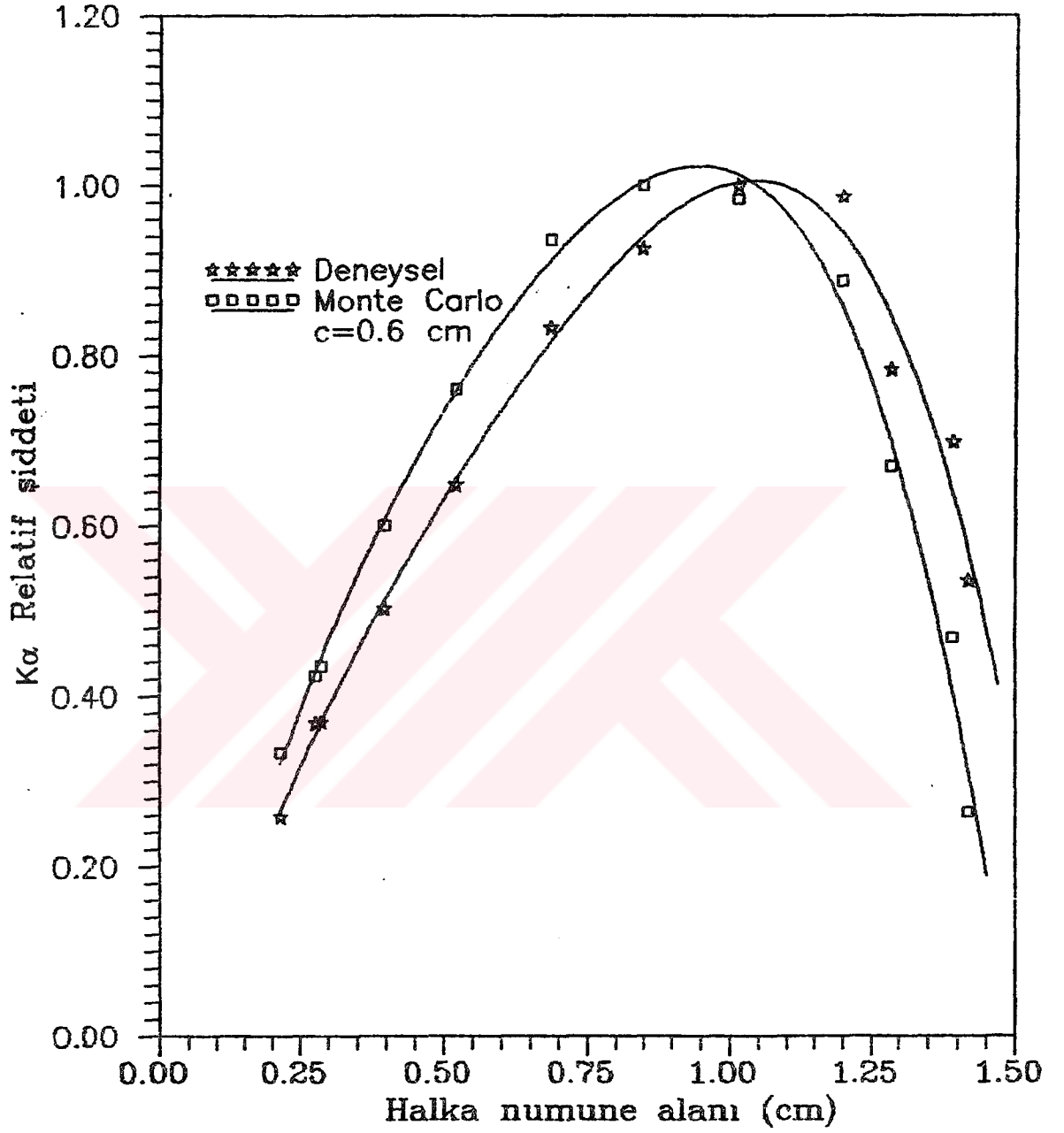
Şekil 4.8. 0.76 cm yarıçaplı kolimatör için numune alanına bağlı MoKα relatif şiddetleri.



