

**ANKARA ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

**BOSE-EINSTEIN YOĞUŞMASINA BİR YOĞUNLUK FONKSİYONELLERİ
KURAMI YAKLAŞIMI**

Cahit DEDE

FİZİK ANABİLİM DALI

**ANKARA
2008**

Her hakkı saklıdır

TEZ ONAYI

Cahit DEDE tarafından hazırlanan “**Bose-Einstein Yoğuşmasına Bir Yoğunluk Fonksiyonelleri Kuramı Yaklaşımı**” adlı tez çalışması 14.03.2008 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından oy birliği ile Ankara Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Fizik Anabilim Dalı’nda **YÜKSEK LİSANS TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

Danışman : Prof. Dr. Abdullah VERÇİN

Jüri Üyeleri:

Başkan : Prof. Dr. Metin ÖNDER

Hacettepe Üniversitesi, Fizik Mühendisliği A.B.D

Üye : Prof. Dr. Abdullah VERÇİN

Ankara Üniversitesi, Fizik A.B.D

Üye : Prof. Dr. Bekir Sıtkı KANDEMİR

Ankara Üniversitesi, Fizik A.B.D

Yukarıdaki sonucu onaylarım.

Prof. Dr. Orhan ATAKOL

Enstitü Müdürü

ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

BOSE-EINSTEIN YOĞUŞMASINA BİR YOĞUNLUK FONKSİYONELLERİ KURAMI YAKLAŞIMI

Cahit DEDE

Ankara Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Fizik Anabilim Dalı

Danışman: Prof. Dr. Abdullah VERÇİN

Bu çalışmada, yoğunluk fonksiyonelleri kuramı kullanılarak Bose-Einstein Yoğuşması olayı incelenmiştir. Önce Bose-Einstein yoğuşmasının tanıtıldığı çalışmada, hem ideal hem de etkileşen bozon gazlarının taban durum özelliklerinin incelenmesi için kullanılan yaklaşımlar sunulmuştur. Son yıllarda özellikle deneysel çalışmalarda güncel olan bozon-fermiyon karışımlarının fiziksel özelliklerinin incelenmesinde yoğunluk fonksiyonelleri kuramının nasıl kullanılabileceği tartışılmış ve bozon-fermiyon karışımlarının taban durum özelliklerinin hesaplanmasına imkan verecek Kohn-Sham denklemlerine benzer bir denklem takımı oluşturulmuştur. Bu denklemler sayısal olarak çözülmüş ve son bölümde elde edilen sonuçlar tartışılmıştır.

Mart 2008, 55 sayfa

Anahtar Kelimeler: Bose-Einstein Yoğuşması (BEC), Yoğunluk Fonksiyonelleri Teorisi (DFT), Bozon-Fermiyon Karışımları

ABSTRACT

Master Thesis

A DENSITY FUNCTIONAL THEORY APPROACH TO THE BOSE-EINSTEIN CONDENSATION

Cahit DEDE

Ankara University
Graduate School of Natural and Applied Sciences
Department of Physics

Supervisor: Prof. Dr. Abdullah VERÇİN

In this study, density functional theory is employed to investigate the Bose-Einstein condensation phenomena. First we give a brief description and history of the Bose-Einstein Condensation. Then we discuss the methods employed to obtain the ground state properties of both ideal and interacting bose gases. We present a possible method for the application of the density functional theory to investigate the ground state properties of boson-fermion mixtures, which is a popular subject of recent experimental studies. A Kohn-Sham like coupled set of differential equations were obtained for these systems. We numerically solve these set of differential equations and discuss the results obtained.

March 2008, 55 Pages

Key Words: Bose-Einstein Condensation (BEC), Density Functional Theory (DFT), Boson-Fermion Mixtures

TEŞEKKÜR

Tez konusunun belirlenmesinde ve alışmalarımın yrtlmesinde beni ynlendiren, araştırmalarımın her aşamasında neri ve desteğini hi esirgemeyen, engin bilgi ve becerilerinden sonsuz yararlanma şansı vererek bu aşamaya gelmemde büyük pay sahibi olan saygıdeğer danışman hocam Prof. Dr. Abdullah VERÇİN'e ve çalışmalarım süresince bilimsel rehberliği ile ilk günden itibaren hem bir hoca hem de bir arkadaş olarak destek olan, maddi manevi yardım ve fedakarlığı gösteren, Selçuk Üniversitesi Fizik Anabilim Dalı ğretim yesi saygıdeğer hocam Prof. Dr. Ülfet ATAV'a en içten duygularla teőekkürü bir borç bilirim.

Yüksek Lisans çalışmam boyunca her an yanımda olan, beni her zaman destekleyen eşim Dr. Nesrin DOğAN DEDE'ye ve oğlum Arda DEDE'ye sonsuz teőekkürlerimi sunarım.

Son olarak çalışmalarım boyunca yardımlarını esirgemeyen tüm arkadaşlarıma en derin duygularla teşekkür ederim.

Cahit DEDE

Ankara, Mart 2008

İÇİNDEKİLER

ÖZET.....	i
ABSTRACT	ii
TEŞEKKÜR	iii
SİMGELER DİZİNİ	v
ŞEKİLLER DİZİNİ	vi
1. GİRİŞ	1
1.1 Bose-Einstein Yoğuşması (BEC) Nedir?	2
1.2 Bose-Einstein Yoğuşmasının Tarihçesi	6
2. BOSE-EINSTEIN YOĞUŞMASI İLE İLGİLİ DENEYSEL ÇALIŞMALAR	9
2.1 Düşük Sıcaklıklarda Yapılan Çalışmalar	9
2.2 Lazerle Soğutma.....	12
2.3 Bose-Einstein Yoğuşmasının Deneysel Olarak Gözlenmesi	16
3. ETKİLEŞMEYEN BOZON GAZLARI	22
3.1 Geçiş Sıcaklığı (T_c).....	22
3.2 Yoğuşma Oranı	24
3.3 Yoğunluk Profili	25
3.4 Yarı Klasik Dağılım	29
4. ETKİLEŞEN BOZON GAZLARI: YOĞUŞMUŞ DURUMUN TEORİSİ	33
4.1 Gross-Pitaevskii Denklemi	33
4.2 Tuzaklanmış Bozonlar İçin Temel Durum	36
4.3 Thomas-Fermi Yaklaşımı.....	38
5. TUZAKLANMIŞ BOZON-FERMİYON KARIŞIMLARI.....	42
5.1 Bozon-Fermiyon Karışımları İçin DFT	43
6. SONUÇLAR VE TARTIŞMA	49
KAYNAKLAR	53
ÖZGEÇMİŞ.....	56

SİMGELER DİZİNİ

BCS	Bardeen-Cooper-Schrieffer
BE	Bose-Einstein
BEC	Bose-Einstein Yoğuşumu
BF	Bose-Fermi
DFT	Yoğunluk Fonksiyonelleri Teorisi
FD	Fermi-Dirac
GP	Gross-Pitaevskii
LDA	Yerel Yoğunluk Yaklaşımı
TF	Thomas-Fermi
TFA	Thomas-Fermi Yaklaşımı
XC	Exchange-Correlation

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 2.1	Bozonların manyetik olarak tuzaklanmasında kullanılan deneysel düzeneğin şematik gösterimi.....	16
Şekil 2.2	Bozonların manyetik olarak tuzaklanmasında kullanılan deneysel düzeneğin fotoğrafı	17
Şekil 2.3	BEC deneyleri için kullanılan düzeneğin fotoğrafı	18
Şekil 2.4	1995 yılında rubidyum atomlarının yoğunlaşması deneyinden yayılma metoduyla elde edilen hız dağılımının gösterimi.....	20
Şekil 2.5	Bose-Einstein yoğunlaşmasının gösterimi	21
Şekil 2.6	Şekil 2.5'teki Bose-Einstein yoğunlaşması gösteriminin üstten görünümü	21
Şekil 3.1	İzotropik bir tuzaktaki yoğunlaşmamış parçacıkların denklem (3.33) te verilen sürekli dağılımı.	32
Şekil 4.1	Boyutsuz Na/a_{ho} parametresinin bir fonksiyonu olarak izotropik harmonik bir tuzak için parçacık başına enerjinin varyasyonel yaklaşım ile tahmini	39
Şekil 4.2	İzotropik harmonik osilatör potansiyeli için Gaussian varyasyonel yaklaşımı ve Thomas-Fermi yaklaşımı kullanılarak bulunan temel durum dalga fonksiyonları	41
Şekil 6.1	$\eta_m = 1$ ve $\eta_a = 1$ olmak üzere tuzak içerisinde 10000 bozon varken değişik fermiyon sayıları için bulunan fermiyon (üst) ve bozon (alt) dağılımları	49
Şekil 6.2	Tuzak içerisinde 10000 bozon ve 10000 fermiyon varken, kütleler oranı $\eta_m = 0.2$ için çeşitli η_a değerlerine karşılık gelen bozon ve fermiyon dağılımları	50
Şekil 6.3	Tuzak içerisinde 10000 bozon ve 10000 fermiyon varken, kütleler oranı $\eta_m = 1.0$ için çeşitli η_a değerlerine karşılık gelen bozon ve fermiyon dağılımları	51
Şekil 6.4	Tuzak içerisinde 10000 bozon ve 10000 fermiyon varken, kütleler oranı $\eta_m = 5.0$ için çeşitli η_a değerlerine karşılık gelen bozon ve fermiyon dağılımları	52

1. GİRİŞ

Bose-Einstein yoğuşmasının, ilk olarak 1996'da bildirilen ve daha sonra hızla artan deneysel gözlemleriyle birlikte Bose-Einstein yoğuşması özellikle son on yıldır hem deneysel hem de teorik açıdan son derece aktif bir araştırma alanı haline gelmiştir. Bir anlamda kuantum süreçlerinin makroskopik bir gözlemi olarak değerlendirilebilecek olan Bose-Einstein yoğuşmasının hem bilimsel alanda hem de teknoloji uygulamalarında oldukça önemli gelişmelere bir taban oluşturacağı umulmaktadır. Bu çalışmada, Bose-Einstein yoğuşmasına uğramış sistemlerin çeşitli fiziksel özelliklerinin hesaplanması amacıyla, özdeş çok parçacık sistemlerinin incelenmesinde oldukça etkili bir yöntem olan yoğunluk fonksiyonelleri kuramı kullanılacaktır.

Bu amaçla önce, Bose-Einstein yoğuşması tanıtılarak kısaca Bose-Einstein yoğuşmasının tarihçesi verilecek ve Bose-Einstein istatistiği ile Bose dağılımı sunulacaktır. Bunun arkasından, deneysel olarak Bose-Einstein yoğuşmasının elde edilmesi çalışmalarında kullanılan yöntemlerin temel prensipleri ve uygulanma şekilleri sunulacak ve kullanılan araçlar kısaca tanıtılacaktır.

Üçüncü bölümde ideal bir bozon gazının düşük sıcaklıklardaki davranışı ve termodinamik özellikleri ele alınacak, yoğuşmanın gözlenmeye başladığı kritik sıcaklık civarında gazın davranışı incelenecektir. Daha sonra, parçacıklar arası etkileşimlerin de göz önüne alındığı durumda zayıf etkileşimli seyrek sistemlerde yoğuşmanın yapısını ve dağılımını tanımlayan Gross-Pitaevskii denklemi verilecektir. Gross-Pitaevskii denklemi, Gross (1961) ve Pitaevskii (1961) tarafından ayrı ayrı ve farklı yaklaşımlarla elde edilmiştir. Gross-Pitaevskii denklemi sadece seyrek gazlar için geçerli olduğundan bu teorinin daha yoğun gazlara nasıl genişletilebileceği de tartışılacaktır. Son bölümde, yoğunluk fonksiyonelleri kuramı kullanılarak Bozon-Fermiyon karışımlarının incelenbilmesine olanak sağlayacak olan Kohn-Sham denklemlerine benzer denklemler takımı türetilerek bu denklemlerin Bozon-Fermiyon karışımlarının özelliklerini incelemek üzere nasıl kullanılabileceği de ele alınacaktır.

1.1 Bose-Einstein Yoğuşması (BEC) Nedir?

Bose-Einstein yoğuşmasının fiziğini anlamak için klasik ve kuantum gazlarının fiziksel davranışlarına yakından bakmak gereklidir. Bilindiği gibi gaz, basit anlamda, uzayda serbestçe hareket edebilen molekül veya atomik parçacıklardan oluşur. Gazlar klasik ve kuantum gazları olarak iki sınıfta incelenebilir. Yeterince yüksek sıcaklıklarda tüm gazların davranışı klasik olarak tanımlanabilir.

Bir gazı oluşturan moleküller arasındaki ortalama mesafe göreceli olarak büyüktür ve yalnızca zayıf etkileşirler. Herhangi bir anda bu molekül topluluğunun yalnızca çok küçük bir parçası çarpışmalar yoluyla birbirleriyle güçlü etkileşimlere girerler. Normal şartlar altında moleküller arasındaki ortalama uzaklık 30 \AA mertebesindedir bu da bir molekülün çapının 10 katı kadardır.

Moleküller arası kuvvetler zayıf *Van der Waals* kuvvetleridir. Herhangi bir anda bu moleküller birbirlerinden molekül çaplarından daha büyük mesafelere uzaklaştırıldığı anda bu etkileşimin büyüklüğü, moleküllerin aralarındaki uzaklığın altıncı kuvvetiyle hızlı bir şekilde düşer. Yeterince düşük yoğunluklarda ise gaz molekülleri birbirleriyle oldukça zayıf etkileşirler.

Moleküller arası etkileşimin potansiyel enerjisi, moleküler hareketin kinetik enerjisi yanında ihmal edilebilecek kadar küçük olduğu durumda sistem *ideal gaz* olarak adlandırılır. Yeterince yüksek sıcaklıklarda böyle bir gazı temsil eden bölüşüm fonksiyonu ve dolayısıyla gazın serbest enerjisi, Maxwell-Boltzmann istatistiği olarak da bilinen, klasik istatistik mekaniğe uygun olarak elde edilebilir.

Yeterince yüksek sıcaklıklarda tüm gazların davranışı klasik olarak tanımlanabilir. Klasik gazlarda kuantum etkileşimlerinin olmadığı kabul edilir. Ancak, düşük sıcaklıklara doğru gidildiğinde, parçacıkların ayırt edilemezliğinden kaynaklanan kuantum etkileri ortaya çıkmaya başlar. Temelde bu klasik limiti belirleyen

parçacıkların $\lambda_r = \sqrt{\frac{2\pi\hbar^2}{m k T}}$ ifadesi ile verilen termal *de Broglie* dalga boyudur. Burada

h Planck sabiti, k Boltzmann sabiti ve m parçacıkların kütlesidir. Görüldüğü gibi T sıcaklığı azalırken λ_T artar. Termal *de Broglie* dalga boyu ile parçacıklar arası mesafe aynı mertebede olduğu zaman kuantum etkileri ortaya çıkmaya başlar. Bu etkilerin belirgin olmaya başladığı klasik kuantum geçişinin sınırı, ρ parçacık sayısı yoğunluğu olmak üzere, $\rho\lambda_T^3 \ll 1$ şeklinde ifade edilebilir.

Klasik limitin geçerli olabilmesi için kuantum mekaniğine göre momentumu p olan bir parçacığa eşlik eden *de Broglie* dalga boyu λ_T moleküller arası ortalama serbest yolla karşılaştırıldığında mutlaka küçük olmalıdır. Eğer moleküller arası mesafe çok büyük ise parçacıkların *de Broglie* dalgaları yeterli ölçüde girişim yapamazlar. Bu tip parçacıklar Newton mekaniğine uyarlar. Fakat parçacıkların *de Broglie* dalga boyları moleküller arası ortalama serbest yola yakın veya eşit büyüklükteyse bu dalgalar arasında girişim ortaya çıkar ve bu limit aşıldığında kuantum etkileri önem kazanır. Gazı oluşturan parçacıklar arasında, örneğin bir metalin serbest elektronları veya sıvı Helyum atomlarının birbirleriyle etkileşmelerinde olduğu gibi, kuantum etkileri baskın hale geliyorsa bu tür gazlar kuantum gazları olarak bilinir.

Kuantum etkilerinin baskın olduğu bir gazın fiziksel davranışını anlayabilmek için kuantum istatistiği bakış açısından girilebilir durumların sayısını ve özelliklerini bilmek gereklidir. Bilindiği gibi kuantum mekaniksel açıdan bakıldığında birbirinden ayırt edilemeyen parçacıkların bulunduğu çok parçacıklı bir sistemin toplam dalga fonksiyonu, parçacıkların yer değiştirmesine göre ya simetrik ya da antisimetrik olmalıdır. Parçacıkların dalga fonksiyonunun simetrik ya da antisimetrik olmasını parçacığın sahip olduğu spin belirler. Dalga fonksiyonu antisimetrik olan parçacıklar bir seviyede en fazla tek bir parçacık olacak şekilde yerleşebilirler. Spini $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{5}{2}$ gibi buçuklu olan parçacıklar bu kurala uyarlar ve *fermiyon* olarak adlandırılırlar. Fermiyonlar Pauli dışarlama ilkesine göre aynı kuantum düzeyinde bulunamazlar. Bu sınıftaki parçacıkların istatistiksel davranışı ile ilgili teori Fermi ve ondan bağımsız olarak Dirac tarafından geliştirilmiştir ve Fermi-Dirac (FD) istatistiği olarak bilinir. Elektron, pozitron, proton ve nötron bu sınıftaki bazı parçacıklardır. Öte yandan, dalga fonksiyonu simetrik olan parçacıklar aynı seviyede çok sayıda parçacık olacak şekilde

yerleşebilirler. Spini 0, 1, 2 gibi tam sayı olan parçacıklar bu kurala uyarlar ve *bozon* olarak adlandırılırlar. Bozonların istatistiksel davranışları Bose ve Einstein tarafından incelenmiştir ve Bose-Einstein (BE) istatistiği olarak adlandırılır. Örneğin π ve K mezonu, foton ve fonon bu sınıfa dahildir.

Şimdi yoğuşma (condensation) olayının nasıl meydana geldiğini göstermek için kütlesi sıfırdan farklı bir bozon gazının fiziksel davranışını ele alacağız. Bir bozon gazı, toplam spini bir tam sayıya eşit olan atomlardan oluşmuştur. Bozonlar, fermiyonların tersine Pauli dışarlama ilkesine uymazlar. Bu çok çarpıcı bir durumdur ve önemli fiziksel sonuçlara yol açmaktadır. Bu durumu anlamak için bozon gazının düşük sıcaklıklardaki davranışına yakından bakmak gereklidir. Bir bozon gazı içerisinde ϵ_i enerjili seviyede bulunan bozonların sayısını (n_i) veren dağılım fonksiyonu,

$$n_i = \frac{1}{e^{\beta(\epsilon_i - \mu)} - 1} \quad (1.1)$$

bağıntısıyla verilir. Burada μ sistemin kimyasal potansiyelidir. Sistemdeki tüm parçacıkların sayısı ise,

$$N = \sum \frac{1}{e^{\beta(\epsilon_i - \mu)} - 1} \quad (1.2)$$

şeklindedir. Serbest bir gaz için enerji durumları yoğunluğu ise,

$$g(\epsilon)d\epsilon = \frac{V 2\pi (2m)^{3/2}}{h^3} \epsilon^{3/2} d\epsilon \quad (1.3)$$

olur. (1.2) bağıntısının integral formunu dikkate alarak (1.3) bağıntısını yeniden yazarsak toplam parçacık sayısını,

$$N = \frac{V 2\pi (2m)^{3/2}}{h^3} \int_0^{\infty} \frac{\epsilon^{3/2} d\epsilon}{e^{\beta(\epsilon - \mu)} - 1} \quad (1.4)$$

elde ederiz. (1.4) bağıntısı sıcaklık değiştiğinde parçacık yoğunluğunun sabit kalacağını ifade eder. Fakat sıcaklık düşürüldüğünde (1.4) bağıntısının sağ tarafının sabit kalabilmesi, yani parçacık sayısının korunabilmesi için kimyasal potansiyelin sıcaklıkla artması gerekir. Sıcaklık düşerken μ daima artar ancak $|\mu|$ küçülür. Öyleki, μ artarken belli bir kritik sıcaklıkta sıfır olması gerekir. Dolayısıyla, bahsedilen kritik sıcaklık T_c , $\mu = 0$ durumunda (1.4) bağıntısındaki integral ile tanımlanır. Bu kritik sıcaklığın altına inildiğinde Bose-Einstein dağılımına göre üst seviyelere yerleşemeyen bütün bozonlar en düşük seviyeye toplanırlar. Bu durum düşük sıcaklıklarda bozon gazının hal değiştireceğine (faz geçişi) açıkça işaret eder. Ancak kritik sıcaklığın altındaki durumlarda (1.4) bağıntısı taban durumunda bulunan parçacıkların sayısını yansıtmaz.

