

**ANKARA ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

**KUANTUMLU ALAN TEORİSİNDE NÖTRİNO
KARIŞIMI VE SALINIMLARI**

**T.C. YÜKSEKÖĞRETİM KURULU
DOKÜMANTASYON MERKEZİ**

Tayfun UZUNOĞLU

120116 / 20116

FİZİK MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

**ANKARA
2002**

Her hakkı saklıdır.

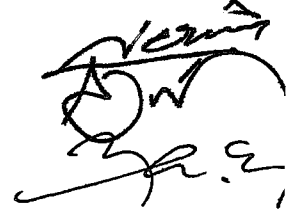
150119

Prof. Dr. Ali Ulvi Yilmazer danışmanlığında, Tayfun Uzunoglu tarafından hazırlanan bu çalışma 15/01/2002 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından Fizik Mühendisliği Anabilim Dalı'nda yüksek lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

Başkan: Prof. Dr. Abdullah Verçin

Prof. Dr. Ali Ulvi Yilmazer

Doç. Dr. Ömer Yavaş



Yukarıdaki sonucu onaylarım.

Prof.Dr. Esmâ Kılıç
Enstitü Müdürü

ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

KUANTUMLU ALAN TEORİSİNDE NÖTRİNO KARIŞIMI VE SALINIMLARI

Tayfun UZUNOĞLU

Ankara Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Fizik Mühendisliği Anabilim Dalı

Danışman : Prof. Dr. A. Ulvi YILMAZER

Bu çalışmada, fermiyon karışım dönüşümleri kuantum alan teorisi çerçevesinde incelendi. Özel olarak nötrino karışımı ele alındı ve belirli çeşni durumlarının Fock uzayının, belirli kütle durumlarının oluşturduğu Fock uzayına finiter olarak eşdeğer olmadığı görüldü. Nötrinoların çeşni salınım formülü iki ve üç çeşni halleri için hesaplandı ve salınım genliğinin momentuma bağımlı olduğu görüldü. Ayrıca sonuçlar karışımları kuantum mekaniksel salınım olasılığı ile karşılaştırma yapılmış, olası fenomenolojik sonuçlar vurgulanmıştır.

2002, 40 sayfa

ANAHTAR KELİMELEER: Nötrino, kuantum alan teorisi, kuantum mekaniği, nötrino salınımı ve karışımı.

ABSTRACT

Master Thesis

NEUTRINO MIXING AND OSCILLATIONS IN QUANTUM FIELD THEORY

Tayfun UZUNOĞLU

Ankara University
Graduate School of Natural and Applied Sciences
Department of Engineering Physics

Supervisor : Prof. Dr. A. Ulvi YILMAZER

In this work, the fermion mixing transformations are studied in the quantum field theory framework. In particular neutrino mixing is considered and the Fock space of definite flavor states is shown to be unitarily inequivalent to the Fock space of definite mass states. The flavor oscillation formula is computed for two and three flavors mixing and the oscillation amplitude is found to be momentum dependent. The flavor vacuum state exhibits the structure of $SU(2)$ generalized coherent state. Also the quantum field theoretical formulation of boson field mixing is considered.

2002, 40 pages

KEY WORDS: Neutrino, quantum field theory, quantum mechanics, neutrino oscillation and mixing.

TEŐEKKÖR

Yüksek lisans tez çalışmalarıım boyunca bana her konuda yardımcı ve destek olan danışmanım Prof. Dr. A. Ulvi YILMAZER'e çok teşekkür ederim.

Tayfun UZUNOĞLU
Ankara, Ocak, 2002

İÇİNDEKİLER

ÖZET.....	i
ABSTRACT.....	ii
TEŞEKKÜR.....	iii
SİMGELER DİZİNİ.....	v
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	vi
ÇİZELGELER DİZİNİ.....	vii
1. GİRİŞ.....	1
2. NÖTRİNO KÜTLESİ VE SALINIMLARI.....	3
2.1. Nötrino Kütleleri.....	3
2.2. Nötrino Salınımları.....	4
3. KUANTUM ALAN TEORİSİ ÇERÇEVESİNDE KARIŞIMLAR.....	8
3.1. Nötrino Karışımları.....	8
3.1.1. Sayı Operatörü.....	11
3.2. Bozon Karışımları.....	13
4. NÖTRİNO SALINIMLARI.....	20
4.1. İki Çeşnili Nötrino Salınımları.....	20
4.2. Üç Çeşnili Nötrino Karışımları ve Salınımları.....	26
5. SONUÇ.....	31
KAYNAKLAR.....	33
Ek 1. İki Çeşnili Nötrino Durumunda Genlik Hesabı.....	35
Ek 2. Ellilik ve Helisite.....	37
Ek 3. Bozon Karışımlarında Kütle ve Çeşni Durumu Arasındaki Diklik.....	38
ÖZGEÇMİŞ.....	40

SİMGELER DİZİNİ

$v_e(x, t):$	Elektron nötrinosu için Dirac nötrino alanı
$v_\mu(x, t):$	Milon nötrinosu için Dirac nötrino alanı
$v_1(x, t):$	m_1 kütleli serbest nötrino alanı
$v_2(x, t):$	m_2 kütleli serbest nötrino alanı
$m_1, m_2:$	Nötrino kütlesi
$\alpha_{k,j}^r:$	r spinli, k momentumlu, i indisli parçacık için yoketme operatörü
$\beta_{k,j}^r:$	r spinli, k momentumlu i indisli antiparçacık için yoketme operatörü
$ 0\rangle_{1,2}:$	Vakum durumu
$ 0\rangle_{e,\mu}:$	Çeşni vakum durumu
$u_{k,j}^r:$	r spinli, k momentumlu, i indisli yaratma spinörü
$v_{k,i}^r:$	r spinli, k momentumlu, i indisli yoketme spinörü
$H_{1,2}:$	Kütle öz durumları için Hamiltonyen
$H_{e,\mu}:$	Etkileşme öz durumları Hamiltonyeni
$G(\theta, t):$	Dönüşüm jeneratörü
$N_{\sigma_l^r}:$	Sayı operatörü; $\sigma = \alpha, \beta$ $l = e, \mu$, $r = 1, 2$
$ \alpha_{k,e}^r\rangle:$	Elektronik nötrino durumu
$\Phi_A(x), \Phi_B(x):$	Karışmış bozon alanları
$\Phi_1(x), \Phi_2(x):$	Kütleli serbest alanları
$\pi_i(x):$	Konjuge momentum
$a_{k,j}:$	Bozon parçacığı yoketme operatörü
$b_{k,j}:$	Bozon antiparçacığı yoketme operatörü

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 3.2.1. p 'nin fonksiyonu olarak $a = 0.98$ (koyu çizgi) ve $a = 0.92$ (kesik çizgi) için $|V(p, a)|^2$ yoğunluğu.....18

ÇİZELGELER DİZİNİ

Çizelge 4.1.1. m_1 ve m_2 'nin verilen değerleri için a 'nın ve $\sqrt{m_1 m_2}$ 'nin değerleri.....	24
Çizelge 4.1.2. $ U(p_\varepsilon, a) ^2$ ve k_ε	25

1. GİRİŞ

Nötrinolar parçacık fiziğini anlamamızda yarım yüzyılı aşkın bir süredir önemli rol oynamaktadır. 1930'da beta-bozununda ortaya çıkan enerji problemini aşmak için ortaya atılmalarından sonra Fermi'nin beta-bozunumu teorisinde, sol-elli yapılarıyla zayıf etkileşmelerin V-A teorisinde ve elektromanyetik etkileşmelerin ayar teorisinin oluşturulmasında önemli yere sahiptir.

Standart Model (SM), elektrozayıf etkileşmelerin Glashow-Weinberg-Salam (GWS) teorisi ile kuvvetli etkileşmelerin kuantum renk dinamiği'ni (QCD) birleştirmesiyle parçacık fiziği için en büyük başarılarından birisi olmuştur. GWS teorisi τ -leptonunun bulunmasından sonra b ve t kuarkları ile cazibeli (charmed) parçacıkların varlığını, yeni tip zayıf etkileşmeleri ve W^{\pm} ile Z^0 vektör bozonları ile bunların kütlelerini başarıyla öngörmüştür. SM bu tüm öngörülleri başarılı şekilde deneylerle doğrulamıştır.

SM'in temel parçacıklar için son bir teori olmadığı konusunda yaygın bir inanış vardır. SM gravitasyonel etkileşmeleri kapsamaz. Lepton ve kuarkların kütleleri, karışım açıları vb. bu teoride açıklanması gerekenler arasında yer almaktadır. Ayrıca SM Higgs bozonu henüz deneysel olarak gözlenmemiştir ve neden üç aile olduğu açıklanması gereken problemlerdendir.

Yapılan araştırmalarla SM'i geliştirecek ve yukarıda ifade edilen sorunları ortadan kaldıracak modeller aranmaktadır. Nötrino kütlelerinin nötrino salınımları yoluyla bulunması ise minimal standart model ötesine geçmeyi gerektirecektir.

SM dışındaki pek çok teori nötrino kütleleri için sıfırdan farklı değerler öngörmektedir. Eğer nötrinoların kütleleri varsa kuark sektöründekine benzer şekilde, ν_e , ν_{μ} ve ν_{τ} zayıf etkileşme öz durumları ile ν_1 , ν_2 ve ν_3 nötrino kütle öz durumları arasında bir karışım vardır. Zayıf etkileşmelerle ilerleyen nötrinolar yollarına devam ederlerken farklı çeşnilerdeki nötrinolar periyodik olarak kuantum mekaniksel geçiş yaparlar. Güneşten gelen nötrinoların ve atmosferik nötrinoların incelenmesiyle salınım gözlenmeye çalışılmaktadır. LSND deneyinden de nötrino salınımlarını açıklama yönünde sonuçlar elde edilmiştir.

Nötrinolar ilk kez 1930'da ortaya atıldı ve 1956'da F. Reines ve C. L. Cowan tarafından elektron nötrinosu gözlemlendi, 1995'de bu deney F. Reines'e Nobel Fizik ödülünü getirdi. Nötrino, kütleleri ve karışımları ile SM'den farklı bir teoriye gerek duyulacağı görüşünü ortaya koymaktadır.

Bu tez çalışmasında kuantum alan teorisi yaklaşımıyla nötrino karışımı ve salınımları için somut sonuçlar elde edilebileceği gösterilmiştir. Bu sonuçların da Pontecorvo metoduyla elde edilenlerle karşılaştırılması yapılmıştır.

İkinci bölümde nötrino kütlesi ve nötrino salınımlarının Pontecorvo formalizmi sunulmuş, üçüncü bölümde fermiyon ve bozonlar için kuantum alan teorisinde karışım tartışılmıştır.

Dördüncü bölümde ise kuantum alan teorisinde nötrino karışım ve salınımları formalizmi, iki çeşnili ve üç çeşnili durumda ele alınmıştır, Pontecorvo yöntemiyle elde edilen sonuçlarla karşılaştırılarak tartışılmıştır. Son bölüm tartışma ve sonuçlara ayrılmıştır.

2. NÖTRİNO KÜTLESİ VE SALINIMLARI

2.1. Nötrino Kütleli

Kobalt-60 deneyinin sonuçları ile birlikte iki-bileşenli kütleli nötrino teorisi Lee ve Yang (1957) tarafından kuruldu. Bu teoriye göre nötrino, sol-helisiteli nötrino ve sağ helisiteli antinötrino durumlarında bulunabilir. Nötrininin bütün koordinat sistemlerinde sol-helisiteli kalması için ışık hızında hareket etmesi gerekir. Ters durumda nötrinodan hızlı giden bir koordinat sisteminden bakıldığında spin doğrultusu değişmezken momentumu ters yönde görülür, yani nötrino sağ-helisiteli olur. Helisitenin gözlem çerçevesinden bağımsız olabilmesi için nötrino ışık hızında gitmelidir, yani kütleli olmamalıdır. Kütleli parçacıklar için helisite elliliğe özdeştir. Minimal standart modelde nötrino kütleli sol-elli parçacık olarak ele alınır.

İki-bileşenli kütleli nötrino teorisi Gell-Mann ve Feynman'ın V-A zayıf etkileşim teorisine tam olarak uyur. Bu teoriye göre zayıf kuvvet, parçacıkların sol-elli, antiparçacıkların sağ-elli bileşenlerine etki eder. Zayıf kuvvetin bu özelliği parçacıkların kütleli ve ya kütleli oluşlarına bağlı değildir. Yani nötrinolar kütleli sahip olabilirler.

