

ATATÜRK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

**TABAKALI KOMPOZİT PLAKLARDA SONLU ELEMAN
YÖNTEMİYLE ELASTİK-PLASTİK GERİLME ANALİZİ**

Gülşah ALAR

MAKİNA MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

HC YÜKSEKÖĞRETİM KURULU
DOKÜMANTASYON MERKEZİ

ERZURUM

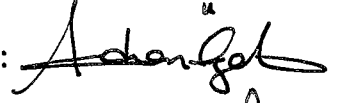
2002

Her Hakkı Saklıdır


121720

Doç. Dr. Adnan ÖZEL danışmanlığında, **Gülşah ALAR** tarafından hazırlanan bu çalışma, **27/09/2002** tarihinde aşağıdaki jüri tarafından **Makine Mühendisliği** Anabilim Dalı'nda **Yüksek Lisans** tezi olarak kabul edilmiştir.

Başkan: Doç. Dr. Adnan ÖZEL

İmza: 

Üye: Doç. Dr. Sadri ŞEN

İmza: 

Üye: Y. Doç. Dr. Ahmet BUDAK

İmza: 

Üye:

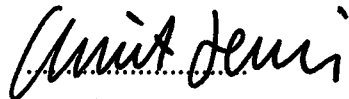
İmza:

Üye:

İmza:

Yukarıdaki sonucu onaylarım

(İmza)



Enstitü Müdürü

ÖZET

Y. Lisans Tezi

TABAKALI KOMPOZİT PLAKLARDA SONLU ELEMAN YÖNTEMİYLE ELASTİK- PLASTİK GERİLME ANALİZİ

Gülşah ALAR

Atatürk Üniversitesi
Fenbilimleri Enstitüsü
Makine Mühendisliği Anabilim Dalı

Danışman: Doç. Dr. Adnan ÖZEL

En alt tabakadan basınç uygulanmış delikli, deliksiz tabakalı (alüminyum metal-matrix takviyeli paslanmaz çelik fiber) kompozit plakta elastik-plastik gerilme analizi sonlu eleman yöntemiyle yapılmıştır. Bunun için 8 düğümlü Lagrangian interpolasyonu kullanıldı. Sonlu eleman yöntemiyle yapılan elastik-plastik gerilme analizinde Newton-Raphson yöntemi kullanılmıştır. ANSYS paket programında Shell 91 eleman özellikleri kullanılarak bilgisayar programı yazılmıştır. Deliksiz ve (çeşitli çap ölçülerinde) delikli kompozit plaklarda, farklı takviye açılarındaki plastik-şekil değişimi incelenmiştir. En büyük plastik-şekil değişimi deliksiz plaklarda plağın ortasında meydana gelirken, delikli plaklarda delik çevresinde oluşmaktadır. Aynı yüklemeye maruz, (0/90/90/0)_s takviye açısında x-ekseni boyunca en büyük eşdeğer gerilmenin, deliksiz plakta plağın ortasında olduğu gözlenirken (30/60/30/60)_s ve (45/-45/45/-45)_s takviye açılarındaki x-ekseninden içeriye doğru kaydığı görülmüştür. Aynı yüklemeye maruz, (0/90/90/0)_s takviye açısında en büyük eşdeğer gerilmenin, delikli plakta plağın ortasındaki bağlantı deliği civarında olduğu gözlenirken, (30/60/30/60)_s ve (45/-45/45/-45)_s takviye açılarındaki x-ekseninden içeriye doğru azaldığı görülmüştür.

2002, 137 sayfa

Anahtar Kelimeler: Elastik-Plastik Analiz, Sonlu Elemanlar Metodu, Metal Matrix Kompozit, Tabakalı Plak, Plastik Şekil Değiştirme.

ABSTRACT

Master Thesis

ELASTIC-PLASTIC STRESS ANALYSIS IN STAINLESS STEEL FIBER REINFORCED ALUMINUM METAL MATRIX LAMINATED PLATES BY FINITE ELEMENT METHOD

Gülşah ALAR

Atatürk University
Graduate School of Natural
And Applied Sciences Department
Of Mechanical Engineering

Supervisor: Assco. Prof. Dr. Adnan ÖZEL

(Stainless-steel fiber reinforced aluminum metal matrix laminated both with hole and without hole) in the composite plate has been applied to press in bottom and examined using the finite element method, 8-node Lagrangian interpolation. In the finite element solution Newton-Raphson method was used. A computer program has been written by using characteristics of shell 91 element in ANSYS package programme. The plastic strain at the model has been observed laminated both with hole (on various diameter dimensions) and without hole on various orientation angles. Maximum plastic-strain occurred in the middle of the plates without hole while it appeared around the hole in the plates with hole. At the same loading conditions, for the plates without a hole, it was observed that the maximum equivalent stress along x-axis occurred in the middle of the plate for $(0/90/90/0)_s$ orientation angle, while it starts shifting from the center to the edges on the x-axis for $(30/60/30/60)_s$ and $(45/-45/45/-45)_s$ orientation angles. Similarly, at the same loading conditions for the plates with a hole it was observed that the maximum equivalent stress along x-axis occurred around the hole in the middle of the plate for the $(0/90/90/0)_s$ orientation angle, while it starts decreasing from the center to the edges on the x-axis for $(30/60/30/60)_s$ and $(45/-45/45/-45)_s$ orientation angles.

2002, 137 page

Keywords: Elastic-plastic analysis, Finite element Method, Metal matrix composite, Laminated plate, Plastic Strain.

TEŞEKKÜR

Çalışmalarım süresince her türlü desteği sağlayan çok değerli hocam Sayın Doç. Dr. Adnan ÖZEL'e en içten teşekkürlerimi sunarım. Ayrıca çalışmalarımda yardımlarını hiç esirgemeyen Sayın Doç. Dr. Sadri ŞEN'e ve manevi desteğini gördüğüm sevgili kız kardeşim Dr. Berrin ALAR'a ve aileme sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Gülşah ALAR

Ağustos 2002



ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 2.1.	Plak, koordinat eksenleri ve deplasmanlar	8
Şekil 2.2.	Plığın yer değiştirmesi	9
Şekil 2.3.	Plak elemanında gerilmeler	14
Şekil 2.4.	(a) ve (b) kayma Şekil değişiminde x ve y eksen normallerinin dđnmesi	17
Şekil 3.1.	Herhangi x-y eksenlerinden malzeme asal eksenlerine pozitif yđnde dđnüş	22
Şekil 3.2.	Bir levhadaki yer değiştirmeler	29
Şekil 3.3.	Levha kalınlığı boyunca gerilmeler ve Şekil değiştirmeler	32
Şekil 3.4.	(a) Bir levhaya etkiyen kuvvet ve momentler (b) n tabakalı bir levhada koordinatlar	33
Şekil 3.5.	Sürekli elemanlara ait örnekler	42
Şekil 3.6.	İki boyutlu elemanlarda transformasyon	45
Şekil 3.7.	Dđrt düğümlü izoparametrik eleman	46
Şekil 3.8.	Dđrtten dokuzaya kadar değişken düğüm sayısı ihtiva eden izoparametrik düzlem eleman	48
Şekil 3.9.	Gauss noktaları	50
Şekil 3.10.	Sekiz noktalı izoparametrik eleman	56
Şekil 4.1.	Geometri ve Yükleme	70
Şekil 4.2.	(a), (b), (c) sınır Şartları ve solu elemanlar ağı.....	71
Şekil 4.3.	X ekseni boyunca bir deliğe bağlı (0/90/90/0) _s takviye açılı (alüminyum-metal matrix takviyeli paslanmaz çelik fiber) plığın eşdeğer gerilme dağılımı	73
Şekil 4.4.	X ekseni boyunca bir deliğe bağlı (30/60/30/60) _s takviye açılı (alüminyum metal matrix takviyeli paslanmaz çelik fiber) plığın eşdeğer gerilme dağılımı	73

Şekil 4.5.	X eksenli boyunca (a)= (0/90/90/0) _s , (b) = (45/-45/45/-45) _s , (c)= (30/60/30/60) _s takviye açılı (alüminyum metal matrix takviyeli paslanmaz çelik fiber) plağın eş değer gerilme dağılımı	74
Şekil 4.6.	X eksenli boyunca bir deliğe bağlı (45/-45/45/-45) _s takviye açılı (alüminyum metal matrix takviyeli paslanmaz çelik fiber) plağın eş değer gerilme dağılımı	74
Şekil 4.7.	X eksenli boyunca (D ₁ =20 mm) çaplı değişik takviye açılı (alüminyum metal matrix takviyeli paslanmaz çelik fiber) plağın eş değer gerilme dağılımı	75
Şekil 4.8.	X eksenli boyunca (D ₁ =40 mm) çaplı değişik takviye açılı (alüminyum metal matrix takviyeli paslanmaz çelik fiber) plağın eş değer gerilme dağılımı	75
Şekil 4.9.	X eksenli boyunca (D ₁ =60 mm) çaplı değişik takviye açılı (alüminyum metal matrix takviyeli paslanmaz çelik fiber) plağın eş değer gerilme dağılımı	76
Şekil 4.10.	X eksenli boyunca (D ₁ = 80 mm) çaplı değişik takviye açılı (alüminyum metal matrix takviyeli paslanmaz çelik fiber) plağın eş değer gerilme dağılımı	76
Şekil 4.11.	X eksenli boyunca (D ₁ =100mm) çaplı değişik takviye açılı (alüminyum metal matrix takviyeli paslanmaz çelik fiber) plağın eş değer gerilme dağılımı	77
Şekil 4.12.	(UZ), 400/400 boyutlu Deliksiz plak (0/90/90/0) _s	81
Şekil 4.13.	(UZ) D ₁ =60 mm plak (0/90/90/0) _s	81
Şekil 4.14.	(UZ) D ₁ = 60 mm plak (30/60/30/60) _s	81

Şekil 4.15.	(UZ) Deliksiz plak (30/60/30/60) _s	81
Şekil 4.16.	(UZ), 400/400 boyutlu Deliksiz plak (45/-45/45/-45) _s	82
Şekil 4.17.	(UZ) D ₁ =60 mm plak (45/-45/45/-45) _s	82
Şekil 4.18.	(UZ) D ₁ =20 d ₂ =20 plak (0/90/90/0) _s	82
Şekil 4.19.	(UZ) D ₁ =40 d ₂ =20 plak (0/90/90/0) _s	82
Şekil 4.20.	(UZ) D ₁ =40 d ₂ =20 plak (30/60/60/60) _s	83
Şekil 4.21.	(UZ) D ₁ =20 d ₂ =20 plak (30/60/30/60) _s	83
Şekil 4.22.	(UZ) D ₁ =40 d ₂ =20 plak (45/-45/45/-45) _s	83
Şekil 4.23.	(UZ) D ₁ =20 d ₂ =20 plak (45/-45/45/-45) _s	83
Şekil 4.24.	(UZ) D ₁ =40 d ₂ =10 plak (30/60/30/60) _s	84
Şekil 4.25.	(UZ) D ₁ =40 d ₂ =25 plak (30/60/30/60) _s	84
Şekil 4.26.	(UZ) D ₁ =40 d ₂ =10 plak (45/-45/45/-45) _s	84
Şekil 4.27.	(UZ) D ₁ =40 d ₂ =25 plak (45/-45/45/-45) _s	84
Şekil 4.28.	(UZ), 400/400 boyutlu Deliksiz plak (0/90/90/0) _s	85

Şekil 4.29.	(UZ) D ₁ =40 plak (0/90/90/0) _s	85
Şekil 4.30.	(UZ) D ₁ =40 d ₂ =25 plak (0/90/90/0) _s	85
Şekil 4.31.	(UZ) D ₁ =40 d ₂ =10 plak (0/90/90/0) _s	85
Şekil 4.32.	Deliksiz bir plakta eşdeğer gerilme grafiği (0/90/90/0) _s takviye açılı	90
Şekil 4.33.	Deliksiz bir plakta eşdeğer gerilme grafiği (30/60/30/60) _s takviye açılı	90
Şekil 4.34.	Deliksiz bir plakta eşdeğer gerilme grafiği (45/-45/45/-45) _s takviye açılı	90
Şekil 4.35.	D ₁ =20 mm çaplı bir plakta eşdeğer gerilme grafiği (0/90/90/0) _s takviye açılı	91
Şekil 4.36.	D ₁ =40 mm çaplı bir plakta eşdeğer gerilme grafiği (0/90/90/0) _s takviye açılı	91
Şekil 4.37.	D ₁ =60 mm çaplı bir plakta eşdeğer gerilme grafiği (0/90/90/0) _s takviye açılı	91
Şekil 4.38.	D ₁ =80 mm çaplı bir plakta eşdeğer gerilme grafiği (0/90/90/0) _s takviye açılı	92
Şekil 4.39.	D ₁ =100 mm çaplı bir plakta eşdeğer gerilme grafiği (0/90/90/0) _s takviye açılı	92
Şekil 4.40.	D ₁ =20 mm çaplı bir plakta eşdeğer gerilme grafiği (45/-45/45/-45) _s takviye açılı	92
Şekil 4.41.	D ₁ =40 mm çaplı bir plakta eşdeğer gerilme grafiği (45/-45/45/-45) _s takviye açılı	93
Şekil 4.42.	D ₁ =60 mm çaplı bir plakta eşdeğer gerilme grafiği (45/-45/45/-45) _s takviye açılı	93

Şekil 4.43.	$D_1=80$ mm çaplı bir plakta eşdeğer gerilme grafiği (45/-45/45/-45) _s takviye açılı	93
Şekil 4.44.	$D_1=100$ mm çaplı bir plakta eşdeğer gerilme grafiği (45/-45/45/-45) _s takviye açılı	94
Şekil 4.45.	$D_1=00$ mm çaplı bir plakta eşdeğer gerilme grafiği (30/60/30/60) _s takviye açılı	94
Şekil 4.46.	$D_1=40$ mm çaplı bir plakta eşdeğer gerilme grafiği (30/60/30/60) _s takviye açılı	94
Şekil 4.47.	$D_1=60$ mm çaplı bir plakta eşdeğer gerilme grafiği (30/60/30/60) _s takviye açılı	95
Şekil 4.48.	$D_1=80$ mm çaplı bir plakta eşdeğer gerilme grafiği (30/60/30/60) _s takviye açılı	95
Şekil 4.49.	$D_1=100$ mm çaplı bir plakta eşdeğer gerilme grafiği (30/60/30/60) _s takviye açılı	95
Şekil 4.50.	$D_1=20$ $d_2=25$ çaplı bir plakta eşdeğer gerilme grafiği (0/90/90/0) _s takviye açılı	96
Şekil 4.51.	$D_1=20$ $d_2=20$ çaplı bir plakta eşdeğer gerilme grafiği (0/90/90/0) _s takviye açılı	96
Şekil 4.52.	$D_1=20$ $d_2=15$ çaplı bir plakta eşdeğer gerilme grafiği (0/90/90/0) _s takviye açılı	96
Şekil 4.53.	$D_1=20$ $d_2=10$ çaplı bir plakta eşdeğer gerilme grafiği (0/90/90/0) _s takviye açılı	97
Şekil 4.54.	$D_1=40$ $d_2=25$ çaplı bir plakta eşdeğer gerilme grafiği (0/90/90/0) _s takviye açılı	97
Şekil 4.55.	$D_1=40$ $d_2=20$ çaplı bir plakta eşdeğer gerilme grafiği (0/90/90/0) _s takviye açılı	97
Şekil 4.56.	$D_1=40$ $d_2=15$ çaplı bir plakta eşdeğer gerilme grafiği (0/90/90/0) _s takviye açılı	98

Şekil 4.57.	$D_1=40$ $d_2=25$ çaplı bir plakta eşdeğer gerilme grafiği (0/90/90/0) _s takviye açılı	98
Şekil 4.58.	$D_1=40$ $d_2=10$ çaplı bir plakta eşdeğer gerilme grafiği (30/60/30/60) _s takviye açılı	98
Şekil 4.59.	$D_1=40$ $d_2=15$ çaplı bir plakta eşdeğer gerilme grafiği (30/60/30/60) _s takviye açılı	99
Şekil 4.60.	$D_1=40$ $d_2=20$ çaplı bir plakta eşdeğer gerilme grafiği (30/60/30/60) _s takviye açılı	99
Şekil 4.61.	$D_1=40$ $d_2=25$ çaplı bir plakta eşdeğer gerilme grafiği (30/60/30/60) _s takviye açılı	99
Şekil 4.62.	$D_1=20$ $d_2=10$ çaplı bir plakta eşdeğer gerilme grafiği (30/60/30/60) _s takviye açılı	100
Şekil 4.63.	$D_1=20$ $d_2=15$ çaplı bir plakta eşdeğer gerilme grafiği (30/60/30/60) _s takviye açılı	100
Şekil 4.64.	$D_1=20$ $d_2=20$ çaplı bir plakta eşdeğer gerilme grafiği (30/60/30/60) _s takviye açılı	100
Şekil 4.65.	$D_1=20$ $d_2=25$ çaplı bir plakta eşdeğer gerilme grafiği (30/60/30/60) _s takviye açılı	101
Şekil 4.66.	$D_1=20$ $d_2=10$ çaplı bir plakta eşdeğer gerilme grafiği (45/-45/45/-45) _s takviye açılı	101
Şekil 4.67.	$D_1=20$ $d_2=15$ çaplı bir plakta eşdeğer gerilme grafiği (45/-45/45/-45) _s takviye açılı	101
Şekil 4.68.	$D_1=20$ $d_2=20$ çaplı bir plakta eşdeğer gerilme grafiği (45/-45/45/-45) _s takviye açılı	102
Şekil 4.69.	$D_1=20$ $d_2=25$ çaplı bir plakta eşdeğer gerilme grafiği (45/-45/45/-45) _s takviye açılı	102
Şekil 4.70.	$D_1=40$ $d_2=25$ çaplı bir plakta eşdeğer gerilme grafiği (45/-45/45/-45) _s takviye açılı	102

Şekil 4.71.	$D_1=40$ $d_2=20$ çaplı bir plakta eşdeğer gerilme grafiği (45/-45/45/-45) _s takviye açılı	103
Şekil 4.72.	$D_1=40$ $d_2=15$ çaplı bir plakta eşdeğer gerilme grafiği (45/-45/45/-45) _s takviye açılı	103
Şekil 4.73.	$D_1=40$ $d_2=10$ çaplı bir plakta eşdeğer gerilme grafiği (45/-45/45/-45) _s takviye açılı	103
Şekil 4.74.	Plastik – şekil değiştirme Deliksiz (0/90/90/0) _s	111
Şekil 4.75.	Plastik – şekil değiştirme $D_1=60$ (0/90/90/0) _s	111
Şekil 4.76.	Plastik – şekil değiştirme $D_1=60$ (30/60/30/60) _s	111
Şekil 4.77.	Plastik – şekil değiştirme Deliksiz (30/60/30/60) _s	111
Şekil 4.78.	Plastik – şekil değiştirme Deliksiz (45/-45/45/-45) _s	112
Şekil 4.79.	Plastik – şekil değiştirme $D_1=60$ (45/-45/45/-45) _s	112
Şekil 4.80.	Plastik – şekil değiştirme $D_1=20$ $d_2=20$ (0/90/90/0) _s	112
Şekil 4.81.	Plastik – şekil değiştirme $D_1=40$ $d_2=20$ (0/90/90/0) _s	112
Şekil 4.82.	Plastik – şekil değiştirme $D_1=40$ $d_2=20$ (30/60/30/60) _s	113
Şekil 4.83.	Plastik – şekil değiştirme $D_1=20$ $d_2=20$ (30/60/30/60) _s	113
Şekil 4.84.	Plastik – şekil değiştirme $D_1=40$ $d_2=20$ (45/-45/45/-45) _s	113

Şekil 4.85.	Plastik – şekil değiştirme $D_1=20$ $d_2=20$ (45/-45/45/-45) _s	113
Şekil 4.86.	Plastik – şekil değiştirme Deliksiz (0/90/90/0) _s	114
Şekil 4.87.	Plastik – şekil değiştirme $D_1=40$ (0/90/90/0) _s	114
Şekil 4.88.	Plastik – şekil değiştirme $D_1=40$ $d_2=25$ (0/90/90/0) _s	114
Şekil 4.89.	Plastik – şekil değiştirme $D_1=40$ $d_2=10$ (0/90/90/0) _s	114
Şekil 4.90.	Plastik – şekil değiştirme $D_1=40$ $d_2=25$ (30/60/30/60) _s	115
Şekil 4.91.	Plastik – şekil değiştirme $D_1=40$ $d_2=10$ (30/60/30/60) _s	115
Şekil 4.92.	Plastik – şekil değiştirme $D_1=40$ $d_2=100$ (45/-45/45/-45) _s	115
Şekil 4.93.	Plastik – şekil değiştirme $D_1=40$ $d_2=25$ (45/-45/45/-45) _s	115

SİMGELER DİZİNİ

τ	: Kayma gerilmesi
γ	: Kayma şekil değiştirme
ν	: Poisson oranı
θ	: Takviye açısı
σ	: Normal gerilme
ϕ_x, ϕ_y	: Ortayüzey normalinin kayma gerilmelerinden dolayı x ve y eksenini etrafında dönme
θ_x, θ_y	: Ortayüzey normalinin x ve y eksenleri etrafında toplam dönme
$[\epsilon]$: Şekil değiştirme vektörü
$[\epsilon_0]$: Başlangıç şekil değiştirme vektörü
$[B]$: Şekil değiştirme – Yer değiştirme dönüşüm matrisi
$[C]$: Elastisite Matrisi
$[K]$: Direngenlik Matrisi
$[N]$: Şekil Fonksiyonları
$[Q]$: Kuvvet vektörü
$\{\delta\}$: Yer değiştirme vektörü
A	: Alan
dx, dy	: Boyutlar
E	: Elastisite Modülü
G	: Kayma Modülü
h	: Plak kalınlığı
J	: Jakobyen Operatörü
L	: Lagrange interpolasyon polinomu
U, V	: Yer değiştirme interpolasyon fonksiyonu
u, v, w	: Lokal yer değiştirmeler
W_{ij}	: Ağırlık faktörü
x, y, z	: Kartezyen koordinatlar

ÇİZELGELER DİZİNİ

Çizelge 1.1.	Metal, seramik ve plastik malzemelerin bazı özelliklerinin karşılaştırılması	4
Çizelge 1.2.	Bazı kompozit ve geleneksel malzemelerin mekanik özellikler bakımından karşılaştırılması	5
Çizelge 3.1.	Şekil fonksiyonları	49
Çizelge 3.2.	Gauss Noktaları ve Ağırlık Faktörleri	51
Çizelge 4.1.	Delikli, deliksiz; çeşitli takviye açılarındaki P (pres), F (yük), $\sigma_{\text{Von-Mises}}$ (gerilme), w_{max} (çökme) değerleri	119
Çizelge 4.2.	Delikli, deliksiz, çeşitli takviye açılarında, sadece en alt tabakadaki, P(pres), F(yük), $\sigma_{\text{Von-Mises}}$ (gerilme), w_{max} (Çökme) değerleri	120

İÇİNDEKİLER

ÖZET	i
ABSTRACT	ii
TEŞEKKÜR	iii
ŞEKİLLER DİZİNİ	iv
SİMGELER DİZİNİ	v
ÇİZELGELER DİZİNİ	vi
1. GİRİŞ	1
1.1. Çalışmanın Kapsamı	1
1.2. Kompozit Malzemelerin Özellikleri	3
1.2.1. Kompozit Malzemelerin Sınıflandırılması	5
1.2.1.1. Tabakalı Kompozit Malzemeler	5
1.2.2. Kompozit Malzemelerin Uygulamaları	6
1.2.2.1. Askeri Havacılık Alanındaki Uygulamaları	6
1.2.2.2. Sivil Havacılık Alanındaki Uygulamaları	6
1.2.2.3. Uzay Uygulamaları	7
1.2.2.4. Otomotiv Uygulamaları	7
1.2.2.5. Elektronik Alandaki Uygulamaları	7
1.2.2.6. Ticari Uygulamalar	7
2. KURAMSAL TEMELLER	8
2.1. Plak Teorisi	8
2.1.1. Tanımlama	8
2.1.2. Diferansiyel Geometri	9
2.1.3. Gerilme – Şekil Değişirme Bağlılıkları	11
2.1.4. Gerilme – Yer Değişirme Bağlılıkları	12
2.1.5. Gerilmelere Bağlı Olarak Momentlerin Bulunması	13
2.2. Kalın Plaklarda Kayma Şekil Değişimi	16
2.2.1. Mindlin Teorisi	16

3. MATERYAL ve YÖNTEM	21
3.1. Materyal	21
3.1.1. Kompozitlerin Makromekanik Davranışı	21
3.1.1.1. Ortotropik Tabakalarda Düzlem Gerilme Durumu	21
3.1.1.2. Mekanik Davranışın Yöne Bağlı Olarak Değişim	22
3.1.2. Çok Tabakalı Kompozit Malzemeler	26
3.1.2.1. Çok Tabakalı Kompozit Malzemeler İstifleme Geometrisi	26
3.1.2.2. Klasik Laminasyon Teorisi	27
3.1.2.3. Tek Bir Tabakanın Gerilme – Şekil Değiştirme Bağıntısı	27
3.1.2.4. Çok Tabakalı Bir Levhada Gerilme – Şekil Değiştirme Davranışı	28
3.1.2.5. Bir Levhaya Etkiyen Bileşke Kuvvetler ve Momentler	32
3.1.2.6. Tabakalı Kompozitlerde Kayma Şekil Değişimi Hesabı	35
3.1.3. Bazı Özel Levhaların Rijitlik Matristleri	37
3.1.3.1. Tek Bir İzotropik Tabakadan Oluşan Levha	37
3.1.3.2. Tek Bir Ortotropik Tabakadan Oluşan Levha	38
3.1.3.3. Çok Tabakalı Simetrik Levha	39
3.2. Yöntem	41
3.2.1. Sonlu Eleman Formülasyonu	41
3.2.1.1. Ara Yüzeylerde Süreklilik	41
3.2.1.2. Sürekli Elemanların Formülasyonu	41
3.2.1.3. Sonlu Eleman Şekil Fonksiyonları	43
3.2.1.4. Nümerik İntegrasyon	49
3.2.2. Plaklarda Sonlu Eleman Formülasyonu	52
3.2.2.1. Temel Bağıntılar	52
3.2.2.2. Sekiz Noktalı İzoparametrik Eleman	56
3.2.3. Tabakalı Kompozitlerin Nonlineer Analizi	64
3.2.3.1. Direk İterasyon (Pikard) Metodu	65
3.2.3.2. Newton-Raphson Yöntemi	66
4. ARAŞTIRMA BULGULARI	68

4.1. Problemin Tanımlanması	69
4.2. Çeşitli Takviye Açılarındaki Delikli/Deliksiz Plaklarda Eşdeğer Gerilme Dağılımları.	73
4.3. Çeşitli Takviye Açılarındaki Delikli/Deliksiz Plaklarda Eşdeğer Gerilme Dağılımlarının Yorumlanması.....	78
4.4. Çeşitli Takviye Açılarında Delikli/Deliksiz Plakların Z yönündeki Yerdeğiştirmesi (UZ).....	81
4.5. UZ Grafiklerinin Yorumlanması.....	86
4.6. Çeşitli Takviye Açılarında Delikli/Deliksiz Plaklardaki Eşdeğer Gerilme Grafikleri.....	90
4.7. Çeşitli Takviye Açılarında Delikli/Deliksiz Plaklardaki Eşdeğer Gerilme Grafik Yorumları.....	104
4.8. Çeşitli Takviye Açılarında Delikli/Deliksiz Plakların Plastik-şekil Değiştirme Grafikleri.....	111
4.9. Plastik-şekil Değiştirme Grafikleri Yorumları.....	116
5. SONUÇLAR.....	121
KAYNAKLAR	128
EKLER	132
EK 1	132
ÖZGEÇMİŞ	137

1. GİRİŞ

1.1. Çalışmanın Kapsamı

Tabakalı kompozit plaklarda sonlu eleman yöntemiyle elastik-plastik gerilme analizi yapılmıştır. Delikli, deliksiz tabakalı (alüminyum-matrix takviyeli paslanmaz çelik fiber) kompozit plaka farklı takviye açılarındaki plastik-şekil değişimi incelenmiştir.

Metal matrix kompozitler elastik, gevrek veya şekil verilebilir, güçlü fiberlerle güçlendirilmiş çoğunlukla düşük gerilmeli, şekil verilebilir matrixlerden oluşur. Fiberin mukavemeti ve matrixin şekil verilebilirliği üstün özellikli yeni bir malzeme sağlar.

Plastik deformasyonlar ve artık gerilmeler tabakalı kompozit plaklarda önemlidir. Artık gerilmeler, levhanın akma noktasını artırmak için kullanılır.

Bahaei-El din ve Dvorak (1982) simetrik metal-matrix tabakalı kompozitlerin elastik-plastik davranışını, mekanik yüklenme alanındaki durum için inceledi.

Bu çalışmada alüminyum-matrix boron fiberleri tarafından takviye edilir. Metal matrix kompozitler, yüksek mukavemet, sertlik, düşük yoğunluk korozyona karşı direnç, yüksek sürünme ve yorulma özellikleri gibi üstün özelliklere sahip yeni bir malzeme sağlayan elastik gevrek veya şekil verilebilir güçlü fiberlerle takviye edilmiş genellikle düşük mukavemetli şekil verilebilir matrixlerden oluşur.

Chou *et al.* (1985) ikincil çalışma tekniklerini ve ara yüzleri, mekanik özellikleri, fabrikasyon (üretim) metodlarını içeren fiber takviyeli metal matrix kompozitler üzerinde çalışmayı yeniden inceledi.

Kang ve Kang (1994) değişik ekstrüzyon oranlarında ve yüksek sıcaklıklarda ekstrüze edilmiş ve hareket geçiren metod tarafından üretilmiş olan kısa fiber takviyeli alüminyum kompozit materyalleri araştırdı. Sıcak ekstrüzyonun yapıldığı bölgenin çekme gerilmesi

farklı ekstrüzyon oranları için deneysel olarak belirlendi ve teorik olarak hesaplanan gerilmelerle karşılaştırıldı. Metal matrix kompozitler metal mukavemetinde nispeten yeni bir yol sağladı.

Kalıp, döküm teknikleri metal matrix kompozitlerin imalatını araştırmak için son zamanlarda uygulanmaktadır.

Aşağıdaki üretim metodları arasında püskürtme döküm tekniğinin en etkili olduğı ortaya çıkıyor ve bu yöntem iki avantajı öneriyor.

- 1.Kitle üretim için iyi uygunluk
2. Kompozitlerde imalatı (üretimi), net (tam bir şekle yaklaştırmak için nispeten basit bir işlem.

Pitchumani *et al.* (1994) 3 fazlı metal matrix fazlarda asıl hacim kısmının ölçümü için girdap akımları tekniğini kullandı.

İşte bu esas hacim kısmı, özellikle büyük miktarlarda silikon carbid (SiCp) takviyeli alüminyum metal matrix kompozitlerin ekstrüzyonu üzerinde yapılan ve girdap akımları ölçümlerini kullanarak hesaplandı.

Pomies ve Carlson (1994) dik gerilim uygulanmış sürekli fiber kompozitlerin sertlik ve mukavemetinin mikromekanik Fem analizini gerçekleştirdi ve kuru ve ıslak cam epoxy, karbon epoxy kompozitleri için deneysel veri ile kendi sonuçlarını karşılaştırdılar. Çalışmalarında, ayrılma ve kırılma kriterleri ile bağıntılı çift bağılı olarak fiber matrix ara yüzde ve matrixdeki birleşik mekanik ve artık gerilme hallerini dik çekme gerilme tahminlerinde kullandılar.

Karakuzu, Özel ve Sayman (1995) kenar çentikli metal döküm tabakalarda sonlu elemanlar metodunu kullanarak elastik-plastik çözüm yöntemleri üzerinde çalışmalardır.

Kang ve Ku (1995) çeşitli işlem şartları için kısa fiber takviyeli kompozitler $Al_2 O_3$ 'ün üretiminde infiltrasyon sınırlarını araştırdı.

Anant et (1995) itme testinin uygulamasını araştırdı ve deneysel veri üstünde farklı materyal ve test değişkenlerinin etkisini de çalıştı. Kompozit malzemelerdeki çekme artık gerilmeler özellikle önemlidir. Çünkü polimer ya da metal matrixin tensile gerilmesinin önemli bir kısmını temsil edebilirler ve işlenmemiş veya artan bir bozulmaya yaklaşabilir.

Karakaya ve Şehitoğlu (1996) bir yönlü carbon fiberle takviye edilmiş plastiklerin deformasyon ve kırılma mekanizmalarının geliştirilmesi üzerinde çalıştılar. Sürekli paslanmaz çelikle güçlendirilmiş kalıp dökme işlemi ile üretilen matrix kompozitleri daha yüksek mekanik özellikler sergiler. Çentikli düz tabakalar ve deliklere salıp, metal matrix dönen disklerde artık gerilmeler FEM metodu ile belirlenir ve kırılma kriteri olarak Tsai-Hill kriteri kullanılır.

Karakuzu ve Özcan (1997) çelik fiberlerle takviye edilmiş alüminyum, metal-matrix kompozit kirişlerin elasto-plastik gerilme analizlerinin tam bir çözümünü verdi.

1.2. Kompozit Malzemelerin Özellikleri

Malzemeler genellikle metaller, seramikler ve organik malzemeler olarak üç ana gruba ayrılırlar. Bu üç grubun birbirlerine göre üstün ve zayıf yönleri vardır. Çizelge 1.1. dayanım ve tokluk özellik çiftinin en uygun olduğu grup olan metaller makine mühendisliğinde en yaygın olarak kullanılan malzemeler türüdür.

Çizelge 1.1. Metal, seramik ve plastik malzemelerin bazı özelliklerinin karşılaştırılması

Malzeme Grubu	Yoğunluk	Dayanım	Tokluk	Isıl Kararlılık	Biçimlendirme	Birleştirme
METALLER	Orta Yüksek	Orta	İyi	Orta	Orta	Orta
SERAMİKLER	Düşük Yüksek	Yüksek	Düşük	Yüksek	Yüksek	Kötü
PLASTİKLER	Düşük	Düşük	Düşük	Düşük	İyi	İyi

Kompozit malzeme terimi, bu üç ana grubun yanında, aynı ya da farklı gruplardan iki veya daha fazla malzemenin makroskobik ölçüde birleşerek kullanılabilir yeni bir malzeme meydana getirmesini anlatır. İyi tasarlanmış, kompozit bir malzeme kendini meydana getiren malzemelerin en iyi özelliklerini göstermektedir. Gelişen malzeme özellikleri;

- Dayanım
- Elastiklik
- Korozyon direnci
- Aşınma direnci
- Ağırlık
- Yorulma ömrü
- Sıcaklığa bağlı davranış
- Termal izolasyon
- Termal iletkenlik
- Akustik izolasyon
- Kırılma tokluğu
- Elektrik iletkenliği
- Rijitlik
- Estetik görünüm
- Fiyat

1.2.1. Kompozit Malzemelerin Sınıflandırılması

Kompozit malzemeler genel olarak dört farklı gruba ayrılırlar.

1. Sürekli fiber takviyeli kompozit malzemeler
2. Çeşitli malzeme tabakalarından oluşan tabakalı kompozit malzemeler
3. Süreksiz tane (partikül) takviyeli kompozit malzemeler
4. Yukarıdaki üç değişik tipin çeşitli kombinasyonları

Çizelge 1.2. Bazı kompozit ve geleneksel malzemelerin mekanik özellikler bakımından karşılaştırılması

Malzeme	Yoğunluk g/cm ³	Çekme dayanımı MPa	Elastiklik Modülü GPa	Özgül çekme dayanımı σ_0/ρ	Özgül elastisite modülü E/ ρ
Alaşımız çelik	7.1	459	203	58	26
Alüminyum	2.8	84	71	30	25
Al alaşımı 2024	2.8	247	69	88	25
Pirinç	8.5	320	97	38	11
Ahşap (kayın)	0.7	110	13	157	19
Kemik	1.8	138	26	75	14
Bor-Epoksi	1.8	1600	224	889	124
Karbon-Epoksi	1.6	1260	218	788	136
Kevler-Epoksi	1.4	1400	77	1000	55
S camı-Epoksi	1.8	1400	56	824	33
E camı-Epoksi	1.8	1150	42	639	23

1.2.1.1. Tabakalı Kompozit Malzemeler

Tabakalı kompozit malzemeler, birbirlerine bağlanmış olan en az iki farklı malzeme katmanından oluşur. Tabakalaşma daha kullanışlı bir malzemeye ulaşmak için bileşiği oluşturan katmanlar ve bağlanan malzemelerin en iyi durumlarını birleştirir. Tabakalaşma ile dayanım, elastiklik, ağırlık, korozyon dayanımı, aşınma direnci, termal izolasyon,

akustik izolasyon gibi özellikler geliştirilmektedir. Tabakalı kompozit malzemeler; bimetaller, kaplama yapılmış metallere, tabakalı cam, plastik-bazlı tabakalar fiberli kompozitlerdir.