Gerçekte, kritik sıcaklığın üstündeki sıcaklıklarda taban enerji durumundaki, yani enerjisi ve momentumu sıfır olan parçacıkların sayısı,

$$N_0 = \frac{1}{e^{-\beta\mu} - 1} \quad (1.5)$$

kadarken diğer enerji seviyelerinde bulunan parçacıkların sayısı ise

$$N_{\epsilon>0} = V \frac{2\pi(2m)^{3/2}}{h^3} \int_0^{\infty} \frac{\epsilon^{1/2} d\epsilon}{e^{\beta(\epsilon-\mu)} - 1} \quad (1.6)$$

şeklinindedir. Sonuç olarak toplam parçacık sayısı (1.5) ve (1.6) nın toplamı ile

$$N = \frac{1}{e^{-\beta\mu} - 1} + \frac{V2\pi(2m)^{3/2}}{h^3} \int_0^{\infty} \frac{\epsilon^{1/2} d\epsilon}{e^{\beta(\epsilon-\mu)} - 1} \quad (1.7)$$

şeklinde verilir.

Bozon gazları için T_c kritik sıcaklığının üstünde, integral taban durumundaki parçacıkların sayısını da içerir ve kimyasal potansiyel (1.4) bağıntısında verildiği gibidir. Fakat kritik T_c sıcaklığının altında kimyasal potansiyel sıfıra gider. Kritik sıcaklığın altında enerjisi sıfırdan farklı parçacıkların sayısı (1.6) bağıntısından $\mu = 0$ seçilerek integral hesaplandığında,

$$N_{\varepsilon>0} = N \left(\frac{T}{T_c} \right)^{3/2} \quad (1.8)$$

elde edilir. Sonuç olarak $N_{\varepsilon>0} / N$ oranı toplam parçacık sayısı içinde enerjisi $\varepsilon > 0$ olanların kesrini verirken kalan parçacıkların,

$$\frac{N_0}{N} = 1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^{3/2} \quad (1.9)$$

kesri de, en düşük enerjili duruma yerleşmiş olan, enerjisi ve momentumu sıfır olan parçacıkların kesrini verir. Kritik sıcaklığın üstünde taban durumundaki parçacıkların sayısı ihmal edilirken sıcaklık geçiş sıcaklığının altına düşürüldüğünde parçacık sayısı çok hızla büyür. Taban enerjisine ulaşan parçacıkların enerjileri ve momentumları sıfır olur. Böylece faz geçişi gerçekleşmiş olur. Bu şekilde parçacıkların taban enerji durumunda toplanmasına *Bose-Einstein Yoğuşması* adı verilir. Bozon gazının yoğuşması klasik bir buharın yoğuşmasından oldukça farklıdır. Ancak, buhar ile bozon gazının yoğuşması arasında bazı benzerlikler de vardır. Örneğin $T < T_c$ de BE gazının basıncı doymuş buhar basıncında olduğu gibi hacmine değil sıcaklığına bağlıdır. Yoğuşmanın en önemli fiziksel sonucu, sistemde bulunan tüm bozonların aynı taban enerji durumuna ulaşarak tek bir parçacık gibi davranması şeklinde özetlenebilir. Oysa fermiyonların aynı kuantum durumunda bulunmaları Pauli dışarlama ilkesine göre olanaksızdır, fermiyonlar bu özelliklerini düşük sıcaklıklarda da korumaktadırlar.

1.2 Bose-Einstein Yoğuşmasının Tarihçesi

Yirminci yüzyılın başında, termal elektromanyetik ışımının kuantum doğası en çok ilgi çeken konulardan birisiydi. Bu konu Max Planck'ın ısıtılan cisimlerden yayılan radyasyonun spektral dağılımının, yalnızca yayılan radyasyonun enerjisinin ayrık enerji durumuyla açıklanabileceği şeklindeki keşfiyle ateşlenmişti. Planck'ın bu düşüncesi Einstein'ı yayılan ışımaya enerjisinin daha sonraları *foton* adı verilecek kuantumlu enerji paketleri şeklinde olması gerektiği fikrine götürmüştü.

1924 yılında Hintli fizikçi S.N. Bose, klasik elektrodinamik sonuçlara hiç başvurmadan tamamıyla istatistik tartışmalar kullanarak fotonlar için Planck dağılım yasasının türetilbileceğini gösterdiği bir makale yolladı. Einstein bu makalenin önemini hemen kavradı ve makaleyi Almancaya çevirerek onun yayınlanmasını sağladı. Hemen sonra kendisi de bu konu üzerinde çalışarak bozonların kuantum teorisini geliştirdiği iki ayrı makale yayınladı. Bose'un fotonun kütsesiz parçacık olması nedeniyle fark edemediği bir fiziksel durumu Einstein fark etmiş ve birbirleriyle etkileşmeyen bozonların toplam sayılarının korunması şartıyla düşük sıcaklıklarda bir faz geçişi göstermesi gerektiğini vurgulamıştı. Böylece Bose-Einstein istatistiği doğmuş oldu ve bu faz geçişi de Bose-Einstein yoğuşması (condensation) olarak adlandırıldı. Ancak çok uzun zaman boyunca hiçbir fiziksel olayın böyle bir davranış ortaya koyacağı bilinmiyordu.

Oysa helyum izotopunun (He^4) sıvı fazının şaşkırtıcı şekilde süperakışkan olduğu H. Kamerlingh Onnes tarafından 1911 yılında bulunmuştu. Ancak 1938 yılında F. London bu süperakışkanlığın helyum atomlarının bozon karakterinden kaynaklanması gerektiğini ileri sürdü. Bu tez bozon olmayan ve şu an bildiğimiz şekliyle Fermi-Dirac istatistiğine uyan He^3 izotopunun süperakışkan özelliği incelenerek desteklenmek istendi. Fakat yine beklenen olmadı. Her iki izotopun süperakışkan davranışı ile klasik akışkanların fiziksel özellikleri arasında hiçbir ilişki kurulamamıştı.

Süperakışkanların sürtünmesiz bir şekilde akışı ile düşük sıcaklıklarda bazı metallerde gözlenen dirençsiz yük akımı arasında ilişki kuruldu. Metallerde elektrik akımının hiçbir dirençle karşılaşmadan akışı süperiletkenlik olarak adlandırıldı. Ancak süperiletkenlik davranışı çok düşük sıcaklıklarda elde edilebiliyordu. Bardeen *et al.* (1957) şimdilerde süperiletkenliğin BCS teorisi olarak bilinen süperiletkenlik teorisini geliştirdiler. Bu mikroskobik teori, metallerin elektronları arasında etkileşimlerin fononlar aracılığıyla gerçekleştirildiğini varsayıyordu. Aslında Ginzburg ve Landau (1950) yılında zaten böyle bir fenomenolojik teori önermişlerdi. Fakat bu teorinin pratik bir uygulaması bulunamadığından teorinin öneminin anlaşılması için uzun bir sürenin geçmesi gerekmişti.

Normalde elektronlar Fermi-Dirac istatistiğine uyarlar fakat süperiletken geçiş sıcaklığının altında oluşan “Cooper Çiftleri” olarak da bilinen elektron çiftleri bozon parçacıkları gibi davranırlar ve bu durum Bose-Einstein yoğuşmasına benzer bir durumun ortaya çıkmasına yol açarlar. BCS teorisine göre, spinleri ve momentumlarının büyüklükleri eşit fakat yönelimleri zıt iki elektron Frohlich etkileşimi olarak bilinen, fonon etkileşimi aracılığıyla bir sistem oluştururlar. Metalik örgünün bir elektronun hareketine tepki süresinin kısıtlanması yüzünden ve elektron fonon etkileşiminde momentumun korunmasının gerekliliğinden dolayı iletim elektronlarının yalnızca bir bölümü çiftlenme sürecine katılabilirler. Tipik bir süper iletkende bir çift yaklaşık 10^6 adet Cooper çifti ile korelasyon yapar. Bu şekilde çok yoğun üst-üste binme olayı, metal içinde hareket eden diğer elektron çiftleri arasında kuvvetli korelasyonların doğmasına yol açar ve tüm iletim elektronları kollektif olarak hareket ederek süperiletken durumu yaratırlar.

2. BOSE-EINSTEIN YOĞUŞMASI İLE İLGİLİ DENEYSEL ÇALIŞMALAR

2.1 Düşük Sıcaklıklarda Yapılan Çalışmalar

1908 yılında Hollanda'lı fizikçi Heike Kammerligh Onnes -269°C ($4,2\text{ K}$) sıcaklığında helyumu sıvılaştırmayı başarmıştır. O zamana kadar 77 K sıcaklığına sıvı azot kullanılarak ulaşılmıştı. Onnes'in bu başarısından sonra 4 K sıcaklığına inebilmek için sıvı helyum kullanılmaya başlanmıştır. Kinetik teoriden bilindiği gibi atom ve moleküllerin 0 K ($-273,15^{\circ}\text{C}$) sıcaklığında hareketleri, dönme ve ötelenmeleri durur. Bu çok düşük sıcaklıklarda maddeler değişik özellikler göstermeye başlar. Bu özelliklerden ilki Kammerligh Onnes'in 1911 yılında keşfettiği "bazı maddelerin kendine özgü bir sıcaklığın altında dirençlerinin sıfıra düşmesi" yani süperiletkenlik olayıdır. Genelde iyi iletken olmayan bazı iletkenlerin sıvı helyum sıcaklığında süperiletken oldukları gözlenmiştir. Ayrıca çekirdeğinde iki proton ve iki nötronu bulunan He^4 izotopunun oluşturduğu akışkan $2,18\text{ K}$ 'lik bir sıcaklıkta sürtünmesiz akışkanlık (süperakışkanlık) gibi bir özellik gösterir.

Ancak, Bose ve Einstein tarafından öngörülen atomik bozon gazlarındaki faz geçişi çok daha düşük sıcaklıklar gerektirir. Mikrok Kelvin mertebesinde düşük sıcaklıklar gerektiren Bose-Einstein yoğunlaşmasının deneysel olarak açık bir şekilde gerçekleştirilmesi, bu yüzden çok uzun bir zaman almıştır. Peki, bu kadar düşük sıcaklıklara inebilmek için neler yapılabilir?

Bunun için ışık ışınlarından faydalanılır. Işık ışınlarından, daha çok nesnelere ısıtmak için faydalanılır. Lazerler söz konusu olunca metalleri kesmek, kaynak yapmak ya da plazma ısıtmak bilinen uygulamalardan bazılarıdır. Ancak ısıtma özellikleri bizi şaşırtmayan güçlü lazer ışınlarının, evrenin en soğuk gazlarının oluşturulmasında kullanılmaları beklenen bir olay değildir. Bu konudaki ilk çalışmalar, soğutma düşüncesinden çok, spektroskopik çalışmalarda kesinliği artırma hedefine yönelik olarak, atomları yavaşlatmayı amaçlamaktadır.

Işığın mekanik bir etkisinin olabileceği düşüncesi, 17. yüzyıla kadar uzanır. Johannes Kepler 1619'da kuyruklu yıldızların kuyruklarının neden hep güneşe ters yönde uzadığı sorusuna yanıt ararken, ışığın mekanik bir etkisi olabileceğini öne sürmüştür. Işık basıncı kavramına katkılar, 1873'te James Clerk Maxwell ve 1917'de Albert Einstein tarafından sağlanmıştır. Einstein, fotonların atomlar tarafından soğurulması ya da salınması durumunda atomun doğrusal momentumunda değişme olacağını göstermiştir. Foton momentumunun önemli bir rol oynadığı ilk deney, X-ışınlarının elektronlarca saçıldığı Compton Etkisi deneyidir. 1923'te ise, C. T. R. Wilson tarafından, bir gaz odasında elektronların ışık tarafından geriye saçılması gözlenmiştir. Atomların fotonlar tarafından saçılması deneyi ise O. R. Frisch tarafından 1933'te gerçekleştirilmiştir. Frekansı ayarlanabilir boya lazerlerinin 1966'da P. P. Sorokin ve F. P. Schäffer tarafından geliştirilmesiyle ışığın mekanik etkisinin daha derin bir şekilde araştırılması olasılığı doğmuştur. Yüksüz atomlar üzerinde ışığın etkisinin araştırıldığı ilk kuramsal çalışmalar, 1970'te ABD Bell Laboratuvarlarından A. Ashkin, ve Sovyetler Birliği'nden V. Letokhov tarafından yürütülmüştür. Ashkin ve Letokhov lazer ışınlarının odağında atomların tuzaklanmasını önererek, canlı hücrelerin tuzaklandığı ilk "optik cımbızları" yapmışlardır. Ancak gerçek anlamda atomların yavaşlatılmasına ilişkin ilk deneyler Hänsch and Schawlow (1975) tarafından yayımlanan iki sayfalık bir makaleye dayanmaktadır. Bu makalenin, yepyeni bir araştırma alanı açacağını ilk bakışta görmek kolay değildir (Hänsch and Schawlow 1975). Bu makalede, bilgisayar modelleri, karmaşık integraller ya da kısmi diferansiyel denklemler yoktur. Dayandığı iki kaynaktan biri; A. Ashkin tarafından kaleme alınan "Hareket halindeki bir atomun bir elektromanyetik alan içerisinde, saçılma kesit alanlarının kuantum mekaniksel hesaplanması" göz ardı edilirse, matematiksel olarak sadece birkaç satırlık dört işlem vardır. Ancak fiziksel olarak öneri, son derece özgün ve değerlidir. Temel olarak Doppler etkisinin üzerine kurulduğu için, daha sonra bu kurama dayanarak yapılan deneylere "Doppler Soğutması deneyleri" ismi verilmiştir.

Doppler etkisi hemen hemen her gün gözlediğimiz bir etkidir. Sabit bir hızla hareket eden bir motorlu taşıtın sesini, yerdeki bir gözlemci, hareketin yönüne bağlı olarak farklı algılar. Taşıt yaklaşıyorsa ses daha tiz (yüksek frekanslı), uzaklaşıyorsa daha bas

(düşük frekanslı) algılanır. Schawlow'un kurguladığı düzenekte, iki enerji düzeyli bir atom düşünülmektedir. Bu atom, geçiş frekansının biraz altında frekansa ayarlanmış bir lazerle aydınlatılır. Eğer, atomun lazere doğru bir ötelenme hareketi varsa, Doppler etkisinden ötürü, lazer ışınını rezonans frekansına yakın olarak algılar. Bu durumda atom, bir foton ve bu fotonun momentumunu soğurarak uyarılmış üst enerji seviyesine geçer, aynı zamanda da yavaşlamış olur. Elektron kısa bir süre sonra kendiliğinden alt enerji düzeyine geçerken, atomun yaydığı foton herhangi bir yönde hareket edecektir. Dolayısıyla, istatistiksel olarak, yayılan fotonun atoma aktaracağı ortalama ötelenme hızı sıfırdır. Böylece lazer ışını kaynağına doğru belirli bir hızla hareket eden atom yavaşlatılmış olur. Ancak, zıt yönde hareket ediyorsa, yine Doppler etkisinden ötürü rezonanstan uzaklaşır; bu durumda lazer ışınıyla etkileşmez. Atomun iki zıt yönde, bir lazer çiftiyle aydınlatılması sağlandığında, atomların yavaşlaması ve gazın soğuması beklenir; çünkü atom hangi yönde hareket ederse etsin, o yönden gelecek ışın tarafından yavaşlatılmış olur. Hänsch ve Schawlow bu yöntemin sınırını hesapladıklarında iki düzeyli atomda bu alt sınırı $240 \mu K$ ($1 \mu K = 10^{-6} K$) olarak bulmuşlardır. Buradaki zorluk, atom yavaşladıkça Doppler kaymasıyla ulaşılan rezonans koşulundan da uzaklaşmasıdır. Ancak V. Letokhov, "frekans civıltısı" ismini verdiği yöntemle, bu zorluğu aşmıştır. Daha sonraki yıllarda, bu yöntemin, boya lazerlerine göre daha az elektronik kontrol gerektiren diyot lazerleriyle gerçekleştirilmesi de sağlanmıştır.

Maddeyi oluşturan atom ve moleküller çok hareketlidirler. Atom çekirdeklerinin çevresindeki elektronların ışık hızına yakın hareketlerini ve atom-altı parçacıkların hareketleri hiç göz önüne alınmasa bile, tek başına ya da çevresindeki diğer atomlardan uzak ve üzerinde ışık yardımıyla çeşitli ölçümleri hassas bir şekilde yapmaya olanak tanıyan yavaşlıkta bir atom ve moleküller grubu bulmak normal koşullarda mümkün değildir. Oda sıcaklığında hava molekülleri ortalama 4000 km/h hız ile hareket ederler. Bu atom ve moleküller üzerinde spektroskopik gözlemler yapmak, bu hızla hareket ettikleri sürece, çok kesin sonuçlar vermeyecektir. Bu durumda atomları soğutmak gerekir. Ancak atomlar gaz halindeyken soğutulunca önce sıvı, sonra da katı hale geçerler. Oysa Bose-Einstein yoğuşması için atomlar yavaş ve gaz halinde olmalıdırlar; çünkü sıvı ve katılarda atomlar birbirlerine çok fazla yaklaşarak birbirleriyle etkileşirler. Bu durumda çok az gaz atomunun vakuma yerleştirilip, soğutulması gerekir. Ancak bu

koşulda bile, (örneğin $-270\text{ }^{\circ}\text{C}$ 'de) atomların hızları 400 km/h 'den fazladır. Sadece $-273,15\text{ }^{\circ}\text{C}$ 'ye yaklaşıldıkça, yani mutlak sıfır çevresinde atomların hızları dikkate değer ölçüde azalır. Hidrojen atomları için sıcaklık sadece $1\mu\text{K}$ ise, atomlar saniyede 25 cm , ya da saatte 1 km hızla hareket ederler.