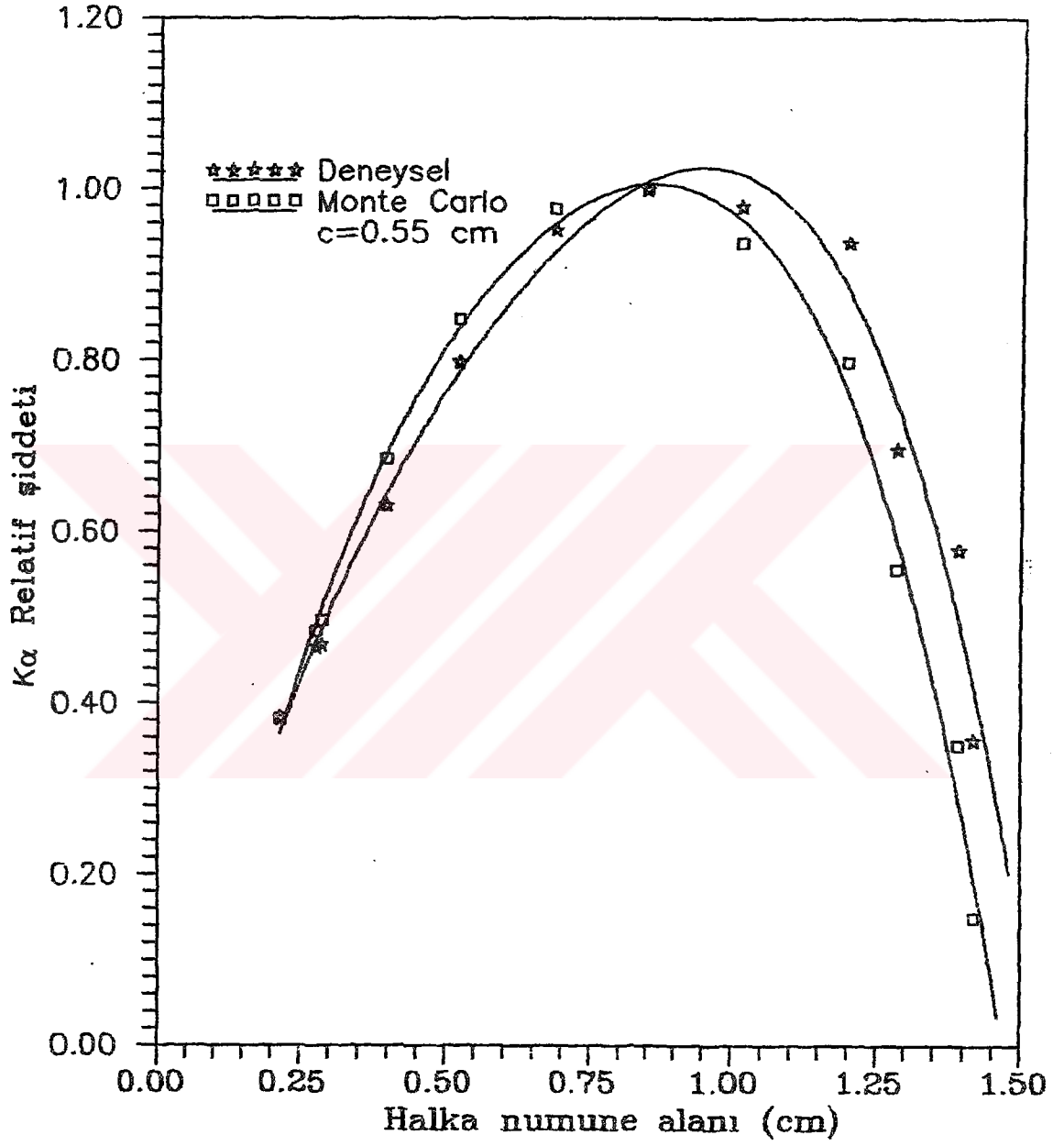
Şekil 4.9. 0.7 cm kolimatör için değişik numune alanına göre MoKα relatif şiddetleri.



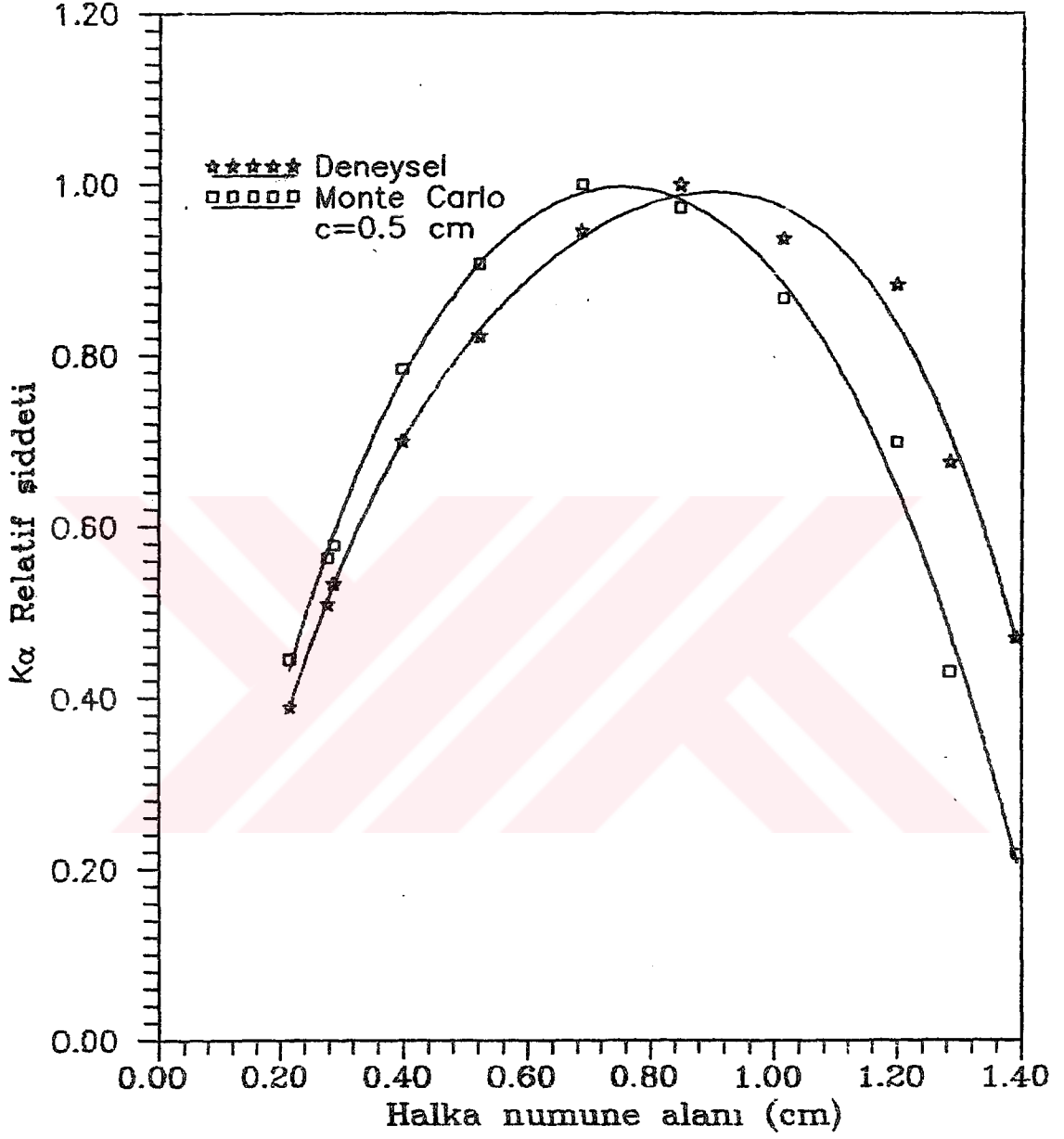
Şekil 4.10. 0.65 cm kolimatör için değişik numune alanına göre MoK α relatif şiddetleri.