Standart Model (SM) çerçevesinde nötrinolar iki-bileşenli kütleli parçacıklardır. Eğer nötrinolar kütleli ise, SM'deki Higgs mekanizması ile nötrino kütleli üretmek mümkündür. Higgs bozonu ile nötrino alanları arasındaki Yukawa etkileşimi hem sol-elli ikilileri hem de sağ-elli tekliyi gerektirir, buna göre nötrino Dirac kütle terimi

$$\mathcal{L} = - \sum_{l=e, \mu, \tau} \bar{\nu}_{lR} M_{ll} \nu_{lL} + \text{hermitik konjügesi} \quad (2.1)$$

ile verilir. M nötrino kütle matrisinin elemanları en genel olarak kompleks olabilir. Eğer M köşegen değilse yukarıdaki Lagranjyen L_e , L_μ , L_τ lepton sayılarını korumaz, böylece ν_{eL} , $\nu_{\mu L}$, $\nu_{\tau L}$ çeşni nötrino alanları aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\nu_{lL} = \sum_{i=1}^3 U_{li} \nu_{iL} \quad (l=e, \mu, \tau) \quad (2.2)$$

burada ν_i , kütlesi m_i olan nötrino alanıdır ve U üniter dönüşüm matrisidir. Buna göre sol-elli çeşni nötrino alanları ν_{iL} 'ler belirli m_i kütleli ν_{iL} sol-elli nötrino alanlarının bir karışımı olarak yazılabilir. Bu şekilde yapılan anlatımla nötrinoların kütleli parçacıklar olduğu ve nötrino kütle teriminin lepton sayısını korumadığı üzerine kurulmuş olan nötrino karışımı hipotezi ilk kez Pontecorvo (1957) tarafından öne sürülmüştür.

Lepton sayıları korunuyorsa m_i kütleli nötrinolar kuarklar gibi dört-bileşenli Dirac parçacıklarıdır. Yani nötrino ve antinötrino sırasıyla $L=1$ ve $L=-1$ lepton sayıları ile farklıdır. Eğer lepton sayısı korunumlu değilse, m_i kütleli nötrinolar nötral iki-bileşenli Majorana parçacıklarıdır. Majorana kütlesi ise ancak Standart Model ötesindeki modellerde türetilir.

2.2. Nötrino Salmımları

Eğer nötrino kütlesi küçük de olsa varsa ve (2.2)'deki gibi bir nötrino karışımı oluyorsa bir nötrino çeşnisinin diğerine geçişi nötrino salımları ile olanaklıdır (Pontecorvo 1957). Bir nötrino çeşnisinin diğerine geçiş olasılığı aşağıdaki gibi verilir.

$$P_{\nu_l \rightarrow \nu_{l'}} = \sum_i U_{li}^2 U_{l'i}^2 + \sum_{i' \neq i} U_{li} U_{l'i'} U_{l'i} U_{l'i} \cos\left(\frac{\Delta m^2 L}{2p}\right) \quad (2.3)$$

burada CP 'nin korunduğu farzedilmiştir. L , ν_l nötrinosu kaynağından $\nu_{l'}$ nötrinosunun ölçüldüğü noktaya olan uzaklık, p de, ν_i nötrino kütle öz durumlarının ortak momentumudur. $\Delta m^2 = m_i^2 - m_{i'}^2$, iki nötrino kütle öz durumları arasındaki kütle farkıdır.

İki nötrino çeşnisi için karışım ilişkisi,

$$\begin{aligned} \nu_l &= \cos \theta \nu_1 + \sin \theta \nu_2 \\ \nu_{l'} &= -\sin \theta \nu_1 + \cos \theta \nu_2 \end{aligned} \quad (2.4)$$

burada θ karışım açısıdır, ν_l ve $\nu_{l'}$ nötrinoları ν_e , ν_μ ve ν_τ olabilirler. Bu durumda geçiş olasılığı;

$$P_{\nu_l \rightarrow \nu_{l'}} = \sin^2 2\theta \sin^2 \left(1.27 \frac{\Delta m^2 L}{p} \right) \quad (2.5)$$

ile verilir. Buradaki 1.27 katsayısı Δm^2 'nin (eV^2)'nin L (km) ve p 'nin (GeV) birimlerinde alındığında parantezin içini boyutsuz yapmak için konulan katsayıdır.

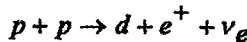
Yukarıdaki formülle göre Δm^2 farkı, θ , L ve p 'nin ölçümü ile bulunur. Bunlar da şimdiye kadar üç farklı deneyle ölçülmüştür.

i- Güneşten gelen nötrinoları ölçen deneyler: (Cleveland et al. 1998), Kamiokande (Hirata et al. 1996), GALLEX (Hampel et al. 1999), SAGE (Abdurashitov et al. 1999) ve Super-Kamiokande (Fukuda et al. 1999a).

ii- Atmosferik nötrino deneyleri: Kamiokande (Fukuda et al. 1994), IMB (Becker-Szendy et al. 1995), Soudan2 (Allison et al. 1997), Super-Kamiokande (Fukuda et al. 1998, 1999b).

iii- Hızlandırıcı LSND (Los Alamos Liquid Scintillation Neutrino Detector) deneyi (Athanassopoulos et al. 1996, 1998).

Güneşten gelen nötrino deneylerinde ν_e nötrinolarının akısı ölçülmektedir. Güneşte enerji üretimini sağlayan reaksiyonlar CNO (Karbon, Azot, Oksijen) çevrimleri ve pp (proton-proton) zincirleridir, ν_e nötrinosu bu reaksiyonlar esnasında yayılır. Örnek olarak

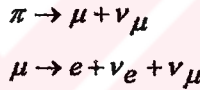


gösterilebilir. Güneşten gelen ν_e nötrinoları gözleyen yukarıdaki deneylerde ölçülen ν_e nötrino akısı Standart Güneş Modelinden (Bahcall et al. 1998a) hesaplanan ν_e nötrino akısı ile karşılaştırılmıştır. Deneylerde ölçülen ν_e akısı, hesaplanan ν_e nötrino akısının yarısı kadar az olduğu

görülmüştür. Homestake deneyinde (Davis et al. 1968) gözlenen bu fark Gribov ve Pontecorvo (1969) tarafından nötrino salınımlarının ilk kanıtı olarak yorumlanmıştır. Buna göre ν_e nötrinoları ν_μ , ν_τ (aktif) ve ν_s (steril) nötrinolara dönüşmüş olabilirler.

$$\Delta m^2 \approx 6.5 \times 10^{-11} eV^2, \sin^2 2\theta \approx 0.75 - 1$$

Atmosferik nötrino deneylerinde, atmosferin üst kısımlarında kozmik ışın çarpışmaları ile üretilen π 'lerin bozunumları sonucu ortaya çıkan ν_e ve ν_μ akıları ölçülmektedir. Aşağıdaki bozunumda görüldüğü gibi ν_μ akısı ν_e akısının iki katıdır.



Ölçülen ν_μ/ν_e akısının salınım olmadığı durumda Monte Carlo (MC) yöntemiyle hesaplanan ν_μ/ν_e akısına oranı ile değerlendirilir.

$$R = \frac{(\nu_\mu/\nu_e)_{deney}}{(\nu_\mu/\nu_e)_{MC}}$$

Yapılan deneylerde R 'nin ~ 0.6 olduğu bulunmuştur. Bunun sebebi ν_μ nötrinolarının, ν_e , ν_τ ve ya ν_s nötrinolarına salınım yapması olabilir. Ancak reaktör deneyi CHOOZ (Apollonio et al. 1998) $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ salınımlarını kapsamaz. Deney sonuçlarını $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$ salınımı ile açıklamak mümkündür ve verilere uygun sonuçlar da şöyledir.

$$\Delta m^2 \approx (2 - 8) \times 10^{-3} eV^2, \sin^2 2\theta \approx 0.8 - 1$$

Hızlandırıcı LSND (Los Alamos Liquid Scintillation Neutrino Detector) deneyinde nötrinolar,

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu$$

$$\mu^+ \rightarrow e^+ \nu_e \bar{\nu}_\mu$$

bozunumlarıyla üretilerek $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e$ salınımları gözlenmiştir. Deneysel sonuçlara uygun olan değerler aşağıdaki gibidir (Bahcall et al. 1998b).

$$\Delta m^2 \approx (0.2 - 2)eV^2, \sin^2 2\theta \approx 0.003 - 0.03$$

Ek olarak LSND deneylerinde bu verilen sonuçlara uygun $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ salınımı yönünde de sonuçlar bulunmuştur. KARMEN hızlandırıcı deneyinde, (Eitel et al. 1998) LSND sonuçlarını tam olarak dışarlama da $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e$ salınımı için bir bulgu alınamamıştır. LSND sonuçlarının doğrulanması nötrino salınımları için büyük öneme sahiptir. LSND'nin verdiği Δm^2 farkı, güneşten gelen nötrino deneyleri ve atmosferik nötrino deneylerinin verdiği Δm^2 'den çok büyüktür. LSND deneyi doğrulanırsa üç farklı Δm^2 'yi açıklamak için üç farklı nötrino kütlesi yetmeyecek ve dördüncü bir nötrinonun (steril) varlığından söz etmek gerekecektir. Şu anda üç farklı nötrino kütlesi eldeki verileri açıklamada yeterlidir.

3. KUANTUM ALAN TEORİSİ ÇERÇEVESİNDE KARIŞIMLAR

Kuantum alan teorisinde (KAT) alan karışım dönüşümlerinin özellikleri son zamanlarda keşfedildi. Özellikle dönüşümün jeneratörleri vakum içinde farklı bir yapıya sebep olur. Bozonlar ve fermiyonlar farklı yoğunlaşma yoğunluklarına sahip yapılar olmasına rağmen koherent yapıda ortaya çıkarlar. (Blasone, M, Vitiello, G, 1995). Daha ayrıntılı işlemler için KAT içinde nötrino ve bozon karışımlarını inceleyelim.

3.1. Nötrino Karışımları

Fermiyon alanlarının karışım dönüşümleri yüksek enerji fiziğinde önemli rol oynar. d ve s kuarkların Cabibbo karışımı ve bunun genişletilmiş olan Kobayashi Maskawa üçlü karışımı Standart Model fenomenolojisi içinde başlıcalarıdır. Diğer taraftan tam deneysel sonuçlara ulaşılamamasına rağmen, nötrino karışım dönüşümleri güneş fiziği gibi nötrino fenomenolojisini daha iyi anlamaya temel oluşturur.

Nötrino karışımlarını KAT çerçevesinde incelenmesi, nötrino salınım formülünde, kuantum mekaniği açısından incelenerek elde edilen salınım formülüne göre, düzeltmelere yol açabilecektir.

KAT çerçevesinde belirli çeşni durumlarının Fock uzayının, belirli kütle durumlarının oluşturduğu Fock uzayına üniter olarak eşdeğer değildir. Çeşni durumları kütleli nötrino çiftlerinin yoğunlaşması olarak elde edilir ve bu SU(2) koherent yapısını sergiler. (Perelomov, A, 1986)

İki çeşni durumu için karışım ilişkileri aşağıdaki gibidir (Bilenky, S. M. , Pontecorvo, B. 1978).

$$\begin{aligned} \nu_e(x, t) &= \nu_1(x, t) \cos \theta + \nu_2(x, t) \sin \theta \\ \nu_\mu(x, t) &= -\nu_1(x, t) \sin \theta + \nu_2(x, t) \cos \theta \end{aligned} \quad (3.1)$$

Burada x üçlü uzay koordinatıdır. $\nu_e(x, t)$ ve $\nu_\mu(x, t)$ Dirac nötrino alanlarıdır. $\nu_1(x, t)$ ve $\nu_2(x, t)$, m_1 ve m_2 kütleli serbest nötrino alanlarıdır. $\nu_1(x, t)$ ve $\nu_2(x, t)$ 'yi şöyle yazabiliriz.

$$v_i(x,t) = \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_{k,r} [u_{k,i}^r(t) \alpha_{k,i}^r e^{ikx} + v_{k,i}^r(t) \beta_{k,i}^r e^{-ikx}], \quad i=1,2 \quad (3.2)$$

Burada $\alpha_{k,i}^r$ ve $\beta_{k,i}^r$ $i=1,2, r=1,2$ $|0\rangle_{1,2}$ vakum durumu için yoketme operatörleridir. $\alpha_{k,i}^r |0\rangle_{1,2} = \beta_{k,i}^r |0\rangle_{1,2} = 0$

$$|0\rangle_{1,2} = |0\rangle_1 \otimes |0\rangle_2$$

Antikomütasyon bağıntıları da

$$\{v_i^\alpha(x,t), v_j^\beta \dagger\}_{t=t'} = \delta^3(x-y) \delta_{\alpha\beta} \delta_{ij} \quad \alpha, \beta = 1,2,3,4 \quad (3.3)$$

$$\{\alpha_{k,i}^r, \alpha_{q,j}^s \dagger\} = \delta_{kq} \delta_{rs} \delta_{ij} \quad ij=1,2 \quad (3.4)$$

şeklinde olup diğer bütün antikomütasyonlar sıfırdır.