2.2 Lazerle Soğutma

Lazer ışığı tek renkli ve eş fazlı milyarlarca fotonun yer aldığı bir ışın demetidir. Bir lazeri sıradan bir ışık kaynağından ayıran en önemli özellik budur. Bir bilardo topu (A), duran bir başka bilardo topu (B) ye çarparsa A yavaşlar hatta kütleleri eşitse durur. B ise hızlanır. Ancak her ikisi de hareketli iken A, B ye çarptıktan sonra gelirkenki hızından daha büyük bir hıza sahip olarak geri yansırsa B yavaşlamış olacaktır. Bu momentum korunumundan ileri gelir. Aynı mantık lazerle atomu yavaşlatmak için kullanılırsa aynı kuantum durumunda bulunan milyarlarca fotonun oluşturduğu lazer ışını soğutulmak istenen atoma gönderildiğinde atomu yavaşlatabilir. Burada ilk koşul, gönderilen fotonların atomlarla etkileşmelerinin ardından geliş enerjilerinden daha büyük enerjiyle geri saçılmış olmalarıdır. Bu yüzden lazer ışığının frekansı yani enerjisi buna göre ayarlanmalıdır. Bu yolla maddeler mutlak sıfırın (0 K) milyarda bir derece üzerine kadar (nanokelvin mertebesine kadar) soğutulabilirler. İkinci koşul ise lazer ışığının frekansının içinden geçeceği maddenin atomlarının enerji düzeyleri arasındaki farkla uyumlu olmasıdır. Böyle olmazsa atomlar bu ışığa tepki vermezler ve fotonlar atomlar tarafından soğurulmadan geçip gider.

Eğer atom, ışına doğru hareket ediyorsa ve ışının atom tarafından soğurulması isteniyorsa, ışının durağan bir atom için gerekli olan frekanstan biraz daha düşük bir frekansa sahip olması gerekir. Uyarıldıktan sonra, yüz milyonda bir saniye gibi bir süre sonunda, bu uyarılmış atom, ışına yapacaktır. Atomun ışımasından sonra, bu foton akışından yeni bir foton tekrar soğurulabilir. Eğer her yönden uygun frekansa sahip fotonlar geliyorsa, atom hangi yöne hareket ederse o yönden gelen fotonlarca yavaşlatma etkisi uygulanacaktır. Deneysel zorlukları aşmak için, SSCB'den V. Letokhov'un "frekans cıvıltısı" yöntemine seçenek olarak, ABD'den "Zeeman yavaşlatıcısı" yöntemi önerilmiştir. Frekans cıvıltısı yönteminde belli atom

grupları hedef alınır, frekans değişmelerinin lazer ışınlarına uygulanmasıyla atomlar gruplar halinde yavaşlatılır. Bunun için frekansları geniş bir aralıkta ayarlanabilen boya lazerleri ve diyot lazerleri kullanılır. Zeeman yavaşlatıcısı yöntemi, ABD Ticaret Bakanlığı Ulusal Standartlar ve Teknoloji Enstitüsü'nden (NIST), Dr. William D. Phillips ve Herold Metcalf tarafından teklif edilmiştir (Metcalf and Phillips 1987). Bu yöntem, atomların hareket yönü boyunca değişen bir sarım manyetik alanının kurulmasına dayanır. Manyetik alana bağlı olarak ortaya çıkan atomun enerji düzeyleri arasındaki açılma, yani Zeeman yarılmaları, soğutma için gerekli olan Doppler kaymasıyla eşlenik olacak şekilde uygulanan manyetik alan ayarlanır.

Bir atomdaki elektronların enerji düzeyleri kuantum kuramına göre yalnızca belli değerler alabilir. Ancak, elektronların kendi iç özellikleri olan spinin alabileceği belirli değerlere bağlı olarak bir elektronun enerji düzeyi, bir manyetik alan içerisinde farklı değerler alabilir. Tek bir enerji düzeyi bir kaç düzeye bölünür, bu olaya Zeeman Yarılmaları ismi verilmiştir. Bu enerji düzeyi kaymaları uygulanan manyetik alanın büyüklüğüne bağlı olarak değişmektedir. Bu yöntem Schawlow ve Hänsch'in ilk yönteminden daha kapsamlı düşünölmüştür. 1985'te, o zamanki ismiyle Ulusal Standartlar Bürosu'nda görevli W. Phillips ve çalışma arkadaşları, Phillips'in, lisansüstü öğrencisiyken Massachusetts Teknoloji Enstitüsü'nde (MIT) hazırlamış olduğu aygıtı uygun hale getirerek, ilk kez atomları manyetik tuzaklarda hapsedmişlerdir. İdeal iki enerji düzeyli bir atomun soğutulabileceği Doppler sınırı hesaplandığında $240 \mu K$ bulunmuştur ki bu sıcaklık Bell Laboratuvarlarında Steven Chu ve arkadaşları tarafından, büyük bir deneysel belirsizlikle de olsa, 1984'te ölçölmüştür. Raporlarında, her biri birbirine dik üç zıt çift lazer ışınının kesiştiği bezelye büyüklüğündeki hacimde ($0,2 \text{ cm}^3$), yüz bin sodyum atomunun, kuramın öngördüğü sınıra yakın, ancak ölçümde büyük belirsizlikler olmak üzere, $200 \mu K$ civarına kadar soğutulduğunu belirtmişlerdir.

NIST grubu daha sonra lazer ışınlarından birinin daha güçlü olması durumunda aynı yönde bir atom grubunun göstermesi beklenen kaymanın gerçekleşmediğini gözlemlemiştir. Ayrıca frekans kaymaları gerekenin birkaç kat altına düştüğünde, etkinin ortadan kalkması gerekirken, sistemin daha etkin olduğu da gözlenmiştir. Grup, atomların sıcaklıklarını, lazerlerin kapatılmasından sonra atomların düşmesinin izlenip

ölçüleceği yöntemle deneyi tekrarladıklarında atomların yerçekimi tarafından, sıcaklığı ölçecek sondaya ulaşmaktan alıkonulduklarını fark etmiştir. Bu aslında atomların sanılandan çok daha fazla yavaşladıkları, dolayısıyla Doppler sınırıyla öngörülenden daha düşük sıcaklıklara ulaşıldığı anlamına gelir. Buradan beklenmedik bir şekilde Doppler sınırının da geçildiği söylenebilir. Phillips ve Chu, sıcaklık ölçmek üzere atomları bulacak sondayı biraz daha aşağı indirdiklerinde sıcaklığı $40 \mu K$ olarak ölçmüşlerdir ve böylece Doppler sınırının aşıldığı kesinleşmiştir. Ancak ilk deneyde atomlar hiçbir zaman sondaya ulaşmamıştır. Çünkü başından beri deneylerin üzerine kurulduğu kuram eksiktir. Ancak bu kuramın çok basit olması ve orijinal sıcaklığın beklenenin 6 kat altında olması, Phillips ve Metcalf'in gruplarını, sıcaklığı üç farklı yöntemle daha ölçmeye ve diğer bilim adamlarından yardım istemeye itmiştir. Yardım istenen bilim adamlarına sonuçlar gönderildiğinde çeşitli tepkiler gelmiştir. Bazı bilim adamları uğraşmaktan vazgeçmişlerdir. Ancak iki bilim adamı laboratuvarlarına girerek deneyi tekrarlamış, sonuçların doğru olduğunu görmüş ve üzerinde çalışmaya başlamışlardır. Açıklama Stanford'daki Steven Chu'nun grubundan ve Fransa'daki Claude Cohen-Tannoudji ve Jean Dalibard grubundan hemen hemen aynı zamanda gelmiştir (Chu 1991 and Cohen-Tannoudji 1990). Gerçekte sodyum atomları Zeeman yarılmasıyla farklı enerji düzeylerine ayrılır; lazer ışınları bu düzeylerdeki enerjiden daha düşük enerjiyle atomları uyarabilir ve yeni soğutma mekanizmalarına yol açabilir. Bunlara, kutuplanma farklılığı soğutması, ya da Phillips'in kendi deneyinde vermiş olduğu şekliyle "Sisiphos Soğutması" adı verilmiştir. Phillips, daha sonra Paris grubuyla ortak çalışmasında, yüksüz sezyum atomları için $2.5 \mu K$ e ulaşıldığını belirtmiştir.

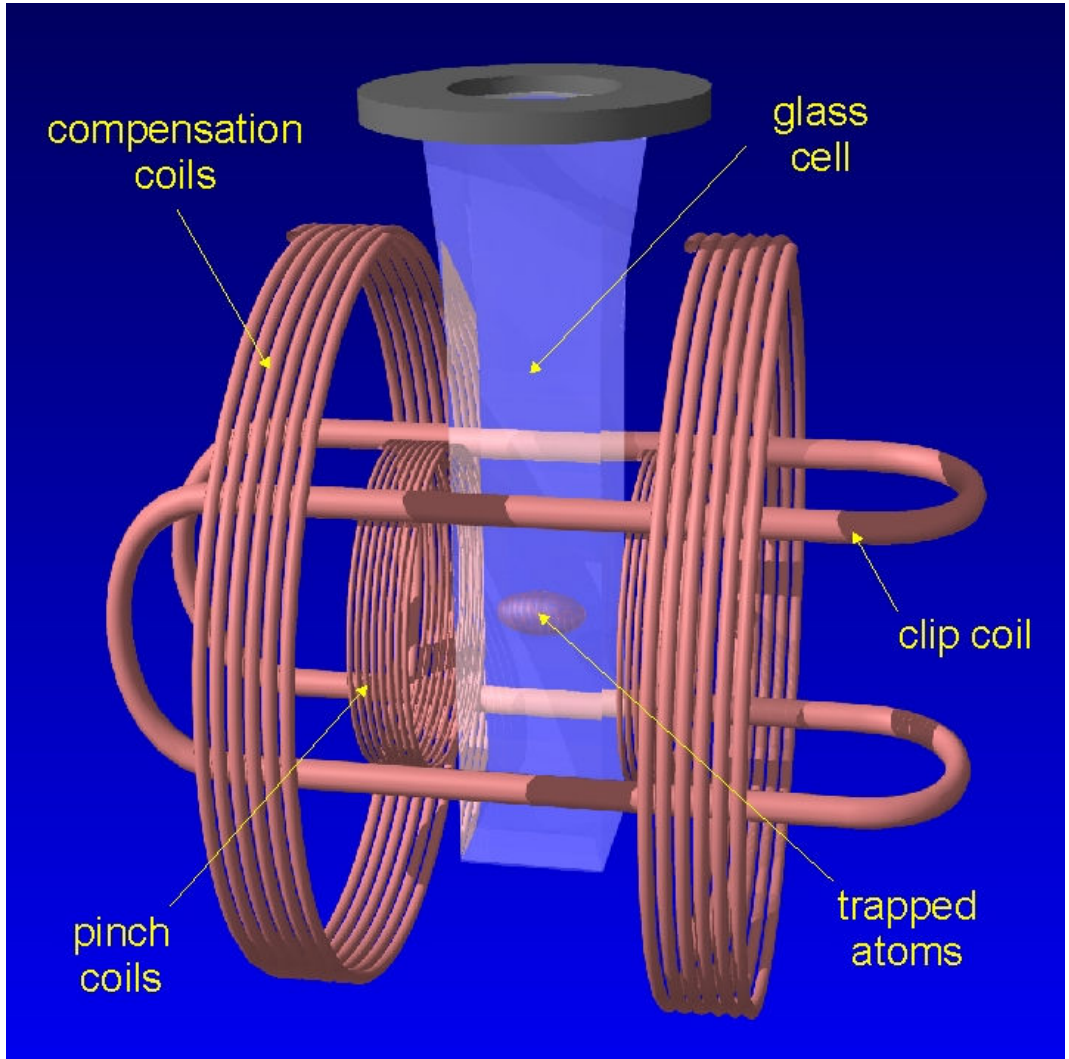
Doppler soğutması mekanizması temelde diğer soğutma mekanizmaları için de geçerli olan, "geri saçılma" sınırına da yol açar. Yani Sisiphos soğutması ve Doppler soğutması ile birlikte işlerken, Doppler soğutması ayrı bir sınır daha koyar. Cohen-Tannoudji ve grubu daha sonra atomik "siyah kuantum durumları"ni kullandıklarında saçılma limitinin, hem Doppler soğutması hem de Sisiphos soğutması için bir sınır oluşturması, en yavaş atomların bile sürekli soğutma ve ışınım durumunda olmasından kaynaklandığını fark etmişlerdir. Bu süreçler, gazda küçük ama ihmal edilmeyecek hızlar kazandırıp, ortamda belirli bir sıcaklık oluşmasına sebep olmaktadır. Daha düşük

sıcaklıklara ulaşabilmek için bir şekilde, en soğuk gazların, optik yavaşlatmaların bu etkisini hissetmemesinin sağlanabilmesi gerekir.

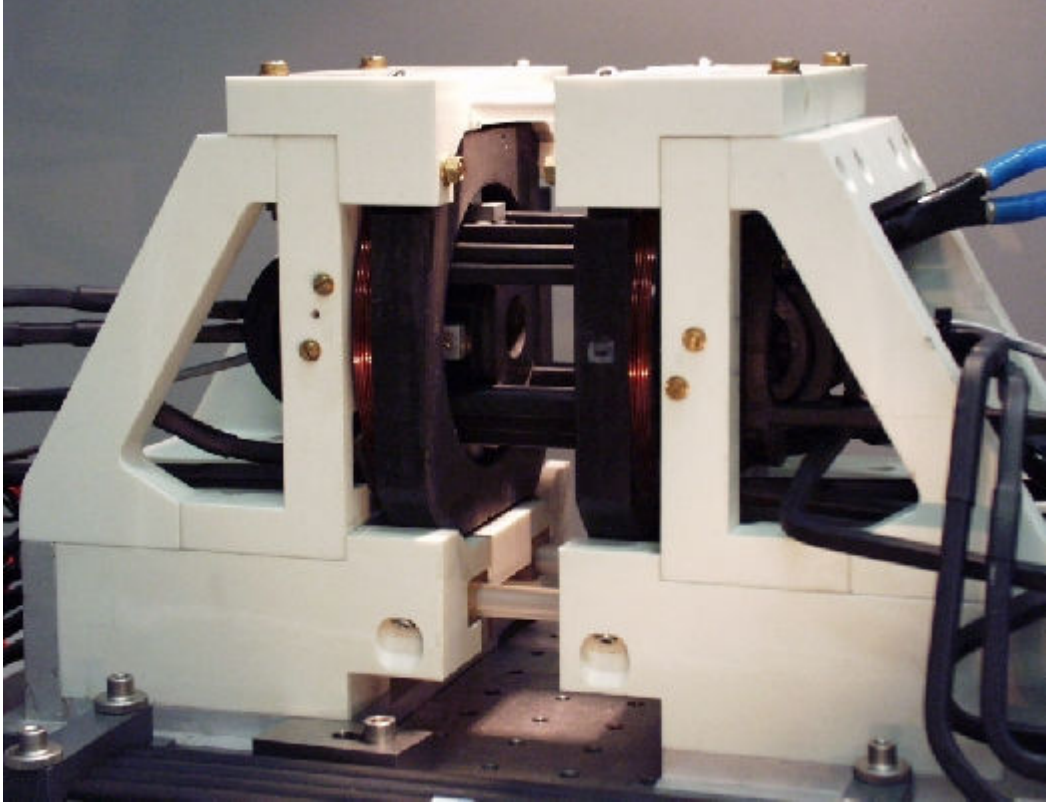
1988-1995 yılları arasında Cohen-Tannoudji ve grubu, durağan bir atomun soğurma yapmadığı, karanlık kuantum durumlarının oluşturulduğu bir mekanizma ile lazer soğutması mekanizmasını birleştirdiklerinde, Doppler etkisinin kullanıldığı ve hareketleri son derecede yavaşlatılmış atomları, yapay olarak oluşturulan karanlık kuantum durumlarına iten bir yöntem geliştirmişlerdir (Cohen-Tannoudji 1990). Paris grubu, yöntemin bir, iki ve üç boyutta işe yaradığını göstermiştir. Bütün deneylerde geri saçılma sınırı $4\mu K$ olan helyum atomu kullanılmıştır. İlk deneyde iki zıt lazer ışını bir boyutlu hız dağılımı elde etmek için kullanılmış ve geri saçılma sınırının yarısına inilmiş, dört lazerle iki boyutta yapılan deneylerde sıcaklık sınırının on altı kat altına, $0,25 \mu K$ e ulaşmıştır. Sonunda üç boyutlu yapı altı lazerle kurulduğunda $0,18 \mu K$ e ulaşılmıştır. Bu koşullarda helyum atomunun hızı, $2 m/s$ dir. Bu kadar düşük sıcaklıklara ulaşılması, çok daha farklı alanlarda yeni fırsatların doğmasına yol açmıştır. Spektroskopideki duyarlı ölçümlerde, atomik saatlerin yüz kat daha duyarlı yapılmasında (bu öncelikle uzaklara yolculuk yapacak uzay araçları için önemli), atomik girişim-ölçerlerde, atom optik ve litografisinde, gazlarda ilk Bose-Einstein yoğunlaşmasının gözlenmesinde yeni olasılıklar belirlemiştir. Gazların lazerle soğutulması deneyi, vaat ettiklerinin yanı sıra, gerçekleştirilebilir ölçeklerde olmasından ötürü, öncelik kazanan bir deneydir.

2.3 Bose-Einstein Yoğuşmasının Deneysel Olarak Gözlenmesi

Atomik gazlardaki yoğuşma çalışmaları 1980'lerden önce hidrojenle başlamıştır. Hidrojen atomlarıyla yapılan deneylerde atomlar önce soğutulmuş sonra manyetik alanla tuzaklanıp daha sonra da buharlaşma ile soğutma (evaporative cooling) yöntemiyle çok düşük sıcaklıklara getirilmiştir. Bu amaçla kullanılan bir manyetik tuzak şekil 2.1 ve şekil 2.2'de gösterilmiştir.

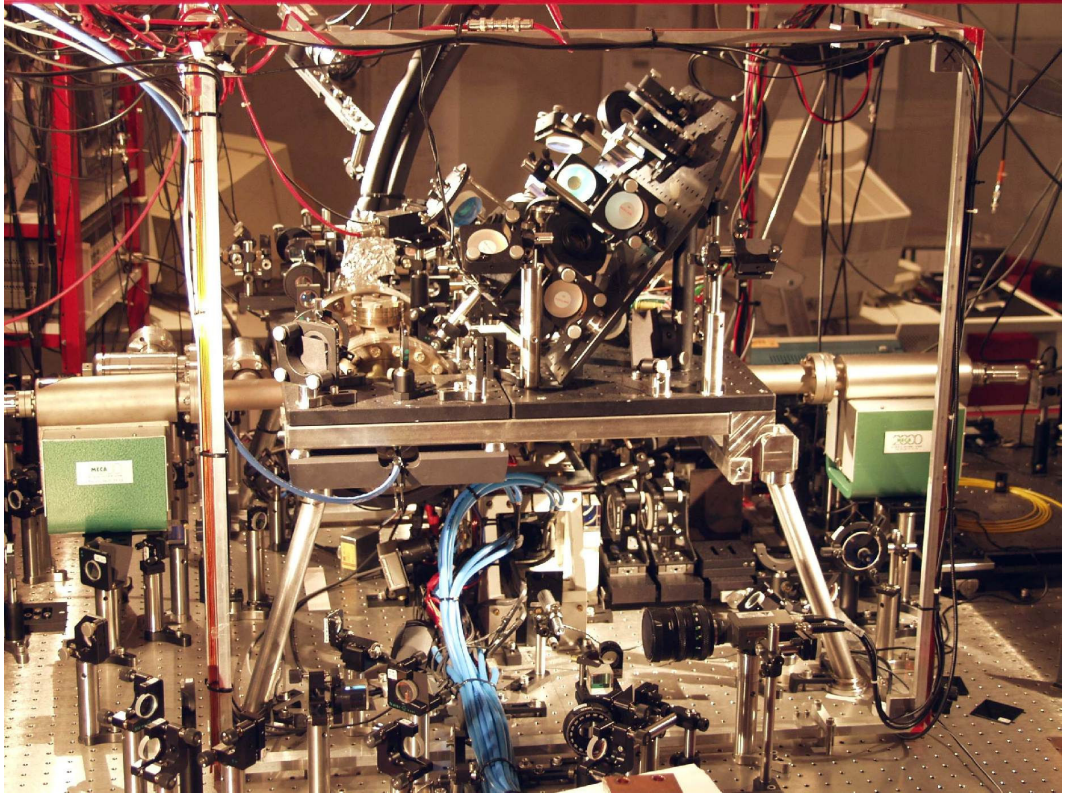


şekil 2.1 Bozonların manyetik olarak tuzaklanmasında kullanılan deneysel düzeneğin şematik gösterimi (Ioffe Pritchard magnetic trap)



Şekil 2.2 Bozonların manyetik olarak tuzaklanmasında kullanılan deneysel düzeneğin fotoğrafı

Ayrıca BEC deneyleri için Almanya'da Max Planck enstitüsünde bulunan bir gurubun kullandığı deneysel düzeneğin fotoğrafı ise Şekil 2.3'te gösterilmiştir.