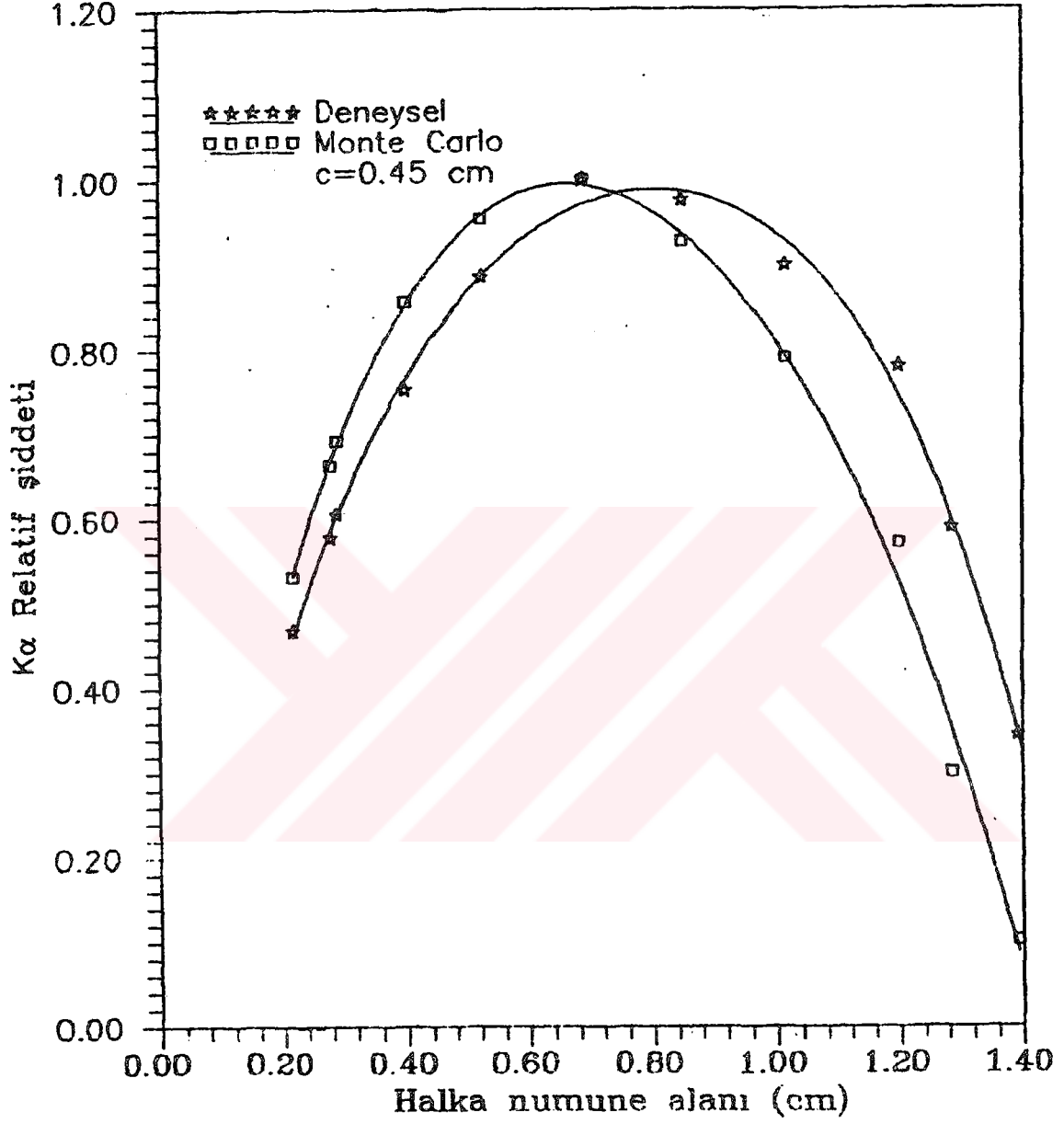
Şekil 4.11. 0.6 cm kolimatör için değişik numune alanına göre MoK α relatif şiddetleri.