Diklik ve tamlık ilişkileri

$$\sum_{\alpha} u_{k,i}^{r\alpha*} u_{k,i}^{s\alpha} = \sum_{\alpha} v_{k,i}^{r\alpha*} v_{k,i}^{s\alpha} = \delta_{rs}, \quad \sum_{\alpha} u_{k,i}^{r\alpha*} v_{-k,i}^{s\alpha} = \sum_{\alpha} v_{-k,i}^{r\alpha*} u_{k,i}^{s\alpha} = 0$$

$$\sum_r (u_{k,i}^{r\alpha*} u_{k,i}^{r\beta} + v_{-k,i}^{r\alpha*} v_{-k,i}^{r\beta}) = \delta_{\alpha\beta} \quad (3.5)$$

$H_{1,2}$ ve $H_{e,\mu}$ Hamiltonyenleri sırasıyla, kütle öz durumunu ve çeşni öz durumunu nötrino alanları için yazılan kütle terimleri ise

$$H_{1,2} = m_1 \bar{v}_1 v_1 + m_2 \bar{v}_2 v_2 \quad (3.6)$$

ve

$$H_{e,\mu} = m_{ee} \bar{v}_e v_e + m_{\mu\mu} \bar{v}_\mu v_\mu + m_{e\mu} (\bar{v}_e v_\mu + \bar{v}_\mu v_e) \quad (3.7)$$

Burada $m_{ee} = m_1 \cos^2 \theta + m_2 \sin^2 \theta$, $m_{\mu\mu} = m_1 \sin^2 \theta + m_2 \cos^2 \theta$ olur. $m_{e\mu} = (m_2 - m_1) \sin \theta \cos \theta$ 'dir.

KAT'nin temel dinamiği, yani Lagrangian ve ondan türetilen alan denklemleri Heisenberg alanları cinsinden verilir. Fiziksel gözlenirler asimtotik iç veya dış alanlar cinsinden ifade edilir (serbest alanlar olarak adlandırılır). KAT'nin Lehmann, Symanzik ve Zimmermann (LSZ) formalizmi içinde, serbest alanlar, $t \rightarrow -\infty$ için Heisenberg alanlarının zayıf limiti olarak elde edilir. (Bogoliubov, N. N. 1990., Blasone, M. ve Vitiello, G. 1995)

Bütün bu uyarıları göz önüne alarak (3.1) numaralı eşitlikteki karışım bağıntılarını dikkatle analiz etmeliyiz.

Bu amaç için (3.1) numaralı eşitlikteki karışım ilişkilerini şöyle yazabiliriz.

$$\begin{aligned} v_e(x, t) &= G^{-1}(\theta, t) v_1(x, t) G(\theta, t) \\ v_\mu(x, t) &= G^{-1}(\theta, t) v_2(x, t) G(\theta, t) \end{aligned} \quad (3.8)$$

$G(\theta, t)$ jeneratörlü aşağıdaki gibidir.

$$G(\theta, t) = \exp[\theta(S_+(t) - S_-(t))] \quad (3.9)$$

$$S_+(t) \equiv \int d^3x v_1^\dagger(x, t) v_2(x, t), \quad S_-(t) \equiv \int d^3x v_2^\dagger(x, t) v_1(x, t) \quad (3.10)$$

Basitlik olması açısından zamana bağıllığı ihmal edebiliriz. Bu durumda

$$S_3 \equiv \frac{1}{2} \int d^3x (v_1^\dagger(x) v_1(x) - v_2^\dagger(x) v_2(x)) \text{ tamamı yapılırsa}$$

$$[S_+, S_-] = 2S_3, \quad [S_3, S_\pm] = \pm S_\pm \quad (3.11)$$

olur, dolayısıyla S_+ , S_- ve S_3 'nin oluşturduğu $SU(2)$ cebiri kapalıdır. Esas nokta, yukarıdaki karışım dönüşümlerinin jeneratörlerinin serbest alanların vakumunu değişmez bırakmamasıdır. Bu durum nötrino-antinötrino çiftlerinin yapısı $SU(2)$ koherent durumunu söyler. Bu koherent durum $v_{e,\mu}$ alanları için vakumdur. (Alfinito, E., Blasone, M., Iorio, A. ve

Vitiello, G. 1996). Çeşni ve kütle özdurumlarının vakumları arasındaki ilişki

$$|0\rangle_{e,\mu} = G^{-1}(\theta)|0\rangle_{1,2} \quad (3.12)$$

şeklinde gösterilebilir.

3.1.1. Sayı Operatörü

(3.1) numaralı denklemi karışım operatörlerini düzenleyerek aşağıdaki gibi yazabiliriz:

$$v_e(x,t) = \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_{k,r} e^{ikx} [u_{k,1}^r(t)\alpha_{k,e}^r(t) + v_{-k,1}^r(t)\beta_{-k,1}^{r\dagger}(t)] \quad (3.1.1a)$$

$$v_\mu(x,t) = \sum_{k,r} e^{ikx} [u_{k,2}^r(t)\alpha_{k,\mu}^r(t) + v_{-k,2}^r(t)\beta_{-k,2}^{r\dagger}(t)] \quad (3.1.1b)$$

$v_e(x,t)$ ve $v_\mu(x,t)$ için yoketme operatörleri

$$\begin{aligned} \alpha_{k,e}^r &\equiv G^{-1}(\theta)\alpha_{k,1}^r G(\theta), \quad \alpha_{k,\mu}^r \equiv G^{-1}(\theta)\alpha_{k,2}^r G(\theta) \\ \beta_{k,e}^r &\equiv G^{-1}(\theta)\beta_{k,1}^r G(\theta), \quad \beta_{k,\mu}^r \equiv G^{-1}(\theta)\beta_{k,2}^r G(\theta) \end{aligned} \quad (3.1.2)$$

şekindedir. Bu işlemleri yaptığımızda $\alpha_{k,l}^r$ ve $\beta_{k,l}^r$, $l=e,\mu$ için şu sonuçları buluruz.

$$\alpha_{k,e}^r(t) = \cos\theta\alpha_{k,1}^r + \sin\theta(U_k^*(t)\alpha_{k,2}^r + \varepsilon^r V(t)\beta_{-k,2}^{r\dagger}) \quad (3.1.3a)$$

$$\alpha_{k,\mu}^r(t) = \cos\theta\alpha_{k,2}^r - \sin\theta(U_k(t)\alpha_{k,1}^r - \varepsilon^r V_k(t)\beta_{-k,1}^{r\dagger}) \quad (3.1.3b)$$

$$\beta_{-k,e}^r(t) = \cos\theta\beta_{-k,1}^r + \sin\theta(U_k^*(t)\beta_{-k,2}^r - \varepsilon^r V_k(t)\alpha_{k,2}^{r\dagger}) \quad (3.1.3c)$$

$$\beta_{-k,\mu}^r(t) = \cos\theta\beta_{-k,2}^r - \sin\theta(U_k(t)\beta_{-k,1}^r + \varepsilon^r V_k(t)\alpha_{k,1}^{r\dagger}) \quad (3.1.3d)$$

burada $\varepsilon^r = (-1)^r$ olup

$$U_k \equiv (u_{k,2}^r \dagger u_{k,1}^r) = (v_{-k,1}^r \dagger v_{-k,2}^r) \quad (3.1.4a)$$

$$V_k \equiv \varepsilon^r (u_{k,1}^r \dagger v_{-k,2}^r) = -\varepsilon^r (u_{k,2}^r \dagger v_{-k,1}^r) \quad (3.1.4b)$$

şeklinde tanımlanırlar.

$$V_k = |V_k| e^{i(\omega_{k,2} + \omega_{k,1})t}, \quad U_k = |U_k| e^{i(\omega_{k,2} - \omega_{k,1})t} \quad (3.1.5)$$

$|U_k|$ ve $|V_k|$ 'nin hesabı ek1'de verilmiştir.

$$|U_k| = \left(\frac{\omega_{k,1} + m_1}{2\omega_{k,1}} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{\omega_{k,2} + m_2}{2\omega_{k,2}} \right)^{\frac{1}{2}} \left(1 + \frac{k^2}{(\omega_{k,1} + m_1)(\omega_{k,2} + m_2)} \right) \quad (3.1.6)$$

$$|V_k| = \left(\frac{\omega_{k,1} + m_1}{2\omega_{k,1}} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{\omega_{k,2} + m_2}{2\omega_{k,2}} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{k}{(\omega_{k,2} + m_2)} - \frac{k}{(\omega_{k,1} + m_1)} \right) \quad (3.1.7)$$

$$|U_k|^2 + |V_k|^2 = 1 \quad (3.1.8)$$

$$|V_k|^2 = |V(k, m_1, m_2)|^2 = \frac{k^2 [(\omega_{k,2} + m_2) - (\omega_{k,1} + m_1)]^2}{4\omega_{k,1}\omega_{k,2}(\omega_{k,1} + m_1)(\omega_{k,2} + m_2)} \quad (3.1.9)$$

dir. Yukarıdaki ifadelerde $\omega_{k,i} = \sqrt{k^2 + m_i^2}$, dir.

(3.1.3) numaralı denklemleri kullanarak sayı operatörü $N_{\sigma_1}^{k,r}$ 'yi ve bunun vakum beklenen değerini bulabiliriz.

$$N_{\sigma_i}^{k,r} \equiv \alpha_{k,l}^r \dagger \alpha_{k,l}^r \quad l = e, \mu$$

$${}_{1,2} \langle 0 | N_{\sigma_i}^{k,r} | 0 \rangle_{1,2} = |V_k|^2 \text{Sin}^2 \theta \quad (3.1.10)$$

(3.1.10) numaralı denklem $|0\rangle_{1,2}$ vakum durumunun yoğunlaşma yoğunluğunu θ karışım açısının, m_1 ve m_2 kütlelerinin ve k momentumunun fonksiyonu olarak veriyor. Bu durum kuantum mekaniğinden elde edilen sonuçla uyumsuz; zira orada $|0\rangle_{e,\mu} = |0\rangle_{1,2} \equiv |0\rangle$ ve $\langle 0 | N_{\alpha_e^{k,r}} | 0 \rangle = \langle 0 | N_{\alpha_\mu^{k,r}} | 0 \rangle = 0$. Bu durum kuantum alan teorisinde mümkün değildir. Bununla birlikte, $|0\rangle_{e,\mu} = |0\rangle_{1,2} \equiv |0\rangle$ eşitliğini sonlu hacim yaklaşıklığında yazabiliriz.

3.2. Bozon Karışımları

Bozonlar ve fermiyonlar farklı yoğunlaşma yapılarına sahip olmalarına rağmen bir koherent durumla, çeşni durumları serbest durumlarla ilişkilendirilerek ifade edilir. Gözlenen bozon salınımları elektrik yüksüz parçacıklar içerir. Bozon karışımlarındaki alanlar kompleksdir. Yük çeşni yüklü, ve böylece kompleks alan da çeşni yüklü alanıdır, kolaylık olması açısından çeşni alanı diyebiliriz.