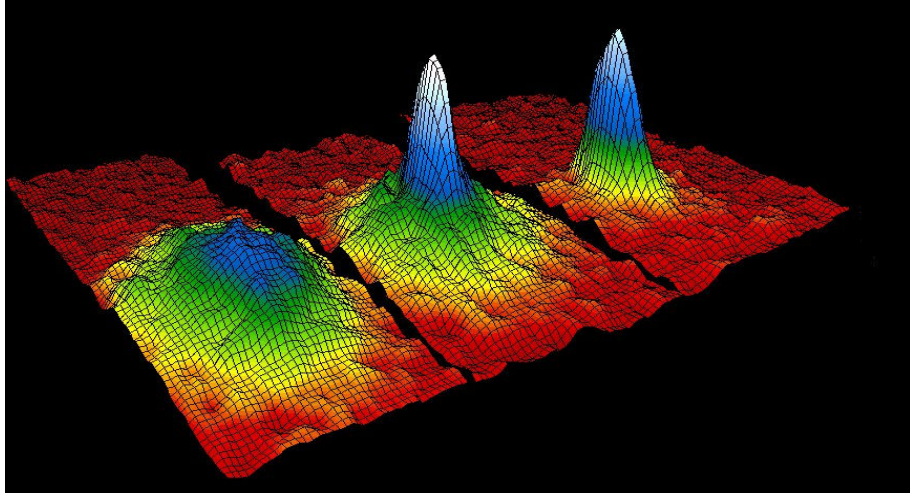


Şekil 2.3 BEC deneyleri için kullanılan düzeneğin fotoğrafı

Bu araştırmalar sırasında ilk incelemede spin kutuplanmış hidrojen rapor edilmiştir. 1980 yıllarında lazere dayalı tekniklerle, lazerle soğutma ve magneto-optik tuzaklama gibi teknikler soğutma ve nötr atomları tuzaklama için geliştirilmiştir. Alkali atomların enerji seviyelerinin yapısı lazere dayalı tekniklere oldukça iyi uyurlar. Çünkü optik geçişleri mevcut lazerlerle uyarılabilir ve iç enerji seviyeleri çok düşük sıcaklıklara kadar soğutmaya elverişlidir. Atomlar, önce magnetik olarak tuzaklanır sonra da buharlaşma ile soğutma yöntemiyle daha da fazla soğutulurlar. Lazer ve buharlaşma ile soğutma yöntemlerini birleştiren fizikçiler, yoğuşmanın gerçekleşmesi için gerekli olan çok düşük sıcaklıklara inmeyi başarmışlardır. Bu durumlarda sistemin denge hali katı fazdadır. Ancak yoğuşmayı inceleyebilmek için sistemi yeterli bir süre yarı kararlı gaz fazında tutmak gerekir. Üç parçacık çarpışmaları seyreltilmiş ve soğutulmuş gazlarda çok nadir olduğundan sistemi yeterince uzun süre gaz fazında tutmak mümkündür. Yoğuşmanın gerçekleştirildiği rubidyum ve sodyumla yapılan deneylerin yanında sezyum, potasyum ve yarı kararlı helyumla da deneyler yapılmaktadır.

Sıvı helyum sıcaklıklarında deneysel olarak süperiletkenliğin gözlenmesine benzer şekilde, lazer soğutmasıyla da Bose-Einstein yoğuşmasının seyreltilmiş gazlarda gözlenmesi mümkün olmuştur. Gerçi He^4 izotopunun çok düşük sıcaklıklarda Bose-Einstein yoğuşması göstererek süperakışkan özelliği göstermesi ve yarı iletkenlerdeki uyarımlarda çok düşük sıcaklıklarda yoğuşmanın gözlenmesi daha önceleri gerçekleştirilmiştir. Ancak her iki durumda da Bose-Einstein yoğuşması fazının yanı sıra maddenin aynı zamanda katı ya da sıvı fazının da bulunmasından dolayı kuantum etkisi çevresiyle etkileşmeyen atomlarda gözlenememiştir.

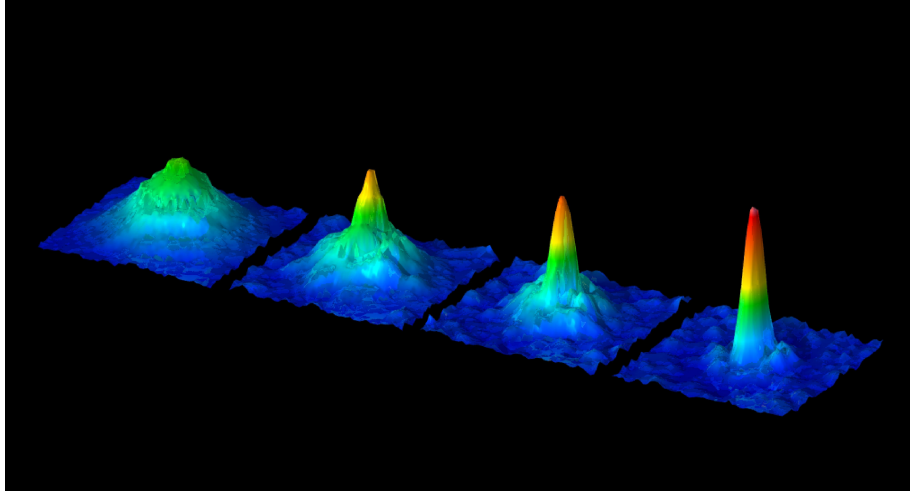
1995 yılının Haziran ayında National Institute of Standards and Technology (NIST)'den Eric Cornell ve grubu, Colorado Üniversitesinden bir grupla birlikte rubidyum atomlarını 100 nanokelvin sıcaklığına kadar soğutarak Bose-Einstein Yoğuşması olayını ilk kez deneysel olarak gözlemlemeyi başarmışlardır (Anderson *et al.* 1995). Çalışma grubu, Massachusetts Teknoloji Enstitüsünden (MIT) Thomas J. Greytak ve çalışma arkadaşlarının 1980'li yılların sonunda geliştirdikleri buharlaştırma ile soğutma yöntemini kullanmıştır. Bu yöntem atomların iki magnetik alan arasında asılı bırakılmaları esasına dayanır. Magnetik alan şiddetinin azaltılıp bir radyo dalgasının uygulanması, daha sıcak (daha yüksek enerjili) atomların magnetik alandan kaynaklanan dönüşleri sırasında çarpışmalarına sebep olacağından sıcak atomların magnetik tuzağın dışına çıkmalarını, dolayısıyla soğuk atomların tuzakta kalmasını sağlar. Greytak 1990 yılında bu yöntemi kullanarak hidrojen atomlarını $100 \mu K$ 'e kadar soğutmuştur. Ancak magnetik tuzağın ortasındaki delik daha fazla soğutma olmasını engellemiştir. 1994 yılında MIT soğuk atomları istenen yerde tutmak için lazerleri kullanmış. Cornell'in grubu ise tuzaktaki deliği atomların çıkamayacağı kadar hızlı döndüren bir magnetik alanla çalışmıştır. NIST grubu sonunda soğutmayı 1000 katına çıkararak Bose-Einstein yoğuşmasını ilk gözleyen olmuştur (Anderson *et al.* 1995).



Şekil 2.4 1995 yılında rubidyum atomlarının yoğuşması deneyinden yayılma metoduyla elde edilen hız dağılımının gösterimi

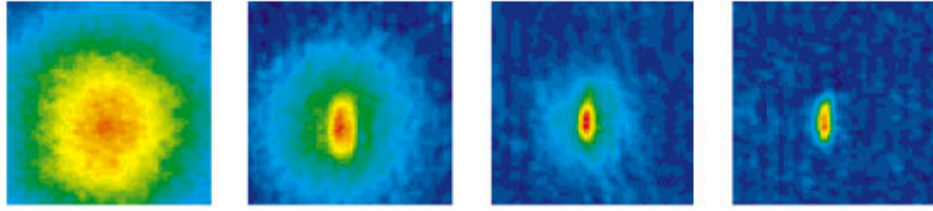
Yukarıdaki şekil yoğuşma sıcaklığının biraz üzerindeki bir sıcaklıktaki rubidyum gazına karşılık olarak verilmiştir. Ortadaki şekil, yoğuşmanın meydana gelmesinden hemen sonrasını göstermektedir. Sağdaki şekil ise buharlaşma ile soğutma etkisi ortadan kaldırıldıktan sonraki yoğuşmanın biçimini göstermektedir. Kırmızı ile gösterilen yerler atom yoğunluğunun düşük olduğu, beyazla gösterilen yerler de atom yoğunluğunun en fazla olduğu bölgedir.

Cornell ve arkadaşlarının elde ettiği bu ilk yoğuşmanın yayılma metoduyla elde edilen hız dağılımı Şekil 2.4'te gösterilmiştir. Şekillerdeki dağılımların sıcaklığı soldan sağa doğru azalmaktadır. İlk şekil yoğuşma gözlenmeden hemen önceki dağılımı, diğer ikisi ise yoğuşmanın olduğu durumu göstermektedir. Daha sonra Almanya'da Max Planck Enstitüsündeki bir grup tarafından elde edilen Bose-Einstein yoğuşması ise Şekil 2.5'te gösterilmiştir (Ernst *et al.* 1998). Şekillerin sıcaklık sıralaması Şekil 2.4'tekine benzer şekildedir. İlk şekilde yoğuşma henüz gerçekleşmemişken, ikinci şekilde yoğuşma olayı yeni başlamıştır. İkinci şekilde yoğuşma etrafında halen güçlü bir termal bulut gözlenmektedir, son şekilde ise bu termal bulut hemen hemen kaybolmuş ve bütün bozonlar taban durumda toplanmasıyla neredeyse saf bir yoğuşma elde edilmiştir.



Şekil 2.5 Bose-Einstein yoğuşmasının gösterimi

Burada mavi renk atom yoğunluğunun düşük olduğu kırmızı renk ise atom yoğunluğunun yüksek olduğu bölgeleri göstermektedir.



Şekil 2.6 Şekil 2.5'teki Bose-Einstein yoğuşması gösteriminin üstten görünümü

3. ETKİLEŞMEYEN BOZON GAZLARI

Etkileşen bozon gazlarının davranışını incelemeyen önce, harmonik bir potansiyelle tuzaklanmış, etkileşmeyen bozon gazlarında Bose-Einstein yoğunlaşması davranışını incelemek faydalı olacaktır. Bu bölümde etkileşmeyen bozon gazının denge özelliklerini enerji spektrumunun sürekli olarak ele alındığı yarı klasik bir yaklaşım içinde hesaplayacağız. Bu yaklaşımın geçerli olması için sıcaklık $\Delta\epsilon/k$ ile karşılaştırılabilir seviyede olmalıdır; burada $\Delta\epsilon$ komşu enerji düzeyleri arasındaki farkı gösterir. Enerji spektrumunun sürekli olması yaklaşımı çerçevesinde, toplamlar yerine integral kullanılabilir. Bilindiği gibi kritik sıcaklığın altındaki sıcaklıklarda, en düşük enerji durumu düzgün bir şekilde açıklanamaz ve denklemlere ayrıca eklenmelidir.

3.1 Geçiş Sıcaklığı (T_c)

Bose-Einstein yoğunlaşmasında geçiş sıcaklığı T_c , düşük enerji durumlarının makroskopik sayıda parçacık tarafından işgal edilmesinin ortaya çıktığı en yüksek sıcaklık olarak tanımlanır. Parçacık sayısı N çok büyük olduğunda sıfır nokta enerjisi ihmal edilebilir ve böylece en düşük enerji ϵ_{\min} sifira eşitlenir. Bu durumda, uyarılmış durumlarda bulunan toplam parçacık sayısı ϵ enerjisi etrafındaki $d\epsilon$ aralığında bulunan durumların sayısı $g(\epsilon)d\epsilon$ olmak üzere,

$$N_{ex} = \int_0^{\infty} d\epsilon g(\epsilon)f(\epsilon) \quad (3.1)$$

olarak verilir; burada $f(\epsilon) = \frac{1}{e^{\beta(\epsilon-\mu)} - 1}$ Bose-Einstein dağılım fonksiyonudur.

Uyarılmış durumlardaki bu parçacık sayısı, kimyasal potansiyel $\mu = 0$ alındığında en yüksek değere ulaşır. Geçiş sıcaklığı T_c , parçacıkların toplam sayısının kendilerine uyarılmış durumlarda yeterince yer bulmaları durumuyla belirlenir. Bu da;

$$N = N_{ex}(T_c, \mu = 0) = \int_0^{\infty} d\mathcal{E} g(\mathcal{E}) \frac{1}{e^{\mathcal{E}/kT_c} - 1} \quad (3.2)$$

şeklinde verilir. Şimdi anizotropik bir harmonik osilatör potansiyeli

$$V_{ext}(r) = \frac{m}{2} (\omega_x^2 x^2 + \omega_y^2 y^2 + \omega_z^2 z^2) \quad (3.3)$$

ile tuzaklanmış şekilde bir potansiyel içinde tuzaklanmış bir sistem için enerji durumlarının yoğunluğunu elde edelim. Böyle bir sistem için tek parçacık enerji seviyeleri,

$$\mathcal{E}_{n_x, n_y, n_z} = \left(n_x + \frac{1}{2}\right) \hbar \omega_x + \left(n_y + \frac{1}{2}\right) \hbar \omega_y + \left(n_z + \frac{1}{2}\right) \hbar \omega_z \quad (3.4)$$

ifadesi ile verilebilir. Burada (n_x, n_y, n_z) sayıları pozitif tamsayılardır. Verilen bir \mathcal{E} değerinden daha küçük enerjili durumların sayısını $G(\mathcal{E})$ ile gösterelim. $G(\mathcal{E})$ 'nin belirlenmesi için $\hbar \omega_i$ den çok büyük enerjiler için n_i nin devamlı bir değişken olduğu ve sıfır nokta hareketinin ihmal edildiği kabul edilebilir. Böylelikle, eksenleri $\mathcal{E}_i = \hbar \omega_i n_i$ olmak üzere bir koordinat sistemi tanımlanabilir ve bu koordinat sisteminde $\mathcal{E} = \mathcal{E}_x + \mathcal{E}_y + \mathcal{E}_z$ toplam enerjisinin sabit olduğu yüzey bir düzlem olur. Bu düzlemin sınırlandırdığı ve koordinat sisteminin ilk oktanında kalan hacim $G(\mathcal{E})$ ile doğru orantılıdır, bu hacim içinde bulunan enerji durumlarının sayısı,

$$G(\mathcal{E}) = \frac{1}{\hbar^3 \omega_x \omega_y \omega_z} \int_0^{\mathcal{E}} d\mathcal{E}_x \int_0^{\mathcal{E}-\mathcal{E}_x} d\mathcal{E}_y \int_0^{\mathcal{E}-\mathcal{E}_x-\mathcal{E}_y} d\mathcal{E}_z = \frac{\mathcal{E}^3}{6\hbar^3 \omega_x \omega_y \omega_z} \quad (3.5)$$

şeklinde hesaplanabilir. $g(\mathcal{E}) = dG/d\mathcal{E}$ olduğundan istenen tek parçacık enerji durumlarının yoğunluğu,

$$g(\varepsilon) = \frac{\varepsilon^2}{2\hbar^3 \omega_x \omega_y \omega_z} \quad (3.6)$$

olarak elde edilir. Elde edilen bu ifade (3.2) ifadesinde yerine konular ve boyutsuz $x = \varepsilon / kT_c$ değişkeni tanımlanırsa,

$$N = \frac{(kT_c)^3}{2\hbar^3 \omega_x \omega_y \omega_z} \int_0^\infty dx \frac{x^2}{e^x - 1} = \frac{1}{\hbar^3 \omega_x \omega_y \omega_z} \zeta(3) (kT_c)^3 \quad (3.7)$$

ile verilir. Burada,

$$\zeta(\alpha) = \sum_{n=1}^{\infty} n^{-\alpha} \quad (3.8)$$

Riemann zeta fonksiyonudur. Denklem (3.7) deki integral hesaplanırken Bose dağılım fonksiyonu e^{-x} in kuvvet serisine açılmıştır. Sonuç olarak denklem (3.7) den

$$kT_c = \frac{\hbar \bar{\omega} N^{1/3}}{[\zeta(3)]^{1/3}} \approx 0.94 \hbar \bar{\omega} N^{1/3} \quad (3.9)$$

sonucu bulunur. Burada $\bar{\omega} = (\omega_x \omega_y \omega_z)^{1/3}$ üç salınım frekansının geometrik ortalamasıdır.

3.2 Yoğuşma Oranı

Değişim sıcaklığının altında, uyarılmış durumlarda bulunan parçacıkların sayısı N_{ex} ;

$$N_{ex} = \frac{(kT)^3}{2\hbar^3 \omega_x \omega_y \omega_z} \int_0^\infty dx \frac{x^2}{e^x - 1} \quad (3.10)$$

integrali ile verilir. Daha önce olduğu gibi integral hesaplanırsa;

$$N_{ex} = \frac{1}{\hbar^3 \omega_x \omega_y \omega_z} \zeta(3) (kT)^3 \quad (3.11)$$

bulunur. Bu sonucun parçacıkların toplam sayısına eşit olmadığı açıktır. Ayrıca T_c için denklem kullanılırsa uyarılmış durumdaki parçacıkların sayısı,

$$N_{ex} = N \left(\frac{T}{T_c} \right)^3 \quad (3.12)$$

şeklinde yazılabilir. Yoğuşmuş durumdaki parçacık sayısı ise;

$$N_0(T) = N - N_{ex}(T) \quad (3.13)$$

ile ya da aşağıdaki bağıntı ile verilir;

$$N_0 = N \left[1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^3 \right]. \quad (3.14)$$

3.3 Yoğunluk Profili

Mikro Kelvin sıcaklıklarında araştırılan atomların soğuk bulutları yaklaşık 10^4 ile 10^7 değerleri arasında değişen sayılarda atom içerir. Bir çok nedenden dolayı bu sistemlere alışlagelmiş düşük sıcaklıklı fiziksel teknikleri uygulamak mümkün değildir. Öncelikle daha az atom vardır. İkinci olarak sistemler oldukça kararsızdır. Bu yüzden başka bir cisim ile denge içine girmesine izin verilmez. Üçüncü olarak sistemler saniyeler veya dakikalar mertebesinde ömürlere sahiptir.