1.2.2. Kompozit Malzemelerin Uygulamaları

1.2.2.1. Askeri havacılık alanındaki uygulamaları

1. General Dynamics mF-111 savaş uçaklarının kanat-merkez uyum (wing-pivot fitting) sistemlerinde bor-epoksi
2. Vaught A-7 bombardıman uçaklarının frenleme (speedbroke) sistemlerinde grafit-epoksi)
3. Vought S-3A denizaltı arama uçaklarının tesisatlarında grafit-epoksili bal peteği özü (nüve, iç, göbek) (honeycomb-core)
4. Boeing F-18 saldırı uçaklarının düşey kuyrukları (fen) kanatları ve yatay kuyruk yüzeyleri gibi temel yapıları ile çeşitli küçük kapıları ve uçak çevresindeki diğer küçük bölgeler gibi ikincil yapılarda grafit-epoksi.
5. Boeing AV-8B Harrier uçaklarından grafit-epoksi
6. Grumman X-29 A uçaklarının ileri eğilmiş kanatlarında
7. Northrop Grumman B-2 gizli bombardıman uçaklarının radar-obssorpsiyonu karakteristiklerini sağlayacak tüm dış parçalarında
8. Lockheed Martin F-22 savaş uçaklarının yapısındaki % 26'lık bölümde kullanılmaktadır.

1.2.2.2. Sivil havacılık alanındaki uygulamaları

1. Lockheed L-1011 uçaklarının düşey kuyruklarında (fin) grafit-epoksi
2. Rutan Voyager uçaklarının tüm yapısında
3. Boeing 777 uçaklarında karbon-epoksi cam ve karbonun hibridi ve karbon-karbon

4. İngiliz-Fransız Concorde uçakları ve Sovyet Tupelov T-144 uçakları gibi yüksek hızlı sivil taşıma uçaklarında kullanılmaktadır.

1.2.2.3. Uzay uygulamaları

Grafit-epoksi kirişleri Hubble Uzay Teleskobunu stabilize etmek ve desteklemek için kullanılmıştır.

1.2.2.4. Otomotiv uygulamaları

Düşük maliyet ve yüksek hızlı üretim bu malzemelerin otomotiv sektöründe de ilgi görmesine neden olmuştur. Karbon fiberlerin kullanımı ile uygun düşük maliyeti parçaların üretimi sağlanmıştır.

1.2.2.5. Elektronik alandaki uygulamaları

Elektronik endüstrisindeki uygulamalar için karbon fiber takviyeli bakır-bazlı kompozit malzemeler çok yüksek ısı iletkenliği ve iyi aşınma direnci gibi yararlı özellikleri ile karakterize edilirler. Elektronik ön-montajları, lazerler ve bilgisayar mühendisliğinde uygulanan kompozit malzemeler geleneksel elektronik malzemelerle karşılaştırıldıklarında daha yüksek sıcaklıklarda ve daha etkili çalışabilirler.

1.2.2.6. Ticari uygulamaları

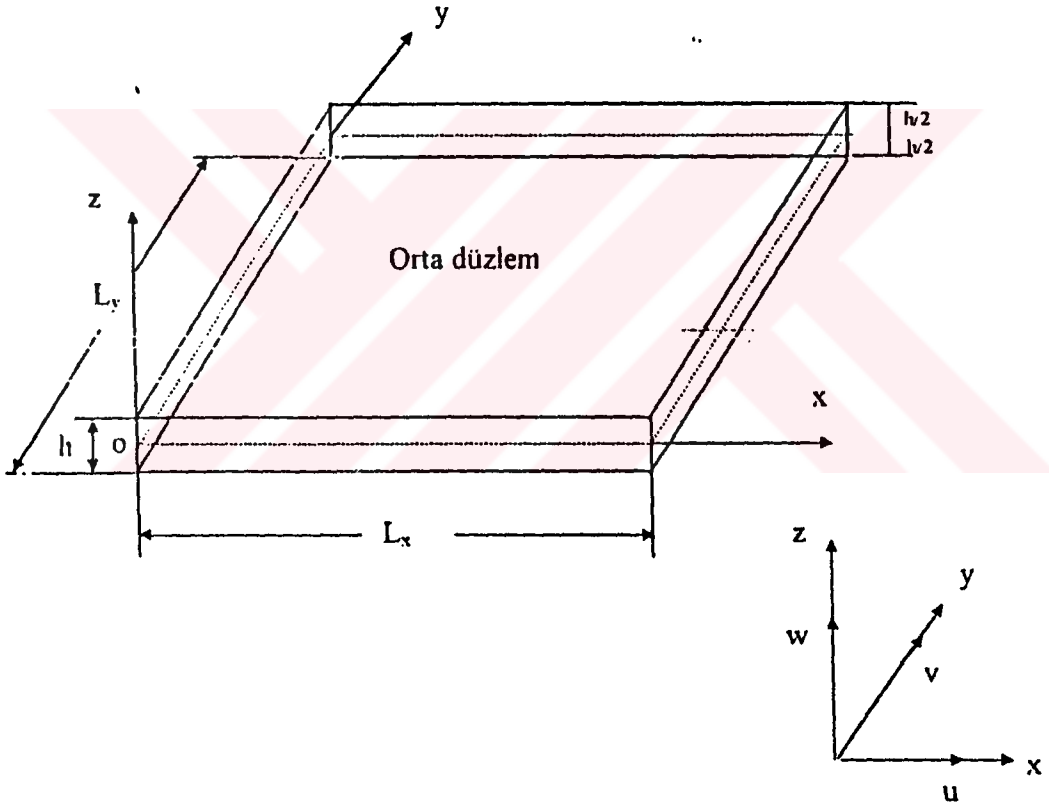
Fiberglas ürünler; balık oltaları, botlar, tenis raketleri, kayaklar, sörf tahtaları bugün çok popülerdir. Boron-epoksi ve grafit-epoksi glof sopaları ve tenis raketlerinde kullanılmaktadır.

2. KURAMSAL TEMELLER

2.1. PLAK TEORİSİ

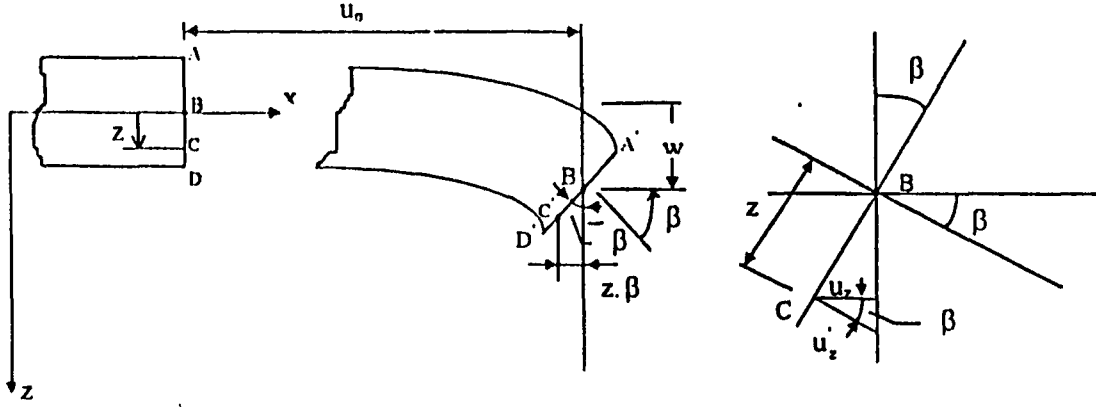
2.1.1. Tanımlama

Kalınlığı, taşıyıcı boyutların yanında çok küçük ve orta düzlemine dik olarak yüklenmiş düzlem taşıyıcı sistemlere "plak" denir.



Şekil 2.1. Plak, koordinat eksenleri ve deplasmanlar

2.1.2. Diferansiyel Geometri



Şekil 2.2. Plağın yer değiştirmesi

Bir plağı şekil değişiminden evvel ve şekil değişiminden sonra y-z düzlemine paralel bir kesiti sabit düzlemiyle keselim (Şekil 2.2).

Plağın x doğrultudaki eğimi $tg\beta \approx \beta \approx \frac{\partial w}{\partial x}$ olacaktır.

Şekil 2.2'den $tg\beta = \frac{u'_z}{z}$,

$$u'_z = z.tg\beta = z.\frac{\partial w}{\partial x} \quad (2.3)$$

$$u_z = u'_z.\cos\beta$$

β çok küçük olduğundan $\cos\beta \approx 1$ ve $u'_z = u_z$ olur. $u_z, u'(+)$ yönüne ters yönde olduğu için

$$u_z = -z \frac{\partial w}{\partial x} \quad (2.4)$$

Benzer şekilde;

$$v_z = -\frac{\partial w}{\partial y} \cdot z \quad (2.5)$$

z derinliğinde birim boy değişimi;

$$(\varepsilon_x)_z = \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_z = -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \cdot z$$

$$(\varepsilon_x)_z = -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \cdot z \quad (2.6)$$

$$(\varepsilon_y)_z = -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \cdot z \quad (2.7)$$

z derinliğinde ve orta düzleme paralel bir elemandaki açı değişimi;

$$(\gamma_{xy})_z = \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)_z = -\frac{\partial^2 w}{\partial x \cdot \partial y} \cdot z - \frac{\partial^2 w}{\partial y \cdot \partial x} \cdot z$$

$$(\gamma_{xy})_z = -2 \cdot z \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x \cdot \partial y} \quad (2.8)$$

olur.

2.1.3. Gerilme-Şekil Değişirme Bağlıları

$\sigma_z \approx 0$, $\varepsilon_z \approx 0$ alındığına göre;

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} (\sigma_x - \nu \cdot \sigma_y) \quad (2.9)$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E} (\sigma_y - \nu \cdot \sigma_x)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{1}{G} \cdot \tau_{xy}$$

bağlıları elastisite teorisinden bilinir. burada

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (2.10)$$

dir. Bu bağlılardan gerilmeler çekilirse;

$$(\sigma_x)_z = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_x + \nu \cdot \varepsilon_y)_z$$

$$(\sigma_y)_z = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_y + \nu \cdot \varepsilon_x)_z \quad (2.11)$$

$$(\tau_{xy})_z = G \cdot (\gamma_{xy})_z$$

olur.

2.1.4. Gerilme-Yer Değişirme Bağlıları

$$(\sigma_x)_z = \frac{E}{1-\nu^2} \left[-z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \nu z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right]$$

$$(\sigma_x)_z = -\frac{E \cdot z}{1-\nu^2} \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right] \quad (2.12)$$

benzer şekilde

$$(\sigma_y)_z = -\frac{E \cdot z}{1-\nu^2} \left[\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right] \quad (2.13)$$

$$(\tau_{xy})_z = -\frac{E \cdot z}{1+\nu} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x \cdot \partial y} \quad (2.14)$$

Görüldüğü gibi gerilmeler z'e lineer olarak bağlıdır. Demek ki, kesit yüksekliğince gerilmeler lineer olarak değişmektedir. Şu halde z indisi kaldırılıp, gerilmeler kısaca şu biçimde ifade edilebilir.

$$\sigma_x = a \cdot z$$

$$\sigma_y = b \cdot z \quad (2.15)$$

$$\tau_{xy} = c \cdot z$$

burada,

$$a = -\frac{E}{1-\nu^2} \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right]$$

$$b = -\frac{E}{1-\nu^2} \left[\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right] \quad (2.16)$$

$$c = -\frac{E}{1+\nu} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x \cdot \partial y}$$

olur.

2.1.5. Gerilmelere Bağlı Olarak Momentlerin Bulunması

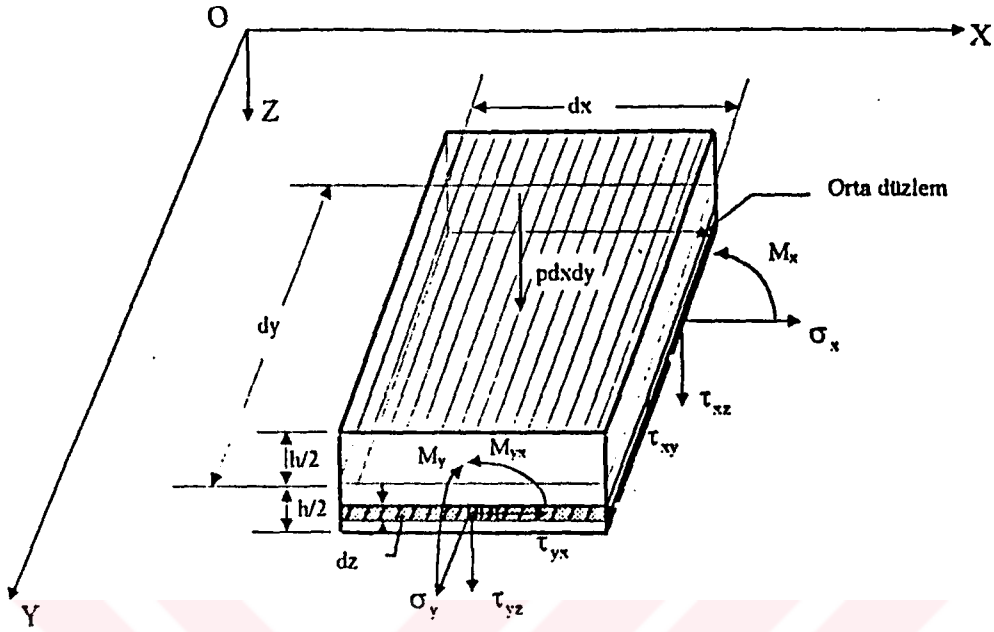
Birim boyda etki eden momentleri M_x , M_y , M_{xy} ile gösterelim. Demek ki $dy=1$ için σ_x gerilmelerinin tarafsız eksene göre momentine M_x diyoruz. dz yüksekliğindeki diferansiyel elamana etkiyen kuvvet $\sigma_x dA$ olur (Şekil 2.3). Bu kuvvetin tarafsız eksene göre momenti,

$$M_x = \sigma_x \cdot dA \cdot z \quad (2.17)$$

ve

$$dA = dz \cdot dy \quad (2.18)$$

dir. Bu plak yüksekliği boyunca integre edilirse,



Şekil 2.3. Plak elemanında gerilmeler

$$dy \cdot M_x = \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} \sigma_x \cdot dA \cdot z = dy \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} \sigma_x \cdot z \cdot dz \quad (2.19)$$

elde edilir. (2.15) nolu denklemde

$$\sigma_x = a \cdot z$$

idi. Bu değer yukarıdaki denklemde yerine yazılıp integre edilirse

$$M_x = a \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} z^2 \cdot dz = a \cdot \left[\frac{z^3}{3} \right]_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} = \frac{a \cdot h^3}{12} \quad (2.20)$$

elde edilir. Dikkat edilirse $h^3/12$ 'nin birim genişlik için plak atalet momenti olduğu görülür.

$$M_x = a \cdot I$$

$$M_y = b \cdot I \quad (2.21)$$

$$M_{xy} = c \cdot I$$

olur. a, b ve c ifadeleri (2.16) eşitliğinde verilmiştir. Bu ifadeler (2.21) nolu denklemde yerlerine yazılırsa,

$$M_x = -\frac{EI}{1-\nu^2} \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right]$$

$$M_y = -\frac{EI}{1-\nu^2} \left[\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right] \quad (2.22)$$

$$M_{xy} = -\frac{EI}{1-\nu^2} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x \cdot \partial y}$$

elde edilir. (2.22) nolu denklemde $\frac{EI}{1-\nu^2}$ ifadesine plak rijitliği denir ve D ile gösterilir.

$$M_x = -D \cdot \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right]$$

$$M_y = -D \cdot \left[\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right] \quad (2.23)$$

$$M_{xy} = -D \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}$$

2.2. Kalın Plaklarda Kayma Şekli Değişimi

Klasik Plak Teorisinde kayma şekil değişimi ihmal edilir ve şekil değişimi tamamen $w(x,y)$ 'nin fonksiyonu olarak tanımlanır. Burada w plak düzlemine dik yer değiştirir. Eğer kayma şekil değişimi dikkate alınırsa bu şekil değişimlerin noktaların dönmeleri içerisinde gösterilmeleri önemlidir. θ_x ve θ_y , şekil değiştirmemiş plakın orta düzleminin normalinin toplam dönmeleri olsun. Kayma şekil değişimi sıfır alınmadıkça θ_x ve θ_y şekil değiştirmiş yüzeyin teğetinin eğimi olan $\frac{\partial w}{\partial x}$ ve $\frac{\partial w}{\partial y}$ değerlerine eşit olamaz. Bundan dolayı sonlu eleman formülasyonunda θ_x ve θ_y elemanlar arasında uygun hale getirilmesi gereken orta yüzey normalinin toplam dönmeleridir ve noktaların serbestlik dereceleri içerisinde ifade edilmesi gerekir.

Kalın plak ve tabakalı plak konstrüksiyonlarında kayma şekil değişiminin incelenmesi önemlidir. Plaklarda kayma şekil değişiminin incelenmesinde Mindlin yaklaşımı uygundur ve sonlu eleman formülasyonunda yaygın şekilde kullanılmaktadır.

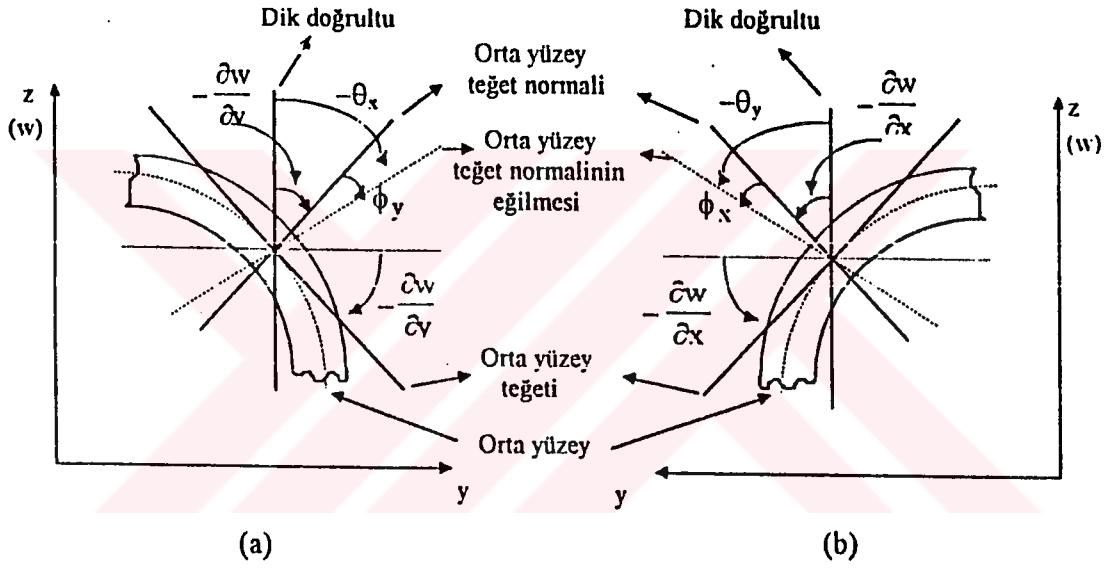
2.2.1. Mindlin Teorisi

Mindlin yaklaşımına göre şekil değiştirmemiş bir plağın orta yüzeyin normali düz bir doğru olup şekil değiştirdikten sonra tekrar düz kalır, fakat artık yüzeye normal değildir. Ortalama dönme, yüzeye dik normalin yaptığı dönme ile kayma şekil değişiminden dolayı oluşan dönmenin toplamı olarak alınabilir (Şekil 2.4). Böylece gerçek kayma şekil değişimi kalınlık boyunca düzgün kayma şekil değişimi gösteren normalin dönmesine eşit olacağı kabul edilir.

Mindlin'in plaklar için yaptığı kabuller,

- 1) w plak çökmesi küçüktür.
- 2) Şekil değişiminden önce plak orta yüzeyin normalini bir doğru olup şekil değişiminden sonra bu doğru yüzeye normal olmak zorunda değildir.
- 3) Plak orta düzlemine dik gerilmeler ihmal edilir.

Kayma şekil değişimi hesabı için yapılan ikinci kabulün dışındaki kabuller Kirchoff Teorisindeki kabullerle aynıdır.



Şekil 2.4. Kayma şekil değişiminde x ve y eksen normallerinin dönmesi

Şekil 2.4 (b)' de ϕ_x , $x = \text{sabit}$ kesiti için orta yüzey normalinin kayma gerilmesinden dolayı x eksenini etrafında dönmesidir. Toplam dönme θ_y ,

$$\theta_y = -\frac{\partial w}{\partial x} + \phi_x \quad (2.24)$$

şeklinde ifade edilebilir. Benzer şekilde şekil 2.4 (a)'da ϕ_y , $y=$ sabit kesiti için, orta yüzey normalinin kayma gerilmesinden dolayı y eksenini etrafında dönmesidir. Toplam dönme,

$$-\theta_x = -\frac{\partial w}{\partial y} + \phi_y \quad (2.25)$$

olarak yazılabilir.

(2.24) ve (2.25) no'lu eşitliklerden orta yüzey normalinin x ve y eksenini etrafındaki dönmeleri olan ϕ_x ve ϕ_y çekilip yazılırsa,

$$\begin{aligned} \phi_x &= \theta_y + \frac{\partial w}{\partial x} \\ \phi_y &= -\theta_x + \frac{\partial w}{\partial y} \end{aligned} \quad (2.26)$$

elde edilir.

(2.26) eşitliği ϕ_x ve ϕ_y toplam dönmelerin çok küçük olduğu ve ε_z şekil değişiminin ihmal edildiği kabulü yapılarak çıkartılmıştır. Kalın plaktan ince plağa yaklaştıkça orta yüzey normalinin dönmeleri sıfıra yaklaşır. Dolayısıyla $\theta_x \rightarrow -\frac{\partial w}{\partial x}$ ve $\theta_y \rightarrow \frac{\partial w}{\partial y}$ olur.

Kayma gerilmelerden dolayı oluşan şekil değiştirme enerjisi,

Genel ifade

$$U_s = 1/2 \int_{-h/2}^{h/2} \left[\iint_A (\tau_{yz} \phi_{yz} + \tau_{xz} \phi_{xz}) dA \right] dz$$

$$U_s = \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot GA \iint [(\phi_x)^2 + (\phi_y)^2] dx dy \quad (2.27)$$

şeklinde olur. Burada α kayma gerilmesi düzeltme faktörüdür (2.26) eşitliğinden ϕ_x ve ϕ_y ifadeleri (2.27) eşitliğinde yazılırsa, izotropik bir plak için,

$$U_s = \frac{Eh^3}{24(1-\nu^2)} \left[\frac{24(1-\nu^2)}{Eh^3} \frac{1}{2} \alpha GA \right] \iint \left[\left(\frac{\partial w}{\partial x} + \theta_y \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x} - \theta_x \right)^2 \right] dx dy \quad (2.28)$$

ifadesi elde edilir. $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$ olduğu için (2.28) eşitliği,

$$U_s = \frac{Eh^3}{24(1-\nu^2)} \cdot \frac{6\alpha(1-\nu)}{h^2} \iint \left[\left(\frac{\partial w}{\partial x} + \theta_y \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x} - \theta_x \right)^2 \right] dx dy \quad (2.29)$$

şekline döndürür.

Eğilme Şekil Değiştirme İfadesi

Genel ifade

$$U_h = 1/2 \int_{-h/2}^{h/2} \left[\int_A (\sigma_x \cdot \varepsilon_x + \sigma_y \cdot \varepsilon_y + \tau_{xy} \cdot \phi_{xy}) \cdot dA \right] \cdot dz$$

İzotropik plaklarda eğilmeden dolayı oluşan şekil değiştirme enerjisi plakların teorisinden aşağıdaki gibi yazılabilir [24].

$$U_b = \frac{Eh^3}{24(1-\nu)^2} \iint \left\{ \left(\frac{\partial \theta_x}{\partial x} \right)^2 + 2\nu \left(\frac{\partial \theta_x}{\partial x} + \frac{\partial \theta_y}{\partial y} \right) + \left(\frac{\partial \theta_y}{\partial y} \right)^2 + \frac{(1-\nu)}{2} \left(\frac{\partial \theta_x}{\partial y} + \frac{\partial \theta_y}{\partial x} \right)^2 \right\} dx dy \quad (2.31)$$

$$V = - \int_A w p \cdot dA - \int_{dR} (N_n^{-b} U_n^o + N_s^{-b} U_s^o) ds$$

dış yükler

Bu taktirde toplam şekil değıştirme enerjisi (Minimum potansiyel enerji)

$$U = U_b + U_s + V \dots\dots\dots$$

şeklinde olur.

A: kare levhanın yüzeyi

V: dış yükler.

3. MATERYAL VE YÖNTEM

3.1. MATERYAL

3.1.1. KOMPOZİTLERİN MAKROMEKANİK DAVRANIŞI

3.1.1.1. Ortotropik Tabakalarda Düzlem Gerilme Durumu

Fiber takviyeli tabakalar çoğunlukla ince olduklarından düzlem gerilme durumunun geçerli olduğu, yani düzleme dik gerilmelerin etkemediği kabul edilebilir.

$$\sigma_3 = 0, \quad \tau_{23} = 0, \quad \tau_{31} = 0$$

Bu takdirde Hooke bağıntısı,

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad (3.1)$$

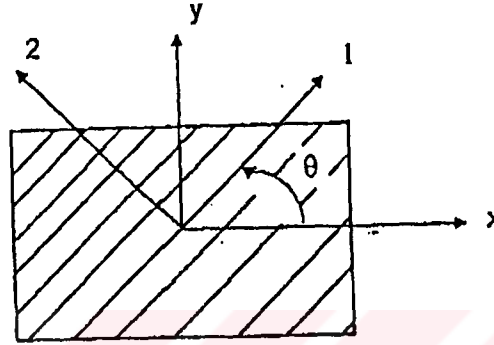
şeklini alır. Matrisin bağımsız elemanlarının mühendislik sabitleri cinsinden ifadeleri aşağıdaki gibidir.

$$Q_{11} = \frac{E_1}{1 - \nu_{12} \cdot \nu_{21}}, \quad Q_{12} = \frac{\nu_{12} \cdot E_1}{1 - \nu_{12} \cdot \nu_{21}} \quad (3.2)$$

$$Q_{22} = \frac{E_2}{1 - \nu_{12} \cdot \nu_{21}}, \quad Q_{66} = G_{12}$$

3.1.1.2. Mekanik Davranışın Yönüne Bağlı Olarak Değişimi

(3.1) nolu eşitlik, malzemenin asal doğrultusundaki gerilme-şekil değiştirme bağıntıdır. Uygulanan gerilmeler her zaman malzemenin asal eksenleri ile çakışmayabilir. Böyle bir durumda farklı yönlerdeki bağıntılar dönüşüm tansörü (T_{ij}) kullanılarak saptanabilir.



Şekil 3.1. Her hangi x-y eksenlerinden malzeme asal eksenlerine pozitif yönde dönüş. Örneğin, etkiyen gerilmelerin malzemenin asal doğrultuları 1 ve 2 yönlerinde değil de x ve y yönlerinde olması halinde, bu gerilme halinin malzeme asal eksenleri ile çakışan bir koordinat sistemindeki (Şekil 3.1) ifadesi veya dönüşümü aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = [T] \cdot \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} \quad (3.3)$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = [T]^{-1} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} \quad (3.4)$$

şeklinde yazmak mümkündür. Burada $[T]$ dönüşüm matrisidir. Benzer şekilde şekil değiştirmeler arasındaki dönüşüm,

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy}/2 \end{Bmatrix} = [T]^{-1} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12}/2 \end{Bmatrix} \quad (3.5)$$

şeklinde yazılabilir. Burada dönüşüm matrisi [T] aşağıdaki gibi verilmektedir.

$$[T] = \begin{bmatrix} \cos^2\theta & \sin^2\theta & 2.\sin\theta.\cos\theta \\ \sin^2\theta & \cos^2\theta & -2.\sin\theta.\cos\theta \\ -\sin\theta.\cos\theta & \sin\theta.\cos\theta & \cos^2\theta - \sin^2\theta \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

Bununla beraber bir [R] matrisi,

$$[R] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

kullanılarak ½ çarpanı yok edilir ve

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} = [R] \cdot \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12}/2 \end{Bmatrix} \quad (3.8)$$

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = [R] \cdot \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy}/2 \end{Bmatrix} \quad (3.9)$$

eşitliği yazılabilir. Eğer gerilmenin uygulandığı eksenler olan x ve y, malzemenin asal eksenleri 1 ve 2 ile çakışmıyor ise gerilme şekil değiştirme bağıntısı şöyle yazılabilir.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = [T]^{-1} \cdot \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = [T]^{-1} \cdot [Q] \cdot \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} = [T]^{-1} \cdot [Q] [R] \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12}/2 \end{Bmatrix} \quad (3.10)$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = [T]^{-1} \cdot [Q] \cdot [R] \cdot [T] \cdot \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy}/2 \end{Bmatrix} = [T]^{-1} \cdot [Q] \cdot [R] \cdot [T] \cdot [R]^{-1} \cdot \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (3.11)$$

Burada,

$$[\bar{Q}] = [T]^{-1} \cdot [Q] \cdot [R] \cdot [T] \cdot [R]^{-1} \quad (3.12)$$

ile gösterilirse x-y eksenlerine ait gerilme şekil değiştirme bağıntısı,

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = [\bar{Q}] \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (3.13)$$

şeklinde yazılabilir. $[\bar{Q}]$ rijitlik matrisinin elemanları aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\begin{aligned} \bar{Q}_{11} &= Q_{11} \cdot \cos^4 \theta + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \cdot \sin^2 \cos^2 \theta + Q_{22} \cdot \sin^4 \theta \\ \bar{Q}_{12} &= (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66}) \cdot \sin^2 \theta \cdot \cos^2 \theta + Q_{12} \cdot (\sin^4 \theta + \cos^4 \theta) \\ \bar{Q}_{22} &= Q_{11} \cdot \sin^4 \theta + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \cdot \sin^2 \cos^2 \theta + Q_{22} \cdot \cos^4 \theta \\ \bar{Q}_{16} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) \cdot \sin \theta \cdot \cos^3 \theta + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66}) \sin^3 \theta \cdot \cos \theta \\ \bar{Q}_{26} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) \cdot \sin^3 \theta \cdot \cos \theta + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66}) \sin \theta \cdot \cos^3 \theta \end{aligned} \quad (3.14)$$

$$\bar{Q}_{66} = (Q_{11} - Q_{22} - 2.Q_{12} - 2.Q_{66}).\sin^2 \theta.\cos^2 \theta + Q_{66}.\sin^4 \theta + \cos^4 \theta \quad .$$

(3.14) eşitliklerindeki mühendislik sabitleri cinsinden Q_{ij} matris bileşenlerinin izotrop malzemeler için, tek yönlü takviyeli kompozit malzemelerden farklı olacağından hareketle tek yönlü takviye için,

$$Q_{11} = \frac{E_1}{1 - \nu_{12} \cdot \nu_{21}}$$

$$Q_{12} = \frac{\nu_{12} \cdot E_1}{1 - \nu_{12} \cdot \nu_{21}} \quad (3.15)$$

$$Q_{22} = \frac{E_2}{1 - \nu_{12} \cdot \nu_{21}}$$

$$Q_{66} = G_{12}$$

eşitlikleri yazılabilir. Burada $E_1 = E_2 = E$, $\nu_{12} = \nu_{21} = \nu$ ve $G_{12} = G$ değerleri (3.15) eşitliğinde yazılarak elde edilen ifadeler, (3.14) eşitliğinde $\theta = 0^\circ$ alınmak kaydıyla yazılırsa izotrop bir malzeme için $[\bar{Q}]$ rijitlik matris elemanları tanımlanmış olur. Çapraz takviyeli kompozit malzemeler için ise rijitlik matris elemanları aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$Q_{11} = \frac{E_1 + E_2}{2(1 - \nu_{12} \cdot \nu_{21})}$$

$$Q_{12} = \frac{\nu_{12} \cdot E_2}{1 - \nu_{12} \cdot \nu_{21}} \quad (3.16)$$

$$Q_{22} = \frac{E_2}{2(1 - \nu_{12} \cdot \nu_{21})}$$

$$Q_{66} = G_{12}$$

3.1.2. Çok Tabakalı Kompozit Malzemeler

3.1.2.1. Çok Tabakalı Kompozit Malzemelerin İstiflenme Geometrisi

Fiber takviyeli kompozit malzemeler çoğunlukla tek yönde takviyeli çok sayıda ince ortotropik tabakadan oluşur. Bunların istiflenme geometrisi, fiber doğrultularının üstten altta doğru sıralanması ile belirtilir. Bu notasyona ait bazı örnekler aşağıda verilmiştir.

$[0^\circ / 90^\circ / 0^\circ]_T$: Fiber yönleri levha asal eksenlerine göre 0° ve 90° olacak şekilde yerleştirilmiş üç tabakadan oluşan bir levha. (T: toplam anlamındadır.)

Simetrik yerleştirmelerde s alt indisi ile notasyon kısaltılabilir.

$$[0^\circ / 90^\circ / 90^\circ / 0^\circ]_T = [0^\circ / 90^\circ]_s$$

Levha içinde bir tabaka birden çok kullanılırsa bu sayı indis olarak verilebilir.

$$[0^\circ / 90^\circ / 90^\circ / 0^\circ]_T = [0^\circ / 90^\circ_2 / 0^\circ]_T$$

Ters açılı yerleştirmelerde ise şöyle bir kısaltma kullanılabilir.

$$[0^\circ / +45^\circ / -45^\circ / 0^\circ] = [0^\circ / \pm 45^\circ]_s$$

Tek sayıda tabakadan oluşan levhalarda orta düzlem bir tabakanın ortasından geçer, bu orta tabakayı belirtmek için o tabaka üzerine bir çizgi çizilir.

$$[0^\circ / 90^\circ / 0^\circ]_r = [0^\circ / \overline{90^\circ}]_s$$

3.1.2.2. Klasik Laminasyon Teorisi

İki veya daha fazla tabakadan oluşan levhalar, malzeme asal eksenleri ile çeşitli açılar yapan zorlanmalara dayanabilecek şekilde ve tabakaların değişik doğrultularda istiflenmesiyle üretilirler. Bu tip bir levhanın rijitlikleri klasik laminasyon teorisi ile hesaplanabilir. Tabakaların değişik yönlendirmeleri sonucunda levhada belirli bir asal eksen olmayabilir. Klasik laminasyon teorisi bir tabakadan yola çıkıp bir levhanın davranışını incelemektedir.

3.1.2.3. Tek Bir Tabakanın Gerilme-Şekil Değiştirme Bağıntısı

Düzlem gerilme altındaki bir ortotropik tabakanın malzeme asal eksenlerindeki gerilme şekil değiştirme bağıntısı aşağıdaki gibidir.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad (3.17)$$

tabaka düzleminde olan herhangi bir eksen takımındaki gerilme şekil değiştirme bağıntısı ise aşağıdaki gibidir:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_{xy} \end{Bmatrix} \quad (3.18)$$

Bu sayede değişik açılardaki tabakalar için transforme edilmiş, indirgenmiş rijitlik matrisinin (\bar{Q}_j) hesaplanması mümkün olur. Çok sayıda tabakadan oluşan bir levhanın k. tabakasının gerilme şekil değiştirme bağıntısı aşığıdaki gibidir.

$$\{\sigma\}_k = [\bar{Q}]_k \cdot \{\varepsilon\}_k \quad (3.19)$$

3.1.2.4. Çok Tabakalı Bir Levhada Gerilme-Şekil Değiştirme Davranışı

Bir levhanın kalınlığı boyunca gerilme şekil değiştirme değişiminin hesaplanması için levhanın uzama ve eğilme rijitliklerinin bilinmesi gerekir. Bir çok tabakadan oluşan levhaların mekanik davranışının incelenmesinde şu kabuller yapılır:

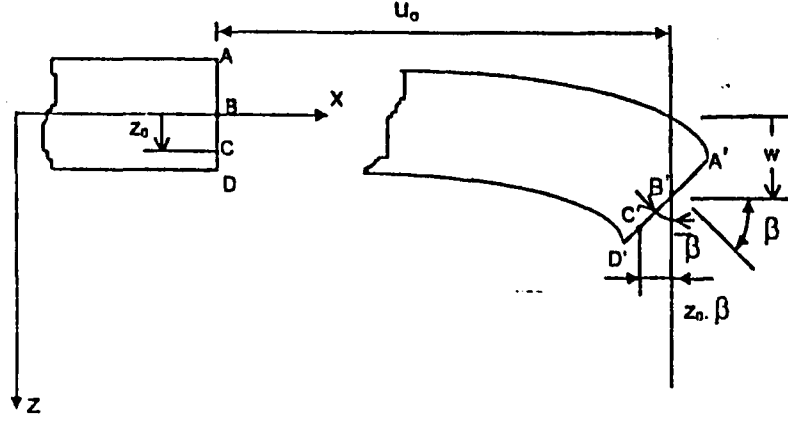
- Tabakalar arasındaki bağlar mükemmeldir ve kayma etkisiyle deforme olmazlar, levha tek bir tabaka gibi davranır.
- Levhanın orta düzlemine dik düzlem; levha şekil değiştirirse dahi orta düzleme diktir. Yani orta düzleme dik düzlemlerde kayma olmaz.

$$\gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0$$

- Normal doğrultusunda kalınlığın sabit kaldığı kabul edilir.

$$\varepsilon_z = 0$$

Çok tabakalı ve fiber takviyeli bir levha alalım ve x, y, z doğrultularındaki u, v, w yer değişimlerini arayalım. Bir ABCD düzleminin yer değiştirmesini xz-düzleminde inceleyelim.