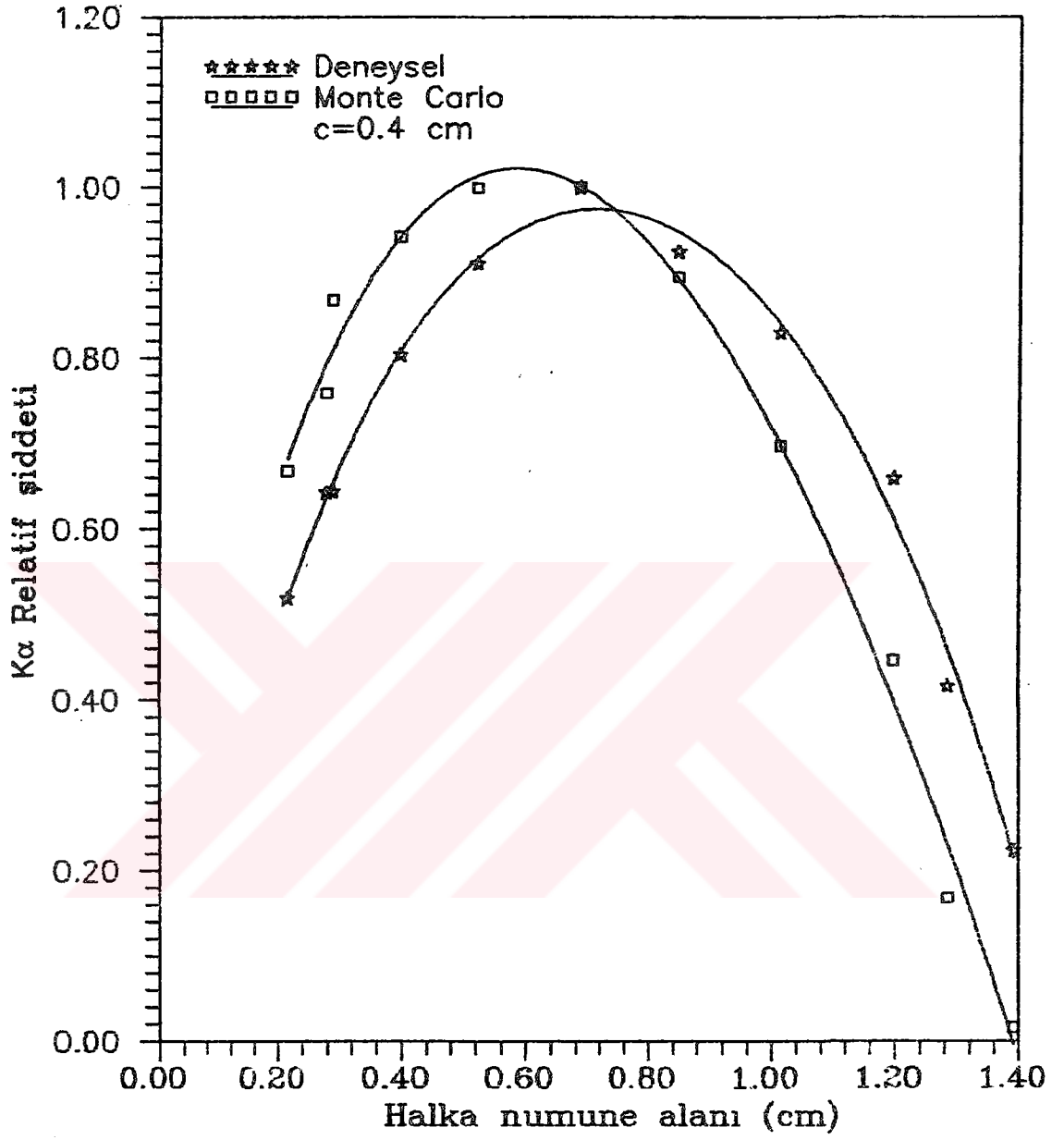
Şekil 4.12. 0.55 cm kolimatör için değişik numune alanına göre MoK α relatif şiddetleri.



Şekil 4.13. 0.5 cm kolimatör için değişik numune alanına göre MoK α relatif şiddetleri.



Şekil 4.14. 0.45 cm kolimatör için değişik numune alanına göre MoK α relatif şiddetleri.



Şekil 4.15. 0.4 cm kolimatör için değişik numune alanına göre MoK α relatif şiddetleri.

5. SONUÇ VE TARTIŞMA

Bu çalışmada, silindirik geometriye sahip halka kaynak, numune ve dedektör sistemi için fluoressans şiddet çalışması yapılmıştır.

Fluoressans şiddetin geometri faktörüne duyarlı bir şekilde bağlı olmasından dolayı, geometri faktörünü bulmak suretiyle en verimli çalışma aralığının kontrolü, birçok parametreye bağlı olarak bulunmuştur. Relatif şiddet Şekil 4.7'de kaynak-numune mesafesinin (h_0 'ın) bir fonksiyonu olarak çizilmiştir. h_0 'ın en küçük ve en büyük değerlerinde teori ile deney arasında iyi bir uyum olduğu görülmüştür. Küçük h_0 larda Monte Carlo ve deneysel sonuçlar arasındaki önemsiz fark, kullanılan numunenin kenar etkilerinden (kısmen şeffaflık, düzgün kesilmeme) kaynaklanmaktadır. Aynı zamanda fluoressans şiddeti oluşturan fotonların numune içindeki maddelerden koherent saçılması da farklı açılarda farklı olacaktır. Ancak bunların her ikisinde büyük sapmalar meydana getirebilecek kadar önemli değildir. Şekil 4.5'da numune yüzeyi boyunca birim alan başına düşen relatif şiddetlerin halka numunenin alanına göre (ki bu yarıçapla ilgilidir) değişimi gösterilmiştir. Beklendiği gibi bu pozisyonda, dedektör tarafından görülen, numune boyunca uyarma şiddeti aşırı derecede uniform değildir. Birçok araştırmacı yüksek sayım oranlarını verecek pozisyonu bulmak için değişik numune yerleşimlerini çalıştılar. Fakat bütün bu çalışmalarda numunenin elemental analizi ancak ve ancak numunelerin homojen olması halinde sıhhatli bir şekilde mümkün olabilir.

Numunelerin sıhhatli bir şekilde kalitatif ve kantitatif analizlerinin yapılabilmesi, numunenin homojenliğine, dedektör ve uyarıcı kaynağa

olan uzaklıklarının özdeşliğine ve iyi merkezlemeye bağlıdır.