Ölçülebilen niceliklerden birisi, yoğunluk profilidir. Bunu yapmanın bir yolu soğurmaya dayalı görüntülemedir. Atomun bir rezonans frekansındaki ışık, bir atomik bulut içinden geçerken soğurulacaktır. Böylelikle soğurulma profilini ölçerek yoğunluk dağılımı hakkında bilgi sağlanabilir. Soğurmaya dayalı görüntülemeyi

gerçekleştirmeden önce, bulutun büyümesine izin verilerek uzaysal çözünürlük, geliştirilebilir. Bu metodun dezavantajı, ışığın soğurulmasının atomların iç durumlarını değiştirmesi ve bulutu önemli bir şekilde ısıtmasından dolayı yıkıcı olmasıdır. Bu durumda zamana bağlı olayların çalışılması için her zaman noktasında yeni bir bulut hazırlanması gereklidir. Alternatif bir teknik de faz-kontrast görüntülemenin kullanılmasıdır. Bu yöntem, gazın kırılma indisinin kendi yoğunluğuna bağlı olması ve böylece optik yol uzunluğunun ışığın geçtiği ortam tarafından değiştirilir olması özelliğinden yararlanır. Bulutu geçen bir ışık demetinin fazı kaydırılmış referans bir demetle girişim yapmasına izin vererek belirlenen optik yol uzunluğundaki değişimler yoğunluk değişimlerine dönüştürülebilir. Bu metodun avantajı hemen hemen hiç yıkıcı etkisinin olmaması, böylece tek bir bulutla zamana bağlı olayların çalışılmasına izin vermesidir.

Bulutun büyümesine izin verildikten sonra parçacıkların dağılımı, sadece başlangıçtaki yoğunluk dağılımına bağlı olmayıp, ayrıca başlangıçtaki hız dağılımına da bağlıdır. Sonuç olarak hem yoğunluk hem de hız dağılımlarının incelenmesi gereklidir.

Sistemin temel durumunda, tüm atomlar en düşük tek parçacıklı kuantum durumunda yoğunlaşırlar ve yoğunluk dağılımı $n(r)$ tuzak içindeki tek parçacık için temel durum dalga fonksiyonunun $\phi_0(r)$ şeklini alır. Etkileşimsiz parçacıklar için yoğunluk şöyle verilebilir;

$$n(r) = N|\phi_0(r)|^2 \quad (3.15)$$

Burada N parçacık sayısıdır. Anizotropik harmonik osilatör için taban durum dalga fonksiyonu,

$$\phi_0(r) = \frac{1}{\pi^{3/4}(a_x a_y a_z)^{1/2}} e^{-x^2/2a_x^2} e^{-y^2/2a_y^2} e^{-z^2/2a_z^2} \quad (3.16)$$

ile verilir. Burada üç doğrultudaki fonksiyonların genişlikleri,

$$a_i^2 = \frac{\hbar}{m\omega_i} \quad i = x, y, z \quad (3.17)$$

ile verilir. Eğer üç frekans birbirlerine eşit olmazlarsa yoğunluk dağılımı anizotropik olur. Momentum uzayında denklem (3.16) ile uyumlu olan dalga fonksiyonu Fourier dönüşümü yapılarak elde edilebilir.

$$\phi_0(p) = \frac{1}{\pi^{3/4} (c_x c_y c_z)^{1/2}} e^{-p_x^2/2c_x^2} e^{-p_y^2/2c_y^2} e^{-p_z^2/2c_z^2} \quad (3.18)$$

Burada,

$$c_i = \frac{\hbar}{a_i} = \sqrt{m\hbar\omega_i} \quad i = x, y, z \quad (3.19)$$

olarak verilir. Denklem (3.15) ile uyumlu momentum uzayındaki yoğunluk,

$$n(p) = N \left| \phi_0(p) \right|^2 = \frac{N}{\pi^{3/2} c_x c_y c_z} e^{-p_x^2/c_x^2} e^{-p_y^2/c_y^2} e^{-p_z^2/c_z^2} \quad (3.20)$$

$c_i/m = \hbar\omega_i$ olduğundan, denklem (3.20) deki dağılım üç boyutta farklı sıcaklıklara sahip olan ($T_i = \hbar\omega_i/2k$) bir Maxwell dağılım formuna sahiptir.

Uzaysal dağılım anizotropik olduğundan, momentum uzayındaki dağılım da yöne bağlıdır. Belirsizlik ilkesi gereğince, dar bir uzaysal dağılım geniş bir momentum dağılımına karşılık gelir, bu durum a_i genişliklerinin osilatör frekanslarının karekökü ile orantılı olduğu denklem (3.18) de verilen Fourier dönüşümünde de görülmektedir.

Bose-Einstein yoğuşma sıcaklığının oldukça üzerindeki sıcaklıklarda gaz, klasik bir gaz gibi davrandığı zaman, bu yoğunluk ve momentum dağılımlarına karşılık gelen klasik dağılımlarla arasındaki farka bakılabilir. Klasik olarak yoğunluk dağılımı

$\exp[-V(r)/kT]$ ile orantılıdır ve sonuç olarak şu formülle verilir;

$$n(r) = \frac{N}{\pi^{3/2} R_x R_y R_z} e^{-x^2/R_x^2} e^{-y^2/R_y^2} e^{-z^2/R_z^2} \quad (3.21)$$

Burada R_i uzaysal dağılımın genişlikleridir ve

$$R_i^2 = \frac{2kT}{m\omega_i^2} \quad (3.22)$$

İle verilen genişlikler sıcaklığa bağlıdır. Tipik deneysel koşullar altında birden çok daha büyük olan R_i/a_i oranının, $(2kT/\hbar\omega_i)^{1/2}$ ye eşit olduğuna dikkat edilmelidir. Sonuç olarak yarı klasik davranış koşulları sağlanır ve termal bulutun yoğunlaşmış kısımdan çok daha geniş olduğu sonucuna varılır, yoğunlaşmış kısım T_c sıcaklığının altında uzaysal dağılımda keskin bir pik olarak ortaya çıkar. Sıcaklık azaldıkça termal dağılıma göre pikin ağırlığı artar. T_c üzerinde momentum uzayındaki yoğunluk dağılımı $n(p)$ dengede izotropiktir, sadece sıcaklık ve parçacık kütlesi ile belirlendiğinden klasik limit ile şu şekilde verilir:

$$n(p) = C e^{-p^2/2mkT} \quad (3.23)$$

Burada C sabiti momentumdan bağımsızdır. Eğer termal bir bulut ilk büyüklüğünden çok daha fazla büyürse, oluşan bulut hız dağılımının izotropisine bağlı olarak küresel bir simetri kazanacaktır. Bu, yoğunlaşmış maddenin büyüyen bulutunun anizotropik şeklinden oldukça farklıdır. İlk yapılan deneylerde büyümeden sonraki anizotropi, bir Bose-Einstein yoğunlaşmasının olduğuna dair güçlü destekleyici kanıtlar sağlamıştır.

Atomlar arasındaki etkileşimler bir şekilde bulutların boyutlarını değiştirmektedir. Çekici bir etkileşim bulutun yıkımına neden olurken, itici bir etkileşim parçacık sayısına ve interatomik potansiyele bağlı olarak tipik değerleri 2 ile 10 arasında sayısal bir çarpan kadar büyütmektedir. Bulutun daha az yoğun olduğu T_c kritik sıcaklığının üzerinde etkileşimler bulut boyutlarını pek fazla etkilemez.

3.4 Yarı Klasik Dağılım

Etkileşimsiz bozonların yoğunluğu kuantum mekaniksel olarak,

$$n(r) = \sum_v f_v |\phi_v(r)|^2 \quad (3.24)$$

şeklinde yazılır. Burada dalga fonksiyonu $\phi_v(r)$ olan v durumu için f_v doluluk sayısıdır. Tuzak potansiyeli için dalga fonksiyonları hakkında bilgiye ihtiyaç söz konusu olduğundan böyle bir tanımlama genel olarak yetersiz kalır. Ancak parçacıkların verilen *de Broglie* dalga boyları tuzak potansiyelinin önemli ölçüde değişim gösterdiği uzunluk ölçeği ile karşılaştırıldığında küçük olması halinde bir yarı-klasik dağılım fonksiyonu $f_p(r)$ ye dayalı daha basit bir tanımlama kullanmak mümkündür. Bu şöyle tanımlanabilir; $f_p(r)(2\pi\hbar)^3 dpdr$ faz uzayı hacim elamanı $dpdr$ içindeki parçacıkların ortalama sayısını gösterir. Bu yaklaşımın fiziksel anlamı şudur: yerel olarak gaz, homojen serbest bir gaz ile aynı özelliklere sahipmiş gibi dikkate alınabilir. Boltzmann istatistiğinin yüksek sıcaklık limitini tartışmak için bu yaklaşım kullanılır, fakat bu yaklaşım gazın dejenere olduğu koşullar altında da kullanılabilir. Dengedeki dağılım fonksiyonu şöyle verilir:

$$f_p(r) = f_p^0(r) = \frac{1}{e^{(\varepsilon_p(r)-\mu)/kT} - 1} \quad (3.25)$$

Buradaki parçacık enerjileri r noktasındaki klasik bir serbest parçacığınkı ile aynıdır.

$$\varepsilon_p(r) = \frac{p^2}{2m} - V(r) \quad (3.26)$$

$V(r)$, dış potansiyeldir. Bu tanım uyarılmış durumlardaki parçacıklar için kullanılabilir ancak, kuyu potansiyelinin önemli ölçüde değiştiği uzunluklar ile karşılaştırılabilir mesafelerde önemli değişim gösteren temel durum için uygun değildir. Ayrıca, momentum durumları üzerinden integral alma yolu ile sistemlerin özelliklerini

değerlendirmek, yoğunlaşmış durumu tam olarak hesaba katmamaktır. Fakat uyarılmış durumlardaki parçacık özellikleri, yarı-klasik sonuçlar tarafından iyi tahmin edilmektedir. Böylece uyarılmış durumlardaki parçacık miktarını belirlemek için, $(2\pi\hbar)^3$ ile bölünen yarı-klasik dağılım fonksiyonunun p ve r üzerinden integrali alınır.

Yoğuşma içinde yer almayan parçacıkların yoğunluğu ele alınırsa;

$$n_{ex}(r) = \int \frac{dp}{(2\pi\hbar)^3 [e^{(\epsilon_p(r)-\mu)/kT} - 1]} \quad (3.27)$$

$x = p^2 / 2mkT$ değişkenini ve

$$z(r) = e^{[\mu-V(r)]/kT} \quad (3.28)$$

eşitliğiyle tanımlanan $z(r)$ niceliğini kullanarak denklem (3.27) de verilen integral hesaplanabilir. $V(r)=0$ için z istatistik mekanikteki bilinen fugasiteye indirgenir. Sonuç olarak,

$$n_{ex}(r) = \frac{2}{\sqrt{\pi}\lambda_T^3} \int_0^\infty dx \frac{x^{1/2}}{z^{-1}e^x - 1} \quad (3.29)$$

elde edilir. Burada $\lambda_T = (2\pi\hbar^2 / mkT)^{1/2}$ termal de Broglie dalga boyudur.

Bu tip integraller, ideal Bose gazlarının özelliklerinin tanımlarında sıkça ortaya çıkar. Bu yüzden genel bir tanesinin nasıl hesaplanacağını ayrıntılı olarak ele almak faydalı olacaktır. Bu tür integraller, integrali alınacak z nin kuvvet serisine açılarak hesaplanabilir, sonuç olarak;

$$\int_0^\infty dx \frac{x^{\gamma-1}}{z^{-1}e^x - 1} = \sum_{n=1}^\infty \int_0^\infty dx x^{\gamma-1} e^{-nx} z^n \quad (3.30)$$

$$= \Gamma(\gamma) g_\gamma(z) \quad (3.31)$$

ifadesi elde edilir. Burada $\Gamma(\gamma)$ bilinen gama fonksiyonudur ve

$$g_\gamma(z) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{z^n}{n^\gamma} \quad (3.32)$$

şeklinde tanımlanır. $g_\gamma(z)$ fonksiyonu $z=1$ için daha önce harmonik osilatör probleminin incelenmesinde (3.8) denkleminde verilen $\zeta(\gamma)$ Riemann zeta fonksiyonuna indirgenir. Denklem (3.29) daki integral $\gamma=3/2$ 'ye karşılık gelir. Böylece;

$$n_{ex}(r) = \frac{g_{3/2}(z(r))}{\lambda_T^3} \quad (3.33)$$

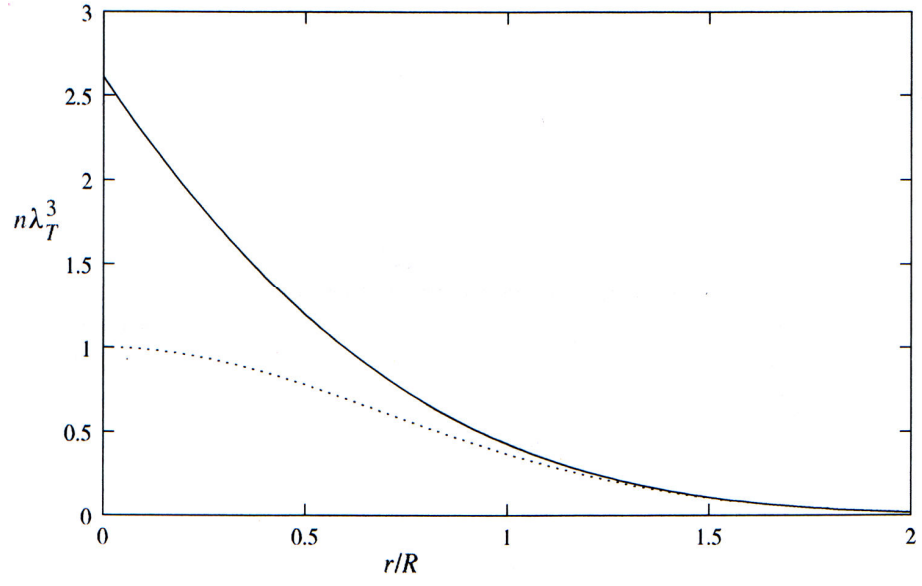
bulunur.

Bu ifade geçiş sıcaklığında ya da altında uyarılmış seviyelerde bulunan parçacıkların dağılımını verir. Şekil 3.1'de potansiyelin minimumuna eşit olan bir kimyasal potansiyel için $1/\lambda_T^3$ birimlerinde uyarılmış parçacıkların yoğunluğu bir harmonik tuzak için gösterilmektedir. Denklem (3.32) deki seri açılımında ilk terime karşılık gelen klasik Boltzmann dağılımının sonuçları da karşılaştırmak amacıyla μ değerleri için gösterilmiştir. Yarı-klasik sonuçlarda, yoğunluğun orijinde bir doruk noktasına sahip olduğu not edilmelidir. Burada daha hassas bir yaklaşım yapılmış olsaydı, bu sivrilik uzunluğu λT olan bir mesafe mertebesinde düzgünleşen bir yapıya sahip olurdu.

Harmonik bir tuzak için geçiş sıcaklığının üzerinde, parçacıkların toplam sayısı ile kimyasal potansiyel arasındaki ilişki Denklem (3.27) nin integrali alınarak elde edilebilir. Sonuç olarak toplam parçacık sayısı,

$$N = g_3(z(0)) \left(\frac{kT}{\hbar\omega} \right)^3 \quad (3.34)$$

olarak elde edilir.



Şekil 3.1 İzotropik bir tuzaktaki yoğunlaşmamış parçacıkların denklem (3.33) te verilen sürekli dağılımı ($V(r) = m\omega_0^2 r^2 / 2$, $R = (2kT / m\omega_0^2)^{1/2}$) Şekildeki noktali çizgi aynı duruma karşılık gelen Gauss dağılımını gösterir.

4. ETKİLEŞEN BOZON GAZLARI: YOĞUŞMUŞ DURUMUN TEORİSİ

Bu bölümde, Bose-Einstein yoğuşmasına uğramış durumun atomlar arasında etkileşimlerin varlığındaki yapısını ele alacağız. Tartışmamız s-dalgası saçılma uzunluğunun parçacıklar arasındaki ortalama mesafeden çok daha küçük olduğunda düzensiz bozon gazının sıfır derece özelliklerini tarif eden Gross-Pitaevskii denklemine dayalıdır. Bu amaçla ilk önce ortalama alan yaklaşımı içinde parçacıklar arasındaki etkileşimin de göz önüne alınması halinde sıfır sıcaklıkta Gross-Pitaevskii denkleminin bir türetimini sunacağız. Bundan sonra Bölüm 4.2’de bir harmonik osilatör potansiyelinde tuzaklanmış atomik bulutların taban durum özelliklerini tartışacağız.

4.1 Gross-Pitaevskii Denklemi

İki parçacık arasında düşük enerjilerdeki etkileşim potansiyeli momentum temsilinde bir sabittir ve bu potansiyel $U_0 = 4\pi\hbar^2 a/m$ şeklinde yazılabilir burada a s-dalgası saçılma uzunluğudur. Koordinat uzayında bu potansiyel $U_0\delta(r-r')$ şeklindeki bir temas etkileşimine karşılık gelir ki burada r ve r' iki parçacığın konumlarıdır. Çok parçacık durumlarını incelemek için bir Hartree veya ortalama alan yaklaşımı kullanırsak ve dalga fonksiyonunun tek parçacık dalga fonksiyonlarının simetrik bir çarpımı olduğunu varsayarsak tamamen yoğuşmuş durumda, tüm bozonlar, aynı en düşük enerjili tek parçacık durumundadır ($\phi_0(r)$). Bu durumda N-parçacık sisteminin dalga fonksiyonunu şu şekilde yazabiliriz:

$$\Psi(r_1, r_2, \dots, r_N) = \prod_{i=1}^N \phi_0(r_i) \quad (4.1)$$

Burada tek parçacık dalga fonksiyonu $\phi_0(r)$ olağan şekilde normalize edilir, yani

$$\int dr |\phi_0(r)|^2 = 1 \quad (4.2)$$

Bu dalga fonksiyonu iki atom birbirine yakinken atomlar arası etkileşimden kaynaklanan korelasyonları içermez. Bu etkiler elimine edilmiş ve sadece kısa dalga boylu etkileri tanımlayan etkin temas potansiyeli $U_0\delta(r-r')$ dikkate alınmıştır. Ortalama alan yaklaşımında, parçacıklar arası ortalama mesafeden daha az olan uzunluk ölçeklerinde etkin olan etkileşimler açık olarak dikkate alınmaz. Etkin etkileşim bu yüzden U_0 'a eşittir ve sistemin etkin Hamiltoniyen operatörü şu şekilde yazılabilir:

$$H = \sum_{i=1}^N \left[\frac{p_i^2}{2m} + V(r_i) \right] + U_0 \sum_{i<j} \delta(r_i - r_j) \quad (4.3)$$

Burada $V(r)$ dış potansiyeldir. Bu yaklaşımlar altında (4.3) Hamiltoniyeni ile tanımlanan sistemin Denklem (4.1) de verilen taban durumunun enerjisi aşağıdaki gibi hesaplanabilir:

$$E = N \int dr \left[\frac{\hbar^2}{2m} |\nabla \phi_0(r)|^2 + V(r) |\phi_0(r)|^2 + \frac{(N-1)}{2} U_0 |\phi_0(r)|^4 \right] \quad (4.4)$$

Hartree yaklaşımında, tüm atomlar dalga fonksiyonunu ϕ_0 olarak gösterdiğimiz durumdadırlar. Gerçek bir dalga fonksiyonunda bazı atomlar küçük atomlar arası mesafelerdeki korelasyonlar nedeniyle daha üst durumlarda olacaktır ve bu nedenle ϕ_0 durumundaki atomların toplam sayısı N 'den az olacaktır. Ancak düzenli bozon gazı için etkileşimler sebebiyle ϕ_0 durumundaki atomların sayısındaki bağıl azalmanın (ki buna etkileşimler nedeniyle yoğunluğun *zayıflaması* denir) $(na^3)^{1/2}$ mertebesinde olduğu daha ayrıntılı bir mikroskopik yaklaşım ile gösterilebilir, burada n parçacık yoğunluğudur. Parçacıklar arası mesafenin bir ölçüsü olarak parçacık başına düşen ortalama hacime sahip bir kürenin r_s yarıçapını kullanabiliriz. Bu yarıçapla yoğunluk arasındaki ilişki,

$$n = \frac{1}{(4\pi/3)r_s^3} \quad (4.5)$$

denklemleriyle verilir. Bu yüzden, zayıflama $(a/r_s)^{3/2}$ mertebesindeki ki bu tipik olarak yapılan ilk deneylerde yüzde bir veya daha az bir derecedir ve bu nedenle etkileşimler nedeniyle yoğunluğun zayıflaması çoğu durumda ihmal edilebilir.