Karışım bağıntıları aşağıdaki gibidir.

$$\begin{aligned} \phi_A(x) &= \phi_1(x) \cos \theta + \phi_2(x) \sin \theta \\ \phi_B(x) &= -\phi_1(x) \sin \theta + \phi_2(x) \cos \theta \end{aligned} \quad (3.2.1)$$

A ve B karışmış alanların indisidir. $\phi_i(x)$ $i=1,2$, belirli kütleli serbest kompleks alanları gösterir. Bunların konjuge momentumları $\pi_j(x) = \partial \phi_j^\dagger(x)$ olur ve komütasyon bağıntıları da;

$$[\phi_i(x), \pi_j(y)]_{t=t'} = [\phi_i^\dagger(x), \pi_j^\dagger(y)]_{t=t'} = i\delta^3(x-y)\delta_{ij}, i, j = 1,2 \quad (3.2.2)$$

Diğer komütasyon ilişkileri sıfırdır. Alanların ve momentumun Fourier açılımı:

$$\phi_i(x) = \int \frac{d^3k}{(2\pi)^2} \frac{1}{\sqrt{2\omega_{k,i}}} (a_{k,i} e^{-i\omega_{k,i}t} + b^\dagger_{k,i} e^{i\omega_{k,i}t}) e^{ik \cdot x} \quad (3.2.3)$$

$$\pi_i(x) = i \int \frac{d^3k}{(2\pi)^2} \sqrt{\frac{\omega_{k,i}}{2}} (a^\dagger_{k,i} e^{i\omega_{k,i}t} - b_{k,i} e^{-i\omega_{k,i}t}) e^{ik \cdot x} \quad (3.2.4)$$

burada $\omega_{k,i} = \sqrt{k^2 + m_i^2}$ ve $[a_{k,i}, a^\dagger_{p,j}] = [b_{k,i}, b^\dagger_{p,j}] = \delta^3(k-p)\delta_{ij}$, $i, j = 1, 2$ ve diğer komütasyonlar sıfırdır.

Fermiyonlar için yapılmış olan karışım alanlarını (Blasone, M. ve Vitiello, G. 1995) bozonlar için yazalım.

$$\phi_A(x) = G_\theta^{-1}(t) \phi_1(x) G_\theta(t) \quad (3.2.5)$$

$$\phi_B(x) = G_\theta^{-1}(t) \phi_2(x) G_\theta(t) \quad (3.2.6)$$

$G_\theta(t)$ karışım dönüşümlerinin jeneratörüdür ve (3.2.5) ile (3.2.6) ile verilen dönüşümleri yaratabilmesi için;

$$G_\theta(t) = \exp[-i\theta \int d^3x (\pi_1(x)\phi_2(x) - \phi_1^\dagger(x) \pi_2^\dagger(x) - \pi_2(x) \phi_1(x) + \phi_2^\dagger(x) \pi_1^\dagger(x))] \quad (3.2.7)$$

şeklinde olmalıdır. Ayrıca

$$G_\theta(t) = \exp[\theta(S_+(t) - S_-(t))] \quad (3.2.8)$$

$$S_+(t) = S_-^\dagger(t) \equiv -i \int d^3x (\pi_1(x) \phi_2(x) - \phi_1^\dagger(x) \pi_2^\dagger(x)) \quad (3.2.9)$$

$$S_3 \equiv \frac{-i}{2} \int d^3x (\pi_1(x) \phi_1(x) - \phi_1^\dagger(x) \pi_1^\dagger(x) - \pi_2(x) \phi_2(x) + \phi_2^\dagger(x) \pi_2^\dagger(x)) \quad (3.2.10)$$

$$S_0 = \frac{Q}{2} \equiv \frac{-i}{2} \int d^3x (\pi_1(x) \phi_1(x) - \phi_1^\dagger(x) \pi_1^\dagger(x) + \pi_2(x) \phi_2(x) - \phi_2^\dagger(x) \pi_2^\dagger(x)) \quad (3.2.11)$$

$SU(2)$ cebri altında kapalıdır: $[S_+(t), S_-(t)] = 2S_3$, $[S_3, S_\pm(t)] = \pm S_\pm(t)$ $[S_0, S_3] = [S_0, S_\pm(t)] = 0$. S_3 ve S_0 zaman bağımsız terimlerdir. Şimdi S_+ , S_- ve S_0 jeneratörleri yaratma ve yoketme operatörleri şeklinde aşağıdaki gibi yazalım:

$$S_+(t) = \int d^3k (U_k^*(t) a_{k,1}^\dagger a_{k,2} - V_k^*(t) b_{-k,1} a_{k,2} + V_k(t) a_{k,1}^\dagger b_{-k,2}^\dagger - U_k(t) b_{-k,1} b_{-k,2}^\dagger)$$

$$S_-(t) = \int d^3k (U_k(t) a_{k,2}^\dagger a_{k,1} - V_k(t) a_{k,2}^\dagger b_{-k,1}^\dagger + V_k^*(t) b_{-k,2} a_{k,1} - U_k^*(t) b_{-k,2} b_{-k,1}^\dagger)$$

$$S_3 = \frac{1}{2} \int d^3k (a_{k,1}^\dagger a_{k,1} - b_{-k,1}^\dagger b_{-k,1} - a_{k,2}^\dagger a_{k,2} + b_{-k,2}^\dagger b_{-k,2}) \quad (3.2.12)$$

$$S_0 = \frac{1}{2} \int d^3k (a_{k,1}^\dagger a_{k,1} - b_{-k,1}^\dagger b_{-k,1} + a_{k,2}^\dagger a_{k,2} - b_{-k,2}^\dagger b_{-k,2}) \quad (3.2.13)$$

Fermiyon karışımlarından farklı olarak bozon karışımlarında Bogoliubov katsayıları $U_k(t) \equiv |U_k| e^{i(\omega_{k,2} - \omega_{k,1})t}$ ve $V_k(t) \equiv |V_k| e^{i(\omega_{k,1} + \omega_{k,2})t}$ dir. Genliklerin enerjiye bağımlılığı da;

$$|U_k| \equiv \frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{\omega_{k,1}}{\omega_{k,2}}} + \sqrt{\frac{\omega_{k,2}}{\omega_{k,1}}} \right), |V_k| \equiv \frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{\omega_{k,1}}{\omega_{k,2}}} - \sqrt{\frac{\omega_{k,2}}{\omega_{k,1}}} \right) \quad (3.2.14)$$

genlikler arasındaki ilişki de;

$$|U_k|^2 - |V_k|^2 = 1 \quad (3.2.15)$$

şeklinde dir. $|U_k| \equiv \cosh \xi_{1,2}^k$, $|V_k| \equiv \sinh \xi_{1,2}^k$, $\xi_{1,2}^k = \ln \frac{\omega_{k,1}}{\omega_{k,2}}$ şeklinde yazılabilir. $\phi_{1,2}(x)$ alanları için $|0\rangle_{1,2}$ vakum durumu üzerinde karışım dönüşümlerinin jeneratörünün etkisini ele alalım. $a_{k,j} |0\rangle_{1,2} = 0$, $i=1,2$. Çeşni vakum durumu $|0(\theta, t)\rangle_{A,B}$ ile kütle vakum durumu arasındaki ilişki aşağıdaki gibidir.

$$|0(\theta, t)\rangle_{A,B} \equiv G_\theta^{-1}(t) |0\rangle_{1,2} \quad (3.2.16)$$

Çeşni vakum durumu ile kütle vakum durumu KAT'de diktirler. Ek3'de aşağıdaki denklemler için daha ayrıntılı hesaplamalar görülebilir.

$${}_{1,2}\langle 0 | 0(t)\rangle_{A,B} = \prod_k {}_{1,2}\langle 0 | G_{k,\theta}^{-1}(t) | 0\rangle_{1,2} = \prod_k f_0^k(\theta), \text{ herhangi bir } t \text{ anında,} \quad (3.2.17)$$

$$\lim_{V \rightarrow \infty} {}_{1,2}\langle 0 | 0(t)\rangle_{A,B} = \lim_{V \rightarrow \infty} e^{\frac{V}{(2\pi)^3} \int d^3k \ln f_0^k(\theta)} = 0, \text{ herhangi bir } t \text{ anında,} \quad (3.2.18)$$

$$f_0^k(\theta) = \frac{1}{1 + \text{Sin}^2 \theta |V_k|^2}$$

$\theta = 0$ olduğunda çeşni vakum durumu ile vakum durumu arasındaki diklik kaybolur ve $m_1 = m_2$ olur, yani karışım yoktur.

$|0(t)\rangle_{A,B}$ vakum durumu için yoketme operatörleri $a_{kA}(\theta, t) \equiv G_\theta^{-1}(t) a_{k,1} G_\theta(t)$ şeklinde tanımlanırlarsa aşağıdaki sonuçlar bulunur.

$$a_{k,A}(t) = \cos \theta a_{k,1} + \sin \theta (U_k^*(t) a_{k,2} - V_k(t) b_{-k,2}^\dagger) \quad (3.2.19)$$

$$a_{k,B}(t) = \cos \theta a_{k,2} - \sin \theta (U_k(t) a_{k,1} - V_k(t) b_{-k,1}^\dagger) \quad (3.2.20)$$

$$b_{-k,A}(t) = \cos \theta b_{-k,1} + \sin \theta (U_k^*(t) b_{-k,2} + V_k(t) a_{k,2}^\dagger) \quad (3.2.21)$$

$$b_{-k,B}(t) = \cos \theta b_{-k,2} - \sin \theta (U_k(t) b_{-k,1} - V_k(t) a_{k,1}^\dagger) \quad (3.2.22)$$

$|V_k|^2$ 'yi tekrar düzenlemek için, $p \equiv \sqrt{\frac{2|k|^2}{m_1^2 + m_2^2}}$ momentum ifadesi ve

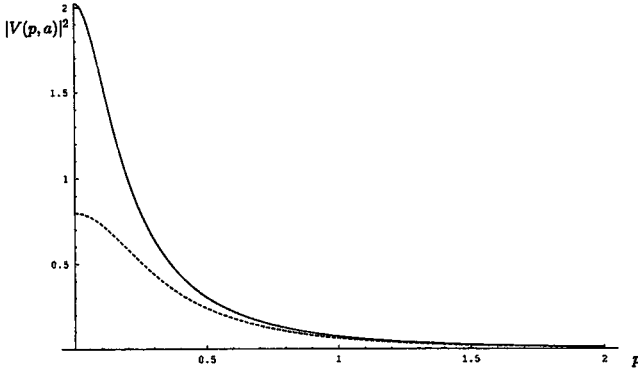
$a \equiv \frac{m_2^2 - m_1^2}{m_1^2 + m_2^2}$ parametrelerini kullanalım. a burada boyutsuz bir parametredir.

$$|V(p, a)|^2 = \frac{p^2 + 1}{2\sqrt{(p^2 + 1)^2 - a^2}} - \frac{1}{2} \quad (3.2.23)$$

Yoğunlaşma yoğunluğu $(|V(p, a)|^2)$ $p = 0$ 'da maksimum olur.

($|V_{\max}|^2 = \frac{(m_1 - m_2)^2}{4m_1 m_2}$) ve büyük momentumlarda $|k|^2 \gg \frac{m_1^2 + m_2^2}{2}$) sifira

gider. Fermiyon durumunda $k = \sqrt{m_1 m_2}$ olduğunda yoğunlaşma yoğunluğu $|V(p, a)|^2$, $a \rightarrow \infty$ olurken maksimum değeri olan $\frac{1}{2}$ 'ye asimtotik olarak gider.



Şekil 3.2.1. p'nin fonksiyonu olarak $a = 0.98$ (koyu çizgi) ve $a = 0.92$ (kesik çizgi) için $|V(p, a)|^2$ yoğunluğu

Çeşni yükü;

$$Q_{\sigma}(t) = \int d^3k (a^{\dagger}_{k,\sigma} a_{k,\sigma} - b^{\dagger}_{-k,\sigma} b_{-k,\sigma}), \quad \sigma = A, B \quad (3.2.24)$$

olarak ifade edilir. (Blasone, M. , Capolupo, A. , Romei, O. and Vitiello, G. , 2001.)

a_A parçacığının durumu $|a_{k,A}\rangle_{A,B} \equiv a^{\dagger}_{k,A}(0) |0\rangle_{A,B}$ şeklinde tanımlanır.