Şekil 3.2. Bir levhadaki yer değiştirmeler

Orta düzlemdeki B noktasının x doğrultusunda yer değişimi u_0 ise düzlem üzerindeki diğer noktalar için (örneğin C noktası)

$$u = u_0 - z_0 \cdot \beta$$

yazılabilir. Burada β , x doğrultusunda levha orta düzleminin eğimidir.

$$\beta = \frac{\partial w}{\partial x} \quad (3.20)$$

u yer değişimi levha kalınlığı boyunca herhangi bir z noktasında

$$u = u_0 - z_0 \frac{\partial w}{\partial x} \quad (3.21)$$

olarak yazılabilir. Aynı şekilde y doğrultusundaki v yer değişimi de

$$v = v_o - z_o \frac{\partial w}{\partial y} \quad (3.22)$$

olur. Bilindiği gibi $\varepsilon_z = \gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0$ dır. Bu yüzden şekil değişimleri olarak sadece $\varepsilon_x, \varepsilon_y$ ve γ_{xy} söz konusudur. Bu değerler yer değişimleri cinsinden aşağıdaki şekilde ifade edilebilir.

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}$$

$$\varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} \quad (3.23)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}$$

dolayısıyla yukarıdaki bağıntıların türevi alınarak

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u_o}{\partial x} - z_o \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$$

$$\varepsilon_y = \frac{\partial v_o}{\partial y} - z_o \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \quad (3.24)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} - 2.z \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x \cdot \partial y} = 2 \cdot \epsilon_{xy}$$

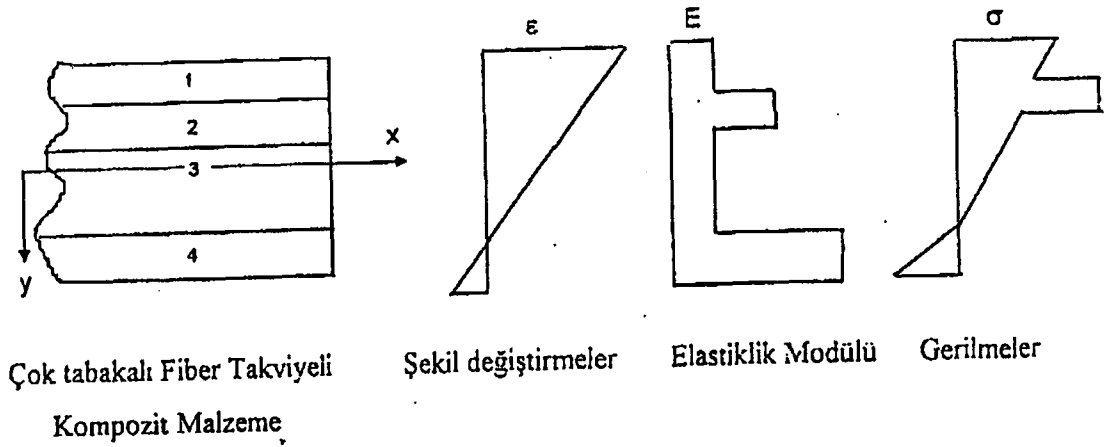
$$\begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \epsilon_x^0 \\ \epsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + z \cdot \begin{Bmatrix} K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{Bmatrix} \quad (3.25)$$

Bu denklemdeki $\epsilon_x^0, \epsilon_y^0, \gamma_{xy}^0$ orta düzlemdeki şekil değişimleridir ve şu şekilde ifade edilebilirler.

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_x^0 \\ \epsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} \\ \frac{\partial v_0}{\partial x} \\ \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \end{Bmatrix} \quad (3.26)$$

$$\begin{Bmatrix} K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ 2 \frac{\partial^2 w}{\partial x \cdot \partial y} \end{Bmatrix} \quad (3.27)$$

Bu denklemdeki son terim orta düzlemin bükülme eğrileridir. Yukarıdaki denklemde kalınlık boyunca şekil değişimi değerinin gerilme-şekil değiştirme bağıntısında yerine konulmasıyla k. tabakadaki gerilme değeri levha orta düzleminin şekil değişimleri ve eğrilikleri yardımıyla aşağıdaki gibi ifade edilebilir.



Şekil 3.3. Levha kalınlığı boyunca gerilmeler ve şekil değiştirmeler

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + z \cdot \begin{Bmatrix} K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{Bmatrix} \quad (3.28)$$

Levhanın her bir tabakası için Q_{ij} matrisi farklı olabileceğinden, levha kalınlığı boyunca gerilme değişimi sürekli değildir, buna karşın tabakalar arası bağlar mükemmel olduğundan şekil değişimlerindeki süreklilik bozulmaz. Şekil değişirme ve gerilme değişimleri şekil 3.3'te gösterilmiştir.

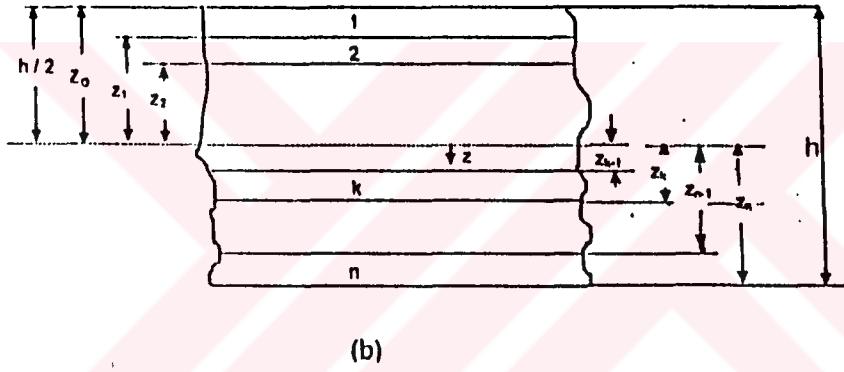
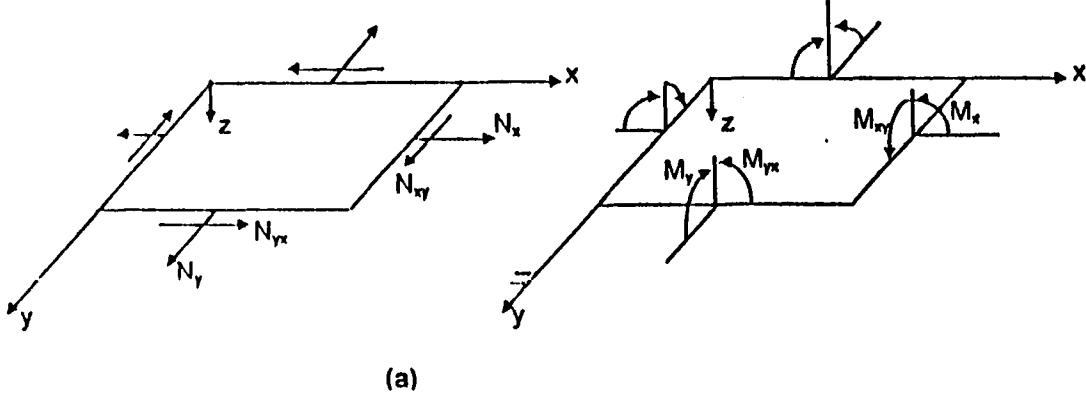
3.1.2.5. Bir Levhaya Etkiyen Bileşke Kuvvetler ve Momentler

Bir levhaya etkiyen bileşke kuvvet ve momentler her bir tabakadaki gerilmelerin levha kalınlığı boyunca integre edilmesi ile elde edilir.

$$N_x = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_x \cdot dz \quad (3.29)$$

$$M_x = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_x \cdot z \cdot dz \quad (3.30)$$

Burada N_x levha enine kesitinin birim genişliği başına etkiyen kuvvet, M_x de birim genişlik başına etkiyen momenttir (Şekil 3.4.a).



Şekil 3.4. a) Bir levhaya etkiyen kuvvet ve momentler

b) n tabakalı bir levhada koordinatlar.

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \int_{-h/2}^{h/2} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} .dz = \sum_{k=1}^N \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} .dz \quad (3.31)$$

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \int_{-h/2}^{h/2} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} .z.dz = \sum_{k=1}^N \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} .z.dz \quad (3.32)$$

Yukarıdaki denklemlerdeki z_k ve z_{k-1} , levhanın z doğrultusundaki kalınlık koordinatlarıdır ve $z_0 = -h/2$ 'dir (Şekil 3.4.b). Bu bileşke kuvvet ve momentler integral alındıktan sonra z 'den bağımsızdırlar fakat x ve y 'nin fonksiyonudurlar.

Her bir tabaka için bilinen gerilme-şekil değiştirme bağıntısı aşağıdaki şekle dönüştürülebilir.

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \sum_{k=1}^N \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \cdot \left[\int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} dz + \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{Bmatrix} K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{Bmatrix} z dz \right] \quad (3.33)$$

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \sum_{k=1}^N \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \cdot \left[\int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} z dz + \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{Bmatrix} K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{Bmatrix} z^2 dz \right] \quad (3.34)$$

$\varepsilon_x^0, \varepsilon_y^0, \gamma_{xy}^0, K_x, K_y$ ve K_{xy} z 'in fonksiyonu değildirler. Bunlar orta düzleme ait değerlerdir.

Bu yüzden toplam işareti içinden çıkartılabilir ve yukarıdaki denklemler şu şekli alırlar.

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{Bmatrix} \quad (3.35)$$

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{Bmatrix} \quad (3.36)$$

Burada;

A_{ij} : Uzama rijitlik matrisi

B_{ij} : Birleşme rijitlik matrisi

D_{ij} : Eğilme rijitlik matrisi

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^N (\bar{Q}_{ij})_k \cdot (z_k - z_{k-1}) \quad (3.37a)$$

$$B_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N (\bar{Q}_{ij})_k \cdot (z_k^2 - z_{k-1}^2) \quad (3.37b)$$

$$D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^N (\bar{Q}_{ij})_k \cdot (z_k^3 - z_{k-1}^3) \quad (3.37c)$$

B_{ij} matrisi eğilme ile uzama arasındaki ilişkiyi temsil eder. B_{ij} terimi var olan çok tabakalı bir levhada, eğilme ve/veya dönme yaratmadan tabakayı çekmenin olanağı yoktur. Yani uzama kuvveti yalnızca uzama şekil değişimleri değil aynı zamanda levhada eğilme ve/veya dönme de yaratır. Aynı şekilde levhaya moment uygulandığında uzama ve kısalmalar da söz konusudur.

3.1.2.6. Tabakalı Kompozitlerde Kayma Şekil Değişimi Hesabı

Çoğu kompozit malzemelerden yapılmış plakların gerilme analizinde kayma şekil değişimini dikkate almak zorunludur. Çünkü kompozit kayma şekil direnci çok düşüktür ve kayma şekil değişim etkisi önemli olup ihmal edilemez. Bu yüzden (3.1) eşitliği şöyle olur.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 & 0 & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Q_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad (3.38)$$

Burada Q_{11} , Q_{22} ve Q_{66} ifadeleri 83.2) nolu denklemde verilmiştir. Q_{44} ve Q_{55} ifadeleri ise aşağıdaki gibidir.

$$Q_{44} = G_{23} \quad \text{ve} \quad Q_{55} = G_{31} \quad (3.39)$$

Tabaka düzleminde olan herhangi bir eksen takımındaki kayma şekil değişimini ihtiva eden gerilme şekil değiştirme bağıntısı,

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & 0 & 0 & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & 0 & 0 & \bar{Q}_{26} \\ 0 & 0 & \bar{Q}_{44} & \bar{Q}_{45} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{Q}_{45} & \bar{Q}_{55} & 0 \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & 0 & 0 & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad (3.40)$$

$$\bar{Q}_{44} = \bar{Q}_{44}m^2 + \bar{Q}_{55}n^2$$

$$\bar{Q}_{55} = \bar{Q}_{44}n^2 + \bar{Q}_{55}m^2 \quad (3.41)$$

$$\bar{Q}_{45} = (\bar{Q}_{55} - \bar{Q}_{44})mn$$

şeklinde ifade edilir. Bu değişiklikle k tabakadan oluşan bir levhada bütün gerilme ve momentler ifade edilebilir.

3.1.3. Bazı Özel Levhaların Rijitlik Matristleri

Yukarıda en genel hal için verilmiş olan rijitlik ifadeleri ile kuvvet ve moment denklemleri özel durumlar için oldukça basitleşmektedir.

3.1.3.1. Tek Bir İzotropik Tabakadan Oluşan Levha

Malzeme özellikleri E , ν ve kalınlığı h olan bir izotropik tabakanın oluşturduğu levha için rijitlik matrisi elemanları aşağıdaki bağıntıları indirgenebilir.

$$A_{11} = \frac{E.h}{1-\nu^2}, \quad A_{12} = \frac{\nu.E.h}{1-\nu^2}, \quad A_{22} = \frac{E.h}{1-\nu^2} \quad (3.42)$$

$$A_{66} = \frac{E.h}{2.(1+\nu)} = \frac{1-\nu}{2}.A_{11}, \quad A_{16} = 0, \quad A_{26} = 0$$

$$B_{ij} = 0 \quad (3.43)$$

$$D_{11} = \frac{E.h^3}{12(1-\nu^2)}, \quad D_{12} = \frac{\nu.E.h^3}{12.(1-\nu^2)}, \quad D_{22} = \frac{E.h^3}{12(1-\nu^2)} \quad (3.44)$$

$$D_{66} = \frac{E.h^3}{24.(1+\nu)} = \frac{1-\nu}{2}.D_{11}, \quad D_{16} = 0, \quad D_{26} = 0$$

Görüldüğü gibi oluşan kuvvetler yalnızca levhanın orta düzleminin şekil değişimine ve oluşan momentlerde orta düzlemin eğriliklerine bağlıdır.

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{E.h}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (3.45)$$

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{E.h^3}{12(1-\nu^2)} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{Bmatrix} \quad (3.46)$$

$B_{ij}=0$ olduğu için izotropik bir levhanın eğilme ve uzaması arasında bir bağıntı mevcut değildir.

3.1.3.2. Tek Bir Ortotropik Tabakadan Oluşan Levha

Kalınlığı h ve tabaka rijitlikleri \bar{Q}_{ij} olan bir ortotropik tabakadan oluşan levhanın rijitlikleri aşağıdaki gibidir.

$$A_{11} = \bar{Q}_{11}.h \quad B_{ij} = 0 \quad D_{ij} = \frac{\bar{Q}_{ij}.h^3}{12} \quad (3.47)$$

Yine eğilme ve uzamalar arasında bir bağıntı olmadığı için kuvvet ve momentler aşağıdaki gibi olacaktır.

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} \quad (3.48)$$

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{Bmatrix} \quad (3.49)$$

İzotropik levhalardan farklı olarak burada uzama kuvvetleri uzama şekil değişimlerine olduğu kadar kayma şekil değişimine de bağlıdır. Aynı şekilde kayma kuvveti N_{xy} , kayma şekil değişimi γ_{xy}^0 'e bağlı olduğu kadar uzama şekil değişimleri ε_x^0 ve ε_y^0 'e de bağlıdır.

Benzer olarak oluşan momentlerin tümü hem eğrilikler K_x ve K_y 'ye hem de dönmeyi ifade eden K_{xy} 'ye bağlıdır. Kuvvet ve moment eksenlerinin malzeme asal eksenleri ile çakışması halinde, bu özel durum için \bar{Q}_{ij} yerine Q_{ij} kullanılacak ve A_{16} ile A_{26} bileşenleri sıfır olacaktır.

3.1.3.3. Çok Tabakalı Simetrik Levha

Orta düzlem etrafında hem geometri hem de malzeme özellikleri bakımından simetrik olan levhalarda da genel rijitlik denklemleri oldukça basitleştirilebilir. Özellikle $(\bar{Q}_{ij})_k$ ve kalınlıklar h_k simetrisinden dolayı tüm birleşme rijitlikleri yani B_{ij} terimleri sıfır olur. Eğilme ve uzama arasındaki bağıntının sıfırlanması pratikte iki önemli sonuca sebep olur. Bunları ilki, bu tip levhaların incelenmesi genellikle birleşme terimine sahip levhalarinkinden daha kolaydır. İkinci olarak simetrik levhalar sertleşme operasyonunu takip eden soğuma esnasında kaçınılmaz büzülmeleden dolayı bir burkulma göstermezler. Sonuç olarak özel koşullar simetrik olamayan bir levha kullanımını gerektirmediği sürece, simetrik levhalar kullanılır. Simetrik levhalarda kuvvet ve momentler aşağıdaki gibidir.

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} \quad (3.50)$$

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{Bmatrix} \quad (3.51)$$

Burada A_{ij} ve D_{ij} ifadeleri, tabakaların toplam kalınlığı boyunca integre edilen (3.37) eşitliğindeki ifadelerdir.



3.2. YÖNTEM

3.2.1. Sonlu Eleman Formülasyonu

Bu formülasyonun kullanılmasındaki asıl amaç; şekil fonksiyonları kullanılarak elemanın herhangi bir noktasındaki yer değiştirmeler ile elemanların düğüm noktaları yer değiştirmeleri arasındaki bağıntıları doğrudan elde etmektir. Yani dönüşüm matrisleri yerine eleman matrislerinin yerini tutan gerekli serbestlik derecelerine sahip ifadeleri elde etmektir [13].

3.2.1.1. Ara Yüzeylerde Süreklilik

Sonlu eleman formülasyonunda en önemli adımlardan birisi şekil fonksiyonların seçimidir. Şekil fonksiyonlarının seçimindeki zorluk, elemanların ara yüzeylerinde sürekliliğin sağlanmasıdır.

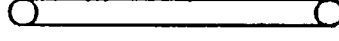
Süreklilik için ortak eleman yüzeylerinde elemanların koordinatları ve yer değiştirmeleri aynı olmalıdır. Bu da rijit cisim yer değiştirmelerinin ve sabit şekil değiştirmelerin olmasıyla sağlanmaktadır. Bu durum üç düğümlü üçgen elemanlarda görülmektedir. Böyle bir elemanda süreklilik otomatik olarak sağlanmış olur [15], [16] [17].

Sonlu eleman metodunda genelleştirilmiş koordinatların kullanılması ile ara yüzeylerde süreklilik elde edilmektedir. Bunun için lokal koordinat sisteminde tanımlanan yer değiştirmeler, izoparametrik sonlu eleman formülasyonunda da ihtiva edilmelidir. Bu nedenle şekil fonksiyonları her düğümde bir olacak şekilde ayarlanmaktadır.

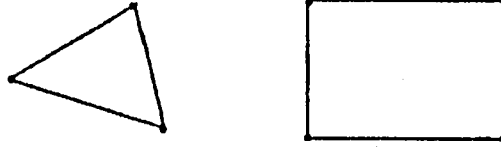
3.2.1.2. Sürekli Elemanların Formülasyonu

Bir sürekli elemanın global serbestlik derecesine uyan eleman matrislerinin doğrudan hesaplanması sonlu eleman formülasyonunun en önemli kısımlarından biridir. Bununla

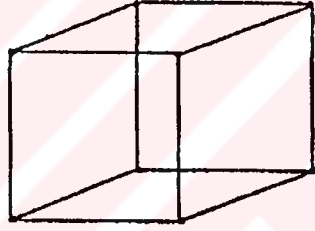
beraber önce elemanın lokal serbestlik derecesine uyan matrislerin formülasyonu çıkarılır ve daha sonra bu değerler global koordinatlara dönüştürülür.



(a)



(b)



(c)

Şekil 3.5. Sürekli elemanlara ait örnekler; a) Tek boyutlu çubuk eleman, b) İki boyutlu elemanlar, c) Üç boyutlu eleman

Diğer taraftan izoparametrik sonlu eleman formülasyonunda temel işlem, elemanın yer değiştirmelerinin ve koordinatlarının elemanın tabii koordinat sistemi kullanılarak şekil değiştirme formunda ifade edilmesidir (Bathe, 1982). Eleman matrislerinin oluşturulmasında göz önüne alınan değişik düğüm sayılarına sahip bazı elemanlar şekil 3.5'de görülmektedir.

3.2.1.3. Sonlu Eleman Şekil Fonksiyonları

Sonlu eleman analizinde eleman içerisindeki her bir noktadaki alan değişkenlerinin değerleri ve elemanın düğüm noktalarındaki alan değişkenlerinin değerleri bilinmeyenlerdir. Elemanın değişik düğümlerdeki düğüm bilinmeyenleri ile eşdeğer olan bir şekil fonksiyonu seçilerek problemler özelleştirilmiş olur.

Sonlu eleman formülasyonunda genellikle Lagrange ve Hermite polinomları kullanılır [14].
n. derece için Lagrange Interpolasyon Polinomu;

$$L_k(x) = \prod_{i=0, i \neq k} \frac{(x-x_i)}{x_k-x_i} = \frac{(x-x_0)(x-x_1)\dots(x-x_{k-1})(x-x_{k+1})\dots(x-x_n)}{(x_k-x_0)(x_k-x_1)\dots(x_k-x_{k-1})(x_k-x_{k+1})\dots(x_k-x_n)} \quad (3.52)$$

eşitliği ile verilir. Burada $L_k(x)$, n. Dereceden bir polinomdur ve n lineer faktörlerinin çarpımıdır, n ise polinomun derecesini göstermektedir. $x=x_k$ için $L_k(x_k)=1$ değerine eşittir. $x=x_i$ ve $i \neq k$ olduğunda $L_k(x) = 0$ olacaktır. $L_k(x)$ in bu özelliği x ekseninde takribi bir aralıkta keyfi bir $\phi(x)$ fonksiyonu ile gösterilerek kullanılabilir. $\phi(x)$ 'in değeri sadece x_0, x_1, x_2 ve x_3 farklı noktalarında biliniyorsa bu ϕ fonksiyonu yaklaşık olarak üçüncü dereceden bir polinomla,

$$\phi(x) = \sum_{i=0}^3 \phi_i L_i(x) = \phi_0 L_0 + \phi_1 L_1 + \phi_2 L_2 + \phi_3 L_3 = [L] \{\phi\} \quad (3.53)$$

şeklinde yazılabilir. Burada ϕ_i değerleri, ϕ 'nin $x = x_i, (i = 0, 1, 2, 3)$ olduğu durumlardaki değeridir. Mesela ϕ_3 'ün katsayısı L_3 , (3.52) eşitliğinden,

$$L_3(x) = \frac{(x-x_0)(x-x_1)(x-x_2)}{(x_3-x_0)(x_3-x_1)(x_3-x_2)} \quad (3.54)$$

şeklinde elde edilir. Buradan tek boyutlu bir eleman şekil fonksiyonu,

$$N_i(x) = L_i(x) \quad (3.55)$$

yazılarak,

$$\phi'(x - x_o) = \sum_{i=1}^n N_i X_i \quad (3.56)$$

şeklinde gösterilebilir.

İki Boyutlu Elemanlarda Şekil Fonksiyonları

Bir boyutlu elemanlar için (3.52) eşitliğinde tanımlanan Lagrange interpolasyon polinomları iki veya üç boyutlu elemanlar için uyarlanıp kullanılabilir. Lagrange interpolasyon polinomları ikiye ve üçe çarpımlarıyla sırasıyla iki ve üç boyutlu elemanların şekil fonksiyonları çıkarılır [14].

Kartezyen koordinatlarda verilen iki boyutlu elemanların lokal koordinatlara transformasyonu Şekil 3.6'daki gibidir. Burada lokal koordinatlardaki transformasyonu dikdörtgen ve üçgen olan, genel halde eğrisel çizgilerle çevrili iki boyutlu izoparametrik elemanlar görülmektedir. Örneğin Şekil 3.7'de verilen dört düğümlü izoparametrik elemanın şekil fonksiyonu;

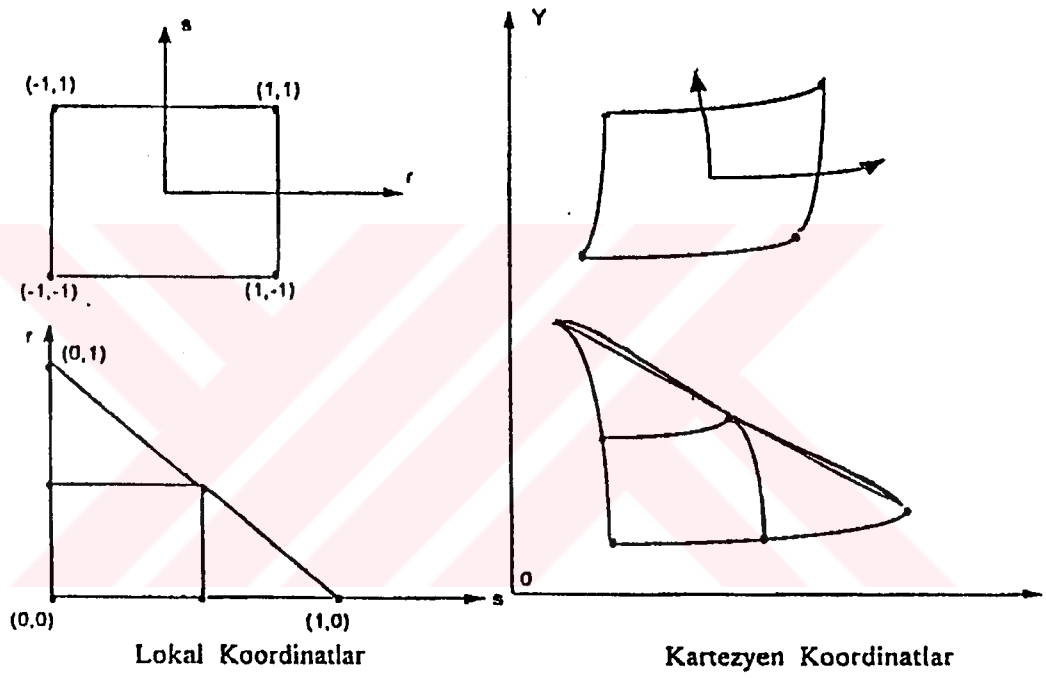
$$\phi(r, s) = [N] \phi_e = [N_1 N_2 N_3 N_4] \cdot \phi_e \quad (3.57)$$

şeklinde yazılabilir. Burada;

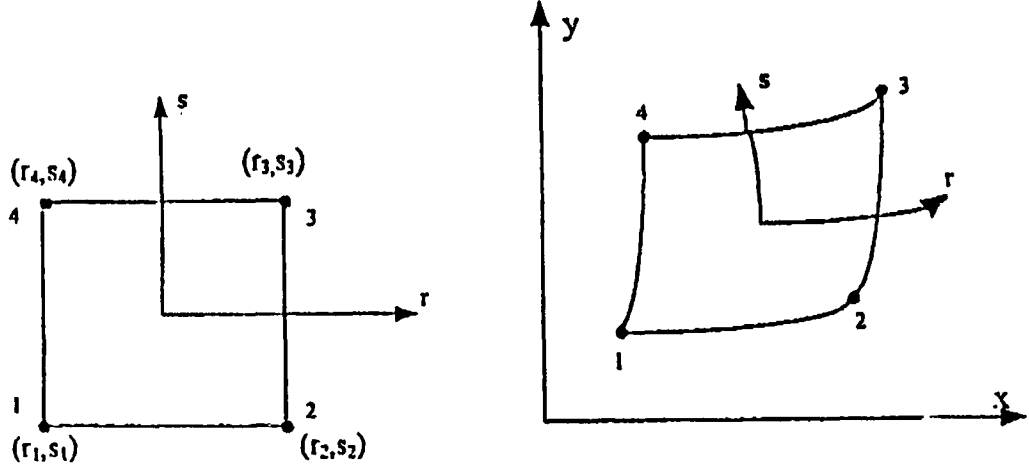
$$N_i(r, s) = L_i(r) \cdot L_i(s) \quad (i = 1, 2, 3, 4) \quad (3.58)$$

$$\begin{matrix} r \\ \phi_r \end{matrix} = \begin{matrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \\ \phi_4 \end{matrix} = \begin{matrix} \phi(r = -1, s = -1) \\ \phi(r = +1, s = -1) \\ \phi(r = +1, s = +1) \\ \phi(r = -1, s = +1) \end{matrix} \quad (3.59)$$

ifadesine eşittir.



Şekil 3.6. İki boyutlu elemanlarda transformasyon



Şekil 3.7. Dört düğümlü izoparametrik eleman

Dikdörtgen elemanın düğümleri için tanımlı bir i düğümü göz önüne alınıp, r ve s doğrultularındaki Lagrange şekil fonksiyonları sırasıyla $L_i(r)$ ve $L_i(s)$ ile gösterilerek aşağıdaki eşitlikler yazılabilir.

$$L_1(r) = \frac{r-r_2}{r_1-r_2}; L_2(r) = \frac{r-r_1}{r_2-r_1}; L_3(r) = \frac{r-r_4}{r_3-r_4}; L_4(r) = \frac{r-r_3}{r_4-r_3} \quad (3.60)$$

$$L_1(s) = \frac{s-s_4}{s_1-s_4}; L_2(s) = \frac{s-s_3}{s_2-s_3}; L_3(s) = \frac{s-s_2}{s_3-s_2}; L_4(s) = \frac{s-s_1}{s_4-s_1} \quad (3.61)$$

Eşitlik (3.58)'de verilen düğüm şekil fonksiyonları, iki lineer fonksiyonun çarpımı olarak tanımlandığından bilineer olarak isimlendirilir. Bu ifadelerde her bir düğümün koordinatları o düğüm için değerleri yerine yazıldığında N değeri bir, diğer koordinatlar için diğer N katsayıları sıfır olmaktadır. Bu sayede ara yüzelerde bire bir uygunluk sağlanmakta ve dolayısıyla süreklilik meydana gelmektedir. Aynı zamanda şekil fonksiyonu her düğümdeki özellikleri sağlamaktadır.

Şekil fonksiyonu Şekil 3.7 esas alınarak dikdörtgen bir elemanın dört düğümü için aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\begin{aligned}
 N_1(r, s) &= L_1(r).L_1(s) = \frac{r-1}{-1-1} \cdot \frac{s-1}{-1-1} = \frac{1}{4}(1-r)(1-s) \\
 N_2(r, s) &= L_2(r).L_2(s) = \frac{r+1}{1+1} \cdot \frac{s-1}{-1-1} = \frac{1}{4}(1+r)(1-s) \\
 N_3(r, s) &= L_3(r).L_3(s) = \frac{r+1}{1+1} \cdot \frac{s+1}{1+1} = \frac{1}{4}(1+r)(1+s) \\
 N_4(r, s) &= L_4(r).L_4(s) = \frac{r-1}{-1-1} \cdot \frac{s+1}{1+1} = \frac{1}{4}(1-r)(1+s)
 \end{aligned} \tag{3.62}$$

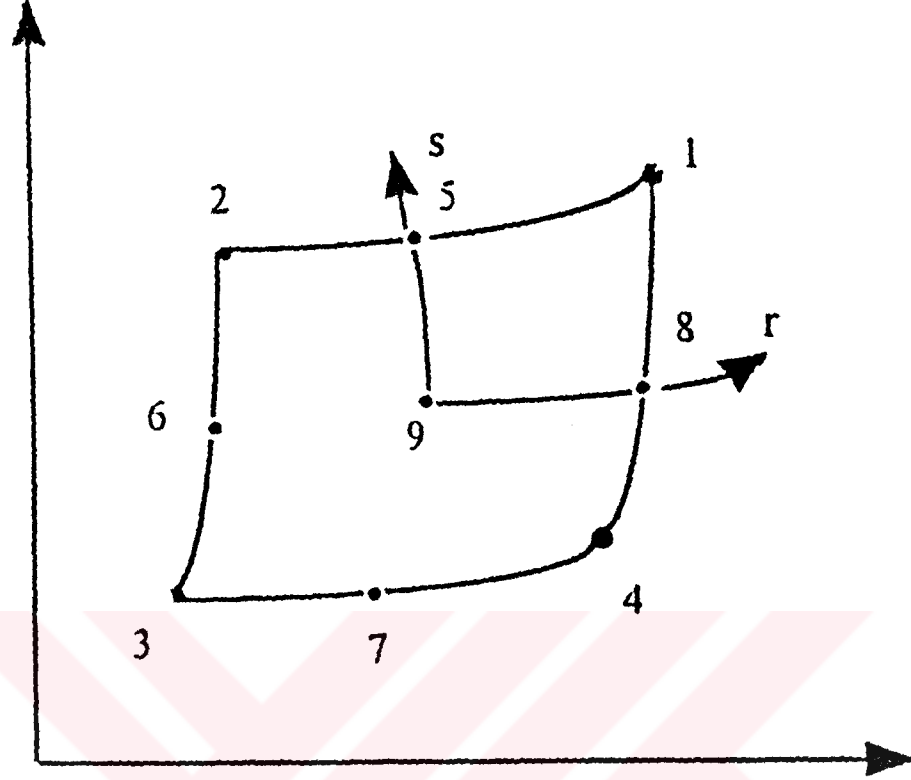
Dörtten fazla düğümlü elemanlarda şekil fonksiyonları benzer şekilde elde edilir. Böyle bir izoparametrik elemanda genel olarak şekil fonksiyonunun elemanı i düğüm için;

$$N_i(r, s) = L_i(r) L_i(s) \tag{3.63}$$

şeklinde yazılmıştır. n düğümlü bir eleman için şekil fonksiyonu,

$$\phi(r, s) = \sum_{i=1}^n L_i(r).L_i(s).\phi_i = L_1(r).L_1(s).\phi_1 + \dots + L_n(r).L_n(s).\phi_n \tag{3.64}$$

şeklinde yazılır. Düğüm sayısı dört düğümden dokuz düğüme kadar değişen izoparametrik düzlem elemanlar için şekil fonksiyonları Şekil 3.8'ya göre Çizelge 3.1'de verilmiştir.



Şekil 3.8. Dörtten dokuza kadar değişken düğüm sayısı ihtiva eden izoparametrik düzlem eleman.

Çizelge 3.1. Şekil fonksiyonları

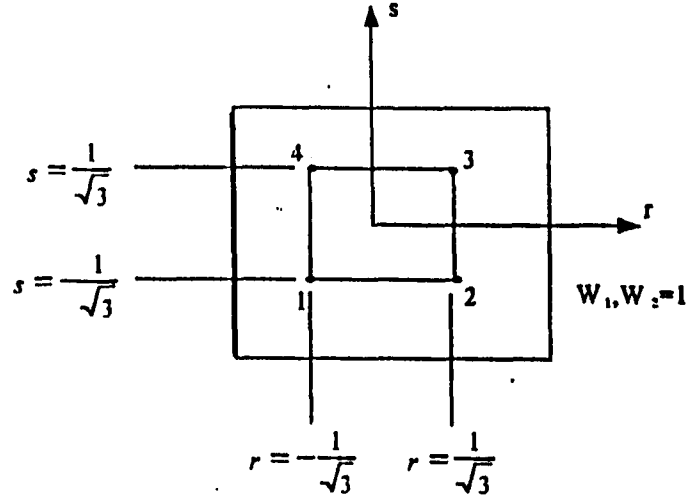
		i=5	i=6	i=7	i=8	i=9
N_1	$\frac{1}{2}(1+r)(1+s)$	$-1/2N_5$				$-1/4N_9$
N_2	$\frac{1}{2}(1-r)(1+s)$	$-1/2N_5$				$-1/4N_9$
N_3	$\frac{1}{2}(1-r)(1-s)$		$-1/2N_6$			$-1/4N_9$
N_4	$\frac{1}{2}(1+r)(1-s)$		$-1/2N_6$	$-1/2N_7$		$-1/4N_9$
N_5	$\frac{1}{2}(1-r^2)(1+s)$			$-1/2N_7$	$-1/2N_8$	$-1/2N_9$
N_6	$\frac{1}{2}(1-r)(1-s^2)$					$-1/2N_9$
N_7	$\frac{1}{2}(1-r^2)(1-s)$					$-1/2N_9$
N_8	$\frac{1}{2}(1+r)(1-s^2)$					$-1/2N_9$
N_9	$(1-r^2)(1-s^2)$					

3.2.1.4. Nümerik İntegrasyon

Değişik nümerik integresyon metodları mevcuttur. En yaygın olarak ve en kullanışlı metodlar şunlardır [14].

1. Newton-Cotes formülleri
2. Gauss Formülleri

Her iki metod da nümerik integrasyonda etkilidir. Gauss integrasyon metodunda modelleme noktaları yüzeyin iç tarafındadır (Şekil 3.9.). Dönel elemanların çözümünde kutupsal koordinatlarda ve silindirik koordinatlarda türev işlemlerinde R yarıçapına bağlı $1/R$ çarpanı işleme girdiğinde Gauss integrasyon metodu daha uygun olmaktadır.



Şekil 3.9. Gauss noktaları

Tek katlı bir integral işlemi aşağıda verildiği gibi olsun.

$$I = \int_{-1}^1 f(r).dr \quad (3.65)$$

z düğüm olduğu düşünülürse,

$$I = \int_{-1}^1 f(r).dr \approx w_1 f(r_1) + w_2 f(r_2) + \dots + w_n f(r_n) \quad (3.66)$$

olur. w_1, w_2, \dots, w_n ağırlık faktörleridir. r_1, r_2, \dots, r_n gauss noktalarıdır ve bu değerler Çizelge 3.2'de verilmiştir. İki katlı integral için,

$$I = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 f(r,s) dr ds$$

$$I = \sum_{i=1}^z \sum_{j=1}^z w_i w_j f(r_i, s_j) \quad (3.67)$$

eşitliği elde edilir.