Kataloglardan sağlanan, kaynak boyutları, dedektör çapı ve dedektör yüzeyi ile Berilyum (Be) pencere arasındaki mesafe çok kesin olmayabilir. Dedektör yüzeyi ile Be pencere mesafesi ve dedektörün çapının hatalı alınması, geometri faktöründe önemli büyüklükte hata vermez. Çünkü katalogdan bakılan değer ile gerçek değer arasındaki fark, dedektör ile numune arasındaki mesafe ile karşılaştırıldığında çok küçüktür. Ek olarak, çoğu maksatlar için sadece geometrik faktörünün relatif değerleri uygundur ve bu iki parametredeki önemsiz hata geometri faktörünün relatif değerleri üzerinde az etkilidir. Öyle ki Tablo 4.4'de görüldüğü gibi 1. halka numune için dedektör yarıçapının katalog değerinin %2 farklı alınması $K\alpha$ fluoresans şiddet üzerinde %3.94'lük bir farka sebebiyet vermektedir. Aynı tabloda verilen dedektör yarıçapının %4 farklı alınması $K\alpha$ fluoresans şiddetinde %7.79'luk bir farka sebebiyet vermektedir. Bunun yanında 1.halkada, kaynak-dedektör mesafesi (h_1) deki %1.82'lik bir fark $K\alpha$ fluoresans şiddetinde %3.75'lik bir farka, %3.36'lık bir fark ise $K\alpha$ 'da %7.01'lik bir farka sebep olmaktadır.

Diğer yandan uyarıcı kaynağın numuneye yakınlığından dolayı, hatalı kaynak boyutları fluoresans şiddet ölçümlerinde büyük hatalar verecektir. Ancak kullanılan numunenin çapı halka kaynağın yanında çok küçük ise bu, önemli bir hata getirmeyebilir. Öyleki Tablo 4.4'deki 12.halka için kaynağın boyutlarındaki %6.73'lük bir fark direkt olarak $K\alpha$ da %4.5'luk farka sebebiyet vermektedir.

Bunların dışında halka numuneler için en önemli hata, merkezlemeden ve halka numunenin boyutlarının sıhhatli ölçülememesinden gelmektedir. Tablo 4.4'deki 3. halka numuneye göre merkezden 0.5 mm lik bir sapma fluoresans şiddette %22'lik bir fark meydana getirmektedir. Ayrıca 0.8 cm

kolimatör çapı için (Tablo 4.1) numunenin yarıçapındaki %5'lik bir fark $K\alpha$ da %8.3'lük bir farka sebep olmaktadır.

Monte Carlo yaklaşımının başlıca avantajı, geometri faktörünü (G) hesaplamak için teklif edilen programın basitliğindedir. Bu yaklaşım, değişimlerin hesabında kolaylaştırmaktadır. Ölçüm sayısındaki (N) değişim, G de de bir değişim meydana getirmektedir. N değerini artırmakla gerçek değere daha çok yaklaşılr. Bu çalışmada N değeri 10000 olarak alınmıştır.

Diğer sayısal integral tekniklerini kullanımı, G'nin bütünlüğündeki karışıklığın varlığı sebebiyle çok karışık hesaplama metodları içerir. Bunlar (örneğin "Riemann toplama metodu") yaklaşık aynı doğruluk ve hızla çalışan bir metoddur ancak çok dikkatli ve hünerli programlar ile başarılı olabilmektedir.

Sonuç olarak, bu çalışmada ortaya koyulan modelle herhangi bir x-ışını floresans çalışmasında deney sistemi ve numunelerin bilinen bazı özelliklerinden istifade ile, hiçbir deneye ihtiyaç duymadan uygun deney geometrisinin Monte Carlo metodu ile bulunabileceği ortaya konmuştur.

6. EK AÇIKLAMALAR

EK1. Dikdörtgen Dağılım

Bir X reel rastgele değişkeni verilen bir (a,b) aralığındaki bütün değerleri eşit ihtimalle alırsa bu değişkenin dağılımı dikdörtgen dağılımdır denir. Bu tanıma göre X 'in yoğunluk fonksiyonu

$$f(x)dx=c dx$$

şeklindedir.

$$\int_a^b c dx=1$$

olduğundan,

$$c= 1/(b-a)$$

dir ve yoğunluk fonksiyonu

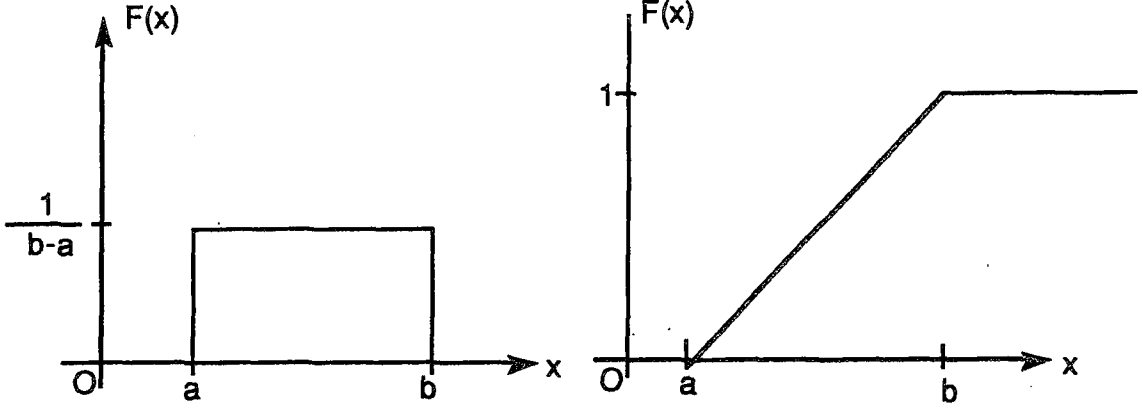
$$f(x)dx= \frac{dx}{b-a}$$

şeklinde yazılabilir (27-29).