Çeşni yükünün beklenen değeri aşağıdaki gibidir.

$$\begin{aligned} Q_{k,\sigma}(t) &\equiv_{A,B} \langle a_{k,A} | Q_{\sigma}(t) | a_{k,A} \rangle_{A,B} = \\ &= \left[[a_{k,\sigma}(t), a^{\dagger}_{k,A}(0)]^2 - [b^{\dagger}_{-k,\sigma}(t), a^{\dagger}_{k,A}(0)]^2 \right], \quad \sigma = A, B \end{aligned} \quad (3.2.25)$$

Çeşni yükü beklenen değerini A ve B için ayrıntılı şekilde yazalım.

$$\begin{aligned} Q_{k,A}(t) &= \left[[a_{k,A}(t), a^{\dagger}_{k,A}(0)]^2 - [b^{\dagger}_{-k,A}(t), a^{\dagger}_{k,A}(0)]^2 \right] \\ &= 1 - \sin^2 2\theta \left[|U_k|^2 \sin^2 \left(\frac{\omega_{k,2} - \omega_{k,1}}{2} t \right) - \right. \\ &\quad \left. |V_k|^2 \sin^2 \left(\frac{\omega_{k,2} + \omega_{k,1}}{2} t \right) \right] \end{aligned} \quad (3.2.26)$$

$$\begin{aligned}
Q_{k,B}(t) &= \left[|a_{k,B}(t), a^\dagger_{k,A}(0)|^2 - |b^\dagger_{-k,B}(t), a^\dagger_{k,A}(0)|^2 \right] \\
&= \sin^2 2\theta \left[|U_k|^2 \sin^2 \left(\frac{\omega_{k,2} - \omega_{k,1}}{2} t \right) - |V_k|^2 \sin^2 \left(\frac{\omega_{k,2} + \omega_{k,1}}{2} t \right) \right]
\end{aligned}
\tag{3.2.27}$$

$Q_{k,A}(t) + Q_{k,B}(t) = 1$ olduğu görülebilir. Bozon durumunda $|V_k|^2$ 'nin önündeki işaret fermiyon durumundakinin tersine negatiftir. Bozon çeşni yükü yukarıdaki çeşni yükü bağıntılarına bakarak negatif değer alabileceği ortaya çıkıyor. Çok parçacıklı sistemlerde karışmış alanlarla ilgilenildiğinde çeşni yükünün negatif değer alabilir. (Blasone, M. , Capolupo, A. , Romei, O. and Vitiello, G. , 2001.)

4. NÖTRİNO SALINIMLARI

4.1. İki Çeşnili Nötrino Salınımları

Pontecorvo karışım dönüşümünde (Bilenky, S. M. and Pontecorvo, B. 1978) belirli çeşni nötrinoları için vakum durumu, belirli kütleli nötrinolar için ifade edilen vakum durumuyla özdeştir. $|0\rangle_{e,\mu} = |0\rangle_{1,2} \equiv |0\rangle$ Bu durum KAT'da olası değildir. Bununla birlikte, sonlu hacimde $|0\rangle_{e,\mu} = |0\rangle_{1,2} \equiv |0\rangle$ eşitliği kabul edilir. Sonlu hacim koşulunda bile vakumların eşitliğini göstermek yaklaşıktır.

Elektronik ve müonik nötrinolar için sayı operatörleri,

$$N_{\sigma_e}^{k,r} = \alpha_{k,e}^{r\dagger} \alpha_{k,e}^r = \cos^2 \theta \alpha_{k,1}^{r\dagger} \alpha_{k,1}^r + \sin^2 \theta \alpha_{k,2}^{r\dagger} \alpha_{k,2}^r + \sin \theta \cos \theta (\alpha_{k,1}^{r\dagger} \alpha_{k,2}^r + \alpha_{k,2}^{r\dagger} \alpha_{k,1}^r) \quad (4.1.1)$$

$$N_{\sigma_\mu}^{k,r} = \alpha_{k,\mu}^{r\dagger} \alpha_{k,\mu}^r = \cos^2 \theta \alpha_{k,2}^{r\dagger} \alpha_{k,2}^r + \sin^2 \theta \alpha_{k,1}^{r\dagger} \alpha_{k,1}^r - \sin \theta \cos \theta (\alpha_{k,1}^{r\dagger} \alpha_{k,2}^r + \alpha_{k,2}^{r\dagger} \alpha_{k,1}^r) \quad (4.1.2)$$

Hemen görüleceği üzere $\langle 0 | N_{\sigma_e}^{k,r} | 0 \rangle = \langle 0 | N_{\sigma_\mu}^{k,r} | 0 \rangle = 0$ 'dır. Tek elektron nötrinosu durumu:

$$|\alpha_{k,e}^r(t)\rangle = \cos \theta e^{-i\omega_1 t} |\alpha_{k,1}^r\rangle + \sin \theta e^{-i\omega_2 t} |\alpha_{k,2}^r\rangle = e^{-iH_{1,2} t} |\alpha_{k,e}^r\rangle$$

$$|\alpha_{k,1}^r\rangle = \alpha_{k,1}^{r\dagger} |0\rangle, |\alpha_{k,2}^r\rangle = \alpha_{k,2}^{r\dagger} |0\rangle$$

$N_{\sigma_e}^{k,r}$ 'nin beklenen değeri;

$$\langle \alpha_{k,e}^r(t) | N_{\sigma_e}^{k,r} | \alpha_{k,e}^r(t) \rangle = \cos^4 \theta + \sin^4 \theta + \sin^2 \theta \cos^2 \theta (e^{-i(\omega_2 - \omega_1)t} + e^{i(\omega_2 - \omega_1)t})$$

$$\langle \alpha_{k,e}^r(t) | N_{\sigma_e}^{k,r} | \alpha_{k,e}^r(t) \rangle = 1 - \sin^2 2\theta \sin^2 \left(\frac{\Delta\omega}{2} t \right) \quad (4.1.3)$$

dir. $N_{\sigma_\mu}^{k,r}$ 'nin beklenen değeri de

$$\langle \alpha_{k,e}^r(t) | N_{\sigma_\mu}^{k,r} | \alpha_{k,e}^r(t) \rangle = \sin^2 2\theta \sin^2 \left(\frac{\Delta\omega}{2} t \right) \quad (4.1.4)$$

gibidir. Kuantum alan teorisinde de işlemleri ele alalım. Sonsuz hacim limitinde $|0\rangle_{1,2}$ ve $|0\rangle_{e,\mu}$ diktirler. Burada $|\alpha_{k,1}^r\rangle$ ve $|\alpha_{k,2}^r\rangle$ bileşenlerinin zamana bağlı değerleri için $|0\rangle_{1,2}$ 'de çalışmayı seçeriz.

Elektronik ve müyonik durumlar için sayı operatörleri,

$$\begin{aligned} N_{\sigma_e}^{k,r} = & \alpha_{k,e}^r \dagger \alpha_{k,e}^r = \cos^2 \theta \alpha_{k,1}^r \dagger \alpha_{k,1}^r + \sin^2 \theta |U_k|^2 \alpha_{k,2}^r \dagger \alpha_{k,2}^r \\ & + \sin^2 \theta |V_k|^2 \beta_{k,2}^r \beta_{k,2}^r \dagger + \sin \theta \cos \theta (U_k^* \alpha_{k,1}^r \dagger \alpha_{k,2}^r \\ & + U_k \alpha_{k,2}^r \dagger \alpha_{k,1}^r + \varepsilon^r V_k \alpha_{k,1}^r \dagger \beta_{k,2}^r \dagger) \\ & + \varepsilon^r \sin^2 \theta (V_k U_k \alpha_{k,2}^r \dagger \beta_{k,2}^r \dagger + V_k^* U_k^* \beta_{k,2}^r \alpha_{k,2}^r) \end{aligned} \quad (4.1.5)$$

Müyonik nötrino için

$$\begin{aligned} N_{\sigma_\mu}^{k,r} = & \alpha_{k,\mu}^r \dagger \alpha_{k,\mu}^r = \cos^2 \theta \alpha_{k,2}^r \dagger \alpha_{k,2}^r + \sin^2 \theta |U_k|^2 \alpha_{k,1}^r \dagger \alpha_{k,1}^r \\ & + \sin^2 \theta |V_k|^2 \beta_{k,1}^r \beta_{k,1}^r \dagger - \sin \theta \cos \theta (U_k^* \alpha_{k,1}^r \dagger \alpha_{k,2}^r \\ & + U_k \alpha_{k,2}^r \dagger \alpha_{k,1}^r - \varepsilon^r V_k^* \beta_{k,1}^r \alpha_{k,2}^r - \varepsilon^r V_k \alpha_{k,2}^r \dagger \beta_{k,1}^r \dagger) \\ & - \varepsilon^r \sin^2 \theta (V_k U_k^* \alpha_{k,1}^r \dagger \beta_{k,1}^r \dagger + V_k^* U_k \beta_{k,1}^r \alpha_{k,1}^r) \end{aligned} \quad (4.1.6)$$

dir. elektronik nötrino durumu,

$$|\alpha_{k,e}^r(t)\rangle = e^{-iH_{1,2}t} |\alpha_{k,e}^r\rangle = \cos \theta e^{-i\omega t} |\alpha_{k,1}^r\rangle + \sin \theta U_k e^{-i\omega t} |\alpha_{k,2}^r\rangle$$

Elektronik nötrino için salınım formülü;

$$\begin{aligned} \langle \alpha_{k,e}^r(t) | N_{\sigma_e}^{k,r} | \alpha_{k,e}^r(t) \rangle &= \cos^4 \theta + \sin^4 \theta |U_k|^2 + \\ &|V_k|^2 \sin^2 \theta \cos^2 \theta + \sin^2 \theta \cos^2 \theta |U_k|^2 (e^{-i(\omega_2 - \omega_1)t} + e^{i(\omega_2 - \omega_1)t}) \\ &= 1 - |V_k|^2 \sin^2 \theta - |U_k|^2 \sin^2 2\theta \sin^2 \left(\frac{\Delta\omega}{2} t \right) \end{aligned} \quad (4.1.7)$$

dir. Milyonik nötrino için salınım formülü de

$$\begin{aligned} \langle \alpha_{k,e}^r(t) | N_{\sigma_\mu}^{k,r} | \alpha_{k,e}^r(t) \rangle &= |U_k|^2 \sin^2 2\theta \sin^2 \left(\frac{\Delta\omega}{2} t \right) \\ &+ |V_k|^2 \sin^2 \theta (1 - \sin^2 \theta |V_k|^2) \end{aligned} \quad (4.1.8)$$

şeklinde ifade edilir.

$$\begin{aligned} \langle \alpha_{k,e}^r(t) | N_{\sigma_e}^{k,r} | \alpha_{k,e}^r(t) \rangle + \langle \alpha_{k,e}^r(t) | N_{\sigma_\mu}^{k,r} | \alpha_{k,e}^r(t) \rangle &= \\ \langle \alpha_{k,e}^r | N_{\sigma_e}^{k,r} | \alpha_{k,e}^r \rangle + \langle \alpha_{k,e}^r | N_{\sigma_\mu}^{k,r} | \alpha_{k,e}^r \rangle \end{aligned} \quad (4.1.9)$$

$(N_{\sigma_e}^{k,r} + N_{\sigma_\mu}^{k,r})$ sayılarının beklenen değeri t anındaki geçme olasılığı ile t=0 anındaki geçme olasılığının aynı olduğunu söyler.

(4.1.7) ve (4.1.8) numaralı denklemlere sonlu hacim yaklaşımını uyguladığımızda $|U_k| \rightarrow 1, |V_k| \rightarrow 0$ aşağıdaki eşitlikler elde edilir.

$$\langle \alpha_{k,e}^r(t) | N_{\sigma_e}^{k,r} | \alpha_{k,e}^r(t) \rangle = 1 - \sin^2 2\theta \sin^2 \left(\frac{\Delta\omega}{2} t \right) \quad (4.1.10)$$

ve

$$\langle \alpha_{k,e}^r(t) | N_{\sigma_\mu}^{k,r} | \alpha_{k,e}^r(t) \rangle = \sin^2 2\theta \sin^2 \left(\frac{\Delta\omega}{2} t \right) \quad (4.1.11)$$

yani kuantum mekaniksel olarak bulduğumuz sonuçlara ulaşırız.

$|V_k|^2$ 'yi incelemeye başlayalım.

$|V_k|^2$ k 'nın değişimine bağlıdır ve bu değişim daima $\left[0, \frac{1}{2}\right]$ aralığındadır.

$k = \sqrt{m_1 m_2}$ için maksimum değerdedir. $k \rightarrow \infty$ olurken $|V_k|^2 \rightarrow 0$ olur. $m_1 = m_2$ için de $|V_k|^2 = 0$ 'dır. Yani karışım yoktur.

k sonsuz için salınım genliği $|U_k|^2$ faktörü tarafından sınırlandırılır. Bu sınırlandırma 1'den $\frac{1}{2}$ 'ye kadardır, k ve kütleyle bağlıdır.