Çizelge 3.2. Gauss Noktaları ve Ağırlık Faktörleri

$I = \int_{-1}^1 f(r) dr \approx w_1 f(r_1) + w_2 f(r_2) + \Lambda + w_2 f(r_2)$		
r_i		w_i
0.0000000000000000	$z=1$	2.0000000000000000
± 0.577350269189626	$z=2$	1.0000000000000000
0.0000000000000000	$z=3$	0.8888888888888889
± 0.774596669241483		0.5555555555555556
± 0.339981043584856	$z=4$	0.652145154862546
± 0.861136311594053		0.347854845137454
0.0000000000000000	$z=5$	0.5688888888888889
± 0.538469310105683		0.478628670499366
± 0.906179845938664		0.236926885056189
± 0.238619186083197	$z=6$	0.467913934572691
± 0.661209386466265		0.360761573048139
± 0.932469514203152		0.171324492379170

3.2.2. Plaklarda Sonlu Eleman Formülasyonu

3.2.2.1. Temel Bağıntılar

Orta yüzey normalinin x ve y eksenini etrafında dönmeleri ϕ_x ve ϕ_y , (2.26) eşitliğinde ifade edildi. Kayma gerilmesi τ_{xz} ve τ_{yz} ile ortayüzey normalinin dönmeleri ϕ_x ve ϕ_y arasındaki bağıntı matris formunda aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\begin{Bmatrix} \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{44} & C_{45} \\ C_{45} & C_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_x \\ \phi_y \end{Bmatrix} \quad (3.68)$$

C_{ij} değerleri (3.41) eşitliğindeki \bar{Q}_{ij} tabaka rijitliği değerleridir.

İzotropik malzemeler için yukarıdaki ifade

$$\begin{Bmatrix} \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{Bmatrix} = \frac{E}{2(1+\nu)} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_x \\ \phi_y \end{Bmatrix} \quad (3.69)$$

olarak yazılır.

Ortayüzey normalinin dönmeleri ϕ_x ve ϕ_y kalınlık boyunca sabit kalır ve kesit alanının çarpılmasına sebep olan Q_x ve Q_y ifadeleri

$$\begin{Bmatrix} Q_x \\ Q_y \end{Bmatrix} = \frac{Eh\alpha}{2(1+\nu)} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_x \\ \phi_y \end{Bmatrix} \quad (3.70)$$

ya da genel olarak

$$\{Q\} = [C_2] \{\phi\} \quad (3.71)$$

şeklinde hesaplanır. Burada α kayma gerilmesi düzeltme faktörüdür. Bu değer genel olarak 5/6 olarak alınır, fakat çarpılmaya karşı tutulmanın olmadığı kesitlerde 2/3 ve tutulmanın olduğu kesitlerde de 1.0 alınabilir.

Şimdi de K_x ve K_y eğilmeleri ile K_{xy} dönmelerini θ_x ve θ_y değerleri cinsinden yazalım.

$$K_x = \frac{\partial \theta_y}{\partial x} \quad K_y = \frac{\partial \theta_x}{\partial y} \quad K_{xy} = \left(\frac{\partial \theta_y}{\partial y} - \frac{\partial \theta_x}{\partial x} \right) \quad (3.72)$$

(3.46) ve (3.71) eşitliklerinde verilen $\{M\}$ ve $\{Q\}$ gerilme sonuçları birleştirilebilir ve homojen plakalar için,

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \\ Q_x \\ Q_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{h^3}{12} \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{16} \\ Sym & C_{22} & C_{26} \\ & & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} h \begin{bmatrix} C_{44} & C_{45} \\ C_{45} & C_{55} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} K_x \\ K_y \\ K_x \\ \phi_x \\ \phi_y \end{Bmatrix} \quad (3.73)$$

şeklinde ifade edilebilir.

İzotropik plaklar için bu ifade,

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \\ Q_x \\ Q_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Eh^3 & & & & \\ & \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} & & & \\ & & & \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} & & \\ & & & & & \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} & & & \frac{Eh}{2(1+\nu)} & \begin{bmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & \alpha \end{bmatrix} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} K_x \\ K_y \\ K_{xy} \\ \phi_x \\ \phi_y \end{Bmatrix} \quad (3.74)$$

ifadesine dönüşür.

Bu bağıntı kısaca şöyle ifade edilebilir.

$$\begin{Bmatrix} \{M\} \\ \{Q\} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [C_r] & [0] \\ [0] & [C_s] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{K_c\} \\ \{\phi\} \end{Bmatrix} \quad (3.75)$$

Yukarıdaki bağıntı yaygın olarak kullanılan gerilme şekil değiştirme bağıntısı için $\{\sigma\} = [C] \{\varepsilon\}$ ile karşılaştırılabilir. Böylece plakların eğilmesi durumunda gerilmeler ve buna karşılık gelen eğilme ve kayma şekil değiştirmeleri, gerilme ve şekil değiştirmelere benzetilerek incelenebilir. (3.75) eşitliği daha uygun olacağı için

$$\{\sigma\}_r = [C]_r \{\varepsilon\}_r \quad (3.76)$$

şeklinde yazabiliriz. Burada

$$\{\sigma\}_p = \begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \\ Q_x \\ Q_y \end{Bmatrix}, [C]_p = \begin{bmatrix} [C_f] & [0] \\ [0] & [C_s] \end{bmatrix} \text{ ve } \{\varepsilon\}_p = \begin{Bmatrix} K_x \\ K_y \\ K_{xy} \\ \phi_x \\ \phi_y \end{Bmatrix} \quad (3.77)$$

dir. (2.26) ve (5.5) eşitlikler kullanılarak eğilme ve kayma şekil değiştirmeleri w , θ_x ve θ_y üç yer değiştirme terimleri cinsinden yazılabilir.

$$\{\varepsilon\}_p = \begin{Bmatrix} \frac{\partial \theta_y}{\partial x} \\ \frac{\partial \theta_x}{\partial y} \\ \frac{\partial \theta_y}{\partial y} - \frac{\partial \theta_x}{\partial x} \\ \phi_y + \frac{\partial w}{\partial x} \\ \phi_x + \frac{\partial w}{\partial y} \end{Bmatrix} \quad (3.78)$$

Plakların şekil değiştirme enerjisi gerilme bileşenleri cinsinden ifade edilirse,

$$U = \frac{1}{2} \iint (\{M\}^T \{K_c\} + \{Q\}^T \{\phi\}) dA \quad (3.79)$$

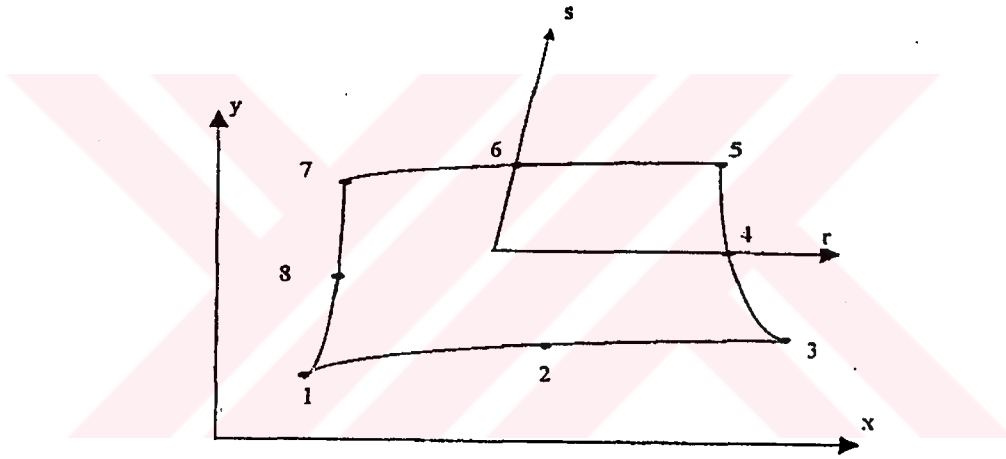
olur. (3.46) ve (5.4) nolu denklemlerden gerekli eşitlikler yerlerine konulursa, yukarıdaki ifade,

$$U = \frac{1}{2} \iint (\{K_c\}^T [C_r] \{K_c\} + \{\phi\}^T [C_s] \{\phi\}) dA \quad (3.80)$$

şeklinde olur.

3.2.2.2. Sekiz Noktalı İzoparametrik Eleman

Sekiz noktalı izoparametrik elemanın hassasiyet derecesi daha iyi olduğu için sonlu eleman formülasyonunda sekiz nokta tercih edildi. İlk olarak plakların sayısal olarak çözümü için sekiz noktalı çözümü hinton ve Owen uygulamıştır [19].



Şekil 3.10. Sekiz noktalı izoparametrik eleman.

Şekil 3.10. da sekiz noktalı izoparametrik eleman görülmektedir. Eleman sekiz noktaya sahiptir ve problem düzlem elemanın gerilme/şekil değiştirme problemine indirgenmiştir. Burada elemanın geometrisi ve yer değiştirmelerini formülize eden şekil fonksiyonları Çizelge 3.1'de verilmiştir.

1. Gerilme ve Şekil Değişikliklerinin Sonlu Eleman Formülasyonu

Elemanın herhangi bir noktasının yer değiştirmeleri, çökmeyi gösteren w ile x ve y eksenleri etrafındaki dönmeleri gösteren θ_x ve θ_y 'dir. Noktasal yer değiştirme vektörü ise,

$$\{\delta\}^T = [w_1 \theta_{x1} \theta_{y1} w_2 \theta_{x2} \theta_{y2} \dots w_8 \theta_{8x} \theta_{8y}] \quad (3.81)$$

dir. İzoparametrik yaklaşım kullanılarak r - s düzlemindeki noktalar şekil fonksiyonları kullanılarak x - y düzlemindeki noktalara dönüştürülürse,

$$\begin{aligned} x &= \sum_{i=1}^8 N_i x_i \\ y &= \sum_{i=1}^8 N_i y_i \end{aligned} \quad (3.82)$$

burada sekiz nokta için şekil fonksiyonları,

$$\begin{aligned} N_1 &= -\frac{1}{4}(1-r)(1-s)(1+r+s) & N_2 &= \frac{1}{2}(1-r^2)(1-s) \\ N_3 &= -\frac{1}{4}(1+r)(1-s)(1-r+s) & N_4 &= \frac{1}{2}(1+r)(1-s^2) \\ N_5 &= \frac{1}{4}(1+r)(1+s)(1-r-s) & N_6 &= \frac{1}{2}(1-r^2)(1+s) \\ N_7 &= -\frac{1}{4}(1-r)(1+s)(1+r-s) & N_8 &= \frac{1}{2}(1-r)(1-s^2) \end{aligned} \quad (3.83)$$

dir.

Bir elemandaki yer değiştirmeleri hesaplamak için yukarıdaki şekil fonksiyonları kullanılır.

$$w = \sum_{i=1}^8 N_i w_i$$

$$\theta_x = \sum_{i=1}^8 N_i \theta_{xi} \quad (3.84)$$

$$\theta_y = \sum_{i=1}^8 N_i \theta_{yi}$$

Lokal ve global eksenlere göre şekil fonksiyonların türevlerini hesaplamak için Jakobyen matrisi,

$$[J] = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial r} & \frac{\partial N_2}{\partial r} & \dots & \frac{\partial N_8}{\partial r} \\ \frac{\partial N_1}{\partial s} & \frac{\partial N_2}{\partial s} & \dots & \frac{\partial N_8}{\partial s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ \vdots & \vdots \\ x_8 & y_8 \end{bmatrix} \quad (3.85)$$

olarak ifade edilir. Global eksenlere göre türevler, lokal eksenlere göre alınan türevlerin Jakobyen matrisinin tersi ile çarpılması sonucu elde edilir.

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x} & \frac{\partial N_2}{\partial x} & \dots & \frac{\partial N_8}{\partial x} \\ \frac{\partial N_1}{\partial y} & \frac{\partial N_2}{\partial y} & \dots & \frac{\partial N_8}{\partial y} \end{bmatrix} = [J]^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial r} & \frac{\partial N_2}{\partial r} & \dots & \frac{\partial N_8}{\partial r} \\ \frac{\partial N_1}{\partial s} & \frac{\partial N_2}{\partial s} & \dots & \frac{\partial N_8}{\partial s} \end{bmatrix} \quad (3.86)$$

2. Elemanın Direngelik Matrisinin Hesaplanması

Bir elemanın eğim ve kayma şekil değişimi $\{\varepsilon\}_p$ ile noktasal yer değiştirmeler $\{\delta\}$ arasındaki bağıntı,

$$\{\varepsilon\}_p = [B]\{\delta\}, \quad \{\varepsilon\}_p = \begin{Bmatrix} K_x \\ K_y \\ K_{xy} \\ \phi_x \\ \phi_y \end{Bmatrix} \quad (3.87)$$

şeklinde ifade edilir. (3.84) nolu denklemin x ve y'ye göre türevi alınırsa eğim ve kayma şekil değişimleri şekil fonksiyonları içerisindeki noktasal yer değiştirme terimleri cinsinden ifade edilebilir. Böylece,

$$K_x = \sum_{i=1}^n \theta_{xi} \frac{\partial N_i}{\partial x}$$

$$K_y = -\sum_{i=1}^n \theta_{yi} \frac{\partial N_i}{\partial y}$$

$$K_{xy} = \sum_{i=1}^n \theta_{xi} \frac{\partial N_i}{\partial y} - \sum_{i=1}^n \theta_{yi} \frac{\partial N_i}{\partial x} \quad (3.88)$$

$$\phi_x = \sum_{i=1}^n w_i \frac{\partial N_i}{\partial x} + \sum_{i=1}^n \theta_{xi} N_i$$

$$\phi_y = \sum_{i=1}^n w_i \frac{\partial N_i}{\partial y} - \sum_{i=1}^n \theta_{yi} N_i$$

eşitlikleri elde edilir. Burada $\frac{\partial N_i}{\partial x}$ ve $\frac{\partial N_i}{\partial y}$, (3.86) eşitliğinde verilmiştir.

(3.88) eşitliğindeki ifadeler (3.87) eşitliğinde yerlerine yazılırsa,

$$\{\varepsilon\}_p = \begin{Bmatrix} K_x \\ K_y \\ K_{xy} \\ \phi_x \\ \phi_y \end{Bmatrix} = [B] \begin{Bmatrix} w_1 \\ \theta_{x1} \\ \theta_{y1} \\ \dots \\ \dots \\ w_8 \\ \theta_{x8} \\ \theta_{y8} \end{Bmatrix} \quad (3.90)$$

elde edilir. Benzer şekilde;

$$\{\varepsilon\}_p = \sum_{i=1}^8 [B_i] \{\delta_i\} \quad (3.91)$$

olur. Burada $[B_i]$ ve $\{\delta_i\}$ ifadeleri;

$$[B_i] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ 0 & -\frac{\partial N_i}{\partial y} & 0 \\ 0 & -\frac{\partial N_i}{\partial x} & \frac{\partial N_i}{\partial y} \\ \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 & N_i \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} & -N_i & 0 \end{bmatrix} \quad (3.92)$$

$$\text{ve } \{\delta_i\} = \begin{Bmatrix} w_i \\ \theta_{ix} \\ \theta_{iy} \end{Bmatrix} \quad (3.93)$$

şeklindedir.

$\{\sigma\}_r$ gerilmeleri,

$$\{\sigma\}_r = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \end{Bmatrix} = [C]_r \{\varepsilon\}_r = [C]_r \sum_{i=1}^8 [B_i] \{\delta_i\} \quad (3.94)$$

olur. Burada $[C]_r$ (3.73) eşitliği ile hesaplanır. N_i 'in x ve y'ye göre türevleri (3.86) eşitliğinde verilmiştir.

Bir elemanın direngenlik matrisi ise,

$$[k] = \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} [B]^T [C]_p [B] |J| dr ds \quad (3.95)$$

şeklinde hesaplanır.

Direngeçlik matrisini hesaplamada Gauss formülleri kullanılmaktadır. İnce plaklar için indirgenmiş 2x2 Gauss integrasyonu tekniğinin kullanılması daha sağlıklı sonuçlar verir.

3. Elemanın Noktasal Yük Vektörü

Düzensün yayılı q yükü için herhangi bir i noktasına gelen $\{Q_i\}$ noktasal yükü,

$$\{Q_i\} = \begin{Bmatrix} F_z \\ M_x \\ M_y \end{Bmatrix}_i = \iint N_i \begin{Bmatrix} q \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} |J| dr ds \quad (3.96)$$

şeklinde hesaplanır.

Sekiz noktalı elemanın yük vektörü aşağıda verildiği gibi nümerik integrasyon kullanılarak hesaplanır.

$$\begin{Bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \\ \dots \\ \vdots \\ \dots \\ Q_{22} \\ Q_{23} \\ Q_{24} \end{Bmatrix} = q \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n W_i W_j |J| \begin{Bmatrix} N_1 \\ 0 \\ 0 \\ \dots \\ \vdots \\ \dots \\ N_8 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.97)$$

Tabakalı Plağın Sonlu Eleman Formülasyonu

Çok tabakalı bir plağın bir katmanındaki şekil değiştirmeler plak orta düzleminin eğriliği ve doğrudan şekil değiştirme terimleriyle ifade edilebilir.

$$\{\varepsilon_k\} = \{\varepsilon_k^0\} + z\{K_k\} \quad (3.98)$$

$$\{\varepsilon_k\} = [\bar{Q}]\{\varepsilon_k^0\} + [\bar{Q}]\{K_k\} \quad (3.99)$$

Genellikle tabakalı kompozit plağın kalınlığı boyunca gerilme değişimi doğrusal değildir. Gerilmeler iki katmanın ara yüzeyinde süreksizdir ve iki birleştirilmiş katman içinde dahi farklıdır. Çok tabakalı bir kompozit için gerilme-şekil değiştirme bağıntıları plağın tüm katmanlarının süreklilik özelliğinden faydalanarak türetilebilir. Böylece katmanların tümü tek bir levha kabul edilerek, sonlu eleman yöntemiyle modellenilebilir. Çünkü çok tabakalı kompozit plağın malzeme özellikleri her eleman için elastiklik modülü matrisi içerisinde tam olarak ifade edilebilir. Bu matrisler, çok tabakalı kompozit plağın her bir tabakasının takviye açısı, malzeme özellikleri ve kalınlığı biliniyorsa hesaplanabilir. Eşitlik (3.99) tek bir tabakanın kesiti üzerinde integre edilir ve tekrar çok tabakalı plağın kalınlığı boyunca integral işlemi yapılırsa elastiklik modülü matrisi aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A:B \\ \\ \\ B:D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \varepsilon_{xy}^0 \\ K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{bmatrix}$$

n tabakalı düzgün kalınlıklı plakta alt matrisler aşağıdaki şekilde hesaplanabilir.

$$[A] = \int_{-t/2}^{-t/2+t/n} [\bar{Q}]_1 dz + \int_{-t/2+t/n}^{-t/2+2t/n} [\bar{Q}]_2 dz + \dots + \int_{-t/2+(n-1)t/n}^{-t/2} [\bar{Q}]_n dz \quad (3.100)$$

$$[B] = \int_{-t/2}^{-t/2+t/n} [\bar{Q}]_1 (-z) dz + \int_{-t/2+t/n}^{-t/2+2t/n} [\bar{Q}]_2 (-z) dz + \dots + \int_{-t/2+(n-1)t/n}^{-t/2} [\bar{Q}]_n (-z) dz \quad (3.101)$$

$$[D] = \int_{-t/2}^{-t/2+t/n} [\bar{Q}]_1 z^2 dz + \int_{-t/2+t/n}^{-t/2+2t/n} [\bar{Q}]_2 z^2 dz + \dots + \int_{-t/2+(n-1)t/n}^{-t/2} [\bar{Q}]_n z^2 dz \quad (3.102)$$

Çok tabakalı kompozit plakta sonlu eleman çözümü için temel matris elastiklik modülü matrisidir ve sonradan sonlu eleman çözümü için direngelik matrisi oluşturulur. Önce elastiklik modülü matrisi oluşturulduktan sonra, gerilme analizi için bilinen sonlu eleman çözüm yöntemi aynı şekilde uygulanır.

3.2.3. Tabakalı Kompozitlerin Nonlineer Analizi

Nonlinear cebirsel denklemler iterative metodlar vasıtasıyla çözümlenir. Biz burada yaygın kullanılan 2 iterative metod ele alacağız. Taylor serisine dayandırılan 1) Newton-Rapson metodu ve Picard Metodu.

1. Pikard Metodu hem kavramlar hem de bilgisayar işlemleri açısından basit bir yöntem olup unsimetriktir ve $[K^e]$ rijitlik matrisini kullanır.
2. Newton-Raphson metodu, tüm yapısal problemler için simetrik olan tanjant rijitlik matrisine dayanır. Bu metod, Pikard metodundan daha hızlı yaklaşım sağlar. Biz bu çalışmada Newton-Raphson Metodunu kullandık.

3.2.3.1. Direk İterasyon (Pikard) Metodu

Pikard metodu olarak ta bilinen bu metotta, önceki iterasyonda hesaplanan çözüm vektörü rijitlik matrisini hesaplamak için kullanılırdı. Ve son iterasyondaki çözüm, başlangıç şartları ve sınır şartlarını düzenledikten sonra birleştirilmiş denklemleri çözerek belirlenir.

$$[K(\{\Delta\}^r)]\{\Delta\}^{r+1} = \{F\} \quad (3.2.3-1)$$

ki burada $\{\Delta\}^r$ r+h iterasyonda global çözüm vektörünü gösterir. Böylece, Pikard metodunda K_j katsayısı ve (dolayısıyla $K; J^{a\beta}$), önceki iterasyondan $\{\Delta\}^R$ çözümü kullanarak hesaplanır ve (r+1)th iterasyondaki çözüm (3.2.3-1); çözerek elde edilir.

$$\{\Delta\}^{r+1} = [K(\{\Delta\}^r)]^{-1} \{F\} \quad (3.2.3-2)$$

İterasyonun başlangıcında [yani (r=0)] ilk iterasyonda çözümün linear olması için $\{\Delta\}^0 = \{0\}$ olduğunu farzedelim. Çünkü, nonlinear rijitlik matrisi linear çözümü azaltacaktır. Her bir çözümde $\{\Delta\}^r$ ve $\{\Delta\}^{r+1}$ arasındadır. Önceden belirlenmiş hata toleransı azalınca kadar iterasyon sürdürülür.

$$\left(\frac{\sum_{I=1}^N |\Delta_I^{r+1} - \Delta_I^r|^2}{\sum_{I=1}^N |\Delta_I^{r+1}|^2} \right)^{1/2} < \epsilon (10^{-3}) \quad (3.2.3-3)$$

N, sonlu elemanlardaki ilk bilinmeyenlerin toplam sayısıdır.

3.2.3.2. Newton-Raphson Yöntemi

Diğer iterative yöntem Newton-Raphson yöntemidir ki bu yöntem bilinen çözümle ilgili cebirsel denklemlerin yayılım türleri olan Taylor'a dayanır. Bu metodu açıklamak için aşağıdaki ifadeyi yazmamız gerekir.

$$\{R\} \equiv [K]\{\Delta\} - \{F\} = 0 \quad (3.2.3-4)$$

$\{R\} \rightarrow$ residuali (artık) göstermektedir. Residual; $\{\Delta\}$ bilinmeyen çözümün nonlineer bir fonksiyonudur.

Taylor serisindeki $\{\Delta\}^r$ yi R'ye yayarak.

$$\begin{aligned} \{0\} = \{R\} &= \{R\}^r + \left(\frac{d\{R\}^r}{d\{\Delta\}} \right)^r (\{\Delta\}^{r+1} - \{\Delta\}^r) \\ &+ \frac{1}{2!} \left(\frac{d^2\{R\}}{d\{\Delta\}^2} \right)^r (\{\Delta\}^{r+1} - \{\Delta\}^r)^2 + \dots \end{aligned} \quad (3.2.3.5a)$$

elde ederiz.

Veya

$$0 \approx \{R\}^r + [K^T] \{\delta \Delta\} + 0(\{\delta \Delta\})^2 \quad (3.2.3-5b)$$

ki burada $[K^T]$ tanjant rijitlik matrisidir.

$$[K^T]^r \equiv \left[\frac{d\{R\}}{d\{\Delta\}} \right] \text{ hesaplandı } \{\Delta\} = \{\Delta\}^r$$

$$\{\delta \Delta\} = \{\Delta\}^{r+1} - \{D\}^r \text{ (artan çözüm)} \quad (3.2.3.-5c)$$

Varyasyonel prensiplerle yapısal problemler için $[K]^T [K]$ olmasa bile simetrik olduğu gösterilebilir.

$$\{\delta \Delta\} = -[K^T]^{-1} \{R\}^r = [K^T (\{\Delta\}^r)]^{-1} (\{F\} - [K(\{\Delta\}^r)]\{\Delta\}^r) \quad (3.2.3.6a)$$

elde ederiz. Ve (r+1) iterasyona ait toplam çözüm;

$$\{\Delta\}^{r+1} = \{\Delta\}^r + \{\delta \Delta\} \quad (3.2.3.6b)$$

ile verilir.

(3.2.3-5a) daki iterasyon (3.2.3-3) deki yaklaştırma kriteri gerçekleştirilinceye kadar sürdürülür ya da residual önceden seçilmiş belirli bir değerden az oluncaya kadar.

4. ARAŞTIRMA BULGULARI

4.1. Problemin Tanımı

Bu çalışmada malzeme özellikleri aşağıda verilen alüminyum metal matrix takviyeli, paslanmaz çelik fiberden oluşan basit mesnetli 8 tabakalı ve her bir tabaka kalınlığı 2,5mm olan, delikli ve deliksiz olmak üzere farklı özelliklerde model plaklar kullanılmıştır. ANSYS paket programı kullanılmıştır. Elastik-plastik gerilme analizi sonlu elemanlar yöntemiyle çözülmüş olup, 8 düğümlü Lagrangian interpolasyonu kullanılmıştır. Shell 91 eleman özellikleri kullanılmıştır. Tsai-Wu teorisi baz alınmıştır. Bütün modellerde plağın uzunluğu ve genişliği birbirine eşit (400/400mm) kare eleman alınmıştır. Çok tabakalı plaklar orta yüzeye göre simetrik seçilmiştir. Plak koordinatları için kartezyen koordinatlar kullanılmış olup, (Şekil 4.1) düzlem koordinatlar x-y ile ve kalınlık doğrultusundaki koordinat ise z ile gösterilmiştir.

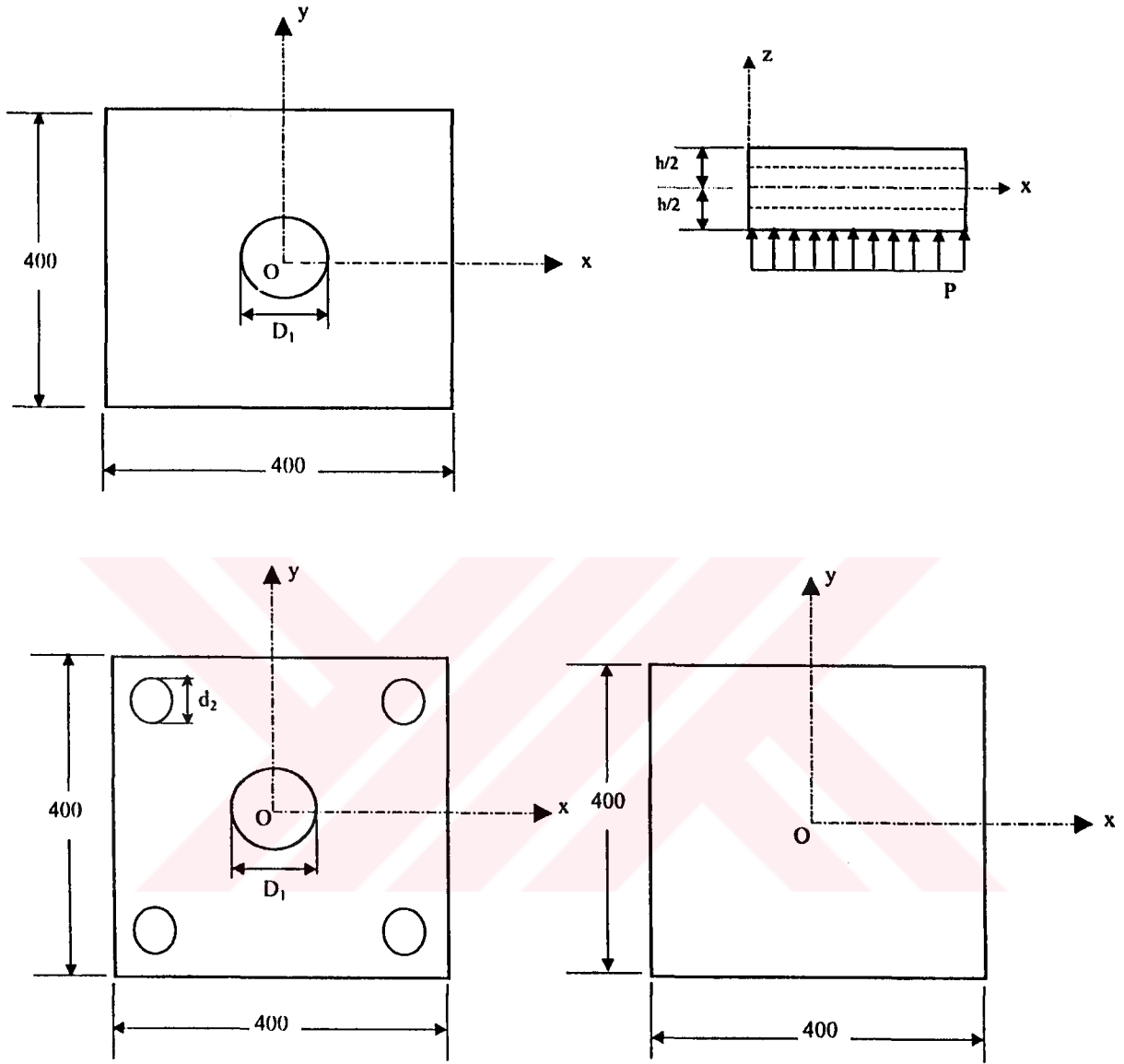
(0/90/90/0)_s dik takviye açısı uygulanan plak, geometri ve malzeme özellikleri bakımından simetrik olduğundan sonlu eleman formülasyonunda plağın ¼ ü kullanılmıştır. (0/90/90/0)_s dışındaki (açılı) diye ifade ettiğimiz takviye açıları halinde ise plak malzeme özellikleri bakımından simetrik olmadığından tam plak kullanılmıştır. Basit mesnet sınır şartları uygulanmış olup en alt tabakadan tüm yüzey alanı boyunca 0,6 ve 1MPa lık prese maruz bırakılmıştır.

Malzeme Özellikleri

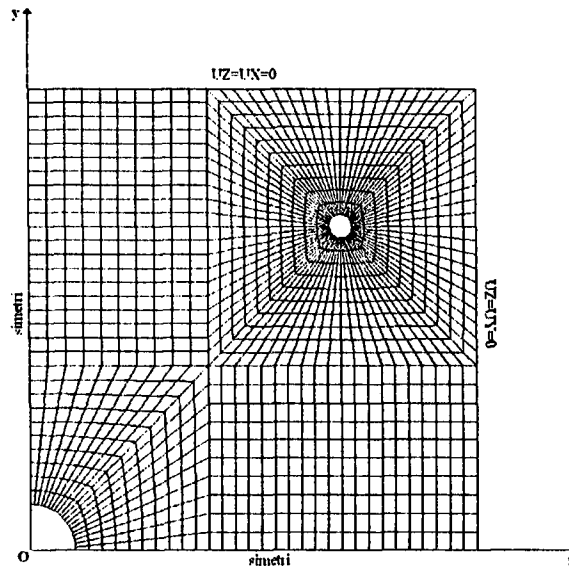
X yönündeki elastisite modülü (EX)	86e3 MPa
Y yönündeki elastisite modülü (EY)	74e3 MPa
Z yönündeki elastisite modülü (EZ)	74e3 MPa
XY yönündeki kayma modülü (GXY)	32e3 N/mm ²
YZ yönündeki kayma modülü (GYZ)	27e3 N/mm ²
XZ yönündeki kayma modülü (GXZ)	27e3 N/mm ²
XY yönündeki poisson oranı (NUXY)	0,3
YZ yönündeki poisson oranı (NUYZ)	0,32
XZ yönündeki poisson oranı (NUXZ)	0,32
X yönündeki akma gerilmesi	228.3 MPa
Y yönündeki akma gerilmesi	24.2 MPa
Z yönündeki akma gerilmesi	24.2 MPa
X yönündeki çekmedeki tanjant modülü	1737.5 MPa
Y yönündeki çekmedeki tanjant modülü	1200 MPa
Z yönündeki çekmedeki tanjant modülü	1200 MPa

X yönündeki basıdaki akma gerilmesi	228.3	MPa
Y yönündeki basıdaki akma gerilmesi	24.2	MPa
Z yönündeki basıdaki akma gerilmesi	24.2	MPa
X yönündeki basıdaki tanjant modülü	1737.5	MPa
Y yönündeki basıdaki tanjant modülü	1200	MPa
Z yönündeki basıdaki tanjant modülü	1200	MPa
S_{XY} Kayma gerilmesi	47.6	MPa
S_{YZ} Kayma gerilmesi	32	MPa
S_{XZ} Kayma gerilmesi	32	MPa
X yönündeki kaymadaki tanjant modülü	1000	MPa
Y yönündeki kaymadaki tanjant modülü	700	MPa
Z yönündeki kaymadaki tanjant modülü	700	MPa

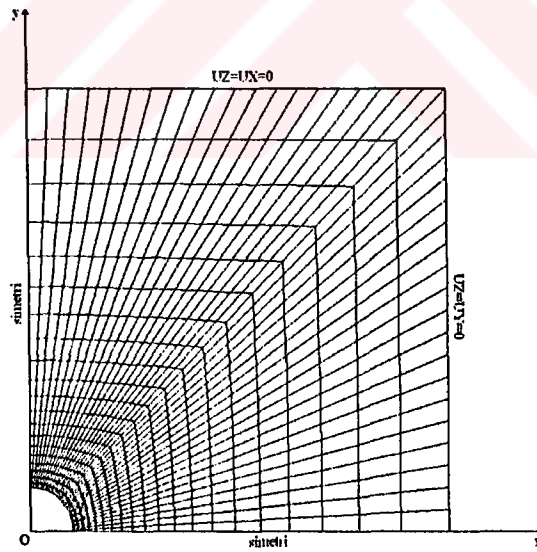




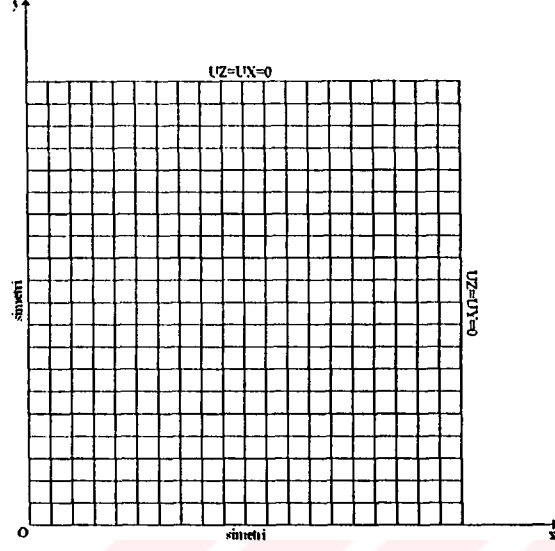
Şekil 4.1. Geometri ve yükleme



Şekil 4.2.a



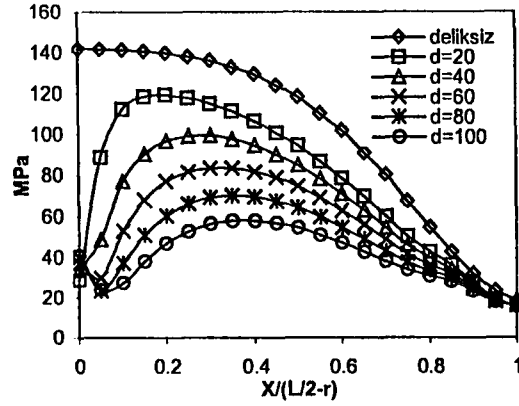
Şekil 4.2.b



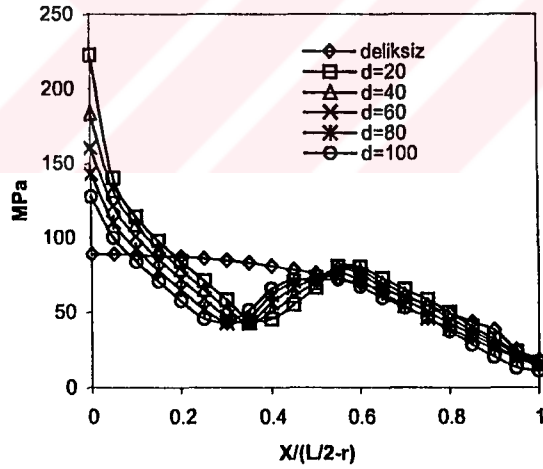
Şekil 4.2

Şekil (4.2.a/4.2.b/4.2.c) Sınır şartları ve sonlu elemanlar ağı

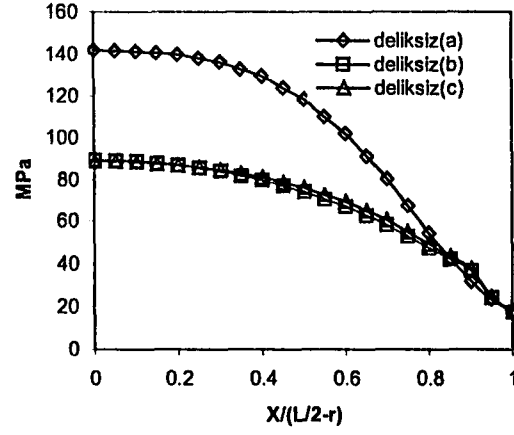
4.2.Çeşitli Takviye Açılarındaki Delikli/Deliksiz Plaklarda Eşdeğer Gerilme Dağılımları