İlk olarak homojen bir bozon gazını ele alalım. V hacimli bir sistemde, temel durumda bir parçacığın dalga fonksiyonu $1/V^{1/2}$ dir ve bu nedenle N bozonlarının tümü aynı tek parçacık durumunda olan bir sistemin enerjisi bozon çiftleri yapmak için olası yolların sayısı $N(N-1)/2$ ile bu taban durumda bulunan bir parçacık çifti arasındaki etkileşim enerjisinin çarpımıdır. Bu yaklaşımda enerji şöyle bulunur:

$$E = \frac{N(N-1)}{2V} U_0 \approx \frac{1}{2} V n^2 U_0 \quad (4.6)$$

Burada $n = N/V$ dir. Ayrıca, son ifadeyi yazarken $N \gg 1$ olduğu varsayılmıştır.

Yoğuşmuş durumun dalga fonksiyonu kavramını sunmak uygundur.

$$\psi(r) = N^{1/2} \phi_0(r) \quad (4.7)$$

Parçacıkların yoğunluğu ise şu formülle verilir:

$$n(r) = |\psi(r)|^2 \quad (4.8)$$

Ve $1/N$ çarpanlarının sadeleştirilmesiyle sistemin enerjisi aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$E(\psi) = \int dr \left[\frac{\hbar^2}{2m} |\nabla \psi(r)|^2 + V(r) |\psi(r)|^2 + \frac{1}{2} U_0 |\psi(r)|^4 \right] \quad (4.9)$$

Toplam parçacık sayısının sabit olması koşulu,

$$N = \int dr |\psi(r)|^2 \quad (4.10)$$

altında (4.9) denklemi ile verilen enerjiyi minimum yapan $\psi(r)$ varyasyonel yöntemle elde edilir. Bu işlem kolay bir şekilde Lagrange çarpanları yöntemi ile ele alınabilir. Standart varyasyonel hesap kullanılarak, minimum enerjili durum için,

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi(r) + V(r)\psi(r) + U_0 |\psi(r)|^2 \psi(r) = \mu\psi(r) \quad (4.11)$$

denklemi kolayca elde edilir. Burada kimyasal potansiyel μ parçacık sayısının sabitliğini temin eden Lagrange çarpanıdır.

Bu denklem zamandan bağımsız Gross-Pitaevskii denklemi olarak bilinir. Bu bir Schrödinger denklemi formuna sahiptir. Burada parçacıklara etki eden toplam potansiyel, $V(r)$ dış potansiyelinin ve diğer bozonlarca üretilen ortalama alanı hesaba katan doğrusal olmayan $U_0|\psi(r)|^2$ ifadesinin toplamıdır. Burada ki öz değer normal Schrödinger denklemi için olduğu gibi parçacık başına hareket enerjisi değildir. μ kimyasal potansiyele karşılık gelir. Tamamı aynı durumda bulunan etkileşmeyen parçacıklar için kimyasal potansiyel parçacık başına enerjiye eşittir, fakat etkileşen parçacıklar için durum farklıdır.

4.2 Tuzaklanmış Bozonlar İçin Temel Durum

Şimdi bir tuzaktaki bozonlar için Gross-Pitaevskii denkleminin çözümünü ele alacağız. Deneysel yapılarla olan yakınlığı nedeniyle, harmonik tuzakları ele alacağız, fakat formalizm kolaylıkla daha genel tuzaklara uygulanabilir. Ayrıntılı bir hesaplama geçmeden önce, çözümün nitel özelliklerini düşünelim. Öncelikle basitlik açısından,

$$V_{ext}(r) = \frac{m}{2}(\omega_x^2 x^2 + \omega_y^2 y^2 + \omega_z^2 z^2) \quad (4.12)$$

şeklinde verilen harmonik osilatör potansiyelinin izotropik olduğunu kabul edelim bu durumda $V = m\omega_0^2 r^2 / 2$ şeklinde yazabiliriz. Eğer atomik bulutun uzaysal boyutu

$\sim R$ ise osilatör potansiyelinde bir parçacığın, potansiyel enerjisi $\sim m\omega_0^2 R^2 / 2$ kinetik enerjisi parçacık başına $\hbar^2 / 2mR^2$ dir, zira tipik bir parçacık momentumu Heisenberg'in belirsizlik prensibinden \hbar / R mertebesindedir. Bu nedenle etkileşimlerin olmadığı durumda, toplam enerji küçük R değerleri için $1/R^2$ ve büyük R için R^2 olarak değişir ve kinetik ve potansiyel enerjiler eşit olduğunda bir minimuma sahiptir. Bulutun çapı sınırlayıcı tuzak potansiyelinin karakteristik uzunluğu olarak tanımlanan

$$a_{ho} = \left(\frac{\hbar}{m\omega_0} \right)^{1/2} \quad (4.13)$$

mertebesindedir.

Şimdi etkileşimlerin bozon gazı üzerindeki etkisini ele alacağız. Harmonik osilatör potansiyeli için tipik bir parçacık yoğunluğu $n \sim N / R^3$ tür ve bu nedenle bir parçacığın etkileşim enerjisi $nU_0 \approx U_0 N / R^3$ mertebesindedir. İtme etkileşimleri toplam enerjiye R^{-3} ile orantılı ilave bir katkı getirir ve toplam enerjinin minimumunu daha büyük R değerlerine kaydırır. Kinetik enerji katkısının ihmal edilebileceği güçlü bir sınırlayıcı potansiyel limitini incelemek faydalıdır. Denge büyüklüğü dış potansiyelin ve etkileşim enerjilerinin toplamı minimize edilerek bulunur ve bu enerjiye iki katkının aynı mertebede olduğunda meydana gelir. İki enerjiyi eşitleyerek, denge çapının,

$$R \sim a_{ho} \left(\frac{Na}{a_{ho}} \right)^{1/5} \quad (4.14)$$

ile verileceği ve parçacık başına enerjinin

$$\frac{E}{N} \sim \hbar\omega_0 \left(\frac{Na}{a_{ho}} \right)^{2/5} \quad (4.15)$$

olduğu görülür. Na / a_{ho} oranı etkileşimin büyüklüğünün boyutsuz bir ölçüsüdür ve

bugüne kadar itme etkileşimli atomlar için gerçekleştirilmiş çoğu deneyde birden çok daha büyüktür ve R çapı da a_{ho} değerinden daha büyüktür. Deneylerde $|a| \sim 10nm$ ve $a_{ho} \sim 1\mu m$ mertebesindedir. Parçacık sayısı N , 10^4 ile 10^6 arasındayken R/a_{ho} oranı 2.5-6 arasında değişir. Dengedeyken osilatör ve etkileşim enerjileri R^2 ile orantılıdır ve bu nedenle R^{-2} ile orantılı olan kinetik enerji ile potansiyel enerji (veya etkileşim enerjisi) arasındaki oran $(a_{ho} / Na)^{4/5}$ ile orantılıdır. Bu sonuç, gerçektende kinetik enerjinin yeterince büyük sayıda parçacık içeren bulutlar için ihmal edilebileceğini gösterir.

4.3 Thomas-Fermi Yaklaşımı

Yeterince büyük bulutlar için temel durum enerjisi için net bir ifade Gross-Pitaevskii denklemindeki kinetik enerji ifadesini ihmal ederek elde edilebilir. Önceki alt bölümde harmonik bir tuzak için gördüğümüz şekilde atomların sayısı fazla iken ve etkileşimler itici iken, kinetik-potansiyel (veya etkileşim) enerji oranı küçüktür. Büyük sayıda atomları içeren bulutlar için yoğunlaşma dalga fonksiyonu için daha iyi bir yaklaşım baştan itibaren kinetik enerjiyi ihmal ederek Gross-Pitaevskii denkleminin çözülmesiyle elde edilebilir. Bu nedenle Denklem (4.11) den şu bulunur:

$$[V(r) + U_0 |\psi(r)|^2] \psi(r) = \mu \psi(r) \quad (4.16)$$

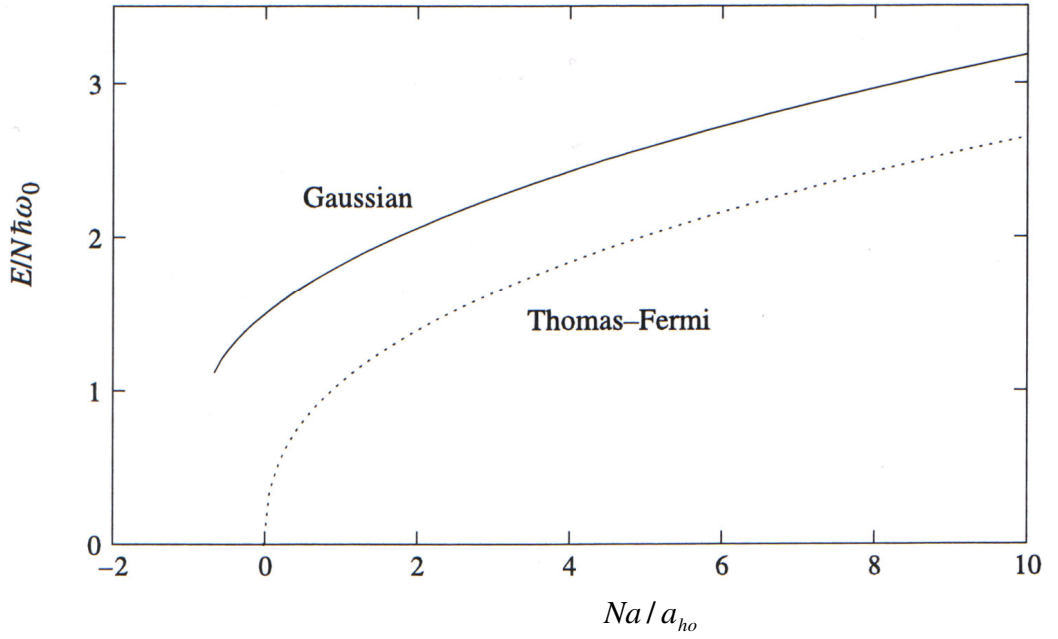
Burada μ kimyasal potansiyeldir. Buradan $\mu > V(r)$ için,

$$n(r) = |\psi(r)|^2 = [\mu - V(r)] / U_0 \quad (4.17)$$

çözümü elde edilir. Bu bölgenin dışında ise $\psi = 0$ dır. Dolayısıyla bulutun sınırı,

$$V(R) = \mu \quad (4.18)$$

bağıntısıyla verilir.



Şekil 4.1 Boyutsuz Na/a_{ho} parametresinin bir fonksiyonu olarak izotropik harmonik bir tuzak için parçacık başına enerjinin varyasyonel yaklaşımla tahmini. Noktalı çizgi Thomas-Fermi yaklaşımının sonucudur.

Bu yaklaşım fiziksel olarak bulutun herhangi bir noktasına bir parçacık eklemek için gerekli enerjinin her yerde aynı olduğu anlamına gelir. Bu enerji dış potansiyelin $V(r)$ ve etkileşimlerin katkısının, $n(r)U_0$, toplamı ile verilir ki etkileşimlerin katkısı $n(r)$ yerel yoğunluğuna eşit bir yoğunluğa sahip homojen bir gazın kimyasal potansiyelidir. Bu yaklaşım atom fiziğinde kullanılan Thomas-Fermi yaklaşımını andırıldığından genelde aynı isimle anılır.

Thomas-Fermi yaklaşımında bulutun üç yönde yayıldığı bölgenin genişlikleri (4.18) denkleminde

$$R_i^2 = \frac{2\mu}{m\omega_i^2} \quad i = x, y, z \quad (4.19)$$

şeklinde elde edilir. Kimyasal potansiyel belirlendikten sonra R_i uzunlukları tuzak parametrelerinden hesaplanabilir. Denklem (4.10) ile verilen ψ üzerindeki normalizasyon şartı, kimyasal potansiyel μ ile toplam parçacık sayısı N arasında bir

bağıntı verir. Denklem (4.12) ile verilen bir potansiyele sahip bir harmonik tuzak için,

$$N = \frac{8\pi}{15} \left(\frac{2\mu}{m\omega^2} \right)^{3/2} \frac{\mu}{U_0} \quad (4.20)$$

bulunur. Bu ifade her uzaysal koordinatın $(2\mu/m\omega_i^2)^{1/2}$ ile ölçeklendirilmesi ve daha sonra birim kürenin iç kısmının integralinin alınması ile görülebilir. Denklem (4.20) μ için çözümlenerek μ ile $\hbar\omega$ arasında aşağıdaki ilişkiyi elde ederiz:

$$\mu = \frac{15^{2/5}}{2} \left(\frac{Na}{\bar{a}} \right)^{2/5} \hbar\omega \quad (4.21)$$

Burada \bar{a} harmonik osilatör potansiyelinin her bir doğrultudaki karakteristik uzunluklarının geometrik ortalamasıdır. $\bar{R} = (R_x R_y R_z)^{1/3}$ niceliği ise bulutun her bir uzaysal doğrultudaki yayılmalarının geometrik ortalamasıdır ve bulutun uzaysal yayılmasının uygun bir ölçüsüdür. Denklem (4.19) ve denklem (4.21) birleştirilerek;

$$\bar{R} = 15^{1/5} \left(\frac{Na}{\bar{a}} \right)^{1/5} \bar{a} \approx 1.719 \left(\frac{Na}{\bar{a}} \right)^{1/5} \bar{a} \quad (4.22)$$

elde ederiz ki bu \bar{R} 'nin bir şekilde tipik deneysel koşullar altında \bar{a} 'dan daha büyük olduğunu gösterir. Şekil 4.2'de önceki bölümde tarif edilen varyasyonel hesaplamadan ve Thomas-Fermi yaklaşımından elde edilen dalga fonksiyonları karşılaştırılmıştır.

Denklem (4.21) e göre $\mu \propto N^{2/5}$ ve $\mu = \partial E / \partial N$ olduğundan parçacık başına enerji şudur:

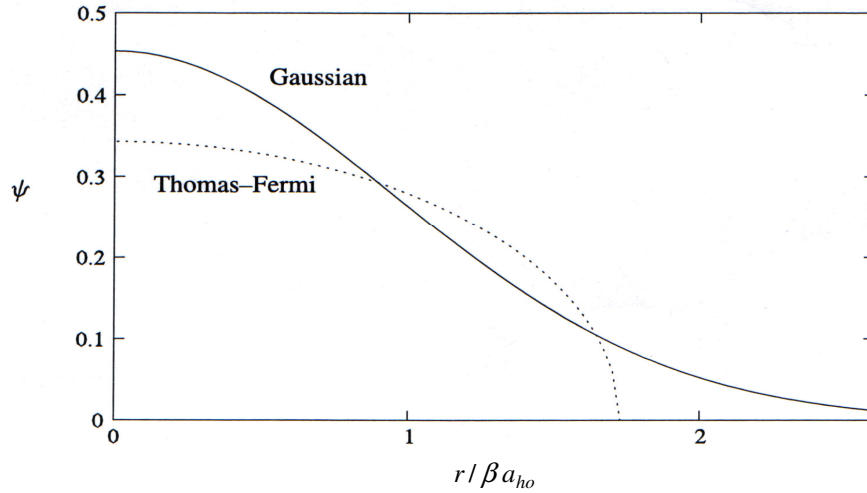
$$\frac{E}{N} = \frac{5}{7} \mu. \quad (4.23)$$

Bulutun merkezi yoğunluğu Thomas-Fermi yaklaşımı içinde $n(0) = \mu/U_0$ dir. Toplam

enerjinin potansiyel ve etkileşim enerjileri arasında nasıl dağıtıldığını görmek için (4.17) denklemi ile verilen Thomas-Fermi çözümünü (4.9) denklemine ekleyip kinetik enerji terimini ihmal ederek en son iki ifadeyi göz önüne alırız. $V(r)$ potansiyelinin ve Thomas-Fermi çözümünün her ikisinin de küresel olarak simetrik olmasını sağlayacak şekilde uzaysal koordinatlarının boyutlandırılması ile çözüm en kolay şekilde elde edilir. Etkileşim enerjisi E_{int} ve potansiyel enerji E_{pot} arasındaki oran aşağıdaki gibi olur:

$$\frac{E_{\text{int}}}{E_{\text{pot}}} = \frac{\int_0^1 dr r^2 (1-r^2)^2 / 2}{\int_0^1 dr r^4 (1-r^2)} = \frac{2}{3} \quad (4.24)$$

Bu sonuç virial teoreminin bir ifadesidir. Thomas-Fermi yaklaşımında etkileşim enerjisi toplam enerjinin $2/5$ katına eşittir. Parçacık başına toplam enerji $5\mu/7$ olduğundan parçacık başına etkileşim enerjisi ile kimyasal potansiyel arasında $E_{\text{int}}/N = 2\mu/7$ bağıntısının bulunduğu sonucu elde edilir. Thomas-Fermi yaklaşımı Na/\bar{a} oranı birden çok büyük olduğunda atomik bozon bulutlarının genel özelliklerini iyi bir şekilde açıklar. Ancak fiziğin ilgilendiği bir çok önemli problemde, kinetik enerji de hayati bir rol oynar.



Şekil 4.2 İzotropik harmonik osilatör potansiyeli için Gaussian varyasyonel yaklaşımı (tam çizgi) ve Thomas-Fermi yaklaşımı (noktalı çizgi) kullanılarak bulunan temel durum dalga fonksiyonları

Dalga fonksiyonları $N^{1/2}/(\beta a_{ho})^{3/2}$ ve $\beta = (Na/a_{ho})^{1/5}$ birimlerinde verilmiştir.

5. TUZAKLANMIŞ BOZON-FERMİYON KARIŞIMLARI

Tuzaklanmış, seyrek alkali metal gazlarında Bose-Einstein yoğunlaşmasının sağlanması aşırı soğuk, dejenere kuantum gazları alanında kuantum teorisinin temel kavramlarının daha iyi anlaşılmasını amaçlayan ve hızla büyüyen bir faaliyeti canlandırdı. Özellikle son zamanlardaki deneysel ilerlemeler ultra soğuk, tuzaklanmış Fermi gazlarında bir BCS (Bardeen-Cooper-Schrieffer) geçişinin gerçekleştirilmesi olasılığının önünü açtı.