Momentum bağımlılığı etkilerini daha iyi tahmin etmek için $|V_k|^2$ 'yi yeniden yazalım.

$$|V_k|^2 \equiv |V(p, a)|^2 = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{1 + a \left(\frac{p}{p^2 + 1} \right)^2} \right) \quad (4.1.12)$$

$$p = \frac{k}{\sqrt{m_1 m_2}}, \quad a = \frac{(\Delta m)^2}{m_1 m_2}, \quad 0 \leq a < \infty \quad (4.1.13)$$

$$\Delta m = m_2 - m_1$$

$p = 1$ 'de $a \rightarrow \infty$ olduğunda $|V(p, a)|^2$ maksimum değeri olan $|V(1, a)|^2$ asimtotik olarak $\frac{1}{2}$ 'ye gider.

p 'yi hesaplamada kolaylık olması için başka tarzda gösterelim, bunun için p_ε tanımlayalım. $|V(p_\varepsilon, a)|^2 = \varepsilon |V(1, a)|^2$ bağıntısını sağlayan p_ε değeri şu şekildedir:

$$p_\varepsilon = \sqrt{-c + \sqrt{c^2 - 1}}, \quad c \equiv \frac{b^2(a+2)}{2(b^2 - 1)}, \quad b \equiv 1 - \varepsilon \left(1 - \frac{2}{\sqrt{a+4}} \right)$$

m_1 ve m_2 'nin bazı verilen değerleriyle uyuşan a 'nın ve $\sqrt{m_1 m_2}$ 'nin değerleri çizelge 4.1.1.'de verilmiştir.

$\varepsilon = 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{10}$, için çizelge 4.1.'deki verilen m_1 ve m_2 değerleri için k_ε 'nin ve $|U(p_\varepsilon, a)|^2$ 'nin değerleri çizelge 4.1.2.'de verilmiştir. Burada $|U(p_\varepsilon, a)|^2 = 1 - \varepsilon + \varepsilon |U(1, a)|^2$ ve $k_\varepsilon = \varepsilon \sqrt{m_1 m_2}$ 'dir.

Nötrinoların momentumu yeterince büyük olduğunda salınım genliği hassas olarak belirli bir aralığa sıkıştırılabilir. Genel salınım formülünden büyük sapmaların düşük momentum değerlerinden geldiği umulabilir.

Çizelge 4.1.1. m_1 ve m_2 'nin verilen değerleri için a 'nın ve $\sqrt{m_1 m_2}$ 'nin değerleri

	$m_1 (eV)$	$m_2 (KeV)$	$\sqrt{m_1 m_2} (KeV)$	a
A	5	250	1.12	$\sim 5 \cdot 10^4$
B	2.5	250	0.79	$\sim 1 \cdot 10^5$
C	5	200	1	$\sim 4 \cdot 10^4$
D	1	100	0.32	$\sim 1 \cdot 10^5$
E	0.5	50	0.15	$\sim 1 \cdot 10^5$
F	0.5	1	0.02	$\sim 2 \cdot 10^3$

Çizelge 4.1.2. $|U(p_e, a)|^2$ ve k_e

	$ U(1, a) ^2$	$k_1(\text{KeV})$	$ U(p_{1/2}, a) ^2$	$k_{1/2}(\text{KeV})$	$ U(p_{1/10}, a) ^2$	$k_{1/10}(\text{KeV})$
A	≈ 0.5	1.12	≈ 0.75	≈ 146	≈ 0.95	≈ 519
B	≈ 0.5	0.79	≈ 0.75	≈ 145	≈ 0.95	≈ 518
C	≈ 0.5	1	≈ 0.75	≈ 117	≈ 0.95	≈ 415
D	≈ 0.5	0.32	≈ 0.75	≈ 58	≈ 0.95	≈ 206
E	≈ 0.5	0.16	≈ 0.75	≈ 29	≈ 0.95	≈ 104
F	≈ 0.5	0.02	≈ 0.75	≈ 0.6	≈ 0.95	≈ 2

4.2. Üç Çeşnili Nötrino Karışımları ve Salımları

İki çeşnili nötrino durumunu üç çeşnili duruma genişletelim. Üçlü alanların karışım matrisini aşağıdaki gibi alalım:

$$M = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix} \quad (4.2.1)$$

$c_{ij} = \cos \theta_{ij}$, $s_{ij} = \sin \theta_{ij}$, dir. Bu CKM matrisinin parametrizasyonuna benzer şekildedir. M 'yi türetebilmek için şu tanımları yapalım:

$$G_{12}(\theta_{12}) = \exp(\theta_{12}L_{12}), \quad G_{23}(\theta_{23}) = \exp(\theta_{23}L_{23}), \quad G_{13}(\theta_{13}) = \exp(\theta_{13}L_{13}) \quad (4.2.2)$$

$$L_{12} \equiv \int d^3x (v_1^\dagger(x) v_2(x) - v_2^\dagger(x) v_1(x)) \quad (4.2.3a)$$

$$L_{23} \equiv \int d^3x (v_2^\dagger(x) v_3(x) - v_3^\dagger(x) v_2(x)) \quad (4.2.3b)$$

$$L_{13} \equiv \int d^3x (e^{i\delta} v_1^\dagger(x) v_3(x) - e^{-i\delta} v_3^\dagger(x) v_1(x)) \quad (4.2.3c)$$

$$v_e^\alpha(x) = G_{12}^{-1} G_{13}^{-1} G_{23}^{-1} v_1^\alpha(x) G_{23} G_{13} G_{12} \quad (4.2.4a)$$

$$v_\mu^\alpha(x) = G_{12}^{-1} G_{13}^{-1} G_{23}^{-1} v_2^\alpha(x) G_{23} G_{13} G_{12} \quad (4.2.4b)$$

$$v_\tau^\alpha(x) = G_{12}^{-1} G_{13}^{-1} G_{23}^{-1} v_3^\alpha(x) G_{23} G_{13} G_{12} \quad (4.2.4c)$$

Aşağıdaki bağıntılar sayesinde G dönüşümü M 'yi verir:

$$[v_1^\alpha(x), L_{12}] = v_2^\alpha(x), [v_1^\alpha(x), L_{23}] = 0, [v_1^\alpha(x), L_{13}] = e^{i\delta} v_3^\alpha(x) \quad (4.2.5a)$$

$$[v_2^\alpha(x), L_{12}] = -v_1^\alpha(x), [v_2^\alpha(x), L_{23}] = v_3^\alpha(x), [v_2^\alpha(x), L_{13}] = 0 \quad (4.2.5b)$$

$$\begin{aligned} [v_3^\alpha(x), L_{12}] &= 0, [v_3^\alpha(x), L_{23}] = -v_2^\alpha(x), \\ [v_3^\alpha(x), L_{13}] &= -e^{-i\delta} v_1^\alpha(x) \end{aligned} \quad (4.2.5c)$$

Kütleli nötrinoların vakum durumu ile çeşni vakum durumu arasındaki ilişki;

$$|0\rangle_{e\mu\tau} = G_{12}^{-1} G_{13}^{-1} G_{23}^{-1} |0\rangle_{123} \quad (4.2.6)$$

Çeşni vakum durumu için $\alpha_{k,l}^r, \beta_{k,l}^r$ ($l = e, \mu, \tau$) yoketme operatörlerini, vakum durumu $\alpha_{k,l}^{r\dagger}, \beta_{k,l}^{r\dagger}$ yoketme operatörleri cinsinden ifade edilmiş aşağıdaki gibidir. $k = (0, 0, |k\rangle)$ referans çerçevesinde;

$$\begin{aligned} \alpha_{k,e}^r &= c_{12} c_{13} \alpha_{k,1}^r + s_{12} c_{13} (U_{12}^{k*} \alpha_{k,2}^r + \varepsilon^r V_{12}^k \beta_{-k,2}^{r\dagger}) \\ &\quad + e^{i\delta} s_{13} (U_{13}^{k*} \alpha_{k,3}^r + \varepsilon^r V_{13}^k \beta_{-k,3}^{r\dagger}) \end{aligned} \quad (4.2.7a)$$

$$\begin{aligned} \alpha_{k,\mu}^r &= (c_{12} c_{23} - e^{-i\delta} s_{12} s_{23} s_{13}) \alpha_{k,2}^r - \\ &\quad (s_{12} c_{23} + e^{-i\delta} c_{12} s_{23} s_{13}) (U_{12}^k \alpha_{k,1}^r - \varepsilon^r V_{12}^k \beta_{-k,1}^{r\dagger}) \\ &\quad + s_{23} c_{13} (U_{23}^{k*} \alpha_{k,3}^r + \varepsilon^r V_{23}^k \beta_{-k,3}^{r\dagger}), \end{aligned} \quad (4.2.7b)$$

$$\begin{aligned} \alpha_{k,\tau}^r &= c_{23} c_{13} \alpha_{k,3}^r - \\ &\quad (c_{12} s_{23} + e^{-i\delta} s_{12} c_{23} s_{13}) (U_{23}^k \alpha_{k,2}^r - \varepsilon^r V_{23}^k \beta_{-k,2}^{r\dagger}) + \\ &\quad + (s_{12} s_{23} - e^{-i\delta} c_{12} c_{23} s_{13}) (U_{13}^k \alpha_{k,1}^r - \varepsilon^r V_{13}^k \beta_{-k,1}^{r\dagger}) \end{aligned} \quad (4.2.7c)$$

$$\begin{aligned} \beta_{k,e}^{r\dagger} &= c_{12} c_{13} \beta_{k,1}^{r\dagger} + s_{12} c_{13} (U_{12}^{k*} \beta_{k,2}^{r\dagger} - \varepsilon^r V_{12}^k \alpha_{k,2}^r) \\ &\quad + e^{-i\delta} s_{13} (U_{13}^{k*} \beta_{k,3}^{r\dagger} - \varepsilon^r V_{13}^k \alpha_{k,3}^r) \end{aligned} \quad (4.2.7d)$$

$$\begin{aligned}
\beta_{-k,\mu}^r &= (c_{12} c_{23} - e^{i\delta} s_{12} s_{23} s_{13}) \beta_{-k,2}^r - \\
&(s_{12} c_{23} + e^{-i\delta} c_{12} s_{23} s_{13}) (U_{12}^k \beta_{-k,1}^r + \varepsilon^r V_{12}^k \alpha_{k,1}^r \uparrow) \\
&+ s_{23} c_{13} (U_{23}^{k*} \beta_{-k,3}^r - \varepsilon^r V_{23}^k \alpha_{k,3}^r \uparrow) \quad (4.2.7e)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\beta_{-k,r}^r &= c_{23} c_{13} \beta_{-k,3}^r - \\
&(c_{12} s_{23} + e^{i\delta} s_{12} c_{23} s_{13}) (U_{23}^k \beta_{-k,2}^r + \varepsilon^r V_{23}^k \alpha_{k,2}^r \uparrow) + \\
&+ (s_{12} s_{23} - e^{i\delta} c_{12} c_{23} s_{13}) (U_{13}^k \beta_{-k,1}^r + \varepsilon^r V_{13}^k \alpha_{k,1}^r \uparrow) \quad (4.2.7f)
\end{aligned}$$

Yoğunlaşma yoğunluğu da aşağıdaki gibidir.

$${}_{123} \langle 0 | N_{\alpha_e}^{k,r} | 0 \rangle_{123} = {}_{123} \langle 0 | N_{\beta_e}^{k,r} | 0 \rangle_{123} = s_{12}^2 c_{13}^2 |V_{12}^k|^2 + s_{13}^2 |V_{13}^k|^2 \quad (4.2.8a)$$

$$\begin{aligned}
{}_{123} \langle 0 | N_{\alpha_\mu}^{k,r} | 0 \rangle_{123} &= {}_{123} \langle 0 | N_{\beta_\mu}^{k,r} | 0 \rangle_{123} = \\
&|s_{12} c_{23} + e^{-i\delta} c_{12} s_{23} s_{13}|^2 |V_{12}^k|^2 + s_{23}^2 c_{13}^2 |V_{23}^k|^2 \quad (4.2.8b)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
{}_{123} \langle 0 | N_{\alpha_r}^{k,r} | 0 \rangle_{123} &= {}_{123} \langle 0 | N_{\beta_r}^{k,r} | 0 \rangle_{123} = \\
&|c_{12} s_{23} + e^{-i\delta} s_{12} c_{23} s_{13}|^2 |V_{23}^k|^2 + |s_{12} s_{13} - e^{-i\delta} c_{12} c_{23} s_{13}|^2 |V_{13}^k|^2 \quad (4.2.8c)
\end{aligned}$$