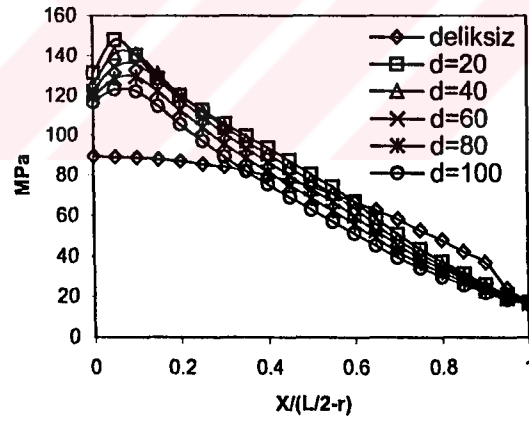
Şekil 4.3. X ekseninde bir deliğe bağlı (0/90/90/0)_s takviye açılı plâğın eşdeğer gerilme dağılımı



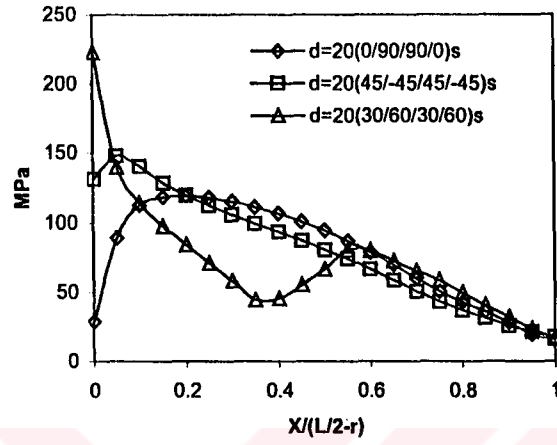
Şekil 4.4. X ekseninde bir deliğe bağlı (30/60/30/60)_s takviye açılı plâğın eşdeğer gerilme dağılımı



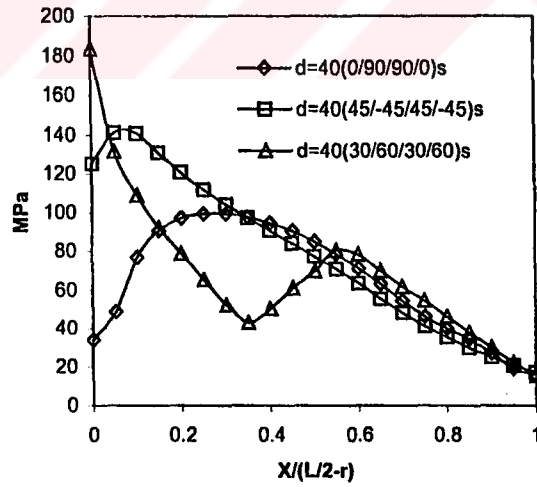
Şekil 4.5. X ekseninde boyunca bir deliğe bağlı (a)=(0/90/90/0)_s, (b)=(45/-45/45/-45)_s, (c)=(30/60/30/60)_s takviye açılı plâğın eşdeğer gerilme dağılımı



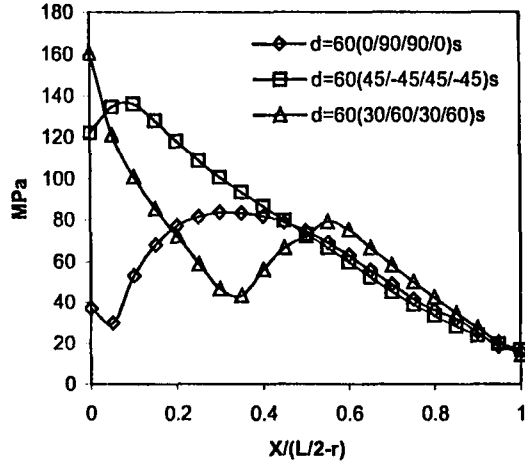
Şekil 4.6. X ekseninde boyunca bir deliğe bağlı (45/-45/45/-45)_s takviye açılı plâğın eşdeğer gerilme dağılımı



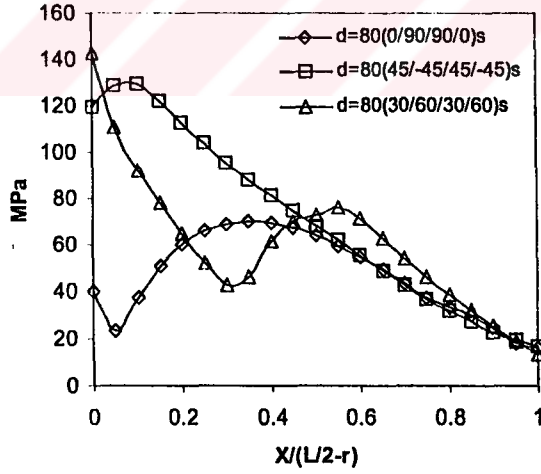
Şekil 4.7. X eksenini boyunca bir deliğe bağlı ($d=20$)değişik takviye açılı plağın eşdeğer gerilme dağılımı



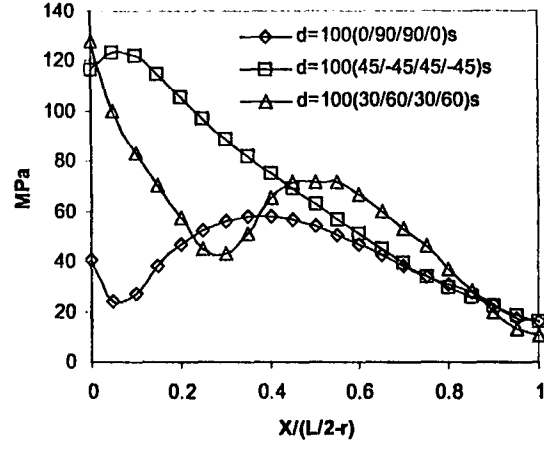
Şekil 4.8. X eksenini boyunca bir deliğe bağlı ($d=40$)değişik takviye açılı plağın eşdeğer gerilme dağılımı



Şekil 4.9. X ekseninde bir deliğe bağlı ($d=60$) değişik takviye açılı plâğın eşdeğer gerilme dağılımı



Şekil 4.10. X ekseninde bir deliğe bağlı ($d=80$) değişik takviye açılı plâğın eşdeğer gerilme dağılımı



Şekil 4.11. X eksenı boyunca bir deliğe bağlı (d=100) değişik takviye aÇılı plağın eşdeğer gerilme dağılımı

4.3. Çeşitli Takviye Açılarındaki Delikli/Deliksiz Plaklarda Eşdeğer Gerilme Dağılımlarının Yorumlanması

1. Aynı takviye açısına ve aynı yüklemeye sahip, (0/90/90/0)_s delikli ve deliksiz kompozit plaklarda X eksenini boyunca en büyük eşdeğer gerilme deliksiz plakta plağın ortasında olup, delikli plaklarda plağın içlerinde oluşmaktadır. Şekil 4.3'ten de görüldüğü üzere; X eksenini boyunca deliksiz plaktaki eşdeğer gerilme değeri 141,71MPa iken, delikli plakta (d)=D₁=20mm'deki eşdeğer gerilme değeri 28,987MPa olup (d)=D₁=100mm'de bu değer 40,779MPa'a çıkmaktadır.

2. Şekil 4.4'te (30/60/30/60)_s takviye açısında, X eksenini boyunca deliksiz plaktaki eşdeğer gerilme değeri en küçük olup, değeri 88,775MPa'dır. Delikli plaklarda çap büyüdükçe gerilme değeri düşmektedir.

(d)=D ₁ =20mm	çapında	222,46MPa iken
(d)=D ₁ =100mm	çapında	127,64MPa'dır.

3. Şekil 4.5'te 3 farklı takviye açısına sahip deliksiz plakta en büyük eşdeğer gerilme (0/90/90/0)_s takviye açısındadır. Ve değeri 141,71MPa'dır. (30/60/30/60)_s takviye açısından eşdeğer gerilme değeri 88,775MPa iken, (45/-45/45/-45)_s takviye açısında 89,206MPa'dır. Yine bu gerilme değeri X eksenini boyunca alınan eşdeğer gerilme değerleridir.

4. Şekil 4.6'te (45/-45/45/-45)_s takviye açısında deliksiz plaktaki eşdeğer gerilme değeri en düşüktür ve değeri 89,206MPa'dır. Delikli plaklarda çap küçüldükçe gerilme değeri artmaktadır.

$(d)=D_1=20\text{mm}$	çapında	131,32MPa
$(d)=D_1=100\text{mm}$	çapında	116,31 MPa'dır.

5. Şekil 4.7'da X eksenini boyunca $(d)=D_1=20\text{mm}$ çaplı delikli plakta 3 farklı takviye açısındaki eşdeğer gerilme değerleri karşılaştırıldığında maksimum eşdeğer gerilme $(30/60/30/60)_s$ takviye açısında oluşmaktadır. Ve değeri 222,46 MPa'dır. En düşük gerilme $(0/90/90/0)_s$ takviye açısında olup değeri 28,987'dir. $(45/-45/45/-45)_s$ takviye açısında 131,32 MPa'dır.

6. Şekil 4.8'de X eksenini boyunca $(d)=D_1=40\text{mm}$ çapında delikli plakta, $(0/90/90/0)_s$ takviye açısında eşdeğer gerilme değeri 33,91MPa'dır $(30/60/30/60)_s$ takviye açısında eşdeğer gerilme değeri 183,25MPa'dır. $(45/-45/45/-45)_s$ takviye açısında eşdeğer gerilme değeri 125,2MPa'dır. En büyük gerilme $(30/60/30/60)_s$ takviye açısındadır. En küçük gerilme $(0/90/90/0)_s$ takviye açısındadır.

7. Şekil 4.9'de X eksenini boyunca $(d)=D_1=60\text{mm}$ çapında delikli plakta $(0/90/90/0)_s$ takviye açısında eşdeğer gerilme değeri 37,204MPa'dır. $(30/60/30/60)_s$ takviye açısında eşdeğer gerilme değeri 160,32 MPa'dır. $(45/-45/45/-45)_s$ takviye açısında eşdeğer gerilme değeri 121,88MPa'dır. En büyük gerilme $(30/60/30/60)_s$ takviye açısındadır. En düşük gerilme $(0/90/90/0)_s$ takviye açısındadır.

8. Şekil 4.10'da X eksenini boyunca $(d)=D_1=80\text{mm}$ çapında delikli plakta $(0/90/90/0)_s$ takviye açısında eşdeğer gerilme değeri 39,733MPa'dır. $(30/60/30/60)_s$ takviye açısında eşdeğer gerilme değeri 142,81MPa'dır. $(45/-45/45/-45)_s$ takviye açısında eşdeğer gerilme değeri 119,07MPa'dır.

En büyük gerilme (30/60/30/60)_s takviye açısında olup, en düşük gerilme (0/90/90/0)_s takviye açısındadır.

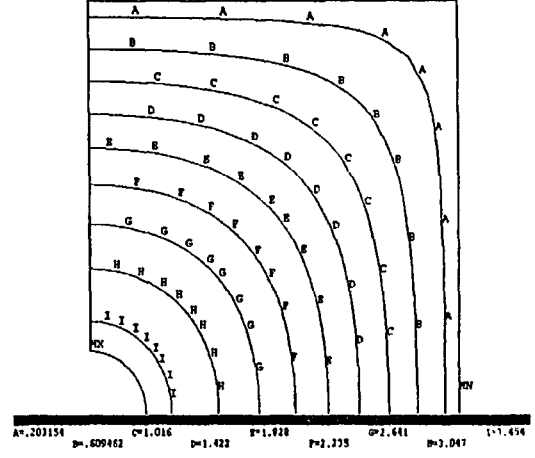
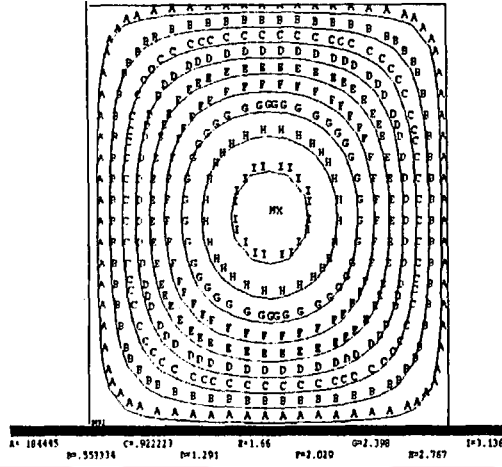
9. Şekil 4.11'da X ekseni boyunca (d)=D₁=100mm çapında delikli plakta (0/90/90/0)_s takviye açısındaki eşdeğer gerilme değeri 40,779MPa, (30/60/30/60)_s takviye açısındaki eşdeğer gerilme değeri 127,64MPa (45/-45/45/-45)_s takviye açısındaki eşdeğer gerilme değeri 116,31MPa'dır.

En büyük gerilme (30/60/30/60)_s takviye açısındadır.

En düşük gerilme (0/90/90/0)_s takviye açısındadır.

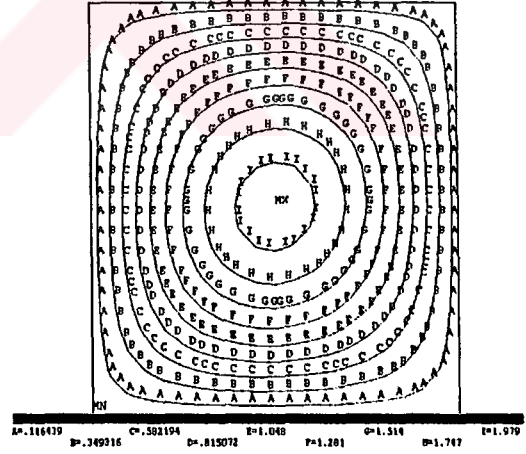
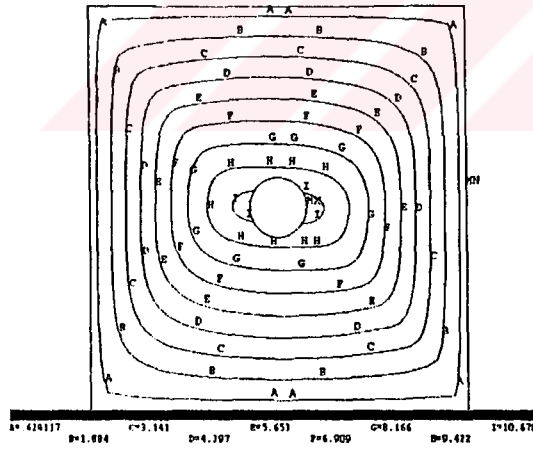


4.4.Çeşitli Takviye Açılarında Delikli/Deliksiz Plakların Z yönündeki Yerdeğiştirmesi(UZ)



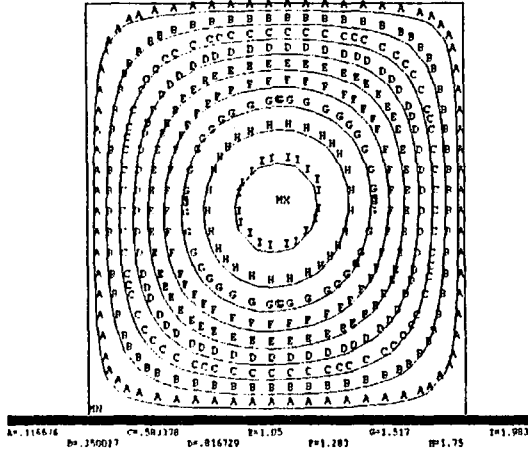
Şekil 4.12. (UZ) 400/400 boyutlu Deliksiz plak (0/90/90/0)_s

Şekil 4.13. (UZ) $D_1=60$ plak (0/90/90/0)_s

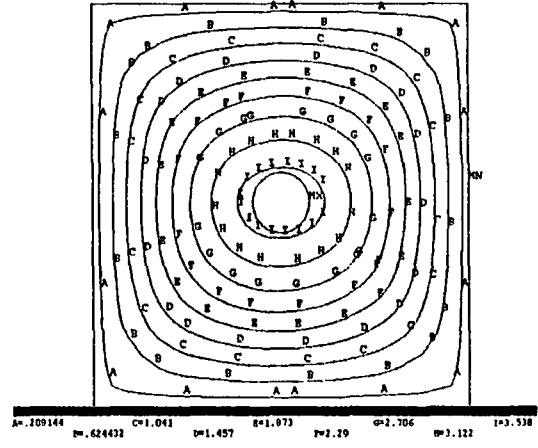


Şekil 4.14. (UZ) $D_1=60$ plak (30/60/30/60)_s

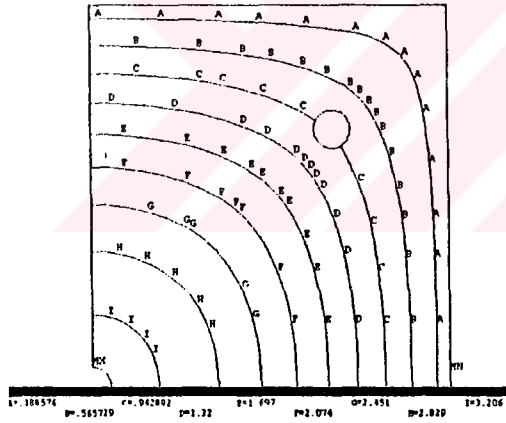
Şekil 4.15. (UZ) 400/400 boyutlu Deliksiz plak (30/60/30/60)_s



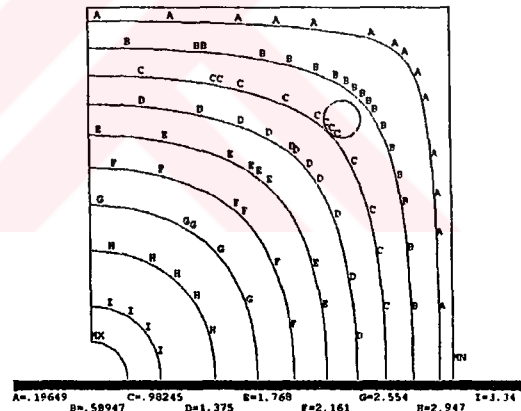
Şekil 4.16. (UZ) 400/400 boyutlu
Deliksiz plak (45/-45/45/-45)_s



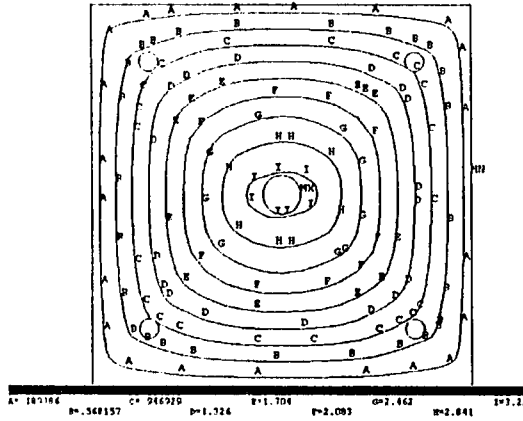
Şekil 4.17. (UZ)
D₁=60 plak (45/-45/45/-45)_s



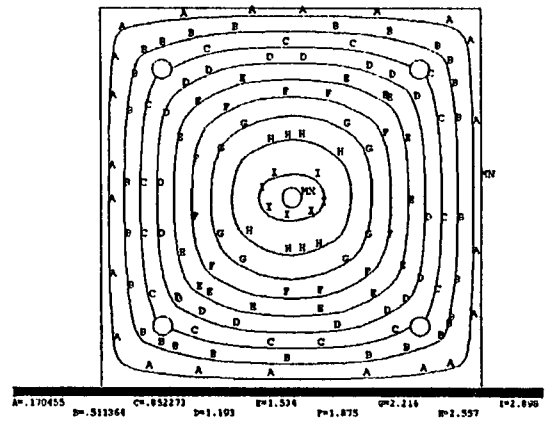
Şekil 4.18. (UZ)
D₁=20 d₂=20 plak (0/90/90/0)_s



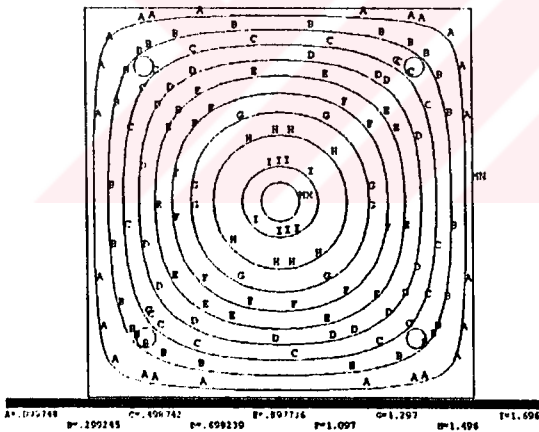
Şekil 4.19. (UZ)
D₁=40 d₂=20 plak (0/90/90/0)_s



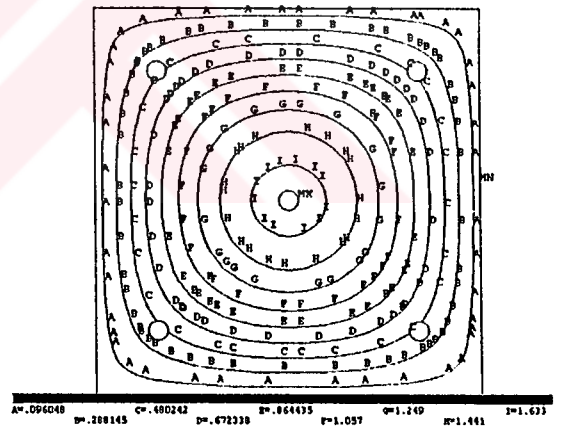
Şekil 4.20. (UZ)
 $D_1=40$ $d_2=20$ plak (30/60/30/60)_s



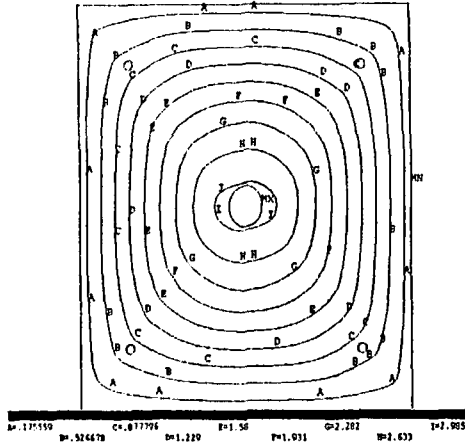
Şekil 4.21. (UZ)
 $D_1=20$ $d_2=20$ plak (30/60/30/60)_s



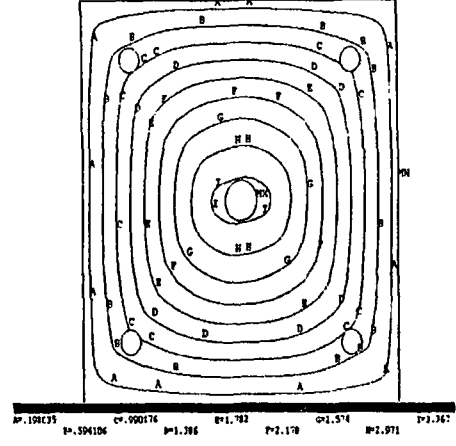
Şekil 4.22. (UZ)
 $D_1=40$ $d_2=20$ plak (45/-45/45/-45)_s



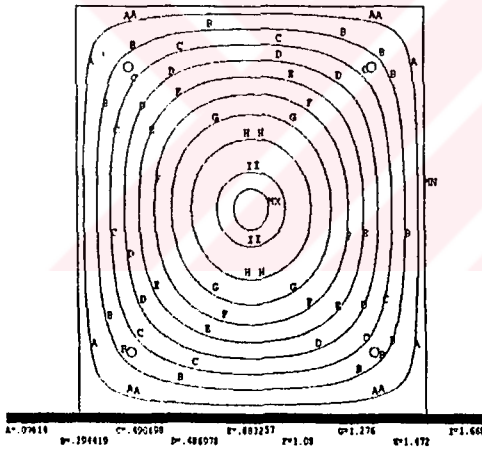
Şekil 4.23. (UZ)
 $D_1=20$ $d_2=20$ plak (45/-45/45/-45)_s



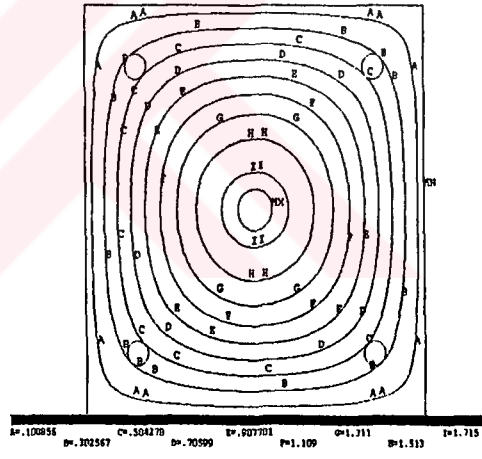
Şekil 4.24. (UZ)
 $D_1=40$ $d_2=10$ plak (30/60/30/60)_s



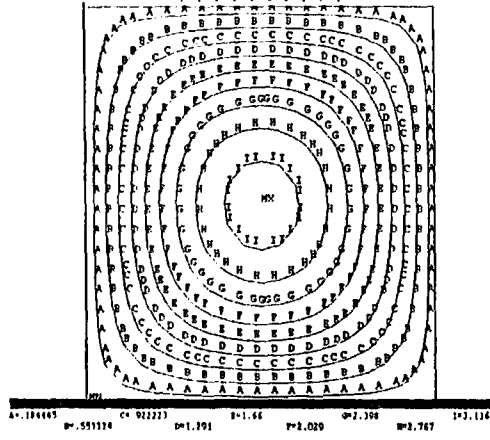
Şekil 4.25. (UZ)
 $D_1=40$ $d_2=25$ plak (30/60/30/60)_s



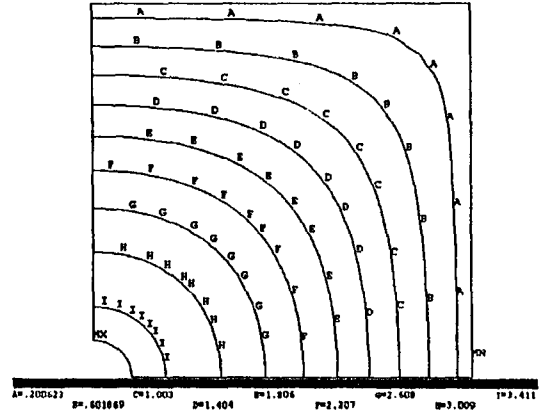
Şekil 4.26. (UZ)
 $D_1=40$ $d_2=10$ plak (45/-45/45/-45)_s



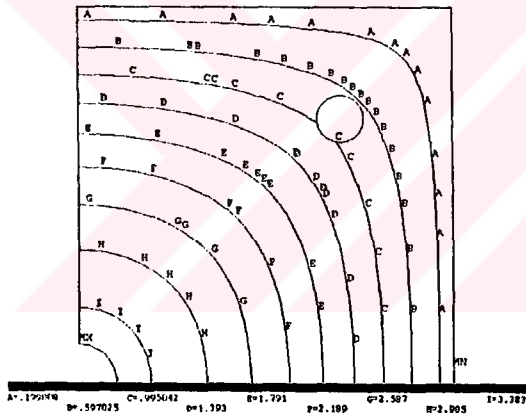
Şekil 4.27. (UZ)
 $D_1=40$ $d_2=25$ plak (45/-45/45/-45)_s



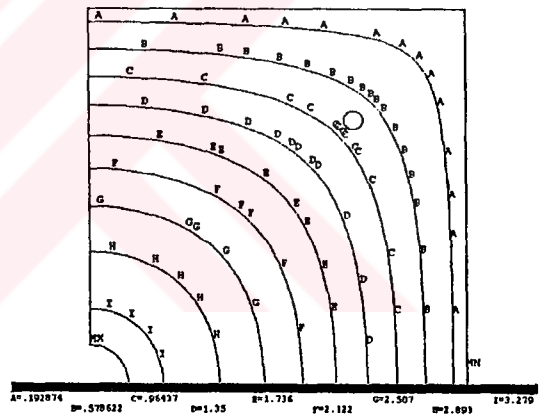
Şekil 4.28. (UZ) 400/400 boyutlu Deliksiz plak (0/90/90/0)_s



Şekil 4.29. (UZ) D₁=40 plak (0/90/90/0)_s



Şekil 4.30. (UZ) D₁=40 d₂=25 plak (0/90/90/0)_s



Şekil 4.31. (UZ) D₁=40 d₂=10 plak (0/90/90/0)_s

4.5.UZ Grafiklerinin Yorumlanması

1.Şekil 4.12'de (0/90/90/0)_s takviye açısındaki deliksiz bir plakta maksimum çökme plağın orta noktasında oluşmaktadır. Ve değeri $w_{max}=3,3200\text{mm}$ 'dir.

2.Şekil 4.13'de (0/90/90/0)_s takviye açısında $D_1=60\text{mm}$ çapında delikli plakta, maksimum çökme delik civarında oluşmaktadır. Ve değeri $w_{max}=3,6568\text{mm}$ 'dir

3.Şekil 4.14'te (30/60/30/60)_s takviye açısında $D_1=60\text{mm}$ çapında delikli plakta, maksimum çökme delik civarında olup değeri $w_{max}=11,306\text{mm}$ 'dir.

4.Şekil 4.15'te (30/60/30/60)_s takviye açısında deliksiz plakta maksimum çökme plağın orta noktasıdır. Ve değeri $w_{max} = 2,0959$ 'dur.

5.Şekil 4.12 ve Şekil 4.15'ü karşılaştırdığımızda, deliksiz plakta en büyük çökme (0/90/90/0)_s takviye açısındadır.

$$\frac{w_{(0/90/90/0)_s}}{w_{(30/60/30/60)_s}} = \frac{3,3200}{2,0959} = 1,584$$

6.Şekil 4.13 ve Şekil 4.14'ü karşılaştırdığımızda, $D_1=60\text{mm}$ çapında delikli plakta en büyük çökme (30/60/30/60)_s takviye açısındadır.

7.Şekil 4.16'te (45/-45/45/-45)_s takviye açısında deliksiz plakta maksimum çökme $w_{max}=2,1002\text{mm}$ dir. Maksimum çökme plağın ortasındadır.

8.Şekil 4.12 / Şekil 4.15 ve Şekil 4.16'i karşılaştırdığımızda deliksiz plakta, sırası ile maksimum çökme;

(0/90/90/0)_s takviye açısında $w_{max}=3,3200\text{mm}$.

(30/60/30/60)_s takviye açısında $w_{\max}=2,0959\text{mm}$
 (45/-45/45/-45)_s takviye açısında $w_{\max}=2,1002\text{mm}$ 'dir.

9.Şekil 4.17'da (45/-45/45/-45)_s takviye açısında $D_1=60\text{mm}$ çapında delikli plakta maksimum çökme delik civarındadır, ve değeri $w_{\max}=3,7466\text{mm}$ 'dir

10.Şekil 4.13, Şekil 4.17 ve Şekil 4.14 karşılaştırıldığında $D_1=60\text{mm}$ çapında delikli plakta sırası ile maksimum çökme şöyledir.

(0/90/90/0)_s takviye açısında $w_{\max}=3,6568\text{mm}$
 (45/-45/45/-45)_s takviye açısında $w_{\max}=3,7466\text{mm}$
 (30/60/30/60)_s takviye açısında $w_{\max}=11,306\text{mm}$ 'dir.

11.Şekil 4.18'de (0/90/90/0)_s takviye açısında $D_1=20$ $d_2=20$ plakta maksimum çökme $D_1=20\text{mm}$ çap civarında oluşmaktadır. Ve değeri $w_{\max}=3,3944\text{mm}$ 'dir.

12.Şekil 4.19'de (0/90/90/0)_s takviye açısında $D_1=40$ $d_2=20\text{mm}$ plakta maksimum çökme $D_1=40\text{mm}$ 'de ortadaki delikte oluşmaktadır. Ve değeri $w_{\max}=3,5368\text{mm}$ 'dir.

13.Şekil 4.20'da (30/60/30/60)_s takviye açısında $D_1=40$ $d_2=20\text{mm}$ delikli plakta maximum çökme $D_1=40\text{mm}$ 'de (ortadaki delikte) oluşmaktadır. $w_{\max}=3,4089\text{mm}$ 'dir.

14.Şekil 4.21'de (30/60/30/60)_s takviye açısında $D_1=20$ $d_2=20\text{mm}$ delikli plakta, maksimum çökme plağın ortasındaki delikte oluşmaktadır ve- değeri $w_{\max}=3,0687\text{mm}$ 'dir.

15.Şekil 4.22'de (45/-45/45/-45)_s takviye açısında $D_1=40$ $d_2=20\text{mm}$ plakta maksimum çökme plağın ortasındaki delikte oluşmaktadır. Ve değeri $w_{\max}=1,7955\text{mm}$ 'dir.

16.Şekil 4.23'de (45/-45/45/-45)_s takviye açısında $D_1=20$ $d_2=20$ mm plakta maksimum çökme plağın ortasındaki deliktedir ve değeri $w_{max}=1,7289$ mm'dir

17.Şekil 4.20 ve Şekil 4.22'i karşılaştırdığımızda, $D_1=40$ $d_2=20$ mm plakta, (30/60/30/60)_s ve (45/-45/45/-45)_s takviye açılarındaki maksimum çökmeyi mukayese ettiğimizde, maksimum çökme (30/60/30/60)_s takviye açısında oluşmaktadır.

18. Şekil 4.20 ve şekil 4.21'i karşılaştırdığımızda; (30/60/30/60) aynı takviye açısına sahip $D_1 = 40$ $d_2 = 20$ mm ve $D_1 = 20$ $d_2 = 20$ mm, iki plakada maksimum çökme $D_1 = 40$ $d_2 = 20$ mm plakta oluşturmaktadır.

19.Şekil 4.22 ve şekil 4.23'i karşılaştırdığımızda; (45/-45/45/45)_s aynı takviye açılı D_1 20 $d_2 = 20$ mm iki plakta maksimum çökme $D_1 = 40$ $d_2 = 20$ mm plakta oluşmaktadır.

20.Şekil 4.24'te (30/60/30/60)_s takviye açılı $D_1=40$ $d_2=10$ mm plakta maksimum çökme plağın ortasındaki delikte olup değeri $w_{max}=3,1601$ mm'dir.

21.Şekil 4.25'te (30/60/30/60)_s takviye açılı $D_1=40$ $d_2=25$ mm plakta maksimum çökme plağın ortasındaki delik civarında oluşmaktadır, ve değeri $w_{max}=3,4089$ mm'dir.

22.Şekil 4.24 ve Şekil 4.25'ü karşılaştırdığımızda (30/60/30/60)_s aynı takviye açılı $D_1=40$ $d_2=10$ mm ve $D_1=40$ $d_2=25$ mm iki plakta maksimum çökme $D_1=40$ $d_2=25$ mm olan plaktır.

23.Şekil 4.26'te (45/-45/45/-45)_s takviye açılı $D_1=40$ $d_2=10$ mm plakta maksimum çökme plağın ortasındaki delik civarında oluşmaktadır, ve değeri $w_{max}=1,7665$ mm'dir.

24.Şekil 4.27'da (45/-45/45/-45)_s takviye açılı $D_1=40$ $d_2=25$ mm plakta maksimum çökme plağın ortasındaki delik civarında oluşmakta olup değeri $w_{max}=1,8154$ mm'dir.

25.Şekil 4.26 ve Şekil 4.27'yi karşılaştırdığımızda, (45/-45/45/45)_s aynı takviye açılı $D_1=40$ $d_2=25$ mm iki plakta maksimum çökme $D_1=40$ $d_2=25$ mm olan plakta oluşmaktadır.

26.Şekil 4.26 ve Şekil 4.27'yi karşılaştırdığımızda;

(30/60/30/60)_s $D_1=40$ $d_2=25$ mm $w_{max}=3,4089$ mm

(45/-45/45/45)_s $D_1=40$ $d_2=25$ mm $w_{max}=1,8154$ mm maksimum çökme (30/60/30/60)_s takviyeli plakta oluşmaktadır.

27.Şekil 4.28 ve Şekil 4.29'i karşılaştırdığımızda; (0/90/90/0)_s deliksiz plak $w_{max} = 3,3200$ mm ve plağın ortasında oluşturmaktadır.

(0/90/90/0)_s $D_1 = 40$ mm delikli plak $w_{max} = 3,6112$ mm ve delik civarında oluşturmaktadır. Delikli, plakta çökme daha fazladır.