Manyetik olarak tuzaklanmış fermiyonlar spinleri manyetik alan doğrultusunda kutuplanmış olduğu ve böylece s-dalga saçılması Pauli dışarlama prensibince engellendiği için çok zayıf bir etkileşimde bulunurlar. Bu durumda fermiyonların kuantum dejenere seviyesine kadar soğutulması bunların ultra soğuk bozonlar ile karıştırılması ile elde edilebilir. Soğutma sürecinden sonra, sistemin son hali bir kuantum dejenere Bose-Fermi karışımıdır. Kısa bir süre önce böyle sistemler deneysel olarak gerçekleştirilmiştir (Truscott *et al.* 2001, Schreck *et al.* 2001, Hadzibabic *et al.* 2002, Roati *et al.* 2002).

Teorik açıdan, homojen bozon-fermiyon karışımları sınırlı geometrilerde çalışılmıştır. Bu çalışmalarda, kararlılık ve faz ayrımı problemi (Viverit *et al.* 2000), bozon-fermiyon etkileşimlerinin dinamik üzerindeki etkisi Yip (2001), (Pu *et al.* 2002) ve bozon-fermiyon etkileşimlerine bağlı olarak fermiyonlarda gözlenen BCS geçişi (Bijlsma *et al.* 2000, Heiselberg *et al.* 2000, Viverit 2002) ele alınmıştır. Aynı zamanda homojen sistemler için ortalama alan yaklaşımı ötesinde temel seviye enerjisine gelen birinci mertebe düzeltme belirlenmiştir (Albus *et al.* 2002).

Bu bölümde Yoğunluk-Fonksiyonelleri Teorisinin (DFT) nasıl uygulanacağı tuzaklanmış bozon-fermiyon karışımlarına nasıl uygulanabileceği ele alınarak sistemin taban durumunun belirlenmesine yönelik uygun bir denklemler takımı türetilecektir.

5.1 Bozon-Fermiyon Karışımları İçin DFT

İki cisim etkileşimine sahip etkileşen bozonların ve spin kutuplanmış fermiyonların seyrek, homojen olmayan sistemini s-dalgası saçılma uzunluğu yaklaşımını kullanarak incelemeye başlayalım. Bu yaklaşım çerçevesinde bozon-bozon ve bozon-fermiyon etkileşimlerini tanımlayan parçacıklar arası potansiyeller sırasıyla;

$$U_{BB}(|r-r'|) = g_{BB} \delta(r-r') \quad (5.1)$$

$$U_{BF}(|r-r'|) = g_{BF} \delta(r-r') \quad (5.2)$$

ile verilebilir. Fermiyon-fermiyon etkileşimleri ise yukarıda da tartışıldığı gibi Pauli dışarlama ilkesi sebebiyle çok zayıftır ve ihmal edilebilir yani;

$$U_{FF}(|r-r'|) = 0 \quad (5.3)$$

Bozon-bozon etkileşim parametresi $g_{BB} = 4\pi\hbar^2 a_{BB} / m_B$ dir. Burada a_{BB} bozon-bozon s-dalgası saçılma uzunluğu ve m_B bozon kütesidir. Bozon-fermiyon etkileşim parametresi ise $g_{BF} = 2\pi\hbar^2 a_{BF} / m_R$ şeklindedir. Burada a_{BF} bozon-fermiyon s-dalgası saçılma uzunluğudur ve m_F fermiyon kütesi olmak üzere $m_R = m_B m_F / (m_B + m_F)$ indirgenmiş kütedir. Böyle bir sistemin toplam Hamiltoniyen operatörü:

$$\hat{H} = \hat{T}_B + \hat{T}_F + \hat{V}_B + \hat{V}_F + \hat{W}_{BB} + \hat{W}_{BF}, \quad (5.4)$$

şeklinde yazılabilir; buradaki \hat{T}_B ve \hat{T}_F bozon ve fermiyon kinetik enerjilerini, \hat{V}_B ve \hat{V}_F bozon ve fermiyon tuzaklama potansiyellerini ve \hat{W}_{BB} ve \hat{W}_{BF} ise etkileşim enerjilerini veren operatörlerdir. $\hat{\Phi}(r)$ ve $\hat{\Psi}(r)$ sırasıyla bozon ve fermiyon alan operatörleri olmak üzere;

$$\begin{aligned}
\hat{T}_B &= -\int dr \hat{\Phi}^\dagger(r) \frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m_B} \hat{\Phi}(r) \quad ; \quad \hat{V}_B = \int dr \hat{\Phi}^\dagger(r) V_B \hat{\Phi}(r), \\
\hat{T}_F &= -\int dr \hat{\Psi}^\dagger(r) \frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m_F} \hat{\Psi}(r) \quad ; \quad \hat{V}_F = \int dr \hat{\Psi}^\dagger(r) V_F \hat{\Psi}(r), \\
\hat{W}_{BB} &= \frac{1}{2} \int \int dr dr' \hat{\Phi}^\dagger(r) \hat{\Phi}^\dagger(r') U_{BB} \hat{\Phi}(r') \hat{\Phi}(r), \\
\hat{W}_{BF} &= \int \int dr dr' \hat{\Phi}^\dagger(r) \hat{\Psi}^\dagger(r') U_{BF} \hat{\Psi}(r') \hat{\Phi}(r)
\end{aligned} \tag{5.5}$$

ifadeleri ile verilir.

Sistemin temel seviyesi $|g\rangle$ olsun bu durumda $E_0 = \langle g | \hat{H} | g \rangle$ temel seviye enerjisini, $n_B(r) = \langle g | \hat{\Phi}^\dagger(r) \hat{\Phi}(r) | g \rangle$ bozon yoğunluğunu ve $n_F(r) = \langle g | \hat{\Psi}^\dagger(r) \hat{\Psi}(r) | g \rangle$ fermiyon yoğunluğunu verir. Hohenberg-Kohn teoremi, etkileşim potansiyelleri düşünüldüğünde taban durumu enerjisinin sadece yoğunluklara bağlı olduğunu garanti eder (Hohenberg and Kohn 1964). Yani $E_0 = E_0[n_B, n_F]$ bir fonksiyoneldir. Hohenberg-Kohn teoremi başlangıçta fermi sistemleri için ispatlanmıştı, fakat bozon sistemlerine ve bozon-fermion karışımlarına genelleştirilmesi de mümkündür.

$$\frac{\delta E_0[n_B, n_F]}{\delta n_B(r)} = \mu_F \quad ; \quad \frac{\delta E_0[n_B, n_F]}{\delta n_F(r)} = \mu_B \tag{5.6}$$

İfadeleri ile verilen durağanlık şartları altında toplam enerjinin minimum olmasından yararlanılarak yoğunluk dağılımları belirlenir. Burada μ_B ve μ_F sırasıyla bozon ve fermiyon kimyasal potansiyelleridir. Genel olarak $E_0[n_B, n_F]$ fonksiyonelinin tam açık ifadesi bilinmemektedir fakat Kohn-Sham yaklaşımı takip edilerek net yaklaşımlar bulunabilir (Kohn and Sham 1965). Amaç aynı yoğunluk dağılımlarına sahip etkileşmeyen bir referans sistemi ile buna karşılık gelen etkileşen sistemi eşlemektir: $n_B^{ref}(r) = n_B(r)$; $n_F^{ref}(r) = n_F(r)$ bu tür bir eşleştirmenin uygulanabilirliği Hohenberg-Kohn teoreminden gelir. Bu çerçevede taban durum enerjisi fonksiyoneli;

$$\begin{aligned}
E_0 = & T_B^{ref} [n_B, n_F] + T_F^{ref} [n_B, n_F] + \int dr V_B n_B + \int dr V_F n_F \\
& + \frac{g_{BB}}{2} \int dr n_B^2 + g_{BF} \int dr n_B n_F + E_{xc} [n_B, n_F],
\end{aligned} \tag{5.7}$$

şeklinde ifade edilebilir.

Burada ilk iki terim referans sisteminin kinetik enerjileridir ve sonraki iki terim tuzaklama enerjileridir. Beşinci ve altıncı terimler etkileşim enerjisinin ortalama alan yaklaşımını veren kısımdır. Son terim exchange-correlation (değişim-korelasyon) (XC) enerjisi olarak adlandırılır ve ortalama alanın ötesindeki etkileşim enerjisine tüm katkıları içerir. Eğer E_{xc} tamamen ihmal edilirse tuzaklanmış bozon-fermion karışımları için ortalama alan teorisinin denklemleri elde edilebilir.

Şimdi temel seviye enerjisini ve ortalama alanın ötesindeki bozon ve fermiyon yoğunluk profillerini belirlemek için Kohn-Sham yaklaşımını kullanacağız. Kohn-Sham formalizmi için referans sisteminde kinetik enerjileri veren bozonlar için $T_B^{ref} [n_B, n_F]$ ve fermiyonlar için $T_F^{ref} [n_B, n_F]$ enerji fonksiyonelleri aşağıdaki gibi tanımlanmıştır:

$$\begin{aligned}
T_B^{ref} [n_B, n_F] &= -N_B \int d^3 r \phi^*(r) \frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m_B} \phi(r), \\
T_F^{ref} [n_B, n_F] &= -\sum_{i=1}^{N_F} \int d^3 r \psi_i^*(r) \frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m_F} \psi_i(r),
\end{aligned} \tag{5.8}$$

burada N_B ve N_F bozonların ve fermiyonların toplam sayılarıdır ve $\phi(r)$ ve $\psi_i(r)$ sembolleri etkileşmeyen referans sisteminin bozon ve fermiyon fonksiyonel orbitallerinin $\phi[n_B, n_F](r)$ ve $\psi_i[n_B, n_F](r)$ kısa gösterimidir. Denklem (5.8) in denklem (5.7) de yerine yazılması ve denklem (5.6) daki fonksiyonel türevlerin gerçekleştirilmesiyle tek parçacık enerji durumları için bağımlı, etkin Schrödinger denklemleri takımı elde ederiz ki bunlar bir bozon-fermion sistemi için istenen Kohn-Sham denklemleridir.

$$\left[-\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m_B} + V_B + \frac{4\pi\hbar^2 a_{BB}}{m_B} n_B + \frac{2\pi\hbar^2 a_{BF}}{m_R} n_F + \frac{\delta E_{xc}}{\delta n_B} \right] \phi = \mu_B \phi, \quad (5.9)$$

$$\left[-\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m_F} + V_F + \frac{2\pi\hbar^2 a_{BF}}{m_R} n_B + \frac{\delta E_{xc}}{\delta n_F} \right] \psi_i = \varepsilon_i \psi_i.$$

Bu denklemlerde yer alan bozon ve fermiyon yoğunlukları $n_B(r) = N_B |\phi(r)|^2$ ve $n_F(r) = \sum_{i=1}^{N_F} |\psi_i(r)|^2$ şeklindedir. Burada $n_F(r)$ deki toplam en düşük (ε_i) enerjilere sahip N_F tek parçacık durumları üzerindedir. Şimdi E_{xc} enerjisi için $n_B(r)$ ve $n_F(r)$ yoğunluklarındaki homojen bir sistemin $E_{xc}^{hom}(n_B(r), n_F(r))$ XC enerjisi üzerinden bir integrali kullanarak yerel yoğunluk yaklaşımına (LDA) geçeceğiz.

$$E_{xc}[n_B, n_F] \approx \int dr E_{xc}^{hom}(n_B, n_F). \quad (5.10)$$

Bu tanımlamayla, fonksiyonel türevler normal kısmi türevlere dönüşür, yani

$$\frac{\delta E_{xc}}{\delta n_B} = \frac{\partial E_{xc}^{hom}}{\partial n_B} \quad ; \quad \frac{\delta E_{xc}}{\delta n_F} = \frac{\partial E_{xc}^{hom}}{\partial n_F} \quad (5.11)$$

Burada homojen sistemin XC enerjisi yoğunluğu E_{xc}^{hom} için bozon-fermiyon saçılma uzunluğu a_{BF} nin ikinci mertebesine kadar olan bir ifade Albus *et al.* (2002) tarafından türetilmiştir.

$$E_{xc}^{hom}(n_B, n_F) = \frac{2\hbar^2 a_{BF}^2}{m_R} f(\delta) k_F n_F n_B. \quad (5.12)$$

Burada, $k_F = (6\pi^2 n_F)^{1/3}$ fermi momentumuna karşılık gelen dalga sayısı ve $\delta = (m_B - m_F)/(m_B + m_F)$ olmak üzere $f(\delta)$ sadece bozon ve fermiyon kütlelerine bağlı olan boyutsuz bir fonksiyondur:

$$f(\delta) = 1 - \frac{3 + \delta}{4\delta} + \frac{3(1 + \delta)^2(1 - \delta)}{8\delta^2} \ln \frac{1 + \delta}{1 - \delta} \quad (5.13)$$

Şimdi küresel simetrik bir sistem için (5.9) denkleminde verilen Kohn-Sham denklem takımını bu tanımladığımız E_{xc}^{hom} enerjisi ile birlikte ele alacağız. Burada $V_B(r) = (m_B \omega_B^2 r^2)/2$, $V_F(r) = (m_F \omega_F^2 r^2)/2$ sırasıyla bozonlar ve fermiyonlar için tuzaklama potansiyelleridir. Küresel simetri nedeniyle,

$$\phi(r) = \frac{u(r)}{r} Y_{00} \quad ; \quad \psi_{nlm}(r) = \frac{u_{nl}(r)}{r} Y_{lm} \quad (5.14)$$

yazabiliriz.

Burada $Y_{lm}(\Theta, \Phi)$ küresel harmoniklerdir ve bu durumda (5.9) Kohn-Sham denklemleri aşağıdaki şekli alır:

$$\left[-\frac{1}{2m_B} \frac{d^2}{dr^2} + \frac{m_B}{2} \omega_B^2 r^2 + \frac{4\pi a_{BB}}{m_B} n_B(r) + \frac{2\pi a_{BF}}{m_R} n_F(r) + \frac{2a_{BF}^2 f(\delta)}{m_R} n_F(r) k_F(r) \right] u(r) = \mu_B u(r); \quad (5.15)$$

$$\left[-\frac{1}{2m_F} \frac{d^2}{dr^2} + \frac{l(l+1)}{2m_F r^2} + \frac{m_F}{2} \omega_F^2 r^2 + \frac{2\pi a_{BF}}{m_R} n_B(r) + \frac{8a_{BF}^2 f(\delta)}{3m_R} n_B(r) k_F(r) \right] u_{nl}(r) = \varepsilon_{nl} u_{nl}(r),$$

burada $u(r)$ radyal fonksiyonları normalizedir. ($\int dr u^2(r) = 1$, $\int dr u_{nl}^2(r) = 1$) ve n radyal fonksiyonların düğüm sayılarını gösterir. Normalize edilmiş yoğunluk dağılımları $\tilde{n}_B(r) = 4\pi r^2 n_B(r)$ ve $\tilde{n}_F(r) = 4\pi r^2 n_F(r)$ radyal fonksiyonlar cinsinden şöyle yazılabilir;

$$\tilde{n}_B(r) = N_B u^2(r), \quad (5.16)$$

$$\tilde{n}_F(r) = \sum_{\varepsilon_{nl} \leq \mu_F} (2l+1) u_{nl}^2(r). \quad (5.17)$$

Denklem (5.15) te verilen Kohn-Sham denklemleri ile yukarıdaki (5.16) ve (5.17) denklemleri kapalı, lineer olmayan, bağımlı bir diferansiyel denklem takımı oluşturur. Bu Kohn-Sham denklemlerinin bozon ve fermiyonların yoğunluk dağılımları için sayısal çözümlerinin nasıl yapılacağını ele alalım. Burada, Albus *et al.* (2003) tarafından önerilen çözüm yöntemi küçük bazı değişikliklerle kullanılacaktır.

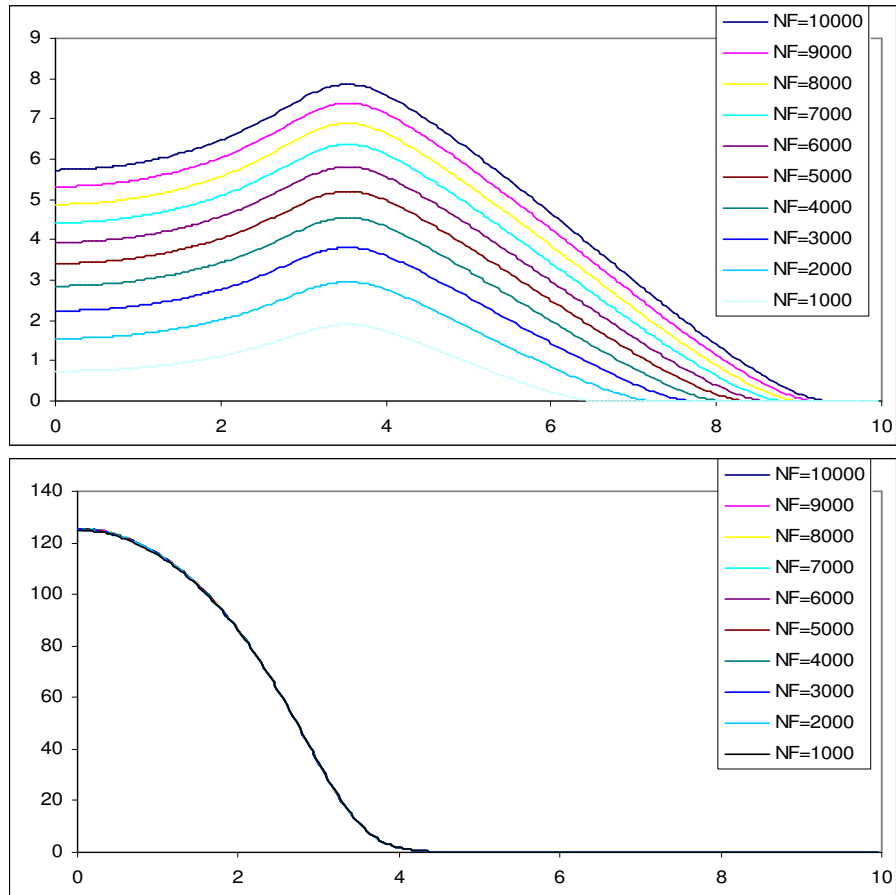
Bu diferansiyel denklemler takımının çözümü iteratif bir yaklaşımla özuyumlu (self consistent) olarak elde edilecektir. Başlangıç için bozon-fermion bağılaşması içermeyen Thomas-Fermi çözümünden bulunan yoğunluk dağılımları kullanılarak $n_B(r)$ ve $n_F(r)$ için iyi bir ilk tahmin oluşturulur. Bu ilk tahminler sonra denklem (5.15) teki bozon ve fermiyon yoğunlukları olarak kullanılır ve bu durumda (5.15) denklemleri lineer özdeğer denklemlerine indirgenir. Bu denklemler çözülerek $u(r)$ ve $u_{nl}(r)$ radyal fonksiyonları elde edilir. Özdeğer denkleminin çözümünde diferansiyel denklemin çözümü için iyi bilinen Numerov yöntemi Thijssen (1999) kullanılırken, özdeğerin belirlenmesi için basit sekant (kiriş) algoritması kullanılmıştır. $u(r)$ ve $u_{nl}(r)$ radyal fonksiyonları bilindiğinde ϵ_{nl} enerjileri en düşük olan yeterince $u_{nl}(r)$ radyal fonksiyonu kullanılarak (5.16) ve (5.17) denklemlerinden yeni bozon ve fermiyon yoğunluk dağılım fonksiyonları belirlenir.