Dağılım Fonksiyonu da

$$F(x)=\text{Prob} \{ X \leq x \} = \int_a^x \frac{dx}{b-a} = \frac{x-a}{b-a}$$

şeklindedir. Şekil E1 dikdörtgen dağılımının yoğunluk ve dağılım fonksiyonlarını göstermektedir.



Şekil E1. Dikdörtgen dağılımı.

Bir dx aralığı için yazılan bu ihtimaliyet (probability) kanunu bir ds alan elemanı için de yazılabilir. Bu halde yoğunluk fonksiyonu

$c ds$

dir.

Bütün S alanı üzerinden alınmış olan integral

$$\int_S c ds = 1$$

dir. Dikdörtgen dağılımının n boyutlu bir dv hacim elemanına genelleştirilebileceği de açıktır. Sürekli bir rastgele değişken için yukarıda verilmiş olan tanım ve bağıntılara benzer bağıntılar x_1, x_2, \dots, x_k değerlerini eşit ihtimallerle alan süreksiz (discrete) bir değişken için yazılırsa

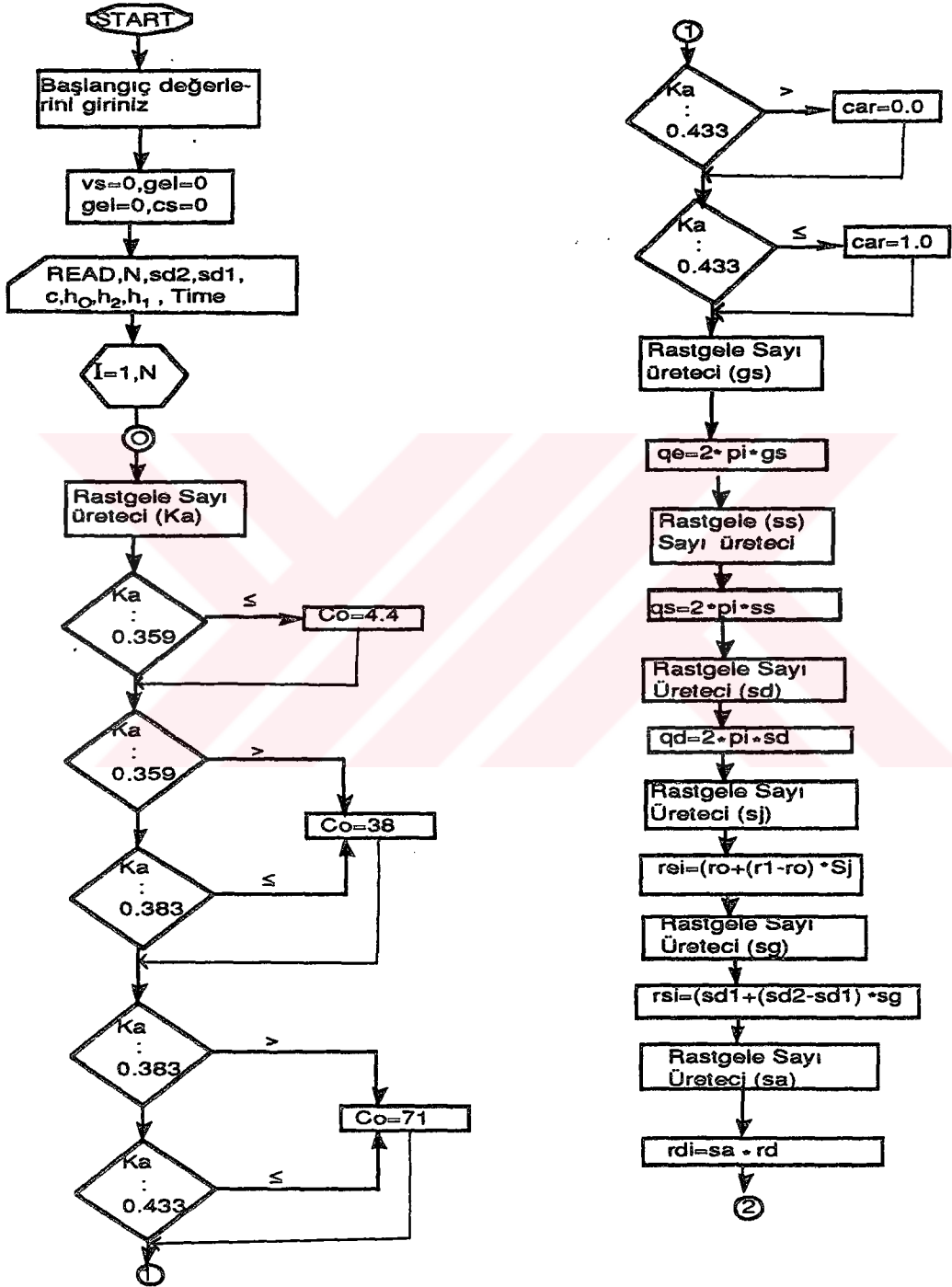
$$\text{Prob} \{X=x_1\} = \text{Prob} \{X=x_2\} = \dots = \frac{1}{k}$$