çökme delik civarındadır.

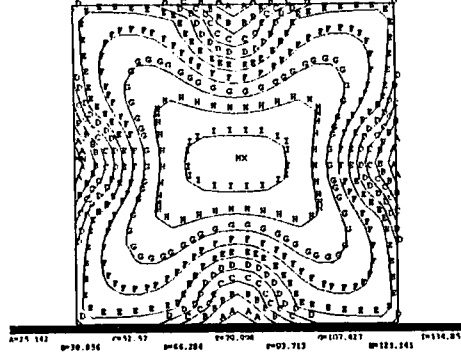
28.Şekil 4.30 ve Şekil 4.31'u karşılaştırdığımızda; Her iki plakta da maksimum çökme delik civarındadır.

(0/90/90/0)_s takviye açısında $D_1=40$ $d_2=25$ mm plakta $w_{max} = 3,5822$ mm iken,

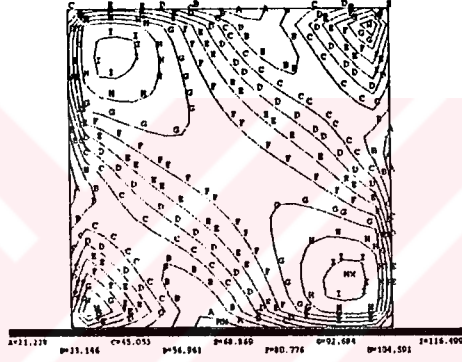
(0/90/90/0)_s takviye açısında $D_1=40$ $d_2=10$ mm plakta $w_{max}=3,4717$ mm'dir.

Maksimumçökme $D_1=40d_2=25$ mm olan plaktadır

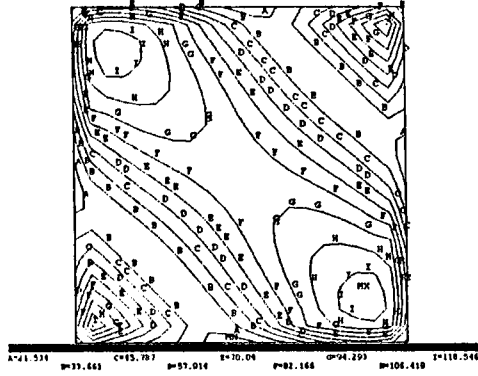
4.6.Çeşitli Takviye Açılarında Delikli/Deliksiz Plaklardaki Eşdeğer Gerilme Grafikleri



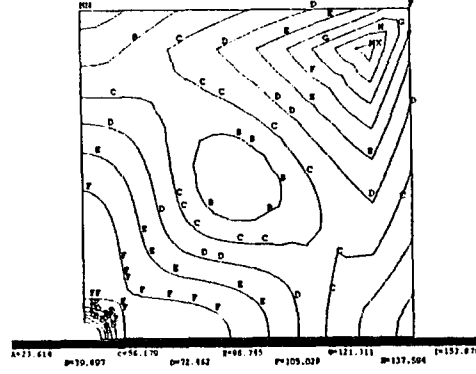
Şekil 4.32.Deliksiz bir plakta eşdeğer gerilme grafiği
(0/90/90/0)_s takviye açılı



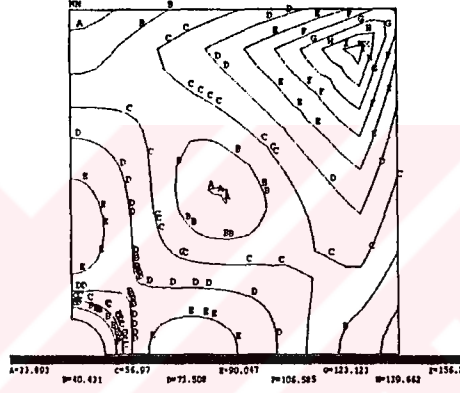
Şekil 4.33.Deliksiz bir plakta eşdeğer gerilme grafiği
(30/60/30/60)_s takviye açılı



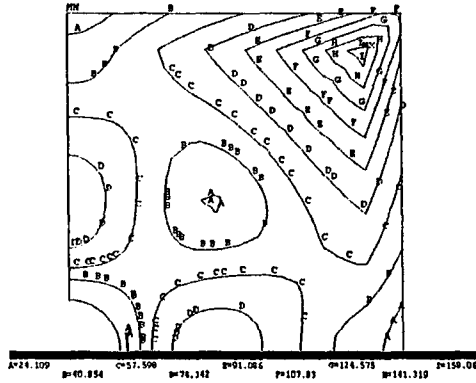
Şekil 4.34.Deliksiz bir plakta eşdeğer gerilme grafiği
(45/-45/45/-45)_s takviye açılı



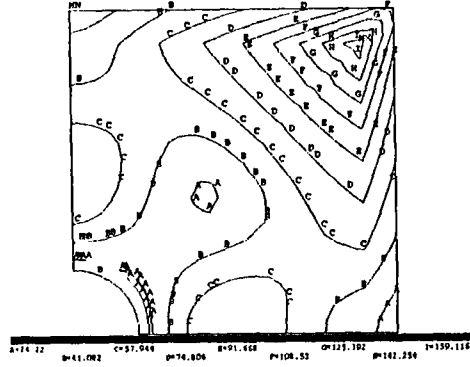
Şekil 4.35. $D_1=20$ bir plakta eşdeğer gerilme grafiği
(0/90/90/0)_s takviye açılı



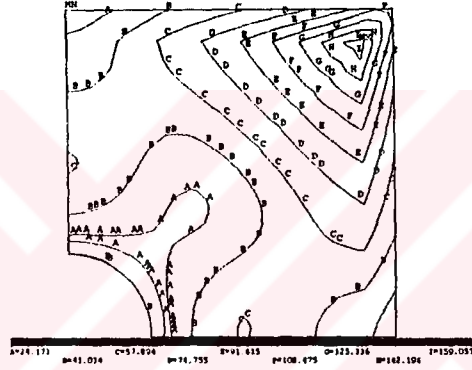
Şekil 4.36. $D_1=40$ bir plakta eşdeğer gerilme grafiği
(0/90/90/0)_s takviye açılı



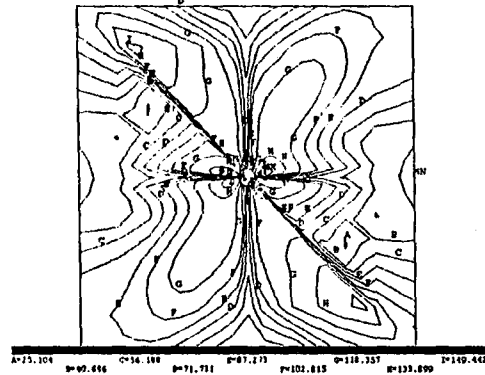
Şekil 4.37. $D_1=60$ bir plakta eşdeğer gerilme grafiği
(0/90/90/0)_s takviye açılı



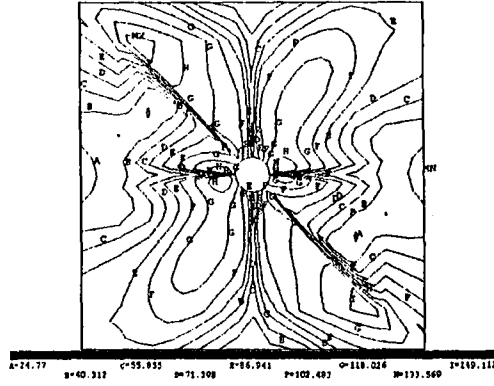
Şekil 4.38. $D_1=80$ bir plakta eşdeğer gerilme grafiği
(0/90/90/0)_s takviye açılı



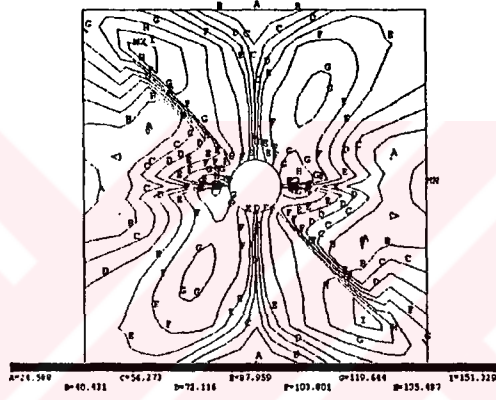
Şekil 4.39. $D_1=100$ bir plakta eşdeğer gerilme grafiği
(0/90/90/0)_s takviye açılı



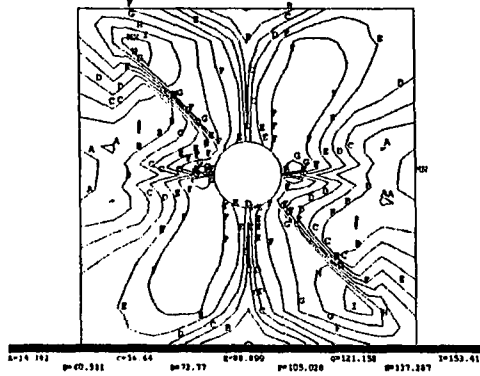
Şekil 4.40. $D_1=20$ bir plakta eşdeğer gerilme grafiği
(45/-45/45/-45)_s takviye açılı



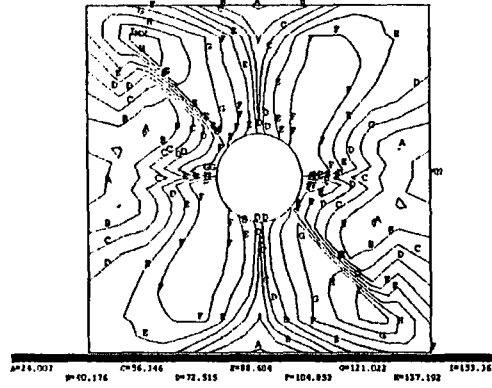
Şekil 4.41. $D_1=40$ bir plakta eşdeğer gerilme grafiği
(45/-45/45/-45)_s takviye açılı



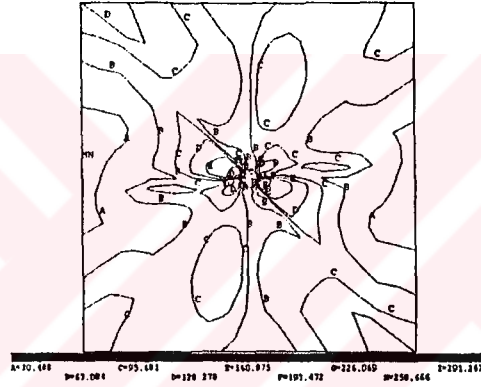
Şekil 4.42. $D_1=60$ bir plakta eşdeğer gerilme grafiği
(45/-45/45/-45)_s takviye açılı



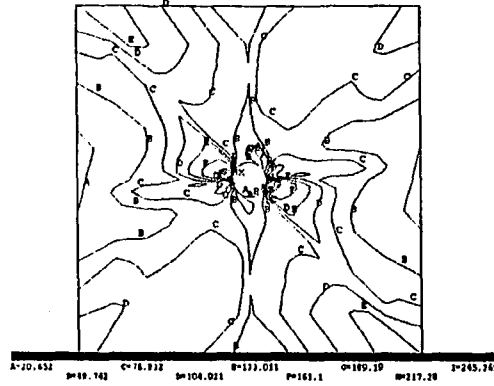
Şekil 4.43. $D_1=80$ bir plakta eşdeğer gerilme grafiği
(45/-45/45/-45)_s takviye açılı



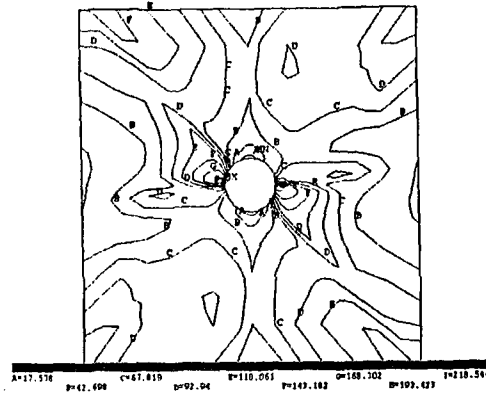
Şekil 4.44. $D_1=100$ bir plakta eşdeğer gerilme grafiği
(45/-45/45/-45)_s takviye açılı



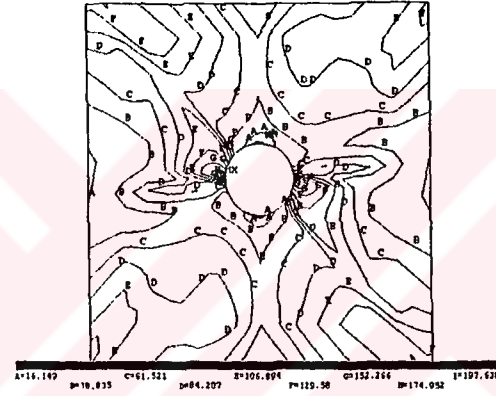
Şekil 4.45. $D_1=20$ bir plakta eşdeğer gerilme grafiği
(30/60/30/60)_s takviye açılı



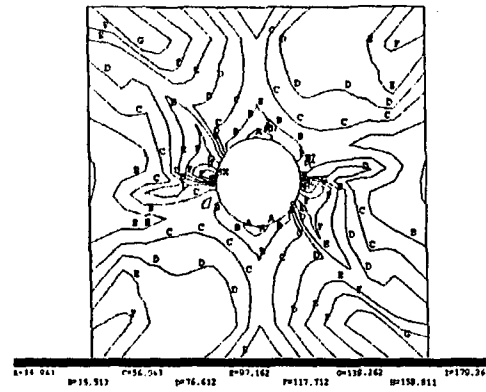
Şekil 4.46. $D_1=40$ bir plakta eşdeğer gerilme grafiği
(30/60/30/60)_s takviye açılı



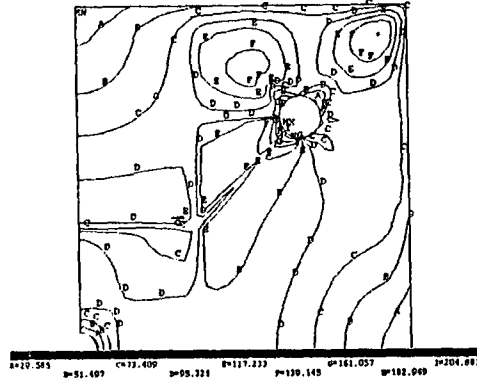
Şekil 4.47. $D_1=60$ bir plakta eşdeğer gerilme grafiği
(30/60/30/60)_s takviye açılı



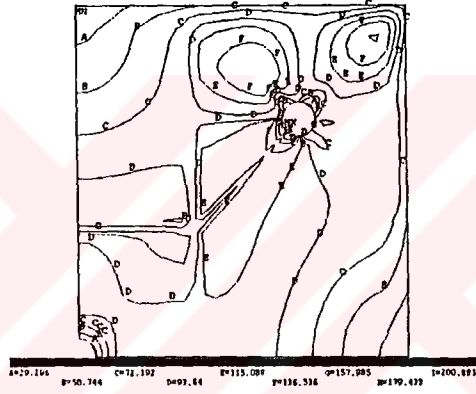
Şekil 4.48. $D_1=80$ bir plakta eşdeğer gerilme grafiği
(30/60/30/60)_s takviye açılı



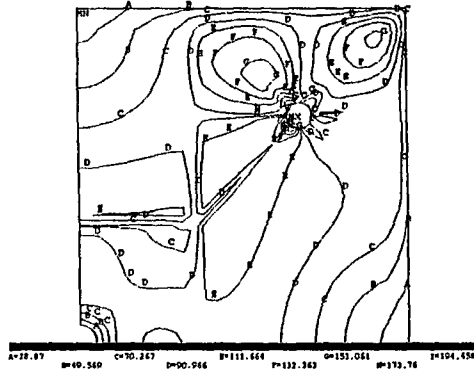
Şekil 4.49. $D_1=100$ bir plakta eşdeğer gerilme grafiği
(30/60/30/60)_s takviye açılı



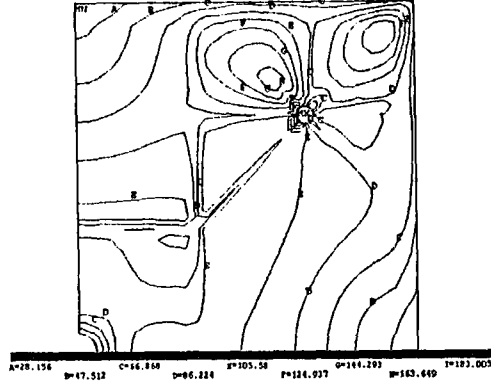
Şekil 4.50. $D_1=20$ $d_2=25$ bir plakta eşdeğer gerilme grafiği
(0/90/90/0)_s takviye açılı



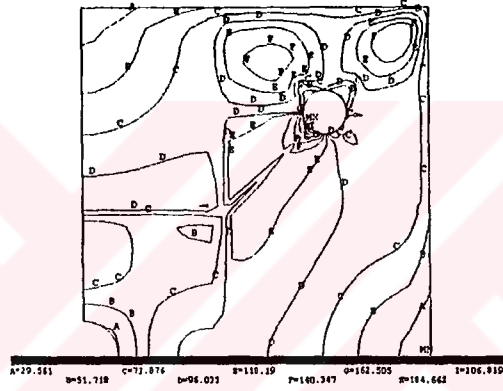
Şekil 4.51. $D_1=20$ $d_2=20$ bir plakta eşdeğer gerilme grafiği
(0/90/90/0)_s takviye açılı



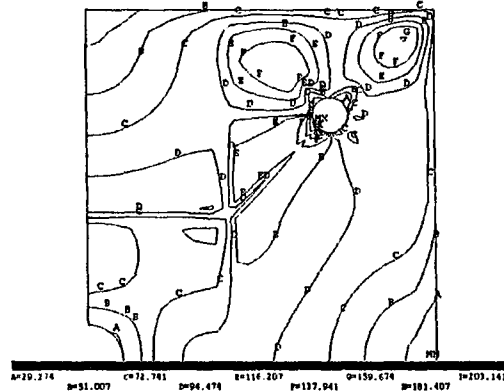
Şekil 4.52. $D_1=20$ $d_2=15$ bir plakta eşdeğer gerilme grafiği
(0/90/90/0)_s takviye açılı



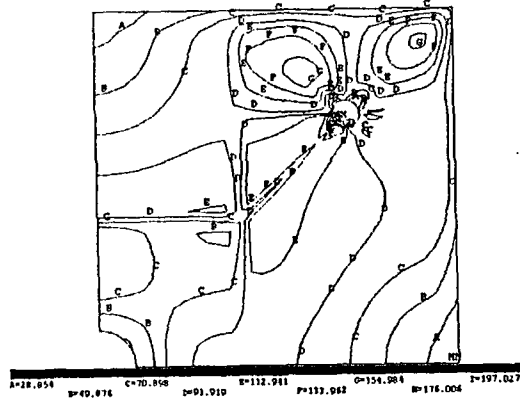
Şekil 4.53. $D_1=20$ $d_2=10$ bir plakta eşdeğer gerilme grafiği
(0/90/90/0)_s takviye açılı



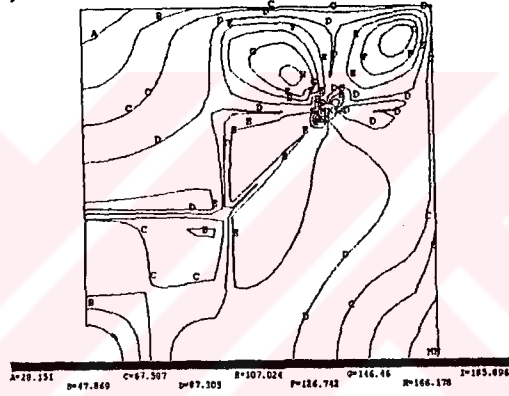
Şekil 4.54. $D_1=40$ $d_2=25$ bir plakta eşdeğer gerilme grafiği
(0/90/90/0)_s takviye açılı



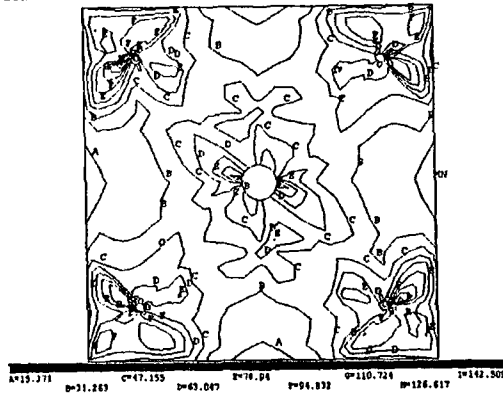
Şekil 4.55. $D_1=40$ $d_2=20$ bir plakta eşdeğer gerilme grafiği
(0/90/90/0)_s takviye açılı



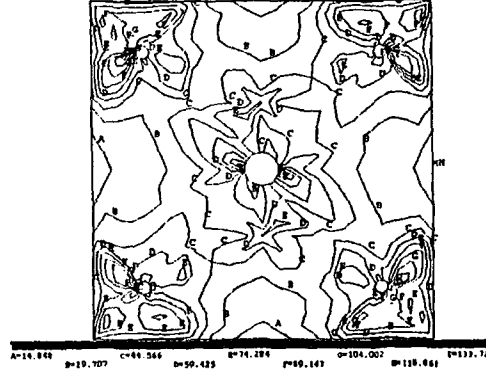
Şekil 4.56. $D_1=40$ $d_2=15$ bir plakta eşdeğer gerilme grafiği
(0/90/90/0)_s takviye açılı



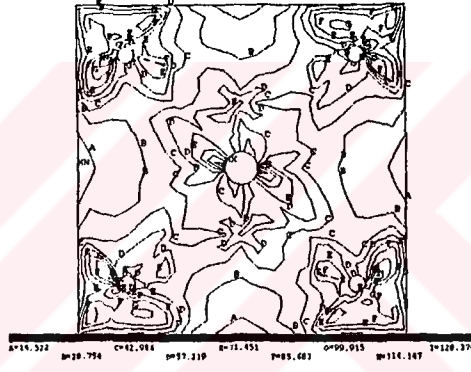
Şekil 4.57. $D_1=40$ $d_2=10$ bir plakta eşdeğer gerilme grafiği
(0/90/90/0)_s takviye açılı



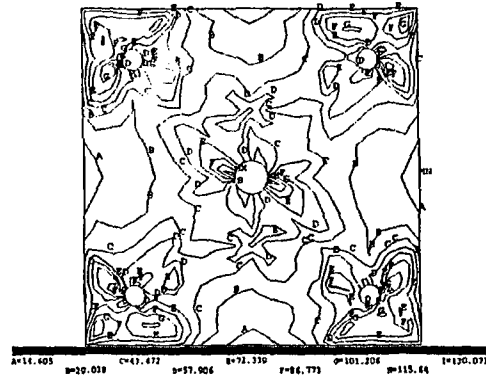
Şekil 4.58. $D_1=40$ $d_2=10$ bir plakta eşdeğer gerilme grafiği
(30/60/30/60)_s takviye açılı



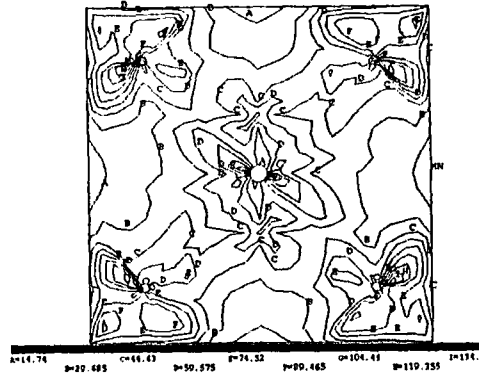
Şekil 4.59. $D_1=40$ $d_2=15$ bir plakta eşdeğer gerilme grafiği
(30/60/30/60)_s takviye açılı



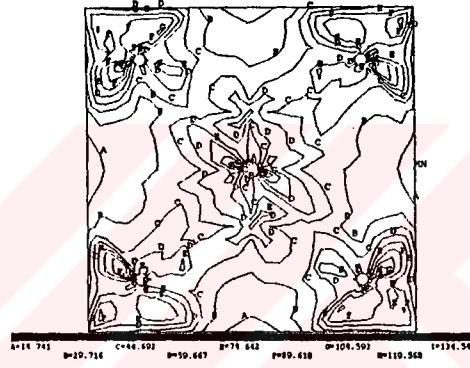
Şekil 4.60. $D_1=40$ $d_2=20$ bir plakta eşdeğer gerilme grafiği
(30/60/30/60)_s takviye açılı



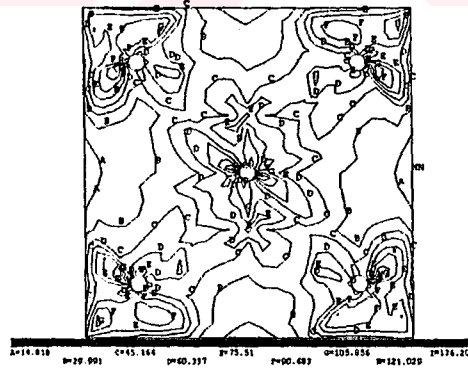
Şekil 4.61. $D_1=40$ $d_2=25$ bir plakta eşdeğer gerilme grafiği
(30/60/30/60)_s takviye açılı



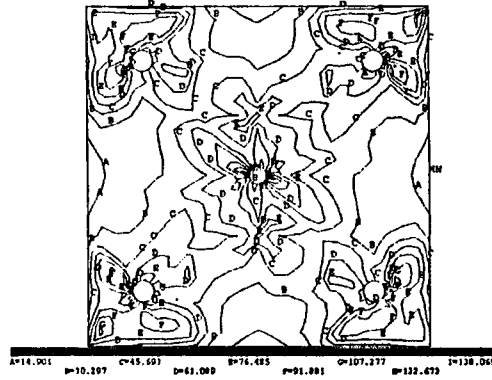
Şekil 4.62. $D_1=20$ $d_2=10$ bir plakta eşdeğer gerilme grafiği
(30/60/30/60)_s takviye açılı



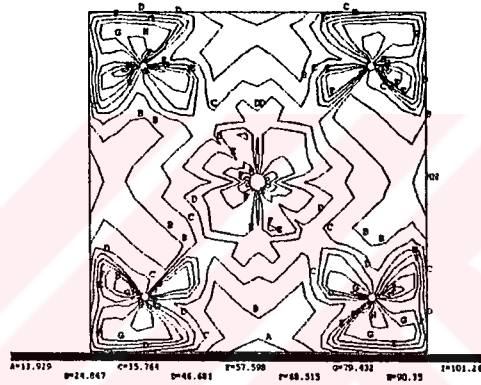
Şekil 4.63. $D_1=20$ $d_2=15$ bir plakta eşdeğer gerilme grafiği
(30/60/30/60)_s takviye açılı



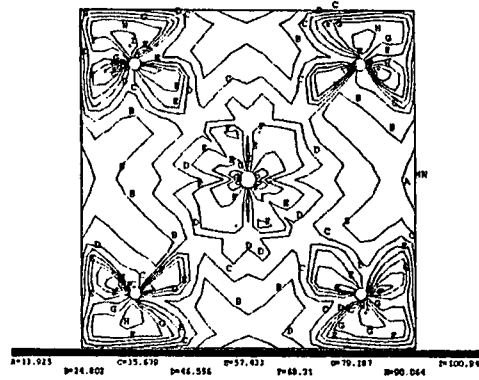
Şekil 4.64. $D_1=20$ $d_2=20$ bir plakta eşdeğer gerilme grafiği
(30/60/30/60)_s takviye açılı



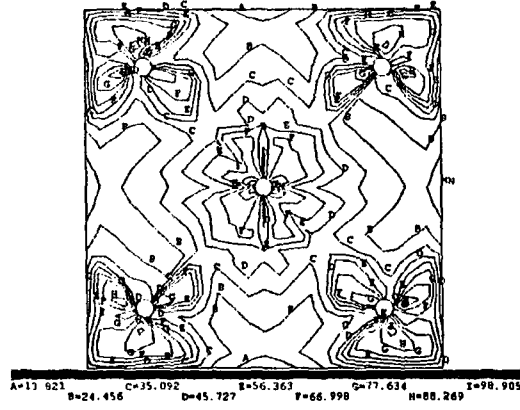
Şekil 4.65. $D_1=20$ $d_2=25$ bir plakta eşdeğer gerilme grafiği
(30/60/30/60)_s takviye açılı



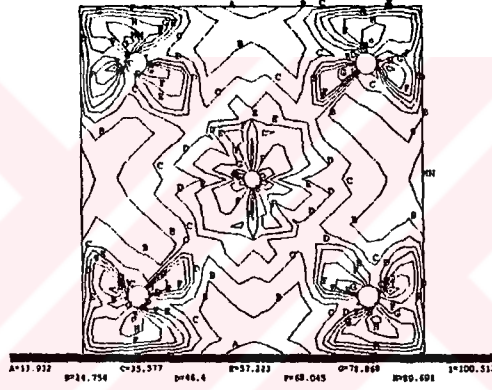
Şekil 4.66. $D_1=20$ $d_2=10$ bir plakta eşdeğer gerilme grafiği
(45/-45/45/-45)_s takviye açılı



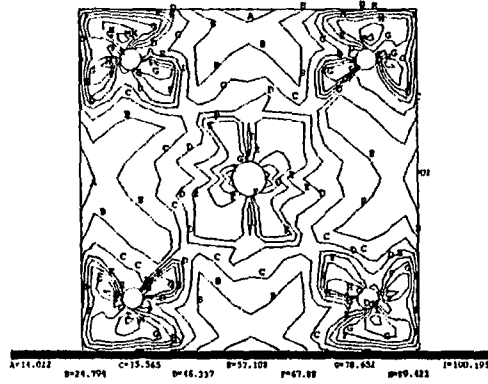
Şekil 4.67. $D_1=20$ $d_2=15$ bir plakta eşdeğer gerilme grafiği
(45/-45/45/-45)_s takviye açılı



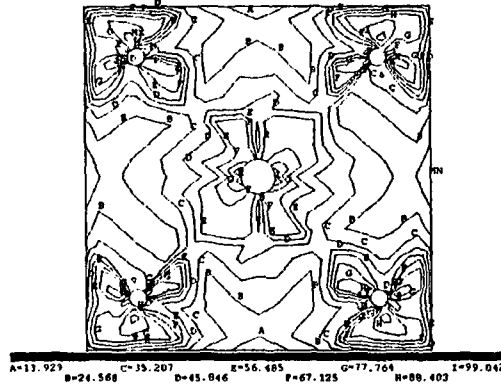
Şekil 4.68. $D_1=20$ $d_2=20$ bir plakta eşdeğer gerilme grafiği
(45/-45/45/-45)_s takviye açılı



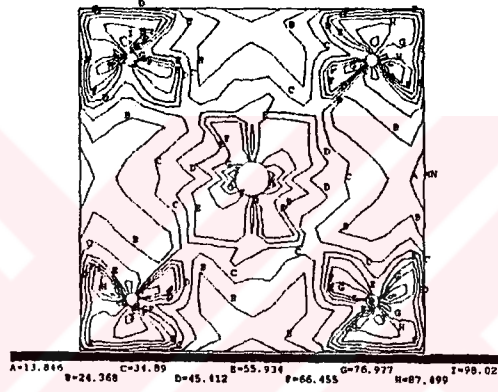
Şekil 4.69. $D_1=20$ $d_2=25$ bir plakta eşdeğer gerilme grafiği
(45/-45/45/-45)_s takviye açılı



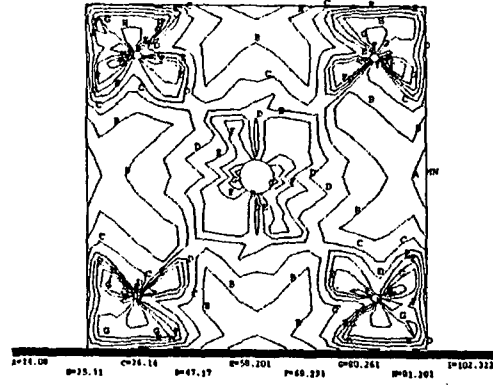
Şekil 4.70. $D_1=40$ $d_2=25$ bir plakta eşdeğer gerilme grafiği
(45/-45/45/-45)_s takviye açılı



Şekil 4.71. $D_1=40$ $d_2=20$ bir plakta eşdeğer gerilme grafiği $(45/-45/45/-45)_s$ takviye açılı



Şekil 4.72. $D_1=40$ $d_2=15$ bir plakta eşdeğer gerilme grafiği $(45/-45/45/-45)_s$ takviye açılı



Şekil 4.73. $D_1=40$ $d_2=10$ bir plakta eşdeğer gerilme grafiği $(45/-45/45/-45)_s$ takviye açılı

4.7.Çeşitli Takviye Açılarında Delikli/Deliksiz Plaklardaki Eşdeğer Gerilme Grafik Yorumları

1.Şekil 4.32 (0/90/90/0)_s takviye açılı deliksiz plakta maksimum eşdeğer gerilme plağın tam ortasında oluşturmaktadır. Plağın kenarlarına doğru gerilim azalmaktadır. Çizelge 4.2'den (0/90/90/0)_s takviye açısında, deliksiz plakta maksimum gerilme $\sigma_{\text{Von-Mises}}=141,71$ MPa 'dır.

2.Şekil 4.33 ve Şekil 4.34'ü karşılaştırdığımızda, (30/60/30/60)_s ve (45/-45/45/-45)_s takviye açılı deliksiz plakların eşdeğer gerilim grafikleri aynı olup ikisinde de maksimum gerilme plağın sağ alt köşesine yakın alanda oluştuğu görülmektedir. Ve değerleri sırası ile;

(30/60/30/60)_s takviye açılı plakta $\sigma_{\text{Von-Mises}} = 122,45$ MPa

(45/-45/45/-45)_s takviye açılı plakta $\sigma_{\text{Von-Mises}} = 124,61$ MPa

3.Şekil 4.35'te (0/90/90/0)_s takviye açılı $D_1=20$ mm delikli plakta maksimum eşdeğer gerilme plağın sağ üst köşesinde oluşmaktadır. Delik civarında gerilme değeri düşmektedir. Çizelge 4.2'den maksimum gerilme $\sigma_{\text{Von-Mises}} = 162,02$ MPa

4.Şekil 4.36, Şekil 4,37 ve Şekil 4,38'yi karşılaştırdığımızda, çap arttıkça delik civarındaki gerilme dağılımı azalmaktadır. Maksimum gerilme plağın sağ üst köşesine yakın bölgede oluşmaktadır.

5.Şekil 4.39'de $D_1=100$ mm delik çapı en büyük olduğunda delik civarındaki gerilim dağılımının arttığı gözlenmiştir.Maksimum gerilim plağın sağ üst köşesine yakın bölgededir.

6.Şekil 4.35 ve Şekil 4.39'i karşılaştırdığımızda; Çizelge 4.2'den;

(0/90/90/0)_s → $D_1= 20$ mm → $F = 159\ 685$ N $\sigma_{\text{Von-Mises}} = 162,02$ MPa

$$(0/90/90/0)_s \rightarrow D_1 = 100 \text{ mm} \rightarrow F = 152\,146 \text{ N} \quad \sigma_{\text{Von-Mises}} = 167,49 \text{ MPa}$$

$$\frac{F_{20}}{F_{100}} = \frac{159\,685}{152\,146} = 1,04$$

$$\frac{\sigma_{20}}{\sigma_{100}} = \frac{162,02}{167,49} = 0,96$$

Çap büyüdükçe yükleme azalırken, gerilme artmaktadır.

7.Şekil 4.40'da $(45/-45/45/-45)_s$ takviye açılı $D_1=20\text{mm}$ çaplı plakta maksimum Von-Mises gerilmesi delik civarındadır. Çizelge 4.2'den $\sigma_{\text{Von-Mises}} = 157,21\text{MPa}$ 'dır. Ayrıca plağın sağ alt ve sol üst köşelerine yakın bölgelerinde kritik bölgeler olduğunu görmekteyiz. Buralardaki eşdeğer gerilme değeri $149,442\text{MPa}$ olup, maksimuma yakındır.

8.Şekil 4.41'da $(45/-45/45/-45)_s$ takviye açılı $D_1=40\text{mm}$ çaplı plakta maksimum gerilmenin plağın sol üst köşesine doğru kaydığını görmekteyiz. Ayrıca delik civarındaki gerilme dağılımının azaldığı görülmektedir. Maksimum gerilme $156,88\text{MPa}$ 'dır.

9.Şekil 4.42 / Şekil 4.43 / 4.44'te maksimum eşdeğer gerilme Şekil 4.41 ile aynı bölgededir. Plağın sol üst köşesine yakındır. Çap büyüdükçe delik civarındaki gerilme sıklığı azalmaktadır. Sırası ile;

$$D_1=60\text{mm} \quad \rightarrow \sigma_{\text{Von-Mises}} = 159,25\text{MPa}$$

$$D_1=80\text{mm} \quad \rightarrow \sigma_{\text{Von-Mises}} = 161,48\text{MPa}$$

$$D_1=100\text{mm} \quad \rightarrow \sigma_{\text{Von-Mises}} = 161,45\text{MPa}$$

Ayrıca her üç plakta plağın sağ alt köşesinde kritiktir ve çap büyüdükçe buradaki gerilme değeri maksimuma yaklaşmaktadır.