Üç çeşnili nötrino salınımlarına sonlu hacim yaklaşığından bakalım:

$$|\alpha_{k,e}^r\rangle = c_{12} c_{13} |\alpha_{k,1}^r\rangle + s_{12} c_{13} |\alpha_{k,2}^r\rangle + e^{i\delta} s_{13} |\alpha_{k,3}^r\rangle \quad (4.2.9)$$

Zamana bağlı durum ise;

$$\begin{aligned}
|\alpha_{k,e}^r(t)\rangle &= c_{12} c_{13} e^{-i\omega_1 t} |\alpha_{k,1}^r\rangle + s_{12} c_{13} e^{-i\omega_2 t} |\alpha_{k,2}^r\rangle \\
&+ e^{i\delta} s_{13} e^{-i\omega_3 t} |\alpha_{k,3}^r\rangle \quad (4.2.10)
\end{aligned}$$

Sayı operatörü,

$$\begin{aligned}
 N_{\alpha_e}^{k,r} &= \alpha_{k,e}^r \dagger \alpha_{k,e}^r = c_{12}^2 c_{13}^2 \alpha_{k,1}^r \dagger \alpha_{k,1}^r + c_{12} s_{12} c_{13}^2 \alpha_{k,1}^r \dagger \alpha_{k,2}^r \\
 &+ e^{i\delta} c_{12} c_{13} s_{13} \alpha_{k,1}^r \dagger \alpha_{k,3}^r + c_{12} s_{12} c_{13}^2 \alpha_{k,2}^r \dagger \alpha_{k,1}^r \\
 &+ s_{12}^2 c_{13}^2 \alpha_{k,2}^r \dagger \alpha_{k,2}^r + e^{i\delta} s_{12} c_{13} s_{13} \alpha_{k,2}^r \dagger \alpha_{k,3}^r + \\
 &+ e^{-i\delta} c_{12} c_{13} s_{13} \alpha_{k,3}^r \dagger \alpha_{k,1}^r + e^{-i\delta} s_{12} c_{13} s_{13} \alpha_{k,3}^r \dagger \alpha_{k,2}^r + s_{13}^2 \alpha_{k,3}^r \dagger \alpha_{k,3}^r
 \end{aligned} \tag{4.2.11}$$

Zamana bağlı vakum beklenen değeri;

$$\begin{aligned}
 \langle \alpha_{k,e}^r(t) | N_{\alpha_e}^{k,r} | \alpha_{k,e}^r(t) \rangle &= c_{12}^4 c_{13}^4 + s_{12}^4 c_{13}^4 + s_{13}^4 \\
 &+ c_{12}^2 s_{12}^2 c_{13}^4 (e^{-i(\omega_2 - \omega_1)t} + e^{+i(\omega_2 - \omega_1)t}) \\
 &+ c_{12}^2 c_{13}^2 s_{13}^2 (e^{-i(\omega_3 - \omega_1)t} + e^{+i(\omega_3 - \omega_1)t}) \\
 &+ s_{12}^2 c_{13}^2 s_{13}^2 (e^{-i(\omega_3 - \omega_2)t} + e^{+i(\omega_3 - \omega_2)t})
 \end{aligned} \tag{4.2.12}$$

yani,

$$\begin{aligned}
 \langle \alpha_{k,e}^r(t) | N_{\alpha_e}^{k,r} | \alpha_{k,e}^r(t) \rangle &= 1 - \cos^4 \theta_{13} \sin^2 2\theta_{12} \sin^2 \left(\frac{\omega_2 - \omega_1}{2} t \right) - \\
 &\cos^2 \theta_{12} \sin^2 2\theta_{13} \sin^2 \left(\frac{\omega_3 - \omega_1}{2} t \right) - \sin^2 \theta_{12} \sin^2 2\theta_{13} \sin^2 \left(\frac{\omega_3 - \omega_2}{2} t \right)
 \end{aligned} \tag{4.2.13}$$

KAT'deki hesaplamalardan;

$$\langle \alpha_{k,e}^r | N_{\alpha_e}^{k,r} | \alpha_{k,e}^r \rangle = 1 - s_{12}^2 c_{13}^2 |V_{12}^k|^2 - s_{13}^2 |V_{13}^k|^2 \tag{4.2.14}$$

$${}_{123} \langle 0 | N_{\alpha_e}^{k,r} | 0 \rangle_{123} = s_{12}^2 c_{13}^2 |V_{12}^k|^2 + s_{13}^2 |V_{13}^k|^2 \tag{4.2.15}$$

$$\begin{aligned}
\langle \alpha_{k,e}^r(t) | N_{\alpha_e}^{k,r} | \alpha_{k,e}^r(t) \rangle &= c_{12}^4 c_{13}^4 + |U_{12}^k|^2 s_{12}^4 c_{13}^4 + |U_{13}^k|^2 s_{13}^4 \\
&+ |V_{12}^k|^2 c_{12}^2 s_{12}^2 c_{13}^4 + |V_{13}^k|^2 c_{12}^2 c_{13}^2 s_{13}^2 \\
&+ (|U_{12}^k|^2 |V_{13}^k|^2 + |U_{13}^k|^2 |V_{12}^k|^2) s_{12}^2 c_{13}^2 s_{13}^2 + \\
&+ |U_{12}^k|^2 c_{12}^2 s_{12}^2 c_{13}^4 (e^{-i(\omega_2 - \omega_1)t} + e^{+i(\omega_2 - \omega_1)t}) \\
&+ |U_{13}^k|^2 c_{12}^2 c_{13}^2 s_{13}^2 (e^{-i(\omega_3 - \omega_1)t} + e^{+i(\omega_3 - \omega_1)t}) \\
&+ |U_{12}^k|^2 |U_{13}^k|^2 s_{12}^2 c_{13}^2 s_{13}^2 (e^{-i(\omega_3 - \omega_2)t} + e^{+i(\omega_3 - \omega_2)t})
\end{aligned}$$

yani,

$$\begin{aligned}
\langle \alpha_{k,e}^r(t) | N_{\alpha_e}^{k,r} | \alpha_{k,e}^r(t) \rangle &= \left(1 - \sin^2 \theta_{12} \cos^2 \theta_{13} |V_{12}^k|^2 - \sin^2 \theta_{13} \right) |V_{13}^k|^2 + \\
&- |U_{12}^k|^2 \cos^4 \theta_{13} \sin^2 2\theta_{12} \sin^2 \left(\frac{\omega_2 - \omega_1}{2} t \right) - \\
&+ |U_{13}^k|^2 \cos^2 \theta_{12} \sin^2 2\theta_{13} \sin^2 \left(\frac{\omega_3 - \omega_1}{2} t \right) + \\
&- |U_{12}^k|^2 |U_{13}^k|^2 \sin^2 \theta_{12} \sin^2 2\theta_{13} \sin^2 \left(\frac{\omega_3 - \omega_2}{2} t \right)
\end{aligned} \tag{4.2.16}$$

İki çeşnili nötrino durumundaki elde ettiğimiz beklenen değere benzer bir sonuca ulaştık fakat üç çeşnili durumda hesaplarımız bir parça daha karmaşık oldu. Elektronik nötrinoyu yine elektronik nötrino olarak bulma olasılığı üç nötrino kütle farkını, açıları ve enerjileri hesaba katmayı gerektirir.

5. SONUÇ

Bu tezde kuantum alan teorisinde fermiyon dönüşümünü inceledik. Özellikle nötrino Dirac alanları için Pontecorvo karışım dönüşümlerini ele aldık. Kuantum Alan Teorisinin LSZ formalizmi içinde (Blasone, M. and Vitiello, G. 1995.) belirli çeşni durumlarının Fock uzayının, belirli kütle durumlarının Fock uzayına eşdeğer olmadığını gördük. Çeşni durumlarını kütleli nötrino-antinötrino çiftlerinin yoğunlaşması olarak ifade edildi ve . Çeşni durumları $SU(2)$ genelleştirilmiş koherent durum jeneratördür (Perelomov, A. 1986). Yoğunlaşma yoğunluğu karışım açısının , momentumun ve nötrino kütesinin fonksiyonu olarak hesaplandı.

$G(\theta)$ jeneratörü fermiyonlar için karışmış alanlarla serbest alanlar arasındaki ilişkiyi sağlar. $G^{-1}(\theta, t) = \exp[\theta(S_+(t) - S_-(t))]$ operatörü $SU(2)$ 'nin genelleştirilmiş koherent durumudur. (Blasone, M. and Vitiello, G. 1995)

Salınım genliğinin momentuma bağımlılığını anlamak için denklem (4.1.12)'ye bakabiliriz. Bu denklemde $k \rightarrow \infty$ giderken $|V_k|^2 \rightarrow 0$ 'a gider. $k = \sqrt{m_1 m_2}$ olarak aldığımızda $|V_k|^2 \rightarrow 1/2$ 'ye asimtotik olarak gider. Pontecorvo teorisine göre $|V_k|^2 = 0$ ($m_1 = m_2$) olması demek karışımın bulunmadığı anlamındadır. Fakat KAT'de ele aldığımızda $|V_k|^2 = 0$ ve $|U_k|^2 \rightarrow 1$ olması halinde k 'nın çok büyük değerleri için KAT'ın getirdiği değişikliği anlamak zordur. Nötrino salınım formülünde, salınım genliğinin momentuma bağlı olduğu ortaya çıktı. Kuantum mekaniğinde nötrino salınım formülünün momentum bağımlılığı görülmez. Bununla birlikte kuantum alan teorisinde, k 'nın sonlu değerleri için salınım genliği $|U_k|^2$ 'nin 1'den $1/2$ 'ye olan aralığında sınırlandırılır. Bu $|U_k|^2$ aralığı momentuma ve kütle değerlerine bağlıdır.

Bozon karışımlarında da fermiyon karışımlarında olduğu gibi karışmış alanlar ile serbest alanlar arasındaki ilişki bir $G(\theta)$ dönüşüm jeneratörü ile sağlanmaktadır. Bozon karışmış alanları için vakum $SU(2)$ koherent durumunu sergilemektedir.

İki çeşnili nötrino karışımı, üç çeşnili nötrino karışım durumu için iyi bir yaklaşıklıkır. Üç çeşnili nötrino durumunda üç kütle farkı vardır (Δm_{12}^2 , Δm_{13}^2 , Δm_{23}^2 ve $\Delta m_{ij}^2 = m_j^2 - m_i^2$). Üç çeşnili nötrino karışımı, iki çeşnili nötrino karışımından hesaplamalar açısından biraz daha karmaşıktır.