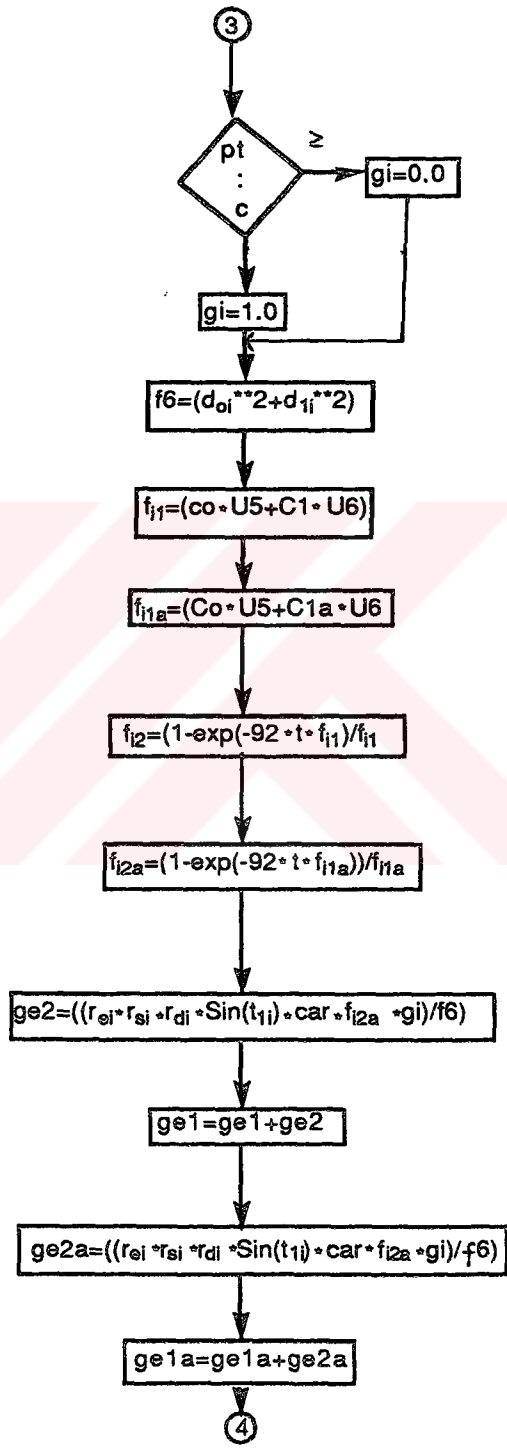
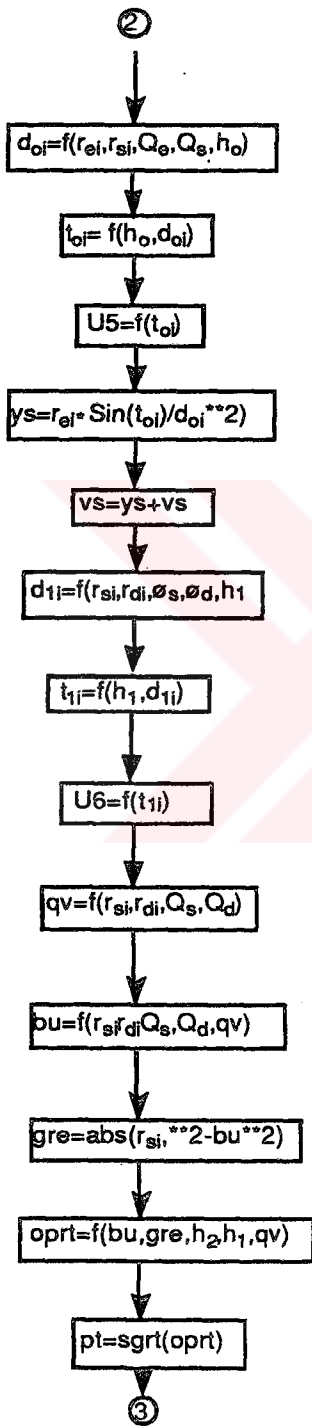
olur ve özellikle 0,1,2,3, ...,9 tamsayılarını eşit ihtimalle alan X değişkeni gözönüne alınırsa;

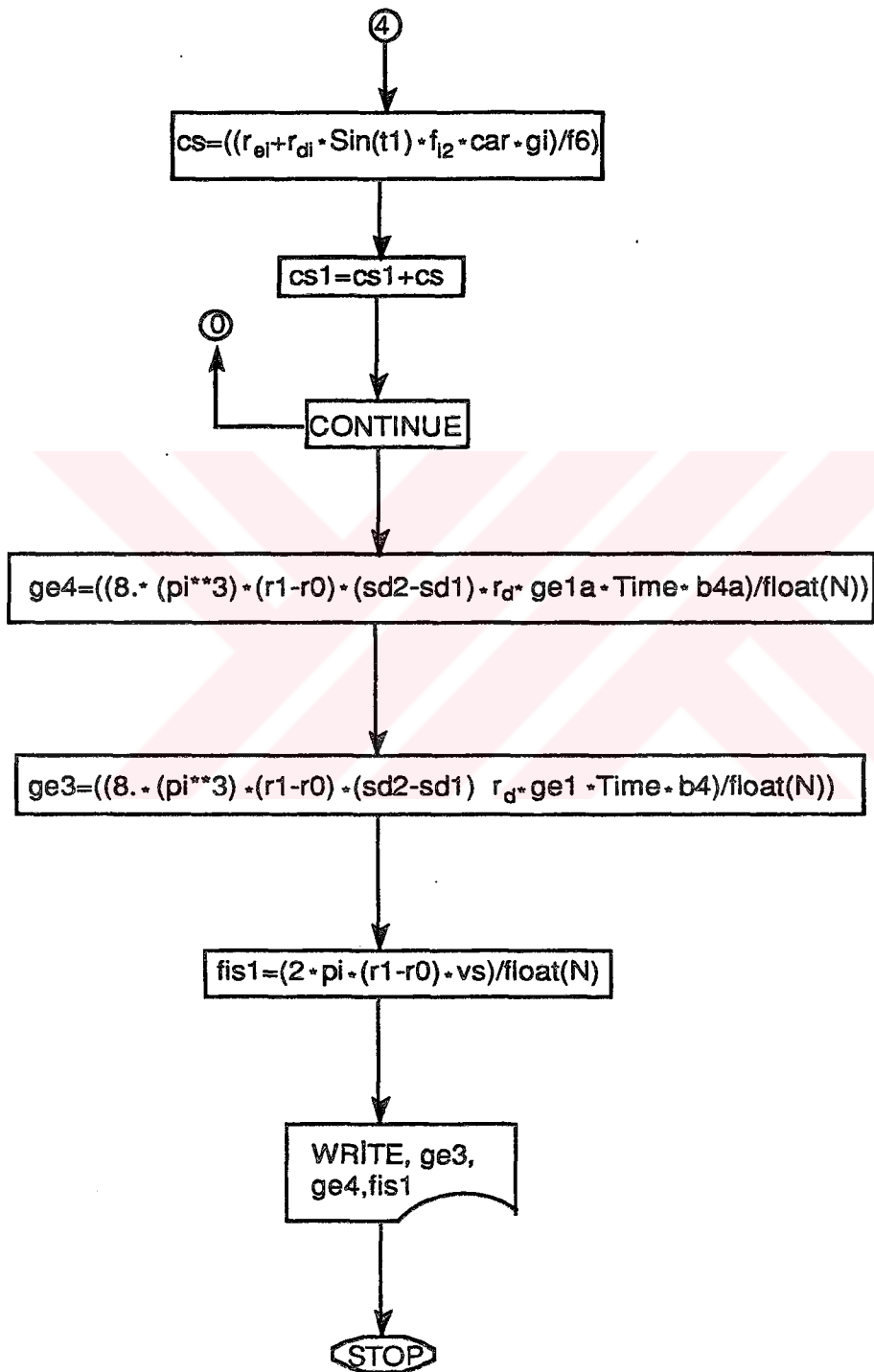
$$\text{Prob} \{X=0\} = \text{Prob} \{X=1\} = \dots = \frac{1}{10}$$