10.Şekil 4.40 ve Şekil 4.44'ü karşılaştırdığımızda; Çizelge 4.2'den;

$$(45/-45/45/-45)_s \rightarrow D_1=20\text{mm} \quad \rightarrow F=159\,685\text{N} \rightarrow \sigma_{\text{Von-Mises}}=157,21$$

$$(45/-45/45/-45)_s \rightarrow D_1=100\text{mm} \quad \rightarrow F=152\,146\text{N} \rightarrow \sigma_{\text{Von-Mises}}=161,45$$

$$\frac{F_{20}}{F_{100}} = \frac{159\,685}{152\,146} = 1,04$$

Çap büyüdükçe yükleme azalırken, gerilme artıyor.

$$\frac{\sigma_{20}}{\sigma_{100}} = \frac{157,21}{161,45} = 0,97$$

11.Şekil 4.45'te $(30/60/30/60)_s$ takviye açılı $D_1=20\text{mm}$ çaplı plakta maksimum gerilme deliğin sağ ve sol çeperlerindedir. Ve değeri $307,56\text{MPa}$ 'dır.

12.Şekil 4.46'te $(30/60/30/60)_s$ takviye açılı $D_1=40\text{mm}$ çaplı plakta maksimum gerilme deliğin sağ ve sol çeperlerindedir. Ve değeri $259,41\text{MPa}$ 'dır.

13.Şekil 4.47 / Şekil 4.48 / Şekil 4.49'de $(30/60/30/60)_s$ takviye açısında sırası ile; $D_1=60\text{mm}$ / $D_1=80\text{mm}$ / $D_1=100\text{mm}$ plaklarda maksimum gerilme deliğin sağ ve sol çeperlerinde olup çap büyüdükçe delik civarındaki gerilme sıklığı azaltılmaktadır. Ve çap büyüdükçe maksimum eşdeğer gerilme değeri azalmaktadır.

$(30/60/30/60)_s$ takviye açısındaki maksimum gerilmeleri;

$$D_1=20\text{ mm } \sigma_{\text{Von-Mises}} = 307,56\text{MPa} \quad \frac{\sigma_{20}}{\sigma_{100}} = \frac{307,56}{189,64} = 1,62$$

$$D_1=100\text{ mm } \sigma_{\text{Von-Mises}} = 189,69\text{MPa} \quad \sigma_{100} \quad 189,64$$

14.Şekil 4.50 / Şekil 4.51 / Şekil 4.52 ve Şekil 4.53 (0/90/90/0)_s takviye açısında, sırası ile $D_1=20$ $d_2=25$ / $D_1=20$ $d_2=20$ / $D_1=20$ $d_2=15$ / $D_1=20$ $d_2=10$ delikli plaklarda maksimum gerilme hep delik civarında olup d_2 çapı küçüldükçe maksimum gerilme değeri azalmaktadır. Çizelge 4.2'den

$$D_1=20 \ d_2=25 \rightarrow \sigma_{\text{Von-Mises}} = 215,84 \rightarrow F=159 \ 195\text{N}$$

$$D_1=20 \ d_2=10 \rightarrow \sigma_{\text{Von-Mises}} = 192,68 \rightarrow F=159 \ 607\text{N}$$

$$\sigma \text{ oranı} = \frac{215,84}{192,68} = 1,12 \text{ Gerilme oranı}$$

$$F \text{ oranı} = \frac{159 \ 195}{159 \ 607} = 0,99 \text{ Yükleme Oranı}$$

15.Şekil 4.54 / Şekil 4.55 / Şekil 4.56 ve Şekil 4.57 (0/90/90/0)_s takviye açısında sırası ile Çizelge 4.2'den

$$\begin{aligned} D_1=40 \ d_2=25 &\rightarrow \sigma_{\text{Von-Mises}} = 217,9\text{MPa} & \sigma_{\text{Von-Mises}} &= \frac{217,9}{195,76} = 1,62 \\ D_1=40 \ d_2=20 &\rightarrow \sigma_{\text{Von-Mises}} = 214,01\text{MPa} \\ D_1=40 \ d_2=15 &\rightarrow \sigma_{\text{Von-Mises}} = 207,54\text{MPa} \\ D_1=40 \ d_2=10 &\rightarrow \sigma_{\text{Von-Mises}} = 195,76\text{MPa} & F &= \frac{158 \ 252}{158 \ 665} = 0,99 \end{aligned}$$

d_2 çapı küçüldükçe maksimum Von-Mises gerilmesi azalmaktadır. Maksimum gerilme her durumda d_2 çaplı delik civarında oluşmaktadır.

16.Şekil 4.58 ve Şekil 4.59'de (30/60/30/60)_s takviyeli sırası ile, çizelge 4.2'den

$$D_1=40 \ d_2=10 \rightarrow \sigma_{\text{Von-Mises}} = 150,46\text{MPa} \rightarrow F=95 \ 199\text{N}$$

$$D_1=40 \ d_2=15 \rightarrow \sigma_{\text{Von-Mises}} = 141,15\text{MPa} \rightarrow F=95 \ 140\text{N}$$

$$\sigma \text{ oranı} = \frac{150,46}{141,15} = 1,06 \text{ Gerilme oranı}$$

$$F \text{ oranı} = \frac{95 \ 189}{95 \ 140} = 0,99 \text{ Yükleme oranı}$$

Her iki plakta maksimum gerilmeler plağın sağ üst köşesindeki d_2 çaplı delik civarında olup diğer delik bölgelerindeki gerilme değerleri de yüksektir.

17.Şekil 4.60 ve Şekil 4.61'da (30/60/30/60)_s takviye açılı iki plakta maksimum gerilmenin D_1 çaplı orta delikte oluştuğu görülmektedir.

$$D_1=40 \ d_2=20 \rightarrow \sigma_{\text{Von-Mises}} = 135,49 \text{MPa} \rightarrow F=95058 \text{N}$$

$$D_1=40 \ d_2=25 \rightarrow \sigma_{\text{Von-Mises}} = 137,29 \text{MPa} \rightarrow F=94951 \text{N}$$

$$\text{Gerilme oranı} = \frac{135,49}{137,29} = 0,98$$

$$\text{Yüklem oranı} = \frac{95 \ 058}{94 \ 951} = 1,00$$

18.Şekil 4.58, Şekil 4.59, Şekil 4.60 ve Şekil 4.61 karşılaştırdığımızda; Şekil 4.58 ve Şekil 4.59'de Von-Mises gerilmesi plağın sol üst köşesindeki delikte, Şekil 4.60 ve Şekil 4.61'ta maksimum Von-Mises gerilmesi plağın ortasındaki delikte oluşmaktadır. Ayrıca d_2 çapı büyüdükçe düşen gerilme değeri Şekil 4.61'da $d_2=25\text{mm}$ olduğunda artmaktadır.

19.Şekil 4.62 / Şekil 4.63 / Şekil 4.64 /Şekil 4.65i karşılaştırdığımızda sırası ile çizelge 4.2'den (30/60/30/60)_s takviye açısında;

$$D_1=20 \ d_2=10 \rightarrow \sigma_{\text{Von-Mises}} = 141,77 \text{MPa} \rightarrow F=95 \ 764 \text{N}$$

$$D_1=20 \ d_2=15 \rightarrow \sigma_{\text{Von-Mises}} = 142,03 \text{MPa} \rightarrow F=95 \ 705 \text{N}$$

$$D_1=20 \ d_2=20 \rightarrow \sigma_{\text{Von-Mises}} = 143,79 \text{MPa} \rightarrow F=95 \ 623 \text{N}$$

$$D_1=20 \ d_2=25 \rightarrow \sigma_{\text{Von-Mises}} = 145,77 \text{MPa} \rightarrow F=95 \ 517 \text{N}$$

$$\text{Gerilme oranı} = \frac{141,77}{145,77} = 0,97$$

$$\text{Yüklem oranı} = \frac{95 \ 764}{95 \ 517} = 1,00$$

$$\text{Yükleme oranı} = \frac{95\,764}{95\,517} = 1,00$$

Maksimum gerilmenin giderek arttığını görmektediriz. Şekil 4.62’de $D_1=20$ $d_2=10$ mm plakta maksimum Von-Mises gerilmesi plağın sol üst köşesindeki delik civarında oluşurken Şekil 4.63 Şekil 4.64 ve Şekil 4.65’te maksimum gerilme plağın ortasındaki delikte oluşmaktadır. Ve d_2 çapı büyüdükçe bu bölgedeki gerilme değeri azalırken D_1 çaplı ortadaki delikte gerilme değeri artmaktadır.

20.Şekil 4.66 / Şekil 4.67 / Şekil 4.68 / Şekil 4.69’i karşılaştırdığımızda (45/-45/45/-45)_s takviye açılı delikli plakta sırası ile çizelge 4.2’den

$$D_1=20 \ d_2=10 \rightarrow \sigma_{\text{Von-Mises}} = 106,73\text{MPa} \rightarrow F=95\,764\text{N}$$

$$D_1=20 \ d_2=15 \rightarrow \sigma_{\text{Von-Mises}} = 106,38\text{MPa}$$

$$D_1=20 \ d_2=20 \rightarrow \sigma_{\text{Von-Mises}} = 104,22\text{MPa}$$

$$D_1=20 \ d_2=25 \rightarrow \sigma_{\text{Von-Mises}} = 105,92\text{MPa} \rightarrow F=95\,517\text{N}$$

4 şekilde de maksimum gerilme plağın sol üst deliğinde oluşmaktadır. Fakat diğer tüm deliklerdeki gerilme değeri de maksimuma çok yakındır.

21.Şekil 4.70 / Şekil 4.71 / Şekil 4.72 / Şekil 4.73’i karşılaştırdığımızda; (45/45/45/-45)_s takviye açılı 4 plakta maksimum Von-Mises gerilmesi plağın sol üst deliğinde olup diğer D_1 ve d_2 çaplı deliklerinde maksimum gerilmeye yakın gerilme değerleri aldığını şekillerden görmekteyiz.

$$D_1=40 \ d_2=25 \rightarrow \sigma_{\text{Von-Mises}} = 105,58\text{MPa} \rightarrow F=94\,951\text{N}$$

$$D_1=40 \ d_2=20 \rightarrow \sigma_{\text{Von-Mises}} = 104,36\text{MPa}$$

$$D_1=40 \ d_2=15 \rightarrow \sigma_{\text{Von-Mises}} = 103,28\text{MPa}$$

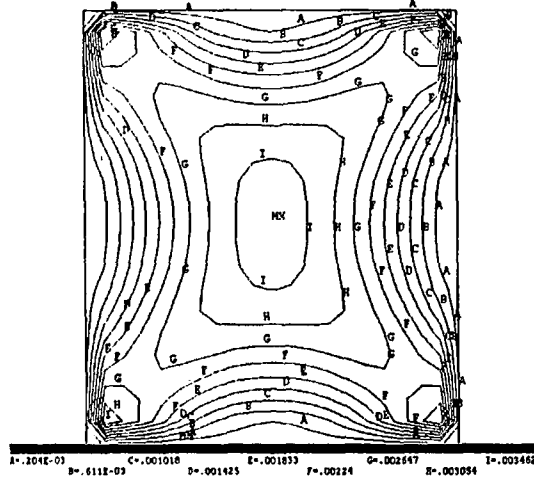
$$D_1=40 \ d_2=10 \rightarrow \sigma_{\text{Von-Mises}} = 107,84\text{MPa} \rightarrow F=95\,199\text{N}$$

$$\text{Gerilme oranı} = \frac{105,58}{107,84} = 0,97$$

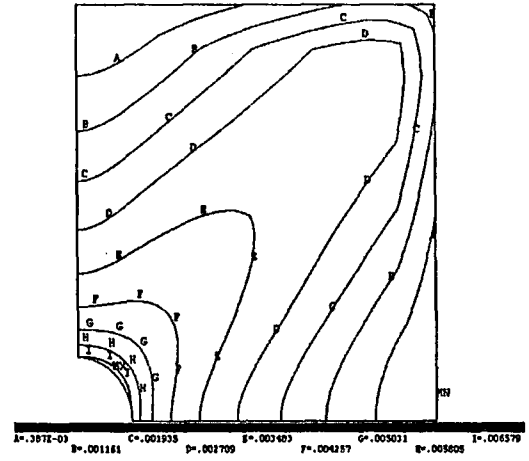
$$\text{Yükleme oranı} = \frac{94\ 951}{95\ 199} = 0,99$$



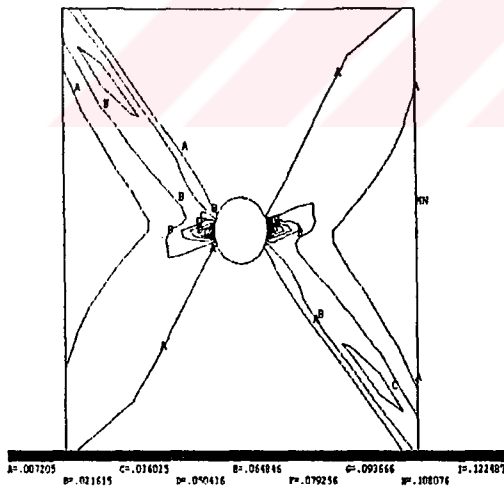
4.8.Çeşitli Takviye Açılarında Delikli/Deliksiz Plakların Plastik-şekil değiştirme grafikleri



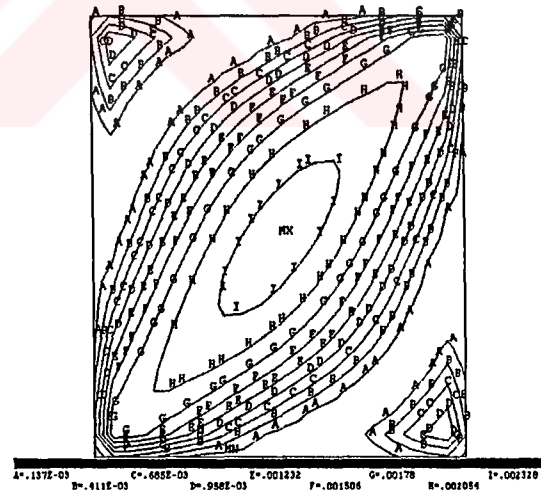
Şekil 4.74 Plastik-şekil değiştirme deliksiz (0/90/90/0)_s



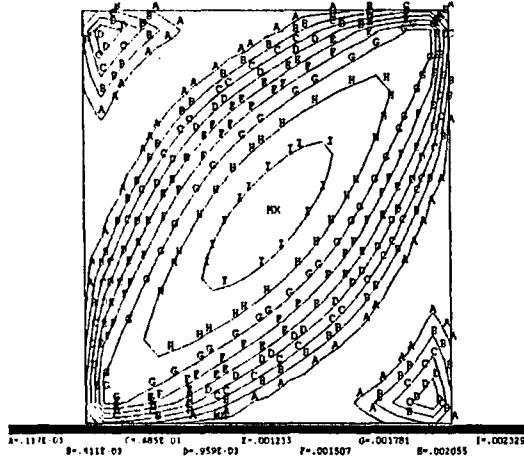
Şekil 4.75 Plastik-şekil değiştirme $D_1=60$ (0/90/90/0)_s



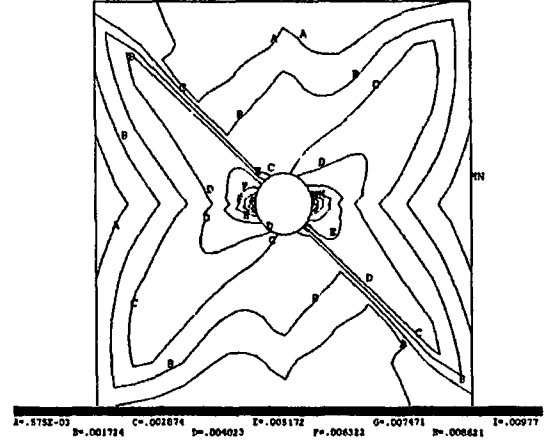
Şekil 4.76 Plastik-şekil değiştirme $D_1=60$ (30/60/30/60)_s



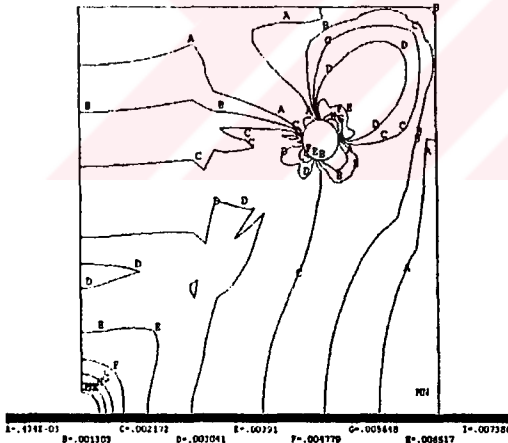
Şekil 4.77 Plastik-şekil değiştirme deliksiz (30/60/30/60)_s



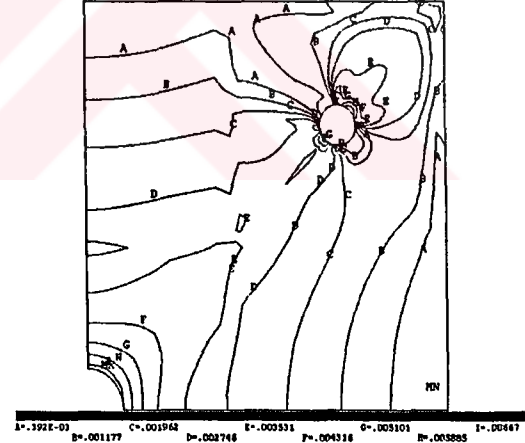
Şekil 4.78. Plastik-şekil değiştirme deliksiz $(45/-45/45/-45)_s$



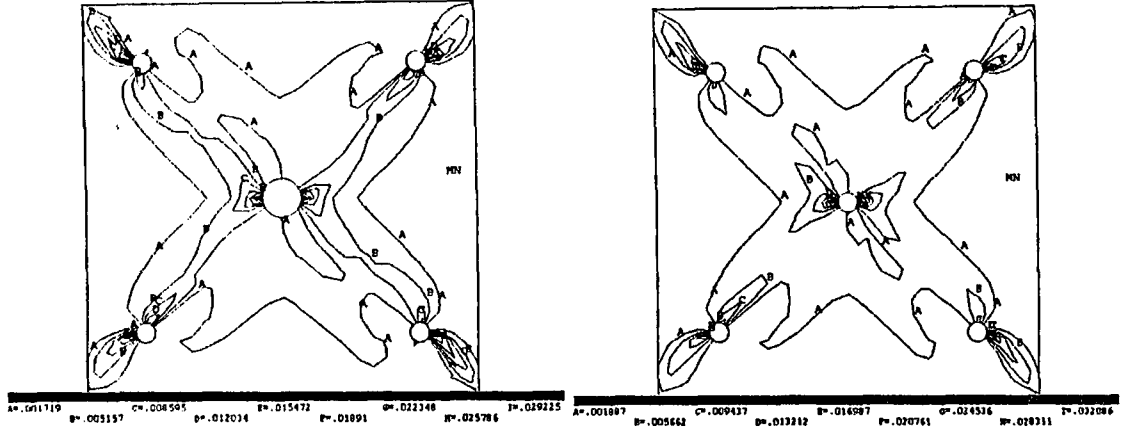
Şekil 4.79. Plastik-şekil değiştirme $D_1=60 (45/-45/45/-45)_s$



Şekil 4.80. Plastik-şekil değiştirme $D_1=20 d_2=20 (0/90/90/0)_s$

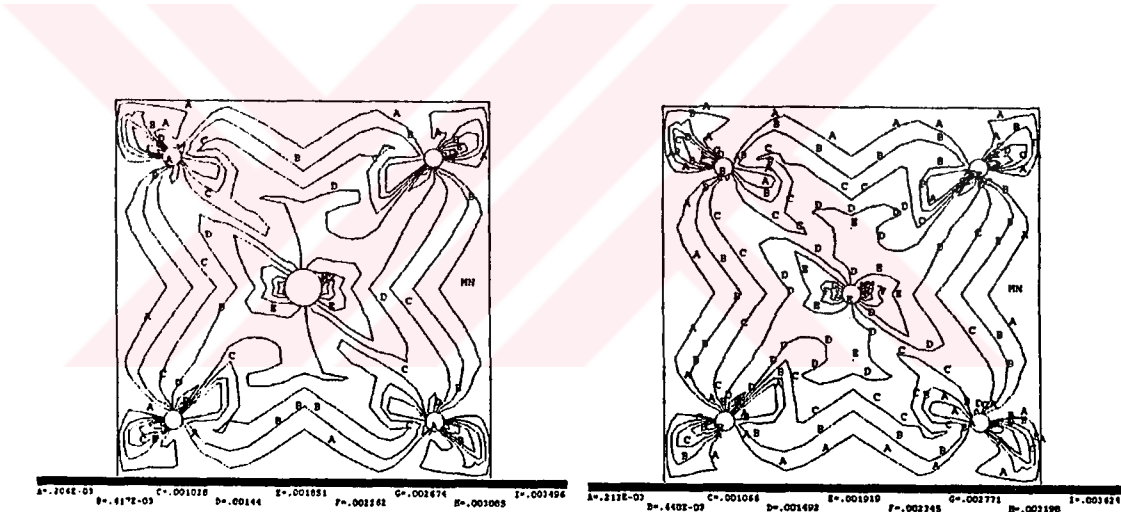


Şekil 4.81. Plastik-şekil değiştirme $D_1=40 d_2=20 (0/90/90/0)_s$



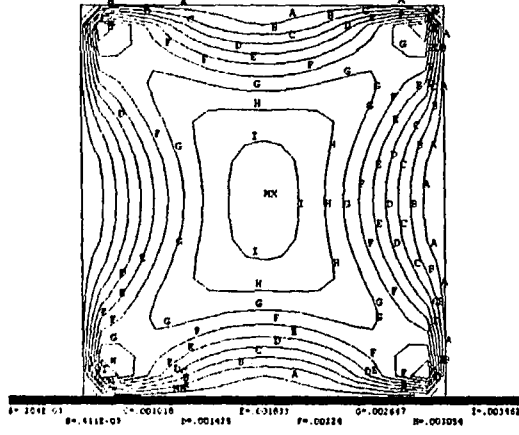
Şekil 4.82. Plastik-şekil değiştirme
 $D_1=40$ $d_2=20$ $(30/60/30/60)_s$

Şekil 4.83. Plastik-şekil değiştirme
 $D_1=20$ $d_2=20$ $(30/60/30/60)_s$

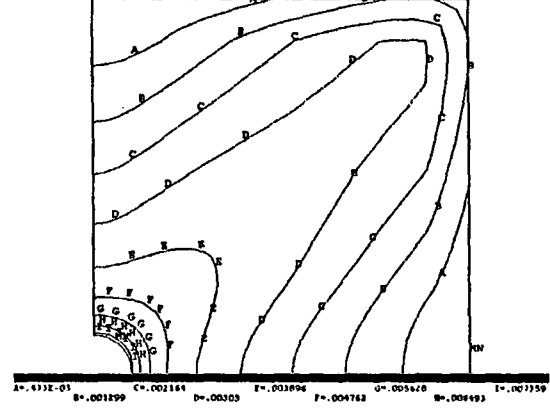


Şekil 4.84. Plastik-şekil değiştirme
 $D_1=40$ $d_2=20$ $(45/-45/45/-45)_s$

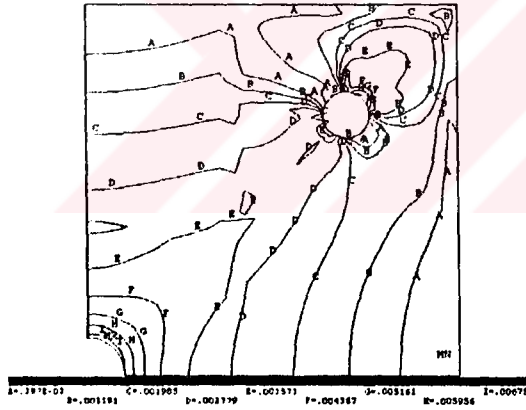
Şekil 4.85. Plastik-şekil değiştirme
 $D_1=20$ $d_2=20$ $(45/-45/45/-45)_s$



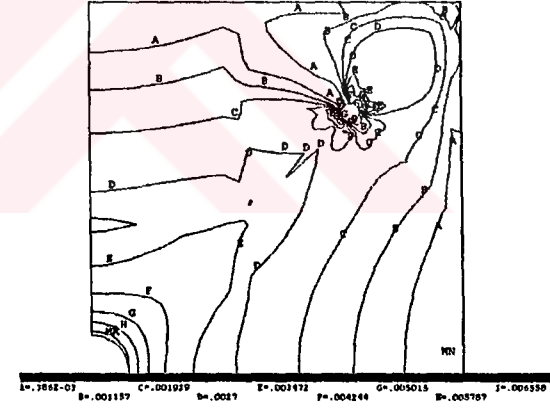
Şekil 4.86. Plastik-şekil değiştirme deliksiz $(0/90/90/0)_s$



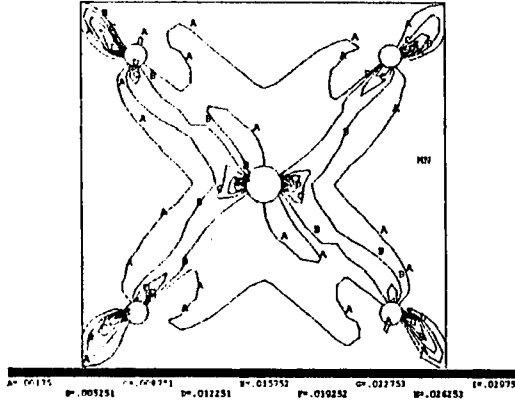
Şekil 4.87. Plastik-şekil değiştirme $D_1=40 (0/90/90/0)_s$



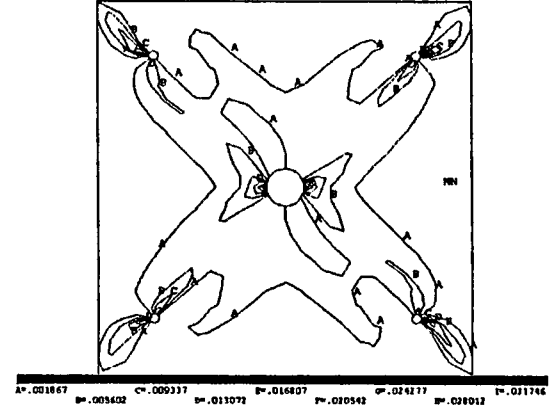
Şekil 4.88. Plastik-şekil değiştirme $D_1=40 d_2=25 (0/90/90/0)_s$



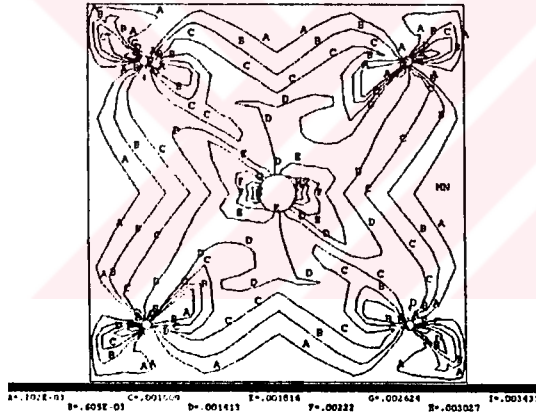
Şekil 4.89. Plastik-şekil değiştirme $D_1=40 d_2=10 (0/90/90/0)_s$



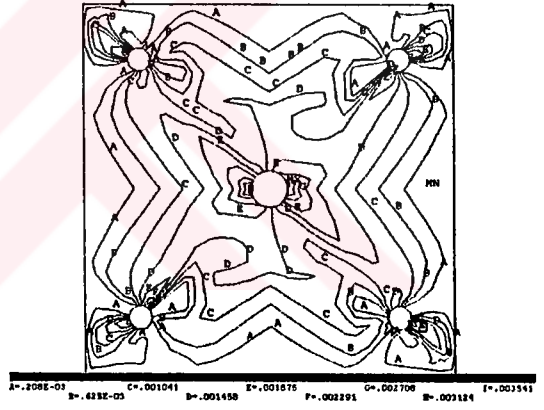
Şekil 4.90. Plastik-şekil değiştirme
 $D_1=40$ $d_2=25$ (30/60/30/60)_s



Şekil 4.91. Plastik-şekil değiştirme
 $D_1=40$ $d_2=10$ (30/60/30/60)_s



Şekil 4.92. Plastik-şekil değiştirme
 $D_1=40$ $d_2=10$ (45/-45/45/-45)_s



Şekil 4.93. Plastik-şekil değiştirme
 $D_1=40$ $d_2=25$ (45/-45/45/-45)_s

4.9. Plastik Şekil Değişirme Grafikleri Yorumları

1.Şekil 4.74'te (0/90/90/0)_s takviye açılı deliksiz plakta en büyük plastik-şekil değişirme plağın tam ortasında olup plağın 4 köşesine yakın bölgelerde kritiktir.

2.Şekil 4.77 ve Şekil 4.78'de (30/60/30/60)_s ve (45/-45/45/-45)_s takviye açılarında, en büyük plastik-şekil değişirme plağın orta kısmında olup, takviye açısına bağlı olarak eğrisel bir dağılım göstermektedir.

3.Şekil 4.75'te (0/90/90/0)_s takviye açılı $D_1=60$ mm çaplı delikli plakta, plastik-şekil değişirme yüzeyi deliğe yakın bölgelerde meydana geliyor.

4.Şekil 4.74 ve Şekil 4.77'yı karşılaştırdığımızda (0/90/90/0)_s takviye açılı deliksiz plağın eşdeğer gerilme değerinin (30/60/30/60)_s takviye açılı deliksiz plağa oranla daha yüksek olduğunu görmekteyiz. Her ikisinde de en büyük plastik-şekil değişirme değeri, plağın ortasındadır. Ancak görüntü olarak birbirinden oldukça farklıdır.

5.Şekil 4.75 ve Şekil 4.76'i karşılaştırdığımızda; her iki plakta da plastik-şekil değişirme delik civarında olup (30/60/30/60)_s takviyeli $D_1=60$ mm plaktaki plastikleşme değeri (0/90/90/0)_s takviye açısındaki değerden oldukça yüksektir.

6.Şekil 4.79'te (45/-45/45/-45)_s takviye açılı $D_1=60$ mm çaplı delikli plakta, plastik-şekil değişirme yüzeyi delik civarındadır.

7.Şekil 4.75 / Şekil 4.76 ve Şekil 4.79'i karşılaştırdığımızda, çeşitli takviye açılarında $D_1=60$ mm çaplı plakta her üç şekilde de plastik-şekil değişirme yüzeyi delik civarındadır. Her üç şekilde de köşelere doğru bu değer azaldığını çizgilerin dağılımında görmekteyiz.

8.Şekil 4.80'da (0/90/90/0)_s takviye açılı $D_1=20$ $d_2=20$ mm delikli plakta, plastik-şekil değiştirme yüzeyi $D_1=20$ mm çaplı orta delik civarında oluşurken, $d_2=20$ mm çaplı delik civarındaki kontur çizgilerinin sıklığı dikkat çekmektedir. Ve bu bölgede en büyük plastik-şekil değiştirme değerine yakın olup kritiktir.

9.Şekil 4.81'de (0/90/90/0)_s takviye açılı $D_1=40$ $d_2=20$ mm plakta, plastik-şekil değiştirme yüzeyi $D_1=40$ mm orta bağlantı deliğinde oluşmaktadır. Şekil 4.80 ve Şekil 4.81'i karşılaştırdığımızda her ikisinde de 2.bağlantı deliklerindeki kontur çizgilerinin sıklığı plastik-şekil değiştirme değerine yakınlığı dikkat çekmektedir.

10.Şekil 4.82 (30/60/30/60)_s takviye açılı $D_1=40$ $d_2=20$ mm ölçülerindeki plakta, en büyük plastik-şekil değiştirme plağın sağ üst köşesindeki d_2 çaplı plakta oluşmaktadır. Diğer tüm delik civarlarında bu değere yakındır.

11.Şekil 4.83'de (30/60/30/60)_s takviye açılı $D_1=20$ $d_2=20$ mm plakta en büyük plastik-şekil değiştirme plağın ortasındaki D_1 çaplı delik civarında oluşmaktadır.

12.Şekil 4.82 ve Şekil 4.83'yi karşılaştırdığımızda (30/60/30/60)_s aynı takviye açılı iki plakta, en büyük plastik-şekil değiştirme değeri $D_1=20$ $d_2=20$ mm ölçülü plakta daha yüksek olup plağın ortasındaki delikte oluşmaktadır.

$D_1=40$ $d_2=20$ mm ölçülü plakta ise, en büyük plastik-şekil değiştirme sağ üst köşesindeki delikte oluşmaktadır.

13.Şekil 4.84'te (45/-45/45/-45)_s takviye açılı plaktaki $D_1=40$ $d_2=20$ mm çaplı delikli plakta en büyük plastik-şekil değiştirme, plağın ortasındaki delikte oluşmaktadır. Ortadaki delik civarındaki kontur çizgileri Şekil 4.85'te ki (45/-45/45/-45)_s takviye açılı $D_1=20$ $d_2=20$ mm çaplı plakta giderek küçülmektedir. Ve ortasındaki deliğe yaklaşmaktadır.

14.Şekil 4.86 ve Şekil 4.87'ı karşılaştırsak; $(0/90/90/0)_s$ aynı takviye açılı iki plakta en büyük plastik-şekil değiştirme deliksiz plakta plağın ortasında delikli plaktada ortadaki bağlantı deliğinde oluşmakta olup, değer açısından da delikli plakta daha büyüktür.

15.Şekil 4.88 ve Şekil 4.89'i karşılaştırdığımızda $(0/90/90/0)_s$ takviye açılı $D_1=40$ ve $d_2=25$ mm ölçülü plakta plastik-şekil değiştirme değeri daha büyük olup $D_1=40$ $d_2=10$ mm ölçülü plaktaki 2. bağlantı deliğinin etrafındaki kontur çizgileri daha sıktır. Her iki plakta da en büyük plastik-şekil değiştirme ortadaki bağlantı deliği civarındadır.

16.Şekil 4.90'da $(30/60/30/60)_s$ takviye açılı $D_1=40$ $d_2=25$ mm çaplı plakta en büyük plastik-şekil değiştirme plağın ortasındaki delikte oluşmaktadır. Ve köşelerindeki diğer deliklerdeki plastik-şekil değiştirme değeri de maksimuma yakındır. Şekil 4.91'da $(30/60/30/60)_s$ takviye açılı $D_1=40$ $d_2=10$ mm çaplı delikli plakta en büyük plastik-şekil değiştirme plağın sağ üst köşesindeki delikte oluşmaktadır.

17.Şekil 4.92 ve Şekil 4.93'ü karşılaştırdığımızdaki $(45/-45/45/-45)_s$ takviye açılı $D_1=40$ $d_2=10$ mm çaplı plakta, plağın 4 köşesindeki d_2 çaplı deliklerdeki kontur çizgilerinin sıklığı dikkat çekmektedir. Ve $D_1=40$ $d_2=25$ mm çaplı plakta bu çizgiler azalmaktadır. Her iki plakta en büyük plastik-şekil değiştirme plağın ortasındaki delikte oluşmaktadır.