KAYNAKLAR

- Abdurashitov, J. N. Et al. (SAGE collaboration) 1999. Measurement of the Solar Neutrino Capture Rate by SAGE and Implications for Neutrino Oscillations in Vacuum. *Phys. Rev. Lett.* 83;4686.
Measurement of the Solar Neutrino Capture Rate With Gallium Metal. *Phys. Rev. C* 60;055801
- Alfinito, E, Blasone, M, Iorio, A and Vitiello, G Neutrino Mixing and Oscillation in Quantum Field Theory, hep-ph/9601354
- Alfinito, E, Blasone, M, Iorio, A. and Vitiello, G. 1995. *Phys. Lett. B* 362.
- Allison, W. W. M. et. al. (Soudan-2 collaboration) 1997. Measurement of the Atmospheric Neutrino Flavor Composition in Soudan-2. *Phys. Lett. B* 391. 491.
- Apollonio, M. et. al. (CHOOZ collaboration) 1998. Initial Results From the Choz Long Baseline Neutrino oscillation Experiment. *Phys. Lett. B* 420;397.
- Athanassopoulos, C. et. al. (LSND Colaboration) 1998. Evidence for $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ Neutrino Oscillations From LSND. *Phys. Rev. Lett.* 81; 1774.
- Bahcall, M. M. 1989. Neutrino Astrophysics. Cambridge Univ. Press. Cambridge.
- Bahcall, J. N. , Basu, s. and Pinsonneault, M. H. 1998a. How Uncertain Are Solar Neutrino Predictions? *Phys. Lett. B* 433; 1
- Becker-Szendy, R. et. al. (IMB Colaboration). 1995. Neutrino Measurement With the I IMB Dedector. *Nucl. Phys. Proc. Suppl.* 38; 331.
- Blasone, M and Vitiello, G, Quantum field Theory of Fermion Mixing, SADF1-1995, hep-ph/9501263, *Annals of Physics*
- Blasone, M, Capolupo, A, Romei, O. and Vitiello, G, Quantum field Theory of Boson Mixing, 2001, hep-ph/0102048
- Bilenky, S. M. and Pontecorvo, B. 1978. Lepton Mixing and Neutrino Oscillations. *Phys. Rep.* 41 4; 225
- Bogoliubov, N. N. , Logunov, A. A. , Osak, A. I. and Todorov, I. T. 1990. General Principles of Quantum Field Theory. Kluwer Academic Publishers. Dordrech.
- Cleveland, V. B. T. et al. (Superkamiokande collaboration) 1998. Measurement of the Solar Electron Neutrino Flux With the Homestake Chlorine Dedector. *Astrophys. J.* 496;505.
- Eitel, K. et al. (KARMEN collaboration) 1998. The Search For Neutrino Oscillations $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e$ With Karmen. *Hep-ex/9809007*

- Fukuda, Y. et al. (Super-Kamiokande Collaboration) 1999a. Measurement of the Solar Neutrino Energy Spectrum Using Neutrino Electron Scattering. *Phys. Rev. Lett.* 82;2430
- Gribov, V. and Pontecorvo, B. 1969. Neutrino Astronomy and Lepton Charge. *Phys. Lett. B* 28:493
- Hampel, W. et al. (GALLEX collaboration) 1999. Gallex Solar Neutrino Observations: Results from Gallex IV. *Phys. Lett. B*, 447;127.
- Hirata, K. S. et al. (Kamiokande collaboration) 1996. Solar Neutrino Data Covering Solar Cycle 22. *Phys. Rev. Lett.* 77;1683.
- Perelomov, A. 1986. *Generalized Coherent States and Their Applications*. Springer-Verlag; 111, Berlin
- Poncorvo, B. 1957. Mesonium and Anti-Mesonium. *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* 33; 549.

Ek 1. İki Çeşnili Nötrino Durumunda Genlik Hesabı

Yaratma ve yoketme spinörlerini aşağıdaki gibi tanımlayalım.

$$u_{k,j}^r(t) = \bar{u}_{k,j}^r e^{-i\omega_{k,j}t} = A_i \left(\begin{array}{c} \xi^r \\ \bar{\sigma} \cdot \vec{k} \\ \omega_{k,j} + m_i \end{array} \xi^r \right) e^{-i\omega_{k,j}t},$$

$$v_{k,j}^r(t) = \bar{v}_{k,j}^r e^{i\omega_{k,j}t} = A_i \left(\begin{array}{c} \bar{\sigma} \cdot \vec{k} \\ \omega_{k,j} + m_i \\ \xi^r \end{array} \right) e^{i\omega_{k,j}t}$$

$$v_{-k,j}^{r \dagger}(t) = A_i \left(\begin{array}{cc} \bar{\sigma} \cdot \vec{k} & \\ \omega_{k,j} + m_i & \xi^r \end{array} \right) e^{i\omega_{k,j}t}$$

$$v_{-k,1}^{1 \dagger}(t) = A_1 \left(\begin{array}{cc} -\bar{\sigma} \cdot \vec{k} & \\ \omega_{k,1} + m_1 & \xi^1 \end{array} \right) e^{i\omega_{k,1}t},$$

$$u_{k,2}^1(t) = A_2 \left(\begin{array}{c} \xi^1 \\ \bar{\sigma} \cdot \vec{k} \\ \omega_{k,2} + m_2 \end{array} \right) e^{-i\omega_{k,2}t}$$

$$\xi_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \xi_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad A_i \equiv \left(\frac{\omega_{k,j} + m_i}{2\omega_{k,j}} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad i=1,2, \quad r=1,2$$

$$v_{-k,1}^{1 \dagger}(t) u_{k,2}^1(t) = A_1 \left(\begin{array}{cc} -\bar{\sigma} \cdot \vec{k} & \\ \omega_{k,1} + m_1 & (1 \ 0) \end{array} \right) A_2 \left(\begin{array}{c} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \\ \bar{\sigma} \cdot \vec{k} \\ \omega_{k,2} + m_2 \end{array} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right)$$

$$u^{r \dagger}_{k,j} = A_1 \left(\frac{\xi^r}{\bar{\sigma} \bar{k}} \right) e^{i\omega_{k,j} t}, u^{1 \dagger}_{k,2} = A_2 \left((1 \ 0) \frac{\bar{\sigma} \bar{k}}{\omega_{k,2} + m_2} (1 \ 0) \right)$$

$$u^{1 \dagger}_{k,2} = A_2 \left((1 \ 0) \frac{\bar{\sigma} \bar{k}}{\omega_{k,2} + m_2} (1 \ 0) \right), u^{1}_{k,1} = A_1 \left(\frac{\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}}{\bar{\sigma} \bar{k}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right)$$

$$|U_k| = u^{1 \dagger}_{k,2} u^{1}_{k,1} = A_2 \left((1 \ 0) \frac{\bar{\sigma} \bar{k}}{\omega_{k,2} + m_2} (1 \ 0) \right) A_1 \left(\frac{\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}}{\bar{\sigma} \bar{k}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right)$$

Şeklinde tanımlayarak genlikleri aşağıdaki gibi bulabiliriz.

$$|V_k| = \bar{v}^{-1}_{-k,1} u^1_{k,2} = -\bar{v}^{-2}_{-k,1} u^2_{k,2} = A_1 A_2 \left(\frac{-k}{\omega_{k,1} + m_1} + \frac{k}{\omega_{k,2} + m_2} \right)$$

$$|U_k| \equiv u^{r \dagger}_{k,2} u^r_{k,1} = u^{r \dagger}_{k,1} u^r_{k,1} = A_1 A_2 \left(1 + \frac{k^2}{(\omega_{k,1} + m_1)(\omega_{k,2} + m_2)} \right)$$

$|U_k|$ ve $|V_k|$ genliklerini elde etmiş oluruz.

Ek 2. Ellilik ve Helisite

Ellilik ve helisite çoğunlukla birbiri yerine kullanılan ve karışıklığa sebep olan kavramlardır.

Ellilik ve helisite kütsesiz parçacıklar için özdeş, ışık hızına yakın hızlarda hareket eden kütleli parçacıklar için ise hemen hemen özdeştir. Ellilik kavramı zayıf kuvvet ile etkileşen parçacık durumlarını tanımlamada ve Dirac ve Majorana nötrinoları arasındaki temel farkları açıklamada önemlidir.

Helisite, parçacığın spininin parçacığın hareketi doğrultusu boyunca izdüşümüdür. Spinin hareket doğrultusu boyunca oluşu sağ-helisite, ve spinin hareket doğrultusuna zıt oluşu sol-helisite olarak adlandırılır.

Kütleli parçacıklar için helisite görelî bir nicelik değildir. Eğer nötrinolar kütleli ise helisiteleri gözlem çerçevesine göre değişebilir. Sol-helisiteli kütleli bir nötrino, ışık hızına yakın hızlarda hareket eden gözlem çerçevesinden bakıldığında sağ-helisiteli görülür.

Ellilik ise, parçacık spin durumu için görelî bir niceliktir. $Spin-1/2$ parçacıkları için iki ellilik durumu vardır, sol-elli ve sağ-elli. Kütleli veya kütsesiz bir parçacık sol-elli ve sağ-elli iki bağımsız bileşene ayrılabilir ve gözlem çerçevesine göre değişmez.

Ellilik, serbest bir parçacık için hareket sabiti olmadığından uzay boyunca hareket eden $Spin-1/2$ parçacık, helisitesini değiştirmeksizin elliliğini değiştirebilir. Yani ellilik doğrudan ölçülebilen bir nitelik değildir.

Ellilik nötrino kütsesini tartışmak için önemli bir kavramdır. $Spin-1/2$ parçacıklarına sıfırdan farklı kütle veren herhangi bir etkileşme farklı elli parçacıkları birleştirmelidir. Yani etkileşme elliliği bilinen bir parçacığı yok ederken onun zıt elli parçacığını yaratmalıdır. Böylece kütleli parçacıklar hareket ederken sol-elli ve sağ-elli durumları arasında geçiş yapabilir. Kütsesiz bir parçacık ise böyle bir dönüşüme uğramadan ellilik ve helisitesini koruyarak hareketini sürdürür.

Ek 3. Bozon Karışımlarında Kütle ve Çeşni Durumu Arasındaki Diklik

${}_{1,2}\langle 0|0(\theta,t)\rangle_{A,B}$ hesaplamak için; KAT çerçevesinde

$|0(\theta,t)\rangle_{A,B} = e^{iHt}|0(\theta,0)\rangle_{A,B}$ gibidir ve

$H = \sum_{i=1}^2 \sum_k \omega_{k,i} (a^\dagger_{k,i} a_{k,i} + b^\dagger_{-k,i} b_{-k,i})$ olarak alındığında;

böylece $t=0$ aldığımızda ${}_{1,2}\langle 0|0(\theta,t)\rangle_{A,B} = {}_{1,2}\langle 0|0(\theta,0)\rangle_{A,B}$ olduğunu görebiliriz.

${}_{1,2}\langle 0|0(t)\rangle_{A,B} = \prod_k {}_{1,2}\langle 0|G_{k,\theta}^{-1}(t)|0\rangle_{1,2}$ şeklinde yazabiliriz.

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\theta} f_0^k(\theta) &= |V_k|_{1,2} \langle 0| (b_{-k,1} a_{k,2} + b_{-k,2} a_{k,1}) G_{k,\theta}^{-1} |0\rangle_{1,2} \\ &= -|V_k|_{1,2} \langle 0| G_{k,\theta}^{-1} (a^\dagger_{k,2} b^\dagger_{-k,1} + a^\dagger_{k,1} b^\dagger_{-k,2}) |0\rangle_{1,2} \end{aligned}$$

$t=0$ olduğunda $|V_k| = V_k(0)$ olur.

$$\begin{aligned} (b_{-k,1} a_{k,2} + b_{-k,2} a_{k,1}) G_{k,\theta}^{-1} &= G_{k,\theta}^{-1} G_{k,-\theta}^{-1} (b_{-k,1} a_{k,2} + b_{-k,2} a_{k,1}) G_{k,-\theta} \\ &= G_{k,\theta}^{-1} (b_{-k,A}(-\theta) a_{k,B}(-\theta) + b_{-k,B}(-\theta) a_{k,A}(-\theta)) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\theta} f_0^k(\theta) &= -2|V_k|^2 \cos\theta \sin\theta_0^k(\theta) \\ &+ \sin^2\theta |V_k|^3 |V_k|_{1,2} \langle 0| G_{k,\theta}^{-1} (a^\dagger_{k,2} b^\dagger_{-k,1} + a^\dagger_{k,1} b^\dagger_{-k,2}) |0\rangle_{1,2} \\ &= -2|V_k|^2 \cos\theta \sin\theta_0^k(\theta) - \sin^2\theta |V_k|^2 \frac{d}{d\theta} f_0^k(\theta) \end{aligned}$$

$$\frac{d}{d\theta} f_0^k(\theta) = -\frac{2|V_k|^2 \cos\theta \sin\theta}{1 + \sin^2\theta |V_k|^2} f_0^k(\theta)$$

Bu denklemden de; $f_0^k(\theta) = \frac{1}{1 + \sin^2 \theta |V_k|^2}$ olarak bulunur.

www.kocaeli.edu.tr

ÖZGEÇMİŞ

1975 yılında Balıkesir'in Bigadiç ilçesinde doğdu. Ortaöğrenimini Bigadiç'te tamamladı. 1992 yılında Balıkesir Üniversitesi Necatibey Eğitim Fakültesi Fizik Öğretmenliği Bölümüne girdi. 1996 yılında mezun oldu.

1997 yılında Balıkesir Üniversitesi Fen-Edebiyat Fakültesine araştırma görevlisi olarak atandı. Halen Ankara Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsünde görevine devam etmektedir.

ÖZGEÇMİŞİN KURULU
DOKÜMANIYON MERKEZİ