bulunur.

EK2. Monte Carlo Programının Akış Diyagramı.







KAYNAKLAR

- 1- Jenkins, R., Gould, R.W. and Gedcke, D., 1981, Quantitative X-Ray Spectrometry, Marcel Dekker, New York, p 9.
- 2- Bertin,E.,1975, Principle and Practicle of X-Ray Spectrometric Analysis,Second Edition,Plenum Press, New York, p 113.
- 3- Weber,A.,1983, X-Ray Spectrom., 12,11.
- 4- Tang, S.M.,Kump,P.,Yap,T., Bilal, M.G., 1986, X-Ray Spectrom., 15,289.
- 5- Sparks,C.J., 1976, Adv. X-Ray Anal., 54,221.
- 6- Giauque, R.D., Jaklevic, J.M.,1971, Adv. X-Ray Anal., 15,164.
- 7- Arinç,F., Gardner,R.P., 1979, J.Radial.Chem., 54,221.
- 8- Tertian,R., Claisse,F.,1982, Principles of Quantitative X-Ray Fluorescence Analysis, Heyden, New York, p 56.
- 9- Gündüz, E.,1988, Modern Fiziğe Giriş, Ege Üniversitesi,Fen Fakültesi, Bornova, İzmir, s 144.
- 10-Şahin,Y., 1989, Çekirdek Fiziğinin Esasları, Çeviri, Atatürk Üniversitesi Fen-Edebiyat Fakültesi, Erzurum, s 121.
- 11-Doğan, M.,1986, Spektroskopi Kış Okulu, İnönü Üniversitesi, Malatya,Bölüm 4,51.
- 12-Zararsız,A.,Aygün,E.,1989, Journal of Radioanalytical and Nuclear Chemistry, 129,2,367
- 13-Müller, R.O.,1962, Spectrochim.Acta, 18,123.
- 14-Moseley, H.G.L., 1913, Phil.Mag., 26,1024.
- 15-Glocker,R. and Schreiber,H., 1928,Ann.Phys.,85,1089.
- 16-Friedman, H. and Birks, L.S.,1948, Rev.Sci.Instrum., 18,323.

- 17-Demir,L. , Y.Lisans Tezi,1991,Atatürk Üniversitesi Fen-Edebiyat Fakültesi, Erzurum, s 1. (yayınlanmamış)
- 18-Metropolis,N. and Ulam,S., 1949, Journal of The American Statistical Association, 44,247,335
- 19-Elmaghraby, S.E., 1968, The Journal of Industrial Engineering, 19,6.
- 20-Shannon,R.E., 1975, Systems Simulation : The Art and Science, Prentice-Hall, Inc., p 11.
- 21-Sezgin,F.,1991, Simülasyon Teknikleri Ders Notları, (basılmamış)
- 22-Cengiz,A., Y.Lisans Tezi, 1986, Uludağ Üniversitesi Fen-Edebiyat Fakültesi , Bursa, s 39. (yayınlanmamış)
- 23- Peterman,B.F, Hontzeas.S. and Rystephanick R.G. 1972, Nuclear Instruments and Methods, 104,461
- 24-Yap,C.T.and Saligan P.P., 1986, Nuclear Instruments and Methods In Physics Reseach, A251,1,140
- 25-Campbell,J.L. and McNelles,L.A.,1974, Nuclear Instruments and Methods, 117,519
- 26-Strom, E.and Israel,H., 1970, Nucl.Data Tables A7,565.
- 27-Yücel,N.,1973,Monte Carlo Metodu, İstanbul Teknik Üniversitesi, Elektronik Hesap Bilimleri Enstitüsü Yayınları: 14, İstanbul, s 5.
- 28-Halaç,O., 1982, İşletmelerde Simülasyon Teknikleri, İstanbul Üniversitesi, İşletme Fakültesi, İstanbul, s 9.
- 29-Sobol, I.M., 1974, The Monte Carlo Method, The Universty of Chicago Press, Chicago and London, p 25.