Elde edilen bu sonuç yoğunluk dağılımları başlangıçtaki dağılımlarla karşılaştırılır. Eğer bunlar yaklaşık olarak aynı ise kendi içinde tutarlı bir çözüme ulaşılmış demektir ve işlem sona erer. Eğer değilse başlangıçtaki ve sonuçtaki yoğunlukların bir dışbükey kombinasyonu kullanılarak $n_{B(F)}^{yeni}(r) = (1-x)n_{B(F)}^{ilk} + xn_{B(F)}^{sonuç}$ şeklinde yeni bozon ve fermiyon yoğunlukları tanımlanır, burada x sayısı 0 ile 1 arasında yakınsama sağlanacak şekilde seçilir. İstenen seviyede bir tutarlılık sağlanana kadar bu işlemler tekrarlanır.

Eğer fermiyonların sayısı N_F büyükse bu işlem son derece zaman alıcıdır ve dahil edilebilecek olan ϵ_{nl} durumlarının sayısı sınırlanmalıdır. Bu sebeple $N_F \geq 1000$ olduğunda fermiyon kinetik enerjisi için Thomas-Fermi yaklaşımı kullanılır ve bu yaklaşımdan elde edilen sonuç tek parçacık seviyelerinin göz önüne alınması ile elde edilen sonuçla son derece uyumludur.

6. SONUÇLAR VE TARTIŞMA

Bu bölümde, bozon-fermion karışımları için beşinci bölümde verilen bağımlı diferansiyel denklemlerin çözümlerinden elde edilen sonuçlar sunulacaktır. Diferansiyel denklemlerin sayısal olarak çözülmesi aşamasında karşılaşılan Schrödinger denklemi benzeri özdeğer denkleminin çözümünde Numerov yöntemi kullanılmıştır. Uygulamada radyal doğrultu 500 eşit parçaya bölünerek uygun bir örgü oluşturulmuştur. Radyal doğrultuda harmonik osilatör karakteristik uzunluğunun 20 katına kadar olan bölge göz önüne alınmıştır. Bozon taban durumuna karşılık özdeğer denkleminin çözümü sırasında özdeğerin belirlenmesi için iyi bilinen kiriş yöntemi kullanılmıştır. Aynı yöntem fermiyon dağılımına karşılık gelen kimyasal potansiyelin belirlenmesi için de kullanılmıştır.

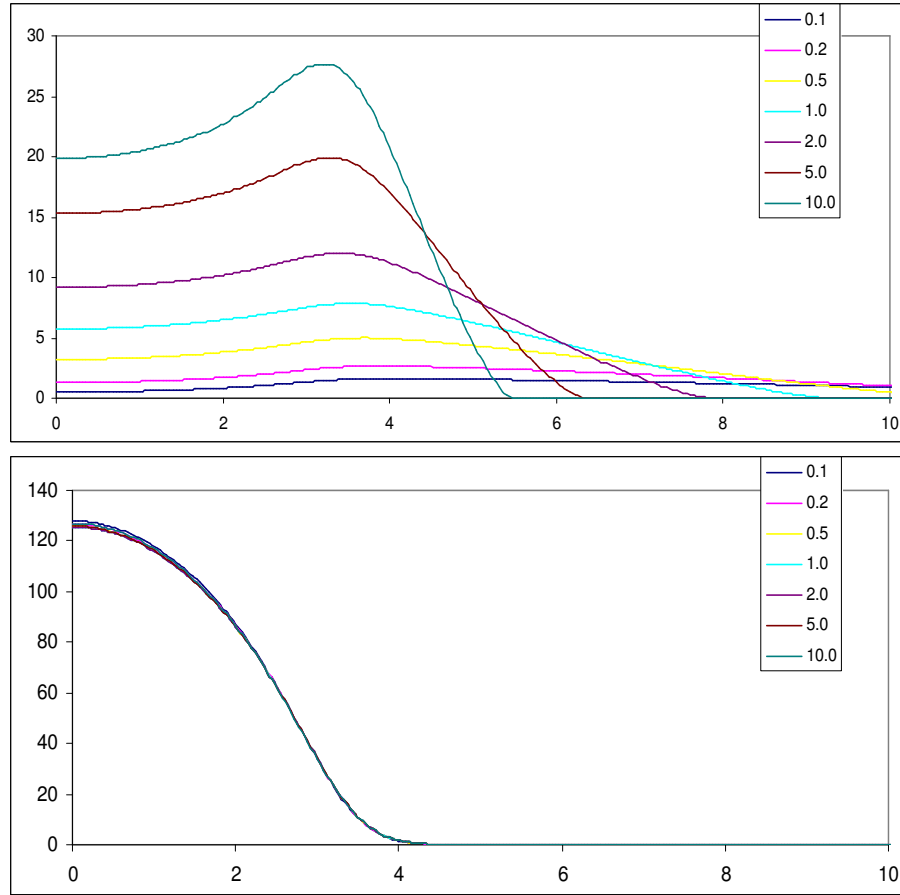


Şekil 6.1 $\eta_m = 1$ ve $\eta_a = 1$ olmak üzere tuzak içerisinde 10000 bozon varken değişik fermiyon sayıları için bulunan fermiyon (üst) ve bozon (alt) dağılımları

Tüm denklemler bozonlar için harmonik tuzağın karakteristik uzunluğu ve karakteristik enerjisi cinsinden ifade edilmiştir. Bu şartlar altında bozon ve fermiyonların uzaysal dağılımları tuzak içerisinde bulunan bozon ve fermiyon sayılarının yanısıra fermiyon ve bozon kütlelerinin oranı $\eta_m = \frac{m_F}{m_B}$ ve bozon-bozon etkileşim parametresi ile

bozon-fermion etkileşim parametresinin oranına $\eta_a = \frac{a_{BF}}{a_{BB}}$ bağlıdır.

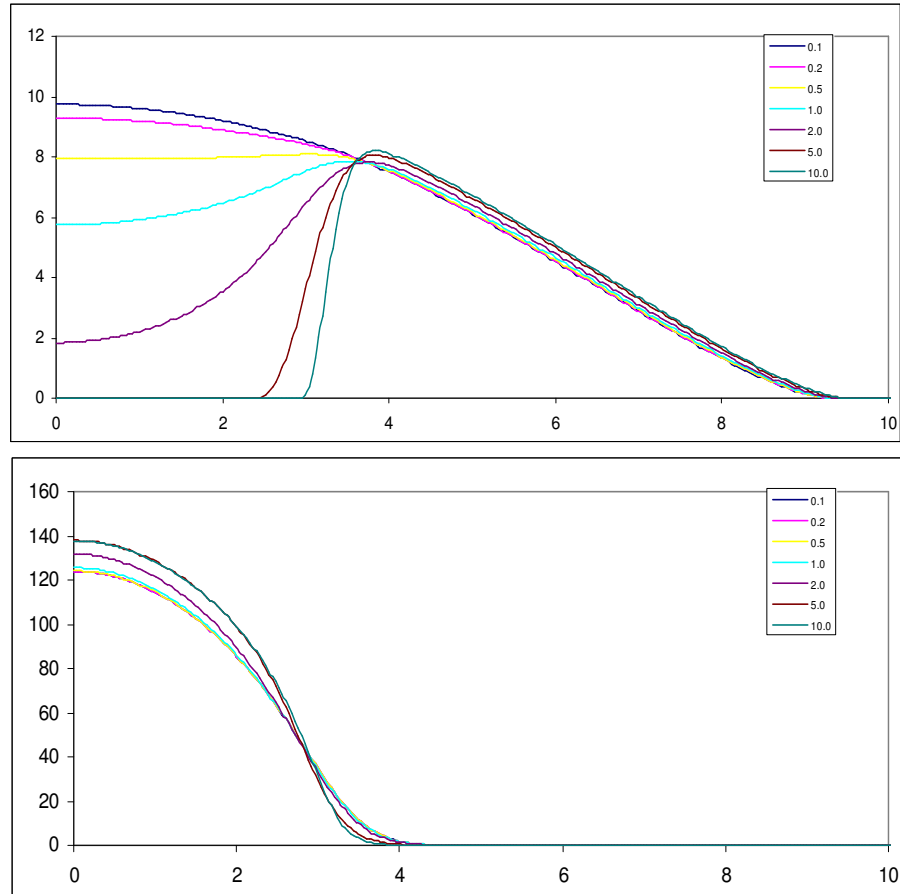
Şekil 6.1’de $\eta_m = 1$ ve $\eta_a = 1$ olmak üzere tuzak içerisinde 10000 bozon varken değişik fermiyon sayıları için bulunan fermiyon (üst) ve bozon (alt) dağılımları verilmektedir. Görüldüğü gibi η_m ve η_a sabitken fermiyon sayısının artışı sadece fermiyon dağılımının genliğini artırmaktadır. Hem fermiyon dağılımının şekli hem de bozon dağılımı fermiyonların sayısındaki artıştan çok fazla etkilenmemektedir.



Şekil 6.2 Tuzak içerisinde 10000 bozon ve 10000 fermiyon varken, kütleler oranı $\eta_m = 0.2$ için çeşitli η_a değerlerine karşılık gelen bozon ve fermiyon dağılımları

Şekil 6.2’de tuzak içerisinde 10000 bozon ve 10000 fermiyon varken ve kütleler oranı $\eta_m = 0.2$ iken çeşitli η_a değerlerine karşılık gelen bozon ve fermiyon dağılımları verilmiştir. Şekilden de görüldüğü gibi η_a azaldıkça yani bozon-fermion etkileşimlerinin şiddeti a_{BF} azaldıkça fermiyonlar tuzak merkezine doğru toplanmaktadır. Öte yandan bu etkileşim parametresinin artmasıyla tuzak merkezinden itilen fermiyonlar düzgün bir uzaysal dağılıma sahip olmaktadır.

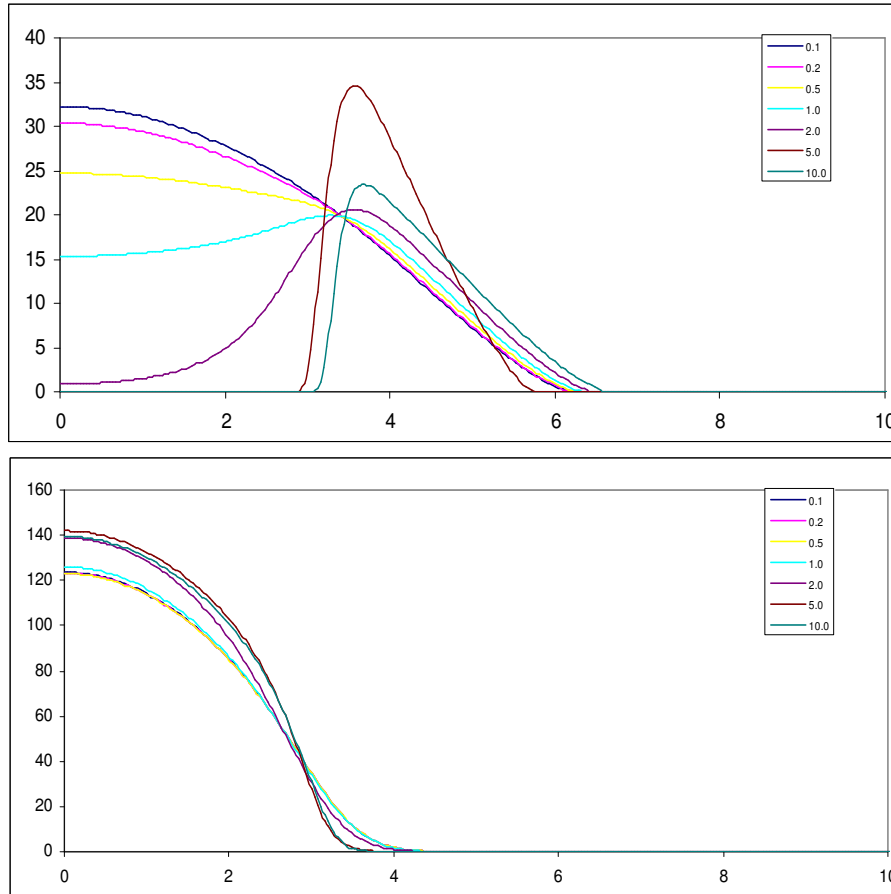
Şekil 6.3’te bozon ve fermiyon kütlelerinin birbirine eşit olması yani $\eta_m = 1.0$ durumu için Şekil 6.2’deki ile benzer sonuçlar verilmektedir. Burada etkileşim parametresi oranı η_a nın küçük değerlerinde fermiyonlar tuzak merkezine doğru toplanmışlardır.



Şekil 6.3 Tuzak içerisinde 10000 bozon ve 10000 fermiyon varken, kütleler oranı $\eta_m = 1.0$ için çeşitli η_a değerlerine karşılık gelen bozon ve fermiyon dağılımları

η_a artarken fermiyonların tuzak merkezinden dışarı doğru itildiği dolayısıyla merkezdeki fermiyon yoğunluğunda bir çökme meydana gelirken dışarıda fermiyon yoğunluğunun hafifçe arttığı görülmektedir. Ancak $\eta_a=5.0$ ve $\eta_a=10.0$ değerleri için merkezdeki fermiyon yoğunluğunun tamamen sıfıra gittiği ve dış bölgedeki fermiyon yoğunluğunun belirli bir aralığa sınırlandığı görülmektedir.

Benzer sonuçlar Şekil 6.4'te fermiyon kütlesinin bozon kütlesinin 5 katı olması yani $\eta_m = 5.0$ için verilmiştir. Bu durumda gözlenen dağılımlarda Şekil 6.3'tekine benzemektedir ancak bu durumda bozonlar ve fermiyonlar arasındaki faz ayrışması yani merkezi sadece bozonlardan oluşan bir bulutun etrafının çoğunlukla fermiyonlardan oluşan bir katmanla sarılması çok daha belirgindir.



Şekil 6.4 Tuzak içerisinde 10000 bozon ve 10000 fermiyon varken, kütleler oranı $\eta_m = 5.0$ için çeşitli η_a değerlerine karşılık gelen bozon ve fermiyon dağılımları

KAYNAKLAR

- Albus, A.P., Gardiner, S.A., Illuminati, F. and Wilkens, M. 2002. Quantum field theory of dilute homogeneous Bose-Fermi mixtures at zero temperature: General formalism and beyond mean-field corrections. *Physical Review A* **65**;053607.
- Albus, A.P., Illuminati, F. and Wilkens, M. 2003. Ground-state properties of trapped Bose-Fermi mixtures: Role of exchange correlation. *Physical Review A* **67**; 063606.
- Anderson, M.H., Ensher, J.R., Matthews, M.R., Wiemann, C.E. and Cornell, E.A. 1995. Observation of Bose-Einstein Condensation in a Dilute Atomic Vapor. *Science* **269**; 198-201.
- Bijlsma, N.J., Heringa, B.A. and Stoof, H.T.C. 2000. Phonon exchange in dilute Fermi-Bose mixtures: Tailoring the Fermi-Fermi interaction. *Physical Review A* **61**; 053601.
- Chu, S. 1991. "Laser Manipulation of Atoms and Particles" *Science*: **253**; 861-866.
- Cohen-Tannoudji, C.N. and Phillips, W.D. 1990. "New Mechanisms for Laser Cooling" *Physics Today*, **43**; 33-40.
- Ernst, U., Marte, A., Schreck, F., Schuster, J. and Rempe, G. 1998. Bose-Einstein condensation in a pure Ioffe-Pritchard field configuration. *Europhysics Letters*, **41**; 1-6.
- Gross, E.P. 1961. Structure of a Quantized Vortex in Boson Systems. *Nuovo Cimento* **20**; 454.

- Hadzibabic, Z., Stan, C. A., Dieckmann, K., Gupta, S., Zwierlein, M. W., Gorlitz, A. and Ketterle, W. 2002. Two-species mixture of quantum degenerate Bose and Fermi gases. *Physical Review Letters* **88**; 160401.
- Hänsch, T. W. and Schawlow, A. L. 1975. “Cooling of Gasses by Laser Radiation”, *Optics Communications*, **13**; 68-69.
- Heiselberg, H., Pethick, C. J., Smith, H. and Viverit, L. 2000. Influence of induced interactions on the superfluid transition in dilute Fermi gases. *Physical Review Letters*, **85**; 2418-2421.
- Hohenberg, P. and Kohn, W. 1964. “Inhomogeneous Electron Gas”. *Physical Review*, **136**; B864-B867.
- Kohn, W. and Sham, L.J. 1965. Self Consistent Equations Including Exchange and Correlation Effects. *Physical Review* **140**; A1133-1138.
- Metcalf, H. J. and Phillips, W. D. 1987. “Cooling and Trapping Atoms”. *Scientific American*, **256**; 50-56.
- Pitaevskii, L. P. 1961. Vortex Lines in an Imperfect Bose Gas. *Soviet Physics JETP*, **13**; 451-454.
- Pu, H., Zhang, W. P., Wilkens, M. and Meystre, P. 2002. Phonon spectrum and dynamical stability of a dilute quantum degenerate Bose-Fermi mixture. *Physical Review Letters* **88**; 070408.
- Roati, G., Riboli, F., Modugno, G. and Inguscio, M. 2002. Fermi-Bose quantum degenerate K-40-Rb-87 mixture with attractive interaction. *Physical Review Letters* **89**; 150403.

- Schreck, F., Khaykovich, L., Corwin, K.L., Ferrari, G., Bourdel, T., Cubizolles, J. and Salomon, C. 2001. Quasipure Bose-Einstein condensate immersed in a Fermi sea. *Physical Review Letters* **87**; 080403.
- Thijssen, J.M. 1999. *Computational Physics*. Cambridge University Press, 546 p., Cambridge.
- Truscott, A.G., Strecker, K. E. and McAlexander, W. I. 2001. Observation of Fermi pressure in a gas of trapped atoms. *Science* **291**; 2570-2572.
- Viverit, L., Pethick, C. J. and Smith, H. 2000. Zero temperature phase diagram of binary boson-fermion mixtures. *Physical Review A* **61**; 053605.
- Viverit, L. 2002. Boson-induced s-wave pairing in dilute boson-fermion mixtures. *Physical Review A* **66**; 023605.
- Yip, S. K. 2001. Collective modes in a dilute Bose-Fermi mixture. *Physical Review A* **64**; 023609.

ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı : Cahit DEDE

Doğum Yeri : Kırşehir

Doğum Tarihi : 21.08.1970

Medeni Hali : Evli

Yabancı Dili : İngilizce

Eğitim Durumu (Kurum ve Yıl)

Lise : Kırşehir Lisesi (1988)

Lisans : Orta Doğu Teknik Üniversitesi (ODTÜ) Fen-Edebiyat Fakültesi Fizik Bölümü (2000)

Yüksek Lisans: Ankara Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Fizik Anabilim Dalı
(Eylül 2004 – Mart 2008)

Çalıştığı Kurum/Kurumlar ve Yıl

Kırşehir Fatma Muzaffer Mermer (FMM) Anadolu Meslek ve Meslek Lisesi İngilizce Öğretmenliği (2000-2005)

Konya Sarayönü Ladik Çok Programlı Lisesi İngilizce Öğretmenliği (2005-)