Çizelge 4.1. Delikli/deliksiz plaklarda, çeşitli takviye açılarında orta düzleme göre , P(pres), F(yük), $\sigma_{Von-Mises}$, w(çökme) değerleri

Takviye Açısı	D ₁ mm	d ₂ mm	P MPa	F N	$\sigma_{V-mises}$	X	Y	W _{max} mm
(0/90/90/0) _s	-	-	1	160 000	157,59	200	200	3,3200
(30/60/30/60) _s	-	-	1	160 000	182,84	20	20	2,0959
(45/-45/45/-45) _s	-	-	1	160 000	176,5	380	380	2,1002
(0/90/90/0) _s	20	-	1	159 685	162,02	175,84	175,84	3,5157
(0/90/90/0) _s	40	-	1	158 743	164,47	176,725	176,725	3,6112
(0/90/90/0) _s	60	-	1	157 173	166,44	177,611	177,611	3,6568
(0/90/90/0) _s	80	-	1	154 973	167,55	178,496	178,496	3,6384
(0/90/90/0) _s	100	-	1	152 146	167,49	179,382	179,382	3,5537
(45/-45/45/-45) _s	20	-	1	159 685	168,41	20,392	5,567	3,5167
(45/-45/45/-45) _s	40	-	1	158 743	159,5	37,216	6,70	3,6552
(45/-45/45/-45) _s	60	-	1	157 173	159,25	-140,724	156,645	3,7466
(45/-45/45/-45) _s	80	-	1	154 973	161,48	-142,313	158,506	3,7639
(45/-45/45/-45) _s	100	-	1	152 146	161,45	-143,902	160,366	3,6960
(30/60/30/60) _s	20	-	1	159 685	359,15	-9,969	0,784	9,9125
(30/60/30/60) _s	40	-	1	158 743	312,73	-19,938	1,569	10,722
(30/60/30/60) _s	60	-	1	157 173	282,33	-29,907	2,353	11,306
(30/60/30/60) _s	80	-	1	154 973	254,54	-39,877	3,138	11,643
(30/60/30/60) _s	100	-	1	152 146	226,92	-49,845	3,922	11,711
(0/90/90/0) _s	20	25	1	159 195	215,84	124,341	128,468	3,4331
(0/90/90/0) _s	20	20	1	159 372	211,60	126,473	129,775	3,3944
(0/90/90/0) _s	20	15	1	159 509	204,81	128,605	131,081	3,3630
(0/90/90/0) _s	20	10	1	159 607	192,68	130,736	132,387	3,3388
(0/90/90/0) _s	40	25	1	158 252	217,90	129,341	133,468	3,5822
(0/90/90/0) _s	40	20	1	158 429	214,01	131,473	134,775	3,5368
(0/90/90/0) _s	40	15	1	158 567	207,54	133,605	136,081	3,5001
(0/90/90/0) _s	40	10	1	158 665	195,76	135,954	137,061	3,4717
(30/60/30/60) _s	40	10	0,6	95 199	150,46	-158,677	135,518	3,1601
(30/60/30/60) _s	40	15	0,6	95 140	141,15	-160,516	134,152	3,2731
(30/60/30/60) _s	40	20	0,6	95 058	142,28	-19,615	3,901	3,4089
(30/60/30/60) _s	40	25	0,6	94 951	144,06	-19,615	3,901	3,5646
(30/60/30/60) _s	20	10	0,6	95 764	146,05	-9,807	1,950	2,8732
(30/60/30/60) _s	20	15	0,6	95 705	147,48	-9,807	1,950	2,9624
(30/60/30/60) _s	20	20	0,6	95 623	149,19	-9,807	1,950	3,0687
(30/60/30/60) _s	20	25	0,6	95 517	151,12	-9,807	1,950	3,1891
(45/-45/45/-45) _s	20	10	0,6	95 764	106,73	-154,927	130,205	1,7044
(45/-45/45/-45) _s	20	15	0,6	95 705	106,38	-156,766	129,840	1,7151
(45/-45/45/-45) _s	20	20	0,6	95 623	106,29	-9,807	1,950	1,7289
(45/-45/45/-45) _s	20	25	0,6	95 517	106,86	-9,807	1,950	1,7457
(45/-45/45/-45) _s	40	25	0,6	94 951	105,58	-145,578	164,194	1,8154
(45/-45/45/-45) _s	40	20	0,6	95 058	104,82	-19,615	3,901	1,7955
(45/-45/45/-45) _s	40	15	0,6	95 140	104,41	-19,615	3,901	1,7792
(45/-45/45/-45) _s	40	10	0,6	95 199	107,84	-158,677	135,518	1,7665

Çizelge 4.2. Delikli/deliksiz çeşitli takviye açılarında alt tabakadaki P(pres), F(yük), $\sigma_{\text{von-Mises}}$ (gerilme), w(çökme) değerleri

Takviye Açısı	D ₁ (mm)	d ₂ (mm)	P (MPa)	F (N)	σ_{mises} (MPa)	X	Y	W _{max} (mm)
(0/90/90/0) _s	-	-	1	160 000	141,71	200	200	3,3200
(30/60/30/60) _s	-	-	1	160 000	122,45	340	60	2,0959
(45/-45/45/-45) _s	-	-	1	160 000	124,61	60	340	2,1002
(0/90/90/0) _s	20	-	1	159 685	162,02	175,84	175,84	3,5157
(0/90/90/0) _s	40	-	1	158 743	164,47	176,725	176,725	3,6112
(0/90/90/0) _s	60	-	1	157 173	166,44	177,611	177,611	3,6568
(0/90/90/0) _s	80	-	1	154 973	167,55	178,496	178,496	3,6384
(0/90/90/0) _s	100	-	1	152 146	167,49	179,382	179,382	3,5537
(45/-45/45/-45) _s	20	-	1	159 685	157,21	-20,392	-5,567	3,5167
(45/-45/45/-45) _s	40	-	1	158 743	156,88	-139,135	154,784	3,6552
(45/-45/45/-45) _s	60	-	1	157 173	159,25	140,724	-156,64	3,7466
(45/-45/45/-45) _s	80	-	1	154 973	161,48	142,313	-158,50	3,7639
(45/-45/45/-45) _s	100	-	1	152 146	161,45	143,902	-160,36	3,6960
(30/60/30/60) _s	20	-	1	159 685	307,56	-9,969	0,784	9,9125
(30/60/30/60) _s	40	-	1	158 743	259,41	-19,938	1,569	10,722
(30/60/30/60) _s	60	-	1	157 173	231,10	-29,907	2,353	11,306
(30/60/30/60) _s	80	-	1	154 973	208,98	39,876	-3,138	11,643
(30/60/30/60) _s	100	-	1	152 146	189,64	-49,845	3,922	11,711
(0/90/90/0) _s	20	25	1	159 195	215,84	124,341	128,468	3,4331
(0/90/90/0) _s	20	20	1	159 372	211,60	126,473	129,775	3,3944
(0/90/90/0) _s	20	15	1	159 509	204,81	128,605	131,081	3,3630
(0/90/90/0) _s	20	10	1	159 607	192,68	130,736	132,387	3,3388
(0/90/90/0) _s	40	25	1	158 252	217,90	129,341	133,468	3,5822
(0/90/90/0) _s	40	20	1	158 429	214,01	131,473	134,775	3,5368
(0/90/90/0) _s	40	15	1	158 567	207,54	133,605	136,081	3,5001
(0/90/90/0) _s	40	10	1	158 665	195,76	135,954	137,061	3,4717
(30/60/30/60) _s	40	10	0,6	95 199	150,46	-158,67	135,518	3,1601
(30/60/30/60) _s	40	15	0,6	95 140	141,15	-160,51	135,152	3,2731
(30/60/30/60) _s	40	20	0,6	95 058	135,49	-19,615	3,901	3,4089
(30/60/30/60) _s	40	25	0,6	94 951	137,29	19,615	-3,901	3,5646
(30/60/30/60) _s	20	10	0,6	95 764	141,77	-154,927	130,205	2,8732
(30/60/30/60) _s	20	15	0,6	95 705	142,03	9,807	-1,950	2,9624
(30/60/30/60) _s	20	20	0,6	95 623	143,79	-9,807	1,950	3,0687
(30/60/30/60) _s	20	25	0,6	95 517	145,77	-9,807	1,950	3,1891
(45/-45/45/-45) _s	20	10	0,6	95 764	106,73	-154,92	130,205	1,7044
(45/-45/45/-45) _s	20	15	0,6	95 705	106,38	-156,766	129,840	1,7151
(45/-45/45/-45) _s	20	20	0,6	95 623	104,22	-140,525	158,605	1,7289
(45/-45/45/-45) _s	20	25	0,6	95 517	105,92	140,891	-160,44	1,7457
(45/-45/45/-45) _s	40	25	0,6	94 951	105,58	-145,57	164,194	1,8154
(45/-45/45/-45) _s	40	20	0,6	95 058	104,36	145,213	-162,35	1,7955
(45/-45/45/-45) _s	40	15	0,6	95 140	103,28	160,516	-135,15	1,7792
(45/-45/45/-45) _s	40	10	0,6	95 199	107,84	-158,67	135,518	1,7665

5. SONUÇLAR

Aynı yüklemeye maruz farklı takviye açalarına sahip deliksiz plaklar, en büyük Von-Mises gerilmelerine göre karşılaştırıldığında en uygun plağın (30/60/30/60)_s takviye açısına sahip plak olduğu görülmüştür. Bu plaklar en büyük çekme değerlerine göre karşılaştırıldığında da çökme değeri küçük olan plağın yine aynı takviye açısına sahip plak olduğu bulunmuştur.

Farklı takviye açılarında aynı yüklemeye sahip ortasında 20 mm'lik tek bağlantı deliği bulunan plaklarda en büyük Von-Mises gerilme değerlerine göre mukayese edildiğinde, en uygun plağın (45/-45/45/45)_s takviye açısında olduğu belirlenmiştir. En büyük değerlerine göre incelendiklerinde ise en uygun plağın (0/90/90/0)_s takviye açısında olduğu saptanmıştır.

Ortasında tek bağlantı deliği bulunan ve ölçüsü 40 mm olan, aynı yüklemeye maruz farklı takviye açılarındaki plaklar, en büyük Von-Mises gerilme değerlerine göre incelendiğinde, en uygun olan plağın (45/-45/45/-45)_s takviye açısında olduğu gözlenmiştir. Ayrıca (0/90/90/0)_s takviye açılı plağın çökme değeri açısından en uygun plak olduğu belirlenmiştir. Aynı şekilde ortasındaki tek bağlantı deliğinin ölçüsü sırası ile, 60 mm/80 mm ve 100 mm'de de en uygun Von-Mises gerilmesinin (45/-45/45/-45)_s takviye açısında olduğu saptanmıştır. Bu plaklar için çökme değerinin en uygun olduğu takviye açısı (0/90/90/0)_s olduğu görülmüştür.

(0/90/90/0)_s takviye açılı, ortasında tek bağlantı deliği bulunan, aynı yüklemeye maruz plaklar, en büyük Von-Mises gerilme değerlerine göre karşılaştırıldığında, en uygun olan plağın, tek bağlantı deliğinin ölçüsü 20 mm olan plak olduğu gözlenmiştir. En küçük çökme değerine plağın, yine aynı ölçüdeki plak olduğu belirlenmiştir.

Aynı yüklemeye maruz, (45/-45/45/-45)_s takviye açılı ortasında tek bağlantı deliği bulunan plak en büyük Von-Mises gerilme değerlerine göre incelendiklerinde en uygun plağın 40

mm ölçülü plak olduğu bulunmuştur. Çökme değeri açısından incelendiğinde de en düşük çökme değerine sahip olan plağın ortasındaki bağlantı deliğinin ölçüsü 20 mm olan plak olduğu saptanmıştır.

Ortasında tek bağlantı deliği bulunan, aynı yüklemeye maruz, (30/60/30/60), takviye açılı plakları, en büyük Von-Mises gerilme değerleri ve en büyük çökme değerleri açısından ele aldığımızda, gerilme değeri en uygun olan plağın 100 mm ölçüsüne sahip plak olduğu anlaşılırken çökme değeri açısından en uygun plağın 20 mm ölçülü plak olduğu tespit edilmiştir.

Aynı yüklemeye sahip, (0/90/90/0), takviye açılı, ortasında ve köşelerinde bağlantı delikleri bulunan ve ortasındaki bağlantı deliğinin ölçüsü 20 mm olan plaklarda en büyük Von-Mises gerilme değerleri mukayese edildiğinde en uygun olan plağın 20 mm / 10 mm ölçülerindeki plak olduğu görülmüştür. Bu plaklar en büyük çökme değerlerine göre karşılaştırıldıklarında da çökme değeri açısından yine aynı plağın uygunluk gösterdiği saptanmıştır. Ayrıca 2. bağlantı deliklerinin açılmasıyla 20 mm çaplı ortasında tek bağlantı deliğinin bulunan plağa nispeten çökme değerinin azaldığı saptanmıştır.

(0/90/90/0), takviye açılı, aynı yüklemeye sahip, ortasındaki bağlantı deliğinin ölçüsü 40 mm olan ve 2.bağlantı delikleri bulunan plaklar en büyük Von-Mises gerilme değerlerine göre karşılaştırıldığında, en uygun olan plağın ortasındaki bağlantı deliği 40 mm ve köşelerdeki 2.bağlantı deliklerinin ölçüsü 10 mm olan plak olduğu gözlenmiştir. Bu plaklar en büyük çökme değerlerine göre mukayese edildiklerinde de çökme değeri açısından en uygun plağın aynı plak olduğu belirlenmiştir. Ayrıca 2. Bağlantı deliklerinin açılması ile çökme değerinin, tek bağlantı delikli plağa nispeten azaldığı gözlenmiştir.

Basınç değeri 0,6 MPa olan (30/60/30/60), takviye açılı plağın, hem ortasında hem de köşelerinde bağlantı delikleri bulunan ve ortasındaki bağlantı delikleri bulunan ve ortasındaki bağlantı deliğinin ölçüsü 40 mm olan plaklarda en büyük Von-Mises gerilme

değerleri incelendiğinde en uygun olan plağın 40 mm / 20 mm olan plak olduğu görülmüştür. En büyük çökme değerleri açısından en uygun olan plağın 40 mm/10 mm ölçülerindeki plak olduğu belirlenmiştir.

Basınç değeri 0,6 MPa olan, (30/60/30/60)_s takviye açılı plağın hem ortasından hem de köşelerinde bağlantı delikleri bulunan ve ortasındaki bağlantı deliğinin ölçüsü 20 mm olan plaklarda en büyük Von-Mises gerilme değerleri ele alındığında, en uygun olan plağın ortasındaki deliğin ölçüsü 20 mm ve 2. bağlantı deliklerinin ölçüsü 10 mm olan plak olduğu bulunmuştur. Aynı plağın çökme değeri açısından uygun olduğu saptanmıştır.

Basınç değeri 0,6 MPa olan, (45/-45/45/-45)_s takviye açılı plağın hem ortasında hem de köşelerinde bağlantı delikleri bulunan ve ortasındaki bağlantı deliğinin ölçüsü 20 mm olan plaklarda en büyük Von-Mises gerilme değerleri mukayese edildiğinde en uygun olan plağın; ortasındaki deliğin ölçüsü 20 mm ve 2. Bağlantı deliklerinin ölçüsü 2 mm olan plak olduğu gözlenmiştir. Ortasındaki bağlantı deliği 20 mm ve 2. Bağlantı delikleri 10 mm olan plağın en büyük çökme açısından diğer plaklardan daha uygun olduğu belirlenmiştir.

Basınç değeri 0,6 MPa olan, (45/-45/45/-45)_s takviye açılı plağın hem ortasında hem de köşelerinde bağlantı delikleri bulunan ve ortasındaki bağlantı deliğinin ölçüsü 40 mm olan plaklarda en büyük Von-Mises gerilme değerleri gözleendiğinde en uygun olan plağın 40 mm/15 mm ölçülü plak olduğu tespit edilmiştir. En büyük çökme açısından incelendiğinde ise 40 mm/10 mm ölçülü plağın en uygun plak olduğu görülmüştür.

(0/90/90/0)_s takviye açılı, aynı yüklemeye maruz ortasındaki bağlantı deliğinin ölçüsü 20 mm ve köşelerdeki 2. Bağlantı deliklerinin ölçüsü 25 mm olan plak ile yine aynı takviye açılı ortasındaki bağlantı deliğinin ölçüsü 40 mm ve köşelerdeki 2. Bağlantı deliklerinin ölçüsü 25 mm olan plaklarda en büyük Von-Mises gerilmeleri incelendiğinde en düşük gerilme değerinin 20 mm / 25 mm olan plak olduğu tespit edilmiştir. Bu plaklar en büyük

çökme değerlerine göre mukayese edildiklerinde de en düşük çökme değerinin aynı ölçülerdeki plakta olduğu saptanmıştır.

Aynı yüklemeye maruz, (0/90/90/0)_s takviye açılı ortasındaki bağlantı deliğinin ölçüsü 20 mm ve köşelerdeki 2. Bağlantı deliklerinin ölçüsü 10 mm olan plak ile aynı takviye açılı ortasındaki bağlantı deliğinin ölçüsü 40 mm ve köşelerdeki 2. bağlantı deliklerinin ölçüsü 10 mm olan plaklarda en büyük Von-Mises gerilmeleri mukayese edildiğinde en düşük gerilme değerinin 20 mm/10 mm olan plakta olduğu belirlenmiştir. Yine aynı ölçüdeki plağın çökme değeri açısından en uygun plak olduğu tespit edilmiştir.

Basınç değeri 0,6 MPa olan, (30/60/30/60)_s takviye açılı ortasındaki bağlantı deliğinin ölçüsü 40 mm ve köşelerdeki 2.bağlantı deliklerinin ölçüsü 10 mm olan plak ile aynı takviye açılı ortasındaki bağlantı deliğinin ölçüsü 20 mm ve köşelerdeki 2. Bağlantı deliklerinin ölçüsü 10 mm olan plaklarda en büyük Von-Mises gerilmeleri karşılaştırıldığında en düşük gerilme değerinin 20 mm/10 mm olan plakta olduğu görülmüştür. Bu plaklar en büyük çökme değerlerine göre mukayese edildiklerinde de en düşük çökme değerinin yine aynı ölçülerdeki plakta olduğu saptanmıştır.

Basınç değeri 0,6 MPa olan (30/60/30/60)_s takviye açılı ortasındaki bağlantı deliğinin ölçüsü 40 mm ve köşelerdeki 2.bağlantı deliklerinin ölçüsü 25 mm olan plak ile aynı takviye açılı ortasındaki bağlantı deliğinin ölçüsü 20 mm ve 2.bağlantı deliklerinin ölçüsü 25 mm olan plaklarda en büyük Von-Mises gerilme değerleri karşılaştırıldığında en düşük gerilme değerinin 40 mm/25 mm olan plakta olduğu görülmüştür. Çökme değeri açısından en uygun olan plağın 20 mm/25 mm ölçülü plak olduğu saptanmıştır.

Basınç değeri 0,6 MPa olan, (45/-45/45/-45)_s takviye açılı ortasındaki bağlantı deliğinin ölçüsü 40 mm ve köşelerdeki 2. bağlantı deliklerinin ölçüsü 10 mm olan plak ile aynı takviye açılı ortasındaki bağlantı deliğinin ölçüsü 20 mm ve 2.bağlantı deliklerinin ölçüsü 10 mm olan plaklarda en büyük Von-Mises gerilme değerleri incelendiğinde en düşük

gerilme değerinin 20 mm/10 mm olan plakta olduğu görülmüştür. Çökme değeri açısından en uygun olan plağın yine aynı ölçülerdeki plak olduğu belirlenmiştir.

(45/-45/45/-45)_s takviye açılı, basınç değeri 0,6 MPa olan, ortasındaki bağlantı deliğinin ölçüsü 40 mm ve 2.bağlantı deliklerinin ölçüsü 25 mm olan plak ile aynı takviye açılı ortasındaki bağlantı deliğinin ölçüsü 20 mm ve 2.bağlantı deliklerinin ölçüsü 25 mm olan plak ile aynı takviye açılı ortasındaki bağlantı deliğinin ölçüsü 20 mm ve 2.bağlantı deliklerinin ölçüsü 25 mm olan plaklarda en büyük Von-Mises gerilme değerleri incelendiğinde en uygun gerilme değerinin 40 mm/25 mm ölçülü plakta olduğu görülmüştür. Çökme değeri açısından, en düşük değere sahip plağın 20/25 mm ölçülü plak olduğu görülmüştür.

İkinci bağlantı deliklerinin, z yönündeki yer değiştirme dağılımları üzerindeki etkisi incelendiğinde, bu deliklerin bir etkisinin olmadığı gözlenmiştir.

Aynı yüklemeye maruz, (0/90/90/0)_s takviye açılı tek bağlantı deliğine sahip plakları 2.bağlantı delikleri açıldığında hem eşdeğer gerilme değerinin arttığı hem de grafiğin dağılımını değiştirdiği gözlenmiştir.

Çeşitli takviye açılarında deliksiz plaklarda, (0/90/90/0)_s takviye açısında en büyük gerilme plağın ortasında oluşmaktadır. (30/60/30/60)_s ve (45/-45/45/-45)_s takviye açılarında, grafik dağılımının takviye açısına bağlı olarak eğrisellik gösterdiği tespit edilmiştir.

Çeşitli takviye açılarında ortasında 60 mm tek bağlantı deliği bulunan plaklarda en büyük plastik-ekil değiştirmenin delik civarında ve değer olarak da (30/60/30/60)_s takviye açısında oluştuğu gözlenmiştir.

(30/60/30/60)_s ve (45/-45/45/-45)_s takviye açılarında, ortasındaki bağlantı deliğinin ölçüsü 40 mm ve 2.bağlantı deliğinin ölçüsü 20 mm olan plakların her ikisinde de en büyük

plastik-şekil değiştirmenin plağın ortasındaki bağlantı deliği civarında oluştuğu gözlenirken, ayrıca en büyük plastik-şekil değiştirme değerinin de (30/60/30/60)_s takviyeli plakta olduğu belirlenmiştir.

Ortasındaki bağlantı deliğinin ölçüsü 20 mm 2. bağlantı deliğinin ölçüsü 20 mm olan plakları ele aldığımızda, en büyük plastik-şekil değiştirmenin ortadaki bağlantı deliği civarında oluştuğu gözlenmiştir. Değer olarakta (30/60/30/60)_s takviye açısında daha büyük olduğu tespit edilmiştir.

(0/90/90/0)_s takviye açılı plaklarda bağlantı deliğinin açılması, en büyük plastik-şekil değiştirme değerini artırmıştır. En büyük plastik-şekil değiştirme, deliksiz plakta, plağın ortasında oluşurken, ortasında tek bağlantı deliği bulunan 40 mm ölçülü plakta delik civarında oluştuğu belirlenmiştir.

(0/90/90/0)_s takviye açılı ortasındaki bağlantı deliğinin ölçüsü 40 mm olan ve her iki plakta da 2.bağlantı deliklerinin ölçüleri sırasıyla 25 mm ve 10 mm olan plaklarda en büyük plastik-şekil değiştirme 40/25 mm ölçülü plakta olup, 2.bağlantı deliğinin çapı küçüldükçe gerilme değerinin de azaldığı tespit edilmiştir. Her iki plakta da en büyük plastik-şekil değiştirme plağın ortasındaki bağlantı deliğinde oluşmakta olup 2.bağlantı deliklerindeki değerlerinde büyük olduğu gözlenmiştir.

(30/60/30/60)_s ve (45/-45/45/-45)_s takviye açılarında, ortasındaki bağlantı deliğinin ölçüsü 40 mm ikinci bağlantı deliğinin ölçüsü 10 mm olan plaklarda en büyük plastik-şekil değiştirme ortadaki bağlantı deliği civarında olup, değer olarakta (30/60/30/60)_s takviye açısında en büyüktür. Ayrıca her iki grafiğin dağılımının birbirlerinden oldukça farklı olduğu görülmüştür.

(30/60/30/60)_s ve (45/-45/45/-45)_s takviye açılarında, ortasındaki bağlantı deliğinin ölçüsü 40 mm ikinci bağlantı deliğinin ölçüsü 25 mm olan plaklarda en büyük plastik-şekil

değiştirme ortadaki bağlantı deliği civarında olup, değer olarakta (30/60/30/60)_s takviye açısında en büyüktür. Ayrıca her iki grafiğin dağılımının birbirlerinden oldukça farklı olduğu tespit edilmiştir.

Sonuç olarak çeşitli takviye açılarında ve çeşitli bağlantı deliği kullanılacak plaklar içinde en uygun gerilme ve en uygun okme değerleri belirlenebilir.



KAYNAKLAR

- Lo, K.H., Cristensen, R.M. and Wu, E. M., 1977, A Higher Order Theory of Plate Deformation, Part 1: Homogeneous Plates, *J. Appl. Mech.*, 44, 663.
- Lo, K.H., Cristensen, R.M. and Wu, E. M., 1977, A Higher Order Theory of Plate Deformation, Part 2: Laminated Plates, *J. Appl. Mech.*, 44, 669.
- Murthy, M.V.V., 1981, An Improved Transverse Shear Deformation Theory For Laminated Anisotropic Plates, NASA Tech. Paper.
- Reissner, E., 1975, On Transverse Bending of Plates, Including The Effect of Transverse Shear Deformation, *Int. J. Solid. Struct.*, 11, 569.
- Reddy, J.N., 1984, A Simple Higher Order Theory For Laminated Composite Plates, *J. Appl. Mech.*, 51, 745.
- Diaz-Contreras, R.E. and Nomura, S., 1996, Green's Function Applied to Solution of Mindlin Plates, *Comput. Struct.*, 60, (1), 41-48.
- Aköz, A. Y. And Uzcan (Eratlı), N., 1992, The New Functional For Reissner Plates and Its Application, *Comput. Struct.*, 44, (5), 1139-1144.
- Aköz, A.Y. and Uzcan (Eratlı), N., 1996, The Mixed Finite Element Formulation For Thick Plates on Elastic Foundations, *Comput. Struct.*, 65, (4), 515-529.
- Paul, T.K. and Rao, K.M., 1989, Stress Analysis Around Circular Holes in FRP Laminates Under Transverse Loading, *Comput. Struct.*, 33, 929.
- Paul, T.K. and Rao, K.M., 1989, Flexural Analysis of Laminated Composite Plates Containing to Elliptical Holes Using Higher Order Shear Deformation Theory, *Comput. Struct.*, 55, (2), 279-285.
- Ali, R., 1994, Use of Finite Element Technique For The Analysis of Composite Structures, *Comput. Struct.*, 58, (5), 1015-1023.
- Karakuzu, R., Özel, A., and Sayman, O., 1997, Elastic-Plastic Finite Element Analysis of Metal Matrix Plates With Edge Notches, *Comput. Struct.*, 63, (3), 551-558.
- Bathe, K.J., 1982, *Finite Element Procedures in Engineering Analysis*, Prentice-Hall Inc., U.S.A.

- Huebner, K.H. and Thornton, E.A., 1982, *The Finite Element Method For Engineers*, A Wiley-Interscience Publication, Newyork.
- Chandrupatla, T.R. and Belegundu, A.D., 1991, *Introduction to Finite Element in Eng.*, Prentice-Hall, Inc., U.S.A.
- Ross, C.T.F., 1990, *Finite Element Methods in Engineering Science*, Ellis Horwood Ltd., London.
- Otosen, N.S. and Peterson, H., 1992, *Introduction to The Finite element Method*, Prentice-Hall Inc., U.K.
- Vinson, J.R. and Chou, T.W., 1975, *Composite Materials and Their Use Their Use in Struct.*, Apllied Science Publishers Ltd., London.
- Krishnamoorthy, C.S., 1991, *Fine Element Analysis-Theory and Programming*, Tata McGraw-Hill Publishing Comp. Ltd., New Delhi.
- Wung, P.M. and Reddy, J.N., 1990, A Transverse Deformation Theory of Laminated Composite Plates, *Comput. Struct.*, 41, (4), 821-883.
- Özçelikörs, Y., Omurtag, M.H. and Demir, H., 1997, Analysis of Ortotropic Plate-Foundation Interaction by Mixed Finite Element Formulation Using Gateaux Differential, *Comput. Struct.*, 62, (1), 93-106.
- Librescu, L. and Reddy, J.N., 1989, A Few Remarks Concerning Several Refined Theories of Anisotropic Composite Laminated Plates, *Int. J. Engng. Sci.*, 27, (5), 515-527
- Reddy, J.N., 1990, On Refined Theories of Composite Laminates, *Meccanica*, 25, 230-238.
- Timoshenko, S. and Krieger, S.W., 1959, *Theory of Plates and Shells*, Mcgraw-Hill, New York.
- Reddy, J.N., 1993, *An Introduction to The Finite Element Method*, McGraw-Hilli International edition, Singapore.
- Berkday, İ., 1992, *Plak Teorisi ve Uygulamaları*, Yıldız Üniv., İstanbul
- Sridhar, C. and Rao, K.P., 1995, Large Deformation Finite Element Analysis of Laminated Circular Composite Plates, *Comput. And Struct.*, 54, 59-64.

- Owen, D.R. and Figuerias, J.A., 1981, Anisotropic Elasto-Plastic Finite Element Analysis of Thick and Thin Plates and Shells, *Int. J. For Numerical Methods in Engineering*, 13, 321-330.
- Karakuzu, R. and Sayman, R., 1994, Elastic-Plastic Finite Element Analysis of Orthotropic Rotating Discs with Holes, *Comput. And Struct.*, 51, 695-753
- Reddy, J.N. and Chandrashekhara, K., 1985, Nonlinear Finite Element Models of Laminated Plates and Shells, *Proc. Int. Conf. Finite Element in Computational Mechanics*, 189-209, Bombay.
- Jong, T., 1981, Stresses Around Rectangular Holes in Orthotropic Plates, *J. Composite Materials*, 15, 311-328.
- Tripathy, B. and Rao, K.P., 1993, Stiffened Composite Axisymmetric Shells-Optimum Lay-u for Buckling by Ranking, *Comput. And Struct.*, 46, 299-309.
- Whitcomb, J.D., I.S. and Goree, J.G., 1982, Reliability of the Finite Element Method for Calculating Free Edge Stresses in Composite Laminates, *comput. And Struct.*, 15, 23-37.
- ANSYS, Swanson Analysis Systems Inc., P.O. Box 65, Houston PA 15342.
- Donnell, D.H., Drucker, D.C. and Goodier, J.N., 1946, Discussion of on the Theory of Bending of Elastic Plates by Reissner, *J. Appl. Mech.*, 13.
- Salerno, V.L. and Goldberg, M.A., 1960, Effects of Shear Deformation on the Bending and Rectangular Plates, *J. Appl. Mech.*, 27, 54-58.
- Voyiadjis, G.Z., Baluch, M.H. and Chi, W.K., 1985, Effects of Shear and Normal Strain on Plate Bending, *J. Eng. Mech. ASCE* 111 (9), 1130-1143.
- Craig, J., 1987, Finite Difference Solution of Reissner Plate Equations, *J. Eng. Mec.*, 115, 31-48.
- Ng, S.F. and Bencharif, N., 1991, On the Design and Analysis of Simple Supported and Clamped Thick Rectangular Plates, *Comput. Struct.*, 38 (5/6), 589-596.
- Smith, I. M., 1971, Discussion on Finite Element Bending Analysis of Reissner Plates, by C. W. Pryor, *J. Eng. Mec. Div. ASCE*, 95 (EM 4), 841-857.

- Herrman, L.R., 1965, A Bending Analysis for Plates, Proc. Ist. Conf. On Matrix Method in Structural Mechanics, Ohio.
- Greimann, L. F. And Lynn, P.O., 1970, Finite Element Analysis of Plate Bending with Transverse Shear Deformation, Nucl. Eng. Design, 11, 223-230.
- Pryor Jr, C. W., Barber, R.M. and Frederick, D., 1970, Finite Element Bending Analysis of Reissner Plates, J. Eng. Mec. Div. ASCE (EM 6), 967-983.
- Kant, T., 1982, Numerical Analysis of Thick Plates, Comput. Meth. Appl. Mec. Eng., 31, 1-18.
- Kant, T. and Hinton, 1983, Mindlin Plate Analysis by Segmentation Method, J. Eng. Mec., ASCE 109 (2), 537-556.
- Pugh, E.D.L., Hinton, E. and Zienkiewicz, O. C., 1978, A study of Quadrilateral Plate Bending Elements with reduced integration, Int. J. Numer. Engng, 12, 1059-1079.

```
/prep 7  
ANTYPE,STATIC  
ET,1,SHELL91,,1,,0,4  
keyopt,1,8,0
```

```
R,1,8  
RMORE  
rmore,1,45,2.5  
rmore,1,-45,2.5  
rmore,1,45,2.5  
rmore,1,-45,2.5  
rmore,1,-45,2.5  
rmore,1,45,2.5  
rmore,1,-45,2.5  
rmore,1,45,2.5
```

```
MP,EX,1,86e3  
MP,EY,1,74e3  
MP,EZ,1,74e3  
MP,GXY,1,32e3  
MP,GYZ,1,27e3  
MP,GXZ,1,27e3  
MP,NUXY,1,0.3  
MP,NUYZ,1,0.32  
MP,NUXZ,1,0.32
```

```
tb,aniso,1  
tbdata,1,228.3,24.2,24.2,1737.5,1200,1200  
tbdata,7,228.3,24.2,24.2,1737.5,1200,1200  
tbdata,13,47.6,32,32,1000,700,700
```

```
TB,FAIL,1,1  
TBTEMP,CRIT  
TBDATA,3,1
```

```
d1=40
```

```
g1=60  
g2=60  
g3=60
```

```
y1=60  
y2=60  
y3=60
```

$d_2=10$

$b_1=4$

$k,1,0,0$
 $k,2,d_1/2,0$
 $k,3,d_1/2+g_1,0$
 $k,4,d_1/2+g_1+g_2,0$
 $k,5,d_1/2+g_1+g_2+g_3,0$
 $k,6,0,d_1/2$
 $k,7,0,d_1/2+y_1$
 $k,8,d_1/2+g_1,d_1/2+y_1$
 $k,9,d_1/2+g_1+g_2,d_1/2+y_1$
 $k,10,d_1/2+g_1+g_2+g_3,d_1/2+y_1$
 $k,11,0,d_1/2+y_1+y_2$
 $k,12,d_1/2+g_1,d_1/2+y_1+y_2$
 $k,13,d_1/2+g_1+g_2-d_2/2,d_1/2+y_1+y_2$
 $k,14,d_1/2+g_1+g_2,d_1/2+y_1+y_2-d_2/2$
 $k,15,d_1/2+g_1+g_2+d_2/2,d_1/2+y_1+y_2$
 $k,16,d_1/2+g_1+g_2+g_3,d_1/2+y_1+y_2$
 $k,17,0,d_1/2+y_1+y_2+y_3$
 $k,18,d_1/2+g_1,d_1/2+y_1+y_2+y_3$
 $k,19,d_1/2+g_1+g_2,d_1/2+y_1+y_2+y_3$
 $k,20,d_1/2+g_1+g_2+g_3,d_1/2+y_1+y_2+y_3$
 $k,21,d_1/2+g_1+g_2,d_1/2+y_1+y_2+d_2/2$
 $k,22,d_1/2+g_1+g_2,d_1/2+y_1+y_2$

$l,2,3$!1
$l,3,4$!2
$l,4,5$!3
$larc,6,2,1,d_1/2$!4
$l,3,8$!5
$l,4,9$!6
$l,5,10$!7
$l,6,7$!8
$l,7,8$!9
$l,8,9$!10
$l,9,10$!11
$l,7,11$!12
$l,8,12$!13
$l,9,14$!14
$l,10,16$!15
$l,11,12$!16
$l,12,13$!17

larc,13,14,22,d2/2 !18
 larc,14,15,22,d2/2 !19
 l,15,16 !20
 larc,13,21,22,d2/2 !21
 larc,15,21,22,d2/2 !22
 l,11,17 !23
 l,12,18 !24
 l,21,19 !25
 l,16,20 !26
 l,17,18 !27
 l,18,19 !28
 l,19,20 !29

al,1,5,9,8,4
 al,2,6,10,5
 al,3,7,11,6
 al,9,13,16,12
 al,10,14,18,17,13
 al,11,15,20,19,14
 al,16,24,27,23
 al,17,21,25,28,24
 al,20,26,29,25,22

LESIZE,1,,,b1
 LESIZE,8,,,b1

LESIZE,4,,,2*b1
 lesize,5,,,b1
 lesize,6,,,b1
 lesize,7,,,b1
 lesize,9,,,b1
 lesize,16,,,b1
 lesize,27,,,b1

LESIZE,18,,,2*b1
 lesize,13,,,b1
 lesize,12,,,b1
 lesize,15,,,b1
 lesize,10,,,b1
 lesize,2,,,b1
 lesize,28,,,b1

LESIZE,19,,,2*b1
 lesize,11,,,b1

lesize,3,,,b1
lesize,29,,,b1

LESIZE,21,,,2*b1
lesize,24,,,b1
lesize,23,,,b1
lesize,26,,,b1

lesize,22,,,2*b1

lesize,14,,,b1
lesize,17,,,b1
lesize,20,,,b1
lesize,25,,,b1

arsym,x,1,9
arsym,y,1,18

nummrg,kp

lccat,5,9
lccat,10,13
lccat,11,15
lccat,26,29
lccat,24,28

lccat,32,31
lccat,40,47
lccat,56,57
lccat,55,50
lccat,37,41

lccat,60,61
lccat,79,84
lccat,86,85
lccat,76,69
lccat,66,70

lccat,89,90
lccat,114,115
lccat,113,108
lccat,99,95
lccat,98,105

nummrg,kp

amesh,all

lsel,all

NSEL,S,LOC,X,(d1/2+g1+g2+g3) ! FREELY SUPPORTED B.C.
 D,ALL,UZ,,,,UY
 NSEL,S,LOC,Y,(d1/2+y1+y2+y3)
 D,ALL,UZ,,,,UX
 NSEL,ALL

NSEL,S,LOC,X,-(d1/2+g1+g2+g3) ! FREELY SUPPORTED B.C.
 D,ALL,UZ,,,,UY
 NSEL,S,LOC,Y,-(d1/2+y1+y2+y3)
 D,ALL,UZ,,,,UX
 NSEL,ALL

FINISH

/SOLU
 ANTYPE,STATIC
 NLGEOM,ON
 AUTOTS,ON
 KBC,ON
 Insrch,on
 OUTPR,,LAST
 OUTRES,,LAST
 *DO,I,0.1,0.6,0.1
 SFE,ALL,1,PRES,,I ! APPLY UNIFORM PRESSURE ON TOP SURFACE
 NSUBST,5
 solve
 *ENDDO

FINISH
 save,delik94010.45.-45,db
 /POST1

ÖZGEÇMİŞ

29/11/1976 Erzurum'da doğdu. İlk, orta, lise öğrenimini Erzurum'da tamamladı. 1994 yılında girdiği Atatürk Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Makine Mühendisliği bölümünden 1998 yılında mezun oldu. Eylül -1999 yılında başladığı Atatürk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Makine Mühendisliği Anabilim Dalında Yüksek Lisansını sürdürmektedir.

Aralık 2001 yılında Atatürk Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Makine Mühendisliği Bölümünde Fen Bilimleri Enstitüsü kadrosuyla Araştırma Görevlisi olarak başladı.



**T.C. YÜKSEKÖĞRETİM KURULU
BURSA İLİ ERZURUM ÜNİVERSİTESİ**